

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**WGS84 KOORDİNAT SİSTEMİNDEN ÜLKE KOORDİNAT
SİSTEMİNE DÖNÜŞÜMLER**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Ş. Hakan KUTOĞLU**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 Ocak 1997
Tezin Savunulduğu Tarih : 5 Şubat 1997**

5. Mayıs - 1997

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Tevfik AYAN
Diğer Juri Üyeleri : Prof. Dr. Ahmet AKSOY
Prof. Dr. Rasim DENİZ**

*Tevfik Ayan
A. Aksoy
Rasim Deniz*

*FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
DOKUMANTASYON MÜHENDİSLİĞİ*

ŞUBAT 1997

ÖNSÖZ

Bu çalışmada yüksek bilgi ve deneyimini esirgemeyen tez danışmanım Prof. Dr. Tevfik AYAN'a, çalışma süresince anlayış gösteren bölüm başkanım Prof. Dr. Erdal KOÇAK'a, daima yardıma hazır olan Karaelmas Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'ndeki araştırma görevlisi arkadaşlarımı, gösterdikleri sabır nedeniyle ailem ve İlkay AKTÜRK'e, ayrıca Gökalp ALANKO'ya teşekkür ederim.

Ocak, 1997

Ş. Hakan KUTOĞLU

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ	viii
ÖZET	x
SUMMARY	xi
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
1.1 Genel	1
1.2 Referans Yüzeyleri	2
1.3 Jeodezik Ağlar	4
1.4 Çalışmanın Amacı	6
BÖLÜM 2 JEODEZİDE KOORDİNAT SİSTEMLERİ VE ARALARINDAKİ DÖNÜŞÜMLER	8
2.1 Koordinat Sistemleri Arasındaki Dönüşümün Temelleri	8
2.2 Koordinat Sistemleri	12
2.2.1 Göksel koordinat sistemleri	14
2.2.2 Yersel koordinat sistemleri	16
2.2.2.1 Jeosentrik sistemler	16
2.2.2.1.1 Anlık ve ortalama sistemler	16
2.2.2.1.2 Jeodezik (elipsoidal) sistemler	20

2.2.2.2 Toposentrik sistemler	23
2.2.2.1 Yerel astronomik sistemler	23
2.2.2.2 Yerel jeodezik (elipsoidal) sistemler	25
BÖLÜM 3 DATUM VE DATUM DÖNÜŞÜMÜ	27
3.1 Datum Kavramı	27
3.2 Datum Dönüşümü	30
3.2.1 Üç boyutlu benzerlik dönüşümü	30
3.2.1.1 Bursa-Wolf modeli	33
3.2.1.2 Molodensky-Badekas modeli	37
3.2.1.3 Veis modeli	40
3.2.1.4 Thomson-Krakiwsky modeli	43
3.2.2 Afin dönüşümü	44
3.2.2.1 On parametrelî afin dönüşümü	44
3.2.3 Polinomlarla dönüşüm	51
3.2.3.1 Çoklu regresyon eşitlikleriyle datum dönüşümü	52
3.2.4 Projeksiyon düzleminde dönüşüm	54
3.2.4.1 İki boyutlu benzerlik dönüşümü	55
3.2.4.2 İki boyutlu afin dönüşümü	56
3.3 Uygulamadaki Sorunlar	57
3.3.1 Dönüşüm probleminin özel çözümü	57
BÖLÜM 4 UYGULAMA	61
4.1 $H=h$ Varsayımlıyla Üç Boyutta Dönüşüm	63
4.2 Özel Yöntemle (Elipsoit Yüksekliği Türeterek) Üç Boyutta Dönüşüm	67
4.3 Projeksiyon Düzleminde Dönüşüm	74
4.4 Ölçek Analizi	75
SONUÇ VE ÖNERİLER	78
KAYNAKLAR	82
ÖZGEÇMİŞ	84

SEMBOL LİSTESİ

A_0, \dots, A_n	: Çoklu Regresyon Dönüşümü katsayıları
a	: Elipsoidin büyük yarı ekseni
b	: Elipsoidin küçük yarı ekseni
f	: Elipsoidin basıklığı
w	: Açısal hız
GM	: Gravitasyonal sabit
$\bar{C}_{2,0}$: 2. derece zonal katsayı
h	: Elipsoit Yüksekliği
H	: Ortometrik Yükseklik
N	: Jeoiit Ondülasyonu
B	: Elipsoidal enlem
L	: Elipsoidal boylam
ϕ	: Astronomik enlem
λ	: Astronomik boylam
ξ, η	: Çekül sapması bileşenleri
W_0^L	: Laplace kapanması
X, Y, Z	: Kartezyen dik koordinatlar
X_p, Y_p	: Kutup hareketi parametreleri
z	: Başucu açısı
S	: Eğik uzaklık

- X^0, Y^0, Z^0 : Bir koordinat sisteminin başlangıç noktasının diğer sistemdeki koordinatları
- X_0, Y_0, Z_0 : Ortak noktaların ağırlık merkezinin koordinatları
- α, β, γ : Koordinat eksenleri dönüklükleri
- θ : Maksimum ölçek değişimi doğrultusu
- k : Benzerlik dönüşümünde ölçek faktörü
- k_x, k_y, k_z : Afin dönüşümünde ölçek faktörleri
- p, r, s, q : Afin dönüşümünde yardımcı parametreler
- m : karesel ortalama hata
- m_0 : Birim ölçünün karesel ortalama hatası

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 Elipsoit ve jeoit arasındaki ilişki	3
Şekil 2.1 Bir sağ-el koordinat sistemi	9
Şekil 2.2 Presesyon ve nutasyon hareketleri	15
Şekil 2.3 Conventional Celestial Reference System	15
Şekil 2.4 Kutup hareketi parametreleri	17
Şekil 2.5 Conventional Terrestrial Reference System	18
Şekil 2.6 Elipsoidal koordinat sistemi	20
Şekil 3.1 Yerleştirme ve yöneltme parametreleri	28
Şekil 3.2 Üç boyutlu benzerlik dönüşümü	32
Şekil 3.3 Molodensky-Badekas dönüşüm modeli	40
Şekil 3.4 On parametrelî afin dönüşümü	45
Şekil 3.5 İki boyutlu benzerlik dönüşümü	55
Şekil 3.6 WGS84 ve yerel elipsoit arasındaki ilişki	59
Şekil 4.1 İki elipsoit arasındaki seviye farkı	76
Şekil 4.2 İzmir'de WGS84 ve ED50 elipsoitlerinin birbirine göre konumu	77

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1 Elipsoit parametreleri	29
Tablo 4.1 Ortak noktaların elipsoidal koordinatları	62
Tablo 4.2 H=h ile elde edilen ED50 kartezyen koordinatları	63
Tablo 4.3 WGS84 kartezyen koordinatları	64
Tablo 4.4 Bursa-Wolf ile elde edilen parametreler	65
Tablo 4.5 Molodensky-Badekas ile elde edilen parametreler	65
Tablo 4.6 Bursa-Wolf ile ED50'ye dönüştürülmüş koordinatlar	66
Tablo 4.7 Molodensky-Badekas ile ED50'ye dönüştürülmüş koordinatlar	66
Tablo 4.8 Afin dönüşümüyle ED'ye dönüştürülmüş koordinatlar	66
Tablo 4.9 Afin Dönüşümüyle elde edilen parametreler	67
Tablo 4.10 Elipsoit farkları ve ED50 yükseklikleri	68
Tablo 4.11 Özel yöntemle bulunan ED50 kartezyen koordinatları	68
Tablo 4.12 Bursa-Wolf ile elde edilen parametreler	69
Tablo 4.13 Molodensky-Badekas ile elde edilen parametreler	69
Tablo 4.14 Afin dönüşümüyle elde edilen parametreler	70
Tablo 4.15 2. grup uygulamada Bursa-Wolf ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)	71
Tablo 4.16 2. grup uygulamada Bursa-Wolf ile dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)	71
Tablo 4.17 2. grup uygulamada Molodensky-Badekas ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)	71

Tablo 4.18	2.grup uygulamada Molodensky-Badekas ile dönüştürülmüş koordinatlar(14 noktayla)	72
Tablo 4.19	2. grup uygulamada Afin ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)	72
Tablo 4.20	2.grup uygulamada Afin ile dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)	72
Tablo 4.21	Gauss-Kruger Projeksiyonunda koordinatlar	73
Tablo 4.22	İki boyutlu benzerlik dönüşümüyle elde edilen parametreler	74
Tablo 4.23	Projeksiyon düzleminde dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)	74
Tablo 4.24	Projeksiyon düzleminde dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)	75.
Tablo 5.1	1. grup değerlendirmede üç farklı dönüşüm modeli sonuçları	77
Tablo 5.2	2. grup değerlendirmede üç farklı dönüşüm modeli sonuçları	78

ÖZET

Yeryuvarı veya yeryuvarının bir parçasının şeklinin belirlenebilmesi için yeryüzünde belirli referans noktaları seçilir. Bu noktaların oluşturduğu şekil jeodezik ağ olarak adlandırılır. Jeodezik ağlar üçe ayrılır: a) üç boyutlu ağlar, b) yatay kontrol ağları, c) düşey kontrol ağları.

Jeodezide üç konum vektörünün eş zamanlı belirlendiği üç boyutlu ağlar ideal bir amaç olmasına rağmen, klasik ölçme teknikleriyle düşey açıların düşük presizyonla belirlenebilmesi nedeniyle jeodeziciler tarafından tercih edilmezler. Bu nedenle, jeodezik ağların, yatay ve düşey kontrol ağları olarak ayrı ayrı kurulması yoluna gidilmiştir.

Yatay ve düşey kontrol ağları farklı referans yüzeylerine dayalıdır. Bunun yanında, genellikle yatay kontrol ağları görüş mesafesi yüksek (örneğin tepelerde) yerlerde kurulurken, düşey ağlar ulaşılması kolay (karayolu, demiryolu yakınlarındaki) yerlerde tesis edilirler. Bu da yatay ağlarda, düşey konumun ya hiç bilinmemesine ya da yaklaşık değerlerle bilinmesine sebep olur. Üstelik çoğu ülkelerde (Türkiye'de olduğu gibi) düşey konumun referanslı olduğu jeoidin, referans elipsoidinden olan yükseklikleri (jeoit yükseklikleri) belirlenmemiştir.

Bu sebeplerle, yatay ve düşey ağların birleştirilmesinden ortaya çıkacak üç boyutlu ağlar homojen yapıda olamamaktadır.

Günümüzde uydu konumlama teknikleri üç boyutun eş zamanlı belirlendiği yüksek duyarlılıklı homojen ağlar kurulmasına olanak sağlamaktadır. Bunların arasında en geniş uygulama alanı bulanı Global Positioning System (GPS) olmaktadır. GPS ile elde edilen nokta koordinatları WGS84 elipsoidine referanslıdır. Yani, WGS84 datumundadır.

Ancak, haritalık faaliyetleri yillardır klasik yersel ölçmelerle, yerel ya da ülke koordinat sistemindeki (datumundaki) kontrol ağlarıyla yürütülmektedir. Türkiye'de ülke nirengi ağları ED50 (European Datum 1950) datumundadır.

Bu bağlamda, kısa vadede yerel veya ülke koordinat sistemlerinden vazgeçmek mümkün değildir. Bu durum, "datum dönüşümü"nü güncel bir problem olarak ortaya çıkarmaktadır.

Bu çalışmanın konusunu da datum dönüşümü ve değişik dönüşüm modelleri oluşturmaktadır. Konu çerçevesinde, bu modeller değişik yaklaşımalarla ele alınıp, datum dönüşümü için uygun çözümler aranacaktır.

SUMMARY

TRANSFORMATIONS FROM WGS84 TO ED50 DATUM

The specific points on the surface of the earth are selected in order to define the shape of the earth or some part of it. The sets formed by these points are denoted geodetic networks, and they are divided into three groups, namely 3-D networks, horizontal networks and vertical networks

By means of classical survey techniques measurements which would be observed between control points define geometrical relations to each other. But they are not sufficient to determine their positions thorough the earth. For this aim and computations a reference surface that is appropriate to real shape of earth surface and could be expressed via simple mathematical models is necessary. As such a reference surface ellipsoid is best convenient. Thus, dimension of selected ellipsoid and its orientation thorough the earth determine geodetic datum.

There are two approach to introduce position at the ellipsoid of a point on the physical surface; ellipsoidal geographical or Cartesian coordinates.

Conversion from ellipsoidal to Cartesian is given below;

$$\begin{aligned} X &= (N+h)\cos B \cos L \\ Y &= (N+h)\cos B \sin L \\ Z &= ((1-e^2)N+h)\cos B \end{aligned} \quad (1-a,b,c)$$

Conversion from Cartesian to ellipsoidal are the followings;

$$\begin{aligned} L &= \arctan(Y/X) \\ B &= \arctan\left(\frac{Z(1-f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1-f)(\sqrt{X^2 + Y^2} a \cos^3 \mu)}\right) \end{aligned} \quad (2-a,b)$$

$$h = (X^2 + Y^2)^{1/2} \cos B + Z \sin B - a(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2} \quad (2-c)$$

Where;

$$\mu = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left[(1 - f) + \frac{e^2 a}{r} \right] \quad (2-d)$$

Classical survey methods are strict with regional earth surface. Because of these reasons each country or groups of countries prefer determining a local ellipsoid which is best convenient to their region rather than a global ellipsoid.

Our country has also followed this way, and European Datum 1950 (ED50) orientated through the Middle Europe has been selected as reference. Today all mapping studies have been continued on this reference.

Today, the satellite positioning techniques provide a means to form high precision homogenous networks determined three dimensionally simultaneously. GPS leading these satellite techniques is widely used. The coordinates of the points obtained by GPS are referenced to the WGS84 ellipsoid.

In a short term leaving local or national coordinate frames is not seemed probability. In this context, datum transformation arise as actual problem in geodesy.

WGS84 and ED50 systems are also geodetic (ellipsoidal) coordinate frames, and referenced on Conventional Terrestrial Coordinate System. The geometrical structure of both is defined as follows;

- Origin is center of reference ellipsoid
- Z-axes coincide semi-minor axes of ellipsoid
- X-axes lies on the intersection of Greenwich geodetic meridian and equator planes
- Y-axes completes right-hand system

As expressed above, both systems have the same geometrical structure, so linear transformation could be mentioned between two systems.

The best general linear transformation is similarity transformation. There are condition of unchanged angles and the relations between systems are provided seven parameters (three translations, three rotations, a scale). The general expression of similarity transformation is;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + (1+k)\underline{R} \underline{X}_1 \quad (3)$$

where;

\underline{X}_2 : second system coordinates

\underline{X}_1 : first system coordinates

k : scale

\underline{X}^0 : translation matrix

\underline{R} : rotation matrix

Where \underline{R} matrix is;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma & \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cos\beta & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

If we assume rotations are very small, so that \underline{R} can be written as follow;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

There are many private approach of similarity transformation. The best known of them are Bursa-Wolf and Molodensky- Badekas models.

In Bursa-Wolf model common points positions are assumed that they have random errors. General equation of Bursa-Wolf model is;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + (\underline{U} + k \underline{I}) \underline{X}_1 \quad (6)$$

where being different from general similarity equation;

$$\underline{I} + \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

In Molodensky-Badekas model general equation is;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + (1+k)(\underline{I} + \underline{U})(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (8)$$

where;

\underline{X}_0 : the position vector of mass center of common points in first system

There are only difference from Bursa-Wolf model; first system coordinates are shifted to mass center of common control point. But it is very important difference, because of influencing translations between two system.

If we consider coordinate systems are distorted, afin transformation could be introduced. Its general equation is;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{M}^T \underline{R} \underline{S} (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (9)$$

where;

\underline{M} : rotation matrix rotating first system into local system

\underline{S} : matrix introducing affinity property

All transformation models mentioned above are efficiently appreciated that three dimensions are also present.

In geodesy, although it is ideal that three dimensional networks determined by their three positions vectors together in a whole context, this technique has not been favored by many geodesist due to low precision vertical angle measurements. Thus, geodetic networks have been formed separately as horizontal and vertical networks.

Horizontal and vertical networks have separate reference surfaces. Moreover, it is preferable that the horizontal network points are set up on the peaks of hills whereas easy access (low elevations such as near the roads and railways) is the main consideration for the vertical network points. This is why in the horizontal networks are never considered or known approximately. Furthermore, in many countries as Türkiye the geoid heights from the reference ellipsoid are not known.

For these reasons, the three dimensional networks formed by the combination of horizontal and vertical networks may not be homogenous. But this arise height problem in three dimensional transformations.

To exceed this problem there are many approaches. The best known of them are to assume ellipsoidal heights are zero or ellipsoidal heights of local systems equals to orthometric heights. But, they include model errors.

The topic of this study is the datum transformation and various transformation models. This datum problem is investigated in different aspects in order to find appropriate solutions. Furthermore different approaches are referred to exceed height problem.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 Genel

İlk çağlarda, insanoğlunun mülkiyet duygusundan kaynaklanan, kişisel veya toplu olarak yaşadığı bölgenin sınırlarını belirlemek amacıyla yaptığı faaliyetler ilkel metodlara ve basit referanslara dayanıyordu. Daha sonra bu ilginin, dünyanın şeklinin ve bu şeklin boyutlarının belirlenmesi amacına yönelikçe daha bilimsel çalışmalar gerektirdi.

M.Ö. 2400 yılında Babillilere göre dünyanın şekli düzlem olarak kabul edilmişti. M.Ö. 600 yılında Pythagoras kardeşler yerin şeklinin küre olduğunu ileri sürdüler. Dünyanın şekli olarak kabul gören kürenin yarıçapını ölçülere dayanarak hesaplayan ilk bilgin M.Ö. 250 yılında Eratosthenes'tir (AKSOY ve GÜNEŞ, 1990). Böylece modern jeodezinin temelleri bu yüzyıllarda atılmaya başlandı.

Pythagoras'tan sonra iki bin yıl süreyle dünyanın şekli küre olarak kabul gördü. 17.yüzyılın ortalarında önce Huygens ardından Newton dünyanın şeklinin dönel bir elipsoit olduğunu ileri sürdüler.

Bundan sonra gerek elipsoit parametrelerini gerekse haritacılık amaçları doğrultusunda yoğun bir şekilde nirengi ağlarının kurulmasına başlandı. Ancak bir nirengi noktasının, başka bir nirengi noktasından hesaplanarak elde edilen enlem ve

boylam değerleriyle astronomik gözlemlerle elde edilen değerleri arasında ölçme hatalarına mal edilemeyecek hatalar ortaya çıktı. Bu farkların yeryuvarının düzensizliğinden kaynaklandığı birçok bilim adamı tarafından ortaya konulmuş ve çekül sapmasının hesaplanması teorisi geliştirilmiştir. Listing ise yerin gerçek şekline jeoit adını vermiştir (AKSOY, 1985).

