İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEPREM YER HAREKETİ ETKİSİ ALTINDAKİ ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Talat SİVRİOĞLU

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : DEPREM MÜHENDİSLİĞİ

MAYIS 2005

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEPREM YER HAREKETİ ETKİSİ ALTINDAKİ ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Talat SİVRİOĞLU
(Enstitü No: 501031235)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 6 Haziran 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 31 Mayıs 2005

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Necmettin GÜNDÜZ

Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Zekai CELEP (İ.T.Ü.)

Prof.Dr. Feridun ÇILI (İ.T.Ü.)

MAYIS 2005

ÖNSÖZ

Lisans ve Yüksek Lisans öğrenimim süresince benden değerli bilgilerini esirgemeyen Sayın Hocam Doç. Dr. A. Necmettin GÜNDÜZ'e saygılarımla teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca hep yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen sevgili annem Hümeyra SİVRİOĞLU, babam İsmet SİVRİOĞLU ve ablam Tuba SİVRİOĞLU'na en içten teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2005 İnş. Müh. Talat SİVRİOĞLU

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ **v**
ŞEKİL LİSTESİ **vi**
SEMBOL LİSTESİ **viii**
ÖZET **ix**
SUMMARY **x**

1. GİRİŞ **1**

2. YAPI SİSTEMİNİN DİNAMİK YANITININ ZAMAN BÖLGESİNDE İNCELENMESİ **2**
2.1. Newmark β Yöntemiyle Lineer Sistemlerin Sayısal Çözümü 4
2.1.1. Özel Durum 5
2.1.2. İterasyonsuz Formülasyon 7
2.1.3. Yöntemin Stabilitesi 10
2.2. Newmark β Yöntemiyle Lineer Olmayan Sistemlerin Sayısal Çözümü 10
2.2.1. Teğet Rijitlik Matrisinin Kullanılmasından Oluşan Hatalar 12
2.2.2. Sabit Zaman Aralığı Kullanılmasından Oluşan Hatalar 13
2.2.3. İterasyonlu Formülasyon 14
2.2.4. İdeal Elastoplastik Kuvvet - Yer Değiştirme İlişkisi 19
2.2.5. Yük Azaltım ve Süneklik Katsayıları 20

3. İKİ SERBESTLİK DERECELİ BİR SİSTEMİN LİNEER VE LİNEER OLMAYAN ANALİZİ **22**
3.1. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde Lineer Analizi 22
3.2. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde Lineer Olmayan Analizi 25
3.3. İki Serbestlik Dereceli Sistemin El Centro Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Analizi 28
3.4. İki Serbestlik Dereceli Sistemin El Centro Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Olmayan Analizi 32
3.5. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Erzincan Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Analizi 38
3.6. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Erzincan Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Olmayan Analizi 42

4. SONUÇLAR **48**

KAYNAKLAR **50**

EKLER **51**

ÖZGEÇMİŞ **55**

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 2.1. Sabit ortalama ivme ve doğrusal ivme değişimi yöntemleri …….. 6
Tablo 2.2. Newmark β Yöntemiyle lineer sistemlerin hesap algoritması…..... 9
Tablo 2.3. Değiştirilmiş Newton – Raphson İterasyonu ….....…….... 15
Tablo 2.4. Newmark β Yöntemiyle lineer olmayan sistemlerin sabit ortalama ivme yöntemi ($\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$) ile hesap algoritması 18
Tablo 4.1. Sistemin lineer ve lineer olmayan dinamik analizlerindeki en büyük yer değiştirme değerleri …..... 48
Tablo 4.2. Sistemin ideal elastoplastik kuvvet - yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altındaki kalıcı göreli yer değiştirmelerin karşılaştırılması …..... 48
Tablo 4.3. Sistemin ideal elastoplastik kuvvet - yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altındaki süneklik taleplerinin karşılaştırılması ……..... 49

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1 **:** Lineer olmayan çok serbestlik dereceli sistem 2
Şekil 2.2 **:** Zaman tanım alanında adım adım integrasyon 3
Şekil 2.3 **:** Zaman tanım alanında yer değiştirme yanıtı 3
Şekil 2.4 **:** Sabit Ortalama İvme Yöntemi ve Doğrusal İvme Değişimi Yöntemi 5
Şekil 2.5 **:** Kuvvet – Yer değiştirme İlişkisi 11
Şekil 2.6 **:** Teğet rijitliği kullanılmasıyla kuvvet-yer değiştirme ilişkisindeki hata 12
Şekil 2.7 **:** Sabit zaman aralığı nedeniyle kuvvet-yer değiştirme ilişkisindeki hata 13
Şekil 2.8 **:** Değiştirilmiş Newton - Raphson İterasyonu 14
Şekil 2.9 **:** Newton - Raphson İterasyonu 17
Şekil 2.10 : Kuvvet - yer değiştirme ilişkisi; gerçek ve ideal elastoplastik 19
Şekil 2.11 : İdeal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi 20
Şekil 2.12 : İdeal elastoplastik sistem ve elastik sistem 21
Şekil 3.1 : İki serbestlik dereceli sistem ve uyarıcı kuvvet grafiği 22
Şekil 3.2 : Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 23
Şekil 3.3 : Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 24
Şekil 3.4 : Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1. ve 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafikleri 24
Şekil 3.5 : Sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi 25
Şekil 3.6 : İdeal Elastoplastik Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.Kat YerDeğiştirme – Zaman Grafiği 26
Şekil 3.7 : İdeal Elastoplastik Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat YerDeğiştirme – Zaman Grafiği 26
Şekil 3.8 : Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 27
Şekil 3.9 : Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 27
Şekil 3.10 : El Centro 1940 (Doğu-Batı) için İvme-Zaman Grafiği 28
Şekil 3.11 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 29
Şekil 3.12 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 30
Şekil 3.13 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği 31
Şekil 3.14 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği 31

Sayfa No

Şekil 3.15 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 33
Şekil 3.16 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 34
Şekil 3.17 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 35
Şekil 3.18 : Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 36
Şekil 3.19 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde Kuvvet – Zaman Grafiği 37
Şekil 3.20 : Erzincan 1992 (Doğu-Batı) İçin İvme – Zaman Grafiği 38
Şekil 3.21 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 39
Şekil 3.22 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği 40
Şekil 3.23 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği..... 41
Şekil 3.24 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği..... 41
Şekil 3.25 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği.. 43
Şekil 3.26 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği.. 44
Şekil 3.27 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 45
Şekil 3.28 : Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği 46
Şekil 3.29 : İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde Kuvvet – Zaman Grafiği 47

SEMBOL LİSTESİ

$\mathbf{m}$	: Kütle matrisi
$\mathbf{c}$	: Sönüm matrisi
$\mathbf{f}_s(\mathbf{u},\dot{\mathbf{u}})$	: Elastik olmayan yay kuvveti
Δt_i	: Zaman aralığı
$\mathbf{u}_i$	: Yer değiştirme vektörü
$\dot{\mathbf{u}}_i$	: Hız vektörü
$\ddot{\mathbf{u}}_i$	: İvme vektörü
$(\mathbf{f}_s)_i$	: Elastik yay kuvveti
$\mathbf{p}(t)$	: Zamana bağlı yatay kuvvet vektörü
$\mathbf{k}$	: Rijitlik matrisi
$\hat{\mathbf{k}}$	: Etkili rijitlik matrisi
$\hat{\mathbf{p}}$	: Etkili Dış kuvvet
$\Delta\mathbf{u}_i$	: Artımsal yer değiştirme vektörü
$\Delta\dot{\mathbf{u}}_i$	: Artımsal hız vektörü
$\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i$	: Artımsal ivme vektörü
γ, β	: Newmark Yönteminde kullanılan katsayılar
$\Delta\hat{\mathbf{p}}$	: Artımsal Etkili Dış kuvvet
$\mathbf{M}$	: Genelleştirilmiş kütle matrisi
$\mathbf{C}$	: Genelleştirilmiş sönüm matrisi
$\mathbf{K}$	: Genelleştirilmiş rijitlik matrisi
$\mathbf{P}(t)$	: Genelleştirilmiş kuvvet vektörü
Φ	: Mod matrisi
$\mathbf{q}(t)$	: Modal yer değiştirme koordinat vektörü
$\dot{\mathbf{q}}(t)$	: Modal hız koordinat vektörü
$\ddot{\mathbf{q}}(t)$	: Modal ivme koordinat vektörü
$(\mathbf{k}_i)_{kiriş}$	: Kiriş rijitlik matrisi
$(\mathbf{k}_i)_{teğet}$	: Teğet rijitlik matrisi
T	: Sistemin doğal titreşim periyodu
V_{jy}	: j. katın akma kuvveti
Δ_{jy}	: j. katın göreli akma yer değiştirmesi
R_y	: Yük azaltım katsayısı
μ	: Süneklik katsayısı
u_0	: Elastik en büyük yer değiştirme
u_m	: En büyük yer değiştirme
δ_p	: Göreli kalıcı yer değiştirme

NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF MULTI DEGREE OF FREEDOM SYSTEMS UNDER EARTHQUAKE GROUND MOTION

SUMMARY

Generally, earthquake codes use linear analysis methods in design and analysis of structural systems subjected to earthquake ground motion. Nonlinear material behaviour of structural system is considered by reducing linear forces with Reduction Factor R which is closely related to the ductility of structure. Thus, ductility demand is assumed to be equal in all elements of the structural system.

In this study, linear and nonlinear dynamic analysis of a multi degree of freedom shear frame is evaluated under earthquake ground motions and lateral forces varying sinusoidally with time. Elastic and inelastic displacement, velocity and acceleration responses are obtained. For nonlinear dynamic response, permanent deformations and ductility demand are calculated considering elastoplastic force-deformation relation of the system.

For example, linear and nonlinear dynamic analysis of two storey shear frame structure are evaluated under 18 May 1940 El Centro (east-west) and 13 March 1992 Erzincan (east-west) earthquake ground motion records and lateral sine pulse force exerted on second storey of shear frame. Numerical integration of differential equations of motion is solved by Newmark β method and Modified Newton-Raphson Iteration is used for nonlinear dynamic analysis.

1. GİRİŞ

Yapı sistemlerinin deprem durumuna göre boyutlandırılmasında, yapılara mesnetlerinden etki eden deprem yer hareketi nedeniyle gelen yatay kuvvetlerin belirlenmesi ile bu dış yük etkilerine yapıların vereceği yanıtın değerlendirilmesi dikkate alınmalıdır. Yapılara deprem sırasında etki eden yatay deprem kuvvetleri, yapıların sürekli olarak karşı koydukları düşey yüklerden farklı olarak zamana bağlı olarak şiddeti değişen ve ayrıca da yön değiştiren tekrarlı yüklerdir. Yapı sistemlerinin yatay deprem kuvvetlerine göre boyutlandırılması, özellikle deprem bölgelerinde düşey kuvvetlere göre boyutlandırılmasından daha karmaşık bir işlem olup önemlidir [4].

Deprem yönetmelikleri depreme dayanıklı yapı tasarımında yapı sistemlerinin elastik ötesi davranışlarını, Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi ile davranışın elastik olduğunu varsayarak hesaplanan taban kesme kuvvetini R davranış katsayısına bölerek hesaba katar. Ancak yapılar deprem yer hareketleri altında elastik ötesi davranış göstereceğinden yapı davranışının elastik kalacağı varsayımı ile yapılan analizler yapıda oluşacak maksimum deplasmanın doğru belirlenmesini sağlayamazlar. Bunun yanında Eşdeğer Deprem Yükü Yönteminde deprem yer hareketleriyle yapıda oluşacak gerçek kuvvetler ve deformasyonlar direkt olarak belirlenemez.

Lineer olmayan dinamik analiz yöntemleriyle yapı sistemlerinin deprem yer hareketi altındaki davranışları daha gerçekçi bir şekilde yapılır. Hareket denklemi zaman tanım alanında adım adım integrasyon yöntemleri ile sayısal olarak integre edilerek yapının yerdeğiştirme-zaman, hız-zaman, ivme-zaman davranışları belirlenir [1]. Bu çalışmada çok serbestlik dereceli zamana bağlı yatay kuvvetler ve deprem yer hareketi etkisi altında bulunan malzeme davranışı bakımından lineer ve lineer olmayan sistemlerin Newmark β Yöntemi ile dinamik analizi incelenmiş, sistemin süneklik talebi belirlenmiştir.

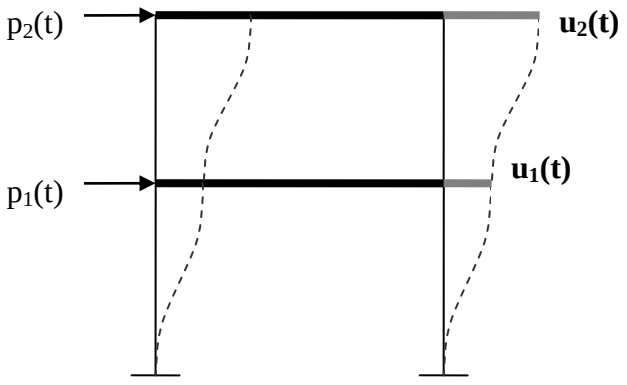
2. YAPI SİSTEMİNİN DİNAMİK YANITININ ZAMAN BÖLGESİNDE İNCELENMESİ

Çok serbestlik dereceli lineer olmayan bir yapı sisteminin zamana bağlı olarak değişen herhangi bir dış zorlamaya vereceği dinamik yanıtı belirlemek, sistemin hareket denklemlerinin ayrıştırılarak çözülmesi ve modların süperpozisyonu yönteminin kullanılması ile olanaklı değildir. Malzeme davranışı bakımından lineer olmayan yapı sistemlerinin hareket denklemlerininin çözümünde sayısal yöntemler uygulamak en etkili yoldur. Dinamik yanıtın belirlenmesinde kullanılan en etkin sayısal yöntemler hareket denklemlerine zaman tanım alanında adım adım sayısal integrasyon uygulayan yöntemlerdir. Hem doğrusal sistemlerin hem de doğrusal olmayan sistemlerin zaman bölgesinde sismik davranışı sayısal integrasyon yöntemleriyle hesaplanabilir [2].

Başlangıç koşullarına da bağlı olarak Şekil 2.1'de gösterilen lineer olmayan çok serbestlik dereceli sistem için sayısal olarak çözülecek hareket denklemleri, dış zorlamanın zamana bağlı yatay kuvvetler ve deprem yer hareketi olması durumunda sırasıyla aşağıda verildiği gibidir:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{p}(t) \tag{2.1}$$

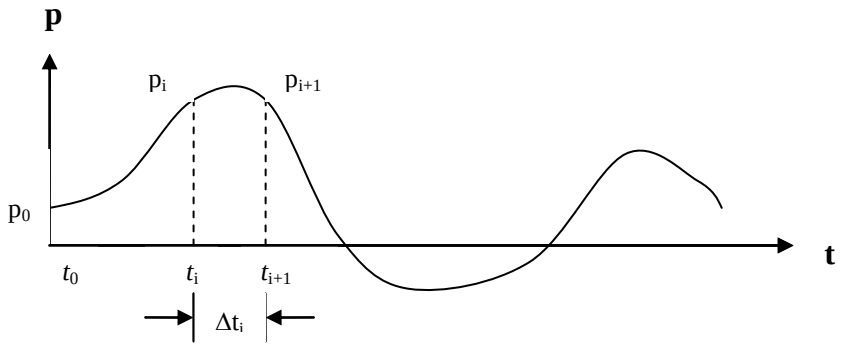
$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = -\mathbf{m}\{1\}\ddot{u}_g(t) \tag{2.2}$$



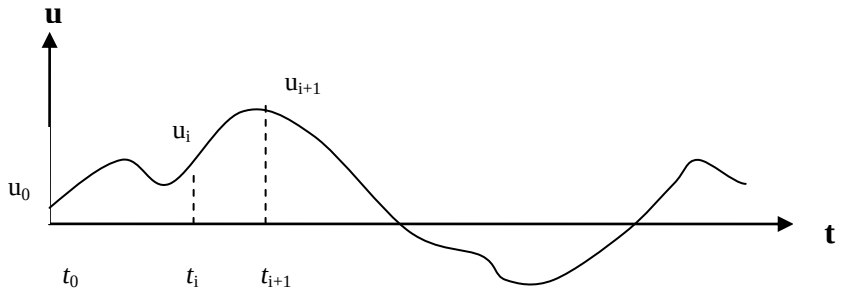
Şekil 2.1 Lineer olmayan çok serbestlik dereceli sistem

Başlangıç koşulları $t = 0$ için; $\mathbf{u} = \mathbf{u}(0)$ ve $\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}(0)$, sisteme etkiyen dış zorlama Denklem (2.1)'de zamana bağlı yatay kuvvet vektörü **p(*t*)**, Denklem (2.2)'de ise deprem yer hareketine ait ivme $\ddot{u}_g(t)$'dir. Sistemin hareket denkleminde **m** kütle matrisi, **c** sönüm matrisi ve $\mathbf{f}_s(\mathbf{u},\dot{\mathbf{u}})$ elastik olmayan yay kuvvetini göstermektedir. Zamana bağlı yatay **p(*t*)** kuvveti Şekil 2.2'deki gibi her bir zaman adımında verilen $\mathbf{p}_i \equiv \mathbf{p}(t_i), (i = 0,1,2,3,.....,N)$ kuvvetinden oluşmaktadır. Zaman aralığı genellikle sabit alınır.

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \tag{2.3}$$



Şekil 2.2 Zaman tanım alanında adım adım integrasyon



Şekil 2.3 Zaman tanım alanında yer değiştirme yanıtı

Sistemin zaman tanım alanında davranışını belirlemek için üç temel parametre olan yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerinin zamana göre değişimlerinin belirlenmesi gerekir. Başlangıç koşulları ile verilen başlangıç yer değiştirme vektörü ile başlangıç

hız vektörü sistemin hareket denkleminde yerine konularak başlangıç ivme vektörü elde edilir. Çok serbestlik dereceli bir sistemin t_i zaman adımında yer değiştirme, hız ve ivme yanıtları $\mathbf{u}_i$, $\dot{\mathbf{u}}_i$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_i$ olarak bilindiği farz edilirse;

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}_i + (\mathbf{f}_s)_i = \mathbf{p}_i \tag{2.4}$$

t_{i+1} zaman adımında sistemin yer değiştirme, hız ve ivme yanıtları $\mathbf{u}_{i+1}$, $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ Denklem (2.1)'de yazılırsa;

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}_{i+1} + (\mathbf{f}_s)_{i+1} = \mathbf{p}_{i+1} \tag{2.5}$$

Hız ve ivme değerleri yer değiştirmenin bir fonksiyonu olarak ve bir önceki zaman adımındaki değerleri ile ifade edilirler. Sistemin t_{i+1} anındaki yer değiştirme, hız ve ivme yanıtları t_i anındaki değerlerine bağlı olarak bulunur.

Sayısal integrasyon yöntemlerinin sağlaması gereken üç önemli koşul vardır. Bunlar,

1. Yakınsaklık, zaman aralığı düştükçe sayısal çözüm gerçek çözüme yaklaşır.
2. Stabilite, sayısal çözümün yuvarlatma hatalarına duyarlı olması gerekir.
3. Kesinlik, sayısal çözümden bulunan sonuçlar gerçek çözüme yakın olmalıdır.

