

55715

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TOPLU VE YAYILI PARAMETRELİ SİSTEMLERDE
TİTREŞİM GÜCÜNÜN DAĞILIMI : BİR KALİTE KONTROL
SİSTEMİNE UYGULANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Faruk BAYRAKTAR

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Mayıs 1996

Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Haziran 1996

Tez Danışmanı

: Prof. Dr. H. Temel BELEK

Diğer Jüri Üyeleri

: Prof. Dr. Metin GÜRGÖZE

Yrd. Doç. Dr. Yahit MERMERTAŞ

Haziran 1996

ÖNSÖZ

Günümüzde bir ürünün üretim hattındaki kalite kontrolü, titreşim ve akustik gibi daha çok yapının mekaniğinden kaynaklanan hataları belirten sinyaller kullanılarak yapılabilmektedir. Her iki sinyalinde bazı avantaj ve dezavantajları bulunmaktadır. Bu nedenle, her iki sinyalin dezavantajlarını yok eden ve avantajlarını birleştiren bir sinyal olarak görülen titreşim gücü sinyalinin kullanılması oldukça yararlı olmaktadır. Bu çalışmada elde edilen bilgiler ışığında, elektrik motorundan akan titreşim gücü sinyalini temel alan bir kalite kontrol sistemi geliştirilecektir.

Yüksek lisans tez çalışmam süresince teşvik ve katkılarını gördüğüm Sayın Prof. Dr. H. Temel BELEK'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın gerçekleştirilmesi için, maddi ve teknik desteği sağlayan ARÇELİK A.Ş. Araştırma Geliştirme Merkezi Yöneticileri Sayın Refik ÜREYEN, A. Kemal TUĞCU ve M. Yalçın TANES'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince yardımlarını gördüğüm Araştırma Geliştirme Mühendisi İbrahim YILDIRIM'a ve Titreşim -Akustik Ailesi elemanlarına teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca öğrenim hayatım boyunca, desteklerini esirgemeyen aileme teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul, Haziran 1996

Faruk BAYRAKTAR

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
SEMBOL LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	vi
TABLO LİSTESİ	xv
ÖZET	xvi
SUMMARY	xvii
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. MEKANİK SİSTEMLERDE TİTREŞİM GÜCÜ	7
2.1. Mekanik Sistemlerde Titreşim Gücüne Giriş	7
2.2. Toplu Parametrelili Sistemlerde Titreşim Gücünün Dağılımı	15
2.3. Yayılı Parametrelili Sistemlerde Titreşim Gücünün Dağılımı Sürekli Ortam Modeli	21
2.4. Sürekli Ortamda Titreşim Gücünün Dağılımının, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Modellenmesi	31
2.5. Titreşim Gücü Dağılımının Modal Analiz Yöntemi ile Modellenmesi	35
BÖLÜM 3. ÖLÇÜM DÜZENİĞİNİN DİNAMİK DAVRANIŞININ BELİRLENMESİ	39
3.1. İşletme Koşullarında Titreşimlerin Canlandırılması	40
3.2. Ölçüm Düzenliğinin Mod Şekillerinin Deneyisel Modal Analiz ile Belirlenmesi	42
3.3. Ölçüm Düzenliğinde Kullanılan Levhanın Mod Şekillerinin Sonlu Elemanlar Analizi İle Belirlenmesi	46
3.4. Ölçüm Düzenliğindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Belirlenmesi	48
3.4.1. Rezonans Frekansını Göz Önüne Alan Yöntem	49
3.4.2. Rezonans Frekansını Göz Önüne Almayan Yöntem ..	51
3.5. Ölçüm Düzenliğini Oluşturan Elemanların Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi	56

3.5.1. Hava Yastığının Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi	57
3.5.2. Sönüm Elemanın Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi	60
3.5.3. Algılayıcının ve Bağlantı Çubuğunun Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi	62
BÖLÜM 4. TİTREŞİM GÜCÜ DAĞILIMININ MODELLENMESİ	66
4.1. Toplu Parametrelili Model	66
4.2. Modal Model	68
4.3. Yayılı Parametrelili Model	72
BÖLÜM 5. TEORİK VE DENEYSEL SONUÇLAR	75
5.1. Mobilite ve Titreşim Gücü Spektrumlarının Deneysel Olarak Elde Edilmesi	75
5.2. Toplu Parametrelili Modelin Uygulanması	77
5.2.1. Toplu Parametrelili Modelin Sınanması	77
5.2.2. Toplu Parametrelili Modelin Ölçüm Düzenine Uygulanması	80
5.3. Modal Modelin Uygulanması	83
5.3.1. Modal Model'in Ölçüm Düzenine Uygulanması	84
5.3.2. Ölçüm Düzeninin Modal Modelinin Sınanması	86
5.3.3. Ölçüm Düzeninde Kuvvetin Tüm Serbestlik Derecelerine Uygulanması Durumunda Aktif ve Reaktif Titreşim Gücünün Frekansa Göre Değişimi	87
5.4. Yayılı Parametrelili Modelin Uygulanması	88
5.4.1. Yayılı Parametrelili Modelin Sınanması	89
5.4.2. Yayılı Parametrelili Modelin Ölçüm Düzenine Uygulanması	92
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	95
KAYNAKLAR	98
ÇALIŞMADA KULLANILAN YAZILIMLAR	100
EKLER	101
Ek.A. Sonlu Elemanlar Yazılımından Elde Edilen T-Şeklindeki Levhanın Titreşim Biçimleri	101
Ek.B. Sönüm Elemanın Statik Sertliğinin Elde Edilmesinde Kullanılan Grafik	103
Ek.C. Toplu Parametrelili Modelin Yazılımı	104

Ek.D. Modal Modelin Yazılımı	111
Ek.E. Yayılı Parametrelı Modelin Yazılımı	121
Ek.F. Deneyzel Olarak Elde Edilen Mobilite ve Titreşim Gücü Spektrumları	126
Ek.G. Toplu Parametrelı Modelin İki Serbestlik Dereceli Bir Sistem Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar	128
Ek.H. Toplu Parametrelı Modelin Ölçüm Düzenegı Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar	131
Ek.I. Modal Modelin Ölçüm Düzenegı Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar	133
Ek.J. Modal Modelde, Tüm Frekans Bandlarında Sabit Bir Genliğe Sahip Kuvvet Spektrumunun Ölçüm Düzeneginde Tüm Serbestlik Derecelerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar	139
Ek.K. Yayılı Parametrelı Modelin Dikdörtgen Şeklindeki Bir Levha Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Titreşim Gücü Dağılımı	142
Ek.L. Yayılı Parametrelı Modelin Ölçüm Düzenegı Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Titreşim Gücü Dağılımı	146
ÖZGEÇMİŞ	147

SEMBOL LİSTESİ

ω_0	: Doğal frekans	[rad/s]
η	: Kayıp faktörü	
t	: Zaman	[s]
$x(t)$	: Yerdeğiştirme fonksiyonu	[m]
$\dot{x}(t)$	: Hız fonksiyonu	[m/s]
$\ddot{x}(t)$	: İvme fonksiyonu	[m/s ²]
$F(t)$	: Kuvvet fonksiyonu	[N]
m	: Kütle	[kg]
k	: Sertlik	[N/m]
c	: Sönüm	[Ns/m]
f_0	: Doğal frekans	[Hz]
ϕ	: Faz açısı	[Derece]
ω_d	: Sönümlü doğal frekans	[rad/s]
Z	: Dinamik sönüm	[Ns/m]
Y	: Mobilite	[m/Ns]
F	: Kuvvetin genliği	[N]
V	: Hızın genliği	[m/s]

Π	: Kaynak tarafından sönümleyiciye girilen, zaman ortalaması alınmış titreşim gücü değeri	[W]
*	: Karmaşık sayının eşleniği	
$^P \Pi$	: Tek serbestlik dereceli sistemlerde aktif titreşim gücü	[W]
$^Q \Pi$	: Tek serbestlik dereceli sistemlerde reaktif titreşim gücü	[W]
$\{F\}$	: Dış kuvvetler tarafından yapıya girilen kuvvet vektörü	
$[M]$	: Kütle matrisi	
$[C]$	: Sönüm matrisi	
$[K]$	: Sertlik matrisi	
$\{X\}$	: Yerdeğiştirme vektörü	
$\{\dot{X}\}$	: Hız vektörü	
$\{\ddot{X}\}$	: İvme vektörü	
$_A$	: Yaklaşık değer	
T	: Matrisin transpozesi	
U_A	: Yapıda depolanan potansiyel enerji	[Ws]
T_A	: Yapıda harcanan kinetik enerji	[Ws]
Π_A	: Yapıda sönümlenen titreşim gücü	[W]
S_A	: Yapıya girilen toplam titreşim gücü	[W]
$\{\underline{X}\}$	: Zaman ortalaması alınmış yerdeğiştirme vektörü	
$[e]$	: Zaman ortalaması alınmış dinamik elastisite matrisi	

i	: Sanal eksen	
P_A	: Yapıya bir doğrultuda girilen aktif titreşim gücünün yaklaşık değeri	[W]
Q_A	: Yapıya bir doğrultuda girilen reaktif titreşim gücünün yaklaşık değeri	[W]
ρ	: malzemenin yoğunluğu	[kg/m ³]
u_i	: Yerdeğiştirme tensörü	[m]
$\dot{u}_i$	: Hız tensörü	[m/s]
$\ddot{u}_i$	: İvme tensörü	[m/s ²]
σ_{ij}	: Gerilme tensörü	[N/m ²]
F_i	: Kuvvet tensörü	[N]
ε_{ij}	: Birim şekil değiştirme tensörü	
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	: Birim şekil değiştirme hızı tensörü	
E_{ijkl}	: Elastisite modülü	[N/m ²]
C_{ijkl}	: Sönüm tensörü	[Ns/m]
$\dot{T}$	: Birim hacimde harcanan kinetik enerjinin zamana göre türevi	[W/m ³]
$\dot{U}$	: Birim hacimde depolanan potansiyel enerjinin zamana göre türevi	[W/m ³]
S	:Yapıya birim hacimden dış kuvvetlerce girilen titreşim gücü	[W/m ³]
$q_{i,i}$	: Sınırlar boyunca birim hacimden geçen titreşim gücü	[W/m ³]
q_i	: i doğrultusunda birim alandan akan titreşim gücü	[W/m ³]

$\underline{r}_i$	: i doğrultusunda birim alandan geçen ve zamana bağlı olarak değişen titreşim gücü	$[W/m^2]$
$^Q r_i$	: i doğrultusunda birim alandan geçen ve zamana bağlı olarak değişen reaktif titreşim gücü	$[W/m^2]$
$^P r_i$	: i doğrultusunda birim alandan geçen ve zamana bağlı olarak değişen aktif titreşim gücü	$[W/m^2]$
$\underline{S}$	: Dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda ve birim hacimden yapıya girilen titreşim gücü	$[W/m^3]$
P	: Dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda ve birim hacimden yapıya girilen aktif titreşim gücü	$[W/m^3]$
Q	: Dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda ve birim hacimden yapıya girilen reaktif titreşim gücü	$[W/m^3]$
$\overline{\Pi}$	: Birim hacimde sönmömlenen gücün zaman ortalaması	$[W/m^3]$
$\overline{U}$	: Birim hacimde depolanan potansiyel enerjinin zaman ortalaması	$[Ws/m^3]$
$\overline{T}$	: Birim hacimde harcanan kinetik enerjinin zaman ortalaması	$[Ws/m^3]$
m_i	: i. moddaki modal kütle	$[kg]$
c_i	: i. moddaki modal sönmüm	$[Ns/m]$
k_i	: i. moddaki modal sertlik	$[N/m]$
$[U]$	: Sönmömlü modal matris	
$[L_P]$	: Modal modelin gerçel kısmı	
$[L_Q]$	: Modal modelin sanal kısmı	
λ_i^P	: i. moddaki modal modelin özdeğerinin gerçel kısmı	
λ_i^Q	: i. moddaki modal modelin özdeğerinin sanal kısmı	

ε	: Birim şekil değıştirmenin dinamik değeri	
$\hat{\varepsilon}$	: Birim şekil değıştirme değeri nin genliği	
σ	: Gerilmenin dinamik değeri	$[N/m^2]$
$\hat{\sigma}$	: Gerilme değeri nin genliği	$[N/m^2]$
E^*	: Elastisite modülünün karmaşık sayı değeri	$[N/m^2]$
E'	: Elastisite modülünün gerçel kısmını	$[N/m^2]$
E''	: Elastisite modülünün sanal kısmını	$[N/m^2]$



ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1 : Titreşim Gücünün Ölçümünde Kullanılmak Üzere Tasarlanmış Ölçüm Düzeneği	3
Şekil 2.1 : Tek Serbestlik Dereceli Sistem	7
Şekil 2.2 : İki Serbestlik Dereceli Sistem	16
Şekil 2.3 : Sekiz Düğüm Noktalı Bir Elemanın Gaussian ve Düğüm Noktaları	34
Şekil 3.1 : Ölçüm Düzeneğinin Yazılım Ortamındaki Geometrisi	41
Şekil 3.2 : İşletme Koşullarında Titreşimlerin Canlandırılması Çalışmasında Kullanılan Ölçüm Düzeneği	42
Şekil 3.3 : Sistemin Linerliği	43
Şekil 3.4 : T Şeklindeki Levhanın Ayrık Olarak Yazılım Ortamında Oluşturulmuş Modeli	43
Şekil 3.5 : T Şeklindeki Levhanın Modal Analizinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	44
Şekil 3.6 : Titreşim Gücü Ölçüm Düzeneğinin Modal Analizinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	45
Şekil 3.7 : Ölçüm Düzeneğinde Kullanılan Levhanın Şematik Gösterimi	47
Şekil 3.8 : T Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan Ölçüm Düzeneği	49
Şekil 3.9 : T Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan Frekans Cevap Fonksiyonunun Frekansa Göre Değişimi	52
Şekil 3.10 : Elastisite Modülünün ve Bileşenlerinin Şematik Gösterimi	54
Şekil 3.11 : T Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan Frekans Cevap Fonksiyonunun Frekansa Göre Değişimi	55
Şekil 3.12 : Hava Yastığının Yapısal Karakteristik Değerlerinin Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	58
Şekil 3.13 : Hava Yastığının Dinamik Kütlesi	59
Şekil 3.14 : Hava Yastığının Dinamik Sönümü	59
Şekil 3.15 : Hava Yastığının Dinamik Sertliği	60
Şekil 3.16 : Sönümleyicinin Statik Sertliğinin Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	61
Şekil 3.17 : Sönümleyicinin Statik Sertliğini Veren Eğrinin Şematik Gösterimi	61

Şekil 3.18 : Algılayıcının ve Bağlantı Çubuğunun Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	63
Şekil 3.19 : Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Kütlesi	63
Şekil 3.20 : Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Sönümü	64
Şekil 3.21 : Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Sertliği	64
Şekil 4.1 : Toplu Parametrel Model İçin Geliştirilen Yazılımın Akış Şeması	67
Şekil 4.2 : Modal Model İçin Geliştirilen Birinci Yazılımın Akış Şeması	70
Şekil 4.3 : Modal Model İçin Geliştirilen İkinci Yazılımın Akış Şeması	71
Şekil 4.4 : Yayılı Parametrel Model İçin Geliştirilen Yazılımın Akış Şeması	73
Şekil 5.1 : Kuvvet, Mobilite, Titreşim Gücü Spektrumlarının Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği	76
Şekil 5.2 : İki Serbestlik Dereceli Sistem	80
Şekil 5.3 : Ölçüm Düzeneği ve Eşdeğeri İki Serbestlik Dereceli Sistem	81
Şekil 5.4 : Dikdörtgen Şeklinde Ankastre Sınır Şartlarında Levha	90
Şekil 5.5 : Ölçüm Düzeneğinin Sonlu Elemanlar Ortamındaki Modeli	94
Şekil A1. : T Şeklindeki Levhanın Birinci Titreşim Biçimi	101
Şekil A2. : T Şeklindeki Levhanın İkinci Titreşim Biçimi	101
Şekil A3. : T Şeklindeki Levhanın Üçüncü Titreşim Biçimi	102
Şekil A4. : T Şeklindeki Levhanın Dördüncü Titreşim Biçimi	102
Şekil B1. : Sönümleyicinin Statik Sertliğinin Bulunmasında Kullanılan Kuvvet Yerdeğiştirme Grafiği	103
Şekil F1. : Reaktif Titreşim Gücünün ve Mobilitenin Sanal Kısımının Frekansa Göre Değişimi	126
Şekil F2. : Aktif Titreşim Gücünün ve Mobilitenin Gerçek Kısımının Frekansa Göre Değişimi	127
Şekil G1. : Frekans Cevap Fonksiyonunun Genlik ve Faz açısı Spektrumları	128
Şekil G2. : Frekans Cevap Fonksiyonunun Gerçek ve Sanal Spektrumları	129
Şekil G3. : Aktif ve Reaktif Titreşim Gücü Spektrumları	130
Şekil H1. : Ölçüm Düzeneğinden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumları (Tahrik noktası: 52, cevap noktası: 52)	131
Şekil H2. : Toplu Parametrel Modelden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumları (Tahrik noktası: 52, cevap noktası: 52)	131
Şekil H3. : Modele Uygulanan Kuvvet Spektrumu (52. Noktadan)	132
Şekil I1. : Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 34, 34)	133
Şekil I2. : Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 37, 54)	133

Şekil I3. :	Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 15, 15)	134
Şekil I4. :	Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 49, 49)	134
Şekil I5. :	Modal Modelden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 52, cevap noktası:52)	135
Şekil I6. :	Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 52, cevap noktası: 52)	135
Şekil I7. :	Modal Modelden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 52, cevap noktası: 52)	136
Şekil I8. :	Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 52, cevap noktası: 52)	136
Şekil I9. :	Modal Modelden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 18, cevap noktası:18)	137
Şekil I10. :	Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 18, cevap noktası: 18)	137
Şekil I11. :	Modal Modelden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 18, cevap noktası: 18)	138
Şekil I12. :	Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu (Tahrik noktası: 18, cevap noktası: 18)	138
Şekil J1. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1000Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri	139
Şekil J2. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1000Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri	139
Şekil J3. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1250Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri	140
Şekil J4. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1250Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri	140
Şekil J5. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1450Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri	141
Şekil J6. :	Modal Modelde Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1450Hz'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri	141
Şekil K1. :	X - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)	142
Şekil K2. :	Y - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)	142
Şekil K3. :	X - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)	143

Şekil K4.	: Y - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)	143
Şekil K5.	: X - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)	144
Şekil K6.	: Y - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)	144
Şekil K7.	: X - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)	145
Şekil K8.	: Y - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)	145
Şekil L1.	: Ölçüm Düzeneginin Yayılı Parametrelili Modelin	
	Z- Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı	146



TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 3.1 : T Şeklindeki Levhanın ve Tüm Ölçüm Düzeneginin Modal Yapısal Özellikleri	46
Tablo 3.2 : T Şeklindeki Levhanın Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Elde Edilen Doğal Frekansları	48
Tablo 3.3 : Hava Yastığının Yapısal Özellikleri	60
Tablo 3.4 : Sönümleyicinin Yapısal Özellikleri	62
Tablo 3.5 : Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Yapısal Özellikleri	65



ÖZET

Yapılarda titreşim gücü dağılımı ve titreşim gücünün yapı içerisinde izlediği yol, titreşimsiz ürün tasarımı, yapılarda titreşim kontrolü ve ürün kalite kontrolü gibi konularda gün geçtikçe önem kazanmaktadır. Titreşim gücünü etkileyen parametrelerin belirlenmesi, söz konusu konularda yapılan çalışmalara oldukça büyük ölçüde katkı sağlayacaktır.

Bu çalışmada, öncelikle liner yapılarda titreşim gücünün farklı analiz (Sonlu Elemanlar ve Modal Analiz) yöntemleriyle formüle edilmesi ve modellenmesi sağlanmıştır. Elde edilen modeller, endüstride üretim hattında elektrik motorundan akan aktif titreşim gücünü temel alan bir kalite kontrol sisteminin ölçüm düzeneği üzerine uygulanmıştır. Göz önüne alınan ölçüm düzeneğinin yapısal özellikleri deneysel çalışmalar sonucu elde edilmiştir. Ayrıca ölçüm düzeneğini belirleyen özellikler, farklı yazılım ortamlarında geliştirilen modellere girilmiştir.

Yapılan çalışmalar sonucunda, liner bir yapıya girilen titreşim gücünün; yapısal özelliklere, sınır şartlarına, uygulanan kuvvetin genliğine, frekansına ve faz farkına bağlı olarak değiştiği tespit edilmiştir. Elde edilen bu parametrelerin değişmesi durumunda, yapı üzerindeki titreşim gücü dağılımının nasıl bir dağılım göstereceğine dair bilgiler elde edilmiştir.

Titreşim gücünü etkileyen özellikler göz önüne alınarak, kalite kontrol amacıyla kullanılacak en uygun ölçüm düzeneğine yönelik tasarım parametreleri elde edilmiştir. Ayrıca çalışma sonucu elde edilen bilgiler, titreşimsiz ürün tasarımında ve titreşim kontrolünde de kullanılabilir. Kalite kontrol amacıyla titreşim gücü sinyalinin kullanılması konusunda yapılan ilk çalışmalardan olması nedeniyle oldukça önemlidir.

SUMMARY

MECHANICAL POWER FLOW IN LUMPED AND DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: APPLICATION TO A QUALITY CONTROL MEASUREMENT SET-UP.

The purpose of this study is to understand the dynamic characteristics of the mechanical power flow in linear structures so that the parameters influencing the power flow can better be understood. The ultimate goal of the study is, to obtain the parameters of the optimum measurement set-up which is used for quality control of the electrical motors of the washing machine. In order to get the design parameters of the optimum measurement set-up, the model of the active vibration power flowing from the product to the measurement set-up should be established.

On the production line in industry, the functionality expected from the measurement set-up which is developed for quality control purposes, is to support the static load of the product and to maximize the active vibration power flowing through the power flow transducer which is located above the energy absorber, Figure 1.

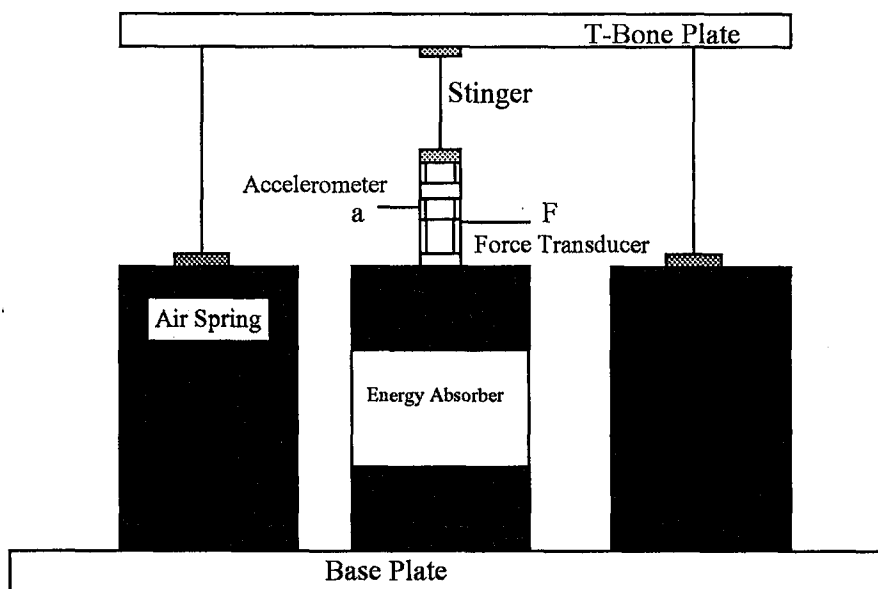


Figure.1. The Measurement Set-up Designed For Measuring Active Power Flowing From The Electrical Motor.

The proposed measurement set-up contains; T bone plate located on three air-springs so that the motor can be supported, the energy absorber which is positioned in the middle of the plate, and the power flow transducer located above the absorber in order to measure the active power flowing from the product. The sketch of the measurement set-up is shown in Figure.1. The power flow transducer consists of two parts, first part is the accelerometer and the other part is the force transducer. These two transducers are put together and the power flow transducer is obtained. The cross correlation of the signal coming from the accelerometer and the force transducer gives the mechanical power signal at the measurement point in the structure. The cross correlation signal is used for quality control purpose.

Supplied mechanical power in linear structures, using analysis methods (Modal Analysis, Finite Element Methods), is discussed theoretically. The formulation of the supplied mechanical power in lumped and continuous systems is given in Section 2. Experimental studies are performed to get the structural properties of the components of the measurement set-up in Section.3. Using the formulation derived in Section 2, the models of the supplied mechanical power in linear structures are established in Section 4. The evaluation of these models are made, and then the models are applied on the measurement set-up in Section 5. During the studies conducted, the parameters influencing the measurement technique are revealed. Therefore the design parameters of the optimum measurement set-up for a quality control system, using the mechanical power signal coming from the product, are obtained.

With the three different points of view, three different models of mechanical power for linear structures are developed. Taking the measurement set-up into account as a lumped parameter system, the average value of the supplied mechanical power to the structure is obtained. The purpose of using a lumped model is to see the dependence of the power flow on the forcing frequency variation and the rigid body motion of the structure. In the second model, the modal model of the structure is formed to obtain the mechanical power at a point defined in the as function of the frequency. Using this approach the effects of the elastic body motion of the structure on the mechanical power spectrum can be obtained. In the third model the Finite Element approach is used and the mechanical power distribution in the structure is obtained at a specific frequency. Finite Element model of the mechanical power distribution in the structure is conducted for a harmonic force input.

The theoretical background of three different models of mechanical power in a linear structure are discussed in Section.2. The supplied mechanical power is simply formulated as a one degree-of-freedom linear system in Section.2.1. The

equation of motion of one degree-of-freedom viscos damped system is considered in Eq.1.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1)$$

m = mass [kg],
 c = damping coefficient [Ns/m],
 k = stiffness coefficient [N/m],
 $x(t)$ = displacement [m],
 $\dot{x}(t)$ = velocity [m/s],
 $\ddot{x}(t)$ = acceleration [m/s²],
 $F(t)$ = force [N].

Using harmonic motion assumption, the second order differential equation is solved.

$$F(t) = Fe^{i\omega t} \quad (2)$$

$$\dot{x}(t) = Ve^{i\omega t} \quad (3)$$

where

F = the amplitude of the force [N],
 V = the amplitude of the velocity [m/s],
 t = time [s],
 ω = frequency [rad/s].

If the Eq.2 and Eq.3 are put into the Eq.1, and the time averaged values of the force and the velocity are considered, the mobility of one degree of freedom system can be obtained as in Eq.4.

$$\frac{V}{F} = \left[\frac{c\omega^2 - i\omega(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2\omega^2} \right] \quad (4)$$

where i denotes the imaginary part.

The mechanical power is defined as the multiplication of the time averaged values of the force and the velocity :

$$\Pi = \langle F\dot{x} \rangle_t = \frac{1}{2} \{ FV^* \} \quad (5)$$

where

$\langle \dots \rangle_t$ = time averaged values,
 $*$ = complex conjugate,
 Π = mechanical power [W].

If Eq.4 is substituted into Eq.5 then Eq.6 is obtained.

$$\Pi = \frac{1}{2} F \left[\frac{c\omega^2 + i\omega(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \right] F \quad (6)$$

In Eq.6, the real and imaginary parts are defined as the active and reactive power respectively. These two definitions are given in Eq.7 and Eq.8.

$$^P \Pi = \frac{1}{2} F^2 \omega^2 \frac{c}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \quad (7)$$

$$^Q \Pi = \frac{1}{2} F^2 \omega \frac{(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \quad (8)$$

where

$^P \Pi$ = the active power [W],
 $^Q \Pi$ = the reactive power [W].

In a multi-degree of freedom system, similar formulation is valid, but in this case, active and reactive components of the power are expressed in terms of matrix quantities. Using the formulation derived so far, the lumped parameter model of the structure is obtained.

In order to govern the modal model of the structure, the vibration modes of the structure are obtained by calculating the eigen-values and the eigen-vectors. The superposition of the vibration modes of the structure gives the modal model of the structure. Modal properties of the structure are obtained from spatial model of the structure, by using the orthogonality principle or by performing experimental modal analysis on the structure and using the curve fitting method. While the modal model of the structure giving the mobility characteristics for one degree of freedom system is given by Eq. 4, the eigen-values of the modal model is calculated in Eq. 9 and Eq. 10. The eigen-values of the modal model are complex quantities since the elements of the modal model are complex.

$$\lambda_i^P = \frac{c_i}{(k_i - \omega^2 m_i)^2 + \omega^2 c_i^2} \quad (9)$$

$$\lambda_i^Q = \frac{k_i - \omega^2 m_i}{(k_i - \omega^2 m_i)^2 + \omega^2 c_i^2} \quad (10)$$

λ_i^P = the real part of eigen values of modal model in i^{th} mode,
 λ_i^Q = the imaginary part of eigen values of modal model in i^{th} mode.

Hence, using the modal model of the structure, the mechanical power is obtained.

The formulation of the mechanical power in an elastic linear structure is defined in the continuum mechanics by Eq.11, using the continuity equation and assuming that the damping mechanism in the material is modelled by linear viscoelastic model of Kelvin type.

$$\underline{r}_i = -\frac{1}{2} \underline{\sigma}_{ij}^* \underline{v}_j = {}^P r_i + i {}^Q r_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (11)$$

where

$\underline{\sigma}_{ij}$ = stress tensor [N/m²],
 $\underline{r}_i$ = mechanical power flowing unit area in i direction [W/m²],
 ${}^P r_i$ = active power flowing unit area in i direction [W/m²],
 ${}^Q r_i$ = reactive power flowing unit area in i direction [W/m²],
 $\underline{v}_j$ = velocity tensor [m/s].

The velocity and stress values which are defined as tensors in the continuum mechanic formulation, in Finite Element approach become matrices due to discretization. The Finite Element model of the mechanical power is developed in Section.2.3, in this derivation Eq. 11 is used. Using the harmonic forcing, at a specific frequency the distribution of the active and reactive power in the structure for three directions, is calculated. In the Finite Element approach in order to create the solid model of the structure, an eight node cotinuum element is used. This element has displacements in the three direction as the degrees-of-freedom at the nodes and capable of yielding the stresses in three directions.

In order to understand the dynamic behaviour of the measurement set-up the test motor is placed on the T-bone plate and started and “Operational Deflection

Shape” study is performed. This study is explained in Section.3.1. As a result of this study, it is seen that there is a substantial amount of motion not only in the vertical direction but also in the horizontal plane.

Experimental Modal Analysis study is performed on the T bone plate with free free boundary conditions. Later, the analysis is repeated in Section.3.2 on the assembled measurement set-up so that the effects of the other components on T bone plate can be identified. Modal properties of the all measurement set-up is obtained from Experimental Modal Analysis study in order to add them into the modal model of the measurement set-up. Mode shapes of the T bone plate in free free boundary condition are also calculated in Finite Element environment in Section.3.3 in order to compare the mode shapes obtained from Experimental Modal Analysis with the mode shapes obtained from Finite Element Analysis.

In order to add the internal damping properties of the T bone plate in the Finite Element model, two different methods are used. The loss factor of the T bone plate in first mode is obtained in Section.3.4 by using the resonant and non-resonant methods. The average value of the two results is considered in the Finite Element model of the measurement set-up.

The structural properties of the other components of the set-up, excluding the T bone plate, are provided by assuming these components as one degree of freedom elements individually and by performing mobility measurements on them. As a result of these mobility measurements, stiffness, damping and mass properties of the air spring, absorber and transducer with coupling stinger are obtained. These values are used in the three different models created for the measurement set-up in Section.5.

The lumped parameter model of the structure is used for the two degree of freedom system to get the input active and reactive power at one point. Inputs of the model are, structural properties of the two degree of freedom system, degree of freedom where the force is applied, degree of freedom where the response is taken, amplitude and the frequency of the force. Outputs of the model are, mobility spectrum, active and reactive power spectrums at a point where the force is applied. First, this model is applied to a case study given in reference [8], and the model is validated, then the model is applied on the current measurement set-up. The measurement set-up is considered as the two degree of freedom system. First degree of freedom is associated to the mass of the T-bone plate and this mass is connected to the ground by the air springs, second degree of freedom is related to the mass of the absorber and this mass is grounded by the spring and dashpot of the absorber.

The connection properties between these two degree of freedom are taken from the stiffness and damping of the transducer coupled with the stinger.

Modal model of the measurement set-up is governed, using the mode shapes and modal properties of the measurement set-up in 0-10 kHz frequency range. In order to get the active and reactive power spectrum at a point where the force is applied, the degree of freedom where the force is applied and the degree of freedom where the response is taken, should be added to the model. An exciting force which has the unit amplitude over the frequency bands of interest is applied on all the degrees of freedom of the measurement set-up, in order to determine the point which is the most suitable for the supplied active power to the structure to be maximum.

Finite Element model of the structure is formed by using the geometry, material properties, boundary condition of the structure, point where the force is applied, amplitude and the frequency of the force. Outputs of the model corresponds to these inputs are, active and reactive power distribution for three direction in the structure at the excitation frequency. First, the model is applied on an already tested structure for validation [20], then the model is applied on the test set-up. In this approach the Finite Element model of the measurement set-up is established by using the solid model of the T bone plate, the mode shapes of the plate in free free boundary condition, structural properties of the air springs and absorber, the loss factor of the T bone plate, material properties of the plate, boundary condition, the point where the force is applied, the frequency and amplitude of the force. In the excitation condition, active and reactive power distribution is calculated for the three directions in the structure at the excitation frequency.

Consequently, the factors influencing the mechanical power are determined as the structural properties, boundary conditions, application point, frequency, amplitude of the force, and also the phase angle between the excitation forces. Added to this, supplied mechanical power at one point in the structure is related to the mobility properties of the structure at that point. The real part of the mobility spectrum is proportional to the active power spectrum at same point. The imaginary part of the mobility is proportional to the reactive power spectrum at same point.

There is a peak in the natural frequency region of the real part of the mobility spectrum while the phase angle between the velocity and the force signal is zero at resonance. At resonance region, the supplied active power to the structure is maximum, but the reactive power is minimum.

Mechanical power spectrum can be modified by changing the structural properties this changes the mobility spectrum as well. The modification of the mass, stiffness and the boundary condition of the structure affect the natural frequency of the structure, and hence modify the active and reactive power spectrum of the structure. The change in the damping properties of the structure affects the amplitude of the mechanical power.

If a quality control system is to be designed based on the measurement of active power signal flowing from the product in one direction at one point, then the structural properties on both ends of the point should be considered carefully because it dramatically affects the active power spectrum at this point.

If it is desired that the effects of the structural properties are minimized, the natural frequency of the structure (the measurement set-up) should be away from the frequency range of interest. On the other hand, the maximum active power flowing into the structure is observed at the natural frequencies.

If the natural frequencies of the structure and the excitation frequencies of the source coincide then the supplied active power flowing into the structure will be maximum, reactive power flowing in structure will be minimum at the excitation frequencies. If it is not possible to change the excitation frequencies of the source, then changing the properties of the structure and the designing a suitable mobility spectrum is necessary, depending on the excitation frequencies of the source. However, it is considerably difficult to design the mobility spectrum given the excitation frequencies.

BÖLÜM 1. GİRİŞ:

“Titreşim gücü alanı”, titreşim analiziyle bağlantılı olarak gün geçtikçe önem kazanan bir konudur. Titreşim gücü alanı, bir yapı üzerinde her noktada ve her zaman aralığında birim alandan akan titreşim gücünün büyüklüğü ve doğrultusu olarak tanımlanmaktadır. Titreşim gücü alanının tanımlanması için, yapının özelliklerinin detaylı olarak bilinmesi gerekmektedir. Titreşim gücünün hesaplanmasında kullanılacak bilgiyi elde etmek ve yaklaşık olarak yapısal dinamik problemi çözebilmek için, Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılmıştır, [1]. Yüksek frekanslarda, Sonlu Elemanlar Yöntemi, deformasyon alanının belirlenmesi için, çok sayıda serbestlik derecesine ihtiyaç duymaktadır. Bu durumda, yapının dinamik cevabını belirlemek için, İstatistiksel Enerji Analizi Yöntemi kullanılmaktadır, [2]. İstatistiksel Enerji Analizi Yöntemi, titreşim güç alanının belirlenmesinde ihtiyaç duyulan bilgiyi ortalama bir değer olarak hesaplamakta ve yapının geometrisi üzerinde meydana gelen titreşim gücü dağılımını göz önüne almamaktadır. Bu nedenle, titreşim gücünün, hız ve gerilim verileri kullanılarak Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımıyla tespit edilmesi daha uygun olmaktadır. Bir titreşim analizinden elde edilen sonuçlar gösterilmek istendiğinde, yapı üzerindeki titreşim gücü alanı oldukça yararlı bir araç olmaktadır, [3].

Titreşim problemi direkt olarak, enerji sürekliliği denkleminde titreşim gücü terimi ile formüle edilebilmektedir, [4]. Enerji sınır şartlarıyla birlikte süreklilik denkleminin çözümü direkt olarak titreşim gücü alanını verecektir. Ancak böyle bir çözümün elde edilmesi oldukça güçtür. Kararlı rejim durumunda ve belirli bir

doğrultuda akan titreşim gücü göz önüne alındığında, titreşim problemi kararlı rejimde ısı akışı problemi ile benzer bir analogi göstermektedir, [5]. Titreşim gücünün doğrultusu için yapılan kabul, İstatistiksel Enerji Analizi yönteminde yapılan kabul ile benzeşmekle beraber, fiziksel olarak çözüm yaklaşık olarak elde edilebileceğinden tam bir benzerlik göstermemektedir, [6].

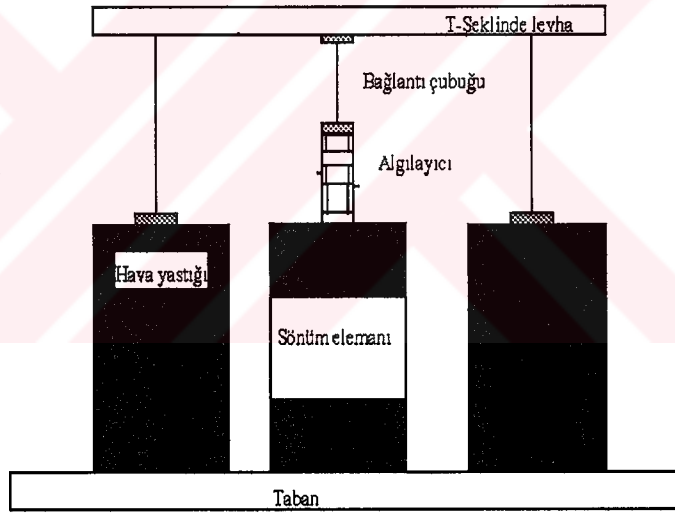
Belirli bir frekansta ve kararlı rejimde, titreşim gücü alanı aktif ve reaktif kısımları göz önüne alınarak tanımlanabilmektedir, [7]. Aktif ve reaktif güç alanı, sırasıyla kompleks mekanik gücün gerçel ve sanal kısımlarından oluşmaktadır. Titreşim gücünün aktif ve reaktif kısımlarının özellikleri ve etkileyen parametreler göz önüne alınmalıdır. Aktif ve reaktif güç alanı için süreklilik denklemi, katı bir ortam için hareket denklemi kullanılarak elde edilmiştir, [8].

Bu çalışmada, yapı üzerinde belirli bir noktadan yapıya girilen titreşim gücünü etkileyen parametrelerin belirlenmesi ve bu parametreler göz önüne alınarak yapıya girilen titreşim gücünün modellenmesi amaçlanmaktadır. Böylece, bir üründen akan aktif titreşim gücünün ölçümüne dayanan bir kalite kontrol sistemi ölçüm düzeneğinin modellenmesi ve kalite kontrol amacına yönelik en uygun ölçüm düzeneğinin tasarım parametrelerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.

Endüstride üretim hattında, kalite kontrol yapılması amacıyla tasarlanmış sistemin ölçüm düzeneğinden beklenen fonksiyon, üzerine yerleştirilecek ürünün statik yükünü kaldırması ve üründen akan titreşim gücünün amaca uygun bir şekilde ölçebilecek bir algılayıcıyı yapısında bulundurmasıdır. Kalite kontrolü yapılacak ürün olarak, çamaşır makinası elektrik motoru göz önüne alınmıştır.

Kalite kontrol sistemi, ürünün statik yükünü alması için tasarlanmış üç hava yastığının üzerine yerleştirilmiş bir T şeklinde levha, levhanın ortasına

yerleştirilmiş bir sönümleyici eleman ve üründen akan mekanik gücü ölçmek için sönümleyici eleman üzerine konumlandırılmış bir titreşim gücü algılayıcısından oluşan, bir ölçüm düzeneği içermektedir. Bu düzeneğin Şekil.1.1’de gösterilmiştir. Mevcut ölçüm düzeneği üzerinde bulunan titreşim gücü algılayıcısı, iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde bir ivme ölçer, ikinci bölümde ise kuvvet ölçer bulunmaktadır. Bu iki algılayıcı faz karakteristikleri uyum gösterecek şekilde bir araya getirilerek titreşim gücü algılayıcısı geliştirilmiştir. Söz konusu iki algılayıcıdan elde edilen kuvvet ve hız sinyalleri frekans ekseninde bir birileri ile çarpılarak, titreşim gücünün frekans açılımı hesaplanmaktadır. Titreşim gücü spektrumu daha sonra kalite kontrol amacıyla kullanılmaktadır.



Şekil.1.1. Titreşim gücünün ölçümünde kullanılmak üzere tasarlanmış ölçüm düzeneği.

Bir yapıya girilen titreşim gücü, analitik yöntemler kullanılarak Bölüm.2’de formüle edilecek, Bölüm.4’de modellenecek ve Bölüm.5’de elde edilen model sınanacak, modelin güvenilirliği sağlandıktan sonra mevcut ölçüm düzeneğine uygulanacaktır. Bu işlem sırasında ölçüm tekniğini etkileyen parametrelerin

belirlenmesi ve elde edilen bilgilerin ışığında ölçüm tekniğine en uygun ölçüm düzeneğinin tasarlanmasına yönelik parametreler elde edilecektir.

Ölçüm düzeneğinin modellenmesinde, adım adım iki yaklaşım kullanılacaktır. Bu yaklaşımlar sırasıyla,

- Modal Analiz Yöntemi,
- Sonlu Elemanlar Yöntemi'dir.

İki temel yaklaşım kullanılarak, yapının farklı bakış açılarıyla değişik frekans bandlarındaki davranışı modellenenecektir. Öncelikle, yapının toplu parametrelili olarak ele alınması sonucu yapıya girilen titreşim gücünün ortalama değeri elde edilecektir. Fakat yapının geometrisi üzerinde titreşim gücünün nasıl bir dağılım gösterdiği belirlenemeyecektir. Bu nedenle, yapı üzerinde tanımlanan nokta sayısına göre yapının nasıl bir davranış gösterdiğinin ve tanımlanan noktalar üzerinde titreşim gücünün nasıl bir frekans açılımı gösterdiğinin belirlenmesi için, Modal Analiz Yöntemi yardımıyla yapının modal bir modeli kurulacaktır. Yapının üzerinde tanımlanabilecek en küçük elemana kadar nasıl bir titreşim dağılımı gösterdiğinin belirlenmesi için de, Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak, yapının yayılı parametrelili bir modeli kurulacaktır. Söz konusu modellerin elde edilebilmesi için, kullanılacak yapısal özellikler Bölüm.3'de yapılan deneysel çalışmalar sonucu elde edilmiştir.

Titreşim gücünü etkileyen; yapısal özellikler, sınır şartları, yapıya uygulanan kuvvetin genliği, frekansı ve faz açısı gibi parametrelerin incelenmesi önem taşımaktadır. Bu nedenle, ölçüm düzeneğini oluşturan elemanların dinamik davranışlarının bilinmesi ve yapısal dinamik özelliklerinin ortaya çıkarılması gerekmektedir. Değişik sınır şartlarında ve yükleme durumlarında, ölçüm düzeneğinin ne tür bir davranış gösterdiği belirlenmelidir.

Titreşim gücünün yapı içerisindeki dağılımının, yapısal özelliklere ve uygulanan kuvvetin genliğine bağlı olarak, frekans ekseninde özellikle düşük frekanslarda (T şeklindeki levhanın katı cisim hareketlerinin meydana geldiği frekanslarda) nasıl değiştiğinin belirlenmesi için, yapı toplu parametrelili olarak modellenmiştir. Yapının dinamik davranışını belirlerken ve titreşim gücünün yapı içerisindeki dağılımının, uygulanan kuvvetin genliğine ve yapısal özelliklere bağlı olarak frekans ekseninde özellikle yüksek frekanslarda (elastik cisim hareketlerinin meydana geldiği frekanslarda) nasıl değiştiğinin belirlenmesi için, Modal Analiz Yöntemi kullanılmıştır. Titreşim gücünün yapı içerisinde, yapısal özelliklerin, sınır şartlarının, kuvvetin genliğinin belirli bir frekansta nasıl bir dağılım gösterdiğinin belirlenmesi için, Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılmıştır. Yapıya uygulanan kuvvetler arasında faz farkı olması durumunda, yapı üzerinde titreşim gücü dağılımının açıklanması süperpozisyon yöntemi ile gerçekleştirilebilir ancak, titreşim gücünü etkileyen bu parametre dışındaki tüm parametreler bu çalışmada göz önüne alınmaktadır.

Yapıya bir noktadan girilen titreşim gücünün o noktanın sahip olduğu mobilite özelliği ile ilgili olduğu tespit edilmiştir. Bir noktaya girilecek aktif titreşim gücü spektrumunun o noktanın sahip olduğu mobilite spektrumunun gerçel kısmı ile, reaktif titreşim gücünün ise mobilite'nin sanal kısmı ile doğru orantılı olduğu görülmüştür. Yapının içinde aktif titreşim gücünün yapının sahip olduğu sönüm dağılımı ile belirlendiği, reaktif titreşim gücünün ise yapının içinde depolanan potansiyel ve harcanan kinetik enerji dağılımı ile belirlendiği tespit edilmiştir. Yapıda doğal frekans bölgesinde maksimum aktif titreşim gücü girişi, minimum reaktif titreşim gücü girişi olduğu gözlenmiştir. Ayrıca reaktif titreşim gücünün doğal frekans bölgesi geçildikten sonra işaret değiştirdiği tespit edilmiştir. Yapıda sönümün daha az olduğu noktalarda daha fazla titreşim genliği olacağı ve

dolayısıyla daha fazla aktif titreşim gücü girilebileceği (doğal frekans bölgesinde) belirlenmiştir.

