

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA KAFES KODLAMALI MODÜLASYON İLE
FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gözde YİĞİT

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

EYLÜL 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA KAFES KODLAMALI MODÜLASYON İLE
FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Gözde YİĞİT
(504091368)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ

EYLÜL 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504091368 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Gözde YİĞİT**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **“İKİ YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA KAFES KODLAMALI MODÜLASYON İLE FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA”** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Oğuz KUCUR
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü

Teslim Tarihi :
Savunma Tarihi : **19 Eylül 2012**

Aileme,

ÖNSÖZ

Bu çalışmayı gerçekleştirmemde değerli zaman ve bilgilerinden yararlandığım, karşılaştığım problemlerde bana yol gösteren ve anlayışını benden hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ'ye, yüksek lisans öğrenimim boyunca bana her türlü kolaylığı sağlayan ve bir çalışanı olmaktan mutlululuk duyduğum NETAŞ A.Ş.'ye, çalışmalarımda zaman zaman yardımına başvurduğum arkadaşım Araş. Gör. Mehmet Çağrı İLTER'e ve her zaman desteklerini hissettiğim aileme teşekkürü borç bilirim.

Ekim 2012

Gözde YİĞİT
(Elektrik-Elektronik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
SEMBOL LİSTESİ	xvii
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
2. KANAL MODELLERİ VE BELLEKLİ KODLAMA TEKNİKLERİ	5
2.1 Kanal Modelleri.....	5
2.1.1 Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal	5
2.1.2 Rayleigh Sönümlemeli Kanal	5
2.2 Bellekli Hata Düzeltme Kodları	6
2.2.1 Katlamalı Kodlar	6
2.2.1.1 Durum Diyagramları	8
2.2.1.2 Kafes Diyagramı	9
2.2.1.3 Uzaklık Ölçütleri	9
2.2.2 Kafes Kodları	10
2.2.2.1 Faz Kaydırmalı Anahtarlama	10
2.2.2.2 Kafes Kodlamalı Modülasyon.....	12
2.2.3 Viterbi Kod Çözme Algoritması	16
3. İKİ YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR.....	21
3.1 Geleneksel İletim.....	22
3.2 Basit Ağ Kodlama	23
3.3 Fiziksel Katman Ağ Kodlama	24
3.4 Hata Başarımları.....	25
4. KATLAMALI KOD KULLANAN İKİ YÖNLÜ RÖLELİ SİSTEMİ.....	27
4.1 Rölede Tam Durumlu Kafes İle Kod Çözme	31
4.2 Tam Durumlu Kafes İçin Hamming Uzaklığı Analizi	33
4.3 Rölede İndirgenmiş Durumlu Kafes ile Kod Çözme	35
4.4 Bit Hata Olasılığı ve Çerçeve Hata Olasılığı Üst Sınırları	38
4.5 Hata Başarımları.....	45
5. KAFES KODLAMALI MODÜLASYON KULLANAN İKİ-YÖNLÜ RÖLELİ SİSTEM MODELİ	51
5.1 Rölede İndirgenmiş Durumlu Kafes İle Kod Çözme	61
5.2 Hata Başarımları.....	64
6. SONUÇLAR	69
KAYNAKLAR	71
ÖZGEÇMİŞ.....	73

KISALTMALAR

AWGN	: Additive White Gaussian Noise (Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü)
BC	: Broadcast (Yayın)
BER	: Bit Error Rate (Bit Hata Olasılığı)
BPSK	: Binary Phase Shift Keying (İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
FER	: Frame Error Rate (Çerçeve Hata Olasılığı)
MAC	: Multiple Access Control (Çoklu Erişim Fazı)
MIMO	: Multiple Input Multiple Output (Çoklu Giriş Çoklu Çıkış)
ML	: Maximum Likelihood (En Büyük Olabilirlik)
MLSE	: Maximum-likelihood Sequence Estimator (En Büyük Olabilirlikli Sezici)
QPSK	: Quadrature Phase Shift Keying (4'lü Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
SNR	: Signal to Noise Ratio (İşaret/Gürültü Oranı)
QPSK	: Quadrature Phase Shift Keying (4'lü Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
PNC	: Physical-layer Network Coding (Fiziksel Katman Ağ Kodlama)
TCM	: Trellis Coded Modulation (Kafes Kodlamalı Modülasyon)
TWRN	: Two Way Relay Network (İki Yönlü Röleli Ağ)
VA	: Viterbi Algorithm Viterbi Algoritması
XOR	: Exclusive or

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 : PNC eşleme.	25
Çizelge 5.1 : 8-PSK için PNC eşleme tablosu.	56
Çizelge 5.2 : Tam durumlu kafes için durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış bitleri	60
Çizelge 5.3: Tam durumlu kafes için durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış singeleri	61
Çizelge 5.4 : 4 durumlu 8-PSK TCM için indirgenmiş kafeste durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış bitleri.....	64

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Katlamalı Kodlayıcı.	7
Şekil 2.2 : Katlamalı Kodlayıcı.	7
Şekil 2.3 : $\frac{1}{2}$ Katlamalı Kodlayıcının Durum Diyagramı.	8
Şekil 2.4 : $\frac{1}{2}$ Kod Oranlı Katlamalı Kodlayıcının Kafes Diyagramı.	9
Şekil 2.5 : BPSK İşaret Gösterilimi.	11
Şekil 2.6 : İkili Modüle Edilen İşaret ve BPSK İşareti.	11
Şekil 2.7 : 4-PSK İşaret Gösterilimi.	12
Şekil 2.8 : 4-PSK modülasyonu: (a) İkili Dizi ve (b) 4-PSK İşareti.	12
Şekil 2.9 : TCM yapısı.	13
Şekil 2.10 : (a) 4-PSK ile kodlanmamış iletim (b) $r=2/3$ oranlı katlamalı kodlayıcı ve 4-PSK (c) $r=2/3$ oranlı katlamalı kodlayıcı ve 8-PSK	14
Şekil 2.11 : 8-PSK TCM katlamalı kodlayıcısı.	15
Şekil 2.12 : Paralel geçişli 8-PSK TCM kodlayıcı kafes diyagramı.	15
Şekil 2.13 : Katlamalı kodlayıcılı sistem.	16
Şekil 2.14 : Örnek bir Viterbi kod çözücüde metrik hesaplaması.	17
Şekil 2.15 : Örnek bir durum diyagramı.	18
Şekil 2.16 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücüde metrik hesaplaması. .	18
Şekil 2.17 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücüde metrik hesaplaması. .	19
Şekil 2.18 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücüde metrik hesaplaması. .	19
Şekil 3.1 : Üç düğümlü doğrusal ağ.	22
Şekil 3.2 : Geleneksel İletim Tasarımı.	22
Şekil 3.3 : Basit Ağ Kodlama.	23
Şekil 3.4 : Fiziksel Katman Ağ Kodlama.	24
Şekil 3.5 : Normal QPSK modülasyonu, basit ağ kodlama ve PNC hata başarımları.	26
Şekil 4.1 : Katlamalı kodlayıcıların kullanıldığı iki-yönlü röleli sistem modeli.	27
Şekil 4.2 : İki durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı katlamalı kodlayıcı kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları	28
Şekil 4.3 : Katlamalı iki durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı tam durum kafes diyagramı	29
Şekil 4.4 : (5,7) katlamalı kodlayıcı ve kafes diyagramı.	32
Şekil 4.5 : (5,7) ve (5,7) katlamalı kod çifti için rölede tam durumlu kafes.	32
Şekil 4.6 : İndirgenmiş durumlu kafes diyagramı.	36
Şekil 4.7 : 4 durumlu iki (5,7) katlamalı kod için indirgenmiş durumlu kafes.	37
Şekil 4.8 : İki durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşaması için akış diyagramı	39
Şekil 4.9 : İki durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının MAC aşaması için akış diyagramı	40
Şekil 4.10 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşaması için akış diyagramı.	42
Şekil 4.11: Dört durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının yol çiftleri.	43

Şekil 4.12 : Aynı katlamalı kodlu ve rölede kullanılan tam durumlu ve indirgenmiş durumlu kafes için BER başarımları...	46
Şekil 4.13 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı..	47
Şekil 4.14 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı..	48
Şekil 4.15 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı..	48
Şekil 4.16 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı..	49
Şekil 4.17 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı..	49
Şekil 4.18 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı...	50
Şekil 4.19 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı..	50
Şekil 4.20 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı..	50
Şekil 5.1 : Kafes kodlamalı modölatörlerin kullanıldığı iki-yönlü röleli sistem yapısı.	51
Şekil 5.2 : İki durumlu 2/3 oranlı TCM kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları..	52
Şekil 5.3 : 8-PSK İşaret Gösterilimi..	53
Şekil 5.4 : İki durumlu 2/3 oranlı TCM için tam durumlu kafes diyagramı.....	53
Şekil 5.5 : 4 durumlu $r = 2/3$ oranlı 8-PSK TCM Modölatörü..	56
Şekil 5.6 : 4 durumlu $r = 2/3$ oranlı 8-PSK TCM kafes diyagramı.....	57
Şekil 5.7 : TCM için tam durumlu kafes diyagramı..	67
Şekil 5.8 : İki durumlu TCM için indirgenmiş durumlu kafes diyagramı.	61
Şekil 5.9 : Dört durumlu TCM için indirgenmiş durumlu kafes diyagramı.	62
Şekil 5.10 : İki durumlu TCM için BER başarımları (AWGN).....	65
Şekil 5.11 : İki durumlu TCM için BER başarımları (Rayleigh).....	65
Şekil 5.12 : İki durumlu TCM için FER başarımları (AWGN).	66
Şekil 5.13 : İki durumlu TCM için FER başarımları (Rayleigh).....	67
Şekil 5.14 : Dört durumlu TCM için FER başarımları (AWGN).....	67
Şekil 5.15 : Dört durumlu TCM için FER başarımları (Rayleigh).....	68

SEMBOL LİSTESİ

$\mathbf{s}$	: İşaret dizisi
$\mathbf{h}_t, \mathbf{g}_t$	: t 'ye bağlı kanal sönümlleme katsayısı
E_k	: k kullanıcısı için işaret çıkış enerjisi
N_0	: Gürültünün tek yönlü güç spektral yoğunluğu
r	: Katlamalı kodlayıcı oranı
$\mathbf{u}, \mathbf{v}$	: Bilgi dizileri
σ_R^2	: Boyut başına varyans
C_1, C_2	: Kullanıcılardaki katlamalı kodlayıcı
C_R	: Röledeki katlamalı kodlayıcı
$\mathbf{n}_t$	: Gauss gürültü bileşeni
P_{mac}	: MAC evresi için bir veri dizisini hatalı çözme olasılığı
P_{bc}	: BC evresi için bir veri dizisini hatalı çözme olasılığı
e_k	: C_k 'nın bellek uzunluğu
S_1, S_2	: Kaynaklar
$\mathbf{m}^{(1)}, \mathbf{m}^{(2)}$	: Kafes durumları
L	: Bilgi dizisi uzunluğu

İKİ YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA KAFES KODLAMALI MODÜLASYON İLE FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA

ÖZET

Günümüzde gelişen teknoloji ile birlikte yüksek hızda ve güvenilir iletişim oldukça önemli hale gelmektedir. İletişimin güvenilirliğini artıran en önemli yöntemlerin başında kanal kodlama gelir. Kodlama sayesinde, gönderilecek bilgi ortamdaki bozucu etkilere karşı daha dayanıklı hale gelmektedir. Katlamalı kodlar bilgiyi olduğundan daha uzun ikili diziler halinde gönderdiğinden bu işlem sonucu band verimliliği önemli oranda düşmektedir. Bununla birlikte katlamalı kodlayıcı çıkışında yüksek dereceli modülasyon tekniği uygulandığında band verimliliğindeki kayıp giderilmiş olur. Ancak bu durumda kodlayıcı kullanımının anlamlı olması için gereken kodlayıcı karmaşıklığı oldukça fazla olmaktadır. Bu sorunun çözümü kodlayıcı ve modülatörün tasarım sırasında bir bütün olarak ele alınması ve tasarım ölçütü olarak Hamming yerine Öklid uzaklığının kullanılmasıdır. Bu yöntem kafes kodlamalı modülasyon olarak adlandırılır.

Telsiz iletişimde kaynak ile hedef arasında doğrudan iletişim kurulamadığında ya da kaynak ile hedef arasındaki kanal kalitesi yetersiz olduğunda ortamdaki diğer bir düğümün (rölenin) yardımıyla iletişim kurulabilir. Eğer kaynak ile hedef arasında bağlantı olmadan röle yardımı kullanılıyorsa bu iletişim klasik röleli iletişim olarak adlandırılmaktadır. Kaynak ve rölenin belirli bir protokol üzerinden iletişim kurduğu durum ise işbirlikli iletişim olarak adlandırılmaktadır. Gerek röleli iletişim gerekse işbirlikli iletişim tekrarlar tabanlı teknikler olduğundan her iki durumda da daha kaliteli iletişim kurulmasına rağmen band verimliliğinden ödün verilir. İki uç düğümün, aralarında doğrudan bir iletişim kanalı olmadığı durumda, bir röle üzerinden birbirlerine karşılıklı bilgi iletildiği durumda, rölenin yarı dubleks çalışması nedeniyle, geleneksel protokolda iletişim dört, klasik ağ kodlamasında üç zaman aralığında gerçekleşir. Fiziksel katman ağ kodlama tekniği sayesinde röle iki kullanıcıdan aynı zaman aralığında gelen bilgiyi ikinci zaman aralığında kullanıcılara ileterek röleli ve işbirlikli iletişimde ortaya çıkan band verimliliğindeki azalmayı tamamen ortadan kaldırır. Literatürde, katlamalı kodlama fiziksel katman ağ kodlama protokolüne dayalı iki yönlü röleli sistemlere uygulanmış, normal durumda rölede Viterbi kod çözme işlemi uç düğümlerin kullandığı katlamalı kodların durum sayıları çarpımına eşit sayıda durumlu bir kafes üzerinden gerçekleşirken, indirgenmiş durum sayılı kod çözme kafesi tanımlanarak basitleştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında, özellikle band sınırlı kanallarda hata başarımını artırmaya yönelik olarak önerilmiş olan kafes kodlamalı modülasyon tekniği fiziksel katman ağ kodlama protokolünü kullanan iki yönlü röleli ağlara uygulanmıştır. Önerilen sistemin hata başarımı farklı kodlayıcı parametreleri için toplamsal beyaz Gauss gürültülü ve Rayleigh sönümlemeli kanallarda bilgisayar benzetimleriyle değerlendirilmiştir. Rölede indirgenmiş durum sayılı kod çözme kafesi kullanma

yaklaşımının kafes kodlamalı modülasyon tekniğine de uygulanabileceği gösterilmiştir.

TRELLIS CODED MODULATION WITH PHYSICAL LAYER NETWORK CODING IN TWO WAY RELAY NETWORKS

SUMMARY

Nowadays, with the developing technology high-speed and reliable communication is becoming very important. Meanwhile, wireless communication has lots of adverse effects such as noise, multipath fading and path loss, so these effects make the signal quality worse. Pathloss and multipath fading are defined as large-scale and small-scale fading in the literature, respectively. There have been lots of models to simulate pathloss and multipath fading. Additive white Gaussian noise (AWGN) and Rayleigh channels are ones of the most used channel models. In the case of AWGN channel, the only destructive effect during the communication is the noise at receiver. Rayleigh fading model is used the case where receiver and transmitter do not have line of sight link, so the transmission is dependent on reflected signal from the channel.

Up to now, several techniques have been developed to overcome these destructive factors. One of the important approaches to increase the reliability of the communication is channel coding. Through coding, binary information is sent with larger codeword lengths and it has error-correction property so it will become more invulnerable to the interference and noise. In wireless communication, different coding techniques are used in various areas. Convolutional coding is widely used one. It has strong error correction ability and it operates dynamic information stream. Mostly, Viterbi algorithm is applied to extract information at the receiver side.

Because convolutional codes send long coded sequences compared to the information itself, this decreases the bandwidth efficiency significantly. As a solution to this problem, the use of the high degree modulation after the convolutional encoding is suggested to compensate this loss. However, to provide a significant coding gain and to make the use of the encoder meaningful, very high-complexity encoders are needed. The remedy to this problem is to consider the coding and modulation as an entity during the design procedure and to take the Euclidean distance instead of the Hamming distance as the performance criterion. This approach is called as trellis coded modulation in the literature. The most important feature of trellis coded modulation is taking into consideration the modulator and encoder at the same time.

In wireless communication, it is quite possible that the link between the source and destination does not meet the qualified level due to fading or a direct link is lost between them because of the obstacles in the environment. In this situation, the use of one or more nearby nodes are suggested and communication is established by the help of this/these nodes. The helping node is named as relay when it has not self information to be sent and in general this technique is called as relaying. By this technique first the source sends its information to relay, then the relay(s) forwards it to the destination. In the literature, there are two main types of forwarding techniques at the relay. One of them is amplify and forward technique which is based on

amplifying received signal under power constraint. Because it does not require any decoding process, it is referred as non-regenerative relaying. The other one is decode and forward technique in which after the signal is received by the relay, it is decoded and re-encoded before forwarding to destination. It is also referred as regenerative relaying. In addition compress and forward, denoise and forward and hybrid forwarding techniques, where it is possible to use more than forwarding techniques regarding to channel condition, has also suggested to use in relaying networks.

On the other hand, the system in which the source node and relay node communicate via a particular protocol is called as the cooperative communication. This communication differs from the classical relaying that it has some rules, which are called protocols. The source and the relay transmit their signals according to these rules to provide diversity. The most thing of cooperative communication differing from classical relaying techniques is that even one antenna nodes can obtain diversity gain by creating virtual antenna array with other nodes.

Both the relay transmission and the cooperative communication are repetition-based techniques which means they need more time slot than needed, despite the better communication quality in both cases, bandwidth efficiency is sacrificed. Network coding technique has emerged as an innovative approach to network operation that can significantly enhance bandwidth efficiency by declining overall transmission time.

As a simple but typical example of network coding, we can consider a network scenario where two users transmit messages through a common channel and the receiver reconstructs the exclusive-or of the two messages. After this bit level applications of network coding, it was used in physical layer application referred as physical layer network coding. As different from network coding, it utilizes the sum of electromagnetic waveforms. The physical layer network coding consists of two phases: the multiple access phase and the broadcasting phase. In multiple access phase, each source sends its information to the relay simultaneously, then the relay forwards back the received signal or a corresponding signal to the users during the broadcast phase. Before the decoding process at the end of the broadcasting phase, each user eliminates their own signal, which is sent to relay in multiple access phase, from the received signal by using perfect channel state information. Therefore, through the physical layer network coding technique, the relay node compensates the decrease in bandwidth efficiency according to the relaying and cooperative communications, by exchanging information between sources, simultaneously.

In this thesis, the trellis coded modulation technique previously proposed to improve the error performance of the communication systems transmitting in band-limited channels, is applied to two-way relaying schemes employing physical layer network coding protocol. Two different trellis coded information is received at the same time and the modified Viterbi Algorithm is used for both the full-state and reduced state trellis at the relay. Modified Viterbi means that decoding process in the relay is done by using the trellis diagram which is combined version of the users trellis. For full-state case, the complexity of the trellis at the relay node increases exponentially with the sum of memory lengths of two sources so it brings exhaustive search and high complexity. In the latter one, the number of state in the trellis does not change so it reduces the decoding complexity at the expense of some decrease in error performance. In the broadcasting phase, the traditional Viterbi Algorithm is used at the end nodes for decoding the information received from the relay.

First, convolutional coding is applied at each source. Sources are assumed using identical convolutional encoders with the same parameters. For (2,1) and (5,7) convolutional codes end-to-end error performance of the two-way relaying system is evaluated in AWGN and Rayleigh fading channels by computer simulations and also supported by the derived analytical error probability upper bounds. Both full-state and reduced-state decoding schemes are considered and the simulation results match very well to bounds calculation for both cases.

Second, trellis coded modulation technique is applied at each source. The considered 8-PSK trellis codes are based on the same (2,1) and (5,7) convolutional encoders. The decode-and-forward strategy is applied at the relay for which a new network coding mapping table is proposed. The relay determines its symbol to be transmitted during the broadcast phase, based on this mapping table, after decoding simultaneously arriving symbols from the sources using the Viterbi Algorithm. The new network coding mapping table has commutative property that means that if a relay decodes the users bits reversely, it does not cause error to broadcasting phase. It is shown that the reduced-state Viterbi decoding previously proposed for convolutionally encoded two-way relaying system can be also applied for two-way relaying system using physical-layer network coding and trellis coded modulation. The end-to-end frame and bit-error rate performances are obtained by computer simulations for both full-state and reduced-state decoding cases at the relay.

The main contributions of this thesis can be summarized as follows: A new bandwidth efficient communication system model which benefits from the advantages of both physical layer network coding and trellis coded modulation is presented for two-way relaying. In the system used the convolutional code and the physical-layer network coding (PNC) protocol, two bits are sent during four symbol time so the band efficiency is calculated as 1/2 bit/sec/Hz but in the system used the trellis coded modulation and the physical-layer network coding (PNC) protocol, four bits are sent during two symbol time so the band efficiency is calculated as 2 bits/sec/Hz. Also, a new mapping table to be used at the broadcast phase by relay is proposed for 8-PSK modulation. Full-state and reduced-state Viterbi algorithms for decoding at relay during the multiple access phase are presented. The frame and bit error rate performance of the two-way relaying system using physical layer network coding and trellis coded modulation is evaluated via computer simulations. Performance comparisons are made between full and reduced state decoding at relay. It is concluded that although the error performance decreases when reduced-state modified Viterbi Algorithm is applied at relay, the decoding complexity is significantly reduced.

1. GİRİŞ

Günümüzde iletişim hizmetlerinin hayatın her alanına yayılmasıyla, hızlı ve güvenilir bilgi iletimi gereksinimi artmaktadır. İletişim sistemlerinde bilgiyi bir yerden başka bir yere iletmek için vericiden gönderilen işaret, işaretin gönderildiği kanaldan ve aynı zamanda verici ve alıcı devrelerinden kaynaklanan gürültüden dolayı bozulmaya uğrar ve alıcıdaki işaret-gürültü oranının düşmesiyle birlikte hata yapma olasılığı ortaya çıkar.

Literatürde, sayısal veri iletimi sırasında hata başarımları ölçütü olarak çoğunlukla bit hata olasılığı oranı (BER, Bit Error Rate) ve çerçeve hata olasılığı oranı (FER, Frame Error Rate) kullanılır. Çerçeve birden fazla sayıda ardışık olarak gönderilmiş bit dizisi olarak düşünülebilir. Bu yüzden dizi içinde karar verilen bir tane hatalı bit bile çerçevenin hatalı çözülmesine neden olur. BER, hatalı olarak iletilen bit sayısının toplam bit sayısına oranı, FER ise hatalı olarak iletilen çerçeve sayısının toplam gönderilmiş çerçeve sayısına oranı olarak tanımlanmaktadır. Ortamda bulunan gürültü, işaretin gücünü bastırarak bozulmalara neden olur. SNR, işaret gücünün gürültü gücüne oranı olarak ifade edilir [1]. BER ve FER, alıcıdaki SNR seviyesi artırılarak küçültülebilir ve daha kaliteli bir iletişim sağlanmış olur.

Telsiz iletişim sistemlerinin hata başarımları çok yollu sönmeme etkisinden ötürü Gauss gürültülü kanallara göre bir hayli düşüktür. Bu başarımları iyileştirmek için kullanılan yöntemlerin en önemlileri çeşitleme ve kodlamadır [2-4]. Aynı bilginin birden fazla sayıda kopyasının birbiriyle ilişkisiz sönmemeye uğrayacak şekilde alıcıya gönderilmesine dayanan çeşitleme zamanda, frekansta ve uzayda yapılabilmektedir. Hem verici hem de alıcıda anten çeşitlemesi yapılarak elde edilen ve anten sayısı ile üstel olarak verim artışı sağlayan MIMO (Multiple Input Multiple Output) sistemler [5], bu avantajlarına rağmen, boyut, maliyet ve donanım karmaşıklığı yönünden gezgin birimler için uygun değildir. Bu tür kısıtlara çözüm olarak geliştirilen yaklaşımlardan en önemlisi işbirlikli çeşitlemedir. İşbirlikli çeşitlemede kaynak kullanıcısı, bilgisini doğrudan ve bir veya birden fazla röle üzerinden alıcıya göndererek alıcıda kendisi ve röle tek antenli olsa bile çeşitleme

sağlamaktadır. İşbirlikli iletişimde kaynak ve röle belli iletişim protokollerine göre işaretlerini iletmektedirler [6,7]. İşbirlikli çeşitlemenin temelleri Cover ve El Gamal'ın [8]'de verilen klasik röleli çalışmalarına kadar uzanmaktadır. Klasik röleli sistemlerde işbirlikli iletişimden farklı olarak ilk zaman diliminde kaynak röleye işaretini gönderir ve izleyen zaman dilimlerinde röle ya bir başka röleye ya da doğrudan alıcıya işareti aktarır [9].

Gerek röleli iletişim gerekse işbirlikli iletişim için fazladan zaman dilimine ihtiyaç duyulduğundan band verimliliği düşmektedir. Düşen bu band verimliliğine çözüm olarak telsiz ağlarda işbirlikli ağ kodlaması kullanılması gündeme gelmiştir [10,11]. Literatürde ilk olarak ağ kodlaması üst katmanlarda önerilmiş olup [12] daha sonrasında elektromanyetik dalgaların alıcıda toplanmasından yararlanılarak fiziksel katmana da uygulanmıştır. Telsiz iletişimde kullanılan ağ kodlaması fiziksel katman ağ kodlama, iki yönlü röleli iletişim olarak da adlandırılmaktadır [13,14]. Literatürde aralarında röle düğümünün olduğu iki uç düğüm arasında iki yönlü iletim olarak tanımlanan iki yönlü röle kanalları üzerine çalışmalar yapılmıştır. [15,16]'da, hem tam çift yönlü hem de yarı çift yönlü kanal verimleri ağ kodlama kullanılmadan incelenmiştir. [17]'de, iki yönlü röle ile ağ kodlama kullanılan bir iletim yöntemi önerilmiştir. [18] 'de, ağ kodlama ve kanal kodlamanın esas alındığı bir sistem önerilmiştir ve ağ kodlaması ile iki yönlü kanal verimi incelenmiştir.

Telsiz iletim ortamının özelliklerinden yararlanarak fiziksel katman ağ kodlama [12] tekniğini uygulamak önceden söylendiği gibi sistemin band verimliliğini artırır. Fiziksel katman ağ kodlama (PNC), çift yönlü röleli ağ (TWRN), bir röle yardımı ile iki düğüm arasında bilgi alışverişi için kullanılan bir protokol olarak Zhang ve arkadaşları tarafından önerilmiştir[19]. Bu modelde bilgi alışverişi çoklu erişim (MAC) fazı ve yayın (BC) fazı olmak üzere iki fazda tamamlanır. MAC aşamasında, iki kaynak düğüm işaretlerini aynı anda bir röle düğüme iletir. Daha sonra, BC aşamasında, röle düğüm iki kaynak düğümün mesajlarına dayanarak iki kaynak düğüme kodlanmış ve XORlanmış kod sözcüğünü yayınlar.

Telsiz iletişimde sönmüleme etkisini azaltan tekniklerin başında kanal kodlama gelmektedir. Katlamalı kodlar, iletişim sistemlerinde en çok kullanılan kanal kodlarından ve Elias tarafından 1955 yılında blok kodlara alternatif olarak önerilmiştir [20]. Katlamalı kodlar, tüm veri akışını bir tek kod sözcüğüne çevirir. Kodlanmış bitler, sadece o anki kodlayıcıya gelen k giriş bitine bağlı olmayıp daha

önce kodlayıcıya giren bitlere de bağlıdır diğer bir deyişle belleğe sahiptirler. İçerdiği bellek elemanı sayısı katlamalı kodun başarımında belirleyici bir etkindir (durum sayısı). Katlamalı kodlar için kod çözme, genelde Viterbi algoritması kullanılarak yapılır. 1967 yılında, Viterbi katlamalı kodlar için en büyük olabilirlikli bir kod çözme algoritması geliştirmiştir [21]. Viterbi algoritması, ardışık kod çözme ile geliştirilerek uzay ve uydu iletişiminde 1970'li yılların başında kullanılmaya başlanmıştır [22]. Kanal kodlarının kullanılması alıcıdaki hata olasılığını azaltmasına karşın bilgiyi daha uzun dizilerle gönderdiğinde band verimliliği kaybına neden olur. Bu soruna çözüm olarak katlamalı kanal kodlayıcı çıkışına yüksek dereceden modülasyon uygulanması önerilmiştir. Bununla birlikte, önemli bir kodlama kazancı sağlamak ve kodlayıcı kullanımını anlamlı kılmak için, çok yüksek karmaşıklıkli kodlayıcı kullanılması gerekmektedir. Bu soruna çözüm olarak sistemi tasarlarken kodlayıcı ve modülasyon birlikte düşünülmeli ve başarım kriteri olarak Hamming uzaklığı yerine Öklid uzaklığı alınmalıdır. Bu yaklaşım, literatürde kafes kodlamalı modülasyon olarak adlandırılır [23]. TCM tekniğinde, en önemli noktalardan biri kodlayıcı ve modülatörün birlikte tasarlanmasıdır. TCM tekniğinin avantajı, veri hızında bir azalma olmamasıdır. Son olarak [24]'de katlamalı kodlayıcı kullanılan ve kod çözme yöntemi olarak Viterbi algoritmasından yararlanılan PNC protokolü ile çalışan iki yönlü röleli sistemler incelenmiştir. İki kaynak düğüm tarafından aynı anda iletilen kodlanmış işaretler rölede çözülürken, en büyük olabilirlikli (ML) kod çözme için Viterbi algoritması (VA)'nın kullanılabilir olduğu gösterilmiştir. [25]'te üst üste getirilerek birleştirilen işaret kümesi oluşturulmuş ve bu işaret kümesinden yararlanılarak sanal kodlama ve kod çözme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemden ile TCM tekniği, fiziksel katman ağ kodlama protokolü ile birleştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında fiziksel-katman ağ kodlama (PNC) protokolu ile çalışan iki yönlü röle ağları (TWRNs) için kafes kodlamalı modülasyon tekniğinin uygulanabilirliği ele alınmaktadır. Kafes kodlamalı modülasyon tekniğini kullanarak ikili modülasyon tekniği yerine daha band verimlikli olan M-li modülasyon tekniklerinden biri kullanılmış, hem kodlamanın avantajlarından yararlanılmış hem de band verimliliği artırılmıştır. Örneğin katlamalı kod kullanılan fiziksel-katman ağ kodlama (PNC) protokolu ile çalışan sistemde iki bilgi biti dört simge süresinde gönderildiği için band verimliliği $1/2$ bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır. Bu tez

kapsamında incelenen kafes kodlamalı modülasyon kullanılan fiziksel-katman ağ kodlama (PNC) protokolu ile çalışan sistemde ise dört bilgi biti iki simge süresinde gönderildiği için band verimliliği 2 bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır. Ayrıca [25]'ten farklı olarak eşleme tablosu oluşturulmuş ve bu eşleme tablosundan yararlanılarak TCM ile fiziksel katman ağ kodlama protokolu birleştirilmiştir. Ayrıca, bu tez kapsamında, Duc To'nun [24] çalışmasında katlamalı kodlar için önerilen indirgenmiş durumlu kafes kullanılarak düşük karmaşıklık kod çözme yönteminin TCM için de uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde, tezin dayandığı konularla ilgili ön bilgiler verilmektedir. Bu amaçla ilk olarak kanal modelleri hakkında genel bilgi verilmiştir. Ayrıca katlamalı kodlar ve uzaklık ölçütleri, modülasyon teknikleri ve kafes kodlamalı modülasyon, son olarak da Viterbi algoritması anlatılmıştır. Üçüncü bölümde ise klasik röleli sistemler ve fiziksel katman ağ kodlama tanıtılmış, çeşitli benzetim sonuçları verilmiştir. Dördüncü bölümde her uç birimde katlamalı kodlayıcı kullanan iki-yönlü röleli sistem modeli incelenmiş, hata başarımı için bilgisayar benzetim sonuçları sunulmuştur. Ek olarak, önerilen sistemler için bit hata olasılığının üst sınırı aktarım işlevleri yardımıyla hata olasılık ifadelerinden elde edilmiş [2], benzetim sonuçlarıyla tutarlılığı gösterilmiştir. Çalışmanın beşinci bölümünde ise kafes kodlamalı modülasyon kullanan iki-yönlü röleli sistem modeli tanıtılarak iki durumlu ve dört durumlu TCM kodlara ilişkin hata başarımları tam durumlu ve indirgenmiş durumlu kafes kullanılması durumları için incelenmiştir. Çalışmanın altıncı ve son bölümünde toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) ve sönümlemeli kanallarda katlamalı kodlayıcı ve kafes kodlamalı modülatör kullanılan fiziksel katman ağ kodlama protokoluyla çalışan iki yönlü röleli sistemlere ilişkin genel sonuçlara ve değerlendirmelere yer verilmiştir.

