İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KÜRE BİÇİMLİ TANKLARDAKİ ÇALKANTININ MODELLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Mustafa Deniz İTİBAR

Kıyı Bilimleri ve Mühendisliği Anabilim Dalı

Kıyı Bilimleri ve Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2015

<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</u>

KÜRE BİÇİMLİ TANKLARDAKİ ÇALKANTININ MODELLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Mustafa Deniz İTİBAR
(517072004)

Kıyı Bilimleri ve Mühendisliği Anabilim Dalı

Kıyı Bilimleri ve Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. N. Erdem ÜNAL

HAZİRAN 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 517072004 numaralı Doktora Öğrencisi Mustafa Deniz İTİBAR, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **"KÜRE BİÇİMLİ TANKLARDAKİ ÇALKANTININ MODELLENMESİ"** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Yrd. Doç. Dr. N.Erdem ÜNAL** ....
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. M.Sedat KABDAŞLI** ....
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Hakan AKYILDIZ ....
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Emel İRTEM ....
Balıkesir Üniversitesi

Prof. Dr. Esin ÇEVİK ....
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **18 Mayıs 2015**
Savunma Tarihi : **26 Haziran 2015**

Biricik eşim Burcu ve oğlum Utku Taha’ya,

ÖNSÖZ

Öncelikle teşekkür etmem gereken kişi, yüksek lisans çalışmalarımı da beraber gerçekleştirme şansını elde ettiğim, sayın Yrd.Doç.Dr. N.Erdem ÜNAL'dır. Kendisine, doktora çalışmalarım esnasında gösterdiği sabır ve destek için teşekkür ederim.

Teşekkürü bir borç bildiğim diğer iki önemli bilim insanı, sayın Prof.Dr. M. Sedat KABDAŞLI ve sayın Prof.Dr. Hakan AKYILDIZ'dır. Kendilerine, değerleri fikirleri ile bana yol gösterdikleri ve çalışmalarımın sonuca ulaşmasını sabırla bekledikleri için teşekkür ederim.

Sayısal modelin oluşturulması aşamasında desteklerini esirgemeyen, Vigo Üniversitesi'nde doktora sonrası araştırmalar gerçekleştiren sayın Dr. A.J.C Crespo'ya ve Johns Hopkins Üniversitesi öğretim üyesi sayın Prof.Dr. Robert A. Dalrymple'a teşekkürü bir borç bilirim.

Küre biçimli tank çalışmasının tamamlanmasında oldukça önemli bir yer tutan, NASA'nın deneysel çalışmasına ait dökümanın temininde yardımcı olan İllinois Üniversitesi, Hathi Trust Dijital Kütüphanesi'ne teşekkür ederim.

Çalışmayı finansal olarak desteklemiş olan, İTÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi'ne destekleri için teşekkür ederim.

Son olarak, en özel teşekkürü sevgili eşim Burcu'ya etmek istiyorum. Uzun zaman alan çalışmalarım boyunca gösterdiği gerçek destek ve sevgi, hiçbir bilimsel ölçüt ile ifade edilemez.

Haziran 2015

Mustafa Deniz İTİBAR
İnşaat Yüksek Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR

ABD : Amerika Birleşik Devletleri
API : Application Programming Interface
ASME : American Society of Mechanical Engineers
BEB : Büyük Eddy Benzeşimi
BICGSTAB : Biconjugate Gradient Stabilized Method
CAD : Computer Aided Design
CPU : Central Processing Unit
CUDA : Compute Unified Device Architecture
DNV : Det Norske Veritas
DPH : Düzgün Parçacık Hidrodinamiği
FEMA : Federal Emergency Management Agency
GMRES : Generalized Minimal Residual Method
GPU : Graphics Processing Unit
HAD : Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
İTÜ : İstanbul Teknik Üniversitesi
LES : Large Eddy Simulation
LNG : Liquid Natural Gas
LPG : Liquid Petrol Gas
LS : Level – Set
MAC : Marker and Cell
MARIN : Maritime Research Institute Netherlands
MIT : Massachusetts Institute of Technology
MOSS : Maritime Offshore Systems Services
NASA : National Aeronautics and Space Administration
N-S : Navier – Stokes
RANS : Reynolds-averaged Navier–Stokes
RTT : Reynolds Transport Teoremi
SGS : Sub-Grid Scale
SIMT : Single Instruction, Multiple Thread
SPH : Smoothed Particle Hydrodynamics
SPHERIC : SPH European Research Interest Community
TLD : Tuned Liquid Damper
ULCC : Ultra Large Crude Carrier
VLCC : Very Large Crude Carrier
VOF : Volume of Fluid
XML : Extensible Markup Language

SEMBOL LİSTESİ

$\boldsymbol{b}$	: Tankın genişliği
$\boldsymbol{b_i}$	: Gövde kuvvetleri
$\boldsymbol{B_0}$	: Bond sayısı
$\boldsymbol{c}$	: Ele alınan ortamdaki ses hızı
C_s	: Smagorinsky sayısı
$\boldsymbol{dS}$	: Eğik yüzeyin alanı
$\boldsymbol{E}$	: Tankın elastisite modülü
$\boldsymbol{f_{ap}}$	: Doğal frekans
$\boldsymbol{f_{i,j}}$	: Dalga profilleri
$\boldsymbol{Fn}$	: Froude sayısı
$\boldsymbol{\tilde{f}_l}$	: Uzaysal favre filtresi
$\boldsymbol{g}$	: Yerçekimi ivmesi
$\boldsymbol{G}\ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$	: Filtre kerneli
$\boldsymbol{\widehat{G}}\ (\boldsymbol{\kappa})$	: Transfer fonksiyonu
$\boldsymbol{h}$	: Tanktaki sıvının yüksekliği
$\boldsymbol{I}$	: İçsel enerji
$\boldsymbol{k}$	: Termal iletkenlik
$\boldsymbol{k_{i,j}}$	: Dalga numarası
$\boldsymbol{L}$	: Tankın uzunluğu (küre için çap)
$\boldsymbol{L_a}$	: Düzeltme matrisi
$\boldsymbol{l_i}$	: Sarkaç boyu
$\boldsymbol{M_c}$	: Aday parçacık sayısı
$\boldsymbol{M_L}$	: Toplam moment değeri
$\boldsymbol{P}$	: Basınç
$\mathbb{P}$	: Parçacık yörüngesi
$\boldsymbol{Pr_t}$	: Prandtl sayısı
$\boldsymbol{R}$	: Boltzman sabiti
$\boldsymbol{Re}$	: Reynolds sayısı
$\boldsymbol{R_i}$	: Toplam yüzey kuvveti
$\boldsymbol{T}$	: Dış etkinin periyodu
$\boldsymbol{t}$	: Zaman
$\boldsymbol{\overline{u_l}}$	: Filtrelenmiş hız
$\boldsymbol{u}\ (\boldsymbol{y}, \boldsymbol{t})$	: Dalga geliş hızı
$\boldsymbol{W^{MLS}}$	: Hareketli en küçük kareler kerneli
$\boldsymbol{W}\ (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$	: Düzgünleştirme fonksiyonu
$\boldsymbol{x_0}$	: Dış etkinin genliği
$\ddot{x}(\boldsymbol{t})$	: İvme
$\boldsymbol{\mu}$	: Viskozite
$\boldsymbol{\rho}$	: Özgül kütle
$\boldsymbol{\sigma}$	: Yüzey gerilmesi
$\boldsymbol{\nu}$	: Kinematik viskozite
$\boldsymbol{\omega}$	: Dış etkinin frekansı
$\varphi_{i,j}$	: Doğal modlar
$\boldsymbol{\Phi}$	: Viskozite nedeniyle açığa çıkan ısı
$\boldsymbol{\nabla}$	: Nabla operatörü

$\boldsymbol{\nabla}^{\mathbf{2}}$	: Laplace operatörü
$(\boldsymbol{\phi})$	: LS fonksiyonu
$\boldsymbol{\delta_{ij}}$	: Kronecker delta
$\boldsymbol{\nu_T}$	: Eddy viskozitesi
$\boldsymbol{\tau_{ij\,,\;SGS}}$	: SGS gerilme tensörü
$\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})$	: Kernel düzeltme terimi
$\boldsymbol{\lambda}$	: Problemin boyutu
$\boldsymbol{\Delta V_b}$	: b parçacığının hacmi
$\boldsymbol{\gamma}$	: Politropik sabit
$\boldsymbol{\varphi}$	: Hız potansiyeli
$\langle\boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{r_a})\rangle$	: W fonksiyonu ilk türevi
$\langle\boldsymbol{\nabla}^{2}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r_a})\rangle$	: W fonksiyonu ikinci türevi
$\prod_{\boldsymbol{ab}}$	: Viskozite
$\widetilde{\boldsymbol{\nabla}}\boldsymbol{w_b}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h_b})$	: Düzeltilmiş gradyan
$\forall$	: Hacim

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

KÜRE BİÇİMLİ TANKLARDAKİ ÇALKANTININ MODELLENMESİ

ÖZET

Çalkantının fiziksel özellikleri, bilim insanları tarafından halen tam olarak anlaşılabilmiş değildir. Çalkantı esnasında görülen dalga kırılması, çarpma etkisi vb. önceden belirlenebilmesi, mühendislik uygulamalarında önemlidir. Çalkantının önceden tahmini ve kontrol edilebilmesi, güvenli mühendislik uygulamalarının hayata geçirilebilmesini sağlar. Söz konusu uygulamalar karadaki depolama tankları, sıvı kargo taşıyan deniz araçları, uzay araçları, kara araçlarının yakıt depoları gibi birçok alana hitap edebilir.

Bu tez çalışmasında, üç-boyutlu çalkantı hareketinin sayısal olarak modellenmesi üzerinde durulmuştur. Çalkantı yüklerinin önceden tahmin edilebilmesine yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Çalkantı hareketinin tanımlanmasında kullanılabilecek birçok sayısal model bulunmaktadır. Bunlar arasından seçilen yöntem “Düzgün Parçacık Hidrodinamiği” olup, serbest yüzey problemlerinde edinilmiş başarılı sonuçlar nedeniyle tercih edilmiştir. Lagrange kinematik inceleme yöntemi, dalga kırılması ve saçılma gibi, geleneksel yöntemlerin zorlandığı problemleri kolayca tanımlayabilmektedir.

Yöntem ilk olarak astrofizik alanında kendine kullanım yeri bulmuş olup, ilerleyen yıllarda hidrodinamik problemlere uyarlanmıştır. DPH yöntemi, en eski parçacık tabanlı yöntemlerden bir tanesidir. Söz konusu yöntem, özellikle son yıllarda daha yaygın kullanım alanı bulmaktadır. Yönteme getirilen yenilikler sayesinde, güvenilirliği ve kararlığı artmıştır.

Benzer problemlerin çözümünde genellikle tercih edilen yöntemler Level Set (LS) Yöntemi yada Akışkanın Hacmi Yöntemi’dir (VOF). Söz konusu yöntemlerde serbest yüzeyin tanımlanması için özel işlemler gerekmektedir. Bu da gerekli olan işlem gücünü bir hayli arttırmaktadır. DPH yönteminde herhangi bir ağ yapısı tanımlanmadığından büyük deformasyonların söz konusu olduğu problemler kolaylıkla tanımlanabilmektedir. Avantajları yanında DPH yönteminin önemli iki dezavantajı vardır. Bunlar, katı cidar yakınındaki basınç alanında görülen sayısal kirlilik ve parçacık sayısının artmasıyla büyüyen işlem gücüdür.

Bu tez çalışması kapsamında, söz konusu sayısal kirliliğin giderilerek daha doğru basınç değerlerinin elde edilebilmesi için δ-DPH denklemleri, klasik yönteme eklenmiştir. Uygun sayısal difüzyon terimlerinin süreklilik denklemine eklenmesi ile sayısal kirlilik büyük ölçüde giderilmiştir. İkinci dezavantaj olan işlem gücü gereksinimi ise, matematiksel hesaplamaların, grafik kartı yardımı ile yapılması sonucunda aşılmıştır.

Tez çalışması kapsamında, küre biçimli bir tanktaki sıvının hareketinin tanımlanmasında DPH yönteminden yararlanılmıştır. Söz konusu yönteme iki önemli önemli eklenti yapılarak, eksiklikleri giderilmeye çalışılmıştır. Kodun doğrulanması çalışmaları kapsamında, daha önce yapılmış deney sonuçlarından yararlanılmış olup, elde edilen sayısal sonuçlar deneyler ile oldukça uyumludur.

NUMERICAL MODELLING OF SLOSHING FOR SPHERICAL TANKS

SUMMARY

The physics of liquid sloshing is not well understood. The impact event, the wave breaking and propagation are important for engineers. The sloshing phenomena is still an unsolved problem for scientists, when performed with scaled models, difficult to translate prototypes. It is critical to predict and to control sloshing in order to maintain safe operations in many engineering applications, such as in-ground storage and marine transport of liquid cargo. Modelling the dynamics of a spherical structure interacting with a fluid having a free surface is addressed in this study.

In this Ph.D. thesis, numerical studies on three-dimensional sloshing have been performed. Contributions to the state of knowledge in predicting sloshing loads is the main objective of the proposed research.

The subject of the present thesis is the development of a numerical solver to study the violent interaction of fluid with rigid structures. Among the many numerical models available, the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) has been chosen as it proved appropriate in dealing with violent freesurface flows. Due to its Lagrangian and meshless character, it can naturally handle breaking waves and fragmentation that generally are not easily treated by standard methods. On the other hand, some consolidated features of meshbased methods, such as the solid boundary treatment, still remain unsolved issues in the SPH context.

It has been used in a wide variety of astrophysical applications and hydro- dynamical problems. In coastal engineering, the problems are associated with propagating waves across the nearshore region, through the breaker line, and up the beach face. This area is difficult to model due to the moving boundary at the shoreline, wave breaking, and the variation in water depth from at least intermediate water depth to extremely shallow water. The SPH method is capable of dealing with problems with free surface, deformable boundary, moving interface, especially wave propagation and solid simulation.

The SPH model, as one of the oldest Meshfree Particle Methods (MPM), is quickly approaching its mature stage. With the continuing improvements and modifications, the accuracy, stability and adaptivity of the model have reached an acceptable level for practical engineering applications.

Few numerical methods can deal with the phenomena aforementioned, due to the high deformation of the free-surface and the numerous fragmentation of the liquid. When using finite element codes, a special treatment of the free-surface is need, as for instance the Level Set (LS) technique, or the Volume of Fluid (VOF) method, increasing the numerical cost of the code. To solve these problems, meshless methods based on a Lagrangian formulation can be more effective than the grid-based methods.

Among them, the so called Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method has been used in this thesis to simulate sloshing flows. The particular characteristics of SPH when aimed at simulating incompressible fluid have been reviewed.

The principle advantages of SPH arise directly from its Lagrangian nature. A Lagrangian approach can tackle di±culties related with lack of symmetry or large voids much more e±ciently than Eulerian methods can do. There are no constraints imposed either on the geometry of the system or in how far it may evolve from the initial conditions. Since there is no mesh to distort, the method can handle large deformations in a pure Lagrangian frame. Thus, material interfaces are followed naturally, and complex constitutive behavior can be implemented simply and accurately.

In the present work, a great part of the research activity has been devoted to tackle some of the bottlenecks of the method. Firstly, an enhanced SPH model, called δ-SPH, has been proposed. In this model, a proper numerical diffusive term has been added in the continuity equation in order to remove the spurious numerical noise in the pressure field which typically affects the weakly-compressible SPH models. Concerning the solid boundary treatment, much effort has been spent to devise new techniques for handling generic body geometries with an adequate accuracy in both 2D and 3D problems. This new diffusion term is consistent and convergent all over the fluid domain and preserves the mass. The resulting numerical scheme has been called δ-SPH.

Two important aspects must be considered in a numerical method. The first one is the correct implementation of the physical governing equations and the accuracy of the mathematical algorithms. The second one is directly related to the nature of the hardware needed to execute the model. Each kind of platform (desktops, workstations, clusters. . .) used to perform numerical simulations presents its own advantages and limitations. Parallelization methods and optimization techniques are essential to perform simulations at a reasonable execution time. Therefore, in order to obtain the best performance, the code must be optimized and parallelized as much as possible according to the available hardware resources.

GPU technology can be used for problems that previously required high performance computing (HPC). Initially, GPUs were developed exclusively for graphical purposes. However, the demands of the games and multimedia market forced the rapid increase in performance that has led to parallel processors with computing power in floating-point much higher than the CPU ones. Moreover, the emergence of languages such as the Compute Unified Device Architecture (CUDA) facilitates the programming of GPUs for general purpose applications. Therefore, the GPGPU programming (General Purpose on Graphics Processing Units) has recently experienced a strong growth in all fields of scientific computing. Thus, GPU technology can accelerate numerical models reducing the computational cost. Following the release of CUDA, different SPH models have been implemented on GPUs during the last few years.

SPHysics is a Smoothed Particle Hydrodynamics code mainly developed to deal with free-surface flow phenomena. The model has been jointly developed by the Johns Hopkins University (US), the University of Vigo (Spain) and the University of Manchester (UK). The SPHysics code can simulate complex fluid dynamics, including wave breaking, dam breaks, solid objects sliding into the water, wave impact on structures, etc.

The first serial code was developed in FORTRAN, showing its reliability and robustness for 2D and 3D problems. However, the main drawback of SPH models in general and of SPHysics code in particular is their high computational cost. Implementations that exploit the parallelism capabilities of the current hardware should be developed to carry out the simulation of realistic domains at a reasonable runtime.

This Ph.D. work, is focusing on combining the code version of SPH called SPHysics with GPU and $\delta - SPH$ extensions and finding out the most suitable parameters for sloshing flows. The code has been validated comparing the numerical results with the experimental ones. The agreement is very good in terms of the evolution of the free-surface, including the breaking events and the impacts on walls. Pressures resulting from the impacts of breaking waves on walls compare qualitatively well, but some improvements are needed, especially due to the bi-phasic character of this phenomena. No multiphasic SPH code has been developed in the time of this Ph.D. thesis.

1. GİRİŞ

Çalkantı, bir kaptaki sıvının serbest yüzeyinin herhangi bir hareketi olarak tanımlanabilir. Meydana gelen çalkantı hareketi, tankın çeperlerine dinamik yükler uygulayacağından bu etkilerin tahmin edilmesi önemlidir. Çalkantı problemi, özellikle uzay mühendisliği, inşaat mühendisliği, nükleer mühendisliği ve gemi mühendisliği alanlarında çalışan matematikçilerin ve fizikçilerin ilgi alanını oluşturmaktadır. Bu alanda gerçekleştirilmiş olan en önemli çalışmalar, 2005 yılında tek bir kitapta biraraya getirilmiş ve bir başucu kitabı haline gelmiştir [1]. Konu ile ilgili olarak son 50 yıl içerisinde gerçekleştirilen çalışmalar incelendiğinde, sıvı ile dolu olan tankların dinamik davranışlarının çoğunlukla silindirik veya dikdörtgen prizma biçimli olanlar için ele alındığı açıkça görülmektedir. Bu çalışmanın konusunu oluşturan küre biçimli tanklar ile ilgili yapılan çalışmalar oldukça sınırlıdır. Çalışmanın ilk safhalarında, problemin çözümüne yönelik nasıl bir yenilik getirilebileceği araştırılmış ve çözüm için hesaplamalı akışkanlar dinamiği yardımı ile modelleme fikri ön plana çıkmıştır.

Akışkanlar mekaniğinde kinematik inceleme yöntemi için iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan ilki ve hesaplamalı akışkanlar mekaniği uygulamalarında en sık yararlanılanı Euler kinematik inceleme yöntemidir. Söz konusu yaklaşımda gözlemci, uzaydaki sabit bir noktada bulunmakta ve akışkana ait büyüklüklerin o noktada zamana bağlı olan değişimini izlemektedir. Diğeri, Lagrange kinematik inceleme yöntemidir. Bu yaklaşımda gözlem noktası, akışkan ile birlikte hareket etmektedir. Bu yaklaşımları kullanan hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemleri de Lagrange ve Euler tabanlı yöntemler olarak birbirinden ayrılmaktadırlar. Euler yaklaşımına sahip HAD yöntemleri arasında en çok bilinenleri Sonlu Farklar Yöntemi, Sonlu Elemanlar Yöntemi ve Sonlu Hacim Yöntemleridir. Bu yöntemler kullanılarak geliştirilmiş birçok ticari yazılım da mevcuttur. Bu yazılımların en sık kullanılanları ise Fluent, Flow3D, Star-CCM+, Abaqus ve Anys’dir. Lagrange yaklaşımına sahip olan yöntemler Euler tabanlı yöntemler kadar çok incelenmemiş olup halen gelişime açıktırlar. Euler yaklaşımına sahip yöntemler uzun yıllardır kullanılmakta olsalar da, bu çalışmada ele alınan problemde olduğu gibi büyük deformasyonların söz konusu olduğu hallerde çok başarılı olmamakta, yada çözümleri büyük işlem gücü ve zamanı gerektirmektedir.

Buna karşın Lagrange tabanlı yöntemler bu problemlerde oldukça iyi neticeler vermektedirler [2]. Ağdan bağımsız sayısal yöntemler, söz konusu yaklaşımla, önceden tanımlanmış olan bir ağ sistemine gerek duymadan, kısmi diferansiyel denklem takımlarının çözümlerine olanak tanırlar. Son otuz yılda, ağdan bağımsız sayısal yöntemlerin gelişimleri incelendiğinde oldukça iyi neticeler alındığı görülebilir [3-5]. Bu tez çalışması kapsamında, Lagrange yaklaşımına dayanan ağdan bağımsız bir yöntem olan Düzgün Parçacık Hidrodinamiği yardımı ile küre biçimli bir tankta meydana gelebilecek çalkantı hareketi modellenmeye çalışılmıştır. Özellikle son 25 yıl gözönüne alındığında, ağdan bağımsız yöntemlerin birçok farklı alanda uygulama bulduğu görülmektedir.

Los Alamos Laboratuvarları'nda konu ile ilgili yapılan çalışmalar neticesinde ortaya atılan iki yöntem, İşaret ve Hücre[1] ile Hücre İçerisinde Parçacık[2] Yöntemleri olmuştur [6-7]. Söz konusu çalışmalarda elde edilen formülasyonlardan, halen Navier-Stokes denklemlerinin çözümünde yararlanılmaktadır. Sonraki yıllarda gerçekleştirilen çalışmalarda, İşaret ve Hücre Yöntemi yardımı ile serbest yüzey modellemesinin tutarsız sonuçlar verdiği ortaya konmuştur [8]. Hücre İçerisinde Parçacık Yöntemi ise getirilen yenilikler sonrasında özellikle katıların mekaniğinde kendisine yer edinebilmiştir [9-10]. Bu sahada ortaya atılan bir diğer metot, Vorteks Yöntemi olmuştur. Söz konusu yöntem, silindir biçimli gövdeler etrafındaki akımın modellenmesi amacıyla kullanılmış, ancak ilk yaklaşımlarında oldukça tutarsız sonuçlar verdiği gözlenmiştir [11-12]. Sonlu Nokta Yöntemi[3] ise ağdan bağımsız bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yöntemde, Navier-Stokes denklemlerinin sayısal olarak çözümlenmesi amaçlanmış olup, hareketli en küçük kareler yaklaşımından yararlanılmaktadır [13]. Ağdan bağımsız yöntemlerden bir diğeri Saçılmış Eleman Yöntemi'dir[4]. Bu yöntem, Galerkin Denklemleri'nin oluşturulması için bir grup parçacık kümesini kullanır. Diferansiyel denklem takımları ayrıklaştırılırken, polinom fonksiyonları bu parçacık noktalarına uydurulur [14]. Söz konusu yöntem üzerine inşa edilen ağdan bağımsız bir diğer yöntem ise, Elemandan Bağımsız Galerkin Yöntemi'dir[5]. Yöntemin getirdiği yenilik, sınır koşullarının tanımlanmasında Lagrange çarpanlarından yararlanmasıdır [15].

---

[1] MAC : Marker and Cell
[2] PIC : Particle in Cell
[3] FPS : Finite Point-Set Method
[4] DEM : Diffuse Element Method
[5] EFGM : Element-Free Galerkin Method

Ağdan bağımsız diğer önemli yöntemler, h-p Bulutları Yöntemi, Doğal Eleman Yöntemi, Yersel Sınır İntegrali Denklemi Yöntemi ve Ağdan Bağımsız Sonlu Elemanlar Yöntemi olabilir [16-19]. Söz konusu yöntemler ve kullanıldıkları çeşitli çalışmalar Çizelge 1.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 1.1 : Literatürde en sık karşılaşılan parçacık yöntemleri.

Yöntem	Referans	Yaklaşım Metodu	KDD Formu
Düzgün Parçacık Hidrodinamiği	Gingold ve Monaghan 1977; Lucy 1977.	İntegral Gösterimi	Güçlü Form
Genelleştirilmiş Sonlu Farklar	Liszka ve Orkisz,1980	Sonlu Farklar Gösterimi	Güçlü Form
Yayılmış Eleman	Nayroles ve diğ.,1992	Hareketli En Küçük Kareler, Galerkin	Zayıf Form
Türetilen Kernel Parçacık	Liu ve diğ.,1993	İntegral Gösterimi,Galerkin	Zayıf Form
Elemandan Bağımsız Galerkin	Belytschko ve diğ.,1994	Hareketli En Küçük Kareler, Galerkin	Zayıf Form
Hareketli Parçacık	Koshizuka ve diğ.,1995	İntegral Gösterimi	Güçlü Form
h-p Bulut	Duarte ve Oden,1996	Hareketli En Küçük Kareler, Birliğin Parçalanışı	Zayıf Form

Tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen literatür taraması aşamasında, özellikle serbest yüzey problemlerine uygulanacak en iyi seçimin, "*Düzgün Parçacık Hidrodinamiği*" yöntemi olduğu ortaya çıkmıştır. Yukarıda bahsi geçen yöntemler ile karşılaştırıldığında, DPH Yöntemi'ne ait denklemlerin sayısal modellemeye daha uygun olduğu görülür. Bu durum, yöntemin sadeliğinden ve bir o kadar güçlü olmasından kaynaklanır. Özellikle çalkantı problemi göz önüne alındığında, yöntemin en büyük avantajı, kompleks serbest yüzey hareketlerinin tanımlanması için özel bir çabaya ihtiyaç duymamasıdır. Bunun nedeni ise, yöntemin Lagrange tabanlı olmasıdır. Bu özellik, yöntemin doğrusal olmayan problemlere uygulanabilirliğini arttırmaktadır.

Düzgün Parçacık Hidrodinamiği Yöntemi, hesaplamalı akışkanlar dinamiği alanında yararlanılan ağdan bağımsız Lagrange tabanlı bir tekniktir. Bu yöntem ilk olarak, astrofizik alanındaki problemlere ışık tutulması amacıyla iki farklı araştırma grubu tarafından eş zamanlı olarak geliştirilmiştir [20-21]. Konu üzerinde en uzun soluklu araştırmayı da bu gruplardan biri olan Monaghan'ın grubu gerçekleştirmiş ve tekniğin ilerlemesine büyük katkıları olmuştur. Söz konusu çalışma grubu, Avustralya'da yeralan Monash Üniversitesi'nde, konu ile ilgili incelemelerine devam etmektedir.

Kaynaklar kısmında bu grubun, tekniğin gelişmesi aşamasında ortaya koydukları yayınlar kronolojik olarak gösterilmiştir [22-43]. DPH Yöntemi'ni serbest yüzeyli akımların simülasyon çalışmalarında ilk kullanan Monaghan olmuştur [11]. Sonraki yıllarda farklı araştırmacılar, tekniğin gelişmesi adına birçok eklenti yapmışlardır. Bu tez çalışmasının konusu olan serbest yüzey problemleri, endüstriyel alanda oldukça ilgi görmektedir. DPH Yöntemi'nin bu sahaya uygulandığı çalışmalar incelendiğinde, oldukça tatminkar sonuçların elde edilebildiği görülmektedir. Dalrymple ve Rogers, çalışmalarında yapay bir sahile vuran dalgaları ve alt parçacık ölçeğinde türbülansı bu yöntem yardımıyla sayısal olarak modellemişlerdir [44]. Bu çalışmayı takiben, Colagrossi ve Landrini de benzer tatminkar sonuçları kendi çalışmalarında elde etmişlerdir [45]. Daha güncel bir çalışmada, bir tankın hareketine bağlı olarak, içerisinde depolanan sıvı bu yöntem yardımı ile tariflenmiştir [46]. Yöntemin serbest yüzey problemlerine uygulanmasına dair bir diğer örnek, heyelan sonucu meydana gelebilecek dalgaların, sayısal olarak modellenmesi üzerinedir [47]. Bu alanda yapılan çalışmaların en güncellerinden bir tanesi, baraj yıkılması neticesinde oluşacak su hareketinin sayısal olarak modellenmesine aittir [48]. Yukarıda, tekniğin serbest yüzeyli akış problemlerine uygulandığı çalışmalardan örnekler verilmiş olup, söz konusu yöntem halen gelişme sürecindedir. Yönteme yapılan iyileştirme çalışmaları incelendiğinde, en tutarlı sonuçlara, Riemann Çözücü'lerinin yönteme eklenmesi ile ulaşıldığı açıkça görülür. Riemann Problemi'nden ve çözücülerden, tez çalışmasının ilgili kısmında bahsedilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan küredeki çalkantı hareketi, doğası gereği iki boyutlu olarak incelenemeyecek bir problemdir. Üç boyutlu analiz söz konusu olduğunda ise, gereken işlem gücü oldukça artmaktadır. Literatür araştırmasında incelenen yayınlarda, simülasyonlarda kullanılan parçacık sayısının, sonuçların tutarlılığını doğrusal olarak etkilediği de görülmüştür. Bu iki nedenden dolayı işlem gücü gereksiniminin artması kaçınılmaz olmaktadır.

Yöntemin, küredeki çalkantı sonucu, tank çeperinde oluşacak basınçların tahmininde kullanılması doktora çalışması ruhuna uygun bir seçimdir. Bu noktada önemli olan, çalışma neticesinde elle tutulur ve mümkün olan en güvenilir sonuçlara ulaşılmasıdır. Bu amaçla, yöntemin nasıl daha da etkin kullanılabileceği sorusuna cevap aranmıştır.

Özellikle son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde, hesaplamalı akışkanlar dinamiği alanına getirilen en büyük yeniliğin, çözüm aşamasında matematik işlemci yerine grafik işlemcilerin kullanılmaya başlaması olduğu görülür.

Literatür araştırması kapsamında, hesaplamalı akışkanlar dinamiği hesaplamaları alanında çalışmalar yapan, saygın üniversitelerin konuya bakış açıları ve getirdikleri yenilikler incelenmiş ve grafik işlemcilerin kullanımı göze çarpmıştır. Son yıllarda bilgisayar uygulamalarındaki gelişmeler, çoğunlukla oyun ve sinemadaki görsel efektler üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu da beraberinde, daha güçlü işlem kabiliyetine sahip, grafik kartlarının geliştirilmesini getirmiştir. Bilgisayarın ana bileşenlerinden olan merkezi işlem ünitesi ile grafik işlem ünitesi arasındaki temel fark, bir simülasyonun çözüm adımları ile açıklanabilir. Merkezi işlem ünitesi ile çözüm gerçekleştirilirken, bir döngünün başlaması için bir öncekinin bitmesini beklemek yada paralel çalışan birden çok işlemciye sahip, gelişmiş bilgisayarlar kullanmak gerekir. Grafik işlem ünitesi ise, tek olmasına karşın paralel işlem yapmaya izin verir. Bu özellik, kişisel bilgisayarlar yardımı ile daha karmaşık problemlerin sayısal olarak modellenebilmesine imkan verir. Bu çalışma kapsamında, NVIDIA firması tarafından geliştirilmiş ve grafik işlemcilerin farklı problemlere uygun biçimde programlanabilmesine olanak tanıyan, CUDA[6] isimli yazılım geliştirme platformundan yararlanılmıştır [49-50]. Söz konusu platform, C++ tabanlı olup, yazılımsal olarak grafik ünitesine erişilmesine olanak tanımaktadır. Çalışmada yararlanılan bir diğer platform ise SPHysics olmuştur. Söz konusu programlama platformu, SPHERIC[7] isimli bir çalışma grubunun çabaları ile ortaya çıkmıştır. Bu grubun başını John Hopkins, Manchester ve Vigo Üniversitesi'ndeki araştırmacılar çekmektedir. DPH yöntemine ait formüller, açık kaynaklı bir FORTRAN kodunda toplanmış ve araştırmacıların hizmetine sunulmuştur. Söz konusu platform açık kaynak kodlu olduğundan, kendi problemimize uygun eklemeleri yapmamıza izin vermiştir. Bu platform ile ilgili detaylı bilgiye kaynaklar kısmındaki linkten erişilebilir [51].

---

[6] CUDA : Compute Unified Device Architecture
[7] SPHERIC : SPH European Research Interest Community

Bu tez çalışmasının amacı, küre biçimli tanklarda meydana gelebilecek çalkantı hareketi neticesinde, tank çeperinin maruz kalacağı etkilerin sayısal model yardımı ile ortaya konabilmesidir. Bu amaçla, Düzgün Parçacık Hidrodinamiği Teorisi'nden yararlanılmıştır. Sayısal modellemenin avantajları, çözüme daha kısa sürede ve ekonomik olarak ulaşılabilmesi, tankın istenilen her noktasında basınç değişimlerinin izlenebilmesi ve bu çözümün çok küçük adım aralıklarında dahi görselleştirilebilmesi olarak sıralanabilir. Çalışma kapsamında öncelikle, çalkantı ve DPH temel kavramlarına değinilmiştir. Yöntem, daha önce gerçekleştirilmiş deneysel çalışmalara uygulanmış ve seçilecek parametrelerin büyüklüklerinin ne olması gerektiği araştırılmıştır.

En son adımda ise, NASA tarafından küre biçimli bir tank için gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmanın sonuçları, oluşturulan sayısal model ile karşılaştırılmış ve sonuçları yorumlanmıştır.

2. ÇALKANTI

2.1 Giriş

Bir kap içerisinde tutulan sıvının serbest yüzeyinin herhangi bir hareketi “çalkantı” olarak adlandırılır. Kısmen dolu sıvı yüklü tankların maruz kalacağı herhangi bir dış kuvvet, çalkantı hareketine sebep olabilir. Tankın şekline ve uygulanan dış kuvvete bağlı olarak meydana gelen çalkantı hareketi, düzlemsel, düzlemsel olmayan, rotasyonel, simetrik, asimetrik veya kaotik bir yapıda olabilir. Sıvı çalkantısı problemi, hidrodinamik basınç dağılımlarının, kuvvetlerin, momentlerin ve sıvı serbest yüzeyinin doğal frekanslarının tahminini gerektirir. Sözü edilen parametreler, yükün taşındığı tankın dinamik stabilitesi ve performansı üzerinde direkt olarak etkilidirler. Tank içerisindeki sıvının hareketi, sonsuz sayıda doğal frekansa sahiptir. Ancak, bunlardan en önemli olanları, en küçük moddaki birkaçıdır. Çalkantı dinamiği problemlerinde, analitik çözümler, birkaç farklı geometrik biçimdeki tank için geliştirilmiş olanlarla sınırlıdır. NASA’nın uzay programı kapsamında gerçekleştirdiği çalışmalar dışında, tez çalışmasının ana konusu olan küre biçimli tanklarla ilgili detaylı bir çalışma bulunmamaktadır.

2.2 Literatür İncelemesi

Çalkantı problemi, uzun yıllar boyunca pekçok bilim insanı için çalışma alanı olmuştur. Lamb, 1879 tarihli çok bilinen eserinde, çalkantıyı teorik olarak incelemiştir [52]. Konu ile ilgili kaynaklar incelendiğinde, en eski tarihli çalışmanın Euler tarafından 1761 yılında gerçekleştirildiği görülmektedir [53]. Bu alandaki en büyük ve hızlı ilerlemeler ise, 2. Dünya Savaşı sonrasında gerçekleştirilen uzay çalışmalarında gözlenmiştir. 1966 yılında NASA tarafından yayınlanan bir rapor, halen konu ile ilgili yapılan çalışmalarda kaynak olarak gösterilmektedir [54].

Çalkantı problemi, akademik çevrelerde özellikle son 50 yılda yoğun ilgi görmüştür. Bu problemin çözümünü amaçlayan ilk yaklaşımlar, eşdeğer mekanik modeller yardımıyla olmuştur [55-56]. Sözü edilen yaklaşım, kısa zamanda çözüm gerektiren ve çok hassas olmayan sonuçların yeterli olduğu durumlarda kullanıma uygundur.

Sıvı çalkantısı fenomenine getirilen bir diğer yaklaşım, doğrusal olmayan serbest yüzey probleminin, Navier-Stokes denklemleri ile sayısal olarak çözümüdür. Bu yaklaşıma ait farklı teknikler, hesaplamalı akışkanlar dinamiği başlığı altında toplanabilir. Frandsen, 2004 tarihli çalışmasında doğrusal olmayan potansiyel akım problemini, 2 boyutlu bir tank için sonlu farklar yöntemi yardımıyla incelemiştir [57]. Çelebi ve Akyıldız, 2002 tarihli çalışmalarında serbest yüzey hareketlerinin izlenmesi amacıyla bir sonlu farklar yaklaşımı olan akışkanın hacmi (VOF) tekniğinden yararlanmışlardır [58].

Doğrusal olmayan dalgalar ile yapı-dalga etkileşimi konuları işin içine dahil olduklarında, sayısal teknikler yardımı ile sonuca ulaşmak bir hayli zorlaşmaktadır. Gerçekleştirilmesi düşünülen bir sayısal model çalışmasındaki ilk adım, fiziksel bir problemin sayısal modele aktarılması olmaktadır. Çoğu bilimsel makalede görülebileceği üzere, serbest yüzey akımlarının modellenmesi, Navier-Stokes denklemlerinin Euler tabanlı yaklaşımlar yardımıyla çözümünü içermektedir. Euler tabanlı bir yaklaşımda, uzayda sabitlenmiş bir çözüm ağından bahsedilir. Euler tabanlı çözüm için yukarıda bahsedilen VOF tekniği ile MAC (Marker and Cell) yöntemi oldukça kararlı çözüm araçları olarak ön plana çıkmaktadırlar. Söz konusu yöntemlerin çalkantı problemine uygulanmasına örnek olarak Popov, Armanio, Zhong ve Sames'in çalışmaları gösterilebilir [59-63].

Tang, 1994 tarihli çalışmasında iki farklı özellikte sıvı ihtiva eden bir tankın, sismik yükler altındaki davranışlarını incelemiştir [64]. Söz konusu çalışmada, analitik ve sayısal yaklaşımlar birarada kullanılmıştır. Yao, 1994 tarihli çalışmasında, dar bir tanktaki dalga hareketini üç boyutlu olarak incelemiştir [65].

Grundelius, 2000 tarihli çalışmasında, sıvı içeren bir karton kutunun, paketleme makinaları arasında ilerlemesi esnasında, çalkantı nedeniyle oluşabilecek problemleri incelemiştir [66]. Üzeri açık olan ve sıvı ihtiva eden bir depolama ünitesi, içerisindeki sıvının özelliklerine bağlı olarak paketleme ünitesi boyunca ivmelenmelidir. Yukarıda sözü edilen çalışmada, paketin ilerleyebilmesi için, sistemin kendi kendine karar verme yetisi arttırılmaya çalışılmıştır.

Kim, 1995 tarihli çalışmasında, kısmen dolu olan dikdörtgen biçimli bir tankın, iki ve üç boyutlu tepkilerini, yatay ve düşey yükler altında ortaya koyabilmek için analitik bir yaklaşım geliştirmiştir [67].

Çalkantı esnasında meydana gelen dalga yükleri göz önüne alındığında, bu yüklerin yapıya olan etkisini deneysel bir çalışma ile ilk inceleyen kişi ise Bagnold olmuştur

[68]. Söz konusu çalışma neticesinde, tankta meydana gelecek maksimum basınç değerinin tahmin edilebilmesi amacıyla bir formül elde edilmiştir.

Çalkantı problemi ile ilgili önemli bir diğer deneysel çalışma, Akyıldız ve Ünal tarafından 2005 tarihinde gerçekleştirilmiştir [69].

Çalkantının, bir aracın stabilitesine olan etkisi de, başka bir deneysel çalışma ile incelenmiştir [70]. Bu çalışmada, 6 serbestlik derecesi göz önünde bulundurularak aracın hareketine olan etkiler değerlendirilmiştir. Çok katlı binalar söz konusu olduğunda, yapıda meydana gelebilecek titreşimleri sönümlemesi için, içi sıvı ile dolu olan yapılar tasarlanmaktadır. Bu yapılar, "Ayarlanmış Sıvı Sönümleyici" olarak adlandırılırlar. Konu ile ilgili gerçekleştirilmiş olan önemli birçok çalışma mevcuttur [71-73].

Yukarıda verilen örneklerde de görüleceği üzere, çalkantı problemi birçok farklı disiplini ilgilendiren bir problem olarak öne çıkmaktadır. Küre üzerine yapılan çalışmalar ise, farklı geometrideki tanklara nazaran yok denecek kadar azdır. Mevcut çalışmaların çoğu, NASA'nın uzay programı kapsamında, yakıt tanklarının yerçekimsiz ortamdaki davranışları ile ilgili gerçekleştirdiklerinden ibarettir.

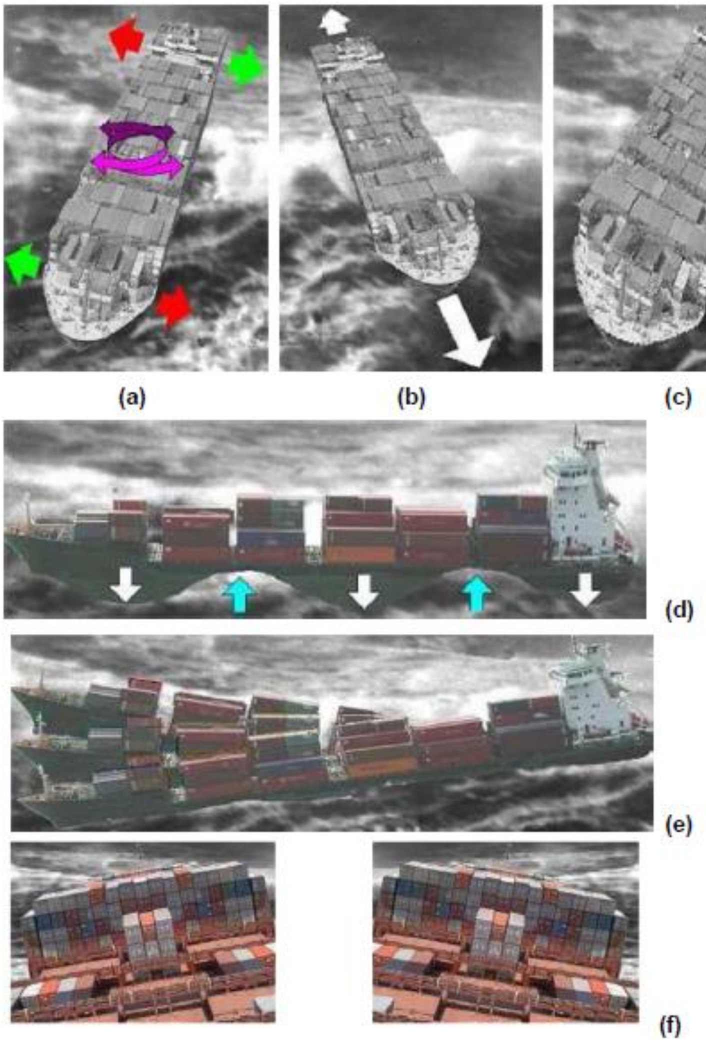
2.3 Çalkantı Probleminin Etki Alanları

Çalkantı, sıvı ihtiva eden herhangi bir yapı için gözönünde bulundurulması gereken bir etkidir. Bir hava taşıtının yakıt deposu ele alındığında, oluşabilecek çalkantı hareketi, aracın dinamik stabilitesi üzerinde etkili olacaktır. Benzer şekilde, sıvı yüklü bir deniz taşıtı için de çalkantı hareketi, yüzme stabilitesi üzerine etkili olacaktır. Büyük ölçekte düşünüldüğünde ise, bir gölde yada okyanus ölçeğinde de çalkantı hareketi etkisi gözlenebilir. Yüksek katlı binalar da çalkantı hareketinden etkilenebilirler. Çalkantının hidrodinamiği çok karmaşıktır. Konunun anlaşılabilirliği, hesaplamalı akışkanlar dinamiği ile deneysel çalışmanın beraber kullanımı ile arttırılabilir. Özellikle tank dizaynı söz konusu olduğunda, deneysel çalışmalar ön plana çıkmaktadır. Ancak, modelden elde edilen çarpma basınçlarının prototipe çevrilmesi, tam olarak anlaşılabilmiş değildir [74]. Bu başlık altında, söz konusu problemden en çok etkilenen başlıca alanlar üzerinde durulmuştur.

2.3.1 Gemi tankları

Denizlerde seyahat etmekte olan ve farklı modellerde sıvı depolama tankına sahip birçok gemi vardır. Taşınan sıvı ham petrol, sıvılaştırılmış doğal gaz, su yada kostik soda olabilir.

Tankın maruz kalacağı hidrodinamik yükler, içerisindeki sıvının yoğunluğu ile orantılı olmaktadır. Tam olarak sıvı ile dolu olsa bile, geminin hareketleri neticesinde, sıvının da hareket etmesi söz konusu olacaktır. Geminin yolculuk esnasında maruz kalabileceği altı farklı hareket, Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : Deniz üzerindeki bir geminin hareketleri.

Bu hareketler, doğrusal ve rotasyonel olarak iki ana grupta toplanabilirler. (Çizelge 2.1)

Çizelge 2.1 : Gemi hareketlerinin sınıflandırılması.

Doğrusal Hareketler	*Rotasyonel Hareketler*
(b) Öteleme	(a) Yalpa
(c) İleri gitme	(e) Dalıp çıkma
(d) Dönme	(f) Baş kıç vurma

Ham petrol taşıyan tankerler, yük taşıma kapasitelerine göre farklı isimler alırlar. Bu sınıflandırma, aşağıda verilen Çizelge 2.2'de gösterilmiştir.Yük taşıma kapasitesi, bir geminin güvenli şekilde taşıyabileceği yük miktarını ifade eden bir kavramdır.

Çizelge 2.2 : Gemi büyüklüklerinin sınıflandırılması.

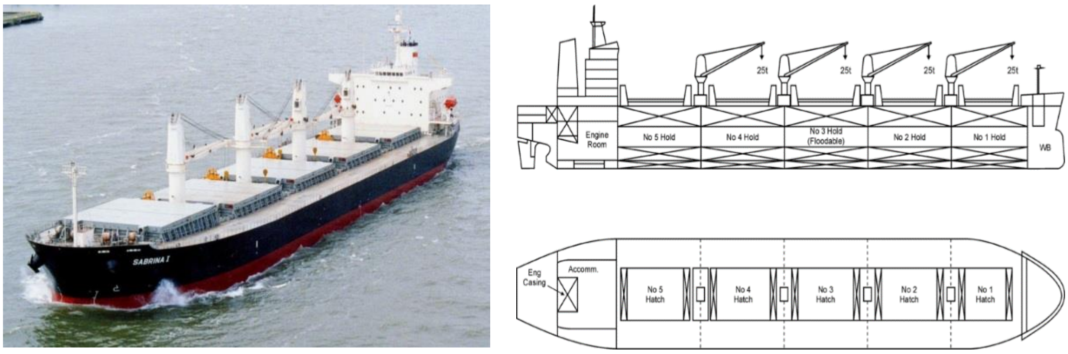
Yük Taşıma kapasitesi (DWT)	**Sınıf Adı**
55000 – 75000	Panamax
75000 – 120000	Aframax
120000 – 200000	Suezmax
200000 – 320000	VLCC
> 320000	ULCC

Günümüzde Suezmax ve Aframax sınıfındaki tankerlerde yaygın olarak kullanılan tank dizaynları Şekil 2.2'de gösterilmiştir.

Şekil 2.2 : Çift cidarlı tanker tasarımı.

Tanker sahipleri, kargo tanklarının içerisinde yapısal eleman olmasını istememektedirler. Bunun nedeni, temizlik ile ilgili yaşanan problemlerdir. Buna karşın, geniş ve iç elemana sahip olmayan bir tankerin, çalkantıya maruz kalma ihtimali artmaktadır. Günümüzde özellikle VLCC tipi tankerler ya tam dolu yada tam boş olarak seyahat ettiklerinden, çalkantı probleminden en az şekilde etkilenmektedirler. Çalkantıya maruz kalabilecek bir diğer tip gemi, dökme yük gemileridir. Dökme yük, paketlenmemiş hububat, cevher yada çimento olabilir.

Dünyada seyahat eden gemilerin %40’ını bu gemiler oluşturmaktadır. Sözü edilen dökme yük gemisine ait bir örnek, Şekil 2.3’de gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Dökme yük gemisi ve tank tasarımı.

Bu tip gemilere ait tanklar geniştirler ve içlerinde harekete engel olacak yapısal bir eleman yeralmaz. Bu nedenle, özellikle geminin dönme hareketi sonucunda, çalkantı hareketine maruz kalmaları muhtemeldir. Bir diğer tip gemi ise, sıvılaştırılmış gaz taşıyandır. Sıvılaştırılmış gaz, LNG yada LPG formunda olabilir. LNG, doğal halde bulunan metan gazının sıvılaştırılmış halini, LPG ise, bütan yada propan gazının sıvılaştırılmış halini ifade eder. Gazın sıvılaştırılarak taşınmasının nedeni, alan kaplayan hacmin azaltılmasıdır. Sıvılaştılmış olan gaz, 600 kat daha az hacme ihtiyaç duyar. LPG taşıyıcıya bir örnek, Şekil 2.4’de gösterilmektedir.

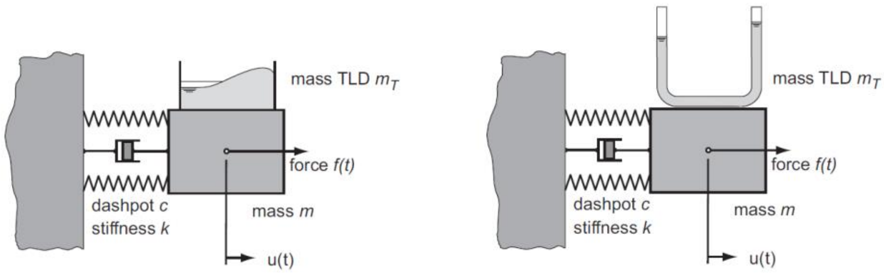
Şekil 2.4 : LPG Gemisi.

LNG taşıyan gemiler söz konusu olduğunda, çalkantı etkisi, üzerinde daha çok durulması gereken bir problem olmaktadır. Bunun nedenleri olarak, -162 ^{o}C gibi düşük bir sıcaklıkta soğutulmuş tanktaki, yapısal herhangi bir problemin, çok ciddi hasarlara neden olabilecek olması (ısı şoku), kompleks tank dizaynı nedeniyle onarım maliyetlerinin çok yüksek olması ve yüksek patlayıcı özellikteki muhteva olarak sayılabilir. MOSS tipi bir LNG tankı, Şekil 2.5’de gösterilmektedir.

Şekil 2.5 : MOSS tipi tankı olan gemi.

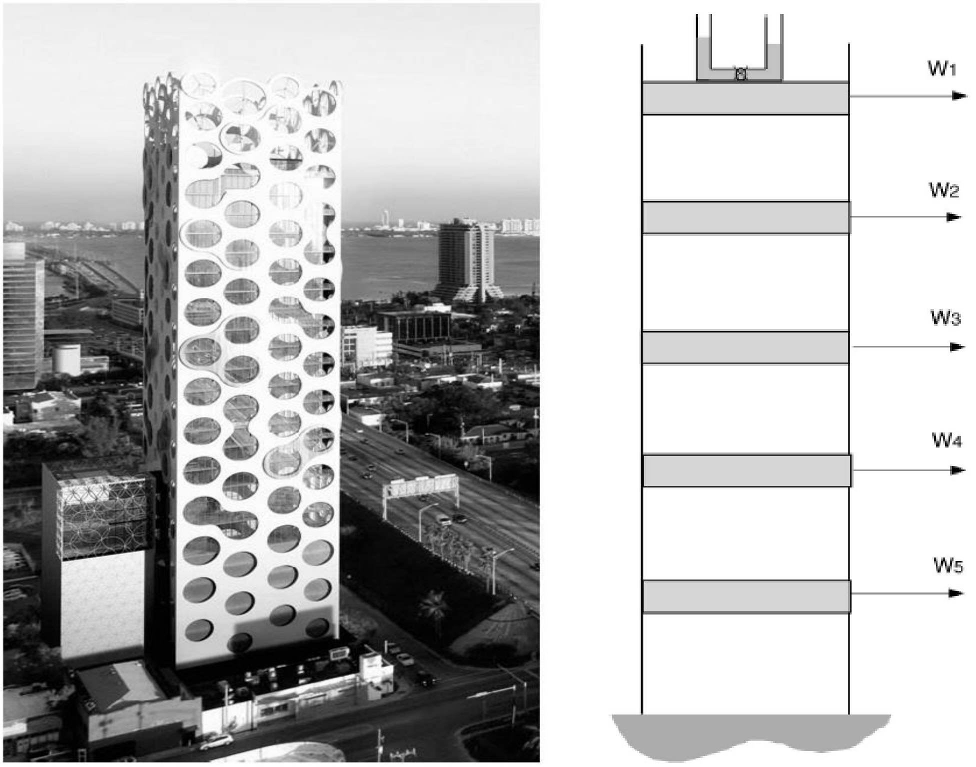
2.3.2 Ayarlanmış sıvı sönümleyiciler

Çok yüksek binalar, özellikle rüzgar ve deprem etkisi altında salınırlar. Rüzgar kaynaklı temel problem, binanın özellikle üst katlarında yaşayan insanların yaşayacağı rahatsızlıktır. TLD'ler, bu etkileri sönümleyebilecek aletlerden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Akışkanın kütlesi ile ifade edilen hareketli ikinci bir kütle, yapının ana kütlesine ek olarak tanımlanır. Akışkandaki viskoz kuvvetler yardımı ile enerji sönümlenir. Yapıya yerleştirilmiş sıvı dolu dikdörtgen biçimli bir deponun, yatay hareketi sonucu çalkantı meydana gelir. U-şekilli bir depo söz konusu olduğunda, yatay hareket sonucu, tüpteki sıvı salınıma başlar. Bahsi geçen sönümleyiciler Şekil 2.6'da gösterilmiştir.



Şekil 2.6 : Dikdörtgen ve U-biçimli sönümleyiciler.

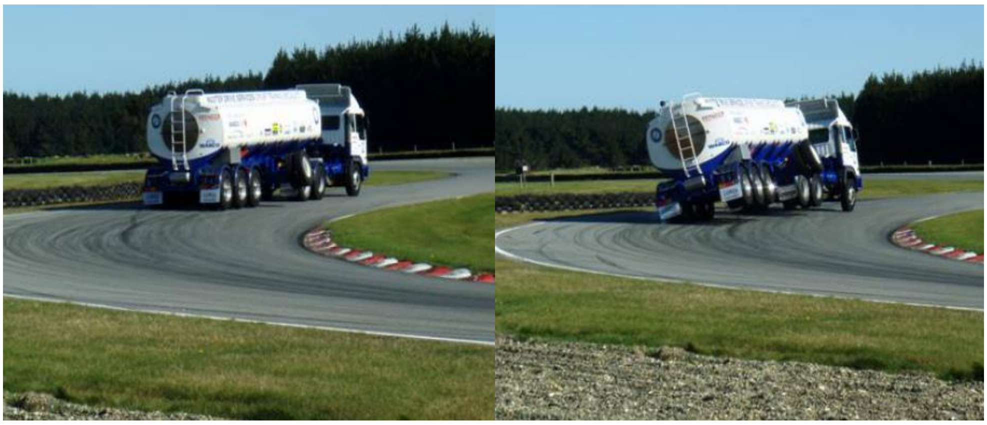
Sönümleyicilerin doğrusal olmayan davranışlarını tanımlayabilecek basit bir yaklaşım mevcut olmadığından, tasarım aşamalarında izlenecek herhangi bir yönetmelik bulunmamaktadır. Günümüzde, ayarlanmış sıvı sönümleyiciler, yüksek binalarda rüzgardan kaynaklanan titreşimlerin sönümlenmesinde kullanılmaktadırlar. Çok katlı bir binada yeralan sönümleyicinin konumu, Şekil 2.7'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Çok katlı bir yapıda yeralan sönümleyici.

2.3.3 Kara taşımacılığı

Romero, 2005 tarihli çalışmasında, sıvı yük taşıyan kara taşıtı kazalarının %4'ünün çalkantı hareketi sonucu meydana geldiğini ortaya koymuştur [75]. Özellikle viraj alırken meydana gelebilecek çalkantı neticesinde, aracın otoyolda şerit değiştirmeye zorlanması olasılığı yüksektir. Bunun haricinde, aracın durmasını gerektiren ani bir fren esnasında da tankta çalkantı hareketi meydana gelebilir. Doluluk oranı az olan bir tanka sahip aracın ani durması esnasında oluşacak dalga, tanka çarparak aracı dalga yönünde itecektir. Aynı etki, sıvı yüklü tanka sahip trenler için de geçerlidir. Bogomaz, 2004 tarihinde, sadece bu konuya odaklanan bir kitap yazmıştır [76]. Sıvı yüklü bir tankerin virajdaki davranışı Şekil 2.8'de gösterilmiştir.



Şekil 2.8 : Virajlı yolda sıvı yüklü tankere çalkantı etkisi .

2.3.4 Karada yeralan tanklar

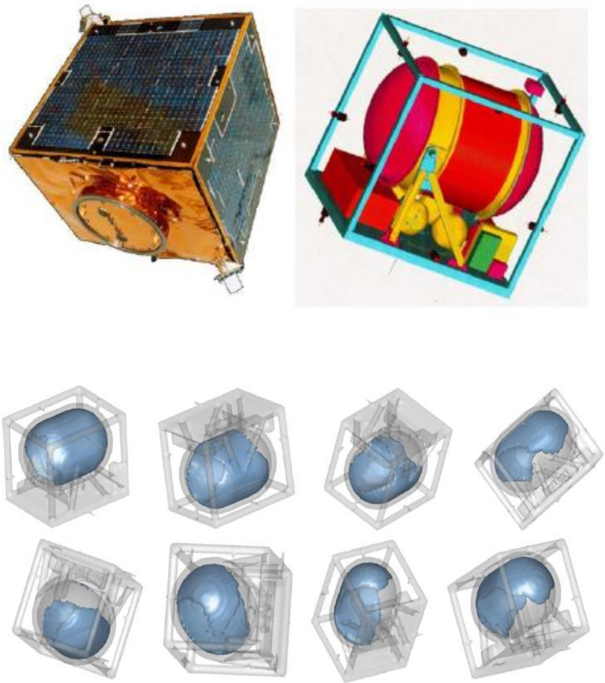
Karada yeralan sıvı depolama tanklarının tasarımında, deprem sonucu meydana gelebilecek çalkantı da hesaba katılmalıdır. Bu tanklara örnek olarak, petrol ve yüksek su depoları gösterilebilir. Tokachi'de 2003 yılında meydana gelen ve büyük genlikli yer hareketine sebep olan deprem sonrasında, depolama tanklarında çalkantı hareketinden kaynaklanan bir yangın başlamıştır. Sıvı depolama tanklarındaki hasar Şekil 2.9'da gösterilmektedir.

Şekil 2.9 : Depolama tanklarında deprem sonrası oluşan hasar.

Hatayama, 2008 tarihli çalışmasında, Tokachi depreminde hasar gören yedi adet tanktaki çalkantı etkisini tanımlamıştır [77]. Çalışmanın sonucunda, en büyük zararın tanklardaki doğal çalkantı periyodunun 5 – 12 s arasında olduğu durumlarda gözlendiğini ortaya koymuştur.

2.3.5 Uzay çalışmaları

Uzay araçlarının fırlatılmadan önce sahip oldukları ağırlığın büyük bir kısmını, taşıdıkları yakıtın ağırlığı oluşturmaktadır. Burada üzerinde durulması gereken, etkin çalkantı frekansının, sistemin frekansına yakın olup olmamasıdır. Bu durum, rokette dinamik tutarsızlıklara neden olabilir. Konuyla ilgili iki önemli çalışma, NASA tarafından gerçekleştirilmiştir [54,78]. Uzay aracının yörüngeye girerken maruz kaldığı yerçekimsiz ortam, yakıt tanklarındaki çalkantı üzerinde etkili olmaktadır. Uzay araçları, güneş panellerini etkin kullanabilmek adına spin atarak turlamaktadırlar. Bu durum, yakıt tanklarını da etkilemektedir. Tanklarda meydana gelen çalkantı hareketi ise aracın hareketini etkiler. Şekil 2.10'da, bir uydu için gerçekleştirilmiş olan çalkantı dinamiği çalışması gösterilmiştir.



Şekil 2.10 : Flevo uydusu ve sıvı yakıt tankının modellenmesi.

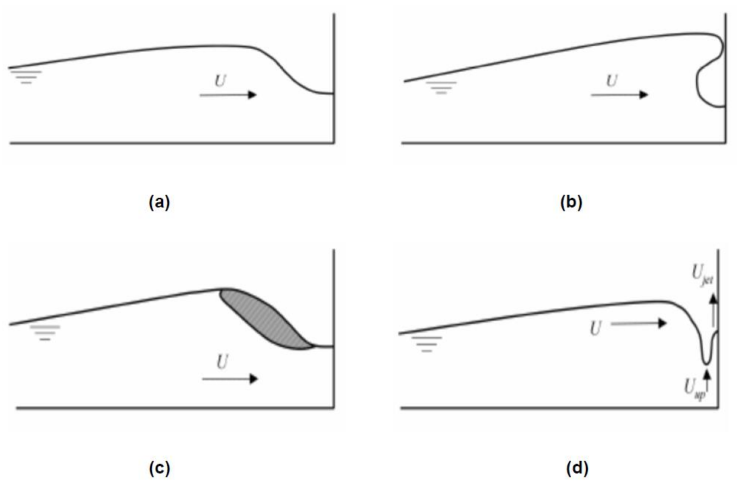
2.4 Çalkantı Davranışının Sınıflandırılması

Çalkantı davranışı tankın doluluk oranına, meydana getirdiği etkinin tipine yada tankın içerisindeki sıvıya göre sınıflandırılabilir. Olsen, 1976 tarihli çalışmasında, çalkantıyı uyarıcı kuvvetin yönüne göre sınıflandırmıştır [79]. Bu sınıflandırmayı maddeler halinde sıralayacak olursak ;

- *Yanal Çalkantı :* En önemli tipteki çalkantı davranışı olup tankın açısal hareketlerinden kaynaklanır.
- *Rotasyonel Çalkantı :* Tankın geometrisine bağlı üç boyutlu bir hadisedir.

- *Dikey Çalkantı* : Duran dalgaların sebep olduğu bir hadisedir. Gemi tanklarında gözlenme ihtimali düşüktür.

Sınıflandırmaya esas bir diğer yaklaşım, etkinin tipine göre olandır. Şekil 2.11’de, dört farklı etki tipi gösterilmiştir.

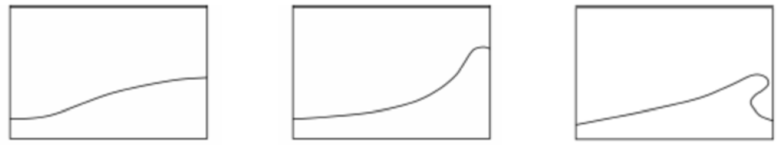


Şekil 2.11 : Çalkantının etki tiplerine göre sınıflandırılması.

Yukarıdaki şekilde, (a) maddesinde gösterilen durum dik dalga etkisi olarak tanımlanır. Bu durumda belirgin bir dalga önyüzü mevcut olup meydana gelen etki gaz fazı içermez. Yine yukarıdaki şekilde (b) maddesinde gösterilen durum, kırılan dalga etkisi olarak adlandırılır. Bu etkide şekilde de görüldüğü üzere bir gaz cebi oluşur. Yukarıdaki şekilde (c) maddesinde, havalandırılmış dalga etkisi görülmektedir. Şekildeki koyu bölge, gaz+sıvı karışımını temsil etmektedir. Bunun sonucunda büyük çarpma basınçları meydana gelebilir.

Son maddede yeralan şekil, yine bir dalga kırılmasını göstermekte olup farkı, bir gaz cebinin meydana gelmemesidir. Bu etki, en büyük yıkıcı güce sahip olandır. Malenica, 2009 tarihli çalışmasında, bu etkinin en büyük yersel basınçları meydana getirdiğini ortaya koymuştur [80].

Bir diğer sınıflandırma, akışkanın hareketine bağlı olandır. Akışkan hareketine bağlı olan üç farklı durum, Şekil 2.12’de gösterilmiştir.



(a) (b) (c)

Şekil 2.12 : Çalkantının akışkan hareketine bağlı olarak sınıflandırılması.

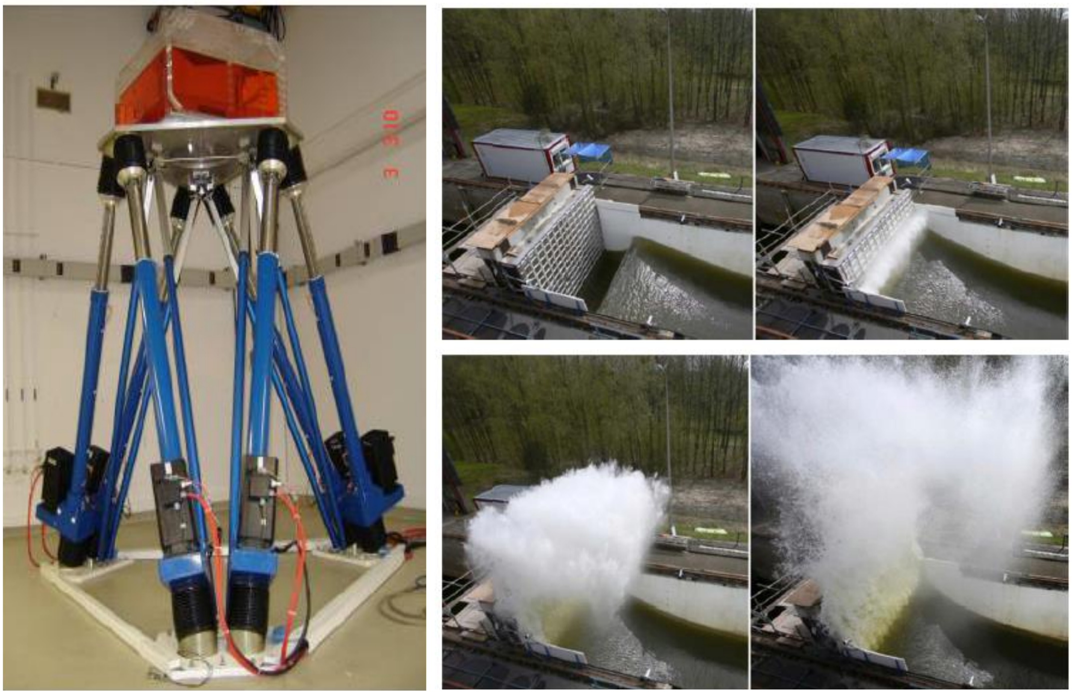
Pilipchuck ve Ibrahim, 1997 tarihli çalışmalarında, çalkantıyı yukarıdaki şekilde de gösterildiği üzere üç farklı durumda sınıflandırmışlardır [81]. Yukarıdaki şekilde (a) maddesinde gösterildiği gibi sıvı serbest yüzeyi düzlemsel olduğunda çalkantı davranışı doğrusal denklemler yardımı ile tanımlanabilir. Hareketin genliği arttığında yada dış etkinin frekansı rezonans haline yaklaştığında ise zayıf bir doğrusal olmayan hal söz konusu olur. Bu durum (b) maddesine karşı gelmektedir. Bu halde doğrusallık kabulü artık geçerliliğini yitirmekte ve yüksek mertebe matematiksel modellere ihtiyaç duyulmaktadır [1,82]. Yukarıdaki şekilde (c) maddesinde gösterilen durumda ise, akışkan hızında ani değişimler ve gezen dalga oluşumu söz konusudur. Bu tip bir durumda dönen dalgalar ve gaz fazı söz konusu olduğundan, tanımlanması karmaşıktır. Tanımlanması için kapalı formda matematik modeller ve sayısal simülasyon çalışması gereklidir.

2.5 Çalkantı Analiz Yöntemleri

Çalkantı davranışı deneysel, teorik ve sayısal yöntemlerden biri yardımı ile tanımlanabilir. Herbir yöntemin kendine göre avantajları ve dezavantajları söz konusudur.

2.5.1 Deneysel yöntem

Model testleri, konu ile ilgili yapılan çalışmalarda önemini devam ettirmekle birlikte, önemli sınıflandırma kurumları tarafından farklı tipteki tankların sınanması için yararlanılmaktadırlar. Yapılan model testlerinde tercih edilen ölçek, 1/25 ile 1/70 arasında değişmektedir. Jeon, 2008 tarihli çalışmasında, 1/25 ile 1/50 arasındaki ölçeklerin uygun olduğunu, 1/100 ölçeğin ise çok küçük olduğunu ortaya koymuştur [83]. Bir sonraki sayfada yeralan Şekil 2.13'de, küçük ölçekteki bir model ile gerçekleştirilen deney çalışması ile, tam ölçekteki bir kanalda yapılan çarpma testi görülmektedir.



Şekil 2.13 : 1:50 ve 1:1 ölçekteki model testleri.

Çalkantı ile ilgili model testlerinde karşılaşılan karmaşalardan biri, boyut analizi konusunda yaşanır. LNG tanklarının hareketi ve oluşan basınç değerlerine ait model testlerinde, Froude Sayısı'ndan yararlanılır. Ölçülen basınç değerlerinin tam ölçekteki tankla arasındaki ilişki aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$p \sim I_f \, U^2 \tag{2.1}$$

Söz konusu yaklaşım, çarpma basıncına uygulandığında tam ölçekte olması gerekenden çok daha büyük değerlere ulaşılır. Bu durumun önüne geçebilmek için ise Cauchy Sayısı'ndan yararlanılır. Bu yaklaşıma ait denklem verilecek olursa ;

$$p \sim I_f \, c \, U \tag{2.2}$$

Denklemde geçen c ses hızını, I_f ölçek faktörünü, U ise hızı ifade eder. Model-ölçek arasındaki belirsizliğin önüne geçmenin bir diğer yolu, çalkantı kaynaklı yükleri 1:1 ölçekte elde etmektir. DNV, Lloyd's Register gibi sınıflandırma kuruluşları ile Daewoo ve Teekay gibi gemi üreticileri, söz konusu çalkantı yüklerini 2008 yılındaki bir çalışmada tam ölçekte elde etmişlerdir. Bu aşamada, çalkantı ile ilgili yapılan model çalışmalarında yararlanılan boyut analizi kavramından bahsedilmesinde fayda olacaktır.

2.5.1.1 Boyut analizi

Aşağıdaki çizelgede verilmiş olan parametreler, sıvı dolu tipik bir tanktaki çalkantıyı ve bunun yapıya olan etkisini karakterize etmek için kullanılırlar.

Çizelge 2.3 : Boyut analizindeki parametreler.

Parametre	Tanımı
P	Tanktaki basınç
g	Yerçekimi ivmesi
L	Tankın uzunluğu (yada küre için çap)
h	Tanktaki sıvının yüksekliği
x_0	Dış etkinin genliği
T	Dış etkinin periyodu
μ	Dinamik Viskozite
ρ	Özgül kütle
σ	Yüzey gerilmesi
c	sesin ortamdaki yayılma hızı
E	Tankın elastisite modülü
ΔP	Serbest yüzeydeki basınç ile buharlaşma basıncı farkı

Boyutsuz ifadeler, Buckingham π teoreminin yukarıdaki parametrelere uygulanması ve tanktaki çalkantı sonucu oluşan basınç değeri P 'nin bağımsız değişken olarak seçilmesi ile elde edilmişlerdir.

$$\frac{P}{\rho\left(\frac{L}{T}\right)^2} = \mathrm{F} \quad (\pi_1) \tag{2.3a}$$

$$\frac{g}{\frac{L}{T^2}} \quad (\pi_2) \tag{2.3b}$$

$$\frac{\rho\, L\left(\frac{L}{T}\right)}{\mu} \quad (\pi_3) \tag{2.3c}$$

$$\frac{\rho\, g\, L^2}{\sigma} \quad (\pi_4) \tag{2.3d}$$

$$\frac{\left(\frac{L}{T}\right)}{c} \quad (\pi_5) \tag{2.3e}$$

$$\frac{\Delta P}{\rho\left(\frac{L}{T}\right)^2} \quad (\pi_6) \tag{2.3f}$$

$$\frac{E}{\rho\left(\frac{L}{T}\right)^2} \quad (\pi_7) \tag{2.3g}$$

$$\frac{x_0}{L} \quad (\pi_8) \tag{2.3h}$$

$$\frac{h}{L} \quad (\pi_9) \tag{2.3i}$$

Yukarıdaki denklemlerde geçen ilk π terimi, basınç katsayısını ifade etmektedir. Denklemlerde yeralan π_2 terimi ise Froude Sayısını ifade eder. Yukarıda yeralan terimlerden π_3 'den π_6'ya kadar olanlar sırası ile Reynolds, Bond, Mach ve Kavitasyon Sayılarını ifade ederler. Yine yukarıda yeralmakta olan π_7 terimi elastisite ile ilişkilidir. Diğer ifadeler ise geometrik benzerlik ile ilişkilidir. Çalkantının fiziksel olarak modellenmesinde, serbest yüzey şeklinin ve geometrinin benzerliği üzerinde durulur. Froude Sayısı'na ait denklem verilecek olursa ;

$$Fn = \frac{U}{\sqrt{g\,L}} \tag{2.4}$$

Denklemde yeralan g yerçekimi ivmesini, L uzunluk ölçeğini, *U* ise karakteristik hızı ifade eder. Yerçekimi kuvvetinin ve atalet kuvvetlerinin baskın olduğu hallerde, Froude model ölçeklendirmesi kullanılır. Atalet ve viskoz kuvvetlerin karşılaştırılması işin içine girdiğinde ise, Reynolds Sayısı, akışkanlar dinamiğinde kilit bir parametre olarak öne çıkar.

$$Re = \frac{L\,U}{\nu} \tag{2.5}$$

Denklemde yeralan L uzunluk ölçeğini, ν kinematik viskoziteyi, *U* ise karakteristik hızı ifade eder. Bass 1985 tarihli çalışmasında modifiye edilmiş bir Reynolds Sayısı'nı $Re_{FROUDE} = g^{1/2}\,L^{3/2}\,\nu^{-1}$ olarak tanımlamıştır [84].

Viskozitenin önemi, sadece Reynolds Sayısı yardımı ile ifade edilemez. Abramson, bu amaçla 1974 yılında deneysel bir çalışma gerçekleştirmiştir [85]. Çalışmanın amacı, farklı viskozitedeki sıvılar yardımı ile viskozitenin çarpma basıncı değerinin değişimi üzerindeki etkilerini ortaya koyabilmektir.

Çalışma neticesinde, küçük genlikteki dış uyaranların etkisinde (x_0 / L= 0.01), sığ (h / L = 0.12) ve sığ olmayan (h / L = 0.5) koşulları temsil eden doluluk oranlarında, viskozitenin çarpma basınçları üzerinde etkili olduğunu ortaya koymuştur. Dış uyaranın genliği büyüdüğünde ise, (x_0 / L = 0.1) viskozitenin etkisi ihmal edilebilir düzeydedir. Büyük akışkan hareketlerinin ve büyük basınç değerlerinin gözönünde bulundurulduğu dizayn aşamasında, viskoz etkiler ikinci öncelik sırasındadır.

Sıkıştırılabilirlik söz konusu olduğunda ise, ele alınacak sayı "*Cauchy Sayısı*" olacaktır.

$$Ca = \frac{\rho\, U^2}{E} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Denklemde yeralan ρ yoğunluğu, U hızı, E ise elastisite modülünü ifade eder.

$$E = \rho\, c^2 \qquad \textbf{(2.7)}$$

Yüzey gerilmesi söz konusu olduğunda ise "*Bond Sayısı*" önem kazanır.

$$Bo = \frac{\rho\, g\, L^2}{\sigma} \qquad \textbf{(2.8)}$$

Denklemde yeralan g yerçekimi ivmesini, ρ özgül kütleyi, L uzunluğu, σ ise yüzey gerilmesini ifade eder. Yapılan çalışmalar, yüzey gerilmesinin çalkantı kaynaklı basınç değerleri üzerindeki etkisinin, ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu ortaya koymuştur [86].

Gerçekleştirilen farklı çalışmalarda, genellikle sıvı-yapı etkileşimi incelemeye dahil edilmemektedir. Çalkantı analizi çalışmalarında, tankın yapısı ile üzerine etkiyen sıvı arasındaki ilişki ihmal edilir. Sıvı-yapı etkileşiminin çalkantı üzerine olan etkisi, 2007 tarihli bir çalışmada irdelenmiş ve elastik duvarlarda oluşan basınçların, rijit bir duvara oranla % 10 mertebesinde küçük olduğu ortaya konulmuştur [87].

2.5.2 Teorik modeller

Çalkantı hareketi ele alınırken, küçük genlikler söz konusu olduğunda "Doğrusal Potansiyel Akım Teorisi" nin kullanımının uygun olduğu görülür. Graham ve Rodriguez, 1952 tarihli çalışmalarında, problem için bir doğrusal potansiyel akım çözümü geliştirmişlerdir [55]. Doğrusal potansiyel akım modeli, çalkantıya neden olan faktörlerin belirlenmesi amacıyla kullanılabilir. Abramson'un 1966 tarihli çalışmasında ortaya koyduğu denklem ise aşağıda verilmiştir [54].

$$\frac{F}{\rho\, g\, h\, L\, b} = \ddot{x}\,(t)\,\frac{1}{g}\left[1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \tan h\, \{2n+1\}\, \pi\, \frac{h}{l}}{\pi^3\, (2n+1)^3\, \frac{h}{l}}\, \frac{1}{\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right) - 1}\right] \qquad \textbf{(2.9)}$$

Denklemde yeralan b tankın genişliğini, g yerçekimi ivmesini, h doluluk oranını, L tankın uzunluğunu, ρ özgül kütleyi, ω dış uyarıcı etkinin frekansını, ω_n aşağıdaki denklem ile gösterilen doğal periyodu, $\ddot{x}\,(t)$ ise ivmelenmeyi ifade eder.

$$\omega_n^2 = g\, k \tanh(kh) \qquad \textbf{(2.10a)}$$

$$k^2 = \pi^2\, \frac{n^2}{L^2} \qquad \textbf{(2.10b)}$$

Bu denklem, dikdörtgen prizma biçimli bir tankta, çalkantı sebebiyle meydana gelen dinamik karşıt kuvvetin elde edilmesinde kullanılır.

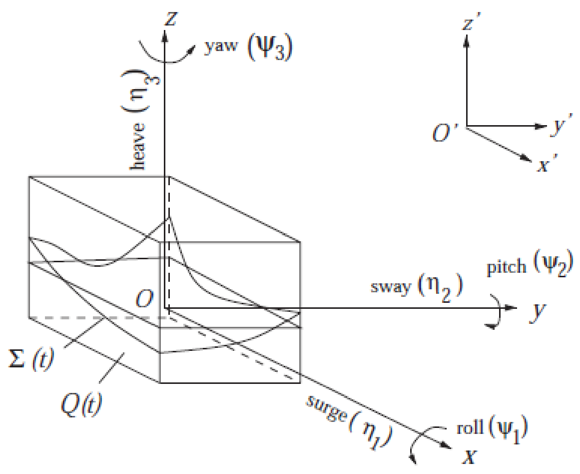
Olsen, 1976 tarihli çalışmasında, en küçük doğal frekansların, modellemede en önemli olanlar olduğunu söylemiştir [88]. Buna karşın, Faltinsen'in 2005 tarihli çalışmasında daha büyük modların da çalkantı üzerinde etkili oldukları ortaya konmuştur [89].

2.5.2.1 Farklı geometrilere ait doğal çalkantı modları

Faltinsen, 2009 tarihli yayınında, potansiyel akım teorisi yardımı ile doğrusal doğal çalkantı frekanslarını ve modlarını tanımlamıştır [74]. Söz konusu yaklaşım ile, hesaplamalı akışkanlar dinamiği çözümlemelerine ihtiyaç duyulmadan, doğal frekanslar bazı geometriler için elde edilebilmektedir. Analitik çözümler oldukça sınırlı olup, aşağıda maddeler halinde sıralanmış geometriler için mevcuttur;

- U-biçimli bir tüpteki tek boyutlu akış
- İki ve üç boyutlu dikdörtgen prizma tanklar
- Düşey silindirik tanklar
- Kama biçimli ve tepe açısı 45° ile 60° olan kesitler
- Dikey silindirik tanklar

Öncelikle, üç boyutlu bir dikdörtgen tankı ele alalım. Sıvının derinliği ile, tankın uzunluğu ve genişliği Şekil 2.14'de gösterilmiştir.



Şekil 2.14 : 3 boyutlu dikdörtgen tank ve geometrik notasyon.

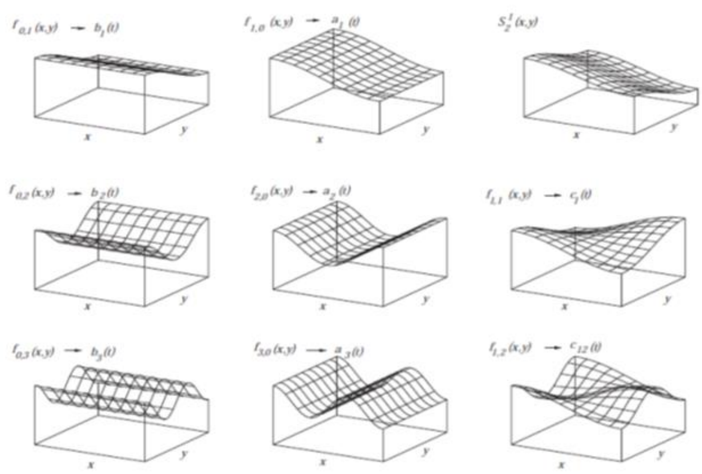
Söz konusu geometriye ait analitik çözüm aşağıda gösterilmiştir.

$$\varphi_{i,j}(x,y,z) = f_i^{(1)}(x)\, f_j^{(2)}(y)\, \frac{\cosh\left[k_{i,j}\,(z+h)\right]}{\cosh\left(k_{i,j}h\right)} \tag{2.11a}$$

$$\kappa_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}^2}{g} = k_{i,j}\tanh\left(k_{i,j}h\right) \tag{2.11b}$$

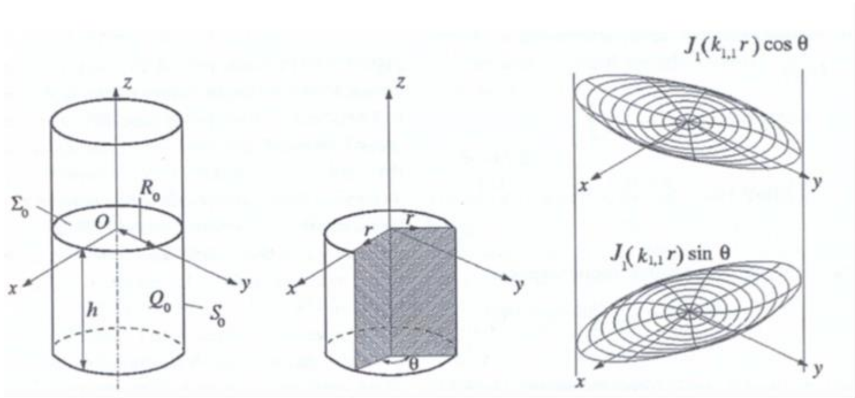
$$k_{i,j} = \pi\sqrt{\left(\frac{i}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_2}\right)^2}\,, \qquad i+j \neq 0 \tag{2.11c}$$

Yukarıdaki denklemlerde geçen $k_{i,j}$ ifadesi, dalga numarasını, $\varphi_{i,j}$ doğal modları $i,j \geq 0$ için ifade eder. Aşağıda, $f_{i,j}$ dalga profilleri, en küçük dokuz mod için Şekil 2.15'de gösterilmiştir.



Şekil 2.15 : Dikdörtgen tank için dokuz moddaki dalga profilleri.

Üzerinde durulması gereken bir diğer üç boyutlu örnek, dikey silindirik tanktır. Öncelikle, tankın geometrisine ait tanımlamalar Şekil 2.16’da gösterilmiştir.



Şekil 2.16 : Dikey bir silindire ait doğal çalkantı modları.

Yüzeysel dalga şekillerine ait doğal modlar ve bunların doğal frekansları aşağıdaki denklemler ile ifade edilir.

$$f_{m,i}(r,\theta) = \varphi_{m,i}(r,\theta,0)$$
$$= J_m\left(\iota_{m,j}\,\frac{r}{R_0}\right)\, x \begin{cases}\cos(m\theta)\\ \sin(m\theta)\end{cases}, m = 0,1,\dots;\ i = 1,2,\dots; \quad \textbf{(2.12a)}$$

$$\frac{\sigma_{m,i}^2\,R_0}{g} = R_0\,\kappa_{m,i} = \iota_{m,i}\tanh\left(\frac{\iota_{m,i}h}{R_0}\right), \qquad m = 0,1,\dots;\ i = 1,2,\dots; \quad \textbf{(2.12b)}$$

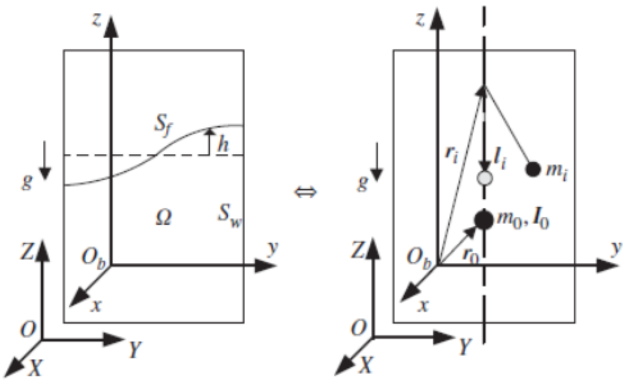
Yukarıda bahsi geçen diğer geometrilere ait analitik çözümler ve bu başlık altında verilen denklemlerin elde ediliş aşamalarının detayları, Faltinsen’in çalışmasında bulunabilir [74].

2.5.2.2 Eşdeğer mekanik modeller

Çalkantı kavramını açıklamak için kullanılan bir diğer teorik yaklaşım sarkaçlardır. Eşdeğer mekanik model teorisinde, çalkantı hareketi yapan akışkan, bir grup sarkaç ile yerdeğiştirilir. Statik haldeki akışkan ise, bu sarkaca bağlı rijit bir kütle ile temsil edilir. Eşdeğer kabulü, sıkıştırılamaz ve dönümsüz akışkandaki küçük genlikli çalkantı durumunu gerektirir [90]. Eşdeğer olma şartını maddeler halinde sıralamak gerekirse;

- Eşdeğer sistem ile orjinal sistem aynı karakteristik frekanslara sahip olmalıdır.
- Her iki sistemde harekete neden olan kuvvetler eşit olmalıdır.
- Çalkantıya maruz akışkan için, sıkıştırılamaz ve dönümsüz olma kabülleri geçerlidir.

Söz konusu eşdeğer mekanik bir sistem Şekil 2.17'de gösterilmiştir.



Şekil 2.17 : Sıvı çalkantısına ait eşdeğer mekanik bir sistem.

