

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARDA
UYARLAMALI EŞLEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Burhanettin TÜRKEK

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ

EYLÜL 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARDA
UYARLAMALI EŞLEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Burhanettin TÜRKEK
504081303**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ

EYLÜL 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504081303 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **BurhanettinTÜRKEL**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARDA UYARLAMALI EŞLEME**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Oğuz KUCUR
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü

Teslim Tarihi : **10 Eylül 2012**
Savunma Tarihi : **19 Eylül 2012**

Eşime,

ÖNSÖZ

Lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince bana her konuda yardımcı olan ve yol gösteren değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Ümit Aygözü'ne sonsuz saygı ve şükranlarımı sunarım. Bugüne kadar hep yanımda olan ve beni destekleyen aileme, yorgun ve sıkıntılı günlerimde derdimi paylaşan ve beni cesaretlendiren eşime sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Eylül 2012

Burhanettin TÜRKEİ
(Telekomünikasyon Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları	3
2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI	5
2.1 Temel Kavramlar.....	5
2.1.1 Yol kaybı.....	5
2.1.2 Gölgeleme	5
2.1.3 Çok yönlü sönümleme	5
2.1.4 Doppler kayması.....	6
2.1.5 Kanalın matematiksel modeli.....	6
2.1.6 Kanalın istatistiksel modeli.....	7
2.1.7 Kanal parametreleri	9
2.1.7.1 Gecikme yayılımı	9
2.1.7.2 Doppler yayılımı.....	9
2.1.7.3 Uyum band genişliği.....	10
2.1.7.4 Uyum zamanı	10
2.1.8 Sönümlemeli kanal türleri.....	10
2.1.8.1 Frekansta düz sönümleme	10
2.1.8.2 Frekans seçici sönümleme.....	11
2.1.8.3 Hızlı sönümleme.....	11
2.1.8.4 Yavaş sönümleme	11
2.2 İşbirlikli Çeşitleme	12
2.2.1 Çöz ve aktar stratejisi	14
2.2.2 Kuvvetlendir ve aktar stratejisi	15
2.2.3 Kodlamalı işbirliği.....	16
3. ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR	19
3.1 Dört Evreli İletim Tekniği	19
3.2 Üç Evreli İletim Tekniği	20
3.3 İki Evreli İletim Tekniği	20
4. ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR İÇİN UYARLAMALI EŞLEME	25
4.1 Çoklu Erişim Evresi	25
4.2 Yayın Evresi.....	26
4.3 Tekil Sönümleme Noktalarının Belirlenmesi	29
4.4 Latin Karelerin Oluşturulması	32

4.4.1 QPSK modülasyonu için Latin kareler.....	33
4.5 Çift Yönlü Röle Kanalı'nın Simge Hata Analizi	39
4.5.1 Uyarlamasız sistemin simge hata olasılığı	42
4.5.2 Uyarlamalı sistemin simge hata olasılığı.....	43
4.6 Uyarlamalı Kodlama Matrisi ile İletim Yapan Sistemin Hata Başarımı.....	44
5. UYARLAMALI EŞLEMENİN ASİMETRİK HIZLARDA ÇALIŞAN ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARA UYGULANMASI.....	49
5.1 BPSK ve QPSK Modülasyonu Kullanan Uç Döğümlerden Oluşan 2x4 Sistemi	50
5.1.2 2x4 BPSK/QPSK sistemi için ağ kodlama matrisleri	53
5.2 BPSK ve 8-PSK Modülasyonu Kullanan Uç Döğümlerden Oluşan 2x8 Sistemi	63
5.2.1 2x8 BPSK/8PSK sistemi için kanalın bölgelere ayrılması.....	64
5.2.1 2x8 BPSK/8PSK sistemi için ağ kodlama matrisleri	64
6. SONUÇ.....	73
KAYNAKLAR.....	75
EKLER	77
A. Çoklu Erişim Evresi Hata Olasılığı Üst Sınırı Hesabı	77
ÖZGEÇMİŞ.....	79

KISALTMALAR

PNC	: Physical Layer Network Coding
DNF	: Denoise and Forward
AF	: Amplify and Forward
DF	: Decode and Forward
CSI	: Channel State Information
MA	: Multiple Access
BC	: Broadcast
TWRC	: Two Way Relay Channel
PSK	: Phase-Shift Keying
BPSK	: Binary Phase Shift Keying
QPSK	: Quadrature Phase Shift Keying
QAM	: Quadrature Amplitude Modulation
CNC	: Closest-Neighbour Clustering
SNR	: Signal-to-Noise Ratio
FNC	: Fixed Network Coding
ANC	: Adaptive Network Coding
TDD	: Time Division Duplexing

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : XOR eşlemesi.	23
Çizelge 4.1 : BPSK modülasyonu kullanıldığında Latin karenin ilk değerleri.....	35
Çizelge 4.2 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ için Latin kare ..	36
Çizelge 4.3 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi$ için Latin kareler	36
Çizelge 4.4 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi/2$ için Latin kareler.....	37
Çizelge 4.5 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = -\pi/4$ için Latin kareler.....	37
Çizelge 4.6 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = \pi/4$ için Latin kareler.....	37
Çizelge 4.7 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = -\pi/4$ için Latin kareler.....	38
Çizelge 4.8 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = 3\pi/4$ için Latin kareler.....	38
Çizelge 4.9 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = -3\pi/4$ için Latin kareler.....	38
Çizelge 4.10 : Tekil sönmleme noktası $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = \pi/4$ olan durumda Latin karenin ilk değerleri.	39
Çizelge 4.11 : Tekil sönmleme noktaları ve oluşan kümeleme listesi.	39
Çizelge 5.1 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde tekil sönmleme noktası $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = 0$ için kısmen dolu latin kare	56
Çizelge 5.2 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde tekil sönmleme noktası $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = 0$ için dolu latin kare	56
Çizelge 5.3 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = \pi/2$ için ağ kodlama matrisi.....	56
Çizelge 5.4 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = \pi$ için ağ kodlama matrisi.....	60
Çizelge 5.5 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1 / \sqrt{2}$ ve $\theta = 3\pi/2$ için ağ kodlama matrisi.....	60
Çizelge 5.6 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi/4$ için ağ kodlama matrisi.....	61
Çizelge 5.7 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$ ve $\theta = 3\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.....	61
Çizelge 5.8 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$ ve $\theta = -\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.....	61
Çizelge 5.9 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$ ve $\theta = -3\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.....	61
Çizelge 5.10 : 2x8 BPSK/8PSK sistemde kullanılan kodlama matrisleri	68

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Rayleigh ve Rician olasılık yoğunluk fonksiyonu.....	9
Şekil 2.2 : Sönümlemeli kanalın sınıflandırılması	12
Şekil 2.3 : İki fazlı işbirlikli çeşitleme. (a) Birinci faz; (b) İkinci faz.	14
Şekil 2.4 : Çöz ve aktar yöntemi	15
Şekil 2.5 : Kuvvetlendir ve aktar yöntemi	16
Şekil 2.6 : Kodlamalı işbirliği	17
Şekil 3.1 : Çift yönlü röle kanalı.	19
Şekil 3.2 : Dört evreli iletim tekniği.....	19
Şekil 3.3 : Üç evreli iletim tekniği.	20
Şekil 3.4 : İki evreli iletim tekniği.....	21
Şekil 3.5 : Fiziksel katman ağ kodlama.	213
Şekil 3.6 : Uç düğümlerde BPSK kullanılması durumunda rölede gözlemlenen işaret kümesi.	24
Şekil 4.1 : QPSK modülasyonu için tekil sönümleme noktaları.....	29
Şekil 4.2 : QPSK modülasyonu için kanal durumu ve bölgeler.....	30
Şekil 4.3 : BPSK modülasyonu için rölede gözlenen işaret kümesi.	32
Şekil 4.4 : QPSK modülasyonunda kullanılan simgeler.....	34
Şekil 4.5 : Çift yönlü röleli kanalda QPSK modülasyonu kullanan sistemin BER başarımı.	46
Şekil 4.6 : Çift yönlü röleli kanalda QPSK modülasyonu kullanan sistemin SER başarımı.	47
Şekil 5.1 : BPSK ve QPSK modülasyonunda kullanılan simgeler.	50
Şekil 5.2 : 2x4 BPSK/QPSK sistemindeki tekil sönümleme noktaları.	51
Şekil 5.3 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde kanal bölgeleri.....	52
Şekil 5.4 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/2$, $\theta = 0$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	53
Şekil 5.5 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/2$, $\theta = \pi/2$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	55
Şekil 5.6 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/2$, $\theta = \pi$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	55
Şekil 5.7 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/2$, $\theta = 3\pi/2$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	56
Şekil 5.8 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = \pi/4$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	56
Şekil 5.9 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = 3\pi/4$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	57
Şekil 5.10 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -\pi/4$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.....	57

Şekil 5.11 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -3\pi/4$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.	58
Şekil 5.12 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin BER başarımı.	61
Şekil 5.13 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin SER başarımı.	62
Şekil 5.14 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin kuramsal SER başarımı.	63
Şekil 5.15 : BPSK ve 8-PSK modülasyonunda kullanılan simgeler.	64
Şekil 5.16 : 2x8 BPSK/8PSK sistemdeki tekil sönümleme noktaları.	65
Şekil 5.17 : 2x4 BPSK/8PSK sistemdeki kanal bölgeleri.	65
Şekil 5.18 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin BER başarımı.	70
Şekil 5.19 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin SER başarımı.	71
Şekil 5.20 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin kuramsal SER başarımı.	72

ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARDA UYARLAMALI EŞLEME

ÖZET

Son yıllarda telsiz iletişim sistemleri için kaliteli ses iletimi yanında yüksek hızlı veri iletimi gereksinimi de artmaktadır. Artan bu gereksinimi karşılamak için iletişim sistemlerinin başarımları ve sızgıları artırılmalıdır. Bu amaçla bu çalışmada çift-yönlü röle ağları ele alınmaktadır. Çalışmada ele alınan sistem iki uç düğüm ve aralarında röleden oluşmaktadır. İki uç birim birbirlerine röle üzerinden bilgi iletmektedir. Klasik durumda bu iş dört evrede, geleneksel ağ kodlama yönteminde üç evrede, bu tezde ele alınan fiziksel katman ağ kodlamada (PNC) ise iki evrede gerçekleşmektedir. PNC’de rölenin yarı duplex çalışmasından kaynaklanan zaman kaybı giderilmektedir. Bu yöntemde, telsiz iletişim sistemlerinde oluşan bozucu etki girişimden yararlanarak sistem başarımları iyileştirilmektedir. Fiziksel katman ağ kodlama yönteminde kanal sönümlenme durumları dikkate alınmadığı için derin sönümlenme noktaları oluşur. Yeni önerilen uyarlamalı ağ kodlama yönteminde, uç düğümlerde kullanılan modülasyon tipine göre rölede oluşan derin sönümlenme noktaları dikkate alınmaktadır. Kanal durumlarına göre, rölede kullanılan ağ kodlama matrisinin seçilmesi hata başarımlarını artırmaktadır. Özellikle Rician sönümlenmeli kanallarda kanal parametresi K ’nın yüksek değerleri için kodlama kazancı artmaktadır. Kanal durumlarına göre, rölede kullanılan ağ kodlama matrislerinin oluşturulması için Latin kareler yöntemi basit ve etkin bir yöntemdir. Literatürde uyarlamalı eşleme ile ilgili pek çok çalışma vardır. Ancak asimetrik hızlarda çalışan uç düğümlerden oluşan röle ağı için uyarlamalı eşleme ile ilgili çalışma bulunmamaktadır.

Bu tez çalışmasının ilk kısmında, iki uç düğümün röle yardımıyla bilgi alışverişi yaptığı çift yönlü röleli kanallarda fiziksel katman ağ kodlama ve uyarlamalı eşleme yöntemi incelenmektedir. Sistemde QPSK modülasyonu ve çöz-aktar iletim tekniği kullanılmaktadır. Her düğümün ve rölenin yarı duplex çalıştığı ve bir anteni olduğu varsayılmaktadır. Farklı Rician sönümlenme parametreleri için her iki sistemin bilgisayar benzetim sonuçları karşılaştırılmaktadır. Çalışmanın ikinci kısmında uyarlamalı eşlemenin asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli kanallara uygulanması gerçekleştirilmektedir. İlk olarak iki uç düğümde BPSK ve QPSK modülasyonu ile uyarlamalı eşleme yönteminin kullanıldığı sistem için derin sönümlenme noktaları ve kanal bölgeleri elde edilmektedir. Bu sistem için sönümlenme noktaları ve çevrelerindeki bölgelerde hata başarımlarını iyileştiren ağ kodlama matrisleri Latin dikdörtgenler yardımıyla oluşturulmaktadır. Bilgisayar benzetimleri yardımıyla elde edilen hata olasılığı eğrileri incelendiğinde, Rician kanal parametresi $K=10$ iken 10^{-4} lük bir bit hata başarımlarını sağlamak için E_b/N_0 oranında uyarlamalı eşleme yöntemi PNC yöntemine göre 4.5 dB kazanç sağlamaktadır. Daha sonra uç düğümlerde BPSK ve 8-PSK modülasyonu ile uyarlamalı eşleme yönteminin kullanıldığı sistem için derin sönümlenme noktaları ve kanal bölgeleri elde edilmektedir. Bu sistemler için Latin dikdörtgenler yardımıyla ağ kodlama matrisleri bulunarak hata başarımları bilgisayar benzetimleri yardımıyla değerlendirilmektedir.

Benzetim sonuçları incelendiğinde, Rician kanal parametresi $K=10$ iken 10^{-3} lük bir bit hata başarımı sağlamak için uyarlamalı eşleme yöntemi PNC yöntemine göre E_b/N_0 oranında 1.5 dB kazanç sağlamaktadır.

ADAPTIVE NETWORK CODING IN TWO WAY RELAY CHANNELS

SUMMARY

In recent years, besides the need for high quality voice transmission for wireless communication systems, the need for high-speed data transmission is also increasing. In order to respond to these needs, the reliability and capacity of the communication systems should be increased. In the current 3G systems, increase in data rates has been provided by larger bandwidths and multiple antennas techniques. However, in a typical cellular system, the signal to noise ratio required to use multiple antennas techniques is observed on a very small fraction of the cell. The motivation for relay-based architecture comes from achieving larger gains by using this techniques for all cell. For this reason, two-way relay channel has been studied in this thesis.

In a wireless two-way relay channel, intermediate node called relay assists communication between two end nodes. The relay receives the signal from the source, processes and transmits the signal to the destination. The relays are classified into two classes as analog relays or digital relays. Analog relays that also known as nonregenerative relays just amplify and transmit the received signal to the destination. Digital relays also known as regenerative relays process the received signal. The received signal first demodulated and then modulated before transmission to the destination. In literature, analog relays are called amplify and forward whereas digital relays are called decode and forward. In relay-based wireless systems frequency division duplexing or time division duplexing techniques are used frequently. In a TDD technique, the transmissions need to be orthogonal in time in order to avoid from interference since the same frequency is used for all transmissions. There are efficient coding strategies at the relay that provide utilization of the channel in literature. One of the well studied coding strategy is called physical-layer network coding. In PNC, the relay receives the signal from both sources, process and forwards an appropriate signal satisfying the exclusive law to the end nodes. In PNC, the bi-directional transmission is completed in two phases whereas in classical and conventional network-coding systems it is completed in four phases and three phases, respectively. Thus, the PNC protocol avoids the loss in spectral efficiency that occurs due to the half-duplex nature of the communication devices. PNC and its counterpart adaptive network coding (ANC) are the latest protocols for two-way communication systems. Conventional network coding is implemented in the network layer, where relay node combines bits by XOR operation and forwards to the end nodes. In PNC strategy, two end nodes send information to the relay simultaneously. Naturally, the signals from end nodes overlap in free space as electromagnetic waves. Then, the relay decodes the superposition of mixed signals. Although broadcast nature of wireless communication system makes interference a destructive nuisance in common case, PNC turns the broadcast property into a capacity-increasing advantage. Nevertheless, PNC scheme does not give the best performance for all channel fade coefficients.

To reduce the impact of multiple access interference which occurs at the relay during the MA phase a new scheme that is called adaptive network coding is introduced. In ANC, network coding mapping employed at the relay during the broadcast phase is adaptively changed according to the channel fade coefficients. Thus, the impact of the multiple access interference is decreased. The set of all possible channel realizations is quantized into a finite number of regions. In each region a specific network coding map is used to reach the best error performance. These network coding maps should satisfy the exclusive law. In certain regions any network coding map which satisfies the exclusive law gives the best performance and changing network coding map doesn't impact error performance. These regions are called non-removable singular fade states. The non-removable singular fade states occur due to channel outage. In certain regions the choice of the network coding map affects the performance. These ones are called removable singular fade states. An upper bound on the average end-to-end Symbol Error Rate is given with and without adaptive network coding at the relay, for a Rician fading scenario. It is clear that without ANC, at high Signal to Noise Ratio, three error events contribute to the end-to-end SER. The first error event is associated with the removable singular fade states. The second one is associated with the non-removable singular fade states. The third one comes from the error event during the BC phase. All these error events decrease as SNR^{-1} without ANC. In the other hand, when adaptive network coding is used at the relay, the error events associated with the removable singular fade states decrease as SNR^{-2} . As a result adaptive network coding strategy provides a coding gain over the physical layer network coding. In TWRC, the contribution to the average end-to-end SER during the MA phase is dominant for a Rician fading channel. Since adaptive network coding improves the error performance during the MA phase, ANC provides more coding gain in a Rician fading environment than in a Rayleigh fading environment.

Network coding map that satisfies the exclusive law can be obtained by Latin Square. It is shown that the requirement of satisfying the exclusive law is same as the clustering being constructed by a Latin squares. An adaptive network coding has been well studied in the literature for systems where symmetric data rates are used at the end nodes, such as M-PSK modulations. However, there is not too much study for asymmetric systems for which transmission rates of the two end nodes differ. On the other hand, end-nodes can be located on different distances to the relay. The quality of the signal that reaches the relay from one of the end nodes can be weak while that of the other end node signal being strong. Thus, different modulation schemes can be used at the end nodes.

In the first part of the thesis, adaptive physical layer network coding in two-way relay systems is investigated for the symmetric scheme where both end nodes employ the same signal constellation. It is assumed that the same QPSK modulation is employed at the end-nodes and decode-and-forward relaying strategy is applied in the considered system. In addition, each nodes and relay are assumed having each one antenna and cannot receive and transmit simultaneously. The BER and SER performances of the PNC and ANC schemes are evaluated via computer simulations are compared for both Rayleigh and Rician channels. In the second part, adaptive network coding is implemented for the scenario that the data rates of the end nodes are asymmetric. First, quantization of the complex plane is obtained for the scenario that the end nodes use BPSK and QPSK modulation. In this scenario network coding maps that give the best performance for a given region are determined by Latin

Rectangles. It is shown that for the Rician fading scenarios considered for the Rician fading parameter $K=10$, at a BER of 10^{-4} , the ANC provides an SNR gain of 4.5 dB over the classical PNC system. Second, quantization of the complex plane is obtained for the scenario that the end nodes employ BPSK and 8-PSK modulation. For all regions, specific network coding maps that satisfy the exclusive law are acquired by Latin rectangles. It is shown that to achieve a bit error rate of 10^{-3} ANC scheme provides a coding gain of 1.5 dB compared to the reference PNC scheme for a Rician fading parameter value of $K=10$. Finally, theoretical error probability upper bounds valid at high SNR values are obtained for the considered asymmetrical two-way relaying systems. As well as these upper bounds are loose, their relative behaviour compares well with the simulation curves.

1. GİRİŞ

1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

Telsiz iletişim hizmetlerinin son yıllarda kullanım oranının hızlı bir şekilde artması hızlı ve kaliteli veri iletimi ile band genişliğinin verimli kullanılması gereksinimini beraberinde getirmiştir. Telsiz iletişim sistemlerinin başarımlarını etkileyen en önemli etmen çok yollu iletimden kaynaklanan; verici ile alıcı arasındaki engellerden, yansıtıcılardan ve gezgin birimlerin hareketinden dolayı ortaya çıkan sönmülemidir. Telsiz iletişim hizmetlerine artan gereksinimi karşılamak ve sönmülemenin etkisini azaltarak iletişim kalitesini artırmak için yeni iletim teknikleri geliştirilmektedir.

LTE, WiMAX gibi yeni nesil iletişim teknikleri geniş bandlı sistemlerdir. Bu sistemlerin ihtiyacı olan geniş bandlar - düşük frekans bandları farklı iletim teknikleri tarafından kullanıldığı için - ancak yüksek frekanslardan karşılanabilmektedir. Yüksek frekanslarda iletişim, iletişim mesafesini azaltır. Sönmülemenin ve yol kaybının etkisini azaltmak için iletilen işaretin gücünü artırmak pratikte kullanılabilir. Ancak, gezgin birimlerin gücü sınırlı olduğu için işaretin gücü sınırlıdır. Bu durumda, iletişim kalitesini artırmak için verici ile alıcı arasında iletime yardımcı bir röle kullanılmaktadır [9]. İki uç düğümün röle yardımı ile bilgi alışverişi yapması çift yönlü röleli kanal olarak adlandırılmaktadır.

Günümüzde kullanılan röleler, zaman ya da frekans çoğullamalı sistemler olup röledeki işaret işleme tekniğine göre analog ve sayısal röleler olarak sınıflandırılmaktadır [9].

Çift yönlü röleli kanalın iki önemli özelliği vardır. Bunlardan ilki, birden çok düğümün aynı anda iletim yapması sebebiyle oluşan girişimdir. Çift yönlü röleli kanalın ikinci önemli özelliği, iletimin telsiz ortamda yapılıyor olması sonucu tek bir düğümün ilettiği işaretin birden çok düğüme ulaşmasıdır. Çift yönlü röleli kanalın bu iki özelliği uzun zamandır telli sistemlerde uygulanan ağ kodlamanın telsiz sistemler için de uygulanmasındaki tetikleyici etkenlerdir [12].

İletişim tekniği tasarımında genel olarak röle, gelen veri paketlerini bir hattan diğer hatta kopyalayan eleman olarak ele alınmıştır. Ağ kodlama tekniğinde ise; rölenin gönderdiği veri, bir veya birden fazla düğümden gelen verinin fonksiyonudur. Ağ kodlamanın en büyük getirisi band verimliliğinin artırılmasıdır [10].

İki uç düğümden alınan bilgi mesajları, rölede kodlanarak uç düğümlere tek evrede iletilir. Her düğüm, röleden iletilen bilgi mesajı ile kendi bilgisini röledeki işlemin tersi işlemde geçirerek diğer uç düğümün bilgi mesajını elde eder. Bu yöntem ağ kodlama olarak bilinmektedir.

Telsiz iletişimin çoklu erişim özelliği, iki düğümün aynı anda ilettime geçerek, röleye toplamsal işaretin ulaşmasını sağlar. Ağ kodlama yönteminde bitler üzerinde yapılan işlemler, bu yöntemde elektromanyetik dalgalar üzerinde yapılır [8]. Bu yöntem, fiziksel katman ağ kodlama olarak bilinmektedir. Fiziksel katman ağ kodlama yönteminde, rölede tek bir işaretleşme matrisi kullanılmaktadır ve XOR işlemine denk gelmektedir. Kanal sığası, yalnız ağ kodlama kullanılan sisteme göre %33, dört evreli sisteme göre %50 artar.

Röle ile kaynak düğümler arasındaki kanal değerleri öyle olabilir ki, iki simge çifti birbirinden ayırt edilemez. Kanal durum değiştirdikçe ayırt edilemeyen simge çiftleri de değişmektedir. Her kanal durumunda, rölede kullanılacak ağ kodlama matrisleri farklı seçilerek bu problemin üstesinden gelinebilir. Bu amaçla, rölede kanal durum bilgileri göz önüne alınmalıdır. Rölede kullanılan eşleme kuralının, kanal durumuna göre değiştirilmesi ilk olarak Popovski'nin [12] fiziksel katman ağ kodlama çalışmasında incelenmiştir. Bu çalışmada, röleye ulaşan en yakın işaret çiftlerini kümeleyecek algoritma verilmiştir. [15]'te *M*-PSK modülasyonu için oluşabilecek tüm kanal durumları analitik olarak belli sayıda bölgeye ayırmıştır. [16]'da bu bölgelerde kullanılacak eşleme kuralları Latin kareler yardımı ile elde edilmiştir. [17]'de fiziksel katman ağ kodlama ve uyarlamalı eşleme yöntemleri için simge hata analizi yapılmış ve uyarlamalı eşleme yönteminin fiziksel katman ağ kodlama yöntemine göre kodlama kazancı getirdiği gösterilmiştir.

Bunlara ek olarak, literatürde çift yönlü röleli ağlar ile ilgili olarak birçok çalışma bulunmaktadır.

1.2 Tezin Konuya Katkıları

Bu tez çalışmasında öncelikle çift yönlü röleli ağdaki farklı iletim teknikleri incelenmektedir. Bu amaçla çift yönlü röleli kanalda fiziksel katman ağ kodlama sistemlerinde simge hata olasılığı incelenmektedir. İki uç düğüm ve bir röleden oluşan sistemin fiziksel katman ağ kodlama hata başarımları ifadeleri verilmektedir. Her düğümde ve rölede bir anten olduğu, uç düğümlerde QPSK modülasyonu kullanıldığı, kanal sönümleme katsayılarının Rician dağılımlı olduğu kabul edilmektedir. Farklı Rician parametre değerleri için benzetim yapılmakta ve hata başarımları çıkarılmaktadır.

İkinci olarak çift yönlü röle ağlarda fiziksel katman ağ kodlama yapılırken kanal durumları ile değişen kodlama matrisleri kullanılmaktadır. Kodlama matrislerinin oluşturulmasında [16]'de verilen Latin Kareler tekniği ele alınmaktadır. Bu sistemde yine iki uç düğüm, birbirlerine ortada bulunan röle üzerinden karşılıklı bilgi iletmektedirler. Röle, farklı kanal durumları ile değişen kodlama matrisleri kullanarak bilgiyi uç düğümlere iletmektedir. Uç düğümlerin QPSK modülasyonu ve rölenin çöz-aktar iletim tekniğini kullandığı kabul edilmektedir. Kanal sönümleme katsayılarının Rician dağılımlı olduğu varsayılmakta, bilgisayar benzetimi yardımıyla hata başarımları elde edilmektedir.

Son olarak önceki kısımda incelenen uyarlamalı iletim tekniği asimetric hızlarda çalışan çift yönlü röleli ağlar için önerilmiştir. İlk sistemde uç düğümlerde BPSK ve QPSK modülasyonları kullanılmaktadır. İkinci sistemde uç düğümlerde BPSK ve 8-PSK modülasyonları kullanılmaktadır. Her iki sistem için kanalın bölgelere ayrılması incelenmektedir. Tekil sönümleme noktaları ve tekil sönümleme noktalarında kullanılması gereken kodlama matrisleri elde edilmektedir. Her iki sistem için Rician sönümlemeli kanallarda hata başarımları bilgisayar benzetimleri ile çıkarılmaktadır.

Tezin ikinci bölümünde sönümleme çeşitleri, kanalın istatistiksel ve matematiksel modeli ele alınmaktadır. Ayrıca işbirlikli çeşitleme yöntemleri de bu bölümde incelenmektedir.

Üçüncü bölümde çift yönlü röleli kanallarda kullanılan iletim teknikleri ele alınacaktır.

Dördüncü bölümde girişim etkisini azaltmak için kullanılan uyarlamalı işaretleme teknikleri, kanal durum bilgisi ile uyarlamanın yapılması ve kodlama matrislerinin

Latin kareler yardımı ile oluşturulması incelenecektir. QPSK modülasyonu kullanan sistemin tekil sönümleme noktaları ve kodlama matrisleri çıkarılacaktır. Bunlara ek olarak, uyarlamalı ve uyarlamasız yöntemlerin hata başarımları analizleri yapılacaktır.