Yeryuvarının şeklinin belirlenmesi çalışmalarının son noktaya ulaşmasından sonra artık ölçmelerde daha yüksek doğruluk sağlanması yolları aranmaya başlanılmış, teknolojininde yardımıyla üstün donanımlar, ölçme ve hesap yöntemleri, atmosferik modeller geliştirilmiş, buna rağmen yersel ölçmelerin sınırlamaları aşılamamıştır. 2. dünya savaşının da etkisiyle uydu ölçmeleri gündeme gelmiş ve uygulanmıştır. Bu sistemlerin en önemlisi Navy Navigation Satellite System (NNSS)'dır. Bu sistem 1980'li yılların başına kadar aktif olarak kullanılmıştır. Daha sonra bu sistemin yerini getirdiği tecrübeler ve teknolojik gelişmeler doğrultusunda daha etkin ve doğruluklu sonuçlar veren Global Positioning System (GPS) almıştır.

1.2 Referans Yüzeyleri

Yeryuvarının gerçek şekli üzerinde ölçmelerin yapıldığı fiziksel yeryüzüdür. Bu yüzey son derece düzensizdir ve kapalı matematik formüllerle tanımlanması mümkün değildir.

Yeryuvara en uygun yüzey jeoit olarak tanımlanmıştır. Jeoit ortalama deniz seviyesiyle çakışan aynı potansiyele sahip noktarın meydana getirdiği fiziksel anlamda bir yüzeydir (CROSS, 1989). Başka bir deyişle, karaların altındaki devam ettiği düşünülen serbest durumdaki ortalama deniz yüzeyidir. Çekül doğrultuları her noktada jeoide diktir (DRAGOMİR ve dig., 1982).

Jeoit, yeryuvarının içindeki yüksek yoğunluk farkları nedeniyle süreksizlikler gösterebilir. Bu bakımdan jeoidi de kapalı matematik formüllerle ifade etmek

mümkün değildir. Buna karşın, sadece sonsuz fonksiyonel serilerle kesin olarak tanımlanabilir. Uygulamada ise sonlu serilerle yaklaşık olarak elde edilebilir. Bu özellikler ile jeoit, jeodezik ağların düşey koordinatları için referans olarak alınır. Ancak yatay koordinatlar için bir referans yüzeyi olamaz.

Yatay konumda iki boyutlu ağlar için geometrik hesaplamalar gereklidir. Bu hesaplamalar için jeoide uygun ancak, matematik tanımı mümkün olduğunda basit bir yüzey gerekir. Bunu en iyi sağlayan geometrik şekil, dönel bir elipsoidir. Gerçekten de global bir elipsoidin jeoitten maksimum sapması 110 metre civarındadır. Elipsoit fiziksel olarak varolmayan geometrik bir şekildir. Elipsoit ve joiit arasındaki ilişki Şekil 1.1'de gösterilmiştir (VANICEK ve KRAKIWSKY, 1982).



Şekil 1.1: Elipsoit ve joiit arasındaki ilişki

Joiit ve bir referans elipsoidi arasındaki fark joiit ondülasyonu olarak adlandırılır ve N ile gösterilir. Joiit ondülasyonu (N), elipsoit yüksekliği (h) ve ortometrik yükseklik (H) arasındaki ilişki yaklaşık olarak;

$$h=N+H \quad (1.1)$$

ile verilir.

P noktasındaki elipsoit normali ve çekül doğrultusu arasındaki θ açısı çekül sapması olarak adlandırılır. Çekül sapması daima ξ ve η olarak iki bileşene ayrılır. Bu bileşenler;

$$\begin{aligned}\xi &= \varphi - B \\ \eta &= (\lambda - L) \cos \varphi\end{aligned}\quad (1.2)$$

ile ifade edilir (HEISKANEN ve MORITZ, 1984). Burada φ ve λ astronomik enlem ve boylam, B ve L elipsoidal enlem ve boylamdır.

1.3 Jeodezik Ağlar

Yeryuvarını matematik olarak tanımlamak için, yeryüzünü temsilen sonlu sayıda noktalar kümesi seçilebilir ve onlara seçilmiş bir koordinat sisteminde konum değerleri verilebilir. Bu noktalar ağı yerin fiziksel yüzeyini tanımlamanın yollarından biridir. Klasik olarak, bu jeodezik ağlar üç grupta toplanabilir; sadece deniz seviyesinden yüksekliğiyle (H) belirlenen noktalar ağı “jeodezik yükseklik ağları” ya da “düşey kontrol ağları” olarak adlandırılır. Yatay konumları, boylam (B) ve enlemleriyle (L) belirlenen nokta ağları “jeodezik yatay ağları” olarak adlandırılır. Geçmişte, ağları bu şekilde yatay ve düşey ağlar olarak ikiye ayırmak hem daha ekonomik hem de uygulama açısından daha kolaydı. Bunun sebebi, iki ağıın farklı gözlem tekniklerine dayanması ve buna bağlı olarak birlikte değerlendirilirken birbirlerini kötü etkilemeleriydi. Üçüncü grup ağlar üç koordinatla belirlenen “üç boyutlu jeodezik ağlar” olarak adlandırılır (VANICEK, KRAKIWSKY, 1982).

Jeodezik yükseklik ağları ikiye ayrılır. Daha doğruluklu ve genellikle noktalar arasındaki mesafelerin daha büyük olduğu yüksek dereceli ağlar ve doğruluğu daha

düşük, noktalar arasındaki mesafelerin kısa olduğu düşük dereceli ağlar. 1. derece ağlar için nokta aralıkları ülkeden ülkeye değişmektedir.

Jeodezik yatay ağlar, jeodezik elipsoidal koordinatları bilinen noktalardan oluşur. Bu yatay koordinatlar herhangi bir iki boyutlu koordinat sisteminde verilebilir. Bu yatay kontrol noktalarının yükseklikleri ya yaklaşık olarak belirlenilir veya hiç belirlenilmeyebilir.

Yatay ağlar konumlarının doğruluğuna göre farklı derecelere bölünür. 1. derece ağlar $1/100000$ civarında bağıl konum doğruluğuna sahiptir. Yüksek dereceli ağlarda noktalar arasındaki mesafeler daha fazlayken, düşük dereceli ağlarda nokta sıklığı artar.

Yerin üç boyutlu şeklinin bir ve iki boyutlu ağların birleştirilmesiyle gösterilmesi zayıf sonuçlar verir. Üstelik yükseklik ve yatay kontrol noktalarının çakıştığı durumlar çok azdır. Yatay konumlama için uygun olan noktalar, dağların tepesi gibi, yüksek yerlerdedir. Oysa düşey konumlama için uygun olan noktalar genelde karayolları ve demiryolları kenarlarındadır.

Jeodezik bakımından üç boyutlu koordinatlarla çalışma isteği çok doğaldır. Böyle üç boyutlu ağlar aşağıdaki yaklaşımlarla kurulabilir;

a) B, L ve h veya X, Y, Z üç boyutlu koordinatlarını elde etmek için uygun noktaların yatay (B, L) ve düşey (H) koordinatlarını birleştirmek. Burada elipsoid yüksekliğini (1.1) bağıntısından elde etmek için jeot yüksekliği (N) bilgisine ihtiyaç vardır.

b) Üç boyutlu konumları doğrudan veren yersel veya ekstrayersel konumlama tekniklerini kullanmak. Analitik fotogrametri ve inersiyal konumlama, üç boyutlu ağ sıklaştırması için uygun yersel konumlama teknikleridir. Bu bağlamda özellikle uydu konumlama teknikleri çok etkin olarak karşımıza çıkıyor. Uydu konumlama tekniğinin başlıca avantajlarından biri noktaların birbirini görme zorunluluğu olmamasıdır. Böylece istasyonlar arası mesafe artılabılır.

Uydu teknolojisini kullanmak için ilk girişimlerden biri uyduların yıldızlarla birlikte çekilen fotoğraflarıyla nokta koordinatlarının elde edilmesiydi. Bu noktaların her üç koordinatta da mutlak konum doğruluğu 5 metreden daha iyiydi.

Deniz dibi çalışmalarının sınırlı olması ve bunun getirdiği teknoloji eksikliği nedeniyle jeodezik ağlar genellikle kıyılardan uzak karalar üzerinde kuruldu. Son zamanlarda bu amaçlar için teknoloji hızlı bir gelişim içindedir.

1.4 Çalışmanın Amacı

Uydu konum belirleme sistemleri, özellikle de Global Konum Belirleme Sistemi (GPS) klasik ölçme yöntemlerinin sınırlamalarından uzak olması ve daha duyarlı sonuçlar vermesi nedeniyle jeodezi biliminin her dalında uygulama alanı bulmuştur. Bilindiği gibi GPS global bir sistemdir ve ölçülen koordinatlarda buna bağlı olarak global bir koordinat sistemine referanslıdır. Ancak uzun yillardır sadece klasik yöntemlerle yürütülen çalışmalarda her ülke kendi bölgesine uygun referans yüzeyleri seçmiş ve ülke ağlarının nokta koordinatları da bu yüzeylere göre belirlenen koordinat sistemlerine referanslanmıştır. Kısa vadede, bu şekilde belirlenen bölgesel ve yerel sistemlerden, tüm mühendislik ve kamu hizmetlerinin bu sistemlere göre yürütüldüğünden, vazgeçmek mümkün değildir. Bu bağlamda, günümüzde datum dönüşümü jeodezide sıkça karşılaşılan bir problem olmaktadır. Problem sadece bununla da sınırlı kalmamaktadır; klasik yöntemlerde yatay konum ve düşey konumun ayrı ayrı belirlenmesi, bunun yanında ülkemizde de olduğu gibi düşey konumların referans yüzeyi olan jeoit belirlenmediğinden elipsoit yükseklikleri elde edilememektedir. Bu da dönüşüm problemini göründüğünden daha karmaşık duruma getirmektedir.

İşte bu çalışmada da dönüşüm problemi ele alınacaktır. Bu amaçla çok sayıda model geliştirilmiştir. Burada da bu modellerden problemin çözümü için uygun görülenler

ele alınacak ve matematik modellerinden bahsedilecektir. Bu modellerden yaygın olarak kullanılan modellerden ikisiyle bir test ağında uygulama yapılacaktır. Yine bu iki modelle aynı test ağında önceki paragrafta bahsedilen ülke sistemindeki yükseklik problemini aşabilmek için özel bir çözüm yolu izlenecektir. Bu iki model dışında problemin çözümü için, ülke sisteminin homojen olmadığı düşüncesinden yola çıkılarak “afin dönüşümü” ele alınacaktır. Son uygulama olarak, yükseklik bilgilerini dönüşüm dışında tutmak amacıyla, projeksiyon düzleminde dönüşüm konu edilecektir.

Sonuç olarak tüm bu uygulamalar ışığında yapılacak irdelemelerle, üç boyutta dönüşüm problemine uygun çözüm önerilerine yer verilecektir.

BÖLÜM 2

JEODEZİDE KOORDİNAT SİSTEMLERİ VE ARALARINDAKİ DÖNÜŞÜMLER

2.1 Koordinat Sistemleri Arasındaki Dönüşüm Temelleri

Bir lineer dönüşüm eşitliği;

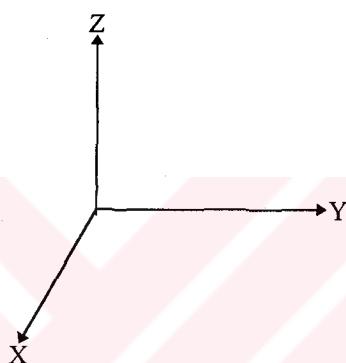
$$\underline{Y} = \underline{A} \underline{X} \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada \underline{A} matrisi dönüşüm matrisidir. \underline{Y} ilk sistemdeki ve \underline{X} ikinci sistemdeki sütun vektörlerdir. Eğer \underline{X} ve \underline{Y} vektörlerinin boyutları aynı ise dönüşüm ortogonaldır. O halde dönüşüm matrisi için;

$$\underline{A}^T \underline{A} = \underline{A} \underline{A}^T = \underline{I} \quad (2.2)$$

bağıntısı geçerli olacaktır. Bu eşitlik ile bir ortogonal matrisin determinantının (-1) veya (+1) olduğu söylenebilir.

Üç boyutlu kartezyen koordinat sisteminde X ve Y vektörleri sırasıyla X, Y ve Z eksenlerine sahiptirler. Bu üç eksen bir sağ-el veya sol-el sistemine göre tanımlanmış olabilir. Sağ-el sisteminde, eğer sağ elin parmakları herhangi bir eksenin etrafında başparmak pozitif yönü göstererek biçimde bükülürse, parmaklar pozitif dönme yönünü gösterecektir. Sol-el sisteminde ise aynı işlem sol-el için yapılır (DENİZ, 1993).



Şekil 2.1: Bir sağ-el koordinat sistemi

Yukarıdaki ifadelerden yola çıkarak bir kartezyen koordinat sisteminde herhangi bir P noktasının x,y,z koordinatları vektörel olarak;

$$\underline{x}_p = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

şeklinde gösterilir.

Başlangıç noktaları özdeş bir sağ-el kartezyen koordinat sisteminden diğerine dönüşümün birinci adımda ilk sistem, z eksenleri arasındaki γ açısı kadar döndürülürse;

$$\underline{x}'_p = \underline{R}_3(\gamma) \underline{x}_p \quad (2.4)$$

elde edilir. Burada;

$$\underline{R}_3(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

ile ifade edilir. İkinci adımda sistem y ekseni etrafında β açısı, üçüncü adımda ise x ekseni etrafında α açısı kadar döndürüldüğünde;

$$\underline{x}_p = \underline{R}_1(\alpha) \underline{R}_2(\beta) \underline{R}_3(\gamma) \underline{x}_p \quad (2.6)$$

bağıntısı elde edilir. Burada;

$$\underline{R}_1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (2.7a)$$

$$\underline{R}_2(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \quad (2.7b)$$

ile verilir.

Dönme matrisleri komutatif değildir ($\underline{R}_1\underline{R}_2 \neq \underline{R}_2\underline{R}_1$) ve çarpımları sağdan sola yapılır. Eğer dönüştürülecek koordinatların sistemleri farklısa (Örneğin; biri sağ-el sistemindeyken diğeri sol-el sistemindeyse) koordinat eksenlerini ters yöne çevirmek için refleksiyon matrislerinden faydalanyılır. X, Y,Z eksenlerinin yönlerini ters çeviren refleksiyon matrisleri sırasıyla;

$$\underline{P}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{P}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.8a,b,c)$$

şeklinde ifade edilir. Refleksiyon matrisleri komutatifdir (Örneğin; $\underline{P}_1\underline{P}_2 = \underline{P}_2\underline{P}_1$).

Sonuç olarak α, β, γ dönüklükleri için genel bir dönme matrisi tanımlamak istenirse;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\beta \sin\gamma & -\sin\beta \\ \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma & \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma & \sin\alpha \cos\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma + \sin\alpha \sin\gamma & \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma - \sin\alpha \cos\gamma & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

olur. Dönüklüklerin küçük olduğu düşünülürse diferansiyel dönme matrisi;

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

olarak alınabilir.

Eğer koordinat sistemlerinin başlangıç noktaları çakışık değilse, orijinler arasındaki;

$$\underline{X}^0 = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

öteleme vektörü de dönüşüm hesabında işin içine katılır.

2.2 Koordinat Sistemleri

Jeodezide faaliyet alanlarının çeşitliliğine paralel olarak, koordinat sistemlerinin farklı amaçlara hizmet veren sınıflandırmaları yapılabilir. Bunlar;

- Gözleyicinin konumuna göre sınıflandırma
- Koordinat sisteminin şecline göre sınıflandırma
- Koordinat sisteminin orijinine göre sınıflandırma
- Yeryuvarının ve etrafındaki uyduların hareketine göre sınıflandırma

olarak verilebilir. Son sınıflandırma jeodezik amaçlara daha uygun düşmektedir.

Yeryuvarının uzayda kendi etrafında ve güneş etrafında olmak üzere iki tür peryodik hareketi vardır. Bunların dışında birde aynı ve çok sayıda yapay uyduunun dünya etrafındaki hareketleri söz konusudur. Bu üç harekete karşılık üç ayrı koordinat sistemi tanımlanır;

- a) Yersel Koordinat Sistemleri
- b) Göksel Koordinat sistemleri
- c) Yörungesel Koordinat Sistemleri

Yersel koordinat sistemleri dünyaya göre sabittir ve dünya ile birlikte dönerler. Bu sistemler yeryüzündeki noktaların koordinatlarını belirlemek için kullanılırlar. Göksel koordinat sistemleri gök cisimlerinin koordinatlarını, yörungesel sistemde dünya etrafında konumlandırılmış uydularını belirlemek için kullanılırlar.

Bir koordinat sistemini belirlemek için;

- 1- Başlangıç noktasının yeri
- 2- Koordinat eksenlerinin yönü
- 3- Koordinat sistemine ait bir noktayı belirleyen parametreler

mutlaka belirtilmelidir (ARSLAN, 1989).

Üç boyutlu jeodezide yersel koordinat sistemleri kullanılır. Ancak burada, uydu hareketlerinin ifade edildiği göksel koordinat sistemlerinden de kısaca bahsedilecektir.

2.2.1 Göksel koordinat sistemleri

Göksel koordinat sistemi inersiyal bir sistemdir ve;

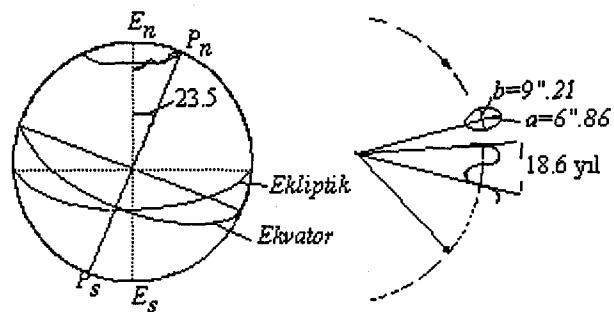
- Ufuk sistemi
- Saat açısı sistemi
- Eклиptik sistemi
- Rektesansiyon sistemi

şeklinde sınıflandırılır. Burada diğerlerinden daha presizyonlu olan rektesansiyon sisteminden bahsedilecektir.

Jeodezik Astronomiden bilindiği üzere rektesansiyon sistemi;

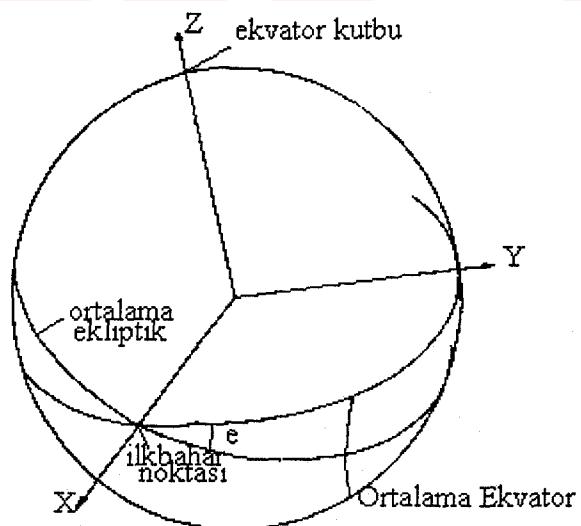
- Orijini yerin ağırlık merkezi olan
- Z ekseni, yerin dönme ekseninin gök küreyi deldiği kutba doğru yönelmiş
- X ekseni, ekvator ile eклиptığın arakesit doğrultusundaki ilkbahar noktasından geçen
- Y ekseni sağ-el sistemini tamamlayan

bir sistemdir. Ancak güneş ve ayın gravite alanlarının etkisiyle yerin ekvator düzleminde burulmalar meydana gelir. Bu burulmalar nedeniyle yerin dönme ekseninin gök küreyi deldiği kutup sabit değildir ve prensip olarak presesyon ve nutasyon adı verilen birbiri üzerine bindirilmiş iki hareket yapar. Presesyon, periyodu yaklaşık 26000 yıl olan, inersiyal uzaya göre dairesel kutup hareketidir. Nutasyon ise 18.6 yıldan 14 güne kadar değişen peryotlarda sapmaların ortaya çıkardığı daha hızlı bir harekettir (SEEBER, 1993).