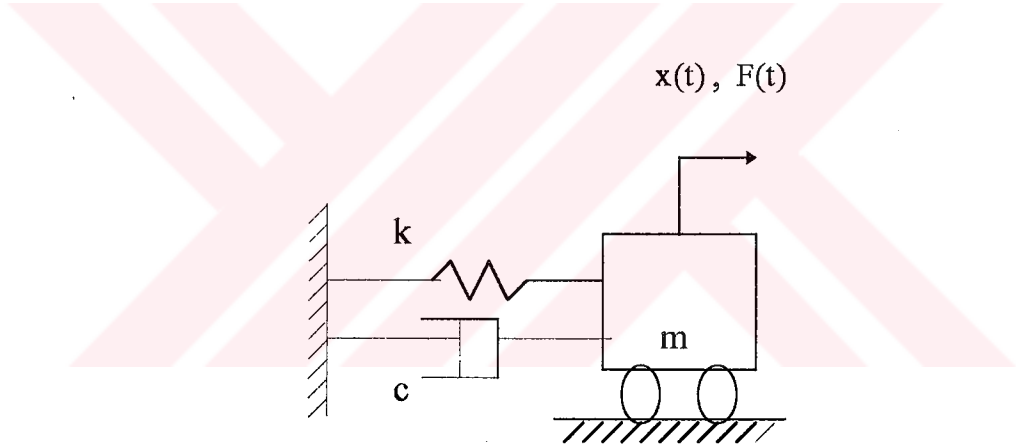
Yukarıda belirtilen iki temel yaklaşım kullanılarak, titreşim gücü ölçüm tekniği hakkında elde edilen bilgiler ışığında, ölçüm tekniğine en uygun ölçüm düzeneğinin tasarlanmasına yönelik parametreler ortaya konmuştur.



BÖLÜM 2. MEKANİK SİSTEMLERDE TİTREŞİM GÜCÜ:

2.1. Mekanik Sistemlerde Titreşim Gücüne Giriş:

Çok serbestlik dereceli sistemlerde titreşim gücünü tanımlamadan önce, tek serbestlik dereceli sistemlerde titreşim gücünün tanımının yapılması, konunun daha iyi anlaşılması bakımından oldukça yararlı olmaktadır. Bu bölümde, aktif ve reaktif titreşim gücünü etkileyen parametreler tek serbestlik dereceli bir sistem üzerinde açıklanacaktır, [2]. Tek serbestlik dereceli bir sistem, Şekil.2.1’de gösterilmektedir.



Şekil.2.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistem.

m kütesine $x(t)$ doğrultusunda $F(t)$ kuvveti uygulanması durumunda, c sönüm katsayısı m kütesinin $\dot{x}(t)$ hızının ters doğrultusunda $-c\dot{x}(t)$ ’lık bir kuvvet üretmektedir. Sertlik katsayısı k ise, m kütesinin $x(t)$ yerdeğiştirmesinin ters doğrultusunda $-kx(t)$ ’lık bir kuvvet üretmektedir. Dış kuvvetler tarafından m kütesine uygulanan $F(t)$ kuvveti de göz önüne alınarak yukarıda bahsedilen kuvvetler toplandığında (2.1) denklemi elde edilmektedir.

$$\ddot{x}(t) + \omega_0 \eta \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (2.1)$$

ω_0 , doğal frekans [rad/s],

η , kayıp faktörü,

$x(t)$, yerdeğiştirme [m],

$\dot{x}(t)$, hız [m/s],

$\ddot{x}(t)$, ivme [m/s^2],

$F(t)$, kuvvet [N],

m , kütle [kg],

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

k , sertlik katsayısı [N/m],

$$\eta = \frac{c}{\omega_0 m} \quad (2.3)$$

c , sönüm katsayısı [Ns/m], gösterilmektedir.

Sönümsüz serbest titreşimler göz önüne alındığında, $F(t) = 0$, $\eta = 0$ ve (2.1) denklemi (2.4) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.4)$$

(2.4) denkleminde gösterilen, ikinci mertebeden homojen diferansiyel denklemin çözümü (2.5) denkleminde verilmektedir.

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t = C \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (2.5)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad (2.6)$$

f_0 , frekans [Hz],

(2.5) denkleminde belirtilen A, B katsayıları yada C genlik ve ϕ faz açısı değerleri, x yerdeğiştirme ve $\dot{x}$ hız değerlerinin belirli bir anda bilinmesiyle tespit edilebilmektedir.

Şekil.2.1’de gösterilen m kütlesinin belirli bir anda sahip olduğu kinetik enerji (2.7) denkleminde verilmektedir.

$$KE = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m C^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi) \quad (2.7)$$

yay elemanında depolanan potansiyel enerji (2.8) denkleminde ifade edilmektedir.

$$PE = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k C^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi) \quad (2.8)$$

(2.7) ve (2.8) denklemlerindeki ifadelerin toplamı (2.9) denkleminde tanımlanan,

$$E = KE + PE = \frac{1}{2} k C^2 \quad (2.9)$$

zamana bağlı olmayan ve titreşim genliğine bağlı olan toplam titreşim enerjisini vermektedir. Sönümsüz ve aynı zamanda yalıtılmış bir sistem göz önüne alındığında

titreşim enerjisi zamanla değişmeyecektir.

Yer değiştirme ve hız $1/f_0$ 'lık bir periyod ile kendini tekrar etmektedir. Bu periyod içinde potansiyel ve kinetik enerjinin ortalaması alınır, (2.10) denklemindeki ifade elde edilir.

$$\langle KE \rangle_{\approx} = \langle PE \rangle_{\approx} = \frac{1}{4} k C^2 = \frac{1}{2} E \quad (2.10)$$

$\langle \dots \rangle_{\approx}$, yaklaşık değeri ifade etmektedir.

(2.10) denkleminin anlamı, kinetik ve potansiyel enerjinin zaman ortalaması birbirine ve toplam titreşim enerjisinin yarısına eşittir.

Sönümlü ve serbest titreşim durumunda, $\eta \neq 0$ olmakta ve (2.1) denklemini (2.11) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$\ddot{x} + \omega_0 \eta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.11)$$

Eğer x çözümünün yaklaşık olarak $e^{\alpha t}$ eşit olduğu kabul edilirse, α değeri (2.12) denklemindeki ifadeye eşit olmaktadır.

$$\alpha = \frac{1}{2} \omega_0 \eta \mp i \omega_d \quad (2.12)$$

ω_d , sönümlü doğal frekans [rad/s]

(2.13) denkleminde sönümlü doğal frekansın tanımı,

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta^2}{4}\right)} \quad (2.13)$$

(2.14) denkleminde ise, $x(t)$ 'in çözümü verilmektedir.

$$x(t) = Ce^{-\frac{1}{2}\omega_0\eta t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (2.14)$$

Sönümlü titreşim durumunda, titreşim ω_d frekansında meydana gelmekte ve titreşim genliği, sönüm enerjisinin toplam titreşim enerjisinden çıkarılmasından dolayı zamanla eksponansiyel olarak azalmaktadır. Kayıp faktörünün $\eta \leq 0.5$ olması durumunda, ω_d sönümlü doğal frekans, ω_0 sönümsüz doğal frekansa çok yakın, aynı zamanda sönümlü titreşim periyodu, sönümsüz titreşim periyodu ile hemen hemen eşit olmaktadır.

Sönümlü titreşim durumunda, potansiyel enerji (2.15) denklemindeki şeklini,

$$PE = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kC^2 e^{-\omega_0\eta t} \sin^2(\omega_d t + \phi) \quad (2.15)$$

kinetik enerji ise (2.16) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$KE = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 = \frac{1}{2} Cm\omega_0^2 e^{-\omega_0\eta t} \left[-\frac{\omega_d}{\omega_0} \cos(\omega_d t + \phi) + \frac{1}{2} \eta \sin(\omega_d t + \phi) \right]^2 \quad (2.16)$$

Titreşim genliğindeki üstsel çarpanının etkisi ihmal edildiğinde (2.17) denklemini elde edilmektedir.

$$\langle PE \rangle_{\approx} = \frac{1}{2} k C^2 e^{-\omega_0 \eta t} = \langle KE \rangle_{\approx} = \frac{1}{2} \langle E \rangle_{\approx} \quad (2.17)$$

Sinüsoidal zorlanmış titreşim durumunda, Şekil.2.1'de gösterilen tek serbestlik dereceli sisteme uygulanan ve frekansı ω olan sinüsoidal bir $F(t)$ kuvveti göz önüne alınmakta ve (2.18) denkleminde tanımlanmaktadır.

$$F(t) = |F| \cos(\omega t + \psi) = \text{Re}\{ |F| e^{-i\omega t - i\psi} \} \quad (2.18)$$

ψ , faz açısını [derece],

$\text{Re}\{.....\}$, karmaşık sayı olan bir ifadenin gerçel kısmını göstermektedir.

Genel kayıplar göz önüne alınmadığında, kuvvet ve hız değerleri karmaşık sayı olarak, (2.19) ve (2.20) denklemlerinde olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$F(t) = F e^{-i\omega t} \quad (2.19)$$

$$\dot{x}(t) = V e^{-\omega t} \quad (2.20)$$

$F(t)$ kuvvet ve hız $\dot{x}$ değerleri (2.1) denkleminde yerine koyulduğunda (2.21) denklemi elde edilmektedir.

$$F = V(-i\omega_0 m) \left\{ (\omega / \omega_0 - \omega_0 / \omega) + i\eta \right\} \equiv VZ \quad (2.21)$$

Z , dinamik sönümü [Ns/m], belirtmektedir.

(2.21) denklemini, (2.22) denkleminde olduğu şekliyle de tanımlamak mümkün olmaktadır.

$$V / F \equiv Y = \left\{ \omega_0 \eta m - i(\omega m - k / \omega) \right\}^{-1} \quad (2.22)$$

burada,

Y, mobilite [m/Ns],

F, kuvvetin genliği [N],

V, hızın genliği [m/s], olarak tanımlanmaktadır.

Kaynak tarafından yapıya girilen ortalama güç (2.23) denkleminde verilmiştir.

$$\Pi = \langle F\dot{x} \rangle_t \quad (2.23)$$

$\langle \dots \rangle_t$, zaman ortalamasını göstermektedir.

(2.23) denklemindeki değişkenler karmaşık sayı olarak tanımlandığından, bu değişkenlerin zaman ortalaması, karmaşık sayı değerlerinin genliğine yaklaşık olarak eşit olmaktadır. (2.23) denklemi, (2.24) denklemi şeklinde de ifade edilebilmektedir.

$$\Pi = \langle F\dot{x} \rangle_t = \frac{1}{2} \{ FV^* \} \quad (2.24)$$

Π , yapıya girilen, zaman ortalaması alınmış güç değerini [W],

*, karmaşık sayı eşleniğini göstermektedir.

(2.22) denklemi, (2.24) denkleminde yerine yazılınca ve ayrıca η kayıp faktörü yerine (2.3) denklemindeki karşılığı, ω_0 doğal frekans yerine (2.2) denklemindeki karşılığı koyulduğunda (2.25) denklemi elde edilmektedir.

$$\Pi = \frac{1}{2} F \left[\frac{c\omega^2 + i\omega(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \right] F \quad (2.25)$$

(2.25) denkleminde belirtilen toplam titreşim gücünün, gerçel kısmı aktif titreşim gücünü, sanal kısmı reaktif titreşim gücünü belirtmekte ve (2.26), (2.27) denklemlerinde gösterilmektedir.

$$^P \Pi = \frac{1}{2} F^2 \omega^2 \frac{c}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \quad (2.26)$$

$$^Q \Pi = \frac{1}{2} F^2 \omega \frac{(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + c^2 \omega^2} \quad (2.27)$$

$^P \Pi$, tek serbestlik dereceli sistemde aktif titreşim gücü [W],

$^Q \Pi$, tek serbestlik dereceli sistemde reaktif titreşim gücü [W], gösterilmektedir.

(2.26) ve (2.27) denklemlerinde elde edilen tek serbestlik dereceli bir sistemde yapıya girilen aktif ve reaktif titreşim gücü değerlerinin, uygulanan kuvvetin genliğine, frekansına ve sistemin yapısal özelliklerine bağlı olarak değiştiği görülmektedir. (2.26) denkleminde F kuvvetinin dışında kalan ifade mobilite'nin gerçel kısmını, (2.27) denkleminde F kuvvetinin dışında kalan ifade ise, mobilite'nin sanal kısmını göstermektedir. Dolayısıyla, aktif titreşim gücü mobilite'nin gerçel kısmı ile, reaktif titreşim gücü mobilite'nin sanal kısmı ile, (2.26) ve (2.27) denklemlerinden görüldüğü üzere, doğru orantılıdır.

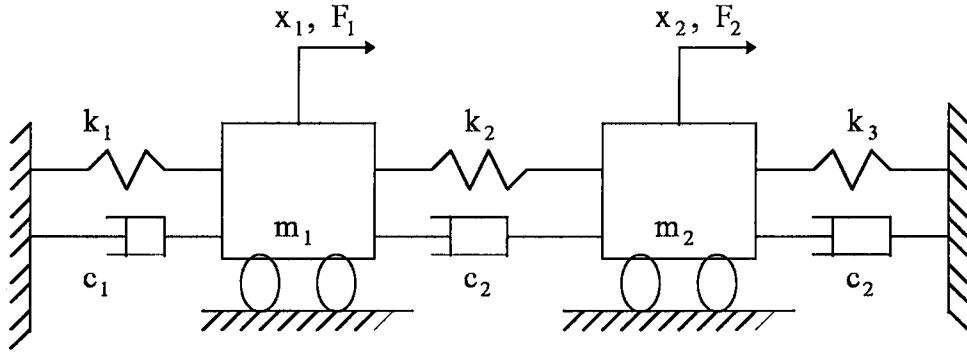
(2.26) denkleminde tanımlanan aktif titreşim gücü, frekansa göre değişmektedir. Tek serbestlik dereceli bir sistemin doğal frekansına kadar, frekans arttıkça aktif titreşim gücü artmaktadır. Doğal frekanstan sonraki bölgede, frekans arttıkça azalmaktadır. Doğal frekans bölgesinde, aktif titreşim gücünün maksimum olmasının nedeni, paydada parantez içindeki ifadenin sifıra eşit olmasıdır. Bu frekans bölgesinde aktif parametre sönüm katsayısı olmaktadır. Sönüm katsayısından daha az olmakla beraber, sertlik katsayısı ve kütle değerine göre, doğal frekans değişeceğinden aktif titreşim gücünün maksimum olduğu frekans değeri değişmektedir. Doğal frekans bölgesinde, aktif titreşim gücünün belirlenmesinde, paydada parantez içindeki ifade sifıra eşit olduğundan sönüm katsayısı etkin bir parametre olmaktadır. Payda da sönüm katsayısının karesi, pay da ise kendisi olduğundan, sönüm katsayısında meydana gelecek azalma aktif titreşim gücünün artmasına neden olacaktır.

(2.27) denkleminde tanımlanan reaktif titreşim gücü, pay ve payda da bulunan parantez içindeki ifadeler frekans değişimine göre değişecektir. Frekans artışıyla reaktif titreşim gücü artacak, daha sonra doğal frekans bölgesine doğru azalmaya başlayacak ve doğal frekans bölgesinde sifıra eşit olacaktır. Doğal frekans bölgesinden sonra, payda da parantez içindeki ifade nedeniyle reaktif titreşim gücü negatif değer alacaktır.

2.2. Toplu Parametrelili Sistemlerde Titreşim Gücünün Dağılımı

Mekanik sistemlerde titreşim analizi yaparken, yapıyı toplu parametrelili olarak ele almak, analizin ileri aşamalarını anlamak, çözümlemek açısından oldukça yararlı olmakta ve ortalama bir sonuç vermektedir. Yapıya girilen toplam

titreşim enerjisinin ortalama değerinin çok serbestlik dereceli sistemlerde hesaplanabilmesi için, öncelikle iki serbestlik dereceli bir sistem göz önüne alınmıştır, [8]. İki serbestlik dereceli bir sistem Şekil.2.2’de gösterilmekte ve hareket denklemleri (2.29) denkleminde ifade edilmektedir.



Şekil.2.2. İki Serbestlik Dereceli Sistem.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 &= F_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + (c_2 + c_3) \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 &= F_2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

m_1, m_2 , kütle değerleri, [kg]

k_1, k_2, k_3 , sertlik katsayıları, [N/m]

c_1, c_2, c_3 , sönüm katsayıları, [Ns/m]

x_1, x_2 , yerdeğiştirme değerleri, [m]

$\dot{x}_1, \dot{x}_2$, hız değerleri, [m/s]

$\ddot{x}_1, \ddot{x}_2$, ivme değerleri, [m/s²]

(2.29) denkleminin matris gösterimindeki karşılığı (2.30) denkleminde gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

İki serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemleri (2.30) denkleminde, çok serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemleri ise (2.31) denkleminde matris formunda gösterilmektedir.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (2.31)$$

$\{F\}$, yapıya uygulanan dış kuvvetleri belirten bir vektör,

$[M]$, yapının kütle matrisi, diagonal bir formda,

$[C]$, yapının sönüm matrisi, simetrik bir formda,

$[K]$, yapının sertlik matrisi, simetrik bir formda,

$\{X\}$, $\{\dot{X}\}$, $\{\ddot{X}\}$, sırasıyla yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri olarak tanımlanmaktadır.

(2.32) denkleminde, yapıda depolanan U_A potansiyel enerji, (2.33) denkleminde, yapıda harcanan T_A kinetik enerji, (2.34) denkleminde, yapıda Π_A sönümlenen güç, (2.35) denkleminde yapıya girilen S_A toplam titreşim gücü gösterilmektedir.

$$U_A = \frac{1}{2} \{X\}^T [K] \{X\} \quad (2.32)$$

$$T_A = \frac{1}{2} \{\dot{X}\}^T [M] \{\dot{X}\} \quad (2.33)$$

$$\Pi_A = \{\dot{X}\}^T [C] \{\dot{X}\} \quad (2.34)$$

$$S_A = \{F\}^T \{\dot{X}\} \quad (2.35)$$

U_A , yapıda depolanan potansiyel enerji [Ws],

T_A , yapıda harcanan kinetik enerji [Ws],

Π_A , yapıda sönümlenen güç [W],

S_A , yapıya girilen toplam titreşim gücünü [W],

$_A$, alt indisi yaklaşık değeri,

T , üst indisi matrisin transpozese anlamına gelmektedir.

(2.31) denkleminde basit harmonik hareket kabulü yapılırsa, (2.36) denklemi elde edilir. Altı çizili olan ifadeler karmaşık sayıları ve zaman ortalaması alınmış değerleri ifade etmektedir.

$$(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]) \{\underline{X}\} = \{\underline{F}\} \quad (2.36)$$

ω , frekans'ı [rad/s] göstermektedir.

(2.36) denkleminin sol parantez içindeki ifadenin tersi dinamik elastisite matrisi olarak tanımlanmakta ve (2.2.9) denkleminde gösterilmektedir.

$$[e] = ([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C])^{-1} \quad (2.37)$$

$[e]$, dinamik elastisite matrisini göstermektedir.

(2.37) denklemi, (2.36) denkleminde yerine koyulursa (2.38) denklemi elde edilir.

$$\{\underline{X}\} = [\underline{e}]\{\underline{F}\} \quad (2.38)$$

(2.38) denkleminde tanımlanan liner sistem göz önüne alınarak, yapıya bir doğrultuda uygulanan kuvvetler tarafından yapıya girilen titreşim gücünü karmaşık sayı olarak (2.39) denkleminde ifade edilmektedir.

$$\underline{S}_A = \frac{1}{2} \{\underline{F}\}^{*T} \{\dot{\underline{X}}\} = P_A + iQ_A \quad (2.39)$$

Yapıya bir doğrultuda girilen,

$\underline{S}_A$, toplam titreşim gücünü, [W],

P_A , aktif titreşim gücünü, [W],

Q_A , reaktif titreşim gücünü, [W],

*, üst indisi matrisin karmaşık eşleniğini, göstermektedir.

(2.39) denklemindeki $\{\underline{F}\}$ değerinin yerine (2.38) denklemindeki değeri yazılarak (2.40) denklemi elde edilmektedir.

$$\underline{S}_A = \frac{1}{2} \{\underline{X}\}^{*T} ([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C])^{*T} \{\dot{\underline{X}}\} \quad (2.40)$$

(2.40) denkleminde gerekli dönüşümler ve işlemler yapıldıktan sonra, $\underline{S}_A$ değeri (2.41) denklemindeki halini almaktadır.

$$\underline{S}_A = i\omega \left(\frac{1}{2} \{\underline{X}\}^{*T} [K] \{\underline{X}\} - \frac{1}{2} \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [M] \{\dot{\underline{X}}\} \right) + \frac{1}{2} \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [C] \{\dot{\underline{X}}\} \quad (2.41)$$

$\underline{S}_A$ değeri, quadratik formdaki elemanları karmaşık sayılar olan matrislerin çarpımı sonucu ortaya çıktığından karmaşık bir değerdir. Bu değer gerçel ve sanal kısımları sırasıyla (2.39) denkleminin sağ tarafında tanımlanan aktif titreşim gücünü P_A ve reaktif titreşim gücünü Q_A vermekte ve (2.42), (2.43) denklemlerinde gösterilmektedir. P_A , Q_A değerleri, reel birer sayıdır.

$$P_A = \frac{1}{2} \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [C] \{\dot{\underline{X}}\} \quad (2.42)$$

$$Q_A = \frac{\omega}{2} (\{\underline{X}\}^{*T} [K] \{\underline{X}\} - \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [M] \{\dot{\underline{X}}\}) \quad (2.43)$$

(2.43) denkleminde, $\{\dot{\underline{X}}\}$ vektörü yerine (2.38) denkleminde tanımlanan $\{\underline{X}\}$ vektörünün harmonik kabule göre türevi alınarak yerleştirildiğinde (2.44) denklemini elde edilmektedir.

$$P_A = \frac{\omega^2}{2} \{\underline{F}\}^{*T} [L_P] \{\underline{F}\} \quad (2.44)$$

(2.44) denkleminde tanımlanan $[L_P]$ matrisi (2.45) denkleminde açıkça ifade edilmektedir.

$$[L_P] = [\underline{e}]^{*T} [C] [\underline{e}] \quad (2.45)$$

$[L_P]$, elemanları gerçel sayılar olan simetrik bir matristir.

(2.43) denkleminde, $\{\dot{\underline{X}}\}, \{\underline{X}\}$ vektörlerinin yerine (2.38) denklemindeki karşılıkları yazılınca (2.46) denklemini elde edilmektedir.

$\underline{S}_A$ değeri, quadratik formdaki elemanları karmaşık sayılar olan matrislerin çarpımı sonucu ortaya çıktığından karmaşık bir değerdir. Bu değer gerçel ve sanal kısımları sırasıyla (2.39) denkleminin sağ tarafında tanımlanan aktif titreşim gücünü P_A ve reaktif titreşim gücünü Q_A vermekte ve (2.42), (2.43) denklemlerinde gösterilmektedir. P_A , Q_A değerleri, reel birer sayıdırlar.

$$P_A = \frac{1}{2} \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [C] \{\dot{\underline{X}}\} \quad (2.42)$$

$$Q_A = \frac{\omega}{2} (\{\underline{X}\}^{*T} [K] \{\underline{X}\} - \{\dot{\underline{X}}\}^{*T} [M] \{\dot{\underline{X}}\}) \quad (2.43)$$

(2.43) denkleminde, $\{\dot{\underline{X}}\}$ vektörü yerine (2.38) denkleminde tanımlanan $\{\underline{X}\}$ vektörünün harmonik kabule göre türevi alınarak yerleştirildiğinde (2.44) denklemi elde edilmektedir.

$$P_A = \frac{\omega^2}{2} \{\underline{F}\}^{*T} [L_P] \{\underline{F}\} \quad (2.44)$$

(2.44) denkleminde tanımlanan $[L_P]$ matrisi (2.45) denkleminde açıkça ifade edilmektedir.

$$[L_P] = [\underline{e}]^{*T} [C] [\underline{e}] \quad (2.45)$$

$[L_P]$, elemanları gerçel sayılar olan simetrik bir matristir.

(2.43) denkleminde, $\{\dot{\underline{X}}\}$, $\{\underline{X}\}$ vektörlerinin yerine (2.38) denklemindeki karşılıkları yazılınca (2.46) denklemi elde edilmektedir.

$$Q_A = \frac{\omega}{2} \{F\}^{*T} [L_Q] \{F\} \quad (2.46)$$

(2.46) denkleminde tanımlanan L_Q matrisi (2.47) denkleminde açıkça ifade edilmektedir.

$$[L_Q] = [e]^{*T} ([K] - \omega^2 [M]) [e] \quad (2.47)$$

$[L_Q]$, elemanları gerçel sayılar olan simetrik bir matristir.

(2.45) ve (2.47) denklemlerinde tanımlanan $[e]$ dinamik elastisite matrisi bir dizi matrisin toplanması ve tersinin alınması sonucu elde edilmiştir. Matris tersi işlemi yapmak yerine diklik ilkesi (ortogonalite prensibi) kullanılarak, $[L_P]$, $[L_Q]$ matrisleri elde edilebilir. Diklik ilkesi, Bölüm.2.5’de Modal Analiz Yönteminin içinde ele alınacaktır. Bölüm.2.1’de tek serbestlik dereceli sistemlerde titreşim gücü ile ilgili yapılan çıkarsamalar, bu bölüm içinde geçerli olmaktadır. Yapı üzerinde hangi noktalara kuvvet uygulanacağı ve bu kuvvetlerin arasındaki faz farkı önem kazanmaktadır. Kuvvetin uygulanacağı noktadan yapıya girilecek aktif ve reaktif titreşim gücü değerleri değişecektir.

2.3. Yayılı Parametrelili Sistemlerde Titreşim Gücü Dağılımı, Sürekli Ortamda Modeli

Katı cisimlerin hareketi, oldukça bilinen bir diferansiyel denklem olan gücün sürekliliği denklemiyle tanımlanmıştır. Bu denklem aynı zamanda, yapıya değişik yükleme durumlarında giren güç, depolanan güç ve harcanan güç arasındaki dengeyi de ifade etmektedir. Bu bölümde, iç yapısal sönüme sahip bir katı cisim

için güç sürekliliği denklemi göz önüne alınacaktır [4], [8]. Güç sürekliliği denkleminde, bir vektör alanı olarak tanımlanan yapı içerisindeki güç akışının tanımı elde edilecektir. (Bu formüllerin elde edilmesinde tensör gösterimi ve Einstein kısaltması kullanılacaktır.) Bölüm.2.4’de kurulacak sonlu elemanlar modelinde kullanılmak üzere, sürekli ortamdaki güç akışı formülasyonundan yararlanılacaktır. Ayrıca aktif ve reaktif titreşim gücü ile, potansiyel, kinetik ve sönüm gücü arasındaki bağıntı belirlenecektir.

Herhangi bir şekile sahip bir katı cisim hareketini tanımlamak için, sürekli model kullanılacaktır. Hareket denklemi elde edilirken, birim uzamanın tanımı ve malzemeye göre birim uzama ile gerilme arasındaki ilişki tanımlanmalıdır. Kullanılacak malzemenin iç sönümünü verebilmek için, Kelvin tip lineer viskoelastik malzeme göz önüne alınmıştır.

Öncelikle, Newton’un kuvvet denkliği denklemi, birim hacimdeki bir yapı için, (2.48) denkleminde ele alınmaktadır.

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ji,j} + F_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.48)$$

ρ , malzemenin yoğunluğunu $[\text{kg/m}^3]$,

$\ddot{u}_i$, ivme tensörünü $[\text{m/s}^2]$,

σ_{ij} , gerilme tensörünü $[\text{N/m}^2]$,

F_i , kuvvet tensörünü $[\text{N/m}^3]$,

$_{,j}$, gösterimi j doğrultusundaki kısmi türevi göstermektedir.

(2.48) denkleminin her iki tarafı $\dot{u}_i$ hız tensörü ile çarpılarak, (2.49) denklemi elde edilmektedir.

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ji,j} \dot{u}_i + F_i \dot{u}_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.49)$$

$\dot{u}_i$, hız tensörünü [m/s] göstermektedir.

Yapı içerisindeki gerilme dağılımı tanımlanırken, açısal momentumun denkliği kabul edilerek (2.50) denkleminde olduğu şekliyle simetrik gerilme tensörü ifade edilmektedir. Bu kabul yardımıyla, gerilme tensöründe diagonal olmayan elemanların, çaprazında kalan elemanlarla eşit olduğu kabul edilmiştir.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.50)$$

Gerilme tensörü ile ivme tensörü arasında (2.51) denkleminde tanımlanan bağıntı bulunmaktadır.

$$\sigma_{ij} \dot{u}_{j,i} = \sigma_{ji} \dot{u}_{i,j} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.51)$$

(2.51) denklemindeki gerilme tensörü ile ilgili bağıntı ve (2.50) denklemindeki gerilme ve hız tensörü arasındaki bağıntı kullanılarak, hız tensörü ile ilgili bağıntı (2.52) denkleminde olduğu gibi elde edilmiştir.

$$\dot{u}_{j,i} = \dot{u}_{i,j} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.52)$$

(2.49) denklemindeki gerilme tensöründe, i indisi yerine j, j indisi yerine i koyulduğunda denklemin doğruluğu korunmakta ve (2.53) denklemi elde edilmektedir.

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,i} \dot{u}_j + F_i \dot{u}_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.53)$$

$$\sigma_{ij,i} \dot{u}_j = (\sigma_{ij} \dot{u}_j)_{,i} - \sigma_{ij} \dot{u}_{j,i} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.54)$$

(2.54) denklemini, (2.53) denkleminde yerine koyulduğunda (2.55) denklemi elde edilmektedir.

$$\rho \ddot{u}_i \dot{u}_i + \sigma_{ij} \dot{u}_{j,i} = (\sigma_{ij} \dot{u}_j)_{,i} + F_i \dot{u}_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.55)$$

Yapının içinde şekil değişiminin lineer olduğu kabul edilerek ve (2.52) denklemi göz önüne alınarak (2.56) denklemi elde edilmektedir.

$$u_{j,i} = u_{i,j} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.56)$$

$u_{j,i}$, j doğrultusundaki yerdeğiştirme tensörünün i doğrultusundaki türevini göstermektedir.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.57)$$

ε_{ij} , birim şekil değiştirme tensörünü göstermektedir.

(2.56) denklemi, (2.57) denkleminde tanımlanan birim şekil değişimi ifadesinde yerine koyulduğunda (2.58) denklemi elde edilmektedir.

$$\varepsilon_{ij} = u_{i,j} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.58)$$

(2.58) denklemi, (2.55) denkleminde yerine koyulduğunda, (2.59) denklemi elde edilmektedir.

$$\rho \ddot{u}_i \dot{u}_i + \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = (\sigma_{ij} \dot{u}_j)_{,i} + F_i \dot{u}_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.59)$$

$\dot{\epsilon}_{ij}$, birim şekil değiştirme tensörünün zamana göre türevini göstermektedir.

Yapının viskoelastik malzemeden oluştuğu kabul edilirse, gerilme ifadesi (2.60) denkleminde olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \epsilon_{kl} + C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (k=1,2,3, l=1,2,3) \quad (2.60)$$

E_{ijkl} , elastisite tensörünü $[N/m^2]$,

C_{ijkl} , sönüm tensörünü $[Ns/m]$ göstermektedir.

(2.60) denklemindeki gerilme ifadesi, (2.59) denkleminde yerine koyulduğunda (2.61) denklemi elde edilmektedir.

$$\rho \ddot{u}_i \dot{u}_i + \dot{\epsilon}_{ij} E_{ijkl} \epsilon_{kl} + \dot{\epsilon}_{ij} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} = (\sigma_{ij} \dot{u}_j)_{,i} + F_i \dot{u}_i \quad (2.61)$$

(2.61) denkleminde, bir noktadaki enerji sürekliliği ya da sonsuz küçük bir hacimdeki güç dengesi belirtilmektedir. (2.61) denklemi, (2.62) denkleminde olduğu şekliyle de ifade edilebilmektedir.

$$\dot{T} + \dot{U} + \Pi = S - q_{i,i} \quad (2.62)$$

$\dot{T}$, birim hacimde depolanan kinetik enerjinin zamana göre türevini göstermekte $[W/m^3]$,

$\dot{U}$, birim hacimde depolanan potansiyel enerjinin zamana göre türevini göstermekte $[W/m^3]$,

Π , birim hacimde sönümlenen gücü göstermekte $[W/m^3]$,

S , birim hacimde yapıya dış kuvvetler tarafından girilen titreşim gücü göstermekte $[W/m^3]$,

$q_{i,i}$, sınırlar boyunca birim hacimden akan titreşim gücü $[W/m^3]$, göstermektedir.

(2.62) denklemini, (2.63) denkleminde verilen enerjinin sürekliliği denklemiyle de ifade etmek mümkündür.

$$\dot{W} + \Pi = S - q_{i,i} \quad (2.63)$$

$\dot{W}$, birim hacimde kinetik ve potansiyel olarak depolanan gücün toplamını $[W/m^3]$ göstermektedir.

Birim hacimde depolanan kinetik enerji ve potansiyel enerji ifadesi, (2.64) ve (2.65) denklemlerinde açıkça ifade edilmektedir.

$$T = \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i \quad (2.64)$$

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.65)$$

Birim hacimde sönümlenen güç, (2.66) denkleminde ve dış kuvvetler tarafından birim hacimden yapıya girilen titreşim gücü, (2.67) denkleminde açıkça ifade edilmektedir.

$$\Pi = \dot{\varepsilon}_{ij} C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (2.66)$$

$$S = F_i \dot{u}_i \quad (2.67)$$

Belirli bir anda, belirli bir noktadan ve birim alandan geçen gücün doğrultusunu ve büyüklüğünü veren ifade (2.68) denkleminde tanımlanmaktadır.

$$q_i = -\sigma_{ij} \dot{u}_j \quad (2.68)$$

q_i , birim alandan geçen titreşim gücünü $[W/m^2]$, göstermektedir.

(2.68) denkleminde verilen titreşim gücü ifadesinin, özel bir durumu olan harmonik titreşim analizi için, belirli bir frekansta alacağı formül göz önüne alınmaktadır. Altı çizili olarak belirtilen ifadeler zamana ortalaması alınmış karmaşık sayı değerleridir. Bu değerlerin zamana göre türevleri harmonik kabul göz önüne alınarak yapılmaktadır. (2.68) denkleminde kullanılan, zamana bağlı olarak değişen gerilim ve hız ifadelerinin zaman ortalaması alındığında, (2.69) denklemi elde edilmektedir. Altı çizili ifadeler zaman ortalaması alınmış karmaşık sayıları ve üstü çizili ifadeler de zaman ortalaması alınmış reel değerleri göstermektedir.

$$\underline{r}_i = -\frac{1}{2} \underline{\sigma}_{ij}^* \underline{\dot{u}}_j = {}^P r_i + i {}^Q r_i \quad (2.69)$$

*, üst indisi ile tensörün karmaşık eşleniği,

$\underline{r}_i$, i doğrultusunda bir noktada, birim alandan geçen güç $[W/m^2]$,

${}^P r_i$, i doğrultusunda bir noktada, birim alandan geçen aktif titreşim gücü $[W/m^2]$,

${}^Q r_i$, i doğrultusunda bir noktada, birim alandan geçen reaktif titreşim $[W/m^2]$,

gösterilmektedir.

(2.67) denkleminde tanımlanan, dış kuvvetler tarafından yapıya girilen güç ifadesinde belirtilen kuvvet ve hız tensörlerinin karmaşık değerler içeren birer tensör olduğu göz önüne alınarak zaman ortalaması alındığında, yapıya dış kuvvetler tarafından uygulanan titreşim gücü ifadesi (2.70) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{F}_i^* \underline{\dot{u}}_i = P + iQ \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.70)$$

$\underline{S}$, dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda ve birim hacimden yapıya girilen titreşim gücü $[W/m^3]$,

P , dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda yapıya birim hacimden girilen aktif titreşim gücü $[W/m^3]$,

Q , dış kuvvetler tarafından belirli bir doğrultuda yapıya birim hacimden girilen reaktif titreşim gücü $[W/m^3]$, olarak gösterilmektedir.

(2.66) denkleminde tanımlanan, yapının içinde sönümlenen güç ifadesinde belirtilen birim şekil değiştirme hızı tensörlerinin karmaşık değerler içeren birer tensör olduğu göz önüne alınarak zaman ortalaması alındığında, yapının içinde sönümlenen güç ifadesi (2.71) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$\Pi = \frac{1}{2} \dot{\underline{\epsilon}}_{ij}^* C_{ijkl} \dot{\underline{\epsilon}}_{kl} \quad (2.71)$$

Π , birim hacimde sönümlenen güç $[W/m^3]$, göstermektedir.

(2.64) denkleminde tanımlanan, kinetik enerji ifadesinde tanımlanan hız tensörünün karmaşık değerler içeren bir tensör olduğu göz önüne alınarak zaman

ortalaması alındığında, yapının içinde depolanan kinetik enerji (2.72) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$T = \frac{1}{4} \rho \dot{\underline{u}}_i^* \dot{\underline{u}}_i \quad (2.72)$$

T , birim hacimde depolanan kinetik enerjiyi $[\text{Ws/m}^3]$, göstermektedir.

(2.65) denkleminde tanımlanan, potansiyel enerji ifadesinde tanımlanan birim şekil değişimi tensörlerinin karmaşık değerler içeren birer tensör olduğu göz önüne alınarak zaman ortalaması alındığında, yapının içinde depolanan potansiyel enerji (2.73) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$U = \frac{1}{4} \underline{\varepsilon}_{ij}^* E_{ijkl} \underline{\varepsilon}_{kl} \quad (2.73)$$

U , birim hacimde depolanan potansiyel enerjiyi $[\text{Ws/m}^3]$, göstermektedir.

(2.62) denkleminde tanımlanan süreklilik denkleminin oluşturulmasında kullanılan ifadelerin karmaşık düzlemdeki karşılıklarının yine (2.62) denkleminde yerine yerleştirilmesi sonucu (2.74) denklemi elde edilmektedir.

$$\frac{1}{2} \rho \ddot{\underline{u}}_i^* \dot{\underline{u}}_i + \frac{1}{2} \underline{\varepsilon}_{ij}^* E_{ijkl} \dot{\underline{\varepsilon}}_{kl} + \frac{1}{2} \dot{\underline{\varepsilon}}_{ij}^* C_{ijkl} \dot{\underline{\varepsilon}}_{kl} = \underline{S} - \underline{r}_{i,i} \quad (2.74)$$

(2.74) denkleminde gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra, süreklilik denklemini gerçel ve sanal kısımlarına ayrılarak aktif ve reaktif güç değerleri sırasıyla (2.75) ve (2.76) denklemlerinde gösterildiği gibi elde edilmektedir.

$$P_{r,i} = P - \bar{\Pi} \quad (2.75)$$

$$Q_{r,i} = Q - 2\omega(\bar{U} - \bar{T}) \quad (2.76)$$

$\bar{\Pi}$, birim hacimde sönümlenen gücün zaman ortalamasını $[W/m^3]$,

$\bar{U}$, birim hacimde depolanan potansiyel enerjinin zaman ortalamasını $[Ws/m^3]$,

$\bar{T}$, birim hacimde harcanan kinetik enerjinin zaman ortalamasını $[Ws/m^3]$,

$P_{r,i}$, i doğrultusunda birim alandan geçen aktif titreşim gücü $[W/m^2]$,

$Q_{r,i}$, i doğrultusunda birim alandan geçen reaktif titreşim gücü $[W/m^2]$,

ω , frekansı $[rad/s]$,

$_{,i}$, i doğrultusundaki türevi göstermektedir.

$P_{r,i}$, $Q_{r,i}$ birim alandan geçen aktif ve reaktif güç değerleri (2.75) ve (2.76) denkleminde görüldüğü üzere yapısal özelliklere, sınır şartlarına, tahrik kuvvetinin frekans, genlik ve faz açısına bağlı olarak değişmektedir.

(2.69) denkleminden elde edilen, bir doğrultuda birim alandan geçen ve bir noktada zaman ortalaması alınmış güç ifadesi karmaşık bir sayıyı belirtmektedir. Bu değer, yapının sahip olduğu gerilim ve hız tensörünün çarpılması sonucu elde edilmektedir. Karmaşık sayı olarak elde edilen titreşim gücünün gerçel kısmı aktif titreşim gücünü, sanal kısmı ise reaktif titreşim gücünü ifade etmektedir.

(2.75) denkleminde elde edilen, birim hacimdeki yapının aktif güç denkliği ifadesinden görüldüğü üzere; birim hacimden geçen aktif titreşim gücü, dış kuvvetler tarafından yapıya girilen aktif titreşim gücüne ve yapının sahip olduğu sönüm dağılımına bağlı olarak değişmektedir. Yapıdaki sönüm arttıkça, birim hacimden geçen aktif titreşim gücü azalmaktadır.

(2.76) denkleminde elde edilen, birim hacimdeki yapının reaktif güç denkliği ifadesinden görüldüğü üzere; birim hacimden geçen reaktif titreşim gücü, dış kuvvetler tarafından yapıya girilen reaktif titreşim gücü ile yapının birim hacimdeki kinetik, potansiyel enerji değişimine bağlı olarak değişmektedir. Teorik olarak, doğal frekans bölgesinde potansiyel enerji , kinetik enerjiye eşit olacağından parantez içindeki ifade sıfıra eşit olacaktır.

2.4. Sürekli Ortamda Titreşim Gücü Dağılımının Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Modellenmesi

Bölüm.2.3’de (2.69) denkleminde elde edilen birim alandan geçen titreşim gücü ifadesi, tansör gösteriminden çıkılarak matris gösterimine geçilecek ve bir yapının birim alanda sahip olduğu titreşim gücünün Sonlu Elemanlar modeli oluşturulacaktır, [8]. Yapı içerisinde, belirli bir frekansta kuvvet uygulanması durumunda, titreşim gücünün nasıl bir dağılım göstereceğinin belirlenebilmesi için, yapı içerisindeki gerilme ve hız dağılımının belirlenmesi gerekmektedir. Hız dağılımı, harmonik kabul yapılarak yerdeğiştirme dağılımından elde edilmekte ve (2.77) denkleminde gösterilmektedir.

$$\underline{v}_j = i\omega \underline{x}_j \quad (j = 1,2,3) \quad (2.77)$$

ω , frekans [rad/s],

$\underline{v}_j$, elemanları karmaşık sayı olan hız vektörü [m/s] ,

$\underline{x}_j$, elemanları karmaşık sayı olan yer değiştirme vektörü [m], gösterilmektedir.

Yapı içerisindeki gerilme ve hız dağılımları, Bölüm (2.3)'de elde edilen (2.69) denkleminde yerine yerleştirilerek titreşim gücünün dağılımı (2.78) denkleminde olduğu gibi elde edilmektedir.

$$\underline{r}_i = -\frac{1}{2} \underline{\sigma}_{ij}^* \underline{v}_j = {}^P r_i + i {}^Q r_i \quad (i=1,2,3, j=1,2,3) \quad (2.78)$$

$\underline{\sigma}_{ij}$, elemanları karmaşık sayı olan gerilme matrisi $[N/m^2]$,

$\underline{r}_i$, i doğrultusunda birim alandan geçen titreşim gücü $[W/m^2]$,

${}^P r_i$, i doğrultusunda birim alandan geçen aktif titreşim gücü $[W/m^2]$,

${}^Q r_i$, i doğrultusunda birim alandan geçen reaktif titreşim gücü $[W/m^2]$,

$*$, karmaşık sayı elemanlara sahip matrisin karmaşık eşleniğini göstermektedir.

$\underline{\sigma}_{ij}^*$ gerilme matrisinin karmaşık eşleniği ve bir elemanın gerçel, sanal kısımları (2.79) ve (2.80) denklemlerinde açık şekilde gösterilmektedir

$$\underline{\sigma}_{ij}^* = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^r - i \sigma_{11}^i & \sigma_{12}^r - i \sigma_{12}^i & \sigma_{13}^r - i \sigma_{13}^i \\ \sigma_{21}^r - i \sigma_{21}^i & \sigma_{22}^r - i \sigma_{22}^i & \sigma_{23}^r - i \sigma_{23}^i \\ \sigma_{31}^r - i \sigma_{31}^i & \sigma_{32}^r - i \sigma_{32}^i & \sigma_{33}^r - i \sigma_{33}^i \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\underline{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^r + i \sigma_{ij}^i \quad (2.80)$$

σ_{ij}^r , gerilme matrisinin gerçel kısmını $[N/m^2]$,

σ_{ij}^i , gerilme matrisinin sanal kısmını $[N/m^2]$, göstermektedir.

$\underline{v}_j$ hız matrisi ve bir elemanın gerçel, sanal kısımları (2.81) ve (2.82) denklemlerinde açık şekilde gösterilmektedir.

$$\underline{v}_j = \begin{bmatrix} v_1^r + iv_1^i \\ v_2^r + iv_2^i \\ v_3^r + iv_3^i \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

$$\underline{v}_j = v_j^r + iv_j^i \quad (2.82)$$

v_j^r , hız matrisinin gerçel kısmını [m/s],

v_j^i , hız matrisinin sanal kısmını [m/s], göstermektedir.

Yapıyı oluşturan elemanların isotropik olduğu kabul edilirse, (2.79) denkleminde tanımlanan gerilme matrisi, simetrik bir matris haline gelmekte ve (2.83) denkleminde gösterilmektedir.

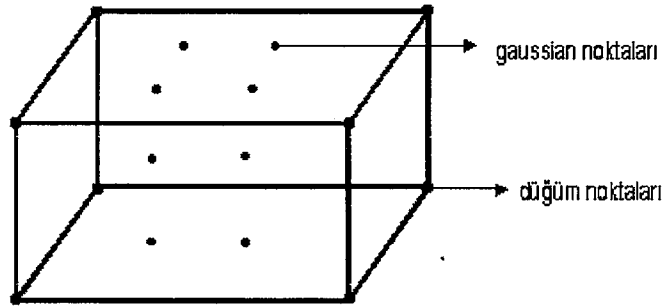
$$\underline{\sigma}_{ij}^* = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^r - i\sigma_{11}^i & \sigma_{12}^r - i\sigma_{12}^i & \sigma_{13}^r - i\sigma_{13}^i \\ \sigma_{12}^r - i\sigma_{12}^i & \sigma_{22}^r - i\sigma_{22}^i & \sigma_{23}^r - i\sigma_{23}^i \\ \sigma_{13}^r - i\sigma_{13}^i & \sigma_{23}^r - i\sigma_{23}^i & \sigma_{33}^r - i\sigma_{33}^i \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

(2.83) ve (2.81) denklemleri, (2.78) denkleminde yerine yazılarak, yapının üzerinde birim alandan geçen aktif , reaktif titreşim gücü elde edilmekte ve (2.84), (2.85) denklemlerinde açıkça gösterilmektedir.

$$\begin{aligned} P_{r_1} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{11}^r v_1^r + \sigma_{11}^i v_1^i + \sigma_{12}^r v_2^r + \sigma_{12}^i v_2^i + \sigma_{13}^r v_3^r + \sigma_{13}^i v_3^i) \\ P_{r_2} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{12}^r v_1^r + \sigma_{12}^i v_1^i + \sigma_{22}^r v_2^r + \sigma_{22}^i v_2^i + \sigma_{23}^r v_3^r + \sigma_{23}^i v_3^i) \\ P_{r_3} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{13}^r v_1^r + \sigma_{13}^i v_1^i + \sigma_{23}^r v_2^r + \sigma_{23}^i v_2^i + \sigma_{33}^r v_3^r + \sigma_{33}^i v_3^i) \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned}
Q_{r_1} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{11}^r v_1^i - \sigma_{11}^i v_1^r + \sigma_{12}^r v_2^i - \sigma_{12}^i v_2^r + \sigma_{13}^r v_3^i - \sigma_{13}^i v_3^r) \\
Q_{r_2} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{12}^r v_1^i - \sigma_{12}^i v_1^r + \sigma_{22}^r v_2^i - \sigma_{22}^i v_2^r + \sigma_{23}^r v_3^i - \sigma_{23}^i v_3^r) \quad (2.85) \\
Q_{r_3} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{13}^r v_1^i - \sigma_{13}^i v_1^r + \sigma_{23}^r v_2^i - \sigma_{23}^i v_2^r + \sigma_{33}^r v_3^i - \sigma_{33}^i v_3^r)
\end{aligned}$$

(2.84) ve (2.85) denklemlerinde tanımlanan formülasyonun Sonlu Elemanlar Yöntemini temel alan bir yazılıma uygulanması durumunda, yazılımdan yer değiştirme ve gerilme değerleri elde edilebilmektedir. Yer değiştirme değerleri yapıyı oluşturan elemanların düğüm noktalarında, gerilme değerleri ise Gaussian noktalarında elde edilmektedir. Hız değerlerinin elde edilebilmesi için, harmonik kabul (2.77) göz önüne alınarak yer değiştirme değerleri kullanılmaktadır. Hız ve gerilme değerlerinin, yapıyı oluşturan elemanın aynı noktasına getirilerek çarpılması gerektiğinden, düğüm noktalarında elde edilebilen hız değerlerinin enterpolasyonla Gaussian noktalarına getirilmesi gerekmektedir. Gerilme değerlerinin Gaussian noktalarından düğüm noktalarına enterpolasyonu yerine, sonucun hassaslığı bakımından, hız değerlerinin düğüm noktalarından Gaussian noktalarına enterpolasyonu daha doğru olmaktadır.



