

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın her aşamasında yardımlarını gördüğüm danışmanım Sn. Prof. Dr. M. Emin SAVCI' ya, bana yardımcı olan Sn. Prof. Dr. Necati AĞIRALIOĞLU'na ve maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen sevgili aileme teşekkür ederim.

Aralık 2003

Tarkan ERDİK

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
SEMBOL LİSTESİ	xii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
1. MADDENİN KONVEKSİYON VE DİFÜZYON YOLUYLA İLETİMİ	1
1.1. Giriş	1
1.2. Konveksiyon Yoluyla İletim	1
1.3. Moleküler Difüzyon Yoluyla İletim	2
1.4. Türbülans Difüzyonu Yoluyla İletim	6
1.4.1. Genel konvektif difüzyon denkleminin çıkarılması	7
1.5. Konveksiyon ve Difüzyon Etkisiyle Madde İletimiyle İlgili Çalışmalar	13
2. DALGA TEORİSİ VE DALGA HAREKETİNİN MEKANİĞİ	38
2.1. Giriş	38
2.2. Dalgaların Oluşumu ve Özellikleri	38
2.3. Dalga Hareketleri	39
2.3.1. Genel	39
2.3.2. Dalgaların sınıflandırılması	40
2.3.3. Dalgaların peryotları ve dalga terimleri	40
2.4. Dalgaların Mekaniği	44
2.4.1. Genel	44
2.4.2. Ağırlık dalgası ve kapier dalga kavramları	45
2.4.3. Temel ilerleyen dalga teorisi (Küçük genlikli dalga teorisi)	47
2.4.4. Sonlu genlikli dalga teorileri	67
2.4.5. Kütle taşınımı	68
3. SONLU FARKLAR METODU	69
3.1. Sonlu Farklar Metodunun Esasları	69
3.2. Başlıca Sonlu Fark Formlarının Geometrik Yorumu	73
3.3. Doğruluk Kriterleri ve Stabilitate Şartları	75
3.4. Başlangıç ve Sınır Şartları	77
3.5. Açık ve Kapalı Metodlar	79
3.6. Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Sınıflandırılması	79

4. GENEL DİFÜZYON DENKLEMİNİN NÜMERİK İFADESİ VE STABİLİTE ANALİZİ	81
4.1. Giriş	81
4.2. Türbülanslı Akım Hali	81
4.3. Difüzyon Denklemine Nümerik İfadesi	81
4.4. Difüzyon Denklemine Stabilitate Analizinin Yapılması	84
4.4.1. Bir boyutlu stabilite analizi	87
4.4.2. İki boyutlu stabilite analizi	88
4.4.3. Üç boyutlu stabilite analizi	89
5. NÜMERİK UYGULAMALAR	91
5.1. Giriş	91
5.2. Körfez Hakkında Bilgiler	92
5.3. Sınır ve Başlangıç Şartlarının Tespiti	93
5.3.1. Giriş	93
5.3.2. Körfezin bir boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti	93
5.3.3. Körfezin iki boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti	95
5.3.4. Körfezin üç boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti	97
5.4. Difüzyon Denklemine Nümerik Çözümü	98
5.4.1. Bir boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü	98
5.4.2. İki boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü	100
5.4.3. Üç boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü	103
5.4.4. Üç boyutlu difüzyon denkleminin deşarj noktasını değiştirmek	107
5.4.5. Üç boyutlu difüzyon denkleminde üç nokta deşarj kullanmak	107
5.4.6. Ekler hakkında bilgiler	108
6. ÇALIŞMALARIN DEĞERLENDİRİLMESİ	109
KAYNAKLAR	114
EKLER	117
ÖZGEÇMİŞ	191

KISALTMALAR

B.B.Ç.	: Bir Boyutlu Çözüm
İ.B.Ç.	: İki Boyutlu Çözüm
Ü.B.Ç.	: Üç Boyutlu Çözüm
N.D.	: Noktasal Deşarj
Ü.N.D.	: Üç Nokta Deşarj
2.B.	: İki Boyutlu Çözüm
3.B.	: Üç Boyutlu Çözüm
Ü.D.	: Üç Nokta Deşarj

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1 Ağırlık dalgalarının sınıflandırılması.....	56
Tablo 4.1 İki boyutlu stabilite analizi için sinüs terimlerinin alacağı değerler.....	88
Tablo 4.2 Üç boyutlu stabilite analizi için sinüs terimlerinin alacağı değerler.....	89
Tablo 5.1 İki boyutlu çözüm için kapalı sınır şartları	95
Tablo 5.2 Üç boyutlu çözüm için kapalı sınır şartları.....	98
Tablo A.1 Atık maddenin, “I” düğüm noktalarına körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak ilk ulaşma süreleri.....	117
Tablo A.2 “I” düğüm noktalarındaki konsantrasyonların, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine saat biriminde ulaşma süreleri.....	118
Tablo A.3 I=7 düğüm noktasındaki konsantrasyonun, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak limit değerini (1 gr/m^3) aşma süresi.....	119
Tablo A.4 Modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine göre, “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonlar (gr/m^3).....	120
Tablo A.5 Modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine göre, “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonlara saat biriminde ulaşma süreleri.....	121
Tablo A.6 Deşarj şekline ve deşarj noktasına göre, üç boyutlu körfezdeki konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen süreler.....	121

Tablo A.7	İki ve üç boyutlu çözüm sonucunda bulunan yatay “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonların, bir boyutlu çözüm sonundaki maksimum konsantrasyonlara kıyasla, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak <u>azalma yüzdeleri</u>	122
Tablo A.8	Deşarj verildikten sonra körfezdeki konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen sürenin, modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak bir boyutlu çözüme göre <u>azalma yüzdesi</u>	123
Tablo B.1	Körfezin bir boyutlu çözümü.....	124
Tablo B.2	Körfezin iki boyutlu çözümü.....	129
Tablo B.3	Körfezin üç boyutlu çözümü.....	134

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1	Konveksiyon ve difüzyon yoluyla iletim..... 1
Şekil 1.2	Kontrol yüzeyindeki moleküler difüzyon..... 2
Şekil 1.3	Moleküler difüzyonla yüksek konsantrasyonlu bölgelerden düşük konsantrasyonlu bölgelere doğru yayılım..... 3
Şekil 1.4	Moleküler difüzyonla Δt zaman artımlarındaki yayılım..... 4
Şekil 1.5	Konveksiyon, difüzyon ve konvektif-difüzyon nedeniyle iletim..... 7
Şekil 1.6	Kontrol hacmi..... 8
Şekil 1.7	Türbülans dolayısıyla meydana gelen anlık hızlar, ortalama hızlar ve çalkantı hızları..... 10
Şekil 2.1	Okyanus dalga enerjisinin yaklaşık dağılımı..... 41
Şekil 2.2	Dalga Özellikleri..... 43
Şekil 2.3	Temel, sinüzoidal ve ilerleyen dalganın tanımı..... 52
Şekil 2.4	$t = 0$ anındaki serbest yüzeyin t süre sonundaki serbest yüzey ile karşılaştırılması..... 53
Şekil 2.5	Faz açısına göre akışkan hızları ve ivmeleri..... 61
Şekil 2.6	Ortalama pozisyondan sıg su ve derin su dalgaları için su partiküllerinin yer değiştirmeleri..... 62
Şekil 2.7	Lineer dalga teorisinin özeti..... 66
Şekil 3.1	Sonlu farklar metodu için hesaplama ağı..... 69
Şekil 3.2	İleri farklar formunun geometrik gösterimi..... 73
Şekil 3.3	Geri farklar formunun geometrik gösterimi..... 74
Şekil 3.4	Merkezi farklar formunun geometrik gösterimi..... 74
Şekil 3.5	Kararlı olan ve olmayan sistemler..... 77
Şekil 3.6	Uygun olan ve olmayan sistemler..... 77
Şekil 3.7	Açık metodla yapılan çözüm..... 79
Şekil 4.1	Stabil ve stabil olmayan sistemler..... 86
Şekil 5.1	Bir boyutlu çözümde atık madde deşarjının değişimi..... 92
Şekil 5.2	İki ve üç boyutlu çözümde atık madde deşarjının değişimi..... 93
Şekil 5.3	Körfez ve akarsuyun genel görünüşü..... 94
Şekil 5.4	Bir boyutlu körfezin $t = 0$ başlangıç zamanındaki konsantrasyonları..... 94
Şekil 5.5	Bir boyutlu körfezin t zamanındaki konsantrasyonları..... 94
Şekil 5.6	İki boyutlu körfezin $t = 0$ başlangıç zamanındaki konsantrasyonları..... 96
Şekil 5.7	İki boyutlu körfezin t zamanındaki konsantrasyonları..... 96
Şekil A.1	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.50$ saat..... 152
Şekil A.2	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=3.75$ saat..... 153
Şekil A.3	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.75$ saat..... 154
Şekil A.4	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=6.00$ saat..... 155

Şekil A.5	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=7.75$ saat.....	156
Şekil A.6	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=8.50$ saat.....	157
Şekil A.7	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=9.25$ saat.....	158
Şekil A.8	Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=10.00$ saat.....	159
Şekil B.1	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.50$ saat.....	160
Şekil B.2	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=3.75$ saat.....	161
Şekil B.3	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.75$ saat.....	162
Şekil B.4	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=6.00$ saat.....	163
Şekil B.5	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=7.75$ saat.....	164
Şekil B.6	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=8.50$ saat.....	165
Şekil B.7	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=9.25$ saat.....	166
Şekil B.8	İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=10.00$ saat.....	167
Şekil C.1	$t=3.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	168
Şekil C.2	$t=3.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	168
Şekil C.3	$t=3.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	169
Şekil C.4	$t=3.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	169
Şekil C.5	$t=4.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	170
Şekil C.6	$t=4.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	170
Şekil C.7	$t=4.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	171
Şekil C.8	$t=4.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	171
Şekil C.9	$t=4.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	172
Şekil C.10	$t=4.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	172
Şekil C.11	$t=4.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	173
Şekil C.12	$t=4.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	173
Şekil C.13	$t=6.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	174
Şekil C.14	$t=6.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	174
Şekil C.15	$t=6.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	175
Şekil C.16	$t=6.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	175
Şekil C.17	$t=7.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	176
Şekil C.18	$t=7.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	176
Şekil C.19	$t=7.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	177

Şekil C.20	$t=7.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	177
Şekil C.21	$t=8.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	178
Şekil C.22	$t=8.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	178
Şekil C.23	$t=8.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	179
Şekil C.24	$t=8.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	179
Şekil C.25	$t=9.25$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	180
Şekil C.26	$t=9.25$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	180
Şekil C.27	$t=9.25$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	181
Şekil C.28	$t=9.25$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	181
Şekil C.29	$t=10.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	182
Şekil C.30	$t=10.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	182
Şekil C.31	$t=10.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	183
Şekil C.32	$t=10.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	183
Şekil C.33	$t=3.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	184
Şekil C.34	$t=3.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	184
Şekil C.35	$t=3.75$, $z=50$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	185
Şekil C.36	$t=3.75$, $z=50$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	185
Şekil C.37	$t=3.75$, $z=75$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	186
Şekil C.38	$t=3.75$, $z=75$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	186
Şekil C.39	$t=4.50$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	187
Şekil C.40	$t=4.50$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	187
Şekil C.41	$t=4.50$, $z=50$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	188
Şekil C.42	$t=4.50$, $z=50$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	188
Şekil C.43	$t=4.50$, $z=75$ ve $j=3$ deki noktasaldeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	189
Şekil C.44	$t=4.50$, $z=75$ ve $j=3$ deki üç noktadeşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	189

Şekil C.45 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	190
Şekil C.46 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi.....	190

SEMBOL LİSTESİ

C, S	: Kirlilik konsantrasyonu
u, U	: Anlık (ani) yatay hız
v, V	: Anlık (ani) yanal hız
w, W	: Anlık (ani) dikey hız
c	: Anlık (ani) konsantrasyon
t	: Zaman
H, D, d	: Toplam derinlik
u, U ; v, V	: x ; y yönlerindeki ortalama akım hız bileşenleri
g	: Yerçekimi ivmesi
C	: Chezy katsayısı
e	: Gelgit nedeniyle çekilen suyun geri dönmeyen hacmi
TP	: Gelgit prizma hacmi
T	: Gelgit periyodu
e, K	: Katsayılar
A	: Enkesit alanı
Q	: Debi
S	: Tuzluluk konsantrasyonu
L	: Birim genişlikten körfeze giren kaynak
K	: Bakterilerin inaktivasyon oranı
k	: Von Karman sabiti
a	: Dalga hareketinin genliği
k	: Dalga numarası
E	: Erozyon sebebiyle kazanılan sediment miktarı
D_m	: Moleküler difüzyon katsayısı
C_{i,j,k}	: i, j, k konumundaki konsantrasyonlar
K_x, K_y, K_z	: x, y ve z yönlerindeki difüzyon sabitleri
Δt	: Zaman aralığı
Δ_x, Δ_y, Δ_z	: x, y ve z yönlerindeki grid (ızgara) aralıkları
ξ, η	: Ortalama su seviyesinden itibaren su yüksekliği
x, y, z	: Yatay, yanal ve dikey kartezyen koordinatlar
G	: Noktasal kaynak veya atık suları
ε_x, ε_y, ε_z	: x, y ve z yönlerindeki eddy (çevrinti) vizkozite katsayıları
f_c, f, Ω	: Koriolis katsayısı
D_x, D₁, D	: x yönündeki türbülans difüzyon katsayısı
D_y, D₂	: y yönündeki türbülans difüzyon katsayıları
D_z, D₃	: z yönündeki türbülans difüzyon katsayıları
Q	: Dünyanın açısal hızı
φ	: Gözlem noktasının enlemi

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$	: Eddy vizkozite katsayıları
W_x, W_y	: x ve y yönlerindeki rüzgâr hızları
A_H	: Yatay eddy viskozite parametresi
K_D	: Difüzyon sabiti
C_o	: Okyanus suyunun tuzluluğu
C_{out}	: Gelgit nedeniyle körfezden dışarı çıkan suyun sınırdaki ortalama tuzluluğu
Q_f	: Körfeze akan tatlı su debisi
h	: Ortalama su seviyesinin yüksekliği
S_L	: Körfeze giren maddelerin tuzluluk konsantrasyonu
C_S	: Askı maddesi konsantrasyonu
C_{SL}	: Körfeze giren maddelerin askı maddesi konsantrasyonu
$D_p C_s$	: Sedimentlerin birikmesiyle kaybolan miktar
C_b	: Üreyebilen bakteri konsantrasyonu
C_{bL}	: Körfeze giren bakterilerin konsantrasyonu
k_S	: Nikuradse kum pürüzlülüğü
v_d	: Depolanma için kritik hız
v_e	: Erozyon için kritik hız
W_b	: Taban genişliği
v_S	: Yerleşme hızı
P	: Basınç
ρ	: Suyun yoğunluğu
k	: Türbülans kinetik enerjisi
ε	: Türbülanslı kinetik enerji dağılım oranı
V	: Kinematik moleküler viskozite
V_e	: Kinematik türbülans vizkositesi
V_t	: Kinematik efektif vizkozite
T	: Suyun sıcaklığı
C_p	: Suyun özgül ısısı
H	: Isı değişim terimi
S	: Suyun tuzluluğu
N	: Modeldeki toplam madde sayısı
C_i	: Maddelerin konsantrasyonu
w	: Maddelerin yerleşme hızı
I_i	: Su kalitesi ve ekosistem etkileşimleri taklit eden sabit
$C_\mu, C_{\varepsilon_1}, \dots$	: Deneysel sabitler
σ_t	: Türbülans prandtl ve schmidt sayısı
K_H	: Dikey türbülans akı katsayısı
K_S, k	: Kirliliklerin azalma oranı
A_S	: Yatay türbülans katsayısı
S_S	: Kirlilik kaynağı
σ	: Dalganın açısal frekansı

T^+	: Yüzeysel gerilim katsayısını
γ	: Akışkanın özgül ağırlığını
SQ	: Birim zamandaki atık madde miktarı
$SQ \times \Delta t$	: Toplam atık madde miktarı
J	: Net akı
P_r	: Yüzeydeki Δt zaman aralığındaki katı madde transfer olasılığı
m_c	: Mevcut olan katı madde
m_{cl}	: Sol yüzeydeki katı madde miktarı
m_{cr}	: Sağ yüzeydeki katı madde miktarı
Δx	: Katı maddelerin bölümler arasında gittiği mesafe
C_{NH}	: Amonyak nitrojen için sabit (Monod constant)
C_{IP}	: İnorganik fosfor için sabit (Monod constant)
AR	: Güneş ışınımı faktörü
C_{KDA}	: Klorofilin azalma katsayısı
ρ	: Klorofilin solunum oranı
α_1	: Damıtılmış nitrojen
α_3	: Deniz alglerinin ürettiği birim fotosentez başına oksijen üretim oranı
α_4	: Deniz alglerinin birim solunum başına ürettikleri oksijenlerin yukarı çıkma oranı
α_5	: Birim amonyak nitrojen oksitlenmesi başına yukarı çıkan oksijen oranı
α_6	: Birim nitrit nitrojen oksitlenmesi başına yukarı çıkan oksijen oranı
β_1	: Amonyak nitrojenin biyolojik oksidasyon katsayısı
β_2	: Nitrit nitrojenin biyolojik oksidasyon katsayısı
β_3	: Organik nitrojenin amonyak nitrojene hidrolizi için sabit bir oran
k_1	: Deoksitlenme oranı katsayısı
k_2	: Tekrar havalandırma katsayısı
k_3	: Yerleşme katsayısı
k_5	: Kloroformların ölüm oranı
α_4	: Organik nitrojen yerleşme oranı katsayısı
α_5	: Organik fosfor yerleşme oranı katsayısı
R_p	: Organik fosfor dönüşüm katsayısı
I_*	: Çözünmüş oksijenin doymuş konsantrasyonu
Y_1, Y_2, Y_3	: Katsayılar (stoikometrik)

KÖRFEZLERDE KİRLİLİK KONTROLÜ

ÖZET

Körfezler biyolojik olarak verimli su kütleleridir. Onlar birçok balığın yumurtlama alanıdır. Böylece, körfezler ticari ve eğlenme amaçlı balıkçılığı destekler. Birçoğu yatçılık için önemlidir ve estetik kaynaklar olarak değerlendirilir. Aynı zamanda, dünyadaki çoğu liman körfezlerde bulunur. Bu narin ekosistemler için tehlikeyi artıran fabrikalar da körfezlerde bulunma eğilimindedir. Körfezlerin birçok kullanımı, talepler ve bu taleplerin su kalitesi üzerine körfezdeki taşınma kapasitesi açısından birbirleriyle çekişirler. Matematik modeller bu çekişen taleplerin etkilerini değerlendirmede yardımcı olur ve koruyucu yönetim stratejileri geliştirirler.

Bu çalışma, körfezlerdeki iki ve üç boyutlu difüzyon denklemlerine değinmektedir. Bu çalışmada, olayı tanımlayan iki ve üç boyutlu matematik modeller dikkate alınmıştır. İlk önce, Zobi (1989) nin bir boyutlu nümerik çözümünün sonucu ile iki ve üç boyutlu nümerik sonuçlar karşılaştırılarak, yatay ve dikey türbülans katsayılarının kirliliğin dağılımındaki etkisi araştırılmıştır. Sonra, körfezin üç boyutlu matematik modelinin noktasal kaynağı (3,2,2) noktasından (3,2,9) noktasına kadar sırasıyla değiştirilerek, matematik model herbir noktasal kaynağın kirliliğin dağılımı üzerindeki etkisini incelemek için çözülmüştür. Bunun yanında, noktasal kaynağı üç nokta kaynak ile değiştirerek ve deşarjı (3,2,2) noktasından (3,2,9) noktasına kadar sırasıyla vererek, herbir üç nokta kaynağın kirliliğin dağılımı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Ayrıca, yanal “K” ekseninin kirliliğin dağılımındaki etkisi araştırılmıştır.

Birinci bölümde dalga mekaniği üzerine bilgi verilmiştir. Bu bölümde, dalgaların özellikleri, tanımlar ve dalga hareketiyle ilgili teoriler sunulmuştur. Dalga hareketlerinin hidrodinamik modellerde kritik etkisi vardır.

İkinci bölüm, adveksiyon, difüzyon ve advectif-difüzyon işlemleriyle ilgilidir ve su ve kirlilik hareketinin modellenmesiyle ilgili birtakım yaklaşımlar vermektedir. Bu yaklaşımlar hidrodinamik ve su kalitesi modellerini içermektedir. Hidrodinamik modeller su hareketleri ile ilgilenirken, su kalitesi modelleri kirliliğin yayılımı ile ilgilenir.

Üçüncü bölümde, sonlu farklar metodu incelenmiştir. Modern teknik problemler karmaşık denklemlere yol açtığından sonlu farklar metodu son zamanlarda popüler olmaktadır. Ek olarak, bu bölümde hidrolikte sıkça karşılaşılan kısmi diferansiyel denklemler hakkında ek bilgi de verilmiştir.

Dördüncü bölümde, iki ve üç boyutlu difüzyon denklemleri sonlu farklar denklemleri formunda verilmiş ve stabilite kriterleri Von Neumann stabilite analizi kullanılarak elde edilmiştir. Görülmüştür ki, körfezlerin matematik modelinin boyut sayısı artıkça zaman aralığı azalmıştır.

Beşinci bölüm nümerik uygulamaları içerir. İki boyutlu ve üç boyutlu başlangıç ve sınır şartları, Zobi (1989) nin bir boyutlu modellemesinde kullandığı gibi kullanılmıştır. Çözümler açık metod arayıcılığıyla yapılmıştır. Aynı zamanda, bu bölümde bazı hesap adımları daha iyi anlamak için gösterilmiştir.

Altıncı bölümde, iki ve üç boyutlu denklemler kullanılarak elde edilen çözümler, Zobi (1989) ve diğer araştırmacıların sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Üç boyutlu çözümün en gerçekçi çözüm olduğu sonucuna varılmıştır. Çözülen nümerik modeller sonucunda, en uygun deşarj yeri, su derinliği ile yanal uzunluğun % 50 si olarak bulunmuştur. Bu sonuç, çeşitli araştırmacıların çalışmalarıyla uyum içindedir. Limit konsantrasyon değerinin altında kalmak için üç nokta kaynağın kullanılması gerektiği sonucuna varılmıştır. Nümerik modelin boyutlarının sayısı artıkça konsantrasyon değerleri azalmıştır.

POLLUTION CONTROL IN ESTUARIES

SUMMARY

Estuaries are biologically productive bodies of water. They are spawning grounds for many coastal fish. Thus, estuaries support commercial and recreational fishing. Many are valuable for recreational boating and are prized aesthetic resources. At the same time, many of the world's seaports are located on estuaries. Industries whose presence often increases the hazard to these fragile ecosystems also tend to locate in these seaports. The various uses of an estuary place conflict demands and burdens on water quality. Mathematical models serve as an aid in assessing the effects of these conflicting demands and in developing protective management strategies.

This study deals with two and three dimensional diffusion equations in estuaries. In the study, two and three dimensional mathematical models characterizing the phenomenon are taken into consideration. At first, comparing the result of one-dimensional numerical solution of Zobi (1989) with two and three dimensional numeric solutions, the effects of lateral and vertical turbulent coefficients on spreading waste are investigated. Later, changing the point source of the three-dimensional mathematical model of the estuary from point (3,2,2) to point (3,2,9) respectively, mathematical model is solved for investigating the effects of each point source on spreading of waste. Besides, changing the point source to three point source and giving discharge from point (3,2,2) to (3,2,9) respectively, the effects of each three point source are investigated on spreading of waste. Also, the effects of lateral "K" axis on spreading waste are investigated.

In the first section, information on the wave mechanics is given. In this section characteristics of the waves, definitions and theories associated with wave motions are presented. Wave motions have critical effect in hydrodynamic models.

The second section is concerned with about advection, diffusion and advective-diffusion processes and gives several approaches to the modelling of movement of water and waste. These approaches are consist of hydrodynamic and water quality modelling. Whilst hydrodynamic models deal with water movements water quality models deal with spreading of waste.

In the third section, the finite differences method has been reviewed. Since modern technical problems lead to complicated equations finite differences method has become popular in recent years. In addition, in this section was also presented additional knowledge about partial differential equations frequently appearing in hydraulics.

In the fourth section, two and three dimensional diffusion equations were given in the form of finite differences equations and their stability criterions were obtained by using Von Neumann stability analysis. It is seen that, as the number of dimensions of mathematical model of the estuary are increased the time increment is decreased.

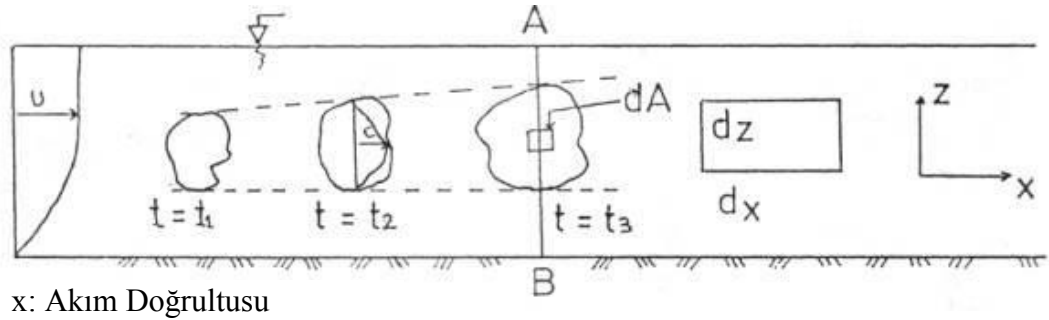
The fifth section is concerned with about numerical applications. Two-dimensional and three-dimensional initial and boundary conditions are used as Zobi (1989) used in his one dimensional modelling. The solutions are made by means of the explicit method. Also, in this chapter some of the calculation steps are showed for understanding clearly.

In the sixth section, solutions obtained in the study by using two and three dimensional equations are compared by results of Zobi (1989) and other investigators. It has been concluded that three-dimensional solution is the most realistic solution. With regards to numerical models solved; the most suitable discharge place was found to be 50 % of the water depth and lateral length. This result was found to be in harmony with the studies of various investigators. It has been concluded that, three point source is to be used in order to stay under limit concentration value. Increasing the number of dimensions of the numerical model has resulted in a decrease in concentrations.

1. MADDENİN KONVEKSİYON VE DİFÜZYON YOLUYLA İLETİMİ

1.1. Giriş

Bir akımın içerisinde çözülebilen bir madde noktasal olarak belirli bir kesitten enjekte edildiğinde, bu maddenin hem iletildiği hem de yayıldığı görülür. Maddenin iletmesine konveksiyon neden olurken, yayılmasına ise türbülans ve moleküler difüzyon neden olmaktadır. Eğer bir körfezin her üç doğrultusunda da bir akımı varsa, bu durumda atılan madde bu üç doğrultuda hem iletilecek hem de bu üç doğrultuda yayılacaktır. Bu işlemler konsantrasyonların birbirlerine eşit oluncaya kadar devam edecektir. Körfezdeki akımı bir boyutlu olarak düşündüğümüzde körfeze atılan noktasal, çözülebilen bir maddenin zaman içerisindeki konumu şekilde gösterilmektedir.



Şekil 1.1 Konveksiyon ve difüzyon yoluyla iletim

Dikkat edilecek olursa, $t = t_1$ anında körfeze belirli bir kesitten atılan noktasal çözülebilen madde zamanla akım doğrultusunda (+x yönü) ilerlemektedir. Bu etkiye körfezin x yönündeki akımı neden olmaktadır (konveksiyon). Bunun yanında iletilen madde bir bulut şeklinde gittikçe açılıp, konsantrasyonu düşmektedir. Bu etkiye ise difüzyon neden olmaktadır.

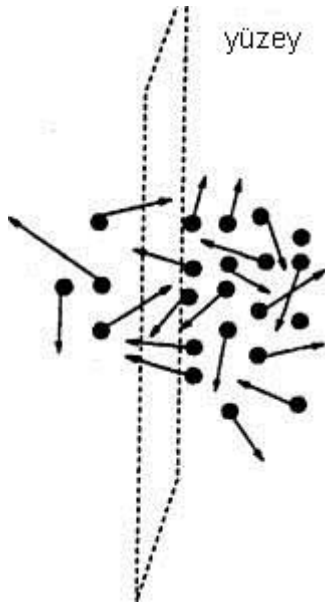
1.2. Konveksiyon Yoluyla İletim

Konveksiyon; körfezdeki katı maddelerin hız alanları tesiriyle taşınmasıdır. Konveksiyon yoluyla iletim bazı körfezlerde çok etkiliyken; bazı körfezlerde akıntıların olmaması nedeniyle hiç bulunmayabilir.

1.3. Moleküler Difüzyon Yoluyla İletim

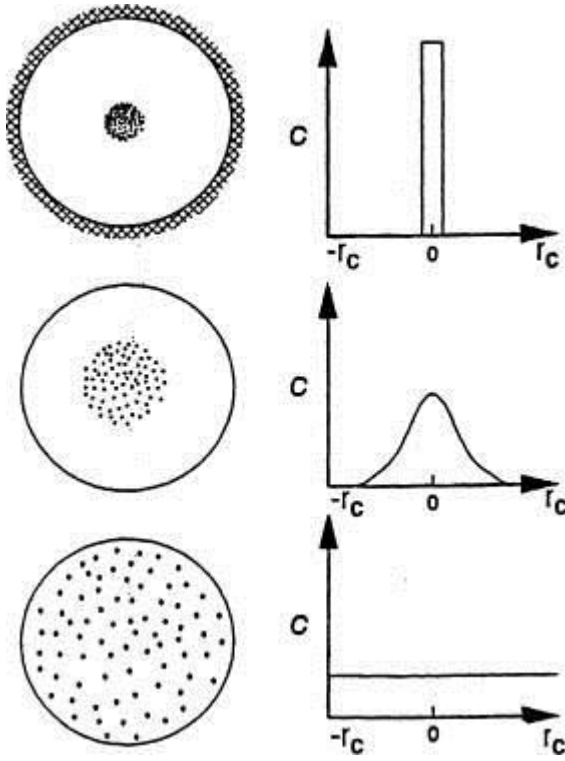
Moleküler difüzyon etkilerinin nasıl meydana geldiğini daha iyi anlamak için biri renkli diğeri renksiz iki durgun sıvının yanyana olduğunu düşünelim. Her iki akışkan da hareketsiz olduğu halde, renksiz sıvının renklendiği, renkli sıvının da renginin açıldığı görülür. Bu değişim her iki sıvıdaki konsantrasyonların birbirine eşit oluncaya kadar devam eder. Her iki sıvıdaki renk aynı olunca değişim sona erecektir ve artık konsantrasyon sabit kalacaktır. Ortamın hareketsiz olmasına rağmen böyle bir değişimin nedeni moleküllerin tesadüfî hareketleridir. Bu olaya moleküler difüzyon adı verilmektedir.

Bir ortam içerisindeki moleküller sürekli olarak düzensiz hareket etmektedirler. Şekil (2.1) de görüldüğü gibi moleküllerin yalnızca belirli bir oranı kontrol yüzeyinden verilen herhangi bir zaman aralığında girip çıkarlar.



Şekil 1.2 Kontrol yüzeyindeki moleküler difüzyon

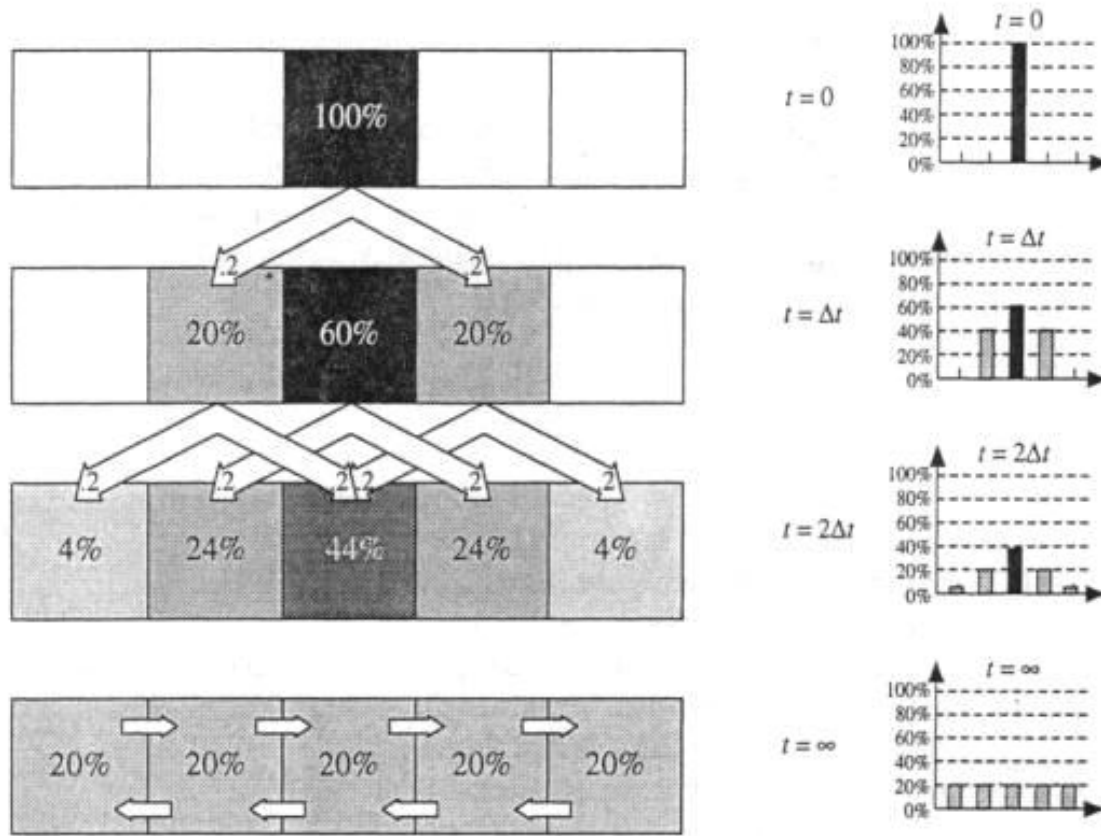
Aslında moleküler hareketle taşınım olmamaktadır. Bununla birlikte, su içerisinde düzensiz çözünen maddeler için moleküler difüzyonla taşınım sıfır değildir. Su içerisinde çözülmüş bileşenler su moleküllerine tutularak yüksek konsantrasyonlu yerlerden düşük konsantrasyonlu yerlere doğru taşınmaktadırlar. Bu şekilde çözülmüş bileşenler akışkan boyunca yayılırlar.



Şekil 1.3 Moleküler difüzyonla yüksek konsantrasyonlu bölgelerden düşük konsantrasyonlu bölgelere doğru yayılım

Fick'in birinci kanununa göre konsantrasyon değişimi olduğu zaman moleküller hareket etmeye başlarlar. Moleküllerin yüksek konsantrasyonlu yerlerden düşük konsantrasyonlu yerlere doğru hareket etme olasılığı, düşük konsantrasyonlu yerlerden yüksek konsantrasyonlu yerlere doğru hareket etme olasılıklarından daha fazladır. Şekil (1.3) de görüldüğü gibi moleküler difüzyon, konsantrasyon değişimlerini yok etme (her yerde aynı konsantrasyon yapma) eğilimindedir. Bu eğilimin zamanını konsantrasyon değişimlerinin büyüklükleri ile moleküler hareketler belirler. Moleküler hareketi ise suyun sıcaklığı kontrol etmektedir.

Moleküler difüzyonu daha iyi anlamak için şekil (1.4) de görülen beş bölüme ayrılmış sabit hacimli bir konteyner düşünelim. Herbir bölüm ince zarlarla ayrılmış olsun. Bu konteynerdaki madde iletiminin yalnızca moleküler difüzyon ile olacağını yani konveksiyon ve türbülans hareketleri ile iletimin olmayacağını kabul edelim. Hesaplamaları basitleştirmek için bölünmüş beş parçadan herbirinin kesit alanını da sabit bir değer olan A_x alalım. Şekil (1.4) de konsantrasyonun zamanla nasıl değiştiği açık bir şekilde görülmektedir. $t = 0$ anında katı madde yalnızca bölüm 3 de bulunmaktadır.



Şekil 1.4 Moleküler difüzyonla Δt zaman artımlarındaki yayılım

Moleküllerin düzensiz hareketleriyle bazı katı maddeler üç numaralı bölümün hemen yanındaki iki ve dört numaralı bölümlere doğru hızlı bir şekilde taşınacaklar ve $t = \Delta t$ deki değerleri elde edeceklerdir. Eğer katı maddelerin herhangi bir Δt anında zardan geçme olasılığı (P_r) % 2 ise, bu durumda kütle transferi $\frac{P_r m_c}{\Delta t}$ olmaktadır.

Burada: m_c = katı maddelerin bölümden çıkmadan önceki değeri (gr), Δt = zaman aralığıdır (sn).

Şekilde görüldüğü üzere; $t = 0$ anında sadece orta bölümde (bölüm 3) katı madde vardır. $t = \Delta t$ anında ise orta bölümdeki katı maddelerin % 20'si bölüm 2 ye; %20'si ise bölüm 4 e taşınacaktır. $t = 2\Delta t$ zamanında ise bölüm 3 de bulunan katı maddelerin % 20'si bölüm 2 ye, %20'si bölüm 4 e; bölüm 2 deki katı maddelerin % 20'si bölüm 1 e, % 20'si bölüm 3 e; bölüm 4 deki katı maddelerin ise yine aynı şekilde % 20'si bölüm 3 e, % 20'si bölüm 5 e gidecektir. Bu işlemler bölümler arasındaki katı maddeler birbirlerine eşit oluncaya kadar devam edecektir.

Moleküler difüzyondan meydana gelen net akı;

$$J = \frac{P_r}{\Delta A \Delta t} m_{cl} - \frac{P_r}{\Delta A \Delta t} m_{cr} = \frac{P_r}{\Delta A \Delta t} \frac{\Delta m_c}{\Delta x} \Delta x \quad (1.1)$$

şeklinde yazılır. Burada:

J = net akı ($kgm^{-2}sn^{-1}$), P_r = yüzeydeki Δt zaman aralığındaki katı madde transfer olasılığı, m_c = mevcut olan katı madde, m_{cl} = sol yüzeydeki katı madde miktarı, m_{cr} = sağ yüzeydeki katı madde miktarı, Δx = katı maddelerin bölümler arasında gittiği mesafedir (karışım uzunluğu; bir bölümün merkez noktasından diğer bölümün merkez noktasına kadar olan mesafe olup, şekilde bölümlerin uzunluğudur). Denklem (1.1) ifadesinde;

$$\Delta m_c = V \Delta C ; \Delta A = \Delta z \Delta y$$

değişiklikleri yapılırsa, denklem (1.1) denklem (1.2) şeklinde yazılır.

$$J = \frac{P_r (\Delta x)^2}{\Delta t} \frac{\Delta C}{\Delta x} \quad (1.2)$$

burada:

Δx , Δy ve Δz = kontrol hacminin boyutlarıdır (m).

$\frac{P_r(\Delta x)^2}{\Delta t}$ oranı bir sabittir ve moleküler difüzyon katsayısı (D_m) şeklinde gösterilmektedir. Denklem (1.2) nin limit değeri alındığında;

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad J = -D_m \frac{\partial c}{\partial x} \quad (1.3)$$

elde edilir. Burada;

C =konsantrasyon (gr/m^3), x =kontrol yüzeyine dik olan yatay mesafe (m) ve D_m =moleküler difüzyon katsayısıdır (m^2/sn nadir olarak cm^2/sn).

Moleküler difüzyon katsayısı akışkanın özelliğidir. Denklem (1.3) ifadesindeki negatif işaretin anlamı yüksek konsantrasyonlu bölgelerden düşük konsantrasyonlu bölgelere doğru madde transferinin yapıldığıdır. Böylece, konsantrasyonun x eksenine göre değişimi belirli bir zaman sonra sıfır olmaktadır.

Moleküler difüzyon katsayısı yalnız sıcaklıkla değişebilmektedir. Bu yüzden sabit sıcaklıkta bütün yönlerdeki moleküler difüzyon katsayıları sabit olup, bir boyutlu moleküler difüzyon akısı üç boyutlu olarak yazılabilir.

$$Ak_1 = -D_m \left(\frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (1.4)$$

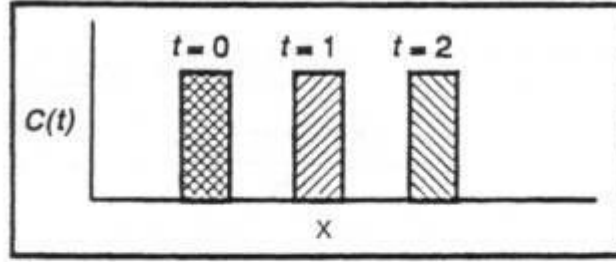
1.4. Türbülans Difüzyonu Yoluyla İletim

Bölüm 1.3. deki renkli sıvının başında titreşim hareketi yapan bir cisim bulunsun. Bu durumda akışkan hareketsiz olduğundan zamansal ortalama hız;

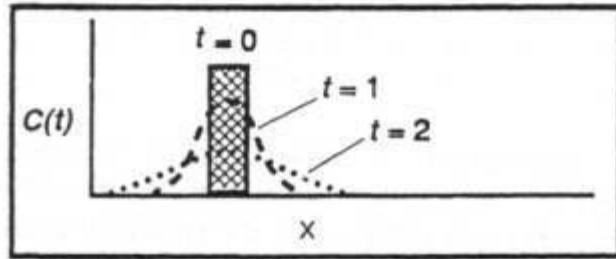
$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u dt = 0$$

olmalıdır. Fakat ortam türbülanslı bir karaktere sahip olduğundan, zamansal ortalama hızdan olan sapmalar (yani çalkantı hız bileşenleri) sıfır değildir. Bu durumda görülür ki, boya tamamen durgun bir ortam içerisine yayılmasına kıyasla çok daha çabuk bir şekilde yayılmaktadır. Burada maddenin iletimi türbülans nedeniyle olmaktadır. Türbülans ise, ortalama hızdan olan sapmalar yani çalkantı hızları nedeniyle olmaktadır. Böyle çalkantı hızları nedeniyle madde iletimine türbülanslı

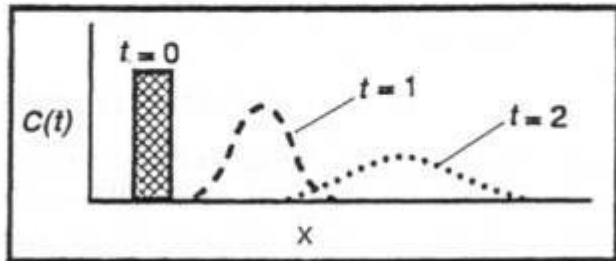
iletim adı verilmektedir. Konveksiyon, difüzyon ve konvektif-difüzyon yoluyla iletim aşağıda verilmiştir.



1) Konveksiyon nedeniyle iletim



2) Difüzyon nedeniyle iletim



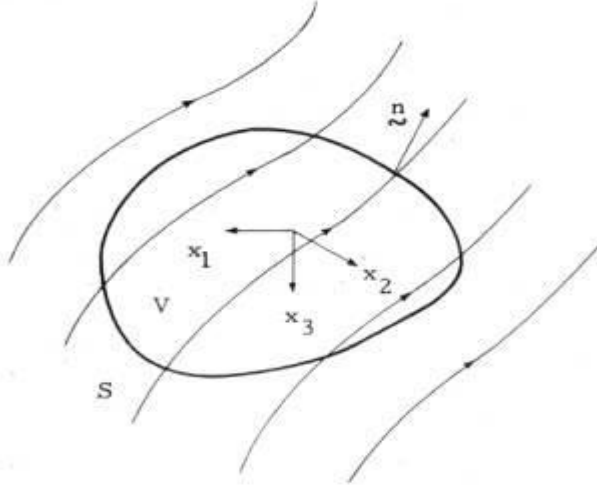
3) Difüzyon ve konveksiyon nedeniyle iletim

Şekil 1.5 Konveksiyon, difüzyon ve konvektif-difüzyon nedeniyle iletim

1.4.1. Genel Konvektif Difüzyon Denkleminin Çıkarılması

Genel konvektif-difüzyon denklemini çıkarmak için maddenin korunumu prensibinden yararlanılır. c madde konsantrasyonunu, $\vec{u}$ hız vektörünü, $\vec{n}$ ise yüzey elemanına dik olan birim vektörü göstermek üzere, S kapalı yüzeyinin çevrelediği bir V hacmi alınsın. Bu kapalı hacime, S yüzeyinden birim zamanda konveksiyon ve moleküler difüzyon dolayısıyla giren ve çıkan madde miktarları ile S kapalı

yüzeyinin çevrelediği hacim içerisinde birim zamanda değişen madde miktarları üzerinde maddenin korunumu ilkesi uygulanarak, korunum denklemi çıkarılacaktır.



Şekil 1.6 Kontrol hacmi

1- Konveksiyon dolayısıyla, S yüzeyinden birim zamanda giren madde miktarı ile S yüzeyinden birim zamanda çıkan madde miktarı arasındaki fark;

$$\int_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.5)$$

şeklindedir.

2- Moleküler difüzyon ile birim zamanda, S yüzeyinden giren madde miktarı ile çıkan madde miktarı arasındaki fark;

$$\int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.6)$$

şeklinde olmaktadır. Burada $\mathbf{q}$ akı vektörü olup, D_m ise moleküler difüzyon katsayısı olmak üzere, Fick kanununa göre;

$$\mathbf{q} = -D_m \text{ grad } c$$

olmaktadır. O halde denklem (1.6) dan,

$$-\int_S (D_m \text{ grad } c) \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.7)$$

bulunur.

3- V hacmi içerisinde birim zamanda maddenin zamanla değişim miktarı

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV \quad (1.8)$$

şeklindedir. Süreklilik denklemine göre; birim zamanda, V hacmine giren madde miktarı, o hacimden çıkan madde miktarı ile, o hacim içerisinde maddenin zamanla değişim miktarının toplamına eşittir. O halde denklem (1.5), (1.7) ve (1.8) den,

$$\int_S c \vec{u} \cdot \vec{n} dS + \left[- \int_S (Dm \operatorname{grad} c) \cdot \vec{n} dS \right] + \int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = 0 ,$$

veya Green-Gauss teoreminden faydalanarak

$$\int_V \operatorname{div}(c\vec{u}) dV - \int_V \operatorname{div}(Dm \operatorname{grad} c) dV + \int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = 0 ,$$

elde edilir. Buradan;

$$\int_V \left[\frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(c\vec{u}) - \operatorname{div}(Dm \operatorname{grad} c) \right] dV = 0$$

bulunur. Bu ifade seçilen her V hacmi için doğru olacağından, integral içi sıfıra eşit olmalıdır. Başka bir ifadeyle;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(c\vec{u}) - \operatorname{div}(Dm \operatorname{grad} c) = 0$$

bulunur. Dm moleküler difüzyon katsayısı genellikle sabit alınmaktadır. Akışkan sıkışmaz ise bu durumda;

$$\operatorname{div}(c\vec{u}) = c \operatorname{div}\vec{u} + \vec{u} \operatorname{grad} c$$

yazılır. Yukarıdaki denklemde $\operatorname{div} \vec{u} = 0$ olacağından, yukarıdaki denklem;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{u} \operatorname{grad} c = Dm \operatorname{div}(\operatorname{grad} c) \quad (1.9)$$

şeklinde yazılır. Vektörel denklem bileşenleri cinsinden, $\{x_i\}$ kartezyen koordinatları göstermek üzere aşağıdaki biçimde yazılır.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i} \quad (1.10)$$

x_i ve u_i değişkenlerinde i indisi ($i = 1, 2, 3$) koordinatları göstermektedir. Laminer akım halinde denklem (1.10) uygun başlangıç ve sınır şartları ile konvektif-difüzyon olayını tam olarak ifade edebilmektedir.

Türbülanslı akımlarda ani büyüklükler zamansal ortalama büyüklükler ile çalkantı değerlerinin toplamı şeklinde yazılmaktadırlar (Reynolds, 1895). Bu ifadeye göre herhangi bir büyüklük (u, v, w, c ve T) ortalama değer ile ortalama değerden olan sapmayla toplanarak ifade edilmektedir. Böylece:

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w'; \quad c = \bar{c} + c'; \quad T = \bar{T} + T'$$

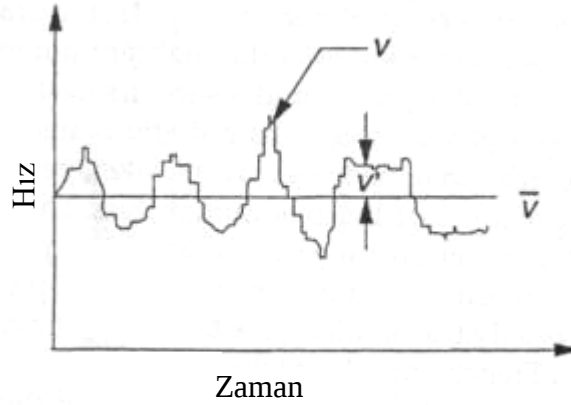
şeklinde hesaplanmaktadır. Burada;

u = anlık (ani) yatay hız (m/sn); v = anlık (ani) yanal hız (m/s); w = anlık (ani) dikey hız (m/s); c = anlık (ani) konsantrasyon (gr / m^3); T = anlık (ani) sıcaklıktır (derece).

Üstlerinde uzun çizgi olan büyüklükler ortalama değerleri, üstlerinde virgül olanlar ise ortalama değerlerden olan sapmaları yani çalkantı değerlerini göstermektedir.

Çalkantı (sapma) değerinin birimi ortalama değer ve anlık değer birimiyle aynıdır.

Şekil (1.7) de türbülanslı akımlardaki hız diyagramı üzerinde ortalama hız ($\bar{v}$), ortalama hızdan sapan hızlar (çalkantı; v') ve anlık hızlar (v) görülmektedir.



Şekil 1.7 Türbülans dolayısıyla meydana gelen anlık hızlar, ortalama hızlar ve çalkantı hızları

Ortalama değerler anlık değerlerden hesaplanmaktadır. Böylece;

$$\bar{u} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u dt; \quad \bar{v} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v dt; \quad \bar{w} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} w dt; \quad \bar{c} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c dt$$

$$\bar{T} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} T dt$$

şeklinde yazılır. Laminer akımın konvektif-difüzyon denklemi bulunduktan sonra bunu türbülanslı akıma uygulamak için laminer akım içindeki büyüklükleri ortalama değer ile sapma değerinin toplamı şeklinde yazmak gerekeceği daha önceden söylenmişti. Bunun nedeni; laminer akımda, akımın hızı sabit olup çalkantı değerlerinin olmamasıdır. Bu yüzden herhangi bir andaki büyüklük ortalama büyüklüktür. Aslında laminer akımda da çalkantı hızlarının neden olduğu anlık hızlar meydana gelmektedir ama bu türbülanslı ortama göre çok küçük olduğundan anlık büyüklüklerin ortalama büyüklüklere eşit olduğu kabul edilmektedir. Oysa, türbülanslı akımda herhangi bir andaki büyüklük, ortalama büyüklük ile sapma değerinin toplamı şeklindedir. Böylece,

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

$$c = \bar{c} + c'$$

dir. Burada:

$$\bar{c} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} c dt, \quad \bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i dt$$

olmaktadır. Formüldeki T terimi zamansal ortalamanın alındığı periyodu göstermektedir. Bu periyodun hem çalkantı değerlerinin zamansal ortalamasını sıfıra yaklaştıracak tarzda büyük olması hem de olaya giren büyüklüklerin zamanla değişmesini yok edecek kadar da büyük olmaması gerekmektedir (Rodi, 1980).

Türbülanslı akımlardaki anlık değerler (1.10) denkleminde yerine konduğunda;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c'}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial c'}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial c}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial c'}{\partial x_i} = D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i} + D_m \frac{\partial^2 c'}{\partial x_i \partial x_i} \quad (1.11)$$

elde edilmektedir. Bu denklemin her iki tarafının zamansal ortalaması alındıktan sonra ortaya çıkan terimlerden sapma değerlerinin zamansal ortalaması ile ortalama değer ile sapma değerinin çarpımının zamansal ortalamasına sıfır yazıldığında;

$$\overline{\frac{\partial c}{\partial t}} = \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$\overline{\frac{\partial c'}{\partial t}} = \frac{\partial \bar{c}'}{\partial t} = 0$$

$$\overline{u_i \frac{\partial c}{\partial x_i}} = \overline{u_i} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = \overline{u_i} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = u_i \frac{\partial c}{\partial x_i}$$

$$\overline{u_i \frac{\partial c'}{\partial x_i}} = \overline{u_i} \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_i} = u_i \frac{\partial \bar{c}'}{\partial x_i} = 0$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial c}{\partial x_i}} = \overline{u'_i} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} = 0$$

$$\overline{\frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i}} = \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i}$$

$$\overline{\frac{\partial^2 c'}{\partial x_i \partial x_i}} = \frac{\partial^2 \bar{c}'}{\partial x_i \partial x_i} = 0$$

eşitlikleri bulunur. Özetlemek gerekirse; herhangi bir sapma değerinin zamansal ortalaması sıfırdır (Ör: $\bar{c}' = 0$). Bunun yanında ortalama değer ile sapma değerinin çarpımının zamansal ortalaması da sıfırdır. (Ör: $\overline{cc'} = 0$) dır. Bununla beraber iki sapma değerinin çarpımının zamansal ortalamasında istisnai bir durum söz konusu olup, sıfır değildir (Ör: $\overline{u'u'}, \overline{u'c'}, \overline{v'c'}, \overline{w'c'} \neq 0$).

Yukarıda eşitlikleri yerine koyduğumuzda;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} + \overline{u'_i \frac{\partial c'}{\partial x_i}} = D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i} \quad (1.12)$$

eşitliği elde edilir. Kütlenin korunumundan,

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \text{ dır (Hinze 1959). Böylece denklem (1.12) nin soldan üçüncü terimi;}$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial c'}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i c')} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i c'})$$

şeklinde yazılır. Bu terim (1.12) denkleminde yerleştiğinde;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i c'}) + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i} \quad (1.13)$$

eşitliği elde edilir. $\overline{u'_i c'}$ değeri i doğrultusuna dik birim alandan, birim zamanda taşınan madde miktarını ifade etmektedir. Başka bir deyişle, türbülansın u_i çalkantı bileşeni nedeniyle meydana gelen türbülans akısıdır. Bu değer, konsantrasyonun zamansal ortalama değerinin i doğrultusundaki gradyanı ile orantılı olduğu kabul edilir (Harleman, 1965). Bu sebepten ötürü;

$$\overline{u'_i c'} = -\varepsilon_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (1.14)$$

dir. Burada ε_i , i doğrultusundaki türbülans difüzyonu katsayısı ismini almaktadır. Denklem (1.13) deki $\overline{u'_i c'}$ teriminin yerine denklem (1.14) deki eşitliği yazıldığında;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\varepsilon_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_i} \quad (1.15)$$

elde edilir. Genellikle dispersiyon denkleminde moleküler difüzyon yoluyla meydana gelen taşınım ihmal edilmektedir. Çünkü D_m moleküler difüzyon katsayısı, ε_i türbülans difüzyonu katsayısının yanında ihmal edilebilecek kadar küçüktür. D_m moleküler difüzyonu katsayısı, ε_i türbülans difüzyonu katsayısının 10^{-4} katıdır. Bu ihmal neticesinde denklem (1.15);

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\varepsilon_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad (1.16)$$

şeklinde yazılır. Bu denklem, maddenin yalnızca zamansal ortalama akım hızı (konveksiyon) ve türbülans nedeniyle (türbülans difüzyonu) iletildiğini hesaba katıp moleküler difüzyonu ihmal etmektedir.

1.5. Konveksiyon ve Difüzyon Etkisiyle Madde İletimiyle İlgili Çalışmalar

S. Sankaranarayanan, N.J. Shankar ve H.F. Cheong (1998) üç boyutlu konvektif-difüzyon denkleminin çözümü için üç boyutlu sonlu fark denklemi geliştirmişlerdir. Nümerik difüzyonu azaltmak için konvektif terimlerde üçüncü mertebeden şema kullanmışlardır (Murty ve Kowalik, 1993). Nümerik modelin geçerliliğini, sonuçları tam olarak bilinen beş problem ile doğrulamışlardır.