Beşinci bölümde asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli ağlar için tekil sönümleme noktaları ve kodlama matrisleri bulunmaktadır. İki farklı sistem için bilgisayar benzetim sonuçları verilmektedir.

Sonuç bölümünde ise bu tez çalışmasında incelenen sistemlerin başarımları değerlendirilmektedir.

2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI

2.1 Temel Kavramlar

Telsiz iletişim kanallarında sönümlemeye neden olan üç temel etken vardır.

- Yol kaybı
- Gölgeleme
- Çok yollu sönümleme

2.1.1 Yol kaybı

Yol kaybı elektromanyetik dalganın yansıma ve kırılma gibi etkilerin olmadığı boş uzayda ilerlemesi sonucu gücünün azalmasını ifade eder.

Yol kaybı, gezgin istasyon ile temel istasyon arasındaki mesafenin artmasıyla artar ve işaretin zayıflamasına yol açar. Serbest uzay ortamı için, alıcı antenin güç yoğunluğu; alıcı anten ile verici antenin arasındaki mesafenin karesiyle ters orantılıdır [3].

2.1.2 Gölgeleme

Gölgeleme yayılan işaretin çevredeki saçıcı yüzeyler tarafından engellemesinden kaynaklanır. Genelde gölgeleme log-normal dağılım ile modellenir [2].

2.1.3 Çok yollu sönümleme

Telsiz iletişim sistemlerinde çevredeki evler, ağaçlar v.s. elektromanyetik dalganın yansımaya yol açmaktadır. Bu yansımalar sonucu genliği ve fazı farklı işaretler oluşmaktadır. Modüle edilmiş bir işaret iletildiğinde alıcıya farklı zamanlarda, farklı yönlerden, farklı açılar ile işaretler ulaşmaktadır. Alıcı tarafta bu işaretler toplandığında, rastgele fazlarına bağlı olarak işaret gücünü artırıcı ya da azaltıcı etki oluştururlar. Alınan işaretin genlik değerleri gezgin istasyonun ve yansıtıcı yüzeylerin hareketine bağlı olarak değişmektedir. Genlik değerlerindeki bu dalgalanma işaret sönümlemesi olarak adlandırılır. Bunun nedeni kanalın zamanla değişen çok yollu karakteristiğidir [1].

2.1.4 Doppler kayması

Alıcının ve vericinin göreceli hızlarına bağlı olarak alıcıya ulaşan işaretlerin frekanslarında kayma gözlemlenir. Bu kaymaya Doppler frekans kayması denir ve hareketli olan birimin hızına, taşıyıcı frekansa ve hareket doğrultusuyla dalganın yayılım doğrultusu arasındaki açığa bağlıdır. f_c frekansına sahip bir işaretin iletilmesini ve alıcıya ulaşan işaretin θ_n açısıyla ulaştığını düşünelim. Alınan işaretin frekansındaki kayma miktarı f_d ile gösterilir ve aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$f_d = \frac{vf_c}{c} \cos \theta_n, \quad (2.1)$$

v = Göreceli hız,

c = Işık hızı.

Doppler kayması sonucu, işaretin frekansı $f_c + f_d$ frekansına kayacaktır.

2.1.5 Kanalin matematiksel modeli

Kanaldan tek tonlu bir işaretin iletilmek istendiğini düşünelim. Bu işaret

$$s(t) = A \cos 2\pi f_c t \quad (2.2)$$

olsun.

Alıcıya ulaşan işaret şu şekilde olacaktır:

$$\begin{aligned} x(t) &= A \sum_n a_n(t) \cos [2\pi f_c (t - \tau_n(t))] \\ &= A \operatorname{Re} \left[\sum_n a_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} e^{j2\pi f_c t} \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Yukarıdaki $a_n(t)$ n. yayılım yoluna ilişkin zayıflatma faktörü ve $\tau_n(t)$ de gecikme faktörüdür. Her ikisi de zamanla değişmektedir. Bu değişimi modellemek için kanalı zamanla değişen bir sistem olarak ele almak gerekir [1].

Kanalin karmaşık değerli $e^{2\pi f_c t}$ işaretine verdiği impuls yanıtı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$z(t) = \sum_n a_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)}$$

$$= \sum_n a_n(t) e^{-j\phi_n(t)}. \quad (2.4)$$

Giriş her ne kadar tek ton olsa da çıkışta birden çok frekans bileşeni olan bir işaret gözlenmektedir. Bu bileşenler kanalın zamanla değişen yanıtından kaynaklanmaktadır. $z(t)$ işaretinin bant genişliği, Doppler yayılımı olarak adlandırılmaktadır ve B_d ile ifade edilmektedir. B_d , $z(t)$ işaretinin zamanla nasıl değiştiğinin bir ölçüsüdür. Eğer $z(t)$ zamanla hızlı değişiyorsa B_d büyük, eğer $z(t)$ zamanla yavaş değişiyorsa B_d küçüktür. $z(t)$ işaretinin zamandaki yayılımına ise çok yönlü yayılım denir ve T_d ile ifade edilir. Sönümlemeli bir kanala gönderilen darbe işaretinin alıcıda ilk ve son görünümü arasındaki farkı ifade eder:

$$T_d = \max |\tau_i - \tau_j|.$$

Kompleks değerli $z(t)$ işaretini, fazı $\phi_n(t)$ ve genliği $a_n(t)$ olan birden çok işaretin toplamı olarak düşünebiliriz. Genlik değeri $a_n(t)$ geniş bir aralıkta değişmektedir. Diğer taraftan, faz 2π ve katları kadar değişecektir. Çünkü $\tau_n(t) = 1/f_c$ ile değişmektedir. $1/f_c$ küçük olduğundan faz değişimi genlik değişimi yanında küçük kalır. Ayrıca, $\tau_n(t)$ gecikme miktarı işaretin izlediği yol farklı olduğundan farklı oranlarda değişecektir. Gecikme miktarı rastlantısal bir büyüklüktür. Buradan şu sonuca varırız: $z(t)$ olarak ifade edilen karmaşık değerli işaret rastlantı süreci olarak modellenir. İşaretin izlediği yol sayısı çok fazla ise, merkezi limit teoremi uygulanır ve $z(t)$ karmaşık değerli Gauss rastlantı süreci olarak modellenir [1].

Kanalı ifade eden çok yönlü yayılım modeli $z(t)$ iletilmek istenen işarete $(s(t))$ sönümlemeye yol açar. Sönümleme temel olarak fazın zamanla değişmesinden kaynaklanır. Bazı anlarda işaret gücünü azaltıcı etki gösterirken, bazı anlarda işaret gücünü artırıcı etki gösterir.

2.1.6 Kanalin istatistiksel modeli

c_n katsayıları

$$c_n(t) = a_n(t) e^{j\phi_n(t)} \quad (2.5)$$

olarak tanımlansın. $c_n(t)$ gerçel ve sanal kısımlarına ayrılabilir:

$$c_n(t) = c_r(t) + jc_i(t), \quad (2.6)$$

$$a_n(t) = \sqrt{c_r^2(t) + c_i^2(t)}, \quad (2.7)$$

$$\phi_n(t) = \arctan \frac{c_i(t)}{c_r(t)}. \quad (2.8)$$

Bu koşullarda, $a_n(t)$ ve $\phi_n(t)$ 'nin birbirinden bağımsız süreçler olduğu açıktır. $\phi_n(t)$ $[0, 2\pi)$ aralığında düzgün dağılıma sahiptir. $a_n(t)$, kanal katsayısının genlik değeri ise Rayleigh olasılık yoğunluk fonksiyonu ile istatistiksel olarak modellenmektedir ve aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilmektedir[1]:

$$p_R(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, & 0 \leq r < \infty \\ 0, & r < 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Şekil 2.1'de Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu gösterilmiştir. Zarfı bu dağılıma uyan kanallar Rayleigh sönümlemeli kanal olarak adlandırılmaktadır [4].

Genelde telsiz iletişim sistemlerinde işaret çok yollu sönümlemeye maruz kalsa da sönümlemeye uğramadan, alıcı ve verici antenler arasındaki doğrudan yol ile de alıcıya ulaşır. Sönümlemeye uğramış işaretlerin yanında sönümlemeye uğramadan alıcıya ulaşan işaretin de olduğu durumlarda kanalı istatistiksel olarak modellerken, bu durum göz önüne alınmalıdır [4]. Alıcıya ulaşan işaret şu şekilde olabilir:

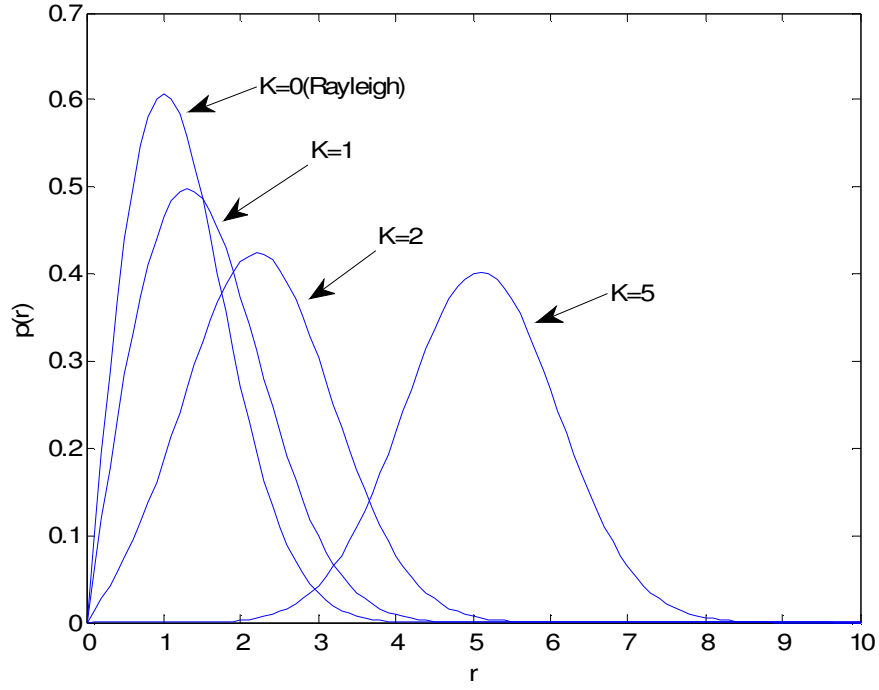
$$R(t)e^{j\phi_n(t)} = u(t)e^{j\alpha(t)} + v(t)e^{j\beta(t)}. \quad (2.10)$$

Daha önce de bahsedildiği gibi $u(t)$ Rayleigh dağılımlı, $\alpha(t)$ $[0, 2\pi)$ aralığında düzgün dağılımlı ve $v(t)$ ile $\beta(t)$ kararlı işaretlerdir. Bu modele Rician modeli denmektedir ve aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilmektedir [4]:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + v^2}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(\frac{rv}{\sigma^2}\right), \quad r \geq 0. \quad (2.11)$$

Şekil 2.1'de Rician olasılık yoğunluk fonksiyonun değişimi gösterilmiştir.

Buradaki $I_0(\cdot)$, sıfır dereceli değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur. v baskın bileşenin en büyük değeridir. Dağılımın genel parametresi K ile gösterilir ve $K = v/\sigma$ şeklinde tanımlıdır.



Şekil 2.1 : Rayleigh ve Rician olasılık yoğunluk fonksiyonu

2.1.7 Kanal parametreleri

Çok yollu sönmülemeli kanallar; gecikme yayılımı, Doppler frekans yayılımı, uyum band genişliği ve uyum zamanı gibi çeşitli parametreler yardımıyla sınıflandırılmaktadır.

2.1.7.1 Gecikme yayılımı

Gezgin iletişim sistemlerinde, sönmülemeli kanal içerisinde iletilen bir darbe işareti alıcıda farklı gecikmeler ile ulaşan bileşenler olarak gözlenir. Bu farklı gecikmelerin nedeni, bileşenlerin izledikleri yolların farklı olmasıdır. İletilen darbe işaretinin, alıcıya ulaşan ilk bileşeni (genelde, doğrudan yol ile gelen bileşeni) ile son bileşeni arasındaki gecikme farkına gecikme yayılımı denir [3]. Gecikme yayılımı T_d ile gösterilir.

2.1.7.2 Doppler yayılımı

Çok yollu yayılım sonucu oluşan dalgalar içindeki maksimum Doppler kaymasıdır. B_d ile gösterilir. Doppler yayılımı, kanalın zamanla değişiminin hızı hakkında bilgi

vermektedir. Kanal darbe yanıtının yavaş değişiminde Doppler yayılımı küçük iken hızlı değişiminde büyük olmaktadır [1].

2.1.7.3 Uyum band genişliği

Uyum band genişliği, kanalın transfer fonksiyonunun sabit kazanca ve doğrusal faza sahip olduğu band genişliğine denir [3]. Uyum band genişliği B_c ile gösterilir. Uyum band genişliği ile çok yollu yayılım arasında aşağıdaki ilişki vardır:

$$B_c \cong \frac{1}{T_d}.$$

2.1.7.4 Uyum zamanı

Uyum zamanı, kanalın darbe yanıtının sabit kaldığı ya da yüksek ilişkiye sahip olduğu zaman aralığını ifade etmektedir. Bu aralıkta iletilen tüm işaretler, aynı sönmüleme etkisi altında kalmaktadır [3]. Uyum zamanı T_c ile gösterilir. Uyum zamanı ile Doppler frekans yayılımı arasında şu ilişki vardır:

$$T_c \cong \frac{1}{B_d}.$$

2.1.8 Sönümlemeli kanal türleri

Önceki bölümde anlatılan kanal parametreleri ile işaretin band genişliği B_s ve işaret süresi T_s arasındaki ilişkiye göre, sönümlemeli kanallar dört sınıfta incelenir.

2.1.8.1 Frekansta düz sönümleme

Gezgin iletişim kanalının band genişliği, iletilen işaretin band genişliğinden büyük ve band genişliği boyunca sabit kazanç ve doğrusal fazlı ise kanal frekansta düzdür denir. Frekansta düz sönümlemenin diğer adı, frekans seçici olmayan sönümlemedir. Bu kanaldan iletilen işaretin frekans bileşenleri değişmez. Modülasyon simge süresi T_s ve gönderilen işaretin band genişliği B_s ile gösterilmek üzere, aşağıdaki koşullar sağlanıyor ise kanal düz sönümlemeli demektir [3].

$$T_d \ll T_s ,$$

$$B_c \gg B_s .$$

Uyum band genişliği, işaretin band genişliğinden büyük ise veya gecikme yayılımı, simge süresinden küçük ise düz sönümleme olacaktır.

2.1.8.2 Frekans seçici sönümleme

Modülasyonlu işaretin band genişliği, kanalın uyum band genişliğinden büyükse veya gecikme yayılımı, işaretin süresinden büyükse iletmek istenen işaret farklı frekans bileşenlerinde farklı genlik bozulmalarına ve faz kaymalarına sahip olacaktır [2]. Kanal yüksek frekans bileşenlerini bastıracağından iletilen işaret zaman bölgesinde yayılacak ve simgelerarası girişim meydana gelecektir. Bu kanala, frekans seçici kanal denir. Frekans seçici kanal aşağıdaki koşulları sağlar [3].

$$T_d > T_s ,$$

$$B_c < B_s.$$

2.1.8.3 Hızlı sönümleme

Hızlı sönümlemeli kanalın darbe yanıtı, işaret zamanı boyunca sabit kalmayıp zamanla değişir. Bu değişimin nedeni, Doppler etkisi sonucu işaretin frekansının yayılmasıdır. Doppler frekans yayılımı, işaret band genişliğinden daha büyüktür [4]. Hızlı sönümlemeli kanal aşağıdaki koşulları sağlar:

$$T_s > T_c ,$$

$$B_s < B_d .$$

Farksal kodlamalı sistemler gibi eğer alıcı kararını iki veya daha çok simgeyi gözlemleyerek veriyorsa, kanalın değişimi göz önüne alınmalıdır. Kanalın değişimini ifade eden belli ilişki modelleri vardır ve bu tür sistemlerde bunlar kullanılır [2].

Kanalın frekans seçici olup olmamasının hızlı sönümleme üzerinde etkisi yoktur. Bir kanal hızlı sönümleme özelliklerine sahip iken frekansta seçici veya frekans seçici olmayan özelliklere de sahip olabilir.

2.1.8.4 Yavaş sönümleme

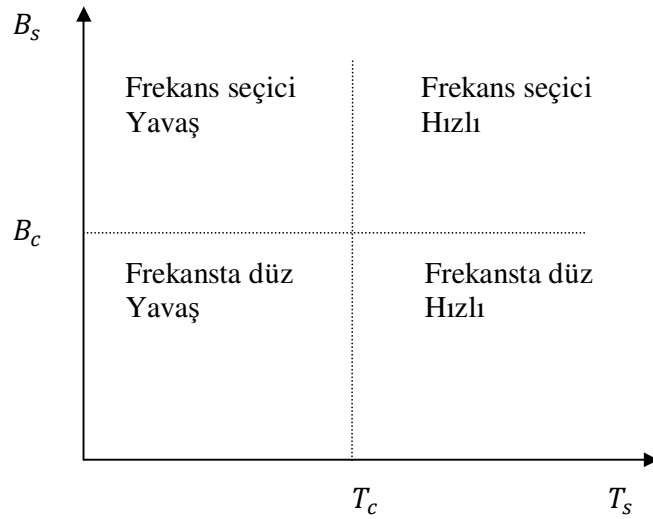
Yavaş sönümlemeli kanalın uyum zamanı, iletmek istenen işaretin işaret zamanından çok büyüktür [3]. Yavaş sönümlemeli kanalda Doppler etkisi önem taşımamaktadır, çünkü işaretin band genişliği yanında küçük kalmaktadır. Yavaş sönümlemeli kanal aşağıdaki koşulları sağlar:

$$T_c \gg T_s ,$$

$$B_s \gg B_d.$$

Yavaş sönümlmeli kanalın darbe yanıtı işaret süresi boyunca değişmezken bazı durumlarda ardışık birkaç işaret süresinde de değişmeyebilir. Bu durum, yavaş sönümlmeli kanalın en büyük sorunudur. Kanalin bozucu etkisi sonucu, alıcıda ardışık hatalar yapılacak ve hata düzeltme yöntemleri de işe yaramayacaktır.

Şekil 2.2’de kanal parametreleri ile işaret parametreleri arasındaki ilişki ve kanal sınıfları gösterilmiştir.



Şekil 2.2 : Sönümlmeli kanalın sınıflandırılması

2.2 İşbirlikli Çeşitleme

İşbirlikli çeşitleme; çok kullanıcıli ağlarda, kullanıcıların antenlerini paylaşarak verici çeşitlemesindeki başarıma ulaşmasını sağlamaktadır. Kısıtlı kaynakların olduğu ve bunların optimum kullanılmasını gerektiren ağlarda, örneğin telsiz duyurga ağlarda işbirliği sayesinde, enerji ve frekans spektrumu kanal durum bilgisine göre düğümlere dağıtılarak avantaj sağlanmaktadır [6].

Verici çeşitlemesi vericide birden fazla anten gerektirmektedir. Bu durum pek çok taşınabilir sistemde büyüklük ve donanım karmaşıklığına yol açar. Sonuç olarak verici çeşitlemesi taşınabilir sistemler için günümüz teknolojisi ile mümkün değildir. Son zamanlarda, sıkça bahsedilen ve üzerinde çalışılan bir konu olan işbirlikli çeşitleme; çok kullanıcıli ağlarda, kullanıcıların antenlerini paylaşarak verici çeşitlemesindeki başarıma ulaşmasını sağlamaktadır.

Telsiz iletişim kanallarında sönümlemeden dolayı, alıcıya ulaşan işaret genliğinde büyük salınımlar gözlenmektedir. İletilmek istenen işaretin farklı kopyalarının birbirinden bağımsız farklı kanallardan gönderilerek çeşitleme sağlandığı ve bu sayede sönümlemenin etkilerinin azaltıldığı sistemler günümüzde kullanılmaktadır. Uzay çeşitlemesi bu anlamda 3G'nin temelini oluşturmaktadır.

Uzay çeşitlemesi farklı antenler yardımıyla iletilen işaretin, alıcıda birbirinden bağımsız kopyalarının elde edilmesidir. İşbirlikli iletişimde uzay çeşitlemesi farklı bir yöntemle sağlanmaktadır.

İşbirlikli iletişimin temeli şudur: Tek anteni olan her kullanıcı tek başına uzay çeşitlemesini sağlayamayacağından başka bir kullanıcı ile işbirliğine gider ve işaretin bir kopyası bu kullanıcı tarafından son alıcıya gönderilir. Bu iki telsiz kullanıcısının kanalları birbirinden istatistiksel olarak bağımsız olduğundan uzay çeşitlemesi sağlanmış olur [5].

İşbirlikli telsiz iletişimde, her kullanıcı kendi verisini gönderebileceği gibi, diğer kullanıcı için de röle olarak çalışabilmektedir. İşbirlikli iletişimi, röle iletişim sistemlerinden ayıran en büyük özellik, röle iletişim sistemlerinde rölenin tek amacının verici ile alıcı arasındaki iletişim kalitesini artırmak olmasıdır. İşbirlikli iletişimde her kullanıcı hem röle gibi hem de verici gibi davranabilmektedir [5].

Kısıtlı kaynakların olduğu ve bunların optimum kullanılmasını gerektiren ağlarda, örneğin telsiz duyurga ağlarda işbirliği sayesinde, enerji ve frekans spektrumu kanal durum bilgisine göre düğümlere dağıtılarak avantaj sağlanır [6].

İşbirlikli iletişim temel olarak üçe ayrılır. Bu ayrımда röle davranışı gösteren kullanıcının aldığı işareti ne tür bir işlemden geçirdiği önemlidir.

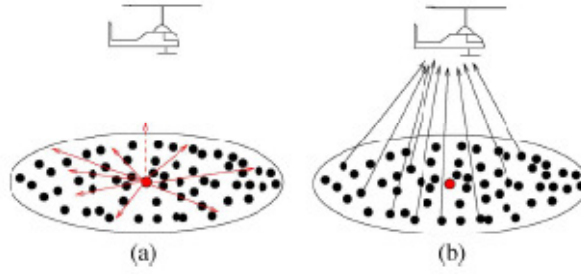
İşbirlikli iletişim,

- Çöz ve aktar
- Kuvvetlendir ve aktar
- Kodlamalı işbirliği

stratejilerine dayandırılabilir.

2.2.1 Çöz ve aktar stratejisi

Çöz ve aktar yöntemi klasik röle ağlara en çok benzeyen yöntemdir. Çünkü işbirliğine katılan kullanıcı, alıcıya, kaynaktan aldığı bitleri sezerek iletir. Röle görevini üstlenecek kullanıcılar ya bir merkez –baz istasyonu, v.s. – tarafından ya da başka bir teknikle belirlenir. Anlatım kolaylığı açısından iki kullanıcının işbirliği yaptığı durumu göz önüne alalım. Ancak çok kullanıcılı olarak da gerçekleştirilebileceği unutulmamalıdır. Şekil 2.3’de iki evreli işbirlikli çeşitleme gösterilmektedir.



Şekil 2.3 : İki evreli işbirlikli çeşitleme. (a) Birinci evre; (b) İkinci evre.

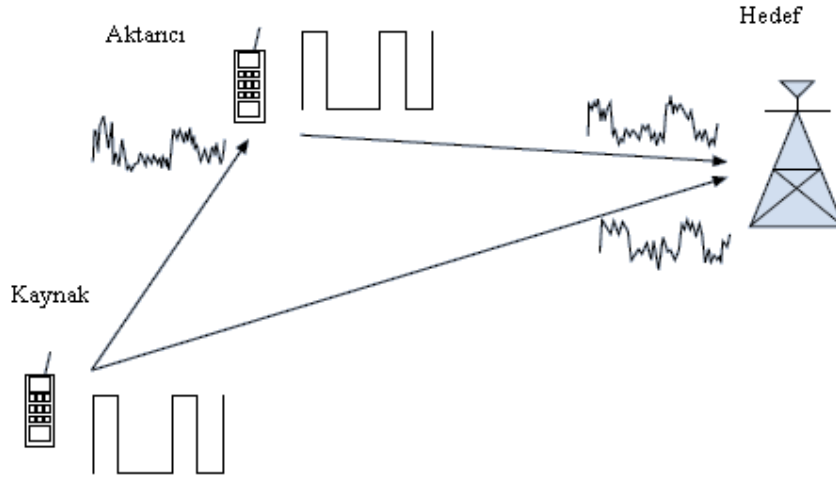
Çöz ve aktar tekniğinde iki kullanıcı birbiriyle işbirliği yapmak için bir çift oluştursun. Her kullanıcının kendisine ait kod defteri olsun. Bunlara $c_1(t)$ ve $c_2(t)$ diyelim. Her kullanıcının veri bitleri b_i^n ile ifade edilsin. Burada $i = 1,2$ kullanıcı indisini, n zaman indisini belirtmektedir. İşaret genliğini yani güç dağılımını da a_{ij} ile belirtelim. Her işaretleşme aralığı, üç bit aralığına denk alınsın. Birinci kullanıcının işaretini $X_1(t)$ ve ikinci kullanıcının işaretini $X_2(t)$ ile gösterelim. Bu sisteme göre $X_1(t)$ ve $X_2(t)$ şu şekilde elde edilir:

$$X_1(t) = \left[a_{11}b_1^1c_1(t), a_{12}b_1^2c_1(t), a_{13}b_1^3c_1(t) + a_{14}\widehat{b}_2^2c_2(t) \right]$$

$$X_2(t) = \left[a_{21}b_2^1c_2(t), a_{22}b_2^2c_2(t), a_{23}\widehat{b}_1^2c_1(t) + a_{24}b_2^3c_2(t) \right]. \quad (2.12)$$

Şekil 2.4’de gösterildiği gibi, birinci evre olarak belirtilen birinci aralıkta her kullanıcı kendi veri bitlerini iletmektedir. İkinci evrede ise her kullanıcı diğer kullanıcının veri bitini iletir [5]. Yukarıdaki formülde diğer kullanıcının çözülen biti için $\widehat{b}_i^n$ ifadesi kullanılmıştır. Çözme işlemi tamamlandıktan sonra, her kullanıcı kendi veri biti ile diğer kullanıcının ikinci veri bitini doğrusal bir yöntemle birleştirerek iletir. Bu yöntemde şekilden de anlaşıldığı üzere, kaynaktan iletilmek

istenen veri bitleri iki farklı yoldan alıcıya ulaşmaktadır. Dolayısıyla, alıcıda çeşitleme sağlanmış olur.



Şekil 2.4 : Çöz ve aktar yöntemi

Her aralık için kullanılacak olan çıkış güçleri değişik değerler alabilir. Bu değerler, ara kanalın kalitesine bağlıdır. Eğer ara kanal kalitesi yüksek ise işbirliği için daha fazla güç harcanır, ancak ara kanal kalitesi düşük ise ve iletim için elverişli değilse işbirliğine harcanan güç daha az tutulur[5].

Bu yöntemde anlatılan işbirliği, basitliği ve kanal koşullarına göre davranabilme yeteneği açısından avantajlıdır. Ancak rölenin, kaynağın veri bitlerini çözmede başarısız olduğu durumlarda işbirliği iletişime zarar verir. Buna ek olarak, alıcının kod çözme işlemini yapabilmesi için ara kanalların da sönmüleme katsayılarını bilmesi gerekmektedir [5].

