

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KESİRLİ PID TASARIM YÖNTEMİ VE KLASİK PID İLE
KARŞILAŞTIRMALAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Esra GÖKTÜRK**

Anabilim Dalı : Elektrik Mühendisliği

Programı : Kontrol ve Otomasyon

Tez Danışmanı: Prof. Dr. İbrahim EKSİN

OCAK 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KESİRLİ PID TASARIM YÖNTEMİ VE KLASİK PID İLE
KARŞILAŞTIRMALAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Esra GÖKTÜRK
504061113**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2008
Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Ocak 2009**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. İbrahim EKSİN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Müjde GÜZELKAYA (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Osman Kaan EROL (İTÜ)**

OCAK 2009

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince fikirleri ve deneyimleri ile bana yol gösteren ve beni destekleyen değerli hocalarım Prof. Dr. İbrahim Eksin, Prof. Dr. Müjde Güzelkaya ve Araş. Gör. Dr. Engin Yeşil'e, bana her zaman destek olan çok sevgili aileme ve arkadaşlarıma yürekten teşekkür ederim.

Ocak 2009

Esra GÖKTÜRK
Elektrik Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
2. KESİR DERECELİ SİSTEMLER.....	5
2.1 Kesir Dereceli Sistemler	5
2.2 Kesir Dereceli Transfer Fonksiyonları	5
2.3 Yeni Mittag-Leffler Tipi Fonksiyon.....	6
2.4 Kesir Dereceli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) Kontrolör	7
2.5 Kesir Dereceli Bir Sistem için PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Karşılaştırması.....	8
3. KESİR DERECELİ İŞLEMLERE TAMSAYI DERECELİ YAKLAŞIMLAR	13
3.1 Kesir Dereceli Sistemlerin Tamsayı-Dereceli Sürekli Modelleri	15
3.1.1 Sürekli kesir açılımı.....	15
3.1.2 Carlson yöntemi	16
3.1.3 Matsuda yöntemi	16
3.2 Eğri Uyumu ya da Frekans Domeninde Tanımlama Tekniklerini Kullanan Yaklaşımlar.....	17
3.2.1 Oustaloup yöntemi	17
3.2.2 Chareff yöntemi	18
3.3 Kesir Dereceli Sistemlerin Tamsayı-Dereceli Ayırık Modelleri	18
3.3.1 Nümerik integrasyon ve kuvvet serisi açılımı ile ayırık yaklaşımlar	19
3.3.2 Nümerik integrasyon ve SKA ile ayırık yaklaşımlar	20
3.4 Yaklaşık rasyonel fonksiyonlar.....	21
3.4.1 Genel SKA yöntemi (YF).....	21
3.4.2 Carlson yöntemi	21
3.4.3 Matsuda yöntemi	21
3.4.4 Crone yöntemi.....	22
4. KESİRLİ $PI^{\lambda}D^{\mu}$ KONTROLÖR TASARIMI.....	25
4.1 Genetik Algoritmalar	25
4.2 GA Kullanarak $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Tasarımı.....	27
4.3 PI ve PI^{λ} Kontrolörün Birinci Dereceden Ölü Zamanlı Sistemler Üzerinde Etkileri	31
4.4 Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi:	34
4.5 Benzetim Örneği	38
4.6 λ' 'nın Değişimine Bağlı K_p , K_i Kontrolör Parametrelerinin ve J_{min} , T_p , Y_{max} , T_s Sistem Parametrelerinin Analizi	42
5. FREKANS DOMENİNDE TASARIM.....	45
5.1 Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$	48
5.2 Klasik PID:	50
5.3 Elde Edilen Klasik PID ve Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolörlerin Karşılaştırması	52
5.3.1 Sistem kazancının değişimine karşı dayanıklılık ölçümü.....	52
5.3.2 Giriş işaretindeki gürültüye karşı dayanıklılık ölçümü	55

5.3.3 Çıkış bozucularına karşı dayanıklılık	61
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	67
KAYNAKLAR	69

KISALTMALAR

GA	: Genetik algoritma
GKS	: Güç serisi açılımı
GSA	: Gerçel kök sınırı
ISE	: Integrated squared error
ITAE	: Integrated time absolute error
KDDD	: Kesir dereceli diferansiyel denklem
KDTF	: Kesir dereceli transfer fonksiyonu
KKS	: Karmaşık kök Sınırı
PID	: Propotional-integral-derivative
PI^{λ}D^{μ}	: Kesir dereceli (kesirli) PID
SGSÇ	: Sınırlı giriş sınırlı çıkış
SKA	: Sürekli kesir açılımı
SKS	: Sonsuz kök sınırı
TID	: Tilted-integral-derivative

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : Genetik algoritma ile bulunan parametre değerleri	29
Çizelge 4.2 : Genetik algoritma ile bulunan parametre değerleri	32
Çizelge 4.3 : $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.9$ değerleri için elde edilen sonuçlar	42
Çizelge 5.1 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:	48
Çizelge 5.2 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:	50
Çizelge 5.3 : $\omega \geq \omega_t = 10$ rad/s olmak üzere; sinüs dalgalarının genlik, frekans ve fazları	55
Çizelge 5.4 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:	64

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Birim geribeslemeli kontrol sistemi.....	5
Şekil 2.2 : μ - λ uzayında $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör.....	8
Şekil 2.3 : Tamsayı dereceli ve kesir dereceli modelin birim basamak cevapları.	9
Şekil 2.4 : Tamsayı dereceli modelin ve kesir dereceli modelin PD kontrolörlü kapalı çevrim birim basamak cevapları.	10
Şekil 2.5 : Tamsayı dereceli ve kesir dereceli modelin PD kontrolörlü ($K_D = 1$) kapalı çevrim birim basamak cevapları.	10
Şekil 2.6 : Kesir dereceli modelin PD ve PD^μ kontrolörlü kapalı çevrim birim basamak cevapları	11
Şekil 3.1 : Yaklaşık rasyonel fonksiyonların basamak cevapları.....	22
Şekil 3.2 : Yaklaşık rasyonel fonksiyonların frekans cevapları.....	23
Şekil 4.1 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrollü kapalı çevrim sisteminin blok diyagramı	28
Şekil 4.2 : Genetik algoritma sonucu bulunan minimum uygunluk değerleri.	29
Şekil 4.3 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile kapalı çevrim basamak cevapları.	30
Şekil 4.4 : Kapalı çevrim sistemin PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile sağlanan kontrol işaretleri	30
Şekil 4.5 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlü kapalı çevrim sistemin blok diyagramı	31
Şekil 4.6 : “Fitness function” (uygunluk fonksiyonu) blok diyagramı	32
Şekil 4.7 : PI ve PI^λ kontrolör ile kapalı çevrim basamak cevapları.....	33
Şekil 4.8 : Kapalı çevrim sistemin PI ve PI^λ kontrolör ile sağlanan kontrol işaretleri	33
Şekil 4.9 : $\lambda = 1$ için kararlılık bölgesinin tespit edilmesi	40
Şekil 4.10 : λ 'nın değişik değerleri için kararlılık bölgeleri	40
Şekil 4.11 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için kararlılık bölgeleri	41
Şekil 4.12 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için elde edilen minimum J (amaç fonksiyonu) değerleri.....	42
Şekil 4.13 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için basamak cevabının tepe değerleri.....	43
Şekil 4.14 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için tepe zamanları	43
Şekil 4.15 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için yerleşme zamanları.....	43
Şekil 4.16 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için (k_p, k_i) düzlemindeki kararlılık bölgeleri ve J'yi minimum yapan optimal değerleri.....	44
Şekil 4.17 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için (k_p, k_i) düzlemindeki J'yi minimum yapan optimal değerler.....	44
Şekil 5.1 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için oluşturulan sistemin kapalı çevrim blok diyagramı.....	49
Şekil 5.2 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.	49
Şekil 5.3 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kontrol işaretleri.....	50
Şekil 5.4 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için oluşturulan sistemin kapalı çevrim blok diyagramı.....	51
Şekil 5.5 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.	51

Şekil 5.6 : K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4 değerleri için kontrol işaretleri.....	52
Şekil 5.7 : Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör ile K = 1, 2, 3.13, 4, 5 değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.....	52
Şekil 5.8 : Klasik PID kontrolör ile K = 1, 2, 3.13, 4, 5 değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.....	53
Şekil 5.9 : Açık çevrim transfer fonksiyonlarının frekans cevapları: F1: klasik PID, F2 kesirli PID ile	53
Şekil 5.10 : Duyarlılık Fonksiyonları: S1: klasik PID, S2 kesirli PID ile	54
Şekil 5.11 : Kapalı Çevrim Transfer Fonksiyonları: T1: klasik PID, T2 kesirli PID ile	54
Şekil 5.12 : Girişine küçük genlikli yüksek frekanslı sinüs işaretleri uygulanan kesir dereceli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ve klasik PID kontrollü sistem.	55
Şekil 5.13 : Sistemin girişine uygulanan gürültülü işaret.....	56
Şekil 5.14 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem	56
Şekil 5.15 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem (1660 s < t < 1685 s arasında)	57
Şekil 5.16 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem (1990 s < t < 2000 s arasında)	57
Şekil 5.17 : Girişine farklı güçlerde beyaz gürültü uygulanan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ve PID kontrollü sistem.	58
Şekil 5.18 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.0005) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı.....	58
Şekil 5.19 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.0001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı.....	59
Şekil 5.20 : Kapalı çevrim sistem girişine uygulanan beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001)	59
Şekil 5.21 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı.....	60
Şekil 5.22 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı (0 s < t < 8000 s).....	60
Şekil 5.23 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin blok diygramı.	61
Şekil 5.24 : t = 1400s’de başlayıp 50s boyunca çıkışa uygulanan yük bozucusuna karşı basamak yanıtları; Y1:PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$	61
Şekil 5.25 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan sınırlandırılmış (-2< u<2) kontrol işaretleri; U1:PID, U2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$	62
Şekil 5.26 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin (kontrol işareti sınırlandırılmamış) basamak yanıtı; Y1:PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$	62
Şekil 5.27 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan PID’nin sınırlandırılmamış kontrol işareti.....	63
Şekil 5.28 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ’nin sınırlandırılmamış kontrol işareti.....	63
Şekil 5.29 : Açık çevrim transfer fonksiyonlarının frekans cevapları: F1: klasik PID, F3 kesirli PID ile; duyarlılık fonksiyonları: S1: klasik PID, S3 kesirli PID ile; kapalı çevrim transfer fonksiyonları: T1: klasik PID, T3 kesirli PID ile.	64
Şekil 5.30 : Kesirli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) kontrolör ile K = 1, 2, 3.13, 4, 5 değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.	65
Şekil 5.31 : K = 1, 2, 3.13, 4, 5 değerleri için kontrol işaretleri.	65

Şekil 5.32 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y3: Kesirli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem	65
Şekil 5.33 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (sinüs işaretleri)(gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı.....	66
Şekil 5.34 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin $(-2 < u < 2)$ basamak yanıtı; Y1:PID, Y3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$	66
Şekil 5.35 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin $(-2 < u < 2)$ kontrol işaretleri; U1:PID, U3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$	66

SEMBOL LİSTESİ

$C(s)$	: S domeninde kontrolör transfer fonksiyonu
$e^{-\theta}$	: Ölü zaman
$E(s)$	: S domeninde hata transfer fonksiyonu
$F(j\omega)$	: Frekans domeninde açık çevrim transfer fonksiyonu
g_m	: Kazanç payı
$G(s)$	: S domeninde sistem transfer fonksiyonu
J	: Uyguluk fonksiyonu
K_d	: Türev katsayısı
K_i	: İntegral katsayısı
K_p	: Oransal kazanç
$R(s)$	: S domeninde giriş fonksiyonu
$S(j\omega)$	: Frekans domeninde duyarlılık fonksiyonu
T_p	: Tepe zamanı
T_s	: Yerleşme zamanı
$T(j\omega)$	: Frekans domeninde kapalı çevrim transfer fonksiyonu
$U(s)$	: S domeninde kontrol işareti
y_{max}	: Tepe değeri
λ	: İntegral derecesi
μ	: Türev derecesi
Φ_m	: Faz payı
ω	: Frekans
ω_{cg}	: Kazanç geçiş frekansı
ω_{cp}	: Faz geçiş frekansı

KESİRLİ PID TASARIM YÖNTEMİ VE KLASİK PID İLE KARŞILAŞTIRMALAR

ÖZET

Bu çalışmada, kesir dereceli matematikten yola çıkılarak, kesir dereceli sistem ve PID kontrolörler tanıtılmakta ve klasik (tamsayı dereceli) PID kontrolörle kıyaslanarak avantaj ve dezavantajları incelenmektedir.

Tamsayı dereceli PID'den farklı olarak; kesir dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolör kesir dereceli bir integratör ve kesir dereceli türevden oluşur, hem tamsayı dereceli hem de kesir dereceli modellenen sistemler üzerinde uygulanabilir. Bu çalışmada uygulamalar lineer sistemler üzerine yapılmaktadır.

Sürekli kesir dereceli transfer fonksiyonları irrasyoneldir, ayrık kesir dereceli transfer fonksiyonları ise limitsiz bir belleğe sahiptir. Bu yüzden kesir dereceli PID kontrolörleri uygulanabilir hale getirmek için öncelikle tamsayı dereceli yaklaşımlar yapmak gerekmektedir. Tamsayı dereceli yaklaşımlar elde etmek için hem sürekli hem ayrık modellerde bir çok yöntem önerilmektedir.

Kesir dereceli PID kontrolörü tasarlamak için klasik PID tasarımında kullanılan genel arama yöntemlerin bir çoğu kullanılabilir. Klasik (tamsayı dereceli) PID kontrolör genel olarak üç adet (K_p , K_i , K_d) parametreden oluşurken, kesirli PID'de parametre sayısı beşe (K_p , K_i , K_d , λ , μ) çıkmaktadır. Beş parametrenin kontrolöre esneklik ve dayanıklılık getirdiği iddia edilmektedir. Buradan yola çıkarak bu çalışmada esneklik için kesir dereceli PI kontrolörde λ 'nın değişimine bağlı kapalı çevrim sistemin kararlılık sınırları, dayanıklılık için ise belirsiz sistem parametreleri ve gürültü gibi çevresel etkenlere karşı sistem davranışları incelenmektedir. Kesir dereceli integral ve türev sisteme nonlineerlik getirdiği için, analitik yöntemlerle tasarım yapmak ise oldukça güçtür. Bunun yanında farklı tasarım yöntemleri de araştırılmaktadır.

FRACTIONAL PID DESIGN METHODS AND COMPARISONS WITH CLASSICAL PID

SUMMARY

In this study, starting from fractional order mathematics, fractional order systems and PID controllers are introduced and compared with integer order PID controllers.

Differently from an integer order PID; a fractional order PID ($PI^\lambda D^\mu$) controller consists of a fractional order integrator and a fractional order derivative and can be applied to both integer order and fractional order modeled systems. In this study the applications are on linear systems.

Continues fractional order transfer functions are irrational and discrete fractional order transfer functions have unlimited memories. So firstly, integer order approximations have to be done in order to make the fractional order controllers applicable. There has been suggested several methods to make the integer order approximations.

Most of the general searching algorithms can also be used to design fractional order controllers. Classical (integer order) PID controller generally consists of three parameters (K_p , K_i , K_d), but in fractional order one, the number of parameters increases to five (K_p , K_i , K_d , λ , μ). It is asserted that, five parameter provides more flexibility and strength to the controller. From this point, in this study stability boundaries of the closed loop system depending on the change of λ in fractional PI for flexibility and depending on the uncertain parameters of system and enviromental factors like noises for strength is concerned. It is very hard to design fractional order controllers with analytical methods that fractional order derivative and integral adds nonlinearity to the system. Besides different kinds of design methods are under search.

1. GİRİŞ

Türev dereceleri herhangi bir reel sayı değeri alabilen (tamsayı olması gerekmeyen), diferansiyel denklemlerle ifade edilen sistemler, kesirli dereceli sistemler veya kısaca kesirli sistemler olarak tanımlanırlar.

Klasik tam sayı dereceli matematiğin kesirli dereceli matematiğe uyarlanması yeni değildir. Kesirli matematiğin ilk kullanımı 1695'te Leibniz ile L'Hospital arasındaki mektuplaşmada görülür. Daha sonra, kesirli matematik ile ilgili ilk çalışmaların 19. yy'da Liouville, Riemann ve Holmgren tarafından yapıldığı görülür [1].

Fakat sınırlı hesaplama gücünden dolayı kontrol sistemlerine son yarım yüzyılda fazla uygulanamamıştır. Son zamanlarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak, kesirli hesaplama, kesirli dereceli sistem modellerinin analizinde ve kesirli dereceli kontrolör tasarımlarında kullanılmaya başlanmıştır [2].

Bu yönelişin nedenlerinden biri dünyadaki gerçek sistemleri tanımlamada kesirli dereceli modellerin, tam dereceli modellerden daha yakın sonuçlar sağlamasıdır [1].

Yakın geçmişte bazı araştırmacılar (Bagley ve Torvik (1984); Bagley ve Calico (1991); Makroglou, Miller ve Skaar (1994)) kesirli dereceli türev ve integraller içeren kesirli dereceli durum denklemlerini dikkate almışlardır [3].

Bu yeni modeller, daha önce kullanılan tamsayı dereceli modellerinden daha elverişlidir. Kesirli-türev tabanlı modellerin temelleri Caputo ve Mainardi (1971) ve Westerlund (1994) tarafından verilmiştir. Kesirli dereceli türev ve integraller, farklı maddelerin bellek ve kalıtsal özelliklerin tanımlanmasında çok güçlü bir araçtır. Bu tamsayı dereceli modellere kıyasla en belirgin avantajlarıdır [3].

Ancak yakın zamana kadar uygun matematiksel metodların eksikliği nedeniyle önceleri kesirli-dereceli dinamik sistemler üzerine yapılan çalışmalar, kontrol sistemleri teorisi ve uygulamasında çok önemsiz denecek kadar az yer tutmuş, Oustaloup (1988); Axtell ve Michael (1990), Miller ve Skaar (1994), tarafından bazı başarılı teşebbüsler yapılmıştır [3].

Kesir dereceli sistem modellerinin kullanılması ile birlikte bunlara uygun kesir dereceli kontrolör tasarımlarının yapılması da kaçınılmaz olmuştur. Kesirli hesaplama ile faydalanılarak tasarlanan kesirli dereceli kontrolörler hem tam dereceli hem de kesirli dereceli sistemlere uygulanmış, ve tam dereceli kontrolörlere göre daha etkin ve esnek bir yapıya sahip olduğu gözlenmiştir [2].

Bu aşamada akla ilk olarak endüstride çok yaygın olarak kullanılan PID tipi kontrolörler tam adıyla tamsayı dereceli PID tipi kontrolörler gelmektedir. Doğrusal sistemlerde çeşitli yöntemlerle parametrelerin hesaplanıp ayarlanmasıyla, istenen sistem cevabının elde edilmesini sağlayan PID kontrolörler oldukça basit ama etkilidir. Buradan hareketle ortaya çıkarılan kesirli dereceli PID kontrolörler de daha esnek ve dayanıklı yapısıyla hem tam dereceli hem de kesirli dereceli sistemlere uygulandığında oldukça iyi sonuçlar verdiği iddia edilmektedir.

Bu araştırmalardan yola çıkılarak hazırlanan bu tezin ikinci bölümünde kesir dereceli sistemler (kesirli sistemler) ve kesir dereceli (kesirli) PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolörler tanıtılacaktır. Sonrasında kesir dereceli ve tamsayı dereceli modellenen sistemler ve bunlar için tasarlanan PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlerin kıyaslandığı ilk çalışmalardan örnekler incelenecektir.

Üçüncü bölümde kesir dereceli kontrolörün sürekli gerçekleştirilebilir bir modelini elde etmek için bazı yöntemler önerilecektir. Bunlar, irrasyonel sürekli bir transfer fonksiyonunun rasyonel yaklaşımını elde etme yöntemleri ya da sınırsız bellekli ayırık transfer fonksiyonlarından sınırlı bellekli transfer fonksiyonlarına geçiş yöntemleri olarak da düşünülebilir. Dördüncü bölümde PID tasarımı için kullanılan yöntemlerden biri olan genetik algoritmaya giriş yapılacaktır ve $PI^\lambda D^\mu$ tasarımında da genetik algorithmadan faydalanılacaktır. Daha basit yapıda olan PI^λ kontrolörlerin birinci dereceden, ölü zamanlı sistemler üzerinde kararlılık bölgeleri incelenerek klasik PI kontrolör ile kıyaslanacaktır. Beşinci bölümde frekans domeninde hibrit bir algoritma kullanılarak $PI^\lambda D^\mu$ tasarımı yapılacaktır; bu şekilde sistem kazancının değişimine, giriş işaretindeki gürültüye ve çıkış bozucularına karşı dayanıklılık hedeflenecektir. Devamında bu yöntemle tasarlanan klasik PID kontrolör ile $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün kapalı çevrim bir sistem üzerinden benzetim sonuçları kıyaslanacaktır.

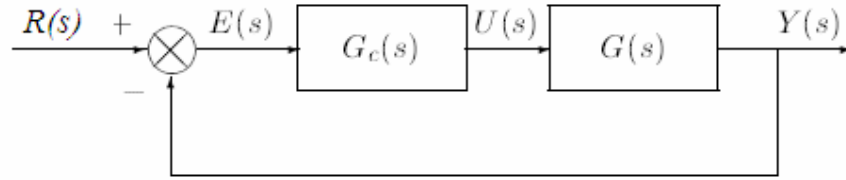
Son olarak kullanılan farklı tasarım yöntemleri ve elde edilen benzetim sonuçları değerlendirilerek $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün avantaj ve dezavantajları ortaya konacak. Bu konuda yön gösterebilecek öneriler getirilecektir.

2. KESİR DERECELİ SİSTEMLER

2.1 Kesir Dereceli Sistemler

Transfer fonksiyonlarının dereceleri reel olan sistemlere kesir dereceli sistemler denir ve bu sistemler tamsayı dereceli sistemleri de kapsar.

Yukarıdaki tanıma göre; $G(s)$, kontrol edilecek sistemin; $G_c(s)$, kontrolörün transfer fonksiyonları olmak üzere basit bir birim geribeslemeli kontrol sistemi göz önüne alınsın.



Şekil 2.1 : Birim geribeslemeli kontrol sistemi

2.2 Kesir Dereceli Transfer Fonksiyonları

Aşağıdaki gibi bir kesir dereceli transfer fonksiyonu (KDTF) göz önüne alınsın.

$$G_n(s) = \frac{1}{a_n s^{\beta_n} + a_{n-1} s^{\beta_{n-1}} + \dots + a_1 s^{\beta_1} + a_0 s^{\beta_0}} \quad (2.1)$$

β_k , ($k = 0, 1, \dots, n$) ardaşıl reel sayı,

$$\beta_n > \beta_{n-1} > \dots > \beta_1 > \beta_0 > 0,$$

a_k , ($k = 0, 1, \dots, n$) ardaşıl reel sabit sayı,

Zaman domeninde KDTF (2.1), n-terimli bir kesir dereceli diferansiyel denkleme (KDDD) karşılık gelir.

$$a_n D^{\beta_n} y(t) + a_{n-1} D^{\beta_{n-1}} y(t) + \dots + a_1 D^{\beta_1} y(t) + a_0 D^{\beta_0} y(t) = u(t) \quad (2.2)$$

$D_t^\gamma \equiv {}_0D_t^\gamma$ Caputo'nun γ dereceli, t değışkennine bağlı, başlangıç noktası $t = 0$ olan γ kesirli türevidir (Caputo (1967, 1969)).

$${}_0D_t^\gamma y(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\delta)} \int_0^t \frac{y^{(m+1)}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^\delta}, \quad (\gamma = m + \delta, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad 0 < \delta \leq 1) \quad (2.3)$$

Eğer $\gamma < 0$ ise, $(-\gamma)$ dereceli) kesir dereceli integral aşağıdaki gibi tanımlanır.

$${}_0I_t^{-\gamma} y(t) = {}_0D_t^\gamma y(t) = \frac{1}{\Gamma(-\gamma)} \int_0^t \frac{y(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{1+\gamma}}, \quad (\gamma < 0) \quad (2.4)$$

(2.3)'te tanımlanan kesir dereceli türevin Laplace açılımı ise Caputo tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\int_0^\infty e^{-st} D_t^\gamma y(t) dt = s^\gamma Y(s) - \sum_{k=0}^m s^{\gamma-k-1} y^{(k)}(0) \quad (2.5)$$

Kesir dereceli integral ($\gamma < 0$) için ise denklemin sağ tarafındaki toplamı atmak yeterlidir.