Çalışmadaki terimler;

$C_{i,j,k}$ i, j, k konumundaki konsantrasyonlar

$G(x, y, z, t)$ noktasal kaynak veya atık suları

K_x, K_y, K_z x, y ve z yönlerindeki difüzyon sabitleri

U, V, W x, y ve z yönlerindeki akım hızı

Δt zaman aralığı

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ x, y ve z yönlerindeki grid (ızgara) aralıkları

şeklinde. Araştırmacılar, üç boyutlu taşıyıcı denklemi kütleinin korunumu kanunundan faydalanarak;

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} - K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = G(x, y, z, t) \quad (1.17)$$

şeklinde tanımlamışlardır. Sınır şartlarına gelince;

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = 0 \text{ (Konsantrasyonun dikey değişimi sıfırdır)}$$

şeklinde. Araştırmacılar, su kirliliği modelinde kullandıkları U, V, W değerlerini hidrodinamik modelden almışlardır. Modelde kullanılan konveksiyon terimleri;

$$\frac{\partial C}{\partial x} = (C_{i-2,j,k} - 6C_{i-1,j,k} + 3C_{i,j,k} + 2C_{i+1,j,k}) / 6\Delta x + o(\Delta x)^3 \quad (1.18)$$

$$U(i, j, k) \geq 0 \text{ ve } i = 3, nx - 2$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = (-2C_{i-1,j,k} - 3C_{i,j,k} + 6C_{i+1,j,k} - C_{i+2,j,k}) / 6\Delta x + o(\Delta x)^3 \quad (1.19)$$

$$U(i, j, k) \leq 0 \text{ ve } i = 3, nx - 2$$

$i = 2$ noktasında;

$$\frac{\partial C}{\partial x} = (-11C_{i,j,k} + 18C_{i+1,j,k} - 9C_{i+2,j,k} + 2C_{i+3,j,k}) / 6\Delta x + o(\Delta x)^3 \quad (1.20)$$

$i = nx - 1$ noktasında;

$$\frac{\partial C}{\partial x} = (-2C_{i-3,j,k} + 9C_{i-2,j,k} - 18C_{i-1,j,k} + 11C_{i,j,k}) / 6\Delta x + o(\Delta x)^3 \quad (1.21)$$

şeklindedir. Burada nx ; x yönünde bulunan grid (ızgara) noktalarının sayısıdır.

Difüzyon terimlerindeki konsantrasyon ise merkezi sonlu farklar metodu ile;

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{C_{i+1,j,k} - 2C_{i,j,k} + C_{i-1,j,k}}{(\Delta x)^2} \quad (1.22)$$

şeklindedir. Araştırmacılar, açık şema çözüm metodunu tercih etmiş ve stabilite kriterini;

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \left[\frac{K_x}{(\Delta_x)^2} + \frac{K_y}{(\Delta_y)^2} + \frac{K_z}{(\Delta_z)^2} \right] + \frac{U}{(\Delta_x)} + \frac{V}{(\Delta_y)} + \frac{W}{(\Delta_z)}} \quad (1.23)$$

şeklinde kullanmışlardır (Hindmarsh, 1984). Geliştirmiş oldukları nümerik modelin geçerliliğini öğrenmek amacıyla nümerik modelden bulunan sonuçları analitik çözümlerle karşılaştırmışlardır. Bunun için önce bir boyutlu ve iki boyutlu Gauss sinyalinin taşınımını analitik metodla incelemişlerdir (Noya ve Tan, 1988). Daha sonra iki boyutlu ve üç boyutlu noktasal kirliliğin taşınımını analitik metod ile incelemişlerdir. (Lardner ve Song, 1991). Araştırmacıların noktasal kirlilik kaynağı kullanmalarının amacı petrol gibi aniden yayılan maddeler için önemli ve pratik bir yaklaşım olmasından ileri gelmektedir. En sonunda ise üç boyutlu durağan ve üniform olmayan akım için konvektif-difüzyon denklemini analitik olarak incelenmişlerdir (Sommeijer ve Kok, 1995). Bütün bu incelemeler sonunda nümerik modelden bulunan sonuçlarla analitik çözümlerden elde edilen sonuçların birbiriyle uyumlu olduğunu görmüşlerdir.

E. Özhan ve L. Hapoğlu rüzgârların neden olduğu akıntı modeli ile kirlilik taşınım modelini birleştirerek İzmir körfezine uygulamışlardır. İzmir körfezindeki gelgitlerin etkisinin zayıf olmasından dolayı hidrodinamik modelde rüzgârlardan meydana gelen akıntıları dikkate almışlardır.

Su seviyesi ve akım hızlarını hesaplamak için su derinliği boyunca entegre edilen süreklilik denklemini Navier-Stokes denklemiyle birlikte çözmüşlerdir. 3-D hidrodinamik modelden bulunan hızları daha sonra 3-D konvektif-difüzyon

denkleminde yerleştirmişlerdir. Araştırmacıların hidrodinamik modelde kullandıkları denklemler;

$$L_x(u,v) = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f_c v + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \left[2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (1.24)$$

$$L_y(u,v) = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f_c u + g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \left[2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (H U)}{\partial x} + \frac{\partial (H V)}{\partial y} = 0 \quad (1.26)$$

şeklindedir. Burada;

$$U = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\xi} u \, dz; \quad V = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\xi} v \, dz; \quad f_c = 2Q \sin \phi \quad (1.27)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Konservatif olmayan kirliliğın taşınımını tarif eden 3-D konvektif-difüzyon denklemini ise;

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - kC \quad (1.28)$$

şeklinde tanımlamışlardır. Hidrodinamik ve kirliliğın taşınımı modellerinde kullanılan katsayılar:

ξ = ortalama su seviyesinden itibaren su yüksekliğı, x, y, z = yatay, yanal ve dikey kartezyen koordinatlar, t = zaman, H = toplam derinlik, U, V = x, y yönlerindeki ortalama akım hız bileşenleri, u, v = x ve y yönlerindeki anlık hız bileşenleri, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ = x, y ve z yönlerindeki eddy (çevrinti) vizkozite katsayıları, f_c = Coriolis katsayısı, g = yerçekimi ivmesi, C = kirlilik konsantrasyonu, D_x, D_y, D_z = x, y ve z yönlerindeki türbülans difüzyon katsayıları, Q = dünyanın açısıl hızı, ϕ = gözlem noktasının enlemi ve k = azalma oranı katsayısıdır.

Araştırmacılar, rüzgâr ve gelgit kuvvetlerinden meydana gelen akışların genellikle yatay akış kabul edilmesinden dolayı dikey hız bileşenini ihmal etmişlerdir. Çözüm işlemi olarak Koutitas ve O'Connor'ın tanımladığı sonlu fark metodunu kullanmışlardır. Bu yöntemle, Denklem (1.24) ve denklem (1.25) aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = L_1(u) + \alpha_1 \quad (1.29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = L_2(v) + \alpha_2 \quad (1.30)$$

burada;

$$L_1 = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_y \frac{\partial}{\partial y} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} \right] \quad (1.31)$$

$$L_2 = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_y \frac{\partial}{\partial y} \right] \quad (1.32)$$

$$\alpha_1 = f_c v - g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_y \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (1.33)$$

$$\alpha_2 = -f_c u - g \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon_x \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (1.34)$$

şeklindedir. Araştırmacılar, L_1 ve L_2 yi ise L_1^1 , L_1^2 ve L_2^1 , L_2^2 şeklinde ayırmışlardır.

$$\frac{\partial u^n}{\partial t} = L_1^1(u^n) + \alpha_1^{n+1/2} \quad ; \quad \frac{\partial u^{n+1}}{\partial t} = L_1^2(u^{n+1}) \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial v^n}{\partial t} = L_2^1(v^n) + \alpha_2^{n+1/2} \quad ; \quad \frac{\partial v^{n+1}}{\partial t} = L_2^2(v^{n+1}) \quad (1.36)$$

Burada: n=tamsayıdır ve değişkenin nDt zamanında değerlendirileceğini göstermektedir.

$$L_1^1 = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_y \frac{\partial}{\partial y} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} \right] \quad (1.37)$$

$$L_2^2 = L_1^2 = \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad (1.38)$$

$$L_2^1 = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon_x \frac{\partial}{\partial x} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_y \frac{\partial}{\partial y} \right] \quad (1.39)$$

Yukarıdaki denklemlerle bulunan hız bileşenleri daha sonra kirlilik taşınım modeline sokulmuştur. Küçük zaman aralığı nedeniyle stabil hesap yapmak için kapalı şema kullanılmıştır.

Araştırmacılar, İzmir körfezini kare grid (ızgaralarla) tanımlamışlardır. Su yoğunluğu her yerde aynı alınmıştır. Akış hızları su derinliği boyunca 6 seviyede hesaplanmıştır. Suyun kuzeydoğu yönünden esen uniform ve durağan bir rüzgâr tarafından rahatsız edildiği sonucuna varmışlardır. Deşarjı, körfezin yüzey tabakasına ve körfezin yanal mesafenin tam ortasına yapmışlardır. Deşarjın durağan bir şekilde ve rüzgârla aynı zamanda başladığını kabul etmişlerdir.

Sonuçlar:

Araştırmacılar, model sonuçlarından rüzgâr yönü boyunca su seviyelerinin hemen hemen uniform olarak arttığını görmüşlerdir. Çeşitli rüzgâr yönleri için, hiçbir katmanda akış yatay dönüş yapmamıştır fakat, ortalama hız için yapılan çözümlerde yatay dönüşler meydana gelmiştir. Bunun yanında, yüzey katmanında konveksiyon baskın olup, konsantrasyon yaklaşık tabanda 10 kat azalmıştır.

P. Anagnostopoulos, H. Mpimpas & J. Ganoulis Yunanistan'da bulunan Thermaikos körfezinde su kalitesi çalışmalarında bulunmuşlardır. Thermaikos körfezinde bütün şehrin kanalizasyon, endüstriyel ve tarımsal atıkları nehirler vasıtasıyla toplandığından, birbirinden farklı olan değişik kimyasal maddeler birbirleriyle biokimyasal etkileşim altındadır. Araştırmacılar bu konuya önem verip, konvektif-difüzyon denkleminde karşılıklı etkileşimi dikkate almışlardır. Thermaikos körfezindeki kirlilik çalışmasında hidro-ekolojik model kullanmışlardır. Bu model, rüzgârlardan meydana gelen sirkülasyon modeli ile on değişik parametrenin difüzyon-dispersiyon modelinden oluşmaktadır. Bu parametreler; klorofil-a, organik nitrojen, amonyak nitrojen, nitrit nitrojen, nitrat nitrojen, organik ve inorganik fosfor, koliform, çözünmüş oksijen ve biokimyasal oksijen ihtiyacıdır (BOD). Hidro-ekolojik modelde önce rüzgârların neden olduğu kıyasal sirkülasyonun bir nümerik

çözümü incelenmiş, daha sonra sirkülasyondan bulunan hızlar kirliliğin taşınımı için difüzyon-dispersiyon modeline sokulmuştur. Biokimyasal etkileşim altında aşağıdaki denklemler on farklı parametrenin zamana bağlı değişimini tanımlamaktadır.

A. Klorofil-A

$$\frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \mu A - C_{KDA} A - \rho A \quad (1.40)$$

B. Organik Nitrojen

$$\frac{\partial B}{\partial t} + u \frac{\partial B}{\partial x} + v \frac{\partial B}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \alpha_1 \rho A - \beta_3 B - \alpha_4 B \quad (1.41)$$

C. Amonyak Nitrojen

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + Y_2 C_{KDA} A - Y_2 \mu A - \beta_1 C \quad (1.42)$$

D. Nitrit Nitrojen

$$\frac{\partial D}{\partial t} + u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + \beta_1 C - \beta_2 D \quad (1.43)$$

E. Nitrat Nitrojen

$$\frac{\partial E}{\partial t} + u \frac{\partial E}{\partial x} + v \frac{\partial E}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \beta_2 D - \alpha_1 \mu A \quad (1.44)$$

F. Organik Fosfor

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - R_p F + C_{KDA} Y_1 A - \sigma_5 F \quad (1.45)$$

G. İnorganik Fosfor

$$\frac{\partial G}{\partial t} + u \frac{\partial G}{\partial x} + v \frac{\partial G}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + R_p F - Y_1 \mu A \quad (1.46)$$

H. Biyokimyasal Oksijen Talebi

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + Y_3 C_{KDA} A - k_1 H - k_3 H \quad (1.47)$$

I. Çözünmüş Oksijen

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} + u \frac{\partial I}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} + k_2 \frac{(I_* - I)}{H} + \\ + (\alpha_3 \mu - \alpha_4 \rho) A - k_1 H - \alpha_5 \beta_1 C - \alpha_6 \beta_2 E \end{aligned} \quad (1.48)$$

J. Koliform

$$\frac{\partial J}{\partial t} + u \frac{\partial J}{\partial x} + v \frac{\partial J}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 J}{\partial y^2} - k_5 J \quad (1.49)$$

Klorofil'in büyüme oranı μ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\mu = \mu_{\max} \times AR \times 1.06^{(T-20)} \times \frac{C \times G}{(C + C_{NH}) \times (G + C_{IP})} \quad (1.50)$$

Denklemlerde kullanılan terimler;

C_{NH}	amonyak nitrojen için sabittir (Monod constant)
C_{IP}	inorganik fosfor için sabittir (Monod constant)
AR	güneş ışınlamı faktörü
C_{KDA}	klorofil in azalma katsayısı
ρ	klorofil in solunum oranı
α_1	damıtılmış nitrojen
α_3	deniz alglerinin ürettiği birim fotosentez başına oksijen üretim oranı
α_4	deniz alglerinin birim solunum başına ürettikleri oksijenlerin yukarı çıkma oranı
α_5	birim amonyak nitrojen oksitlenmesi başına yukarı çıkan oksijen oranı
α_6	birim nitrit nitrojen oksitlenmesi başına yukarı çıkan oksijen oranı
β_1	amonyak nitrojenin biyolojik oksidasyon katsayısı
β_2	nitrit nitrojenin biyolojik oksidasyon katsayısı

β_3	organik nitrojenin amonyak nitrojene hidrolizi için sabit bir oran
k_1	deoksitletme oranı katsayısı
k_2	tekrar havalandırma katsayısı
k_3	yerleşme katsayısı
k_5	kloroformların ölüm oranı
α_4	organik nitrojen yerleşme oranı katsayısı
α_5	organik fosfor yerleşme oranı katsayısı
R_p	organik fosfor dönüşüm katsayısı
I_*	çözünmüş oksijenin doygun konsantrasyonu
D_x	difüzyon-dispersiyon katsayısı (x eksenine bağlı)
D_y	difüzyon-dispersiyon katsayısı (y eksenine bağlı)
Y_1, Y_2, Y_3	katsayılar (stoikometrik)

şeklinde yazılmaktadır. Araştırmacılar denklemleri bir arada toplayarak Galerkin metodunu (sonlu elemanlar) uygulamışlardır. Kirlilik kaynaklarına (nehir deşarjları) karşı gelen düğüm noktalarında, herbir parametrenin başlangıç konsantrasyonunu tanımlamışlardır. Diğer bütün noktalardaki başlangıç konsantrasyonunu sıfır almışlardır.

Sonuçlar:

Araştırmacılar, bütün katsayıların (konvektif-difüzyon denkleminlerindeki) deşarj yerlerindeki 10 parametre ile birlikte alt ve üst limitlerini belirtip, yalnızca Y_1, Y_2, Y_3, μ ve AR katsayılarını bir defa tanımlamışlardır. 10 m/sn durağan rüzgâr hızında, katsayıların ve deşarj yerlerindeki 10 parametrenin alt ve üst değerlerini sırasıyla modele sokarak, herbir parametrenin körfezdeki dağılımını incelemişlerdir. Araştırmacılar, parametre ve katsayıların sırasıyla minimum ve maksimum alınmasıyla, kirliliğin körfezin batı kıyısından akmasından dolayı bu bölgelerde doğuya göre kirlilik konsantrasyonların fazla çıktığını, yalnızca nitrat nitrojen ile inorganik fosforun konsantrasyonlarının doğuda fazla çıktığını modelden

görmüşlerdir. Deşarj yerlerindeki konsantrasyon ve katsayıların maksimum değerlerinin kullanılmasıyla, herbir parametrenin konsantrasyonu artmış, özellikle koliformun konsantrasyonu çok artmıştır.

P. Anagnostopoulos, H. Mpimpas Yunanistan’da bulunan Thermaikos körfezinde su kalitesi çalışmalarında bulunmuşlardır. Yaptıkları bu çalışmada, bir önceki çalışmada üzerinde yoğunlaştıkları dispersiyon denklemindeki katsayıların ve kirlilik kaynaklarına karşı gelen birbirinden farklı parametrelerin, bu parametrelerin dağılımı üzerindeki etkisinin yerine, rüzgârın hızının ve yönünün tek bir parametrenin dağılımına etkisi üzerinde durmuşlardır. Hidrodinamik modelleme için derinlik boyunca entegre edilen yatay düzlem üzerinde iki boyutlu akışkan hızlarını düşünmüşler ve akışkanı homojen (sabit yoğunluklu veya tabakalaşmamış) almışlardır. Araştırmacıların hidrodinamik modellerinde kullandıkları denklemler;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f_c v = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\tau_{xs}}{\rho H} - \frac{\tau_{xb}}{\rho H} + \frac{\partial F_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial F_{xy}}{\partial y} \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f_c u = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\tau_{ys}}{\rho H} - \frac{\tau_{yb}}{\rho H} + \frac{\partial F_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial F_{xy}}{\partial x} \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial(H u)}{\partial x} + \frac{\partial(H v)}{\partial y} = 0 \quad (1.53)$$

şeklinde verilmektedir. Burada: ξ = ortalama su seviyesinden itibaren su yüksekliği, x, y = yatay ve yanal kartezyen koordinatlar, t = zaman, H = toplam derinlik, u, v = x, y yönlerindeki ortalama akım hız bileşenleri, f_c = Coriolis katsayısı, g = yerçekimi ivmesi, ρ = akışkanın yoğunluğu ve F_{xx} , F_{yy} ve F_{xy} = Reynolds gerilmelerini temsil etmektedirler.

Reynolds gerilmeleri, coriolis katsayısı ve toplam derinlik sırasıyla;

$$F_{xx} = 2\varepsilon_{xx} \frac{\partial u}{\partial x}, F_{yy} = 2\varepsilon_{yy} \frac{\partial v}{\partial y}, F_{xy} = \varepsilon_{xy} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (1.54)$$

$$f_c = 2Q \sin \phi \quad (1.55)$$

$$H = h + \xi \quad (1.56)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada: ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} = eddy vizkozite katsayıları, Q =dünyanın açısai hızı, ϕ =gözlem noktasının enlemi ve h =ortalama su seviyesinin yüksekliğidir.

Araştırmacılar, rüzgârlardan meydana gelen kayma gerilmesini sirkülasyonu meydana getiren birincil etki olarak, taban sürtünmesini ise sirkülasyonun etkisini sönümleyen birincil tepki olarak düşünüp, rüzgârlardan meydana gelen kayma gerilmelerini;

$$\frac{\tau_{xs}}{\rho} = KW_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad \text{ve} \quad \frac{\tau_{ys}}{\rho} = KW_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (1.57)$$

şeklinde tanımlamaktadırlar. Burada: K =boyutsuz katsayı ($10^{-6} - 3 \times 10^{-6}$), W_x ve W_y =sırasıyla x ve y yönlerindeki rüzgâr hızlarıdır. Tabandaki kayma gerilmesi ise

$$\frac{\tau_{xb}}{\rho H} = \frac{gu(u^2 + v^2)^{1/2}}{C^2 H} \quad \text{ve} \quad \frac{\tau_{yb}}{\rho H} = \frac{gv(u^2 + v^2)^{1/2}}{C^2 H} \quad (1.58)$$

şeklindeir. Burada: C =Chezy katsayısıdır.

Araştırmacılar, Thermaikos körfezini üçgen elemanları birbirine birleştirerek tanıtmışlardır. Böylelikle 989 nokta ve 1813 eleman oluşturmuşlardır. Körfezin kuzey kesimi daha sık, güney kesimi ise daha geniş bir şekilde elemanlara ayrılmıştır. Araştırmacılar, bunu, derinliğin giderek artmasından dolayı stabilite kriterini sağlamak için yapmışlardır.

Sonuçlar:

Araştırmacılar modeli çeşitli rüzgâr şiddeti ve yönü için denemişler ve bütün koşullarda körfezin dar bölgelerinde hızların alçak olup geniş bölgelerinde ise hızların daha fazla olduğunu görmüşlerdir. Deşarjın körfezin dar bölgelerinde yapılmasından dolayı kirlilik konsantrasyonunun taşınmasında konveksiyonun etkisinin az olup, türbülans difüzyonunun baskın olduğunu belirtmişlerdir. Daha sonra, hidrodinamik modeldeki hızları, daha önce Thermaikos körfezinde yapılan çalışmanın aksine, tek bir kirlilik konsantrasyonu için konservatif konvektif-difüzyon denkleminde uygulamışlardır. Bunun nedeni; körfeze yalnızca evsel kullanım suları verildiğinden, farklı kimyasal ve biyolojik maddelerin olmamasından dolayı parametrelerin birbiriyle etkileşiminin dikkate alınmamasıdır.

Daha önceki çalışmada, körfeze birbirinden farklı kimyasal maddeler deşarj edildiğinden dolayı 10 farklı parametrenin birbirleriyle kimyasal ve biyolojik etkileşimi dikkate alınıp, konservatif olmayan konvektif-difüzyon denklemi uygulanmıştır.

B. Pearce, V. Vivek, H. McIlvaine, E. Simek ve P. Sucsy Great Egg körfezindeki (New Jersey) uzun dönem tuzluluk dağılımını incelemişlerdir. Çalışmanın sonunda belirlenen tuzluluk miktarına göre SO_2 temizleyicisini suya katıp tuzla reaksiyona sokarak $CaSO_4$ (Jips) çökeltisi oluşturmayı amaçlamışlardır. Böylece, üretilen Jips'i satarak hem maliyeti düşürmeyi hem de tuzluluk miktarını azaltmayı hedeflemişlerdir. Araştırmacılar yaptıkları çalışmalarda Great Egg Körfezindeki tuzluluğu genelde körfeze akan tatlı suların azaltıldığını görmüşlerdir. Bu sebepten dolayı nehirlerin akımlarını zamana göre belirlemişler ve değerlerini modele sokmuşlardır.

Araştırmacılar akıntıları ikiye ayırmışlardır. Bunlardan en önemlisi gel-git akıntılarıdır. Rüzgâr sebebiyle oluşan akıntılarında önemli olmasını belirtmekle birlikte uzun dönem tuzluluk dağılımını incelediklerinden rüzgâr etkisini ihmal etmişlerdir. Böylelikle, gel-git akıntıları için iki boyutlu, dikey olarak ortalaması alınmış bir hidrodinamik modeli kullanmışlardır. Bu modele körfeze akan tatlı suların etkisini görmek için tatlı su miktarları ilave edilmiştir. Hidrodinamik modelde kullanılan denklemler;

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV = -g \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{kU\sqrt{U^2 + V^2}}{D} + A_H \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (1.59)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + fU = -g \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{kV\sqrt{U^2 + V^2}}{D} + A_H \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(DU)}{\partial x} + \frac{\partial(DV)}{\partial y} = 0 \quad (1.61)$$

şeklindedir. Burada:

$U=x$ yönündeki hız, $V=y$ yönündeki hız, f =Coriolis parametresi, k =taban sürtünme katsayısı, D =toplam derinlik, A_H =yatay eddy viskozite parametresi, h =ortalama deniz seviyesinden serbest yüzeyin sapmasını belirtmektedir.

Hidrodinamik modeldeki hız ve yükseklikleri daha sonra konvektif-difüzyon denkleminde kullanmışlardır. Bu denklem;

$$\frac{\partial(DC)}{\partial t} + \frac{\partial(DUC)}{\partial x} + \frac{\partial(DVC)}{\partial y} = K_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \quad (1.62)$$

şeklinde verilmektedir. Burada: C=birim su hacmindeki su kütlesi; K_D =difüzyon sabiti ve D=toplam derinliktir.

Sınır Şartları:

Araştırmacılar, sınır şartları için sınırlardan içeriye giren ve çıkan suların tuzluluk miktarlarını belirlemişlerdir. Suyun körfeze nehir sınırlarından sürekli olarak ve Great Egg körfezi sınırından denizin kabarmaya başlamasından itibaren girdiğini ve yalnızca Great Egg körfez sınırından denizin alçalmaya başlamasından itibaren çıktığını düşünmüşlerdir. Denizin alçalmaya başlamasından itibaren Great Egg körfezi sınırından çıkan suyun tuzluluğunu yukarıdaki konvektif-difüzyon denkleminde bulmuşlardır. Nehir sınırlarında tuzluluk sıfır seçilmiştir (sürekli tatlı su aktığından dolayı). Denizin kabarmaya başlamasından itibaren Great Egg körfezi sınırına giren suyun tuzluluğunu;

$$C_{in} = e \times C_o + (1-e) \times C_{out} \quad (1.63)$$

$$e \times TP \times \left[\frac{C_o - C_{out}}{C_o} \right] = Q_f \times T \quad (1.64)$$

formülleriyle hesaplamışlardır. Burada: C_o =okyanus suyunun tuzluluğu, C_{out} =gelgit nedeniyle körfezden dışarı çıkan suyun sınırdaki ortalama tuzluluğu, Q_f = körfeze akan tatlı su debisi, e= gelgit nedeniyle çekilen suyun geri dönmeyen hacmi, TP=gelgit prizma hacmi, T=gelgit periyodu ve e=0.24-0.6 arasında değerler alan bir katsayıdır. Denklem (1.64) ifadesindeki bütün terimler, e ve C_{out} hariç bilinmektedir. Araştırmacılar, denklem (1.64) ifadesinden ilk önce e değerlerine göre C_{out} un alabileceği değerleri belirlenmişlerdir. Daha sonra bu değerler arasından C_{out} için tahmini bir değer seçmişlerdir. Seçilen C_{out} değerine karşı gelen e değerini belirledikten sonra bütün bilinen ve hesaplanan değerleri denklem (1.63) ifadesindeki yerine koyup, gelgitten meydana gelen su girişinin sınır üzerindeki konsantrasyonunu bulmuşlardır.

Sonuçlar:

Araştırmacılar, yapılan karşılaştırmada ölçülen değerlerle modelden bulunan değerlerin birbiriyle uyumlu olduğunu, fakat tuzluluğun tepe ve çukur zamanlarının birkaç saatle yanlış hesaplandığını belirtip, bunu birkaç sebebe bağlamışlardır. Bunlardan birincisi; model ızgarasından daha küçük ölçekte meydana gelen sirkülasyondur. İkincisi ise; izotropik difüzyon tanımı yalnlılığıdır. Araştırmacılar körfez yönündeki (boyuna doğrultu) difüzyon katsayısının diğer yönlerden daha fazla olduğunu sonucuna varmışlardır.

J.M. Crowther, J. M. Bennet, S. G. Wallis, J. C. Curran, D. P. Milne, J. S. Findlay ve B. J. B. Wood Escherichia coli bakterisinin körfezde dağılımını görmek için biyolojik modeli hidrodinamik, sediment taşınımı ve tuzluluk modelleriyle birleştirip Clyde körfezine (İskoçya) uygulamışlardır. Modellemede kullanılan denklemler derinlik boyunca entegre edilmiştir. Modellemede kullanılan tuzluluğun, sedimentin ve bakterinin korunum denklemleri sırasıyla;

$$\frac{\partial(AS)}{\partial t} + \frac{\partial(QS)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[AD \frac{\partial S}{\partial x} \right] + LS_L \quad (1.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(AC_s)}{\partial t} + \frac{\partial(QC_s)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[AD \frac{\partial C_s}{\partial x} \right] + LC_{SL} + \dots \\ &\dots + E - D_p C_s \end{aligned} \quad (1.66)$$

$$\frac{\partial(AC_b)}{\partial t} + \frac{\partial(QC_b)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[AD \frac{\partial C_b}{\partial x} \right] + LC_{bL} - KAC_b \quad (1.67)$$

şeklinde verilmiştir. Burada kullanılan terimler:

A=enkesit alanı (m^2), Q=debi (m^3/sn), D=difüzyon terimi (m^2/sn), S=tuzluluk konsantrasyonu (bindelik değerler şeklinde), L=birim genişlikten körfeze giren kaynak (m^2/sn), S_L =körfeze giren maddelerin tuzluluk konsantrasyonu, C_s =askı maddesi konsantrasyonu (kg/m^3), C_{SL} = körfeze giren askı maddelerinin konsantrasyonu, E=erozyon sebebiyle kazanılan sediment miktarı, $D_p C_s$ =sedimentlerin birikmesiyle kaybolan miktar, C_b =üreyebilen bakteri

konsantrasyonu, C_{bL} = körfeze giren bakterilerin konsantrasyonu ve K = bakterilerin inaktivasyon oranıdır.

Araştırmacılar konvektif-difüzyon denklemini bir boyutlu olarak ele alıp dispersiyon katsayısını x in bir fonksiyonu olarak düşünmüşlerdir. Dispersiyon katsayısı, körfezin en doğusunda $100 m^2 / sn$, en batısında ise $900 m^2 / sn$ dir. Aradaki mesafelerde dispersiyon katsayısı lineer olarak artmaktadır.

Araştırmacılar birikme oranını Krone formülüne dayanarak vermişlerdir.

$$D_p = \begin{cases} \left[1 - \frac{(u^*)^2}{(vd)^2} \right] & w_b \ v_s \dots\dots\dots u^* < vd \\ 0 & \dots\dots\dots vd < u^* \end{cases} \quad (1.68)$$

erozyon ise;

$$E = \begin{cases} 0 & \dots\dots u^* < v_e \\ \left(\frac{(u^*)^2}{(v_e)^2} - 1 \right) & w_b \ \chi \ \dots\dots\dots v_e < u^* \end{cases} \quad (1.69)$$

formülüyle bulunmaktadır. Denklemlerdeki kayma hızı (u^*) ortalama hızdan hesaplanır.

$$\left| \frac{Q}{A} \right| = \frac{u^*}{k} \log_e \left[30.2 \frac{H}{k_s} \right] \quad (1.70)$$

Burada:

k_s = Nikuradse kum pürüzlülüğü, H = su derinliği, k = Von Karman sabiti (Sedimentli akımlar için $k=0.174$), v_d = depolanma için kritik hız, v_e = erozyon için kritik hız, W_b = taban genişliği (m), v_s = yerleşme hızıdır. Modeldeki v_d , v_e , v_s , k , χ ve k_s değerleri sabit alınmıştır.

Araştırmacılar, körfeze giren bakterilerin yüzde kaçının üreyebilme özelliği olduğunu ve bu bakterilerin yüzde kaçının bu özelliğini yitirdiğini (inaktivasyon oranı) hesaplamışlardır. Yaptıkları çalışmalarda inaktivasyon oranına etkileri:

- 1- Güneş ışığının miktarı ve kalitesi
- 2- Suyun bulanıklığı
- 3- Suyun tuzluluğu ve sıcaklığı
- 4- Sudaki besin ve oksijen miktarı
- 5- Askı maddesi

Şeklinde belirlemişlerdir. Araştırmacılar, bu etkilerden en önemlisinin güneş ışıını olduğunu bunun yanında askı maddelerinin de bakterilerin azalmasında etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Sınır şartları:

Tuzluluk, askı maddesi ve bakteri konsantrasyonları akıntı aşağısında ($x = x_0$) ve akıntı yukarısında ($x = x_1$) sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$S = S_o(t), C_s = C_{so}(t), C_b = C_{bo}(t)$$

$$Q = Q_1(t), S = S_1(t), C_s = C_{S1}(t), C_b = C_{b1}(t)$$

Araştırmacılar, Q_1 değerlerini ölçme istasyonundan almışlar ve akış yukarısındaki tuzluluk oranı S_1 değerlerini sıfır kabul edilmişler ve S_o , C_{so} , C_{bo} , C_{S1} ve C_{b1} değerlerini ise ölçmüşlerdir.

Sonuçlar:

Araştırmacılar, dispersiyon katsayısını ve sürtünme faktörünü (hidrodinamik modeldeki) kullanarak kalibrasyon yapmışlar ve kalibrasyon sonucunda çıkan sonuçlarla ölçülen değerlerin uyumlu olduğu görmüşlerdir. Araştırmacılar, körfezdeki suların nehir akıntılarından dolayı yüksek derecede tabakalaştığını, bakteri konsantrasyonlarının, tatlı sularda, inaktivasyon oranının azlığından dolayı daha fazla olduğunu, model ve gözlemlerdeki farklılıkların ise ölçüm hataları ile başlangıç şartları hatalarından kaynaklandığını belirtmişlerdir.

J.P. Hodder, N.J. Parkinson ve R.A. Falconer Gelgit ve rüzgârların sürüklediği su hareketleri ile atık sularının dağılımını gösteren iki boyutlu model geliştirmişlerdir. Çalışmanın amacı; Forth halindeki (İngiltere) konsantrasyonların Avrupa Topluluğu Standartlarına uygun olması için mevcut olan atık su jetlerini uzatmaktır.

Araştırmacılar, endüstrileşmiş yerler hariç bütün kıyı şeridinde limit olarak örneklerin % 80'inde 100ml suda 100 E-Koli olma şartını, endüstrileşmiş yerlerde ise örneklerin % 95'inde 100 ml suda 2000 E-koli olma şartını kullanmışlardır. Aynı zamanda lağım sularının denizle buluştuğu yerlerde ilk seyrelme ve ilave seyrelme için bir takım standartlar kullanmışlardır. İlk seyrelme için endüstrileşmiş yerlerin dışındaki bütün jetlerde limit değerleri 120 ile, endüstrileşmiş yerlerde ise limit değerleri 50 ile çarpılmıştır. İlave seyrelme için limit değerleri endüstrileşmiş ve endüstrileşmemiş bölgelerde 50 ile çarpılmıştır.

Araştırmacıların kullandıkları model; derinlik boyunca entegre edilen, iki boyutlu, gelgit ve rüzgârların neden olduğu sirkülasyon modeli ile derinlik boyunca entegre edilen, iki boyutlu su kirliliği modelinden meydana gelmektedir. Hidrodinamik model aşağıdaki etkileri içermektedir.

- Çevrinti etkileri
- Yüzey rüzgâr gerilmeleri
- Taban pürüzlülüğü
- Reynolds gerilmeleri

Su kirliliği modeli ise çözülebilen maddelerin taşınımının E-Koli için yazılmış şeklidir ve aşağıdaki özelliklere dayandırılmaktadır:

- Adveksiyon
- Boyuna ve yanıl difüzyon
- Azalma
- Kaynaklar (lağım suları)

Modeldeki bütün sınır verileri ortalama derinliğe göre düzeltilmiştir. Modelde batı sınırı için hız dağılımından yararlanılırken doğu sınırı için gelgit yükseltilerinden yararlanılmıştır. Modelde ortalama en büyük gelgit genliği olarak 4.8m ve en küçük gelgit genliği olarak ise 2.4m alınmıştır. Modelde bakteri girişı için jetlerin etrafından daha önce alınan rastgele örneklerden yararlanılmıştır. Bu rastgele örnekler, akıntı debisinin iki katıyla jetten çıkan kirliliğin meydana getirdiği kirlilik konsantrasyonudur. Bu bakteri akısının, su akıntı debisiyle aynı büyüklükte deşarj yapan jetlerin meydana getirdiği bakteri akısıyla uyumu olup olmadığı incelenmiş ve

uyumlu olduğu görölmüştür. Bu bakteri konsantrasyonu ilk karışım safhasına karşılık gelmektedir. İlave seyrelme için bakteri akısını, Gould ve Fraser (1991) metodunu kullanarak 10 faktörü ile azaltmışlardır.

Sonuçlar:

Ortalama en büyük gelgit genliğinde (ki bu değer 4.8 mdir) suların maksimum yükselmesi ve rüzgârın olmaması ile suların çekilmesi (suların maksimum olduğu zamandan üç saat sonra) ve yine rüzgârın olmaması durumları için ilk seyrelme şartlarına göre model çalıştırılmıştır. Çıkan sonuçlara göre; kirliliğin, suların yükselmesi anına nazaran suların alçalması anında körfeze enlemesine daha çok yayıldığını ve kıyılardan daha çok uzaklaştığını görmüşlerdir. Her iki durumda da başlangıçta 1000m olan jet uzunluğu standartları sağlamıştır. Aynı jet uzunluklarını belirlemek için model bu sefer ilave seyrelme durumu için çalıştırılmış ve minimum 600 mlik jet uzunluğunun standartları karşıladığını görmüşlerdir.

Yongming Shen, Yonghong Zheng, Toshimitsu Komatsu, Naoko Kohashi (2000)

Hakata körfezinde (Japonya) hidrodinamik ve su kalitesi çalışmalarında bulunmuşlardır. Yaptıkları çalışmada, denize verilen atık suların konvektif-difüzyon etkisiyle fiziksel yayılmalarının yanında, biyolojik ayrılmalarının ve çökme hızlarının da etkilerini hesaba katan ilave seyreilmeyi düşünmüşleridir. Kurdukları hidrodinamik ve su kalitesi modelleri:

- 1- Taşınım ve karışım işlemi
- 2- Su kalitesi değişkenlerinin birbiriyle biokimyasal etkileşimi
- 3- Besinlerin yaşayan canlılar tarafından kullanımı ve döngüsü

etkileri içermektedir. Kurdukları matematik modelin denklemi, üç boyutlu Navier Stokes diferansiyel denkleminin dünyanın dönmesi, taban sürtünmesi, rüzgâr gerilmesi ve türbülans etkilerini içerisine alan şeklidir. Düşey yöndeki momentum denklemi, hidrostatik basınç tahmini ve Boussinesq tahminin beraber düşünülmesiyle kurulmuştur. Bu tahminler deniz ve körfezlerde geçerli olup, basınç için çözülmesine ihtiyaç duyulan elliptik denklemi gereksiz kılarak çözümü basitleştirir. Momentum denkleminde, türbülans vizkozitelerinin yanında moleküler vizkoziteyi de hesaba katmışlardır. Türbülans vizkozitesini $k-\varepsilon$ türbülans modelinden bulmuşlardır. Konsantrasyon, tuzluluk ve ısı denklemlerindeki türbülans difüzyon katsayılarını türbülans vizkozite katsayısına bağlı olarak çıkarmışlardır. Araştırmacılar, ısı ve

tuzlu su tabakalaşma etkilerini de düşünmüşlerdir. Bu çalışmada, türbülans gerilmesi ve türbülans akısını, türbülans viskozitesi ve türbülans difüzyon kavramları ile taklit etmişlerdir. Modelde kullanılan denklemler;

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1.71)$$

Momentum denklemleri:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(U^2)}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(V_e \frac{\partial U}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(V_e \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(V_e \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \Omega_V \end{aligned} \quad (1.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(VU)}{\partial x} + \frac{\partial(V^2)}{\partial y} + \frac{\partial(VW)}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(V_e \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(V_e \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(V_e \frac{\partial V}{\partial z} \right) - \Omega_V \end{aligned} \quad (1.73)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_g = 0 \quad (1.74)$$

Türbülans kinetik enerji denklemi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(Uk)}{\partial x} + \frac{\partial(Vk)}{\partial y} + \frac{\partial(Wk)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + Gk - \varepsilon \end{aligned} \quad (1.75)$$

Türbülanslı kinetik enerjinin dağılma oranı denklemi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(U\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(V\varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(W\varepsilon)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + \frac{\varepsilon}{K} (C\varepsilon_1 Gk - C\varepsilon_2 \varepsilon) \end{aligned} \quad (1.76)$$

Isı denklemi:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho TCp)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho UTCp)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho VTCp)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho WTCp)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tx}} \frac{\partial \rho TCp}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V_e}{\sigma_{ty}} \frac{\partial \rho TCp}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tz}} \frac{\partial \rho TCp}{\partial z} \right) + H \end{aligned} \quad (1.77)$$

Tuzluluk denklemi:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(US)}{\partial x} + \frac{\partial(VS)}{\partial y} + \frac{\partial(WS)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tx}} \frac{\partial S}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V_e}{\sigma_{ty}} \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tz}} \frac{\partial S}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.78)$$

Konsantrasyon denklemi:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial(UC_i)}{\partial x} + \frac{\partial(VC_i)}{\partial y} + \frac{\partial(WC_i)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tx}} \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V_e}{\sigma_{ty}} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_e}{\sigma_{tz}} \frac{\partial C_i}{\partial z} \right) + wC_i + I_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (1.79)$$

Durum denklemi:

$$\rho = 1000 + (0.797 - 0.001875T)S - 1000(0.562(T - 4)/277)^{1.85} \quad (1.80)$$

şeklindedir. Burada;

$$V_e = V + V_t$$

$$V_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$Gk = V_e \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

şeklinde yazılır. Denklemlerde kullanılan terimler;

t zaman

U, V, W x, y ve z yönlerindeki akım hızı

P	basınç
ρ	suyun yoğunluğu
g	yerçekimi ivmesi
Ω	coriolis parametresi ($\Omega = 2\omega \sin \varphi$)
k	türbülans kinetik enerjisi
ε	türbülanslı kinetik enerji dağılım oranı
V	kinematik moleküler viskozite
V_e	kinematik türbülans vizkozitesi
V_t	kinematik efektif vizkozite
T	suyun sıcaklığı
C_p	suyun özgül ısısı
H	ısı değişim terimi (güneş ışıınımı, buharlaşma gibi terimleri içermektedir)
S	suyun tuzluluğu
N	modeldeki toplam madde sayısı
C_i	maddelerin konsatrasyonu; $i = (1,2,\dots,N)$ sırayla kimyasal elementleri temsil eder.
w	maddelerin yerleşme hızı
I_i	su kalitesi ve ekosistem etkileşimleri taklit eden sabit
$C\mu$	0.09 (deneysel sabit)
$C\varepsilon_1$	1.44 (deneysel sabit)
$C\varepsilon_2$	1.92 (deneysel sabit)
$C\varepsilon_2$	1.92 (deneysel sabit)
σ_{to}	1.0 (deneysel sabit)
σ_k	1.0 (deneysel sabit)

σ_e 1.3 (deneysel sabit)

σ_t türbülans prandtl ve schmidt sayısı (sabit alınmıştır)

şeklinde yazılmaktadır.

Sonuçlar:

- 1- Araştırmacılar bu çalışmada, türbülans vizkozite ve türbülans difüzyon katsayılarını k- ε modeli kullanarak çıkarmışlardır.
- 2- Üç boyutlu sıcaklık ve tuzluluk alanları, üç boyutlu sıcaklık ve tuzluluk taşınım denklemleriyle bulunmuştur.
- 3- Modelde ilave seyrelme etkileride (zamanla maddelerin çökmesi ve biokimyasal etkileşim) düşünülmüştür. Bu etkiler birçok modelde uygulanmamaktadır.
- 4- Modelden çıkan sonuçların geçmiş yıllardaki gözlemlerle uyumlu olduğu görülmüştür.

K.W. Chau, Y.W. Jiang (2001) üç boyutlu, yatay yönde ortogonal eğrilerden, düşey yönde ise sigma kordinat sisteminden meydana gelen nümerik kirlilik modelini geliştirmiş ve uygulamışlardır. Bu çalışmada, körfeze COD verilerek dağılımı incelenmiştir. COD; kimyasal oksidasyon için gerekli olan oksijen miktarıdır. Araştırmacılar COD'un saptanmasında, nehirlerde kullanılan dikromat çözeltisinin yerine, deniz sularında permanganat çözeltisinin kullanılmasının daha uygun olacağını düşünerek permanganat çözeltisini kullanmışlardır. Bu çalışmada, genelde kullanılan BOD (biyolojik oksijen talebi) yerine COD kullanılması Pearl nehrine akan endüstriyel atıkların neden olduğu kimyasal maddelerdir. COD; organik maddeleri kimyasal oksidasyon ile azaltırken BOD; organik maddeleri biyolojik olarak azaltmaktadır. Pearl körfezine giren atıksular, kullanma ve endüstriyel sular olarak ikiye ayrıldığından COD'un kullanılmasını araştırmacılar tavsiye etmektedirler.

Araştırmacılar, Mellor' un geliştirdiği "Princeton Üniversitesi Okyanus Modeli" ile Chau KW ve Jin HS'nin geliştirdiği "Ortogonal Eğrilerden Meydana Gelen Kordinat Sisteminde Nümerik Çözüm" çalışmalarını birleştirerek ortak bir model yapmışlardır.

Kirlilik taşınım modelinin temel denklemi;

$$\begin{aligned} \frac{\partial SD}{\partial t} + \frac{\partial SUD}{\partial x} + \frac{\partial SVD}{\partial y} + \frac{\partial S\varpi}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A_S H \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_S H \frac{\partial S}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{K_H}{D} \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] - K_S DS + S_S \end{aligned} \quad (1.81)$$

şeklindedir. Burada:

S kirlilik konsantrasyonudur. x , y , σ ve t ye bağlı bir fonksiyondur. Bu çalışmada COD'un konsantrasyonudur.

t zaman

U, V, ϖ x , y ve σ yönlerindeki ortalama akışkan hızları

x, y, σ yönler

D toplam su yüksekliği ($\eta + H$)

η ortalama su seviyesinden denizin yüksekliğidir

H ortalama su seviyesi

K_H dikey türbülans akı katsayısı

K_S kirliliklerin azalma oranı

A_S yatay türbülans katsayısı

S_S kirlilik kaynağı

şeklinde ifade edilmektedir. Yatay türbülans katsayısı ise Smagorinsky formülüne dayandırılıp;

$$A_S = C \Delta_x \Delta_y \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.82)$$

şeklinde verilmektedir. Burada:

C bir katsayı olup 0.1 ve 0.2 arasındadır. Bu çalışmada, kalibrasyon için yapılan birkaç testen sonra 0.12 alınmıştır. Araştırmacılar, kirlilik taşınım denklemini ise; denklem (1.83) şeklinde ifade etmişlerdir.

$$\begin{aligned}
& \delta_t(SD) + \delta_x(S^{-x}D^{-x}U) + \delta_y(S^{-y}D^{-y}V) + \delta_\sigma(S^{-\sigma}\omega) \\
& = \delta_x(H^{-x}A_S^{-x}\delta_x S) + \delta_y(H^{-y}A_S^{-y}\delta_y S) \\
& + \delta_0(K_H^{-\sigma}\delta_\sigma S_+ / D) - K_S DS_+ + S_S
\end{aligned} \tag{1.83}$$

burada;

$$\delta_t F = \frac{1}{2\Delta t} (F(x, y, \sigma, t + \Delta t) - F(x, y, \sigma, t - \Delta t)),$$

$$F^{-x} = \frac{1}{2} \left[F\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y, \sigma, t\right) + F\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, \sigma, t\right) \right],$$

$$\delta_x F = \frac{1}{\Delta x} \left[F\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y, \sigma, t\right) - F\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, \sigma, t\right) \right],$$

$$S_+ = S(x, y, \sigma, t + \Delta t)$$

şeklinde yazılır. Denklemlerdeki D , U , V , ω , H , K_H ve A_S terimleri bilinmektedir.

D , U , V , ω terimleri hidrodinamik modelden, K_H değeri yine hidrodinamik modeldeki türbülans kinetik enerjisi ve dağılımını denklemlerinden, A_S değeri ise denklem (1.82) ifadesinden bilinmektedir. Araştırmacılar, diferansiyel denklemin sonlu farklar formunda yazıldıktan sonra bütün parametrelerin değerlerinin bir önceki zaman diliminden alınacağını fakat $t + \Delta t$ kadar sonraki

$$S(x, y, \sigma, t + \Delta t), S(x, y, \sigma + \Delta\sigma, t + \Delta t) \text{ ve } S(x, y, \sigma - \Delta\sigma, t + \Delta t)$$

değerlerinin bilinemeyeceğini bildirmektedirler. Böylece denklemin;

$$AS(x, y, \sigma - \Delta\sigma, t + \Delta t) + BS(x, y, \sigma, t + \Delta t) + CS(x, y, \sigma + \Delta\sigma, t + \Delta t) = D$$

şeklinde ifade edileceğini bildirip, Richtmeyer ve Morton (1967) çözüm yöntemini kullanmışlardır. Denklemdaki A , B , C ve D terimleri denklem (1.83) ifadesinde hesaplanılan katsayılarıdır. Sınır şartlarına geline;

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + U_{i-1/2,j}^{n+1} \frac{P_{i,j}^n - P_{i-1,j}^n}{\Delta x} = 0, \quad U_{i-1/2,j}^{n+1} > 0 \tag{1.84}$$

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + U_{i-1/2,j}^{n+1} \frac{(a-1)P_{i-1,j}^n}{\Delta x} = 0, \quad U_{i-1/2,j}^{n+1} < 0 \tag{1.85}$$

denklemlerini kullanmışlardır. Denklem (1.84) suların çekilmesi anında, denklem (1.85) ise suların yükselmesi anında geçerlidir.

Denklem (1.85) ifadesindeki a terimi bir katsayı olup, suların sınırdaki seviyelerinin değişimine göre 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Eğer seviye değişimi yüksekse a değeri küçük olmaktadır. Aksi halde a değeri 1 e yaklaşır.

Araştırmacılar, sınırda hesaplanılan değerlerin başlangıç şartından küçük olması durumunda bu değerleri başlangıç değerleriyle değiştirmişlerdir.

Araştırmacılar, modeldeki COD (Kimyasal oksijen talebi) oranını evsel atık suları ile endüstriyel atık sularına bağlı olarak hesaplanmışlardır. Bu denklem;

$$W_{COD} = 0,00027Q_d + 0,000305Q_i \quad (1.86)$$

şeklinde olup Q_d = Evsel atık su akış oranı ve Q_i = Endüstriyel atık su akış oranıdır.

Sonuçlar:

- 1- Yatayda ortogonal eğrilerden meydana gelen, düşey yönde ise sigma kordinat sisteminden meydana gelen üç boyutlu nümerik kirlilik modelini uygulamışlardır.
- 2- Modelde verimli olduğu kadar basit olan açık sınır şartını kullanmışlardır.
- 3- Modelde COD'un dağılımını gözlemlemişlerdir.
- 4- Araştırmacılar konvektif-difüzyon denklemindeki dikey akı terimi ile azalma terimini kapalı metodla, diğer terimleri ise açık metodla bulmuşlardır. Böylece POM (Princeton okyanus modeli) temellerine dayandırılan nümerik modelin daha uzun zaman aralığında stabil olması sağlanmıştır.
- 5- COD miktarı, evsel atık suları ile endüstriyel atık suları akış oranına göre hesaplanmıştır. Bu modelde çıkan sonuçlar gözlemlerle uyum içindedir.

2. DALGA TEORİSİ VE DALGA HAREKETİNİN MEKANİĞİ

2.1. GİRİŞ

Su dalgalarının, kirlilik konsantrasyonunun dağıtılmasındaki etkisi çok büyüktür. Çeşitli kuvvetler tarafından enerji verilerek üretilen dalgalar, bu enerjilerini türbülans olarak kendilerinden daha yavaş olan dalgaları geçerken birbirleriyle çarpışarak vermektedirler. Türbülans kirlilik konsantrasyonunun eşit bir şekilde dağılmasına neden olan esas faktördür. Körfezlerdeki kirlilik konsantrasyonunun dağılımına neden olan türbülans ise daha çok kıyıya yakın yerlerdeki dalgaların bir engele çarpıp enerjilerini vermesinden meydana gelmektedir.

Sonuç olarak, körfezlerdeki kirlilik konsantrasyonunun hesaplanmasında, konsantrasyonun eşit bir şekilde dağılmasına neden olan türbülansı meydana getiren dalga hareketinin mekaniğinin iyi anlaşılması gerekmektedir. Buna ilave olarak, körfezlerde hidrodinamik modelin kurulması için mutlaka dalgaların mekaniğinin iyi öğrenilmesi zorunludur. Çoğu körfezde akıntıların meydana geldiğini düşünürsek dalgaların mekaniğinin iyi öğrenilmesi şarttır.

2.2. DALGALARIN OLUŞUMU VE ÖZELLİKLERİ

Denizlerdeki su yüzeyi dikey olarak rahatsız edildiğinde yerçekimi kuvveti, su yüzeyini denge konumuna getirmeye çalışacaktır. Denge konumuna geri gelen su yüzeyinin ivmesi dünyanın merkezine doğru olduğundan, bu ivme, su yüzeyinin denge konumunu (ortalama su seviyesi) geçmesine neden olacaktır. Denge konumunu geçen su yüzeyinde kuvvet ve ivmenin yönü değişip yer merkezinden yukarıya doğru olduğundan, bu sefer bu kuvvetler ortalama su seviyesinin altındaki su yüzeyini tekrar denge konumuna getirmeye çalışacaktır. Bu işlemler aynı şekilde devam edecek ve böylece bir salınım meydana gelecektir. Bu salınım bitişik su yüzeyini rahatsız ettiğinden ileriye doğru bir dalga hareketine neden olacaktır.

Su yüzeyindeki dalgaları meydana getiren rahatsız edici kuvvetler; rüzgâr, deniz tabanında meydana gelen sismik hareketler, hareket eden tekneler ile ay ve güneşin

birbirleriyle karşılıklı etkileşimi olarak sayılabilir. Dalga üreten kuvvetlerin birbirinden farklı olması dalgaların da farklı periyotlara sahip olmasına neden olmaktadır. Rüzgârlar tarafından üretilen dalgaların periyotları 1-30 saniye arasında; okyanustaki fırtınaların neden olduğu dalgaların periyotları 5-15 saniye arasında; tekneler tarafından üretilen dalgaların periyotları kısa olup genellikle 1-3 saniye arasında; sismik etkilerle üretilen dalgaların (ki bunlar tsunami olarak bilinir) uzun periyotları olup genellikle 5-60 dakika arasında; gelgit etkisinden meydana gelen dalgaların periyotları ise en uzun olup genellikle 12-24 saat arasında değişmektedir.

Okyanuslarda rüzgârlar tarafından üretilen dalgaların yükseklikleri genellikle 3 m'den kısadır bununla birlikte, bazı büyük fırtınalar da 6 m'yi geçtiği görülür. Tekneler tarafından üretilen dalgalar ise nadir olarak 1 m'yi geçmektedirler. Tsunami dalgaları genelde 0.60 m'den küçük olup, kıyıya yaklaştıkça kıyı yakınlarındaki topoğrafya özelliklerine göre 3 m'den daha büyük olabilirler. Benzer şekilde, okyanuslardaki gelgit etkisindeki dalgaların yükseklikleri kısadır fakat kıyıya doğru 6 m'yi geçtiği görülmektedir.

2.3. DALGA HAREKETLERİ

2.3.1. Genel

Hidrosferdeki (su küre) su hareketleri iki büyük gruba ayrılırlar:

- Dalga hareketleri
- Akıntılar

Dalga Hareketleri: Düzenli, genellikle periyodik ve Airy (Lineer dalga) teorisine göre akışkan kütlesi taşınımı olmayan hareketlerdir.

Akıntılar: Akışkanın belirli bir doğrultuda taşındığı genellikle periyodik olmayan hareketlerdir. Gel-git olaylarının oluşturdukları akıntılar ise istisnai bir durum ortaya çıkarırlar çünkü periyodiktirler.

Periyodik dalgalar; kendilerini oluşturan kuvvetlere, yayıldıkları ortamın bağlı derinliklerine, oluşum şekillerine ve periyotlarına göre sınıflandırılabilirler.

2.3.2. Dalgaların Sınıflandırılması

Dalgalar çeşitli kriterlere göre farklı şekillerde sınıflandırılabilirler. Aşağıdaki sınıflandırma Ünsal (1978) e göre yapılmıştır.

a) Dalgaları oluşturan kuvvetlere göre

Ağırlık Dalgaları: Sakin su yüzeyinin herhangi bir dış etkenle denge konumunun bozulmasıyla meydana gelirler. Etkenin şiddetine göre dalga boyları, kapiler dalgalara göre çok daha büyüktür.

Kapiler dalgalar: Akışkanın yüzeysel geriliminden doğan kapiler kuvvetlerin tesiri ile olurlar. Dalga boyları gayet ufaktır. Ripple olarak da adlandırılmaktadırlar.

b) Rölatif derinliklere göre

d su derinliği L dalga boyu olmak üzere; rölatif derinliğe (d/L) bağlı olarak Airy (Lineer dalga) teorisine göre dalgalar aşağıdaki gibi sınıflandırılır:

Sığ su dalgaları: $d/L < 1/25$ olan dalgalardır.