Karakteristik frekansların eşdeğerliliğinden yararlanılarak, sarkacın boyu aşağıdaki denklem ile tanımlanır ;

$$l_i = \frac{g}{\omega_i^2} \quad (i = 1,2, \dots.) \tag{2.13}$$

Kuvvetlerin eşdeğerliliği ise sarkacın kütlesinin elde edilmesini sağlar.

$$m_i = \frac{C_{Ti} \,.\, C_{Ti}}{\mu_i} \qquad (i = 1,2, \dots) \tag{2.14a}$$

$$C_{Ti} = \left[C_{Txi}\; C_{Tyi}\; C_{Tzi}\right]^T$$

$$= \left[\frac{\rho\omega_i^2}{g}\int_{Sf}\phi_i x\, dS\; \frac{\rho\omega_i^2}{g}\int_{Sf}\phi_i y\, dS\right]^T \quad (i = 1,2, \dots) \tag{2.14b}$$

$$\mu_i = \frac{\rho\omega_i^2}{g}\int_{Sf}\phi_i^2\, dS \quad (i = 1,2, \dots) \tag{2.14c}$$

Tankın maruz kaldığı kuvvetin ve torkun eşdeğerliliğinden $(F \equiv F_E \; ve \; T \equiv T_E)$ aşağıdaki bağıntılar elde edilebilir.

$$m_{SIVI} = m_0 + \sum_{i=1}^{\infty} m_i \tag{2.15}$$

$$m_{SIVI}\, r_c = m_0\, r_0 + \sum_{i=1}^{\infty} m_i\, r_i \tag{2.16}$$

$$J_{SIVI} = I_0 + I_0' + \sum_{i=1}^{\infty} I_i \quad \textbf{(2.17)}$$

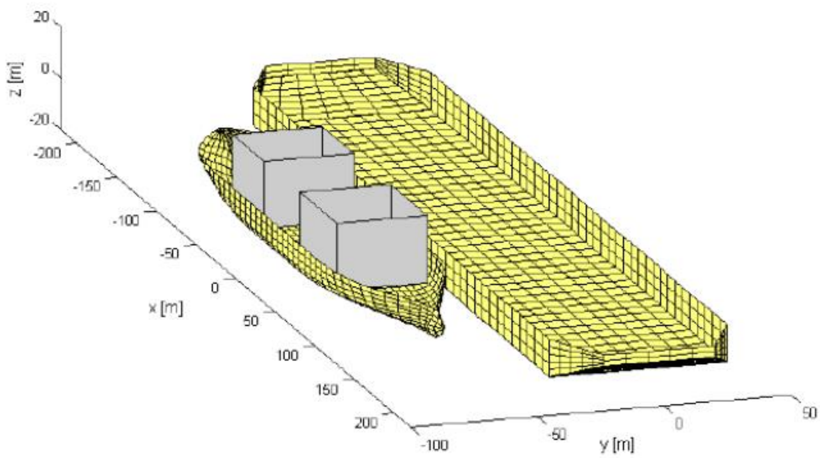
Verilen denklemler yardımı ile eşdeğer mekanik modele ait parametreler elde edilebilir [90].

2.5.2.3 Hesaplamalı akışkanlar dinamiği

Daha hızlı ve işlem kabiliyeti artırılmış bilgisayarların yaygınlaşması ile, hesaplamalı akışkanlar dinamiğinin mühendislik uygulamalarındaki önemi de artmıştır. Söz konusu uygulamalar incelendiğinde, bu yaklaşım altındaki yöntemlerin üç ana başlık altında toplandıkları görülür. Bunlar ;

- Panel Yöntemleri
- Euler Denklemleri
- Navier – Stokes Denklemleri'dir.

Panel Yöntemleri, potansiyel akım teorisinden türetilen kapalı formdaki çözümlerdir. Yöntemde, kompleks geometriler ayrık paneller yardımı ile tanımlanır. Bu paneller genellikle dörtgen biçiminde olurlar. Aşağıdaki şekilde, panel yöntemi yardımı ile elde edilmiş yanyana iki gemi gövdesi modeli gösterilmiştir.



Şekil 2.18 : LNG tankı ve terminalin panel yöntemi ile modellenmesi.

Bir diğer yaklaşım Euler Denklemleri'nin kullanılmasıdır. Euler Denklemleri, Navier-Stokes Denklemlerinde yeralan viskoz etkiler ihmal edildiğinde elde edilirler. Özellikle çok yüksek hızda akışın söz konusu olduğu, aerodinamik uygulamalarında sıklıkla bu denklemlerden yararlanılır.

Üçüncü yaklaşım olan Navier – Stokes Denklemleri, gerçek akışı en iyi ifade edebilecek denklemlerdir. Bu denklemlerin çözümünde, işin içinde viskoz terimler de yer aldığından ve tüm akış alanının ayrıklaştırılması gerektiğinden daha yüksek bir işlem gücü gerekir.

"*Navier-Stokes Denklemleri*" terimi esas olarak momentumun korunumuna ait denklemleri ifade etmesine karşın, süreklilik ve diğer uygulanabilir denklemlerle biraraya geldiklerinde, bir çözüm sistemine götürürler. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği'nde, Navier-Stokes Denklemleri denilince, çözüm sistemindeki tüm denklem takımları kastedilir. Akışın modellenmesi çalışmalarında, Navier-Stokes Denklemleri'nin iki ana versiyonundan yararlanılır. Bunların ilkinde sıkıştırılamaz akış kabulü $(\rho = sabit)$ vardır ve çoğu kıyı mühendisliği uygulaması için bu kabul geçerlidir. Sıkıştırılamaz formdaki Navier-Stokes Denklemleri, kartezyen notasyonda aşağıdaki denklemler ile ifade edilirler.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.18a}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial(\tau_{ij})}{\partial x_j} + b_i \tag{2.18b}$$

$$\tau_{ij} = \nu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.18c}$$

Denklemde yeralan b_i gövde kuvvetlerini, ν kinematik viskoziteyi, ρ akışkanın özgül kütlesini, P basıncı, t zamanı ve u_i ise hız vektörü bileşenini ifade eder.

Akışkanın sıkışabilirliği, özgül kütlenin yere ve zamana bağlı olarak değişmesidir. Ancak bu formun kullanımı, sistemin tanımlanması için ek denklemlere ihtiyacı doğurur. Bu, ideal gazın denge denklemi olabileceği gibi, daha kompleks denklemler de olabilir. Aşağıda, bu forma ait denklemler gösterilmiştir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{2.18a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial(\tau_{ij})}{\partial x_j} + b_i \tag{2.18b}$$

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \delta_{ij}\frac{2\mu}{3}\nabla . \mathrm{v} \tag{2.18c}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho I) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\, I\, u_i) = -p\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + k\frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} + \Phi + T_{DIŞ} \tag{2.18d}$$

$$p = \rho R T \quad \textbf{(2.18e)}$$

$$I = C_v T \quad \textbf{(2.18f)}$$

Yukarıdaki denklemlerde yeralan C_v sabit bir hacimdeki spesifik sıcaklığı, I içsel enerjiyi, k termal iletkenliği, μ dinamik viskoziteyi, Φ viskozite nedeniyle açığa çıkan ısıyı, R Boltzman Sabiti'ni, T mutlak sıcaklığı, $T_{DIŞ}$ dış ısı kaynaklarını ve v ise hız vektörünü ifade eder.

Navier – Stokes Denklemleri, Euler yada Lagrange yaklaşımı ile ayrıklaştırılabilirler. Euler yaklaşımında, ayrıklaştırma şeması hesap alanında sabitlenmiştir. Euler ayrıklaştırmasına ait iki temel yöntem, Sonlu Farklar ve Sonlu Hacim Yöntemleri'dir [91]. Sonlu Farklar yaklaşımında, korunum kanunları diferansiyel formda kullanılır ve kısmi diferansiyellere Taylor Açılımı yada Polinom Uydurma ile yakınsanır. Sonlu Hacim Yöntemi'nde ise, korunum kanunları integral formda kullanılır ve hesap alanı sonlu sayıda kontrol hacmine bölünür. Bu yöntemin temel avantajı, kompleks geometrilere uyarlanabilmesidir. Ticari olarak satılmakta olan pekçok HAD yazılımı bu yöntemi kullanmaktadır.

Lagrange yaklaşımında ise, ayrıklaştırma izlenen maddeye odaklanmıştır ve bu madde ile beraber hareket eder. Bu çalışmanın da ana konusu olan Düzgün Parçacık Hidrodinamiği, Lagrange yaklaşımına sahip bir parçacık yöntemidir. Söz konusu yöntemde akışkan, sonlu sayıda parçacık ile tanımlanır ve bu parçacıklar akışkanla beraber hareket ederler [92].

Denklem 2.17 ve 2.18'de verilen ifadeler, tüm akım rejimlerinde yapılan kabuller çerçevesinde geçerlidirler. Başarılı bir sayısal çözüm, yeterli ağ çözünürlüğü ve akışkanın özelliklerinin yakalanabileceği gerekli zaman adımına sahip olmalıdır. Türbülans söz konusu olduğunda ise, yüksek çözünürlüklü bir ağ ve çok küçük zaman adımları gerekli olur. Türbülans, üç boyutlu bir fenomen olduğundan, iki boyutta bir simülasyon anlamlı olmayacaktır. Zaman ortalaması yaklaşımı ile, türbülans sinyalinin bileşeni sıfıra eşit olabilir. Zamana bağlı bir akışkan özelliğininin zamana bağlı ortalaması alınırsa ;

$$\overline{\emptyset} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \emptyset\,(t)\, dt \quad \textbf{(2.19)}$$

$$\emptyset\,(t) = \overline{\emptyset} + \emptyset'\,(t) \quad \textbf{(2.20)}$$

$$\overline{\emptyset'(t)} = 0 \qquad \textbf{(2.21)}$$

Bu prosedür, Navier-Stokes Denklemleri'ne uygulanırsa elde edilen denklem "*Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes Denklemi*" adını alır.

$$\frac{\partial(\overline{U_i})}{\partial x_i} = 0 \qquad \textbf{(2.22a)}$$

$$\frac{\partial(\overline{U_i})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_i}\,\overline{u_j} + \overline{u_i' u_j'}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}\right) \qquad \textbf{(2.22b)}$$

Bir çalkantı problemindeki sınır şartları, tankın katı cidarı ve sıvı serbest yüzeyidir. Serbest yüzey, özgül kütledeki sıçramaları temsil ettiğinden hesaplamalı akışkanlar dinamiği yardımı ile takibi oldukça zordur. Bu çalışmada da kullanılan yöntem olan DPH, bir parçacık yöntemi olup, çözüm için bir hesap ağına ihtiyaç duymaz. Akışı temsil eden parçacıklar, akışla beraber hareket edeceklerinden, karmaşık serbest yüzey problemlerine iyi uyan bir yaklaşımdır. Bu özelliğine karşın, parçacıklar yardımı ile hesaplanacak olan basınç değeri, yüksek frekanslı gürültü bileşeni ihtiva eder. Bu nedenle yöntemde iyileştirmeler ve düzeltmeler yapılması gerekmiştir. Bu konu, çalışmanın ilgili kısmında detaylı olarak irdelenmiştir.

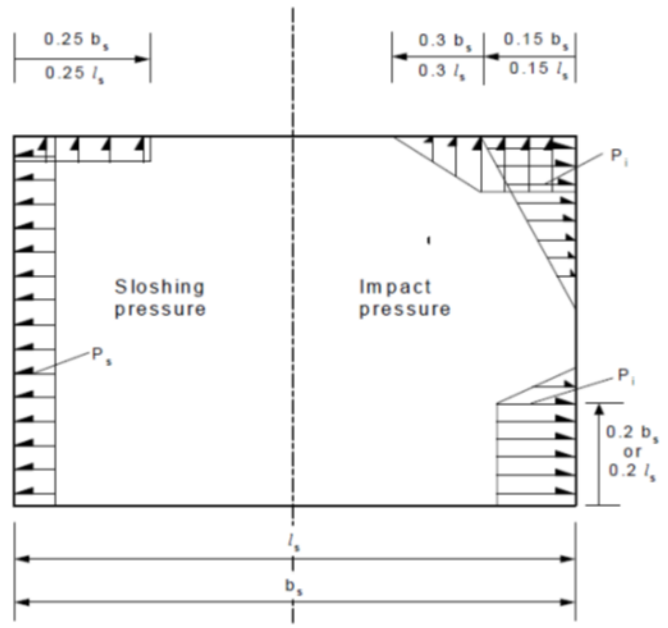
Aşağıdaki çizelgede, bu kısma kadar anlatılan farklı yaklaşımların karşılaştırılması gösterilmiştir.

Çizelge 2.4 : Ele alınan yöntemlerin kıyaslanması.

	Deneysel Yöntemler	**Teorik Yöntemler**	**HAD**
Çözüm	Harekete duyarlı	Geometriye duyarlı	Harekete duyarlı
Çalkantı Rejimi	Sınırlama yok	Zayıf Nonlineer	Güçlü Nonlineer
Serbest Yüzey	Sınırlama yok	Teoriye bağlı	Sınırlama yok
Hata	Ölçüm	Sayısal çözüm	Sayısal çözüm
Çözüm Hızı	Gerçek zamanlı	Gerçek zamandan hızlı	Gerçek zamandan yavaş

2.6 Çarpma Etkisi

Çarpma, sıvı yüzey ile katı cidar arasındaki etkileşimi ifade eder. Çarpma esnasında farklı fiziksel etkiler meydana gelir. Eğer, katı cidar ile serbest yüzey arasındaki etkileşim açısı küçük ise bir gaz cebi meydana gelir. Söz konusu cep bozulduğunda ise hava kabarcıkları oluşur. Söz konusu parçacıkların görünümünü ve davranışlarını etkileyen şey, boşluk basıncıdır (Ullage Pressure). Ullage terimi, tanktaki sıvının üzerindeki boşluğu ifade eder. Yersel hidrodinamik etkiler tankın yapısında titreşimlere neden olurlar. Gemiler söz konusu olduğunda, çarpma etkisinden kaynaklanan yüklerin dikkate alınması gereklidir. Bu etkide, tankın doluluk oranı çok önemli bir parametredir. Çarpma etkisi doğrusal olmayan bir süreç olup, şiddetli çalkantı ile bağlantılıdır. Det Norske Veritas, 2007 yılında yayınladığı bir sınıflandırmada, 100 m'den daha uzun olan gemilerde tankların üst kısımlarında ve düzgün tankların alt kısımlarında çarpma basınçlarını göz önünde bulundurmuştur [93]. Düzgün tank, içerisinde akışa engel olacak herhangi bir yapı barındırmayan tankı tanımlar. Söz konusu yayında bahsi geçen çarpma basınçlarının tanktaki dağılımı Şekil 2.19'da gösterilmiştir.



Şekil 2.19 : DNV sınıflandırmasına göre tanktaki basınç dağılımları.

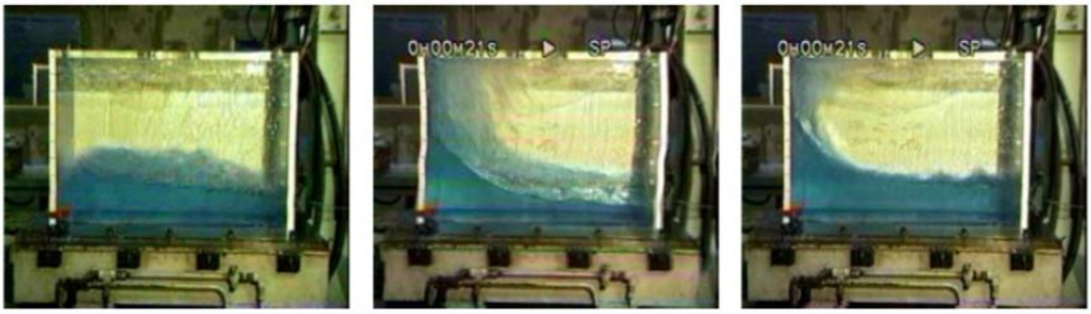
Pastoor, 2005 tarihli çalışmasında, 138000 m^3 hacimli bir LNG tankının modelini analiz etmiştir [94].

Prizmatik formdaki bu tank için en kötü senaryo, %95 doluluk oranındayken meydana gelmiştir. Yüksek doluluk oranında, tankın tavanı daha büyük basınçlara maruz kalmıştır.

Düşük doluluk oranı söz konusu olduğunda ise, tank duvarılarında meydana gelecek dik dalgalar etkili olacaktır. Böyle bir durumda, büyük çarpma basınçları söz konusudur. Tank duvarına etki eden dalganın şekli, meydana gelecek çarpma basıncında önemli rol oynar. Peregrine'in 2003 tarihli çalışmasında, tank duvarlarındaki dalga etkisi ayrıntılı olarak ele alınmıştır [95].

2.7 Dalga Kırılması ve Saçılma

Dalga kırılması ve saçılma çalkantıda gözlenen tipik olaylardır. Düşük doluluk oranında meydana gelen üç enstantane Şekil 2.20'de gösterilmiştir.

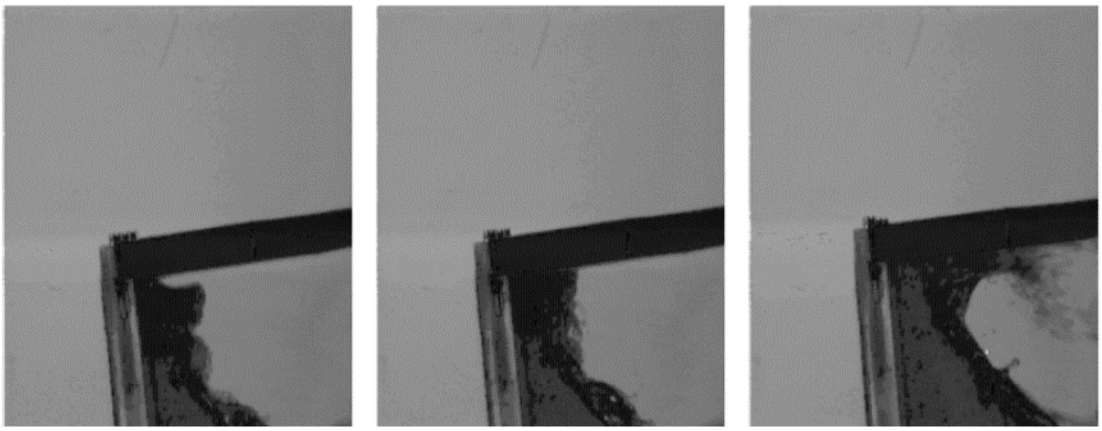


Şekil 2.20 : %30 doluluk oranındaki bir tanka ait üç enstantane.

Düşük doluluk oranındaki tipik süreci üç madde halinde göstermek gerekirse ;

- Doğrusal olmayan bir serbest yüzey oluşumu
- Yan duvarlarda meydana gelen çarpma etkisi
- Duvar boyunca meydana gelen dalga tırmanması ve saçılma

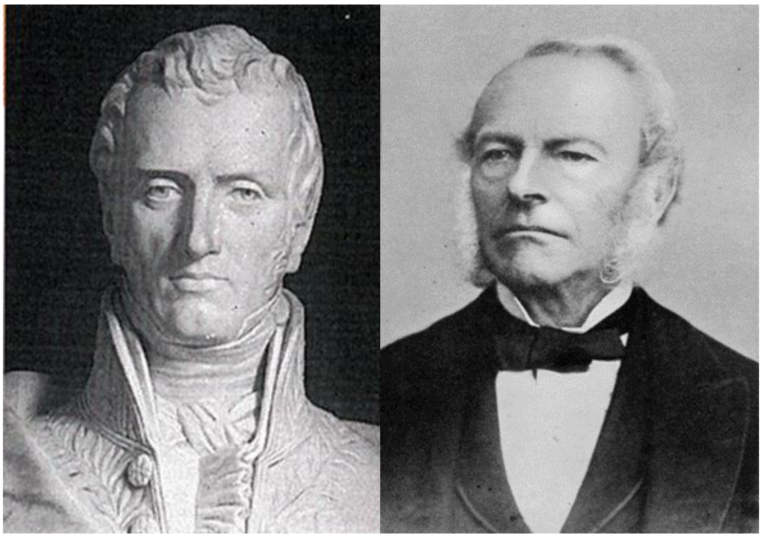
Yüksek doluluk oranları söz konusu olduğunda ise, dalga kırılması sık karşılaşılan bir olay değildir. Buna karşın, yüksek doluluk oranlarında tank tavanında meydana gelecek etki sonucunda, büyük oranda saçılma gözlenir. Bu olay, Şekil 2.21'de gösterilmektedir.



Şekil 2.21 : %50 doluluk oranındaki tank tavanındaki etki ve saçılma.

2.8 Navier Stokes Denklemleri ve Çözüm Algoritmaları

Viskoz ve sıkıştırılamayan bir akışkana ait denklemler, Navier – Stokes denklemleri olarak bilinirler. Söz konusu denklemler, 19. Yüzyıl ortalarında Fransız fizikçi Claude Louis Marie Henrie Navier ile İrlandalı matematikçi ve fizikçi olan George Gabriel Stokes tarafından tanımlanmışlardır.



Şekil 2.22 : Sırası ile Navier ve Stokes.

Navier, 1822 yılında denklemleri türettiğinde, moleküller arası etkileşimin viskoziteye karşı geldiğini tanımlayamamıştı. Bunu ilk olarak ortaya koyan, 1845 yılında Stokes oldu. 20. Yüzyılda, Navier-Stokes denklemleri özellikle matematikçilerin büyük ilgisi ile karşılaşmıştır. Söz konusu araştırmalar Leray'in 1930'lu yıllardaki çalışmalarını takip etmişlerdir [96,97].

Navier-Stokes denklemleri, 20. Yüzyıl modern matematiksel analizinin iki önemli atasından biri olarak kabul edilmektedir. Bunlardan diğeri ise Kuantum Mekaniği'nde yeralan *Schrödinger Denklemleri*'dir. Leray'in çalışmalarından sonra Navier-Stokes denklemlerini daha ileri taşıyan çalışmayı Ladyzhenskaya gerçekleştirmiştir [98]. Bu alanda belkide en bilinen çalışmayı ise Ruelle ve Takens gerçekleştirmişlerdir [99]. Söz konusu çalışmada, Navier-Stokes denklemlerinin türbülanslı akışı tanımlamada kullanılabileceği ortaya konmuştur.

21.Yüzyıl ile birlikte akışkanların analizi, hesaplamalı akışkanlar dinamiği uygulamaları ile yapılır hale gelmiştir. Bu amaçla, genellikle kullanıcının kendisi tarafından geliştirilmemiş olan ticari yazılımlar kullanılmaktadır. Hesap sonucu elde edilen değerlerin uygunluğu ancak kullanıcının teorik bilgisi ile değerlendirilebilir. Navier-Stokes denklemleri, bir kısmi diferansiyel denklem sistemi olup, kullanıcının fiziksel bir durumu matematiksel olarak iyi ifade etmesini gerektirir. Bu başlık altında, söz konusu sistem ve bu sistemin anlaşılması için gerekli temel matematiksel ifadeler üzerinde durulacaktır.

2.8.1 Notasyon

Navier-Stokes denklemleri vektörel gösterimde aşağıdaki forma sahiptirler.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + (u\,.\,\nabla)\,u = -\dfrac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 u \\ \nabla.\,u = 0 \end{cases} \quad \textbf{(2.23)}$$

Denklemde yeralan u terimi hızı ifade etmekte olup bileşenleri aşağıdaki şekildedir.

$$u = (u\,, v\,, w) = (u_1, u_2, u_3) \quad \textbf{(2.24)}$$

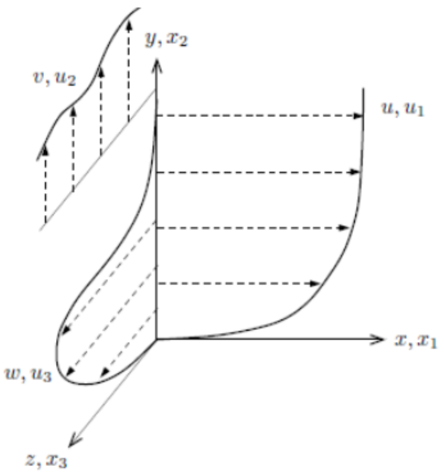
Denklemde yeralan bir diğer ifade "*Nabla Operatörü*" olup aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right) \quad \textbf{(2.25)}$$

Laplace Operatörü ise aşağıda tanımlanmıştır.

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \quad \textbf{(2.26)}$$

Yukarıdaki ilk denklemde yeralan ν terimi kinematik viskoziteyi, ρ terimi özgül kütleyi ve p terimi ise basıncı ifade etmektedir. Şekil 2.23'de koordinat sistemi ve hız bileşenleri gösterilmiştir.



Şekil 2.23 : Koordinat sistemi tanımlaması ve hız bileşenleri.

Bu bölümün başında verilen denklemler, kartezyen tensör formunda aşağıdaki şekilde gösterilirler.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \dfrac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad \textbf{(2.27)}$$

Bu gösterimde, toplam kuralından yararlanılmıştır. Bu kural, 1 den 3 kadar olan bileşenlerin aşağıdaki şekilde gösterimini gerektirir.

$$u_i u_i = u_1 u_1 + u_2 u_2 + u_3 u_3 \quad \textbf{(2.28)}$$

Böylece vektörel denklemin ilk bileşeni, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{cases} i = 1 \quad için \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \dfrac{\partial u_1}{\partial x_2} + u_3 \dfrac{\partial u_1}{\partial x_3} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x_1} + \nu \left(\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) \end{cases} \quad \textbf{(2.29)}$$

Özetle, bu bölümün başında verilen denklem Newton'un ikinci hareket kanununun bir akış alanına uygulanmış hali olup, denklemin sol tarafı (kütle x ivme)'ye, sağ tarafı ise akışkana uygulanan kuvvetlerin toplamına karşı gelir. Bölümün başında verilen ikinci denklem ise özetle kütlenin korunumunu tanımlar [74].

2.8.2 Kinematik

Kinematik, incelemede kuvvetler göz önünde bulundurulmadan hareketin tanımlanmasıdır. Bu başlık altında ilk bahsedilmesi gereken, Lagrange ve Euler koordinatları olacaktır. Lagrange koordinat sisteminde akışkana ait parçacıklar işaretlenir ve akış boyunca takip edilirler. Bu sistemde bağımsız değişkenler ;

x_i^0 → akışkan parçacığının başlangıç konumu ve

$\hat{t}$ → zamandır.

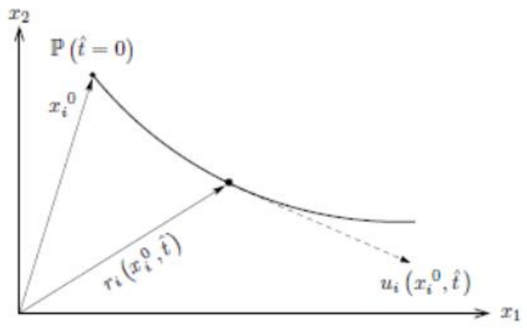
$\mathbb{P}$ ile ifade edilen parçacığın izlediği yörünge aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir.

$$r_i = r_i\left(x_i^0\,,\ t\right) \quad \textbf{(2.30)}$$

Parçacığın hızı ise, konumundaki değişimin oranı olacaktır ve aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir.

$$u_i = \frac{\partial r_i}{\partial \hat{t}} \tag{2.31}$$

Buraya kadar anlatılan ifadeler aşağıdaki verilmekte olan Şekil 2.24'de gösterilmiştir.



Şekil 2.24 : Akışkan parçacığının izlediği yörünge.

Euler sistemi ise, uzayda sabitlenmiş bir noktayı göz önünde bulundurur. Bu sistemdeki bağımsız değişkenler ;

x_i → uzay koordinatları ve

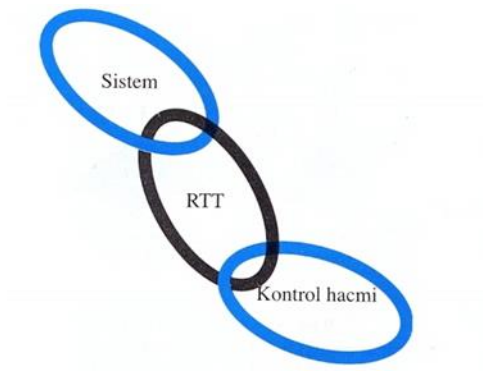
t → zamandır.

Böylece akışkanın hızı $u_i = u_i\,(x_i, t)$, koordinat ve zamanın bir fonksiyonu olarak ele alınır. Bu sistemlerden Euler koordinatları daha çok tercih edilmesine karşın, izlenen akışkan parçacığına ait büyüklüklüklerin değişim oranları göz önünde bulundurulmalıdır. Maddesel türev, izlenen akışkan parçacığında zaman içerisindeki değişim oranını tanımlar [100].

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} = \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u\,.\,\nabla) \tag{2.32}$$

2.8.3 Reynolds transport teoremi

Akışkanlar mekaniğinde genellikle kontrol hacmi ile çalışıldığından, bu hacimdeki değişimler ile sistemdeki değişimler arasında bir bağlantı kurulması gerekir.



Şekil 2.25 : RTT'de sistem yaklaşımı.

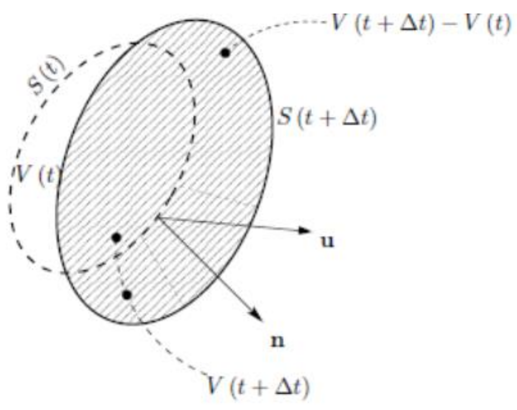
Akışkanla birlikte hareket eden bir hacmin integrali ele alınacak olursa, aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$
\begin{aligned}
\frac{D}{Dt}\int_{\forall(t)} T_{ij}\, d\forall &= \lim_{\Delta t\to 0}\left\{\frac{1}{\Delta t}\left[\int_{\forall\,(t+\Delta t)} T_{ij}\,(t+\Delta t)\, d\forall - \int_{\forall\,(t)} T_{ij}\,(t)\, d\forall\right]\right\} \\
&= \lim_{\Delta t\to 0}\left\{\frac{1}{\Delta t}\left[\int_{\forall\,(t+\Delta t)} T_{ij}\,(t+\Delta t)\, d\forall - \int_{\forall\,(t)} T_{ij}\,(t+\ \Delta t)\, d\forall\right]\right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\Delta t}\left[\int_{\forall\,(t)} T_{ij}\,(t+\Delta t)\, d\forall - \int_{\forall\,(t)} T_{ij}\,(t)\, d\forall\right]\right\} \\
&= \lim_{\Delta t\to 0}\left\{\frac{1}{\Delta t}\int_{\forall\,(t+\Delta t)-\forall(t)} T_{ij}\,(t+\Delta t)\, d\forall\right\} + \int_{V\,(t)} \frac{\partial T_{ij}}{\partial t}\, d\forall
\end{aligned}
\qquad \textbf{(2.33)}
$$

Yukarıdaki son satırda yeralan ilk integralde, $\forall$ hacminin t ve Δt zamanlarındaki değişimi tanımlanmaktadır. Bu ifade aynı zamanda, aşağıdaki şekilde de tanımlanabilir.

$$u\,.n\Delta t = u_k\, n_k\, \Delta t \quad \Rightarrow \quad d\forall = u_k\, n_k\, \Delta t\, dS \qquad \textbf{(2.34)}$$

Yukarıdaki son satırda yeralan ilk integraldeki hacim, Şekil 2.26'da gösterilmiştir.



Şekil 2.26 : Akışkanla birlikte hareket etmekte olan hacim.

Denklem 2.34’deki gösterim, bize bir hacim integralinin yüzey integraline dönüştürülebileceğini söylemektedir. Gauss / Green Teoremi yardımı ile aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir.

$$\frac{D}{Dt}\int_{\forall (t)} T_{ij}\, d\forall = \lim_{\Delta t \to 0}\left[\oint_{S\,(t)} T_{ij}\,(t+\Delta t)\, u_k\, n_k\, dS\right] + \int_{\forall (t)} \frac{\partial T_{ij}}{\partial t}\, d\forall$$

$$= \oint_{S\,(t)} T_{ij}\, u_k\, n_k\, dS + \int_{\forall (t)} \frac{\partial T_{ij}}{\partial t}\, d\forall \quad (Gauss - \; Green\, Teoremi) \qquad \textbf{(2.35)}$$

$$= \int_{\forall (t)} \left[\frac{\partial T_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_k\, T_{ij}\right)\right] d\forall$$

Reynolds Teoremi, korunum kanunlarının formülize edilmesinde önemli rol oynar.

Bir N özelliğinin zaman içerisindeki değişimini göz önünde bulunduralım. Böyle bir durumda sistemdeki değişim, kontrol hacmindeki N özelliğinin zamanla değişimi ile kontrol yüzeyinden N özelliğinin net taşınımına eşit olacaktır. Söz konusu korunum denklemlerinin diferansiyel formları ve bunlara ek olarak Newton’un viskozite yasası birlikte Navier-Stokes Denklemleri’ni meydana getirirler [100].

2.8.4 Kütlenin korunumu prensibi

Kütlenin korunumu prensibi en temel ilkelerden bir tanesidir. Kütle, bir süreç esnasında yoktan var edilemez veya vardan yok edilemez. Akışkanlar mekaniğinde, diferansiyel bir kontrol hacmi için yazılan kütlenin korunumu prensibi genellikle süreklilik denklemi olarak adlandırılır. Bir önceki kısımda ifade edilen *“Reynolds Transport Teoremi”* yardımı ile kütlenin korunumuna ait bağıntı elde edilebilir.

$$\frac{D}{Dt}\int\limits_{\forall(t)} \rho \, d\forall = \int\limits_{\forall(t)} \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\rho)\right] = 0 \qquad \textbf{(2.36)}$$

Bu ifadeyi sadeleştirmek için maddesel türevin tanımından yararlanılırsa ;

$$0 = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\rho) = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u_k\frac{\partial\rho}{\partial x_k} + \rho\frac{u_k}{x_k} = \frac{D\rho}{Dt} + \rho\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \qquad \textbf{(2.37)}$$

1 2 3 4

Yukarıdaki denklemde, numaralandırılmış olan ifadeler aşağıda maddeler halinde tanımlanmıştır.

1. Ele alınan elemanda biriken kütleyi
2. Elemandan çıkan net akış oranını
3. Akışkanın özgül kütlesindeki değişim oranını
4. Hacimdeki genişlemeyi ifade eder.

Birim kütleden, bir büyüklüğün taşınımı göz önüne alınırsa, yani $T_{ij} = \rho t_{ij}$ kabulü ile Reynolds Transport Teoremi sadeleştirilebilir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho t_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\rho t_{ij}) = \rho\,\frac{Dt_{ij}}{Dt} \qquad \textbf{(2.38)}$$

ve böylelikle denklem aşağıdaki forma ulaşır.

$$\frac{D}{Dt}\int\limits_{\forall(t)} \rho t_{ij} d\forall = \int\limits_{\forall(t)} \rho\,\frac{Dt_{ij}}{Dt}\, d\forall \qquad \textbf{(2.39)}$$

2.8.5 Momentumun korunumu prensibi

Bir cismin hızının ve kütlesinin vektörel çarpımı, cismin doğrusal momentumu olarak adlandırılır. Newton'un ikinci hareket kanununa göre, bir cismin ivmesi, cisme etki eden net kuvvet ile doğru orantılı; cismin kütlesi ile ters orantılıdır.

Bir sistemin momentumu, sisteme etki eden net kuvvet sıfır olduğunda sabit kalır ve böylece sistemin momentumu korunmuş olur.

Özetle, ele alınan bölgedeki momentum değişimi, o alana etki eden kuvvetler toplamına eşit olmalıdır. Momentumun korunumu, integral formda aşağıdaki denklem ile gösterilir.

$$\frac{D}{Dt}\int\limits_{\forall(t)}\rho u_i d\forall = \int\limits_{\forall(t)}\rho F_i d\forall + \int\limits_{S(t)} R_i dS \qquad \textbf{(2.40)}$$

Denklemde geçen büyüklükler ;

F_i : Birim kütleye etki eden gövde kuvvetleri

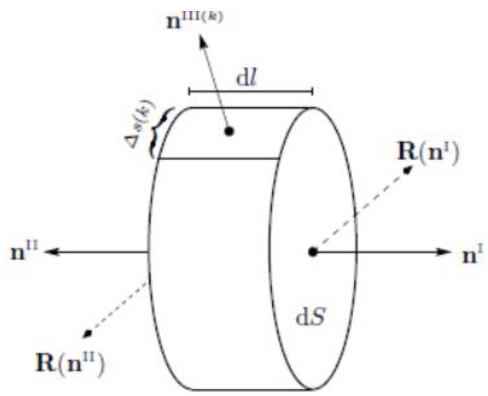
R_i : Birim alana etki eden yüzey kuvvetleri

ρu_i : Birim hacimdeki momentum'dur.

Reynolds Transport Teoremi yardımı ile denklem tekrar yazılacak olursa ;

$$\int\limits_{\forall(t)}\rho\frac{Du_i}{Dt}\, d\forall = \int\limits_{\forall(t)}\rho F_i d\forall + \int\limits_{S(t)} R_i dS \qquad \textbf{(2.41)}$$

Bu denklem bizi, Newton'un ikinci hareket kanunu olan $F = m.a$ 'ya ulaştırır. Sürece devam edilebilmesi için denklemin sağındaki R_i ifadesinin yeraldığı yüzey integrali hacim integraline dönüştürülmelidir. Bu amaçla, öncelikle gerilme tensörünün tanımlanması gerekir. Kontrol hacmi içerisindeki bir akış elemanını alıp yüzey kuvvetlerini gösterecek olursak Şekil 2.27'yi elde ederiz.



Şekil 2.27 : Akış elemanının momentum dengesi.

Şekilde yeralan R (n), dS yüzeyindeki birim alana etkiyen yüzey kuvvetini, n ise şeklin normalini göstermektedir. Bu küçük akışkan parçacığının momentumunun korunumu aşağıdaki denklem ile tanımlanabilir.

$$\rho\frac{Du_i}{Dt}\, dSdl = \rho F_i dSdl + R_i\left(n_j^I\right)dS + R_i\left(n_j^{II}\right)dS + \sum_k R_i\left(n_j^{III(k)}\right)\Delta s^{(k)}dl \qquad \textbf{(2.42)}$$

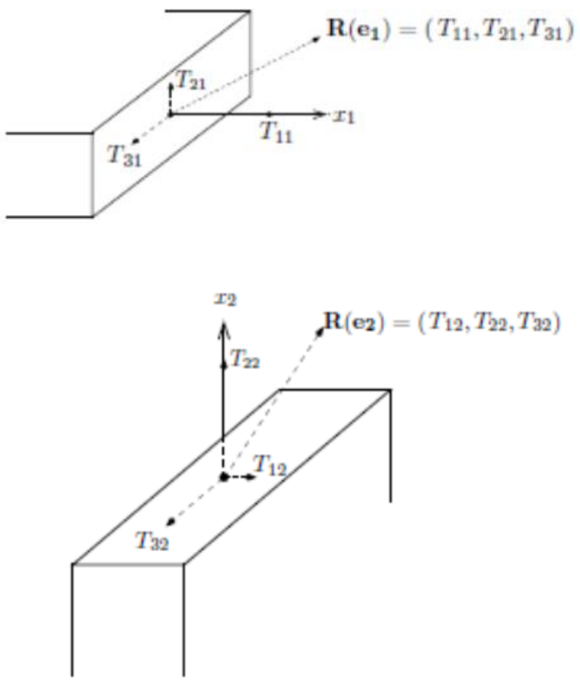
$dl \rightarrow 0$ 'a giderken

$$0 = R_i(n_j^I)dS + R_i(n_j^{II})dS \qquad \textbf{(2.43)}$$

ve $\quad n_j = n_j^I = -n_j^{II} \;\; ise$

$$R_i\,(n_j) = -R_i\,(-n_j) \qquad olur \qquad \textbf{(2.44)}$$

Bu ifade bize, bir yüzeydeki kuvvetin diğer yüzeyde ona eşit bir kuvvetle dengelendiğini söyler. Bu aşamada yüzey kuvvetleri koordinatlar doğrultusunda bileşenlerine ayrılabilir. Bu durum Şekil 2.28'de gösterilmiştir.



Şekil 2.28 : İki farklı yön için yüzey kuvveti bileşenleri.

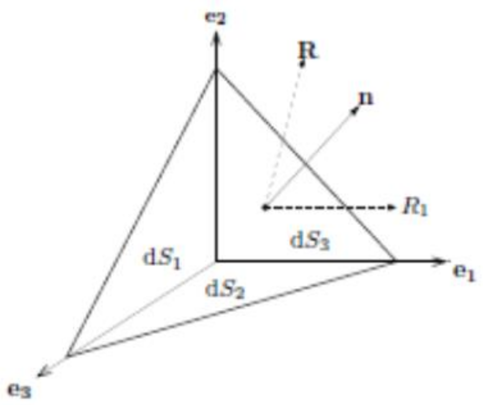
Burada T_{ij} dS yüzeyindeki kuvvetin j yönündeki i-bileşenidir. Eğik yüzeye sahip bir akış elemanı dikkate alındığında aşağıdaki bağıntı elde edilebilir.

$$dS_j = e_j \,.\, n\, dS = n_j\, dS \qquad \textbf{(2.45)}$$

Burada yeralan dS ifadesi eğik yüzeyin alanıdır. Momentumun dengesi yüzeydeki kuvvetlerin dengesini gerektirir.

$$0 = R_1\, dS - T_{11}n_1 dS - T_{12}n_2 dS - T_{13}n_3 dS \qquad \textbf{(2.46)}$$

Söz konusu eğik yüzeyler Şekil 2.29'da gösterilmiştir.



Şekil 2.29 : Eğik yüzeyli bir akışkan elemanında yüzey kuvvetlerinin dengesi.

Toplam yüzey kuvveti olan R_i gerilme tensör bileşenleri yardımı ile aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$R_i = T_{i1}\, n_1 + T_{i2}\, n_2 + T_{i3}\, n_3 = T_{ij}\, n_j \qquad \textbf{(2.47)}$$

Parçacık çevresindeki moment dengesi aynı zamanda bize T_{ij} 'nin simetrik olduğunu göstermektedir.

$$T_{ij} = T_{ji} \qquad \textbf{(2.48)}$$

Gerilme tensörleri yardımı ile momentum denklemi aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\int_{\forall\,(t)} \rho\, \frac{Du_i}{Dt}\, d\forall = \int_{\forall\,(t)} \rho F_i d\forall + \int_{S\,(t)} T_{ij} n_j dS = \int_{\forall\,(t)} \left[\rho F_i + \frac{\partial T_{ij}}{x_j}\right] d\forall \qquad \textbf{(2.49)}$$

2.8.6 Enerjinin korunumu prensibi

Doğadaki en temel yasalardan biri olan termodinamiğin birinci yasası yada diğer adıyla enerjinin korunumu ilkesi, enerjinin farklı formları arasındaki ilişkileri ve enerji etkileşimlerini incelemede temel teşkil eder.

Sabit miktardaki bir kütlenin (kapalı bir sistemin) enerjisi, ısı geçişi ve iş geçişi olmak üzere,iki yolla değişebilir. Matematiksel olarak enerji denklemini ifade etmek gerekirse;

Parçacığın enerji miktarındaki değişim, Isı yada iş transferi yoluyla o parçacık tarafından alınan enerji miktarına eşit olmalıdır.

Bu ifadeye ait terimleri açmak gerekirse ;

$$\rho\left[e+\frac{1}{2}\,u_iu_i\right]\,d\forall:\ \ Bir\ parçacığın\ enerjisi \tag{2.50}$$

$$\rho u_iF_i\ dV:F_i\ nin\ parçacık\ \text{üzerinde}\ gerçekleştirdiği\ iş\ oranı \tag{2.51}$$

$$u_jR_jdS:\ R_j\ nin\ parçacık\ \text{üzerinde}\ gerçekleştirdiği\ iş\ oranı \tag{2.52}$$

$$n_iq_idS:Yüzeydeki\ ısı\ kaybı \tag{2.53}$$

Reynolds Transport Teoremi yardımı ile enerjinin korunumuna ait integral ifade aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\frac{D}{Dt}\int_{\forall(t)}\rho\left[e+\frac{1}{2}u_iu_i\right]&=\int_{\forall(t)}\rho F_iu_id\forall+\int_{S(t)}\left[n_iT_{ij}u_j-n_iq_i\right]dS\\&=\int_{\forall(t)}\left[\rho F_iu_i+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(T_{ij}u_j-q_i\right)d\forall\right]\end{aligned} \tag{2.54}$$

2.8.7 Navier-Stokes denklemleri

Yukarıda bahsedilen korunum kanunlarının uygulanmasıyla, kütlenin, momentumun ve enerjinin korunumları tanımlanır. Ve böylece aşağıdaki Navier-Stokes denklemlerine ulaşılır.

$$\frac{D\rho}{Dt}+\rho\frac{\partial u_k}{\partial x_k}=0 \tag{2.55}$$

$$\rho\frac{Du_i}{Dt}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}+\rho F_i \tag{2.56}$$

$$\rho\frac{De}{Dt}=-\rho\frac{\partial u_i}{\partial x_i}+\Phi+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial x_i}\right) \tag{2.57}$$

$$\Phi=\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{2.58}$$

$$\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{2}{3}\frac{\partial u_r}{\partial x_r}\,\delta_{ij}\right) \tag{2.59}$$

Bunlara ek olarak termodinamik bağıntıya ve ideal gaza ait ifadeler aşağıda gösterilmiştir.

$$e = e\,(T, p) \tag{2.60}$$

$$p = \rho RT \tag{2.61}$$

Böylelikle, sistem denklemlerinin çözülebilmesi için gerekli 7 denklem, 7 adet bilinmeyen için elde edilmiştir.

Çizelge 2.5 : Sistemde yeralan bilinmeyenler ve bunlara ait denklemler.

Bilinmeyen		**Denklemler**	
ρ	**1**	Süreklilik	**1**
u_i	**3**	Momentum	**3**
p	**1**	Enerji	**1**
e	**1**	Termodinamik	**1**
T	**1**	İdeal Gaz Kanunu	**1**
$\sum$	**7**	$\sum$	**7**

Sıkıştırılamaz akışkan için Navier-Stokes Denklemlerini yazmak gerekirse ; kütle ve momentuma ait korunum aşağıdaki bağıntılarla tanımlanır.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\,\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.62}$$

$$\rho\,\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i \tag{2.63}$$

Sıkıştırılamaz akışkan için $\rho = sabit$ olacağından, $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ olur ve bu da hacimde bir değişiklik olmayacağı anlamına gelir. Böylelikle, yukarıda tanımlanan kütle ve momentum denklemleri aşağıdaki forma ulaşırlar.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j\,\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\nabla^2 u_i + F_i \tag{2.64}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.65}$$

Sıkışmayan akışkana için kütle ve momentumu ilkelerinin uygulanması sonucunda elde edilen denklem formları, Navier-Stokes Denklemleri olarak adlandırılırlar. Burada hatırlatılması gereken önemli bir husus, literatürde kütlenin korunumu ilkesinin sonucu süreklilik denkleminin elde edildiğidir. .

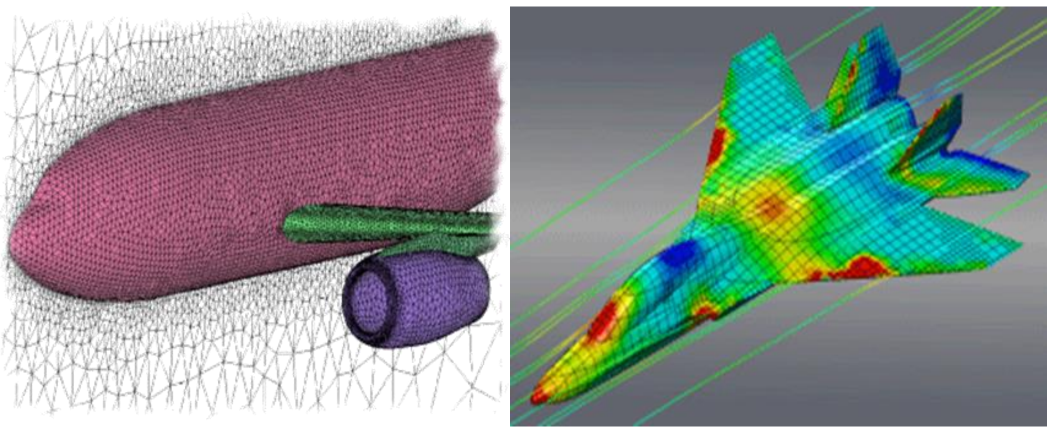
2.8.8 Çözüm algoritmaları

Bu bölümde uzun süre Navier-Stokes Denklemleri'nin çözümünde yararlanılan temel çözüm algoritmalarından bahsedilmiştir. Çoğu ticari hesaplamalı akışkanlar dinamiği yazılımında burada bahsi geçen algoritmalardan yararlanılmaktadır. Bu bölümde ayrıca, çalışmanın da ana konusunu oluşturan Düzgün Parçacık Hidrodinamiği'ne ana hatları ile değinilmiştir. Tüm yöntemlerdeki temel problem, doğrusal olmayan serbest yüzeyin modellenebilmesidir.

Özellikle son yıllarda, akış problemlerinin çözümünde hesaplamalı akışkanlar dinamiğinden yararlanmak oldukça popüler hale gelmiştir. Söz konusu yaklaşım, bu çalışmanın da ana konusu olan çalkantı probleminin çözümüne yönelik de kullanılmaktadır. Akış problemlerine ait çözüm yaklaşımlarını üç temel başlıkta toplayabiliriz. Bunlar ;

- Potansiyel akım yöntemleri
- Navier-Stokes yöntemleri
- Hibrid yöntemleridir.

Bu çalışma kapsamında Navier-Stokes denklemlerinden yararlanıldığından, söz konusu yönteme ait farklı algoritmalardan bahsedilmesi uygun görülmüştür. Navier-Stokes denklemleri, ağ tabanlı veya ağdan bağımsız yöntemler yardımı ile sayısal olarak çözülebilirler. Ağ tabanlı yöntemlerden en bilinenleri, Sonlu Farklar Yöntemi, Sonlu Hacim Yöntemi ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'dir. Yöntemler önceden tanımlanmış bir ağ yapısına ihtiyaç duyar. Aşağıda söz konusu ağ yapısına ait iki örnek Şekil 2.30'da verilmiştir.



Şekil 2.30 : İki farklı geometri için oluşturulmuş hesap ağı.

Navier-Stokes ve Euler denklemlerine dayanan hesaplamalı akışkanlar dinamiği metotları genellikle oldukça kararlıdırlar. Buna karşın, elde edilen çözümlerin fiziksel olarak tutarlı olup olmadıklarına her zaman dikkat edilmelidir. Akışkanın kütlesinin korunması çalkantı problemindeki belirli ilgi alanlarından bir tanesidir. Çünkü akışkanın hareketine ait en büyük doğal periyod, akışkanın kütlesine bağlıdır. Sayısal sonuçların fiziksel olarak anlamlı olup olmadıklarını belirlemek için doğrulama ve onaylama süreçleri önemlidir. Roache,1997 tarihli çalışmasında bu durumu aşağıdaki iki madde ile özetlemiştir [101].

- Denklemler doğru çözüldü mü ? (Doğrulama aşaması)
- Doğru denklemler mi çözüldü ? (Onaylama aşaması)

Doğrulama kısmı kütlenin, momentumun ve enerjinin korunumu şartlarının sağlanıp sağlanmadığının kontrolü ile gerçekleştirilebilir. Onaylama aşaması ise model ile gerçek ölçeğin karşılaştırılması yolu ile gerçekleştirilebilir. Söz konusu testler de hataya açık olduklarından, fiziksel deneyler hata analizi ile desteklenmelidir. Ticari yazılımlar genel problemlere dönük hazırlanmakta olup, özel fiziksel durumlar spesifik çözümleri gerektirir. Bu durum, bilgisayar koduna ait dökümanlarda yeralan doğrulama ve onaylama süreçleri hakkında soru işareti yaratır. Solaas, 1995 tarihli çalışmasında, kodu geliştirenler tarafından önerilen parametrelerin kullanılmasının en iyi neticeleri vermediği sonucuna ulaşmıştır [102]. Sayısal çalışma neticesinde elde edilen sonuçların, yakınsama oranlarının tespiti için prosedürlerin gösterildiği bir çalışma, 2002 tarihinde Ferziger ve Peric tarafından gerçekleştirilmiştir [91].

2.8.9 Sonlu farklar yöntemi

Hirt tarafından 1975 yılında ortaya atılan SOLA şeması, Navier-Stokes denklemlerinin sonlu farklar yaklaşımı ile çözülmesine yarayan ve oldukça yaygın kullanılan bir çözüm aracıdır [103]. Söz konusu çözüm yaklaşımı, 2001 ve 2007 tarihli iki çalışmada üç boyutlu çalkantı probleminin simule edilmesinde de kullanılmıştır [104,105]. Sonlu Farklar Yöntemi, bir değişkenin türevine yakınsayabilmek için, sonlu Δx mesafesindeki (yada Δt zamanındaki) farklardan yararlanılması ilkesine dayanır. Bu mesafeyi sonsuz küçük yaptığımızda diferansiyelin tanımına ulaşılır. Ancak sayısal çalışmada bu fark, sonlu bir farktır ve yönteme de adını verir. Bir x noktası etrafında Taylor Açılımı uygulanırsa, sonlu fark yakınsamasına ait terimler çıkarılabilir.

$$u\,(x+h) = u\,(x) + h\,\frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\,h^2\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{1}{6}\,h^3\frac{d^3u}{dx^3} + O(h^4) \qquad \textbf{(2.66)}$$

$$u\,(x-h) = u\,(x) - h\,\frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\,h^2\,\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{1}{6}\,h^3\,\frac{d^3u}{dx^3} + O(h^4) \qquad \textbf{(2.67)}$$

Yukarıdaki iki ifadenin toplanması ile aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$(x+h) + u(x-h) = 2u\,(x) + \,h^2\,\frac{d^2u}{dx^2} + O(h^4) \qquad \textbf{(2.68)}$$

Bu da ikinci mertebe türeve ait aşağıdaki ifadeyi oluşturur.

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{u\,(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2} + O(h^2) \qquad \textbf{(2.69)}$$

Eğer denklem 2.68'de gösterildiği üzere iki ifade toplanmak yerine birbirinden çıkarılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$u(x+h) - u(x-h) = 2h\frac{du}{dx} + O(h^3) \qquad \textbf{(2.70)}$$

Bu da bizi merkezi fark yardımı ile birinci mertebe türevin yakınsanmasına yarayacak denkleme götürür.

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} + O(h^2) \qquad \textbf{(2.71)}$$

Eğer denklem 2.65'de verilen ifade tek başına kullanılacak olursa birinci mertebe türeve ileri doğru fark ile yakınsanabilir.

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + O(h) \qquad \textbf{(2.72)}$$

Eğer denklem 2.69'da verilen ifade tek başına kullanılacak olursa birinci mertebe türeve geriye doğru fark ile yakınsanabilir.

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x) - u(x-h)}{h} + O(h) \qquad \textbf{(2.73)}$$

İncelenen tanka sabitlenmiş bir kartezyen koordinat sisteminde tek bir akışkana ait Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\frac{\partial^* \upsilon_r}{\sigma t} + \,\upsilon_r.\nabla\upsilon_r = \,-\,\frac{\nabla p}{\rho} + \,\frac{\nabla\,.\,\left(\tau_{ij}e_ie_j\right)}{\rho} + f \qquad \textbf{(2.74)}$$

Yukarıda söz edilen kartezyen koordinat sistemi Şekil 2.31'de gösterilmiştir. Bu şekilde, x,y ve z akslarındaki birim vektörler $e_1, e_2\ ve\ e_3$ olarak isimlendirilmişlerdir. Denklemde geçen v_r akışkanın O_{xyz} sistemine bağlı olan hızıdır. Yine denklemde yeralan ${\partial^* v_r}/{\partial t}$ ifadesi , v_r 'nin tanktaki sabit bir nokta için zamana bağlı olarak türevlendiğini söyler.

Denklem 2.74'deki terimler açılacak olursa ;

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i^r}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^r}{\partial x_i} \right) \tag{2.75a}$$

$$f = g - a_o - (\omega - v_0) - \left(\frac{d\omega}{dt} \times r \right) - 2(\omega \times v_r) - \omega \times (\omega \times r) \tag{2.75b}$$

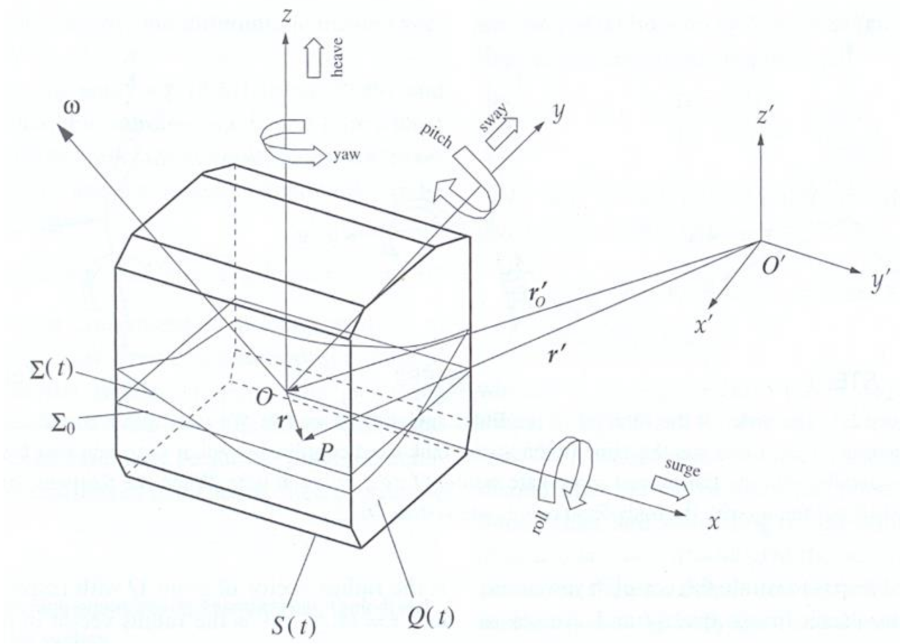
Denklemde 2.75a'da yeralan u_i^r terimleri, v_r 'nin bileşenleridir. İncelenen tank açısal bir hıza sahip olduğunda hızın, yerçekimine bağlı vektörel bileşenleri zamana bağımlıdır. Akışkan sıkıştırılamaz olduğundan aşağıdaki ifade geçerlidir.

$$\nabla . r = 0 \tag{2.76}$$

Tankta sınır koşulu olarak kaymama şartı uygulandığında; yani, $v_r = 0$ olduğunda basınç ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir [74].

$$\nabla p = \nabla . \left(\tau_{ij} e_i e_j \right) + \rho f \tag{2.77}$$

$$f = g - a_o - (\omega - v_0) - \left(\frac{d\omega}{dt} \times r \right) - \omega \times (\omega \times r) \tag{2.78}$$



Şekil 2.31 : Kısmen dolu hareketli bir tanka ait koordinat sistemi.

Sayısal hatalardan kaçınabilmek için, yüksek mertebeden zamansal integrasyon yöntemlerinin kullanılması gerekir. Genel zaman adımlama prosedürleri, integre edilen değişkenin zamanın bir fonksiyonu olduğu kabulüne dayanırlar. Aşağıda gösterilmiş olan tahmin-düzeltme prosedürü ise Runge-Kutta metoduna dayanmaktadır. Yöntem, aynı zamanda "*Heun Yöntemi*" olarak da bilinmektedir. Tahmin aşamasında, zaman adımı olan Δt 'de Euler adımı gerçekleştirilir. Euler adımı, denklem 2.73'de gösterilen ileri fark şeması ile uyumludur.

$$F\,(\upsilon_r, \phi, t) = -\upsilon_r\,.\nabla\upsilon_r + \frac{\nabla.\,\left(\tau_{ij}e_ie_j\right)}{\rho} + f(t) \qquad \textbf{(2.79)}$$

ve

$$G\,(\upsilon_r, \phi, t) = -\upsilon_r\,.\nabla\phi \qquad \textbf{(2.80)}$$

Yukarıdaki ifadeler, zaman-ayrık formda aşağıdaki denklemler ile tanımlanırlar.

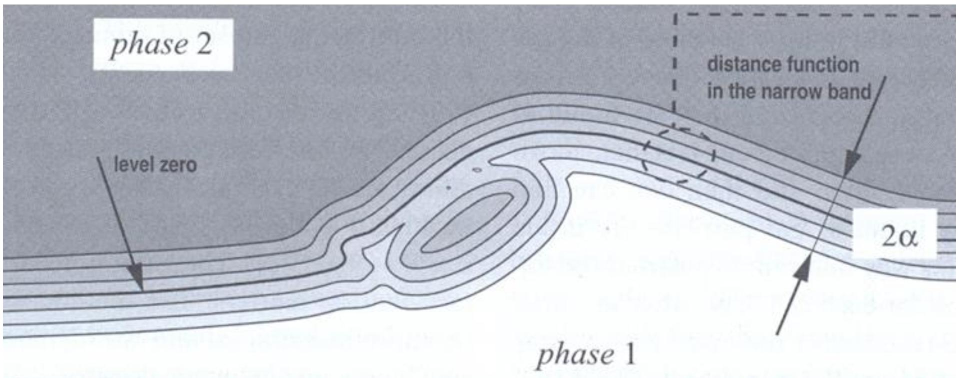
$$\upsilon_r^* = \upsilon_r^n + \Delta t\,F\,(\upsilon_r^n, \phi^n, t^n) \qquad \textbf{(2.81a)}$$

$$\bar{\phi}^{n+1} = \phi^n + \Delta t\,G\,(\upsilon_r^n, \phi^n, t^n) \qquad \textbf{(2.81b)}$$

Denklemlerde yeralan n ifadesi n.zaman adımını, $\bar{\phi}^{n+1}$ ise n+1. adımda tahmin edilen LS fonksiyonunu ifade eder. LS ifadesi "*Level Set*" ifadesinin kısaltılmışı olup, söz konusu fonksiyon akışkan üzerindeki herhangi bir noktadan pozitif yada negatif mesafeyi tanımlar. Bu fonksiyon (ϕ) aşağıdaki özelliklere sahiptir ;

- $\phi(P) < 0$ eğer P sıvı içerisinde ise (faz 1)
- $\phi(P) > 0$ eğer P gaz içerisinde ise (faz 2)
- $\phi(P) = 0$ eğer P kesişim üzerinde ise

Söz konusu fonksiyon Şekil 2.32'de görselleştirilmiştir.



Şekil 2.32 : LS tekniğine ait bir gösterim.

Bu yaklaşım sayesinde fonksiyonun sıfır olduğu yerler tespit edilebilir ve bu da kesişim noktalarını göstermektedir. Herhangi bir zaman aralığında ϕ fonksiyonu tespit edildiğinde, kesişime ait geometrik özelliklerin inşası mümkün hale gelir. Yukarıdaki şekilde de gösterildiği üzere LS fonksiyonu 2α genişliğindeki bir bantta tanımlı olmalıdır [106].

Akışkanın n+1 zaman adımındaki hızının tahmini için, ilk yakınsama aşağıdaki denklem yardımı ile olur.

$$\bar{v}_r^{n+1} = v_r^* - \frac{\nabla \bar{p}\, \Delta t}{\bar{\rho}} \tag{2.82}$$

Süreklilik denkleminin $\bar{v}_r^{n+1}$ ve $\bar{p}$ 'ye uygulanması ile aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\nabla . \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \nabla \bar{p} \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla . v_r^* \tag{2.83a}$$

$$\bar{\rho} = \rho\, (\bar{\phi}^{n+1}) \tag{2.83b}$$

Tahmin edilen hızları ifade eden $\bar{v}_r^{n+1}$ ve LS fonksiyonu olan $\bar{\phi}^{n+1}$ birlikte düzeltme adımında t^{n+1} zaman adımındaki çözümü elde etmede kullanılırlar.

$$v_r^{**} = v_r^n + \frac{1}{2}\,\Delta t\,[F\,(v_r^n, \phi^n, t^n) + F(\bar{v}_r^{n+1}, \bar{\phi}^{n+1}, t^{n+1})] \quad \textbf{(2.84)}$$

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{1}{2}\,\Delta t\,[G(v_r^n, \phi^n, t^n) + G(\bar{v}_r^{n+1}, \bar{\phi}^{n+1}, t^{n+1})] \quad \textbf{(2.85)}$$

$$v_r^{n+1} = v_r^{**} - \frac{\Delta t}{\rho^{n+\frac{1}{2}}}\,\nabla p^{n+\frac{1}{2}} \quad \textbf{(2.86)}$$

Denklemde geçen $p^{n+1/2}$ ifadesi, aşağıda verilen denklemin çözümü ile elde edilebilir.

$$\nabla.\left(\frac{1}{\rho^{n+\frac{1}{2}}}\,\nabla p^{n+\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\Delta t}\,\nabla.v_r^{**} \quad \textbf{(2.87)}$$

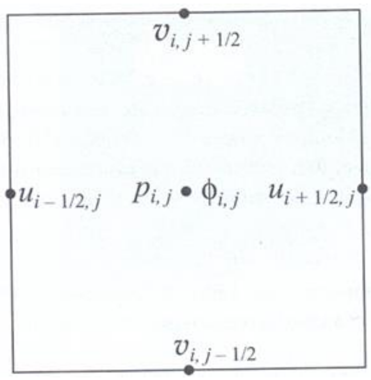
Denklem 2.87 için uygun sayısal sınır şartları, denklem 2.86’nın aşağıdaki şekilde düzenlenmesi ile elde edilebilir.

$$\frac{1}{\rho^{n+\frac{1}{2}}}\,\nabla p^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(v_{r\Gamma}^{**} - v_{r\Gamma}^{n+1}\right)}{\Delta t} \quad \textbf{(2.88)}$$

Yukarıdaki ifadede $v_{r\Gamma}^{**} = v_{r\Gamma}^{n+1}$ eşitliği ile basitleştirilmiş homojen sınır şartı koşulları oluşur.

$$\nabla p^{n+\frac{1}{2}} = 0 \quad \textbf{(2.89)}$$

Buraya kadar bahsi geçen hız bileşenleri $u\ ve\ v$, basınç p ve LS fonksiyonu ϕ Şekil 2.33’de ağ sistemi üzerinde gösterilmişlerdir.



Şekil 2.33 : Ağ sisteminin gösterimi.

Çözüm, t^{n+1} zaman adımında diverjanstan bağımsız bir hız alanı için geliştirmek istenirse, Poisson denkleminin basınç için çözümü gerekir. Basınç ifadesi $p_{i,j}$, aşağıdaki şartı sağlamak suretiyle ;

$$\nabla . u_{i,j}^{n+1} = 0 \quad \textbf{(2.90)}$$

diverjans operatörü, merkez şeması yardımı ile aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\nabla . u_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta y} \quad \textbf{(2.91)}$$

Daha önce verilmiş olan Denklem 2.86 yardımı ile yukarıda verilen ifadeler aşağıdaki şekilde açılabilir.

$$u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = u_{i+\frac{1}{2},j}^{**} - \frac{\Delta t}{\rho_{i+\frac{1}{2},j}} \left(\frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x} \right) \quad \textbf{(2.92)}$$

$$u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} = u_{i-\frac{1}{2},j}^{**} - \frac{\Delta t}{\rho_{i-\frac{1}{2},j}} \left(\frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x} \right) \quad \textbf{(2.93)}$$

$$v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = v_{i,j+\frac{1}{2}}^{**} - \frac{\Delta t}{\rho_{i,j+\frac{1}{2}}} \left(\frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta y} \right) \quad \textbf{(2.94)}$$

$$v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} = v_{i,j-\frac{1}{2}}^{**} - \frac{\Delta t}{\rho_{i,j-\frac{1}{2}}} \left(\frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta y} \right) \quad \textbf{(2.95)}$$

Bu ifadeler yardımı ile standart ayrık Poisson denklemi basınç için elde edilir.

$$p_{i,j} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{**} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{**}}{\Delta x} - \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^{**} - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{**}}{\Delta y} \right) \quad \textbf{(2.96)}$$

Elde edilen doğrusal denklemler BiCGSTAB[8] ve GMRES[9] gibi yöntemler yardımı ile çözülebilirler [107].

[8] Biconjugate gradient stabilized method
[9] Generalized minimal residual method

2.8.10 Sonlu hacim yöntemi

Sonlu Hacim Yöntemi, uzaysal hesap alanının süreklilik arz eden sonlu sayıda kontrol hacmine bölünmesi kabulüne dayanır. İki grup yönetici denklem, kontrol hacmindeki kütle ve momentumun zamana bağlı değişimini ifade etmede kullanılır. Formülasyonun temeli, kütlenin sürekliliği ve Navier-Stokes denklemleridir. Aşağıda verilen denklem, kontrol hacmi içerisindeki hacim bölünmelerinin zamana bağlı değişimlerini ifade eder [108].

$$\frac{d}{dt}\int_{\Delta Q} c\, dQ + \int_{S\Delta Q} c\,(u_n - U_{sn})\, dS = 0 \qquad \textbf{(2.97)}$$

Sonlu Hacim Yöntemi'nin sayısal çözümlerine ait detaylar, Muzaferija'nın ve Ferziger'in çalışmalarında gösterilmiştir [109,91]. Söz konusu yöntem, Peric'in 2007 tarihli çalışmasında, sıvılaştırılmış gaz taşıyan tanklardaki çalkantı hareketine uyarlanmıştır [108]. Bu çalışmadaki temel fark, Reynolds ortalamalı Navier-Stokes denklemlerinin çözülmüş olmasıdır.

2.8.11 Sonlu eleman yöntemi

Sonlu Eleman Yöntemi, birçok farklı mühendislik probleminin çözümünde kullanılmaktadır. Söz konusu yöntem farklı çalışmalarda çalkantı problemine de uyarlanmıştır [102]. Sonlu Eleman Yöntemi, Navier-Stokes denklemlerinin çözümünde diğer yöntemlere nazaran daha karmaşıktır. Herfjord ve Tonnessen, yaptıkları çalışmalarda iki boyutlu gövdeler etrafındaki akışa ait çözümlerde iyi neticelere ulaşmışlardır [110,111]. Söz konusu yöntemde, akış alanı elemanlara bölünür ve şekil fonksiyonları bu elemanlar üzerinde kullanılır. Galerkin Yöntemi, integrasyonun ayrıklaştırmada yararlanılan herbir eleman için elde edilmesi gerektiğini söyler. Öncelikle, Galerkin Yöntemi'nin temeli olan *"Ağırlıklı Kalanlar Yöntemi"* kullanılacak olursa; aşağıda verilen genel diferansiyel form elde edilir.

$$L\,(u) + f = 0 \qquad \textbf{(2.98)}$$

Denklemde geçen u ifadesi, bilinmeyen fonksiyonu, f ise bilinen fonksiyonu ifade eder. Ağırlıklı Kalanlar Yöntemi ile u fonksiyonuna aşağıdaki şekilde yakınsanır.

$$u \approx \hat{u} = \sum_{i=1}^{m} C_i(t)\, N_i\,(x, y) \qquad \textbf{(2.99)}$$

Denklemde yeralan $C_i(t)$ ifadesi, zamana bağlı olan bilinmeyenleri ifade eder. Yakınsama fonksiyonu olan $\hat{u}$, Denklem 2.98'de yerine konulursa ;

$$R_\Omega = L\hat{u} + f \qquad \textbf{(2.100)}$$

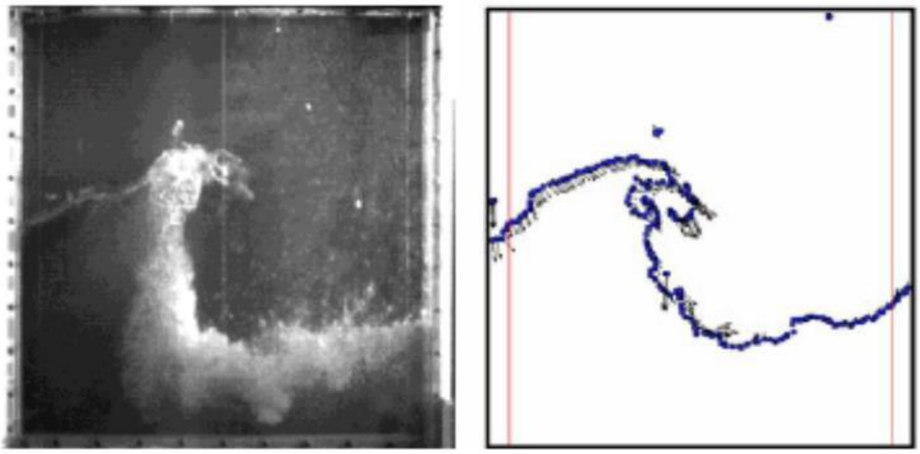
elde edilir. Denklemde yeralan R_Ω kalıntı yada hata olarak adlandırılır. Bir sonraki adım yukarıdaki denklemin ağırlık fonksiyonu W_i ile çarpılıp, Ω üzerinde integre edilmesidir.

$$\int_\Omega W_i\,(x,y)\,R_\Omega\,d\Omega = 0\ ,\ \ i = 1,2,\dots,m \qquad \textbf{(2.101)}$$

Bu prosedür, m sayıdaki $C_i(t)$bilinmeyeni için m sayıda denklem elde edilmesini sağlar.

2.8.12 Düzgün parçacık hidrodinamiği

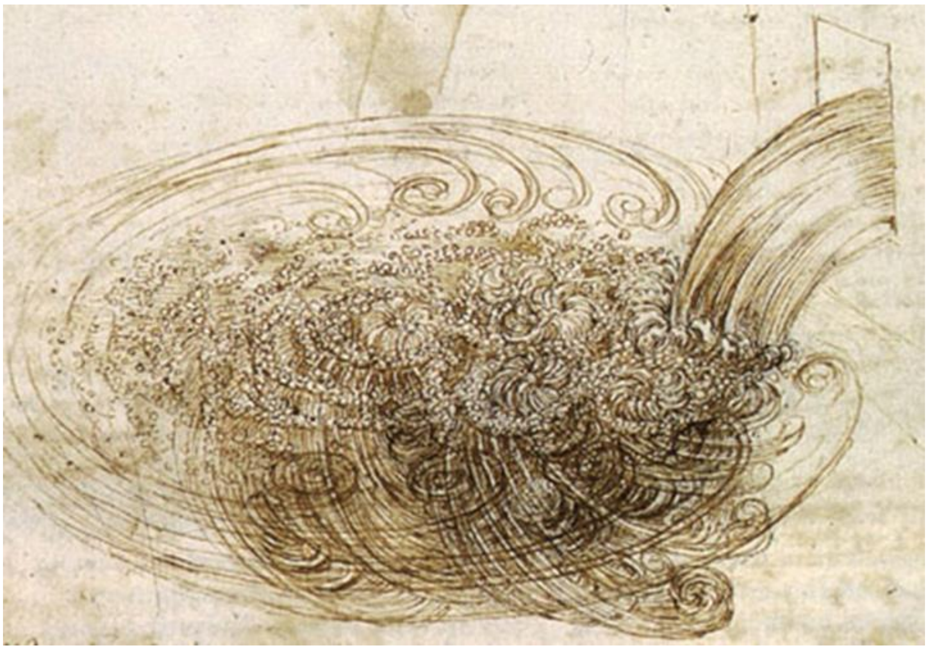
Bu yöntemde akış alanı, sonlu sayıda parçacık ile tanımlanmaktadır. Yöntem, özellikle çalkantı gibi doğrusal olmayan problemleri iyi tanımlayabilmektedir. Yöntemde Navier-Stokes denklemlerinden yararlanılabilmektedir. Yöntemin iyileştirme gerektiren özelliklerinden bir tanesi, basınç ve özgül kütle arasında kurulan yapay ilişkinin fiziksel olarak anlamlı olmayan sonuçlar doğurabilmesi ve bunun filtrelenmesi gerekliliğidir. Sınır parçacıkları söz konusu olduğunda da özel yaklaşımlar gerektirmektedir. Metodun ayrıntıları çalışmanın ilgili bölümünde verilmektedir. Aşağıda verilen Şekil 2.34'de, deneysel bir çalışma ve bu çalışmanın DPH Yöntemi ile modellenmesi neticesinde elde edilen çözümün deney sonuçları ile karşılaştırması gösterilmiştir.



Şekil 2.34 : Deney ve DPH benzeşim çalışmasının karşılaştırılması.

2.9 Türbülans

Türbülans davranışının anlaşılabilmesi, klasik fiziğin temel konularından birisi olmuştur. Bu problem, pek çok fizikçi tarafından özellikle 19. ve 20. Yüzyılda araştırılmıştır. Yapılan çalışmalara karşın, türbülansın neden kaynaklandığı ve bu davranışın şeklinin önceden tahmin edilebilmesi günümüzde de söz konusu değildir. Türbülansın belkide en çok bilinen tanımı ve çizimi Da Vinci tarafından gerçekleştirilmiştir. Son derece modern olan bu tanımlamada, söz konusu davranış "turbolenza" olarak tanımlamıştır. Da Vinci'nin türbülans tasviri Şekil 2.35'de gösterilmiştir.



Şekil 2.35 : Da Vinci'nin türbülans tasviri.

Reynolds, 1894 tarihli çalışmasında laminer akıştan türbülanslı akışa geçişi ilk kez incelemiş ve gözlemleri neticesinde kendi adıyla anılan boyutsuz bir parametreye ulaşmıştır [112].

$$R_e = \frac{\rho U L}{\mu} \tag{2.102}$$

Denklemde yeralan ρ ve μ sırası ile, özgül kütleyi ve kinematik viskoziteyi, U hız ölçeğini, L ise uzunluk ölçeğini ifade etmektedir. Türbülanslı bir akışın aşağıda maddeler halinde sıralanmakta olan karakteristiklere sahip olması öngörülmektedir.

- Düzensiz, kaotik ve rastgele gerçekleşen bir davranış
- Tekrarlanmayan bir davranış (Başlangıç şartlarına duyarlı)
- Gelişmiş difüzyon (karışım)

- Üç boyutluluk. Zamana bağımlı ve rotasyonel
- Uzayda ve zamanda kesiklilik.

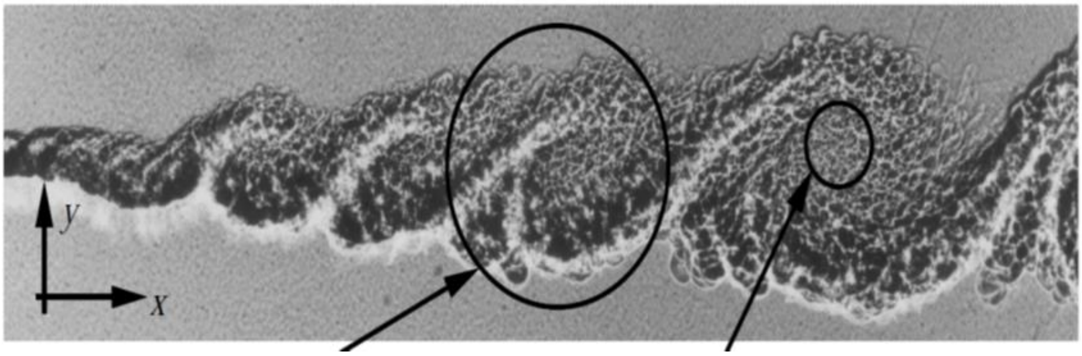
Reynolds, çalışmaları neticesinde, türbülansın tam olarak anlaşılamayacak kadar karmaşık bir yapıda olduğunu ve akışa ait değişkenlerin ortalama ile dalgalanan kısımlarının parçalanması gerektiğini öne sürmüştür. Reynolds'un, türbülansın rastgele yapısını ortaya koyması ve bu tip akışı tanımlamada istatistikten faydalanması diğer araştırmacıların uzun süre bu yoldan gitmelerine sebep olmuştur. Bu anlamda ilk önemli çalışma Prandtl tarafından gerçekleştirilmiştir [113]. Prandtl'ın "*karışım uzunluğu teorisi*", Boussinesq tarafından ilk kez ortaya atılan Eddy viskozitesinin tahminine dayalı bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım, türbülans modellemesindeki ilk modern yaklaşım olarak kabul edilebilir. Gerçekte bu teori, türbülanslı akışın doğru tahminlerinde başarılı olmamıştır. Konu ile ilgili bir sonraki büyük adım, Taylor tarafından 1930'lu yıllarda atılmıştır [114]. Taylor, türbülans çalışmalarında Fourier dönüşümlerini ilk kez kullanan araştırmacı olmuştur. Bu çalışmaları neticesinde zamansal veriyi uzaysal olana çevirmeye yarayacak olan Taylor Hipotezi de ortaya atılmıştır. 1941 yılında Rus istatistikçi Kolmogorov, türbülans teorisi ile ilgili üç önemli çalışmasını yayınlamıştır [115-117]. Sadece türbülans konusuna adanmış kitaplar ise 1950'li yıllarda yayınlanmaya başlamışlardır [118-120]. Söz konusu çalışmalar problemi istatistiksel yaklaşımla ele almışlar ve Prandtl ile Taylor'un çalışmalarının devamı niteliğinde olmuşlardır. 1960'lı yılların başlarında deneysel çalışmalar ön plana çıkmıştır. Bunun önemli nedeni, Lazer Dopler Hız Ölçer ve Parçacık Hız Ölçer gibi teknolojilerin ortaya çıkmış olmasıdır. 1963 yılında MIT'de görevli bir meteorolojist, türbülansa farklı bir bakış açısı getirecek çalışmasını yayınlamıştır [121]. Bu çalışma, Navier-Stokes denklemlerinin basit bir modelinin deterministik çözümünü içermektedir. Bununla birlikte, 1960'lı yıllar Navier-Stokes denklemlerinin matematiksel olarak anlaşılmasını amaçlayan çalışmalarla geçmiştir. Türbülansın modern çağdaki tanımına sahip ilk çalışma, 1971 yılında Ruelle ve Takens tarafından gerçekleştirilmiştir [122]. Söz konusu çalışmada N-S denklemleri, dinamik bir sistem olarak görülmekte ve kaotik çözümlere ulaşmada kullanılabilmektedirler. Bilgisayar tabanlı çözüm tekniklerinin gelişmesi ve güçlü donanıma sahip bilgisayarların yaygınlaşması ile konuya olan bakış açısı da değişmiştir.

Ortaya çıkan tekniklerden ilki "Büyük Eddy Benzeşimi" 'dir [123]. Bu yöntemi, "Doğrudan Sayısal Benzeşim" ve "Reynolds Ortalamalı N-S" yaklaşımları takip etmiştir [124,125].

İlk çalışmalarda RANS üzerinde yoğunlaşılmış, ancak 1990'lı yıllarda daha güçlü bilgisayarlar ile birlikte LES yöntemi üzerinde durulmaya başlanmıştır. Yakın geçmişe bakıldığında ise, yeni türbülans modellerinin de ortaya atıldığı görülür. Bunlar alt ölçek modelleri (SGS) olarak adlandırılırlar [126,127].

2.9.1 Büyük eddy benzeşimi

Bu tez çalışmasının sayısal modelleme aşamasında, türbülans modeli olarak BEB'den yararlanılmıştır. Bu nedenle yukarıda bahsi geçen modeller hakkında özet bilgiler verilmesine karşın, BEB (LES) ve Alt-Grid Ölçeği'nde (SGS) türbülans modelleri detaylı olarak irdelenmiştir. Hesaplamalı akışkanlar dinamiği uygulamalarında, yukarıda bahsi geçen farklı tekniklerden yararlanılsa da hepsi akışkanlar dinamiğinin temel denklemlerine dayanırlar. Bunlar; kütlenin korunumu prensibine dayanan süreklilik denklemi, Newton'un ikinci hareket kanununa dayanan momentum denklemi ve enerjinin korunumu yasasına dayanan enerji denklemidir. Büyük Eddy Benzeşimi, Kolmogorov'un 1941 tarihli ünlü türbülans teorisine dayanmaktadır. Teori, akışa ait büyük eddylerin akışın geometrisine bağlı olduğunu, küçük olanların ise evrensel karaktere sahip olduklarını söyler. Bu kabüle bağlı olarak büyük eddylerin çözülmesi, küçük olanların ise modellenmesi yaklaşımı benimsenmiştir. Aşağıda verilen şekilde, büyük ve küçük ölçekteki eddyler gösterilmiştir.



Şekil 2.36 : Karışım tabakasının görselleştirilmesi.

BEB'de filtrelenmiş Navier-Stokes Denklemleri'nin çözülebilmesi için, alt-grid ölçeğinde gerilme terimlerine ihtiyaç duyulmaktadır. BEB yaklaşımında, diğer yaklaşımlardan farklı olarak denklemler uzaysal olarak filtrelenirler. Buradaki kabulün dayandığı gerekçe, büyük eddylerin enerjinin büyük bölümüne sahip olmaları ve korunan özelliklerin taşımının bunlar aracılığı ile gerçekleşmesidir.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği uygulamalarında BEB'in kullanımı, kompleks akış alanlarının tanımlanmasında önemli bir gelişme sağlamıştır. Bu noktada önemli olan, büyük ölçek bileşenlerini tüm akış alanından ayrıştırabilmektir. Bu durum en iyi, filtreleme yardımı ile gerçekleştirilebilir. Tek boyut ele alındığında, filtrelenmiş hız aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$\overline{u_i} = \int G\,(x\,,x')\,u_i\,x'\,dx' \qquad \textbf{(2.103)}$$

Denklemde yeralan $G\,(x,x')$ filtre kerneli'dir. Literatürde en sık kullanılan filtreler aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 2.6 : En sık kullanılan BEB filtreleri.

Fitre Adı	Filtre Fonksiyonu	Transfer Fonksiyonu
Genel	$G\,(r)$	$\widehat{G}\,(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\kappa r}\,G(r)\,dr$
Kutu	$\frac{1}{\Delta}H\,\left(\frac{1}{2}\Delta - \lvert r\rvert\right)$	$\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\kappa\Delta\right)}{\frac{1}{2}\kappa\Delta}$
Gauss	$\left(\frac{6}{\pi\Delta^2}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{6r^2}{\Delta^2}\right)$	$\exp\left(-\frac{\kappa^2\Delta^2}{24}\right)$
Spektral	$\frac{\sin\left(\frac{\pi r}{\Delta}\right)}{\pi r}$	$H\,(\kappa_c - \lvert\kappa\rvert)$ $\kappa_c \equiv \frac{\pi}{\Delta}$
Cauchy	$\frac{a}{\pi\Delta\left[\left(\frac{r}{\Delta}\right)^2 + a^2\right]}$ $a = \frac{\pi}{24}$	$\exp(-a\Delta\lvert\kappa\rvert)$
Pao		$\exp\left(-\frac{\pi^{2/3}}{24}(\Delta\lvert\kappa\rvert)^{4/3}\right)$

Navier-Stokes denklemleri filtrelendiğinde, RANS formundaki denklemlere benzer denklem takımları elde edilir. BEB'de, sıkıştırılamaz akışa ait filtrelenmiş Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2\overline{u_i}}{\partial x_j\partial x_j} \qquad \textbf{(2.104)}$$

Söz konusu tanımda hız ifadeleri RANS'tan farklı olmakla birlikte, kapama konusu oldukça benzerdir.

Denklemde yeralan $\overline{u_i u_j} \neq \overline{u_i}\,\overline{u_j}$ olduğundan, eşitsizliğin iki tarafı için bir modelleme yaklaşımı tanımlanmalıdır. Bu, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\overline{u_j}$ olarak tanımlanmakta olup alt-grid ölçeğinde Reynolds gerilmesi olarak adlandırılır.

Tüm hız alanı, filtrelenmiş alan ile alt-grid ölçeğindeki alanın bir kombinasyonu olarak yazıldığında, söz konusu alt-grid ölçeğinde Reynolds gerilmesi üç grup terimle tanımlanır [128]. Söz konusu terimler aşağıdaki denklemde verilmektedir.

$$\tau_{ij} = \left(\overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} - \overline{u_i}\overline{u_j}\right) + \left(\overline{\overline{u_i}\,u_j'} + \overline{\overline{u_j}u_i'}\right) + \overline{u_i'\,u_j'} \qquad \textbf{(2.105)}$$

Bu ifadelerin fiziksel karşılıkları aşağıda maddeler halinde gösterilmiştir [128].

- Yukarıdaki denklemde yeralan ilk terim, "*Leonard Terimi*" olarak adlandırılır ve iki büyük ölçekteki eddy ile buradan doğan küçük eddyler arasındaki etkileşimi ifade eder.
- Denklemde yeralan ikinci terim küçük ölçekteki eddyler ile çözülen büyük eddyler arasındaki etkileşimi ifade eder. Bu terim "*Çapraz Terim*" olarak adlandırılmaktadır. Bu terim, enerjinin büyük ölçekten küçük olana doğru transfer edildiğini bize söylemektedir.
- Üçüncü terim ise ilk terimin tersi olarak, iki küçük ölçekteki eddy ve buradan doğan büyük ölçekteki eddy arasındaki etkileşimi ifade eder. Söz konusu terim "*Gerçek Alt-Grid Ölçeğinde Terim*" olarak adlandırılır.

Bu aşamada, önceki kısımlarda birçok kez bahsi geçen alt-grid ölçek modelinden söz edilmesi yerinde olacaktır. Literatürde en yaygın olarak kullanılan model, Smagorinsky tarafından önerilen modeldir [129]. Bu, bir eddy viskozite modeli olup aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\,\delta_{ij} = -\nu_T\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{u_j}}{\partial x_i}\right) = -2\,\nu_T\,\overline{S_{ij}} \qquad \textbf{(2.106)}$$

Yukarıda verilen denklemde yeralan $\overline{S_{ij}}$ terimi gerilme tensörü, δ_{ij} terimi Kronecker delta ve ν_T ise eddy viskozitesidir.