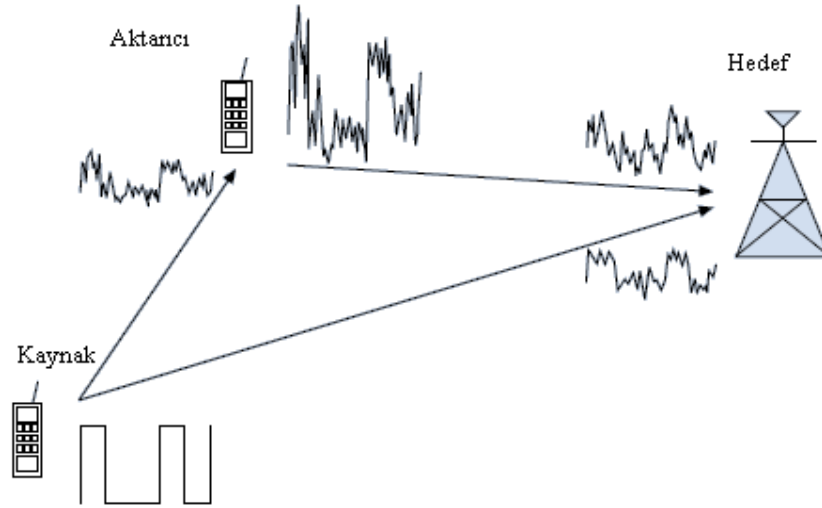
Hata yayılımı denilen, hatalı kod çözme sonucu alıcıdaki bozucu etkiden kaçınmak için Laneman[7] çalışmasında melez bir yaklaşımdan bahsetmiştir. Bu melez yapıda, kaynak-röle kanalının SNR değeri yüksek ise işbirliğine gidilir ve röle kaynağın bitlerini çözerek hedefe iletir. Ancak bu kanalın SNR değeri düşük ise sistem işbirliği yapmaz. Bu melez yapıyı ikinci adımdaki kaynak davranışına göre ikiye ayırabiliriz.

2.2.2 Kuvvetlendir ve aktar stratejisi

Bir diğer işbirliği türü de kuvvetlendir ve aktar yöntemidir. Bu yöntemde her kullanıcı ortağından aldığı toplamsal gürültü ve sönmüleme ile bozulmuş işareti,

hiçbir işaret işleme aşamasından geçirilmeden sadece kuvvetlendirerek iletmektedir. Kuvvetlendir ve aktar stratejisi Şekil 2.5'te gösterilmektedir.

Hedef iki farklı kanaldan gelen işaretleri birleştirerek iletmek istenen bitlere karar verir. Açıkta ki, işbirliğine katılan röle asıl göndermek istediği işaretin yanında gürültüyü de kuvvetlendirmektedir. Her ne kadar gürültünün kuvvetlendirilmesi kötü bir durum olarak gözükse de birbirinden bağımsız iki farklı kanal kullanıldığından hedef daha başarılı karar verir [5].



Şekil 2.5 : Kuvvetlendir ve aktar yöntemi

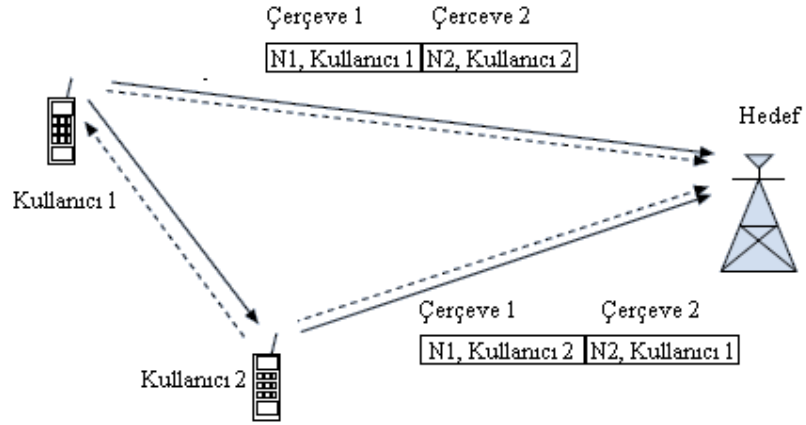
Eşzamanlı modülasyonun geçerli olduğu ve faz hatalarının alıcı tarafında düzeltildiği varsayımı altında alıcıdaki işaretin SNR değeri, iki verici antene sahip maksimum oran birleştirici yapısı ile aynıdır ve ikinci dereceden çeşitleme sağlanır. Açıkta ki, bu durum Alamouti yapısının sağladığı hata başarımına yakın bir başarımla sağlanır.

2.2.3 Kodlamalı işbirliği

Kodlamalı işbirliği kanal kodlamasının ve işbirliğinin birlikte uygulandığı sistemdir. Bağımsız iki farklı kanaldan aynı bilgiye ilişkin değişik kod sözcüklerinin gönderilmesidir. Her kullanıcı artırılmış bit miktarı ile iletim yapar. İşbirliğinin olmadığı durumda, kullanıcılar otomatik olarak işbirliksiz duruma geçer. Bu kodlama tasarımı ile sağlanır ve kullanıcılara işbirliğinin yapıp yapılmadığı ile ilgili herhangi bir geri bildirim de gerekmez. Kodlamalı işbirliği Şekil 2.6'da gösterilmektedir.

Kullanıcılar iletmek istedikleri bitleri bloklara ayırırlar. Bu bloklar seçilen bir kanal koduyla kodlanır ve bu nedenle iletilecek bit miktarı da artar. Her bir kullanıcı

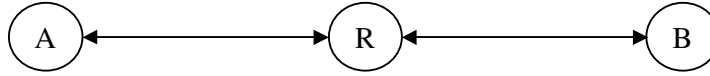
toplam N bit iletir ve sadece N_1 kadarı kendi verisidir. Geri kalan N_2 bit işbirliği yaptığı diğer kullanıcının veri bitleridir. Birinci çerçevede her kullanıcı kendi N_1 bitini gönderir. Ortak kullanıcı diğer kullanıcıdan gelen bu bitleri çözer ve kendi kod sözcüğü ile hedefe gönderir. Eğer ortak kullanıcı diğer kullanıcıdan gelen bu bitleri çözme işlemini başarılı bir şekilde yapamazsa, ikinci çerçevede kendi N_2 veri bitini iletir. Her kullanıcı iki çerçeve süresi boyunca N bit iletmiş olur. İşbirliği oranı da $\frac{N_2}{N}$ olarak ifade edilir [5].



Şekil 2.6 : Kodlamalı işbirliği

3. ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR

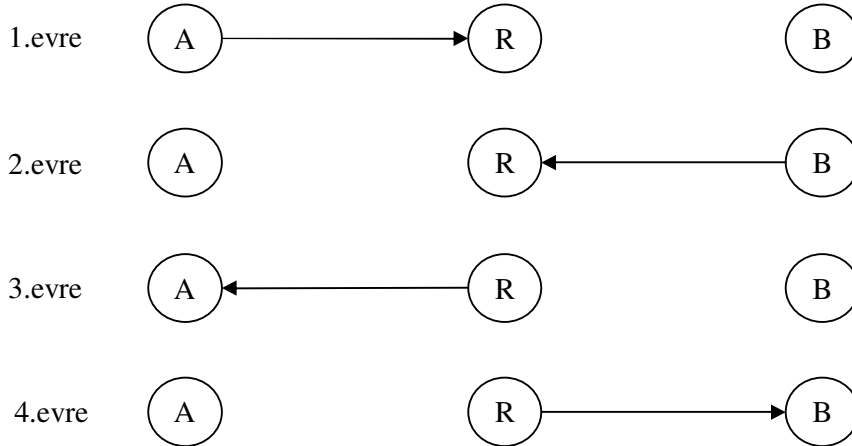
Çift yönlü röleli kanallarda farklı iletim teknikleri bulunmaktadır. Çift yönlü röleli kanalın genel yapısı Şekil 3.1’de verilmiştir. A ve B gibi iki uç düğümün iletişim kuramaması durumunda, aradaki röle ile iletişime geçebilir. Röle, A’nın ilettiği işareti B’ye, B’nin ilettiği işareti A’ya ileterek iletişime yardımcı olur. Çift yönlü röle kanalı için farklı iletişim teknikleri vardır. Bu teknikler harcadığı zaman ve röledeki işleme göre sınıflandırılabilir.



Şekil 3.1 : Çift yönlü röle kanalı.

3.1 Dört Evreli İletim Tekniği

A ve B düğümlerinin işaretlerinin girişim oluşturmasını önlemek için kanal zaman aralıklarına ayrılmıştır. Her bir zaman aralığında tek bir ağ elemanı iletimdedir. Dört zamanlı iletim tekniği için olası işaretleşme Şekil 3.2’de verilmiştir.



Şekil 3.2 : Dört evreli iletim tekniği.

Birinci adımda A düğümü B düğümüne iletmek istediği bilgiyi röleye iletir. İkinci adımda B düğümü röleye iletir. Üçüncü ve dördüncü adımlarda, röle sırasıyla A ve B

düğümlelerinden aldığı işareti kanala iletir. A ve B düğümlelerinin karşılıklı bilgi iletişimi için toplam dört zaman aralığı kullanılmıştır.

3.2 Üç Evreli İletim Tekniği

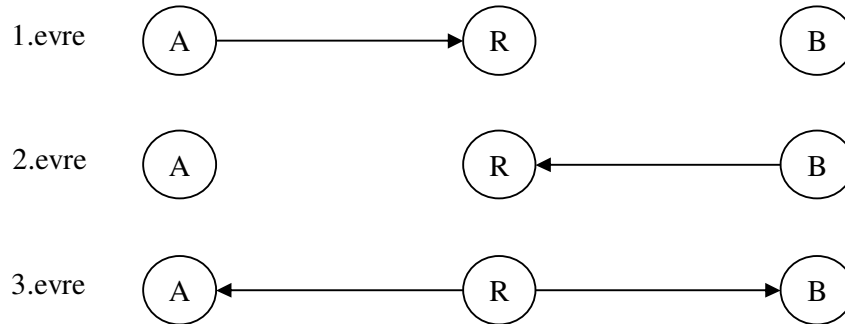
Üç evreli iletim tekniği, ağ kodlama olarak adlandırılan yöntemin telsiz iletişim ağlarına uyarlanmasıdır. Üç evreli iletim tekniği Şekil 3.3’de gösterilmektedir. İlk iki zaman, dört zamanlı iletim yöntemindeki ile aynıdır. İkinci zaman sonunda, A’nın ve B’nin işaretlerine sahip olan röle bu iki bilgiyi XOR’layarak S_T işaretini iletir:

$$S_T = S_A \oplus S_B . \quad (3.1)$$

A ve B düğümleri ilettikleri işareti bildikleri için rölenin ilettiği S_T işaretinden karşı tarafın iletmek istediği işareti XOR işlemi ile elde ederler:

$$S_A \oplus S_T = S_A \oplus (S_A \oplus S_B) = S_B , \quad (3.2)$$

$$S_B \oplus S_T = S_B \oplus (S_A \oplus S_B) = S_A . \quad (3.3)$$



Şekil 3.3 : Üç evreli iletim tekniği.

Bir önceki yöntemle göre birim zamanda iletilen bilgi miktarı %33 daha fazladır.

3.3 İki Evreli İletim Tekniği

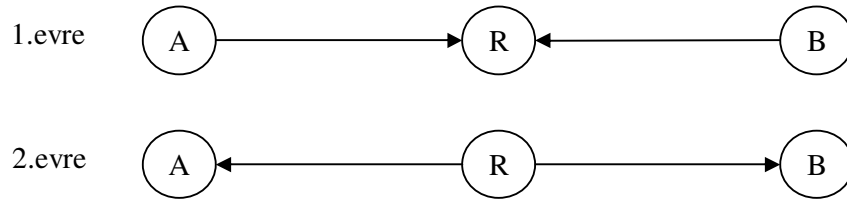
İki evreli iletim tekniği fiziksel katman ağ kodlama(PNC) olarak adlandırılmaktadır. Literatürde, PNC için DNF (Denoise-and-Forward) da denilmektedir. Telsiz iletişim ortamının girişim özelliğinden yararlanılarak üç zamanlı yöntemde röledeki XOR işleminin havada yapılmasıdır. İki evreli iletim tekniği Şekil 3.4’de gösterilmektedir.

Simge düzeyinde ve taşıyıcı fazında tam eş zamanlama olduğu varsayımı altında rölede birinci zaman sonucunda alınan işaret şöyle yazılabilir:

$$Y_R = H_A x_A + H_B x_B + Z_R . \quad (3.4)$$

Burada H_A ve H_B sırasıyla A-R ve B-R düğümleri arasındaki kanal sönümleme katsayıları, x_A ve x_B A ve B düğümlerinin ilettiği simgelerdir. Z_R gürültü terimidir.

Rölede alınan işaret kuvvetlendirilip aktarılabilir gibi, $(\hat{x}_A, \hat{x}_B)$ çifti çözülerek de aktarılabilir. Bu tezde iki zamanlı çöz-aktar iletimi üzerinde durulmuştur.



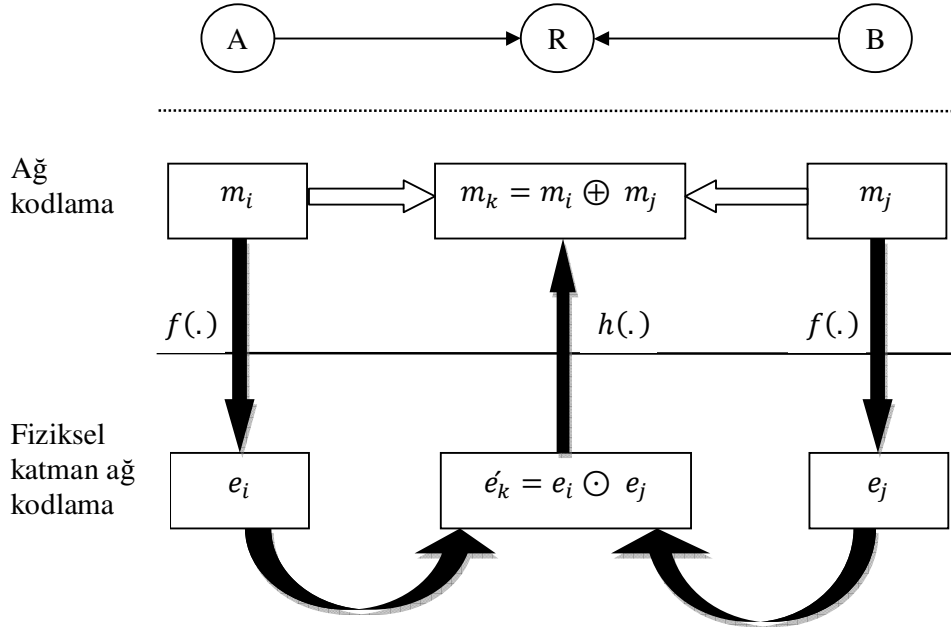
Şekil 3.4 : İki evreli iletim tekniği.

Üç zamanlı iletimde ağ kodlama kullanılarak rölenin tek bir anda hem A hem de B düğümünün işaretini iletebildiği yukarıda açıklanmıştı. Ağ kodlamanın bitisel işlemler üzerinden değil de, elektromanyetik dalgalar üzerinden yapılabileceği fikri ile band verimliliği artıran iletim yöntemleri ortaya çıkmıştır. Fiziksel katman ağ kodlama olarak isimlendirilen bu yöntem, ağ kodlama işlemini elektromanyetik dalgalar üzerinde yaparak kanal sığasını artırmaktadır.

Telsiz iletişimin fiziksel katmanında bilgi elektromanyetik dalgalar ile iletilir. Telsiz iletimi, telli iletimden ayıran pek çok özellik vardır. Bunlardan biri, telsiz iletişimin çoklu yayılım özelliğidir: Kaynağın ilettiği işaret, pek çok alıcıya ulaşır ve alıcı aynı anda birçok kaynaktan bilgi alabilir. Bu özellikler girişime yol açar. Özellikle çok-atlamalı *ad-hoc* ağlarda, girişim nedeniyle veri iletim hızı çok düşmektedir. Pek çok sistem tasarımında, alıcı tasarımları veya iletim zamanlaması ile girişimden ve girişimin yol açtığı olumsuzluklardan kaçınılır. Girişimden kaçınılmak yerine, girişimin sistem sığasını artırmak için kullanılması fikri ortaya atılmıştır. Bu fikri sağlayabilmek için de şu koşullar sağlanmalıdır:

- Röle aynı anda aldığı işaretleri çözerek hedef düğümlere iletilecek bilgiyi elde edebilmelidir.
- Rölenin ilettiği işaretten her hedef düğüm kendi bilgisini çözebilmelidir.

Ağ kodlamada iki farklı düğümün bilgisini birleştirmek ve daha sonra hedefte istenen bilgiyi elde edebilmek matematikteki Galois alanı kavramına dayandırılır. Ağ kodlama işlemi, çözülmüş bitler üzerinden yapılır. Fiziksel katman ağ kodlama iletim tekniğinde, Galois alanına dayalı kodlama işlemi elektromanyetik dalgalar üzerinden yapılmaktadır. Rölede kullanılan modülasyon ve demodülasyon yöntemleri, EM dalgaların toplanması ile oluşan işaretlerin, çözülmüş bitler üzerinden Galois alanı kullanılarak kodlanması sonucu elde edilecek çıkış bilgisi ile eşleştirilir. Bunu Şekil 3.5 ile ifade edebiliriz:



Şekil 3.5 : Fiziksel katman ağ kodlama.

M kümesi sayısal işaretlerden, E kümesi modüle edilmiş işaretlerden oluşmaktadır. $\oplus$ işareti XOR işlemini göstermektedir. M kümesindeki her bir sayısal işaret, E kümesindeki bir işarete eşlenmektedir ve bu bire-bir eşleme işlemi f modülasyon işlemi ile gösterilir:

$$f(m_i) = e_i, \forall m_i. \quad (3.5)$$

Elektromanyetik dalgalar toplanarak e'_k işaretini oluşturur ve bu e'_k işaretlerinin oluşturduğu küme $\hat{E}$ ile gösterilir. Röleye ulaşan her e'_k işareti, $m_k \in M$ işaretine demodüle edilir. Röledeki demodülasyon işlemi $h: \hat{E} \rightarrow M$ ile gösterilmektedir:

$$h(e'_k) = m_k. \quad (3.6)$$

Tasarımda seçilen ağ kodlama kuralı ve modülasyon türü $(M, \oplus, f: M \rightarrow E)$ için PNC eşleşme koşulu tanımlıdır. $m_i \oplus m_j = m_k$ ise $h(e_i \odot e_j) = m_k$ olmalıdır. Bu koşul şu şekilde de yazılabilir:

$$h(f(m_i) \odot f(m_j)) = m_k. \quad (3.7)$$

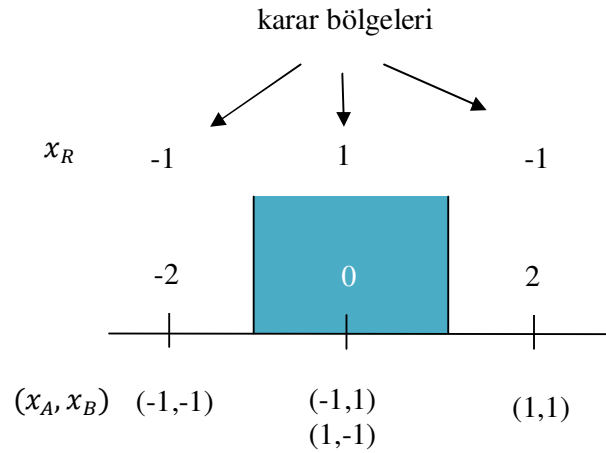
İki uç düğümün röle yardımı ile iletişim kurduğu durumda iki zamanlı model kanal sığasını artırmaktadır. Bu yöntemde alıcıya ulaşan işaret şu şekildedir:

$$Y_R = H_A x_A + H_B x_B + Z_R. \quad (3.8)$$

Röle, alınan işareti en büyük olabirlikli yöntem ile çözer ve $(\hat{x}_A, \hat{x}_B)$ çiftine karar verir:

$$(\hat{x}_A, \hat{x}_B) = \arg \min_{(x_A, x_B) \in S \times S} |Y_R - H_A x_A - H_B x_B|. \quad (3.9)$$

Daha sonra $(\hat{x}_A, \hat{x}_B)$ çifti için ilgili işaret gönderilir. Röle bu çözme işlemini gerçekleştirirken amacı A ve B düğümlerinin ilettiği bilgiyi elde etmek değildir. Asıl amaç alınan işareten gürültünün giderilmesidir. A ve B düğümlerinin BPSK modülasyonu kullandığı sistemde, çoklu erişim evresinde kanal katsayılarının $H_A = H_B = 1$ olduğu durum için inceleme yapılırsa gürültünün nasıl giderildiği görülür. İlk olarak $Z_R = 0$ olarak alınsın. Bu durumda, röleye ulaşabilecek işaret kümesi Şekil 3.6'da verilmiştir. Rölenin aldığı işaretin -2 ya da 2 olduğu durumda röle, A ve B kaynaklarının ilettiği işaretleri $(x_A, x_B) = (1, 1)$ ya da $(x_A, x_B) = (-1, -1)$ olarak karıştırabilir. Röleye ulaşan işaret 0 olduğunda ise, röle A ve B düğümlerinin ilettiği işaretlerin (1,-1) mi yoksa (-1,1) mi olduğuna karar veremez. Bununla birlikte, A 1 ilettiği durumda ve rölenin gözlemlediği işaretin 0 olduğunu bildiği durumda, B düğümünün ilettiği bilginin -1 olduğuna karar verebilir. Z_R gürültüsünün sıfırdan farklı olduğu durumda, rölenin ileteceği işareti belirleyebilmesi için düzlem karar bölgelerine ayrılmalıdır.



Şekil 3.6 : Uç düğümlerde BPSK kullanılması durumunda rölede gözlemlenen işaret kümesi.

Röle ilk olarak alınan işaretin hangi bölgede olduğuna karar verir ve ikinci evrede iletmek üzere bu karar sonucunu kullanır. İkinci evrede iletilecek işarete Çizelge 3.1 yardımı ile de karar verebilir.

Çizelge 3.1 : XOR eşlemesi.

$x_B \backslash x_A$	x_0	x_1
x_0	x_0	x_1
x_1	x_1	x_0

4. ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR İÇİN UYARLAMALI EŞLEME

Değişen kanal durumu göre kullanılan eşleme kuralının değiştirilmesi ilk evrede rölede oluşan girişim etkisini azaltmaktadır. Olabilecek tüm kanal durumları göz önüne alınarak karmaşık düzlem bölgelere ayrılıp her bölge için en iyi başarımı sağlayan h eşleme kuralı bulunabilir. Kaynak düğümlerde M -PSK işaret kümesi kullanıldığı durumlarda karmaşık düzlemin bölgelere ayrılması analitik olarak elde edilmektedir. Karmaşık düzlem iki bölgeden oluşmaktadır: Seçilen herhangi bir eşleme kuralının aynı başarımı verdiği bölge ve seçilen eşleme kuralının başarımı artırdığı bölge [15],[16].

Uyarlamalı eşleme yöntemi için çoklu erişim ve yayın evreleri ele alınarak tekil sönümleme noktalarının etkileri incelenmektedir. Tekil sönümleme noktalarının etkilerini yok etmek için kullanılacak ağ kodlama matrisleri Latin kareler ile bulunabilir. Uç düğümlerde 4-PSK modülasyonu kullanılan sistem için tekil sönümleme noktaları ve kümeler elde edilmektedir. Uyarlamalı eşleme için çift yönlü röle kanalının simge hata analizi verilmektedir.

4.1 Çoklu Erişim Evresi

S , A ve B düğümlerinde kullanılan M -PSK işaret kümesidir. $\mu: F \rightarrow S$ bit dizilerinden karmaşık düzlemdeki işaret kümesine geçişi gösterir. A ve B kaynak düğümlerinden iletilen işaretler $x_A = \mu(S_A), x_B = \mu(S_B)$ ile elde edilir. Röleyeye ulaşan işaret şu şekildedir:

$$Y_R = H_A x_A + H_B x_B + Z_R. \quad (4.1)$$

Burada H_A ve H_B A -R ve B -R düğümleri arasındaki kanallar için sönümleme katsayılarıdır. Z_R ortalaması sıfır, standart sapması σ^2 olan karmaşık Gauss rastlantı değişkenidir ve gürültüyü göstermektedir. H_B/H_A sönümleme durumu olarak isimlendirilir. Sönümleme durumu $z = \gamma e^{j\theta}$ şeklinde gösterilir. Bu gösterimde

$\gamma \in R^+$ ve $-\pi \leq \theta < \pi$ dir. Çoklu erişim evresinde belli bir sönümlleme durumu için rölede gözlemlenen işaret kümesi $S_R(\gamma, \theta)$ ile gösterilir ve şu şekildedir:

$$S_R(\gamma, \theta) = \{s_i + \gamma e^{j\theta} s_j | s_i, s_j \in S\}. \quad (4.2)$$

$S_R(\gamma, \theta)$ işaret kümesinin elemanları arasındaki en küçük uzaklık $d_{min}(\gamma e^{j\theta})$ ile gösterilir ve şu şekilde hesaplanır:

$$d_{min}(\gamma e^{j\theta}) = \min_{\substack{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B) \\ \in S \times S \\ (x_A, x_B) \neq (x'_A, x'_B)}} |(x_A - x'_A) + \gamma e^{j\theta} (x_B - x'_B)|. \quad (4.3)$$

Yukarıdaki formülü sıfır yapan $\gamma e^{j\theta}$ değerleri olduğu açıktır. Bu değerlerin oluşturduğu küme H ile gösterilir ve $H = \{\gamma e^{j\theta} \in \mathbb{C} | d_{min}(\gamma, \theta) = 0\}$ 'tır. H kümesinin elemanlarına tekil sönümlleme noktaları denir. Örneğin, A ve B kaynaklarında QPSK kullanıldığında, $\gamma e^{j\theta} = (1 + j)/2$ için $d_{min}(\gamma, \theta) = 0$ olmaktadır.

Röle, alınan işareti en büyük olabirlikli yöntem ile çözer ve $(\widehat{x}_A, \widehat{x}_B)$ çiftine karar verir:

$$(\widehat{x}_A, \widehat{x}_B) = \arg \min_{(x'_A, x'_B) \in S \times S} |Y_R - H_A x'_A - H_B x'_B|. \quad (4.4)$$

$(\widehat{x}_A, \widehat{x}_B)$ çifti yayın evresinde kodlama matrisinin satır ve sütunlarını indekslemek için kullanılır.

4.2 Yayın Evresi

Yayın evresinde, röle $\gamma e^{j\theta}$ 'nin aldığı değere göre kullanacağı ağ kodlama matrisine karar verir. Bu kodlama matrisi $\mathcal{M}^{\gamma, \theta}: S \times S \rightarrow \hat{S}$ olarak gösterilir. $S \times S$ işaret kümesindeki bazı elemanlar $\hat{S}$ işaret kümesindeki aynı karmaşık sayıya (elemana) eşlenir. $S \times S$ işaret kümesindeki bu elemanlar aynı kümededir. Bu kümeler l tanedir ve $\{L_1, L_2, \dots, L_l\}$ şeklinde gösterilir. Tekil sönümlleme noktası için ilgili kümelerin oluşturulması kümeleme olarak isimlendirilir ve $\mathcal{C}^{\gamma, \theta}$ kümelemesi olarak gösterilir.