2.1. Newmark β Yöntemiyle Lineer Sistemlerin Sayısal Çözümü

1959 yılında, N. M. Newmark aşağıdaki sonlu fark formüllerine dayalı bir zaman artım yöntemi geliştirdi. $i+1$ zamanındaki $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ ve $\mathbf{u}_{i+1}$ vektörlerini;

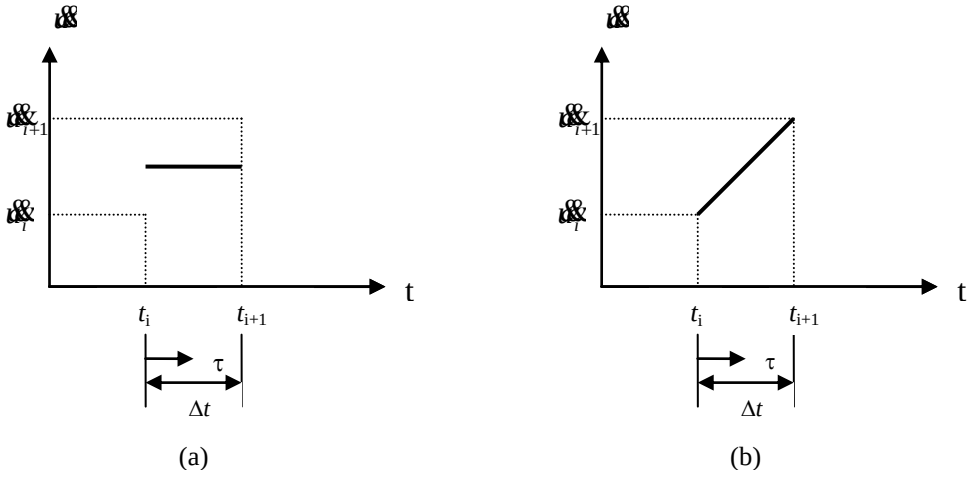
$$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + \left[(1-\gamma)\Delta t\right]\ddot{\mathbf{u}}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + (\Delta t)\dot{\mathbf{u}}_i + \left[(0.5-\beta)(\Delta t)^2\right]\ddot{\mathbf{u}}_i + \left[\beta(\Delta t)^2\right]\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \tag{2.7}$$

denklemleriyle iki parametreye bağlı olarak vermektedir. γ ve β parametreleri ivmenin zaman adımında değişimini tanımlamakta ve çözüm metodunun stabilite ve kesinlik karakteristiklerini ifade etmektedir. $\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{6} \le \beta \le \frac{1}{4}$ çözüm metodunun sağlaması gereken koşulları yerine getirmektedir [1-3].

2.1.1 Özel Durum

Newmark'ın sonlu fark formülleri $\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\beta = \frac{1}{4}$ olduğunda sabit ortalama ivme yöntemine, $\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\beta = \frac{1}{6}$ olduğunda doğrusal ivme değişimi yöntemine dönüşür. Şekil 2.4 (a)'da ivmenin Δt zaman aralığındaki değişiminin sabit olması durumu, Şekil 2.4 (b)'de ivmenin Δt zaman aralığındaki değişiminin lineer olması hali gösterilmiştir.



(a) (b)

Şekil 2.4 Sabit Ortalama İvme Yöntemi ve Doğrusal İvme Değişimi Yöntemi

Sabit Ortalama İvme ve Doğrusal İvme Değişimi Yöntemleri için t_{i+1} zaman adımındaki $\mathbf{u}_{i+1}, \dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ ile t_i zaman adımındaki $\mathbf{u}_i, \dot{\mathbf{u}}_i$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_i$ arasındaki ilişki Tablo 2.1'de gösterilmiştir. Denklem (2.8)'de ivmenin $\ddot{\mathbf{u}}(\tau)$ 'nun zaman aralığındaki değişimi her iki yöntem için belirtilmiştir. $\ddot{\mathbf{u}}(\tau)$ 'nun Δt zaman aralığında integrasyonu ile Denklem (2.9)'da hızın $\dot{\mathbf{u}}(\tau)$ 'nun Δt zaman aralığında değişimi elde edilmiştir. Denklem (2.9)'da $\tau = \Delta t$ ifadesi yerine yazılırsa t_{i+1} zamanındaki hız $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ Denklem (2.10)'da elde edilir. Aynı şekilde $\dot{\mathbf{u}}(\tau)$ 'nun Δt zaman aralığında integrasyonu ile Denklem (2.11)'de yer değiştirmenin $\mathbf{u}(\tau)$ 'nun Δt zaman aralığında

değişimi elde edilmiştir. Denklem (2.11)'de $\tau = \Delta t$ ifadesi yerine yazılırsa t_{i+1} zamanındaki yer değiştirme $\mathbf{u}_{i+1}$ Denklem (2.12)'de elde edilir.

Tablo 2.1 Sabit ortalama ivme ve doğrusal ivme değişimi yöntemleri

Sabit Ortalama İvme Yöntemi	Doğrusal İvme Değişimi Yöntemi	
$\ddot{\mathbf{u}}(\tau) = \frac{1}{2}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	$\ddot{\mathbf{u}}(\tau) = \ddot{\mathbf{u}}_i + \frac{\tau}{\Delta t}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} - \ddot{\mathbf{u}}_i)$	(2.8)
$\dot{\mathbf{u}}(\tau) = \dot{\mathbf{u}}_i + \frac{\tau}{2}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	$\dot{\mathbf{u}}(\tau) = \dot{\mathbf{u}}_i + \ddot{\mathbf{u}}_i\tau + \frac{\tau^2}{2\Delta t}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} - \ddot{\mathbf{u}}_i)$	(2.9)
$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	$\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	(2.10)
$\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}_i + \dot{\mathbf{u}}_i\tau + \frac{\tau^2}{4}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	$\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}_i + \dot{\mathbf{u}}_i\tau + \ddot{\mathbf{u}}_i\frac{\tau^2}{2} + \frac{\tau^3}{6\Delta t}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} - \ddot{\mathbf{u}}_i)$	(2.11)
$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \dot{\mathbf{u}}_i\Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{4}(\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \ddot{\mathbf{u}}_i)$	$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \dot{\mathbf{u}}_i\Delta t + \Delta t^2(\frac{1}{6}\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \frac{1}{3}\ddot{\mathbf{u}}_i)$	(2.12)

Denklem (2.6) ve (2.7), zaman adımı sonunda Denklem (2.5)'de yerine yazılarak t_i zamanındaki bilinen $\mathbf{u}_i, \dot{\mathbf{u}}_i$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_i$ vektörlerinden t_{i+1} zamanındaki $\mathbf{u}_{i+1}, \dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ ve $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ vektörlerinin hesaplanmasında temel oluşturur. Ancak bilinmeyen $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ vektörü Denklem (2.6) ve (2.7)'de eşitliğin sağ tarafında yer aldığı için hesaplamada iterasyon gereklidir.

Lineer sistemler için Denklem (2.6) ve (2.7) ile verilen Newmark'ın sonlu fark formülleri üzerinde yapılan değişikliklerle çözüm iterasyonsuz yapılabilir.

2.1.2 İterasyonsuz Formülasyon

Çok serbestlik dereceli lineer bir sistemin hareket denklemi;

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad \text{veya} \quad \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_g \tag{2.13}$$

Serbestlik derecesi fazla olan sistemlerde yer değiştirme vektörleri ilk birkaç doğal titreşim frekansları etkisinde ifade edilebilir. Yer değiştirme vektörü ilk *j* doğal titreşim frekansı için, **Φ** mod matrisi ve **q***(t)* modal koordinat vektörü olmak üzere;

$$\mathbf{u}(t) \cong \sum_{n=1}^{j} \phi_n \mathbf{q}_n(t) = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}(t) \tag{2.14}$$

Bu dönüşümle Denklem (2.14) Denklem (2.13)'de yerine konularak;

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{P(t)} \tag{2.15}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{m}\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{C} = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{c}\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{K} = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{k}\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{P}(t) = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{p}(t) \tag{2.16}$$

Denklem (2.16)'da **M**; genelleştirilmiş kütle matrisi, **C**; genelleştirilmiş sönüm matrisi, **K**; genelleştirilmiş rijitlik matrisi, **P***(t)*; genelleştirilmiş kuvvet vektörüdür.

Artımsal yer değiştirme, hız ve ivme modal koordinat vektörleri ve artımsal genelleştirilmiş dış kuvvet vektörü yazılırsa;

$$\Delta\mathbf{q}_i \equiv \mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i \qquad \Delta\dot{\mathbf{q}}_i \equiv \dot{\mathbf{q}}_{i+1} - \dot{\mathbf{q}}_i \qquad \Delta\ddot{\mathbf{q}}_i \equiv \ddot{\mathbf{q}}_{i+1} - \ddot{\mathbf{q}}_i \tag{2.17}$$

$$\Delta\mathbf{P}_i \equiv \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i \tag{2.18}$$

Denklem (2.6) ve (2.7)'de artımsal vektörlere göre düzenlenirse;

$$\Delta\dot{\mathbf{q}}_i = (\Delta t)\ddot{\mathbf{q}}_i + (\gamma\Delta t)\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i \text{ ve } \Delta\mathbf{q}_i = (\Delta t)\dot{\mathbf{q}}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{\mathbf{q}}_i + \beta(\Delta t)^2\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i \tag{2.19}$$

İkinci denklemde artımsal ivme koordinat vektörü $\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i$ çekilirse;

$$\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta\mathbf{q}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{q}}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{q}}_i \tag{2.20}$$

Denklem (2.20)'yi Denklem (2.19a)'da yerine yazılırsa;

$$\Delta\dot{\mathbf{q}}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta\mathbf{q}_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{q}}_i + \Delta t\left(1-\frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{q}}_i \tag{2.21}$$

Denklem (2.20) ve (2.21) artımsal hareket denkleminde yerine koyulur:

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}\Delta\mathbf{q}_i = \Delta\mathbf{P}_i \tag{2.22}$$

İfadeler düzenlenir, Denklem (2.23) elde edilir:

$$\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{q}_i = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i \tag{2.23}$$

Denklem (2.23)'de $\hat{\mathbf{K}}$; etkili rijitlik matrisi, $\Delta\hat{\mathbf{P}}_i$; artımsal etkili yük vektörüdür.

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{C} + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\mathbf{M} \tag{2.24}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{P}}_i = \Delta\mathbf{P}_i + \left(\frac{1}{\beta\Delta t}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta}\mathbf{C}\right)\dot{\mathbf{q}}_i + \left[\frac{1}{2\beta}\mathbf{M} + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta}-1\right)\mathbf{C}\right]\ddot{\mathbf{q}}_i \tag{2.25}$$

$\hat{\mathbf{K}}$ ve $\Delta\hat{\mathbf{P}}_i$ matrisleri, sistem parametreleri **M**, **K**, **C** matrisleri, algoritma parametreleri γ ve β ve başlangıç hız ve ve ivme yanıtları verildiğinden, artımsal yer değiştirme koordinat vektörü, $\Delta\mathbf{q}_i$ Denklem (2.23)'den hesaplanır. $\Delta\mathbf{q}_i$ hesaplandıktan sonra, $\Delta\dot{\mathbf{q}}_i$ ve $\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i$ Denklem (2.21) ve Denklem (2.20)'den hesaplanır. Sistemin t_{i+1} zamanındaki yer değiştirme, hız ve ivme koordinat vektörleri; $\mathbf{q}_{i+1}$, $\dot{\mathbf{q}}_{i+1}$ ve $\ddot{\mathbf{q}}_{i+1}$ Denklem (2.17)'den hesaplanır. Denklem (2.26) ile yer değiştirme, hız ve ivme vektörleri bulunur:

$$\mathbf{u}_{i+1} = \Phi\mathbf{q}_{i+1} \qquad \dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \Phi\dot{\mathbf{q}}_{i+1} \qquad \ddot{\mathbf{u}}_{i+1} = \Phi\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} \tag{2.26}$$

Tablo 2.2'de Newmark β Yöntemiyle lineer sistemlerin hesap algoritması gösterilmiştir.

Tablo 2.2 Newmark β Yöntemiyle lineer sistemlerin hesap algoritması

1.0 Başlangıç Koşulları

1.1 $(q_n)_0 = \dfrac{\phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}_0}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n}$; $(\dot{q}_n)_0 = \dfrac{\phi_n^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{u}}_0}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n}$.

$\mathbf{q}_0^T = \{(q_1)_0, ..., (q_j)_0\}$ $\quad \dot{\mathbf{q}}_0^T = \{(\dot{q}_1)_0, ..., (\dot{q}_j)_0\}$

1.2 $\mathbf{P}_0 = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{p}_0$.

1.3 $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{P}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{q}_0 \Rightarrow \ddot{\mathbf{q}}_0$ çözümü.

1.4 Δt seçilmesi.

1.5 $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \dfrac{\gamma}{\beta \Delta t}\mathbf{C} + \dfrac{1}{\beta (\Delta t)^2}\mathbf{M}$.

1.6 $\mathbf{a} = \dfrac{1}{\beta \Delta t}\mathbf{M} + \dfrac{\gamma}{\beta}\mathbf{C}$; $\mathbf{b} = \dfrac{1}{2\beta}\mathbf{M} + \Delta t\left(\dfrac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\mathbf{C}$.

2.0 Her t_i zaman adımı için hesaplamalar

2.1 $\mathbf{P}_i = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{p}_i$.

2.2 $\Delta\hat{\mathbf{P}}_i = \Delta\mathbf{P}_i + \mathbf{a}\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{b}\ddot{\mathbf{q}}_i$.

2.3 $\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{q}_i = \Delta\hat{\mathbf{P}}_i \Rightarrow \Delta\mathbf{q}_i$ çözümü.

2.4 $\Delta\dot{\mathbf{q}}_i = \dfrac{\gamma}{\beta \Delta t}\Delta\mathbf{q}_i - \dfrac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{q}}_i + \Delta t\left(1 - \dfrac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{q}}_i$.

2.5 $\Delta\ddot{\mathbf{q}}_i = \dfrac{1}{\beta (\Delta t)^2}\Delta\mathbf{q}_i - \dfrac{1}{\beta \Delta t}\dot{\mathbf{q}}_i - \dfrac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{q}}_i$.

2.6 $\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \Delta\mathbf{q}_i$; $\dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_i + \Delta\dot{\mathbf{q}}_i$; $\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} = \ddot{\mathbf{q}}_i + \Delta\ddot{\mathbf{q}}_i$.

2.7 $\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}_{i+1}$

3.0 Bir sonraki zaman adımında yapılacak hesaplamalar. *i* yerine *i*+1 yazılarak 2.1 ile 2.7 arasında işlemler tekrarlanır.

Deprem yer hareketi için $\mathbf{P}_i$ yerine $-\mathbf{\Phi}^T\mathbf{m}\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{gi}$ yazılarak hesaplamalar yapılır. Newmark β Yönteminde yer değiştirme vektörünü modal koordinatlarına dönüştürmeden hareket denkleminin direk çözümüde yapılabilir.

2.1.3 Yöntemin Stabilitesi

Newmark β Yönteminin stabilite koşulu;

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \tag{2.27}$$

$\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\beta = \frac{1}{4}$ için stabilite koşulu; $\frac{\Delta t}{T_n} < \infty$ olmaktadır. Bu nedenle Sabit Ortalama İvme Yöntemi her Δt için stabildir. Doğrusal İvme Değişimi Yöntemi için ise stabilite koşulu; $\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.551$ olmaktadır [1].

2.2. Newmark β Yöntemiyle Lineer Olmayan Sistemlerin Sayısal Çözümü

Lineer olmayan sistemlerin dinamik yanıtının sayısal yöntemlerle belirlenmesi, serbestlik derecesi çok fazla olan sistemler için önemlidir. Sistemin hareket denklemi, Denklem (2.1) ve (2.2)'de olduğu gibi orjinal halinde çözülür. Çünkü klasik modal analiz lineer olmayan sistemlerin çözümü için uygun değildir. Lineer bölgede yer değiştirme vektörü modal koordinat vektörlerine dönüştürülüp sistemin hareket denklemi ayrıştırılabilir. Ancak akma başlayıp lineer olmayan davranış söz konusu olduğunda, ayrıştırılmış hareket denklemleri birbirlerine bağımlı hale gelirler. Bu bakımdan sistemin hareket denkleminin orjinal halinde çözümü uygun olur.

Newmark'ın lineer sistemler için geliştirdiği çözüm yöntemi lineer olmayan sistemler için de geliştirilebilir. Her ne kadar bu geliştirme zor olsa da yöntemin kesinliği nedeniyle deprem yer hareketi etkisi altında dinamik yanıtın belirlenmesinde tercih edilen bir yöntemdir.

Denklem (2.4)'ün Denklem (2.5) 'ten çıkarılmasıyla elde edilen artımsal denge denklemi;

$$\mathbf{m}\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{c}\Delta\dot{\mathbf{u}}_i + (\Delta\mathbf{f}_s)_i = \Delta\mathbf{p}_i \tag{2.28}$$

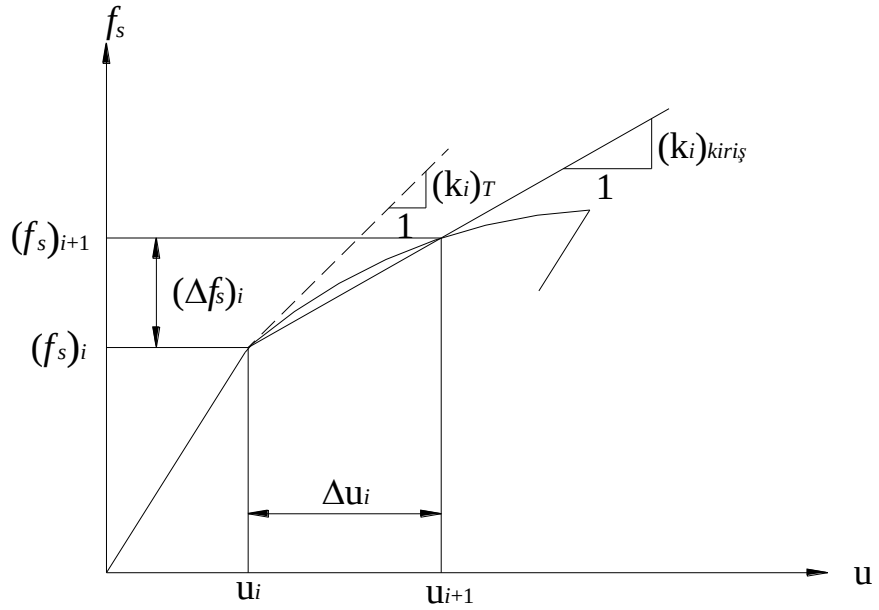
Artımsal yay kuvveti vektörü;

$$(\Delta\mathbf{f}_s)_i = (\mathbf{k}_i)_{kiriş}\,\Delta\mathbf{u}_i \tag{2.29}$$

Burada $(\mathbf{k}_i)_{kiriş}$ Şekil 2.5'te görüldüğü gibi kiriş rijitlik matrisidir. t_{i+1} zamanında $\mathbf{u}_{i+1}$ bilinmediğinden dolayı $(\mathbf{k}_i)_{kiriş}$ belirlenemez. Bundan dolayı küçük bir Δt zaman artımında $(\mathbf{k}_i)_{kiriş}$'in $(\mathbf{k}_i)_T$ 'ye yaklaşık olarak eşit olduğu kabul edilirse;

$$(\Delta\mathbf{f}_s)_i \approx (\mathbf{k}_i)_T\,\Delta\mathbf{u}_i \tag{2.30}$$

Denklem (2.30)'da $(\mathbf{k}_i)_T$ teğet rijitlik matrisidir.



Şekil 2.5 Kuvvet – Yer Değiştirme İlişkisi

$(\mathbf{k}_i)_T$ 'nin alt indisi düşülür ve Denklem (2.30) Denklem (2.28)'de yerine yazılırsa;

$$\mathbf{m}\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{c}\Delta\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{k}_i\Delta\mathbf{u}_i = \Delta\mathbf{p}_i \tag{2.31}$$

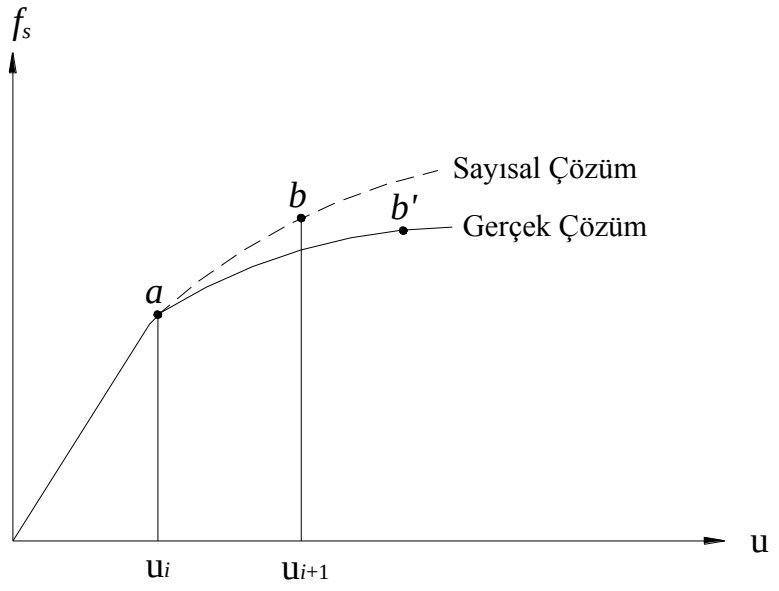
Denklem (2.31) Newmark'ın lineer sistemler için kullandığı denklemle aynıdır. Lineer sistemler için kullanılan yöntem lineer olmayan sistemlerde de kullanılabilir. Her zaman adımının başında hesaplanacak $\mathbf{k}_i$ lineer sistemlerde $\mathbf{k}$ yerine yazılır.

