

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN BİR UCU ANKASTRE DİĞER
UCU YAYLI DURUMUNDA ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Haluk IŞIK**

Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği

Programı : Yapı Mühendisliği

HAZİRAN 2013

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN BİR UCU ANKASTRE DİĞER
UCU YAYLI DURUMUNDA ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Haluk IŞIK
(501071048)**

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Reha ARTAN

Teslim tarihi : 09.05.2013

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 501071048 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi **Haluk IŞIK**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN BİR UCU ANKASTRE DİĞER UCU YAYLI DURUMUNDA ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Reha ARTAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. İrfan COŞKUN**
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Abdullah GEDİKLİ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **9 Mayıs 2013**
Savunma Tarihi : **6 Haziran 2013**

ÖNSÖZ

Bu çalışmada içiçe geçmiş iki karbon nanotüpün bir ucunda yay olması şartı altında Euler Bernoulli çubuk modeli esas alınarak Başlangıç Değeri Yöntemine göre çözümü incelenmiştir. Çözüm sırasında Van der Waals etkileri de gözönünde bulundurulmuştur. Hesaplamalar *Mathematica* programı yardımıyla yapılmıştır. Çalışma boyunca yardımlarını benden esirgemeyen, bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım değerli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Reha Artan'a teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2013

Haluk Işık
İnşaat Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
KISALTMALAR	vi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÖZET.....	ix
SUMMARY	xi
1. GİRİŞ	1
1.1 Euler Bernoulli Çubuk Modeli	2
1.2 Çift Duvarlı Karbon Nanotüpte Yöntemin Uygulanması	3
2. NANOTEKNOLOJİ HAKKINDA.....	5
2.1 Nanoteknoloji Nedir	5
2.2 Nanoteknolojinin Uygulama Alanları Listesi	6
2.3 Karbon Nanotüp Nedir?	7
2.4 Karbon Nanotüpler Nasıl Ortaya Çıkmıştır?.....	9
2.5 Karbon Nanotüplerin Uygulama Alanları	10
2.5.1 Yapısal	10
2.5.2 Elektromanyetik	10
2.5.3 Elektroakustik	12
2.5.4 Kimyasal	12
2.5.5 Mekanik	12
2.5.6 Elektrik devreleri.....	13
2.5.7 Interconnect'ler	13
2.5.8 Transistörler	14
2.5.9 Elektronik tasarım ve tasarım otomasyonu	14
2.5.10 Tıp	15
3. KULLANILAN YAKLAŞIK YÖNTEM	17
3.1 Yaklaşık Yöntemin Dört Mesnet Hali İçin Gösterilmesi	17
3.1.1 İki ucu basit mesnetli giriş	19
3.1.2 Bir ucu ankastre mesnetli bir ucu serbest giriş	21
3.1.3 Bir ucu ankastre mesnetli bir ucu basit mesnetli giriş	23
3.1.4 İki ucu ankastre mesnetli giriş	25
3.2 Bir Ucu Ankastre Diğer Ucunda Yay Olan Çubukta Burkulma Yüğü	28
4. ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPTE BURKULMA YÜKÜ	35
4.1 Hesapların Değerlendirilmesi.....	38
5. SONUÇ.....	41
5.1 DWCNT'lerde 'C' Van der Waals Katsayısı İle 'k' İlişkisi	41
5.2 DWCNT'ler İle SWCNT'ler Arasında Burkulma Yükünün Farkı	43
KAYNAKLAR	45
ÖZGEÇMİŞ.....	47

KISALTMALAR

CNT	: Karbon nanotüp
SWCNT	: Tek Duvarlı Karbon Nanotüp
DWCNT	: Çift Duvarlı Karbon Nanotüp
MWCNT	: Çok Duvarlı Karbon Nanotüp

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : İki ucu basit mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.....	21
Çizelge 3.2 : Bir ucu ankastre mesnetli, bir ucu serbest kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.....	23
Çizelge 3.3 : Bir ucu ankastre mesnetli, bir ucu basit mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması... ..	25
Çizelge 3.4 : İki ucu ankastre mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.....	27
Çizelge 3.5 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çubuk için kesin burkulma yükü katsayılarının karşılaştırılması... ..	30
Çizelge 3.6 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.. ...	31
Çizelge 4.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çift duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi... ..	38
Çizelge 5.1 : C Van der Waals katsayısı ile k yay katsayısı arasındaki ilişki... ..	41

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Mikroskop altında saç teli ve iplik gibi görünen karbon nanotüpler.....	5
Şekil 2.2 : Tek Duvarlı Karbon Nanotüp.....	8
Şekil 2.3 : Çift Duvarlı Karbon Nanotüp.....	8
Şekil 3.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının kesin çözüm için değerlendirilmesi.....	31
Şekil 3.2 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.....	33
Şekil 3.3 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.....	33
Şekil 4.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çift duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.....	40
Şekil 5.1 : k ile C arasındaki ilişkiyi gösteren grafik.....	42
Şekil 5.2 : k ile C arasındaki ilişkiyi gösteren grafik ...	42
Şekil 5.3 : Tek duvarlı karbon nanotüpler ile çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulmalarının karşılaştırılması.	43

ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN BİR UCU ANKASTRE DİĞER UCU YAYLI DURUMUNDA ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ

ÖZET

Bu çalışma, bir inşaat mühendisliği içeriğinde, günümüz biliminin geldiği en ileri noktalardan biri olan nanobilimle ilgilenir. Nanobilim veya nanoteknoloji, günlük hayatta alışık olduğumuz ölçeklerden çok daha küçük ölçekte, atomik ölçeklerde, madde üzerinde yapılan çalışmadır. Çalışma ilk önce nanoteknolojinin tarihçesinin anlatımı ile başlar, kullanım alanlarına değinir, daha sonra 1985 yılında Harold Kroto ve ekibi tarafından keşfedilen ve fulleren isimli yapılara değinerek ve bu tezin konusu olan karbon nanotüpleri inceler. Karbon nanotüplerin kullanım alanları sıralanarak bunlar kısaca anlatılır. Daha çok yeni bir bilim olan ve günümüzde hala çok sayıda araştırmaya açık olan nanoteknoloji ve karbon nanotüplerin gelecekte hangi uygulama alanları getireceği ve halen hangi konularda çalışıldığına değinilir.

Bu çalışma asıl olarak çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulması ile ilgilidir. Karbon nanotüplerin modeli olarak Euler Bernoulli çubuk modeli kullanılmıştır. İki tüp arasındaki Van der Waals kuvvetinin katkısı da dikkate alınarak hesaplara eklenmiştir. Amaca ulaşmak için ilk önce kullanacağımız yaklaşık yöntemden bahsedilmiş, bu yöntemin etkinliği gösterilmeye çalışılmıştır. Öncelikle normal kuvvet altındaki basit çubuk dört mesnet hali için çözülmüştür. Kesin çözümde yer alan eksponansiyel ifade Taylor serisi şeklinde açılarak yaklaşık yöntemin temeli oluşturulmuştur. Buradan yaklaşık yöntemin çok fazla terime ihtiyaç duymadan tutarlı sonuçlar verebileceği gösterilmiştir. Bu basit çubuğun bizim kullanımımız için gerekli olacak karbon nanotüpü temsil ettiği gösterilmiştir. Daha sonra ikinci aşamada basit çubuğun bir ucunda yay olması durumu ele alınmıştır. Karbon nanotüpün ucunda olan yay, nanotüpün içinde oluşan kuvvetleri değil, ortamdaki kuvveti temsil etmektedir. Çift duvarlı karbon nanotüplerin çözümüne geçildiğinde tüpler arasındaki Van der Waals kuvvetinin nasıl bir etki oluşturacağı gösterilmiştir. Bunlar hem nümerik hem de analitik olarak hesaplanmıştır. DWCNT modelinin kesin çözümünü bulmak çok zor olduğundan önerilen nümerik çözüme göre hesaplamalar yapılmış, sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Sonuçlar değerlendirildiğinde, hesaplara çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulma yükünün tek duvarlı karbon nanotüplere göre daha yüksek olacağı öngörülerek başlanmış ve bu doğrulanmıştır. Yay katsayısının artmasının burkulmaya daha mukavim çubuk oluşması sonucu gösterilmiştir.

BUCKLING ANALYSIS OF DOUBLE-WALLED CARBON NANOTUBES WITH THE CANTILEVER BEAM MODEL WITH A SPRING CONSTRAINT ON ONE END

SUMMARY

This study deals, in a civil engineering context, with one of the most advanced achievements of contemporary science that has gathered a diverse selection of disciplines to work together: nanoscience. Nanoscience or nanotechnology refers to study of materials in a much smaller scale than we used to in our daily lives; in fact it is in atomic scales. The study first outlines the history of nanotechnology, its use in various fields, mentions the fullerenes which were discovered in 1985 by Harold Kroto and his team and then discusses the carbon nanotubes which is the area of concern in this paper. The paper also outlines the use of carbon nanotubes and summarizes each use. It discusses the future of nanotechnology and carbon nanotubes, and current research on nanotechnology.

Nanotechnology is a multidisciplinary science that looks at how we can manipulate matter at the molecular and atomic level. It is to build smallest structures as possible using atoms and molecules as building blocks. This technology deals with materials and structures in nano scale which is generally within 1 to 100 nanometers in size. On this scale, quantum mechanical effects become important which is why it is also called the quantum-realm scale. On nanoscale, things behave differently. First reason is the surface area. More surface area means more area for reactions. Nano particles of aluminum are very reactive, they can be used in rocket fuels. Light also behaves differently as we head down to nano scale. Objects can even become invisible when there is no color to reflect. Using nanotechnology, elastic materials can be manufactured which otherwise would be impossible. Gold molecules can be used to create this elasticity in desired materials.

Nanotechnology is intertwined in our lives and there are a vast number of application areas of nanotechnology. We could easily count medical field, environment, energy, information and communication, heavy industry, and consumer goods. These areas also further divide in subgroups in themselves. To name a few, for example in medical field, nanotechnology finds its use in diagnostics, drug delivery, tissue engineering, and cryonics. In heavy industry nanotechnology is utilized in aerospace, catalysis, construction, steel, glass and coatings, fire protection and detection, and vehicle manufacturers.

In a research in 1985 which Harold Kroto's team in Brighton, UK had been conducting, they had stumbled on a new, spontaneously-formed structure of matter. While studying the origin of the universe and trying to reproduce deep-space chemical reactions in the laboratory, they came across a remarkable molecule. Harold Kroto said in a conference that they had found the carbon chains and that they had explained how those chains came to be in space, that there was a big surprise. At the same time, they discovered that beautiful cage of carbon, of 60 carbon atoms.

This discovery was named fullerene. A fullerene is any molecule composed entirely of carbon, in the form of a hollow sphere, ellipsoid or tube. Spherical fullerenes are also called buckyballs, and they resemble the balls used in association football. Cylindrical ones are called carbon nanotubes or buckytubes. Fullerenes are similar in structure to graphite, which is composed of stacked graphene sheets of linked hexagonal rings; but they may also contain pentagonal (or sometimes heptagonal) rings.

Kroto, Curl and Smalley were awarded the 1996 Nobel Prize in Chemistry for their roles in the discovery of buckminsterfullerene and the related class of molecules, the fullerenes. The name is an homage to Buckminster Fuller, as C₆₀ resembles his trademark geodesic domes. Buckminsterfullerene is the most common fullerene molecule in terms of natural occurrence, as it can be found in small quantities in soot. Solid and gaseous forms of the molecule have been detected in deep space.

A Japanese team led by Sumio Iijima who is a physicist working in Nec Corporation, Japan took this study one step ahead to find what is called a carbon nanotube which was another structure in fullerene family. When put into bundles that will be counted in millions, this new material according to Sumio Iijima is 100 times stronger than steel and only 1/6 the weight.

Since then we had been using carbon nanotubes in many areas and more research is being done every day to understand these wonderful structures in a better perspective and to even find more uses for them. Currently carbon nanotubes are used in structural field, electromagnetic field, electroacoustic field, chemical and mechanical fields, electrical circuits, interconnects, transistors, electronic design and design automation and also medicine.

This study specifically concerns the buckling of double-walled carbon nanotubes. Euler Bernoulli beam model is used for simulating carbon nanotubes. The effect of Van der Waals forces between the inner and outer walls of nanotubes has been taken into consideration. In order to arrive at the conclusion, buckling for the single walled carbon nanotube model is studied and calculated with the method of initial and boundary values having four different constraints and additionally a spring constraint is studied.

To start our calculations, we first investigated single walled carbon nanotubes. SWCNT's are modeled using a simple beam of length L , under an axial load N . In this model the exact solution was found as a multiplication of an exponential expression. We had to devise a certain approximation to this expression to use as our numerical solution. The method that we utilized in order to obtain approximate or numerical solution was to use Taylor series expansion of the exponential expression. We represented the carry over matrix with an equation of sum. In order to find the approximate solution, we substituted values for k which represented the number of terms in the equation with sum, starting with a small one and gradually increasing the values. This way we found an approximate carry over matrix for each k value and a corresponding approximate or numerical solution. Then we could easily find any buckling for a given condition. Usefulness of this method also relies on the size of the buckling matrix. The buckling matrix for a single walled carbon nanotube is of size 4×4 whereas the same matrix for a double walled carbon nanotube is of size 8×8 . Therefore it was anticipated beforehand that we had to use numerical method and establish its accuracy for double walled carbon nanotubes.