KANAL MODELLERİ VE BELLEKLİ KODLAMA TEKNİKLERİ

1.1 Kanal Modelleri

Bu alt bölümde telsiz iletişimde kullanılan başlıca kanal modelleri incelenmiştir.

1.1.1 Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal

AWGN kanal iletişim sistemlerinde karşılaşılan en basit kanal modeli olup sistemdeki çeşitli devre elemanlarının neden olduğu ısı gürültüden kaynaklanır. Isıl gürültünün Gauss süreçleriyle modellenmesinin nedeni bir elektrik devresindeki elektronların hareketlerinin yarattığı akımın aslında çok büyük sayıda kaynağın (elektronlar) yarattığı akımların toplamından oluşmasıdır. Bu kaynakların büyük çoğunluğu bağımsız davrandıklarından toplam akım çok sayıda istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenlerinin toplamı olacaktır. Merkezi limit teoremine göre toplam akım Gauss dağılımlıdır. Diğer yandan ısı gürültü geniş bir frekans bölgesinde sabit güç spectral yoğunluğuna sahiptir bu nedenle beyaz süreç olarak modellenir. Gauss dağılımlı rastlantı değişkeni y olmak üzere, y 'nin olasılık yoğunluk işlevi

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.1)$$

olup burada m ve σ , sırasıyla y 'nin ortalamasını ve varyansını göstermektedir.

1.1.2 Rayleigh Sönümlemeli Kanal

Pratikte gezgin hücreli radyo ağlarında karşılaşılan radyo kanalı, çok sayıda yayılım yolunun birleşimidir. Bu davranış, çok yollu yayılım olarak adlandırılır. İletişim sistemleri için çok yollu kanal modeli, AWGN kanal modelinden çok daha fazla bozulmaya neden olan bir kanal modelidir.

Antenler arasındaki her bir yola çoklu yol bileşeni denir ve her yolun farklı bir zayıflatması ve zaman gecikmesi vardır. Bunların alıcı antende toplamı ise alınan işareti bozar. Bu olaya sönümleme denir. Böyle bir kanalı modellemek için zamanla

değişen impuls yanıtına sahip bir model ele alınır. İletilen işaretin karmaşık zarfı $g_s(t)$ ise alınan işaret modeli aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$g_r(t) = \sum_k \rho_k e^{j\theta_k} g_s(t - \tau_k) + n(t). \quad (2.2)$$

Burada ρ_k k . yolun zayıflatması, θ_k k . yolun faz kayması ve τ_k da k . yolun gecikmesidir. Rayleigh Dağılımlı kanalda eğer doğrudan görüşün olmadığı ve vericiden çıkan işaretin birçok yoldan alıcıya ulaştığı ve her yolun yaklaşık aynı istatistiksel özelliklere sahip olduğu varsayılırsa, $g_s(t - \tau_s) \approx g_s(t)$ için alınan işaret

$$g_r(t) = h g_s(t) + n(t) \quad (2.3)$$

olur. Burada sıfır ortalamalı karmaşık Gauss rastlantı değişkeni $h = x + jy = a e^{j\theta_k}$ ve $x = \sum_k \rho_k \cos(\theta_k)$, $y = \sum_k \rho_k \sin(\theta_k)$ olarak tanımlanır.

Merkezi limit teoremine göre x ve y değişkenleri toplama giren bileşen sayısı artarken Gauss rastlantı değişkenine yaklaşır. Bu durumda olasılık yoğunluk işlevi:

$$\begin{aligned} f_{x,y}(x,y) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)} \\ f_a(a) &= \frac{a}{\sigma^2} e^{\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right)} U(a) \quad \text{Rayleigh} \\ f_\phi &= \frac{1}{2\pi}, 0 \leq \phi \leq 2\pi \quad \text{düzgün} \end{aligned} \quad (2.4)$$

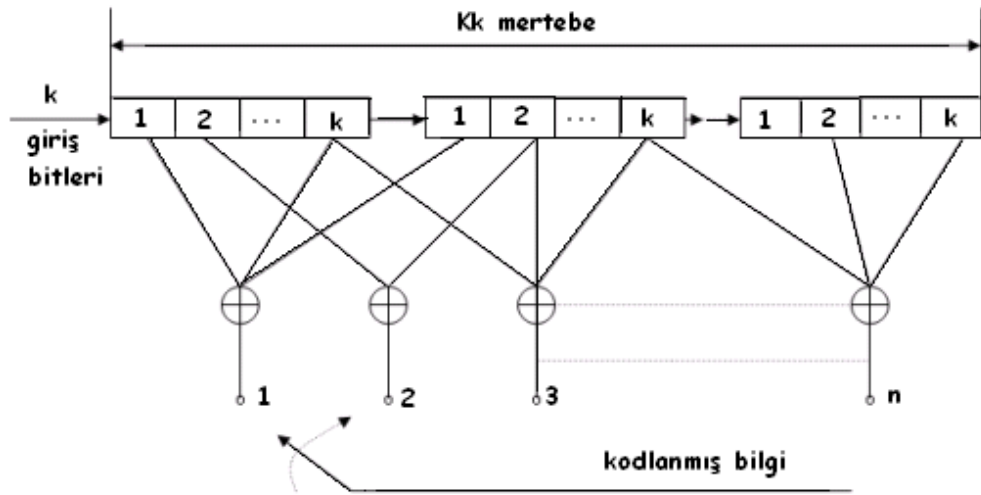
şeklinde verilir. Burada $a = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\phi = \arctg \frac{y}{x}$ 'dir.

1.2 Bellekli Hata Düzeltme Kodları

1.2.1 Katlamalı Kodlar

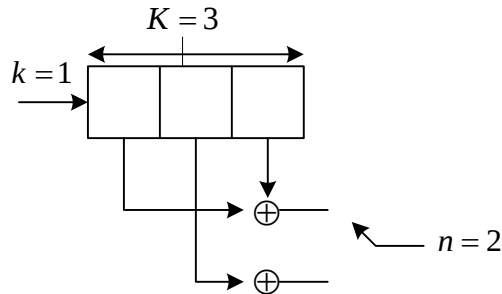
Katlamalı kodlar, gürültülü kanal üzerinden iletişim için blok kodlara alternatif olarak 1955 yılında, Elias tarafından önerilmiştir. Katlamalı kodlayıcılar, belleğe sahip olma özelliği ile blok kodlardan farklılaşır. Blok kodlarda, kodlayıcıya gelen önceki girişlere bakılmaksızın her k giriş biti bloğu n uzunluğunda çıkış bitine

eşlenir. Katlamalı kodlarda yine her k giriş biti bloğu n uzunluğunda çıkış bitine eşlenir ancak bu n bit sadece k bilgi bitleri ile belirlenmez aynı zamanda önceki bilgi bitlerine de bakılır. Önceki bilgi bitlerine bağlı olma durumu kodlayıcıya sonlu durum makinesi özelliği vermektedir. Katlamalı kod sözcüğü, yollanacak olan bilgi dizisi, doğrusal, sonlu durumlu bir ötelemeli yazıcıdan (shift-register) geçirilerek elde edilir. Şekil 2.1'deki ötelemeli yazıcı, K . mertebeden, k bit ve n doğrusal cebirsel işlev üreticinden oluşmaktadır.



Şekil 2.1 : Katlamalı kodlayıcı.

Giriş bit dizisi ikili olarak ötelemeli yazıcı üzerinden her seferinde k bit kaydırılarak kodlayıcıya sokulur. Her k bit giriş için oluşan çıkış sayısı n bittir. Sonuç olarak kodlama oranı $R=k/n$ olarak tanımlanır. K parametresi ise katlamalı kodun, kısıtlama uzunluğudur (*constraint length*) ve bellek sayısı m 'nin bir fazlasıdır ($K=m+1$). Örnek olarak Şekil 2.2'deki ikili katlamalı kodlayıcı verilebilir.



Şekil 2.2 : Katlamalı kodlayıcı.

Burada kısıtlama uzunluğu $K=3$ olan kodlayıcı her seferinde 1 bit kaydırıyor yani $k=1$ ve kodlayıcı her 1 bit kaydırmada 2 bit üretiyor yani $n=2$ 'dir. Dolayısıyla kod

oranı $k/n=1/2$ ve durum sayısı $2^{(K-1)k} = 4$ 'tür. Diyelim ki kodlayıcıya girecek ilk bit “1” olsun, bu durumda çıkış “11” olacaktır. İkinci bit ise “0” olsun, bu durumda kodlayıcımızın çıkışı “01” olacaktır. Kodlayıcının iki çıkış bitinin ötelemeli yazıcı içeriğine nasıl bağlı olduğu katlamalı kodlayıcının üreteç matrisi $G=[g_1 \ g_2 \ ... \ g_n]$ ile gösterilebilir. Eğer ötelemeli yazıcıda i . Basamak ($1 \leq i \leq 2kK$) çıkışta j . bite ($1 \leq j \leq n$) ilişkin toplayıcıya bağlı ise g_j vektörünün i . elemanı “1”, ilgili basamak o çokterimli için kullanılmıyorsa “0” dır. Burada üretici işlevler çıkışı oluştururken 1, 2 ve 3 sıralamasına göre çalışıyor olsunlar. Bu durumda üretici işlevlerin vektörleri

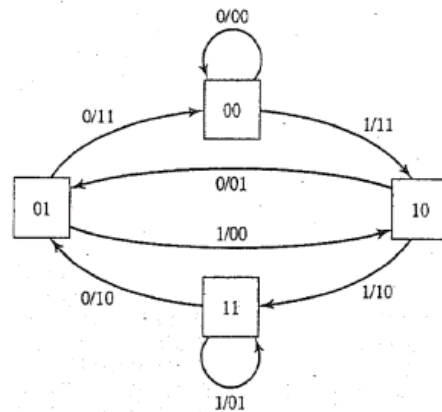
$$g_1 = [101] \text{ (1. üreteç için sadece 1. ve 3. saklayıcı kullanılmakta)}$$

$$g_2 = [111] \text{ (2. üreteç için her 3. saklayıcı kullanılmakta)}$$

$G = [101, 111]$ üreteç matrisi oktal olarak ifade edilirse (5,7) şeklinde yazılabilir.

1.2.1.1 Durum Diyagramları

Katlamalı kodlamayı tanımlamak için durum diyagramı ve kafes diyagramı kullanılabilir. Katlamalı kodlayıcının sonlu belleği olduğundan durum diyagramıyla gösterilebilir. Durum diyagramında her durum bir kutuyla ve durumlar arasındaki geçişler bu kutulara bağlanmış dallarla gösterilmiştir. Her durumdan çıkan çizgilerin sayısı o durumdaki kodlayıcıya gelen olası girişlere eşittir ve 2^k 'dir. Şekil 2.3'teki dalların üzerindeki ilk bit giriş biti, kesikten sonraki iki bit ise çıkış bitlerini göstermektedir.

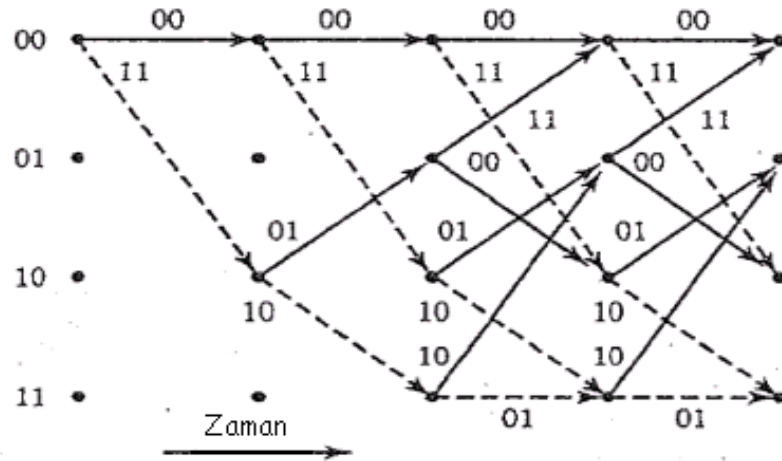


Şekil 2.3 : 1/2 Katlamalı kodlayıcının durum diyagramı.

1.2.1.2 Kafes Diyagramı

Kafes diyagramı zamanla değişen çeşitli durumlar arasındaki geçişleri göstermek için kullanılır. Kafes diyagramı durum diyagramından dikey eksende bütün durumlar belirtilerek ve yatay eksen olan zaman eksenini boyunca durum diyagramı tekrarlanarak oluşturulur.

Durum diyagramında olduğu gibi her durumdan çıkan ve her duruma gelen 2^k dal vardır. Şekil 2.4'teki kesintisiz çizgiler, "0" giriş durumu için, kesikli çizgiler ise "1" giriş durumu için durum geçişlerini belirtmektedir. Her nokta (durum) için kafesin bir giriş iki çıkış durumu vardır. Çıkışlardan bir tanesi ilgili durumdan girişe "1" geldiği zaman gidilecek yeni durumu, ikincisi ise "0" geldiği zaman gidilecek yeni durumu göstermektedir.



Şekil 2.4 : 1/2 Kod oranlı katlamalı kodlayıcının kafes diyagramı.

1.2.1.3 Uzaklık Ölçütleri

Viterbi Algoritmasında, en büyük olabilirlikli yolu seçmek için uzaklık hesabı iki şekilde yapılabilir. Birincisi sert karar kuralıyla ilgili olan Hamming uzaklığı, ikincisi ise yumuşak karar kuralıyla ilgili Öklid uzaklığıdır.

Hamming uzaklığı aynı uzunluktaki iki kod sözcüğü arasında, birbirine dönüşmesi için gerekli olan yer değiştirme sayısıdır yani iki kod sözcüğünün farklı elemanlarının sayısıdır. v_1 ve v_2 iki kod sözcüğü olmak üzere Hamming uzaklığı $d(v_1, v_2)$ arasındaki farklı bitleri göstermektedir. Örneğin $d(011011, 110001) = 3$ 'tür.

Öklid uzaklığı iki nokta arasındaki mesafeyi hesaplamak için kullanılır. Bir düzlemde p_1 noktası (x_1, y_1) ve p_2 noktası (x_2, y_2) olsun. Bu iki nokta arasındaki Öklid uzaklığı $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ şeklinde hesaplanır.

1.2.2 Kafes Kodları

Kafes kodlamalı modülasyon, band sınırlı kanallar üzerinden iletim sağlamak amacıyla geliştirilmiş birleşik kodlama ve modülasyon tekniğidir. Kafes kodlamalı modülasyon, sabit simge iletim hızını ve kanal bant genişliğini koruyarak katlamalı kodlayıcıyı M -li modülasyon ile birleştiren bir yöntemdir.

1.2.2.1 Faz Kaydırmalı Anahtarlama

Faz kaydırmalı anahtarlama taşıyıcının fazı gönderilecek bilgi işaretine bağlı olarak değiştirilir. Burada faz olarak sinüzoidal işaretin başlangıç açısı dikkate alınmaktadır. İkili PSK (BPSK) da 1 biti için taşıyıcı fazında değişiklik yapılmazken, 0 biti göndermek için taşıyıcı fazı 180° kaydırılarak gönderilir. Bu durumda taşıyıcının genliği ve frekansı sabittir, değiştirilmez. BPSK işaret

$$s(t) = A m(t) \cos 2\pi f_c t, (0 \leq t \leq T) \quad (2.5)$$

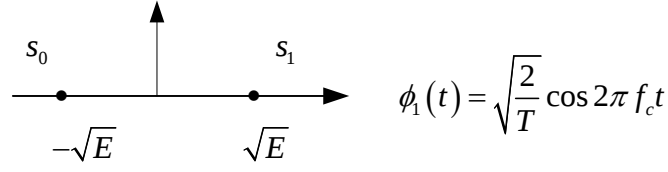
şeklinde ifade edilir. Burada A taşıyıcı genliği, f_c taşıyıcı frekansı, T bit süresidir ve $m(t) = \{-1, +1\}$ ' dir. İşaret gücü $P = A^2 / 2$ olup (2.5) şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} s(t) &= \pm \sqrt{2P} \cos 2\pi f_c t \\ &= \pm \sqrt{PT} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t \\ &= \pm \sqrt{E} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Burada $E = PT$ bir bit süresinde harcanan enerjidir. Eğer ortonormal taban işlevi

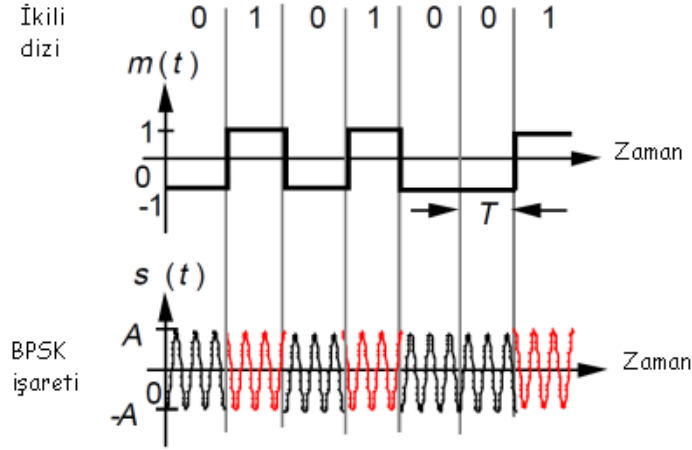
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t \quad (2.7)$$

tanımlanırsa, BPSK işaret gösterilimi Şekil 2.5' teki gibi verilebilir.



Şekil 2.5 : BPSK işaret gösterilimi.

Şekil 2.6' da, (0 1 0 1 0 0 1) ikili dizisinden oluşan BPSK işareti gösterilmektedir.



Şekil 2.6 : İkili modüle edilen işaret ve BPSK işareti.

M -li faz kaydırmalı anahtarlama (M -PSK) işareti

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t + \theta_i + \theta'), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{dışında} \end{cases} \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $\theta_i = \frac{2\pi}{M}i$ ($i = 0, 1, \dots, M - 1$) olmak üzere A sabit sayı, f_c taşıyıcı frekansı, T simge süresi ve θ' başlangıçtaki faz açısıdır. (2.9) ifadesi geliştirilirse,

$$s(t) = A \cos \theta_i \cos(2\pi f_c t + \theta') - A \sin \theta_i \sin(2\pi f_c t + \theta') \quad (2.9)$$

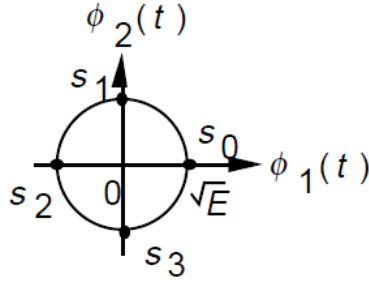
elde edilir. İşaret gücü $P = A^2 / 2$ ise (2.9) ifadesi

$$\begin{aligned} s(t) &= \sqrt{PT} \cos \theta_i \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta') - \sqrt{PT} \sin \theta_i \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t + \theta') \\ &= \sqrt{E} \cos \theta_i \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta') - \sqrt{E} \sin \theta_i \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t + \theta') \end{aligned} \quad (2.10)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $E = PT$ bir simge süresinde harcanan enerjidir ($i = 0, 1, \dots, M-1$). Eğer ortonormal taban işlevleri

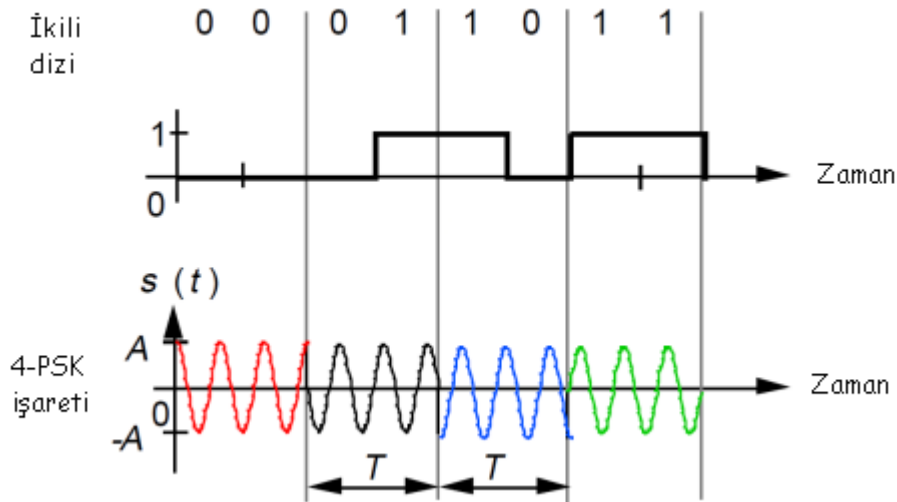
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad \text{ve} \quad \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \quad (2.11)$$

olarak tanımlanırsa, 4-PSK işaret gösterilimi Şekil 2.7' de verilmiştir.



Şekil 2.7 : 4-PSK işaret gösterilimi.

Şekil 2.8' de, (00 01 10 11) ikili dizisinden oluşan 4-PSK işaret gösterilmektedir.

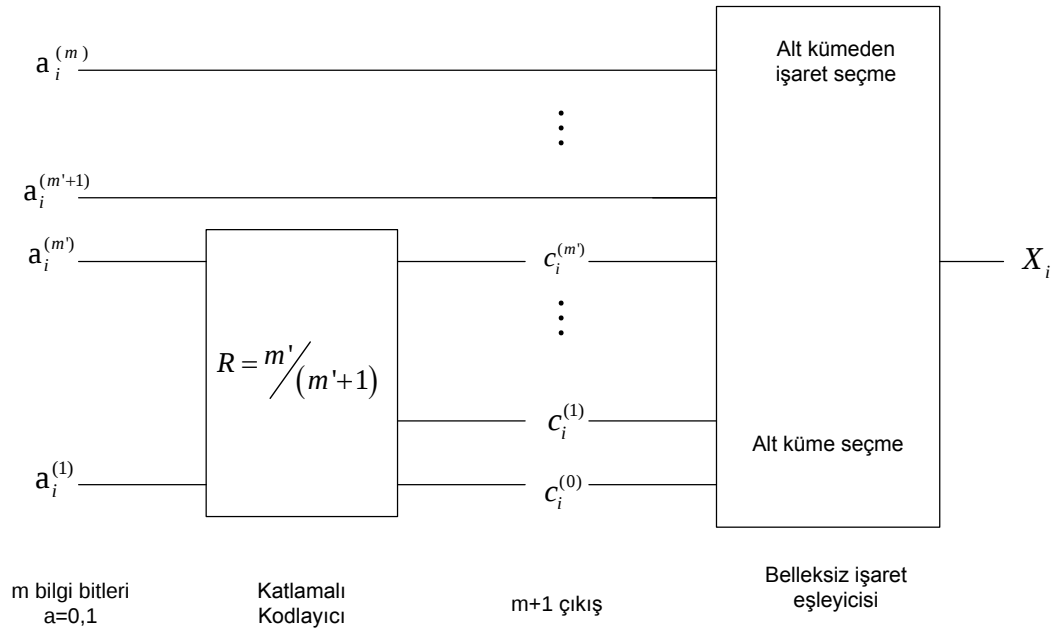


Şekil 2.8 : 4-PSK modülasyonu: (a) İkili dizi ve (b) 4-PSK işareti.

1.2.2.2 Kafes Kodlamalı Modülasyon

Artan veri oranlarıyla beraber bant genişliği kısıtlı kanallar üzerinden işaret iletimi, kodlama kazancıyla ve bant genişliğinde genişleme olmaksızın TCM ile gerçekleştirilmesi TCM'i uydu, mobil ve ağ uygulamaları için uygun hale getirmiştir. Bant sınırlı bir ortamda frekans bandı kullanımındaki verimlilik artışı yüksek dereceli modülasyonların (M -PSK gibi) seçilmesiyle elde edilir, fakat aynı

hata olasılığını sağlamak için daha yüksek işaret gücüne gereksinim duyulur. Ancak bu durumda kodlayıcı kullanımının anlamlı olması için gereken kodlayıcı karmaşıklığı oldukça fazla olmaktadır. Bu sorunun çözümü kodlayıcı ve modülatörün tasarım sırasında bir bütün olarak ele alınması ve tasarım ölçütü olarak Hamming yerine Öklid uzaklığının kullanılmasıdır. Bu yöntem kafes kodlamalı modülasyon olarak adlandırılır. İlk TCM yapısı 1976 yılında önerilmiştir (Ungerboeck and Csajka 1976). Ungerboeck'in 1982'deki çalışmasına göre kafes kodlamalı modülasyon, kodlanmamış 2^m noktalı aynı tip modülasyona göre daha fazla band genişliği gerektirmeden, $m/(m+1)$ oranlı bir kafes kodunu uygun bir eşleme işlemiyle $M = 2^{m+1}$ olası işarete eşleyen bir yöntemdir. TCM modülatörü Şekil 2.9'daki gibi kafes kod ve işaret eşleyicisinden oluşur.

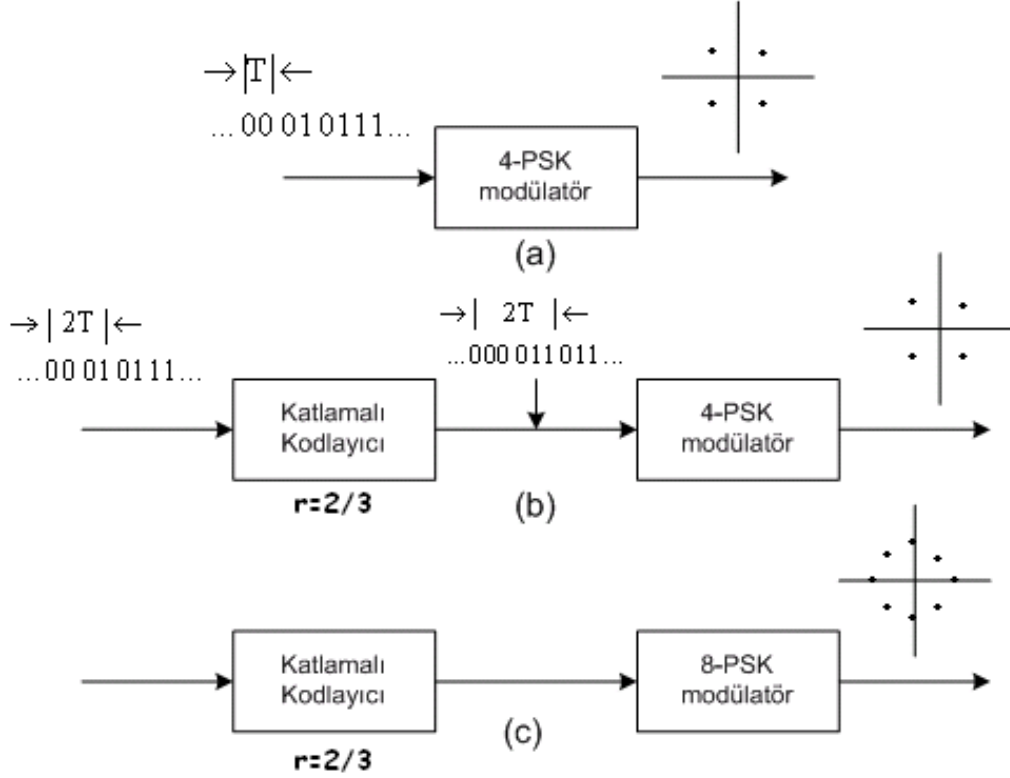


Şekil 2.9 : TCM yapısı.

TCM vericisinde katlamalı kodlayıcı m kaynak bitinden $m' \leq m$ tanesini alır ve $m' + 1$ kodlanmış çıkış biti üretir. Eşleyici bu çıkışları ve $m - m'$ kodlanmamış giriş bitini M -PSK işaretlerine dönüştürerek kanala gönderir. Her T saniyede bir, iki bilgi biti ileten çeşitli sayısal iletişim sistemi örnekleri Şekil 2.10'da verilmiştir.

Spektral verimlilik, iletilen simge başına bilgi biti sayısı olarak tanımlanır. TCM ve kodlanmamış sistemler karşılaştırılırken, aynı spektral verimliliğe ve iletilen simge başına aynı ortalama enerjiye sahip olup olmadığına bakılır. Güç kısıtlaması olan ortamda iletişim sisteminin, mümkün olan en az güç ile istenilen başarıımı elde etmesi beklenir. Bilgi bitine eşlik biti ekleyen hata düzeltme kodları, istenen band

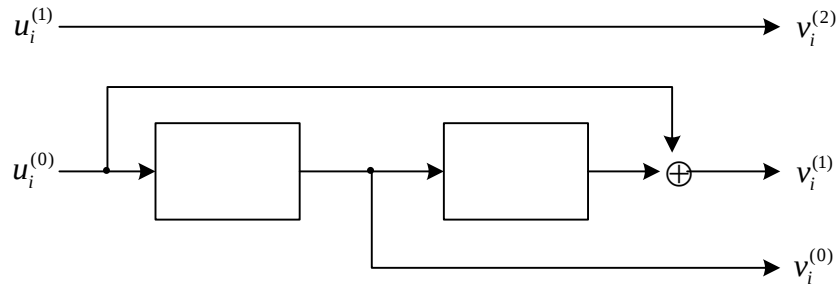
genişliğinde güç verimliliğini artırır. Bant genişliği sınırlaması olan ortamda, M -PSK modülasyonu spektral verimliliği artırır ancak bu durumda güç gereksinimi artar.