Sıkışabilen akışkan ele alındığında, özgül kütle önemli bir değişkendir. Özgül kütle ile ağırlıklandırılmış filtreleme işlemi, BEB türbülans modelinde önemli rol oynar. Özgül kütleyle ağırlıklandırılmış Favre ortalamasında, bağımlı değişken f ; kararsız kısım f'' ve ortalama kısım $\tilde{f}$ olarak iki kısma ayrılabilir. Söz konusu yaklaşım aşağıdaki denklemler yardımı ile tanımlanabilir.

$$f = f'' + \tilde{f} \tag{2.107a}$$

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \tag{2.107b}$$

Yukarıdaki denklemlerde üzerinde durulması gereken önemli nokta, Favre ortalamasının yada filtrelemenin direkt olarak özgül kütle teriminin kendisine uygulanmamış olmasıdır. Sıkışabilen akışkan için BEB'te yararlanılan "*Uzaysal Favre Filtresi*" aşağıda tanımlanmıştır.

$$\widetilde{f_i} = \frac{1}{\bar{\rho}_i} \int \rho_i\,(x')\; G(x,x')\; f_i(x')dx' \tag{2.108}$$

Denklemde yeralan G ifadesi filtre fonksiyonudur. Uzaysal Favre Filtresi üç boyutlu sıkışabilen akışkana ait denklemlere uygulandığında, aşağıdaki denklemler elde edilir. Bu denklemler sırası ile filtre uygulanmış süreklilik, momentum ve enerji denklemleridir.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{2.109}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial\left(\bar{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}\right)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial\left(\widetilde{\tau_{ij}} + \tau_{ij,\,SGS}\right)}{\partial x_j} \tag{2.110}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\bar{\rho}\,\widetilde{E_T}\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\bar{\rho}\,\widetilde{E_T}\,\widetilde{u_i}\right)}{\partial x_j} = \\ &-\frac{\partial(\bar{p}\,\widetilde{u_i})}{\partial x_i} + \frac{\partial\left[\left(\widetilde{\tau_{ij}} + \tau_{ij,SGS}\right)\widetilde{u_i}\right]}{\partial x_j} - \frac{\partial\left(\widetilde{q_i} + q_{i,SGS}\right)}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{2.111}$$

Sıkışabilen akışkanın türbülanslı akışında, filtrenin Navier-Stokes denklemlerine uygulanması ile BEB transport denklemleri elde edilmiş olur. Bu denklemler ise Alt-Grid Ölçeğinde terimler ihtiva ederler. Yukarıdaki denklemlerde SGS notasyonu ile gösterilen bu terimlerin modellenmeleri gereklidir [130]. SGS gerilme tensörü $\tau_{ij\,,\;SGS}$, Boussinesq kabulü ile modellenebilir [131].

$$\tau_{ij,SGS} - \frac{1}{3}\,\tau_{kk,SGS}\,\delta_{ij} = -\bar{\rho}\,\nu_T\left(\frac{\partial\widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\widetilde{u_j}}{\partial x_i}\right) = -2\bar{\rho}\,\nu_T\,\widetilde{S_{ij}} \tag{2.112}$$

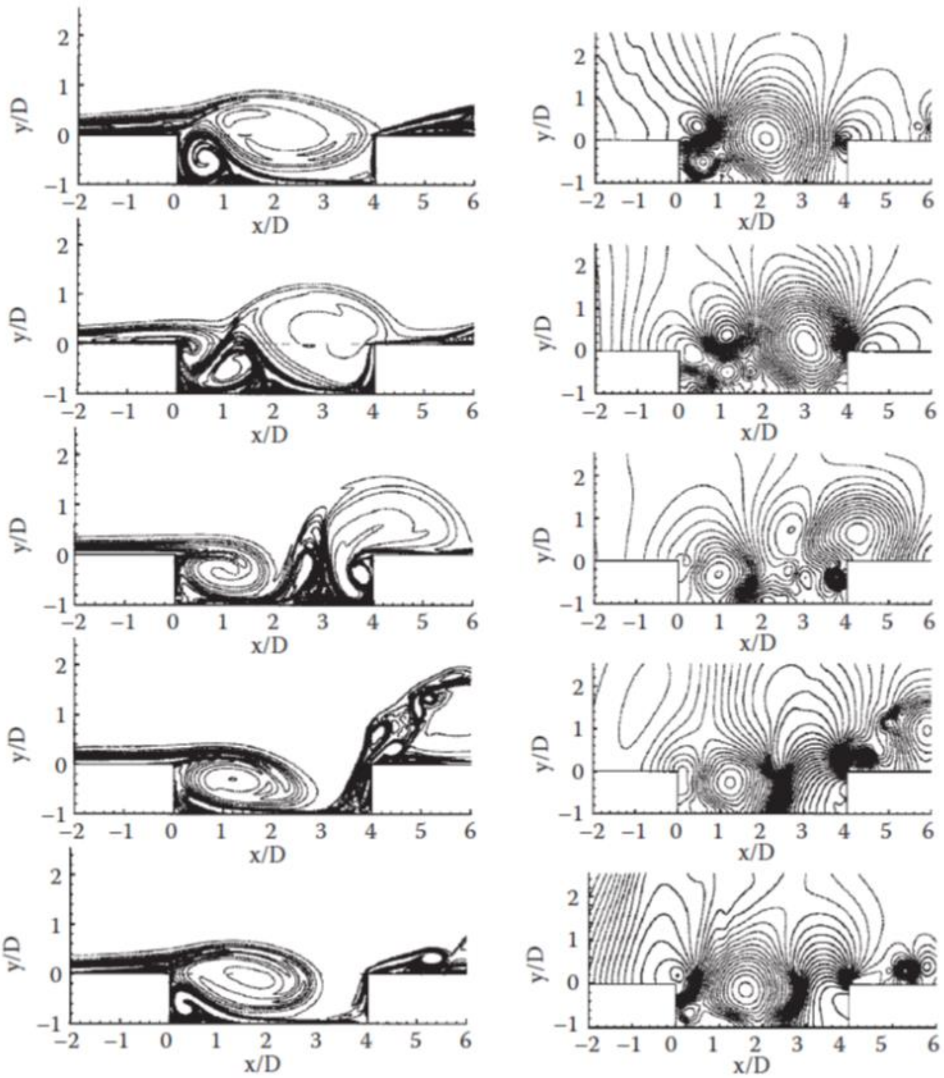
SGS enerji taşınımı ise aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$q_{i,SGS} = -\frac{\mu_t\, C_p}{Pr_t}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad \textbf{(2.113)}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan Pr_t ifadesi, Prandtl sayısını ifade eder. Turbülans viskozitesinin belirlenmesi için Smagorinsky modeli kullanılabilir.

$$\nu_T = (C_s\Delta)^2\,|\tilde{S}| = (C_s\Delta)^2\,\sqrt{2\,\widetilde{S_{ij}}\,\widetilde{S_{ij}}} \quad \textbf{(2.114)}$$

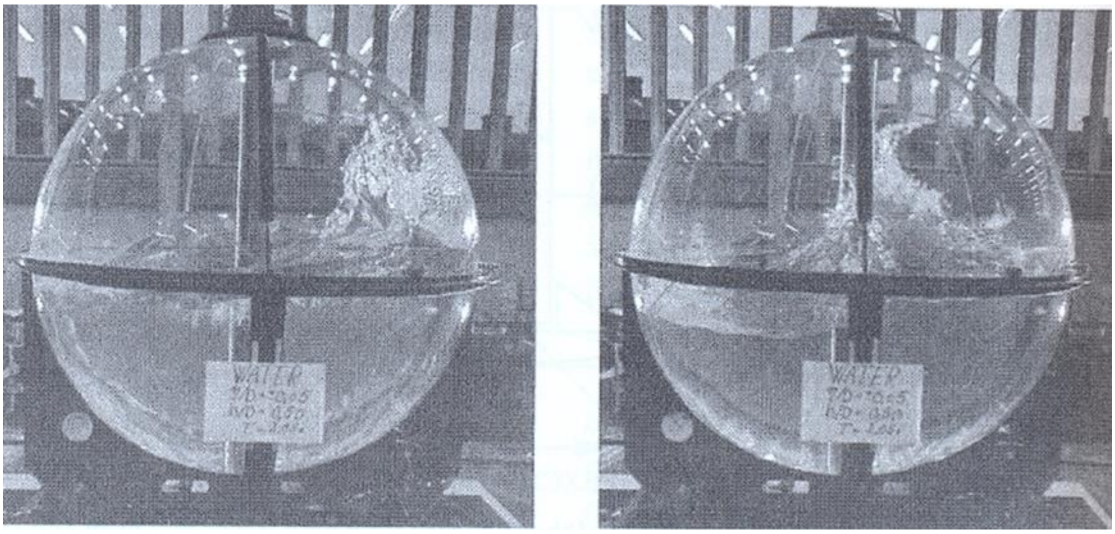
Denklemde yeralan C_s ifadesi Smagorinsky sabiti, Δ ifadesi ise uygulanan filtrenin ölçüsüdür. Rubio, 2006 tarihli çalışmasında BEB'i bir boşluk üzerinden geçen sıkışabilen akışkan akımının çözümünde kullanmıştır [132]. Aşağıda verilen şekilde, anlık vortisite ve basınç kontürleri beş farklı an için gösterilmiştir. Hesap neticesinde, meydana gelen vorteksin neredeyse boşluk boyutunda olduğu görülebilmektedir.



Şekil 2.37 : Vortisitenin gelişmesi (solda) ve basınç değişimleri (sağda)

2.10 Küre Biçimli Tanklar

Küre biçimli bir tankın maruz kaldığı en önemli yük, çalkantı kaynaklı hidrodinamik kuvvettir. Yapılan literatür incelemesinde, küre biçimli bir tankta meydana gelen doğrusal olmayan çalkantıya ait analitik bir çözüm tespit edilememiştir. Konu ile ilgili en önemli iki kaynakta da dikdörtgen ve silindirik tanklar için varolan analitik çözümler incelenmekte, küre biçimli tanklar için ise analitik bir çözümün varolmadığından söz edilmektedir [1,74]. Buna karşın literatürde konu ile ilgili deneysel çalışmalar mevcuttur. Bunlardan en bilineni, Abramson'un 1966 tarihli çalışmasıdır [54]. Olsen ve Hysing, 1974 tarihli çalışmalarında, harmonik bir salınıma maruz kalan küre biçimli tanktaki çalkantıyı incelemişlerdir [133]. Şekil 2.38'de, %50 doluluk oranına sahip küre biçimli bir tank için gerçekleştirilen deney anı gösterilmiştir.

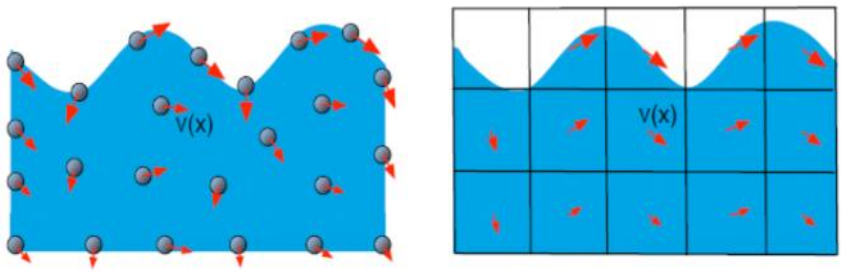


Şekil 2.38 : %50 doluluk oranındaki bir küreye ait deneysel çalışma.

Yukarıdaki şekilde, duran dalga ve gezen dalga oluşumu açıkça görülmektedir.

3. DÜZGÜN PARÇACIK HİDRODİNAMİĞİ

Fiziksel bir sistemin anlaşılması ve daha sonra inşa edilebilmesi, pek çok karmaşık süreci de beraberinde getirir. Bu süreçler, modelleme, benzeşim, görselleştirme, analiz, tasarım, test, üretim ve inşa olarak gruplandırılabilir. Söz konusu süreç, doğada pekçok defalar tekrar ediliyor olmasına karşın, sistemin kontrollü olarak meydana getirilmesi oldukça güçtür. Bu tez çalışması kapsamında, matematiksel modelleme ve sayısal benzeşim süreçleri üzerinde durulmaktadır. Benzeşimdeki temel fikir, fiziksel probleme ait özelliklerin sayısal modele çevrilmesidir. Böylece sayısal benzeşim pahalı ve uzun zaman alan deneylerin yerine tercih edilebilir. Karmaşık problemlerin çözümüne yönelik sayısal araçlar çoğaldıkça, mühendislik uygulamalarında benzeşimden yararlanması fikri de önemli hale gelmiştir. Bir önceki ana başlık altında da bahsi geçtiği üzere, fiziksel büyüklükleri tanımlamadaki temel iki yaklaşım Lagrange ve Euler yaklaşımlarıdır.



Şekil 3.1 : Vortisitenin gelişmesi (solda) ve basınç değişimleri (sağda).

Özellikle son yıllarda yeni bir sınıf sayısal çözücü ön plana çıkmıştır. Bunlar, rastgele dağılmış noktalar yada parçacıklardan oluşan grupların, kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerine uygulanmasını temel alırlar. Bu yaklaşımlar literatürde farklı isimler alabilmektedirler. Aldıkları isimlerden bazıları; ağdan bağımsız, elemandan bağımsız ve parçacık yöntemdir. Son on yıl dikkate alındığında, bu sahada oldukça önemli gelişmelerin meydana geldiği rahatlıkla görülebilir. Sözü edilen yaklaşım, bu çalışmanın da ana konusu olan Düzgün Parçacık Hidrodinamiği'nin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Çözümün temel fikri, akışkanı bir grup (düzgün) parçacık ile tanımlamaktır.

3.1 DPH’nin Akışkanlar Dinamiği Problemlerindeki Yeri ve Gelişimi

Monaghan, 1980’lerdeki çalışmalarında o zamana kadar astrofizik alanında kullanılmakta olan bu yöntemi hesaplamalı akışkanlar dinamiği sahasına uyarlamıştır [23-27]. Klasik DPH yaklaşımı, yönteme ait formüllerin elde edilmesi için, her parçacığın etrafında gerçekleştirilen interpolasyona dayanır. İnterpolasyon yaklaşımı, herhangi bir fonksiyonun bir grup düzensiz noktadaki (parçacıkdaki) değerler ile ifade edilmesini sağlar. Bu gruplar, Kernel Fonksiyonu yardımı ile oluşturulmakta olup, kernel fonksiyonu türevlenebilmektedir [30]. Bahsi geçen yaklaşım, klasik DPH yaklaşımı olup, yöntemde stabilite ve sınır koşulu problemleri yaşanabilmektedir [134]. Bu sorunların üstesinden gelebilmek için Monaghan’ın getirdiği ilk yenilik, yapay viskozite tanımı olmuştur [31]. Yönteme getirilen bu yeniliğe karşın, yapay viskozite yaklaşımı da parçacıkların girişim yapması gibi problemlere neden olmuştur. Tez çalışmasının ilerleyen kısımlarında, klasik DPH yaklaşımına ait formülasyonlardan ve yönteme getirilen yeniliklerden kapsamlı olarak bahsedilecektir.

Serbest yüzey akımları ile ilgili araştırmalar, sanayi kuruluşları ve akademik çevrelerde ilgi uyandırmaya devam etmektedir. Euler yaklaşımları ile bu problemin çözülmesi oldukça güçtür. Buna karşın DPH Yöntemi’nin ana avantajı kompleks problemlerin tanımlanmasındaki başarısıdır. Monaghan, 1994 tarihli çalışmasında DPH’nin uygulanmasına dair örnekler vermiştir [32]. Bu örnekler, bir barajın çökmesi sonucu meydana gelecek su hareketi ile bir dalga paletinin ve kıyıya doğru ilerleyen dalgaların benzeşimini içermektedir. Elde ettiği sonuçlar, DPH’nin serbest yüzeyin benzeşiminde kullanılabileceğini göstermiştir. Dalrymple ve Rogers, 2006 tarihli çalışmalarında, kıyıya ulaşan dalgaları alt-ölçekteki türbülansı da içerecek şekilde tanımlamışlardır [44]. Guilcher, 2007 tarihli çalışmada, DPH Yöntemi’ne Riemann Çözücüleri ve Kernel Fonksiyon düzeltmesini dahil etmiştir [46]. Marrone, 2010 tarihli çalışmasında, iki ve üç boyutta serbest yüzeyin takip edilebilmesi için oldukça önemli bir algoritma geliştirmiştir [135]. Bu yaklaşımın ilk adımını, serbest yüzeyi meydana getiren parçacıkların tespiti; ikinci adımını ise interpolasyonda kullanılacak fonksiyonun meydana getirilmesi oluşturur. Serbest yüzeyi tanımlamasındaki başarısına karşın, sınır şartlarının tanımlanması özel yaklaşımlar gerektirir. Katı cidarın tanımlanmasındaki ilk yaklaşım, Monaghan tarafından 1994 yılındaki çalışmada ortaya atılmıştır [32]. Söz konusu çalışmada, cidarın da akışkan gibi parçacıklar ile tanımlanabileceği anlatılmaktadır. Bu tekniğin olumsuz yanları, sayısal benzeşimin başında meydana gelen stabilite sorunları ve yapı üzerinde meydana gelen yersel hidrodinamik yüklerin tahminindeki yetersizliği olmuştur.

Colagrossi ve Landirini'nin 2003 tarihli çalışmalarında, katı cidar için hayalet parçacık yaklaşımı tanımı yapılmıştır [45]. Bu yaklaşım sayesinde yersel yükler doğru şekilde hesaplanabilmiştir. De Leffe, 2009 tarihli çalışmasında Rieman Çözücülerin dahil olduğu yeni bir sınır tanımlama yaklaşımı önermiştir [136]. Sıkışabilen akışkana ait problemlerin benzeşiminde çok iyi neticeler alınmasına karşın, sıkışmayan akışkan için özel yaklaşımlar gerekmektedir. Günümüzde DPH ile ilgili olan araştırmaların çoğu da bu alanda yoğunlaşmıştır. Sıkışmayan akışkana ait DPH benzeşimleri temelde iki yaklaşımla gerçekleştirilir. Bunlar;

- Sıkışmayan akışkan akımının yaklaşık olarak modelenebildiği "Zayıf Sıkışabilir DPH" yaklaşımı [10]
- Sıkışmayan akışkan akımının modellinin yapılabildiği "Sıkışmaz DPH" yaklaşımıdır[11] .

Zayıf sıkışabilir DPH yaklaşımında basıncın hesaplanmasında hal denkleminden [12] yararlanılır. Sıkışmazlık yaklaşımında ise basınç-hız çifti projeksiyon yöntemi yardımı ile elde edilir [137]. Sıkışmazlık özelliğinin sağlanabilmesi için Mach Sayısı yaklaşık 0.1 olarak kullanılır. Bu özelliğin bir bilgisayar programına adapte edilmesi oldukça kolaydır. Çünkü, bunun için termodinamik denkleminden yararlanılır [138]. Serbest yüzey problemlerinde karşılaşılan önemli bir diğer kavram kırılan dalgalardır. 2004 tarihli bir çalışmada Büyük Eddy Benzeşimi ve Alt-Ölçekte türbülans yaklaşımı kırılan dalga problemine DPH kavraminde uyarlanmıştır [139]. Kırılmanın ve dağılmanın gözlendiği serbest yüzeyin karmaşık hareketleri DPH yardımı ile takip edilebilmektedir. Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'de, söz konusu karmaşık serbest yüzey hareketine ait iki adet örnek gösterilmektedir. Kıyıya yaklaşmakta olan dalgalara ait bu iki örnekte, sıvının serbest yüzeyi büyük ve ani deformasyonlara maruz kalmaktadır. Bu iki olayın teorik olarak tanımında birçok matematiksel zorluk olduğundan, bu çalışmanın da konusu olan sayısal benzeşim oldukça önemli bir araç olarak ön plana çıkmaktadır.

[10] İng. WCSPH : Weakly Compressible SPH
[11] İng. ISPH : Incompressible SPH
[12] İng. EOS : Equation – of – State

Şekil 3.2 : Sıçrayarak (plunging) kırılan dalga tipi.

Şekil 3.3 : Dalga-kıyı yapısı etkileşimi ve meydana gelen saçılma.

3.2 İntegral Tahmin Yöntemleri

Doğrusal olmayan bir akış problemi, kısmi diferansiyel denklemler yardımı ile tanımlanırlar. Ağdan bağımsız olan Lagrange yaklaşımında, incelenen akışkan sonlu sayıda parçacık yardımı ile modellenebilir. Bu parçacıklar kendi kütleleri ve herhangi başka fiziksel özellikleri taşıyabilir. Bu parçacıkların hareketleri izlenir ve yukarıda sözü edilen özellikleri de beraberlerinde taşıdıklarından, çözüm alanının herhangi bir kısmında diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılabilirler. Aşağıda verilen denklemde f herhangi bir değişken olsun. Bu kabul yardımı ile, akışkanlar dinamiğine ait denklemler gösterilecek olursa;

$$\frac{Df}{Dt} = \mathcal{F}\,(f, \nabla f, r\,) \qquad \textbf{(3.1a)}$$

ve

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u.\nabla \qquad \textbf{(3.1b)}$$

elde edilir.

Denklem 3.1b'de verilen ifade "*Lagrange Türevi*" yada "*Hareketi İzleyen Türev*" olarak adlandırılır. Akışkanlar dinamiği denklemlerinde fiziksel büyüklüklerin değişim oranlarının tespiti, söz konusu fiziksel büyüklüklerin uzaysal türevleri[13] yardımı ile elde edilirler. Çözüm için yararlanılacak herhangi bir hesaplamalı akışkanlar dinamiği algoritması, bu türevlerin çözümünün sonlu sayıda noktada tahminini içerecektir. Sonlu Farklar Yöntemi'nde bu noktalar problem için tanımlanmış olan ağdır. Tez çalışmasının konusu olan DPH yönteminde ise bu noktalar, akışkanla birlikte hareket etmekte olan parçacıklardır. Ele alınan herhangi bir büyüklüğün interpolasyonu (tahmini), uzaydaki herhangi bir noktadaki "*Kernel Tahmini'ne*" dayanır. Yukarıda bahsi geçen f değişkeninin DPH notasyonundaki tahmini integral interpolantına dayanır.

$$\langle f(r) \rangle = \int_{\Omega} f(r')\, W(r - r', \varepsilon)\, dV' \qquad \textbf{(3.2)}$$

---

[13] İng. Spatial Derivative

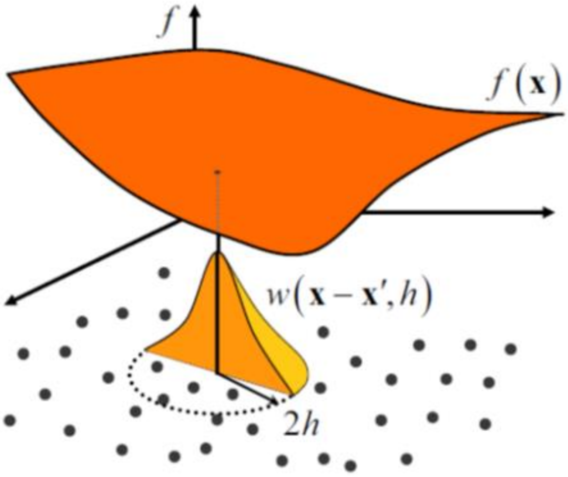
Denklemde geçen r terimi, f değişkeninin elde edildiği konumu tanımlar. Yine aynı denklemde yeralan r' terimi, değişkenin büyüklüğünün bilindiği konumu, Ω terimi ise çözüm alanını ifade eder.

Denklemde yeralan W ifadesi, ağırlık fonksiyonu olup, ε bu fonksiyonun etki mesafesini ifade eder. DPH literatüründe, $W(r-r')$ ifadesi "*Düzgünleştirme Fonksiyonu*[14]" yada "*Kernel Fonksiyonu*" olarak adlandırılır.

Yukarıda bahsi geçen fonksiyonun bazı özellikleri vardır. Bu özellikleri maddeler halinde göstermek gerekirse ;

- $W(r-r') \geq 0\,,\; r \in \Omega\,, için$
- $\int_{\Omega} W(r-r';\varepsilon)d\forall' = 1$
- $W\,(r-r';\varepsilon)\; ifadesi\; \|r-r'\|\; arttıkça\; monoton\; olarak\; azalır$
- $\nabla_r W(r-r';\varepsilon) = -\nabla_r W(r-r';\varepsilon)\;\; simetriklik$ özelliği

Şekil 3.4'de, sözü edilen Kernel Fonksiyonu'nun etki alanı şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 3.4 : Kernel fonksiyonuna ait şematik gösterim.

Denklemde geçen ve etki ifadesini belirtmekte olan ε →0 giderken, fonksiyon "*Dirac Delta Fonksiyonu'na*" dönüşür.

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Omega} f(r')\, W(r-r';\varepsilon) d\forall' \;\; \equiv f(r) \qquad \textbf{(3.3)}$$

Türevlerin tahminine ait ifade aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir.

---

[14] İng. Smoothing Function

$$\nabla f(r) \cong \langle f(r')\rangle = \int_{\Omega} \nabla f(r')\, W(r-r';\varepsilon)\, d\forall' \tag{3.4}$$

Yukarıdaki ifadenin kısmi integrasyonu ile aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\langle f(r')\rangle = \int_{\partial\Omega} f(r')\, W(r-r';\varepsilon)\, ndS' - \int_{\Omega} f(r')\nabla_{r'} W(r-r';\varepsilon) d\forall' \tag{3.5}$$

Yukarıdaki denklemdeki ilk ifade yüzeyi ifade etmekte olup, çözüm alanının iç kısmında ihmal edilebilir. Bu terimin düşmesi ile birlikte, alanın türevi için kernel fonksiyonu W'nin türevinin alınması yeterli olacaktır.

$$\begin{aligned} \langle f(r')\rangle = - \int_{\Omega} f(r')\nabla_{r'} W(r-r';\varepsilon) d\forall' = \\ \int_{\Omega} f(r')\nabla_{r'} W(r-r';\varepsilon) d\forall' \end{aligned} \tag{3.6}$$

Yukarıdaki ifadede, kernel fonksiyonunun simetriklik özelliğinden yararlanılmıştır. İnterpolasyonun akış alanına uygulanabilmesi için akış, toplam alandan daha küçük olan parçalara ayrılır. Elde edilen küçük akış elemanının, kütlesi m_a , yoğunluğu ρ_a ve konumu r_a ile tanımlanır. Daha önce de söz edilen herhangi f büyüklüğünün incelenen a noktasındaki değeri f_a ile tanımlansın. Bu ifadeye ait interpolasyon integrali aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir.

$$\int_{\Omega} \frac{f(r')}{\rho(r')}\, \rho(r')\, d\forall' \tag{3.7}$$

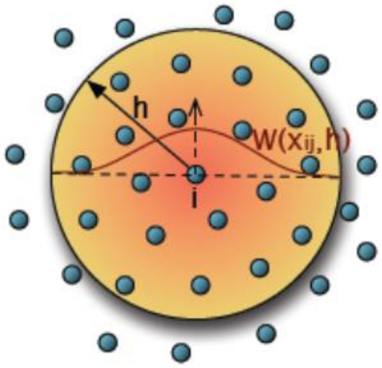
Söz konusu akış elemanının kütlesi $\rho d\forall'$ ile ifade edilmektedir. Bahsi geçen integral, bu akış elemanlarının toplamı ile tahmin edilebilir.

$$\langle f_a\rangle = \sum_b \frac{f_b}{\rho_b}\, m_b\, W_b\, r_a \tag{3.8}$$

Denklemde geçen W_b terimi ise aşağıdaki denklem ile tanımlanabilir.

$$W_b\,(r_a) = W(r-r_a;\varepsilon) \tag{3.9}$$

Denklem incelendiğinde, toplamın tüm parçacıkları kapsadığı düşünülebilir. Ancak toplam işlemi sadece o andaki komşu parçacıkları kapsar. Pratikte yararlanılan kernel fonksiyonlarının etki mesafeleri sonlu olmaktadır. Şekil 3.5'de, bir kernel fonksiyonuna ait etki mesafesi gösterilmiştir.



Şekil 3.5 : Kernel fonksiyonuna ait etki mesafesi.

DPH formülasyonu, türevlerin kolayca elde edilebilmesini sağlar. Bunun nedeni W ‘nın türevlenebilir bir fonksiyon olması ve sonucun tam olarak elde edilebilmesidir.

$$\langle \nabla f(r_a) \rangle = \sum_b m_b \frac{f_b}{\rho_b} \nabla W_b(r_a) \tag{3.10}$$

İlk mertebeden türevlerde olduğu gibi ikinci mertebeden türev alınması istendiğinde de DPH interpolantı iki kez türevlenir.

$$\langle \nabla^2 f(r_a) \rangle = \sum_b m_b \frac{f_b}{\rho_b} \nabla^2 W_b(r_a) \tag{3.11}$$

3.3 Kernel Fonksiyon Tipleri

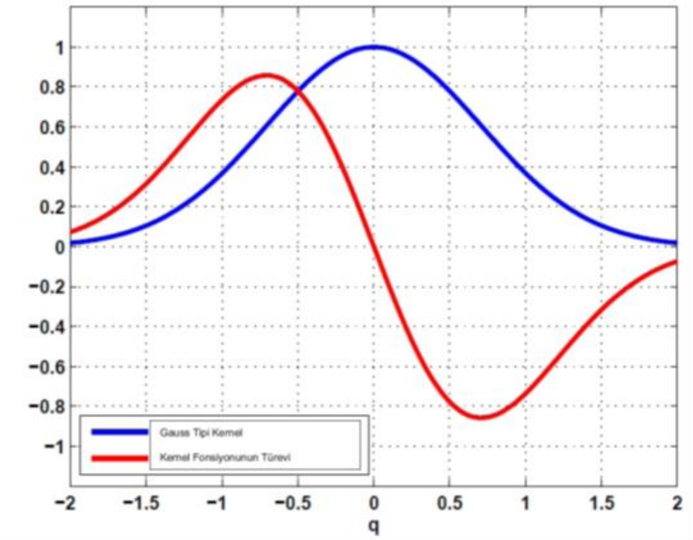
DPH’nin öncü çalışması olarak kabul edilen 1977 tarihli yayında Monaghan ve Gingold, “*Gauss Tipi*” kernel fonksiyonunu tercih etmişlerdir [21]. Sözü edilen fonksiyon aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

$$W(s, \varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon^{\lambda}} e^{-(s/\varepsilon)^2} \tag{3.12}$$

Denklemde yeralan λ ifadesi, problemde ele alınan boyutu (1D, 2D veya 3D), σ ifadesi ise normalleştirme faktörünü ifade etmektedir.

$$\sigma = \left[\frac{1}{\pi} ; \frac{1}{\pi\sqrt{\pi}}\right] \tag{3.13}$$

Gauss tipi fonksiyon, kolay türevlenebilmesi ve stabilite sorunlarına neden olmaması nedenlerinden tercih sebebi olmaktadır [38]. Şekil 3.6’da Gauss tipi kernel gösterilmektedir.



Şekil 3.6 : Gauss tipi kernel ve türevi.

Gauss tipi fonksiyonun kullanımına getirilen önemli yenilik, kesme yarıçapı olan δ 'nın fonksiyona dahil edilmesi olmuştur.

$$W(s,\varepsilon,\delta) = \frac{e^{(s/h)^2} - e^{(\delta/h)^2}}{2\pi \int_0^{\delta} s\left(e^{(s/h)^2} - e^{(\delta/h)^2}\right) ds} \tag{3.14}$$

Söz konusu fonksiyonun destek mesafesi 3ε 'dur.

Gauss Kerneli için önerilen bir diğer fonksiyon tipi, Johnson tarafından 1996 yılındaki bir çalışmada ortaya atılmıştır [140].

$$W(s,\varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon^{\lambda}}\left(\frac{3}{8}s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{2}\right) \tag{3.15}$$

Bu yaklaşıma ait normalleştirme fonksiyonu σ, 2 ve 3 boyut için aşağıda tanımlanmıştır.

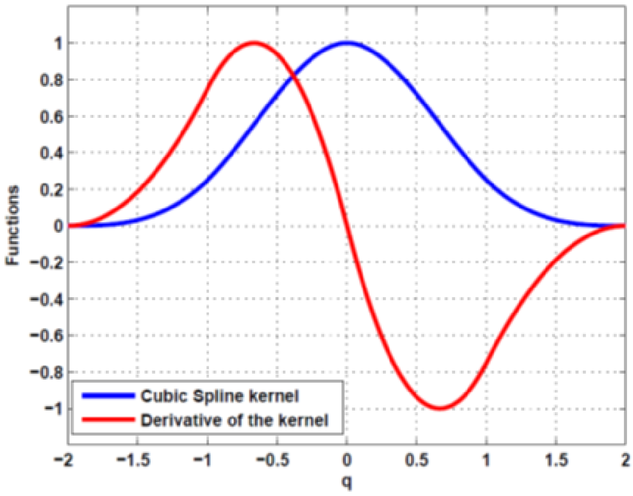
$$\sigma = \left[\frac{1}{\pi}; \frac{15}{64\pi}\right] \tag{3.16}$$

En çok kullanılan kernel fonksiyonlarından bir diğeri ise "*Kübik Splayn*" dır. Bu kernel, Monaghan ve Lattanzio'nun 1985 tarihli çalışmalarında ortaya atılmıştır [141].

$$W(s,\varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon^{\lambda}} \begin{cases} 4 - 6s^2 + 3s^3 & 0 \le s \le 1 \quad için \\ (2 - s^2)^3 & 1 < s \le 2 \quad için \\ 0 & diğer\ haller\ için \end{cases} \tag{3.17}$$

Bu kernele ait normalleştirme fonksiyonu σ , 2 ve 3 boyut için aşağıda tanımlanmıştır.

$$\sigma = \left[\frac{10}{7\pi};\frac{1}{\pi}\right] \tag{3.18}$$



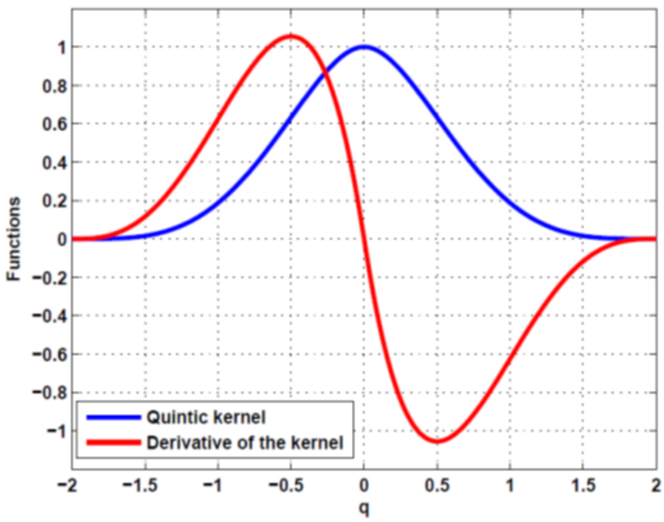
Şekil 3.7 : Kübik splayn tipi kernel ve türevi.

Kübik splayn fonksiyonunun destek mesafesi 2ε ‘dur. Kübik splayn fonksiyonun etki mesafesinin 3ε ‘a çıkarılması ile bir başka tip kernel fonksiyonu olan “*Kuintik*” tip kernel fonksiyonu elde edilir.

$$W(s,\varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon^{\lambda}}\begin{cases} (3-s)^5 - 6(2-s)^5 + 15(1-s)^5 & 0 \leq s \leq 1 \quad için \\ (3-s)^5 - 6(2-s)^5 & 1 < s \leq 2 \;\; için \\ (3-s)^5 & 2 < s \leq 3 \;\; için \\ 0 & diğer\ haller\ için \end{cases} \tag{3.19}$$

Bu yaklaşıma ait normalleştirme fonksiyonu σ , 2 ve 3 boyut için aşağıda tanımlanmıştır.

$$\sigma = \left[\frac{7}{478\pi};\frac{1}{120\pi}\right] \tag{3.20}$$



Şekil 3.8 : Kuintik tip kernel ve türevi.

Bir diğer kernel sınıfı ile Wendland'in 1995 tarihinde ortaya attığı ve kendi adı ile anılan kerneldir [142].

$$W(s,\varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon^{\lambda}}\,(1-s)^{\lambda+1}\,(\lambda+1)\,(s+1) \quad \textbf{(3.21)}$$

Bu yaklaşıma ait normalleştirme fonksiyonu σ, 2 ve 3 boyut için aşağıda tanımlanmıştır.

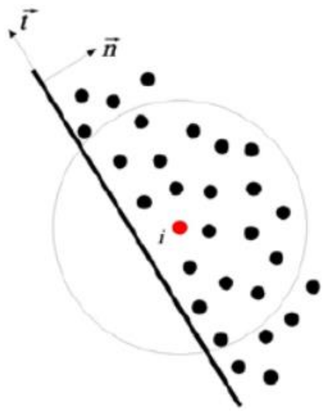
$$\sigma = \left[\frac{5}{9\pi};\frac{7}{18\pi}\right] \quad \textbf{(3.22)}$$

Bu tez çalışması kapsamında, çalkantı probleminin sayısal olarak modellenmesi aşamasında yukarıda bahsi geçen dört farklı kernel fonksiyon tipi de sınanmıştır. Çalışmanın sayısal modelleme kısmında seçilen kernel tipi ve seçim nedenlerinden detaylı olarak bahsedilmektedir. En uygun kernel tipi seçilirken aşağıdaki kriterler göz önünde bulundurulmalıdır.

- Sayısal modelleme aşamasında stabilite sorunu yaşanmaması
- En düşük işlem gücü gereksinimi ile çözüme ulaşabilme

3.3.1 Kernel fonksiyon düzeltmesi

DPH yardımı ile gerçekleştirilen sayısal modelleme çalışmaları esnasında kernel fonksiyonu olan W 'nun periyodik olarak düzeltilmesi gerekmektedir. Katı cidara yada serbest yüzeye yakın olan parçacıklara komşu olan diğer parçacıklarda gözlenecek eksiklikler, kernel fonksiyonunun etki alanının kesilmesine neden olur.



Şekil 3.9 : Katı cidar ve fonksiyon etki alanının birlikte gösterimi.

Sayısal simülasyonun kararlılığının sağlanması için, kernel fonksiyonunun kendisi yada gradyanı düzeltilebilir. Aşağıda maddeler halinde verilmiş olan farklı düzeltmeler, literatürde en sık kullanılanlardır [143-145].

1. Kernel Fonksiyon Düzeltmesi
2. Kernel Düzeltmesi
3. Kernel – Gradyan Birlikte Düzeltmesi

3.3.2 Kernel düzeltmesi

Düzeltme terimleri, fonksiyonların toplam yaklaşımı kullanılarak tam olarak tekrar üretilebilmelerine olanak sağlayan terimlerdir. Bir fonksiyona ait kernel tahmininin k kadar kararlı olması demek, k. mertebeden bir polinomun oluşturulabilmesi demektir. Tek boyut ele alındığında aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$g(x) = g_0 + g_1 x + g_2 x^2 + \cdots + g_k x^k \quad \textbf{(3.23)}$$

k. mertebeden bir polinom sabit katsayılara sahip ise kernel tahmini aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir.

$$\langle g(x) \rangle = g(x) \quad \textbf{(3.24)}$$

Söz konusu kernel tahmini DPH notasyonunda yazılacak olursa;

$$g_h(x) = \sum_b V_b g(x_b) w_b(x, h_b) = g_0 + g_1 x + g_2 x^2 + \cdots + g_k x^k \quad \textbf{(3.25)}$$

Bu başlık altındaki en sık kullanılan kernel düzeltmesi "*Doğrusal Kernel Düzeltmesidir*". Söz konusu düzeltmeyi tanımlamak için keyfi bir doğrusal fonksiyon seçilecek olursa;

$$g(x) = A_0 + A_1 . x \quad \textbf{(3.26)}$$

Yukarıdaki ifadenin interpolasyonu ile ;

$$A_0 + A_1 . x = \sum_b V_b \, (A_o + A_1 . x_b) \, \widehat{w_b} \, (x, h_b) \quad \textbf{(3.27)}$$

ifadesi elde edilir. $A_1 = 0$ kabulü ile, x noktasındaki düzeltilmiş kernel aşağıdaki denklem ile elde edilir.

$$1 = \sum_b V_b \; \widehat{w_b} \, (x, h_b) \quad \textbf{(3.28)}$$

Bu aşamada, $\alpha(x)$ ve $\beta(x)$ ile tanımlanan iki adet kernel düzeltme terimi gösteriilmiştir.

$$\alpha(x) = \frac{1}{\sum_b V_b [1 + \beta(x) . (x - x_b)] w_b(x, h_b)} \quad \textbf{(3.29)}$$

$$\beta(x) = \left[\sum_b V_b w_b(x, h_b) [(x - x_b) \; \otimes \; (x - x_b)] \right]^{-1} \quad \textbf{(3.30)}$$
$$\sum_b V_b (x_b - x) w_b(x, h_b)$$

Sözü edilen $\alpha(x)$ ifadesi skaler ; $\beta(x)$ ifadesi ise vektörel bir büyüklüktür. Aşağıda verilen bağıntı yardımı ile birinci mertebe düzeltme gerçekleştirilebilir.

$$\widehat{w_b} \, (x, h_b) = \alpha(x) \, [1 + \beta(x) \, . \, (x - x_b)] \, w_b \, (x, h_b) \quad \textbf{(3.31)}$$

3.3.3 Kernel gradyan düzeltmesi

Kararlılığı sağlamanın basit bir yolu gradyanın kendisinin düzeltilmesidir. Bunu denklem ile ifade etmek gerekirse ;

$$\nabla g_h(x) = \sum_b V_b g(x_b) \, \widetilde{\nabla} w_b \, (x, h_b) \quad \textbf{(3.32)}$$

Denklemde verilen $\widetilde{\nabla} w_b \, (x, h_b)$ terimi, kernel fonksiyonunun düzeltilmiş gradyanıdır. Bu başlık altında, $g(x) = A \, . \, x$ doğrusal fonksiyonunun gradyanının, $\nabla g(x) = A$ ifadesi ile elde edildiğini varsayalım. Bu durumda ;

$$A = \sum_b V_b(A.x_b)\widetilde{\nabla}\, w_b\ (x_a, h_b)$$
$$= \left[\sum_b V_b\widetilde{\nabla} w_b(x_a, h_b)\ \otimes\ x_b\right] A \tag{3.33}$$

elde edilir. Bu aşamada L_a ile ifade edilen bir düzeltme matrisi tanımlanır.

$$L_a = \left[\sum_b V_b \nabla w_b\ (x_a, h_b)\ \otimes\ (x_b - x_a)\right]^{-1} \tag{3.34}$$

Bölüm başında verilen denkleme uyarlandığında ise ;

$$\nabla g_h(x) = \sum_b [V_b g(x_b) - g(x_a)]\ L_a \nabla w_b\ (x_a, h_b) \tag{3.35}$$

düzeltilmiş gradyan ifadesi elde edilir.

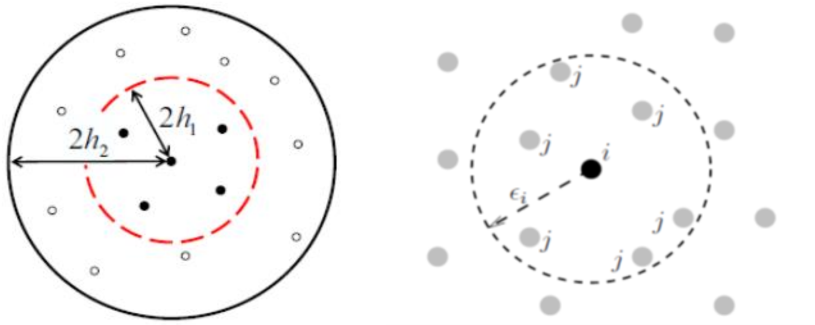
Bu tez kapsamında gerçekleştirilen sayısal model çalışmalarında yukarıda ayrıntıları verilen iki farklı kernel düzeltmesinden yararlanılmıştır.

3.4 Komşu Parçacıkların Belirlenmesi

Gerçekleştirilen benzeşim çalışmalarının herbir adımında, izlenen parçacığa komşu tüm parçacıkların tespit edilmesi gerektiğinden büyük bir işlem gücüne ihtiyaç duyulur. Bu durumu optimum hale getirebilmek için akışkan içerisindeki komşu parçacıkların etkileşimini tanımlayan sayısal teknikler geliştirilmiştir [141]. Bu aşamada bahsedilmesi gereken kavram "*Düzeltme Mesafesi*"[15] olmalıdır. Söz konusu mesafe, kullanılan kernel fonksiyonun etki alanını, dolayısıyla etkileşim halinde olacak parçacık sayısını belirlemektedir.

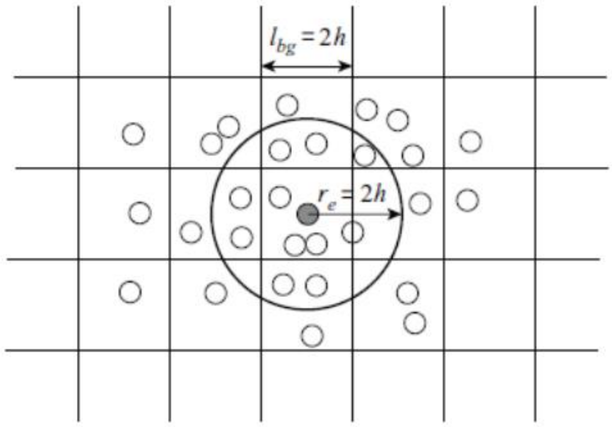
Bu mesafe, benzeşim boyunca sabit bir değer olarak seçilebileceği gibi, değişken de olabilir. Yapılacak olan tercih, gerekli işlem gücünü de doğrusal olarak etkileyecektir. Şekil 3.10'da, sabit ve değişken düzeltme mesafesi yaklaşımları tasvir edilmiştir.

[15] İng. Smoothing length



Şekil 3.10 : Sırası ile değişken ve sabit düzeltme mesafesi tasviri.

Komşu parçacıkların belirlenmesinde yararlanılan en basit ve direkt yöntem "*Tüm Çiftleri Arama Algoritması*"[16] dır. Herbir hedef parçacık i 'nin, bir diğer parçacık olan k ile arasındaki mesafe incelenerek k parçacığının etki alanı içerisinde kalıp kalmadığına bakılır. Eğer söz konusu k parçacığı, hedef parçacık olan i 'nin etki alanında ise bu parçacık "komşu j parçacığı" olur. Bu yaklaşım büyük işlem gücü gerektirdiğinden sadece ufak ölçekteki problemlere uyar. Bu nedenle çoğu DPH modellemesi çalışmasında "*Bağımlı Liste Algoritması*"[17] kullanılır. Söz konusu yöntemde, herbir hesap hücresi bir veri kütüphanesi olarak kullanılır. Aşağıda verilen Şekil 3.11'de yöntem tasvir edilmiştir.



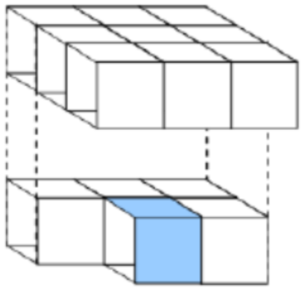
Şekil 3.11 : Bağımlı liste algoritmasının komşu parçacık aramada kullanımı.

Bu yöntemde, herbir veri hücresinin boyutu 2h olarak seçilir. Burada geçen h terimi, seçilen düzeltme mesafesini belirtmektedir. Hedef parçacık i 'ye komşu olan j parçacığı aynı hücre içerisinde yada bitişik hücrelerden bir tanesinde olabilir. İki boyuttaki bir problemde söz konusu hücrelerin sayısı "dokuz" olacaktır.

---

[16] İng. All-pair search algorithm
[17] İng. Linked list algorithm

Üç boyutlu bir problemde de benzer şekilde, hedef parçacığın olduğu hücre ile bitişik hücreler incelenecektir. Şekil 3.12'de söz konusu hücre yapısı gösterilmiştir.



Şekil 3.12 : Üç boyutlu veri hücre yapısı.

Bu uygulamanın sağladığı avantaj, bilgisayar kodu tasarlanırken aday komşu parçacıkların olduğu hücrelerin araştırılmasının yeterli olacak olmasıdır. Hedef parçacığa komşu olan parçacıklar, bu parçacıkla aynı hücrede yada bitişik hücrelerde olmalıdır. Bu yaklaşım ile gerekli işlem gücü önemli ölçüde hızlanacak ve işlem süresi düşecektir. Aday parçacık tespitinde işlem sayısının ne olacağı sorusuna Gotoh, 2005 tarihli çalışmasında cevap aramıştır [146]. Çalışmada, aday parçacık tespiti için gerekli işlem sayısına aşağıda verilen denklemle ulaşılmıştır.

$$N_{ADAY} = aN + \frac{A_0}{I_{bg}^2} = aN + \frac{A_0}{(2h)^2} \quad \textbf{(3.36)}$$

Denklemde yeralan N parçacık sayısını, A_0 hesap alanının büyüklüğünü, a ise tek bir parçacık için gerekli olan işlem sayısını belirtmektedir. İki boyutlu bir problemdeki dokuz adet hücrede, komşu parçacık aranması için gerekli işlem sayısı ;

$$N_{KOMŞU} = b\, M_c\, N \quad \textbf{(3.37)}$$

$$M_c = \frac{9}{\pi} M \quad \textbf{(3.38)}$$

Denklemde yeralan M düzeltme mesafesini belirten daire içerisindeki parçacık sayısını, M_c hesaptaki aday parçacık sayısını, b ise tek bir parçacık için gerekli olan işlem sayısını ifade eder. Bağımlı liste algoritmasındaki toplam işlem sayısı ise;

$$N_{TOPLAM} = N_{ADAY} + N_{KOMŞU} \quad \textbf{(3.39)}$$

3.5 Akışkanlar Mekaniği Denklemlerinin DPH Kavraminde Gösterimi

Bu başlık altında, önceki bölümlerde bahsi geçen interpolasyon teknikleri yardımı ile elde edilmiş Lagrange formundaki denklemler verilmiştir. Söz konusu denklemler tez çalışmasının sayısal modelleme kısmındaki yazılım algoritmalarına temel oluşturmaktadır.

Temel denklemlerden biri olan süreklilik denklemi, akışkan hızının diverjansına bağlı olarak özgül kütledeki değişim oranını bize söyler.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla.u \tag{3.40}$$

Denklemde yeralan u terimi, ele alınan malzemenin hızını, ρ ise özgül kütlesini ifade eder. Söz konusu denklem aşağıdaki formda da yazılabilir.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\left[\frac{\nabla.\ (\rho u) - u.\nabla\rho}{\rho}\right] \tag{3.41}$$

Bir diğer temel denklem olan momentum denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + g \tag{3.42}$$

Denklemde yeralan p terimi basıncı, g terimi ise akışkana etki eden kütle kuvvetini ifade eder. Basınç gradyanı, yoğunluğun bir fonksiyonu olarak ele alınırsa aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$\frac{Du}{Dt} = -\left[\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right) + \frac{p}{\rho^2}\nabla\rho\right] + g \tag{3.43}$$

Aynı denklem viskoz bir akışkan için yazılacak olursa;

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + g + \frac{1}{\rho}\nabla.\mathbb{V} \tag{3.44}$$

Denklemde yeralan $\mathbb{V}$ terimi, viskoz gerilme tensörünü ifade eder.

Temel denklemlerden sonuncusu ise enerji denklemidir. Ele alınan akışkan izotermal[18] olarak kabul edildiğinde, sistemdeki enerji potansiyel yerçekimi enerjisi, kinetik enerji, iş ve harcanan enerji olarak bulunur.

---

[18] Sabit sıcaklıkta

Sistem sıkıştırabilir bir akışkan ihtiva ettiğinden enerji, iş (içsel enerji) olarak depolanacaktır. Enerjinin korunumuna ait denklem aşağıda verilmiştir.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{P}{\rho}\nabla.v \quad \textbf{(3.45)}$$

Denklemde yeralan v terimi, içsel enerjiyi ifade etmektedir.

3.5.1 Süreklilik denklemi

DPH yaklaşımı yardımı ile süreklilik denklemi modellenirken birkaç ifadeden yararlanılabilir. Bunun için aşağıdaki denklemde verilen ve bir önceki bölümde de bahsi geçen interpolasyon bağıntısından yararlanılabilir.

$$\langle\nabla f(r_a)\rangle = \sum_b (f_b - f_a)\ \nabla W_a\ (r_a)\ \Delta V_b \quad \textbf{(3.46)}$$

Bu bağıntı yardımı ile süreklilik ifadesi için aşağıdaki denklem tanımlanabilir.

$$\frac{D\rho_a}{Dt} = -\rho_a \sum_b^N (u_b - u_a)\ .\nabla W_b\ (r_a)\ \Delta\forall_b \quad \textbf{(3.47)}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan alt indisler a ve b parçacıkları ile bağlantılı büyüklükleri ifade eder. Denklemde yeralan $\Delta\forall_b$ terimi, b. parçacığın hacmini ifade etmekte olup aşağıdaki denklem ile tarfilenebilir.

$$\Delta\forall_b = \frac{m_b}{\rho_b} \quad \textbf{(3.48)}$$

Denklemde yeralan m_b , b. parçacığın kütlesidir (modelleme boyunca sabit). Bir diğer ifade olan $\nabla W_b(r_a)$, b. parçacığın merkezinde konumlanmış ve a. parçacığın konumunda değeri elde edilecek olan kernel fonksiyonudur. Denklemdeki ∇ sembolü ise a parçacığının koordinatlarına göre alınan gradyanı ifade eder. Bu ana başlık altında Denklem 3.11'de verilen bağıntı yardımı ile süreklilik denklemi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\frac{D\rho_a}{Dt} = -\sum_b^N m_b\ (u_b - u_a)\ .\nabla W_b(r_a) \quad \textbf{(3.49)}$$

Denklem 3.47 ile 3.49 arasındaki temel fark, ikinci denklemin ρ_a terimini içermiyor olmasıdır.

Ancak, yüksek özgül kütle oranlarına sahip iki yada daha fazla akışkan temas halinde olduğunda ρ ifadesinin yerladığı denklem daha tutarlı sonuçlar vermektedir [45]. Pratikteki uygulamalar incelendiğinde her iki denkleminde kullanılabileceği görülebilir. Ancak, özgül kütle oranlarının $2 \leq$ olduğu haller dışındaki durumlarda Denklem 3.48'in kullanılmasının uygun olacağı belirtilmektedir.

3.5.2 Momentum denklemi

Yine, Denklem 3.46'da verilen interpolasyon bağıntısından yararlanılarak momentum denklemi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\frac{Du_a}{Dt} = -\frac{1}{\rho_a}\sum_{b}^{N}(\rho_a + \rho_b)\,\nabla W_b\,(r_a)\,\Delta\forall_b + g_a \tag{3.50}$$

Denklem 3.11'de verilen bağıntıdan tekrar yararlanılarak momentum denklemi aşağıdaki hali alır.

$$\frac{Du_a}{Dt} = -\sum_{b}^{N}\left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2}\right)\nabla W_b\,(r_a) + g_a \tag{3.51}$$

Bu aşamada üzerinde durulması gereken önemli bir kavram "*viskozite*" dir. Aşağıdaki denklemde viskoz gerilmeler de denkleme dahil edilmiştir.

$$\frac{Du_a}{Dt} = -\sum_{b}^{N}\left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} + \prod_{ab}\right)\nabla W_b\,(r_a) + g_a \tag{3.52}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan $\prod_{ab}\ terimi$, viskoziteyi ifade etmektedir. Monaghan, 1994 tarihli çalışmasında viskoziteyi yönteme uyarlamak için "*yapay viskozite*" tanımını yapmıştır [32]. Söz konusu çalışmada tanımlanan yapay viskozite kavramına ait denklemler aşağıda gösterilmiştir.

$$\prod_{ab} = \begin{cases} \dfrac{-\alpha\,\overline{c_{ab}}\,\mu_{ab}}{\overline{\rho_{ab}}} & eğer \qquad (u_a - u_b).r_{ab} < 0 \\ \qquad 0 \qquad diğer\ hallerde \end{cases} \tag{3.53}$$

Yukarıdaki denklemde verilen ifadeler aşağıda tanımlanmıştır.

$$\overline{\rho_{ab}} = \frac{1}{2}(\rho_a + \rho_b) \tag{3.54a}$$

$$\overline{c_{ab}} = \frac{1}{2}\,(c_a + c_b) \qquad \textbf{(3.54b)}$$

$$\eta^2 = 0.01\,h^2 \qquad \textbf{(3.54c)}$$

Denklemde geçen c_a ve c_b terimleri a ve b parçacıklarına ait ses hızlarını ifade eder. Ses hızı kavramından hal denklemi başlığı altında bahsedilecektir. Denklemde yeralan α terimi ise gerçekleştirilecek benzeşimin tipine uygun bir serbest parametredir. Bu terim genellikle $(0.01 - 0.1)$ aralığında değerler alır.

Viskozitenin modellenmesi için yapay viskoziteden başka yaklaşımlar da mevcuttur. Bunlar "*Laminer Viskozite*" ve "*Alt-Parçacık Ölçeğinde Türbülans*[19]" yaklaşımlarıdır. Laminer viskoz gerilmelerin yeraldığı momentum denklemi yazılacak olursa ;

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\,\nabla p + g + \upsilon_0\,\nabla^2 u \qquad \textbf{(3.55)}$$

Yukarıda yeralan $\upsilon_0\,\nabla^2 u$ ifadesi aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir [147].

$$\upsilon_0\,\nabla^2 u = \sum_b m_b\,\left(\frac{4\nu_0 r_{ab}\nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)\,|r_{ab}|^2}\right) u_{ab} \qquad \textbf{(3.56)}$$

Denklemde yeralan ν_0 terimi, kinetik viskoziteyi ifade eder.

DPH notasyonunda denklem tekrar yazılacak olursa;

$$\frac{Du_a}{Dt} = -\sum_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2}\right)\nabla_a W_{ab} + g + \sum_b m_b\,\left(\frac{4\nu_0 r_{ab}\nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)\,|r_{ab}|^2}\right) u_{ab} \qquad \textbf{(3.57)}$$

Ele alınan akışkanın viskozitesini ve türbülansı ortaya koyabilmek adına çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir [44,139]. Aşağıdaki denklemde Laminer terime ek olarak APT'ye ait gerilme tensörü de gösterilmiştir.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\,\nabla p + g + \upsilon_0\,\nabla^2 u + \frac{1}{\rho}\nabla\bar{\tau} \qquad \textbf{(3.58)}$$

Yukarıdaki denklemde $\bar{\tau}$ ile ifade edilen gerilme tensörü, eddy viskozite kabulü (Boussinesq Hipotezi) ile modellenir.

[19] İng. SPS : Sub-Particle Scale Turbulence

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = 2\upsilon_t S_{ij} - \frac{2}{3}\, k\delta_{ij} - \frac{2}{3}\, C_I\, \Delta^2\, \delta_{ij}\, \left|S_{ij}\right|^2 \quad \textbf{(3.59)}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan τ_{ij} terimi alt-parçacık gerilme tensörünü, k terimi türbülans kinetik enerjisini, $C_I = 0.0066$ katsayısını ifade eder. Denklemde yeralan υ_t terimi eddy viskozitesini ifade etmekte olup aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$\upsilon_t = [\min(C_s\,, \Delta l)]^2\,.\,|S| \quad \textbf{(3.60a)}$$

$$C_s : Smagorinsky\ Sabiti \qquad (0.12) \quad \textbf{(3.60b)}$$

$$|S| = \left(2\, S_{ij}\, S_{ij}\right)^{1/2} \quad \textbf{(3.60c)}$$

Denklemlerde yeralan Δl iki parçacık arası mesafeyi, S_{ij} ise gerilme tensör elemanını ifade eder.

Momentum denklemi son hal için DPH notasyonunda gösterilecek olursa ;

$$\begin{aligned}\frac{Du_a}{Dt} &= -\sum_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} + \frac{\tau_a}{\rho_a^2} + \frac{\tau_b}{\rho_b^2}\right)\nabla_a W_{ab} + g \\ &+ \sum_b m_b \left(\frac{4\nu_0 r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)\, |r_{ab}|^2}\right) u_{ab}\end{aligned} \quad \textbf{(3.61)}$$

3.5.3 Hal denklemi

Daha önceki bölümlerde de bahsedildiği üzere, standart DPH formülasyonunda akışkan zayıf sıkışabilir kabul edilmektedir. Bu yaklaşım, akışkanın basınç değerinin elde edilmesinde hal denkleminden yararlanılmasını kolaylaştırmakta ve Poisson Denklemi'nin çözülmesine kıyasla oldukça hızlı olarak sonuca ulaşılmasını sağlamaktadır. Aşağıdaki denklemde basınç ile özgül kütle arasındaki ilişkiyi tanımlayan "*Tait Hal Denklemi*" gösterilmiştir.

$$p_a = B\left[\left(\frac{\rho_a}{\rho_0}\right)^{\gamma} - 1\right] \quad \textbf{(3.62)}$$

Denklemde geçen B terimi sabit olup, akışkanın elastisite modülü ile ilişkilidir. Bir diğer terim olan ρ_0 referans özgül kütle olup su için olan değeri 1000 kg/m^3'tür.

Denklemde yeralan bir diğer terim γ , politropik[20] sabiti olup 1-7 arasında değerler alabilir. Denklemin sonundaki eksi bir ifadesi ise yüzeyde basıncın sıfır olmasını sağlar.

Sıkışabilir akışkan, c ile ifade edilen ses hızına izin verir. Bu hız ile özgül kütle arasındaki bağıntı aşağıdaki denklemlerde gösterilmiştir.

$$c^2(\rho) = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{B\gamma}{\rho_0}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = \frac{B\gamma}{\rho_0^{\gamma}}\,\rho^{\gamma-1} \quad \textbf{(3.63)}$$

$$c_0^2 = c^2\,(\rho_0) = \frac{B\gamma}{\rho_0} \quad \textbf{(3.64)}$$

Denklemde yeralan c_0 terimi referans özgül kütledeki ses hızıdır. Denklemde yeralan bir diğer terim olan B ise aşağıdaki denklemde gösterilmiştir.

$$B = \frac{c_0\,\rho_0}{\gamma} \quad \textbf{(3.65)}$$

Monaghan, 1994 tarihli çalışmasında benzeşim esnasında kullanılacak ses hızı değerinin beklenen maksimum akış hızından en az on kat büyük olmasını önermiştir [32].

3.5.4 Parçacıkların hareketi

Parçacıkların hareketi, Monaghan'ın 1989 yılında ortaya koyduğu XDPH hız düzeltmesi denklemi yardımı ile tanımlanır.

$$\frac{Dr_a}{Dt} = u_a + \varepsilon \sum_b \frac{m_b}{\bar{\rho}_{ab}}\,(u_b - u_a)\,W_b(r_a) = \langle u_a \rangle \quad \textbf{(3.66)}$$

$$\bar{\rho}_{ab} = \frac{1}{2}\,(\rho_a + \rho_b) \quad \textbf{(3.67)}$$

Denklemde yeralan ε terimi bir sabit olup literatürde sıfır ile sonsuz arasında değerler alabildiği görülebilir. Pratikteki uygulamalarda ise $\varepsilon = 0.5$ değeri kullanılmaktadır. Söz konusu yöntem, a parçacığının hızının düzeltilmesini sağlamaktadır. Düzeltilmiş hız, a parçacığının hızı ve a parçacığı ile etkileşim halindeki diğer parçacıkların ortalama hızı ile hesaplanır. Söz konusu düzeltme işlemi, parçacıkların düzenli bir halde birarada bulunmalarını ve yüksek hızlarda birbirleri ile girişim yapmamalarını sağlar.

---

[20] Değişken ısılı

3.5.5 Enerji denklemi

Benzeşim esnasında kinetik, potansiyel ve termal enerjiler hesaplanmaktadır. Herbir parçacık ile ilişkili olan enerji, yapay viskozite tanımı yardımı ile elde edilebilir.

$$\frac{De_a}{Dt} = \frac{1}{2}\sum_b m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} + \prod_{ab}\right) u_{ab}\, \nabla_a\, W_{ab} \quad \textbf{(3.68)}$$

Yukarıda verilen denklem yardımı ile enerji ifadesi elde edilmektedir.

3.6 Sınır Şartları

DPH yönteminde, serbest yüzey sınır şartları kolaylıkla ele alınabilir. Bunun nedeni yöntemin Lagrange karakterine dayanmaktadır. Buna karşın katı cidar söz konusu olduğunda DPH yönteminde özel yaklaşımların kullanılması gerekmektedir. Tez çalışmasının bu kısmında literatürde en sık kullanılan özel yaklaşımlardan söz edilmektedir.

3.6.1 Geri itici kuvvet yaklaşımı

Mikroskobik ölçekte bakıldığında, katı cidarın sıvı üzerine kuvvet uygulayan atomlardan meydana geldiği görülür. Bu fiziksel kuram yardımı ile katı cidar modellenecek olursa, geçirimsiz bir yapı elde edilebilir. Söz konusu katı cidara ait parçacıklar, momentum denklemindeki basınç gradyanı teriminde yer almazlar.

Ele alınan katı parçacıklar hareketsiz olabileceği gibi hareketli olarak da tanımlanabilirler. Örneğin Monaghan, 1995 tarihli çalışmasında bir kapağı hareketli katı cidar parçacıkları yardımı ile modellemiştir [148]. Katı cidar parçacıklarının sıvıya ait parçacıklara uyguladığı kuvvetler üç başlık altında toplanabilirler.Bunlar ;

- Tamamen Geri İtici Kuvvetler [21]
- Lennard-Jones Kuvvetleri
- Normal Geri İtici Kuvvetler'dir.

Bu kuvvetler, momentum denkleminin sağında yer alan terimlere dış kuvvetler olarak eklenirler. Bunlardan ilki olan "*Tamamen Geri İtici Kuvetler*" yaklaşımı hidrodinamik benzeşimlerde en sık kullanılan yaklaşımlardan bir tanesidir. Yöntem, moleküller arası itme kuvveti olarak da tanımlanabilir.

[21] İng. Purely Repulsive Forces

Aralarında r kadar mesafe bulunan katı cidar ve akışkan parçacığı ele alınacak olursa, bu iki parçacık arasındaki kuvvet aşağıdaki denklem ile tanımlanabilir.

$$F_1(r) = A_1 \left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{P_1} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{P_2} \right] \frac{r}{r^2} \tag{3.69}$$

Monaghan, 1994 tarihli çalışmasında, yukarıdaki denklemde yeralan iki sabitin $P_1 = 12$ ve $P_2 = 6$ olarak alınmasını tavsiye etmiştir [32]. Denklemde yeralan diğer terimlerden A_1 ele alınan probleme göre değişen bir katsayıyı ve r_0 başlangıçta parçacıklar arasındaki mesafeyi ifade eder.

Yukarıda bahsi geçen bir diğer yaklaşım "*Lennard-Jones Kuvvetleri*" yaklaşımıdır. Bu yöntemin ana çıkış kaynağı "*Lennard-Jones Atomlar Arası Kuvvet*" prensibidir. Bu yaklaşıma ait denklem yazılacak olursa ;

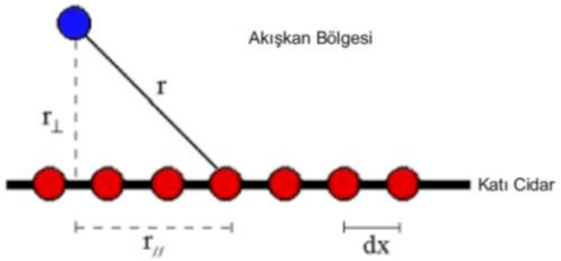
$$F_2\,(r) = \begin{cases} A_2 \left[\left(\frac{1}{r}\right)^{m} - \left(\frac{1}{r}\right)^{n} \right] \; eğer\;\; 0 < r < r_c \;\; ise \\ A_3\,(R-r)^2 + A_4\,(R-r) eğer\; r_c < r < R\; ise \\ 0 \;\; eğer \;\; r > R \;\; ise \end{cases} \tag{3.70}$$

Denklemde geçen sabitlerin hangi değerleri alacakları, Monaghan'ın çalışmasında detaylı olarak gösterilmiştir [148].

Yukarıda bahsi geçen iki farklı yaklaşımda, düzgün bir yüzey üzerinde düzensiz kuvvet dağılımları ile karşılaşılabilmektedir. Bu durumla başa çıkabilmek için Monaghan ve Kos, 1999 tarihli çalışmalarında "*Normal İtici Kuvvet*" kavramını ortaya atmışlardır [34]. Söz konusu yeni formdaki denklem aşağıda verilmiştir.

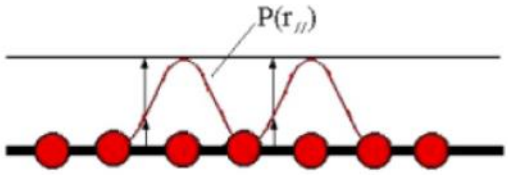
$$F_3\left(r_{//}, r_{\perp}\right) = n.R(r_{\perp})\,.P\left(r_{//}\right) \tag{3.71}$$

Denklemde geçen F_3 akışkan parçacığı üzerine etki eden kuvveti ifade etmekte olup iki farklı tanımla açıklanabilmektedir. Bunlardan ilki, akışkan parçacığının katı cidardan olan normal mesafesidir. İkincisi ise tanjant boyunca olan mesafedir. Bu tanımlara ait şematik resim Şekil 3.13'de gösterilmiştir.



Şekil 3.13 : Geri itici sınır şartları (mavi:akışkan, kırmızı:katı cidar).

Şekil 3.13'de ise katı cidar parçacıkları arasındaki etkileşim gösterilmiştir.



Şekil 3.14 : Katı cidar parçacıkları arası etkileşim.

Yukarıda verilen şematik resimler sırası ile $R_\perp$ ve $P_{//}$ terimlerine karşı gelmektedir. Bunlardan ilki olan $R_\perp$ 'ye ait tanımlar aşağıda verilmiştir.

$$R_\perp = \begin{cases} A_5 \dfrac{1}{q} (1-q) & r_\perp < dx \text{ için} \\ \\ 0 & r_\perp \geq dx \text{ için} \end{cases} \tag{3.72}$$

Denklemde yeralan q terimi aşağıda tanımlanmıştır.

$$q = {}^{r_\perp}/_{dx} \tag{3.73}$$

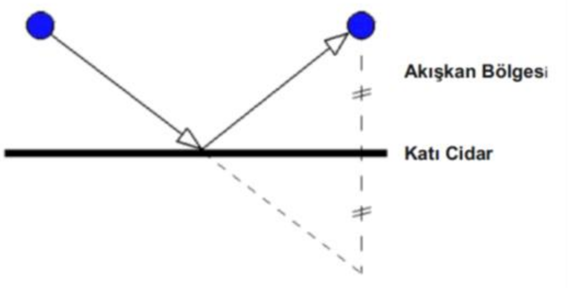
Diğer taraftan $P_{//}$ ifadesi, geri tepkilerin dengede olabilmesi ve cidar boyunca sabit bir değer alabilmelerini sağlayan fonksiyondur.

$$P_{//} = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left[1 + cos\left(\dfrac{\pi r_{//}}{dx}\right)\right] & r_\perp < dx \text{ için} \\ \\ 0 & r_\perp \geq dx \text{ için} \end{cases} \tag{3.74}$$

Bu tür bir sınır şartı yaklaşımının kullanımı DPH'de oldukça kolaydır. Ancak katı cidar boyunca sabit geri etki kuvvetinin kabul ediliyor olması, yöntemin olumsuz tarafıdır. Çünkü bu kabulde, cidara yakın akışkan parçacıkları kendilerini paralel olarak hizalanmaya zorlayacaktır. Bunun sonucu olarak da fiziksel olarak anlamlı olmayan sonuçların ortaya çıkması muhtemeldir.

3.6.2 Geri yansıma

DPH konseptinde bu yaklaşımın kullanımı, en kolay uygulanabilir seçenektir. Yaklaşımda, katı cidara yaklaşan akışkan parçacıkları geri yansıyarak hesap alanına geri dönerler. Bu yaklaşımın temelinde Newton'un etki-tepki prensibi yatmaktadır. Sınır parçacığı ile akışkan parçacık arasındaki etkileşim elastik kabul edilirse, sistemde doğrusal momentumun korunumu sağlanabilir. Söz konusu yaklaşım Şekil 3.15'de gösterilmektedir.



Şekil 3.15 : Geri yansıma yöntemi.

Bir önceki başlıkta bahsi geçen geri itici kuvvet yaklaşımı ile geri yansıma yaklaşımının en büyük dezavantajı, katı cidara yakın noktalarda kernel fonksiyonunun destek alanının tam ifade edilememesidir. Bunun üstesinden gelebilmek için kernel-düzeltmesi işlemi gerekir. Bu işlem ise ek bir işlem gücü gereksinimi anlamını taşır [136,149].

3.6.3 Hayalet parçacıklar

Hayalet parçacıklar yaklaşımı, Colagrossi ve Landirini'nin 2003 tarihli çalışmalarında başarılı bir şekilde kullanılmıştır [45]. Bu yaklaşımda, sınıra yakın olan yerlerde bu bölgenin simetriği oluşturulmaktadır. Sözü edilen simetrik bölgede yeralan hayalet parçacıkların özgül kütle, basınç ve hızları, akışkan parçacıkları ile çıkarılmaktadır. Sözü edilen ayna işlemi aşağıdaki kurallara dayanır.

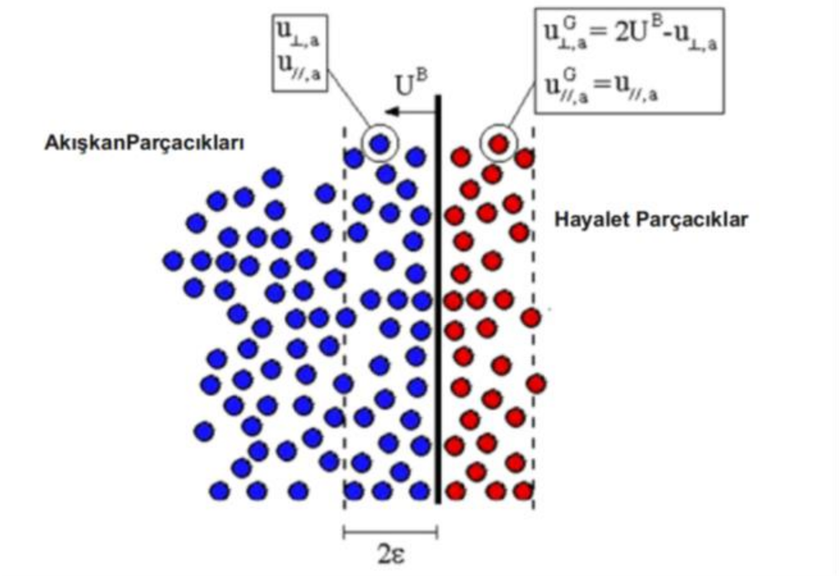
$$r_a^{HAYALET} = 2r^B - r_a \quad \textbf{(3.75a)}$$

$$u_{\perp,a}^{HAYALET} = 2U^B - u_{\perp,a} \quad \textbf{(3.75b)}$$

$$u_{//,a}^{HAYALET} = u_{//,a} \quad \textbf{(3.75c)}$$

$$p_a^{HAYALET} = p_a - p_a gz \quad \textbf{(3.75d)}$$

Yukarıdaki denklemlerde yeralan a alt-indeksi etkileşimdeki akışkan parçacığını, ⊥ ve // ise sırasıyla normal ve tanjant hızlarını ifade eder. Aşağıdaki şematikte y aksına paralel olan bir katı cidar gösterilmiştir.



Şekil 3.16 : Hayalet parçacıklar yöntemi.

3.6.4 Dinamik sınır koşulları

Dinamik sınır koşulları yaklaşımında, sınır parçacıkları akışkan ile aynı aynı özellikleri paylaşırlar. Yani, aynı hal denklemini ve aynı korunum denklemlerini paylaşırlar. Fakat, akışkan parçacıklarından farklı olarak hareketsizdirler ve uzayda sabit bir noktada yeralırlar.

Hareketli bir nesne, kapak yada dalga paleti gibi bir sınır söz konusu olduğunda ise dıştan etkiyen bir fonksiyon olarak tanımlanabilirler ve böylece hareketli duruma gelebilirler. Akışkan parçacığı katı cidara yaklaştığında, bu parçacığa cidar tarafından bir kuvvet uygulanır. Akışkan parçacığının hareketini analiz edebilmek için, bir sınır ve bir akışkan parçacığından oluşan şematikten yararlanılır. Monaghan, 2000 tarihli çalışmasında hareketli bir parçacığa etki eden kuvvetleri aşağıdaki denklem ile tanımlanmıştır.

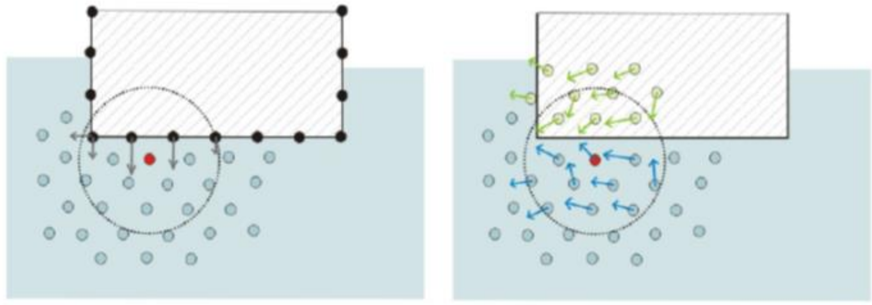
$$\frac{dw_a}{dt} = -\left(2c^2\frac{W_{ab}}{(W_{ab}+W_0)^2} + m\prod\nolimits_{ab}\right)\frac{\partial}{\partial z_a}W_{ab} - g \qquad \textbf{(3.76)}$$

Denklemde geçen $\prod_{ab}\, ve\ g$ ifadeleri sırasıyla, viskoziteyi ve yerçekimini ifade eder.

Akışkan parçacığı "a" ya cidar parçacığı "b" tarafından uygulanan kuvvetin yönü z_a 'nın işaretine bağlıdır.

Akışkan parçacığı “a” cidar parçacığı “b” ye yukarıdan yaklaştığında z_a pozitif olur ve “a” parçacığı yukarı itilir. Akışkan parçacığı “a” cidar parçacığı “b” ye aşağıdan yaklaştığında ise z_a negatif olur ve “a” parçacığı aşağıya itilir.

Yukarıda bahsi geçen sınır parçacık yaklaşımları ile hayalet parçacık yaklaşımı birlikte Şekil 3.17’de gösterilmiştir.



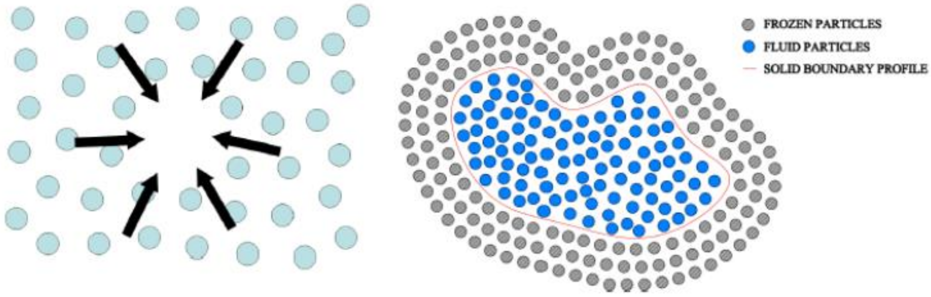
Şekil 3.17 : Sırası ile sınır parçacık ve hayalet parçacık yöntemleri.

Bu tez çalışması kapsamında farklı türdeki yaklaşımlar ile sınır parçacıklarının sayısal olarak modellenmesinin, çözüm üzerindeki etkileri de araştırılmıştır. Bununla ilgili ayrıntılı sonuçlar ve görüşler, çalışmanın sayısal modelleme kısmında yeralmaktadır.

3.7 Başlangıç Koşulları

DPH notasyonunda, başlangıçta parçacıkların nasıl dizilecekleri önemli bir konudur. Eğer probleme ait parçacıklar dengeli olarak dizilmemiş iseler, akışkanın hareketini etkileyecek olan ve fiziksel olarak anlamsız durumlara neden olabilirler. Bir DPH simülasyonunda denge durumunu oluşturacak konfigürasyonun tespiti demek; DPH denklemlerinin birinci mertebeden kararlı olmalarını temin edecek parçacık dizilimi demektir. Basit geometrilerin söz konusu olduğu problemlerde denge konfigürasyonu öncül gereklilik olmayabilir. Buna karşın, karmaşık katı sınır profilleri söz konusu olduğunda (köşeler, bükülmüş gövdeler vb.) vortisite oluşumu ihtimali yüksektir. Uygun bir çözümde, simülasyon esnasında parçacıkların denge haline ulaşabilmeleri için uygun sürenin tanınması gerekmektedir. DPH çözüm algoritmalarında, Van der Waals bağlarına benzer bir şekilde parçacıklar arası kuvvetin tanımlanması kullanılmakta olan bir yaklaşımdır. Bu çözüm, farklı geometrilere uyarlanabilmekte ve hızlı bir şekilde düzenli parçacık dağılımının elde edilmesini sağlamaktadır.

Bu aşamada bahsedilmesi gereken en önemli yaklaşım ise “*Parçacık Paketlenmesi Algoritması*” dır. Söz konusu yaklaşım Şekil 3.18’de görselleştirilmiştir.



Şekil 3.18 : Parçacık paketlenmesi yaklaşımı.

Bu çözümde w= -∇Γ vektörü her zaman kütlenin minimum olduğu ve anizotropinin maksimum olduğu bölgeyi işaret eder. Başlangıç durumunda parçacıkların hareketi buna göre sağlanır ise parçacıkların daha düzenli dizilimi elde edilebilir. Son durumda istenen ‖w‖ ‘nin minimum olmasıdır. İlk adım olarak yapılması gereken çözüm alanı sınırlarının tespit edilmesidir. Buna bağlı olarak katı cidar sabit parçacıklar olarak tanımlanır. Bu parçacıkların başlangıç hızları sıfır ve konumları uzayda sabittir. İkinci adım, yoğunluğun ve basıncın tüm akış alanı boyunca sabit olduğu kabulüne dayanır.

3.8 Zamana Bağlı İntegrasyon

DPH benzeşimlerinin zamana bağlı olarak çözümlerinde farklı yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerden ikinci mertebe hassasiyette olanların kullanılması tavsiye edilmektedir. Bu tez çalışması kapsamında, literatürde en sık kullanılan iki çözüm şemasından yararlanılmıştır. Bunlar;

- Tahmin – Düzeltme Algoritması
- Verlet Algoritması’dır.

Yöntemlerden ilki olan “*Tahmin-Düzeltme Algoritması*” Monaghan’ın 2006 tarihli çalışmasında; ikincisi olan “*Verlet Algoritması*” ise Verlet’in 1967 tarihli çalışmasında detaylı olarak anlatılmıştır [150,151].

Momentum, özgül kütle, konum ve enerji denklemlerinin sırası ile aşağıdaki formda olduklarını varsayalım.

$$\frac{du_a}{dt} = F_a \tag{3.77}$$

$$\frac{d\rho_a}{dt} = D_a \tag{3.78}$$

$$\frac{dr_a}{dt} = V_a \tag{3.79}$$

$$\frac{de_a}{dt} = E_a \tag{3.80}$$

3.8.1 Tahmin düzeltme şeması

Söz konusu şema, zaman içerindeki ilerlemeyi aşağıdaki şekilde tahmin eder.

$$V_a^{n+1/2} = V_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^n \tag{3.81}$$

$$\rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^n \tag{3.82}$$

$$r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} V_a^n \tag{3.83}$$

$$e_a^{n+1/2} = e_a^n + \frac{\Delta t}{2} E_a^n \tag{3.84}$$

Benzeşim süresinin yarısına gelindiğinde yukarıda elde edilen değerler aşağıdaki şekilde düzeltilir.

$$V_a^{n+1/2} = V_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^{n+1/2} \tag{3.85}$$

$$\rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^{n+1/2} \tag{3.86}$$

$$r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} V_a^{n+1/2} \tag{3.87}$$

$$e_a^{n+1/2} = e_a^n + \frac{\Delta t}{2} E_a^{n+1/2} \tag{3.88}$$

Son adımda ise aranan değerler aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$V_a^{n+1/2} = 2V_a^{n+1/2} - V_a^n \tag{3.89}$$

$$\rho_a^{n+1/2} = 2\rho_a^{n+1/2} - \rho_a^n \tag{3.90}$$

$$r_a^{n+1/2} = 2r_a^{n+1/2} - r_a^n \tag{3.91}$$

$$e_a^{n+1/2} = 2e_a^{n+1/2} - e_a^n \quad \textbf{(3.92)}$$

Monaghan söz konusu şemayı, doğrusal ve açısal momentumun korunumunun sağlanabildiğini ispat için kullanmıştır [27]. Yukarıda bahsi geçen şema ikinci mertebedir.

3.8.2 Verlet şeması

Verlet şeması, moleküler dinamik uygulamalarında en sık kullanılan algoritmadır. Yöntemin temeli, iki adet üçüncü mertebe Taylor ifadesinin yazılmasıdır. Bunlardan ilki ileri doğru, diğeri ise geri doğru yazılır. Denklem 3.74 ile 3.77 arasında verilen ifadeler aşağıdaki zaman adımları ile ayrıklaştırılır. İlk adımda ;

$$V_a^{n+1} = V_a^{n-1} + 2\Delta t F_a^n \quad \textbf{(3.93)}$$

$$\rho_a^{n+1} = \rho_a^{n-1} + 2\Delta t D_a^n \quad \textbf{(3.94)}$$

$$r_a^{n+1} = r_a^n + \Delta t V_a^n + 0.5\Delta t^2 F_a^n \quad \textbf{(3.95)}$$

$$e_a^{n+1} = e_a^{n-1} + 2\Delta t E_a^n \quad \textbf{(3.96)}$$

Daha sonra her elli adımda bir değişkenler aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$V_a^{n+1} = V_a^n + \Delta t F_a^n \quad \textbf{(3.97)}$$

$$\rho_a^{n+1} = \rho_a^n + \Delta t D_a^n \quad \textbf{(3.98)}$$

$$r_a^{n+1} = r_a^n + \Delta t V_a^n + 0.5\Delta t^2 F_a^n \quad \textbf{(3.99)}$$

$$e_a^{n+1} = e_a^n + \Delta t E_a^n \quad \textbf{(3.100)}$$

3.9 Çalkantı Problemine Ait Özel Tanımlar

Dönme aksı M_L ‘ye bağlı olarak akışkan tarafından meydana getirilecek moment değeri, çalkantı probleminde önemlidir. DPH yaklaşımı ile söz konusu moment değeri aşağıdaki farklı yaklaşımlar ile elde edilebilir.

1. Akışkan parçacıkları tarafından uygulanan toplam moment değeri.

$$M_L = \sum_{a \in AP} m_a \frac{dv_a}{dt} \wedge r_a \quad \textbf{(3.101)}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan $a\epsilon AP$ ifadesi “a” parçacığının, akışkan parçacıkları kümesinin bir elemanı olduğu söyler.

2. Sınır parçacıklarının maruz kaldığı toplam moment değeri.

$$M_L = -\sum_{b\,\epsilon\,SP} m_a\, F_a \wedge r_a \tag{3.102}$$

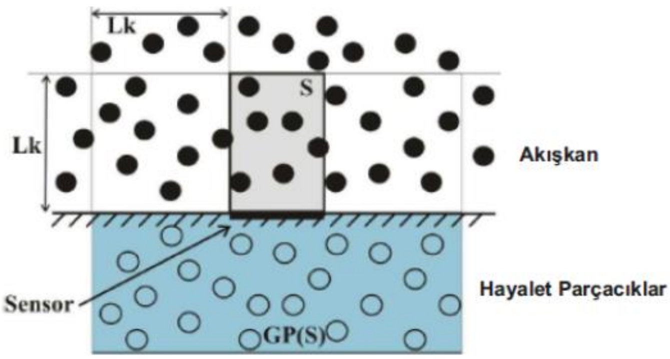
Yukarıdaki denklemde yeralan $b\epsilon SP$ ifadesi “b” parçacığının, sınır parçacıkları kümesinin bir elemanı olduğunu gösterir.

Ayrıca denklemde geçen F_b terimi aşağıda tanımlanmıştır.

$$F_b = \sum\nolimits_{a \in FP_b} F_{ba} \tag{3.103}$$

Etki-tepki prensibi gereği yukarıdaki iki farklı yaklaşım ile hesaplanan moment değerleri aynı olacaktır. Ancak moment değerinin sınır parçacıkları yardımı hesaplanması daha hızlı olacaktır.

Bir diğer önemli konu DPH benzeşiminde basınç değerlerinin ölçülmesidir. Basınç alanında büyük sayısal dalgalanmalar meydana geleceğinden, düzeltme tekniklerinden yararlanılmalıdır. Basınç değerinin elde edilmesinde yararlanılabilecek en kolay ve etkin yöntem, hayali bir basınç sensörünün görüş alanındaki, akışkan ve hayalet parçacıkların basınçlarının ortalamasını almaktır. Şekil 3.19’da, söz konusu sensör ve parçacıkların sensöre göre olan konumları gösterilmiştir.



Şekil 3.19 : Basınç ölçer civarındaki akışkan ve hayalet parçacıklar.

Şekil 3.19’da gösterilen S, akışkan içerisindeki dikdörtgen biçimli bölgedir. Söz konusu bölgenin boyutları genişlik için $d_{SENSÖR}$ ve cidarın normaline doğru L_k kadardır. Bahsi geçen L_k genellikle 3h kadar alınır.