Bu prosedürde sabit zaman aralığı Δt ile kabul edilemeyecek derecede kesin olmayan sonuçlar elde edilebilir. Bu hataların nedeni;

1. Kiriş rijitlik matrisi yerine teğet rijitlik matrisi kullanılmasıdır.
2. Sabit zaman aralığı kuvvet-yer değiştirme ilişkisindeki geçişleri geciktirir.

2.2.1 Teğet Rijitlik Matrisinin Kullanılmasından Oluşan Hatalar

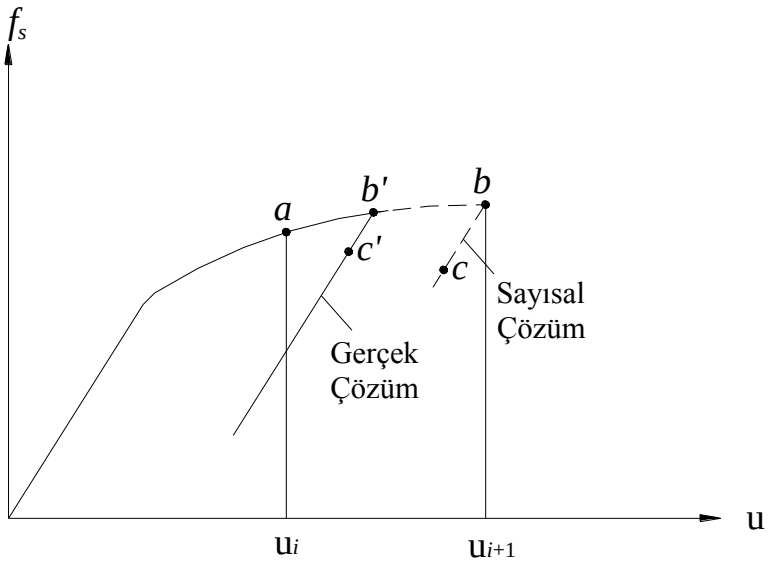
Şekil 2.6'da kuvvet – yer değiştirme ilişkisinde t_i zamanındaki yer değiştirme; $\mathbf{u}_i$ a noktası ile gösterilmiştir. Teğet rijitliği kullanılarak yapılan sayısal integrasyonla t_i zamanından t_{i+1} zamanına gelindiğinde b noktasında $\mathbf{u}_{i+1}$ yer değiştirmesi elde edilir. Ancak gerçek eğri takip edilseydi, $\mathbf{u}_{i+1}$ yer değiştirmesi b' noktasında olacaktı. Adım adım integrasyonla bu uyuşmazlıkların birikmesiyle ciddi hatalar meydana gelir.



Şekil 2.6 Teğet rijitliği kullanılmasıyla kuvvet-yer değiştirme ilişkisindeki hata

2.2.2 Sabit Zaman Aralığı Kullanılmasından Oluşan Hatalar

Sabit zaman aralığı kullanılmasından oluşan hata incelenicek olursa, Şekil 2.7'de kuvvet - yer değiştirme ilişkisinde t_i zamanındaki *a* noktasında yer değiştirme; $\mathbf{u}_i$, pozitif işaretli hız; $\dot{\mathbf{u}}_i$'dir. Şekil 2.7'de *b* noktasında gösterildiği gibi sayısal integrasyonla t_{i+1} zamanındaki yer değiştirme; $\mathbf{u}_{i+1}$, hız; $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ olacaktır. Eğer $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ negatif olursa, zaman adımı boyunca *b'* noktasında hız sıfır olacak ve yer değiştirme azalmaya başlayacaktır. Eğer bu durum göz önünde bulundurulmayıp sonraki zaman adımını *b* noktası kabul edilip hesaplamalara devam edilirse, t_{i+2} zaman adımı sonunda yer değiştirme; $\mathbf{u}_{i+2}$, hız; $\dot{\mathbf{u}}_{i+2}$ *c* noktasında meydana gelir. Hızın sıfır olduğu *b'* noktası göz önünde bulundurulup hesaplamalara devam edilseydi, t_{i+2} zamanındaki yer değiştirme; $\mathbf{u}_{i+2}$, hız; $\dot{\mathbf{u}}_{i+2}$ *c'* noktasında olacaktı. Adım adım integrasyonla hızın her işaret değiştirdiği noktalarda elde edilen sonuçlarla gerçek çözümden uzaklaşılır ve sayısal sonuçlarda ciddi hatalar meydana gelir.



Şekil 2.7 Sabit zaman aralığı nedeniyle kuvvet-yer değiştirme ilişkisindeki hata

Bu hatalar iteratif yöntemlerle minimize edilebilir. Newmark'ın Yönteminde lineer sistemler için her zaman adımında çözülen Denklem (2.23) lineer olmayan sistemler için düzenlenirse;

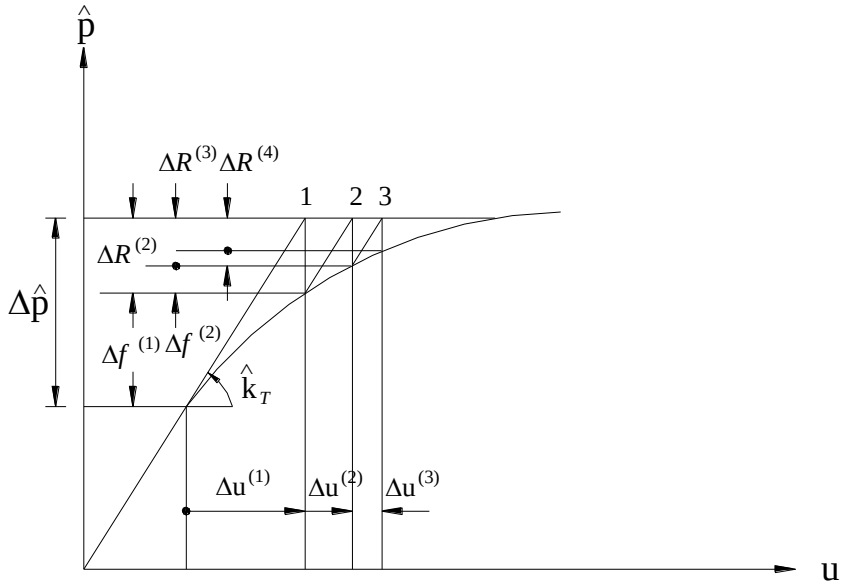
$$\hat{\mathbf{k}}_i \Delta \mathbf{u}_i = \Delta \hat{\mathbf{p}}_i \tag{2.32}$$

Burada $\hat{\mathbf{k}}_i$ ve $\Delta \hat{\mathbf{p}}_i$;

$$\hat{\mathbf{k}}_i = \mathbf{k}_i + \frac{\gamma}{\beta \Delta t}\mathbf{c} + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\mathbf{m} \quad , \quad \Delta \hat{\mathbf{p}}_i = \Delta \mathbf{p}_i + \mathbf{a}\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{b}\ddot{\mathbf{u}}_i \tag{2.33}$$

2.2.3 İterasyonlu Formülasyon

$\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{u}$ ilişkisi nonlineerdir. Çünkü teğet rijitlik matrisi; $\mathbf{k}_T$ yer değiştirme vektörü **u**'ya bağlıdır. Bu nedenle etkili teğet rijitlik matrisi; $\hat{\mathbf{k}}_T$ sabit değildir.



Şekil 2.8 Değiştirilmiş Newton - Raphson İterasyonu

Lineer olmayan bir sistemin statik analizizde $\hat{\mathbf{k}}_T = \mathbf{k}_T$ olduğundan $\hat{\mathbf{k}}_T$'deki nonlineerlik $\mathbf{k}_T$ ile aynıdır. Lineer olmayan dinamik analizde ise, kütle ve sönüm

matrislerinin etkileri $\hat{\mathbf{k}}_T$'nin nonlineerliğini düşürür. Çünkü $\frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\mathbf{m}$ ifadesi $\mathbf{k}_T$'den daha büyüktür.

Şekil 2.8'de Değiştirilmiş Newton - Raphson İterasyonu gösterilmiştir. İterasyonun ilk adımında aşağıdaki denklem uygulanır:

$$\hat{\mathbf{k}}_T \Delta\mathbf{u}^{(1)} = \Delta\hat{\mathbf{p}} \tag{2.34}$$

Bulunan $\Delta\mathbf{u}^{(1)}$ Şekil 2.6'da *b* noktasına denk gelmektedir. Şekil 2.6'da *b'* noktasına denk gelen $\Delta\mathbf{u}$'nun bulunması amaçlanır. $\Delta\mathbf{u}^{(1)}$ ile ilişkili gerçek kuvvet; $\Delta\hat{\mathbf{p}}$'den küçük olan $\Delta\mathbf{f}^{(1)}$'dir. Aradaki fark kuvveti;

$$\Delta\mathbf{R}^{(2)} = \Delta\hat{\mathbf{p}} - \Delta\mathbf{f}^{(1)} \tag{2.35}$$

Ek yer değiştirme vektörü; $\Delta\mathbf{u}^{(2)}$ aşağıdaki denklemden bulunur:

$$\hat{\mathbf{k}}_T \Delta\mathbf{u}^{(2)} = \Delta\mathbf{R}^{(2)} \tag{2.36}$$

Bulunan ek yer değiştirme vektörü ile yeni fark kuvvet vektörü bulunur ve yakınsama sağlanana kadar işlemler devam eder. Tablo 2.3'de Değiştirilmiş Newton - Raphson İterasyonu gösterilmiştir.

Tablo 2.3 Değiştirilmiş Newton – Raphson İterasyonu

1.0 Başlangıç Koşulları

1.1 $\mathbf{u}_{i+1}^{(0)} = \mathbf{u}_i \quad \mathbf{f}_S^{(0)} = (\mathbf{f}_S)_i \quad \Delta\mathbf{R}^{(1)} = \Delta\hat{\mathbf{p}}_i \quad \hat{\mathbf{k}}_T = \hat{\mathbf{k}}_i$

2.0 Her iterasyon adımı için hesaplamalar, j = 1, 2, 3, ...

2.1 $\hat{\mathbf{k}}_T \Delta\mathbf{u}^{(j)} = \Delta\mathbf{R}^{(j)} \Rightarrow \Delta\mathbf{u}^{(j)}$ çözümü.

2.2 $\mathbf{u}_{i+1}^{(j)} = \mathbf{u}_{i+1}^{(j-1)} + \Delta\mathbf{u}^{(j)}$.

2.3 $\Delta\mathbf{f}^{(j)} = \mathbf{f}_S^{(j)} - \mathbf{f}_S^{(j-1)} + (\hat{\mathbf{k}}_T - \mathbf{k}_i)\Delta\mathbf{u}^{(j)}$.

2.4 $\Delta\mathbf{R}^{(j+1)} = \Delta\mathbf{R}^{(j)} - \Delta\mathbf{f}^{(j)}$.

3.0 Bir sonraki iterasyonda yapılacak hesaplamalar. j yerine j+1 yazılarak 2.1 ile 2.4 arasında işlemler tekrarlanır.

Tablo 2.3'de 2.3 adımındaki $\Delta\mathbf{f}^{(j)}$ ifadesi statik analizde $\Delta\mathbf{f}^{(j)} = \mathbf{f}_S^{(j)} - \mathbf{f}_S^{(j-1)}$ terimleriyle hesaplanır. Denklemdeki geriye kalan terimler sistemin dinamiğinden kaynaklanmaktadır. $(\hat{\mathbf{k}}_T - \mathbf{k}_i)$ ile **c** ve **m** etkileri göz önünde bulundurulur.

λ adet iterasyondan sonra artımsal yer değiştirme vektörü; $\Delta\mathbf{u}^{(\lambda)}$ yeteri kadar küçük olunca iterasyon sonlanır. Bu vektörün küçüklüğü mevcut tahmini yer değiştirme vektörüne oranla olur:

$$\frac{\Delta\mathbf{u}^{(\lambda)}}{\Delta\mathbf{u}} < \varepsilon \tag{2.37}$$

t_i zamanından t_{i+1} zamanına giderken yer değiştirme artım vektörü;

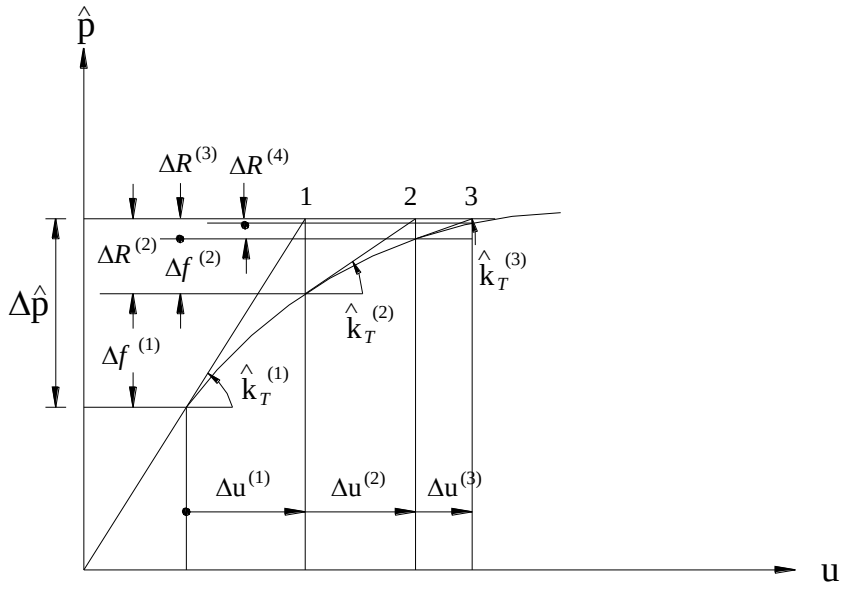
$$\Delta\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^{\lambda} \Delta\mathbf{u}^{(j)} \tag{2.38}$$

Orjinal Newton - Raphson İterasyonu Şekil 2.9'da gösterildiği gibi Değiştirilmiş Newton - Raphson İterasyonuna göre daha çabuk yakınsar. Bunun nedeni her iterasyon adımında teğet rijitlik matrisi; $\mathbf{k}_T^{(j)}$ ve etkili teğet rijitlik matrisi; $\hat{\mathbf{k}}_T^{(j)}$'nin hesaplanmasıdır. Her iterasyonda fark kuvvet vektörü; $\Delta\mathbf{R}^{(j)}$ daha da küçülür ve daha az adımda yakınsama sağlanır. Ancak her iterasyon adımında teğet rijitlik matrisinin güncellenmesi fazladan hesaplanmalar gerektirir.

Artımsal yer değiştirme vektörü; $\Delta\mathbf{u}_i$ bulunduktan sonra, hesaplamalar önceden anlatıldığı gibi devam eder. Artımsal hız ve ivme vektörleri;

$$\Delta\dot{\mathbf{u}}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta\mathbf{u}_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{u}}_i \tag{2.39}$$

$$\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta\mathbf{u}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{u}}_i \tag{2.40}$$



Şekil 2.9 Newton - Raphson İterasyonu

Çok serbestlik dereceli lineer olmayan bir sistemin hareket denkleminin direk çözümü ele alındığında, tüm mod etkileri için stabilitenin sağlanması gerekliliği Δt seçimine ciddi kısıtlamalar getirir. Örneğin; ilk *j* titreşim modunun hesaba katılması yeterli olan çok serbestlik dereceli bir sistemin *j*. doğal titreşim periyodu T_j =0.10 s olsun. Sistemin en yüksek titreşim moduna karşılık gelen doğal titreşim periyodu T_N =0.001 s olsun. Eğer adım adım integrasyonda doğrusal ivme değişimi yöntemi kullanılırsa, $\Delta t = T_j /10 = 0.01$ s seçilirse sayısal sonucun doğru olması beklenir. Ancak yöntemin stabilitesinin sağlanması için $\Delta t < 0.551 T_N = 0.00055$ s olması gerekir. Δt'nin bu kadar küçük seçilmesi ile sisteme etkiyen uyarının bir saniyesi için 2000 zaman adımı gerekli olacaktır. Bu bakımdan çok serbestlik dereceli lineer olmayan bir sistemin sayısal analizinde koşulsuz stabil yöntemler seçilmelidir. Tablo 2.4'de Newmark β Yöntemiyle lineer olmayan sistemlerin sabit ortalama ivme yöntemi ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$) ile hesap algoritması gösterilmiştir.

Tablo 2.4 Newmark β Yöntemiyle lineer olmayan sistemlerin sabit ortalama ivme yöntemi ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$) ile hesap algoritması

1.0 Başlangıç Koşulları

1.1 $\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{p}_0 - \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}_0 - (\mathbf{f}_S)_0 \Rightarrow \ddot{\mathbf{u}}_0$ çözümü.

1.2 Δt seçilmesi.

1.3 $\mathbf{a} = \frac{4}{\Delta t}\mathbf{m} + 2\mathbf{c}$; $\mathbf{b} = 2\mathbf{m}$.

2.0 Her t_i zaman adımı için hesaplamalar

2.1 $\Delta\hat{\mathbf{p}}_i = \Delta\mathbf{p}_i + \mathbf{a}\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{b}\ddot{\mathbf{u}}_i$.

2.2 Teğet rijitlik matrisinin belirlenmesi $\mathbf{k}_i$.

2.3 $\hat{\mathbf{k}}_i = \mathbf{k}_i + \frac{2}{\Delta t}\mathbf{c} + \frac{4}{(\Delta t)^2}\mathbf{m}$.

2.4 $\Delta\mathbf{u}_i$ 'nin iterasyonla çözümü.

2.5 $\Delta\dot{\mathbf{u}}_i = \frac{2}{\Delta t}\Delta\mathbf{u}_i - 2\dot{\mathbf{u}}_i$.

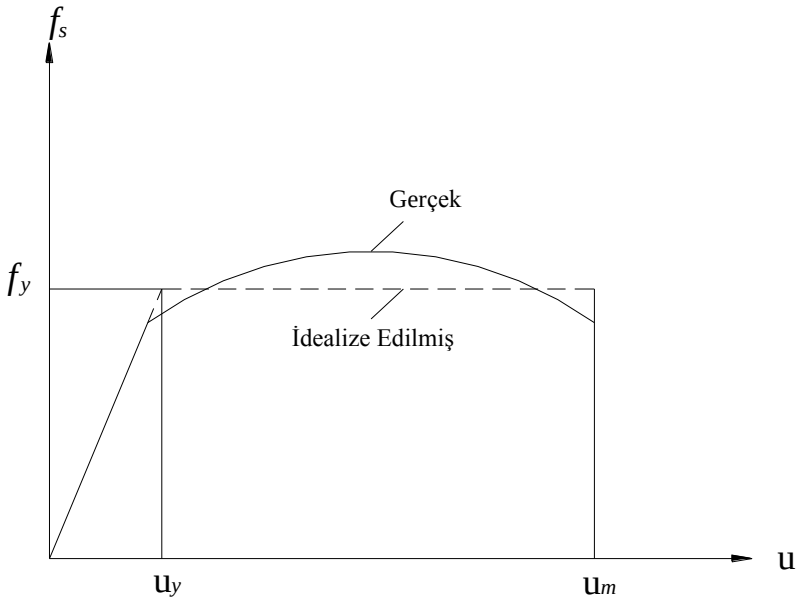
2.6 $\Delta\ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{4}{(\Delta t)^2}\Delta\mathbf{u}_i - \frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_i - 2\ddot{\mathbf{u}}_i$.

2.7 $\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta\mathbf{u}_i$; $\dot{\mathbf{u}}_{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta\dot{\mathbf{u}}_i$; $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} = \ddot{\mathbf{u}}_i + \Delta\ddot{\mathbf{u}}_i$.

3.0 Bir sonraki zaman adımında yapılacak hesaplamalar. *i* yerine *i*+1 yazılarak 2.1 ile 2.7 arasında işlemler tekrarlanır.