We calculated the numerical solution for certain number of terms for each condition of the simple rod. It was shown that this approximate solution gave considerably consistent results without having to use a high amount of term numbers. It was also shown that this simple rod actually represents an ideal form of carbon nanotube which we will be using in our calculations. We proved that this method is a very powerful way to solve the ideal problem that we had established in the beginning.

In the next step a spring constraint was added on one end of the simple rod. The spring on one end of a carbon nanotube does not represent the forces acting in the carbon nanotube itself, rather it represents forces due to environment. We evaluated and discussed the results of our calculations for single walled carbon nanotubes with a spring.

Finally, when we had to further develop the method for double walled carbon nanotubes we had to consider the effect of Van der Waals forces acting between the inner and outer tubes and to which extent they were acting between the tubes. We studied a cantilever rod of length L , under an axial load N with one end having a spring. We established that this model simulated DWCNT's under buckling. For this kind of double walled system, the effect of Van der Waals forces on the first nanotube is inversely proportional to difference in displacements and is proportional to the derivative of the shear force on the first nanotube. Similarly, the effect of Van der Waals forces on the second nanotube is inversely proportional to difference in displacements and is proportional to the derivative of the shear force on the second nanotube. In the calculations, the buckling load N was written as a multiplier of α where α represented a buckling parameter we utilized in order to compare different amounts of buckling in certain boundary conditions and certain types of nanotubes. There was another assumption that we had to make which was that this load transferred to nanotubes with respect to their modulus of elasticities and moment of inertias. Further calculations were made with this assumption.

We gathered high amounts of data in order to accurately reflect the behaviour of the model to the graph. We saw that certain term numbers resulted in no real solution of the carry over matrix which made the method seem like it gave inconsistent results. However this issue was only valid for term numbers 4 and 8 for single walled carbon nanotubes. When we evaluated the results of the buckling constant for a single walled carbon nanotube with one end fixed, other end having a spring constraint, we saw that after about 12 terms the numerical solution was very close to the exact solution.

We had to evaluate the buckling constant for a double walled carbon nanotube with one end fixed, other end having a spring constraint. Since the DWCNT model was not amenable for an exact solution, we only used numerical method and it was calculated numerically, after that the results were compared with the anticipation that the buckling load for double walled carbon nanotubes would be higher than that of single walled carbon nanotubes. When we compared buckling loads of single walled carbon nanotubes and double walled carbon nanotubes, we proved our assumption that we made in the beginning.

To conclude our results, we proved that our numerical method accurately simulates double walled carbon nanotubes under buckling. We saw that buckling load, therefore resistance in tubes increases as we increase the spring constant, but we saw a minor increase in buckling for an increase in Van der Waals forces. We also proved that the buckling load for SWCNT's is greater than that of DWCNT's.

1. GİRİŞ

Karbon nanotüplerin 1991'deki keşfinden itibaren bu malzemeler büyük bir ilgi odağı olmuştur. Karbon nanotüpler çok çeşitli disiplinlerin ilgi alanlarına girmiş; bu yeni, dayanıklılığı muazzam ölçüde olan atomik mükemmellikteki, adeta mucizevi malzeme hakkında gerek deneysel olarak gerek de teorik olarak pek çok araştırma yapılmıştır. Nanoteknolojinin en büyük ilgi odağı sayılabilecek karbon nanotüplerle ilgili yakın zamanda yapılan araştırmalar, bilinen herhangi bir malzeme ile karşılaştırıldığında bu malzemelerin çok üstün mekanik ve elektronik özelliklere sahip olduğunu, süper güçlü fiber ve kompozit olarak kullanım alanlarının doğabileceğini gösterdi. Uzun tüpler şeklinde sentezlenen bu yapılar, en boy oranlarının büyüklüğü ve kendine özgü geometrisinden dolayı büyük çapta burkulma, eğilme ve burulma deformasyonları gösterir.

Literatürde karbon nanotüplerin burkulması üzerine çok sayıda makale bulunur. Bu çalışmaların bazılarında dinamik molekül simülasyonları ile, bazılarında ise çubuk modeli veya kabuk modeli gibi süreklilik mekaniğine dayanan modeller ile çözümler geliştirilmiştir. Pahalı bir yöntem olan dinamik molekül simülasyonu gerçek çözüme çok yakın sonuçlar üretse de araştırmacılar, süreklilik mekaniği modellerinin çok etkin bir yöntem olduğunu göstermişlerdir. Özel olarak Yakobson, Brabec ve Bernholc kısa boylu tek duvarlı karbon nanotüplerin burkulması üzerinde yaptıkları çalışmada sonuçlarını molekül simülasyonu modelleri ile karşılaştırmışlar ve “süreklilik mekaniği yasalarının muazzam derecede güçlü ve aslen çok farklı nesneleri bile birkaç atom çapında incelemeye izin verdiği” kanısına varmışlardır.

Bu tezde çift duvarlı karbon nanotüpler Euler Bernoulli çubuk modeli ile temsil edilmiştir. Tezin amacı bu çubukta bir ucu ankastre diğer ucunda yay olması halindeki burkulma etkisi altındaki durumun incelenmesidir ve bu şekilde karbon nanotüplerin davranışlarının daha iyi anlaşılmasıdır. Hesaplarda her iki nanotübe gelen yük belirli oranda iç ve dış tüplere gelecek şekilde dağıtılmıştır. Karbon nanotüplerin duvarları arasındaki Van der Waals kuvvetlerinin etkisinin burkulmadaki önemi görülmüştür. Öncelikle tek duvarlı karbon nanotüplerin

davranışları kesin çözüm ve yaklaşık yöntemle göre incelenmiş daha sonra önerilen yaklaşık yöntem çift duvarlı karbon nanotüplere uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuçlar gözden geçirildiğinde tek duvarlı karbon nanotüplere göre çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulma yükünün daha yüksek çıktığı gözlenmiş, yani DWCNT'lerin burkulma yüküne karşı daha mukavim olduğu sonucu ortaya konmuştur.

1.1 Euler Bernoulli Çubuk Modeli

Çalışmada ilk önce tek duvarlı karbon nanotüpler incelenmiştir. SWCNT'ler L uzunluğunda, N aksel yükü altındaki basit çubuk kullanılarak modellenmiştir.

Bu modelde kesin çözüm,

$$\vec{y} = e^{Az} \vec{y}_0 \quad (1.1)$$

şeklindedir.

Bu sistem için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Bu modelde v çökme, φ dönme, M moment ve T kesme kuvvetini gösterir. Ayrıca

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \text{ tansörü basit çubuktaki yükleri, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisini ve}$$

$$\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} v_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{bmatrix} \text{ başlangıç koşullarını gösterir.}$$

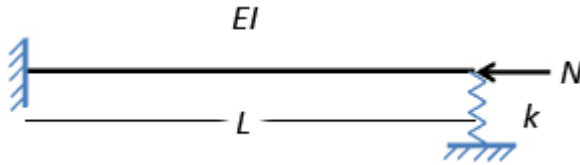
Yaklaşık çözümü elde etmek için kullanılacak yöntem aşağıdaki gibidir.

$$\vec{y} = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \vec{y}_0 \quad (1.3)$$

1.1 denkleminde eksponansiyel ifade taşıma matrisini, 1.2 denkleminde toplamı ifade ise yaklaşık taşıma matrisini gösterir.

Yaklaşık çözüm için 1.2 denkleminde k yerine küçükten başlayarak gittikçe artan değerler verilecek ve bu şekilde her bir k değeri için yaklaşık taşıma matrisi ve ona karşılık gelen yaklaşık çözüm denklemi bulunacak.

1.2 Çift Duvarlı Karbon Nanotüpte Yöntemin Uygulanması



Burada L uzunluğunda, N eksenel yükü altındaki bir ucu ankastre diğer ucunda yay olan çubukta burkulma yükünü farklı k yay sabitleri için bulunacak.

Çift duvarlı sistem için Van der Waals kuvvetlerinin etkisi birinci karbon nanotüp için,

$$\frac{dT_1}{dz} = C(v_1 - v_2) \quad (1.4)$$

şeklinde; ikinci karbon nanotüp için ise,

$$\frac{dT_2}{dz} = C(v_1 - v_2) \quad (1.5)$$

şeklinde hesaba katılacaktır. Hesaplarda N burkulma yükü

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (1.6)$$

formunda yazılmış ve bu yükün nanotüplere elastisite modülleri ve eylemsizlik momentleri oranınca dağıldığı varsayılmıştır.

Dolayısıyla burkulmanın aşağıdaki oranda nanotüplere yansıdığı varsayılmıştır:

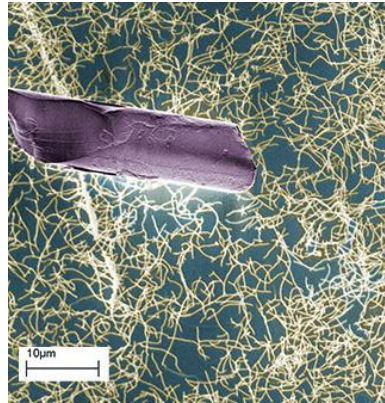
$$\frac{E_i I_i}{E_i I_i + E_j I_j} \quad (1.6)$$

2. NANOTEKNOLOJİ HAKKINDA

2.1 Nanoteknoloji Nedir

Nanoteknoloji, maddeyi atomik ve moleküler düzeyde manipüle etmeyi içeren ve bununla ilgili uygulamaların yer aldığı multidisipliner bir bilimdir. Nanoteknoloji sayesinde yapıtaşları olarak atomlar ve moleküllerin kullanıldığı, mümkün olan en küçük yapılar inşa edilebilir. Bu teknoloji, nano ölçekteki materyaller ve yapılarla ilgilenir ki bu ölçek genellikle 1 ila 100 nanometrelik birim arasındadır. Bu ölçek o kadar küçüktür ki ışık mikroskobu yetersizdir. Bir nanometre metrenin milyarda birine karşılık gelir.

Bir nanometrenin ne kadar küçük olduğunu anlayabilmek için atomlara bakabiliriz. Aslında atomların büyüklüğünü belirlemek zor olsa da genel olarak boyutlarının bir nanometrenin onda biri kadar olduğu söylenebilir. Bir su molekülü 0,275 nm veya 275 pikometre, karbon atomu ise 340 pikometredir. DNA sarmalının genişliği yaklaşık olarak 2 nanometredir. Kırmızı kan hücresinin çapı 7 nanometre olup grip virüsünün boyutu 130 nanometre mertebesinde. İnsan saç teli ise nanometreden 1000 kat büyük birim olan mikrometre ile ifade edilirse 17 mikrometre ile 181 mikrometre arasında değişebilmektedir. Gittikçe büyük nesnelere doğru ilerlemeye devam edecek olursak, toz akarının boyutu 200 mikrometre iken bir toplu iğne ucu mikrometrenin de 1000 katı ölçekte 1 milimetredir.



Şekil 2.1: Mikroskop altında saç teli ve iplik gibi görünen karbon nanotüpler (Url-6).

Nano ölçeekte nesneler farklı davranışlar gösterir. Bunun ilk nedeni, yüzey alanıdır. Yüzey alanı arttıkça reaksiyonların gerçekleştiği alan da artmaktadır. Nanometre ölçeğinde aynı zamanda kuantum mekanik etkilerin de ortaya çıktığı görülür; bundan dolayı nano ölçek aynı zamanda kuantum-gerçekliği ölçeği olarak da adlandırılır. Temeli çok küçük yapılar inşa etmeye dayanan nanoteknolojinin içeriği çok çeşitlidir; konvansiyonel aygıt fiziğinden kendi kendine moleküler kurguya dayalı tamamıyla yeni yaklaşımlara, nano ölçeekteki boyutlarda yeni materyaller geliştirmekten maddenin atomik ölçeekte direkt olarak kontrol edilmesine kadar uzanan farklı yelpazedeki alanları kapsar. Nanoteknoloji uygulamalarına yüzey bilimi, organik kimya, moleküler biyoloji, yarıiletken fiziği, mikro üretim süreçleri gibi birbirinden çok farklı alanlarda yer bulunabilir.

2.2 Nanoteknolojinin Uygulama Alanları Listesi

1 Tıp Alanı

1.1 Teşhis

1.2 İlaç tedariki

1.3 Doku mühendisliği

1.4 Kriyonik

2 Çevre

2.1 Süzme

3 Enerji

4 Bilgi ve iletişim

4.1 Veri depolama

4.2 Yenilikçi yarı iletken aygıtlar

4.3 Yenilikçi optoelektronik aygıtlar

4.4 Ekranlar

4.5 Kuantum bilgisayarlar

5 Ağır sanayi

5.1 Havacılık

5.2 Kataliz

5.3 İnşaat

5.3.1 Nanoteknoloji ve inşaat

5.3.2 Nano parçacıklar ve çelik

5.3.3 Camda kullanılan nano parçacıklar

5.3.4 Kaplamalarda nano parçacıklar

5.3.5 Yangından korunma ve yangın tespitinde nano parçacıklar

5.3.6 İnşaatta nano parçacıkları kullanmanın riskleri

5.4 Araç üreticileri

6 Tüketici ürünleri

6.1 Yiyecekler

6.1.1 Nano yiyecekler

6.2 Ev araç gereçleri

6.3 Optik

6.4 Tekstil

6.5 Kozmetik

6.6 Tarım

6.7 Spor

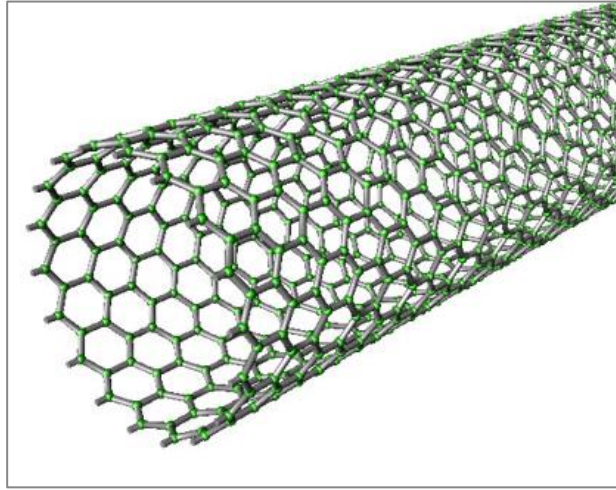
2.3 Karbon Nanotüp Nedir?