Şekil 2.2: Presesyon ve Nutasyon hareketleri

Sözkonusu hareketlerden bağımsız bir göksel koordinat sistemi, IAU'ya göre 1 Ocak 2000 tarihinde Universal Time (UT)=12 iken (Jülyen gün sayısı 2451545.0) ortalama ekliptik, ortalama ekvator ve bunların arakesitindeki ortalama ilkbahar noktasına göre tanımlanmış ve Conventional Celestial Reference System (CCRS) adı verilmiştir (Şekil 2.2). Ortalama ekvatora dik yeryuvarının dönme ekseni gök küresini “kuzey efemeris kutbu”nda (CEP) keser.



Şekil 2.3: Conventional Celestial Reference System

Gök cisimlerinin ve uyduların koordinatları CCRS'ye göre belirlenir ve bu koordinatlar 2000 yılındaki ortalama koordinatlardır (HOFFMAN-WELLENHOF ve dig., 1992).

2.2.2 Yersel koordinat sistemleri

Yersel koordinat sistemler, jeosentrik sistemler ve toposentrik sistemler olarak iki ana grupta incelenebilir.

2.2.2.1 Jeosentrik sistemler

Jeosentrik sistemler global sistemlerdir. Bu sistemi de sırasıyla astronomik gözlemlere ve jeodezik hesaplara dayalı olan;

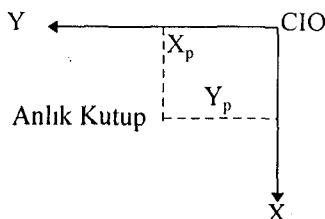
- Anlık ve ortalama yersel sistemler
- Jeodezik (elipsoidal) sistemler

olarak iki alt gruba ayıralım.

2.2.2.1.1 Anlık ve ortalama yersel sistemler

Yer sabit bir referans sistemini tanımlamak oldukça güçtür. Bunun nedeni litosfer tabakasının (yeryuvarının 100km'lik dış tabakası) bağımsız olarak hareket eden yaklaşık 20 rüjüt tabakadan oluşmasıdır. Bu plakaların yerin içindeki hareketleri nedeniyle (yılda 1-10 cm) yerde iştirirler. Bunun sonucu, yerkabu una göre yerin dönme ekseninin konumu de işir. Bu hareket “kutup hareketi” olarak adlandırılır.

Kutup hareketi bir dereceye kadar peryodiktir ve tam devri yaklaşık 434 gündür. Genliği 10 m'yi geçmeyecek biçimde değişir.



Şekil 2.4: Kutup hareketi parametreleri

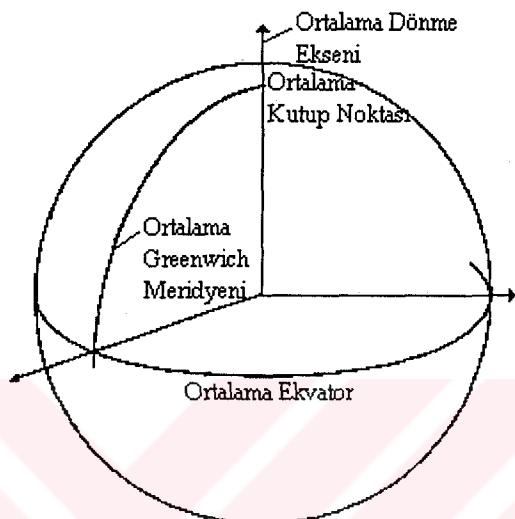
Yukarıdaki ifadelerden anlaşılacağı gibi yeryuvarı sabit bir yapıda değildir ve ona göre tanımlanacak bir sistem gerçekte “anlık koordinat sistemi” olacaktır. Bu anlık yersel sistemin;

- Başlangıcı dünyanın ağırlık merkezindedir
- Z ekseni dünyanın gerçek dönme eksenile çakışmaktadır
- X ekseni gerçek ekvator düzlemini ile gerçek dönme eksenini ve Greenwich gözlemevi astronomi noktasını içine alan düzlemin arakesitidir
- Y ekseni sağ-el sistemini tamamlar

Yersabit bir koordinat sisteminin tanımı, yerin dönme ekseninin 1900-1905 yılları arasındaki ortalama konumu Conventional International Origin (CIO) kutbu alınarak gerçekleştirilmiş ve bu sisteme Conventional Terrestrial Reference System (CTRS) adı verilmiştir (Şekil 2.5). Bu ortalama kutup noktası (CIO) ve Greenwich ortalama astronomik meridyen doğrultusu, “ortalama yersel koordinat sistemi” CTRS’yi tanımlar. Ortalama yersel sistem, ideal dünya jeodezik sistemidir ve;

- Başlangıcı dünyanın ağırlık merkezindedir
- Z ekseni, yeryuvarının ortalama dönme eksenile çakışmaktadır ve CIO’ya doğru yönelmiştir

- X ekseni Greenwich ortalama astronomik meridyen düzlemi ile ortalama ekvator düzleminin arakesitinde uzanır
- Y ekseni sağ-el sistemini tamamlar



Şekil 2.5: Conventional Terrestrial Reference System

Ortalama yersel sistem noktaların uzaydaki konumlarının belirlenmesini sağlar. Bu sistemde bir yer noktasının konumu X, Y, Z dik koordinatları, λ, ϕ, W veya H eğri koordinatları ile tanımlanabilir. Burada W jeopotansiyel anlamındadır.

GPS koordinat sistemi WGS84 ve ülke koordinat sistemi ED50, ortalama yersel koordinat sistemleridir.

Herhangi bir noktanın anlık yersel sistemdeki koordinatlarını, ortalama sisteme dönüştürmek için iki sistem arasında;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Ortalama}} = R_2(-X_p)R_1(-Y_p)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Anlık}} \quad (2.12)$$

ilişkisikurulabilir. Eşitlikteki X_p , Y_p yay saniyesi biriminde ifade edilen ve CIO'ya göre gerçek kutbun yerini veren koordinatlardır. R_1 ve R_2 'nin açık ifadesi bölüm (2.1)'de gösterilmiştir.

Ortalama sistemden anlık sisteme dönüşüm ise;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Anlık}} = [R_2(-X_p)R_1(-Y_p)]^{-1}\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Ortalama}} \quad (2.13)$$

ile gösterilir. Dönme matrislerinin ortogonal olduğu bölüm (2.1)'de gösterilmiştir. Öyleyse;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Anlık}} = R_2(X_p)R_1(Y_p)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Ortalama}} \quad (2.14)$$

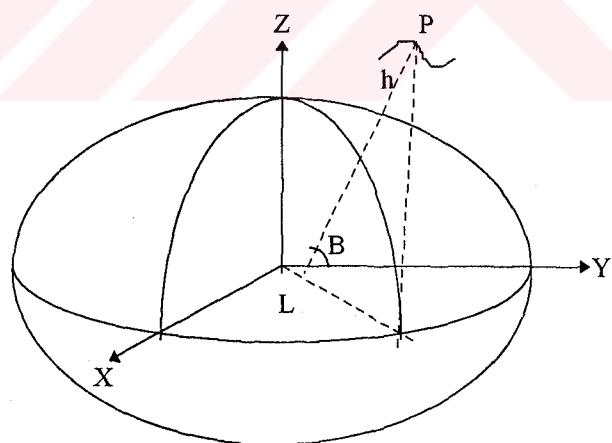
elde edilmiş olur.

2.2.2.1.2 Jeodezik (elipsoidal) sistemler

Elipsoidal sistemlerin;

- Başlangıcı referans elipsoidinin merkezindedir
- Z ekseni elipsoidinin küçük eksenile çakışıktır
- X ekseni Greenwich jeodezik meridyen düzlemi ile ekvator düzleminin arakesitindedir ve artı yönü jeodezik boylama doğrudur
- Y ekseni ise sağ-el sistemini tamamlar

Bu sistemde bir P noktasının konumu X, Y, Z dik koordinatları veya B, L, h elipsoidal eğri koordinatları ile verilir. B elipsoidal enlem, L elipsoidal boylam, h elipsoidal yükseklik anlamındadır.



Şekil 2.6: Elipsoidal koordinat sistemi

Elipsoidal eğri koordinatlardan elipsoidal dik koordinatlara geçiş;

$$\begin{aligned} X &= (N+h)\cos B \cos L \\ Y &= (N+h)\cos B \sin L \\ Z &= ((1-e^2)N+h)\cos B \end{aligned} \quad (2.15a,b,c)$$

eşitlikleriyle gerçekleştirilir. Burada N meridyene dik doğrultudaki normal kesit eğrilik yarıçapıdır.

Elipsoidal dik koordinatlardan eğri koordinatlara geçiş için çeşitli yöntemler vardır.

Elipsoidal boylam, (2.4) eşitliklerinde Y'nin X'e bölünmesiyle doğrudan elde edilir;

$$L = \arctan(Y/X) \quad (2.16)$$

Elipsoidal enlem ve elipsoit yüksekliği için iterasyona dayanan yöntemde;

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B} - N \quad (2.17)$$

ile ifade edilirken, (2.4) eşitliğinde $Z = ((1-e^2)N+h)\sin B = (N-e^2N+h)\sin B$ şeklinde yeniden düzenlenip $\sqrt{X^2 + Y^2}$ ile bölündüğünde elipsoidal enlem için;

$$B = \arctan\left(\frac{Z(N+h)}{\sqrt{X^2 + Y^2}(N+h - e^2N)}\right) \quad (2.18)$$

“bağıntısı elde edilir. Görüldüğü üzere, (2.17)’da B , (2.18)’de h yer almaktadır ve ikiside aranan parametreler olduğundan çözüm iteratif olarak gerçekleştirilebilir.

İterasyonun ilk adımda $h=0$ için (2.18) eşitliğinden B için yaklaşık değer bulunur. Bulunan değerle (2.17) eşitliğinden h_1 bulunur. İkinci adımda $h=h_1$ için B_2 bulunur. İterasyon, N ve h için kabul edilebilir değişimler elde edilinceye kadar sürdürülür. Bu değişimler için $(h_i-h_{i-1}) < \alpha\epsilon$ ve $(B_i-B_{i-1}) < \epsilon$ ($\epsilon=10^{-10}$) hata sınırları tavsiye edilmektedir (VANICEK-KRAKIWSKY, 1982).

Dik koordinatlardan eğri koordinatlara geçiş için kapalı formüller;

$$B = \arctan \left(\frac{Z(1-f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1-f)(\sqrt{X^2 + Y^2} a \cos^3 \mu)} \right) \quad (2.19)$$

$$h = (X^2 + Y^2)^{1/2} \cos B + Z \sin B - a(1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2} \quad (2.20)$$

ile verilirler. Burada;

$$\mu = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left[(1-f) + \frac{e^2 a}{r} \right] \quad (2.21)$$

olur.

Elipsoidal dik koordinat sisteminin üç ekseni, ortalama yersel koordinat sisteminin üç ekseni ile çakışacak veya paralel olacak şekilde tanımlanır. Eksenlerin çakışık olması halinde bir jeosentrik elipsoidal sistem, paralel olması halinde bir relatif

elipsoidal sistem söz konusudur. Bunun yanında eksenlerin paralelliği her zaman sağlanamayabilir. Bu durumda eksen dönüklükleri işin içine girecektir. Bu en genel durum ele alındığında ve bölüm (2.12)'deki eşitlikler göz önünde bulundurulduğunda elipsoidal sistem ve ortalama yersel sistem arasındaki ilişki;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Elipsoidal}} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \underline{R}(1+k) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Ortalama}} \quad (2.22)$$

ile verilir. Eksen dönüklüklerinin küçük oldukları düşünüldüğünde \underline{R} dönme matrisi yerine diferansiyel dönme matrisi $d\underline{R}$ alınabilir.

2.2.2.2 Toposentrik sistemler

Yeryüzü üzerindeki her nokta için ayrı bir koordinat sistemi tanımlanabilir. Bu sistemlerin en önemli özelliği başlangıç noktasının durulan noktada olmasıdır. İki ayrı yersel toposentrik koordinat sistemi tanımlanabilir;

- Yerel astronomik sistem
- Yerel Jeodezik sistem

2.2.2.2.1 Yerel astronomik sistem

Herhangi bir yerel astronomik sistemin;

- Başlangıç noktası yeryüzünde durulan nokta
- Z ekseni durulan noktadan (istasyon noktası) geçen eşpotansiyel yüzey normali ile çakışık ve pozitif yönü astronomik başucuna yönelikir
- X ekseni durulan noktadaki eşpotansiyel yüzeye teğet düzlem içindedir. Ortalama kutup noktası CIO'ya yönelikir ve astronomik kuzey olarak adlandırılır
- Y ekseni teğet düzlem içerisinde kalacak şekilde sol-el sistemini tamamlar. Pozitif yönü doğuya yönelikmiştir

Klasik yersel ölçmelerin tamamı yerel astronomik sisteme yapılır. Herhangi bir K noktasının yerel astronomik sisteme konumu bir İstasyon noktasından (P noktası), K noktasına yapılan astronomik azimut (α), başucu açısı (z), eğik uzaklık (S) ölçmeleriyle belirlenebilir. Bunlar noktanın kutupsal koordinatlarıdır. Kutupsal koordinatlarla yerel astronomik dik koordinatlar arasında;

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \sin z \cos \alpha \\ \sin z \sin \alpha \\ \cos z \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

ilişkisi vardır

Yerel astronomik sistemin başlangıcı olan istasyon noktasında ölçülen astronomik enlem (ϕ) ve boylam (λ), kutup hareketine göre düzelttilir ve ortalama kutup CIO'ya indirgenirler.

Yerel astronomik sistemle ortalama yersel sistem arasındaki ilişki CIO'ya göre indirgenmiş astronomik enlem (ϕ_0) ve boylam (λ_0) yardımıyla;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Ortalama}} = \underline{X}^0 + \underline{R}_3(180 - \lambda_0) \underline{R}_2(90 - \varphi_0) \underline{P}_2 \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{\text{Yerel Ast.}} \quad (2.24)$$

ile verilir. Burada φ_0 ve λ_0 yerel astronomik sistemin başlangıç noktasının (P noktası) koordinatlarıdır.

Yerel astronomik sistemle ortalama yersel sistem arasındaki ilişki üç boyutlu jeodezinin temelini oluşturması bakımından önemlidir.

2.2.2.2.2 Yerel jeodezik sistem

Yerel bir jeodezik sistemin;

- Başlangıç noktası, gözlem istasyonundan geçen elipsoit normali üzerinde herhangi bir yerdedir. Uygulamada ise başlangıç noktası gözlem istasyonunda, elipsoit yüzünde veya elipsoit normali ile jeoitin kesiştiği yerde seçilir
- z ekseni elipsoit normali çakisır ve pozitif doğrultusu jeodezik başucuna yönelikdir
- x ekseni başlangıç noktasında elipsoit normaline dik olan düzlem içinde kalır ve pozitif yönü jeodezik kuzeye yönelikdir
- y ekseni sol-el sistemini tamamlar ve doğuya yönelikdir

Yerel jeodezik sistemle yerel astronomik sistem arasındaki ilişki çekül sapması bileşenleri yardımıyla kurulur. Böylece yerel astronomik sistemden yerel jeodezik sisteme dönüşüm;

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underline{R}_1(-\eta) \underline{R}_2(-\xi) \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ile gerçekleştirilir. Burada ζ ve η bölüm (Bölüm 1.2)'de verildiği üzere çekül sapması bileşenleridir.

BÖLÜM 3

DATUM VE DATUM DÖNÜŞÜMÜ

3.1 Datum Kavramı

Bir jeodezik datum daima referans elipsoidinin geometrik boyutları ve onun yeryuvarına göre yöneltmesiyle belirlenir (CROSS, 1989).

Boyut iki parametreyle belirlenir: Referans elipsoidinin büyük yarı ekseni (a) ve basıklığı (f). Bu referans elipsoidinin serbestlik derecesi altıdır. Bunlardan üçü yerin ağırlık merkezine göre elipsoidin merkezinin konumunu, diğer üçüde dönmeleri belirler. Böylece referans elipsoidinin küçük yarıekseni, yerin dönme eksene paralel olur. Böylece bir jeodezik datum yedi parametreyle ifade edilmiş olur.

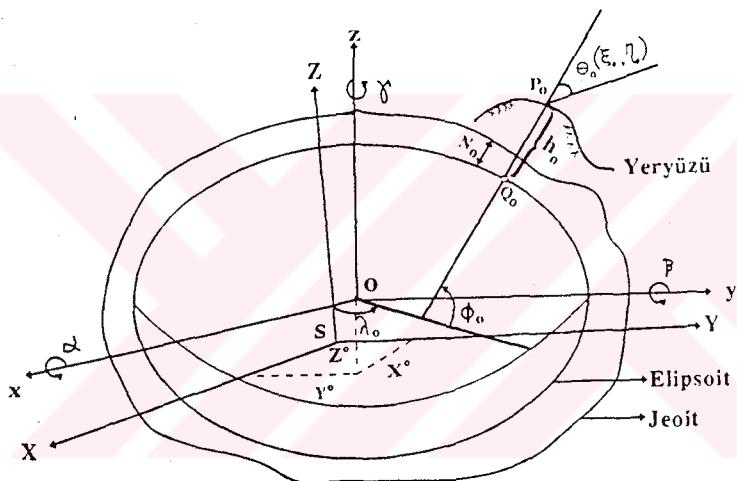
Jeodezik datum parametreleri üç grupta toplanabilir (ÜNAL, 1981)

1. Yermerkezli global dik koordinat sistemiyle global jeodezik dik koordinat sistemi arasındaki öteleme parametreleri (X^0, Y^0, Z^0) ve küçük eksen dönüklükleri (α, β, γ) ile elipsoidal parametreler olarak büyük yarıeksen (a) ve geometrik basıklık (f)
2. Seçilen bir P_0 başlangıç noktasındaki çekül sapması bileşenleri (ζ_0, η_0), jeoit yüksekliği (N_0), koordinat sistemlerinin Z eksenleri

paralel olmak üzere laplace kapanması W_0^L ile elipsoidal parametreler (a ve f)

3. Seçilen bir P_0 başlangıç noktasının jeodezik enlemi (B_0), boylamı (L_0), elipsoit yüksekliği (h_0) ve bu noktadan herhangibir noktaya azimut (α_0) ile elipsoidal parametreler (a ve f)

Klasik ölçmeler yeryüzyile sınırlıdır. Bu nedenle klasik hesaplamalarda, ölçmelerin yapıldığı bölgeye en uygun elipsoit ve jeoidin tanımlanması gereklidir. Bu bölgesel elipsoit ve jeoidi tanımlayan parametrelere “yerel datum” parametreleri adı verilir.