Şekil 2.3. Sekiz düğüm noktalı bir elemanın Gaussian ve düğüm noktaları.

Ölçüm düzeneğinin geometrisi bakımından daha iyi bir sonuç elde edilebilmesi ve ayrıca üç doğrultuda serbestlik derecesine ve bu doğrultularda

gerilim değerlerine sahip olduğu için, sekiz düğüm noktalı sürekli ortam (continuum) elemanı kullanılarak, ölçüm düzeneğinin sonlu elemanlar modeli kurulmuştur. Sekiz düğüm noktalı bir eleman üzerinde, Gaussian ve düğüm noktaları Şekil 2.3’de gösterilmektedir. Gaussian noktalarında elde edilen hız ve gerilme değerleri (2.84) ve (2.85) denklemleri kullanılarak, birim alandan geçen aktif ve reaktif titreşim gücünün yapı içerisindeki dağılımı MARC paket programı kullanılarak tespit edilmektedir.

2.5. Titreşim Gücü Dağılımının Modal Analiz Yöntemi İle Modellenmesi

Sonlu Elemanlar Yönteminde yapının modellenmesi için, çok sayıda eleman kullanılmakta ve sayısal işlemler sonucunda yapının özellikleri belirlenmektedir. Modal Analiz yaklaşımında ise, yapı üzerinde tanımlanmış belirli sayıda noktadan deneysel çalışmalar yapılarak, yapının özellikleri belirlenmekte ve titreşim gücü modeli kurulabilmektedir. Ayrıca modal yaklaşım göz önüne alınarak, titreşim gücünün elde edilmesinde kullanılan dinamik elastisite matrisinin (Bölüm.2.2’de tanımlanan) tersi alınması işlemi daha kolay bir şekilde ve yapı üzerinde tanımlanan belirli noktalarda yapının sahip olduğu titreşim gücü değerinin frekansa göre nasıl değiştiği tespit edilmektedir. Modal Analiz yaklaşımında dinamik elastisite matrisinin tersinin daha kolay alınmasının nedeni diklik ilkesi’nin (ortogonalite prensibi) kullanılmasıdır. Diklik ilkesi, hareket denklemini oluşturan $[M]$, $[K]$, $[C]$ sırasıyla kütle, sertlik ve sönüm matrisleri diagonal bir forma getirilmektedir, [9]. Böylece, Bölüm.2.2’de tanımlanan $[e]$ dinamik elastisite matrisini oluşturan matrislerin diagonal olmasından dolayı, $[e]$ matrisinin tersini alma işlemi daha kolay yapılabilir. Böylece yapının belirli bir doğrultuda sahip olduğu modal modeli elde edilebilmektedir.

$$[U]^T [M] [U] = \text{diag}[m_i] \quad (2.86)$$

$$[U]^T [K] [U] = \text{diag}[k_i] \quad (2.87)$$

$$[U]^T [C] [U] = \text{diag}[c_i] \quad (2.88)$$

m_i , i. moddaki modal kütleyi, [kg]

k_i , i. moddaki modal sertliği, [N/m]

c_i , i. moddaki modal sönümü, [Ns/m]

[U], öz vektörleri içeren sönümlü modal matrisi ifade etmektedir.

(2.86), (2.87) ve (2.88) denklemlerinde belirtilen, diagonal formdaki kütle m_i , sertlik k_i , sönüm c_i ve yapının sahip olduğu sönümü de göz önüne alınarak elde edilen modal [U] matris deneysel Modal Analiz çalışması sonucu elde edilmektedir. Söz konusu bu matrisler Bölüm (2.2)'de tanımlanan (2.31) hareket denkleminde yerine yazılınca, (2.89) denklemi elde edilmektedir.

$$[\alpha(\omega)] = [U] \left[\frac{1}{k_i - m_i \omega^2 + i \omega c_i} \right] [U]^T \quad (2.89)$$

ω , frekansı [rad/s], göstermektedir.

(2.89) denkleminde tanımlanan $[\alpha(\omega)]$ matrisi, yapının bir doğrultuda sahip olduğu modal modeli ifade etmektedir. (2.89) denkleminde belirtilen modal model, yapısal özelliklere ve frekansa bağlı olarak değişmektedir. Modal model, karmaşık sayı olan elemanlardan oluşmuştur. Bu matrisin öz değerleri ise (2.90) denkleminde ifade edilmektedir.

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{k_i - m_i \omega^2 + i \omega c_i} \quad (2.90)$$

(2.90) denklemindeki kompleks ifade, gerçel ve sanal olmak üzere iki kısma ayrılabilmekte ve (2.91) denkleminde gösterilmektedir.

$$\alpha(\omega) = \alpha(\omega)_{\text{re}} + i \alpha(\omega)_{\text{im}} \quad (2.91)$$

(2.90) denklemindeki ifade, genlik ve faz olarak göz önüne alınmakta ve sırasıyla (2.92) ve (2.93) denklemlerinde gösterilmektedir.

$$|\alpha(\omega)| = \sqrt{\alpha(\omega)_{\text{re}}^2 + \alpha(\omega)_{\text{im}}^2} \quad (2.92)$$

$$\langle \alpha(\omega) \rangle = a \tan \left(\frac{\alpha(\omega)_{\text{im}}}{\alpha(\omega)_{\text{re}}} \right) \quad (2.93)$$

Bölüm.2.2’de tanımlanan $[\underline{e}]$ dinamik elastisite matrisinin (2.45) ve (2.47) denklemindeki yerine (2.89) denklemindeki değeri yazılarak, $[\underline{e}]$ matrisinin tersi alınmadan, $[L_P]$, $[L_Q]$ matrisleri (2.94) ve (2.95) denklemlerinde olduğu gibi elde edilmektedir. Bu matrisler,

$$[L_P] = [U][\lambda_i^P][U]^T \quad (2.94)$$

$$[L_Q] = [U][\lambda_i^Q][U]^T \quad (2.95)$$

λ_i^P , i. moddaki $[L_P]$ matrisinin özdeğeri,

λ_i^Q , i. moddaki $[L_Q]$ matrisinin özdeğerini göstermektedir.

λ_i^P, λ_i^Q , değerleri (2.96) ve (2.97) denklemlerinde açıkça ifade edilmektedir.

$$\lambda_i^P = \frac{c_i}{(k_i - \omega^2 m_i)^2 + \omega^2 c_i^2} \quad (2.96)$$

$$\lambda_i^Q = \frac{k_i - \omega^2 m_i}{(k_i - \omega^2 m_i)^2 + \omega^2 c_i^2} \quad (2.97)$$

(2.94) ve (2.95) denklemlerinde elde edilen $[L_P]$, $[L_Q]$ matrisleri (2.44) ve (2.46) denklemlerinde yerine yazılarak aktif titreşim gücü P_A , reaktif titreşim gücü Q_A elde edilmektedir. Böylece ilgilenilen frekans aralığında deneysel çalışmalar sonucu elde edilen veriler kullanılarak, bir noktadan yapıya kuvvet uygulanması durumunda girilecek aktif ve reaktif titreşim gücü hesaplanabilmektedir.

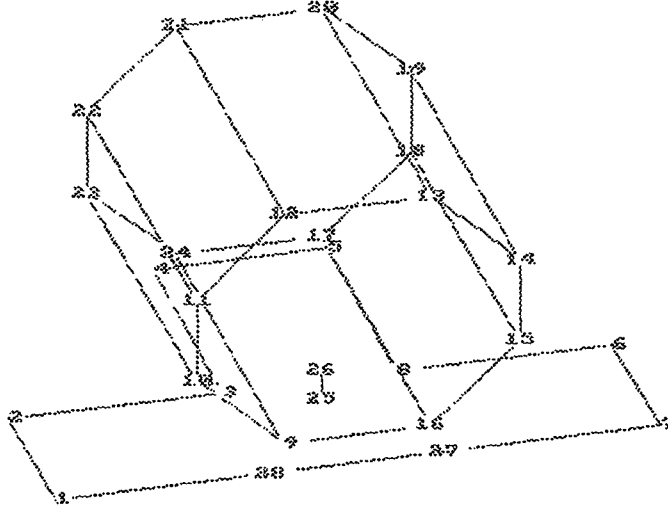
λ_i^P mobilite matris'inin i.moddaki özdeğerinin gerçel kısmını ifade etmekte ve (2.94) denkleminde görüldüğü üzere $[L_P]$ matrisiyle doğru orantılıdır, dolayısıyla aktif titreşim gücü ile doğru orantılıdır. λ_i^Q mobilite matris'inin i. moddaki özdeğerinin sanal kısmını ifade etmekte ve (2.95) denkleminde görüldüğü üzere $[L_Q]$ matrisiyle doğru orantılıdır, dolayısıyla reaktif titreşim gücü ile doğru orantılıdır.

BÖLÜM 3. ÖLÇÜM DÜZENEGİNİN DİNAMİK DAVRANIŞININ BELİRLENMESİ:

Bölüm.2’de anlatılan formülasyonlar kullanarak ölçüm düzeneğinin, farklı amaçlarla üç farklı modeli Bölüm.5’de oluşturulmuştur. Bu bölümde ise, modellerin oluşturulmasında kullanılan parametreler deneysel olarak elde edilmiştir. Ayrıca, deneysel parametreler elde edilmeden önce, yapının çalışma şartlarında nasıl bir davranış gösterdiğinin belirlenebilmesi için, yapının üzerinde İşletme Koşullarında Titreşimlerin Canlandırılması çalışması yapılacaktır.

Ölçüm düzeneğinde motorun yerleştirilmesi için bulunan T-şeklindeki levhanın titreşim biçimleri, doğal frekansları ve tüm ölçüm düzeneğinin modal yapısal özellikleri Modal Analiz çalışmasıyla elde edilecektir. Böylece, T-şeklindeki levhaya diğer ölçüm düzeneği elemanlarının eklenmesi ile, titreşim biçimlerinin nasıl değiştiği tesbit edilmiştir. Ayrıca, tüm ölçüm düzeneğinin elde edilen modal özellikleri (modal matris, modal sönüm, modal sertlik ve modal kütle) , Bölüm.5’de oluşturulacak ölçüm düzeneğinin modal modelinin kurulmasında da kullanılmıştır. Modal Analiz çalışması sonucu elde edilen T-şeklindeki levhanın titreşim biçimleri ile karşılaştırılmak üzere, Sonlu Elemanlar Yöntemini temel alan bir yazılım kullanılarak T-şeklindeki levhanın titreşim biçimleri belirlenmiştir. Ayrıca, T-şeklindeki levhanın Sonlu Elemanlar ortamında elde edilen geometrisi, Bölüm.5’de ölçüm düzeneğinin Sonlu Elemanlar modelinin kurulmasında da kullanılacaktır. Ölçüm düzeneğinin Sonlu Elemanlar modelinin kurulmasında, T-şeklindeki levhanın içinde sönümlenecek titreşim gücünü göz önüne almak için, levhanın kayıp faktörünün belirlenmesi gerekmektedir. Bu nedenle, deneysel iki çalışma yapılacaktır.

işleyebilecek bir yazılım) girilmektedir [11]. Yazılım içinde, elde edilen verilerin hangi frekans aralığında gösterimi yapılacağı belirtilmelidir.

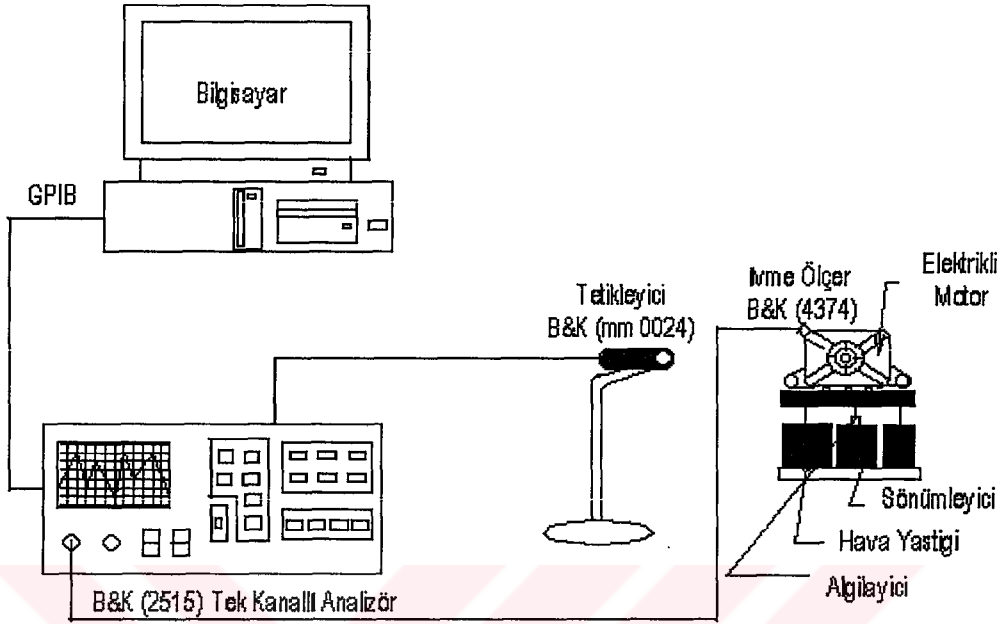


Şekil.3.1. Ölçüm Düzeneginin Yazılım Ortamındaki Geometrisi.

Yukarıda kısaca bahsedilen ölçüm tekniği kullanılarak, ölçüm düzeneginin üzerine elektrik motoru yerleştirilip, çalışması durumunda yapının sahip olacağı davranışın belirlenmesi mümkün olacaktır. Öncelikle, verilerin anlamlı hale getirilmesi için kullanılacak olan yazılım içinde, motor ve ölçüm düzeneginin geometrisi 28 noktada tanımlanmış Şekil.3.1’de gösterilmiştir. Ölçüm yapılırken, tek kanallı bir analizör kullanılmıştır. Bu nedenle, referans ivmeölçer yerine, tetiklemeyi sağlamak amacıyla, fotoselli bir tetikleyici yerleştirilmiştir. Ölçüm sırasında kullanılan ölçüm düzenegi Şekil.3.2’de gösterilmektedir.

Bu çalışma sonucunda, kalite kontrol sisteminde kullanılan ölçüm düzenegine elektrik motoru yerleştirilip çalıştırılması durumunda, yapının nasıl bir davranış gösterdiği görüntülenmiştir. Ölçüm düzenegi üzerinde motorun çalışması durumunda, ölçüm düzeneginin ölçüm yapılan tek doğrultu dışındaki diğer iki doğrultuda da oldukça kayda değer hareketler de bulunduğu gözükmiştir. Elektrik

motorundan gelen titreşim gücü, ölçüm yapılan doğrultunun dışında da harcandığı görülmüştür.

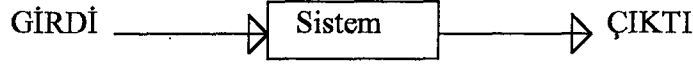


Şekil.3.2. İşletme Koşullarında Titreşimlerin Canlandırılması Çalışmasında Kullanılan Ölçüm Düzenegi.

3.2. Ölçüm Düzeneginin Mod Şekillerinin Deneysel Modal Analiz ile Belirlenmesi:

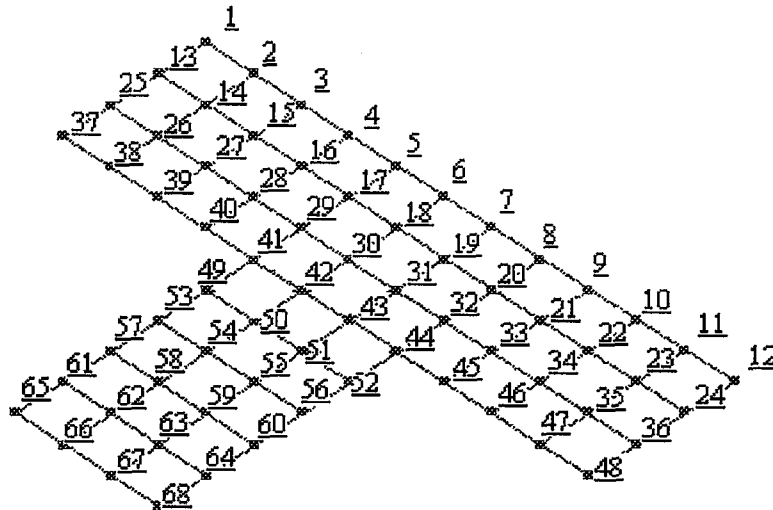
Ölçüm düzenegindeki T şeklindeki levhanın dinamik davranışını belirlemek için, ilgilenilen frekans aralığında sahip olduğu titreşim biçimlerinin Modal Analiz çalışması yapılarak elde edilmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca, tüm ölçüm düzenegi üzerinde Modal Analiz çalışması yapılarak, T şeklindeki levhaya ölçüm düzeneginin diğer elemanlarının eklenmesi ile elde edilen etkinin gözlenmesi ve ölçüm düzeneginin modal modelinin kurulmasında kullanılacak deneysel parametrelerin elde edilmesi hedeflenmektedir [9]. Yapının lineer olup olmadığını anlamak için, ölçüm algılayıcılarının kalibrasyonun ardından basit bir test uygulanmıştır. Belirli bir frekansta sinüs sinyal yapıya uygulanmakta, aynı sinyal gelişi iki katına çıkarılarak tekrar uygulanmakta ve yapıya giren sinyal ile yapıdan alınan sinyalin

oranı olan FRF (Frekans Cevap Fonksiyonu) spektrumunda, sinyalin uygulandığı frekansta bir değişiklik görülmemektedir. Test'in uygulandığı yapı T şeklindeki levha olduğundan, bu levhanın liner bir davranışa sahip olduğu kabul edilmiştir.



Şekil.3.3. Sistemin Linerliği.

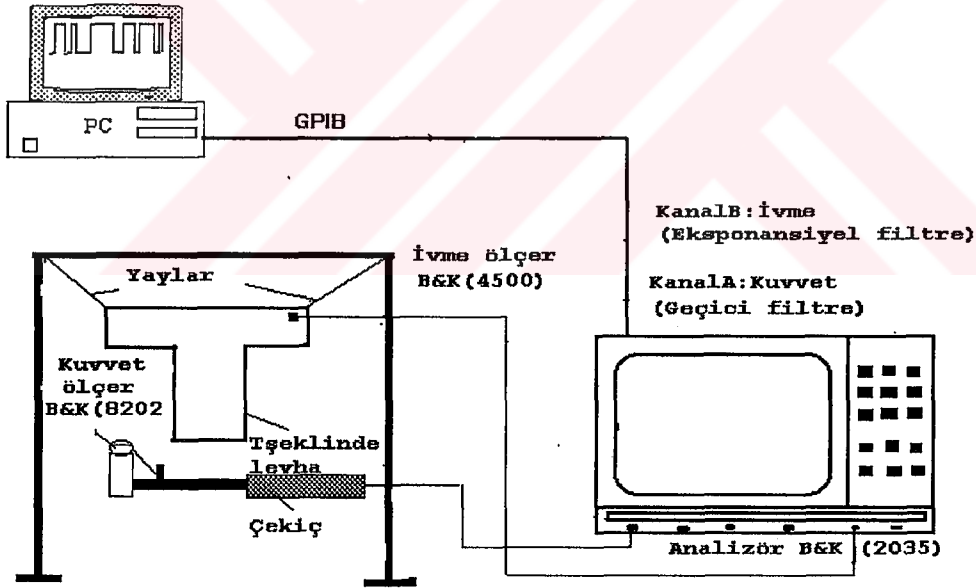
T şeklindeki levha üzerinde uygulanabilecek en iyi tahrik biçimini belirlemek için, bazı ön ölçümler yapılmıştır. İlk olarak, serbest-serbest (free-free) sınır şartlarında T şeklindeki levha B&K (4809) sarsıcı ile tahrik edilmiştir. Bu durumda elde edilen FRF ölçümünün sarsıcı (shaker) tarafından etkilendiği fark edilmiştir. Bu nedenle, tahrik şekli değiştirilerek, B&K (8202) çekiç (impact hammer) ile tahrik edilmiştir. Bu durumda elde edilen FRF spektrumunun kabul edilebilecek kadar iyi olmasından dolayı, çekiç ile yapıya geçici (transient) sinyal verilerek yapı tahrik edilmiştir.



Şekil.3.4. T Şeklindeki Levhanın Ayırık Olarak Yazılım Ortamında Oluşturulmuş Modeli.

Modal Analiz çalışmasında, ölçüm sonucu elde edilen verilerin, uygun bir modal analiz yazılım ortamında işlenmesi gerekmektedir [12]. Bunun için, T şeklindeki levha üzerinde tanımlanmış 68 nokta ile yapının geometrisi, CADA-PC modal analiz yazılım ortamında hazırlanmış ve ölçüm düzeneği Şekil.3.4’de gösterilmiştir.

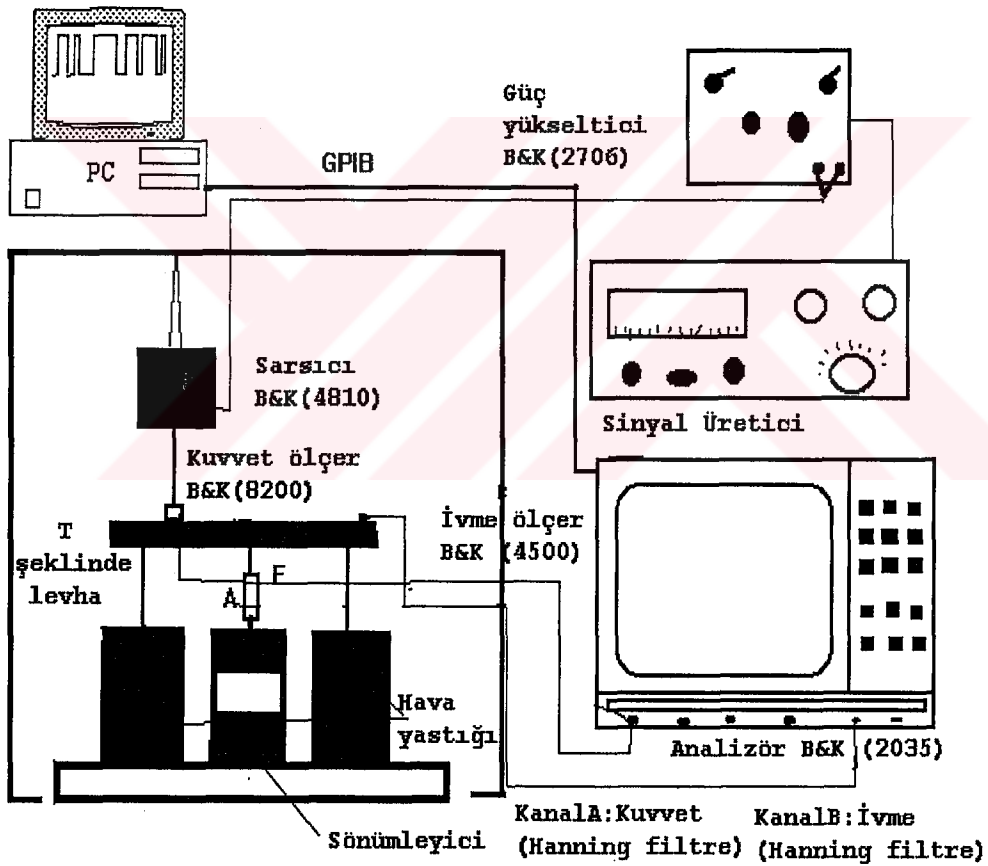
Şekil.3.5.’de gösterilen ölçüm düzeneği kullanılarak, yapı bir noktadan 0-10kHz frekans aralığında tahrik edilerek ve bu tahrik karşısında yapının verdiği cevap 68 noktadan alınarak, modal analiz yazılım ortamına girilmiştir. Ölçüm düzeneğinde, titreşim gücü akışı ölçümünün tek doğrultuda yapılmasından dolayı, Modal Analiz çalışmasında da ölçümler tek doğrultudan alınmıştır.



Şekil.3.5. T-şeklindeki Levhanın Modal Analiz’inde Kullanılan Ölçüm Düzeneği.

Modal analiz yazılım ortamında, eğri uydurma işlemi, Karmaşık Üstsel En Küçük Kareler (“Complex Exponential Least Squares”) yöntemi uygulanarak yapılmaktadır. Bu işlem sonucunda elde edilen parametreler, modal model’i oluşturan, yapının doğal frekansları, titreşim modları ve ilgili sönüm faktörleridir.

Şekil.3.6'daki ölçüm düzeneği kullanılarak, titreşim gücü ölçüm düzeneğinin tamamının üzerinde Modal Analiz çalışması tekrarlanmıştır. Bu ölçüm düzeneğinde, yapıyı tahrik etmek için, B&K (4810) sarsıcı kullanılmıştır. Çekiç yerine sarsıcı kullanılmasının nedeni, sarsıcı ile yapının daha geniş bir frekans aralığında tahrik edilebiliyor olmasıdır. Yapıya ilgilendiğimiz frekans aralığı olan, 0-10kHz arasında raslantısal ('random') sinyal uygulanmıştır. Modal Analiz çalışması, tüm ölçüm düzeneği üzerinde farklı iki tahrik noktası (37 ve 65 noktaları) kullanılarak yapılmış ve farklı iki ölçüm grubu elde edilmiştir.



Şekil.3.6. Titreşim Gücü Ölçüm Düzeneğinin Modal Analiz'inde Kullanılan Ölçüm Düzeneği.

Bu iki modal analiz çalışması sonucunda, elde edilen 0-10 kHz frekans aralığındaki T şeklindeki levhanın, tüm ölçüm düzeneğinin doğal frekansları ve tüm ölçüm düzeneğinin tespit edilen titreşim modlarda sahip olduğu modal sertlik, modal kütle ve modal sönüm değerleri Tablo 3.1’de verilmektedir [13].

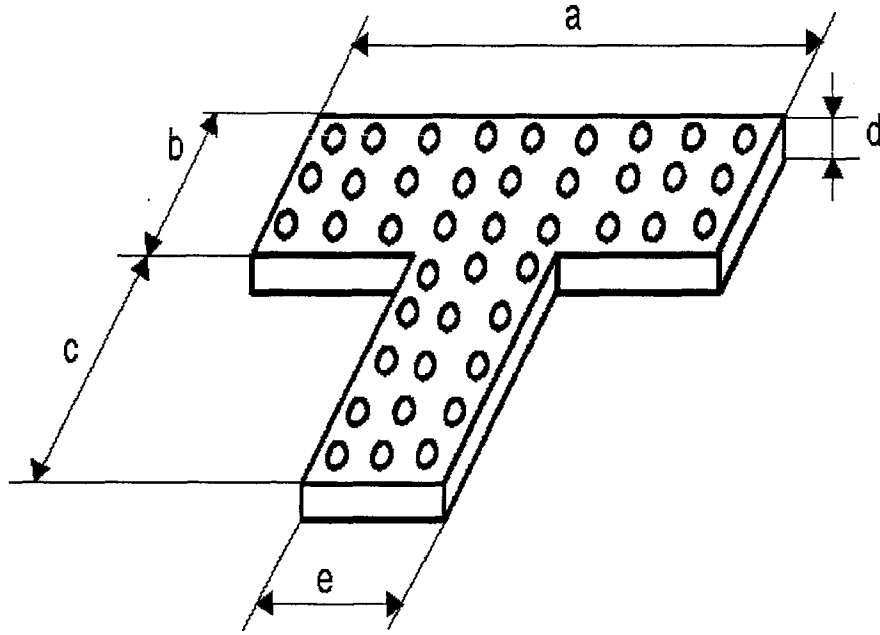
Tablo 3.1. T Şeklindeki Levhanın ve Tüm Ölçüm Düzeneğinin Doğal Frekansları ve Modal Yapısal Özellikleri.

Mod	Levha(Hz)	Ölçüm düzeneği(Hz)	Kütle(kg)	Sertlik(N/m)	Sönüm(Ns/m)
1	1252	1263	7.40E-02	3.70E+06	43.94
2	1507	1470	4.22E-02	2.65E+06	17.05
3	1687	2026	4.08E-02	3.02E+06	7.51
4	2352	2756	6.46E-02	1.05E+07	13.88
5	3438	3086	1.85E-01	3.91E+07	40.85
6	3514	5696	2.28E-01	5.33E+07	67.71
7	5993	5929	3.75E-02	1.13E+07	11.38
8	6038	6133	2.14E-02	8.05E+06	4.88
9	6598	7471	1.07E-01	1.37E+08	70.99
10	8252	8963	8.25E-02	1.14E+08	48.87

3.3. Ölçüm Düzeneğinde Kullanılan Levhanın Mod Şekillerinin Sonlu

Elemanlar Analizi İle Belirlenmesi:

Bu çalışmada, Modal Analiz çalışması sonucu elde edilen T şeklindeki levhanın mod şekillerinin, Sonlu Elemanlar Yöntemini temel alan bir yazılım ile de elde edilmesi ve oluşturulan geometrinin kurulacak Sonlu Elemanlar modelinde kullanılması amaçlanmaktadır [14]. Ölçüm düzeneğinde elektrik motorunun konumlandırılabilmesi için tasarlanan, T şeklindeki levha göz önüne alınmakta ve Şekil.3.7’de gösterilmiştir.



Şekil.3.7. Ölçüm Düzeneginde Kullanılan Levhanın Şematik Gösterimi.

Levhanın geometrik özellikleri;

$$a = 220\text{mm}, b = 65\text{mm}, c = 100\text{mm}, d = 15\text{mm}, e = 65\text{mm}.$$

Levhanın malzeme özellikleri;

$$E = 70.10^9 \text{ Pa},$$

$$\rho = 2711 \text{ kg/m}^3,$$

$$\nu = 0.334.$$

Alüminyum malzemeden yapılmış olan T şeklindeki levhanın yukarıda verilen özellikleri, Sonlu Elemanlar Yöntemini temel alan analiz programına girilerek, ilgilenilen frekans aralığı olan 0 - 10kHz arasında, serbest-serbest sınır şartlarında sahip olduğu doğal frekanslar, mod şekilleri tespit edilmiştir. Yapının doğal frekansları Tablo 3.2’de ve ilk dört titreşim biçimi sırasıyla Şekil A1, A2, A3, A4’de Ek.A’da gösterilmektedir [13]. T şeklindeki levhanın oluşturulmasında, yapının sahip olduğu geometriden dolayı ve daha sonra kurulacak yayılı parametrelili modelde geometrinin kullanılabilmesi için, üç doğrusal serbestlik derecesine ve üç

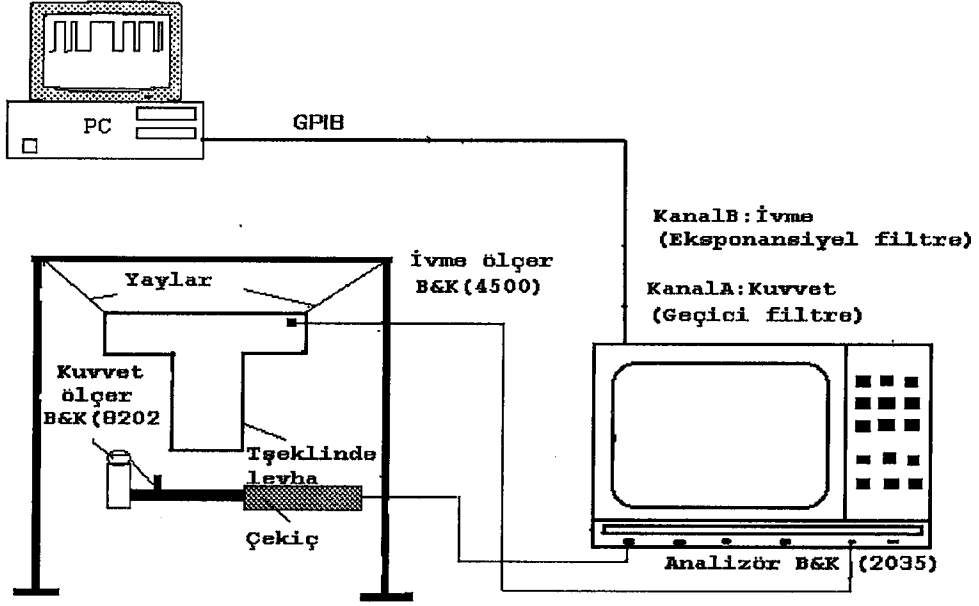
doğrultuda gerilime sahip olan, sekiz düğüm noktalı ('continum') eleman kullanılmıştır.

Tablo 3.2. T Şeklindeki Levhanın Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Elde Edilen Doğal Frekansları.

Mod	Levha (Hz)
1	1277
2	1616
3	1721
4	2469
5	3579
6	3592
7	6038
8	6263
9	6669
10	9436

3.4. Ölçüm Düzenegindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Belirlenmesi:

Ölçüm düzeneginin, Sonlu Elemanlar Yöntemini kullanarak titreşim gücünün yapıdaki akışının belirlenmesi için oluşturulacak modelde, ölçüm düzeneginin elemanlarından biri olan T şeklindeki levhanın yapısal özelliklerinin kullanılması gerekmektedir. Ölçüm düzeneginde kullanılan levhanın kayıp faktörünü belirleyebilmek için, levha tek serbestlik dereceli bir sistem olarak ele alınmakta ve birinci doğal frekansı civarında sahip olduğu kayıp faktörünün tüm frekans bantlarında geçerli olduğu kabul edilerek, yaklaşık bir değer tespit edilmektedir [15]. Levha'nın kayıp faktörünün deneysel olarak tespit edilmesinde iki farklı yaklaşım göz önüne alınmakta ve ölçüm düzenegi Şekil 3.8.'de gösterilmektedir.



Şekil 3.8. T-Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan Ölçüm Düzenegi.

3.4.1. Rezonans Frekansını Göz Önüne Alan Yöntem:

Tek serbestlik dereceli bir sistem göz önüne alınmakta ve zaman ekseninde hareket denklemi (3.1)'de gösterilmektedir.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (3.1)$$

m , kütle [kg],

k , sertlik katsayısı [N/m],

c , sönüm katsayısı [Ns/m],

x , yerdeğiştirme [m],

$\dot{x}$, hız [m/s],

$\ddot{x}$, ivme [m/s^2],

f , kuvvet [N], göstermektedir.

Frekans eksenine geçilip, harmonik kabul yapıldığında (3.1) denklemindeki hareket denklemi, (3.2) denklemindeki şeklini almaktadır.

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{(k - m\omega^2) + jc\omega} \quad (3.2)$$

$H(\omega)$, frekans cevap fonksiyonunu [m/N], belirtmektedir.

Doğal frekansta yapının tahrik edilmesi durumunda, (3.2) denkleminin paydasında parantez içindeki ifade sıfıra eşit olmakta ve $H(\omega)$ değeri yapının sahip olduğu sönüme göre oluşmaktadır. Yapının sönümsüz doğal frekansını, (3.3) denkleminde olduğu gibi tanımlamak mümkündür

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.3)$$

ω_0 , sönümsüz doğal frekansı [rad/s],

f_0 , sönümsüz doğal frekansı [Hz], göstermektedir.

Yapının kayıp faktörü, (3.4) denkleminde olduğu gibi, 3 dB bant genişliğinin Δf , doğal frekansa f_0 oranı olarak tanımlanmaktadır.

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (3.4)$$

η , kayıp faktörünü belirtmektedir.

(3.4) denklemindeki formülasyon göz önüne alınarak, ölçüm düzeneğinde kullanılan levhanın birinci doğal frekansında sahip olduğu kayıp faktörü, Şekil 3.8’de gösterilen ölçüm düzeneği yardımıyla elde edilmektedir. Ölçüm sırasında, ivme, kuvvet sinyalleri elde edilmekte ve (3.2) denkleminde görüldüğü üzere frekans cevap fonksiyonu hesaplanmaktadır. Ölçüm sonucu elde edilen frekans cevap fonksiyonu spektrumu Şekil.3.9’de gösterilmektedir. Spektrumdan görüldüğü üzere, yapının birinci doğal frekansı $f_0 = 1270$ Hz’dir. 3 dB band genişliğinin $\Delta f = 3.25$ olduğu göz önüne alındığında, levhanın birinci doğal frekans civarında sahip olduğu kayıp faktörü $\eta = 0.0026$ olarak hesaplanmaktadır.

3.4.2. Rezonans Frekansını Göz Önüne Almayan Yöntem:

Yapıya sinüsoidal bir gerilme uygulandığında, bu etkinin sonucunda yapı θ ‘lık bir faz farkı ile sinüsoidal birim şekil değişimi gösterecektir. Söz konusu, gerilme ve birim uzama karmaşık değerlerdir ve (3.5), (3.6) denklemlerinde tanımlanmaktadır.

$$\sigma = \hat{\sigma} e^{j\omega t} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon = \hat{\varepsilon} e^{j\omega t} \quad (3.6)$$

ε , birim şekil değiştirmenin dinamik değerleri,

$\hat{\varepsilon}$, birim şekil değiştirmenin değerinin genliği,

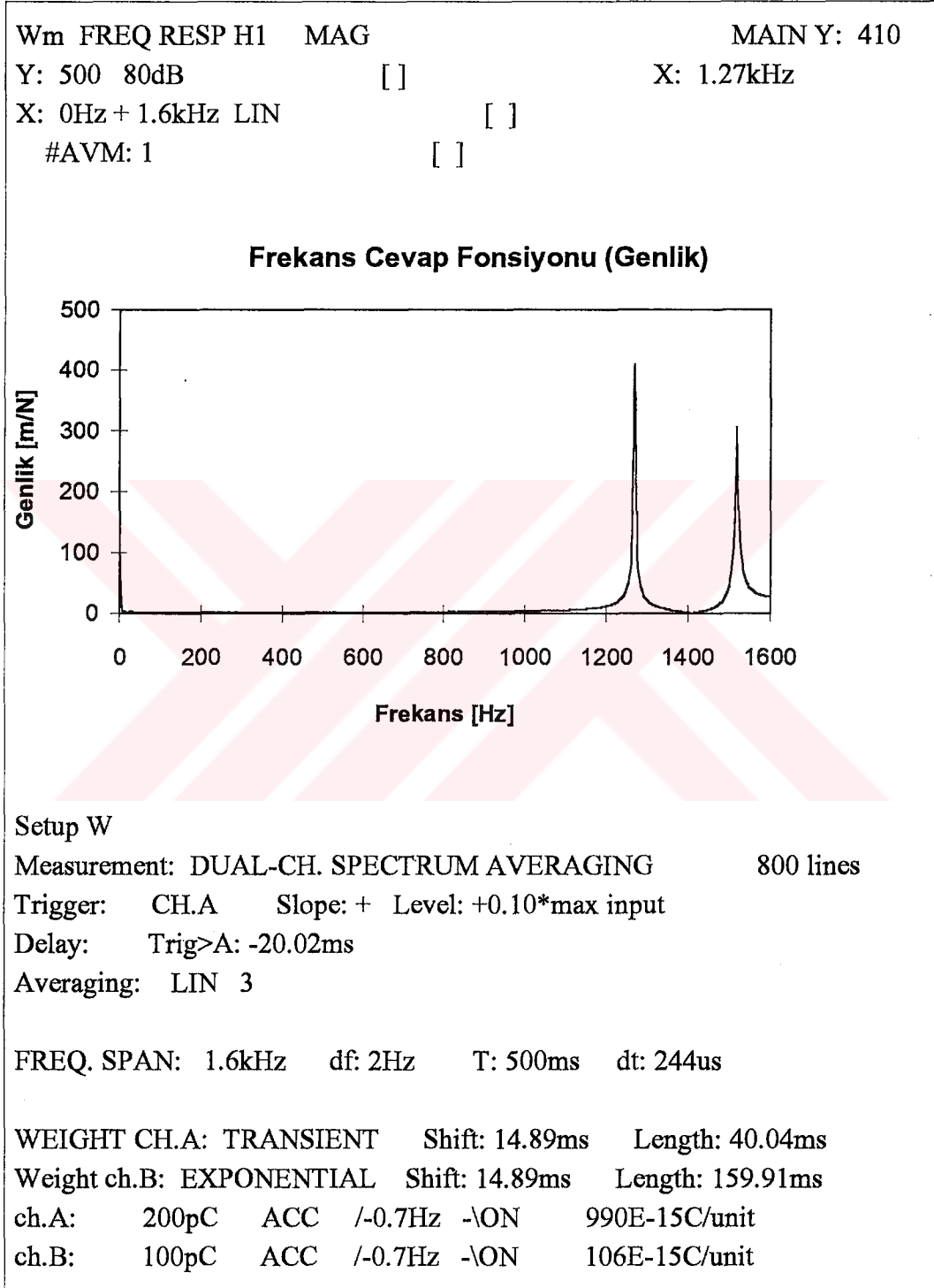
σ , gerilmenin dinamik değeri [N/m^2],

$\hat{\sigma}$, gerilme değerinin genliği [N/m^2],

ω , frekans [rad/s],

t , zaman [s],

j , karmaşık sayı ifadelerin sanal kısmını göstermektedir.



Şekil 3.9. T- Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan

Frekans Cevap Fonksiyonunun Frekansa Göre Değişimi.

Elastisite modülünün E^* karmaşık sayı ifadesi (3.7) denkleminde verilmektedir.

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} e^{j\theta} \quad (3.7)$$

E^* , elastisite modülünün karmaşık sayı değerini $[N/m^2]$,
 θ , faz açısını [derece], göstermektedir.

Karmaşık bir sayı olarak ifade edilen elastisite modülünün gerçel kısmı elastisite modülü, sanal kısmı ise, kayıp modülü olarak ifade edilmekte ve (3.8), (3.9) denklemlerinde gösterilmektedir.

$$E' = \left(\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \right) \cos \theta \quad (3.8)$$

E' , elastisite modülünün gerçel kısmını $[N/m^2]$,

$$E'' = \left(\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \right) \sin \theta \quad (3.9)$$

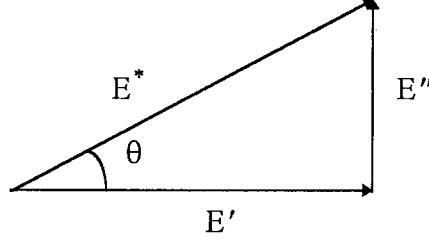
E'' , elastisite modülünün sanal kısmını $[N/m^2]$, ifade etmektedir.

Kayıp faktörü, (3.10) denkleminde tanımlanmaktadır.

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \tan \theta \quad (3.10)$$

η , kayıp faktörünü göstermektedir.

Elastisite modülünün gerçel, sanal kısmı arasındaki ifade ve kayıp faktörü Şekil 3.10'de şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 3.10. Elastisite Modülünün ve Bileşenlerinin Şematik Gösterimi.

Elastisite modülünün, gerçel ve sanal kısımlarını kuvvet, yerdeğiştirme olarak ifade etmekte mümkün olmakta ve (3.11), (3.12) denlemlerinde gösterilmektedir.

$$E' = \frac{|F|}{|d|} \frac{1}{A} \cos \theta = \operatorname{Re} \left(\frac{F}{d} \right) \frac{1}{A} \quad (3.11)$$

$$E'' = \frac{|F|}{|d|} \frac{1}{A} \sin \theta = \operatorname{Im} \left(\frac{F}{d} \right) \frac{1}{A} \quad (3.12)$$

F, kuvveti [N],

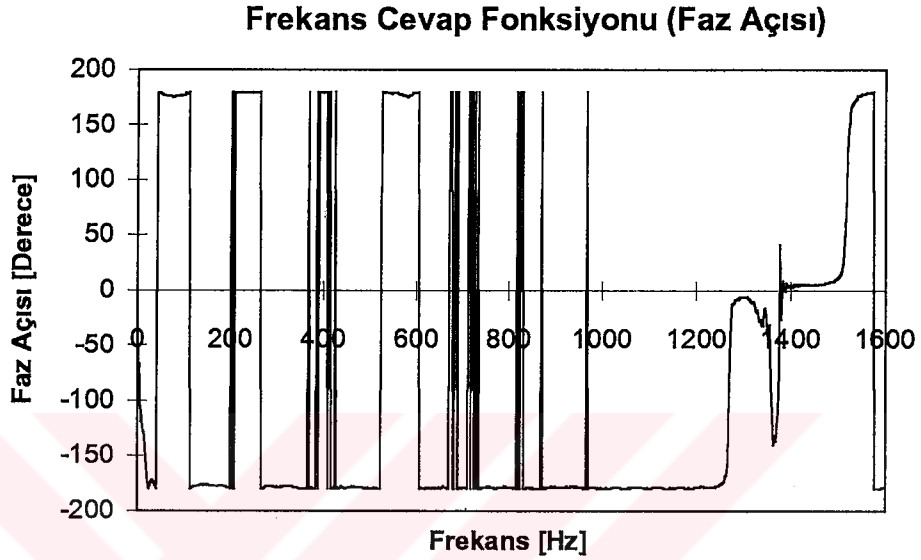
d, yerdeğiştirmeyi [m],

A, yüzeyi [m²],

l, uzunluğu [m], göstermektedir.

(3.11) ve (3.12) denklemlerinde sırasıyla, kuvvet yer değiştirme oranının gerçel ve sanal değerlerini ifade etmektedir. (3.11) ve (3.12) denklemlerinde verilen formülasyon ve Şekil 3.8'de gösterilen düzenek kullanılarak, ölçüm düzeneğinde kullanılan levhanın kayıp faktörü deneysel olarak tespit edilmektedir.

Wm 1/FREQ RESP H1 PHASE MEAS:D MAIN Y: -179.6'
 Y: #200' (jw)2 X: 1.27kHz
 X: 0Hz + 1.6kHz LIN []
 #AVM: 9 []



Setup W

Measurement: DUAL-CH. SPECTRUM AVERAGING 800 lines

Trigger: CH.A Slope: + Level: +0.10*max input

Delay: Trig>A: -20.02ms

Averaging: LIN 10

FREQ. SPAN: 1.6kHz df: 2Hz T: 500ms dt: 488us

ZOOM: Centre Freq: 12800Hz

WEIGHT CH.A: EXPONENTIAL Shift: 29.79ms Length: 319.82ms

Weight ch.B: TRANSIENT Shift: 29.79ms Length: 80.08ms

ch.A: 150pC ACC +/-0.7Hz -\ON 106E-15C/unit

ch.B: 150pC ACC +/-0.7Hz -\ON 990E-15C/unit

Şekil 3.11. T- Şeklindeki Levhanın Kayıp Faktörünün Bulunmasında Kullanılan Frekans Cevap Fonksiyonunun Frekansa Göre Değişimi.