Karbon nanotüpler (CNT'ler) silindrik nano yapıya sahip karbon allotroplarıdır. Nanotüpler 132.000.000:1 çap-uzunluk oranına kadar inşa edilmişlerdir. Bu silindrik karbon molekülleri alışılmadık özellikler barındırırlar. Bu özelliklerinden dolayı nanoteknoloji kapsamında elektronik, optik ve çeşitli diğer malzeme bilimleri ve teknolojileri açısından değerlidirler. Özellikle olağanüstü termal iletkenlik, mekanik ve elektriksel özelliklerinden dolayı karbon nanotüplerinin çok çeşitli yapısal

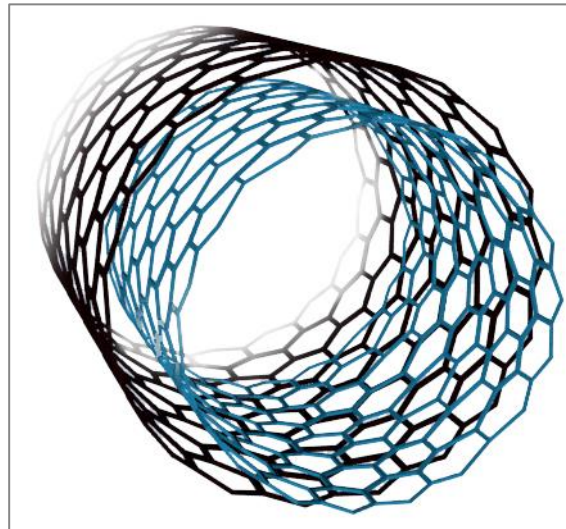
materyallerde yaygın kullanım alanı bulunur. Örneğin beyzbol sopaları, golf sopaları, araba boyalarında nanotüpler, materyallere ek olarak görülebilir.

Nanotüpler, fulleren yapı ailesi üyeleridir. Bunlar aynı zamanda buckyball'ları da içerir. Bir nanotübün uçları buckyball yapısının yarıküresi ile kapanmış olabilir. Fulleren ismi, graphen adı verilen bir atom kalınlığındaki karbon yaprakları ile oluşmuş uzun delikli yapıdan gelir. Bu yapraklar belirli açılarla yuvarlanır, yuvarlanma açısı ve yarıçapı nanotüp özelliklerini belirler. Örneğin, nanotüp kabuğunun metal ya da yarıiletken olacağı belirlenebilir.

Nanotüpler tek duvarlı nanotüpler (SWNT'ler) ve çok duvarlı nanotüpler (MWNT'ler) olarak sınıflandırılır. Nanotüplerin her biri kendilerini doğal olarak Van der Waals kuvvetleri ile birbirlerine tututan ip şeklinde hizalarlar.



Şekil 2.2: Tek duvarlı karbon nanotüp.



Şekil 2.3: Çift duvarlı karbon nanotüp.

2.4 Karbon Nanotüpler Nasıl Ortaya Çıkmıştır?

1985 yılında Birleşik Krallık'ta Brighton'da gerçekleştirilen bir araştırmada Harold Kroto ve ekibi yepyeni kendiliğinden oluşan bir madde yapısıyla karşılaştı. Evrenin orijinini inceleyen ve derin uzay kimyasal reaksiyonlarını laboratuvarında yeniden oluşturmaya çalışan ekip olağanüstü bir molekülle karşılaşmıştı. Avrupa Komisyonu'nun düzenlediği bir konferansa konuşan Harold Kroto, karbon zincirlerini ve bu zincirlerin uzayda nasıl oluştuklarını büyük bir sürprizle bulduklarını belirtti. Aynı zamanda ekip, 60 karbon atomundan oluşan muhteşem karbon kafesini de keşfetmişti. Bu keşif fulleren olarak adlandırılmıştı.

İçi boş küre, elipsoid ya da tüp formunda tamamıyla karbondan oluşan her molekül fulleren olarak adlandırılır. Küre şeklindeki futbolda kullanılan topları anımsatan fullerenler aynı zamanda buckyball olarak da bilinir. Silindrik olanlar karbon nanotüpler veya bucky tüpler olarak adlandırılır. Fullerenler yapısal olarak grafitle benzerlik gösterir ki grafit de iç içe geçmiş heksagonal çemberler oluşturan yığın halindeki graphen yapraklarıdır; bunlar pentagonal, bazen de heptagonal çemberler de içerebilir.

Kroto, Curl ve Smalley, buckminsterfullerene ve aynı sınıfta olan ilgili moleküllerin keşiflerindeki çalışmalarından ötürü 1996 yılı Nobel Kimya Ödülü'ne layık görüldüler. Buckminsterfullerene ismi, Buckminster Fuller anısına O'nun patentli jeodezik kubbelerinin C60 ile benzerliğinden dolayı verilmiştir. Buckminsterfullerene doğal bulunurluk anlamında en yaygın fulleren çeşidi olup iste küçük miktarlarda bulunabilir. Derin uzayda ise bu molekülün katı ve gaz formlarına rastlanmıştır.

Nec Corporation'da bir fizikçi olarak çalışmakta olan Sumio Iijima liderliğindeki bir Japon ekibi bu çalışmayı bir adım ileri götürerek fulleren ailesinde başka bir yapı olan karbon nanotüpleri buldu. Bu molekülleri içeren yığınlar oluşturulduğunda moleküllerin sayısı milyonlarla ifade edilebiliyordu. Sumio Iijima'ya göre bu yeni materyal, çelikten 100 kat daha güçlü ve onun yalnızca 1/6 ağırlığındaydı.

2.5 Karbon Nanotüplerin Uygulama Alanları

2.5.1 Yapısal

Karbon nanotüpler, yapısal malzemeler olarak çok değerli özellikler barındırırlar.

Tekstil sektörü için CNT'ler ile, su geçirmez veya yırtılmaz kumaşlar üretilir. Vücut zırhında kullanılmak üzere CNT fiberlerden oluşan savaş zırhları üzerinde çalışmalar yapılıyor.

Betonda kullanılan CNT, gerilme kuvvetini artırarak çatlak ilerlemesini durdurabilir.

Polietilene CNT eklenerek polimerin elastisite katsayısını %30 artırmak mümkündür.

Spor ekipmanı olarak daha güçlü ve daha hafif tenis raketleri, bisiklet parçaları, golf topları, golf sopaları ve beyzbol sopaları üretilir.

CNT'leri uzay asansörünün muhtemel bileşenleri olarak kullanmak için araştırmalar yapılmaktadır.

CNT'ler verilen elektrik akımına karşı yüksek gerilme/uzama oranına sahip olduklarından sentetik kas için idealdirler.

Polivinil alkol ile üretilen fiberleri kırmak için 600 J/g gerekirken kurşun geçirmez Kevlar için bu değer sadece 27-33 J/g değerinde kalmaktadır.

Köprü yapımında CNT'ler, çeliğin yerini alabilir.

Yüksek güç/ağırlık oranı yüksek rotasyona sahip volanlar üretmeyi mümkün kılabilir.

Paralel olarak hizalanmış tek duvarlı karbon nanotüpler, şuan kullanılan lityum-iyon bataryaların 10 katı daha yoğun enerji içerek şekilde elastik olarak gerilebilirler, ilave olarak uzun çevrim dayanıklılığı, sıcaklık duyarsızlığı, spontan deşarj ve tutarsız deşarj oranı gibi avantajları da beraberinde getirebilirler.

CNT'lerin kompakt katmanlarının ısıyı etkin bir şekilde yansıtması sayesinde ince bucky kağıt katmanları yangın direncini önemli ölçüde artırabilir.

2.5.2 Elektromanyetik

CNT'ler elektriksel iletkenler, yalıtkanlar ve yarıiletkenler olarak üretilir.

Yeteri derecede kontraktilesi olan CNT'ler kas dokusunun yerini almaya adaydırlar.

İnce nanotüp yaprakları çelikten 250 kat daha güçlü ve 10 kat daha hafif olup çipkartlarda ısı tutucu olarak, LCD ekranlarda arka ışık olarak ya da elektriksel aletleri ve uçakları korumak için bir çeşit faraday kafesi olarak kullanılabilir.

CNT'ler, altın ve çinko oksit gibi diğer moleküller ve elementlerin nano kablolarını oluşturmak için kullanılabilir. Bu nano kablolar da galyum nitrat gibi diğer kimsayalları üretmek için kullanılabilir. Bunlar CNT'lerden çok farklı özelliklere sahiptirler. Örneğin, galyum nitrat nano tüpler hidrofilikken CNT'ler hidrofobiktirler, bu sayede organik kimyada uygulama alanı bulunabilir.

Helsinki'de Canatu, Finlandiya, Franklin Massachusetts'te yer alan Eikos Inc ve Silikon Vadisi'ndeki Unidym Inc., LCD'lerdeki, dokunmatik ekranlardaki ve fotovoltaiik aygıtlardaki indium tin oksit (ITO)'in yerine geçecek saydam, elektriksel iletken CNT filmleri ve NanoBud'lar geliştirmek için çalışmalar gerçekleştiriyorlar. Nanotüp filmleri bilgisayar, cep telefonları, kişisel dijital asistanlar, otomatik bankamatiklerde kullanılmak üzere umut vadetmektedirler.

İletken CNT'ler, ticari elektrik motorlarında fırça olarak kullanılmaktadırlar. Geleneksel karbon karasının yerini almışlardır. Nanotüpler, fırçanın plastik matriksi yoluyla esnediklerinden dolayı elektriksel ve termal iletkenliği artırır. Bu sayede karbon dolgusu %30'dan %3,6 seviyesine kadar inerek fırçanın içerisinde daha fazla matriks kalmasını mümkün kılar. Nanotüp kompozit motor fırçalarının kayganlığı daha iyi, daha soğuk çalışmakta, daha az kırılğan, daha güçlü ve daha doğru şekil verilebilir. Fırçalar, elektrik motorlarında kritik aksama noktası olduklarından ve çok materyale ihtiyaç duymadıklarından, hemen hemen her uygulama öncesi ekonomik çözümdürler.

Akkor lambalarda tungsten filamanlarına alternatif olarak kullanılabilir.

Manyetitle kaplı çok duvarlı nanotüpler güçlü manyetik alanlar oluşturarak mıknatıs üretiminde kullanılabilir.

%29 demirle zenginleştirilmiş tek duvarlı nanotüpler (SWNT) PETN gibi patlayıcı materyal üzerine katman olarak yerleştirilerek standart kamera flaşı ile alevlenmesi sağlanabilir.

GE'nin CNT diodu fotovoltaiik etki açığına sahiptir. Nanotüpler ise bazı solar hücrelerde ITO'nun yerine geçerek solar hücrelerdeki saydam iletken film görevi görerek ışığın aktif katmanlara geçmesini ve fotoakım oluşturmaya sağlar.

Harold Kuroto'nun balistik iletkenler olarak adlandırdığı düşük sıcaklıklarda çalışan iletkenler üretilir.

Yüzey alanını artırarak enerji depolama kapasitesini artırmayı sağlamak için MIT, kapasitörlerin şarj plakalarına bağlı nanotüplerin kullanımını araştırmaktadır.

CNT'ler son derece küçük elektron silahları olarak kullanılabilir, bunlar da ince yüksek parlaklıkta, düşük enerjili, düşük ağırlıklı ekranlarda minyatür katot ışın tüpleri olarak görev yapabilir. Bu çeşit bir ekran, elektronları elektriksel ve manyetik alanlarla hedeflenen dev bir CRT yerine çok sayıda küçük CRT'lerden oluşan ve bunların herbirinin de bir piksele ait fosforu hedeflediği bir sistemdir. Böyle ekranlar alan emisyon ekranları (FED'ler) olarak bilinir.

Delft, IBM ve NEC tarafından CNT transistörleri geliştirilmiştir.

CNT'ler radyo ve diğer elektromanyetik aygıtlar için anten görevi görebilir.

2.5.3 Elektroakustik

Kasım 2008'de Beijing'deki Tsinghua-Foxconn Nanoteknoloji Araştırma Merkezi, paralel CNT yapraklarından hoparlörler ürettiğini anons etti. Bunlar şimşeğin gök gürültüsü oluşturmaya benzer şekilde ses üretmektedir. Yakın vade ticari kullanımlar arasında tebrik kartlarındaki piezoelektrik hoparlörlerin yerine geçmesi görülmektedir.

2.5.4 Kimyasal

Konvansiyonel tersine ozmos metotlarına göre çok daha düşük basınç gerektiren bir arındırma yöntemi geliştirilerek su molekülleri, karbon nanotüpleri ağlarından geçmeye zorlanarak beraberindeki tuzdan arındırılabilir.

CNT zarları, güç santrali emisyonlarındaki karbon dioksidi süzebilir.