Derin su dalgaları: $d/L > 1/2$ olan dalgalardır. Dalga hareketi taban tesirlerinden bağımsızdır.

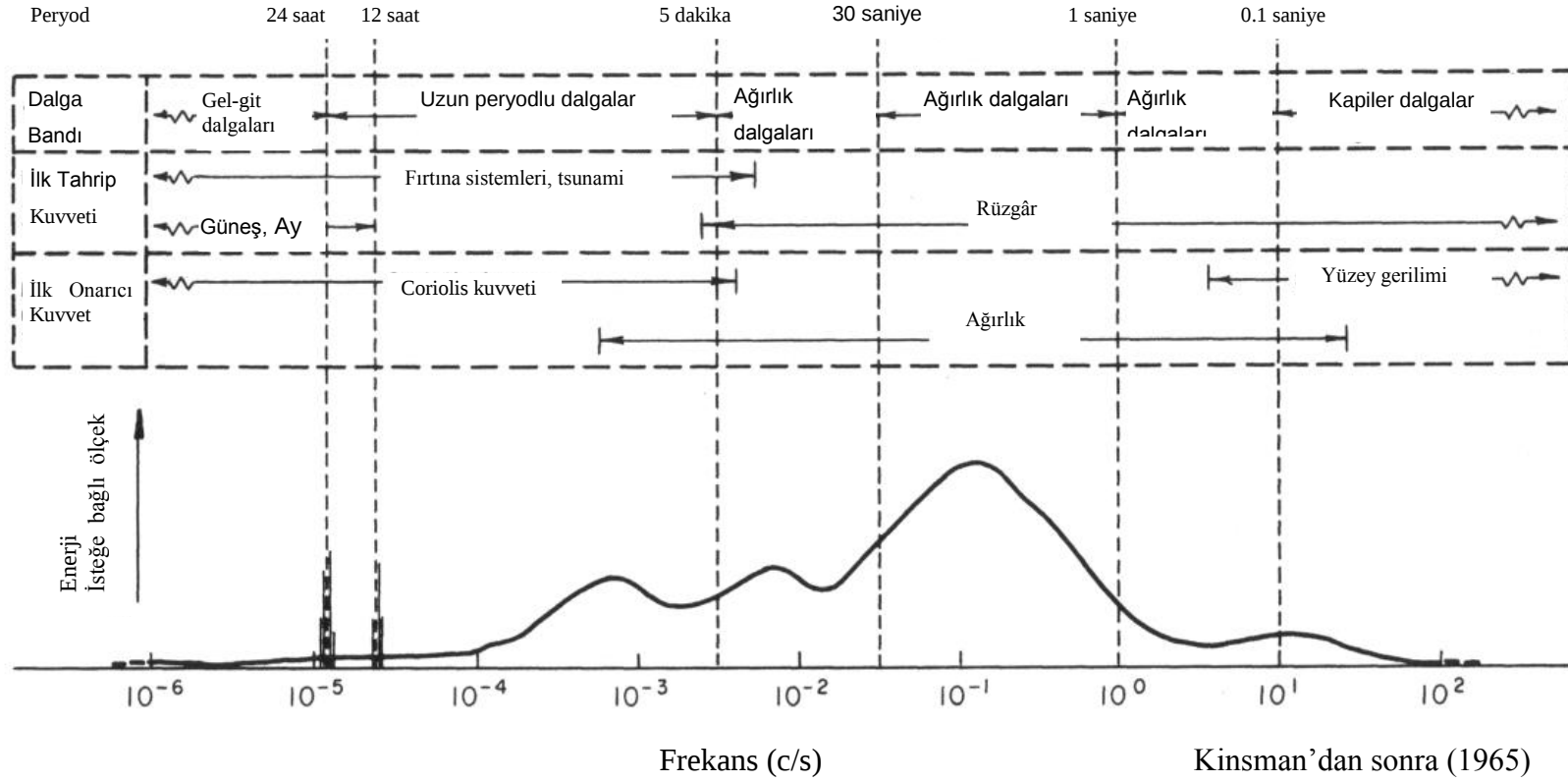
Geçiş bölgesi dalgaları: $1/25 < d/L < 1/2$ olan dalgalardır.

c) Oluşum şekillerine göre

- 1) Yayılan dalgalar (Lineer teori; Küçük genlikli dalgalar; Airy teorisi)
- 2) Stokes dalgaları (Sonlu genlikli dalgalar; Non-lineer teori)
- 3) Knoidal dalgalar (Eliptik dalgalar)
- 4) Soliter dalgalar (Tek dalgalar)

2.3.3. Dalgaların Peryotları ve Dalga Terimleri

Bölüm 2.3.2. de gösterilen dalgaların sınıflandırılmasından başka, dalgalar periyotlarına veya frekanslarına göre de sınıflandırılabilirler. Kinsman (1965), dalgaları, frekanslarına veya periyotlarına göre sınıflandırmıştır. Şekil 2.1 de Kinsman (1965) tarafından frekanslarına veya periyotlarına göre ayrılmış dalgalar görülmektedir.



Şekil 2.1 Okyanus dalga enerjisinin yaklaşık dağılımı

Dalgaların periyotlarına göre sınıflandırılmasında 5 dakika kritik değerdir. Periyotları 5 dakikadan büyük olan dalgalar Uzun dalgalar olarak adlandırılırlar. Bu tip dalgalarda düşey yer değiştirme yatay yer değiştirme yanında çok küçük olur ve basınç hidrostatiktir. Periyotları 5 dakikadan daha küçük olan dalgalar ise Yüzey dalgaları olarak adlandırılırlar. Bundan dolayı; ağırlık dalgaları ve kapiler dalgalar Yüzey dalgaları sınıfına girmektedirler. Yüzey dalgalarında hareket esas olarak akışkanın üst tabakalarındaki zerrecikleri etkiler. Uzun dalgaların tersine, Yüzey dalgalarında basınç hidrostatik değildir.

Şekil 2.1 de okyanus dalgalarının sahip olduğu bağıl enerji miktarı periyot sayılarına göre verilmiştir. Şekildeki en önemli dalgalardan biri periyodu 0.1 saniye ile 5 dakika arasında değişen ağırlık dalgalarıdır. Bu dalgalardan periyotları 1 ile 15 saniye arasında değişen dalgalar körfezlerin modellenmesinde daha da önemlidir. Şekil 2.1 de görüldüğü üzere toplam dalga enerjisinin büyük bir çoğunluğu Ağırlık dalgalarından meydana gelmektedir. Dalgaların enerjilerinin büyük çoğunluğunun türbülans olarak verildiği düşünüldüğünde Ağırlık dalgalarının körfezlerin modellenmesindeki önemi büyüktür.

Ağırlık dalgaları ikiye ayrılır:

- a) Denizler; rüzgârın etkisi altındaki dalgalardır.
- b) Ölü deniz (Swell); üretildikleri yer dışında rüzgârın etkisi altında olmayan dalgalardır.

Denizler; daha kısa periyotlu, daha kısa dalga boylu ve daha dik dalgalardan oluşmuş olup sürekli rüzgârların etkisi altında olduklarından yüzeyleri daha bozulmuştur. Swell'ler ise kendisini meydana getiren rüzgârların etkisinden bağımsız olduğundan serbest dalgalar gibi davranırlar. Dalga hareketinin incelenmesine geçmeden bazı tanımların verilmesi gerekmektedir. Bunlar:

Dalga Boyu (L): İki dalga tepesini veya dalga çukurunu ayıran yatay uzaklık.

Yükseklik (H): Ardışık dalga tepesi ile dalga çukuru arasındaki düşey uzaklık.

Genlik (a): Yüksekliğin yarısı ($a = H / 2$)

Periyod (T): Aynı bir enkesitten ardışık iki tepe veya çukurun geçmesi için gereken zaman aralığı (saniye cinsinden).

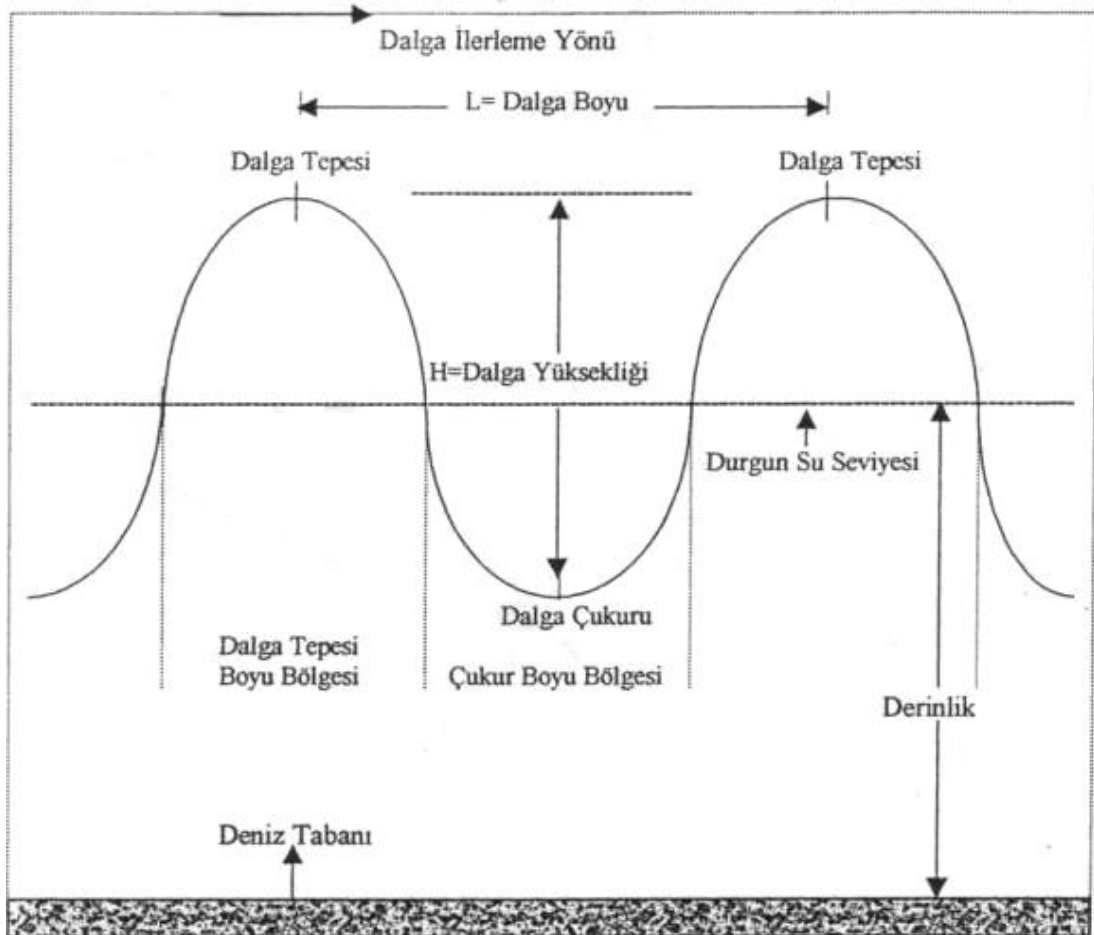
Dalga Yayılma Hızı (c): m/sn cinsinden dalgaların sabit bir eksen takımına göre yayılma hızı.

Dalga Gurup Hızı (Cg): Dalga enerjisinin yayılma hızıdır. $C_g = 1/2C$ (derin sularda); $C_g = C$ (sığ sularda).

Ortalama Su Seviyesi: Dalga oluşmadan önceki durgun su seviyesidir.

Dalga dikliği (H/L): Dalga yüksekliği / dalga boyu

Dökülme (çatlama):Yüzeyde yayılan dalgaların derinlik değişimi sonucunda kararlılıklarını koruyamayıp, köpüklenerek dökülmesi.



Şekil 2.2 Dalga Özellikleri

İlerleyen dalga: Yayılmakta olan dalga; dalgaların normal hali.

Basit Dalga: Basit matematiksel terimler ile tarif edilen dalgaya basit dalga denir.

Kompleks Dalga: Birçok bileşenlerden oluşmuş olup şeklinin veya hareketinin izah edilmesi zor olan dalgalara denir.

Dalga hareketi genel olarak belirli bir sinyali, ortamın bir noktasından başka bir noktasına belirli bir hızla aktaran hareket olarak tanımlanabilir (WHITHAM, 1974). Herhangi bir büyüklükte, ani veya tedrici olarak meydana gelebilecek değişiklerin tümü, sinyal düşünülebilir. Hareketin dalga hareketi olabilmesi için ortamın herhangi bir noktasındaki ve herhangi bir anındaki sinyali belirli bir değerde olmalıdır. Yayılma sırasında sinyalin distorsyona uğraması, deforme olması, hız veya büyüklüğünün değişmesi mümkündür.

2.4. DALGALARIN MEKANIĞI

2.4.1. Genel

Dalga hareketleri iki ana guruba ayrılabilirler: Hiperbolik ve Dispersif dalgalar (WHITHAM, 1974). Hiperbolik dalgaların diferansiyel denklemleri hiperbolik kısmi differansiyel denklemler olup, en basiti, literatürde dalga denklemi olarak anılan;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \cdot \nabla^2 \cdot \phi \quad (2.1)$$

denklemdir. Burada: c hareketin yayılma hızını, ϕ hareket ile aktarılan özelliği, ∇^2 laplasyeni göstermektedir. Dispersif dalgalar ise hareketin denklemi yerine, çözüm tipiyle karakterize edilirler.

$$\phi = a \cos(kx - \sigma t) \quad (2.2)$$

Denklem (2.2) ifadesindeki a, k ve σ sırasıyla dalga hareketinin genliği, dalga numarası ($2\pi/L$) ve dalganın açısal frekansıdır ($2\pi/T$). Dispersif dalgalar, frekansın dalga numarasına bağlı olduğu hareketler olarak da tanımlanabilir. Genel halde $\sigma = \sigma(k)$ olup, σ/k dalganın faz hızını (veya yayılma hızını) gösterir ve faz hızının k ya bağlı olduğu hareketler dispersif hareket olarak adlandırılır. Doğada gözlenen dalga hareketlerinin çoğu bu guruba girmektedir.

2.4.2. Ağırlık Dalgası ve Kapier Dalga Kavramları

Serbest yüzeyi ilk konumuna döndürmeye çalışan kuvvetlerin sadece ağırlık ve kapiler kuvvetlerden oluştuğunun kabul edilmesi halinde, dalga yayılma hızının ilk bir yaklaşımla;

$$c^2 = \left(\frac{2\pi T^+}{\rho L} + \frac{gL}{2\pi} \right) \tanh \frac{2\pi d}{L} \quad (2.3)$$

bağıntısıyla belirlenebileceği gösterilebilir (Ünsal, 1978a). Burada: c yayılma hızını, ρ akışkanın özgül kütlesini, g ağırlık ivmesini, T^+ yüzeysel gerilim katsayısını ve d dalga hareketinin olduğu ortamdaki su derinliğini göstermektedir. Dalga yayılma hızının bu bağıntı ile belirlenebileceği hareketlere STOKES dalgaları adı verilir. Özel olarak derinliğin sonsuza gitmesi durumunda, $\tanh(2\pi d / L) = 1$ olacağından denklem (2.3) ifadesi;

$$c^2 = \frac{2\pi T^+}{\rho L} + \frac{gL}{2\pi} = \frac{kT^+}{\rho} + \frac{g}{k}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklem dalga hızının karesinin derin denizlerde ifadesi olup dispersiyon denklemi adını almaktadır. Bu ifadeye göre derin denizlerde dalga yayılma hızının karesi, ağırlık dalgaların yayılma hızı ile kapiler dalgaların yayılma hızının vektöriyel toplamıyla elde edilmektedir. Ağırlık dalgalarının boyu arttıkça yayılma hızı da arttığı halde; kapiler dalgaların boyu arttıkça yayılma hızı azalmaktadır.

Dispersiyon denklemindeki hızın dalga numarasına göre minimumu araştırılırsa;

$$\frac{\partial c}{\partial k} = 0 \text{ için } -\frac{g}{k^2} + \frac{T^+}{\rho} = 0 \quad (2.4)$$

elde edilir. Buna göre minimum yayılma hızı halinde;

$$k_m^2 = \frac{\gamma}{T^+} \quad (2.5)$$

elde edilmektedir. Denklem (2.3) ifadesindeki dalga numarası k yerine denklem (2.5) ifadesinde bulunmuş olan k_m terimi konursa ve derin deniz koşullarında denklem yeniden düzenlenirse ($\tanh(2\pi d / L) \approx 1$);

$$c_m^2 = \left(\frac{2\gamma}{\rho k_m} \right) \quad (2.6)$$

bulunmuş olur. Denklem (2.6) ifadesinin düzenlenmesiyle;

$$c_m^2 = \frac{2\gamma\sqrt{T^+}}{\rho\sqrt{\gamma}} = 2\sqrt{\frac{gT^+}{\rho}} \quad (2.7)$$

şeklindedir. Böylece minimum hızdaki dalga boyu, minimum hızdaki dalga numarasından denklem (2.9) daki gibi yazılır.

$$k_m^2 = \frac{4\pi^2}{L_m^2} = \frac{\gamma}{T^+} \quad (2.8)$$

$$L_m = \sqrt{\frac{4\pi^2 T^+}{\gamma}} = 2\pi\sqrt{\frac{T^+}{\gamma}} \quad (2.9)$$

Bu bağıntılarda γ akışkanın özgül ağırlığını göstermektedir. Denklem (2.9) ifadesindeki T^+ terimi çekilip denklem (2.7) ifadelerindeki yerine konulursa;

$$\begin{aligned} \sqrt{T^+} &= \frac{L_m\sqrt{\gamma}}{2\pi} \\ c_m^2 &= 2\sqrt{\frac{g}{\rho}} \frac{\sqrt{T^+}}{1} = 2\sqrt{\frac{g}{\rho}} \frac{L_m\sqrt{\gamma}}{2\pi} = \frac{gL_m}{\pi} \end{aligned} \quad (2.10)$$

elde edilir. Benzer şekilde;

$$L_m^2 = \frac{4\pi^2 T^+}{gp} \text{ ise } g = \frac{4\pi^2 T^+}{L_m^2 p} \quad (2.11)$$

$$c_m^2 = \frac{4\pi^2 T^+ L_m}{L_m^2 p \pi} = \frac{4\pi T^+}{p L_m} \quad (2.12)$$

bulunur. Bu bağıntılar yardımıyla dispersiyon denklemi boyutsuz büyüklükler cinsinden;

$$\frac{c^2}{c_m^2} = \frac{\frac{2\pi T^+}{\rho L}}{\frac{4\pi T^+}{p L_m}} + \frac{\frac{gL}{2\pi}}{\frac{gL_m}{\pi}} = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{L_m} + \frac{L_m}{L} \right) \quad (2.13)$$

şeklinde yazılabilir. Bu husus göz önünde tutularak, dalgalar şu şekilde sınıflandırılabilirler:

- a) $L > L_m$: Bu halde, hareket esas olarak ağırlık kuvvetlerinin etkisi altındadır ve genellikle kapiler etkiler ihmal edilebilecek mertebede olurlar.
- b) $L < L_m$: Bu halde ise, esas olarak kapiler etkilerin göz önünde tutulması gerekir.

Kapiler etkiler, ancak dalga boyunun 2 cm'nin altında olması halinde önem kazanmaktadır. Bu yüzden denizlerde genellikle yüzeysel gerilim etkisi ihmal edilir. Dispersiyon denklemindeki $2\pi T^+ / \rho L$ terimi denklemden çıkarılırsa denklem;

$$c^2 = \left(\frac{gL}{2\pi} \right) \tanh \frac{2\pi d}{L} \quad (2.14)$$

halini alır. Bu denklem Airy (küçük genlikli) dalga teorisinin denklemidir.

2.4.3. Temel İlerleyen Dalga Teorisi (Küçük Genlikli Dalga Teorisi)

Basit, sinüzoidal salınım yapan dalgalar, L (dalga boyu), H (dalga yüksekliği), T (periyod) ve d (derinlik) ile tanımlanırlar. Bu tip dalgalar, genellikle iki boyutlu dalgalar olarak adlandırılırlar.

Küçük genlikli dalga teorisi, serbest yüzey sınır şartlarını tanımlayan denklemlerin lineerleştirilmesiyle elde edilir. Serbest yüzey ve dip sınır şartları ile dönme yapmayan akım için hız potansiyeli aranır. Hız potansiyeli ile (ki bu denklem serbest yüzey ile denizin dibi arasında geçerlidir) dalga özellikleri (yüzey profili, dalga hızı, basınç ve su partiküllerinin kinematığı) denklemleri çıkarılır. Lineer dalga teorisinde aşağıdaki kabuller yapılır:

1. Su homojen ve sıkışmaz yapıdadır ve yüzey gerilim kuvvetleri ihmal edilir.
2. Akım dönerek ilerlemez. Böylece su ve hava etkileşim yeri ve su dibinde kesme kuvveti meydana gelmez. Hız potansiyeli Laplace denklemini sağlamalıdır.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

3. Su dibi yatay ve geçirimsizdir. Böylece, su dibi akımdan enerji almaz veya eklemeyebilir veya enerjiyi yansıtmaz.
4. Su ve hava etkileşim yerinde basınç sabittir.
5. Dalga yüksekliği, dalga boyu ve dalga derinliğine kıyasla küçüktür.

Airy (küçük genlikli) dalga teorisine göre akışkanın ideal (vizkozitesiz) ve hareketinin iki boyutlu (düzlemsel) olduğu, denge halinden normal kuvvetlerin (ağırlık kuvvetleri) etkisi ile doğduğu ve bu nedenle çevrintisiz olduğu, hızların ise bir ϕ hız potansiyelinden türediği kabul edilecektir. ϕ hız potansiyeli zamanın ve uzayın bir fonksiyonudur. Buna göre x dalga ilerleme yönünde (x bu doğrultuda pozitif kabul edilmiştir) ve z tabana dik yönde (z yukarı doğru pozitif olarak alınıyor) olmak üzere bağımlı her bölgede bir $\phi(x, z, t)$ potansiyel fonksiyonu mevcut bulunacaktır.

Yukarıda sayılan kabullere göre sıkışamayan, çevrintisiz ve iki boyutlu hareket için süreklilik denklemi;

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

şeklinde yazılır. Çevrintisiz hareketlerde çevrinti vektörünün bileşenleri sıfır olmaktadır. Buna göre;

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

yazılır. Ayrıca hareketin hız bileşenleri $\phi(x, z, t)$ potansiyel fonksiyonu cinsinden;

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, w = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

şeklindedir. Hız bileşenlerinin bu değerlerinin süreklilik denkleminde yerleşmesiyle;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 = \nabla^2 \phi$$

elde edilir. Bu ifade Laplace diferansiyel denklemidir ve uygun sınır şartları altında çözülebilir. Sınır şartlarına gelince:

Taban geçirimsiz ve yatay kabul edildiği takdirde su tabanında, tabana dik doğrultuda akım olmayacağından su tabanındaki sınır şartı;

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = -d \quad (2.15)$$

şeklindedir. Serbest yüzeyde ise kinematik sınır şartı vardır. Kinematik sınır şartı; yüzeydeki akışkan parçacığın daima yüzeyde kalacağını ifade eder. Sıvı yüzeyinin hareketiyle, akışkan parçacıkları yüzeyi delerek diğer tarafa geçemezler. Bu nedenle yüzey üzerindeki bir sıvı zerresi daima yüzeyde kalmaya mecburdur. Bu şekilde, yüzeyin normali doğrultusundaki hızı $(\partial \eta / \partial t)$, bu noktadaki akışkan parçacığının aynı doğrultudaki hızına eşittir. Bu sınır şartı;

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad z = \eta \quad (2.16)$$

şeklindedir. Airy (Lineer dalga) teorisinin serbest yüzey sınır şartlarını tanımlayan denklemlerin lineerleştirilmesiyle elde edileceği daha önce söylenmişti. Bu ifade, serbest yüzeydeki basınç ve kinematik sınır şartların lineerleştirilmesi gerektiği bildirmektedir. Şimdi basınç ve kinematik sınır şartlarını lineerleştirelim.

Durağan olmayan ve dönme yapmayan akımlar için Bernoulli denklemi;

$$\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada g ağırlık ivmesi, p basınç, ρ akışkan yoğunluğudur. IPPEN (1966) küçük genlikli dalgalar için $(u^2 + w^2) \cong 0$ varsayılabilirliğini bildirmiştir. Böylece, Bernoulli denklemi;

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (2.18)$$

şeklinde elde edilmektedir.

Serbest su yüzeyine sadece atmosfer basıncının etki ettiği düşünülür ve rölatif basınçlar göz önünde tutulursa Bernoulli bağıntısından;

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0, \quad z = 0 \quad (2.19)$$

yazılabilir. Bu bağıntı, serbest yüzeye etkiyen rölatif basıncın sıfır olduğunu ifade etmektedir. Böylece, serbest yüzeye etki eden basınç şartı lineerleştirilmiştir. Kinematik sınır şartı da lineerleştirilmeli ve ortalama su seviyesine uygulanmalıdır. Böylece, kinematik sınır şartı;

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad z = 0 \quad (2.20)$$

şeklinde elde edilmektedir. Laplace denklemi, sınır şartlarıyla çözüldüğünde küçük genlikli dalga teorisi için hız potansiyeli;

$$\phi = \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.21)$$

şeklinde verilmektedir (IPPEN, 1966). Denklem (2.21) ifadesine bakıldığında hız potansiyelinin dalga yüksekliği, dalga uzunluğu, dalga periyodu ve su derinliğine bağlı olduğu görülmektedir. Dalga boyunun ise dalga periyodu ile su derinliğine bağlı olduğu bilindiğine göre (bkz. Denklem 2.33a) dalga genliği, dalga periyodu ve su derinliği bilindiğinde, dalganın bütün özellikleri hesaplanabilir.

a) Sinüzoidal Dalga Profili

Denklem (2.21) de bulduğumuz hız potansiyelini denklem (2.19) daki yerine yerleştirip çözdüğümüzde;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= -\frac{gH}{2} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t) \\ g\eta - \frac{gH}{2} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t) &= 0 \\ g\left(\eta - \frac{H}{2} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t)\right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

denklemini bulunmuş olur. $2\pi/L =$ dalga sayısı (k) ve $2\pi/T =$ dalganın açısal frekansı (σ) olmak üzere $z = 0$ daki serbest yüzey denklemi;

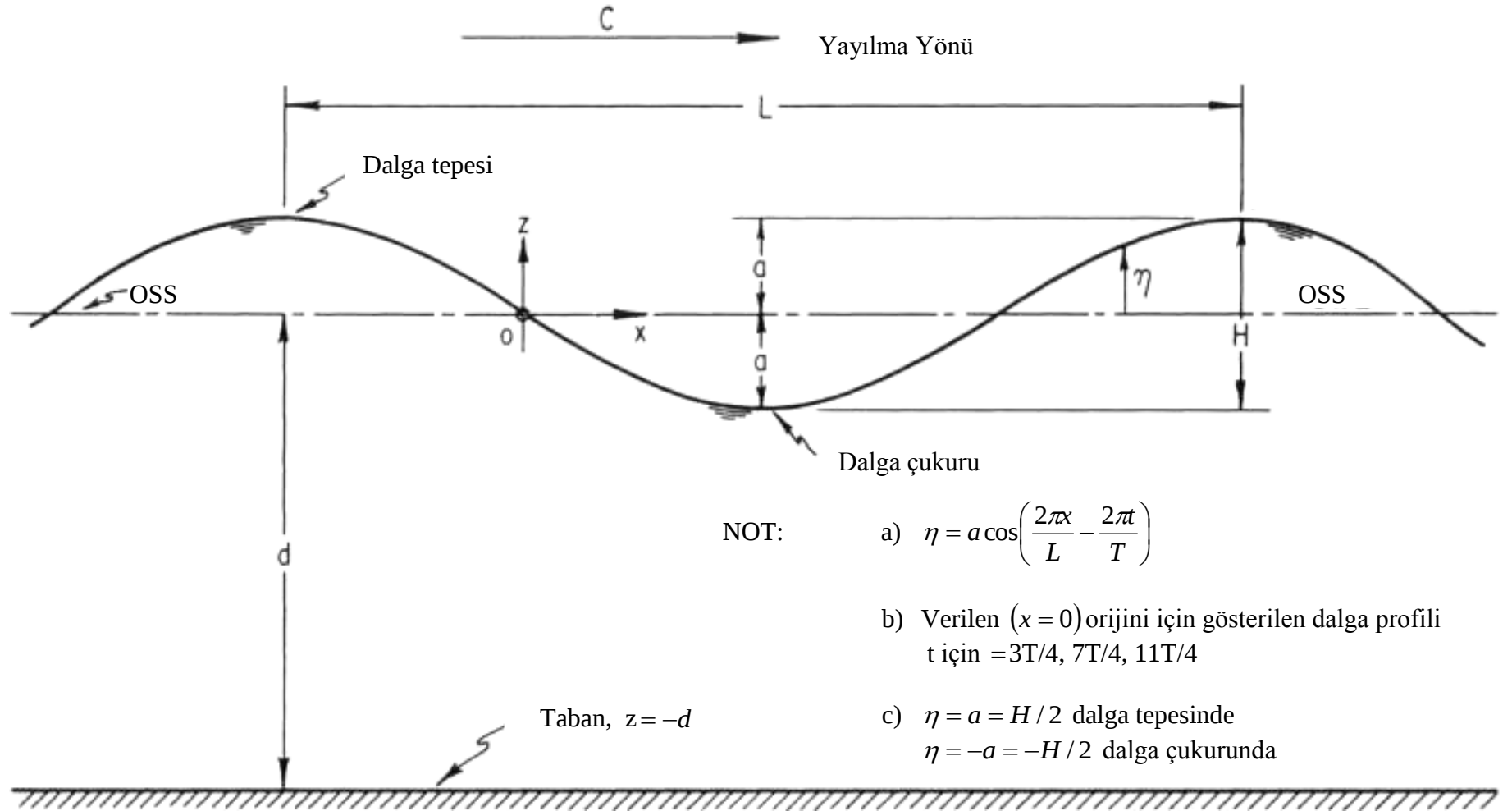
$$\eta = a \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.23)$$

şeklinde elde edilmektedir. Görüldüğü gibi, serbest yüzey denklemi bir kosinüs fonksiyonudur. Burada:

η : ortalama su seviyesine bağlı serbest yüzey yüksekliğidir.

a : genliktir ve dalga yüksekliğinin yarısına eşittir.

Denklem (2.23) peryodik, sinüzoidal, + x yönünde ilerleyen dalgalar için geçerlidir. Ters yönde ilerleyen dalgalar için “-“ işareti “+” işareti ile değiştirilmelidir. $(2\pi x/L - 2\pi t/T)$ faz açısı sırasıyla 0, $\pi/2$, π , $3\pi/2$ olduğunda, η değerleri H/2, 0, -H/2, 0 olur.



Şekil 2.3 Temel, sinüzoidal ve ilerleyen dalganın tanımı

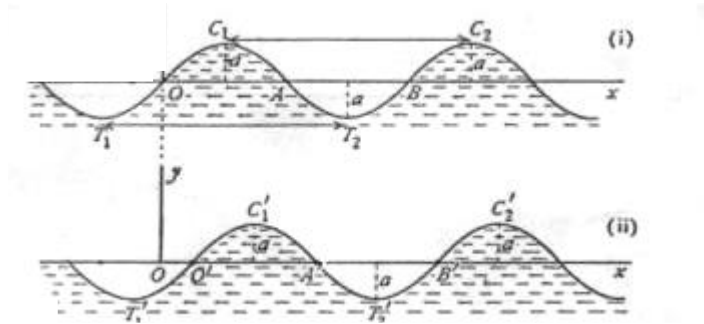
Serbest yüzey denklemi her iki yönde de sonsuza uzanmaktadır. Bu denklem kullanılarak iki şekilde çözüm bulunabilir. Bunlar;

- 1) Herhangi bir t zaman anındaki bütün x koordinatları üzerinde bulunan noktaların serbest yüzey yüksekliği bulunabilir.
- 2) x koordinat ekseninde bulunan herhangi bir noktadaki serbest yüzey yüksekliği çeşitli zamanlarda bulunabilir.

Denklem (2.23), dalga numarası (k) parantezine alındığında;

$$\eta = \frac{H}{2} \cos k\left(x - \frac{\sigma}{k}t\right) = \frac{H}{2} \cos k(x - Ct)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada: C terimi dalga yayılma yani faz hızını ifade etmektedir.



Şekil 2.4 $t = 0$ anındaki serbest yüzeyin t süre sonundaki serbest yüzey ile karşılaştırılması

Dikkat edilecek olursa, t zaman sonra o başlangıç noktası o' başlangıç noktasına taşınmaktadır. Dalga yayılma hızı C olduğundan oo' mesafesi Ct olmaktadır. Buradan hareketle, $t = 0$ anında o başlangıç noktasına uzaklığı x olan bir noktanın, dalganın C hızıyla yayılmasından dolayı, t zaman sonra başlangıç noktasının o' noktasına taşınması dolayısıyla yeni başlangıç noktasına uzaklığı $x - Ct$ olmaktadır.

Doğada gözlenen dalga hareketlerinin çoğunun dispersif olduğu daha önce söylenmişti. Şimdi dispersiyon denkleminin nasıl elde edildiğini inceleyelim. Denklem (2.19) un zamana göre türevi alındığında;

$$g \frac{\partial \eta}{\partial t} + \eta \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.24)$$

denklemini elde edilir. Burada g yerçekimi ivmesi olduğundan zamana göre değişimi

sıfır olur. $w = \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ olduğundan denklem (2.24);

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad z = 0 \quad (2.25)$$

şeklinde yazılır. Denklem (2.25) denklem (2.21) e bağlı olarak çözüldüğünde;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{-\sigma^2 g H}{2\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.26)$$

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{g^2 H k}{2\sigma} \frac{\sinh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.27)$$

elde edilir. Buradan;

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\sigma^2 g H}{2\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) + \frac{g^2 H k}{2\sigma} \frac{\sinh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) = 0$$

yazılır. $z = 0$ noktasında eşitliğin sağ tarafı düzenlenirse;

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \sin(kx - \sigma t) \frac{-Hg}{2\sigma} [\sigma^2 - gk \tanh(kd)] = 0 \quad (2.28)$$

elde edilir. Denklem (2.28) ifadesinin her zaman sağlanması için parantez içindeki terimlerin sıfır olması gerekmektedir. Bu parantez içindeki terimlere dispersiyon denklemini ismi verilir. Eşitlik düzenlendiğinde dispersiyon denklemini;

$$\sigma^2 = gk \tanh kd$$

şeklinde elde edilmektedir. Burada gerekli düzenlemeler yapıldığında;

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd)$$

yazılır.

b) Dalga Hızı, Boyu, ve Peryodu

Bir dalganın ilerlediği hıza dalga hızı veya faz hızı adı verilir. Bir dalga tarafından bir dalga peryodu süresince alınan mesafeye dalga boyu dendiğinden, dalga hızı, dalga boyu ve dalga peryoduna bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$C = \frac{L}{T} \quad (2.29)$$

Dispersiyon denklemi ($\sigma^2 = gk \tanh kd$) dalga sayısı (k) ve dalganın açısal hızına (σ) bağlı olarak çözüldüğünde, dalga boyuna ve su derinliğine bağlı olarak hız aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$C = \frac{\sigma}{k} = \frac{g}{\sigma} \tanh(kd) \quad (2.30)$$

$\sigma = 2\pi / T$ olduğundan;

$$C = \frac{\sigma}{k} = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kd) \quad (2.31)$$

şeklinde yazılır. $C = L / T$ olduğundan;

$$C = \frac{\sigma}{k} = \frac{gL}{2\pi C} \tanh(kd)$$

$$C^2 = \frac{\sigma^2}{k^2} = \frac{gL}{2\pi} \tanh(kd)$$

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \quad (2.32)$$

elde edilir. Görüldüğü gibi küçük genlikli dalga teorisinde dalga hızı dalga yüksekliğinden bağımsızdır. Doğada ise dalga yükseklikleri artıkça dalga hızları dalga yüksekliğine bağlı olarak küçük miktarlarda artarlar.

Derin denizlerden kıyıya doğru hareket eden dalgaların peryodları sabit kalmaktadır çünkü ardaşık noktalardan, verilen bir zaman aralığında geçen dalgaların sayıları sabit kalmalıdır (Ippen, 1966). Diğer dalga özellikleri (hız, dalga boyu, yükseklik, yüzey profili, ivme, basınç ve enerji) derin denizlerden kıyıya doğru hareket esnasında değişirler.

(2.29) ve (2-31) denklemleri ile dalga boyu, derinlik ve dalga peryodunun bir fonksiyonu olarak elde edilebilir.

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (2.33a)$$

Görüldüğü üzere; (2.33a) denkleminin çözümü her iki tarafta bilinmeyen L olmasından dolayı biraz zordur. Bunun yanında; Eckart (1952) denklem (2.33a) nın çözümü için yaklaşık bir metod geliştirmiştir. Bu ifadenin maksimum hatası %5' dir. Bu hata $2\pi d / L \approx 1$ olduğu zaman meydana gelmektedir. Bu denklem;

$$L \approx \frac{gT^2}{2\pi} \sqrt{\tanh\left(\frac{4\pi^2 d}{T^2 g}\right)} \quad (2.33b)$$

şeklindedir.

Derin denizlerden sığ denizlere doğru hareket eden dalgalarda dalga boyu azalır fakat bu azalma derinliğe göre daha küçük miktarlardadır. Böylece, bağıl derinlik kıyıya yaklaştıkça azalmaktadır.

Tablo 2.1 Ağırlık dalgalarının sınıflandırılması

Sınıf	d / L	$2\pi d / L$	$\tanh(2\pi d / L)$
Derin su	$> 1/2$	$> \pi$	≈ 1
Geçiş bölgesi	$1/25 - 1/2$	$1/4 - \pi$	$\tanh(2\pi d / L)$
Sığ su	$< 1/25$	$< 1/4$	$\approx 2\pi d / L$

Derin sularda, $\tanh(2\pi d / L)$ ifadesi 1 değerine yaklaşacağından (2.31) ve (2.32) denklemleri aşağıdaki denklemlere dönüşmektedir.

$$C_o = \sqrt{\frac{gL_o}{2\pi}} = \frac{L_o}{T} \quad (2.34)$$

ve

$$C_o = \frac{gT}{2\pi} \quad (2.35)$$

Her ne kadar derin suyun sonsuz derinlikte meydana geleceği düşünülse de, çok daha küçük d/L değerlerinde bile $\tanh(2\pi d / L)$ fonksiyonu 1 e yaklaşacağından derin sularda ($d / L > 1/2$) $\tanh(2\pi d / L)$ ifadesi yaklaşık olarak 1 alınmaktadır.

Derin denizlerde dalga özellikleri derinlikten bağımsızdır. Derin deniz koşullarında dalga özellikleri, harflerin altına yazılmış küçük bir “o” harfi ile işaret edilir. Mesela derin denizlerdeki bir dalganın boyu L_o , dalganın hızı ise C_o ile gösterilir. Salınım yapan dalgalarda periyodun sabit ve derinlikten bağımsız olmasından dolayı “T” harfinin altına “o” harfi konulmaz (Ippen, 1966b).

Eğer birim olarak metre ve saniye kullanılacaksa $g / 2\pi = 1.56 \text{ m} / \text{sn}^2$ olduğundan

$$C_o = \frac{gT}{2\pi} = \frac{9.8}{2\pi} T = 1.56T \text{ m/sn} \quad (2-36a)$$

ve

$$L_o = \frac{gT^2}{2\pi} = \frac{9.8}{2\pi} T^2 = 1.56T^2 \text{ m} \quad (2.36b)$$

denklemleri elde edilmektedir.

Geçiş bölgesinde dalganın hızı bulunurken (2.31) ve (2.32) denklemleri kullanılmalıdır. Basitleştirme yapılarak hız bulunursa (derin denizlerde olduğu gibi) %9 civarında bir hata yapılmış olur. Bu sebepten, geçiş bölgesinde (2-36a) denklemi kullanılmamalıdır. Sığ sularda ise $\tanh(2\pi d / L) \approx 2\pi d / L$ olduğundan;

$$C = \sqrt{gd} \quad (2.37)$$

$$L = \sqrt{gd} T \quad (2.38)$$

denklemleri kullanılır. Sığ sularda ilerleyen dalgalarındaki hız, yalnızca su derinliğine bağlıdır. Denklem (2.37) ifadesi ayrıca derinliği uzunluğunun yanında çok küçük olan kanallarda da kullanılmaktadır (Ünsal, 1984). Görüldüğü gibi, Gerek derin su ve geçiş bölgelerinde gerekse sığ su bölgelerinde dalgalarındaki hız periyoda bağlı (period dispersive) değildir.

Derin deniz, geçiş bölgesi ve sığ deniz koşullarını yalnız derinliğin belirleyemeyeceğini, derinlikle beraber dalga boyununda belirleyeceğini (rölatif derinlik) dikkat etmek gerekmektedir. Örneğin; Gelgitlerden oluşan dalgalar derin okyanuslarda meydana gelmesine rağmen, dalga boyları çok uzun olduğundan sığ deniz durumundadırlar.

Dalgaların yayılmasında göz önüne alınmış problem periyodik bir dalga hareketi olduğundan u , v ve η fonksiyonları x e göre periyodik olmalıdırlar. Dolayısıyla, dalga boyu L ile gösterildiği takdirde, çözümler;

$$u(x, y) = u(x + L, y)$$

$$v(x, y) = v(x + L, y)$$

$$\eta(x) = \eta(x + L)$$

şeklinde olmaktadır.

c) Bazı Yararlı Fonksiyonlar

(2.31) denklemini (2.35) denklemiyle, (2.33a) denklemini de (2.36b) denklemiyle böldüğümüzde, (2.39) denklemini elde etmiş oluruz.

$$\frac{C}{C_o} = \frac{L}{L_o} = \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (2.39)$$

Eğer (2.39) denkleminin her iki tarafını d/L ile çarparsak aşağıdaki (2.40) denklemini elde ederiz.

$$\frac{d}{L_o} = \frac{d}{L} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (2.40)$$

Wiegel (1954) d/L_o değerlerini d/L değerlerine; d/L değerlerini ise d/L_o değerlerine bağlı olarak tablolamıştır. Bu tablolanmış fonksiyonlar lineer dalga teorisinin sonuçlarını oldukça basitleştirirler.

d) Lokal Akışkan Hızları ve İvmeleri

Yatay ve dikey hızlar, hız potansiyeli denkleminde elde edilirler.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.41)$$

Denklem (2.41) deki hız potansiyelleri yerine, denklem (2.21) deki hız potansiyelinin karşılığı konulup, sırasıyla x ve z değişkenlerine göre türev alındığında, yatay hız (u) ve dikey hız (w) dalganın hareketi esnasında x , z ve t ye bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2-42)$$

$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2-43)$$

Bu denklemler tabandan itibaren herhangi bir derinlikteki su parçacığının hızını ifade ederler. Ortalama su seviyesinden itibaren pozitif z eksenini başladığından, her iki denklemde de z değişkeni negatif olarak $0 \leq z \leq d$ arasında değerler alır. Sonuçta konum değerleri (x,-z) arasında değişmektedir. $(d+z)$ değeri ise su partikülünün konumunun su tabanından itibaren ölçülen değerdir. Hızlar, x ve t de harmonik olduğundan dolayı herhangi bir t zamanında ve x konumundaki hız ile aynı t zamanında ve $x+L$ konumundaki hız birbirlerine eşit olmaktadır.

Faz açısı $\theta = (2\pi x/L - 2\pi t/T)$ olduğundan, maksimum pozitif yatay hızlar $\theta=0, 2\pi, \dots$ olduğunda; maksimum negatif yatay hızlar $\theta=\pi, 3\pi, \dots$ olduğunda; maksimum pozitif dikey hızlar $\theta=\pi/2, 5\pi/2, \dots$ olduğunda; maksimum negatif dikey hızlar ise $\theta=3\pi/2, 7\pi/2, \dots$ olduğunda meydana gelirler.

Su partiküllerinin yatay ivmesi a_x ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$a_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

Sağdaki ilk iki terim konvektif ivme, üçüncü terim ise lokal ivmedir. Küçük genlikli dalga teorilerinde konvektif ivme dalga dikliğinin karesi mertebesinde; lokal ivme ise dalga dikliği mertebesinde. Dalga dikliği birden küçüktür. Dolayısıyla konvektif ivme hesaplamalarda ihmal edilir. Sonuç olarak ivme;

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha_x = + \frac{g\pi H}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.44)$$

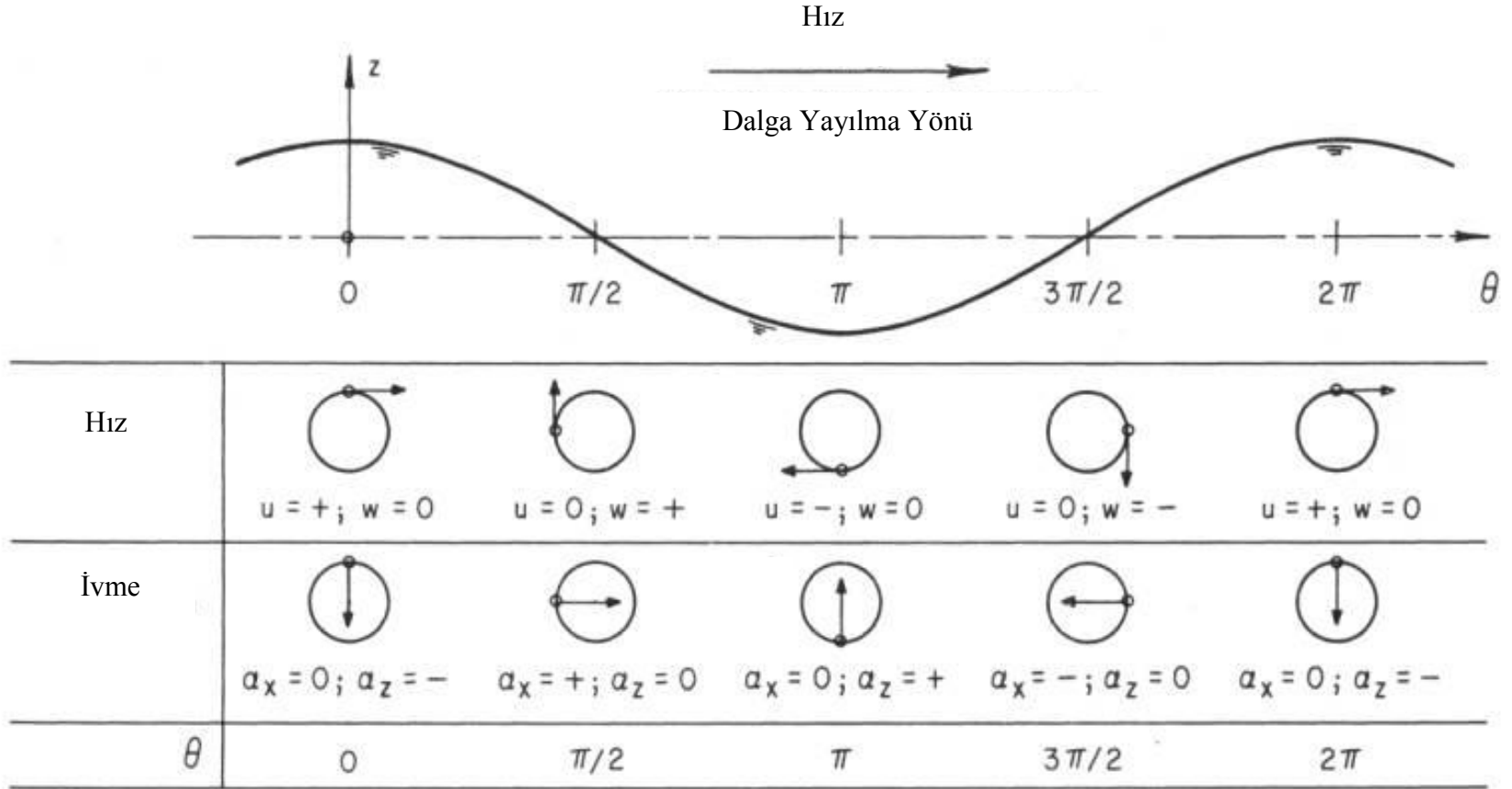
$$\frac{\partial w}{\partial t} = \alpha_z = - \frac{g\pi H}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.45)$$

elde edilir. Çeşitli θ açı değerlerine karşı gelen hız ve ivme değerleri şekil 2-5 de gösterilmiştir.

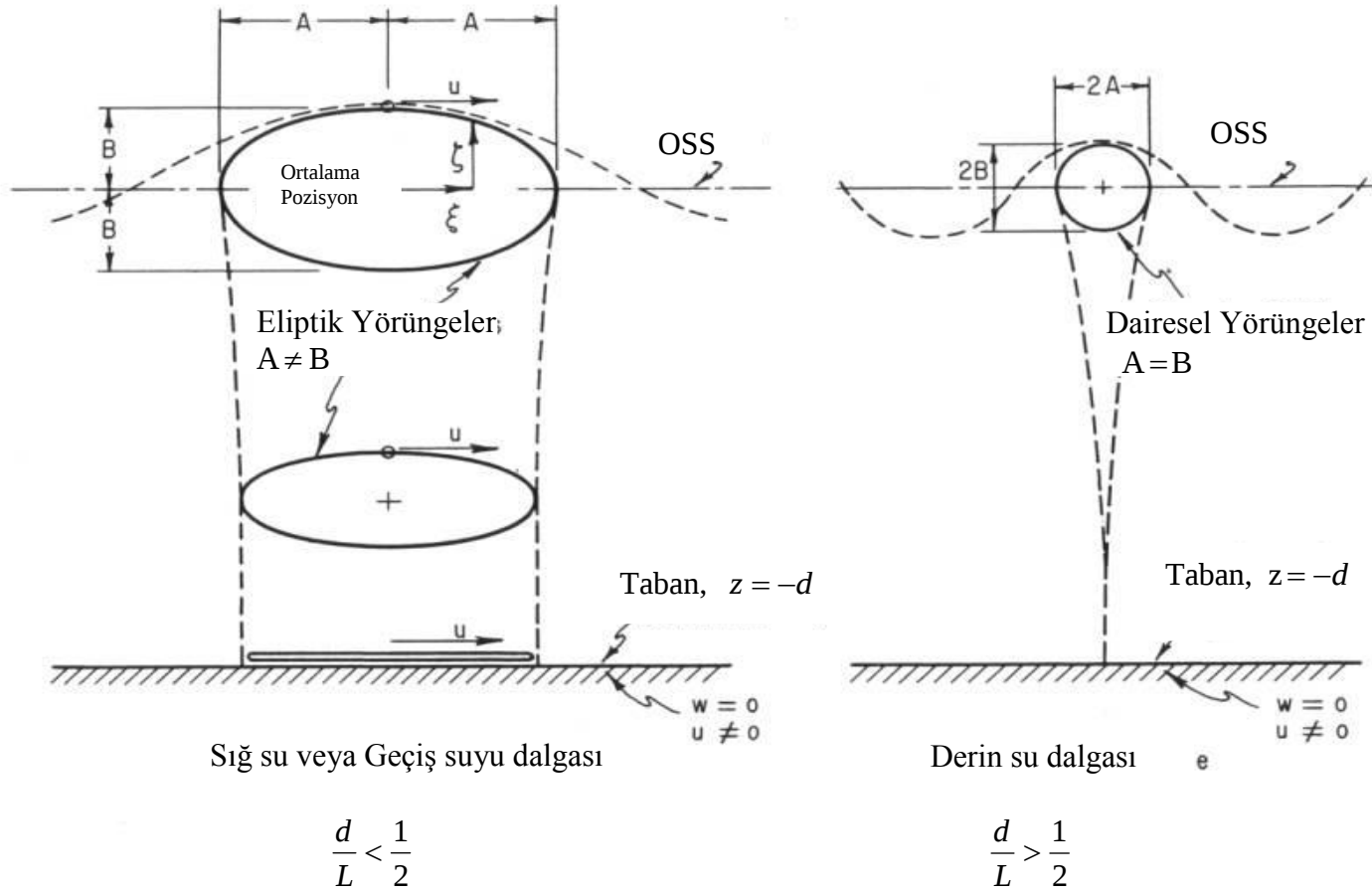
e) Su Partikülünün Yaptığı Deplasman

Su partikülleri, genellikle sığ sularda ve geçiş bölgelerinde eliptik hareket yaparlarken; derin denizlerde dairesel hareket yaparak merkezi koordinatlardan (dalga oluşmadan önce bulundukları konum) uzaklaşırlar. Ortalama su seviyesinden aşağıya doğru inildikçe, sığ sularda ve geçiş bölgelerinde su partiküllerinin yaptığı eliptik deplasmanların giderek kutup noktalarından düzleşip tabanda yatay bir çizgi şeklinde olacağı kabul edilmektedir. Bu durum lineer dalga teorisinde yaptığımız akışkanın çevrintisiz olduğu yani kayma gerilmesinin oluşmadığı kabulünden dolayıdır. Bu kabule göre akışkan tabanda serbestçe kaymaktadır. Gerçekte ise tabanda hareket meydana gelmemektedir. Benzer şekilde, derin denizlerde de ortalama su seviyesinden itibaren aşağıya doğru inildikçe su partiküllerinin yaptığı dairesel deplasmanların çapı giderek azalmaktadır. Bu çap $L_o/2$ mesafesinde yaklaşık sıfır olmaktadır.

Su partikülünün dalga oluşmadan önceki yeri $z = 0$ noktası alındığında dalga oluşması sırasında yapabileceği maksimum düşey deplasman $H/2$ dir. Burada: H =dalga yüksekliğidir. Bu yükseklik düşey doğrultuda yapılabilecek en büyük deplasmandır. Dalga yüksekliği küçük kabul edildiğinden akışkan partiküllerinin ortalama pozisyonundan yapacağı deplasmanlar da küçüktür.



Şekil 2.5 Faz açısına göre akışkan hızları ve ivmeleri



Şekil 2.6 Ortalama pozisyonundan sığ su ve derin su dalgaları için su partiküllerinin yer değiştirmeleri

Yatay ve düşey hız denklemlerini entegre edersek, su partiküllerinin ortalama pozisyonuna göre yatay ve düşey deplasmanlarını bulmuş oluruz.

$$\xi = -\frac{HgT^2}{4\pi L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.46)$$

$$\zeta = +\frac{HgT^2}{4\pi L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2-47)$$

Yukarıdaki denklemler dispersiyon denklemi kullanılarak basitleştirilebilir.

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{2\pi g}{L} \tanh \frac{2\pi d}{L}$$

olduğundan,

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.48)$$

$$\zeta = +\frac{H}{2} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.49)$$

elde edilmiş olur. (2-48) ve (2-49) denklemlerindeki sinüs ve kosinüs fonksiyonları yalnız bırakılıp kareleri alınırsa aşağıdaki denklemler (2.50) ve (2.51) elde edilir.

$$\sin^2\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) = \left[\frac{\xi}{a} \frac{\sinh(2\pi d/L)}{\cosh[2\pi(z+d)/L]}\right]^2 \quad (2.50)$$

$$\cos^2\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) = \left[\frac{\zeta}{a} \frac{\sinh(2\pi d/L)}{\sinh[2\pi(z+d)/L]}\right]^2 \quad (2.51)$$

denklem (2.50) ve denklem (2.51) taraf tarafa toplandığında;

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\zeta^2}{B^2} = 1 \quad (2.52)$$

elde edilmektedir. Buradaki A ve B ifadeleri ise sırasıyla

$$A = \frac{H}{2} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \quad (2.53)$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \quad (2.54)$$

şeklinde yazılmaktadır. Görüldüğü gibi denklem (2.52), yatay eksen A ve düşey eksen B olan bir elips denklemdir. Elips denklemindeki A ve B uzunlukları su partiküllerinin yatay ve düşey deplasmanlarıdır. Denklem (2.52) ifadesinden su partiküllerinin kapalı yörüngeler çizdiği açık bir şekilde görülmektedir. Herbir dalga partikülü hareket esnasında elips çizerek bir periyot süresi sonunda tekrar eski konumuna gelmektedir. Bununla birlikte Morison ve Crooke (1953) lineer dalga teorisinin sonuçlarını laboratuvar sonuçlarıyla karşılaştırmış ve su partiküllerinin çizdiği yörüngelerin lineer dalga (Airy) teorisinin yaptığı kabulün tersine; tam olarak kapanmadığını ve bir miktar açık kaldığını saptamışlardır.