L_i ve L_j iki farklı küme olsun. Bu iki küme arasında, küme uzaklığı tanımlıdır. Küme uzaklığı, $(x_A, x_B) \in L_i, (x'_A, x'_B) \in L_j$ olmak üzere olası tüm $(x_A + \gamma e^{j\theta} x_B)$ ve

$(x'_A + \gamma e^{j\theta} x'_B) \in S_R(\gamma, \theta)$ noktaları arasındaki farkın en küçük olanıdır. Tüm kümelerin küme uzaklıklarının en küçüğü, en küçük küme uzaklığı olarak isimlendirilir ve $C^{\gamma, \theta}$ için şöyle tanımlanır:

$$d_{\min}(C^{\gamma, \theta}) = \min_{\substack{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B) \\ \in S \times S \\ \mathcal{M}^{\gamma, \theta}((x_A, x_B)) \neq \mathcal{M}^{\gamma, \theta}((x'_A, x'_B))}} |(x_A - x'_A) + \gamma e^{j\theta} (x_B - x'_B)| \quad (4.5)$$

$C^{\gamma, \theta}$ kümelemesindeki herhangi iki küme arasındaki en küçük uzaklık, çoklu erişim evresindeki başarıımı belirler. $\gamma e^{j\theta}$ değerinin tekil sönümleme noktasına yakın olduğu durumda, $d_{\min}(\gamma e^{j\theta})$ de çok küçük değerler alır. Bunun sonucu olarak her tekil sönümleme noktası için oluşturulacak kümelemenin, en küçük küme uzaklığı sıfırdan farklı ve en büyük olmalıdır. Eğer tekil sönümleme noktası için kümeleme sonucunda en küçük küme uzaklığı sıfırdan farklı bir değer alıyorsa C^h kümeleme işlemi, tekil sönümleme noktasının etkisini yok etmektedir. [13]'de kümeleme işlemi bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. [16]'da ise kümeleme işlemi Latin kareler yardımı ile analitik yoldan gerçekleştirilmektedir.

Kanal durumu $\gamma e^{j\theta}$, kümeleme C^h ise en küçük küme uzaklığı $d_{\min}(C^h, \gamma, \theta)$ 'dir. Kanal durumu, tekil sönümleme noktasına denk düşmüyor ise seçilecek olan kümeleme (C^h) şu eşitsizliği sağlamalıdır:

$$d_{\min}(C^h, \gamma, \theta) \geq d_{\min}(C^{h'}, \gamma, \theta), \forall h \neq h' \in H. \quad (4.6)$$

Yayın evresindeki başarıımı, $\hat{S}$ işaret kümesindeki işaretlerin birbirine olan en küçük uzaklığı belirler. Yayın evresindeki başarıımı artırmak için $\hat{S}$ işaret kümesinin seçimine dikkat edilmelidir.

Yayın evresinde rölenin ilettiği işaret $x_R = \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(\widehat{x_A}, \widehat{x_B})$ olmak üzere, A ve B düğümlerinin aldığı işaretler, sırasıyla, şu şekildedir:

$$Y_A = H'_A x_R + Z_A, \quad Y_B = H'_B x_R + Z_B. \quad (4.7)$$

H'_A ve H'_B , R-A ve R-B düğümleri arasındaki kanallar için sönümleme katsayılarıdır. Z_A ve Z_B ortalaması sıfır, standart sapması σ^2 olan karmaşık Gauss rastlantı değişkenleridir ve gürültüyü simgelemektedir.

A düğümünün, B düğümünün gönderdiği bilgiyi çözebilmesi için şu kural sağlanmalıdır (bu bölümden sonra bu kural dışında tutma kuralı-*exclusive law*-olarak anılacaktır) :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B) &\neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x'_A, x_B), & x_A &\neq x'_A, x_B \in S, \\ \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B) &\neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x'_B), & x_B &\neq x'_B, x_A \in S.\end{aligned}\quad (4.8)$$

Her iki evrede de toplamsal gürültüyü sıfır kabul edelim. Çoklu erişim evresinde rölenin (x_A, x_B) çiftine doğru karar verdiğini varsayalım. Bu durumda, yayın evresinde röle $x_R = \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)$ işaretini iletir. A ve B düğümlerine ulaşan işaretler ise sırasıyla, $Y_A = H'_A x_R, Y_B = H'_B x_R$ 'dir. A düğümünde, Y_A işareti gözlemlendikten sonra x_B 'nin taşıdığı bilgi miktarı $I(x_B; Y_A/x_A) = H(x_B|x_A) - H(x_B|Y_A, x_A) = H(x_B) - H(x_B|x_R, x_A)$ 'dir (x_A, x_B işaretleri birbirinden bağımsız olduğu için ikinci ifade yazılabilir). $\mathcal{M}^{\gamma,\theta}$, röledeki ağ kodlama matrisi, (4.8)'deki dışında tutma kuralını sağladığından $H(x_B|x_R, x_A) = 0$ 'dır ve x_B 'nin taşıdığı bilgi miktarı en büyüktür.

Uç düğümlerde M-PSK işaretleşme kullanıldığında, işaret kümesi $e^{j(2k+1)\pi/M}, 0 \leq k \leq M-1$ olarak ifade edilebilir. M-PSK işaretlerin fark kümesi $\Delta S = \{s_i - s'_i | s_i, s'_i \in S\}$ olarak tanımlansın. Fark kümesinin işaretleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned}x_{k,n} &= \begin{cases} 2 \sin(\frac{\pi n}{M}) e^{jk2\pi/M} & n \text{ tek ise} \\ 2 \sin(\frac{\pi n}{M}) e^{j(\frac{k2\pi}{M} + \frac{\pi}{M})} & n \text{ çift ise,} \end{cases} \\ 1 \leq n \leq \frac{M}{2} \text{ ve } 0 \leq k \leq M-1.\end{aligned}\quad (4.9)$$

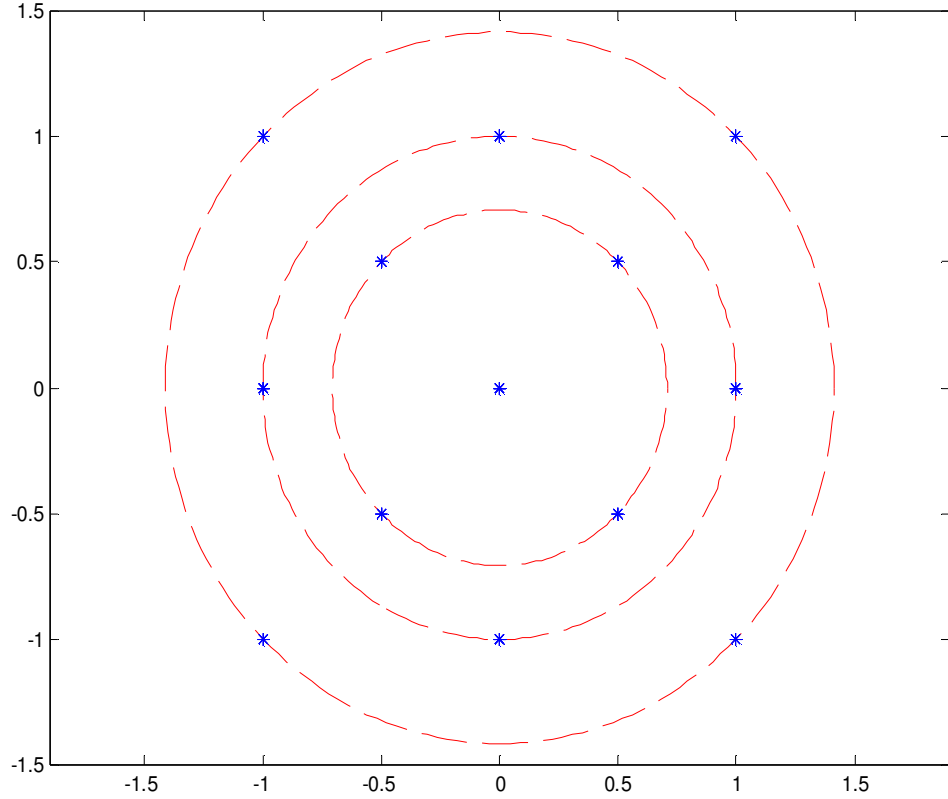
Tekil sönümleme noktası tanımı ve $x_{k,n}$ 'nin (4.9)'daki ifadesi yardımı ile tekil sönümleme noktaları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_s e^{j\theta_s} = -\frac{x_{k,n}}{x_{k',n'}}, \quad x_{k,n}, x_{k',n'} \in \Delta S. \quad (4.10)$$

Sıfırdan farklı olan tekil sönümleme noktaları $\frac{M^2}{4} - \frac{M}{2} + 1$ çemberleri üzerindedir. Her bir çember üzerinde M tekil sönümleme noktası vardır. Çemberlerin yarıçapı $\sin(\frac{k_1\pi}{M}) / \sin(\frac{k_2\pi}{M})$ 'dir. k_1 ve k_2 değerlerinin her ikisi de çift ya da tek ise çember

üzerindeki noktaların fazı $\frac{k2\pi}{M}$, $0 \leq k \leq M - 1$ 'dir. k_1 ve k_2 değerlerinin biri çift biri tek ise çember üzerindeki noktaların fazı $\frac{k2\pi}{M} + \frac{\pi}{M}$, $0 \leq k \leq M - 1$ 'dir.

Uç düğümlerde QPSK işaretleşme kullanıldığında, röledeki tekil sönümleme noktaları Şekil 4.1'de gösterilmiştir:



Şekil 4.1 : QPSK modülasyonu için tekil sönümleme noktaları.

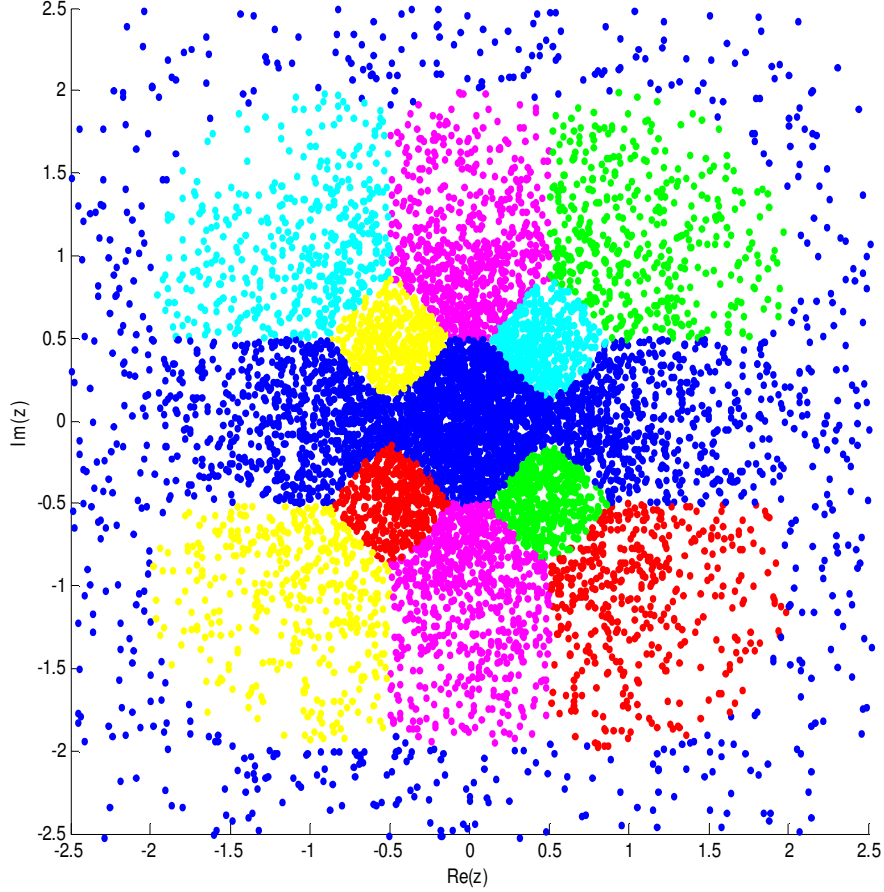
Karmaşık düzlemdeki bazı noktalarda, seçilen kümeleme (C^h) dışında tutma kuralını sağladığı sürece aynı en küçük küme uzaklığını vermektedir. $\gamma e^{j\theta}$ 'nin bu değerlerinin oluşturduğu bölgeye tekil olmayan bölge denir ve bu bölge içinde tekil sönümleme noktası yoktur.

4.3 Tekil Sönümleme Noktalarının Belirlenmesi

Belli bir kanal durumu için rölede gözlemlenebilecek işaretlerin birbirine olan uzaklığı şu şekildedir:

$$D(\gamma, \theta) = \{ |(x_k - x'_k) + \gamma e^{j\theta} (x_l - x'_l)| : (x_k, x_l) \neq (x'_k, x'_l) \in S \times S \}. \quad (4.11)$$

Uç düğümlerde QPSK modülasyonu kullanılan durum için oluşan kanal durumu ve bölgeler Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2 : QPSK modülasyonu için kanal durumu ve bölgeler

Birbiriyle karışabilecek (x_k, x'_k) ve (x_l, x'_l) işaret çiftleri arasındaki uzaklıklar d_k ve d_l ile gösterilirse (4.11)’deki denklem şu şekilde yazılabilir:

$$D(\gamma, \theta) = \{ |(d_k) + \gamma e^{j\theta} (d_l)| : (d_k, d_l) \neq (0,0) \in \Delta S \times \Delta S \}. \quad (4.12)$$

Belirli bir andaki kanal durumu için yukarıdaki ifadeyi en küçük yapan (d_k, d_l) çiftine karşılık düşen C^{-d_k/d_l} kümelemesi, en küçük küme uzaklığının en büyük olmasını sağlar. Her tekil sönmleme noktası çevresinde, tekil sönmleme noktasını

etkisizleştiren kümelemenin kullanılması durumunda en küçük küme uzaklığının maksimum olduğu bölgeler vardır. $-d_k/d_l$ tekil sönümlene noktası ile ilişkili bu bölge şu şekildedir:

$$\mathcal{R}_{\{-d_k/d_l\}} = \{\gamma e^{j\theta} : |d_k + \gamma e^{j\theta} d_l| \leq |d'_k + \gamma e^{j\theta} d'_l|, \quad \forall (d'_k, d'_l) \in \Delta S \times \Delta S, (d'_k, d'_l) \neq (d_k, d_l)\}. \quad (4.13)$$

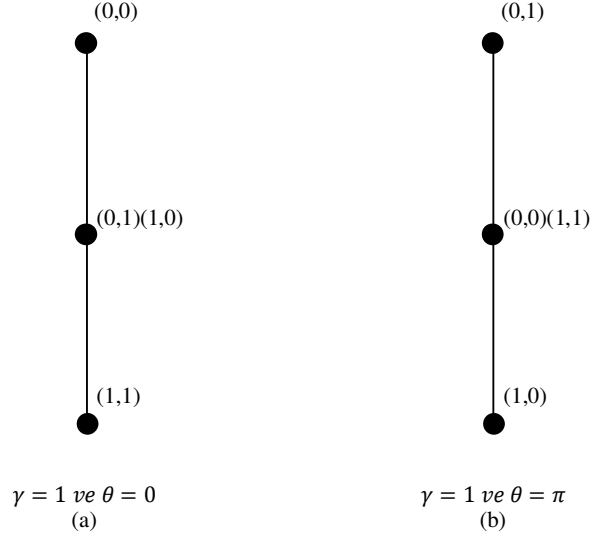
Uç düğümlerde QPSK işaretleme kullanıldığında, karmaşık düzlemdeki tekil sönümlene noktaları ile ilişkili bölgeler ve tekil-olmayan bölgeler Şekil 4.2’de verilmiştir.

Uç düğümlerde BPSK modülasyonu kullanılan durum PNC için incelenmişti. PNC iletim tekniğinde, röle; kestirilen işaretlerin hangi işarete eşleneceğine karar verirken kanal durumlarını göz önüne almadan eşleme yapar. Bunun sonucunda, Şekil 4.3’teki kanal durumu için hata oluşur. Uyarlamalı eşleme kanal durumlarını göz önüne alır. Şekil 4.3’te tekil sönümlene noktaları için rölede gözlemlenebilecek işaretler ve (x_A, x_B) çiftleri gösterilmiştir. Kanal durumu $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ ise, (0,1) (1,0) çifti arasındaki uzaklık sıfır olur. Kanal durumu $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi$ ise, (1,1) (0,0) çifti arasındaki uzaklık sıfır olur. Tekil sönümlene noktasını etkisizleştirmek için kullanılması gereken kümeleme şudur:

$$\{\{(0,1)(1,0)\}, \{(1,1)(0,0)\}\}. \quad (4.14)$$

Tekil sönümlene noktası için kümeleme, dışında tutma kuralını sağlamalıdır. Latin kareler kullanılarak kümeleme ile dışında tutma kuralının sağlandığı [16]’de gösterilmektedir. Bu yolla, tekil sönümlene noktasını etkisizleştirmek için kümeleme problemi bir bölümü dolu Latin karenin tamamlanması sürecine dönüşmektedir. M-PSK modülasyonu kullanan tüm sistemlerde, PNC yöntemindeki XOR eşlemesi $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ için tekil sönümlene noktasını etkisizleştirmektedir.

Çoklu erişim evresinde QPSK kullanılması durumunda, Latin kareleri doldurmak için gereken eleman sayısının 5 olduğu belli tekil sönümlene noktaları vardır. Diğer bir ifade ile belli tekil sönümlene noktası için kümelemenin en küçük küme uzaklığını maksimum yapmak için yayın evresinde kullanılması gereken modülasyon 5QAM olmaktadır. 5QAM modülasyon kullanılması çoklu erişim evresindeki girişimi azaltırken, yayın evresindeki başarımlı olumsuz etkiler.



Şekil 4.3 : BPSK modülasyonu için rölede gözlenen işaret kümesi.

4.4 Latin Karelerin Oluşturulması

Rölede kullanılacak eşleme kuralı, $\mathcal{M}^{\gamma, \theta}: S \times S \rightarrow \hat{S}$ olarak gösterilir. Eşleme işlemi $S \times S$ işaret kümesindeki elemanların, $\hat{S}$ işaret kümesindeki elemanlara karşı düşürülmesidir. İlk işaret kümesindeki belirli çiftler, ikinci işaret kümesindeki aynı işarete eşlenebilir. Aynı işarete eşlenen işaret çiftleri bir küme oluşturur. Her küme çifti için küme uzaklığı tanımlıdır. Olası tüm küme uzaklıklarının en küçüğü, en küçük küme uzaklığı olarak isimlendirilir ve yayın evresinin başarımını belirler. Tekil sönmüleme noktasına yakın kanal durumları için en küçük küme uzaklığı düşük değerler almaktadır. En küçük küme uzaklığının, düşük değerler alması “uzaklık kısaltma” (distance shortening) olarak adlandırılır. Uzaklık kısaltmadan kaçınmak için; her tekil sönmüleme noktası için öyle kümeleme seçilmelidir ki, en küçük küme uzaklığı değeri sıfırdan farklı ve maksimum olsun.

Ağ kodlama matrisleri oluşturulurken Latin kare kullanılır. Latin kare özel bir matris türüdür. Latin kare, n elemanlı bir küme üzerinde tanımlı $n \times n$ boyutunda bir kare matristir. Bu matrisin, sütunlarında ve satırlarında kümenin her elemanı birer kere kullanılır.

A ve B düğümleri M-PSK modülasyonu kullandığında, rölede $M \times M$ boyutlu matris kullanılacaktır. Bu matrisin, satırları A düğümünün işareti ile, sütunları B düğümünün işareti ile indislenir. Rölede kullanılacak modülasyon $t \geq M$ boyutlu

olabilir. Matris, $\mathbb{Z}_t$ kümesinin elemanları ile doldurulur iken (4.8) numaralı denklemi sağlamalıdır. Elde edilen matrisin, aynı simgeye eşlendiği satır ve sütun numaraları kümeleri verir. Simgelerin kendisi önemli değildir. Oluşan kümeleme önemlidir. Görülmektedir ki; (4.8) denkleminin sağlanması için aynı kümedeki simgeler, aynı satır ya da sütunda yinelenmemelidir. Bu kuralı sağlayan matrisler, Latin kareler yardımı ile oluşturulur.

Belli bir kanal durumunda, (k, l) ve (k', l') çifti rölede aynı gözlemlenir. Yani röle, (k, l) ve (k', l') çiftini ayırt edemez. Bu çift aynı simge ile iletilmez ise en küçük küme uzaklığı sıfır olur. Bu durumdan kaçınmanın yolu, bu çifti aynı kümeye katmaktır. Rölede gözlemlenen aynı işaretler, Latin karenin başlangıç değerlerini verir. Örneğin; BPSK kullanılan sistemde kanal $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ ise, $(1,0)$ ve $(0,1)$ çiftleri aynı simge ile gözlemlenir. $(1,0)$ ve $(0,1)$ çiftleri, aynı simge ile iletilmelidir. Bu da bize Latin karenin ilk değerini verir ve Çizelge 4.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.1 : BPSK modülasyonu kullanıldığında Latin karenin ilk değerleri

$\mathcal{X}_B \backslash \mathcal{X}_A$	0	1
0		1
1	1	

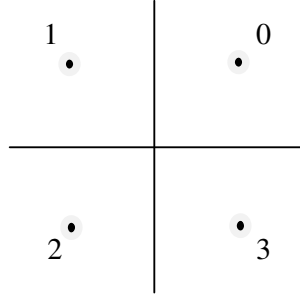
4.4.1 QPSK modülasyonu için Latin kareler

A ve B düğümlerinde modülasyon türü olarak QPSK kullanıldığı durum için Şekil 4.4'de simgeler ve bu simgeler karşılık düşen simge numaraları verilmiştir.

Uç düğümlerde QPSK kullanılması durumunda, tekil sönmüleme noktası sayısı 12'dir. Bunlar:

$$\begin{aligned}
 \gamma &= 1; \theta = 0, +\pi/2, -\pi/2, \pi \\
 \gamma &= 1/\sqrt{2}; \theta = +\pi/4, +3\pi/4, -\pi/4, -3\pi/4 \\
 \gamma &= \sqrt{2}; \theta = +\pi/4, +3\pi/4, -\pi/4, -3\pi/4
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

şeklindedir.



Şekil 4.4 : QPSK modülasyonunda kullanılan simgeler.

Tüm tekil sönmleme noktaları tek tek ele alınır. Kanal durumu $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ iken röle şu işaret çiftlerini ayırt edemez:

$\{(0,1)(1,0)\}$; $\{(0,2)(1,3)(2,0)(3,1)\}$; $\{(0,3)(3,0)\}$; $\{(1,2)(2,1)\}$; $\{(2,3)(3,2)\}$.

Kanal durumu $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ iken rölede kullanılabilecek Latin kareler Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = 0$ için Latin kareler.

0	1	2	3
1	0	3	2
2	3	0	1
3	2	1	0

0	1	2	3
1	3	0	2
2	0	3	1
3	2	1	0

0	1	2	3
1	0	3	2
2	3	1	0
3	2	0	1

Farklı γ ve θ değerleri ve QPSK modülasyonu için tekil sönmleme noktalarında ve yakın bölgelerde, rölede kullanılabilecek işaretleşmeler Çizelge 4.3-10’da verilmiştir.

Çizelge 4.3 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi$ için Latin kareler.

0	1	2	3
2	0	3	1
1	3	0	2
3	2	1	0

0	1	2	3
1	0	3	2
3	2	0	1
2	3	1	0

Çizelge 4.4 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = \pi/2$ için Latin kareler.

0	3	3	0
1	2	2	1
3	0	1	2
2	1	0	3

1	2	3	0
3	0	2	1
0	3	1	2
2	1	0	3

1	2	3	0
0	3	2	1
3	1	0	2
2	0	1	3

Çizelge 4.5 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1$ ve $\theta = -\pi/2$ için Latin kareler.

1	2	3	0
0	3	1	2
3	0	2	1
2	1	0	3

1	2	3	0
0	3	2	1
2	0	1	3
3	1	0	2

Çizelge 4.6 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = \pi/4$ için Latin kareler.

3	0	1	4
4	1	2	0
2	4	0	3
1	3	4	2

4	0	1	2
3	4	2	0
2	1	4	3
1	3	0	4

Çizelge 4.7 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -\pi/4$ için Latin kareler.

4	0	1	2	2	0	1	4
1	4	2	3	4	1	2	3
0	3	4	1	0	4	3	1
3	2	0	4	3	2	4	0

Çizelge 4.8 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$ için Latin kareler.

0	1	2	3	0	1	2	4
1	4	0	2	1	3	4	2
2	0	3	4	2	4	1	0
3	2	4	1	3	2	0	4

Çizelge 4.9 : QPSK modülasyonu kullanıldığında $\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$ için Latin kareler.

0	1	2	3	0	1	2	3
4	3	1	0	2	4	1	0
3	2	4	1	4	0	3	1
1	4	0	2	1	3	4	2

Tekil sönmleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = \pi/4$ iken röle şu işaret çiftlerini ayırt edemez:

$$\{(0,1)(1,3)\}; \{(0,2)(3,0)\}; \{(1,2)(2,0)\}; \{(2,3)(3,1)\}.$$

Ayırt edilemeyen işaret çiftleri, Latin kare için ilk değerleri verir(Çizelge 4-10).

Çizelge 4.10 : Tekil sönümleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = \pi/4$ olan durumda Latin karenin ilk değerleri.

	0	1	
		2	0
2			3
1	3		

$t = 4$ alınır ise Çizelge 4.10'daki Latin kare doldurulamaz. Rölede, ikinci evrede QPSK'dan daha büyük bir modülasyon kullanmalıdır. $t = 5$ için Latin kare doldurulabilir. Bu durumda rölede, bu durumda 5-QAM modülasyonu kullanmalıdır.

Tekil sönümleme noktası $\gamma = \sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$ ise rölede kullanılan işaretleşme Çizelge 4.6'daki ilk tablo ile eştir. Tekil sönümleme noktası $\gamma = \sqrt{2}, \theta = \pi/4$ ise rölede kullanılan işaretleşme Çizelge 4.7'deki tablolar ile eştir. Tekil sönümleme noktası $\gamma = \sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$ ise rölede kullanılan işaretleşme Çizelge 4.8'daki ilk tablo ile eştir. Tekil sönümleme noktası $\gamma = \sqrt{2}, \theta = -\pi/4$ ise rölede kullanılan işaretleşme Çizelge 4.9'daki ilk tablo ile eştir.

Tüm tekil sönümleme noktaları için rölede oluşan kümelemeler Çizelge 4.11'de verilmektedir.

Çizelge 4.11 : Tekil sönümleme noktaları ve oluşan kümeleme listesi.