CNT, biyolojik moleküllerle doldurulup biyoteknolojide de faydalı hale gelebilir.

CNT'nin 4,2 lt ve ağırlık olarak %65 hidrojen depolama potansiyeli vardır. Ekonomik olarak seri üretilirirse, 13,2 litrelik CNT, 50 litrelik petrol tankı ile aynı enerjiyi taşıyabilir.

2.5.5 Mekanik

CNT bazlı osilatörler diğer teknolojilere göre daha yüksek hızlara ulaşmışlardır.

Nanotüp zarlar sayesinde sıvılar, klasik sıvı dinamiğinin öngördüğünün beş katı fazlasına kadar daha hızlı akar.

Bazı CNT bazlı kumaşlar Teflon'dan daha düşük sürtünme özelliği göstermiştir.

Bazı CNT kumaşları su geçirmezdir.

Infrared detektör olarak, radyometrik standart için, uzay uydularında termal emisyon için termal radsasyonda kullanılabilir.

2.5.6 Elektrik devreleri

Çapları farklı olan iki nanotüp uç uca birleştirse bir diyot olarak çalışabilir, bu da tamamıyla nanotüplerden oluşan bilgisayar devrelerinin üretilmesini imkan tanıyabilir. İyi termal iletim özellikleri sayesinde CNT, potansiyel olarak bilgisayar çiplerinde oluşan ısıyı dağıtabilir.

Üretim zorlukları CNT konusunda karşılaşılan en büyük sıkıntıdır. CNT, standart IC imal tekniği kullanılarak üretilmemektedir.

Araştırmacılar, atomik kuvvet mikroskopunun ucu vasıtasıyla nanotüpleri tek tek manipüle edebilse de bu oldukça zaman alan bir süreçtir. Standart imal teknikleri ile dahi tasarımcıların nanotübün ucunu konumlamaları gereklidir. Depozisyon sürecinde, bir elektrik alanı potansiyel olarak nanotüplerin gelişimini yönlendirebilir. Bir diğer kendiliğinden kurulma tekniğinde, solüsyondaki CNT'yi hareket ettirmek için kimyasal ya da biyolojik yöntemlere başvurulur.

Nanotüpler kesin olarak konumlandırıldığında bile mühendisler, ortaya çıkan nanotüplerin (iletken, yarıiletken, SWNT, MWNT) türlerini kontrol etmede başarısız olmuşlardır.

2.5.7 Interconnect'ler

Metalik karbon nanotüpler, yüksek termal stabiliteleri, yüksek termal iletkenlikleri ve fazla miktarda akım taşıma kapasiteleri dolayısıyla çok büyük çaplı entegrasyon interconnect'leri (VLSI) olarak araştırma konusu olmuşlardır. İzole CNT 1000 MA/cm² üzeri akım yoğunluklarını hasarsız olarak taşımakla birlikte bakır kablo bağlantılarında endişe konusu olan elektromigrasyon güvenilirliği sorununu ortadan kaldırır. Yakın zamanda yapılan modellemeler, CNT demet kablo bağlantılarının bakır bağlantılara karşı potansiyel olarak avantajlar sunduğunu göstermiştir. Yakın

zamanlı deneyler farklı mimariler kullanarak 20 Ohm seviyesine kadar düşük dirençleri göstermiştir. Geniş bir sıcaklık aralığında yapılan ayrıntılı iletkenlik ölçümleri kuvvetle düzensiz kuasi-tek boyutlu iletkene yönelik teoriyi desteklemektedir.

Bakır bağlantı kablolarını CNT kanalları ile bitişik olarak kullanan hibrit bağlantılar güvenilirlik ve termal idare bakımından avantaj sağlamaktadır.

2.5.8 Transistörler

Yarı iletken CNT'ler alan etkisi transistörlerini (CNTFET'ler) imal etmek için kullanılmışlardır. Bu ürünler, silikon tabanlı MOSFET'lere göre üstün elektriksel karakteristiği göstermektedir. Elektron ortalama serbest yolu SWCNT'lerde 1 mikrometreyi aşabildiğinden, uzun kanallı CNTFET'ler balistiğe yakın aktarma karakteristiği gösterirerek yüksek hızlı aygıtları mümkün kılar. CNT aygıtlarının yüzlerce Gigahertz'lerle ölçülen frekanslarda çalışması öngörülmektedir. Çeşitli formlarda CNTFET'lerin avantajları ve dezavantajlarını ayrıntılı olarak inceleyen yakın zamanlı bir çalışma, CNTFET'leri tünellemenin diğer CNTFET yapılarına göre daha iyi karakteristik gösterdiğini ortaya koymuştur. Düşük güç gerektiren uygulamalarda çok önemli bir özellik olan alt eşik eğimi anlamında bu aygıtın üstün olduğu görülmüştür.

Nanotüpler genellikle elektronik aygıtların üretimini sağlayan manyetik metal (Fe, Co) nanoparçacıkları üzerinde geliştirilir. Özel olarak, alan etkisi transistörünün manyetik alan yoluyla akımın kontrolü tek tüplü nano yapıda gösterilmiştir.

2.5.9 Elektronik tasarım ve tasarım otomasyonu

CNT aygıtları ve interconnect'lerinin ayrı ayrı tek başlarına gelecek vadeden ürünler olduğu gösterilmiştir. Bunları bir arada kullanmayı tasarlayan devreler yapılmaya da çalışılmıştır. Çoğu CNTFET yapıları arka kapı olarak silikon substratından faydalanır. Bu elemanlardan oluşan büyük çaplı devreler tasarlandığında farklı arka kapı voltajı uygulamaları endişe verici olabilir. Çeşitli yukarı kapılı yapıların da bu endişeyi artırıcı etkide olduğu saptanmıştır. Yakın zamanda tekil bir nanotüp üzerine kurulu tamamen entegre mantık devresi yapıldığı not edilmiştir. Bu devre arka kapı kullanmaktadır. CNT bazlı aygıt ve interconnect'lerin yaygın kullanım VLSI imalatına dahil olabilmesi için çeşitli süreçle ilgili zorlukların aşılması gereklidir.

Bunun yanında saflaştırma, ayırıklaştırma, uzunlukla ilgili kontrol, kiralite ve istenen hizalanmada olma, düşük termal bütçe ve yüksek temas direnci gibi problemlerin de giderilmesine çalışılmalıdır. Nano şebekelerden oluşan pratik kullanım için uygun transistör geliştirmeyi öne süren yenilikçi fikirler öne sürülmüştür. Herhangi imalat sürecinde kiralite kontrolü yetersizliğinin metalik ve yarı iletken karışımı CNT oluşturduğundan ve CNT'lerin gelişme yönünü kontrol etmenin zor olmasından dolayı, kolayca üretilen SWCNT'lerin ince film transistör yapımında kullanılması öngörülmüştür. Bu fikir üzerine ilave edilerek belirli kesinlikte büyüme ve kurguya ihtiyacı olmayan pratik CNT bazlı transistörler ve devreler yapılmasına çalışılabilir.

2.5.10 Tıp

Kaliforniya Üniversitesi, Riverside'da yapılan araştırmada karbon nanotüplerin osteoblast proliferasyonu ve kemik formasyonunda uygun birer iskele malzemesi olabileceğini göstermiştir.

3. KULLANILAN YAKLAŞIK YÖNTEM

3.1 Yaklaşık Yöntemin Dört Mesnet Hali İçin Gösterilmesi

Burada L uzunluğunda, N eksenel yükü altındaki basit çubukta dört mesnet halinin her birinde eksenel yükü bulmak için kullanacağımız yaklaşık yöntemi ve bu yöntemin kullanılabilirliğini göstereceğiz.

v çökme, φ dönme, M moment ve T kesme kuvveti olmak üzere bu sistemde,

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \text{ tansörü basit çubuktaki yükleri, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisini ve}$$

$$\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} v_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{bmatrix} \text{ başlangıç koşullarını göstersin.}$$

Bu sistem için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Bu durumda kesin çözüm,

$$\vec{y} = e^{Az} \vec{y}_0 \quad (3.2)$$

şeklindedir.

3.2 denklemi açık haliyle şöyle yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = e^{Az} \begin{bmatrix} v_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Bu denklemde e^{Az} ifadesinin kesin değerini elde etmek daha sonra inceleyeceğimiz sistemler için çok kolay olmayacaktır. Bunun için bir yaklaşık çözüm önereceğiz.

e^z eksponansiyeli $1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots$ Taylor serisine yakınsar. e^{Az} matris eksponansiyelinin de benzer şekilde $I + Az + \frac{A^2 z^2}{2!} + \frac{A^3 z^3}{3!} + \dots$ serisine yakınsadığı gösterilebilir.

Dolayısıyla, yukarıdaki 3.1 çözümü için önerdiğimiz yaklaşık çözüm,

$$\vec{y} = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \vec{y}_0 \quad (3.4)$$

şeklindedir.

3.1 denkleminde eksponansiyel ifade taşıma matrisini, 3.2 denkleminde toplamlı ifade ise yaklaşık taşıma matrisini gösterir.

Kesin özüm için eksponansiyel ifade,

$$e^{Az} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{N}} & \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N} & -\frac{z}{N} + \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N^{3/2}} \\ 0 & \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & -\frac{\sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{EI}\sqrt{N}} & \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N} \\ 0 & \sqrt{EI}\sqrt{N} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{N}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

şeklinde bulunur.

Yukarıdaki eşitlikte z 'nin fonksiyonu olan taşıma matrisini TM ile, indisli olarak ise

$$\begin{bmatrix} TM_{11} & TM_{12} & TM_{13} & TM_{14} \\ TM_{21} & TM_{22} & TM_{23} & TM_{24} \\ TM_{31} & TM_{32} & TM_{33} & TM_{34} \\ TM_{41} & TM_{42} & TM_{43} & TM_{44} \end{bmatrix} \text{ ile gösterelim.}$$

Dolayısıyla dört hal için genel kesin çözüm, aşağıdaki formda çıkar.

$$\vec{y}(z) = TM \vec{y}_0 \quad (3.6)$$

Yaklaşık çözüm için ise 3.2 denkleminde k yerine küçükten başlayarak gittikçe artan değerler verilecek ve bu şekilde her bir k değeri için yaklaşık taşıma matrisi ve ona karşılık gelen yaklaşık çözüm denklemi bulunacak.

3.2 denkleminde toplamli ifadeye yaklaşık taşıma matrisi demiştik; bunu TMY ile,

$$\text{indisli olarak ise } \begin{bmatrix} TMY_{11} & TMY_{12} & TMY_{13} & TMY_{14} \\ TMY_{21} & TMY_{22} & TMY_{23} & TMY_{24} \\ TMY_{31} & TMY_{32} & TMY_{33} & TMY_{34} \\ TMY_{41} & TMY_{42} & TMY_{43} & TMY_{44} \end{bmatrix} \text{ ile gösterelim.}$$

Dolayısıyla dört hal için genel yaklaşık çözüm, aşağıdaki formda çıkar.

$$\vec{y}(z) = TMY\vec{y}_0 \quad (3.7)$$

Şimdi, bahsettiğimiz dört halin her biri için 3.3 ve 3.4 denklemlerinde ilgili başlangıç ve sınır değerlerini kullanarak kesin ve yaklaşık çözümleri bulacağız ve sonuçları karşılaştıracacağız.

3.1.1 İki ucu basit mesnetli kiriş

Başlangıç ve sınır değerleri:

$$v_0 = 0, M_0 = 0, v(L) = 0, M(L) = 0 \text{ dır.}$$

- **Kesin Çözüm**

Sınır değerlerini yerleştirirsek, N değerini içeren iki eşitliği aşağıdaki gibi buluruz.

$$v(L) = TM_{12}\varphi_0 + TM_{14}T_0 \quad (3.8)$$

$$M(L) = TM_{32}\varphi_0 + TM_{34}T_0 \quad (3.9)$$

Bu iki eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TM_{11} & TM_{14} \\ TM_{32} & TM_{34} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

Açık haliyle aşağıdaki gibi yazılır:

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\sqrt{EI} \sin \left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right]}{\sqrt{N}} & -\frac{z}{N} + \frac{\sqrt{EI} \sin \left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right]}{N^{3/2}} \\ \sqrt{EI} \sqrt{N} \sin \left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right] & \frac{\sqrt{EI} \sin \left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right]}{\sqrt{N}} \end{array} \right| = 0 \quad (3.11)$$

Bu ifadeyi düzenlersek,

$$\frac{\sqrt{EI} L \sin \left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right)}{\sqrt{N}} = 0 \quad (3.12)$$

bulunur.

Değişkenler 0'dan farklı değer olacaktır. Dolayısıyla, çözüm aşağıdaki trigonometrik denkleme indirgenmiş olur:

$$\sin \left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} \right) = 0 \quad (3.13)$$

3.11 denkleminin çözümü aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} = \pi * k \quad (3.14)$$

$k = 1$ için N değeri,

$$N = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.15)$$

olarak bulunur.

1 numaralı halde EI ve L sabitlerini içeren N değerini

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.16)$$

formunda yazarsak,

$$\alpha = \pi^2 \quad (3.17)$$

olur.

- **Yaklaşık Çözüm**

3.8'e benzer şekilde yaklaşık çözüm için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TMY_{11} & TMY_{14} \\ TMY_{32} & TMY_{34} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.18)$$

Yukarıdaki determinant, 3.4 denkleminde gösterilen

$$TMY = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \quad (3.19)$$

toplamında k yerine sırasıyla 4, 8, 12, 16 ve 20 değerleri verilerek hesaplandı ve elde edilen her bir denklem için N değerleri yalnız bırakıldı. Daha sonra bu değerler,

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.20)$$

formunda yazılarak yaklaşık çözümler için α değerleri bulundu.