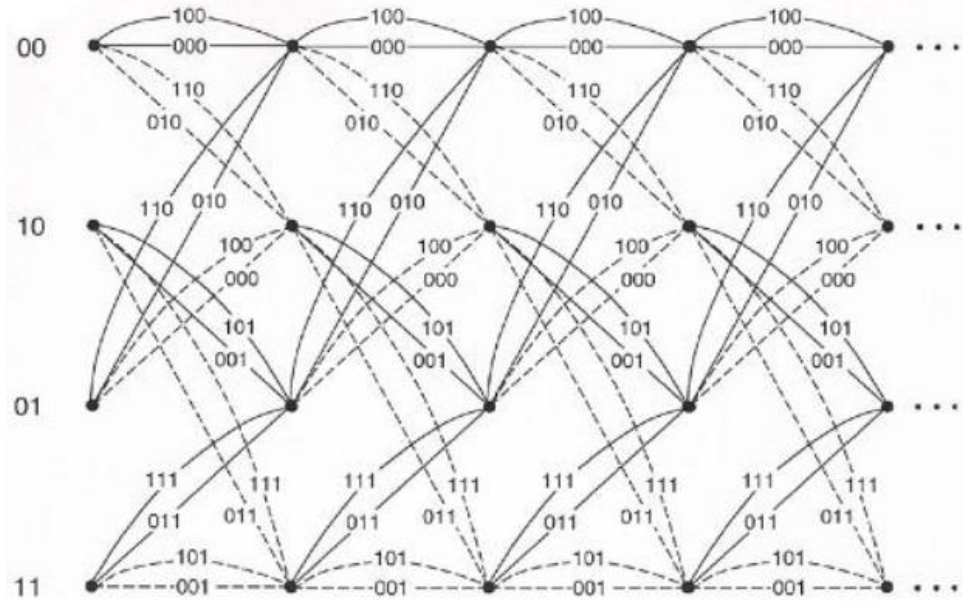
Şekil 2.10 : (a) 4-PSK ile kodlanmamış iletim (b) $r=2/3$ oranlı katlamalı kodlayıcı ve 4-PSK (c) $r=2/3$ oranlı katlamalı kodlayıcı ve 8-PSK .

Şekil 2.10a'da kodlamasız 4-lü faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonu kullanılmıştır. Bu durumda, her simge iki bilgi bitini temsil eder. Şekil 2.10b'de gösterilen sistemde, oranı $r=2/3$ olan katlamalı kodlayıcı ile QPSK modülasyonu birlikte kullanılmıştır. Bu durumda her işaret $4/3$ bilgi biti taşır ve kodsuz sistemin bit hızıyla eşitlenmek için her simge $2T/3$ saniyelik bir süreye sahip olmalıdır. Bu şekilde, bant genişliği $3/2$ artar. Şekil 2.10c'de gösterilen üçüncü seçenekte, $r=2/3$ katlamalı kodlayıcı ile 8-PSK modülasyonu kullanılmıştır. Bu durumda her simge iki bilgi biti ile temsil edilir ve simge oranı değişmemiş olduğundan bant genişliği artmaz.

8-PSK ile TCM için örneklerden biri iki bilgi bitine $r=1/2$ katlamalı kodlama uygulayıp çıkış işaretini dört alt kümeden seçmektedir. Örnek olarak Şekil 2.11'deki TCM sistem verilebilir. Bu durumda, bir bit kodlanmamış olduğundan, her dal üç bitin iki olası birleşimi ile ilişkilidir. Bu da paralel geçiş olduğu anlamına gelir.



Şekil 2.11 : 8-PSK TCM katlamalı kodlayıcısı.



Şekil 2.12 : Paralel geçişli 8-PSK TCM kodlayıcı kafes diyagramı.

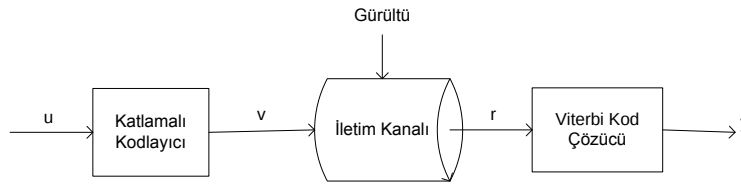
Optimum kod çözme, alınan dizi için en büyük olasılıklı giriş veri dizisini yani Şekil.2.12’ deki kafes boyunca en büyük olasılıklı yolu belirlemektir. Bu, en verimli şekilde Viterbi algoritması kullanılarak yapılır. Seçilen yol, gürültü nedeniyle, kaynak simgeleri dizisince oluşturulan doğru yol ile uyum içinde olmayabilir yani alınan dizi, örneğin n anında, doğru yoldan ayrılır ve daha sonraki $n+L$ anında bu yol ile birleşir. Böylece L uzunluğunda hata olayı meydana gelir. TCM yapısının serbest uzaklığı, hata olayını oluşturan yolların her hangi bir çiftinin arasındaki minimum Öklid uzaklığıdır. Eğer paralel geçişler varsa $L=1$ uzunluğunda hata olayı oluşabilir ve serbest Öklid uzaklığı paralel geçişler tarafından belirlenebilir. TCM’de minimum Öklid uzaklığının artırılması asimptotik olarak hata başarımını artırır. TCM’de serbest Öklid uzaklığını artırmanın bir yolu, kodun kafes diyagramının durum sayısını arttırmaktır. Fakat bu çözüm kodun karmaşıklığını da arttırır.

TCM yapılarında genellikle aralarında eşit uzaklık bulunan işaret vektörlerinin oluşturduğu simetrik işaret kümeleri kullanılır.

1.2.3 Viterbi Kod Çözme Algoritması

Viterbi kod çözme işlemi, ilgili kodlayıcı kafes yapısı göz önüne alınarak katlamalı kodlayıcının kodladığı bitleri çözme işlemidir. Katlamalı kodlayıcı, temelde bir sonlu durumlu makine olduğu için en uygun kod çözücü, en büyük olabilirlikli dizi kestiricidir (*MLSE, Maximum-likelihood sequence estimator*). Dolayısıyla, katlamalı kodlarda, en uygun kod çözme kafes üzerinde en olası yolu bulmaya dayanır. Yumuşak ya da sert karar kuralının kullanılmasına bağlı olarak uzaklık ölçütü Hamming ya da Öklid uzaklığı seçilir.

Bir katlamalı kodlayıcı için, giriş dizisi $\mathbf{u}$, çıkış dizisi $\mathbf{v}$ olacak şekilde, $\mathbf{v}$ dizisi gürültülü bir kanaldan iletilir ve alınan dizi $\mathbf{r}$ oluşur. Viterbi algoritması, alınan $\mathbf{r}$ dizisi üzerinde en büyük olabilirlik algoritmasını kullanarak olası kodlanmış dizi $\mathbf{y}$ 'yi üretir. $P(\mathbf{r}|\mathbf{y})$ ile gösterilen olabilirlik işlevinin en büyük yapılması istenmektedir. Olabilirlik işlevi yardımıyla, doğru veri ($\mathbf{v}$), 2^k olası kod sözcüğü içinden seçilir. $\mathbf{y}$ dizisi istenilen kodlanmış dizilerden ($\mathbf{v}$) biri olmak zorundadır. Şekil 2.13 katlamalı kodlayıcılı sistem yapısını göstermektedir.

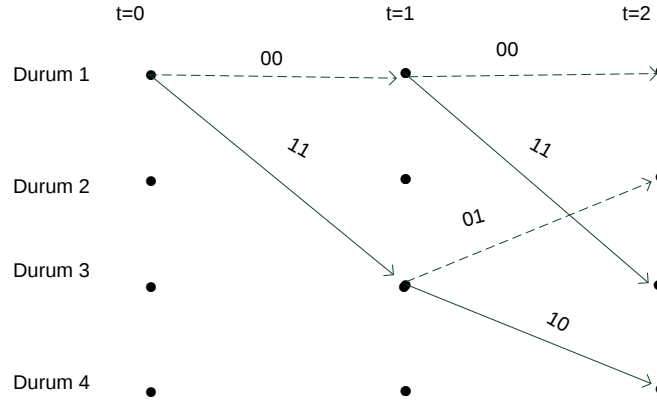


Şekil 2.13 : Katlamalı kodlayıcılı sistem.

Viterbi kod çözme algoritmasında kullanılan işlemlerden biri de kısmi yol metriklerinin hesaplanmasıdır. Kısmi yol metrikleri, belli bir adım sayısı için alınan dizi ile olası kod dizisi arasındaki uzaklıktır (Hamming uzaklığı). Viterbi algoritması, yol metriklerini hesaplamak için kafes diyagramını kullanmaktadır. Kafes diyagramındaki her duruma bir kısmi yol metriği değeri atanmaktadır. Kısmi yol metriği, $t=0$ anında 1 durumundan $t \geq 0$ anında d durumuna tanımlanmaktadır. Her durumda, en iyi kısmi yol metriği, o durumda biten yollardan en küçük metriği sağlayan olarak seçilmektedir. Şekil 2.14'teki örnekte sıfır-bir kararı için (*sert karar*) bit çiftleri kullanılarak metrik hesaplaması gösterilmiştir.

Kod çözücünde alınan bit çiftleri "00" , "11" olsun. Şekil 2.14'de kesikli oklar, giriş biti "0" olduğunda bir sonraki durumu, kesintisiz oklar ise giriş biti "1" olduğunda

bir sonraki durumu, oklar üzerindeki bit çiftleri ise katlamalı kodlayıcı çıkış çiftlerini göstermektedir.

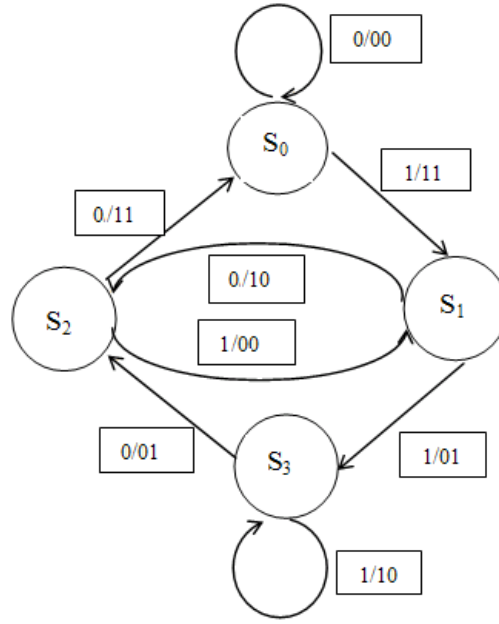


Şekil 2.14 : Örnek bir Viterbi kod çözücünde metrik hesaplaması.

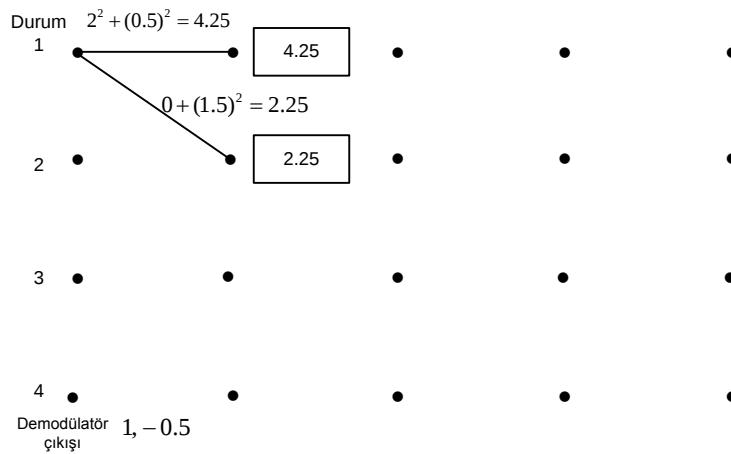
İlk anda tüm durumların toplam hata metrikleri sıfırdır. 1. durumdan başlandığı için bir sonraki durum ya “1” ya da “3”tür. Bu sırada kod çözücünde alınan çift “00” olsun. Buna göre bir sonraki anda ($t=1$) durum 1 için toplam hata metriği yine sıfır, durum 3 için ise “2” olur. Durum 3 için hata metriği şöyle hesaplanır: Kod çözücünde alınan bit çifti: 00, Durum-3’e geçerken kodlayıcı çıktısı: 11 olduğundan toplam hata metriği $= |1 - 0| + |1 - 0| = 2$ bulunur. Sonuçta, $t=1$ ’de durum 3’ün toplam hata metriği 2, diğer durumların ise sıfırdır. “ $t=2$ ” anında olası durum sayısı dört olur. Bu sırada kod çözücünde alınan bit çifti “11” olsun. Buna göre “ $t=2$ ” anı için toplam hata metrikleri şöyle hesaplanır: Durum 1: Durum 0’ a geçerken kodlayıcı çıktısı: “00” , toplam hata metriği $= 0 + |0 - 1| + |0 - 1| = 2$. Durum 2: Durum 2’ye geçerken kodlayıcı çıktısı: “01” , toplam hata metriği $= 2 + |0 - 1| + |1 - 1| = 3$. Buradaki “2” sayısı “ $t=1$ ” anında durum 3’ün toplam hata metriğidir. Durum 3: Durum 3’e geçerken kodlayıcı çıktısı: “11” , toplam hata metriği $= 0 + |1 - 1| + |1 - 1| = 0$. Durum 4: Durum 4’e geçerken kodlayıcı çıktısı: “10”, toplam hata metriği $= 2 + |1 - 1| + |0 - 1| = 3$. Buradaki “2” sayısı “ $t=1$ ” anında durum 3’ün toplam hata metriğidir.

Seçilen metrik, kalan (survivor) yolu belirler ve kalan yollara metrikler kaydedilir ve diğer metrikler kafes diyagramından atılır. Viterbi algoritması, işlemin sonucunda, tek kalan yolu seçer ve bu yol en büyük olabirlikli (ML) yol olarak adlandırılır. Kafes diyagramından ML yolu geriye doğru izlenirse, ML kod dizisi çözülmüş olur.

Yumuşak kararlı kod çözmede ise, alıcı alınan bitleri bir ya da sıfır değerlerine atamaz. İdeal olarak, alınan bit dizisi $\mathbf{r}$, sonsuz bit nicemlemesine tabi tutulur ve doğrudan yumuşak kararlı Viterbi kod çözücüsüne verilir. Yumuşak kararlı Viterbi algoritması, sıfır-bir kararlı Viterbi algoritmasına, Hamming uzaklığı yerine karesi alınmış Öklit uzaklığı kullanılması farkı dışında benzerdir. Sert kararlı Viterbi algoritmasındaki gibi $P(\mathbf{r}|\mathbf{y})$ ile gösterilen olabilirlik işlevinin en büyük yapılması istenmektedir ve bunun için kod çözücü Öklid uzaklığını hesaplayarak alınan dizi $\mathbf{r}'$ ye en yakın olası $\mathbf{y}$ işaret dizisini bulmaya çalışır.



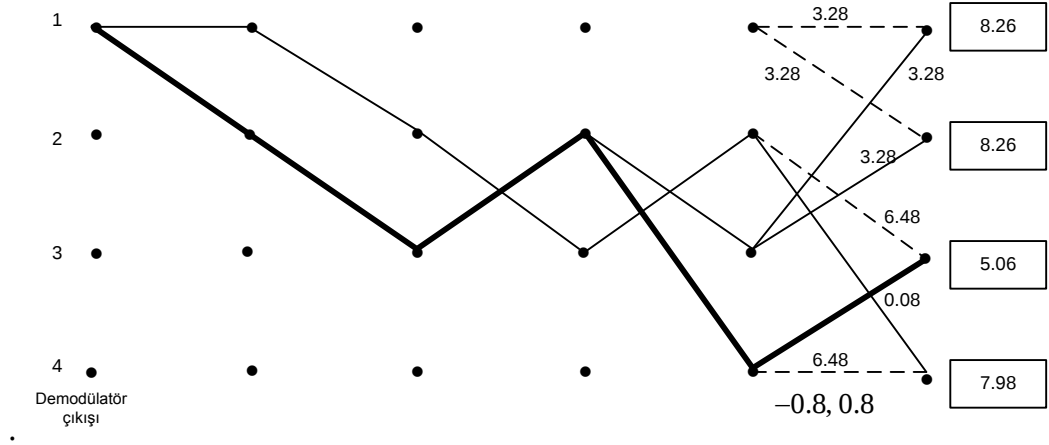
Şekil 2.15 : Örnek bir durum diyagramı.



Şekil 2.16 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücünde metrik hesaplaması.

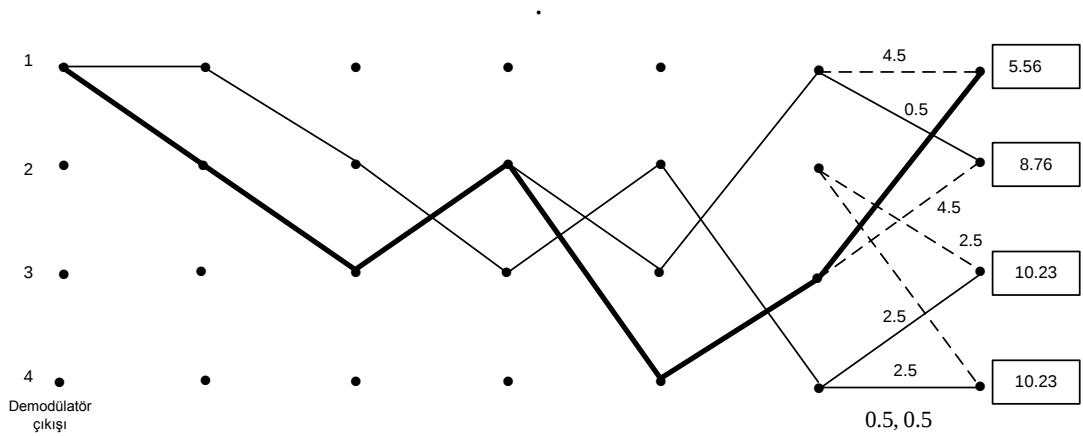
Şekil 2.15' teki durum diyagramını ($S_0=(00)$, $S_1=(10)$, $S_2=(01)$, $S_3=(11)$) kullanan yumuşak kararlı Viterbi algoritması Şekil 2.16' daki kafes üzerinden anlatılmıştır. Kodlanmış bilgi dizisi 1 0 1 1 ... iletilir. Demodülatör çıkışı 1 ve -1 in ikili sayı 1 ve 0' ı gösterdiği durumda alınan dizi $r = (1, -0.5), (1, 0.1), (-1, -1.2), (-0.8, -0.8), (-0.8, 0.8), (0.5, +0.5)$ 'dir.

Dalların üzerinde dal metrikleri gösterilmiştir ve kalan yolların birikimli metrikleri kutuların içinde verilmiştir. Her durumda, en iyi kısmi yol metriği, o durumda biten yollardan en küçük metriği sağlayan olarak seçilmektedir.



Şekil 2.17 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücünde metrik hesaplaması.

Şekil 2.17'deki beşinci adımın birinci durumunda aynı metriğe sahip iki yol karşılaşmıştır ancak bir önceki durumda en küçük metriği sağlayan yol kalın çizgiyle gösterilmiş olup, bahsedilen iki yolun öncesine ait olmadığından beşinci adımda rastgele bir karar alınması gerekmez ve kalın çizgiyle gösterilen yol seçilir.



Şekil 2.18 : Örnek bir yumuşak kararlı Viterbi kod çözücünde metrik hesaplaması.

Şekil 2.18’de kalan yol kalın çizgilerle gösterilmiştir. Kalan yola atanan kodlanmış ikili dizi 11 10 00 01 01 11 dir. Görülüyor ki bilgi dizisi 1 0 1 1 0 0 doğru çözülmüştür.

2. İKİ YÖNLÜ RÖLELİ KANALLAR

Şimdiye kadar yapılan telsiz iletişim çalışmalarında karşılaşılan en büyük zorluklardan biri, birden fazla kaynaktan gelen işaretler aynı anda geldiğinde alıcıda girişim oluşmasıdır. Telsiz ağların fiziksel katmanında, tüm veriler elektromanyetik (EM) dalgalar yoluyla iletilir. Bir kullanıcıdan iletilen EM dalgalar birden fazla kullanıcı tarafından alınabilir. Aynı zamanda bir alıcıya, bir çok kaynaktan EM dalga iletebilir. Bu EM dalgalar arasındaki girişim verinin karışmasına neden olur.

Bu olumsuz etkileri aşmak için, ya alıcı tasarımı ya da iletim zamanlaması gibi girişimi azaltmak veya önlemek için yollar bulunmaya çalışılmıştır. Örneğin, 802.11 ağlarında, taşıyıcı algılama mekanizması , aynı yayın aralığında düğümleri yönetir böylece en azından bir kaynak herhangi bir zamanda iletebilir veya alabilir. Ancak bu yöntem birden fazla düğüm, bilgi iletmek istediğinde verimsiz bir yöntemdir.

Girişimi kaçınılması gereken bir durum olarak görmek yerine verim başarımını artırmak için kullanmak mümkündür. Bunu gerçekleştirmek için;

- 1) Röle düğümün eşzamanlı alınan işaretleri hedefe gönderilmek üzere çıkış simgelerine dönüştürmesi mümkün olmalıdır.
- 2) Kaynak düğüm röleden aldığı işaretten kendi bilgisini ayıklayabilmelidir.

Basit Galois alan $GF(2^n)$ toplama [12] yöntemiyle bilgi birleştirmek ve ayıklamak için ağ kodlama tekniği, bu hedeflere ulaşmak için olası bir yaklaşım sağlar. Ancak, ağ kodlama yöntemi sadece düzgün alınmış bit üzerinde uygulanır. Birden fazla kaynaktan EM dalgalar üst üste ve karşılıklı girişim yaptığında, bu yöntem alıcıda veri çözmek için kullanılamaz. Yani, yukarıdaki 1. koşul sağlanamaz.

Fiziksel katman Ağ Kodlama (PNC) 'nın asıl amacı fiziksel katmanda EM işaret alımı ve modülasyon yapan bir ağ kodlama sistemi tasarlamaktır. Röle düğümlerinde uygun bir modülasyon ve demodülasyon tekniği sayesinde, üst üste eklenmiş EM işaretleri, bit dizisinin

GF (2n) toplamısına eşlenebilir böylece girişim, ağ kodlamada aritmetik işlemin parçası haline gelir.



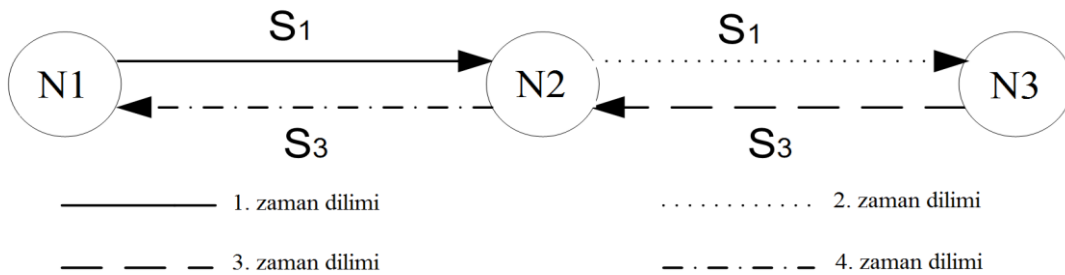
Şekil 3.1 : Üç düğümlü doğrusal ağ.

Genel yapısı Şekil 3.1’de verilmiş bir telsiz ağ ele alınmıştır. Birbirlerine veri göndermek isteyen birinci düğüm (N_1) ve üçüncü düğüm (N_3) birbirlerinin iletim menzili dışında iki uç düğüm ve bu kullanıcılara yardım eden ikinci düğüm (N_2) aralarındaki röle düğümüdür. Bu üç düğümün kullanıldığı işbirlikli iletişim sistemleri daha önce yoğun bir şekilde araştırılmıştır [5, 8]. İşbirlikli iletimde, röle düğüm N_2 , SNR değerlerine göre karar verilen Kuvvetlendir-İlet ve Çöz-İlet gibi farklı iletim stratejileri seçebilir. Bu çalışmada Çöz-İlet yöntemi kullanılmıştır. Her düğüm çok yönlü anten ile donatılmıştır ve kanal yarı iki yönlüdür. Böylece bir düğümdeki iletim ve alım farklı zaman aralıklarında gerçekleşir.

PNC ile iki-yönlü iletimin kanal verimliliği, ağ kodlama olmadan uygulanan geleneksel yöntem ile karşılaştırıldığında % 100 oranında, basit ağ kodlama ile karşılaştırıldığında % 50 oranında artar.

Bu bölümde PNC nin üç düğümlü ağlarda nasıl çalıştığı ve tasarlanan geleneksel yöntemlerle karşılaştırılması verilmiştir. PNC yöntemi, iki uç düğümün kendi kod sözcüklerini bir röle aracılığı ile iki yönlü olarak değiştirmek için sadece iki zaman aralığına gereksinim duymaktadır. Buna karşılık, basit ağ kodlamada üç zaman aralığına, ağ kodlamanın kullanılmadığı durumda ise dört zaman aralığına ihtiyaç vardır.

2.1 Geleneksel İletim

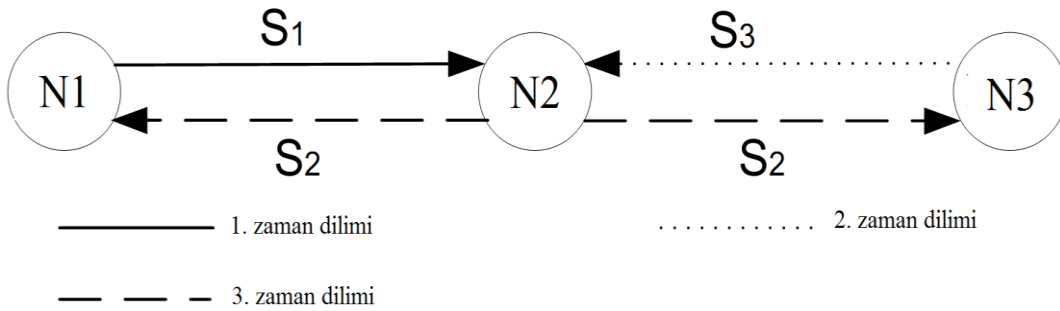


Şekil 3.2 : Geleneksel iletim.

Geleneksel ağlarda, girişim genellikle N_1 ve N_3 'den N_2 'ye gelen sinyallerin üst üste binmesi engellenerek önlenir. Geleneksel iletim Şekil 3.2'de verilmiştir.

S_i , N_i tarafından gönderilen çerçeve olarak ifade edilirse N_1 önce N_2 ye S_1 'i gönderir ve N_2 rölesi S_1 'i N_3 'e gönderir. Daha sonra N_3 , S_3 'ü bu iletimin tersi yönünde gönderir ve röle S_3 'ü N_1 ' e gönderir. Bu şekilde karşılıklı iki çerçeve değişimi için dört zaman dilimine gereksinim vardır.

2.2 Basit Ağ Kodlama



Şekil 3.3 : Basit ağ kodlama.

Telsiz ağlarda üç düğümlü ağ kodlama uygulamanın basit yolu Şekil 3.3' de gösterilmektedir. İlk olarak N_1 , S_1 'i N_2 'ye gönderir, daha sonra N_3 , S_3 çerçevesini N_2 'ye gönderir. S_1 ve S_3 'ü alan N_2 rölesi S_2 çerçevesini şu şekilde kodlar:

$$S_2 = S_1 \oplus S_3 \quad (3.1)$$

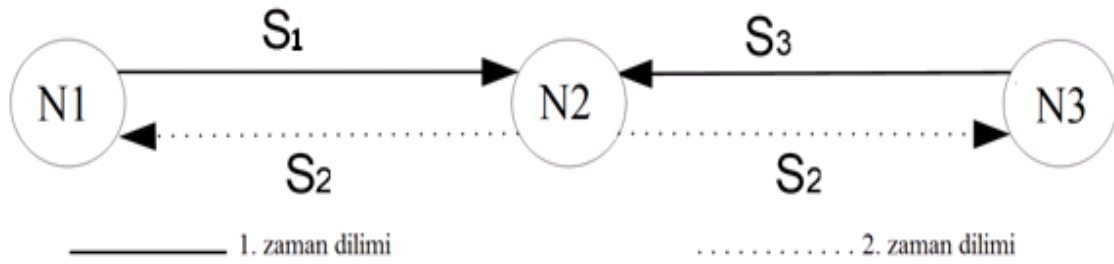
Burada $\oplus$, S_1 ve S_3 ' e uygulanan bit bit XOR'lama işlemini ifade eder. N_2 daha sonra S_2 'yi N_1 ve N_3 düğümlerine yayınlar. N_1 , S_2 'yi alınca (3.2)'de gösterildiği gibi S_2 'den kendi bilgisi S_1 ' i çıkartarak S_3 'ü bulur. Aynı şekilde N_2 de S_1 bilgisine ulaşır.

$$S_R = S_1 \oplus S_2 = S_1 \oplus (S_1 \oplus S_3) = S_3 \quad (3.2)$$

Basit ağ kodlamada, geleneksel iletime göre %33 daha çok verim alınabilmesi için toplam üç zaman dilimine gereksinim vardır.

2.3 Fiziksel Katman Ağ Kodlama

S_1 ve S_3 çerçeveleri, aynı faz ve genlikle N_2 düğümüne gelir. Bütün düğümlerde QPSK modülasyonunu kullanıldığı, işaret düzeyi ve taşıyıcı evresi eş zamanlı olduğu ve ayrıca güç kontrolü kullanıldığı varsayılmıştır. Bir simge süresi boyunca N_2 ile alınan birleştirilmiş işaret aşağıdaki şekilde verilir:



Şekil 3.4 : Fiziksel katman ağ kodlama.

$$\begin{aligned}
 r_2(t) &= s_1(t) + s_3(t) \\
 &= [a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)] + [a_3 \cos(\omega t) + b_3 \sin(\omega t)] \\
 &= (a_1 + a_3) \cos(\omega t) + (b_1 + b_3) \sin(\omega t).
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Burada $s_i(t)$ ($i=1,3$), N_i tarafından iletilen işaret ve $r_2(t)$ bir simge süresi boyunca N_2 tarafından alınan işaret olup a_i ve b_i , N_i 'ye ait, QPSK ile modüle edilmiş bilgi bitleridir. Burada ω taşıyıcı açısal frekansıdır. N_2 'nin yatay ve dik bileşenlerinde aldığı işaretler sırasıyla

$$\begin{aligned}
 I &= a_1 + a_3 \\
 Q &= b_1 + b_3
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

şeklinde. N_1 ve N_3 tarafından iletilen a_1 , b_1 , a_3 ve b_3 bitlerini N_2 ayrı ayrı ayırt edemez. Uçtan uca iletimin başarılı olması için PNC eşleme olarak adlandırılan fiziksel katmanda özel bir modülasyon/demodülasyon eşlemesi yapılmaktadır. Çizelge 3.1'de PNC eşleme tablosu verilmiştir. QPSK modülasyonu yatay ve dik bileşenlerdeki iki BPSK modülasyonu gibi düşünülebilir.

Çizelge 3.1 : PNC eşleme.