Şekil 3.8'deki ölçüm düzeneğinden farklı olarak, kuvvet ve yerdeğiştirme sinyali kullanılmakta ve frekans cevap fonksiyonu spektrumu elde edilmektedir. Frekans cevap fonksiyonu spektrumu yerdeğiştirmenin kuvvet sinyaline

bölünmesiyle elde edildiğinden, formülasyon gereği kuvvet sinyalinin yerdeğiştirme sinyaline bölünmesi gerekmektedir. Böylece frekans cevap fonksiyonun çarpmaya göre tersi alınmakta, faz açısı spektrumu elde edilmekte ve Şekil 3.11'de gösterilmektedir. Birinci doğal frekans civarında levhanın elastisite modülünün gerçel kısmı ile sanal kısmı arasındaki faz açısı değeri, $\theta = -179.8$ derece olarak ölçülmektedir. Ölçülen faz açısı değeri, (3.10) denkleminde yerine koyulunca levhanın kayıp faktörü $\eta = 0.0035$ olarak hesaplanmaktadır.

3.5. Ölçüm Düzenegini Oluşturan Elemanların Yapısal Özelliklerinin

Belirlenmesi:

Ölçüm düzeneginin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile titreşim gücü akış modelinin kurulmasında, hava yastığının ve sönümleyicinin yapısal özellikleri gerekmektedir. Bu bölümde, tek serbestlik dereceli sistem olarak kabul edilen hava yastığı ve sönümleyicinin yapısal özellikleri deneysel çalışmalar (mobilite ölçümleri) sonucu elde edilecektir [9]. Tek serbestlik dereceli sistemlerde, yapının karakteristik özelliklerini belirlemek için, üç farklı mobilite ölçümü olarak elde edilebilen, frekans cevap fonksiyonu FRF (Frequency Response Function) spektrumu kullanılmaktadır. Bu üç tip FRF ölçümü aşağıda belirtilmektedir.

$$\text{esneklik} = \frac{\text{yerdeğiştirme}}{\text{kuvvet}}$$

$$\text{mobilite} = \frac{\text{hız}}{\text{kuvvet}}$$

$$\text{ivmelenme} = \frac{\text{ivme}}{\text{kuvvet}}$$

Bu üç farklı tip mobilite ölçümünün tersi alınınca, sırasıyla tek serbestlik dereceli sistemin, dinamik sertliği (dynamic stiffness), dinamik sönüm (mechanical impedance), dinamik kütle (apparent mass) değerleri elde edilmektedir. Yapısal dinamik özelliklerin formülasyonu aşağıda belirtilmektedir.

$$\text{Dinamik sertlik} = \frac{\text{kuvvet}}{\text{yerdeğiştirme}}$$

$$\text{Dinamik sönüm} = \frac{\text{kuvvet}}{\text{hız}}$$

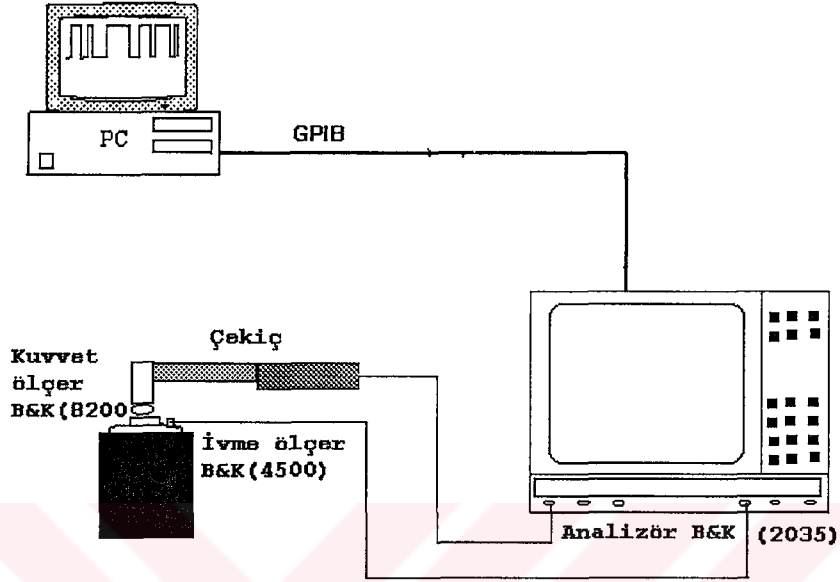
$$\text{Dinamik kütle} = \frac{\text{kuvvet}}{\text{ivme}}$$

Yapısal dinamik özellikler frekansa göre değiştiğinden, toplu bir parametre belirlemek için, yapılan mobilite ölçümüne göre belirli bir değer kabul edilmiştir. Yapıların dinamik özelliklerinin tespitinde kullanılan bu yöntem, yapının sahip olduğu ilk doğal frekansa göre değiştiğinden çok serbestlik dereceli sistemler için geçerli değildir.

3.5.1. Hava Yastığının Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi:

Öncelikle, hava yastığının liner davranıp davranmadığını tespit etmek için, T- şeklindeki levha'ya uygulanan aynı yöntem uygulanmıştır. Sonuç olarak, hava yastığı tek serbestlik dereceli ve liner kabul edilebilecek bir sistem gibi davrandığı tespit edilmiştir. Bu nedenle, hava yastığının dinamik yapısal özellikleri tek doğrultuda ve serbest-serbest sınır şartlarında sahip olduğu kütle, sertlik ve sönüm (mass, stiffness, damping) değerleri, üç farklı mobilite ölçümü ile elde edilebilmektedir [16]. Hava yastığı'nın yapısal dinamik özelliklerini belirlemek için,

Şekil.3.12.'da gösterilen ölçüm düzeneği kullanılmaktadır. Şekil.3.12.'daki ölçüm düzeneğinden de görüleceği gibi, çekiç ile tahrik kullanılmıştır.



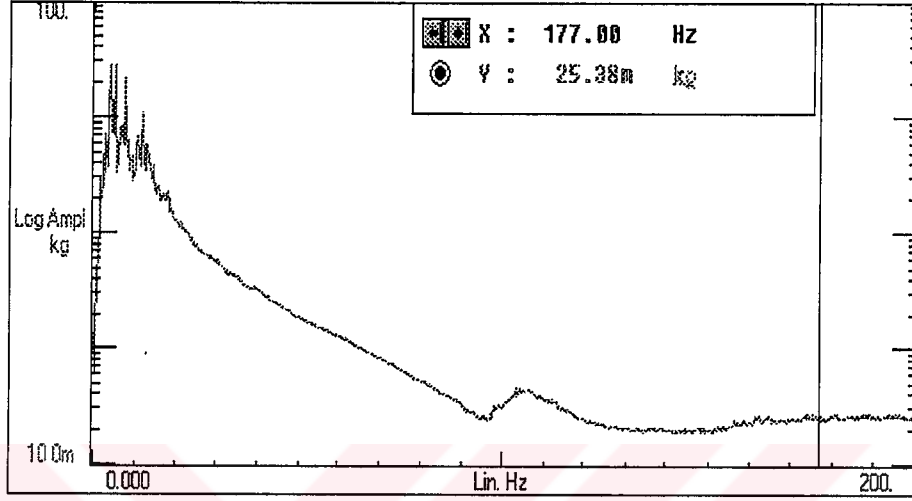
Şekil.3.12. Hava Yastığı'nın Yapısal Karakteristik Değerlerinin Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği.

Hava yastığının, dinamik kütesinin toplu (lump) değerini belirlemek için, kuvvet ve ivme sinyali göz önüne alınmakta ve Şekil.3.13.'de dinamik kütle spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde, birinci doğal frekanstan sonraki eğri, kütle eğrisi olduğundan, bu bölgedeki değer alınmaktadır.

Dinamik sönümün toplu değerini belirlemek için, kuvvet ve hız sinyali göz önüne alınmakta ve Şekil.3.14'da dinamik sönüm spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde, birinci doğal frekans bölgesindeki değeri belirleyen yapının sönümü olduğundan, bu bölgedeki değer alınmaktadır. Dinamik sertliğin toplu değerini belirlemek için, kuvvet ve yerdeğiştirme sinyali göz önüne alınmakta ve Şekil.3.15'da dinamik sertlik spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde,

birinci doğal frekanstan önceki eğri, sertlik eğrisi olduğundan, bu bölgedeki değer alınmaktadır.

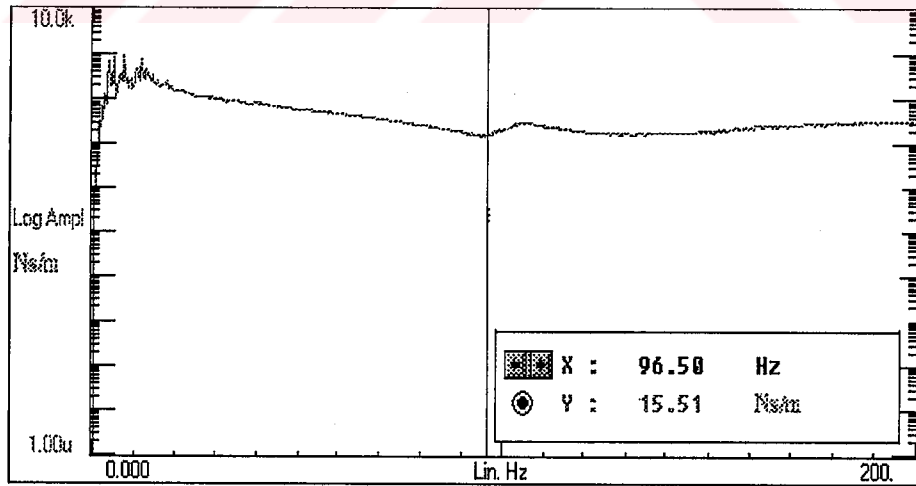
Kuvvet / İvme (kg)



Frekans (Hz)

Şekil.3.13. Hava Yastığı'nın Dinamik Kütlesi.

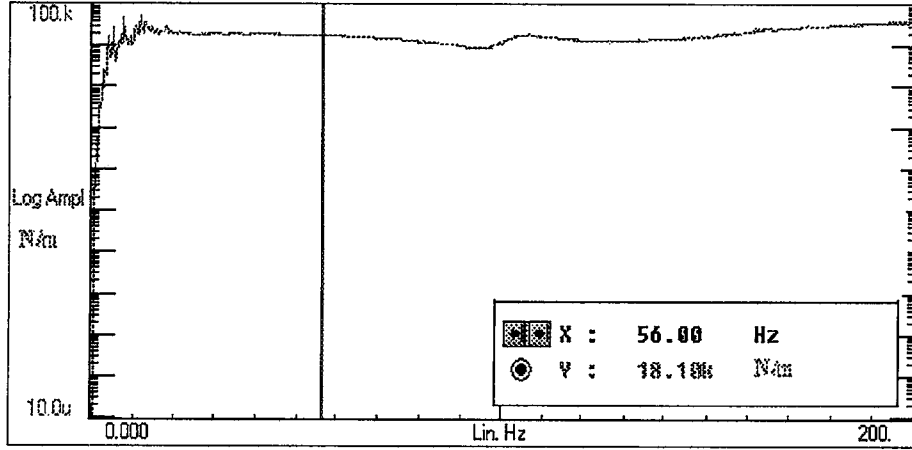
Kuvvet / Hız (N/m/s)



Frekans (Hz)

Şekil.3.14. Hava Yastığı'nın Dinamik Sönümü.

Kuvvet / Yerdeğiştirme (N/m)



Frekans (Hz)

Şekil.3.15. Hava Yastığı'nın Dinamik Sertliği.

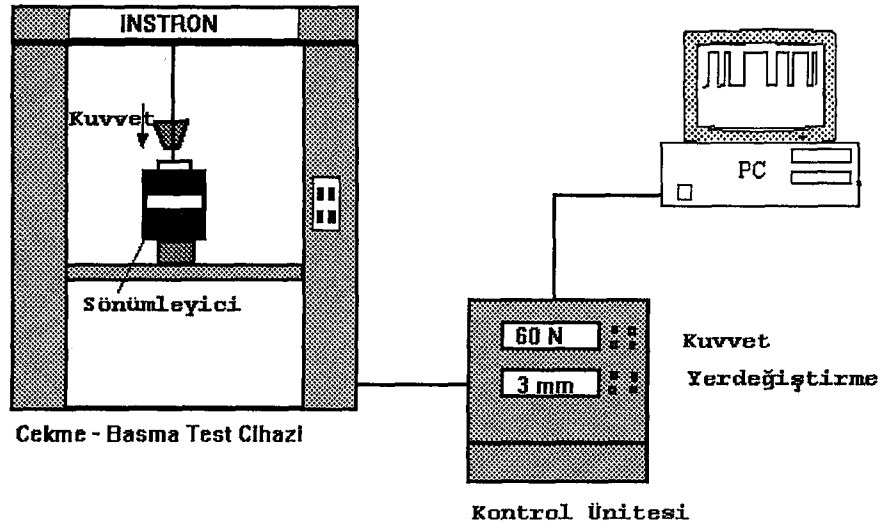
Hava yastığının, üç farklı mobilite ölçümü sonucu elde edilen, yapısal özellikleri Tablo.3.3'de toplu olarak verilmektedir.

Tablo.3.3. Hava Yastığının Yapısal Özellikleri.

	Kütle (kg)	Sönüm (Ns/m)	Sertlik (N/m)
Hava Yastığı	0.025	16	18000

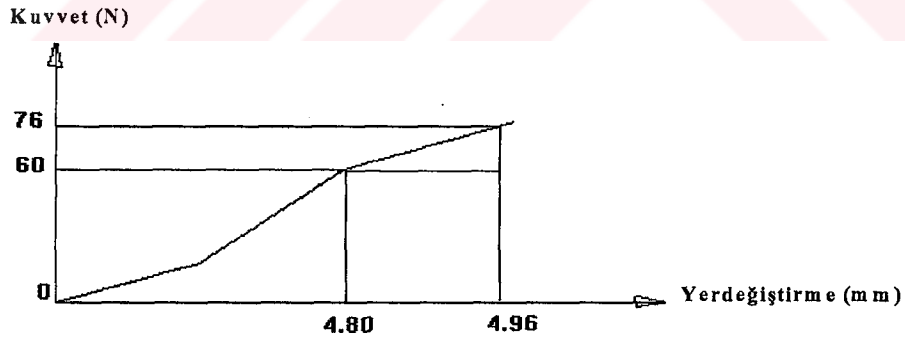
3.5.2. Sönüm Elemanın Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesi:

Öncelikle, sönümleyicinin liner davranıp davranmadığını tespit etmek için, T- şeklindeki levha'ya uygulanan aynı yöntem uygulanmıştır. Sonuç olarak, sönümleyici liner olmayan bir davranış göstermektedir. Bu nedenle, sönümleyici'nin yapısal özelliklerini tespit etmek için, farklı bir test düzeneği hazırlanmıştır. Sönümleyici'nin kütle ve sönüm katsayısı daha önce hazırlanan bir raporda belirtilmiştir [17]. Sertlik katsayısının belirlenmesi için ise, Şekil.3.16'de gösterilen ölçüm düzeneği kullanılmaktadır.



Şekil.3.16.Sönümleyici'nin Statik Sertliğinin Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzenneği.

Sönümleyici'nin statik sertliğinin yaklaşık değerini belirlemek için, Şekil.3.17.'de gösterilen ölçüm düzeneği kullanılarak basma deneyi yapılmıştır.



Şekil.3.17.Sönümleyici'nin Statik Sertliğini Veren Eğrinin Şematik Gösterimi.

Sönümleyici'nin üzerine z doğrultusunda 0-70N arasında değişen statik bir kuvvet uygulanmıştır. Bu kuvvete karşılık yerdeğiştirme kayıt edilmiştir. Kuvvete göre yerdeğiştirme eğrisi çizilerek, eğrinin eğiminden sönümleyici'nin statik sertliği elde edilmiş ve Şekil B1'de, Ek.B'de verilmiştir.

Sönümleyici üzerine elektrik motoru koyulduğunda, sönümleyici'nin sahip olduğu sertlik değeri önemli olduğundan 60-70N arasında kalan bölgedeki eğri göz önüne alınmıştır ve Şekil.3.17'de şematik olarak gösterilmiştir. Sönümleyicinin, daha önce yapılan çalışmalar ve çekme-basma deneyi sonucu elde edilen, yapısal özellikleri Tablo.3.4'de toplu olarak verilmektedir.

Tablo.3.4. Sönümleyici'nin Yapısal Özellikleri.

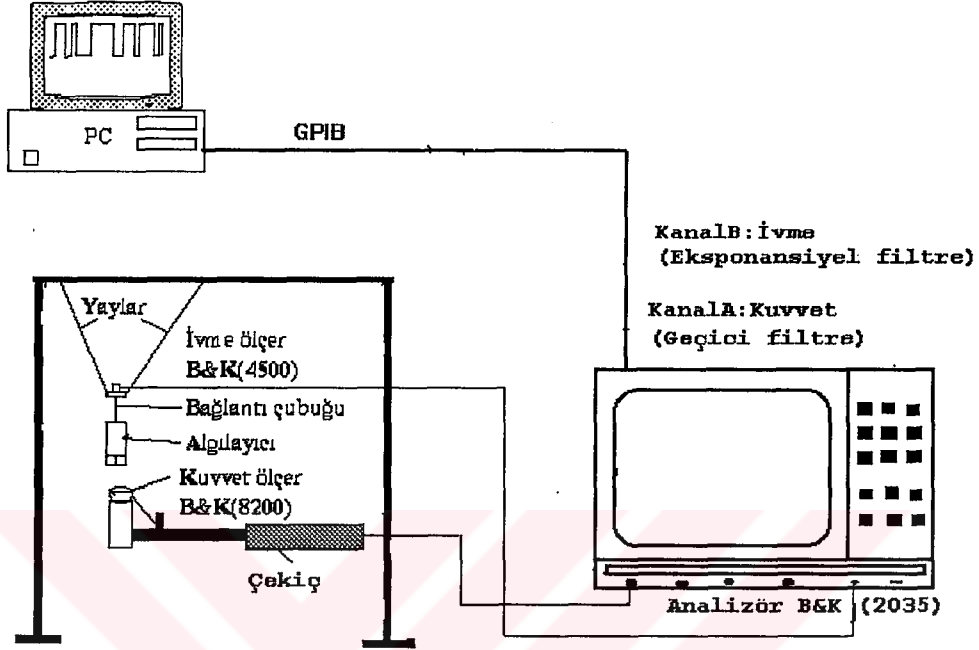
	Kütle (kg)	Sönüm (Ns/m)	Sertlik (N/m)
Sönümleyici	0.08	600	100000

3.5.3. Algılayıcının ve Bağlantı Çubuğunun Yapısal Özelliklerinin

Belirlenmesi:

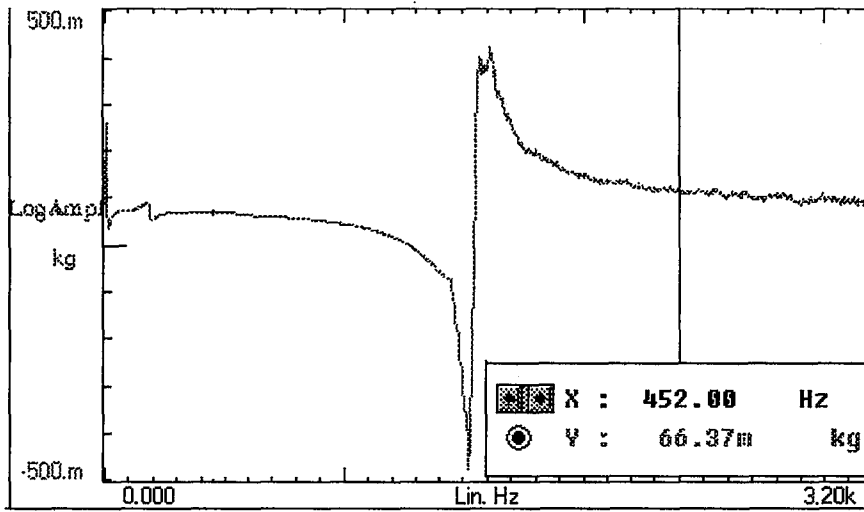
Ölçüm düzeneğinde, sönümleyici ile T şeklindeki levha arasında konumlandırılmış algılayıcı ve bağlantı çubuğu bir grup olarak ele alınmaktadır. Bu grubun liner davranıp davranmadığını tespit etmek için, T- şeklindeki levha'ya uygulanan aynı yöntem uygulanmıştır. Sonuç olarak, algılayıcı ve bağlantı çubuğu grubunun tek serbestlik dereceli ve lineer kabul edilebilecek bir sistem gibi davrandığı tespit edilmiştir. Bu nedenle, algılayıcı ve bağlantı çubuğu grubunun dinamik yapısal özelliklerinin tek doğrultuda ve serbest-serbest sınır şartlarında sahip olduğu kütle, sertlik ve sönüm değerleri, üç farklı mobilite ölçümü ile elde edilebilmektedir [16]. Algılayıcı ve bağlantı çubuğu grubunun yapısal dinamik özelliklerini belirlemek için, Şekil.3.18.'da gösterilen ölçüm düzeneği kullanılmaktadır. Şekil.3.18.'deki ölçüm düzeneğinden de görüleceği gibi, çekiç ile tahrik kullanılmıştır. Algılayıcı ve bağlantı çubuğunun dinamik kütlelerinin toplu (lump) değerini belirlemek için, kuvvet ve ivme sinyali göz önüne alınmakta ve Şekil.3.19.'de dinamik kütle spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde,

birinci doğal frekanstan sonraki eğri, kütle eğrisi olduğundan, bu bölgedeki değer alınmıştır.



Şekil.3.18. Algılayıcının ve Bağlantı Çubuğunun Yapısal Özelliklerinin Belirlenmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeni.

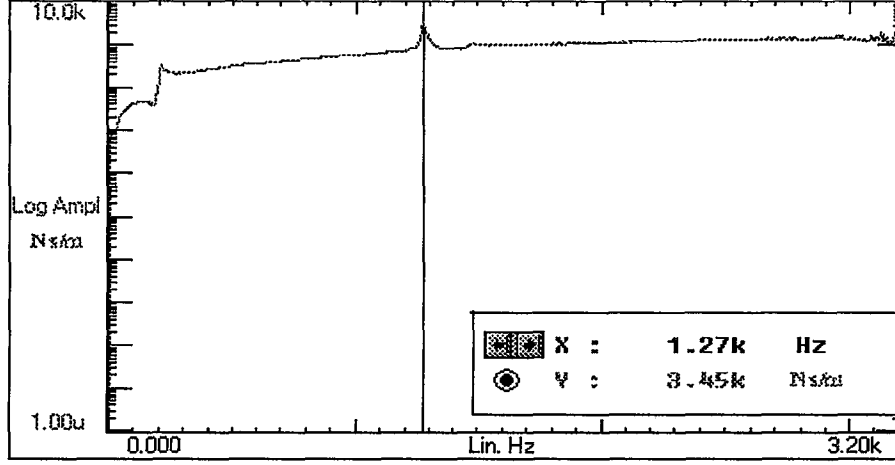
Kuvvet/ivme (kg)



Frekans (Hz)

Şekil.3.19. Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Kütlesi.

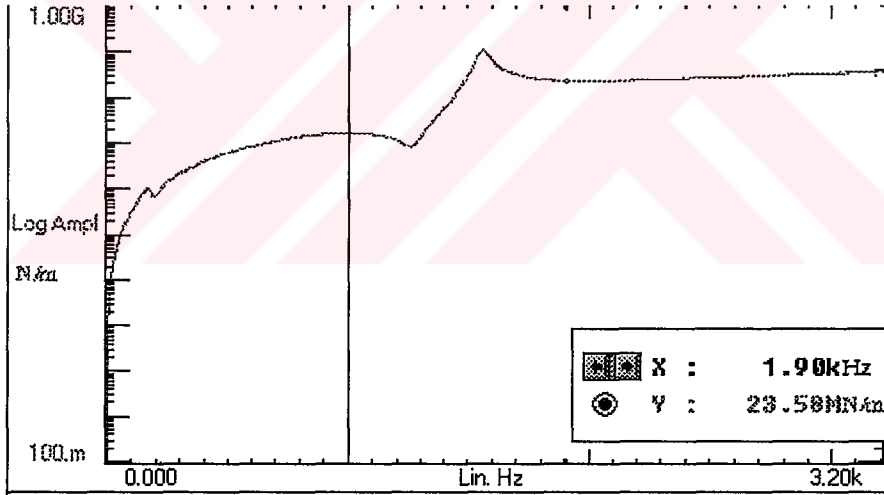
Kuvvet / hız (Ns/m)



Frekans (Hz)

Şekil.3.20. Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Sönümü.

Kuvvet/ yerdeğiştirme (N/m)



Frekans (Hz)

Şekil.3.21. Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Dinamik Sertliği.

Dinamik sönümün toplu değerini belirlemek için, kuvvet ve hız sinyali göz önüne alınmakta ve Şekil.3.20’de dinamik sönüm spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde, birinci doğal frekans bölgesindeki değeri belirleyen yapının sönümü olduğundan, bu bölgedeki değer alınmıştır. Dinamik sertliğin toplu değerini belirlemek için, kuvvet ve yerdeğiştirme sinyali göz önüne alınmakta ve

Şekil.3.21’da dinamik sertlik spektrumu gösterilmektedir. Spektrum üzerinde, birinci doğal frekanstan önceki eğri, sertlik eğrisi olduğundan, bu bölgedeki değer alınmıştır.

Algılayıcı bağlantı çubuğu grubunun, üç farklı mobilite ölçümü sonucu elde edilen, yapısal özellikleri Tablo.3.5’de toplu olarak verilmektedir.

Tablo.3.5. Algılayıcı ve Bağlantı Çubuğu Grubunun Yapısal Özellikleri.

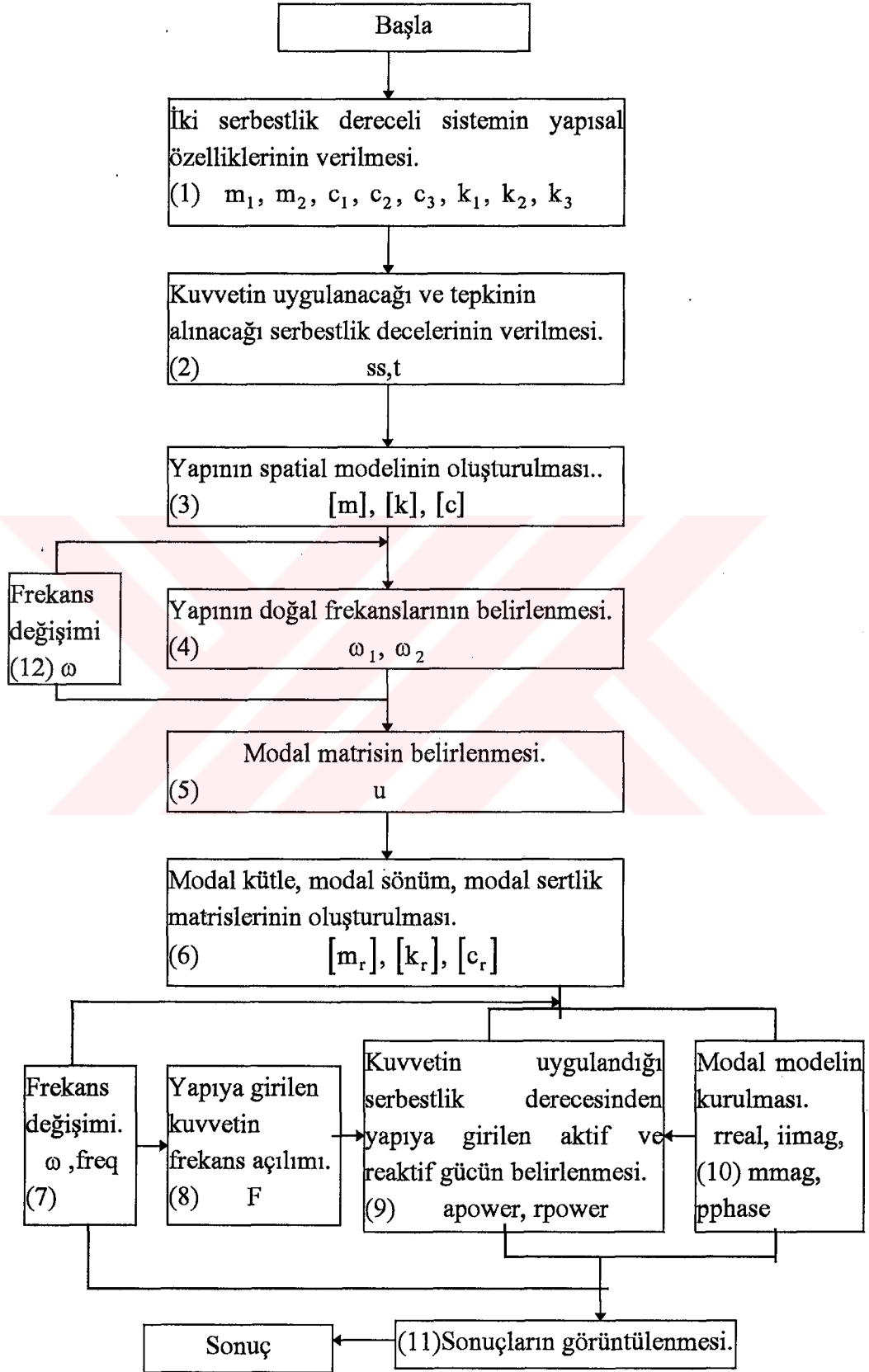
	Kütle (kg)	Sönüm (Ns/m)	Sertlik (kN/m)
Algılayıcı ve bağlantı çubuğu	0.066	3450	23300

BÖLÜM 4. TİTREŞİM GÜCÜ DAĞILIMININ MODELLENMESİ:

Bu bölümde, Bölüm.2’de anlatılan formülasyonun kullanılması sonucu, üç farklı model geliştirilecektir. Elde edilen modeller, Bölüm.5’de sınanacak ve ölçüm düzeneğinin üzerine uygulanacaktır.

4.1. Toplu Parametrelili Model:

Bölüm.2.2’de belirtilen teorik açıklamalar kullanılarak, iki serbestlik dereceli bir sistem için, matematiksel analiz yazılım ortamında bir yazılım geliştirilmiştir [18]. Bu yazılım, iki serbestlik dereceli bir sistemin yapısal özelliklerini, hangi serbestlik derecesine kuvvetin uygulanacağını ve kuvvetin frekansa göre açılımını girdi olarak kabul etmektedir. Yapısal özellikleri verilen iki serbestlik dereceli sistemin yapısal özelliklerini kullanarak, matris formunda yapının sertlik, kütle ve sönüm matrisleri elde edilmektedir. Böylece sistemin uzaysal (‘spatial’) modeli oluşturulmuştur. Daha sonra, sistemin doğal frekansları elde edilmektedir. Doğal frekanslarda yapının sahip olduğu titreşim biçimleri belirlenmekte ve modal matris oluşturulmaktadır. Modal matris, sönüm, kütle ve sertlik matrisleri kullanılarak yapının sahip olduğu modal sönüm, sertlik ve kütle matrisleri, dolayısıyla modal model elde edilmiştir. Yapıya hangi serbestlik derecesinden kuvvet uygulanırsa, o serbestlik derecesinden yapıya girilen aktif ve reaktif titreşim gücü değerleri hesaplanmıştır. Modal modelin elde edilmesi ve titreşim gücünün hesaplanması işlemleri frekansa bağlı olarak değiştiğinden, belirli bir frekans aralığında söz konusu işlemler tekrar edildiğinde, titreşim gücünün



Şekil.4.1. Toplu Parametrel Model İçin Geliştirilen Yazılımın Akış Şeması.

Elde edilen sonuçlar grafik şeklinde görüntülenmektedir. Akış şemasında (7) nolu kutuda belirtilen frekans değişimi, modelin sınanmasında daha önce yapılan çalışmanın sonuçları ile elde edilen sonuçların karşılaştırılabilir olabilmesi için w [rad/s] olarak, ölçüm düzeneğinin modelinin kurulmasında ise $freq$ [Hz] olarak, göz önüne alınmaktadır. Geliştirilen iki yazılımın, akış şeması Şekil.4.1’de gösterilmekte ve listesi Ek.C’de verilmektedir. Model’in sınanması Bölüm.5.2.1’de, ölçüm düzeneğine uygulanması Bölüm.5.2.2’de gerçekleştirilecektir.

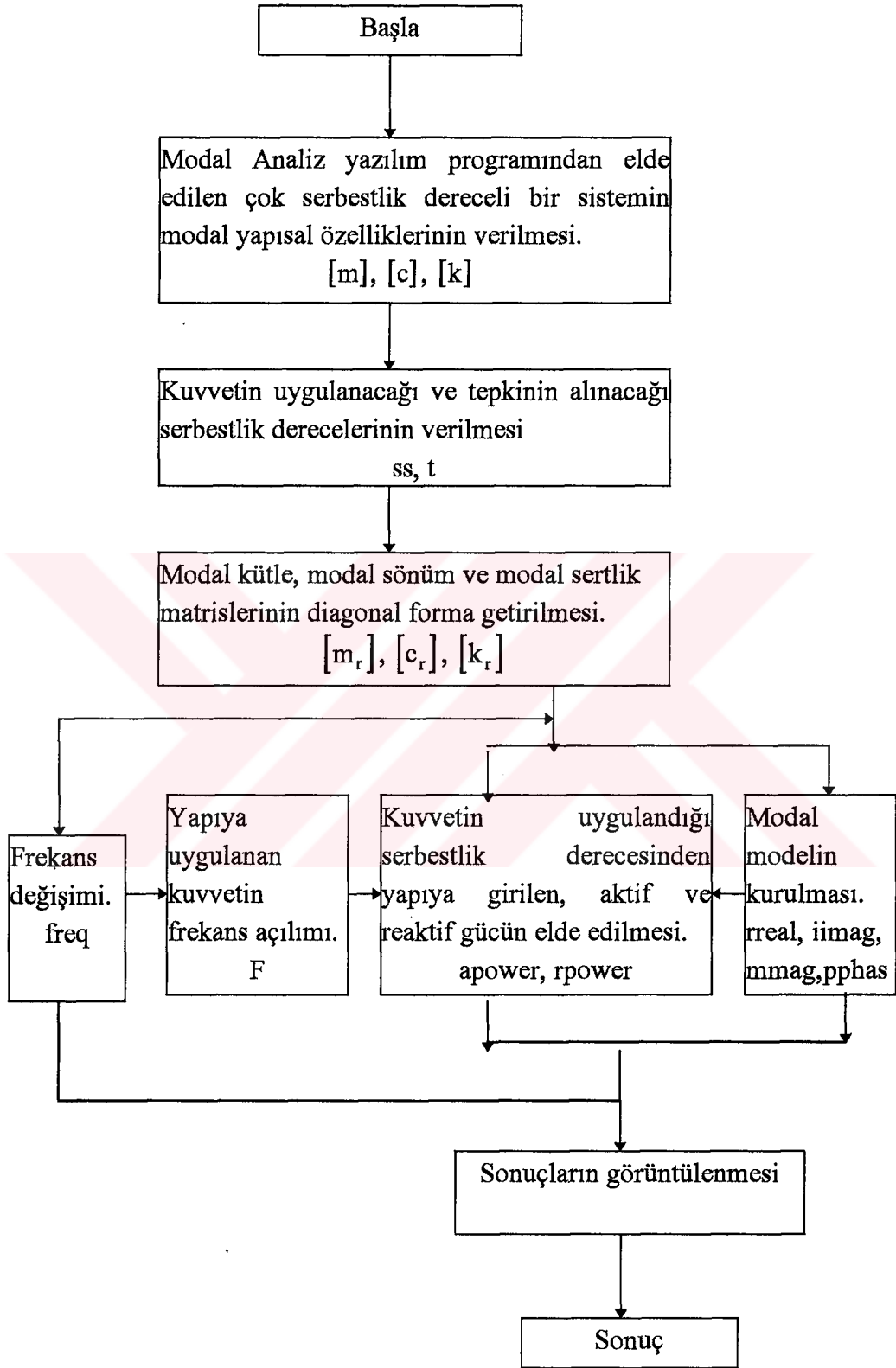
4.2. Modal Model:

Bölüm.2.5’de açıklanan formülasyon kullanılarak ve Bölüm.4.1’de kullanılan yazılıma benzer bir yazılım geliştirilerek, bir yapının modal modeli oluşturulmaktadır [18]. Bu yazılıma girdi olarak yapısal özellikler, hangi serbestlik derecesine kuvvetin uygulanacağı, cevabın hangi noktadan alınacağı, frekans değişimi ve kuvvet spektrumu verilmektedir. Bu model oluşturulurken, bir önceki modelde olduğu gibi önce uzaysal model (“spatial model”) oluşturulmamıştır. Çünkü, yapısal özelliklerin modal yapısal özellikte olması gerekmektedir. Modal Analiz yazılım ortamından elde edilen veriler, geliştirilen yazılıma girilmeden önce, sayısal analiz yazılım ortamında uygun bir forma getirilmektedir. Dolayısıyla, bu yazılıma deneysel olarak modal analiz yazılım ortamından elde edilen modal matris, modal sönüm, sertlik ve kütle matrisleri direkt girilerek modal model oluşturulmaktadır. Elde edilen modal sertlik, kütle, sönüm ve titreşim biçimlerini içeren matrisleri, sayısal analiz yazılım ortamında geliştirilen bir yazılım ile, matris işlemlerinin yapılabildiği bir yazılım ortamında geliştirilen yazılım’a girilebilecek hale getirilmiştir. Öncelikle, bu yazılım’a girilen modal sertlik, kütle ve sönüm matrislerinin diagonal bir formda olmaları gerektiğinden, fakat modal analiz yazılım ortamından bir kolon matris olarak elde edildiklerinden, diagonal bir hale

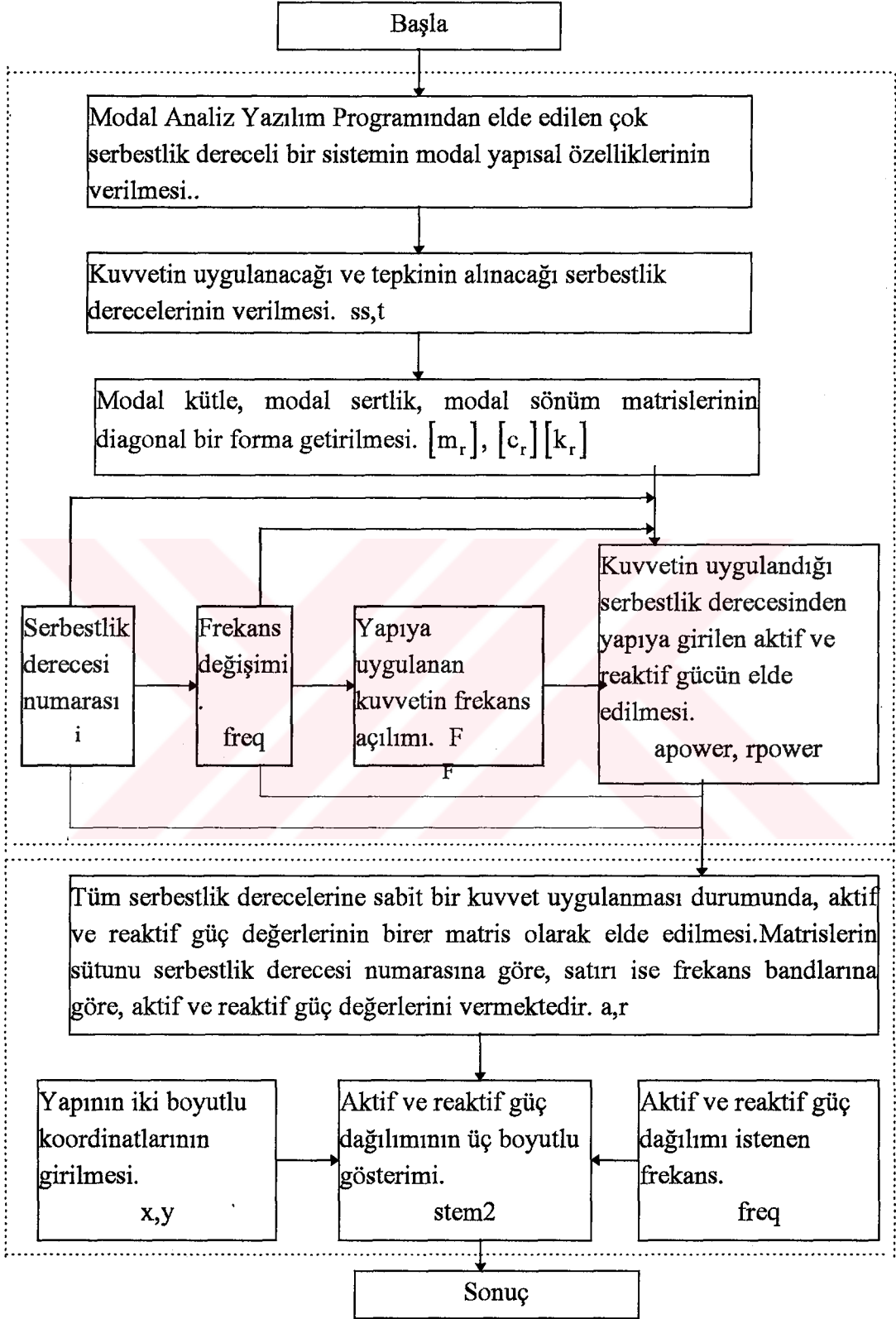
getirilirlir. Daha sonra, yapıda kuvvetin uygulandığı serbestlik derecesinden yapıya girilen aktif, reaktif titreşim gücü ve o serbestlik derecesinin Frekans Cevap Fonksiyonunun (FRF) genlik, faz açısı, gerçel, sanal bölümlerinin frekansa göre değişimleri elde edilmektedir. Söz konusu yazılımın akış şeması Şekil.4.2’de gösterilmekte ve ölçüm düzeneğine uygulanması ve sonuçların değerlendirilmesi Bölüm.5.3.1’de, modelin sınanması Bölüm.5.3.2’de yapılacaktır.

Matris işlemlerinin yapılabildiği yazılım ortamında, kuvvet’in teker teker tüm serbestlik derecelerine uygulanması durumunda, frekansa bağlı olarak hangi serbestlik derecesinden yapıya ne kadar titreşim gücünün girilebileceğinin görüntülenmesi amacıyla ikinci bir yazılım geliştirilmiştir. Bu yazılımın birinci adımında, bir önceki yazılımda anlatılan işlemler her serbestlik derecesi için tekrarlamakta ve her serbestlik derecesine birim (tüm frekans bandlarında birim genliğe sahip) bir kuvvet uygulanması durumunda yapıya girilebilecek aktif ve reaktif titreşim gücünün frekansa göre değişimi elde edilmektedir. İkinci adımda ise, satırı frekansa göre, sütunu serbestlik derecesine göre değişen aktif ve reaktif titreşim gücü matrisleri ve yapının geometrisini tanımlamak için her serbestlik derecesinin iki doğrultudaki koordinat vektörleri yazılıma girilmektedir. Böylece, yapının üzerinde kuvvetin uygulandığı serbestlik derecelerine girilebilecek aktif ve reaktif titreşim gücünün frekansa bağlı olarak nasıl değiştii tespit edilecektir. Söz konusu yazılımın akış şeması Şekil.4.3.’de ve ölçüm düzeneğine uygulanması Bölüm.5.3.3’de yapılacaktır.

Oluşturulan model’in, yapının tek bir noktadan, doğrultudan tahrik edildiği ve tepkinin tek bir doğrultudan elde edilen ölçümlere dayandığı göz ardı edilmemelidir. Yapının tahrik edilen noktasının düğüm noktası olması durumunda,



Şekil.4.2. Modal Model İçin Geliştirilen Birinci Yazılımın Akış Şeması.



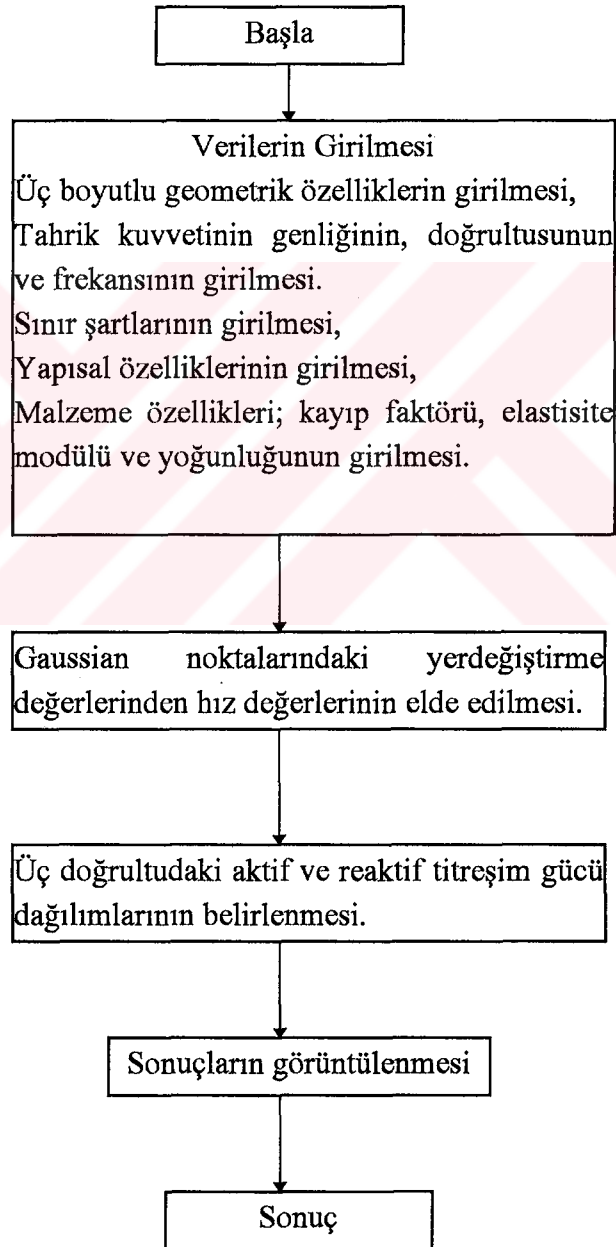
Şekil.4.3. Modal Model İçin Geliştirilen İkinci Yazılımın Akış Şeması.

düğüm noktası olduğu titreşim biçiminin özelliklerinin tespit edilmesi mümkün olmamaktadır. Model'in oluşturulmasında kullanılan, sayısal analiz yazılım ortamındaki yazılım ile, matris işlemlerinin yapıldığı yazılım ortamında hazırlanan yazılım Ek.D'de verilmektedir.