Çizelge 3.1 : İki ucu basit mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.

terim sayısı	4	8	12	16	20	kesin
α	6	9,4780	9,8668	9,8696	9,8696	9,8696

3.1.2 Bir ucu ankastre mesnetli bir ucu serbest kiriş

Başlangıç ve sınır değerleri:

$$v_0 = 0, \varphi_0 = 0, M(L) = 0, T(L) = 0 \text{ dir.}$$

- **Kesin Çözüm**

Sınır değerlerini yerleştirirsek, N değerini içeren iki eşitliği aşağıdaki gibi buluruz.

$$M(L) = TM_{33}\varphi_0 + TM_{34}T_0 \quad (3.21)$$

$$T(L) = TM_{43}\varphi_0 + TM_{44}T_0 \quad (3.22)$$

Bu iki eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TM_{33} & TM_{34} \\ TM_{43} & TM_{44} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.23)$$

Açık haliyle aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{vmatrix} \cos\left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right] & \frac{\sqrt{EI}\sin\left[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right]}{\sqrt{N}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.24)$$

Bu ifadeyi düzenlersek,

$$\cos\left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right) = 0 \quad (3.25)$$

bulunur.

Değişkenler 0'dan farklı değer olacaktır. Dolayısıyla, çözüm aşağıdaki trigonometrik denkleme indirgenmiş olur:

$$\cos\left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right) = 0 \quad (3.26)$$

3.23 denkleminin çözümü aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} = \frac{\pi}{2} + \pi * k \quad (3.27)$$

$k = 0$ için N değeri,

$$N = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (3.25)$$

olarak bulunur.

2 numaralı halde ***EI*** ve ***L*** sabitlerini içeren N değerini

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.26)$$

formunda yazarsak,

$$\alpha = \frac{\pi^2}{4} \quad (3.27)$$

olur.

- **Yaklaşık Çözüm**

3.20'ye benzer şekilde yaklaşık çözüm için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TMY_{33} & TMY_{34} \\ TMY_{43} & TMY_{44} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.28)$$

Yukarıdaki determinant, 3.4 denkleminde gösterilen

$$TMY = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \quad (3.29)$$

toplamında k yerine sırasıyla 4, 8, 12, 16 ve 20 değerleri verilerek hesaplandı ve elde edilen her bir denklem için N değerleri yalnız bırakıldı. Daha sonra bu değerler,

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.30)$$

formunda yazılarak yaklaşık çözümler için α değerleri bulundu.

Çizelge 3.2 : Bir ucu ankastre mesnetli, bir ucu serbest kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.

terim sayısı	4	8	12	16	20	kesin
α	2,5359	2.4675	2,4674	2,4674	2,4674	2,4674

3.1.3 Bir ucu ankastre mesnetli bir ucu basit mesnetli kiriş

Başlangıç ve sınır değerleri:

$$v_0 = 0, \varphi_0 = 0, v(L) = 0, M(L) = 0 \text{ dir.}$$

- **Kesin Çözüm**

Sınır değerlerini yerleştirirsek, N değerini içeren iki eşitliği aşağıdaki gibi buluruz.

$$v(L) = TM_{13}M_0 + TM_{14}T_0 \quad (3.31)$$

$$M(L) = TM_{33}M_0 + TM_{34}T_0 \quad (3.32)$$

Bu iki eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TM_{13} & TM_{14} \\ TM_{33} & TM_{34} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.33)$$

Açık haliyle aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{vmatrix} \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{n} & -\frac{L}{N} + \frac{\sqrt{EI}\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N^{3/2}} \\ \cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}] & \frac{\sqrt{EI}\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{N}} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.34)$$

Bu ifadeyi düzenlersek,

$$\frac{L\cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N} - \frac{\sqrt{EI}\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N^{3/2}} = 0 \quad (3.35)$$

bulunur.

Değişkenler 0'dan farklı değer olacaktır. Dolayısıyla, yukarıdaki denklemi düzenlersek çözüm aşağıdaki trigonometrik denkleme indirgenmiş olur:

$$\tan\left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right) - \frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} = 0 \quad (3.36)$$

3.36 denkleminin 0'dan büyük ilk kökü aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} = 4.49341 \quad (3.37)$$

N değeri,

$$N = 20.1907 \frac{EI}{L^2} \quad (3.38)$$

olarak bulunur.

3 numaralı halde **EI** ve **L** sabitlerini içeren N değerini

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.39)$$

formunda yazarsak,

$$\alpha = 20.1907 \quad (3.40)$$

olur.

- **Yaklaşık Çözüm**

3.33'e benzer şekilde yaklaşık çözüm için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TMY_{13} & TMY_{14} \\ TMY_{33} & TMY_{34} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.41)$$

Yukarıdaki determinant, 3.4 denkleminde gösterilen

$$TMY = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \quad (3.42)$$

toplamında k yerine sırasıyla 4, 8, 12, 16 ve 20 değerleri verilerek hesaplandı ve elde edilen her bir denklem için N değerleri yalnız bırakıldı. Daha sonra bu değerler,

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.43)$$

formunda yazılarak yaklaşık çözümler için α değerleri bulundu.

Çizelge 3.3 : Bir ucu ankastre mesnetli, bir ucu basit mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.

terim sayısı	4	8	12	16	20	kesin
α	8	16,2222	19,9817	20,1893	20,1907	20.1907

3.1.4 İki ucu ankastre mesnetli kiriş

Başlangıç ve sınır değerleri:

$$v_0 = 0, \varphi_0 = 0, v(L) = 0, \varphi(L) = 0 \text{ dır.}$$

- **Kesin Çözüm**

Sınır değerlerini yerleştirirsek, N değerini içeren iki eşitliği aşağıdaki gibi buluruz.

$$v(L) = TM_{13}\varphi_0 + TM_{34}T_0 \quad (3.44)$$

$$\varphi(L) = TM_{23}\varphi_0 + TM_{24}T_0 \quad (3.45)$$

Bu iki eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TM_{13} & TM_{14} \\ TM_{23} & TM_{24} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.46)$$

Açık haliyle aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{vmatrix} \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N} & -\frac{L}{N} + \frac{\sqrt{EI}\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N^{3/2}} \\ -\frac{\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{EI}\sqrt{N}} & \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.47)$$

Bu ifadeyi düzenlersek,

$$\frac{1}{N^2} - \frac{2\cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{N^2} + \frac{\cos[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]^2}{N^2} - \frac{L\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{EI}N^{3/2}} + \frac{\sin[\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}]^2}{N^2} = 0 \quad (3.48)$$

bulunur.

Değişkenler 0'dan farklı değer olacaktır. Dolayısıyla, çözüm aşağıdaki trigonometrik denkleme indirgenmiş olur:

$$2\cos\left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right) + \frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\sin\left(\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}}\right) - 2 = 0 \quad (3.49)$$

3.49 denkleminin çözümü aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\sqrt{NL}}{\sqrt{EI}} = 2\pi * k \quad (3.50)$$

$k = 1$ için N değeri,

$$N = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.51)$$

olarak bulunur.

4 numaralı halde EI ve L sabitlerini içeren N değerini

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.52)$$

formunda yazarsak,

$$\alpha = 4\pi^2 \quad (3.53)$$

olur.

- **Yaklaşık Çözüm**

3.46'ya benzer şekilde yaklaşık çözüm için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} TMY_{13} & TMY_{14} \\ TMY_{23} & TMY_{24} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.54)$$

Yukarıdaki determinant, 3.4 denkleminde gösterilen

$$TMY = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \quad (3.55)$$

toplamında k yerine sırasıyla 14, 18, 22, 26 ve 30 değerleri verilerek hesaplandı ve elde edilen her bir denklem için N değerleri yalnız bırakıldı. Daha sonra bu değerler,

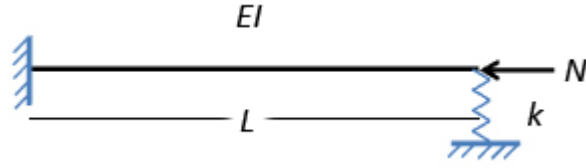
$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.56)$$

formunda yazılarak yaklaşık çözümler için α değerleri bulundu.

Çizelge 3.4 : İki ucu ankastre mesnetli kiriş için kesin çözüm ve yaklaşık çözüm değerlerinin karşılaştırılması.

terim sayısı	14	18	22	26	30	kesin
α	35,7708	39,3449	39,4774	39,4784	39,4784	39.4784

3.2 Bir Ucu Ankastre Diğer Ucunda Yay Olan Çubukta Burkulma Yükü



Burada L uzunluğunda, N eksenel yükü altındaki bir ucu ankastre diğer ucunda yay olan çubukta burkulma yükünü farklı k yay sabitleri için bulacağız.

v çökme, φ dönme, M moment ve T kesme kuvveti olmak üzere bu sistemde,

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \text{ tansörü basit çubuktaki yükleri, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisini ve}$$

$$\bar{\mathbf{y}}_0 = \begin{bmatrix} v_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{bmatrix} \text{ başlangıç koşullarını gösterebilir.}$$

Ayrıca, burkulma durumu için aşağıdaki eşitlikler geçerlidir.

$$\frac{dv}{dz} = \varphi \quad (3.57)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = -\frac{M}{EI} \quad (3.58)$$

$$\frac{dM}{dz} = T + N\varphi \quad (3.59)$$

$$\frac{dT}{dz} = 0 \quad (3.60)$$

Dolayısıyla bu sistem için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Bu durumda kesin çözüm,

$$\vec{y} = e^{Az} \vec{y}_0 \quad (3.62)$$

şeklindedir.

3.62 denklemi açık haliyle şöyle yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = e^{Az} \begin{bmatrix} v_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ T_0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

3.62 denklemde eksponansiyel ifade taşıma matrisini gösterir.

Kesin çözüm için eksponansiyel ifade,

$$e^{Az} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{N}} & \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N} & -\frac{z}{N} + \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N^{3/2}} \\ 0 & \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & -\frac{\sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{EI}\sqrt{N}} & \frac{-1 + \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{N} \\ 0 & \sqrt{EI}\sqrt{N} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & \cos[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}] & \frac{\sqrt{EI} \sin[\frac{\sqrt{N}z}{\sqrt{EI}}]}{\sqrt{N}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

şeklinde bulunur.

Yukarıdaki eşitlikte z'nin fonksiyonu olan taşıma matrisini TM ile, indisli olarak ise

$$\begin{bmatrix} TM_{11} & TM_{12} & TM_{13} & TM_{14} \\ TM_{21} & TM_{22} & TM_{23} & TM_{24} \\ TM_{31} & TM_{32} & TM_{33} & TM_{34} \\ TM_{41} & TM_{42} & TM_{43} & TM_{44} \end{bmatrix} \text{ ile gösterelim.}$$

Dolayısıyla kesin çözüm genel olarak, aşağıdaki formda çıkar.

$$\vec{y}(z) = TM \vec{y}_0 \quad (3.65)$$

Bu çubukta başlangıç ve sınır değerleri aşağıdaki gibidir:

$$v(0) = 0, \varphi(0) = 0, M(L) = 0, -\frac{dM}{dz}\bigg|_{z=L} - T(L) + N\varphi(L) = 0 \text{ dır.}$$

Bu sınır ve başlangıç koşulları yardımıyla aşağıdaki denklemi buluruz.

$$\begin{bmatrix} \cos\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right] & \frac{\sqrt{EI}\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right]}{\sqrt{N}} \\ \frac{2k\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{2\sqrt{EI}}\right]^2}{N} & -1 + \frac{kL}{N} - \frac{\sqrt{EI}k\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right]}{N^{3/2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.66)$$

Bu eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\begin{vmatrix} \cos\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right] & \frac{\sqrt{EI}\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right]}{\sqrt{N}} \\ \frac{2k\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{2\sqrt{EI}}\right]^2}{N} & -1 + \frac{kL}{N} - \frac{\sqrt{EI}k\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right]}{N^{3/2}} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.67)$$

Determinantı hesapladığımızda aşağıdaki bağıntıyı elde ederiz

$$\left(-1 + \frac{kL}{N}\right) \cos\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right] - \frac{\sqrt{EI}k\sin\left[\frac{L\sqrt{N}}{\sqrt{EI}}\right]}{N^{3/2}} = 0 \quad (3.68)$$

$k = 0$ için çubuk bir ucu ankastre diğer ucu serbest olacaktır. Bu durumda N değeri,

$$N = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.69)$$

olarak bulunur.

