

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇOK ATLAMALI ÇİFT-YÖNLÜ
RÖLELİ AĞLAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Barış KÖKSAL**

**Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı
Telekomünikasyon Mühendisliği Programı**

HAZİRAN 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇOK ATLAMALI ÇİFT-YÖNLÜ
RÖLELİ AĞLAR**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Barış KÖKSAL
(504091354)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ

HAZİRAN 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504091354 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Barış KÖKSAL**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**ÇOK ATLAMALI ÇİFT-YÖNLÜ RÖLELİ AĞLAR**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. M. Ertuğrul ÇELEBİ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Ali Emre PUSANE
Boğaziçi Üniversitesi

Teslim Tarihi : **04 Mayıs 2012**
Savunma Tarihi : **07 Haziran 2012**

ÖNSÖZ

Lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince bana her türlü yardımcı olan ve yol gösteren değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ başta olmak üzere, yüksek lisans eğitimim boyunca maddi ve manevi desteklerinden ötürü TÜBİTAK'a, desteğini ve ilgisini sürekli yanımda hissettiğim aileme, Özlem AYDOĞMUŞ'a ve gösterdikleri anlayıştan dolayı çalışma arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2012

Barış Köksal
(Telekomünikasyon Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
KISALTMALAR.....	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları	3
2. İŞBİRLİKLİ ÇEŞİTLEME VE ÇOK ATLAMALI AĞLAR	7
2.1 Temel Kavramlar.....	7
2.1.1 Çok yollu yayılım kanalları parametreleri	7
2.1.1.1 Zamanda yayılım parametreleri.....	7
2.1.1.2 Uyumluluk band genişliği	7
2.1.1.3 Doppler yayılımı ve uyumluluk zamanı.....	8
2.1.2 Sönümlemeli kanalların sınıflandırılması	8
2.1.2.1 Geniş ölçekli sönümleme	8
2.1.2.2 Küçük ölçekli sönümleme ve çok yollu yayılım	8
2.1.2.3 Çok yollu yayılıma bağlı sönümleme	9
2.1.2.4 Doppler yayılımına bağlı sönümleme	10
2.1.3 Rayleigh ve Ricean dağılımları	10
2.1.3.1 Rayleigh dağılımı.....	10
2.1.3.2 Ricean dağılımı.....	11
2.2 Çeşitleme Teknikleri	12
2.2.1 Birleştirme yöntemleri	13
2.2.1.1 Seçmeli birleştirme	13
2.2.1.2 En yüksek oran birleştirme	14
2.2.1.3 Eşit kazançlı birleştirme	14
2.2.1.4 Karesel birleştirici.....	14
2.2.2 Çok girişli çok çıkışlı anten sistemleri.....	14
2.2.3 Uzay-zaman kodları.....	15
2.2.3.1 Uzay-zaman kafes kodları	16
2.2.3.2 Uzay-zaman blok kodları	16
2.3 İşbirlikli Çeşitleme	17
2.3.1 İşbirlikli iletişimin avantajları	18
2.3.2 İşbirlikli iletişim yöntemleri.....	19
2.3.2.1 Çöz-ve-aktar yöntemi.....	19
2.3.2.2 Kuvvetlendir-ve-aktar yöntemi.....	20
2.3.2.3 Kodlamalı işbirliği	20

2.4	Çok Atlamalı Ağlar	21
2.5	Röle Seçimi.....	22
2.6	Değişken Atlama Sayısı ve Her Atlamada Değişken Röle Sayısı İçin İletim Yolu Seçimi	23
3.	FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA	29
4.	ÇOK ATLAMALI ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA PLNC PROTOKOLÜ İÇİN RÖLE SEÇİM ALGORİTMALARI VE SERVİS DIŞI KALMA OLASILIKLARI.....	33
4.1	İki Atlamalı PLNC Sistemi İçin Röle Seçim Algoritmalarının İncelenmesi ve Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi	33
4.1.1	Seçmesiz yöntem.....	37
4.1.2	Eniyi seçim yöntemi.....	39
4.1.3	Maks-min yöntemi	40
4.1.4	Maks-toplam yöntemi.....	42
4.1.5	Karma seçim yöntemi.....	45
4.2	Üç Atlamalı PLNC Sistemi İçin Röle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi.....	45
4.2.1	Seçmesiz yöntem.....	46
4.2.2	Eniyi seçim yöntemi.....	46
4.2.3	Maks-min yöntemi	47
4.3	Dört Atlamalı PLNC Sistemi İçin Röle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi.....	47
4.3.1	Seçmesiz yöntem.....	48
4.3.2	Eniyi seçim yöntemi.....	48
4.3.3	Maks-min yöntemi	48
4.4	PLNC Protokolü İçin Röle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının N Atlamaya Genelleştirilmesi	49
4.4.1	Seçmesiz yöntem.....	49
4.4.2	Eniyi seçim yöntemi.....	50
4.4.3	Maks-min yöntemi	50
4.5	Başarım Değerlendirmesi	51
5.	ÇOK ATLAMALI PLNC PROTOKOLÜNÜN BİT HATA BAŞARIMI ..	59
5.1	Çok Atlamalı PLNC Protokolünün Bit Hata Olasılığı.....	59
5.1.1	İki atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı.....	60
5.1.2	Üç atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı.....	66
5.1.3	Dört atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı	68
5.1.4	Çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığının N atlama için genelleştirilmesi.....	71
5.2	Yeni Çok Atlamalı Protokolün Bit Hata Olasılığı	72
5.2.1	Üç atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı.....	73
5.2.2	Dört atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı	75
5.2.3	Beş atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı	76
5.2.4	Altı atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı	77
5.2.5	Yeni protokolün bit hata olasılığının N atlamaya genelleştirilmesi	78
5.3	Başarım Değerlendirmesi	80
6.	SONUÇLAR.....	85
	KAYNAKLAR.....	89
	EKLER	93
A.	Üç Atlamalı Röle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi	93
B.	Üç Atlamalı Maks-min Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi	97

C. Dört Atlamalı Röle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi ..	98
D. Dört Atlamalı Maks-min Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi	101
E. Röle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı İfadesinin N Atlamaya Genelleştirilmesi	102
F. Maks-min Röle Seçme Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı İfadesinin N Atlamaya Genelleştirilmesi	103
ÖZGEÇMİŞ	107

KISALTMALAR

AF	: <i>Amplify and Forward</i> (Kuvvetlendir-ve-aktar)
AWGN	: <i>Additive White Gaussian Noise</i> (Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü)
BC	: <i>Broadcast Channel</i> (Yayımlama Kanalı)
BER	: <i>Bit Error Rate</i> (Bit Hata Olasılığı)
BPSK	: <i>Binary Phase Shift Keying</i> (İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
CRC	: <i>Cyclic Redundancy Check</i> (Çevrimsel Hata Denetimi)
DF	: <i>Decode and Forward</i> (Çöz-ve-aktar)
ISI	: <i>Inter Symbol Interference</i> (Simgeler Arası Girişim)
MAC	: <i>Multiple Access Channel</i> (Çoklu Erişim Kanalı)
MIMO	: <i>Multiple Input Multiple Output</i> (Çok Girişli Çok Çıkışlı)
OFDM	: <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> (Ortogonal Frekans Bölmeli Çoğullama)
PLNC	: <i>Physical Layer Network Coding</i> (Fiziksel Katman Ağ Kodlama)
QPSK	: <i>Quadrature Phase Shift Keying</i> (Dörtlü Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
RMS	: <i>Root Mean Square</i> (Etkin Değer)
SIR	: <i>Signal to Interference Ratio</i> (İşaret Girişim Oranı)
SISO	: <i>Single Input Single Output</i> (Tek Girişli Tek Çıkışlı)
SNR	: <i>Signal to Noise Ratio</i> (İşaret Gürültü Oranı)
TDBC	: <i>Time Division Broadcast</i> (Zaman Bölmeli Yayımlama)
XOR	: <i>Exclusive OR</i> (Ayrıcılık VEYA)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge Ek.1 : Dört atlamalı seçmesiz yöntem için durum tablosu.....	99
--	----

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Küçük ölçekli sönmleme çeşitleri.....	9
Şekil 2.2: İşbirlikli iletişim.....	17
Şekil 2.3: Çöz-ve-aktar yöntemi.....	19
Şekil 2.4: Kuvvetlendir-ve-aktar yöntemi.....	20
Şekil 2.5: Kodlamalı işbirliği.....	21
Şekil 2.6: Çok atlamalı iletim yapısı.....	22
Şekil 2.7: Çok atlamalı, çok röleli ve çok antenli iletim sistemi.....	23
Şekil 2.8: İki atlama ve değişken röle sayısı için röle seçim yöntemlerinin BER başarımı.....	25
Şekil 2.9: İki ve üç atlamalı durumda maks-min röle seçim yönteminin BER başarımı.....	26
Şekil 3.1: İki atlamalı iletim sistemi.....	29
Şekil 3.2: Geleneksel dört zamanlı iletim sistemi.....	30
Şekil 3.3: Üç zamanlı iletim sistemi.....	30
Şekil 3.4: Fiziksel katman ağ kodlama sistemi.....	31
Şekil 4.1: Çift-yönlü, iki atlamalı ve röle seçimli iletim protokolü.....	35
Şekil 4.2: Üç atlamalı PLNC sistemi.....	45
Şekil 4.3: Dört atlamalı PLNC sistemi.....	47
Şekil 4.4: İki atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.....	52
Şekil 4.5: Üç atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.....	54
Şekil 4.6: Dört atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.....	56
Şekil 4.7: İki, üç ve dört atlamalı durumlarda maks-min yönteminin servis dışı kalma olasılıkları.....	57
Şekil 5.1: PLNC protokolünde kanal sönmleme katsayılarının çeşitli faz farkı değerleri için röledeki anlık BER eğrileri.....	60
Şekil 5.2: İki atlamalı PLNC sistem modeli.....	60
Şekil 5.3: Rölede alınan işaret için karar bölgeleri.....	61
Şekil 5.4: Üç atlamalı PLNC sistem modeli.....	66
Şekil 5.5: Üç atlamalı PLNC protokolünün iletim şeması.....	66
Şekil 5.6: Dört atlamalı PLNC sistem modeli.....	68
Şekil 5.7: Dört atlamalı PLNC protokolünün iletim şeması.....	69
Şekil 5.8: Üç atlamalı yeni iletim protokolü.....	73
Şekil 5.9: Dört atlamalı yeni iletim protokolü.....	75
Şekil 5.10: Beş atlamalı yeni iletim protokolü.....	77
Şekil 5.11: Altı atlamalı yeni iletim protokolü.....	78
Şekil 5.12: İki, üç ve dört atlamalı PLNC BER başarımı.....	81
Şekil 5.13: Yeni çok atlamalı protokol için BER başarımı.....	82
Şekil 5.14: Çok atlamalı PLNC ve yeni protokolün kuramsal bit hata olasılıklarının karşılaştırması.....	83

ÇOK ATLAMALI ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ AĞLAR

ÖZET

Son yıllarda gelişen teknoloji ile birlikte daha güvenilir, daha hızlı ve kapsama alanları daha geniş olan sistemlere olan gereksinim de artmaktadır. Bu amaca yönelik olarak önerilen ve geleneksel yöntemlere göre daha verimli olan çok atlamalı sistemlerin 4G hücreli ağları da kapsamak üzere gelecekte kullanılacak birçok sistemin temelini oluşturması beklenmektedir. Ancak iletim cihazlarının yarı dupleks olarak çalışması tam dupleks sistemlere göre verimliliği yarı yarıya düşürmektedir. Sistemler, çift-yönlü iletim yöntemleri sayesinde bu dezavantajdan kurtulabilmektedir. Son önerilen çift-yönlü iletim yöntemlerinden birisi de fiziksel katman ağ kodlama yöntemi olmuştur. Bu yöntem, telsiz iletişim sistemlerinin yayımlama özelliğini bir sorun olmaktan çıkarıp, ondan yararlanarak sistem başarımını iyileştirmektedir. Önerilen bu yöntem iki zaman aralığında iletimi tamamlamakta ve bu sayede dört zaman aralığı kullanan geleneksel yöntem ve üç zaman aralığı kullanan klasik ağ kodlamadan daha iyi başarımlar sağlamaktadır. Literatürde fiziksel katman ağ kodlama konusunda birçok çalışma yapılmıştır. Özellikle iki atlamalı fiziksel katman ağ kodlama için çöz-ve-aktar ile kuvvetlendir-ve-aktar yöntemlerini kullanan sistemler incelenmiştir. Ancak çok atlamalı sistemlerde fiziksel katman ağ kodlama hakkında çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Öte yandan röle seçme yöntemi sistemlerin başarımını artıran bir diğer yaklaşımdır. Bu yöntemde aynı anda en iyi bir veya birkaç röle iletim yaptığı için, seçmesiz çok röleli yöntemlere göre sistem karmaşıklığı azalırken sistem başarımı aynı düzeyde tutulabilmektedir. Röle seçme yöntemlerinden bazıları kanalın erişilebilir en yüksek çeşitleme derecesini sağlayabilmektedir.

Bu tez çalışmasının ilk kısmında, üç ve dört atlamalı fiziksel katman ağ kodlamada röle seçme yöntemleri için kuramsal analiz ve bilgisayar benzetimi ile servis dışı kalma olasılıkları elde edilerek, daha sonra servis dışı kalma olasılığı ifadesi N atlamaya genelleştirilmektedir. Sistemde QPSK modülasyonu ve çöz-ve-aktar iletim yöntemi kullanılmaktadır. Her atlamada birden fazla sayıda röle olduğu, her rölenin bir anteni olduğu ve aynı anda hem iletim hem alım yapamadığı varsayılmaktadır. Röle seçme yöntemi olarak en çok kullanılan yöntemlerden maks-min yöntemi ve maks-toplam yöntemine ek olarak, her iki yöntemin avantajını aynı anda kullanan karma yöntem de kullanılmaktadır. Bu yöntemler referans sistem olarak röle seçimsiz yöntem ile karşılaştırılmaktadır.

Çalışmanın ikinci kısmında ilk olarak BPSK modülasyonu ile çöz-ve-aktar yöntemini kullanan üç ve dört atlamalı fiziksel katman ağ kodlama sistemleri için bit hata olasılığı ifadesi çıkarıldıktan sonra ifade N atlamalı sistem için genelleştirilmektedir. Ancak bu yöntemde hata yayılımı olmaması için belirli bir zamanda bir simgeye karar verilirken önceki adımlarda hata yapılmadığı varsayılmaktadır. Buna ek olarak iki zamanlı ve çok atlamalı sistemlerin pratikte uygulanabilir olmadığı bilinmektedir. Bu nedenlerle, çift-yönlü fiziksel katman ağ kodlama sistemleri için yeni bir iletim

protokolü önerilmekte ve üç, dört, beş ve altı atlamalı durum için bit hata olasılığı ifadeleri çıkarıldıktan sonra ifade N atlamaya genelleştirilmektedir. Son olarak hem PLNC protokolünü kullanan sistemin hem de yeni çok atlamalı iletim protokolünü kullanan sistemin BPSK modülasyonu ve çöz-ve-aktar yöntemi için kuramsal analizle ve bilgisayar benzetimleriyle elde edilen hata başarımları karşılaştırılmaktadır.

MULTI-HOP BI-DIRECTIONAL RELAY NETWORKS

SUMMARY

In recent years, improved technology increases the need for faster transmission, wider coverage areas and more reliable communication systems. Mobile users use new applications that requires high data rates such as social networking, video sharing, mobile TV, video call etc. Hence operators invests in better technology to provide higher data rates. For example, 3G and 4G cellular networks provide higher data rates than 2G networks. However, sources such as time and frequency are limited and it is not very easy to improve the performance of the system. For example, if a transmission system had unlimited bandwidth, it would provide higher data rates easily, but frequency spectrum is very crowded and hence systems must use sources efficiently.

Space, time, frequency and polarization diversity techniques are used to mitigate the fading effect and improve the transmission performance of the systems. Interleaving technique is an example of time diversity. Frequency hopping technique, which is being used in GSM system, is an example of frequency diversity. Multiple input multiple output systems are proposed instead of single input single output systems to improve transmission efficiency. Multiple input multiple output systems are examples of space diversity technique that create independent transmission paths and increase speed and/or improve bit error rate performance of the transmission systems. Multiple antennas at receiver is named as receiver diversity and multiple antennas at transmitter is named as transmitter diversity. However it is clear that it is not feasible to put multiple antennas at each device because of size and price problems.

Cooperative diversity is proposed to mitigate this problem. Cooperative users use each other's antenna to create independent transmission paths and improve the bit error rate performance of the system. Cooperative diversity is an easy technique to integrate to system, however repetition based protocols are bandwidth inefficient methods.

Multi-hop systems offer a solution for faster transmission, wider coverage areas and more reliable communication requirements and will be the main communication technology of many 4G cellular networks. However, the half-duplex nature of communication devices causes a loss in spectral efficiency due to a pre-log factor of $\frac{1}{2}$ in the achievable capacity. Two-way communication systems are proposed to avoid this loss by realizing the bi-directional connection between two terminals over a half-duplex relay. Physical layer network coding is one of the latest protocol for two-way communication systems. While most communication designs try to either reduce or avoid interference, physical layer network coding systems embrace interference to improve throughput performance. It completes bi-directional transmission in two time slots for a three-node network and provides higher transmission rates than traditional four and three time slots systems. Physical layer

network coding with two-hop scenario has been well studied in the literature for different strategies, such as amplify-and-forward and decode-and-forward. However, there is not too much study for multi-hop physical layer network coding systems. On the other hand, the efficiency of relay transmission can be further enhanced by relay selection algorithms. Relay selection, that allows one or a few relays to assist bi-directional transmission, seems to be an efficient technique with low complexity and some relay selection algorithms achieve maximum diversity gain. Relay selection techniques are also power efficient techniques. Because instead transmission of all relays at the same time, only selected relay transmits and total power of the system is decreased. Max-sum selection, max-min selection, optimal selection, nearest neighbor selection, harmonic average selection are examples of the relay selection algorithms.

In the first part of this thesis fading, diversity, cooperative diversity, relay selection algorithms and multi-hop networks are introduced. Bit error rate of the system that has random number of hops and random number of relays at each hop are obtained with computer simulations to better understand both relay selection and multi-hop networks. It is assumed that there is only one antenna at each relay, QPSK modulation is used and channel fading coefficients are Rayleigh distributed. In addition, it is assumed that the transmission is one-directional. According to hop and relay number, best transmission path is selected via max-min and max-sum relay selection techniques. Then symbols are transmitted over this path and bit error rate is obtained.

Next, outage probability expressions and diversity gains of non-selection, optimal selection, max-min selection, max-sum selection and hybrid selection relay selection techniques in two-hop physical network coding system are investigated. Then outage probability expressions of relay selection techniques in three-hop and four-hop physical layer network coding systems are derived via both theoretical analysis and computer simulations. Then these expressions are generalized to N -hop case. It is assumed that QPSK modulation and decode-and-forward relaying strategy are used in the considered system. Also it is assumed that total transmission power is constant. In addition, a clustered bidirectional relay topology is assumed, which consists of two terminals and a cluster with several relays. Each relay has one antenna and cannot receive and transmit simultaneously. Outage performances of max-min and max-sum relay selection techniques and hybrid selection technique, which is the combination of max-min and max-sum selections are investigated. The non-selection policy is also considered as a reference system.

In the final part, first bit error probability expressions for two-hop physical layer network coding system is investigated then expressions for three-hop and four-hop physical layer network coding systems are derived. It is assumed that systems use BPSK modulation and decode-and-forward relaying strategy. Then these expressions are generalized to N -hop case. Total transmission power of the system is not fixed to a constant level, instead it is increased with the increasing hop number. However, these derivations involve the assumption that errors on preceding symbols do not affect present symbol decisions. On the other hand, it is known that two-time slot systems are not practical for multi-hop two-way communication systems. Hence, a new protocol for multi-hop two-way communication systems is proposed and its BER performance for three-hop, four-hop, five-hop and six-hop systems is investigated. Bit error rate expressions are obtained via both theoretical analysis and computer simulations. Then a general bit error probability expression for N -hop is

obtained. Finally, theoretical and simulation results are compared for both multi-hop PLNC and the proposed protocol.

1. GİRİŞ

Gelişen teknoloji ile birlikte iletişimde güvenilirliğe ve yüksek hıza her geçen gün daha fazla gereksinim duyulmaktadır. Yeni hizmetler ve uygulamalar band genişliğinin daha verimli kullanılmasını gerektirmektedir. Sönümleme etkisi nedeniyle telsiz iletişim sistemlerinde istenen kalitede iletişim yapmak oldukça zordur. Bunun yanı sıra sistemlerin kullandığı frekans spektrumunun sınırlı olması, gerek iletim hızı gerekse iletişim güvenilirliğini artırmak için yeni iletim teknikleri geliştirilmesinde tetikleyici etkenlerden biri olmaktadır.

1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

İletişim kalitesini artırmak için tek girişli tek çıkışlı (single input single output, SISO) sistemler yerine çok girişli çok çıkışlı (multiple input multiple output, MIMO) sistemler kullanılmaktadır. MIMO sistemlerde birbirinden bağımsız iletim kanalları oluşturularak hata başarımı veya bilgi iletim hızı artırılmaktadır.

Telsiz iletişimde sönümleme etkisini azaltmak amacıyla uzay, zaman, frekans ve polarizasyon çeşitlemeleri kullanılmaktadır. Çok girişli çok çıkışlı iletişim sistemlerinde alıcıda birden çok anten kullanılması alıcı anten çeşitlemesi ve vericide birden çok sayıda anten kullanılması da verici anten çeşitlemesi olarak adlandırılır [1]. Gezgin iletişim sistemlerinde, sistem maliyeti ve boyut açısından gezgin birimde anten çeşitlemesi yapmak yerine baz istasyonunda anten çeşitlemesi yapmak yeğlenir [2].

Telsiz iletişim sistemlerinde kanal sığasını artırmak için kullanılan çok girişli çok çıkışlı sistemlerde verimi daha da artırma amacıyla kodlama yapılır. Alamouti uzayda ve zamanda çeşitleme yöntemini kullanarak tam çeşitleme sağlayan uzay-zaman blok kodunu (space-time block codes) tasarlamıştır. İletilecek bilgiler fazladan band genişliği kullanılmadan uzay-zaman blok kodlarıyla kodlanarak iletilir. Bu kodlama yöntemiyle iki verici anten için sağlanabilecek maksimum iletim hızına ulaşılabilir [2].

Telsiz iletişim sistemlerinde maliyet ve boyut kısıtlamaları nedeniyle her birime çok sayıda anten konulamaz. İşbirlikli çeşitleme yöntemleri sayesinde tek antenli kullanıcılar, diğer kullanıcıların antenlerini kullanarak verici çeşitlemesi gerçekleştirebilirler [3]. Cover ve El Gamal'ın [4] röleli kanallar üzerine olan çalışması işbirlikli çeşitlemenin temelini oluşturmuştur. İşbirlikli çeşitleme kolay uygulanabilir bir yöntem olmasına rağmen kullanılan tekrarlama temelli protokoller nedeniyle band genişliği açısından verimsizdir.

Band verimliliğini artırmak amacıyla fiziksel katman ağ kodlama önerilmiştir. Ağ kodlama ilk olarak 2000 yılında Ahlswede [5] tarafından araştırılmıştır. Kaynak kodlama veya kanal kodlama gibi geleneksel kodlama teknikleri sadece alıcı veya vericide kullanılabilirken, ağ kodlama ortadaki rölelere uygulanmaktadır. Ağ kodlama yönteminden önce, aradaki rölelerin tek görevi önceki röleden aldıkları bilgi işaretini sonraki röleye kopyalamakken, ağ kodlama yönteminde ise alınan işaretler işlemiden geçirilerek sonraki adımlara iletilmekte ve bu sayede ağın verimi artırılmaktadır. [5]'te alınan işaretler XOR işlemine sokulduktan sonra iletilmektedir. Fiziksel katman ağ kodlama konusunda önemli çalışmalardan biri de [6]'dır. [6]'da iletimin elektromanyetik dalgalar sayesinde yapılmasından faydalanılarak fiziksel katman ağ kodlama yapılmış ve bu yaklaşımın sistem sığasını önemli ölçüde artırdığı belirtilmiştir. Bu sistemde telsiz sistemlerin yayımlama özelliği, girişim gibi bozucu bir etki avantaja dönüştürülmüştür. Ayrıca bu yeni sistemin ad hoc ağlar başta olmak üzere birçok yeni araştırma alanı açtığı belirtilmiştir.

Bunlara ek olarak, literatürde iki atlamalı (bir röleli) fiziksel katman ağ kodlama ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. [7]'de fiziksel katman ağ kodlamada kuvvetlendir-ve-aktar ile çöz-ve-aktar yöntemleri incelenmiştir. [8] ve [9]'da çift-yönlü çok atlamalı sistemler araştırılmıştır. Bu çalışmalarda iki ve üç röleli sistemlerde kuvvetlendir-ve-aktar ile çöz-ve-aktar yöntemleri incelenmiştir. Ancak bu çalışmalarda daha fazla röle sayısı için herhangi bir inceleme yapılmamıştır. [10]'da çift-yönlü sistemlerde fiziksel katman ağ kodlama yöntemi için yeni bir iletim algoritması önerilerek kuvvetlendir-ve-aktar ile çöz-ve-aktar yöntemlerinin ulaşılabilir hız bölgeleri çıkarılmıştır. Ancak önerilen algoritma oldukça karmaşıktır ve başarımı yeterince memnun edici değildir. Bunun yanı sıra [11]'de iki atlamalı PLNC sistemi için hata başarımı çıkarılmıştır, ancak bu çalışmada da çok atlamalı durum ele alınmamıştır. Bilindiği kadarıyla çok atlamalı ve çift-yönlü iletim

kanallarında çöz-ve-aktar yöntemini kullanan sistemler için hata başarımları çalışması yapılmamıştır.

1.2 Tezin Konuya Katkıları

Bu tez çalışmasında öncelikle röle seçim algoritmaları ve çok atlamalı sistemler incelenmektedir. Bu amaçla değişken atlama sayısı ve her atlamada değişken röle sayısı için en iyi yolu seçen sistemin hata başarımları ifadeleri çıkarılmaktadır. Her rölede bir anten bulunduğu, QPSK modülasyonu kullanıldığı, kanal sönümleme katsayılarının Rayleigh dağılımlı olduğu ve iletimin tek yönlü olduğu kabul edilmektedir. Atlama ve röle sayısına göre en iyi yol, en sık kullanılan röle seçme yöntemlerinden ikisi olan maks-min ve maks-toplam yöntemine göre seçilmektedir. Daha sonra seçilen yol üzerinden simgeler iletilmekte ve hata başarımları çıkarılmaktadır.

İkinci olarak çok atlamalı ve çift-yönlü kanallarda fiziksel katman ağ kodlama sistemlerinde röle seçme algoritmalarının servis dışı kalma olasılıkları incelenmektedir. Bu amaçla öncelikle [12]'de verilen sistem ele alınmaktadır. İki atlamalı PLNC kullanan bu sistemin maks-min ve maks-toplam yöntemlerinin yanı sıra, bu iki yöntemin de farklı SNR bölgelerindeki avantajlarından yararlanan karma yöntemin de servis dışı kalma olasılığı incelenmektedir. Ayrıca karşılaştırmak amacıyla röle seçimsiz yöntem ve eniyi seçme yöntemlerinin servis dışı kalma olasılıkları da incelenmektedir. Bu sistemde iki uçta bulunan kaynaklar, birbirlerine ortada bulunan röle kümesi üzerinden karşılıklı bilgi iletmektedirler. Röle seçme algoritmalarıyla en iyi röle belirlenmekte ve bu röle üzerinden PLNC iletimi yapılmaktadır. Kaynakların QPSK modülasyonunu ve çöz-ve-aktar iletim yöntemini kullandığı kabul edilmekte, kanal sönümleme katsayılarının Rayleigh dağılımlı olduğu varsayılmaktadır. Daha sonra yeni olarak, üç ve dört atlamalı sistem için de servis dışı kalma olasılıkları hem kuramsal analizle hem de bilgisayar benzetimi yardımıyla elde edilmektedir. Bu sistemlerde her atlamada K tane röle bulunduğu kabul edilerek en iyi yol maks-min yöntemi ile seçilmektedir. Elde edilen bu ifadelerden sonra çift-yönlü röleli ağlarda PLNC protokolünün servis dışı kalma olasılığı ifadesi N atlamaya genelleştirilmektedir.