Derin deniz koşullarında, su parçacıkları dairesel yörüngeler çizdiklerinden dolayı yatay ve düşey deplasmanlar birbirine eşittir. Derin deniz koşullarında ($d/L > 1/2$), (2.53) ve (2.54) denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$A = B = \frac{H}{2} e^{(kz)} \quad (2.55)$$

Sığ deniz koşullarında ($d/L < 1/25$) ise (2.53) ve (2.54) denklemleri;

$$A = \frac{H}{2} \frac{L}{2\pi d} \quad (2.56a)$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{z+d}{d} \quad (2.56b)$$

şeklinde ifade edilirler.

Su partiküllerinin hız, ivme ve deplasman denklemlerinin çözümünde, bu denklemlerdeki parantezli terimlere derin deniz ve sığ deniz koşullarındaki limit değerleri yazıldığında, denklemlerin çözümü oldukça basitleşmektedir. Bu limit değerleri;

$$\text{Derin sularda: } \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh kd} = \frac{\sinh k(d+z)}{\sinh kd} = e^{kz} \quad (2.57)$$

$$\text{Sığ sularda: } \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh(kd)} = \frac{1}{kd} \quad (2.58)$$

$$\frac{\sinh k(d+z)}{\sinh kd} = 1 + \frac{z}{d} \quad (2.59)$$

şeklindedir. Yukarıdaki limit değerlerini (2.42) ile (2.47) arasındaki denklemlere koymak için öncelikle (2.48) ile (2.49) denklemlerinde görüldüğü gibi dispersiyon denklemi kullanılarak dönüşüm yapmak gerekmektedir. Dönüşüm yapıldıktan sonra (2.42) ile (2.47) arasındaki denklemlerin trigonometrik ifadeleri limit değerlerine dönüşmektedir. Limit değerlerinin parantezli terimlere konmasıyla oldukça ilginç birtakım sonuçlar bulunmaktadır. Bunlar;

1- Derin su bölgesinde hız, ivme ve deplasman değerlerinin su yüzeyinden su tabanına doğru derinlikle üstel olarak azaldığı görülmektedir. Öyleki, su yüzeyinden dalga boyunun yarısı kadar olan derinlikte hız, ivme ve deplasman değerleri su yüzeyindeki değerlerinin yaklaşık %4.3 üne gelmektedir.

2- Sığ su bölgesindeki yatay hız, yatay ivme ve yatay deplasman, belirli bir faz açısında su yüzeyinden su tabanına kadar her yerde aynıdır. Sığ su limit değeri, yatay hız denklemine konulup gerekli düzeltmeler yapıldığında;

$$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.60)$$

denklemini elde edilmektedir.

3- Sığ su bölgesindeki düşey hız, düşey ivme ve düşey deplasman, belirli bir faz açısında su yüzeyinde maksimum değerden tabanda 0 değerine kadar lineer olarak azalmaktadır. Sığ su limit değeri, düşey hız denklemine konulup gerekli düzeltmeler yapıldığında;

$$w = \frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin(kx - \sigma t) \quad (2.61)$$

denklemini elde edilmektedir.

RÖLATİF DERİNLİK	SİĞ SU BÖLGESİ	GEÇİŞ SUYU BÖLGESİ	DERİN SU BÖLGESİ
1. Dalga profili	Aynı →	$\eta = \frac{H}{2} \cos \left[\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right] = \frac{H}{2} \cos \theta$	Aynı ←
2. Dalga hızı	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)$	$C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$
3. Dalga boyu	$L = T \sqrt{gd} = CT$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right)$	$L = L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = C_0 T$
4. Dalga gurup hızı	$C_g = C = \sqrt{gd}$	$C_g = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right] \cdot C$	$C_g = \frac{1}{2} C = \frac{gT}{4\pi}$
5. Su partikülünün hızı			
(a) Yatay	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \theta$	$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
(b) Düşey	$w = \frac{H\pi}{T} \left(1 + \frac{z}{d} \right) \sin \theta$	$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
5. Su partikülünün hızı			
(c) Yatay	$a_x = \frac{H\pi}{T} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$	$a_x = \frac{g\pi H}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$a_x = 2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
(d) Düşey	$a_z = -2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \left(1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$	$a_z = -\frac{g\pi H}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$a_z = -2H \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
7. Deplasmanlar			
(a) Yatay	$\xi = -\frac{HT}{4\pi} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
(b) Düşey	$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
8. Yüzeyaltı basıncı	$p = \rho g (\eta - z)$	$p = \rho g \eta \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} - \rho g z$	$p = \rho g \eta e^{\frac{2\pi z}{L}} - \rho g z$

Şekil 2.7 Lineer dalga teorisinin özeti

2.4.4. Sonlu Genlikli Dalga Teorileri

Küçük genlikli dalga teorisi (Airy) bütün relatif derinliklerde uygulanabilmektedir fakat buradaki limit, dalgaların genliğinin su derinliğine (sığ su dalgalarında) ve dalga uzunluğuna (derin sularda) göre nispeten küçük olmasıdır. Sonlu genlikli dalga teorileri ise H/d ve H/L oranının küçük olmasını gerektirmez. Bu denklemler kütle taşınımı da açıklayıp lineer dalga teorilerine göre daha doğru sonuçlar vermektedir. Birçok dalga teorisi var olduğundan bunların hangisinin hangi alanlarda kullanacağını belirten bir kılavuz Le Mehaute (1969) tarafından hazırlanmıştır. Bu kılavuz uygun teorinin seçimine yardımcı olmaktadır.

a) Stokes Dalgaları

H/d oranının küçük olması bu teorinin tek şartıdır. Böylece, teori yalnızca derin sularda ve geçiş bölgesinin nispeten derin bölgelerinde kullanılmaktadır. Derin denizlerdeki dalga dikliği arttıkça daha iyi sonuçlar elde edilmektedir. İkinci mertebe teorilerinin yanında çeşitli yüksek mertebe teorileride geliştirilmiştir. Genel olarak yüzey profili;

$$\eta = a \cos(\theta) + a^2 B_2(L, d) \cos(2\theta) + a^3 B_3(L, d) \cos(3\theta) + \dots a^n B_n(L, d) \cos(n\theta) \quad (2.62)$$

şeklindedir. Burada;

$$a = H/2 \text{ (birinci ve ikinci mertebeler için)}$$

$$a < H/2 \text{ (ikinci mertebeden daha yüksek mertebeler için)}$$

B_2, B_3 = dalga boyu ve su derinliğine bağlı bir fonksiyondur.

Lineer dalga teorisinde ikinci mertebeden başlayarak bütün mertebelerin etkisi ihmal edilir. Böylece lineer dalga teorisi birinci mertebe dalga teorisi diye isimlendirilir.

Yüksek mertebeden teorileri kullanmak gerekirse nümerik hataları azaltmak için tablolar (ki bunlar Skjelbreia (1959) ve Skjelbreia ve Hendrickson (1962) tarafından hazırlanmıştır) kullanılmalıdır.

b) Knoidal Dalgalar

Uzun, sonlu genlikli ve permanan biçimli sığ sulara ilerleyen dalgalar, en iyi knoidal dalga teorisiyle tanımlanırlar. Knoidal terimi kullanılması dalga profilinin Jakobyan

elliptik kosinüs fonksiyonu ile tanımlanmasından dolayıdır. Jakobyen elliptik kosinüs fonksiyonu “cn” ile gösterilmektedir. Knoidal dalga teorisi tablolar ve grafiksel formlar yardımıyla uygulanır.

Knoidal dalga teorisinin yaklaşık geçerli olduğu aralık $d/L < 1/8$ ile $L^2 H / d^3 > 26$ arasındadır. Bu aralığın ilki Laitone (1963) tarafından tanımlanmıştır. İkincisi ise Ursell veya Stokes parametresi olarak bilinir. Dalga boyu büyüyüp sonsuza yaklaştıkça, knoidal dalga teorisi soliter (tek) dalga teorisine dönüşür. Bununla beraber, H/d oranı küçüldükçe (sonsuz küçük) dalga profili sinüzoidal dalga profiline (lineer teori) yaklaşır.

Knoidal dalga teorisi sığlaşan sularda Airy teorisine göre daha iyi sonuç vermekle birlikte bütün sığlaşan sularda tam olarak geliştirilememiştir. Bu yüzden, Airy teorisi daha çok kullanılmaktadır. Bununla birlikte sığlaşan sularda mevcut tablolar itibariyle Knoidal dalga teorisiyle çözüme gitmek daha doğru olur.

c) Soliter Dalgalar

Soliter dalgalar derinliğin çok azaldığı durumlarda kullanılır. Bu teoride dalgalar çukur oluşturmazlar ve tamamıyla ortalama su seviyesinin üstünde bulunurlar. Doğada gerçek bir soliter dalga bulmak oldukça zordur. Bununla beraber, tsunamiler, toprak kayması veya depremlerden oluşan uzun dalgalar bazı zamanlarda soliter dalgalar gibi davranabilirler.

2.4.5. Kütle Taşınımı

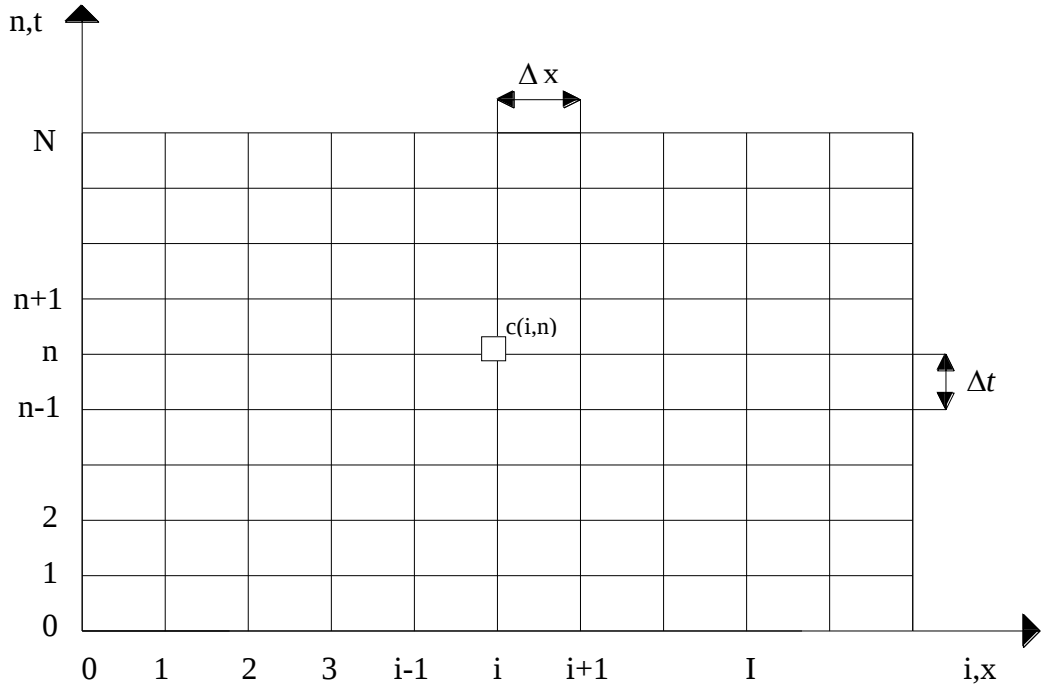
Airy teorisinde açıklanan dalgalar tam salınım yapan dalgalarlardır. Başka bir ifadeyle, su partikülleri tam yörünge yaparlar ve daire kapanır. Bunun anlamı; bir dalga periyodunda, su partiküllerinin harekete başladığı yere geri dönüp, dalga ile birlikte taşınmamasıdır. Gerçekte ise su partikülleri dalgalarla birlikte taşınırlar. Sonlu genlikli dalga teorileri, su partiküllerinin dalgalarla taşınmasını açıkladığından dolayı daha gerçekçidirler. Çoğu sonlu genlikli dalga teorisinde su partiküllerinin yörüngeleri tam kapanmaz ve bir miktar açıklık bulunur dolayısıyla su partikülleri dalgaların etkisiyle bir miktar taşınır. Bu harekete kütle taşınımı denilmektedir. Soliter dalgalarda tamamıyla bir kütle taşınımı mevcuttur. Yani kretteki sular dalgalarla beraber taşınmaktadır.

3. SONLU FARKLAR METODU

3.1. SONLU FARKLAR METODUNUN ESASLARI

Sonlu farklar metodu bir diferansiyel denklemdeki $\partial f / \partial x$ gibi kısmi türevlerin $\Delta f / \Delta x$ gibi sonlu farklar şeklinde değiştirilmesinden oluşmaktadır. Sonlu farklar metoduyla bulunan çözümler yaklaşık çözümler olup, analitik çözümlere oldukça yakınsamaktadır. Metod hem fazla matematik bilgisi gerektirmediğinden hem de kolay uygulanabilir olduğundan diferansiyel denklemlerin çözümünde oldukça yararlıdır.

Kısmi diferansiyel denklemleri, sonlu farklar metodunu kullanarak çözmek için çalışılan bölgenin zaman ve konumu gösterecek şekilde ağlara bölünmesi gerekmektedir. Bununla ilgili bir örnek şekil 3.1 de verilmiştir. Buradaki ağdan görüleceği gibi n . zamandaki bir i noktasındaki konsantrasyon $c(i,n)$ olarak gösterilmektedir. Bölgenin toplam uzunluğu $I \cdot \Delta x$ ve gözönüne alınan zaman periyodu ise $N \cdot \Delta t$ olacaktır.



Şekil 3.1 Sonlu farklar metodu için hesaplama ağı

Δx ve Δt artımlarının isabetli seçilmesi halinde, sonlu farklar yoluyla elde edilen nümerik çözümler analitik çözümlere oldukça yaklaşmaktadır. Sonlu farklar metodunu uygulamak için Taylor serisine göre fonksiyonu açmak gerekmektedir. Bir $f(I,J)$ fonksiyonunun Taylor serisinde ileriye doğru açılımı;

$$f(I+1, J) = f(I, J) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{I,J} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^3 + HOT \quad (3.1)$$

şeklindedir. Denklem (3.1) ifadesindeki HOT terimi; yüksek dereceden terimleri (Higher Order Terms) ifade etmektedir. (3.1) denklemi $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J}$ ye göre düzenlenirse;

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} = \frac{f(I+1, J) - f(I, J)}{\Delta x} - \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{I,J} \Delta x - \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^2 + HOT \quad (3.2)$$

elde edilir. Denklem (3.2) ye dikkat edilirse eşitliğin sağ tarafındaki terimler sonsuza kadar gitmektedir. Sonsuza kadar giden terimlerin ise, bir sonuç bulunabilmesi için bir yerden kesilmesi gerekmektedir. Kestiğimiz bu terimler denklemimizin doğruluğunu belirtip kesme hatası olarak adlandırılırlar. Örneğin denklem (3.2) ifadesindeki;

$$- \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{I,J} \Delta x - \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^2 + HOT$$

ile gösterilen terimleri kesersek denklemimizin kesim hatası $O(\Delta x)$ mertebesinde olmaktadır. Bunu kestiğimiz terimlerin en başındaki Δx ifadesinden anlıyoruz. Kesme hatamızın mertebesi ne kadar büyük olursa, doğruluk o kadar gerçeğe yaklaşmaktadır. Kesme işleminden sonra denklem (3.2);

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} = \frac{f(I+1, J) - f(I, J)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.3) ifadesi; $f(I,J)$ fonksiyonunun ileri farklar şeklinde açılımını gösterir. $f(I,J)$ fonksiyonunu ileri farklar şeklinde Taylor serisi ile açtığımız gibi geri farklar şeklinde de açabiliriz.

$$f(I-1, J) = f(I, J) - \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{I,J} \Delta x^2 + HOT \quad (3.4)$$

(3.4) denklemi $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J}$ ye göre düzenlenip, $O(\Delta x)$ mertebesinde yazılırsa;

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} = \frac{f(I, J) - f(I-1, J)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (3.5)$$

elde edilir. Denklem (3.5) ifadesi, $f(I, J)$ fonksiyonunun geri farklar şeklinde açılımını gösterir. $O(\Delta x)$ terimindeki Δx , birinci dereceden olduğundan birinci dereceden doğruluğu (First order accuracy) ifade etmektedir.

Denklem (3.1) den denklem (3.4) çıkarıldığında;

$$f(I+1, J) - f(I-1, J) = 2 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} \Delta x + \frac{1}{3} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^3 + HOT \quad (3.6)$$

elde edilir. Denklem (3.6) ifadesi $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J}$ ye göre düzenlenirse;

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} = \frac{f(I+1, J) - f(I-1, J)}{2\Delta x} - \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^2 + HOT \quad (3.7)$$

yazılır. Denklem (3.7) deki $-\frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{I,J} \Delta x^2 + HOT$ terimleri yerine $O(\Delta x)^2$ yazılırsa;

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{I,J} = \frac{f(I+1, J) - f(I-1, J)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.8)$$

elde edilir. Denklem (3.8) ifadesi, $f(I, J)$ fonksiyonunun merkezi sonlu farklar (central finite difference) şeklinde açılımını göstermektedir. $O(\Delta x^2)$ terimi ise ifadenin kesilen kısmının Δx^2 ile başlayıp devam ettiğini diğer bir ifadeyle ikinci mertebeden doğruluğu olduğunu (second order accuracy) göstermektedir.

Böylece, bir $f(I, J)$ fonksiyonunun x değişkenine göre değişimi $(\partial f / \partial x)$, ileri sonlu farklar (Forward finite difference), geri sonlu farklar (Backward finite difference) ve merkezi sonlu farklar (centered finite difference) şeklinde yazılmıştır. İleriye ve geriye doğru Taylor açılımı ile $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ve $\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}$ ifadeleri kolaylıkla türetilebilir.

Denklem (3.1) ve denklem (3.4) alt alta toplanırrsa;

$$f(I+1, J) + f(I-1, J) = 2f(I, J) + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Delta x^2 + HOT \quad (3.9)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.9) düzenlenirse;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(I+1, J) + f(I-1, J) - 2f(I, J)}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2)$$

elde edilir. $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ terimi;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \text{ şeklinde yazılabilir. Buradan;}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{f(I+1, J) - f(I-1, J)}{2\Delta x} \right) =$$

$$\frac{1}{2\Delta x} \left[\frac{f(I+1, J+1) - f(I+1, J-1)}{2\Delta y} - \frac{f(I-1, J+1) - f(I-1, J-1)}{2\Delta y} \right]$$

yazılabilir. Bu ifadenin düzenlenmesiyle;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{f(I+1, J+1) - f(I+1, J-1) - f(I-1, J+1) + f(I-1, J-1)}{4\Delta x \Delta y} \quad (3.10)$$

elde edilir. $\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}$ terimi ise;

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(I+1, J) + f(I-1, J) - 2f(I, J)}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2)$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{f(I+1, J) + f(I-1, J) - 2f(I, J)}{\Delta x^2} \right]$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} = \frac{1}{\Delta x^2} \left[\frac{f(I+2, J) - f(I, J)}{2\Delta x} + \frac{f(I, J) - f(I-2, J)}{2\Delta x} - 2 \frac{f(I+1, J) - f(I-1, J)}{2\Delta x} \right]$$

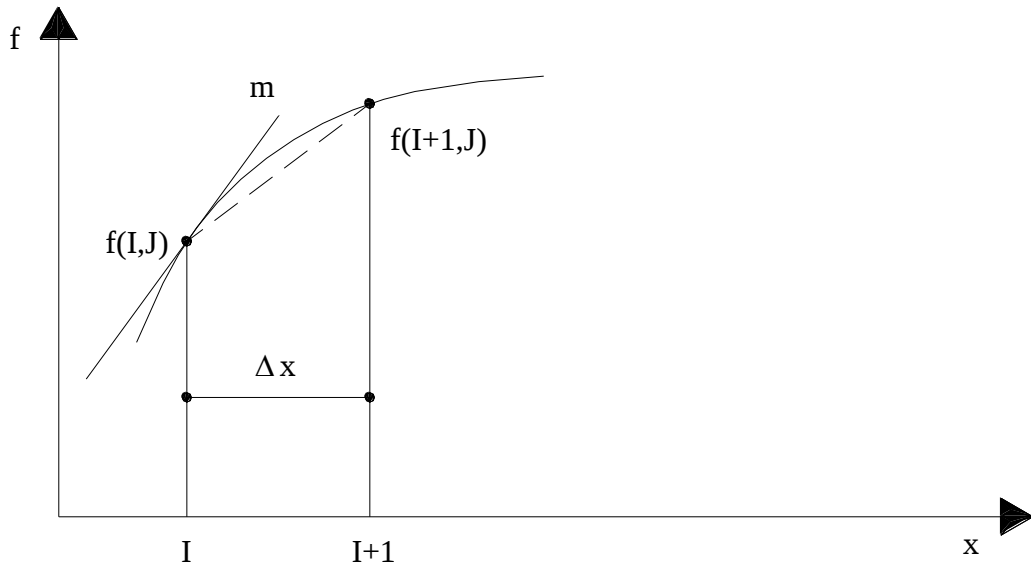
$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} = \frac{f(I+2, J) - f(I-2, J) - 2f(I+1, J) + 2f(I-1, J)}{2\Delta x^3} \quad (3.11)$$

şeklinde elde edilmektedir. Böylece bir fonksiyonun çeşitli türevlerinin sonlu farklar metodu ile nasıl bulunacağı gösterilmiş oldu.

3.2. BAŞLICA SONLU FARK FORMLARININ GEOMETRİK YORUMU

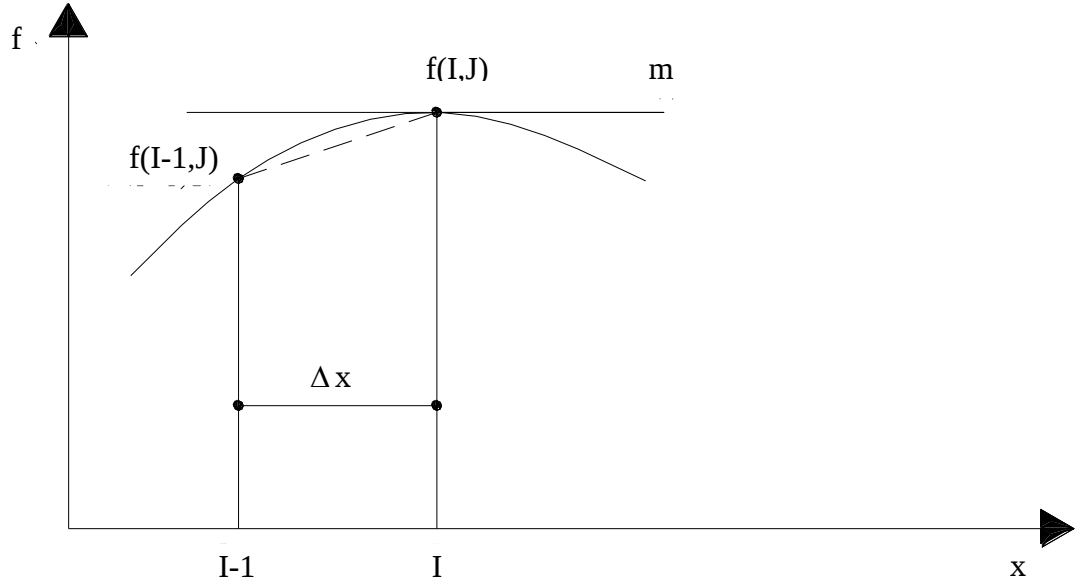
Şekillerdeki m doğruların eğimlerini gösterirken; $f(I, J)$ fonksiyonundaki I indisi konumu, J ise zamanı belirtmektedir.

a) İleri farklar formu:



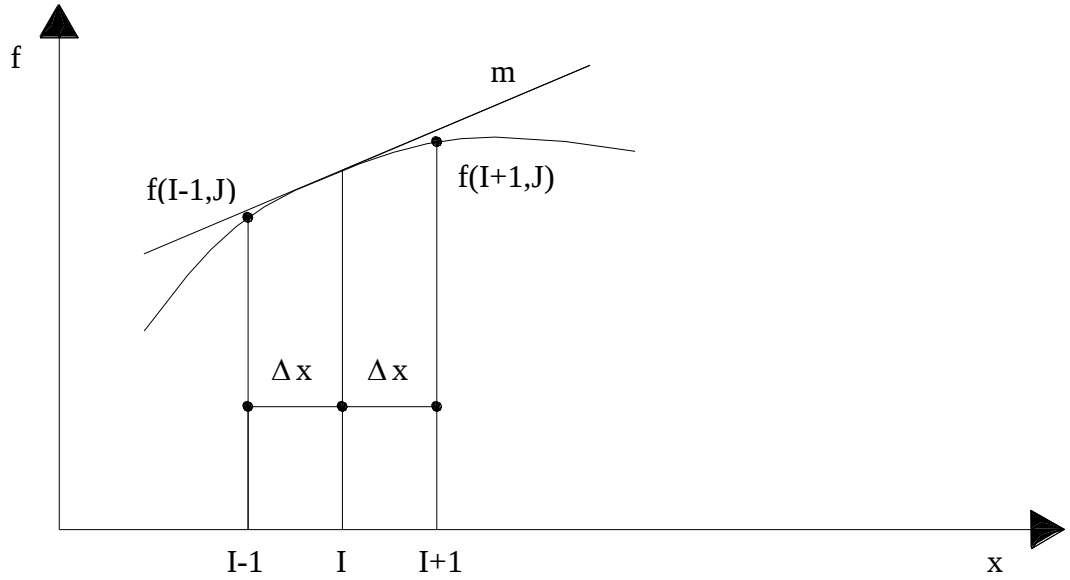
Şekil 3.2 İleri farklar formunun geometrik gösterimi

b) Geri farklar formu:



Şekil 3.3 Geri farklar formunun geometrik gösterimi

c) Merkezi farklar formu:



Şekil 3.4 Merkezi farklar formunun geometrik gösterimi

Bilindiği üzere; bir noktanın türevi o noktadan geçen teğetin eğimidir. Yukarıdaki şekillerde $f(I, J)$ noktasından geçen teğetin eğimi ile sonlu farklar yoluyla bulunan

eğimler karşılaştırılmaktadır. Şekillerden de görüldüğü üzere merkezi sonlu farklar metodu diğer metodlara göre üstün gelmektedir.

Sonlu farklar metodunda en önemli noktalardan biri, konum ve zaman artımlarının mümkün olduğu kadar küçük seçilmesi gerektiğidir. Çünkü şekil 3.3 e dikkatle bakıldığında $f(I,J)$ noktasından geçen teğetin eğimi sıfır iken; sonlu farklar metodu ile bulunan eğimin sıfır olmadığı görülmektedir. Oysa, Δx aralığı küçüldükçe sonlu farklar metodu ile bulunan eğim, sıfır değerine yakınsamaktadır.

3.3. DOĞRULUK KRİTERLERİ VE STABİLİTE ŞARTLARI

Sonlu farklar denkleminin çözümü diferansiyel denklemin analitik çözümüne ulaşamaz ancak yakınsamaktadır. Bu yakınsamanın hassasiyeti zaman ve konum artımları yani Δx ve Δt ile kullanılan sonlu farklar metodunun değiştirilmesiyle ayarlanabilir. Eğer Δx ve Δt sıfıra giderken kesme hatası da sıfıra yaklaşıyorsa, sonlu farklar denkleminin diferansiyel denklemle uygun olduğu söylenebilir.

Şebeke ağlarının daha sık teşkil edilmesi, sonlu farklar denkleminin doğruluk derecesini arttırırken daha fazla hesaplama yapmak gerekeceğinden bilgisayar zamanını da aynı oranda arttırmaktadır. Doğruluğu arttırmanın diğer bir yolu ise yüksek dereceden kesme hataları ile çalışmaktır. Yani, $O(\Delta x^3)$ ve $O(\Delta t^3)$ gibi kesme hatalarıyla çalışılmalıdır. Yüksek dereceden kesme hatalarıyla çalışmak eleman sayılarını arttıracağından dolayı ilave sınır ve eleman sayılarına ihtiyaç duyulacaktır. Bu durum da bilgisayar zamanını arttırmaktadır. Sonlu farklar metodunda amaç; çalışmanın hassasiyetine ve zaman durumuna göre en uygun yolu seçmektir.

Diferansiyel denklemin gerçek çözümü ile sonlu farklar metodu ile yapılan çözümün arasındaki fark birbirine yakınsa, bu çözüm bizim için yeterli olacaktır. Uygulayacağımız sonlu farklar metodunun kararlılık, uygunluk ve yakınsaklık kavramları aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

D : Kısmi diferansiyel denklemin analitik çözümü

Δ : Sonlu farklar denkleminin kesin çözümü

N : Sonlu farklar denkleminin nümerik çözümü

göstermek üzere,

$$D - \Delta = \text{Kesme hatası}$$

$$\Delta \rightarrow D = \text{Yakınsaklık}$$

$$\Delta - N = \text{Nümerik hata}$$

$$N \rightarrow D = \text{Kararlılık}$$

olarak tanımlanır.

Birçok problemde kısmi diferansiyel denklemin kesin çözümü (D) ve sonlu farklar denkleminin kesin çözümü (Δ) ya bulunmaz ya da sonlu farklar denkleminin nümerik çözümüne göre zor bulunabilir. Böylece, kısmi diferansiyel denkleminin çözümünde ana problem N yi bulmaktır. Bunun için D-N gözönüne alınan bölge için önceden belirlenen bir hatadan küçük olmalıdır.

Sık seçilmiş bir ağda kararlı ve yakınsak bir şema kullanılarak D-N değeri küçük tutulabilir.

$$D - N = \text{Toplam hata} = (D - \Delta) + (\Delta - N)$$

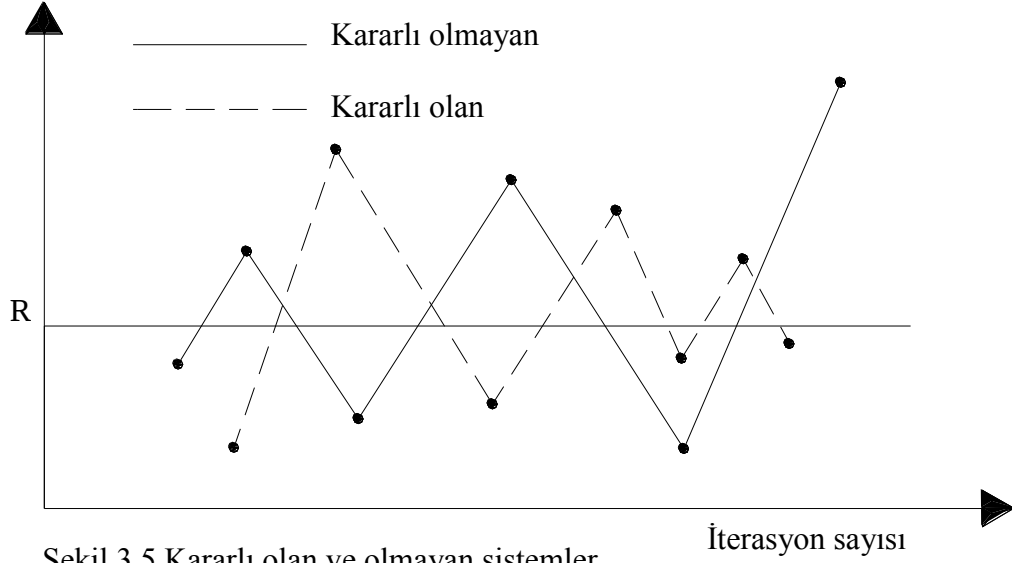
$$\text{Toplam hata} = \text{Kesme hatası} + \text{Nümerik hata}$$

$$\text{Doğruluk} = \frac{N - D}{D}$$

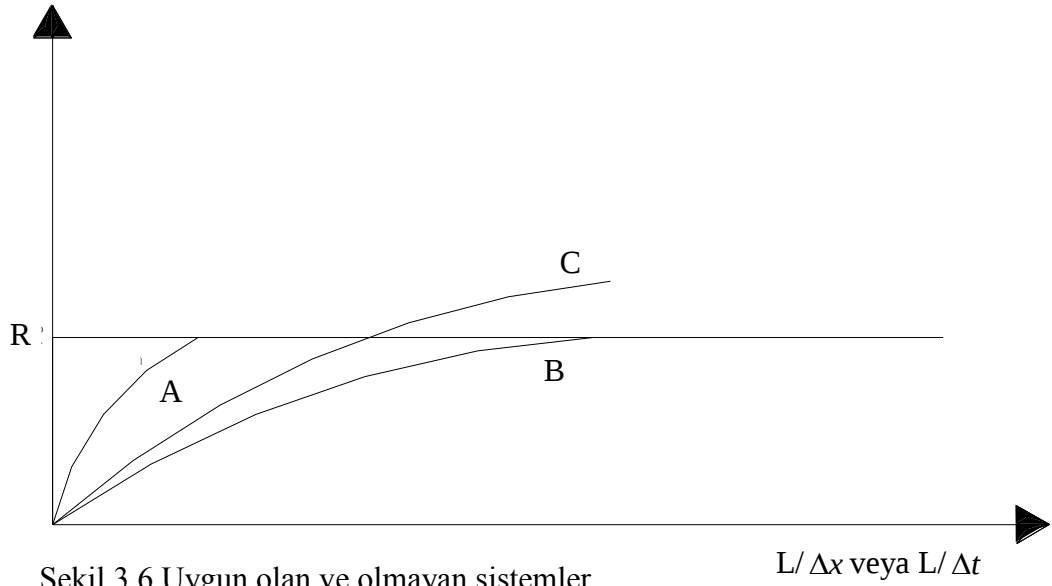
yazılabilir.

$$R = \text{Nümerik çözüm} / \text{Analitik çözüm}$$

olmak üzere iterasyon sayısı artırıldıkça çözüm değerleri R ye yaklaşıyorsa bu sisteme kararlıdır denir. İterasyon sayısı artırıldıkça çözüm değerleri R den uzaklaşıyorsa bu sisteme de kararsızdır denir.



Şekil 3.5 Kararlı olan ve olmayan sistemler



Şekil 3.6 Uygun olan ve olmayan sistemler

Şekil 3.6 ya dikkatle bakıldığında A ve B şemaları R ye yaklaşırken C şeması R den uzaklaşmaktadır. A ve B şemaları uygun C şeması ise uygun olmayan bir sistemi göstermektedir. Bunun yanında A şeması B şemasına göre daha iyi yakınsamaktadır.

3.4. BAŞLANGIÇ VE SINIR SARTLARI

Kısmi diferansiyel denklemin sonlu farklar formunda yazılan ifadesini çözebilmemiz için hesaplama ağında başlangıç ve sınır şartlarını kullanmamız gerekmektedir. Genelde sınır şartları sonlu farklar formunda yazılırken; başlangıç şartları sayısal

değerler olarak tanımlanmaktadır. Bununla birlikte; sınır şartları körfezlerin durumuna göre başlangıç şartlarında olduğu gibi sayısal değerler olarak da tanımlanabilir.

Bütün denklemler sınır şartları içermelidirler. Bunun yanında parabolik ve hiperbolik denklemler sınır şartları yanında başlangıç şartları da içerirler. Difüzyon denklemi hiperbolik denklemler sınıfına girdiğinden sınır şartları yanında başlangıç şartları da bulunmalıdır. Başlangıç şartı;

$$c(x, 0) = c_{t_0}$$

şeklinde gösterilebilir. Başlangıç şartı; $t = 0$ için körfezde ölçülen başlangıç değerlerinden oluşmaktadır. Sınır şartları ise;

$$c(x = 0, t) = c_o$$

$$c(x = \max, t) = c_{\max}$$

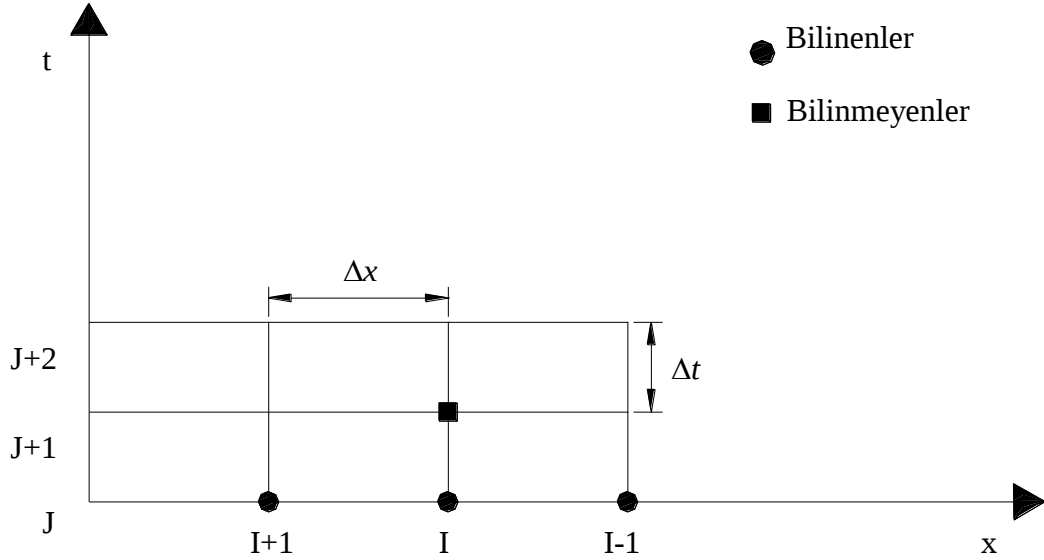
şeklinde gösterilir. İfadelerden de görüleceği gibi sınır şartları, $x = 0$ ve $x = \max$ başlangıç ve bitiş uç noktalarındaki ve herhangi bir t zaman anındaki konsantrasyon değerleridir. Sınır şartları t zamanı süresince sabit olabileceği gibi bazı durumlarda körfezin koşullarına göre zamanla değişebilmektedir. Sınır şartlarını tespit etmek oldukça zordur. Bunun için körfezin fiziksel özellikleri iyi bilinmelidir.

Konsantrasyon problemlerinde en genel sınır şartı; konservatif bir madde için ıslak çevreden yada su yüzeyinden difüzyon yolu ile madde iletimi olmayacağını kabul eden sınır şartıdır. Her ne kadar türbülans difüzyonu katsayısı sıfır olmasada sınırda konsantrasyonun değişiminin sıfır olacağını ifade etmektedir ki DOBBINS (1944) tarafından yapılan deneylerle doğrulanmıştır.

Görüldüğü gibi problemlerin incelenmesinde başlangıç ve sınır şartlarının önemi çok fazladır. Kesim hatasını veya nümerik hatayı minimum yapacak en gelişmiş çözüm metodları bile kullanılsa, başlangıç ve sınır şartları doğru tesbit edilmez ise elde edilecek neticeler gerçeği yansıtmayacaktır.

3.5. AÇIK VE KAPALI METODLAR

Bunlar sonlu fark şemalarının tipleridir. Açık metod (Explicit scheme) kullanarak bilinen değerlerden bilinmeyen değerler hesaplanır.



Şekil 3.7 Açık metodla yapılan çözüm

Kapalı metod kullanarak ise (Implicit scheme) bilinen ve bilinmeyen değerler beraber kullanılarak bilinmeyen değerler hesaplanır. Kapalı metodlar;

1. İterasyon yaparak
2. N adet denklem takımı çözerek

yapılabilir. Bilgisayarlar kullanıldığı için iterasyon yapmak daha kolay olmaktadır.

3.6. KİSMİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SINIFLANDIRILMASI

Kısmi diferansiyel denklemler diskriminantına göre sınıflandırılırlar. Hidrolikte kullanılan kısmi diferansiyel denklemleri iki grupta toplamak mümkündür.

1. Permanan akımları ihtiva eden kısmi diferansiyel denklemler
2. Permanan olmayan akımları ihtiva eden kısmi diferansiyel denklemler

Permanan akımları ihtiva eden kısmi diferansiyel denklemler zamana bağımlı değildirler. Bu tip denklemlerin çözümü sadece sınır şartları kullanılarak yapılır. Eliptik denklemler zamana bağımlı olmadıklarından bu guruba girmektedir.

Permanan olmayan akımları ihtiva eden kısmi diferansiyel denklemler ise zamana bağımlıdır. Çözümleri başlangıç ve sınır şartları kullanılarak yapılır. Dikkat edilecek olursa akımın permanan olmamasından dolayı sınır şartına ilave olarak başlangıç şartının da bilinmesi gerekmektedir. Parabolik ve hiperbolik denklemler bu guruba girmektedir.

Kısmi diferansiyel denklemler kendi aralarında üçe ayrılırlar. Bunlar; eliptik kısmi diferansiyel denklemler, parabolik kısmi diferansiyel denklemler ve hiperbolik kısmi diferansiyel denklemlerdir. Cebrik denklemleri (ki bunlar eliptik, parabolik ve hiperbolik kısmi diferansiyel denklemlerdir) sonlu farklar metoduna çevirerek çözüm yaparız. Genel 2. dereceden kısmi diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{A\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{B\partial^2 f}{\partial x\partial y} + \frac{C\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{D\partial^2 f}{\partial x} + \frac{E\partial^2 f}{\partial y} + G = 0 \quad (3.12)$$

Bu denklem, diskriminantın ($\Delta = B^2 - 4AC$) değerine göre üçe ayrılır. Bunlar;

1) $\Delta < 0$ ise denklem eliptiktir ve Laplace denklemi olarak bilinmektedir. Formu ise;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (A=1, B=0, C=1, \Delta=-4) \quad (3.13)$$

şeklindedir.

2) $\Delta = 0$ ise denklem paraboliktir ve konvektif-difüzyon denklemi olarak bilinir.

Formu ise;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0 \quad (A=-\mu, B=0, C=0, \Delta=0) \quad (3.14)$$

şeklindedir.

3) $\Delta > 0$ ise denklem hiperboliktir ve dalga denklemi olarak bilinir. Formu ise;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (A=-\frac{1}{c^2}, B=0, C=1, \Delta=\frac{4}{c^2} > 0) \quad (3.15)$$

şeklindedir.

4. GENEL DİFÜZYON DENKLEMİNİN NÜMERİK İFADESİ VE STABİLİTE ANALİZİ

4.1. GİRİŞ

Bu bölümde üç boyutlu genel difüzyon denklemi sonlu farklar metodu uygulanarak yazılacak ve stabilite analizi yapılacaktır.

4.2. TÜRBÜLANSLI AKIM HALİ

Uygulama yapılacak körfez, Δz kalınlıklı 9 tabakaya düşey doğrultuda (gökyüzüne doğru), Δx kalınlıklı 9 tabakaya yatay doğrultuda (doğu yönü) ve Δy kalınlıklı 9 tabakaya ise yanal doğrultuda (kuzey yönü) ayrılmıştır. Girişten olan yatay mesafe I indisi ile, yanal mesafe K indisi ile, düşey mesafe J indisi ile tanımlanmış olup zaman indisi ise T dir. Körfez üç boyutlu olup, her doğrultusunda 10 düğüm noktası olduğundan toplamda 1000 düğüm noktası tanımlanmıştır. Üç boyutlu olan körfezin x, y ve z mesafeleri;

$$x = (I - 1)\Delta x$$

$$y = (K - 1)\Delta y$$

$$z = (J - 1)\Delta z$$

şeklindedir.

4.3. DİFÜZYON DENKLEMİNİN NÜMERİK İFADESİ

Bu bölümde, körfezin üç boyutlu modellenmesinde kullanılan difüzyon denklemi sonlu farklar formunda yazılacaktır. Üç boyutlu genel konvektif-difüzyon denklemi;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4.1)$$

şeklindedir (Ippen A.T. 1966, Savcı 1972).

ε_x , ε_y ve ε_z türbülans difüzyonu katsayılarının sırasıyla x, y ve z eksenlerindeki değişiminin olmayacağı ($\varepsilon_x = D_1$, $\varepsilon_y = D_2$, $\varepsilon_z = D_3$) kabulü yapıldığında, üç boyutlu konvektif-difüzyon denklemi;

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_3 \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (4.2)$$

şeklini alır. Burada: $u = x$ yönündeki ortalama akım hızını (m/sn), $v = y$ yönündeki ortalama akım hızını (m/sn), $w = z$ yönündeki ortalama akım hızını (m/sn), $D_1 = x$ yönündeki türbülans difüzyonu katsayısını (m^2 / sn), $D_2 = y$ yönündeki türbülans difüzyonu katsayısını (m^2 / sn), $D_3 = z$ yönündeki türbülans difüzyonu katsayısını (m^2 / sn) vermektedir (m^2 / sn).

Körfezlerin x, y ve z yönlerindeki akım hızları akarsulara nazaran daha düşük veya hiç olmadığından yapılan modellemede konvektif terimler ihmal edilmiştir. Örneğin, Wappinger ve Fishkill Creek körfezinde (New York) hız 0.0012-0.003 m/sn arasında değişmektedir. Birleşik Krallıktaki Severn, Southampton, Thames ve Tay körfezlerinde ise hız mevcut değildir. Bununla birlikte, hızları ihmal edilemeyecek mertebede olan körfezlerin konvektif terimleri mutlaka hesaba sokulmalıdır. Yapacağımız uygulamada konvektif terimlerin sıfır kabul edilmesiyle (4.2) denklemi;

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_3 \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (4.3)$$

şeklinde elde edilir.

Modellemede nümerik yöntem kullanılacağından dolayı (4.3) denklemi sonlu farklar formuna dönüştürülmelidir. Denklem (4.3) ifadesindeki konsantrasyonun zamana göre değişimi ileriye doğru birinci mertebeden;

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{c(I, K, J, T + 1) - C(I, K, J, T)}{\Delta t} \quad (4.4)$$

şeklinde yazılır. (4.3) denkleminin difüzyon terimleri ise merkezi olarak ikinci mertebeden;

$$\begin{aligned}
D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} &= D_1 \left(\frac{c(I+1, K, J, T) - 2C(I, K, J, T) + c(I-1, K, J, T)}{\Delta x^2} \right) \\
D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} &= D_2 \left(\frac{c(I, K+1, J, T) - 2C(I, K, J, T) + c(I, K-1, J, T)}{\Delta y^2} \right) \\
D_3 \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} &= D_3 \left(\frac{c(I, K, J+1, T) - 2C(I, K, J, T) + c(I, K, J-1, T)}{\Delta z^2} \right) \quad (4.5)
\end{aligned}$$

şeklindedir. (4.5) ile (4.4) denklemleri, denklem (4.3) ifadesindeki yerine konulup, gerekli düzeltmeler yapıldığında;

$$\begin{aligned}
c(I, J, K, T+1) &= c(I, J, K, T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I+1, K, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I-1, K, J, T)] \\
&+ \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} [c(I, K+1, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K-1, J, T)] \\
&+ \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} [c(I, K, J+1, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K, J-1, T)] \quad (4.6)
\end{aligned}$$

elde edilir. Böylece, üç boyutlu difüzyon denklemi sonlu farklar formunda elde edilmiştir. Sınır şartlarına gelince; modellemede iki farklı sınır şartı kullanılmıştır. Bunlar:

1) Açık sınır şartı: Akarsuyun körfezi sınırladığı bölümün (bkz. Şekil 5.3), akarsuyun sürekli akmasından dolayı kir tutmayacağı kabul edilmiştir. Böylece, bütün zaman süresince körfezin bu sınırında konsantrasyonun, $1 \text{ gr} / \text{m}^3$ başlangıç konsantrasyonu değerinde olduğu kabul edilir.

2) Kapalı sınır şartı: ıslak çerçeveden, su yüzeyinden ve su tabanından difüzyon yolu ile madde iletiminin olmayacağını kabul eden sınır şartıdır. Dolayısıyla sınırlarda difüzyon akısı sıfıra eşit olup;

$$D_1 \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad D_2 \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad D_3 \frac{\partial c}{\partial z} = 0$$

şeklindedir. Yukarıdaki eşitlikler sırasıyla çözümlendiğinde;

$$c(I+1,K,J,T)=c(I,K,J,T)$$

$$c(I,K+1,J,T)=c(I,K,J,T)$$

$$c(I,K,J+1,T)=c(I,K,J,T)$$

elde edilmektedir. Sınırlardaki difüzyon akılarının x, y ve z yönlerini de içerisine alan genel hali $\frac{\partial c}{\partial n} = 0$ şeklindedir. Burada $\frac{\partial}{\partial n}$ sınırlayıcı düzeye dik, normale göre değişimi göstermektedir.

4.4. DİFÜZYON DENKLEMİNİN STABİLİTE ANALİZİNİN YAPILMASI

RICHTMEYER ve MORTON (1966), Δx ve Δy sıfıra giderken sonlu farklar denkleminin nümerik çözümünün diferansiyel denklemin analitik çözümüne, sistemin ancak kararlı olması durumunda giderek yaklaşacağını aksi halde sistemin kararsız olup nümerik çözümün analitik çözümden giderek uzaklaşacağını bildirmiştir. Bu sebepten ötürü, açık şemalarda sistemin kararlı yapıda olması için mutlaka stabilite analizi yapılmalıdır. Tercih edilen yöntem de bir açık şema olduğundan sistemin kararlı yapıda olması için stabilite şartına uygun aralıkların seçilmesi gerekmektedir. Difüzyon denklemindeki gerekli stabilite şartı, VON NEUMANN stabilite analizi uygulanarak elde edilebilir. Böyle bir analizde, denklem (4.6) daki konsantrasyonların fourier serisinde açılımları yazılır. Bu açılımlar;

$$c(I, K, J, T) = V^T . e^{I K J i \theta}$$

$$c(I, K, J, T + 1) = V^{(T+1)} . e^{I K J i \theta}$$

$$c(I + 1, K, J, T) = V^T . e^{(I+1) K J i \theta}$$

$$c(I, K + 1, J, T) = V^T . e^{I (K+1) J i \theta}$$

$$c(I, K, J + 1, T) = V^T . e^{I K (J+1) i \theta}$$

$$c(I - 1, K, J, T) = V^T . e^{(I-1) K J i \theta}$$

$$c(I, K - 1, J, T) = V^T . e^{I (K-1) J i \theta}$$

$$c(I, K, J - 1, T) = V^T . e^{I K (J-1) i \theta}$$

şeklinde. Bu eşitlikler (4.6) denklemindeki yerine yazıldığında;

$$\begin{aligned}
V^{T+1}.e^{I K J i \theta} = & V^T.e^{I K J i \theta} + \\
& \frac{D_1.\Delta t}{\Delta x^2} \left[V^T.e^{(I+1) K J i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{(I-1) K J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_2.\Delta t}{\Delta y^2} \left[V^T.e^{I (K+1) J i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{I (K-1) J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_3.\Delta t}{\Delta z^2} \left[V^T.e^{I K (J+1) i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{I K (J-1) i \theta} \right]
\end{aligned} \quad (4.7)$$

elde edilir. (4.7) denkleminde gerekli düzenlemeler yapıldığında;

$$\begin{aligned}
V^{T+1}.e^{I K J i \theta} = & V^T.e^{I K J i \theta} + \\
& \frac{D_1.\Delta t}{\Delta x^2} \left[V^T.e^{I K J i \theta}.e^{K J i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{I K J i \theta}.e^{-K J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_2.\Delta t}{\Delta y^2} \left[V^T.e^{I K J i \theta}.e^{I J i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{I K J i \theta}.e^{-I J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_3.\Delta t}{\Delta z^2} \left[V^T.e^{I K J i \theta}.e^{I K i \theta} - 2V^T.e^{I K J i \theta} + V^T.e^{I K J i \theta}.e^{-I K i \theta} \right]
\end{aligned} \quad (4.8)$$

yazılır. (4.8) denklemindeki difüzyon terimleri $V^T.e^{I K J i \theta}$ parantezine ayrılırsa;

$$\begin{aligned}
V^{T+1}.e^{I K J i \theta} = & V^T.e^{I K J i \theta} + \\
& \frac{D_1.\Delta t}{\Delta x^2} .V^T.e^{I K J i \theta} \left[e^{K J i \theta} - 2 + e^{-K J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_2.\Delta t}{\Delta y^2} .V^T.e^{I K J i \theta} \left[e^{I J i \theta} - 2 + e^{-I J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_3.\Delta t}{\Delta z^2} .V^T.e^{I K J i \theta} \left[e^{I K i \theta} - 2 + e^{-I K i \theta} \right]
\end{aligned} \quad (4.9)$$

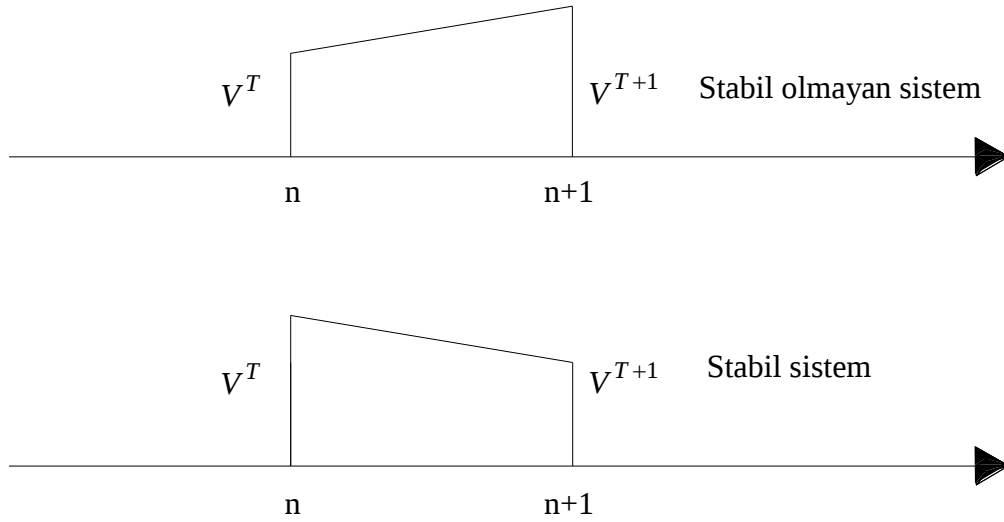
elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte her terim $e^{I K J i \theta}$ ile bölünürse;

$$\begin{aligned}
V^{T+1} = & V^T + \frac{D_1.\Delta t}{\Delta x^2} .V^T \left[e^{K J i \theta} - 2 + e^{-K J i \theta} \right] + \\
& \frac{D_2.\Delta t}{\Delta y^2} .V^T \left[e^{I J i \theta} - 2 + e^{-I J i \theta} \right] + \frac{D_3.\Delta t}{\Delta z^2} .V^T \left[e^{I K i \theta} - 2 + e^{-I K i \theta} \right]
\end{aligned} \quad (4.10)$$

yazılır. Eşitliğin sağ tarafı V^T parantezine ayrılırsa;

$$V^{T+1} = V^T \left[\begin{array}{c} 1 + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} \left(e^{K J i \theta} - 2 + e^{-K J i \theta} \right) + \\ \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} \left(e^{I J i \theta} - 2 + e^{-I J i \theta} \right) + \\ \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} \left(e^{I K i \theta} - 2 + e^{-I K i \theta} \right) \end{array} \right] \quad (4.11)$$

elde edilir. Yukarıdaki ifadede köşeli parantezli terim amplifikasyon (büyütme) faktörüdür ve genelde G ile gösterilir. RICHTMEYER ve MORTON (1966), sistemin stabil olması için bu faktörün mutlak değerinin bire eşit yada birden küçük olması gerektiğini belirtmiştir. Yani $|G| = \frac{V^{T+1}}{V^T} \leq 1$ olmalıdır.



Şekil 4.1 Stabil ve stabil olmayan sistemler

Amplifikasyon faktöründeki üstel ifadelerin karmaşık sayı formunda yazılması gerekmektedir. Bunu yapabilmek için aşağıdaki dönüşümler kullanılır.

$$e^{i \theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$e^{i \theta} + e^{-i \theta} = 2 \cos \theta$$

$$e^{K J i \theta} + e^{-K J i \theta} = 2 \cos(K J \theta)$$

$$e^{I J i \theta} + e^{-I J i \theta} = 2 \cos(I J \theta)$$

$$e^{I K i \theta} + e^{-I K i \theta} = 2 \cos(I K \theta)$$

Amplifikasyon faktöründeki üstel ifadelerin yerlerine yukarıdaki karmaşık sayı eşitlikleri yazıldığında;

$$G = \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} (2 \cos(KJ\theta) - 2) + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} (2 \cos(IJ\theta) - 2) + \\ \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} (2 \cos(IK\theta) - 2) \end{array} \right] \quad (4.12)$$

elde edilir. Amplifikasyon faktörü içerisindeki kosinüs terimleri, trigonometrik dönüşümlerden yararlanılarak düzenlenir. Bu dönüşümler;

$$\cos(KJ\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{KJ\theta}{2}$$

$$\cos(IJ\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{IJ\theta}{2}$$

$$\cos(IK\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{IK\theta}{2}$$

şeklinde. Bu dönüşümlere uygun düzeltmeler yapıldığında üç boyutlu amplifikasyon faktörü;

$$G = \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} \left(-4 \sin^2 \frac{KJ\theta}{2} \right) + \\ \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} \left(-4 \sin^2 \frac{IJ\theta}{2} \right) + \\ \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} \left(-4 \sin^2 \frac{IK\theta}{2} \right) \end{array} \right] \quad (4.13)$$

şeklinde elde edilmiştir.