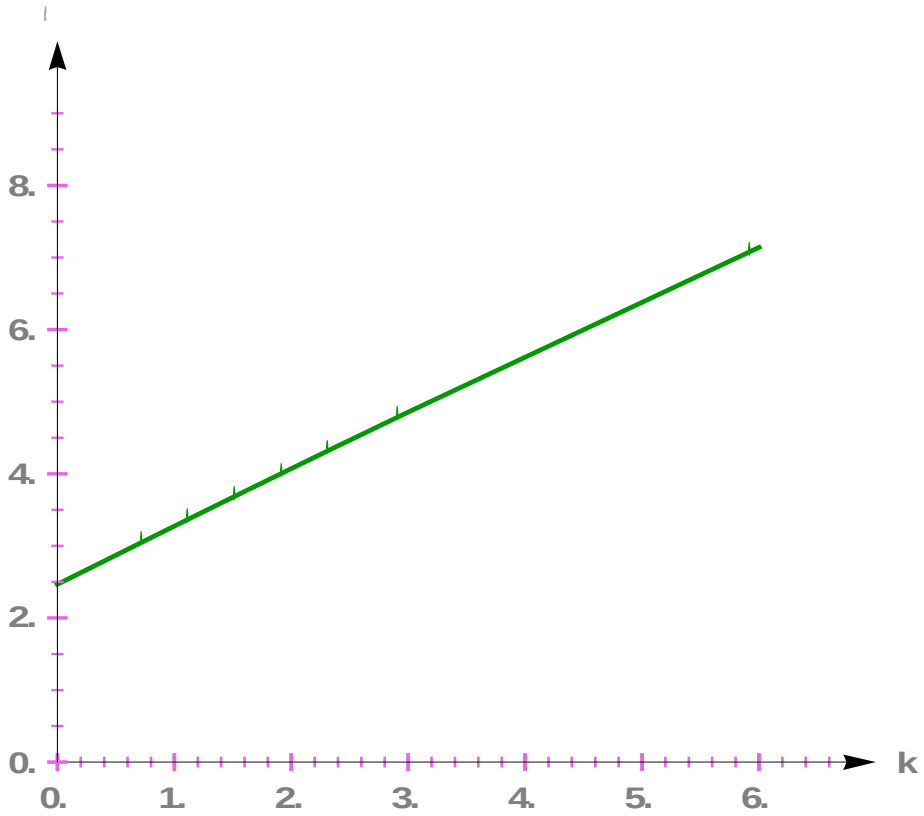
k yerine büyükten küçüğe doğru değerler verilerek 3.7 denklemi çözülecek ve EI ve L sabitlerini içeren N değerini

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (3.70)$$

formunda yazarsak bu değişen k değerleri için α katsayılarını içeren aşağıdaki tabloyu buluruz.

Çizelge 3.5 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çubuk için kesin burkulma yükü katsayılarının karşılaştırılması.

k	6,0	3,0	2,4	2,0	1,6	1,2	0,8	ankastre
α	7,1395	4,8560	4,3858	4,0700	3,7526	3,4336	3,1130	2,4674



Şekil 3.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının kesin çözüm için değerlendirilmesi.

3.3 Tek Duvarlı Karbon Nanotüpte Burkulma Yükü

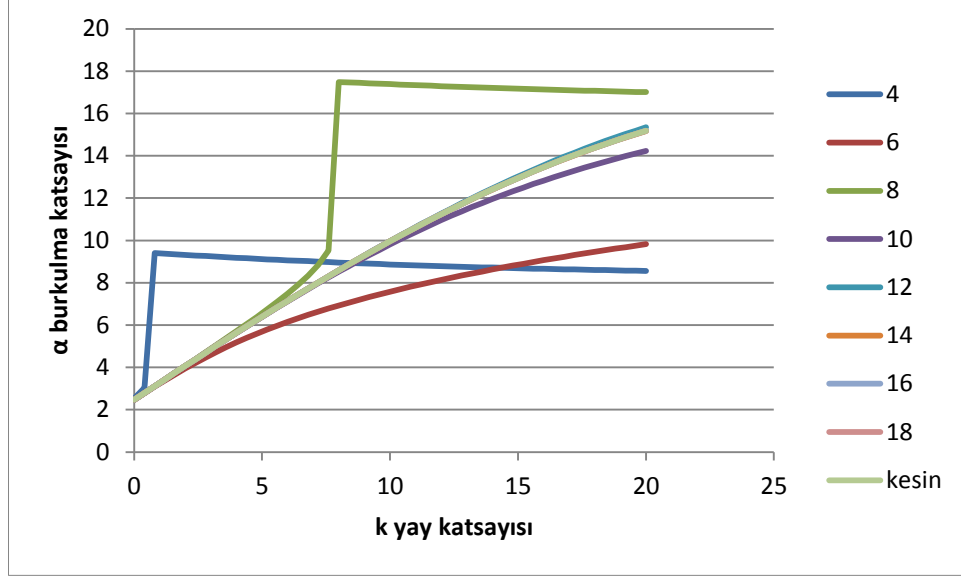
Burada önceki bölümlerde elde edilen veriler grafik ve çizelgelerde gösterilerek sonuçların değerlendirilmesi yapılacaktır.

Çizelge 3.6 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.

k	Terim Sayısı						
	4	6	8	10	12	14	kesin
0	2,535898	2,464604	2,467479	2,4674	2,467401	2,467401	2,467401
0,4	3,037706	2,779435	2,791464	2,79091	2,790926	2,790926	2,790926
0,8	3,403202	3,086969	3,11449	3,112958	3,113009	3,113008	3,113008
1,2	3,73513	3,385826	3,436761	3,433472	3,433595	3,433592	3,433592
1,6	3,944352	3,674852	3,75855	3,752374	3,752626	3,752619	3,752619
2	4,15731	3,953188	4,080212	4,069573	4,070042	4,070028	4,070028
2,4	4,287663	4,220293	4,402193	4,384969	4,385782	4,385755	4,385755
2,8	4,475935	4,475935	4,725052	4,698447	4,69978	4,699733	4,699734
3,2	4,720148	4,720148	5,049482	5,00988	5,011971	5,011892	5,011894

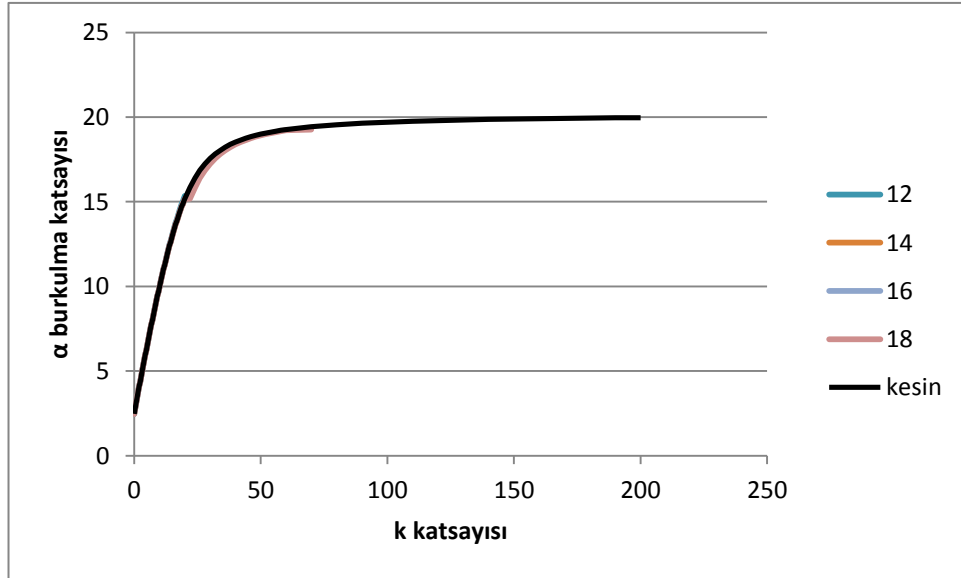
3,6	9,206872	4,953176	5,376344	5,319126	5,322286	5,322158	5,322162
4	9,181102	5,17542	5,706719	5,626029	5,630653	5,630455	5,630461
4,4	9,15592	5,387383	6,041979	5,930416	5,937001	5,936703	5,936713
4,8	9,131328	5,589626	6,38391	6,232102	6,241254	6,240819	6,240834
5,2	9,107326	5,782739	6,7349	6,530884	6,543337	6,542715	6,542737
5,6	9,083913	5,967313	7,098278	6,826551	6,843172	6,8423	6,842332
6	9,061088	6,143924	7,478933	7,118878	7,140678	7,139481	7,139526
6,4	9,038845	6,313125	7,884613	7,407633	7,435774	7,434159	7,434222
6,8	9,017181	6,475434	8,329053	7,692578	7,728377	7,726231	7,726319
7,2	8,996088	6,631338	8,841674	7,973474	8,018403	8,015594	8,015713
7,6	8,97556	6,781288	9,518179	8,250082	8,305765	8,302136	8,302295
8	8,955589	6,925698	17,48605	8,52217	8,590375	8,585746	8,585956
8,4	8,936164	7,064951	17,46484	8,789516	8,872145	8,866308	8,866581
8,8	8,917278	7,199398	17,44401	9,051911	9,150982	9,143703	9,144052
9,2	8,898918	7,32936	17,42357	9,309165	9,426794	9,417808	9,418252
9,6	8,881074	7,455132	17,40351	9,561107	9,699484	9,6885	9,689056
10	8,863736	7,576983	17,38384	9,807591	9,968957	9,955653	9,956343
10,4	8,84689	7,695161	17,36455	10,0485	10,23511	10,21914	10,21999
10,8	8,830525	7,809892	17,34565	10,28373	10,49785	10,47883	10,47986
11,2	8,814628	7,921384	17,32713	10,51322	10,75706	10,73459	10,73584
11,6	8,799188	8,029828	17,30898	10,73693	11,01264	10,9863	10,98779
12	8,784191	8,135401	17,29121	10,95486	11,26448	11,23383	11,2356
12,4	8,769626	8,238263	17,27381	11,167	11,51247	11,47705	11,47913
12,8	8,755479	8,338566	17,25678	11,37341	11,7565	11,71585	11,71828
13,2	8,741739	8,436445	17,24012	11,57414	11,99644	11,9501	11,95292
13,6	8,728393	8,532029	17,22381	11,76926	12,23217	12,1797	12,18294
14	8,715429	8,625436	17,20785	11,95889	12,46359	12,40453	12,40824
14,4	8,702835	8,716775	17,19225	12,14311	12,69057	12,62451	12,62871
14,8	8,6906	8,806148	17,17699	12,32207	12,91298	12,83953	12,84427
15,2	8,678711	8,893649	17,16206	12,49588	13,13071	13,04953	13,05483
15,6	8,667158	8,979367	17,14747	12,66469	13,34365	13,25442	13,26032
16	8,655931	9,063384	17,1332	12,82864	13,55168	13,45416	13,46068
16,4	8,645017	9,145775	17,11925	12,98789	13,75469	13,64869	13,65586
16,8	8,634407	9,226613	17,10561	13,14258	13,95258	13,83798	13,84581
17,2	8,624091	9,305965	17,09228	13,29287	14,14526	14,022	14,03052
17,6	8,614059	9,383893	17,07926	13,4389	14,33265	14,20076	14,20997
18	8,604301	9,460456	17,06652	13,58083	14,51467	14,37425	14,38416
18,4	8,594809	9,53571	17,05407	13,71881	14,69128	14,5425	14,5531
18,8	8,585573	9,609706	17,04191	13,85298	14,86243	14,70553	14,71682
19,2	8,576584	9,682494	17,03002	13,98348	15,02809	14,86339	14,87536
19,6	8,567835	9,754119	17,0184	14,11045	15,18825	15,01614	15,02876
20	8,559317	9,824625	17,00704	14,23402	15,34293	15,16384	15,1771

Yukarıdaki çizelgede farklı k değerleri ve terim sayıları için burkulma katsayılarının değişimi görülmektedir. Aynı tabloyu grafik şeklinde gösterelim.



Şekil 3.2 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.

Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi 4 ve 8 terimli yaklaşık hesap çok tutarlı sonuçlar vermemektedir. Ancak 14 terimden sonra kesin çözüme çok yakın değerler elde edildiği görülmektedir. k katsayısını 200'e kadar devam ettirdiğimizde aşağıdaki grafiği elde ederiz.



Şekil 3.3 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan tek duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.

4. ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPTE BURKULMA YÜKÜ

Burada L uzunluğunda, N aksenal yükü altındaki çift duvarlı altındaki bir ucu ankastre diğer ucunda yay olan karbon nanotüpte burkulma yükünü yaklaşık yöntemle bulacağız.

Ankastre mesnetli çubuk örneğine benzer şekilde yine v çökme, φ dönme, M moment ve T kesme kuvveti olmak üzere, iç ve dış çubuktaki yükler için 1 ve 2 alt indislerini kullanırsak, v_1, φ_1, M_1, T_1 iç duvardaki yükleri, v_2, φ_2, M_2, T_2 dış duvardaki yükleri ve C katsayısı iki duvar arasındaki Van der Waals kuvveti etkileşimini gösteren bu sistemde,

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ T_2 \end{bmatrix} \text{ tansörü çift duvarlı sistemdeki yükleri, } \vec{y}_0 = \begin{bmatrix} v_1(0) \\ \varphi_1(0) \\ M_1(0) \\ T_1(0) \\ v_2(0) \\ \varphi_2(0) \\ M_2(0) \\ T_2(0) \end{bmatrix} \text{ başlangıç}$$

koşullarını ve

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EI_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisini gösterebiliriz.}$$

Ayrıca, burkulma durumu için aşağıdaki eşitlikler geçerlidir.

$$\frac{dv_1}{dz} = \varphi_1, \quad \frac{dv_2}{dz} = \varphi_2 \quad (4.1)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = -\frac{M_1}{EI_1}, \quad \frac{d\varphi_2}{dz} = -\frac{M_2}{EI_2} \quad (4.2)$$

$$\frac{dM_1}{dz} = T_1 + N\varphi_1, \quad \frac{dM_2}{dz} = T_2 + N\varphi_2 \quad (4.3)$$

$$\frac{dT_1}{dz} = c(v_1 - v_2), \quad \frac{dT_2}{dz} = c(v_2 - v_1) \quad (4.4)$$

Bu sistem için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EI_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -C & 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Bu durumda kesin çözüm,

$$\vec{y} = e^{Az} \vec{y}_0 \quad (4.6)$$

şeklindedir.