No	Tekil Sönümleme Noktası	Kümeleme	Kümeler
1	$\gamma = 1, \theta = 0$	$\mathcal{C}_0$	$\{\{(0,1)(1,0)(2,3)(3,2)\}, \{(0,2)(1,3)(2,0)(3,1)\}, \{(0,3)(3,0)(1,2)(2,1)\}, \{(0,0)(1,1)(2,2)(3,3)\}\}$
2	$\gamma = 1, \theta = \pi/2$	$\mathcal{C}_1$	$\{\{(0,0)(1,4)(2,2)(3,1)\}, \{(0,1)(1,2)(2,3)(3,0)\}, \{(0,2)(3,3)(1,1)(2,0)\}, \{(0,3)(1,0)(2,1)(3,2)\}\}$
3	$\gamma = 1, \theta = \pi$	$\mathcal{C}_0$	$\{\{(0,1)(1,0)(2,3)(3,2)\}, \{(0,2)(1,3)(2,0)(3,1)\}, \{(0,3)(3,0)(1,2)(2,1)\}, \{(0,0)(1,1)(2,2)(3,3)\}\}$
4	$\gamma = 1, \theta = -\pi/2$	$\mathcal{C}_1$	$\{\{(0,0)(1,4)(2,2)(3,1)\}, \{(0,1)(1,2)(2,3)(3,0)\}, \{(0,2)(3,3)(1,1)(2,0)\}, \{(0,3)(1,0)(2,1)(3,2)\}\}$
5.a	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = \pi/4$	$\mathcal{C}_2$	$\{\{(0,0)(2,3)(3,1)\}, \{(0,1)(1,3)(2,2)\}, \{(0,2)(1,1)(3,0)\}, \{(0,3)(1,0)(2,1)(3,2)\}, \{(1,2)(2,0)(3,3)\}\}$

5.b	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = \pi/4$	$\mathcal{C}_3$	$\{ \{ (0,0)(1,1)(2,2)(3,3) \}, \{ (0,1)(1,3)(3,2) \}, \{ (0,2)(2,1)(3,0) \}, \{ (0,3)(1,2)(2,0) \}, \{ (1,0)(2,3)(3,1) \} \}$
6.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = \pi/4$	$\mathcal{C}_4$	$\{ \{ (0,0)(1,1)(2,2)(3,3) \}, \{ (0,1)(2,0)(3,2) \}, \{ (0,2)(1,0)(2,3) \}, \{ (0,3)(1,2)(3,1) \}, \{ (1,3)(2,1)(3,0) \} \}$
6.b	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = \pi/4$	$\mathcal{C}_5$	$\{ \{ (0,0)(1,2)(3,1) \}, \{ (0,1)(2,0)(3,3) \}, \{ (0,2)(1,1)(2,3) \}, \{ (0,3)(1,0)(2,1)(3,2) \}, \{ (1,3)(2,2)(3,0) \} \}$
7.a	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$	$\mathcal{C}_6$	$\{ \{ (0,0)(1,2)(2,1) \}, \{ (0,1)(1,0)(3,3) \}, \{ (0,2)(1,3)(2,0)(3,1) \}, \{ (0,3)(2,2)(3,0) \}, \{ (1,1)(2,3)(3,2) \} \}$
7.b	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$	$\mathcal{C}_5$	$\{ \{ (0,0)(1,2)(3,1) \}, \{ (0,1)(2,0)(3,3) \}, \{ (0,2)(1,1)(2,3) \}, \{ (0,3)(1,0)(2,1)(3,2) \}, \{ (1,3)(2,2)(3,0) \} \}$
8.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$	$\mathcal{C}_2$	$\{ \{ (0,0)(2,3)(3,1) \}, \{ (0,1)(1,3)(2,2) \}, \{ (0,2)(1,1)(3,0) \}, \{ (0,3)(1,0)(2,1)(3,2) \}, \{ (1,2)(2,0)(3,3) \} \}$
8.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = 3\pi/4$	$\mathcal{C}_7$	$\{ \{ (0,0)(2,3)(3,2) \}, \{ (0,1)(1,0)(2,2) \}, \{ (0,2)(1,3)(2,0)(3,1) \}, \{ (0,3)(1,1)(3,0) \}, \{ (1,2)(2,1)(3,3) \} \}$
9.a	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$	$\mathcal{C}_7$	$\{ \{ (0,0)(2,3)(3,2) \}, \{ (0,1)(1,0)(2,2) \}, \{ (0,2)(1,3)(2,0)(3,1) \}, \{ (0,3)(1,1)(3,0) \}, \{ (1,2)(2,1)(3,3) \} \}$
9.a	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$	$\mathcal{C}_8$	$\{ \{ (0,0)(1,3)(3,2) \}, \{ (0,1)(1,2)(2,3)(3,0) \}, \{ (0,2)(2,1)(3,3) \}, \{ (0,3)(1,1)(2,0) \}, \{ (1,0)(2,2)(3,1) \} \}$
10.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$	$\mathcal{C}_6$	$\{ \{ (0,0)(1,2)(2,1) \}, \{ (0,1)(1,0)(3,3) \}, \{ (0,2)(1,3)(2,0)(3,1) \}, \{ (0,3)(2,2)(3,0) \}, \{ (1,1)(2,3)(3,2) \} \}$
10.b	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = -3\pi/4$	$\mathcal{C}_9$	$\{ \{ (0,0)(1,3)(2,1) \}, \{ (0,1)(1,2)(2,3)(3,0) \}, \{ (0,2)(1,0)(3,3) \}, \{ (0,3)(2,2)(3,1) \}, \{ (1,1)(2,0)(3,2) \} \}$
11.a	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -\pi/4$	$\mathcal{C}_9$	$\{ \{ (0,0)(1,1)(2,2)(3,3) \}, \{ (0,1)(2,0)(3,2) \}, \{ (0,2)(1,0)(2,3) \}, \{ (0,3)(1,2)(3,1) \}, \{ (1,3)(2,1)(3,0) \} \}$
11.b	$\gamma = 1/\sqrt{2}, \theta = -\pi/4$	$\mathcal{C}_9$	$\{ \{ (0,0)(1,3)(2,1) \}, \{ (0,1)(1,2)(2,3)(3,0) \}, \{ (0,2)(1,0)(3,3) \}, \{ (0,3)(2,2)(3,1) \}, \{ (1,1)(2,0)(3,2) \} \}$
12.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = -\pi/4$	$\mathcal{C}_3$	$\{ \{ (0,0)(1,1)(2,2)(3,3) \}, \{ (0,1)(1,3)(3,2) \}, \{ (0,2)(2,1)(3,0) \}, \{ (0,3)(1,2)(2,0) \}, \{ (1,0)(2,3)(3,1) \} \}$
12.a	$\gamma = \sqrt{2}, \theta = -\pi/4$	$\mathcal{C}_8$	$\{ \{ (0,0)(1,3)(3,2) \}, \{ (0,1)(1,2)(2,3)(3,0) \}, \{ (0,2)(2,1)(3,3) \}, \{ (0,3)(1,1)(2,0) \}, \{ (1,0)(2,2)(3,1) \} \}$

4.5 Çift Yönlü Röle Kanalınnın Simge Hata Analizi

A düğümünden iletilebilecek her olası (x_A, x'_A) B düğümünden iletilebilecek her olası (x_B, x'_B) işaret çiftleri için $\Delta x_A = x_A - x'_A$ ve $\Delta x_B = x_B - x'_B$ olmak üzere, $h = -\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}$ tekil sönümleme noktası tanımlıdır. Her tekil sönümleme noktası h ile ilişkili, (x_A, x_B) çiftinin (x'_A, x'_B) olarak hatalı elde edilmesi olayı vardır. CNC algoritması ve Latin kareler yöntemi; (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) çiftlerini aynı kümeye koyarak, h tekil sönümleme noktasının olumsuz etkisini yok etmektedir.

Sönümleme noktaları 0 ve ∞ olduğunda ise olumsuz etki yok edilememektedir.. Bu sönümleme noktalarında, (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) ile (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) çiftleri aynı kümeye konmalıdır. Ancak bu çiftler, dışında tutma kuralı gereği aynı kümeye konamaz. Bu nedenle, 0 ve ∞ sönümleme noktaları yok edilemeyen veya tekil olmayan sönümleme noktaları olarak isimlendirilir. Geri kalan sönümleme noktaları yok edilebilen sönümleme noktalarıdır ve kullanılan modülasyon sonucu oluşur.

Literatürde uçtan uca simge hata olasılığı analizi yapılmış ve üst sınır verilmiştir[17]. SER analizi yapılırken rölede kullanılan ağ kodlama matrisinin uyarlamalı olduğu durum için, kanal sönümleme katsayıları da hesaba katılmıştır. Uyarlamalı eşleme kullanılan ve kullanılmayan sistemler için Rician sönümleme durumunda simge hata analizi yapılmış ve üst sınır elde edilmiştir.

Çoklu erişim evresinde oluşan hatalar, tekil sönümleme noktaları ile ilişkilidir. Uyarlamalı eşleme kullanılmadığında, uçtan uca simge hatasını yaratan olaylar şunlardır ve bu olaylar yüksek işaret-gürültü oranlarında işaret-gürültü oranıyla ters orantılıdır: (1) Yok edilebilen sönümleme noktaları ile ilişkili hatalar, (2) yok edilemeyen sönümleme noktaları ile ilişkili hatalar ve (3) yayın evresinde oluşan hatalar.

Uyarlamalı eşleme kullanılması durumunda, yok edilebilen sönümleme noktaları ile ilişkili hatalar işaret-gürültü oranının karesi ile ters orantılıdır. Bunun sonucunda, uyarlamalı eşleme kullanılan sistem, uyarlamalı eşleme kullanılmayan sisteme göre kodlama kazancı sağlamaktadır.

$\hat{x}_A^B$ ve $\hat{x}_B^A$ simgeleri, ikinci evrenin sonunda A ve B düğümlerinde elde edilen çözülmüş bilgi işaretlerini gösterebilir. E_A olayı, B düğümünün ilettiği bilginin A düğümünde hatalı ($\hat{x}_B^A \neq x_B$) çözülmesi olayıdır. E_B olayı ise, A düğümünün ilettiği

bilgini B düğümünde hatalı ($\hat{x}_A^B \neq x_A$) çözülmesi olayıdır. Belli bir kanal durumu H için, uçtan uca simge hata olayı aşağıdadır:

$$\begin{aligned}
P_H\{E_A \cup E_B\} &= P_H\{E_A \cup E_B | \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) = \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\} \\
&P_H\{\mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) = \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\} \\
&+ P_H\{E_A \cup E_B | \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) \neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\} \\
&P_H\{\mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) \neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\}.
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Uçtan uca simge hata olayı $P_H\{E_A \cup E_B\}$ aşağıda gibi üstten sınırlanabilir:

$$\begin{aligned}
P_H\{E_A \cup E_B\} &\leq P_H\{E_A | \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) = \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\} \\
&+ P_H\{E_B | \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) = \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\} \\
&+ P_H\{\mathcal{M}^{\gamma,\theta}(\hat{x}_A^R, \hat{x}_B^R) \neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B)\}.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Denklem 4.17'deki birinci ile ikinci ifade sırasıyla $P_H^{A,BC}$ ve $P_H^{B,BC}$ ile gösterilir. $P_H^{A,BC}(P_H^{B,BC})$, çoklu erişim evresi sonunda rölede doğru kümeye karar verilmesi ve yayın evresi sonunda A(B) düğümünde hatalı karar verilmesi olayına ait hata olasılığıdır.

(4.17)'deki üçüncü ifade P_H^{MA} ile gösterilir. P_H^{MA} , ilk evre sonunda rölede hatalı kümeye karar verilmesi olayına olasılıktır.

Yayın evresinde, rölede kullanılacak işaret kümesini kümeleme sonucunda elde edilen küme sayısı belirler. İkinci evredeki başarıyı artırmak için $\hat{S}$ işaret kümesinin seçimine dikkat edilmelidir. Tüm sönümleme noktaları için kümeler oluşturulur ve kümelemeler elde edilir. Tüm olası γ ve θ 'lar üzerinden en çok kümeye sahip olan C_{max} ile gösterilsin. C_{max} kümelemesi için, rölede kullanılacak işaret kümesi S'_{max} 'tır. Rölede, her tekil sönümleme noktası için S'_{max} işaret kümesinin kullanıldığı ve $P^{A,BC} = \mathbb{E}(P_H^{A,BC})$ ile $P^{B,BC} = \mathbb{E}(P_H^{B,BC})$ olduğu varsayılırsa çoklu erişim evresindeki hata olasılığı şu şekilde üstten sınırlanır:

$$P^{A,BC} = P^{B,BC} \leq e^{-K} \frac{1}{1 + \frac{SNR d_{min}^2(S'_{max})}{4}}. \tag{4.18}$$

Denklem 4.18'deki $d_{\min}(S'_{\max})$, $S'_{\max}$ işaret kümesinin en küçük uzaklığıdır. $P^{A,BC} = P^{B,BC}$ hata olasılıkları için verilen üst sınır çok sıkı değildir. Uyarlamalı eşlemenin getirdiği kazanç P_H^{MA} ifadesinde görüleceği için bu ifadenin analizi üzerinde daha çok durulmuştur.

Çoklu erişim evresi sonunda rölede hatalı kümeye karar verilmesi olayına ait hata olasılığı P_H^{MA} üstten sınırlanabilir:

$$P_H^{MA} \leq \sum_{(x'_A, x'_B): \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x'_A, x'_B) \neq \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x_A, x_B)} P_H\{(x_A^R, x_B^R) = (x'_A, x'_B)\}. \quad (4.19)$$

Toplam ifadesinin içindeki hata olasılığı ise şöyle üstten sınırlanabilir:

$$P_H\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\} = Q\left[\frac{\sqrt{SNR}|H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}}\right]. \quad (4.20)$$

$1_{\{c\}}$ fonksiyonu c ifadesi sağlandığı zaman 1 diğer durumda 0 olarak tanımlıdır.

Denklem 4.20, denklem 4.19'da yerine konursa,

$$\begin{aligned} P_H^{MA} &\leq \sum_{(x'_A, x'_B): \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x'_A, x'_B) \neq \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x_A, x_B)} Q\left[\frac{\sqrt{SNR}|H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}}\right] \\ &= \sum_{(x'_A, x'_B): (x'_A, x'_B) \neq (x_A, x_B)} \left(1_{\{\mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x'_A, x'_B) \neq \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x_A, x_B)\}} Q\left[\frac{\sqrt{SNR}|H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}}\right]\right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

yazılır.

P_H^{MA} olasılığının, sönmüleme katsayıları üzerinden ortalaması alınır:

$$P^{MA} \triangleq \mathbb{E}(P_H^{MA}) \leq \quad (4.22)$$

$$\sum_{(x'_A, x'_B): (x'_A, x'_B) \neq (x_A, x_B)} \iint_{\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}} Q\left[\frac{\sqrt{SNR}|H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}}\right] f(H_A) f(H_B) dH_A dH_B$$

olup burada $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi, $\{(H_A, H_B): \mathcal{M}^{H_B/H_A}(x'_A, x'_B) \neq \mathcal{M}^{H_B/H_A}(x_A, x_B)\}$ olarak tanımlıdır.

Denklem 4.22'deki toplam ifadesinin içi, $P^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olarak gösterilsin. Alt bölümlerde, $P^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ ifadesi uyarlamalı ve uyarlamasız teknikler için üstten sınırlandırılacaktır.

4.5.1 Uyarlamasız sistemin simge hata olasılığı

Rölede; hiçbir tekil sönümlene noktasının olumsuz etkisini yok etmeyen C kümelemesi tüm kanal durumları için geçerli olsun. Röle; aynı kümelemeyi kullandığı için $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi, boş küme veya $\mathbb{C}^2$ olabilir. C kümelemesi kullanıldığında, (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) işaret çiftleri aynı kümede ise $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi boş kümedir ve $P^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı sıfırdır. Ancak, C kümelemesi hiçbir sönümlene noktasının etkisini yok etmediğinden; her sönümlene noktası için aynı kümede olmayan (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) işaret çiftlerinden oluşan en azından bir çift $\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ vardır. Bu çiftler için $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi, $\mathbb{C}^2$ 'dir. Bu durumda, uyarlamasız sistemin $P^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı FNC alt indisi ile yazılır ve şu şekildedir:

$$P_{FNC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\} = \iint_{\mathbb{C}^2} Q \left[\frac{\sqrt{SNR} |H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}} \right] f(H_A) f(H_B) dH_A dH_B. \quad (4.23)$$

Denklem 4.23'deki $f(H_A)$ ile $f(H_B)$, sırasıyla, H_A ile H_B rastlantı değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonlar yerine, Rician olasılık yoğunluk fonksiyonu konursa ve yüksek işaret-gürültü oranı için integralin üst sınırı:

$$P_{FNC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\} < \frac{e^{-K \left(\frac{|\Delta x_A + \Delta x_B|^2}{|\Delta x_A|^2 + |\Delta x_B|^2} \right)}}{1 + \frac{SNR(|\Delta x_A|^2 + |\Delta x_B|^2)}{4}} \quad (4.24)$$

biçiminde elde edilir. Denklem 4.24'de görüldüğü gibi yüksek işaret-gürültü oranlarında, $P_{FNC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı işaret gürültü oranının tersi ile orantılıdır.

$P^{A,BC}$ ve $P^{B,BC}$ olasılıkları e^{-K} ile değişirken, $P_{FNC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı $K < 1$ olmak üzere e^{-K} ile değişir. Rician dağılımının genel parametresi K büyüdükçe ikinci evredeki hataların oluşması azalmaktadır. Çok büyük K değerleri

için; ortalama simge hata oranını, birinci evredeki hataların sonucu belirlemektedir. Bu nedenle, birinci evredeki başarıyı artıran uyarlamalı eşleme tekniği, Rician sönümlemeli durumlarda daha çok kazanç sağlamaktadır.

4.5.2 Uyarlamalı sistemin simge hata olasılığı

Uyarlamalı sistemde, farklı kanal durumları için rölede kullanılan ağ kodlama matrisi değiştirilerek, tekil sönümleme noktalarının etkisi yok edilmektedir.

Rölede, $(x_A, x_B) \rightarrow (x_A, x'_B)$ ve $(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x_B)$ hata olaylarının oluştuğunu düşünelim. (x_A, x_B) ve (x_A, x'_B) ile (x_A, x_B) ve (x'_A, x_B) çiftleri, dışında tutma kuralı nedeniyle aynı kümede yer alamaz. Bu çiftler için $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi, $\mathbb{C}^2$ 'dir. Yüksek işaret-gürültü oranları için, bu olayların hata olasılığı için üst sınırı (ANC indisi uyarlamalı sistem olduğunu gösterir) şu şekildedir (ikili hata olayları için üst sınır hesabı Ek-A'da verilmiştir):

$$P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x_A, x'_B)\} < \frac{e^{-K}}{1 + \frac{SNR|\Delta x_B|^2}{4}}, \quad (4.25)$$

$$P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x_B)\} < \frac{e^{-K}}{1 + \frac{SNR|\Delta x_A|^2}{4}}.$$

Rölede, kümeleme yapılarak uyarlamalı eşleme kullanılması durumunda, kompleks düzlem bölgelere ayrılır. Her tekil sönümleme noktası ve komşu bölgesinde, tekil sönümleme noktasının etkisini yok eden ağ kodlama matrisi kullanılır. Bu komşu bölgenin içindeki, en büyük yarıçaplı çember C_s 'tir. Bu çemberin yarıçapı δ_s 'dir. $\varepsilon(C_s)$, C_s çemberinin dışındaki bölgeyi ifade eder. $\gamma e^{j\theta}$ kanal durumu, C_s çemberi içindeyse $\mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x_A, x_B) = \mathcal{M}^{\gamma, \theta}(x'_A, x'_B)$ eşitliği sağlanır ve tekil sönümleme noktasının etkisi yok edilir. Bu durumda, $\mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\}$ bölgesi, $\varepsilon(C_s)$ bölgesinin altkümesidir :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}\{(x_A, x_B), (x'_A, x'_B)\} &\subset \left\{ (H_A, H_B) : \frac{H_B}{H_A} \in \varepsilon(C_s) \right\} \\ &= \left\{ (H_A, H_B) : \left| \frac{H_B}{H_A} + \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right| \geq \delta_s \right\}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

$P^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı şu şekilde üstten sınırlıdır:

$$P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\} \leq \iint_{\{(H_A, H_B): \left| \frac{H_B + \Delta x_A}{H_A + \Delta x_B} \right| \geq \delta_S\}} Q \left[\frac{\sqrt{SNR} |H_A(x_A - x'_A) + H_B(x_B - x'_B)|}{\sqrt{2}} \right] f(H_A) f(H_B) dH_A dH_B. \quad (4.27)$$

Yüksek işaret-gürültü oranlarında ve $x_A \neq x'_A$ ile $x_B \neq x'_B$ iken denklem 4.27, şu şekilde üstten sınırlıdır:

$$P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\} \leq \frac{\exp \left\{ -2K + \frac{K(K+1) \left| 1 - \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right|^2}{\left[K+1+SNR \frac{|\Delta x_B|^2}{4} \right] \delta_S^2 + (K+1) \left(1 + \frac{|\Delta x_A|^2}{|\Delta x_B|^2} \right)} \right\}}{\left(K+1+SNR \frac{|\Delta x_B|^2}{4} \right) \left(\left[K+1+SNR \frac{|\Delta x_B|^2}{4} \right] \delta_S^2 + (K+1) \left(1 + \frac{|\Delta x_A|^2}{|\Delta x_B|^2} \right) \right)}. \quad (4.27)$$

$P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ hata olayı, işaret-gürültü oranının karesi ile ters orantılıdır. Uçtan uca simge hata oranı, işaret-gürültü oranı ile ters orantılı olan $P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x_A, x'_B)\}$, $P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x_B)\}$, $P^{A,BC}$ ve $P^{B,BC}$ olasılıklarına da bağlı olduğundan; uçtan uca simge hata oranının çeşitleme kazancı birdir.

Uyarlamalı eşleme tekniği, çeşitleme kazancı sağlamazken; uyarlamasız tekniğe göre kodlama kazancı sağlamaktadır. Uyarlamalı eşleme kullanılmaması durumunda, $P_{FNC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı tüm (x_A, x_B) ve (x'_A, x'_B) çiftleri için işaret gürültü oranının tersi ile orantılıdır. Buna karşın, uyarlamalı eşleme tekniğinde, $P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x_A, x'_B)\}$, $P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x_B)\}$ olasılıkları işaret-gürültü oranının tersi ile orantılı iken, $P_{ANC}^{MA}\{(x_A, x_B) \rightarrow (x'_A, x'_B)\}$ olasılığı işaret gürültü oranının karesinin tersi ile orantılıdır. Başka bir deyişle, uyarlamalı eşleme tekniğinde, yok edilemeyen tekil sönümleme noktaları 0 ve ∞ ile ilişkili ikili hata olasılıkları SNR^{-1} ile azalır. Yok edilebilen tekil sönümleme noktaları ile ilişkili ikili hata olasılıkları ise SNR^{-2} ile azalır.

4.6 Uyarlamalı Kodlama Matrisi ile İletim Yapan Sistemin Hata Başarımı

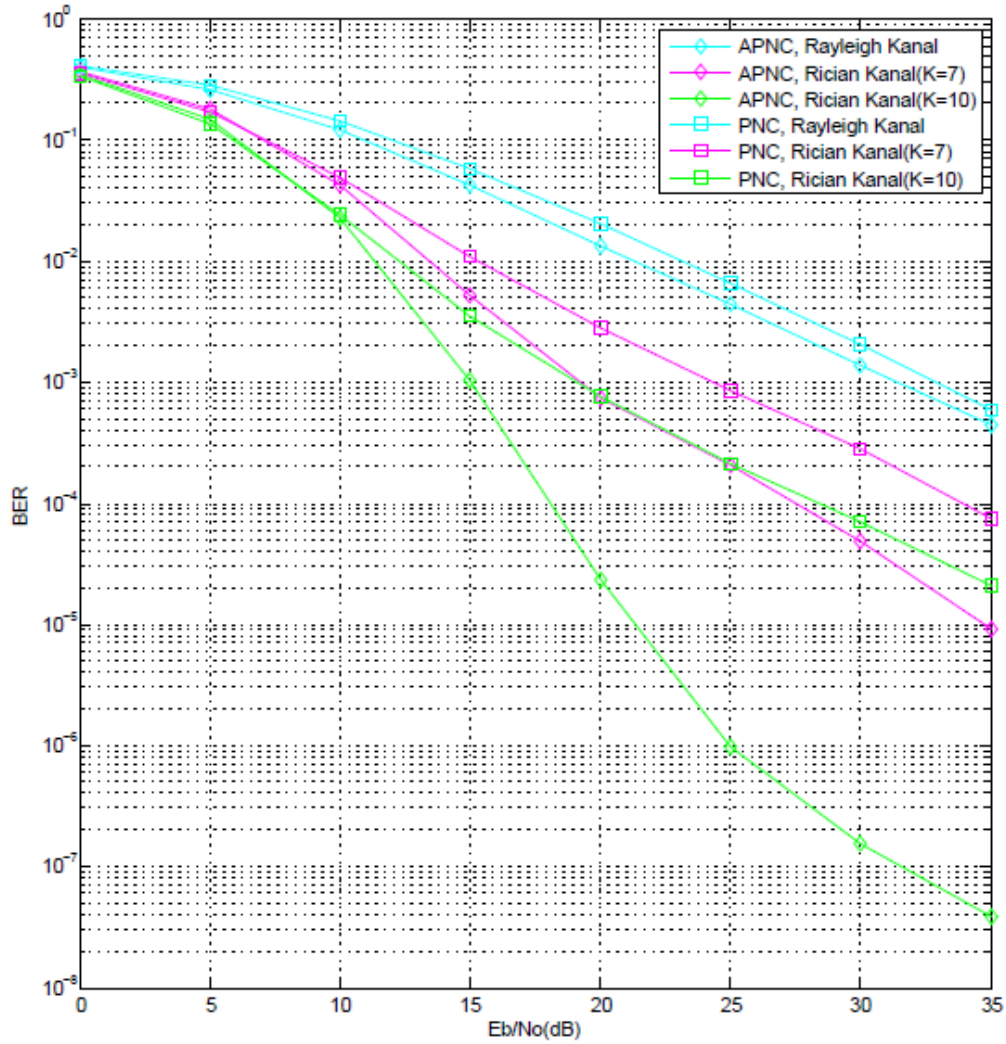
Bu alt bölümde çift yönlü röleli kanallar için uyarlamalı eşleme tekniğinin hata başarımına getiris bilgisayar benzetimleriyle değerlendirilmektedir.

Ele alınan iletişim sisteminde iki uç düğüm ve bir röle vardır. Röle ile uç düğümler arasındaki kanallar tersinirdir. Yani kanal sönümleme katsayıları her kanalda iki yönde aynı değeri almaktadır. Verici ve alıcı antenler arasındaki kanalların düz sönümlemeli ve Rician kanal sönümleme katsayılarının bir çerçeve boyunca sabit kaldığı varsayılmaktadır. Birinci evrede rölede her iki kanal bilgisinin, ikinci evrede uç düğümlerde ilgili kanal bilgilerinin varlığı kabul edilmektedir. İkinci evrede rölede kullanılan kodlama matrisinin ek bitler ile uç düğümlere iletildiği ve uç düğümlerin bu bilgiyi hatasız aldığı varsayılmaktadır. Yapılan benzetimde, uç düğümlerde kullanılan modülasyon yöntemi QPSK'dır. Rölede kullanılan modülasyon yöntemi kanal durumuna göre değişmekte ve 5-QAM ya da QPSK olabilmektedir. Kanal Rician kanal ve Rayleigh kanal olarak üretilmiştir. Her çerçeve için çerçeve uzunluğu 130 simge alınmıştır.

Rölede uyarlamalı ve XOR kodlama matrisi ile ağ kodlamanın yapıldığı durum için BER ve SER eğrileri sırasıyla Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da verilmiştir. Şekil 4.5'de görüldüğü gibi uyarlamalı kodlama matrisi kullanılması durumu ile yalnız XOR kodlama matrisi kullanılması durumuna göre hata başarımı artmaktadır. Hem Rayleigh hem de Rician kanal için yok edilebilir kanal durumlarında hata olaylarının olasılığı işaret gürültü oranının karesinin tersiyle değişmektedir. Bu nedenle, rölede uyarlamalı kodlama ile iletim yapan sistemin başarımı XOR kodlama ile iletim yapan sistemin başarımından daha iyidir. K Rician kanal parametresinin artan değerleri için uyarlamalı eşleme yönteminin klasik fiziksel katman ağ kodlama yöntemine göre getirdiği kodlama kazancı artmaktadır. Bunun nedeni, K parametresi arttıkça hata başarımının daha hızlı azalmasıdır.