Üçüncü olarak çok atlamalı çift-yönlü röleli ağlarda PLNC protokolünün bit hata başarımları ele alınmaktadır. Bu amaçla öncelikle [13]'te ele alınan iki atlamalı PLNC

protokolünün hata başarımı BPSK modülasyonu ve çöz-ve-aktar iletim yöntemi için incelenmektedir. İki atlamalı PLNC sistemde ilk zaman aralığında her iki kaynaktan alınan işaret rölede işleme girdikten sonra ikinci zaman aralığında kaynaklara iletilmektedir. Bu sistemin Rayleigh sönümlmeli kanaldaki bit hata olasılığına ilişkin kuramsal eğriler bilgisayar benzetimleriyle sınanmaktadır. Daha sonra bu teze özgü olarak, üç ve dört atlamalı sistem için de bit hata olasılığı ifadeleri bulunmakta, bu ifadeler yardımıyla N atlamalı sistem için bit hata olasılığı genel ifadesi elde edilmektedir. Ancak bu sistemlerde, rölelerde belirli bir zamanda alınan simgeye karar verirken önceki alınan simgelere doğru karar verildiği varsayılmaktadır. Bunun yanı sıra [14]'te iki zamanlı ve çok atlamalı sistemlerin pratikte uygulanabilir olmadığı belirtilmiştir.

Son olarak önceki kısımda incelenen PLNC protokolünün çok atlamalı sistemler için pratikte uygulanabilir olmaması nedeniyle çok atlamalı çift-yönlü röleli ağlarda yeni bir iletim protokolü önerilmektedir. Bu protokolde BPSK modülasyonu ve çöz-ve-aktar iletim yöntemi kullanılmakta, iletim aralığı PLNC sisteminde olduğu gibi iki zaman aralığında sabit kalmamakta, artan atlama sayısı ile birlikte artmaktadır. Bu nedenle sistemin veri hızı düşmektedir. Ancak bu dezavantaja rağmen sistem hem pratikte uygulanabilir bir protokol olmakta hem de PLNC protokolüne göre daha iyi hata başarımı sağlamaktadır. İki atlamalı durum için iki protokol eşdeğer olmaktadır. Üç, dört, beş ve altı atlamalı sistem için Rayleigh sönümlmeli kanalda kuramsal bit hata olasılığı ifadeleri elde edilmekte ve bilgisayar benzetimleriyle sınanmaktadır. Daha sonra elde edilen bu sonuçlardan yararlanılarak N atlamalı sistem için genel bit hata olasılığı ifadeleri çıkarılmaktadır.

Tezin ikinci bölümünde radyo kanal parametreleri, sönümleme nedenleri ve çeşitlerinin yanı sıra işbirlikli çeşitleme ve çok atlamalı ağ kavramları ele alınmaktadır. Ayrıca röle seçim yöntemleri ile değişken atlama sayısı ve değişken röle sayısı için maks-min ve maks-toplam yöntemlerinin bit hata başarımları da bu bölümde incelenmektedir.

Üçüncü bölümde çift-yönlü iletim kanallarında temel fiziksel katman ağ kodlama protokolu tanıtılmaktadır.

Dördüncü bölümde PLNC protokolu kullanan çok atlamalı çift-yönlü röleli ağlarda röle seçim algoritmalarının servis dışı kalma olasılıkları incelenmektedir. İki, üç ve

dört atlamalı sistemler için servis dışı kalma olasılıkları çıkarılarak, N atlamalı durum için genel servis dışı kalma olasılığı ifadesi elde edilmektedir.

Beşinci bölümde iki farklı sistemin bit hata başarımları incelenmektedir. İncelenen ilk sistem çok atlamalı çift-yönlü röleli ağlarda PLNC protokolünü kullanmaktadır. İki, üç ve dört atlama için bit hata olasılığı ifadeleri çıkarılarak N atlama için bit hata başarımları elde edilmektedir. İkinci olarak bu tezde önerilen çok atlamalı iletim protokolünün bit hata olasılığı ifadeleri elde edilmekte, kuramsal sonuçlar bilgisayar benzetim sonuçlarıyla desteklenmektedir.

Son bölümde ise bu tez çalışmasında ele alınan sistemlerin başarımları değerlendirilmektedir.

2. İŞBİRLİKLİ ÇEŞİTLEME VE ÇOK ATLAMALI AĞLAR

2.1 Temel Kavramlar

Radyo iletişim kanalı, diğer iletişim kanallarından farklı olarak girişim (*interference*) ve sönümlemeden (*shadowing*) etkilenir. Sönümleme çeşitlerinin ilki küçük ölçekli sönümlemedir (*small-scale fading*). İletişimin tek bir yoldan değil de, alıcının ve vericinin konumları ve de çevresel etkenlere bağlı olan birçok farklı yol üzerinden gerçekleşmesi çok yollu sönümlemeye (*multipath fading*) neden olur. Bu etkiye bağlı olarak diğer bir sönümleme çeşidi ise işaretin uzaklığa bağlı olarak zayıflaması sonucu yol kaybı (*path loss*) ve işaret yolu üzerindeki engellerin neden olduğu geniş ölçekli sönümlemedir (*large-scale fading*). Girişimin nedeni ise kullanıcıların hava üzerinden ortak iletişim alanını paylaşmasıdır [15].

2.1.1 Çok yollu yayılım kanalları parametreleri

2.1.1.1 Zamanda yayılım parametreleri

Gecikme yayılımı (T_m), çok yollu iletim olduğunda çok yollu yayılımın ilk bileşeni ile son bileşeni arasındaki zaman farkıdır. Maksimum gecikme yayılımı (*maximum delay spread*), belirli bir enerji seviyesinin üzerinde alıcıya ulaşan yayılım bileşenleri arasındaki zaman farkıdır. RMS gecikme yayılımı (*RMS delay spread*, σ_τ), çok yollu bileşenlerin gecikme değerlerinin standart sapmasıdır [15,16].

2.1.1.2 Uyumluluk band genişliği

Kanalın, tüm spektral bileşenleri eşit kazanç ve doğrusal faz ile geçirebileceği yani “düz” sayılabileceği frekans aralığıdır. Uyumluluk band genişliği ile çok yollu yayılım arasında ilişki vardır. Zaman farkları simge periyoduna göre ihmal edilebilecek düzeydeyse kanal düz, ihmal edilemeyecek düzeydeyse kanal frekans seçici davranacaktır. Bu ilişki şu şekilde ifade edilebilir [15,16]:

$$B_c = \frac{1}{T_m}. \quad (2.1)$$

2.1.1.3 Doppler yayılımı ve uyumluluk zamanı

Doppler yayılımı ve uyumluluk zamanı, kanalın küçük ölçekli bölgede zamanla değişen karakteristiğini belirler. Doppler yayılımı, frekansın alıcı ve vericinin bağlı hızına ve aralarındaki açıya bağlı olarak değişmesinden kaynaklanır. Eğer işaretin temel band genişliği B_D yayılımından yeterince büyükse Doppler yayılımı alıcıda ihmal edilebilir. Bu durumda kanal “düz kanal” olarak nitelendirilir.

Uyumluluk Zamanı T_C , Doppler yayılımının zamandaki karşılığıdır ve aralarında

$$T_C = 1/B_D \quad (2.2)$$

bağıntısı vardır [15,16].

2.1.2 Sönümlemeli kanalların sınıflandırılması

2.1.2.1 Geniş ölçekli sönümleme

Geniş ölçekli sönümleme, verici ile alıcı arasındaki iletim yolunda bulunan dağ, tepe, bina gibi büyük engellerin işaretleri zayıflatması sonucu oluşan sönümlemedir. Engeller büyük olduğundan sönümlemenin değişimi de yavaştır.

2.1.2.2 Küçük ölçekli sönümleme ve çok yollu yayılım

Küçük ölçekli sönümleme ya da kısaca sönümleme radyo işaretinin genlik ve fazındaki hızlı değişimlerdir. İletilen işaretin alıcıya farklı zamanlarda, zamanda kaymış versiyonlarının ulaşması nedeniyle oluşur. Bu dalgalara çok yollu yayılım dalgaları denir. Çok yollu yayılım dalgaları şu sönümlemelere neden olur:

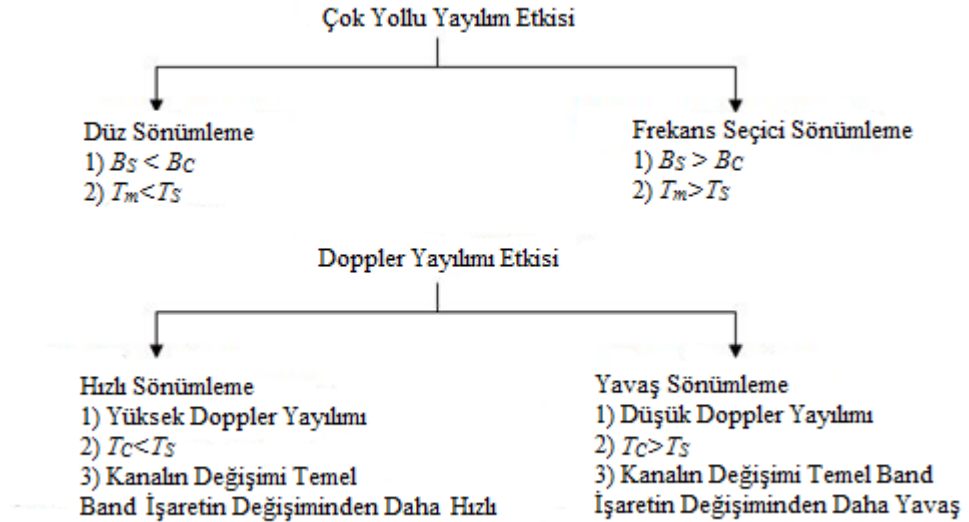
- Kısa zaman aralıklarında ve kısa mesafelerde işaretle ani değişimler,
- Değişik yollardan gelen işaretlerdeki değişik Doppler kaymaları nedeniyle değişken frekans modülasyonları,
- Zamanda dağılma.

Doppler kayması alıcı veya vericinin veya her ikisinin birden hareketli olması nedeniyle iletim frekansında meydana gelen kaymadır. İşaretin frekansına, hıza ve hareketin açısına bağlıdır.

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cdot \cos\theta \quad (2.3)$$

formülü ile ifade edilir. Burada v hızı, λ dalga boyunu, θ ise hareketin açısını ifade eder.

Kanalın karakteristiği ve iletilen işaretin özellikleri sönümlemenin çeşidini belirler. Çok yollu yayılım düz sönümleme ve frekans seçici sönümlemeye neden olurken, Doppler etkisi hızlı veya yavaş sönümlemeye neden olur [15]. Çok yollu yayılıma göre Doppler yayılımına göre sönümleme çeşitleri Şekil 2.1’de görülmektedir [15].



Şekil 2.1: Küçük ölçekli sönümleme çeşitleri.

2.1.2.3 Çok yollu yayılıma bağlı sönümleme

Eğer kanal, işaretin band genişliğinden daha geniş bir aralıkta sabit kazanç ve doğrusal faz yanıtına sahipse işaret düz sönümlemeye uğrar. Düz kanalda iletilen işaretin spektral karakteristiği korunur ancak çok yollu ilettime bağlı olarak genliğinde değişimler gözlenir. Düz sönümlemeli kanallarda kanalın band genişliği işaretin band genişliğine göre çok daha büyük olduğundan bu tip kanallar “Dar Bandlı Kanallar” olarak da bilinir. Bu tip kanallar derin sönümlemelere neden olacağından işaretin gücü sönümleme olmayan kanallara göre 20-30 dB daha fazla olmalıdır [15].

Eğer kanalın sabit kazanç ve doğrusal faz yanıtı sağladığı aralık işaretin band genişliğinden küçükse işaret frekans seçici sönümlemeye maruz kalır. Bu koşullar altında kanalın impuls yanıtı iletilen işaretin periyodundan daha büyük çok yollu yayılıma sahiptir. Bu durumda alınan işaret, iletilen işaretin zayıflamış ve zamanda

gecikmeye uğramış birçok versiyonunu içereceğinden alınan işaret bozulmaya uğrayacaktır. Sönümlemenin frekans seçici etkisi iletilen işaretlerin zamanda kaymasından kaynaklanır. Bu tip sönümlemenin değişik frekanslara değişik kazançlar uyguladığı görülebilir [15].

2.1.2.4 Doppler yayılımına bağlı sönümleme

Hızlı veya Yavaş Sönümleme, iletilen temel band işarettaki değişimlerin kanalın değişimlerine göre hızlı veya yavaş olması ile belirlenir. Hızlı sönümlemeli kanalda, kanalın impuls yanıtı bir simge süresi boyunca hızla değişir. Bu durum kanalın uyumluluk zamanının iletilen işaretin simge periyodundan daha küçük olduğunu gösterir. Hızlı sönümlemeli kanalda Doppler yayılımı nedeniyle frekans yayılımı gerçekleşir ve işaret bozulmaya uğrar [15].

Yavaş sönümlemeli kanalda kanalın impuls yanıtı iletilen temel band işaretin değişimine göre daha yavaş değişmektedir. Kanalın birkaç simge periyodu boyunca sabit olduğu düşünülebilir. Frekans bölgesinde, kanalın Doppler yayılımı temel band işaretin band genişliğinden çok küçüktür [15].

Hızlı veya yavaş sönümlemeli kanal ile düz veya frekans sönümlemeli kanal arasında doğrudan bir bağlantı yoktur. Hızlı veya yavaş sönümleme kanalın hareket sonucu değişme hızı ile ilgilidir. Düz sönümlemeli kanalda ise kanalın impuls yanıtını gecikmesiz bir impuls yanıtı olarak düşünebiliriz. Sonuç olarak düz ve hızlı sönümlemeli kanal Dirac işlevi şiddetinin değişiminin, iletilen temel band işaretin değişim oranından daha hızlı olduğu kanaldır. Frekans seçici ve hızlı sönümlemeli kanalda ise çok yollu yayılımdan kaynaklanan istenmeyen işaretlerin gecikmesinin, genliğinin ve fazının değişimi, iletilen işaretinkinden daha fazladır [15].

2.1.3 Rayleigh ve Ricean dağılımları

2.1.3.1 Rayleigh dağılımı

Rayleigh dağılımı, gezgin radyo kanallarında düz sönümlemeye uğramış alınan işaretin zarfının zamanla değişen yapısını veya çok yollu işaretin bir bileşeninin zarfını ifade etmekte kullanılır. Gauss dağılımlı dik iki gürültü bileşeninin bileşkelerinin zarfı Rayleigh dağılımlıdır. Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk işlevi şu şekildedir [16]:

$$P_{Rayleigh}(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), & 0 \leq r < \infty \\ 0, & r < 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

Rayleigh dağılımının ortalama değeri,

$$r_{mean} = E[r] = \int_0^\infty r \cdot p(r) dr = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.2533\sigma \quad (2.5)$$

varyansı ise,

$$\sigma_r^2 = E[r^2] - E^2[r] = \int_0^\infty r^2 p(r) dr - \frac{\sigma^2 \pi}{2} \quad (2.6)$$

$$= \sigma^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) = 0.4292\sigma^2 \quad (2.7)$$

şeklindedir.

2.1.3.2 Ricean dağılımı

Küçük ölçekli sönmülemeli kanalda verici ile alıcı arasında baskın doğrudan bir yol varsa kanal Ricean dağılımlıdır. Bu güçlü bileşen zarf sezici çıkışında doğru akım bileşenine neden olur. Ricean dağılımının olasılık yoğunluk işlevi şu şekildedir [16]:

$$P_r(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r^2 + A^2)}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right), A \geq 0 \text{ ve } r \geq 0. \quad (2.8)$$

A , baskın işaretin maksimum değeri (genliği); $I_0(\cdot)$, 0. dereceden 1. tür değiştirilmiş Bessel işlevidir ve

$$I_0(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-v \cos \phi} d\phi \quad (2.9)$$

olarak ifade edilir.

Ricean dağılımı genellikle K parametresi ile ifade edilir. K parametresi şu şekilde hesaplanır:

$$K(dB) = 10 \log \frac{A^2}{2\sigma^2} \quad dB . \quad (2.10)$$

$K=0$ olduğu durumda baskın bileşen olmayacak ve dağılım Rayleigh dağılımına dönüşecektir. Diğer yandan K parametresi sonsuza giderken dağılım Gauss dağılımına yakınsamaktadır.

Sönümlerlerin etkisi, alınan işaretin bozulması veya işaret gücünün zayıflaması olarak gözlenir. Düz ve yavaş sönümlemeli kanallarda sönümlemenin etkisiyle işaretin SNR değerinde bir kayıp gözlenir. Frekans seçici ve hızlı sönümlemeli kanallarda ise sönümleme alınan işaretin bozulmasına neden olmaktadır.

Frekans seçici ve hızlı sönümlemeli kanallarda sönümleme etkisini azaltmak için uyumlu dengeleyiciler, yayılmış spektrum, OFDM gibi yöntemler kullanılırken düz ve yavaş sönümlemeli kanallarda hata düzeltme kodları ve çeşitleme kullanılır.

Dengeleme işlemi, çok yollu yayılımdan kaynaklanan simgelerarası girişimi (ISI) engellemede kullanılır. ISI, modülasyon band genişliğinin radyo kanalının uyumluluk band genişliğinden daha fazla olması durumunda meydana gelir ve modülasyonlu darbelerin zamanda yayılmasına neden olur. Dengeleyici, kanalın beklenen genlik aralığı ve gecikme karakteristikleri için sönümlemenin giderilmesini sağlar.

Kanal kodlama tekniğinde bit dizisine fazladan bitler eklenerek işaretin kanalın bozucu etkilerine karşı daha dayanıklı olması sağlanır [16].

2.2 Çeşitleme Teknikleri

Çeşitleme, düşük maliyetle telsiz hattın iyileşmesini sağlayan etkili bir yöntemdir. Dengeleyicinin aksine alıcının eğitilmesini gerektirmez. Çeşitleme bağımsız işaret yollarını bularak radyo yayılımının rastgele yapısından yararlanır. Çeşitlemeyi basitçe açıklamak gerekirse, alıcı ve verici arasındaki herhangi bir iletim kanalı güçlü bir sönümlemeye maruz kalırken bu kanaldan bağımsız olan diğer bir kanalda daha iyi bir işaret seviyesi elde edilebilir.

Üç temel çeşitleme yöntemi vardır:

- 1) Frekans Çeşitlemesi
- 2) Zaman Çeşitlemesi
- 3) Uzay Çeşitlemesi.

Frekans çeşitlemesinde bilgi taşıyan işaretler farklı frekanslardaki taşıyıcılar yardımıyla bağımsız kanallardan iletilir. Frekanslar arası minimum band genişliği, uyumluluk band genişliğinden daha fazla olarak ayarlanır. Frekans çeşitlemesinin dezavantajları daha fazla band genişliği ve iletim gücü gerektirmesi ve frekans çeşitlemesi için kullanılan kanal sayısı kadar alıcı kullanılmasıdır.

Zaman çeşitlemesinde ise işaretler aralarındaki zaman farkı kanalın uyumluluk zamanına (T_C) eşit veya büyük olan zaman dilimlerinde gönderilerek çeşitleme yapılır. Eğer aralıklar bu değerden daha küçükse hala çeşitleme elde edilebilir ancak başarımlar düşer. İleri yönde hata düzeltme ve serpiştirme işlemlerinde zaman çeşitlemesi kullanılır.

Uzay çeşitlemesinde ise alıcıda veya vericide veya her ikisinde birden aralarında yeterli uzaklık olan çoklu antenler kullanılarak bağımsız kanallar yaratılır ve çeşitleme sağlanır.

2.2.1 Birleştirme yöntemleri

Çeşitleme teknikleri ile birbirinden bağımsız kanallardan iletilen işaretlere alıcıda karar vermek için bazı birleştirme yöntemleri uygulanır. Bu yöntemler şunlardır:

2.2.1.1 Seçmeli birleştirme

Seçmeli birleştirmede bağımsız kanallardan alınan işaretlerden gücü en yüksek olan seçilir. N bağımsız Rayleigh dağılımlı kanaldan işaret alınmışsa beklenen çeşitleme kazancı

$$\sum_{k=1}^N \frac{1}{k} \quad (2.11)$$

olarak verilir. Artan bağımsız kanal sayısı ile birlikte çeşitleme kazancı da hızlı bir şekilde artar [16].

2.2.1.2 En yüksek oran birleştirme

Bağımsız kanallardan alınan işaretler SNR değerlerine göre katsayılarla çarpılarak toplanır. Bu yöntem sonucundaki SNR değeri

$$\sum_{k=1}^N SNR_k \quad (2.12)$$

olarak verilir. Burada SNR_k alınan k . işaretin SNR değeridir. Maksimum oran birleştirme, bağımsız kanallar için optimum birleştirme yöntemidir.

2.2.1.3 Eşit kazançlı birleştirme

Eşit kazançlı birleştirme yönteminde bağımsız kanallardan alınan işaretlerin faz kaymaları düzeltildikten sonra işaretler toplanır ve sezici devresine gönderilir. Toplama işleminden önce katsayılarla çarpma işlemi uygulanmaz [16].

2.2.1.4 Karesel birleştirici

Maksimum oran birleştirme ve eşit kazançlı birleştirme yöntemleri faz düzeltme işlemini gerektirir. Ancak bu yöntem bağımsız kanallardan dik işaretler gönderilmesi durumunda kullanılabilir. Bu nedenle bu yöntemde kullanılan modülasyon teknikleri kısıtlıdır. Bu yöntemde demodülatör çıkışlarındaki işaretlerin kareleri alınarak toplanır ve sezici devresine gönderilir [16].

2.2.2 Çok girişli çok çıkışlı anten sistemleri

MIMO, alıcıda veya vericide veya her ikisinde birden çoklu anten kullanımı anlamına gelir. Aynı band genişliğini ve iletim gücünü kullanarak iletim hızını ve link menzilini artıran bir yöntemdir. Tek alıcılı ve tek vericili antenlere göre daha yüksek band verimliliği sağlar ve link güvenilirliği açısından daha iyidir.

MIMO üç ana kategoriye ayrılabilir:

- Ön Kodlama (*Precoding*)
- Uzaysal Çoğullama (*Spatial Multiplexing*)
- Çeşitleme Kodlaması (*Diversity Coding*).

Ön kodlama, işaretin belirli katsayılarla çarpılarak alıcıda işaret kazancının maksimum yapılması yöntemidir. Yapıcı birleştirme kullanılarak işaret kazancı azaltılır. Ayrıca çok yollu sönmüleme etkileri azaltılır. Ön kodlama vericide kanal durum bilgisinin (*channel state information*) olmasını gerektirir.

Uzaysal çoğullama, MIMO anten yapılandırmasını gerektirir. Bu yöntemde yüksek hızdaki bilgi işareti daha düşük hızlardaki bilgi işaretlerine bölünerek aynı frekans kanalından iletilir. Eğer bu işaretler yeterince bağımsız olarak alıcıda alınabilirse aynı frekans ve zamanı kullanan paralel kanallar yaratılmış olur. Uzaysal çoğullama yüksek SNR değerlerinde kanal kapasitesinin artırılmasında çok önemli bir tekniktir. Kanal bilgisi olmadan veya kanal bilgisi olduğunda kullanılabilen bir yöntemdir.

Çeşitlilik kodlaması vericide kanal bilgisi olmadığı durumlarda kullanılan bir yöntemdir. Çeşitleme yöntemlerinde işaret uzay zaman kodları ile kodlanır. İşaret her bir verici antenden ortogonal kodların kurallarına uyarak yayılır. Farklı MIMO kanallarındaki birbirinden bağımsız kanallar sayesinde çeşitleme sağlanır.

Ön kodlama, uzaysal çoğullama ve çeşitlilik kodlaması yöntemleri kullanılarak sistemde çeşitleme kazancı, uzaysal çoğullama kazancı ve girişim azalması sağlanabilir.

Kanal kodlaması ve çoklu antenlerin birlikte kullanılması çeşitleme sağlar ancak band genişliği açısından kayıp meydana gelir. Çok antenli sistemlere uygun özel tasarlanmış kodlar ile band genişliğindeki kayıp engellenebilir. Bu tip kodlara “Uzay Zaman Kodları” (*Space-Time Codes*) denir. Bu kodlar farklı antenlerden iletilen işaretleri zamansal ve uzaysal ilişkilendirerek band kaybına neden olmadan alıcıda çeşitleme ve sistemde kodlama kazancı sağlarlar. Bu kodların uzaysal ve zamansal yapısı sayesinde basit bir alıcı yapısıyla telsiz sistemlerin sığası artırılabilir [2].

2.2.3 Uzay-zaman kodları

Uzay-zaman kodları telsiz iletişim sistemlerinde başarımların artırımı için kullanılır. Sistem alıcıya işaretin farklı kopyalarının çok antenli sistemden gönderilmesine dayanır.

N verici ve M alıcı antenli, ℓ zamanında simge $s(\ell)$ ve $s(\ell)$ 'nin uzay zaman kodu ile kodlanmasıyla elde edilen N tane simgeye $c_1(\ell)$, $c_2(\ell)$, ..., $c_N(\ell)$ denildiği bir sistem göz önüne alınsın. Her kodlanmış simge farklı antenlerden eş zamanlı olarak iletilir. N tane kodlanmış simge seçilmesinin nedeni kodlama kazancı ve çeşitleme kazancının maksimum yapılmasıdır. Farklı alıcı antenlere ulaşan işaretler birbirlerinden bağımsız düz sönümlemeye maruz kalırlar. Her alıcıdaki işaret iletilen N işaretin sönümlenmiş, gürültülü toplamıdır. İletilen toplam enerji E_s ise her bir antenden iletilen simge başına düşen enerji E_s/N 'dir. j . alıcı antende uyumlu süzgeç

sonrası alınan işaret $r_j(\ell)$, $j=1 \dots M$ olarak kabul edilirse ve ideal zamanlama ve frekans bilgisi ile

$$r_\ell(\ell) = \sqrt{E_s/N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{ij}(\ell) c_i(\ell) + \eta_j(\ell), \quad j = 1, \dots, M \quad (2.13)$$

elde edilir. Burada $\eta_j(\ell)$ $N_0/2$ çift-yönlü güç spektral yoğunluklu, sıfır ortalamalı, beyaz Gauss gürültüsünün bağımsız örneklerini ifade etmektedir. Kanal kazancı $h_{ij}(\ell)$, i . iletim anteninle j . alıcı anten arasındaki kompleks sönümlemeli kanal kazancıdır. Verici antenler yeterince ayrı konumlandırıldığında (işaretin dalga boyunun yarısından daha büyük aralıklarla) veya farklı polarizasyonlar kullanıldığında kanallar birbirinden bağımsız olur. Bu sistemde alıcı anten başına SNR değeri

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} \quad (2.14)$$

eşitliği ile belirlenir [2].

Uzay-zaman kodları iki gruba ayrılır:

- 1) Uzay-zaman kafes kodları
- 2) Uzay-zaman blok kodları.