2.3 Yeni Mittag-Leffler Tipi Fonksiyon

Mittag-Leffler olarak anılan fonksiyon Agarwal (1953) tarafından ortaya atılmış, Erdélyi (1955) tarafından geliştirilmiştir.

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{j=0}^\infty \frac{z^j}{\Gamma(\alpha j + \beta)}, \quad (\alpha > 0, \quad \beta > 0) \quad (2.6)$$

Bu fonksiyonun k -th türevi ise:

$$E_{\alpha,\beta}^{(k)}(z) = \sum_{j=0}^\infty \frac{(j+k)! z^j}{j! \Gamma(\alpha j + \alpha k + \beta)}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.7)$$

Podlubny (1994) tarafından geliştirilen Laplace açılımından önce aşağıdaki formül de gerekli olacaktır.

$$\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta) = t^{\alpha k + \beta - 1} E_{\alpha,\beta}^{(k)}(y t^\alpha), \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.8)$$

Buna göre Podlubny(1994) tarafından geliştirilen Laplace açılımı:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \varepsilon_k(t, \pm y; \alpha, \beta) dt = \frac{k! s^{\alpha-\beta}}{(s^{\alpha} \mp y)^{k+1}}, \quad (\operatorname{Re}(s) > |y|^{1/\alpha}) \quad (2.9)$$

Diferansiyel formu (Podlubny, 1994):

$${}_0 D_t^{\lambda} \varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta) = \varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta - \lambda), \quad (\lambda < \beta) \quad (2.10)$$

2.4 Kesir Dereceli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) Kontrolör

Daha önce söz edildiği gibi, kesir dereceli sistemlerde ve tamsayı dereceli sistemlerde kesir dereceli ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) kontrolör kullanmak bazı avantajlar sağlamaktadır.

Genel tamsayı dereceli PID, birinci dereceden bir türec ve integratör içerirken, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör klasik PID'den farklı olarak aşağıdaki gibi λ dereceli bir integratör ve μ dereceli bir türev içerir.

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_I s^{-\lambda} + K_D s^{\mu}, \quad (\lambda, \mu > 0) \quad (2.11)$$

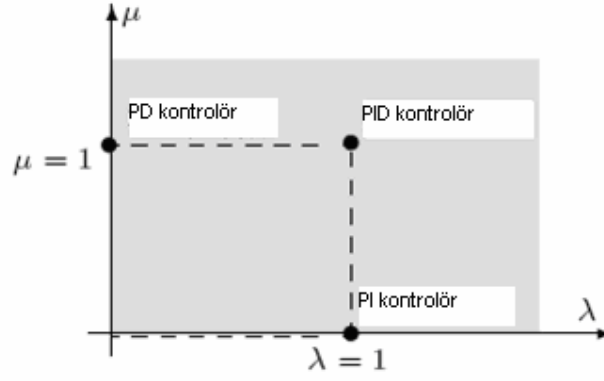
Zaman domeninde $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün çıkış işareti:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I D^{-\lambda} e(t) + K_D D^{\mu} e(t) \quad (2.12)$$

(2.11)'de den de anlaşılacağı $\lambda = 1$ ve $\mu = 1$ olarak klasik PID, $\lambda = 0$ ve $\mu = 1$

olarak klasik PD, $\lambda = 1$ ve $\mu = 0$ olarak klasik PI ve $\lambda = 0$ ve $\mu = 0$ olarak bir kazanç elde edilir.

Aslında tüm bu klasik tip kontrolörler kesir dereceli PID kontrolörün özel durumlarıdır. Bununla birlikte $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörler daha esnektir ve kesir dereceli sistemlerin dinamik yapısına daha iyi sonuçlar verir. (Şekil 2.2)



Şekil 2.2 : μ - λ uzayında $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör

2.5 Kesir Dereceli Bir Sistem için PID ve $PI^\lambda D^\mu$ Karşılaştırması

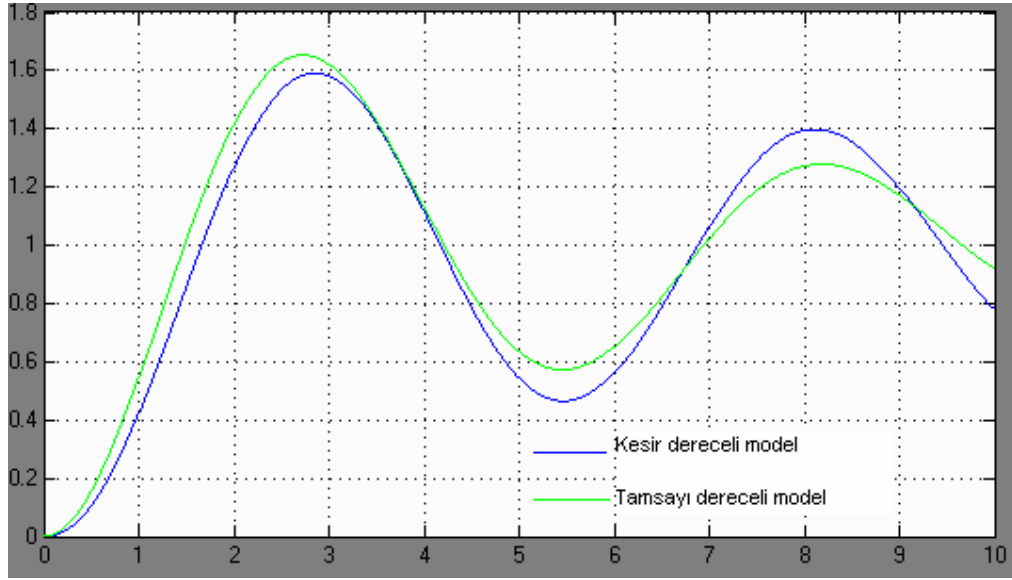
Aşağıdaki gibi kesir dereceli bir sistemin transfer fonksiyonu göz önüne alınsın.

$$G(s) = \frac{1}{0.8s^{2.2} + 0.5s^{0.9} + 1} \quad (2.13)$$

Karşılaştırma için bunun bir de tam sayı dereceli en küçük kareler yöntemiyle elde edilmiş ikinci dereceden yaklaşımı ele alınsın.

$$G(s) = \frac{1}{0.7414s^2 + 0.2313s + 1} \quad (2.14)$$

(2.13)'te verilen bir sistemin kesir dereceli model, (2.14)'te verilen ise MATLAB'in (invfreqs) fonksiyonu kullanılarak elde edilen ikinci dereceden tamsayı dereceli bir modeldir. Kesir dereceli modelin ve ikinci dereceden yaklaşımla elde edilen tam sayı dereceli modelin basamak yanıtları aşağıdaki gibidir.



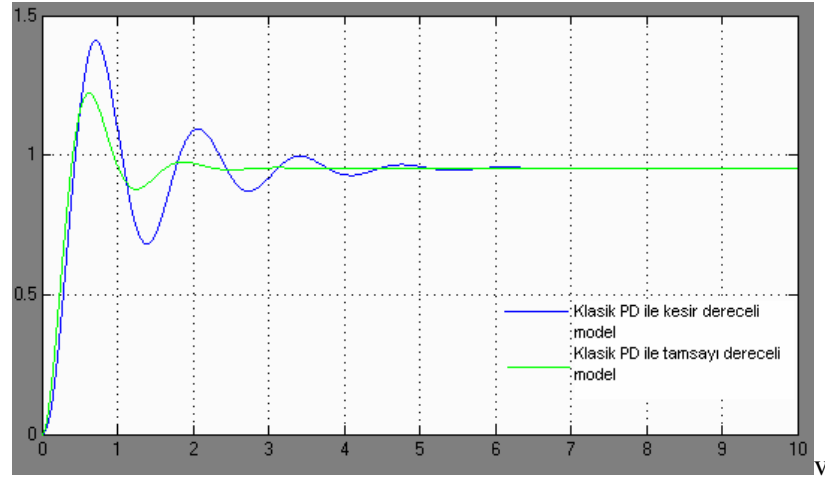
Şekil 2.3 : Tamsayı dereceli ve kesir dereceli modelin birim basamak cevapları.

Şekle bakıldığında kesir dereceli model ile tamsayı dereceli modelin arasında büyük bir fark göze çarpmamaktadır. Bu basamak yanıtlarına bakarak transfer fonksiyonu kesir dereceli olarak elde edilen bir sistemi tamsayı dereceli modellemenin fazla fark yaratmayacağı ve tamsayı dereceli modele göre tasarlanacak olan bir kontrolörün kesir dereceli sistem üzerinde de başarılı olacağı düşünülebilir.

Buna göre, birim-basamak girişine 5% hata ile 2s içinde oturtacak şekilde bir PD kontrolörün transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi tasarlanmıştır.

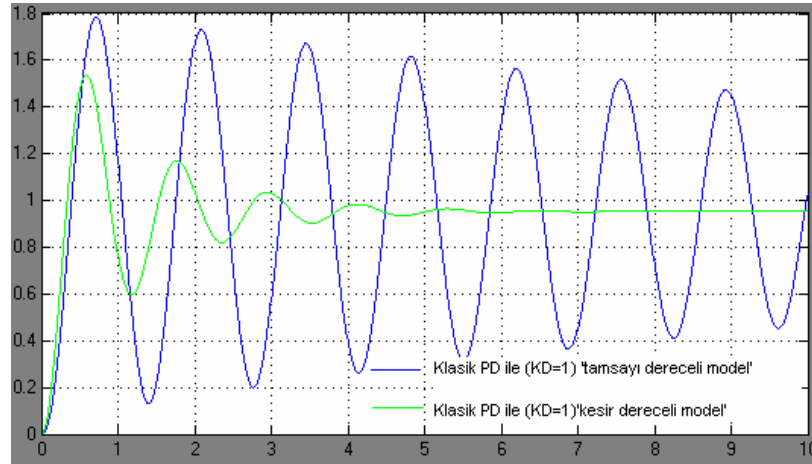
$$G_c(s) = 20.5 + 2.7343s \quad (2.15)$$

Bu şekilde kesir dereceli modelin ve tam sayı dereceli modelin kapalı çevrim birim basamak cevapları şekildeki gibidir.



Şekil 2.4 : Tamsayı dereceli modelin ve kesir dereceli modelin PD kontrolörlü kapalı çevrim birim basamak cevapları.

Görüldüğü gibi tamsayı dereceli modele göre tasarlanan klasik PD kontrolörün tamsayı ve kesir dereceli modele uygulandığında oluşan kapalı çevrim dinamiği oldukça farklı. Tamsayı dereceli modele göre tasarlanan PD kontrolör, kesir dereceli modele uygulandığında daha fazla osilasyon yaparak daha geç kararlılığa ulaşıyor, sonuç olarak beklenen performansı sağlayamıyor. Bunun dışında kesir dereceli modelin kapalı çevrim cevabı kontrolör parametrelerindeki değişime karşı daha hassas. Örneğin K_D parametresi bir yapılsın.



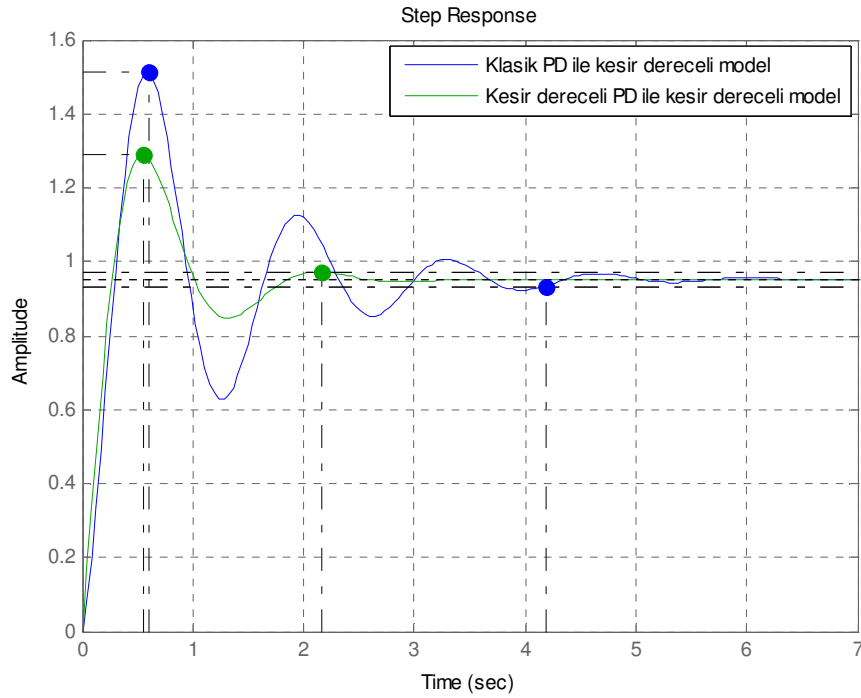
Şekil 2.5 : Tamsayı dereceli ve kesir dereceli modelin PD kontrolörlü ($K_D = 1$) kapalı çevrim birim basamak cevapları.

Şekil (2.4)'te görüldüğü gibi, K_D parametresinin değişimine karşı tam sayı dereceli model hala kararlılığını korurken, kesir dereceli model kararsız duruma geçmekte.

Transfer fonksiyonu kesir dereceli elde edilen bir sistemin kontrolünde yine kesir dereceli bir kontrolörün daha başarılı olacağından bahsedilmişti. Aynı sistem için kesir dereceli bir PD^μ kontrolör aşağıdaki gibi tasarlandı.

$$G_c(s) = 20.5 + 3.7343s^{1.15} \quad (2.16)$$

Kesir dereceli modelin, daha önce tasarlanan PD kontrolör ve PD^μ kontrolör uygulanmış kapalı çevrim birim basamak yanıtları şekildeki gibidir.



Şekil 2.6 : Kesir dereceli modelin PD ve PD^μ kontrolörlü kapalı çevrim birim basamak cevapları

Görüldüğü gibi kesir dereceli model için, yine kesir dereceli PD (PD^μ) kontrolör çok daha başarılı olmuştur.

Bu sonuçlardan anlaşıyor ki, transfer fonksiyonu kesir dereceli elde edilen bir sistemin, tam sayı dereceli (2. dereceden) modeli üzerinde yapılan çalışmalar kesir dereceli modele uygulandığında beklenen başarıyı gösterememektedir. Yine transfer fonksiyonu kesir dereceli elde edilen bir sistem için tasarlanan kesir dereceli kontrolör tamsayı dereceli kontrolörle kıyaslandığında çok daha başarılı olmuştur.

Kesir dereceli modelin basamak cevabının elde edilmesi için Podlubny (1994) ters Laplace dönüşümü uygulamıştır. Bu çalışmada ise (Vinagre,2000)'de önerilen yaklaşım yöntemlerinden, 5. dereceden Crone yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşım yöntemi ile (2.14)'ün aksine kesirli modele çok yakın bir sonuç elde edilmesi sağlandı. Bu yöntem detaylı olarak üçüncü bölümde anlatılacaktır.

Podlubny'nin 1994'te yaptığı bu çalışma, literatürde rastlanan kesir dereceli işlemlerin kontrol teorisinde uygulandığı ilk referans çalışmalardandır. Bu açıdan önemli olmakla birlikte bazı eksiklikler ve belirsizlikler mevcuttur. (2.15)'teki klasik PD ve (2.16)'daki kesir dereceli PD'nin hangi yöntem ya da kriter gerektirdiği açıklanmamıştır, ve yine bu kontrolörlerin çıkışlarındaki kontrol işaretleri incelenmemiştir.

Bundan sonraki bölümlerde kesir dereceli türev ve integral için bu tarz karmaşık matematiksel işlemler yerine daha basit, ve oldukça iyi sonuçlar yaklaşım metodları kullanılacaktır. Bu metodların yardımıyla kesir dereceli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) kontrolörün tamsayı dereceli yaklaşımları elde edilecek, ve tamsayı dereceli sistemler üzerindeki etkileri ve avantajları incelenecektir.

3. KESİR DERECELİ İŞLEMLERE TAMSAYI DERECELİ YAKLAŞIMLAR

Kontrol sistemlerinde kullanılması amaçlanan kesir dereceli türev ve integralin uygulanabilir olması için bazı yaklaşımlar yapmak gerekmektedir.

60lı yıllardan bu yana bazı araştırmacılar kesir dereceli sistemlerin yaklaşık tamsayı-dereceli modellerini ya da sonsuz boyutlu sistemlerin sonlu boyutlu modellerini elde etmek üzere çalışmalar yapmaktalar. Bu çalışmalarda amaç kesir dereceli sistemlerin yaklaşık tamsayı-dereceli modellerini elde ederek, fiziksel olarak da gerçekleştirilmesini mümkün kılmaktır [4].

Sürekli sistemlerin rasyonel fonksiyonlarını elde etmede değer tahmini, enterpolasyon ve eğri uyumu gibi yöntemler; ayrık sistemler için ise Lubich formülünü kullanan yaklaşımlar, ikizkenar yamuk kuralı, z-domeninde integro-diferansiyel operatörlere sürekli kesir açılımı gibi teknikler üzerinde çalışılmıştır. Bu metodlar zaman ve frekans domeninde örneklerle kıyaslanmıştır [4].

Bu bölümde Riemann-Liouville'nin kesirli integral ve türev tanımlamaları kullanılmıştır [4].

$0 < \alpha < 1$, $f(t)$ t'nin bir fonksiyonu ve $t < 0$ için $f(t) = 0$ olmak üzere, kesirli-integral:

$$D^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (3.1)$$

Ve kesirli-türev:

$$D^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t - \tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

Şeklinde tanımlanmaktadır.

Çalışmanın devamında s-bölgesi ve sonrasında z-bölgesinde yaklaşımlar yapılacağından, Riemann-Liouville tanımının Laplace-dönüşümü de gerekli olacaktır. Kesirli-integralin Laplace dönüşümü:

$$\mathcal{L}\{D^{-\alpha} f(t)\} = s^{-\alpha} F(s) \quad (3.3)$$

Kesirli-türevin, derecesi $0 < \alpha < 1$ olmak üzere Laplace-dönüşümü:

$$\mathcal{L}\{D^{\alpha} f(t)\} = s^{\alpha} F(s) - \left[D^{\alpha-1} f(t) \right]_{t=0} \quad (3.4)$$

Şeklinde ifade edilmektedir.

Kesir dereceli bir kontrol sistemi ise kesirli diferansiyel denklem formunda aşağıdaki gibi:

$$\begin{aligned} a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) \\ = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ya da sürekli bir transfer fonksiyonu şeklinde:

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (3.6)$$

Tanımlanabilir.

Kesir dereceli sistemlerin ayrık modellerini elde etmek için ise kesirli integral ve türevin ayrık yaklaşımlarını kullanmak gerekmektedir. Buna göre yukarıda verilen transfer fonksiyonu, $G(s)$, ayrık tranfer fonksiyonu, $G(z)$, olarak aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} G(z) = \frac{b_m (\omega(z^{-1}))^{\beta_m} + b_{m-1} (\omega(z^{-1}))^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 (\omega(z^{-1}))^{\beta_0}}{a_n (\omega(z^{-1}))^{\alpha_n} + a_{n-1} (\omega(z^{-1}))^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 (\omega(z^{-1}))^{\alpha_0}} \\ s = \omega(z^{-1}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Yukarıdaki ifadelerde görüldüğü üzere, kesir dereceli bir sistemin s-düzleminde irrasyonel sürekli transfer fonksiyonu ya da z-düzleminde sonsuz boyutta ayrık bir transfer fonksiyonu bulunmaktadır. Başka bir ifade ile tamsayılı-dereceli sistemler sınırlı bir belleğe sahip iken, kesir dereceli sistemler limitsiz bir belleğe sahiptirler.

Bu yüzden kesir dereceli bir sistemi fiziksel olarak gerçeklemek mümkün değildir. Yalnız tamsayılı-dereceli sistemleri,

- analog sistemlerde: dirençler, kapasiteler, indüktanslar)
- dijital sistemlerde: sonlu fark denklemleri, dijital filtreler

kullanarak gerçeklemek mümkündür. Bu yüzden kesir dereceli bir kontrolörün uygulanabilir olması için gerçekleştirilebilir bir formda olması gerekmektedir. Bunun için, kesir dereceli operatörlerin ayrık veya sürekli formda bazı yaklaşımları göz önüne alınmaktadır.

3.1 Kesir Dereceli Sistemlerin Tamsayı-Dereceli Sürekli Modelleri

Kesir dereceli kontrolörün sürekli gerçekleştirilebilir bir modelini elde etme problemi, irrasyonel bir transfer fonksiyonunun rasyonel yaklaşımını elde etme problemi olarak da görülebilir.

Kontrol teorisi içinde ele aldığımızda; sürekli sistemlerde irrasyonel bir transfer fonksiyonunun rasyonel bir modelini elde etmek için üç yöntem öne çıkmaktadır [4]:

- Sürekli kesir açılımı (SKA) (fonksiyonların değer tahmini için)
- Rasyonel yaklaşım yöntemi (fonksiyonların enterpolasyonu için)
- Frekans tanımlaması yada eğri uyumu yöntemleri

3.1.1 Sürekli kesir açılımı

Fonksiyonların değer tahmininde, sürekli kesir açılımı (SKA) kuvvet serisi açılımına kıyasla çoğunlukla daha hızlı ve kompleks düzlemde daha geniş bir bölgede yakınsama sağlar (Vinagre, 2000). İrrasyonel bir fonksiyonun, $G(s)$, genelleştirilmiş sürekli kesir açılımı aşağıdaki şekildedir.

$$G(s) \cong a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3(s) + \dots}}} \quad (3.8)$$

$$= a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) +} \frac{b_2(s)}{a_2(s) +} \frac{b_3(s)}{a_3(s) +} \dots$$

Burada $a_i(s)$ ve $b_i(s)$, s 'in rasyonel fonksiyonları ya da sabit olabilir. İnterpolasyon teknikleri temel olarak, irrasyonel bir fonksiyon olan $G(s)$ 'in, iki polinomun bölümü olan rasyonel bir fonksiyona, $\hat{G}(s)$, yaklaşımı üzerine kurulmuştur.

Laplace formunda kesirli integral operatörünün, $G(s) = s^{-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, rasyonel yaklaşımı aşağıdaki fonksiyonlara SKA uygulanarak elde edilebilir.

$$G_h(s) = \frac{1}{(1+sT)^\alpha} \quad (3.9)$$

$$G_l(s) = 1 + \left(\frac{1}{s}\right)^\alpha \quad (3.10)$$

$G_h(s)$ yüksek frekanslar için ($\omega T \gg 1$) ve $G_l(s)$ alçak frekanslar için ($\omega \ll 1$) yaklaşımlardır.

3.1.2 Carlson yöntemi

Bu yöntem Carlson tarafından önerilmiş bir yöntemdir.

$$(H(s))^{1/\alpha} - (G(s)) = 0; \quad H(s) = (G(s))^\alpha \quad (3.11)$$

$\alpha = 1/q$, $m = q/2$ ve $H_0 = 1$ başlangıç değeri ile, yaklaşık rasyonel fonksiyon aşağıdaki gibi elde edilir:

$$H_i(s) = H_{i-1}(s) \frac{(q-m)(H_{i-1}(s))^2 + (q+m)G(s)}{(q+m)(H_{i-1}(s))^2 + (q-m)G(s)} \quad (3.12)$$

3.1.3 Matsuda yöntemi

Önerilen yöntemde irrasyonel bir fonksiyonun geçtiği logaritmik aralıklı frekanslar belirlenir ve bu noktalar kullanılarak irrasyonel fonksiyona SKA yöntemi uygulanır.

s_k , $k = 0, 1, 2, \dots$ noktalarının seçildiği farz edilirse, yapılan yaklaşım:

$$a_i = v_i(s_i), \quad v_0(s) = H(s), \quad v_{i+1}(s) = \frac{s - s_i}{v_i(s) - a_i} \quad (3.13)$$

Olmak üzere,

$$H(s) = a_0 + \frac{s-s_0}{a_1 +} \frac{s-s_1}{a_2 +} \frac{s-s_2}{a_3 +} \dots \quad (3.14)$$

Şeklindedir.

3.2 Eğri Uyumu ya da Frekans Domeninde Tanımlama Tekniklerini Kullanan Yaklaşımlar

Frekans tanım bölgesinde çalışırken amaç; belirli bir frekans aralığında frekans cevabı irrasyonel fonksiyonunkine uyum gösterecek rasyonel bir fonksiyon elde edilmesini sağlamaktır. Örneğin bu aşağıdaki formda bir değer fonksiyonunun minimize edilmesi olabilir.

$$J = \int W(\omega) |G(\omega) - \check{G}(\omega)|^2 d\omega \quad (3.15)$$

Burada $W(\omega)$ ağırlık fonksiyonu, $G(\omega)$ orjinal frekans cevabı $\check{G}(\omega)$ yaklaşık rasyonel fonksiyonun frekans cevabıdır.