Şekil 3.1: Yerleştirme ve yöneltme parametreleri

Uydu datumları ise globaldir ve iki şekilde belirlenilir;

- a- Fiziksel (Dinamik) modellerle (Yerin gravite alanı, diğer bozucu kuvvetler vb.)
- b- Geometrik modellerle (Yörunge belirlemede kullanılan uydu izleme istasyonlarının koordinatlarının belirlenmesi, presesyon, nutasyon, polar hareket vb. modeller)

Esasen uydu datumu yukarıda bahsedilen modellerle belirlenir, yer-sabit bir referans sistemine referanslı uydu yörüngeleriyle sürekliliği sağlanır.

Bu çalışmada sözkonusu sistemlerden WGS84 Amerika Savunma Harita Dairesi (DMA) tarafından geliştirilmiştir. Bu koordinat sistemi Bölüm 2'de tanımlanan ortalama yersel koordinat sisteminin özelliklerini taşımaktadır. Bu koordinat sistemi üzerine konumlandırılan WGS84 elipsoidinin belirlenmesinde WGS84 geliştirme komitesi, IUGG'nin GRS80 sistemini oluşturup benimsemesiyle, DMA'nında rehberliğinde IUGG'nin yaklaşımılarına ve görüşlerine bağlı kalma kararı almıştır. Bu bağlamda WGS84 elipsoidi genel olarak dört parametreyle belirlenir. Bunlar büyük yarı eksen (a), yerin gravitasyonal sabiti (GM), normalleştirilmiş ikinci derece kuşak gravitasyonal katsayı ($\bar{C}_{2,0}$) ve yerin açısal hızıdır (W). Bunlardan türetilen ve uygulamada daha çok kullanılan parametreler tablo 3.1'de verilmiştir.

Türkiye'nin ülke nirengi ağı ED50 datumundadır. ED50 datumunda hesap yüzeyi olarak Hayford elipsoidi alınmıştır. Dengelenmede Bowie metodu uygulanmış, önce Orta Avrupa ağı dengelenmiş diğer ağlar buna bağlanmıştır. Elipsoidin konumu, Orta Avrupa ağında çekül sapmaları kareleri minimum olacak şekilde belirlenmiştir. Elipsoidin bu şekilde konumlandırılmasına ED50 (European Datum 1950) datumu adı verilmiştir.

Tablo 3.1 Elipsoit Parametreleri

Parametre	WGS84 Elipsoidi	Hayford Elipsoidi
Büyük yarı eksen (a)	6378137.000m	6378388.000m
Basıklık (f)	1/298.257223563	1/297
Açısal hız (w)	$7292115.1 \times 10^{-11}$ rad/sn	$7292115.1 \times 10^{-11}$ rad/sn
Gravitasyonal sabit (GM)	$3986005 \times 10^8 m^3/s^2$	$3986329 \times 10^8 m^3/s^2$
2. der. zonal katsayı ($\bar{C}_{2,0}$)	1082630×10^{-9}	1092630×10^{-9}

3.2 Datum Dönüşümü

İki ayrı datumdaki nokta koordinatlarının, bir datumdan diğerine dönüştürülmesine “datum dönüşümü” adı verilir.

Burada sözkonusu datumlar, GPS teknigiyle oluşturulan jeodezik ağların referanslı olduğu WGS84 datumu ve Türkiye nirengi ağlarının referanslı olduğu ED50 datumudur.

Uydu gözlemlerinden yararlanarak gerçekleştirilen uygulamalardan ikisi;

- ülke jeodezik ağlarının iyileştirilmesi
- nokta sıklaştırması

olarak alınabilir. Uydu gözlemlerinden elde edilen parametreler uydu datumundadır. Bu datum yukarıda da bahsedildiği üzere global bir datumdur. Oysa ülke ağlarının çoğu yerel datumdadır. Bu nedenle ülke ölçmeleri veya yerel ölçmelerde, uydu ölçmelerinin kullanılabilmesi için uydu sistemi ile yerel datum arasındaki dönüşüm parametrelerinin presizyonlu olarak bilinmesi gereklidir.

Bir koordinat sisteminden diğer bir koordinat sistemine dönüşüm ölçek, dönme ve öteleme kavramlarıyla ifade edilir. Bu problemi çözmek için çok sayıda yol vardır.

3.2.1 Üç boyutlu benzerlik dönüşümü

Jeodezide kullanılan en genel dönüşüm benzerlik dönüşümüdür. Bununla birlikte ayni veya ortogonal dönüşüm modelleri de tercih edilebilir. Benzerlik dönüşümü, ölçek faktörünün tüm doğrultularda aynı olduğu bir dönüşümür. Şekil korunduğu için

açları değişmez. Buna karşın dönüştürülmüş sistemdeki doğruların doğruların uzunlukları ve noktaların konumu değişebilir.

Benzerlik dönüşümü uygulanacak her iki sistem aynı temel geometrik kavamlara dayanmalıdır. Üç boyutlu benzerlik dönüşümünde açıların değişmezliği koşulu esastır. İki koordinat sistemi arasındaki ilişki yedi parametre ile sağlanır (KING ve dig., 1985). Dönüşümün genel ifadesi ;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + (1+k) \underline{R} \underline{X}_1 \quad (3.1)$$

şeklindedir verilebilir. Burada;

\underline{X}_2 : Noktaların dönüşüm sonucunda ikinci sistemde elde edilecek koordinatları

\underline{X}_1 : Noktaların dönüştürülecek birinci sistem koordinatları

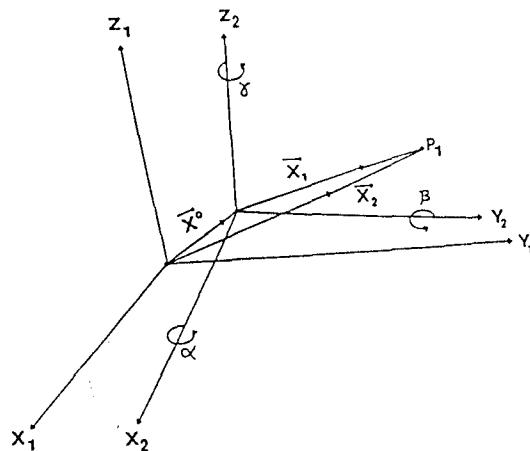
k : iki sistem arasındaki ölçek

\underline{X}^0 : Birinci sistemin ikinci sisteme olan kayıklık (Öteleme) vektörü

\underline{R} : İki koordinat sisteminin X, Y, Z eksenleri arasındaki sırasıyla α , β , γ dönüklüklerinin fonksiyonlarını içeren dönme matrisi

\underline{R} dönme matrisi açık olarak yazılırsa ;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma & \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cos\beta & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$



Şekil 3.2: Üç boyutlu benzerlik dönüşümü

Jeodezik koordinat sistemleri arasındaki dönüklüklerin çok küçük olduğu düşünüldüğünde;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

yazılabilir. Görüldüğü üzere yeni oluşan \underline{R} dönme matrisi ters simetrik matristir ve;

$$\underline{R}^{-1} = \underline{R}^T; \underline{R}^T \underline{R} = \underline{R} \underline{R}^T = I \quad (I : \text{Birim matris}) \quad (3.4)$$

özelliklerini sağladığından ortogonal bir matristir.

Bu yeni dönme matrisi genel eşitlikte yerine konulursa;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + (1+k) \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

olur.

Benzerlik dönüşümü probleminin çözümü için çok sayıda yaklaşım söz konusudur. Burada Bursa-Wolf, Molodensky-Badekas, Veis, Krakivsky-Thompson modelleri ele alınacaktır.

3.2.1.1 Bursa-Wolf modeli

Bu modelde (3.3) bağlantısıyla verilen R matrisi iki kısma ayrılarak;

$$\underline{R} = \underline{I} + \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

şeklinde yazılır. Her iki sistemdeki koordinat değerlerinin de hatalı olduğu varsayımlıyla (3.1) genel eşitliği tekrar yazılırsa;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + (1+k)(\underline{I} + \underline{U})(\underline{X}_1 + \underline{V}_1) \quad (3.7)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki çarpım yaptığı takdirde ortaya çıkacak olan $k \underline{U}$, $k \underline{I} \underline{V}_1$ ve $\underline{U} \underline{V}_1$ çok küçük terimler içerirler ve bu nedenle ihmal edilirler. Bu durumda eşitlik;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + (\underline{U} + k \underline{I}) \underline{X}_1 \quad (3.8)$$

olur.

$$k \underline{I} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

yazılırsa;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + \begin{bmatrix} k & \gamma & -\beta \\ -\gamma & k & \alpha \\ \beta & -\alpha & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ve;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + \begin{bmatrix} X_1 k + Y_1 \gamma - Z_1 \beta \\ -X_1 \gamma + Y_1 k + Z_1 \alpha \\ X_1 \beta - Y_1 \alpha + Z_1 k \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

elde edilir. Bu matris gösterimi bir nokta için denklem sistemi şeklinde ifade eder ve uygun biçimde düzenlersek;

$$\begin{aligned} V_{x_1} + 0 + 0 - V_{x_2} + 0 + 0 + X^0 + 0 + 0 + 0 - Z_1\beta + Y_1\gamma + X_1k + X_1 - X_2 &= 0 \\ 0 + V_{y_1} + 0 + 0 - V_{y_2} + 0 + 0 + Y^0 + 0 + Z_1\alpha + 0 - X_1\gamma + Y_1k + Y_1 - Y_2 &= 0 \\ 0 + 0 + V_{z_1} + 0 + 0 - V_{z_2} + 0 + 0 + Z^0 - Y_1\alpha + X_1\beta + 0 + Z_1k + Z_1 - Z_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

doğrusal denklemleri ortaya çıkmış olur. Böylece genel gösterim şekliyle;

$$\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{x} - \underline{l} = \underline{0} \quad (3.13)$$

bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli elde edilmiş olur (ŞİMŞEK, 1995). Burada;

$$\underline{V} = [V_{x_1} \ V_{y_1} \ V_{z_1} \ V_{x_2} \ V_{y_2} \ V_{z_2}]^T \quad (3.14)$$

$$\underline{x} = [X^0 \ Y^0 \ Z^0 \ \alpha \ \beta \ \gamma \ k]^T \quad (3.15)$$

$$\underline{l} = [(X_1 - X_2) \ (Y_1 - Y_2) \ (Z_1 - Z_2)]^T \quad (3.16)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_1 & Y_1 & X_1 \\ 0 & 1 & 0 & Z_1 & 0 & -X_1 & Y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_1 & X_1 & 0 & Z_1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Eğer sistemlerden birinin hatasız olduğunu varsayırsak (Örneğin birinci sistem koordinatları) $V_{x_1} = V_{y_1} = V_{z_1} = 0$ ile;

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

olur ve model;

$$\underline{V} = \underline{B} \underline{x} - \underline{l} \quad (3.20)$$

dolaylı ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli haline gelir.

Dönüşümde kullanılan ortak noktaların yeryüzünün çok küçük bir alanını kaplaması nedeniyle, model parametreleri arasında yüksek oranda ilişki vardır. Diğer bir deyişle, sınırlı bir alanın üzerinde, öteleme (X_0, Y_0, Z_0) parametreleriyle dönme parametrelerini ayırt etmek zordur. Bu kitasal dönüşümler için büyük bir problem değildir.

3.2.1.2 Molodensky-Badekas modeli

Bu modelde Bursa-Wolf Modelinden farklı olarak, dönüşüm parametrelerinin hesabında kullanılacak ortak noktaların dönüştürülecek sistemdeki koordinatlarının ağırlık merkezinde olan bir P_0 noktası alınır ve tüm noktaların konum vektörleri P_0 noktasına göre yeniden belirlenir ($\underline{X}_1 - \underline{X}_0$). Bu yeni konum vektörü bir (U, V, W) koordinat sisteminde tanımlanır. Bu sistem P_0 noktasında döndürüldükten sonra, önce \underline{X}_0 konum vektörü kadar, sonra da dönüşüma konu iki koordinat sistemi arasındaki \underline{X}_0 vektörü kadar ötelenir. Model genel olarak ;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + (1+k)(\underline{I} + \underline{U})(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.21)$$

şeklinde gösterilir. Burada;

\underline{X}_0 : Koordinatları dönüştürülecek sistemde bir sistemde Bir P_0 noktasının (Çoğunlukla ortak noktaların koordinatlarının ağırlık merkezi) koordinatları(Eşitlikteki diğer unsurların tanımı bölüm 1.1'de yapılmıştı.).

Her iki sistemdeki koordinatların ve \underline{X}_0 vektörünün hatalı olduğu düşünüldüğünde ve $(1+k)(\underline{I} + \underline{U})$ çarpımı yapıldığında genel bağıntı;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + (\underline{I} + \underline{U} + k\underline{I} + k\underline{U})(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + (\underline{V}_1 - \underline{V}_0) \quad (3.22)$$

doğrusal eşitliği elde edilir. Burada olacak $k\underline{U}$, $k\underline{I}(\underline{V}_1 - \underline{V}_0)$ ve $\underline{U}(\underline{V}_1 - \underline{V}_0)$ matris çarpımları çok küçük terimler içermeleri nedeniyle gözardı edilebilirler. Böylece;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + I(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + U(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + kI(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + I(\underline{V}_1 - \underline{V}_0) \quad \dots(3.23)$$

olur. Burada

$$\underline{X}_1 - \underline{X}_0 = \underline{S} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

değişimiyle;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + U\underline{S} + kI\underline{S} + \underline{V}_1 - \underline{V}_0 \quad (3.25)$$

ve;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + (U + kI)\underline{S} \quad (3.26)$$

elde edilir. Bu eşitlik görüldüğü üzere Bursa-Wolf modelindeki (3.30) eşitliğine özdeştir. Dolayısıyla oradaki yol izlenerek;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_1 + \underline{V}_1 + \begin{bmatrix} Uk + V\gamma - W\beta \\ -U\gamma + Vk + W\alpha \\ U\beta - V\alpha + Wk \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

elde edilir. Bu matris gösterimi bir nokta için açıp denklem sistemi halinde düzenleyeceğiz;

$$\begin{aligned} V_{x_1} + 0 + 0 - V_{x_2} + 0 + 0 + X^0 + 0 + 0 + 0 - W\beta + V\gamma + U\kappa + X_1 - X_2 &= 0 \\ 0 + V_{y_1} + 0 + 0 - V_{y_2} + 0 + 0 + Y^0 + 0 + W\alpha + 0 - U\gamma + V\kappa + Y_1 - Y_2 &= 0 \quad (3.28) \\ 0 + 0 + V_{z_1} + 0 + 0 - V_{z_2} + 0 + 0 + Z^0 - V\alpha + U\beta + 0 + W\kappa + Z_1 - Z_2 &= 0 \end{aligned}$$

sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminin genel gösterimi;

$$\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{X} - \underline{l} = \underline{0} \quad (3.29)$$

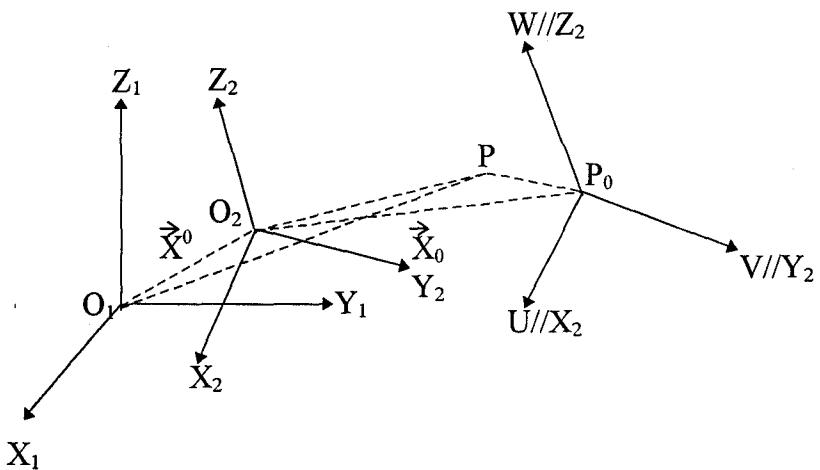
ile bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli elde edilmiş olur. Burada (3.40) bağıntısından farklı olarak;

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -W & V & U \\ 0 & 1 & 0 & W & 0 & -U & V \\ 0 & 0 & 1 & -V & U & 0 & W \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklindedir.

Bu modelde sistemlerden birinin hatasız varsayılmaması durumunda yine dolaylı ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli ile karşılaşılır.

Molodensky-Badekas modelinde ortak noktalar ağır merkezine göre ötelendikleri için, parametreler arasında ortaya çıkabilecek yüksek ilişkiler ortadan kalkar.



Şekil 3.3: Molodensky-Badekas dönüşüm modeli

3.2.1.3 Veis modeli

Bu modelde de Moledensky-Badekas modelinde olduğu gibi ortak noktaların ilk sistemdeki koordinatlarının ağırlık merkezinde bir \$P_0\$ noktası alınır ve nokta koordinatları bu noktaya göre yeniden belirlenir. Ancak Veis modelinde Molodensky-Badekas modelindeki aksine döndürme işlemi \$P_0\$ noktasına göre belirlenen \$U\$, \$V\$, \$W\$ koordinat sisteminde değil, yerel jeodezik koordinat sistemi eksenleri (\$n\$, \$e\$, \$h\$) etrafında gerçekleştirilir. Yerel jeodezik koordinat sisteminin \$n\$ ekseni meridyen düzlemine teğet ve güneye doğru pozitif, \$e\$ ekseni meridyen düzlemine dik ve doğuya doğru pozitif, \$h\$ ekseni elipsoidal normal boyunca yukarıya doğru pozitif olacak şekilde bir sağ el sistemi şekillendirir. Bu modelin genel gösterimi;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + (1+k) \underline{M} (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.31)$$

şeklindedir. Görüldüğü üzere bu ifadenin Molodenky-Badekas modelinden tek farkı M dönme matrisidir;

$$\underline{M} = \underline{R}_3^T(\lambda_0) \underline{R}_2^T(90-\varphi_0) \underline{R}_3(\alpha) \underline{R}_2(\zeta) \underline{R}_1(\eta) \underline{R}_2(90-\varphi_0) \underline{R}_3(\lambda_0) \quad (3.32)$$

Burada;

ζ : e ekseni etrafında dönüklük

η : m ekseni etrafında dönüklük

α : n ekseni etrafında dönüklük

φ_0, λ_0 : P_0 noktasının ilk sistemdeki enlemi ve boylamı

ζ, η, α dönüklüklerinin küçük değerler olması nedeniyle;

$$\underline{M}(\varphi_0, \lambda_0, \zeta, \eta, \alpha) = \alpha \underline{M}_\alpha + \zeta \underline{M}_\zeta + \eta \underline{M}_\eta + I \quad (3.33)$$

yazılabilir. Burada;

$$\underline{M}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & \sin \varphi_0 & -\cos \varphi_0 \sin \lambda_0 \\ -\sin \varphi_0 & 0 & \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 \\ \cos \varphi_0 \sin \lambda_0 & -\cos \varphi_0 \cos \lambda_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\underline{M}_\zeta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos \lambda_0 \\ 0 & 0 & -\sin \lambda_0 \\ \cos \lambda_0 & \sin \lambda_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\underline{M}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\varphi_0 & -\sin\varphi_0 \sin\lambda_0 \\ \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 \cos\lambda_0 \\ \sin\varphi_0 \sin\lambda_0 & -\sin\varphi_0 \cos\lambda_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

ile verilir. Daha önceki modellerde olduğu gibi küçük terimleri barındıran matris çarpımları gözardı edildiğinde;

$$\underline{X}^0 + \underline{X}_1 + k(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + (1+k)(\underline{M} - \underline{I})(\underline{U} - \underline{U}_0) - \underline{X}_2 = 0 \quad (3.37)$$

en küçük kareler yöntemine göre dengelemenin matematik modeli elde edilir.