2.2.3.1 Uzay-zaman kafes kodları

Uzay-zaman kafes kodları, alıcıda kodlama teknikleri ile işaret işleme tekniklerini birleştirerek simgelerin seri iletimine izin verir. 2-4 verici anten için tasarlanmış olan uzay-zaman kafes kodları yavaş sönümlemeli kanallarda iyi başarımlar gösterir. Kullanım alanına örnek olarak oda içi veri aktarımı verilebilir. Kod çözme için çok boyutlu Viterbi algoritması gereklidir. Ayrıca alıcıda kanal bilgisi gereklidir. Sabit verici anten sayısı için uzay-zaman kodlarının kod çözme karmaşıklığı spektral verimliliğin işlevi olarak üstel şekilde artar [16].

2.2.3.2 Uzay-zaman blok kodları

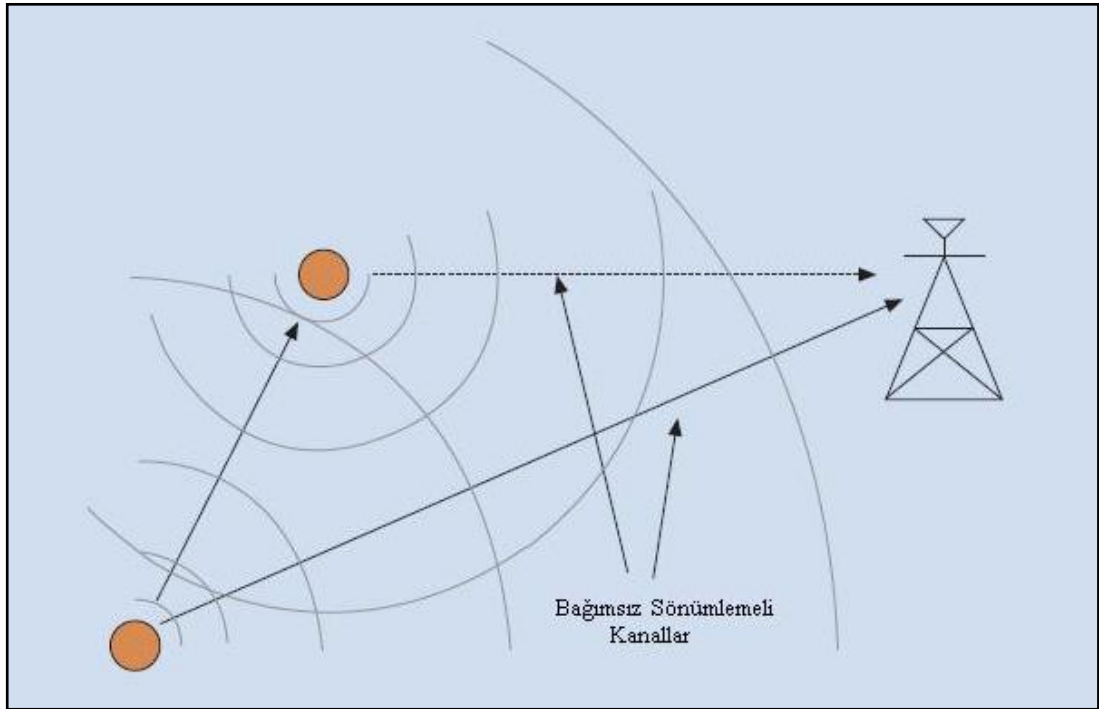
Uzay-zaman blok kodlarında işaretlerin iletimi bloklar şeklindedir. Bu teknikte, veri iletiminde güvenilirliği artırmak için bilgi dizisinin kopyaları belirlenen sayıda

antenden iletilerek alıcıda birbirinden farklı sönümlmelerden etkilenmiş işaretler elde edilmeye çalışılır. Saçılma, yansıma, kırılma, ısı gürültü vb. etkenlerin olduğu iletim ortamında bazı kanalların diğerlerinden üstün olacağı açıktır. Birden fazla sayıda farklı kanallardan gönderilen işaretler sayesinde işaretin alıcıda doğru olarak çözülme olasılığı artacaktır [2].

2.3 İşbirlikli Çeşitleme

Telsiz bağlantıların band genişliklerinin telli bağlantılara göre daha az olması gezgin kullanıcıların iletişimlerine kısıtlamalar getirmiştir. MIMO gibi yeni teknolojiler çeşitleme sayesinde band genişliği başına saniyede iletilen bit sayısını ve uzay-zaman kodları yardımıyla telsiz bağlantının güvenilirliğini ve menzilini artırmaktadır. Ancak boyut, maliyet ve donanım kısıtlamaları özellikle gezgin birimlerde anten sayısını sınırlamaktadır.

İşbirlikli iletişim sayesinde telsiz ağıdaki birçok kullanıcı birlikte çalışarak sanal anten dizisi yaratmaktadır. Bu sayede her bir kullanıcıda tek anten kullanılarak MIMO çeşitleme düzeyi sağlanabilmektedir. Şekil 2.2’de iki gezgin kullanıcının işbirlikli iletişimi görülmektedir:



Şekil 2.2: İşbirlikli iletişim.

Kullanıcılar tek antenli olduklarından tek başlarına çeşitleme sağlayamazken, bir kullanıcı baz istasyonuna gönderdiği veriyi diğer kullanıcının aracılığıyla da gönderirse bağımsız sönümlemeli kanallar dolayısıyla çeşitleme sağlanacaktır.

2.3.1 İşbirlikli iletişimin avantajları

İşbirlikli iletişimin temel avantajları şu şekilde sıralanabilir:

- Daha iyi uzaysal çeşitleme
- Yüksek verimlilik / Düşük gecikme
- Azaltılmış girişim / Düşük iletim gücü
- Ağ koşullarına uyumluluk

İletişim içindeki iki birim arasındaki kanal sönümlemeden çok fazla etkilendiğinde iletişimde ciddi problemler olur. İşbirlikli iletişim yönteminde birbirinden bağımsız iletişim kanalları kullanılacağından küçük ölçekli sönümleme ve gölgeleme sorunları önlenebilir.

Telsiz iletişimde adaptif modülasyon ve adaptif kanal kodlama sayesinde hız çeşitliliği sağlanır. Örneğin, yüksek hata oranlı bir kanalda iletişim yapılırken daha düşük hızlar seçilir. İşbirlikli iletişimde kullanılan bağımsız kanallar sayesinde toplam iletim süresi azalacağından iletişim hızı artacaktır.

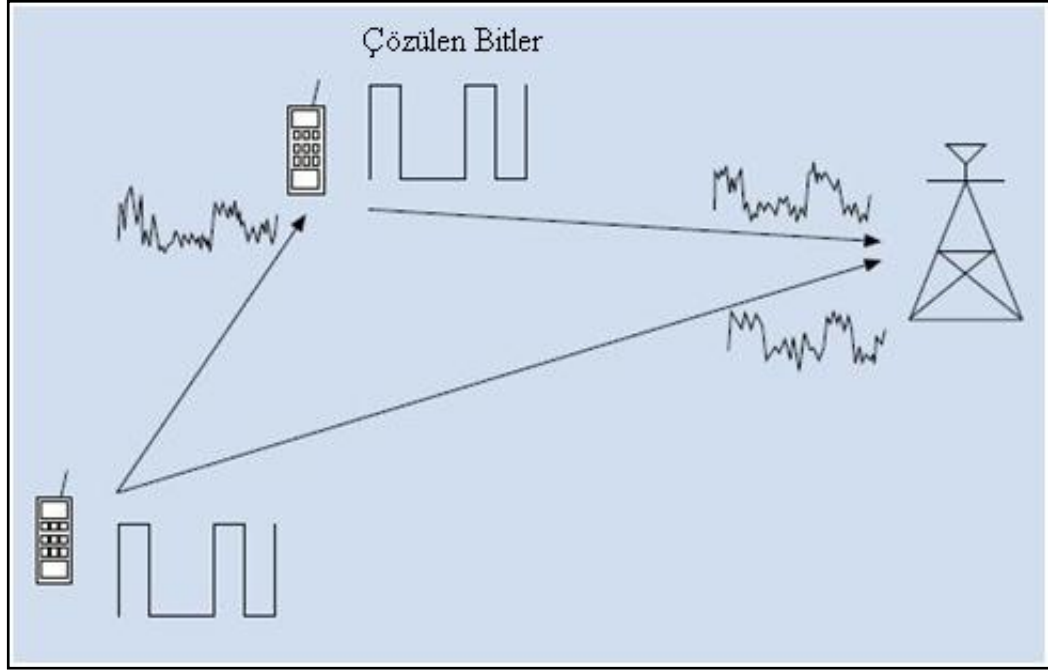
İşbirlikli iletişimin sağladığı çeşitleme, düşük hata oranı ve verimlilik kazançları daha az güç kullanımını beraberinde getirir. Ayrıca kapsama alanını artırması da iletim gücünü düşüren bir diğer etkidir.

İşbirlikli çeşitlemenin başka bir avantajı girişimi azaltmasıdır. Verimliliğin artması sayesinde her bir kullanıcının belli bir trafiği iletmek üzere kullandığı ortalama kanal süresinin azalması ile birlikte aynı hücreyi kullanan kullanıcılar arasında SIR (işaret-girişim oranı) değeri azalacağından daha düzenli hücre kapsamı elde edilebilir. Düşük SIR değeri sayesinde ağ kapasitesinde bir artış sağlanacaktır.

İşbirlikli iletişim modeli, değişen kanal ve girişim koşullarına mükemmel uyum sağlayabilmektedir. Rôle seçimi, işbirliği seçimi ve var olan kaynakların seçimi duruma göre en iyi şekilde yapılabilir.

2.3.2 İşbirlikli iletişim yöntemleri

2.3.2.1 Çöz-ve-aktar yöntemi



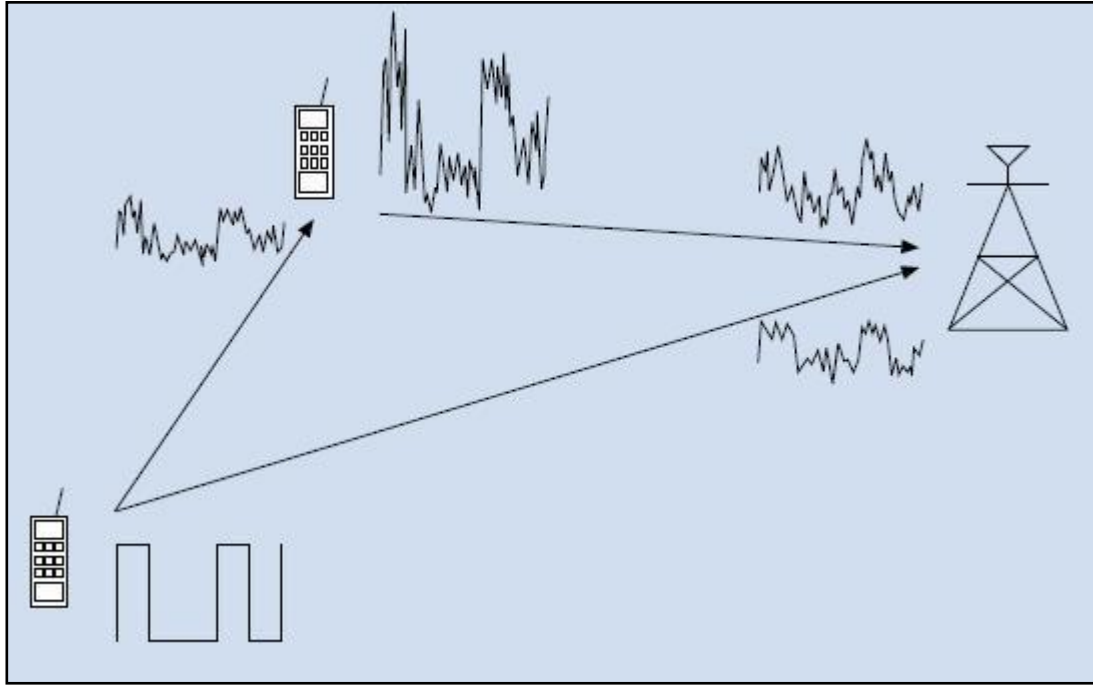
Şekil 2.3: Çöz-ve-aktar yöntemi.

Şekil 2.3'te çöz-ve-aktar yöntemi görülmektedir. Bu yöntemde bir kullanıcı, ortak kullanıcısından gelen bitleri sezmeye çalışır ve sezdiği bitleri gönderir. Ortaklar baz istasyonu tarafından veya başka bir teknikle belirlenebilir [1].

Çöz-ve-aktar çalışmalarına örnek olarak Sendonaris'in [17] çalışmaları ele alınabilir. Bu yapıda iki kullanıcı eş olurlar. İkisinin de kendilerine ait iletim kodları vardır. Her bir simge periyodu 3'er bit aralığından oluşur. İlk ve ikinci aralıkta kullanıcılar sırasıyla kendi bitlerini iletirler. Daha sonra her iki kullanıcı da diğer kullanıcının ikinci bitini kestirir. Üçüncü aralıkta, kullanıcılar kendilerinin ikinci biti ile diğer kullanıcının ikinci bitinin kestirimini doğrusal birleşimini uygun iletim kodları ile çarparak iletirler. Üç aralık için iletim güçleri değişkendir ve kullanıcılar ve hedef arasındaki kanalların durumuna göre iletim gücü ayarlanarak kanal koşullarına uyumluluk sağlanabilir. Örneğin ortak kullanıcılar arasındaki iletişim kanalı avantajlı ise işbirliği için daha yüksek bir güç ayrılırken, kanal avantajsız ise işbirliği azaltılabilir [17].

2.3.2.2 Kuvvetlendir-ve-aktar yöntemi

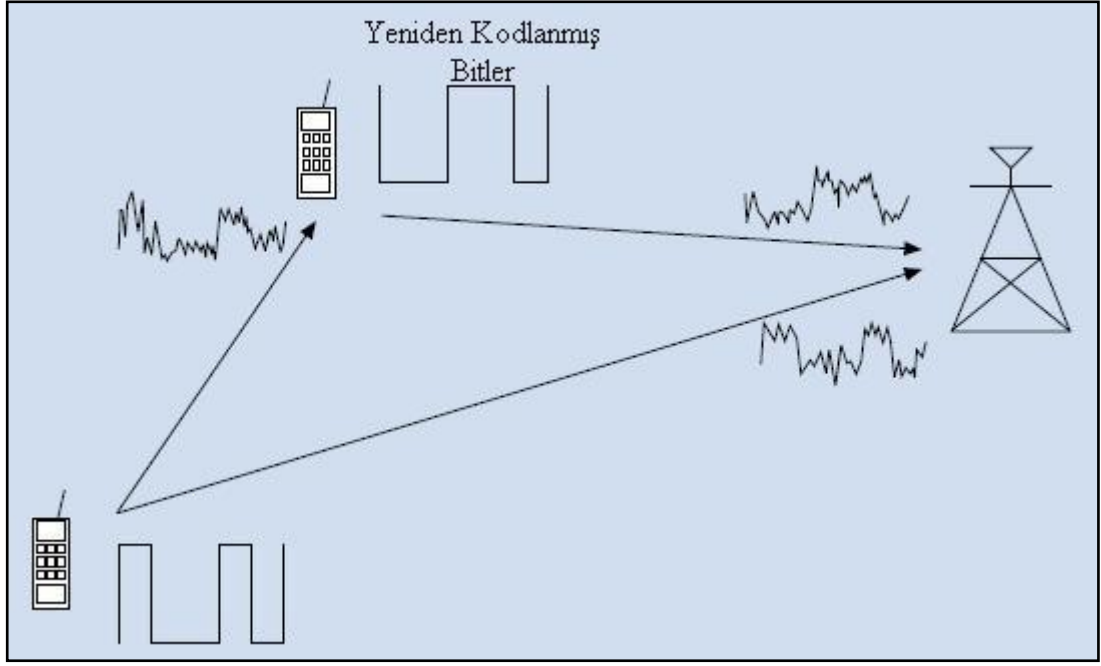
Bu yöntemde her kullanıcı ortak kullanıcısı tarafından iletilen işaretin gürültülü bir biçimini alır. Daha sonra aldığı bu işareti kuvvetlendirerek tekrar iletir. Baz istasyonu kullanıcı ve ortağı tarafından iletilen işaretleri birleştirir ve karar verir. Bu yapıda gürültünün de kuvvetlendirilerek iletiliyor olmasına rağmen baz istasyonuna iki bağımsız sönümlemeli kanaldan işaretler geleceğinden karar verme işlemi daha iyi sonuçlar verir. Şekil 2.4'te kuvvetlendir-ve-aktar yönteminin gösterilimi verilmiştir.



Şekil 2.4: Kuvvetlendir-ve-aktar yöntemi.

2.3.2.3 Kodlamalı işbirliği

Kodlamalı işbirliği kanal kodlama ile işbirliğini birleştiren bir yöntemdir. Yöntemin gösterilimi Şekil 2.5'te verilmektedir. Bu yöntemde her iki kullanıcının da kod sözcüğünün farklı parçalarının iki bağımsız sönümlemeli kanaldan gönderilmesi ile yapılır. Artımlı fazlalık (*incremental redundancy*) mantığı ile çalışır. İşbirliği mümkün değilse otomatik olarak normal iletişime dönülür. Kodlamalı işbirliğinin temel avantajı geri beslemeye gereksinim duymadan kod tasarımı sayesinde otomatik olarak çalışmasıdır.



Şekil 2.5: Kodlamalı işbirliği.

Kodlamalı işbirliği yönteminde kullanıcıların bilgileri sırasıyla N_1 ve N_2 bit içeren iki parça halindeki kod sözcüğüne kodlanmıştır. İlk zaman aralığında kullanıcılar N_1 bitlik kendi bilgilerini gönderirler ve ortak kullanıcının bitlerini çözmeye çalışırlar. Bu bitlerin doğru çözülüp çözülmediği CRC kodları ile belirlenebilir. Eğer ortak kullanıcının bitleri doğru olarak çözülmüşse ikinci aralıkta N_2 bitlik eş kullanıcı bitlerini iletirler, eğer çözme işlemi başarısız ise N_2 bitlik kendi bitlerini iletirler. Dolayısıyla iki kullanıcı da her durumda $N=N_1+N_2$ bit iletmiş olur. İşbirliği seviyesi N_2/N olarak belirlenir. Bu yapıda kullanıcılar ikinci zaman aralığında iletim yaparken ilk bitlerinin ortak kullanıcıları tarafından çözülüp çözülmediği bilgisine sahip değildirler. Bu nedenle 4 farklı işbirliği durumu olasıdır. Bu durumlar:

- İki kullanıcının da işbirliği yapması
- İki kullanıcının da işbirliği yapmaması
- Birinci kullanıcının işbirliği yapması, ikinci kullanıcının işbirliği yapmaması
- İkinci kullanıcının işbirliği yapması, birinci kullanıcının işbirliği yapmaması.

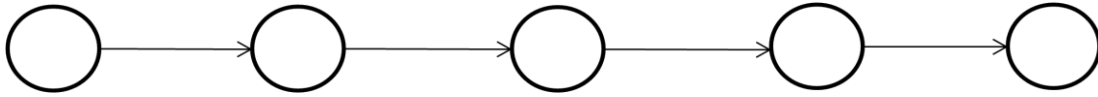
2.4 Çok Atlamalı Ağlar

Telsiz röleli iletişim sistemleri, gezgin kullanıcıların kaynak veya hedef olmadığı durumlarda da iletişimde rol almalarına olanak tanıyarak kaynak ile hedef arasında doğrudan bir iletim yolu olmadığı durumlarda bile iletimin devam etmesini sağlar.

Röleli sistemler kurulum, bağlı kalma oranı, uyumluluk ve kapasite bakımından geleneksel yöntemlerine göre daha iyi başarımlar sağlar. İletim mesafelerinin kısalmamasını; iletim gücünün ve dolayısıyla da toplam harcanan gücün düşmesini sağlar. Bu sayede daha fazla iletim kapasitesi, daha düşük girişim oranları, daha düşük ısı radyasyon oranları ve daha uzun pil ömrü elde edilir [18].

Çok atlamalı ağlar, kaynak ile hedef arasında bir veya daha fazla aktarıcı bulunan ağlardır. Tek yönlü veya çift-yönlü, ayrıca tam duplex veya yarı duplex olabilmektedirler.

Şekil 2.6'da çok atlamalı ağlara ilişkin bir örnek verilmiştir. Buradan da görülebileceği gibi mesafe nedeniyle kaynaktan hedefe doğrudan iletimin olmadığı durumlarda, çok atlamalı ağ yapısı kullanılarak iletim yapılabilmektedir.



Şekil 2.6: Çok atlamalı iletim yapısı.

2.5 Röle Seçimi

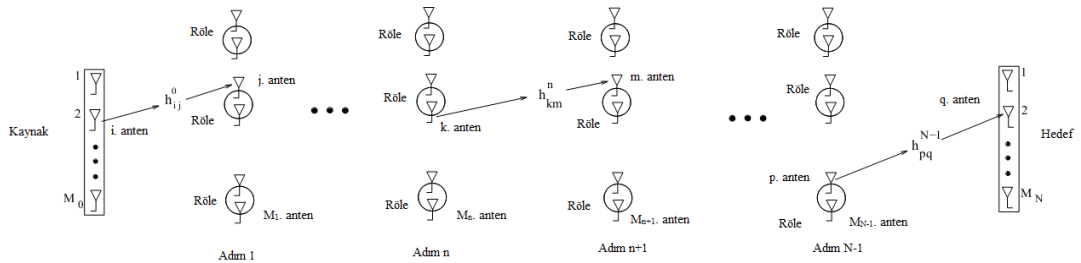
İşbirlikli çeşitleme, telsiz iletişim ağlarındaki gezgin birimlerin birbirlerine yardım etmelerini sağlayarak, sistemin kapasite ve güvenilirliğini artırmaktadır. Telsiz iletişimde sönmüleme etkisini azaltmayı sağlayan en önemli yöntemlerden biridir. Literatürde işbirlikli çeşitlemenin birçok çeşidi üzerine araştırmalar yapılmaktadır. Bu çeşitlerden en çok bilinenleri kuvvetlendir-ve-aktar ile çöz-ve-aktar yöntemleridir. Ancak her iki yöntemde de röleler en yüksek güçleri ile iletim yaptığından, bu yöntemler güç kullanımı açısından verimsizdirler [19]. Buna ek olarak birçok rölenin ilettime dahil edilmesi sistemin kurulumunu ve karmaşıklığını oldukça artırmaktadır. Röle seçim yöntemleri sayesinde bu gibi problemlerin önüne geçilirken elde edilen çeşitleme kazancı da korunmaktadır.

Röle seçimi, var olan tüm iletim yolları arasından belirli kısıtlara göre en iyi iletim yolunu belirleyerek iletimin bu iletim yolu üzerinden yapılmasını sağlayan yöntemdir. İletim yapan röle sayısının azalması sayesinde sistem karmaşıklığı azalmakta, bunun yanında geleneksel seçmesiz yöntemlere göre daha iyi hata ve servis dışı kalma olasılığı başarımları sağlanmaktadır.

Röle seçim yöntemlerine örnek olarak maks-min, maks-toplam, eniyi, en yakın komşu, harmonik ortalama seçim yöntemleri gösterilebilir [25]. Bu yöntemlerden sık kullanılan maks-min yönteminde, tüm iletim yolları arasından her atlamaya ait kanal sönümleme katsayıları göz önünde bulundurulur ve en küçük kanal sönümleme katsayısı en yüksek olan yol seçilir. Sık kullanılan yöntemlerden bir diğeri olan maks-toplam yönteminde ise tüm iletim yolları arasından, tüm adımlarının toplam oranı en yüksek olan iletim yolu seçilir.

2.6 Değişken Atlama Sayısı ve Her Atlamada Değişken Röle Sayısı İçin İletim Yolu Seçimi

Röle seçim yöntemleri, çok atlamalı telsiz iletişim sistemlerinde çeşitleme kazancını artırmak için kullanılmaktadır. Röle seçim yöntemlerinin, iletim verimliliğini artırma amacıyla kullanılan Dağınık Uzay Zaman Blok Kodlama yöntemlerine göre temel avantajları, aktif röle sayısının az olması ile kodlama ve kod çözme işlemlerinin daha az karmaşık olmasıdır. Röle seçim sistemleri iki atlamalı röleli iletimde en yüksek çeşitleme kazancını sağlarken, bu avantajlarını çok atlamalı durumda da devam ettirirler [20].



Şekil 2.7: Çok atlamalı, çok röleli ve çok antenli iletim sistemi.

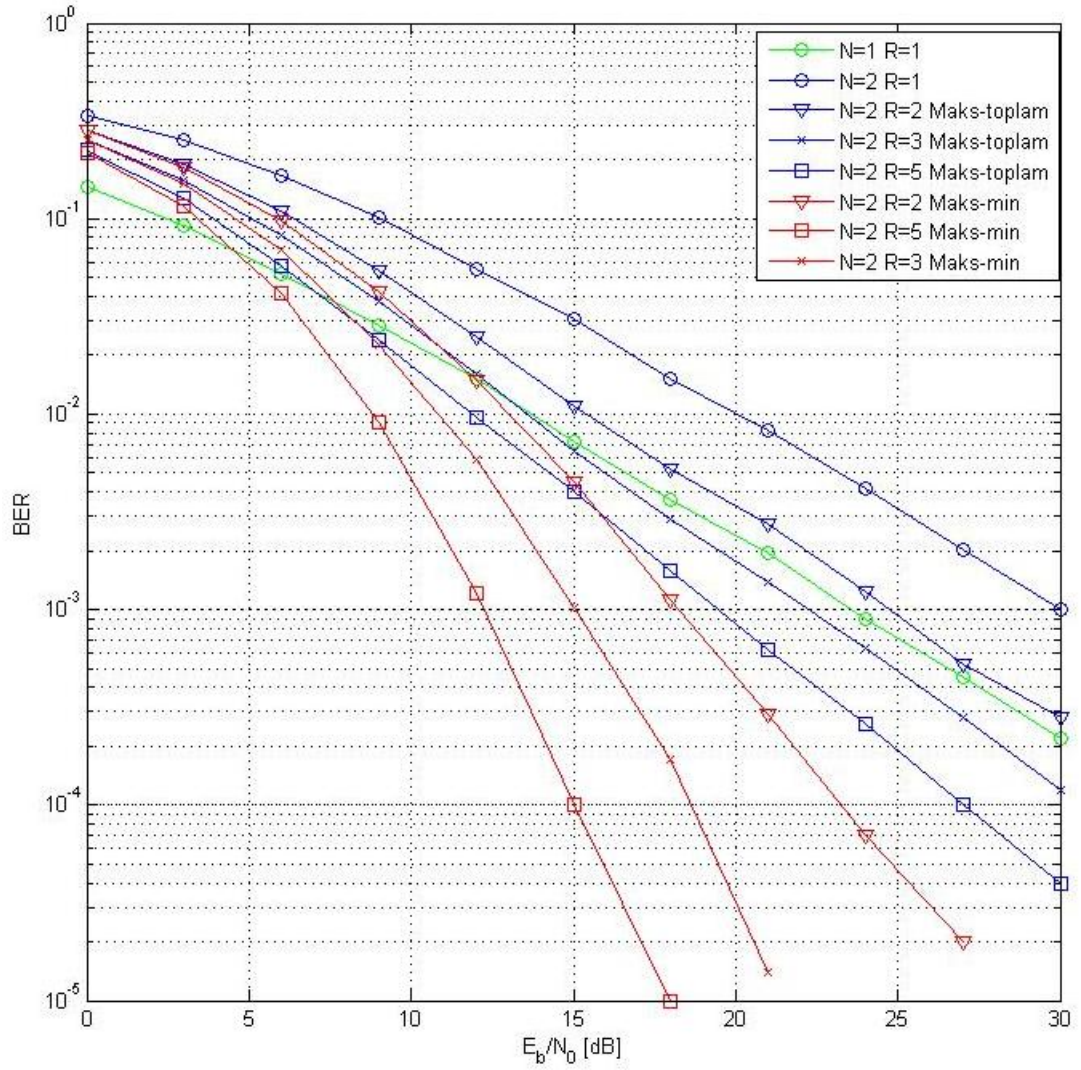
Röle seçim yöntemlerinin çok atlamalı sistemlerde hata başarımlarını incelemek amacıyla Şekil 2.7'deki sistem incelenmiştir. Bu sistemde, kaynaktan hedefe iletim için toplam N atlama ve her atlamada toplam R röle bulunmaktadır. Rölelerin kendilerinin bilgi üretmedikleri ve her bir rölenin ortalama P güç kısıtı ile iletim yaptığı varsayılmaktadır. Kanal durum bilgisinin sadece hedefte olduğu ve aradaki rölelerin bu bilgiye sahip olmadıkları varsayılmaktadır. Rölelerin birbirleriyle eş zamanlı oldukları ve kendi aralarında işbirliği yapamadıkları varsayılmaktadır. Ayrıca bir rölenin sadece bir önceki ve bir sonraki röle ile iletişimde olduğu, iki önceki ve iki sonraki rölelerle doğrudan iletişime sahip olmadıkları varsayılmaktadır.