3.2.1 Oustaloup yöntemi

Bu yöntemde irrasyonel $H(s)$ fonksiyonunun, yaklaşık rasyonel $\hat{H}(s)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$H(s) = s^\mu, \quad \mu \in \mathbb{R}^+ \quad (3.16)$$

$$\hat{H}(s) = C \prod_{k=-N}^N \frac{1 + s/\omega_k}{1 + s/\omega'_k} \quad (3.17)$$

$$\omega'_0 = \alpha^{-0.5} \omega_u; \quad \omega_0 = \alpha^{0.5} \omega_u; \quad \frac{\omega'_{k+1}}{\omega'_k} = \frac{\omega_{k+1}}{\omega_k} = \alpha\eta > 1; \quad (3.18)$$

$$\frac{\omega_{k+1}}{\omega'_k} = \eta > 0; \quad \frac{\omega_k}{\omega'_k} = \alpha > 0; \quad N = \frac{\log(\omega_N / \omega_0)}{\log(\alpha\eta)}; \quad \mu = \frac{\log \alpha}{\log(\alpha\eta)}$$

ω_u : birim kazanç frekansı ve geometrik olarak etrafında dağılan frekans bandının merkezi.

$$\omega_u = \sqrt{\omega_h \omega_b}; \quad \omega_h, \omega_b : \text{üst ve alt geçiş frekansları.}$$

3.2.2 Chareff yöntemi

Oustaloup yöntemine yakın olan bu yöntem, $H(s)$ fonksiyonunun,

$$H(s) = \frac{1}{(1 + \frac{s}{p_T})^\alpha} \quad (3.19)$$

polinomların bölümü şeklindeki yaklaşımı,

$$H(s) = \frac{\prod_{i=0}^{n-1} (1 + \frac{s}{z_i})}{\prod_{i=0}^n (1 + \frac{s}{p_i})} \quad (3.20)$$

üzerine kurulmuş olup, katsayılar frekans bölgesinde orijinal kazanç (magnitute) cevabından (y dB) maksimum sapmayı sağlayacak şekilde hesaplanır.

$$a = 10^{y/10(1-\alpha)}, \quad b = 10^{y/10\alpha}, \quad ab = 10^{y/10\alpha(1-\alpha)} \quad (3.21)$$

tanımlamaları ile yaklaşık rasyonel fonksiyonun kutup ve sıfırları elde edilir.

$$p_0 = p_T \sqrt{b}, \quad p_i = p_0 (ab)^i, \quad z_i = ap_0 (ab)^i \quad (3.22)$$

Kutup ve sıfırların sayıları istenen bant genişliği ve aşağıdaki hata kriteri ifadesine bağlıdır.

$$N = \left\lceil \frac{\log(\frac{\omega_{\max}}{p_0})}{\log(ab)} \right\rceil + 1 \quad (3.23)$$

3.3 Kesir Dereceli Sistemlerin Tamsayı-Dereceli Ayrık Modelleri

Kesir dereceli sistemlerin ayrık modellerini elde etmek için 8 yaklaşım ve 6 açılım formülünün kombinasyonları oluşturularak 32 yöntem mevcuttur. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir [5].

1. Birinci dereceden geriye sonlu fark: $s \approx (1 - z^{-1})/T$

2. İkinci dereceden geriye sonlu fark: $s \approx (3 - 4z^{-1} + z^{-2}) / 2T$
3. Üçüncü dereceden geriye sonlu fark: $s \approx (11 - 18z^{-1} + 9z^{-2} - 2z^{-3}) / 6T$
4. Tustin formülü (ikizkenar yamuk formülü): $s \approx 2 (1 - z^{-1}) / T (1 + z^{-1})$
5. Simpson formülü: $s \approx 3 (1 - z^{-2}) / T (1 + 4z^{-1} + z^{-2})$
6. Delta dönüşümü formülü
7. Darbe cevabı formülü
8. Zaman cevabı formülü
 - a. Kesik Maclaurin serisi açılımı;
 - b. Kesik zaman ilerlemesi;
 - c. Kesik sürekli kesir açılımı;
 - d. Ters ve kesik Maclaurin serisi açılımı;
 - e. Ters ve kesik zaman ilerlemesi;
 - f. Ters ve kesik sürekli kesir açılımı;

3.3.1 Nümerik integrasyon ve kuvvet serisi açılımı ile ayrık yaklaşımlar

Üretici fonksiyon kullanarak geriye kesirli fark kuralına uygun gelen $\omega(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^\alpha$, ve $(1 - z^{-1})^\alpha$ 'yı güç serisi açılımını yapan (GSA), α -dereceli kesirli türev için Grünwald-Letnikov formülü aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\nabla_T^\alpha f(nT) = T^{-\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f((n-k)T) \quad (3.24)$$

$(1 - z^{-1})^{-\alpha}$ 'ya GSA uygulayarak Lubich'in α -dereceli kesirli integraline götüren formül;

$$\nabla_T^{-\alpha} f(nT) = T^\alpha \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-\alpha}{k} f((n-k)T) \quad (3.25)$$

şeklindedir.

$$Y(z) = T^{\pm\alpha} PSE\{(1 - z^{-1})^{\pm\alpha}\} F(z) \quad (3.26)$$

$$D^{\pm\alpha}(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = T^{\mp\alpha} PSE\{(1 - z^{-1})^{\pm\alpha}\} \quad (3.27)$$

Diğer bir olasılık ise üretici fonksiyonu ikizkenar yamuk kuralına göre uygulamaktır.

$$\omega(z^{-1}) = 2 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (3.28)$$

3.3.2 Nümerik integrasyon ve SKA ile ayrık yaklaşımlar

Bir önceki bölümde söz konusu olan yaklaşımlar, polinom formunda ayrık transfer fonksiyonları ile sonuçlanır ki, kontrol açısından bu pek uygun değildir. Diğer yandan SKA rasyonel formda yaklaşımlar ile sonuçlanır ve çoğu zaman GSA'dan daha hızlı, karmaşık düzlemde daha geniş bir alanda, yakınsama yapar. Sonuç olarak daha iyi bir yakınsama için küçük bir katsayı kümesi gerekli olacaktır.

Bu sebeplerden yola çıkarak, kesirli operatörlerin ayrık denklemlerini bulmak için ikizkenar yamuk kuralı ve SKA yönteminin avantajlarını bir arada kullanılması önerilmektedir. bu yöntem, katsayıları elde etmede ve yaklaşımda

- üretici fonksiyon

$$\omega(z^{-1}) = 2 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (3.29)$$

- sürekli kesir açılımı (SKA)

$$(\omega(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(2 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} \quad (3.30)$$

'dan oluşmaktadır.

Sonuçta kesir dereceli operatöre yaklaşım yapan ayrık transfer fonksiyonu şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
D^{\pm\alpha}(z) &= \frac{Y(z)}{F(z)} = T^{\mp\alpha} CFE \left\{ \left(2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} \right\}_{p,q} \\
&= T^{\mp\alpha} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

T: örnekleme zamanı

CFE {u}: u fonksiyonunun sürekli kesir açılımı

Y(z): çıkış işareti

F(z): giriş işareti

p,q: yaklaşım derecesi

P,Q: p ve q dereceli polinomlar

3.4 Yaklaşık rasyonel fonksiyonlar

Bu bölümde, irrasyonel kesir dereceli fonksiyonların, bir önceki bölümde açıklanan yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen rasyonel yaklaşımlarına örnekler verilmiştir.

3.4.1 Genel SKA yöntemi (YF)

$G(s) = s^{-\alpha}$, $\alpha = 0.5$, $T=1$ için (1.9) kullanılarak yapılan yaklaşım sonucu:

$$C_1 = \frac{0.003906s^4 + 0.1563s^3 + 0.9375s^2 + 1.75s + 1}{0.03516s^4 + 0.4688s^3 + 1.688s^2 + 2.25s + 1} \tag{3.32}$$

3.4.2 Carlson yöntemi

$G(s) = (1/s)^{0.5}$, $H_0(s) = 1$ için iki iterasyon sonunda yaklaşık transfer fonksiyonu:

$$C_2 = \frac{s^4 + 36s^3 + 126s^2 + 84s + 9}{9s^4 + 84s^3 + 126s^2 + 36s + 1} \tag{3.33}$$

3.4.3 Matsuda yöntemi

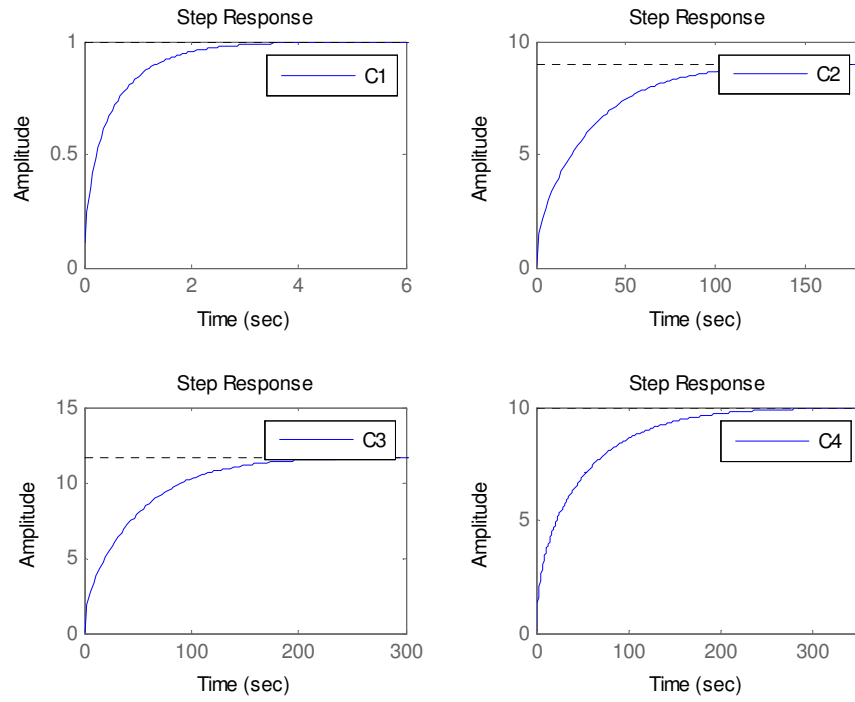
$G(s) = (1/s)^{0.5}$, $f_{\text{int}} = 1$, $f_{\text{final}} = 10$ için yaklaşık transfer fonksiyonu:

$$C_3 = \frac{0.0855s^4 + 4.876s^3 + 20.84s^2 + 13s + 1}{s^4 + 13s^3 + 20.84s^2 + 4.876s + 0.0855} \quad (3.34)$$

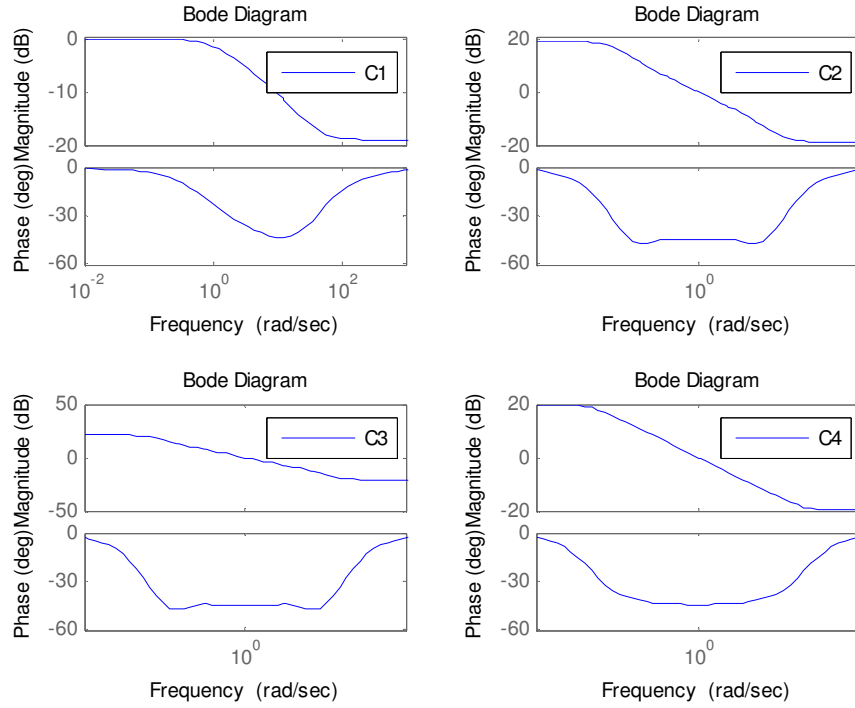
3.4.4 Crone yöntemi

$$\omega_h = 100, \omega_b = 0.01, \alpha = -0.5$$

$$C_4 = \frac{0.1s^5 + 7.4976s^4 + 76.85s^3 + 121.8s^2 + 29.85s + 1}{s^5 + 29.85s^4 + 121.8s^3 + 76.85s^2 + 7.497s + 0.1} \quad (3.35)$$



Şekil 3.1 : Yaklaşık rasyonel fonksiyonların basamak cevapları



Şekil 3.2 : Yaklaşık rasyonel fonksiyonların frekans cevapları

İleriki bölümlerde çalışmalar sürekli fonksiyonlar üzerine devam edeceğinden, bu bölümde sürekli yaklaşımlar ile ilgili örnekler sunulmuştur.

Sonuç olarak görülüyor ki, $(1/s)^{0.5'}$ in rasyonel yaklaşımlarının transfer fonksiyonları, basamak cevapları ve frekans cevapları, kullanılan formüle ve yaklaşım derecesine göre farklılıklar gösteriyor. Bu kontrolör tasarımlarında dikkat edilmesi gereken bir unsurdur. Öyleki bir yöntemle göre hesaplanan katsayılar başka bir yaklaşım yöntemiyle tasarlanan kontrolörde iyi sonuç vermeyecektir.

4. KESİRLİ $PI^\lambda D^\mu$ KONTROLÖR TASARIMI

Kesir dereceli sistemleri, kesir dereceli pid kontrolörlerin tanıtılması ve bunların tamsayı dereceli modellerinin elde edilmesinden sonra bu bölümde kesir dereceli ya da tamsayı dereceli sistemler için tasarlanacak olan kesir dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolörlerin bazı tasarım yöntemleri açıklanacak ve klasik PID ile karşılaştırmaları yapılacaktır.

Klasik PID kontrolördeki katsayıların belirlenmesi için, bugün Ziegler Nichols'den genetik algoritmaya kadar birçok farklı yöntem bulunmaktadır ve bu yöntemlerin geliştirilmesi, yeni yöntemlerin ortaya konması hala araştırma konularıdır.

Kesirli PID kontrolörlerde ise durum biraz daha karmaşık bir hal almaktadır. Klasik PID'de K_p , K_d , K_i olmak üzere üç katsayı değerinin ayarlanması gerekirken, Kesirli PID'de bu sayı K_p , K_d , K_i , λ , μ olmak üzere beşe çıkmaktadır. Parametrelerin artması daha önce açıklandığı üzere beraberinde birçok avantaj getirmekle beraber bunların ayarlanması daha zor olabilmektedir. Ancak klasik PID'de kullanılan bazı yöntemler kesirli PID kontrolörler için de uyarlanabilmektedir. Bunlardan biri de genetik algoritmalarıdır.

4.1 Genetik Algoritmalar

Genetik algoritmalar, doğal seleksiyon ve genetik kuralları üzerine kurulmuş arama algoritmalarıdır (Goldberg, 1989). Yapay zekanın hızla gelişen alanlarından birisi olan 'evrimsel programlama (evolutionary computing)' kapsamına girmektedir. Bir probleme olası pek çok çözümün içerisinde en uygununu (en iyisini) bulmaya çalışan algoritmalarıdır. Populasyon nesilden nesile geliştikçe kötü çözümler yok olma, iyi çözümler ise daha iyi çözümler oluşturmak için kullanılma eğilimindedirler. Genetik algoritmanın işleyişi ve temel parametreleri aşağıdaki gibidir.

- Çözümlerin Kodlanması: Bir problemin çözümü için genetik algoritmalar geliştirmenin ilk adımı tüm çözümlerin aynı boyutlara sahip bitler dizisi biçiminde gösterilmesidir. Dizilerden her biri, problemin olası çözümler

uzayındaki rastsal bir noktayı simgeler (Yeniay, 2001 :38). Parametrelerin kodlanması, probleme özgü bilgilerin genetik algoritmanın kullanacağı şekle çevirmesine olanak tanır (Jang, 1997: 176).

- İlk popülasyonun oluşturulması: Olası çözümlerin kodlandığı bir çözüm grubu oluşturulur. Çözüm grubu popülasyon, çözümlerin kodları da kromozom olarak adlandırılır. Dijital sayıların kullanıldığı kromozomların gösteriminde, ilk popülasyonun oluşturulması için rastsal sayı üreticileri kullanılabilir.
- Uygunluk değerinin hesaplanması: Bir kuşak oluşturulduktan sonraki ilk adım, popülasyondaki her üyenin uygunluk değerini hesaplama adımıdır. Örneğin bir maksimizasyon (minimizasyon) problemi için i . Üyenin uygunluk değeri $f(i)$, genellikle o noktadaki amaç fonksiyonunun değeridir (Jang,1997: 176). Çözümü aranan her problem için bir uygunluk fonksiyonu mevcuttur. Verilen belirli bir kromozom için uygunluk fonksiyonu, o kromozomun temsil ettiği çözümün kullanımıyla veya yeteneğiyle orantılı olan sayısal bir uygunluk değeri verir. Bu bilgi, her kuşakta daha uygun çözümlerin seçiminde yol göstermektedir. Bir çözümün uygunluk değeri ne kadar yüksekse, yaşama ve çoğalma şansı o kadar fazladır ve bir sonraki kuşakta temsil edilme oranı da o kadar yüksektir (Yeniay, 2001: 38-39).
- Seçim: Uygunluk değerinin hesaplanmasından sonra mevcut kuşaktan yeni bir popülasyon yaratılmalıdır. Seçim işlemi, bir sonraki kuşak için yavru üretmek amacıyla hangi ailelerin yer almasına karar vermektir. Bu doğal seçimdeki en uygunun yaşaması durumuna benzerdir. Bu yöntemin amacı, ortalama uygunluğun üzerindeki değerlere çoğalma fırsatı tanımadır. Bir dizinin kopyalanma şansı, uygunluk fonksiyonuyla hesaplanan dizinin uygunluk değerine bağlıdır (Jang, 1997: 176). Seçim yöntemlerine rulet tekerleği seçimi, turnuva seçimi ve sıralama seçimi gibi seçim yöntemleri örnek verilebilir.
- Çaprazlama: Çaprazlamanın amacı, mevcut iyi kromozomların özelliklerini birleştirerek daha uygun kromozomlar yaratmaktır. Eğer çaprazlama yapılmazsa yeni fert anne veya babanın kopyası olacaktır.

Çaprazlama genellikle, verilen bir çaprazlama oranına eşit olasılıkla seçilen aile çeşitlerine uygulanmaktadır (Jang, 1997:176).

- Mutasyon: Bir kromozomun her bir değişkenin mutasyon olasılığına göre kromozom içindeki konumu değiştirilir. Mutasyonun amacı popülasyondaki genetik çeşitliliği korumaktır. Lokal çözümlerin etrafından kurtularak global çözümlerin bulunmasında yardımcı olur. Mutasyon oranı iyi ayarlanmalıdır, fazlası çözümden uzaklaşmaya da neden olabilir.
- Durma Kriteri: Üretilecek maksimum jenerasyon sayısı, amaç fonksiyonunun toleransı gibi durma kriterlerinden biri sağlanana kadar genetik algoritma aramaya devam eder.

4.2 GA Kullanarak $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Tasarımı

Kontrol edilecek sistemin transfer fonksiyonu:

$$G(s) = \frac{400}{s^2 + 50s} \quad (4.1)$$

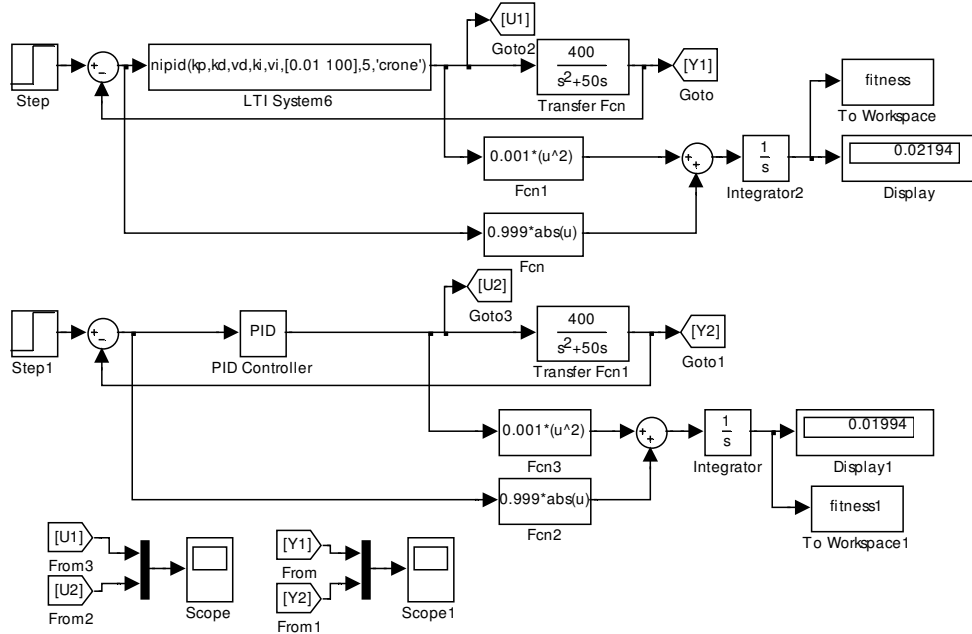
Kontrolörün performansını belirleyecek çeşitli uygunluk fonksiyonları kullanılabilir. Bu sistem için hem iyi bir dinamik performans sağlayacak hem de çok büyük kontrol işaretlerini önleyecek şekilde aşağıdaki kriter kullanılmıştır.

$$J = \int_0^{\infty} (w_1 |e(t)| + w_2 u^2(t)) dt \quad (4.2)$$

J: Minimize edilecek olan uygunluk fonksiyonu

w_1, w_2 : ağırlık katsayıları

Buna göre sistemin tasarlanan blok diyagramı şekildeki gibidir.



Şekil 4.1 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrollü kapalı çevrim sisteminin blok diyagramı

Nipid bloğu, (2.11) deki $PI^\lambda D^\mu$ transfer fonksiyonunun herhangi bir yöntemle sürekli ya da ayrık yaklaşımını alan, MATLAB için tasarlanmış özel bir araç kutusuna (NINTEGER v. 2.3, FRACTIONAL CONTROL TOOLBOX FOR MATLAB) aittir.

Herhangi bir kesir dereceli transfer fonksiyonunun sürekli ya da ayrık yaklaşık değerlerini üçüncü bölümde bahsedilen herhangi bir yöntemle hesaplamak için veya kesirli dereceli bir kontrolör tasarımı yapmak için bu araç kutusu kullanılabilir.

PID ve $PI^\lambda D^\mu$ parametrelerinin belirlenmesi için ise MATLAB içerisindeki genetik algoritma aracından yararlanılmıştır.

$PI^\lambda D^\mu$ tamdereceli yaklaşımı için kullanılan yöntem ve parametreler:

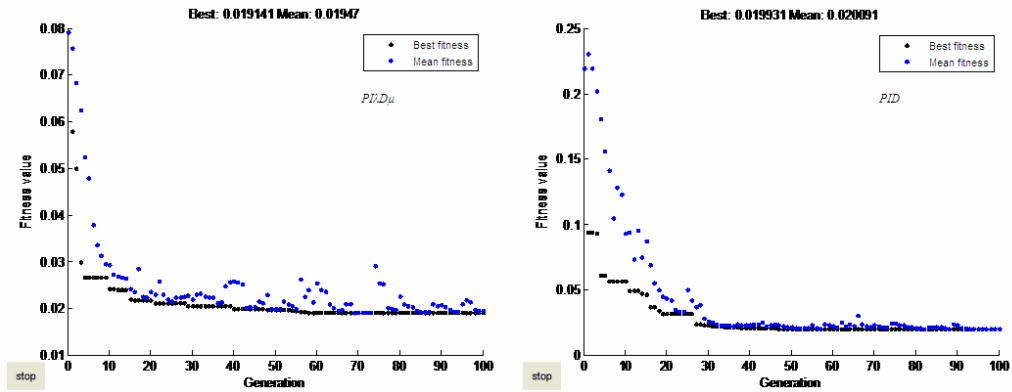
- Bant genişliği = [0.01 100]
- $N = 5$
- Formül = Crone (Oustaloup) yöntemi olup

Genetik algortmada kullanılan varsayılan değerler dışındaki parametreler:

- Örnekleme zamanı: 0.001

- Minimize edilecek olan uygunluk fonksiyonu J, ve aranan parametre sayısı PID’de 3, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ’de 5
- Populasyon büyüklüğü: 30 (çift vektör)
- Mutasyon fonksiyonu: uyarlamalı uygun
- Durdurma zaman limiti: sonsuz
- Fonksiyon toleransı: $1e-20$
- Sırasıyla K_p , K_d , μ , K_i , λ için alt ve üst sınır değerler: $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ $[20 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$

Olmak üzere elde edilen sonuç aşağıdaki gibidir.