Yukarıda bahsedilen her üç yöntemelede yapılan dönüşümler aynı sonuçları vermektedir. Bu koordinatların varyans-kovaryans matrisleri içinde geçerlidir.

Üç modelde de aynı değerde ölçek faktörü elde edilir. Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modelleri benzer dönme açlarını verir. Buna karşın iki modelin öteleme parametreleri arasında;

$$\underline{X}_2^0 = \underline{X}_1^0 - \underline{X}_0 + (1+k)R\underline{X}_0 \quad (3.38)$$

ilişkisi vardır. Burada;

$\underline{X}_2^0, \underline{X}_1^0$: Her iki modeldeki öteleme vektörleridir.

Molodensky-Badekas ve Veis modelleri de benzer öteleme bileşenleri verirler.

3.2.1.4 Thomson-Krakiwsky modeli

Bu model iki ayrı dönüklük kümesi içermektedir. İlk X₁ ile verilen dönüştürülecek sistemin dönüklükleri ikincisi ise Veis modelinde olduğu gibi ağıın orta noktasına göre konumlandırılmış yerel koordinat sisteminin dönüklükleridir. Bu yöntemde ilk olarak ağıın P₀ ağırlık merkezi noktasına göre konumlandırılan yerel koordinat sistemi X₁ yersel koordinat sistemine göre döndürülür. Daha sonra X₁ yersel sistemi de dönüşüm yapılması istenilen X₂ koordinat sistemine göre döndürülür. Bunu gösteren bağıntı;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + (1+k)R_e(\underline{X}_0 + R_\chi(\underline{X}_1 - \underline{X}_0)) \quad (3.39)$$

şeklindedir. Burada dönüklüklerin küçük olduğu düşünüldüğünde ve ikinci dereceden terimler ihmali edildiğinde model;

$$\underline{X}_0 + \underline{X}_1 + (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + Q_\chi(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) + Q_e(\underline{X}_1 + (\underline{X}_1 - \underline{X}_0)) + k\underline{X}_1 + k(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) - \underline{X}_2 = 0 \quad ... (3.40)$$

şeklinde olur. Burada;

$$Q_\chi = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\Omega_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

ile ifade edilirler.

3.2.2 Afin dönüşümü

Afin dönüşümü, distorsyonlu sistemler mevcut olduğunda sözkonusu olur. Burada benzerlik dönüşümünün aksine tüm doğrultularda ölçek faktörünün değiştiği kabul edilir. Bir afin dönüşümünde doğrular doğru, paraleller paralel olarak kalır. Ancak agdaki şekil, boyut, konum ve hatların doğrultusu değişir. Ölçek faktörü doğrultuya bağlı olmasına karşın agdaki konumuna bağlı değildir. Bundan dolayı belli bir doğrultudaki tüm doğruların boyları aynı ölçek faktörüyle çarpılır.

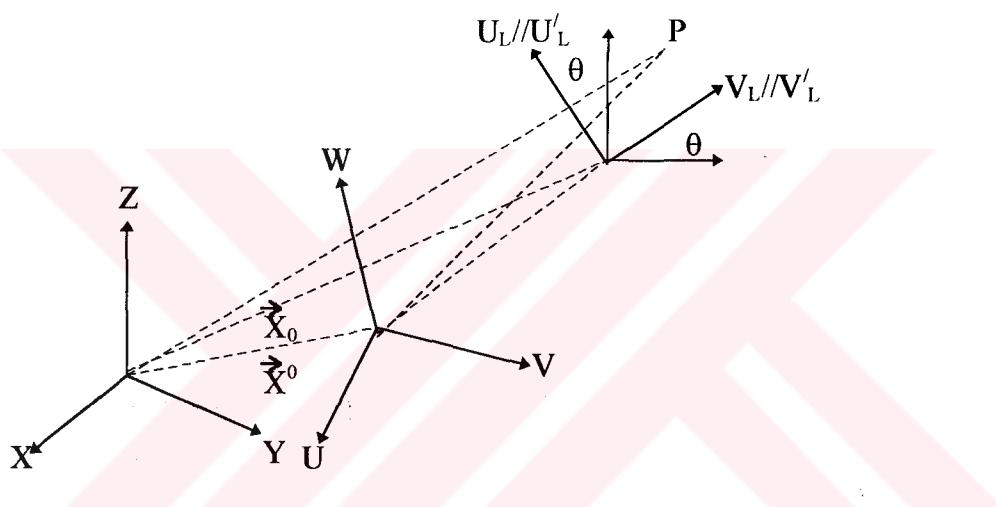
En genel afin dönüşümünde oniki bilinmeyen vardır. Bunlar üç öteleme (X^0, Y^0, Z^0), üç dönüklük (α, β, γ), üç eksen doğrultusunda üç ölçek faktörü ve üç eksen arasında kalan üç düzlemede maksimum ölçek faktörünün doğrultusudur. Ancak burada on parametreli afin dönüşümü ele alınacaktır.

3.2.2.1 On parametreli afin dönüşümü

Üç boyutlu yersel sistem bir yatay triangülasyon ve/veya trilaterasyon ağrı ve bir yükseklik ağıyla birlikte belirlendiğinden dolayı yedi parametreli benzerlik dönüşümü gerçek durumu yansıtma yeterli olmayabilir. Yatay ve düşey ağların ölçekleri birbirinden belirgin olarak farklıdır. Ayrıca eğer yatay ağ sadece

triangülasyon ağıysa, yersel sistem sistematik distorsyonlar içerecektir. Böyle bir durumda yüzeyler teorisinden bilindiği üzere distorsyonların afinite özelliği gösterdiği varsayılar. Böylece benzerlik dönüşümündeki yedi parametreye (Üç öteleme, üç dönüklük, bir ölçek) ilaveten iki ölçek ve bir maksimum yatay ölçek distorsyonun doğrultusu parametreleriyle on parametrelidir. Afin Dönüşümü sözkonusu olur (WOLFROM, 1992).

Biz burada çalışmanın konusu gereği uydu sistemi (X_1) koordinatlarının yersel koordinat sistemine (X_2) dönüştürüldüğünü düşüneceğiz.



Şekil 3.4: On parametreli afin dönüşümü

İlk adımda, uydu sistemindeki nokta koordinatlarını, orijini ortak noktalardan oluşan ağır merkezindeki P_0 noktası olan yerel bir koordinat sistemine (X_L) dönüştürülür. Sistemin Z_L eksenini elipsoit normali, X_L eksenini P_0 noktasından geçen meridyenin tanjantına paralel ve Y_L eksenide doğu yönünü gösterir.

Bu yerel sistemle uydu sistemi arasındaki ilişki;

$$\underline{X}_L = \underline{M}(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.43)$$

ile verilir. Burada;

$$\underline{M} = \underline{P}_2 \underline{R}_2(\varphi_0 - \pi/2) \underline{R}_3(\lambda_0 - \pi) \quad (3.44)$$

matris gösterimiyle;

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi_0 \cos\lambda_0 & -\sin\varphi_0 \sin\lambda_0 & \cos\varphi_0 \\ -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ \cos\varphi_0 \cos\lambda_0 & \cos\varphi_0 \sin\lambda_0 & \sin\varphi_0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\underline{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

şeklindedir.

İkinci adımda afinite özelliği işin içine sokulur. Yukarıda elde edilen yerel sistem Z_L eksenleri etrafında α açısı kadar döndürülür ve bu konumda üç distorsiyon ölçü (k_1 , k_2 , k_3) uygulanır. Daha sonra sistem saat yönünün ters istikametinde ($-\alpha$) kadar döndürülerek yerel sisteme paralel olan yerel afin sistem elde edilir;

$$\underline{X}'_L = \underline{R}_3(-\alpha) \underline{K} \underline{R}_3(\alpha) \underline{X}_L = \underline{S} \underline{X}_L \quad (3.47)$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

dört afin parametresi içeren matris;

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha & (k_1 - k_2) \sin \alpha \cos \alpha & 0 \\ (k_1 - k_2) \sin \alpha \cos \alpha & k_1 \sin^2 \alpha + k_2 \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Bu adımdan sonra oluşan afin sistemle yersel sistem arasındaki yönlendirme farkları ele alınır. Bu farklar daha önceki bölümlerde gösterildiği üzere küçük olduğundan bunların diferansiyelleri alınabilir. Son olarak yersel sisteme göre ötelemeler düşünülerek;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{M}^T \underline{R} \underline{S} (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.50)$$

dönüşüm modeli elde edilir. Bu modelde bilinmeyen parametrelerin doğrusal olmayan fonksiyonları bulunmaktadır. Bunu önlemek için \underline{S} affine matrisinde yardımcı parametreler kullanırsak;

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} p & q & 0 \\ q & r & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

burada;

$$p = k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha \quad (3.52a)$$

$$r = k_1 \sin^2 \alpha + k_2 \cos^2 \alpha \quad (3.52b)$$

$$s = k_3 \quad (3.52c)$$

$$q = (k_1 - k_2) \sin \alpha \cos \alpha \quad (3.52d)$$

\underline{S} matrisinin diferansiyeli ise jeodezik ağlar için $p_0 = r_0 = s_0 = 1$ ve $q_0 = 0$ kabulüyle;

$$d\underline{S} = \begin{bmatrix} dp & dq & 0 \\ dq & dr & 0 \\ 0 & 0 & ds \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

olur. Aynı şekilde R matrisi için $\underline{R} = I + d\underline{R}$ ile,

$$\underline{R} \underline{S} = I + d\underline{R} + d\underline{S} \quad (3.54)$$

yazılır. Bunu (3.50) eşitliğinde yerine koyarak;

$$\underline{X}_2 = \underline{X}_1 + \underline{X}^0 + \underline{M}^T (\underline{dR} + \underline{dS}) \underline{M} (\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.55)$$

dönüşüm eşitliğinin doğrusallaştırılmış şekli elde edilir.

Her iki sisteminde hatalı olduğu düşünüldüğünde model;

$$\underline{X}_2 + \underline{V}_{x_2} = \underline{X}_1 + \underline{V}_{x_1} + \underline{X}^0 + \underline{M}^T(d\underline{R} + d\underline{S})\underline{M}(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) \quad (3.56)$$

ve,

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_{x_1} + \underline{X}^0 + \underline{M}^T(d\underline{R} + d\underline{S})\underline{M}(\underline{X}_1 - \underline{X}_0) - (\underline{X}_2 + \underline{V}_{x_2}) = 0 \quad (3.57)$$

haline gelir. Bu modelin genel gösterimi;

$$\underline{A} \underline{V} + \underline{B} \underline{x} - \underline{l} = 0 \quad (3.58)$$

şeklinde bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesinin matematik modelidir. Burada;

$$\underline{V}^T = [v_{x_1} \quad v_{y_1} \quad v_{z_1} \quad v_{x_2} \quad v_{y_2} \quad v_{z_2}] \quad (3.59)$$

$$\underline{x}^T = [X^0 \quad Y^0 \quad Z^0 \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma \quad dp \quad dr \quad ds \quad dq] \quad (3.60)$$

$$\underline{W}^T = [(X_1 - X_2) \quad (Y_1 - Y_2) \quad (Z_1 - Z_2)] \quad (3.61)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\cos\varphi_0 = a \quad \cos\lambda_0 = b \quad \sin\varphi_0 = c \quad \sin\lambda_0 = d \quad X_1 - X_0 = \Delta X$$

parametre değişimiyle;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a\Delta Y - cd\Delta Z & b\Delta Z & -c\Delta Y + ad\Delta Z & c^2b^2\Delta X + c^2db\Delta Y - cab\Delta Z \\ 0 & 1 & 0 & a\Delta X + cb\Delta Z & d\Delta Z & c\Delta X - ab\Delta Z & c^2db\Delta X + c^2d^2\Delta Y - cad\Delta Z \\ 0 & 0 & 1 & cd\Delta X - cb\Delta Y & -b\Delta X - d\Delta Y & -ad\Delta X + ab\Delta Y & -cab\Delta X - cad\Delta Y + a^2\Delta Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d^2\Delta X - db\Delta Y & a^2b^2\Delta X + a^2db\Delta Y + cab\Delta Z & 2cdb\Delta X + c(d^2 - b^2)\Delta Y - ad\Delta Z \\ -db\Delta X + b^2\Delta Y & a^2db\Delta X + a^2d^2\Delta Y + cad\Delta Z & c(d^2 - b^2)\Delta X - 2cdb\Delta Y + ab\Delta Z \\ 0 & cab\Delta X + cad\Delta Y + c^2\Delta Z & -ad\Delta X + ab\Delta Y \end{bmatrix} \quad(3.63)$$

Dengeleme işlemi tamamlandıktan sonra yardımcı afin parametreleri p, r, s, q (3.52) eşitliklerinden yararla;

$$p+r=k_1+k_2 \quad (3.64a)$$

$$p-r=(k_1-k_2)\cos 2\alpha \quad (3.64b)$$

$$2q=(k_1-k_2)\sin 2\alpha \quad (3.64c)$$

ve buradan;

$$\alpha = (1/2) \tan^{-1} (2q/p - r) \quad (3.65a)$$

$$k_1 = (1/2) \left(p + r + \frac{p - r}{\cos 2\alpha} \right) \quad (3.65b)$$

$$k_2 = (1/2) \left(p + r - \frac{p - r}{\cos 2\alpha} \right) \quad (3.65c)$$

$$k_3 = s \quad (3.65d)$$

aranılan afin parametrelerine ulaşılır.

3.2.3 Polinomlarla Dönüşüm

Dönüşümde kullanılan değişik tiplerde çok sayıda polinom vardır. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli husus, dönüşüme konu sistemler arasındaki matematik modele en iyi uyan polinom tipinin ve derecesinin belirlenmesidir.

Polinomun tipinin ve derecesinin belirlenmesinden sonra polinom parametrelerinin hesaplanması da değişik yaklaşımlar söz konusuştur. Bunların en bilinenleri En Küçük Kareler Yöntemiyle Dengeleme veya Filtreleme ve Kollokasyon Yöntemi olarak sayılabilir.

Üç boyutlu dönüşümde kullanılan en genel polinom modeli;

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= a_0 + a_1 X_1 + a_2 Y_1 + a_3 Z_1 + a_4 X_1^2 + a_5 Y_1^2 + a_6 Z_1^2 + a_7 X_1 Y_1 \\
 &\quad + a_8 Y_1 Z_1 + a_9 Z_1 X_1 + a_{10} X_1 Y_1^2 + a_{11} X_1^2 Y_1 + a_{12} X_1 Z_1^2 + \dots \\
 \Delta Y &= b_0 + b_1 X_1 + b_2 Y_1 + b_3 Z_1 + b_4 X_1^2 + b_5 Y_1^2 + b_6 Z_1^2 + b_7 X_1 Y_1 \quad (3.66a,b,c) \\
 &\quad + b_8 Y_1 Z_1 + b_9 Z_1 X_1 + b_{10} X_1 Y_1^2 + b_{11} X_1^2 Y_1 + b_{12} X_1 Z_1^2 + \dots \\
 \Delta Z &= c_0 + c_1 X_1 + c_2 Y_1 + c_3 Z_1 + c_4 X_1^2 + c_5 Y_1^2 + c_6 Z_1^2 + c_7 X_1 Y_1 \\
 &\quad + c_8 Y_1 Z_1 + c_9 Z_1 X_1 + c_{10} X_1 Y_1^2 + c_{11} X_1^2 Y_1 + c_{12} X_1 Z_1^2 + \dots
 \end{aligned}$$

şeklinde verilir.

3.2.3.1 Çoklu regresyon eşitlikleriyle datum dönüşümü

Regresyon eşitlikleri ile datum dönüşümü çok duyarlı sonuçlar sağlamamaktadır. Buna karşın pratik amaçlar için kullanımı hesap işlemlerini kolaylaştırır.

Bu yöntem iki nedenle öneriliyor: Birincisi; ortalama datum ötelemeleriyle Molodensky Datum dönüşümü formüllerini kullanarak elde edilebilen doğruluktan daha yüksek bir doğruluk ihtiyacı, ikincisi; kullanım alanı için yerelleştirilmiş eş datum öteleme haritaları ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta \phi, \Delta \lambda, \Delta H$) ndan daha uyumlu bir teknik ihtiyacıdır (DMA, 1987).

$\Delta \phi$ için Multiple Regresyon eşitliğinin genel ifadesi;

$$\Delta \phi = A_0 + A_1 U + A_2 V + A_3 U^2 + A_4 UV + A_5 V^2 + \dots + A_{55} U^9 V^9 \quad (3.67)$$

şeklindedir. Burada;

A_0 :sabit

A_1, A_2, \dots :katsayılar

$U = k(f - f_m)$:hesaplama noktasının normalleştirilmiş jeodezik enlemi

$V = k(l - l_m)$:hesaplama noktasının normalleştirilmiş jeodezik boylamı

k :ölç ek faktörü ve derece radyan dönüşümü

f, l :yerel jeodezik enlem ve boylam

f_m, l_m :yerel jeodezik datum alanının ortasındaki enlem ve boylam

$\Delta\phi$ yerine $\Delta\lambda$ veya ΔH koyarak benzer eşitlikler yazılabilir.

Datum dönüşümünün gerçekleştirilebilmesi için öncelikle eşitlikteki katsayıların belirlenmesi gereklidir. Bunun için her iki datumda da koordinat bilinen ortak noktalara ihtiyaç vardır. Katsayıların hesaplanması ilk olarak bir katsayılı eşitlik kurulur ve her defasında bir katsayı eklenerek çözüm yeniden yapılır. Her adımda belirlenen katsayılar test edilir ve anlamlı olmayanlar eşitlikten çıkarılır. Eşitlikten beklenen duyarlılık elde edilinceye kadar adım adım çözüm sürdürülür. Sonuç eşitlik elde edildiğinde içinde yalnızca anlamlı katsayıları bulundurur (DMA, 1988).