Pratik sistemde bir rölede, iki önceki ve iki sonraki atlamaların iletlediği işaretler girişim olarak etki edecektir ancak burada mesafelerin fazla olması nedeniyle bu girişim ihmal edilebilecek düzeyde olduğu varsayılmaktadır [20].

Sistemde n . atlamasının i . rölesi ile $n+1$. atlamasının j . rölesi arasındaki kanal sönümleme katsayısı h_{ij}^n olarak gösterilmektedir. Burada $i=1,2,\dots,M_n$, $j=1,2,\dots,M_{n+1}$ ve $n=0,1,\dots,N-1$ 'dir. Adım 0 kaynağı, adım N ise hedefi simgelemektedir. Kanal sönümleme katsayılarının bağımsız ve özdeş dağılımlı oldukları kabul edilmiştir.

Tek yönlü iletim yapan, QPSK modülasyonu kullanan değişken atlama sayısı ve her atlamada değişken röle sayısı olan sistem için bilgisayar benzetimleri yapılarak BER sonuçları çıkarılmıştır. Benzetimde öncelikle tüm yollar çıkarılmakta, daha sonra maks-min veya maks-toplam röle seçme yöntemleriyle bu yollar içinden en iyi yol seçilerek iletim bu yoldan gerçekleştirilmektedir.

İlk olarak atlama sayısı 2 olarak alınarak değişken röle sayıları maks-min ve maks-toplam yöntemleri BER ve çeşitleme kazançları açısından karşılaştırılmıştır. Ayrıca referans olarak noktadan noktaya iletim yapan geleneksel yöntem de incelenmiştir. Benzetim sonuçları Şekil 2.8'de görülmektedir.

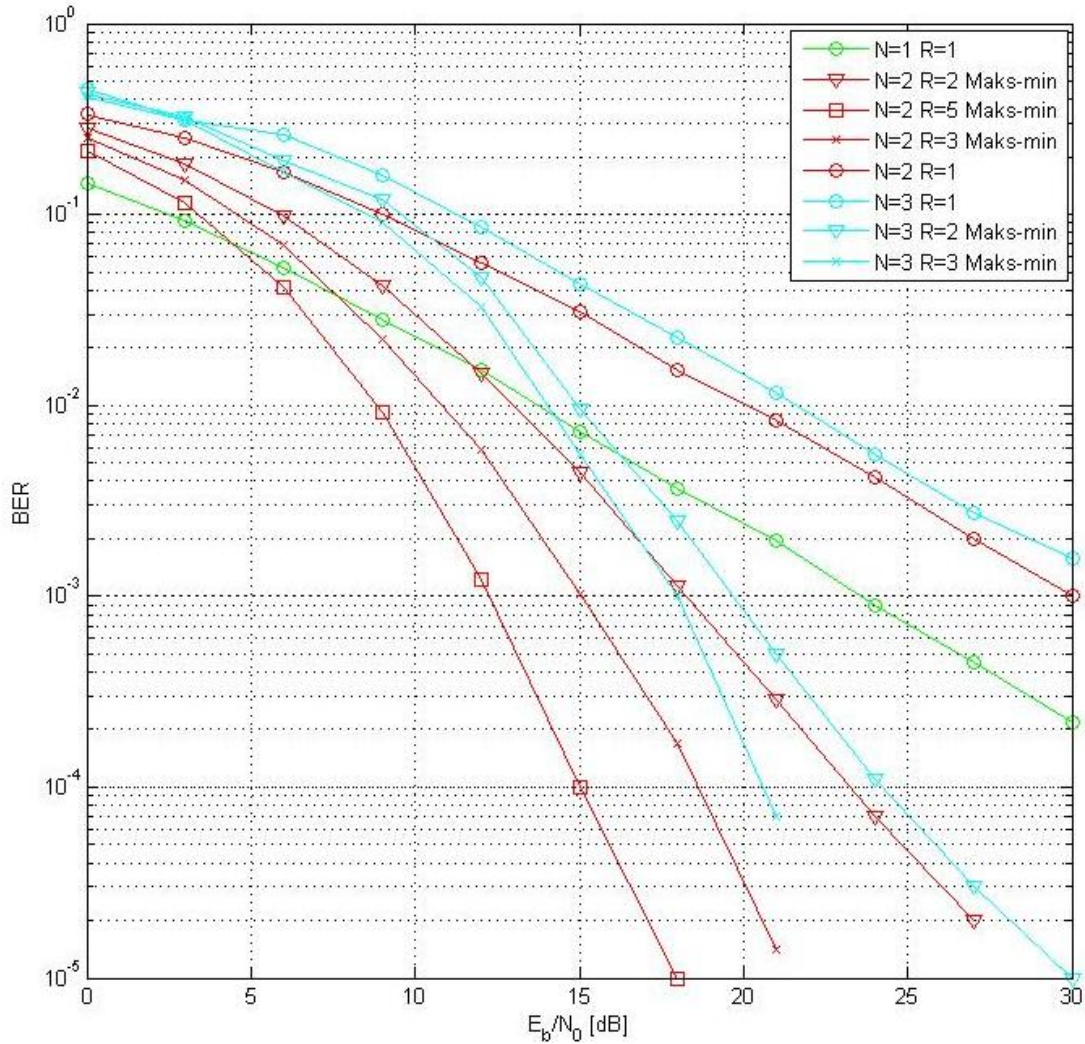


Şekil 2.8: İki atlama ve değişken röle sayısı için röle seçim yöntemlerinin BER başarımı.

Bu sonuçlardan da görülebileceği gibi her iki yöntem için de artan röle sayısı ile birlikte sistem başarımı yükselmektedir. Maks-toplam yöntemi için röle sayısı arttıkça hata başarımı iyileşirken, çeşitleme kazancı sabit kalmaktadır. Çeşitleme kazancının sabit kalması nedeniyle, maks-toplam yönteminin yüksek SNR bölgesinde verimli bir seçme yöntemi olmadığı, sadece düşük SNR bölgesinde avantaj sağladığı görülmektedir. Öte yandan maks-min yönteminin artan röle sayısı ile çeşitleme kazancını da artırdığı açıkça görülmektedir. Maks-min yöntemi kanaldaki en yüksek çeşitleme kazancını sağladığından özellikle yüksek SNR bölgesinde daha avantajlı bir yöntemdir. Şekil 2.8’den görüldüğü üzere 2 atlamalı durum için 10^{-3} ’lük bit hata oranını sağlamak için tek röleli sistemde E_b/N_0 değerinin 30 dB olması gerekirken maks-toplam yöntemini kullanan 2 röleli sistemde yaklaşık 24,5 dB, 3 röleli sistemde yaklaşık 22 dB, 5 röleli sistemde ise yaklaşık 19 dB olması

gerekmektedir. Öte yandan maks-min yöntemini kullanan 2 röleli sistemde yaklaşık 18 dB, 3 röleli sistemde yaklaşık 15 dB, 5 röleli sistemde ise yaklaşık 12 dB olması gerekmektedir. Bu sonuçlardan da anlaşılacağı gibi her iki seçme yöntemi de artan röle sayısı ile birlikte daha iyi hata başarımı sağlamakta, ama özellikle maks-min yöntemi sağladığı yüksek çeşitleme kazancıyla çok daha iyi hata başarımı sunmaktadır.

İkinci olarak atlama sayısı 2 ve 3 alınarak, sadece maks-min yönteminin hata başarımı ve çeşitleme kazancı incelenmiştir. Ayrıca referans olarak noktadan noktaya iletim yapan geleneksel yöntem alınmıştır. Bu karşılaştırmaların sonucu Şekil 2.9'da verilmektedir.



Şekil 2.9: İki ve üç atlamalı durumda maks-min röle seçim yönteminin BER başarımı.

Bu sonuçlardan da görülebileceği gibi maks-min röle seçme yöntemi kullanılan sistemde, hem 2 atlamalı durumda hem de 3 atlamalı durumda artan röle sayısı ile

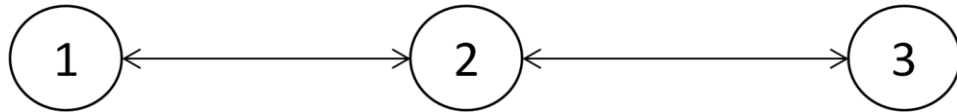
birlikte hata başarımı ve çeşitleme kazancı artmıştır. Şekil 2.9'dan görüldüğü üzere 2 atlamalı durum için 10^{-3} 'lük bit hata oranını sağlamak için tek röleli sistemde E_b/N_0 değerinin 30 dB olması gerekirken maks-min yöntemini kullanan 2 röleli sistemde yaklaşık 18 dB, 3 röleli sistemde ise yaklaşık 15 dB olması gerekmektedir. Bunun yanı sıra 3 atlamalı durum için 10^{-3} 'lük bit hata oranını sağlamak için tek röleli sistemde E_b/N_0 değerinin yaklaşık 31 dB olması gerekirken, maks-min yöntemini kullanan 2 röleli sistemde yaklaşık 20 dB, 3 röleli sistemde ise yaklaşık 18 dB olması gerekmektedir.

3. FİZİKSEL KATMAN AĞ KODLAMA

Telsiz iletişimin fiziksel katmanında bilgi, elektromanyetik dalgalar ile iletilir. Telsiz iletişimde, kablolu iletişimde olmayan yayım özelliği bulunmaktadır. Bu özellik, bir vericiden iletilen işaretin birçok alıcı tarafından alınması ve bir alıcının aldığı işaretin birçok vericiden gönderilmiş olabileceği anlamına gelmektedir ve bilgi işaretlerinin karışmasına neden olmaktadır. Girişim genellikle kötü bir özellik olarak varsayılmakta ve sistemlerin iletim hızını düşürmektedir. Örneğin çok atlamalı ad-hoc sistemlerin kuramsal iletim hızı, tek atlamalı sistemin kuramsal iletim hızının $\frac{1}{4}$ 'ünden daha azdır [6].

Birçok sistem çeşitli alıcı tasarımları veya iletim zamanlama gibi yöntemlerle girişimi azaltmaya çalışmaktadır. Fiziksel katman ağ kodlama yöntemi, girişimden yararlanarak iletim sisteminin verimliliğini artırmaktadır. Çok atlamalı sistemlerde fiziksel katman ağ kodlama yöntemini kullanmak için rölelerin aldıkları simgeleri eş zamanlı olarak hedefe iletilecek simgelere dönüştürebilmeleri ve hedefin röleden aldığı simgeden bilgi çıkarabilmesi gereklidir.

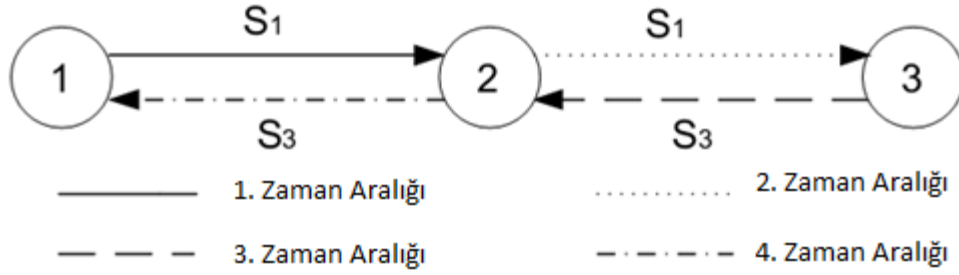
Şekil 3.1'de iki atlamalı bir iletim sistemi gösterilmektedir [6]. Burada 1. ve 3. düğümler birbirlerinin iletim menziliinde olmayıp, bilgi alışverişini 2. düğüm üzerinden yapmaktadırlar.



Şekil 3.1: İki atlamalı iletim sistemi.

Bu üç düğümlü sistemde her iki kaynağın birbirlerine veri iletimi sırasında çeşitli yöntemler kullanılmaktadır.

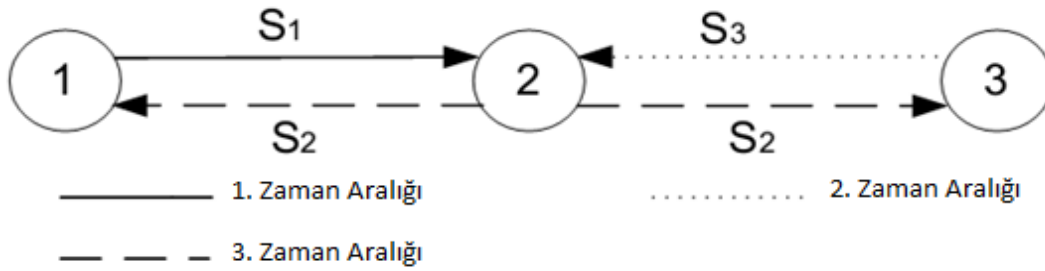
Geleneksel iletim ağlarında girişim, iletilecek işaretlerin farklı zamanlarda iletilmesi ile önlenir. Şekil 3.2'de geleneksel iletim ağlarına bir örnek gösterilmektedir [6].



Şekil 3.2: Geleneksel dört zamanlı iletim sistemi.

Bu yöntemde, birinci kaynaktan röleye olan iletim birinci zaman aralığında, röleden ikinci kaynağa olan iletim ikinci zaman aralığında, ikinci kaynaktan röleye olan iletim üçüncü zaman aralığında ve röleden birinci kaynağa olan iletim dördüncü zaman aralığında olmak üzere toplam dört iletim zaman aralığı kullanılmaktadır.

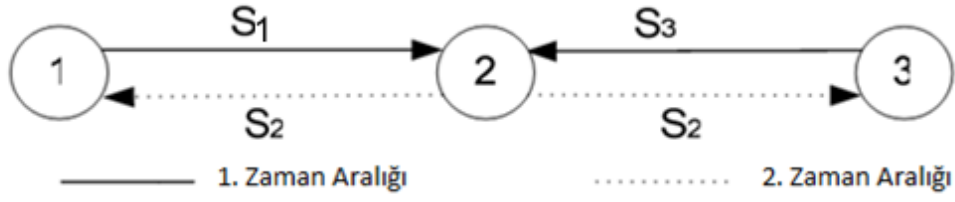
Basit ağ kodlama yöntemi iletim için üç zaman aralığı kullanmaktadır. Şekil 3.3'te bu yöntemin iletim sırası gösterilmektedir [6].



Şekil 3.3: Üç zamanlı iletim sistemi.

Birinci zaman aralığında, birinci kaynaktan röleye iletim, ikinci zaman aralığında ikinci kaynaktan röleye iletim gerçekleşmektedir. Alınan bu işaretler rölede XOR işlemine sokularak elde edilen işaret üçüncü zaman aralığında her iki kaynağa da gönderilmektedir.

Fiziksel katman ağ kodlama yönteminin iletim sırası ise Şekil 3.4'te gösterilmektedir [6].



Şekil 3.4: Fiziksel katman ağ kodlama sistemi.

Birinci zaman aralığında her iki kaynak, işaretlerini röleye gönderir. Rölede alınan işaret çözülerek elde edilen işaretler XOR işlemine sokulur ve elde edilen işaret ikinci zaman aralığında iki hedefe de gönderilir. Hedefler, röleden aldıkları işareti ve kendi bilgi dizilerini kullanarak karşı kaynaktan alınan işarete karar verirler.

Birinci, ikinci ve üçüncü düğümden iletilen simgeler sırasıyla s_1 , s_2 , s_3 ve düğümlerde alınan işaretler sırasıyla r_1 , r_2 , r_3 ile, birinci düğüm ile ikinci düğüm arasındaki kanal sönmüleme katsayısı h_1 ve ikinci düğüm ile üçüncü düğüm arasındaki kanal sönmüleme katsayısı h_2 ile gösterilmek üzere; ilk zaman aralığı sonunda ikinci düğümde alınan işaret:

$$r_2 = s_1 h_1 + s_2 h_2 + n_{r_2} \quad (3.1)$$

olarak ifade edilir. Burada n_{r_2} sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı Gauss gürültüsüdür.

Rölede çözülerek elde edilen işaretler XOR işlemine sokularak ikinci zaman aralığında röleden iletilecek işaret olan s_2 elde edilir. İkinci zaman aralığı sonunda birinci düğümde alınan işaret:

$$r_1 = s_2 h_1 + n_{r_1} \quad (3.2)$$

olarak ifade edilir. Burada n_{r_1} sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı Gauss gürültüsüdür.

Birinci kaynaktan alınan bu işarete karar verilir ve daha sonra birinci zaman aralığında birinci kaynaktan gönderilen işaret ile XOR işlemine sokularak diğer kullanıcının bilgi işaretine ulaşılır.

Benzer şekilde üçüncü düğümde alınan işaret:

$$r_3 = s_2 h_3 + n_{r_3} \quad (3.3)$$

olarak ifade edilir. Burada n_{r_3} sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı Gauss gürültüsüdür. Karar verilen işaret benzer şekilde XOR işlemine sokularak birinci düğümün bilgi işaretine ulaşılabilir [6].

Sistemde BPSK modülasyonu kullanıldığı ve kanal sönümleme katsayısının iki zaman aralığında sabit kaldığı varsayılmaktadır.

Fiziksel katman ağ kodlama (PLNC) protokolü atlamalı telsiz iletişim sistemlerinin verimliliğini önemli derecede artırmaktadır. Girişimden kurtulmak yerine yararlanılarak sistemin başarımı artırılmıştır. Bu yöntem, geleneksel yöntemlere oranla sistemlerin iletim hızında %100 iyileşme sağlamaktadır.

Ayrıca PLNC üç düğümlü sistemlerin yanı sıra, çok düğümlü sistemlerde de kullanılabilmektedir [6].

4. ÇOK ATLAMALI ÇİFT YÖNLÜ RÖLELİ AĞLARDA PLNC PROTOKOLÜ İÇİN RÖLE SEÇİM ALGORİTMALARI VE SERVİS DIŞI KALMA OLASILIKLARI

Bu bölümde çift-yönlü iletim yapan kanallarda PLNC protokolü için çeşitli röle seçim algoritmaları incelemekte ve servis dışı kalma olasılıklarının kuramsal analizleri ve benzetim sonuçları verilmektedir. Öncelikle 2 atlamalı temel PLNC protokolünde röle seçimsiz, maks-toplam yöntemiyle röle seçme, maks-min yöntemiyle röle seçme, eniyi seçme yöntemi ve karma yöntem incelenmektedir. Daha sonra 3 ve 4 atlamalı PLNC protokolü için kuramsal analiz ve benzetim sonuçları çıkarılarak, N atlamalı PLNC protokolü kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı ifadesi elde edilmektedir.

4.1 İki Atlamalı PLNC Sistemi İçin Röle Seçim Algoritmalarının İncelenmesi ve Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi

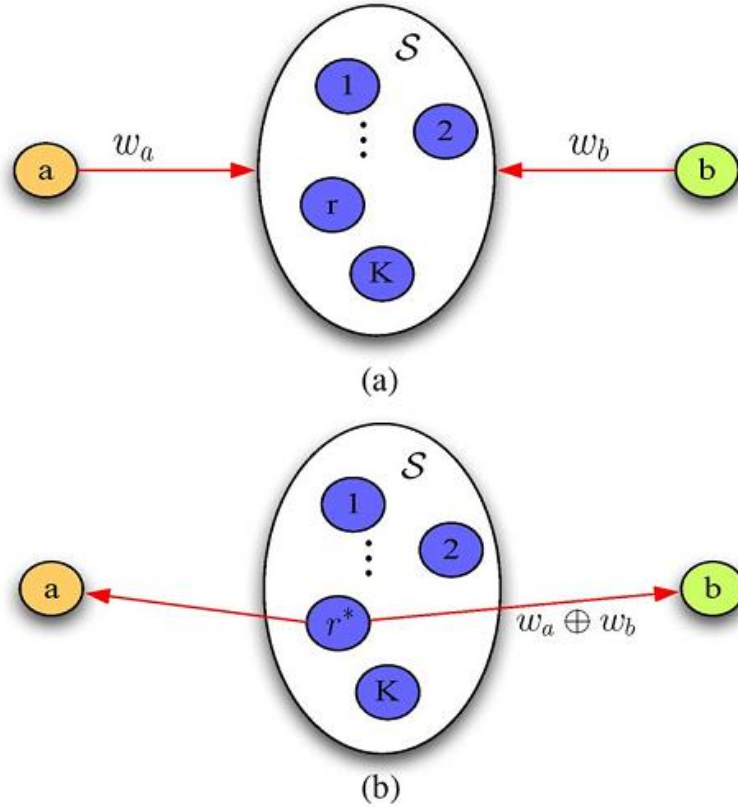
Bu alt bölümde iki kaynağın bir röle yardımıyla birbirlerine eş zamanlı olarak bilgi gönderdikleri çift-yönlü röleli kanallarda röle seçim algoritmaları ve servis dışı kalma olasılıklarının kuramsal analizleri ele alınmaktadır. İşbirliği yöntemi olarak, çift-yönlü iletimde kullanılan temel tekniklerden biri olan çöz-ve-aktar yöntemi seçilmiştir. Anlık kanal durumunu göz önünde bulundurarak seçim yapan ve röle grubu içinden en iyi röleyi seçerek çift-yönlü iletimin verimliliğini artıran iki temel röle seçim yöntemi ele alınmaktadır. Bu yöntemlerden birincisi maks-min yöntemi, ikincisi ise maks-toplam yöntemidir. Maks-min yönteminin en yüksek çeşitleme kazancını gerçeklediği kanıtlanmıştır ve özellikle yüksek SNR bölgesinde daha başarılı olduğu görülmüştür. Öte yandan maks-toplam yönteminin ise düşük SNR bölgesine daha uygun olduğu görülmüştür.

İki uçta iki kaynak (a ve b) ve ortada bir röleden (r) oluşan yapının çift-yönlü kanal üzerinden yaptığı iletim, ad hoc ağlarda düğümlerin birbirleriyle iletişim kurmak için merkezi bir röle kullanmaları durumunu karakterize eder. Bu yapının tam duplex durumu [21] ve [22]'de incelenmektedir.

Ancak tam dupleks yapının pratikte az rastlanır olması nedeniyle, son yıllarda araştırmalar yarı dupleks iletim yapan sistemler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu sistemler veri alma ve gönderme işlemini aynı anda yapamamaktadır. Bahsi geçen bu iletim sistemleri, gerektirdikleri zaman aralıklarına göre birbirlerinden ayrılmaktadır. Zaman bölmeli yayımlama (TDBC) olarak adlandırılan ilk yöntemde $a \rightarrow r$, $b \rightarrow r$ ve $a \leftarrow r \rightarrow b$ olmak üzere üç zaman aralığı kullanılmaktadır. İkinci yöntem ise TDBC yapısının ilk iki adımını çoklu-erişim kanalı (MAC) kullanıp tek bir adıma indirerek $a \rightarrow r \leftarrow b$ ve $a \leftarrow r \rightarrow b$ olmak üzere iki zaman aralığı kullanılmaktadır. Her iki iletim yöntemi için de kuvvetlendir-ve-aktar (AF), çöz-ve-aktar (DF) ve sıkıştır ve aktar gibi farklı röle iletim teknikleri kullanılabilir.

Çift-yönlü kanalların röleli iletimle birlikte kullanılması sistem başarımını iyileştirmektedir. [23]'te araştırmacılar çeşitli DF temelli çok röleli iletim protokollerini hem TDBC hem de PLNC iletim teknikleri için incelemektedir. Kullanılan yöntemlerin beklendiği gibi çeşitleme derecesini artırarak başarımı iyileştirdiği görülse de aynı anda tüm rölelerin kullanımından kaynaklanan kurulum zorluğu ve karmaşasının önemli ölçüde artması problemini de beraberinde getirmektedir. Diğer yandan röle seçimi yaparak tek bir röle kullanan sistemlerin karmaşıklığının ise oldukça düşük olduğu görülmektedir. Her ne kadar röle seçim algoritmaları üzerine önemli çalışmalar yapılmışsa da çift-yönlü kanallarda röle seçim konusu hala tartışmaya ve araştırmalara açık bir konudur. [24]'te araştırmacılar maks-min yöntemini AF kullanan sistemlere uygulayarak servis dışı kalma başarımını çıkarmışlardır. Bunun dışında PLNC AF yönteminin anlık toplam SNR oranını maksimize ederek röle seçimi yapan sistemin başarımının çıkarıldığı çeşitli çalışmalar da vardır. DF yöntemini kullanan çift-yönlü sistemlerde röle seçim algoritmalarının hata başarımı [12]'de ele alınmaktadır. [12]'de PLNC DF sistemlerde röle seçim algoritmalarının servis dışı kalma olasılığı ve çeşitleme kazancı bakımından başarımları incelenmektedir. Maks-min röle seçim algoritması kanaldaki en yüksek çeşitleme kazancını sağlamakta, özellikle yüksek SNR bölgesinde çok iyi başarımlar göstermektedir. Düşük SNR bölgesinde ise toplam SNR oranını maksimum yapmayı sağlayan maks-toplam röle seçim algoritmasının başarılı olduğu görülmektedir. Bu iki yöntemin avantajlı olduğu durumlar birleştirilerek karma bir sistem oluşturulmuş ve başarımın iyileştiği görülmektedir.

a ve b olarak adlandırılan iki kaynak ve aralarında $S = \{1, \dots, K\}$ olarak gösterilen röle kümesinden oluşan yapıda çift-yönlü iletim yapıldığı varsayılmaktadır. a ve b kaynakları bağımsız mesajlar w_a ve w_b 'yi diğer kaynağa iletmektedir. Terminaller iletim için P gücünü kullanmakta ve yarı dupleks kısıtına uymakta, yani aynı anda veri gönderme ve veri alma yapamamaktadır. Sistemin veri trafiği simetrik varsayılmakta ve her iki kaynak da kanal başına $R_a = R_b = R_0$ bit hızında iletim yapmaktadır. PLNC DF protokolünde ilk zaman aralığında her iki kaynak da simgesini röleye iletir. İkinci zaman aralığında ise röle aldığı işaretleri çözüp XOR işlemine sokarak, elde ettiği simgeyi her iki kaynağa da iletir. Her bir kaynak röleden aldığı işareti kendi işaretiyle işleme sokarak diğer kaynağın bilgi dizisine ulaşır. Sistem modeli Şekil 4.1'de görülmektedir [12].