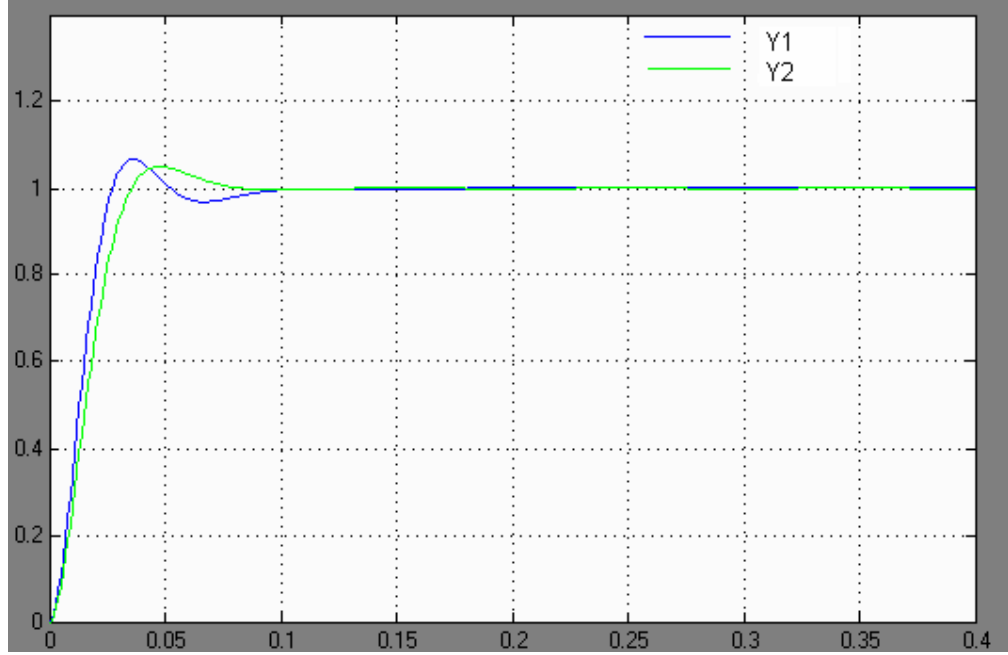


Şekil 4.2 : Genetik algoritma sonucu bulunan minimum uygunluk değerleri.

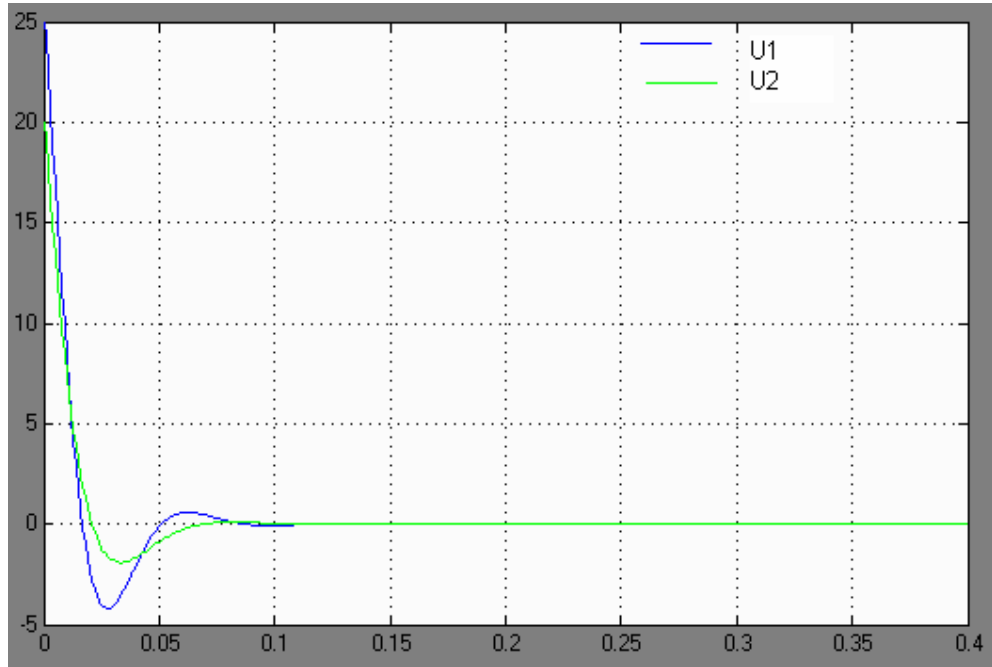
Çizelge 4.1 : Genetik algoritma ile bulunan parametre değerleri

	K_p	K_d	M	K_i	λ	Uygunluk fonksiyonu değeri
$PI^{\lambda}D^{\mu}$	9	0.18023	0.9875	0.38378	0.18262	0.01914
	8.17643	0.375	0.76241	1	0.5	0.0209
	8.33162	0.17188	0.99961	1	0.11103	0.1898
PID	20	0.18559	1	0	1	0.01994
	19.98982	0.18555	1	0	1	0.019929
	19.97505	0.18408	1	0	1	0.019936
	19.9885	0.1875	1	0	1	0.01993

Görüldüğü üzere, K_p değeri PID’de üstsınırdaki iken, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ’de daha küçük değerleri amaç fonksiyonunu sağlamakta. Türev parametreleri için her iki kontrolörde de yakın değerler elde edilmiş. PID’de integral kullanılmazken, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ’de diğer parametrelere de bağlı olarak farklı etkinlikte integraller kullanılabilmektedir. Bu sonuçlardan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ parametrelerinin daha esnek olabildiği görülmüyor.



Şekil 4.3 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile kapalı çevrim basamak cevapları.



Şekil 4.4 : Kapalı çevrim sistemin PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile sağlanan kontrol işaretleri

Yukarıdaki sonuçlara bakarak, PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlerin kapalı çevrim sisteme etkilerinin çok yakın olduğu gözlemleniyor. PID’de optimal sonuç üç boyutlu parameter uzayında çok küçük bir bölgede iken, $PI^\lambda D^\mu$ ’de beş boyutlu parametre uzayında daha geniş bir bölgede ya da farklı bölgelerde optimal sonuçlar olabilir,

bunun yanında kararlılık bölgesi genişleyebilir. Bu konuda bazı çalışmalarda özellikle ölü zamanlı sistemlerden söz edilmekte.

4.3 PI ve PI^λ Kontrolörün Birinci Dereceden Ölü Zamanlı Sistemler Üzerinde Etkileri

Dayanıklılık ve kararlılık performanslarını daha iyi anlayabilmek için kontrolörler ilk aşamada türev kullanmadan, PI ve PI^λ olarak birinci dereceden, tek kutbu reel ve orjine yakın ölü zamanlı bir sistem için tasarlanmış ve sistem parametrelerinde belirli aralıklarda değişiklikler yapılarak PI ve PI^λ kontrolörlerin performansları kıyaslanmıştır. Sistemin transfer fonksiyonu:

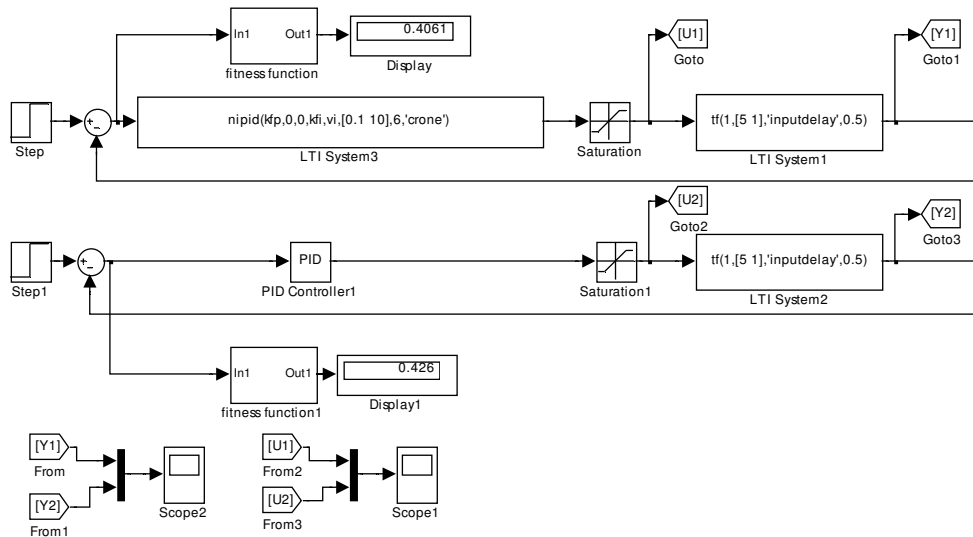
$$G(s) = \frac{1}{5s + 1} e^{-0.5s} \quad (4.3)$$

Minimize edilecek uygunluk fonksiyonu:

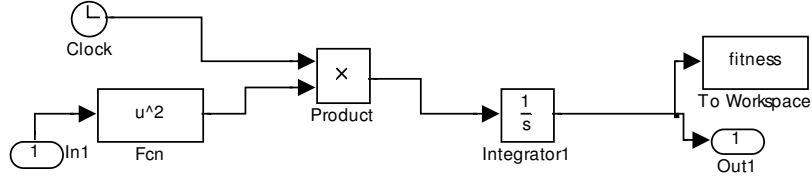
$$J = \int_0^{\infty} (e^2(t) \cdot t) dt, \quad -5 \leq u \leq 5 \quad (4.4)$$

u: kontrol işareti

olmak üzere kapalı çevrim sistemin blok diyagramı aşağıdaki gibi tasarlanmıştır.



Şekil 4.5 : PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlü kapalı çevrim sistemin blok diyagramı



Şekil 4.6 : “Fitness function” (uygunluk fonksiyonu) blok diyagramı

Kesir dereceli PI^λ kontrolörün tamsayı dereceli yaklaşımı için kullanılan yöntem ve parametreler:

- Bant genişliği = [0.01 100]
- $N = 6$
- Formül = Crone (Oustaloup) yöntemi olup

Genetik algortmada kullanılan varsayılan değerler dışındaki parametreler:

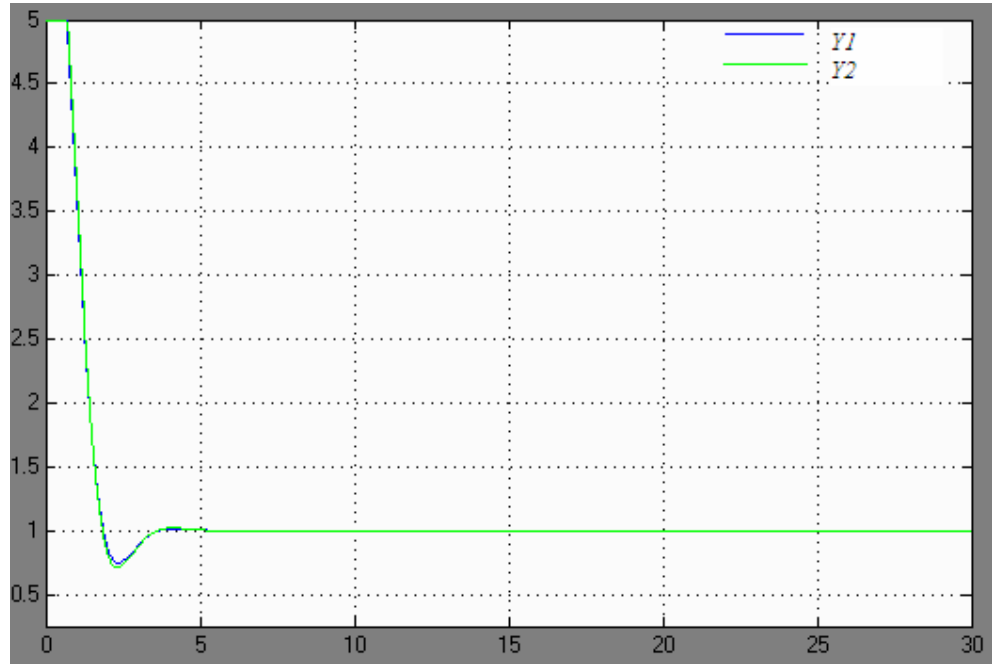
- Minimize edilecek olan amaç fonksiyonu J , ve aranan parametre sayısı PI için 2, PI^λ için 3
- Populasyon büyüklüğü: 20 (çift vektör)
- Sırasıyla k_p , k_i , λ için alt ve üst sınır değerler: [0 0 0 0 0] [20 20 2]
- Olmak üzere parametre değerleri, sistem çıkışları ve kontrol işaretleri, 2 kontrolör için aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

Çizelge 4.2 : Genetik algoritma ile bulunan parametre değerleri

	K_p	K_d	M	K_i	λ	Uygunluk fonksiyonu değeri
PI^λ	5.31584	0	0	0.98682	1	0.0191
PI	5.43916	0	0	1	1	0.0199



Şekil 4.7 : PI ve PI^λ kontrolör ile kapalı çevrim basamak cevapları



Şekil 4.8 : Kapalı çevrim sistemin PI ve PI^λ kontrolör ile sağlanan kontrol işaretleri

Bu sonuçlardan görüldüğü üzere ele alınan sistem için amaç fonksiyonu kriterine göre en uygun kontrolör $\lambda = 1$ olmak üzere klasik PI bulundu. İki farklı blok için yapılan aramalar hemen hemen aynı sonuca götürdü. Sonuçata klasik PI da PI^λ değerleri kümesi içerisinde yer alan bir alt çözümdür.

Ancak bu sonuçların üzerine yorum yapmadan önce her iki kontrolörün kararlılık sınırlarını ve sistem parametrelerinin değişimine karşı dayanıklılıkları, da incelemekte fayda var.

4.4 Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi:

Ölü zamanlı sistemleri kararlı yapan PI^λ kontrolörlerin hesaplanması için D-ayırıştırma tekniği kullanılabilir [6].

Değişik özelliklere sahip ölü zamanlı sistemler üzerinde yapılan benzetimler göstermiştir ki, λ 'nın bazı değerleri için kesir dereceli PI^λ kontrolörler tamsayı dereceli PI kontrolörlere göre daha büyük kararlılık bölgesi sağlamaktadır. Daha büyük kararlılık bölgesinin daha zengin kontrol sistem davranış setine sahip olduğu göz önüne alınırsa, PI^λ kontrolörün PI kontrolöre göre daha avantajlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Kullanılan yöntemin bir başka avantajı, kazanç ve faz sınır payı test edicisi kullanılarak elde edilen kararlılık bölgesi içinde arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarını sağlayan PI^λ kontrolör setinin elde edilebilmesidir [6].

Şekil (2.1)'de verilen birim geribeslemeli kontrol sistemi göz önüne alındığında, $G(s)$ kontrol edilmesi istenen ölü zamanlı sistem olup, transfer fonksiyonu en genel hali ile

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s} = \left(\sum_{i=0}^n b_i s^i \right) / \left(\sum_{i=0}^n a_i s^i \right) e^{-\theta s} \quad (4.5)$$

ve $C(s)$ kesirli PI^λ kontrolör,

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} \quad (4.6)$$

olmak üzere sistemin çıkışı ise,

$$Y(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} R(s) \quad (4.7)$$

olarak ifade edilir. Kapalı çevrim sistem için (4.7)'nin paydası aynı zamanda 'kesir dereceli karakteristik denklem'dir.

Denklem (4.5) ve (4.6), (4.7)'de yerine konduğu zaman karakteristik denklem

$$P(s; k_p, k_i, \lambda) = \sum_{i=0}^n \left[a_i s^{i+\lambda} + e^{-\theta s} b_i s^i (k_p s^\lambda + k_i) \right] \quad (4.8)$$

şeklinde yazılabilir.

(4.8)'de verilen karakteristik denklem ölü zaman ve kesir dereceli integral içerdiğinden sistem için Hurwitz kararlılığından söz edilemez. Bu yüzden kapalı çevrim kontrol sistemi için, sınırlı-giriş sınırlı-çıkış (SGSÇ- bounded input bounded output) kararlılığı araştırılmalıdır. Genel olarak PI^λ kontrolörün parametreleri olan k_p , k_i , ve λ için $P(s; k_p, k_i, \lambda)$ denkleminin, s-düzleminin sağ yarı bölgesinde hiç kökü, kapalı çevrim sistem için SGSÇ kararlıdır denilir. Buna göre, eksenleri k_p , k_i , ve λ olan $\mathbf{P}$ parametre uzayının bir alt uzayı olan $\mathbf{S}$ kararlılık bölgesi içindeki her $(k_p, k_i, \lambda) \in \mathbf{S}$ noktasının oluşturduğu karakteristik denklemin bütün kökleri, s-düzleminin sol yarı bölgesinde bulunur. $\mathbf{S}$ kararlılık bölgesinin sınırları D-ayırıştırma tekniği ile bulunur. $P(s; \mathbf{k})$ kapalı çevrim sistemine ait karakteristik denklemin genel gösterimi ve $\mathbf{k}$ ise kontrolör parametrelerini ifade den vektör olmak üzere, bu sınırlar şu şekilde tanımlanır:

1. Gerçek Kök Sınırı (GKS): $\mathbf{S}$ kararlılık bölgesi için bu sınır, $P(0; \mathbf{k}) = 0$ eşitliği kullanılarak elde edilen bir doğru şeklinde tanımlanır.
2. Sonsuz Kök Sınırı (SKS): $\mathbf{S}$ bölgesi için bu sınır, $P(\infty; \mathbf{k}) = 0$ eşitliğini sağlayan bir doğru şeklinde tanımlanır.
3. Karmaşık Kök Sınırı (KKS): Kararlılık bölgesi için bu sınır, $P(\pm j\omega; \mathbf{k}) = 0$ eşitliği ile elde edilir. Bu eşitlikte bulunan ω değeri $(0, \infty)$ aralığında değiştirilip, eşitliğin gerçel ve sanal kısımlarının ayrı ayrı sıfıra eşitlenmesi ile bir sınır eğrisi elde edilir.

(4.8)'de verilen kesir dereceli karakteristik denkleme yukarıda verilen kararlılık sınır tanımlamaları uygulandığında, GKS doğrusu yerine sıfır konularak

$$P(0; k_p, k_i, \lambda) = b_0 k_i = 0 \Leftrightarrow k_i = 0 \quad (4.9)$$

Şeklinde elde edilir.

Ölü zamandan dolayı SKS doğrusunun kolayca elde edilmesi mümkün değildir. (4.8)'deki denklem ölü zamandan dolayı sonsuz sayıda köke sahip olduğundan, tüm köklerin analitik olarak hesaplanması oldukça güçtür. Bununla birlikte s-düzleminin

merkezinden çok uzakta bulunan kökler üzerine yapılan çalışmalarda, SKS'nın bulunmasında ölü zaman gecikmesinin elimine edilebileceği ve karakteristik denklemin en büyük dereceli parametresine ait katsayının sıfıra eşitlenerek bir sınır doğrusu elde edilebileceği rapor edilmiştir. Buna göre SKS doğrusu (4.8) numaralı denklem için

$$k_p = \begin{cases} \pm a_n / b_n & ; der\{N(s)\} = der\{D(s)\} \\ yok & ; der\{N(s)\} < der\{D(s)\} \end{cases} \quad (4.10)$$

şeklinde elde edilir.

KKS eğrisini elde etmek için (4.8)'deki s yerine jω konulursa

$$P(\omega, k_p, k_i, \lambda) = \sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^{i+\lambda} + e^{-j\omega\theta} \sum_{i=0}^n [k_p b_i (j\omega)^{i+\lambda} + k_i b_i (j\omega)^i] = 0 \quad (4.11)$$

yazılabilir. Dikkat edileceği üzere (4.11)'deki eşitlik bir karmaşık sayının kesir dereceden üs ifadesini içermektedir. Genel olarak $(\sigma + j\omega)^\gamma$ şeklinde gösterilen bu ifade

$$(\sigma + j\omega)^\gamma = \sqrt[\gamma]{\sigma^2 + \omega^2} \left[\cos\left(\gamma \tan^{-1} \frac{\omega}{\sigma}\right) + j \sin\left(\gamma \tan^{-1} \frac{\omega}{\sigma}\right) \right] \quad (4.12)$$

Şeklinde tanımlanır. Burada σ karmaşık sayının gerçel kısmını ifade ederken, ω bu sayının sanal kısmına ve γ ise karmaşık sayının kesir derecesine karşılık gelmektedir. Bu genel ifade kullanılarak, (4.11)'de bulunan $j^{i+\lambda}$ ve j^i ifadeleri

$$j^{i+\lambda} = \cos\left[(i+\lambda) \frac{\pi}{2}\right] + j \sin\left[(i+\lambda) \frac{\pi}{2}\right] = e_i + jf_i \quad (4.13)$$

$$j^i = \cos(i \frac{\pi}{2}) + j \sin(i \frac{\pi}{2}) = g_i + jh_i \quad (4.14)$$

Şeklinde ifade edilebilir. (4.13) ve (4.14), denklem (4.11)'de yerine konularak gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=0}^n a_i \omega^{i+\lambda} (e_i + j f_i) + \\
& (\cos \omega \theta - j \sin \omega \theta) \sum_{i=0}^n \left[k_p b_i \omega^{i+\lambda} (e_i + j f_i) + k_i b_i \omega^i (g_i + j h_i) \right] \\
& = \Re\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\} + j \Im\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\} = 0
\end{aligned} \tag{4.15}$$

elde edilir. Burada $\Re\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\}$ ve $\Im\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\}$ sırasıyla (4.15)'teki eşitliğin gerçel ve sanal kısımlarını ifade eder. Buna göre bu iki kısım sıfıra eşitlenerek

$$\begin{aligned}
E(\lambda, \omega) k_p + G(\lambda, \omega) k_i &= C(\lambda, \omega) \\
F(\lambda, \omega) k_p + H(\lambda, \omega) k_i &= D(\lambda, \omega)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

denklem sistemi elde edilir. Burada:

$$\begin{aligned}
E(\lambda, \omega) &= \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i e_i \omega^{i+\lambda} + \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i f_i \omega^{i+\lambda}, \\
F(\lambda, \omega) &= \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i f_i \omega^{i+\lambda} - \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i e_i \omega^{i+\lambda}, \\
G(\lambda, \omega) &= \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i g_i \omega^i + \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i h_i \omega^i, \\
H(\lambda, \omega) &= \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i h_i \omega^i - \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i g_i \omega^i, \\
C(\lambda, \omega) &= -\sum_{i=0}^n a_i e_i \omega^{i+\lambda}, \\
D(\lambda, \omega) &= -\sum_{i=0}^n a_i f_i \omega^{i+\lambda}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Buna göre (4.16)'da verilen iki bilinmeyenli denklem sistemi çözülerek, k_p ve k_i parametreleri

$$k_p = \frac{C(\lambda, \omega) H(\lambda, \omega) - D(\lambda, \omega) G(\lambda, \omega)}{E(\lambda, \omega) H(\lambda, \omega) - F(\lambda, \omega) G(\lambda, \omega)} \tag{4.18}$$

$$k_i = \frac{D(\lambda, \omega) E(\lambda, \omega) - C(\lambda, \omega) F(\lambda, \omega)}{E(\lambda, \omega) H(\lambda, \omega) - F(\lambda, \omega) G(\lambda, \omega)} \tag{4.19}$$

olarak elde edilir. k_p ve k_i için elde edilen bu denklemler λ ve ω 'ya bağılı ifadelerdir. λ 'nın herhangi bir değeri için ω , 0'dan ∞ 'a kadar değiştirilerek KKS eğrisi elde edilir.

Denklem (4.9), (4.10), (4.18), (4.19) ile belirlenen kararlılık bölgesi sınırları, λ 'nın (0,2) aralığında herhangi bir değeri için çizdirilir. Bu sınırlar (k_p, k_i) -düzlemini belli sayıda kararlı ve kararsız bölgelere ayırır. Bu bölgelerden hangisinin kararlı olduğunu anlayabilmek için, her bir bölge içinde alınan rasgele (k_p, k_i) test noktaları (4.8)'de yerine konur ve karakteristik denklemin kararlılığı incelenir. Bulunan kararlı bölgeler λ 'nın diğer değerleri için de bir araya getirilerek (4.6)'da verilen zaman gecikmeli sistemi kararlı yapan tüm PI^λ kontrolörlere ait kararlılık bölgeleri (k_p, k_i) -düzleminde elde edilmiş olur.