Burada geçen “h” daha önceki kısımlarda bahsi geçen düzeltme mesafesidir. Böylelikle sensörde okunan basınç değeri aşağıdaki denklem yardımı ile elde edilir.

$$P_{YÜZEY} = \frac{(F_S \,.\, n_{SENSÖR})}{d_{SENSÖR}} \qquad \textbf{(3.104)}$$

4. DPH YÖNTEMİNİN ÇALKANTI PROBLEMİNE UYARLANMASI

4.1 Sayısal Difüzyon Terimleri : δ– DPH

Tez çalışması kapsamında klasik DPH denklemleri yardımı ile gerçekleştirilen model çalışmalarında, tank içerisindeki basınç dağılımlarının düzgün olmadıkları gözlenmiştir. Tez çalışmasının ana konusu, çalkantı ve katı cidardaki basınç değişimlerinin sayısal olarak elde edilmesi olduğundan, bu durum kabul edilemez bir sonuçtur. Sıvıda gözlenen basınç değişimlerinin nasıl düzeltilebileceği ile ilgili literatür taraması gerçekleştirilmiş ve δ – DPH yaklaşımının problemimize uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Söz konusu yöntemde sayısal difüzyon terimleri, süreklilik ve enerji denklemlerine eklenerek, basınç alanında meydana gelen sayısal akustik kirlilik giderilmeye çalışılmaktadır. Şiddetli su / yapı etkileşimleri söz konusu olduğunda, yersel yüklerin doğru olarak tespit edilmesi önemlidir. Çalışmanın önceki bölümlerinde de bahsedildiği üzere basit geometriler dışında, büyük sıvı deformasyonlarının gözlendiği problemleri analitik olarak çözmek mümkün olmamaktadır. Bu amaçla, tezin ana konusu olan düzgün parçacık hidrodinamiği çalkantı problemine uyarlanmıştır. Ancak yapılan model çalışmaları, klasik denklemlerin problemimize yanıt veremediğini göstermiş ve yöntemde iyileştirmeye ihtiyaç duyulduğu ortaya çıkmıştır. Sıvı içindeki basınç dağılımlarının düzgün olmaması, katı cidarda hesaplanacak olan basınç değerlerinin de tutarsız olmasına neden olacaktır. Bu problemin üstesinden gelebilmek için ilk kez 2010 yılında Antuono'nun serbest yüzey problemlerine uyguladığı bir yaklaşım olan δ – DPH klasik denklemlere uyarlanmıştır [152]. Yukarıdaki kısımlarda da bahsedildiği üzere, sayısal difüzyon terimlerinin süreklilik denklemine eklenmesi ile basınç alanındaki yüksek frekanslı sayısal akustik kirlilik giderilebilmektedir. Düzgün parçacık hidrodinamiğinin esası olan parçacık tanımlamasında, dağılımın üniform olması sağlanarak interpolasyon süreci daha tutarlı hale getirilebilmektedir. Söz konusu terim eklentileri aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j (u_j - u_i) \cdot \nabla_i W_{ij} V_j + \delta c_0 h \sum_j \Psi_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} V_j \qquad \textbf{(4.1)}$$

$$\frac{Du_i}{Dt} = g - \frac{1}{\rho_i} \sum_j (p_j + p_i) \cdot \nabla_i W_{ij} V_j + \alpha c_0 h \frac{\rho_0}{\rho_i} \sum_j \pi_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} V_j \qquad \textbf{(4.2)}$$

$$\begin{aligned} \frac{De_i}{Dt} = &- \frac{p_i}{\rho_i} \sum_j (u_j - u_i) \cdot \nabla_i W_{ij} V_j + \chi c_0 h \frac{\rho_0}{\rho_i} \sum_j \Phi_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \\ &+ \frac{1}{2} \alpha c_0 h \frac{\rho_0}{\rho_i} \sum_j \pi_{ij} \nabla_i W_{ij} \cdot (u_j - u_i) V_j \end{aligned} \qquad \textbf{(4.3)}$$

$$\frac{Dr_i}{Dt} = u_i \;;\quad p = c_0^2 \left[1 + \Xi \left(\frac{e}{e_0} - 1\right)\right] (\rho - \rho_0) \qquad \textbf{(4.4)}$$

Yukarıdaki denklemlerde yeralan π_{ij}, ψ_{ij} ve Φ_{ij} terimleri ise aşağıda tanımlanmıştır.

$$\pi_{ij} = \frac{(u_j - u_i) \cdot (r_j - r_i)}{|r_j - r_i|^2} \qquad \textbf{(4.5)}$$

$$\Phi_{ij} = 2\,(e_j - e_i)\,\frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|^2} \qquad \textbf{(4.6)}$$

$$\psi_{ij} = 2\,(\rho_j - \rho_i)\,\frac{r_{ji}}{|r_{ij}|^2} - \left[\langle\nabla\rho\rangle_i^L + \langle\nabla\rho\rangle_j^L\right] \qquad \textbf{(4.7)}$$

Yukarıdaki denklemlerde kırmızı renk ile gösterilen terimler, yapay sayısal terimler olup düzeltme mesafesi h ile orantılıdırlar. Gradyan $\langle\nabla\rangle^L$ terimi ise aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\langle\nabla p\rangle_i^L = \sum_j (p_j - p_i)\; B_i \,\nabla_i\, W_{ij}\, V_j \;;\;\; B_i = \left[\sum_j \nabla_i W_{ij} \otimes (r_j - r_i)\, V_j\right]^{-1} \qquad \textbf{(4.8)}$$

Ayrıca, δ ve χ katsayıları difüzyon terimlerinin şiddetini, α katsayısı ise viskoz terimlerin şiddetini ifade eder. Denklemlerde yeralan bir diğer ifade olan Ξ ise denge denklemindeki enerji değişimlerini ifade eder. Tanımlanan tüm bu katsayılar dikkatli bir şekilde ayarlanmalıdırlar. DPH literatürüne göz atıldığında yapay viskozite kavramı ile sık sık karşılaşılır. Bu terim ilk olarak 1983 yılında Gingold ve Monaghan'ın çalışmalarında ortaya atılmıştır [153].

$$A_v = \alpha h c_0 \sum_j \pi_{ij} \nabla_i W_{ij} V_j \tag{4.9}$$

Bu denklem, bir diğer denkleme eşit olmak zorundadır ve sadece gerçek viskozitenin yapay olanla değiştirilmesi ile viskoz akışın çözümünde kullanılır.

$$\langle \nabla \cdot \mathbb{V} \rangle^{MG}(r) = \mu \mathrm{K} \int_{\Omega} \frac{[u(r') - u(r)] \cdot (r' - r)}{|r' - r|^2} \nabla W(r' - r) dV' \tag{4.10}$$

Denklemde geçen K parametresi problemin boyutuna (1, 2 ya da 3) bağlı olarak 6, 8 ve 10 değerlerini alır. Taylor açılımı yardımı ile hız alanı tanımlandığında ise ;

$$u' - u = \nabla u \left| r' + \frac{1}{2} r' \cdot \mathbb{H} \right|_r \cdot r' + \mathcal{O}(|r'|^3) \tag{4.11}$$

denklemi elde edilir. Elde edilen yapay viskozite teriminin son hali aşağıdaki denklemde verilmektedir.

$$\mu = \rho_0 \frac{\alpha h c_0}{\mathrm{K}} \tag{4.12}$$

Yapılan çalışmalarda α değerinin 0.01 ve üzeri olduğunda sayısal tutarsızlıkların daha az gözlendiği bildirilmiştir. Bu tez çalışması kapsamında da $\alpha > 0.01$ şartı sağlanmıştır. Söz konusu α parametresi Reynolds Sayısı ile de ilişkilendirilebilir.

$$Re_h = \frac{\rho_o U h}{\mu} = \mathrm{K} \frac{Ma}{\alpha} \cong \frac{1}{\alpha} \tag{4.13}$$

Klasik DPH şemalarının literatürde bilinen en önemli sorunu, basınç profillerinde gözlenen yüksek frekanslı sayısal kirliliktir. Denklemlerde gösterilen ψ_{ij} teriminin çözüm şemalarına eklenmesi ile söz konusu kirlilik önemli ölçüde giderilebilmektedir.

$$\psi_{ij} = 2\left(\rho_j - \rho_i\right) \frac{r_{ji}}{\left|r_{ij}\right|^2} \tag{4.14}$$

Sayısal kirliliği gidermenin bir diğer yolu, Riemann çözücülerin kullanılması olup söz konusu yaklaşım, çözüm için gereken zamanı çok fazla arttırdığından tercih edilmemiştir. Bu tezde amaçlanan, sadece kişisel bir bilgisayarın kullanılması ile karmaşık problemlerin çözümüne olanak vermek ve bunu mümkün olan en kısa sürede tamamlayabilmektir. Bu amaca en iyi uyan yaklaşımda δ – DPH tekniğidir. Yukarıdaki denklemlerde yeralan Φ_{ij} ve ψ_{ij} difüzyon terimleri sırası ile özgül kütle ve içsel enerjinin yakınsak Laplasyenleridir. Herhangi bir skaler fonksiyonu f ilegösterirsek, DPH yaklaşımında bu fonksiyonun Laplasyeni aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

$$\langle \nabla^2 f \rangle = 2 \sum_j (f_j - f_i) \frac{r_{ji} \cdot \nabla_i W_{ij}}{r_{ij}^2} V_j \tag{4.15}$$

Antonuo, 2010 tarihli çalışmasında söz konusu formülün serbest yüzey yakınındaki tekliğini ispat etmiştir [152]. Çalışmanın daha önceki bölümlerinde bahsedilen kernel gradyanını yeniden tanımlanırsa, aşağıdaki form elde edilir.

$$\langle \nabla^2 f \rangle = \frac{4}{h^2} \sum_j (f_j - f_i) W_{ij} V_j \tag{4.16}$$

Söz konusu denklem, Taylor serisine açıldığında ise aşağıdaki halini alır.

$$\langle \nabla^2 f \rangle = \frac{4}{h^2} \sum_j (f_j - f_i) W_{ij} V_j - 2\nabla f \cdot \nabla \Gamma + \mathcal{O}(|1-\Gamma|) + \mathcal{O}(h^2) \tag{4.17}$$

Bu yaklaşım yardımı ile difüzyon terimi için korunum özelliklerine sahip bir form elde edilebilir.

$$(f) = \frac{4}{h^2} \sum_j \left\{ f_j - f_i - \frac{1}{2} (\nabla f_j - \nabla f_i) \cdot r_{ji} \right\} W_{ij} V_j + \mathcal{O}(h) \tag{4.18}$$

4.1.1 Uygun Γ parametresinin seçimi

Yukarıdaki denklemlerde yeralan Γ parametresinin seçimi içsel enerji değişimlerinin mertebesi ile ilişkilidir. İçsel enerji denklemi, difüzyon terimleri eklenmeden önce aşağıdaki denklem ile tanımlanır [154].

$$\frac{De}{Dt} = c_0^2 \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad \Rightarrow \quad \Delta e \sim c_0^2 \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right)^2 \tag{4.19}$$

Birinci mertebe denge denklemi kullanıldığında ise aşağıdaki forma ulaşılır.

$$p = c_0^2 \, \Delta\rho \sim \rho U_0^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} \sim \frac{U_0^2}{c_0^2} \tag{4.20}$$

Tüm denklemler yardımıyla ise aşağıdaki son hal elde edilir.

$$\Delta e \sim \frac{U_0^4}{c_0^2} \quad \textbf{(4.21)}$$

Denge denkleminde yeralan içsel enerji ikinci mertebede sınırlandırılır.

$$\Gamma\left(\frac{e}{e_0}-1\right)= \mathcal{O}(10^{-1}) \;\longrightarrow\; \frac{\Gamma}{e_0}\frac{U_0^4}{c_0^2}= \mathcal{O}(10^{-1}) \quad \textbf{(4.22)}$$

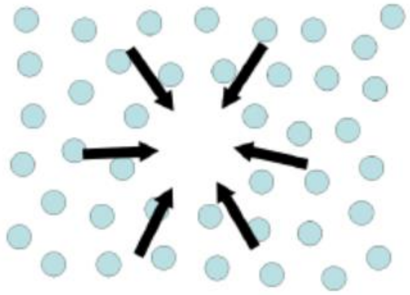
Denklemde yeralan e_0 değeri Tait denge hali denklemi yardımı ile kolaylıkla elde edilebilir.

$$e_0 = \frac{c_0^2}{(\gamma-1)} \quad \textbf{(4.23)}$$

Yapılan çalışmalarda, γ katsayısının “7” olarak kullanılmasının uygun olduğu gösterilmiştir.

4.2 Başlangıç Koşulları

DPH yaklaşımında, parçacıkların başlangıç konumlarının uygunluğu oldukça önem arz etmektedir. Benzeşim çalışmasının başlangıcında parçacıklar denge halinde olmaz iseler, akışkanın hareketi üzerinde olumsuz sonuçların meydana gelmesi kaçınılmaz olacaktır. Denge şartının sağlanabileceği konfigürasyonun bulunması önemlidir. Olası çözümlerden bir tanesi, sayısal benzeşimin başlamasından önce parçacıkların uygun konumlarına yerleşebilmeleri için benzeşime zaman tanınmasıdır. Kararlı bir denge haline gelinebilmesi için çok fazla zaman gerekebileceğinden bu yaklaşım çok tercih edilmemektedir. Bu tez çalışması kapsamında “*parçacık paketleme algoritması*” bilgisayar koduna uyarlanmış ve çözümlerde kullanılmıştır. Bu algoritmanın temel fikri $|\boldsymbol{\nabla\Gamma}|$ değerini minimum yapmaktır. Bunun sağlanabilmesi için $\boldsymbol{w} = -\boldsymbol{\nabla\Gamma}$ vektörü her zaman kütlenin eksik olduğu ve anizotropinin maksimum olduğu yeri işaret etmelidir. Anizotropi herhangi bir özelliğin yöne bağlı olması anlamındadır. Şekil 4.1’de, söz konusu vektörün gösterdiği yön kütlenin en az olduğu yerdir.



Şekil 4.1 : Paketleme algoritmasında w vektörünün işlevi.

Çalkantı probleminde ele alındığı üzere akışkan, bir katı cidar ile çevrelenmiş ve çıkışına izin verilmez bir durumda ise w vektörü tüm asimetrileri doldurma eğiliminde olacaktır. Bunun yardımı ile parçacıklar olası en düzenli hallerine sahip olacaklardır.

Bu yaklaşımda hem katı cidar hem de akışkan parçacıkları herhangi bir kurala uymak zorunda değildirler. Paketleme algoritmasındaki ilk adım, sınır parçacıklarının başlangıçta hızları sıfır olan ve uzayda sabit noktalarda konumlandırılmalarıdır. Başlangıçta tüm parçacıkların hızları sıfır alınarak "*Parçacık Paketleme Algoritması*" na ait başlangıç koşulları elde edilir.

$$\forall_0 = \frac{\forall_{TOPLAM}}{N_{PARÇACIK}} \tag{4.24}$$

Denklemde geçen $\forall_{TOPLAM}$ ifadesi toplam hacmi, $N_{PARÇACIK}$ ise toplam parçacık sayısını ifade eder. Söz konusu algoritma için zaman adımları ise aşağıdaki denklem ile elde edilir.

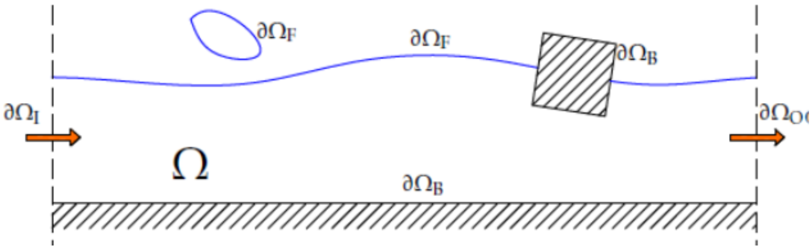
$$\forall_0 = CFL \, \frac{\forall_0^{1/d}}{\sqrt{\beta}} \tag{4.25}$$

Parçacıkların başlangıçta sahip oldukları basınç değeri parçacıkların konumlarına bağlı olarak elde edilmiş hidrostatik basınç değerleridir. Parçacıkların kütlesi ise $m_i = {}^{\rho_i}/_{\forall}$ 'den elde edilir. Sayısal benzeşim esnasında özgül kütleler ve hacimler güncellenirken parçacık kütleleri hep sabit kalır.

4.3 Sınır Şartları

Mühendislik uygulamaları söz konusu olduğunda akış alanı farklı sınırlar ile çevrili olabilir. Bunlar; katı cidar, serbest yüzey, giren akım ve çıkan akım olabilir .Söz konusu sınırlar interpolasyon noktalarında eksikliğe neden olmaktadırlar.

DPH çözümlerinde serbest yüzeyin tanımlanması çok kolay iken katı cidar konusu halen geliştirilmektedir. Aşağıda verilen Şekil 4.2'de , söz konusu sınırlar gösterilmektedir.



Şekil 4.2 : Katı cidar, serbest yüzey, giren ve çıkan akım.

Katı cidarın tanımlanması, DPH çözümlerinde oldukça karmaşık olabilmektedir. Buna ek olarak sıvının katı cidara yaklaştığı noktalarda kernel fonksiyonunun etki alanının katı cidar ile kesilmesi, interpolasyonda ani kesilmelere neden olmaktadır .Bu problemin üstesinden gelebilmek için çeşitli yöntemler ortaya atılmıştır.

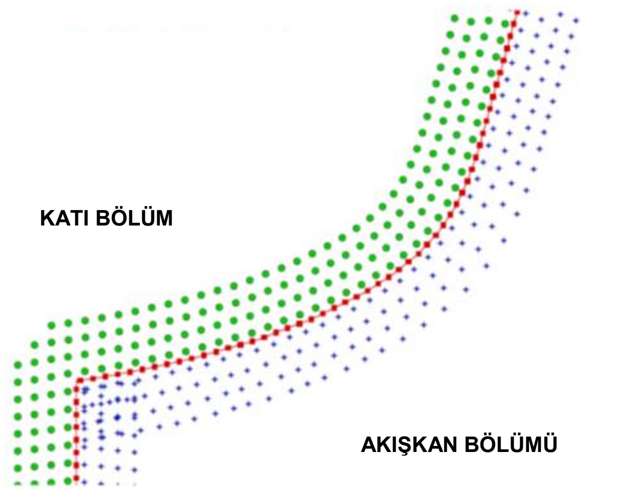
4.3.1 Bir noktada sabit hayalet parçacıklar

Standart hayalet parçacık yaklaşımında, sayısal benzeşimin herhangi bir *t* anında katı cidara yaklaşan parçacık, aynada bir benzeri varmış gibi cidarın diğer tarafında sanal olarak türetilir.

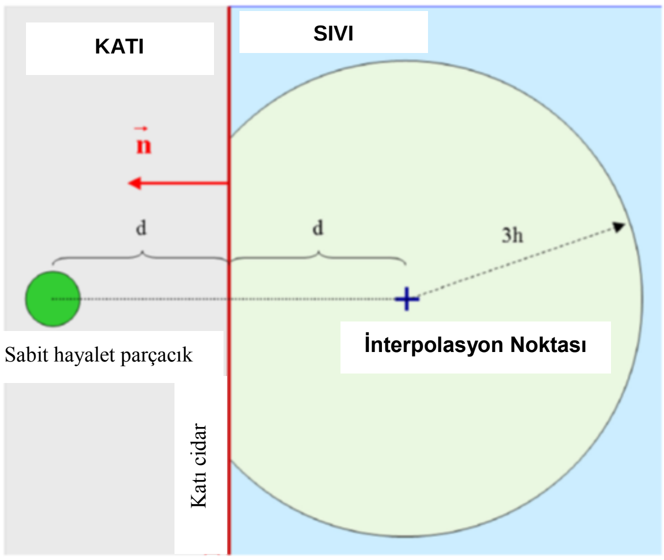
Önerilen yöntemde ise hayalet parçacıklar çözüm alanı içerisinde sabittir. Parçacıklara ait büyüklükler aynanın diğer kısmı için de elde edilir. Daha sonra, hareketli en küçük kareler yaklaşımı ile interpolasyon gerçekleştirilerek akışkan parçacığına ait değerler hesaplanır. Sabit hayalet parçacık algoritmasının adımlarını maddeler halinde göstermek gerekirse;

a) Eşit olarak parçalara ayrılmış katı cidarın profili elde edilir
b) Söz konusu cidara ait birim vektörler hesaplanır. Söz konusu vektörlerin yönü akış alanından dışa olacak şekildedir.
c) Normal vektör yardımı ile katı cidardan ds/2 kadar mesafede gövde parçaları oluşturulur.
d) Yeni parçalar yardımı ile katı cidar profili tekrar oluşturulur.

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de sabit hayalet parçacık yaklaşımı ile ilgili şematikler gösterilmektedir.



Şekil 4.3 : Sabit hayalet parçacıklar (yeşil noktalar).



Şekil 4.4 : Sabit hayalet parçacıklar interpolasyon şeması.

Bu yöntemin klasik hayalet parçacıklar yaklaşımına olan üstünlüğü, sabit parçacıkların dağılımlarının her zaman üniform olması ve akışkan parçacıklarının konumlarının değişimine göre yer değiştirmek zorunda olmamalarıdır. Üç boyutlu eğimli yada kıvrımlı yüzeyler söz konusu olduğunda da aynı yaklaşım geçerlidir.

Tez çalışmasındaki problemde olduğu gibi, hareketli rijit bir cidar söz konusu olduğunda, basınç alanının katı cidar boyunca dağılımının tanımlanması önem arz eder. Bu amaçla Neuman sınır şartından yararlanılmıştır.

$$\frac{du}{dt} \cdot n + u \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{du_B}{dt} \cdot n + u_B \cdot \frac{dn}{dt} \tag{4.26}$$

Momentum denklemi yardımı ile aşağıdaki hal elde edilir.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho\left[\frac{du_b}{dt}\cdot n + (u_B - u)\cdot\frac{dn}{dt} - g\cdot n\right] \tag{4.27}$$

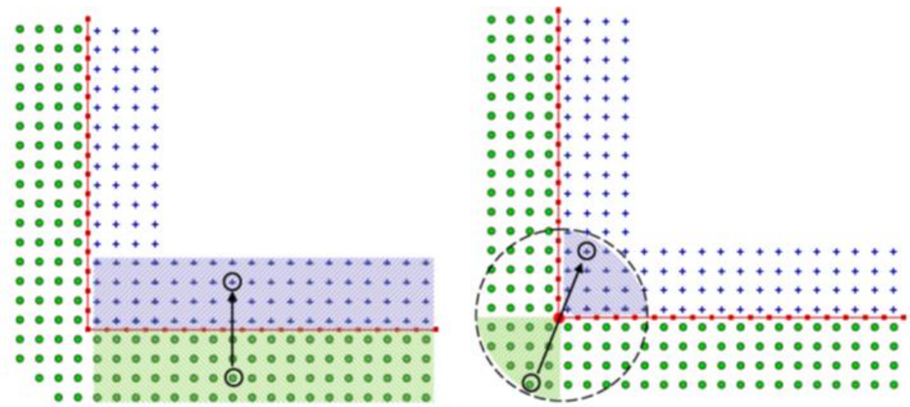
Yukarıdaki denklem hareketli bir rijit cidardaki basınca ait Neumann şartıdır. Hareketli en küçük kareler interpolasyonu kullanılarak akış özelliklerinin cidarın diğer kısmında da aynen oluşturulması sağlanabilir [155]. Yukarıda gösterilmekte olan Şekil 4.4'de hayalet parçacığa ait basınç değeri aşağıdaki denklem ile elde edilebilir .

$$p_G = \sum_{j\in AKIŞKAN} p_i W^{MLS}(r_j)dV_j + 2d\rho g\cdot n \tag{4.28}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan hareketli en küçük kareler kerneli W^{MLS} aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{cases} W^{MLS}(r_j) = M_i^{-1}e_1\cdot b_{ij}W(r_j) \\ b_{ij}^T = [1,(x_j-x_i),(y_j-y_i),(z_j-z_i)]\ ;\ e_1^T = [1,0,0,0] \\ M_i = \sum_j b_{ij}\otimes b_{ij}\ ,\ W(r_j)\,dV_j \end{cases} \tag{4.29}$$

Şekil 4.5'de, interpolasyon noktalarının sabit hayalet parçacık noktaları yardımı ile oluşturulması ve kernel fonksiyonunun etki alanı gösterilmektedir.



Şekil 4.5 : İnterpolasyon noktası tanımlaması ve fonksiyon etki alanı.

Bu başlık altında incelenmesi gereken bir diğer önemli konu, hayalet parçacıklar yardımı ile hidrodinamik yüklerin elde edilmesidir. Klasik DPH yaklaşımında gövde üzerindeki yükler aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$F_{YÜZEY} = \int_{\partial\Omega_B} \mathbb{T}\cdot ndS \tag{4.30}$$

Denklemde geçen $\mathbb{T}$ gerilme tensörü, n ise katı profilin normalidir. DPH yaklaşımında yukarıdaki denklem aşağıda gösterildiği şekilde düzeltilir.

$$F_{YÜZEY} = \int_{\partial\Omega_B} \langle\mathbb{T}\rangle \cdot n dS \quad \textbf{(4.31)}$$

Denklemde geçen $\langle\mathbb{T}\rangle$ yakınsak olarak elde edilen değeri ifade eder. Akış alanına ayna tutularak katı cidarın diğer tarafının elde edilmesi ise aşağıdaki denklem yardımı ile olur.

$$\langle\mathbb{T}\rangle\,(r) = \int_{\Omega} \mathbb{T}' W(r' - r) dV' + \int_{\Omega_B} T^* W(r^* - r) dV^* \quad \textbf{(4.32)}$$

Diverjans teoreminin kullanımı ve kernel fonksiyonunun simetri özelliği yardımı ile aşağıdaki denklem oluşturulur.

$$F_{YÜZEY} = \int_{\Omega_B} dV \int_{\Omega} (\mathbb{T}^* - \mathbb{T}) \cdot \nabla W(r^* - r) dV^* + O(h) \quad \textbf{(4.33)}$$

Denklemde geçen h düzeltme mesafesi, ∇ ise r konumuna bağlı diferansiyeli ifade eder. Söz konusu denklem ayrıklaştırıldığında aşağıdaki hal elde edilir.

$$F_{YÜZEY} = \sum_k \langle\mathbb{T}\rangle_k \cdot n_k S_k \quad \textbf{(4.34)}$$

Denklemde geçen k ifadesi katı profil boyunca olan noktalarla ilişkili olan büyüklükleri; $\langle\mathbb{T}\rangle_k$ ise akışkan üzerinde yapılan interpolasyon sonucu elde edilen büyüklükleri ifade eder. Son düzenlemeler gerçekleştirildiğinde ise DPH notasyonunda gösterim aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

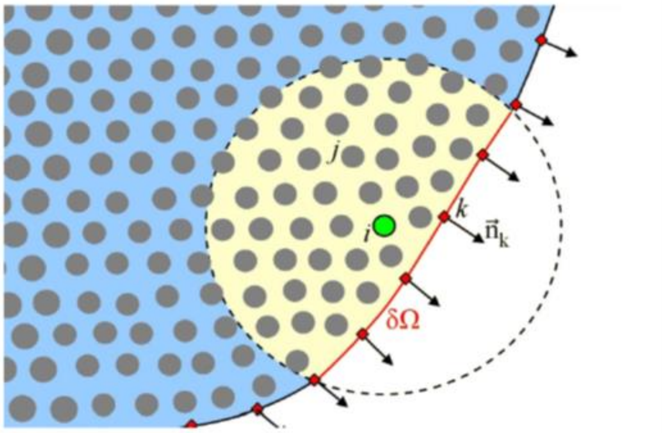
$$\sum_j (\mathbb{T}_j + \mathbb{T}_i) \cdot \nabla_i W_{ij} V_j \quad \longrightarrow \quad \sum_j \left[-(p_j + p_i) + \rho_0 \nu \pi_{ij}\right] \nabla_i W_{ij} V_j \quad \textbf{(4.35)}$$

Yukarıdaki denklemin sağ kısmındaki ilk terim basınç bileşenini, ikincisi ise gerilme tensörünün viskoz bileşenini ifade etmektedir.

Bu kısımda ele alınan sabit hayalet parçacıklar, kararlı ve güvenilir bir çözüm olmasına karşın 3 boyutlu problemlerde bazı zorluklarla karşılaşılabilmektedir. Tez çalışmasının ana konusu küredir ve 3 boyutlu analiz zorunludur. Bu nedenle, De Leffe tarafından 2009 yılında ortaya atılmış olan bir teknik, tez çalışmasına uyarlanmıştır [156]. Söz konusu teknik, Shepard normalleştirme tekniği yardımı ile klasik DPH yaklaşımındaki gradyan tahminlerindeki kararsızlıkların giderilmesini amaçlamaktadır.

De Leffe tarafından uyarlanmış olan bu yaklaşım yardımı ile, cidardaki basınç gradyanı aşağıdaki denklem ile elde edilebilir. Buna ek olarak Şekil 4.6'da, De Leffe tarafından tanımlanmış düzeltmeye ait bir şematik gösterilmiştir.

$$p_k = p_i + \rho_i c_0 \,(u_i \cdot n_k) + \rho_i g \cdot (r_k - r_i) \qquad \textbf{(4.36)}$$



Şekil 4.6 : Katı cidar çözüm iyileştirmesi.

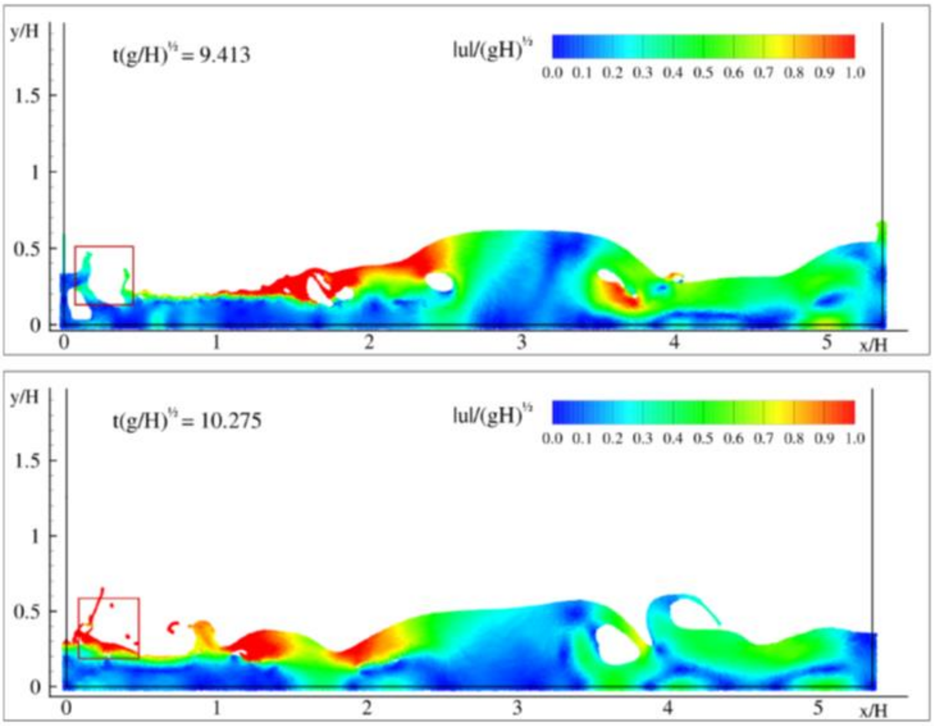
4.3.2 Serbest yüzey

Serbest yüzey, sadece sıvı fazı modellenerek çözülebilir. Önceki bölümlerde $\partial\Omega_F$ ile ifade edilen serbest yüzeyde, kinematik ve dinamik koşullar serbest yüzeye uygulanmalıdır. DPH yaklaşımının Lagrange yapısı sayesinde bu kolayca mümkün olur. Özellikle 3 boyutlu akımlar söz konusu olduğunda, serbest yüzeyin yapılandırılması oldukça karmaşık olmaktadır. Serbest yüzeyin iyi tanımlanabilmesi için uygun sınır koşulu belirlenmelidir. Dilts, 2000 yılında ortaya koyduğu çalışmasında serbest yüzeyin takibi için "*serbest yüzey izleme algoritması*" nı geliştirmiştir [157]. Bu yöntemin uygulanması oldukça zor olup, 2002 tarihli bir çalışmada yer alan yeni yaklaşım bu tez çalışmasına uyarlanmıştır [158]. Söz konusu algoritma iki adımdan meydana gelir.

a) İlk adımda Randles ve Libersky tarafından tanımlanmış olan normalleştirme matrisi elde edilerek ikinci adıma girecek parçacık sayısı minimuma indirilir [159].
b) İkinci adımda ise geometrik özelliklere bağlı olarak serbest yüzeyin sahip olduğu parçacıklar tespit edilir.

Algoritmanın tutarlılığı, çeşitli basit geometriler için daha önce doğrulanmıştır. Aşağıdaki şekilde gösterilen karmaşık bir serbest yüzey davranışı söz konusu olduğunda ise, algoritma oldukça yararlı olmaktadır. Randles ve Libersky tarafından tanımlanmış olan matris, Doring'in 2005 tarihli tez çalışmasında da önerilmektedir [160].

Şekil 4.7'de, bir sayısal benzeşim çalışmasında elde edilen serbest yüzeyin hareketi gösterilmektedir.



Şekil 4.7 : Çarpma etkisinin gözlendiği serbest yüzeye ait anlık görüntüler.

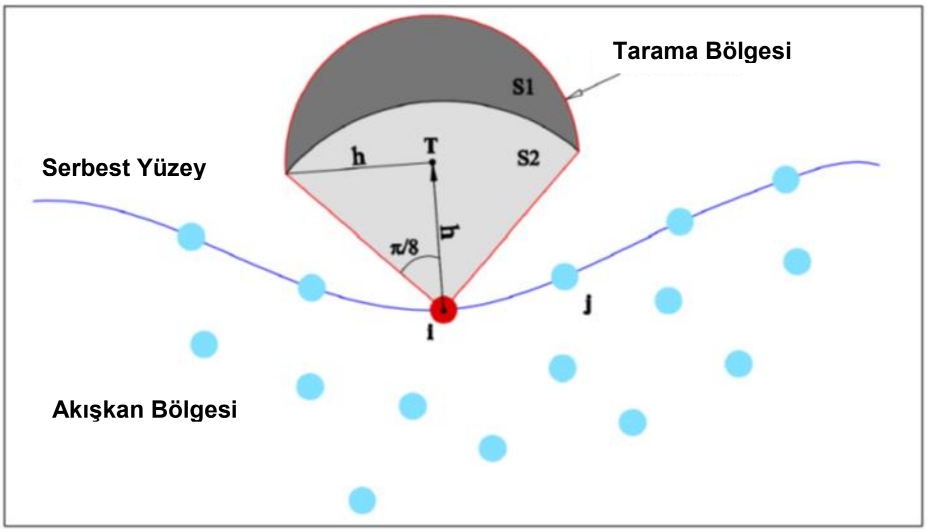
Doring, tez çalışmasında normalleştirme matrisini eigen-vektörünü aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$B(r_i) = \left[\sum_j \nabla W_{ij} \otimes (r_j - r_i)\, V_j\right]^{-1} \qquad \textbf{(4.37)}$$

Aynı çalışmada, eigen değeri minimum olduğunda, B^{-1} matrisinin parçacıkların uzaydaki dizilimlerine bağlı olduğu gösterilmiştir. Akış alanından uzaklaştıkta λ değeri 0'a; içerisinde iken ise 1'e gitme eğilimindedir. Bu değerin elde edilmesi ile o andaki hesabın etki alanının akış alanı içerisinde olup olmadığı rahatlıkla anlaşılabilmektedir. Örnek olarak $\mathbb{N}$ ifadesinin tüm akışkan parçacıklarını temsil ettiğini kabul edelim. $\mathbb{F} \subset \mathbb{N}$ ifadesi ise serbest yüzeye ait alt gruplar olsun. Bu durumda herbir parçacık için λ değeri hesaplandığında üç farklı alt grup oluşturulabilir. $\mathbb{E}$ küçük λ değerleri ile ifade edilen jetleri, $\mathbb{I}$ serbest yüzeyden uzakta olan ve yüksek λ değerleri ile ifade edilen iç kısımları, $\mathbb{B}$ ise serbest yüzeye yakın olan ve üniform olarak dağılmamış kısımları tanımlar. Bu durumda $\mathbb{N} = \mathbb{E} \cup \mathbb{I} \cup \mathbb{B}$ elde edilir. Bu alt grupların elde edilebilmesi için λ'ya sınır değerler atanabilir. Bu sınır değerler çözümde yararlanılan kernel fonksiyonunun tipine bağlı olarak değişkenlik gösterir. Farklı çalışmalar sonucunda λ için alttaki değerlerin seçilmesinin uygun olacağı belirlenmiştir. Bu algoritma yardımı ile herbir parçacık için minimum eigen değer hesaplanır ve serbest yüzey izlemesi bu sayede mümkün olur.

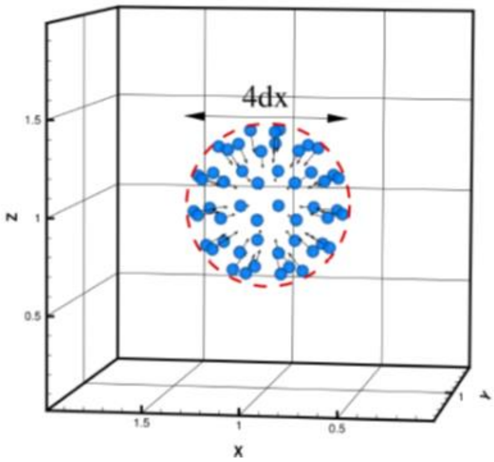
$$\begin{cases} i \in \mathbb{E} & \Leftrightarrow \quad \lambda \leq 0.20 \\ i \in \mathbb{B} & \Leftrightarrow \quad 0.20 < \lambda \leq 0.75 \\ i \in \mathbb{I} & \Leftrightarrow \quad 0.75 < \lambda \end{cases} \tag{4.38}$$

İzlenen bir i parçacığının serbest yüzeye ait olup olmadığının tespiti için bir tarama bölgesi tanımlanır. Bu bölge genellikle aşağıdaki Şekil 4.8'de gösterildiği gibi i parçacığından h kadar uzakta olan bir T noktası tanımlanarak elde edilir.



Şekil 4.8 : Algoritmada kullanılan bölgeler.

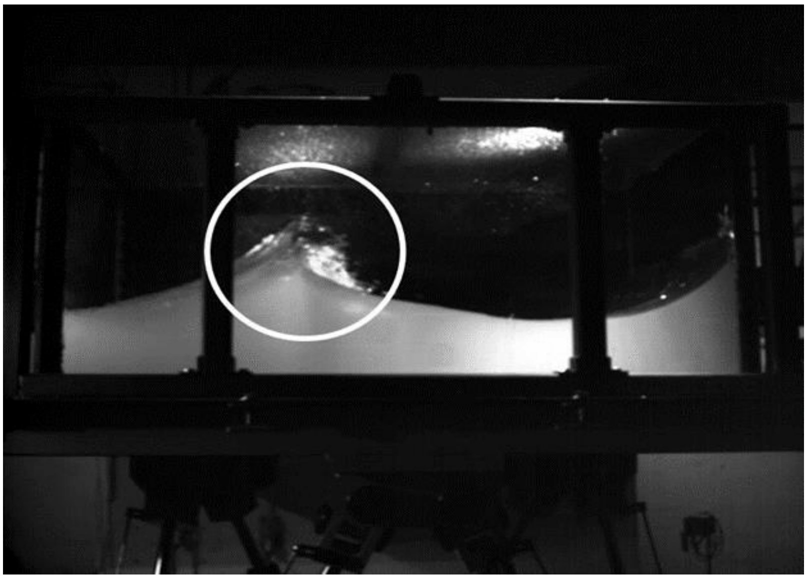
3 boyutlu çözüm söz konusu olduğunda ise tarama bölgesinin seçiminde küre geometrisi tercih edilmektedir. Söz konusu kürenin boyutları genelde 4dx=3h olarak belirlenir. Aşağıda verilen Şekil 4.9'da, bahsi geçen küre gösterilmektedir.



Şekil 4.9 : 3 boyutlu çalışmada tarama bölgesi seçimi.

5. ÇARPMA ETKİSİ

Çarpma ifadesi, sıvı yüzeyi ile katı cidar arasındaki etkiyi tanımlamak için kullanılmaktadır. Bir çarpma esnasında birçok farklı fiziksel olay meydana gelmektedir. Örneğin, sıvı ile tank çeperi arasında bir gaz yastığı oluşumu gözlenebilir. Bu gaz yastığının dinamiği, gazın sıkışabilirliğinden etkilenir; bu da akışı etkiler. Bahsi geçen gaz yastığı dağıldığında ise gaz baloncuklarının oluşumuna neden olur. Ullage basıncı, söz konusu gaz baloncuklarının şekline ve davranışlarına etki eder. Ullage kelimesi, tank içerisindeki sıvı üzerindeki boşluğu ifade etmektedir. Meydana gelen yersel hidrodinamik etkiler tankta titreşimlere neden olabilir. Bir gemi tasarımı söz konusu olduğunda, çarpma yükleri farklı deniz koşulları için gözönünde bulundurulmalıdır. Bu etki incelenirken, tanktaki dolum yüksekliği önemli bir parametredir. Tank içerisinde oluşan dik dalgaların tanktaki dikey yüzeylere olan etkisi oldukça önemlidir. Bu durum genellikle az doluluk oranlarında gözlenmektedir. Çok yüksek değerlere sahip çarpma basınçları gözlenebilir. Etki eden dalganın şekli oluşan çarpma basıncı büyüklüğü ile önemli bir etkileşim içindedir. Tanka etki eden dış etkinin periyodunun $1.65s < T < 2.95s$ olduğu durumlarda deneyler hidrolik sıçramanın meydana geldiğini ortaya koymaktadır. Söz konusu durum Şekil 5.1'de gösterilmektedir.

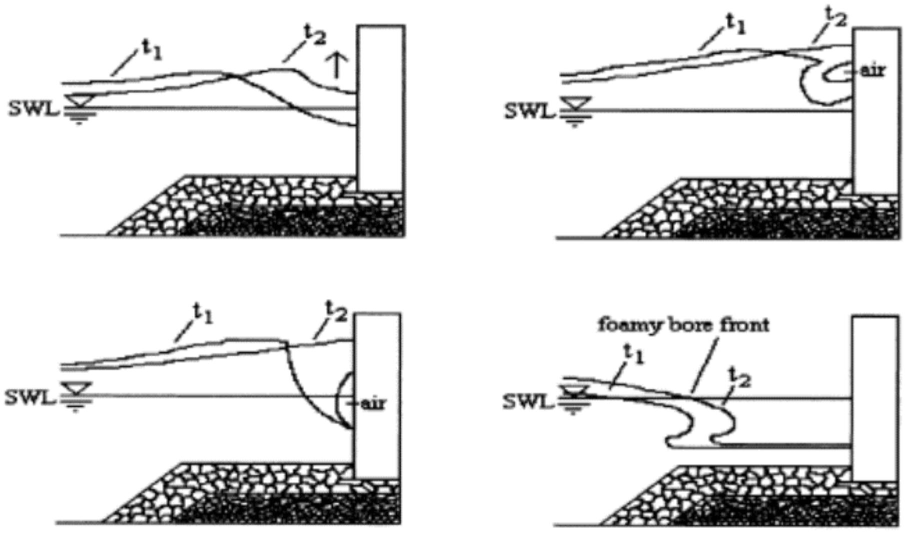


Şekil 5.1 : Hidrolik sıçrama profili.

Dalgaların meydana getirdiği etkilerin karşılaştırmalı bir incelemesi 2003 yılındaki bir çalışmada detaylı olarak incelenmiştir [161]. Hattori ise 1994 tarihli çalışmasında kırılan dalgaların düşey tank duvarı üzerindeki etkilerini 4 farklı senaryo ile anlatmıştır [162].

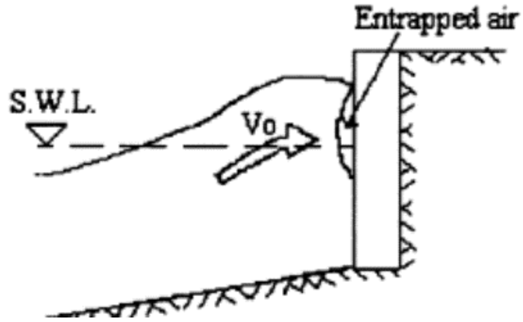
- Hava baloncuklarının olmadığı durum.
- İnce bir hava cebinin meydana geldiği kırılan bir dalga oluşumu.
- Kalın bir hava cebinin meydana geldiği kırılan bir dalga oluşumu.
- Türbülans oluşumu

Yukarıda bahsi geçen senaryolar Şekil 5.2'de tasvir edilmişlerdir.



Şekil 5.2 : Dalga kırılma sınıflandırılması.

Cooker ve Peregrine tarafından gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmalar en büyük basınçların yukarıdaki ilk senaryo durumunda meydana geldiğini göstermiştir [163,164]. Buna karşın daha yeni tarihli bir çalışmada Hull ve Mueller, kırılan dalgalar ve şekilleri üzerine sistematik bir çalışma gerçekleştirmiş ve en büyük basınç değerlerinin bir gaz cebinin olduğu kırılan dalga durumunda gözlendiğini ortaya koymuşlardır [165]. Bagnold, 1939 tarihli çalışmasında bir gaz cebi modeli tanımlamıştır [166]. Bu öncü çalışmasından dolayı söz konusu etki "*Bagnold-Tipi Etki*" olarak adlandırılmaktadır. , Bagnold'un çalışmasına esas olan model Şekil 5.3'de gösterilmektedir.



Şekil 5.3 : Bagnold modeli.

Tek ve iki-boyutlu bir gaz cebinin doğal frekansına ait teorik formül, 1992 yılında Topliis tarafından ortaya konmuştur [167].

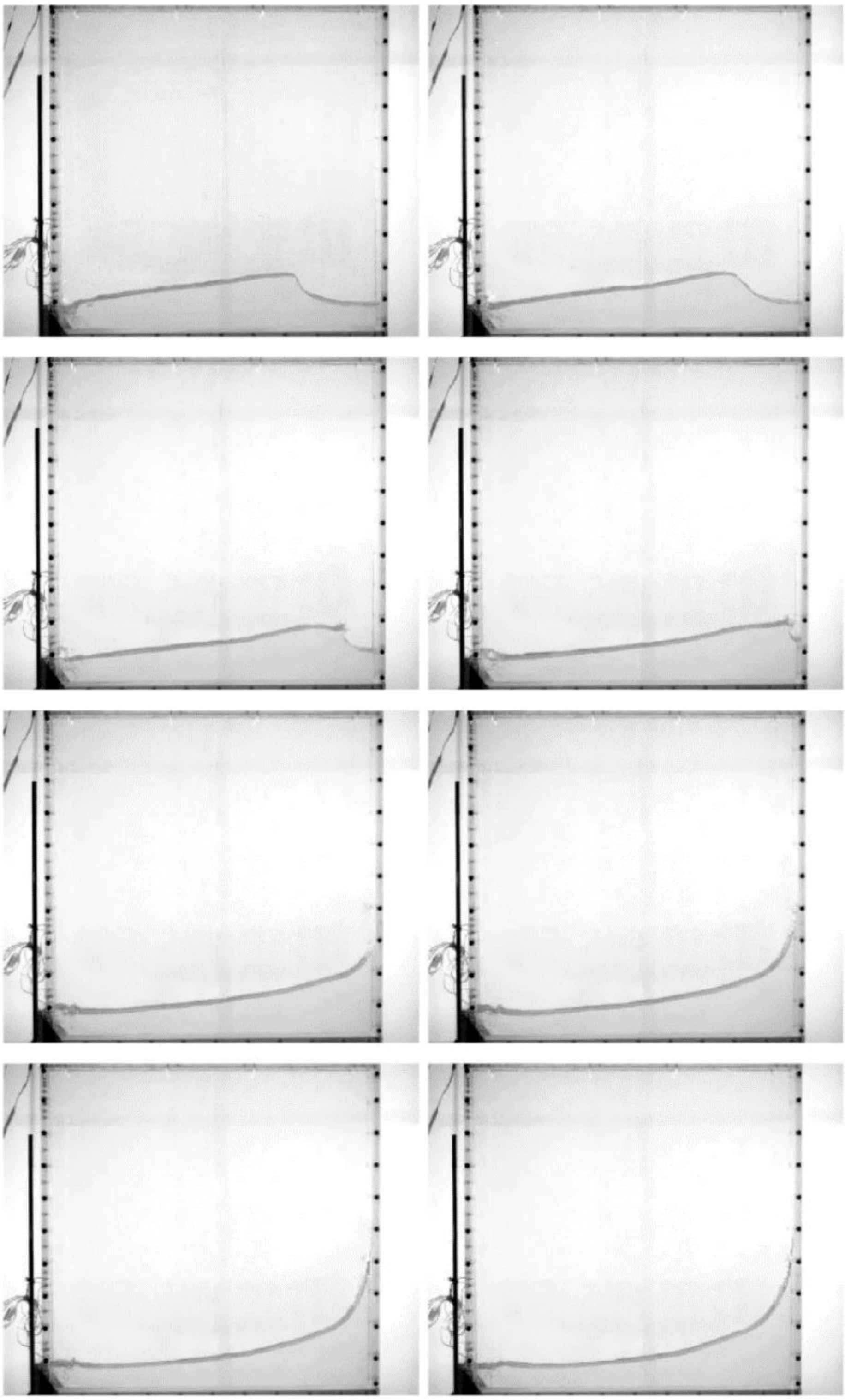
$$f_{ap} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\kappa p_a\,(1+0.5\lambda_d^2 r^2)}{p_l r^2\left[\,\log\big(0.5\lambda_d r tan(\lambda_d d_b)\big)+0.25\lambda_d^2 r^2\,\right]}} \quad \textbf{(5.1)}$$

$$\lambda_d = \frac{\frac{1}{2}\pi}{(d_a + d_b)} \quad \textbf{(5.2)}$$

5.1 denkleminde yeralan f_{ap} , Hertz cinsinden doğal frekans, p_a atmosferik basınç, p_l sıvı basıncı, κ spesifik ısı oranı, d_a ve d_b ise sırası ile gaz cebinin merkezi ile serbest yüzey altında ve üstünde kalan kısımları arasındaki mesafelerdir. Lugni 2006 tarihli çalışmasında yukarıdaki kısımda bahsi geçen bir numaralı senaryo durumunu yaptığı deneysel çalışmalar ile incelemiştir [168]. Bu çalışmada tank uzunluğunun su yüksekliğine oranı 0.125 olarak alınmıştır. Tank duvarının 0.05 m ile 0.21 m yükseklikleri arasına toplam 8 adet basınç ölçer yerleştirilmiştir. Çalışmadaki tüm deneyler yedişer defa tekrarlanmıştır. Çalışma kapsamında toplam üç farklı durum incelenmiştir. Bunlar ;

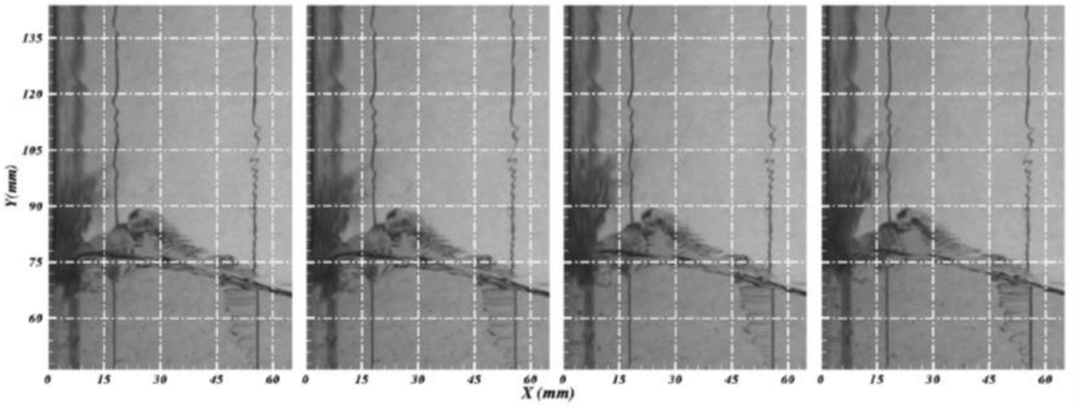
- Dalganın ön kısmının kırılmadan önce tank çeperi ile buluşması.
- Dalganın çeper ile buluştuğu anda kırılması.
- Dalganın tank çeperi ile buluşmasından daha önce kırılmasıdır.

Çarpmadan sonra oluşan ve tank çeperinde yukarıya doğru hareket eden su jetinin ivmelenmesinde 1500 g kuvveti ölçülmüştür. Yüksek hızlı kameralar tank çeperinde olan etkileri kaydetmek amacıyla yerleştirilmiştir. Şekil 5.4'de, söz konusu deneylere ait görüntüler yeralmaktadır.



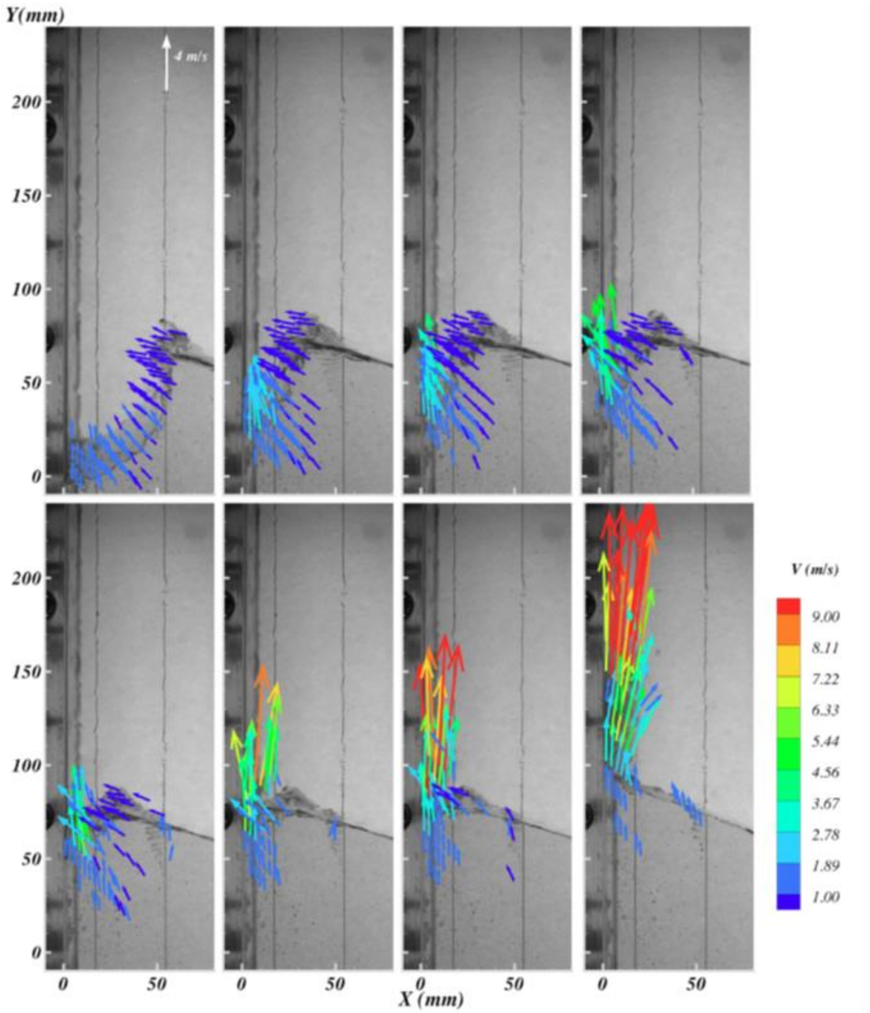
Şekil 5.4 : Deney esnasında serbest yüzeydeki değişimler.

Yukarıda bahsi geçen ilk durum dalganın kırılmadan önce tank çeperi ile buluşması idi. Deneysel çalışmada, söz konusu durum için elde edilen görüntü Şekil 5.5'de gösterilmektedir.



Şekil 5.5 : Serbest yüzey değişimleri (durum-1).

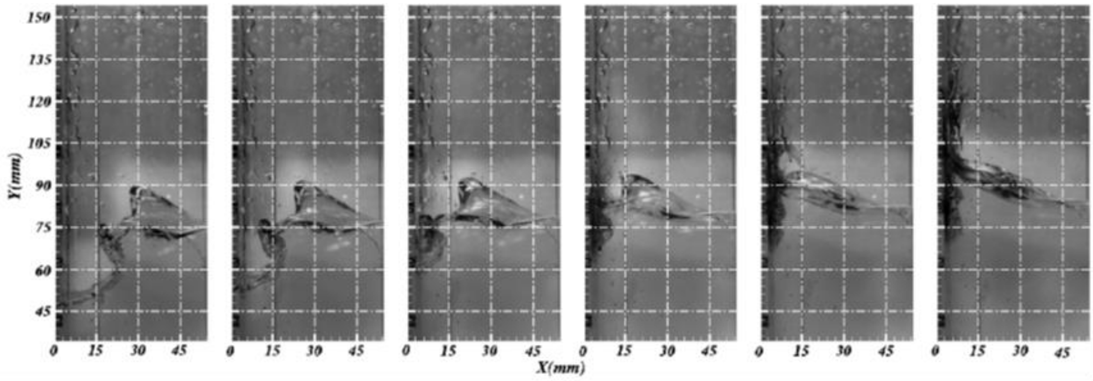
Şekil 5.6'da ise durum-1 için elde edilmiş görüntülerin işlenmesi ile elde edilen hız vektörleri gösterilmektedir.



Şekil 5.6 : Durum-1 için elde edilmiş hız vektörleri.

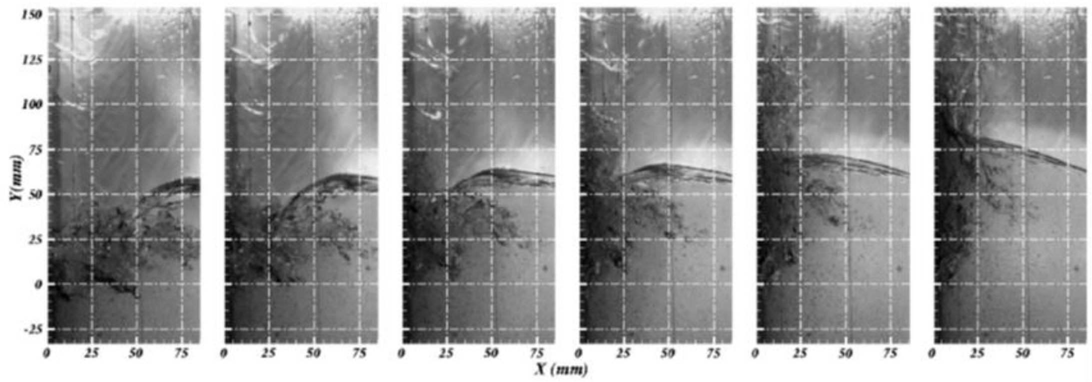
Yukarıdaki son şekilde yeralan sondaki üç kare bir su jeti oluşumunu göstermektedirler.

Dalga ön yüzünün duvar ile birleşmesi ile birlikte sıvıda büyük bir ivmelenme gözlenmektedir. Çalışmada gözlenen bir diğer hal ise yukarıda bahsi geçen ikinci duruma karşı gelmektedir. Bu durum kırılan bir dalganın çeper ile kırıldığı anda karşılaşması halidir(Şekil 5.7).



Şekil 5.7 : Durum-2'ye ait gösterim.

Çalışmada incelenmiş son hal ise dalganın çeper ile buluşmasından önce kırılmasıdır. Bu duruma ait görüntü Şekil 5.8'de gösterilmiştir.



Şekil 5.8 : Durum-3'e ait gösterim.

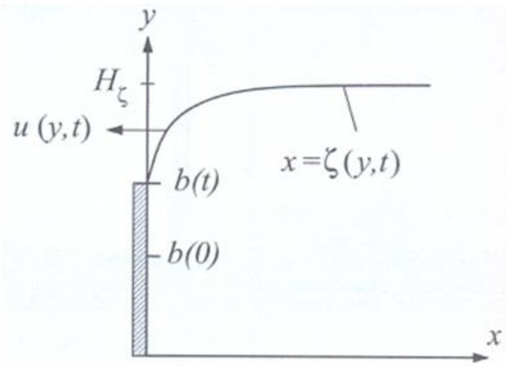
Yapılan çalışmada, yaklaşan dalganın hızından yaklaşık olarak on kat daha büyük hızlara sahip olan jet hızları tespit edilmiştir. Söz konusu su jeti tank çeperinde yukarı yönde hareket etmektedir. Bu çalışmada basınç impulsunun, basınç değerinin kendisinden daha tekrar edebilir bir büyüklük olduğu ortaya konmuştur. Bir çarpma olayı esnasında maksimum basınç büyüklüğünün tekrar edilirliği olmadığından, akış alanını modellemede hangi fiziksel büyüklüklerin kullanımının en uygun sonucu vereceğini kestirmek zordur.

Bagnold, yaptığı deneysel çalışmalarda uzayda sabitlenmiş bir noktada yaptığı basınç ölçümlerinde elde ettiği maksimum basınç değerlerinin çok farklı değerler aldığını gözlemiştir. Buna karşın basınç-impulsu, maksimum basıncın tahminine yönelik iyi bir büyüklük olarak öne çıkmaktadır.

5.1 Dik Dalgaların Düşey Bir Yüzeye Etkisi

5.1.1 Wagner modeli

Korobkin, 2008 tarihli çalışmasında Wagner’in teorisini düşey bir duvara etki üzerinde genelleştirmiştir [169]. Çalışmada dik bir ön yüze sahip olan dalganın dikey çeper ile buluşması üzerinde durulmaktadır.



Şekil 5.9 : Düşey duvara etkiyen dik bir dalganın etkisi.

Şekil 5.9’da gösterilmekte olan $b(0)\ ve\ b(t)$ tankın ıslak kısımlarının başlangıç ve devamındaki yüksekliklerini, $\zeta(y,t)$ dik dalganın ön yüzü ile çeper arasındaki mesafeyi, $u(y,t)$ ise dalganın geliş hızını ifade etmektedir. Korobkin yaptığı çalışmada tankın ıslak duvarının yüksekliğini aşağıdaki denklem ile tanımlamıştır.

$$\overline{t_c} \equiv \frac{Ut_c}{H_\zeta} = \frac{1}{M(\bar{b})} \int_{\bar{b}(0)}^{\bar{b}} \frac{\overline{\zeta_0}(\bar{y})d\bar{y}}{\sqrt{\cos\pi\bar{y} - \cos\pi\bar{b}}} \tag{5.3}$$

$$M\bar{b} = \int_{\bar{b}(0)}^{\bar{b}} \frac{\overline{u_0}\ (\bar{y})d\bar{y}}{\sqrt{\cos\pi\bar{y} - \cos\pi\bar{b}}} \tag{5.4}$$

Yukarıdaki denklemde geçen t_c ifadesi tankın ıslak yüzeyindeki yüksekliğin b değerini aldığı zamanı tanımlamaktadır. Denklemde yeralan bir diğer ifade olan U ise karakteristik hız olup olayın meydana geldiği akışın hızı olan u_0’ın boyutsuzlaştırılmasında kullanılır.

Denklemdeki ifadeler üzerinde yeralan çizgiler bu ifadelerin boyutsuz büyüklükler olduğunu göstermektedir. Tankın ıslak duvarı üzerinde, boyutsuz basınç dağılımı aşağıdaki denklem yardımı ile tanımlanmıştır.

$$\frac{p\ (0,y,t)}{\rho_l U^2} = \frac{M(\bar{n})sin\pi\bar{b}}{\sqrt{cos\pi\bar{y} - cos\pi\bar{\bar{b}}}} \frac{d\bar{\bar{b}}}{d\bar{t}} \qquad \textbf{(5.5)}$$

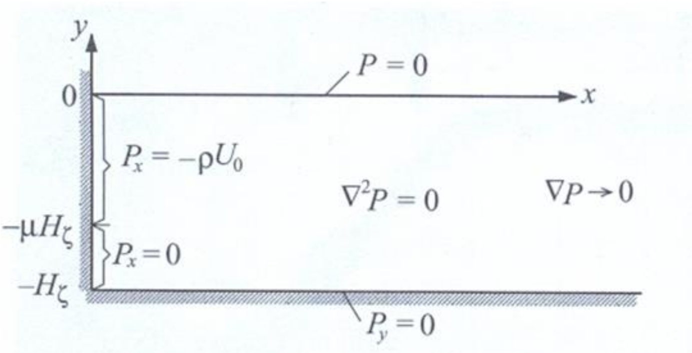
Denklemde yeralan $d\bar{b}/_{d\bar{t}}$ ifadesini elde etmenin en kolay yolu $\bar{b}$'nin diferansiyelinin sayısal olarak elde edilmesidir. Denkleme göre $\bar{b} \rightarrow 1$ iken basınç değeri sıfır olma eğilimindedir.

Wagner Teorisi yardımı ile basınç değeri tanımlanacak olursa;

$$p = \rho_l bU \frac{b}{\sqrt{2b(b-y)}} = \frac{1}{4}\rho_l U^2 \pi^{3/2} \sqrt{\frac{Ut_c}{b-y}} \qquad \textbf{(5.6)}$$

5.1.2 Basınç-impuls teorisi

Cooker ve Peregrine, 1992 tarihli çalışmalarında sığ su hali için çok dik bir dalganın düşey bir yüzey üzerindeki etkisini basınç-impuls teorisi yardımı ile ortaya koymuşlardır [170]. Aşağıda verilen Şekil 5.10'daki örnek, kartezyen koordinat sisteminde olup, iki-boyutlu bir sınır problemidir.



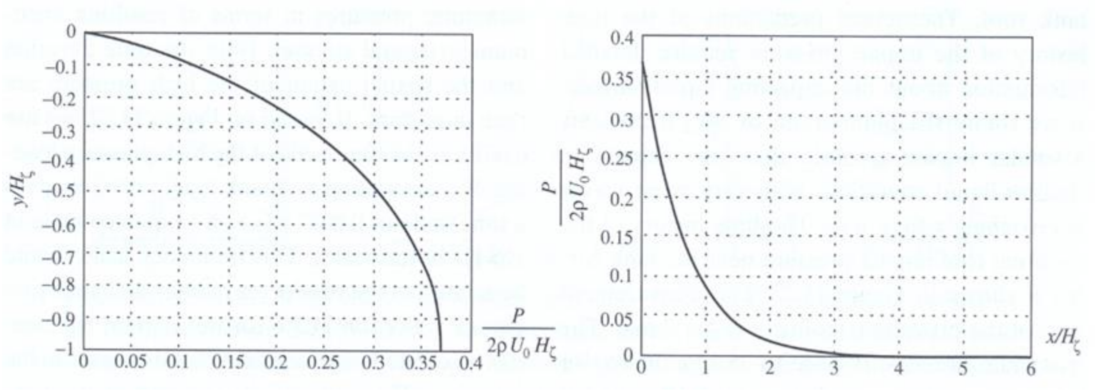
Şekil 5.10 : Basınç-impulsuna ait iki boyutlu bir sınır şartı problemi.

Basıç impulsu aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$P(x,y) = \int_{t_b}^{t_a} p(x,y,t)dt \qquad \textbf{(5.7)}$$

Denklemde yeralan t_b ve t_a değerleri çarpmadan hemen önceki ve sonraki zamanı, p ise çarpmaya bağlı olarak oluşan basıncı ifade etmektedir. P büyüklüğüne ait sınır-değer problemi Şekil 5.11'de gösterilmiştir. Bu değer çarpma basıncını ifade eden

p'nin hız potansiyeli olan φ ile ilişkilendirilmesi ile türevlenebilir. Çarpma basıncı olan p'ye aşağıdaki denklem 5.8 ile yakınsanabilir.



Şekil 5.11 : Boyutsuz basınç impulsu.

$$p = \frac{-\rho\partial\varphi}{\varphi t} \tag{5.8}$$

Sınır-değer problemi değişkenlere ayırma ile çözülebilir. Sonuçta ise aşağıdaki denklem elde edilir.

$$P(x,y) = 2\rho U_0 H_\zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[cos(\mu\lambda_n) - 1]}{\lambda_n^2} \times sin\left(\frac{\lambda_n y}{H_\zeta}\right) exp\left(\frac{-\lambda_n x}{H_\zeta}\right) \tag{5.9}$$

$$\lambda_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \tag{5.10}$$

Yukarıda verilmekte olan Şekil 5.11, boyutsuz basınç değeri olan $P\ /\ (2\rho U_0\ H_\zeta\ )$ 'yi düşey duvar boyunca y/H_ζ 'nin bir fonksiyonu olarak göstermektedir.

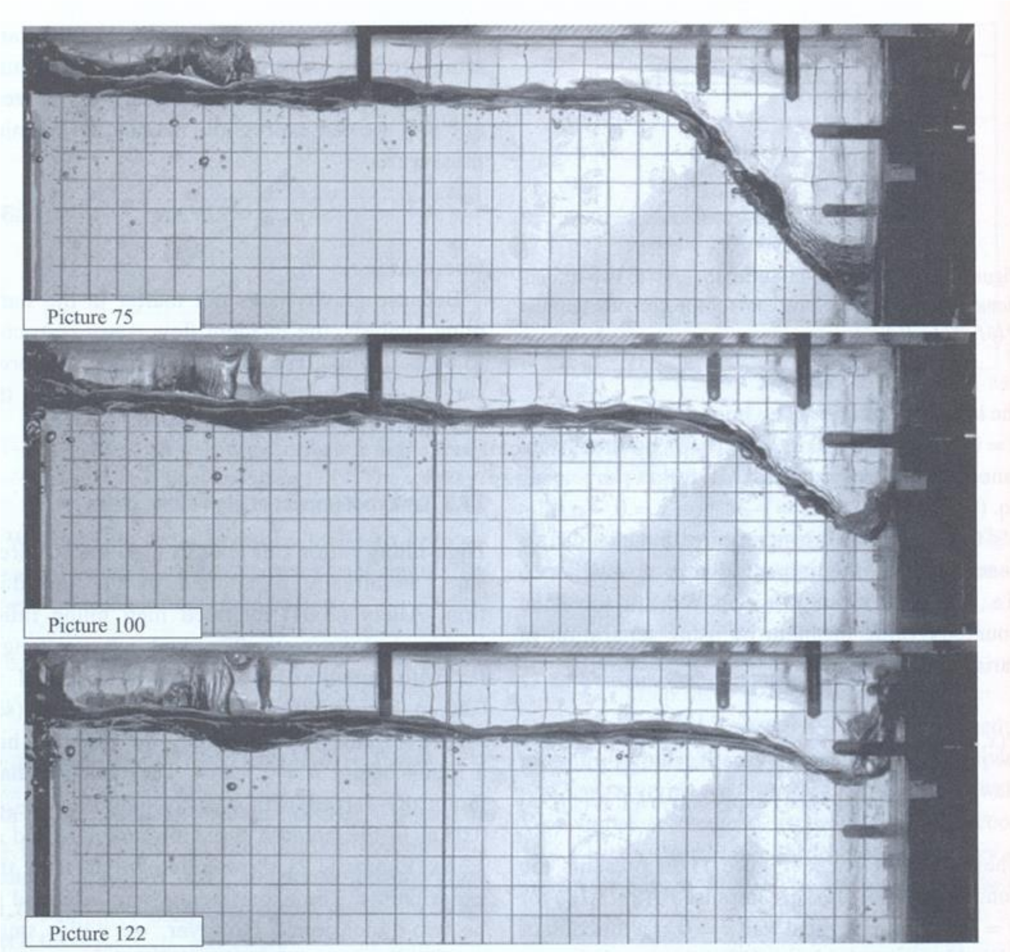
Bu yaklaşımda zor olan t_a'yı kesin bir hassasiyet ile tanımlayabilmektir. Eğer çarpma basınç değeri doğrusal bir şekilde p_{maks} değerine doğru büyüyor ise, oluşacak maksimum çarpma basınç değeri aşağıdaki denklem ile tanımlanabilir.

$$p_{maks} = \frac{2P}{\Delta t}\ , \qquad \Delta t = t_a - t_b \tag{5.11}$$

Çarpma analizinde yerçekimi etkisi önemli olmadığından, akış yatay düzlem ile sınırlı değildir. Meydana gelen dikey jetler konusunda da bu teoriden yararlanılmaktadır.

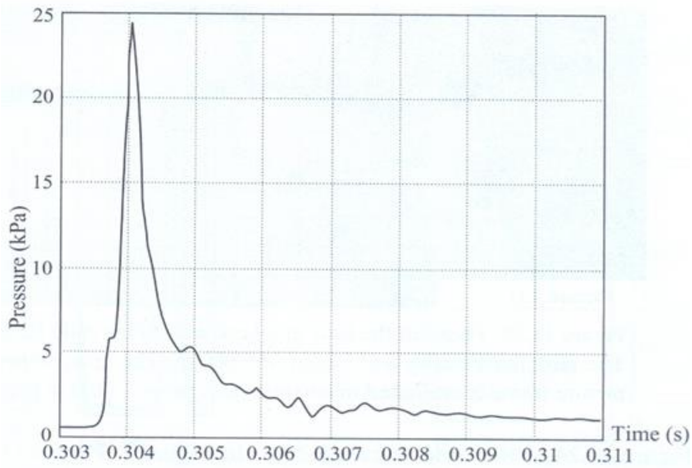
5.2 Yüksek Doluluk Oranlarında Tank Tavanındaki Etkiler

Yüksek doluluk oranları yüksek çarpma basınçlarını meydana getirebilirler. Allers, 2004 tarihli çalışmasında yüksek doluluk oranlarındaki etkileri incelemiştir [171]. Söz konusu çalışmadan bir görüntü aşağıdaki Şekil 5.12'de gösterilmiştir.



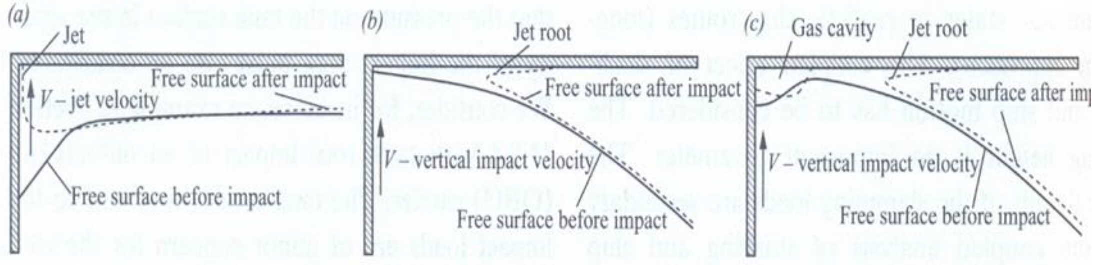
Şekil 5.12 : Doluluk oranı %98 olan bir tanktaki akışa ait gösterim.

Bu çalışmada, uzunluğu ve yüksekliği 0.60 m ; genişliği ise 0.10 m olan ve dikdörtgen geometriye sahip bir tank kullanılmıştır. Şekilden de görülebileceği üzere ön yüzü dik bir dalga tank çeperine yaklaşmaktadır. Sonrasında ise bir jet meydana gelmektedir. Daha sonra bu jet tank tavanı ile buluşmaktadır. Tavana etki eden çarpma etkisine ait zaman serisi ise aşağıdaki Şekil 5.13'de gösterilmiştir.



Şekil 5.13 : Tank tavanında basınç ölçümü.

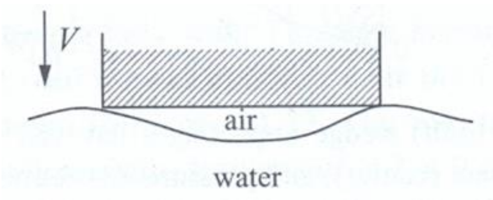
O noktada ölçüm yapmakta olan sensörün alanı 2x2 mm’dir. Ölçülen maksimum basınç değeri yaklaşık 25 kPa olmuştur. Eğer bu tankı tam ölçeğine getirecek olsaydık, uzunluğu 45 m olan bir tank ve Froude Model Ölçeklendirmesi yardımı ile de maksimum basınç değeri 889 kPa olacaktı. Yukarıdaki şekilden de görülebileceği üzere basınç değeri maksimum değeri aldıktan sonra ani olarak düşmektedir. Şekil 5.14 Rognebakke ve Faltinsen’in 2005 tarihli çalışmalarında tank tavanına olan etkileri ortaya koydukları çalışmadan alınmıştır [172].



Şekil 5.14 : Tank tavanında meydana gelen üç farklı çarpma etkisi.

5.3 Çarpmada Gaz Cebi Oluşumu

Bu kısmın başında, kırılma anında oluşabilecek gaz ceplerinden söz edilmişti. Önceki kısımda bahsedilen gaz cebi oluşumu bir dalga kırılması esnasında olmaktaydı. Gaz cebinin meydana gelebileceği bir diğer durum ise rijit bir yüzey ile karşılaşan serbest sıvı yüzeyindeki deformasyondur.



Şekil 5.15 : Sıvı serbest yüzeyinin deformasyonu.

Yukarıda verilen Şekil 5.15'de, sıvıya yaklaşmakta olan rijit yüzeyin meydana getirdiği hava akımı ile kenarlarda suyun yükseldiği ve bir gaz cebi oluşumuna neden olduğu görülmektedir. Miyamoto ve Tanizawa, 1985 tarihli çalışmalarında bahsi geçen oluşumu filme almayı başarmışlardır [173]. Gaz cebine biraz daha detaylı olarak değinmekte yarar olacaktır. Bu probleme ait kabullerden söz etmek gerekirse;

- Tank yüzeyi rijittir
- Gaz sıkıştırılabilirdir.
- Gaz cebinin içerisindeki basınç sabittir ve cep ince olduğundan problem doğrusal kabul edilir.

Böylelikle probleme ait üç bilinmeyen söz konusu olmaktadır. Bunlar;

1. Gaz yoğunluğunun dinamiği
2. Dinamik gaz basıncı
3. Akışkanın hız potansiyeli'dir.

Bu üç adet bilinmeyene karşı gelen üç adet denkleme ihtiyaç vardır. Bu denklemler ise;

1. Gaz cebi için kütlenin korunumu denklemi
2. Gaz basıncı ve gaz yoğunluğu arasındaki bağıntı
3. Hız potansiyeli için Laplace Denklemi'dir.

Gaz cebi boyunca olan hızlar aşağıdaki denklem ile tanımlanırlar.

$$v_{\pm}(x) = -\frac{1}{2\pi} PV \int_{-a}^{a} \frac{\gamma(\xi)}{\xi - x} d\xi \;, u_{\pm}(x) = \mp\frac{1}{2}\gamma(x) \qquad \textbf{(5.12)}$$

Denklemde yeralan $v_{\pm}$ ve $u_{\pm}$ terimleri sırası ile yatay ve düşey hızları ifade eder. Denklemde yeralan diğer terimlerden γ vorteks yoğunluğunu, PV esas değer integralini ifade etmektedir. Newman 1977 tarihli çalışmasında yukarıda verilmekte olan denklemin çözümünü aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır [174].

$$\gamma(x) = \frac{2}{\pi}\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} PV \int_{-a}^{a} \frac{v(\xi)\sqrt{a^2 - \xi^2}}{\xi - x} d\xi \qquad \textbf{(5.13)}$$

Yukarıdaki kısımda bahsedildiği üzere problemde doğrusal teori kabul ediliyor ise hidrodinamik basınç $(-\rho_l \partial\varphi)\ /\ \partial t$ olarak tanımlanır. Basınç gaz cebi boyunca sabit olduğundan hız potansiyeli değişmez. Gaz boşluğu içerisindeki dinamik basınç aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$p_D = -\rho_l \frac{d}{dt}\left[C(t)K\frac{\left[\sqrt{1-(b-a)^2}\right]}{a}\right] \tag{5.14}$$

Bir sonraki denklem gaz basıncı ile özgül kütlesiarasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır.

$$\frac{p_{GAZ}}{p_0} = \left(\frac{\rho_{GAZ}}{\rho_0}\right)^{\kappa} \tag{5.15}$$

Denklemde yeralan κ ifadesi spesifik sıcaklıktır. Yukarıdaki denklem Taylor Serisi açılımı ile aşağıdaki halini alır.

$$\frac{\rho_{GAZ}}{\rho_0} \approx 1 + \frac{1}{\kappa}\frac{p_D}{p_0} \tag{5.16}$$

Gaz cebine ait süreklilik denklemi ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\rho_{GAZ}\dot{\Omega} + \frac{d\rho_{GAZ}}{dt}\Omega = 0 \tag{5.17}$$

Denklemde yeralan Ω gaz cebinin hacmini ifade etmektedir. Söz konusu hacmin zamanla değişimi ise aşağıdaki denklem yardımı ile tanımlanır.

$$\Omega = -\int_{-b}^{0} v(x)dx = -C(t)\int_{-b}^{0}\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{b^2-x^2}} = -C(t)\frac{K(b/a)}{a} \tag{5.18}$$

Çarpma etkisi özellikle, gemilerde yeralmakta olan tankların tasarımında çok önemlidir. Bu etki incelenirken birçok fiziksel etki göz önünde bulundurulmalıdır. Bu etkiler, gaz boşlukları, akışkanın sıkıştırılabilirliği ve hidroelastisitedir. Çarpma olayı analiz edilirken yapısal etki de göz ardı edilmemelidir. Eğer hidrodinamik etkinin zaman ölçeği, doğal yapısal periyodlara nazaran çok küçük ise söz konusu yersel hidrodinamik yükler ihmal edilebilirler. Hidrodinamik yükler, önemli yapısal modların zaman ölçeğinde meydana geliyorlarsa, hidroelastisite gözönünde bulundurulmalıdır. Bir tank içerisindeki sıvının şiddetli hareketleri, birçok olası etki senaryosunu da beraberinde getirir. Örneğin, yüksek doluluk oranlarında önemli çarpma yükleri meydana gelir.

Bu senaryoya örnek olarak tank tavanına olan etki ile gaz boşluğu oluşumu verilebilir. Diğer olası bir senaryo ise sıvı serbest yüzeyinin tank duvarı boyunca ani ilerlemesidir. Meydana gelen jet akımı tank tavanına doğru ilerler. Çarpma yükleri sadece etki ettikleri alanda kuvvet uygulamazlar. Yapının diğer kısımları da bu çarpma sonucu gerilme yaşar. Sığ su koşullarında ise dik dalga oluşumu gözlenebilecek bir diğer durumdur. Rezonans hali yakalandığında, hidrolik sıçrama görülebilir. Bu durum tank duvarı üzerinde yüksek basınç yüklemesine neden olur. Çok şiddetli çarpma senaryolarında hesaplamalı akışkanlar dinamiği çözümleri yetersiz kalabilmektedir.

6. DPH YÖNTEMİNİN CUDA PLATFORMUNA AKTARILMASI

Bu tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen analizlerle elde edilmesi amaçlanan önemli bir sonuç da, karmaşık akışkanlar dinamiği problemlerinin, kolay ulaşılabilir kişisel bilgisayarlar yardımı ile çözümünü sağlayabilmektir. Bu amaçla, hemen hemen her kişisel bilgisayarda yer almakta olan grafik kartlarından yararlanılması düşünülmüştür. Grafik kartlarının paralel işlem gücünden yararlanılarak, karmaşık kıyı mühendisliği problemleri incelenmiştir.

6.1 Grafik Kartı Mimarisi

2006 yılında, NVIDIA firması grafik kartlarının paralel olarak programlanabilmesine olanak tanıyan CUDA platformunu tanıtmıştır. Herbir GPU [22], birçok iş parçacığı [23] içermektedir. Söz konusu iş parçacıkları işlemci tarafından birbirlerine paralel olacak şekilde işlenebilirler. İş parçacığı bir işin eş zamanlı olarak işlenen daha küçük parçacıklarını ifade etmek için kullanılmaktadır. Bahsi geçen iş parçacığı grupları biraraya geldiklerinde GPU bloklarını meydana getirirler. Bu bloklar da biraraya geldiklerinde GPU şebekesini [24] oluştururlar. Diğer bir deyişle, herhangi bir yazılım tarafından yüklenen GPU şebekeleri, GPU blokları ve bu blokların sahip oldukları iş parçalarından meydana gelmektedirler.

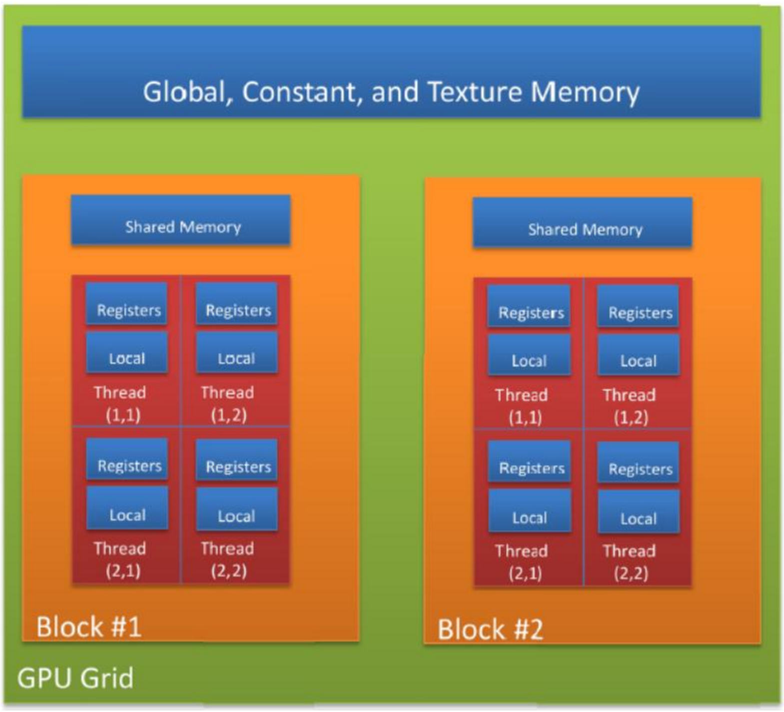
Tüm bu iş parçaları iki farklı hafıza tipine erişirler. Bu bellekler yersel ve kayıtsal hafıza olarak adlandırılırlar. Kayıt hafızası, çok hızlı ve verimli olarak kullanılabilmektedir. Bu noktada karşılaşılan en büyük zorluk, söz konusu hafızada depolanabilecek olan verinin boyutunda olan sınırlamadır. Herbir iş parçasına atanacak olan kayıt hafızası alanı kullanılan grafik kartının modeline göre farklılık arz etmektedir. Söz konusu kayıt hafızası dolduğu durumda veri, yersel hafızaya aktarılır. Yersel hafıza diğerine nazaran daha yavaştır. Bunlara ek olarak paylaşılan bir hafıza da söz konusudur. Bu paylaşılan hafıza, bir blok içerisindeki tüm iş parçaları arasında paylaşılmaktadır. Bu paylaşım hafızası herbir bloğa özel olup, bir blok diğer bloğun hafızasına erişim sağlayamamaktadır.

---

[22] GPU : Graphics Processing Unit
[23] Ing. Thread
[24] Ing. Grid

Tüm bu bahsi geçen hafızalar, global, sabit ve yapısal hafıza olarak bilinirler. Global hafıza, merkezi işlemci üzerinde yeralan RAM [25] hafızasına eşdeğerdir. Bahsi geçen bu üç hafızada toplanan veriler merkezi işlemci tarafından ulaşılabilirdir.

Bu sayede, farklı parametreler GPU'dan dışarıya yada GPU'ya transfer edilebilirler. Aşağıda gösterilmekte olan Şekil 6.1'de, 4'er iş parçacığı içeren iki adet GPU bloğu ve sahip oldukları hafıza gösterilmektedir.