N ₁ ve N ₃ 'te modülasyon eşleme				N ₂ 'de demodülasyon eşleme		
				Giriş	Çıkış	
Giriş		Çıkış			N2'de modülasyon eşleme	
					Giriş	Çıkış
s ₁ ^(I)	s ₃ ^(I)	a ₁	a ₃	a ₁ + a ₃	s ₂ ^(I)	a ₂
1	1	1	1	2	0	-1
0	1	-1	1	0	1	1
1	0	1	-1	0	1	1
0	0	-1	-1	-2	0	-1

$s_j^{(I)} \in \{0,1\}$, N_j'nin dik bileşenindeki veri bitini ve $a_j \in \{-1,1\}$, $s_j^{(I)}$ 'nin BPSK ile modüle edilmiş işaretini göstermektedir ($a_j = 2s_j^{(I)} - 1$). Yatay bileşen için de aynı şekilde tablo oluşturulur. N2, kendi bilgi bitlerini

$$\begin{aligned} s_2^{(I)} &= s_1^{(I)} \oplus s_3^{(I)} \\ s_2^{(Q)} &= s_1^{(Q)} \oplus s_3^{(Q)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

yardımlarıyla oluşturur ve daha sonra

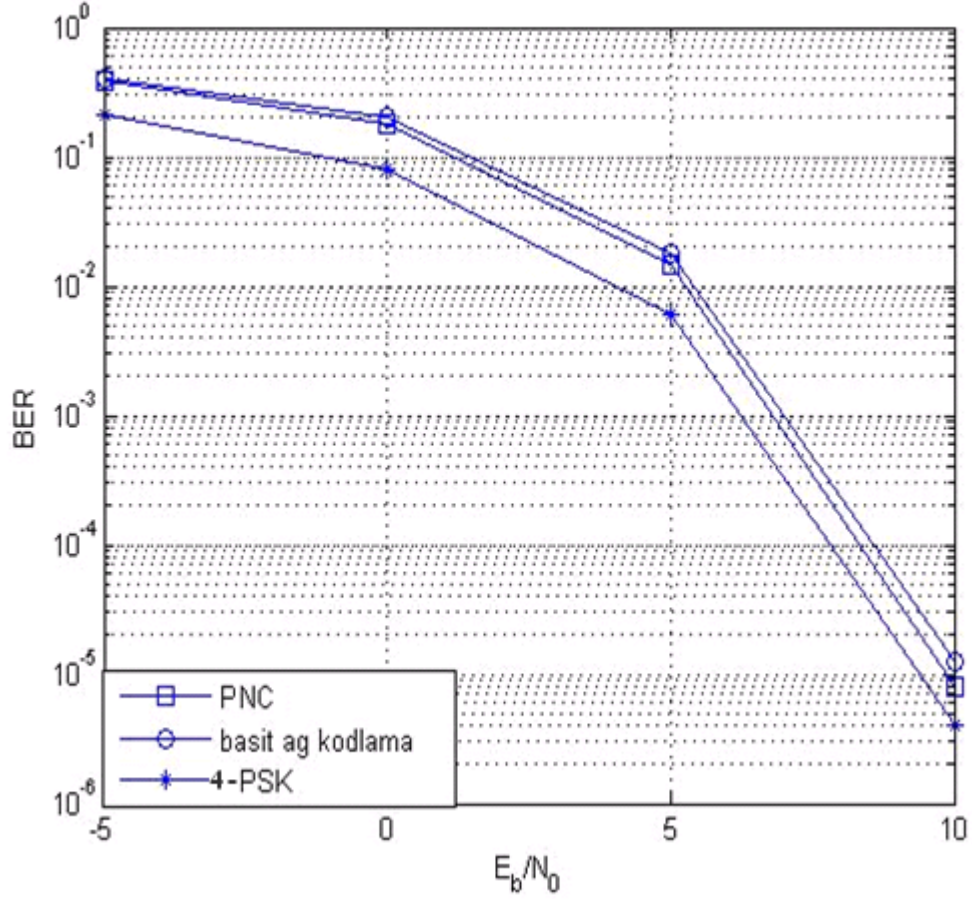
$$s_2(t) = s_2^{(I)} \cos(\omega t) + s_2^{(Q)} \sin(\omega t) \quad (3.6)$$

işaretini iletir. N₁ ve N₃, $s_2(t)$ 'yi aldıktan sonra 4-PSK demodülasyonu ile $s_2^{(I)}$ ve $s_2^{(Q)}$ bitlerini elde eder ve daha sonra S₂ çerçevesini oluşturur. Böylece basit kodlamadaki $S_2 = S_1 \oplus S_3$ işlemi PNC ile yapılmış olur. Böylece iki yönlü iletim için iki zaman dilimi yeterlidir.

2.4 Hata Başarımları

Şekil 3.5'te PNC, basit ağ kodlama ve 4-PSK modülasyonunun BER hata başarımları verilmiştir. Şekilden görülüyor ki PNC' nin BER hata başarımı QPSK'dan daha düşük ancak basit ağ kodlamaya göre hata başarımı iyileşmektedir. Bununla beraber SNR 10 dB' nin üzerine çıkınca bu üç eğri arasındaki fark 0.1 dB den daha az olacağı için aynı BER

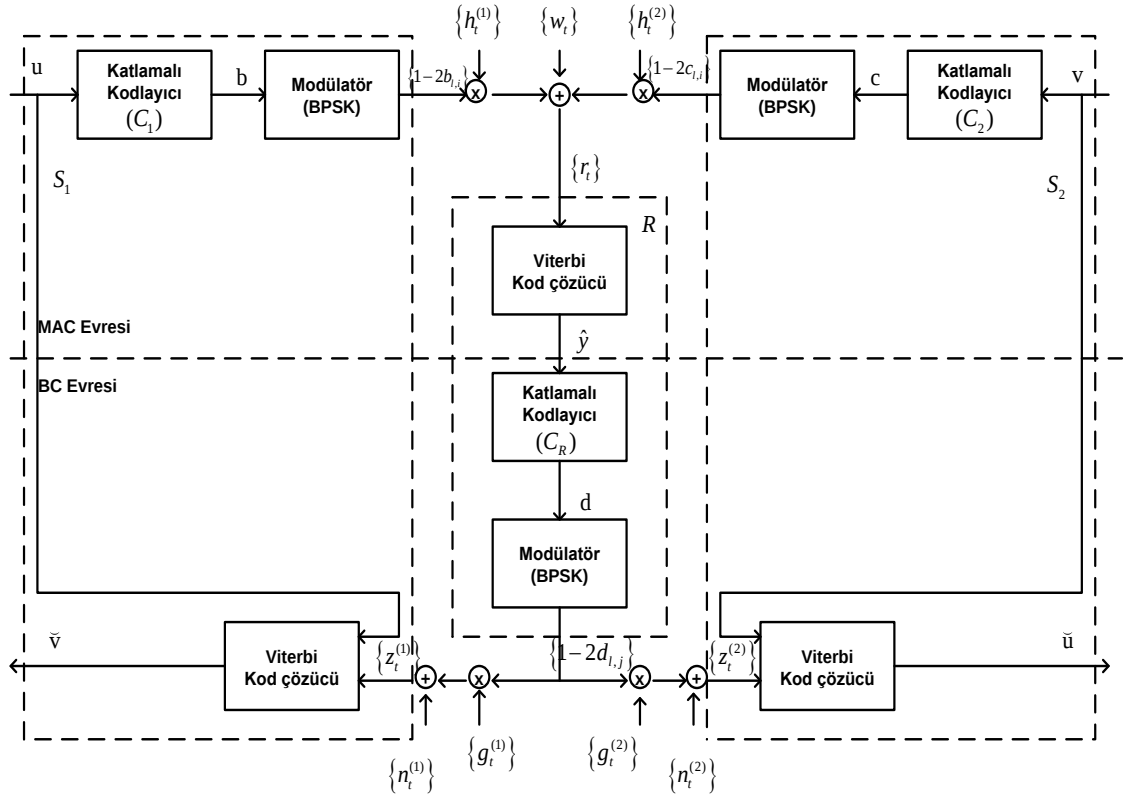
başarımına sahip oldukları söylenebilir. Şekil 3.5'te incelenmiş olan sistemlerin her birinin 4-PSK modülasyonu kullandığı göz önüne alındığında PNC kullanan sistem 4-PSK kullanan sisteme göre 2 kat band verimliliğine sahiptir. Basit ağ kodlamalı sistemin band verimliliği ise PNC sistemine göre yaklaşık %66 düşüktür.



Şekil 3.5 : Normal QPSK modülasyonu, basit ağ kodlama ve PNC hata başarımları.

3. KATLAMALI KOD KULLANAN İKİ YÖNLÜ RÖLELİ SİSTEMİ

Şekil 4.1’de gösterilen sistem modelinde [24], iki kaynak (S_1 ve S_2) kod sözcüklerini yakınlarında bulunan bir röle (R) aracılığı ile birbirlerine iletmektedir. Bu sistemde, çoklu erişim evresi (*media access control*, MAC) ve yayın evresinden (broadcasting phase, BC) oluşan fiziksel katman ağ kodlama (PNC) tekniği kullanılmaktadır. MAC evresinde, S_1 ve S_2 ’ye gelen kod sözcüklerini modüle edip aynı anda röleye iletmektedir, ardından R , kendisine gelen iki sözcüğün bilgi bitlerinin XOR ‘lanmış halini çözmekte ve BC evresinde, XOR’lanmış diziye karşı düşen kod sözcüğünü iki kullanıcıya aynı anda göndermektedir. Her kaynak kendi kod sözcüğünü bildiği için, diğer kaynak tarafından gönderilen kod sözcüğünü XOR işlemi sonucu çözmektedir.

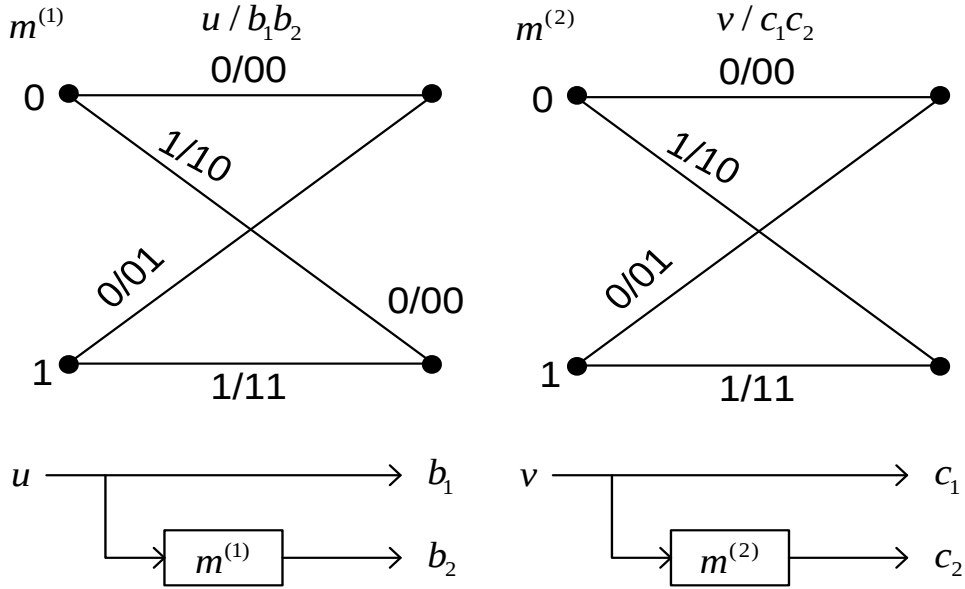


Şekil 4.1 : Katlamalı kodlayıcıların kullanıldığı iki-yönlü röleli sistem modeli.

S_1 ve S_2 tarafından oluşturulan, aynı L uzunluğuna sahip ikili bilgi dizileri sırasıyla $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_L\}$ ve $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ şeklinde olsun. Bu iki dizi aynı kod oranı r ’ye

sahip olan C_1 ve C_2 katlamalı kodlayıcıları ile kodlansın. N pozitif tam sayı olmak üzere $r = 1/N$ seçilsin.

Şekil 4.2' de, kullanıcılardaki iki durumlu, kodlama oranı $1/2$ olan katlamalı kodlayıcı kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları verilmiştir. $m^{(1)}$ ve $m^{(2)}$ durumları, $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$ bilgi dizilerini ve b_1b_2 ile c_1c_2 kodlanmış ikili dizileri göstermektedir.



Şekil 4.2 : İki Durumlu $1/2$ oranlı katlamalı kodlayıcı kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları.

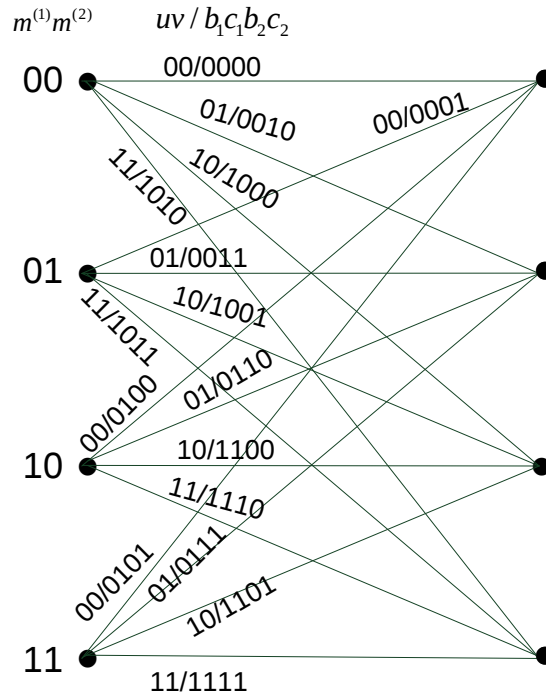
$\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$ bilgi dizilerinden elde edilen LN uzunluğunda kodlanmış ikili diziler sırasıyla,

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \{b_{1,1}, \dots, b_{1,N}, \dots, b_{L,1}, \dots, b_{L,N}\} = C_1(\mathbf{u}) \\ \mathbf{c} &= \{c_{1,1}, \dots, c_{1,N}, \dots, c_{L,1}, \dots, c_{L,N}\} = C_2(\mathbf{v}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

şeklinde gösterilir. Bu sistemde bir taşıyıcının fazının sayısal işaretin iki seviyesine bağlı olarak iki değer arasında değiştirildiği ikili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) kullanılmıştır. Örneğin, "0" ve "1" işaretleri sırasıyla "1" ve "-1" ikili bilgi işaretlerine çevrilir. S_1 ve S_2 tarafından iletilen işaret dizileri sırasıyla $\{1 - 2b_{l,i}\}$ ve $\{1 - 2c_{l,i}\}$ şeklinde gösterilebilir. Burada $l = 1, 2, \dots, L$ ve $i = 1, 2, \dots, N$ ' dir.

Şekil 4.2' de verilen kafeslerle oluşturulan tam durumlu kafes diyagramı Şekil 4.3' te verilmiştir. Durumlar iki katlamalı kodun durumlarının birleştirilmesinden oluşur. Örneğin bir düğümdeki katlamalı kodun $\{0\}$ durumu ile diğer düğümdeki katlamalı kodun $\{1\}$ durumu birleştirilirse kafesteki 2. durum $\{01\}$ oluşur. Ayrıca geçişlerin

üzerinde durumlardan, tüm durumlara giderken oluşturulan bütünleşik bilgi dizileri ve kodlanmış ikili diziler verilmiştir.



Şekil 4.3 : Katlamalı iki durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı tam durum kafes diyagramı.

LN uzunluklu sözcüklerin iletilmesinden oluşan MAC evresinde, kaynak düğümleri kodlanmış işaretleri eş zamanlı olarak iletir. Eğer zaman indisi $t = (l - 1)N + i$, $1 \leq l \leq N$, $1 \leq i \leq N$, ile gösterilirse, MAC evresi süresince, rölede alınan işaret

$$r_t = h_t^{(1)} \sqrt{E_1} (1 - 2b_{l,i}) + h_t^{(2)} \sqrt{E_2} (1 - 2c_{l,i}) + w_t, \quad t = 1, 2, \dots, LN \quad (4.2)$$

şeklinde gösterilir. Burada E_k iletim gücü ve $h_t^{(k)}$, S_k ile röle düğümü R arasındaki kanalın t anındaki sönmüleme katsayısı olup ($k = 1, 2$), w_t röledeki sıfır ortalamalı ve boyut başına varyansı σ_R^2 olan t anındaki beyaz Gauss gürültü bileşenini göstermektedir. Beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için $h_t^{(k)} = 1 \forall t, k$ kabul edilmektedir.

Fiziksel katman ağ kodlama, kod sözcüğü dizilerine uygulanmıştır. $\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_L\}$, $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$ den XOR işlemiyle elde edilen bilgi dizisi olsun. $\oplus$ simgesi ikili XOR operatörünü ifade eder ve $\mathbf{y}$ 'nin l 'inci elemanı $y_l = u_l \oplus v_l$ şeklinde hesaplanır. Rölenin kanal durum bilgisine (CSI) sahip olduğu varsayımı altında,

röledeki $\mathbf{y}'$ nin çözülmüş halini $\hat{\mathbf{y}}$ diye adlandırırsak en büyük olabilirlikli (ML) kod çözme

$$\hat{\mathbf{y}} = \arg \max_{\mathbf{y}} \ln \sum_{\mathbf{u}, \mathbf{v}: \mathbf{y}=\mathbf{u} \oplus \mathbf{v}} \exp(-W_{mac}(C_1(\mathbf{u}), C_2(\mathbf{v}))) \quad (4.3)$$

ile verilir.

Burada, $W_{mac}(\mathbf{b}, \mathbf{c})$ kod çözme metriğidir ve

$$W_{mac}(\mathbf{b}, \mathbf{c}) = \sum_{t=1}^{LN} \left| \frac{r_t}{\sigma_R} - h_t^{(1)} \sqrt{\gamma_{mac,1}} (1 - 2b_{l,i}) - h_t^{(2)} \sqrt{\gamma_{mac,2}} (1 - 2c_{l,i}) \right|^2 \quad (4.4)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\gamma_{mac,k} = E_k / \sigma_R^2$ ve $k = 1, 2$ 'dir.

Daha sonra, çözülmüş olan $\hat{\mathbf{y}}$, kodlanmış dizi $\mathbf{d} = C_R(\hat{\mathbf{y}})$ 'yi oluşturmak üzere, röledeki katlamalı kodlayıcı C_R tarafından kodlanmaktadır. C_R 'nin kodlama oranı $r' = 1/N'$ olup N' pozitif bir tamsayıdır. $\mathbf{d}$ kod sözcüğünün uzunluğu da LN' 'dir.

LN' uzunluklu kod sözcüğünün iletilmesinden oluşan BC evresinde, röle düğümü R kodlanmış işaretleri her iki kaynağa gönderir. BC evresinde $t = (l - 1)N' + j$, ($l = 1, 2, \dots, L$ ve $j = 1, 2, \dots, N'$) anında, S_k , ($k = 1, 2$),

$$z_t^{(k)} = g_t^{(k)} \sqrt{E_R} (1 - 2d_{l,j}) + n_t^{(k)}, \quad t = 1, 2, \dots, LN' \quad (4.5)$$

gürültülü işaretini alır.

Burada, E_R ve $g_t^{(k)}$ sırasıyla rölenin iletim gücü ve S_k ile R arasındaki sönümleme katsayısı olup, $n_t^{(k)}$, kaynaklardaki Gauss gürültü bileşenidir ($n_{l,j}^{(k)} \sim CN(0, \sigma_k^2)$).

Kanalın sönümleme katsayısı $g_t^{(k)}$ bilindiği durumda k . kaynağa gelen işaret dizisi $z_t^{(k)}$, den

$$\tilde{\mathbf{y}}^{(k)} = \arg \min_{\hat{\mathbf{y}}} W_{bc}^{(k)}(C_R(\hat{\mathbf{y}})) \quad (4.6)$$

çözülür.

Burada, $W_{bc}^{(k)}(\mathbf{d})$

$$W_{bc}^{(k)}(\mathbf{d}) = \sum_{t=1}^{LN'} \left| \frac{z_t^{(k)}}{\sigma_k} - g_t^{(k)} \sqrt{\gamma_{bc,k}} (1 - 2d_{l,i}) \right|^2 \quad (4.7)$$

şeklinde hesaplanır. $\gamma_{bc,k} = E_R / \sigma_k^2$ ve $k = 1, 2$ 'dir.

Son olarak S_1 , S_2 tarafından gönderilen bilgi dizisi $\mathbf{v}$ yi $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{\check{y}}^{(1)}$ ye, XOR işlemi uygulayarak çözer ($\mathbf{\check{v}} = \mathbf{u} \oplus \mathbf{\check{y}}^{(1)}$). Benzer şekilde $\mathbf{u}$ bilgi dizisi de, S_2 'de $\mathbf{\check{u}} = \mathbf{v} \oplus \mathbf{\check{y}}^{(2)}$ yardımıyla çözülür.

3.1 Rölede Tam Durumlu Kafes İle Kod Çözme

BC evresinde, iki kaynak düğümünde kod çözmek için Viterbi algoritması (VA) doğrudan kullanılabilir. Bu evredeki VA' ya dayalı kod çözücü karmaşıklığı, durum sayısına ve bir durumdan diğer duruma geçiş sayısına bağlıdır. Diğer taraftan, MAC evresinde, röle düğümünün görevi, iki kaynak düğümünden gelen kodlanmış diziyi çözmektir. Daha sonra XOR'lanan bilgi dizilerine karşı düşen kod sözcükleri çok yüksek karmaşıklığa sahip bir yöntemle çözülür. Röle düğümü sınırlı işlem gücüne sahip olabileceğinden, düşük karmaşıklığa sahip kod çözücü algoritması kullanılması istenir. (4.3) ifadesindeki kod çözme işlemi için röle düğümün kod çözme metriği üstel fonksiyonların toplamının logaritması olduğundan VA kod çözme için uygulanamaz. Eğer orijinal kod çözme metriği log-maks yaklaşımı kullanılarak değiştirilirse, kod çözme süreci iki adımda gerçekleştirilebilir. Bunlardan birincisi, VA' nın uygulanabilir olduğu iki kullanıcı kod çözme, diğer adıyla ortak kod çözmedir. İkincisi ise çözülmüş dizilerin kullanıcılarda XOR' lanmasıdır. Log-maks yaklaşımı kullanılarak yani $\ln \sum_i \exp(z_i) \approx \max_i z_i$ alınarak değiştirilen kod çözme işlemi şu şekilde verilir:

$$W_{bc}^{(k)}(\mathbf{d}) = \sum_{t=1}^{LN'} \left| \frac{z_t^{(k)}}{\sigma_k} - g_t^{(k)} \sqrt{\gamma_{bc,k}} (1 - 2d_{l,i}) \right|^2. \quad (4.8)$$

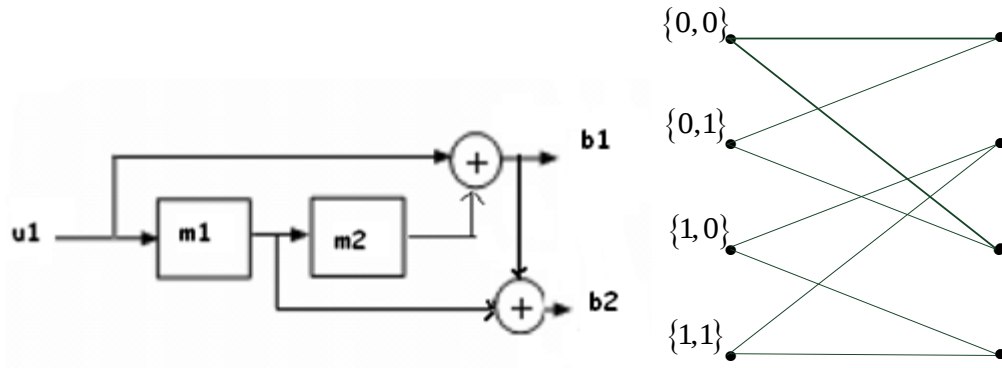
Kod çözme süreci aşağıdaki 2 adımda uygulanabilir:

- i. İki bilgi dizisi

$$\{\hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}}\} = \arg \min_{\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}} W_{mac}(C_1(\mathbf{u}), C_2(\mathbf{v})) \quad (4.9)$$

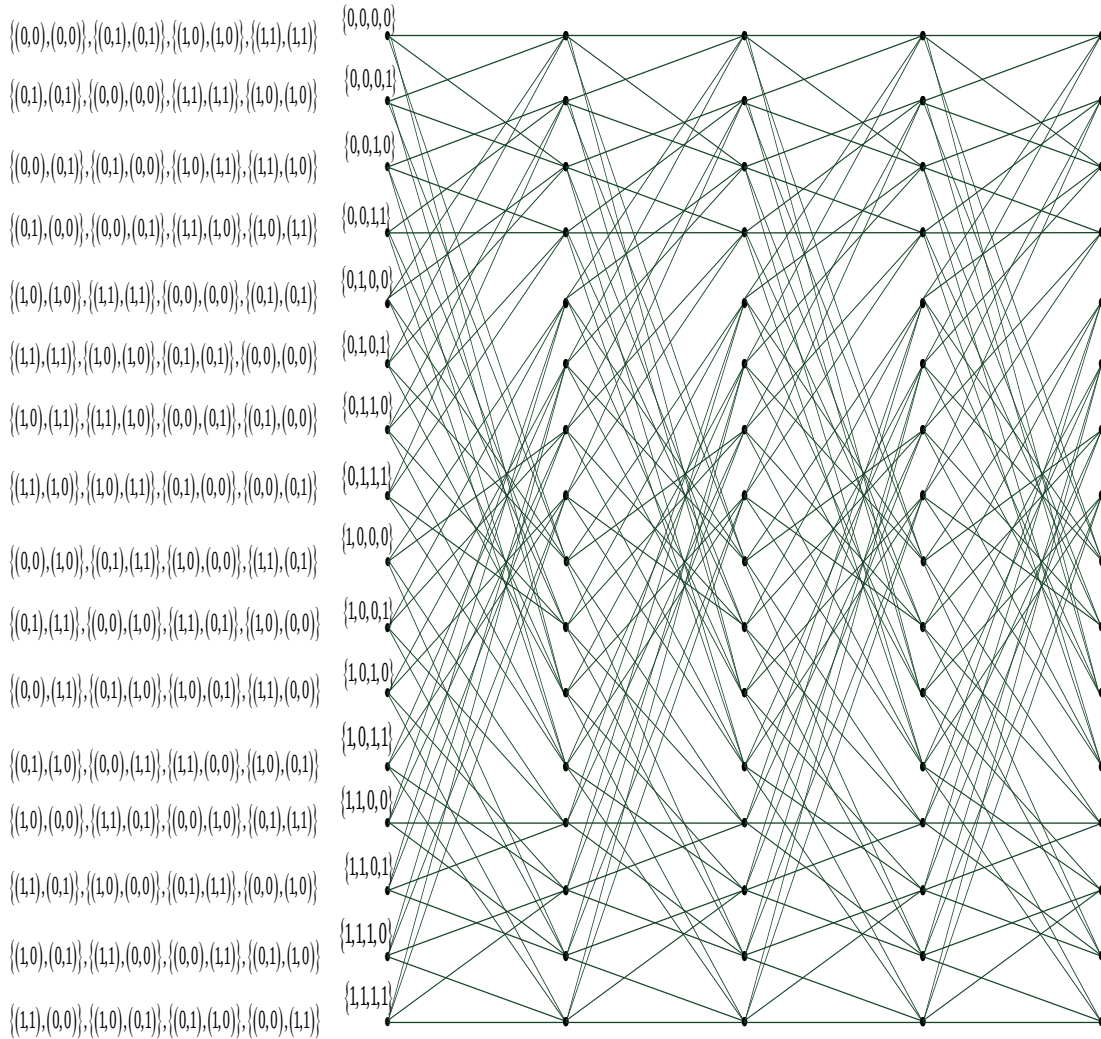
şeklinde beraber çözülür.

- ii. XOR'lanan bilgi dizisine karşı düşen dizi ile elde edilir.



Şekil 4.4 : (5,7) katlamalı kodlayıcı ve kafes diyagramı.

Şekil 4.4' te, benzetimlerde kullanılan, kodlama oranı 1/2 olan (5,7) katlamalı kodlayıcı verilmiştir. Birinci adım MAC için iki-kullanıcılı kod çözmedir. Bu adımda VA, Şekil 4.5'te verilen iki kullanıcılı kafes yapısına dayalı olarak uygulanabilir.



Şekil 4.5 : (5,7) ve (5,7) katlamalı kod çifti için rölede tam durumlu kafes.

C_k 'nın bellek uzunluğu e_k ise l 'inci aşamadaki durum $m_l = \{p_{l-1}, \dots, p_{l-e_1}, q_{l-1}, \dots, q_{l-e_2}\}$, sonraki durum $m_{l+1} = \{p_l, \dots, p_{l-e_1+1}, q_l, \dots, q_{l-e_2+1}\}$ şeklinde gösterilir, ($k = 1, 2$). s_l 'den s_{l+1} 'e geçiş yapılırken, $\{(b_{l,1}, c_{l,1}), \dots, (b_{l,N}, c_{l,N})\}$ olarak verilen N uzunluğunda bütünleşik çıkış üretilir. $\mathcal{S}$ durum alfabesi olarak adlandırılır ve büyüklüğü $|\mathcal{S}| = 2^{e_1+e_2}$ olarak hesaplanır. VA her yolun bir durum dizisi üzerinden geçtiği tüm olası yollar içinde en büyük olabilirlikli yolu aramak için kullanılabilir. $S = \{m_1, m_2, \dots, m_{L+1}\}$ durum dizisi olmak üzere, yol metriği

$$V_{mac}(\{m_l\}) = \sum_{l=1}^L M_l(m_l; p_l, q_l) \quad (4.10)$$

biçimindedir. Burada dal metriği

$$M_l(m_l; p_l, q_l) = \sum_{i=1}^N \left| \frac{r_{(l-1)N+1}}{\sigma_R} - h_{(l-1)N+1}^{(1)} \sqrt{\gamma_{mac,1}} (1 - 2b_{l,i}) - h_{(l-1)N+1}^{(2)} \sqrt{\gamma_{mac,2}} (1 - 2c_{l,i}) \right|^2 \quad (4.11)$$

şeklinde verilir. Her aşamada $2^{e_1+e_2}$ olası durum vardır. Bu nedenle, kod çözücünün her aşamada kalan yolları her durum için belleğinde tutması gereklidir. Böylece, tam durumlu kod çözme karmaşıklığı iki kaynak düğümün katlamalı kodlayıcılarının bellek uzunluklarının toplamıyla üstel olarak artar.