Son olarak, ölü zamanlı sistemler için PI^λ kontrolör kullanılarak kararlılık bölgesinin bulunması için önerilen yöntem şu şekilde özetlenebilir:

1. (4.9) ve (4.10) yardımı ile GKS ve SKS doğrularının belirlenmesi,
2. (4.18) ve (4.19) kullanılarak λ ve ω 'ya bağılı KKS eğrisi için k_p ve k_i denklemlerinin elde edilmesi,
3. Herhangi bir λ değeri için:
 - a) (k_p, k_i) – düzleminde kararlılık bölgesine ait tüm sınırların çizdirilmesi,
 - b) Elde edilen her bir bölge içinde (k_p, k_i) test noktaları kullanılarak kararlı bölgenin/bölgelerin tespit edilmesi,
4. $\lambda \in (0, 2)$ için sistemi kararlı yapan PI^λ kontrolör parametrelerine ait kararlılık bölgelerinin elde edilmesi.

4.5 Benzetim Örneği

Birinci dereceden kararlı ve ölü zamanlı bir sistem olarak (4.3)'teki sistem ele alınsın.

(4.9), (4.10), (4.18) ve (4.19)'da verilen denklemler ele alındığında sistemin SKS'ye sahip olmadığı, bununla birlikte GKS ve KKS'ye sahip olduğu görülmektedir. Buna göre (4.3)'te verilen sistem için GKS doğrusu

$$k_i = 0 \quad (4.20)$$

ile ifade idlirken, KKS eğrisi ise

$$k_p = -\csc\left[\frac{\pi\lambda}{2}\right]\left(5\omega\cos\left[\omega\theta + \frac{\pi\lambda}{2}\right] + \sin\left[\omega\theta + \frac{\pi\lambda}{2}\right]\right) \quad (4.20)$$

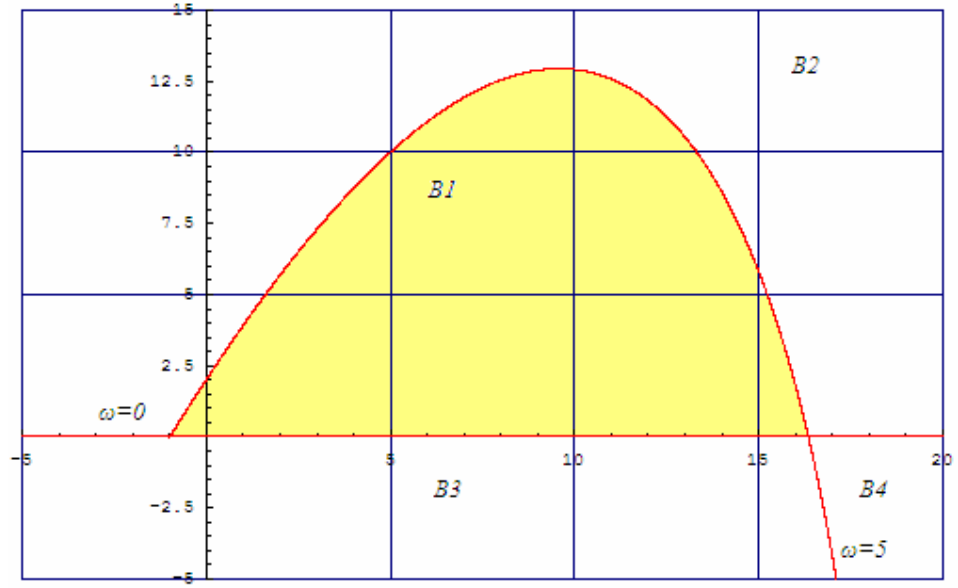
$$k_i = \omega^\lambda \csc\left[\frac{\pi\lambda}{2}\right](5\omega\cos[\omega\theta] + \sin[\omega\theta]) \quad (4.21)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemler, matematiksel olarak en basit durum olan $\lambda = 1$ değeri için

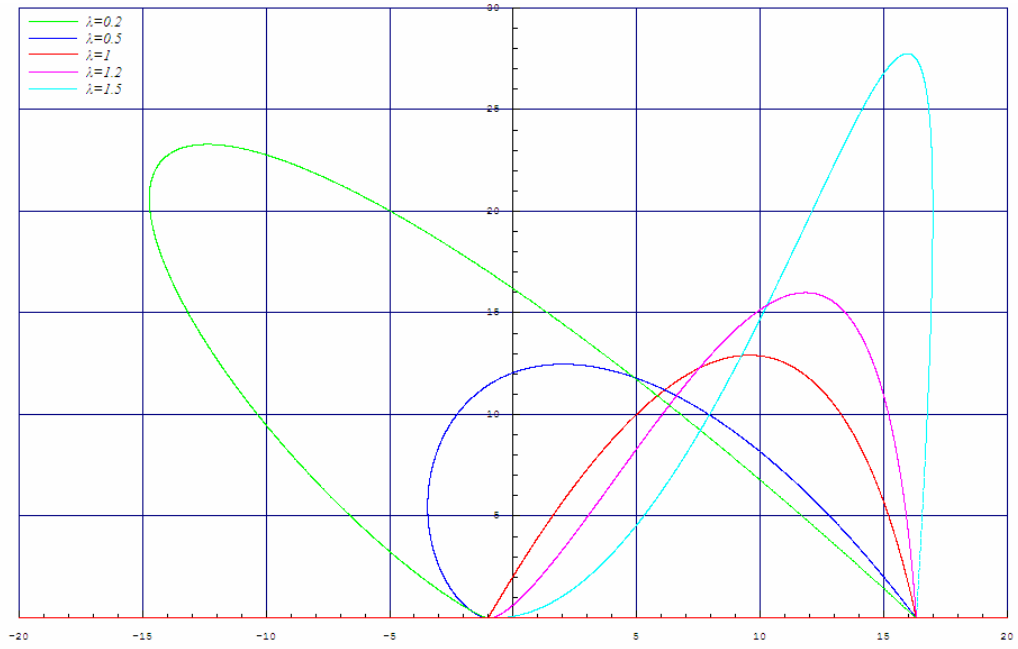
$$k_p = -\cos[\omega\theta] + 5\omega\sin[\omega\theta] \quad (4.22)$$

$$k_i = \omega(5\omega\cos[\omega\theta] + \sin[\omega\theta]) \quad (4.23)$$

şeklinde elde edilir. $\lambda = 1$ değeri için Şekil (4.9)'da görüldüğü gibi bu sınırların (k_p , k_i) – düzleminde çizdirilmesi ile parametre uzayının B_1 , B_2 , B_3 , B_4 olmak üzere dört farklı bölgeye bölündüğü görülür. Burada KKS eğrisi $\omega \in [0, 5]$ aralığında çizdirilmiştir. Daha büyük ω değerleri yeni bir bölge oluşturmadığından göz önüne alınmamaktadır. Parametre uzayında elde edilen dört bölgeden hangisi/hangilerinin kararlı olduğunu bulmak için bölgeler içinde seçilen (k_p , k_i) test noktalarının analiz edilmesi ile yalnızca B_1 bölgesinin kararlılık bölgesi olduğu tespit edilmiştir.



Şekil 4.9 : $\lambda = 1$ için kararlılık bölgesinin tespit edilmesi



Şekil 4.10 : λ 'nın değişik değerleri için kararlılık bölgeleri



Şekil 4.11 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için kararlılık bölgeleri

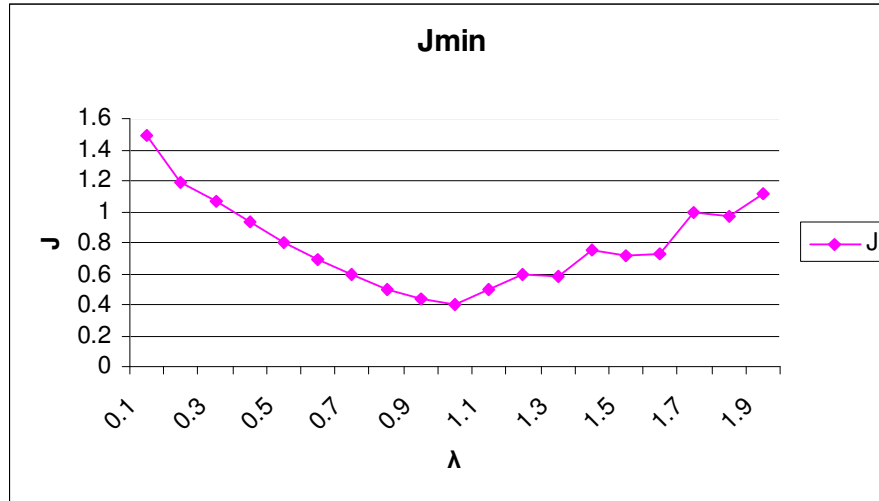
λ 'nın değişik değerleri için kararlılık bölgeleri Şekil (4.10) ve daha ayrıntılı bir şekilde (4.11)'de gösterilmiştir. Bu şekillerden $\lambda = 0.1$ için $PI^{0.1}$ kontrolörün en büyük kararlılık bölgesi sağladığı görülmektedir. Ayrıca Şekil (4.11)'de verilen bölgelerin kesişme alanı olan boyalı bölge, tüm $0.1 \leq \lambda \leq 1.9$ aralığındaki PI^λ kontrolör ailesi için dayanıklı kararlılık bölgesi olarak adlandırılabilir. Bu bölge içinde alınan herhangi bir (k_p, k_i) noktası, λ 'nın değeri ne olursa olsun kararlı özelliğe sahip kapalı çevrim kararkteristik denklemi elde edilmesini sağlayacaktır.

Elde edilen kararlılık bölgeleri de göz önüne alınarak $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.9$ değerleri için k_p ve k_i katsayıları genetik algoritma kullanılarak amaç fonksiyonunu minimize edecek şekilde tekrar arandığında Şekil (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.16), (4.17) ve Çizelge (4.4)'teki sonuçlar elde edildi.

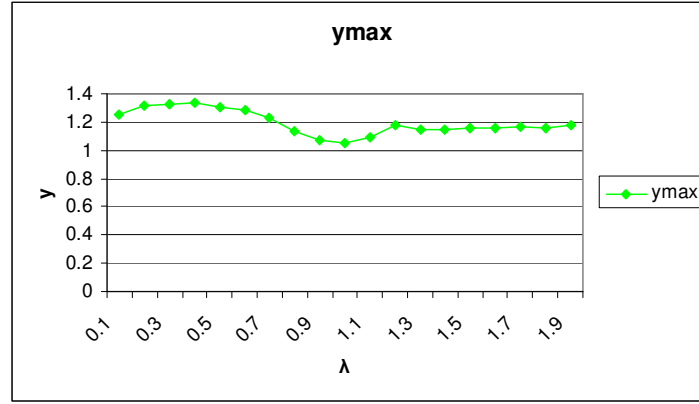
4.6 λ 'nın Değişimine Bağlı K_p , K_i Kontrolör Parametrelerinin ve J_{min} , T_p , Y_{max} , T_s Sistem Parametrelerinin Analizi

Çizelge 4.3 : $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.9$ değerleri için elde edilen sonuçlar

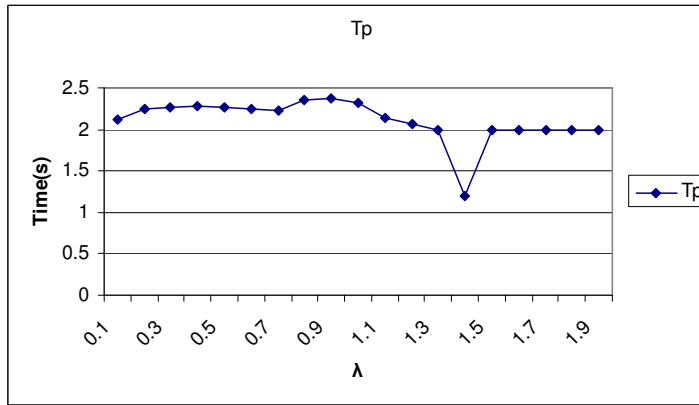
λ	K_p	K_i	J	T_p (s)	y_{max}	T_s (s)
0.1	2.603	9.691	1.491	2.125	1.248	100
0.2	0.939	9.5	1.193	2.25	1.316	63
0.3	3.671	6.802	1.063	2.26	1.325	50
0.4	5.063	5.351	0.928	2.28	1.332	37
0.5	6.443	3.933	0.797	2.26	1.309	27
0.6	7.051	2.989	0.685	2.24	1.28	6.8
0.7	6.458	2.309	0.588	2.23	1.23	4.5
0.8	4.936	1.75	0.497	2.35	1.14	3.65
0.9	4.951	1.187	0.435	2.38	1.07	3.33
1	5.316	0.987	0.406	2.32	1.05	3.05
1.1	6.714	0.811	0.491	2.13	1.09	3.92
1.2	10.864	0.614	0.591	2.06	1.18	5.75
1.3	10.912	0.281	0.576	2	1.15	10.2
1.4	11.433	0.131	0.75	1.2	1.15	90
1.5	12.015	0.112	0.721	2	1.16	84
1.6	12.002	0.093	0.731	2	1.16	80
1.7	12.916	0.113	1	2	1.17	60
1.8	12.219	0.038	0.967	2	1.155	100
1.9	13.255	0.062	1.119	2	1.18	119



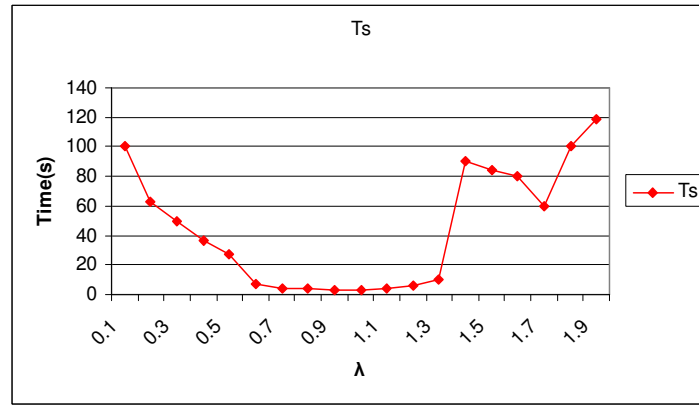
Şekil 4.12 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için elde edilen minimum J (amaç fonksiyonu) değerleri



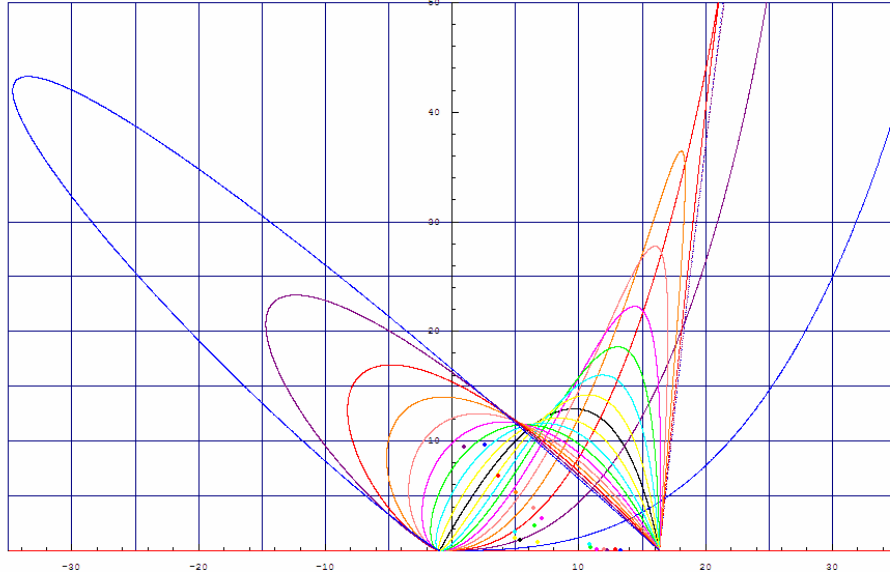
Şekil 4.13 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için basamak cevabının tepe değerleri



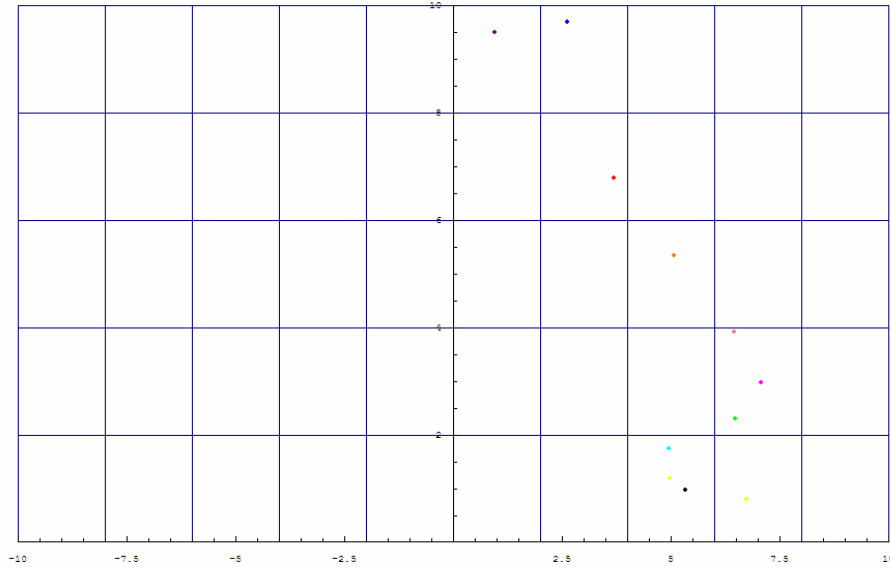
Şekil 4.14 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için tepe zamanları



Şekil 4.15 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için yerleşme zamanları



Şekil 4.16 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için (k_p, k_i) düzlemindeki kararlılık bölgeleri ve J' 'yi minimum yapan optimal değerleri



Şekil 4.17 : $\lambda = [0.1, 2]$ arasındaki değerleri için (k_p, k_i) düzlemindeki J' 'yi minimum yapan optimal değerler

Daha önceki bölümde (4.3)'teki sistem için amaç fonksiyonunu minimize eden PI^λ kontrolör $\lambda = 1$ değerinde bulunmuştu. λ 'nın artmasına bağlı olarak k_p 'nin de artmakta olduğu, k_i 'nin ise azalma eğiliminde olduğu gözlenmiştir. Yerleşme zamanı $\lambda < 1$ için λ azaldıkça, $\lambda > 1$ için λ arttıkça uzamakta. Tepe zamanı ve maksimum çıkış değerleri çok fazla değişmemektedir. Kalıcı hal hatası ise λ 'nın tüm değerleri için yok edilebilmektedir.

5. FREKANS DOMENİNDE TASARIM

Önceki bölümlerde kesirli $PI^\lambda D^\mu$ 'nin sağladığı esneklikten ve daha geniş kararlılık aralığı sağladığı ortaya konmuştu. Bu bölümde ise farklı bir tasarım yöntemi ile bir başka avantajı olan, sistem değişikliklerine karşı dayanıklılığı ortaya konacaktır.

Bilindiği gibi s-domeninden farklı olarak frekans domeninde çalışıldığından bazı açık ve kapalı çevrim özellikleri daha iyi ortaya konabilmektedir. Klasik PID de üç parametre ile sağlanamayan bazı kıstaslar, kesirli $PI^\lambda D^\mu$ 'de parametre sayısının beşe çıkmasıyla optimizasyon probleminin içine dahil edilebilir.

Önerilen bu yöntemde, sistemin parametre belirsizliklerine, yük değişimlerine ve yüksek frekantaki gürültülerine karşı dayanıklılık hedeflenmektedir. Bunun için kontrolör tasarımında faz sınırları, duyarlılık fonksiyonları ve dayanıklılık kıstasları göz önünde bulundurulmuştur (Monje, 2005). Bunun dışında sistemin gerektirdiklerine göre frekans domeninde tanımlanabilecek başka kıstaslar da belirlenebilir. Sonuç olarak frekans domeninde tasarım aşağıdaki gibi yapılacaktır.

- Karalı hal hatasını gidermede kesir dereceli $k + \lambda$, $k \in \mathbb{N}$, $0 < \lambda < 1$, $k + 1$ dereceli integratör kadar etkilidir.
- Faz Payı (ϕ_m) ve kazanç geçiş frekansı (ω_{cg}) tayini için aşağıdaki koşullar yerine getirilmeli:

$$\begin{aligned} \text{Arg}(F(j\omega_{cg})) &= \text{Arg}(C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg})) \\ &= -\pi + \phi_m \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} |F(j\omega_{cg})|_{dB} &= |C(j\omega)G(j\omega)|_{dB} \\ &= 0dB \end{aligned} \quad (5.2)$$

F: açık çevrim transfer fonksiyonu

- Kazanç payı (g_m) ve faz geçiş frekansı (ω_{cp}) tayini: için aşağıdaki koşullar yine getirilmeli

$$\frac{1}{|C(j\omega_{cp})G(j\omega_{cp})|} = g_m \quad (5.3)$$

$$\text{Arg}(F(j\omega_{cp})) = \text{Arg}(C(j\omega_{cp})G(j\omega_{cp})) = -\pi \quad (5.4)$$

- Sistem kazancı değişimlerine karşı dayanıklılık için aşağıdaki kısıt sağlanmalı

$$\left(\frac{d(\text{Arg}(C(j\omega)G(j\omega)))}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_{cg}} = 0 \quad (5.5)$$

Bu koşulla, açık çevrim transfer fonksiyonunun frekansa bağlı türevi ω_{cg} frekansında sıfıra yani düz olmaya (eğim yok) koşullandırılır ve faz ω_{cg} etrafında neredeyse sabittir. Bu demektir ki sistem kazanç değişimlerine karşı daha dayanıklıdır ve kapalı çevrim basamak cevabında üst aşımı neredeyse aynı kalır [7].

- Yüksek frekans gürültülerine karşı dayanıklılık: Sistemin giriş işaretindeki gürültülerden etkilenmemesi için aşağıdaki koşul sağlanmalı.

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega)G(j\omega)}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{dB} \leq AdB, \quad (5.6)$$

$$\forall \omega \geq \omega_t \text{ rad/s} \Rightarrow |T(j\omega_t)|_{dB} = AdB$$

A: $\omega \geq \omega_t$ rad/s için istenen gürültü bastırması

T: kapalı çevrim transfer fonksiyonu

- Çıkış bozucularına karşı dayanıklılık: Sistem çıkışındaki bozuklukları engellemek için aşağıdaki koşul sağlanmalı.

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{dB} \leq BdB, \quad (5.7)$$

$$\forall \omega \leq \omega_s \text{ rad/s} \Rightarrow |S(j\omega)|_{dB} = BdB$$

B: $\omega \leq \omega_s$ rad/s için istenen değeri (istenen frekans aralığı)

S: duyarlılık fonksiyonu

Bu tanımlamalardan sonra; (5.1), (5.2), (5.5), (5.6), (5.7) ile beş lineer olmayan denkleme karşılık beş belirsiz parametre K_p , K_i , K_d , λ , μ bulunmaktadır. Bu beş lineer olmayan denklemin çözümü oldukça karmaşık bir işlem olduğundan bunun için bir lineer olmayan kısıtlı optimizasyon yöntemleri önerilmektedir.

Daha önceki çalışmalarda (Monje, 2005) önerilen MATLAB bünyesinde oluşturulmuş ‘fmincon’ fonksiyonudur.

$$\min_x f(x) \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq} = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ l_b \leq x \leq u_b \end{cases} \quad (5.8)$$

x , b , beq , lb ve ub vektörler, A ve A_{eq} matrisler, $c(x)$ ve $ceq(x)$ ve $f(x)$ fonksiyonlar. $f(x)$, $c(x)$ ve $ceq(x)$ lineer olmayan fonksiyonlar olabilirler.

Bu tezin daha önceki bölümlerinde ise genetik algoritma kullanılarak ITAE, ISE gibi yaygın olarak kullanılan amaç fonksiyonlarını minimize edecek olan, optimal parametreler aranmıştı.

Yukarıdaki kısıtlara bağlı olarak oluşturulan optimizasyon problemi genetik algoritmaya ve fmincon’ a uygulandı. Daha sonra ikisinin birleşiminden hibrit bir algoritma denendi, hem daha hızlı, hemde daha iyi sonuçlar alındı.

Hibrit fonksiyon Matlab’in genetik algoritma araç kutusu yardımıyla oluşturuldu.

Buna göre minimize edilecek olan lineer olmayan fonksiyon, lineer olmayan kısıtlar, parametre sınırları, ve algoritmalarla ilgili diğer parametreler belirlendikten sonra, genetik algoritma yardımıyla minimuma yakın bir sonuç elde edildi. Genetik algoritma durduktan sonra ise fmincon ile , genetik algoritmanın bulunduğu noktalardan başlayarak aramaya devam edilerek daha iyi bir sonuca ulaşıldı.