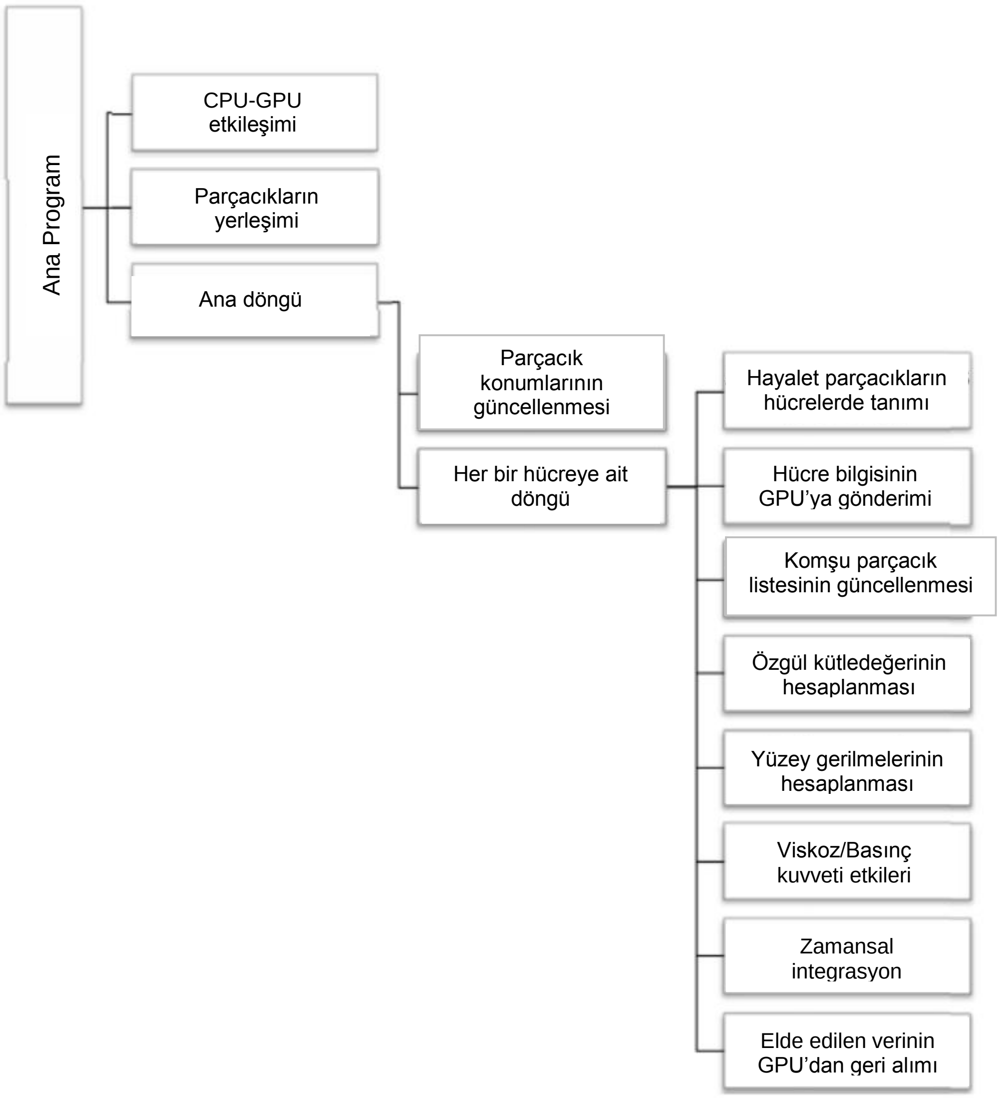


Şekil 6.1 : Tek boyutlu bir GPU şebekesi ve sahip olduğu iki blok.

6.2 DPH'nin GPU Sistemine Adapte Edilmesi

Daha önceki bölümlerde detaylı olarak üzerinde durulmuş olan DPH yöntemi, CUDA platformu aracılığı ile GPU tabanlı bir çözüme uygun hale getirilebilmektedir. Bu kısımdan itibaren, söz konusu çözüm yaklaşımından "*DPH-GPU Çözücü*" olarak bahsedilecektir. Öncelikle, problemi meydana getiren ve tanımlayan katı ve akışkana ait parçacıklar, merkezi işlemci [26] yardımı ile GPU üzerinde yeralan global hafızaya yerleştirilirler. Söz konusu hafızaya ulaşım oldukça hızlı ve kolay olmaktadır. Burada bahsi geçen parçacık ile ilgili değerler, başlangıçtaki konum, faz, viskozite, kütle ve benzeri bilgilerdir. Sistemin ana yazılımını meydana getiren döngü oluşturulur. Aşağıda gösterilmekte olan Şekil 6.2'de söz konusu döngü verilmektedir.

[25] RAM : Random Access Memory
[26] Ing. CPU : Central Processing Unit



Şekil 6.2 : DPH-GPU çözücüye ait akış diyagramı.

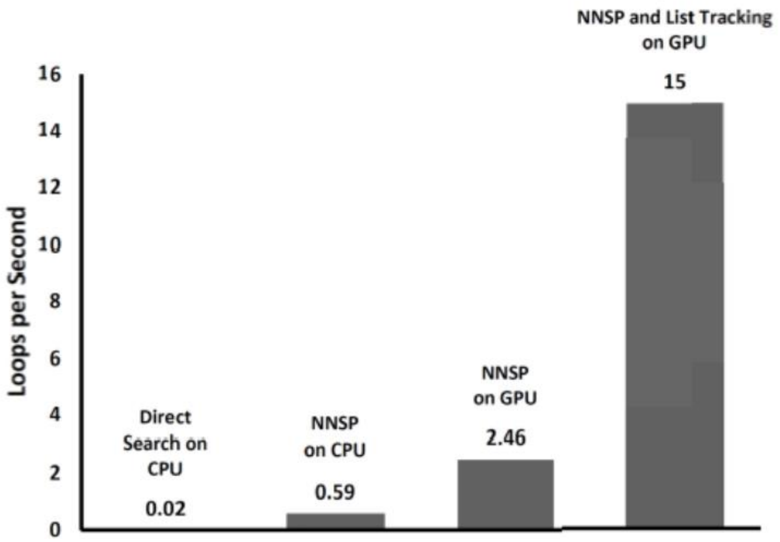
Problemin tanımlanmasında kullanılan parçacık sayısına bağlı olarak, tüm çözümün GPU üzerinde gerçekleştirilmesi mümkün olmayabilir. Bu nedenle, ana çözüm alanı daha küçük alt çözüm alanlarına bölünerek GPU hafızasından daha etkin biçimde yararlanılabilir.

6.3 Komşu Parçacıkların Belirlenmesi

Gerçekleştirilen benzeşim çalışması boyunca, herbir parçacığın komşu parçacıkları tespit edilerek güncellenmelidir. Bu işlemin performansının arttırılması amacıyla farklı arama ve güncelleme algoritmaları geliştirilmiştir. Temel olarak iki farklı arama algoritması mevcuttur. Bunlar;

- Doğrudan Arama Yöntemi
- En Yakın Komşu Parçacık Arama Yöntemi'dir.

Bu tez çalışması kapsamında “En Yakın Komşu Parçacık Arama Yöntemi" ’nden yararlanılmıştır. Söz konusu yöntemde ilk olarak, hesap alanı eşit büyüklükte alt hesap alanlarına ayrılır. Çözüm aşaması, hedef parçacığın yeraldığı alt hesap alanına komşu olan diğer alt hesap alanları ile sınırlanır. Bu işlem yardımı ile bir izleme listesi oluşturularak kullanılır. İterasyonun belirli aşamalarında söz konusu izleme listesinin güncellenmesi gerekmektedir. Bu güncellemenin sıklığı, komşu hücrelerin çokluğu ve hücre içerisindeki parçacıkların beklenen en büyük hızları ile bağıntılıdır. Bahsi geçen iki yöntemin kıyaslamasını Şekil 6.3’de göstermektedir.



Şekil 6.3 : Farklı arama algoritmaları ve çözüm platformları.

6.4 Kernel Boyutları

GPU mimarisi yukarıda da bahsedildiği üzere paralel işlem yapmaya imkan vermektedir. Her iş parçacığına tek bir görev olarak atanabilir. Bu atanmış olan iş parçacıkları, paralel olarak diğer görevlerle birlikte eş zamanlı gerçekleştirilebilirler. Blok içerisinde yeralan tüm iş parçaları yersel hafızaya eş zamanlı olarak erişebilir ve senkronize olmanın avantajından yararlanabilirler. Probleme bağlı olarak söz konusu bloklar tek, iki yada üç boyutlu olabilirler.

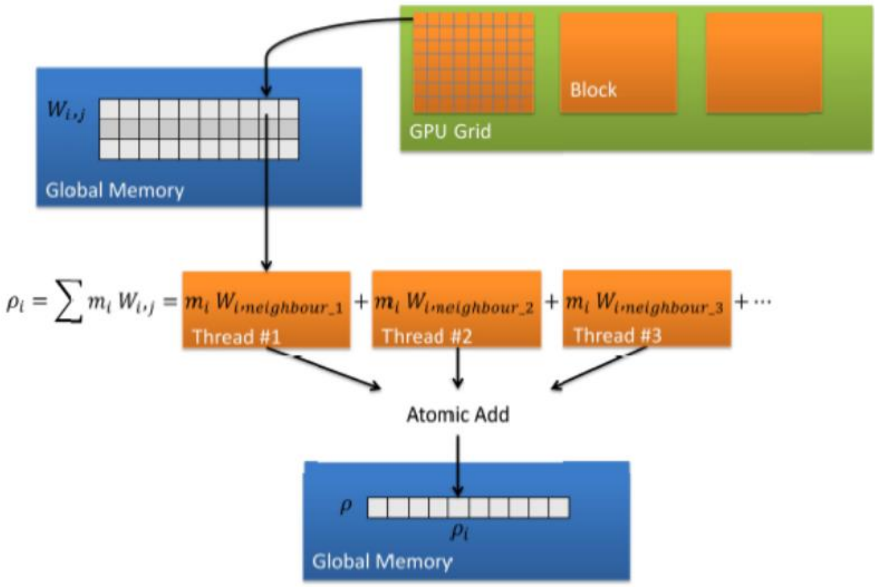
6.4.1 Bir parçacığa karşılık çoklu iş parçası

Meydana getirilen blokların performanslarının belirlenebilmesi amacıyla, iki iş parçası ile çalışılabilir. İlk algoritma yaklaşımında, iş parçaları iki boyutlu ve 32x16 boyutunda bir blok meydana getirmişlerdir.

32 satırın herbiri tek bir parçacığa atanmış ve 16 iş parçası sütunu, bu spesifik parçacığa komşu olan diğer tek bir parçacığa atanmıştır. Böylece parçacığın maksimum olası komşu sayısı 64 olmuştur.

6.4.1.1 Atomik bazda operasyonlar

Bu tarz bir ayarlamada yarış şartları meydana gelmektedir. Yarış şartından kasıt, iki yada daha çok iş parçacığının tek bir değişkeni aynı anda değiştirmeye çalışmalarıdır. Örneğin, tek bir parçacığın yoğunluğu hesaplanırken karşılaşılabilecek en kötü senaryo, 64 iş parçacığının aynı anda etkilerini özgül kütle üzerindeki değişimde göstermek istemeleri olacaktır. Bu yarış şartları, etkilerini bir diğer iş parçacığının sonuçları üzerine yazmak isteyeceğinden, güvenilmez sonuçların oluşmasına neden olabileceklerdir. Bu probleme getirilebilecek iyi bir çözüm, atomik operasyonların kullanılmasıdır. Bunlar, yarış şartları oluşmasına karşı kullanılabilecek bir grup fonksiyondur. Süreç şematik olarak Şekil 6.4'de gösterilmektedir.



Şekil 6.4 : Atomik operasyonların kullanımına ait bir şematik gösterim.

6.4.1.2 Azaltma

Azaltma yöntemleri önceden tanımlanmış olan algoritmaların varlığını gerektirmektedir. Bu yöntemler, seri çözümler gerekmeden yarış şartlarından kaçınılmasına yönelik kullanılmaktadırlar. Bu yöntemlerin bir diğer faydası, hafızada okuma/yazma sürecinin daha etkin kullanılabilmesidir. Bu sayede, çözüm süresinde önemli azalmalar sağlanabilmektedir.

Birden çok azaltma yöntemi mevcuttur. Öncelikle, aşağıdaki Şekil 6.5'de verilmekte olan sütunun elemanlarının hesaplanması gerektiğini varsayalım.

Array	1	1	1	1	1	1	1	1

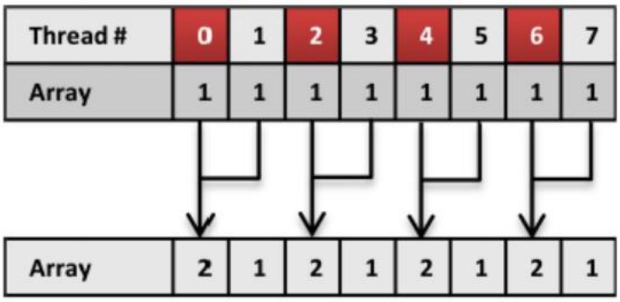
Şekil 6.5 : Hesap yapılması düşünülen satır elemanları.

Azaltma teknikleri kullanılmadan, bu süreç iki farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Bunlardan ilki, tüm sayıların toplamını elde etmeye yarayan tek bir iş parçasının tanımlanmasıdır. Bu yaklaşımla herhangi bir yarış şartı oluşmayacaktır. İkinci yöntem, sekiz sayının herbirine toplam sekiz adet iş parçacığı tanımlanmasıdır. Bu yaklaşımla sürece daha çok iş parçası dahil edilmiş olacaktır. Bu yaklaşım Şekil 6.6'da gösterilmektedir.

Thread #	0	1	2	3	4	5	6	7
Array	1	1	1	1	1	1	1	1

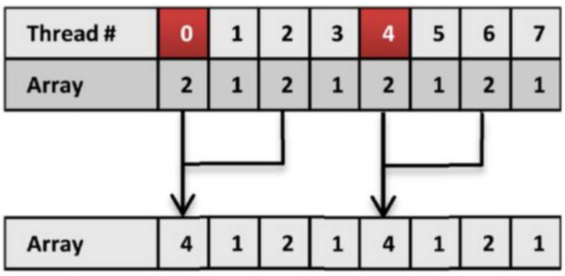
Şekil 6.6 : Satırlara iş parçaları tanımlanması.

Tek rakamlarla numaralandırılan iş parçaları, bunlara karşı gelen satır elemanlarının çift rakamlarla numaralandırılmış iş parçaları ile eşlenip tekil toplama yapılmasında kullanılırlar. Söz konusu eşleşme Şekil 6.7'de gösterilmiştir.



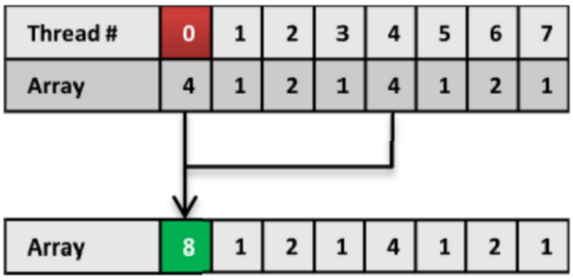
Şekil 6.7 : Tekli toplam işleminin şematik gösterimi.

Bir sonraki adımda ise, sadece 4'e bölünebilen numaralardaki hücrelerde yeralan iş parçaları kullanılır. Söz konusu yaklaşım, Şekil 6.8'de gösterilmektedir.



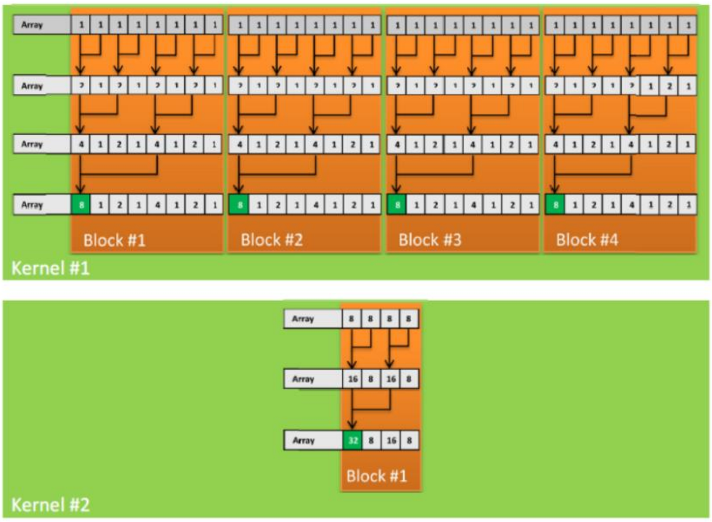
Şekil 6.8 : Sadece 4'e bölünebilen hücreler ve iş parçaları.

Bu süreç tüm sayılar eklenene kadar devam eder. Ele alınan problemdeki son adım ve toplam Şekil 6.9'da verilmektedir.



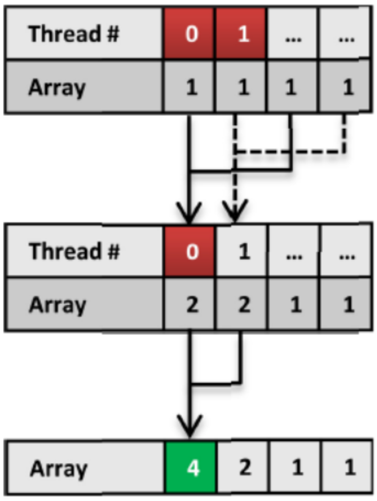
Şekil 6.9 : Toplama sürecinin son adımının şematik gösterimi.

Pratik olarak, yukarıda verilmekte olan satırın paylaşılan hafızada yeralması ve her bir blokta yeralan tüm iş parçalarının bu paylaşılan hafızaya erişebilmeleri gerekir. Ancak, GPU blokları arasında veri paylaşımı söz konusu değildir. Eğer satır, tek bir bloğa sığmayacak kadar büyük ise, birden fazla kernel yardımı ile birbirinden bağımsız adımlarda hesap gerçekleştirilir. Şekil 6.10'da büyük bir satırın azaltma ile iki kernele paylaştırılması gösterilmektedir.



Şekil 6.10 : Basit bir azaltma algoritmasının şematik gösterimi.

Bu yaklaşımın en büyük dezavantajı, birçok iş parçası ile uğraşılması gerekmesidir. Bu yaklaşımın daha gelişmiş hali Şekil 6.11'de gösterilmektedir.



Şekil 6.11 : Geliştirilmiş azaltma algoritması.

Bu yöntemde, atanması gereken iş parçası sayısı satırın yarı büyüklüğünde olacaktır. Bu yaklaşımda, sıfır numaralı olan iş parçası ilk ve üçüncü sütun elemanını toplama dahil edecektir. Kağıt üzerinde ilk iki sütun elemanı yerine ilk ve üçüncü elemanın dahil edilmesi bir fark olarak görülmese de, bu yaklaşımla hafızada yaşanacak çakışmalar büyük ölçüde önlenebilmektedir.

6.5 Tez Çalışmasında Kullanılan CUDA Donanım Modeli

Tez çalışması kapsamında, GF-110 Fermi tabanlı olan ve GTX-580 olarak adlandırılmış grafik kartından yararlanılmıştır. Söz konusu grafik kartı, 512 adet çekirdek içermektedir. Bahsi geçen grafik kartı, herbiri 32 adet paralel işlemci içeren 16 adet bloğa sahip (16x32=512). Şekil 6.12'de, CPU ve GPU içerisindeki blokların dizilimindeki temel fark görülebilir.

Şekil 6.12 : CPU ve GPU çekirdek dizilimindeki temel farklar.

Bir CUDA donanım modeli " *tek komut, çoklu iş parçası* [27] " olarak tanımlanabilir. Bir iş parçası, tek bir çekirdeğe yönlendirilir ve çok işlemcili grup eş zamanlı olarak 32 adet iş parçasını işleyebilir. Yukarıda verilmekte olan şekilden de görülebileceği üzere, bir GPU'nun transistör yapısı ve dağılımı CPU'dan tamamen farklıdır. Bir GPU çok daha fazla sayıda aritmetik mantık ünitesi içermektedir. Aşağıda verilmekte olan Şekil 6.13'de, tez çalışmasında kullanılan grafik donanımı gösterilmektedir. Bu grafik kartına ait özellikler ise Çizelge 6.1'de verilmektedir.

Şekil 6.13 : Tez çalışmasında kullanılan grafik ünitesi.

Çizelge 6.1 : Grafik ünitesine ait özellikler.

CUDA Çekirdek Sayısı	512
İşlemci Hızı	1544 MHz
Hafıza Hızı	2004 MHz
Hafıza Tipi	GDDR-5
Hafıza Bant Genişliği	192.4 GB/saniye
Open GL Versiyonu	Ver. 4.2
Bağlantı Tipi	PCI-Ex 2.0 x16
Doku Kaplama Oranı	49.4 milyar/saniye
Hafıza Miktarı	1.5 GB
Hafıza Arayüz Genişliği	384 bit
Güç Tüketimi	244 watt
Maksimum Çalışma Sıcaklığı	97 C^{o}

[27] Ing. SIMT : Single Instruction Multiple Threads

Bu kısma kadar anlatılan temel adımları maddeler halinde sıralayacak olursak;

1. Adım : Komşu Parçacık Listesinin Oluşturulması

- Hesap alanı bir kenarı 2h kadar olan karelere ayrılır
- Parçacık listesi oluşturulur. Bu listede herbir parçacık ait olduğu kare hücre ile ilişkilendirilir.
- Parçacıklara ait tüm fiziksel büyüklükler sıralanır.

2. Adım : Kuvvet Hesaplama

- Aynı kare hücre içerindeki ve komşu olan hücrelerdeki parçacıklar, komşu parçacık adayları olarak tespit edilir.
- 2h mesafe içerisindeki tüm parçacıkların kendine komşu olan parçacıklar ile etkileşimde olduğu kabul edilir.

3. Adım : Sistem Güncellemesi

- Yeni zaman adımı hesaplanır
- Fiziksel büyüklükler yeni adım için güncellenir
- Parçacık bilgisi depolanır

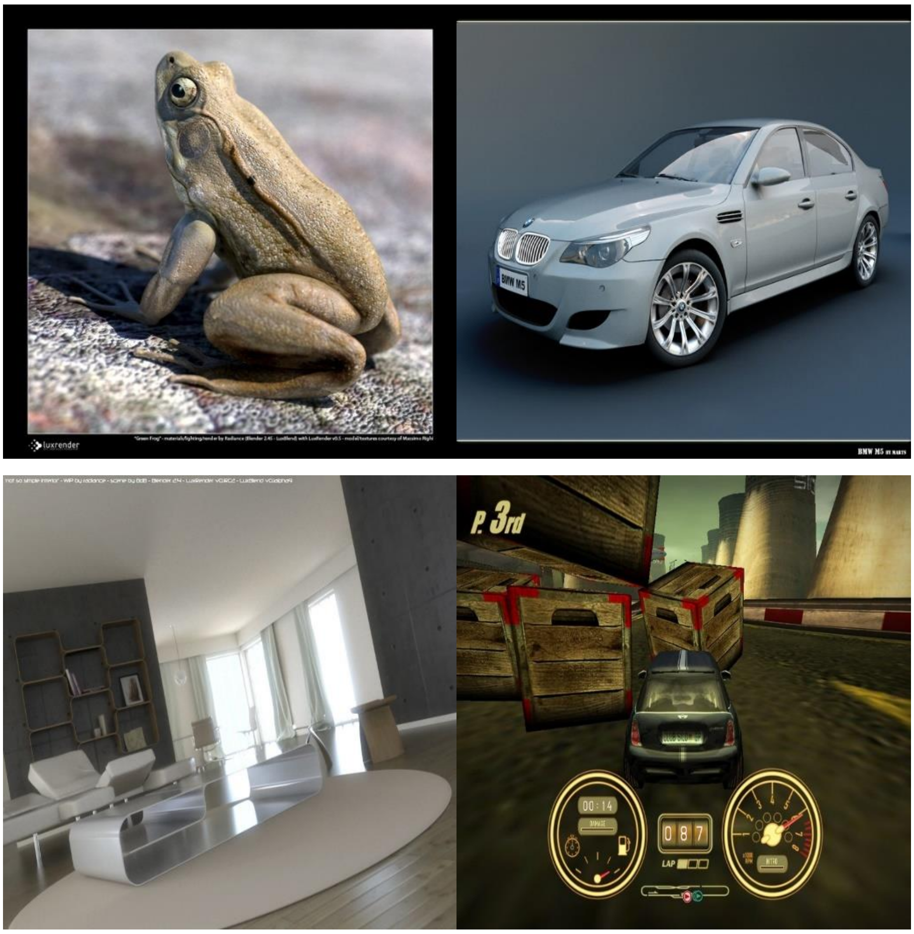
6.6 Geometri Tanımlama

Tez çalışmasındaki problemlere ait benzeşim çalışmaları gerçekleştirilmeden önce yapılması gereken, bu problemlere ait geometrilerin tanımlanmasıdır. Bu amaçla, açık kaynak kodlu bir yazılım olan "*Blender*"dan ve "*XML*" dosya formatından yararlanılmıştır [175]. Bu başlığı, iki kısımda ele almak uygun olacaktır. Bunlardan ilki daha karmaşık geometrilerin parçacık olarak tanımlanmasına olanak veren Blender yazılımı; diğeri ise XML dosya formatında geometri tanımlanmasıdır. Blender, açık kaynaklı GPL [28] lisansına sahip olan, güçlü bir üç boyutlu yazılım aracıdır. Bu yazılımın tez çalışmasında tercih edilmesinin nedenlerini sıralamak gerekirse;

- Python API [29]'sinin kullanılabilmesi
- Objelerin işlenmesinin çok kolay olması
- Birçok dosya formatı ile uyumlu çalışabilmesi
- Açık kaynak lisansına sahip olmasıdır.

[28] GPL : General Public Licence
[29] API : Application Programming Interface

Yukarıda bahsi geçen Python API'sini biraz detaylandırmak uygun olacaktır. Python, genel amaçlı yüksek seviye bir programlama dilidir. Bu dil sadece nesne-tabanlı [30] olmayıp, çoklu programlama paradigmasını destekler. Bu yazılım dili çoğunlukla yönerge [31] hazırlanmasında kullanılır. Blender yazılımı için geliştirilmiş birçok yönerge bu dil altında geliştirilmiştir [176]. Çok güçlü üç boyut özellikleri nedeni ile sinema, video oyunu ve tasarım sektörlerinde kendine yer edinmiştir. Söz konusu yazılım yardımı ile geliştirilmiş bazı uygulamalar Şekil 6.14'de gösterilmektedir.

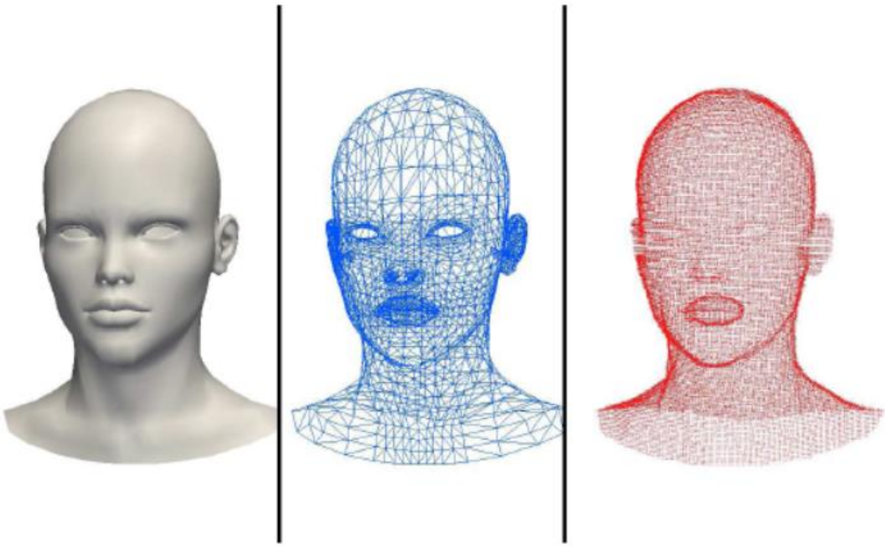


Şekil 6.14 : Blender yazılımına ait örnek uygulamalar.

Söz konusu yazılım yardımı ile herhangi bir geometri tanımlandıktan sonra simülasyonun gerçekleştirileceği kod tarafından okunabilecek bir formatta saklanabilir. Karmaşık geometrilerin saklanabileceği bu formatlar 3DS, STL, PLY,VTK yada CAD uzantılı olabilirler.

[30] İng. Object oriented.
[31] İng. Script

Bu formatlardan VTK aynı zamanda “*Paraview*” yazılımının kullandığı formattır [177]. Aşağıda gösterilen Şekil 6.15’de, üç boyutlu bir nesnenin parçacık gösterimine dönüşümü verilmiştir.



Şekil 6.15 : Üç boyutlu bir nesnenin parçacık gösterimi.

Yukarıda bahsi geçen gösterimlerde katı cidar hep hareketsizdir. Oysa dalga paleti, hareketli bir tank gibi yapılar söz konusu olduğunda, katı cidar hareketli hale gelmektedir. Bu hareketler doğrusal, sinüsoidal yada rotasyonel olabilir. Hareketli sınır tabakaları XML dosyasında tanımlanmaktadır. Bu kısma kadar anlatılmış olan geometri tanımlama ve Blender yazılımı hakkında çok daha detaylı bilgiye kaynaklar kısmında verilen adreslerden ulaşılabilir.

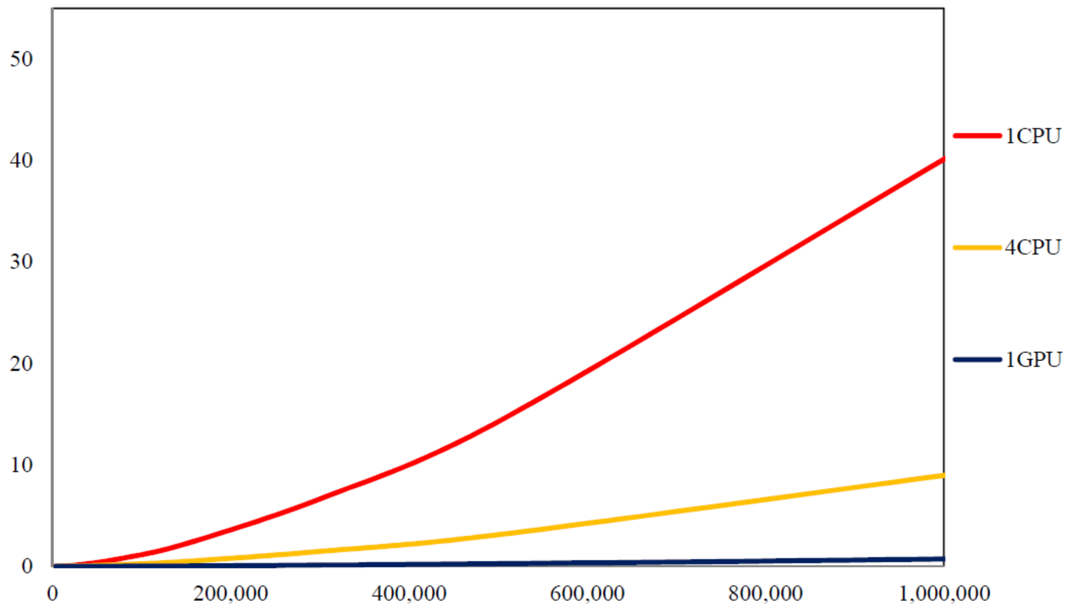
6.7 Çalışmada Kullanılan Yaklaşımın Verimliliği

Tezdeki sayısal benzeşim çalışmalarında, grafik kartı mimarisinin sağladığı paralel işlem gücünün kullanılmasının, bilindik yöntemlere karşı bir üstünlüğünün olup olmadığının tespiti amacıyla yöntemin verimliliği belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla literatür taraması gerçekleştirilerek farklı mühendislik uygulamalarına ait çözümler kıyaslama için belirlenmiştir. Tez çalışmasının başında da belirtildiği üzere, bu çalışmadaki yaklaşımın temeli Manchester ve Vigo Üniversiteleri tarafından Fortran platformunda geliştirilmiş olan açık kaynak koduna dayanmaktadır. Söz konusu kod, çözüm aracı olarak tek yada çoklu CPU kullanmaktadır. Çalışmamızdaki yaklaşımda ise sayısal çözümler grafik kartı ile yapılmaktadır. Her iki yaklaşımın kullanılması sonucunda, grafik kartı yardımı ile elde edilebilecek verimin denklem ile tanımlanabileceği düşünülmektedir.

$$Verimlilik = \frac{GPU\ ile\ çözümde\ saniyedeki\ hesap\ adım\ sayısı}{CPU\ ile\ çözümde\ saniyedeki\ hesap\ adım\ sayısı}\ x\ 100 \qquad \textbf{(6.1)}$$

Bu amaçla, Fortran platformunda oluşturulmuş kodun doğrulama aşamasında kullanılan bir örnek, tez çalışmasındaki yaklaşım ile tekrar çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Yapılan inceleme sonucunda problemin çözümünün, 1 CPU'ya sahip bir sistemle 40 saatte, 4 CPU'ya sahip bir sistemle 9 saatte elde edildiği görülmüştür. Tez çalışmasında kullanılan GTX-580 grafik kartı ile aynı problemin çözümü 27 dakika sürmüştür. Şekil 6.16'da söz konusu karşılaştırma gösterilmektedir.



Şekil 6.16 : Tekli ve çoklu CPU sistemleri ile GPU karşılaştırması.

Yukarıda verilen denklem yardımı ile gerçekleştirilen kıyaslama sonucunda, 4 çekirdekli tek bir CPU yerine, GTX-580 grafik kartının sayısal çözümde kullanılmasının yaklaşık 89 kat hız artışı sağladığı görülmüştür. Söz konusu grafik kartının verimliliği ise % 92 olarak tespit edilmiştir.

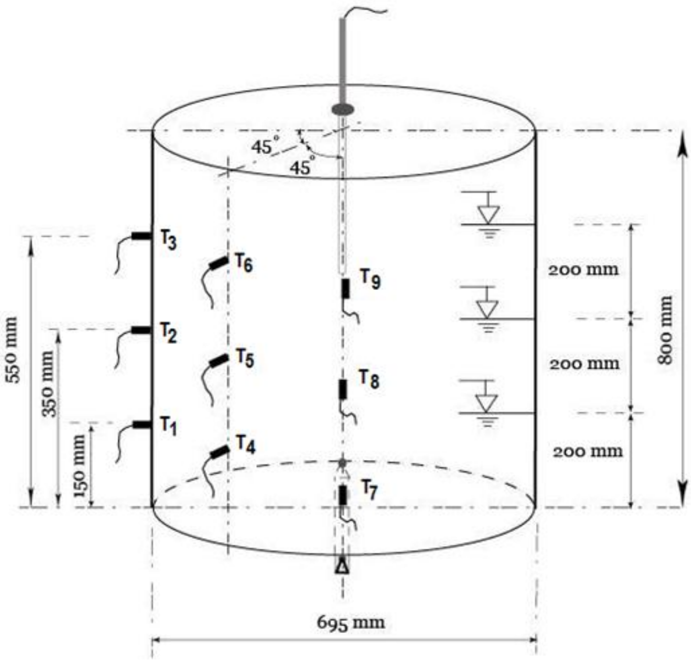
7. SAYISAL MODELİN DOĞRULANMASI

Bu başlık altında, küreye ait sayısal benzeşimde kullanılması düşünülen sayısal modele ait doğrulama çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde ele alınan deneysel çalışmalar, tez çalışması kapsamında yönteme eklenen δ-DPH çözücüsü yardımı ile sayısal olarak tekrarlanmışlardır. İncelenen çalkantı probleminde esas olan, basınç alanlarının sayısal olarak doğru tahmini olduğundan buna uygun deneysel çalışmalar tercih edilmiştir. Gerçekleştirilen tüm sayısal benzeşim çalışmaları 3 boyutludur. Doğrulama çalışmaları kapsamında ele alınan 5 problem :

i. Silindir biçimli bir tanka ait çalkantı deneyi
ii. Dikdörtgen biçimli bir tanka ait çalkantı deneyi
iii. Madrid Politeknik Üniversitesi’nde gerçekleştirilmiş çalkantı deneyi
iv. Sıvı-yapı etkileşimine ait baraj yıkılması deneyi
v. Bir dalga kanalında sıvı – yapı etkileşimi

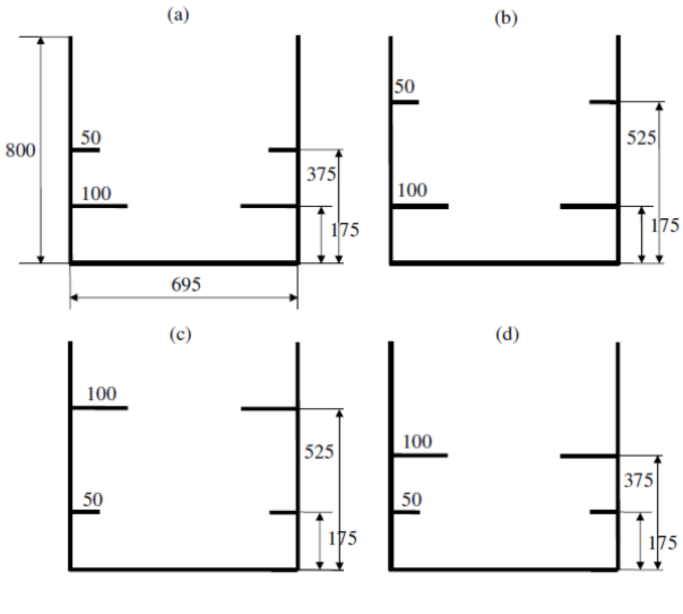
7.1 Silindir Biçimli Bir Tanktaki Sıvının Hareketi

Bu başlık altında incelenmekte olan deneysel çalışma, Ahmet Münir Bayer’in İTÜ Kıyı Bilimleri ve Mühendisliği Ana Bilim Dalı’nda 2007 yılında gerçekleştirdiği yüksek lisans çalışması olan “Silindirik Depolama Tanklarında Çalkantı Nedeniyle Oluşan İç Basınçların Azaltılmasına Yönelik Gövde Perdelerinin Tasarımı” adlı tezden alınmıştır [178]. Bu deneysel çalışma kapsamında, silindir bir tank içerisindeki çalkantı hareketi incelenmiştir. Çalışma kapsamında, dönme hareketine bağlı olarak, silindir içerisinde meydana gelen dalga yükseklikleri ve basınçlar 60 saniyelik süreler için elde edilmiştir. Kullanılan silindir biçimli tankın çapı:695 mm, yüksekliği ise H:800 mm olup Şekil 7.1’de gösterilmiştir.



Şekil 7.1 : Deneydeki tank geometrisi ve basınç ölçerlerin konumları.

Tank, içerisindeki sıvının hareketlerinin rahat gözlenebilmesi için pleksiglastan imal edilmiştir. Dönme hareketi esnasında tank düşey ekseni her iki tarafa doğru 4^o ve 8^o olacak şekilde açı yapmaktadır. Tankın dönme hareketi elektrik motor miline bağlı bir kol yardımı ile olmaktadır. Silindir tankın yan yüzlerine toplam 9 adet basınç ölçer yerleştirilmiştir. Deneyde %25, %50 ve %75 doluluk oranları için çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Deneysel çalışma kapsamında farklı perde durumlarının çalkantıya olan etkileri de incelenmiştir. İncelenen perdeli durumlar toplam 4 adet olup, perde düzenleri Şekil 7.2’de gösterilmektedir.



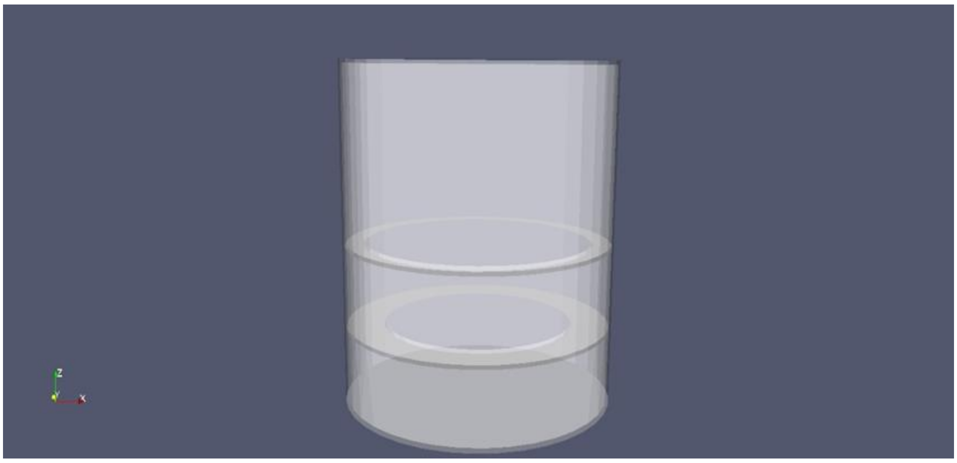
Şekil 7.2 : Tank içerisinde kullanılan perde düzenlemeleri.

Bu tez çalışması kapsamında söz konusu çalışmadaki “a” perde durumunda, dönme açısı 8^o ve dönme frekansı 2 rad/s olan deney seti, %25 ve %75 doluluk oranları için sayısal olarak incelenmiştir. Aşağıdaki Şekil 7.3’de, söz konusu deney düzeneği gösterilmektedir.

Şekil 7.3 : Silindir biçimli tank için hazırlanmış deney düzeneği.

7.1.1 Sayısal modelin oluşturulması

Çalışmalar “a” perde durumunda, doluluk oranı %25 ve %75 için gerçekleştirilmiş olup incelenen durumlardaki dönme açısı 8^o’dir. Model çalışmaları kapsamındaki ilk iş, deneyde kullanılan tankın 3 boyutlu modelinin hazırlanması olmuştur. Modelin oluşturulması çalışmalarında “*AutoCad Civil 3D*” ve “*Blender*” yazılımlarından yararlanılmıştır.

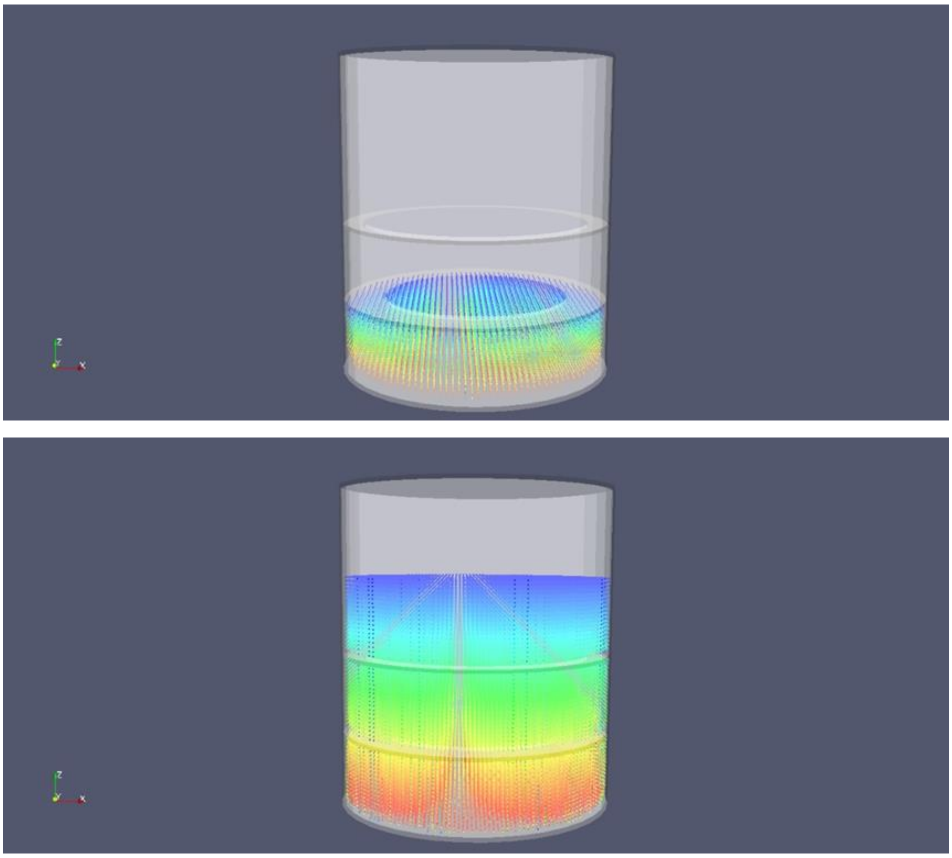


Şekil 7.4 : Seçilen perde düzeninde silindir tankın üç boyutlu modeli.

Seçilen deney koşullarına bağlı olarak, incelenen bu deneysel çalışmada kırılan dalgalar ve hidrolik sıçrama görülmüyor olsa bile, çalkantıya ait sayısal benzeşim çalışması söz konusu koşulları tekrarlayabilmelidir. Ele alınan çalkantı probleminde Reynolds sayısı oldukça büyüktür. Sayısal çalışma dikkate alındığında stabilitenin sağlanması için bu konuda da bazı şartlar yerine getirilebilmelidir. Çok büyük parçacık sayıları kullanıldığında sorun görülme ihtimali düşük olsa da, az sayıda parçacık ile çalışılırken dikkatli olunmalıdır. Bu tez çalışmasında kullanılan en az parçacık sayısı $2.5x10^4$ olmuştur. Bu sayı, sayısal benzeşimde $Re \approx 1.5x10^4$ 'e kadar olan Reynolds sayılarının modellenebileceğini gösterir. Bu sayının üzerindeki Re sayısı söz konusu ise sayısal dengesizlikler görülebilir. Bugüne kadar gerçekleştirilmiş olan, özellikle düşük doluluk oranına sahip çalkantı çalışmalarında, Re sayısının $4.1x10^3$ ile $1.1x10^7$ arasında değişiminin, oluşan etki basınç değerleri üzerinde çok etkisi olmadığı gözlenmiştir. DPH çalışmalarında kullanılan Re değeri ile, viskozite değeri, $\propto$ parametresi, düzeltme mesafesi h ve sesin sıvıdaki yayılma hızı c arasında bir bağlantı vardır.

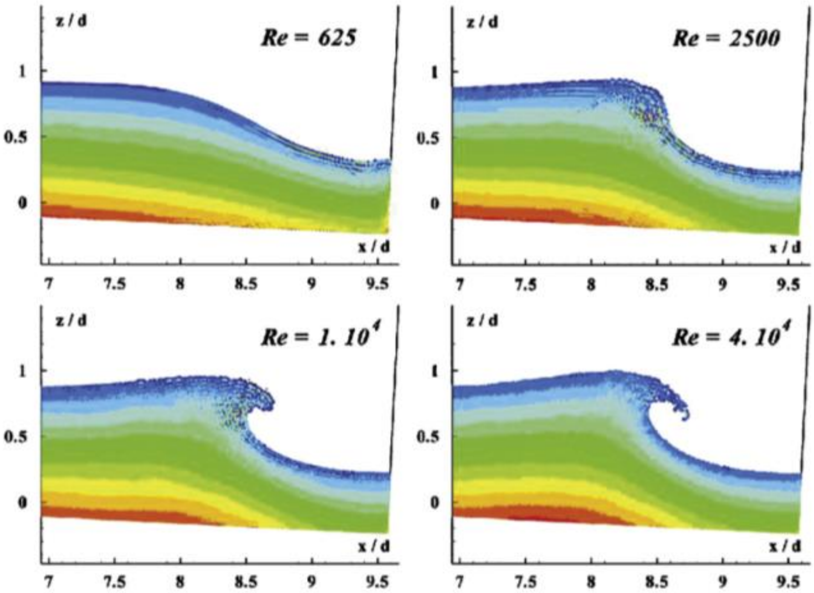
$$Re = \frac{\sqrt{gH}\,H}{\nu} \quad , \quad \nu = \frac{1}{10}\,\alpha\,h\,c_0 \tag{7.1}$$

Denklemde geçen g yerçekimi ivmesi, H durgun haldeki su seviyesi, ν hesapta yapılan kabule bağlı olarak yapay yada kinematik viskozitedir. Klasik DPH çözümlerinde Re sayısı yapay olarak küçültülerek akışkanın viskozitesi arttırılmaktadır. Literatür incelendiğinde, çalkantı ile ilgili olan çalışmalarda genellikle $Re \approx 1000$ değerinin kullanıldığı görülmektedir. Viskoz etkilerin ihmal edilebileceği çalkantı probleminde, bu kabul edilebilir bir yaklaşım olarak görülse de, deney sonuçları ile yapılan mukayeselerde sayısal olarak elde edilen değerlerin oldukça farklı oldukları görülebilir. Buna ek olarak, viskozitenin arttırılmasından dolayı maksimum etkinin oluştuğu zaman dilimi de gecikmeli olmaktadır. Şekil 7.5'de, çalışmada incelenen perde konfigürasyonu ve her iki doluluk oranı gösterilmektedir.



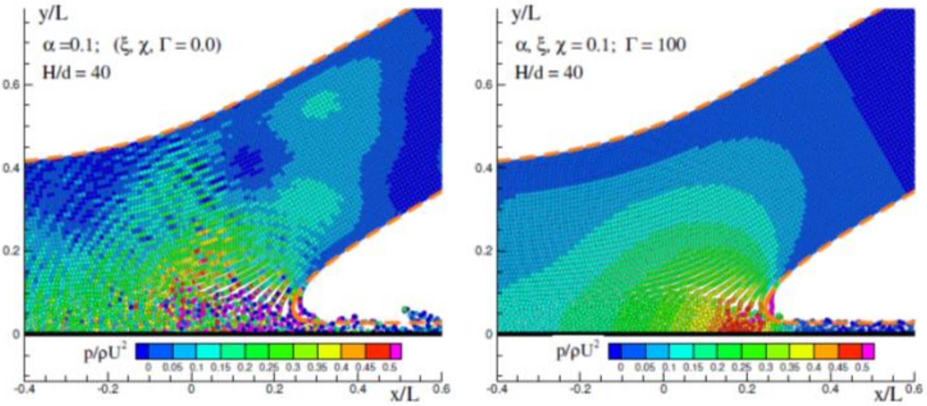
Şekil 7.5 : Silindir tankta iki farklı doluluk oranına ait başlangıç halleri.

Şekil 7.6'da, Re sayısındaki farkların akışın modellemesine olan etkisi ortaya konulmaktadır.



Şekil 7.6 : Modelde farklı Re sayıları kullanımının dalga kırılmasına etkisi.

Yukarıdaki şekilde de görüldüğü üzere sayısal model çalışmasında $Re = 625$ olarak alındığında herhangi bir kırılma gözlenmemektedir. Daha büyük Reynolds sayılarının kullanımında ise biçimleri farklı olsa da kırılma gözlenir. Büyük Reynolds sayısı kullanıldığında akış çok daha iyi modellenebilmesine karşın araştırmacıların bundan kaçınmasının nedeni ölçüm yapılacak nokta civarında sayısal kirliliğin de büyük olacak olmasıdır. Bu tez çalışması kapsamında klasik DPH çözümüne eklenen δ-DPH ile bu sorun giderilmeye çalışılmıştır. Şekil 7.7'de, düz bir yüzeye etkiyen su jeti için iki yaklaşım ile edilen basınç alanları gösterilmektedir.



Şekil 7.7 : Klasik DPH ve δ-DPH ile lokal basınç alanlarının tahmini.

Şekilden de görülebileceği üzere δ-DPH yaklaşımı ile oldukça düzgün basınç dağılımları elde etmek mümkün olmaktadır.

7.1.1.1 DPH'ye ait parametrelerin kalibrasyonu

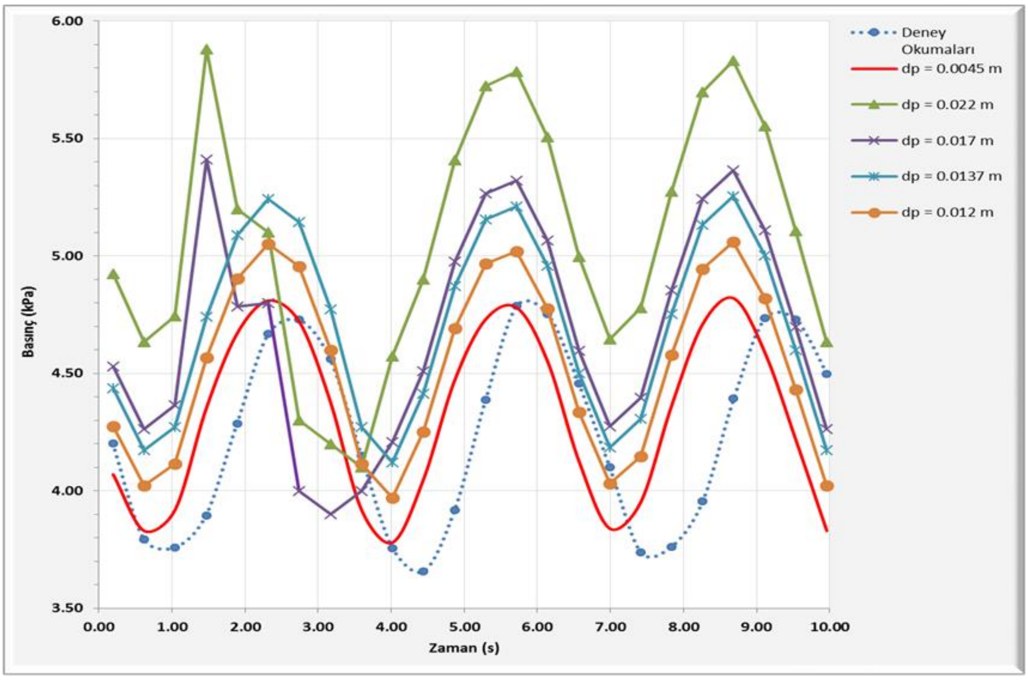
Bu başlık altında, incelenen yöntemin çalkantı problemine uyarlanması aşamasında gerçekleştirilmiş olan duyarlılık analizi çalışmalarından bahsedilmektedir. Konu ile ilgili olarak gerçekleştirilen çalışmalar neticesinde DPH'ye ait olan parametrelerin, çalkantı probleminin sayısal olarak modellenmesindeki etkileri ortaya konmuştur. Bu başlığın giriş kısmında da bahsedildiği üzere, silindir bir tank içerisindeki çalkantı hareketi, (a) perde halinde, 8^o dönme açısı, w = 2 rad/s dönme frekansı ile %25 ve %75 doluluk oranları için incelenmiştir. Sayısal basınç değerleri T_1, T_2 ve T_3 sensörleri için elde edilmişlerdir. Aşağıdaki çizelgede verilmekte olan değişkenlerin, probleme olan etkilerini ortaya koyabilmek amacıyla bir deneme – yanılma süreci yaşanmıştır. Bu amaçla gerçekleştirilen sayısal benzeşim sayısı 100'ün üzerindedir. Duyarlılık analizi çalışması kapsamında, her bir parametre tek tek ele alınarak sonuca olan etkileri irdelenmiştir. Parametrelerin olası etkileri incelenirken, yararlanılan bilgisayar donanımının fiziksel yeterliliği ve sayısal benzeşim çalışmasının gerçekleşme süresi belirleyici kıstaslar olmuştur.

Çizelge 7.1 : Duyarlılık analizi çalışmasına dahil edilmiş parametreler.

İncelenen Parametre	**Değer Aralığı**
Parçacıklar arası mesafe (dp) (Parçacık sayısı)	0.017 m – 0.0074 m (%25 dolulukta) 0.022 m – 0.010 m (%75 dolulukta) *(Np : 25,000 – 2,650,000)*
Düzeltme katsayısı (h)	1.00 – 1.65
Ses Hızı	28 - 45 m/s (%25 dolulukta) 50 - 75 m/s (%75 dolulukta)
Zaman adımlama algoritması	Simplektik – Verlet
Kernel fonksiyonu	Wendland – Kübik
Viskozite tanımlaması	Laminer – Yapay
XSPH düzeltmesi	Var / Yok
Delta – SPH basınç düzeltmesi	Var / Yok
CFL (Courant-Freidrich-Levy) katsayısı	0.1 – 0.5

Parçacıklar arası mesafe (parçacık sayısı)

Benzeşim çalışmalarında kabul edilen parçacıklar arası mesafe (dp) değeri, başlangıçta tüm parçacıkların bu değere uygun olarak birbirlerinden ayrılmalarını sağlar. Katı cidara ait parçacıklar arasındaki mesafe, benzeşim çalışması sonuçlanana kadar sabit kalır. Akışkan parçacıkları arasındaki mesafe ise, zamana bağlı olarak değişmektedir. Başlangıçta seçilen bu mesafe, Δt anında incelenmekte olan hacimde kaç adet parçacığın olacağını tayin eder. Yüksek basıncın söz konusu olduğu konumlarda parçacıklar birbirlerine yaklaşırlarken, düşük basıncın hakim olduğu konumlarda, aralarındaki mesafe açılır. Benzeşimin çözünürlüğünün arttırılması (parçacıklar arası mesafenin azaltılması) ile, deney sonuçlarına daha yakın değerler elde edilmiştir. Ancak, çözünürlüğün arttırılması ile benzeşimin tamamlanması için gereken süre de artmaktadır. Şekil 7.8'de, farklı parçacıklar arası mesafeler için elde edilmiş sayısal basınç değerleri, T_1 sensör yerinde birarada gösterilmektedir.



Şekil 7.8 : Farklı parçacık sayılarının sayısal sonuca olan etkileri.

Yukarıda verilen şekilden de görülebileceği üzere, parçacık sayısı ile sensör yerinde elde edilen sayısal basınç değerleri arasında kuvvetli bir ilişki vardır. Parçacıklar arası mesafe çok açıldığında katı cidara etkiyen kuvvetin de büyük oranda azaldığı açıkça görülmektedir. Bu sonuç daha önce gerçekleştirilmiş çalışmalarda da gözlenmiş olup, beklenen bir sonuçtur.

Parçacık sayısı ile bağlantılı olan bir diğer sonuç yukarıda da bahsedildiği üzere benzeşimin tamamlanması için gerekli olan süre ile ilgilidir. Parçacık sayısının arttırılması ile gereken süre de artmaktadır. Çizelge 7.2'de parçacık sayısı ile benzeşim süresi arasındaki ilişki gösterilmektedir.

Çizelge 7.2 : Parçacık sayıları ile gerekli hesap süresi arasındaki ilişki.

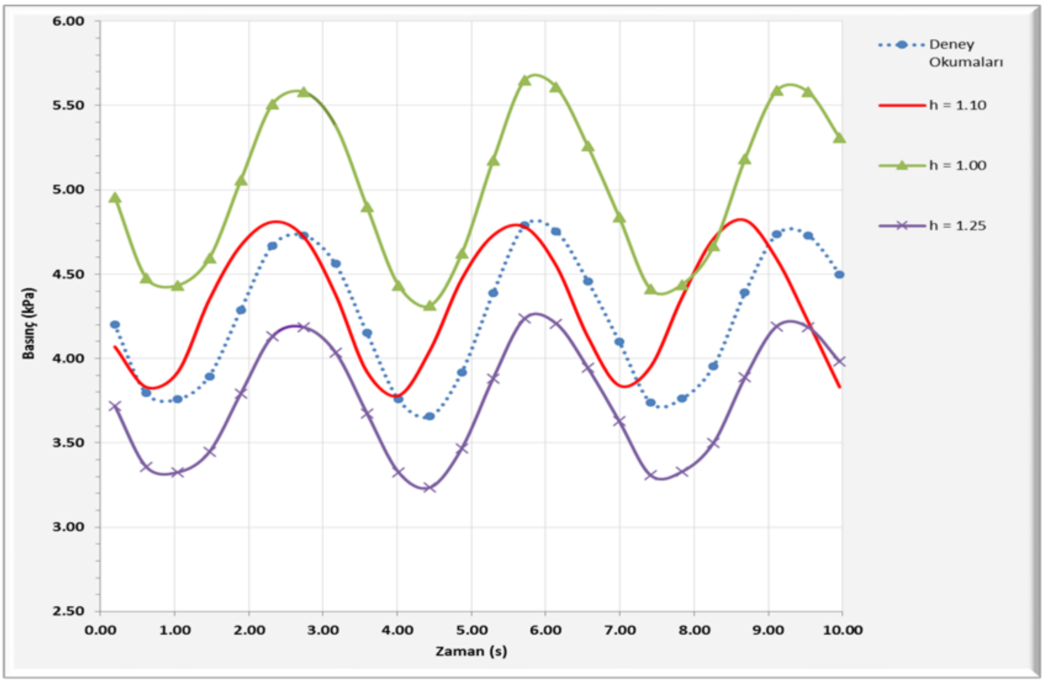
Parçacıklar arası mesafe (m)	**Parçacık sayısı (adet)**	**Hesap süresi**
0.0220	25,000	14 dakika
0.0170	50,000	32 dakika
0.0137	100,000	1 saat 2 dakika
0.0100	250,000	2 saat 56 dakika
0.0045	2,650,000	2 gün 9 saat

Düzeltme katsayısı

Düzeltme katsayısı değeri, Δt anındaki düzeltme mesafesinin belirlenmesi için gerekmektedir. Klasik DPH çözümlerinde bu değer, h = 1.5dp olarak kabul edilmektedir. Ancak, silindir tank için gerçekleştirilen çalışmalarda söz konusu değerin probleme uymadığı ortaya konmuştur. Düzeltme katsayısının büyüklüğü, Δt anında kernel fonksiyonunun etki alanının belirlenmesinde etkilidir. Özellikle sıvı serbest yüzeyine yakın noktalarda küçük bir etki alanı seçilmesi, interpolasyona dahil olacak parçacık sayısını azaltacağından tutarlı olmayan basınç değerlerinin elde edilmesine neden olacaktır. Benzer şekilde, tabana yakın bir noktada hesap yapılırken gereğinden büyük bir etki alanı oluşturulursa, serbest yüzeye yakın noktadaki parçacıklar da hesaba dahil olacaklarından, yersel etkiler sayısal olarak elde edilemeyecektir. Düşük doluluk oranları ile yapılan çalışmalarda da, söz konusu katsayının seçimi çok önemli olmaktadır. Düzeltme mesafesinin büyüklüğü benzeşimin tamamlanması için gerekli zamana da etki etmektedir. Daha küçük bir etki mesafesi daha az zaman gereksinimi anlamına gelir. Aynı noktada basınç değerleri hesaplanırken, farklı parçacık sayıları söz konusu olduğunda düzeltme katsayısı değeri de farklı olmalıdır. Silindir tank için gerçekleştirilen benzeşim çalışmalarında, parçacık sayısı arttırıldığında düzeltme mesafesi de buna uygun seçilmezse sonuçlarda herhangi bir iyileşme olmadığı belirlenmiştir. Bunun nedeni, parçacık sayısının artması ile Δt anında hesaba dahil olan parçacık sayısının gerekenden fazla olmasıdır. Düzeltme mesafesi seçimindeki en etkili kriterlerin, hesap yapılacak konum ile parçacık sayısı olduğu yapılan çalışma neticesinde ortaya konmuştur.

Silindir tank için gerçekleştirilen deneme – yanılma çalışmalarında konum ve parçacık sayıları için en uygun olan düzeltme katsayıları tespit edilmiştir. Bu başlık altında elde edilen değerler bir sonraki bölümde incelenen dikdörtgen biçimli tank problemi için de altlık oluşturmuştur.

Şekil 7.9'da, 2,650,000 parçacık sayısı ile yapılan çalışmada düzeltme mesafesi seçimlerinin T_1 sensör yerinde elde edilen sonuçlara olan etkisi gösterilmektedir.



Şekil 7.9 : Farklı düzeltme katsayılarının sayısal sonuca olan etkileri.

Ses hızı

Referans özgül kütle değerinde, sesin incelenen akışkandaki ilerleme hızı sayısal çözüme ait bir diğer parametredir. Söz konusu değer tespit edilirken sayısal benzeşimin stabilitesinin korunması amacıyla Courant Şartı'na uyulması gerekir. Bu şart, problemde gözlenmesi beklenen maksimum hızın en az 10 katı büyüklükte bir ses hızının seçilmesi gerektiğini söyler. Şartı sağlayan minimum değer, problem için kullanılabilir. Elde edilen bu değerden daha büyük bir ses hızı değeri ile çözüm yapılmasının çözüme olan etkisinin ihmal edilebilir düzeyde olduğu belirlenmiştir. Buna karşın daha büyük bir değer kullanılması hesap için gerekli zamanın artmasına neden olmaktadır.

Diğer parametreler

Çalışmanın sonucuna en çok etki eden parametreler yukarıda ele alınmıştır. Diğer parametrelerin sonuca olan etkileri ise grafiksel olarak ekler kısmında verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre ;

- Courant şartını sağlayan minimum zaman aralığı, sayısal integrasyonda çözüm için yeterli olmaktadır. Daha küçük zaman aralıkları için hesap yapılması sonucu daha iyi yapmamaktadır.
- Kernel fonksiyon tipi olarak Wendland yada Kübik fonksiyonun seçilmesi sonuçlar üzerinde ihmal edilebilir etki meydana getirmiştir.

- Viskozite tanımlamasında Laminar+Alt Parçacık Ölçeğinde Türbülans seçeneği ile gerçekleştirilen çözümler, yapay viskozite tanımlamasına herhangi bir üstünlük getirmemiştir.
- Zamansal integrasyon yöntemi olarak Simplektik algoritmasının tercih edilmesi Verlet algoritmasına nazaran biraz daha hızlı sonuca ulaşmayı sağlamıştır. Sonuçlara olan etkisi ise ihmal edilebilir düzeydedir. Sayısal benzeşim çalışmaları için Simplektik algoritma tercih edilmiştir. Bunun nedeni, Verlet algoritması ile gerçekleştirilen çözümlerde bilinmeyen kod hataları meydana gelmiş olmasıdır.
- XSPH düzeltmesinin kullanılması sonuçların daha tutarlı olmasını sağlamış, yapılan tüm benzeşim çalışmalarında bu düzeltme kullanılmıştır.
- Delta – SPH basınç düzeltmesinin kullanımı, çalışmaya getirilen en büyük katkı olmuştur. Söz konusu düzeltmenin detaylarından ilgili bölümde bahsedilmekte olup, klasik çözüm ile olan farkları ekler kısmındaki grafiklerde gösterilmektedir.
- CFL katsayısı da önemli bir parametredir. Gerçekleştirilmiş deneme – yanılma çalışmalarında CFL = 0.25 değerinin, çalkantı problemi için oldukça uygun bir değer olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

çizelgelerde T_1, T_2 ve T_3 sensör yerlerinde %25 ve %75 doluluk oranları için seçilmiş en uygun parametreler gösterilmektedir.

Basınç değerlerinin hesaplanması

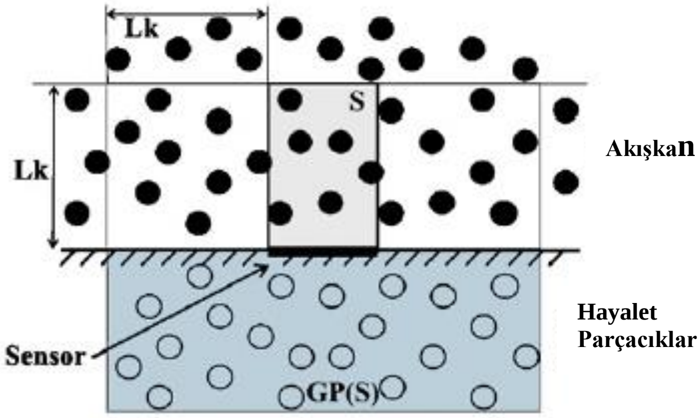
Hareketli katı cidar üzerindeki bir noktada basınç değişimlerinin elde edilmesi çalışmanın en önemli kısmını teşkil etmektedir. Bu amaçla, yukarıda da bahsedildiği üzere hayalet parçacıklar algoritmasından yararlanılmıştır. Akışkan ve hayalet parçacıkları sırası ile $\mathcal{FP}(a\,)$ ve $\mathcal{GP}\ (a)$ olarak ifade edecek olursak bir parçacığa ait momentum denklemi aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\frac{dv_a}{dt} = \sum_{b\,\in\,\mathcal{FP}(a)} (P_{ab} + \Pi_{ab})\,\nabla W_{ab} m_b + g + \sum_{b\,\in\,\mathcal{GP}(a)} P_{ab} \nabla W_{ab} m_b \tag{7.2}$$

Denklemde yeralan P_{ab} basınç terimi, ${}^{P_a}\!/_{\rho_a^2} + {}^{P_b}\!/_{\rho_b^2}$ ‘ye karşı gelmektedir. Ele alınan a parçacığının kütlesi ile yukarıdaki denklem çarpılır ve tüm akışkan parçacıkları üzerine toplamı alınırsa aşağıdaki forma ulaşılır.

$$\sum_{a\in\mathcal{FP}} m_a \frac{dv_a}{dt} = Mg + \sum_{a\in\mathcal{FP}} \sum_{b\in\mathcal{GP}(a)} P_{ab} \nabla W_{ab} m_b \tag{7.3}$$

Denklemde yeralan M toplam akışkan kütlesi, $\mathcal{FP}$ ise akışkan parçacıklarından oluşan grubu tanımlar. Yukarıdaki denklemde yeralan son terim ise tank tarafından akışkana uygulanan kuvvettir. Buradaki tüm akışkan parçacıkları üzerine toplam almak yerine tank cidarından 3h kadar mesafede olan tüm parçacıklar üzerine toplam alınır. Böyle yapılmaz ise $\mathcal{GP}(a)$ boş olurdu. Aşağıda verilen Şekil 7.10'da, söz konusu yapay bir basınç ölçer ve parçacıkların buna göre konumları gösterilmiştir.



Şekil 7.10 : Basınç ölçer yakınındaki parçacıklar. Lk=3h.

S ile adlandırılmış basınç ölçer civarında tank tarafından akışkana uygulanan kuvvet aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$F_s = \sum_{a \in S} \sum_{b \in \mathcal{GP}(S)} P_{ab} \nabla W_{ab} m_b \qquad \textbf{(7.4)}$$

Denklemde geçen S ve GP(S) yukarıdaki şekilde gösterilen iki farklı zonu ifade eder.

Çizelge 7.3 : %75 doluluk oranı için seçilmiş parametreler.

Parametre	N_p : 2,650,000	N_p : 250,000	N_p : 100,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0045 m	0.0100 m	0.0137 m
Düzeltme katsayısı	1.10	1.22	1.43
Düzeltme mesafesi	0.00495 m	0.0122 m	0.0196 m
Ses hızı	50 m/s	50 m/s	50 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Yapay	Yapay	Yapay
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

Çizelge 7.4 : %25 doluluk oranı için seçilmiş parametreler.

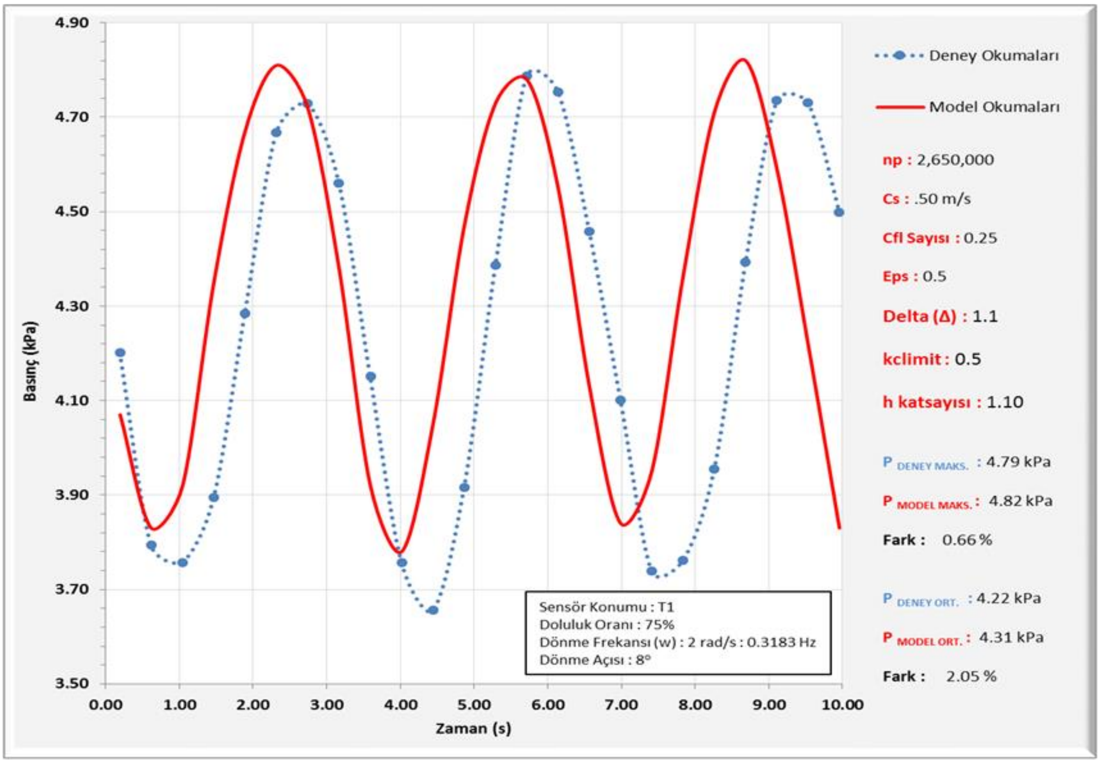
Parametre	N_p : 2,650,000	N_p : 250,000	N_p : 100,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0032 m	0.0075 m	0.0104 m
Düzeltme katsayısı	1.33	1.43	1.50
Düzeltme mesafesi	0.0043 m	0.0107 m	0.0156 m
Ses hızı	30 m/s	30 m/s	30 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Yapay	Yapay	Yapay
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

7.1.1.2 Sayısal benzeşim sonuçlarının yorumlanması

Yukarıdaki kısımda seçimi yapılan parametreler yardımı ile benzeşim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Deneysel çalışmaya ait yüksek çözünürlüklü ve hızlı kamera kayıtları mevcut olmadığından, fiziksel mukayese gerçekleştirilememiş; deneylerin ilk 10 saniyesine ait basınç okumaları ile sayısal benzeşim çalışması sonucu elde edilen değerler kıyaslanmıştır.

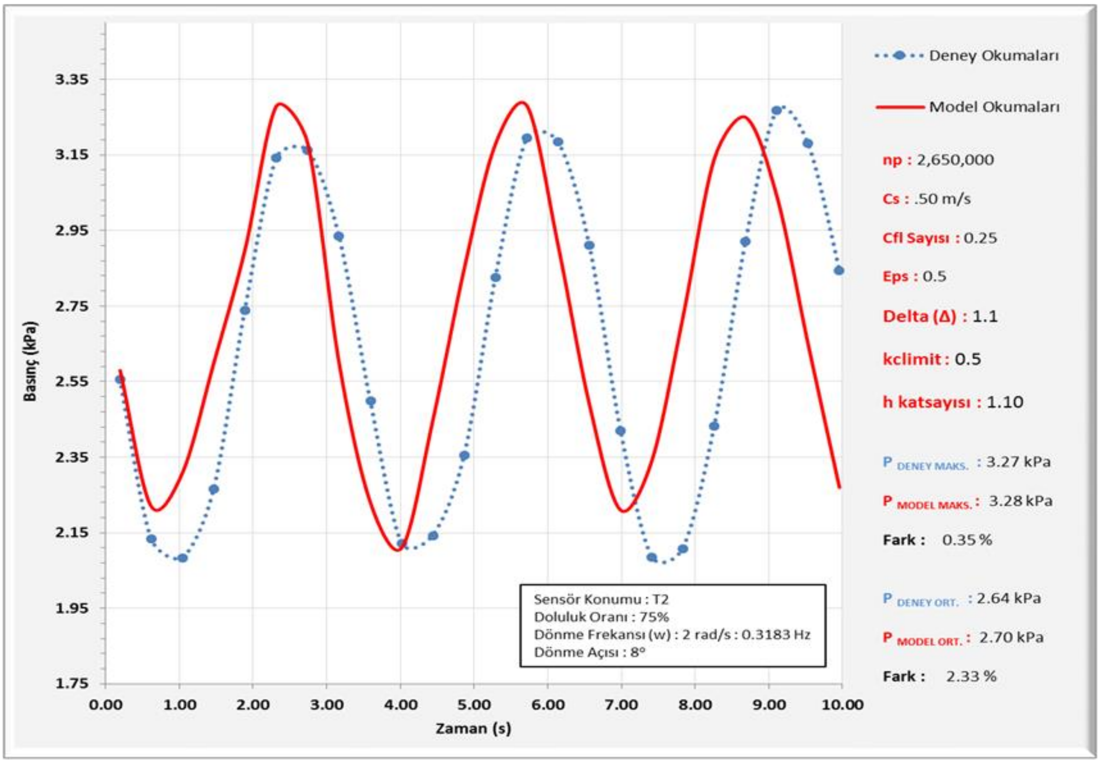
% 75 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

Şekil 7.11'de, sırası ile T_1, T_2 ve T_3 sensörlerine ait kıyaslamalar gösterilmektedir.

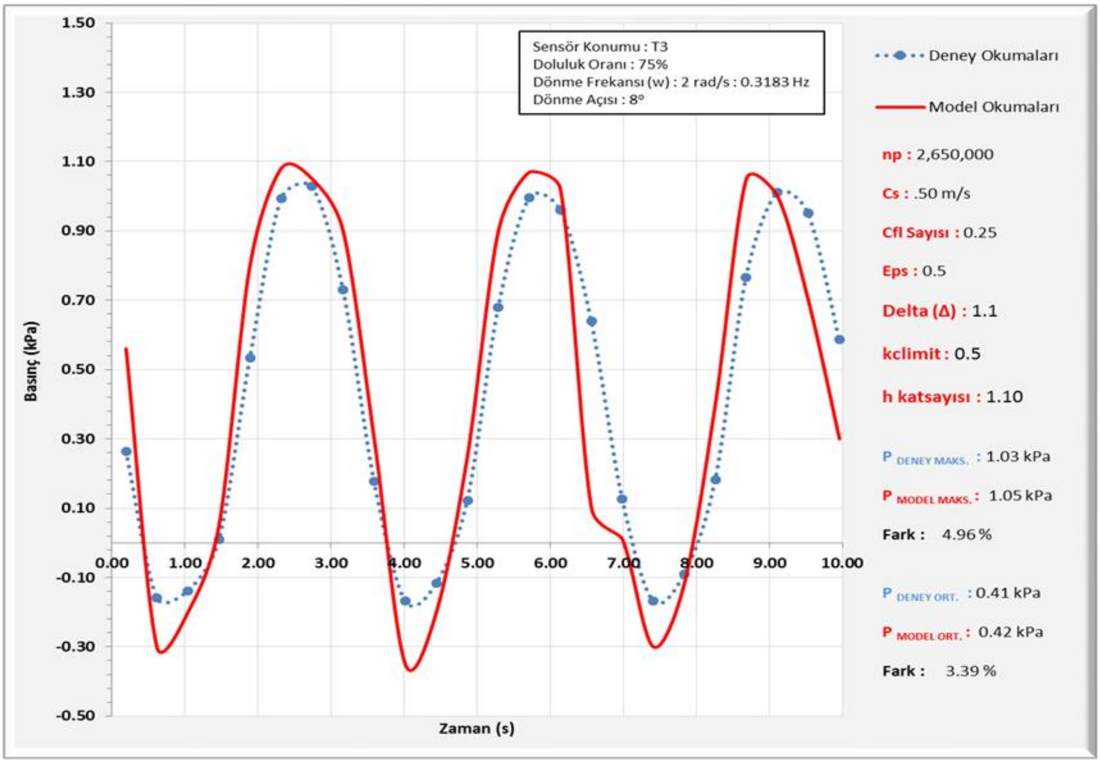


(a)

Şekil 7.11 : %75 doluluk oranındaki sonuçların karşılaştırılması.



(b)



(c)

Şekil 7.11 (devam) : %75 doluluk oranındaki sonuçların karşılaştırılması.

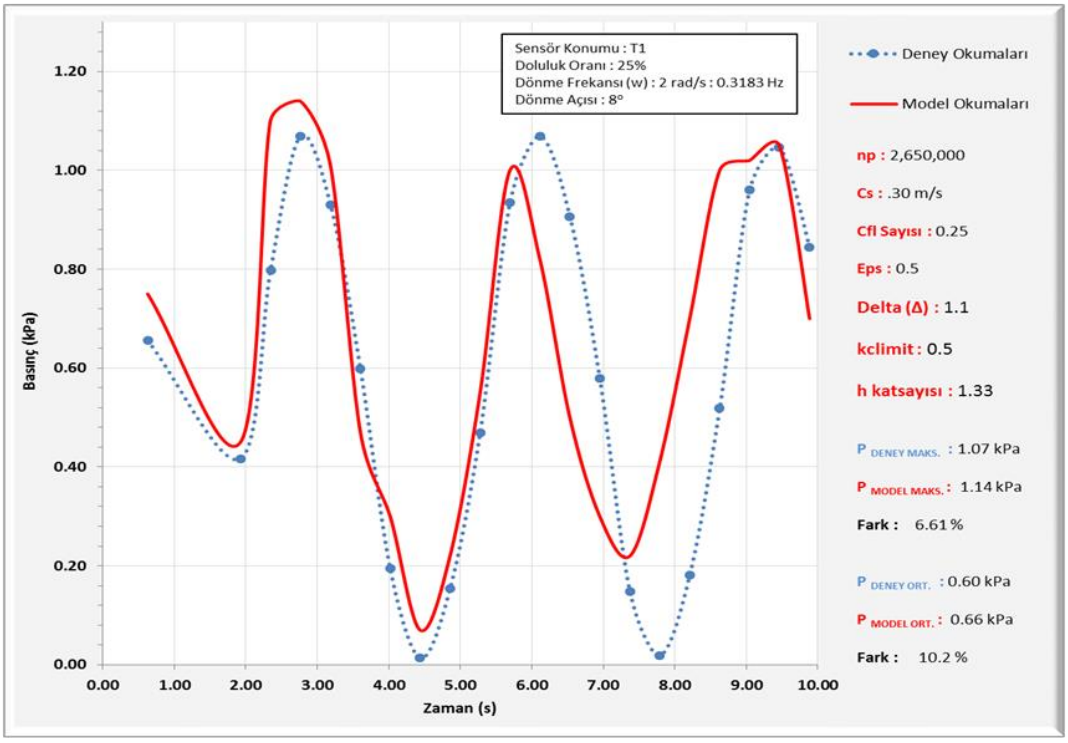
Sayısal benzeşim için seçilen parametrelerle yapılan çalışmanın sonuçlarının deneysel verilerle oldukça uyumlu oldukları görülmektedir. Deneyde ve sayısal benzeşim çalışması sonucunda elde edilen pik ve ortalama basınç değerleri arasındaki farklara bakıldığında en uzak değerde dahi farklar %5'in altında kalmıştır. Klasik DPH yönteminin en büyük eksikliği olan basınç alanındaki sayısal gürültü, probleme getirilen yeni yaklaşım ile aşılmıştır.

Çizelge 7.5 : %75 doluluk oranı ile yapılan çalışmanın özeti.

Sensör no	Parçacık Sayısı	P_{DENEY} ORTALAMASI	P_{MODEL} ORTALAMASI	P_{DENEY} MAKSİMUM	P_{MODEL} MAKSİMUM	Maksimum fark
T_1	2,650,000	4.22 kPa	4.31 kPa	4.79 kPa	4.82 kPa	2.05 %
T_2	2,650,000	2.64 kPa	2.70 kPa	3.27 kPa	3.28 kPa	2.33 %
T_3	2,650,000	0.41 kPa	0.42 kPa	1.03 kPa	1.05 kPa	4.96 %

% 25 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

%25 doluluk oranında T_1 sensörüne ait kıyaslamalar Şekil 7.12'de gösterilmektedir.



Şekil 7.12 : %25 doluluk oranındaki sonuçların karşılaştırılması.

Sayısal benzeşim için seçilen parametrelerle yapılan çalışmanın sonuçlarının deneysel verilerle oldukça uyumlu oldukları görülmektedir.

Deneyde ve sayısal benzeşim çalışması sonucunda elde edilen pik ve ortalama basınç değerlerine bakıldığında oldukça uyumlu oldukları görülmektedir. Farklı doluluk oranları ile gerçekleştirilen çalışmalar irdelendiğinde ise %25 doluluk oranı ile elde edilen çalışmaların deneysel sonuçlardan daha uzak olduğu açıkça görülmektedir. Tankın hareketi sırasında herhangi bir t anında kernel fonksiyonu içerisinde yeterli sayıda parçacık olmaması sorunun nedeni olabilir. Ancak çalışmalarda kullanılan bilgisayar donanımı, 3 boyutlu silindir tank probleminde daha çok parçacıkla çalışmaya izin vermemiştir.

Çizelge 7.6 : %25 doluluk oranı ile yapılan çalışmanın özeti.

Sensör no	Parçacık Sayısı	P_{DENEY} ORTALAMASI	P_{MODEL} ORTALAMASI	P_{DENEY} MAKSİMUM	P_{MODEL} MAKSİMUM	Maksimum fark
T_1	2,650,000	0.60 kPa	0.66 kPa	1.07 kPa	1.14 kPa	10.2 %

Literatür incelendiğinde, çalkantıya ait klasik DPH çözümlerinin çok işlemcili bilgisayarlar yardımı ile dahi günler sürdüğü ve çoğunlukla 2 boyutlu problemlere uyarlandığı açıkça görülebilir. Silindir tank için gerçekleştirilen bu çalışmada ise, çözümler saatler içinde hatasız olarak tamamlanabilmiş ve tüm çözümler 3 boyutta gerçekleştirilmiştir. Bu durum, matematik işlemcisi olarak grafik kartının kullanılmasının ne denli doğru bir seçim olduğunu göstermektedir.

%25 ve %75 doluluk oranına sahip silindir biçimli tankın, sayısal benzeşim çalışması sonucu elde edilen değerlerin, Paraview yazılımında işlenmesi ile yakalanmış görüntüleri, 0.1 saniye aralıklar için EK kısmında verilmiştir. Söz konusu grafiklerde tankın ve içerisindeki akışkanın durumu gösterilmektedir.

7.1.1.3 Sonuçların istatistiksel olarak karşılaştırılması

Deneysel çalışma sonuçları ile sayısal değerler iki farklı istatistiksel büyüklük ile kıyaslanabilirler. Bu büyüklükler aşağıdaki denklemler ile tanımlanırlar.

$$A_r = \left(\frac{\sum_i \left(Var_i^{nümerik} \right)^2}{\sum_j \left(Var_j^{deneysel} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(7.5a)}$$

$$P_d = \left(\frac{\sum_i \left(Var_i^{nümerik} - Var_i^{deneysel}\right)^2}{\sum_j \left(Var_j^{deneysel}\right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(7.5b)}$$

Denklemde yeralan “Var” terimi o anda incelenmekte olan değişkeni ifade eder (hız,basınç vb.). İlk parametre olan A_r, deney ve sayısal çalışmaya ait sinyallerin genliğidir. Diğer parametre olan P_d ise, her iki sinyalin faz farkını ifade etmektedir. Deney ve sayısal sonuçlar arasında mükemmel bir benzerlik olabilmesi için $A_r \rightarrow 1$ ve $P_d \rightarrow 0$ olmalıdır. A_r büyüklüğünün 1’e, P_d büyüklüğünün ise 0’a en yakın olduğu durumlar en iyi olanlardır. Çizelge 7.7 ve 7.8’de, sırası ile %75 ve %25 doluluk oranlarında, N_p = 2,650,000 adet parçacık ile yapılan çalışma sonucunda basınç değerleri için elde edilen parametreler gösterilmektedir.

Çizelge 7.7 : %75 doluluk oranındaki çalışmaya ait istatistiksel değerler.

Sensör no	P_d	A_r
T_1	0.086	1.017
T_2	0.136	1.018
T_3	0.602	1.089

Çizelge 7.8 : %25 doluluk oranındaki çalışmaya ait istatistiksel değerler.

Sensör no	P_d	A_r
T_1	0.561	1.057

Yukarıdaki değerlerden de açıkça görülebileceği üzere serbest yüzeye yakın bir noktada hesap yapılırken faz farkı diğer hesap noktalarına nazaran oldukça büyük çıkmaktadır. Gaz cebi oluşumunun etkilerinin görülebileceği söz konusu noktalarda hesap yapılırken, tek fazlı çözüm yeterli olmamaktadır. Düşük doluluk oranları yada dalga kırılmalarının sık olduğu durumlar ile çalışırken, sıvı+gaz fazının birlikte ele alınabileceği, iki fazlı çözüme ihtiyaç olduğu ortaya konmuştur.

7.2 Dikdörtgen Biçimli Bir Tanktaki Sıvının Hareketi

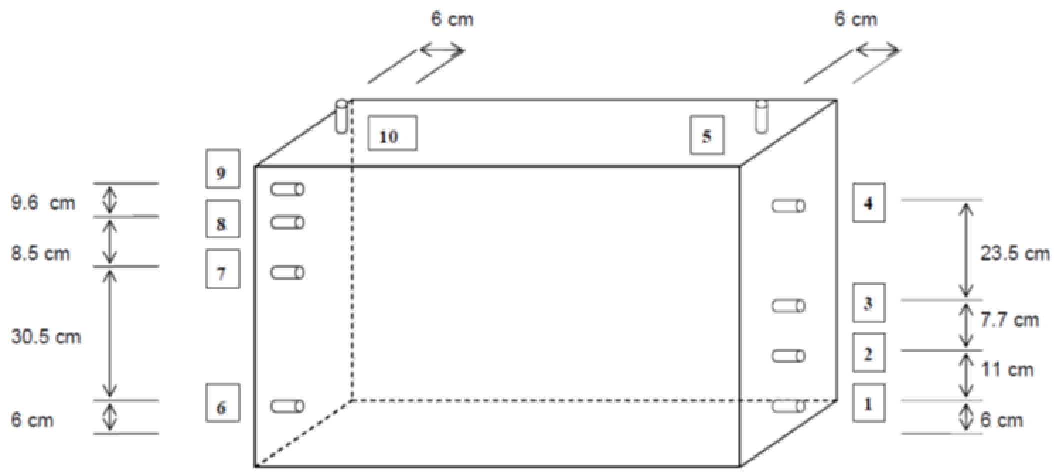
Sayısal modelin doğrulanmasına ilişkin bu ilk çalışma, Sn. Yrd.Doç.Dr. N.Erdem ÜNAL ve Sn. Prof.Dr. Hakan AKYILDIZ tarafından dikdörtgen biçimli bir tank için gerçekleştirilmiş çalkantı deneylerine dayanmaktadır [69]. Bu başlık altında ele alınmakta olan deneysel çalışma, literatürde oldukça çok atıf almaktadır. Sayısal doğrulama çalışmaları kapsamında söz konusu deneysel çalışmada ele alınmış olan

%25 ve %75 doluluk oranları incelenmiştir. Çalışma için seçilen dönme açısı 8^o, tankın hareketine ait frekans ise w = 2 r/s = 0.3183 Hz'dir.