Sonuçlardan da görüldüğü gibi Rayleigh kanal durumunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 33 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 31 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Ancak uyarlamalı eşleme yöntemi Rician kanallarda daha yüksek kazanç sağlamaktadır. Rician parametresi K 7 dB olduğunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 24.5 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 19 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Rician parametresi K 10 dB olduğunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ

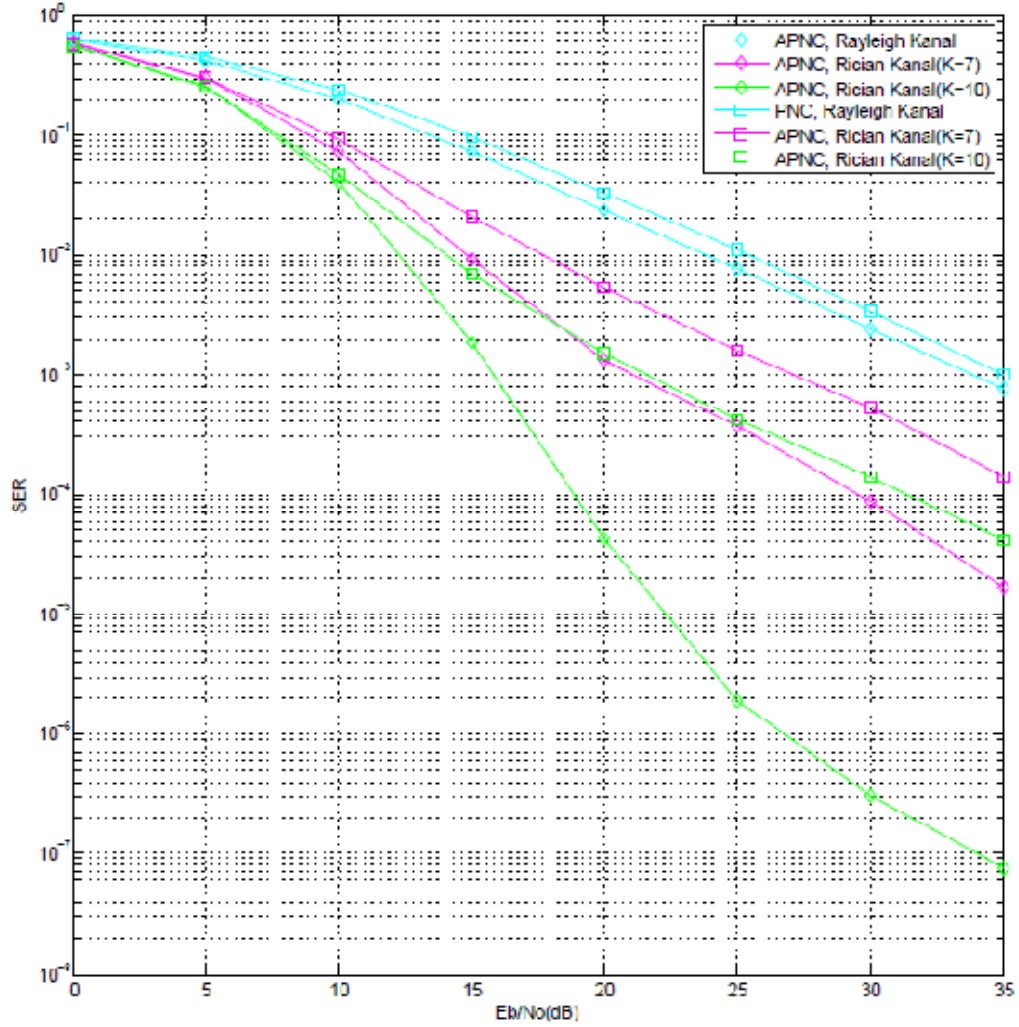
kodlamalı sistemde 19.5 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 15 dB'ye gereksinim duyulmaktadır.



Şekil 4.5 : Çift yönlü röleli kanalda QPSK modülasyonu kullanan sistemin BER başarımı.

Rayleigh kanal durumunda 10^{-3} 'lük simge hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 35 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 34 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Rician parametresi K 7 dB olduğunda 10^{-3} 'lük simge hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 27 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 21 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Rician parametresi K 10 dB olduğunda 10^{-3} 'lük simge

hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 21 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 16 dB'ye gereksinim duyulmaktadır.



Şekil 4.6 : Çift yönlü röleli kanalda QPSK modülasyonu kullanan sistemin SER başarımı.

5. UYARLAMALI EŞLEMENİN ASİMETRİK HIZLARDA ÇALIŞAN ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ KANALLARA UYGULANMASI

Önceki bölümde, çift yönlü röleli kanallarda; uç düğümlerin M -PSK modülasyonu kullandığında, uyarlamalı kodlama matrisi kullanılarak fiziksel katman ağ kodlama yapılmasının kanal sığasını arttırdığı görülmüştü. Düğümler röleye farklı hızlarda veri iletebilirler. Bu tezde, uyarlamalı eşleme tekniği, asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli kanallara uygulanmıştır. Düğümlerin veri hızlarının farklı olması, çift yönlü röleli kanallarda uç farklı modülasyon kullanmasını gerektirir. Uç düğümlerde farklı modülasyonlar kullanıldığında, yine analitik yöntemler ile kanal bölgelere ayrılabilir. Her bölge için rölede kullanılması gereken ağ kodlama matrisi Latin dikdörtgenler yardımı ile bulunabilir. Bu çalışmada, uç düğümlerden birinde BPSK, diğerinde QPSK ve uç düğümlerinden birinde BPSK ve diğerinde 8-PSK kullanıldığı durumlar için bölgeler analitik teknik ile elde edilmiştir. Elde edilen bölgelerde kullanılacak ağ kodlama matrisleri, her iki sistem için Latin dikdörtgenler yardımıyla oluşturulmuştur.

A ve B düğümleri sırası ile, S_A ve S_B işaret kümesindeki modülasyonlu simgeler ile iletim yaparlar. Bu kümelerin eleman sayısı $M = 2^\lambda$ ve $N = 2^\mu$ 'dir. Rölede kullanılması gereken işaret kümesinin eleman sayısı M veya N sayılarından büyük olana eşittir. Rölede kullanılacak işaretleşme yöntemi aşağıdaki kuralı sağlamalıdır:

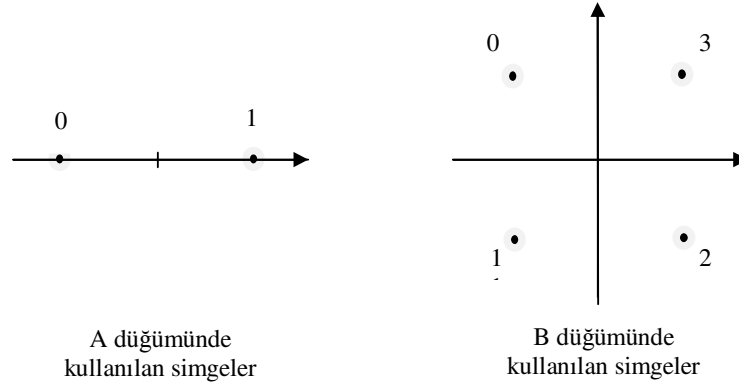
$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B) &\neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x'_A, x_B), & x_A &\neq x'_A, x_B \in S_B, \\ \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x_B) &\neq \mathcal{M}^{\gamma,\theta}(x_A, x'_B), & x_B &\neq x'_B, x_A \in S_A. \end{aligned} \quad (5.1)$$

M -PSK ve N -PSK kümelerinde öyle simge çiftleri vardır ki kanalın belli γ ve θ değerleri için rölede aynı gözlemlenir. Simge çiftlerinin aynı gözlemlendiği kanal değerleri tekil sönmleme noktalarıdır ve şu formül ile elde edilir:

$$\gamma_s e^{j\theta_s} = -\frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}, \quad x_A, y_A \in S_A \text{ ve } x_B, y_B \in S_B. \quad (5.2)$$

5.1 BPSK ve QPSK Modülasyonu Kullanan Uç Döğümlerden Oluşan 2x4 Sistemi

B döğümünün veri hızının A döğümünün veri hızının iki katı olduğu, A döğümünün BPSK modülasyonu ve B döğümünün QPSK modülasyonu kullandığı durum için tekil sönümleme noktaları 5.2 denklemi ile bulunur. Uç döğümlerde kullanılan simgeler Şekil 5.1’de verilmiştir.



Şekil 5.1 : BPSK ve QPSK modülasyonunda kullanılan simgeler.

2x4 BPSK/QPSK sistemi için tekil sönümleme nokta sayısı 9’dur. Bu noktalar,

$$\gamma = 0, \quad \theta = 0,$$

$$\gamma = 1/\sqrt{2}, \quad \theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$$

$$\gamma = 1, \quad \theta = \pi/4, 3\pi/4, -\pi/4, -3\pi/4$$

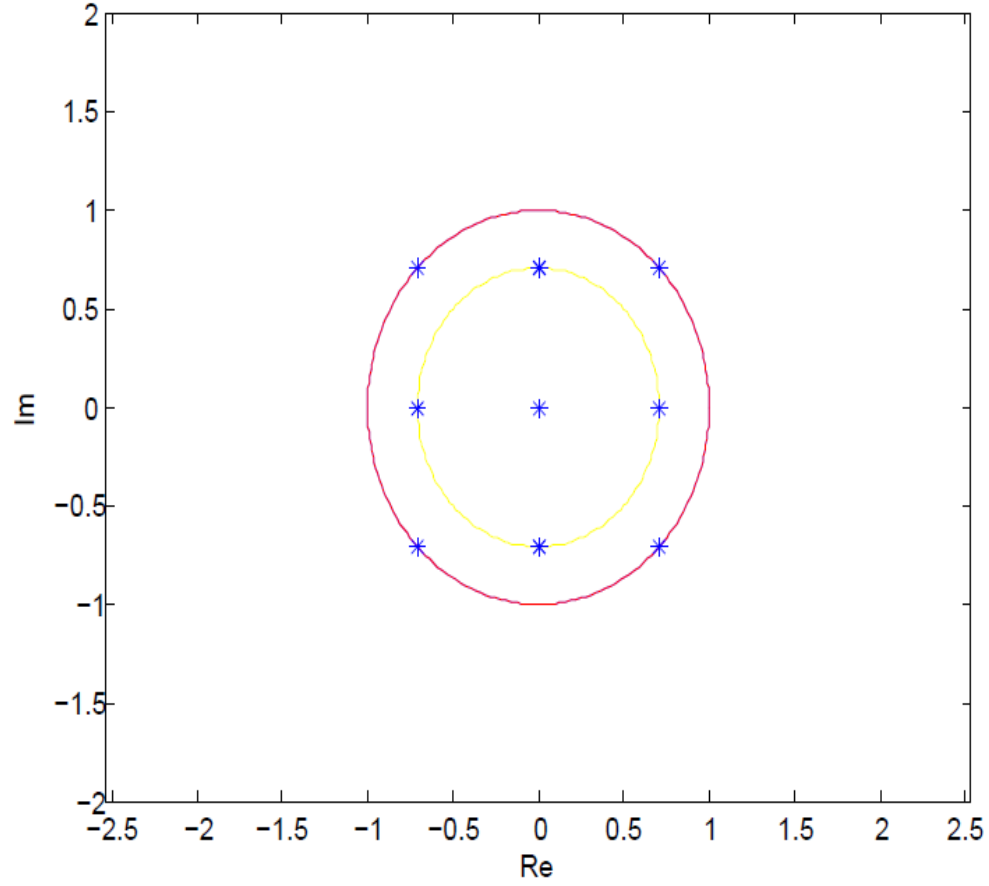
şeklindedir.

2x4 BPSK/QPSK sistemi için tekil sönümleme noktaları Şekil 5.2’de gösterilmiştir.

5.1.1 2x4 sistemi için kanalın bölgelere ayrılması

Belli bir kanal durumu için rölede gözlemlenebilecek işaretlerin birbirine olan uzaklığı şu şekildedir:

$$D(\gamma, \theta) = \{ |(x_k - x'_k) + \gamma e^{j\theta} (x_l - x'_l)| : (x_k, x_l) \neq (x'_k, x'_l); x_k, x'_k \in S_A; x_l, x'_l \in S_B \}. \quad (5.3)$$



Şekil 5.2 : 2x4 BPSK/QPSK sistemindeki tekil sönümleme noktaları.

Birbiriyle karışabilecek (x_k, x'_k) ve (x_l, x'_l) işaret çiftleri arasındaki uzaklık, d_k ve d_l ile gösterilirse (5.2)'deki ifade şu şekilde yazılabilir:

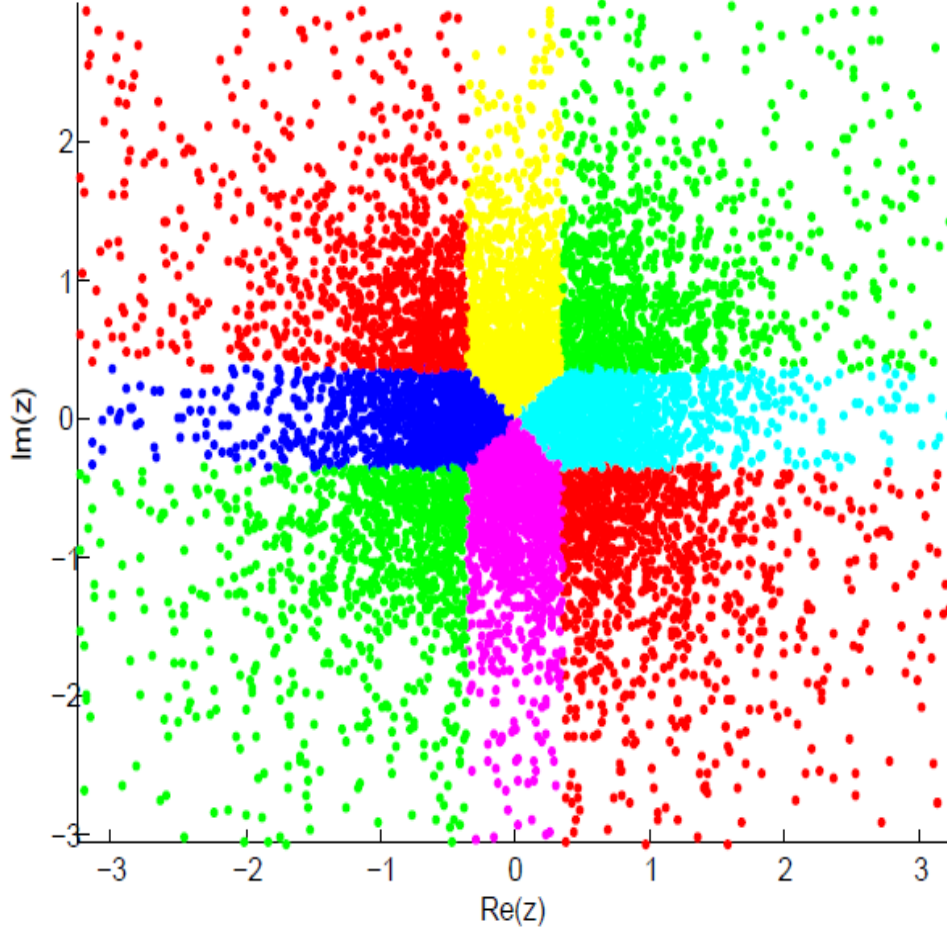
$$D(\gamma, \theta) = \{ |(d_k) + \gamma e^{j\theta}(d_l)| : d_k \in \Delta S_A, d_l \in \Delta S_B \}. \quad (5.4)$$

Belirli bir andaki kanal durumu için yukarıdaki ifadeyi en küçük yapan (d_k, d_l) çiftine karşılık düşen C^{-d_k/d_l} kümelemesi, en küçük küme uzaklığının en büyük olmasını sağlar. Her tekil sönümleme noktası çevresinde, tekil sönümleme noktasını etkisizleştiren kümelemenin kullanılması durumunda en küçük küme uzaklığının maksimum olduğu bölgeler vardır. $-d_k/d_l$ tekil sönümleme noktası ile ilişkili bu bölge şu şekildedir:

$$\mathcal{R}_{\{-d_k/d_l\}} = \{\gamma e^{j\theta} : |d_k + \gamma e^{j\theta} d_l| \leq |d'_k + \gamma e^{j\theta} d'_l|, \quad (5.5)$$

$$\forall d_k \in \Delta S_A, d_l \in \Delta S_B, (d'_k, d'_l) \neq (d_k, d_l)\}.$$

Şekil 5.3'te 2x4 BPSK/QPSK sisteminde oluşan kanal durumları gösterilmektedir.



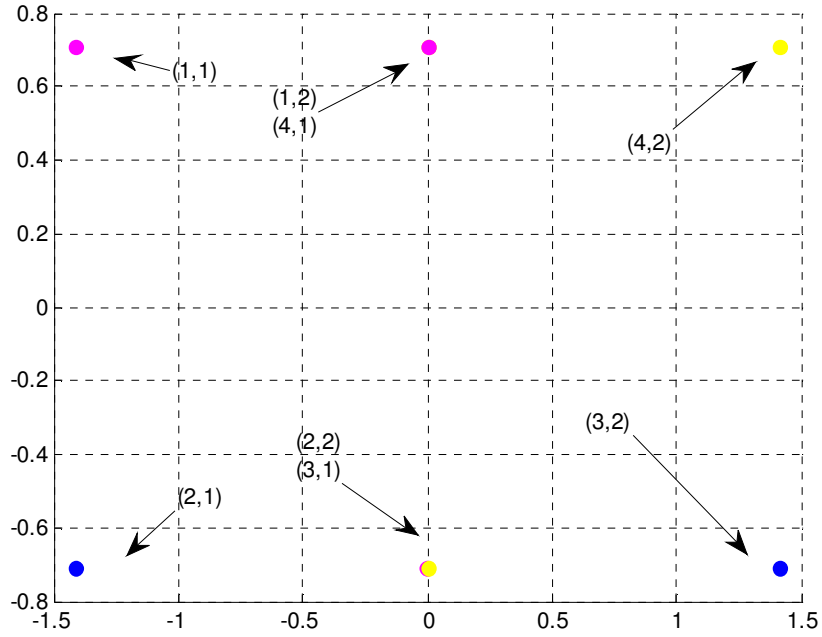
Şekil 5.3 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde kanal bölgeleri.

$\gamma = 0, \theta = 0$ sönümleme noktasının negatif etkisini kaldıracak eşleme kuralı, dışında tutma kuralını sağlamayacaktır. Bu nedenle bu sönümleme noktası için kullanılacak eşleme kuralı diğer sönümleme noktaları için kullanılan eşleme kurallarından herhangi biri olabilir.

2x4 BPSK/QPSK sistemi için, karmaşık düzlemdeki tekil sönümleme noktaları ile ilişkili bölgeler ve tekil-olmayan bölgeler Şekil 5.3'de verilmiştir.

5.1.2 2x4 BPSK/QPSK sistemi için ağ kodlama matrisleri

$\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 0$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi Şekil 5.4’de verilmiştir. Röle alınan işaretten, en büyük olabilirlikli karar kuralı ile $(\hat{x}_A, \hat{x}_B)$ çiftine karar verir. Gürültüsüz durumda, rölede, (1,2) ve (4,1) ile (2,2) ve (3,1) işaret çiftleri ayırt edilemez. Bu nedenle bu işaret çiftleri ikinci evrede iletilirken aynı simge ile iletilmelidir. Latin dikdörtgenler doldururken ilk olarak bu işaret çiftleri ile başlanmalıdır. Tekil sönümleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 0$ için kısmen dolu ve dolu Latin dikdörtgenler Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2’de verilmiştir.



Şekil 5.4 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 0$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.

Kısmen dolu Latin dikdörtgende boş kalan yerler Latin kare kuralını bozmayacak şekilde doldurulmalıdır. Bunun için sütunlarında ve satırlarında işaret kümesinin her elemanı birer kere kullanılmalıdır. Latin kare kuralı ile kodlama matrislerinin oluşturulması dışında tutma kuralını sağlamaktadır. Dışında tutma kuralını sağlayan kodlama matrisleri tekil sönümleme noktasının etkisini yok etmektedir.

Çizelge 5.3’te tekil sönümleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = \pi/2$ için ağ kodlama matrisi verilmiştir.

Çizelge 5.1 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde tekil sönmleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 0$ için kısmen dolu latin dikdörtgen

	1	2
1		1
2		2
3	2	
4	1	

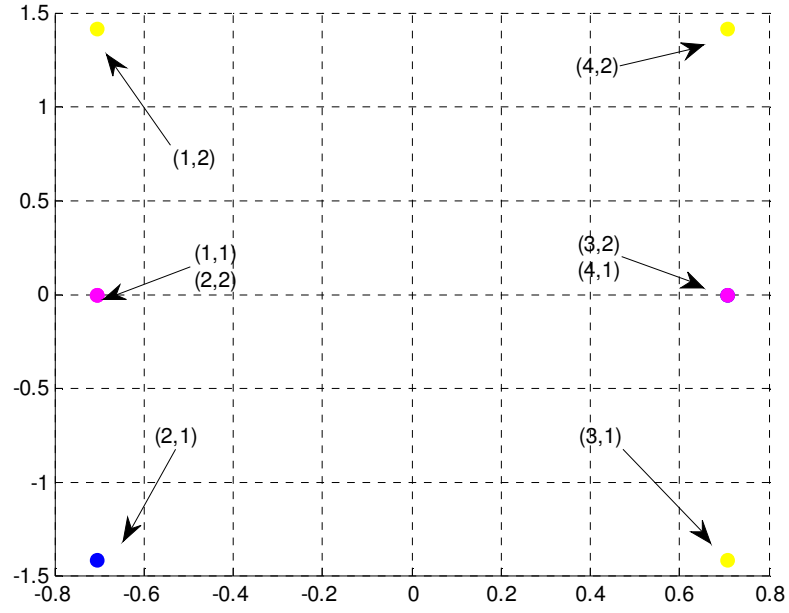
Çizelge 5.2 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde tekil sönmleme noktası $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 0$ için dolu latin dikdörtgen

	1	2
1	4	1
2	3	2
3	2	3
4	1	4

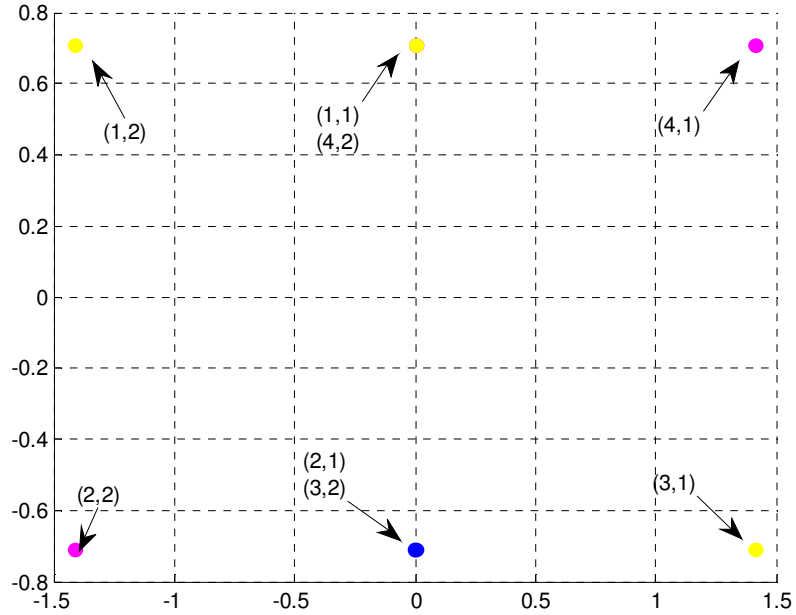
Çizelge 5.3 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = \pi/2$ için ağ kodlama matrisi.

1	3
3	1
4	2
2	4

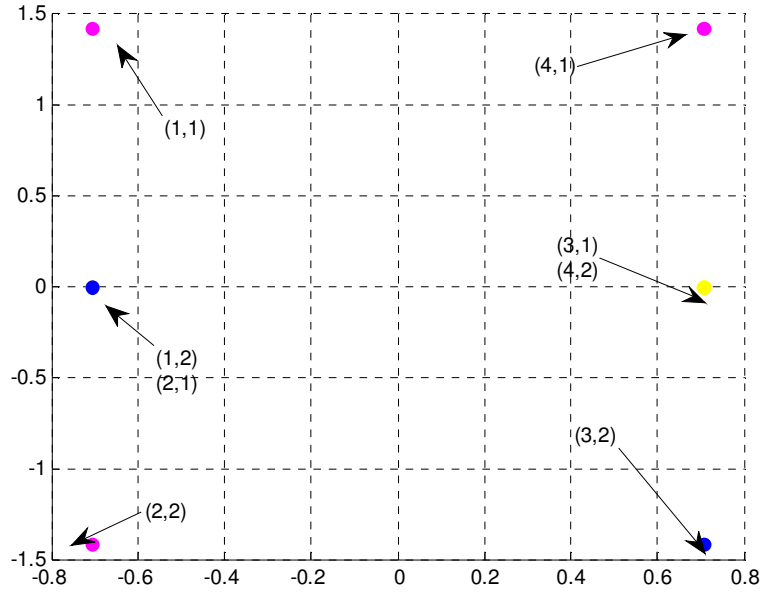
2x4 BPSK/QPSK sistemin her tekil sönmleme noktası için rölede gözlenen işaret kümeleri Şekil 5.4-11’de verilmiştir.