3.2 Tam Durumlu Kafes İçin Hamming Uzaklığı Analizi

P_{mac} ve P_{bc} , sırasıyla MAC ve BC evreleri için bir veri dizisini hatalı çözüme olasılıkları olsun (veya çerçeve hata olasılıkları (FER)). Eğer XOR' lanan bilgi dizisi her iki evrede de yanlış çözülürse, tüm uçtan uca iletim için doğru karar verme olasılığı $1 / (1 - 2L)$ ' dir. Bu nedenle, çok büyük L değeri için uçtan uca FER

$$\begin{aligned} P_{FER} &= P_{mac}(1 - P_{bc}) + P_{bc}(1 - P_{mac}) + \frac{2^L - 2}{2^L - 1} P_{mac} P_{bc} \\ &= P_{mac} + P_{bc} - \frac{2^L}{2^L - 1} P_{mac} P_{bc} \\ &\approx P_{mac} + P_{bc} - P_{mac} P_{bc} \end{aligned} \quad (4.12)$$

ile verilir. Bu eşitlikten yola çıkarak P_{FER} 'in alt sınır ve üst sınırlarının sırasıyla $\max\{P_{mac}, P_{bc}\}$ ve $(P_{mac} + P_{bc})$ olduğu söylenebilir. Bu nedenle, uçtan uca iletim çeşitleme derecesi MAC ve BC evrelerinden en düşük çeşitleme derecesine sahip olanı tarafından belirlenir. BC evresinin çeşitleme derecesi C_R 'nin serbest uzaklığı ile verildiği için sistemin çeşitleme derecesi MAC evresinin çeşitlemesine bağlıdır. İkili kod sözcüğü dizisinin bir çiftinin XOR' lanan bilgi dizisine eşlenmesi çoktan bire eşleme olduğundan, XOR' lanmış bilgi dizisinin hatalı çözülmüş kod sözcüklerini doğru çözmek olasıdır. Bununla birlikte, XOR' lanmış bilgi dizilerine ait hata olasılığı değeri her bir kod sözcüğü dizisinin hatalı çözülme olasılığının toplamıyla üstten sınırlanmıştır. Bu tür olasılıklar çiftsel hata olasılığı (PEP) olarak adlandırılır. Her PEP, ayrı ortak çıkış dizisi ile etiketlenen her yolun hatalı çözülmüş olma olasılığıdır. Bu nedenle, MAC evresinin çeşitlilik kazancı her bir kullanıcıya ait kodun serbest Hamming uzaklığıdır.

Tanım 1: $\mathbf{a} = \{a_{l,i}\}$ ve $\mathbf{a}' = \{a'_{l,i}\}$ kendi elemanları $a_{l,i} = (b_{l,i}, c_{l,i})$, $a'_{l,i} = (b'_{l,i}, c'_{l,i})$ bit çiftleri olan LN uzunlukta iki farklı ortak çıkış dizisidir, Aynı uzunluktaki $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{a}'$ arasındaki Hamming uzaklığı birbirinden farklı eleman sayısıdır.

Önsav 1: C_k 'nin serbest uzaklığı $d_{s,k}$ olarak verilirse, $d_{\min}$, C_1 ve C_2 'nin bütünleşik çıkış dizilerinin her çiftinin minimum Hamming uzaklığı değeridir:

$$d_{\min} = \min\{d_{s,1}, d_{s,2}\}. \quad (4.13)$$

Katlamalı kodlarda Hamming uzaklığı $\min\{d_{s,1}, d_{s,2}\}$ 'den daha az olan yol çifti yoktur. Ayrıca, (4.13)' ün de doğruladığı gibi tüm sıfır dizisiyle minimum Hamming ağırlığına sahip en zayıf kod dizisinin birleşimi, $\min\{d_{s,1}, d_{s,2}\}$ Hamming uzaklıklı ortak çıkış dizisi olduğu söylenebilir.

FER üzerinden de çeşitleme derecesi görülebilse de, aynı çeşitleme derecesi bit hata oranı (BER) yardımıyla da gözlenebilir. Şekil 4.5'te sırasıyla, her ikisi de 2 bellek uzunluğuna ve (5,7) üreteçleriyle oluşturulan katlamalı kodlayıcılara sahip C_1 ve C_2 bütünleşik bir katlamalı kodlayıcı için kafes diyagramı görülmektedir. Kafesin üzerinde belirtilen durumlar iki katlamalı kodun $\{00\}$, $\{01\}$, $\{10\}$ ve $\{11\}$ durumlarının birleştirilmesinden oluşur. Örneğin bir düğümdeki (5,7) katlamalı

kodun $\{00\}$ durumu ile diğer düğümdeki $(5,7)$ katlamalı kodun $\{10\}$ durumu birleştirilirse kafesteki 3. durum $\{0010\}$ oluşur. Ayrıca durumların solunda bu durumlardan gidilen tüm durumlara geçişte oluşturulan bütünleşik çıkış dizisi verilmiştir. Örneğin $\{0010\}$ durumundan diğer durumlara geçiş yapılırken kodlayıcı çıkışındaki kod dizisi $\{(0,0),(0,1)\}, \{(0,1),(0,0)\}, \{(1,0),(1,1)\}, \{(1,1),(1,0)\}$ 'dir ve sırasıyla $\{0001\}, \{0011\}, \{1001\}, \{1011\}$ durumlarına geçiş sonucunda elde edilir.

Bu kafesin minimum Hamming uzaklığı, $(5,7)$ katlamalı koda ait serbest uzaklık olan 5'tir. Kaynak düğümlerdeki katlamalı kod çiftleri için optimum seçim Önsav 1' den bulunabilir. Diğer yandan, iki kaynak düğümünde, bütün katlamalı kodların içinde en yüksek serbest uzaklığa sahip olan aynı katlamalı kod seçilmelidir. Örneğin, eğer $e_1, e_2 \leq 2$ ise, iki kaynak düğüm için $(5, 7)$ katlamalı kod en uygundur.

3.3 Rölede İndirgenmiş Durumlu Kafes ile Kod Çözme

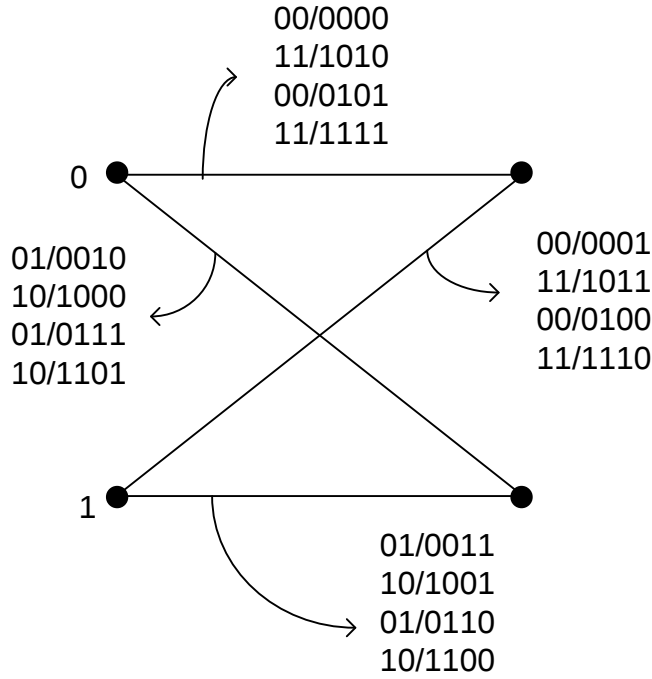
Rölenin her bir kaynağa ilişkin u ve v bilgi dizileri yerine sadece XOR' lanmış bilgi dizisini çözmesi gerektiğinden, sadece XORlanmış bilgi dizilerini çözen daha düşük karmaşıklığa sahip kod çözücü tasarlanabilir. Bu amaçla, bu bölümde indirgenmiş durumlu kafes kullanarak kod çözme işlemi ele alınmaktadır [24].

Önerilen indirgenmiş durumlu kafes, tam durumlu kafesteki durumların her ayrık grubu birleştirilerek tek bir indirgenmiş durum elde edilerek oluşturulmaktadır. Kolaylık sağlamak için, iki kaynaktaki katlamalı kodlayıcıların aynı bellek uzunluğuna sahip olduğu, yani $e = e_1 = e_2$ olduğu varsayılmaktadır.

Eğer C_k 'nın durum alfabesi her iki kod için de aynı alınıp $\tilde{S}$ ile gösterilirse, bütünleşik iki kullanıcı kod çözme için tam durumlu kafesin durum alfabesi $S = \tilde{S} \times \tilde{S}$ şeklinde belirlenir. l kodlama adım sayısı olarak verilirse tam durumlu kafesin durumları, l . kodlama adımı için $x_l = \{p_{l-1}, \dots, p_{l-e}, q_{l-1}, \dots, q_{l-e}\}$ birleştirilerek, Z indirgenmiş durumlu kafesin durum alfabesi olmak üzere, $\tilde{x}_l = \{p_{l-1} \oplus q_{l-1}, \dots, p_{l-e} \oplus q_{l-e}\} \in Z$ olarak tanımlanan tek durum oluşturulur.

Örneğin Şekil 4.2' de verilmiş olan iki katlamalı kodlayıcıdan oluşturulmuş tam durumlu kafesin indirgenmiş durumlu kafesi Şekil 4.6' da verilmiştir. Görüldüğü gibi

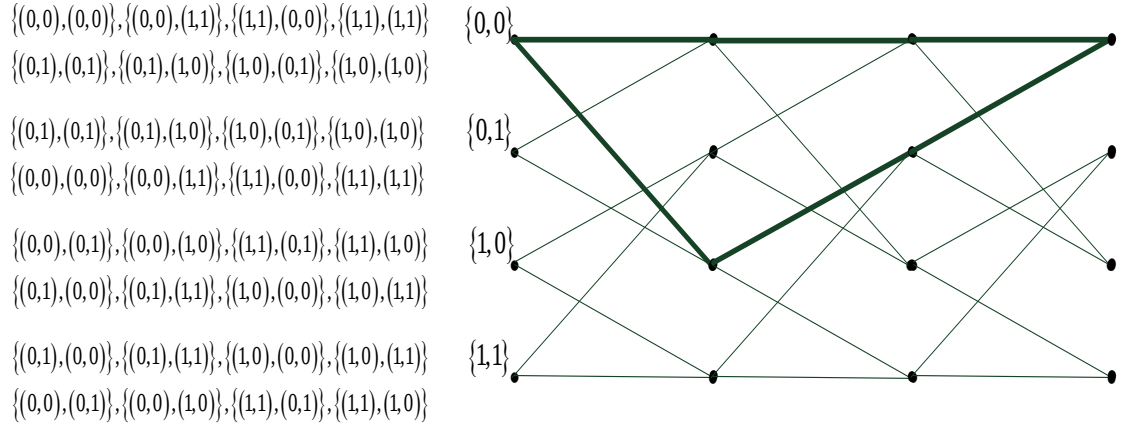
durum sayısı ikiye inmiştir. VA' ya dayalı kod çözücü karmaşıklığı, durum sayısına ve bir durumdan diğer durumlara geçiş sayısına bağlıdır. Tam durumlu kafesin VA kod çözme karmaşıklığı $k=2$ toplam giriş biti sayısı ve $K=4$ kafes durum sayısı olmak üzere $2^K(2^k - 1) = 2^4(2^2 - 1) = 48$ olarak bulunur. İndirgenmiş durumlu kafesin VA kod çözme karmaşıklığı ise $k=2$ toplam giriş biti sayısı ve $K=2$ kafes durum sayısı olmak üzere $2^K(2^{k+1} - 1) = 2^2(2^3 - 1) = 28$ olarak bulunur. Karmaşıklıkta yaklaşık 0.58 oranında iyileşme görüşmüştür.



Şekil 4.6 : İndirgenmiş durumlu kafes diyagramı.

Şekil 4.7' de ise bilgisayar benzetimlerinde kullanılan 4 durumlu iki (5,7) katlamalı koddan oluşan indirgenmiş-durumlu kafes gösterilmektedir. İndirgenmiş kafesteki her durum, tam durumlu kafesteki durumların sırasıyla XOR' lanmış haline karşılık gelir. Örneğin, (0,0) indirgenmiş kafes durumundan (1,0) indirgenmiş kafes durumuna geçiş, her biri $\{(0,0,0,0), (0,1,0,1), (1,0,1,0), (1,1,1,1)\}$ tam kafes kümesindeki durum grubunun bir elemanından $\{(0,0,1,0), (0,1,1,1), (1,0,0,0), (1,1,0,1)\}$ kümesindeki durum grubunun bir elemanına geçişlerle oluşturulmuştur. Bu şekilde oluşturulan indirgenmiş kafeste paralel geçişler de oluşmaktadır ancak onlar Şekil 4.7'deki kafeste tek geçiş olarak gösterilmiştir. (0,0) indirgenmiş kafes durumundan (0,0) indirgenmiş kafes durumuna geçiş için bulunan ortak çıkış dizisi $\{(0,0), (0,0)\}, \{(0,0), (1,1)\}, \{(1,1), (0,0)\}$ ve $\{(1,1), (1,1)\}$, (0,0) durumunun solunda birinci sırada verilmiştir. (0,0) indirgenmiş kafes durumundan (1,0) indirgenmiş

kafes durumuna geçiş için ortak çıkış dizisi $\{(0,1), (0,1)\}$, $\{(0,1), (1,0)\}$, $\{(1,0), (0,1)\}$, ve $\{(1,0), (1,0)\}$ olarak bulunmuş ve ikinci sırada verilmiştir. Bu indirgenmiş durumlu kafes için de, serbest uzaklık , (5,7) katlamalı kodda olduğu gibi 5'tir. Tam durumlu kafeste geçişler ve bu geçişin tetiklediği ortak çıkış dizisi arasında bire bir eşleme varken, indirgenmiş durumlu kafes her geçiş birden çok ortak çıkış dizisi ile ilişkilidir.



Şekil 4.7 : 4 durumlu iki (5,7) katlamalı kod için indirgenmiş durumlu kafes.

İndirgenmiş durumlu kafesteki herhangi bir yolun tek bir XOR'lanmış bilgi dizisine karşı geldiği açıktır. Kod çözme için, $\tilde{m}_l$ 'nin olasılığı $P(\tilde{m}_l) = \{m_l \mid \tilde{m}_l = \{p_{l-1} \oplus q_{l-1}, \dots, p_{l-e} \oplus q_{l-e}\}\}$ olarak tanımlanırsa, VA (4.14)' teki dal metriği ile indirgenmiş durumlu kod çözmeye uygulanabilir:

$$M_l(\tilde{m}_l; y_l) = \min_{m_l, u_l, v_l, \substack{s_l \in P(\tilde{m}_l) \\ u_l \oplus v_l = y_l}} M_l(x_l; p_l, q_l). \quad (4.14)$$

Her indirgenmiş durum geçişinde farklı ortak çıkış dizisi sayısı olmasına rağmen dal metriği hesaplanırken her aşamada sadece 2^e kalan yol izlemek yeterlidir. Böylece, durum sayısı azaldığından indirgenmiş durumlu kod çözme karmaşıklığı tam durumlu kod çözme karmaşıklığının yaklaşık olarak 0.58 katıdır.

Tanım 2 : İndirgenmiş durumlu kafesin serbest uzaklığı bu kafesteki tüm yol çiftleri üzerinden minimum Hamming uzaklığıdır.

Önsav 2 : Eğer $C_1 = C_2 = C$ ise ve d_s bu kodların serbest uzaklığını gösteriyorsa, indirgenmiş durumlu kafesin serbest uzaklığı C 'nin serbest uzaklığına eşittir.

Kanıt : İndirgenmiş durumlu kafesten oluşan bir durum dizisi $\tilde{S}$ ile ilişkilendirildiği ve $\mathbf{b}, \mathbf{c} \in C$ olarak kabul edildiği durumda aşağıdaki ortak çıkış dizisi göz önünde bulundurulur:

$$\mathbf{a} = \{(b_{1,1}, c_{1,1}), \dots, (b_{L,N}, c_{L,N})\}. \quad (4.15)$$

Bütünleşik çıkış dizisi $\mathbf{a}$ 'nın XOR'lanıp kodlanan versiyonu $\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{b} \oplus \mathbf{c}$ şeklinde hesaplanır. $\mathbf{u} = C^{-1}(\mathbf{b})$ ve $\mathbf{v} = C^{-1}(\mathbf{c})$ olarak verilirse, katlamalı kodların doğrusallık özelliğinden dolayı, $\tilde{\mathbf{a}} = C(\mathbf{u} \oplus \mathbf{v})$ olarak yazılabilir. Buradan $\tilde{S}$ ile ilişkili tüm ortak çıkış dizilerinin XOR'lanıp kodlanan versiyonlarının $\tilde{\mathbf{a}}$ ile aynı olduğu anlaşılmaktadır.

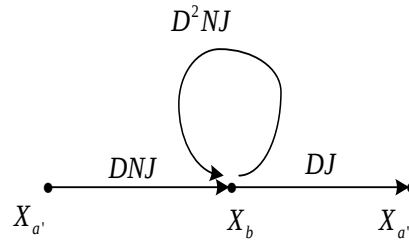
İndirgenmiş durumlu kafesteki her yol ile ilişkili XOR'lanıp kodlanan dizi tektir ve ikincil ortak çıkış dizisi olarak adlandırılabilir. İki farklı yol ile ilişkili ikincil ortak çıkış dizisi arasındaki minimum Hamming uzaklığı d_s 'e eşittir. Eğer $\mathbf{b} \oplus \mathbf{c} \neq \mathbf{b}' \oplus \mathbf{c}'$ ise $(\mathbf{b}, \mathbf{c}) \neq (\mathbf{b}', \mathbf{c}')$ olduğundan, indirgenmiş durumlu kafesin serbest uzaklığının d_s 'e eşit olduğunu söylenebilir.

İndirgenmiş-kafese dayalı kod çözmenin çeşitleme kazancının sönümlemeli kanallarda tam kafese dayalı çeşitleme kazancıyla aynı olduğu Önsav 2'den anlaşılmaktadır. Böylece, kod çözmede indirgenmiş-kafes kullanımı belirgin bir başarımlı kaybı olmadan verimli bir şekilde karmaşıklığı azaltabilir. Eğer $C_1 = C_2$ ise, Önsav 2'de kanıtlandığı gibi her dalın metrik hesabında ikili karşılaştırmaların sayısı $2^N - 1$ olmaktadır.

3.4 Bit Hata Olasılığı ve Çerçeve Hata Olasılığı Üst Sınırları

Bit hata olasılığı ve çerçeve hata olasılığı üst sınırları aktarım işlevleri yardımıyla hata olasılık ifadelerinden elde edilebilir. Katlamalı kodun aktarım işlevi kodun hata olasılığını sınırlamada büyük rol oynamaktadır. Katlamalı kodun aktarım işlevi, kafes üzerindeki tüm sıfır durumundan başlayıp tüm sıfır durumuna ilk kez varan yollara ilişkin bilgi verir. Aktarım işlevini bulmak için, biri başlangıç durumu diğeri tüm sıfır duruma ilk varan durumu göstermek üzere tüm sıfır durumları iki duruma ayrılır. Diğer bütün durumlar ara durum olarak adlandırılır. İki durumu birleştiren her dala ilişkin; α çıkış bit dizisindeki birleri, β ise bilgi biti dizisindeki birleri

göstermek üzere, $D^\alpha N^\beta J$ şeklinde fonksiyonlar tanımlanır. Aktarım işlevi $T(D, N, J)$ ile gösterilir. $T(D, N, J)$ 'nin her elemanı kafes üzerinde tüm sıfır durumdan başlayıp tüm sıfır durumda sonlanan yollara karşılık gelmektedir. J 'nin kuvveti o yolu kapsayan dal sayısını, D 'nin kuvveti o yola ilişkin kod sözcüğündeki birlerin sayısını (aynı zamanda kod sözcüğünün Hamming ağırlığını), N 'nin kuvveti ise bilgi biti dizisindeki birleri göstermektedir. Şekil 4.2'de gösterilen 2 durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşamasındaki aktarım işlevini bulmak için Şekil 4.8'de akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 4.8 : İki durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşaması için akış diyagramı.

Katlamalı kodun durumlarına

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow X_a \\ 1 &\rightarrow X_b \end{aligned}$$

değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned} X_b &= DNJX_{a'} + D^2NJX_b \\ X_{a''} &= DJX_b \end{aligned} \quad (4.16)$$

şeklinde yazılır. Burada durum a , başlangıç ve bitiş durumları a' ve a'' olarak iki duruma ayrılmıştır. X_b eşitliği yok edilerek aktarım işlevi

$$T(D, N, J) = \frac{X_{a''}}{X_{a'}} = \frac{D^2NJ^2}{1 - D^2NJ} \quad (4.17)$$

şeklinde hesaplanır. Buradaki D^2NJ^2 terimi kafes üzerinde tüm sıfır durumdan başlayıp tüm sıfır duruma ilk kez varan 2 dal uzunluğunda, bilgi biti dizisinde bir tane 1 olan, kod sözcüğünün Hamming ağırlığı 2 olan yolu göstermektedir.

$T(D, N, J)$ 'deki D teriminin en küçük kuvveti serbest kod uzaklığı olarak adlandırılır ve d_s ile gösterilir.

Katlamalı kod için çizilen akış diyagramından elde edilen aktarım işlevinden katlamalı kodlar için çerçeve hata olasılığı üst sınırı,

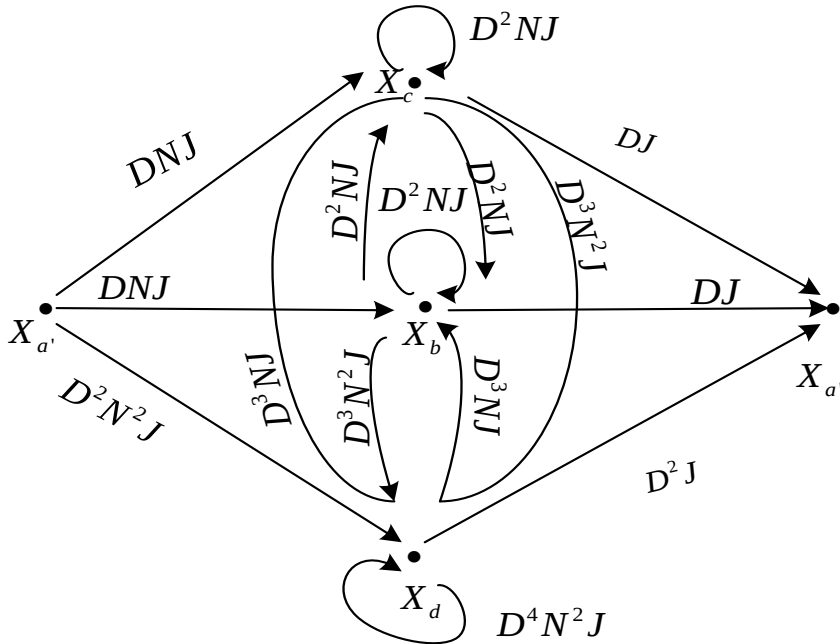
$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{d=d_s}^{\infty} a_d D^d \Big|_{D=e^{-rE_b/N_0}} = \frac{1}{2} T_1(D, N, J) \Big|_{D=e^{-rE_b/N_0}, N=1, J=1} \quad (4.18)$$

ifadesiyle verilir (Proakis, 2000). Burada r kodlama oranı, E_b her bir kafes kodlanmış simgenin ilettiği bilgi bitinin normalize edilmiş enerjisi ve $T_1(D, N, J)$ kodun aktarım işlevidir.

Aynı şekilde aktarım işlevinden katlamalı kodlar için ortalama bit hata olasılığı üst sınırı ise

$$\bar{P}_b(k) \leq \frac{1}{2k} \frac{\partial T_2(D, N)}{\partial N} \Big|_{N=1, D=e^{-r\frac{E_b}{N_0}}} \quad (4.19)$$

ifadesiyle verilir (Proakis, 2000).



Şekil 4.9 : İki durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının MAC aşaması için akış diyagramı.

Şekil 4.3'te gösterilen 2 durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı (5,7) katlamalı kodlayıcının MAC aşamasındaki aktarım işlevini bulmak için Şekil 4.9'da akış diyagramı verilmiştir. MAC aşaması için tam durumlu kafesin durumları

$$\begin{aligned} 00 &\rightarrow X_a \\ 01 &\rightarrow X_b \\ 10 &\rightarrow X_c \\ 11 &\rightarrow X_d \end{aligned}$$

değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned} X_b &= DNJX_{a'} + D^2NJX_b + D^2NJX_c + D^3NJX_d \\ X_c &= DNJX_{a'} + D^2NJX_b + D^2NJX_c + D^3NJX_d \\ X_d &= D^2N^2JX_{a'} + D^3N^2JX_b + D^3N^2JX_c + D^4N^2JX_d \\ X_{a''} &= DJX_b + DJX_c + D^2JX_d \end{aligned} \quad (4.20)$$

şeklinde yazılır. Daha sonra $T(D, N, J)$ aktarım işlevi bulunup katlamalı kodlar için (4.18)' de verilen ifade ile çerçeve hata olasılığı üst sınırı ve (4.19)' da verilen ifade ile bit hata olasılığı üst sınırı hesaplanır.

Şekil 4.6'da gösterilen MAC aşaması için indirgenmiş durumlu kafesin durumları

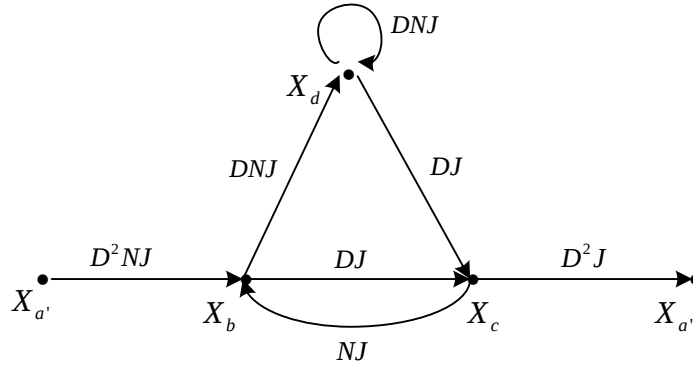
$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow X_a \\ 1 &\rightarrow X_b \end{aligned}$$

değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned} X_b &= (D^2NJ + D^2NJ + D^{10}NJ + D^{10}NJ)X_{a'} + (D^8NJ + D^4NJ + D^4NJ + D^8NJ)X_t \\ X_{a''} &= (D^2J + D^{10}N^2J + D^2J + D^{10}N^2J)X_b \end{aligned} \quad (4.21)$$

şeklinde yazılır. Daha sonra $T(D, N, J)$ aktarım işlevi bulunup katlamalı kodlar için (4.18)' de verilen ifade ile çerçeve hata olasılığı üst sınırı ve (4.19)' da verilen ifade ile bit hata olasılığı üst sınırı hesaplanır. Uçtan uca FER olan P_{FER} 'in üst sınırı $(P_{mac} + P_{bc})$ ile bulunduğu bilindiğine göre ayrı ayrı BC ve MAC için bulunan P_e üst sınırları toplanır. Aynı şekilde uçtan uca BER olan P_{BER} 'in üst sınırı için de BC ve MAC için bulunan P_e üst sınırları toplanır.

Şekil 4.4'te gösterilen 4 durumlu $\frac{1}{2}$ oranlı (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşamasında aktarım işlevini bulmak için Şekil 4.10'da akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 4.10 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının BC aşaması için akış diyagramı.

Katlamalı kodun durumlarına

$$\begin{aligned} 00 &\rightarrow X_a \\ 01 &\rightarrow X_b \\ 10 &\rightarrow X_c \\ 11 &\rightarrow X_d \end{aligned}$$

değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned} X_b &= X_a D^2NJ + NJX_b \\ X_c &= DJX_d + DJX_c \\ X_d &= DNJX_c + DNJX_d \\ X_{a''} &= D^2JX_b \end{aligned} \tag{4.22}$$

şeklinde yazılır. Burada durum a , başlangıç ve bitiş durumları a' ve a'' olarak iki duruma ayrılmıştır. X_b, X_c, X_d eşitlikleri yok edilerek aktarım işlevi

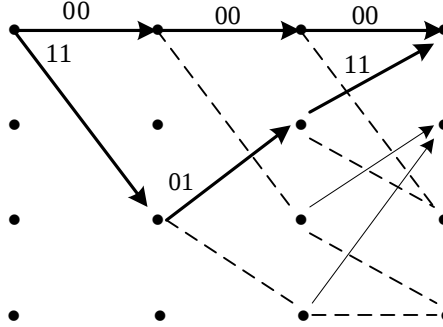
$$T(D, N, J) = \frac{X_{a''}}{X_{a'}} = \frac{D^5NJ^3}{1 - DNJ - DNJ^2} \tag{4.23}$$

şeklinde hesaplanır. Bu eşitliği polinom şeklinde göstermek istenirse

$$T(D, N, J) = D^5NJ^3 + D^6N^2J^4 + D^6N^2J^5 + D^7N^3J^5 + \dots \tag{4.24}$$

bulunur. Buradaki D^5NJ^3 terimi kafes üzerinde tüm sıfır durumundan başlayıp tüm sıfır durumuna ilk kez varan 3 dal uzunluğunda, bilgi biti dizisinde bir tane 1 olan, kod sözcüğünün Hamming ağırlığı 5 olan yolu göstermektedir. Bu yol Şekil 4.11'de kalın çizgilerle gösterilmiştir. $T(D, N, J)$ 'deki D teriminin en küçük kuvveti

serbest kod uzaklığı olarak adlandırılır ve d_s ile gösterilir. Şekil 4.11' de verilen (5,7) katlamalı kodun serbest uzaklığı 5'tir.



Şekil 4.11 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kodlayıcının yol çiftleri

Kod için çizilen akış diyagramından elde edilen aktarım işlevinden katlamalı kodlar için (4.18)' de verilen ifade ile çerçeve hata olasılığı üst sınırı ve (4.19)' da verilen ifade ile bit hata olasılığı üst sınırı hesaplanır.

Şekil 4.5'te verilen MAC aşaması için tam durumlu kafesin durumları

0000	→	X_a
0001	→	X_b
0010	→	X_c
0011	→	X_d
0100	→	X_e
0101	→	X_f
0110	→	X_g
0111	→	X_h
1000	→	X_i
1001	→	X_j
1010	→	X_k
1011	→	X_l
1100	→	X_m
1101	→	X_n
1110	→	X_p
1111	→	X_r

değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned}
X_b &= D^2 X_c + D^2 X_d + D^{10} X_g + D^{10} X_h \\
X_c &= D^4 N + NX_b + D^{16} NX_e + D^4 NX_f \\
X_d &= D^2 NX_c + D^2 NX_d + D^{10} NX_g + D^{10} NX_h \\
X_e &= D^2 X_i + D^{10} X_j + D^2 X_m + D^{10} X_n \\
X_f &= D^8 X_k + D^4 X_l + D^4 X_p + D^8 X_r \\
X_g &= D^{10} NX_i + D^2 NX_j + D^{10} NX_m + D^2 NX_n \\
X_h &= D^4 NX_k + D^8 NX_l + D^8 NX_p + D^4 NX_r \\
X_i &= D^4 N + D^{16} NX_b + NX_e + D^4 NX_f \\
X_j &= D^{10} NX_c + D^{10} NX_d + D^2 NX_g + D^2 NX_h \\
X_k &= D^{16} N^2 + D^4 N^2 X_b + D^4 N^2 X_e + D^2 N^2 X_f \\
X_l &= D^{10} N^2 X_c + D^{10} N^2 X_d + D^2 N^2 X_g + D^2 N^2 X_h \\
X_m &= D^2 NX_i + D^{10} NX_j + D^2 NX_m + D^{10} NX_n \\
X_n &= D^4 NX_k + D^8 NX_l + D^8 NX_p + D^4 NX_r \\
X_p &= D^{10} N^2 X_i + D^2 N^2 X_j + D^{10} N^2 X_m + D^2 N^2 X_n \\
X_r &= D^8 N^2 X_k + D^4 N^2 X_l + D^4 N^2 X_p + D^8 N^2 X_r \\
X_{a''} &= D^4 X_b + D^4 X_e + D^{16} X_f
\end{aligned} \tag{4.25}$$

şeklinde yazılır. Daha sonra aktarım işlevi bulunup katlamalı kodlar için (4.18)'de verilen ifade ile çerçeve hata olasılığı üst sınırı ve (4.19)'da verilen ifade ile bit hata olasılığı üst sınırı hesaplanır.