7.2.1 Deneysel çalışmanın detayları

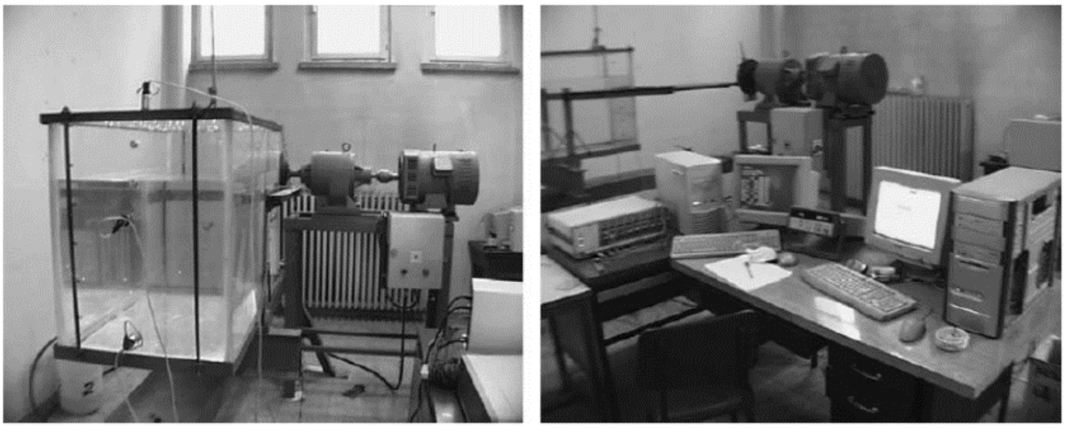
Bu deneysel çalışma kapsamında dikdörtgen biçimli bir tanktaki sıvının meydana getirdiği çalkantı hareketinin etkileri 3 boyutlu olarak incelenmiştir. Deneysel çalışma kapsamında, seçilen eksen etrafındaki dönme hareketinin tanktaki sıvıya olan etkileri ele alınmıştır. İnceleme kapsamında birçok farklı konfigürasyon irdelenmiştir. Çalışmalar kapsamında kullanılan dikdörtgen tank, akrilikten imal edilmiş olup 92x62x46 cm boyutundadır.

Deneysel çalışmalar tanktaki çeşitli perdeli durumlara göre de yapılmış olup, sayısal benzeşim çalışmaları perdesiz hal için gerçekleştirilmiştir. Tank çeperinde meydana gelen basınç değerlerini ölçebilmek amacıyla tanka toplam 9 adet basınç ölçer yerleştirilmiştir. Şekil 7.13'de, söz konusu tankın geometrisi ve basınç ölçerlerin konumları gösterilmektedir.



Şekil 7.13 : Tank geometrisi ve basınç ölçerlerin konumları.

Deneysel çalışma kapsamında dönme hareketinin sağlanması için 15 kW gücünde bir DC motordan yararlanılmıştır. Deneyler 9 farklı tank konfigürasyonunda gerçekleştirilmiş olup, gerçekleştirilmiş toplam deney sayısı 145'dir. Söz konusu deneyler 2 dakikalık dilimler için gerçekleştirilmiş olup, deney verileri Agilant 34970 A otomatik veri sistemi ile kaydedilmiştir. Şekil 7.14'de, deney düzeneği gösterilmektedir.

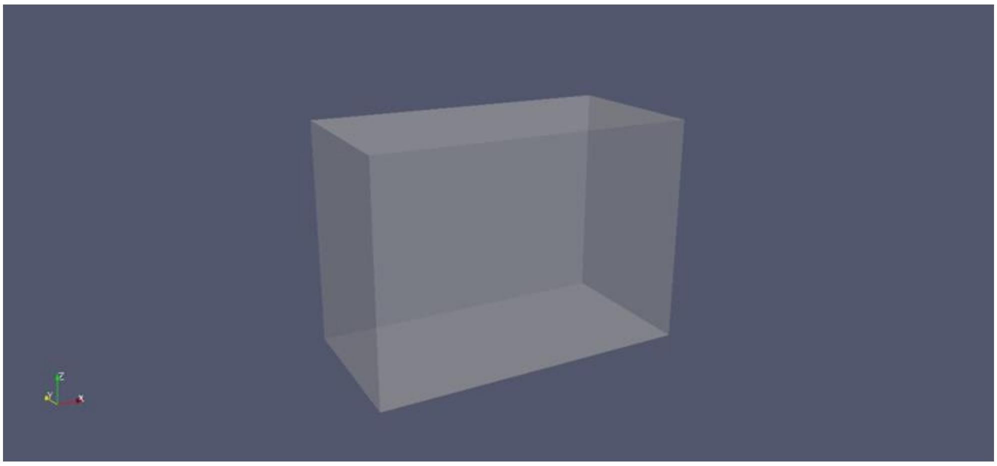


Şekil 7.14 : Dikdörtgen tank deneyine ait düzenek.

Tank içerisindeki sıvının hareketi esnasında dört farklı dalga tipinin de görülmesi mümkündür. Çalkantı hareketinin ne kadar etkili olacağı, tankın geometrisine, içerisindeki suyun derinliğine ve tankın hareketine bağlıdır. Çalışma kapsamında dönme açısı olarak 4^o ve 8^o; doluluk oranı olarak %25,%50 ve %75 ile çeşitli dönme frekansları incelenmiştir. Sayısal modelin doğrulama çalışmaları, toplam 2 dakika süren deneylerin ilk 10 sn'lik kısımlarını kapsamaktadır.

7.2.2 Sayısal modelin oluşturulması

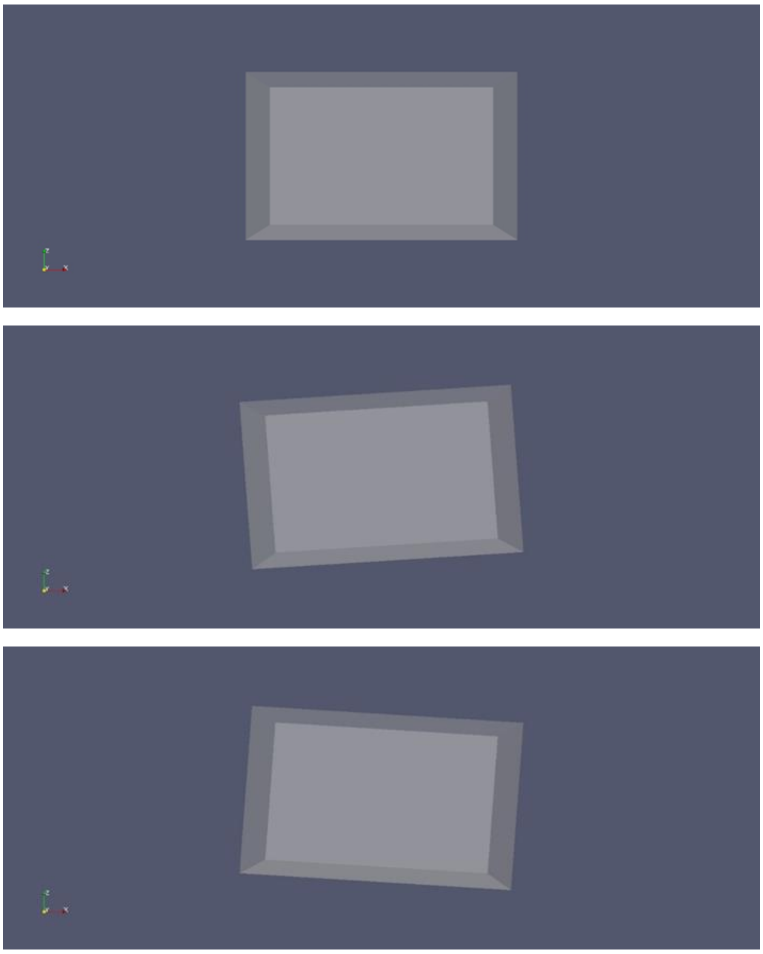
Bir önceki kısımda da bahsedildiği üzere sayısal modelin doğrulama çalışmaları kapsamında perdesiz tank durumu ele alınmıştır. Çalışmalar doluluk oranı %25 ve %75 için gerçekleştirilmiş olup incelenen durumlardaki dönme açısı 8^o'dir. Model çalışmaları kapsamındaki ilk iş, deneyde kullanılan tankın 3 boyutlu modelinin hazırlanması olmuştur. Şekil 7.15'de söz konusu model gösterilmektedir.



Şekil 7.15 : Dikdörtgen tankın üç boyutlu sayısal modeli.

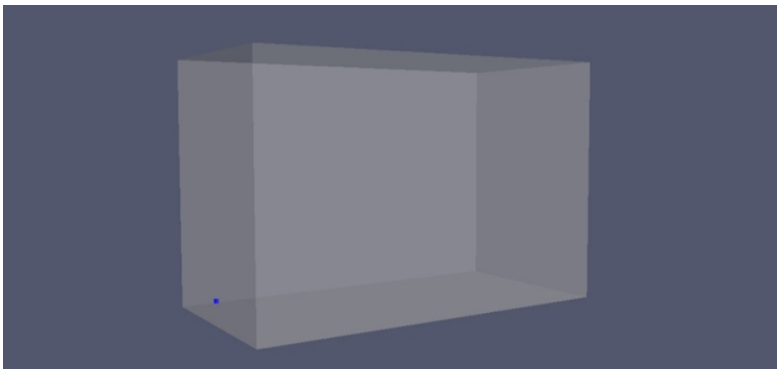
Sayısal modeldeki geometrinin, başlangıç ve sınır şartlarının tanımlanması hazırlanan XML formatındaki dosyalar yardımı ile gerçekleştirilmiş olup, çalışmalarda kullanılan dosyalar ekler kısmında verilmektedir. Yapılan sayısal çalışmalarda basınç değerleri 6, 7 ve 8 nolu basınç ölçerler için elde edilmişlerdir. Yapılan hesapların karmaşıklığı ve çok fazla işlem gücü gerektirmesinden dolayı söz konusu basınç ölçer konumlarındaki sayısal basınç değerleri tek bir benzeşim çalışması sonucunda elde edilememişlerdir. Aynı konfigürasyon ele alınsa da 3 farklı sensöre ait değerlerin elde edilmesi için benzeşim çalışmaları 3 kez tekrarlanmıştır. Sayısal model çalışmaları kapsamında deneysel verilere en çok yaklaşılabilecek konfigürasyonun belirlenmesi amaçlanmaktadır. Elde edilecek sonuçlar sayısal modelin gücü hakkında da bizi aydınlatacaktır.

Sayısal modelin oluşturulmasındaki bir diğer adım ise tank hareketlerinin tanımlanması olmuştur. Tanımlanmış hareketler Şekil 7.16'da gösterilmektedir.



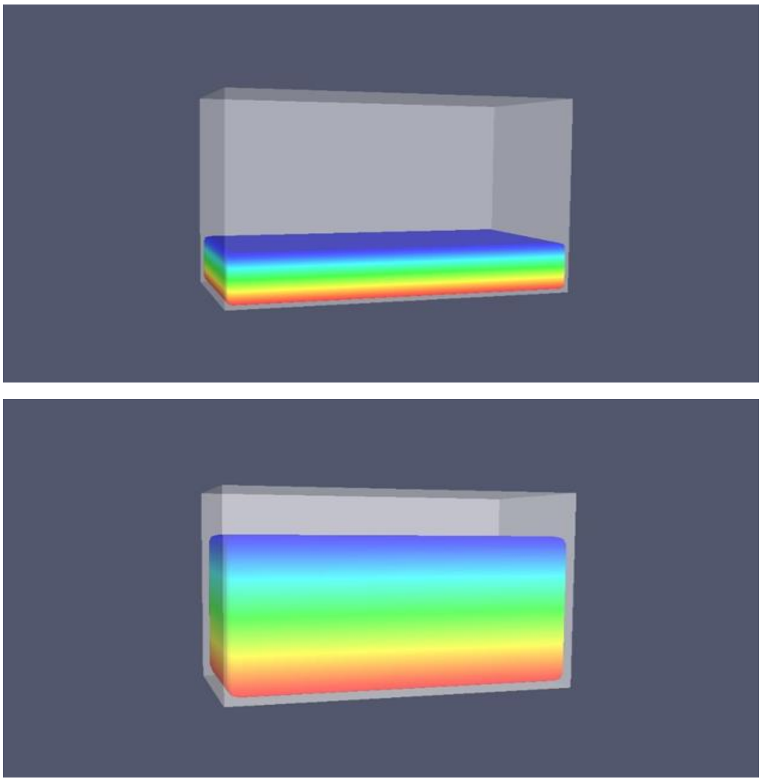
Şekil 7.16 : Farklı zaman dilimlerinde dikdörtgen prizma tankın konumları.

Yukarıda verilmekte olan şekilde farklı t zamanlarında tankın konumu gösterilmektedir. Tank, tanımlanmış olan eksen etrafında dönme açısı 8^{o} ve $f = 0.3183\ Hz$ olacak şekilde hareket ettirilmektedir. Çalkantıya ait sayısal benzeşim çalışmalarındaki önemli adımlardan bir tanesi de hareketli katı cidar üzerinde yeralan bir noktadaki basınç değişimlerinin sayısal olarak elde edilmesidir. 6 nolu basınç ölçerin modeldeki yerleşimi Şekil 7.17'de gösterilmektedir.



Şekil 7.17 : Dikdörtgen tankta tanımlanmış basınç sensörünün konumu.

Yukarıdaki kısımlarda da bahsedildiği üzere iki farklı doluluk oranı ile çalışılmıştır. Başlangıç konumunda tank ve statik haldeki sıvıda basınç dağılımları Şekil 7.18'de gösterilmektedir.



Şekil 7.18 : İki farklı doluluk oranına ait başlangıç halleri.

Gerçekleştirilen sayısal çalışmalarda sınır koşulu olarak bir noktada sabit hayalet parçacıklar yaklaşımı kullanılmıştır. Söz konusu yaklaşımın ayrıntıları δ-DPH yöntemine ait Bölüm-4'de detaylı olarak anlatılmaktadır.

7.2.2.1 DPH parametrelerinin seçimi

Bir önceki bölümde incelenen silindir tank problemine ait duyarlılık analizi çalışması sonucunda elde edilen parametreler, dikdörtgen tanka ait problemde aynen kullanılmıştır. Bu yaklaşımla amaçlanan, benzer parametrelerin kullanımının çalkantı problemine ait farklı geometrilerde uygunluğunun sınanabilmesidir. Çizelge 7.9'da söz konusu parametre seçimleri gösterilmiştir.

Çizelge 7.9 : %75 doluluk oranındaki sayısal çalışmanın parametreleri.

Parametre	**N_p : 2,650,000**	**N_p : 250,000**	**N_p : 100,000**
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0043 m	0.0095 m	0.0130 m
Düzeltme katsayısı	1.10	1.22	1.43
Düzeltme mesafesi	0.00473 m	0.0116 m	0.0186 m
Ses hızı	45 m/s	45 m/s	45 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Yapay	Yapay	Yapay
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

Yukarıdaki çizelgeden de görülebileceği üzere parçacık sayısı aynı olarak alınmasına rağmen, ele alınan geometriye bağlı olarak parçacıklar arası mesafe her probleme özgüdür.

Her probleme özel olan bir diğer parametre de ses hızı değeridir. Sensörlerin sıvı serbest yüzeyine göre olan konumları silindir tanktakine benzemekte olup, aynı düzeltme katsayıları ile çalışılmıştır.

Çizelge 7.10 : %25 doluluk oranındaki sayısal çalışmanın parametreleri.

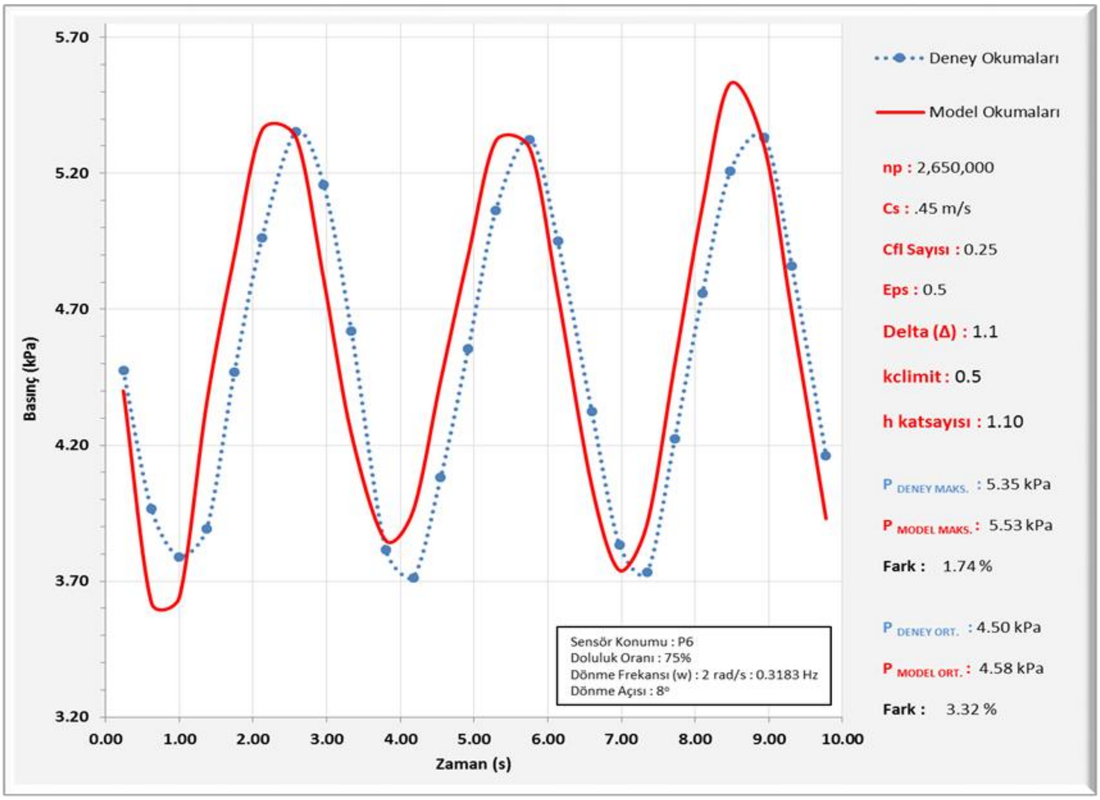
Parametre	**N_p : 2,650,000**	**N_p : 250,000**	**N_p : 100,000**
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0032 m	0.0068 m	0.0092 m
Düzeltme katsayısı	1.33	1.43	1.50
Düzeltme mesafesi	0.0043 m	0.0097 m	0.0138 m
Ses hızı	25 m/s	25 m/s	25 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Yapay	Yapay	Yapay
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

7.2.2.2 Sayısal benzeşim sonuçlarının yorumlanması

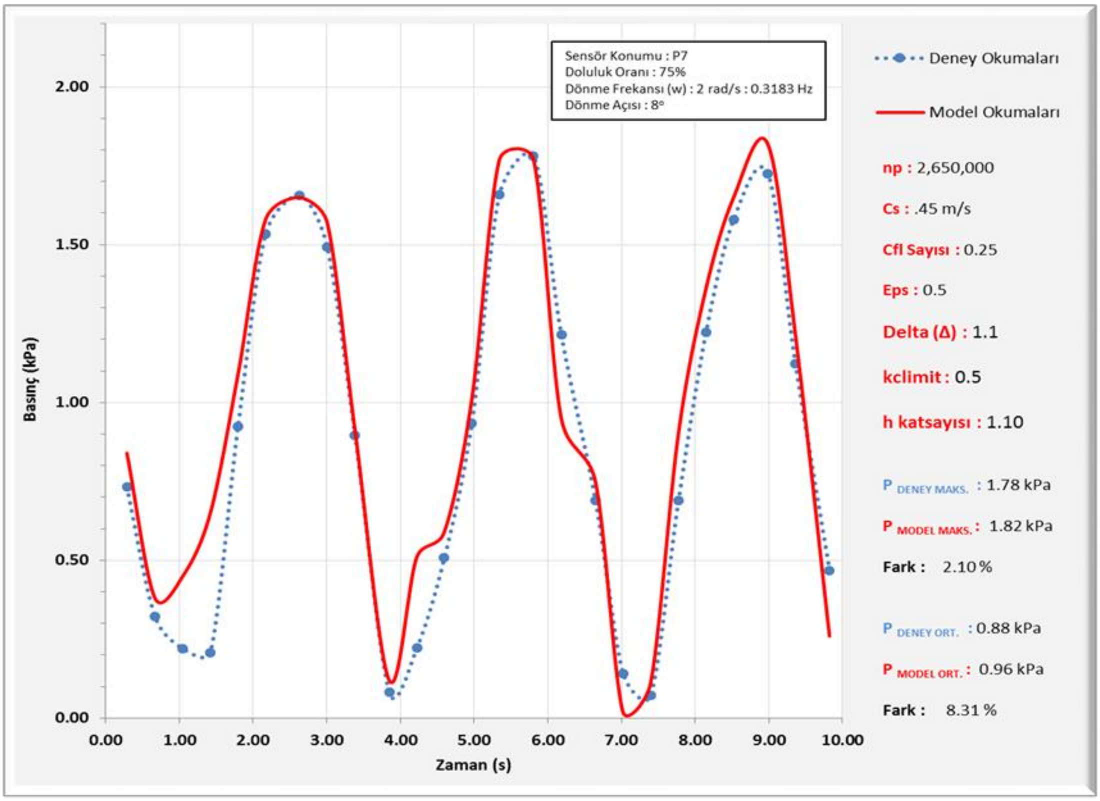
Dikdörtgen tank için gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmaya karşı gelen ilk 10 saniye, sayısal olarak modellenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda elde edilen bulgular aşağıda irdelenmektedir.

% 75 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

%75 doluluk oranına sahip dikdörtgen tank için N_p = 2,650,000 adet parçacık ve yukarıdaki çizelgede verilmekte olan parametreler yardımı ile sayısal benzeşim çalışması gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışma neticesinde elde edilen sayısal basınç değerleri karşılaştırmalı olarak Şekil 7.19'da gösterilmektedir.

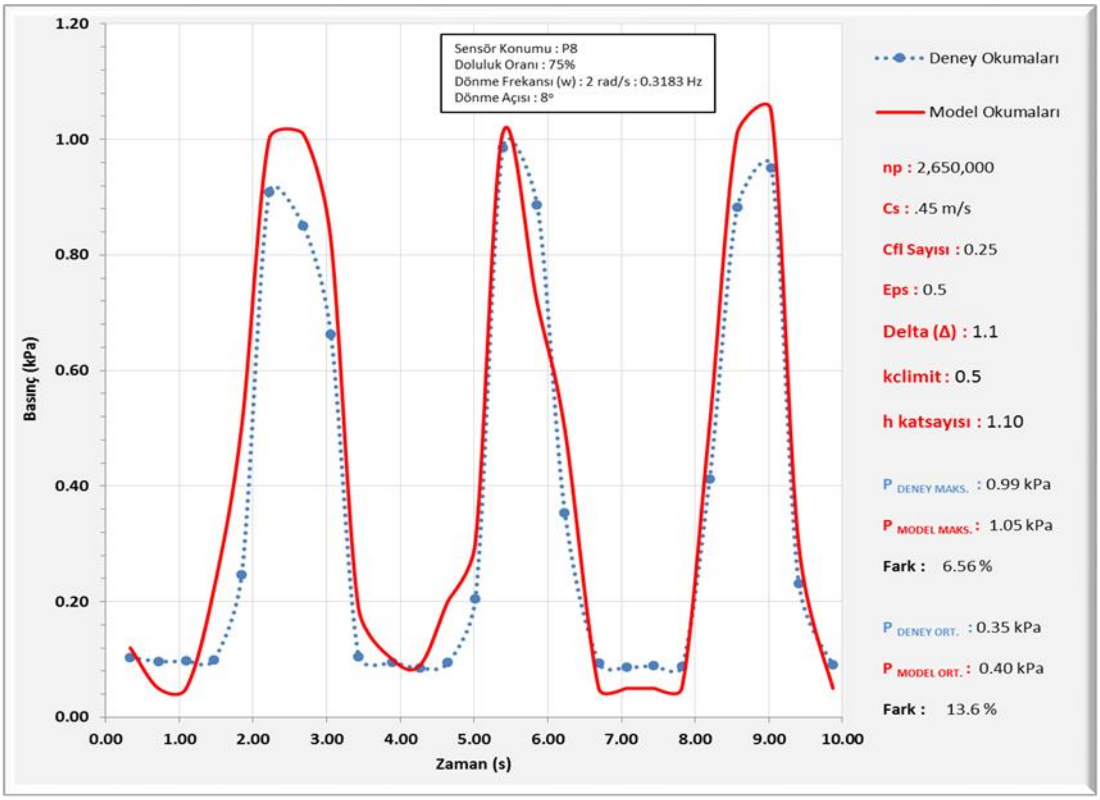


(a)



(b)

Şekil 7.19 : %75 doluluk oranında sırasıyla P_6, P_7 ve P_8'deki sonuçlar.



(c)

Şekil 7.19 (devam) : %75 doluluk oranında sırasıyla P_6, P_7 ve P_8'deki sonuçlar.

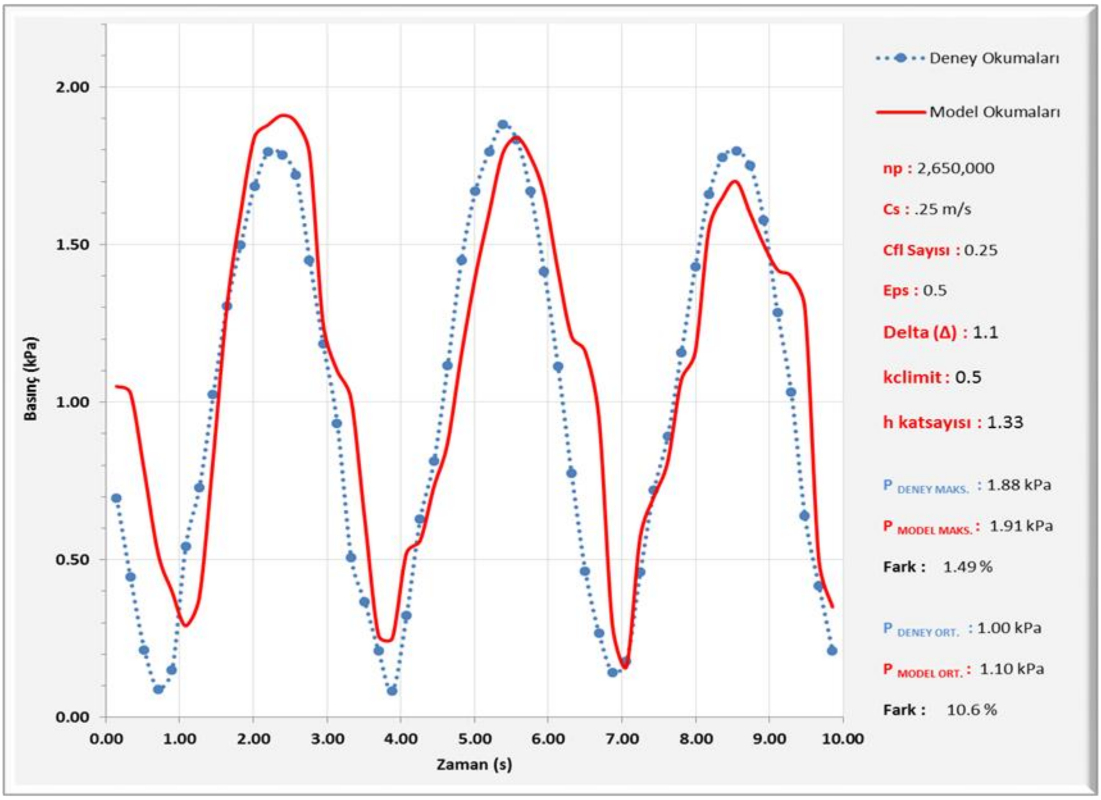
Sayısal benzeşim için seçilen parametrelerle yapılan çalışmaya ait sonuçların, deneysel verilerle oldukça uyumlu oldukları görülmektedir. Deneyde ve sayısal benzeşim çalışması sonucunda elde edilen pik ve ortalama basınç değerler arasındaki farklara bakıldığında en uzak değer de dahi farklar %5'in altında kalmıştır. Klasik DPH yönteminin en büyük eksikliği olan basınç alanındaki sayısal gürültü, probleme getirilen yeni yaklaşım ile aşılmıştır.

Çizelge 7.11 : %75 doluluk oranı ile yapılan çalışmanın özeti.

Sensör no	Parçacık Sayısı	P_{DENEY} ORTALAMASI	P_{MODEL} ORTALAMASI	P_{DENEY} MAKSİMUM	P_{MODEL} MAKSİMUM	Maksimum fark
P_6	2,650,000	4.50 kPa	4.58 kPa	5.35 kPa	5.58 kPa	3.32 %
P_7	2,650,000	0.88 kPa	0.96 kPa	1.78 kPa	1.82 kPa	8.31 %
P_8	2,650,000	0.35 kPa	0.40 kPa	0.99 kPa	1.05 kPa	13.60 %

% 25 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

Şekil 7.20’de, P_6 sensörüne ait kıyaslamalar gösterilmektedir.



Şekil 7.20 : %25 doluluk oranında P_6’daki sonuçlar.

Deneyde ve sayısal benzeşim çalışması sonucunda elde edilen pik ve ortalama basınç değerlerine bakıldığında oldukça uyumlu oldukları görülmektedir.

Farklı doluluk oranları ile gerçekleştirilen çalışmalar irdelendiğinde ise %25 doluluk oranı ile elde edilen çalışmaların deneysel sonuçlardan daha uzak olduğu görülmektedir. Tankın hareketi sırasında herhangi bir t anında kernel fonksiyonu içerisinde yeterli sayıda parçacık olmaması sorunun nedeni olabilir. Ancak çalışmalarda kullanılan bilgisayar donanımı, 3 boyutlu tank probleminde daha çok parçacıkla çalışmaya izin vermemiştir.

Çizelge 7.12 : %25 doluluk oranı ile yapılan çalışmanın özeti.

Sensör no	**Parçacık Sayısı**	P_{DENEY} ORTALAMASI	P_{MODEL} ORTALAMASI	P_{DENEY} MAKSİMUM	P_{MODEL} MAKSİMUM	**Maksimum fark**
P_6	2,650,000	1.00 kPa	1.10 kPa	1.88 kPa	1.95 kPa	10.6 %

%25 ve %75 doluluk oranına sahip dikdörtgen biçimli tankın, sayısal benzeşim çalışması sonucu elde edilen değerlerin, Paraview yazılımında işlenmesi ile yakalanmış görüntüleri, 0.1 saniye aralıklar için EK kısmında verilmiştir. Söz konusu grafiklerde tankın ve içerisindeki akışkanın durumu gösterilmektedir.

7.2.2.3 Sonuçların istatistiksel olarak karşılaştırılması

Silindir tankta olduğu gibi, dikdörtgen tank ile yapılan çalışmalar sonucunda elde edilen deneysel ve sayısal büyüklükler istatistiksel olarak karşılaştırılmışlardır. Aşağıdaki çizelgede söz konusu parametreler verilmektedir.

Çizelge 7.13 : %75 doluluk oranındaki çalışmaya ait istatistiksel değerler.

Sensör no	P_d	A_r
P_6	0.060	1.013
P_7	0.260	1.054
P_8	0.559	1.117

Çizelge 7.14 : %25 doluluk oranındaki çalışmaya ait istatistiksel değerler.

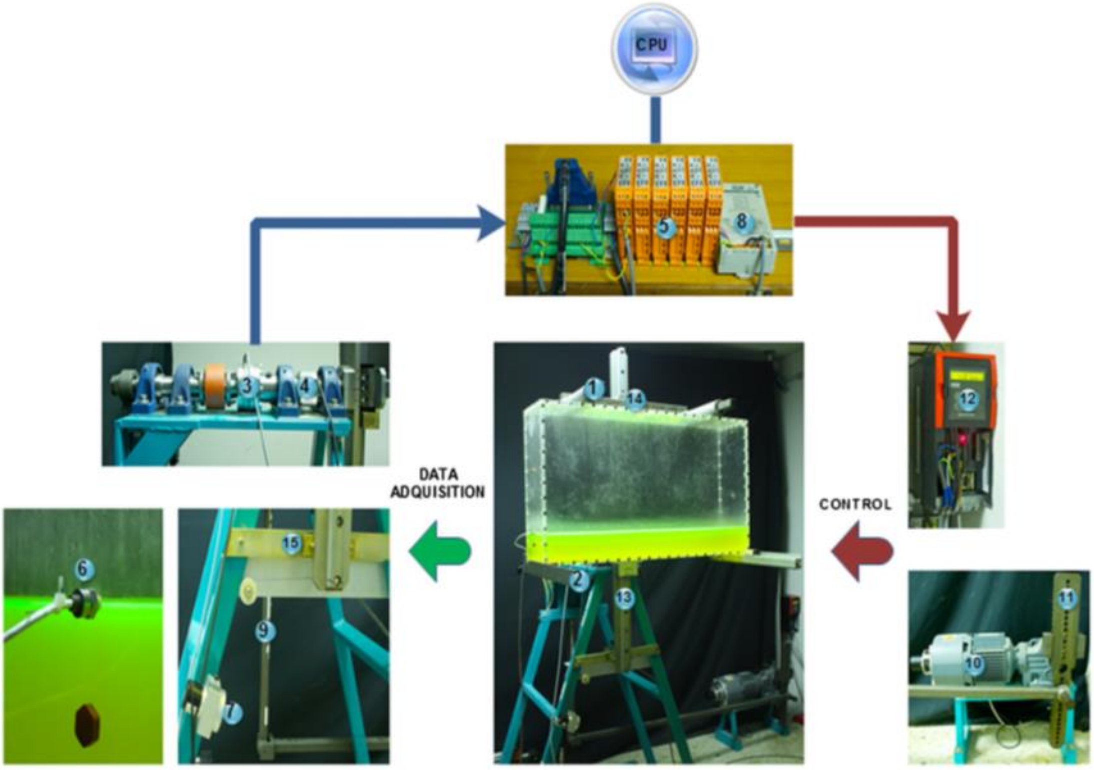
Sensör no	P_d	A_r
P_6	0.162	1.055

Yukarıdaki değerlerden de açıkça görülebileceği üzere bir önceki silindir problemine benzer şekilde, serbest yüzeye yakın bir noktada hesap yapılırken faz farkı diğer hesap noktalarına nazaran oldukça büyük çıkmaktadır. Dikdörtgen tankın %25 doluluk oranına ait sonuçları silindir tank sonuçlarına nazaran deneye daha yakın çıkmıştır. Bu durum silindir tankın perdeli, dikdörtgen tankın ise perdesiz hal için incelenmiş olmasından kaynaklanabilir. Dikdörtgen tanka ait geometri silindire nazaran daha az karmaşıktır. Dikdörtgen tank için elde edilen sayısal sonuçlar da, serbest yüzeye yakın yerdeki çözümlerin iki fazlı yapılması gerektiğini ortaya koymaktadır.

7.3 Madrid Politeknik Üniversitesi'nde Gerçekleştirilmiş Çalkantı Deneyi

Tez çalışmasının bu kısmında,.Prof.Dr. A.Souto İglesias tarafından Madrid Politeknik Üniversitesi'nde dikdörtgen biçimli bir tank için gerçekleştirilmiş çalkantı deneyi sonuçları sayısal modelin doğrulanması amacıyla kullanılmıştır [179]. Doğrulama çalışmalarının ilk kısmında yeralan ve Yrd.Doç.Dr. N.Erdem ÜNAL ile Prof.Dr.Hakan Akyıldız tarafından gerçekleştirilmiş deneysel çalışma ile büyük benzerlik göstermekte olup, farklı olarak bu çalışmanın yüksek çözünürlüklü kamera kayıtları mevcuttur. Saniyede 300 kare çekim yapabilen bu kameralarla elde edilen görüntüler, sayısal model ile elde edilenlerle karşılaştırılmış ve çalkantıya ait sayısal sonuçların gerçek fiziksel özellikler ile ne kadar uyumlu oldukları araştırılmıştır.

Bu deneyde ele alınan tank, kırılan dalgalar ve rezonans halinin sıklıkla görüldüğü az doluluk oranı ile, etkileri daha çok tank tavanında gözlenen yüksek doluluk oranı için incelenmiştir. İncelenen tank geometrisi 138,000 m^3 kapasiteli bir LNG tankının 1:60 ölçekli modelidir. Çalışmada kullanılan toplam 3 farklı tank boyutu vardır. Tank ölçüleri olan, boy ve yükseklik tüm seçeneklerde sabit tutulmuş olup tankın genişliği için 3 farklı değer kullanılmıştır. İncelenen tankın uzunluğu 900 mm, yüksekliği ise 520 mm'dir. Genişlik olarak ise sırası ile 31 mm, 62 mm ve 124 mm değerleri kullanılmıştır. Söz konusu deneyler su, yağ ve gliserin olmak üzere viskoziteleri farklı olan 3 farklı akışkan için gerçekleştirilmiştir. İncelenen deneyin ayrıntılarının anlatıldığı makalede de bahsedildiği üzere, deney düzeneği İTÜ'de gerçekleştirilmiş çalışmaya oldukça benzemektedir [69]. Şekil 7.21'de söz konusu deney düzeneği gösterilmiştir.



Şekil 7.21 : Madrid Üniversitesi'nde gerçekleştirilmiş deneye ait düzenek.

Çalışmalarda kullanılan tank, pleksiglastan imal edilmiş olup yan duvarları için vidalı bir sistem kullanılmıştır. Bunun yardımı ile üç farklı tank genişliğinin tek bir düzenekle kullanılması mümkün olmuştur. Yüksek çözünürlüklü video kaydının hareketin başlaması ile eş zamanlı olarak kayda girebilmesi için optik bir led düzeneği kurulmuştur. Tankın ilk hareketi saat yönünün tersine olacak şekilde başlamaktadır. Basınç ölçer olarak 5 mm çapta mini XTEL-190 (M) modeli kullanılmıştır. Gerçekleştirilen deneylerde tank, doluluk oranı %18 ile %70 ve dönme açısı 4^{o} için incelenmiştir. Dönme hareketinin periyodu olarak ise, hesaplanan ilk çalkantı periyodun 0.85 katı alınmıştır.

$$T_1 = 2\pi \left(\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\frac{\pi H}{L}\right)} \right)^{-1} \tag{7.6}$$

İncelenen konfigürasyonlarda %18 doluluk oranındaki su yüksekliği H=93 mm ve %70 doluluk oranındaki su seviyesi ise H=355.6 mm'dir. Çizelge 7.15'de, su ve yağ için iki farklı oranda periyod değerleri verilmiştir.

Çizelge 7.15 : Deney çalışmalarında kullanılan periyod değerleri.

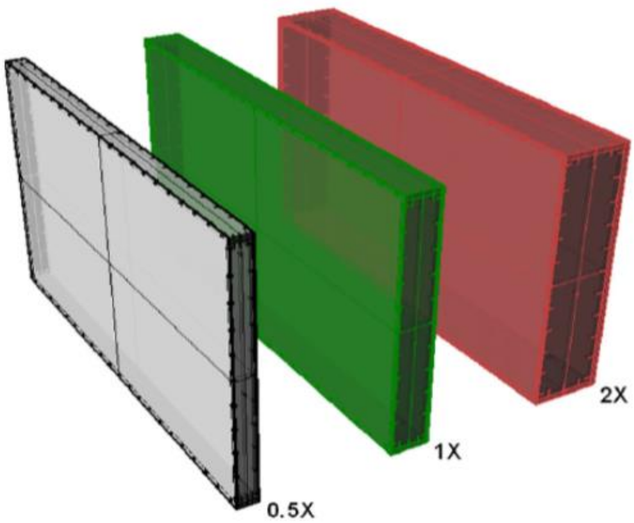
Akışkan	H (mm)	Doluluk Oranı	T_1 (s)	T/T_1
Su	93 mm	%18	1.919	0.85
Su	355.6 mm	%70	1.168	1.00
Yağ	93 mm	%18	1.919	0.80
Yağ	355.6 mm	%70	1.168	1.00

Deney çalışmasının sıfır anında tankın poziyonu yatay konumdadır. Tank içerisindeki sıvının yanal etkisinin incelenmesi için 93 mm doluluk seviyesi; tavandaki etkinin incelenmesi için ise 355.6 mm doluluk seviyesi kullanılmıştır. Deneylerde kullanılan sıvıların karakteristik özellikleri aşağıdaki çizelgede verilmekte olup, ρ sıvının özgül kütlesini, μ dinamik viskozitesini, ν kinematik viskozitesini, σ ise yüzey gerilmesini ifade eder.

Çizelge 7.16 : Deneyde kullanılan akışkanların karakteristikleri.

Akışkan	ρ	μ	ν	σ
Su	998	$8.94e^{-4}$	$8.96e^{-7}$	0.0728
Yağ	990	0.045	$5e^{-5}$	0.0330

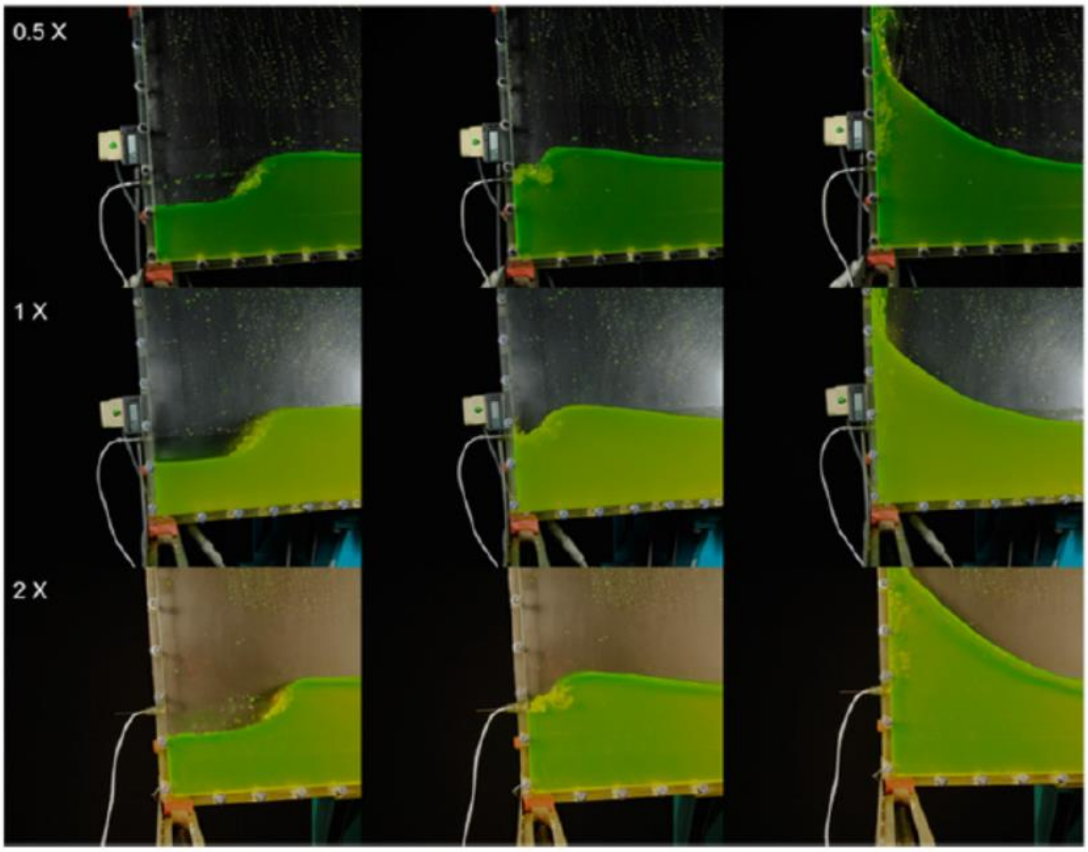
Tez çalışması kapsamında incelenen sayısal modellerde, bu iki doluluk oranı ve 62 mm tank genişliği kullanılmıştır. Deneylerde kullanılan tank genişlikleri ise Şekil 7.22'de gösterilmektedir.



Şekil 7.22 : Deneylerde kullanılan tank genişlikleri (1x = 62 mm).

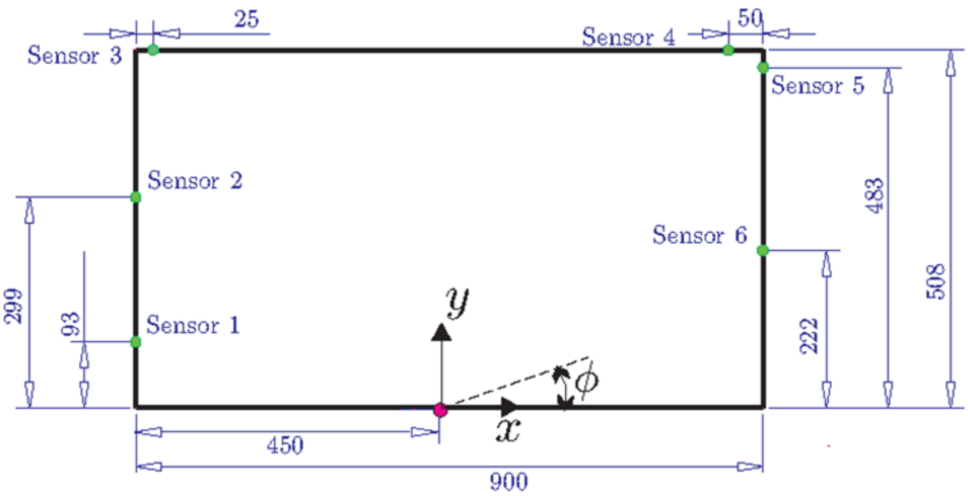
Yukarıdaki kısımda verilen kabuller ışığında deneyde kullanılan tankın salınım periyodları, su için %18 doluluk oranında 1.6295 s ve %70 doluluk oranında 1.1676 s olarak alınmıştır. Yağ için ise %18 doluluk oranında 1.5353 s ve %70 doluluk oranında

1.1676 s olarak alınmıştır. Her üç su dolu tank için gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmalarda elde edilmiş ilk dalga etkisine ait görüntüler Şekil 7.23'de gösterilmektedir.



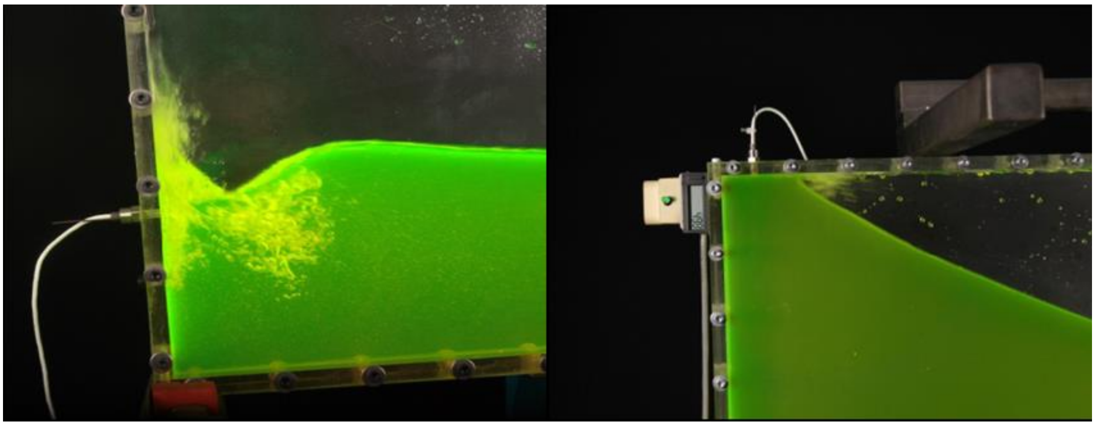
Şekil 7.23 : Farklı tank genişliklerinde gözlenen ilk çarpma etkisi.

Deneysel çalışmalar kapsamında 6 adet basınç ölçer kullanılmıştır. Söz konusu basınç ölçerlerin konumları Şekil 7.24'de gösterilmektedir.



Şekil 7.24 : Tank geometrisi ve basınç ölçer konumları.

Söz konusu gösterim iki boyutlu olup, basınç ölçerler farklı değerlerdeki tank genişlikleri için orta noktada bulunmaktadırlar. İlk oluşan yanal ve tavan etkisinde basınç sensörleri Şekil 7.25’de görülmektedir.



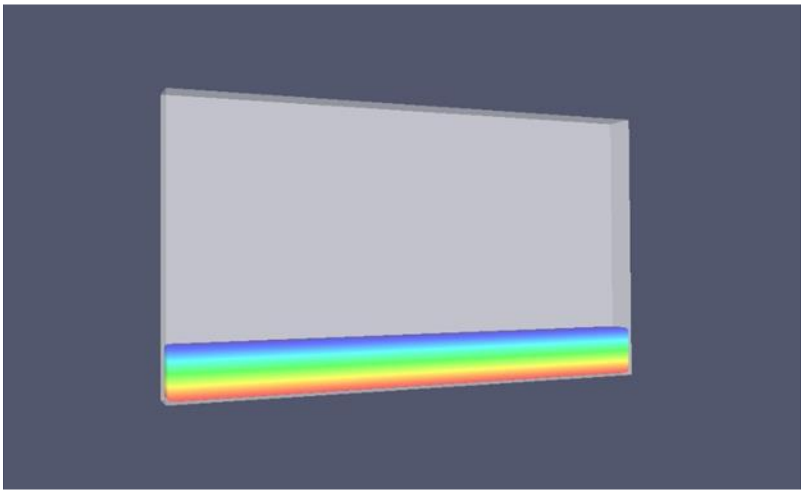
Şekil 7.25 : İlk çarpma etkisinde 1 ve 3 nolu basınç ölçerlerin görünümü.

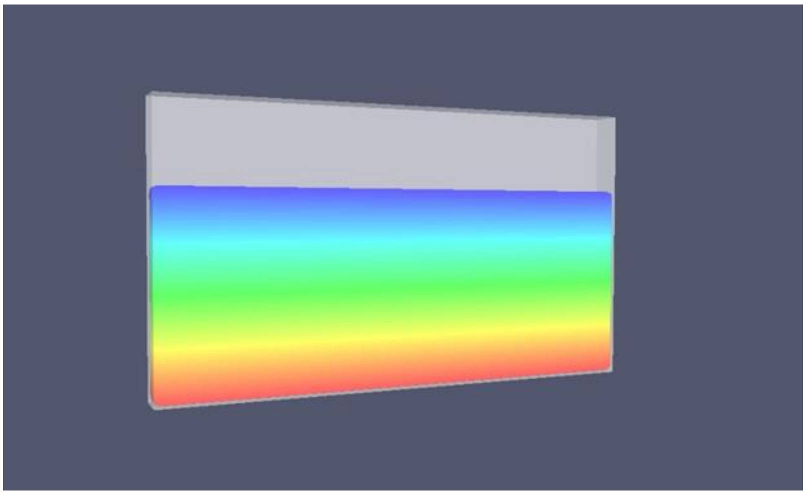
Çizelge 7.17 : Deneye ait büyüklükler.

Akışkan	**H (mm)**	**Doluluk Oranı**	**Tankın Salınım Periyodu**	**Frekans**
Su	93 mm	%18	1.6295 s	0.6137 Hz
Su	355.6 mm	%70	1.1676 s	0.8565 Hz
Yağ	93 mm	%18	1.5353 s	0.6513 Hz
Yağ	355.6 mm	%70	1.1676 s	0.8565 Hz

7.3.1 Sayısal modelin oluşturulması

Bir önceki kısımda da bahsedildiği üzere sayısal modelin doğrulama çalışmaları kapsamında, su ve yağ dolu tank durumları ele alınmıştır. Çalışmalar doluluk oranı %18 ve %70 için gerçekleştirilmiş olup, incelenen durumlardaki dönme açısı 4^{o}’dir. Model çalışmaları kapsamındaki ilk iş, deneyde kullanılan tankın 3 boyutlu modelinin hazırlanması olmuştur.

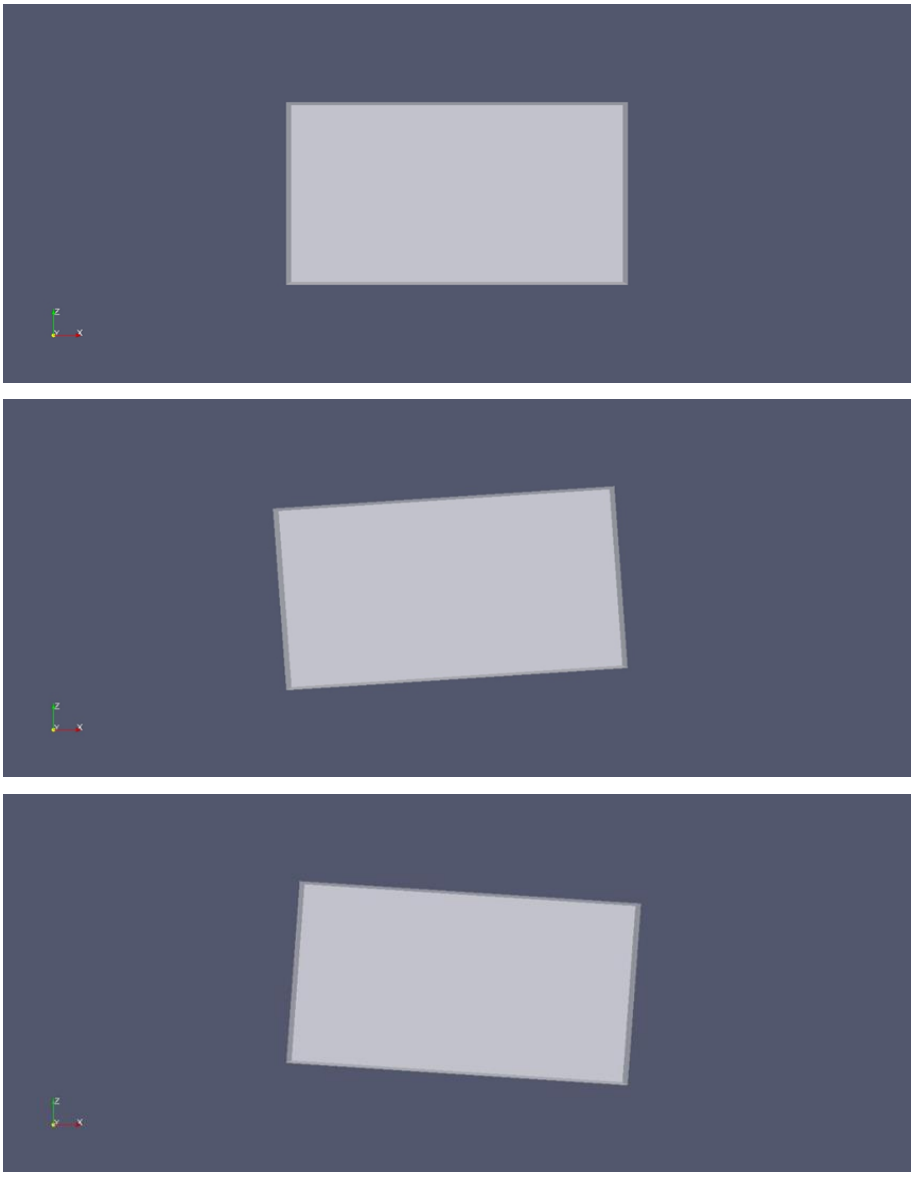




Şekil 7.26 : İki farklı doluluk oranına ait başlangıç durumları.

Yukarıdaki şekillerde, başlangıç konumunda tank ve durgun haldeki sıvıda basınç dağılımları gösterilmektedir. Sayısal model doğrulama çalışmalarının yeraldığı bu bölümün ilk başlığı altında benzer bir çalışmaya değinilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ile gerçek fiziksel değerler arasındaki, ilişki tartışılmıştı. Doğrulama çalışmalarında yararlanılan bu üçüncü deney her ne kadar ilk çalışma ile benzerlik arz etse de en önemli fark hızlı kamera görüntülerinin mevcut olmasıdır. Bu başlık altında su ve yağ için gerçekleştirilen çalışmalar yorumlanırken, sayısal basınç değerlerinin elde edilmesi yerine akışkanın anlık değişimlerinin gerçek fiziksel hareketle olan benzerliği üzerinde durulmuştur.

Deneye ait video kayıtları ile sayısal sonuçlar bu şekilde mukayese edildiklerinde dalga kırılması vb. olayların ne kadar gerçekçi benzetilebildiği de ortaya çıkmaktadır. Sayısal modelin oluşturulmasındaki bir sonraki adım, tank hareketlerinin tanımlanması olmuştur. Söz konusu tanımlanmış hareketler, Şekil 7.27’de gösterilmektedir.



Şekil 7.27 : Farklı zaman dilimlerinde dikdörtgen biçimli tankın konumları.

7.3.1.1 DPH parametrelerinin seçimi

Bu başlık altında, Madrid Üniversitesi'nde gerçekleştirilen deneysel çalışmanın sayısal olarak tekrarlanması aşamasında kullanılan parametrelerden bahsedilmektedir. Önceki iki çalışmadan farklı olarak bu deneye ait hızlı çekim video görüntüleri mevcuttur. Diğer çalışmalarla olan bir diğer fark ise, dalga kırılması ve çarpma etkilerinin incelenen durumlar için çok belirgin olmasıdır. Bu etkilerin fiziksel olarak tam benzetilebilmesi amacıyla bu çalışmada viskozite tanımlaması olarak Laminar+SPS seçeneği tercih edilmiştir. Bu seçim benzeşimin tamamlanması için gerekli olan zamanı arttırmış, ancak sıvının hareketlerinin deneydekine yaklaşmasını sağlamıştır.

Çizelge 7.18 : %70 doluluk oranındaki çalışma için seçilmiş değerler.

Parametre	N_p : 2,650,000	N_p : 250,000	N_p : 100,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0021 m	0.0044 m	0.0062 m
Düzeltme katsayısı	1.10	1.22	1.43
Ses hızı	40 m/s	40 m/s	40 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Laminer + SPS	Laminar + SPS	Laminer + SPS
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

Çizelge 7.19 : %18 doluluk oranındaki çalışma için seçilmiş değerler.

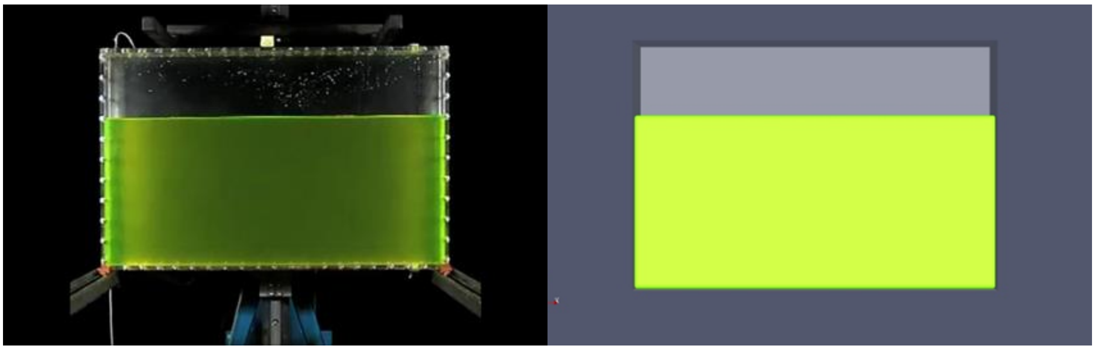
Parametre	N_p : 2,650,000	N_p : 250,000	N_p : 100,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0014 m	0.0032 m	0.0045 m
Düzeltme katsayısı	1.33	1.43	1.50
Ses hızı	20 m/s	20 m/s	20 m/s
Kernel fonksiyonu	Wendland	Wendland	Wendland
XSPH düzeltme katsayısı	0.50	0.50	0.50
CFL katsayısı	0.25	0.25	0.25
Zamansal integrasyon algoritması	Simplektik	Simplektik	Simplektik
Viskozite tanımı	Laminer + SPS	Laminer + SPS	Laminer + SPS
Delta-SPH basınç düzeltmesi	Evet	Evet	Evet

7.3.1.2 Sayısal benzeşim sonuçlarının yorumlanması

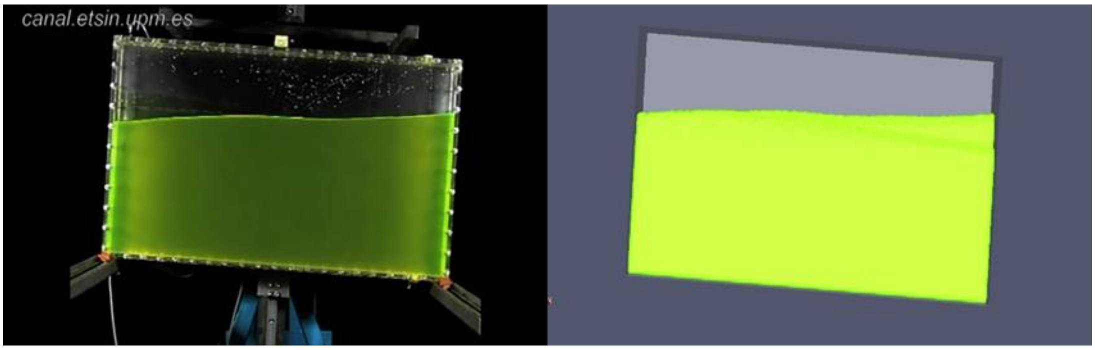
İncelenen tank için gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmaya karşı gelen ilk “3” saniye, sayısal olarak modellenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda elde edilen bulgular aşağıda irdelenmektedir.

% 70 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

%70 doluluk oranına sahip dikdörtgen tank için N_p = 2,650,000 adet parçacık ve yukarıdaki çizelgede verilmekte olan parametreler yardımı ile sayısal benzeşim çalışması gerçekleştirilmiştir. Önceki çalışmalardan farklı olarak, bu kısım altında su ve yağ için gerçekleştirilen çalışmalar için basınç mukayesesi yapılmamıştır. Bu iki malzeme için yapılan sayısal çalışmalarda elde edilen anlık görüntüler, deneydeki anlık görüntüler ile karşılaştırılmış ve çözümün fiziksel olarak anlamlılığı araştırılmıştır.

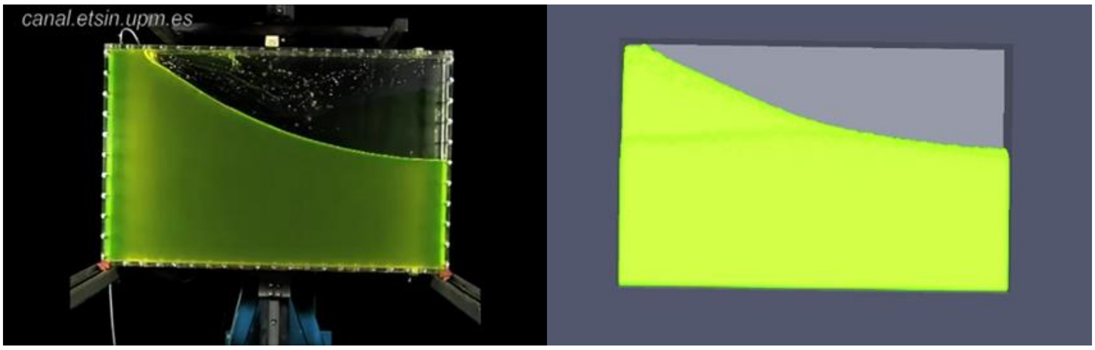


t = 0.0 s



t = 1.1 s

Şekil 7.28 : Farklı zaman dilimlerinde yakalanmış görüntüler.



t = 2.0 s

Şekil 7.28 (devam) : Farklı zaman dilimlerinde yakalanmış görüntüler.

Yukarıda verilmiş olan Şekil 7.28’de, %70 doluluk oranında su için elde edilmiş bazı anlık görüntüler verilmekte olup, t = 0.1 s aralık için elde edilen ayrıntılı çalışmalar EK kısmında verilmiştir.

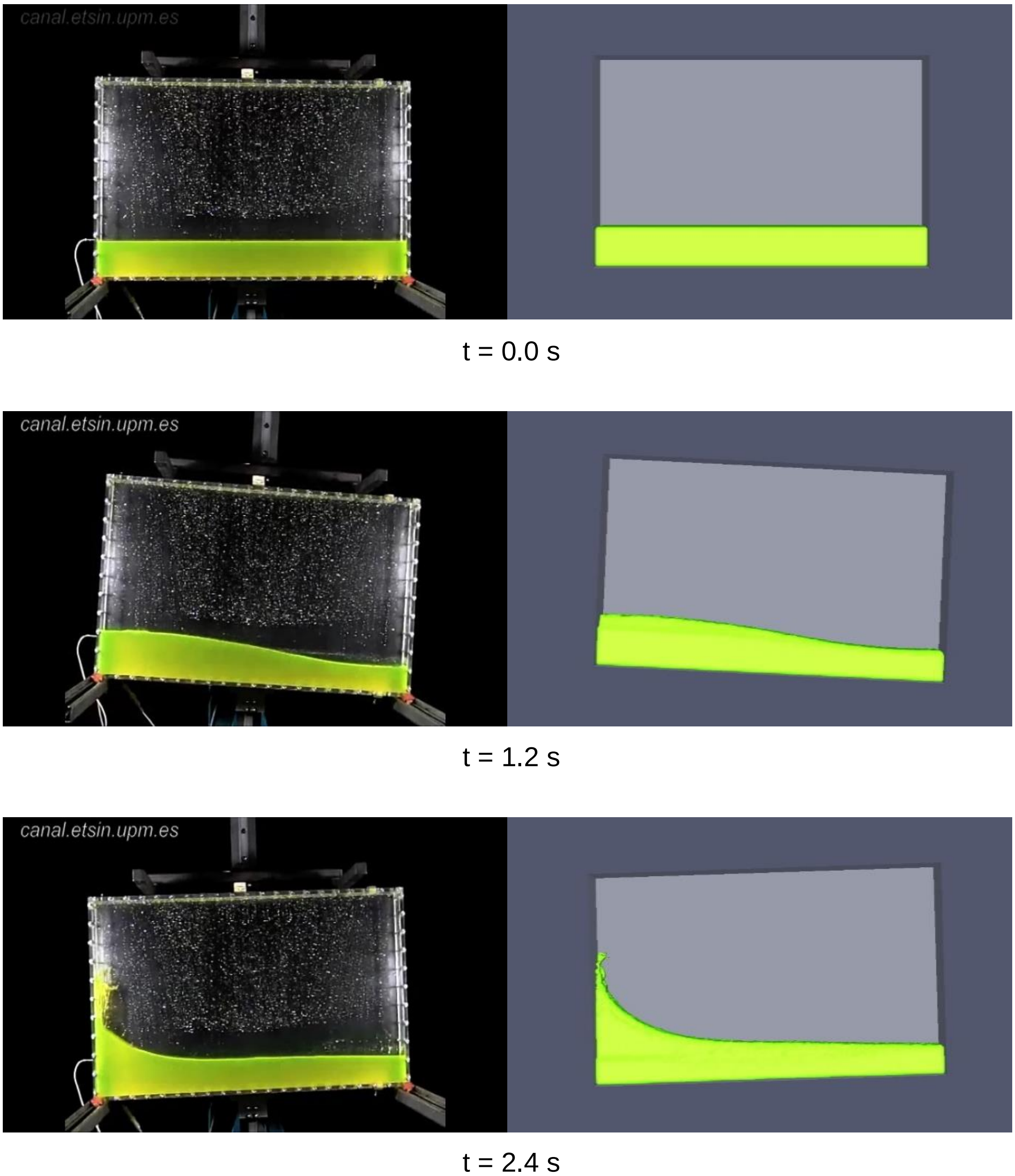
Söz konusu deneyde kullanılan kamera, saniyede 300 kare çekim yapabilmektedir. Normal çekim yapan kameralar genellikle saniyede 30 kare çekim yapmakta olup, Madrid Üniversitesi’nden elde edilen 1 dakikalık görüntü, normal kamera ile yapılan 6 saniyelik çekime karşı gelmektedir. Ancak her bir saniyede 10 katı fazla görüntü yakalayabilmektedir.

Toplam uzunluğu 3 saniye sürecek olan sayısal çalışmanın aynı sayıda frame üretebilmesi için gerekli şart bulunmalıdır. Sayısal çalışmanın çıktı dosyaları için gerekli zaman aralığı = 1 / 300 = 0,003 sn’dir. Çalışma Δt = 0.003 sn olacak şekilde gerçekleştirilmiş ve sayısal görüntüler yakalanmıştır. Buradaki Δt, sayısal integrasyondaki zaman aralığı ile karıştırılmamalıdır. Buradaki değer, çıktı dosyalarının detayı ile ilgilidir.

% 18 doluluk oranına ait sayısal sonuçlar

%18 doluluk oranına sahip dikdörtgen tank için de N_p = 2,650,000 adet parçacık ve yukarıdaki çizelgede verilmekte olan parametreler yardımı ile sayısal benzeşim çalışması gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki şekillerde %18 doluluk oranında su için elde edilmiş bazı anlık görüntüler verilmekte olup, t = 0.1 s aralık için elde edilen ayrıntılı çalışmalar EK kısmında verilmiştir.

Şekil 7.29’da, %18 doluluk oranında su için elde edilmiş bazı anlık görüntüler verilmekte olup, t = 0.1 s aralık için elde edilen ayrıntılı çalışmalar EK kısmında verilmiştir.

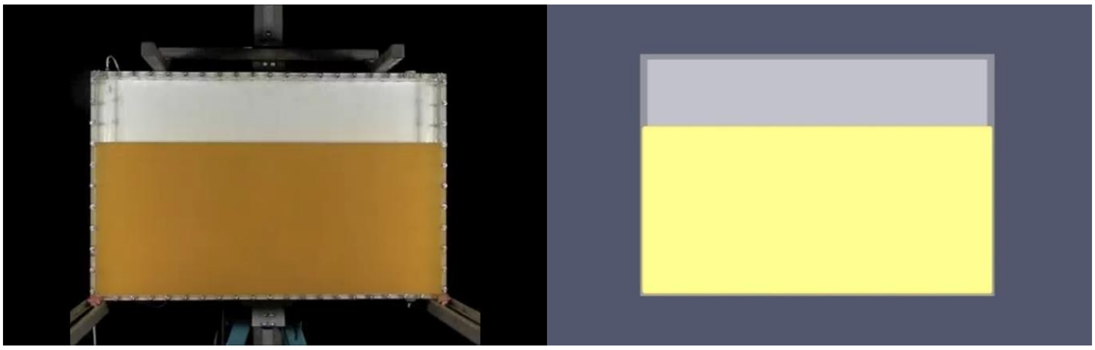


Şekil 7.29 : Farklı zaman dilimlerinde yakalanmış görüntüler.

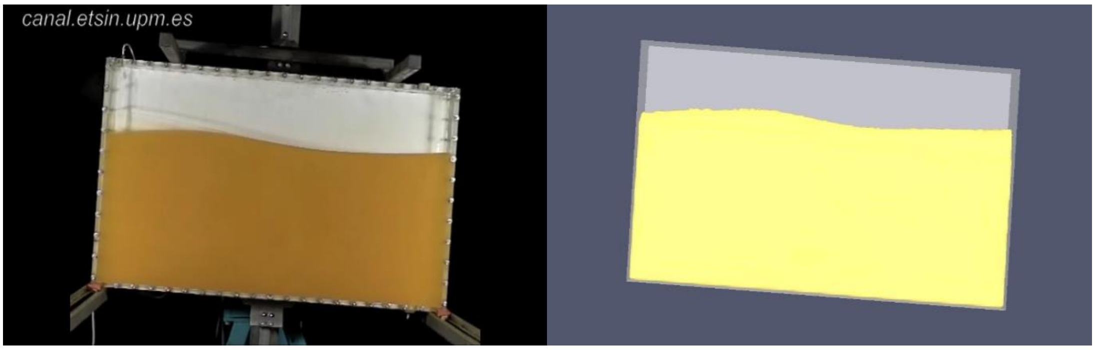
Yağ ile gerçekleştirilmiş çalışmaya ait sayısal sonuçlar

Yukarıdaki kısımda detayları verilmiş olan model çalışması %18 ve %70 doluluk oranları için yağ dolu tank için de gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki şekillerde %70 doluluk oranında yağ için elde edilmiş bazı anlık görüntüler verilmekte olup, t = 0.1 s aralık için elde edilen ayrıntılı çalışmalar EK kısmında verilmiştir.

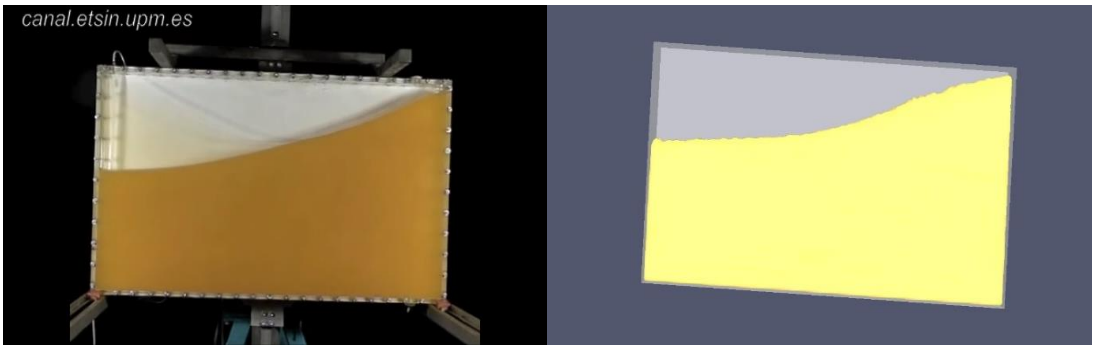
%70 doluluk oranı Şekil 7.30'da, Şekil 7.31'de ise %18 doluluk oranına ait sonuçlar gösterilmektedir.



t = 0.0 s

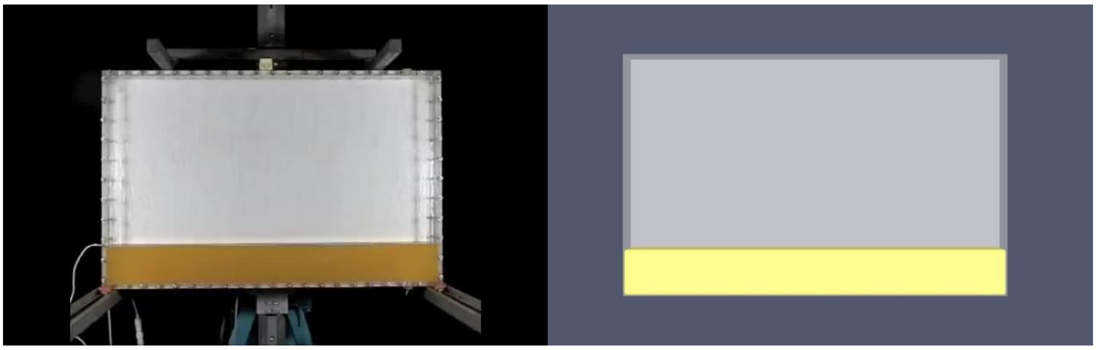


t = 1.0 s

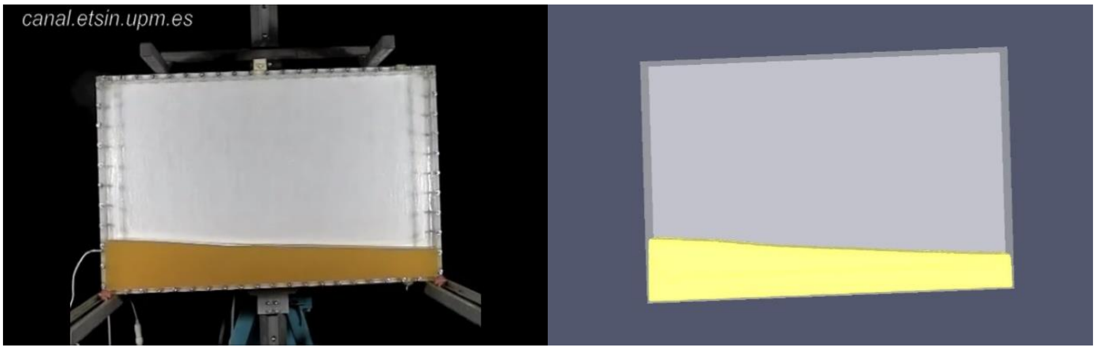


t = 2.4 s

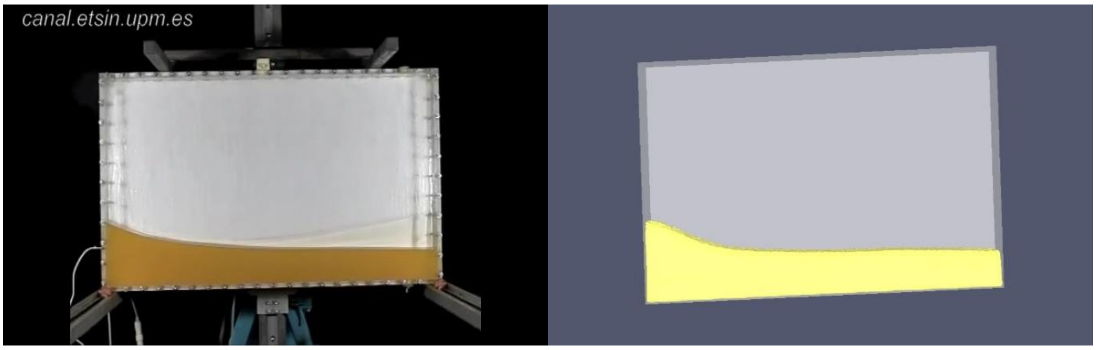
Şekil 7.30 : Farklı zaman dilimlerinde yağ dolu tankta tespit edilmiş görüntüler.



t = 0.0 s



t = 0.8 s



t = 2.4 s

Şekil 7.31 : Farklı zaman dilimlerinde yağ dolu tankta tespit edilmiş görüntüler.

Yukarıdaki sonuçlardan da açıkça görülebileceği üzere DPH yöntemi, çalkantı hareketinin sayısal olarak tekrarlanmasında oldukça başarılıdır. Farklı doluluk oranlarındaki farklı yoğunluğa sahip sıvıların serbest yüzey hareketleri oldukça iyi tekrarlanabilmiştir.

7.4 Tsunami Dalga Duvarı İle Yapı Etkileşimi

Tsunami, liman dalgası anlamına gelen, okyanus yada denizlerin tabanında oluşmuş deprem, volkan patlaması ve buna bağlı çökmeler yada zemin kaymaları gibi tektonik olaylar nedeniyle oluşan uzun periyotlu dalgayı ifade eder.

Tsunaminin derin denizde varlığı hissedilmezken, sığ sulara geldiğinde bazen 30 m'ye kadar tırmanarak çok şiddetli akıntılar yaratabilir. Tsunami ilk oluştuğunda tek bir dalgadır, ancak kısa bir sürede üç yada beş dalgaya dönüşerek çevreye yayılmaya başlar. Bu dalgalardan ilki ve sonuncusu çok zayıftır ancak diğer dalgalar etkilerini şiddetli olarak hissettirler.

Denizde oluşan bir depremden sonra kıyıda görülebilecek yavaş ama anormal su düzeyi değişimi ilk dalganın gelişini gösterir. Normal okyanus dalgaları ortalama 100 m dalga boyuna sahip iken, tsunamilerde dalga boyu 200 km'ye kadar çıkabilir. Suyun çok derin olduğu noktalarda tsunaminin ilerleme hızı 900 km'ye kadar çıkabilir. Söz konusu hızlı dalgalar kıyı şeridine yaklaştıklarında aniden yavaşlarlar. Bu durum su yüksekliğinin çarpıcı şekilde artmasına neden olur. Eğer dalgalar dar ve uzun koy yada nehir ağızlarında toplanırlarsa "dalga duvarı" oluşabilir. 2011 yılında gerçekleşmiş bir tsunami olayında meydana gelen dalga, Şekil 7.32'de gösterilmektedir.

Şekil 7.32 : 2011 yılında Fukishima sahiline vuran bir tsunami dalgası.

Yukarıdaki resimde görülmekte olan 2011 yılı Tohoku Tsunamisi, 19,000 can alan ve 319 milyar ABD doları maddi zarara yol açmış trajik bir doğa olayıdır. Söz konusu olayda 15 m'ye varan dalgalar meydana gelmiş olup, gözlenmiş maksimum dalga tırmanması 38.2 m'dir.

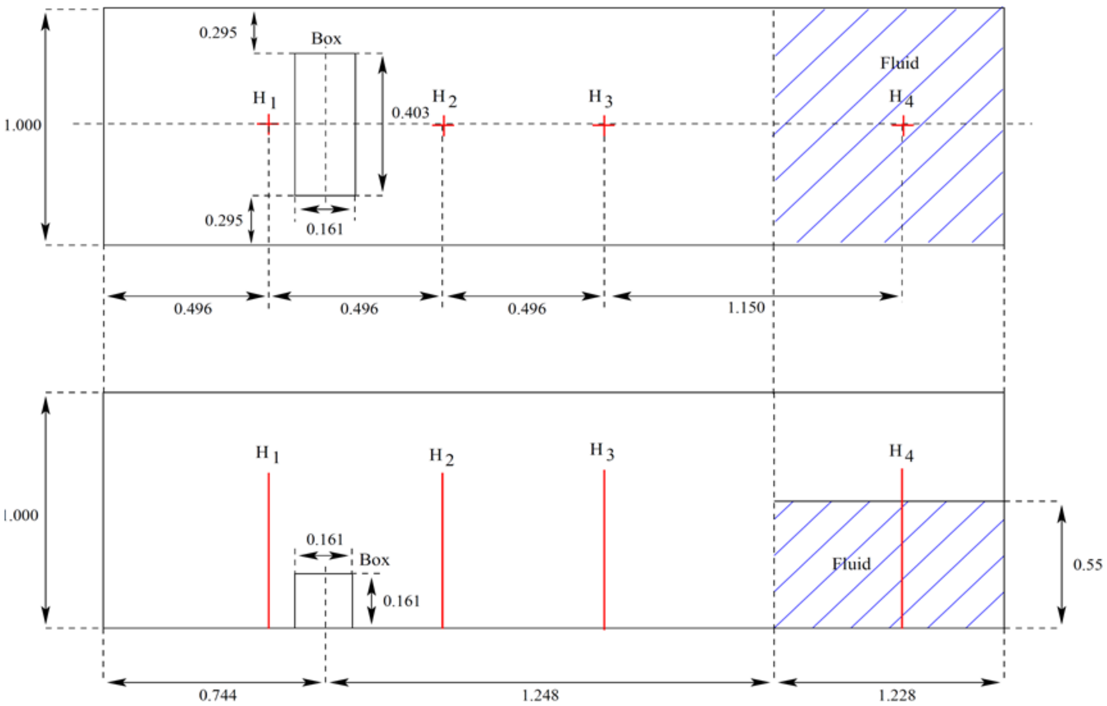
Tsunami ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, ağırlıklı olarak dalganın oluşumu ve ilerlemesi ile ilgili oldukları görülmektedir. Tsunami dalgasının kıyıdaki yapılarla olan etkileşiminin incelenmesi ise, en az bunlar kadar önemlidir. Fritz, 2012 tarihli çalışmasında Tohoku Tsunamisinin Kesennuma Koyu'ndaki etkilerini ölçümlemiş ve gerçekçi bir uzunluk-zaman ölçeği ortaya koymuştur [180]. Söz konusu tsunami dalgalarının kıyı yapıları ile olan etkileşimini sayısal olarak modellemeyi amaçlayan çalışmalar da mevcuttur [181,182]. Bu gibi sayısal model çalışmalarının yardımı ile yeni tasarım standartları yada kıyı koruma yapıları oluşturulabilir. Kontrollü ve idare edilebilir bir laboratuvar ortamında tsunaminin incelenmesi için birkaç farklı yöntem mevcuttur. Bunlardan en çok yararlanılan, tekil dalga yaklaşımı ile tsunaminin modellenmesidir. Tsunami gibi uzun bir dalga, laboratuvar ortamında modellenirken yararlanılan farklı dalga üretme teknikleri vardır. Heyelan, okyanus altında meydana gelen bir deprem, meteor ve yanardağ aktivitesi gibi nedenlerle oluşabilecek dalgalar, laboratuvar ortamında farklı teknikler ile oluşturulabilirler [183]. Tsunami kaynaklı bir dalga duvarı oluşumunun laboratuvar ortamında yeniden oluşturulabilmesi için kullanılan bir yaklaşım da, baraj yıkılması sonucu oluşan dalganın üretilmesidir. Bir haznede bulunan suyun önündeki kapağın aniden açılması ile söz konusu dalga duvarı defalarca tekrarlanabilir. Bu konuda en çok bilinen deneysel çalışma, Yeh ve Petroff tarafından Washington Üniversitesi'nde gerçekleştirilmiştir [184]. Chanson, 2006 tarihli çalışmasında, 2004 yılında Hint Okyanusu'nda meydana gelen bir tsunami sonucu oluşan gerçek dalga duvarını görüntülemeyi başarmış ve laboratuvarda baraj yıkılması sonucu oluşan dalga ile olan benzerliklerini ortaya koymuştur [185]. Chanson'un analiz ettiği durum, kuru bir kıyı yüzeyi üzerinde ilerlemekte olan ve kırılan bir dalgayı kapsamaktadır. Literatür incelendiğinde kırılan dalgalar ile yapı arasındaki etkileşimi ortaya koyan fiziksel çalışmalar olduğu görülebilir. Tsunaminin yıkıcı etkileri Şekil 7.33'de görülmektedir.

Şekil 7.33 : 2004 yılında Hint Okyanusunda meydana gelen tsunami hasarı.

Kıyı kesiminde yeralan yapıların maruz kalabileceği tsunami kaynaklı yükler söz konusu olduğunda, bazı standartlar da mevcuttur. Bunlardan bazıları FEMA 646, Honolulu Bina Yapım Standartı (CCH 2000), Japonya tsunamiye dayanaklı bina yapım şartnamesi'dir. Şekil 7.34'de ise bir tsunami duvarının oluşumu yeralmaktadır.

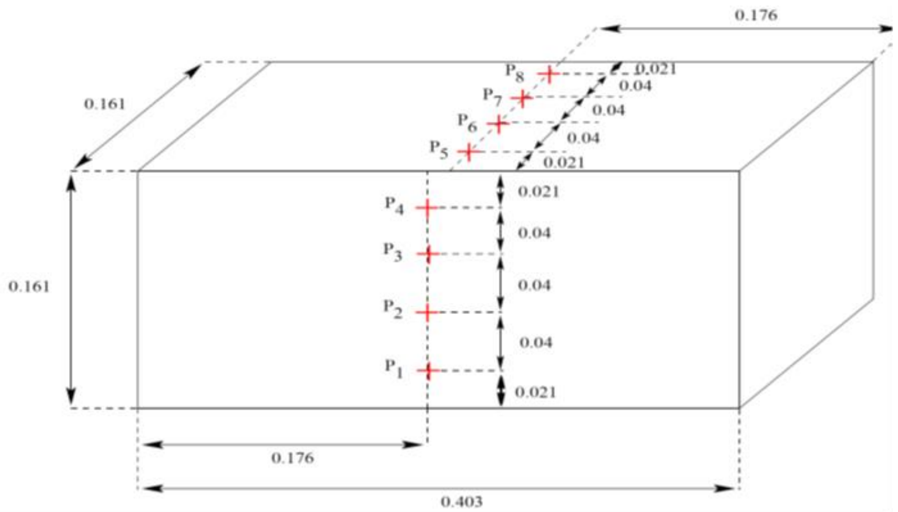
Şekil 7.34 : Dalga duvarı oluşumu (2011 yılı, Iwanuma Şehri).

Bu konudaki deneysel çalışmalar çeşitli ülkelerin devlet kuruluşları ve üniversiteleri aracılığıyla sürdürülmekte olup, kıyı yapılarının tsunami dalgası sonucu maruz kaldığı yükler ile, çalkantı kaynaklı yükler arasındaki benzerlik nedeniyle sayısal model doğrulama çalışması kısmında da ele alınmıştır. Bu kısımda yararlanılan deneysel çalışma, Kleefsman tarafından 2005 yılında MARIN'de (Maritime Research Institute Netherlands) gerçekleştirilmiştir [186]. Söz konusu deneyde 3.2 x 1 x 1 m boyutlarında bir tank kullanılmıştır. Tank içerisinde bir kapak ardında tutulan 0.55 m derinliğinde bir su kütlesi bulunmaktadır. Kapağın açılması ile birlikte serbest kalan su kütlesi mansapta yeralan yapı ile karşılaşmaktadır. Deney esnasında belirli noktalarda su seviyesi ve basınç ölçümleri yapılmıştır. Söz konusu deney düzeneğine ait boyutlar Şekil 7.35'de gösterilmektedir.



Şekil 7.35 : Deney sisteminin genel boyutları (Üstten / Profilden görünüm).