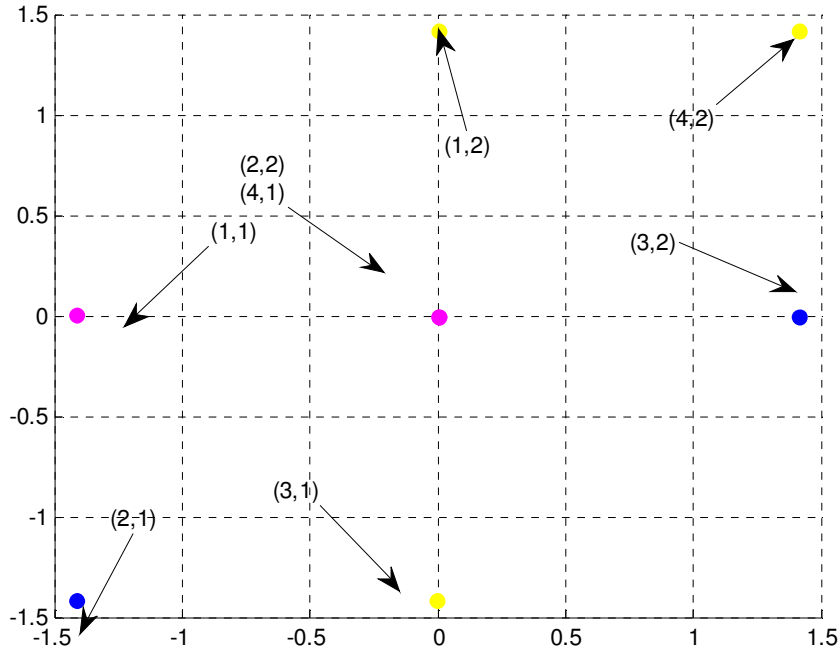
Şekil 5.5 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = \pi/2$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



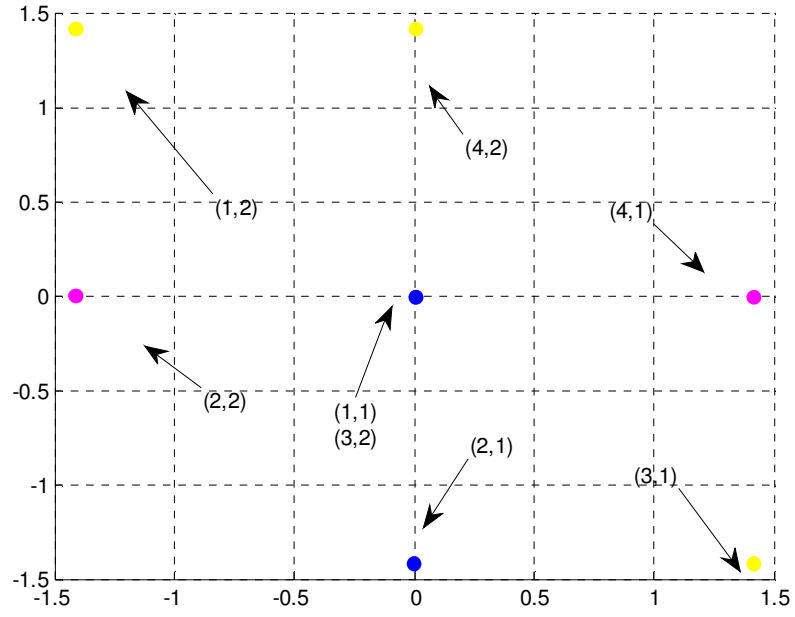
Şekil 5.6 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = \pi$ tekil sönümleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



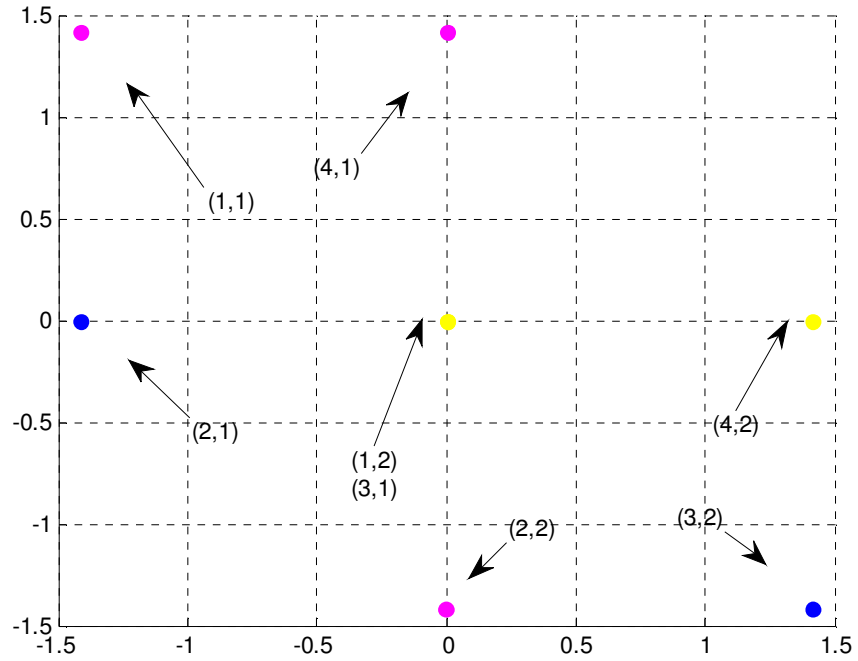
Şekil 5.7 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 3\pi/2$ tekil sönmleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



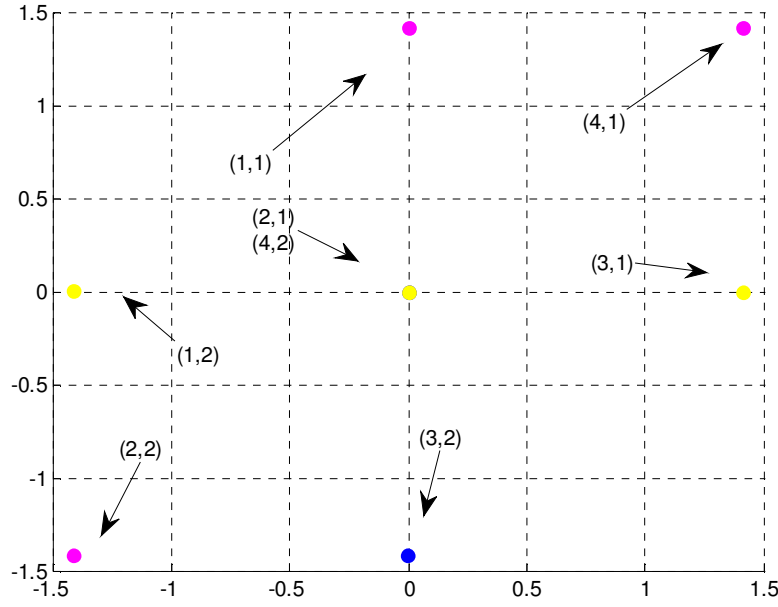
Şekil 5.8 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = \pi/4$ tekil sönmleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



Şekil 5.9 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = 3\pi/4$ tekil sönmleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



Şekil 5.10 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -\pi/4$ tekil sönmleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.



Şekil 5.11 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -3\pi/4$ tekil sönümlleme noktası için rölede gözlenen işaret kümesi.

Her tekil sönümlleme noktası için gürültüsüz durumda rölede gözlenen işaret kümesi elde edildikten sonra birbirine karışabilecek işaret çiftleri aynı kümede olacak şekilde kümeleme yapılmaktadır. 2x4 BPSK/QPSK sistemin her tekil sönümlleme noktası için rölede gözlenen işaret kümelerine ilişkin ağ kodlama matrisleri Latin dikdörtgenler yardımıyla elde edilmiştir ve Çizelge 5.1-9'da verilmiştir. Her tekil sönümlleme noktasına karşılık düşen bir kodlama matrisi bulunmuştur. 2x4 BPSK/QPSK sisteminde, rölede kullanılacak olan sekiz kodlama matrisi vardır.

Çizelge 5.4 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\theta = \pi$ için ağ kodlama matrisi.

1	3
2	4
3	2
4	1

Çizelge 5.5 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\theta = 3\pi/2$ için ağ kodlama matrisi.

3	1
1	4
2	4
4	2

Çizelge 5.6 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = \pi/4$ için ağ kodlama matrisi.

2	3
3	1
4	2
1	4

Çizelge 5.7 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = 3\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.

1	2
2	4
3	1
4	3

Çizelge 5.8 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.

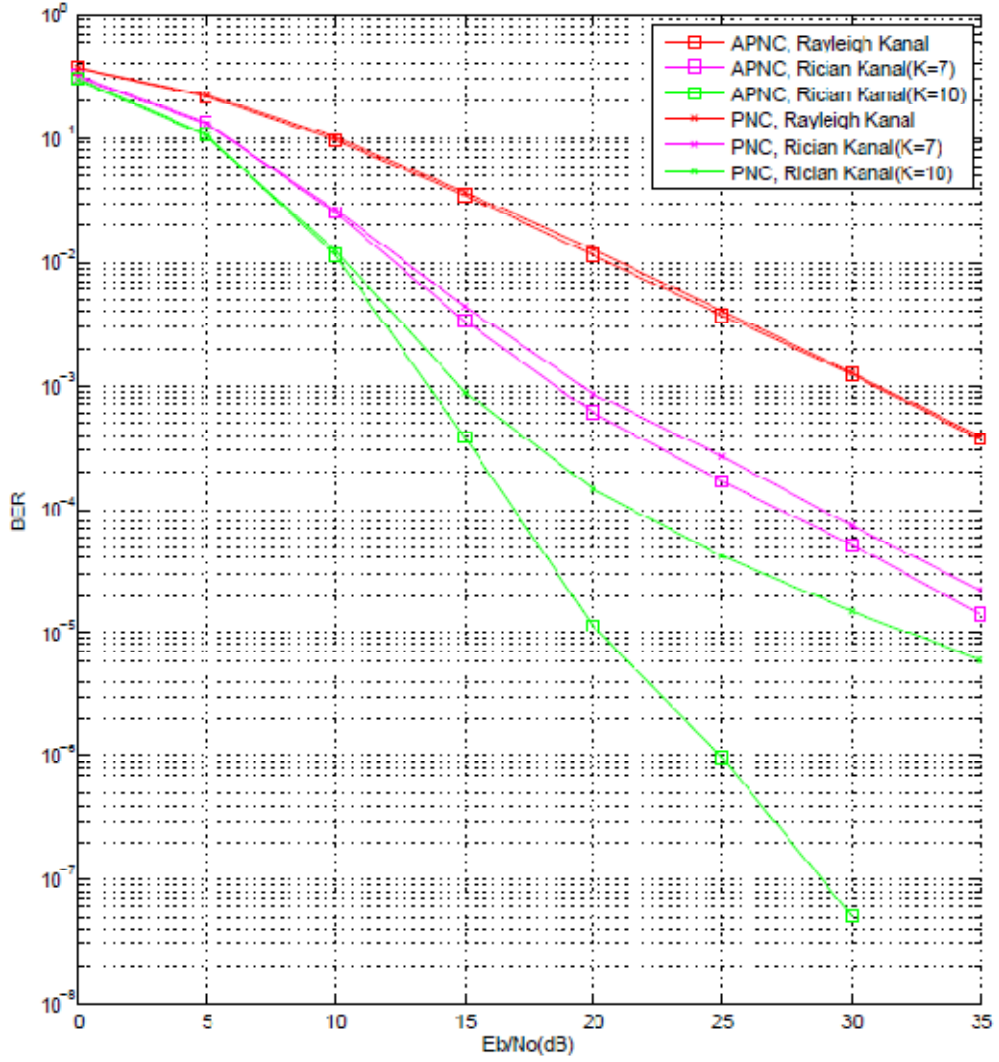
2	1
3	2
1	4
4	3

Çizelge 5.9 : 2x4 BPSK/QPSK sisteminde $\gamma = 1$, $\theta = -3\pi/4$ için ağ kodlama matrisi.

3	4
1	3
4	2
2	1

2x4 BPSK/QPSK asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli sistemin, sırasıyla bit ve simge hata başarımı Rician sönümlleme parametresi K 'nın farklı değerleri için Şekil 5.12 ve Şekil 5.13'de verilmiştir. Rayleigh kanal $K = 0$ durumuna karşı düşmektedir. Bu şekilde uyarlamalı eşleme kullanan sistem, uyarlamasız referans sistemle karşılaştırılmaktadır. Eğrilerden görüldüğü gibi Rayleigh kanal durumunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 31 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulur. Uyarlamalı eşleme kullanılan 2x4 BPSK/QPSK sistemde, Rayleigh kanal durumunda kodlama kazancı sağlanmamaktadır. Ancak daha önce de belirtildiği gibi uyarlamalı eşleme yöntemi Rician kanallarda daha yüksek kazançlar sağlamaktadır. Rician parametresi $K = 7$ dB olduğunda 10^{-4} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 28.5 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 27.5 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Rician parametresi $K = 10$ dB olduğunda 10^{-4} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için

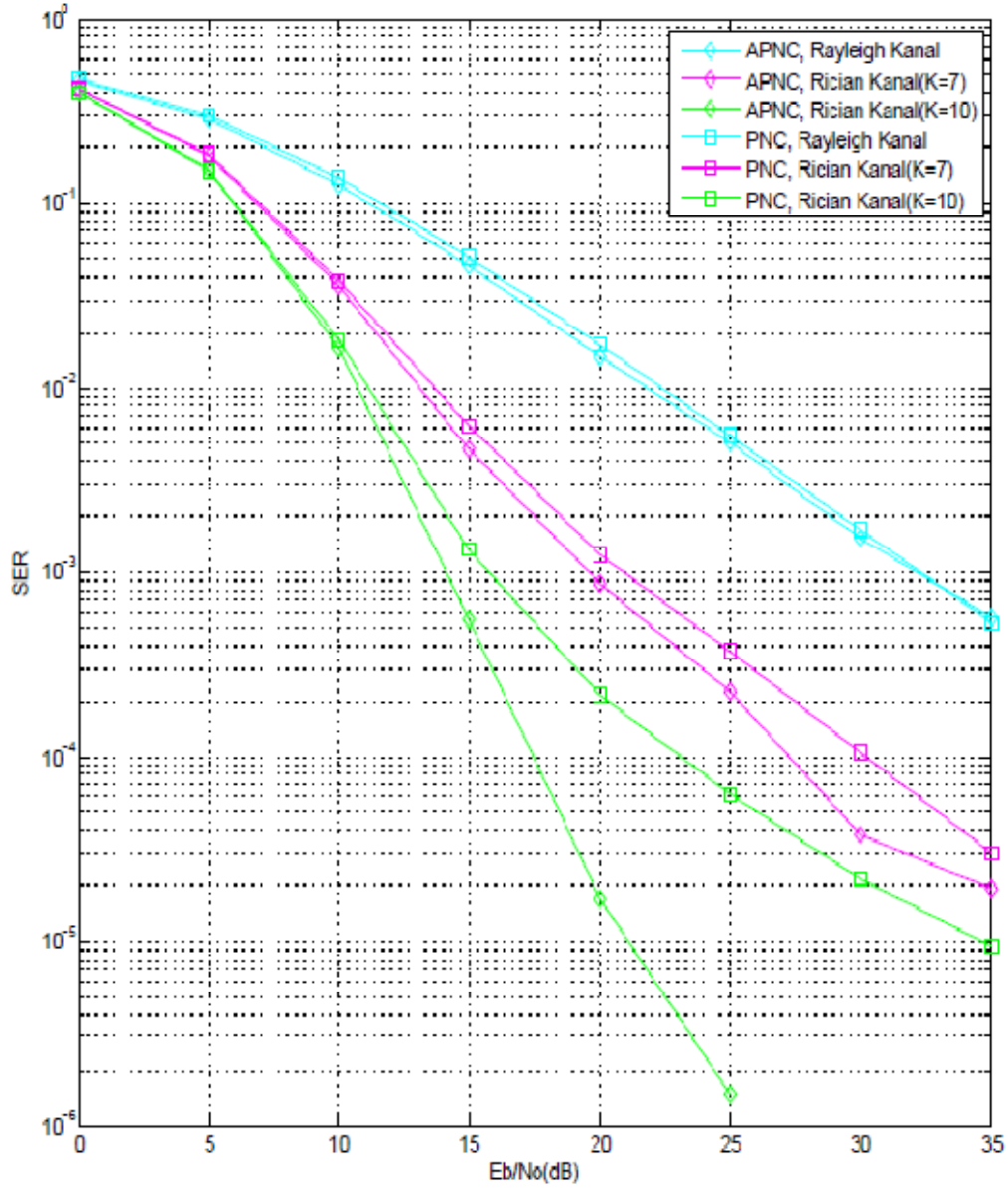
fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 22 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 17 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Bu da 5 dB'lik bir kodlama kazancı anlamına gelmektedir.



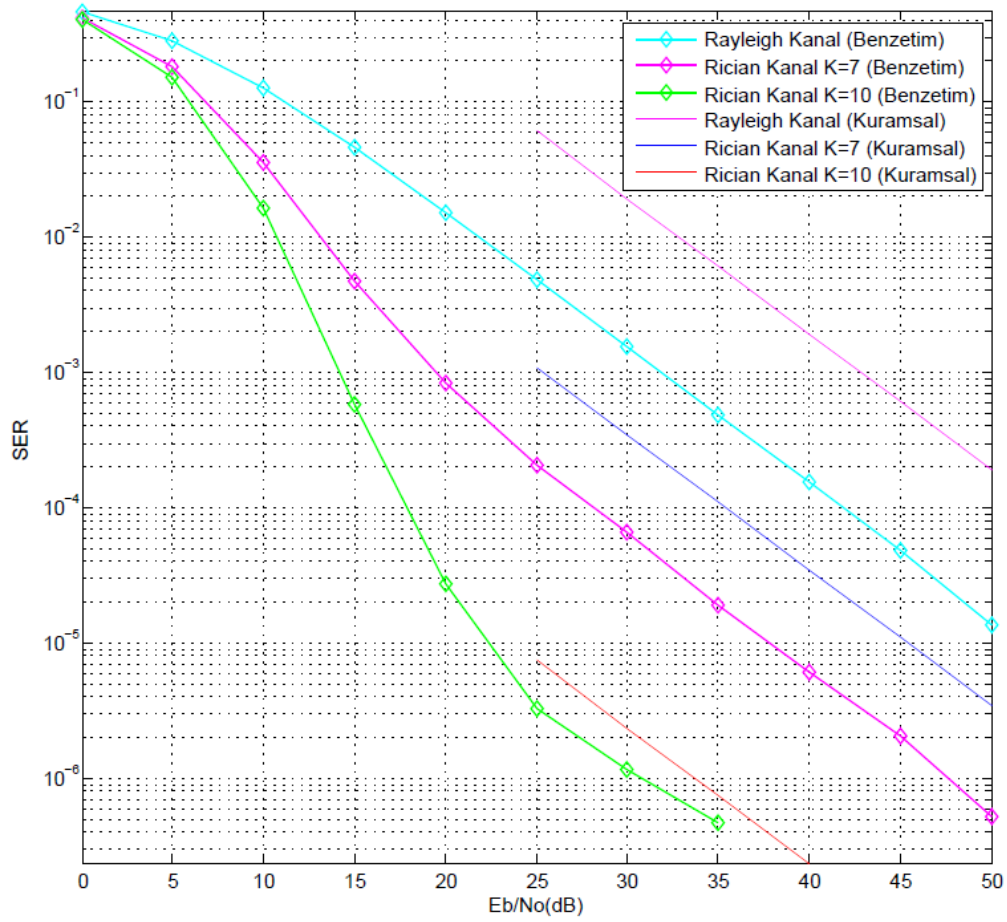
Şekil 5.12 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin BER başarımı.

Rician parametresi K 7 dB olduğunda 10^{-3} 'lük simge hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 21 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 19.5 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Rician parametresi K 10 dB olduğunda 10^{-3} 'lük simge hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 16 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 14 dB'ye

gereksinim duyulmaktadır. Uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde yüksek işaret-gürültü oranlarında geçerli hata olasılığı kuramsal üst sınırları ile benzetim sonuçları Şekil 5.14’de verilmiştir. Her ne kadar bu üst sınırlar bilgisayar benzetim sonuçlarıyla elde edilen hata eğrilerine göre gevşekse de birbirlerine olan bağlı konumları bilgisayar benzetim sonuçlarını desteklemektedir.



Şekil 5.13 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin SER başarımı.



Şekil 5.14 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan 2x4 sistemin kuramsal SER başarımı.

5.2 BPSK ve 8-PSK Modülasyonu Kullanan Uç Düğümlerden Oluşan 2x8 Sistemi

A düğümünün BPSK modülasyonu ve B düğümünün 8-PSK modülasyonu kullandığı durumda A ve B düğümlerinden iletebilecek simgeler Şekil 5.15'te verilmiştir.

2x8 BPSK/8PSK sistemi için tekil sönmüleme nokta sayısı 33'dir. Bu noktalar,

$$\gamma = 0, \quad \theta = 0,$$

$$\gamma = 0.3827, \quad \theta = \pi/8, 3\pi/8, 5\pi/8, 7\pi/8,$$

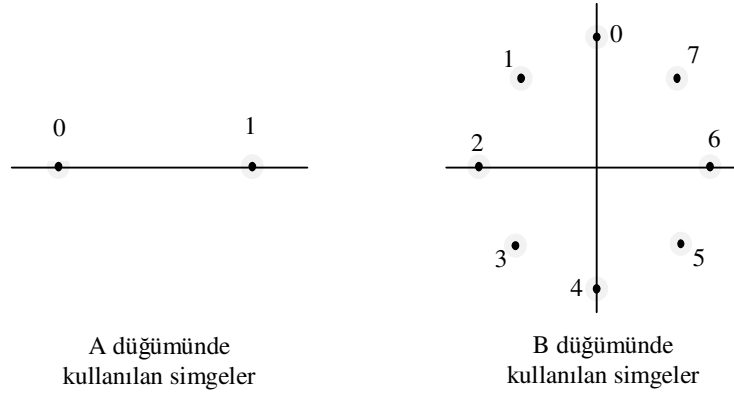
$$\gamma = 0.3827, \quad \theta = -\pi/8, -3\pi/8, -5\pi/8, -7\pi/8,$$

$$\gamma = 0.7071, \quad \theta = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4,$$

$$\gamma = 0.7071, \quad \theta = \pi, -\pi/4, -\pi/2, -3\pi/4,$$

$$\begin{aligned}\gamma &= 0.9239, & \theta &= \pi/8, 3\pi/8, 5\pi/8, 7\pi/8, \\ \gamma &= 0.9239, & \theta &= -\pi/8, -3\pi/8, -5\pi/8, -7\pi/8, \\ \gamma &= 1, & \theta &= 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \\ \gamma &= 1, & \theta &= \pi, -\pi/4, -\pi/2, -3\pi/4\end{aligned}$$

şeklindedir ve Şekil 5.16’da gösterilmektedir.



Şekil 5.15 : BPSK ve 8-PSK modülasyonunda kullanılan simgeler.

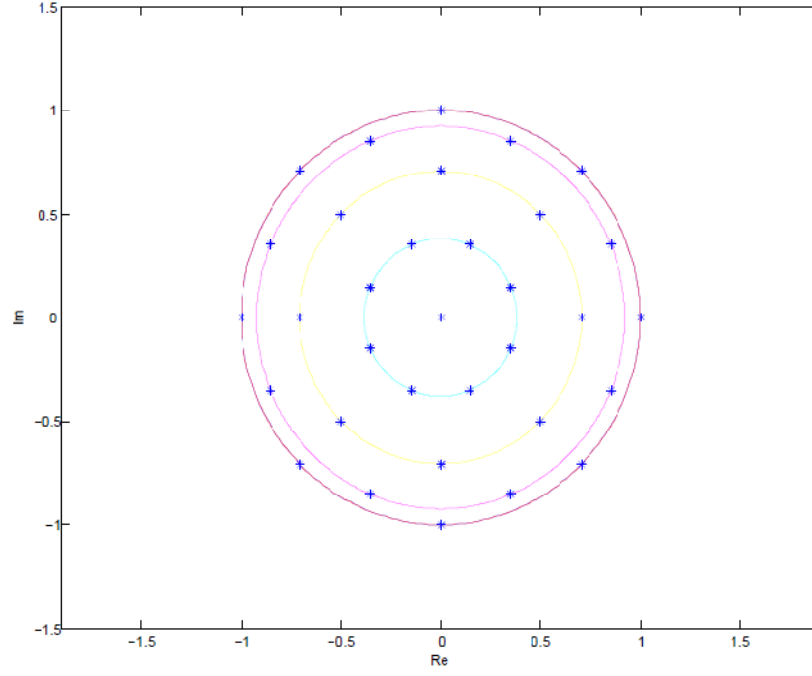
5.2.1 2x8 BPSK/8PSK sistemi için kanalın bölgelere ayrılması

d_k , BPSK modüleli işaretlerin uzaklık farkını; d_l , 8-PSK modüleli işaretlerin uzaklık farkını gösterebilir. $\gamma e^{j\theta}$ kanal durumu için, rölede $|d_k + \gamma e^{j\theta} d_l|$ ifadesini minimum yapan (d_k, d_l) çiftine karşılık düşen, $-d_k/d_l$ tekil sönümlenme noktasına ait ağ kodlama matrisi kullanılır.

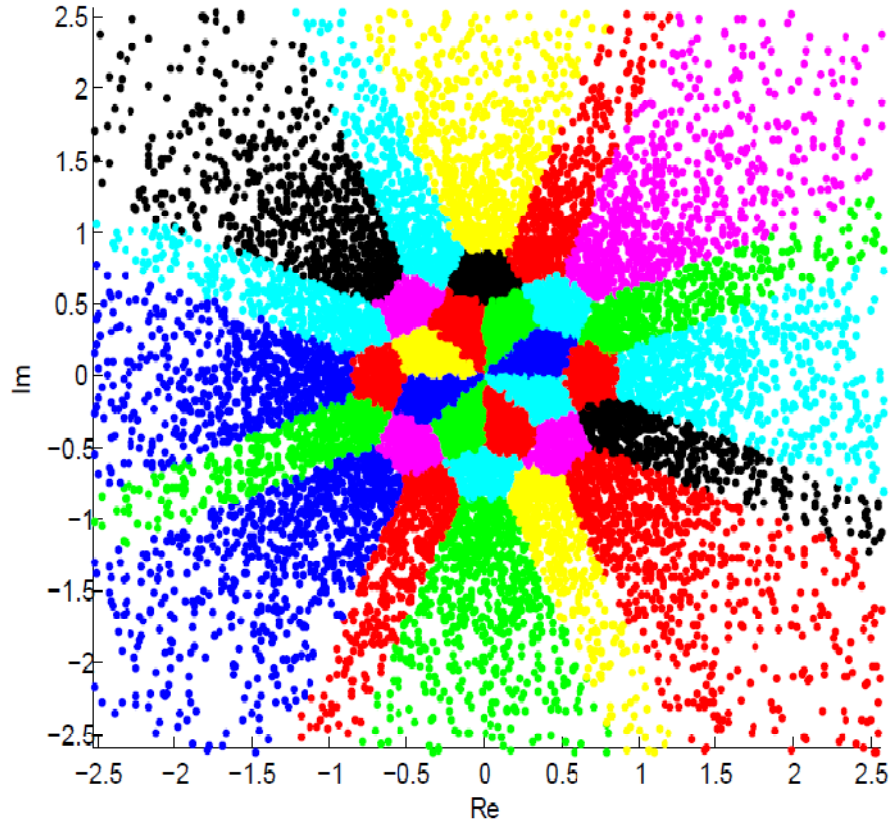
2x8 BPSK/8PSK sistemi için, karmaşık düzlemdeki tekil sönümlenme noktaları ile ilişkili bölgeler ve tekil-olmayan bölgeler Şekil 5.17’de verilmiştir.

5.2.1 2x8 BPSK/8PSK sistemi için ağ kodlama matrisleri

Gürültüsüz durumda, tüm tekil sönümlenme noktaları için rölede gözlenen işaret kümesi incelenmiştir. Uç düğümlerden iletilen ve röleye ulaşan toplamsal işaret, en büyük olasılıklı karar kuralı ile $(\hat{x}_A, \hat{x}_B)$ çiftine çözülür. Aynı kümede olması gereken işaret çiftleri elde edilerek Latin dikdörtgenlerin başlangıç değeri olarak kullanılır. Kalan boş yerler Latin kare kuralını bozmayacak şekilde tamamlanır. Tüm tekil sönümlenme noktalarında kullanılacak ağ kodlama matrisleri elde edilir. Bu matrisler Çizelge 5.10’da verilmiştir.



Şekil 5.16 : 2x8 BPSK/8PSK sistemdeki tekil sönmüleme noktaları.



Şekil 5.17 : 2x4 BPSK/8PSK sistemdeki kanal bölgeleri.