Şekil 4.1: Çift-yönlü, iki atlamalı ve röle seçimli iletim protokolü.

Kaynaklar arasındaki bağlantı sıfır ortalamalı ve birim varyanslı, bağımsız, kompleks Gauss dağılımlı blok sönmülemeye maruz kalmaktadır. Ayrıca sıfır ortalamalı ve birim varyanslı, bağımsız, beyaz Gauss gürültü de sisteme etki etmektedir. Kanalın sönmüleme katsayılarının PLNC protokolünün iki zaman aralığında sabit olduğu

varsayılmaktadır. Kanal sönümleme katsayılarının alıcıda mükemmel olarak bilindiği varsayılmaktadır.

Yarı duplex sistemlerde çift-yönlü iletimin iki temel yöntemi olan TDBC ve PLNC karşılaştırıldığında [12]:

TDBC:

- Röle her zaman aralığında bir simge alır, dolayısıyla girişim olmaz ve sistem karmaşıklığı daha azdır.
- Bir kaynak iletim yaparken, aktif olmayan diğer kaynak da yan dinleme yaparak elde ettiği bilgiyi verimli çözme tekniklerinde kullanabilir.
- İki veri iletimi için üç kanala ihtiyaç duyulur.

PLNC:

- İki veri iletimi için iki kanala ihtiyaç duyulduğu için daha verimlidir.
- Her iki kaynak da aynı anda iletim yaptığından girişim olur. Her iki kullanıcının bilgilerini çözmek için rölede çok kullanıcılı sezme teknikleri kullanılır ve bu nedenle sistem karmaşıklığı artar.
- Her iki kaynak da aynı anda iletim yaptığından yan dinleme yapamazlar.

PLNC DF çift-yönlü röleli kanallar hakkında var olan çalışmalarda başarımlar, ulaşılabilir hız bölgesine (*achievable rate region*) bağlıdır. PLNC DF için ulaşılabilir hız bölgesi aşağıdaki koşulları sağlayan noktaların bütünüdür [12]:

$$R_a \leq \min \left\{ \Delta_1 C(P|h_{ar^*}|^2), \Delta_2 C(P|h_{br^*}|^2) \right\} \quad (4.1)$$

$$R_b \leq \min \left\{ \Delta_2 C(P|h_{ar^*}|^2), \Delta_1 C(P|h_{br^*}|^2) \right\} \quad (4.2)$$

$$R_a + R_b \leq \Delta_1 C(P|h_{ar^*}|^2 + P|h_{br^*}|^2) . \quad (4.3)$$

Burada $h_{i,j}$ i 'den j 'ye olan kanal katsayısını; $C(x) = \log_2(1 + x)$; $0 < \Delta_l < 1$ ve $l=1,2$ olmak üzere Δ_l l . fazın süresini göstermektedir. $R_a = R_b = R_0$ ve $\Delta_1 = \Delta_2 = 1/2$ olarak alınırsa bölgeler şu şekilde ifade edilebilir:

$$R_0 \leq \frac{1}{2} \min \left\{ C(P|h_{ar^*}|^2), C(P|h_{br^*}|^2) \right\} \triangleq \phi_0(r^*) \quad (4.4)$$

$$2R_0 \leq \frac{1}{2} C(P|h_{ar^*}|^2 + P|h_{br^*}|^2) \triangleq \phi_1(r^*) \quad (4.5)$$

Buradaki ilk ifade noktadan noktaya hız kısıtı, ikinci ifade ise toplam hız kısıtıdır. İletim yolunun noktadan noktaya hız ifadesi $\phi_0(r^*)$, toplamsal hız ifadesi ise $\phi_1(r^*)$ olarak gösterilmiştir. Blok sönmülemeli kanal modelinde sistem başarımı bu kısıtların sağlanmadığı durumlardan oluşan servis dışı kalma olasılığı ile belirlenmektedir. Servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{out} = 1 - P\{\phi_0(r^*) \geq R_0 \cap \phi_1(r^*) \geq 2R_0\} \quad (4.6)$$

olarak belirlenir [12].

Servis dışı kalma olasılığının asimptotik yapısı sayesinde sistemin çeşitleme kazancı elde edilebilir ve bu sayede artan SNR'la birlikte sistemin hata olasılığının nasıl değişeceği belirlenebilir.

Servis dışı kalma olasılığına bağımlı çeşitleme kazancı:

$$d = - \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{P_{out}}{\log SNR} \quad (4.7)$$

olarak verilir [12].

Servis dışı kalma olasılığı ve çeşitleme kazancı röle seçim tekniklerinin başarımını karşılaştırmada önemli tekniklerdir.

Bundan sonraki bölümlerde çeşitli röle seçme teknikleri araştırılmakta ve başarımları, servis dışı kalma olasılıkları ve çeşitleme kazançları açısından değerlendirilmektedir.

4.1.1 Seçmesiz yöntem

Referans olarak kullanılacak bu yöntemde röle seçimi yapılmamakta, iletim sabit bir röle üzerinden gerçekleştirilmektedir. Bu sistemin başarımı var olan K röle arasından herhangi birini hiçbir kistas gözetmeksizin rastgele seçme yönteminin başarımı ile aynıdır.

Seçmesiz yöntemin servis dışı kalma olasılığı şu şekildedir [12]:

$$P_{NS} = 1 - Y\left(\frac{2^{2R_0} - 1}{P}, \frac{2^{4R_0} - 1}{P}, 1\right) \quad (4.8)$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{2^{4R_0} - 1}{P}\right) \left[\frac{2^{4R_0} - 2^{2R_0+1} + 1}{P}\right] \quad (4.9)$$

$$\approx 1 - \exp\left(-\frac{2^{4R_0} - 1}{P}\right) \text{ (for } P \rightarrow \infty) \quad (4.10)$$

$$\approx \frac{2^{4R_0} - 1}{P} . \quad (4.11)$$

Burada $Y(\cdot)$ işlevinin çıkarımı ise şu şekildedir [12]:

X ve Y iki adet bağımsız, özdeş, λ parametrelili üstel dağılımlı değişkenler, η_0 ve η_1 ise iki adet sabit değişken olsun. O halde $\mathcal{R}$ bölgesi:

$$\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x, y): \min[x, y] > \eta_0 \cap x + y > \eta_1\} \quad (4.12)$$

$$= \{(x, y): x > \eta_0 \cap y > x \cap x + y > \eta_1\}$$

$$\cup \{(x, y): y > \eta_0 \cap x > y \cap x + y > \eta_1\} \quad (4.13)$$

$$= \underbrace{\{(x, y): y > x > \max[\eta_0, \eta_1 - y]\}}_{\triangleq R_1(\eta_0, \eta_1)}$$

$$\cup \underbrace{\{(x, y): x > y > \max[\eta_0, \eta_1 - x]\}}_{\triangleq R_2(\eta_0, \eta_1)} \quad (4.14)$$

olarak tanımlanırsa Y işlevi:

$$Y(\eta_0, \eta_1, \lambda) = \iint_{\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1)} p(x, y) dx dy \quad (4.15)$$

$$= 2 \iint_{\mathcal{R}_1(\eta_0, \eta_1)} \lambda^2 \exp(-\lambda x) \exp(-\lambda y) dx dy \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \left[\underbrace{\int_{\eta_1-\eta_0}^{\infty} \left[\int_{\eta_0}^y \lambda \exp(-\lambda x) dx \right] \lambda \exp(-\lambda y) dy}_{\eta_0 \geq \eta_1-y} \right. \\
&+ \left. \underbrace{\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1-\eta_0} \left[\int_{\eta_1-y}^y \lambda \exp(-\lambda x) dx \right] \lambda \exp(-\lambda y) dy}_{\eta_0 < \eta_1-y} \right] \quad (4.17)
\end{aligned}$$

$$= \exp(-\lambda \eta_1) [\lambda(\eta_1 - 2\eta_0) + 1] \quad (4.18)$$

olur. Burada X ve Y 'nin ortak olasılık yoğunluk işlevi $p(x, y) \triangleq \lambda^2 \exp(-x) \exp(-y)$ olarak verilir.

Bu servis dışı kalma olasılığına karşılık gelen çeşitleme kazancı ise [12]:

$$d_{NS} = - \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\log P_{NS}}{\log P} = 1 \quad (4.19)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadeden de görülebileceği gibi seçmesiz yöntem, kanalı verimli kullanamaz ve düşük başarıma neden olur.

4.1.2 Eniyi seçim yöntemi

Referans olarak kullanılacak bir diğer yöntem de eniyi seçme yöntemidir. Bu yöntem röle seçiminden elde edilebilecek en iyi başarıma sağlar. Her bir iletim periyodunda PLNC protokolünün her iki zaman aralığındaki veri akışını da destekleyebilen röleleri (eğer varsa) seçer. Bu yöntemde servis dışı kalma durumu ancak ve ancak her iki veri akışını da destekleyen hiçbir röle olmadığı durumda olacağından çeşitleme kazancı [12]:

$$P_{OS} = \underbrace{P_{NS}}_{\text{röle 1}} \cdot \underbrace{P_{NS}}_{\text{röle 2}} \dots \underbrace{P_{NS}}_{\text{röle } K} = [P_{NS}]^K \quad (4.20)$$

$$\approx \left[\frac{2^{4R_0} - 1}{P} \right]^K \quad (P \rightarrow \infty \text{ için}) \quad (4.21)$$

$$\Rightarrow d_{os} = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\log P_{os}}{\log P} = K \quad (4.22)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu ifadelerden de görüleceği üzere eniyi seçim yöntemi kanaldaki çeşitleme kazancını ve güç kazancını en iyileştirmektedir. Eniyi seçme yöntemi pratikte gerçekleştirilebilir bir yöntem olmasına rağmen kümedeki tüm rölelere ait kanalların sönümleme katsayılarını kontrol ettiğinden karmaşıklığı fazladır [12].

4.1.3 Maks-min yöntemi

Maks-min seçme yöntemi noktadan noktaya oran kısıtına odaklanır. Eniyi seçme yöntemiyle kıyaslandığında karmaşıklığı daha düşüktür. Seçim ilkesi şu şekilde ifade edilebilir [12]:

$$r^* = \arg \max_{r \in S} \min[|h_{ar}|^2, |h_{br}|^2] . \quad (4.23)$$

Bu yöntemin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MMS} = 1 - \Omega\left(\frac{2^{2R_0} - 1}{P}, \frac{2^{4R_0} - 1}{P}, 1\right) \quad (4.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada Ω işlevinin çıkarımı şu şekildedir [12]:

X_i ve Y_i $i=1, 2, \dots, K$ olmak üzere iki adet bağımsız, özdeş, λ parametrelili üstel dağılımlı değişkenler, η_0 ve η_1 ise iki adet sabit değişken olsun. O halde $\mathcal{R}$ bölgesi:

$$\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x, y): \min[x, y] > \eta_0 \cap x + y > \eta_1 | x = x_{i^*}$$

$$y = y_{i^*}, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_i, y_i]\} \quad (4.25)$$

olarak ifade edilir.

Maks-min kısıtı ve tanımlanan $\mathcal{R}$ bölgesinin iki parçasının karşılıklı ilişkili olması nedeniyle bu ifadenin çözümü oldukça karmaşıktır. Problemin çözümü amacıyla $\mathcal{R}$ bölgesi için şu yakınsama yapılabilir:

$$\mathcal{R}'(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x, y): x > \eta_0 \cap x + y > \eta_1 | x = x_{i^*}$$

$$y = y_1, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_i] \} \quad (4.26)$$

$$= \{(x, y): x > \eta_0 \cap x + y > \eta_1\} \quad (4.27)$$

$$= \{(x, y): x > \max[\eta_0, \eta_1 - y]\} . \quad (4.28)$$

$\mathcal{R}'$ bölgesi sadece bağımsız rastgele değişkenler kullandığından olasılığı kapalı formda elde edilebilir. O halde bölgenin olasılığı [12]:

$$\Omega(\eta_0, \eta_1, \lambda) \quad (4.29)$$

$$= \iint_{\mathcal{R}'(\eta_0, \eta_1)} p(x, y) dx dy \quad (4.30)$$

$$= \underbrace{\mathbb{P}\{y > \eta_1 - \eta_0\} \mathbb{P}\{x > \eta_0\}}_{\eta_0 > \eta_1 - y} + \underbrace{\int_0^{\eta_1 - \eta_0} \mathbb{P}\{x > \eta_1 - y\} p_Y(y) dy}_{\eta_0 < \eta_1 - y} \quad (4.31)$$

$$= [1 - P_Y(\eta_1 - \eta_0)][1 - P_X(\eta_0)] + \int_0^{\eta_1 - \eta_0} [1 - P_X(\eta_1 - y)] p_Y(y) dy \quad (4.32)$$

$$= 1 - \exp(-\lambda[\eta_1 - \eta_0]) [1 - \exp(-\lambda\eta_0)]^K$$

$$- \int_{\eta_0}^{\eta_1} [1 - \exp(-\lambda y')]^K \lambda \exp(-\lambda(\eta_1 - y')) dy' \quad (4.33)$$

$$= 1 - \exp(-\lambda[\eta_1 - \eta_0]) [1 - \exp(-\lambda\eta_0)]^K$$

$$- [1 - \exp(-\lambda[\eta_1 - \eta_0]) - K \lambda \exp(-\lambda \eta_1)$$

$$\times (\eta_1 - \eta_0) - \exp(-\lambda \eta_1) \sum_{m=2}^K \binom{K}{m} (-1)^m \frac{1}{m-1}$$

$$\times (\exp(-\lambda \eta_1 [m-1]) - \exp(\lambda \eta_0 [m-1]))] \quad (4.34)$$

şeklinde bulunur. Küçük x değerleri için $\exp(-x) \leq 1$ ve $1 - \exp(-x) \leq x$ olduğu göz önünde bulundurulursa ifade:

$$\Omega \leq 1 - [1 - \exp(-\lambda\eta_0)]^K \quad (4.35)$$

şeklini alır. Bu ifadelerde $y' \triangleq \eta_1 - y$ 'dir. $P_X(x)$, X rastgele değişkeninin toplamsal dağılım işlevi olmak üzere $P_X(x) = [1 - \exp(-\lambda x)]^K$ olarak ifade edilir. $p_Y(y)$ ise Y rastgele değişkeninin olasılık dağılım işlevi olmak üzere $p_Y(y) = \exp(-\lambda y)$ olarak ifade edilir. Ayrıca $(x + y)^K = \sum_{m=0}^K \binom{K}{m} x^{K-m} y^m$ binom açılımını kullanılmıştır.

Maks-min yönteminin çeşitleme kazancı ise:

$$d_{MMS} = - \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\log P_{MMS}}{\log P} = K \quad (4.36)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu ifadelerden maks-min seçme yönteminin kanalın tüm çeşitleme derecelerini kullandığı ve çeşitleme kazancının K 'ye eşit olduğu görülmektedir. Maks-min yöntemi çeşitleme kazancının yüksek ve karmaşıklığının az olması nedeniyle PLNC DF çift-yönlü iletim sistemi için oldukça uygundur. Aynı şekilde geleneksel sistemler için de verimli bir yöntemdir. Yöntemin genelliği sayesinde farklı iletim yöntemleri için farklı anten seçim algoritması kullanılmasının önüne geçileceğinden donanım tasarımı da basitleşmektedir [12].

4.1.4 Maks-toplam yöntemi

Maks-toplam seçim yönteminde, anlık toplam iletim oranını en büyük yapan yol seçilir. Bu yöntem toplam iletim oranının noktadan noktaya iletim oranına göre daha zayıf olduğu düşük SNR bölgesinde daha avantajlıdır. Maks-toplam yönteminin seçim ölçütü:

$$r^* = \arg \max_{r \in S} \max[|h_{ar}|^2 + |h_{br}|^2] \quad (4.37)$$

olarak verilir.

Maks-toplam yönteminin servis dışı kalma olasılığının hesaplanması iki hız kısıtı arasındaki ilişkiden dolayı karmaşık bir analitik problemidir. Ancak röle seçim teknikleri için temel başarımlar ölçütü çeşitleme kazancı olduğundan, aynı çeşitleme

kazancına sahip alt ve üst sınır eğrileri elde edilerek sonuca ulaşılabilir. Maks-toplam yönteminin servis dışı kalma olasılığı şu şekildedir:

$$\underbrace{1 - \Lambda\left(\frac{2^{2R_0} - 1}{P}, 1\right)}_{\triangleq P_{MSS}^{(L)}} \leq P_{MSS} \leq \underbrace{1 - \Xi\left(\frac{2^{2R_0} - 1}{P}, \frac{2^{4R_0} - 1}{P}, 1\right)}_{\triangleq P_{MSS}^{(U)}} \quad (4.38)$$

Burada ilk terim alt sınırı son terim ise üst sınırı göstermektedir. Bu sınırların çıkarımı aşağıda sırasıyla anlatılmaktadır.

X_i ve Y_i $i=1,2,...,K$ olmak üzere λ parametrelili rastgele üstel , özdeş ve bağımsız değişkenler olsun. O halde maks-toplam röle seçme yönteminin olasılık bölgesi:

$$R(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x, y): \min[x, y] > \eta_0 \cap x + y > \eta_1 | x = x_{i^*}\}$$

$$y = y_{i^*}, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_i + y_i] \quad (4.39)$$

olarak verilir.

Bu bölgenin olasılığının çıkarımı karmaşık bir problem olduğundan alt ve üst sınır elde edilerek çeşitleme kazancına ulaşılabilir. Alt sınır için her iki tarafa da x terimi eklenirse bölge:

$$R_L(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x, y): \min[2x, x + y] > \eta_0 | x = x_{i^*}\}$$

$$y = y_{i^*}, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_i + y_i] \quad (4.40)$$

halini alır. Bu bölgeye karşı gelen olasılık ise:

$$\begin{aligned} \Lambda(\eta_0, \lambda) &= \mathbb{P}(2x < x + y) \mathbb{P}(2x > \eta_0) \\ &\quad + \mathbb{P}(2x > x + y) \mathbb{P}(x + y > \eta_0) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - P_X\left(\frac{\eta_0}{2}\right) \right] + \frac{1}{2} [1 - P_Z(\eta_0)] \quad (4.42)$$

$$= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\lambda \eta_0}{2}\right)$$

$$+ \frac{1}{2} [1 - [1 - \exp(-\lambda\eta_0) - \lambda\eta_0 \exp(-\lambda\eta_0)]^K] \quad (4.43)$$

olarak gösterilebilir. Burada $Z \triangleq \max_{i \in [1:K]} [X_i + Y_i]$ olmak üzere Z 'nin toplamsal dağılım işlevi $P_Z(z) = [1 - \exp(-z) - z \exp(-z)]^K$ şeklinde ve X 'in toplamsal dağılım işlevi ise $P_X(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$ şeklinde gösterilmiştir.

Diğer yandan üst sınır için minimum operatörü kullanılarak iki hız kısıtı arasındaki bağıllık azaltılırsa bölge:

$$R_U(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(z_1, z): z_1 \triangleq \min[x', y'] > \eta_0 \\ \cap z \triangleq x + y > \eta_1 | x + y \triangleq \max_{i \in [1:K]} [x_i + y_i]\} \quad (4.44)$$

şeklini alır. Bu bölgeye karşı gelen olasılık ise:

$$E(\eta_0, \eta_1, \lambda) = \mathbb{P}(z_1 > \eta_0) \mathbb{P}(z > \eta_1) \quad (4.45)$$

$$= [1 - P_{Z_1}(\eta_0)] [1 - P_Z(\eta_1)] \quad (4.46)$$

$$= \exp(-2\lambda\eta_0) [1 - [1 - \exp(-\lambda\eta_1) - \eta_1 \lambda \exp(-\lambda\eta_1)]^K] \quad (4.47)$$

şeklinde hesaplanır. Burada Z_1 'in toplamsal dağılım işlevi $P_{Z_1}(z_1) = 1 - \exp(-2\lambda)$ olarak ifade edilmektedir [12].

Alt ve üst sınıra karşı düşen çeşitleme kazancı:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\log P_{MSS}^{(L)}}{\log P} \leq d_{MSS} \leq \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{\log P_{MSS}^{(U)}}{\log P} \quad (4.48)$$

$$\Rightarrow 1 \leq d_{MSS} \leq 1 \Rightarrow d_{MSS} = 1 \quad (4.49)$$

olarak verilir. Bu sonuçtan da görüleceği gibi maks-toplam yöntemi her ne kadar düşük SNR değerlerinde etkili bir röle seçim yöntemi olsa da, SNR değeri arttıkça kanalın çeşitleme derecesinden etkili bir şekilde yararlanamadığından verimli bir yöntem değildir [12].

4.1.5 Karma seçim yöntemi

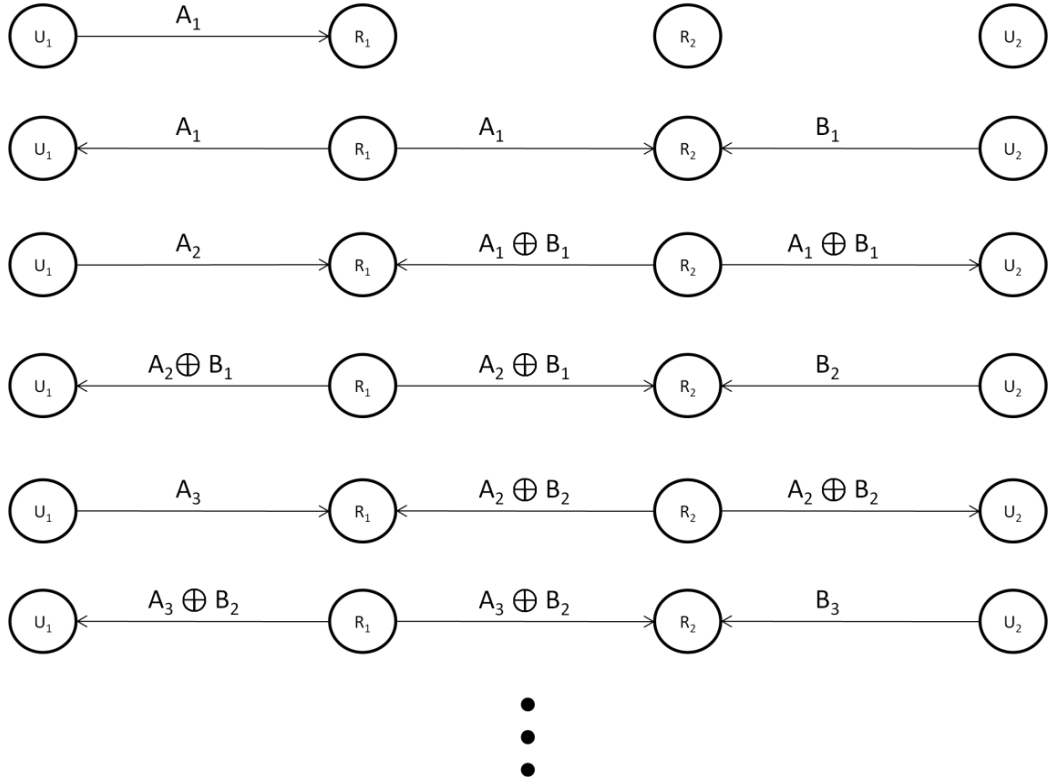
Bu yöntem, maks-min seçim yöntemi ile maks-toplam seçim yönteminin birleşiminden oluşmaktadır. Düşük SNR değerlerinde maks-toplam yönteminin avantajını, yüksek SNR değerlerinde ise maks-min yönteminin çeşitleme kazancını kullanarak iletim verimliliğini artırmaktadır. Bu yöntemin seçim kuralı:

$$r^* = \begin{cases} \arg \max_{r \in S} \min [|h_{ar}|^2, |h_{br}|^2], & \text{eğer } \phi_1(r) > 2R_0 \\ \arg \max_{r \in S} [|h_{ar}|^2 + |h_{br}|^2], & \text{dışında,} \end{cases} \quad (4.50)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\phi_1(r)$ iletim yolunun toplamsal hız ifadesini göstermektedir. Bu ifadeden de görülebileceği gibi sistem $\phi_1(r) > 2R_0$ olduğu durumlarda maks-min yöntemini, diğer durumlarda ise maks-toplam yöntemini kullanmaktadır [12].

4.2 Üç Atlamalı PLNC Sistemi İçin Rôle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi

Üç atlamalı PLNC sistemi için iletim şeması Şekil 4.2’de gösterilmiştir.



Şekil 4.2: Üç atlamalı PLNC sistemi.

Burada U_1 ve U_2 sırasıyla birinci ve ikinci kullanıcıyı, R_1 ve R_2 ise sırasıyla birinci ve ikinci röleyi göstermektedir. A_i birinci kullanıcının i . bilgi işaretini, B_i ise ikinci kullanıcının i . bilgi işaretini göstermektedir.

Çift-yönlü ve üç atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistem için başarımlı metriği olarak ulaşılabilir hız bölgesi kullanılmıştır. Bu sistem için ulaşılabilir hız bölgesi zaman aralıkları eşit ve $1/3$ ve bit hızları eşit ve R olmak üzere aşağıdaki koşulları sağlayan noktaların bütünüdür:

$$R \leq \frac{1}{3} \min\{C(P|X_1|^2), C(P|X_2|^2), C(P|X_3|^2)\} \quad (4.51)$$

$$2R \leq \frac{1}{3} \{C(P|X_1|^2 + P|X_2|^2 + P|X_3|^2)\} \quad (4.52)$$

Burada X_1 birinci kullanıcıdan birinci röleye, X_2 birinci röleden ikinci röleye, X_3 ise ikinci röleden ikinci kullanıcıya olan kanal sönmleme katsayısını göstermektedir.

$C(x) = \log_2(1 + x)$ olarak ifade edilir.

Bundan sonraki bölümlerde çeşitli röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıklarının kuramsal analizi yapılmıştır.

4.2.1 Seçmesiz yöntem

Çift-yönlü ve üç atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı şu şekildedir:

$$P_{NS3} = 1 - \gamma_3 \left[\left(\frac{2^{3R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{6R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.53)$$

Buradaki $\gamma_3(.)$ işlevinin çıkarımı Ek-A' da verilmektedir.

4.2.2 Eniyi seçim yöntemi

Çift-yönlü ve üç atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemde eniyi seçme yönteminin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{OS2} = P_{NS2} P_{NS2} \dots P_{NS2} = [P_{NS2}]^K \quad (4.54)$$

şeklinde ifade edilir. Burada K röle sayısını göstermektedir.

4.2.3 Maks-min yöntemi

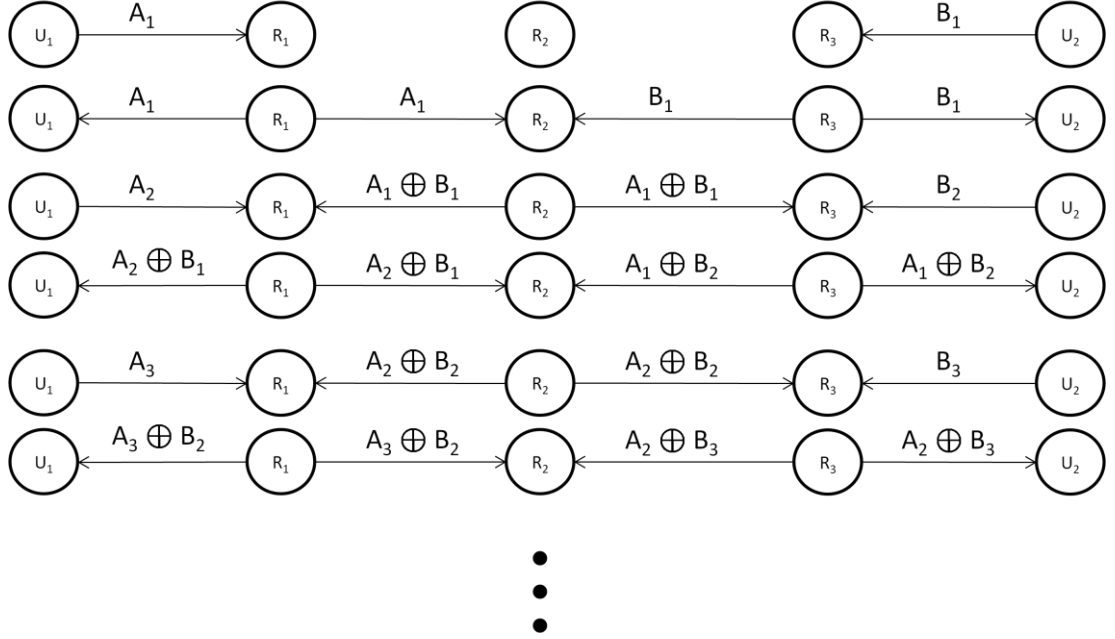
Çift-yönlü ve üç atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemde maks-min seçme yönteminin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MMS3} = 1 - \Omega_3 \left[\left(\frac{2^{3R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{6R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.55)$$

olarak ifade edilir. Burada Ω_3 işlevinin çıkarımı Ek-B' de verilmektedir.