Şekil 4.7'de verilen MAC aşaması için indirgenmiş durumlu kafesin durumlarına

$$\begin{aligned}
00 &\rightarrow X_a \\
01 &\rightarrow X_b \\
10 &\rightarrow X_c \\
11 &\rightarrow X_d
\end{aligned}$$

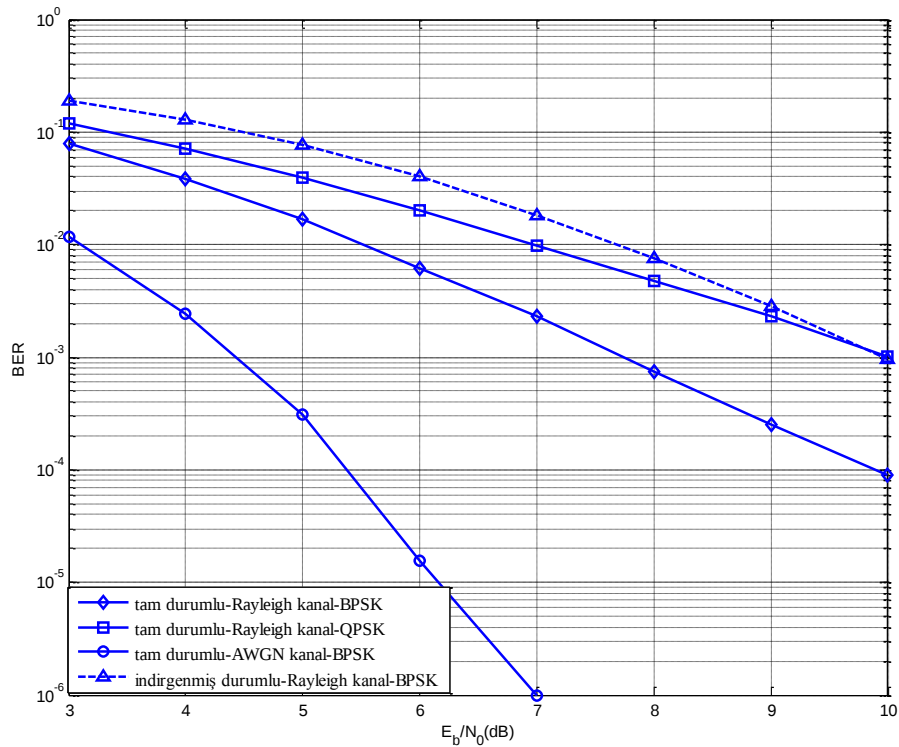
değişkenleri atanırsa akış diyagramındaki eşitlikler

$$\begin{aligned}
X_b &= (8D^4 NJ)X_{a'} + (2NJ + 2D^{16} NJ + 4D^8 NJ)X_c \\
X_c &= (2D^2 J + 2D^{10} N^2 J + 2D^{10} J + 2D^2 N^2 J)X_b \\
&\quad + (2D^2 J + 2D^{10} N^2 J + 2D^{10} J + 2D^2 N^2 J)X_d \\
X_d &= (4D^2 NJ + 4D^{10} NJ)X_b + (4D^2 NJ + 4D^{10} NJ)X_d \\
X_{a''} &= (4D^4 J + 4D^4 N^2 J)X_c
\end{aligned} \tag{4.26}$$

şeklinde yazılır. Daha sonra $T(D, N, J)$ aktarım işlevi bulunup katlamalı kodlar için (4.18)'de verilen ifade ile çerçeve hata olasılığı üst sınırı ve (4.19)'da verilen ifade ile bit hata olasılığı üst sınırı hesaplanır. Uçtan uca FER olan P_{FER} 'in üst sınırı $(P_{mac} + P_{bc})$ ile bulunduğu bilindiğine göre ayrı ayrı BC ve MAC için bulunan P_e üst sınırları toplanır. Aynı şekilde uçtan uca BER olan P_{BER} 'in üst sınırı için de BC ve MAC için bulunan P_e üst sınırları toplanır.

3.5 Hata Başarımları

Benzetimlerde AWGN ve Rayleigh kanal kullanılmıştır. Bütün kanal kodları aynı kodlama oranına sahiptir ($r=1/2$). Sistemdeki bütün gürültülerin boyut başına varyansları eşit olup ($N_0/2$) alınmıştır. BER eğrileri verilen sistem modelindeki uçtan uca hata başarımı için bulunmuştur. Ortalama bit enerjilerinin eşit olduğu, kanalların birim ortalama enerjili olduğu kabul edilip uçtan uca hata başarımları BPSK ve QPSK modülasyonu için bilgisayar benzetimleri ile incelenmiştir.



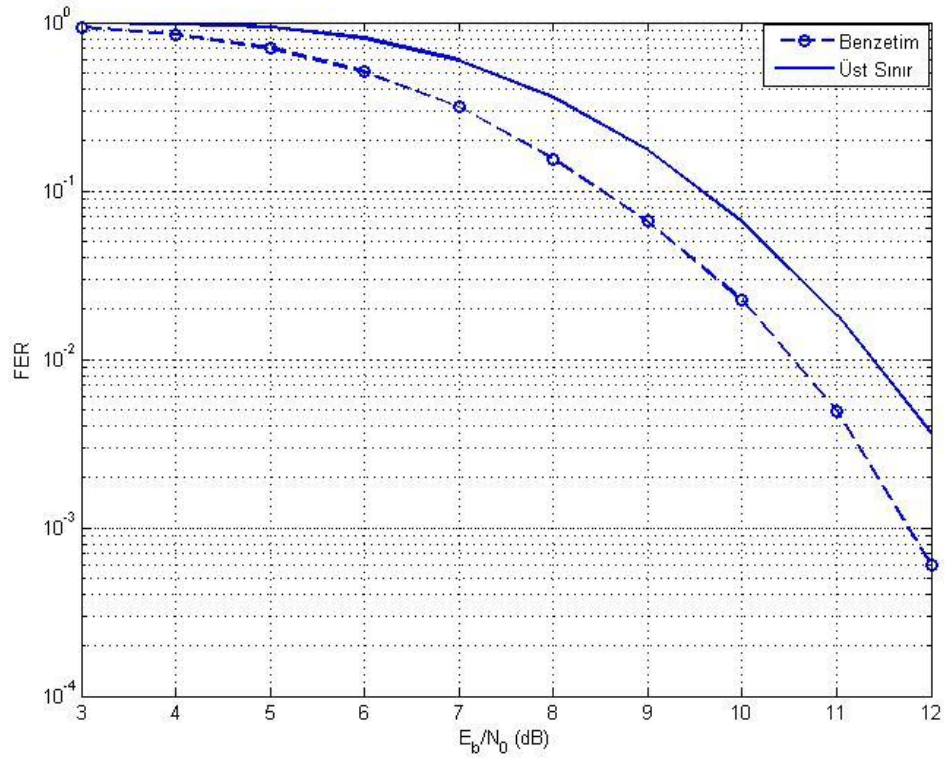
Şekil 4.12 : Aynı katlamalı kodlu ve rölede kullanılan tam durumlu ve indirgenmiş durumlu kafes için BER başarımları.

Şekil 4.12’de verilen BER eğrilerinden görüleceği üzere tam durumlu kafes ile indirgenmiş durumlu kafes arasında E_b / N_0 oranı bakımından 2 dB kayıp vardır. Bu başarımların kaybına karşın indirgenmiş kafes kod çözme karmaşıklığı tam durumlu kafesinkine göre çok daha düşüktür.

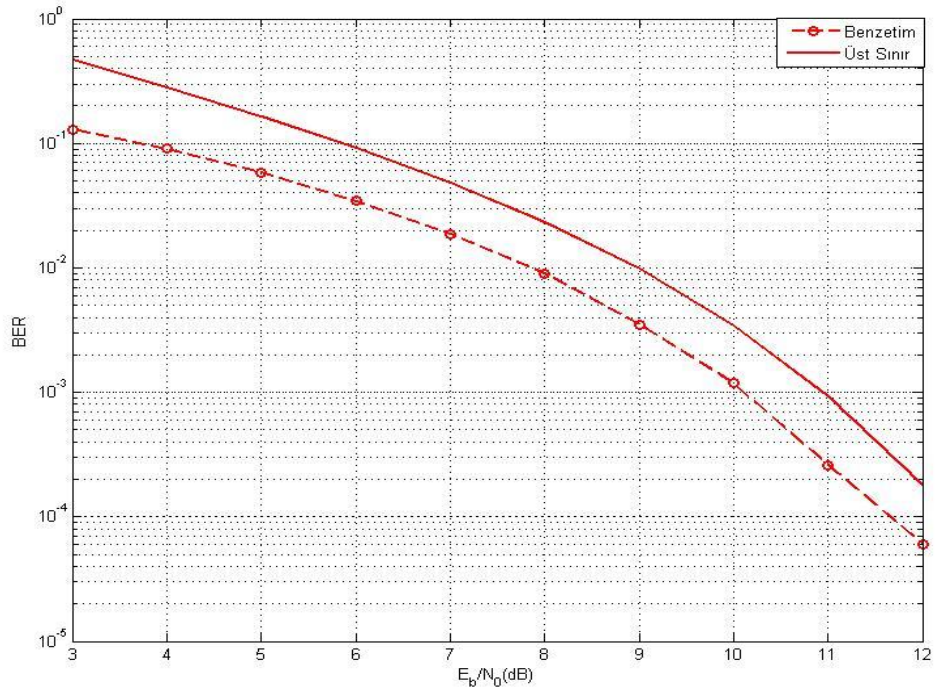
Aynı zamanda, tam kafes ve 4-PSK modülasyonunun kullanıldığı sistemin başarımlarını ile BPSK modülasyonunun kullanıldığı sistemin başarımlarını karşılaştırılmıştır. BPSK’nın hata başarımları daha iyi olmasına karşın pratikte band verimli değildir. BPSK’da her bit 0 ve 180 derece olmak üzere iki fazın birine kodlanır. 4-PSK’da iki kanal aynı anda modülasyona girer ve bitler ikili olarak 0, 90, 180 ve 270 derece olmak üzere dört fazın birine kodlanır. Böylece 4-PSK aynı güç etkinliğini BPSK’dakinin yarısı kadar bir band aralığında gösterebilme olanağı sağlar.

Ayrıca, AWGN kanalda BER başarımları Rayleigh kanaldakine göre daha iyidir. Rayleigh kanal, AWGN kanal modelinden çok daha fazla bozulmaya neden olan bir kanal modelidir ancak pratikte gezgin ağlarda çoğunlukla karşılaşılan radyo kanalı, Rayleigh sönümlemeli kanaldır.

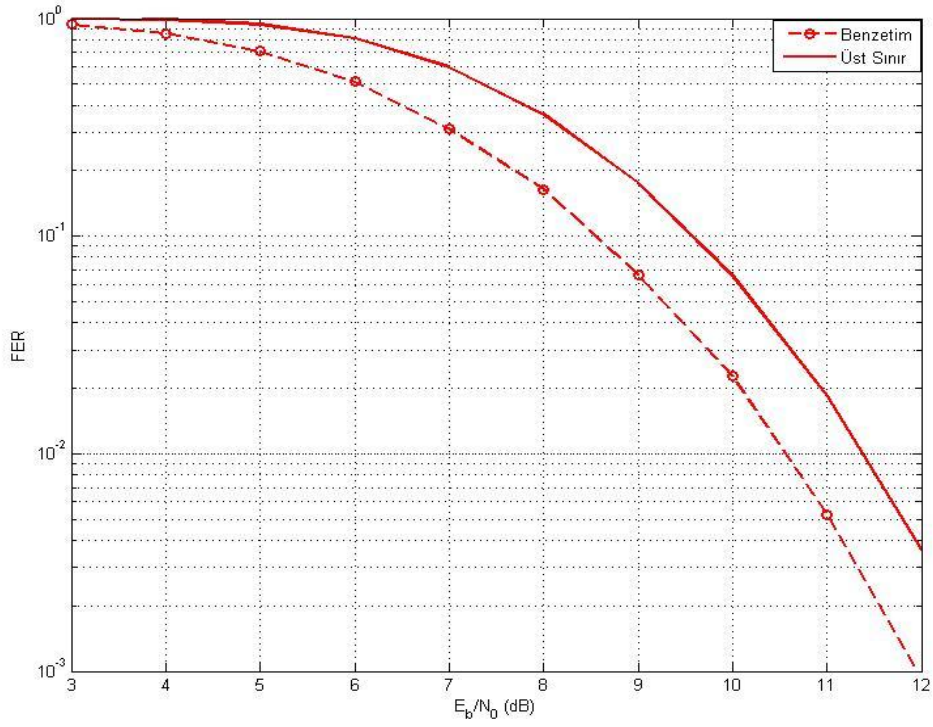
Hata olasılığı üst sınırları için yapılan teorik hesaplarda AWGN kanal modeli kullanılmıştır ve benzetim sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bütün benzetim ve üst sınır hesaplarında FER çerçeve uzunluğu 10 simge olarak alınmıştır. Verilen eğrilerde hem iki durumlu hem de dört durumlu katlamalı kodlar için tam durumlu kafes ve indirgenmiş durumlu kafeste üst sınırın bilgisayar benzetim sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür (Şekil 4.13-20).



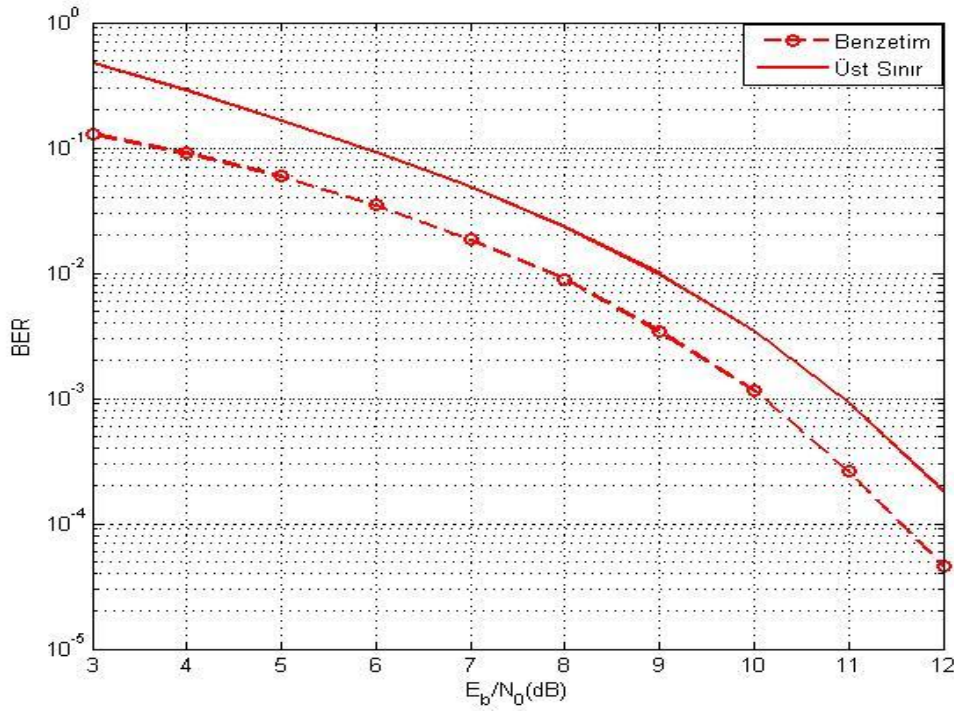
Şekil 4.13 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı.



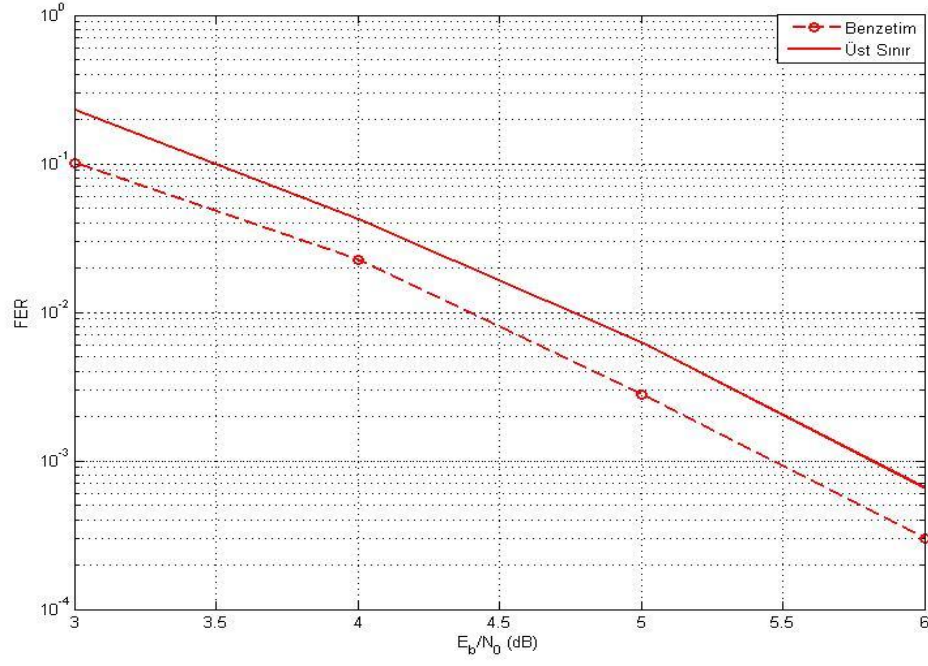
Şekil 4.14 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı.



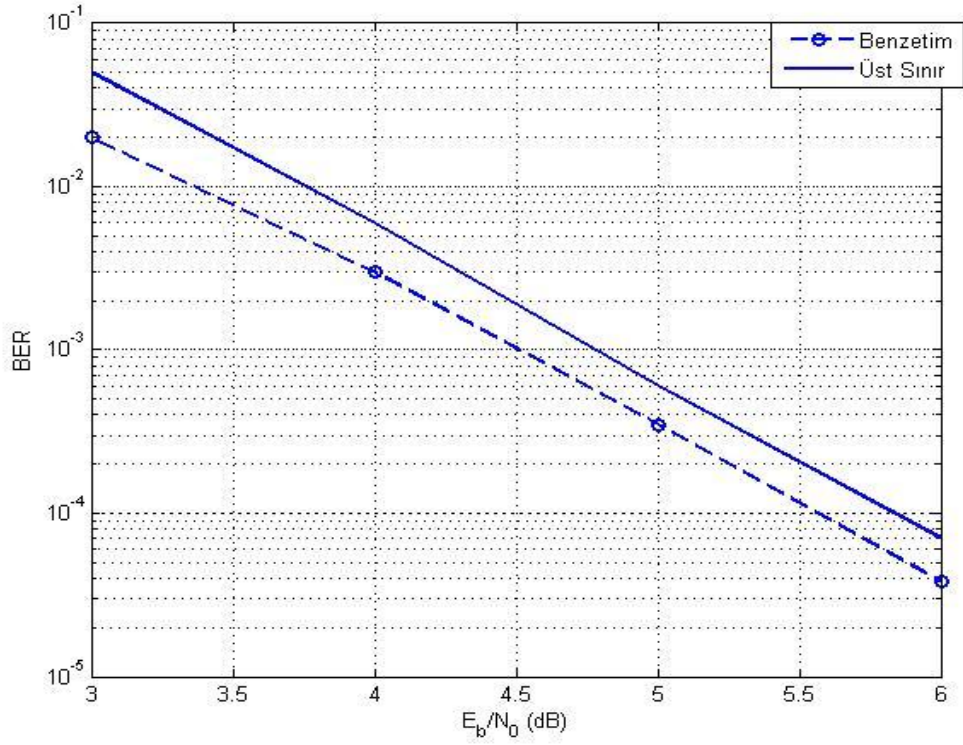
Şekil 4.15 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı.



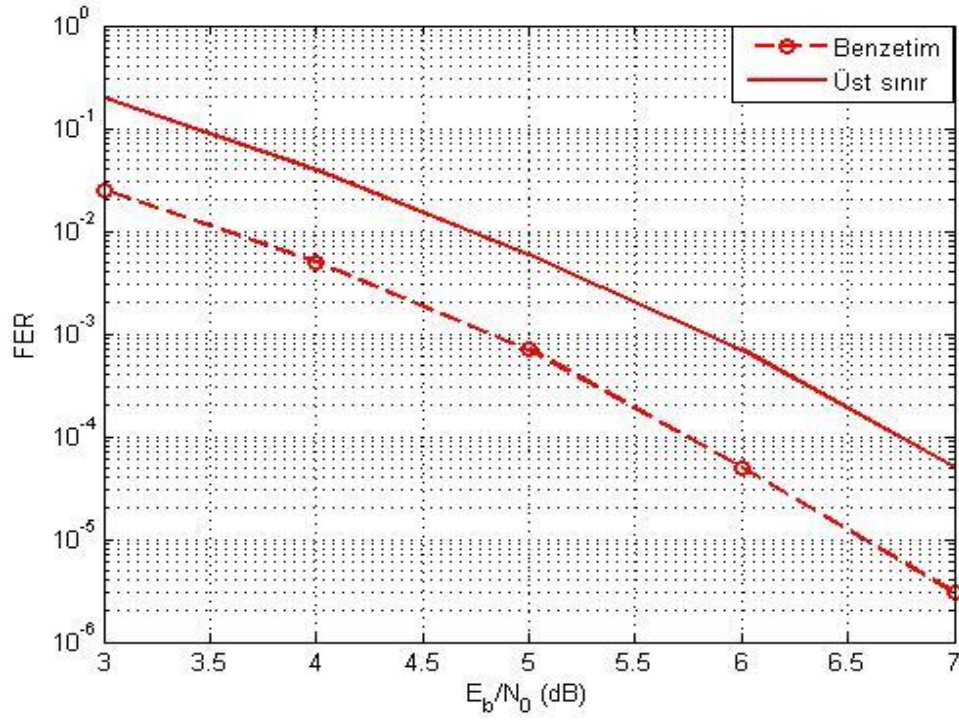
Şekil 4.16 : İki durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı.



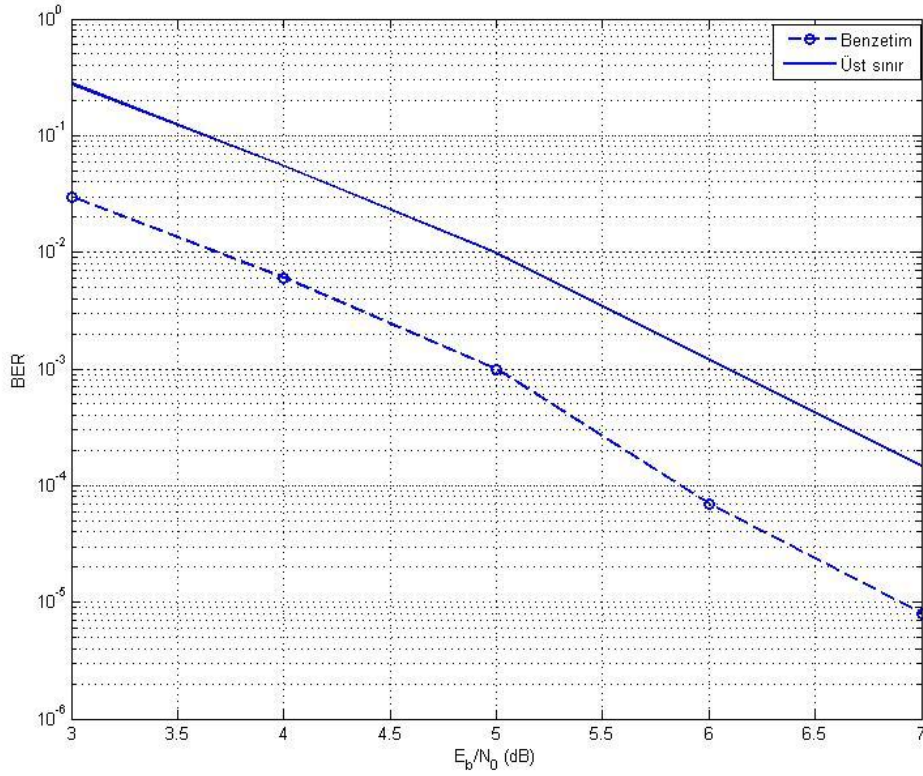
Şekil 4.17 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı.



Şekil 4.18 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan tam durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı.



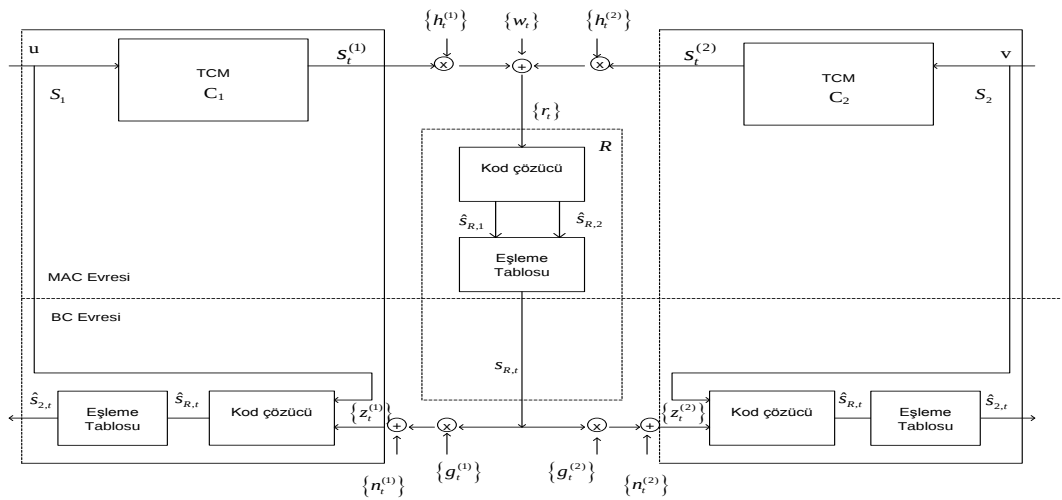
Şekil 4.19 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için çerçeve hata olasılığı üst sınırı.



Şekil 4.20 : Dört durumlu (5,7) katlamalı kod kullanılan indirgenmiş durumlu kafes için bit hata olasılığı üst sınırı.

4. KAFES KODLAMALI MODÜLASYON KULLANAN İKİ-YÖNLÜ RÖLELİ SİSTEM MODELİ

Bu tezde, band verimlikli bir kodlama tekniği olan kafes kodlamalı modülasyon iki-yönlü röleli kanallara uygulanmıştır. Böylece katlamalı kodlayıcı çıkışına yüksek dereceli modülasyon konularak bilgi bitlerinin gönderilme süresi klasik katlamalı kodlayıcı yapılarına göre artırılmış oldu. Ayrıca katlamalı kodlayıcının durum diyagramından yola çıkılarak paralel geçişlere ait semboller en büyük öklid uzaklığını sağlayacak şekilde seçildi. Önerilen sistem modeli Şekil 5.1’ de verilmiş olup burada iki kaynak (S_1 ve S_2) kod sözcüklerini yakınlarında bulunan bir röle (R) aracılığı ile birbirlerine iletmektedir. Tasarlanan bu sistemde, çoklu erişim evresi (*multiple access control*, MAC) ve yayın evresinden (*broadcasting phase*, BC) oluşan fiziksel katman ağ kodlama (PNC) tekniği kullanılmaktadır. MAC evresinde, S_1 ve S_2 bilgi bitlerini kafes kodlamalı modülasyon (TCM) tekniği ile kodlayıp, bu kodlanmış işaretleri aynı anda röleye iletir. Daha sonra, röle düğümü R , alınan işaretleri Viterbi algoritması yardımıyla çözer ve çözdüğü işaretleri oluşturulan PNC eşleme tablosu ile tek bir işarete eşler ve BC evresi süresince, bu eşlenmiş işaret dizisi her iki düğüme gönderilir. Her iki kaynak düğümü kendi kodlanmış işaret dizisini bildiği için, diğer kaynak tarafından gönderilen kodlanmış işaret dizisini aynı eşleme tablosu yardımıyla çözer.

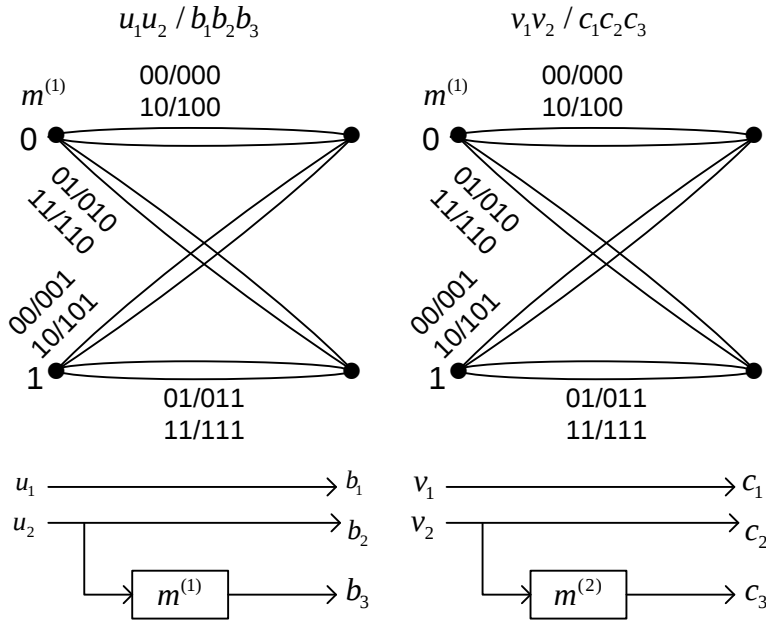


Şekil 5.1 : Kafes kodlamalı modülatörlerin kullanıldığı iki-yönlü röleli sistem yapısı.

Önerilen sistemde TCM kodlayıcı girişindeki katlamalı kodun kodlama oranı K/N olmak üzere KL (L adım sayısı) bit uzunluğunda iki ikili bilgi dizisi $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_{KL}\}$ ve $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_{KL}\}$ S_1 ve S_2 kaynakları tarafından üretilen sırasıyla $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ TCM modülatörleri ile kodlanırlar. N simge başına kodlanmış bit sayısı olmak üzere S_1 ve S_2 'de sırasıyla $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$ bilgi dizilerinden elde edilen NL bit uzunluğunda ikili kodlanmış diziler

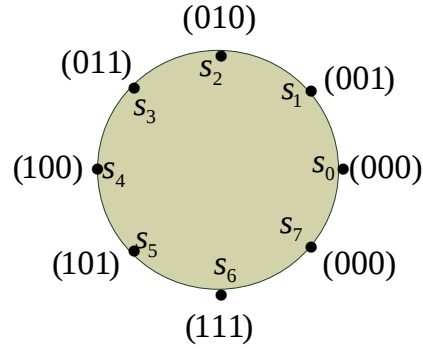
$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \{b_1, b_2, \dots, b_{NL}\} = \mathcal{C}_1(\mathbf{u}) \\ \mathbf{c} &= \{c_1, c_2, \dots, c_{NL}\} = \mathcal{C}_2(\mathbf{v}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

ile gösterilir ve N simgelik modülasyonlu dizilere dönüştürülür: $\underline{s}^{(1)} = (s_1^{(1)}, s_2^{(1)}, \dots, s_L^{(1)})$ ve $\underline{s}^{(2)} = (s_1^{(2)}, s_2^{(2)}, \dots, s_L^{(2)})$.