4.3. Yayılı Parametrelili Model:

Bölüm.2.3'de elde edilen sürekli ortamlarda titreşim gücü denklemlerinin, Bölüm.2.4'de anlatılan Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak modellenmesi için, Fortran programlama dilinde ve UNIX ortamında bir yazılım geliştirilmiş [19], listesi Ek.E'de verilmiştir. Bu yazılım, Sonlu Elemanlar yöntemini temel alan bir analiz paket programının altında çalışmaktadır. Söz konusu yazılım, yapının sekiz düğüm noktalı sürekli ortam ('continuum') elemanlarından oluşturulduğu düşünülmüş hazırlanmıştır. Titreşim gücü modeli oluşturulacak ölçüm düzeneğinin geometrisi göz önüne alınarak eleman seçimi yapılmıştır. Paket program içinde, bir yapının belirli bir frekansta tahrik durumunda, üç doğrultuda sahip olduğu gerilim ve yer değiştirme dağılımı elde edilmektedir. Gerilim değerleri yapının Gaussian noktalarında, yer değiştirme değerleri ise, düğüm noktalarında hesaplanmaktadır. Bölüm.2.4'de belirtilen üç doğrultudaki titreşim gücü denkleminin modellenmesinde, gerilim ve hız değerlerinin elemanın aynı noktalarında elde edilmesi ve çarpılması gerekmektedir. Bu nedenle, paket programda gerilim değerlerinin Gaussian noktalarından enterpolasyonla düğüm noktalarına yada yerdeğiştirme değerlerinin enterpolasyonla düğüm noktalarından Gaussian noktalarına getirilmesi gerekmektedir. Gerilme değerlerinin daha fazla işlem sonucu elde edilmiş olmasından dolayı, sonucun doğruluğu açısından yer değiştirme değerlerinin düğüm noktalarından Gaussian noktalarına getirilmesi, uygun görülmüştür. Paket programın istenilen özelliklere getirilmesi, yazılımcı firma ile

görüŖülüp saęlanmıŖtır. Gaussian noktalarında yer deęiŖtirme değerleri elde edildikten sonra, bu değerler harmonik hareket kabulü ile hız değerlerine dönüŖtürülmüŖtür. Daha sonra Bölüm.2.4’de belirtilen formölasyon kullanılarak yazılım oluŖturulmuŖ ve akıŖ Ŗeması Ŗekil.4.4’de gösterilmiŖtir. Paket program içinde, çözümin elde edilmesi de, yapının geometrisinin, sınır Ŗartlarının, tahrik durumunun malzeme ve yapısal özelliklerinin belirtilmesi gerekmektedir.



Ŗekil.4.4. Yayılı Parametrelili Model İçin GeliŖtirilen Yazılımın AkıŖ Ŗeması.

Oluşturulan yayılı parametrelı model'in sınanması Bölüm.5.4.1'de, ölçüm düzeneğine uygulanması Bölüm.5.4.2'de sağlanacaktır.



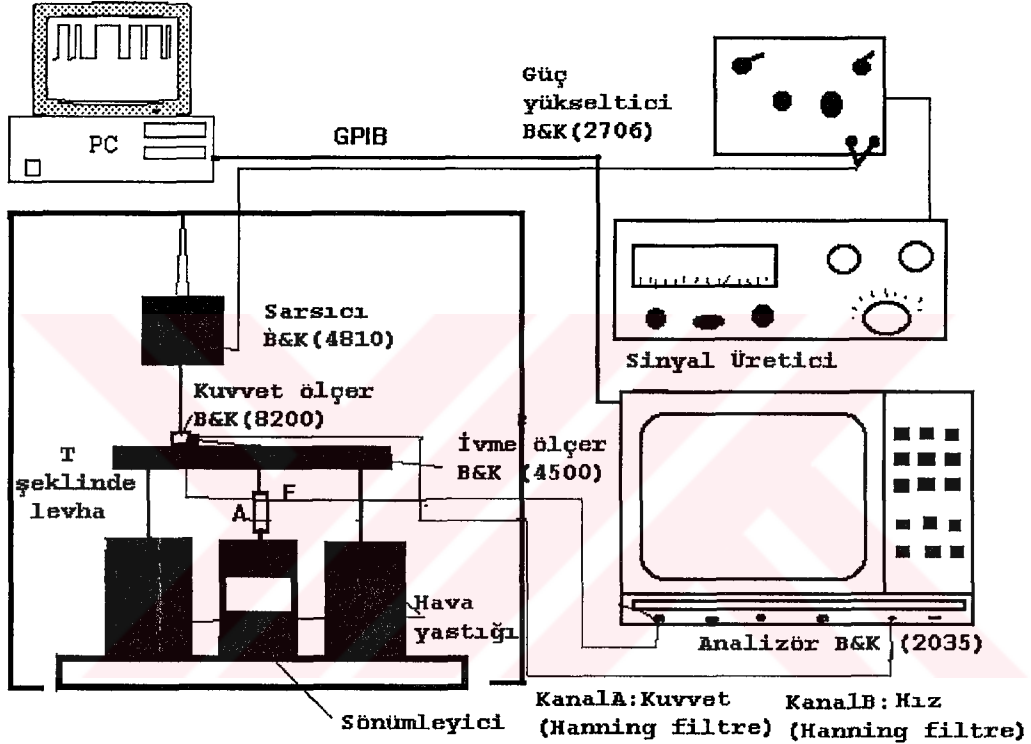
BÖLÜM 5. TEORİK VE DENEYSEL SONUÇLAR

Bu bölümde, Bölüm.2’de anlatılan teorik, Bölüm.3’de anlatılan deneysel ve Bölüm.4’de anlatılan modelleme çalışmaları kullanılarak elde edilen modeller, ölçüm düzeneğine uygulanılacak ve aktif ve reaktif titreşim gücü ile ilgili teorik kavramlar deneysel olarak elde edilmiştir. Öncelikle, oluşturulan modeller daha önce yapılmış çalışmalarla sınanmıştır. Sonra, ölçüm düzeneğinin üç farklı modeli oluşturulmuştur. İlk olarak, ölçüm düzeneği iki serbestlik dereceli bir sistem olarak göz önüne alınarak, toplu parametrelili bir modeli oluşturulacaktır. Ölçüm düzeneğinin toplu parametrelili modeli, aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumunda T- şeklindeki levhanın katı cisim hareketlerinin etkilerini görmek amacıyla hazırlanmıştır. Ölçüm düzeneğinin, 0-10 kHz arasında sahip olduğu ilk on titreşim biçimi göz önüne alınarak, modal modeli oluşturulmuştur. Modal model’in sınaması ölçüm düzeneği üzerinden elde edilen mobilite spektrumları göz önüne alınarak yapılacaktır. Ölçüm düzeneğinin modal modeli, aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumunda T- şeklindeki levhanın elastik cisim hareketlerinin etkilerini görmek amacıyla hazırlanacaktır. Yayılı parametrelili model ise, belirli bir frekansta bir yada daha fazla kuvvetin bir yada daha fazla noktadan aynı fazda yapıya uygulanması durumunda aktif ve reaktif titreşim gücünün geometri üzerinde nasıl bir dağılım gösterdiğini belirlemek amacıyla oluşturulacaktır.

5.1. Titreşim Gücü Spektrumlarının Deneysel Olarak Elde Edilmesi

Bir noktadan akan aktif titreşim gücünün, o noktanın sahip olduğu direkt mobilite spektrumunun gerçel kısmı ile, reaktif titreşim gücünün ise, o noktanın

sahip olduğu direkt mobilite spektrumunun sanal kısmı ile orantılı olduğunu göstermek için, Şekil.5.1’de gösterilen ölçüm düzeneği kullanılarak, yapı üzerinde belirli noktalarına tüm frekans bandlarında voltaj olarak aynı genliğe sahip (‘random’) sinyal uygulanmıştır. Bu noktalarda yapının sahip olduğu direkt mobilite spektrumları ve yapıya girilen titreşim gücü spektrumları elde edilmiştir.



Şekil.5.1. Kuvvet, Mobilite, Titreşim Gücü Spektrumlarının Elde Edilmesinde Kullanılan Ölçüm Düzeneği.

Bu çalışma sonucu elde edilen bir noktanın reaktif titreşim gücünün ve mobilitenin sanal kısmının frekansa göre değişimi Şekil F1’de, aktif titreşim gücünün ve mobilitenin gerçel kısmının frekansa göre değişimi Şekil F2’de Ek.F’de verilmektedir. Şekil F1 ve Şekil F2’de gösterilen spektrumlar göz önüne alındığında, 0-4 kHz frekans aralığında, ölçüm yapılan noktalardan birinden elde edilen verilere göre, bir noktanın sahip olduğu direkt mobilite spektrumunun

gerçel kısmı, bu noktaya girilecek titreşim gücü spektrumunun gerçel kısmı ile, direkt mobilite spektrumunun sanal kısmı ise, titreşim gücü spektrumunun sanal kısmı ile benzer olduğu görülmüştür. 4-10 kHz frekans aralığında ise, akan titreşim gücü oldukça küçük değerlerde olmaktadır. Bölüm.2.1’de teorik olarak elde edilen sonuçlar, Ek.F’de gösterilen spektrumlar göz önüne alındığında, deneysel olarak da elde edilmiş olmaktadır. Bu deneysel çalışma, yapı üzerinde tanımlanmış 65. nokta üzerinde yapılmıştır.

5.2. Toplu Parametrelili Modelin Uygulanması

Bu bölümde, ölçüm düzeneği iki serbestlik dereceli bir sistem olarak göz önüne alınacak ve toplu parametrelili bir modeli oluşturulacaktır. Öncelikle, Bölüm.4.1’de açıklanan toplu parametrelili modelin yazılımı, daha önceden yapılmış bir çalışma üzerinde sınanacak, daha sonra ölçüm düzeneği üzerine uygulanacak ve sonuçlar elde edilecektir.

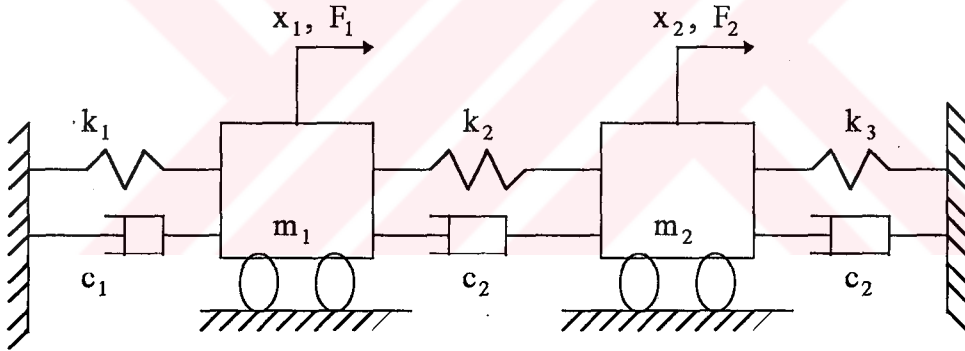
5.2.1. Toplu Parametrelili Modelin Sınanması

Bölüm.4.1’de açıklanan yazılıma, Şekil.5.2’de gösterilen iki serbestlik dereceli bir sistemin yapısal özellikleri girilmektedir [8]. m_1 kütleli serbestlik derecesine $F_1 = 1$ N’luk bir kuvvet tüm frekans bandlarında uygulanmaktadır. Bu bölümde, mobilite yada direkt mobilite olarak tanımlanan ifade, kuvvetin uygulandığı serbestlik derecesinden tepkinin alınması sonucu elde edilmektedir. Bölüm.2.1’de elde edilen (2. 26) ve (2.27) denklemlerinden görüldüğü üzere, aktif titreşim gücü mobilitenin gerçel kısmı ile, reaktif titreşim gücü ise mobilitenin sanal kısmı ile orantılı olarak değişmektedir. m_1 kütleli serbestlik derecesine $F_1 = 1$ N’luk bir kuvvetin tüm frekans bandlarında uygulanması durumunda, m_1 kütleli

serbestlik derecesine girilen aktif, reaktif titreşim gücü değerlerinin ve bu serbestlik derecesinin sahip olduğu direkt mobilite değerinin frekansa göre değişimi elde edilmiş ve Ek.G'de gösterilmiştir. Şekil G2 ve Şekil G3'de verilen mobilite spektrumunun gerçel kısmı ile yapıya girilen aktif titreşim gücünün, mobilite spektrumunun sanal kısmı ile yapıya girilen reaktif titreşim gücünün benzer davranış gösterdiği görülmektedir. Mobilite spektrumunun gerçel kısmı doğal frekans bölgelerinde tepe yaparken, yapıya girilen aktif titreşim gücü de doğal frekans bölgesinde tepe yapmaktadır. Mobilite spektrumunun sanal kısmı doğal frekans bölgelerinde işaret değiştirirken, yapıya girilen reaktif titreşim gücü de doğal frekans bölgesinde işaret değiştirmektedir. Ayrıca Şekil G1'de verilen, m_1 kütleli serbestlik derecesinin sahip olduğu direkt mobilite spektrumunun genlik kısmı doğal frekans bölgesinde tepe yaparken, faz açısı işaret değiştirmektedir. Doğal frekans bölgesinde yapıya girilen reaktif titreşim gücünün sıfır değerinden geçmesinin nedeni, bu bölgede depolanan kinetik ve potansiyel enerji ortalamalarının birbirlerine eşit olması, dolayısıyla farklarının sıfıra eşit olmasıdır. Direkt mobilite spektrumunun sanal ve faz kısımları doğal frekans bölgesinde işaret değiştirmekte, dolayısıyla, yapıya girilen reaktif titreşim gücü işaret değiştirmektedir. Bu işaret değişiminin nedeni, doğal frekans bölgesinde (2.27) denkleminde görüldüğü üzere, payda da parantez içindeki ve pay daki ifade sıfıra eşit olmasıdır. Bu durumda, reaktif titreşim gücü doğal frekans bölgesinde sıfıra eşit olmaktadır.

Farklı iki sönüm dağılımında, m_1 kütleli serbestlik derecesine yukarıda bahsedilen $F_1 = 1$ N'luk kuvvet uygulanmış ve sonuçlar Ek.G'de gösterilmiştir. Birinci sönüm dağılımında c_1 sönüm katsayısı yapıya dahil ve yeşil renkli eğri ile gösterilmektedir. İkinci sönüm dağılımında yapıdan çıkarılmıştır ve elde edilen spektrumlar kırmızı renkli eğri ile gösterilmiştir. c_1 sönüm kat sayısı yapıdan

çıkarıldıktan sonra, doğal frekans bölgesinde yapıya girilen aktif titreşim gücü değerinde bir artış görülmüştür. Direkt mobilite spektrumunun gerçel ve genlik kısımlarında benzer nedenle doğal frekans bölgesinde bir artış görülmüştür. Bu artışın nedeni, doğal frekans bölgesinde (2.26) denkleminde görüldüğü üzere, payda da parantez içindeki ifade sıfıra eşit iken, mobilite değerine belirleyen sönüm katsayısı olmaktadır. Sönüm katsayısının da, payda da karesi payda kendisi olduğundan, sönüm katsayısının azalması durumunda mobilite değeri doğal frekans bölgesinde artmaktadır. Ayrıca, c_1 sönüm kat sayısının yapıdan çıkarılması, doğal frekans bölgesinde titreşim genliğinin artmasına da neden olmaktadır. Dolayısıyla, yapıya girilen aktif titreşim gücü'nde bu frekans bölgesinde artmaktadır.



Şekil.5.2. İki Serbestlik Dereceli Sistem.

Yerdeğiştirme vektörü; $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, kuvvet vektörü; $F = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix}$.

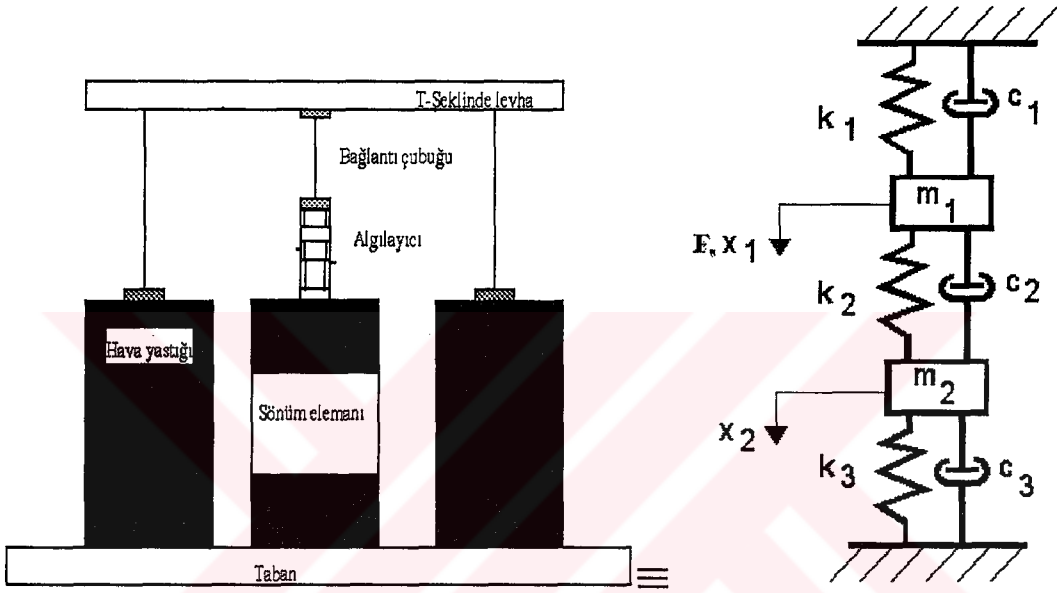
Yapısal özellikler; $k_1 = 1 \text{ N/m}$, $c_1 = 0.1 \text{ Ns/m}$, $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 m_1$,

$$k_2 = 2 k_1, c_2 = 2 c_1, k_3 = 3 k_1, c_3 = 3 c_1.$$

Sönümsüz doğal frekanslar; $\omega_1 = 1.146 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 2.046 \text{ rad/s}$.

5.2.2. Toplu Parametrel Model'in Ölçüm Düzenine Uygulanması

Ölçüm düzeniğinin düşük frekanslardaki davranışını ve T-şeklindeki levhanın katı cisim hareketlerinin titreşim gücüne etkilerini belirlemek için, ölçüm düzeniğinin toplu parametrel model oluşturulmuştur.



Şekil.5.2. Ölçüm Düzenineği ve Eşdeğeri İki Serbestlik Dereceli Sistem.

Yerdeğiştirme vektörü; $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$,

Yapısal özellikler; $k_1 = 54000 \text{ N/m}$, $c_1 = 48 \text{ Ns/m}$, $m_1 = 0.515 \text{ kg}$, $m_2 = 0.08 \text{ kg}$,

$k_2 = 23300 \text{ N/m}$, $c_2 = 3450 \text{ Ns/m}$, $k_3 = 100000 \text{ N/m}$, $c_3 = 600 \text{ Ns/m}$.

F , yapıya girilen kuvvet spektrumunu,

m_1 , T-şeklindeki levhanın kütlesini,

m_2 , sönüm elemanının kütlesini,

k_1 , hava yastıklarının toplam sertlik katsayısını,

k_2 , algılayıcı bağlantı çubuğu gurubunun sertlik katsayısını,

k_3 , sönüm elemanın sertlik katsayısını,

- c_1 , hava yastıklarının toplam sönüm katsayısını,
 c_2 , algılayıcı bağlantı çubuğu grubunun sertlik katsayısını,
 c_3 , sönüm elemanının sönüm katsayısını ifade etmektedir.

Ölçüm düzeneğinin iki serbestlik dereceli bir sistem olarak göz önüne alınması durumunda, birinci serbestlik derecesinde; T-şeklindeki levhanın kütlesi, hava yastığının sönüm ve sertlik katsayıları, ikinci serbestlik derecesinde; sönüm elemanının kütle, sönüm, sertlik katsayıları, iki serbestlik derecesi arasındaki bağlantıyı ise; algılayıcı bağlantı çubuğu grubunun sönüm ve sertlik katsayıları alınmaktadır. Böylece T-şeklindeki levhanın sönüm, sertlik değerleri, algılayıcı bağlantı çubuğu grubunun kütle değeri ihmal edilmektedir. Ölçüm düzeneğinin parçalarının yapısal özellikleri, serbest-serbest sınır şartlarında elde edilmiştir. Şekil.5.2’de ölçüm düzeneği ve eşdeğeri iki serbestlik dereceli sistem gösterilmektedir.

Ölçüm düzeneğine T-şeklindeki levhaya dik doğrultuda 0-10kHz frekans aralığında raslantısal (‘random’) kuvvet uygulanması durumunda, yapıya girilen aktif titreşim gücü değerlerinin frekansa göre değişimi Şekil.5.1’deki ölçüm düzeneği kullanılarak elde edilmiş ve Şekil H1’de verilmiştir. Bu kuvvetin ölçüm düzeneğinin iki serbestlik dereceli modeline girilmesi durumunda, aktif titreşim gücü değerlerinin frekansa göre değişimi elde edilmekte ve Şekil H2’de verilmektedir.

Ölçüm düzeneğinin iki serbestlik dereceli modelinde, birinci doğal frekans $\omega_1 = 81\text{Hz}$, ikinci doğal frekans $\omega_2 = 2925\text{ Hz}$ olarak hesap edilmiştir. Ölçüm düzeneğine orta noktasından raslantısal (‘random’) kuvvet uygulanmış, aktif ve reaktif titreşim gücünün frekansa göre değişimi Şekil.5.1’deki ölçüm düzeneği

kullanılarak elde edilmiştir. Yapıya 'random' kuvvet uygulandığında, yapıya girilen, ölçülen kuvvet spektrumu Şekil H3'de verilmiştir. Yapıya girilen aktif titreşim gücü spektrumuna bakıldığında, ölçüm düzeneğinin doğal frekansları olan $\omega_1 = 81\text{Hz}$, $\omega_2 = 2925\text{ Hz}$ değerlerinde ve kuvvet spektrumunun tepe değerlerinde, aktif titreşim gücü değerlerinin yüksek değerler aldığı görülmüştür. Yapıya girilen kuvvet spektrumunun doğal olarak, 'random' bir sinyal olmasından, yaklaşık düz bir çizgi şeklinde olması gerekirdi. Ama, yapıya girilen kuvvet sinyali yapının sahip olduğu yapısal özelliklere göre değişmektedir. Bu nedenle, kuvvet spektrumuna bakıldığında, ölçüm düzeneğinin sahip olduğu doğal frekanslarda kuvvet değerlerinin tepe yaptığı görülmüştür.

Ölçüm düzeneğinin iki serbestlik dereceli modelinde, birinci serbestlik derecesi, T şeklindeki levhanın hava yastıkları üzerinde katı cisim hareketini, ikinci serbestlik derecesi ise, sönüm elemanının hareketini belirtmektedir.

Ölçüm düzeneğinden elde edilen aktif titreşim gücü ile, modelden elde edilen aktif titreşim gücü spektrumları karşılaştırıldığında benzer bir davranış gösterdikleri görülmektedir. Modelin birinci doğal frekansı, $\omega_1 = 81\text{Hz}$ civarında olduğundan, ölçüm sonucu ve modelden elde edilen aktif titreşim gücü spektrumlarına bakıldığında her ikisinin de tepe yaptıkları görülmektedir. Bunun nedenin de, yukarıda belirtildiği üzere T şeklindeki levhanın hava yastıkları üzerindeki katı cisim hareketinden ileri geldeği anlaşılmıştır. 100-2000 Hz frekans aralığında, ölçüm sonucu ve modelden elde edilen aktif titreşim gücü spektrumuna bakıldığında kuvvet spektrumundan , dolayısıyla, T şeklindeki levhanın elastik titreşim biçimlerinden ileri geldiği anlaşılmıştır. Modelin ikinci doğal frekansı, $\omega_2 = 2925\text{ Hz}$ civarında olduğundan, ölçüm sonucu ve modelden elde edilen aktif titreşim spektrumuna bakıldığında bir tepe gözükmektedir. Bunun nedeni de, modelin ikinci

doğal frekansı, dolayısıyla, sönüm elemanının hareketinden, yada T- şeklindeki levhanın söz konusu frekans aralığında sahip olduğu elastik titreşim biçimi olabilecektir. 3-10 kHz frekans aralığında yapıya girilen aktif titreşim gücü, 3000 Hz frekansının altındaki frekanslara göre, oldukça az olmaktadır.

Ölçüm düzeneğinden ve modelden elde edilen, yapıya girilen aktif titreşim gücü spektrumları karşılaştırıldıklarında, modelden elde edilen aktif titreşim gücü değerlerinin, ölçüm düzeneğinden elde edilen aktif titreşim gücü değerlerine göre, on kat daha büyük olduğu görülmüştür. Bunun nedeninin modelin oluşturulmasında kullanılan matrislerin öz vektörlerinin normalize edilmemiş olması olasılığı oldukça yüksektir. Çalışmanın amacının, ölçüm düzeneğine girilen aktif titreşim gücünün değer olarak modellenmesinden öte, ölçüm düzeneğinin tasarlanmasında kullanılacak parametrelerin elde edilmesi olduğundan, spektrumların davranışları göz önüne alınmaktadır.

5.3. Modal Modelin Uygulanması

Bu bölümde, ölçüm düzeneği 68 serbestlik dereceli ve 0-10kHz frekans aralığında 10 titreşim biçimi olan bir sistem olarak göz önüne alınacak ve modal bir modeli oluşturulacaktır. Daha sonra, Bölüm.4.2’de açıklanan modal model yazılımı, daha önceden yapılmış bir çalışma olmadığından, ölçüm düzeneğinden elde edilen veriler ile modelden elde edilen veriler karşılaştırılarak, modelin doğruluğu sınanacaktır. Ölçüm düzeneğinde, tüm serbestlik derecelerine, 0-10kHz frekans aralığında sabit genliğe sahip bir kuvvet uygulanması durumunda, söz konusu serbestlik derecelerinde frekansa göre aktif ve reaktif titreşim gücü değişimi elde edilecektir.

5.3.1. Modal Model'in Ölçüm Düzenine Uygulanması

Bölüm.4.2'de açıklanan yazılım kullanılarak, ölçüm düzenine, 0-10 kHz arasında sahip olduğu ilk 10 titreşim biçimi göz önüne alınarak ve modal yaklaşım kullanılarak yapıya girilen titreşim gücünün modeli oluşturulmuştur. Ölçüm düzenine Modal Analiz yazılım ortamından elde edilen, ilk 10 titreşim biçimi için, modal matris, modal kütle, sönüm ve sertlik matrisleri Bölüm.4.2'de anlatılan ilk yazılıma girilmiştir. Modal Analiz çalışması sırasında ölçüm düzeni üzerinde tanımlanmış 68 noktadan her hangi birine kuvvet uygulanması durumunda, kuvvetin uygulandığı noktadan ölçüm düzenine girilen aktif ve reaktif titreşim gücü değerlerinin frekansa göre değişimleri Şekil.5.1'deki ölçüm düzeni kullanılarak elde edilmiştir. Ölçüm düzeninde tanımlanmış noktalardan birine 0-10 kHz frekans aralığında "random" kuvvet uygulanmıştır. Kuvvet uygulanması sırasında, yapıya girilen aktif ve reaktif titreşim gücünün ve kuvvetin frekansa göre değişimi ölçülüp, kayıt edilmiştir. Daha sonra ölçüm düzeninin modal modeli üzerinde söz konusu noktaya ölçülen kuvvet spektrumu girilmiştir. Yazılımda frekansın değişimi, ölçüm yapılan analizörün frekans bandlarına göre ayarlanmıştır. Ölçüm düzeni ve model üzerinde, bahsedilen ölçümler 18 ve 52 noktaları için tekrar edilmiş, aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumları elde edilmiştir.

Ölçüm düzeninin model'inin, 18 ve 52 noktası için elde edilmiş ve Şekil 15, 16, 17, 18, 19, 110, 111, 112'de gösterilen, aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumlarına bakıldığında, 0-1000 Hz frekans aralığında kayda değer bir şey görülememiştir. Çünkü, ölçüm düzeninin modelinin oluşturulmasında, T-seklindeki levhanın katı cisim hareketini dahil etmemek için, ölçüm düzeninin ilk titreşim biçiminden 10 kHz'e kadar olan frekans aralığındaki titreşim biçimlerini göz önüne almaktadır. Dolayısıyla, 0-1000 Hz frekans aralığı göz önüne

alınmamıştır. Ölçüm düzeneğinden ölçüm sonucu elde edilen aktif titreşim gücü spektrumlarına bakıldığında, 0-1000 kHz frekans aralığında 81Hz civarında bir tepe değer, reaktif titreşim gücü değerine bakıldığında 81Hz civarında işaret değiştirdiği görülmüştür. Bu etki, T- şeklindeki levhanın, hava yastıkları üzerinde yaptığı katı cisim hareketinden dolayı ortaya çıktığı Bölüm.4.1.2’de açıklanmıştır. Ölçüm düzeneğinden ve modelden elde edilen aktif titreşim gücü spektrumunda, 1000-3000 frekans aralığına bakıldığında, 1200 Hz ve 1600 Hz civarında bazı tepe değerleri gözükmemektedir. Aynı frekans aralığına bakıldığında, reaktif titreşim gücü değerlerinin de işaret değiştirdiği görülmüştür. Bu değişimlerin olduğu frekanslar aynı zamanda, ölçüm düzeneğinin sahip olduğu birinci ve ikinci elastik titreşim modunun ortaya çıktığı frekanslara karşılık gelmektedir. 3000 Hz frekansının üzerindeki frekanslarda, ölçüm düzeneğine girilen aktif ve reaktif titreşim değerleri oldukça küçük olmaktadır.

Ölçüm düzeneğinden elde edilen aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumu ile, model’den elde edilen aktif ve reaktif titreşim gücü spektrumu karşılaştırıldığında, davranış olarak bir birilerine benzerken, büyüklük olarak oldukça farklı oldukları görülmüştür. Model’in oluşturulmasında kullanılan matrislerin öz vektörlerinin normalize edilmemiş olmasından dolayı böyle bir farkın ortaya çıkması doğaldır. Çalışmanın amacının, ölçüm düzeneğine girilen aktif titreşim gücünün değer olarak modellenmesinden öte, ölçüm düzeneğinin tasarlanmasında kullanılacak parametrelerin elde edilmesi olduğundan, spektrumların davranışları göz önüne alınmaktadır.

5.3.2. Ölçüm Düzeneginin Modal Modelinin Sınanması

Bölüm.4.2’de açıklanan yazılım kullanılarak, ölçüm düzeneğinin, 0-10 kHz arasında sahip olduğu ilk 10 titreşim biçimi göz önüne alınarak, modal modeli oluşturulmuştur. Ölçüm düzeneğinin Modal Analiz yazılım ortamından elde edilen, ilk 10 titreşim biçimi için, modal matris, modal kütle, sönüm ve sertlik matrisleri Bölüm.4.2’de anlatılan ilk yazılıma girilmiştir. Modal Analiz çalışması sırasında ölçüm düzeneği üzerinde tanımlanmış 68 noktadan her hangi birine, 0-10 kHz frekans aralığında ‘random’ kuvvet uygulanmış ve her hangi bir noktasından 0-10 kHz frekans aralığında hız sinyali Şekil.5.1’deki ölçüm düzeneği kullanılarak elde edilmiştir. Bu iki sinyal kullanılarak mobilite spektrumu elde edilmiş ve kayıt edilmiştir. Ölçüm düzeneğinin modal modelinde de, kuvvetin uygulandığı ve tepkinin alındığı noktaların aynısı göz önüne alınarak mobilite spektrumu elde edilmiştir. Bir noktanın ölçüm düzeneğinden ve modelden elde edilen mobilite spektrumları karşılaştırılarak, model sınanmıştır. Ölçüm düzeneği ve model üzerinde bahsedilen ölçümler Şekil.5.1’deki ölçüm düzeneği kullanılarak 15, 34 ve 49 noktaları için tekrar edilmiştir.

Ölçüm düzeneğinden ve modelinden 15, 49 ve 34 noktası için elde edilmiş direkt mobilite spektrumlarının genlik kısımları her nokta için üst üste çizdirilmiş ve Şekil I1, I2, I3, I4’de gösterilmiştir. Kırmızı renk ile gösterilen spektrum, ölçüm düzeneği üzerinden ölçüm sonucu elde edilen mobilite spektrumunu, mavi renk ile gösterilen spektrum, modelden elde edilen mobilite spektrumunu logaritmik olarak göstermektedir. Bu spektrumların 0-1000 Hz frekans aralığında pek benzerlik göstermedikleri görülmektedir. Bunun nedeni, söz konusu frekans aralığında, ölçüm düzeneğinin sahip olduğu titreşim biçimleri modele dahil edilmemesidir. Spektrumların 1-10 kHz frekans aralığında ise, davranış olarak benzer özellik

göstermektedir. Ölçüm düzeneğinin modal modelinin oluşturulmasında, yapının tek doğrultuda ve tek noktadan tahrik edilmesi sonucu elde edilen verilerin kullanıldığı göz ardı edilmemelidir. Eğer tahrik noktasının düğüm noktası olması durumunda, tahrik noktasının düğüm noktası olduğu titreşim biçiminin hakkındaki bilgi edinilemeyecektir. Ayrıca, ilgilenilen frekans aralığının çok geniş olmasından dolayı, yapının söz konusu frekans aralığında sahip olduğu tüm bilginin elde edilmesi pek de mümkün olmamaktadır. Bunun yanında, uygulamalı modal analiz kitaplarında verilen uygulamalara bakıldığında, ölçüm düzeneğinden elde edilen veri ile modelden elde edilen verilerin tam olarak benzemediği görülmektedir.

5.3.3. Ölçüm Düzeneğinde Sabit Bir Kuvvetin Tüm Serbestlik Derecelerine Uygulanması Durumunda Aktif ve Reaktif Titreşim Gücünün Frekansa Göre Değişimi

Bölüm.4.2’de ölçüm düzeneği üzerinde bir serbestlik derecesine ölçüm ile elde edilmiş kuvvet spektrumunun uygulanması sonucunda aktif ve reaktif titreşim gücü elde edilmekte idi. Bölüm.4.2’de tanımlanan ikinci yazılımın ilk adımında, Bölüm.4.2’de kullanılan ilk yazılım, ölçüm düzeneği üzerinde tanımlanmış her serbestlik derecesi için, raslantısal bir kuvvet sinyali kullanılarak tekrar edilmiştir. Frekans, 0-10 kHz frekans arasında 50Hz’lik artımlar yaparak değişmektedir. Böylece, ölçüm düzeneği üzerinde tanımlanmış 68 serbestlik derecesi için, her serbestlik derecesine aynı kuvvet sinyali uygulanması durumunda, aktif ve reaktif titreşim gücü değerlerinin frekansa göre değişimleri elde edilmiştir. Bu değerlerin anlamlı bir şekilde görüntülenebilmesi için, Modal Analiz yazılım programında 68 noktada tanımlanan ölçüm düzeneğinin geometrisinin iki doğrultudaki koordinatları iki vektör halinde yazılıma girilmiştir. Böylece, ölçüm düzeneğinin üzerinde tanımlanmış tüm noktalara aynı kuvvet spektrumunun (tüm frekans bandlarında aynı

genliği sahip) uygulanması durumunda, belirli bir frekansta yapıya girilecek aktif ve reaktif titreşim gücünün 68 farklı serbestlik derecesi için hangi değerleri alacağı tespit edilmiştir. Birinci doğal frekanstan önceki bir frekans (1000 Hz) değerinde, birinci doğal frekans bölgesinde (1250 Hz) ve birinci doğal frekanstan sonraki bir frekansta (1450 Hz), tüm serbestlik derecelerinden ölçüm düzeneğine girilecek aktif ve reaktif titreşim gücü değerleri elde edilmiş ve Ek.J'de görüntülenmiştir.

Ölçüm düzeneğine 68 noktadan girilen aktif titreşim gücü değerleri 1000 Hz, 1250 Hz, 1450 Hz frekansları için Şekil J1, J3, J5'de olduğu gibi elde edilmiştir. İlgilenilen tüm frekans aralığında (0-10 kHz frekans aralığında), ölçüm düzeneği üzerinde tanımlanan tüm noktalardaki aktif titreşim gücü değerlerine bakıldığında, aktif titreşim gücü değerlerinin T-şeklindeki levhanın ön kısmında minimum, levhanın kuyruğuna doğru gittikçe artan ve kuyruğun ucunda maksimum olduğu bir görüntü elde edilmiştir. Bunun nedenin, ölçüm düzeneğine bakıldığında, T-şeklindeki levhanın kuyruk kısmının diğer bölgelere göre daha mobil, ön kısmın ise daha az mobil olduğu hissedilmekte ve görülmektedir. 1000, 1250, 1450 Hz frekanslarında kuvvetler ile tahrik edilmesi durumunda, reaktif titreşim gücü değerleri, Şekil J2, J4, J6'da gösterilmekte ve daha önce yapılan çalışmalardan da görüldüğu üzere 1250 Hz'den sonra işaret değiştirmektedir.

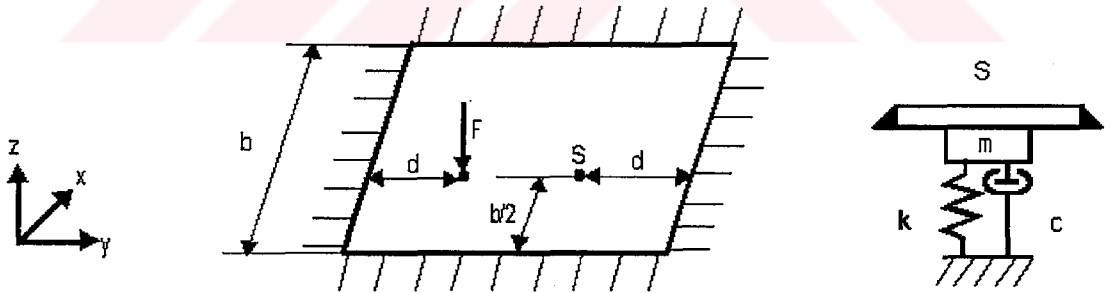
5.4. Yayılı Parametrelili Modelin Uygulanması

Bu bölümde, Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak ölçüm düzeneği'nin yayılı parametrelili bir modeli oluşturulacaktır. Öncelikle, Bölüm.4.3'de açıklanan yayılı parametrelili modelin yazılımı, daha önceden yapılmış bir çalışma üzerine

sınanacak, daha sonra ölçüm düzeneği üzerine uygulanacak ve sonuçlar elde edilecektir.

5.4.1. Yayı Parametrelili Modelin Sınanması

Bölüm.4.3’de açıklanan, yapının içinde üç doğrultuda akan titreşim gücünü modelleyen yazılım Şekil.5.4’de gösterilen yapı üzerine uygulanmıştır [20]. Şekil.5.4’de görüldüğü üzere, dikdörtgen şeklinde çevresi boyunca ankastre olarak bağlanmış bir levha göz önüne alınmıştır. Levhanın üzerinde görüldüğü üzere, L noktasına kuvvet uygulanmış ve S noktasına da kütlesi, sönüm özelliği, sertliği bulunan bir eleman yerleştirilmiştir. Geometrik, malzeme ve yapısal özellikleri Şekil.5.4’de verilen dikdörtgen şeklindeki levha, Bölüm.4.3’de belirtildiği üzere sekiz düğüm noktalı ‘continuum’ elmanlar kullanılarak yazılım içerisinde oluşturulmuştur.



Şekil.5.4. Dikdörtgen Şeklinde Ankastre Sınır Şartlarında Levha.

Geometrik özellikler:

$b = 1 \text{ m}$, $a = 1.5 \text{ m}$, $d = 0.4 \text{ m}$, kalınlık = 3 mm.

Malzeme özellikleri:

$E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$.

Yapısal özellikleri:

$m = 2.5 \text{ kg}$, $k = 10 \text{ kN/m}$, $c = 15 \text{ Ns/m}$.

Yükleme özellikleri:

$F = 1 \text{ N}$ 'luk genliği olan harmonik bir kuvvet uygulanmaktadır.

Yapının söz konusu levhanın belirtilen sınır şartlarında sahip olduğu birinci doğal frekans $\omega = 35 \text{ Hz}$ olarak belirlenmiştir. Levhanın birinci doğal frekansından önceki ve sonraki bir frekansta L noktasından $F = 1 \text{ N}$ 'luk kuvvetin uygulanması durumunda, aktif ve reaktif titreşim gücü dağılımı üç doğrultu içinde elde edilmiştir.

Yapının içinde, aktif ve reaktif titreşim gücü dağılımının harmonik analiz sonucu elde edilmesinden dolayı, yapıya uygulanan kuvvetin belirli bir frekansta olması gerekmektedir. Yapıya uygulanan kuvvetin frekansının, yapının en küçük sönümsüz doğal frekansından daha küçük bir frekansta ve daha büyük bir frekansta olması durumunda, yapının sahip olduğu aktif ve reaktif titreşim gücü dağılımları hesaplanmış ve Ek.K'da gösterilmiştir. Aktif titreşim dağılımına göz önüne alındığında, aktif titreşim gücünün kaynaktan (kuvvetin uygulandığı noktadan) sınırlara doğru aktığı görülmüştür. Dikdörtgen şeklindeki levhanın çevresi boyunca ankastre olmasından dolayı, bu bölgedeki titreşim gücünün akışı minimum olacaktır. Aktif titreşim gücünün akarken izleyebileceği diğer muhtemel bir yolda, dikdörtgen şeklindeki levhaya sonradan eklenen (S noktasındaki) elemandır.

Yapının sahip olduğu birinci sönümsüz doğal frekanstan önceki bir frekansta (30 Hz) tahrik edilmesi durumunda, elde edilen aktif titreşim gücü dağılımının üç bölümde incelenmesi, sonuçların anlaşılması bakımından oldukça yararlı olmaktadır. Kuvvet'in uygulandığı noktanın (L noktası) sol kısmı, kuvvet'in uygulandığı nokta ile sonradan yerleştirilen elemanın (S noktasına) arasındaki bölüm ve S noktasının sağında kalan kısım olarak düşünülebilir. Şekil K1'de gösterilen X doğrultusundaki aktif titreşim gücü dağılımı, söz konusu üç bölüm

için göz önüne alınması durumunda, kuvvetin uygulandığı noktanın solunda negatif, L noktası ile S noktası arasındaki bölümde pozitif, S noktasının sağında negatif olduğu görülmektedir. Şekil K2’de gösterilen Y doğrultusunda aktif titreşim gücü dağılımı, kuvvet’in uygulandığı noktanın üst kısmında pozitif, alt kısmında negatif değer aldığı görülmektedir. Eleman’ın yerleştirildiği S noktasının üst kısmında pozitif değer aldığı görülmektedir. Yapının içerisindeki aktif titreşim gücü’nün X ve Y doğrultularındaki göz önüne alındığında, kuvvetin uygulandığı L noktasından S noktasına bir akışın olduğu anlaşılmaktadır. Yapının birinci doğal frekansından düşük bir frekansta (30 Hz) yapıya kuvvet uygulanması durumunda, Şekil K3’de gösterilen yapının içindeki reaktif titreşim gücünün X doğrultusundaki dağılımı, kuvvetin uygulandığı noktanın solunda negatif, sağında pozitif değer almaktadır. Eleman’ın yerleştirildiği S noktası belirli bir şekilde gözükmemektedir. Şekil K4’de gösterilen reaktif titreşim gücü Y doğrultusundaki dağılımı göz önüne alındığında, kuvvetin uygulandığı noktanın üst kısmı pozitif, alt kısmı negatif değer almaktadır. Yapının içindeki reaktif titreşim gücünün X ve Y doğrultularındaki dağılımları beraber göz önüne alındığında, kuvvetin uygulandığı noktadan titreşim gücü girişi olduğu açıkça gözükürken, S noktasındaki eleman açıkça gözükmemektedir.

Yapının sahip olduğu sönümsüz birinci doğal frekanstan sonraki bir frekanstaki (40 Hz) bir kuvvet ile tahrik edilmesi durumunda, Şekil K5, K6’da gösterilen X ve Y doğrultusundaki aktif titreşim gücü dağılımı birinci doğal frekanstan önceki bir frekansta (30 Hz) tahrik edilmesiyle benzer bir davranış göstermektedir. Kuvvet’in uygulandığı noktadan S noktasına yerleştirilmiş elemana doğru bir aktif titreşim gücü akışı olmaktadır. Söz konusu tahrik durumunda, Şekil K7’de gösterilen reaktif titreşim gücünün X doğrultusundaki dağılımı, kuvvetin uygulandığı noktanın solunda pozitif, L noktası ile S noktası arasındaki bölümde negatif, S noktasının sağında ise pozitif değer almaktadır. Şekil K8’de gösterilen Y doğrultusunda ise, S noktasının üst kısmında pozitif, alt kısmında negatif değer

almaktadır. L noktasının üst kısmında negatif, alt kısmında pozitif değer almaktadır. Reaktif titreşim gücünün X ve Y doğrultusundaki dağılımı göz önüne alındığında, S noktasından L noktasına doğru bir reaktif titreşim gücü akışı olduğu görülmektedir.

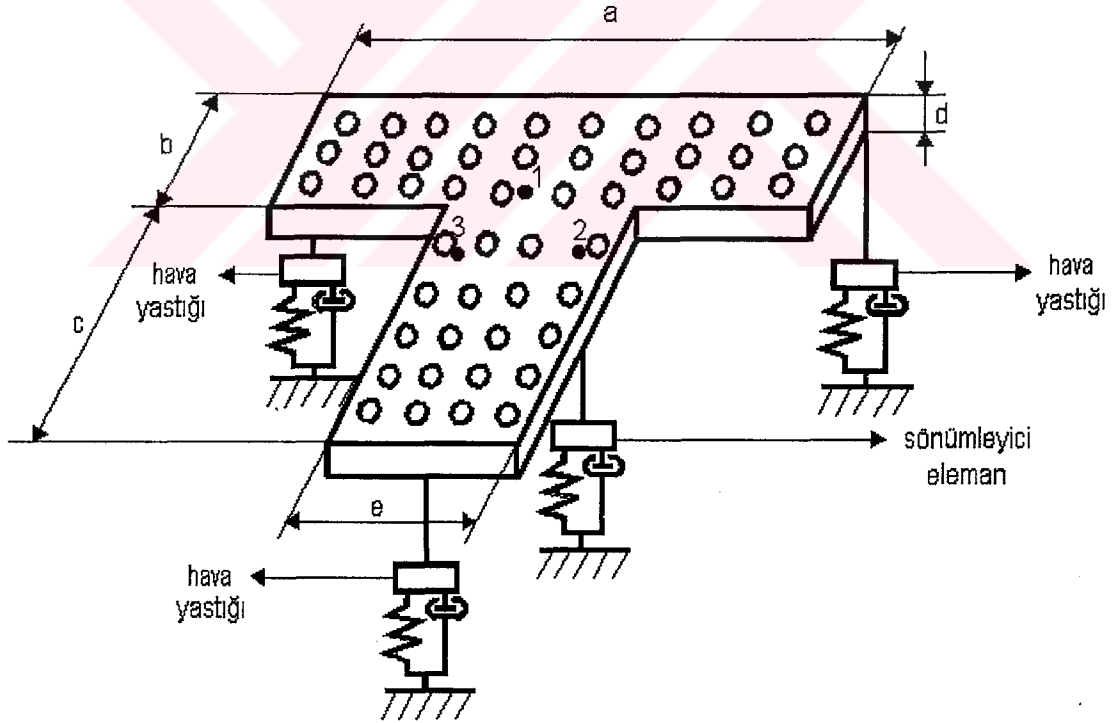
Yapının içerisinde, aktif titreşim gücü akışı tüm frekans aralığında kaynaktan yutumluyıcı elemana doğru olurken, reaktif titreşim gücü akışı, birinci doğal frekanstan önceki frekans aralığında pozitif değer alırken, birinci doğal frekanstan sonraki frekans aralığında negatif değer almaktadır. Diğer bir deyişle, reaktif titreşim gücü dağılımında, yutumluyıcı eleman birinci doğal frekanstan önceki bir frekansta tahrik edilmesi durumunda yutumluyıcı görevi yaparken, birinci doğal frekanstan sonraki bir frekansta tahrik edilmesi durumunda, kaynak görevi yapmaktadır.