2.2.4 İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme İlişksi

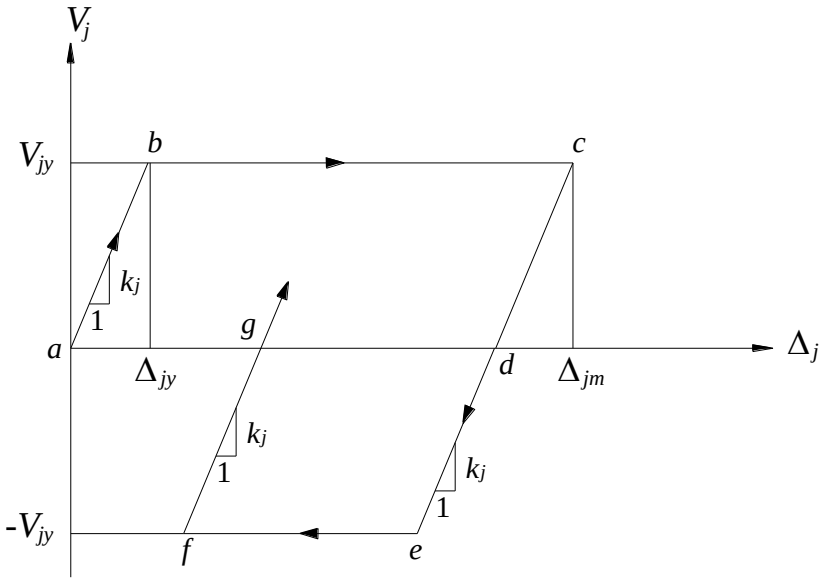
Şekil 2.10'da kuvvet - yer değiştirme ilişkisi başlangıç yüklemesi boyunca gerçek ve ideal elastoplastik davranış hali gösterilmiştir. En büyük yer değiştirme u_m 'de iki eğri altında kalan alan birbirine eşittir.



Şekil 2.10 Kuvvet - yer değiştirme ilişkisi; gerçek ve ideal elastoplastik

Çok serbestlik dereceli bir sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi başlangıç yüklemesi boyunca V_{jy} 'yi aşmadığı sürece sistem k_j kat rijitliği ile lineer elastiktir. Burada V_{jy} ; *j.* katın akma kuvvetidir. V_{jy} 'nin akmaya başladığı noktadaki yer değiştirmesi Δ_{jy} 'dir. Burada Δ_{jy} ; *j.* katın göreli akma yer değiştirmesidir. İdeal elastoplastik sistemler için akma sabit V_{jy} ile başlar. Şekil 2.11'de ideal elastoplastik sistemin *j.* kat için yükleme, boşaltma ve yeniden yükleme devirleri görilmektedir. Katın akma kuvveti her iki yöndeki yükleme için aynıdır [1].

Şekil 2.11'de *a* ve *b* noktaları arasında $V_j < V_{jy}$ olacağı için sistem lineer elastik bölgede kalacaktır. *b* noktasında akma başlayacak ve sistem *b* ve *c* noktaları arasında sabit $V_j = V_{jy}$ kuvveti ile akacaktır. *c* noktasında hız sıfır olunca sistemde deformasyonlar yön değiştirmeye başlayacak ve sistem *c* ve *d* noktaları arasında başlangıçtaki elastik kısma paralel olarak boşalmaya başlayacaktır.



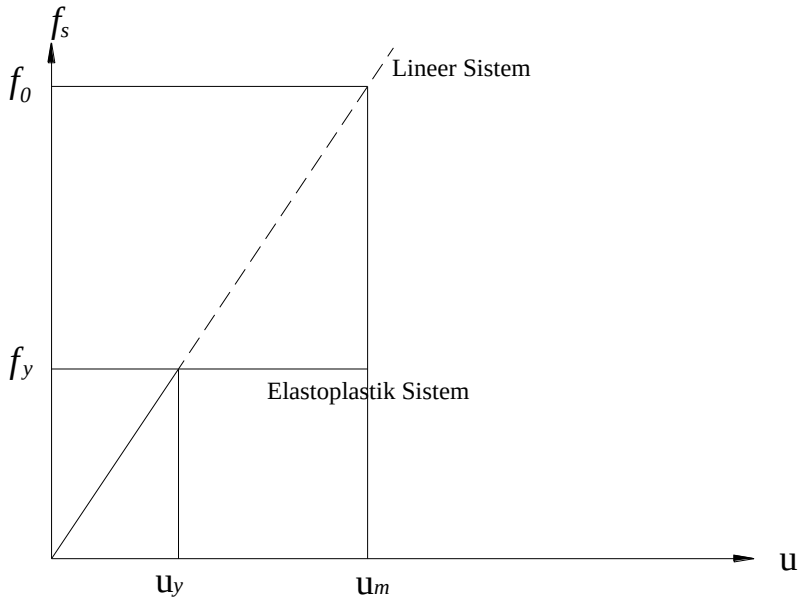
Şekil 2.11 İdeal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi

d noktasında sistem ters yönde yüklenmeye başlayacak ve *d* ve *e* noktaları arasında lineer elastik davranış devam edecektir. *e* noktasında ters yönde akma başlayacak ve sistem *e* ve *f* noktaları arasında sabit $V_j = -V_{jy}$ kuvveti ile akacaktır. *f* noktasında hız sıfır olunca sistemde deformasyonlar yön değiştirmeye başlayacak ve sistem *f* ve *g* arasında yeniden yüklenmeye başlayacaktır.

2.2.5 Yük Azaltım ve Süneklik Katsayıları

Deprem yer hareketi etkisi altında ideal elastoplastik bir sistemin vereceği en büyük yer değiştirmenin sistemin elastik olması halinde vereceği yer değiştirme ile karşılaştırılması Şekil 2.12'de gösterilmiştir. Şekil 2.12'de f_0 ve u_m; elastik sisteme ait en büyük kuvvet ve yer değiştirme, f_y ve u_y; ideal elastoplastik sisteme ait akma kuvveti ve akma yer değiştirmesidir. f_y ve f_0 arasındaki ilişki yük azaltım katsayısı R_y ile ilişkilendirilirse;

$$R_y = \frac{f_0}{f_y} \tag{2.41}$$



Şekil 2.12 İdeal elastoplastik sistem ve elastik sistem

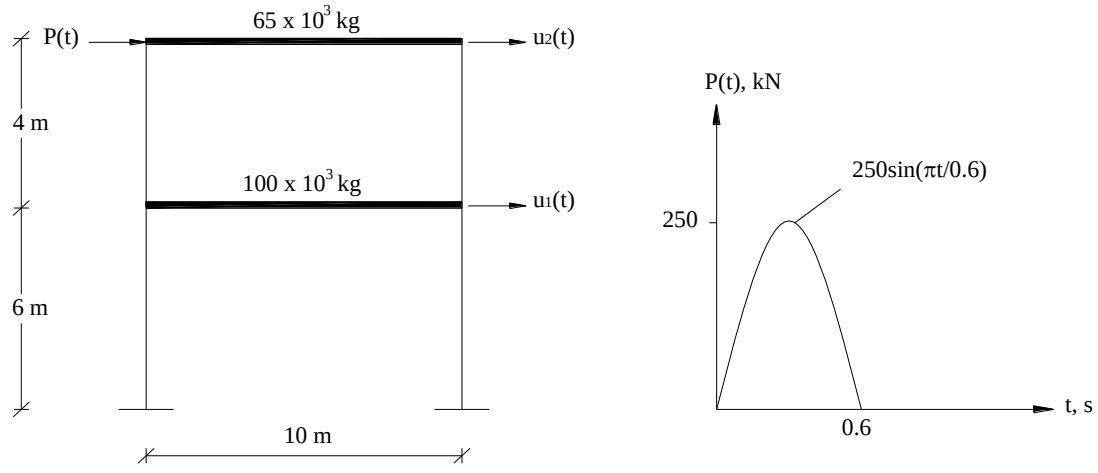
Sistem elastik olduğu durumda $R_y = 1$, elastik olmadığı durumda $R_y > 1$ dir. Deprem yer hareketi etkisi altında ideal elastoplastik bir sistemin en büyük yer değiştirmesi u_m'nin akma yer değiştirmesi u_y'ye oranı süneklik katsayısı; μ olarak adlandırılır:

$$\mu = \frac{u_m}{u_y} \tag{2.42}$$

3. İKİ SERBESTLİK DERECELİ BİR SİSTEMİN LİNEER VE LİNEER OLMAYAN ANALİZİ

3.1. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde Lineer Analizi

Şekil 3.1'de görülen iki serbestlik dereceli düzlem kayma çerçevesinin uyarıcı kuvvet etkisi altındaki davranışı tayin edilecektir. Sönümsüz olduğu kabul edilen sistem t = 0.6 s 'den sonra serbest titreşim hareketi yapacaktır.



Şekil 3.1 İki serbestlik dereceli sistem ve uyarıcı kuvvet grafiği

Δt = 0.02 s

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 65 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 86625 & -66825 \\ -66825 & 66825 \end{bmatrix}$$

Başlangıç koşulları; $\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ve $\dot{\mathbf{u}}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ olarak verilmiştir. Sistemin serbest titreşim frekansları Denklem (3.1) ile hesaplanırsa;

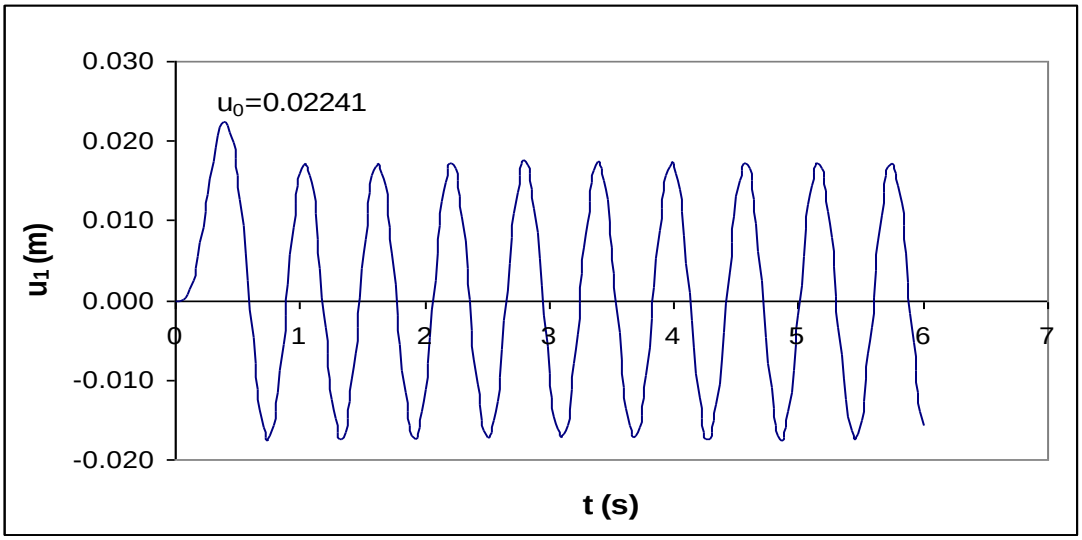
$$\left[\mathbf{k} - \mathbf{m}\omega^2\right]\mathbf{\Phi} = 0 \qquad (3.1)$$

$\omega_1 = 10.69$ rad/s ; $\omega_2 = 42.20$ rad/s ve $\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0.88876 & -0.73135 \\ 1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$ olarak bulunur.

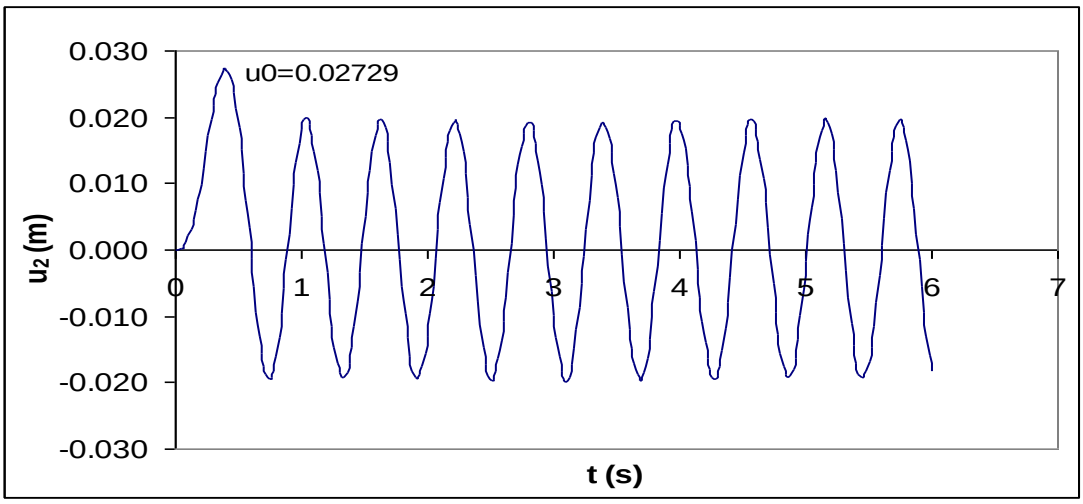
Sistemin lineer analizi doğrusal ivme değişimi yöntemiyle (γ= 1/2, β=1/6) Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır. Yöntemin stabilite koşulu; $\Delta t \le 0.551 T_2$ 'dir.

$T_2 = \dfrac{2\pi}{42.20} = 0.149\,\text{s} \;\Rightarrow\; \Delta t = 0.02 < 0.551 T_2 = 0.082$ koşul sağlanır.

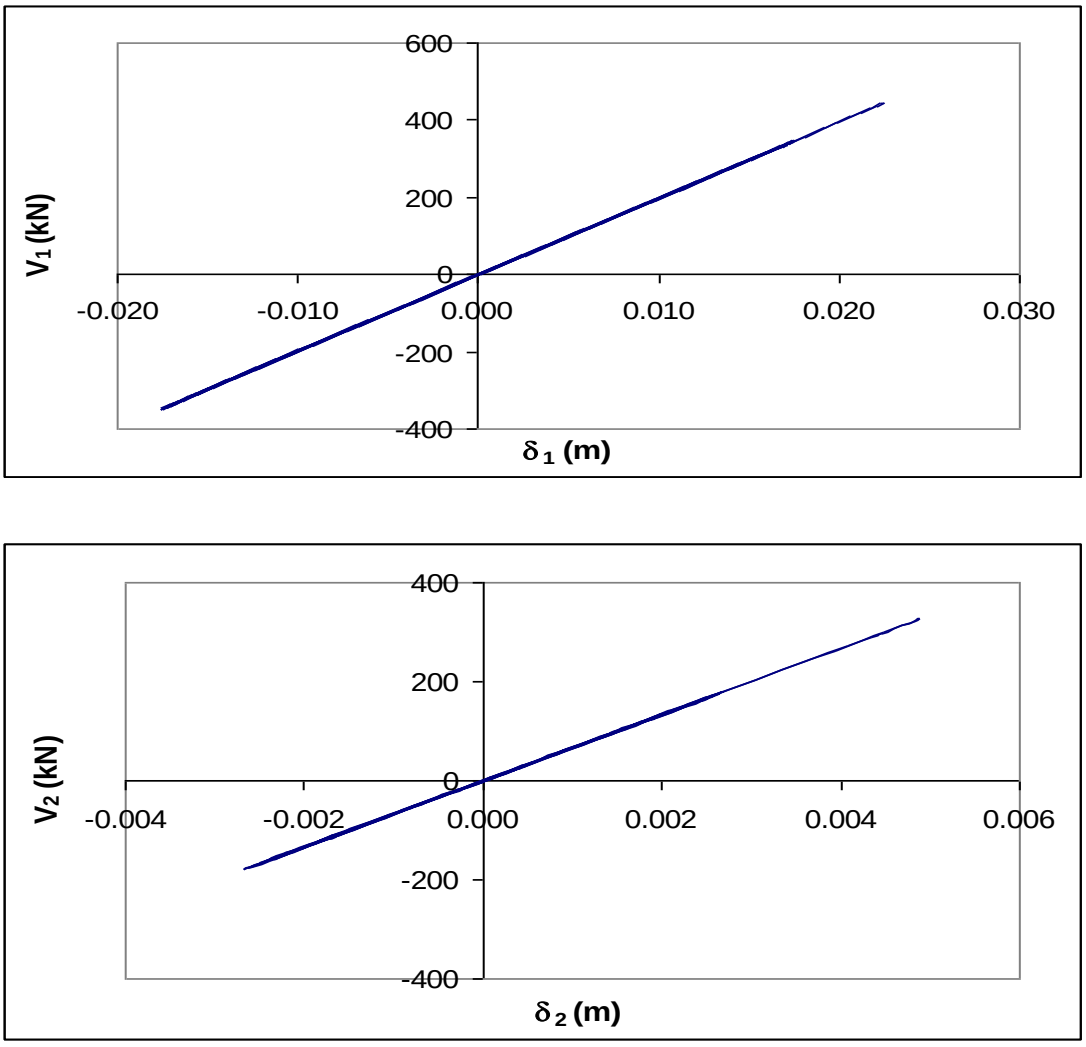
Buna göre sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafiği Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Şekil 3.2'de 1.katta en büyük yer değiştirme *t* = 0.40 s'de meydana gelmekte olup u_{10} = 0.02241 m'dir. Şekil 3.3'de 2.katta en büyük yer değiştirme *t* = 0.40 s'de u_{20} = 0.02729 m'dir.



Şekil 3.2 Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği



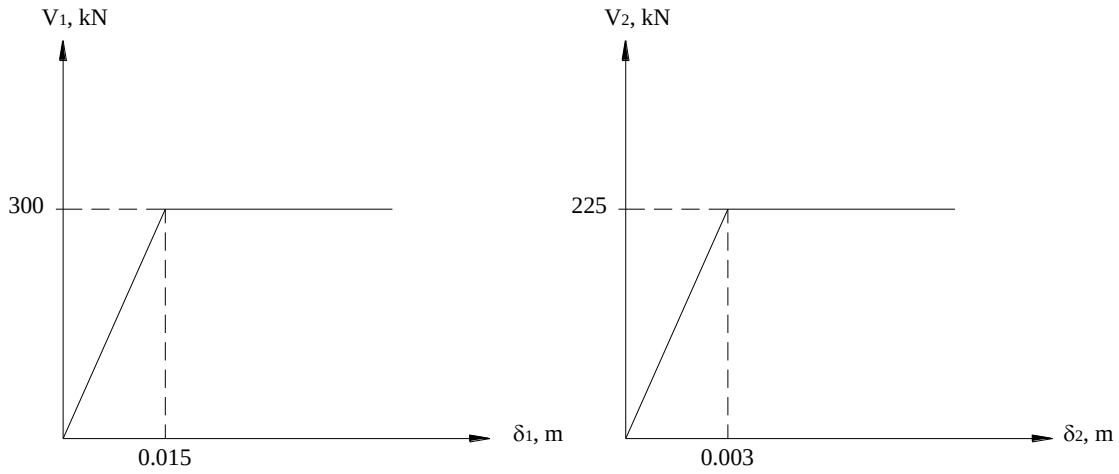
Şekil 3.3 Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği



Şekil 3.4 Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1. ve 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafikleri

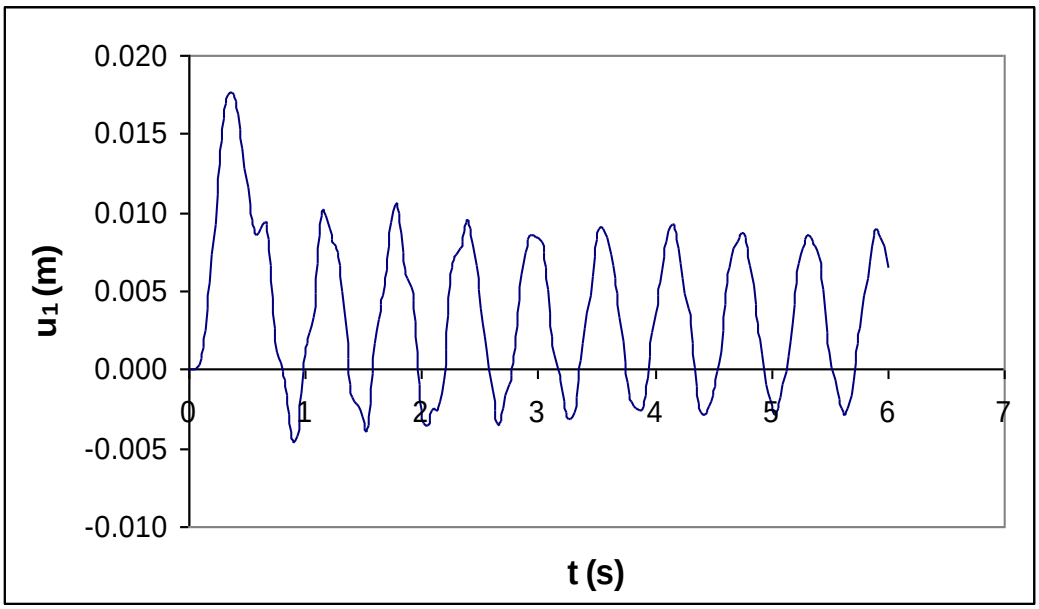
3.2. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde Lineer Olmayan Analizi