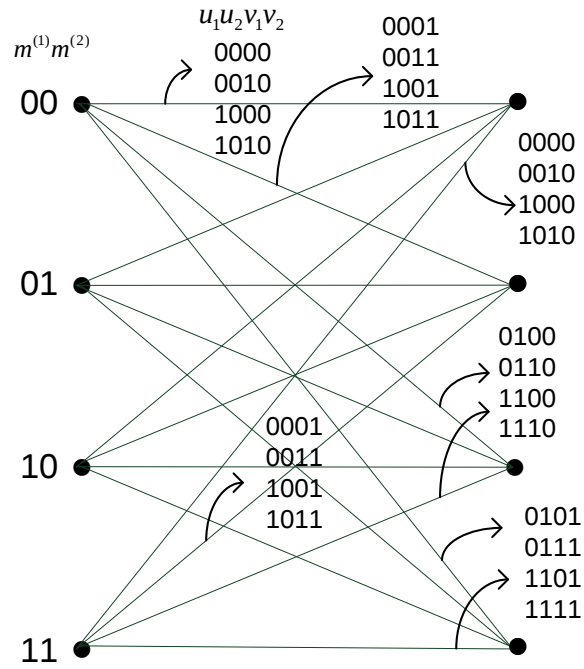
Şekil 5.2 : İki durumlu 2/3 oranlı TCM kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları.

Örnek olarak Şekil 5.2' de kullanıcılardaki, iki durumlu, kodlama oranı 2/3 olan TCM kafes diyagramları ve kodlayıcı yapıları verilmiştir. $m^{(1)}$ ve $m^{(2)}$ durumları, u_1u_2 ve v_1v_2 bilgi dizilerini ve $b_1b_2b_3$ ile $c_1c_2c_3$ kodlanmış ikili dizileri göstermektedir. Şekil 5.2' de kafes yapısı verilen, TCM ile kodlanmış ikili diziler doğal eşleme ($000 \rightarrow s_0, 001 \rightarrow s_1, 111 \rightarrow s_7$) yöntemine göre eşlenerek Şekil 5.3' de görülen 8-PSK işaretlerine dönüştürülür.



Şekil 5.3 : 8-PSK işaret gösterilimi.

Şekil 5.2’ de verilen kafeslerle oluşturulan tam durumlu kafes diyagramı Şekil 5.4’ te verilmiştir. Durumlar iki katlamalı kodun durumlarının birleştirilmesinden oluşur. Örneğin bir düğümdeki katlamalı kodun $\{0\}$ durumu ile diğer düğümdeki katlamalı kodun $\{1\}$ durumu birleştirilirse kafesteki 2. durum $\{01\}$ oluşur. Ayrıca geçişlerin üzerinde durumlardan, tüm durumlara giderken oluşturulan bütünleşik bilgi dizileri verilmiştir.



Şekil 5.4 : İki durumlu 2/3 oranlı TCM için tam durumlu kafes diyagramı.

MAC evresinde, kaynak düğümleri kodlanmış işaretleri eş zamanlı olarak iletir. Eğer zaman indisi t ile gösterilirse, MAC evresi süresince, rölede alınan işaret dizisi $\underline{r} = (r_1, r_2, \dots, r_L)$ olup burada

$$r_t = h_t^{(1)} \sqrt{E_1} s_t^{(1)} + h_t^{(2)} \sqrt{E_2} s_t^{(2)} + w_t, \quad t=1,2,\dots, L \quad (5.2)$$

şeklinde gösterilir. Bir simgenin iletilmesi için geçen süre $T=1$ varsayılmıştır. Burada E_k , k . kaynağın iletim gücü ve $h_t^{(k)}$, k . kaynak düğümü S_k ile röle düğümü R arasındaki kanalın kompleks Gauss dağılımlı sönümleme katsayısı olup ($k = 1, 2$), w_t röledeki sıfır ortalamalı ve boyut başına varyansı σ_R^2 olan t anındaki gürültü bileşenini göstermektedir. Beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için $h_t^{(k)} = 1 \forall t, k$ kabul edilmektedir.

Fiziksel katman ağ kodlama TCM kodlanmış işaret dizilerine uygulanmıştır. $\hat{\underline{s}}_R^{(1)} = (\hat{s}_{1,R}^{(1)}, \hat{s}_{2,R}^{(1)}, \dots, \hat{s}_{L,R}^{(1)})$ ve $\hat{\underline{s}}_R^{(2)} = (\hat{s}_{1,R}^{(2)}, \hat{s}_{2,R}^{(2)}, \dots, \hat{s}_{L,R}^{(2)})$, rölede Viterbi kod çözücü çıkışında karar verilen işaret dizileri olsun. Rölenin ideal kanal durum bilgisine (CSI) sahip olduğu varsayımı altında, $\hat{\underline{s}}_R^{(1)}$ ve $\hat{\underline{s}}_R^{(2)}$ işaret dizileri Viterbi algoritması kullanılarak,

$$(\hat{\underline{s}}_R^{(1)}, \hat{\underline{s}}_R^{(2)}) = \arg \max_{\underline{s}^{(1)}, \underline{s}^{(2)}} \ln \sum_{\underline{s}^{(1)}, \underline{s}^{(2)}} \exp(-W_{mac}(s_t^{(1)}, s_t^{(2)})) \quad (5.3)$$

ML karar kuralı ile çözülür. Burada, $W_{mac}(\mathbf{b}, \mathbf{c})$ kod çözme metriğidir ve

$$W_{mac}(s_t^{(1)}, s_t^{(2)}) = \sum_{t=1}^{LN} \left| \frac{r_t}{\sigma_R} - h_t^{(1)} \sqrt{\gamma_{mac,1}} s_t^{(1)} - h_t^{(2)} \sqrt{\gamma_{mac,2}} s_t^{(2)} \right|^2 \quad (5.4)$$

yardımla hesaplanır. $\gamma_{mac,k} = E_k / \sigma_R^2$ ve $k = 1, 2$ ' dir.

Daha sonra röle, karar verilen işaretleri Çizelge 5.1'de verilen 8-PSK modülasyonu için bu tezde önerilen PNC eşleme tablosuna göre eşler ve $\underline{s}^{(R)} = (s_1^{(R)}, s_2^{(R)}, \dots, s_L^{(R)})$ işaret dizisini oluşturur. Çizelge 5.1'de verilen PNC eşleme işlemi $s_t^{(R)} = T[s_t^{(1)}, s_t^{(2)}]$ şeklinde de gösterilir.

BC evresinde, röle düğümü R , çözülen simgeler yardımıyla eşleme tablosundan elde edilen $\underline{s}^{(R)} = (s_1^{(R)}, s_2^{(R)}, \dots, s_L^{(R)})$ işaret dizisini her iki kaynak düğümüne yayınlar. Böylece S_k ($k = 1, 2$), t anında

$$z_t^{(k)} = g_t^{(k)} \sqrt{E_R} s_t^{(R)} + n_t^{(k)}, \quad t=1,2,\dots, L \quad (5.5)$$

Çizelge 5.1 : 8-PSK için PNC eşleme tablosu.

$\hat{S}_{1,R} \backslash \hat{S}_{2,R}$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
S_0	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
S_1	S_1	S_0	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_2
S_2	S_2	S_3	S_0	S_5	S_6	S_7	S_1	S_4
S_3	S_3	S_4	S_5	S_0	S_7	S_1	S_2	S_6
S_4	S_4	S_5	S_6	S_7	S_0	S_2	S_3	S_1
S_5	S_5	S_6	S_7	S_1	S_2	S_0	S_4	S_3
S_6	S_6	S_7	S_1	S_2	S_3	S_4	S_0	S_5
S_7	S_7	S_2	S_4	S_6	S_1	S_3	S_5	S_0

işaretini alır. Burada, E_R ve $g_t^{(k)}$ sırasıyla iletim gücü ve kaynak düğümü S_k ile röle düğümü R arasında t anındaki sönmüleme katsayısı olup, $n_t^{(k)}$ röledeki sıfır ortalamalı ve boyut başına varyansı σ_R^2 olan gürültü bileşenini göstermektedir. Beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için $g_t^{(k)} = 1 \forall t, k$ kabul edilmektedir. Kanalin sönmüleme katsayısı $g_t^{(k)}$ bilindiği durumda $\hat{\underline{S}}_1^{(R)} = (\hat{S}_{1,1}^{(R)}, \hat{S}_{2,1}^{(R)}, \dots, \hat{S}_{L,1}^{(R)})$ ve $\hat{\underline{S}}_2^{(R)} = (\hat{S}_{1,2}^{(R)}, \hat{S}_{2,2}^{(R)}, \dots, \hat{S}_{L,2}^{(R)})$ röleden gönderilen işaret dizisinin S_1 ve S_2 'de kestirimlerini göstermek üzere Viterbi algoritmasını kullanılarak

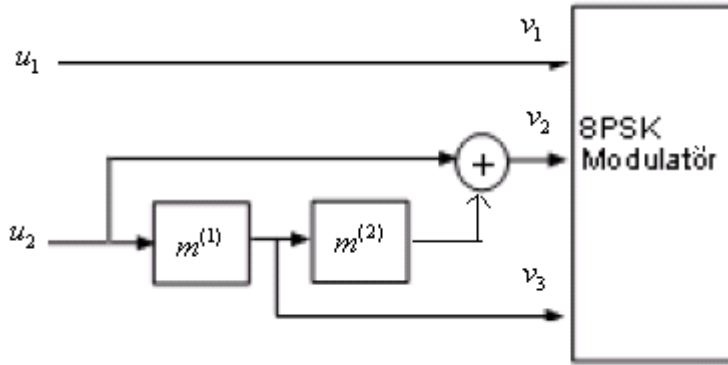
$$\begin{aligned} \hat{\underline{S}}_1^{(R)} &= \arg \max_{\underline{s}_1^{(R)}} \ln \sum_{\underline{s}_1^{(R)}} \exp(-W_{bc}(\underline{s}_t^{(R)})) \\ \hat{\underline{S}}_2^{(R)} &= \arg \max_{\underline{s}_2^{(R)}} \ln \sum_{\underline{s}_2^{(R)}} \exp(-W_{bc}(\underline{s}_t^{(R)})) \end{aligned} \quad (5.6)$$

eşitlikleri yardımıyla çözülür. Burada, $W_{bc}(\mathbf{s}_t^{(R)})$,

$$W_{bc}^{(k)}(\mathbf{s}_t^{(R)}) = \sum_{t=1}^L \left| \frac{z_t^{(k)}}{\sigma_k} - g_t^{(k)} \sqrt{\gamma_{bc,k}} (\tilde{\mathbf{s}}_t^{(R)}) \right|^2 \quad (5.7)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\gamma_{bc,k} = E_R / \sigma_k^2$ ve $k=1,2$ olup $\tilde{\mathbf{s}}_t^{(R)}$, olası $\mathbf{s}_t^{(R)}$ simgelerini gösterir. Birinci ve ikinci kaynağın ilettiği simge dizileri $\hat{\underline{s}}^{(1)}$ ve $\hat{\underline{s}}^{(2)}$ 'nin elemanları S_1 ve S_2 'de eşleme tablosundan sırasıyla $\hat{s}_t^{(2)} = T[\hat{s}_{t,2}^{(R)}, s_t^{(1)}]$ ve $\hat{s}_t^{(1)} = T[\hat{s}_{t,1}^{(R)}, s_t^{(2)}]$ biçiminde bulunur. Kod çözme süreci yine iki adımda gerçekleşir. Log-maks yaklaşımı kullanılarak yani $\ln \sum_i \exp(z_i) \approx \max_i z_i$ alınarak gerçekleştirilir.

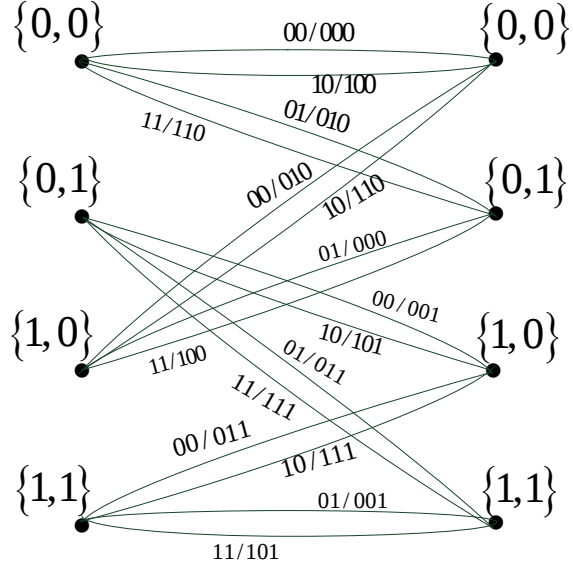
Örnek olarak Şekil 5.5'te her iki kaynakta da kullanılan 4 durumlu $r=2/3$ oranlı 8-PSK TCM modülatörü görülmektedir. Burada $m^{(1)}$ ve $m^{(2)}$ durumları, $\mathbf{u}_1$ ve $\mathbf{u}_2$ bilgi dizilerini ve $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ ve $\mathbf{v}_3$ kodlanmış ikili dizileri göstermektedir.



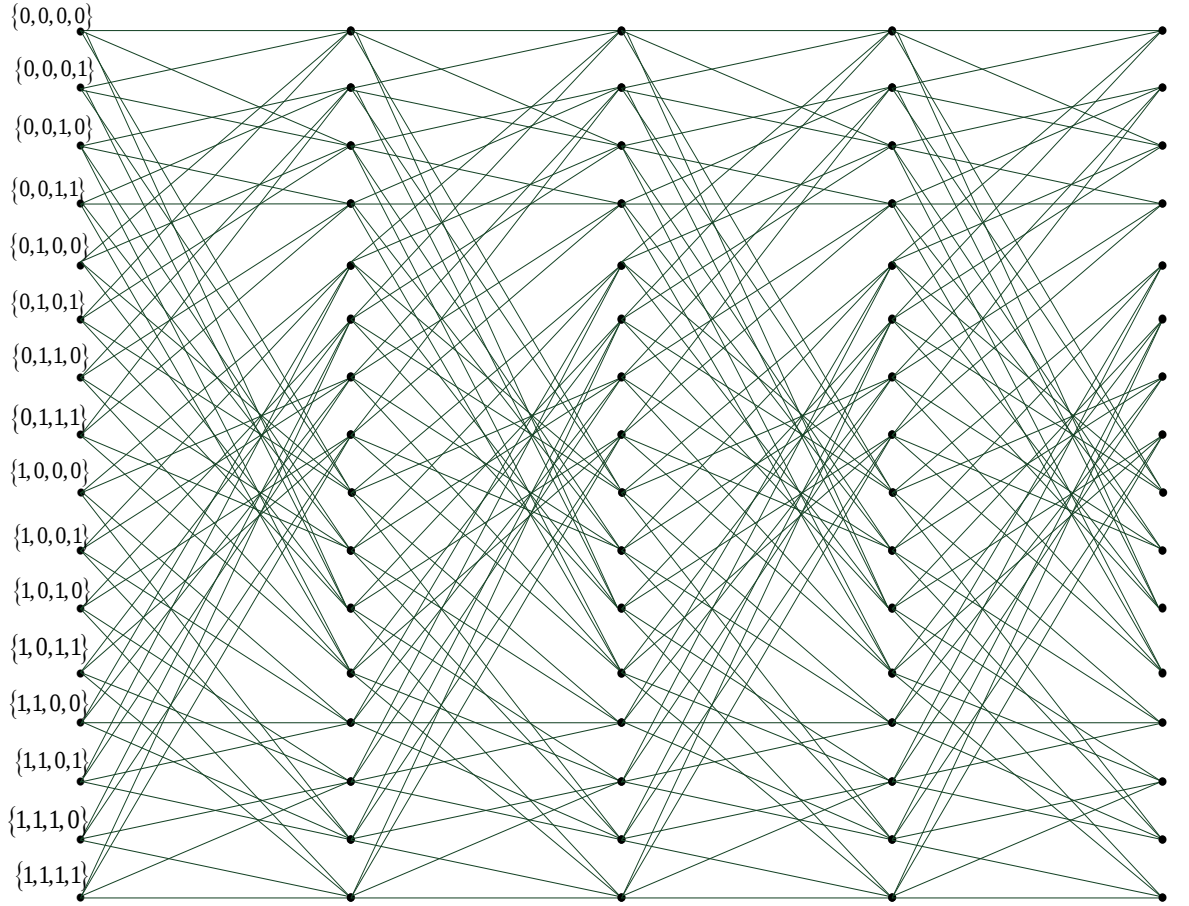
Şekil 5.5 : 4 durumlu $r=2/3$ oranlı 8-PSK TCM modülatörü.

Şekil 5.6' da 4 durumlu $r=2/3$ oranlı 8-PSK TCM kafes diyagramı verilmiştir. Ayrıca geçişlerin üzerinde durumlardan, tüm durumlara giderken oluşturulan bütünleşik bilgi dizileri ve kodlanmış ikili diziler verilmiştir.

Şekil 5.6'da verilen kafesle oluşturulan tam durumlu kafes diyagramı Şekil 5.7' de verilmiştir. Durumlar iki katlamalı kodun durumlarının birleştirilmesinden oluşur. Örneğin bir düğümdeki katlamalı kodun $\{0,0\}$ durumu ile diğer düğümdeki katlamalı kodun $\{1,0\}$ durumu birleştirilirse Şekil 5.8'de verilen kafesteki 3. durum $\{0,0,1,0\}$ oluşur.



Şekil 5.6 : 4 durumlu $r=2/3$ oranlı 8-PSK TCM kafes diyagramı.



Şekil 5.7 : TCM için tam durumlu kafes diyagramı.

Birinci adım MAC için iki-kullanıcılı kod çözmedir. Bu adımda, VA Şekil 5.7' de verilen tam durumlu kafes yapısına dayalı olarak uygulanabilir. C_k 'nın bellek uzunluğu e_k ise l 'inci aşamadaki durum $m_l = \{p_{l-1}, \dots, p_{l-e_1}, q_{l-1}, \dots, q_{l-e_2}\}$, sonraki durum $m_{l+1} = \{p_l, \dots, p_{l-e_1+1}, q_l, \dots, q_{l-e_2+1}\}$ şeklinde gösterilir. m_l 'den m_{l+1} 'e geçiş yapılırken, $\{(b_{l,1}, c_{l,1}), (b_{l,2}, c_{l,2}), (b_{l,N}, c_{l,N}), \dots, (b_{L,N}, c_{L,N})\}$ olarak verilen LN uzunluğunda bütünleşik çıkış üretilir. Durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış bitleri Çizelge 5.2'de ve çıkış simgeleri Çizelge 5.3'te verilmiştir.

Eğer 8-PSK işaret kümesindeki simgeleri ($s_0 \rightarrow 0, s_1 \rightarrow 1, s_2 \rightarrow 2, s_3 \rightarrow 3, s_4 \rightarrow 4, s_5 \rightarrow 5, s_6 \rightarrow 6, s_7 \rightarrow 7$) şeklinde ifade edersek durumlardan durumlara geçişte üretilen simgeleri Çizelge 5.3'teki gibi gösterebiliriz.

Örneğin (0,0,1,0) durumundan (1,0,1,1) durumuna geçişte üretilen simgeler $\{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}$ olarak bulunur. Her aşamada, $2^{e_1+e_2}$ olası durum vardır. Bu nedenle, kod çözücünün her aşamada kalan yolları belleğinde tutması gereklidir. Böylece, tam durumlu kod çözme karmaşıklığı iki kaynak düğümün katlamalı kodlayıcısının bellek uzunluğunun toplamıyla üstel olarak artar.

Kafes kodlamalı modülasyon tekniği kullanılarak ikili modülasyon tekniği yerine daha band verimlikli olan 8-PSK modülasyon tekniği kullanılmış, hem kodlamanın avantajlarından yararlanılmış hem de band verimliliği artırılmıştır. Katlamalı kodlayıcı çıkışına yüksek dereceli modülasyon konularak bilgi bitlerinin gönderilme süresi klasik katlamalı kodlayıcı yapılarına göre artırılmıştır. Örneğin katlamalı kod kullanılan fiziksel-katman ağ kodlama (PNC) protokolu ile çalışan sistemde iki bilgi biti dört simge süresinde gönderildiği için band verimliliği 1/2 bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır. Bu tez kapsamında incelenen kafes kodlamalı modülasyon kullanılan fiziksel-katman ağ kodlama (PNC) protokolu ile çalışan sistemde ise dört bilgi biti iki simge süresinde gönderildiği için band verimliliği 2 bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 5.2 : Tam durumlu kafes için durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış bitleri.

[illegible]

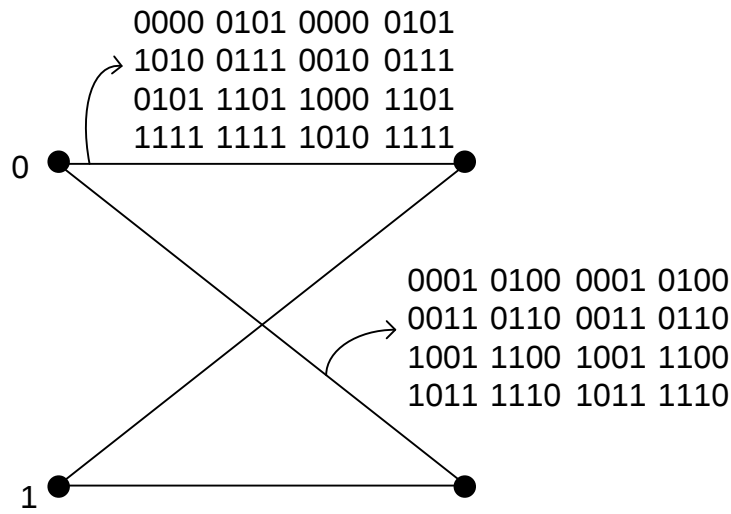
Çizelge 5.3 : Tam durumlu kafes için durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış simgeleri.

$(m_1, m_2, m_3, m_4) \rightarrow (m_1', m_2', m_3', m_4')$	$\{S_{1,1}, S_{1,2}\}, \{S_{2,1}, S_{2,2}\}, \{S_{3,1}, S_{3,2}\}, \{S_{4,1}, S_{4,2}\}$		$(m_1, m_2, m_3, m_4) \rightarrow (m_1', m_2', m_3', m_4')$	$\{S_{1,1}, S_{1,2}\}, \{S_{2,1}, S_{2,2}\}, \{S_{3,1}, S_{3,2}\}, \{S_{4,1}, S_{4,2}\}$
$(0,0,0,0) \rightarrow (0,0,0,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}$		$(1,0,0,0) \rightarrow (0,1,0,0)$	$\{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$
$(0,0,0,0) \rightarrow (0,0,1,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}$		$(1,0,0,0) \rightarrow (0,1,1,0)$	$\{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(0,0,0,0) \rightarrow (1,0,0,0)$	$\{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}$		$(1,0,0,0) \rightarrow (1,1,0,0)$	$\{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}$
$(0,0,0,0) \rightarrow (1,0,1,0)$	$\{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}$		$(1,0,0,0) \rightarrow (1,1,1,0)$	$\{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}$
$(0,0,0,1) \rightarrow (0,0,0,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}$		$(1,0,0,1) \rightarrow (0,1,0,0)$	$\{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(0,0,0,1) \rightarrow (0,0,1,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}$		$(1,0,0,1) \rightarrow (0,1,1,0)$	$\{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$
$(0,0,0,1) \rightarrow (1,0,0,0)$	$\{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}$		$(1,0,0,1) \rightarrow (1,1,0,0)$	$\{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}$
$(0,0,0,1) \rightarrow (1,0,1,0)$	$\{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}$		$(1,0,0,1) \rightarrow (1,1,1,0)$	$\{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}$
$(0,0,1,0) \rightarrow (0,0,0,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}$		$(1,0,1,0) \rightarrow (0,1,0,1)$	$\{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$
$(0,0,1,0) \rightarrow (0,0,1,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}$		$(1,0,1,0) \rightarrow (0,1,1,1)$	$\{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,0,1,0) \rightarrow (1,0,0,1)$	$\{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}$		$(1,0,1,0) \rightarrow (1,1,0,1)$	$\{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}$
$(0,0,1,0) \rightarrow (1,0,1,1)$	$\{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}$		$(1,0,1,0) \rightarrow (1,1,1,1)$	$\{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}$
$(0,0,1,1) \rightarrow (0,0,0,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}$		$(1,0,1,1) \rightarrow (0,1,0,1)$	$\{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,0,1,1) \rightarrow (0,0,1,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}$		$(1,0,1,1) \rightarrow (0,1,1,1)$	$\{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$
$(0,0,1,1) \rightarrow (1,0,0,1)$	$\{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}$		$(1,0,1,1) \rightarrow (1,1,0,1)$	$\{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}$
$(0,0,1,1) \rightarrow (1,0,1,1)$	$\{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}$		$(1,0,1,1) \rightarrow (1,1,1,1)$	$\{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}$
$(0,1,0,0) \rightarrow (0,0,0,0)$	$\{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}$		$(1,1,0,0) \rightarrow (0,1,0,0)$	$\{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}$
$(0,1,0,0) \rightarrow (0,0,1,0)$	$\{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}$		$(1,1,0,0) \rightarrow (0,1,1,0)$	$\{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}$
$(0,1,0,0) \rightarrow (1,0,0,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}$		$(1,1,0,0) \rightarrow (1,1,0,0)$	$\{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$
$(0,1,0,0) \rightarrow (1,0,1,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}$		$(1,1,0,0) \rightarrow (1,1,1,0)$	$\{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(0,1,0,1) \rightarrow (0,0,0,0)$	$\{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}$		$(1,1,0,1) \rightarrow (0,1,0,0)$	$\{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}$
$(0,1,0,1) \rightarrow (0,0,1,0)$	$\{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}$		$(1,1,0,1) \rightarrow (0,1,1,0)$	$\{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}$
$(0,1,0,1) \rightarrow (1,0,0,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}$		$(1,1,0,1) \rightarrow (1,1,0,0)$	$\{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(0,1,0,1) \rightarrow (1,0,1,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}$		$(1,1,0,1) \rightarrow (1,1,1,0)$	$\{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$
$(0,1,1,0) \rightarrow (0,0,0,1)$	$\{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}$		$(1,1,1,0) \rightarrow (0,1,0,1)$	$\{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}$
$(0,1,1,0) \rightarrow (0,0,1,1)$	$\{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}$		$(1,1,1,0) \rightarrow (0,1,1,1)$	$\{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}$
$(0,1,1,0) \rightarrow (1,0,0,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}$		$(1,1,1,0) \rightarrow (1,1,0,1)$	$\{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$
$(0,1,1,0) \rightarrow (1,0,1,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}$		$(1,1,1,0) \rightarrow (1,1,1,1)$	$\{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,1,1,1) \rightarrow (0,0,0,1)$	$\{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}$		$(1,1,1,1) \rightarrow (0,1,0,1)$	$\{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}$
$(0,1,1,1) \rightarrow (0,0,1,1)$	$\{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}$		$(1,1,1,1) \rightarrow (0,1,1,1)$	$\{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}$
$(0,1,1,1) \rightarrow (1,0,0,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}$		$(1,1,1,1) \rightarrow (1,1,0,1)$	$\{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,1,1,1) \rightarrow (1,0,1,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}$		$(1,1,1,1) \rightarrow (1,1,1,1)$	$\{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$

4.1 Rölde İndirgenmiş Durumlu Kafes İle Kod Çözme

İndirgenmiş durumlu kafes, tam durumlu kafesteki durumların her ayrık grubu birleştirilerek tek bir indirgenmiş durum elde ederek oluşturulur. Kolaylık sağlamak için iki katlamalı kodlayıcının aynı bellek uzunluğuna sahip olduğu yani $e = e_1 = e_2$ olduğu varsayılmıştır.

Eğer C_k 'nın durum alfabesi her iki kod için aynı ve $\tilde{S}$ olarak gösterilirse, bütünleşik iki kullanıcı kod çözme için tam durumlu kafes durum alfabesi $S = \tilde{S} \times \tilde{S}$ şeklinde belirlenir. Aynı $\{p_{l-1} \oplus q_{l-1}, \dots, p_{l-e} \oplus q_{l-e}\}$ 'ye sahip tam durumlu kafes durumları $m_l = \{p_{l-1}, \dots, p_{l-e}, q_{l-1}, \dots, q_{l-e}\}$ birleştirilerek, Z indirgenmiş durumlu kafes durum alfabesi olmak üzere, $\tilde{m}_l = \{p_{l-1} \oplus q_{l-1}, \dots, p_{l-e} \oplus q_{l-e}\} \in Z$ olarak tanımlanan tek durum oluşturulur. Bu şekilde paralel geçişlerin de olduğu indirgenmiş kafes diyagramı oluşturulur. Katlamalı kodlarda olduğu gibi indirgenmiş kafesteki her durum, tam durumlu kafesteki durumların sırasıyla XOR'lanmış haline karşılık gelir.

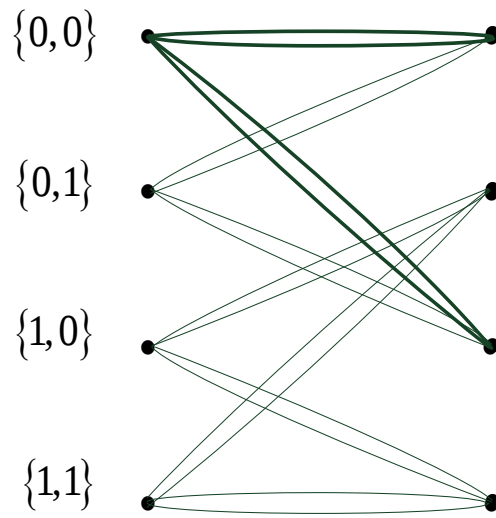


Şekil 5.8 : İki Durumlu TCM için indirgenmiş durumlu kafes diyagramı.

Örneğin Şekil 5.4' de verilen iki katlamalı kodlayıcıdan oluşturulmuş tam durumlu kafes indirgenmiş durumlu kafesi Şekil 5.8' de verilmiştir. Görüldüğü gibi durum sayısı ikiye inmiştir. VA' ya dayalı kod çözücü karmaşıklığı, durum sayısına ve bir durumdan diğer duruma geçiş sayısına bağlıdır. Tam durumlu kafes VA kod çözme karmaşıklığı $k=4$ toplam giriş biti sayısı ve $K=4$ kafes durum sayısı olmak üzere

$2^K (2^k - 1) = 2^4 (2^4 - 1) = 240$ olarak bulunur. İndirgenmiş durumlu kafesin VA kod çözme karmaşıklığı ise $k=4$ toplam giriş biti sayısı ve $K=2$ kafes durum sayısı olmak üzere $2^K (2^{k+1} - 1) = 2^2 (2^5 - 1) = 124$ olarak bulunur. Karmaşıklıkta yaklaşık 0.51 oranında iyileşme görülmektedir.