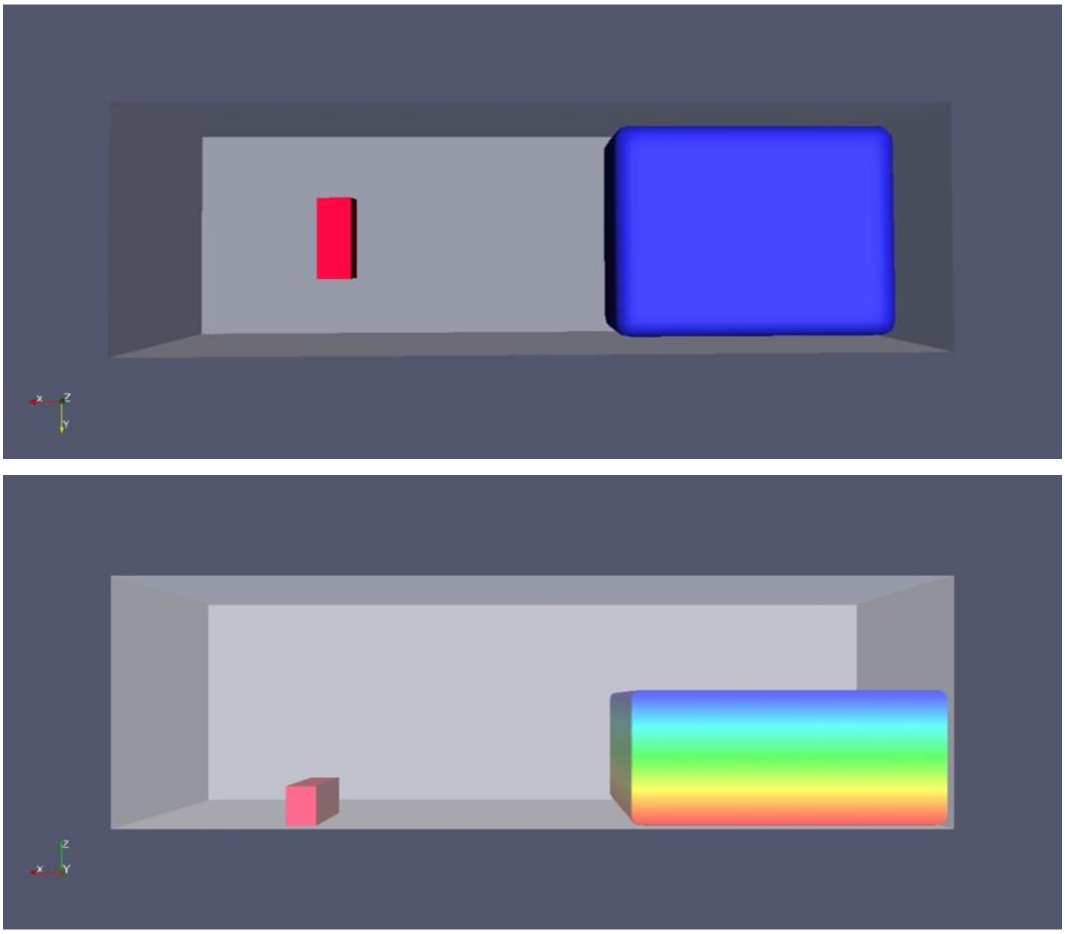
Yukarıdaki şekilde gösterilmekte olan H_1, H_2, H_3 ve H_4 noktaları, su seviyesi değişimlerinin ölçüldüğü noktalardır. Şekil 7.35'de ise söz konusu yapı üzerindeki basınç ölçüm noktaları gösterilmektedir.



Şekil 7.36 : Yapı üzerindeki basınç ölçüm noktaları.

7.4.1 Sayısal modelin oluşturulması

Sayısal model, deneysel çalışmadaki ile aynı geometrik büyüklüklere sahip olacak şekilde oluşturulmuştur. Sayısal benzeşim çalışmasının tutarlılığının sınanması amacıyla, deneysel çalışmada elde edilen serbest yüzey seviyeleri ile yapı üzerindeki noktalarda ölçülen basınç değerleri sayısal olarak elde edilenlerle karşılaştırılmıştır. Söz konusu sayısal çalışma, önceki kısımlarda da ele alındığı şekilde farklı parametre değerleri için gerçekleştirilerek, duyarlılık analizi yapılmıştır. Oluşturulan sayısal model Şekil 7.37'de gösterilmektedir.



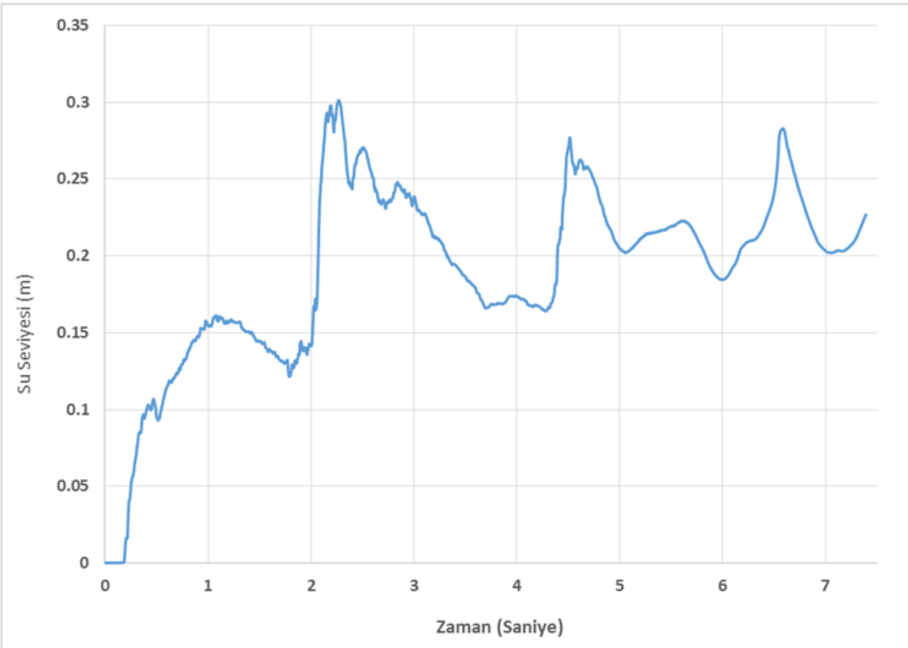
Şekil 7.37 : Sayısal modelin genel görünümü (Üstten / Profilden görünüm).

Sayısal benzeşim çalışması, deneysel çalışmanın ilk 5 sn'lik kısmını kapsamaktadır. Deneysel çalışmadaki ölçümler ise yaklaşık 8 sn'lik bir süreyi kapsamaktadır. Çalışmalar esnasında yararlanılan büyüklükler ve çözüme ait parametreler Çizelge 7.20'de birarada gösterilmektedir.

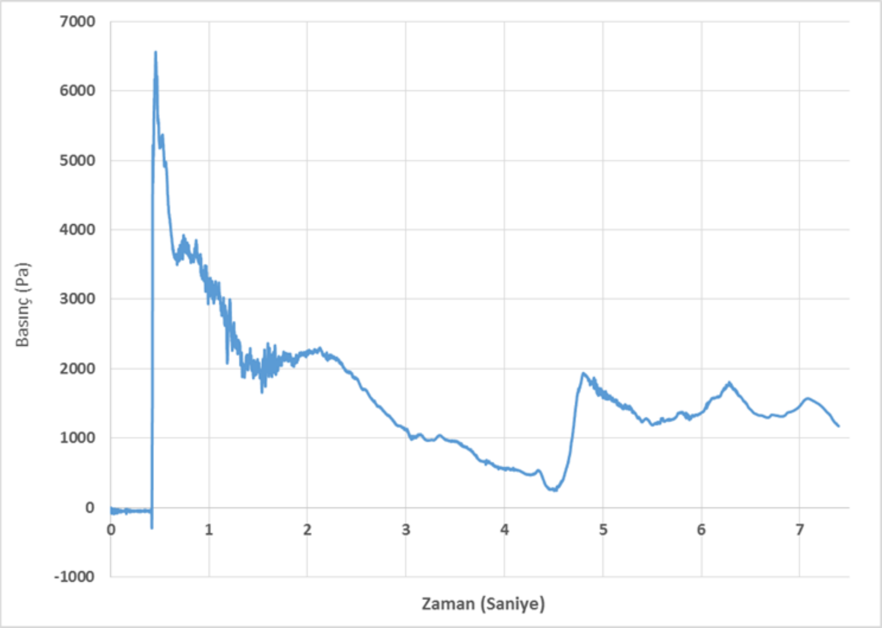
Çizelge 7.20 : Çözüme ait büyüklükler ve seçilmiş parametreler.

Suyun yoğunluğu	1000 kg m^{-3}
Viskozite tanımı	Laminer viskozite
Kinematik viskozite	$1x10^{-6}$ m^2s^{-1}
Parçacık sayısı (Np)	2,120,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.009 m
Ses hızı	15 m/s
CFL katsayısı	0.20
Düzeltme katsayısı	1.00
Kernel fonksiyonu	Wendland
Zamansal integrasyon	Simplektik
Benzeşim çalışması tamamlanma süresi	1 saat 8 dakika

Şekil 7.38 ve 7.39'da, sırası ile H_2 noktasındaki su seviyesi değişimleri ve P_3 noktasındaki basınç değişimleri verilmektedir.



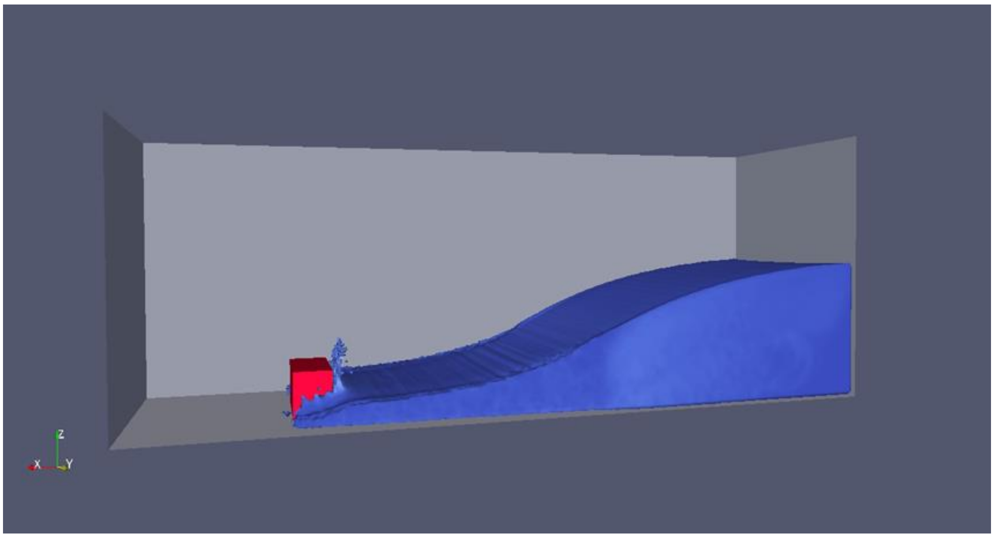
Şekil 7.38 : Deneyde H_2 noktasında gözlenmiş su seviyesi değişimleri.



Şekil 7.39 : Deneyde P_3 noktasında okunmuş basınç değişimleri.

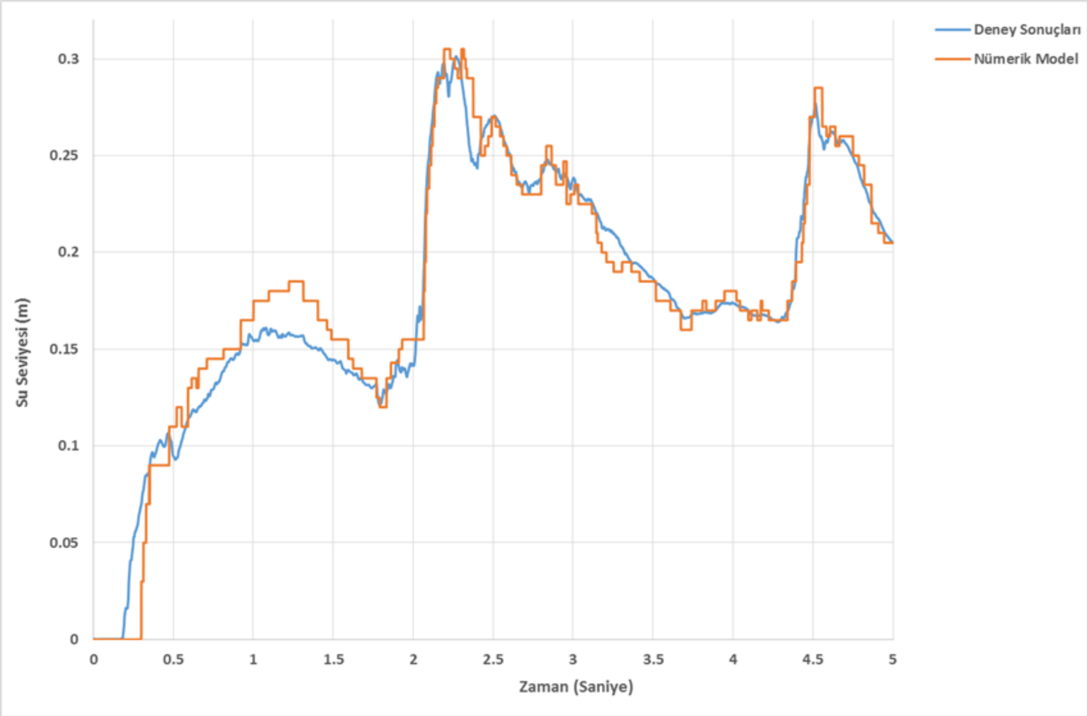
7.4.2 Sayısal sonuçların yorumlanması

Yapılan sayısal benzeşim çalışması sonucunda su seviyesi yükseklikleri ile basınç değerleri Δt = 0.001 s aralıklar için elde edilmiştir. Deneysel çalışmada aynı Δt zaman dilimine karşı gelen değerler ile birlikte sonuçlar kıyaslandığında, elde edilen değerlerin deney verileri ile oldukça uyumlu oldukları gözlenmiştir. şekillerde söz konusu kıyaslamalar grafiksel olarak gösterilmiştir. Deney esnasında kaydedilen verilerin zaman aralıkları da Δt = 0.001 s olup, sayısal çözümde bu zaman aralığının kullanılması kıyaslama açısından önemlidir. Şekil 7.40'da bu sayısal model gösterilmektedir.

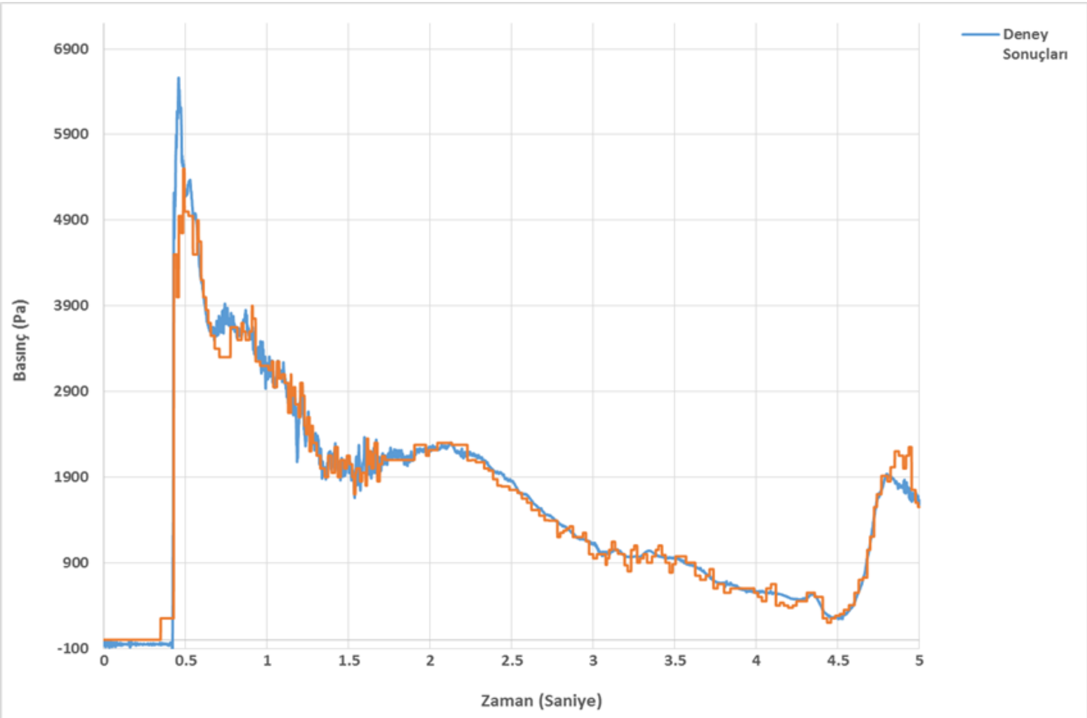


Şekil 7.40 : Benzeşimde sıvı – yapı etkileşiminin ilk gerçekleşme anı.

Şekil 7.41 ve 7.42'de, deneysel veriler ile sayısal model sonuçları birlikte gösterilmiştir.



Şekil 7.41 : H_2 ölçüm noktasında deney ve sayısal model karşılaştırması.



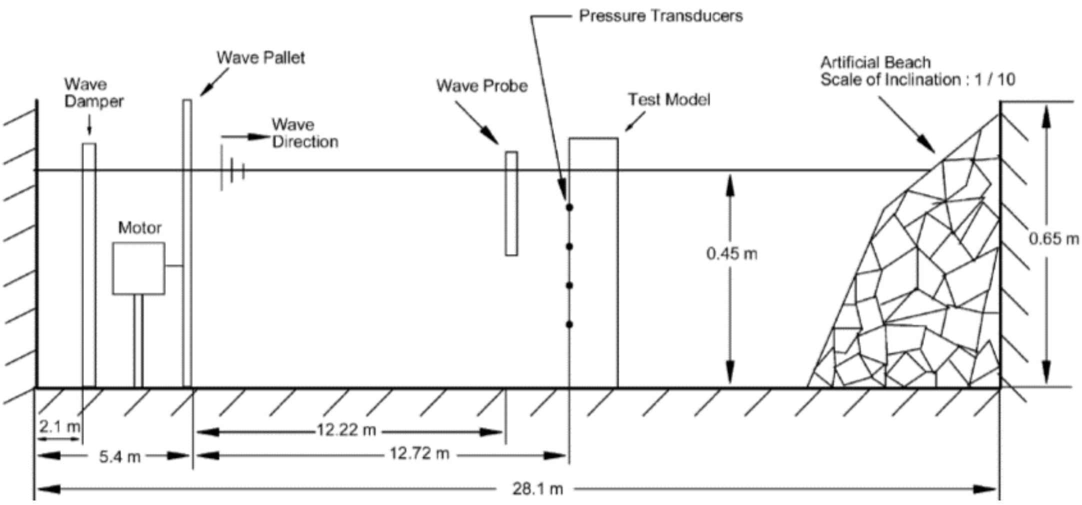
Şekil 7.42 : P_3 ölçüm noktasında deney ve sayısal model karşılaştırması.

Yapılan sayısal model çalışması sonucunda elde edilen anlık görüntüler $\Delta t = 0.1$ s aralıklar için ekler kısmında verilmiştir. Sonuçlardan da görülebileceği üzere sayısal model sonuçları deneysel sonuçlarla oldukça uyumludur.

7.5 Bir Dalga Kanalında Sıvı – Yapı Etkileşimi

Bu deneysel çalışma kapsamında, dalga kanalı içerisinde dikey olarak yerleştirilmiş bir silindir üzerindeki dalga etkileri incelenmektedir [187]. Söz konusu deneysel çalışma Sn. Prof.Dr. Hakan Akyıldız tarafından, İTÜ Hidrolik Laboratuvarı'nda gerçekleştirilmiş ve 2002 tarihinde Ocean Engineering dergisinde makale olarak yayınlanmıştır.

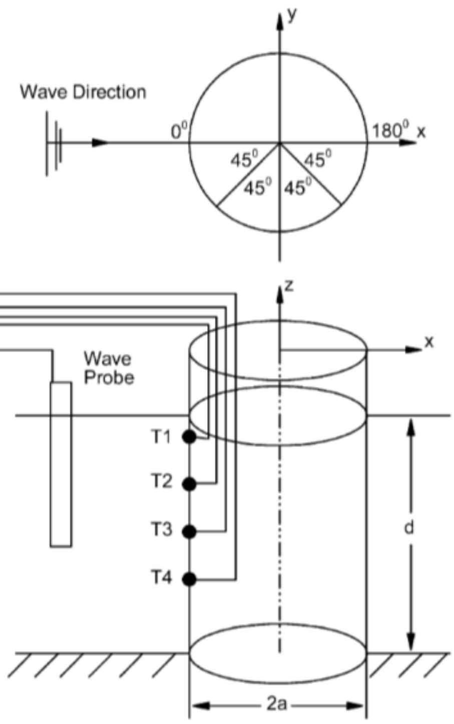
Çalışmanın gerçekleştirildiği dalga kanalı 4.9 m genişliğinde ve 28.1 m uzunluğundadır. Deneysel çalışmada su derinliği sabit tutulmuş olup h=0.45 m'dir. Kanalın bir ucunda dalga paleti yerleştirilmiştir. Diğer uçta ise eğimi 1:10 olan yapay bir sahil tasarlanmıştır. Bu eğimli sahil ile amaçlanan, viskoz etkiler, türbülans ve dalga kırılması yardımı ile dalga enerjisinin sönümlenmesidir. Deney düzeneği Şekil 7.43'de gösterilmektedir.



Şekil 7.43 : Deney düzeneğinin gösterimi.

Modelde yeralan silindirin çapı D_m=0.73 m'dir. Deneyde toplam dört adet basınç ölçerden yararlanılmıştır. Basınç ölçerlerin temel çalışma prensibi, akışkandaki basınç değişimini yüzeylerinde bulunan membran ile tespit edip elektrik sinyaline dönüştürmektir. Sensörler kalibre edilirken hidrostatik basıç değerlerinden faydalanılmıştır. Deneysel çalışmada basınç ölçümleri 0^o, 45^o, 90^o,135^o ve 180^o olmak üzere toplam beş farklı açıda yapılmıştır. Buna ek olarak silindir önüne yerleştirilen bir dalga probu yardımı ile yükseklikler de ölçülmüştür.

Şekil 7.44'de, söz konusu açılar ile dalga probu ve basınç ölçerlerin konumları gösterilmektedir.



Şekil 7.44 : Dalga probu ve basınç sensörlerinin konumları.

Çalışmalar esnasında dalga periyodu 0.717 s ile 1.733 s arasında değerler almıştır. Dalga boyu 0.803 m ile 3.14 m arasında; dalga yüksekliği ise 0.03 m ile 0.17 m arasında değerler almıştır. Aşağıdaki denklem yardımı ile dağılım parametresi hesaplanmıştır. Bu parametre 0.524 ile 2.857 arasında değerler almıştır.

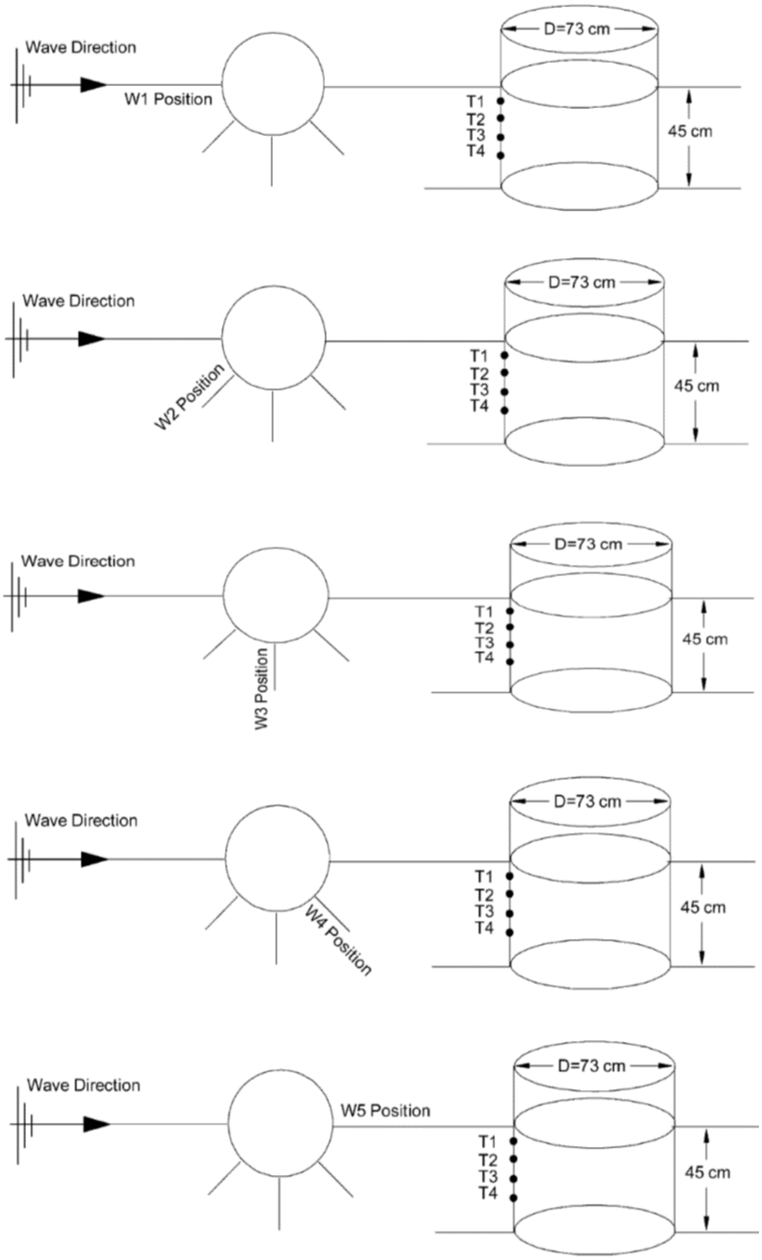
$$ka = \frac{2\pi^2 D}{gT^2} \tag{7.7}$$

Çizelge 7.21'de, ele alınan beş farklı açı için elde edilen değer aralıkları gösterilmektedir.

Çizelge 7.21 : Deneysel veri aralıkları.

Basınç Ölçer Konumu	H (m)	T (s)	H/d	H/D
W_1	0.037 – 0.140	0.722 – 1.670	0.082 – 0.311	0.051 – 0.191
W_2	0.045 – 0.120	0.755 – 1.631	0.100 – 0.266	0.061 – 0.164
W_3	0.030 – 0.130	0.717 – 1.610	0.066 – 0.288	0.041 – 0.178
W_4	0.035 – 0.170	0.874 – 1.733	0.077 – 0.377	0.048 – 0.232
W_5	0.037 – 0.140	0.834 – 1.558	0.082 – 0.311	0.051 – 0.191

Sayısal model çalışmalarında tüm yönler seçilmiş olup bu doğrultaki ölçümler ile mukayese edilmiştir. Şekil 7.45'de, basınç ölçüm noktaları gösterilmektedir.

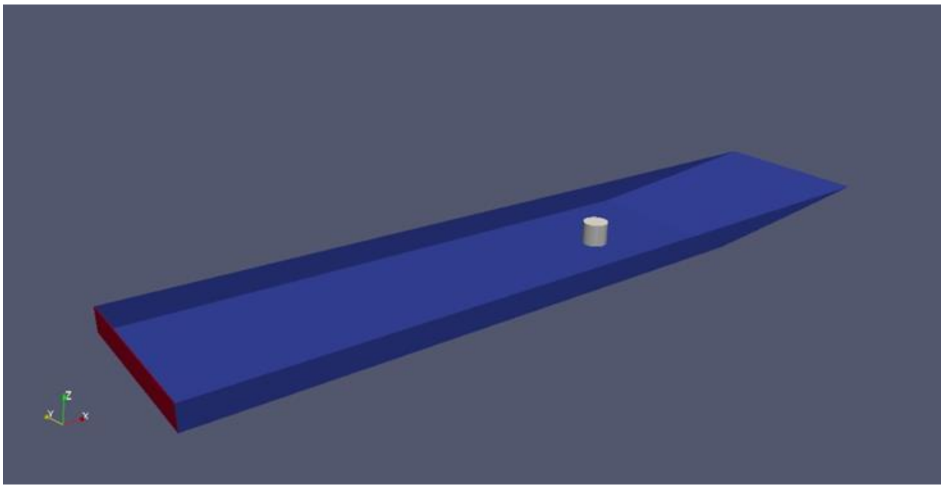


Şekil 7.45 : Deneysel çalışmada yeralan farklı basınç ölçüm konumları.

Deneysel çalışma kapsamında ka dağılım parametrisine karşılık aşağıda denklemi verilmekte olan normalleştirilmiş basınç değerleri işaretlenerek grafikler elde edilmiştir. Dört farklı ölçüm noktasında, farklı açılar için elde edilen söz konusu değerler sayısal model sonuçları ile karşılaştırılmışlardır.

7.5.1 Sayısal model

Bu çalışma kapsamında öncelikle dalga kanalının ve kanalda yeralan silindirin üç boyutlu modeli geliştirilmiştir. Bu amaçla AutoCad ve Paraview yazılımlarından yararlanılmıştır. Şekil 7.46'da, söz konusu üç boyutlu model gösterilmektedir.



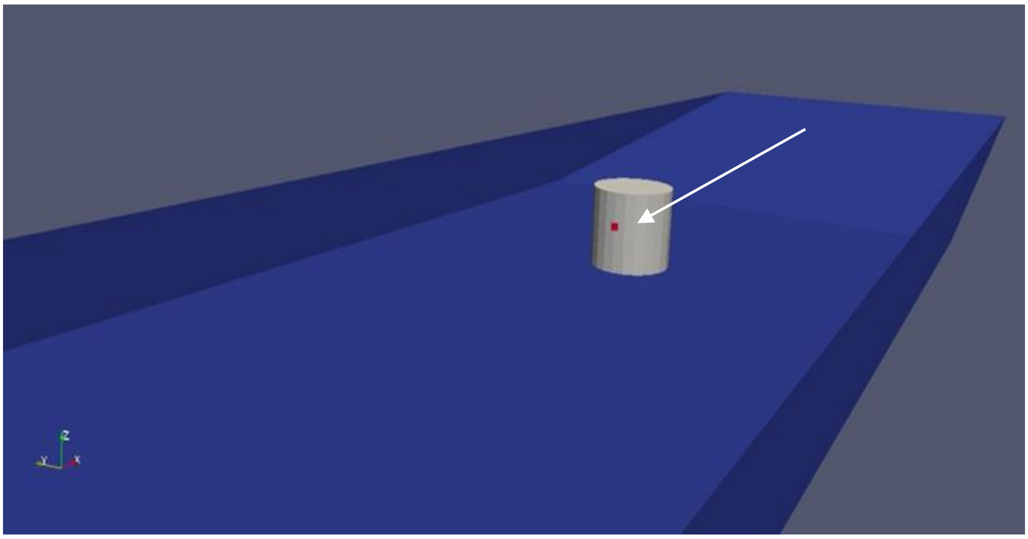
Şekil 7.46 : Dalga kanalı, dalga paleti ve silindirin 3 boyutlu modeli.

Tez çalışmasındaki bu başlık altında, dalga kanalı deneylerine karşı gelen sayısal çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Yukarıdaki kısımlarda da belirtildiği üzere, faklı değişkenlerle çalışılarak probleme en iyi uyan konfigürasyon belirlenmeye çalışılmıştır. Çizelge 7.22'de söz konusu sayısal çalışmaya en iyi uymakta olan seçilmiş parametrelerin ayrıntıları verilmektedir.

Çizelge 7.22 : Çözüme ait büyüklükler ve seçilmiş parametreler.

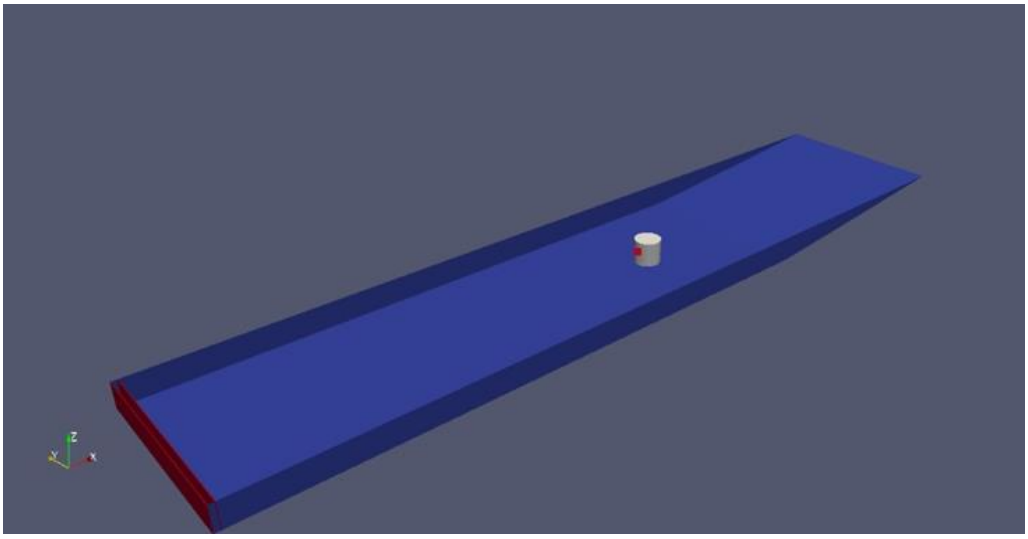
Suyun yoğunluğu	1000 kg m^{-3}
Viskozite tanımı	Laminar
Kinematik viskozite	$1x10^{-6}$ m^2s^{-1}
Parçacık sayısı (Np)	5,394,733
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.02 m
Ses hızı	10 m/s
CFL katsayısı	0.20
Düzeltme katsayısı	1.10
Kernel fonksiyonu	Wendland
Zamansal integrasyon	Verlet
Benzeşim çalışması tamamlanma süresi	1 gün 9 saat 11 dakika

Sayısal benzeşim sonucunda, deneysel çalışmadaki basınç sensörlerinin olduğu noktalarda basınç değerleri sayısal olarak elde edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca deneysel çalışmadaki dalga probunun olduğu noktadaki dalga yükseklikleri de elde edilmiştir. Bu amaçla, önce silindir üzerinde fiktif bir basınç sensörü tanımlanmıştır. Şekil 7.47'de, söz konusu fiktif sensörün konumu gösterilmektedir.

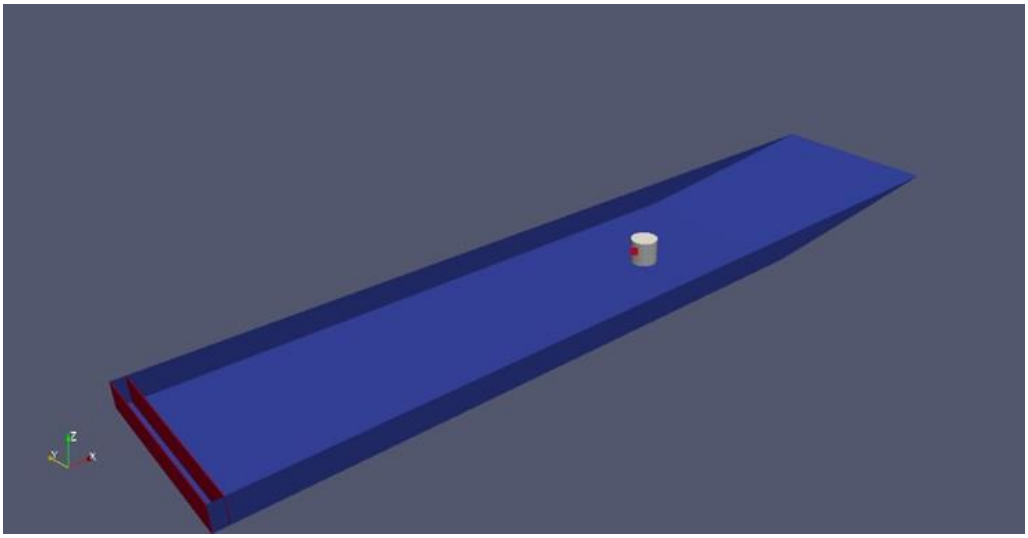


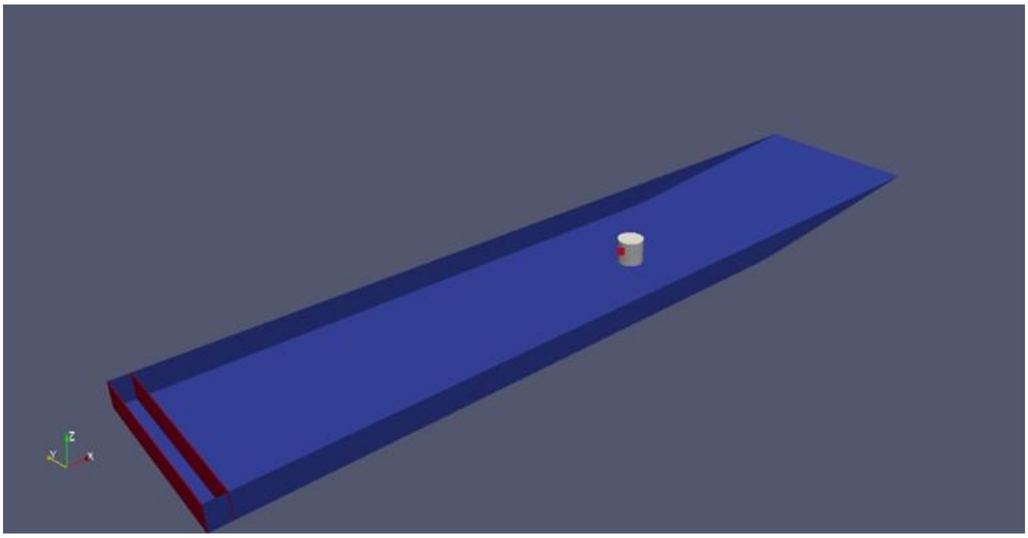
Şekil 7.47 : Silindir yapı üzerinde tanımlanmış fiktif basınç sensörü.

Basınç sensörü için, deneysel çalışmadaki T_1 sensörünün konumu seçilmiştir. Silindir yapı üzerine gönderilecek dalgaların sayısal olarak üretilmeleri bir diğer aşamadır. Bu amaçla sayısal bir dalga paleti tanımlanmıştır. Şekil 7.48'de, dalga paletinin sayısal benzeşim esnasında farklı zaman dilimlerindeki konumları gösterilmiştir.



Şekil 7.48 : Farklı zaman dilimlerinde dalga paletinin konumları.



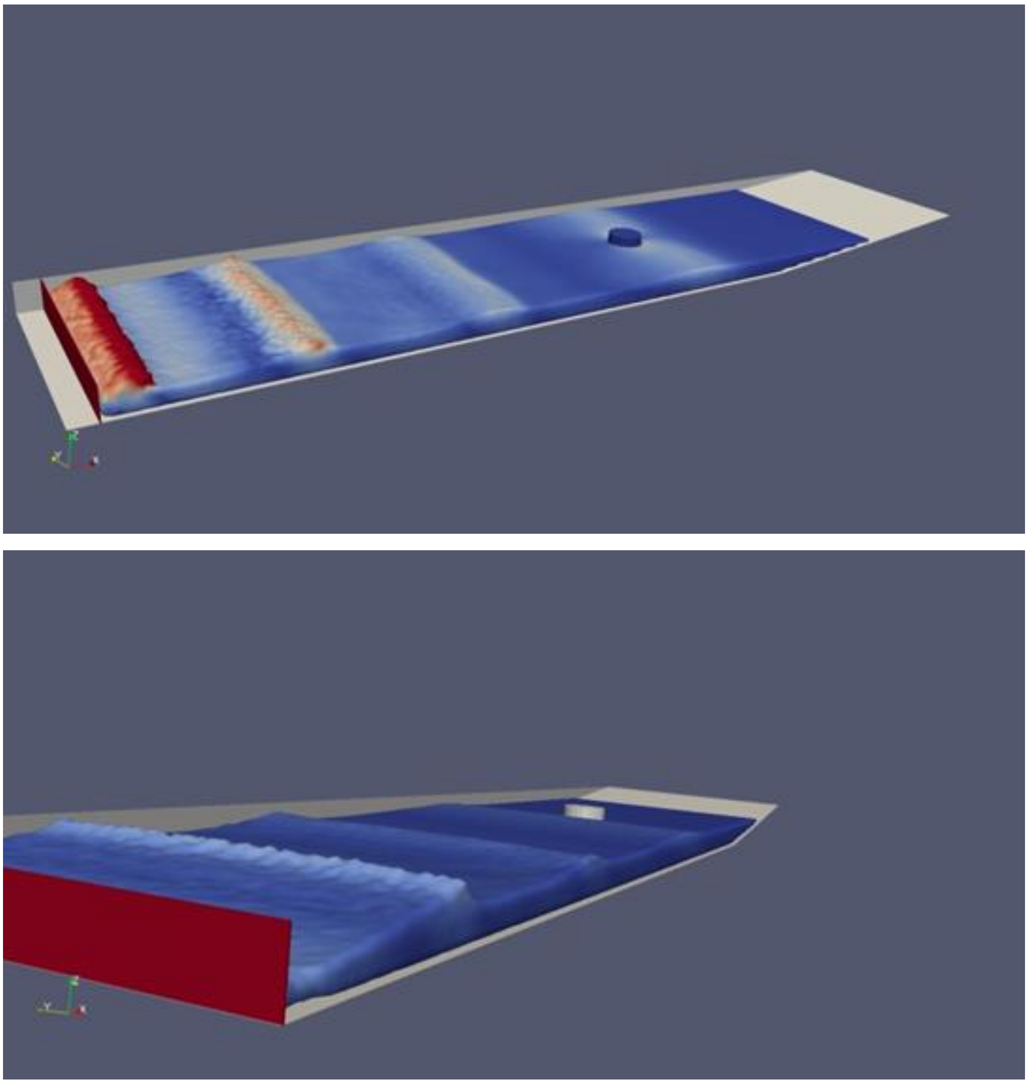


Şekil 7.48 (devam) : Farklı zaman dilimlerinde dalga paletinin konumları.

Dalgalar için deneydeki W_1 doğrultusunda elde edilmiş olan dalga periyodu T=1.67 saniye alınmıştır. Deney sonuçları ile mukayese yapılabilmesi amacı dağılım parametresi ka ile normalleştirilmiş basınç değeri grafiği sayısal değerler ile elde edilmiştir.

$$P_{NORMAL} = \frac{P_{MAKSİMUM}}{\rho g \left(\frac{H}{2}\right)} \tag{7.8}$$

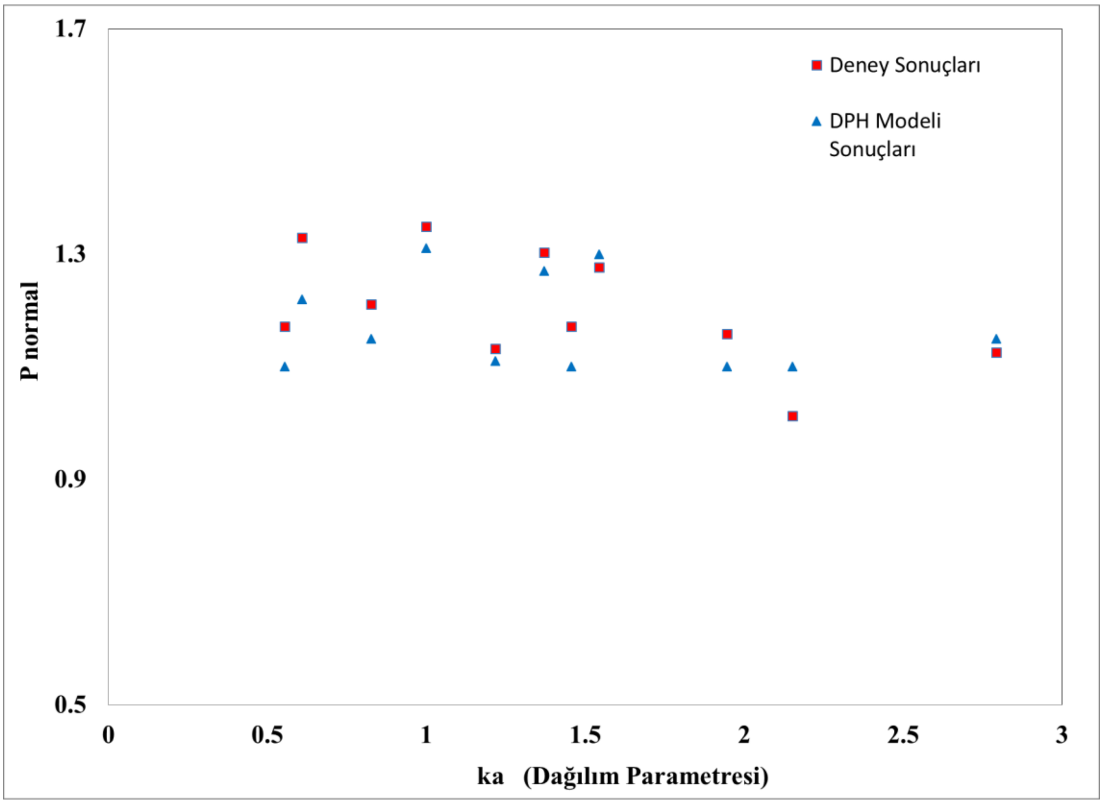
Sayısal benzeşimin başlangıç anında yakalanmış bazı anlar Şekil 7.49'da gösterilmektedir.



Şekil 7.49 : Sayısal benzeşim çalışmasından yakalanmış örnek görüntüler.

7.5.2 Sayısal sonuçların yorumlanması

Yapılan sayısal benzeşim çalışması sonucunda su seviyesi yükseklikleri ile basınç değerleri $\Delta t = 0.1$ saniye aralıklar için elde edilmiştir. Deneysel çalışmadaki değerler ile sayısal model sonuçları kıyaslandığında, elde edilen değerlerin deney verileri ile oldukça uyumlu oldukları gözlenmiştir. Söz konusu kıyaslamalar grafiksel olarak Şekil 7.50 ile 7.51'de gösterilmiştir.



Şekil 7.50 : Basınç değerlerinin karşılaştırılması.

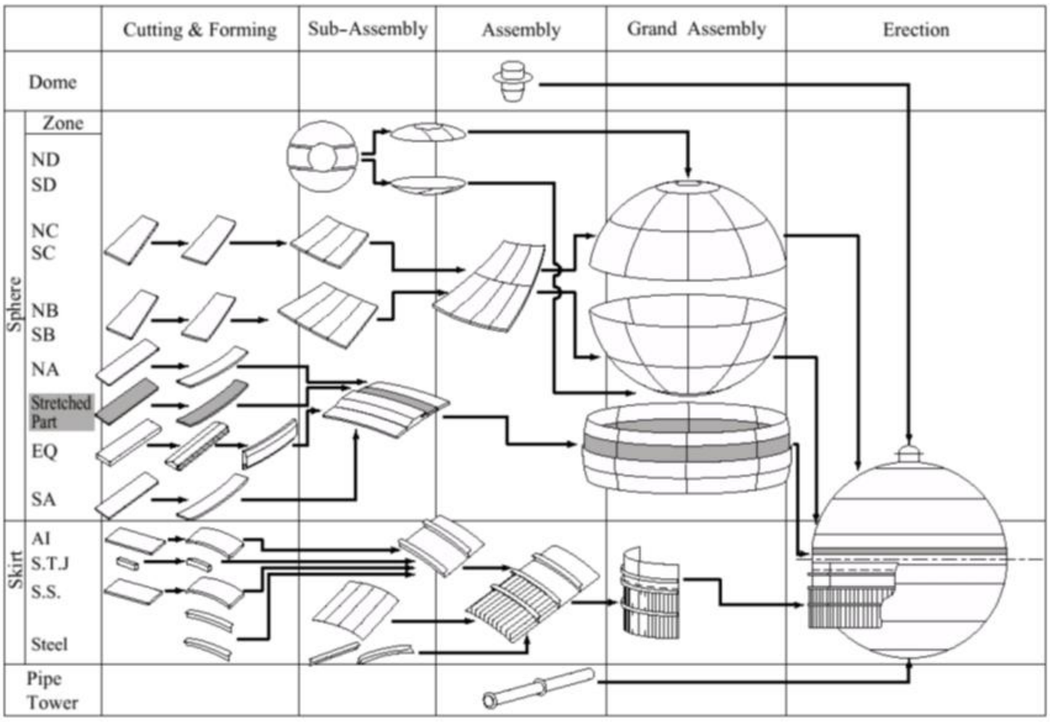
8. KÜRE BİÇİMLİ TANKLARDA ÇALKANTI HAREKETİ

Bu kısma kadar gerçekleştirilmiş olan tüm çalışmaların amacı, kürenin sayısal olarak modellenmesinde kullanılacak olan sayısal kodun uygunluğunun ve yeterliliğinin sınanması olmuştur. Bu aşamada, tez çalışmasının ana konusu olan küre biçimli tanklar ve bu tanklarda görülebilecek çalkantı hareketi işlenecektir. Dünya genelinde küresel tankların kullanımına bakıldığında, oldukça yaygın oldukları görülmektedir. Özellikle yüksek basınç altında tutulması gereken maddeler söz konusu olduğunda, küre biçimli tankların kullanımı tek seçenek olabilmektedir. Küresel tanklar genel olarak 1000 – 10,000 m^3 hacim aralıklarında üretilmektedirler. Küresel tanklar özellikle petro-kimya, gübre üretimi ve likit gaz üretim alanlarında tesislerin vazgeçilmez unsurlarıdır. Günümüzde küresel tankların tasarımında genellikle ASME 8, AD Merkblatter ve EN-13445 standartları kullanılmaktadır.

Büyük hacimlerde, basınç altında bir ürünün depolanması problemi, küre biçimindeki tankları gündeme getirmektedir. Küre biçimi, homojen bir gerilme dağılımı sağladığı için özellikle büyük hacimler için daha ekonomik olabilirler. Kullanılmakta olan tankların çapları 12.41 – 21.20 m arasında değişmektedir. Tasarımdaki gelişmeler, özellikle malzemenin işlenmesi ve kaynak teknolojisindeki değişimlerle paralel olmaktadır. Dünya üzerindeki en büyük küresel depolamaya sahip yapı, 177,000 m^3 depolamaya sahip “Grace Dahlia” isimli LNG gemisidir. Grace Dahlia isimli LNG gemisi 30 Eylül 2013 tarihinde Tokyo’da Kawasaki Heavy Industries tarafından tamamlanarak NYK şirketine teslim edilmiştir.

Şekil 7.51 : Dünyanın en büyük küre biçimli depolaması.

Denizlerde kullanılmakta olan söz konusu küre biçimli tanklar, MOSS-tipi tank olarak adlandırılmaktadırlar. Küre biçimli bir tankın inşa aşaması şematik olarak Şekil 7.53'de gösterilmiştir.



Şekil 7.52 : MOSS – tipi bir tankın inşa aşamaları.

Küre biçimli depolama tankları, LNG taşınmasında kullanıldığı gibi karadaki depolama tesislerinde de kullanılmaktadırlar. Genellikle petro-kimya amaçlı tesislerde söz konusu tanklara sıklıkla rastlanmaktadır. Şekil 7.54'de, bahsi geçen tanklar gösterilmektedir.

Şekil 7.53 : Karada yeralan küresel depolama tankları.

Diğer kısımlarda incelenen problemlere benzer şekilde çalkantı kaynaklı problemler küresel tanklarda da yaşanabilmektedir. Şekil 7.55’de, Japonya’da gerçekleşmiş bir deprem sonrasında meydana gelen yangın görülmektedir.

Şekil 7.54 : Deprem sonrası meydana gelen hasar ve yangın.

8.1 Küre Biçimli Bir Tanktaki Sıvının Hareketi

Dikdörtgen biçimli bir tanktaki çalkantı hareketi iki boyutlu bir yaklaşım ile tanımlanmasına karşın, küre biçimli bir tanktaki çalkantı hareketi üç boyutlu olarak modellenmelidir. Küre biçimli bir tanktaki akışın hareketi analitik olarak daha karmaşık olup doğal frekansların yaklaşık çözümleri için çeşitli çalışmalar yapılmıştır [188-197]. Akış alanının farklı geometrilerdeki tanklar için analitik ifadeleri çeşitli çalışmalarda elde edilmiştir. Çoğu yaklaşımda, kapalı olan tanklarda tankın rijit olduğu ve geçirgenliğin olmadığı kabulleri yapılmıştır.

8.1.1 Rijit tanklarda mod analizi

Kısmen dolu olan küre biçimli tanklarda, serbest yüzeyin doğal frekanslarının ve mod şekillerinin tespiti için gerekli analiz çalışmaları oldukça zordur. Bu zorluk, küre çeperlerinin simetri aksına paralel olmamasından kaynaklanmaktadır. Budiansky 1960 tarihli çalışmasında sınır problemini "açısal haritalama" adını verdiği bir yaklaşımla ele almıştır [198]. Serbest yüzey sınır koşulları için Laplace Denklemi'nin çözümü aşağıdaki formda yazılabilir.

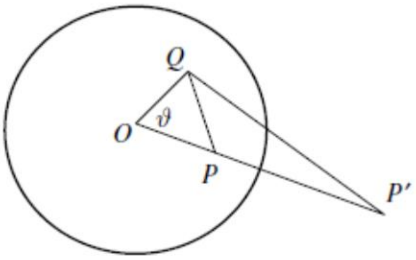
$$\Phi(\rho,\eta,\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \Psi(\rho,\eta)\cos k\theta \tag{8.1}$$

Söz konusu analiz k=1 ile ilişkili olan modla yani x-yönündeki ivmelenme ile sınırlıdır. Budiansky, akışkanın hacmini göz önünde bulundurarak bir integral denklemi geliştirmiştir. Yukarıdaki denklemde yeralan $\theta = 0$ olduğu noktada, yan, serbest yüzey koşulunda aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$f(\rho) = \lambda\alpha \int_0^1 \Omega\,(\rho,0{,}0;\bar{\rho})\bar{\rho}f\,(\bar{\rho})d\bar{\rho} \tag{8.2}$$

Dikey hızın, $\eta = 0$'ın altındaki her noktada sıfır olduğu kabul edilir. Yarı dolu bir tank ele alındığında, kernel fonksiyonu küre için bilinmekte olan Neumann yada Drichlet fonksiyonu yardımı ile elde edilebilir.

$$N(Q) = \frac{1}{2\pi}\left\{\frac{1}{\overline{PQ}} + \frac{1}{\overline{PQ}\,\overline{QP'}} + \ln\frac{2}{1-\overline{QQ}\;\overline{OP}cos\nu + \overline{PQ}\;\overline{QP'}}\right\} \tag{8.3}$$



Şekil 7.55 : Küre ekvatoral düzleminin geometrik parametreleri.

Söz konusu $N(Q)$ fonksiyonunun türevi kürenin yüzeyinde sabit bir değer olup $-(1/2\pi)$'dir. Yukarıdaki şekilde Q noktasının $(\rho,0{,}0)$ olduğunu, P noktasının ise $(\bar{\rho},0,\gamma)$ olduğunu kabul edersek, konum fonksiyonu aşağıdaki formda yazılabilir.

$$N(\rho,0,0)=\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\bar{\rho}^2-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}}+\frac{1}{\sqrt{(\rho\bar{\rho}^2+1-2\rho\bar{\rho}cos\gamma)}}\right.$$
$$\left.+\,ln\frac{2}{1-\rho\bar{\rho}cos\gamma+\sqrt{(\rho\bar{\rho})^2+1-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}}\right\} \qquad \textbf{(8.4)}$$

Kernel fonksiyonu ise buna bağlı olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$H(\rho,\bar{\rho})=\frac{\sqrt{\rho\bar{\rho}}}{\pi}\left\{\int_0^\pi\frac{cos\gamma d\gamma}{\sqrt{\rho^2+\bar{\rho}^2-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}}+\int_0^\pi\frac{cos\gamma d\gamma}{(\rho\bar{\rho})^2+1-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}\right.$$
$$\left.+\int_0^\pi cos\gamma\left[ln\frac{2}{1-\rho\bar{\rho}cos\gamma+\sqrt{(\rho\bar{\rho})^2+1-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}}\right]d\gamma\right\} \qquad \textbf{(8.5)}$$

Yukarıdaki denklemde yer alan ilk iki integralin çözümü doluya yakın bir tank içindir. Son integral ise $s=\rho\bar{\rho}$ kabulü ile elde edilebilir.

$$I(s)=\int_0^\pi cos\gamma\left[ln\frac{2}{1-scos\gamma+\sqrt{(\rho\bar{\rho})^2+1-2\rho\bar{\rho}cos\gamma}}\right]d\gamma$$
$$=-\int_0^\pi cos\gamma ln\left(1-cos\gamma+\sqrt{s^2+1-2scos\gamma}\right)d\gamma \qquad \textbf{(8.6)}$$

Sıfıra eşit olan terim $\int_0^\pi cos\gamma lnsd\gamma=0$ çıkarılıp, her iki tarafın da türevi alındığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I'(s)=\frac{1}{s}\int_0^\pi\frac{cos\gamma d\gamma}{\sqrt{s^2+1-2scos\gamma}} \qquad \textbf{(8.7)}$$

Yukarıdaki denklem eliptik integraller yardımı ile aşağıdaki formda yazılabilir.

$$I'(s)=\frac{2}{s^2}\,[K(s)-E(s)] \qquad \textbf{(8.8)}$$

Yukarıdaki denklem s’e bağlı olarak integre edilirse ;

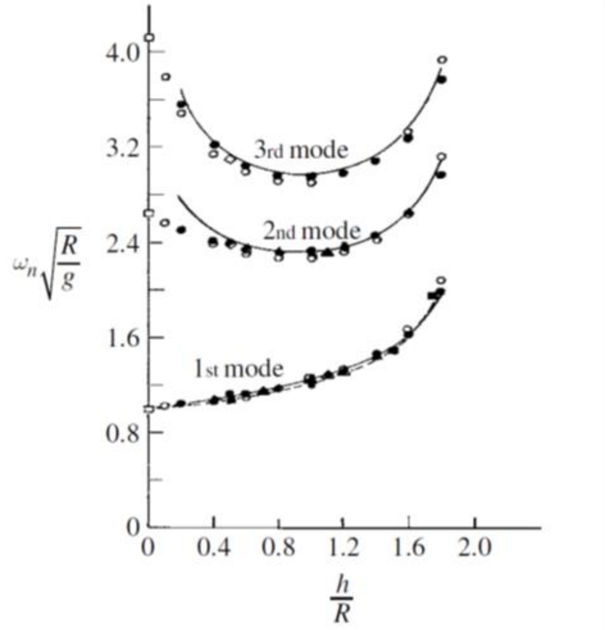
$$I(s)=\int_0^s\frac{2}{s^2}\,[K(s)-E(s)]ds=\frac{2}{s}[E(s)-(1-s^2)K(s)] \qquad \textbf{(8.9)}$$

Çizelge 8.1'de, farklı doluluk oranlarında küresel tanktaki sıvının serbest yüzeyine ait öz (eigen) değerleri verilmektedir. Çizelgede e=-1 boş tankı, e=1 tam dolu tankı, e=0 ise yarı dolu tankı ifade eder.

Çizelge 8.1 : Sıvı serbest yüzeyine ait öz değerler.

e	α	$\alpha\lambda_1$	$\alpha\lambda_2$	$\alpha\lambda_3$	λ_1	λ_2	λ_3
-1	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	7.0	17.0
0	1.0	1.565	5.34	8.66	1.565	5.34	8.56
1	0.0	2.78	5.99	9.25	∞	∞	∞

Abramson 1966 tarihli çalışmasında, bir grup sonucu raporlamıştır [198]. Şekil 8.6'da, ölçülmüş olan ilk 3 doğal frekans ile teorik frekansların karşılaştırmaları gösterilmektedir.



Şekil 7.56 : Analitik ve deneysel olarak elde edilmiş frekans değerleri.

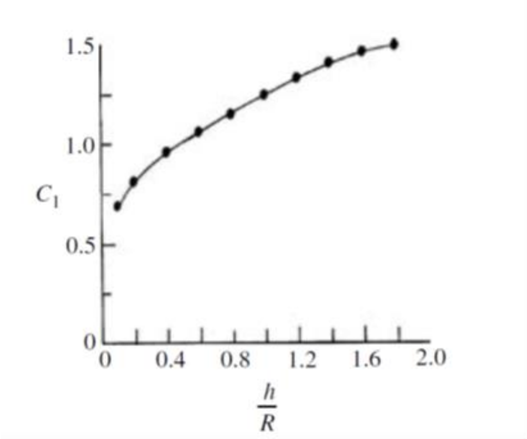
Söz konusu deneysel çalışma sonuçları yardımı ile Mikishev ve Dorozkin aşağıdaki ampirik formülleri geliştirmişlerdir.

$$\sqrt{\lambda_1} = \frac{\sqrt{(1.84)^2 - (1.46 - (h/R)^2)} - 0.56}{\sqrt{2(h/R) - (h/R)^2}}, \qquad 0.1 < \frac{h}{R} < 1.0 \tag{8.10a}$$

$$\sqrt{\lambda_2} = \frac{\sqrt{(1.84)^2 - (1.97 - (h/R)^2)} - 0.34}{\sqrt{2(h/R) - (h/R)^2}}, \qquad 1.0 < \frac{h}{R} < 2.0 \tag{8.10b}$$

$$\sqrt{\lambda_3} = \frac{C_1}{\sqrt{2(h/R) - (h/R)^2}}\,, \qquad 0.1 < \frac{h}{R} < 2.0 \tag{8.10c}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan C_1 derinlik oranına bağlı olarak Şekil 8.11'de yeralan grafik yardımı ile elde edilebilir.



Şekil 7.57 : C_1 katsayısının elde edilmesi.

Rattaya, 1965 yılında gerçekleştirdiği çalışmada ilk doğal periyod için ampirik formülü geliştirmiştir [199].

$$\lambda_1 = \frac{1}{3}\frac{240 - 220\left(\frac{h}{R}\right) + 72\left(\frac{h}{R}\right)^2 - 9\left(\frac{h}{R}\right)^3}{80 - 100\left(\frac{h}{R}\right) + 44\left(\frac{h}{R}\right)^2 - 9\left(\frac{h}{R}\right)^3 + \left(\frac{h}{R}\right)^4} \tag{8.11}$$

$$sin\left[\frac{\pi}{4}\left(2 - \frac{h}{R}\right)\left(1 + \frac{h}{3R}\right)\right]$$

Bu sonuçlardan anlaşılabileceği üzere farklı araştırmacılar öz değerlerin tespiti için farklı formüller geliştirmişlerdir. Çizelge 8.2'de, farklı araştırmacıların yaklaşımları ile elde edilen değerler birarada gösterilmektedir:

Çizelge 8.2 : İlk doğal frekansın karşılaştırması.

H/R	Mikishev ve Dorozhin (1961)	Budiansky (1960)	Abramson (1963)	Chu (1964)	Rattaya (1965)
0.05	1.02	1.0	1.01		1.01
0.5	1.09	1.06	1.08	1.1	1.1
1.0	1.22	1.25	1.22		1.22
1.8	1.92	2.04	2.03		1.83

McIver, 1989 tarihli çalışmasında integral denklemlerin çözümü için bir algoritma oluşturmuştur [200].

$$\int_0^{\infty} f(\tau)d\tau \approx \sum_{i=1}^{N} w_i f(\tau_i) \quad \textbf{(8.12)}$$

Bu yakınsama yardımı ile aşağıdaki matris denklemleri elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} SC - TD &= \delta HC \\ TC - SD &= -\lambda LD \end{aligned} \quad \textbf{(8.13)}$$

Denklemde yeralan $\delta = 1/2sin\xi_0$'dır. S ve T satır matrislerinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$$S_{ii} = coth^2\tau_i\xi_0 \ , \ T_{ii} = coth\tau_i\xi_0 cosech\tau_i\xi_0 \quad \textbf{(8.14)}$$

H ve I matrislerinin elemanları ise aşağıda gösterilmiştir.

$$H_{ij} = w_j H_m(\xi_0, \tau_i, \tau_j) \ , \ L_{ij} = w_j L_m(\xi_0, \tau_i, \tau_j) \quad \textbf{(8.15)}$$

C ve D sütun matrislerinin elemanları ise aşağıda gösterilmiştir.

$$C_i = C(\tau_i) \ , \ D_i = D(\tau_i) \quad \textbf{(8.16)}$$

H ve L matrislerinin elemanları integralin sayısal olarak çözümü ile elde edilmektedir.

$$I_m(\xi_0, \tau, \tau') = \int_0^{\infty} \frac{P^{-m}_{-\frac{1}{2}+ir}(cosh\eta)\, P^{-m}_{-\frac{1}{2}+ir}(cosh\eta) sinh\eta}{cosh\eta + cos\xi_0} d\tau \quad \textbf{(8.17)}$$

Denklemde yeralan $P^{-m}_{-\frac{1}{2}+ir}(cosh\eta)$ ise aşağıdaki denlem ile elde edilir.

$$\begin{aligned} P^{m}_{-\frac{1}{2}+ir}(cosh\eta) &= (-1)^m g_m(\tau) P^{-m}_{-\frac{1}{2}+ir}(cosh\eta) \\ g_m(\tau) &= \left(\tau^2 + \frac{1}{4}\right)\left(\tau^2 + \frac{9}{4}\right) \dots \left(\tau^2 + \frac{1}{4}(2m-1)^2\right) \end{aligned} \quad \textbf{(8.18)}$$

Doğal frekans değerleri ise, h/R oranı yardımı ile tespit edilir.

8.1.2 Doğrusal etki altında çalkantı

Bir önceki bölümde küresel bir tank içerisindeki sıvı serbest yüzeyine ait doğal periyodların elde edilmesinden bahsedilmişti. Farklı tipte dış etkilere maruz kalan sıvı dolu tanklar söz konusu olduğunda bu doğal frekansların bilinmesi önem arz etmektedir. Tasarım aşamasında sıvı doğal frekanslarını doğrusal olmayan rezonans şartlarından uzak tutmak gerekir. Tankın maruz kalacağı dış etkiler etkisel, sinüsoidal, periyodik yada rastgele olabilir. Zorlamaya neden olan dış etkiler altında meydana gelecek hidrodinamik yüklerin tespit edilmesi önemlidir. Hidrodinamik kuvvetler, basınç dağılımının integralinin alınması ile tahmin edilebilirler. Buna ek olarak sıvı serbest yüzeyindeki dalga yüksekliğinin de bilinmesi gerekir. Çünkü bu yükseklik kütle merkezinin değişmesine neden olacaktır. Bu başlık altında, sadece yanal yüklere maruz kalan sıvının tepkisi ile ilgili bilgiler verilmektedir.

Budiansky, 1960 tarihli çalışmasında yanal etkiye maruz kalan küresel bir tankta meydana gelecek çalkantı kuvvetlerinin belirlenebilmesi amacıyla Lagrange yaklaşımına sahip bir yöntem geliştirmiştir [189]. Bu yaklaşımda hareket esnasındaki potansiyel enerji aşağıdaki denklem ile tanımlanmıştır.

$$PE = \frac{1}{2}\int_{S_f} \rho g \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right)^2 ds \tag{8.19}$$

Denklemde yeralan S_f sıvının serbest yüzeyinin alanıdır. Yerdeğiştirme potansiyeli olan Ψ hız potansiyelleri cinsinden, sıvı salınımının doğal modları ile bağlantılı olacak şekilde aşağıdaki denklem ile tanımlanabilir.

$$\Psi = \sum a_n \phi_n\,(x, y, z) \tag{8.20}$$

Denklemde yeralan a_n çalkantı modlarının genelleştirilmiş koordinatlarıdır. Doğrusallaştırılmış sıvı serbest yüzey şartı aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial z} = \frac{\omega_n^2}{g}\,\phi_n \tag{8.21}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan ω_n n. mertebeden doğal frekanstır. Yukarıda verilen denklemler yardımı ile PE denklemi aşağıdaki hale getirilebilir.

$$PE = \frac{1}{2}\int_{S_f} \rho g \left[\sum \left(\frac{a_n \omega_n^2}{g}\right)\phi_n\right]^2 ds = \frac{\rho}{2g}\int_{S_f} \sum a_n^2 \omega_n^4 \phi_n^2\, ds \tag{8.22}$$

Herhangi iki çalkantı modu frekansı için, ω_m ve ω_n hız potansiyelleri ϕ_n ve ϕ_m'ye bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\int_v \nabla\phi_m \nabla\phi_n dv = -\int_v \phi_m \nabla^2\phi_n dv + \int_S \phi_m \nabla\phi_n \cdot n ds + \int_{S_f} \phi_m \frac{\partial \phi_n}{\partial z} ds \tag{8.23}$$

Denklemde yeralan v sıvının hacmidir. Denklemde yeralan terimler $\nabla^2\phi_n = 0$ ve $\nabla\phi_n \cdot n = 0$ olduğundan yukarıdaki denklemin sağ tarafında yeralan ilk iki integral aşağıdaki formu alır.

$$\int_v \nabla\phi_m \cdot \nabla\phi_n dv = \int_{S_f} \phi_m \frac{\partial \phi_n}{\partial z} ds \tag{8.24}$$

Denklemlerde yeralan m=n olarak alındığında ise;

$$PE = \frac{\rho}{2g} \int_{S_f} \sum a_n^2\, \omega_n^2\, \phi_n^2\, ds \tag{8.25}$$

Yeni bir α_n parametresi, $\alpha_n = \int_{S_f} \phi_n^2 ds$ olarak tanımlanır ise potansiyel enerji denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$PE = \frac{\rho}{2g} \sum \alpha_n a_n^2 \omega_n^4 \tag{8.26}$$

Tank – sıvı sistemine ait kinetik enerji denklemi ise aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$KE = \frac{1}{2} m_c \dot{X}^2 + \frac{\rho}{2} \int_v \left\{ \left[\dot{X} + \sum \dot{a}_n \frac{\partial \phi_n}{\partial x} \right]^2 + \left[\sum \dot{a}_n \frac{\partial \phi_n}{\partial y} \right]^2 + \left[\sum \dot{a}_n \frac{\partial \phi_n}{\partial z} \right]^2 \right\} dv \tag{8.27}$$

Denklemde yeralan m_c tankın toplam kütlesidir. Yeni bir parametre olan β_n tanımlanarak denklem aşağıdaki forma getirilir.

$$KE = \frac{1}{2} (m_c + m_l)\, \dot{X}^2 + \frac{\rho l}{2g} \sum \alpha_n \omega_n^2 \dot{a}_n^2 + \rho l\, \dot{X} \sum \beta_n \dot{a}^n \tag{8.28}$$

Boyutsuz koordinatlarda β_n ve α_n parametreleri aşağıdaki denklemler ile elde edilirler.

$$\beta_n = \frac{\omega_n^2}{g} \int_0^{\alpha R} \int_o^{2\pi} r\,(rcos\theta)\,F_n\,(r,0)cosk\theta drd\theta \qquad \textbf{(8.29a)}$$

$$\alpha_n = (\alpha R)^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho\big(f(\rho)\big)^2 cos^2\theta d\theta d\rho = \pi(\alpha R)^2 \int_0^1 \rho\big(f(\rho)\big)^2 d\rho \qquad \textbf{(8.29b)}$$

Genelleştirilmiş koordinatlara bağlı olarak Lagrange denklemi kullanıldığında ve tankın yer değiştirmesi $x(t) = X_0 sin\Omega t$ olarak tanımlandığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$F_s = -m_l \frac{d^2X_0}{dt^2} - \pi\rho_l(\alpha R)^3 \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{d^2\eta_n}{dt^2} \qquad \textbf{(8.30)}$$

Denklemde geçen D_n katsayısı aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$D_n = \int_0^1 \rho^2 f_n(\rho) d\rho \qquad \textbf{(8.31)}$$

Yukarıdaki denklem yardımı ile elde edilen kuvvet, verilen dış etkide kürede karşılaşılabilecek en büyük kuvvet olarak tanımlanmaktadır. Yapılan çeşitli deneysel çalışmalar ile bu kabul desteklenmiştir. Yapılan deneysel çalışmalar, en büyük çalkantı kuvvetlerinin tankın %50 doluluk oranındayken oluştuğunu göstermektedir.

8.1.3 Zayıf doğrusal olmayan çalkantı

Bir önceki kısımda yararlanılan doğrusal teori, sıvı serbest yüzeyine ait doğal frekansların ve dalga yüksekliklerinin belirlenmesi için yeterliydi. Ancak, oldukça büyük önemi olan ağırlık merkezinin düşey yerdeğiştirmesi söz konusu olduğunda bu teori yetersiz kalmaktadır. Buna ek olarak rezonans haline yakın koşullar söz konusu olduğunda da doğrusal teori yetersizdir. Sıvıdaki doğrusal olmayan etkilerin büyük çoğunluğu serbest yüzey koşullarında gözlenmektedir. Solaas ve Faltinsen 1997 tarihli çalışmalarında, Moiseev Teorisi yardımıyla iki boyutlu dikdörtgen bir tank için doğrusal olmayan çalkantı çözümlerini elde etmeyi başarmışlardır [201]. Shankar ve Kidambi, 2002 tarihli çalışmalarında mod yöntemini kullanarak doğrusal olmayan çalkantı frekansını tanımlamayı başarmışlardır [202].

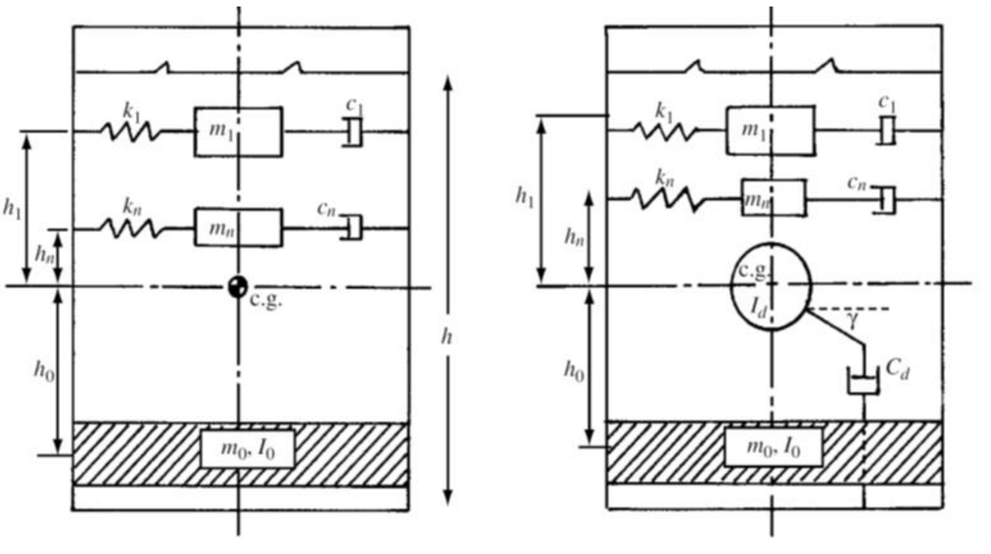
Tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen incelemelerde, söz konusu doğrusal olmayan çözüm yaklaşımlarının silindirik, dikdörtgen ve kanonik biçimli tanklar için geliştirildiği, küre için herhangi bir yaklaşım olmadığı tespit edilmiştir.

8.1.4 Eşdeğer mekanik modeller

Rijit tank içerisindeki sıvı hidrodinamik basıncı, genel olarak iki temel bileşene sahiptir. Bunlardan ilki direkt olarak tankın ivmelenmesi ile orantılıdr. İkincisi ise "konvektif basınç" olarak adlandırılmakta olup, serbest yüzeydeki çalkantı ile karakterize edilir. Tank içerisindeki sıvının dinamiklerinin eşdeğer mekanik sistemler yardımı ile tanımlanması gerçekçi bir yaklaşımdır. Burada geçen eşdeğer tabiri, tank duvarlarına etkiyen eşit kuvvet ve momenti ifade etmek için kullanılır. Doğrusal bir düzlemde sıvının hareketi, bir grup sarkaç ve kütle-yay sistemi ile tanımlanabilir.

Doğrusal olmayan bir düzlem söz konusu olduğunda ise küresel yada birleşik sarkaç sistemleri gerekmektedir. Graham, 1951 tarihli çalışmasında sıvı serbest yüzeyi hareketlerini temsil eden bir eşdeğer model geliştirmiştir [203]. Daha sonraki yıllarda konu ile ilgili oldukça yaygın çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Mekanik eşdeğer bir model oluşturmanın temel şartları aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

- Mekanik modelde eşit kütleler ve momentler korunmalıdır
- Küçük salınımlarda ağırlık merkezi aynı kalmalıdır
- Mekanik sistem aynı salınım modlarını ve çarpma kuvvetlerini sağlamalıdır
- Aynı dış etki altında mekanik sistem gerçek sistemle aynı kuvvet ve momenti üretmelidir.



Şekil 7.58 : Eşdeğer mekanik modeller.

Gösterilmekte olan model m_0 sabit kütlesine sahip olup, tankla birlikte hareket etmektedir. Şekilde verilen m_n, herbir çalkantı moduna karşı gelen kütleyi ifade etmektedir. Eşdeğer mekanik model aşağıdaki denklemlerde verilen şartları yerine getirmelidir.

$$m_f = m_0 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \qquad \textbf{(8.32)}$$

Yukarıdaki denklem akışkanın toplam kütlesini tanımlanmaktadır. Aşağıdaki denklem ise atalet momentini ifade eder.

$$I_f = I_0 + m_0 h_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2 \qquad \textbf{(8.33)}$$

Lagrange denklemi yardımı ile eşdeğer modele ait hareket denklemleri elde edilebilir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\right) L - \frac{\partial}{\partial q_i} L = -\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \Im + Q_i \qquad \textbf{(8.34)}$$

L = T-V için, q_i genelleştirilmiş koordinatları, Q_i genelleştirilmiş kuvvetleri, $\Im$ Rayleigh enerji fonksiyonunu, T ve V sırası ile kinetik ve potansiyel enerjiyi temsil eder. Kinetik ve potansiyel enerjilere ait denklemler aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} T = &\frac{1}{2} m_0 \left(\dot{x} - h_0 \dot{\Psi}\right)^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\Psi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} m_n \left(\dot{x}_n + \dot{x} + h_n \dot{\Psi}\right)^2 \\ &+ \frac{1}{2} I_d \left(\dot{\Psi} + \dot{\gamma}\right)^2 \end{aligned} \qquad \textbf{(8.35a)}$$

$$V = \frac{1}{2} g \Psi^2 m_0 h_0 - \frac{1}{2} g \Psi^2 \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n - g\Psi \sum_{n=1}^{\infty} m_n x_n + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} k_n x_n^2 \qquad \textbf{(8.35b)}$$

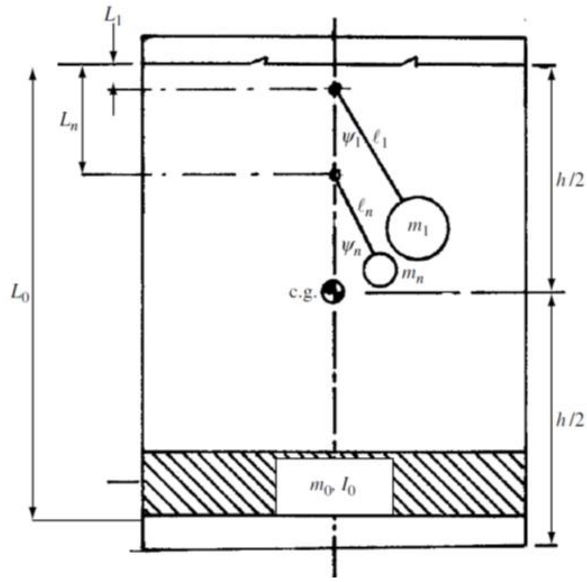
Rayleigh enerji denklemi ise aşağıda verilmektedir.

$$\Im = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \dot{x}_n^2 + \frac{1}{2} C_d \dot{\gamma}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} m_n \omega_n \zeta_n \dot{x}_n^2 + \frac{1}{2} C_d \dot{\gamma}^2 \qquad \textbf{(8.36)}$$

Denklemlerde yeralan genelleştirilmiş koordinatlar ve kuvvetler ise aşağıdaki denklemler ile tanımlanır.

$$\{q_i\} = \{x \; x_n \; \Psi \; \gamma\}^T \quad , \quad \{Q_i\} = \left\{-F_x \; 0 \; M_y \; 0\right\} \qquad \textbf{(8.37)}$$

Bu kısma kadar anlatılanlar yay-kütle sistemi ile ilgilidir. Bu kısmın başında da bahsedildiği üzere eşdeğer mekanik sistemler sarkaç yardımı ile de oluşturulabilirler. Bir sarkaç eşdeğer modeli Şekil 8.9'da gösterilmektedir.



Şekil 7.59 : Sarkaç eşdeğer modeli.

Yay-kütle sistemindekine benzer şekilde sarkaç modelinde de Lagrange denklemi yardımı ile hareket denklemleri geliştirilebilirler. Aşağıdaki ilk denklem kinetik enerjiye aittir.

$$T \approx \frac{1}{2}m_0\left[\dot{x}+\left(\frac{h}{2}-L_0\right)\dot{\Psi}\right]^2+\frac{1}{2}I_0\dot{\Psi}^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}m_n\left[\left(\frac{h}{2}-L_n-l_n\right)\dot{\Psi}+l_n\dot{\Psi}_n+\dot{x}\right]^2 \qquad \textbf{(8.38)}$$

Potansiyel enerji ise aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$V=-m_0gL_0cos\Psi-\sum_{n=1}^{\infty}m_ng[L_ncos\Psi+\ l_ncos(\Psi+\Psi_n)] \qquad \textbf{(8.39)}$$

Genelleştirilmiş koordinatlar ve kuvvetler ise aşağıda gösterilmiştir.

$$\{q_i\}=\{x\ \Psi\ \Psi_n\}^T \quad , \quad \{Q_i\}=\left\{-F_z\ 0M_y\ 0\right\}^T \qquad \textbf{(8.40)}$$

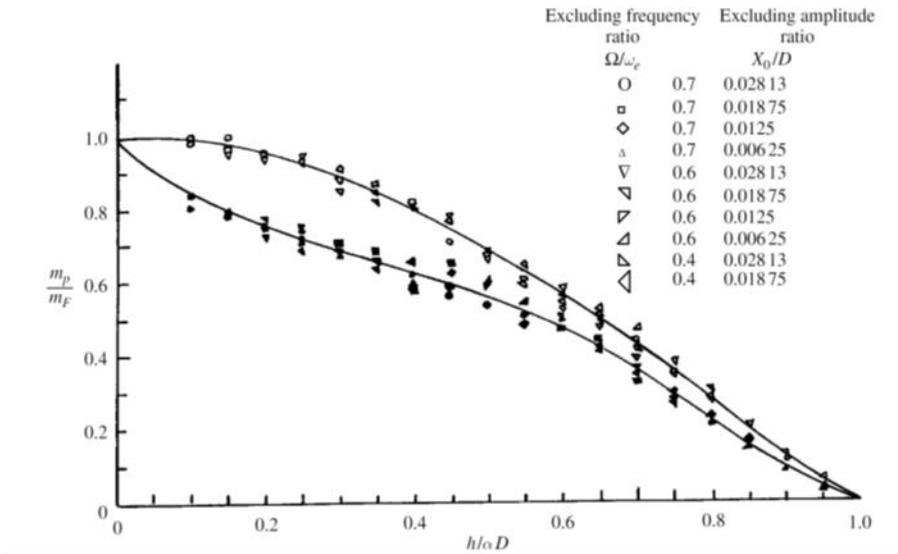
Kuvvet denklemi aşağıda verilmektedir.

$$-F_x=m_0\left[\ddot{x}+\left(\frac{h}{2}-L_0\right)\ddot{\Psi}\right]+\sum_{n=1}^{\infty}m_n\left[\left(\frac{h}{2}-L_n-l_n\right)\ddot{\Psi}+l_n\ddot{\Psi}_n+\ddot{x}\right] \qquad \textbf{(8.41)}$$

Küre biçimli tank için doğrusal bir etki için gerekli denklemler önceki bölümlerde verilmişti. Küreye ait eşdeğer bir model oluşturulması oldukça zor bir konu olup, yapılan bazı deneysel çalışmaların sonuçlarına dayanılarak yaklaşımlar geliştirilmiştir. Sumner, 1965 tarihli çalışmasında 32 inç yarıçapında bir küre ile çalışmış ve ölçülen yatay çalkantı kuvveti yardımı ile sarkaç kütlesini aşağıdaki denklem ile tanımlanmıştır [204].

$$m_p = \frac{F_s}{X_0}\left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega_e^2}\right) \quad \textbf{(8.42)}$$

Denklemde yeralan F_s yatay çalkantı kuvveti, X_0 dış etkinin genliği, Ω ise etkinin frekansıdır. Söz konusu çalışmada farklı doluluk oranları için sarkacın kütlesi elde edilmiştir. Şekil 8.10'da, deney sonucu elde edilen grafik verilmiştir.



Şekil 7.60 : Toplam sıvı kütlesine bağlı çalkantı kütlesi.

Mekanik eşdeğer modeller doğrusal olan ve olmayan sıvı serbest yüzey hareketlerinin benzetilmesinde oldukça etkili bir araçtır. Doğrusal modelin parametreleri belli geometrik şekildeki tanklar için mevcuttur. Daha karmaşık geometrideki tanklara ait parametreler ise deneysel çalışma ile elde edilebilmektedir. Rezonans haline yakın durumlarda ise eşdeğer model iyi sonuç vermemektedir.

8.1.5 Parametrik çalkantı : Faraday dalgaları

Parametrik çalkantı, durgun haldeki sıvı serbest yüzeyinin düzlemine dik olarak etkiyen bir dış kuvvetin sonucu meydana gelen sıvı hareketi olarak tanımlanır. Dinamik sistemlerde bu tür parametrik salınımlar genellikle zamana bağlı değişkenler olan atalet ve rijitlik gibi parametrelerdeki değişim sonucu meydana gelir.

Örneğin, dikey yönde, doğal frekansının iki katı büyüklükte bir frekansta zorlanan bir tankta çalkantı dalgaları meydana gelir. Bu dalgalar "*Faraday Dalgaları*" olarak adlandırılırlar [205]. Faraday, 1831 tarihinde gerçekleştirdiği çalışmasında, camdan yapılmış bir kap içerisindeki sıvının dikey zorlamaya bağlı olarak salındığını gözlemlemiştir. Farklı geometriye sahip tankların analiz edilmesindeki matematiksel zorluklar nedeniyle, Kana 1966 yılında silindir ve küre biçimindeki tanklar için konu ile ilgili deneyler gerçekleştirmiştir [206]. Her iki geometriye ait sıvı tepkilerinin çok benzer olduklarını gözlemiştir. Küre biçimindeki bir tankta serbest yüzey modları içerisindeki sıvının derinliği ile bağlantılıdır. Modern doğrusal olmayan dinamik teorisi ile birçok karmaşık serbest yüzey problemi çözülmüştür. Faraday dalgaları ise genellikle dikdörtgen biçimli tanklar için çalışılmıştır.

8.2 Nasa D-1991 Nolu Teknik Notu

Bu başlık altında, küre biçimli bir tanktaki çalkantı hareketinin sayısal modelleme çalışmasına altlık olacak bir NASA teknik raporundan söz edilmektedir. Yapılan literatür çalışması kapsamında küre ilgili olarak gerçekleştirilmiş ve sonuçları kamuya açık olan herhangi başka bir çalışma bulunamamıştır. İncelenen yöntemin küredeki çalkantı problemine ne denli uyacağı sorusuna yanıt alabilmek için Sumner ve Stofan tarafından 1963 yılında, NASA'ya bağlı Lewis Araştırma Merkezi'nde gerçekleştirilen çalışmadan yararlanılmıştır [207]. Söz konusu raporun orjinaline ulaşmak oldukça zahmetli bir süreci gerektirmiş olup, Illinois Üniversitesi arşivinden temin edilmiştir. Teknik raporun tam orijinal metni ekler kısmında verilmektedir. Sumner ve Stofan deneysel çalışmalar kapsamında, farklı sıvıların sönümlenme karakteristiklerini belirlemeye çalışmışlardır. Deneysel çalışmalar kapsamında çapları 24.13, 52.07 ve 81.28 cm (9.5, 20.5 ve 32 inç) olan üç farklı küre kullanılmıştır.

Deneylerde kullanılan sıvıların kinematik viskozite değerleri $1.23x10^{-6}$ ile $1.183x10^{-2}$ (ft^2/s) arasında değişmekte olup bunlar, asetilen, gliserin, civa, su ve çeşitli karışımlardır. İncelenen tanklarda bulunan sıvıların hareketi uzay uçuşlarında, ek dinamik etkiler meydana getirmekte ve stabilizasyon sorunları oluşturmaktadırlar. Bu etkiler aynı zamanda uzay aracının yapısal bütünlüğü için de olumsuz etkiler meydana getirebilmektedir.

Yapılan incelemelerde, küresel tank içerisinde meydana gelen çalkantı hareketi sonucu oluşan maksimum kuvvetin, tank içerisindeki sıvının ağırlığının ¼ 'ü ile ifade edileceği belirlenmiştir. Tank içerisindeki sıvı hareketinin genliğinin azaltılması, sıvının daha fazla sönümlenmesi ile mümkün olmaktadır.