İki serbestlik dereceli düzlem kayma çerçevesinin uyarıcı kuvvet etkisi altındaki lineer olmayan analizi sabit ortalama ivme yöntemi ($\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$) ile ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır. Sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi Şekil 3.5'deki gibidir:

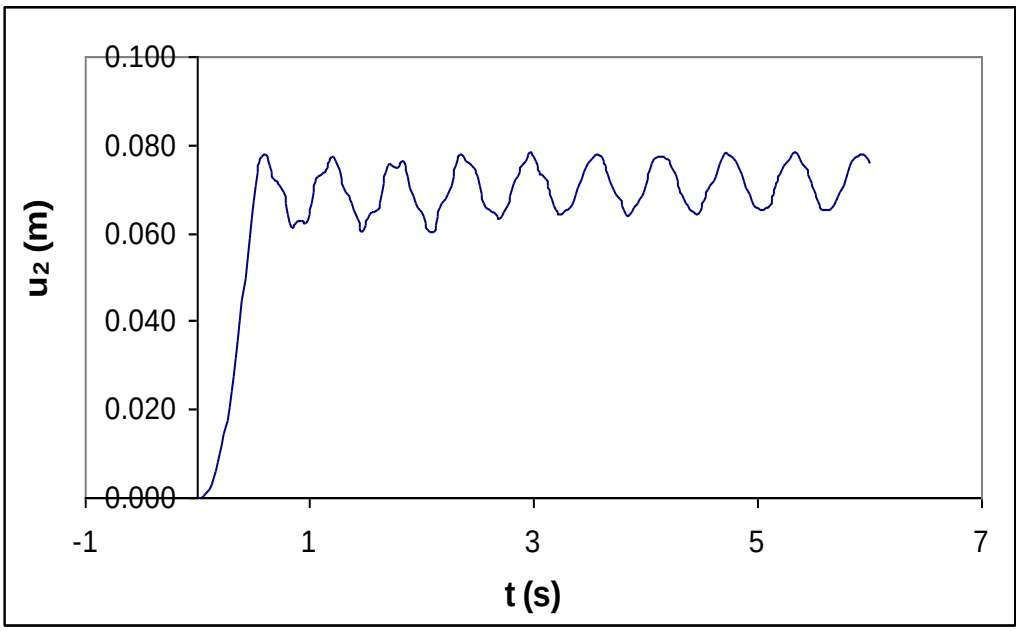


Şekil 3.5 Sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi

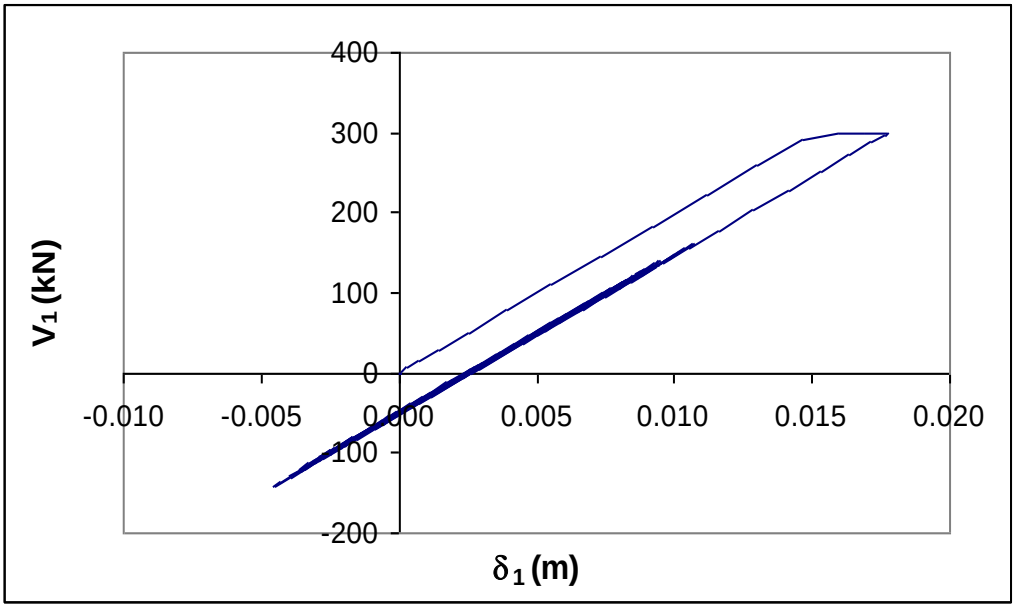
Sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafiği Şekil 3.6 ve Şekil 3.7'de gösterilmiştir. Şekil 3.6'da 1.katta en büyük yer değiştirme t = 0.36 s'de meydana gelmekte olup u_{1m} = 0.01773 m'dir. Şekil 3.7'de 2.katta en büyük yer değiştirme ise t = 0.60 s'de meydana gelmekte olup u_{2m} = 0.07778 m'dir. Sistemde oluşan kalıcı yer değiştirmeler; 1.katta δ_{1p} = 0.002376 m, 2.katta δ_{2p} = 0.06559 m'dir. Yer değiştirme zaman grafiklerinde görüldüğü gibi t = 0.60 s'den sonra uyarıcı kuvvet etkisi bittiği için sistem serbest titreşim hareketi yapmaktadır.



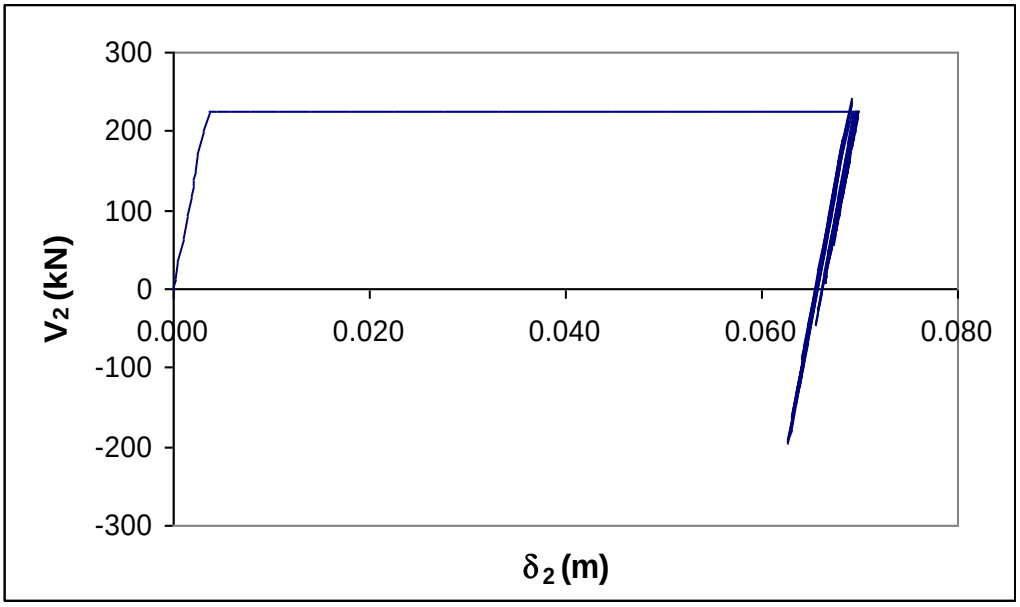
Şekil 3.6 İdeal Elastoplastik Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.Kat YerDeğiştirme - Zaman Grafiği



Şekil 3.7 İdeal Elastoplastik Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat YerDeğiştirme - Zaman Grafiği



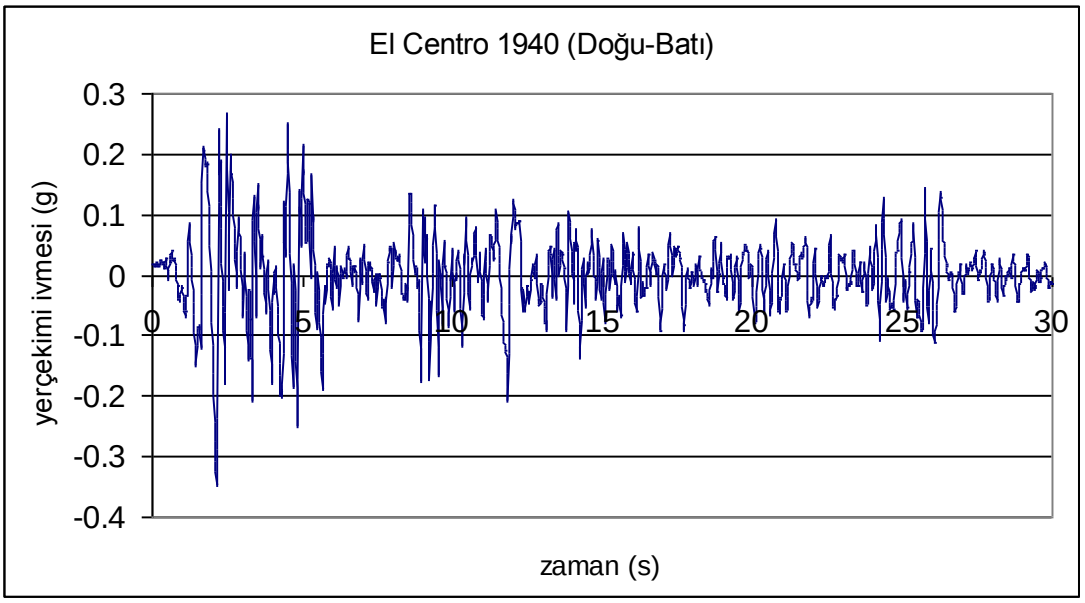
Şekil 3.8 Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği



Şekil 3.9 Sistemin Uyarıcı Kuvvet Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği

3.3. İki Serbestlik Dereceli Sistemin El Centro Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Analizi

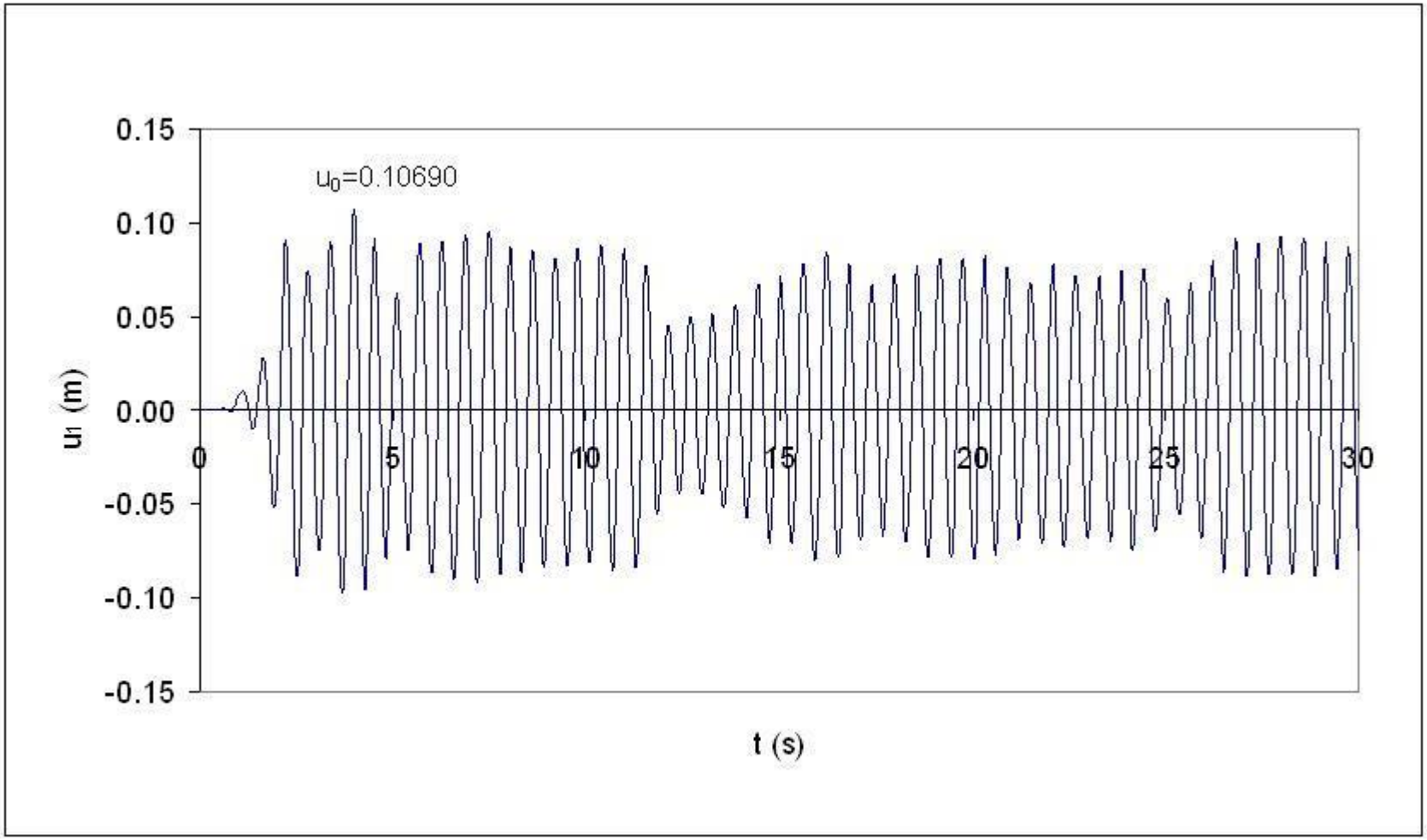
İki serbestlik dereceli sistemin El Centro (doğu-batı) 18 Mayıs 1940 deprem yer hareketi etkisi altında lineer analizi yapılmıştır. El Centro (doğu-batı) deprem kaydı için ivme izi grafiğinde en büyük ivme t = 2.12 s'de meydana gelmekte olup $(\ddot{u}_g)_m$ = -0.348g 'dir.



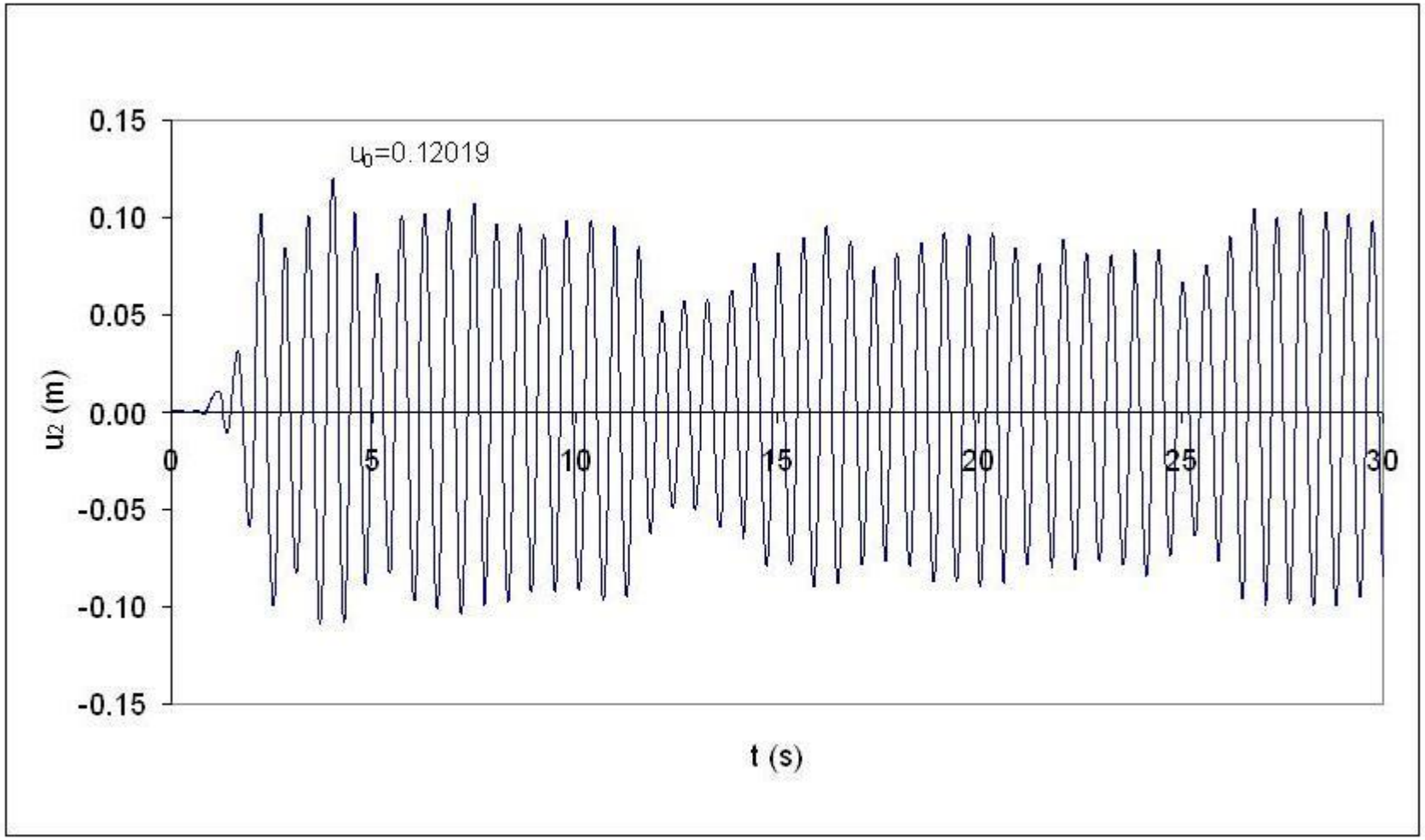
Şekil 3.10 El Centro 1940 (Doğu-Batı) için İvme-Zaman Grafiği

Şekil 3.1'de verilen sistemin lineer analizi Newmark'ın doğrusal ivme değişimi yöntemiyle (γ= 1/2, β =1/6) Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır.

Buna göre sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafiği Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'de gösterilmiştir. 1.katta en büyük yer değiştirme t = 3.98 s'de meydana gelmekte olup u_{10} = 0.10690 m'dir. 2.katta en büyük yer değiştirme t = 3.98 s'de u_{20} = 0.12019 m'dir.

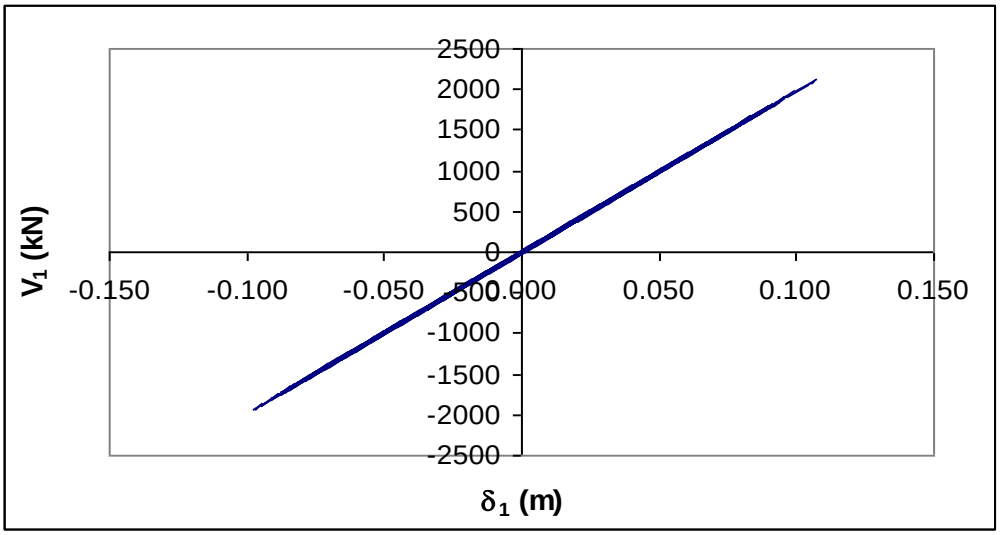


Şekil 3.11 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

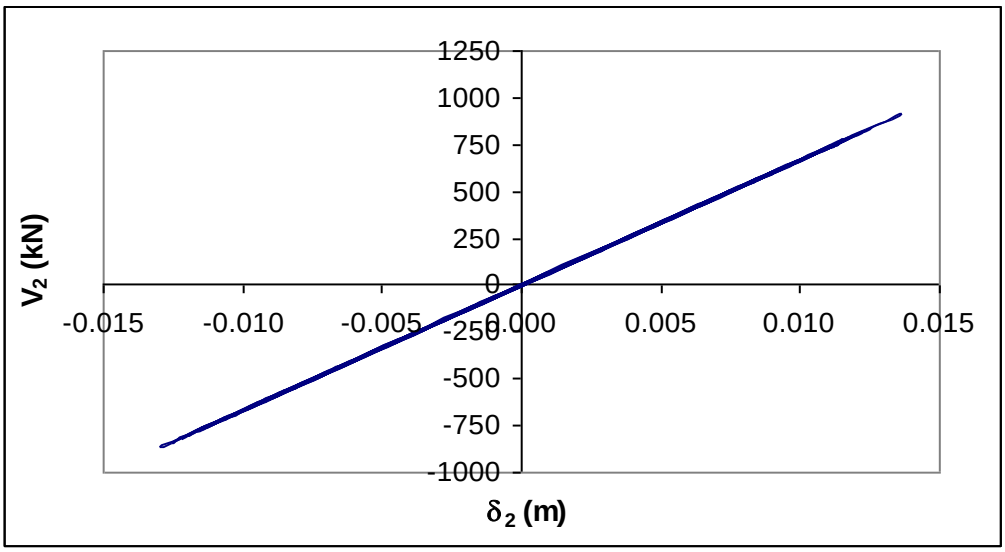


Şekil 3.12 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

Sistemin 1. ve 2. katlara ait kuvvet – yer değiştirme grafikleri Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'de gösterilmiştir. Şekil 3.13'te 1. katta en büyük elastik kuvvet V_1=2116.56 kN, Şekil 3.14'de 2.katta en büyük elastik kuvvet V_2=866.48 kN'dur.