4.4.1. Bir Boyutlu Stabilite Analizi

Üç boyutlu amplifikasyon faktöründe $D_2 = D_3 = 0$ aldığımızda bir boyutlu difüzyon denklemi için amplifikasyon faktörü;

$$G = \left[1 + \left(\sin^2 \frac{KJ\theta}{2} \right) \left(-\frac{4D_1 \Delta t}{\Delta x^2} \right) \right]$$

şeklini almaktadır. Sinüs terimleri -1 ile $+1$ arasında değerler alacağına göre bir boyutlu stabilite analizini tam yapabilmek için sinüs teriminin maximum ve minimum değeri amplifikasyon faktörüne sokulmalıdır. Dolayısıyla $+1$ ve -1 sinüs değerleri için amplifikasyon faktörü;

$$G = \left[1 + \left(-\frac{4D_1\Delta t}{\Delta x^2} \right) \right]$$

şeklinde yazılır. Amplifikasyon faktörünün mutlak değerce 1 den küçük veya eşit olması gerektiği daha önce söylenmişti. Bu ise amplifikasyon faktörünün $-1 \leq G \leq 1$ olmasıdır. Böylece;

$$-2 \leq -\frac{4D_1\Delta t}{\Delta x^2} \leq 0$$

olmaktadır. $D_1 = 100m^2 / sn$ ve $\Delta x = 500m$ seçildiğinde;

$$1250 \geq \Delta t \geq 0$$

olmaktadır. Yapılan modellemede bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu çözümler karşılaştırılacağından, kolaylık olması için $\Delta t = 900sn$ seçilmiştir.

4.4.2. İki Boyutlu Stabilite Analizi

Üç boyutlu amplifikasyon faktöründe $D_3 = 0$ aldığımızda iki boyutlu difüzyon denklemi için amplifikasyon faktörü;

$$G = \left[1 + \left(\sin^2 \frac{KJ\theta}{2} \right) \left(-\frac{4D_1\Delta t}{\Delta x^2} \right) + \left(\sin^2 \frac{IJ\theta}{2} \right) \left(-\frac{4D_2\Delta t}{\Delta y^2} \right) \right]$$

şeklinde yazılır.

Tablo 4.1 İki boyutlu stabilite analizi için sinüs terimlerinin alacağı değerler

Durum	$\sin \frac{KJ\theta}{2}$	$\sin \frac{IJ\theta}{2}$
1	1	1
2	1	-1
3	-1	1
4	-1	-1

İki boyutlu stabilite analizi için amplifikasyon faktörleri, sinüs terimlerinin karesinden dolayı aynı olup;

$$G = \left[1 + \left(-\frac{4D_1\Delta t}{\Delta x^2} \right) + \left(-\frac{4D_2\Delta t}{\Delta y^2} \right) \right]$$

şeklinde yazılmaktadır. Amplifikasyon faktörünün alacağı değerler gözönüne alınıp, gerekli düzeltmeler yapıldığında;

$$-2 \leq \Delta t \left(-\frac{4D_1}{\Delta x^2} - \frac{4D_2}{\Delta y^2} \right) \leq 0$$

elde edilmektedir.

$$D_1 = 100m^2 / sn, D_2 = 1m^2 / sn, \Delta x = 500m \text{ ve } \Delta y = 150m \text{ yazıldığında};$$

$$1125 \geq \Delta t \geq 0$$

elde edilmektedir. Buradan $\Delta t = 900m$ seçilmiştir.

4.4.3. Üç Boyutlu Stabilite Analizi

Üç boyutlu amplifikasyon faktörü;

$$G = \left[1 + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} \left(-4 \sin^2 \frac{KJ\theta}{2} \right) + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} \left(-4 \sin^2 \frac{IJ\theta}{2} \right) + \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} \left(-4 \sin^2 \frac{IK\theta}{2} \right) \right]$$

şeklinde yazılır.

Tablo 4.2 Üç boyutlu stabilite analizi için sinüs terimlerinin alacağı değerler

Durum	$\sin \frac{KJ\theta}{2}$	$\sin \frac{IJ\theta}{2}$	$\sin \frac{IK\theta}{2}$
1	1	1	1
2	1	1	-1
3	1	-1	1
4	1	-1	-1
5	-1	1	1
6	-1	1	-1
7	-1	-1	1
8	-1	-1	-1

Üç boyutlu stabilite analizi için amplifikasyon faktörleri, sinüs terimlerinin karesinden dolayı aynı olup;

$$G = \left[1 - \frac{4D_1 \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{4D_2 \Delta t}{\Delta y^2} - \frac{4D_3 \Delta t}{\Delta z^2} \right]$$

şeklinde yazılmaktadır. Amplifikasyon faktörünün alacağı değerler gözönüne alınıp, gerekli düzeltmeler yapıldığında;

$$-2 \leq \Delta t \left(-\frac{4D_1}{\Delta x^2} - \frac{4D_2}{\Delta y^2} - \frac{4D_3}{\Delta z^2} \right) \leq 0$$

elde edilmektedir.

$D_1 = 100m^2 / sn$, $D_2 = 1m^2 / sn$, $D_3 = 0.1m^2 / sn$, $\Delta x = 500m$, $\Delta y = 150m$ ve $\Delta z = 50m$ yazıldığında;

$$1032 \geq \Delta t \geq 0$$

elde edilmektedir. Buradan $\Delta t = 900m$ seçilmiştir.

5. NÜMERİK UYGULAMALAR

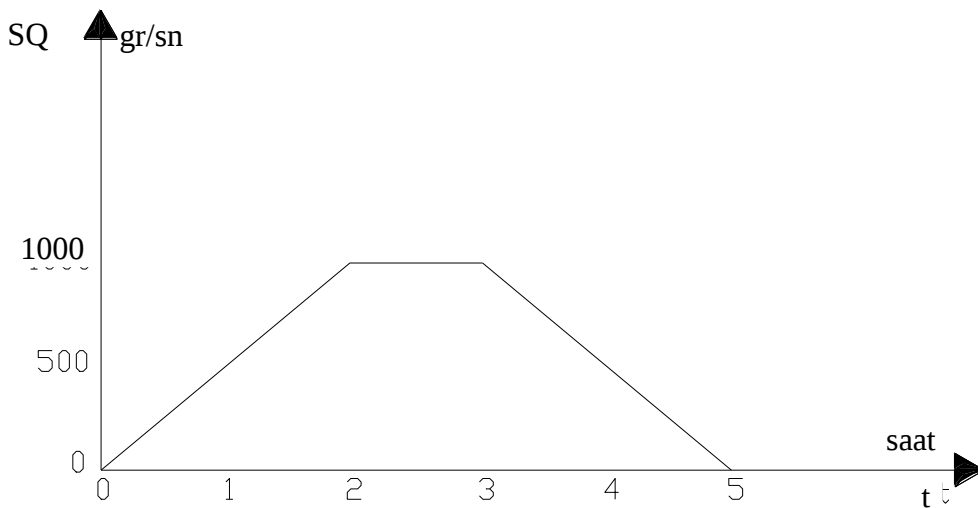
5.1. GİRİŞ

Bu çalışmada, evvelce Zobi (1989) tarafından nümerik metodla bir boyutlu çözülen problem, yine nümerik metodla iki ve üç boyutlu olarak çözülmüştür. Çözümlerden elde edilen sonuçlar birbiriyle karşılaştırılarak, yanal ve dikey türbülans difüzyonunun kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Daha sonra üç boyutlu körfezin $I=3$ ve $K=2$ noktası üzerinde bulunan noktasal deşarjı, $J=2$ noktasından başlayarak ($J=1$ su tabanınıdır) $J=9$ noktasına kadar adım adım değiştirilip, ilgili matematik model çözülmüştür. Buradan elde edilen sonuçlarla herbir deşarj kaynağının yerinin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi incelemiştir. Benzer şekilde, bu deşarj noktaları, sırasıyla $K=2$ noktasından $K=9$ noktasına kadar değiştirililerek matematik model çözülmüş ve buradan elde edilen sonuçlarla yanal “K” ekseninin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. En sonunda ise noktasal deşarj kaynağı yerine, toplam deşarj miktarı aynı kalmak şartıyla yatay düzlemde, yanal “K” eksenine paralel olacak şekilde ardışık üç nokta deşarj kaynağı kullanılmıştır. $I=3$ noktası ile $K=2, 3$ ve 4 noktaları üzerinde bulunan üç nokta deşarj kaynağı, tıpkı üç boyutlu körfezin noktasal deşarjında olduğu gibi; $J=2$ noktasından başlayarak $J=9$ noktasına kadar adım adım değiştirilip, ilgili matematik model çözülmüştür. Böylece, herbir üç nokta deşarj kaynağının yerinin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi incelemiştir. Gerek üç nokta deşarjdan gerekse noktasal deşarjdan elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Yapılan uygulamada Zobi (1989) nin yaptığı gibi açık metod tercih edilmiş ve (4.3) denklemi üç boyutlu körfez için kullanılmıştır. İki ve bir boyutlu çözüm için ise sırasıyla (4.3) denklemindeki D_3 , D_2 ve D_3 difüzyon terimleri sıfır alınmıştır. Bu örneklerin çözümünde Fortran programı kullanılmış ve uygulama sonunda bir, iki ve üç boyutlu olarak konsantrasyon-mesafe eğrileri çizilmiştir.

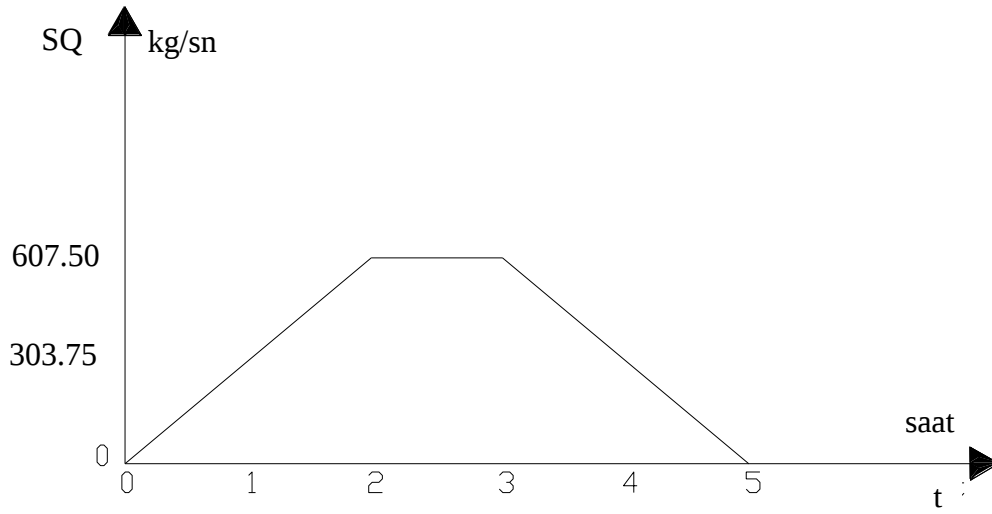
5.2. KÖRFEZ HAKKINDA BİLGİLER

Körfezin boyutları ve difüzyon katsayıları sırasıyla $\Delta x = 500m$, $\Delta y = 150m$, $\Delta z = 50m$, $D_1 = 100m^2 / sn$, $D_2 = 1m^2 / sn$, $D_3 = 0.1m^2 / sn$ olacak şekilde seçilmiştir. Atık madde bir boyutlu çözümde (3) noktasından, iki boyutlu çözümde (3,2) noktasından, üç boyutlu çözümde ise (3,2,2) noktasından verilmektedir. 7 düğüm noktasındaki limit konsantrasyon değerinin tüm zaman süresince $1.5 \text{ gr} / m^3$ olması istenmektedir.

Zobi (1989) nin kullandığı enkesit alanının ($A = 1000m^2$) küçük olmasından dolayı seçilen Δy ve Δz aralıklarında küçük olmaktadır (Ör: $\Delta y = 12.35m$, $\Delta z = 1m$). Bu yüzden; körfezin iki ve üç boyutlu çözümlerinde stabilite şartını sağlayacak Δt zaman aralığı çok küçük olduğundan, çıkan sonuçların gösterilmesinde zorluk meydana gelmektedir. Bu sorunun ortadan kalkması için iki ve üç boyutlu çözümlerdeki “A” enkesit alanı artırılmıştır. “A” enkesit alanı artırılırken deşarj noktalarındaki deşarj konsantrasyonlarını aynı yapacak şekilde deşarj miktarı da artırılmıştır. Seçilen Δy ve Δz artırımlarından dolayı yeni enkesit alanı iki ve üç boyutlu çözümlerde $607500m^2$ ($9 \times 150 \times 9 \times 50$) şeklinde bulunmuştur. Deşarj konsantrasyonlarının aynı olması için ise, bir boyutlu çözümde kullanılan deşarj miktarları 607.5 değeri ile çarpılmıştır.



Şekil 5.1 Bir boyutlu çözümde atık madde deşarjının değişimi



Şekil 5.2 İki ve üç boyutlu çözümde atık madde deşarjının değişimi

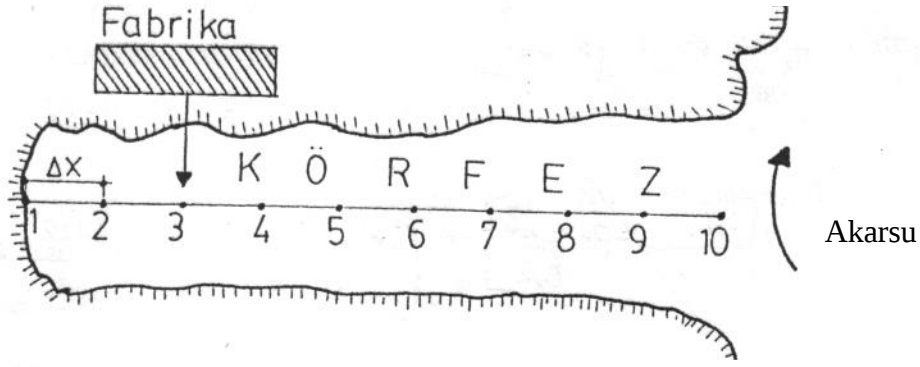
5.3. SINIR ve BAŞLANGIÇ ŞARTLARININ TESPİTİ

5.3.1. Giriş

Başlangıç ve sınır şartlarının son derece önemli olduğu hatta en gelişmiş çözüm metodlarının kullanılmasında bile başlangıç ve sınır şartlarının yanlış tespit edilmesi halinde çözümün doğru olmayacağı bölüm 3.4. de incelenmişti. Yapılan nümerik uygulama bir karşılaştırma olduğundan başlangıç ve sınır şartlarının tespiti daha da önem kazanmaktadır. Bundan dolayı, yapılan çalışmada Zobi (1989) nin kullandığı başlangıç şartları aynen alınmıştır. Sınır şartlarında ise; Zobi (1989) nin kullandığı bir boyutlu sınır şartları aynen alınarak, iki ve üç boyutlu hale dönüştürülmüştür.

5.3.2. Körfezin bir boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti

Zobi (1989), yaptığı çalışmada yalnızca boyuna doğrultudaki difüzyon etkilerini dikkate alıp körfezi 10 düğüm noktasına ayırmış (bkz. Şekil 5.3) ve $\Delta x = 500m$ ile $D_1 = 100m^2/sn$ değerlerini kullanmıştır. Böylece körfez bir boyutlu bir çubuk şeklinde tanımlanmaktadır.



Şekil 5.3 Körfez ve akarsuyun genel görünüşü

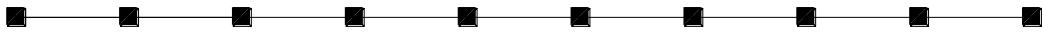
Zobi (1989), başlangıç şartını $c(I,0)=1.00\text{gr}/\text{m}^3$ ($I=1,2,3,\dots,10$) almış ve sınır şartlarını ise ikiye ayırmıştır:

1) Kapalı uç sınır şartı: 1 nolu düğüm noktasında geçerli olup $D_1 \frac{\partial c}{\partial x} = 0$ eşitliğinden $c(1,T)=c(2,T)$ dir.

2) Açık uç sınır şartı: 10 nolu düğüm noktasında geçerli olup, tüm zaman süresince konsantrasyonun sabit bir değerde kalacağını $c(10,T)=1\text{gr}/\text{m}^3$ bildirmektedir.

Körfez, $t = 0$ anında şekil 5.4 deki gibi, diğer zamanlarda ise şekil 5.5 deki gibi tanımlanmıştır.

■ Başlangıç konsantrasyonları ($1\text{gr}/\text{m}^3$)



Şekil 5.4 Bir boyutlu körfezin $t = 0$ başlangıç zamanındaki konsantrasyonları

● Hesapla bulunacak konsantrasyonlar

▲ Sınır konsantrasyonu ($1\text{gr}/\text{m}^3$)

⊠ Sınır şartından bulunacak konsantrasyon



Şekil 5.5 Bir boyutlu körfezin t zamanındaki konsantrasyonları

5.3.3. Körfezin iki boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti

Zobi (1989) nin bir boyutlu modellediği körfezi iki boyutlu modelleyebilmek için yanal difüzyon etkisini de dikkate alıp, bir boyutlu çözümde kullanılan değerlerin yanında yanal difüzyon katsayısı ve yanal doğrultu aralığı değerleri kullanılmalıdır. Bu değerler; $\Delta y = 150m$ ve $D_2 = 1m^2 / sn$ olarak seçilmiştir. Böylece körfez iki boyutlu dikdörtgen bir yüzey şeklinde tanımlanmaktadır. Başlangıç şartı, bütün düğüm noktalarında $c(I,K,0) = 1gr / m^3$ (I ve K = 1, 2, 3.....10) alınmıştır. Sınır şartları ise bir boyutlu çözümde olduğu gibi ikiye ayrılmıştır:

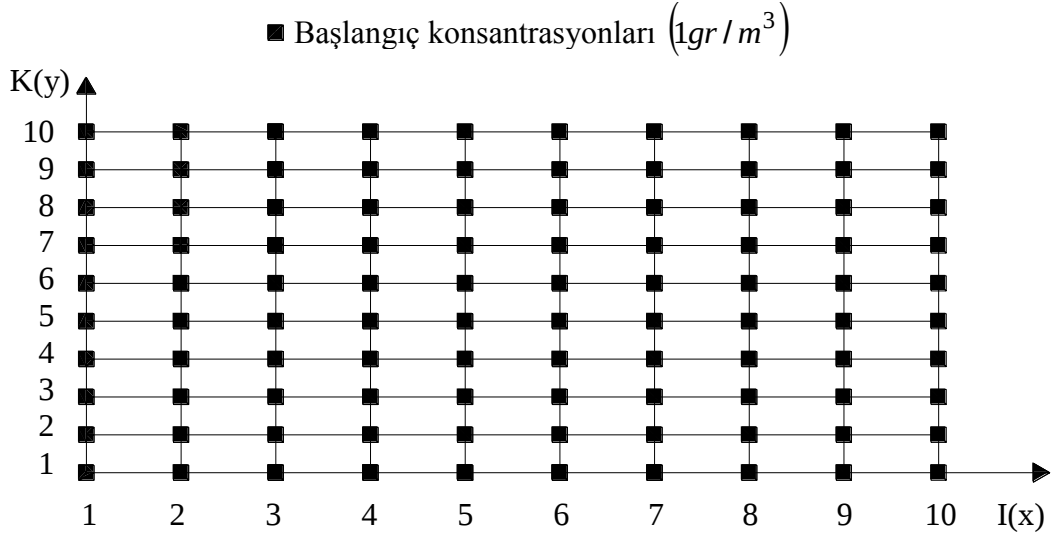
1) Kapalı sınır şartı: I=1, K=1 ve K=10 düğüm noktalarında geçerli olup, $D_1 \frac{\partial c}{\partial x} = 0$ ve $D_2 \frac{\partial c}{\partial y} = 0$ eşitliklerinin sırasıyla çözülmesiyle $c(I+1,K,T) = c(I,K,T)$, $c(I,K+1,T) = c(I,K,T)$ ve $c(I,K-1,T) = c(I,K,T)$ şeklinde elde edilir. I ve K indislerinin alacağı değerler daha açık olarak yazılırsa Tablo 5.1 elde edilir.

Tablo 5.1 İki boyutlu çözüm için kapalı sınır şartları

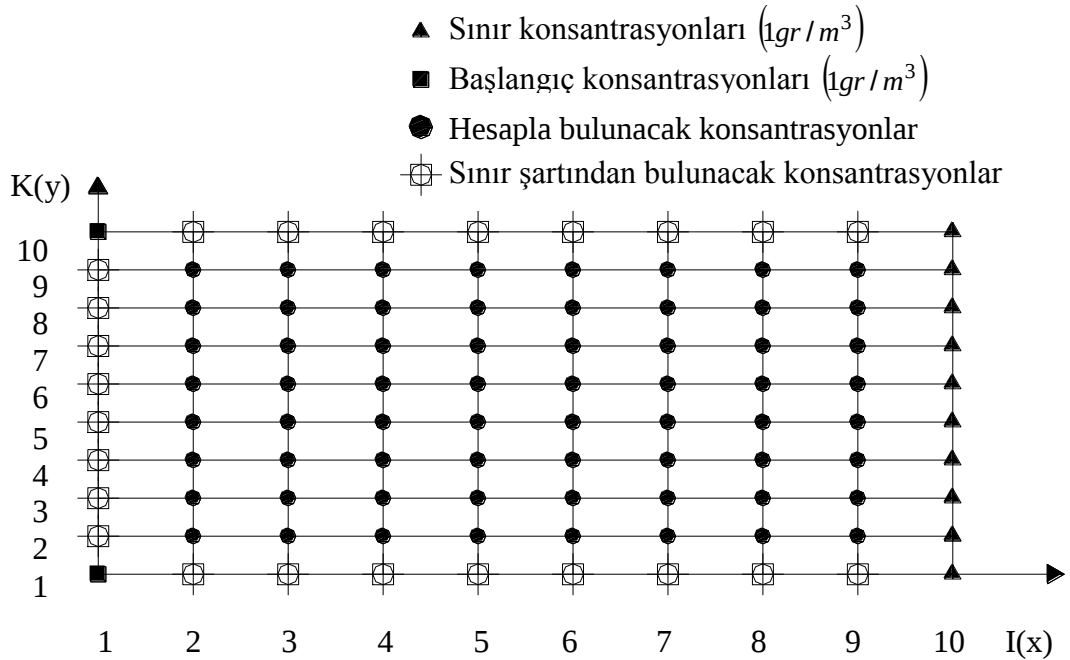
I=1 sınırı için $c(1,K,T) = c(2,K,T)$ K=2,3,4....9	K=9 sınırı için $c(I,10,T) = c(I,9,T)$ I=2,3,4,....9	K=1 sınırı için $c(I,2,T) = c(I,1,T)$ I=2,3,4....9
$c(1,2,T) = c(2,2,T)$	$C(2,10,T) = c(2,9,T)$	$c(2,2,T) = c(2,1,T)$
$c(1,3,T) = c(2,3,T)$	$C(3,10,T) = c(3,9,T)$	$c(3,2,T) = c(3,1,T)$
$c(1,4,T) = c(2,4,T)$	$C(4,10,T) = c(4,9,T)$	$c(4,2,T) = c(4,1,T)$
$c(1,5,T) = c(2,5,T)$	$C(5,10,T) = c(5,9,T)$	$c(5,2,T) = c(5,1,T)$
$c(1,6,T) = c(2,6,T)$	$C(6,10,T) = c(6,9,T)$	$c(6,2,T) = c(6,1,T)$
$c(1,7,T) = c(2,7,T)$	$C(7,10,T) = c(7,9,T)$	$c(7,2,T) = c(7,1,T)$
$c(1,8,T) = c(2,8,T)$	$C(8,10,T) = c(8,9,T)$	$c(8,2,T) = c(8,1,T)$
$c(1,9,T) = c(2,9,T)$	$C(9,10,T) = c(9,9,T)$	$c(9,2,T) = c(9,1,T)$

2) Açık sınır şartı: Bu sınır şartı $I=10$ düğüm noktasında geçerli olup, konsantrasyonun tüm zaman süresince sabit bir değerde kalacağını $c(10,K,T)=1gr/m^3$ ($K=1,2,3,4...10$) bildirmektedir.

Körfez $t=0$ anında şekil 5.6 deki gibi, diğer zamanlarda ise şekil 5.7 deki gibi tanımlanmıştır.



Şekil 5.6 İki boyutlu körfezin $t=0$ başlangıç zamanındaki konsantrasyonları



Şekil 5.7 İki boyutlu körfezin t zamanındaki konsantrasyonları

Dikkat edilecek olursa, $c(1,1,T)$ ve $c(1,10,T)$ değerleri tüm zaman süresince başlangıç konsantrasyonu değerinde olup, türbülans difüzyonu ile dağıtılmamaktadır. Bunun nedeni; bu noktaların köşe noktaları olmasından dolayı, dikeylerinde bulunan noktaların sınır üzerinde olmaması gerekirken sınır üzerinde bulunmasındandır. Bu yüzden, bu köşe noktalarının tüm zaman süresince değişmeyip başlangıç konsantrasyonu değerinde olduğu kabul edilmiştir.

5.3.4. Körfezin üç boyutlu modellenmesinde sınır ve başlangıç şartlarının tespiti

Zobi (1989) nin bir boyutlu modellediği körfezi üç boyutlu modelleyebilmek için yanal difüzyon etkisinin yanında düşey difüzyon etkisinin de dikkate alınması gerekmektedir. Bu yüzden, iki boyutlu çözümde kullanılan değerlerin yanında düşey difüzyon katsayısı ile düşey doğrultu aralığına ihtiyaç duyulur. Bu değerler; $\Delta z = 50m$ ve $D_3 = 0.1 m^2 / sn$ olarak seçilmiştir. Böylece körfez bir dikdörtgenler prizması şekline dönüşmektedir. Başlangıç şartı bütün düğüm noktalarında $c(I,K,J,0) = 1gr / m^3$ (I, K ve J= 1,2,3,4....10) olarak alınmıştır. Sınır şartları ise 1 ve 2 boyutlu sistemlerde olduğu gibi 2 ye ayrılmıştır:

1) Kapalı sınır şartı: I=1, K=1, K=10, J=1 ve J=10 düğüm noktalarında geçerli olup, $D_1 \frac{\partial c}{\partial x} = 0$, $D_2 \frac{\partial c}{\partial y} = 0$ ve $D_3 \frac{\partial c}{\partial z} = 0$ eşitliklerin sırasıyla çözülmesiyle;

$$c(I + 1, K, J, T) = c(I, K, J, T)$$

$$c(I, K + 1, J, T) = c(I, K, J, T)$$

$$c(I, K - 1, J, T) = c(I, K, J, T)$$

$$c(I, K, J + 1, T) = c(I, K, J, T)$$

$$c(I, K, J - 1, T) = c(I, K, J, T)$$

şeklinde elde edilir.

Tablo 5.2 Üç boyutlu çözüm için kapalı sınır şartları

I=1 sınırı için	K=1 sınırı için	K=9 sınırı için	J=1 sınırı için	J=9 sınırı için
$c(2,K,J,T)=c(1,K,J,T)$	$c(I,2,J,T)=c(I,1,J,T)$	$c(I,10,J,T)=c(I,9,J,T)$	$c(I,K,2,T)=c(I,K,1,T)$	$c(I,K,10,T)=c(I,K,9,T)$
$K=2,3,4,...,9$	$I=2,3,4,...,9$	$I=2,3,4,...,9$	$I=1,2,3,4,...,9$	$I=1,2,3,4,...,9$
$J=2,3,4,...,9$	$J=2,3,4,...,9$	$J=2,3,4,...,9$	$K=1,2,3,4,...,10$	$K=1,2,3,4,...,10$

2) Açık sınır şartı: Bu sınır şartı $I=10$ düğüm noktasında geçerli olup, konsantrasyonun tüm zaman süresince sabit bir değerde kalacağını $c(10,K,J,T)=1\text{gr}/\text{m}^3$ (K ve $J=1,2,3,4...10$) bildirmektedir.

5.4. DİFÜZYON DENKLEMİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMÜ

5.4.1. Bir boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü

Körfezin bir boyutlu çözümünde kullanılan sonlu fark denklemi;

$$c(I,T+1) = c(I,T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I+1,T) - 2c(I,T) + c(I-1,T)] \quad (5.1)$$

şeklinde. Dikkat edilecek olursa $T+1$ zamanındaki konsantrasyonu bulmak için T zamanındaki konsantrasyonlarla (başlangıç konsantrasyonları) işlem yapılmaktadır. Körfezin $T+1$ zamanındaki konsantrasyonlarını bulmaya açık sınır şartının verdiği kolaylıktan dolayı sondan; yani $I=9$ noktasından başlanıp, sırayla 8, 7, 6, 5 ve 4 noktalarına teker teker gidilecektir. 3 noktası deşarj noktası olduğundan atık maddenin konsantrasyonun da hesaplanması gerekmektedir. Bundan dolayı, (5.1) denklemi yalnız 3 noktasına mahsus olmak üzere;

$$c(I,T+1) = c(I,T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I+1,T) - 2c(I,T) + c(I-1,T)] + \frac{SQ \times \Delta t}{A \times \Delta x} \quad (5.2)$$

şeklinde olacaktır. Burada: SQ =birim zamandaki atık madde miktarı (gr/sn), Δt =zaman aralığı (sn), A =en kesit alanı (m^2) ve Δx =yatay mesafedir (m). Toplam atık madde miktarı ($SQ \times \Delta t$); atık maddenin zamanla değişimini gösteren grafiğin entegre edilmesiyle bulunmaktadır. Dolayısıyla, atık madde miktarı hesaplanırken grafiğin altında kalan alan hesaplanmalıdır. 2 noktasındaki konsantrasyon yine (5.1) denklemi ile hesaplanacaktır. Burada bulunan değer aynı zamanda kapalı sınır şartlarından dolayı 1 noktasının konsantrasyon değeridir. Bütün

düğüm noktaları hesaplandıktan sonra sıra bir sonraki zamandaki (T+2) körfezdeki konsantrasyonların hesaplanmasına gelecektir. Her Δt zaman artımında aynı işlemler tekrarlanacak ve konsantrasyonların başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşincaya kadar devam edecektir. Bir boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümün bir kısmı hesap adımlarının ve sınır şartlarının daha kolay anlaşılması açısından aşağıda verilmiştir. Hesaplamalarda;

$$D_1 = 100m^2 / sn$$

$$A = 1000 m^2$$

$$\Delta x = 500m$$

$$\Delta t = 900sn \text{ olarak alınmıştır.}$$

$$c(10,1) = 1.00gr / m^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(8,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(7,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(6,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(5,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(4,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{(125gr / sn \times 900sn) / 2}{1000m^2 \times 500m} = 1.1125gr / m^3$$

$$c(2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(1,1) = c(2,1) = 1.00gr / m^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

$$c(10,2) = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(8,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(7,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(6,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(5,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(4,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.1125] = 1.0405 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(3,2) = 1.1125 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.1125 + 1.00] + \frac{187.5 \text{ gr} / \text{sn} \times 900 \text{ sn}}{1000 \text{ m}^2 \times 500 \text{ m}} = 1.3690 \frac{\text{gr}}{\text{m}^3}$$

$$c(2,2) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.1125 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.0405 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,2) = c(1,2) = 1.0405 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

5.4.2. İki boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü

Körfezin iki boyutlu çözümünde kullanılan sonlu fark denklemi;

$$c(I, K, T + 1) = c(I, K, T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I + 1, K, T) - 2c(I, K, T) + c(I - 1, K, T)] + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} [c(I, K + 1, T) - 2 \times c(I, K, T) + c(I, K - 1, T)] \quad (5.3)$$

şeklindedir. Körfezin T+1 zamanındaki konsantrasyonlarını bulmaya açık sınır şartının verdiği kolaylıktan dolayı sondan; yani (9,2) noktasından başlanıp sırayla (8,2), (7,2), (6,2), (5,2) ve (4,2) noktalarına teker teker gidilecektir. (3,2) noktası deşarj noktası olduğundan atık maddenin konsantrasyonun da hesaplanması gerekeceğinden (5.3) denklemi yalnız (3,2) noktasına mahsus olmak üzere;

$$c(I, K, T + 1) = c(I, K, T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I + 1, K, T) - 2c(I, K, T) + c(I - 1, K, T)] + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} [c(I, K + 1, T) - 2 \times c(I, K, T) + c(I, K - 1, T)] + \frac{SQ \times \Delta t}{A \times \Delta x} \quad (5.4)$$

şeklinde olacaktır. (2,2) noktasındaki konsantrasyon yine (5.3) denklemi ile hesaplanacaktır. $K = 2$ düğüm noktaları hesaplandıktan sonra aynı şekilde sırayla $K = 3, 4, 5, 6 \dots 9$ düğüm noktaları hesaplanacaktır. En sonunda ise kapalı sınır şartlarından bulunacak konsantrasyonlar yerlerine yazılır. Bütün düğüm noktaları hesaplandıktan sonra sıra bir sonraki zamandaki (T+2) körfezdeki konsantrasyonların hesaplanmasına gelecektir. Her Δt zaman artımında aynı işlemler tekrarlanacak ve konsantrasyonların başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşınca kadar devam edecektir. İki boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümün bir kısmı hesap adımlarının ve sınır şartlarının daha kolay anlaşılması açısından aşağıda verilmiştir. Hesaplamalarda;

$$D_1 = 100 m^2 / sn$$

$$D_2 = 1 m^2 / sn$$

$$A = 607500 m^2 \text{ (bkz. Bölüm 5.2.)}$$

$$\Delta x = 500 m$$

$$\Delta y = 150 m$$

$$\Delta t = 900 sn \text{ olarak alınmıştır.}$$

$$c(10,2,1) = 1.00 gr / m^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 gr / m^3$$

$$c(8,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 gr / m^3$$

$$c(7,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(6,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(5,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(4,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{(125 \text{ gr} / \text{sn} \times 900 \text{ sn}) / 2}{1000 m^2 \times 500 m} = 1.1125 \text{ gr} / m^3$$

$$c(2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(2,2,1) = c(1,2,1) = 1.00 \text{ gr} / m^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

$$c(10,3,1) = 1.00 \text{ gr} / m^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(8,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / m^3$$

$$c(7,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(6,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(5,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(4,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(3,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,3,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,3,1) = c(1,3,1) = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

5.4.3. Üç boyutlu difüzyon denkleminin nümerik çözümü

Körfezin üç boyutlu çözümünde kullanılan sonlu fark denklemi;

$$\begin{aligned} c(I, J, K, T+1) = & c(I, J, K, T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I+1, K, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I-1, K, J, T)] \\ & + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} [c(I, K+1, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K-1, J, T)] \\ & + \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} [c(I, K, J+1, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K, J-1, T)] \end{aligned} \quad (5.5)$$

şeklindedir. Üç boyutlu dikdörtgenler prizması şeklinde tanımlanan körfezin çözümüne J=2 düğüm noktalarından başlanır ve sırasıyla J=9 düğüm noktalarına kadar teker teker her J düğüm noktalarındaki konsantrasyonlar hesaplanır. J düğüm noktaları iki boyutlu olduğundan, iki boyutlu çözümdeki gibi sistem çözülüp, kapalı sınır şartları yazılır. Burada dikkat edilecek en önemli husus; J düğüm noktaları iki boyutlu gibi çözülürken kullanılan denklem (5.5) olup, düşey difüzyonunda hesaba katılmasıdır. Bütün J düğüm noktaları sırasıyla hesaplandıktan sonra, düşey sınır şartından dolayı J=2 düğüm noktaları J=1 düğüm noktalarına, J=9 düğüm noktaları da J=10 düğüm noktalarına, düğüm noktaları üst üste gelmek üzere eşitlenirler. Daha açık olarak yazmak gerekirse; körfezin T+1 zamanındaki konsantrasyonlarını bulmaya açık sınır şartının verdiği kolaylıktan dolayı sondan; yani (9,2,2) noktasından başlanıp sırayla (8,2,2), (7,2,2), (6,2,2), (5,2,2) ve (4,2,2) noktalarına teker teker gidilecektir. (3,2,2) noktası deşarj noktası olduğundan atık maddenin konsantrasyonun da hesaplanması gerekeceğinden (5.5) denklemi yalnız (3,2,2) noktasına mahsus olmak üzere;

$$\begin{aligned}
c(I, J, K, T + 1) = & c(I, J, K, T) + \frac{D_1 \Delta t}{\Delta x^2} [c(I + 1, K, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I - 1, K, J, T)] \\
& + \frac{D_2 \Delta t}{\Delta y^2} [c(I, K + 1, J, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K - 1, J, T)] \\
& + \frac{D_3 \Delta t}{\Delta z^2} [c(I, K, J + 1, T) - 2c(I, K, J, T) + c(I, K, J - 1, T)] + \frac{SQ \times \Delta t}{A \times \Delta x} \quad (5.6)
\end{aligned}$$

şeklinde olacaktır. (2,2,2) noktasındaki konsantrasyon yine (5.5) denklemi ile hesaplanacaktır. K = 2 satırı tamamlandıktan sonra aynı şekilde sırayla K = 3, 4, 5, 6...9 satırları hesaplanacaktır. En sonunda ise kapalı sınır şartlarından bulunacak konsantrasyonlar yerlerine yazılır. Böylece, J=2 düğüm noktaları hesaplanmış oldu. Benzer şekilde J=9 düğüm noktalarına kadar her J düğüm noktalarındaki konsantrasyonlar teker teker hesaplanır. En sonunda ise düşey sınır şartından dolayı, J=2 düğüm noktaları J=1 düğüm noktalarına, J=9 düğüm noktaları da J=10 düğüm noktalarına, düğüm noktaları üst üste gelmek üzere eşitlenirler. Bütün düğüm noktaları hesaplandıktan sonra sıra bir sonraki zamandaki (T+2) körfezdeki konsantrasyonların hesaplanmasına gelecektir. Her Δt zaman artımında aynı işlemler tekrarlanacak ve konsantrasyonların başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşınca kadar devam edecektir. Üç boyutlu difüzyon denkleminin nümerik

çözümün bir kısmı hesap adımlarının ve sınır şartlarının daha kolay anlaşılması açısından aşağıda verilmiştir. Hesaplamalarda;

$$D_1 = 100m^2 / sn$$

$$D_2 = 1m^2 / sn$$

$$D_3 = 0.1m^2 / sn$$

$$A = 607500 m^2 \text{ (bkz. Bölüm 5.2.)}$$

$$\Delta x = 500m$$

$$\Delta y = 150m$$

$$\Delta z = 50m$$

$$\Delta t = 900sn \text{ olarak alınmıştır.}$$

$$c(10,2,2,1) = 1.00gr / m^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(8,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(7,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(6,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(5,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00gr / m^3$$

$$c(4,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(3,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] +$$

$$\frac{(125 \text{ gr} / \text{sn} \times 900 \text{ sn}) / 2}{1000 \text{ m}^2 \times 500 \text{ m}} = 1.1125 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,2,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,2,2,1) = c(1,2,2,1) = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

$$c(10,3,2,1) = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (açık sınır şartı)}$$

$$c(9,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(8,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(7,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(6,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(5,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(4,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(3,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,3,2,1) = 1.00 + \frac{100 \times 900}{500^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{1 \times 900}{150^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] + \frac{0.1 \times 900}{50^2} [1.00 - 2 \times 1.00 + 1.00] = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3$$

$$c(2,3,2,1) = (1,3,2,1) = 1.00 \text{ gr} / \text{m}^3 \text{ (kapalı sınır şartı)}$$

5.4.4. Üç boyutlu difüzyon denkleminin deşarj noktasını değiştirmek

Bu bölümünde körfezin deşarj noktası her düşey Δz artımı boyunca değiştirilerek körfezin hangi deşarj noktasında en kısa sürede temizleneceği araştırılmıştır. Çözüm aşaması aynen bölüm 5.4.3. deki gibi olup deşarj noktası olarak sırasıyla (3,2,2), (3,2,3), (3,2,4), (3,2,5), (3,2,6), (3,2,7), (3,2,8), (3,2,9) noktaları kullanılmıştır. Buradan bulunan sonuçlarla düşey “J” ekseninin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Daha sonra, bu deşarj noktalarının yanal “K” mesafesi sırasıyla K=2 den K=9 a kadar değiştirilerek matematik model çözülmüş ve buradan, yanal “K” ekseninin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki etkisi belirlenmeye çalışılmıştır.

5.4.5. Üç boyutlu difüzyon denkleminde üç nokta deşarj kullanmak

Bu bölümde noktasal deşarj kaynağı yerine üç nokta deşarj kaynağı kullanılmıştır. Üç nokta deşarj kaynağı, her düşey Δz artımı boyunca değiştirilerek, tıpkı noktasal deşarj kaynağında olduğu gibi hangi deşarjda körfezin en kısa sürede temizleneceği araştırılmıştır. Çözüm aşaması aynen bölüm 5.4.3. deki gibi olup, tek fark deşarj şeklinde meydana gelmektedir. Bu kısımda deşarj üç noktadan yapılmaktadır. Örnek olarak (3,2,2) noktasal deşarj kaynağını üç nokta deşarj kaynağına çevirelim. Üç nokta deşarj kaynağı sırasıyla (3,2,2), (3,3,2) ve (3,4,2) noktalarında olup, bu noktalardaki atık su konsantrasyonu 3 e bölünerek hesaplanmaktadır.

5.4.6. Ekler hakkında bilgiler

Bu bölümde, t = zaman (saat), j = deşarj noktasının düşey uzunluğu, z = su tabanından itibaren yükseklik (m) şeklindedir. Bunun yanında, bütün konsantrasyon birimleri gr/m^3 , bütün mesafe birimleri ise m cinsindendir. Çok fazla sayısal değer olduğundan, körfezlerin bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu çözüm sonuçlarının bir kısmı tablolarda gösterilmiştir.

6. ÇALIŞMALARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

- 1- Yapılan stabilite analizlerinden görülmüştür ki, körfezlerin modellenmesinde boyut sayısı artırıldıkça stabilite şartını sağlayan Δt zaman aralığı azalmaktadır.
- 2- $607500 m^2$ enkesit alanlı ve $2733750 km^3$ hacimli körfez, bir boyutlu çözümde 10 düğüm noktası, iki boyutlu çözümde 100 düğüm noktası, üç boyutlu çözümde ise 1000 düğüm noktası ile modellendiğinden dolayı üç boyutlu çözümler iki boyutlu çözümlere göre, iki boyutlu çözümler ise bir boyutlu çözümlere göre körfezi daha iyi derecede tanımlamaktadır.
- 3- Bir boyutlu modelleme körfezde yalnızca boyuna (I) doğrultudaki türbülans difüzyonunu, iki boyutlu modelleme boyuna doğrultunun yanında yanal (K) doğrultudaki türbülans difüzyonunu ve üç boyutlu modelleme ise boyuna ve yanal doğrultudaki türbülans difüzyonu yanında düşey (J) doğrultudaki türbülans difüzyonunu dikkate aldığından boyut sayısı artırıldıkça sonuçların gerçeğe daha fazla yaklaştığı belirlenmiştir.
- 4- Yapılan çalışmalarda görülmüştür ki; yatay “I” düğüm noktalarındaki üç boyutlu çözüm sonucunda bulunan konsantrasyonlar, iki boyutlu çözüm sonucunda bulunan konsantrasyonlara göre; iki boyutlu çözüm sonucunda bulunan konsantrasyonlar ise, bir boyutlu çözüm sonucunda bulunan konsantrasyonlara göre azalmaktadır. Çünkü her boyut artışında türbülans difüzyonu suretiyle karışım önceki boyuta göre artmaktadır.
- 5- Üç boyutlu modellemede, sistem düşey (J) eksene göre simetrik ve sınır şartları düşey yönde aynı olduğundan, (3,2,2) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçlar ile (3,2,9) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçlar aynı zamanda aynı çıkmaktadır. Benzer şekilde, (3,2,3) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçlar ile (3,2,8) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçların; (3,2,4) noktasına verilen deşarj

nedeniyle bulunan sonuçlar ile (3,2,7) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçların; (3,2,6) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçlar ile (3,2,5) noktasına verilen deşarj nedeniyle bulunan sonuçların hep aynı çıktığı görülmüştür. Yalnız bütün bu durumlarda;

(j=2) düğüm noktalarında bulunan sonuçların (j=9) düğüm noktalarında bulunan sonuçlar ile; (j=3) düğüm noktalarında bulunan sonuçların (j=8) düğüm noktalarında bulunan sonuçlar ile; (j=4) düğüm noktalarında bulunan sonuçların (j=7) düğüm noktalarında bulunan sonuçlar ile; (j=5) düğüm noktalarında bulunan sonuçların (j=6) düğüm noktalarında bulunan sonuçlar ile eşit olduğu görülmüştür.

- 6- Zobi (1989) nin bir boyutlu çözüm sonucunda bulunduğu yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının maksimum konsantrasyonları ile, iki ve üç boyutlu çözüm sonucunda bulunan yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının maksimum konsantrasyonları karşılaştırılmıştır. Bir boyutlu sistemde yatay “I” ekseninde bulunan herhangi bir düğüm noktasının karşılığı iki boyutlu sistemde 10, üç boyutlu sistemde ise 100 düğüm noktasıdır. Bu yüzden, her Δt zaman artımında, bir boyutlu çözüm sonucunda bulunan yatay “I” eksenindeki her noktanın konsantrasyonu için iki boyutlu sistemde 10, üç boyutlu sistemde ise 100 düğüm noktasına bakılmıştır. Bu tarama işlemiyle, yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının maksimum konsantrasyonları bir, iki ve üç boyutlu sistemlerde bulunmuştur. Buradan elde edilen maksimum konsantrasyonlar, bir boyutlu çözüm sonucunda bulunan maksimum konsantrasyonlara göre azalma yüzdeleri açısından tablo A.7 de yazılmıştır. Tablo A.7 den de görüldüğü üzere; yatay “I” düğüm noktalarındaki üç boyutlu çözüm sonucunda bulunan maksimum konsantrasyonlar, iki boyutlu çözüm sonucundan bulunan maksimum konsantrasyonlara göre; iki boyutlu çözüm sonucundan bulunan maksimum konsantrasyonlar ise, bir boyutlu çözüm sonucundan bulunan maksimum konsantrasyonlara göre oldukça azalmaktadır. Maksimum konsantrasyonlar arasındaki farklar aynı zamanda çözüm sistemleri arasındaki hata anlamına da geldiğinden en iyi çözümün üç boyutlu sistem olduğu açıktır.

- 7- En iyi çözümün üç boyutlu sistem olduğu bulunduktan sonra, deşarj şekli ve deşarj yerine göre sistem teker teker irdelenip Tablo A.7 de yazılmıştır. Bir

boyutlu çözüm sonucunda bulunan yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının maksimum konsantrasyonlarına göre azalma yüzdeleri açısından deşarjın aynı J düşey düğüm noktasından verilme şartına bağlı olarak en iyi çözümün üç boyutlu ve üç nokta deşarjlı sistem olduğu görülmektedir. Gerek üç nokta deşarjda gerekse noktasal deşarjda, deşarj J=2 düğüm noktasından J=5 düğüm noktasına kadar adım adım çıkartılmıştır. Her iki çözümde de konsantrasyonların tepe değerlerinin, deşarjın J=5 düğüm noktasına doğru çıktıkça giderek azaldığı görülmüştür. Madde 5 den bulunan sonuçlar nedeniyle aynı durum deşarjın J=9 düğüm noktasından J=6 düğüm noktasında doğru adım adım inmesiyle de görülür. Tablo A.7 de bazı J düğüm noktalarına verilen deşarjın aynı sonuç vermesine ise; körfeze verilen deşarjın az olması sebebiyle bilgisayarın hesaplama sırasındaki kesim hatası neden olmaktadır.

- 8- Tablo A.3 den görüldüğü üzere; 7 noktasındaki kirlilik limiti ($1.5gr / m^3$), bir boyutlu çözümde 32 saat süreyle aşılrken, iki boyutlu çözümde 11.75 saat süreyle aşılmaktadır. Üç boyutlu ve noktasal deşarjlı çözümde ise; 7 noktasındaki kirlilik limiti, yalnızca J=2 ve J=9 düğüm noktalarına verilen deşarj nedeniyle 3.75 saat süreyle aşılrken, diğer J düğüm noktalarına verilen deşarj nedeniyle aşılmamaktadır. Üç boyutlu ve üç nokta deşarjlı çözümde, deşarj, hangi J düğüm noktasından verilirse verilsin 7 noktasındaki konsantrasyon her zaman limit değerinin ($1.5gr / m^3$) altında kalmıştır. Buradan görüldüğü üzere, özellikle belirli bir limit konsantrasyon değerinin altında kalması gereken körfezlerde deşarjın tepe değerinin düşürülmesi için en iyi çözüm, üç veya daha fazla noktadan deşarj yapmaktır.
- 9- Tablo A.8 dikkatle incelendiğinde, üzerinde çalıştığımız körfezin iki boyutlu çözümünde, konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen zaman, bir boyutlu çözüme göre %29.09 oranında azalmaktadır. Üç boyutlu ve noktasal deşarjlı bir sistemde bir boyutlu çözüme göre azalma yaklaşık %54.22 ile %50.95 arasında değişmektedir. Görüldüğü üzere, her boyut artışında başlangıç konsantrasyonuna ulaşma süreleri azalmaktadır. Üç boyutlu ve üç nokta deşarjlı bir sistemde ise bir boyutlu çözüme göre azalma yaklaşık %54.91 ile % 51.46 arasında değişmektedir. Üç

boyutlu ve üç nokta deşarjlı sistem ile üç boyutlu ve noktasal deşarjlı sistem arasındaki fark, konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen zaman bakımından çok az olmakla birlikte üç nokta deşarjın bir üstünlüğünü vardır. Deşarjın körfezin düşey mesafesinin tam ortasına yapılması durumunda (ki bu durum 3,2,5 ile 3,2,6 deşarj noktalarına denk gelmektedir) gerek noktasal deşarjda gerekse üç nokta deşarjda, başlangıç konsantrasyonlarına ulaşma sürelerinin bir boyutlu çözüme göre maksimum azaldığı görülmüştür. En iyi azalmanın ise üç boyutlu ve üç nokta deşarjlı bir sistemde, deşarjın körfezin düşey mesafesinin tam ortasına yapılması durumunda meydana geldiği belirlenmiştir.

10- Tablo A.2 incelendiğinde, yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının tekrar başlangıçtaki konsantrasyon değerine ulaşması için geçen sürelerin en erkeni I=9 nolu düğüm noktasında meydana gelirken; en geçi I=2 nolu düğüm noktasında meydana gelmektedir. Bu durum; I=10 nolu düğüm noktasında yaptığımız, akarsuyun sürekli akmasından dolayı konsantrasyonun her zaman 1 gr/m^3 değerinde olması ile, I=1 nolu düğüm noktasının kapalı uç olmasından dolayı I=2 nolu düğüm noktasından buraya madde iletiminin olmayacağını kabul edilmesindendir. Buradan görülür ki, seçilen sınır şartları doğayı uyum içinde modellemektedir.

11- Tablo A.5 dikkatle incelendiğinde, yatay “I” eksenindeki düğüm noktalarının maksimum konsantrasyon değerine ulaşması için geçen sürelerin, en erkeni I=3 nolu düğüm noktasında meydana gelirken; en geçi I=9 nolu düğüm noktasında meydana gelmektedir. Deşarjın I=3 nolu düğüm noktasından verilmesi, I=3 nolu düğüm noktasındaki konsantrasyonun en erken maksimum değerine ulaşmasına neden olur. I=9 nolu düğüm noktasına göre I=2 nolu düğüm noktasının en uzakta olması ve bu düğüm noktasının konsantrasyonunun yüksek olması, I=9 nolu düğüm noktasının maksimum konsantrasyon değerini diğer düğüm noktalarına göre en geç almasına neden olmaktadır.

12- Üç boyutlu körfezin deşarj noktalarının yanal “K” mesafesi sırasıyla K=2 den K=9 a kadar adım adım değiştirilerek ilgili matematik model çözülmüştür. Böylece, yanal “K” ekseninin kirlilik konsantrasyonunun dağılımı üzerindeki

etkisi incelemiştir. Deşarjın yanal (K) eksenin orta noktasına doğru gitmesiyle konsantrasyonların tepe değerlerinin ve körfezin temizlenme süresinin azaldığı görülmüştür. Bu sonuç, aynı zamanda J.P. Hodder, N.J. Parkinson ve R.A. Falconer'ın yaptığı çalışmadan da anlaşılmaktadır. Bu araştırmacılar, konsantrasyonların tepe değerlerini azaltmak için mevcut atık su jetlerini uzatmak istemişlerdir. Bunun yanında, E. Özhan ve L. Hapoğlu da deşarjı körfezin ortasına vermiştir.

- 13- E. Özhan ve L. Hapoğlu, İzmir Körfezinde deşarjın yüzeye yakın verilmesinden dolayı kirlilik konsantrasyonlarının yüzeyde büyük çıktığını belirtmişlerdir. Bu çalışmada ise; deşarjın su dibine yakın verilmesinden dolayı su dibinde kirlilik konsantrasyonları büyük çıkmıştır. Buna ilave olarak, deşarj noktası hangi düşey yükseklikten ve hangi yanal uzunluktan verilirse, o bölümde kirlilik konsantrasyonları diğer bölümlere göre büyük çıkmıştır.
- 14- P. Anagnostopoulos ve H. Mimpas, körfezlerin dar bölgelerinde hızın az, buna karşın geniş bölgelerinde ise hızın fazla olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum, konveksiyonla en kısa sürede iletim için deşarjın mutlaka yanal eksenin tam ortasına verilmesi gerektiğini bildirmektedir. Yalnızca türbülanslı karışımının meydana geldiği körfezlerde ise deşarjın yanal eksenin tam ortasına verilmesi gerektiği madde 12 de bulunmuştur. Bu iki durumdan, gerek türbülanslı karışımın gerekse konveksiyonun etkili olduğu körfezlerde konsantrasyonların tepe değerlerinin düşmesi için deşarjın mutlaka yanal eksenin tam ortasına verilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.
- 15- Bir boyutlu çözümlerin, iki ve üç boyutlu çözümlere göre hata payı oldukça fazladır. En iyi çözümün ise; körfezi üç boyutlu tanımlamak, deşarj kaynağı olarak üç nokta deşarj kullanmak ve deşarjı da körfezin düşey (J) ve yanal (K) uzunluğunun tam ortasına yapmak olduğu bulunmuştur.

Tablo A.1 Atık maddenin, “I” düğüm noktalarına körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak ilk ulaşma süreleri

Deşarj Noktaları	Düğüm Noktaları						
	I=2	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9
B.B.Ç. ve N.D.=3	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	150 dak.
İ.B.Ç. ve N.D.=3,2	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	150 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,2	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	150 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,3	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,4	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,5	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,6	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,7	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,8	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	165 dak.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,9	30 dak.	30 dak.	45 dak.	60 dak.	90 dak.	120 dak.	150 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,2	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	135 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,3	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,4	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,5	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,6	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,7	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,8	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	150 dak.	180 dak.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,9	30 dak.	30 dak.	45 dak.	75 dak.	105 dak.	135 dak.	180 dak.