4.3 Dört Atlamalı PLNC Sistemi İçin Röle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının Kuramsal Analizi

Dört atlamalı PLNC sistemi için iletim şeması Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Dört atlamalı PLNC sistemi.

Burada U_1 ve U_2 sırasıyla birinci ve ikinci kullanıcıyı, R_1 , R_2 ve R_3 ise sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü röleyi göstermektedir. A_i birinci kullanıcının i . bilgi işaretini, B_i ise ikinci kullanıcının i . bilgi işaretini göstermektedir.

Çift-yönlü ve üç atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistem için başarımlı metriği olarak ulaşılabilir hız bölgesi kullanılmıştır. Bu sistem için ulaşılabilir hız bölgesi zaman aralıkları eşit ve $1/4$ ve bit hızları eşit ve R olmak üzere aşağıdaki koşulları sağlayan noktaların bütünüdür:

$$R \leq \frac{1}{4} \min\{C(P|X_1|^2), C(P|X_2|^2), C(P|X_3|^2), C(P|X_4|^2)\} \quad (4.56)$$

$$2R \leq \frac{1}{4} \{C(P|X_1|^2 + P|X_2|^2 + P|X_3|^2) + P|X_4|^2\} \quad (4.57)$$

Burada X_1 birinci kullanıcıdan birinci röleye, X_2 birinci röleden ikinci röleye, X_3 ikinci röleden üçüncü röleye, X_4 ise üçüncü röleden ikinci kullanıcıya olan kanal katsayısını göstermektedir. $C(x) = \log_2(1 + x)$ olarak ifade edilir.

Bundan sonraki bölümlerde çeşitli röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıklarının kuramsal analizi yapılmaktadır.

4.3.1 Seçmesiz yöntem

Çift-yönlü ve dört atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı şu şekildedir:

$$P_{NS4} = 1 - \gamma_4 \left[\left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{8R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.58)$$

Burada $\gamma_4(.)$ işlevinin çıkarımı Ek-C' de verilmektedir.

4.3.2 Eniyi seçim yöntemi

Çift-yönlü ve dört atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemde eniyi seçme yönteminin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{OS4} = P_{NS4} P_{NS4} \dots P_{NS4} = [P_{NS4}]^K \quad (4.59)$$

şeklinde ifade edilir. Burada K röle sayısını göstermektedir.

4.3.3 Maks-min yöntemi

Çift-yönlü ve dört atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemde maks-min seçme yönteminin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MMS4} = 1 - \Omega_4 \left[\left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{8R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.60)$$

olarak ifade edilir. $\Omega_4(.)$ işlevinin çıkarımı Ek-D' de verilmektedir.

4.4 PLNC Protokolü İçin Röle Seçim Algoritmalarının Servis Dışı Kalma Olasılıklarının N Atlamaya Genelleştirilmesi

Bu alt bölümde N atlamalı PLNC protokolü için seçmesiz yöntem, eniyi seçim yöntemi ve maks-min seçim yönteminin servis dışı kalma olasılığı ifadeleri elde edilmektedir.

Çift-yönlü ve N atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistem için başarımlı metriği olarak ulaşılabilir hız bölgesi kullanılmıştır. Bu sistem için ulaşılabilir hız bölgesi zaman aralıkları eşit ve $1/N$ ve bit hızları eşit ve R olmak üzere aşağıdaki koşulları sağlayan noktaların bütünüdür:

$$R \leq \frac{1}{N} \min\{C(P|X_1|^2), C(P|X_2|^2), \dots, C(P|X_N|^2)\} \quad (4.61)$$

$$2R \leq \frac{1}{N} \{C(P|X_1|^2 + P|X_2|^2 + \dots + P|X_N|^2)\} \quad (4.62)$$

Burada X_1 birinci kullanıcıdan birinci röleye, X_2 birinci röleden ikinci röleye, X_N ise $(N-1)$. röleden ikinci kullanıcıya olan kanal sönümleme katsayısını göstermektedir. $C(x) = \log_2(1 + x)$ olarak ifade edilir.

Bundan sonraki bölümlerde seçmesiz yöntem, eniyi seçim yöntemi ve maks-min seçim yöntemlerinin servis dışı kalma olasılıklarının N atlamaya genelleştirmesi yapılmıştır.

4.4.1 Seçmesiz yöntem

Çift-yönlü ve iki atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{NS2} = 1 - \gamma_2 \left[\left(\frac{2^{2R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.63)$$

idi. Üç atlamalı sistem için:

$$P_{NS3} = 1 - \gamma_3 \left[\left(\frac{2^{3R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{6R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.64)$$

idi. Dört atlamalı sistem için

$$P_{NS4} = 1 - \gamma_4 \left[\left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{8R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.65)$$

idi. O halde N atlamalı sistem için:

$$P_{NS N} = 1 - \gamma_N \left[\left(\frac{2^{NR} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{2NR} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.66)$$

olarak elde edilir. Ancak $\gamma_N(.)$ işlevinin de diğer işlevler yardımıyla genelleştirilmesi gerekmektedir. Bu işlevin genelleştirilmesi Ek-E' de verilmektedir.

4.4.2 Eniyi seçim yöntemi

Çift-yönlü ve iki atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{OS2} = P_{NS2} P_{NS2} \dots P_{NS2} = [P_{NS2}]^K \quad (4.67)$$

idi. Üç atlamalı sistem için:

$$P_{OS3} = P_{NS3} P_{NS3} \dots P_{NS3} = [P_{NS3}]^K \quad (4.68)$$

idi. Dört atlamalı sistem için

$$P_{OS4} = P_{NS4} P_{NS4} \dots P_{NS4} = [P_{NS4}]^K \quad (4.69)$$

idi. O halde N atlamalı sistem için:

$$P_{OS N} = P_{NS N} P_{NS N} \dots P_{NS N} = [P_{NS N}]^K \quad (4.70)$$

olarak elde edilir. Burada K röle sayısını, N atlama sayısını göstermektedir.

4.4.3 Maks-min yöntemi

Çift-yönlü ve iki atlamalı, PLNC DF yöntemini kullanan sistemin servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MMS2} = 1 - \Omega_2 \left[\left(\frac{2^{2R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.71)$$

idi. Üç atlamalı sistem için:

$$P_{MMS3} = 1 - \Omega_3 \left[\left(\frac{2^{3R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{6R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.72)$$

idi. Dört atlamalı sistem için

$$P_{MMS4} = 1 - \Omega_4 \left[\left(\frac{2^{4R} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{8R} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.73)$$

idi. O halde N atlamalı sistem için:

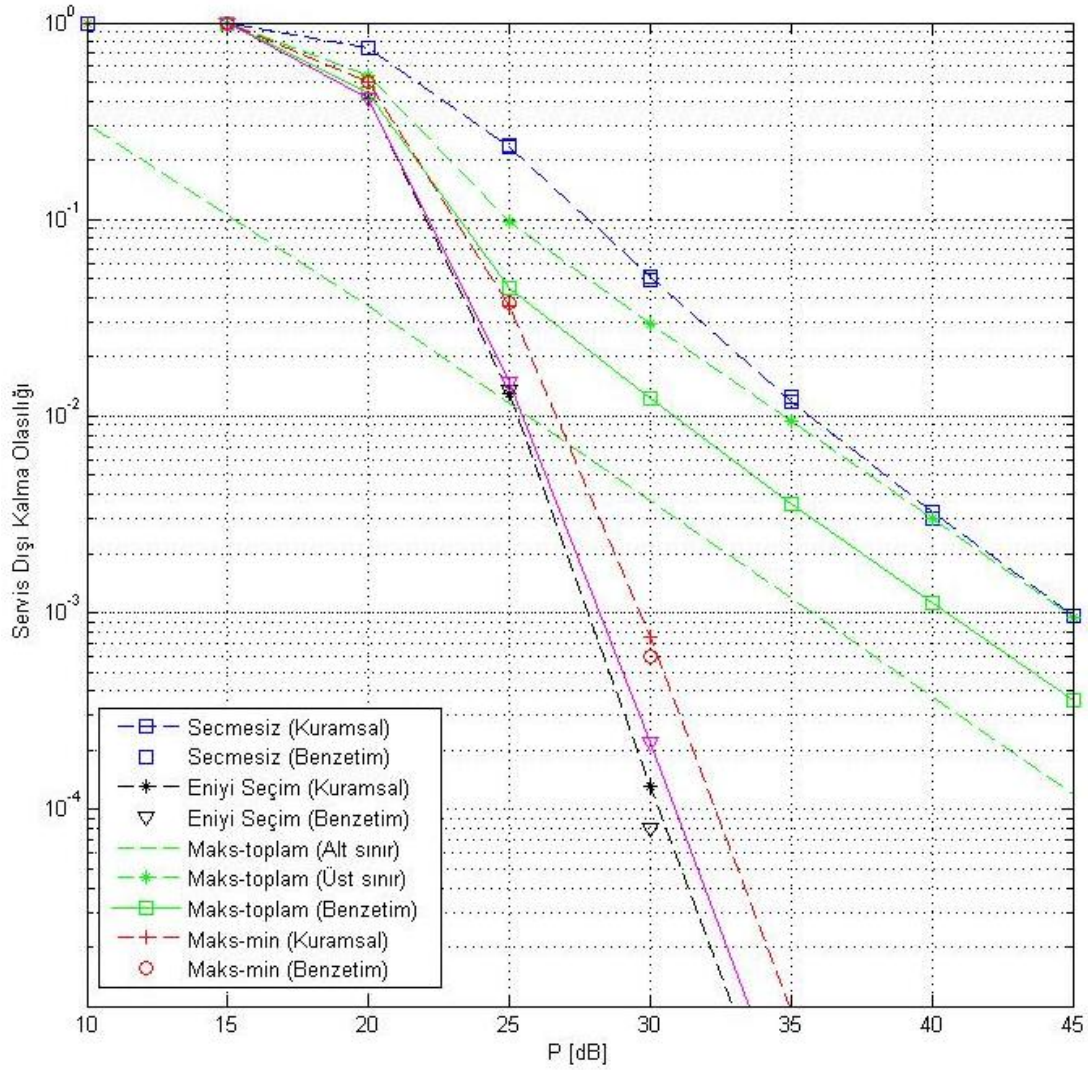
$$P_{MMS N} = 1 - \Omega_N \left[\left(\frac{2^{NR} - 1}{P} \right), \left(\frac{2^{2NR} - 1}{P} \right), 1 \right] \quad (4.74)$$

olarak elde edilir. Ancak Ω_N işlevinin de diğer işlevler yardımıyla genelleştirilmesi gerekmektedir. Bu işlevin genelleştirilmesi ise Ek-F' de verilmektedir.

4.5 Başarım Değerlendirmesi

Bu bölümde, çok atlamalı PLNC sistemlerde röle seçme yöntemleri için elde edilen kuramsal sonuçlar ve bilgisayar benzetim sonuçları verilmektedir.

İlk olarak 2 atlamalı temel PLNC sistemi için seçmesiz yöntem, maks-min yöntemi, maks-toplam yöntemi, eniyi yöntem ve karma yöntemin kuramsal ve benzetim sonuçları incelenmiştir. Sonuçlar Şekil 4.4'te görülmektedir.

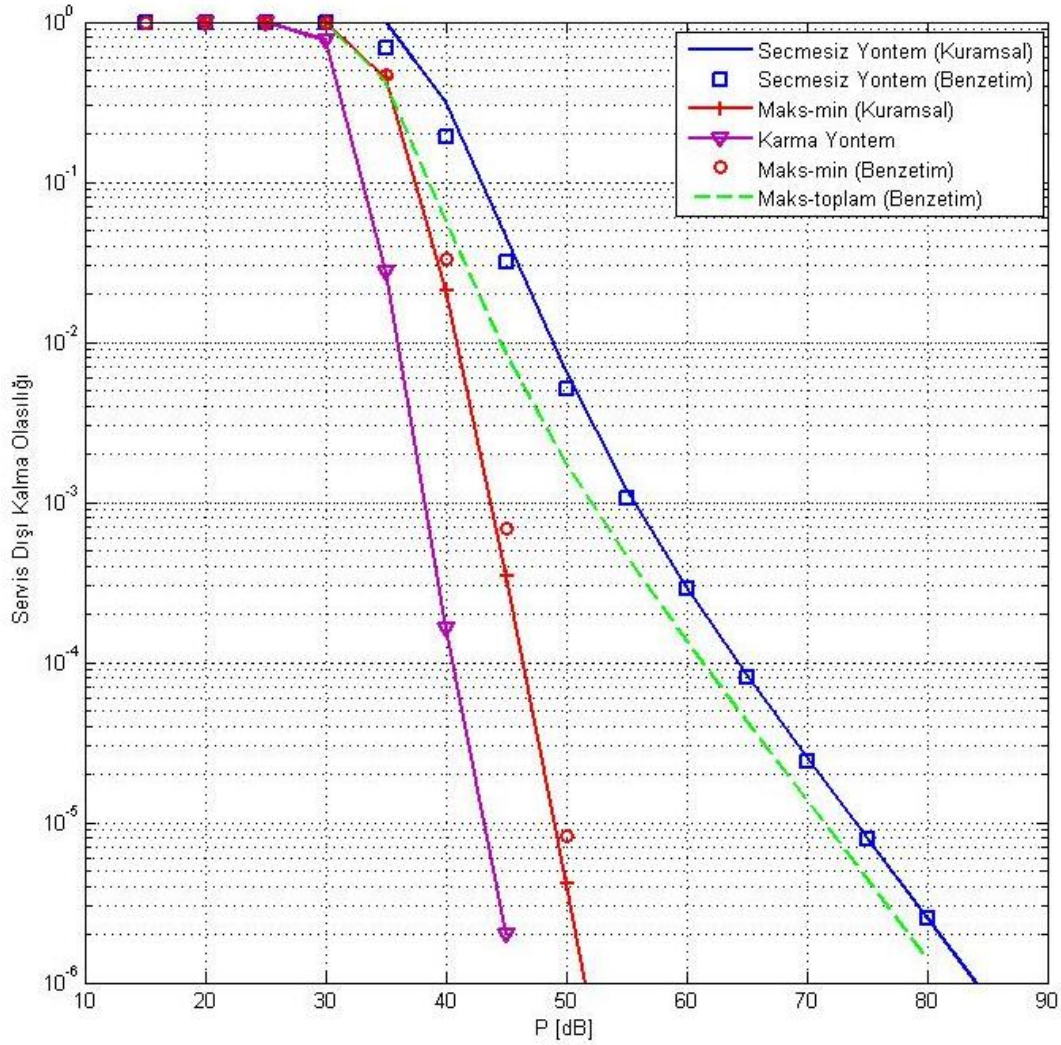


Şekil 4.4: İki atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.

Sistemde röle sayısı 3 ve bit hızı 2 olarak alınmıştır. Sonuçlardan açıkça görülmektedir ki, seçmesiz yöntem mevcut kanal çeşitleme derecesinden yararlanamamakta ve en kötü servis dışı kalma başarımını sağlamaktadır. Çeşitleme kazancının 1'e eşit olduğu görülmektedir. Öte yandan eniyi seçme yönteminin en düşük servis dışı kalma olasılığını sağladığı ve en yüksek çeşitleme derecesi olan K 'yi sağladığı görülmektedir. Maks-min yönteminin başarımı özellikle dikkat çekmektedir. K çeşitleme derecesini sağlamakta ve yüksek SNR değerlerinde eniyi seçme yöntemi ile arasında yaklaşık 2 dB fark bulunmaktadır. Bu sonuçtan, maks-min yönteminin çok atlamalı PLNC sistemler için iyi bir röle seçme tekniği olduğu anlaşılmaktadır. Maks-toplam yönteminin özellikle düşük SNR bölgesinde (<22 dB) maks-min yöntemine göre daha başarılı olduğu, ancak yüksek SNR değerlerinde çeşitleme kazancının 1'e eşit olduğu görülmektedir. Bu nedenle maks-toplam

yöntemi verimli bir seçme yöntemi değildir, ancak yine de seçmesiz yöntemle göre iletim gücünde yaklaşık 5 dB'lık kazanç sağlamaktadır. Bunlara ek olarak karma yöntemin, maks-min ve maks-toplam yöntemlerinin avantajlarından iyi bir şekilde faydalandığı ve yüksek SNR değerlerinde eniyi seçme yönteminden yaklaşık 0.5 dB daha kötü olduğu görülmektedir. Son olarak, kuramsal analiz sonuçları da eklenmiş ve sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür. 10^{-3} servis dışı kalma oranını sağlamak için seçmesiz yöntem 45 dB iletim gücüne gereksinim duyarken, maks-toplam yöntemi yaklaşık 40 dB, maks-min yöntemi yaklaşık 29 dB, karma yöntem yaklaşık 27,5 dB ve eniyi seçme yöntemi ise yaklaşık 27 dB iletim gücüne gereksinim duymaktadır.

İkinci olarak üç atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları incelenmiştir. Sistemde her atlamadaki röle sayısı 3 ve iki kaynağın da bit hızı 2 olarak alınmıştır. İki atlamalı temel PLNC protokolünde her bir iletim düğümü işaretlerini P gücü ile iletirken, üç atlamalı durumda toplam iletim gücünü sabit tutmak amacıyla her bir düğümün $3P/4$ gücü ile iletim yapması sağlanmıştır. Sonuçlar Şekil 4.5'te görülmektedir.



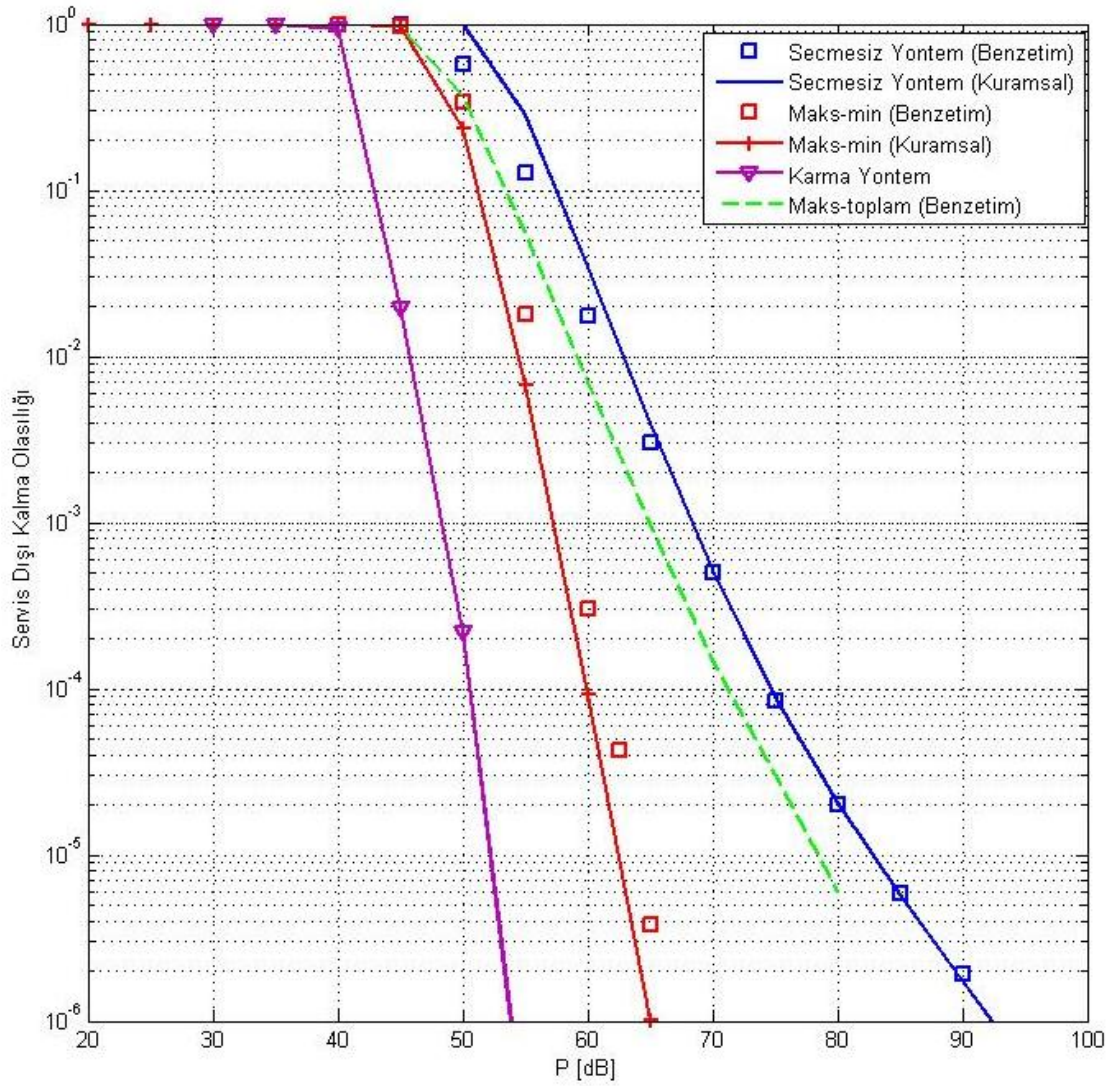
Şekil 4.5: Üç atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.

Bu sonuçtan da açıkça görülmektedir ki, atlama sayısı artmasına rağmen maks-min röle seçme yöntemi en yüksek çeşitleme derecesini sağlamaktadır. Maks-toplam yöntemi ise yine seçmesiz yöntemle göre daha iyi başarımlar sağlasa da, artan SNR değerlerine rağmen çeşitleme kazancı 1 olarak sabit kaldığı için verimli olmamaktadır. Bunun yanı sıra hem maks-toplam yönteminin düşük SNR değerlerindeki avantajından, hem de maks-min yönteminin yüksek SNR değerlerindeki avantajından faydalanan karma yöntemin yine çok iyi başarımlar sağladığı görülmektedir. Son olarak seçmesiz yöntem ve maks-min yönteminin kuramsal servis dışı kalma analizleri sonucu elde edilen eğriler de Şekil 4.5'te verilmiştir. Sonuçların benzetim sonuçlarıyla yakın çıktığı görülmektedir. Maks-min yöntemindeki kuramsal ve benzetim sonuçları arasındaki farklılık, kuramsal analizde

hesap karmaşıklığını önlemek için kabul edilen bir yakınsamanın neden olduğu hatanın artan atlama sayısı ile birlikte artmasıdır.

Üç atlamalı PLNC protokolünde 10^{-3} servis dışı kalma oranını sağlamak için seçmesiz yöntem yaklaşık 55 dB iletim gücüne gereksinim duyarken, maks-toplam yöntemi yaklaşık 51 dB, maks-min yöntemi yaklaşık 43 dB ve karma yöntem ise yaklaşık 38 dB iletim gücüne gereksinim duymaktadır.

Daha sonra dört atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları incelenmiştir. Sistemde her atlamadaki röle sayısı 3 ve iki kaynağın da bit hızı 2 olarak alınmıştır. İki atlamalı temel PLNC protokolünde her bir iletim düğümü işaretlerini P gücü ile iletirken, dört atlamalı durumda toplam iletim gücünü sabit tutmak amacıyla her bir düğümün $3P/5$ gücü ile iletim yapması sağlanmıştır. Sonuçlar Şekil 4.6'da görülmektedir.

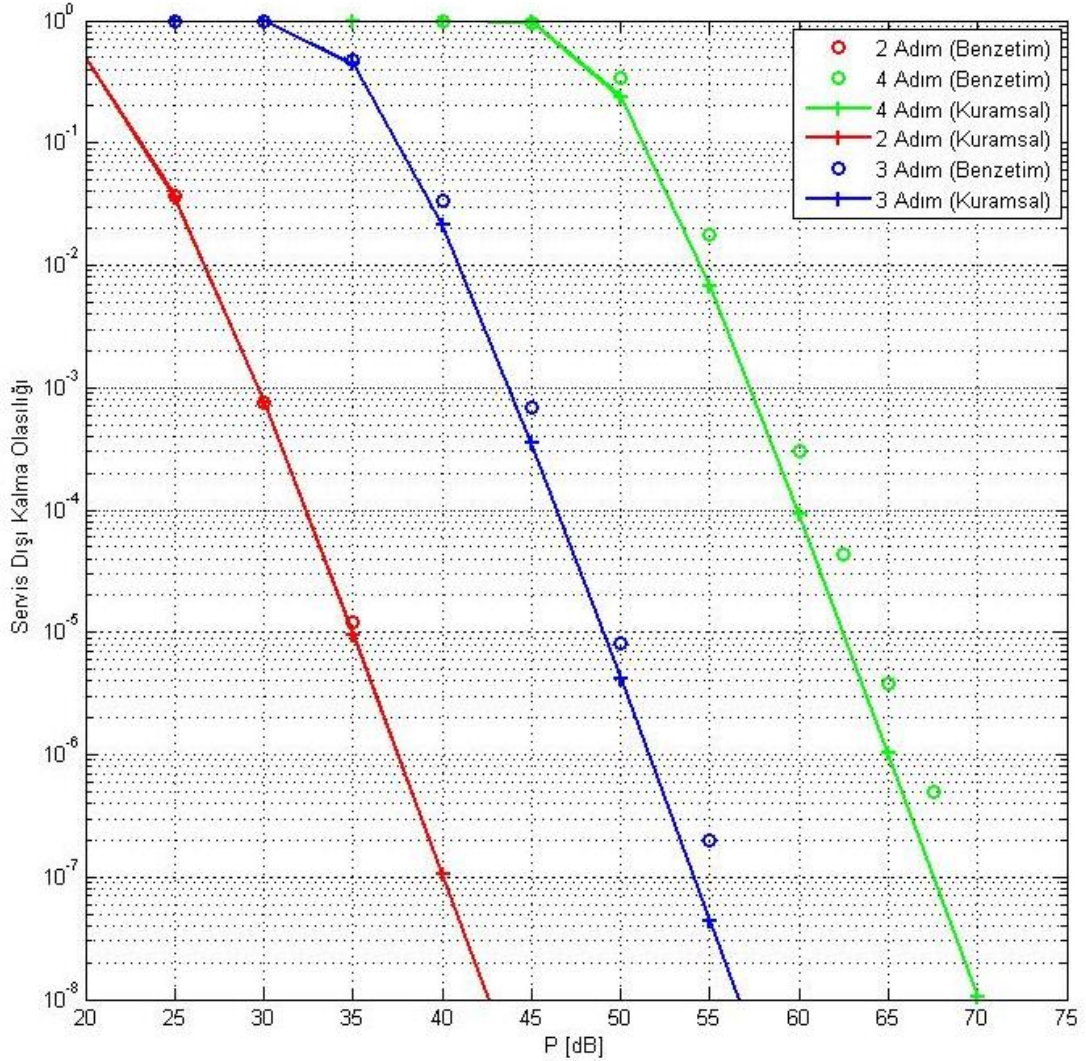


Şekil 4.6: Dört atlamalı PLNC protokolünde röle seçme tekniklerinin servis dışı kalma olasılıkları.