Şekil 3.13 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği

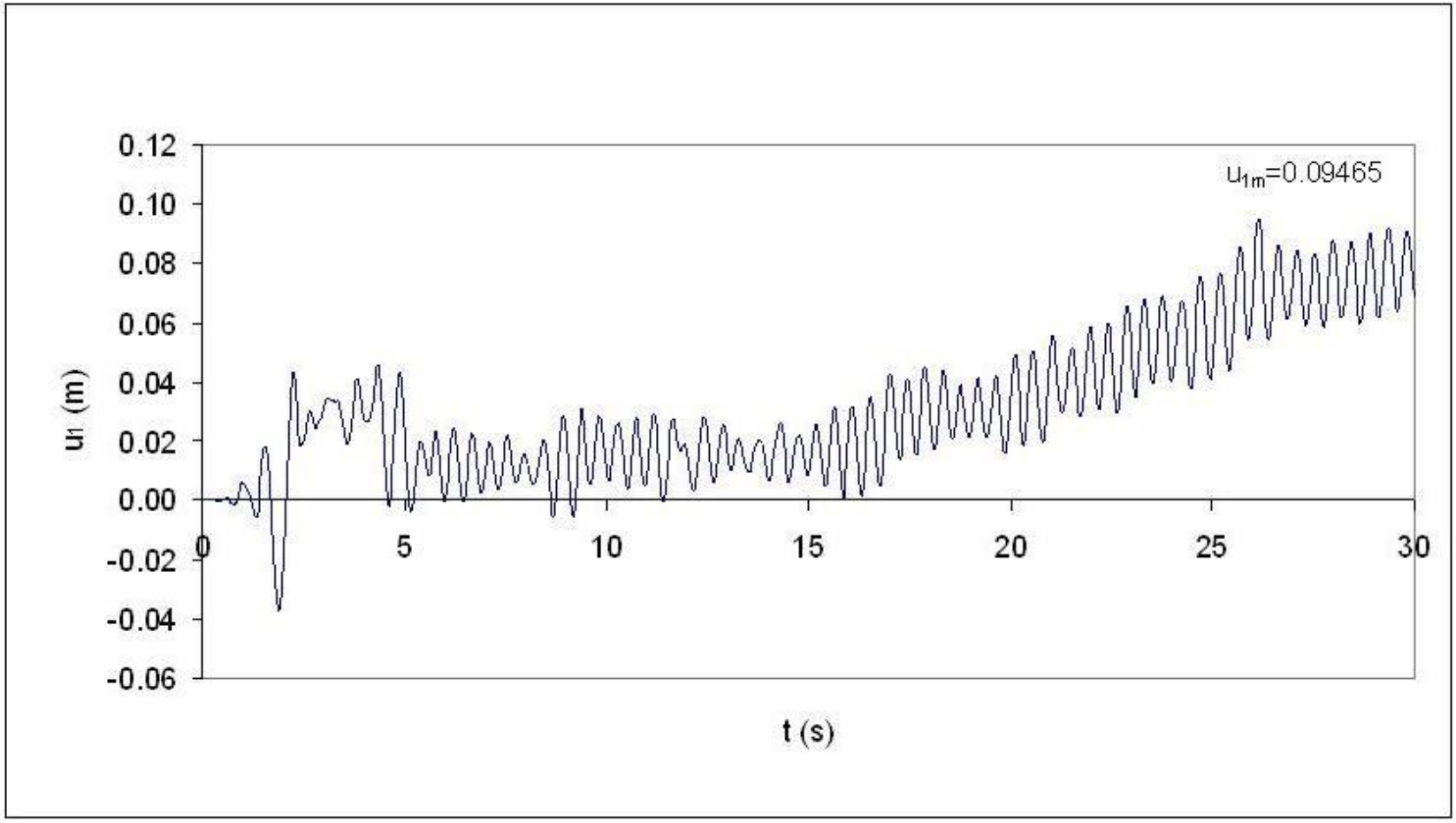


Şekil 3.14 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği

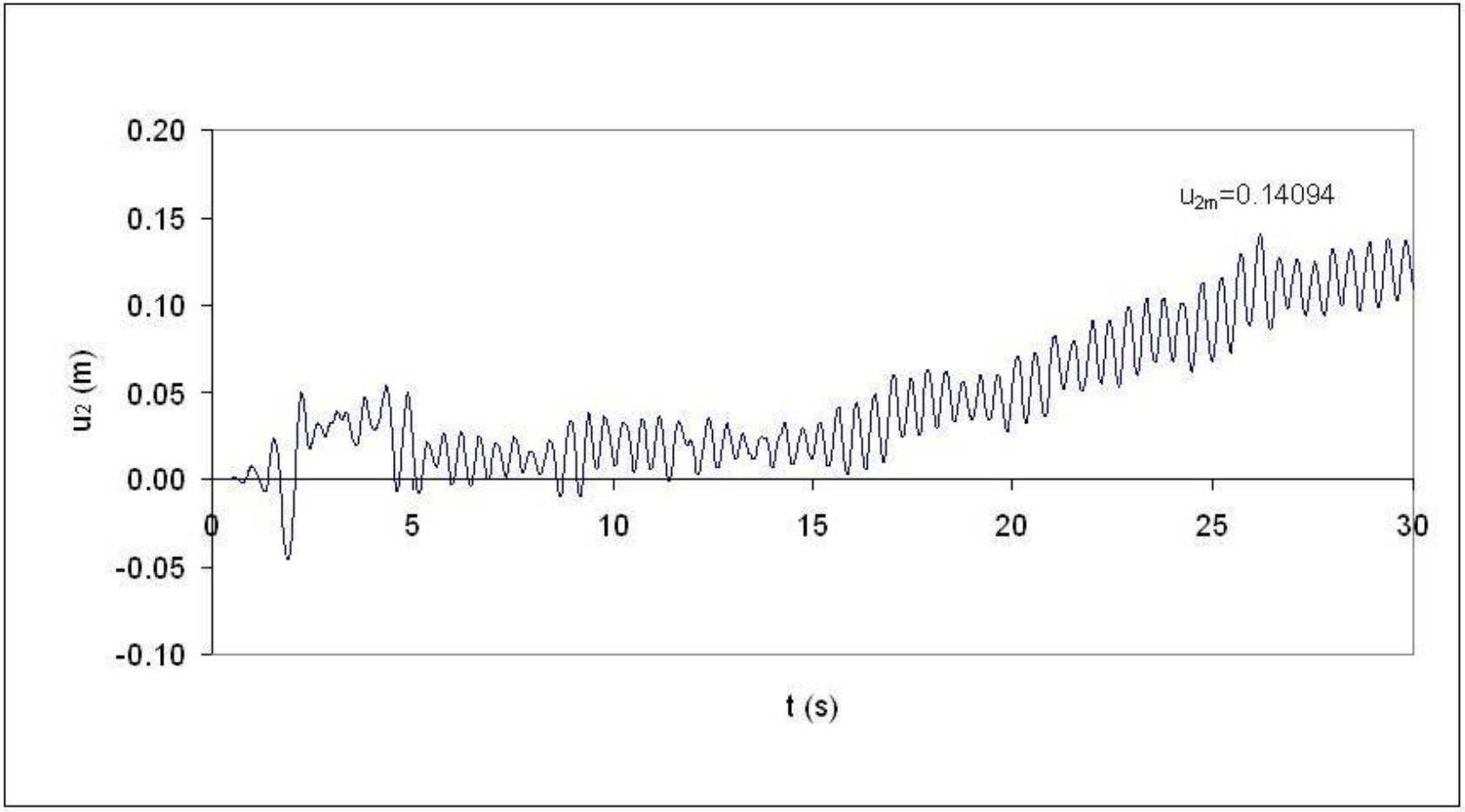
3.4. İki Serbestlik Dereceli Sistemin El Centro Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Olmayan Analizi

İki serbestlik dereceli sistemin El Centro (doğu-batı) 18 Mayıs 1940 deprem yer hareketi etkisi altında lineer olmayan analizi sabit ortalama ivme yöntemi (γ= 1/2, β =1/4) ile ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır. Sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi Şekil 3.5'deki gibidir.

Sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafikleri Şekil 3.15 ve Şekil 3.16'da gösterilmiştir. Şekil 3.15'de 1.katta en büyük yer değiştirme t = 26.16 s'de meydana gelmekte olup u_{1m} = 0.09465 m'dir. Şekil 3.16'da 2.katta en büyük yer değiştirme ise t = 26.18 s'de meydana gelmekte olup u_{2m} = 0.14094 m'dir. Sistemde oluşan kalıcı yer değiştirmeler; 1.katta δ_{1p} = 0.06864 m, 2.katta δ_{2p} = 0.04056 m'dir.



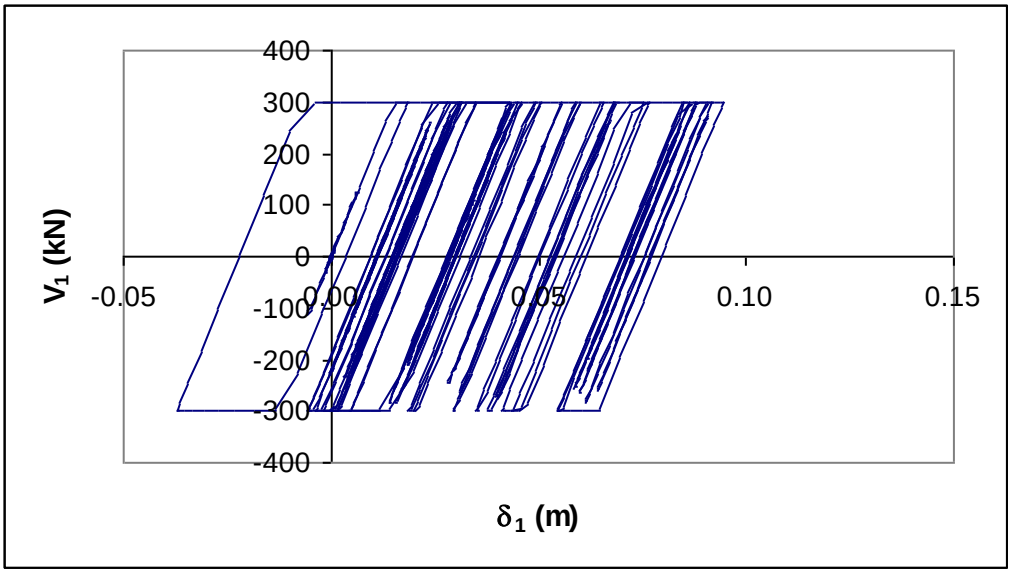
Şekil 3.15 İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği



Şekil 3.16 İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

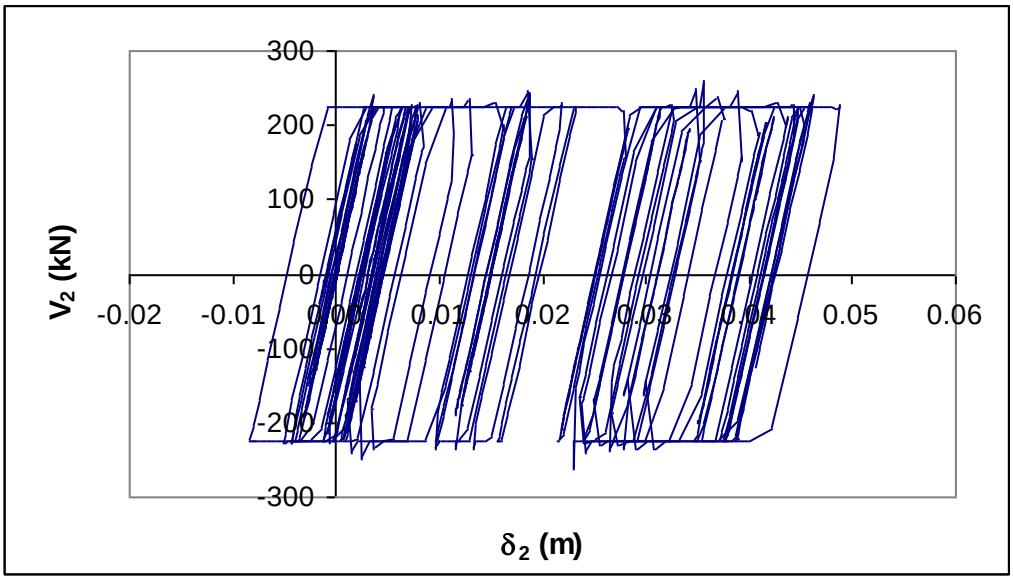
Sistemin 1940 El Centro (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisi altında 1. ve 2. katlara ait ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme grafikleri Şekil 3.17 ve Şekil 3.18'de gösterilmiştir.

1.Katın göreli akma yer değiştirmesi δ_{1y} = 0.01515 m, en büyük göreli yer değiştirme δ_{1m} = 0.09465 m'dir. Süneklik katsayısı $\mu = \frac{\delta_{1m}}{\delta_{1y}} = \frac{0.09465}{0.01515} = 6.25$'dir.



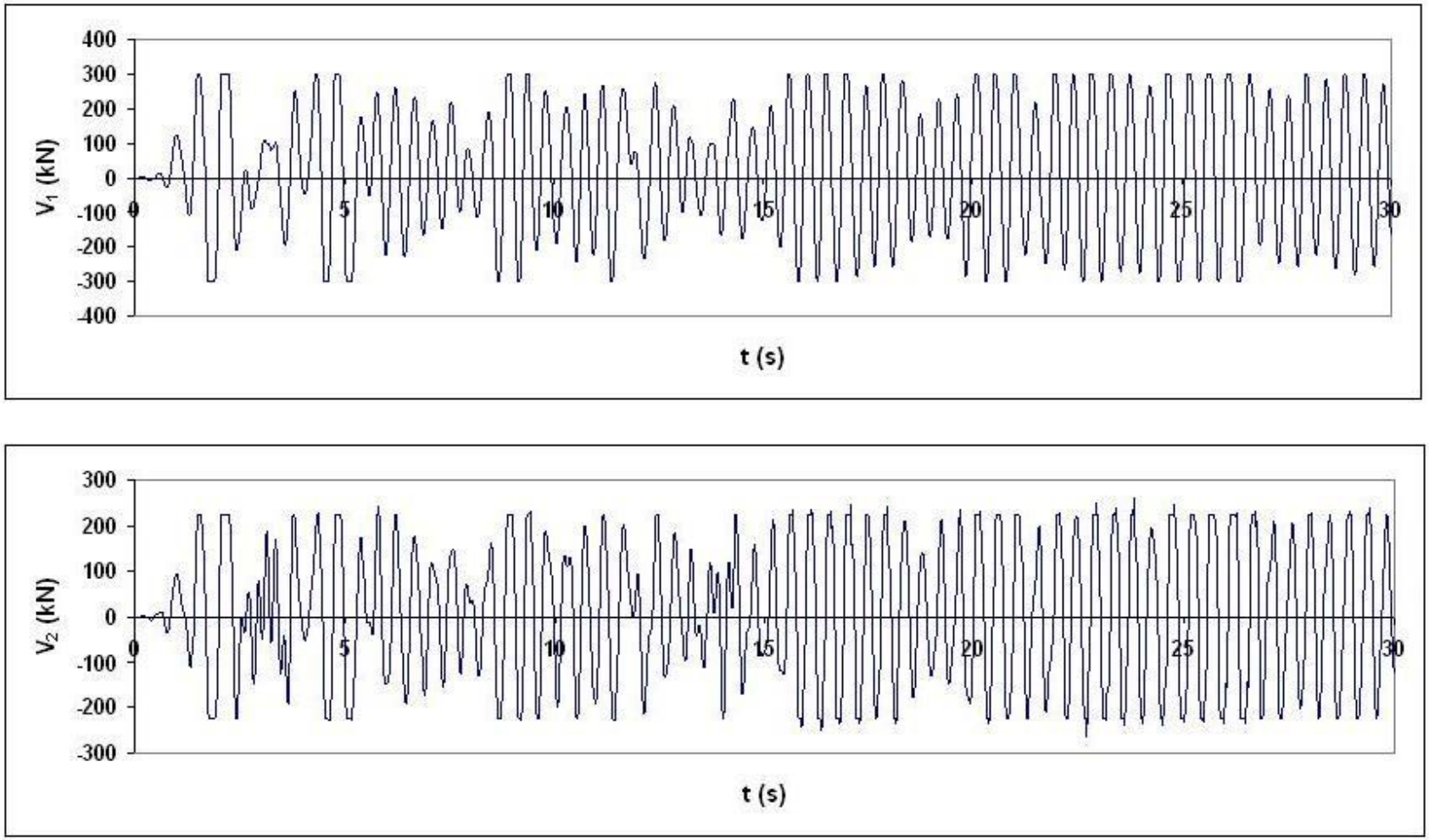
Şekil 3.17 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği

2.Katın göreli akma yer değiştirmesi δ_{2y}= 0.00337 m, en büyük göreli yer değiştirme δ_{2m} = 0.04870 m'dir. Süneklik katsayısı $\mu = \frac{\delta_{2m}}{\delta_{2y}} = \frac{0.04870}{0.00337} = 14.45$'dir.



Şekil 3.18 Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği

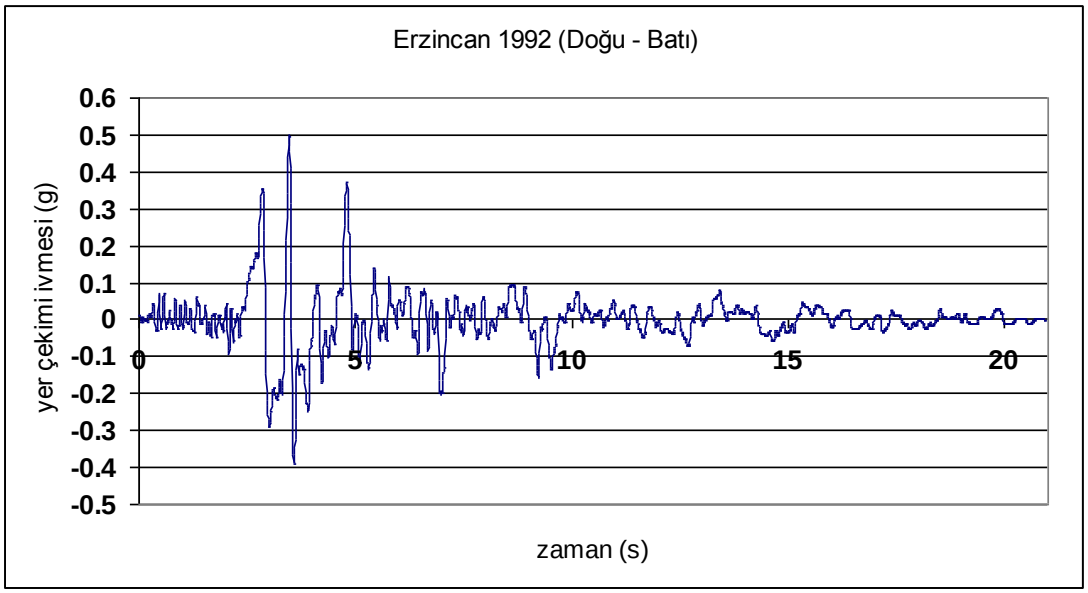
Şekil 3.19'da ideal elastoplastik sistemin 1940 El Centro (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisinde 1. ve 2. katların kuvvet – zaman grafiği gösterilmiştir.