Çizelge 5.10 : 2x8 BPSK/8PSK sistemde kullanılan ağ kodlama matrisleri

$\gamma = 0.3827, \theta = -7\pi/8.$			$\gamma = 0.3827, \theta = -3\pi/8.$		
L1	0	1	L2	0	1
0	2	0	0	2	7
1	0	7	1	3	6
2	3	6	2	4	0
3	4	5	3	0	5
4	1	4	4	5	4
5	5	1	5	6	3
6	6	3	6	1	2
7	7	2	7	7	1
$\gamma = 0.3827, \theta = \pi/8.$			$\gamma = 0.3827, \theta = 5\pi/8.$		
L3	0	1	L4	0	1
0	0	7	0	2	7
1	2	0	1	3	6
2	3	6	2	0	5
3	4	5	3	4	0
4	5	1	4	5	4
5	1	4	5	6	3
6	6	3	6	7	1
7	7	2	7	1	2
$\gamma = 0.3827, \theta = -5\pi/8.$			$\gamma = 0.3827, \theta = -\pi/8.$		
L5	0	1	L6	0	1
0	2	7	0	2	1
1	3	0	1	3	7
2	0	6	2	4	6
3	4	5	3	5	0
4	5	4	4	0	5
5	1	3	5	6	4
6	6	1	6	7	3
7	7	2	7	1	2
$\gamma = 0.3827, \theta = 3\pi/8.$			$\gamma = 0.3827, \theta = 7\pi/8.$		
L7	0	1	L8	0	1
0	2	7	0	1	7
1	0	6	1	2	6
2	3	0	2	3	5
3	4	5	3	0	4
4	5	4	4	4	0
5	6	1	5	5	3
6	1	3	6	6	2
7	7	2	7	7	1

Çizelge 5.10(devam) : 2x8 BPSK/8PSK sistemde kullanılan ağ kodlama matrisleri

$\gamma = 0.7071, \theta = \pi.$			$\gamma = 0.7071, \theta = -3\pi/4.$		
L9	0	1	L10	0	1
0	2	7	0	2	0
1	1	6	1	3	7
2	3	5	2	0	6
3	0	4	3	4	5
4	4	3	4	1	4
5	5	0	5	5	3
6	6	2	6	6	1
7	7	1	7	7	2
$\gamma = 0.7071, \theta = -\pi/2.$			$\gamma = 0.7071, \theta = -\pi/4.$		
L11	0	1	L12	0	1
0	2	7	0	2	1
1	3	0	1	3	7
2	4	6	2	4	0
3	0	5	3	5	6
4	5	4	4	0	5
5	1	3	5	6	4
6	6	2	6	1	3
7	7	1	7	7	2
$\gamma = 0.7071, \theta = 0.$			$\gamma = 0.7071, \theta = \pi/4.$		
L13	0	1	L14	0	1
0	2	7	0	0	7
1	3	1	1	2	6
2	4	6	2	3	0
3	5	0	3	4	5
4	6	5	4	5	1
5	0	4	5	6	4
6	7	3	6	1	3
7	1	2	7	7	2
$\gamma = 0.7071, \theta = \pi/2.$			$\gamma = 0.7071, \theta = 3\pi/4.$		
L15	0	1	L16	0	1
0	2	7	0	1	7
1	0	6	1	2	6
2	3	5	2	0	5
3	4	0	3	3	4
4	5	4	4	4	0
5	6	1	5	5	3
6	7	3	6	6	1
7	1	2	7	7	2

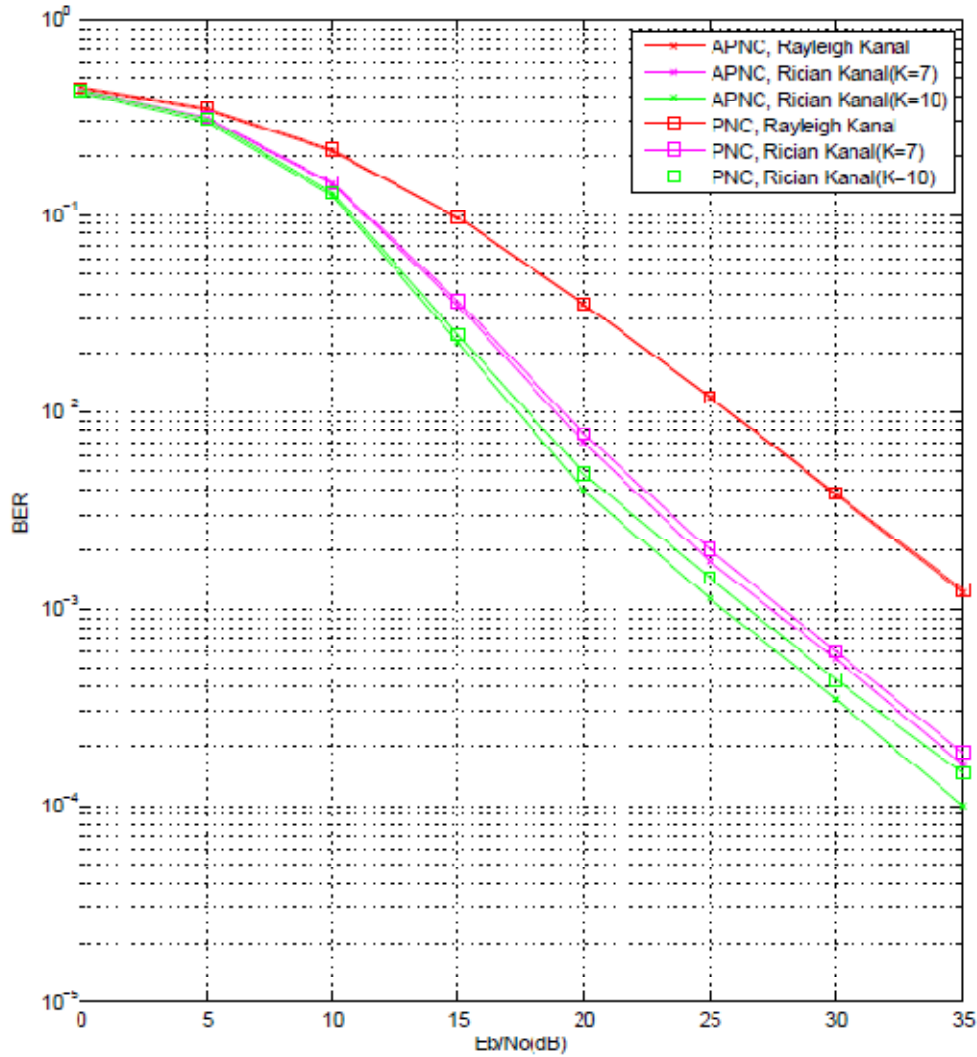
Çizelge 5.10(devam) : 2x8 BPSK/8PSK sistemde kullanılan ağ kodlama matrisleri

$\gamma = 0.9239, \theta = -3\pi/8.$			$\gamma = 0.9239, \theta = -5\pi/8.$		
L17	0	1	L18	0	1
0	2	1	0	1	7
1	3	0	1	0	6
2	4	7	2	2	5
3	5	6	3	3	4
4	0	5	4	4	0
5	1	4	5	5	1
6	6	3	6	6	3
7	7	2	7	7	2
$\gamma = 0.9239, \theta = -7\pi/8.$			$\gamma = 0.9239, \theta = \pi/8.$		
L19	0	1	L20	0	1
0	2	7	0	2	7
1	3	6	1	3	6
2	1	5	2	4	1
3	0	4	3	5	0
4	4	3	4	6	5
5	5	2	5	7	4
6	6	0	6	0	3
7	7	1	7	1	2
$\gamma = 0.9239, \theta = -5\pi/8.$			$\gamma = 0.9239, \theta = -\pi/8.$		
L21	0	1	L22	0	1
0	2	0	0	2	7
1	3	7	1	3	1
2	4	6	2	4	0
3	0	5	3	5	6
4	1	4	4	6	5
5	5	3	5	0	4
6	6	2	6	1	3
7	7	1	7	7	2
$\gamma = 0.9239, \theta = 3\pi/8.$			$\gamma = 0.9239, \theta = 7\pi/8.$		
L23	0	1	L24	0	1
0	0	7	0	2	7
1	2	6	1	1	6
2	3	5	2	0	5
3	4	0	3	3	4
4	5	1	4	4	3
5	6	4	5	5	0
6	7	3	6	6	1
7	1	2	7	7	2

Çizelge 5.10(devam) : 2x8 BPSK/8PSK sistemde kullanılan ağ kodlama matrisleri

$\gamma = 1, \theta = -3\pi/4.$			$\gamma = 1, \theta = -\pi/2.$		
L25	0	1	L26	0	1
0	1	7	0	1	0
1	2	6	1	2	7
2	3	5	2	3	6
3	0	4	3	4	5
4	4	3	4	0	4
5	5	2	5	5	3
6	6	1	6	6	2
7	7	0	7	7	1
$\gamma = 1, \theta = -\pi/4.$			$\gamma = 1, \theta = 0.$		
L27	0	1	L28	0	1
0	1	7	0	1	7
1	2	0	1	2	6
2	3	6	2	3	0
3	4	5	3	4	5
4	5	4	4	5	4
5	0	3	5	6	3
6	6	2	6	0	2
7	7	1	7	7	1
$\gamma = 1, \theta = \pi/4.$			$\gamma = 1, \theta = \pi/2.$		
L29	0	1	L30	0	1
0	1	7	0	0	7
1	2	6	1	1	6
2	3	5	2	2	5
3	4	0	3	3	4
4	5	4	4	4	0
5	6	3	5	5	3
6	7	2	6	6	2
7	0	1	7	7	1
$\gamma = 1, \theta = 3\pi/4.$			$\gamma = 1, \theta = \pi.$		
L31	0	1	L32	0	1
0	1	7	0	1	7
1	0	6	1	2	6
2	2	5	2	0	5
3	3	4	3	3	4
4	4	3	4	4	3
5	5	0	5	5	2
6	6	2	6	6	0
7	7	1	7	7	1

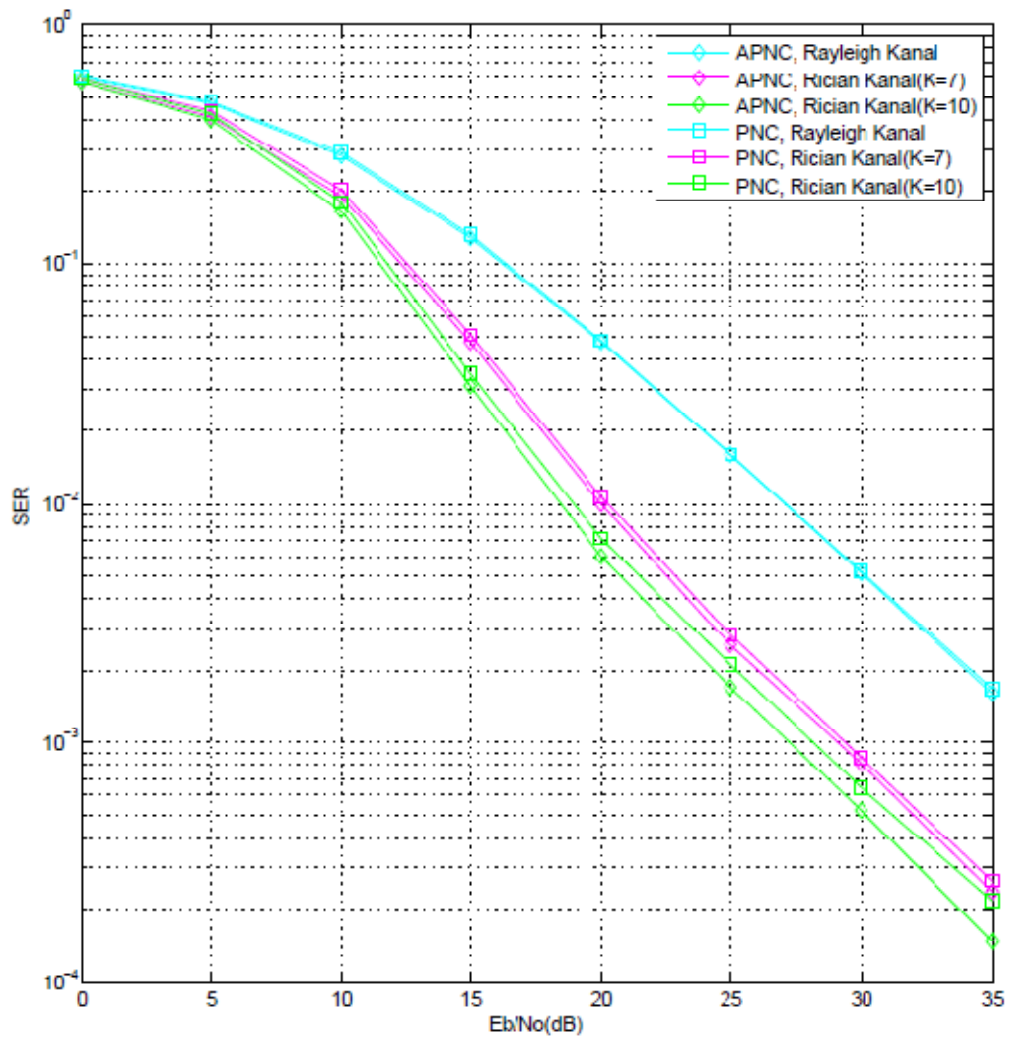
2x8 BPSK/8PSK asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli sistemin bit hata başarımı Rician sönümlleme parametresi K 'nın farklı değerleri için Şekil 5.18'de verilmiştir. Eğrilerden görüldüğü gibi Rayleigh kanal durumunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 35 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulmaktadır. Uyarlamalı eşleme kullanılan sistem Rayleigh kanalda 2x4 BPSK/QPSK sistemde olduğu gibi kodlama kazancı sağlamamaktadır. Ancak Rician parametresi $K = 10$ dB olduğunda 10^{-3} 'lük bit hata başarım oranını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 27 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 25.5 dB'ye gereksinim duyulmakta, yani 2 dB'lik bir kodlama kazancı sağlanmaktadır.



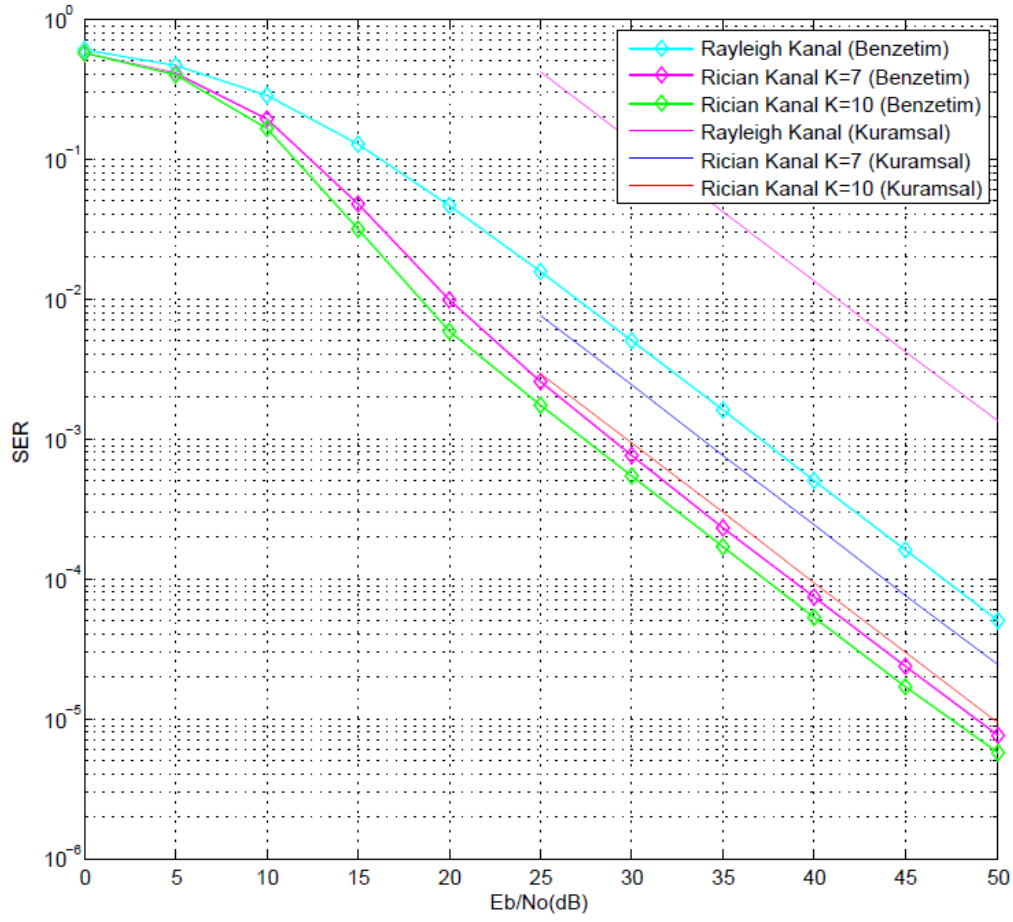
Şekil 5.18 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin BER başarımı.

2x8 BPSK/8PSK asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli sistemin simge hata başarımı Rician sönümlleme parametresi K 'nın farklı değerleri için Şekil 5.19'da verilmiştir. Eğrilerden görüldüğü gibi Rician parametresi $K = 10$ dB olduğunda 10^{-3} 'lük bit hata başarımlarını sağlamak için fiziksel katman ağ kodlamalı sistemde 28 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, uyarlamalı eşleme kullanılan sistemde 27 dB'ye gereksinim duyulmaktadır.

Yüksek işaret-gürültü oranlarında geçerli hata olasılığı kuramsal üst sınırları ile benzetim sonuçları Şekil 5.20'de verilmiştir. Kuramsal üst sınırların birbirlerine olan bağıl konumları bilgisayar benzetim sonuçlarını desteklemektedir.



Şekil 5.19 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin SER başarımı.



Şekil 5.20 : Çift yönlü röleli kanalda BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanan 2x8 sistemin kuramsal SER başarımı.

6. SONUÇ

Bu tez çalışmasında ilk olarak uyarlamalı eşleme yöntemini kullanan çift yönlü röle ağlar simetrik hızlar için incelenmiş ve tekil sönümleme noktalarının analitik ifadesi verilmiştir. Uyarlamalı eşleme için rölede kullanılan ağ kodlama matrisleri Latin kareler ile oluşturulmuştur. Uyarlamalı eşleme kullanan sistemlerin simge hata analizi yapılmış ve fiziksel katman ağ kodlama yöntemine göre kodlama kazancı getirdiği gösterilmiştir. İkinci olarak uyarlamalı eşlemenin asimetrik hızlarda çalışan çift yönlü röleli kanallara uygulanması ele alınmıştır. BPSK ve QPSK (2 x 4) modülasyonu ile BPSK ve 8-PSK (2 x 8) modülasyonu kullanan iki sistem için tekil sönümleme noktaları belirlenmiş, belli bir andaki kanal durumunda en iyi başarımı veren ağ kodlama matrisinin seçiminde dikkate alınması gereken kurallar verilmiştir. Her tekil sönümleme noktası ve komşu bölgesinde en iyi başarımı veren ağ kodlama matrisleri 2 x 4 ve 2 x 8 sistemleri için elde edilmiştir. Ağ kodlama matrisleri Latin dikkörtgenler yöntemi ile oluşturulmuştur.

Çift yönlü röleli kanallarda, fiziksel katman ağ kodlama ve uyarlamalı eşleme yöntemleri incelendiğinde kanal sığasını artırmak için uyarlamalı eşleme yönteminin kullanılması etkin bir yaklaşımdır. Özellikle Rician kanallarda uyarlamalı eşleme kullanılması önemli kodlama kazancı getirmektedir. Benzetim sonuçları incelendiğinde, Rayleigh kanal durumunda her iki uç düğümde QPSK modülasyonu kullanan sistem, 10^{-3} lük bit hata başarımını sağlamak için uyarlamalı eşleme yöntemi PNC yöntemine göre E_b/N_0 oranında 1.5 dB kazanç sağlamaktadır. Rician kanal parametresi $K=10$ iken aynı bit hata başarımını sağlamak için uyarlamalı eşleme yöntemi PNC yöntemine göre E_b/N_0 oranında 4 dB kazanç sağlamaktadır. Asimetrik veri hızları için uyarlamalı ağ kodlama yöntemi ele alınmış ve uç düğümlerde BPSK ve QPSK modülasyonu kullanan sistemin bilgisayar benzetim sonuçları elde edilmiştir. Bu sistem için elde edilen benzetim sonuçları incelendiğinde; Rayleigh kanal durumunda, uyarlamalı eşleme yöntemi PNC yöntemine göre çok düşük kazanç sağlamaktadır. Rician kanal parametresi $K=10$ iken 10^{-3} lük bit hata başarımını sağlamak için uyarlamalı eşleme yöntemi PNC

yöntemine göre E_b/N_0 oranında 5 dB kazanç sağlamaktadır. Uyarlamalı eşleme yönteminin asimetrik veri hızlarında sağladığı kazancı belirlemek için bir diğer sistem ele alınmış ve uç düğümlerde BPSK ve 8-PSK modülasyonu kullanılmıştır. Rayleigh kanal durumunda uyarlamalı eşleme yönteminin PNC yöntemine göre kazanç sağlamadığı ancak Rician kanal parametresi $K=10$ iken 10^{-3} lük bit hata başarımını sağlamak için E_b/N_0 oranında 1.5 dB kazanç sağladığı benzetim sonuçlarıyla gösterilmektedir. Tezde incelenen 2 x 4 ve 2 x 8 asimetrik sistemlerinde uyarlamalı eşlemenin getirdiği kazanç, bir uçta BPSK modülasyonu kullanıldığı ve BPSK modülasyonu için XOR kodlaması her kanal durumunda yeterli olduğu için düşüktür. Bir uçta QPSK diğer uçta 8-PSK modülasyonu kullanılan 4 x 8 sistemi için Rayleigh kanal durumunda da kazanç elde edilebilir. Ancak 4 x 8 sistemi için tekil sönmüleme nokta sayısı çok fazladır ve bu sistem karmaşıklığını artırmaktadır. Sistem karmaşıklığı arttığı için 4x8 sistemi bu çalışmada ele alınmamıştır. Son olarak, uygulamalı eşlemenin sağladığı kazancı analitik olarak da vurgulamak için, göz önüne alınan asimetrik iki-yönlü röleli sistemler için yüksek işaret-gürültü oranlarında geçerli hata olasılığı kuramsal üst sınırları elde edilmiştir. Her ne kadar bu üst sınırlar bilgisayar benzetim sonuçlarıyla elde edilen hata eğrilerine göre gevşekse de birbirlerine olan bağıl konumları bilgisayar benzetim sonuçlarını desteklemektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Proakis, J. G. ve Salehi, M.** (1994). *Communications Systems Engineering*, Prentice-Hall.
- [2] **Simon, M. K., Alouini, M. S.** (2000). *Digital Communication over Fading Channels : A Unified Approach to Performance Analysis*, New York : John Wiley & Sons.
- [3] **Jafarkhani, H.** (2005). *Space-Time Coding Theory and Practice*, University of California, Irvine.
- [4] **Vucetic, B., Yuan, J.** (2003). *Space-Time Coding*, West Sussex, England; Hoboken, NJ : Wiley.
- [5] **Nosratinia, A., Hunter, T.E., Hedayat, A.** (2004). Cooperative Communication in Wireless Networks, *IEEE Communications Magazine*, Volume 42, Issue 10, Sf. 74 – 80.
- [6] **Hong, Y-W., Huang, W.-J., Chiu, F-H., Kuo, C.-C.J.** (2007). Cooperative Communications in Resource-Constrained Wireless Networks, *Signal Processing Magazine, IEEE*, Volume 24, Issue 3, Sf. 47 – 57.
- [7] **Laneman, J.N., Tse, D.N.C., Wornell, G.W.** (2004). Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior, *Information Theory, IEEE Transactions*, Volume 50, Issue 12, Sf. 3062 – 3080.
- [8] **Zhang, S., Liew S. C. ve Lam, P.** (2006). Hot Topic: Physical-layer Network Coding, *ACM MobiCom*, 06, Sf. 358-365.
- [9] **Kaushik M. J., Y. Nam, ve F. Khan.** (2009). Intelligent coding in relays, *IEEE Vehicular Tech. Mag.*, Volume 4, Sf. 27-33.
- [10] **Ahslwede, R., Ning, C., Li, S ve Yeung, R..** (2000). Network information flow, *IEEE Transactions on Information Theory*, Volume 46, Sf. 1204-1216.

- [11] Shengli, Z., Soung-Chang, L. (2009). Channel coding and decoding in a relay system operated with physical-layer network coding, *IEEE Journal on Selected Areas in*, Voume 27, Sf. 788-796.
- [12] Popovski, P. veYomo, H. (2007). Physical Network Coding in Two-Way Wireless Relay Channel, *IEEE ICC*, Glasgow, Scotland, June.
- [13] Koike-Akino, T., Popovski P., veTarokh, V. (2009). Optimized constellation for two-way wireless relaying with physical network coding, *IEEE Journal on selected Areas in Comm.*, Volume 27, Sf. 773-787.
- [14] Popovski P. ve Koike-Akino, T. (2009). Coded Bidirectional Relaying in Wireless Networks, *New Directions in Wireless Communications*, Springer.
- [15] Muralidharan, V. T., Namboodiri, V., Rajan, B.S.(2011). Channel Quantization for Physical Layer Network-Coded Two-Way Relaying, adres: <http://arxiv.org/abs/1109.6101>.
- [16] Muralidharan, V. T., Namboodiri, V., Rajan, B.S. (2011).Wireless Bidirectional Relaying and Latin Squares Channel, adres: <http://arxiv.org/abs/1110.0084>.
- [17] Muralidharan, V. T., Rajan, B.S. (2012). Performance analysis of adaptive physical layer network coding for wireless two-way Relaying, adres: <http://arxiv.org/pdf/1203.5762>.
- [18] Shannon, C. E. (1961). Two-way communication channels, *Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Satist. Probab.*, Volume 1, 1961, Sf. 611-644
- [19] Tarokh,, V., Seshadri,, N, Calderbank, A., R. (1198). Space time codes for high data rate wireless communication, performance criterion and code constructiong, *IEEE Transactions on Information Theory*, Volume 44, Sf. 744-765.
- [20] Yazıcı, E., Ş.(2004). Latin ve Grekoromen Kareler, *Matematik Dünyası*, adres: http://www.matematikdunyasi.org/arsiv/PDF/04_4_09_12_LATINVEGREKOROME.pdf.

EKLER

A. Çoklu Erişim Evresi Hata Olasılığı Üst Sınırı Hesabı

$$\begin{aligned}
P(c \rightarrow e) &\leq \prod_{j=1}^m \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{ij}|^2 \right\} = \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} \lambda_i |\beta_{ij}|^2 \right\} \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} \lambda_i |\beta_{ij}|^2 \right\} p(|\beta_{ij}|) d|\beta_{ij}| \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} \lambda_i |\beta_{ij}|^2 \right\} 2|\beta_{ij}| \exp \left\{ -|\beta_{ij}|^2 - K_{ij} \right\} I_0(2|\beta_{ij}| \sqrt{K_{ij}}) d|\beta_{ij}| \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \int_0^\infty 2|\beta_{ij}| e^{-K_{ij}} \exp \left\{ -\left[\frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1 \right] |\beta_{ij}|^2 \right\} I_0(2\sqrt{K_{ij}} |\beta_{ij}|) d|\beta_{ij}| \\
&\quad a = \left\lceil \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1 \right\rceil \\
&\quad b = 2\sqrt{K_{ij}} \\
&\quad \int_0^\infty \beta \exp(-a\beta^2) I_0(b\beta) d\beta = \frac{1}{2a} \exp \left(\frac{b^2}{4N_0} \right) \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \frac{2e^{-K_{ij}}}{2 \left\lceil \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1 \right\rceil} \exp \left\{ \frac{4K_{ij}}{4 \left\lceil \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1 \right\rceil} \right\} \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \exp \left\{ \frac{-K_{ij} \left\lceil \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1 \right\rceil + K_{ij}}{\frac{E_s}{4N_0} \lambda_i + 1} \right\} \\
&= \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \exp \left\{ -\frac{K_{ij} \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} \right\}
\end{aligned}$$

$$SNR \rightarrow \infty \text{ için } \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_i} e^{-K_{ij}}$$

$$m = n = 1 \text{ için } \lambda_i = \lambda = d^2(c, e) \quad K_{ij} = K$$

$$P(c \rightarrow e) \leq \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda} e^{-K} = \frac{e^{-K}}{1 + SNR \frac{d^2(c, e)}{4}}$$

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Burhanettin TÜRKEK

Doğum Yeri ve Tarihi: İzmir, 1986

Adres: İstanbul

E-Posta: bturkel@netas.com.tr

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi Telekomünikasyon
Mühendisliği