Şekil 8.11'de gösterilmekte olan deney düzeneğinde, bir test platformu üzerine yerleştirilmiş olan küre biçimli tanka, pistonlar yardımı ile yatay yönde bir hareket verilmektedir.

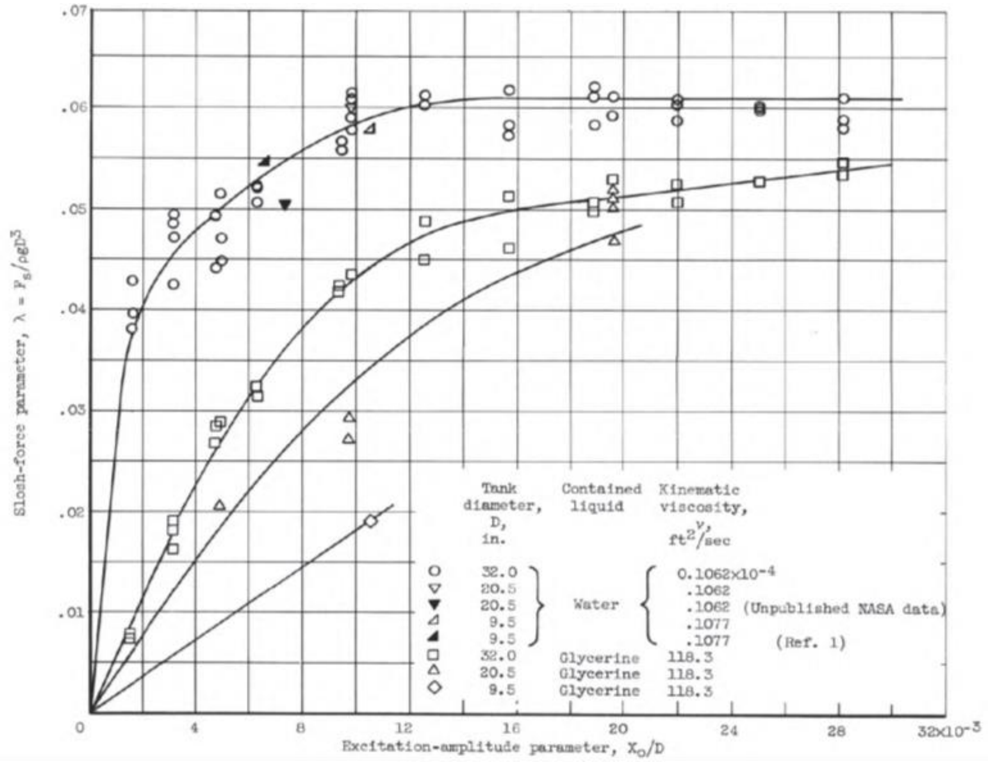
Şekil 7.61 : Küre biçimli tanka ait test platformunun gösterimi.

Söz konusu sönümleme etkisinin oluşturulabilmesi için çeşitli perde düzenekleri ve diyafram yapıları denenmiştir. Yukarıda da bahsedildiği üzere yatay etki, hidrolik pistonlar yardımı ile sağlanmıştır. Dış etkinin genliği 0 ile 2.54 cm arasında değişmektedir (0 – 1 inç). Bu etkinin frekansı ise saniyede 0 ile 20 tur arasındadır. Deneysel çalışmaya ait rapor kapsamında, denenen herbir sıvıya ait detaylar verilmemiş olup, su, gliserin ve bu ikisinin karışımından oluşan sıvı ile ilgili ayrıntılardan bahsedilmektedir.

Yapılan deneysel çalışmalar sonucunda, en büyük çalkantı kuvvetlerinin h/2R oranının 0.50 olduğu ilk doğal modda gözlendiği belirlenmiştir. Teknik rapor kapsamında verilen tüm sonuçlar 0.50 doluluk oranına aittir. Sumner ve Stofan tarafından gerçekleştirilmiş deneysel çalışmalarda, diğerlerine göre daha az viskoz olan su kullanıldığında elde edilen maksimum çalkantı kuvveti parametresinin 0.06 olduğu belirlenmiştir. Burada kullanılan parametre boyutsuz olup aşağıdaki denklem ile ifade edilmektedir.

$$\lambda = \frac{F_s}{\rho g D^3} \qquad \textbf{(8.43)}$$

Yukarıdaki denklemde yeralan λ terimi çalkantı kuvveti parametresidir. Şekil 8.12'den de görülebileceği üzere, su dolu bir tanktaki ilk moda ait çalkantı kuvveti parametresi tank çapına bağlı olarak genelleştirilebilir.



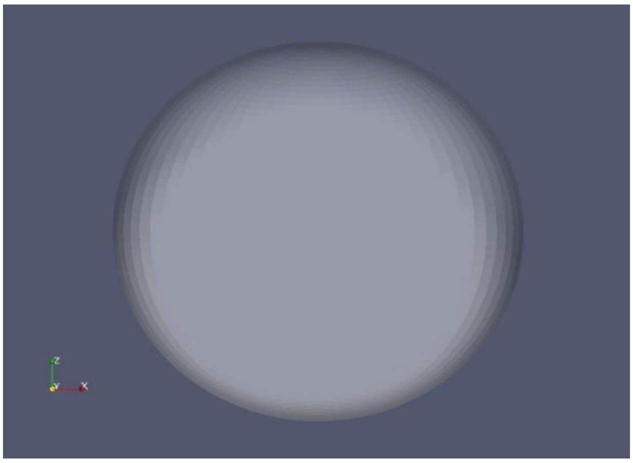
Şekil 7.62 : Dış kuvvetin genliği ile çalkantı kuvveti parametresi değişimi.

Gerçekleştirilen deneysel çalışmalar neticesinde kuvvet parametresi değerinin en büyük gözlendiği değer 0.061 olmuştur. Söz konusu değer, X_0/D oranının 0.0125 olduğu durumda gözlenmiştir. Bu oranın büyütüldüğü haller için kuvvet parametresinin yatay seyir izlediği belirlenmiştir. Söz konusu genelleştirme tank içerisindeki sıvının su olduğu halleri kapsamakta olup, diğer sıvılar için çalışmada herhangi bir genelleştirme yapılmamıştır. Yapılan çalışmalara ait karakteristikler maddeler halinde sıralanacak olursa;

- Tüm deneysel çalışmalar h/2R oranının 0.50 olduğu durum için gerçekleştirilmiştir.
- Yatay zorlamanın genliği 0.127 cm ile 2.286 cm (0.05 – 0.90 inç) arasında değişmektedir.
- Boyutsuz yatay zorlama - genlik parametresi kullanılmıştır X_0/D
- Boyutsuz viskozite tanımı $B = \nu/\sqrt{gD^3}$ denklemi ile yapılmıştır.

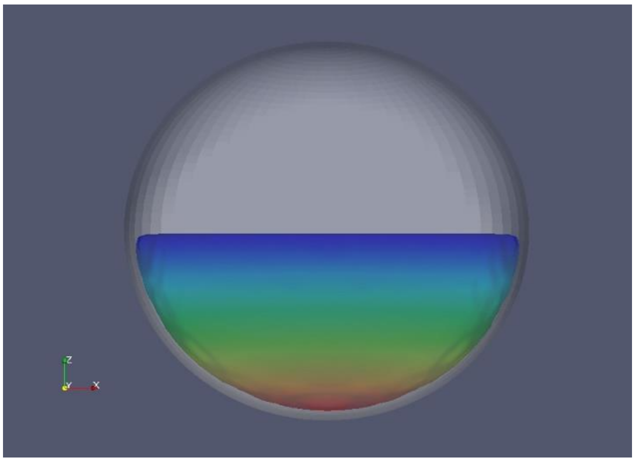
8.3 Küre Biçimli Tanka Ait Sayısal Model Çalışması

Yukarıdaki kısımlarda da bahsedildiği üzere, %50 doluluk oranında olan ve çapları 24.13, 52.07 ve 81.28 cm (9.5, 20.5 ve 32 inç) olan üç farklı küre ile deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Sayısal model, çapı 81.28 cm (32 inç) olan ve %50 doluluk oranındaki küre için oluşturulmuştur. Küreye ait katı model Şekil 8.13'de gösterilmiştir.



Şekil 7.63 : R = 81.28 cm (32 inç) olan küre katı modeli.

Bir sonraki adım %50 doluluk oranını sağlayacak şekilde küre içerisindeki akışkanın tanımlanması olmuştur. Söz konusu tanımlama sonucu elde edilen durum Şekil 8.14'de gösterilmektedir.



Şekil 7.64 : %50 oranındaki akışkanın tanımlanması.

Tez çalışmasının ana konusunu oluşturan bu başlık altında, NASA'da küre için gerçekleştirilmiş deneylere karşı gelen, sayısal çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki çizelgede, söz konusu sayısal çalışmaya en iyi uymakta olan seçilmiş parametrelerin ayrıntıları verilmektedir.

Çizelge 8.3 : Çözüme ait büyüklükler ve seçilmiş parametreler.

Suyun yoğunluğu	1000 kg m^{-3}
%100 Gliserinin yoğunluğu	1261 kg m^{-3}
Viskozite tanımı	Laminer Viskozite
Suyun Kinematik viskozitesi	0.9866 x 10^{-6} m^2s^{-1} (0.1062 x 10^{-4} ft^2s^{-1})
Gliserinin Kinematik viskozitesi	109.9 x 10^{-5} m^2s^{-1} (118.3 x 10^{-4} ft^2s^{-1})
Parçacık sayısı (Np)	3,451,000
Parçacıklar arası mesafe (dp)	0.0035 m
Ses hızı	28 m/s
CFL katsayısı	0.25
Düzeltme katsayısı	1.10
Kernel fonksiyonu	Wendland
Zamansal integrasyon	Simplektik
Benzeşim çalışması tamamlanma süresi (Su için)	3 gün 8 saat 16 dakika
Benzeşim çalışması tamamlanma süresi (Gliserin için)	3 gün 5 saat 24 dakika

8.3.1 Su dolu tanka ait sayısal model çalışmaları

Bu başlık altında, %50 oranında su ile dolu olan 81.28 cm (32 inç) çapındaki küre biçimli tanka ait sayısal model çalışmasının detaylarından bahsedilmektedir. Yukarıdaki kısımlarda da bahsedildiği üzere, incelemeye konu olan deneysel çalışma NASA'ya ait test merkezinde gerçekleştirilmiştir. Deney büyük ve küçük test düzeneği olarak adlandırılan iki farklı konfigürasyon için gerçekleştirilmiş olup, sayısal model çalışmasında büyük test düzeneği sonuçlarından yararlanılmıştır. Söz konusu testlerde, küre için tanımlanan yerdeğiştirme hareketinin frekansı 0 - 20 döngü/s; genliği ise 0 – 2.54 cm (0 – 1 inç) arasında değerler almıştır.

Gerçekleştirilen test çalışmalarında, uyarma – genlik[32] parametresi olarak adlandırılan ve $X_o/_D$ ile tanımlanan bir büyüklükten yararlanılmıştır. Denklemde yeralan X_o ifadesi cm cinsinden genliği, D ise cm cinsinden tank çapını ifade etmektedir. R = 32 inç = 81.28 cm çapındaki küre biçimli tank ile gerçekleştirilmiş çalışmalarda gözlenen en büyük dalga yüksekliğinin, uyarma – genlik parametresinin

[32] Ing. Excitation – Amplitude

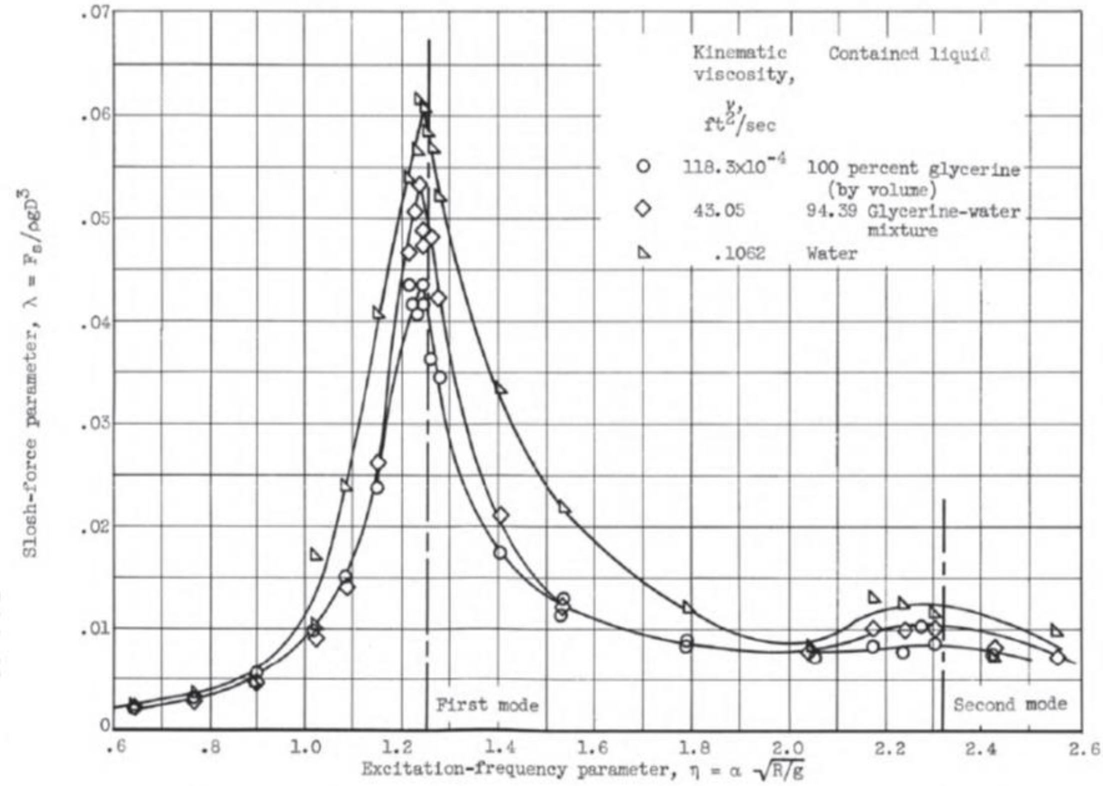
0.0281 olduğu durumda oluştuğu tespit edilmiştir. Bu durumda yerdeğiştirmenin genliği ise 0.9 inç = 2.286 cm olmaktadır. Söz konusu çalışmaya ait bulgular Şekil 8.12'de gösterilmektedir. Şekilden de anlaşıldığı üzere uyarma-genlik parametresinin büyümesi ile birlikte meydana gelen dalga yükseklikleri de artmaktadır. Sayısal model çalışmaları da farklı uyarma – genlik oranları için gerçekleştirilerek elde edilen değerler deneysel veriler ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada kullanılan büyüklük boyutsuz çalkantı kuvveti parametresi olup elde edilişi Denklem 8.43'de gösterilmektedir. Çalkantı - kuvvet[33] boyutsuz parametresi olarak adlandırılan söz konusu boyutsuz parametre, en büyük değerine uyarma – genlik parametresinin 0.0125 olduğu anda ulaşmakta olup, bu değerin üzerinde yatay seyir izlemektedir.

Uyarma – frekans [34] parametresi deneyde etkisi incelenmiş bir diğer büyüklük olup, çalışmanın bu kısmında $X_o/_D = 0.00975$ değeri sabit alınmıştır (X_0 = 0.312 inç = 0.792 cm). R = 81.28 cm (32 inç) olan küre biçimli tank için deneyde elde edilmiş değerler Şekil 8.15'de gösterilmektedir. Uyarma – frekans boyutsuz parametresinin (salınımsal frekans parametresi) tanımı ise aşağıdaki denklemde verilmektedir.

$$\eta = \alpha \sqrt{\frac{R}{g}} \tag{8.44}$$

Yukarıdaki denklemde verilmekte olan boyutsuz parametre, 0.6 ile 2.6 arasındaki değerleri için incelenmiştir. Denklemde yeralan g yerçekimi ivmesi, R kürenin yarıçapı, α ise rad/s cinsinden uyarma frekansıdır (1 rad/s = $1/2\pi$ Hz = 0.159155 Hz).

[33] Ing. Slosh – Force
[34] Ing. Excitation – Frequency



Şekil 7.65 : Frekans değerlerinin çalkantı-kuvvet parametresine etkisi.

Uyarma – genlik boyutsuz parametresinin değişiminin, çalkantı – kuvvet parametresinin elde edilmesine etkisinin irdelendiği çalışmalarda, hareketin frekansı çalışmada hesaplanmış olan ilk doğal periyoda eşit olarak alınmıştır. İlk doğal moda ait değer (eigenvektör) %50 doluluk oranı için, $\sqrt{\lambda_1} = 1.2540$, olup buna karşı gelen frekans değeri hesaplanmıştır.

$$\eta = \alpha \sqrt{\frac{R}{g}} \Rightarrow 1.2540 = \alpha \sqrt{\frac{1.333\,ft}{32.174\frac{ft}{s^2}}} \Rightarrow 1.2540 = 0.2035\alpha \Rightarrow \alpha = 6.162\frac{rad}{s}$$

$$6.162\frac{rad}{s} = 0.981\,Hz$$

Çalışmanın bu kısmında gerçekleştirilen sayısal model hesaplarında, hareketin frekansı 0.981 Hz olarak sabit alınmıştır.

Uyarma – frekans boyutsuz parametresi değişiminin, çalkantı – kuvvet parametresinin elde edilmesine etkisinin irdelendiği çalışmalarda ise, hareketin genliği 0.312 inç = 0.792 cm olarak sabit alınmıştır. Şekil 8.12'de, genlik değerinin değişimi ile ilgili olan çalışma sonuçları gösterilmektedir.

Deney çalışmalarında ölçülmüş olan kuvvet, yatay yönde olup, tankın aniden durdurulması anında oluşan kuvvettir. Sayısal model çalışması kapsamında da aynı hareket tekrarlanmış ve yatay kuvvet F_s, Newton birimi cinsinden elde edilmiştir. Yukarıdaki grafikte yeralan F_s ise Pound (lb) cinsinden olup, deneysel çalışma ile sayısal çalışmanın mukayese edildiği grafikler aynı birim sisteminde oluşturulmuştur. Buna temel olarak ise (herhangi bir hataya yol açmamak için) deneysel çalışmanın birim sistemi seçilmiştir (1N = 0.22481 lb, 1 cm = 0.0328 feet , g = 32.174 ft/s^2 , 1 m^2s^{-1} = 10.764 ft^2s^{-1}).

Çizelge 8.4'de uyarma – frekans boyutsuz parametresinin, çalkantı – kuvvet değerlerine olan etkisinin irdelendiği çalışmalardaki değerler gösterilmektedir.

Çizelge 8.4 : Çözümdeki uyarma – frekans parametresi değerleri.

***η* : Uyarma – Frekans Parametresi**	***α* : Frekans değeri (Hz)**	***η* : Uyarma – Frekans Parametresi**	***α* : Frekans değeri (Hz)**
0.640	0.501	1.270	0.993
0.770	0.602	1.275	0.997
0.900	0.704	1.400	1.095
1.025	0.802	1.540	1.204
1.030	0.806	1.790	1.400
1.085	0.849	2.170	1.697
1.150	0.899	2.230	1.744
1.215	0.950	2.300	1.799
1.245	0.974	2.560	2.002
1.254	***0.981***		

Yapılan çalışma neticesinde, farklı frekanslardaki dış uyarmalara karşı gelen F_s çalkantı kuvveti bulunmuştur. Söz konusu çalkantı kuvveti değeri $\rho g D^3$'e bölünerek boyutsuz çalkantı – kuvvet parametreleri elde edilmiştir.

Bir sonraki adımda ise, aşağıdaki Çizelge 8.5'de gösterilmekte olan değerler yardımı ile uyarma – genlik parametresindeki değişimin çalkantı – kuvvet parametresi üzerindeki etkisi incelenmiştir.

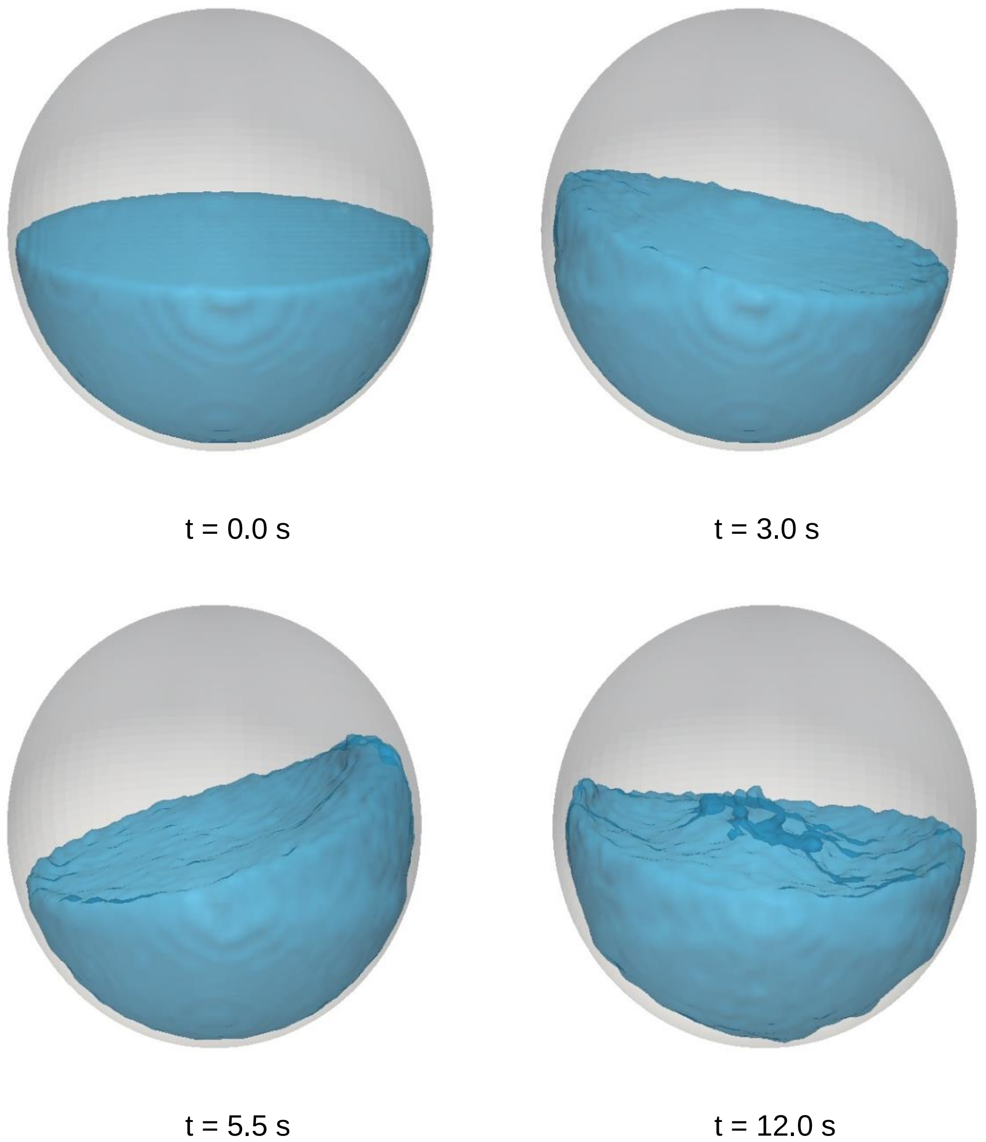
Çizelge 8.5 : Çözümdeki uyarma – genlik parametresi değerleri.

***X_o/D* Uyarma – Genlik Parametresi**	***X_o* : dış kuvvet genliği (m)**	***X_o/D* Uyarma – Genlik Parametresi**	***X_o* : dış kuvvet genliği (m)**
1.455	0.00018	12.455	0.00153
1.636	0.00020	15.636	0.00192
3.091	0.00038	18.818	0.00232
4.727	0.00058	19.545	0.00240
5.000	0.00062	22.000	0.00271
6.273	0.00077	25.091	0.00309
9.364	0.00115	28.182	0.00347
9.818	0.00121		

Gerçekleştirilen sayısal model çalışmaları neticesinde, küre cidarındaki kuvvet değerleri elde edilmiştir. Öncelikle, Çizelge 8.4'de gösterilmekte olan frekans değerleri yardımı ile toplam 19 adet sayısal benzeşim çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalar sonucunda herbir durumdaki maksimum kuvvet değeri F_s hesaplanarak, Denklem 8.43 yardımı ile boyutsuz λ değerleri elde edilmiştir.

Benzer şekilde, genlik parametresi değişimine ait sayısal benzeşim çalışmaları da toplam 15 farklı durum için gerçekleştirilmiştir. Çizelge 8.15'de gösterilmekte olan genlik değerleri yardımı ile çalışmalar gerçekleştirilmiş ve herbir duruma ait maksimum kuvvet değerleri elde edilmiştir. Bir önceki paragrafta anlatılmış olan yaklaşım ile boyutsuz λ değerleri herbir durum için elde edilmiştir.

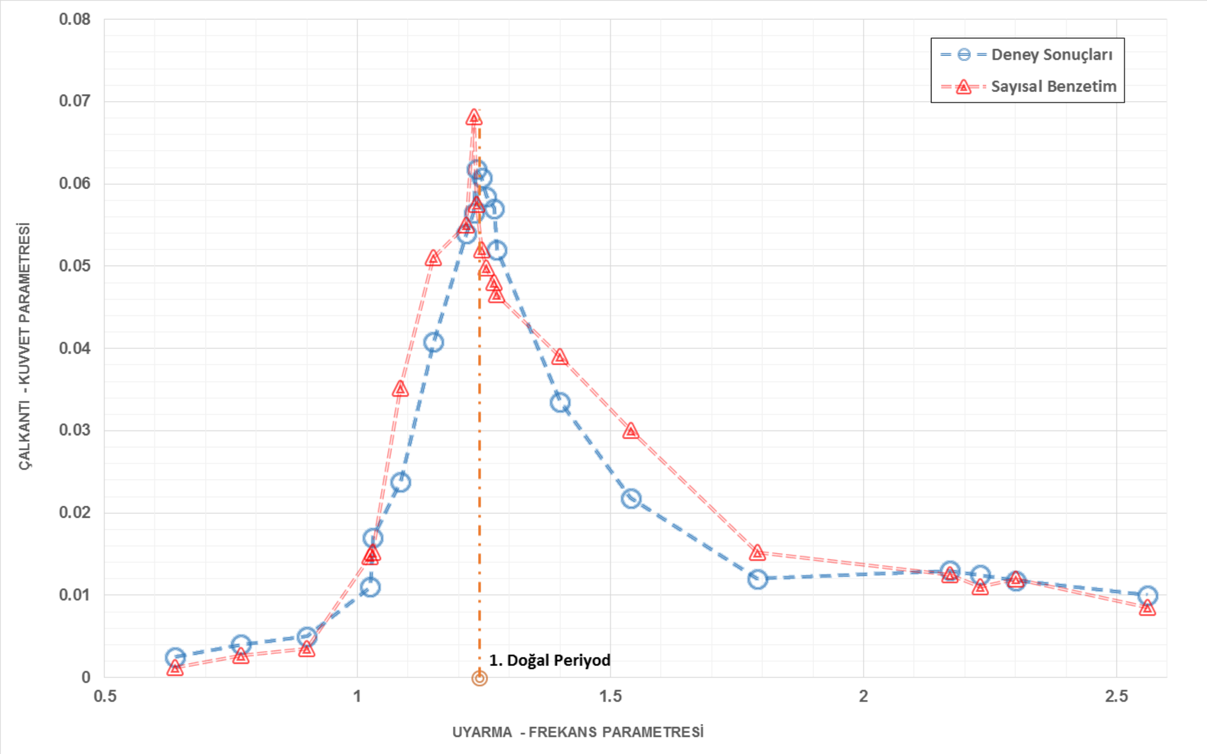
Aşağıda gösterilmekte olan Şekil 8.16'da, su için gerçekleştirilmiş olan çalışma sonucunda yakalanmış bazı benzeşim anları gösterilmektedir. Bu senaryoda, uyarma frekansı 0.981 Hz, yanal hareketin genliği ise 0.792 cm'dir.



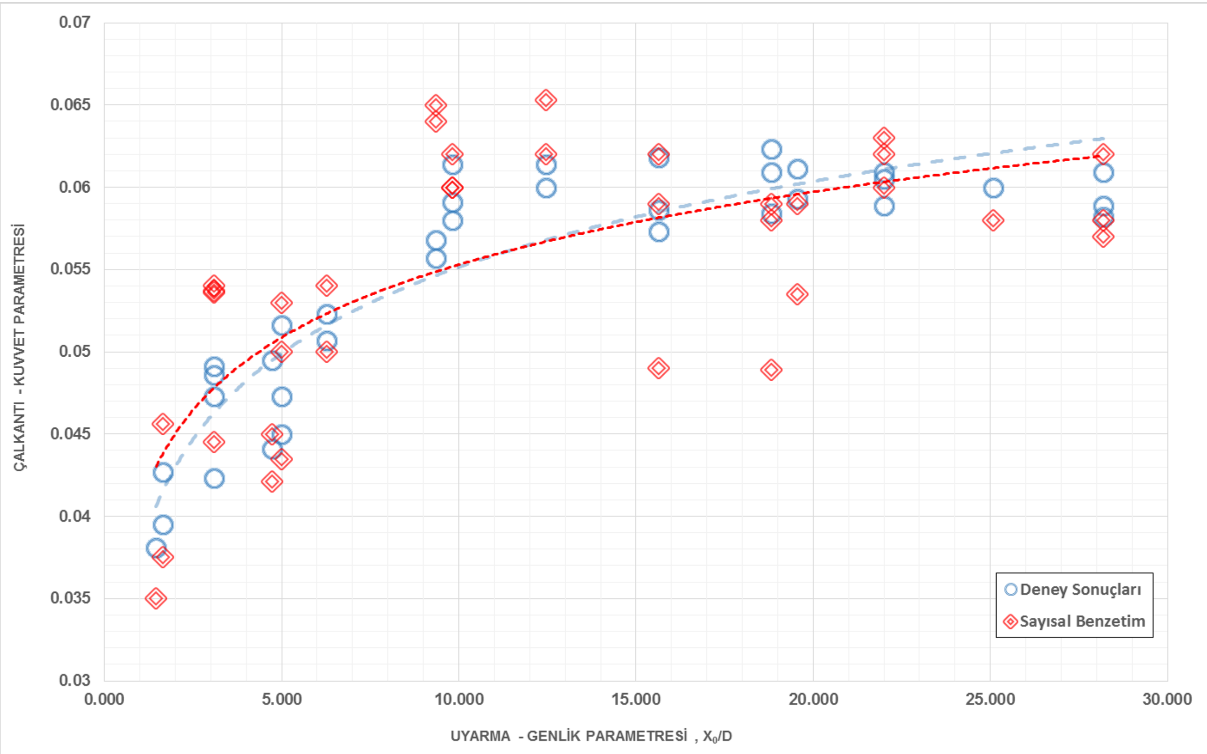
Şekil 7.66 : Küreye ait benzeşim çalışmasında elde edilmiş anlık görüntüler.

Yukarıdaki şekilde verilen senaryoya ait detaylı görseller t = 0.1 saniye zaman aralıkları için ekler kısmında verilmektedir.

Uyarma – frekans parametresi ile uyarma – genlik parametresi değişimlerinin, boyutsuz çalkantı – kuvveti değişimleri üzerindeki etkisi, sayısal benzeşim çalışmaları ile elde edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçların ne denli tutarlı olduğunu anlayabilmenin en iyi yolu, deney sonuçları ile yapılacak olan karşılaştırma olacaktır. Frekans ve genlik değişimlerinin etkilerinin irdelendiği deneysel çalışma sonuçları ile sayısal benzeşimde elde edilen sonuçlar Şekil 8.17 ile Şekil 8.18'de gösterilmiştir.



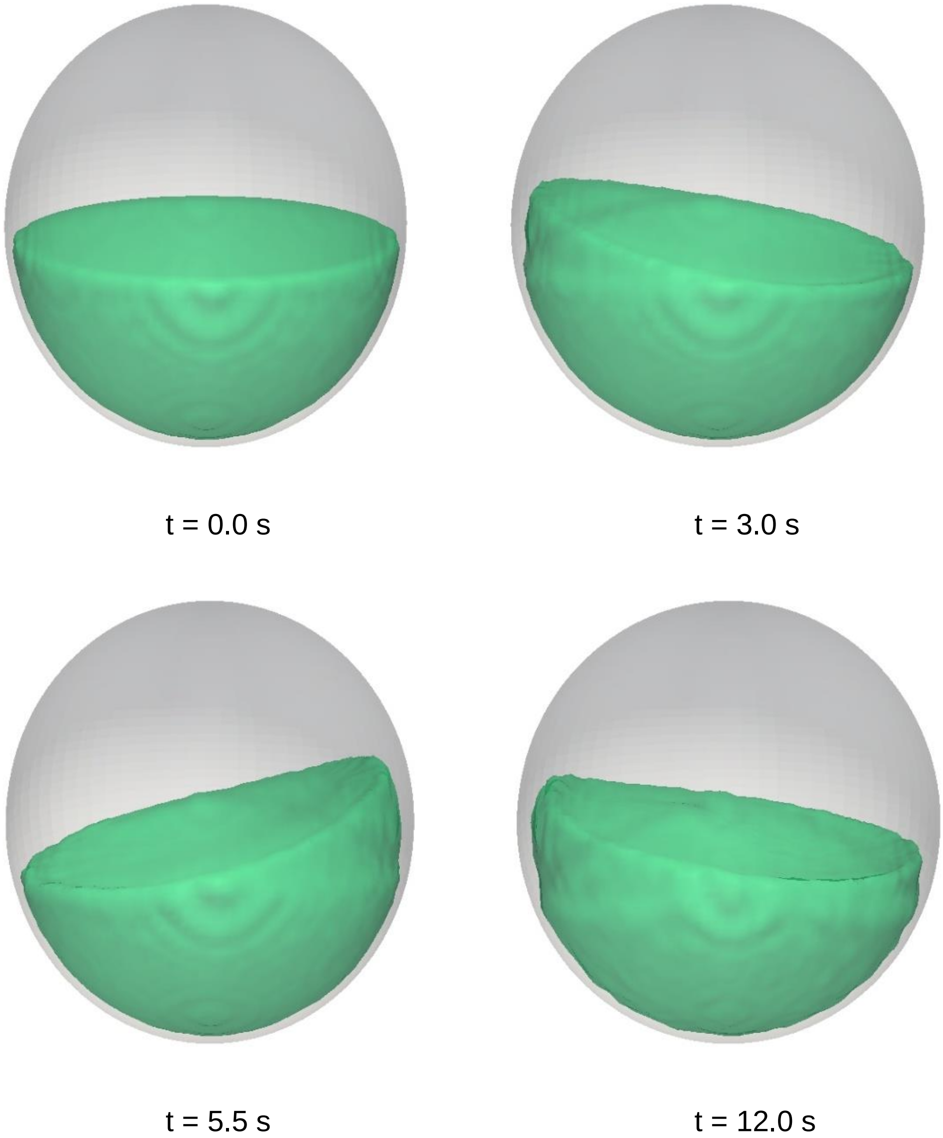
Şekil 7.67 : Frekans değişimi etkisinin karşılaştırılması (su için).



Şekil 7.68 : Genlik değişimi etkisinin karşılaştırılması (su için).

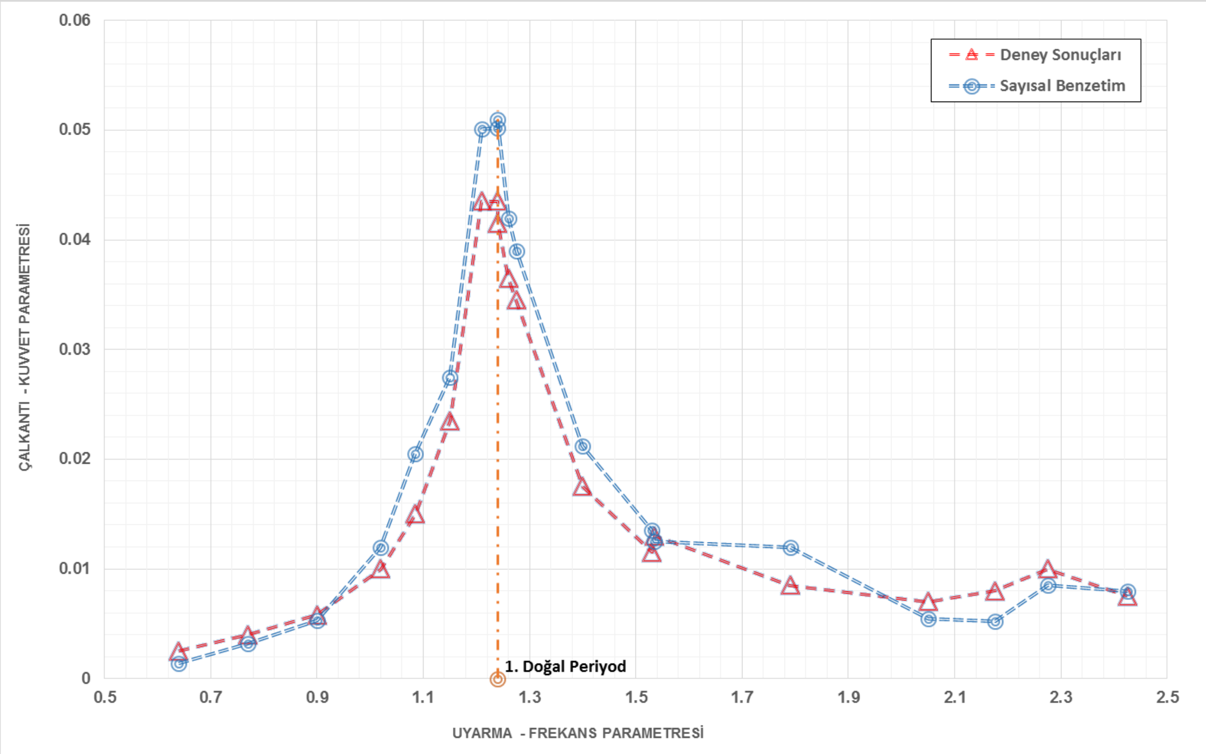
8.3.2 Gliserin dolu tanka ait sayısal model çalışmaları

Bu başlık altında, %50 oranında gliserin ile dolu olan 81.28 cm (32 inç) çapındaki küre biçimli tanka ait sayısal model çalışmasının detaylarından bahsedilmektedir. Bir önceki kısımda yapılanlara benzer şekilde frekans ve genlik değişimlerinin etkisi sayısal benzeşim çalışmaları yardımı ile incelenmiş ve deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Aşağıda gösterilmekte olan Şekil 8.19'da, gliserin için gerçekleştirilmiş olan çalışma sonucunda yakalanmış bazı benzeşim anları gösterilmektedir. Bu senaryoda, uyarma frekansı 0.981 Hz, yanal hareketin genliği ise 0.792 cm'dir.

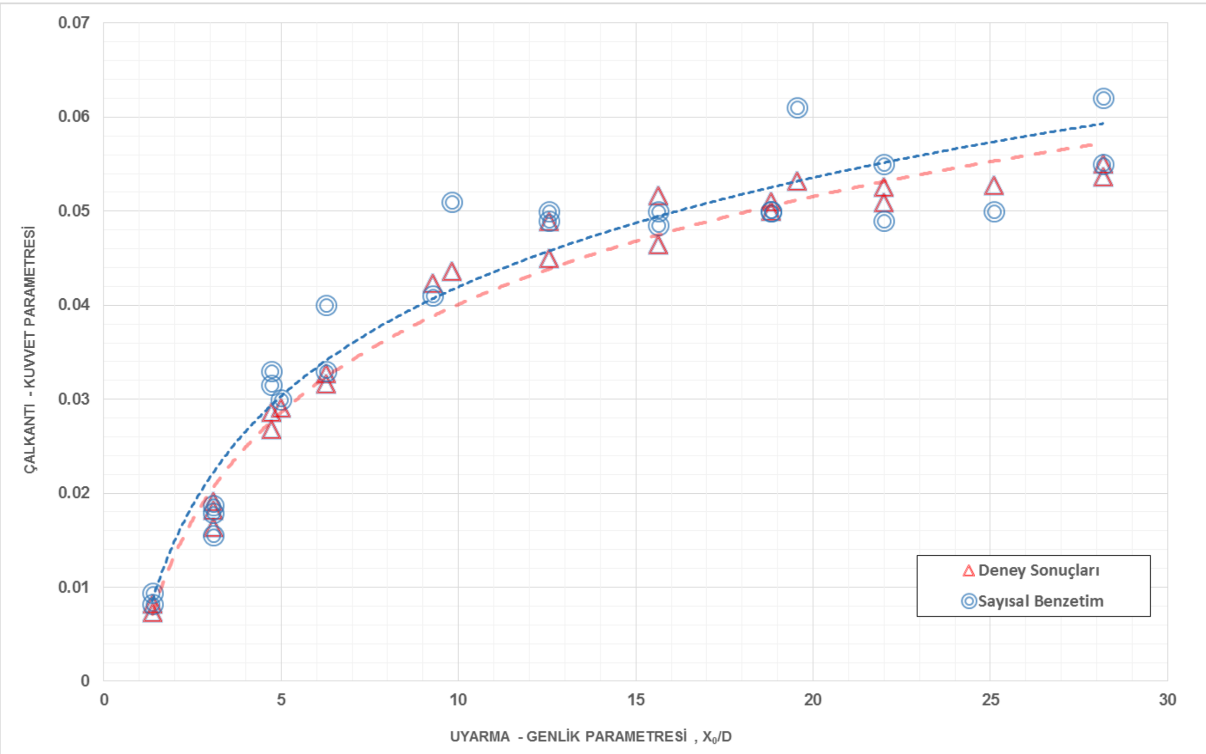


Şekil 7.69 : Küreye ait benzeşim çalışmasında elde edilmiş anlık görüntüler.

Frekans ve genlik değişimlerinin etkilerinin irdelendiği deneysel çalışma sonuçları ile sayısal benzeşimde elde edilen sonuçlar Şekil 8.20 ile Şekil 8.21'de gösterilmiştir.



Şekil 7.70 : Frekans değişimi etkisinin karşılaştırılması (gliserin için).



Şekil 7.71 : Genlik değişimi etkisinin karşılaştırılması (gliserin için).

9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması kapsamında, düzgün parçacık hidrodinamiği yöntemine dayanan bir algoritma yardımı ile küre biçimindeki tank içerisindeki sıvının hareketi 3-boyutlu olarak modellenmiştir. Düzgün parçacık hidrodinamiği yönteminin zayıf yönlerinden biri olan basınç alanındaki sayısal kirlilik, algoritmaya δ-DPH denklemlerinin eklenmesi ile oldukça giderilmiştir. Tez çalışmasında ele alınan bir diğer yenilik, matematiksel çözümlerin grafik kartı üzerinde yapılması olmuştur. Klasik çözüm yöntemlerine nazaran, zamandan büyük tasarruf sağlandığı gibi düşük bir bütçe ile yüksek hesap gücü gerektiren problemlerin çözülebileceği de ortaya konmuştur.

Kısmi dolu bir tank söz konusu olduğunda, tankın maruz kaldığı dış etkiye bağlı olarak oldukça güçlü sıvı hareketleri gözlenebilir. Böyle bir durumda sıvı ile tank yapısı arasında oluşacak bir etkileşim kaçınılmazdır. Olası senaryolar, dalga kırılması, sıvı ve gaz karışımı bir yapı oluşması yada en ekstrem durumda, sıvının her noktasında hava kabarcıkları oluşmasıdır. Çalkantı olayının hidrodinamiği oldukça karmaşıktır. Anlaşılabilmesi amacıyla hesaplamalı akışkanlar dinamiği ve deneysel çalışmaların kombinasyonu gerekir. Çalkantı ile ilişkili olarak karşılaşılabilecek en büyük problem, tank duvarlarının maruz kalacağı maksimum etki basınçlarıdır. Özellikle düşük doluluk oranlarında gözlenebilecek ilerleyen dalgalar, tankın yıkıcı kuvvetlere maruz kalmasına neden olabilirler. Gözlenebilecek bir diğer olay, duran dalgalardır. Bu oluşum, özellikle tank tavanında yıkıcı etkiye neden olabilir. LNG ve LPG taşıyan membran tipi tanklarda, bir pompa kulesi yer almaktadır. Bu gibi yapılar dizayn edilirken yerçekimi etkisi, termal etkiler vb. yanında çalkantı yükleri de mutlaka dikkate alınmalıdır. Abramson, 1974 tarihli raporunda Polar Alaska isimli bir gemide, pompayı besleyen elektrik kablolarını desteklemek amacıyla inşa edilmiş bir yapının çalkantı yükleri nedeniyle kırıldığını ve membran tankın tabanının hasar gördüğünü belirtmiştir. Benzer şekilde kara taşımacılığında kullanılan tanklardaki çalkantı kuvvetleri de oldukça önemlidir. Kısmi dolu bir tank söz konusu olduğunda, tankın geometrisine ve doluluk oranına bağlı olarak, bir doğal periyoda sahip olacaktır. Dış uyaranın periyodunun , söz konusu doğal periyoda eşit olduğu zaman da, çalkantı gözlenecektir. Meydana gelecek çalkantı, bir dönme momenti yaratarak aracın devrilmesine neden olabilir. Çalkantı, sıvı taşıyan ve hareket halindeki her araç yada yapı için dikkate alınmalıdır.

Karada sabitlenmiş olan yapılar da bir deprem anında çalkantı yüklerine maruz kalabilirler. Genellikle karada inşa edilmekte olan LNG depolama tanklarının dizaynında, çalkantı etkisi göz önünde bulundurulmaktadır. Yukarıda bahsi geçen kırılan dalgalar, genellikle tankın yarı dolu yada az dolu olduğu zamanlarda kolaylıkla gözlenirler. Kırılan dalga oluşumunun sonucunda, çarpma etkisinde artış gözlenir. Bu tez çalışmasının ana konusu küre biçimli tanklardır. Küre biçimli bir tankın maruz kalacağı en önemli yük, yatay kuvvetin bir bileşeni olarak gözlenecek çalkantı kaynaklı hidrodinamik kuvvettir. Literatürde, küredeki doğrusal olmayan sıvı hareketi ile ilgili bir analitik çalışma bulunmamaktadır. Hysing, 1976 tarihli deneysel çalışmasında, kürede gözlenebilecek hidrodinamik yükleri, doluluk oranı, hareketin genliği ve periyoduna bağlı olarak incelemiştir. Bir diğer önemli deneysel çalışma, ilgili kısımda yer verilmiş olan NASA'nın çalışmasıdır. Çalışmanın ana ilgi alanı olan küredeki sıvının hareketinin tanımlanabilmesi ve çalkantı kaynaklı yüklerin tahmini için hesaplamalı akışkanlar dinamiğinden yararlanılmıştır.

Çalışma kapsamında öncelikle, δ-DPH olarak adlandırılmakta olan yaklaşım, düzgün parçacık hidrodinamik modeline eklenmiştir. Elde edilen modelin güvenilirliğinin sınanması amacıyla, daha önce gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmaların sonuçları yardımı ile sayısal model doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar ilgili bölümlerde detaylı olarak anlatılmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde, sayısal modelin oldukça başarılı olduğu ve elde edilen sonuçların deneyler ile uyumlu oldukları görülmektedir. Çalışma kapsamında ele alınan tüm problemler 3 boyutlu olarak irdelenmiştir. Doğrulama çalışmalarının ilk problemi, silindir biçimli ve halka şeklinde perdeye sahip bir tanktaki çalkantı hareketidir. Söz konusu çalışmada sayısal modeldeki farklı parametrelerin çözüme olan etkisi ile ilgili olarak duyarlılık analizi gerçekleştirilmiştir. Bu sayede çalkantı problemine hangi parametrelerin daha çok etkidiği ve ele alınan çözünürlükteki uygun değerleri ortaya konmaya çalışılmıştır. İlgili bölüm altında, elde edilen bulgular detaylı olarak tartışılmaktadır (Bölüm 7.1).

Doğrulama çalışmaları sonucunda elde edilen başarılı sonuçlar, modelin küre içerisindeki çalkantı için de kullanılabileceği sonucunu doğurmuştur. Literatürde küre ile yapılmış oldukça az deneysel çalışma bulunabilmiş olup, bazı akademik çevreler ile elektronik posta yardımı ile gerçekleştirilen yazışmalar sonuçsuz kalmıştır.

Bir karşılaştırma ortamının sağlanması şart olduğundan NASA laboratuvarlarında 1963 yılında gerçekleştirilmiş deneysel çalışma bulgularından yararlanılması kararlaştırılmıştır. Ekler kısmında detayları verilmekte olan söz konusu deneylerde, su ve gliserin ile çalışılmıştır.

Sayısal model çalışmaları deneysel çalışmadaki kabuller yardımı ile gerçekleştirilerek, deneysel çalışmadaki ölçümlere karşı gelen sayısal değerler hesaplanmıştır.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, sayısal modelin küredeki çalkantı hareketini oldukça iyi tanımlayabildiği görülmüştür. Bu çalışmanın detaylarından Bölüm 8.3'de bahsedilmekte olup, detaylı görsel bilgi ekler kısmında verilmiştir.

Yapılan çalışmaları özetlemek gerekirse;

- Düzgün parçacık hidrodinamiği yöntemi, küre biçimli bir tanktaki çalkantının sayısal olarak tanımlanmasında kullanılmıştır.
- Söz konusu yöntemin zayıf yönlerinden biri olan basınç alanındaki sayısal kirlilik, δ-DPH eklentisi ile oldukça giderilmiştir.
- Bir diğer zayıf yön olan yüksek işlem gücü gereksinimi, matematiksel işlemci olarak grafik kartının kullanılması ile aşılmıştır.
- Söz konusu sayısal model, küre probleminde kullanılmadan önce, çeşitli deneylere ait sonuçlar ile doğrulanmıştır.

Tez çalışmasında elde edilen sonuçların, çalışmanın başında koyulan hedeflerle tutarlı olduğu düşünülmektedir. Bu hedefler;

- Küredeki çalkantıyı 3 boyutlu olarak tanımlayabilecek bir sayısal model oluşturulması ve,
- Çözümlerin süper bilgisayarlara ihtiyaç olmadan, sıradan bir kişisel bilgisayar yardımı ile elde edilebilmesidir.

9.1 Gelecekteki Çalışmalar İçin Öneriler

Konu ile ilgili gelecekte gerçekleştirilebilecek çalışmalar için deneysel ve sayısal olarak iki farklı kısım altında önerilerde bulunmak uygun olacaktır. Küre ile yapılacak deneysel çalışmalarda, yüksek hızlı ve yüksek çözünürlüklü kameraların kullanılması önerilmektedir. Bu sayede, oluşturulacak bir sayısal modelin etkinliği çok daha iyi sınanabilecektir. Salınım hareketine maruz bir tankın katı cidarında basınç ölçümleri alınırken, piezoelektrik basınç sensörlerinin kullanılması ile çok daha hassas ve etki basınçlarının daha iyi yakalandığı sonuçların elde edileceği düşünülmektedir. Literatür taraması kapsamında, etki basınçlarının ölçeklendirilmesinin halen üzerinde çalışılan açık bir problem olduğu görülmüştür.

Söz konusu çalışmalarda, Ullage (boşluk) basıncının da ölçeklendirilmesi gerektiğinden söz edilmektedir.

Teknik olarak zor bir konu olmasına karşın, gelecekteki deneysel çalışmaların hedefleri arasında yer alması gelişim açısından iyi olacaktır. Deneysel sonuçların güvenilirliğinin sınanmasına yönelik olarak, belirsizlik analizlerinin yapılması da verinin kalitesini güvence altına alacaktır.

Gelecekte konu ile ilgili olarak yapılacak deneysel çalışmalarda söz konusu analizlerin gerçekleştirilmesi, sayısal model doğrulama çalışmalarında kullanılan verilerin sağlıklı olmasını garanti edecektir.

Sayısal modele ait öneriler ikinci kısmı oluşturmaktadır. Daha fazla parçacık kullanılarak sayısal çözünürlüğün arttırılması ile daha stabil bir model kurulabilmektedir. Bunun sağlanabilmesi amacıyla daha fazla işlem gücüne ihtiyaç duyulacağı da açıktır. Bu amaçla, birden çok grafik kartının paralel olarak çözüm yapabileceği bir model kurulması önerilmektedir. Tez çalışmasının ana konusu olan çalkantı probleminde de gözlendiği üzere çarpma ile ilgili problemlerde sıvı ile katı cidar arasında, bir gaz cebi meydana gelebilmektedir. İleride yapılacak çalışmalarda, iki fazlı (sıvı+gaz) modeller üzerinde durulması önerilmektedir. Bu sayede, fiziksel sonuçlara daha çok uyan sayısal modeller geliştirilebilir. Tez çalışması kapsamında kullanılan sayısal modelde, parçacık çözünürlüğü çözümün başında belirlenmekte ve çözüm süresince sabit kalmaktadır. Gelecekte yapılacak çalışmalarda, değişken çözünürlüklü parçacık algoritmaları geliştirilebilir ise, çözüm süreleri ve gereken işlem gücü önemli ölçüde azaltılabilir.

KAYNAKLAR

[1] İbrahim, R., (2005). *Liquid Sloshing Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[2] Liu,G.R., (2002). *Meshfree Methods*. CRC Press,

[3] Belytschko,T., Krongauz,Y., Organ,D., Fleming,M., and Krysl,P., (1996). Meshless methods: An overview and recent developments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *139:*3-47.

[4] Fries, T.P.; Matthies, H.G., (2003). *Classification and Overview of Meshfree Methods.* Informatikbericht-Nr. 2003-03, Technical University Braunschweig,(http://opus.tubs.de/opus/volltexte/2003/418/), Brunswick.

[5] Belytschko, T.; Guo, Y.; Liu, W.K., Xiao, S.P.(2000). A unified stability analysis of meshlessparticle methods*. Internat. J. Numer. Methods Engrg*., *48*, 1359 – 1400.

[6] Harlow,F.H., (1964). The particle-in-cell computing method for fluid dynamics. *Methods in Computational Physics*, *3:*319–343.

[7] Harlow,F.H., and Welch,J.H., (1966). Numerical study of large-amplitude free-surface motions. *Physics of Fluids*, *9:*842–851.

[8] Chan,R.K., and Street,R.L., (1970). A computer study of finite-amplitude water waves. *Journal of Computational Physics*, *6:*68–94.

[9] Sulsky,D., Chen,Z., and Schreyer,H.L., (1994). A particle method for history dependent materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *118:*179–196.

[10] Sulsky,D., Zhou,J., and Schreyer,H.L., (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*, *87:*236–252.

[11] Chorin, A. J., (1973). Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, *57:* 785-796.

[12] Smith, P. A. and Stansby, P. K., (1988). Impulsively started flow around a circular cylinder by the vortex method. *Journal of Fluid Mechanics*, *194:* 45-77.

[13] Idelsohn, S. R., Oñate, E. and Del Pin, F., (2003). A Lagrangian meshless finite element method applied to fluid structure interaction problems. *Computers and Structures*, *81:* 655-671.

[14] Nayroles, B., Touzot, G. and Villon, P., (1992). Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics, 10:* 307-318.

[15] Belytschko,T., Lu,Y.Y., and Gu,L., (1994). Element-free Galerkin methods. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, *37:*229–256.

[16] Duarte,C.A. and Oden,J.T., (1996). h-p Clouds - An h-p meshless method. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, *12:*673–705.

[17] Sukumar,N., Moran,B., and Belytschko,T., (1998). The natural element method in solid mechanics. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, *43:*839–887.

[18] Atluri,S.N., and Zhu,T., (2000). New concepts in meshless methods. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, *47:*537–556.

[19] Idelsohn,S.R., O˜nate,E., Calvo,N., and Pin,F., (2003). The meshless finite element method. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, *58:*893–912.

[20] Lucy, L. B.,(1977). A numerical approach to the testing of fusion process. *Astronomical Journal*, *88:* 1013-1024.

[21] Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., (1977). Smoothed Particle Hydrodynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *235:* 911-934.

[22] Monaghan,J.J., and Gingold,R.A., (1977). Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, *181:*375–389.

[23] Monaghan,J.J., and Gingold,R.A., (1982). Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*,*46:*429–453.

[24] Monaghan,J.J., and Gingold,R.A., (1983). Shock simulation by the particle method SPH. *Journal of Computational Physics*, *52:*374–389.

[25] Monaghan,J.J., (1985). Extrapolating B-splines for interpolation. *Journal of Computational Physics*, *60:*253–280.

[26] Monaghan,J.J., (1988). Introduction to SPH. *Computer Physics Communications, 48:*89 96.

[27] Monaghan,J.J., (1989). On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational Physics*, *82:*1-15.

[28] Monaghan, J. J., (1990). Modeling the universe. *Proceeding of the Astronomical Society of Australia*, *18*: 233-237.

[29] Monaghan, J. J. and Lattanzio, J. C., (1991). A simulation of the collapse and fragmentation of cooling molecular clouds. *Astrophysical Journal*, *375:* 177-189.

[30] Monaghan,J.J., (1992). Simulating free surface flows with SPH. *Journal of Computational Physics*, *110*:399–406.

[31] Monaghan,J.J., (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review Astronomy and Astrophysics*, *30*:543–74.

[32] Monaghan, J. J., (1994). Simulating free surface flows with SPH. *Journal Computational Physics*, *110:* 399-406.

[33] Monaghan, J. J. and Kocharyan, A., (1995). SPH simulation of multi-phase flow. *Computer Physics Communication, 87:* 225-235.

[34] Monaghan, J. J. and Kos, A., (1999). Solitary waves on a Creatan beach. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, *125:* 145-154.

[35] Monaghan, J. J., (2000). SPH without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*, *159:* 290-311.

[36] Monaghan, J. J. and Kos, A., (2000). Scott Russell's wave generator. *Physics of Fluids*, *12(3):* 622-630.

[37] Monaghan, J. J., Kos, A. and Issa, N., (2003). Fluid motion generated by impact. *Journal of the Waterway Port, Coastal and Ocean Division*, *129(6*): 250-259.

[38] Monaghan, J. J., (2005). Smoothed Particle Hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, *68*: 1703-1759.

[39] Monaghan,J.J., Huppert,H.E., and Worster,M.G., (2005). Solidification using smoothed particle hydrodynamics. *J. Computat. Phys*. 206, 684.

[40] Monaghan,J.J., and Price,D.J., (2006). Toy Stars in two dimensions. *Mon. Not. Roy. Astro. Soc*. 365, 991-1006.

[41] Monaghan, J.J., (2006). Smoothed particle hydrodynamics simulations of shear flow. *Mon. Not. Roy. Astro. Soc*. *365*, 199-213.

[42] Monaghan, J.J., (2007). Gravity current interaction with interfaces. *Ann. Rev. Fluid Mech*.*39*, 245-261.

[43] Monaghan,J.J., and Kajtar,J.B., (2009). SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries. *Computer Physics Comm*. *180,* 1811-1820.

[44] Dalrymple, R. A. and Rogers, B. D., (2006). Numerical modeling of water waves with the SPH method. *Coastal Engineering*, *53*: 141-147.

[45] Colagrossi, A. and Landrini, M., (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, *191*: 448-475.

[46] Guilcher, P. M., Ducorzet, G., Alessandrini, B. and Ferrant, P., (2007). Water wave propagation using SPH models. *Proceeding of 2nd International SPHERIC Workshop*; Spain :119-124.

[47] Panizzo, A. and Dalrymple, R. A., (2004). SPH modelling of underwater landslide generated waves. *Proceeding 29th International Conference on Coastal Engineering* ; Portugal: 1147-1159.

[48] Crespo, A .J. C., Gómez-Gesteira, M. and Dalrymple, R. A., (2008). Modeling dam break behavior over a wet bed by a SPH technique. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 134(6):* 313-320.

[49] NVIDIA, (2011). *Nvidia C++ CUDA Getting Started Guide for Windows*.DU-05349-001 v.3.

[50] Url-1 < http://developer.nvidia.com/category/zone/cuda-zone > erişim tarihi : 14.05.2011

[51] Url-2 < http://wiki.manchester.ac.uk/spheric >, erişim tarihi : 14.05.2011

[52] Lamb,H., (1879). *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[53] Euler,L., (1761). Principia motus fluidorum, Novi Commentarii Academiae *Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, Tom. VI , 271-311

[54] Abramson,H., (1966). *The dynamic behavior of liquids in moving containers, with applications to space vehicle technology.* Technical Report SP-106, National Aeronautics and Space Administration.

[55] Graham, E.W., Rodriguez, A.M., (1952). The characteristics of fuel motion which affects airplane dynamics. *Journal of Applied Mechanics 19*, 381–388.

[56] Lewison, G.R.G., (1976). Optimum design of passive roll stabiliser tanks. *RINA Transactions and Annual Report,* pp. 31–45.

[57] Frandsen, J.B., (2004). Sloshing motions in excited tanks. *Journal of Computational Physics 196 (1),* 53–87.

[58] Celebi, M.S., Akyildiz, H., (2002). Nonlinear modeling of liquid sloshing in a moving rectangular tanks. *Ocean Engineering 29 (12),* 1527–1553.

[59] Popov, G., Sankar, S., Sankar, T., (1993). Dynamics of liquid sloshing in baffled and compartmented road containers. *Journal of Fluids and Structures. (7),* 803{821.

[60] Armenio, V., Francescutto, A., La Rocca, M., (1996a). On the roll motion of a ship partially filled unbaffled and baffled tanks - part 1: Mathematical model and experimental setup. *Int. Journ. of Offshore and Polar Eng. 6 (4).*

[61] Armenio, V., Francescutto, A., La Rocca, M. (1996b). On the roll motion of a ship partially filled unbaffled and baffled tanks - part 2: Numerical and experimental analysis. *Int. Journ. of Offshore and Polar Eng. 6 (4).*

[62] Zhong, Z., Falzarano, J. & Fithen, R. (1998). A numerical study of u-tube passive anti-rolling tanks. *Eight International Offshore and Polar Engineering Conference*, Montreal, Canada, , vol. 3, pp. 504-513.

[63] Sames, P., Marcouly, D. & Schellin, T. (2002). Sloshing in rectangular and cylindrical tanks. *J. Ship Res. 46 (3),* 186-200.

[64] Tang, Y., (1994). SSI Effects for a Tank Containing Two Liquids, Sloshing, Fluid-Structure Interaction and Structural Response Due to Shock and Impact Loads, Vol. 272, Edited by D.C. Ma, Argonne National Labaratory, *The Pressure Vessels and Piping Conference* , Minnesota, pp. 67-71.

[65] Yao, Y., Tulin, M.P. and Kolaini, A. R., (1994). Theoretical and Experimental Studies of Three-Dimensional Wave making in Narrow Tanks, Including Nonlinear Phenomena Near Resonance, *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 276, pp. 211-232.

[66] Grundelius, M. and Bernhardsson, B., (2000). Constrained Iterative Learning Control of Liquid Slosh in an Industrial Packaging Machine, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia.

[67] Kim,J.K., (1995). Dynamics response of rectangular flexible fluid containers. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, *122(9),* pp.807-817.

[68] Bagnold, R. 1939: Interim report on wave-pressure research. *Journ. of ICE* 12, 202-226.

[69] Akyıldız, H., Ünal, E., (2005). Experimental investigation of pressure distribution on a rectangular tank due to the liquid sloshing. *Ocean Engineering 32 (11-12),* 1503- 1516.

[70] Rognebakke, O. F., Faltinsen, O. M., (2003). Coupling of sloshing and ship motions. *Journal of Ship Research 47 (3),* 208-221.

[71] Ikeda, T., Nakagawa, N. (1997). Non-linear vibrations of a structure caused by water sloshing in a rectangular tank. *J. Sound Vib. 201 (1),* 23-41.

[72] Anderson, J., Semercigil, S., Turan, O. (2000). A standing-wave-type sloshing absorber to control transient oscillations. *J. Sound Vib. 232 (5),* 1-20.

[73] Frandsen, J. (2005). Numerical predictions of tuned liquid tank structural systems. *Journal of Fluids and Structures 20 (3),* 309-329.

[74] Faltinsen,O.M., Timokha, A.N., (2009). *Sloshing*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[75] Romero,J.A.,Hildebrand,R., Martinez,M., Ramirez,O.,Fortanell,J.A., (2005). Natural sloshing of liquid cargoin road tankers*. Int. Journal of Heavy Vehicle Systems 2*, no.*2*, 121-138.

[76] Bogomaz,G.I., (2004). *Dynamics of the Railway Systerns*.Kiev:Naukova Dumka.

[77] Hatayama,K., (2008). Lessons from the 2003 Tokachi-oki, Japan earthquake for prediction of long-period strong ground motions and sloshing damage to oil storage tanks. *Journal of Seismology 12*, no.2, 255-263.

[78] Dodge ,F.T., (2000). *The new:Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers*.San Antonio,TX:Southwest Research Institute.

[79] Olsen, H., (1976b). *What is sloshing?* In Seminar on Liquid Sloshing. Det Norske Veritas.

[80] Malenica, S., Mravak, Z., Besse, P., Kaminski, M., and Bogaert, H., (2009). Full scale experiments and new methodology to assess the structural behaviour of a membrane LNGC containment system under breaking waves project SLOSHEL. In 24th *Gastech Conference*.

[81] Pilipchuk, V. and Ibrahim, R., (1997). The dynamics of a non-linear system simulating liquid sloshing impact in moving structures. *Journal of Sound and Vibration 205*, 593-615.

[82] Faltinsen, O., (1974). A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks. *Journal of Ship Research 18*, 224-241.

[83] Jeon, S., Kim, H., Park, J., Kwon, S., Ryu, M., Hwang, Y., and Jung, J. , (2008). Experimental investigation of scale effect in sloshing phenomenon. In 27th *Symposium on Naval Hydrodynamics*.

[84] Bass, R., Bowles, Jr, E., Trundell, R., Navickas, J., Peck, J., Yoshimura, N., Endo, S., and Pots, B.,(1985). Modelling criteria for scaled LNG sloshing experiments. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 107*, 272-280.

[85] Abramson, H., Bass, R., Faltinsen, O., and Olsen, H. ,(1974). Liquid slosh in LNG carriers. In *10th Symposium on Naval Hydrodynamics*.

[86] Escobedo, J. and Mansoori, G.,(1996). Surface tension prediction for pure fluids. *AIChE Journal 42 (5),* 1425-1433.

[87] Bunnik, T. and Huijsmans, R., (2007). Large scale LNG sloshing model tests. In Proceedings of the 17th *International Offshore and Polar Engineering Conference*.

[88] Olsen, H., (1976a). Local impact pressures in basically prismatic tanks. In *Seminar on Liquid Sloshing*. Det Norske Veritas.

[89] Faltinsen, O., Rognebakke, O., and Timokha, A., (2005). Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. part 2. effect of higher modes. *Journal of Fluid Mechanics 523*, 199-218.

[90] Qing, L., Xingrui,M., Tianshu,W. , (2011). Equivalent mechanical model for liquid sloshing during draining. *Acta Astronautica*, *68*, 91-100.

[91] Ferziger, J. and Peric, M., (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Axel- Springer Verlag.

[92] Liu, G. and Liu, M. , (2003). *Smoothed Particle Hydrodynamics: a Meshfree Particle Method.* World Scientific Publishing.

[93] DNV Rules for Classification of Ships. (2007). Newbuildings,Hull and equipment main class, Part 3, chapter 1, Hovik,Norway.

[94] Pastoor,W., Ostvold,T.K., Byklum,E., Valsgard,S., (2005). Sloshing loads and response in LNG carriers for new designs and new trades.*Gastech 2005*, March 14-17, Bilbao,Spain.

[95] Peregrine, D.H., (2003). Water wave impact on walls.*Annual Review of Fluid Mechanics 35*, 23-43.

[96] Leray,J., (1933). Etude de diverses equations integrals non lineaires et de quelques problemes que pose l'hydrodynamique. *J. Math. Pures Appl*. *12*, 1–82.

[97] Leray,J., (1934). Essai sur les mouvemnts d' un liquide visqueaux que limitent des parois. *J. Math. Pures Appl*. *13*, 331–418.

[98] Ladyzhenskaya,O., (1963). The Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow, revised English edition (translated from the Russian by Richard A. Silverman). Gordon & Breach, New York.

[99] Ruelle,D., Takens,F., (1979). On the nature of turbulence. *Comm. Math. Phys*. *20*, 167–192.

[100] McDonough, J.M., (2007). *Lectures in Computational Fluid Dynamics of Incompressible Flow*. Department of Mathematics, University of Kentucky.

[101] Roache,P.J., (1997). Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics.*Annual Review of Fluid Mechanics 29*,123-160.

[102] Solaas, F., (1995). *Analytical and numerical studies of sloshing in tanks.(*Dr.Ing.thesis),Trondheim.Norwegian Institute of Technology, Faculty of Marine Technology.

[103] Hirt, C.W., Nichols, B.D., Romero, N.C., (1975). SOLA – *A numerical solution algorithm for transient fluid flows*. Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-5852.

[104] Kim, Y., (2001). Numerical simulation of sloshing flows with impact loads. *Applied Ocean Research 23*, 53-62.

[105] Kim, Y., (2007). Experimental and numerical analysis of sloshing flows*. Journal of Engineering Mathematics 58*, 191-210.

[106] Colicchio, G., (2004). *Violent disturbance and fragmentation of free surfaces.(*Ph.D. thesis),School of Civil Engineering and the Environment, University of Southampton.

[107] Saad, Y., (2003). *Iterative methods for sparse linear systems*, 2nd edition. Philadelphia,PA.Society for Industrial and Applied Mathematics.

[108] Peric, M., Zorn, T., Moctar, O., Schellin, T.E., Kim, Y.S., (2007). Simulation of sloshing in LNG tanks. In Proceedings of the *26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (OMAE2007), San Diego,CA.

[109] Muzaferija, S., Peric, M., (1999). Computation of free surface flows using interface-tracking and interface-capturing methods. Chapter 2 in O.*Nonlinear Water Wave Interactions*, pp.59-100,WIT Press,Southampton.

[110] Herfjord, K., (1996). *A study of two-dimensional seperated flow by a combination of the Finite Element Method and Navier-Stokes equations.* (Dr.Ing.thesis), Department of Marine Hydrodynamics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.

[111] Tonnessen, R., (1999). *A finite element method applied to unsteady viscous flow around 2D blunt bodies with sharp corners.* (Dr.Ing.thesis), Department of Marine Hydrodynamics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.

[112] Reynolds, O., (1894). On the dynamical theory of turbulent incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Phil.Trans.R.Soc*. London A *186*, 12-161.

[113] Prandtl, L., (1925). Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, *Zs. agnew. Math. Mech*. *5*, 136–139.

[114] Taylor, G.I., (1935). Statistical theory of turbulence. *Proc. Roy. Soc*. London A *151*, 421–478.

[115] Kolmogorov, A.N., (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. *Dokl. Acad. Nauk*. SSSR *30*, 9–13.

[116] Kolmogorov, A.N., (1941). On degeneration (decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. *Dokl. Acad. Nauk*. SSSR *31*, 538–540.

[117] Kolmogorov, A.N., (1941). Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. *Dokl. Acad. Nauk.* SSSR *32*,16–18.

[118] Hinze, J.O., (1959). *Turbulence*, McGraw-Hill, New York.

[119] Batchelor, G.K., (1953). *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, Cambridge,UK.

[120] Townsend, A.A., (1956). *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge University Press, Cambridge,UK.

[121] Lorenz, E.N., (1963). Deterministic nonperiodic flow*. J. Atmos. Sci*. *20*, 130–141.

[122] Ruelle, D., Takens, F., (1971). On the nature of turbulence. *Comm. Math. Phys*. *20*, 167–192.

[123] Deardorff, J.W., (1970). A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, *J. Fluid Mech*. *41*, 453.

[124] Orszag, S.A., Patterson, G.S., (1972). Numerical simulation of turbulence: statistical models and turbulence, *Lecture Notes in Physics 12*, 127–147, Springer-Verlag, Berlin.

[125] Launder, B.E., Spalding, D.B., (1972). *Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press.

[126] Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., (1991). A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A* 3, 1760–1765.

[127] McDonough, J.M., Yang, T., (2003). A new SGS LES model applied to an internally-heated, swirling buoyant plume, presented at Fall 2003 *Meeting of Western States Section Combustion Symposium*, Los Angeles, Oct. 19–21.

[128] Ferziger, J.H. (1996). *In Simulation and Modelling of Turbulent Flows.* Oxford University Press, UK.

[129] Smagorinsky, J., (1963). General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review, 91* : 99 – 164.

[130] Sagaut, P., (2006). *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : An Introduction*. Berlin,Germany,Springer.

[131] Pope, S.B., (2000). *Turbulent Flows.* Cambridge, UK. Cambridge University Press.

[132] Rubio, G., De Roeck, W., Baelmans, B., Desmet, W., (2006). Numerical identification of flow-induced oscillation modes in rectangular cavities using large eddy simulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids, 53*:851 – 866.

[133] Olsen, H., Hysing, T., (1974). *A study of dynamic loads caused by liquid sloshing in LNG tanks*. DNV Report No.74 – 276C.

[134] Marongiu, J. C., Leboeuf, F. and Parkinson, E., (2008). Riemann Solvers and efficient boundary treatments: an hybrid SPH-finite volume numerical method. *Proceeding of 3rd International SPHERIC Workshop* ; Switzerland: 101-108.

[135] Marrone,S., Colagrossi,A., Le Touzé,D., and Graziani,G., (2010). Fast freesurface detection and level-set function definition in SPH solvers. *Journal of Computational Physics*, *229 (10),* 3652-3663.

[136] De Leffe,M., Le Touzé, D., and Alessandrini,B., (2009). Normal flux method at the boundary for SPH*. Proceeding of 4th SPHERIC International workshop*, Nantes, France, 150-156.

[137] Shao,S., and Lo,E., (2003). Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in Water Resources*, *26*: 787 - 800.

[138] Morris,J.P., Fox,P.J. and Zhu,Y., (1997). Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. *Journal of Computational Physics*, *136*: 214 - 226.

[139] Rogers,B.D., and Dalrymple,R.A., (2004). SPH modeling of breaking waves. *Proc. 29th Intl. Conference on Coastal Engineering*. World Scientific Press: 415 – 427.

[140] Johnson,G.R., Stryk,R.A., and Beissel,S.R., (1996). SPH for high velocity impact computations. *Computer Methods in applied mechanics and engineering 139*, 347-373.

[141] Monaghan,J.J., and Lattanzio,J.C., (1985). A refined particle method for astrophysical problems. *Astronomy and Astrophysics*, *149*, 135-143.

[142] Wendland,H., (1995). Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Advances in Computational Mathematics, 4(1),* 389-396.

[143] **Bonet, J. and Kulasegaram, S.,** (2000). Corrections and stabilization of Smooth Particle Hydrodynamics methods with applications in metal forming simulations. International *Journal for Numerical Methods in Engineering, 47*:1189-1214.

[144] **Bonet, J. and Lok, T.-S. L.,** (1999). Variational and momentum preservation aspects of Smoothed Particle Hydrodynamics formulations. *Computat. Methods Appl. Mech. Engineering*., *180*:97-115.

[145] **Randles, P. and Libersky, L.,** (1996). Smoothed Particle Hydrodynamics some recent improvements and applications. *Comput. Methods Appl. Mech. Engineering., 138*:375-408.

[146] **Gotoh, H., Ikari, H., Memita, T. and Sakai, T.,** (2005). Lagrangian particle method for simulation of wave overtopping on a vertical seawall, *Coast. Eng. J. 47(2 & 3),* 157-181.

[147] **Lo and Shao,** (2002). Lo, E. and Shao, S., 2002 : Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. *Applied Ocean Research*, *24*:275-286.

[148] **Monaghan,J.J.,** (1995). Simulating gravity currents with SPH lock gates. *Applied Mathematics Reports and Preprint*, 95/5.

[149] **Ferrand,M., Laurence,D., Rogers,B.D., and Violeau,D.,** (2010). Improved time scheme integration approach for dealing with semi analytical boundary conditions in SPARTACUS 2D. *Proceeding of 5th SPHERIC International workshop,* Manchester, UK, 98-105.

[150] **Monaghan, J. J.,** (2006). *Time stepping algorithms for SPH*. Technical report, Monash University.

[151] **Verlet, L.,** (1967). Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules. *Phys. Rev., 159*:98-103.

[152] **M. Antuono, A. Colagrossi, S. Marrone, D. Molteni** (2010). Free-surface flows solved by means of SPH schemes with numerical diffusive terms, *Comput. Phys. Commun*. *181 (3)* 532–549.

[153] **Monaghan, J.J. and R.A. Gingold** (1983). “Shock Simulation by the Particle Method SPH”. In: *J. Comp. Phys*. *52*, pp. 374–389.

[154] **Marrone,S.,Antuono,M., Colagrossi,A., Colicchio,G., Le Touze,D., Graziani,G.,** (2011). d-SPH model for simulating violent impact flows, *Comput.Methods Appl. Mech. Engrg*., *200*, 1526-1542.

[155] **Colagrossi, A.** (2005). “*A meshless lagrangian method for free-surface and interface flows with fragmentation*”. (PhD thesis). Universit`a di Roma La Sapienza.

[156] **De Leffe, M. et al.** (2009). “Normal flux method at the boundary for SPH”. In: *4th ERCOFTAC SPHERIC Workshop*. Nantes, France.

[157] **Dilts, G.A.** (2000). Moving-least-squares-particle hydrodynamics - II. Conservation and boundaries”. In: *Int. J. Numer. Meth. Engn 48*, pp. 1503–1524.

[158] **Chaniotis, A.K. et al.** (2002). “Remeshed smoothed particle hydrodynamics for the simulation of viscous and heat conducting flows”. In: *J. Comp. Phys. 182*, pp. 67–90.

[159] Randles, P.W. and L.D. Libersky (1996). “Smoothed Particle Hydrodynamics: some recent improvements and applications”. In: *Comput. Methods Appl. Mech. Eng*. *39*, pp. 375–408.

[160] Doring, M. (2005). “*D`eveloppement d’une m`ethode SPH pour les e e applications`a surface libre en hydrodynamique*”. (PhD thesis). Ecole Centrale de Nantes.

[161] Peregrine, D.H., (2003). Water wave impact on walls. *Annual Review of Fluid Mechanics 35*, 23-43.

[162] Hattori, M., Arami, A., and Yui, T., (1994). Wave impact pressure on vertical walls under breaking waves of various types. *Coastal Engineering 22*, 79-114.

[163] Cooker, M.J., Peregrine, D.H., (1990). Violent water motion at breaking impact. In *Proceedings of the 22nd International Conference on Coastal Engineering*, Delft, ASCE, New York, pp. 164-176.

[164] Cooker, M.J., Peregrine, D.H., (1991). Wave breaking and wave impact pressures. In *Developments in Coastal Engineering*, Univ. of Bristol, pp. 47-64.

[165] Hull, P., Mueller, G., (2002). An investigation of breaker heights, shapes and pressures. *Ocean Engineering 29*. No.1, 59-79.

[166] Bagnold, R.A., (1939). Interim report on wave pressure research. *Journal of the Institute of Civil Engineers,* London *12*, 202-225.

[167] Topliss, M., Cooker, M.J., Peregrine, D.H., (1992). Pressure oscillations during wave impact on vertical walls. In *Proceedings of the 23rd International Conference on Coastal Engineering*. Venice, New York: ASCE, pp. 1639-1650.

[168] Lugni, C., Brocchini, M., Faltinsen, O.M., (2006b). Wave impact loads:The role of flip-through. *Physics of Fluids 18*, Art.no. 122101.

[169] Korobkin, A.A., (2008). Wagner theory of steep wave impact. In *Proceedings of the 23rd International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Jeju, Korea.

[170] Cooker, M.J., Peregrine, D.H., (1992). Wave impact pressure and its effect upon bodies lying on the seabed. *Coastal Engineering 18*, 205-229.

[171] Allers, J.M., (2004). *Experimental investigation of high filling sloshing induced impacts for two-dimensional flow conditions*. (M.Sc. thesis), Department of Marine Trchnology, Norwegian University of Science and Technology.

[172] Rognebakke, O.F., Faltinsen, O.M., (2005). Sloshing induced impact with air cavity in rectangular tank with a high filling ratio. In *Proceedings of the 20th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Svalbard, Norway.

[173] Miyamoto, T., Tanizawa, K., (1985). A study of the impact on ship bow. *Journal of Society of Naval Architect of Japan 158*, 270-279.

[174] Newman, J.N., (1977). *Marine Hydrodynamics*. Cambridge, MIT Press.

[175] Url-3 < https://www.blender.org >, erişim tarihi : 03.02.2012.

[176] Url-4 < https://www.python.org >, erişim tarihi : 03.02.2012.

[177] Url-5 < https://www.paraview.org >, erişim tarihi : 09.02.2014.

[178] Bayer, A.Münir, (2007): *Silindirik Depolama Tanklarında Çalkantı Nedeniyle Oluşan İç Basınçların Azaltılmasına Yönelik Gövde Perdelerinin Tasarımı,* (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi.

[179] Souto-Iglesias, A. et al. (2004): "Simulation of anti-roll tanks and sloshing type problems with smoothed particle hydrodynamics". In: *Ocean Engineering 31*, pp. 1169–1192.

[180] Fritz, H., Phillips, D., Okayasu, A., Shimozono, T., Liu, H., Mohammed, F., Skanavis, V., Synolakis, C., Takahashi, T., (2012). The 2011 Japan tsunami current velocity measurements from survivor videos at Kesennuma Bay using lidar. *Geophysical Research Letters* 39 (2), L00G23.

[181] Xiao, H., Huang, W., (2008). Numerical modeling of wave runup and forces on an idealized beachfront house. *Ocean Engineering 35 (1),* 106–116.

[182] Hashimoto, H., Park, K., (2008). *Flood recovery, innovation and response* I. WIT press. Ch. Two-dimensional Urban Flood Simulation: Fukuoka Flood Disaster in 1999. 369–384.

[183] Hughes, S.A., (1993). Physical models and laboratory techniques in coastal engineering. Vol. 7 of *Advances in Ocean Engineering.*World Scientific, Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore (November).

[184] Yeh, H. and Petroff, C., (2012). "*Mitigation of local tsunami effects*." Project Number : NSF-9614120, Washington University.

[185] Chanson, H., (2006). Tsunami surges on dry coastal plains: application of dam break equations. *Coastal Eng. Journal*. JSCE, *48(4)* 355-370.

[186] K. M. T. Kleefsman, G. Fekken, A. E. P Veldman, B. Iwanowski, and B. Buchner. A (2005). Volume of-fluid based simulation method for wave impact problems. *J. Comp. Phys*., 206:363 393

[187] Akyildiz, H., (2002). Experimental investigation of pressure distribution on a cylinder due to the wave diffraction in a finite water depth. *Ocean Engineering 29* , 1119–1132.

[188] Borisova E. P., (1962). Free oscillations of a fluid in an inclined cylinder, in Variational Methods in Problems of Oscillations of a Fluid and of a Body with a Fluid, *Vychislit. Tsentr. Akad. Nauk*. SSSR, 203–210.

[189] Budiansky B., (1960). Sloshing of liquids in circular canals and spherical tanks, *J. Aero./Space Sciences 27(3),* 161–172.

[190] Leonard H.W. and Walton W.C. Jr, (1961). *An investigation of the natural frequencies and mode shapes of liquids in oblate spheroidal tanks,* NASA TN-D-904.

[191] Riley J. D. and Trembath N. W., (1961). Sloshing of liquid in spherical tanks, *J. Aer./Space Sci*. *28(3),* 245–246.

[192] Lukovskii I. A., (1961b). Perturbed motion of a solid body with spherical cavity partly filled with liquid, *Dopovidi Akad Nauk* Ukrain RSR, 1418–1423.

[193] Chu W. H., (1964a). Fuel sloshing in a spherical tank filled to an arbitrary depth, *AIAA J.* 2, 1972–1979.

[194] Boudet M., (1968). *The frequency spectra of sloshing liquids*, Laboratoire de Recherches Balistiques et Aerodynamiques, Vernon, (France), NT-4/68/EN, 2 May (in French).

[195] McIver P., (1989). Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth, *J. Fluid Mech*. *201*, 243–257.

[196] El-Rahib M. and Wagner P., (1981). Vibration of a liquid with a free surface in a spinning spherical tank, *J. Sound Vib. 76*, 83–93.

[197] Bauer H. F. and Eidel W., (1989b). Liquid oscillations in a prolate spheroidal container, *Ing. Archiv*. *59(5–6),* 371–381.

[198] Abramson H. N., (1966a). *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers,* NASA SP 106.

[199] Rattayya J. V., (1965). Sloshing of liquids in axi-symmetric ellipsoidal tanks, *AIAA Paper* 65–114, AIAA 2nd Aerospace Science Meeting, New York.

[200] McIver P., (1989). Sloshing frequencies for cylindrical and spherical containers filled to an arbitrary depth, *J. Fluid Mech*. *201*, 243–257.

[201] Solaas F. and Faltinsen O. M., (1997). Combined numerical and analytical solution for sloshing in two-dimensional tanks of general shape, *J. Ship Research 41*, 118–129.

[202] Shankar P. N. and Kidambi R., (2002). A modal method for finite amplitude nonlinear sloshing, *Pramana-J. Physics* 59(4), 631–651.

[203] Graham E. W., (1951). *The forces produced by fuel oscillations in a rectangular tank*, Douglas Aircraft Co, SM-13748.

[204] Sumner I. E., (1965). *Experimentally determined pendulum analogy of liquid sloshing in spherical and oblate-spheroidal tanks*, NASA TN D-2737.

[205] Faraday M., (1831). On the forms and states assumed by fluids in contact with vibrating elastic surfaces, *Phil. Trans. Royal Soc*. (London) *121*, 319–340.

[206] Kana D. D., (1966). *An experimental study of liquid surface oscillations in longitudinally excited compartmented cylindrical and spherical tanks*, NASA CR-545.

[207] Sumner, I.E., Stofan, A.J., (1963). *An experimental investigation of the viscous damping of liquid sloshing in spherical tanks,* Technical Note D-1991, Washington, D.C. : National Aeronautics and Space Administration (NASA).

EKLER

EK – A : %25 doluluk oranındaki silindir tanka ait anlık görüntüler (CD-ROM'da).

EK – B : %75 doluluk oranındaki silindir tanka ait anlık görüntüler (CD-ROM'da).

EK – C : %25 doluluk oranındaki dikdörtgen tanka ait anlık görüntüler (CD-ROM'da).

EK – D : %75 doluluk oranındaki dikdörtgen tanka ait anlık görüntüler (CD-ROM'da).

EK – E : Madrid Üniversitesi deneyi sayısal modeli sonuçlarına ait anlık görüntüler (%18 doluluk oranı – su için) (CD-ROM'da).

EK – F : Madrid Üniversitesi deneyi sayısal modeli sonuçlarına ait anlık görüntüler (%70 doluluk oranı – su için) (CD-ROM'da).

EK – G : Madrid Üniversitesi deneyi sayısal modeli sonuçlarına ait anlık görüntüler (%18 doluluk oranı – yağ için) (CD-ROM'da).

EK – H : Madrid Üniversitesi deneyi sayısal modeli sonuçlarına ait anlık görüntüler (%70 doluluk oranı – yağ için) (CD-ROM'da).

EK – I : Tsunami dalga duvarı – yapı etkileşimi sayısal modeli sonuçlarına ait anlık görüntüler (CD-ROM'da).

EK – J : Küre sayısal model çalışması sonuçlarına ait anlık görüntüler (su için) (CD-ROM'da).

EK – K : Küre sayısal model çalışması sonuçlarına ait anlık görüntüler (gliserin için) (CD-ROM'da).

EK – L : Sayısal model çalışmasında yararlanılan kodlar (CD-ROM'da).

EK – M : NASA D-1991 nolu teknik notu (CD-ROM'da).

EK – N : Tez çalışmasından türetilmiş konferans bildirisi (ISOPE 2012 – Rodos) (CD-ROM'da).

EK – O : Tez çalışmasından türetilmiş makale (CD-ROM'da).

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Mustafa Deniz İTİBAR

Doğum Yeri ve Tarihi: Ankara – 24.09.1977

E-Posta: deniz_itibar@yahoo.com

Lisans: İstanbul Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği

Yüksek Lisans : İTÜ İnşaat Müh., Hidrolik ve Su Kaynakları

Mesleki Deneyim ve Ödüller: 2005 yılında özel sektörde çalışmaya başlayan M.Deniz İTİBAR, Su/Yapı Müh.ve Müş. A.Ş.'de proje müdürü olarak görev yapmaktadır.

Yayın ve Patent Listesi:

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

İtibar, M.D., Ünal,N.E., Akyıldız, H., 2012. Numerical Simulation of Sloshing with SPH. Proceedings of 22nd International Offshore and Polar Engineering Conference, Rhodes, Greece, June 17-22. ISBN: 978-1-880653-94-4 (Set), ISSN: 1098-6189 (Set).

İtibar, M.D., Ünal, N.E., Akyıldız, H., 2015. 3 Boyutlu Dikdörtgen Bir Tankta Oluşan Sıvı Çalkantısının Deneysel ve Nümerik Olarak İncelenmesi. DSİ Teknik Bülteni, Sayı 118, Sayfa 6-16. ISSN: 1012-0726 (Baskı),