Eğrilerden de görüldüğü üzere, atlama sayısı dört olmasına rağmen maks-min röle seçme yöntemi en yüksek çeşitleme derecesini sağlamaktadır. Maks-toplam yöntemi, artan SNR değerlerine rağmen çeşitleme kazancı 1 olarak sabit kaldığı için yine verimli olmamaktadır. Karma yöntem ise yine çok iyi başarımlar sağlamaktadır. Son olarak seçmesiz yöntem ve maks-min yönteminin kuramsal servis dışı kalma analizleri yapılmış, elde edilen eğriler de Şekil 4.6'da verilmiştir. Sonuçların benzetim sonuçlarıyla yakın çıktığı görülmektedir.

Dört atlamalı PLNC protokolünde 10^{-3} servis dışı kalma oranını sağlamak için seçmesiz yöntem yaklaşık 69 dB iletim gücüne gereksinim duyarken, maks-toplam yöntemi yaklaşık 65 dB, maks-min yöntemi yaklaşık 57 dB ve karma yöntem ise yaklaşık 48 dB iletim gücüne gereksinim duymaktadır.

Daha sonra, iki, üç ve dört atlama için elde edilen maks-min yönteminin servis dışı kalma olasılıklarının kuramsal analizleri ve benzetim sonuçları karşılaştırılmıştır. Her atlamadaki röle sayısı 3 ve her iki kaynağın bit hızı da 2 olarak alınmıştır. Sistemin toplam iletim gücü sabit tutulmuştur. Karşılaştırma sonucu Şekil 4.7’de gösterilmiştir.



Şekil 4.7: İki, üç ve dört atlamalı durumlarda maks-min yönteminin servis dışı kalma olasılıkları.

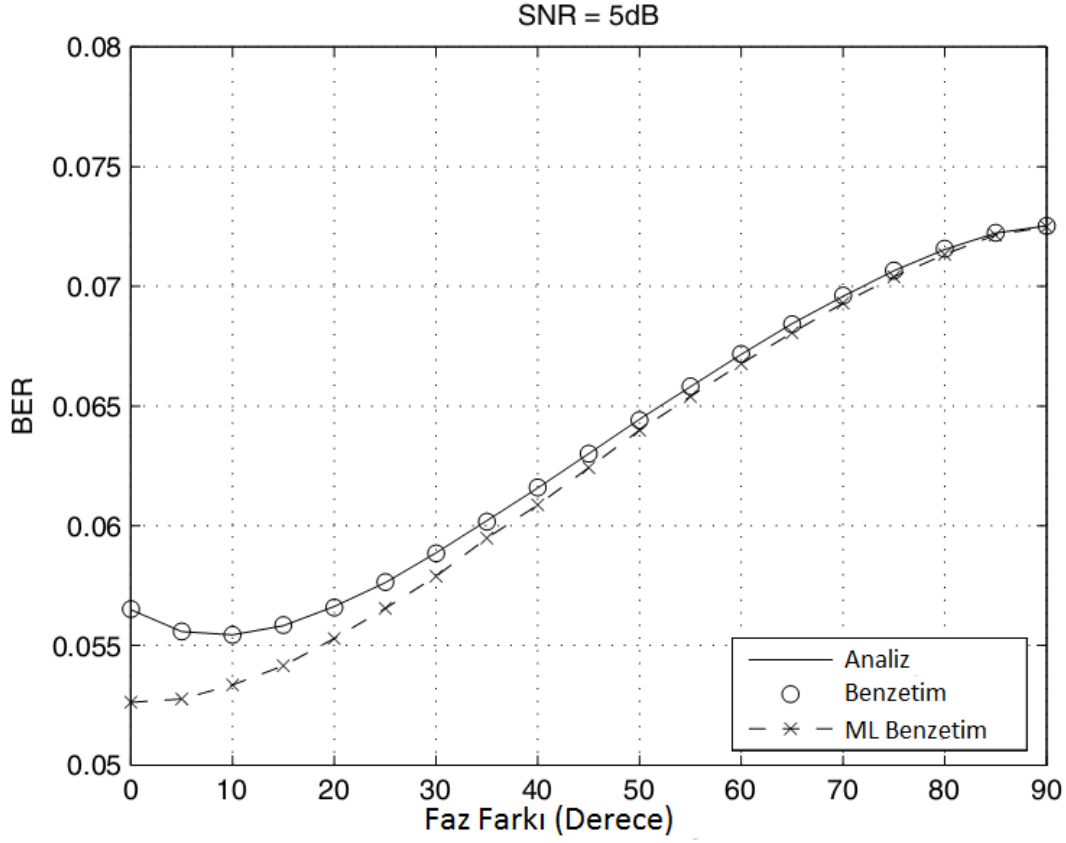
Eğrilerden de görüldüğü üzere artan atlama sayısı ile birlikte servis dışı kalma olasılığı artmaktadır. Ancak çeşitleme derecesi sabit kalmaktadır. Servis dışı kalma olasılıkları 10^{-8} mertebelerine indirilerek sonuçlar incelenmiş ve sonuçların tutarlı bir şekilde devam ettiği gözlenmiştir.

5. ÇOK ATLAMALI PLNC PROTOKOLÜNÜN BİT HATA BAŞARIMI

Bu bölümde çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata başarımının kuramsal analizi ve benzetim sonuçları verilmektedir. Önce iki atlamalı temel PLNC sistemi ele alınmakta, daha sonra üç ve dört atlama için de bit hata olasılığı ifadeleri çıkarılmakta ve hata başarım ifadeleri N atlamaya genelleştirilmektedir. Daha sonra değişik bir çok atlama protokolü için üç, dört, beş ve altı atlama için bit hata olasılığı ifadeleri çıkarılmakta ve hata başarım ifadeleri N atlamaya genelleştirilmektedir. Son olarak kuramsal analiz sonuçları bilgisayar benzetimleriyle karşılaştırılmaktadır.

5.1 Çok Atlamalı PLNC Protokolünün Bit Hata Olasılığı

Bu alt bölümde çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı analizlerine yer verilmektedir. Ele alınan sistemlerde U_1 ve U_2 birbirlerine bilgi ileten iki kaynaktır. Ancak uzaklık ve sönümleme nedeniyle aralarında doğrudan iletim mümkün olmadığından, simgelerini $j = 1, 2, \dots, N - 1$ olmak üzere aradaki R_j röleleri üzerinden birbirlerine gönderdikleri varsayalım. A_i ve B_i sırasıyla U_1 ve U_2 kaynaklarının i . simgelerini göstermektedir. İki kaynak U_1 ve U_2 , 'nin iletim güçleri sırasıyla E_1 , E_2 ve R_j rölesinin iletim gücü E_{rj} olarak gösterilmekte ve $E_1 = E_2 = E_{r1} = E_{r2} = \dots = E_{r(N-1)} = 1$ varsayılmaktadır. Sistemlerde BPSK modülasyonu kullanıldığı, $i = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere kanal sönümleme katsayılarının genlikleri $|h_i|$ 'lerin Rayleigh dağılımlı olduğu ve $E[|h_i|^2] = P_i$ olduğu varsayılmaktadır. Şekil 5.1'de kanal sönümleme katsayılarının fazlarının sıfır olarak alınmasının BER analizine etkisinin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu görülmektedir [11].

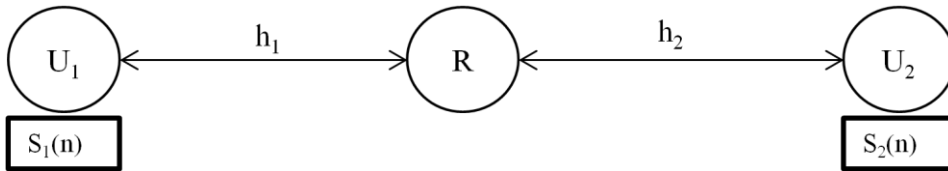


Şekil 5.1: PLNC protokolünde kanal sönümleme katsayılarının çeşitli faz farkı değerleri için röledeki anlık BER eğrileri.

Şekil 5.1’de h_1 ve h_2 kanal sönümleme katsayıları arasındaki faz farkının çeşitli değerleri için en yakın komşuluk ve en yüksek benzerlik yöntemlerinin hata başarımları görülmektedir.

5.1.1 İki atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı

Bu alt bölümde iki atlamalı PLNC protokolünün kuramsal BER analizi incelenmektedir. İncelenen sistem modeli Şekil 5.2’de görülmektedir [13].



Şekil 5.2: İki atlamalı PLNC sistem modeli.

h_1 ve h_2 sırasıyla birinci kaynak ile röle ve röle ile ikinci kaynak arasındaki kanal sönümleme katsayılarını göstermektedir.

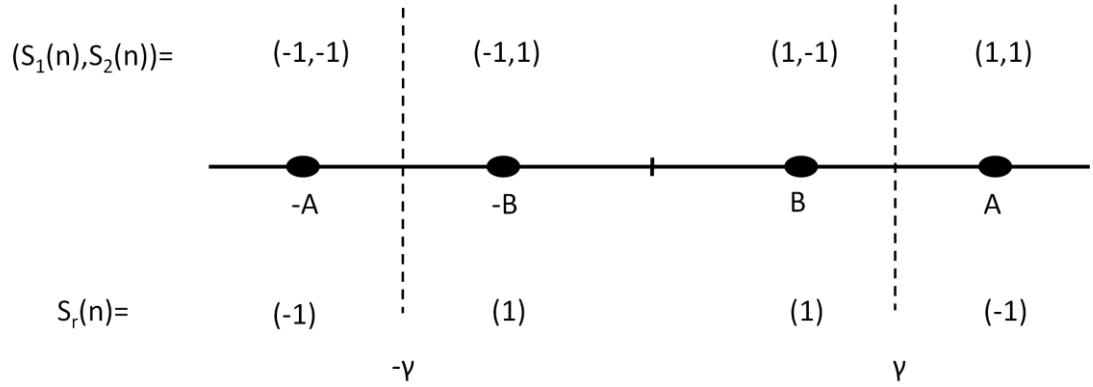
Birinci kaynağın n . bit aralığında ilettiği bilgi biti $b_1(n)$, ikinci kaynağın $b_2(n)$ ile gösterilmektedir. Sırasıyla birinci ve ikinci kaynağın bilgi bitleri $b_1(n)$ ve $b_2(n) \in \{0,1\}$, bu bilgi bitlerine karşı gelen simgeler ise $S_1(n)$ ve $S_2(n)$ olarak gösterilmektedir. Bilgi bitleri ile simgeler arasındaki ilişki:

$$S_i(n) = \begin{cases} 1, & b_i(n) = 1 \text{ ise} \\ -1, & b_i(n) = 0 \text{ ise,} \end{cases} \quad (5.1)$$

olarak verilir.

İletilen simgelerin fazlarının rölede eş zamanlı olarak alındığı ve $|h_1| > |h_2|$ olduğu varsayılmaktadır.

İlk zaman aralığında her iki kaynak da $S_1(n)$ ve $S_2(n)$ simgelerini eş zamanlı olarak röleye iletmektedirler. Rölede alınan işarete karar verilerek ikinci zaman aralığında iletilecek işaret belirlenmektedir. Karar bölgeleri Şekil 5.3'te görülmektedir.



Şekil 5.3: Rölede alınan işaret için karar bölgeleri.

Burada , $A = ||h_1|\sqrt{E_1} + |h_2|\sqrt{E_2}|$, $B = ||h_1|\sqrt{E_1} - |h_2|\sqrt{E_2}|$ olarak ifade edilir. γ parametresi karar eşliğini göstermektedir. Rölede alınan işaret:

$$y_r(n) = h_1\sqrt{E_1} S_1(n) + h_2\sqrt{E_2} S_2(n) + u_r(n) \quad (5.2)$$

olarak verilmektedir. $u_r(n)$, röledeki toplamsal beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir.

Alınan işaret $y_r(n)$, $[-\gamma, \gamma]$ aralığında ise röleden iletilecek işaret $S_r(n) = 1$, bu aralığın dışında ise $S_r(n) = -1$ olmaktadır. Röleden kaynaklara iletilecek simge $\hat{S}_r(n)$ olarak gösterilir. $S_r(n)$ olarak gösterilmemesinin nedeni, rölede alınan işaretin sönmüleme ve gürültüden etkilendikten sonra karar devresine girmesi ve dolayısıyla hatalı olma

ihhtimalidir. İkinci zaman aralığında kaynaklar röleden aldıkları $\hat{S}_r(n)$ işaretini çözmekte ve daha sonra çözülen $\hat{\hat{S}}_r(n)$ simgesinden kendilerine ait bilgiyi de kullanarak karşı kaynağın bilgisini elde etmektedirler. Örneğin U_1 , kendine ait $S_1(n)$ simgesini kullanarak $\hat{\hat{S}}_r(n)$ simgesinden $\hat{S}_2(n)$ simgesini elde etmektedir. $\hat{S}_2(n)$ için karar kuralları:

$$(\hat{\hat{S}}_r(n) = -1 \text{ ve } S_1(n) = -1) \text{ veya } (\hat{\hat{S}}_r(n) = 1 \text{ ve } S_1(n) = 1) \Rightarrow \hat{S}_2(n) = -1 \quad (5.3)$$

$$(\hat{\hat{S}}_r(n) = 1 \text{ ve } S_1(n) = -1) \text{ veya } (\hat{\hat{S}}_r(n) = -1 \text{ ve } S_1(n) = 1) \Rightarrow \hat{S}_2(n) = 1 \quad (5.4)$$

olarak verilir. Benzer şekilde U_2 'de $\hat{S}_1(n)$ elde edilebilir.

Ortalama BER olasılığının analiz edileceği bu sistemde kanalın Rayleigh olduğu varsayılmıştır. $S_1(n)$ ve $S_2(n)$ simgelerinin BER olasılığı aynı olacağından U_1 'de karar verilen $\hat{S}_2(n)$ simgesinin hatalı olması durumu incelenirse, hata olması için iki durum vardır. Birinci durum, hatanın ilk zaman aralığında gerçekleşmesidir. Bu durumda rölede iki kaynağın işaretleri çözüldükten sonra kodlanan $\hat{S}_r(n)$ simgesi hatalı olmakta ve röleden U_1 'e olan iletimde de hata yayılmaktadır. İkinci durum ise hatanın ikinci zaman aralığında gerçekleşmesidir. Bu durumda röledeki $\hat{S}_r(n)$ simgesi hatasızdır, ancak röleden U_1 'e olan iletimde hata yapılmakta ve $\hat{S}_2(n)$ simgesi hatalı olmaktadır.

Bit hata olasılığı hesaplaması için kaynaktan röleye olan iletim ve röleden kaynağa olan iletim ayrı ayrı hesaplanacaktır. İlk olarak röledeki $\hat{S}_r(n)$ simgesinin BER olasılığını ele alalım. MAC evresinde her iki kaynak da iletim yapmakta ve rölede alınan işaret [13]:

$$y_r(n) = h_1\sqrt{E_1}S_1(n) + h_2\sqrt{E_2}S_2(n) + u_r(n) \quad (5.5)$$

olarak gösterilmektedir. Burada $u_r(n)$, $N(0, \sigma_n^2)$ olan toplamsal beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir. Kanalın yavaş sönmülemeli olduğu ve h_1 ve h_2 'nin iki zaman aralığı boyunca sabit kaldığı varsayılmaktadır.

Hataları minimize eden en uygun karar eşiği:

$$\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(\gamma - A)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(\gamma + A)^2\right) \quad (5.6)$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(\gamma - B)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(\gamma + B)^2\right) \quad (5.7)$$

denkleminin çözülmesi ile elde edilebilir. Bu ifade,

$$\frac{\cosh \frac{\gamma A}{\sigma_n^2}}{\cosh \frac{\gamma B}{\sigma_n^2}} = \exp\left(\frac{1}{2\sigma_n^2}(A^2 - B^2)\right) \quad (5.8)$$

şeklinde de gösterilebilir. Bu ifade kapalı formda değildir. Ancak yüksek SNR değerlerinde A ve B , $3\sigma_n^2$ 'den daha büyük olacağından γ değeri $\frac{A+B}{2}$ 'ye yakınsar.

Karar eşiği olarak $\gamma = \frac{A+B}{2}$ alınırsa röledeki ortalama hata:

$$\overline{BER}_R \triangleq \Pr(\hat{b}_r \neq b_r | y_r(n)) \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} &= E_{\lambda_{min}} [Q(\lambda_{min})] \\ &+ \frac{1}{2} E_{\lambda_{min}, \lambda_{max}} [Q(2\lambda_{max} - \lambda_{min})] \\ &- \frac{1}{2} E_{\lambda_{min}, \lambda_{max}} [Q(2\lambda_{max} + \lambda_{min})] \end{aligned} \quad (5.10)$$

olarak verilir. Bu denklemde

$$\lambda_{min} = \min(|h_1| \sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}, |h_2| \sqrt{\frac{2E_2}{N_0}}) \quad (5.11)$$

$$\lambda_{max} = \max(|h_1| \sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}, |h_2| \sqrt{\frac{2E_2}{N_0}}) \quad (5.12)$$

olarak gösterilmiştir. b_r ve $\hat{b}_r$ sırasıyla $S_r(n)$ ve $\hat{S}_r(n)$ simgelerine ait bilgi bitlerini göstermektedir. $E_x[.]$, x rastlantı değişkenine ait beklenen değer işlemini, $Q(.)$ ise Gauss hata işlevini ifade etmektedir. Eşitlik, baskın Q işlevli terimle yakınsanırsa:

$$\overline{BER}_R \approx E_{\lambda_{min}} [Q(\lambda_{min})] \quad (5.13)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2}{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2 + P_1 \gamma_1 + P_2 \gamma_2}} \right) \quad (5.14)$$

olarak ifade edilebilir. Bu denklemde $\gamma_1 = \frac{E_1}{N_0}$ ve $\gamma_2 = \frac{E_2}{N_0}$ dir. Burada

$$Q(\lambda_{min}) > \frac{1}{2} \{ Q(2\lambda_{max} - \lambda_{min}) - Q(2\lambda_{max} + \lambda_{min}) \} \quad (5.15)$$

olduğundan diğer iki terimin kaldırılmasının BER analizine etkisi ihmal edilebilecek kadar küçüktür [13].

İkinci olarak röleden kaynağa iletim için ortalama bit hata olasılığını ele alalım. $\hat{S}_r(n)$ simgesi rölede kodlandıktan sonra BC evresinde her iki kaynağa da iletilmekte, alınan işaret hem U_1 hem de U_2 'de çözülerek karşı kaynağın bilgisi elde edilmektedir. İkinci zaman aralığında birinci ve ikinci kaynakta alınan işaretler sırasıyla:

$$y_{U_1} = h_1 \sqrt{E_r} \hat{S}_r(n) + u_{r_1}(n) \quad (5.16)$$

$$y_{U_2} = h_2 \sqrt{E_r} \hat{S}_r(n) + u_{r_2}(n) \quad (5.17)$$

olarak ifade edilir. Burada $u_{r_1}(n)$ ve $u_{r_2}(n)$ $N(0, \sigma_n^2)$ olan toplamsal beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir.

Bu adımda U_1 ve U_2 'deki ortalama BER ifadeleri sırasıyla:

$$\overline{BER}_{S_{r1}} \triangleq \Pr(\hat{\hat{b}}_r \neq \hat{b}_r | y_{U_1}(n)) \quad (5.18)$$

$$= E_{h1} \left[Q \left(|h_1| \sqrt{\frac{2E_r}{N_0}} \right) \right] \quad (5.19)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_1 E_r}{N_0 + P_1 E_r}} \right) \quad (5.20)$$

ve

$$\overline{BER}_{S_{r2}} \triangleq \Pr(\hat{b}_r \neq b_r | y_{U_2}(n)) \quad (5.21)$$

$$= E_{h2} \left[Q \left(|h_2| \sqrt{\frac{2E_r}{N_0}} \right) \right] \quad (5.22)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_2 E_r}{N_0 + P_2 E_r}} \right) \quad (5.23)$$

olarak ifade edilir.

PLNC'nin iki evresi için elde edilen BER ifadeleri göz önünde bulundurularak, U_1 'de elde edilen $\hat{S}_2(n)$ için uçtan uca ortalama BER ifadesi çıkarılırsa:

$$\overline{BER}_{S_2} \triangleq \Pr(\hat{b}_2 \neq b_2 | y_{U_1}(n) y_r(n)) \quad (5.24)$$

$$= P_r(\hat{b}_r \neq b_r | y_{U_1}(n), y_r(n)) \quad (5.25)$$

$$= \overline{BER}_R + \overline{BER}_{S_{r1}} - 2E[BER_R BER_{S_{r1}}] \quad (5.26)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki son terim iletim için BPSK modülasyonu kullanıldığından her iki zaman aralığında da hata olması durumunda doğru karar verilmesi durumunu ifade etmektedir. Bu ifadedeki iki terim birbirinden bağımsız olduğundan ifade:

$$\overline{BER}_{S_2} = \overline{BER}_R + \overline{BER}_{S_{r1}} - 2 \cdot \overline{BER}_R \cdot \overline{BER}_{S_{r1}} \quad (5.27)$$

haline dönüşür. Benzer şekilde U_2 'de elde edilen $\hat{S}_1(n)$ için ortalama BER:

$$\overline{BER}_{S_1} \triangleq \Pr(\hat{b}_2 \neq b_2 | y_{U_2}(n) y_r(n)) \quad (5.28)$$

$$= P_r(\hat{b}_r \neq b_r | y_{U_2}(n), y_r(n)) \quad (5.29)$$

$$= \overline{BER}_R + \overline{BER}_{S_{r2}} - 2E[BER_R BER_{S_{r2}}] \quad (5.30)$$

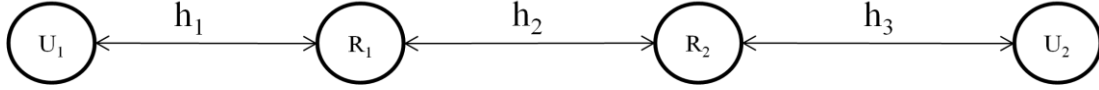
olarak ifade edilir [13]. Burada $2E[BER_R BER_{S_{r2}}]$ ifadesindeki iki terim birbirinden bağımsız olduğundan ifade:

$$\overline{BER}_{S_1} = \overline{BER}_R + \overline{BER}_{S_{r2}} - 2 \cdot \overline{BER}_R \cdot \overline{BER}_{S_{r2}} \quad (5.31)$$

haline dönüşür.

5.1.2 Üç atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı

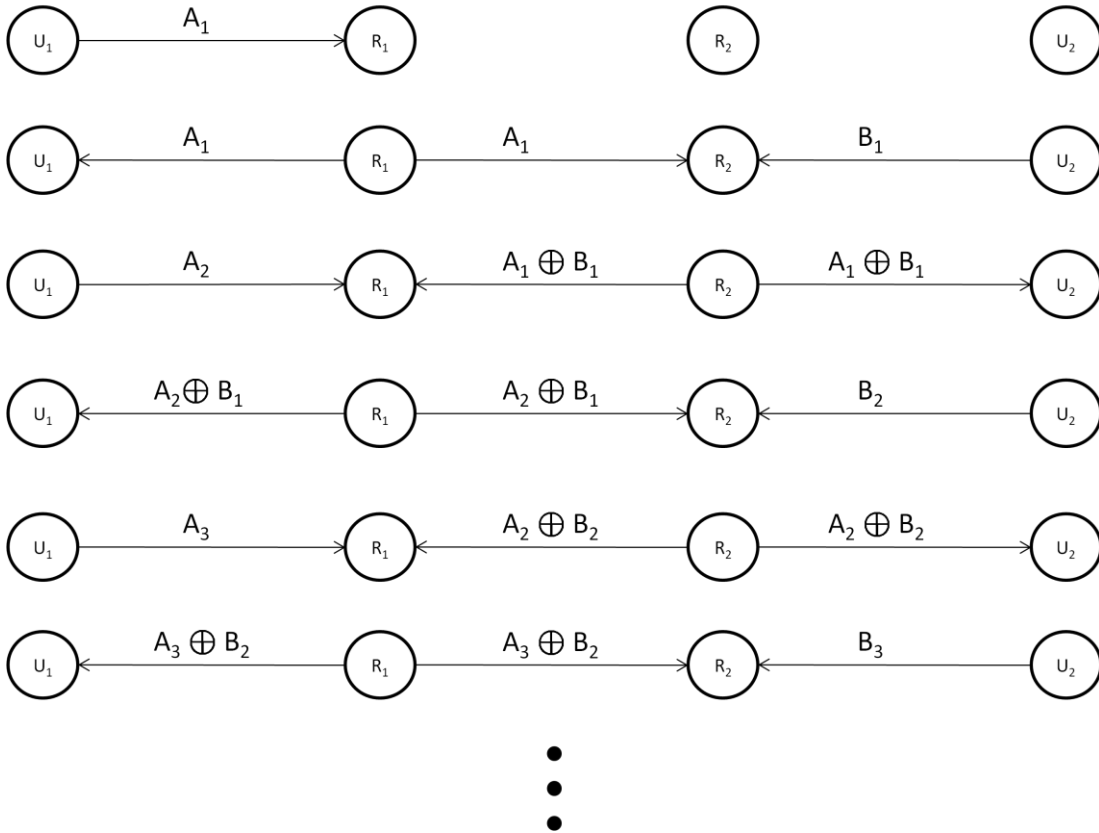
İncelenen sistem modeli Şekil 5.4'te görülmektedir.



Şekil 5.4: Üç atlamalı PLNC sistem modeli.

Burada U_1 ve U_2 birbirlerine bilgi ileten iki kaynaktır. Ancak uzaklık ve sönmüleme nedeniyle aralarında doğrudan iletim olmadığından, simgelerini aradaki R_1 ve R_2 röleleri üzerinden birbirlerine göndermektedirler. h_1 , h_2 ve h_3 sırasıyla birinci kaynak ile birinci röle, birinci röle ile ikinci röle ve ikinci röle ile ikinci kaynak arasındaki kanal sönmüleme katsayılarını göstermektedirler.

Üç atlamalı PLNC protokolünün iletim şeması Şekil 5.5'te verilmektedir.



Şekil 5.5: Üç atlamalı PLNC protokolünün iletim şeması.

Her iki kaynak bilgilerini karşılıklı iletmektedirler. A_i ve B_i sırasıyla U_1 ve U_2 kaynaklarının i . simgelerini göstermektedir. Her ikisinin de ortalama BER başarımları aynı olacağından sadece birinin hatalı olma durumları ele alınmıştır. Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata oluşması için üç durum vardır:

- 1) İlk röleye olan iletimde hata yapılması ve ilk röleden ikinci röleye ve ikinci röleden hedefe iletilmesinde hata yapılmamasına rağmen hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,
- 2) İlk röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleye olan iletimde hata yapılması ve son atlamada hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,
- 3) İlk röleye ve ikinci röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleden hedefe olan iletimde hata yapılması durumudur.

Üç durum için hata olasılıkları ayrı ayrı incelenecektir.

Sistemin bit hata başarımı çıkarılırken belirli bir anda yapılan hatanın, sonraki anları etkilememesi için önceki simgelerin doğru çözüldüğü varsayılmaktadır. Yani diğer bir deyişle bir simgede yapılan hata kendisini etkilemekte ancak kendisinden sonraki simgeleri etkilemediği kabul edilmektedir.