4.6 denklemi açık haliyle şöyle yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ T_2 \end{bmatrix} = e^{Az} \begin{bmatrix} v_1(0) \\ \varphi_1(0) \\ M_1(0) \\ T_1(0) \\ v_2(0) \\ \varphi_2(0) \\ M_2(0) \\ T_2(0) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

4.6 denklemini aşağıdaki formda yaklaşık çözerek burkulma yüklerini bulacağız.

$$\vec{y} = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \vec{y}_0 \quad (4.8)$$

4.6 denkleminde eksponansiyel ifade taşıma matrisini, 4.8 denkleminde toplamı ifade ise yaklaşık taşıma matrisini gösterir.

Yukarıdaki eşitlikte z 'nin fonksiyonu olan yaklaşık taşıma matrisini TM ile, indisli olarak ise

$$\begin{bmatrix} TM_{11} & TM_{12} & TM_{13} & TM_{14} & TM_{15} & TM_{16} & TM_{17} & TM_{18} \\ TM_{21} & TM_{22} & TM_{23} & TM_{24} & TM_{25} & TM_{26} & TM_{27} & TM_{28} \\ TM_{31} & TM_{32} & TM_{33} & TM_{34} & TM_{35} & TM_{36} & TM_{37} & TM_{38} \\ TM_{41} & TM_{42} & TM_{43} & TM_{44} & TM_{45} & TM_{46} & TM_{47} & TM_{48} \\ TM_{51} & TM_{52} & TM_{53} & TM_{54} & TM_{55} & TM_{56} & TM_{57} & TM_{58} \\ TM_{61} & TM_{62} & TM_{63} & TM_{64} & TM_{65} & TM_{66} & TM_{67} & TM_{68} \\ TM_{71} & TM_{72} & TM_{73} & TM_{74} & TM_{75} & TM_{76} & TM_{77} & TM_{78} \\ TM_{81} & TM_{82} & TM_{83} & TM_{84} & TM_{85} & TM_{86} & TM_{87} & TM_{88} \end{bmatrix} \text{ ile gösterelim.}$$

Dolayısıyla genel çözüm, aşağıdaki formda çıkar.

$$\vec{y}(z) = TM\vec{y}_0 \quad (4.9)$$

Aşağıda bu sistemi dört mesnet hali için 4.9 denklemi ile bu sistemi incelerken ilgili başlangıç ve sınır değerlerini kullanarak Taşıma Matrisini 4x4 matrise indirgenmiş olacak ve 4.8 denklemindeki k yerine artan değerler verilerek N burkulma yükünü yaklaşık yöntemle bulacağız.

Başlangıç ve sınır değerleri aşağıdaki gibidir.

$$v_1(0) = 0, \varphi_1(0) = 0, M_1(L) = 0, T_1(L) = 0, \text{ ve}$$

$$v_2(0) = 0, \varphi_2(0) = 0, M_2(L) = 0, T_2(L) = 0 \text{ dır.}$$

- **Yaklaşık Çözüm**

4.9 eşitliğinin açık hali aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} v_1(z) \\ \varphi_1(z) \\ M_1(z) \\ T_1(z) \\ v_2(z) \\ \varphi_2(z) \\ M_2(z) \\ T_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TM_{11} & TM_{12} & TM_{13} & TM_{14} & TM_{15} & TM_{16} & TM_{17} & TM_{18} \\ TM_{21} & TM_{22} & TM_{23} & TM_{24} & TM_{25} & TM_{26} & TM_{27} & TM_{28} \\ TM_{31} & TM_{32} & TM_{33} & TM_{34} & TM_{35} & TM_{36} & TM_{37} & TM_{38} \\ TM_{41} & TM_{42} & TM_{43} & TM_{44} & TM_{45} & TM_{46} & TM_{47} & TM_{48} \\ TM_{51} & TM_{52} & TM_{53} & TM_{54} & TM_{55} & TM_{56} & TM_{57} & TM_{58} \\ TM_{61} & TM_{62} & TM_{63} & TM_{64} & TM_{65} & TM_{66} & TM_{67} & TM_{68} \\ TM_{71} & TM_{72} & TM_{73} & TM_{74} & TM_{75} & TM_{76} & TM_{77} & TM_{78} \\ TM_{81} & TM_{82} & TM_{83} & TM_{84} & TM_{85} & TM_{86} & TM_{87} & TM_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_1(0) \\ T_1(0) \\ 0 \\ 0 \\ M_2(0) \\ T_2(0) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sınır değerlerini yerine koyarsak, aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} M_1(L) \\ T_1(L) \\ M_2(L) \\ T_2(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TM_{33} & TM_{34} & TM_{37} & TM_{38} \\ TM_{43} & TM_{44} & TM_{47} & TM_{48} \\ TM_{73} & TM_{74} & TM_{77} & TM_{78} \\ TM_{83} & TM_{84} & TM_{87} & TM_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1(0) \\ T_1(0) \\ M_2(0) \\ T_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Bu eşitliğin doğru olması için, aşağıdaki determinant 0'a eşit olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} TM_{33} & TM_{34} & TM_{37} & TM_{38} \\ TM_{43} & TM_{44} & TM_{47} & TM_{48} \\ TM_{73} & TM_{74} & TM_{77} & TM_{78} \\ TM_{83} & TM_{84} & TM_{87} & TM_{88} \end{vmatrix} = 0 \quad (4.12)$$

Yukarıdaki determinant, 1.2 denkleminde gösterilen

$$TM = \sum_{m=0}^k \frac{(Az)^m}{m!} \quad (4.13)$$

toplamında k yerine sırasıyla 4 ile 20 arasındaki değerler 0,4 artışlar verilerek hesaplandı ve elde edilen her bir denklem için N değerleri yalnız bırakıldı. Daha sonra bu değerler,

$$N = \alpha \frac{EI}{L^2} \quad (4.14)$$

formunda yazılarak yaklaşık çözümler için α değerleri bulundu.

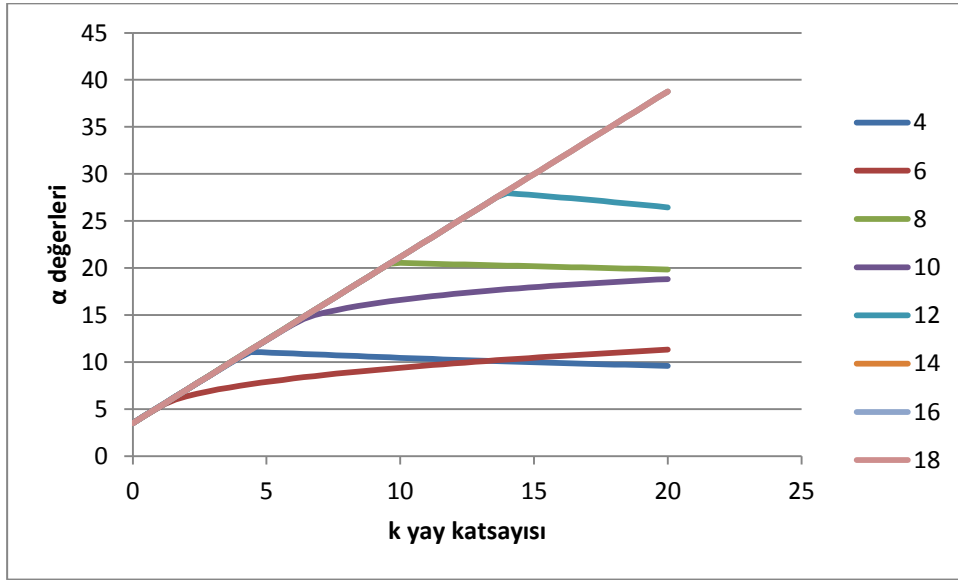
4.1 Hesapların Değerlendirilmesi

Çizelge 4.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çift duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.

k	Terim Sayısı							
	4	6	8	10	12	14	16	18
0	3,522657	3,498363	3,495354	3,495612	3,495607	3,495608	3,495608	3,495608
0,4	4,238958	4,193932	4,199592	4,199322	4,19934	4,19934	4,19934	4,19934
0,8	4,948765	4,876515	4,905343	4,903622	4,903722	4,903719	4,903719	4,903719
1,2	5,650712	5,516985	5,613234	5,60856	5,608871	5,608858	5,608859	5,608859
1,6	6,347132	6,022686	6,323691	6,314134	6,314887	6,314851	6,314852	6,314852
2	7,040155	6,364885	7,036551	7,020276	7,021832	7,021751	7,021754	7,021754
2,4	7,731087	6,63412	7,750874	7,726846	7,729716	7,729556	7,729563	7,729562
2,8	8,420604	6,8696	8,465262	8,433638	8,438479	8,438192	8,438205	8,438204
3,2	9,108899	7,083386	9,178505	9,140395	9,147979	9,147513	9,147536	9,147535
3,6	9,795441	7,280761	9,889999	9,84681	9,858008	9,857313	9,85735	9,857349
4	10,47621	7,464789	10,59969	10,55252	10,5683	10,56735	10,5674	10,5674

4,4	11,03033	7,637559	11,30784	11,25703	11,2786	11,27737	11,27744	11,27744
4,8	11,03801	7,800622	12,01479	11,95955	11,98863	11,98715	11,98725	11,98725
5,2	10,99516	7,955196	12,72083	12,65845	12,69821	12,69654	12,69666	12,69665
5,6	10,94887	8,102267	13,42623	13,34949	13,4072	13,4054	13,40554	13,40553
6	10,90186	8,242646	14,13116	14,01765	14,11552	14,11368	14,11383	14,11383
6,4	10,85476	8,377019	14,83576	14,59759	14,82318	14,82138	14,82154	14,82153
6,8	10,80781	8,505967	15,54013	14,99082	15,53021	15,52851	15,52867	15,52866
7,2	10,76114	8,629987	16,24431	15,27568	16,23665	16,23512	16,23527	16,23526
7,6	10,71482	8,749514	16,94836	15,51796	16,94259	16,94126	16,9414	16,94139
8	10,66891	8,864923	17,6523	15,73529	17,64809	17,64699	17,64711	17,6471
8,4	10,62347	8,976546	18,35613	15,93415	18,35322	18,35236	18,35246	18,35245
8,8	10,57852	9,084676	19,05981	16,11798	19,05806	19,05742	19,0575	19,05749
9,2	10,53411	9,189572	19,76308	16,28905	19,76266	19,76223	19,76228	19,76228
9,6	10,49027	9,291465	20,45783	16,44907	20,46706	20,46681	20,46684	20,46684
10	10,44703	9,390563	20,528	16,59935	21,17131	21,17122	21,17123	21,17123
10,4	10,40441	9,487053	20,50073	16,74099	21,87544	21,87547	21,87546	21,87546
10,8	10,36244	9,581102	20,47287	16,87489	22,57948	22,57959	22,57957	22,57957
11,2	10,32114	9,672863	20,44489	17,00184	23,28345	23,2836	23,28358	23,28358
11,6	10,28053	9,762475	20,41687	17,12248	23,98738	23,98752	23,9875	23,9875
12	10,24063	9,850063	20,38884	17,23739	24,69128	24,69137	24,69136	24,69136
12,4	10,20146	9,935744	20,36082	17,34707	25,39518	25,39516	25,39516	25,39516
12,8	10,16302	10,01962	20,33281	17,45196	26,09914	26,0989	26,09891	26,09891
13,2	10,12533	10,1018	20,30482	17,55243	26,80329	26,8026	26,80263	26,80263
13,6	10,0884	10,18235	20,27686	17,64884	27,50857	27,50627	27,50632	27,50632
14	10,05223	10,26138	20,24893	17,74149	27,97169	28,20991	28,20999	28,20998
14,4	10,01683	10,33894	20,22103	17,83066	27,87721	28,91355	28,91364	28,91363
14,8	9,982197	10,41512	20,19317	17,91658	27,78518	29,61718	29,61728	29,61726
15,2	9,948334	10,48999	20,16536	17,99947	27,69191	30,3208	30,3209	30,32089
15,6	9,91524	10,56359	20,13759	18,07955	27,59713	31,02443	31,02452	31,0245
16	9,882909	10,63598	20,10988	18,15698	27,50073	31,72806	31,72813	31,72812
16,4	9,851338	10,70723	20,08222	18,23194	27,40266	32,4317	32,43173	32,43173
16,8	9,82052	10,77738	20,05462	18,30458	27,30289	33,13535	33,13533	33,13534
17,2	9,790446	10,84647	20,02708	18,37503	27,20139	33,83901	33,83892	33,83895
17,6	9,761108	10,91455	19,99961	18,44341	27,09815	34,54269	34,5425	34,54256
18	9,732495	10,98167	19,97221	18,50986	26,99315	35,24637	35,24608	35,24618
18,4	9,704596	11,04785	19,94489	18,57446	26,8864	35,95006	35,94964	35,9498
18,8	9,677399	11,11314	19,91764	18,63733	26,7779	36,65375	36,65318	36,65343
19,2	9,650891	11,17756	19,89048	18,69854	26,66767	37,35746	37,35669	37,35706
19,6	9,625059	11,24116	19,8634	18,7582	26,55576	38,06116	38,06015	38,0607
20	9,599889	11,30395	19,83641	18,81637	26,44221	38,76488	38,76355	38,76434

Bu tabloyu grafik olarak aşağıdaki şekilde gösterebiliriz. Her bir çizgi farklı terim sayısına ait grafiği göstermektedir. Çizgiler boyunca aşağıdan yukarıya doğru gidildikçe terim sayısı artmaktadır.