5.4.2. Yayılı Parametrelili Modelin Ölçüm Düzenine Uygulanması

Bölüm.4.3’de açıklanan, yapının içinde üç doğrultuda akan titreşim gücünü modelleyen yazılım Şekil.5.5’de gösterilen ölçüm düzeni üzerine uygulanmıştır. Ölçüm düzeni, üç hava yastığının üzerine yerleştirilmiş T-şeklindeki levha ve levhanın ortasına yerleştirilmiş bir sönüm elemanından oluşmaktadır. Hava yastıklarını ve sönüm elemanını tek serbestlik dereceli sistem olarak kabul edilmiş, yapısal özellikleri Bölüm.3’de yapılan deneysel çalışmalar sonucu elde edilmiş ve yazılıma girilmiştir. T- şeklindeki levha’nın geometrisi, malzeme özellikleri olarak, Bölüm.3.3’de T-şeklindeki levhanın titreşim biçimlerinin elde edilmesinde kullanılan özellikler yazılıma girilmiştir. Diğer bir deyişle, levhanın titreşim biçimlerinin belirlendiği paket programdan titreşim gücünün elde edildiği paket programa transfer edilmiştir. Ayrıca, T-şeklindeki levhanın kayıp faktörünün belirlenmesi için, Bölüm.3.4’de yapılan çalışmalar sonucunda, birinci titreşim

modunda yapının sahip olduğu kayıp faktörünün ortalama değeri olarak $\eta = 0.003$ yazılıma girilmiştir. T-şeklindeki levha'nın geometrisi, Bölüm.4.3'de belirtildiği üzere, sekiz düğüm noktalı sürekli ortam elemanı kullanılarak hazırlanmıştır.

Ölçüm düzeneğinin üzerinde motorun ağırlığını simule etmek için Şekil.5.5'de gösterilen noktaların her birine motorun kütlelerinin üçte biri yerleştirilmiştir. Motor'un kütlesi 6.6 kg olarak belirlenmiştir. Söz konusu üç noktada motor ile ölçüm düzeneğinin temasta olduğu düşünülmektedir. Bu üç noktada, motordan ölçüm düzeneğine geçecek kuvvetin simule edilmesi amacıyla, ölçüm düzeneğine dik doğrultuda ölçüm düzeneğinin sahip olduğu birinci doğal frekans bölgesi civarında bir frekansta kuvvet uygulanmış ve z (ölçüm düzeneğine dik) doğrultusunda elde edilen aktif titreşim gücü dağılımı Ek.L'de gösterilmiştir.



Şekil.5.5. Ölçüm Düzeneğinin Sonlu Elemanlar Ortamındaki Modeli.

Sonlu Elemanlar ortamında modeli elde edilen ölçüm düzeneğinin sınır şartları, hava yastıklarının ve sönüm elemanının alttan üç doğrultuda hareketsiz

noktalara bağlandığı düşünülmektedir. Şekil.L1’de gösterildiği üzere, yukarıda bahsedilen tahrik durumunda, kuvvetin uygulandığı noktaya en yakın sınırdan (sönüm elemanının bulunduğu nokta) daha fazla, hava yastıklarının bulunduğu sınırlardan daha az aktif titreşim gücü akışı olduğu görülmektedir. Ölçüm düzeneği’nin Sonlu Elemanlar modelinin sınır şartlarının, gerçek sınır şartlarını tam olarak sağlamadığı ve titreşim gücü dağılımının yapının sahip olduğu sınır şartlarına bağlı olarak değiştiği göz ardı edilmemelidir.



SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapı üzerinde bir noktadan yapıya girilen titreşim gücü, yapısal özelliklere, sınır şartlarına, uygulanan kuvvetin genliğine, frekansına ve faz farkına bağlı olarak değişmektedir, [20]. Diğer bir değişle, yapıya bir noktadan girilen titreşim gücü spektrumu, o yapının yapısal özellikleri tarafından belirlenen, yine o yapının direkt mobilite spektrumu (tahriğin uygulandığı ve cevabın alındığı noktaların aynı olması durumunda elde edilen mobilite spektrumu) ile orantılıdır, [8] . Herhangi bir noktanın direkt mobilite (genlik) spektrumunda tepe değerlerinin oluştuğu frekanslar (doğal frekanslar) , kuvvet ile hız sinyallerinin arasındaki faz açısının sıfır olduğu frekanslardır, [9]. Bu frekanslarda yapıya girilen aktif titreşim gücü maksimum, reaktif titreşim gücü ise minimum olmaktadır. Titreşim gücünün girileceği yapının yapısal özelliklerinde, dolayısıyla mobilite (genlik) spektrumunda değişiklik yapılması durumunda, söz konusu yapıya iletilecek titreşim gücü değişecektir. Eğer göz önüne alınan yapının kütle ve sertlik değerleri değiştirilirse, aynı yapının direkt mobilite spektrumunda bulunan tepe değerlerinin ortaya çıktığı frekans değerleri (doğal frekansları) değişecektir. Eğer söz konusu noktanın sönüm değeri değiştirilirse, mobilite (genlik) spektrumundaki tepe değerlerinin genliği değişecektir [8].

Yapının bir noktasından ve bir doğrultuda girilen aktif titreşim gücü ölçülerek elde edilen sinyal kalite kontrol amaçlı kullanılmak isteniyorsa, ölçümün yapıldığı yapının yapısal özellikleri, elde edilen sinyali oldukça etkileyecektir. Eğer yapısal özelliklerin sinyali minimal düzeyde etkilemesi isteniyorsa, yapının ölçüm yapılan noktasında sahip olduğu direkt mobilite (genlik) spektrumunun tepe

değerlerinin, ölçüm yapılması düşünülen frekans aralığının dışında bulunması gerekmektedir. Bu frekans aralığında mobilite (genlik) spektrumundan da görüleceği üzere, hız sinyalinin dinamik büyüklüğünün kuvvet sinyalinin dinamik büyüklüğünün yanında çok küçük olmasından dolayı, hız sinyalinin aktif titreşim gücü sinyaline pek bir katkısı olmayacaktır. Eğer mobilite (genlik) spekturumunda tepe gözüken frekanslar (doğal frekanslar) ile muhtemelen yapının tahrik edileceği frekanslar çakıştırılabilirse, yapı üzerinde söz konusu noktadan tahrik frekanslarında akan aktif titreşim gücü maksimum, reaktif titreşim gücü minimum olacaktır. Kalite kontrol ölçüm düzeneğinde tahrik frekanslarının değiştirilemeyeceğinden dolayı, ölçüm yapılacak yapının (ölçüm düzeneği) yapısal özellikleri değiştirilerek mobilite (genlik) spektrumu istenildiği şekilde tasarlanması gerekmektedir. Bu işlem oldukça güç olabilir.

Mevcut ölçüm düzeneği, kabaca T şeklinde dört noktasından bağlanmış bir levha olarak düşünülmektedir. Muhtemelen ölçüm düzeneği üzerine koyulan çamaşır makinası elektrik motorundan geçen titreşim gücü, dört bağlantı noktasını izleyecektir. Levhanın ortasında bulunan, altına sönümleyici ve titreşim gücü algılayıcı yerleştirilmiş bir noktadan tek doğrultuda geçecek aktif titreşim gücünün maksimum, ayrıca diğer üç noktadan geçen aktif titreşim gücünün minimum olması istenmektedir. O halde aktif titreşim gücünün maksimum iletilmesi istenen noktanın mobilite (genlik) spektrumunun tepe değerlerinin ölçüm aralığında kalması diğer üç noktada ise, bunun tam tersi mobilite (genlik) spektrumunun tepe değerlerinin ölçüm aralığının dışında kalması gerekmektedir. Aktif titreşim gücünün minimum iletilmesi istenen üç noktanın sınır şartları, ilgililen frekans aralığının dışına kadar ankastre şartını sağlaması, diğer bir değişle bu noktaların mobilite (genlik) spektrumundaki tepe değerleri yüksek frekanslara çekilerek ölçüm aralığının dışına çıkarılması ile, söz konusu noktalardan iletilecek aktif titreşim gücü minimum olacaktır. Aktif titreşim gücünü maksimum iletilmesi istenilen noktada bulunan

sönüm değeri yüksek sönümleyici yerine, sönüm değeri düşük bir cisim yerleştirilebilir. Böylece bu noktanın direkt mobilite (genlik) spektrumunun tepe değerlerinin ölçüm aralığının içinde bulunması ve sönümün az olması nedeniyle doğal frekanslarda yapıdan akan aktif titreşim gücü maksimum olacaktır.

Yukarıda yapılan çıkarsamalar göz önüne alınarak mevcut ölçüm düzeneği iyileştirilebilir, yada yeni bir ölçüm düzeneği iki farklı yaklaşımla tasarlanabilir. İlk yaklaşımda, doğal frekansları ölçüm aralığının dışında kalan bir ölçüm düzeneği hazırlanabilir. İkinci yaklaşımda, ölçüm yapılacak noktanın direkt mobilite (genlik) spektrumunun doğal frekanslarının ölçüm aralığının içinde, diğer temas noktalarının ise, mobilite (genlik) spektrumunun doğal frekanslarının ölçüm aralığının dışında olmasını sağlayacak bir ölçüm düzeneği hazırlanabilir. İdeal olarak, ölçüm noktasındaki direkt mobilite (genlik) spektrumunun tepe değerlerinin olduğu frekansların, muhtemel tahrik frekansları ile çakışması gerekmektedir. Bunun anlamı, belirli bir noktada istenen mobilite (genlik) spektrumunun tasarlanabilir olmasıdır. Ayrıca, tek noktadan ölçüm yapılması durumunda muhtemelen ölçüm noktasının düğüm noktası olacağı frekans bandındaki bilginin kaybedilmemesi için, üç noktada ve üç doğrultuda ölçüm yapılmasında yarar vardır. Bu çalışmada elde edilen bilgiler, değişik bakış açılarıyla göz önüne alındığında, titreşim kontrolü ve titreşimsiz makina tasarımında yararlı olabilecek bir çok çıkarsamaya imkan verecektir.

KAYNAKLAR:

- [1] COOK, R. D., MALKUS, D. S., PLESHA, M. E., 'Concept and Applications of Finite Element Analysis' (3rd Edition), pp.56-62, John Wiley and Sons, New York, NY, USA, (1989).
- [2] LYON, R.L., 'Statistical Energy Analysis of Dynamic Systems', The MIT Press Cambridge, pp.20-27, MA, USA, (1975).
- [3] HAMBRIC, S. A., 'Power Flow and Mechanical Intensity Calculations in Structural Finite Element Analysis', ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol.112, pp 542-549, (1990).
- [4] SPENCER, A. J. M., 'Continuum Mechanics', Longman Inc, pp.150-161, New York, NY, USA, (1980).
- [5] NEFSKE, D. J., SUNG, S.H., 'Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems : Basic Theory and Application to Beams', ASME Journal of Vibration, Acoustic, Stress and Reliability in Design, Vol.111, pp 94-100, (1989).
- [6] BOUTHIER, O., BERNHARD, R.,WOHLEVER, C.,1990, 'Energy and Structural Intensity Formulations of Beam and Plate Vibrations', Proceeding of the 3-rd International Congress on Intensity Techniques, Centre Techniques des Industries Mecaniques, Senlis, France, (1990).
- [7] GAVRIC, L., CARNIEL, X., PAVIC, G., 'Structure Borne Intensity Fields in Plates, Beams and Plate-Beam Assemblies', Proceedings of the 3-rd International Congress on Intensity Techniques, Centre Techniques des Industries Mecaniques, Senlis, France, (1990).
- [8] ALFREDSON, K. S., 1993, 'Active and Reactive Mechanical Energy Flow Intensities in Solid Structures in Stationary Harmonic Vibration', Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, s-412, Göteborg, Sweden.
- [9] EWINS, D. J., 'Modal Testing Theory and Practice', Research Studies Press Ltd. Taunton, Somerset, England, pp.21-69, reprinted (1994).

- [10] DOSSING, O., 'Measurement of Operational Deflection Shapes', (Application Note), Brüel&Kjaer, Denmark, (1994)
- [11] PC-ODS, User's Manual, VEC., (1991).
- [12] LMS CADA-PC, User's Manual, Interleuvenlaan 68 3001 Leuven Belgium, (1992).
- [13] BAYRAKTAR, F., DURAKBAŞA, T., BELEK, H. T., GATZWILLER, K., FOG, C. L., 'An Initial Study on The Prediction of Energy Flow Characteristics of A QC Test Set-up for Electrical Motors Using Experimental Modal Analysis', IMAC-XIV (International Modal Analysis Conference), Dearborn, MI, USA, (1996).
- [14] I-DEAS, User's Manual, SDRC Ltd, (1994).
- [15] GADE, S., ZAVERI, K., HERLUFSEN, H., 'Complex Modulus and Damping Measurements Using Resonant and Non-Resonant Methods', Technical Review No.2, Brüel&Kjaer, Denmark, (1994).
- [16] GADE, S., HERLUFSEN, H., 'The Use of Impulse Response Function for Modal Parameter Estimation', Technical Review No.2, Brüel&Kjaer, Denmark, (1994).
- [17] GADE, S., 'Damping Measurements on The Absorber (5937)', Report, Brüel&Kjaer, Denmark, (1994).
- [18] Mat-lab, User's Manual, The Math Works Inc, (1992)
- [19] MARC, User's Manual, (1994).
- [20] ALFREDSON, K. S., 'Influence of Local Damping on Active and Reactive Mechanical Power Flow', 4th International Congress on Intensity Techniques, Senlis, France, (1994).

ÇALIŞMADA KULLANILAN YAZILIMLAR

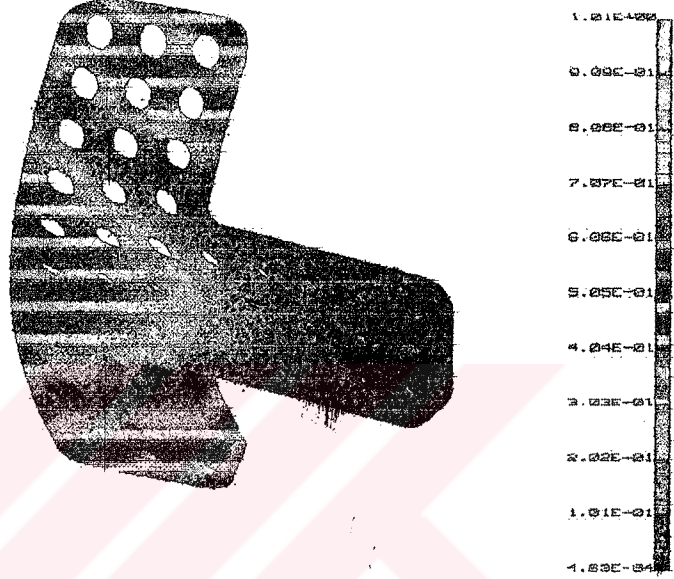
PC-ODS,	Ölçüm düzeneği üzerinde işletme koşullarında titreşimlerin canlandırılması çalışmasının yapılmasında kullanılmıştır.
LMS CADA-PC,	Modal Analiz çalışmasının yapılabilmesi için, kullanılmıştır.
MAT-LAB,	Matris işlemlerinin yapılabilmesi için kullanılmıştır.
EXCEL,	Modal Analiz yazılım ortamından alınan matrislerin, matris işlemlerinin yapılacağı yazılım ortamına uygun bir şekilde girilmesi için kullanılmıştır.
I-DEAS,	T şeklindeki levhanın titreşim biçimlerinin bulunmasında kullanılmıştır.
MARC,	Ölçüm düzeneğinin yayılı parametrelili modelinin kurulmasında kullanılmıştır.

EKLER

Ek.A. Sonlu Elemanlar Yazılımından Elde Edilen T-Şeklindeki Levhanın Titreşim Biçimleri.

RESULTS: 7- B.C. 1,MODE 7,DISPLACEMENT_7
MODE: 7 FREQ: 1277.424
DISPLACEMENT - MAG MIN: 4.63E-04 MAX: 1.01E+00
DEFORMATION: 7- B.C. 1,MODE 7,DISPLACEMENT_7
MODE: 7 FREQ: 1277.424
DISPLACEMENT - MAG MIN: 4.63E-04 MAX: 1.01E+00
FRAME OF REF: PART

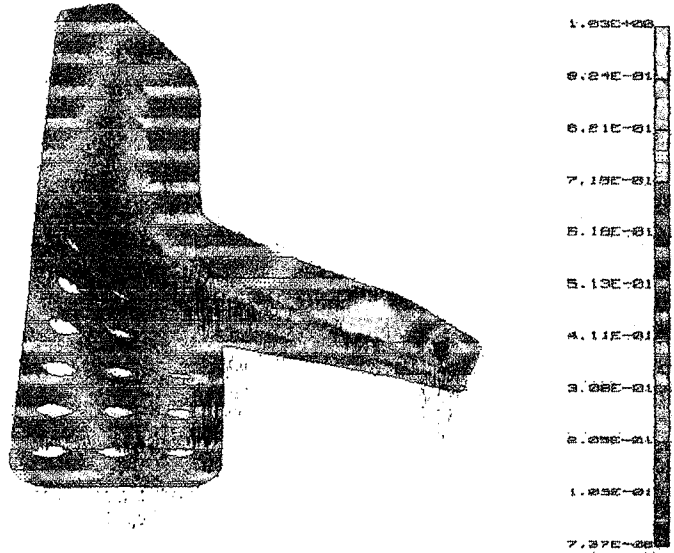
VALUE OPTION: ACTUAL



Şekil.A1. T Şeklindeki Levhanın Birinci Titreşim Biçimi.

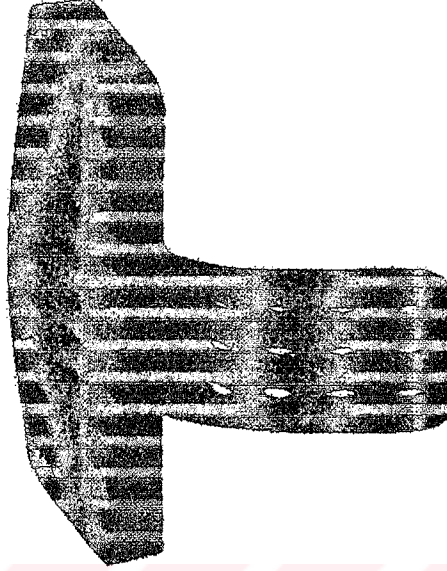
RESULTS: 8- B.C. 1,MODE 8,DISPLACEMENT_8
MODE: 8 FREQ: 1815.887
DISPLACEMENT - MAG MIN: 7.37E-08 MAX: 1.03E+00
DEFORMATION: 8- B.C. 1,MODE 8,DISPLACEMENT_8
MODE: 8 FREQ: 1815.887
DISPLACEMENT - MAG MIN: 7.37E-08 MAX: 1.03E+00
FRAME OF REF: PART

VALUE OPTION: ACTUAL

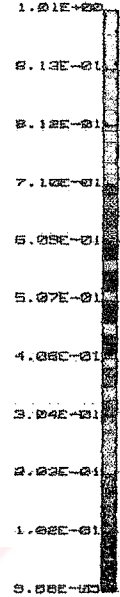


Şekil.A2. T Şeklindeki Levhanın İkinci Titreşim Biçimi.

RESULTS: 9- B.C. 1,MODE 9,DISPLACEMENT_9
 MODE: 9 FREQ: 1728.658
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 9.88E-05 MAX: 1.01E+00
 DEFORMATION: 9- B.C. 1,MODE 9,DISPLACEMENT_9
 MODE: 9 FREQ: 1728.658
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 9.88E-05 MAX: 1.01E+00
 FRAME OF REF: PART



VALUE OPTION: ACTUAL

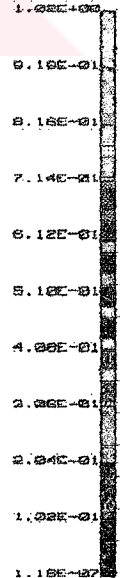


Şekil.A3. T Şeklindeki Levhanın Üçüncü Titreşim Biçimi.

RESULTS: 10- B.C. 1,MODE 10,DISPLACEMENT_10
 MODE: 10 FREQ: 2469.107
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 1.18E-07 MAX: 1.02E+00
 DEFORMATION: 10- B.C. 1,MODE 10,DISPLACEMENT_10
 MODE: 10 FREQ: 2469.107
 DISPLACEMENT - MAG MIN: 1.18E-07 MAX: 1.02E+00
 FRAME OF REF: PART

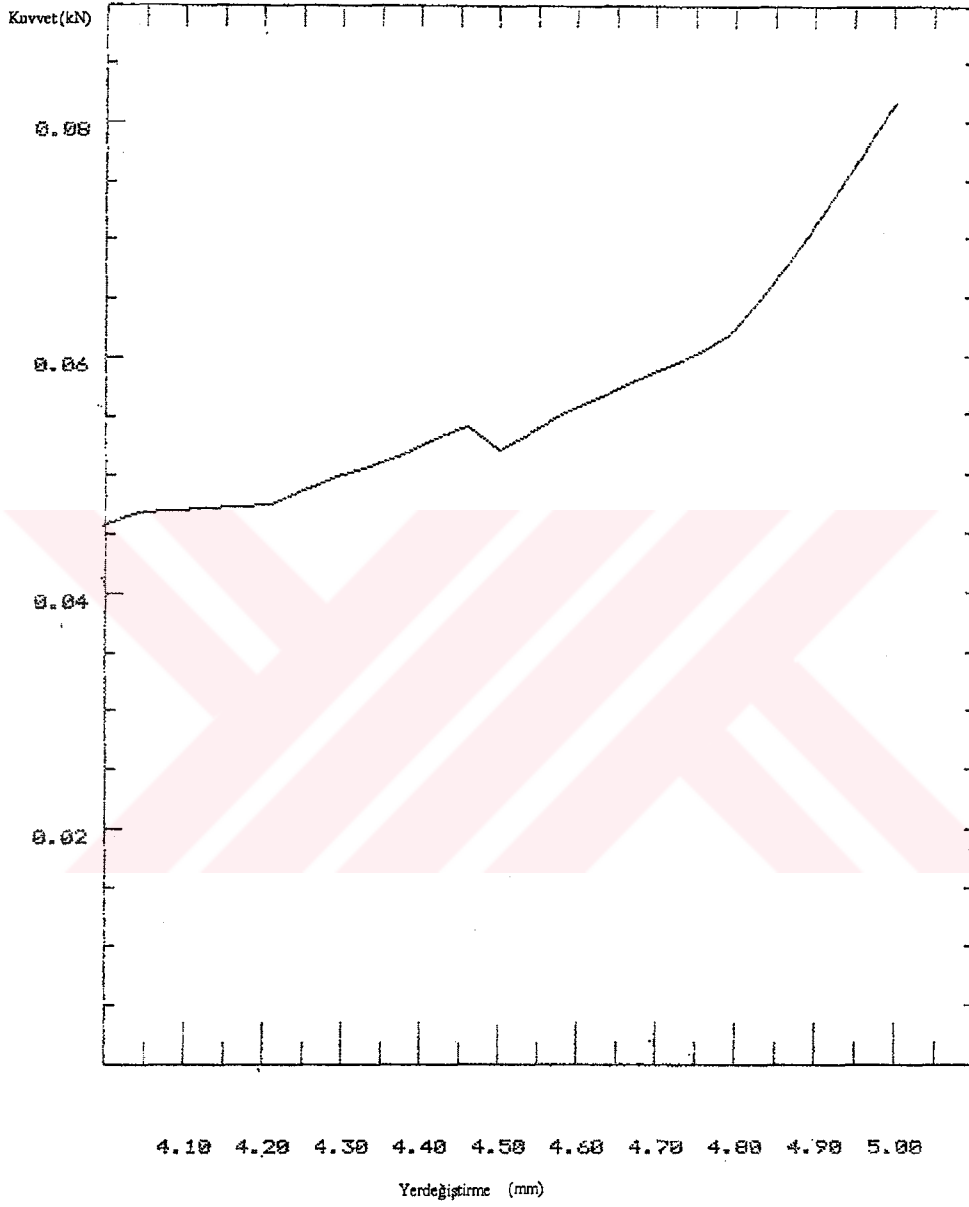


VALUE OPTION: ACTUAL



Şekil.A4. T Şeklindeki Levhanın Dördüncü Titreşim Biçimi.

Ek.B. Sönüm Elemanının Statik Sertliğinin Elde Edilmesinde Kullanılan Grafik.



Şekil.B1. Sönümleyicinin Statik Sertliğinin Bulunmasında Kullanılan Kuvvet Yerdeğiştirme Grafiği.

Ek.C. Toplu Parametrel Modelin Yazılımı.

İki Serbestlik Dereceli Bir Sistem Üzerine Uygulanan Yazılım;

```
function [apower, rpower]=modal(ss,t);
```

%İki Serbestlik Dereceli Bir Sistemin Verileri.

% ss,kuvvetin uygulandığı serbestlik derecesi,

% t ,tepkinin alındığı serbestlik derecesi,

```
f=[1;0];
```

% f ,Yapıya uygulanan kuvvet vektörü,

```
m1=1;
```

```
m2=2;
```

```
k1=1;
```

```
k3=3;
```

```
k2=2;
```

```
c1=0.1;
```

```
c2=0.2;
```

```
c3=0.3;
```

%Spatial Modelin Kurulması.

%Kütle, Sertlik ve Sönüm Matrislerinin Oluşturulması.

```
m=[m1 0;0 m2];
```

```
k=[k1+k2 -k2;-k2 k2+k3];
```

```
c=[c1+c2 -c2;-c2 c3+c2];
```

%Doğal Frekansların Belirlenmesi.

```
w=0:0.001:3;
```

```
temp=1;
```

```
j=1;
```

```
for i=1:3000,
```



```

        dd=k-w(i)^2*m;
        d=det(dd);
        fact=temp*d;
        if(fact<0),
            s(j)=w(i)^2;
            j=j+1;
        end,
        temp=d;
    end,

%Modal Matrisin Belirlenmesi.

    d1=k-(s(1)*m);
    [v1,d1]=eig(d1);
    d2=k-(s(2)*m);
    [v2,d2]=eig(d2);
    u=[v1(:,1) v2(:,1)];

%Modal Sertlik,Sönüm ve Kütle Matrislerinin Oluşturulması.

    kr=u'*k*u;
    cr=u'*c*u;
    mr=u'*m*u;
    ww=0:0.005:3;

    for i=1:601,

%Modal Model'in Kurulması.

        alfa=sqrt(-1)*ww(i)*(u*inv(kr-ww(i)^2*mr+sqrt(-1)*cr*ww(i))*u');

%Modal Model'in Gerçek, Sanal, Genlik ve Faz Açısı Matrislerinin

%Belirlenmesi.

        reall=real(alfa);
        imagg=imag(alfa);

```

```

magg=sqrt(reall^2+imagg^2);
phasec=(180/pi)*atan(imagg/reall);
%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif
% Gücün Belirlenmesi.
apower(i)=(1/2)*f*reall*f;
rpower(i)=(1/2)*f*imagg*f;
%Bir Nokta'nın Gerçel, Sanal, Genlik ve Faz Açısı Değerlerinin
%Belirlenmesi.
rreal(i)=real(alfa(ss,t));
iimag(i)=imag(alfa(ss,t));
mmag(i)=sqrt(rreal(i)^2+iimag(i)^2);
pphase(i)=(180/pi)*atan(iimag(i)/rreal(i));
end,
%Elde Edilen Sonuçların Görüntülenmesi.
figure(1)
subplot(121)
plot(ww,apower,'r')
title('AKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Aktif Güç (W)');
hold on
subplot(122)
plot(ww,rpower,'r')
title('REAKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Reaktif Güç (W)');
hold on

```

```
figure(2)
subplot(121)
plot(ww,mmag,'r');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Mobilite Genlik (m/Ns)');
hold on

subplot(122)
plot(ww,pphase,'r');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Mobilite Faz Açısı (Derece)');
hold on

figure(3)
subplot(121)
plot(ww,rreal,'r');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Mobilite Gerçel (m/Ns)');
hold on

subplot(122)
plot(ww,iimag,'r');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans w (rad/s)');
ylabel('Mobilite Sanal (m/Ns)');
hold on
```

```

Ölçüm Düzenneğine Uygulanan Yazılım;
function [apower,rpower]=mod(freq,force);
%[apower,rpower]=mod(freq,force);
% f ,Yapıya uygulanan kuvvet vektörü,
f=zeros(2,1);
% ss,kuvvetin uygulandığı serbestlik derecesi,
% t ,tepkinin alındığı serbestlik derecesi,
ss=1;
t=1;
%İki Serbestlik Dereceli Ölçüm Düzenneğinin Verileri.
m1=0.515;
m2=0.08;
k1=54000;
k3=100000;
k2=23300000;
c1=48;
c2=3450;
c3=600;
%Spatial Modelin Kurulması.
%Kütle, Sertlik ve Sönüm Matrislerinin Oluşturulması.
m=[m1 0;0 m2];
k=[k1+k2 -k2;-k2 k2+k3];
c=[c1+c2 -c2;-c2 c3+c2];
%Doğal Frekansların Belirlenmesi.
w=0:5:20000;
temp=1;
j=1;

```

```

for i=1:4000,
    dd=k-w(i)^2*m;
    d=det(dd);
    fact=temp*d;
    if(fact<0),
        s(j)=w(i)^2;
        j=j+1;
    end,
    temp=d;
end,

%Modal Matrisin Belirlenmesi.

d1=k-(s(1)*m);
[v1,d1]=eig(d1);
d2=k-(s(2)*m);
[v2,d2]=eig(d2);
u=[v1(:,1) v2(:,1)];

%Modal Sertlik,Sönüm ve Kütle Matrislerinin Oluşturulması.

kr=u'*k*u;
cr=u'*c*u;
mr=u'*m*u;

for i=1:626,
    ww(i)=freq(i)*2*pi;
    f(ss)=force(i);

%Modal Model'in Kurulması.

alfa=sqrt(-1)*ww(i)*(u*inv(kr-ww(i)^2*mr+sqrt(-1)*cr*ww(i))*u');

%Modal Model'in Gerçel,Sanal, Genlik ve Faz açısı Matrislerinin

%Belirlenmesi.

```

```

reall=real(alfa);
imagg=imag(alfa);
magg=sqrt(reall^2+imagg^2);
phasee=(180/pi)*atan(imagg/reall);

```

%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif

% Gücün Belirlenmesi.

```

apower(i)=(1/2)*f*reall*f;
rpower(i)=(1/2)*f*imagg*f;

```

end,

%Elde Edilen Sonuçların Görüntülenmesi.

```

figure(1)
plot(freq,apower,'r')
title('AKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Aktif Güç (W)');
hold on
figure(2)
plot(freq,rpower,'r')
title('REAKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Reaktif Güç (W)');
hold on

```

Ek.D. Modal Modelin Yazılımı.

Modal Analiz yazılım ortamından karakter olarak alınan modal matris, kütle, sönüm ve sertlik vektörleri öncelikle temsil ettikleri sayısal değerlere dönüştürülmek ve uygun bir forma getirilmek amacıyla aşağıda verilen makroya girilmektedir. Aşağıda belirtilen makrodan elde edilen matris ve vektörler matris işlemlerinin yapılabildiği bir yazılım ortamına girilecektir.

faruk

=RESULT(2)

=ARGUMENT("t",2)

=IF(ISBLANK(t)=TRUE)

=RETURN(t)

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="m")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e-03")

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="u")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e-06")

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="n")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e-09")

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="p")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e-12")

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="k")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e+03")

=ELSE()

=IF(REPLACE(t,1,LEN(t)-1,"")="a")

tnew=REPLACE(t,LEN(t),1,"e+06")

=ELSE()

tnew=t

=END.IF()

=END.IF()

```
=END.IF()  
=END.IF()  
=END.IF()  
=END.IF()  
=RETURN(tnew)  
  
=END.IF()
```



Modele Tek Bir Noktadan Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilecek Aktif ve Reaktif Titreşim Gücü Değerlerinin Elde Edilmesi İçin Hazırlanan Yazılım;

```
function [apower, rpower, iimag, rreal, mmag, pphase]
=deneme(u, c, m, k, f, ss, t, freq, force)
%[apower, rpower, iimag, rreal, mmag, pphase] =deneme(u, c, m, k, f, ss, t, freq, force)
%u, Modal Analiz Yazılımından elde edilen modal matris,
%c, Modal Analiz Yazılımından elde edilen sönüm vektörü,
%m, Modal Analiz Yazılımından elde edilen kütle vektörü,
%k, Modal Analiz Yazılımından elde edilen sertlik vektörü,
%ss, kuvvetin uygulandığı nokta,
%t, cevabın alındığı nokta,
%freq, hangi frekanslarda dataların göz önüne alındığını gösteren vektör,
%force, yapıya bir noktadan girilen kuvvet spektrumu
%Modal Sönüm, Sertlik ve Kütle Matrislerinin Oluşturulması.
    cr=diag(c);
    kr=diag(k);
    mr=diag(m);
%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif
%Gücün Belirlenmesi.
    for i=1:626,
        w(i)=2*pi*freq(i);
        f(ss)=force(i);
%Modal Model'in Kurulması.
        alfa=sqrt(-1)*w(i)*(u*inv(kr-w(i)^2*mr+sqrt(-1)*cr*w(i))*u');
%Modal Model'in Gerçek, Sanal, Genlik ve Faz açısı Matrislerinin
%Belirlenmesi.
```

```

reall=real(alfa);
imagg=imag(alfa);
magg=sqrt(reall^2+imagg^2);
phasee=(180/pi)*atan(imagg/reall);
%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif
% Gücün Belirlenmesi.

apower(i)=(1/2)*f*reall*f;
rpower(i)=(1/2)*f*imagg*f;
%Modal Model'in Gerçek, Sanal, Genlik ve Faz açısı Değerlerinin
%Belirlenmesi.

rreal(i)=real(alfa(ss,t));
iimag(i)=imag(alfa(ss,t));
mmag(i)=sqrt(rreal(i)^2+iimag(i)^2);
pphase(i)=(180/pi)*atan(iimag(i)/rreal(i)); end,
%Elde Edilen Sonuçların Görüntülenmesi.

figure(1)
plot(ff,apower,'r')
title('AKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Aktif Güç (W)');
hold on

figure(2)
plot(ff,rpower,'r')
title('REAKTİF GÜÇ');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Reaktif Güç (W)');
hold on

```

```
figure(3)
plot(ff,mmag,'b');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Mobilite Genlik (m/Ns)');
hold on

figure(4)
plot(ff,pphase,'b');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Mobilite Faz Açısı(Derece)');
hold on

figure(5)
plot(ff,rreal,'b');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Mobilite Gerçel (m/Ns)');
hold on

figure(6)
plot(ff,iimag,'b');
title('Frekans Cevap Fonksiyonu');
xlabel('Frekans f (Hz)');
ylabel('Mobilite Sanal (m/Ns)');
hold on
```

Yapının Tüm Serbestlik Derecelerine Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Aktif ve Reaktif Titreşim Gücü Değerlerinin Elde Edilmesi İçin Hazırlanan Yazılım;

```
function [a,r] =deny(u,c,m,k)
[a,r] =deny(u,c,m,k)
%u, Modal Analiz Yazılımından elde edilen modal matris,
%c, Modal Analiz Yazılımından elde edilen sönüm vektörü,
%m, Modal Analiz Yazılımından elde edilen kütle vektörü,
%k, Modal Analiz Yazılımından elde edilen sertlik vektörü,
%ss, kuvvetin uygulandığı nokta,
%t, cevabın alındığı nokta,
%freq, hangi frekanslarda dataların göz önüne alındığını gösteren vektör,
%Kuvvet Sinyalinin ve vektörünün Oluşturulması.

f=zeros(68,1);
force=ones(200);
%Modal Sönüm,Sertlik ve Kütle Matrislerinin Oluşturulması.
cr=diag(c);
kr=diag(k);
mr=diag(m);

%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif
%Gücün Belirlenmesi.

freq=0:50:10000;
for j=1:68
    for i=1:201
        w(i)=2*pi*freq(i);
        f(j)=force(i);
    end
end
%Modal Model'in Kurulması.
```

```

    alfa=sqrt(-1)*ww(i)*(u*inv(kr-ww(i)^2*mr+sqrt(-1)*cr*ww(i))*u');
%Modal Model'in Gerçel, Sanal, Genlik ve Faz açısı Matrislerinin
%Belirlenmesi.

    reall=real(alfa);
    imagg=imag(alfa);
    magg=sqrt(reall^2+imagg^2);
    phasec=(180/pi)*atan(imagg/reall);
%Yapıya Bir Noktadan ve Bir Doğrultuda Girilen Aktif ve Reaktif
%Gücün Belirlenmesi.

    apower(i)=(1/2)*f*reall*f;
    rpower(i)=(1/2)*f*imagg*f;
%Yapının üzerinde her serbestlik derecesine tüm frekans bandlarında
%sabit genliğe sahip bir kuvvetin uygulanması durumunda o noktalardan
%yapıya girilecek aktif ve reaktif titreşim gücü matrislerinin elde
%edilmesi.

    a(i,j)=apower(i);
    r(i,j)=rpower(i);

end,
end,

```

Yapının Tüm Serbestlik Derecelerine Sabit Bir Kuvvet Uygulanması Durumunda Elde Edilen Aktif ve Reaktif Titreşim Gücü Değerlerinin Geometriye Göre Gösterimi İçin Oluşturulan Yazılım;

```
function dem(x,y,a,r,freq)
%dem(x,y,a,r,freq)
%x geometrinin x koordinat vektörü,
%y geometrinin y koordinat vektörü,
%a aktif güç matrisi,(satur frekans, sütun nokta sayısı)
%r reaktif güç matrisi,(satur frekans, sütun nokta sayısı)
%freq güç dağılımı çizilmesi istenen frekans
f=(freq/50)+1;
figure(1)
stem1(x,y,a(f,:), 'r');
set(gca,'xlim',[0 0.2]);
set(gca,'ylim',[0 0.25]);
title('Aktif Güç Dağılımı');
xlabel('x-ekseni (m)');
ylabel('y-eksine (m)');
zlabel('Aktif Güç (W)');
hold
figure(2)
stem1(x,y,r(f,:), 'r');
set(gca,'xlim',[0 0.2]);
set(gca,'ylim',[0 0.25]);
title('Reaktif Güç Dağılımı');
xlabel('x-ekseni (m)');
```

```

ylabel('y-eksine (m)');
xlabel('Reaktif Güç (W)');
hold
Sonuçların Üç Boyutlu Gösterimi İçin Kullanılan Yazılım;
function stem1(x,y,z,linetype)
n = length(x);
if nargin == 2
    y = x(:)';
    x = 1:n;
    linetype = '-';
elseif nargin == 3
    if isstr(y)
        linetype = y;
        y = x(:)';
        x = 1:n;
    else
        x = x(:)';
        y = y(:)';
        z = z(:)';
        linetype = '-';
    end
elseif nargin == 4
    x = x(:)';
    y = y(:)';
end
xx = [x;x;nan*ones(size(x))];
yy = [y;y;nan*ones(size(y))];

```

```

zz = [zeros(1,n);z;nan*ones(size(z))];
cax = newplot;
next = lower(get(cax,'NextPlot'));
hold_state = strcmp(next,'add') & strcmp('add',lower(get(gcf,'NextPlot')));
h = plot3(x,y,z,'o',xx(:),yy(:),zz(:),linetype);
c = get(gca,'colororder'); set(h,'color',c(1,:))
q = axis;hold on;h=plot([q(1) q(2)],[0 0]);set(h,'color',get(gca,'xcolor'))
if ~hold_state, set(cax,'NextPlot',next); end

```



Ek.E. Yayılı Parametrelili Modelin Yazılımı.

```

subroutine plotv(v,s,sp,etot,eplas,ecreep,t,m,nnd,layer
$      ,ndid, nshead,jpltcd)
c
c... define an element variable for post processing
c
c... v      variable
c... s      stress array
c... sp     stresses in preferred direction
c... etot   total strain (generalized)
c... eplas  total plastic strain
c... ecreep total creep strain
c... t      current temperature
c... m      element number
c... nn     integration point number
c... layer  layer number
c... ndi    number of direct stress components
c... nshear number of shear stress components
c... jpltcd absolute value of user defined plot
c          code
implicit real*8 (a-h,o-z)
c
include '../common/blk'
include '../common/elmcom'
include '../common/dimen'
include '../common/array2'
include '../common/concom'
include '../common/heat'
include '../common/nzro1'
include '../common/lass'
include '../common/harmon'
include '../common/dyns'
include '../common/space'
c
dimension s(1),etot(1),eplas(1),ecreep(1),sp(1)
c
dimension dispr(24),dispi(24),xinti(3),
$      stresr(6),stresi(6),

```

```

$      veloc(24),vint(3),powr(3),powi(3),
$      verr(3) ,vi(3),xintr(3)
if (ihresp.eq.1) then
c... harmonic analysis
c... get current frequency (in radians per time)
currfreq=freq
c
c.get real displacements corresponding to element nodes
c
call elvec(dispr,nnode,vars(idsx1),ndegmx,ndeg,numnp,0,lm)
c
c.get imaginary displacements corresponding to element nodes
c
if (icompl.ne.0)
$ call elvec(dispi,nnode,vars(idsx2),ndegmx,ndeg,numnp,0,lm)
c.calculate integration point value of real displacements
c
call int007(xintr,dispr,nn)
c
c.calculate integration point value of imaginary displacements
c
if (icompl.ne.0) call int007(xinti,dispi,nn)
c
c... get real and imaginary stress components
c
lofr=(n-1)*nelstr
lms1=nn-1
lms2=nstrmx*lms1
l1=lms2+lofr+isigco
if (icompl.ne.0) l2=lms2+lofr+isigsi
do 10 idum=1,ndi+nshear
stresr(idum)=vars(l1+idum-1)
if (icompl.ne.0) stresi(idum)=vars(l2+idum-1)
10 continue
if (jplbcd.eq.1) v=xintr(1)
if (jplbcd.eq.2) v=xintr(2)
if (jplbcd.eq.3) v=xintr(3)
if (jplbcd.eq.4.and.icompl.ne.0) v=xinti(1)
if (jplbcd.eq.5.and.icompl.ne.0) v=xinti(2)
if (jplbcd.eq.6.and.icompl.ne.0) v=xinti(3)

```

```

c *****
c harmonik kabul ile yerdegistirmenin hiza donusumu
do 45 i=1,3
vrr(i)=-1*curfreq*xinti(i)
vi(i)=curfreq*xintr(i)
45 continue
c
c Aktif ve reaktif titresim gucunun hesaplanmasi
c
powr(1)=stresr(1)*vrr(1)+stresr(4)*vrr(2)+stresr(6)
$*vrr(3)+stresi(1)*vi(1)+stresi(4)*vi(2)+stresi(6)
$*vi(3)
powr(2)=stresr(4)*vrr(1)+stresr(2)*vrr(2)+stresr(5)
$*vrr(3)+stresi(4)*vi(1)+stresi(2)*vi(2)+stresi(5)
$*vi(3)
powr(3)= stresr(6)*vrr(1)+stresr(5)*vrr(2)+stresr(3)
$*vrr(3)+stresi(6)*vi(1)+stresi(5)*vi(2)+stresi(3)
$*vi(3)
powi(1)= stresr(1)*vi(1)+stresr(4)*vi(2)+stresr(6)
$*vi(3)-stresi(1)*vrr(1)-stresi(4)*vrr(2)-stresi(6)
$*vrr(3)
powi(2)= stresr(4)*vi(1)+stresr(2)*vi(2)+stresr(5)
$*vi(3)-stresi(4)*vrr(1)-stresi(2)*vrr(2)-stresi(5)
$*vrr(3)
powi(3)= stresr(6)*vi(1)+stresr(5)*vi(2)+stresr(3)
$*vi(3)-stresi(6)*vrr(1)-stresi(5)*vrr(2)-stresi(3)
$*vrr(3)
c
c Uc dogrultudaki aktif titresim gucu degerleri
c
if (jpltd.eq.7) v=.5*powr(1)
if (jpltd.eq.8) v=.5*powr(2)
if (jpltd.eq.9) v=.5*powr(3)
c
c Uc dogrultudaki reaktif titresim gucu degerleri
c
if (jpltd.eq.10) v=.5*powi(1)
if (jpltd.eq.11) v=.5*powi(2)
if (jpltd.eq.12) v=.5*powi(3)
c *****