B.B.Ç.=Bir boyutlu çözüm

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo A.2 “I” düğüm noktalarındaki konsantrasyonların, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine saat biriminde ulaşma süreleri

Deşarj Noktaları	Düğüm Noktaları							
	I=2	I=3	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9
B.B.Ç. ve N.D.=3	145.25	141.50	140.00	137.75	134.25	129.25	121.75	108.00
İ.B.Ç. ve N.D.=3,2	103.00	102.5	101.00	99.00	95.75	91.25	84.25	72.00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,2	71.25	70.75	69.50	67.75	65.25	61.25	55.75	46.00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,3	70.50	70.00	68.75	67.00	64.25	60.50	54.75	44.75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,4	69.00	68.25	67.25	65.25	62.50	58.50	52.75	42.25
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,5	66.50	65.75	64.75	62.75	59.75	55.50	49.25	38.75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,6	66.50	65.75	64.75	62.75	59.75	55.50	49.25	38.75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,7	69.00	68.25	67.25	65.25	62.50	58.50	52.75	42.25
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,8	70.50	70.00	68.75	67.00	64.25	60.50	54.75	44.75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,9	71.25	70.75	69.50	67.75	65.25	61.25	55.75	46.00
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,2	70.50	69.75	68.75	66.75	64.25	60.25	54.50	44.75
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,3	69.50	69.00	67.75	66.00	63.25	59.50	53.50	43.50
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,4	68.00	67.50	66.25	64.25	61.50	57.50	51.50	40.75
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,5	65.50	64.75	63.50	61.50	58.50	54.25	47.75	37.00
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,6	65.50	64.75	63.50	61.50	58.50	54.25	47.75	37.00
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,7	68.00	67.50	66.25	64.25	61.50	57.50	51.50	40.75
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,8	69.50	69.00	67.75	66.00	63.25	59.50	53.50	43.50
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,9	70.50	69.75	68.75	66.75	64.25	60.25	54.50	44.75

B.B.Ç.=Bir boyutlu çözüm

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo A.3 I=7 düğüm noktasındaki konsantrasyonun, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak limit değerini (1gr/m^3) aşma süresi

Deşarj Noktaları	Aşma zamanı (I=7)
B.B.Ç. ve N.D.=3	32 sa.
İ.B.Ç. ve N.D.=3,2	11.75 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,2	3.75 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,3	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,4	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,5	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,6	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,7	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,8	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,9	3.75 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,2	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,3	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,4	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,5	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,6	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,7	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,8	0.0 sa.
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,9	0.0 sa.

B.B.Ç.=Bir boyutlu çözüm

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo A.4 Modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine göre, “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonlar (gr/m³)

Deşarj Noktaları	Düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonlar							
	I=2	I=3	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9
B.B.Ç. ve N.D=3	6.66	6.86	5.15	3.99	3.27	2.67	2.11	1.56
İ.B.Ç. ve N.D=3.2	5.43	6.01	4.21	3.10	2.40	1.94	1.59	1.29
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.2	4.64	5.45	3.64	2.60	1.98	1.61	1.36	1.17
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.3	4.07	5.03	3.23	2.27	1.74	1.44	1.25	1.12
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.4	4.06	5.03	3.23	2.26	1.73	1.43	1.24	1.11
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.5	4.06	5.03	3.23	2.26	1.73	1.43	1.24	1.11
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.6	4.06	5.03	3.23	2.26	1.73	1.43	1.24	1.11
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.7	4.06	5.03	3.23	2.26	1.73	1.43	1.24	1.11
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.8	4.07	5.03	3.23	2.27	1.74	1.44	1.25	1.12
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.9	4.64	5.45	3.64	2.60	1.98	1.61	1.36	1.17
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.2	2.50	2.69	2.09	1.71	1.47	1.32	1.20	1.10
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.3	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.22	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.4	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.21	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.5	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.21	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.6	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.21	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.7	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.21	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.8	2.24	2.50	1.90	1.55	1.34	1.22	1.13	1.06
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.9	2.50	2.69	2.09	1.71	1.47	1.32	1.20	1.10

B.B.Ç.=Bir boyutlu çözüm

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo A.5 Modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine göre, “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonlara saat biriminde ulaşma süreleri

Deşarj Noktaları	Maksimum konsantrasyonlara ulaşma süreleri							
	I=2	I=3	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9
B.B.Ç. ve N.D.=3	4,50	3,75	4,75	6,00	7,75	8,50	9,25	10,00
İ.B.Ç. ve N.D.=3,2	4,25	3,50	4,25	5,00	6,00	6,75	7,25	7,75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,2	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,25	6,50
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,3	3,75	3,25	3,75	4,50	5,00	5,75	6,00	6,75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,4	3,75	3,25	3,75	4,25	5,00	5,50	5,75	6,00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,5	3,75	3,25	3,75	4,25	5,00	5,50	5,75	6,00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,6	3,75	3,25	3,75	4,25	5,00	5,50	5,75	6,00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,7	3,75	3,25	3,75	4,25	5,00	5,50	5,75	6,00
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,8	3,75	3,25	3,75	4,50	5,00	5,75	6,00	6,75
Ü.B.Ç. ve N.D.=3,2,9	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,25	6,50
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,2	4,25	3,50	4,25	4,75	5,50	6,50	7,00	7,50
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,3	4,00	3,25	4,00	4,50	5,00	6,00	6,25	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,4	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,50	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,5	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,50	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,6	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,50	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,7	4,00	3,25	4,00	4,75	5,25	5,75	6,50	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,8	4,00	3,25	4,00	4,50	5,00	6,00	6,25	6,25
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3,2,9	4,25	3,50	4,25	4,75	5,50	6,50	7,00	7,50

B.B.Ç.=Bir boyutlu çözüm

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo A.6 Deşarj şekline ve deşarj noktasına göre, üç boyutlu körfezdeki konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen süreler

Deşarj noktaları	Körfezin temizlenme süresi	
	Noktasal deşarj	Üç nokta deşarj
(3,2,2)	71.25 sa.	70.50 sa.
(3,2,3)	70.50 sa.	69.50 sa.
(3,2,4)	69.00 sa.	68.00 sa.
(3,2,5)	66.50 sa.	65.50 sa.
(3,2,6)	66.50 sa.	65.50 sa.
(3,2,7)	69.00 sa.	68.00 sa.
(3,2,8)	70.50 sa.	69.50 sa.
(3,2,9)	71.25 sa.	70.50 sa.

Tablo A.7 İki ve üç boyutlu çözüm sonucunda bulunan yatay “I” düğüm noktalarındaki maksimum konsantrasyonların, bir boyutlu çözüm sonucundaki maksimum konsantrasyonlara kıyasla, körfezin modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak azalma yüzdeleri

	2.B.	3.B.	3.B.	3.B.	3.B.	3.B.	3.B.	3.B.	3.B.
	N.D. = (3,2)	N.D. = (3,2,2)	N.D. = (3,2,3)	N.D. = (3,2,4)	N.D. = (3,2,5)	Ü.D. = (3,2,2)	Ü.D. = (3,2,3)	Ü.D. = (3,2,4)	Ü.D. = (3,2,5)
I=2	%18,5	%30,3	%38,9	%39,0	%39,0	%62,5	%66,4	%66,4	%66,4
I=3	%12,4	%20,6	%26,7	%26,7	%26,7	%60,8	%63,6	%63,6	%63,6
I=4	%18,3	%29,3	%37,3	%37,3	%37,3	%59,4	%63,1	%63,1	%63,1
I=5	%22,3	%34,8	%43,1	%43,4	%43,4	%57,1	%61,2	%61,2	%61,2
I=6	%26,6	%39,4	%46,8	%47,1	%47,1	%55,0	%59,0	%59,0	%59,0
I=7	%27,3	%39,7	%46,1	%46,4	%46,4	%50,6	%54,3	%54,7	%54,7
I=8	%24,6	%35,5	%40,8	%41,2	%41,2	%43,1	%46,4	%46,4	%46,4
I=9	%17,3	%25,0	%28,2	%28,8	%28,8	%29,5	%32,1	%32,1	%32,1

2.B.=İki boyutlu çözüm

3.B.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.D.=Üç nokta deşarj

I= yatay eksen olup, yanındaki rakam düğüm noktasını belirtmektedir.

Tablo A.8 Deşarj verildikten sonra körfezdeki konsantrasyonların tekrar başlangıç konsantrasyonu değerine ulaşması için geçen sürenin, modellenme boyutuna, deşarj şekline ve deşarj yerine bağlı olarak bir boyutlu çözüme göre azalma yüzdesi

Deşarj Noktaları	Azalma yüzdeleri
İ.B.Ç. ve N.D.=3.2	% 29.09
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.2	% 50.95
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.3	% 51.46
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.4	% 52.50
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.5	% 54.22
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.6	% 54.22
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.7	% 52.50
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.8	% 51.46
Ü.B.Ç. ve N.D.=3.2.9	% 50.95
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.2	% 51.46
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.3	% 52.15
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.4	% 53.18
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.5	% 54.91
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.6	% 54.91
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.7	% 53.18
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.8	% 52.15
Ü.B.Ç. ve Ü.N.D.=3.2.9	% 51.46

İ.B.Ç.=İki boyutlu çözüm

Ü.B.Ç.=Üç boyutlu çözüm

N.D.=Noktasal deşarj

Ü.N.D.=Üç nokta deşarj

Tablo B.1 Körfezin bir boyutlu çözümü

	l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
J=0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=1	1,00	1,00	1,11	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=2	1,04	1,04	1,37	1,04	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=3	1,16	1,16	1,69	1,14	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=4	1,35	1,35	2,09	1,30	1,06	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
J=5	1,62	1,62	2,55	1,50	1,12	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00
J=6	1,95	1,95	3,07	1,74	1,22	1,05	1,01	1,00	1,00	1,00
J=7	2,36	2,36	3,65	2,03	1,35	1,10	1,02	1,00	1,00	1,00
J=8	2,82	2,82	4,29	2,37	1,50	1,16	1,04	1,01	1,00	1,00
J=9	3,35	3,35	4,87	2,75	1,69	1,24	1,07	1,02	1,00	1,00
J=10	3,90	3,90	5,36	3,13	1,91	1,34	1,11	1,03	1,01	1,00
J=11	4,42	4,42	5,83	3,49	2,15	1,46	1,17	1,05	1,01	1,00
J=12	4,93	4,93	6,28	3,85	2,39	1,60	1,23	1,08	1,02	1,00
J=13	5,42	5,42	6,61	4,20	2,63	1,75	1,31	1,11	1,04	1,00
J=14	5,85	5,85	6,78	4,50	2,88	1,91	1,40	1,16	1,05	1,00
J=15	6,18	6,18	6,86	4,74	3,11	2,07	1,50	1,21	1,07	1,00
J=16	6,43	6,43	6,86	4,92	3,32	2,24	1,60	1,26	1,09	1,00
J=17	6,58	6,58	6,79	5,04	3,51	2,40	1,71	1,32	1,12	1,00
J=18	6,66	6,66	6,65	5,12	3,66	2,55	1,82	1,39	1,15	1,00
J=19	6,66	6,66	6,44	5,15	3,79	2,69	1,93	1,46	1,18	1,00
J=20	6,58	6,58	6,16	5,12	3,88	2,81	2,03	1,53	1,22	1,00
J=21	6,43	6,43	5,94	5,05	3,94	2,91	2,13	1,60	1,25	1,00
J=22	6,25	6,25	5,80	4,97	3,97	3,00	2,22	1,66	1,28	1,00
J=23	6,09	6,09	5,66	4,91	3,98	3,07	2,30	1,73	1,32	1,00
J=24	5,93	5,93	5,54	4,85	3,99	3,12	2,37	1,79	1,35	1,00
J=25	5,79	5,79	5,43	4,79	3,98	3,16	2,43	1,84	1,38	1,00
J=26	5,66	5,66	5,33	4,73	3,98	3,20	2,48	1,89	1,41	1,00
J=27	5,54	5,54	5,24	4,68	3,97	3,22	2,53	1,93	1,43	1,00
J=28	5,43	5,43	5,15	4,62	3,95	3,24	2,56	1,97	1,46	1,00
J=29	5,33	5,33	5,06	4,57	3,94	3,25	2,59	2,00	1,48	1,00
J=30	5,23	5,23	4,98	4,52	3,92	3,26	2,62	2,02	1,49	1,00
J=31	5,14	5,14	4,91	4,47	3,90	3,27	2,63	2,04	1,51	1,00
J=32	5,06	5,06	4,83	4,42	3,88	3,27	2,65	2,06	1,52	1,00
J=33	4,98	4,98	4,77	4,37	3,85	3,26	2,66	2,08	1,53	1,00
J=34	4,90	4,90	4,70	4,33	3,83	3,26	2,67	2,09	1,54	1,00
J=35	4,83	4,83	4,64	4,28	3,80	3,25	2,67	2,10	1,54	1,00
J=36	4,76	4,76	4,58	4,24	3,78	3,24	2,67	2,10	1,55	1,00
J=37	4,69	4,69	4,52	4,19	3,75	3,23	2,67	2,11	1,55	1,00
J=38	4,63	4,63	4,47	4,15	3,72	3,22	2,67	2,11	1,55	1,00
J=39	4,57	4,57	4,41	4,11	3,69	3,20	2,67	2,11	1,55	1,00
J=40	4,51	4,51	4,36	4,07	3,67	3,19	2,66	2,11	1,56	1,00
J=41	4,46	4,46	4,31	4,03	3,64	3,17	2,65	2,11	1,56	1,00
J=42	4,41	4,41	4,26	3,99	3,61	3,15	2,64	2,10	1,55	1,00
J=43	4,35	4,35	4,22	3,95	3,58	3,13	2,63	2,10	1,55	1,00
J=44	4,30	4,30	4,17	3,91	3,55	3,11	2,62	2,09	1,55	1,00
J=45	4,26	4,26	4,13	3,88	3,53	3,10	2,61	2,09	1,55	1,00
J=46	4,21	4,21	4,08	3,84	3,50	3,08	2,60	2,08	1,55	1,00
J=47	4,16	4,16	4,04	3,80	3,47	3,05	2,58	2,07	1,54	1,00
J=48	4,12	4,12	4,00	3,77	3,44	3,03	2,57	2,07	1,54	1,00

J=49	4,08	4,08	3,96	3,73	3,41	3,01	2,56	2,06	1,53	1,00
J=50	4,03	4,03	3,92	3,70	3,38	2,99	2,54	2,05	1,53	1,00
J=51	3,99	3,99	3,88	3,67	3,36	2,97	2,53	2,04	1,53	1,00
J=52	3,95	3,95	3,84	3,63	3,33	2,95	2,51	2,03	1,52	1,00
J=53	3,91	3,91	3,81	3,60	3,30	2,93	2,50	2,02	1,52	1,00
J=54	3,88	3,88	3,77	3,57	3,27	2,91	2,48	2,01	1,51	1,00
J=55	3,84	3,84	3,74	3,54	3,25	2,89	2,46	2,00	1,51	1,00
J=56	3,80	3,80	3,70	3,50	3,22	2,86	2,45	1,99	1,50	1,00
J=57	3,76	3,76	3,67	3,47	3,19	2,84	2,43	1,98	1,50	1,00
J=58	3,73	3,73	3,63	3,44	3,17	2,82	2,42	1,97	1,49	1,00
J=59	3,69	3,69	3,60	3,41	3,14	2,80	2,40	1,96	1,49	1,00
J=60	3,66	3,66	3,57	3,38	3,12	2,78	2,39	1,95	1,48	1,00
J=61	3,63	3,63	3,53	3,35	3,09	2,76	2,37	1,94	1,48	1,00
J=62	3,59	3,59	3,50	3,32	3,07	2,74	2,35	1,93	1,47	1,00
J=63	3,56	3,56	3,47	3,29	3,04	2,72	2,34	1,92	1,47	1,00
J=64	3,53	3,53	3,44	3,27	3,02	2,70	2,32	1,91	1,46	1,00
J=65	3,50	3,50	3,41	3,24	2,99	2,68	2,31	1,90	1,46	1,00
J=66	3,46	3,46	3,38	3,21	2,97	2,66	2,29	1,89	1,45	1,00
J=67	3,43	3,43	3,35	3,18	2,94	2,64	2,28	1,88	1,44	1,00
J=68	3,40	3,40	3,32	3,16	2,92	2,62	2,26	1,87	1,44	1,00
J=69	3,37	3,37	3,29	3,13	2,90	2,60	2,25	1,85	1,43	1,00
J=70	3,34	3,34	3,26	3,10	2,87	2,58	2,23	1,84	1,43	1,00
J=71	3,31	3,31	3,23	3,08	2,85	2,56	2,22	1,83	1,42	1,00
J=72	3,29	3,29	3,21	3,05	2,83	2,54	2,20	1,83	1,42	1,00
J=73	3,26	3,26	3,18	3,03	2,81	2,52	2,19	1,82	1,41	1,00
J=74	3,23	3,23	3,15	3,00	2,78	2,50	2,17	1,81	1,41	1,00
J=75	3,20	3,20	3,13	2,98	2,76	2,49	2,16	1,80	1,40	1,00
J=76	3,17	3,17	3,10	2,95	2,74	2,47	2,15	1,79	1,40	1,00
J=77	3,15	3,15	3,07	2,93	2,72	2,45	2,13	1,78	1,39	1,00
J=78	3,12	3,12	3,05	2,91	2,70	2,43	2,12	1,77	1,39	1,00
J=79	3,10	3,10	3,02	2,88	2,68	2,42	2,11	1,76	1,39	1,00
J=80	3,07	3,07	3,00	2,86	2,66	2,40	2,09	1,75	1,38	1,00
J=81	3,04	3,04	2,97	2,84	2,64	2,38	2,08	1,74	1,38	1,00
J=82	3,02	3,02	2,95	2,81	2,62	2,36	2,07	1,73	1,37	1,00
J=83	2,99	2,99	2,93	2,79	2,60	2,35	2,05	1,72	1,37	1,00
J=84	2,97	2,97	2,90	2,77	2,58	2,33	2,04	1,71	1,36	1,00
J=85	2,95	2,95	2,88	2,75	2,56	2,31	2,03	1,70	1,36	1,00
J=86	2,92	2,92	2,86	2,73	2,54	2,30	2,01	1,70	1,35	1,00
J=87	2,90	2,90	2,83	2,71	2,52	2,28	2,00	1,69	1,35	1,00
J=88	2,87	2,87	2,81	2,68	2,50	2,27	1,99	1,68	1,35	1,00
J=89	2,85	2,85	2,79	2,66	2,48	2,25	1,98	1,67	1,34	1,00
J=90	2,83	2,83	2,77	2,64	2,46	2,24	1,97	1,66	1,34	1,00
J=91	2,81	2,81	2,74	2,62	2,45	2,22	1,95	1,65	1,33	1,00
J=92	2,78	2,78	2,72	2,60	2,43	2,21	1,94	1,65	1,33	1,00
J=93	2,76	2,76	2,70	2,58	2,41	2,19	1,93	1,64	1,32	1,00
J=94	2,74	2,74	2,68	2,56	2,39	2,18	1,92	1,63	1,32	1,00
J=95	2,72	2,72	2,66	2,55	2,38	2,16	1,91	1,62	1,32	1,00
J=96	2,70	2,70	2,64	2,53	2,36	2,15	1,90	1,62	1,31	1,00
J=97	2,68	2,68	2,62	2,51	2,34	2,13	1,89	1,61	1,31	1,00
J=98	2,66	2,66	2,60	2,49	2,33	2,12	1,88	1,60	1,31	1,00
J=99	2,64	2,64	2,58	2,47	2,31	2,11	1,86	1,59	1,30	1,00

J=100	2,62	2,62	2,56	2,45	2,30	2,09	1,85	1,59	1,30	1,00
J=101	2,60	2,60	2,54	2,43	2,28	2,08	1,84	1,58	1,29	1,00
J=102	2,58	2,58	2,52	2,42	2,26	2,07	1,83	1,57	1,29	1,00
J=103	2,56	2,56	2,50	2,40	2,25	2,05	1,82	1,56	1,29	1,00
J=104	2,54	2,54	2,49	2,38	2,23	2,04	1,81	1,56	1,28	1,00
J=105	2,52	2,52	2,47	2,37	2,22	2,03	1,80	1,55	1,28	1,00
J=106	2,50	2,50	2,45	2,35	2,20	2,02	1,79	1,54	1,28	1,00
J=107	2,48	2,48	2,43	2,33	2,19	2,00	1,78	1,54	1,27	1,00
J=108	2,46	2,46	2,41	2,32	2,17	1,99	1,77	1,53	1,27	1,00
J=109	2,45	2,45	2,40	2,30	2,16	1,98	1,76	1,52	1,27	1,00
J=110	2,43	2,43	2,38	2,28	2,14	1,97	1,76	1,52	1,26	1,00
J=111	2,41	2,41	2,36	2,27	2,13	1,95	1,75	1,51	1,26	1,00
J=112	2,39	2,39	2,35	2,25	2,12	1,94	1,74	1,51	1,26	1,00
J=113	2,38	2,38	2,33	2,24	2,10	1,93	1,73	1,50	1,25	1,00
J=114	2,36	2,36	2,31	2,22	2,09	1,92	1,72	1,49	1,25	1,00
J=115	2,34	2,34	2,30	2,21	2,08	1,91	1,71	1,49	1,25	1,00
J=116	2,33	2,33	2,28	2,19	2,06	1,90	1,70	1,48	1,24	1,00
J=117	2,31	2,31	2,27	2,18	2,05	1,89	1,69	1,48	1,24	1,00
J=118	2,29	2,29	2,25	2,16	2,04	1,88	1,68	1,47	1,24	1,00
J=119	2,28	2,28	2,23	2,15	2,02	1,86	1,68	1,46	1,24	1,00
J=120	2,26	2,26	2,22	2,14	2,01	1,85	1,67	1,46	1,23	1,00
J=121	2,25	2,25	2,20	2,12	2,00	1,84	1,66	1,45	1,23	1,00
J=122	2,23	2,23	2,19	2,11	1,99	1,83	1,65	1,45	1,23	1,00
J=123	2,22	2,22	2,18	2,09	1,98	1,82	1,64	1,44	1,22	1,00
J=124	2,20	2,20	2,16	2,08	1,96	1,81	1,64	1,44	1,22	1,00
J=125	2,19	2,19	2,15	2,07	1,95	1,80	1,63	1,43	1,22	1,00
J=126	2,17	2,17	2,13	2,05	1,94	1,79	1,62	1,43	1,22	1,00
J=127	2,16	2,16	2,12	2,04	1,93	1,78	1,61	1,42	1,21	1,00
J=128	2,14	2,14	2,11	2,03	1,92	1,77	1,60	1,42	1,21	1,00
J=129	2,13	2,13	2,09	2,02	1,91	1,76	1,60	1,41	1,21	1,00
J=130	2,12	2,12	2,08	2,00	1,89	1,76	1,59	1,40	1,21	1,00
J=131	2,10	2,10	2,06	1,99	1,88	1,75	1,58	1,40	1,20	1,00
J=132	2,09	2,09	2,05	1,98	1,87	1,74	1,58	1,40	1,20	1,00
J=133	2,08	2,08	2,04	1,97	1,86	1,73	1,57	1,39	1,20	1,00
J=134	2,06	2,06	2,03	1,96	1,85	1,72	1,56	1,39	1,20	1,00
J=135	2,05	2,05	2,01	1,94	1,84	1,71	1,55	1,38	1,19	1,00
J=136	2,04	2,04	2,00	1,93	1,83	1,70	1,55	1,38	1,19	1,00
J=137	2,02	2,02	1,99	1,92	1,82	1,69	1,54	1,37	1,19	1,00
J=138	2,01	2,01	1,98	1,91	1,81	1,68	1,53	1,37	1,19	1,00
J=139	2,00	2,00	1,96	1,90	1,80	1,68	1,53	1,36	1,18	1,00
J=140	1,99	1,99	1,95	1,89	1,79	1,67	1,52	1,36	1,18	1,00
J=141	1,97	1,97	1,94	1,88	1,78	1,66	1,52	1,35	1,18	1,00
J=142	1,96	1,96	1,93	1,87	1,77	1,65	1,51	1,35	1,18	1,00
J=143	1,95	1,95	1,92	1,85	1,76	1,64	1,50	1,34	1,18	1,00
J=144	1,94	1,94	1,91	1,84	1,75	1,64	1,50	1,34	1,17	1,00
J=145	1,93	1,93	1,90	1,83	1,74	1,63	1,49	1,34	1,17	1,00
J=146	1,92	1,92	1,89	1,82	1,73	1,62	1,48	1,33	1,17	1,00
J=147	1,90	1,90	1,87	1,81	1,73	1,61	1,48	1,33	1,17	1,00
J=148	1,89	1,89	1,86	1,80	1,72	1,60	1,47	1,32	1,16	1,00
J=149	1,88	1,88	1,85	1,79	1,71	1,60	1,47	1,32	1,16	1,00
J=150	1,87	1,87	1,84	1,78	1,70	1,59	1,46	1,32	1,16	1,00

J=151	1,86	1,86	1,83	1,77	1,69	1,58	1,46	1,31	1,16	1,00
J=152	1,85	1,85	1,82	1,76	1,68	1,58	1,45	1,31	1,16	1,00
J=153	1,84	1,84	1,81	1,76	1,67	1,57	1,44	1,30	1,16	1,00
J=154	1,83	1,83	1,80	1,75	1,67	1,56	1,44	1,30	1,15	1,00
J=155	1,82	1,82	1,79	1,74	1,66	1,55	1,43	1,30	1,15	1,00
J=156	1,81	1,81	1,78	1,73	1,65	1,55	1,43	1,29	1,15	1,00
J=157	1,80	1,80	1,77	1,72	1,64	1,54	1,42	1,29	1,15	1,00
J=158	1,79	1,79	1,76	1,71	1,63	1,53	1,42	1,29	1,15	1,00
J=159	1,78	1,78	1,75	1,70	1,63	1,53	1,41	1,28	1,14	1,00
J=160	1,77	1,77	1,74	1,69	1,62	1,52	1,41	1,28	1,14	1,00
J=161	1,76	1,76	1,74	1,68	1,61	1,52	1,40	1,28	1,14	1,00
J=162	1,75	1,75	1,73	1,68	1,60	1,51	1,40	1,27	1,14	1,00
J=163	1,74	1,74	1,72	1,67	1,60	1,50	1,39	1,27	1,14	1,00
J=164	1,73	1,73	1,71	1,66	1,59	1,50	1,39	1,27	1,14	1,00
J=165	1,72	1,72	1,70	1,65	1,58	1,49	1,38	1,26	1,13	1,00
J=166	1,72	1,72	1,69	1,64	1,57	1,48	1,38	1,26	1,13	1,00
J=167	1,71	1,71	1,68	1,64	1,57	1,48	1,37	1,26	1,13	1,00
J=168	1,70	1,70	1,67	1,63	1,56	1,47	1,37	1,25	1,13	1,00
J=169	1,69	1,69	1,67	1,62	1,55	1,47	1,36	1,25	1,13	1,00
J=170	1,68	1,68	1,66	1,61	1,55	1,46	1,36	1,25	1,13	1,00
J=171	1,67	1,67	1,65	1,61	1,54	1,46	1,36	1,24	1,12	1,00
J=172	1,66	1,66	1,64	1,60	1,53	1,45	1,35	1,24	1,12	1,00
J=173	1,66	1,66	1,63	1,59	1,53	1,44	1,35	1,24	1,12	1,00
J=174	1,65	1,65	1,63	1,58	1,52	1,44	1,34	1,24	1,12	1,00
J=175	1,64	1,64	1,62	1,58	1,51	1,43	1,34	1,23	1,12	1,00
J=176	1,63	1,63	1,61	1,57	1,51	1,43	1,33	1,23	1,12	1,00
J=177	1,63	1,63	1,60	1,56	1,50	1,42	1,33	1,23	1,12	1,00
J=178	1,62	1,62	1,60	1,56	1,49	1,42	1,33	1,22	1,11	1,00
J=179	1,61	1,61	1,59	1,55	1,49	1,41	1,32	1,22	1,11	1,00
J=180	1,60	1,60	1,58	1,54	1,48	1,41	1,32	1,22	1,11	1,00
J=181	1,59	1,59	1,57	1,53	1,48	1,40	1,31	1,22	1,11	1,00
J=182	1,59	1,59	1,57	1,53	1,47	1,40	1,31	1,21	1,11	1,00
J=183	1,58	1,58	1,56	1,52	1,47	1,39	1,31	1,21	1,11	1,00
J=184	1,57	1,57	1,55	1,52	1,46	1,39	1,30	1,21	1,11	1,00
J=185	1,57	1,57	1,55	1,51	1,45	1,38	1,30	1,21	1,10	1,00
J=186	1,56	1,56	1,54	1,50	1,45	1,38	1,30	1,20	1,10	1,00
J=187	1,55	1,55	1,53	1,50	1,44	1,37	1,29	1,20	1,10	1,00
J=188	1,55	1,55	1,53	1,49	1,44	1,37	1,29	1,20	1,10	1,00
J=189	1,54	1,54	1,52	1,48	1,43	1,36	1,28	1,20	1,10	1,00
J=190	1,53	1,53	1,51	1,48	1,43	1,36	1,28	1,19	1,10	1,00
J=191	1,53	1,53	1,51	1,47	1,42	1,36	1,28	1,19	1,10	1,00
J=192	1,52	1,52	1,50	1,47	1,42	1,35	1,27	1,19	1,10	1,00
J=193	1,51	1,51	1,50	1,46	1,41	1,35	1,27	1,19	1,09	1,00
J=194	1,51	1,51	1,49	1,46	1,41	1,34	1,27	1,18	1,09	1,00
J=195	1,50	1,50	1,48	1,45	1,40	1,34	1,26	1,18	1,09	1,00
J=196	1,49	1,49	1,48	1,44	1,40	1,33	1,26	1,18	1,09	1,00
J=197	1,49	1,49	1,47	1,44	1,39	1,33	1,26	1,18	1,09	1,00
J=198	1,48	1,48	1,47	1,43	1,39	1,33	1,26	1,18	1,09	1,00
J=199	1,48	1,48	1,46	1,43	1,38	1,32	1,25	1,17	1,09	1,00
J=200	1,47	1,47	1,45	1,42	1,38	1,32	1,25	1,17	1,09	1,00
J=201	1,46	1,46	1,45	1,42	1,37	1,31	1,25	1,17	1,09	1,00

J=202	1,46	1,46	1,44	1,41	1,37	1,31	1,24	1,17	1,08	1,00
J=203	1,45	1,45	1,44	1,41	1,36	1,31	1,24	1,16	1,08	1,00
J=204	1,45	1,45	1,43	1,40	1,36	1,30	1,24	1,16	1,08	1,00
J=205	1,44	1,44	1,43	1,40	1,35	1,30	1,23	1,16	1,08	1,00
J=206	1,44	1,44	1,42	1,39	1,35	1,30	1,23	1,16	1,08	1,00
J=207	1,43	1,43	1,42	1,39	1,35	1,29	1,23	1,16	1,08	1,00
J=208	1,43	1,43	1,41	1,38	1,34	1,29	1,23	1,15	1,08	1,00
J=209	1,42	1,42	1,41	1,38	1,34	1,28	1,22	1,15	1,08	1,00
J=210	1,42	1,42	1,40	1,37	1,33	1,28	1,22	1,15	1,08	1,00
J=211	1,41	1,41	1,40	1,37	1,33	1,28	1,22	1,15	1,08	1,00
J=212	1,41	1,41	1,39	1,36	1,33	1,27	1,21	1,15	1,07	1,00
J=213	1,40	1,40	1,39	1,36	1,32	1,27	1,21	1,15	1,07	1,00
J=214	1,40	1,40	1,38	1,36	1,32	1,27	1,21	1,14	1,07	1,00
J=215	1,39	1,39	1,38	1,35	1,31	1,26	1,21	1,14	1,07	1,00
J=216	1,39	1,39	1,37	1,35	1,31	1,26	1,20	1,14	1,07	1,00
J=217	1,38	1,38	1,37	1,34	1,31	1,26	1,20	1,14	1,07	1,00
J=218	1,38	1,38	1,36	1,34	1,30	1,26	1,20	1,14	1,07	1,00
J=219	1,37	1,37	1,36	1,33	1,30	1,25	1,20	1,14	1,07	1,00
J=220	1,37	1,37	1,36	1,33	1,29	1,25	1,19	1,13	1,07	1,00
J=221	1,36	1,36	1,35	1,33	1,29	1,25	1,19	1,13	1,07	1,00
J=222	1,36	1,36	1,35	1,32	1,29	1,24	1,19	1,13	1,07	1,00
J=223	1,35	1,35	1,34	1,32	1,28	1,24	1,19	1,13	1,07	1,00
J=224	1,35	1,35	1,34	1,31	1,28	1,24	1,19	1,13	1,06	1,00
J=225	1,35	1,35	1,33	1,31	1,28	1,23	1,18	1,13	1,06	1,00
J=226	1,34	1,34	1,33	1,31	1,27	1,23	1,18	1,12	1,06	1,00
J=227	1,34	1,34	1,33	1,30	1,27	1,23	1,18	1,12	1,06	1,00
J=228	1,33	1,33	1,32	1,30	1,27	1,23	1,18	1,12	1,06	1,00
J=229	1,33	1,33	1,32	1,30	1,26	1,22	1,17	1,12	1,06	1,00
J=230	1,33	1,33	1,31	1,29	1,26	1,22	1,17	1,12	1,06	1,00
J=231	1,32	1,32	1,31	1,29	1,26	1,22	1,17	1,12	1,06	1,00
J=232	1,32	1,32	1,31	1,29	1,25	1,21	1,17	1,12	1,06	1,00
J=233	1,31	1,31	1,30	1,28	1,25	1,21	1,17	1,11	1,06	1,00
J=234	1,31	1,31	1,30	1,28	1,25	1,21	1,16	1,11	1,06	1,00
J=235	1,31	1,31	1,30	1,27	1,24	1,21	1,16	1,11	1,06	1,00
J=236	1,30	1,30	1,29	1,27	1,24	1,20	1,16	1,11	1,06	1,00
J=237	1,30	1,30	1,29	1,27	1,24	1,20	1,16	1,11	1,06	1,00
J=238	1,29	1,29	1,28	1,26	1,24	1,20	1,16	1,11	1,05	1,00
J=239	1,29	1,29	1,28	1,26	1,23	1,20	1,15	1,11	1,05	1,00
J=240	1,29	1,29	1,28	1,26	1,23	1,19	1,15	1,10	1,05	1,00
J=241	1,28	1,28	1,27	1,26	1,23	1,19	1,15	1,10	1,05	1,00
J=242	1,28	1,28	1,27	1,25	1,22	1,19	1,15	1,10	1,05	1,00
J=243	1,28	1,28	1,27	1,25	1,22	1,19	1,15	1,10	1,05	1,00
J=244	1,27	1,27	1,26	1,25	1,22	1,19	1,14	1,10	1,05	1,00
J=245	1,27	1,27	1,26	1,24	1,22	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00
J=246	1,27	1,27	1,26	1,24	1,21	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00
J=247	1,26	1,26	1,25	1,24	1,21	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00

I= yatay düğüm noktaları

J= zaman adımları

Tablo B.2 Körfezin iki boyutlu çözümü

[illegible]

J=4											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	1,34	2,06	1,28	1,05	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=2	1,34	1,34	2,06	1,28	1,05	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,01	1,01	1,03	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=5											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	1,58	2,49	1,47	1,12	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=2	1,58	1,58	2,49	1,47	1,12	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,03	1,03	1,06	1,03	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=6											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	1,89	2,98	1,69	1,20	1,05	1,01	1,00	1,00	1,00
	K=2	1,89	1,89	2,98	1,69	1,20	1,05	1,01	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,06	1,06	1,09	1,05	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=7											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	2,25	3,51	1,95	1,32	1,09	1,02	1,00	1,00	1,00
	K=2	2,25	2,25	3,51	1,95	1,32	1,09	1,02	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,10	1,10	1,14	1,08	1,03	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

J=8											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	2,66	4,09	2,25	1,45	1,14	1,04	1,01	1,00	1,00
	K=2	2,66	2,66	4,09	2,25	1,45	1,14	1,04	1,01	1,00	1,00
	K=3	1,16	1,16	1,19	1,11	1,05	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=9											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	3,11	4,59	2,58	1,61	1,21	1,06	1,02	1,00	1,00
	K=2	3,11	3,11	4,59	2,58	1,61	1,21	1,06	1,02	1,00	1,00
	K=3	1,22	1,22	1,26	1,16	1,07	1,03	1,01	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,01	1,01	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=10											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	3,57	5,00	2,90	1,79	1,29	1,10	1,03	1,01	1,00
	K=2	3,57	3,57	5,00	2,90	1,79	1,29	1,10	1,03	1,01	1,00
	K=3	1,30	1,30	1,33	1,22	1,11	1,04	1,02	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=11											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	3,99	5,38	3,19	1,98	1,39	1,14	1,04	1,01	1,00
	K=2	3,99	3,99	5,38	3,19	1,98	1,39	1,14	1,04	1,01	1,00
	K=3	1,39	1,39	1,42	1,28	1,15	1,06	1,02	1,01	1,00	1,00
	K=4	1,03	1,03	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

J =12											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	4,39	5,74	3,47	2,17	1,50	1,19	1,07	1,02	1,00
	K=2	4,39	4,39	5,74	3,47	2,17	1,50	1,19	1,07	1,02	1,00
	K=3	1,49	1,49	1,50	1,35	1,19	1,09	1,04	1,01	1,00	1,00
	K=4	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=13											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	4,76	5,95	3,73	2,36	1,62	1,25	1,09	1,03	1,00
	K=2	4,76	4,76	5,95	3,73	2,36	1,62	1,25	1,09	1,03	1,00
	K=3	1,59	1,59	1,59	1,42	1,24	1,12	1,05	1,02	1,01	1,00
	K=4	1,06	1,06	1,06	1,04	1,03	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=14											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	5,06	6,01	3,95	2,54	1,73	1,32	1,12	1,04	1,00
	K=2	5,06	5,06	6,01	3,95	2,54	1,73	1,32	1,12	1,04	1,00
	K=3	1,70	1,70	1,68	1,50	1,30	1,16	1,07	1,03	1,01	1,00
	K=4	1,08	1,08	1,07	1,06	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=15											
		l=1	l=2	l=3	l=4	l=5	l=6	l=7	l=8	l=9	l=10
	K=1	1,00	5,27	5,99	4,09	2,71	1,85	1,39	1,16	1,05	1,00
	K=2	5,27	5,27	5,99	4,09	2,71	1,85	1,39	1,16	1,05	1,00
	K=3	1,80	1,80	1,77	1,57	1,36	1,19	1,09	1,04	1,01	1,00
	K=4	1,10	1,10	1,09	1,07	1,05	1,03	1,01	1,01	1,00	1,00
	K=5	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

J=16					
		I=1	I=2	I=3	I=4
	K=1	1,00	5,39	5,89	4,17
	K=2	5,39	5,39	5,89	4,17
	K=3	1,90	1,90	1,85	1,65
	K=4	1,12	1,12	1,11	1,09
	K=5	1,01	1,01	1,01	1,01
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00
J=17					
		I=1	I=2	I=3	I=4
	K=1	1,00	5,43	5,72	4,21
	K=2	5,43	5,43	5,72	4,21
	K=3	1,99	1,99	1,93	1,72
	K=4	1,14	1,14	1,13	1,10
	K=5	1,02	1,02	1,01	1,01
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00
			1,00 1,00 1,00 1,00 1,00 1,00 1,00 1,00 1,00 1,00		
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00
J=18					
		I=1	I=2	I=3	I=4
	K=1	1,00	5,40	5,48	4,20
	K=2	5,40	5,40	5,48	4,20
	K=3	2,07	2,07	2,00	1,78
	K=4	1,17	1,17	1,15	1,12
	K=5	1,02	1,02	1,02	1,01
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00

I = yatay düğüm noktaları
K = yanal düğüm noktaları
J = zaman adımları

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

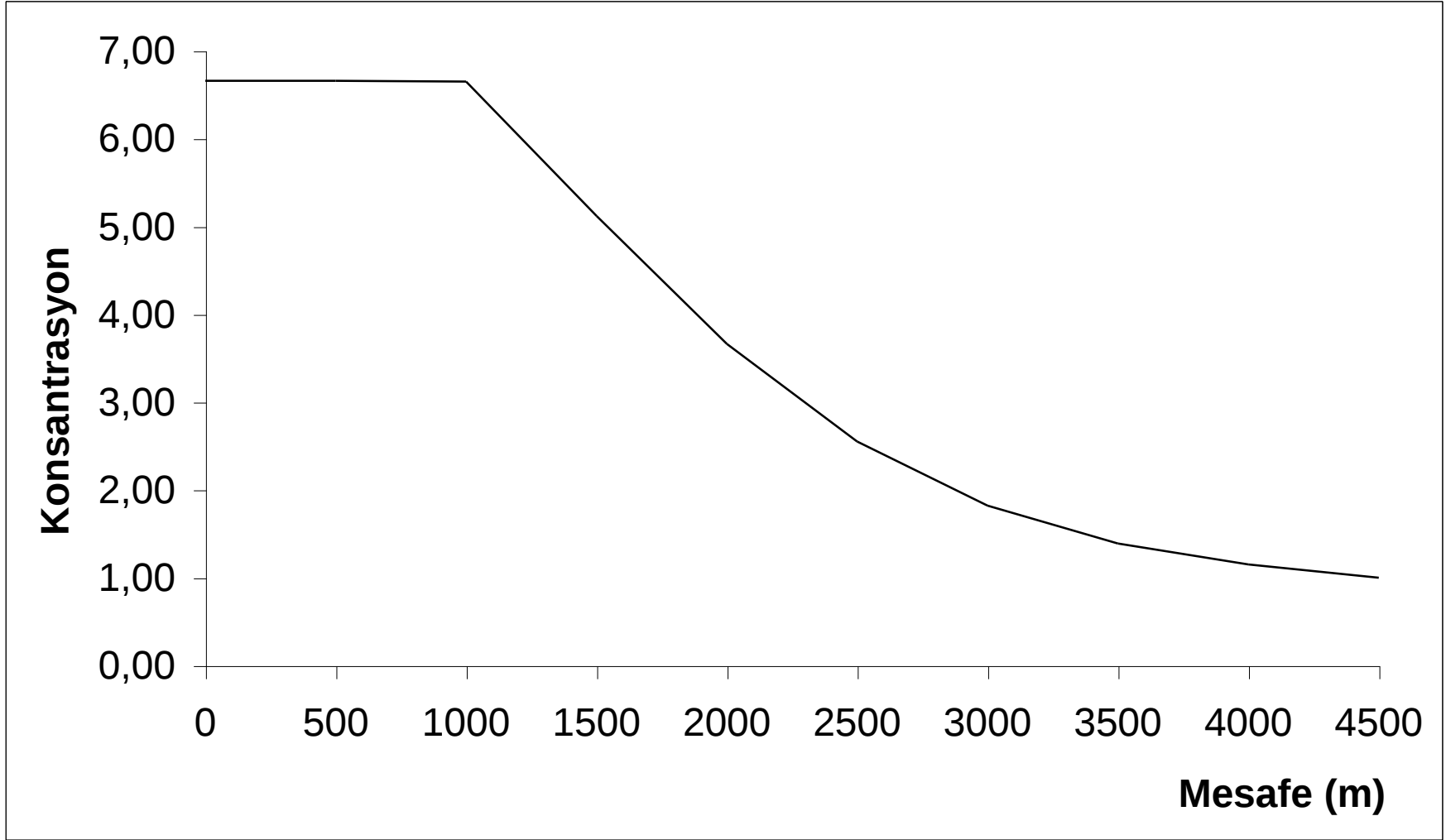
J=9											
		I=1	I=2	I=3	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9	I=10
	K=1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
J=10											
		I=1	I=2	I=3	I=4	I=5	I=6	I=7	I=8	I=9	I=10
	K=1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	K=10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

I=yatay düğüm noktaları

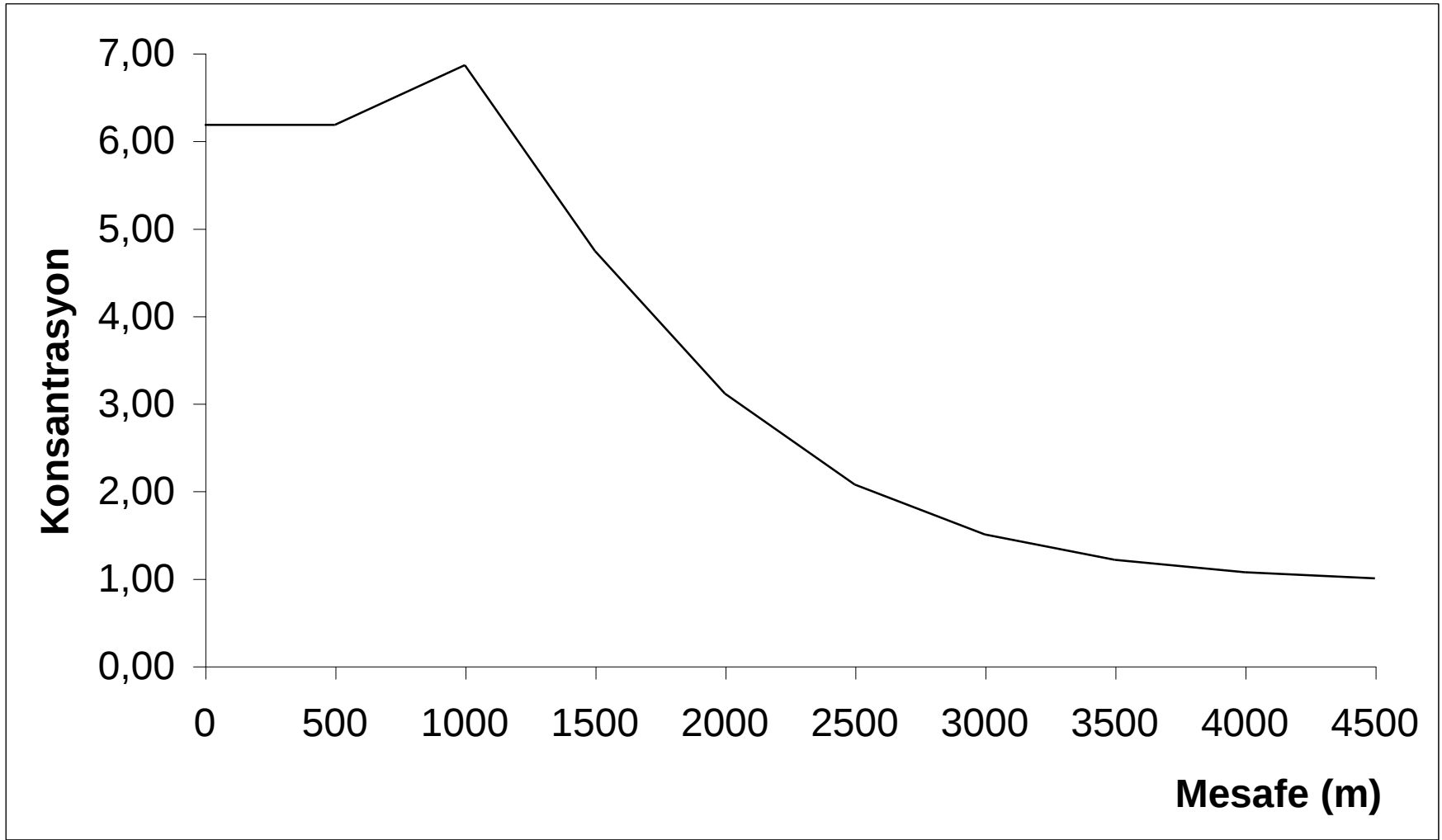
K=yanal düğüm noktaları

J=düşey düğüm noktaları

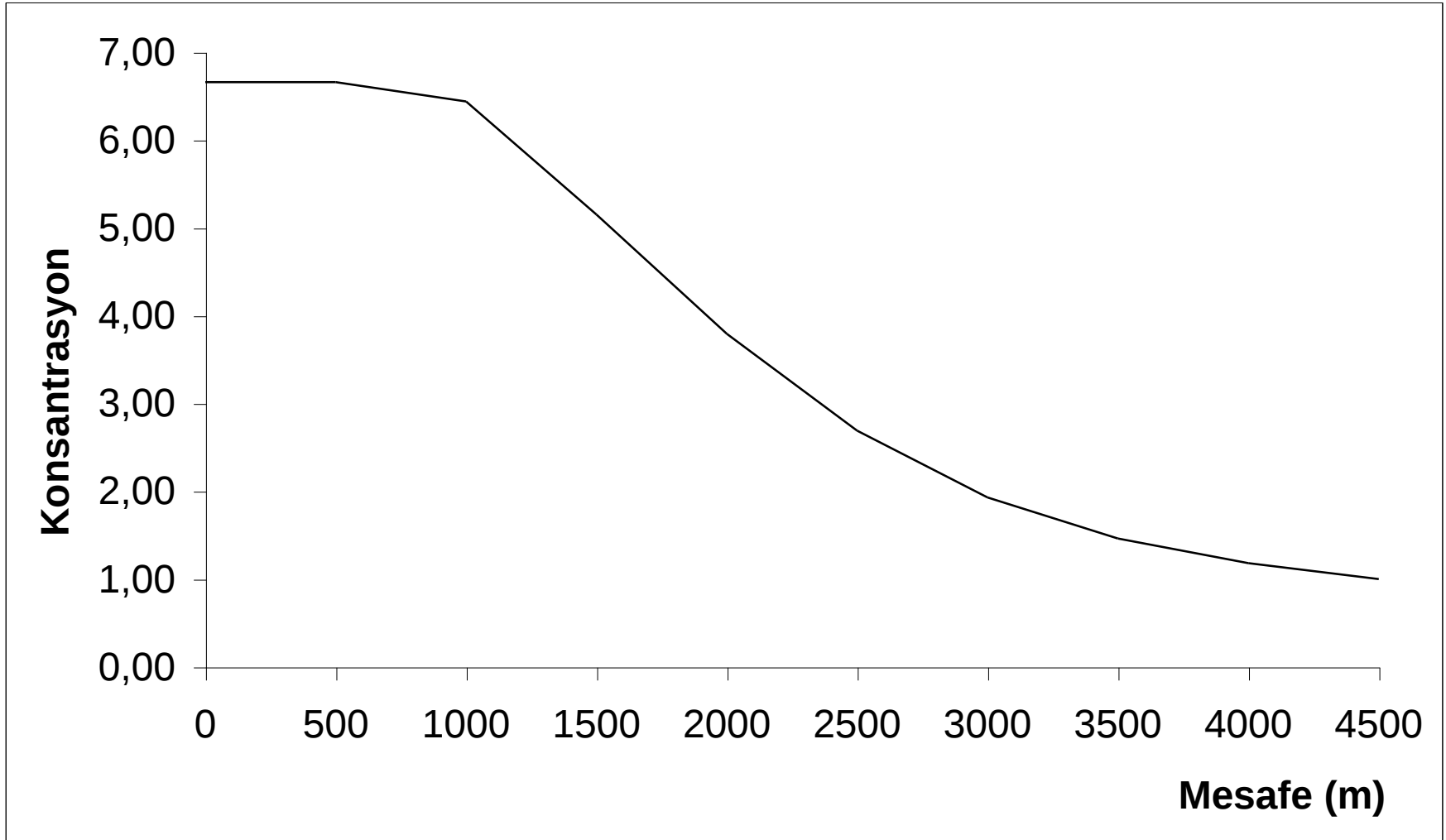
T=zaman aralığı



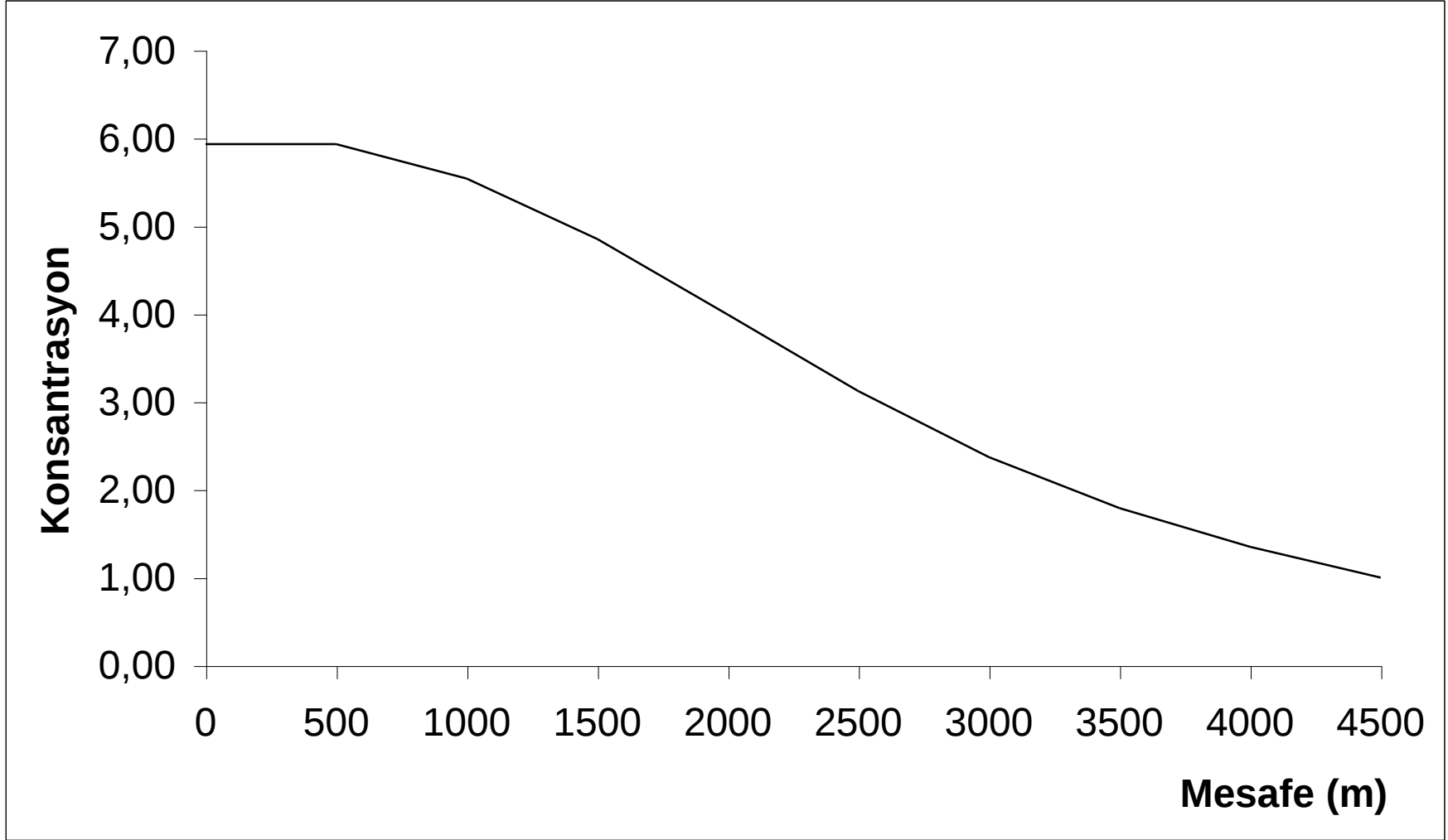
Şekil A.1 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t = 4.50$ saat