Kontrol edilecek olan sistemin transfer fonksiyonu:

$$G(s) = \frac{3.13}{433.33s + 1} e^{-50s} \quad (5.9)$$

Transfer fonksiyonundan anlaşıldığı gibi, sistemin oldukça büyük bir zaman sabiti ($\tau = 433.3$) ve ölü zamanı ($\theta = 50s$) bulunmakta. Kontrolör tasarlanırken ise çok büyük kontrol işaretlerinin oluşmasından kaçınmak için sisteme uygun olarak kontrol işareti $-4 \leq u \leq 4$ olacak şekilde kısıtlanmıştır.

Sistem için belirlenen tasarıma göre kıstaslar:

- Kazanç geçiş grekansı, $w_{cg} = 0.008 \text{ rad/s}$;
- Faz payı, $\phi_m = 60^\circ$;
- Sistem kazancı değişimlerine karşı dayanıklılık ;
- Duyarlılık fonksiyonu, $|S(j\omega)| \leq -20 \text{ dB}$ Her $\omega \leq \omega_s = 0.001 \text{ rad/s}$;
- Gürültü Bastırması, $|T(j\omega)| \leq -40 \text{ dB}$ Her $\omega \geq \omega_t = 10 \text{ rad/s}$;

şeklindedir.

5.1 Kesirli $PI^\lambda D^\mu$

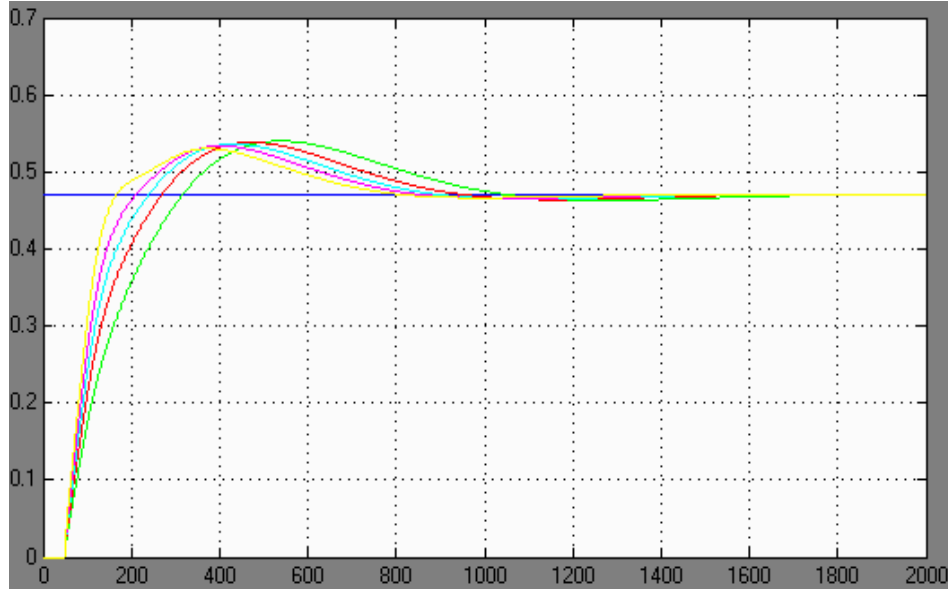
Çizelge 5.1 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:

	K_p	K_d	M	K_i	λ	Uygunluk fonksiyonu değeri
$PI^\lambda D^\mu$	0.5007	4.0216	0.4099	0.0098	0.9098	2.603E-14

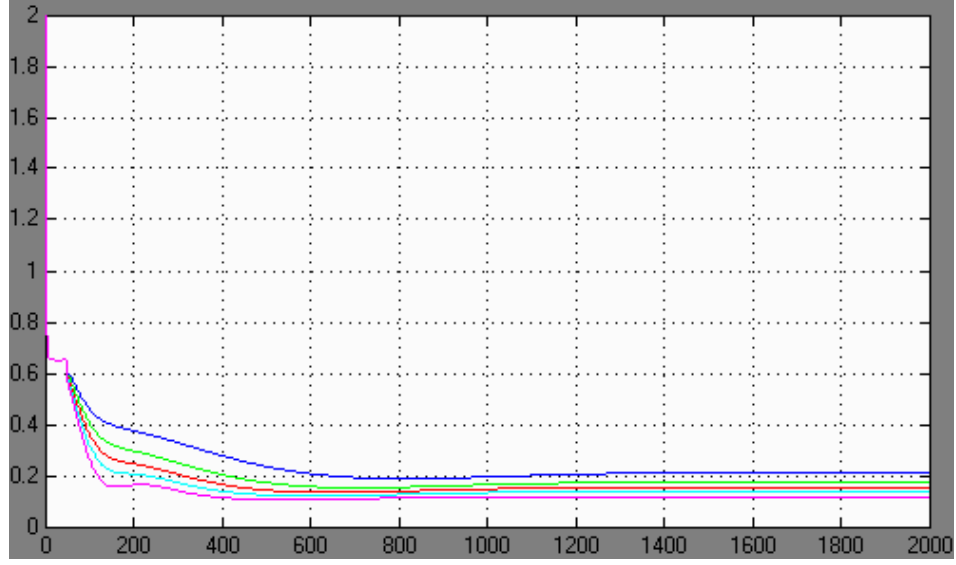
Oluşturulan sistemin blok diyagramında görüldüğü gibi sistem kazancı ($K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$) $2.25 \leq K \leq 4$ değerleri için basamak cevapları ve kontrol işaretleri kaydedilmiştir.



Şekil 5.1 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için oluşturulan sistemin kapalı çevrim blok diyagramı.



Şekil 5.2 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.



Şekil 5.3 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kontrol işaretleri.

5.2 Klasik PID:

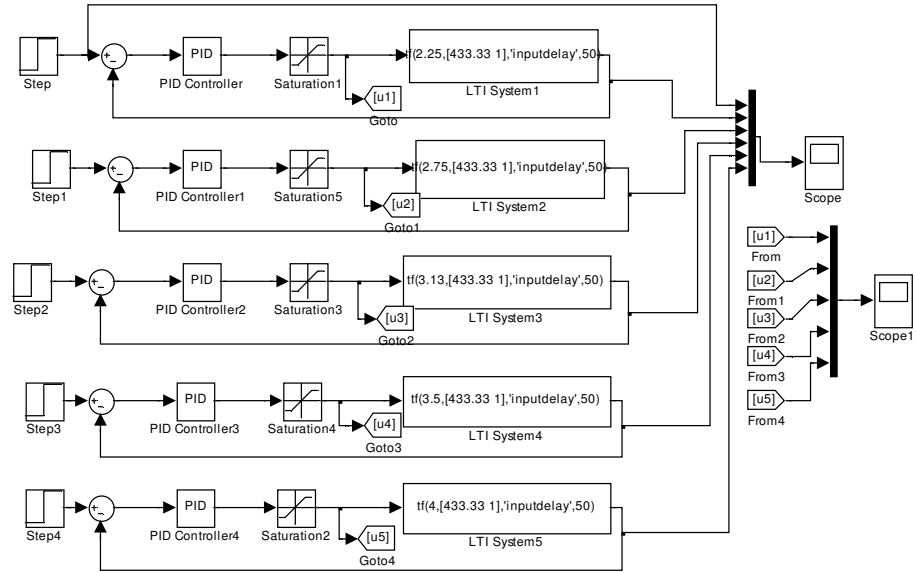
Aynı şartlar altında yukarıdaki beş lineer olmayan kıstası birlikte sağlayacak PID katsayıları arandığında, arama algoritmaları bir sonuca ulaşamıyor. Bunun için; üç bilinmeyen parametre ile ancak üç lineer olmayan fonksiyon sağlanabilir. Lineer olmayan kıstaslardan (5.6) ve (5.7) çıkarıldığında, elde edilen katsayılar aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5.2 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:

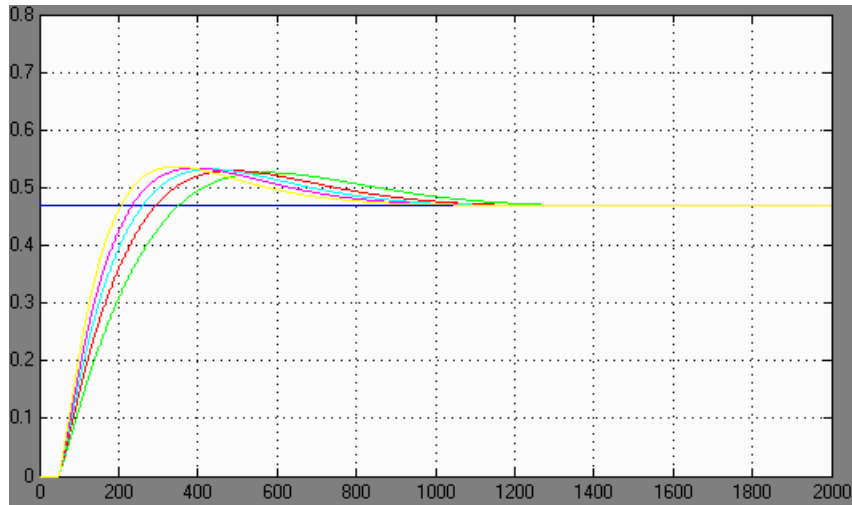
	K_p	K_d	M	K_i	λ	Uygunluk fonksiyonu değeri
PID	0.90879	10	1	0.00384	1	1.2968

İki kontrolör parametreleri kıyaslandığında K_p değerinin klasik PID’de yaklaşık iki katına çıktığı, K_d ’nin yaklaşık 2.5 katına çıktığı, K_i ’nin ise yaklaşık yarı yarıya azaldığı, amaç fonksiyonunun minimum değerinin ise oldukça arttığı fark ediliyor.

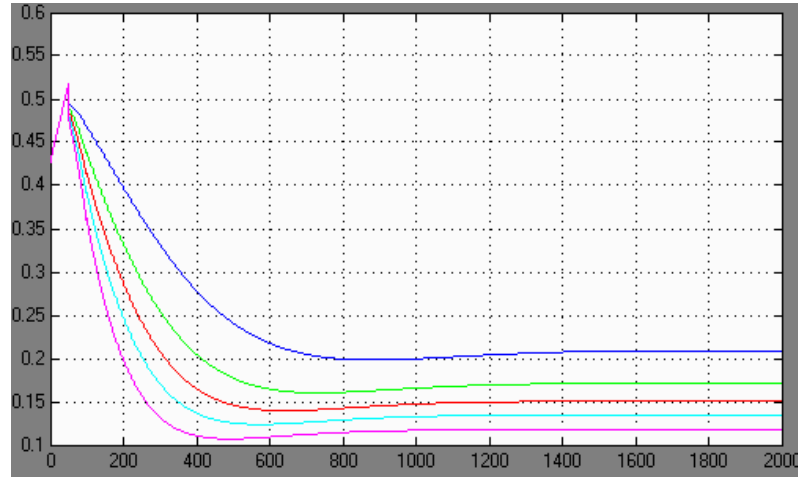
Bu değişimleri göre klasik PID için benzer şekilde ($K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$) $2.25 \leq K \leq 4$ için oluşturulan kapalı çevrim blok diyagramı, basamak cevapları ve kontrol işaretleri aşağıdaki şekillerdeki gibidir.



Şekil 5.4 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için oluşturulan sistemin kapalı çevrim blok diyagramı.



Şekil 5.5 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.

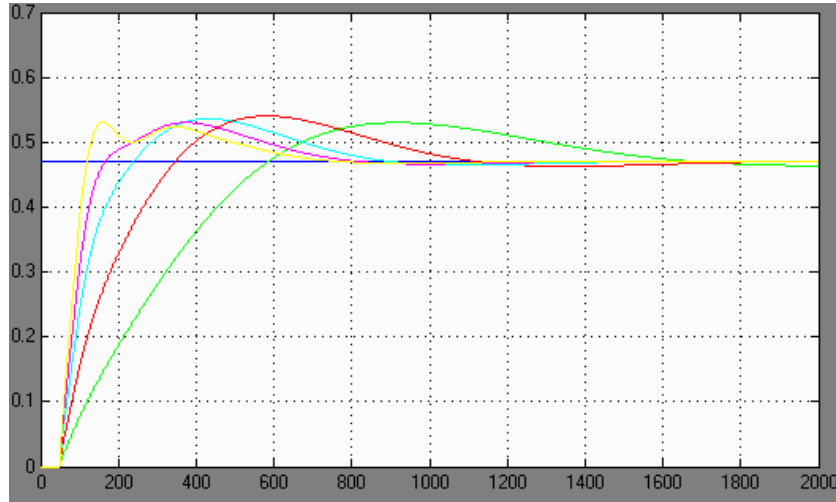


Şekil 5.6 : $K = 2.25, 2.75, 3.13, 3.50, 4$ değerleri için kontrol işaretleri.

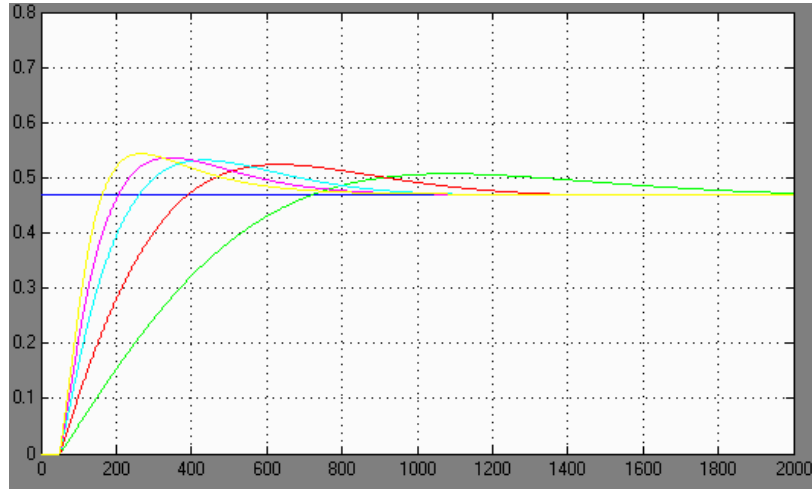
5.3 Elde Edilen Klasik PID ve Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolörlerin Karşılaştırması

5.3.1 Sistem kazancının değişimine karşı dayanıklılık ölçümü

Farkı daha iyi görebilmek için K aralığını biraz daha geniş tuttuğumuzda ise $1.0 \leq K \leq 5$ ($K=1, 2, 3.13, 4, 5$) için dayanıklılık sonuçları:



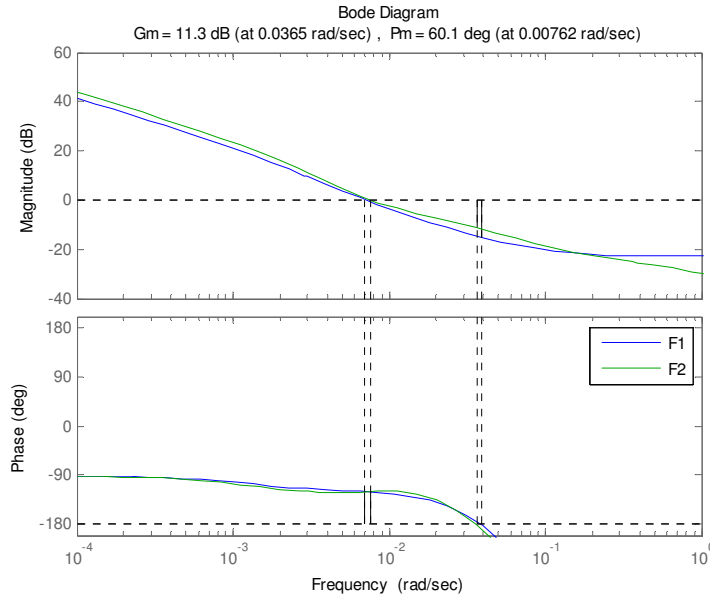
Şekil 5.7 : Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile $K = 1, 2, 3.13, 4, 5$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.



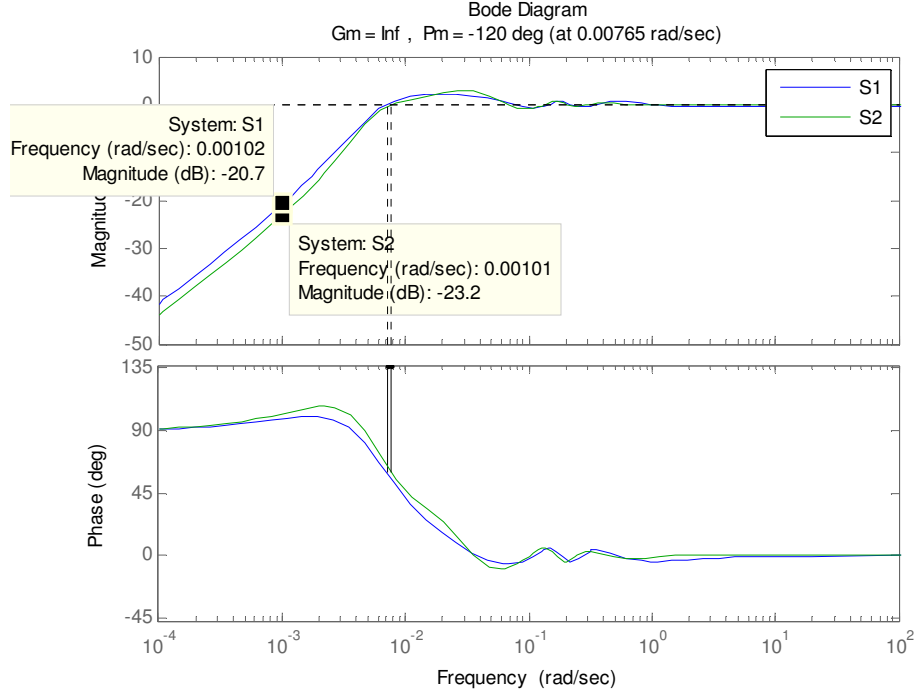
Şekil 5.8 : Klasik PID kontrolör ile $K = 1, 2, 3.13, 4, 5$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları

Görüldüğü gibi kesirli $PI^\lambda D^\mu$ de üst aşımın değişmeden korunabildiği K aralığı klasik PID ile kıyaslandığında daha geniş tutulabilmekte.

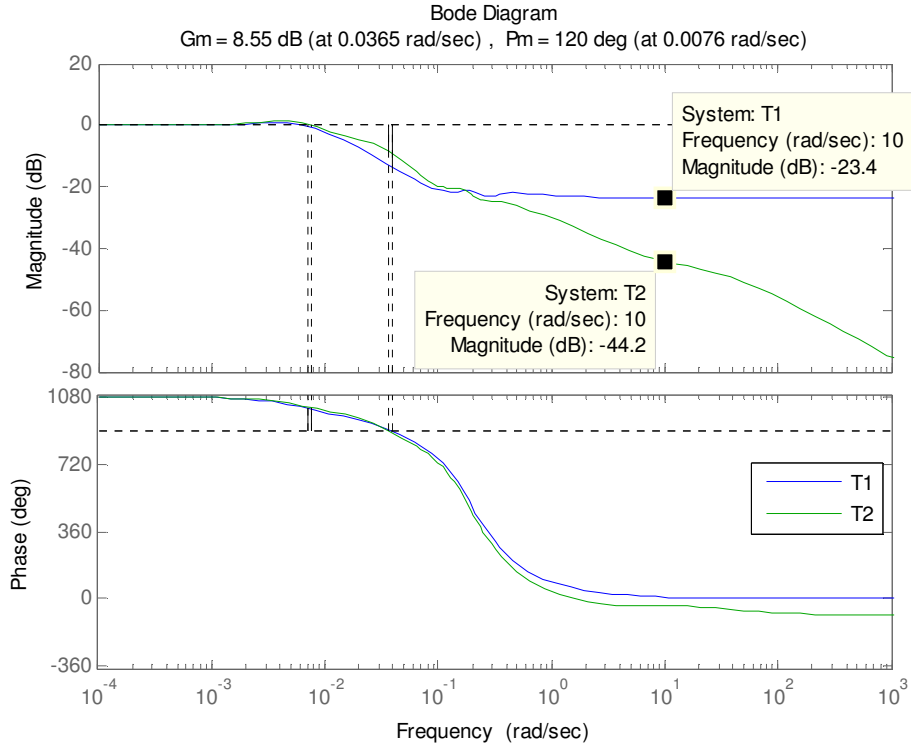
Diğer kıstasları da yorumlayabilmek için frekans cevaplarının incelenmesi gerekmektedir.



Şekil 5.9 : Açık çevrim transfer fonksiyonlarının frekans cevapları: F1: klasik PID, F2 kesirli PID ile



Şekil 5.10 : Duyarlılık Fonksiyonları: S1: klasik PID, S2 kesirli PID ile

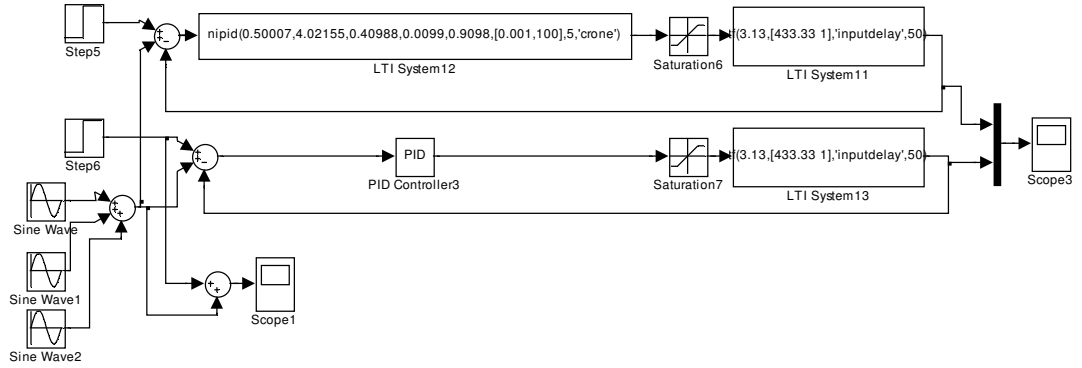


Şekil 5.11 : Kapalı Çevrim Transfer Fonksiyonları: T1: klasik PID, T2 kesirli PID ile

Görüldüğü gibi tam dereceli PID ile açık çevrim transfer fonksiyonu (F1), duyarlılık fonksiyonu (S1) ve kapalı çevrim transfer fonksiyonu (T1); kesirli PID ile F2, S2, T2 kıyaslandığında, tamsayı dereceli PID kapalı çevrim transfer fonksiyonunda yüksek frakanslı gürültüye karşı dayanıklılık kriterini sağlayamamaktadır.

5.3.2 Giriş işaretindeki gürültüye karşı dayanıklılık ölçümü

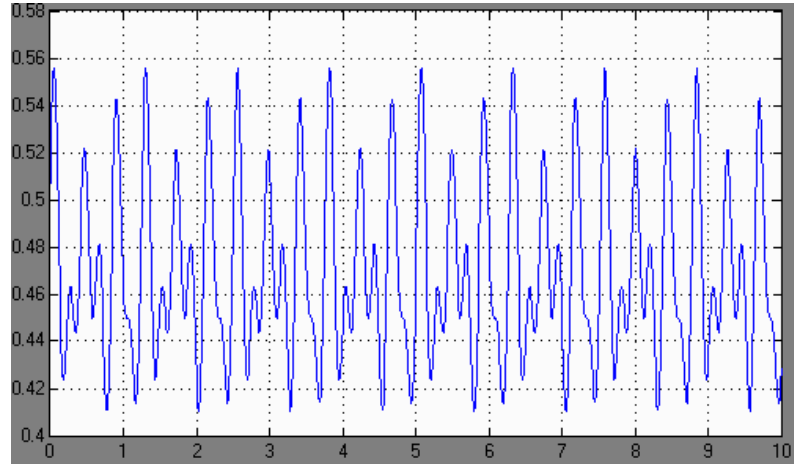
Kesir dereceli PID ise yüksek frakanslardaki (bu sistemde $|T(j\omega)| \leq -40$ dB Her $\omega \geq \omega_t = 10$ rad/s olacak şekilde belirlendi) işaretlerin genliklerini bastırma eylemindedir. Bunun sonucu sistemin girişine farklı frekanslarda küçük genlikli sinus işaretler, ya da beyaz gürültü uygulayarak görülebilir. Bunun için oluşturulan sistemin blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



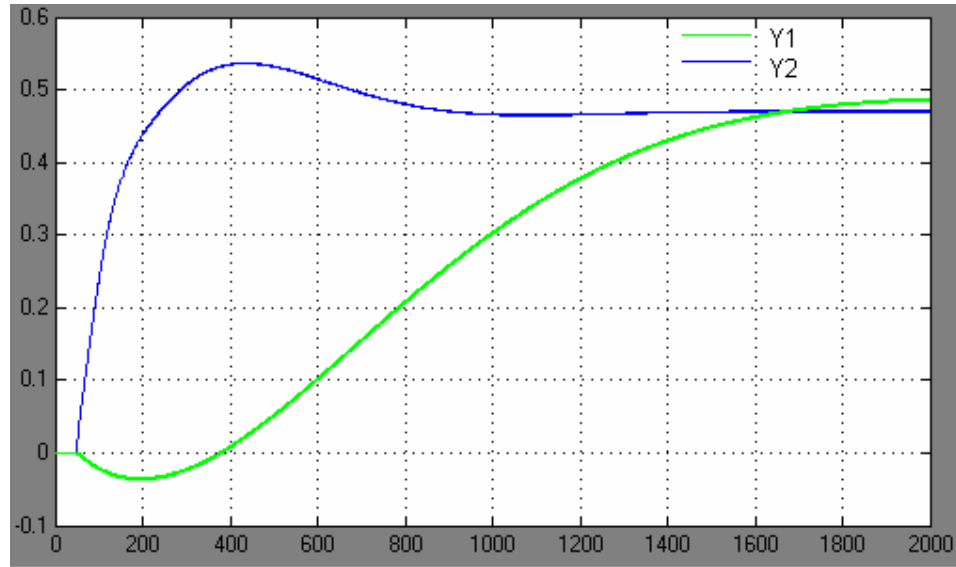
Şekil 5.12 : Girişine küçük genlikli yüksek frekanslı sinus işaretleri uygulanan kesir dereceli $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ve klasik PID kontrollü sistem.