Şekil 3.19 İdeal Elastoplastik Sistemin 1940 El Centro (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde Kuvvet – Zaman Grafiği

3.5. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Erzincan Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Analizi

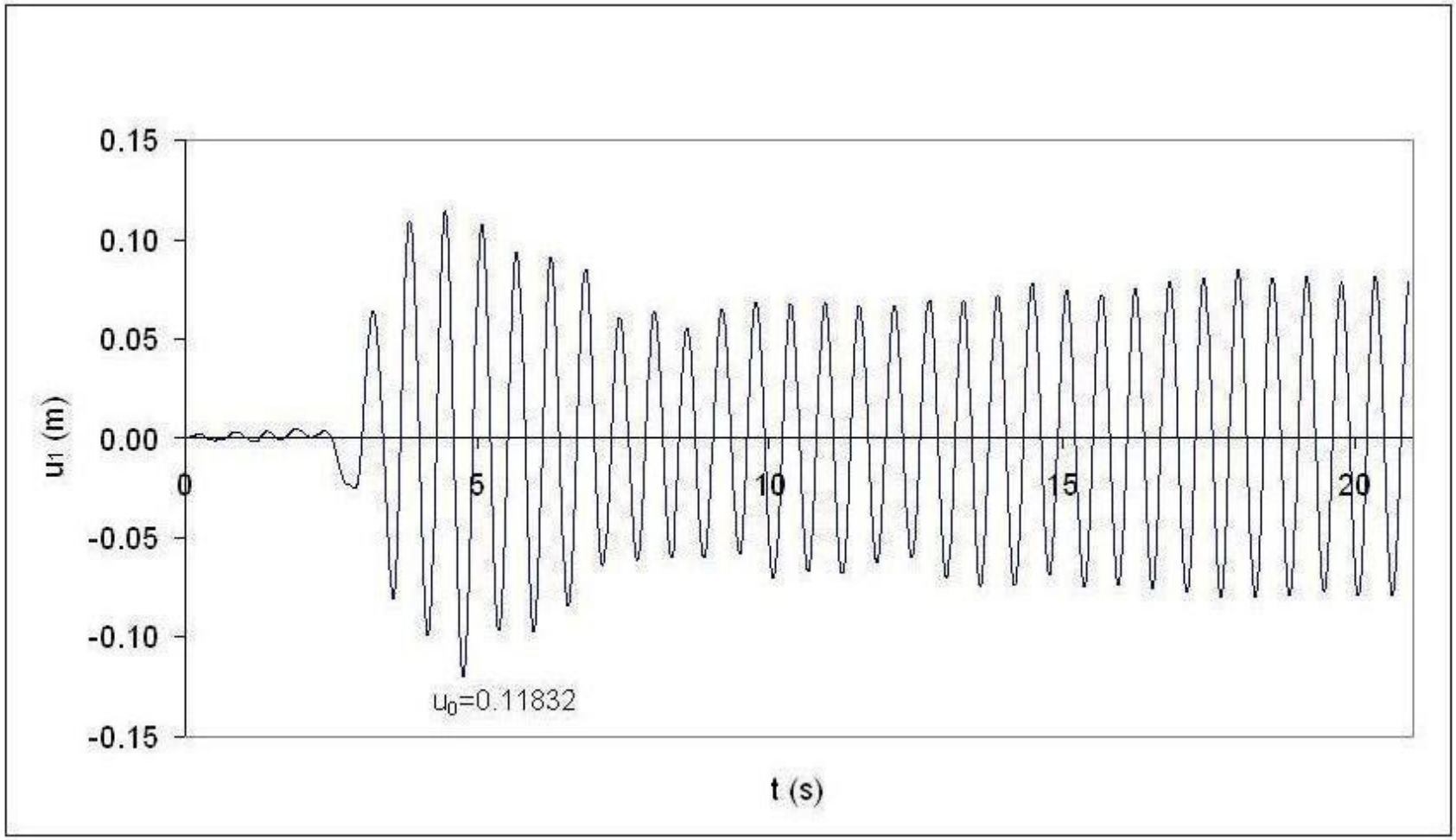
İki serbestlik dereceli sistemin 13 Mart 1992 Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisi altında lineer analizi yapılmıştır. Erzincan (doğu-batı) deprem kaydı için ivme izi grafiğinde en büyük ivme t = 3.47 s'de meydana gelmekte olup $(\ddot{u}_g)_m$ = 0.498g 'dir.



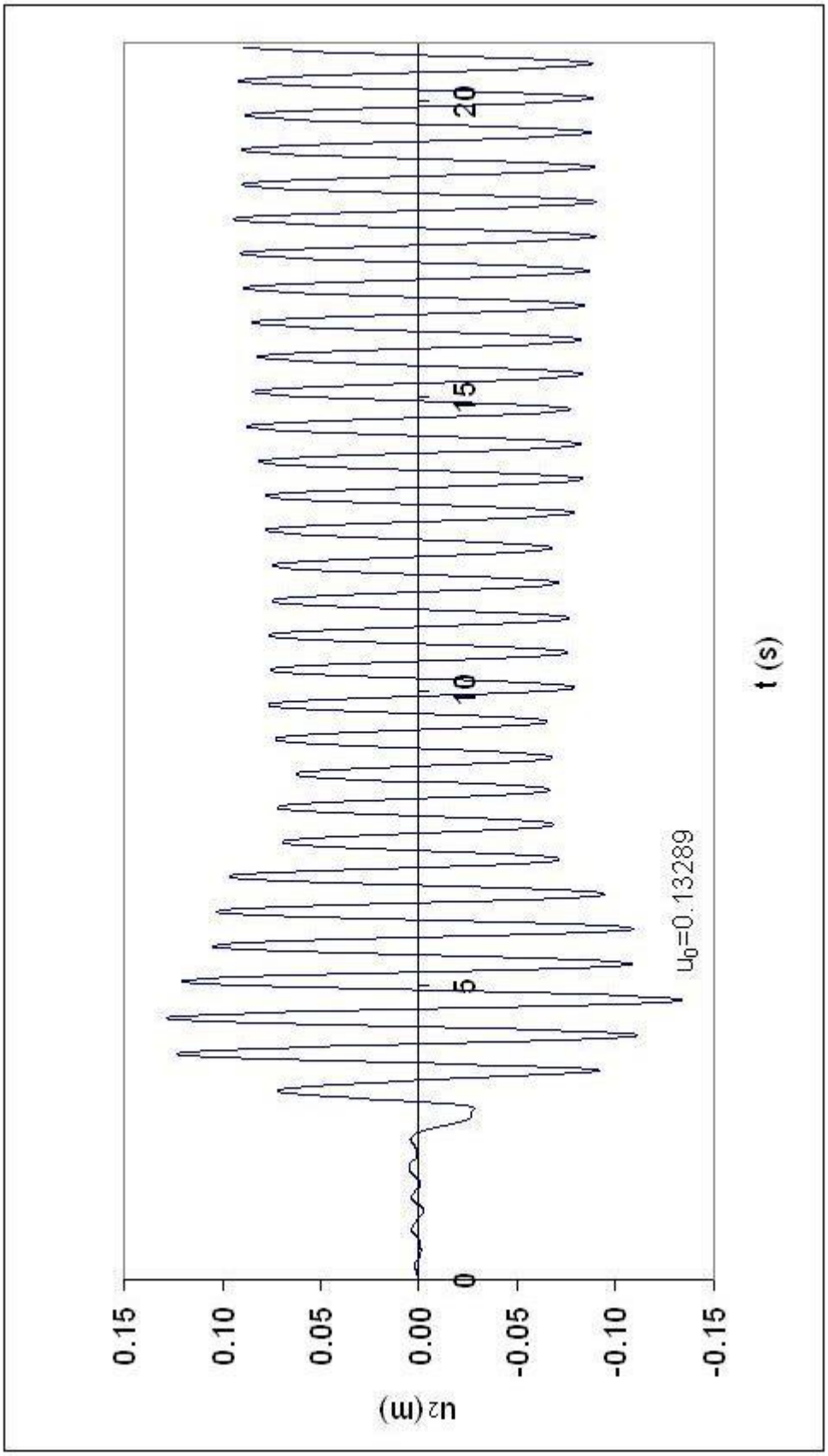
Şekil 3.20 Erzincan 1992 (Doğu-Batı) İçin İvme – Zaman Grafiği

Şekil 3.1'de verilen sistemin lineer analizi Newmark'ın doğrusal ivme değişimi yöntemiyle (γ= 1/2, β =1/6) Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır.

Buna göre sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafiği Şekil 3.21 ve Şekil 3.22'de gösterilmiştir. 1.katta en büyük yer değiştirme t = 4.76 s'de meydana gelmekte olup u_{10} = 0.11832 m'dir. 2.katta en büyük yer değiştirme t = 4.76 s'de u_{20} = 0.13289 m'dir.

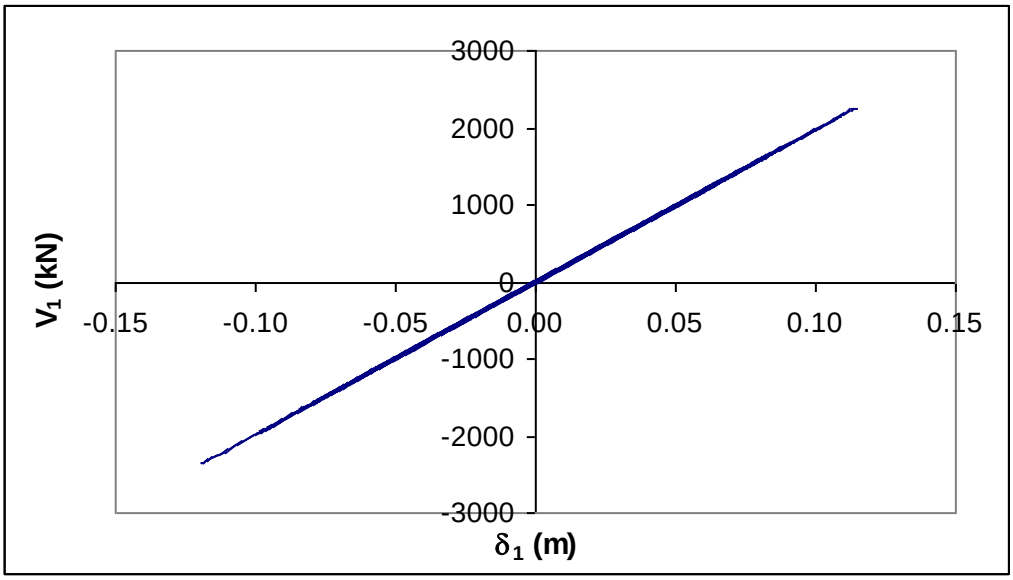


Şekil 3.21 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

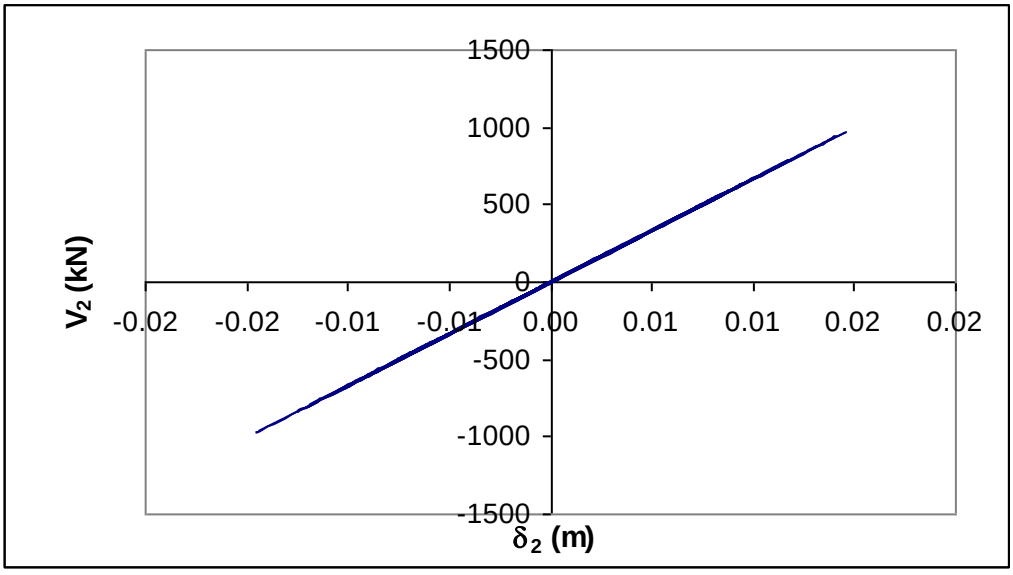


Şekil 3.22 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

Sistemin 1. ve 2. katlara ait kuvvet – yer değiştirme grafikleri Şekil 3.23 ve Şekil 3.24'de gösterilmiştir. Şekil 3.23'te 1. katta en büyük elastik kuvvet V_1=2342.76 kN, Şekil 3.24'de 2.katta en büyük elastik kuvvet V_2=975.86 kN'dur.



Şekil 3.23 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği

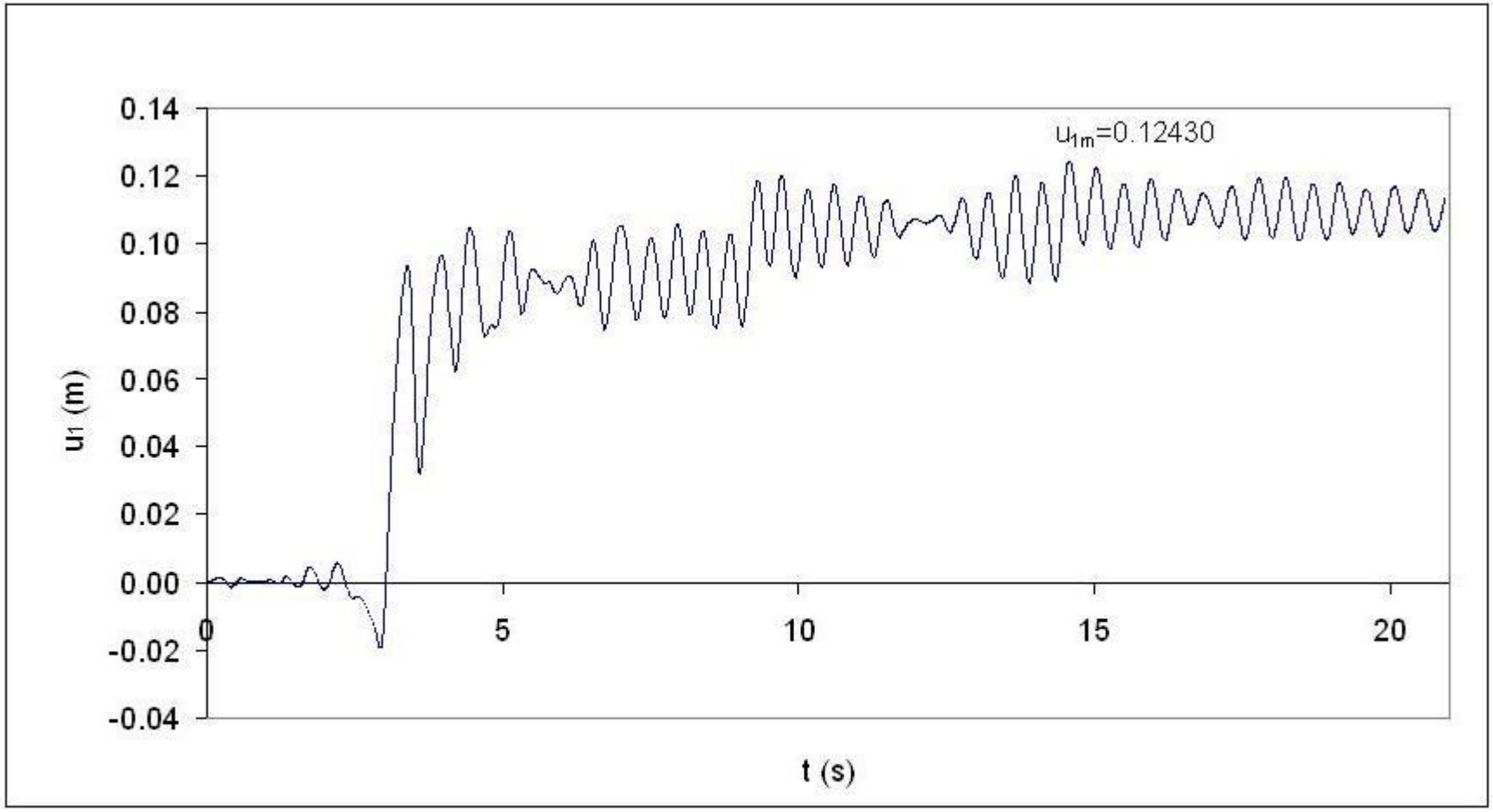


Şekil 3.24 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Kuvvet - Yer Değiştirme Grafiği

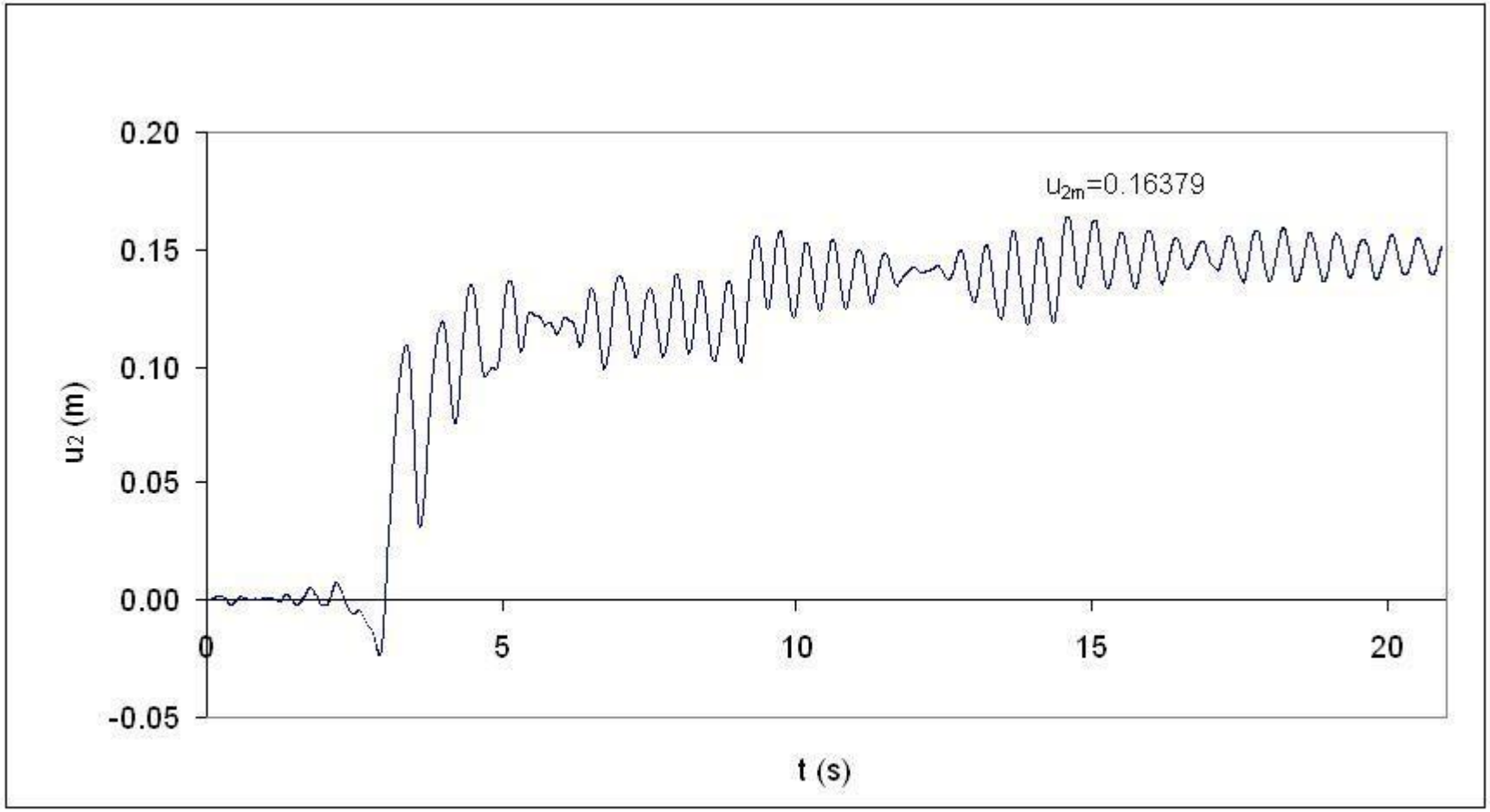
3.6. İki Serbestlik Dereceli Sistemin Erzincan Deprem Yer Hareketi Etkisi Altında Lineer Olmayan Analizi

İki serbestlik dereceli sistemin 13 Mart 1992 Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisi altında lineer olmayan analizi sabit ortalama ivme yöntemi (γ= 1/2, β =1/4) ile ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak Visual Basic'de hazırlanan program yardımıyla yapılmıştır. Sistemin ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi Şekil 3.5'deki gibidir.