Şekil 4.1 : Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucunda yay olan çift duvarlı karbon nanotüp için burkulma yüküne ait katsayının değerlendirilmesi.

Dikkat edilirse 8 terimden sonra değerler birbirine çok yakın çıkmaktadır. k katsayısının en fazla 20 olduğu durumlar için rahatlıkla 14 terim alınabilir. Şekilde görüldüğü üzere α ile k arasında lineer bir ilişki bulunmaktadır.

5. SONUÇ

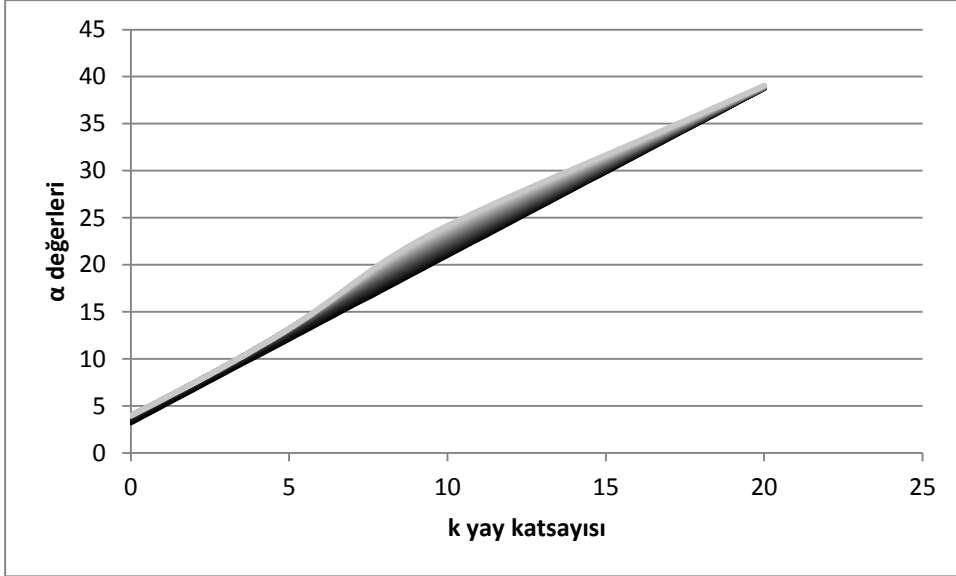
Çift duvarlı karbon nanotüplerde burkulma etkisini değerlendirilebilmek için, önce tek duvarlı karbon nanotüpler için bir Euler Bernoulli çubuk modeli oluşturulmuş, bu model tek duvarlı karbon nanotüp için uygulanmış ve sonucun olumlu olduğu gözlemlenmiştir. Başlangıç ve sınır değerleri yöntemiyle kesin çözüm ve yaklaşık çözümlerin çeşitli mesnet durumları için karşılaştırıldığı yöntemin uygulanabilirliği gösterildikten sonra aynı yöntemle çift duvarlı karbon nanotüpler simüle edilmiş ve yaklaşık çözüm için veriler elde edilmiştir. Veriler değerlendirildiğinde, çalışmanın başlangıcındaki beklenti olan çift duvarlı karbon nano tüplerin tek duvarlı karbon nanotüplerden daha burkulma yüküne karşı mukavim olduğu sonucu doğrulanmıştır. DWCNT'lerin burkulma yüklerinin daha yüksek olmasında C Van der Waals kuvvet katsayısı ve k yay katsayısının etkisi gösterilmiştir.

5.1 DWCNT'lerde 'C' Van Der Waals Katsayısı İle 'k' İlişkisi

Çizelge 5.1 : C Van der Waals katsayısı ile k yay katsayısı arasındaki ilişki.

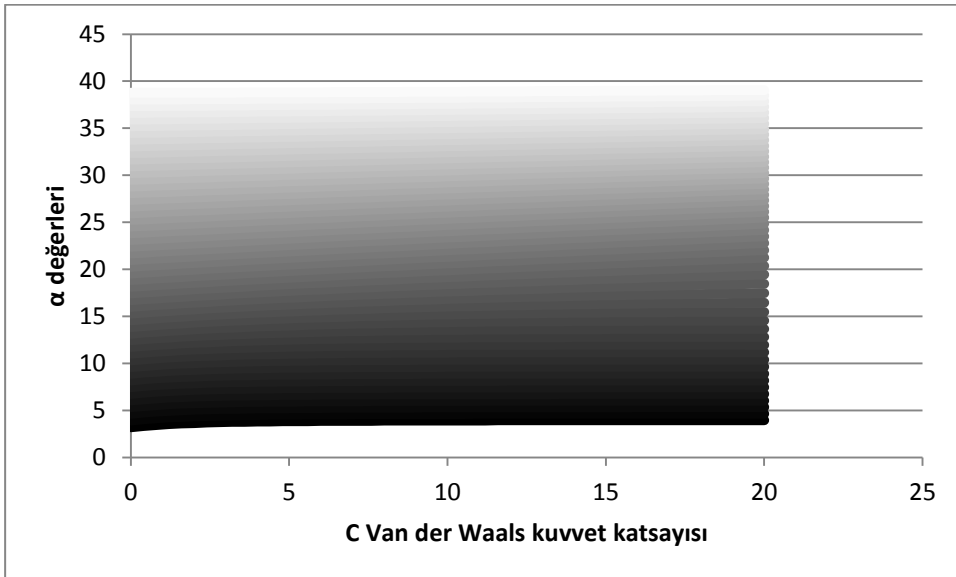
k	C					
	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2
0	3,2	3,338875	3,449519	3,536367	3,60432	3,657783
0,4	3,911111	4,046926	4,154615	4,238832	4,30456	4,356191
0,8	4,622222	4,755094	4,860147	4,942175	5,006166	5,056444
1,2	5,333333	5,463403	5,566195	5,646545	5,709353	5,758818
1,6	6,044444	6,171873	6,272824	6,352063	6,414304	6,463557
2	6,755556	6,880515	6,980073	7,058801	7,121134	7,170832
2,4	7,466667	7,589331	7,687938	7,766759	7,829863	7,8807
2,8	8,177778	8,298305	8,396367	8,475846	8,540377	8,593056
3,2	8,888889	9,007409	9,105258	9,185874	9,25242	9,307603
3,6	9,6	9,716601	9,814468	9,896569	9,965594	10,02385
4	10,31111	10,42584	10,52383	10,6076	10,6794	10,74113
4,4	11,02222	11,13507	11,23318	11,31864	11,39329	11,45871
4,8	11,73333	11,84425	11,94236	12,02937	12,10677	12,17583
5,2	12,44444	12,55336	12,65127	12,73956	12,81942	12,89187
5,6	13,15556	13,26238	13,35983	13,44903	13,53093	13,60635

Yukarıdaki çizelgede k değerleri 0 ile 6 arasında, C değerleri ise 0 ile 2 arasında alınmıştır. Bu değerleri 0-20 arasında hesaplayıp grafik üzerinde gösterirsek aşağıdaki şekil karşımıza çıkar.



Şekil 5.1 : k ile C arasındaki ilişkiyi gösteren grafik. Açık bölgeler C 'nin daha büyük olduğu burkulma değerlerini gösterir.

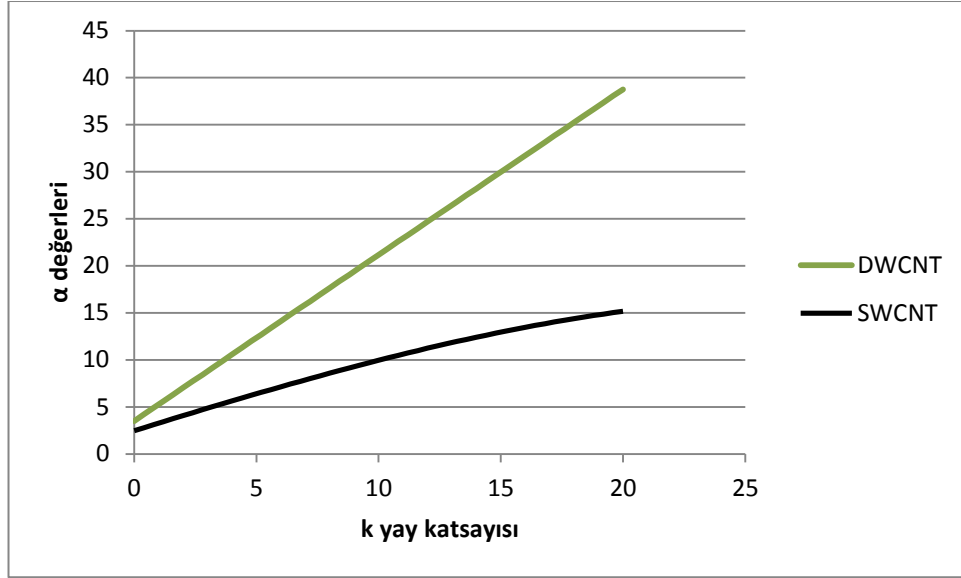
Bundan ayrı olarak aynı grafikteki verileri transpoze ederek yatay eksen C 'nin artan değerlerine karşı k 'nın değişimini gösteren grafiği elde edebiliriz.



Şekil 5.2 : k ile C arasındaki ilişkiyi gösteren grafik. Açık bölgeler k 'nın daha büyük olduğu burkulma değerlerini gösterir.

5.2 DWCNT'ler İle SWCNT'ler Arasında Burkulma Yükünün Farkı

Elde edilen veriler değerlendirildiğinde çift duvarlı karbon nanotüplerin tek duvarlı karbon nanotüplere oranla daha fazla burkulma yüküne sahip oldukları gözlemlenmiştir.



Şekil 5.3 : Tek duvarlı karbon nanotüpler ile çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulmalarının karşılaştırılması.

KAYNAKLAR

- Ansari, R., and Hemmatnezhad, M.,** 2011: Nonlinear finite element analysis for vibrations of double-walled carbon nanotubes, *Nonlinear Dyn* (2012) 67:373–383.
- Iijima, S.,** 1991: Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature* **354**, 56 - 58 (07 November 1991); doi:10.1038/354056a0.
- Kroto, H. W., Heath, J. R., O'Brien, S. C., Curl, R. F., and Smalley, R. E.,** 1985: C60: Buckminsterfullerene, *Nature* **318**, 162 - 163 (14 November 1985); doi:10.1038/318162a0.
- Lambert, E., and McLean, J.,** 2007: Degrees That Work, Nanotechnology, *Pennsylvania College of Technology* (Video).
- Liew, K. M., He, X. Q., and Kitipornchai, S.,** 2005: Buckling characteristics of embedded multi-walled carbon nanotubes, *Proc. R. Soc. A* (2005) 461, 3785–3805, doi:10.1098/rspa.2005.1526.
- Mohammadimehr, M., Saidi, A. R., Ghorbanpour, A. A., Arefmanesh, A., and Han, Q.,** 2010: Torsional buckling of a DWCNT embedded on winkler and pasternak foundations using nonlocal theory, *Journal of Mechanical Science and Technology*, June 2010, Volume **24**, Issue 6, pp 1289-1299.
- Ru, C. Q.,** 2000: Effect of van der Waals forces on axial buckling of a double-walled carbon nanotube, *J. Appl. Phys.* **87**, 7227, doi: 10.1063/1.372973.
- Ru, C. Q.,** 2001: Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic medium, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **49** (2001) 1265 – 1279.
- Sears, A., and Batra, R. C.,** 2006: Buckling of multiwalled carbon nanotubes under axial compression, *Physical Review B* **73**, 085410 (2006), DOI: 10.1103/PhysRevB.73.085410.
- Shen, C., Brozena, A. H., and Wang, Y.,** 2010: Double-walled carbon nanotubes: Challenges and opportunities, *RSC Publishing*, DOI: 10.1039/c0nr00620c.
- Soong, S. H.,** 2009: Torsional Buckling of Double-Walled Carbon Nanotubes, Engineering Science Programme, *National University of Singapore*.
- University of Cambridge, NanoScience Center,** 2010: The Strange World of Nanoscience (Video).
- Wang, C. M., Tan, V. B. C., and Zhang, Y. Y.,** 2006: Timoshenko beam model for vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes, *Journal of Sound and Vibration*, Volume **294**, Issues 4–5, July 2006, Pages 1060–1072.

- Url-1** <<http://nanoteknolojinedir.com/?p=16>>, Nanoteknoloji Nedir?, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-2** <<http://en.wikipedia.org/wiki/Nanotechnology>>, Nanotechnology, Wikipedia, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-3** <http://en.wikipedia.org/wiki/Carbon_nanotube>, Carbon Nanotube, Wikipedia, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-4** <http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_realm>, Quantum Realm, Wikipedia, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-5** <<http://science.howstuffworks.com/what-is-nanotechnology.htm>>, What is Nanotechnology, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-6** <<http://www.jirkacech.com/blog/archive/50000-times-smaller-than-a-human-hair.html>>, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-6** <http://ec.europa.eu/research/conferences/2002/pdf/presspacks/1-3-nano-new-dimension-script_en.pdf>, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-7** <<http://en.wikipedia.org/wiki/Fullerene>>, Fullerene, Wikipedia, alındığı tarih, 16.04.2012.
- Url-8** <http://en.wikipedia.org/wiki/Potential_applications_of_carbon_nanotubes>, Potential Applications of Carbon Nanotubes, Wikipedia, alındığı tarih, 16.04.2012.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Haluk Işık

Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği (2002-2007)

Yüksek Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği (2007-2013)