Çizelge 5.3 : $\omega \geq \omega_t = 10$ rad/s olmak üzere; sinus dalgalarının genlik, frekans ve fazları

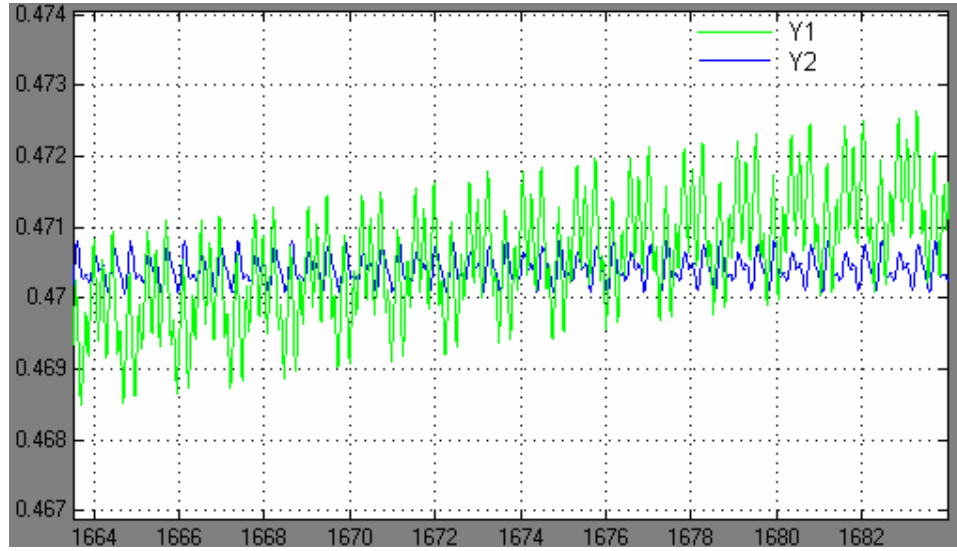
	Genlik	Frekans (rad/s)	Faz (rad)
Sinus	0.04	15	0.5236
Sinus 1	0.02	20	1.047
Sinus 2	0.03	30	0



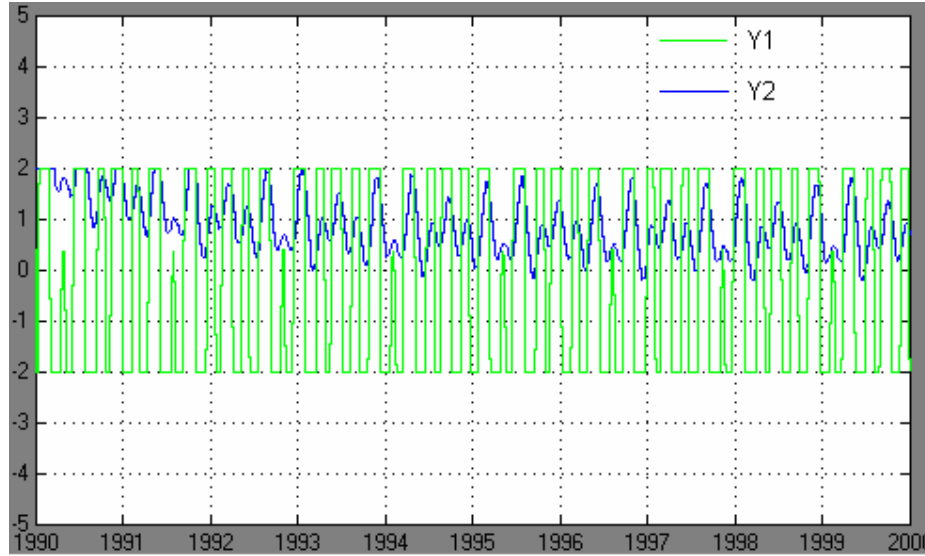
Şekil 5.13 : Sistemin girişine uygulanan gürültülü işaret



Şekil 5.14 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem



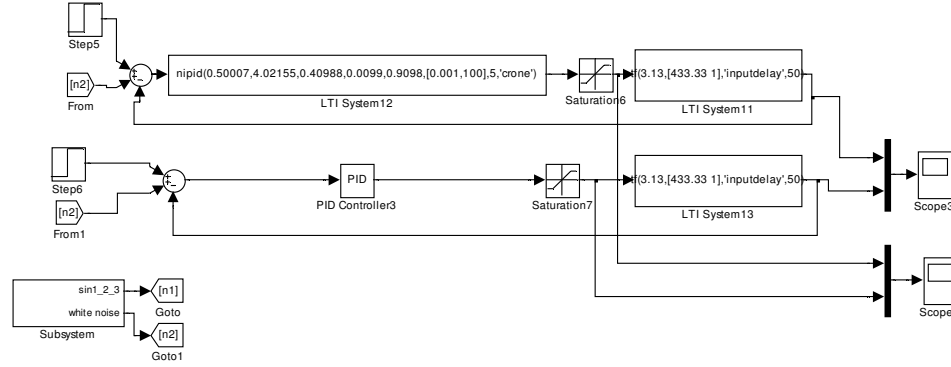
Şekil 5.15 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem ($1660 \text{ s} < t < 1685 \text{ s}$ arasında)



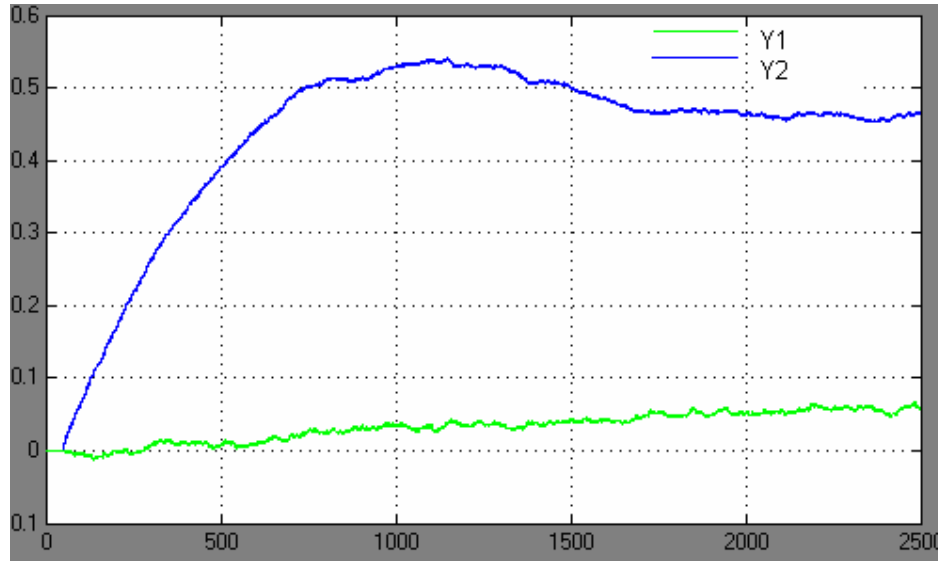
Şekil 5.16 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y2: Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem ($1990 \text{ s} < t < 2000 \text{ s}$ arasında)

Şekil (5.14), (5.15), (5.16)'da görüldüğü üzere klasik PID giriş işaretine uygulanan gürültüyü (sinüs dalgaları) bastıramadığı için basamak yanıtı oldukça değişti, yükselme ve yerleşme zamanı uzadı; çıkış, ölü zamandan sonra negatif bir aşım yaptıktan sonra yükselmeye başladı. Kesirli PID ($PI^\lambda D^\mu$) uygulanan sistemde ise gürültünün genliği büyük oranda bastırıldığı için basamak yanıtında bozulma ya da gecikme meydana gelmedi.

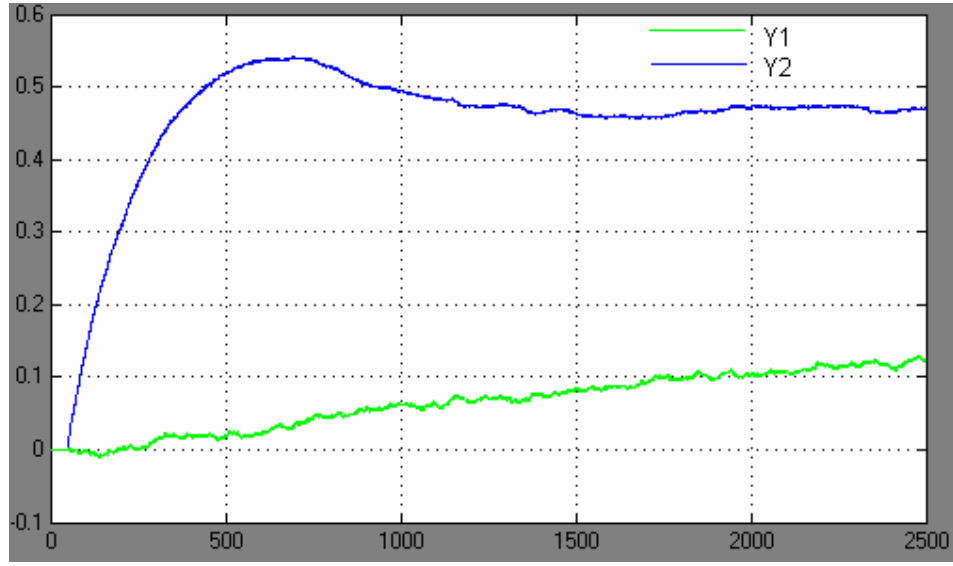
Bir sonraki analiz ise girişe bant sınırlı beyaz gürültü işareti vererek yapılmıştır. Bunun için giriş işaretine daha önce uygulanan sinüs dalgaları yerine farklı güçlerde beyaz gürültü uygulanmıştır.



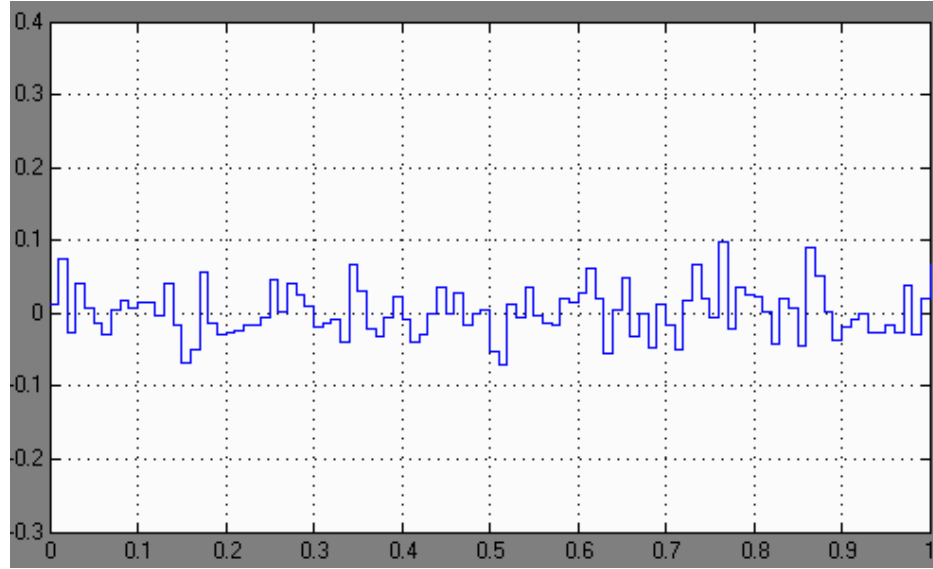
Şekil 5.17 : Girişine farklı güçlerde beyaz gürültü uygulanan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ve PID kontrollü sistem.



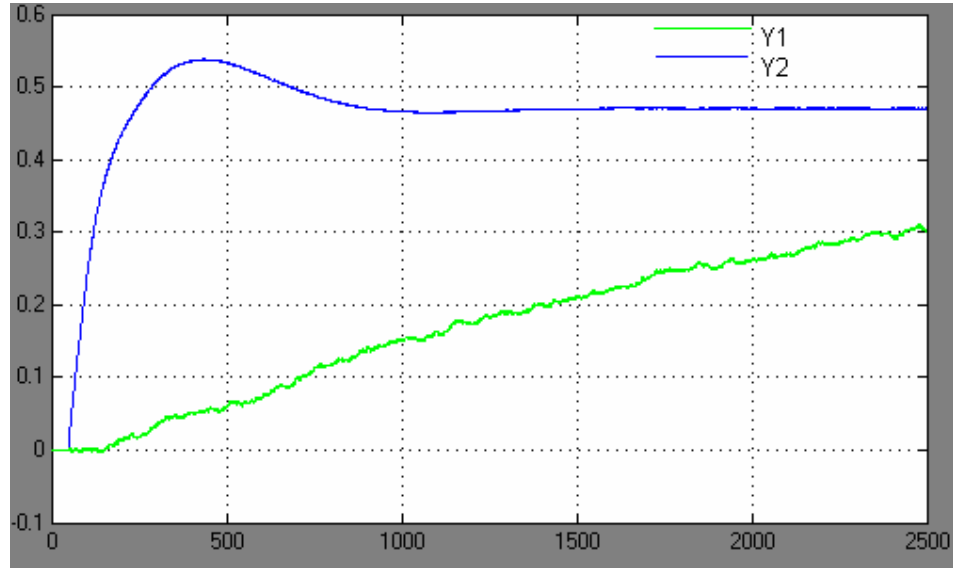
Şekil 5.18 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.0005) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı



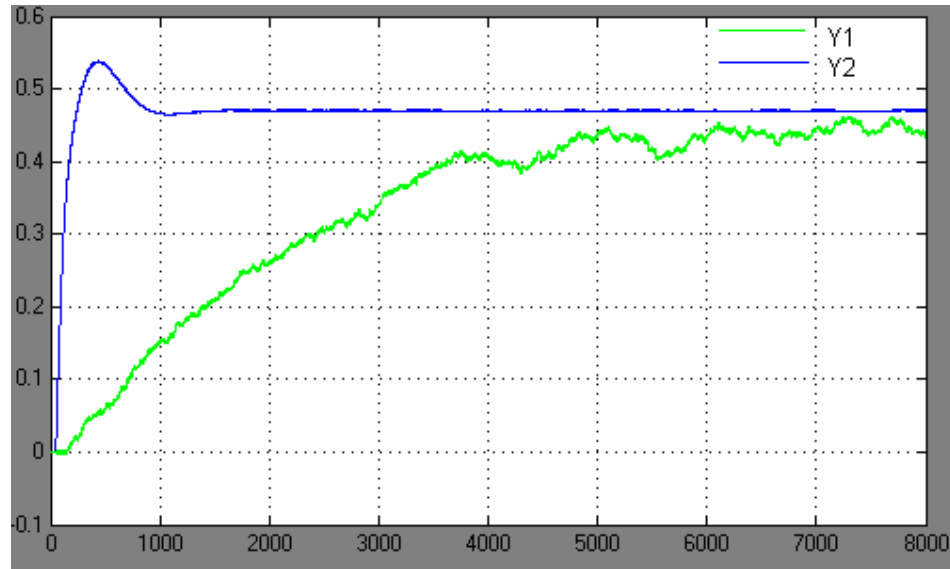
Şekil 5.19 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.0001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem çıkışı



Şekil 5.20 : Kapalı çevrim sistem girişine uygulanan beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001)



Şekil 5.21 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem çıkışı



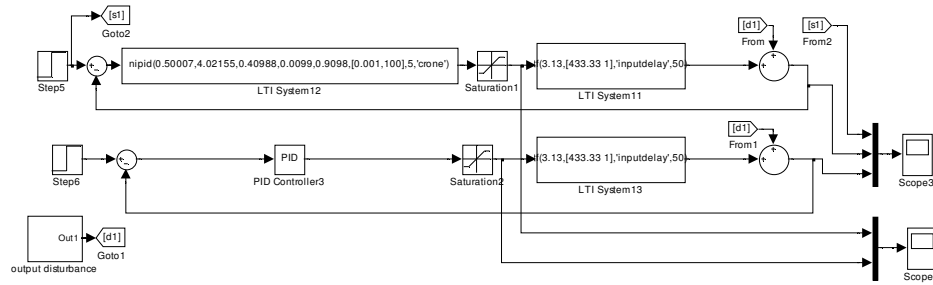
Şekil 5.22 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y2: $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem çıkışı (0 s < t < 8000 s)

Şekil (5.18), (5.19), (5.21), (5.22)'deki basamak yanıtlarından görüldüğü gibi beyaz gürültüye karşı da klasik PID kontrolör oldukça etkisiz kalarak bastıramamış ve sistemin basamak yanıtı oldukça bozulmuştur. $PI^\lambda D^\mu$ ise gürültüyü bastırmada başarılı olarak sistemin basamak yanıtının gürültüden etkilenmesini önlemiştir. Sistemlerin gürültülere karşı hassasiyeti ve giriş işaretlerinin çoğu zaman çevresel

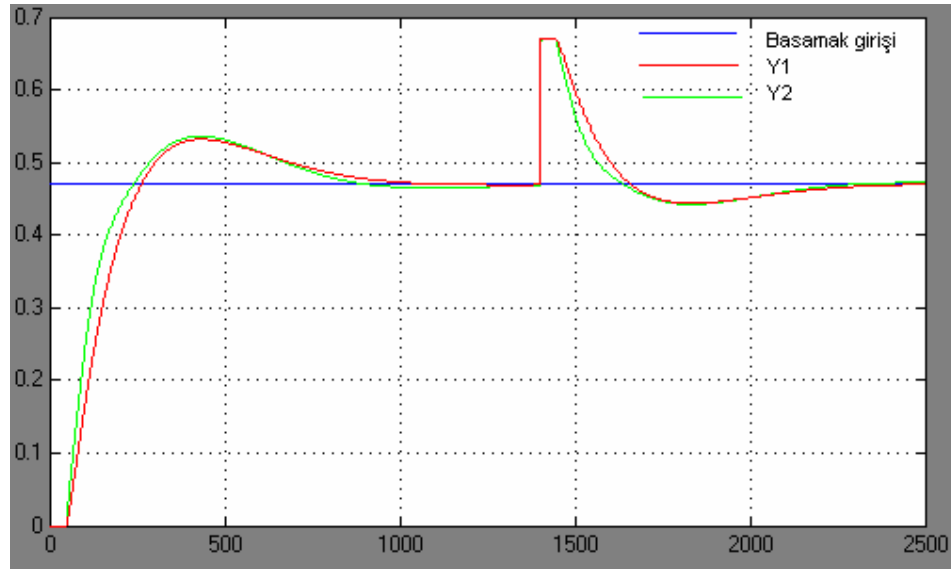
etkenler sonucu yeterince temiz gelmemeleri göz önünde bulundurulduğunda bu özellik oldukça faydalı olacaktır.

5.3.3 Çıkış bozucularına karşı dayanıklılık

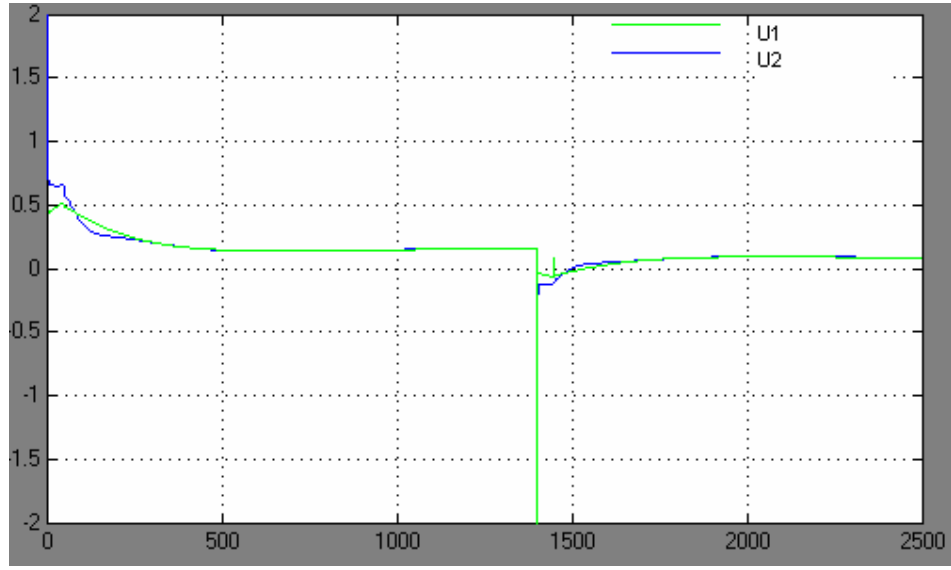
Duyarlılık fonksiyonu, $|S(j\omega)| \leq -20$ dB Her $\omega \leq \omega_s = 0.001$ rad/s olarak belirlenmişti. Çıkış bozucularının etkisine karşı PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlerin dayanıklılığını test etmek için oluşturulan sistemin blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



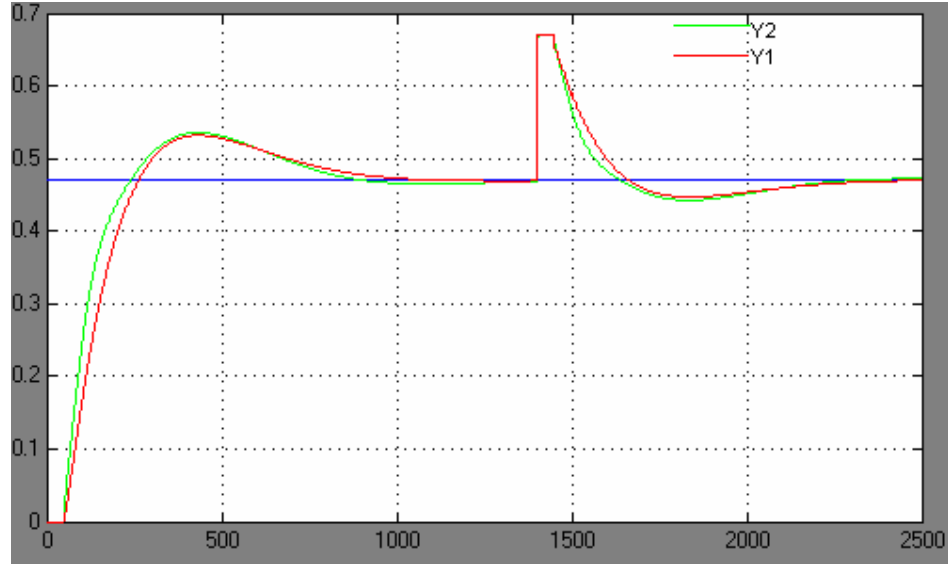
Şekil 5.23 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin blok diyagramı.