Yerel Jeodezik sistemden WGS 84'e ortalama ve/veya bölgesel datum ötelemeLERİ aynı lokal jeodezik sistemler için $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ biçiminde de kullanılabilir.

Çoklu Regresyon Eşitliği jeodezik veya dik koordinatların dönüşümünde, yerel jeodezik sistemdeki lineer olmayan distorsyonları da işin içine katar

DMA 1987'de yapılan uygulamada regresyon eşitlikleri, sonuç eşitliklerle elde edilen koordinat farkları ile ortak noktaların gerçek koordinat farkları arasındaki farkların karesel ortalama hata değerinin <1.5 m olması esas alınarak üretilmiştir. Burada sözü geçen karesel ortalama hata bir noktanın enlemi için;

$$\sigma_{\Delta\phi} = \left(\frac{\sum(\Delta\phi_G - \Delta\phi_H)^2}{n} \right)^{1/2} \quad (3.68)$$

şeklinde ifade edilir. Burada;

$\Delta\phi_G = \phi_G - \phi_L$: Gerçek enlem farkları

$\Delta\phi_H = \phi_{HL} - \phi_{HS}$: Regresyon eşitliğinden elde edilen farklar

n : Ortak nokta sayısı

Çoklu Regresyon Eşitliklerinin katsayılarının En Küçük Kareler Yöntemiyle hesaplanması yoluna da gidilebilir.

3.2.4 Projeksiyon düzleminde dönüşüm

Klasik ölçme teknikleriyle oluşturulan yatay kontrol ağlarının yükseklik bilgilerinin ya hiç olmadığı veya olanlarında duyarlılığının dönüşümü olumsuz etkileyebilece derecede düşük olduğu önceki bölümlerde ifade edilmiştir.

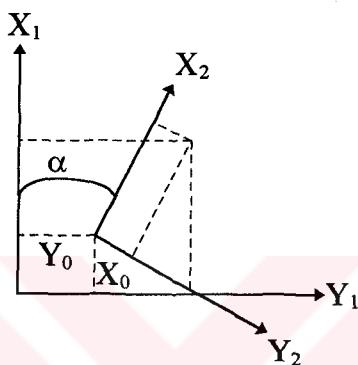
Bu olumsuzluktan kurtulmanın bir yolu da dönüşümü projeksiyon düzleminde gerçekleştirmektir. İki boyutlu bir yüzey olan projeksiyon düzleminde noktalar yatay konumlarıyla tanımlanırlar. Yani, projeksiyon düzleminde yükseklik bilgisinin noktaların tanımlanmasına bir katkısı yoktur.

Böylece, mevcut koordinatlar projeksiyon düzlemine çevrildikten sonra yükseklik bilgileri olmadan iki boyutlu datum dönüşümü sözkonusu olur. Bu dönüşümü gerçekleştirmenin iki yolu vardır:

- İki boyutlu benzerlik dönüşümü
- İki boyutlu afin dönüşümü

3.2.4.1 İki boyutlu benzerlik dönüşümü

İki boyutlu benzerlik dönüşümüne, üç boyutlu benzerlik dönüşümünün basitleştirilmiş bir şekli olarak bakılabilir. İki boyutlu dönüşümde dört parametre söz konusudur. Bu parametreler iki koordinat sistemi arasındaki X ve Y eksenleri boyunca yatay ötelemeler (X^0, Y^0), yataydaki dönüklük (γ) ve ölçek faktöründür (GHOSH, 1979).



Şekil 3.5: İki boyutlu benzerlik dönüşümü

Şekil (3.5)'den görüldüğü üzere dönüşümün genel ifadesi;

$$X_1 = X^0 + k \cos \gamma X_2 - k \sin \gamma Y_2 \quad (3.69)$$

$$Y_1 = Y^0 + k \sin \gamma X_2 + k \cos \gamma Y_2 \quad (3.70)$$

olur. Matrislerle gösterilecek olursa;

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Dikkat edilecek olursa bu model, üç boyutlu benzerlik modelinde üçüncü boyutun çıkarılması ve dönme matrisinde $\alpha = \beta = 0$ alınmasıyla ortaya çıkacak modeldir.

3.2.4.2 İki boyutlu afin dönüşümü

Afin sistemler hakkında geniş bilgi bölüm (3.2)'de verilmiştir. Burada sözkonusu olan iki boyutlu afin dönüşümünün, iki boyutlu benzerlik dönüşümünden farkı X ve Y eksenlerinin aynı ölçek faktörlerinin olmasıdır (GHOSH, 1979). Genel bağıntı;

$$X_1 = X^0 + k_x \cos\alpha X_2 - k_y \sin\alpha Y_2 \quad (3.72)$$

$$Y_1 = Y^0 + k_x \sin\alpha X_2 + k_y \cos\alpha Y_2 \quad (3.73)$$

ile verilip matris gösterimi;

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ k_y & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

şeklindedir.

İki boyutlu benzerlik dönüşümünde çözüm için iki nokta yeterliyken, afin dönüşümünde bu sayı 3'tür. Daha çok nokta olması durumunda dengeleme yapmak mümkün olur.

3.3 Uygulamadaki Sorunlar

Yukarıda sözkonusu edilen üç boyutlu dönüşüm modelleri, üç koordinatında aynı geometrik temellere dayandığı ideal durumlar için kurulmuştur. Bu bağlamda uydu ölçmeleriyle elde edilen WGS84 koordinatları için herhangi bir problem ortaya çıkmamaktadır. Çünkü üç boyutta, yani kartezyen dik koordinatlar veya elipsoidal koordinatlar, doğrudan elde edilebilmektedir. Ancak klasik ölçümede, yatay ve düşey konumların ayrı ölçme yöntemleriyle, ayrı referans yüzeylerine göre belirlendiği ve sonuçta aynı geometrik temellere dayandığı (Bölüm 1.3) daha önce ifade edilmiştir. Bunun sonucunda klasik ölçmelerle oluşturulmuş nirengi ağlarında yükseklik ya hiç bilinmemekte veya az duyarlılıkla ortometrik yükseklikleri bilinmektedir. Genelde de, ülkemizde olduğu gibi, jeoit yüksekliği belirlenmediğinden ortometrik yüksekliklerden elipsoit yüksekliğine geçmek mümkün olmaktadır.

Sonuçta, bu şartlar altında üç boyutlu dönüşüm gerçekleştirebilmek için birtakım varsayımlar yapma yoluna gidilmektedir. Bunların en çok uygulananlarından biri ortometrik yüksekliği elipsoit yüksekliğine eşit ($h=H$) kabul etmektir. Bir diğer yol ise bu çalışmada yapıldığı gibi, ortometrik yükseklikleri hiç kullanmadan yaklaşık bağıntılarla elipsoit yükseklikleri türetmektir.

3.3.1 Dönüşüm probleminin özel (elipsoit yüksekliği tureterek) çözümü

Klasik yöntemlerle belirlenen üç boyutlu yüzey ağları çoğunlukla birbirinden ayrı matematik-istatistik temellere dayalı yatay ve düşey ağların birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Düşey ağlar jeoide referansıdır ve jeoid de çoğu yüzey ağlarında, örneğin Türkiye'de, sağlıklı olarak belirlenmemiştir. Böylece jeoide göre yerel olarak belirlenen elipsoit yüksekliklerindeki belirsizliklerden dolayı dönüşüm

problemi daha karmaşık bir duruma gelir. Bu modelde sözkonusu problemin üstesinden gelmek için bir yöntem öneriliyor.

Koordinat sistemleri arasındaki datum dönüşümünün genel modeli Benzerlik Dönüşümü bölümünde verilmiştir. Bir noktanın kartezyen koordinatlarıyla jeodezik koordinatları arasındaki ilişki ise;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h) \cos B \cos L \\ (N + h) \cos B \sin L \\ [N(1 - e^2) + h] \sin B \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$B = \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}} \left(Z + \frac{ce^2 \operatorname{tg} B}{\sqrt{(1 + e'^2 + \operatorname{tg}^2 B)}} \right) \right]$$

$$L = \arcsin \frac{Y}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}} \quad (3.76a,b,c)$$

$$h = \frac{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}{\cos B} - N$$

ile verilir. Burada;

$$c = \frac{a^2}{b} \quad \text{ve} \quad e'^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{b^2}$$

a : meridyen elipsinin büyük yarı ekseni

b : meridyen elipsinin küçük yarı ekseni

N : ilk düşeyde bir noktanın eğrilik yarıçapı

Şimdi sadece jeodezik boylam (B), jeodezik enlem (L) ve istasyonların ortometrik yüksekliklerine ulaşılabilen bir yerel datum düşünelim.

Eşitlik (3.75)'den yerel datumun kartezyen koordinatları için ;

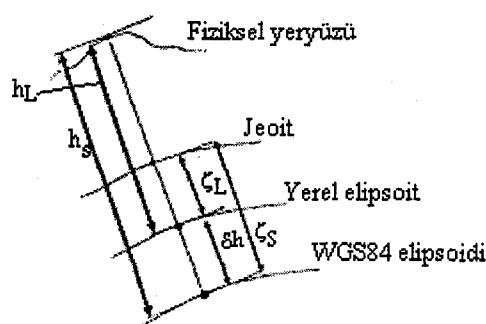
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h_L) \cos B \cos L \\ (N + h_L) \cos B \sin L \\ [N(1 - e^2) + h_L] \sin B \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

yazılabilir. Burada h_L yerel datumun elipsoidal yüksekliğidir.

Jeoit ve iki elipsoit yüzeyi arasındaki ilişki şekil (3.6)'de görülüyor. Buna göre iki elipsoit yüzeyi arasında;

$$h_L = h_S - \delta h \quad (3.78)$$

bağıntısı yazılabilir.



Şekil 3.6: WGS84 ve yerel elipsoit arasındaki ilişki

Eşitlik (3.78), eşitlik (3.77)'de yerine konulursa;

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h_s - \delta h) \cos B \cos L \\ (N + h_s - \delta h) \cos B \sin L \\ [N(1 - e^2) + h_s - \delta h] \sin B \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

olur. Burada işin içine iki yeni parametre katılmış oldu. h_s eşitlik (3.76)'dan hesaplanabilir. δh ise Molodensky formüllerinden yaklaşık olarak elde edilebilir;

$$\delta h = \Delta X \cos B \cos L + \Delta Y \cos B \sin L + \Delta Z \sin B + a \Delta f \sin^2 B - \Delta a \quad (3.80)$$

Burada;

- ΔX : İki sistemin orijinleri arasında X ekseni yönündeki öteleme vektörü
- ΔY : İki sistemin orijinleri arasında Y ekseni yönündeki öteleme vektörü
- ΔZ : İki sistemin orijinleri arasında Z ekseni yönündeki öteleme vektörü
- a : Yerel ellipsoidin büyük yarı ekseni
- Δa : İki ellipsoidin büyük yarı eksenleri arasındaki fark
- f : Yerel ellipsoidin basıklığı
- Δf : İki ellipsoidin basıklık farkı

Böylece yerel sistemlerin elipsoit yükseklikleri uydu sisteminden türetilebilir. Sonuçta dönüşüm problemi klasik ölçmelerle elde edilen ortometrik yükseklıklarının kötü etkileri arındırılmış olur. Üstelik bu yolla tüm ortak noktalar için elipsoit yüksekliği elde edileceğinden noktaların tamamını dönüşüm işlemeye sokmak mümkün olur.

BÖLÜM 4

UYGULAMA

Uygulama için test ağı olarak, İstanbul Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'nce İzmir bölgesinde kurulan GPS ağının, aynı zamanda ED50 datumunda da koordinatları olan onbeş noktası alınmıştır. Noktaların jeodezik koordinatları Tablo 4.1'de verilmiştir.

Uygulamalar sırasında 113 nolu nokta uyuşumsuz bulunup değerlendirme dışı bırakılmıştır. Tüm uygulamalarda a priori karesel ortalama hata $m_0 = 1$ olarak alınmış ve dengeleme dolaylı ölçüler dengelemesiyle gerçekleştirılmıştır. WGS84 koordinatları ED50 datumuna dönüştürüleceğinden, dengeleme esnasında ED50 koordinatları referans olarak alınırken WGS84 koordinatlarına düzeltmeler getirilmiştir. Dönüşüm esasları kartezyen dik koordinatlar üzerine kurulduğundan kolaylık olması bakımından bu koordinatlarla çalışılmıştır.

Uygulamaların üç grup olarak ele alınması faydalı olacaktır:

- Ülke sisteminde $H = h$ kabulüyle üç boyutlu dönüşüm
- Ülke sisteminde özel yöntemle (bölüm 3.3.1) h türetilerek üç boyutlu dönüşüm
- Projeksiyon düzleminde iki boyutlu dönüşüm

Tablo 4.1- Ortak Noktaların Elliptoidal Koordinatları

Nokta No	ED50 Elliptoidal Koordinatları			WGS84 Elliptoidal Koordinatları		
	B°	L°	H(m)	B°	L°	h(m)
101	38 39 20.4242	26 54 20.7070	81.995	38 39 16.6796	26 54 18.9615	120.025
108	38 35 35.5972	27 24 28.3185		38 35 31.8622	27 24 26.6277	718.259
109	38 31 41.4529	27 17 25.5451	578.766	38 31 37.7064	27 17 23.8443	616.581
110	38 30 08.9532	27 22 51.7633	473.416	38 30 5.2066	27 22 50.0733	511.225
111	38 28 22.4089	26 56 0.1498		38 28 18.6497	26 55 58.4156	38.287
112	38 28 14.8229	27 7 15.4667		38 28 11.0662	27 7 13.7505	111.061
113	38 24 54.4775	27 8 42.7817	189.430	38 24 50.7129	27 8 41.0706	227.751
114	38 24 59.6221	27 13 31.9350		38 24 55.8630	27 13 30.2322	308.066
115	38 23 20.8780	27 21 25.3050		38 23 17.1220	27 21 23.6149	1544.770
116	38 22 39.0764	26 47 18.3875	37.920	38 22 35.3017	26 47 16.6399	76.128
117	38 21 54.7064	27 1 16.2974		38 21 50.9328	27 1 14.5722	792.892
118	38 20 34.8328	27 10 51.6590	301.958	38 20 31.0656	27 10 49.9545	339.922
119	38 20 58.2756	26 53 26.7850		38 20 54.5011	26 53 25.0494	340.348
120	38 18 39.7778	27 05 50.2183	530.501	38 18 36.0052	27 5 48.5063	568.490
121	38 14 30.8852	26 46 21.0388		38 14 27.0996	26 46 19.2982	176.004

İlk iki grup uygulamada, benzerlik dönüşümünün özel çözümleri olan yedi parametreli Bursa-Wolf ve Molodensky Badekas modellerinin yanı sıra, koordinat sistemlerinin distorsyonlu olabileceğinden yola çıkılarak On Parametreli Afin Dönüşümüne'de yer verilmiştir.

Üçüncü grup uygulamada ise projeksiyon düzleminde dönüşüm sözkonusu olduğundan iki boyutlu benzerlik dönüşümü ele alınmıştır.

4.1 H=h Varsayımlıyla Üç Boyutlu Dönüşüm

Ülke sistemindeki koordinatların yükseklikleri Tablo 4.1'den görüldüğü gibi ortometrik yüksekliklerdir (H) ve daha önce belirtildiği gibi jeoit ondülasyonları (N) bilinmediğinden elipsoit yüksekliklerini (h) elde etmekte mümkün değildir. Bu nedenle üç boyutlu dönüşüm genellikle $H=h$ varsayımlıyla gerçekleştirilir. Buna ilaveten, bazı noktaların ortometrik yükseklikleri de bilinmemektedir. Bu noktalarında üç boyutlu dönüşümde kullanılması mümkün değildir.

Bu şartlar altında dönüşümde kullanılacak noktaların kartezyen dik koordinatları Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2- $H=h$ İle Elde Edilen ED50 Kartezyen Koordinatları

Nokta No	ED50 Kartezyen Koordinatları		
	X(m)	Y(m)	Z(m)
101	4447686.0855	2257001.3927	3962655.1626
109	4440623.7459	2291037.5270	3951902.3686
110	4438498.9488	2298836.7736	3949604.8121
116	4469432.2455	2256541.0464	3938468.1123
118	4456165.4813	2288291.8860	3935627.8667
120	4461623.2407	2282860.9777	3932986.2930

GPS koordinatlarında yukarıdaki sorunlar mevcut değildir. Tüm noktaların elipsoidal üç boyutlu koordinatları herhangibir varsayıma gerek olmaksızın mevcuttur. Bu durumda elde edilen WGS84 kartezyen dik koordinatları Tablo 4.3'de verilmektedir.

Göründüğü gibi tüm ortak noktaların WGS84 sistemindeki üç boyutlu koordinatlarını elde etmek ve dönüşümde kullanmak mümkündür.

Tablo 4.3 WGS84 Kartezyen Koordinatları

Nokta No	WGS84 Kartezyen Koordinatları		
	X(m)	Y(m)	Z(m)
101	4447596.3553	2256908.5293	3962523.7396
108	4431903.3473	2298006.4036	3957480.7638
109	4440533.7203	2290944.7189	3951770.8378
110	4438408.8825	2298744.0052	3949473.2926
111	4457727.5721	2264753.0539	3946606.9856
112	4450468.8199	2279428.2961	3946469.1812
114	4449765.8720	2289330.3067	3941877.2191
115	4447040.8482	2300851.1497	3940259.0837
116	4469342.2982	2256448.1142	3938336.2449
117	4461396.0171	2275226.8913	3937708.4980
118	4456075.3153	2288199.0513	3935496.0464
119	4467210.1869	2265393.3875	3936063.0779
120	4461533.0555	2282768.1077	3932854.3737
121	4478370.7279	2259444.2076	3926585.9316

Sonuçta, ülke sistemindeki noktalardan sadece altısının üç boyutta koordinatı bilindiğinden dönüşüm bu noktalarla gerçekleştirilmiştir.

Bursa-Wolf, Molodensky-Badekas ve afin dönüşümüyle elde edilen parametreler sırasıyla Tablo 4.4, 4.5 ve 4.9'da, dönüştürülmüş koordinatlarda Tablo 4.6, 4.7, 4.8'da görülmektedir.

Tablo 4.4-Bursa-Wolf ile elde edilen parametreler

Parametre	Değer	m_x	Birim
X^0	164.359	2.6553	m
Y^0	135.672	2.6304	m
Z^0	72.507	3.0200	m
α	-0.966146	0.0839	"
β	3.125724	0.1055	"
γ	0.6202277	0.0776	"
k	-4.808524	0.3255	ppm
m_0	0.0179		

Göründüğü gibi, en büyük öteleme X ekseni yönündeyken en büyük dönüklük Y ekseni etrafındadır. Dikkat edilmesi gereken bir hususta k ölçek faktörünün diferansiyel olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısıyla gerçek ölçek değeri bu k değerine 1 eklenmesiyle elde edileceği aşikardır. Böylece elde edilen ölçek 1'den küçük olacaktır. Bununla ilgili ayrıntı bölüm 3'de verilmiştir.