```

```

else if (idyn.ge.1) then
c
c...  dynamic transient analysis
c
c...  get velocities corresponding to the element nodes
c
call elvec(veloc,nnode,vars(idynv),ndegmx,ndeg,numnp,0,lm)
c
c...  calculate integration point value of velocities
c
call int007(vint,veloc,nn)
c
end if
return
end
c
c
subroutine int007(xint,xnode,nn)
implicit real*8 (a-h,o-z)
c
c...  subroutine to calculate the integration point value for
c...  element type 7, based on the nodal values
c
c...  input:  xnode: array with nodal values
c...         int:  integration point number
c...  output: xint: integration point value
c
dimension xint(1),xnode(3,1)
dimension f(8),gausx(8),gausy(8),gausz(8)
c
data gausx/ -.577350269, .577350269,-.577350269, .577350269,
$.577350269, .577350269,-.577350269, .577350269/
data gausy/ -.577350269,-.577350269, .577350269, .577350269,
$.577350269,-.577350269, .577350269, .577350269/
data gausz/ -.577350269,-.577350269,-.577350269,-.577350269,
$.577350269, .577350269, .577350269, .577350269/
c
xsi = gausx(nn)
eta = gausy(nn)
zeta = gausz(nn)

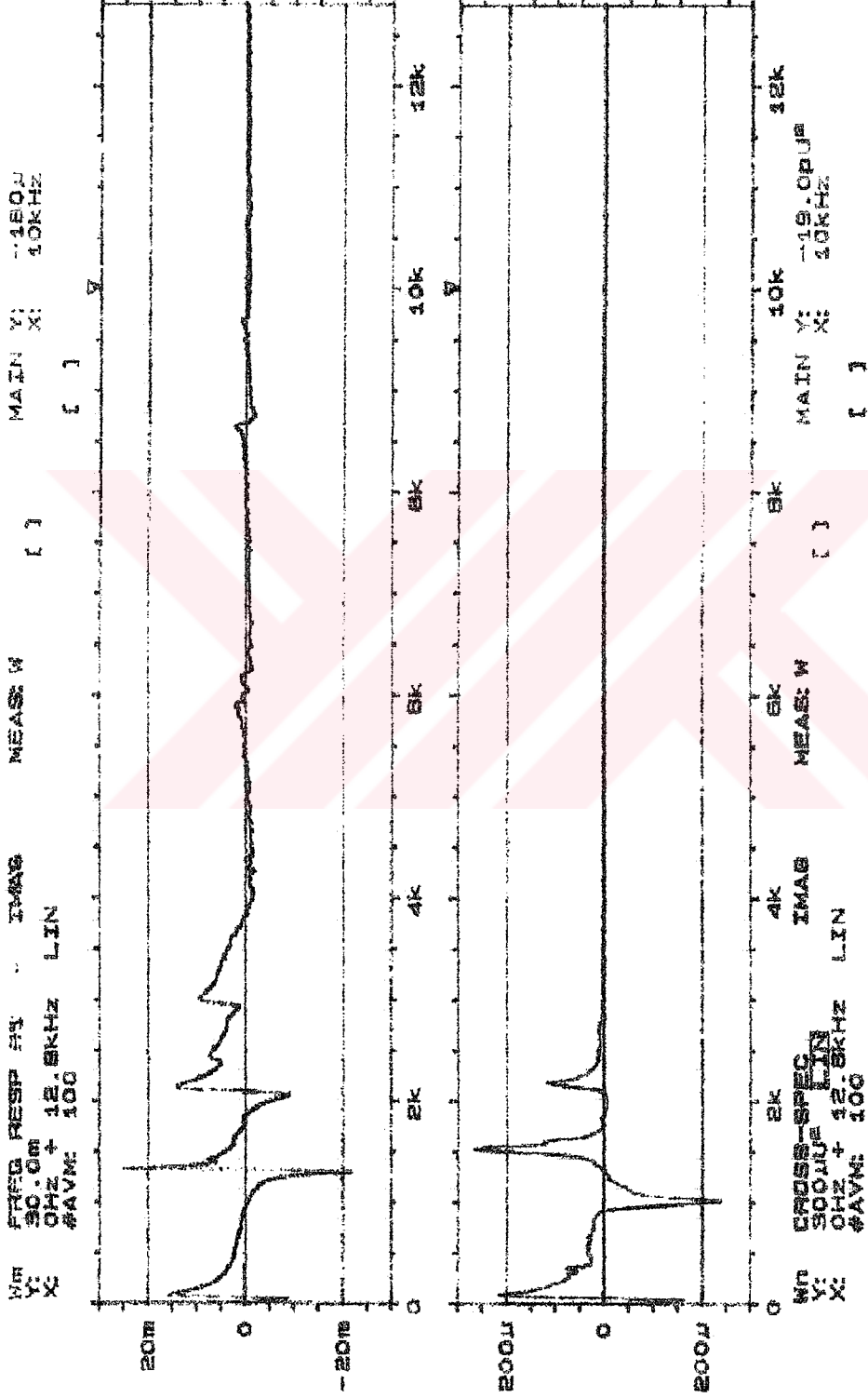
```

```

xm=1.0d0-xsi
xp=1.0d0+xsi
ym=1.0d0-eta
yp=1.0d0+eta
zm=1.0d0-zeta
zp=1.0d0+zeta
f(1)=0.125d0*xm*ym*zm
f(2)=0.125d0*xp*ym*zm
f(3)=0.125d0*xp*yp*zm
f(4)=0.125d0*xm*yp*zm
f(5)=0.125d0*xm*ym*zp
f(6)=0.125d0*xp*ym*zp
f(7)=0.125d0*xp*yp*zp
f(8)=0.125d0*xm*yp*zp
c
xint(1) = f(1)*xnode(1,1) + f(2)*xnode(1,2)
$      + f(3)*xnode(1,3) + f(4)*xnode(1,4)
$      + f(5)*xnode(1,5) + f(6)*xnode(1,6)
$      + f(7)*xnode(1,7) + f(8)*xnode(1,8)
xint(2) = f(1)*xnode(2,1) + f(2)*xnode(2,2)
$      + f(3)*xnode(2,3) + f(4)*xnode(2,4)
$      + f(5)*xnode(2,5) + f(6)*xnode(2,6)
$      + f(7)*xnode(2,7) + f(8)*xnode(2,8)
xint(3) = f(1)*xnode(3,1) + f(2)*xnode(3,2)
$      + f(3)*xnode(3,3) + f(4)*xnode(3,4)
$      + f(5)*xnode(3,5) + f(6)*xnode(3,6)
$      + f(7)*xnode(3,7) + f(8)*xnode(3,8)
c
return
end

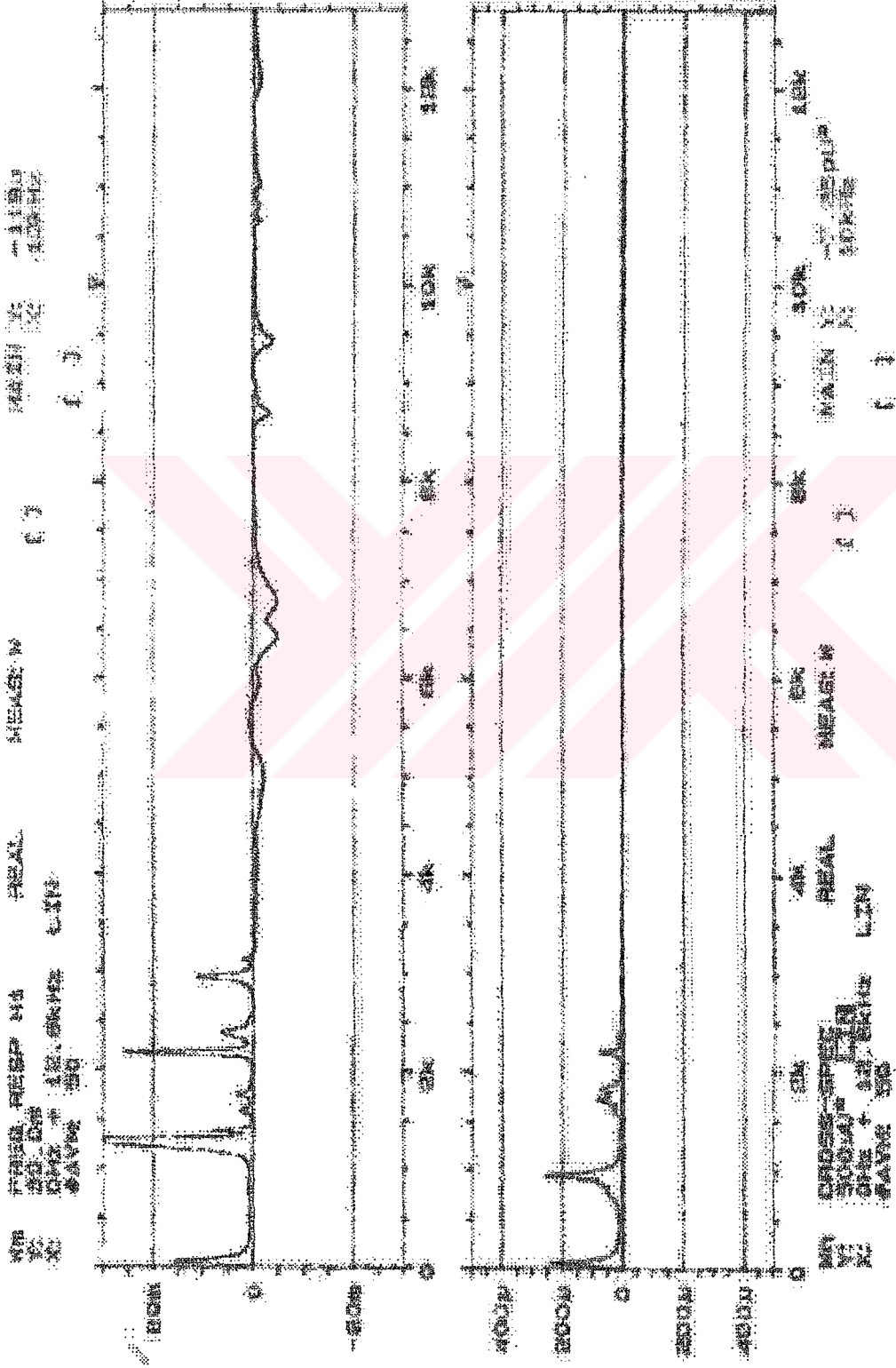
```

Ek.F. Deneyisel Olarak Elde Edilen Mobilite ve Titreşim Gücü Spektrumları.



Üstteki grafik mobilite'nin sanal kısmını, alttaki grafik ise reaktif titreşim gücünü göstermektedir.

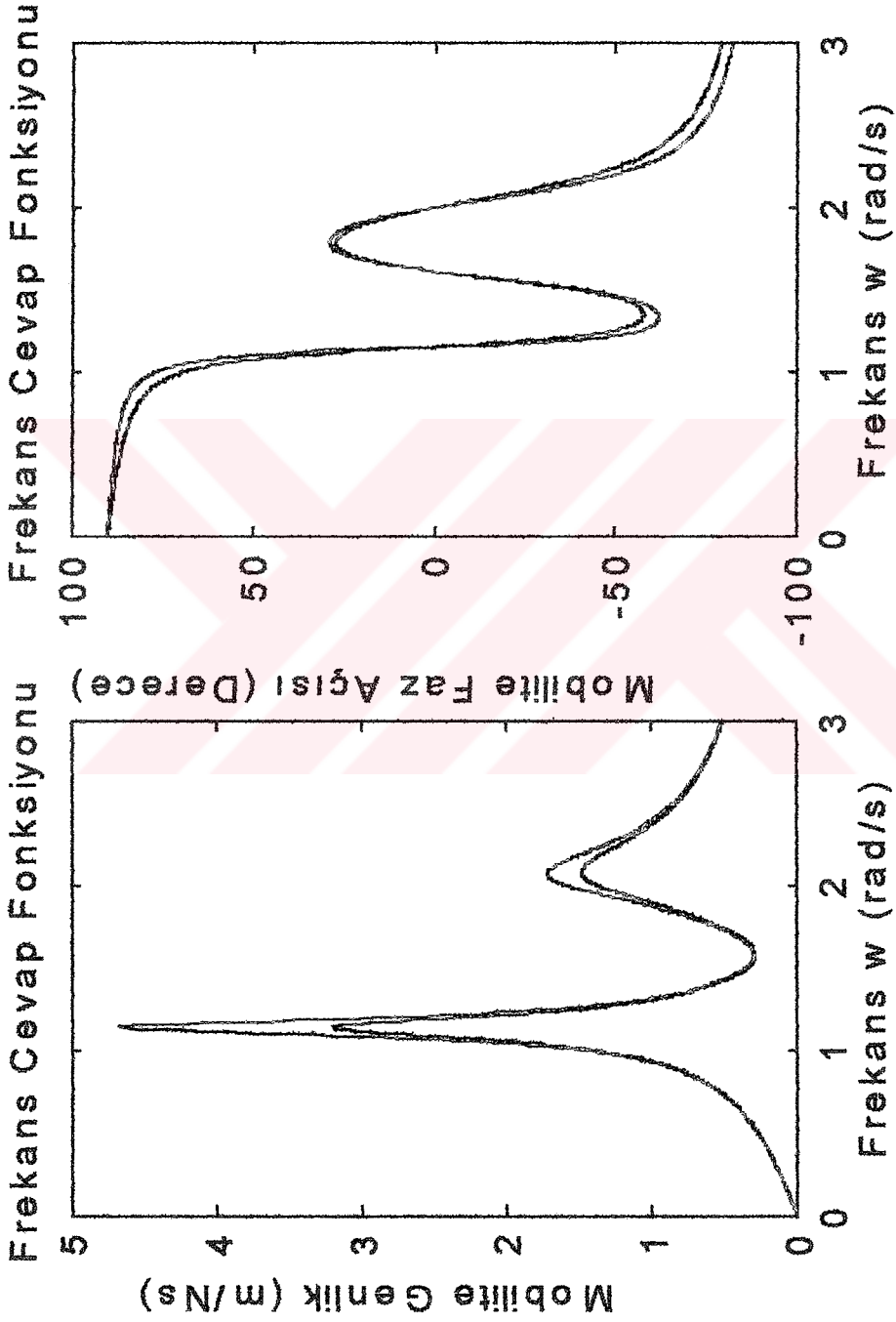
Şekil.F1. Reaktif Titreşim Gücünün ve Mobilite'nin Sanal Kısımın Frekansa Göre Değişimi.



Üstteki grafik mobilite'nin gerçel kısmını, alttaki grafik ise aktif titreşim gücünü göstermektedir.

Şekil.F2. Aktif Titreşim Gücünün ve Mobilite'nin Gerçel Kısımının Frekansa Göre Değişimi.

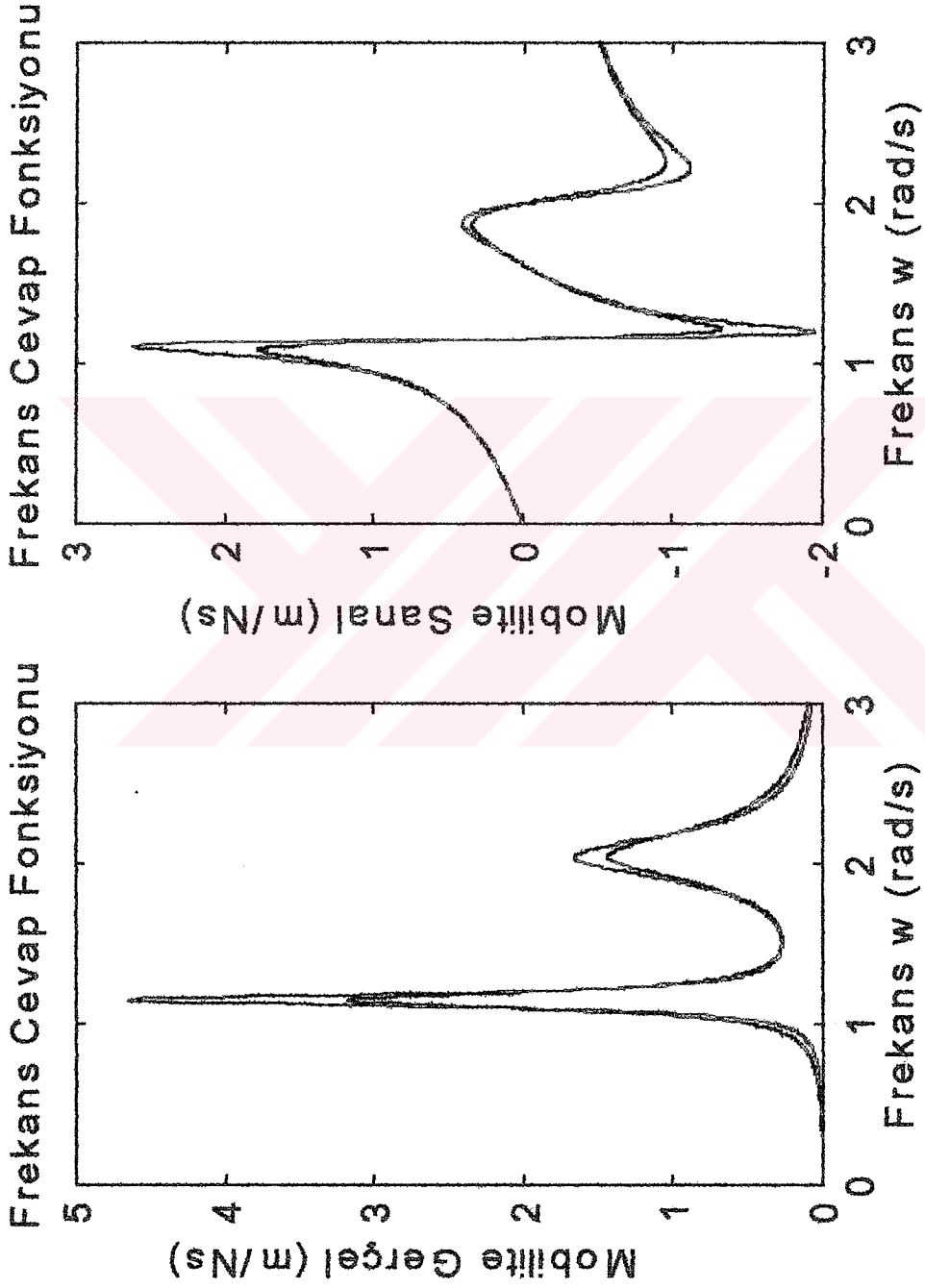
Ek.G. Toplu Parametrel Modelin İki Serbestlik Dereceli Bir Sistem Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar.



Şekil.G1. Frekans Cevap Fonksiyonu Genlik ve Faz Açısı Spektrumları.

c₁ sönüm katsayısı çıkarıldıktan sonraki durum; kırmızı

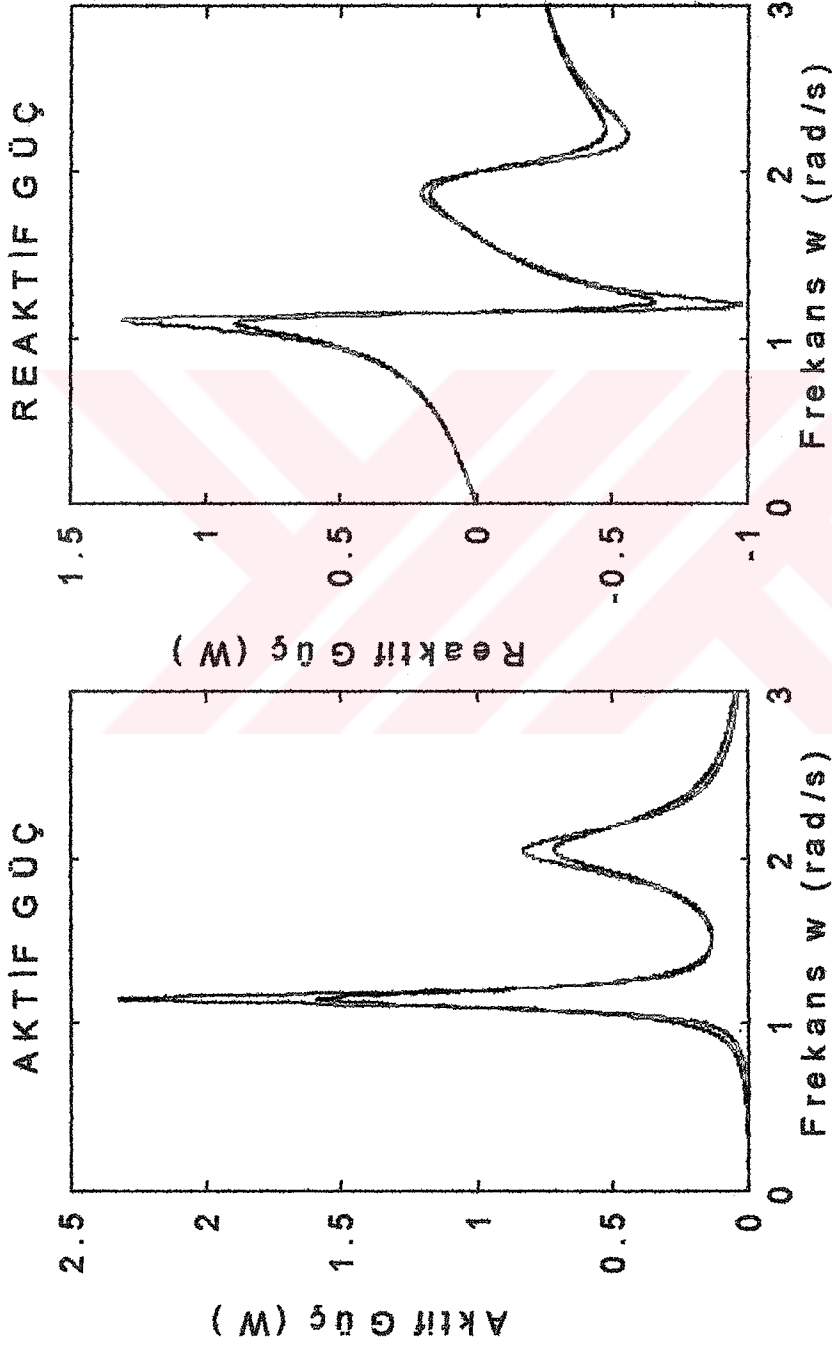
c₁ sönüm katsayısı çıkarılmadan önceki durum; yeşil ile gösterilmektedir.



Şekil.G2. Frekans Cevap Fonksiyonu Gerçel ve Sanal Spektrumları.

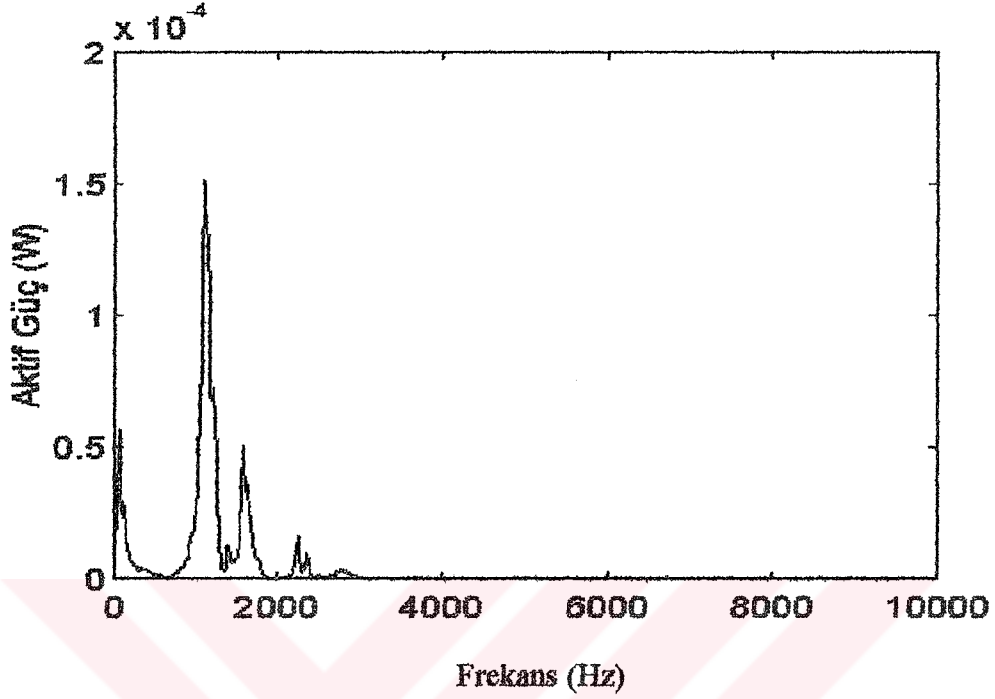
c1 sönüm katsayısı çıkarıldıktan sonraki durum; kırmızı

c1 sönüm katsayısı çıkarılmadan önceki durum; yeşil ile gösterilmektedir.

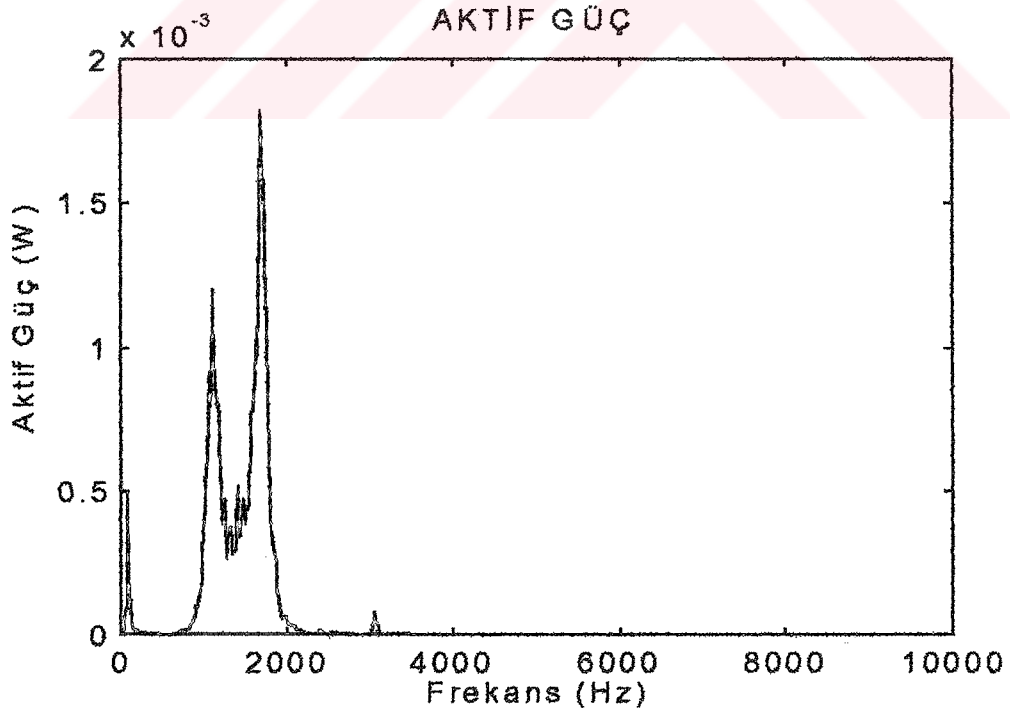


Şekil.G3. Aktif ve Reaktif Titrşim Gücü Spektrumları.
 c1 sönüm katsayısı çıkarıldıktan sonraki durum; kırmızı
 c1 sönüm katsayısı çıkarılmadan önceki durum; yeşil ile gösterilmektedir.

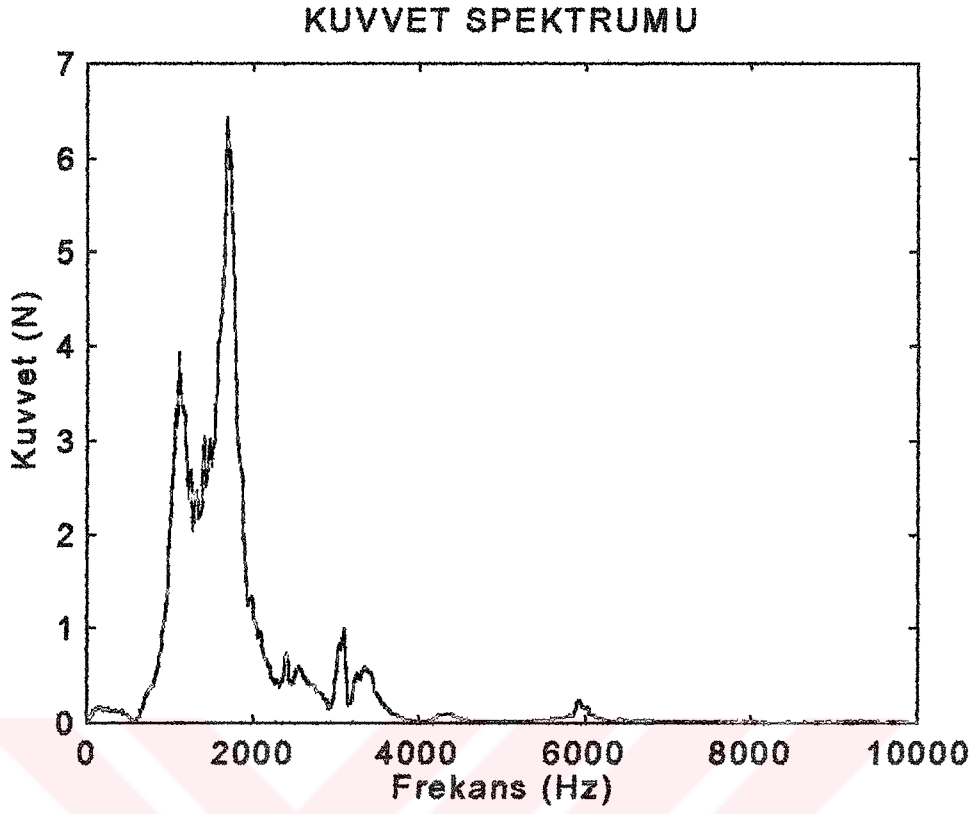
Ek.H. Toplu Parametrel Modelin Ölçüm Düzenegi Üzerine Uygulanması
Sonucu Elde Edilen Spektrumlar.



Şekil.H1. Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)

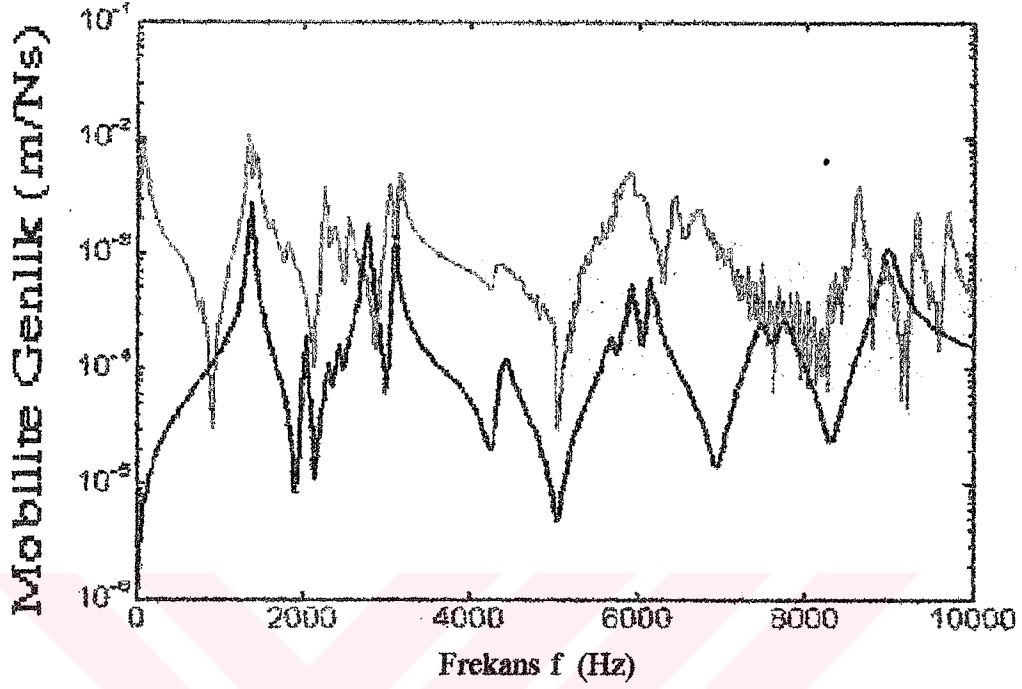


Şekil.H2. Toplu Parametrel Modelden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu.
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)

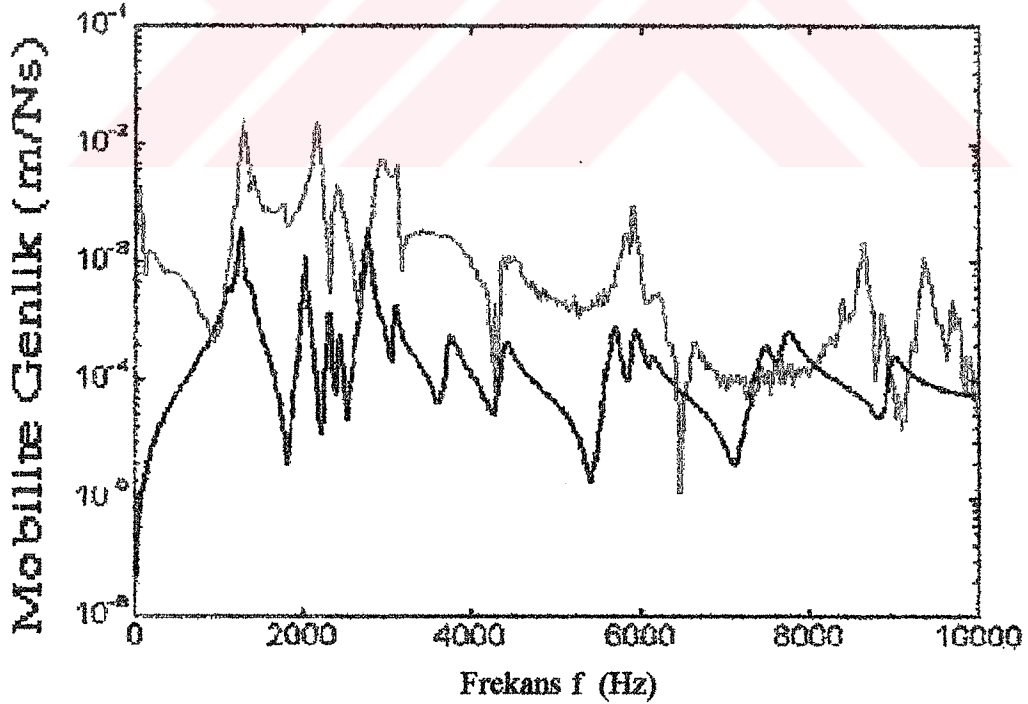


Şekil.H3. Modele Uygulanan Kuvvet Spektrumu. (52 noktasmdan)

Ek.I. Modal Modelin Ölçüm Düzenegi Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar.

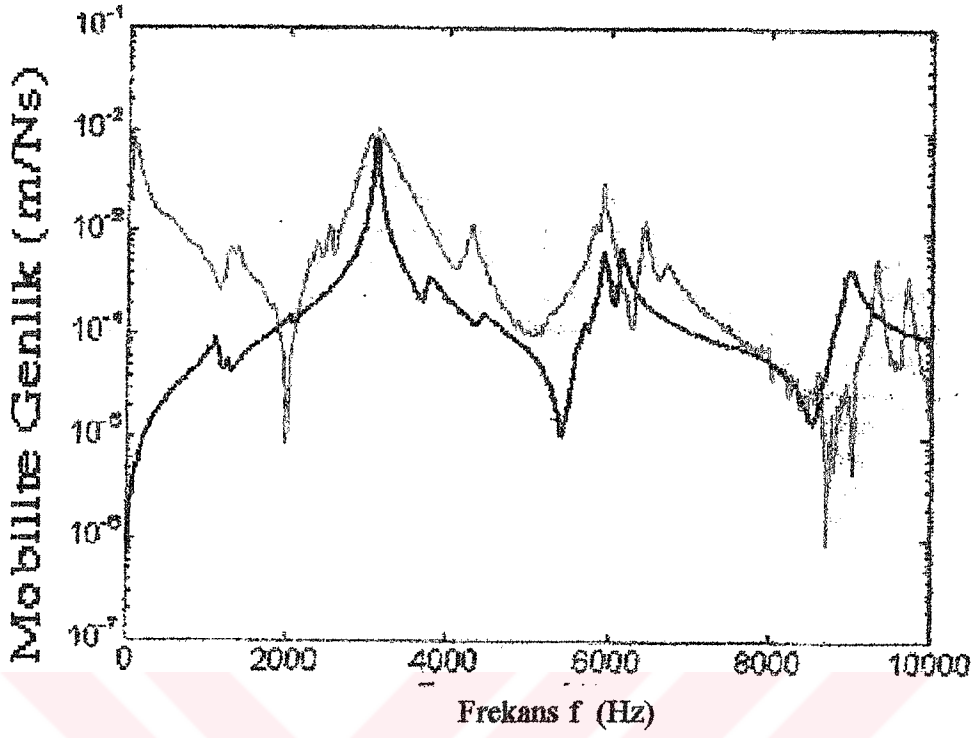


Şekil.II. Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 34, 34)

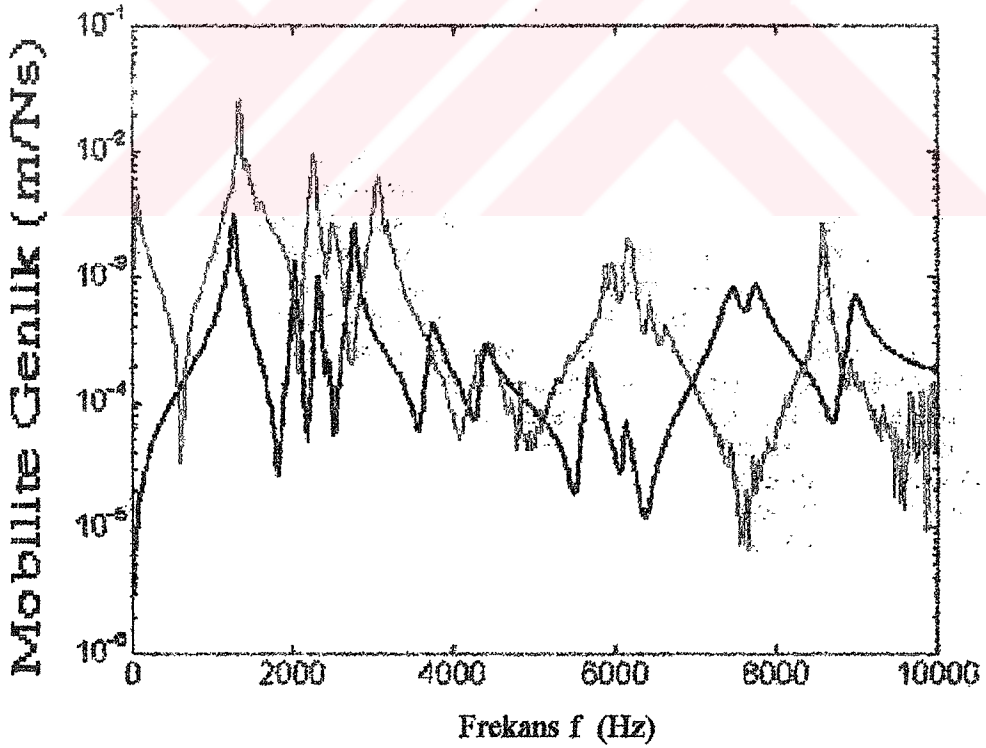


Şekil.I2. Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 37, 54)

'kırmızı', Ölçüm düzeneginden elde edilen veri,
'mavi', Model'den elde edilen veri,



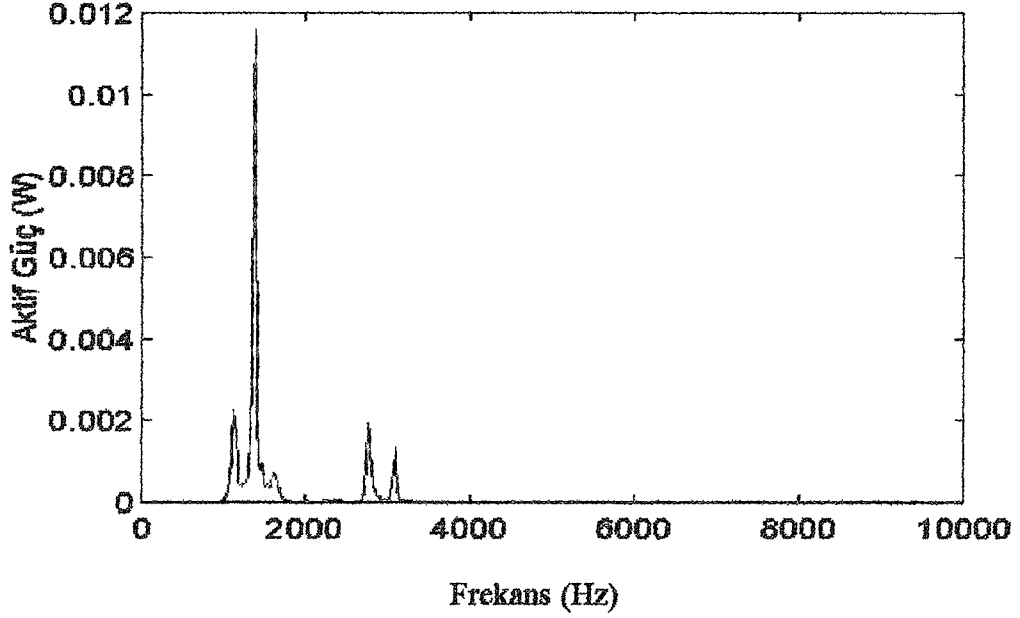
Şekil.13. Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası:15, 15)



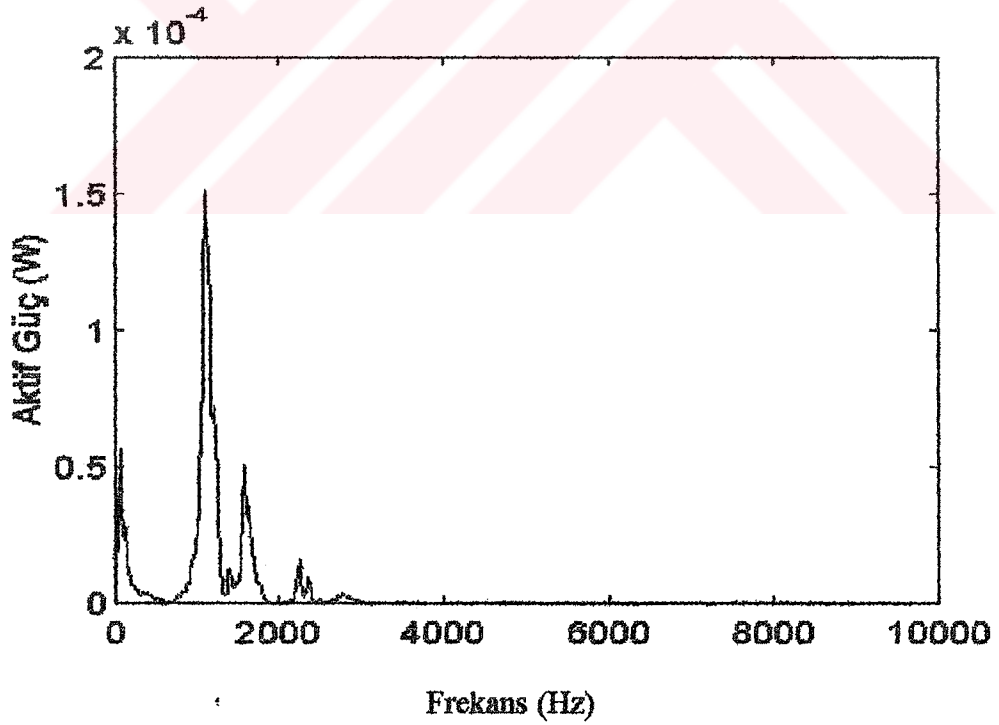
Şekil.14. Frekans Cevap Fonksiyonu Spektrumu (Tahrik, cevap noktası: 49, 49)

'kırmızı', Ölçüm düzeneğinden elde edilen veri,

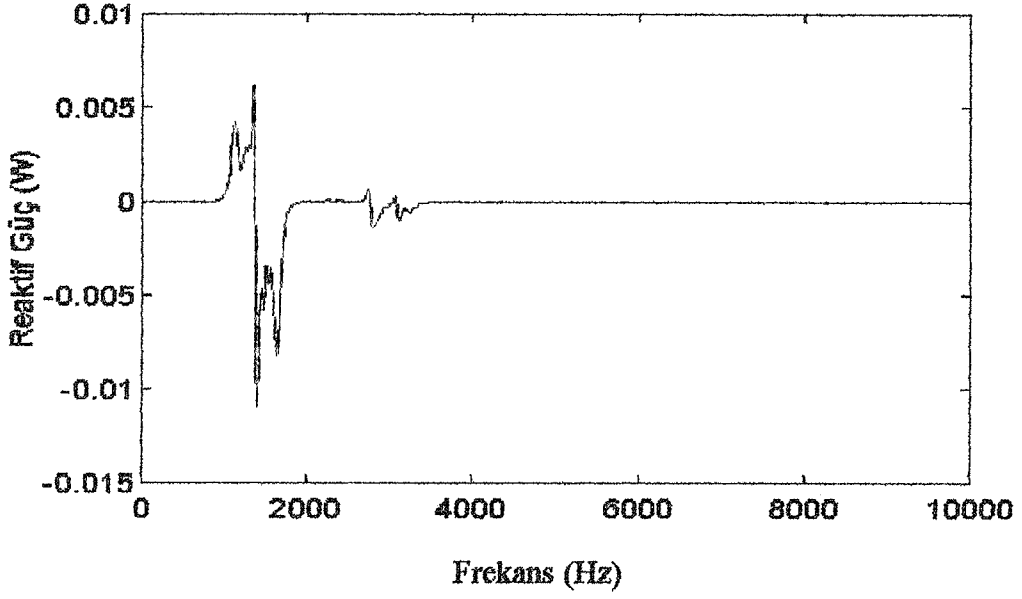
'mavi', Model'den elde edilen veri,



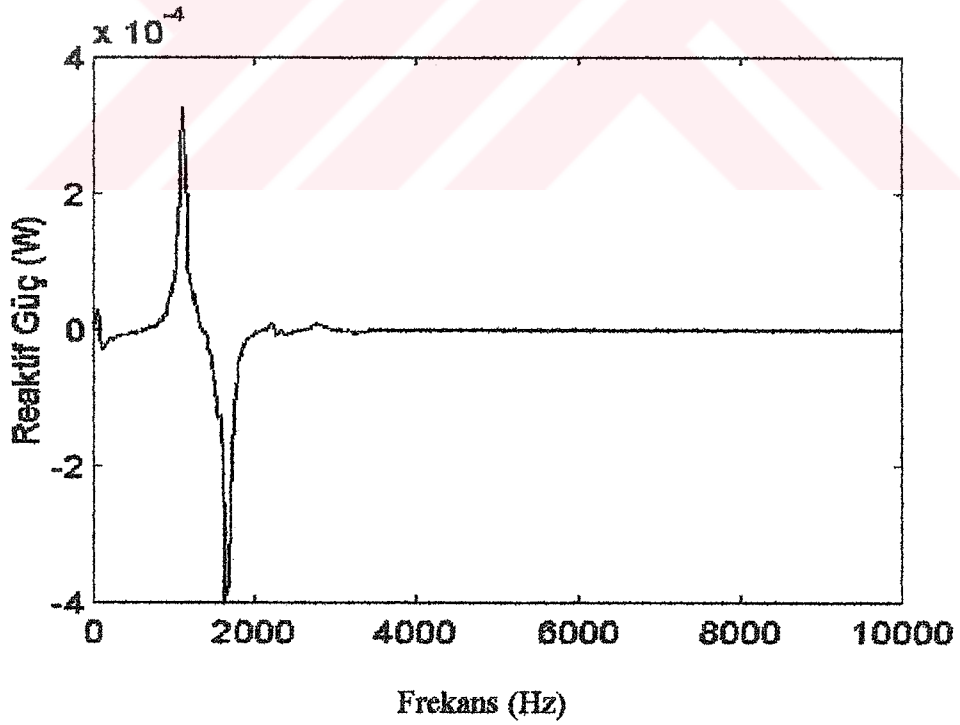
Şekil.I5. Modal Model'den Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu.
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)