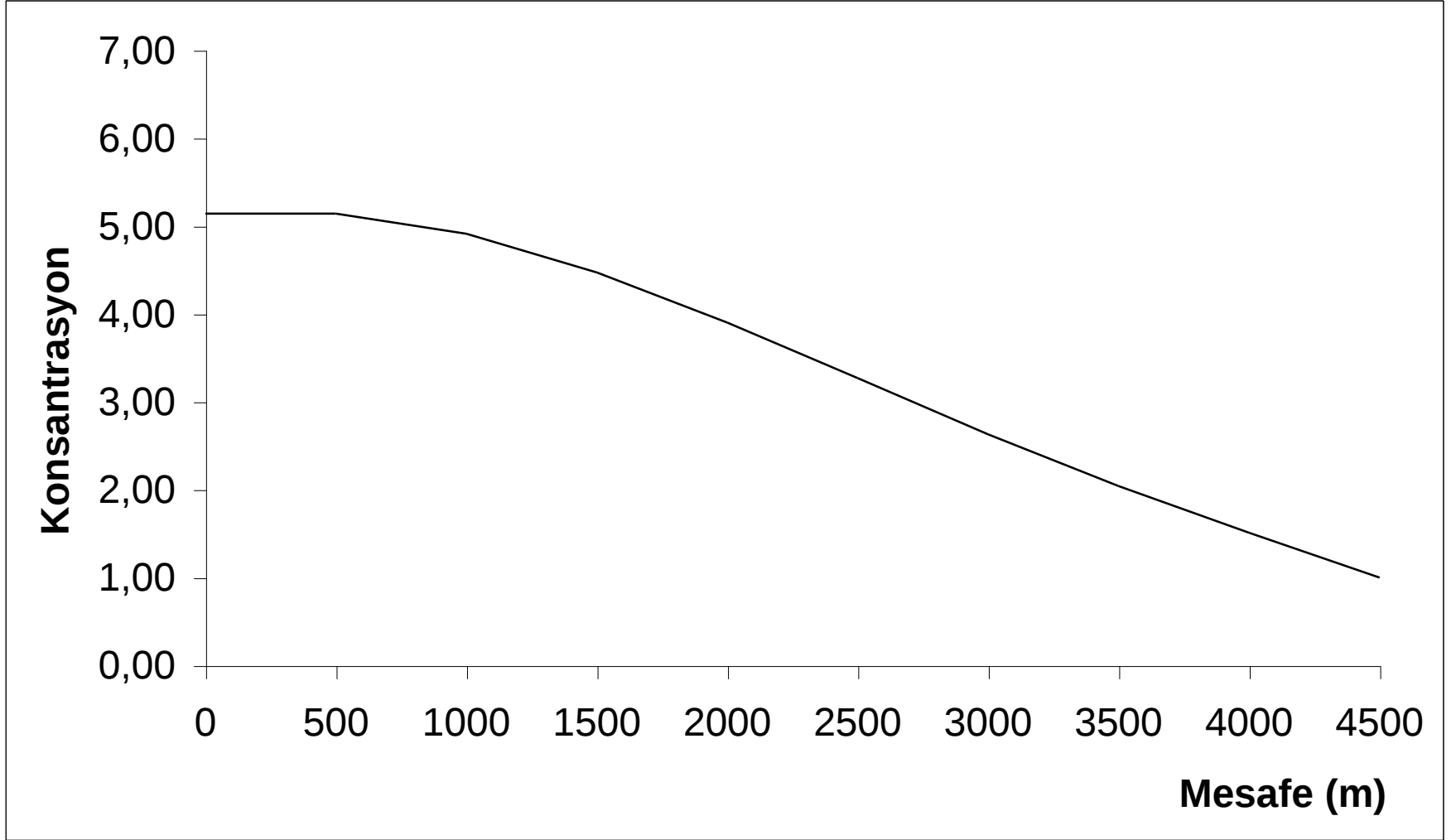
Şekil A.2 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t = 3.75$ saat



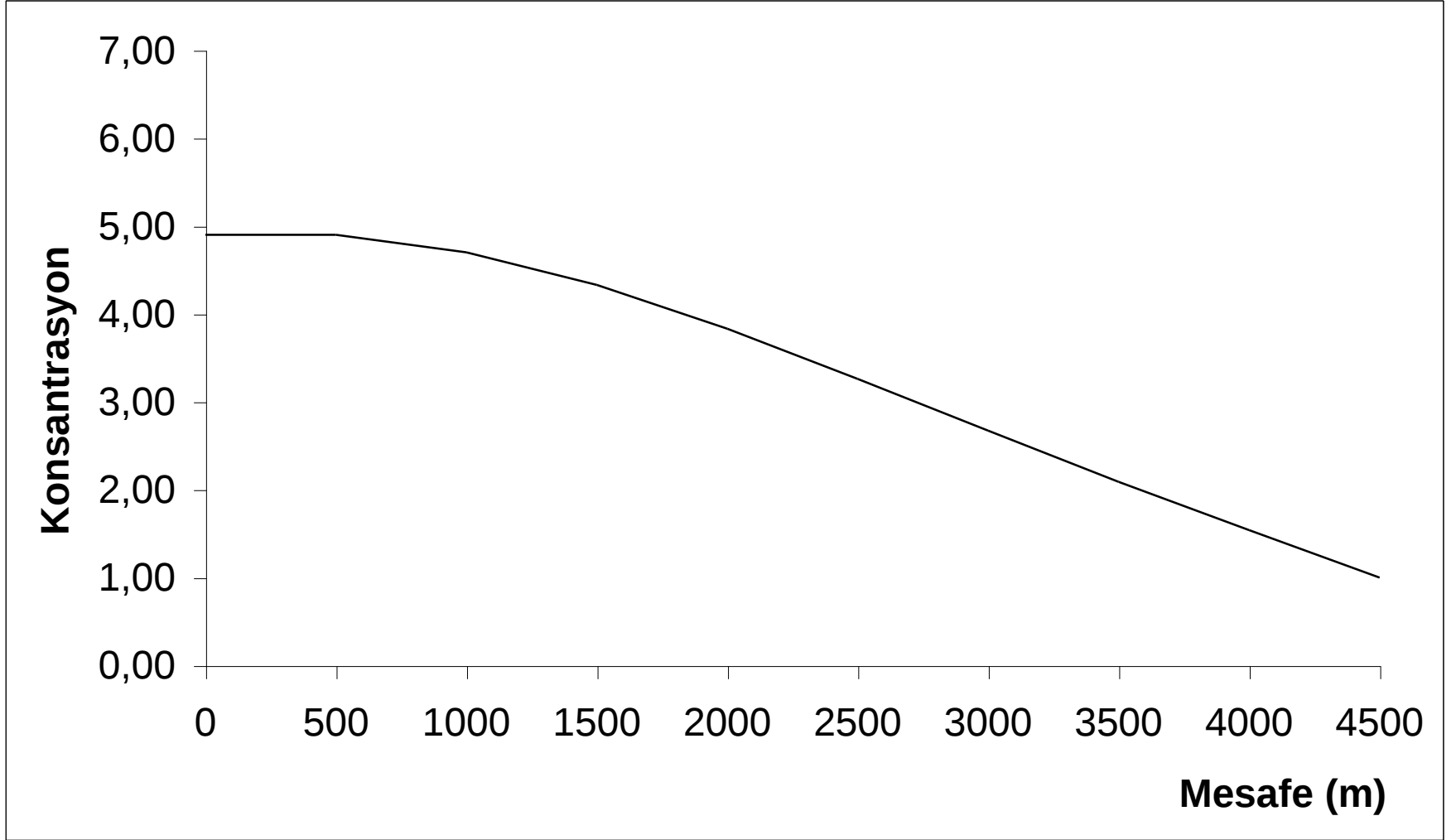
Şekil A.3 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.75$ saat



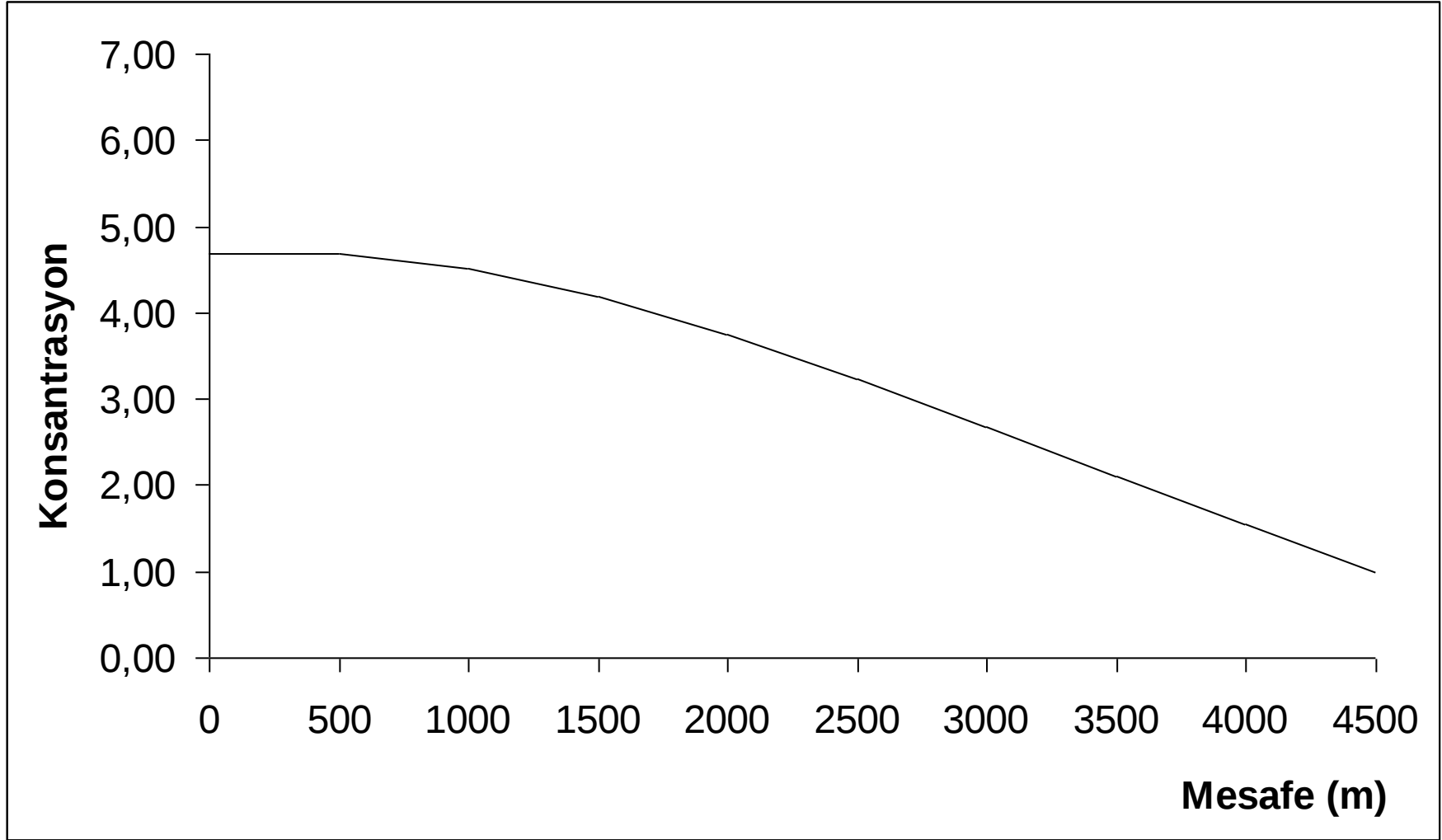
Şekil A.4 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=6.00$ saat



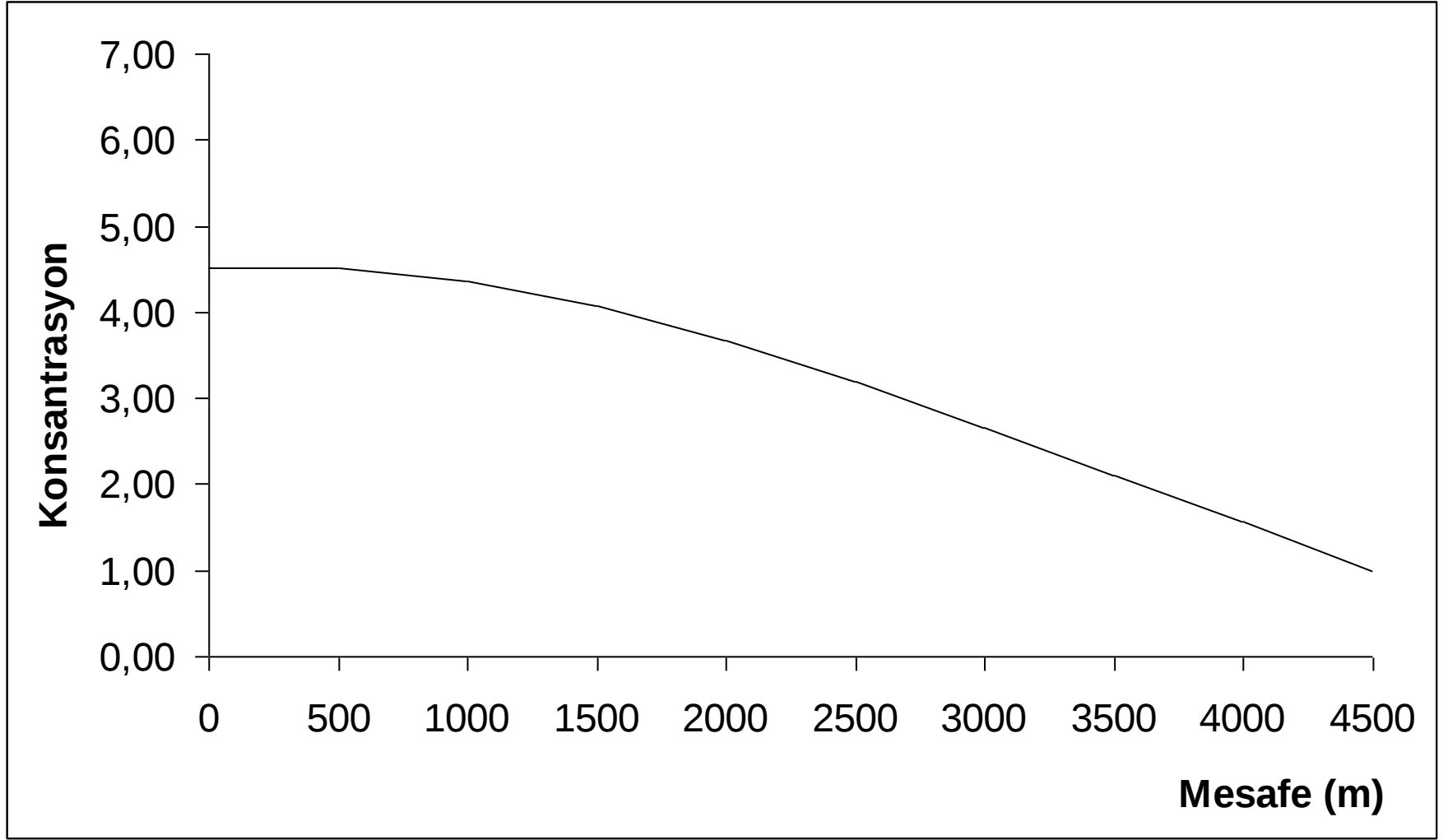
Şekil A.5 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=7.75$ saat



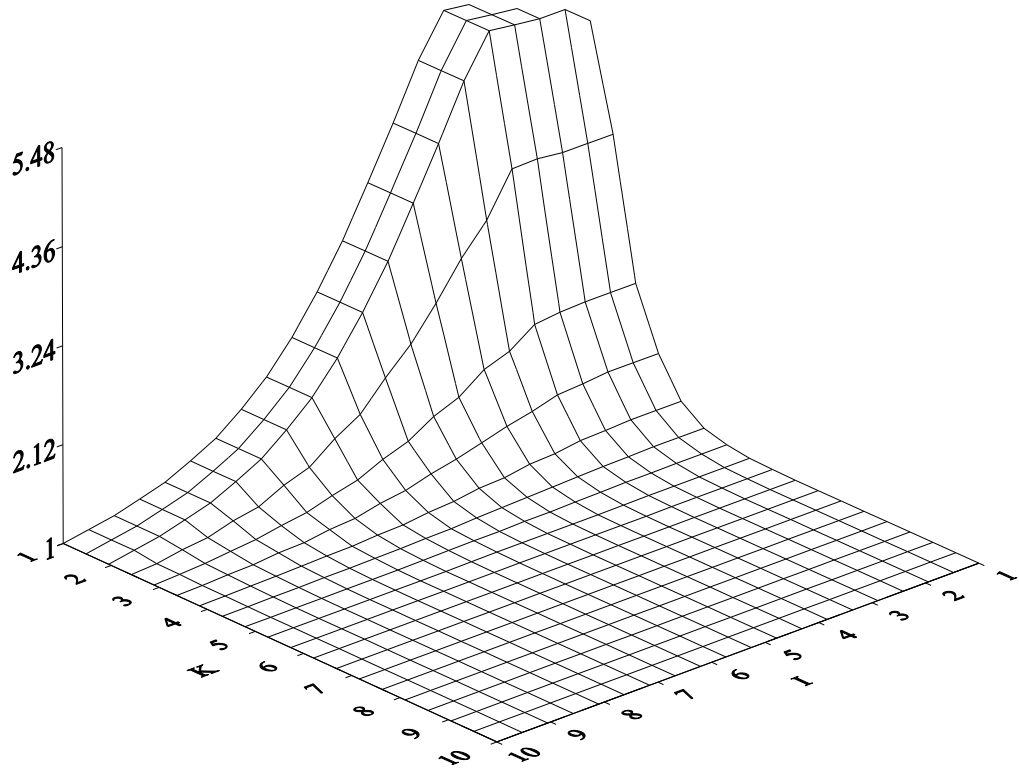
Şekil A.6 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=8.50$ saat



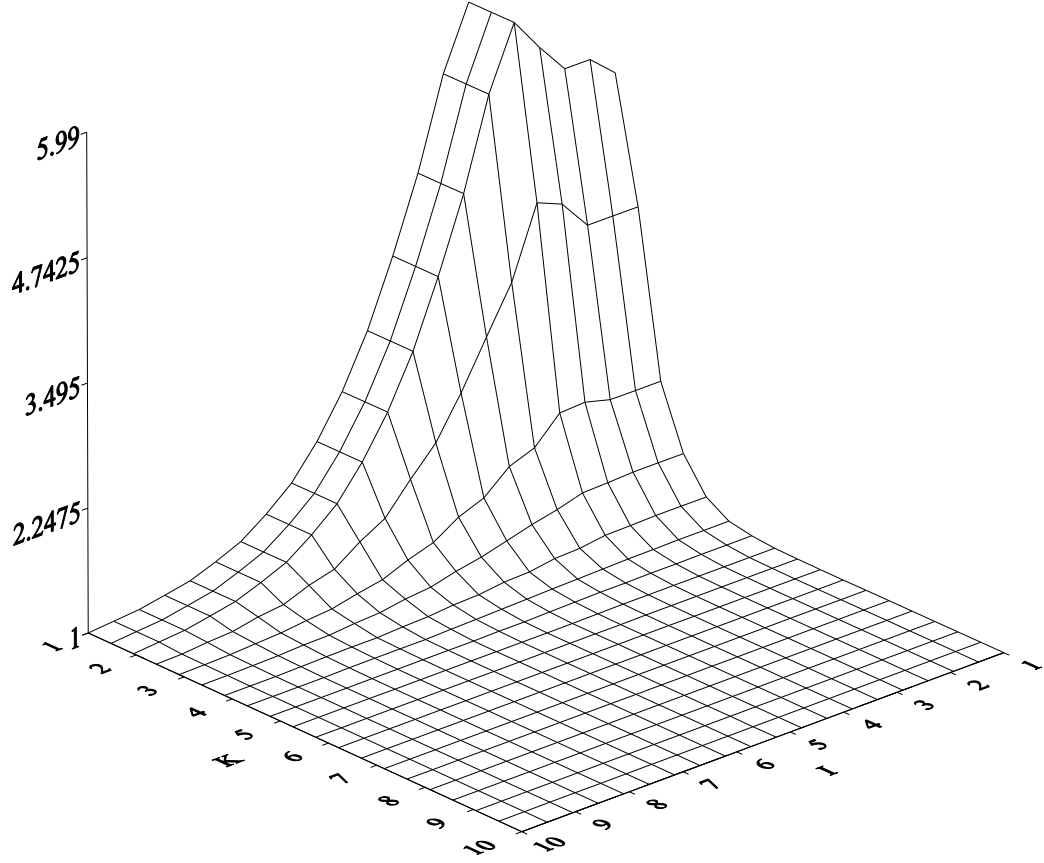
Şekil A.7 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=9.25$ saat



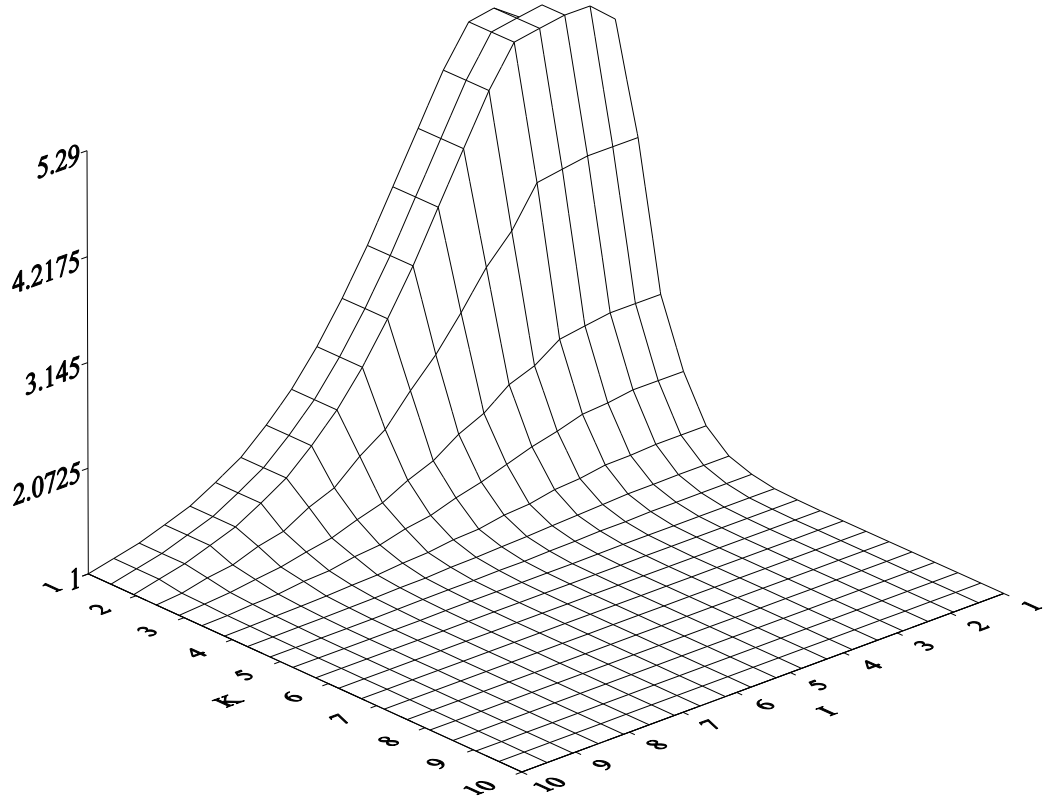
Şekil A.8 Bir boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=10.00$ saat



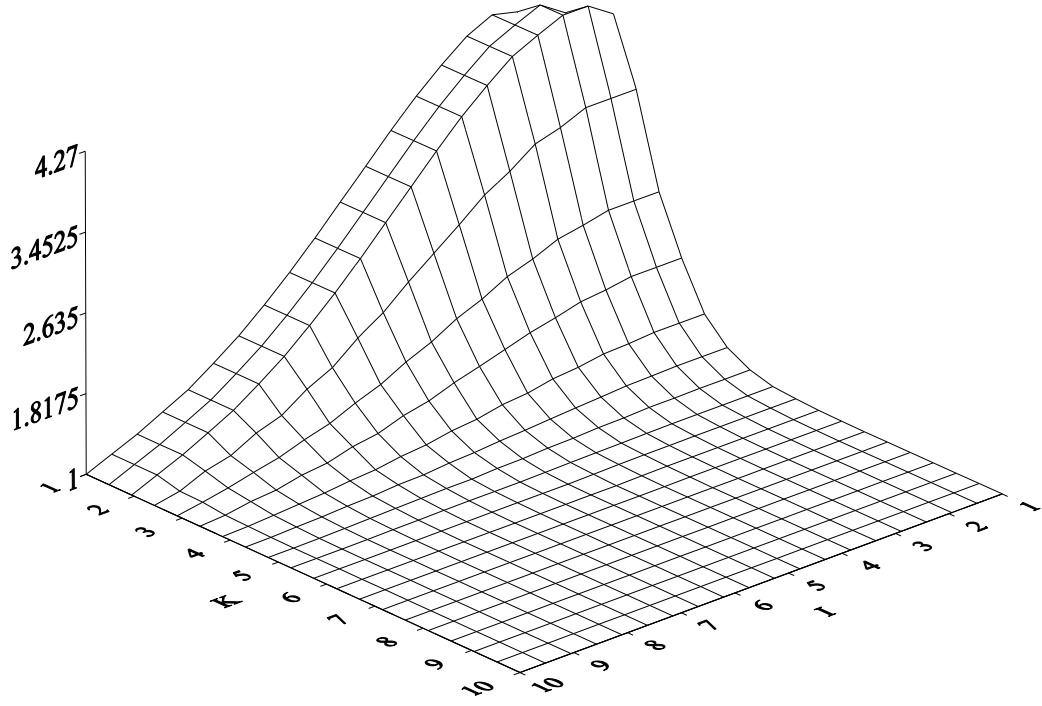
Şekil B.1 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.50$ saat



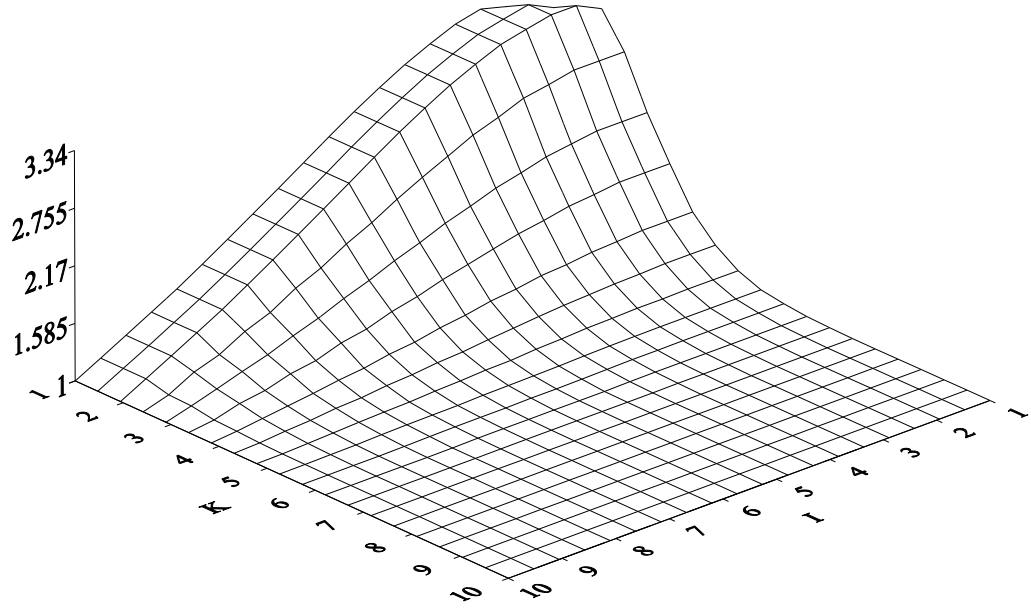
Şekil B.2 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=3.75$ saat



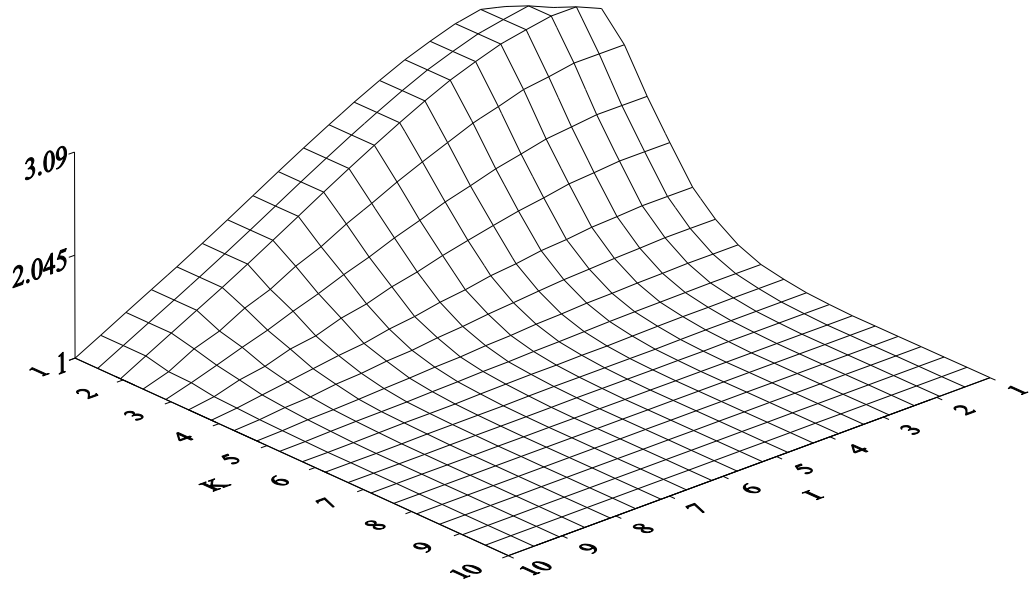
Şekil B.3 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=4.75$ saat



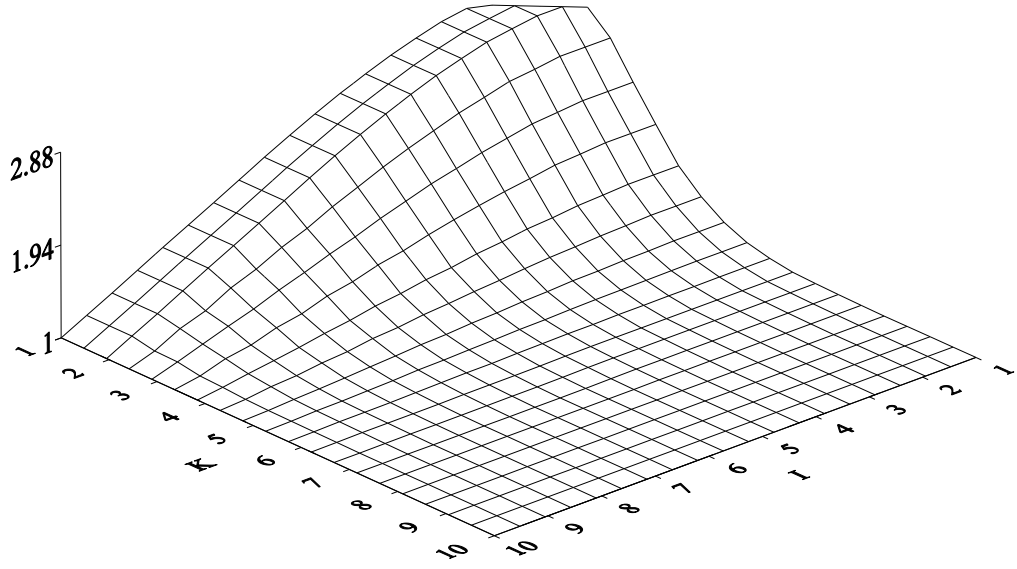
Şekil B.4 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=6.00$ saat



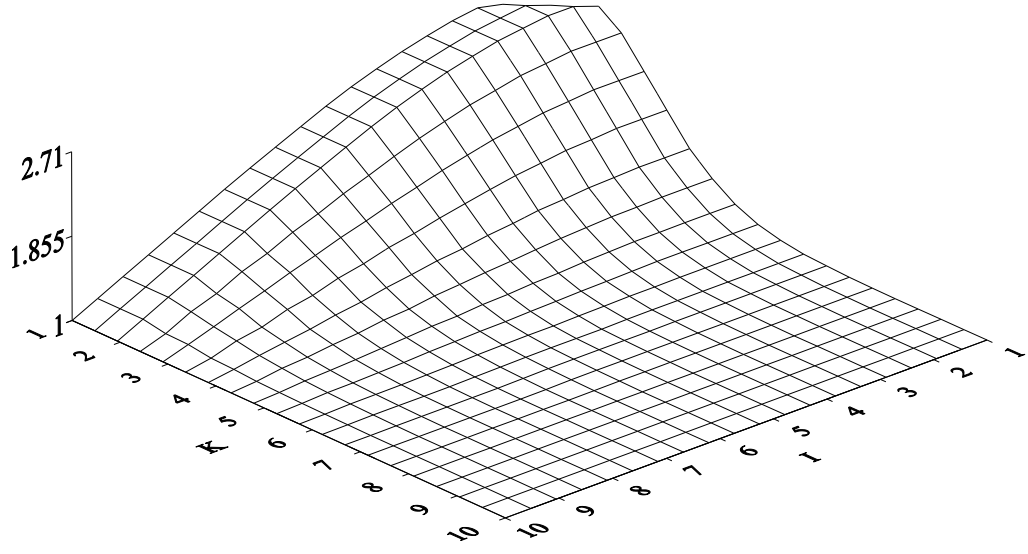
Şekil B.5 İki boyutlu konsantrasyonun-mesafe eğrisi, $t = 7.75$ saat



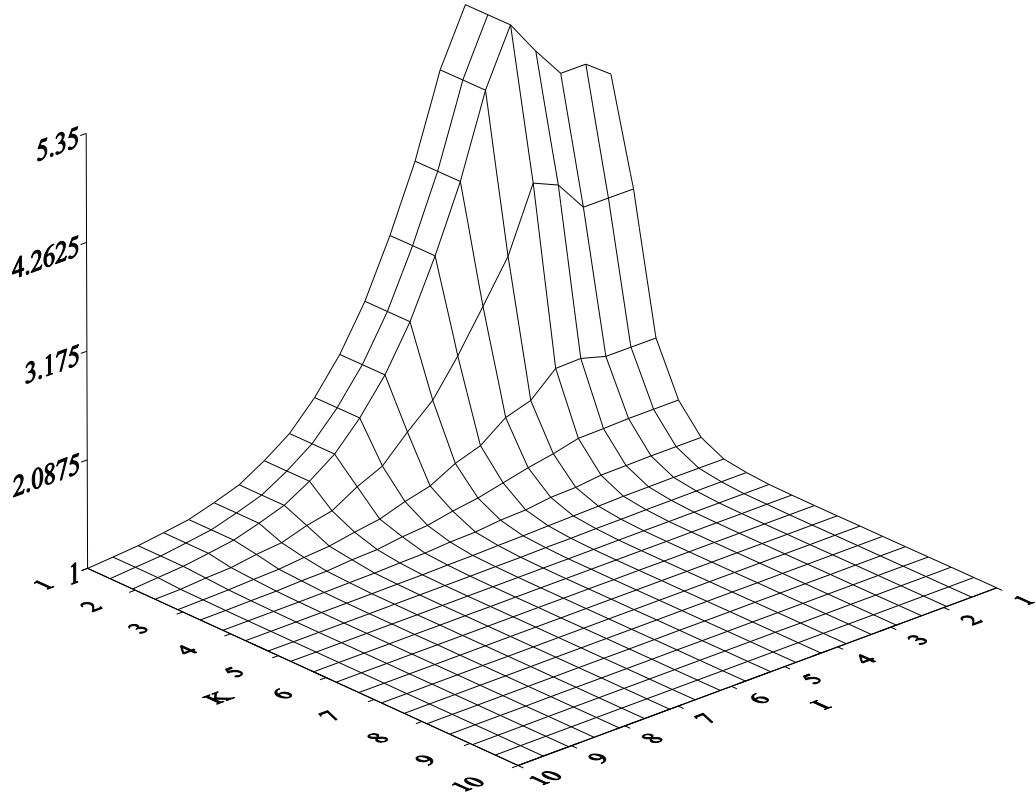
Şekil B.6 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=8.50$ saat



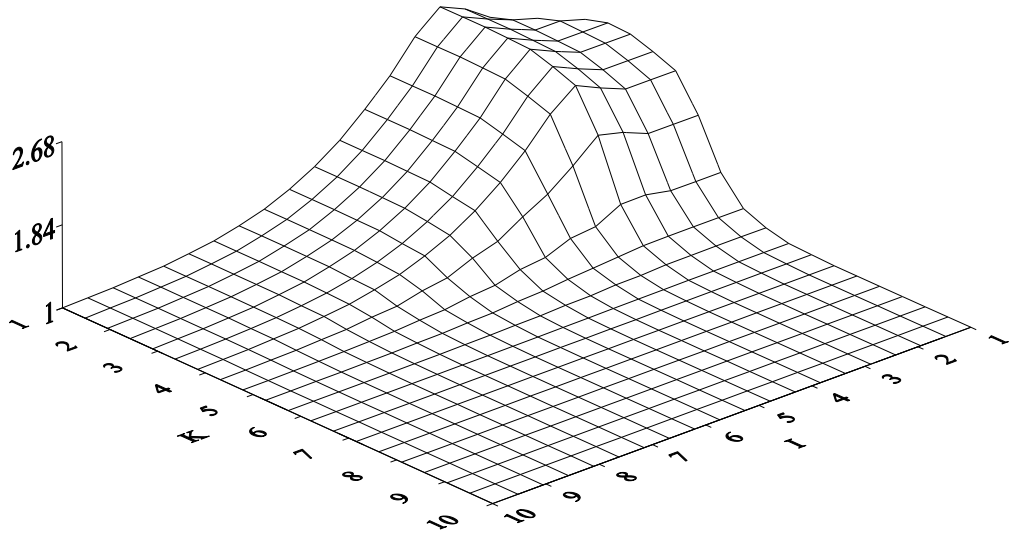
Şekil B.7 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=9.25$ saat



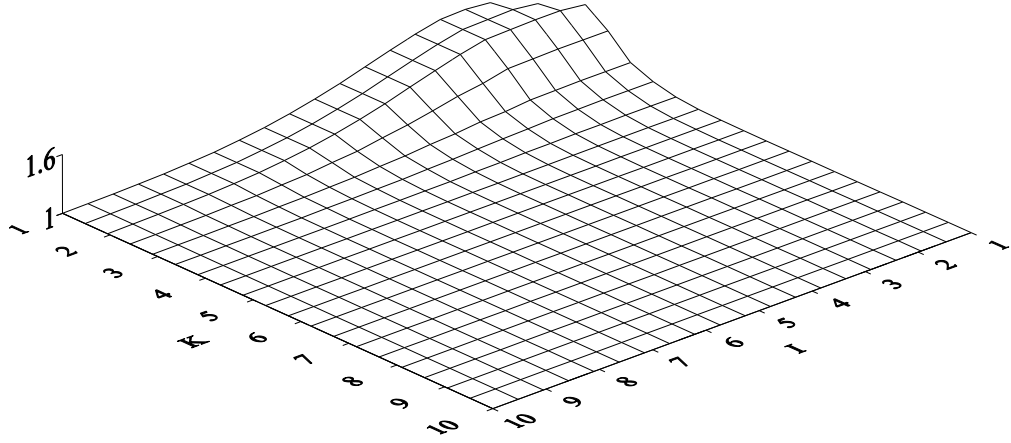
Şekil B.8 İki boyutlu konsantrasyon-mesafe eğrisi, $t=10.00$ saat



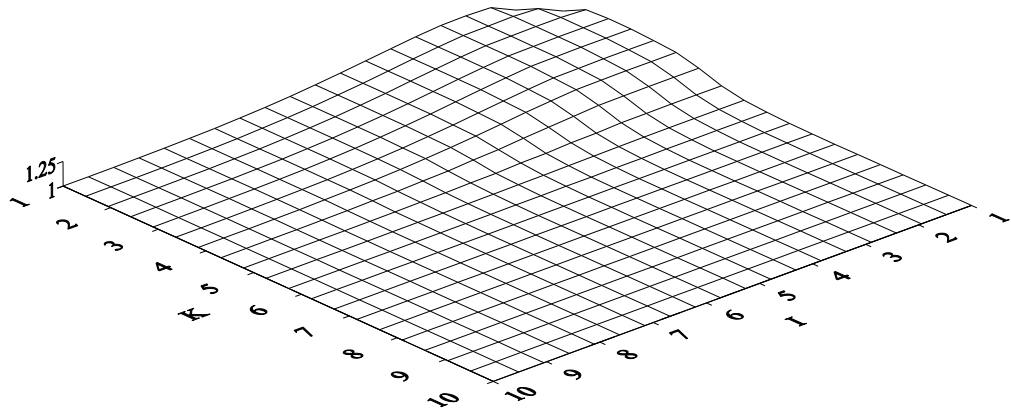
Şekil C.1 $t=3.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



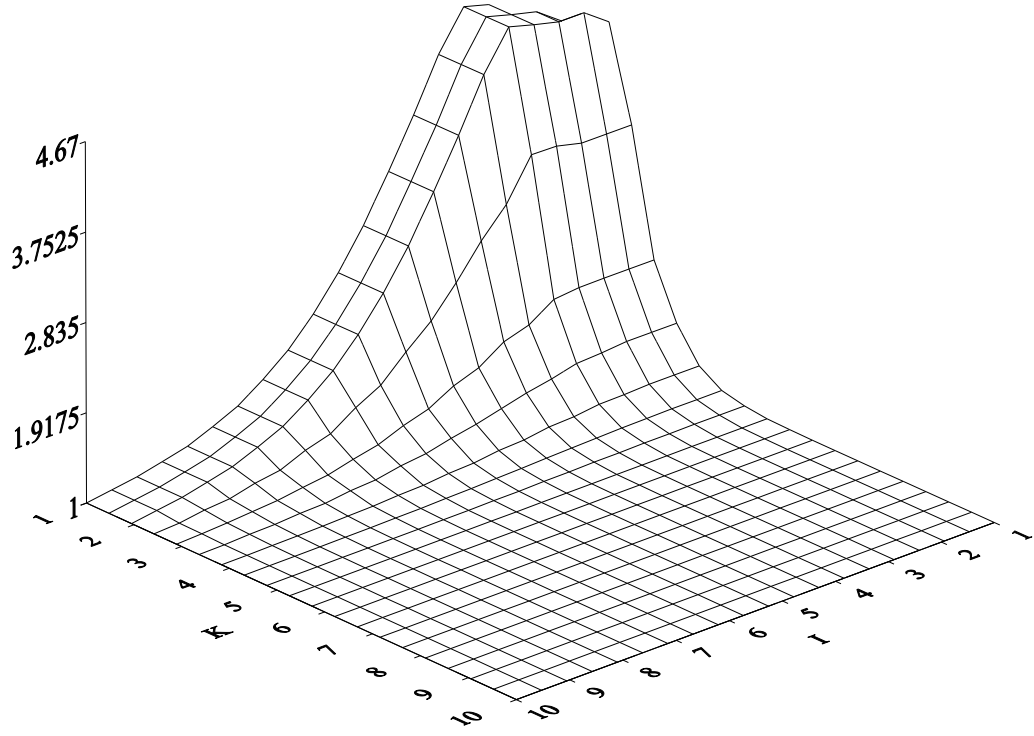
Şekil C.2 $t=3.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



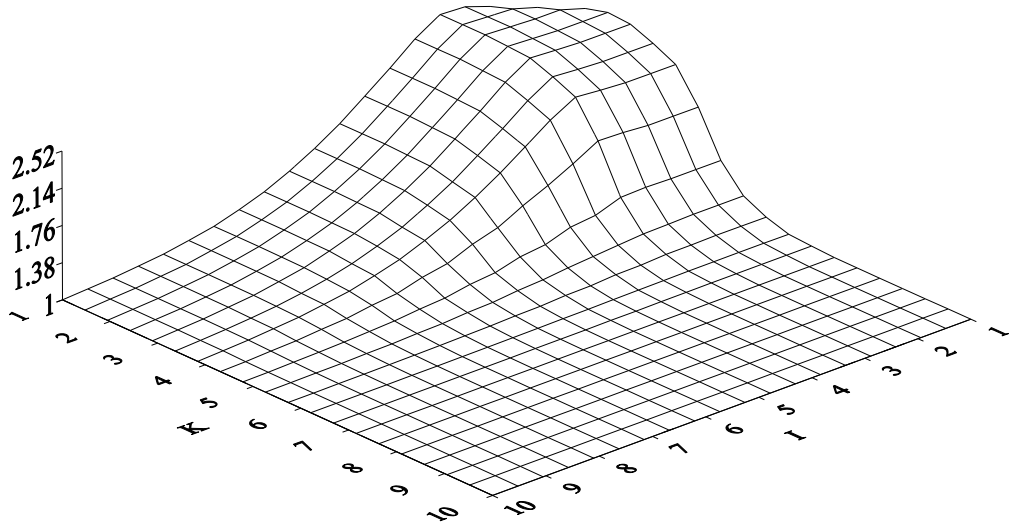
Şekil C.3 $t=3.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



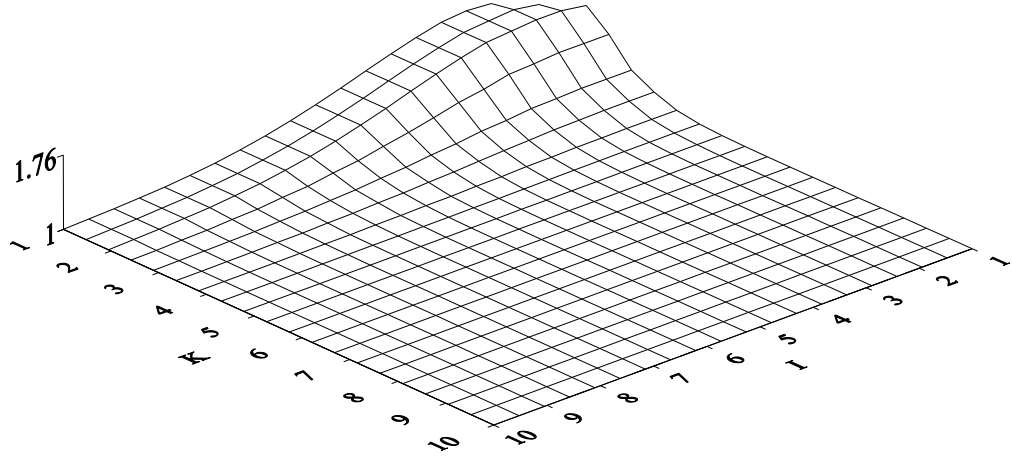
Şekil C.4 $t=3.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



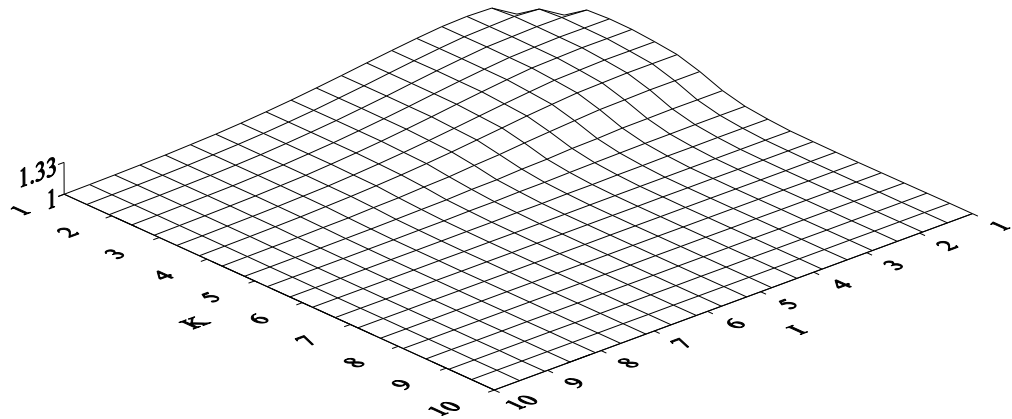
Şekil C.5 $t=4.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



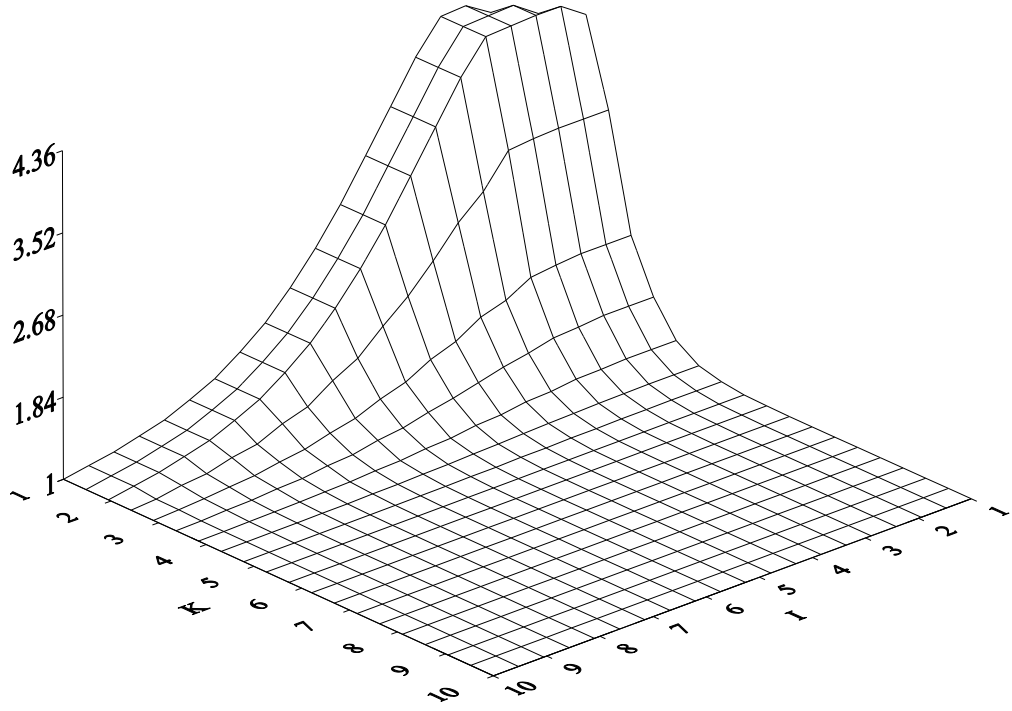
Şekil C.6 $t=4.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



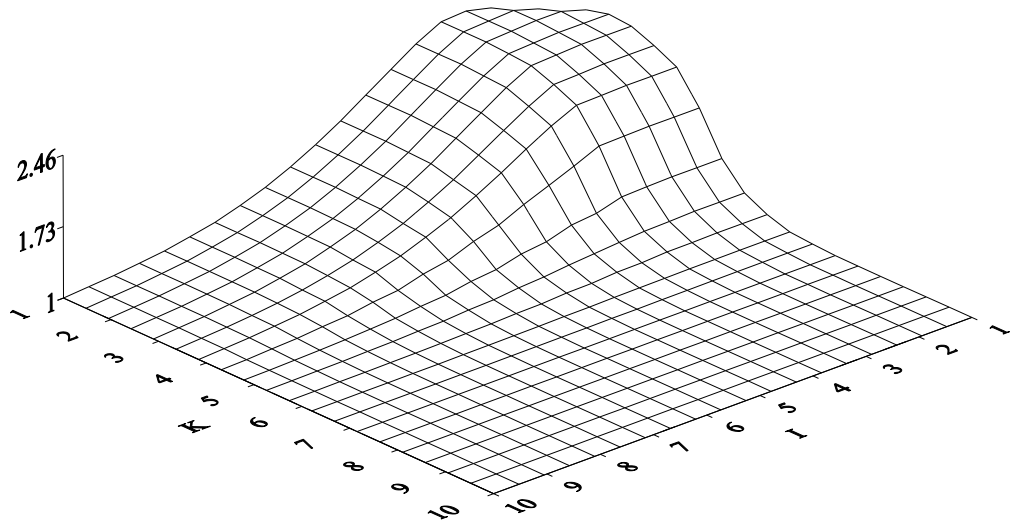
Şekil C.7 $t=4.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



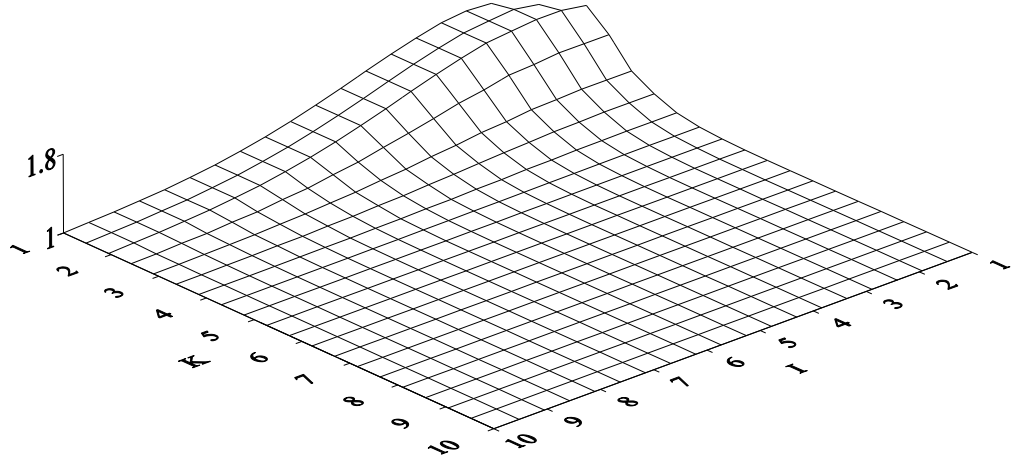
Şekil C.8 $t=4.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



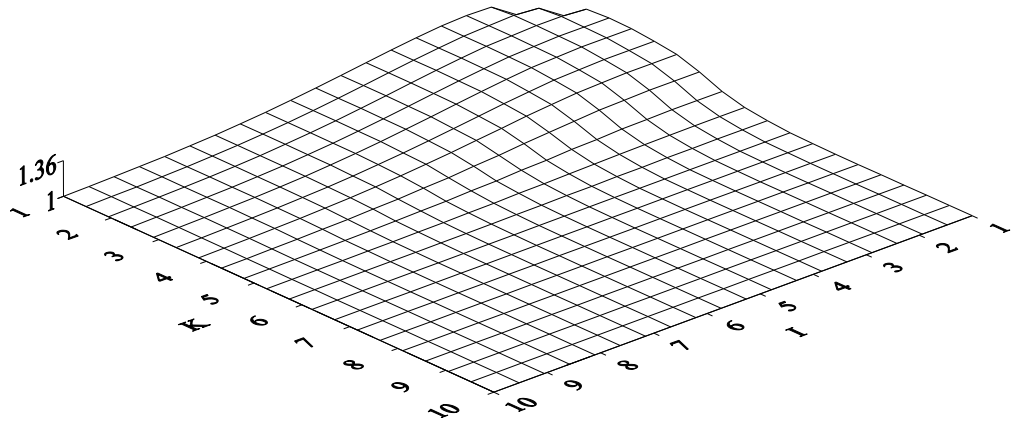
Şekil C.9 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



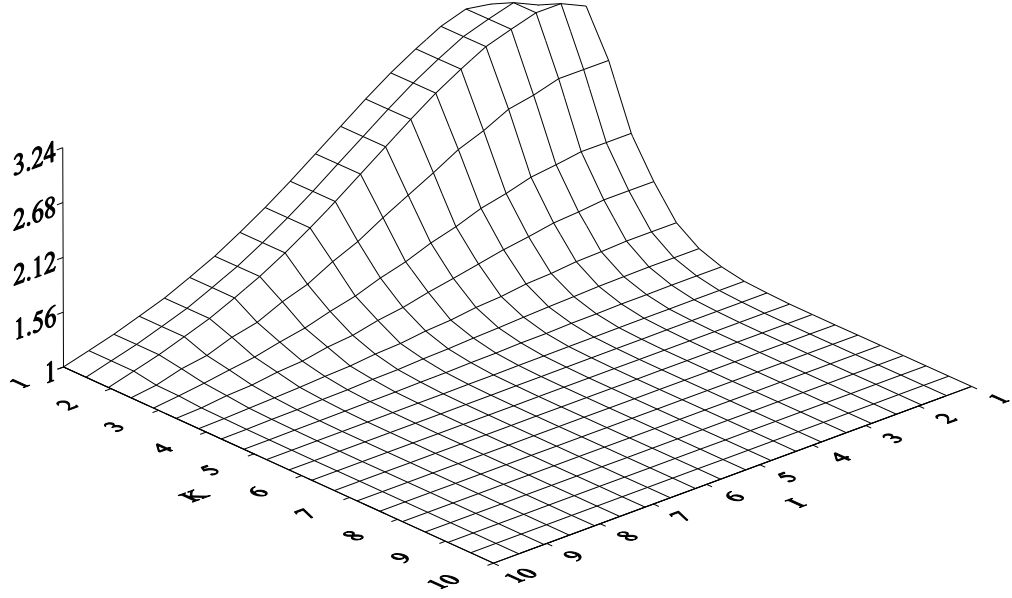
Şekil C.10 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



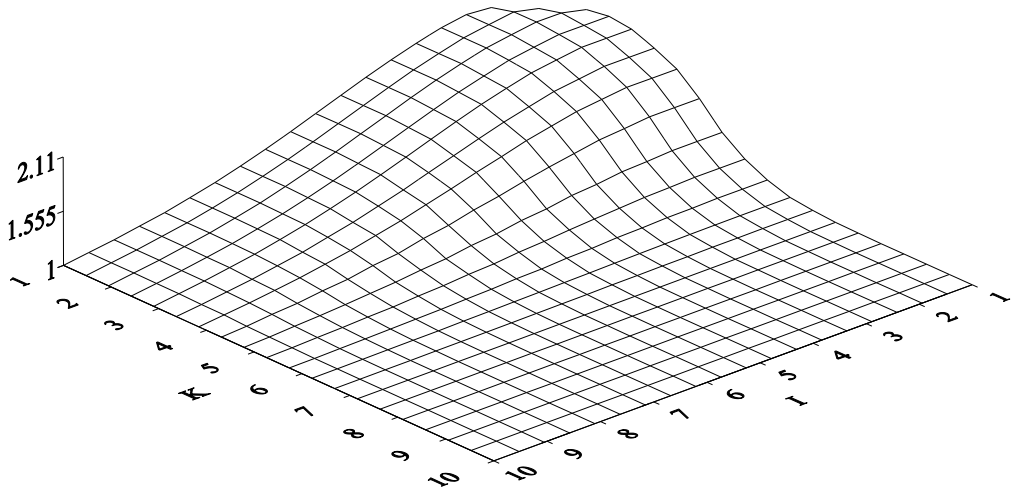
Şekil C.11 $t=4.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