Tablo 4.5-Molodensky-Badekas ile elde edilen parametreler

Parameter	Değer	m_x	Birim
X^0	90.020	0.0073	m
Y^0	92.846	0.0073	m
Z^0	131.680	0.0073	m
α	-0.966146	0.0839	"
β	3.125724	0.1055	"
γ	0.620277	0.0776	"
k	-4.808524	0.3255	ppm
m_0	0.0179		

Bu tabloda görüldüğü gibi Bursa-Wolf'ın aksine Z ekseni doğrultusunda öteleme diğerlerinden daha büyük çıkmıştır. Burada ötelemelerin karesel ortalama hatalarının Bursa-Wolf'den küçük ve üçününde birbiriyle aynı olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6-Bursa-Wolf ile elde edilen ED50'ye dönüştürülmüş koordinatlar

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447686.0669	2257001.4140	3962655.1618	0.0186	-0.0213	0.0008
109	4440623.7312	2291037.5115	3951902.3640	0.0147	0.0155	0.0046
110	4438498.9619	2298836.7774	3949604.8342	-0.0131	-0.0037	-0.0221
116	4469432.2704	2256541.0489	3938468.1107	-0.0249	-0.0026	0.0015
118	4456165.4898	2288291.8866	3935627.8736	-0.0085	-0.0006	-0.0069
120	4461623.2275	2282860.9650	3932986.2709	0.0132	0.0127	0.0221

Tablo 4.7- Molodensky-Badekas ile elde edilen ED50'ye dönüştürülmüş koordinatlar

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447686.0669	2257001.4140	3962655.1618	0.0186	-0.0213	0.0008
109	4440623.7312	2291037.5115	3951902.3640	0.0147	0.0155	0.0046
110	4438498.9619	2298836.7774	3949604.8342	-0.0131	-0.0037	-0.0221
116	4469432.2704	2256541.0489	3938468.1107	-0.0249	-0.0026	0.0015
118	4456165.4898	2288291.8866	3935627.8736	-0.0085	-0.0006	-0.0069
120	4461623.2275	2282860.9650	3932986.2709	0.0132	0.0127	0.0221

Tablo 4.8- Afin Dönüşümü ile elde edilen ED50'ye dönüştürülmüş koordinatlar

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447686.0769	2257001.3970	3962655.1600	-0.0086	0.0043	-0.0026
109	4440623.7365	2291037.5125	3951902.3575	-0.0094	-0.0145	-0.0111
110	4438498.9678	2298836.7817	3949604.8252	0.0190	0.0081	0.0131
116	4469432.2635	2256541.0444	3938468.1211	0.0180	-0.0020	0.0088
118	4456165.4848	2288291.8945	3935627.8749	0.0035	0.0085	0.0082
120	4461623.2181	2282860.9733	3932986.2766	-0.0226	-0.0044	-0.0164

Bunun nedeni noktaların koordinatlarının ağırlık merkezine dönüştürülmesiyle parametreler arasındaki yüksek korelasyonların ortadan kaldırılmasıdır.

Afin dönüşümünde en büyük öteleme Z ekseni doğrultusunda, en büyük dönüklükte yine Y ekseni etrafında olduğu görülmektedir. Ölçek faktörü incelendiğinde y eksenindeki ölçliğin ölçeğin ölçük faktörünün en büyük olduğu görülmektedir.

Tablo 4.9-Afin Dönüşümüyle elde edilen parametreler

Parametre	Değer	m_x	Birim
X^0	90.020	0.0068	m
Y^0	92.846	0.0066	m
Z^0	131.680	0.0066	m
α	-0.176563	3.3099	"
β	3.821056	5.9761	"
γ	0.961400	0.0986	"
θ	34.180382	5.3876	°
k_x	-4.676890	0.4443	ppm
k_y	-14.804200	1.8961	ppm
k_z	-1.151010	0.3675	ppm
m_0	0.0162		

4.2 Özel Yöntemle Elipsoit Yüksekliği Türeterek Üç Boyutlu Dönüşüm

Bu yöntemin esasları bölüm (3.3.1)'de ayrıntılı şekilde açıklanmıştır. Bu esaslar doğrultusunda WGS84 elipsoit yüksekliklerinden türetilen, sözkonusu iki elipsoit (ED50 ve WGS84) arasındaki düşey uzaklık ve noktaların ED50 elipsoidal yükseklikleri Tablo 4.10'da görülmektedir. İki elipsoit arasındaki düşey uzaklık (3.80) eşitliğiyle elde edilmiştir.

Böylece tablodan da görüldüğü gibi ortak noktaların tamamının ED50 sistemindeki elipsoit yüksekliklerini elde etmek mümkün olmaktadır. Bu elipsoit yüksekliklerine bağlı olarak hesaplanacak kartezyen dik koordinatlar bölüm (4.1)'dekiерden doğal

olarak farklı olacaktır. Sonuçta bu şekilde hesaplanan ED50 kartezyen koordinatları Tablo 4.11'den görülebilir.

Tablo 4.10-Elipsoit farkları ve ED50 elipsoit yükseklikleri

Nokta no	$\delta h(m)$	$h(m)$
101	44.5512	75.4738
108	44.3432	673.9158
109	44.5406	572.0404
110	44.5306	466.6944
111	44.8766	-6.5896
112	44.7581	66.3028
114	44.7923	263.2736
115	44.7591	1500.0109
116	45.1518	30.9762
117	45.0221	747.8699
118	44.9598	294.9622
119	45.1372	295.2108
120	45.0746	523.4154
121	45.4187	130.5853

Tablo 4.11-Özel yöntemle bulunan ED50 kartezyen koordinatlar

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)
101	4447681.544	2256999.088	3962651.089
108	4431988.799	2298096.809	3957607.987
109	4440619.070	2291035.114	3951898.179
110	4438494.278	2298834.354	3949600.627
111	4457812.806	2264843.511	3946734.387
112	4450554.086	2279518.712	3946596.596
114	4449851.184	2289420.658	3942004.645
115	4447126.220	2300941.514	3940386.459
116	4469427.386	2256538.593	3938463.801
117	4461481.113	2275317.310	3937836.112
118	4456160.600	2288289.379	3935623.527
119	4467295.323	2265483.818	3936190.628
120	4461618.291	2282858.445	3932981.900
121	4478455.925	2259534.467	3926713.519

Bu haliyle tüm ortak noktalar üç boyutlu dönüşümde kullanılabilir. Ancak bölüm (4.1)'deki sonuçlarla karşılaştırma olması bakımından orada kullanılan altı noktayla da dönüşüm yapılmıştır. Bölüm (4.1)'de de kullanılan üç yöntemde altı noktayla ve ondört noktayla elde edilen dönüşüm parametreleri Tablo 4.12,13 ve 14'den görülmektedir.

Tablo 4.12-Bursa-Wolf ile elde edilen parametreler

Parameter	6 Noktalı Değer	m_x	14 Noktalı Değer	m_x	Birim
X^0	113.087	1.6243	109.718	4.4484	m
Y^0	111.729	1.6091	110.103	5.3871	m
Z^0	144.309	1.8474	140.925	5.9620	m
α	0.331599	0.0514	0.424319	0.1746	"
β	0.464624	0.0646	0.524264	0.1963	"
γ	0.659537	0.0475	0.749812	0.1393	"
k	-5.89147	0.1991	-5.101505	0.5668	ppm
m_0	0.0110		0.0467		

Bursa-Wolf ile elde edilen sonuçlara bakıldığından en büyük öteleme Z eksenini yönünde ve en büyük dönüklük yine Z eksenini etrafındadır. Ölçek faktörü incelendiğinde sonucun bölüm 4.4'de gerçekleştirilen ölçek analizine mutlak değerce daha yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.13-Molodensky-Badekas ile elde edilen parametreler

Parameter	6 Noktalı Değer	m_x	14 Noktalı Değer	m_x	Birim
X^0	85.257	0.0045	85.258	0.0125	m
Y^0	90.408	0.0045	90.396	0.0125	m
Z^0	127.431	0.0045	127.442	0.0125	m
α	0.331599	0.0514	0.424319	0.1746	"
β	0.464624	0.0646	0.524264	0.1963	"
γ	0.659537	0.0475	0.749812	0.1393	"
k	-5.891473	0.1991	-5.101505	0.5668	ppm
m_0	0.0110		0.0467		

Molodensky-Badekas'da ötelemeler ve onların karesel ortalama hataları dışında tüm sonuçlar Bursa-Wolf ile aynı olduğu bir kez daha görülmektedir. Ötelemelerde en büyük değer $H=h$ çözümünün aksine Bursa-Wolf metodundaki gibi Z ekseni yönündedir.

Tablo 4.14-Afin Dönüşümü ile elde edilen parametreler

Parametre	6 Noktalı Değer	m_x	14 Noktalı Değer	m_x	Birim
X^0	85.256	0.0024	85.258	0.0124	m
Y^0	90.408	0.0024	90.396	0.0124	m
Z^0	127.431	0.0024	127.441	0.0124	m
α	2.126796	0.1764	3.778565	4.0465	"
β	0.222766	0.0553	-1.465718	2.2611	"
γ	-0.527625	0.0675	-0.670361	0.2160	"
θ	-5.882207	3.1567	-28.75202	7.5290	°
k_x	-5.716500	0.5862	-4.376460	0.5843	ppm
k_y	-16.99181	1.9041	-28.94116	0.7210	ppm
k_z	0.522150	0.5468	8.065350	2.7406	ppm
m_0	0.0101		0.0465		

Afin dönüşümde her iki değerlendirmede de üç eksen doğrultusunda ötelemelerin Molodensky-Badekas modeliyle birbirine çok yakın çıkması dikkat çekicidir. Bunun yanında altı noktalı dönüşümün birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatası bölüm (4.1)'dekinden daha iyidir. En büyük dönüklük değeri X ekseni etrafındadır. Y eksene ait ölçek faktörünün de diğerlerine oranla daha büyük olduğu açıkça görülüyor.

ED50 koordinatları için elipsoit yükseklik yükseklikleri türetilerek yapılan özel çözümde, tüm istatistik değerlerin birinci grup değerlendirmelere göre oldukça küçüldüğü görülmektedir. Dikkat çekici diğer bir konuda öteleme değerlerinin eksenlere göre büyülük sırasının üç dönüşüm yönteminde de 1.grup değerlendirmenin aksine aynı olmasıdır.

Tablo 4.15-2. Grup uygulamada Bursa-Wolf ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5297	2256999.1104	3962651.0933	0.0147	-0.0221	-0.0040
109	4440619.0694	2291035.1048	3951898.1842	0.0004	0.0097	-0.0052
110	4438494.2742	2298834.3482	3949600.6532	0.0034	0.0062	-0.0078
116	4469427.3976	2256538.5896	3938463.7908	-0.0115	0.0034	0.0104
118	4456160.6007	2288289.3775	3935623.5281	-0.0005	0.0020	-0.0015
120	4461618.2974	2282858.4441	3932981.8920	-0.0064	0.0009	0.0081

Tablo 4.16-2. Grup uygulamada Bursa-Wolf ile dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5162	2256999.1022	3962651.1111	0.0282	-0.0139	-0.0218
108	4431988.7505	2298096.8135	3957608.0366	0.0485	-0.0041	-0.0494
109	4440619.0683	2291035.1217	3951898.1761	0.0015	-0.0072	0.0028
110	4438494.2756	2298834.3712	3949600.6212	0.0020	-0.0169	0.0061
111	4457812.7504	2264843.5172	3946734.4479	0.0555	-0.0062	-0.0610
112	4450554.0889	2279518.7107	3946596.5956	-0.0032	0.0011	0.0006
114	4449851.1922	2289420.6638	3942004.6348	-0.0079	-0.0062	0.0107
115	4447126.2283	2300941.4546	3940386.4770	-0.0083	0.0592	-0.0180
116	4469427.4081	2256538.5606	3938463.7960	-0.0220	0.0323	0.0052
117	4461481.2374	2275317.2695	3937835.9935	-0.1238	0.0405	0.1189
118	4456160.6155	2288289.3782	3935623.5129	-0.0153	0.0013	0.0137
119	4467295.3459	2265483.7913	3936190.6168	-0.0233	0.0266	0.0114
120	4461618.3148	2282858.4369	3932981.8788	-0.0239	0.0081	0.0213
121	4478455.8325	2259534.5817	3926713.5594	0.0922	-0.1144	-0.0404

Tablo 4.17-2. Grup uygulamada Molodensky-Badekas ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5297	2256999.1104	3962651.0933	0.0147	-0.0221	-0.0040
109	4440619.0694	2291035.1048	3951898.1842	0.0004	0.0097	-0.0052
110	4438494.2742	2298834.3482	3949600.6352	0.0034	0.0062	-0.0078
116	4469427.3976	2256538.5896	3938463.7908	-0.0115	0.0034	0.0104
118	4456160.6007	2288289.3775	3935623.5281	-0.0005	0.0020	-0.0015
120	4461618.2974	2282858.4441	3932981.8920	-0.0064	0.0009	0.0081

Tablo 4.18-2. Grup uygulamada Molodensky-Badekas ile dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5162	2256999.1022	3962651.1111	0.0282	-0.0139	-0.0218
108	4431988.7505	2298096.8135	3957608.0366	0.0485	-0.0041	-0.0494
109	4440619.0683	2291035.1217	3951898.1761	0.0015	-0.0072	0.0028
110	4438494.2756	2298834.3712	3949600.6212	0.0020	-0.0169	0.0061
111	4457812.7504	2264843.5172	3946734.4479	0.0555	-0.0062	-0.0610
112	4450554.0889	2279518.7107	3946596.5956	-0.0032	0.0011	0.0006
114	4449851.1922	2289420.6638	3942004.6348	-0.0079	-0.0062	0.0107
115	4447126.2283	2300941.4546	3940386.4770	-0.0083	0.0592	-0.0180
116	4469427.4081	2256538.5606	3938463.7960	-0.0220	0.0323	0.0052
117	4461481.2374	2275317.2695	3937835.9935	-0.1238	0.0405	0.1189
118	4456160.6155	2288289.3782	3935623.5129	-0.0153	0.0013	0.0137
119	4467295.3459	2265483.7913	3936190.6168	-0.0233	0.0266	0.0114
120	4461618.3148	2282858.4369	3932981.8788	-0.0239	0.0081	0.0213
121	4478455.8325	2259534.5817	3926713.5594	0.0922	-0.1144	-0.0404

Tablo 4.19-2. Grup uygulamada Afin Dönüşümü ile dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5338	2256999.0948	3962651.0905	-0.0102	0.0068	0.0015
109	4440619.0724	2291035.1053	3951898.1783	0.0024	-0.0088	-0.0007
110	4438494.2801	2298834.3536	3949600.6260	-0.0021	-0.0004	-0.0010
116	4469427.3902	2256538.5846	3938463.7988	0.0042	-0.0084	-0.0022
118	4456160.5983	2288289.3851	3935623.5275	-0.0017	0.0061	0.0005
120	4461618.2887	2282858.4497	3932981.9020	-0.0023	0.0047	0.0020

Tablo 4.20-2. Grup uygulamada Afin Dönüşümü ile dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktayla)

Nokta No	X(m)	Y(m)	Z(m)	V _x (m)	V _y (m)	V _z (m)
101	4447681.5470	2256999.0883	3962651.0825	0.0030	0.0003	-0.0065
108	4431988.7575	2298096.8278	3957608.0216	-0.0415	0.0188	0.0346
109	4440619.0714	2291035.1300	3951898.1679	0.0014	0.0160	-0.0111
110	4438494.2792	2298834.3875	3949600.6119	0.0012	0.0335	-0.0151
111	4457812.7656	2264843.5102	3946734.4366	-0.0404	-0.0008	0.0496
112	4450554.1008	2279518.7149	3946596.5838	0.0148	0.0029	-0.0122
114	4449851.1937	2289420.6743	3942004.6315	0.0097	0.0163	-0.0135
115	4447126.1939	2300941.4591	3940386.5023	-0.0261	-0.0549	0.0433
116	4469427.4155	2256538.5459	3938463.7953	0.0295	-0.0471	-0.0057
117	4461481.2219	2275317.2607	3937836.0086	0.1089	-0.0493	-0.1034
118	4456160.6094	2288289.3864	3935623.5179	0.0094	0.0074	-0.0091
119	4467295.3428	2265483.7801	3936190.6243	0.0197	-0.0379	-0.0037
120	4461618.2999	2282858.4380	3932981.8976	0.0089	-0.0070	-0.0024
121	4478455.8265	2259534.5689	3926713.5741	-0.0986	0.1019	0.0551

4.3 Projeksiyon Düzleminde Dönüşüm

Bu yöntemin uygulanabilmesi için WGS84 koordinatlarının projeksiyon düzlemindeki koordinatlarının hesaplanması gereklidir. Türkiye'de kullanılan projeksiyon düzlemi Gauss-Kruger düzlemdir. Ortak noktaların ED50 sistemindeki koordinatlarının bu projeksiyondaki karşılıkları elde mevcuttur. Bu iki sistemdeki koordinatların Gauss-Kruger düzlemindeki karşılıkları Tablo 4.21'de veriliyor.

Tablo 4.21-Gauss-Kruger projeksiyonunda koordinatlar

Nokta No	WGS84 Projeksiyon Koordinatları		ED50 Projeksiyon Koordinatları	
	Sağ	Yukarı	Sağ	Yukarı
101	491753.883	4280168.321	491795.838	4280355.501
108	535493.057	4273310.386	535535.058	4273497.308
109	525284.260	4266051.260	525326.229	4266238.283
110	533198.082	4263227.811	533240.044	4263414.800
111	494143.812	4259875.632	494185.673	4260062.716
112	510514.746	4259646.540	510556.672	4259833.626
114	519655.921	4253644.621	519697.829	4253831.661
115	531151.801	4250636.200	531193.768	4250823.121
116	481471.216	4249307.790	481513.075	424494.995
117	501810.372	4247918.623	501852.311	4248105.862
118	515783.616	4245471.205	515825.489	4245658.251
119	490409.807	4246184.089	490451.661	4246371.249
120	508466.907	4241912.431	508508.759	4242099.509
121	480042.250	4234257.867	480083.973	4234444.989

Projeksiyon düzleminde iki boyutlu dönüşümde yükseklikler olmayacağından burada da tüm ortak noktalar kullanılabilir. Ancak bir önceki bölümde olduğu gibi altı noktayla da dönüşüm parametreleri elde edilmiştir.

İki boyutlu benzerlik dönüşümüyle elde edilen parametreler aşağıdaki Tablodan görülmeye:

Tablo 4.22-İki boyutlu benzerlik dönüşümüyle elde edilen parametreler

Parametre	6 Noktayla Değer(m)	$m_x(m)$	14 Noktayla Değer(m)	$m_x(m)$	Birim
X^0	187.087	0.0040	187.078	0.0097	m
Y^0	41.912	0.0040	41.903	0.0097	m
γ	0.827	0.0366	0.900	0.0907	"
k	1.094	0.1775	1.357	0.4397	ppm
m_0	0.0129		0.0456		

Her iki nokta sayısıyla yapılan dönüşümlerdeki birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatasına dikkat edilecek olursa, bunların üç boyutlu Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modelleriyle yapılan uygulamalardakiyle oldukça yakın sonuçlar oldukları görülebilir. Bir diğer dikkat çekici noktada ötelemelerin karesel ortalama hatalarının Molodensky-Badekas ile aynı sayılabilen derecede yakın olmalarıdır.