Şekil 5.7’de verilen dört durumlu iki katlamalı kodlayıcıdan oluşturulmuş tam durumlu kafesin indirgenmiş durumlu kafesi Şekil 5.9’ da verilmiştir. İndirgenmiş kafesteki her bir durum, kaynak düğümlerdeki TCM kodu için oluşturulan tam durumlu kafesteki durum bit dizilerinin sırasıyla XOR’ lanmış haline karşılık gelir.



Şekil 5.9 : Dört durumlu TCM için indirgenmiş durumlu kafes diyagramı.

İndirgenmiş kafesteki her duruma birleştirilen tam durumlu kafesteki paralel geçişler de indirgenmiş kafesteki tek geçişe birleştirilir. Tam durumlu kafeste geçişler ve bu geçişin tetiklediği ortak çıkış dizisi arasında bire bir eşleme varken, indirgenmiş durumlu kafeste her geçiş birden çok ortak çıkış dizisi ile ilişkilidir. İndirgenmiş durumlu kafesteki herhangi bir yolun tek bir XOR’ lanmış kod sözcüğü dizisine karşı geldiği açıktır.

Çizelge 5.4’ te $p_l \oplus q_l = 0$ ve $p_l \oplus q_l = 1$ ’ in oluşturduğu geçişlerdeki ortak çıkış dizisi sırasıyla birinci ve ikinci sırada verilmiştir. Örneğin, (0,0) dan (1,0) indirgenmiş kafes durumuna geçiş, her biri $\{(0,0,0,0), (0,1,0,1), (1,0,1,0), (1,1,1,1)\}$ tam kafes kümesindeki durum grubunun bir elemanından $\{(0,0,1,0), (0,1,1,1), (1,0,0,0), (1,1,0,1)\}$ kümesindeki durum grubunun bir elemanına geçişlerle oluşturulmuştur.

Kod çözme için, $\tilde{m}_l$ 'nin olasılığı $P(\tilde{m}_l) = \{m_l | \tilde{m}_l = \{p_{l-1} \oplus q_{l-1}, \dots, p_{l-e} \oplus q_{l-e}\}\}$ olarak tanımlanırsa, VA (5.4) 'deki dal metriği ile indirgenmiş durumlu kod çözmeye uygulanabilir. İndirgenmiş durumlu kod çözmede hesap kolaylığı adına önce paralel kollar arasındaki minimum Öklid uzaklığına sahip dal bulunur. Daha sonra VA uygulanarak kod çözme işlemi yapılır.

Röleye gelen işareti çözmek için Viterbi algoritması oluşturulurken kafes diyagramındaki her durum, yol metriği değerine atanmıştır ve ilk durumdaki ilk adıma sıfır değeri verilir. Her durumdan 16'şar paralel geçiş olmak üzere 32 tane geçiş vardır (Tam durumlu kafeste her bir durumdan her biri dört paralel geçişe sahip dört duruma geçiş bulunmaktadır yani durum diyagramındaki toplam geçiş(dal) sayısı $16 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ 'dır. İndirgenmiş durumlu kafes diyagramında durum sayısı 4'e düşmekte böylece her durumdan iki duruma 32'şer paralel geçiş bulunmaktadır ($256/(4 \cdot 2) = 32$)). Her bir geçişteki olası çıkış simgeleri hesaplanır. Her durumda, en iyi yol metriği, o durumda bitirilen yollardan seçilmektedir. VA uygulandığında minimum Öklid uzaklığı hesaplanarak en iyi yol metriği bulunur. Diğer bir deyişle her adım için bütün durumlardaki minimum Öklid uzaklığı toplam ifadesi hesaplanır ve ilgili duruma gelen yollardan minimum olan seçilir. Bu seçim yapılırken minimumu veren yol metriğinin hangi kola ait olduğu bellekte tutulur. En son aşamada bellekte tutulan yol metriklerinden yola çıkılarak ilgili simgeye karar verilir. Yukarıda sözü edilen 32 paralel geçişin her birine karşı düşen çıkış işaretlerine de erişebiliriz. Örneğin (0,0) durumundan (1,0) durumuna geçişte üretilen simgeler sırasıyla {0,2}, {0,6}, {4,2}, {4,6}, {2,0}, {2,4}, {6,0}, {6,4}, {2,0}, {2,4}, {6,0}, {6,4}, {0,2}, {0,6}, {4,2}, {4,6}, {1,3}, {1,7}, {5,3}, {5,7}, {3,1}, {3,5}, {7,1}, {7,5}, {3,1}, {3,5}, {7,1}, {7,5}, {1,3}, {1,7}, {5,3}, {5,7}

olarak bulunur. Her aşamada sadece 2^e kalan yol izlemek yeterli olduğundan indirgenmiş durumlu kod çözme karmaşıklığı tam durumlu kod çözmenin karmaşıklığının yaklaşık olarak 0.51 katına eşittir.

İndirgenmiş kafese dayalı kod çözmenin çeşitleme kazancının sönümlemeli kanallarda tam kafese dayalı çeşitleme kazancıyla aynı olduğu Önsav 2'de gösterilmişti. Böylece, kod çözmede indirgenmiş kafes kullanımı çok büyük başarıyı kaybı olmadan verimli bir şekilde karmaşıklığı azaltabilir. Eğer $C_1 = C_2$ ise, Önsav

2’de kanıtlandığı gibi her dalın metrik hesabında ikili karşılaştırmaların sayısının $2^N - 1$ olduğu unutulmamalıdır.

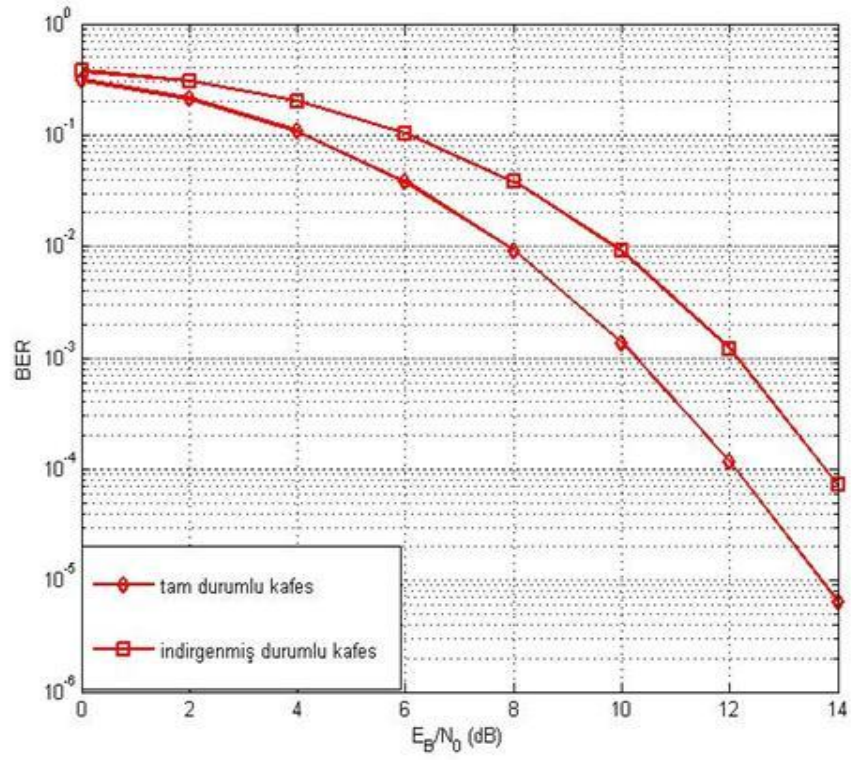
Çizelge 5.4 : 4 durumlu 8-PSK TCM için indirgenmiş kafeste durumlardan durumlara geçerken üretilen çıkış bitleri.

$(m_1, m_2) \rightarrow (m_1', m_2')$	$\{S_{1,1}, S_{1,2}\}, \{S_{2,1}, S_{2,2}\}, \{S_{3,1}, S_{3,2}\}, \dots, \{S_{32,1}, S_{32,2}\}$
$(0,0) \rightarrow (0,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}, \{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}, \{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}, \{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}, \{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}, \{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}, \{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}, \{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$
$(0,0) \rightarrow (1,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}, \{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}, \{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}, \{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}, \{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}, \{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}, \{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}, \{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,1) \rightarrow (0,0)$	$\{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}, \{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}, \{2,0\}, \{2,4\}, \{6,0\}, \{6,4\}, \{0,2\}, \{0,6\}, \{4,2\}, \{4,6\}, \{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}, \{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}, \{3,1\}, \{3,5\}, \{7,1\}, \{7,5\}, \{1,3\}, \{1,7\}, \{5,3\}, \{5,7\}$
$(0,1) \rightarrow (1,0)$	$\{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}, \{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}, \{2,2\}, \{2,6\}, \{6,2\}, \{6,6\}, \{0,0\}, \{0,4\}, \{4,0\}, \{4,4\}, \{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}, \{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}, \{3,3\}, \{3,7\}, \{7,3\}, \{7,7\}, \{1,1\}, \{1,5\}, \{5,1\}, \{5,5\}$
$(1,0) \rightarrow (0,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}, \{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}, \{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}, \{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}, \{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}, \{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}, \{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}, \{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$
$(1,0) \rightarrow (1,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}, \{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}, \{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}, \{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}, \{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}, \{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}, \{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}, \{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(1,1) \rightarrow (0,1)$	$\{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}, \{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}, \{2,1\}, \{2,5\}, \{6,1\}, \{6,5\}, \{0,3\}, \{0,7\}, \{4,3\}, \{4,7\}, \{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}, \{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}, \{3,0\}, \{3,4\}, \{7,0\}, \{7,4\}, \{1,2\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{5,6\}$
$(1,1) \rightarrow (1,1)$	$\{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}, \{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}, \{2,3\}, \{2,7\}, \{6,3\}, \{6,7\}, \{0,1\}, \{0,5\}, \{4,1\}, \{4,5\}, \{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}, \{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}, \{3,2\}, \{3,6\}, \{7,2\}, \{7,6\}, \{1,0\}, \{1,4\}, \{5,0\}, \{5,4\}$

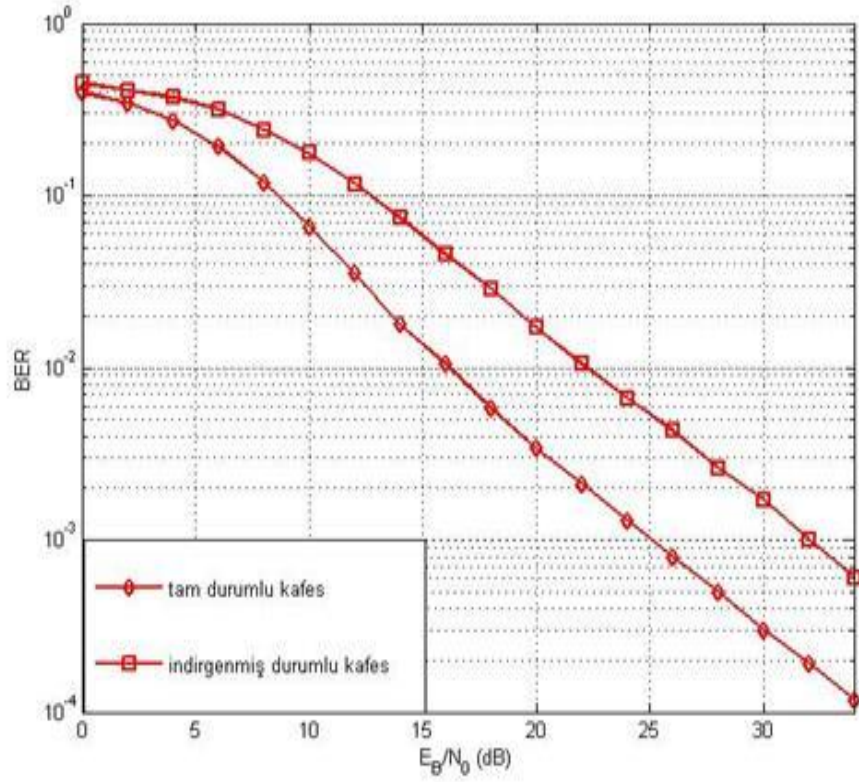
4.2 Hata Başarımları

Bu bölümde TCM ve PNC kullanan iki yönlü röleli ağların hata başarımları bilgisayar benzetimleriyle incelenmektedir. Bilgisayar benzetimlerinde AWGN ve Rayleigh sönümlmeli kanallar göz önüne alınmıştır. Bütün kanal kodları aynı kodlama oranına sahiptir ($r=2/3$). Sistemdeki bütün gürültülerin boyut başına varyansları eşit olup ($N_0/2$) alınmıştır. BER ve FER başarımları verilen sistem modelindeki uçtan uca iletim için elde edilmiştir. Şekilde görülen modeller için ortalama bit enerjilerinin eşit olduğu kabul edilip uçtan uca hata başarımları BPSK modülasyonu için bilgisayar benzetimleri ile elde edilmiştir. Benzetimlerde FER çerçeve uzunluğu 10 simge olarak alınmıştır. Şekil 5.10 ve 5.11 de verilen BER eğrilerinden görüleceği üzere tam durumlu kafes ile indirgenmiş durumlu kafes arasında SNR açısından 2 dB fark vardır. Bu başarımların kaybının karşılığı indirgenmiş kafes kod çözme karmaşıklığının daha düşük olması ile alınmaktadır.

Şekil 5.10 ve 5.11’den görüldüğü gibi AWGN kanaldaki hata başarımları pratikte gezgin ağlara daha çok uyan Rayleigh kanaldakine göre daha iyidir.



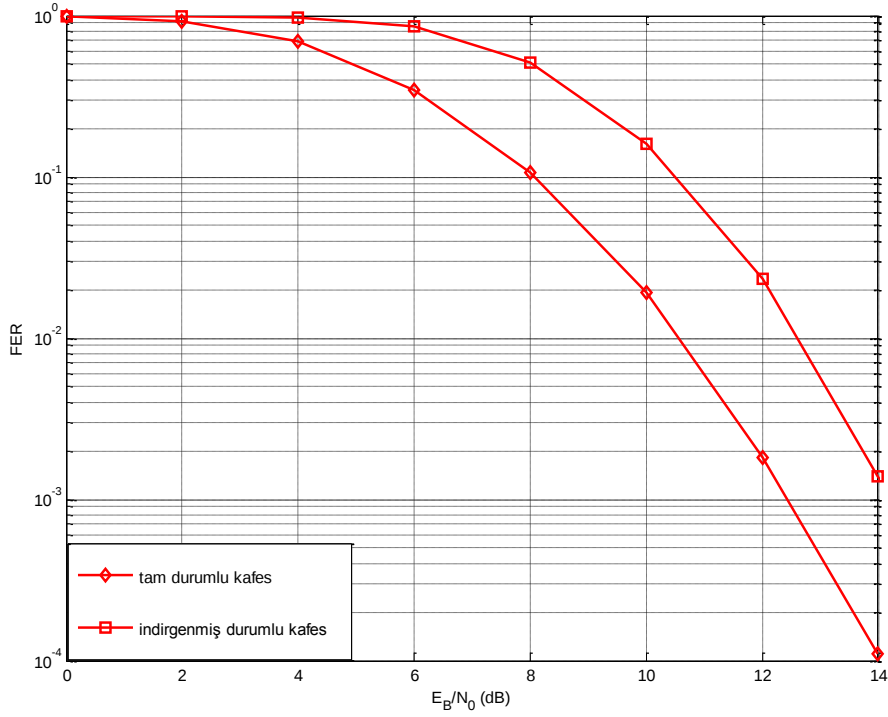
Şekil 5.10 : İki durumlu TCM için BER başarımları (AWGN).



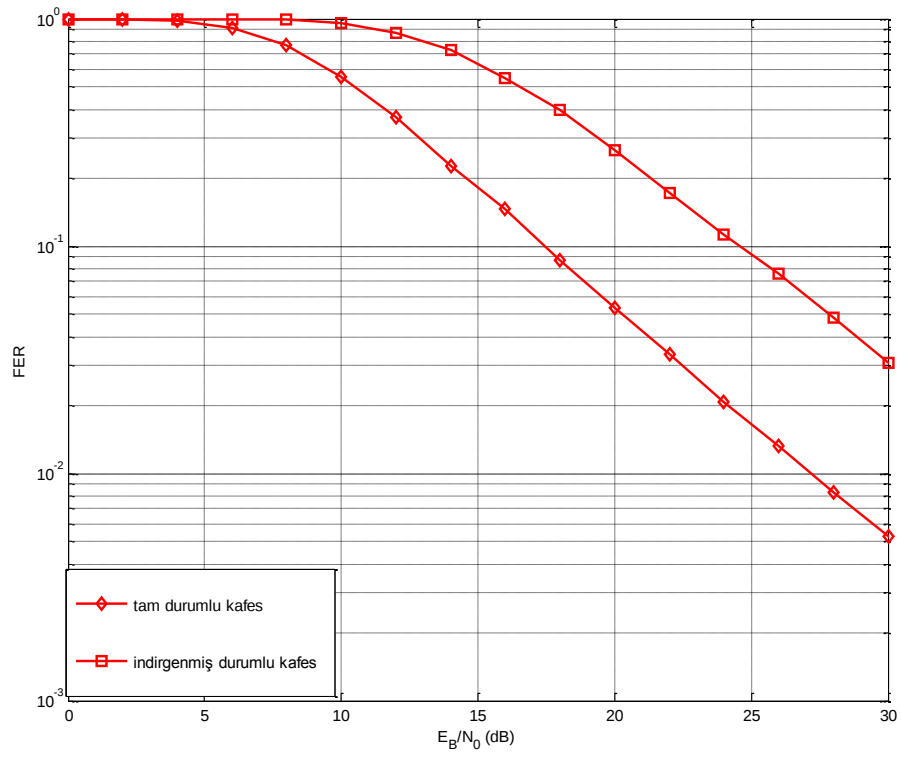
Şekil 5.11 : İki durumlu TCM için BER başarımları (Rayleigh).

Şekil 5.12 ve 5.13’ te 2 durumlu kafes kodlamalı modülasyon için AWGN ve Rayleigh sönümlmeli kanaldaki FER eğrileri hem tam durumlu hem de indirgenmiş durumlu kafesler için verilmiştir.

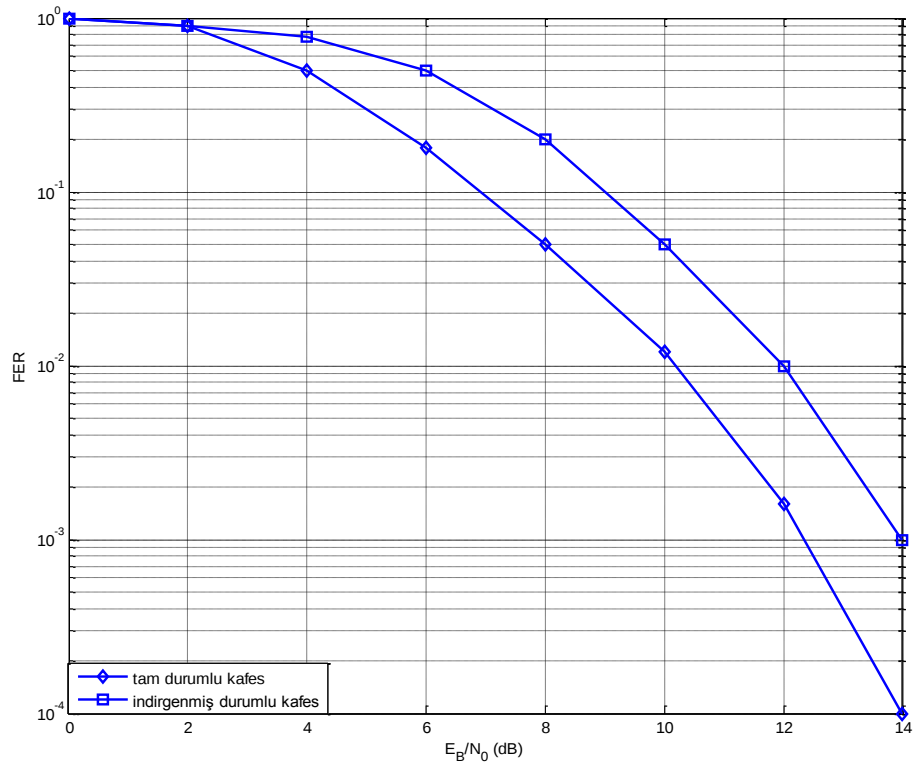
Şekil 5.14 ve 5.15’ da 4 durumlu kafes kodlamalı modülasyon için AWGN ve Rayleigh kanaldaki FER başarımları eğrileri hem tam durumlu hem de indirgenmiş durumlu kafesler için verilmiştir. Bütün benzetimlerde FER çerçeve uzunluğu 10 simge olarak alınmıştır. Benzetim sonuçlarından görüldüğü gibi yaklaşık 2 dB SNR kaybı olmasına rağmen sönümlmeli kanallar için çeşitleme kazancından kayıp yoktur ve indirgenmiş durumlu kod çözme karmaşıklığı, tam durumlu kod çözme karmaşıklığının yaklaşık yarısıdır.



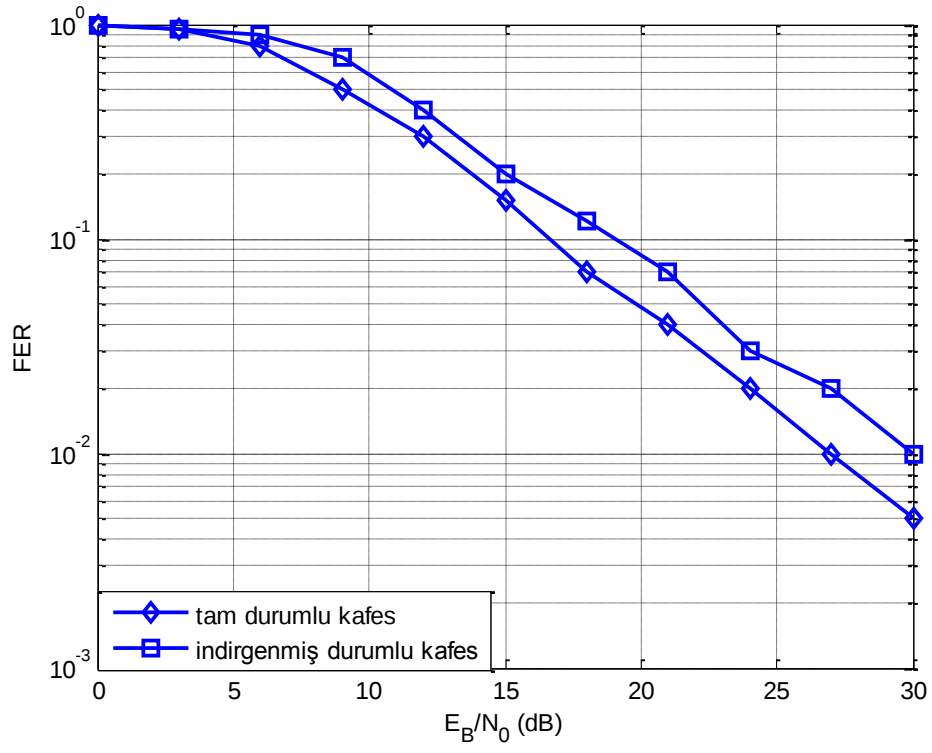
Şekil 5.12 : İki durumlu TCM için FER başarımları(AWGN)



Şekil 5.13 : İki durumlu TCM için FER başarımları(Rayleigh).



Şekil 5.14 : Dört durumlu TCM için FER başarımları(AWGN)



Şekil 5.15 : Dört durumlu TCM için FER başarımları(Rayleigh).

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, band sınırlı kanallarda hata başarımını artıran kafes kodlamalı modülasyon tekniği fiziksel katman ağ kodlama protokolünü kullanan iki-yönlü röleli ağlara uygulanmıştır. Ele alınan iki-yönlü röleli yapı, birbirlerine ortak bir röle üzerinden eş zamanlı olarak bilgi ileten iki uç düğümden oluşmaktadır. Fiziksel katman ağ kodlama protokolünde iki uç düğüm çoklu erişim evresinde aynı anda bilgilerini iletmekte, rölede oluşan girişimden kaçınmak yerine elektromanyetik dalgaların toplanmasıyla oluşan girişim uygun modülasyon, demodülasyon ve ağ kodlama teknikleriyle iletişimin bir parçası haline gelmektedir. Fiziksel katman ağ kodlama ile iki-yönlü iletişimin band verimliliği, ağ kodlama olmadan uygulanan geleneksel yöntemle göre %100, basit ağ kodlamaya göre %50 oranında artar.

Tezde önce, fiziksel katman ağ kodlama protokolü kullanan iki-yönlü röleli ağlarda katlamalı kodların kullanılması incelenmiş, rölede XOR'lanmış veri dizilerine karşılık uç düğümlere iletilecek diziyi belirlemek için Viterbi algoritmasından yararlanılmıştır. İki uç düğümde kullanılacak katlamalı kodlar için en uygun seçim belli bir kodlama oranı ve durum sayısı için en büyük serbest uzaklığa sahip aynı katlamalı kod olmaktadır. Normal durumda rölede kod çözme işlemi uç düğümlerin kullandığı katlamalı kodların durum sayıları çarpımına eşit sayıda durumlu bir kafes üzerinden gerçekleşirken indirgenmiş durum sayılı kod çözme kafesi kullanılarak kod çözme karmaşıklığı önemli ölçüde azaltılmaktadır. Buna karşılık, AWGN ve Rayleigh sönümlmeli kanallarda bilgisayar benzetimleri sonucunda, aynı hata oranına ulaşmada yaklaşık 2dB civarında bir SNR kaybı söz konusu olduğu görülmektedir. İncelenen bu sistemde iki bilgi biti dört simge süresinde gönderildiği için band verimliliği 1/2 bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır.

Tezde daha sonra, fiziksel katman ağ kodlama protokolü kullanan iki-yönlü röleli sistemde band verimliliğini artırmak amacıyla kafes kodlamalı modülasyon kullanılmış, sistem modeli, kod çözme metrikleri tanımlanmış, bu yeni yapıda da indirgenmiş durumlu kafes kullanımının olanaklı olduğu gösterilmiştir. AWGN ve Rayleigh sönümlmeli kanallarda yapılan bilgisayar benzetimlerine dayanarak rölede indirgenmiş durumlu kafes kullanımının kod çözme karmaşıklığını yarı

yarıya azaltmasına karşılık SNR da 2dB lik bir kayba neden olduğu gösterilmiştir. Önerilen bu sistemde sistemde dört bilgi biti iki simge süresinde gönderildiği için band verimliliği 2 bit/sn/Hz olarak hesaplanmıştır. Hesaplardan da anlaşılacağı gibi band verimliliği oldukça artmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Proakis, John G., (2000), *Digital Communications*, 4th ed., pp. 801–805, McGraw-Hill Series In Electrical and Computer Engineering, Boston.
- [2] Proakis J.G. and Salehi, M. (1994), *Communication Systems Engineering*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall.
- [3] Stüber, G. L., (2000), *Principles of Mobile Communication*. Kluwer Academic Publishers.
- [4] Biglieri, E., Divsalar, P. J. McLane and M. K. Simon (1991) , *Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications*, New York, Macmillan.
- [5] Telatar, I. E., (1999), *Capacity of multi-antenna Gaussian channels*, European Trans. on Telecommunications, 10:585-595.
- [6] Laneman, J. N. ve Wornell G. W. (2004), *Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 50, 3062-3080.
- [7] Sendonaris, A., Erkip, E. ve Aazhang, B. (2003), *User cooperation diversity-Part I: System description*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 51, 1927-1938.
- [8] Thomas M. Cover ve Abbas A. El Gamal, (1979), *Capacity theorems for the relay channel*, IEEE Transactions On Information Theory, cilt-25, s. 572–584.
- [9] Meulen, E. M. (1971), *Three-terminal communication channels*, Advances in Applied Probability, vol. 3, 120-154.
- [10] Dereje H. Woldegebreal and H. Karl, (2007), *Network-coding-based adaptive decode and forward cooperative transmission in a wireless networks: outage analysis*, In Proc. 13th European Wireless Conference (EW).
- [11] L. Xiao, T. Fuja, J. Kliewer, and D. Costello, *A network coding approach to cooperative diversity*, IEEE Transactions on information theory, October, 2007
- [12] Ahlswede, R., Cai, N., Li, S-Y. R. ve Yeung R. W. (2000), *Network information flow*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 46, 1204-1216.
- [13] Popovski, P. ve Yomo, H. (2007), *Physical network coding in two-way wireless relay channels*, IEEE International Conference on Communications (ICC).
- [14] Louie, R.H.Y., Yonghui L. ve Vucetic, B. (2010), *Practical physical layer network coding for two-way relay channels: performance analysis and*

comparison, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 9, 764-777.

- [15] **B. Rankov, and A Wittneben**, (2006), *Achievable rate regions for the two way relay channel*, Proc. IEEE Int. Symposium on Information Theory (ISIT), Seattle, USA.
- [16] **B. Rankov, and A Wittneben**, (2007), *Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications.
- [17] **Y. Wu, P. A. Chou, and S. Y. Kung**, (2004), *Information Exchange in Wireless Networks with Network Coding and Physical Layer Broadcast*, Technical Report MSR-TR-2004-78, Microsoft Research, Redmond WA.
- [18] **C. Hausl, and J. Hagenauer**, (2006), *Iterative network and channel decoding for the two way relay channel*, Proc. IEEE International Conference on Communications.
- [19] **S. Zhang, S. C. Liew, and P. Lam**, (2006), *Hot topic: physical-layer network coding*, in Proc. ACM MOBICOM pp. 358-365.
- [20] **P. Elias**, (1955), *Coding for Noisy Channels*, IRE Conv. Rec., Part 4, pp. 37-47.
- [21] **Hagenauer, J. and Hoeher, P.**, (1989), *A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and Its Applications*, GLOBECOM 1989, Dallas, Texas, pp.1680-1686.
- [22] **G. D. Forney**, (1973), *The Viterbi algorithm*, Proc. IEEE, 61, pp. 268-278.
- [23] **Gottfried Ungerboeck**, (1986), *Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets. Part I: Introduction. Part II: State of the Art*, IEEE Communication Magazine, vol. 25, No. 2, pp. 5-21, Feb. 1987
- [24] **To, D.; Choi, J.** (2010), *Convolutional Codes in Two-Way Relay Networks with Physical-Layer Network Coding*, Wireless Communications, IEEE Transactions on , vol.9, no.9, pp.2724-2729

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Gözde Yiğit

Doğum Yeri ve Tarihi: Gölcük- 1986

E-Posta: gozdeyigit.eem@gmail.com

Lisans: Anadolu Üniversitesi- Elektrik-Elektronik Mühendisliği