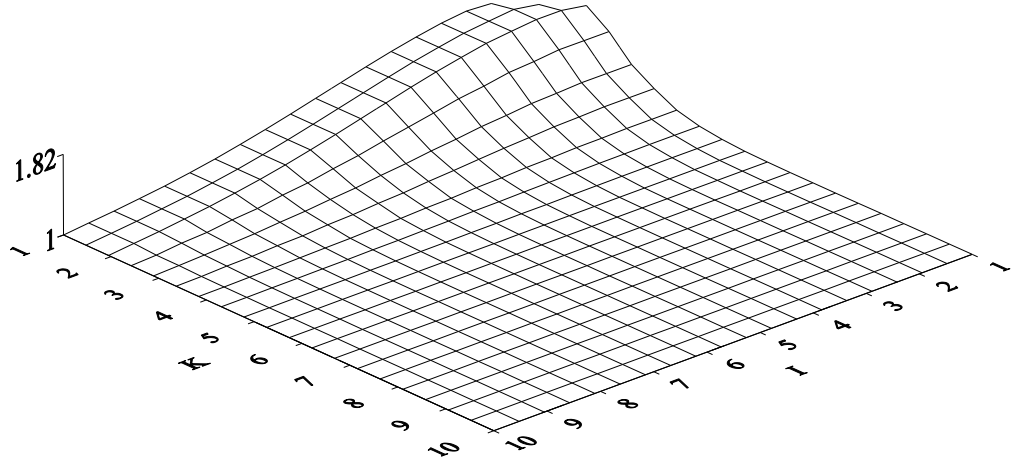
Şekil C.12 $t=4.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



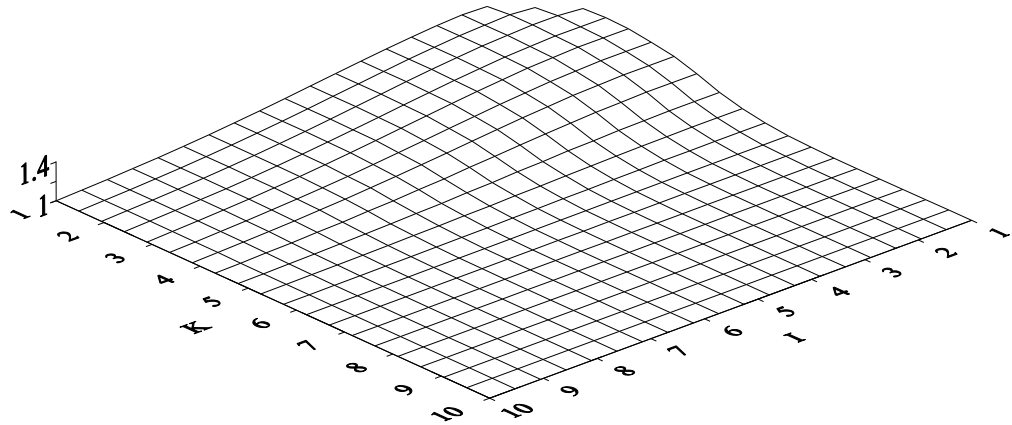
Şekil C.13 $t=6.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



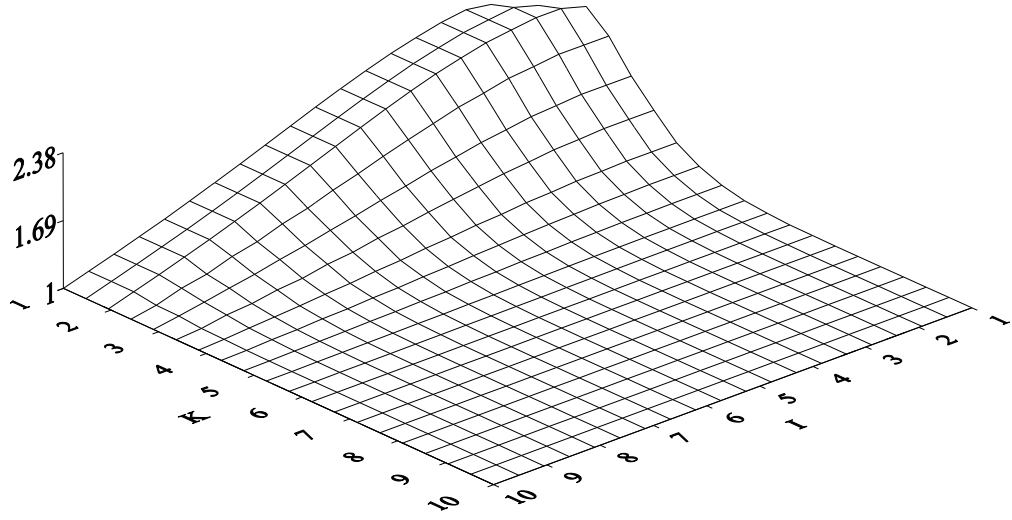
Şekil C.14 $t=6.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



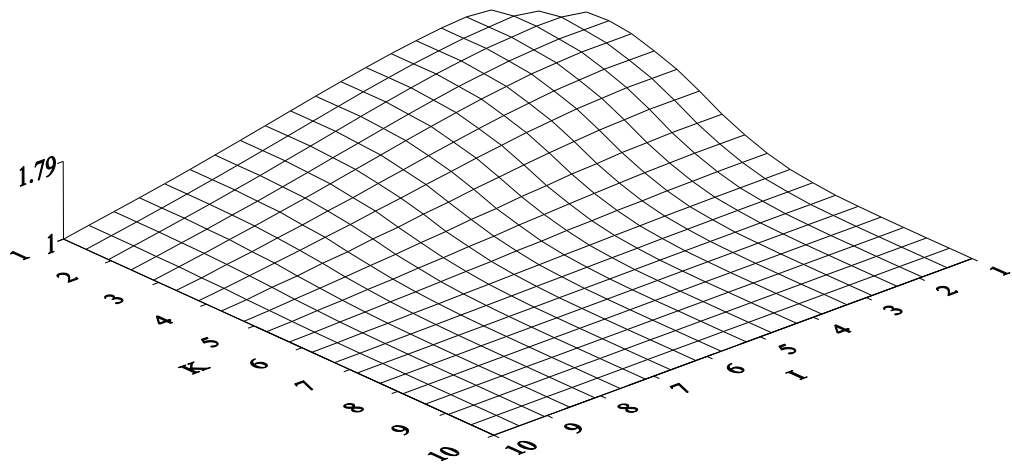
Şekil C.15 $t=6.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



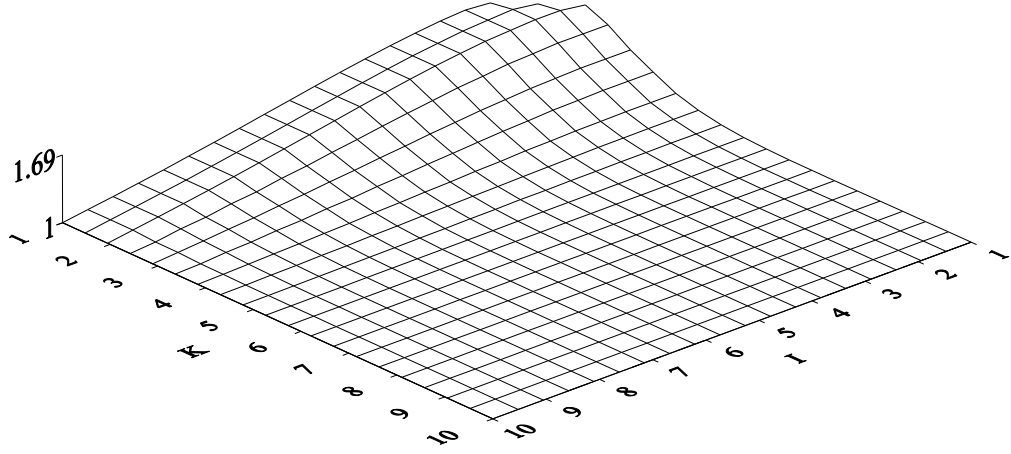
Şekil C.16 $t=6.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



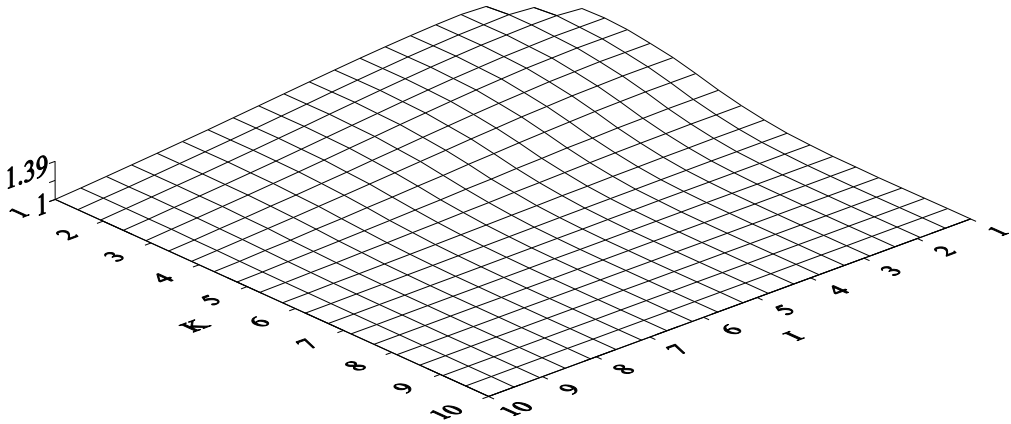
Şekil C.17 $t=7.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



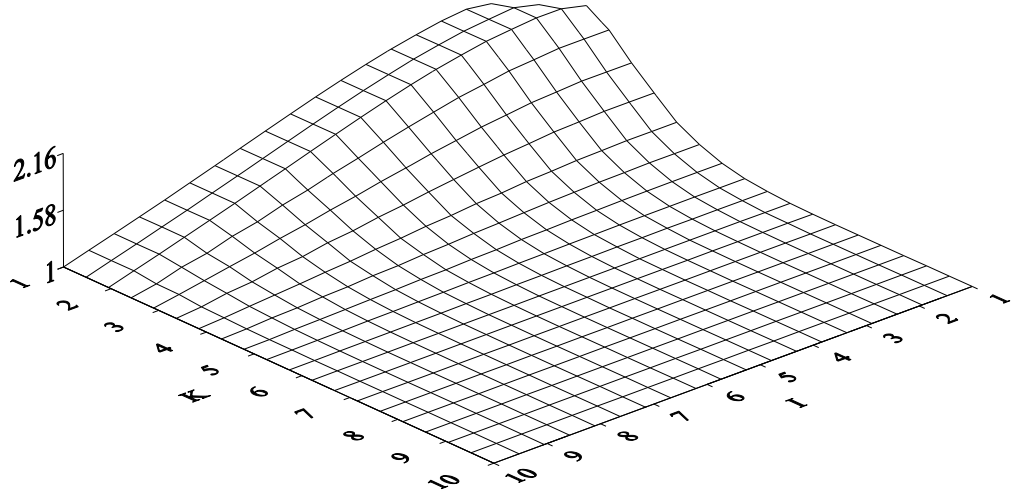
Şekil C.18 $t=7.75$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



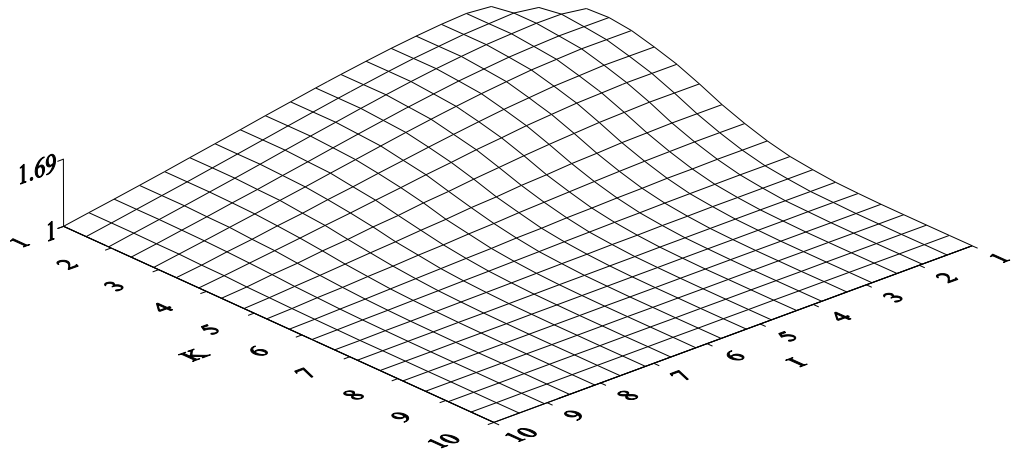
Şekil C.19 $t=7.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



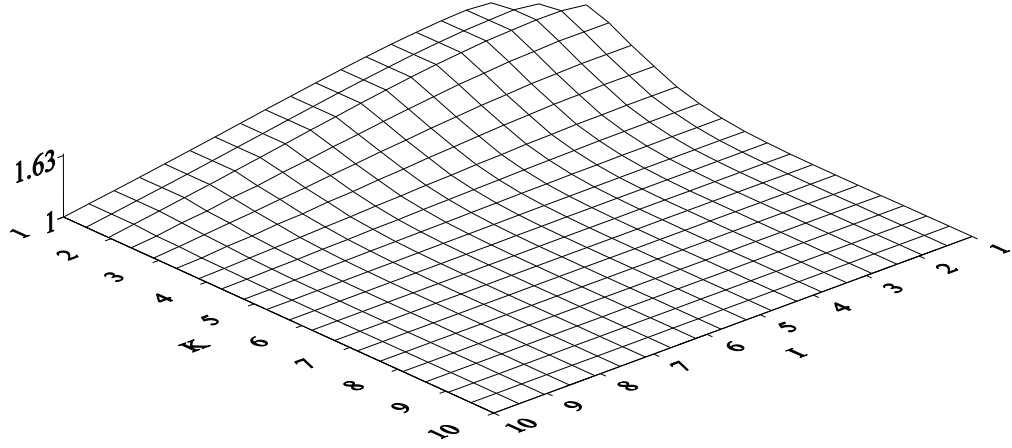
Şekil C.20 $t=7.75$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



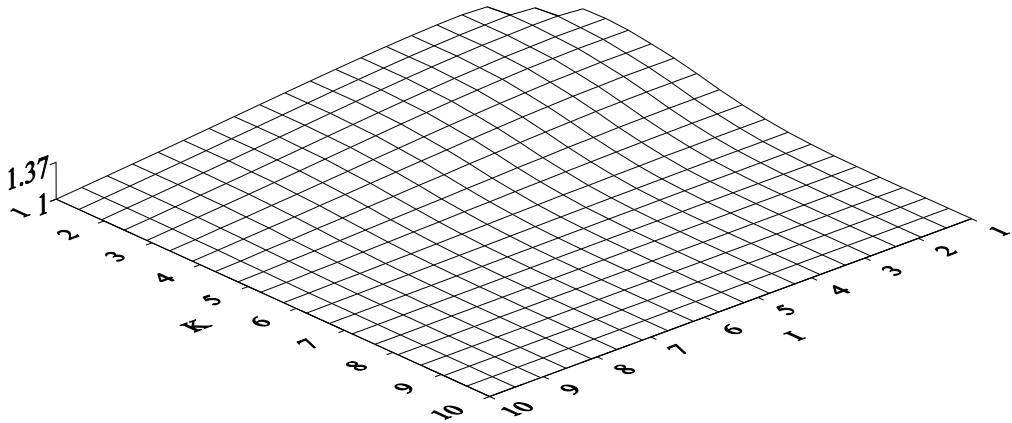
Şekil C.21 $t=8.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



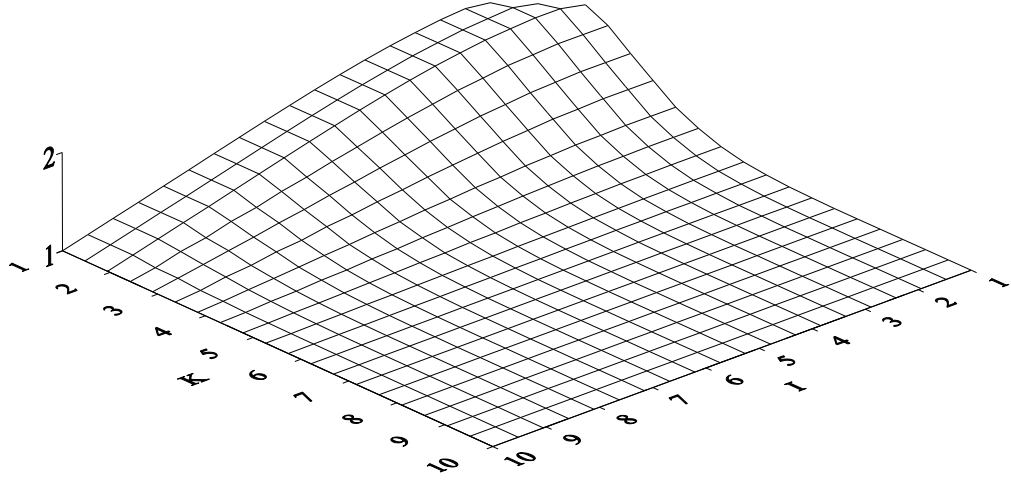
Şekil C.22 $t=8.50$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



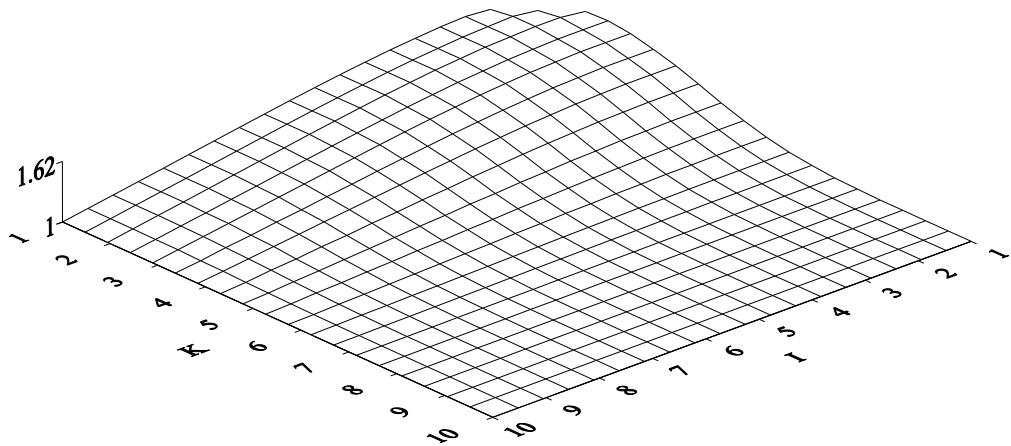
Şekil C.23 $t=8.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



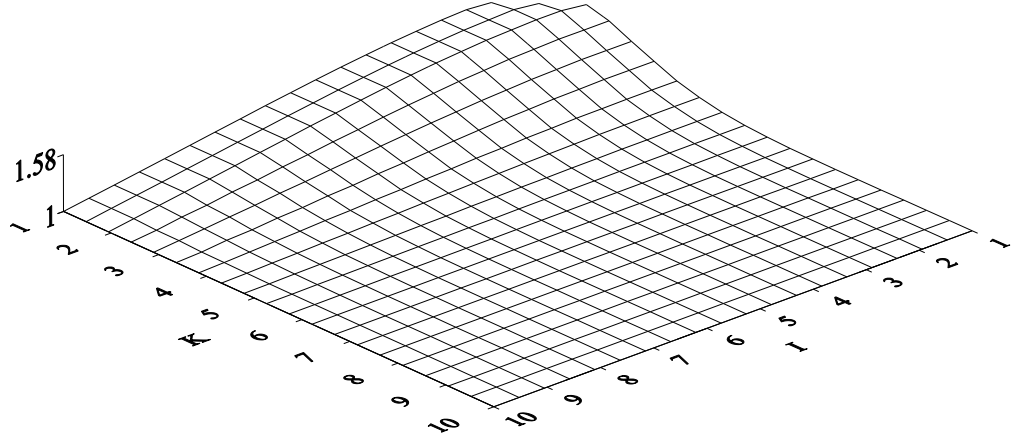
Şekil C.24 $t=8.50$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



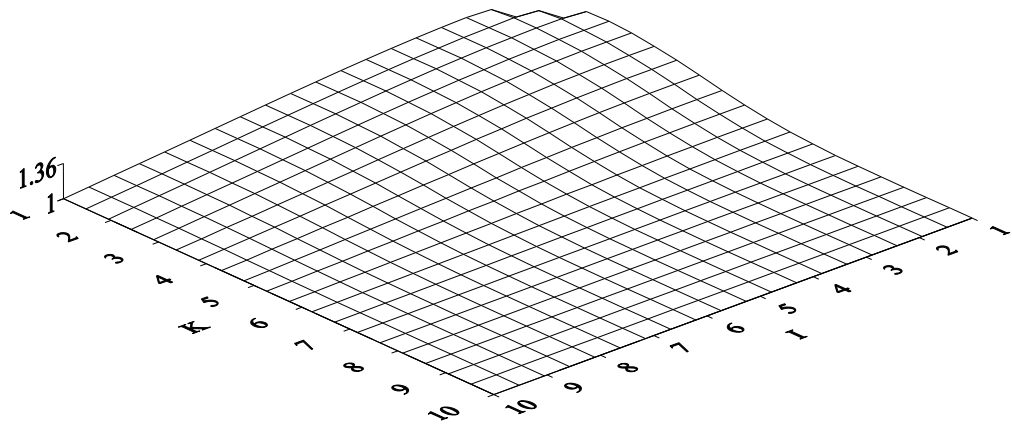
Şekil C.25 $t=9.25$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



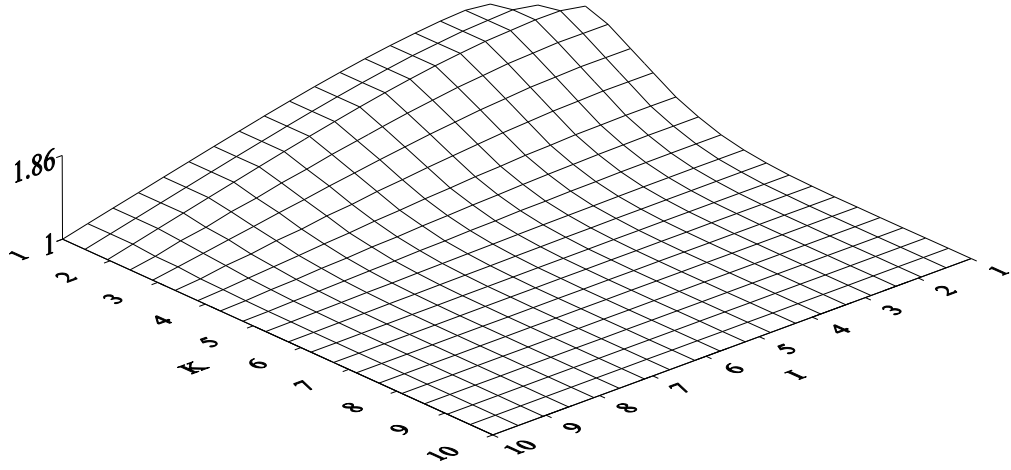
Şekil C.26 $t=9.25$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



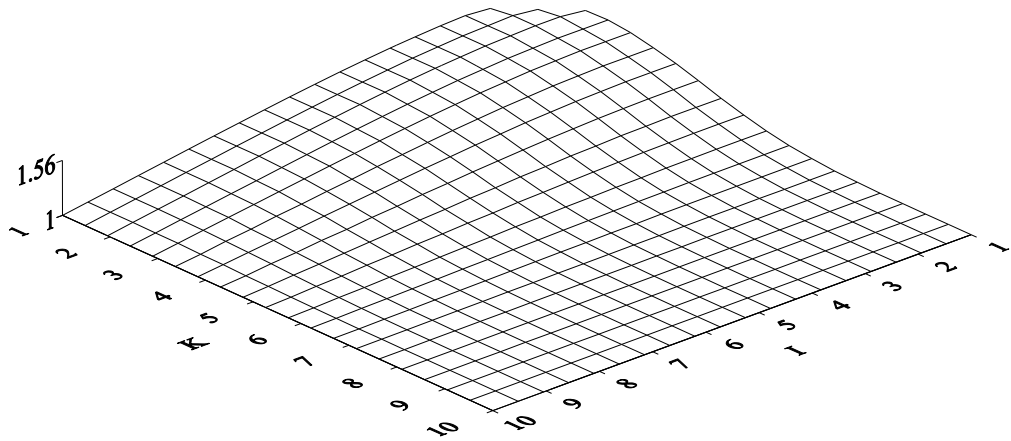
Şekil C.27 $t=9.25$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



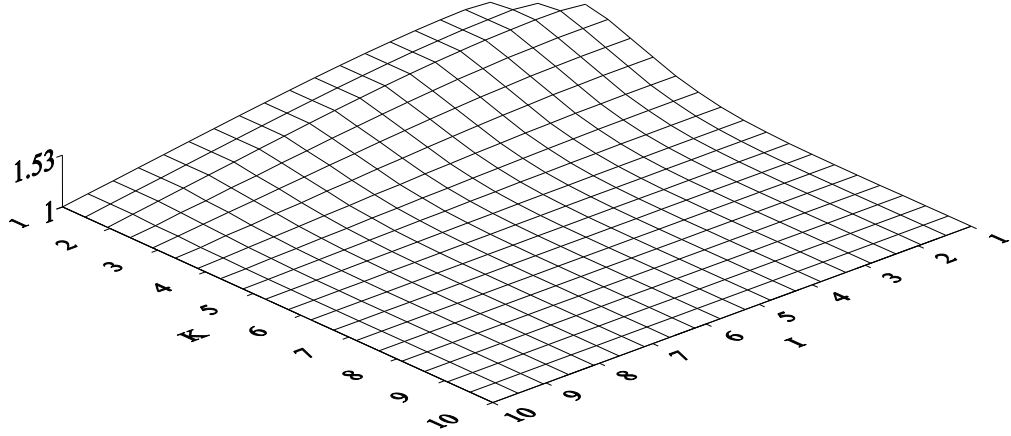
Şekil C.28 $t=9.25$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



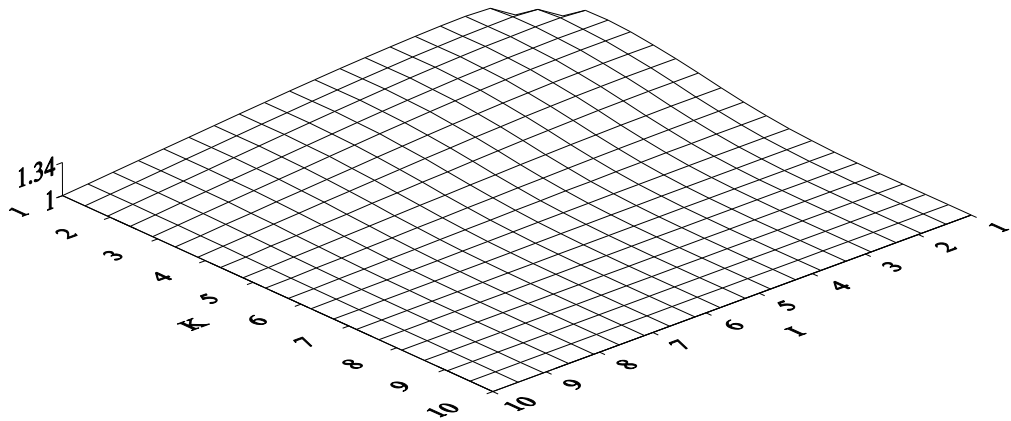
Şekil C.29 $t=10.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



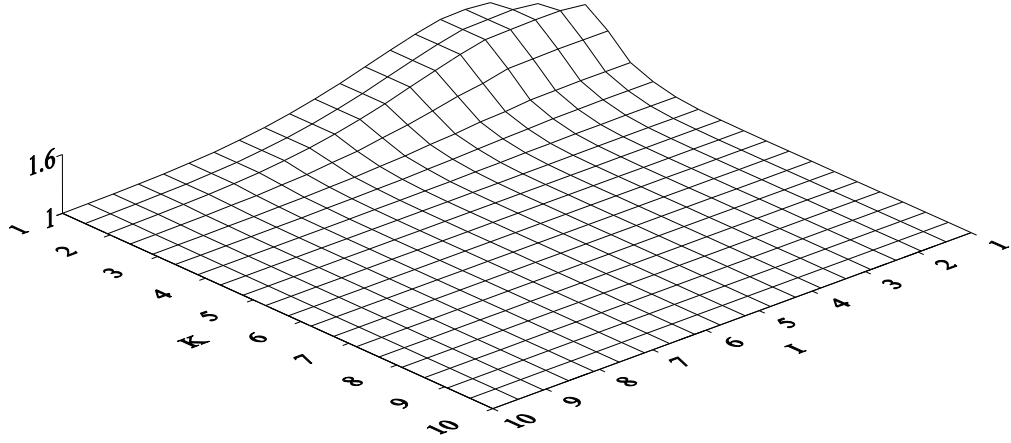
Şekil C.30 $t=10.00$, $z=25$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



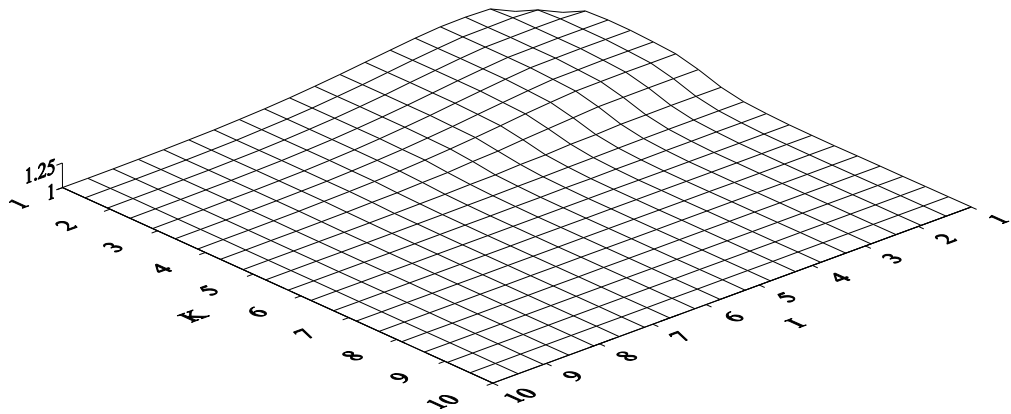
Şekil C.31 $t=10.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



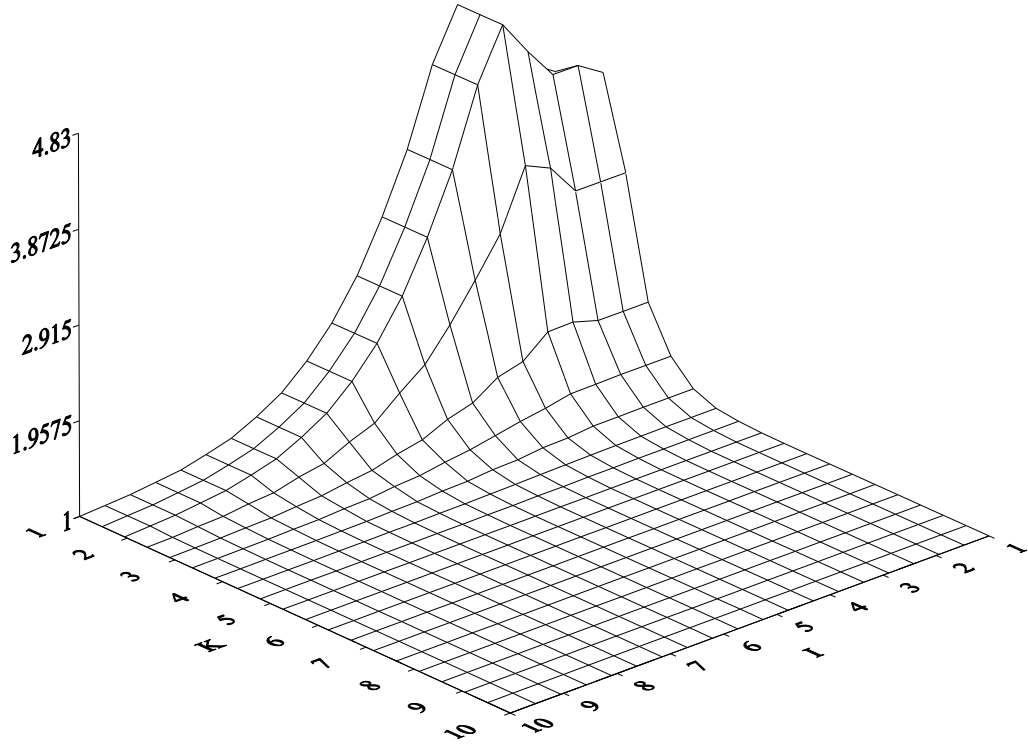
Şekil C.32 $t=10.00$, $z=50$ ve $j=2$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



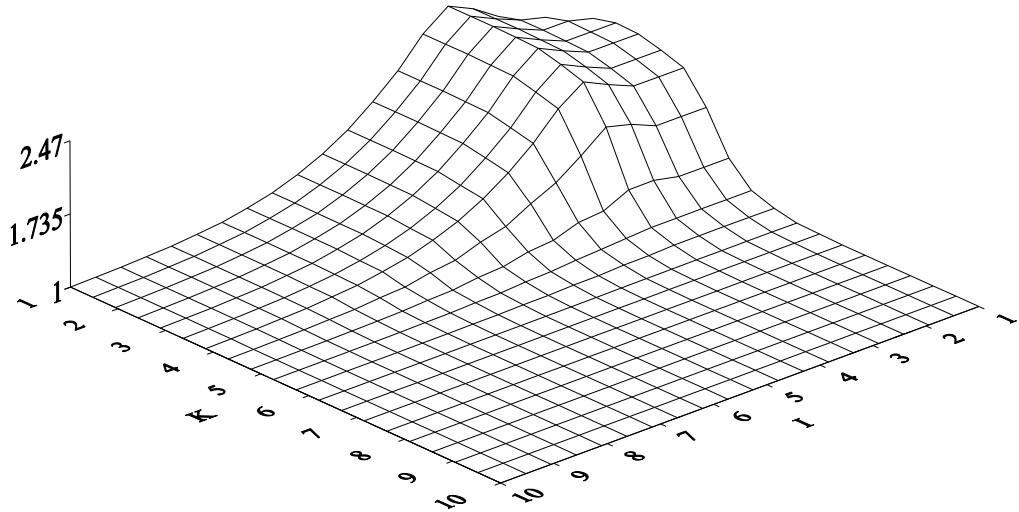
Şekil C.33 $t=3.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



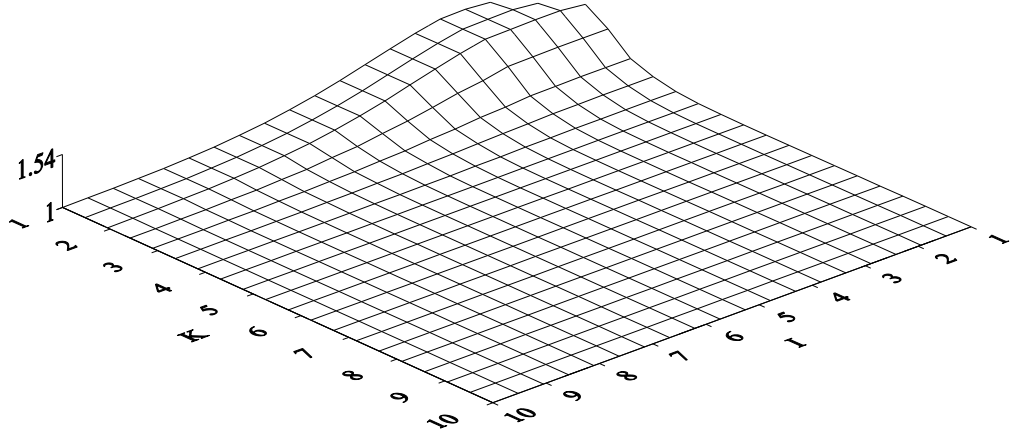
Şekil C.34 $t=3.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



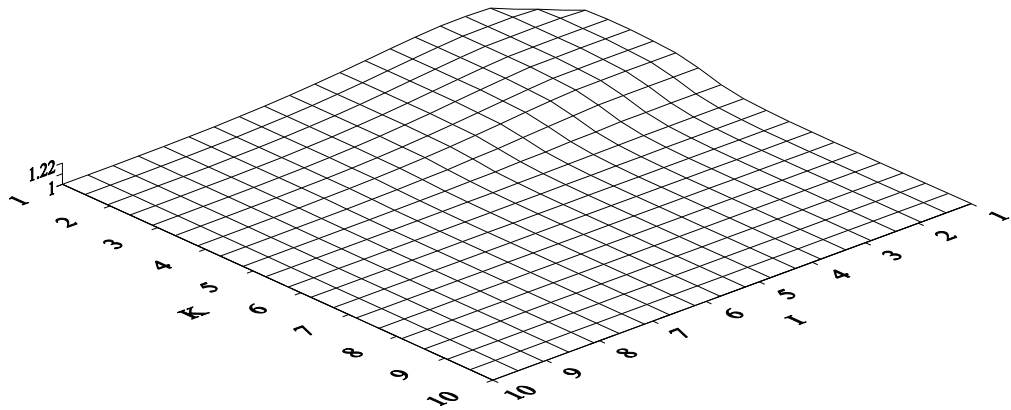
Şekil C.35 $t=3.75$, $z=50$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



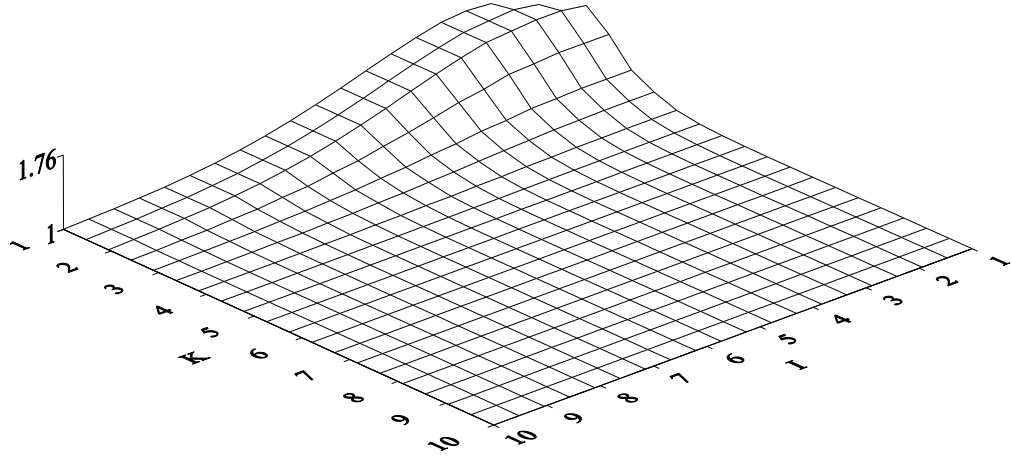
Şekil C.36 $t=3.75$, $z=50$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



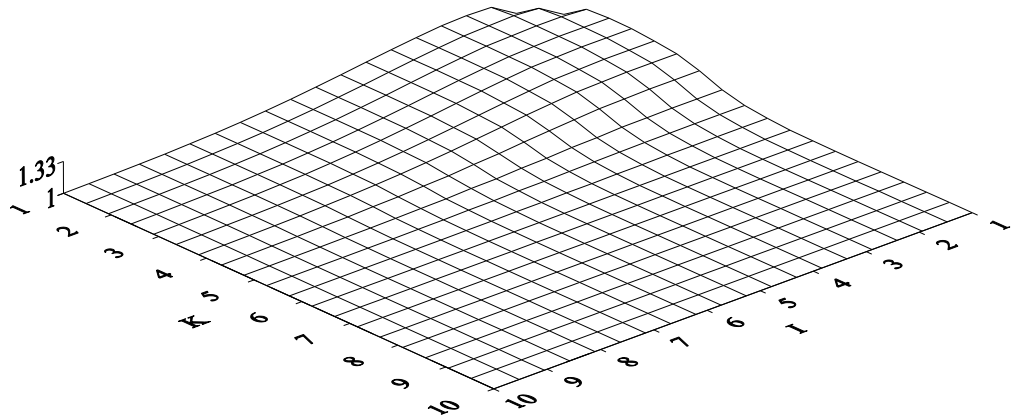
Şekil C.37 $t=3.75$, $z=75$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



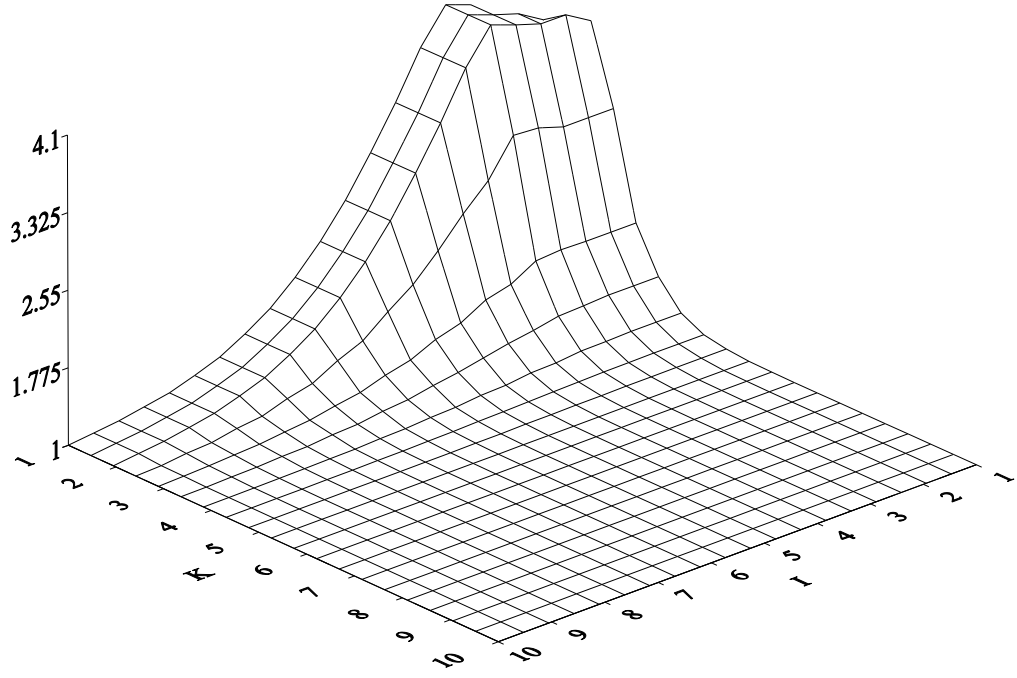
Şekil C.38 $t=3.75$, $z=75$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



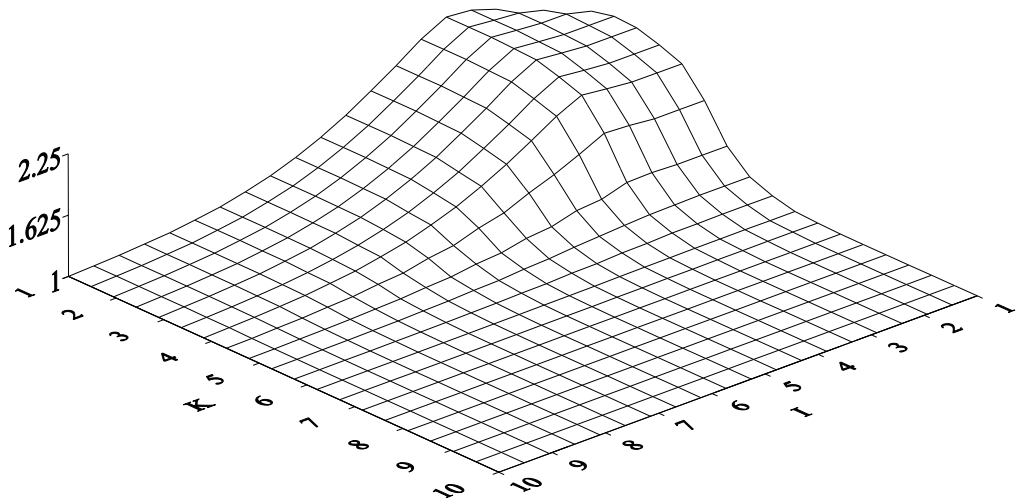
Şekil C.39 $t=4.50$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



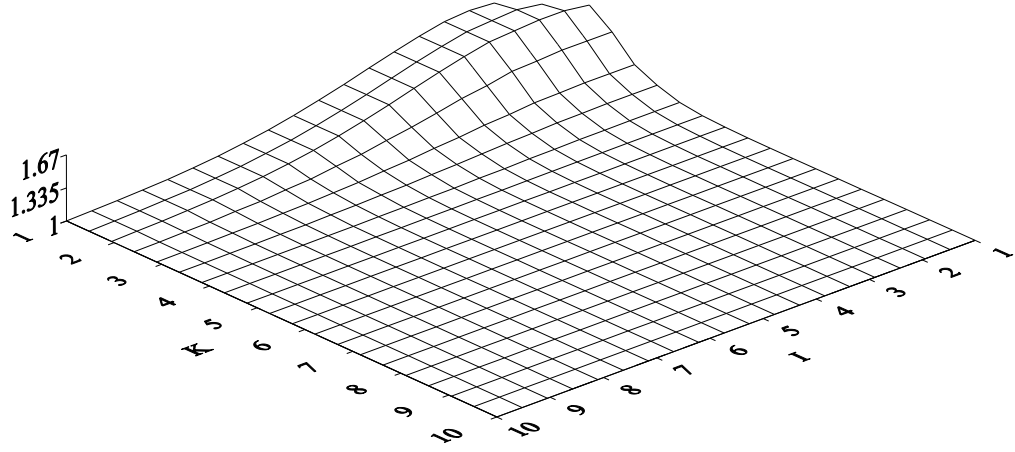
Şekil C.40 $t=4.50$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



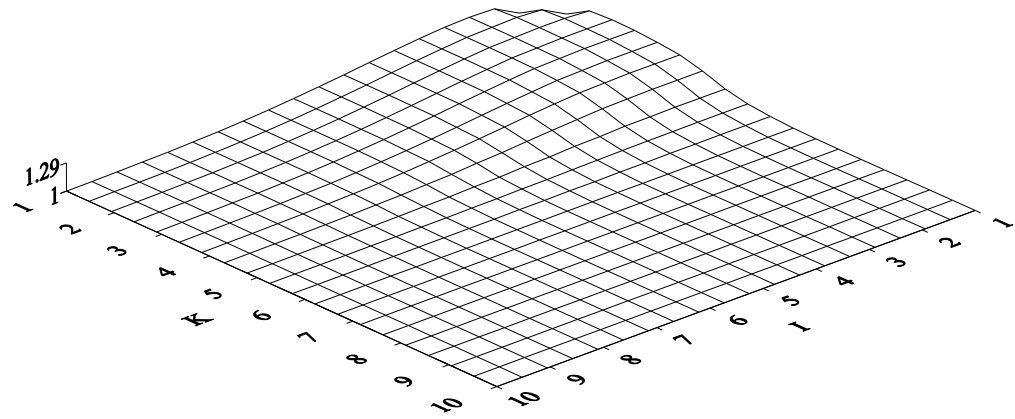
Şekil C.41 $t=4.50$, $z=50$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



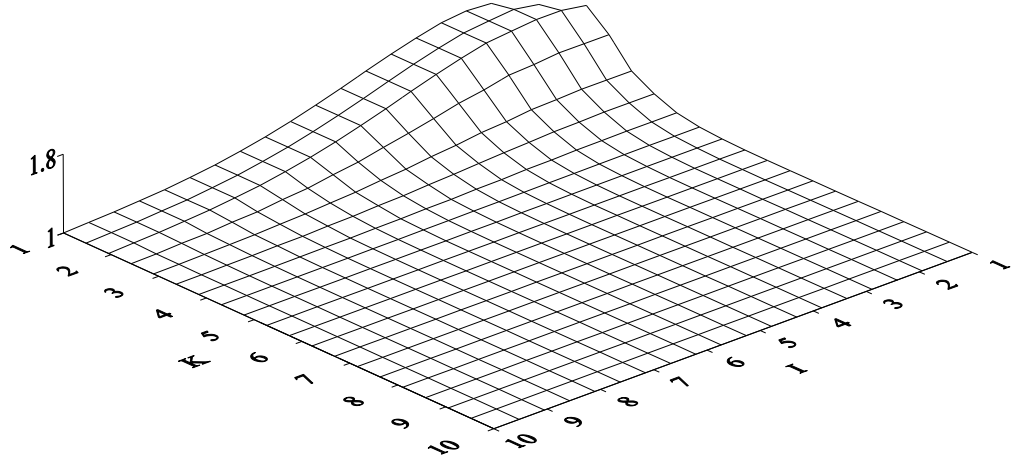
Şekil C.42 $t=4.50$, $z=50$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



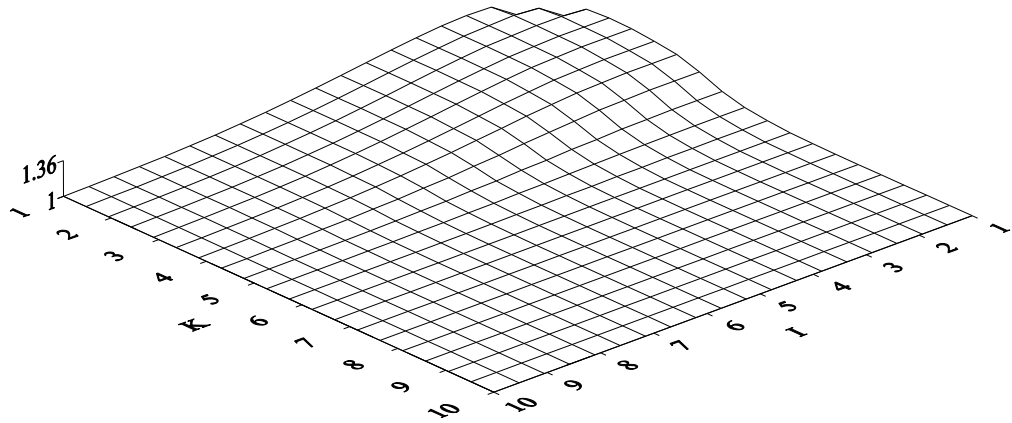
Şekil C.43 $t=4.50$, $z=75$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



Şekil C.44 $t=4.50$, $z=75$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



Şekil C.45 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki noktasal deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi



Şekil C.46 $t=4.75$, $z=25$ ve $j=3$ deki üç nokta deşarjlı konsantrasyon-mesafe eğrisi

KAYNAKLAR

- [1] **Altunkaynak A.**, 2000. Çözülebilir maddelerin dalga etkisiyle boyuna türbülans difüzyonu ve dispersiyonu, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [2] **Anagnostopoulos, P., Mpimpas, H. & Ganoulis, J.**, Numerical simulation of coastal pollution in the Thermaikos Gulf, Proc. of the 3rd Int. Conf. on Computer Modelling of Seas and Coastal Regions, La Coruna, Spain, eds. J.R. Acinas & C.A. Brebbia, Comput. Mechanics Publications, Southampton, pp. 173-182, 1997.
- [3] **Anagnostopoulos, P., Mpimpas, H.**, Finite element solution of wind-induced circulation and pollutant dispersion in the Thermaikos Gulf, Proc. of the 2nd Int. Conf. on Computer Modelling of Seas and Coastal Regions, Cancun, Mexico, eds. C.A. Brebbia, L. Traversoni & L.C. Wrobel, Comput. Mechanics Publications, Southampton, pp. 133-140, 1995.
- [4] **Chau, K.W., Jiang, Y.W.**, 2002. three dimensional pollutant transport model for the Pearl River Estuary, Water Research, **36**, 2029-2039
- [5] **Crowther, J.M., Bennet, J.M., Wallis, S.G., Curran, J.C., Milne, D.P., Findlay, J.S., Wood, B.J.B.**, A one- dimensional microbiological pollution model of the upper Clyde Estuary, Hydraulic and Environmental Modelling: Estuarine and River Waters, eds. R.A. Falconer, K. Shiono, R.G.S. Matthew, Ashgate Publishing Company, Cambridge, 1992.
- [6] **Hodder, J.P., Parkinson, N.J., Falconer, R.A.**, Application of a 2-D Depth integrated model for tidal flow and pollutant transport to the Northern Shore of Firth of Forth, Hydraulic and Environmental Modelling: Coastal Waters, eds. R.A. Falconer, S.N. Chandler-Wilde, S.Q. Liu, Ashgate Publishing Company, Cambridge, 1992.
- [7] **Ippen, A.T.**, 1966. Estuary and coastline hydrodynamics, McGraw-Hill Inc., New York.

- [8] **Kapdaşlı, S.**, 1992. Kıyı Mühendisliği, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [9] **Lamb, H.**, 1932. Hydrodynamics, Cambridge University Press, London.
- [10] **Martin J.L. and McCutcheon S.C.**, 1999. Hydrodynamics and Transport For Water Quality Modelling, Lewis Publishers, New York.
- [11] **Özhan, E., Hapoğlu, L.**, 3-D mathematical modelling of current and pollutant transport in Izmir Bay, Hydraulic and Environmental Modelling: Coastal Waters, eds. R.A. Falconer, S.N. Chandler-Wilde, S.Q. Liu, Ashgate Publishing Company, Cambridge, 1992.
- [12] **Pearce, B., Vivek, V., McIlvaine, H., Simek, E., Sucsy, P.**, An estuarine salinity model, Hydraulic and Environmental Modelling: Estuarine and River Waters, eds. R.A. Falconer, K. Shiono, R.G.S. Matthew, Ashgate Publishing Company, Cambridge, 1992.
- [13] **Richtmeyer R.D. and Morton K.W.**, 1967 Difference methods for initial-value problems, 2nd ed. New York: Interscience
- [14] **Sankaranayan, S., Shankar, N.J., Cheong, H.F.**, 1998. Three dimensional finite difference model for transport of conservative pollutants, Ocean Engineering, **25**, 425-442
- [15] **Sarıkaya, Z.**, 1974. Türbülans ve hız dağılımının çökeltme verimi üzerindeki etkisi, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [16] **Savcı, E.**, 1978. Hidrolik sıçrama halinde maddenin boyuna türbülanslı dispersiyonu, Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [17] **Shen, Y., Zheng, Y., Komatsu, T., Kohashi, N.**, 2002. A three dimensional numerical modelling of hydrodynamics and water quality in Hakata Bay, Ocean Engineering, **29**, 461-473
- [18] **Sorensen, R.M.**, 1997. Basic Coastal Engineering, Chapman&Hall, Newyork.
- [19] **Sümer, M.**, 1970. Ağırksız ve ağırlıklı maddelerin türbülanslı dispersiyonu, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- [20] **Şimşek M.**, 2000. Doğal akarsularda ve sinüs kanallarda boyuna dispersiyon katsayısının belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [21] **US Army Corps of Engineers**, 1984. Shore Protection Manual, US Government Printing Office, Washington.
- [22] **Uz, M.**, 1982. Düzenli dalgaların sabit, yatay iki paralel plakadan aktarılması, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [23] **Ünsal, İ.**, 1984. Oşinografi, İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi, İstanbul.
- [24] **Zobi, E.**, 1989. Kirlilik kontrolünde nümerik çözümler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

ÖZGEÇMİŞ

03.07.1978 tarihinde İstanbul’da doğmuştur. İlk öğrenimini Feyzullah İlkokulu’nda, orta öğrenimini Ahmet Şimşek Koleji’nde ve lise öğrenimini Haydarpaşa Anadolu Teknik Lisesi’nde tamamlamıştır. Lisans eğitimini Kocaeli Üniversitesi İnşaat Fakültesi’nde bitiren Tarkan ERDİK halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Hidrolik Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.