Tablo 4.23-Projeksiyon düzleminde dönüştürülmüş koordinatlar (14 noktalı)

Nokta No	Dönüştürülmüş Koordinatlar		Düzeltmeler	
	Sağ	Yukarı	$V_{sağ}$	V_{yuk}
101	491795.872	4280355.506	-0.0344	-0.0054
108	535535.077	4273497.371	-0.0188	-0.0631
109	525326.234	4266238.280	-0.0046	0.0029
110	533240.054	4263414.792	-0.0100	0.0080
111	494185.717	4260062.779	-0.0437	-0.0635
112	510556.672	4259833.616	-0.0003	0.0101
114	519697.834	4253831.649	-0.0046	0.0123
115	531193.716	4250823.173	0.0523	-0.0523
116	481513.058	4249494.979	0.0170	0.0165
117	501852.235	4248105.848	0.0759	0.0141
118	515825.488	4245658.238	0.0015	0.0130
119	490451.647	4246371.234	0.0143	0.0153
120	508508.753	4242099.492	0.0062	0.0170
121	480084.024	4234445.041	-0.0510	-0.0519

Tablo 4.24-Projeksiyon düzleminde dönüştürülmüş koordinatlar (6 noktalı)

Nokta No	Dönüştürülmüş Koordinatlar		Düzeltmeler	
	Sağ	Yukarı	$V_{sağ}$	$V_{yük}$
101	491795.865	4280355.503	-0.0271	-0.0020
109	525326.223	4266238.292	0.0066	-0.0092
110	533240.042	4263414.808	0.0023	-0.0076
116	481513.064	4249494.980	0.0108	0.0155
118	515825.486	4245658.252	0.0029	-0.0011
120	508508.755	4242099.513	0.0045	0.0045

4.4 Ölçek Analizi

Yukarıdaki uygulamaların sonuçları hakkında fikir yürütmeden önce iki referans sistemi arasındaki geometrik ilişkiyi irdelemek faydalı olacaktır. ED50 ve WGS84 elipsoitlerine ilişkin parametreler bölüm 3'de verilmiştir. Buna göre her iki elipsoidin büyük yarı eksenleri oranlandığında;

$$\frac{a_{ED50}}{a_{WGS84}} = 1.000039353$$

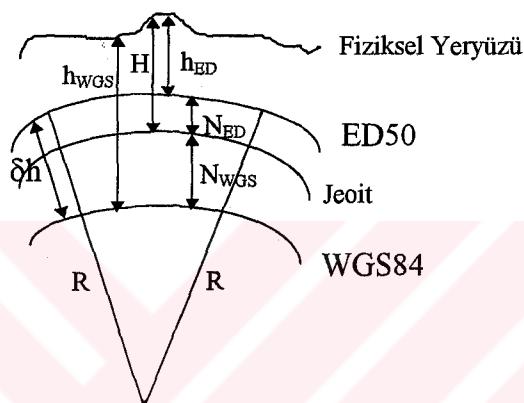
elde edilir. Bu oran bir anlamda iki elipsoit arasında ekvatorluk ölçekte katsayıdır. Bu işlem küçük yarı eksenlere uygulandığında;

$$\frac{b_{ED50}}{b_{WGS84}} = 1.000025112$$

oranı elde edilir. Bu da elipsoitlerin kutup noktasındaki ölçekte katsayı olarak düşünülebilir.

İki elipsoidin basıklık değerleri farklıdır. Buna bağlı olarak yeryuvarı üzerindeki farklı bölgelerde iki elipsoit arasındaki seviye de farklı değerler olacaktır. Sonuçta o bölgeye göre ölçekte değişecektir.

Uygulamanın yapıldığı İzmir bölgesinde bu seviye farkı tablo 10'dan da görüleceği gibi ortalama olarak 45m civarındadır.



Şekil 4.1: İki elipsoit arasındaki seviye farkı

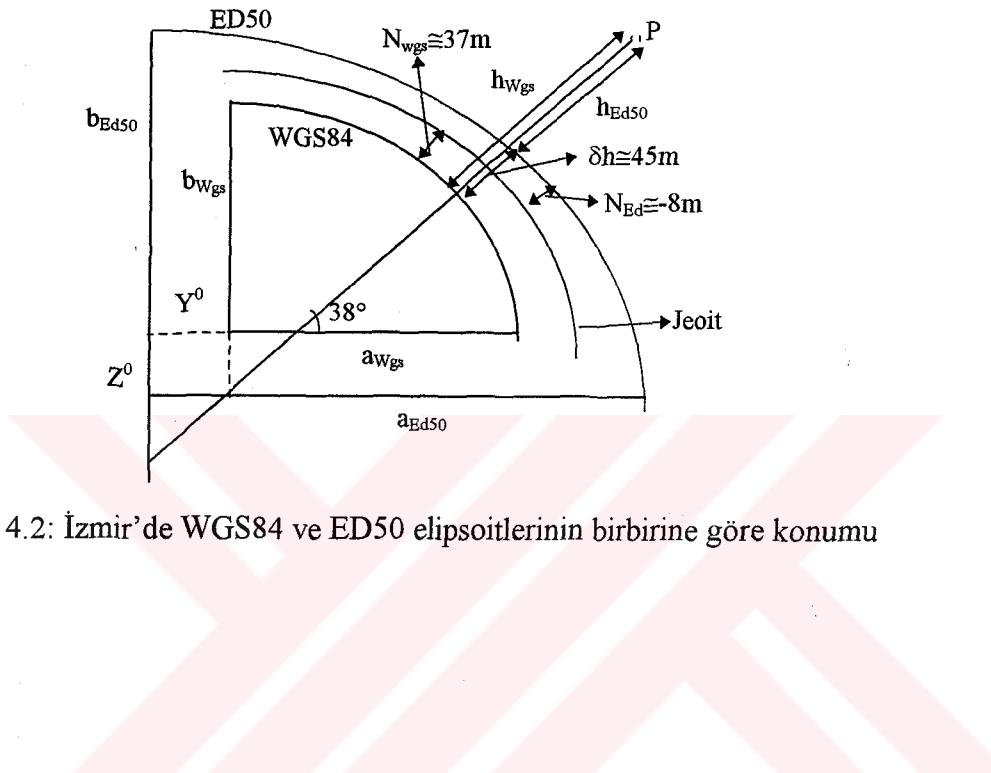
Şekil 4.1'deki basitleştirilmiş geometri gözönünde bulundurulup, yeryuvarının yarıçapı da 6370 km. kabul edildiğinde iki elipsoidin yarıçapının oranlanmasıyla;

$$\frac{R + \delta h}{R} = 1.000005887$$

değeri elde edilir.

Tüm bu ölçek analizleri sonucunda, kutuptan ekvatora kadar değişik bölgelerde iki elipsoit arasında ölçek farklılıklarıyla karşılaşılmaktadır. Bu değerlendirmelerin önemli bir sonucuda ED50 elipsoidinin WGS84 elipsoidinden daha büyük olduğu geçerlidir.

Dönüşüm sonucunda İzmir bölgesi için ED50 ve WGS84 elipsoitlerinin birbirine göre konumu dönüklükler ihmal edilerek basitleştirilmiş olarak şekil 4.2'den görülmektedir.



Şekil 4.2: İzmir'de WGS84 ve ED50 elipsoitlerinin birbirine göre konumu

BÖLÜM 5

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada üç farklı yöntemle iki ayrı grup uygulama yapıldı. Bu değerlendirmelere ait sonuçlar Uygulama bölümünde kendilerine ilişkin tablolarda ayrı ayrı görülmektedir. Burada da karşılaştırma kolaylığı bakımından, iki grup değerlendirmeden elde edilen parametreler tablo 5.1 ve 5.2'de birarada gösterilmektedir.

Tablo 5.1- 1. grup ($H=h$) değerlendirmede üç farklı dönüşüm modeli sonuçları

1. Grup Değerlendirme			
Parametre	Bursa-Wolf	Molod-Badek.	Afin
$X^0(m)$	164.359 ± 2.655	90.020 ± 0.007	90.020 ± 0.007
$Y^0(m)$	135.672 ± 2.630	92.846 ± 0.007	92.846 ± 0.007
$Z^0(m)$	72.507 ± 3.020	131.680 ± 0.007	131.680 ± 0.007
$\alpha(^{\circ})$	-0.9661 ± 0.084	-0.9661 ± 0.084	-0.1766 ± 3.310
$\beta(^{\circ})$	3.1257 ± 0.105	3.1257 ± 0.105	3.8211 ± 5.976
$\gamma(^{\circ})$	0.6202 ± 0.078	0.6202 ± 0.078	0.9614 ± 0.098
$\theta(^{\circ})$	-	-	$34.1804 \pm$
$k(ppm)$	-4.8085 ± 0.325	-4.8085 ± 0.325	-
$k_x(ppm)$	-	-	-4.6769 ± 0.444
$k_y(ppm)$	-	-	-14.8042 ± 1.896
$k_z(ppm)$	-	-	-1.1510 ± 0.367
m_0	0.0179	0.0179	0.0162

Tablodan da görüldüğü üzere Bursa-Wolf modeliyle elde edilen ötelemelerin değerleri ve bunların büyüklük sırası farklıdır. Bursa-Wolf modelinde ötelemeler büyüklük sıralamasına göre X, Y, Z eksenleri yönündeyken, diğer modellerde bunun tam tersi Z, Y, X olarak gerçekleşir. Bunun yanında afin dönüşümünde birim ölçünün karesel

ortalama hatası diğerlerine göre çok küçük de olsa daha iyi olduğu görülmektedir. Buna karşın özellikle dönüklüklerin karesel ortalama hatalarının kendilerine oranla oldukça büyük olduğu gözlenmektedir.

Tablo 5.2- 2. grup (h türeterek) değerlendirmede üç farklı dönüşüm modeli sonuçları

2. Grup Değerlendirme			
Parametre	Bursa-Wolf	Molod-Badek.	Afin
X ⁰ (m)	113.087±1.624	85.257±0.004	85.258±0.012
Y ⁰ (m)	111.729±1.609	90.408±0.004	90.396±0.012
Z ⁰ (m)	144.309±1.847	127.431±0.004	127.441±0.012
α(")	0.3316±0.054	0.3316±0.054	2.1268±0.176
β(")	0.4646±0.065	0.4646±0.065	0.2228±0.055
γ(")	0.6595±0.047	0.6595±0.047	-0.5276±0.067
θ(°)	-	-	-5.8822±3.156
k(ppm)	-5.8915±0.199	-5.8915±0.199	
k _x (ppm)	-	-	-5.7165±0.586
k _y (ppm)	-	-	16.9918±1.904
k _z (ppm)	-	-	0.5221±0.547
m ₀	0.0110	0.0110	0.0101

Tablo 5.2'den görüldüğü gibi, ikinci grup değerlendirmede Moldensky-Badekas ve afin dönüşümünde ötelemeler yine oldukça yakındır. Bursa-Wolf modelinde ise en büyük öteleme ilk değerlendirmenin aksine Z ekseni boyuncadır. Bunun yanında, karesel ortalama hata sonuçları da birinci grup değerlendirmeye oranla daha iyidir.

Yukarıdaki kıyaslamalar, elipsoit yüksekliği türeterek yapılacak dönüşümün ortometrik yüksekliklerin elipsoit yüksekliklerine eşit kabul edilerek yapılacak dönüşümden (hem geometriye uygunluğu hem de daha doğruluklu sonuçlar vermesi bakımından), daha üstün olduğunu ortaya koymakta ve üç boyutlu dönüşümde bu yolun diğerine göre tercih edilmesi gerektiğini göstermektedir.

Üç dönüşüm modeli ele alındığında ise; Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modellerinin ötelemeler dışında birbirlerinin aynısı sonuçlar verdikleri görülmektedir. Hatta dönüştürülmüş koordinatların düzeltmeleri de birbirinin aynısıdır. Ötelemelerdeki bu fark ise, Bursa-Wolf modelinde parametreler arasındaki

koordinatları ağıın ağırlık merkezine dönüştürüldüğünden, normal denklemler matrisinde kösegen dışındaki terimler sıfır olur ve parametreler arasındaki ilişki ortadan kaldırılmış olur. Bu nedenlerle Molodensky-Badekas modeli küçük ölçekli ağlarda, Bursa-Wolf'den daha uygun bir model olacaktır.

Afin dönüşümünde ise ötelemeler Molodensky-Badekas modeliyle aynı sonuçları vermektedir. Ötelemelerin ve birim ölçünün karesel ortalama hatasında en iyi sonucu bu model vermektedir. Ancak dönüklüklerin karesel ortalama hataları bilinmeyenlere göre oldukça büyük çıkmaktadır. Bunun sebebi, noktalar ağırlık merkezine dönüştürülmesine karşın afin özelliği işin içine katıldığından normal denklemler matrisinde kösegen dışındaki tüm elemanların sıfır olmamasına, dönüklük bilinmeyenleri arasında korelasyonlar oluşmasına bağlanabilir.

Üç boyutlu benzerlik dönüşüm modelleri ve afin modeliyle dönüştürülmüş koordinatların düzeltmeleri incelendiğinde, dönüşüm probleminin birbirine yakın sonuçlarla gerçekleştirildiği görülmektedir. Dönüşümün en önemli amacında mevcut sistemdeki koordinatlara olabildiğince yakın sonuçlar elde etmektir. Bu bağlamda, benzerlik dönüşümünde tek bir ölçek faktörünün işin içine katılması dönüşüm problemi için avantaj olmaktadır.

Bunların yanında projeksiyon düzleminde datum dönüşümüde ülke sistemindeki yükseklik problemini aşmanın bir yolu olarak karşımıza çıkmaktadır. Parametrelerin ve birim ölçünün karesel ortalama hataları, iki boyutta çalışıldığı sürece bu modelin uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak üç boyutta datum dönüşümünde, ülke sistemi için elipsoit yüksekliği türemek yükseklik problemini çözmede önemli bir yol olmaktadır. Üç boyutlu dönüşüm modellerinden Bursa-Wolf parametreleri arasında yüksek ilişki olması bakımından küçük ölçekli ağlarda Molodensky-Badekas'a göre tercih edilmemelidir. Afin dönüşümü ise bu çalışmadaki gibi küçük bölgeler için distorsiyonlar büyük olmadığından pratik amaçlara uygun düşmez. Bu yüzden, yerel uygulama amaçları

için Molodensky-Badekas dönüşüm modeli önerilmektedir. Pratik amaçlar için bir diğer uygulama olarak projeksiyon düzleminde dönüşüm karşımıza çıkmaktadır.

Ülke çapında büyük alanlar düşünüldüğünde, tek bir dönüşümle ülke geneli için parametreler ve dönüştürülmüş koordinatlar elde etmek doğru bir yaklaşım değildir. Bunda en önemli etken, bölgeden bölgeye referans sistemlerinin birbirlerine göre konumunun değişmesi ve dönüşümü olumsuz bir şekilde etkilemesidir. Dolayısıyla her bölgede ayrı ayrı dönüşüm gerçekleştirildikten sonra, bu dönüştürülmüş koordinatlardan bölgeler arasında tekrar dönüşümler yapmak daha doğru bir yaklaşım olacaktır. Bu çalışmada elde edilen parametreler de uygulama bölgesi olan İzmir için geçerlidir.

Bilindiği gibi, bu çalışmada dengelemeler $V^T V = \text{minimum}$ ilkesiyle gerçekleştirılmıştır. Oysa ki gerek GPS ile elde edilen koordinatlar gerekse ülke nirengilarındaki nokta koordinatları daha önceden kendi içlerinde dengelenmiş koordinatlardır. Dolayısıyla bu koordinatların dengeleme sonucunda elde edilmiş ters ağırlık matrisleri sözkonusu olacaktır. Bu bilgilerin de elde varolması durumunda $V^T P V = \text{min}$ ilkesiyle, her iki sistemi de hatalı kabul edip bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesi uygulanması önerilir. Böylece koordinat bilgileri dönüşüm problemine ağırlıklarıyla orantılı olarak etki edecek ve daha doğruluklu sonuçlar elde etmek mümkün olacaktır.

KAYNAKLAR

- AKSOY, A.** Kısa Tarihçe ve Modern Ülke Ağlarından Örnekler, Ülke Nirengi Ağları ve Türkiye Ağı Konferansı, (1985)
- AKSOY, A., GÜNEŞ, İ.H.** Jeodezi 1, İstanbul, (1990)
- ARSLAN, E.** Üç Boyutlu Jeodezinin Koordinat Sistemleri ve Bunlar Arasındaki İlişkiler, İTÜ, Cilt 47, Sayı 3, İstanbul, (1989)
- CROSS, P.A.** Geodetic Appreciation, London, April (1989)
- DRAGOMIR, V.C., GHITAU, D.N., MIHAILESCU, M.S., ROTARU, M.G.** Theory Of The Earth's Shape, Romanya, (1982)
- DENİZ, R.** Uydu Jeodezisine Giriş Ders Notları, İstanbul, (1993)
- DEPARTMENT OF DEFENSE WGS84 DMA** Technical Report, USA, (1987)
- DEPARTMENT OF DEFENSE WGS84 DMA** Technical Report, USA, (1988)
- GHOSH, S.K.** Analytical Photogrammetry, USA, (1979)
- HEISKANEN, W., MORITZ, H.** Fiziksel Jeodezi, Çeviren Onur GÜRKAN, Trabzon, (1984)
- HOFFMAN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER, H., COLLINS, J.** Global Positioning System, Avusturya, (1992)
- KING, R.W., MASTERS, E.G., RİZOS, C., STOLZ, A., COLLINS, J.** Surveying With Global Positioning System, Verlag, November (1985)
- LEICK, A.** GPS Satellite Surveying, Maine, (1990)
- MOK, E.** A Model For The Transformation Between Satellite And Terrestrial Networks In Hong Kong, Survey Review, Vol 244, April (1992)
- SEEBER, G.** Satellite Geodesy, Berlin, (1993)
- ŞİMŞEK, M.** Uydu Tekniklerinin Ağ Sıklaştırmasında Kullanılabilirliği Üzerine Bir Araştırma, YTÜ Doktora Tezi, Ocak (1995)

WOLFROM, O. Merging Terrestrial And Satellite Networks By A Ten Parameter Transformation Model, *Manuscripta Geodetica*, Vol 17, (1992)



ÖZGEÇMİŞ

22.05.1970 Yılında Zonguldak'ta doğdum. İlk ve ortaöğretimimi Zonguldak'ta tamamladım. 1989 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'ne girmeye hak kazandım. 1993-94 öğretim dönemi yaz yarıyılında bölümden mezun oldum. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalı'nda yüksek lisans yapma hakkı kazandım. Yine 1994 yılı aralık ayında Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'ne araştırma görevlisi olarak atandım ve halen bu görevi sürdürmekteyim.

YASAYON