Sistemin 1. ve 2. katlara ait yer değiştirme - zaman grafikleri Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'da gösterilmiştir. Şekil 3.25'de 1.katta en büyük yer değiştirme t = 14.58 s'de meydana gelmekte olup u_{1m} = 0.12430 m'dir. Şekil 3.26'da 2.katta en büyük yer değiştirme ise t = 14.59 s'de meydana gelmekte olup u_{2m} = 0.16379 m'dir. Sistemde oluşan kalıcı yer değiştirmeler; 1.katta δ_{1p} = 0.11382 m, 2.katta δ_{2p} = 0.03824 m'dir.



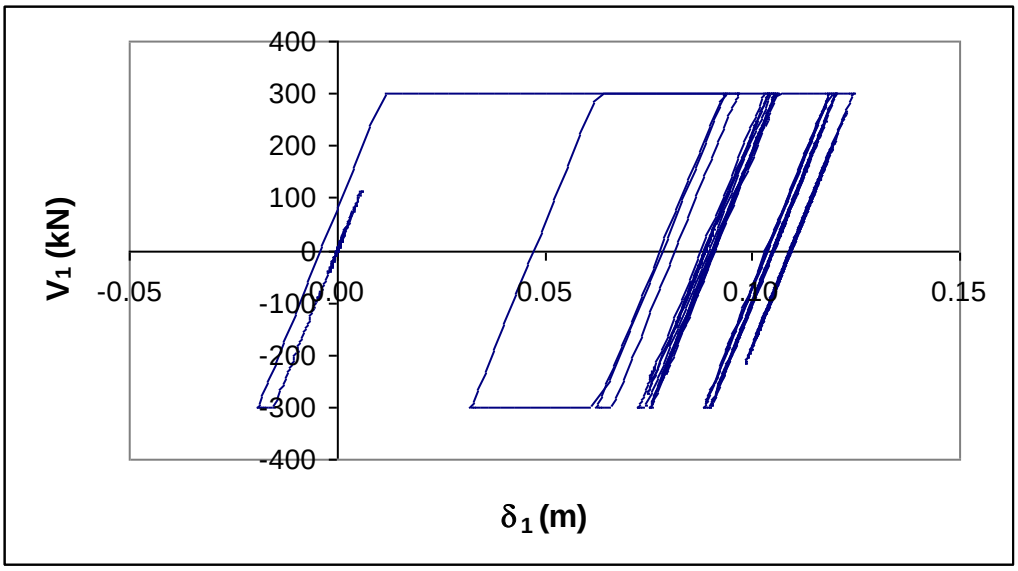
Şekil 3.25 İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği



Şekil 3.26 İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat Yer Değiştirme – Zaman Grafiği

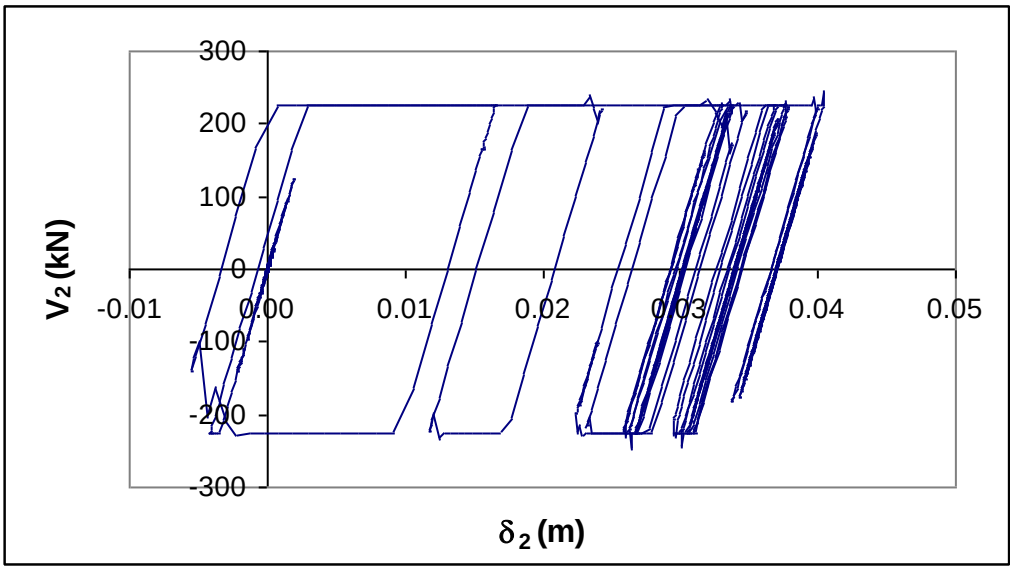
Sistemin 1992 Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisi altında 1. ve 2. katlara ait ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme grafikleri Şekil 3.27 ve Şekil 3.28'de gösterilmiştir.

1.Katın göreli akma yer değiştirmesi $\delta_{1y} = 0.01515$ m, en büyük göreli yer değiştirme $\delta_{1m} = 0.12430$ m'dir. Süneklik katsayısı $\mu = \frac{\delta_{1m}}{\delta_{1y}} = \frac{0.12430}{0.01515} = 8.21$ 'dir.



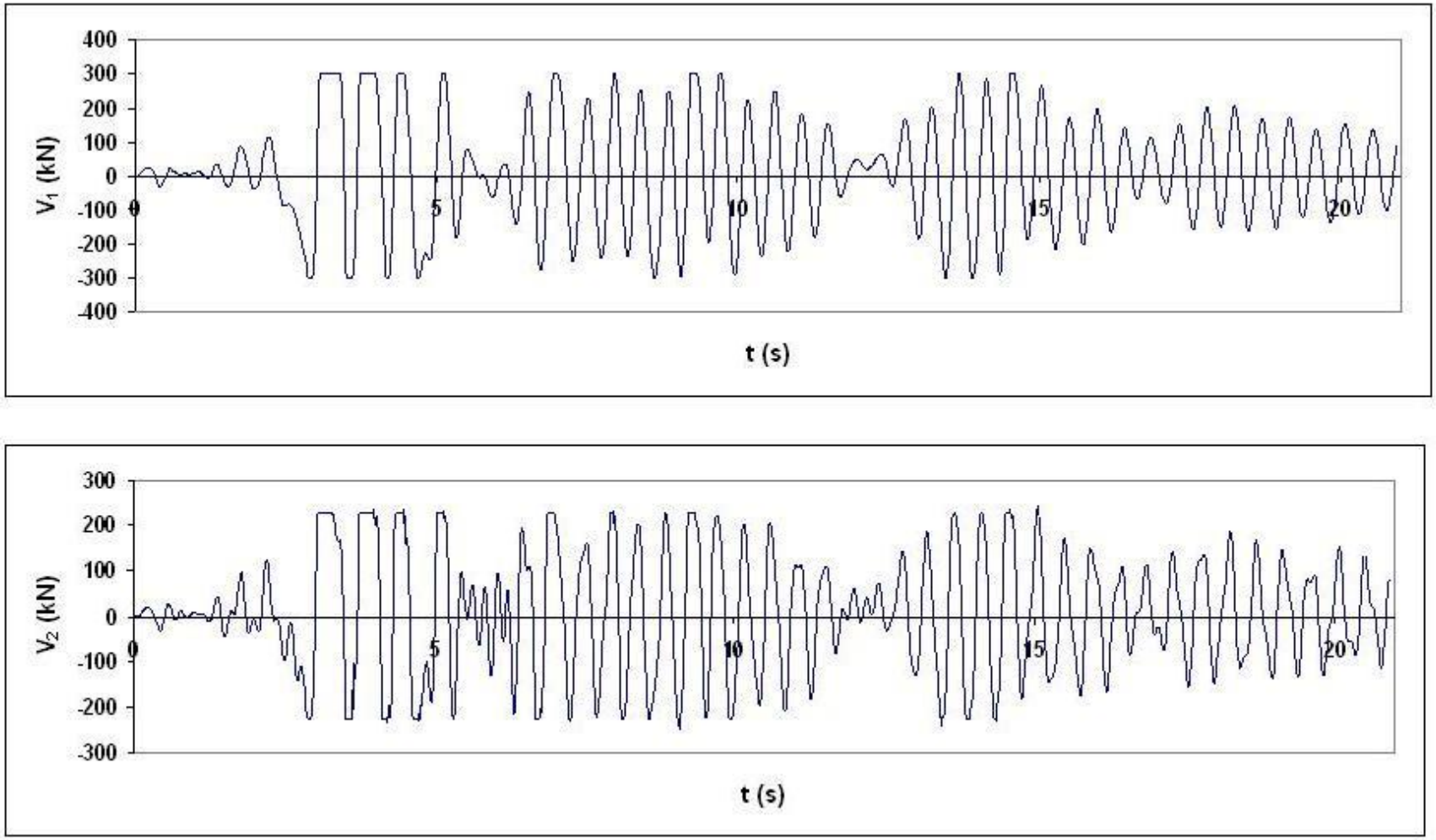
Şekil 3.27 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 1.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği

2.Katın göreli akma yer değiştirmesi $\delta_{2y} = 0.00337$ m, en büyük göreli yer değiştirme $\delta_{2m} = 0.04038$ m'dir. Süneklik katsayısı $\mu = \frac{\delta_{2m}}{\delta_{2y}} = \frac{0.04038}{0.00337} = 11.98$ 'dir.



Şekil 3.28 Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde 2.Kat İdeal Elastoplastik Kuvvet – Yer Değiştirme Grafiği

Şekil 3.29'da ideal elastoplastik sistemin 1992 Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketi etkisinde 1. ve 2. katların kuvvet – zaman grafiği gösterilmiştir.



Şekil 3.29 İdeal Elastoplastik Sistemin 1992 Erzincan (Doğu-Batı) Deprem Yer Hareketi Etkisinde Kuvvet – Zaman Grafiği

4. SONUÇLAR

Çözümü yapılan iki serbestlik dereceli düzlem kayma çerçevesine ait sonuçlar aşağıdaki gibidir.

Tablo 4.1 Sistemin lineer ve lineer olmayan dinamik analizlerindeki en büyük yer değiştirme değerleri

	Lineer Davranış		Lineer Olmayan Davranış	
Dinamik Etki	u_{10} (m)	u_{20} (m)	u_{1m} (m)	u_{2m} (m)
Uyarıcı Kuvvet P(t)	0.02241	0.02729	0.01773	0.07778
El Centro (Doğu-Batı)	0.10690	0.12019	0.09465	0.14094
Erzincan (Doğu-Batı)	0.11832	0.13289	0.12430	0.16379

Tablo 4.2 Sistemin ideal elastoplastik kuvvet - yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altındaki kalıcı göreli yer değiştirmelerin karşılaştırılması

Sistemin göreli akma yer değiştirmeleri; δ_{iy} (m)		Sistemde oluşan kalıcı yer değiştirmeler; δ_{ip} (m)	
		El Centro (Doğu-Batı)	Erzincan (Doğu-Batı)
1.Kat	0.01515	0.06864	0.11382
2.Kat	0.00337	0.04056	0.03824

Tablo 4.1'de sistemin lineer ve lineer olmaması halinde uyarıcı kuvvet, El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altındaki en büyük yer değiştirme değerleri gösterilmektedir. Tablo 4.2'de El Centro (doğu-batı) ve

Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisinde sistemde oluşan kalıcı yer değiştirmeler karşılaştırılmıştır.

Tablo 4.3 Sistemin ideal elastoplastik kuvvet - yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altındaki süneklik taleplerinin karşılaştırılması

Kuvvet – Yer Değiştirme ilişkisi ideal elastoplastik	El Centro (Doğu-Batı)	Erzincan (Doğu-Batı)
	μ katsayısı	μ katsayısı
1.Kat	6.25	8.21
2.Kat	14.45	11.98

Tablo 4.3'de ideal elastoplastik kuvvet – yer değiştirme ilişkisi göz önüne alınarak El Centro (doğu-batı) ve Erzincan (doğu-batı) deprem yer hareketleri etkisi altında sistemin her katındaki süneklik talepleri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.3'de görüldüğü gibi farklı deprem yer hareketleri etkisi altında aynı sistemde farklı süneklik talebi olmaktadır. Bu da yapının ve deprem yer hareketinin karakteristiklerinin önemini göstermektedir.

KAYNAKLAR

[1] **Chopra, Anil K.,** 2001. Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall International, Inc., New Jersey.

[2] **Clough, R. W., Penzien, J.,** 1975. Dynamics of Structures, Mc Graw-Hill, New York.

[3] **Newmark, N. M.,** 1959. A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division,* ASCE; **85**, pp.67-94.

[4] **Kumbasar, N., Celep, Z.,** 2000. Deprem Mühendisliğine Giriş ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı, Beta Dağıtım, İstanbul.

[5] **Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik,** 1997. Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.

EKLER

EK1-Newmark β Yöntemi ile Lineer Analiz

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim i, n As Integer

For i = 0 To n
Cells(4, 11) = Cells(28 + i, 16) - Cells(27 + i, 16)
Cells(5, 11) = Cells(28 + i, 2) - Cells(27 + i, 2)
Cells(28 + i, 17) = Cells(28 + i, 16) - Cells(27 + i, 16)
Cells(28 + i, 3) = Cells(28 + i, 2) - Cells(27 + i, 2)

'Tabloya yaziyor
Cells(28 + i, 4) = Cells(20, 4)
Cells(28 + i, 5) = Cells(21, 4)
Cells(28 + i, 6) = Cells(20, 6)
Cells(28 + i, 7) = Cells(21, 6)
Cells(28 + i, 8) = Cells(20, 8)
Cells(28 + i, 9) = Cells(21, 8)
Cells(28 + i, 10) = Cells(23, 4)
Cells(28 + i, 11) = Cells(24, 4)
Cells(28 + i, 12) = Cells(23, 10)
Cells(28 + i, 13) = Cells(24, 10)

'koordinat vektorlerini yenile
Cells(14, 4) = Cells(28 + i, 4)
Cells(15, 4) = Cells(28 + i, 5)
Cells(14, 6) = Cells(28 + i, 6)
Cells(15, 6) = Cells(28 + i, 7)
Cells(14, 8) = Cells(28 + i, 8)
Cells(15, 8) = Cells(28 + i, 9)
Cells(20, 10) = Cells(28 + i, 12)
Cells(21, 10) = Cells(28 + i, 13)
Next
End Sub
```

EK1-Newmark β Yöntemi ile Lineer Olmayan Analiz

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim i, n As Integer
Dim j As Integer

For i = 0 To n
Cells(4, 11) = Cells(5 + i, 17) - Cells(4 + i, 17)
Cells(5, 11) = Cells(5 + i, 15) - Cells(4 + i, 15)
Cells(5 + i, 18) = Cells(5 + i, 17) - Cells(4 + i, 17)
Cells(5 + i, 16) = Cells(5 + i, 15) - Cells(4 + i, 15)

'1 du > 0
If Cells(11, 7) > 0 Then
 If -1 * Cells(6, 13) < Cells(14, 9) < Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = Cells(5, 20)
  Cells(24, 4) = Cells(14, 9)
 End If
 If Cells(14, 9) >= Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = 0
  Cells(24, 4) = Cells(6, 13)
 End If
 If Cells(14, 9) <= -1 * Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = Cells(5, 20)
  Cells(24, 4) = -1 * Cells(6, 13) + Cells(5, 19) * Cells(32, 2)
 End If
End If
If Cells(12, 7) > 0 Then
 If -1 * Cells(5, 13) < Cells(15, 9) < Cells(5, 13) Then
  Cells(4, 19) = Cells(4, 20)
  Cells(25, 4) = Cells(15, 9)
 End If
 If Cells(15, 9) >= Cells(5, 13) Then
  Cells(4, 19) = 0
  Cells(25, 4) = Cells(5, 13)
 End If
 If Cells(15, 9) <= -1 * Cells(5, 13) Then
  Cells(4, 19) = Cells(4, 20)
  Cells(25, 4) = -1 * Cells(5, 13) + Cells(4, 19) * Cells(33, 2)
 End If
End If

'2 Du<0
If Cells(11, 7) < 0 Then
```

```
 If -1 * Cells(6, 13) < Cells(14, 9) < Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = Cells(5, 20)
  Cells(24, 4) = Cells(14, 9)
 End If
 If Cells(14, 9) <= -1 * Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = 0
  Cells(24, 4) = -1 * Cells(6, 13)
 End If
 If Cells(14, 9) >= Cells(6, 13) Then
  Cells(5, 19) = Cells(5, 20)
  Cells(24, 4) = Cells(6, 13) + Cells(5, 19) * Cells(32, 2)
 End If
End If
If Cells(12, 7) < 0 Then
 If -1 * Cells(5, 13) < Cells(15, 9) < Cells(5, 13) Then
  Cells(4, 19) = Cells(4, 20)
  Cells(25, 4) = Cells(15, 9)
 End If
 If Cells(15, 9) <= -1 * Cells(5, 13) Then
  Cells(4, 19) = 0
  Cells(25, 4) = -1 * Cells(5, 13)
 End If
 If Cells(15, 9) >= Cells(5, 13) Then
    Cells(4, 19) = Cells(4, 20)
  Cells(25, 4) = Cells(5, 13) + Cells(4, 19) * Cells(33, 2)
 End If
End If


'Modified Newton-Raphson Iteration
'Matris yenile
 Cells(21, 2) = Cells(8, 2)
 Cells(22, 2) = Cells(9, 2)
 Cells(21, 6) = Cells(11, 2)
 Cells(22, 6) = Cells(12, 2)
  'Tablo1e yaziyor
   Cells(25, 8) = Cells(21, 6)
   Cells(25, 9) = Cells(22, 6)

   For j = 0 To 11
    'Tablo1e yaziyor
    Cells(25 + j, 10) = Cells(24, 2)
    Cells(25 + j, 11) = Cells(25, 2)
    Cells(26 + j, 8) = Cells(24, 6)
```

```
    Cells(26 + j, 9) = Cells(25, 6)
        'Matris yenile
    Cells(21, 6) = Cells(26 + j, 8)
    Cells(22, 6) = Cells(26 + j, 9)
    Cells(21, 4) = Cells(24, 4)
    Cells(22, 4) = Cells(25, 4)
   Next

'Tablo2ye yaziyor
Cells(42 + i, 2) = Cells(24, 4)
Cells(42 + i, 3) = Cells(25, 4)
Cells(42 + i, 4) = Cells(35, 2)
Cells(42 + i, 5) = Cells(36, 2)
Cells(42 + i, 6) = Cells(35, 4)
Cells(42 + i, 7) = Cells(36, 4)
Cells(42 + i, 8) = Cells(35, 6)
Cells(42 + i, 9) = Cells(36, 6)

'koordinat vektorlerini yenile
Cells(8, 2) = Cells(42 + i, 4)
Cells(9, 2) = Cells(42 + i, 5)
Cells(8, 4) = Cells(42 + i, 6)
Cells(9, 4) = Cells(42 + i, 7)
Cells(8, 6) = Cells(42 + i, 8)
Cells(9, 6) = Cells(42 + i, 9)
Cells(11, 9) = Cells(42 + i, 2)
Cells(12, 9) = Cells(42 + i, 3)
Cells(21, 4) = Cells(42 + i, 2)
Cells(22, 4) = Cells(42 + i, 3)
Next
End Sub
```

ÖZGEÇMİŞ

Talat SİVRİOĞLU 1980 yılında Bandırmada doğdu. İlk öğretimini Atatürk İlkokulunda, orta öğretimini Ankara'da Çankaya Atatürk Anadolu Lisesi'nde 1998 yılında tamamladı. 2003 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği bölümünden mezun oldu. Bitirme projesini "Betonarme yüksek binalar" üzerine tamamladı. 2003 yılında İ.T.Ü. Deprem Mühendisliği Bölümünde yüksek lisansa başladı.