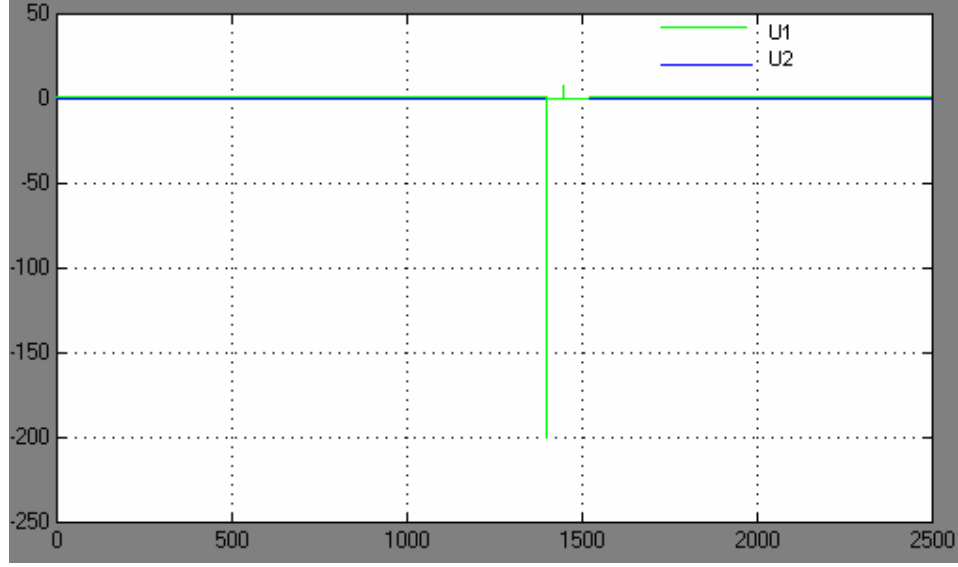
Şekil 5.24 : $t = 1400$ s'de başlayıp 50s boyunca çıkışa uygulanan yük bozucusuna karşı basamak yanıtları; Y1:PID, Y2: $PI^\lambda D^\mu$.



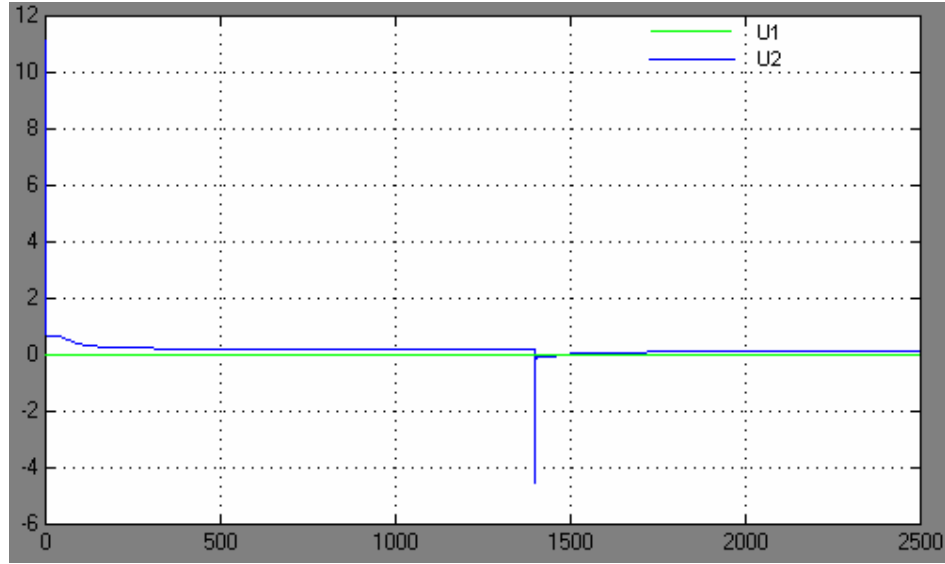
Şekil 5.25 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan sınırlandırılmış ($-2 < u < 2$) kontrol işaretleri; U1:PID, U2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$



Şekil 5.26 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin (kontrol işareti sınırlandırılmamış) basamak yanıtı; Y1:PID, Y2: $PI^{\lambda}D^{\mu}$



Şekil 5.27 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan PID'nin sınırlandırılmamış kontrol işareti.



Şekil 5.28 : Çıkışına bozucu eklenen sisteme uygulanan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ 'nin sınırlandırılmamış kontrol işareti.

Duyarlılık fonksiyonu ile ilgili kistas ($|S(j\omega)| \leq -20$ dB Her $\omega \leq \omega_s = 0.001$ rad/s)PID kontrolörü tasarlarlarken kullanılmadığı halde, hibrit algoritma sonucu elde edilen kontrolör parametreleri bu kistası sağladı. Ancak kontrol işaretlerine bakıldığında farkedilebilen bir nokta; kontrol işaretlerinin 0. ve 1450.s 'lerdeki davranışlarıdır. Kontrol işaretleri sınırlandırılmadığında U1 0.saniyede 12 ve 1450.s 'de -4 maksimum değerlerine ulaşırken, U2 0. saniyede 0.4 gibi makul bir değerde

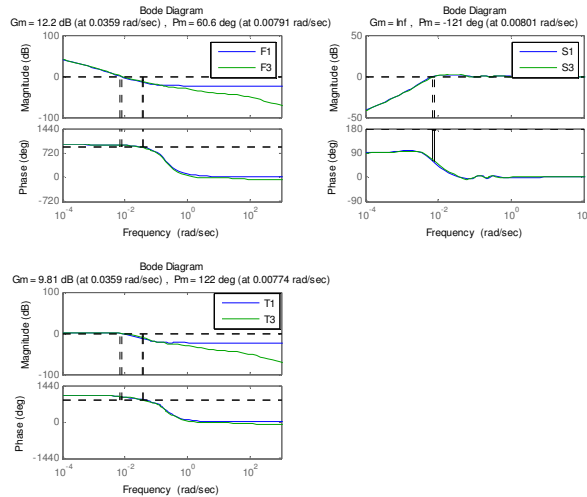
iken, çıkışa bir bozucunun verildiği 1450. s’de -200 negatif yönde maksimum değerine ulaşmakta.

Yukarıdaki analizler sonucu, 5 parametrenin, frekans domenindeki arama algoritmasındaki kriterlere çeşitlilik getirebildiği görülmektedir. Kesirli PID için Denklem (4.1), (4.2), (4.5), (4.6), (4.7) de kıstas olarak belirlenen 5 non-lineer fonksiyonu sağlayacak 5 parametre bulunabiliyorken, klasik PID’de ancak (4.1), (4.2), (4.5) kullanılarak arama yapılabildiğinden bahsedilmişti ve buna bağlı olarak sonuçlar yukarıdaki gibi elde edilmişti.

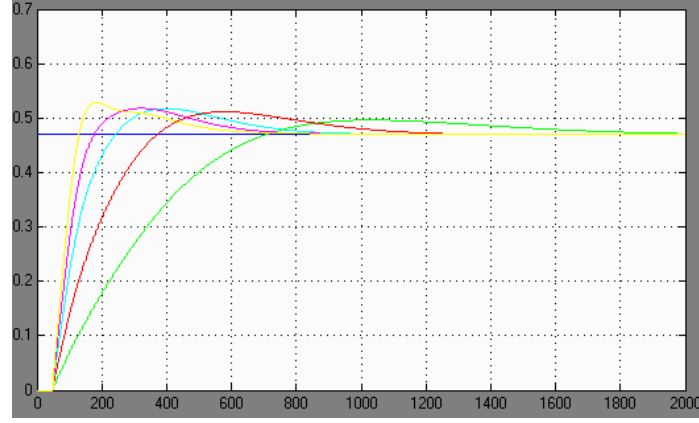
Tamamen adil bir karşılaştırma olabilmesi için, arama algoritmasında yine yalnızca (4.1), (4.2), (4.5) denklemlerinin yer alacağı 3. bir kontrolör olarak Kesirli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) tasarlandı, ve Çizelge (5.2)’deki klasik PID ile -yani algoritma parametreleri tamamen aynı olan klasik ve kesirli PID ler karşılaştırıldı. Bu karşılaştırma sonuçları ve elde edilen kontrolör parametreleri aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5.4 : Genetik algoritma + fmincon algritmaları ile elde edilen sonuçlar:

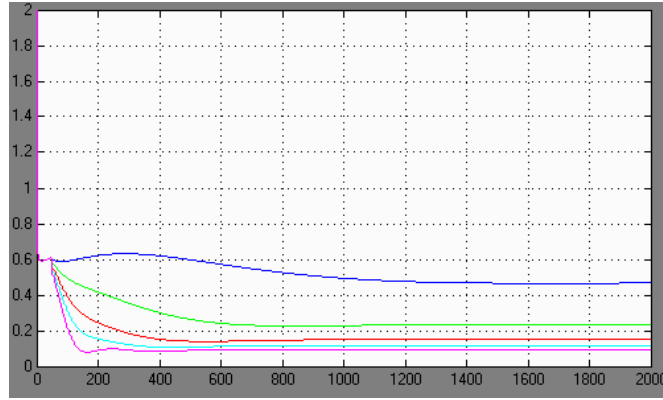
	K_p	K_d	μ	K_i	λ	Uygunluk fonksiyonu değeri
$PI^{\lambda}D^{\mu}$	0.76582	3.78295	0.5556	0.0095	0.8804	2.17E-13



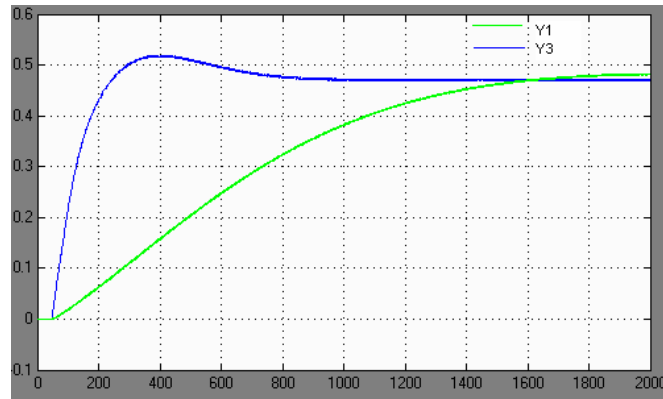
Şekil 5.29 : Açık çevrim transfer fonksiyonlarının frekans cevapları: F1: klasik PID, F3 kesirli PID ile; duyarlılık fonksiyonları: S1: klasik PID, S3 kesirli PID ile; kapalı çevrim transfer fonksiyonları: T1: klasik PID, T3 kesirli PID ile.



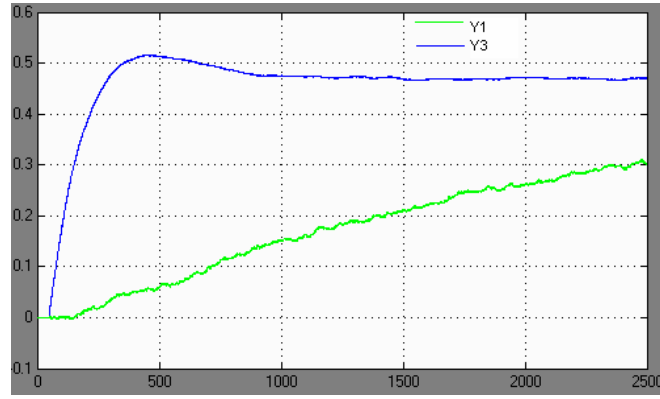
Şekil 5.30 : Kesirli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolör ile $K = 1, 2, 3.13, 4, 5$ değerleri için kapalı çevrim sistemin basamak cevapları.



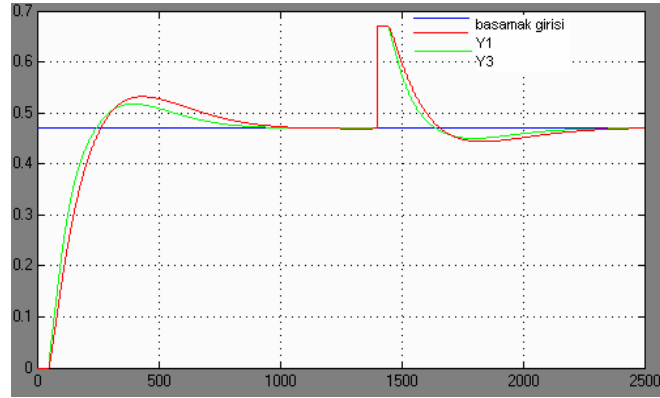
Şekil 5.31 : $K = 1, 2, 3.13, 4, 5$ değerleri için kontrol işaretleri.



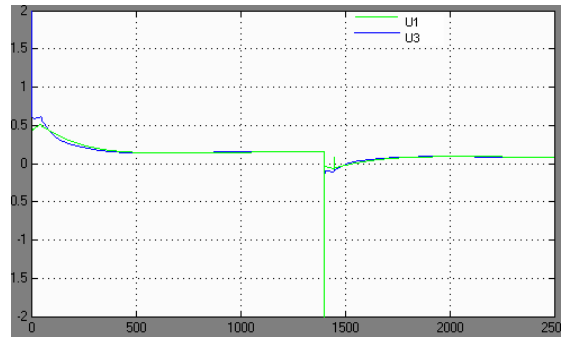
Şekil 5.32 : Giriş işaretinde gürültü olan sistemin basamak yanıtı. Y1: Klasik PID, Y3: Kesirli $PI^\lambda D^\mu$ uygulanan sistem



Şekil 5.33 : Giriş işaretinde beyaz gürültü (sinüs işaretleri)(gürültü gücü: 0.00001) olan sistemin basamak yanıtı. Y1: PID, Y3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulanan sistem çıkışı



Şekil 5.34 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin $(-2 < u < 2)$ basamak yanıtı; Y1:PID, Y3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$



Şekil 5.35 : Çıkışına bozucu eklenen sistemin $(-2 < u < 2)$ kontrol işaretleri; U1:PID, U3: $PI^{\lambda}D^{\mu}$

Şekil (5.29)'dan (5.36)'ya kadarki şekillerde $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi kontrolörün giriş bozucularına karşı hala daha dayanıklı olduğu ve daha iyi sonuçlar verdiği görülmekte.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kesir dereceli matematiğin son yıllarda mühendislik alanında yaygın bir şekilde kullanılması kontrol mühendisliğine de yansımış, ve bu konuda birçok yeni çalışmanın ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu yöndeki araştırma konularından biri kesir dereceli (kesirli) kontrolör tasarımıdır. Literatürde çeşitli kesir dereceli kontrolörler yer almakla birlikte (TID kontrolör, CRONE kontrolör, kesirli ileri-geri kompanzatör) en çok rastlanan kesir dereceli PID, diğer bir deyişle kesirli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolörlerdir.

Bu çalışmada kesir dereceli işlemler ve sistemler hakkında özet bir bilgi sunulduktan sonra bunların gerçekleştirilebilir olmaları için tamsı dereceli yaklaşım metodları örneklerle incelenmiştir. Daha sonra kesir dereceli PID tasarım metodları araştırılmış, aynı yöntemlerle elde edilen klasik PID kontrolörler ile karşılaştırmalar yapılarak avantaj ve dezavantajları ortaya konmuştur.

İlk olarak, klasik PID ve kesirli PID katsayıları belirlenen uygunluk fonksiyonunu minimize edecek şekilde aynı arama kriterleri ile genetik algoritma (GA) kullanılarak elde edilmiştir. Geri beslemeli sistemin basamak cevapları karşılaştırıldığında iki kontrolör çok yakın performanslar göstermiş, kesir dereceli PID kontrolör beklenildiği gibi bir üstünlük gösterememiştir.

PI ve PI^λ için iki boyutlu K_p - K_i parametre uzayında yapılan kararlılık analizlerinin sonucunda integralin kesir derecesine (λ) bağlı olarak kararlılık bölgesinin genişleyebildiği görülmüştür. Buna göre klasik PID'nin üç boyutlu (K_p - K_i - K_d) parametre uzayında optimal bir noktaya karşılık, kesirli PID'nin beş boyutlu (K_p - K_i - λ - K_d - μ) parametre uzayında optimal bir bölgenin varlığı düşünülebilir.

Son olarak frekans domeninde yapılan tasarımda ise, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolördeki beş parametrenin getirdiği esneklikten faydalanılarak, sistemin referans işaretindeki yüksek frekanslı gürültüleri bastırmada daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Yapılan karşılaştırmaların adil olmasına özellikle dikkat edilmiştir.

Bundan sonraki çalışmalarda $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörlerin daha etkin kullanılabilmesi için klasik tasarım yöntemlerinin dışına çıkılması ve farklı yöntemlerin elde edilmesi ya da kesir dereceli modellemeden yola çıkılarak, kesir dereceli kontrolörlerin bu tip daha karmaşık sistemler üzerine uygulamaları yapılarak sonuçlarının araştırılması yönünde devam edilmesi önerilebilir.

KAYNAKLAR

- Åström, K. J., Panagopoulos, H., Hägglund, T.,** 1998. Design of PI Controllers Based on Non-Convex Optimization. *Automatica*, Vol. **34**, no. 5, pp. 585-601.
- Åström, K. J., Panagopoulos, H., Hägglund, T.,** 1998. Design of PID Controllers Based on Constraint Optimization. *IEEE Proceedings of Control Theory and Application*, Vol. **149**, no. 1, pp. 32-40.
- Bhaskaran, T., Chen, Y. Q., Xue, D.,** 2007. Practical Tuning of Fractional Order Proportional and Integral Controller (1): Tuning Rule Development. *Proceedings of ASME 2007 International Design Engineering Technical conferences & Computers and Information in Engineering Conference, IDETC/CIE 2007*, September 4-7, Las Vegas, Nevada, USA.
- Bhaskaran, T., Chen, Y. Q., Xue, D.,** 2007. Practical Tuning of Fractional Order Proportional and Integral Controller (2):Experiments. *Proceedings of ASME 2007 International Design Engineering Technical conferences & Computers and Information in Engineering Conference, IDETC/CIE 2007*, September 4-7, Las Vegas, Nevada, USA.
- Cao, J., Liang, J., Cao, B.,** 2005. Optimization of Fractional Order PID Controllers Based on Genetic Algorithms. *Proceedings of the 4th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, August 18-21, Guangzhou.
- Caponetto, R., Fortuna, L., Porto, D.,** 2002. Parameter Tuning of A Non-Integer Order PID Controller. In *15th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Notre Dame, Indiana.
- Chen, Y. Q., Moore, K. L.,** 2002. Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. **47**, no. 3, pp. 363-367.
- Çelik, V., Demir, Y.,** 2007. Kesirli Dereceli PI^λ Kontrolörün Doğrusal Olmayan Sistem Dinamiği Üzerine Etkisi. *TOK'07 Bildiriler Kitabı*, 5-7 Eylül, İstanbul.
- Fan, H., Sun, Y., Zhang, X.,** 2007. Research on Fractional Order Controller in Servo Press Control System. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 5-8, Harbin, China.
- Hamamci, S. E.,** 2007. Zaman Gecikmeli Sistemler için Kesirli Dereceli PI Kontrolör Kullanarak Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi. *TOK'07 Bildiriler Kitabı*, 5-7 Eylül, İstanbul.

- Hamamci, S. E.**, 2007. Stabilization Using Fractional-Order PI and PID Controllers. *Nonlinear dyn.*, Vol. **51**, pp. 329-343.
- Hamamci, S. E.**, 2007. An Algorithm for Stabilization of Fractional-Order Time Delay Systems Using Fractional-Order PID Controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. **52**, no. 10, October.
- Ma, C., Hori, Y.**, 2004. The Application of Fractional Order PID Controller for Robust Two-Inertia Speed Control. *Proceedings of the 4th International Power Electronics and Motion Control Conference*, August, Xi'an.
- Monje, C. A., Calderon, A. J., Vinagre, B. M., Chen, Y., Feliu, V.**, 2004. On Fractional PI^λ Controllers: Some Tuning Rules for Robustness to Plant Uncertainties. *J. Nonlinear Dynamics*, Vol. **38**, no. 1-4, pp. 369-381.
- Monje, C. A., Vinagre, B. M., Chen, Y. Q., Feliu, V., Lanusse, P., Sabatier, J.**, 2005. Optimal Tunings for Fractional $PI^\lambda D^\mu$. In: *Fractional Derivatives and Their Applications*. Le Mehauté, A., Tenreiro Machado, J. A., Trigeassou, J. C., Sabatier J. (eds.) Ubooks, Augsburg Vol. **3**, pp. 675-686.
- Monje, C. A., Vinagre, B. M., Feliu, V., Chen, Y. Q.**, 2007. Tuning and Auto-Tuning of Fractional Order Controllers for Industry Applications. *Control Engineering Practice*, Vol. **16**, pp. 798-812.
- Oustaloup, A., Moreau, X., Nouillant, M.**, 1997. From Fractal Robustness to Non Integer Approach in Vibration Insulation: the CRONE Suspension. *Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control*, December, San Diego, California USA.
- Oustaloup, A., Levron, F., Nanot, F., Mathieu, B.**, 2000. Frequency Band Complex Non Integer Differentiator: Characterization and Synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. **47**, no. 1, pp. 25-40.
- Özgüven, Ö. Y.**, 2007. Bilinmeyen Parametreye Sahip Kesir Dereceli Kontrol Sistemleri için Kazanç ve Faz Sınır Payı Analizi. *TOK'07 Bildiriler Kitabı*, 5-7 Eylül, İstanbul.
- Podlubny, I. J.**, 1994. Fractional-Order Systems and Fractional Order Controllers. *Tech. Rep. UEF-03-94*, Slovak Academy of Sciences, Institute of Experimental Physics, Department of Control Engineering, Faculty of Mining, University of Technology, Kosice.
- Suárez, J. I., Vinagre, B. M., Chen, Y. Q.**, 2003. Spatial Path Tracking of An Autonomous Industrial Vehicle Using Fractional Order Controllers. *Proceedings of ICAR 2003, The 11th International Conference on Advanced Robotics*, June 30-July 3, Coimbra, Portugal.
- Tan, N., Özyetkin, M. M.**, 2007. Kesirli Dereceli Belirsiz Polinomların Dayanıklı Kararlılık Analizi. *TOK'07 Bildiriler Kitabı*, 5-7 Eylül, İstanbul.
- Vinagre, B. M., Podlubny, I., Hernandez, A., Feliu, V.**, 2000. Some Approximations of Fractional Order Operators Used in Control Theory and Applications. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, Vol. **3**, no. 3, pp. 231-248.

Xue, D., Chen, Y. Q., 2002. A Comparative Introduction of Four Fractional Order Controllers. Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 10-14, Shanghai, P. R. China.

Xue, D., Zhao, C., Chen, Y. Q., 2006. Fractional Order PID Control of A DC-Motor with Elastic Shaft: A Case Study. In Proceedings of American Control Conference, pp. 3182-3187

Zhao, C., Xue, D., Chen, Y., 2005. A Fractional Order PID Tuning Algorithm for A Class of Fractional Order Plants. Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Niagara Falls, Canada, July, pp. 216-221.

Url-1 <[http:// web.ist.utl.pt/duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf](http://web.ist.utl.pt/duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf)>, 20.05.2008.

Url-2 <[http:// www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8312f](http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8312f)>, 20.05.2008.

- [1] **Tan, N., Özyetkin, M. M.**, 2007. Kesirli Dereceli Belirsiz Polinomların Dayanıklı Kararlılık Analizi. TOK'07 Bildiriler Kitabı, 5-7 Eylül, İstanbul.
- [2] **Çelik, V., Demir, Y.**, 2007. Kesirli Dereceli PI^λ Kontrolörün Doğrusal Olmayan Sistem Dinamiği Üzerine Etkisi. TOK'07 Bildiriler Kitabı, 5-7 Eylül, İstanbul.
- [3] **Podlubny, I. J.**, 1994. Fractional-Order Systems and Fractional Order Controllers. Tech. Rep. UEF-03-94, Slovak Academy of Sciences, Institute of Experimental Physics, Department of Control Engineering, Faculty of Mining, University of Technology, Kosice.
- [4] **Vinagre, B. M., Podlubny, I., Hernandez, A., Feliu, V.**, 2000. Some Approximations of Fractional Order Operators Used in Control Theory and Applications. Fractional Calculus and Applied Analysis, Vol. 3, no. 3, pp. 231-248.
- [5] **Url-1** <[http:// web.ist.utl.pt/duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf](http://web.ist.utl.pt/duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf)>, 20.05.2008.
- [6] **Hamamci, S. E.**, 2007. Zaman Gecikmeli Sistemler için Kesirli Dereceli PI Kontrolör Kullanarak Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi. TOK'07 Bildiriler Kitabı, 5-7 Eylül, İstanbul.
- [7] **Monje, C. A., Vinagre, B. M., Chen, Y. Q., Feliu, V., Lanusse, P., Sabatier, J.**, 2005. Optimal Tunings for Fractional $PI^\lambda D^\mu$, In: Fractional Derivatives and Their Applications. Le Mehauté, A., Tenreiro Machado, J. A., Trigeassou, J. C., Sabatier J. (eds.) Ubooks, Augsburg Vol. 3, pp. 675-686.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Esra GÖKTÜRK

Doğum Yeri ve Tarihi: Tekirdağ, 13.11.1984

Adres: Beşiktaş/ İstanbul

Lisans Üniversitesi: Yıldız Teknik Üniversitesi