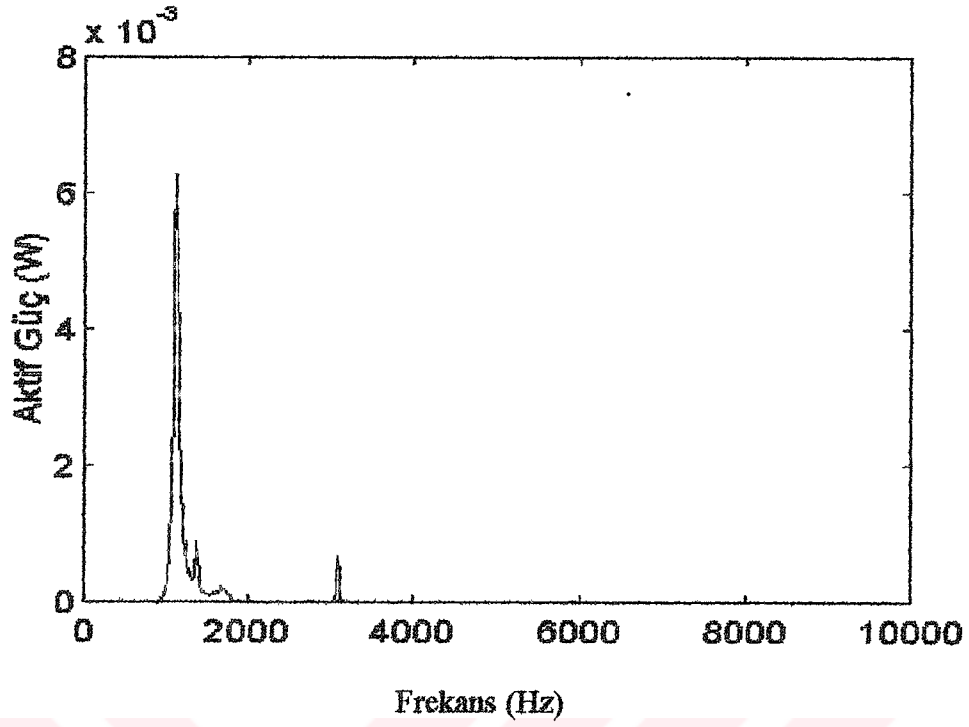
Şekil.I6. Ölçüm Düzeneğinden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)



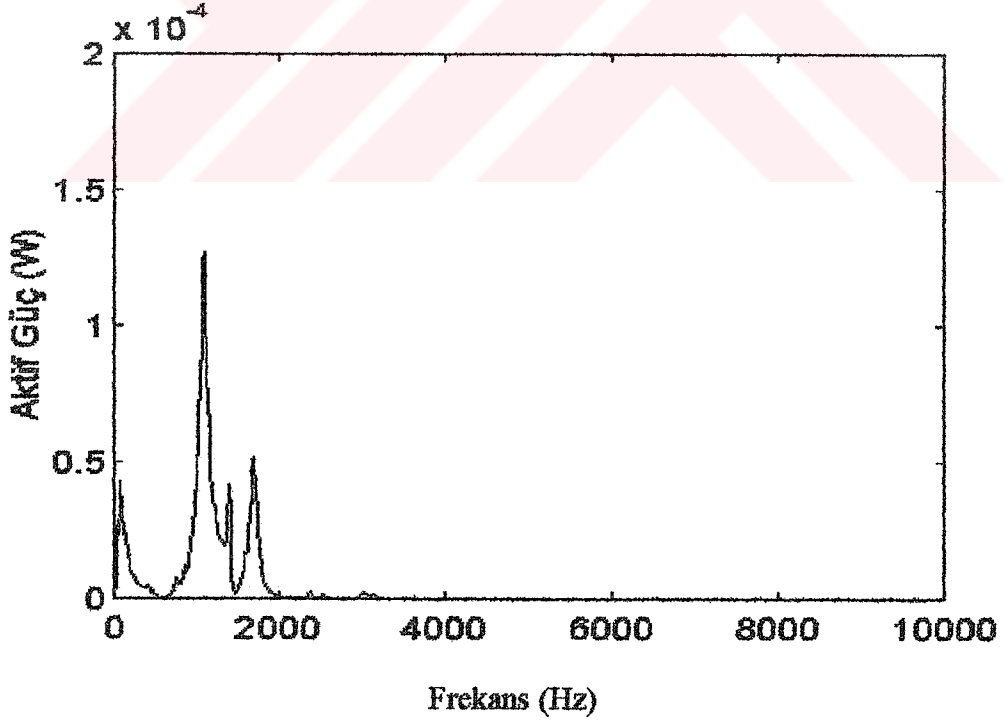
Şekil.I7. Modal Model'den Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)



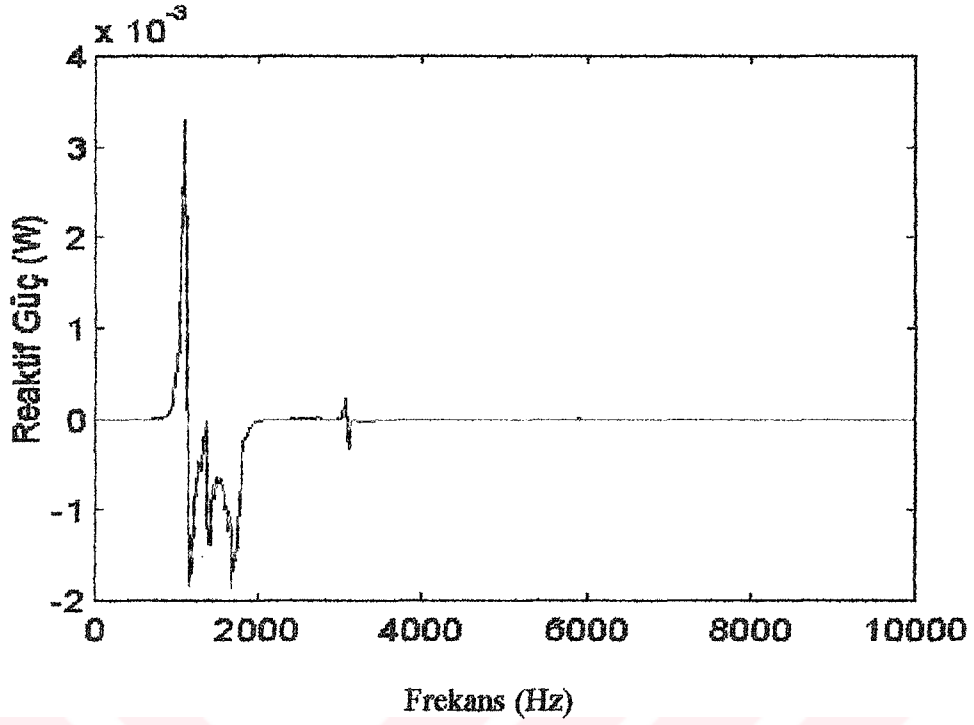
Şekil.I8. Ölçüm Düzeneğinden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:52, Cevap noktası:52)



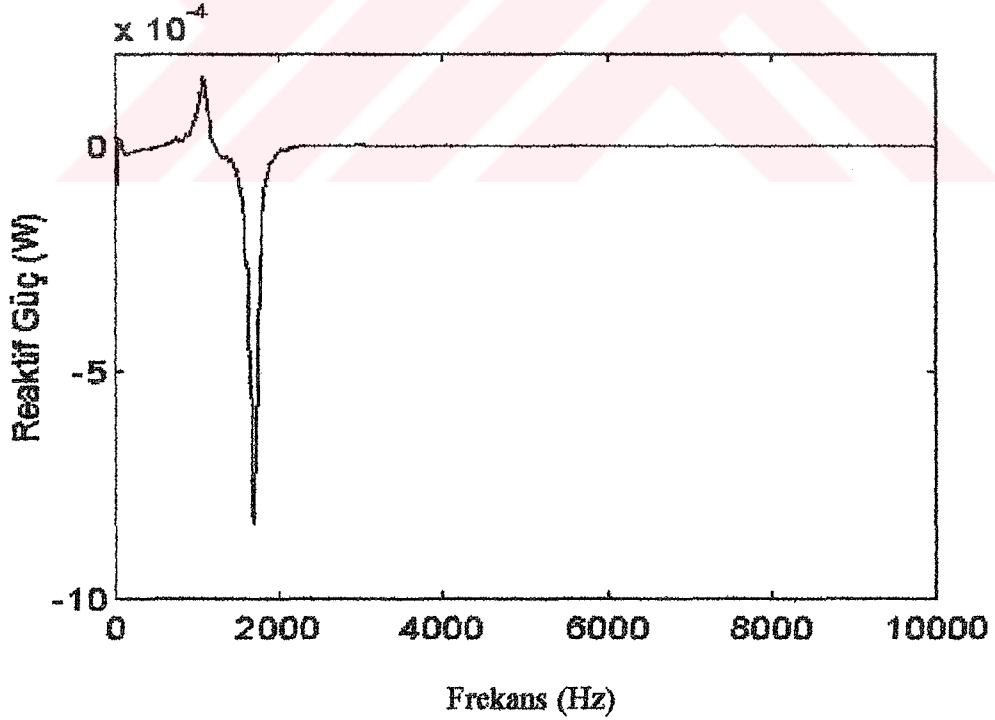
Şekil.I9. Modal Model'den Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:18, Cevap noktası:18)



Şekil.I10. Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Aktif Titreşim Gücü Spektrumu.
(Tahrik noktası:18, Cevap noktası:18)



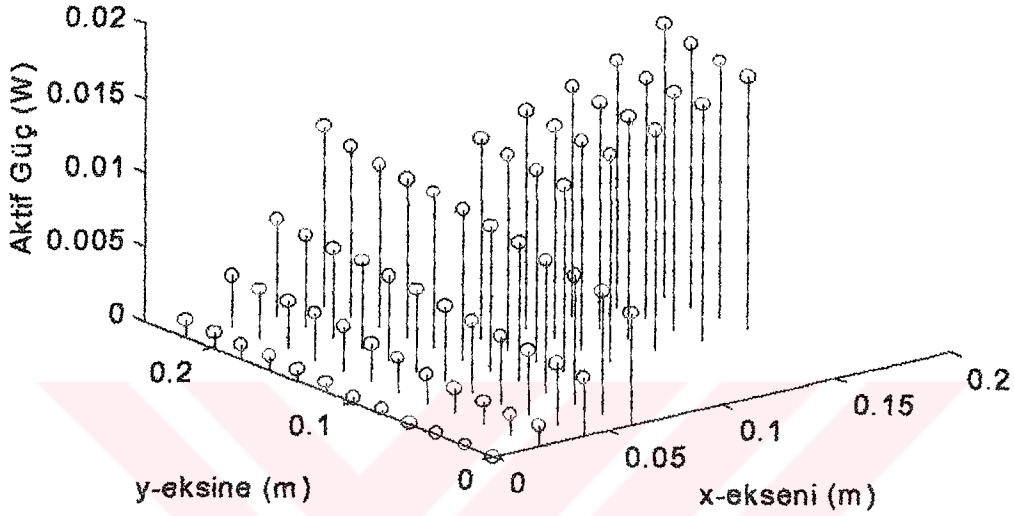
Şekil.II1. Modal Model'den Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu
(Tahrik noktası:18, Cevap noktası:18)



Şekil.II2. Ölçüm Düzeneginden Elde Edilen Reaktif Titreşim Gücü Spektrumu.
(Tahrik noktası:18, Cevap noktası:18)

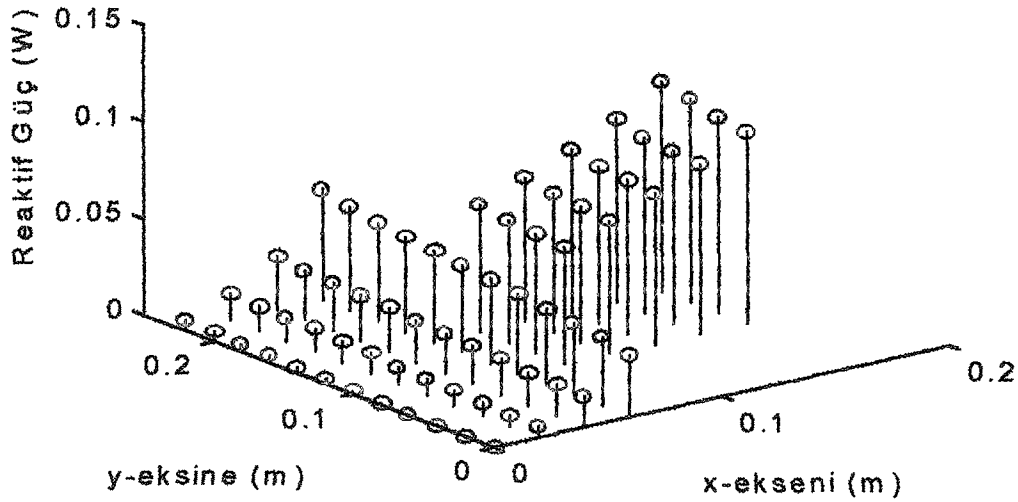
Ek.J. Modal Modelde, Tüm Frekans Bandlarında Sabit Bir Genliğe Sahip Kuvvet Spektrumunun Ölçüm Düzeninde Tüm Serbestlik Derecelerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Spektrumlar.

Aktif Güç Dağılımı (1000 Hz)



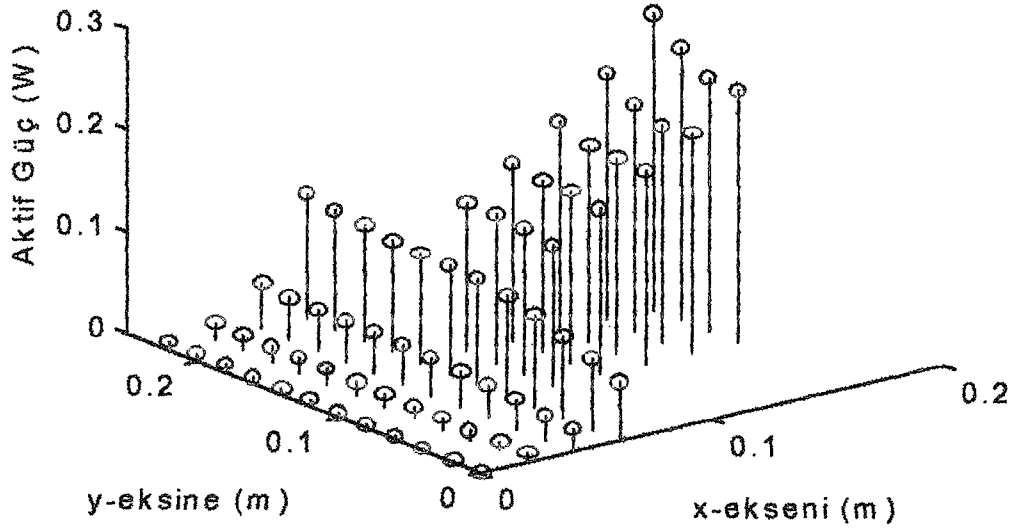
ŞekilJ1. Modal Model'de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1000Hz 'lık Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri .

Reaktif Güç Dağılımı (1000 Hz)



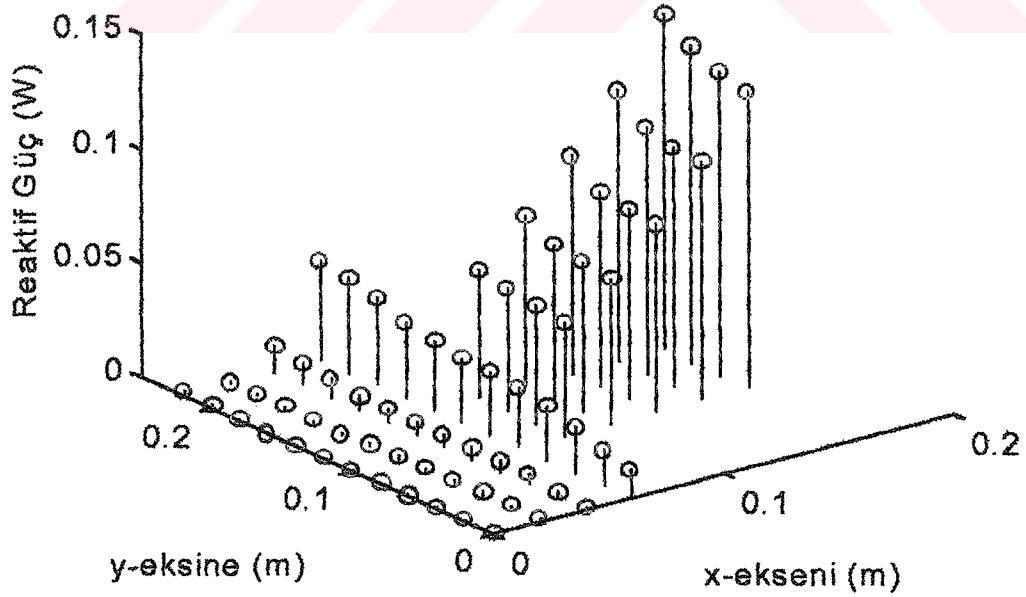
ŞekilJ2. Modal Model'de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1000Hz 'lık Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri.

Aktif Güç Dağılımı (1250 Hz)



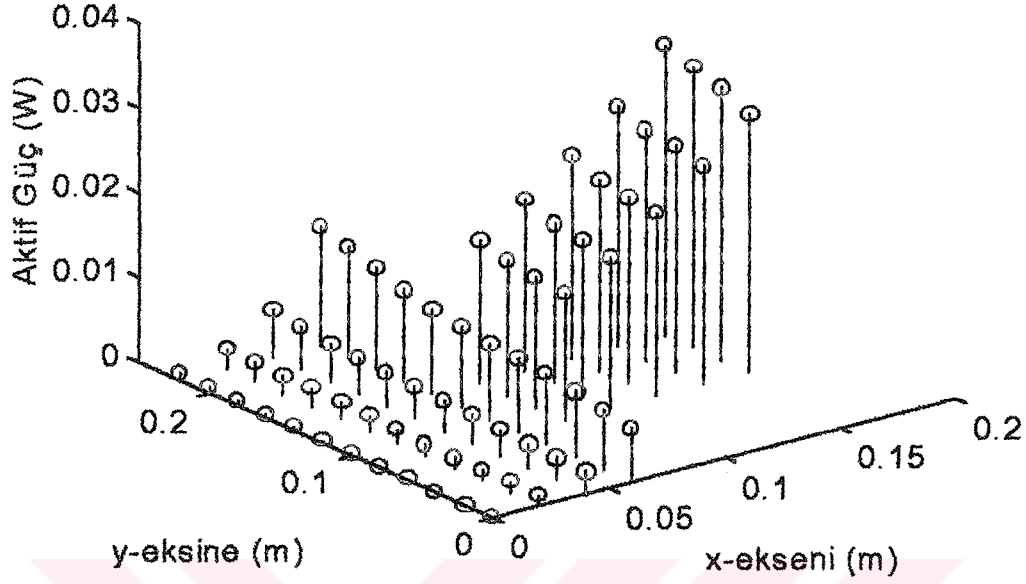
Şekil.J3. Modal Model’de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1250 Hz ‘lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri .

Reaktif Güç Dağılımı (1250 Hz)



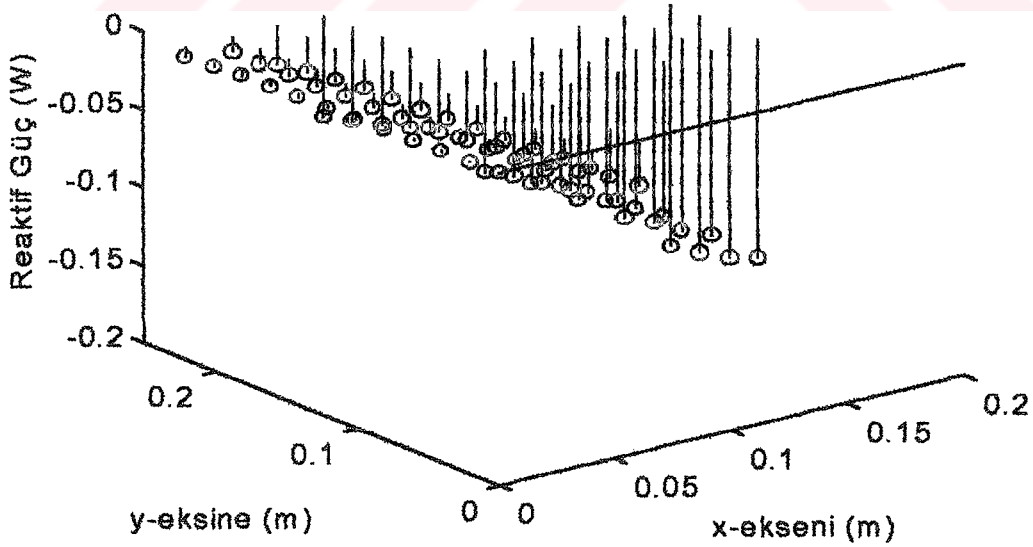
Şekil.J4. Modal Model’de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1250Hz ‘lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri.

Aktif Güç Dağılımı (1450 Hz)



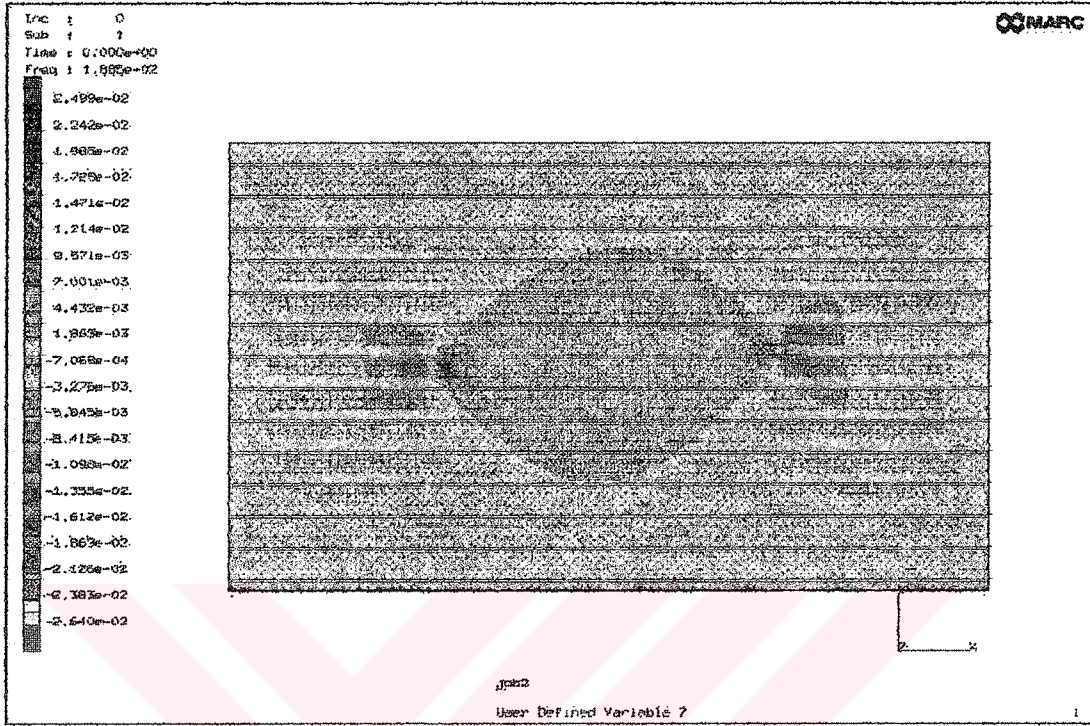
ŞekilJ5. Modal Model'de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1450 Hz 'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Aktif Titreşim Gücü Değerleri .

Reaktif Güç Dağılımı (1450 Hz)

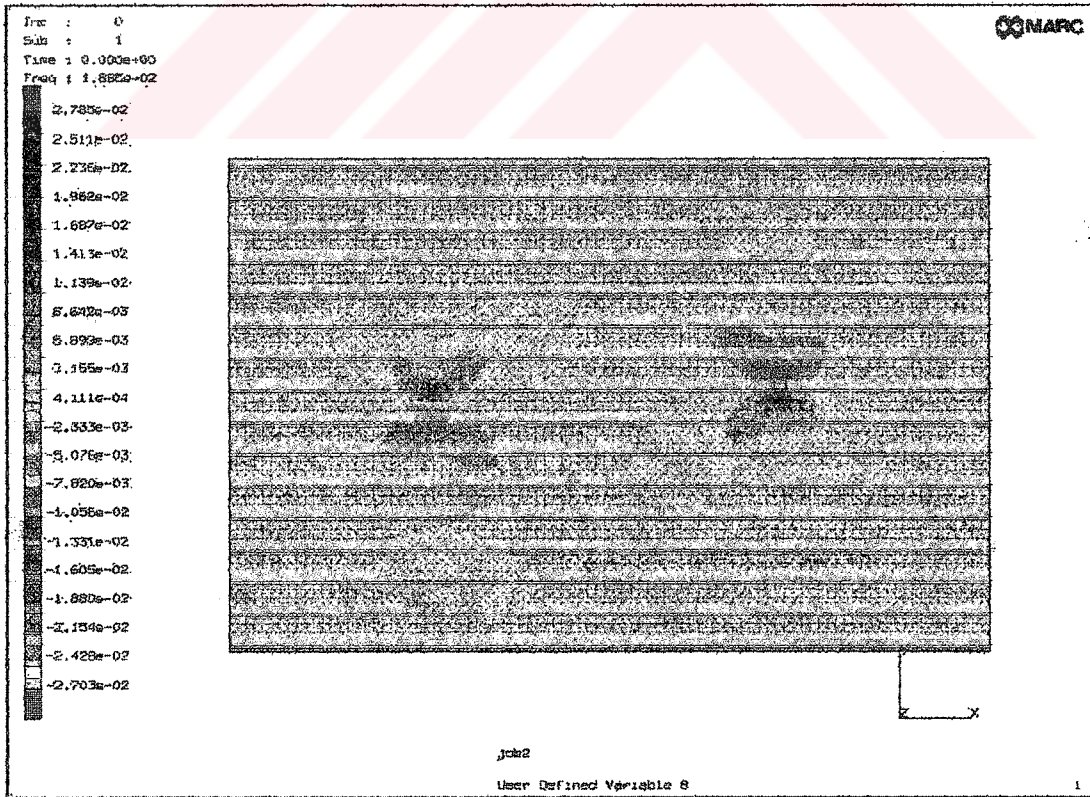


ŞekilJ6. Modal Model'de Tanımlanan Tüm Noktalara Teker Teker 1450Hz 'lik Birim Kuvvet Uygulanması Durumunda Yapıya Girilebilecek Reaktif Titreşim Gücü Değerleri.

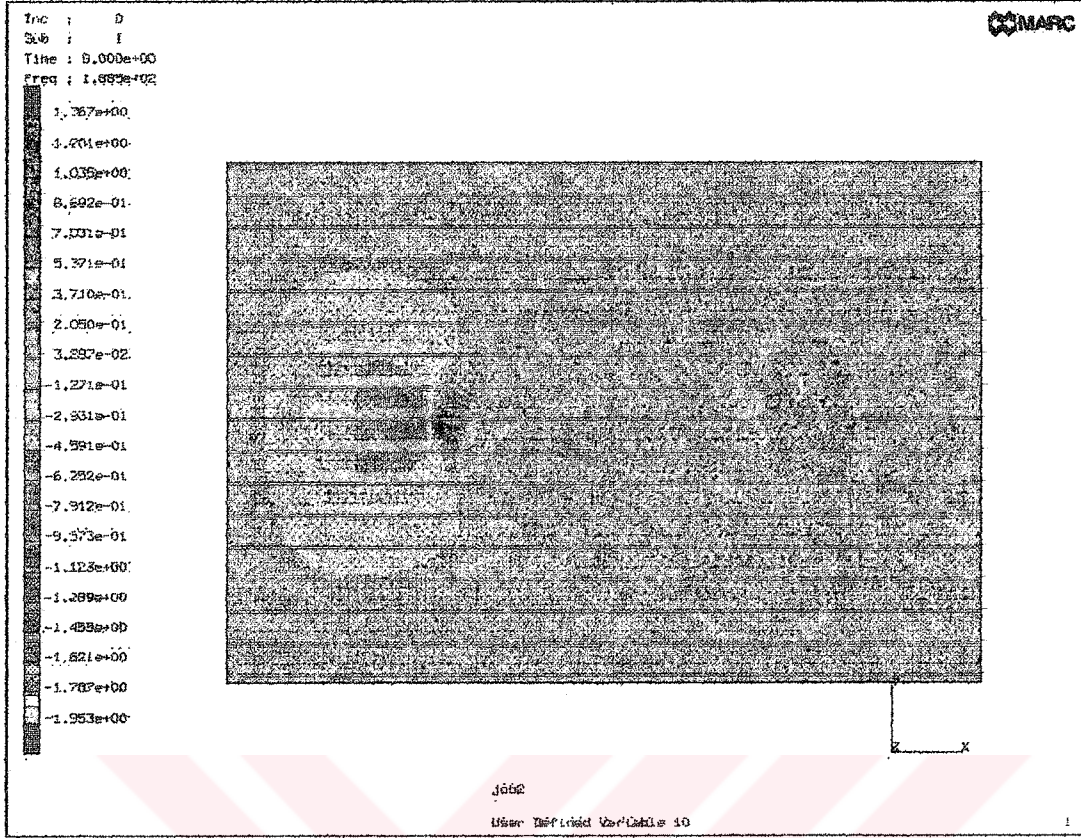
Ek.K. Yayılı Parametrel Modelin Dikdörtgen Şeklindeki Bir Levha Üzerine Uygulanması Sonucu Elde Edilen Titreşim Gücü Dağılımı.



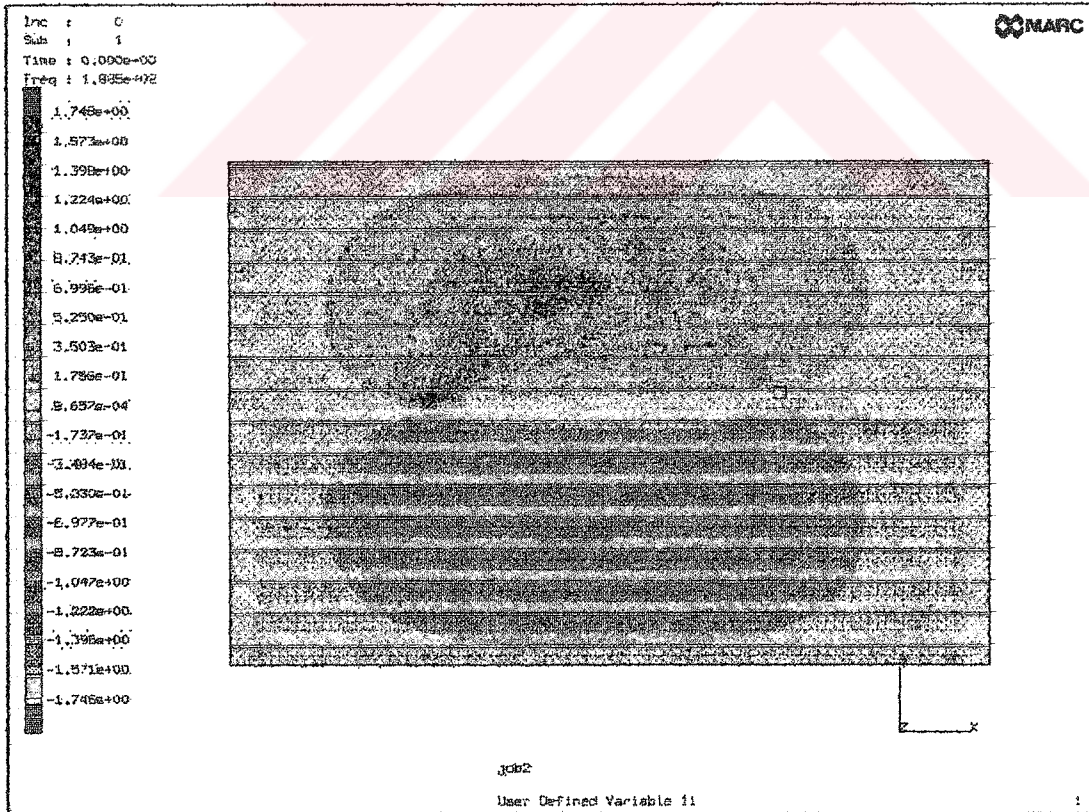
Şekil.K1. X - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı. (30 Hz)



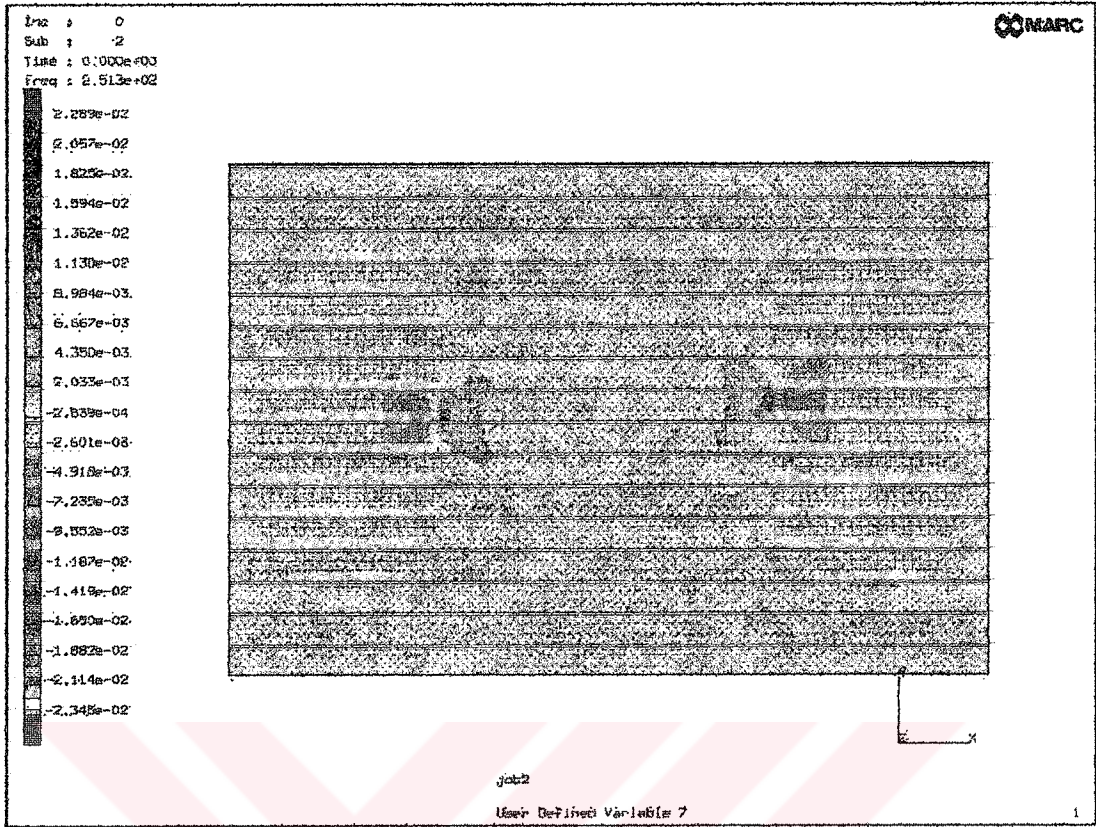
Şekil.K2. Y - Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı. (30 Hz)



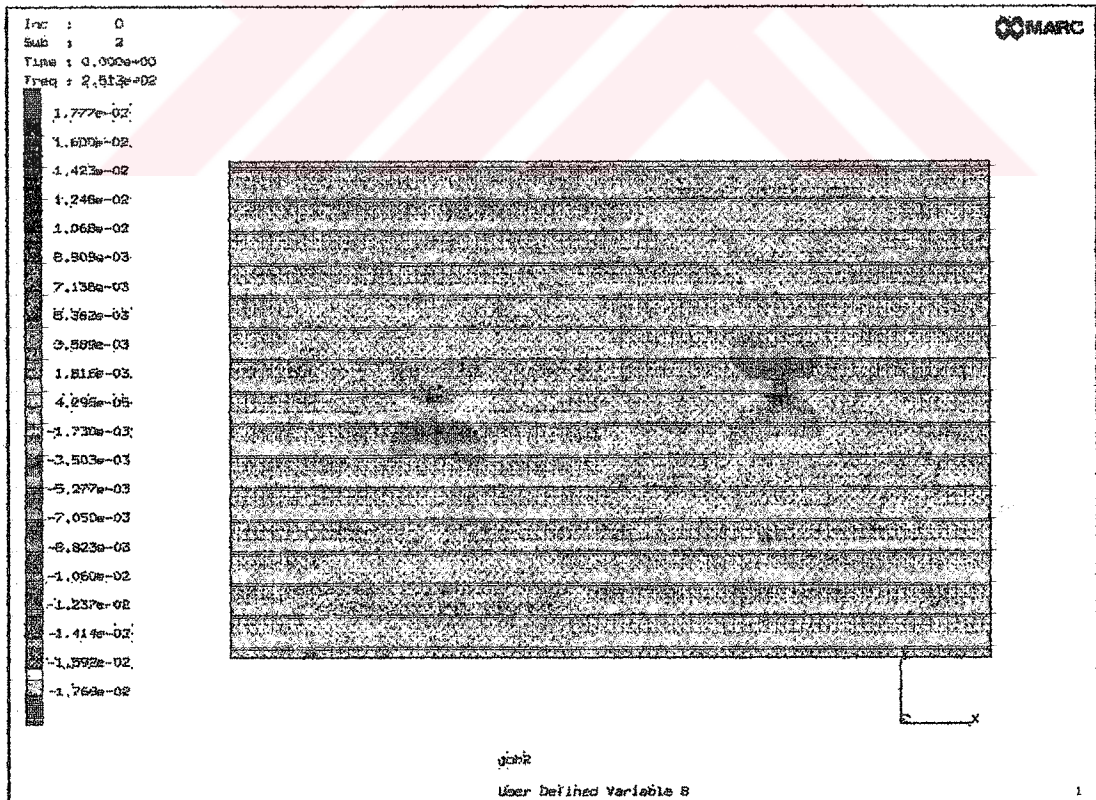
Şekil.K3. X- Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)



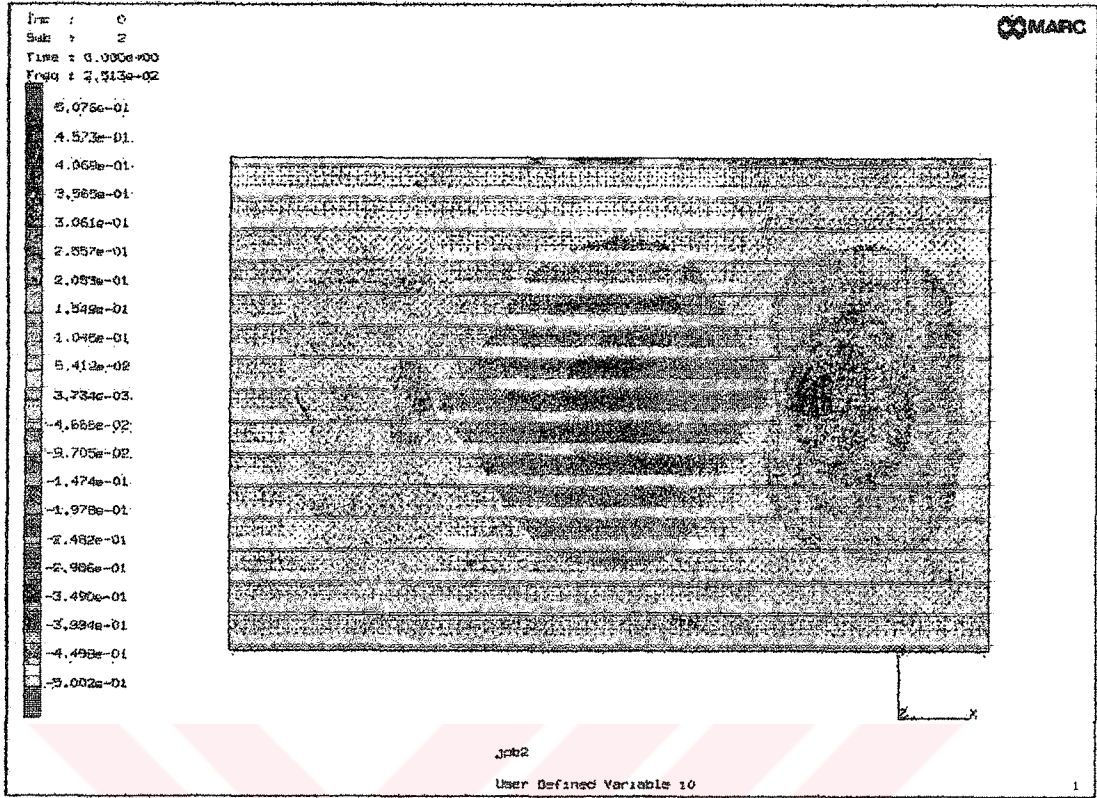
Şekil.K4. Y- Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (30 Hz)



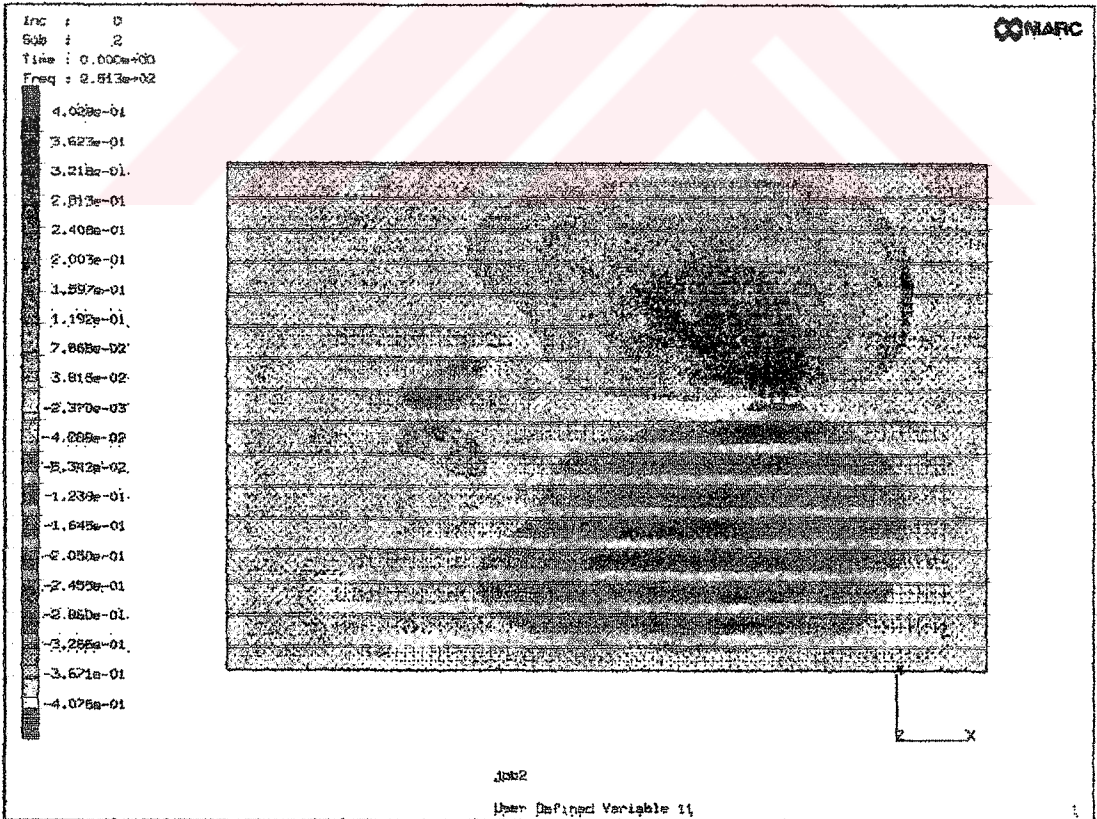
Şekil.K5. X- Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)



Şekil.K5. Y- Doğrultusundaki Aktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)

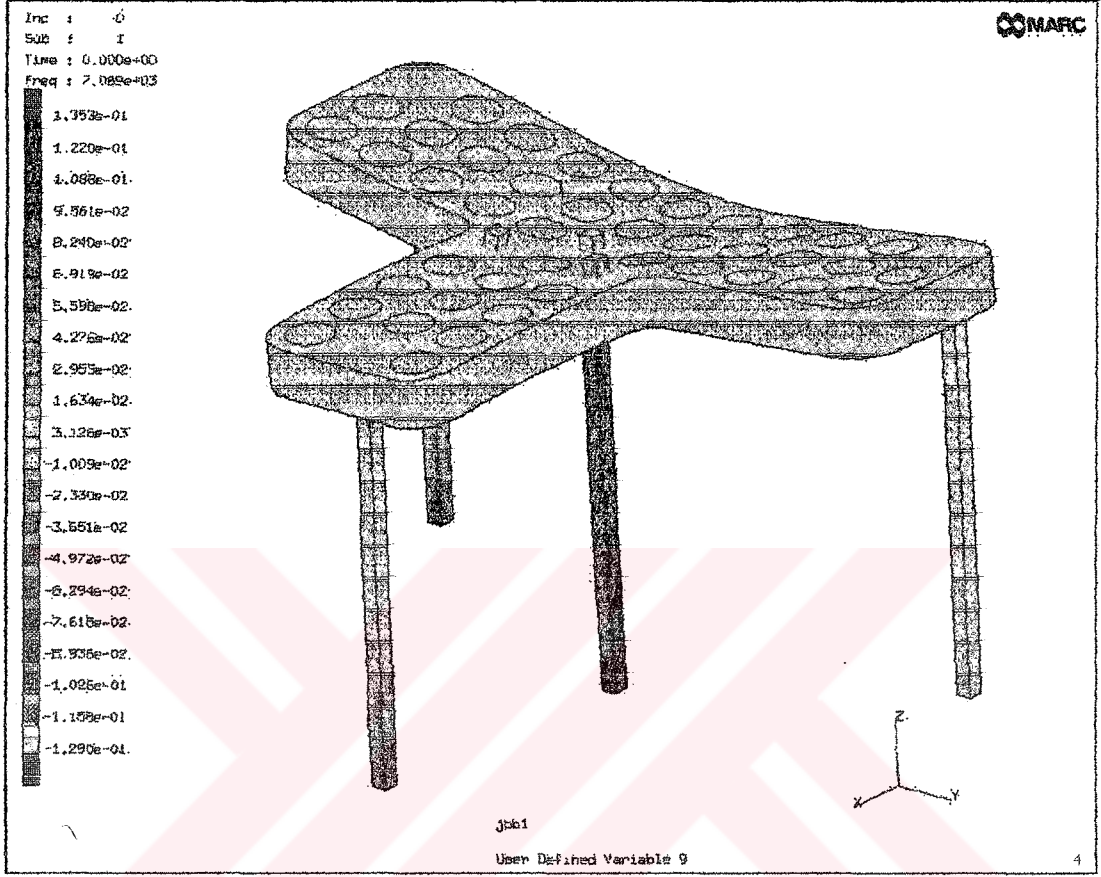


Şekil.K7. X - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)



Şekil.K8. Y - Doğrultusundaki Reaktif Titreşim Gücü Dağılımı (40 Hz)

Ek.L. Yayılı Parametrel Modelin Ölçüm Düzeneği Üzerine Uygulanması
Sonucu Elde Edilen Titreşim Gücü Dağılımı.



Şekil.L1. Ölçüm Düzeneğinin Yayılı Parametrel Modelinin Z - Doğrultusundaki
Aktif Titreşim Gücü Dağılımı.

ÖZGEŞMİŞ

Faruk BAYRAKTAR, 1972 yılında İstanbul'da doğdu. İlk öğrenimini 50. Yıl Ahmet Merter İlkokulun'da 1983 yılında, orta öğrenimini 50. Yıl Ahmet Merter Ortaokulun'da 1986 yılında, lise eğitimini Şehrimini Lisesin'de 1989 yılında tamamladı. Aynı yıl İ.T.Ü. Makina Fakültesi Makina Mühendisliği bölümüne girdi ve 1993 yılında mezun oldu. Mezun olduğu yıl İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Ana Bilim Dalı, Makina Teorisi ve Kontrol Programın'da yüksek lisans eğitimine başladı.