Üç durumun bit hata olasılığı ifadesi hesaplanmak istendiğinde, birinci ve ikinci durumun bit hata olasılığı ifadesinin iki atlamalı durumda röleye olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle, üçüncü durumun bit hata olasılığı ifadesinin ise röleden kaynağa olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle aynı olduğu görülmektedir. O nedenle üç durum için ortalama bit hata olasılığı ifadeleri sırasıyla:

$$\overline{BER}_{R_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2}{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2 + P_1 \gamma_1 + P_2 \gamma_2}} \right) \quad (5.32)$$

$$\overline{BER}_{R_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_2 P_3 \gamma_2 \gamma_3}{P_2 P_3 \gamma_2 \gamma_3 + P_2 \gamma_2 + P_3 \gamma_3}} \right) \quad (5.33)$$

$$\overline{BER}_{U_2} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_3 E_{r2}}{N_0 + P_3 E_{r2}}} \right) \quad (5.34)$$

olmaktadır. Burada $\overline{BER}_{R_1}$, $\overline{BER}_{R_2}$ ve $\overline{BER}_{U_2}$ sırasıyla birinci kaynağın bilgi işaretlerinin birinci röleye, ikinci röleye ve ikinci kaynağa iletilmesi durumlarındaki ortalama bit hata olasılığını ifade etmektedir.

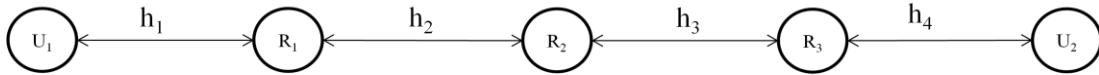
Her üç durum göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama bit hata olasılığı ifadesi:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_{S_1} = & \overline{BER}_{R_1} + \overline{BER}_{R_2} + \overline{BER}_{U_2} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{U_2} \\ & - 2 \cdot \overline{BER}_{R_2} \cdot \overline{BER}_{U_2} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{R_2} \end{aligned} \quad (5.35)$$

olarak elde edilir. İfadedeki eksi işaretli terimler, üç atlamanın herhangi ikisinde aynı anda hata yapılması durumunda doğru karar verilmesinden kaynaklanan terimlerdir.

5.1.3 Dört atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı

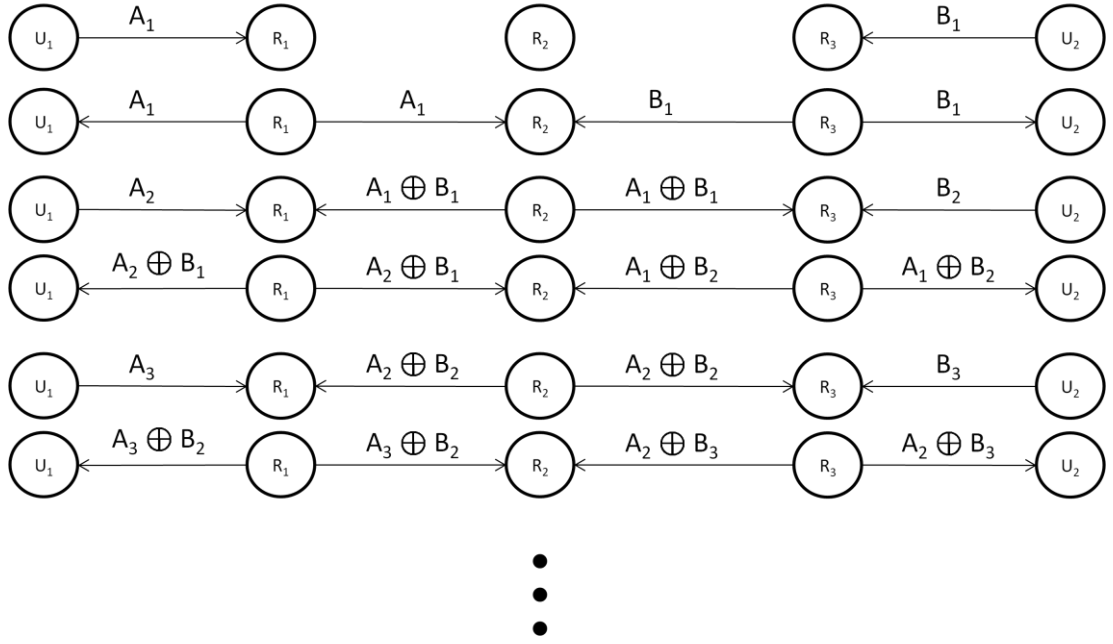
Bu alt bölümde dört atlamalı PLNC protokolünün kuramsal BER analizi yapılmaktadır. İncelenen sistem modeli Şekil 5.6'da görülmektedir.



Şekil 5.6: Dört atlamalı PLNC sistem modeli.

Burada U_1 ve U_2 birbirlerine bilgi ileten iki kaynaktır ve simgelerini aradaki R_1 , R_2 ve R_3 röleleri üzerinden birbirlerine göndermektedirler.

Dört atlamalı PLNC protokolünün iletim protokolü Şekil 5.7'de verilmektedir.



Şekil 5.7: Dört atlamalı PLNC protokolünün iletim şeması.

Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata oluşması için dört durum vardır:

- 1) İlk röleye olan iletimde hata yapılması ve hata yayılımından dolayı hedefte simgenin hatalı alınması durumu,
- 2) İlk röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleye olan iletimde hata yapılması ve sonraki adımlarda hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,
- 3) İlk röleye ve ikinci röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleden üçüncü röleye olan iletimde hata yapılması ve son atlamada hata yayılımı durumu,
- 4) Birinci, ikinci ve üçüncü röleye hatasız iletim yapıldıktan sonra üçüncü röleden ikinci kaynağa olan iletimde hata yapılması durumudur.

Dört durum için hata başarımları ayrı ayrı incelenecektir.

Dört atlamalı sistem için de bit hata olasılığı ifadesi çıkarılırken belirli bir zamanda yapılan hatanın, sonraki zamanları etkilememesi için önceki simgelerin doğru çözüldüğü varsayılmıştır. Yani diğer bir deyişle bir simgede yapılan hata kendisini etkilemekte ancak kendisinden sonraki simgeleri etkilemediği kabul edilmiştir.

Dört durumun bit hata olasılığı ifadeleri hesaplanmak istendiğinde birinci, ikinci ve üçüncü durumun bit hata olasılığı ifadelerinin iki atlamalı durumda röleye olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle, dördüncü durumun bit hata olasılığı ifadesinin ise röleden kaynağa olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle aynı olduğu görülmektedir. O nedenle dört durum için ortalama bit hata olasılığı ifadeleri sırasıyla:

$$\overline{BER}_{R_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2}{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2 + P_1 \gamma_1 + P_2 \gamma_2}} \right) \quad (5.36)$$

$$\overline{BER}_{R_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_2 P_3 \gamma_2 \gamma_3}{P_2 P_3 \gamma_2 \gamma_3 + P_2 \gamma_2 + P_3 \gamma_3}} \right) \quad (5.37)$$

$$\overline{BER}_{R_3} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_3 P_4 \gamma_3 \gamma_4}{P_3 P_4 \gamma_3 \gamma_4 + P_3 \gamma_3 + P_4 \gamma_4}} \right) \quad (5.38)$$

$$\overline{BER}_{U_2} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_4 E_{r3}}{N_0 + P_4 E_{r3}}} \right) \quad (5.39)$$

olmaktadır. Burada $\overline{BER}_{R_1}$, $\overline{BER}_{R_2}$, $\overline{BER}_{R_3}$ ve $\overline{BER}_{U_2}$ sırasıyla birinci kaynağın bilgi işaretlerinin birinci röleye, ikinci röleye, üçüncü röleye ve ikinci kaynağa iletilmesi durumlarındaki ortalama bit hata olasılığını ifade etmektedir.

Dört durum da göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama BER ifadesi:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_{S_1} = & \overline{BER}_{R_1} + \overline{BER}_{R_2} + \overline{BER}_{R_3} + \overline{BER}_{U_2} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{R_2} \\ & - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{R_3} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{U_2} \\ & - 2 \cdot \overline{BER}_{R_2} \cdot \overline{BER}_{R_3} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_2} \cdot \overline{BER}_{U_2} \\ & - 2 \cdot \overline{BER}_{R_3} \cdot \overline{BER}_{U_2} - 2 \cdot \overline{BER}_{R_1} \cdot \overline{BER}_{R_2} \cdot \overline{BER}_{R_3} \cdot \overline{BER}_{U_2} , \end{aligned} \quad (5.40)$$

olarak elde edilir. Burada eksi işaretli terimler dört atlamanın herhangi ikisinde veya dördünde birden hata yapılması durumunda doğru karar verilmesindendir.

5.1.4 Çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığının N atlama için genelleştirilmesi

Bundan önceki bölümlerde iki, üç ve dört atlamalı PLNC sistemi için kuramsal BER ifadeleri çıkarılmıştır. Bu bölümde bu ifadelerden yola çıkılarak N atlamalı PLNC sistemi için bit hata olasılığı ifadesi elde edilmiştir.

Atlama sayısı artmasına rağmen düğümlerin iletim gücünün sabit kaldığı varsayılmaktadır. Bu nedenle çok erişimli durumların BER başarımları birbirleriyle aynı olmaktadır.

Genelleştirmeyi kolaylaştırmak için bundan sonraki adımlarda:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{R_2} = \overline{BER}_{R_3} = \dots = \overline{BER}_{R_{(N-1)}} = A \quad (5.41)$$

ve

$$\overline{BER}_{U_2} = B \quad (5.42)$$

olarak gösterilecektir. Bu durumda BER ifadeleri:

iki atlama için:

$$\overline{BER}_2 = A + B - 2AB \quad (5.43)$$

üç atlama için:

$$\overline{BER}_3 = A + A + B - 2.A.A - 2.A.B - 2.A.B \quad (5.44)$$

$$= 2A + B - 2A^2 - 4AB \quad (5.45)$$

dört atlama için:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_4 = A + A + A + B - 2.A.A - 2.A.A - 2.A.B - 2.A.A - 2.A.B \\ - 2.A.B - 2.A.A.A.B \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$= 3A + B - 6A^2 - 6AB - 2A^3B \quad (5.47)$$

olarak ifade edilir.

Genelleştirmede kullanmak için beş atlamalı durum için de BER ifadesi çıkarılırsa:

$$\begin{aligned}
\overline{BER}_5 &= A + A + A + A + B - 2.A.A - 2.A.A - 2.A.A - 2.A.B - 2.A.A \\
&\quad - 2.A.A - 2.A.B - 2.A.A - 2.A.B - 2.A.B - 2.A.A.A.A \\
&\quad - 2.A.A.A.B - 2.A.A.A.B - 2.A.A.A.B - 2.A.A.A.B
\end{aligned} \tag{5.48}$$

$$= 4A + B - 12A^2 - 8AB - 2A^4 - 8A^3B \tag{5.49}$$

olarak yazılabilir.

O halde N çift sayı olmak N atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı ifadesi:

$$\begin{aligned}
\overline{BER}_N &= (N-1)A + B - \binom{N-1}{2} 2A^2 - (N-1)2A - \binom{N-3}{2} 2A^4 \\
&\quad - (N-3)2A^3B - \dots - 2A^{N-1}B
\end{aligned} \tag{5.50}$$

olarak genişletirilir. N tek sayı olmak üzere:

$$\begin{aligned}
\overline{BER}_N &= (N-1)A + B - \binom{N-1}{2} 2A^2 - (N-1)2AB - \binom{N-3}{2} 2A^4 \\
&\quad - (N-3)2A^3B - \dots - 2A^{N-1} - 2A^{N-2}B
\end{aligned} \tag{5.51}$$

olarak ifade edilir.

5.2 Yeni Çok Atlamalı Protokolün Bit Hata Olasılığı

Çok atlamalı PLNC sistemlerinde düğümler her iki zaman aralığında bir iletim yapmaktadır. Ancak bu durum ortada kullanılan rölelerin yeni işaretleri eskilerinden ayıramamasına neden olmaktadır. Bu süreç devam ettiği sürece eski simgeler için harcanan güç miktarı artarken, yeni simgelerin iletimi için harcanan güç gittikçe düşmekte ve daha sonraki simgeler için SNR sıfıra yakınsamaktadır. Bu nedenle iki zaman aralıklı sistemlerin çok atlamalı sistemlerde kullanılması pratik değildir [14]. Ayrıca çok atlamalı PLNC sistemlerin BER hesaplamasında kullanılan önceki simgelerin doğru çözüldüğü varsayımı da pratik değildir.

Bu nedenlerle bu bölümde yeni bir çok atlama protokolü ele alınarak bit hata olasılıkları yeniden hesaplanmıştır. İki atlamalı durum daha önce incelenenle aynı olduğundan tekrar ele alınmamıştır. Üç, dört, beş ve altı atlamalı durumlar için iletim

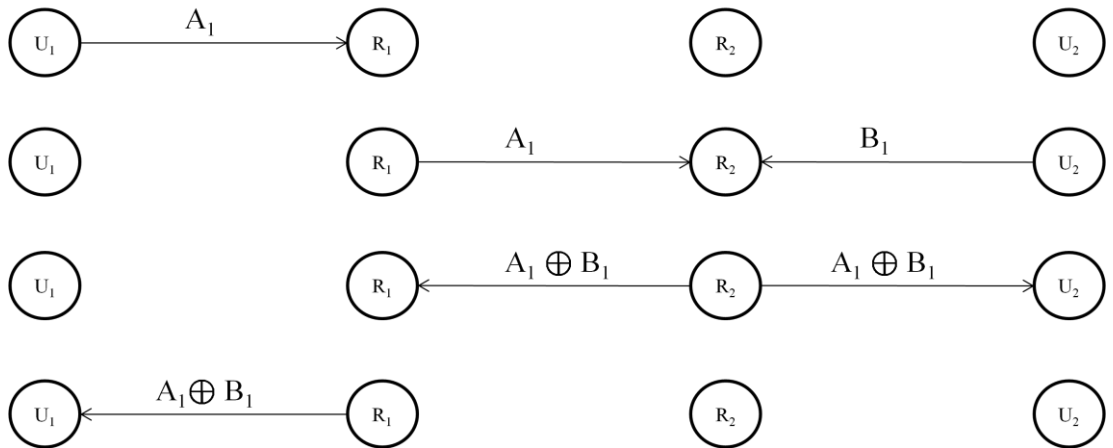
protokolü açıklanıp her adımın BER ifadeleri elde edilmektedir. Daha sonra kuramsal bit hata olasılıkları bilgisayar benzetim sonuçları ile karşılaştırılmaktadır.

Ele alınan sistemlerde U_1 ve U_2 birbirlerine bilgi ileten iki kaynaktır. A_i ve B_i sırasıyla U_1 ve U_2 kaynaklarının i . simgelerini göstermektedir. Ancak uzaklık ve sönmleme nedeniyle aralarında doğrudan iletim mümkün olmadığından, simgelerini $j = 1, 2, \dots, N - 1$ olmak üzere aradaki R_j röleleri üzerinden birbirlerine gönderdikleri varsayılın. Sistemlerde BPSK modülasyonu kullanıldığı, $i = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere kanal sönmleme katsayılarının genlikleri $|h_i|$ 'lerin Rayleigh dağılımlı olduğu ve $E[|h_i|^2] = P_i$ olduğu varsayılın. İki kaynak U_1 ve U_2 , 'nin iletim güçleri sırasıyla E_1 , E_2 ve R_j rölesinin iletim gücü E_{rj} olarak gösterilmekte ve $E_1 = E_2 = E_{r1} = E_{r2} = \dots = E_{r(N-1)} = 1$ varsayılmaktadır.

5.2.1 Üç atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı

Bu alt bölümde üç atlamalı yeni iletim protokolü için bit hata olasılığı hesaplanmaktadır.

U_1 ve U_2 birbirlerine R_1 ve R_2 röleleri üzerinden bilgi ileten iki kaynak olmak üzere üç atlamalı yeni iletim protokolü Şekil 5.8'de görülmektedir.



Şekil 5.8: Üç atlamalı yeni iletim protokolü.

Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata oluşması için üç durum vardır:

- 1) İlk röleye olan iletimde hata yapılması ve ilk röleden ikinci röleye ve ikinci röleden hedefe iletilmesinde hata yapılmamasına rağmen hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,

- 2) İlk röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleye olan iletimde hata yapılması ve son atlamada hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,
- 3) İlk röleye ve ikinci röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleden hedefe olan iletimde hata yapılması durumudur.

Üç durum için hata başarımları ayrı ayrı incelenecektir.

Üç durumun bit hata olasılığı ifadeleri hesaplanmak istendiğinde, birinci ve üçüncü durumun bit hata olasılığı ifadelerinin iki atlamalı durumda röleden kaynaklara olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle, yani diğer bir deyişle tek yönlü ve tek atlamalı normal BPSK sisteminin iletim hatasıyla aynı olduğu görülmektedir. İkinci durumun bit hata olasılığı ifadesinin ise iki atlamalı durumda kaynaklardan röleye olan iletimdeki bit hata olasılığı ifadesiyle, yani normal çok erişimli hata başarımla aynı olduğu görülmektedir. Üç durum için bit hata olasılığı ifadeleri:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{U_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2}{P_1 P_2 \gamma_1 \gamma_2 + P_1 \gamma_1 + P_2 \gamma_2}} \right) \quad (5.52)$$

$$\overline{BER}_{R_2} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{P_2 E_{r1}}{N_0 + P_2 E_{r1}}} \right) \quad (5.53)$$

olmaktadır.

Bundan sonra işlem kolaylığı açısından tek atlamalı çok erişimli sistemdeki iletim hatası B, tek yönlü ve tek atlamalı normal BPSK sisteminin iletim hatası A ile gösterilecektir. O halde:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{U_2} = B \quad (5.54)$$

$$\overline{BER}_{R_2} = A \quad (5.55)$$

olacaktır.

Üç durum da göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama bit hata olasılığı ifadesi:

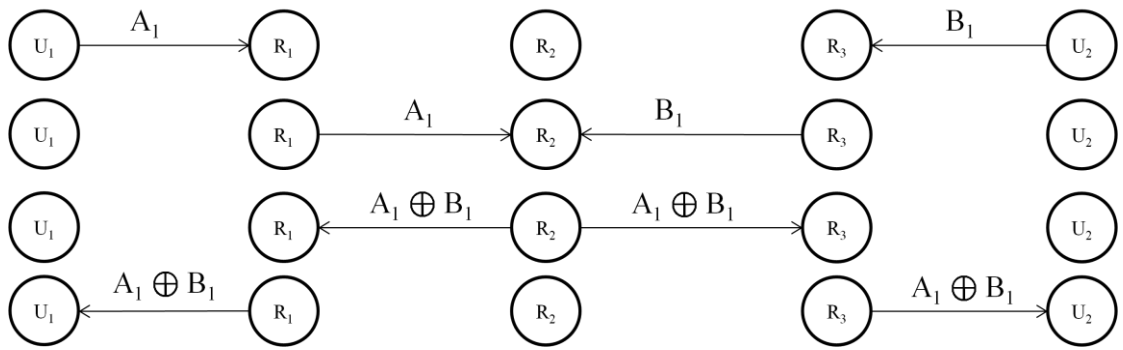
$$\overline{BER}_{S_1} = B + A + B - 2B^2 - 4AB \quad (5.56)$$

olarak elde edilmiştir. Burada eksi işaretli terimler, üç atlamının herhangi ikisinde aynı anda hata yapılması durumunda doğru karar verilmesinden kaynaklanan terimlerdir.

5.2.2 Dört atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı

Bu alt bölümde dört atlamalı yeni iletim protokolü için kuramsal BER analizi yapılmaktadır.

U_1 ve U_2 birbirlerine R_1 , R_2 ve R_3 röleleri üzerinden bilgi ileten iki kaynak olmak üzere sistemin iletim protokolü Şekil 5.9’da verilmektedir.



Şekil 5.9: Dört atlamalı yeni iletim protokolü.

Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata oluşması için dört durum vardır:

- 1) Sadece ilk röleye olan iletimde hata yapılması ve hata yayılımı sonucunda hata oluşması durumu,
- 2) İlk röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleye olan iletimde hata yapılması ve hata yayılımı sonucunda hata oluşması,
- 3) İlk röleye ve ikinci röleye hatasız iletim gerçekleştikten sonra ikinci röleden üçüncü röleye olan iletimde hata yapılması ve son atlamada hata yayılımı olması,
- 4) Birinci, ikinci ve üçüncü röleye hatasız iletim yapıldıktan sonra üçüncü röleden ikinci kaynağa olan iletimde hata yapılması durumudur.

Dört durum için hata başarımları ayrı ayrı incelenecektir.

Dört durumun bit hata olasılığı ifadeleri hesaplanmak istendiğinde birinci, üçüncü ve dördüncü durumun bit hata olasılığı ifadelerinin iki atlamalı durumda röleden

kaynaklara olan iletimin bit hata olasılığı ifadesiyle, yani diğer bir deyişle tek yönlü ve tek atlamalı normal BPSK sisteminin iletim hatasıyla aynı olduğu görülmektedir. İkinci durumun bit hata olasılığı ifadesinin ise iki atlamalı durumda kaynaklardan röleye olan iletimdeki bit hata olasılığı ifadesiyle, yani normal çok erişimli hata başarımıyla aynı olduğu görülmektedir. Dört durum için hata ifadeleri:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{R_3} = \overline{BER}_{U_2} = B \quad (5.57)$$

$$\overline{BER}_{R_2} = A \quad (5.58)$$

olmaktadır.

Dört durum göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama bit hata olasılığı ifadesi:

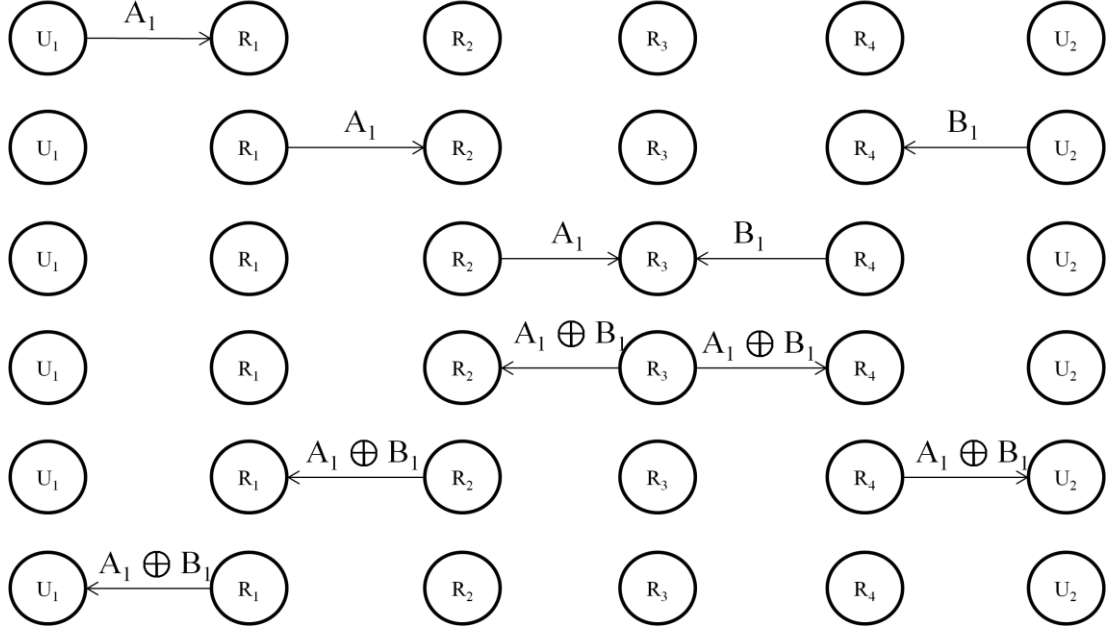
$$\overline{BER}_{S_1} = 3B + A - \binom{3}{2} 2B^2 - \left[\binom{4}{2} - \binom{3}{2} \right] 2AB - 2AB^3 \quad (5.59)$$

olarak elde edilmiştir. Burada eksi işaretli terimler dört atlamının herhangi ikisinde veya dördünde birden hata yapılması durumunda doğru karar verilmesindendir.

5.2.3 Beş atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı

Bu alt bölümde beş atlamalı yeni protokol için bit hata olasılığı ifadesi çıkarılacaktır.

U_1 ve U_2 birbirlerine R_1 , R_2 , R_3 ve R_4 röleleri üzerinden bilgi ileten iki kaynak olmak üzere sistemin iletim protokolü Şekil 5.10'da görülmektedir.



Şekil 5.10: Beş atlamalı yeni iletim protokolü.

Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata beş farklı durumda oluşabilir.

Beş atlamalı sistemin hata başarımı için:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{R_2} = \overline{BER}_{R_4} = \overline{BER}_{U_2} = B \quad (5.60)$$

$$\overline{BER}_{R_3} = A \quad (5.61)$$

olmaktadır. Beş durum göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama bit hata olasılığı ifadesi:

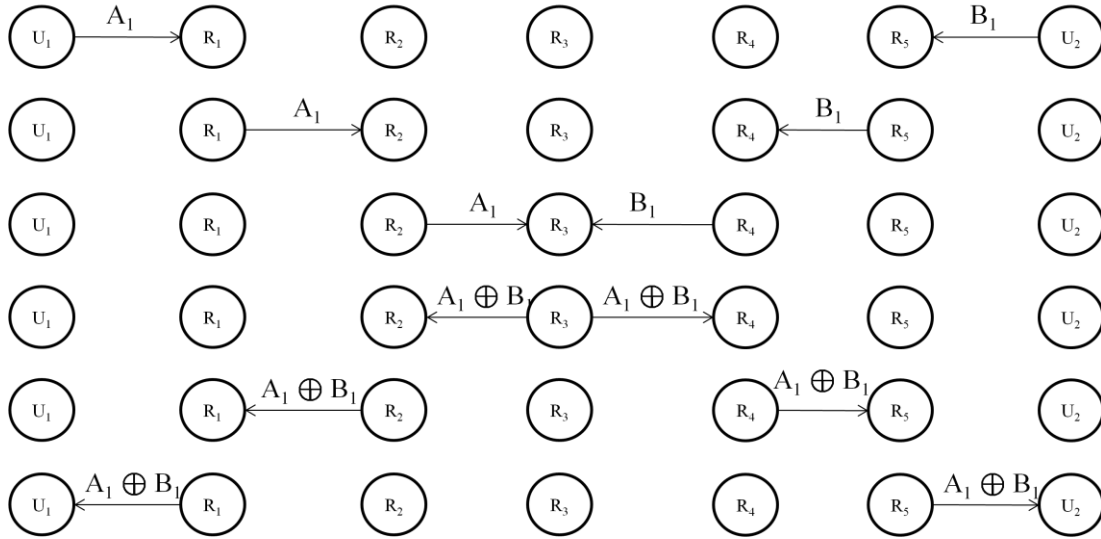
$$\overline{BER}_{S_1} = 4B + A - \binom{4}{2} 2B^2 - \left[\binom{5}{2} - \binom{4}{2} \right] 2AB - 2B^4 - 2AB^3 \quad (5.62)$$

olarak elde edilir. Burada eksi işaretli terimler beş atlamanın herhangi ikisinde veya herhangi dördünde birden hata yapılması durumunda doğru karar verilmesindendir.

5.2.4 Altı atlamalı yeni protokolün bit hata olasılığı

Bu alt bölümde altı atlamalı yeni protokolün kuramsal BER analizi yapılmaktadır.

U_1 ve U_2 birbirlerine R_1 , R_2 , R_3 , R_4 ve R_5 röleleri üzerinden bilgi ileten iki kaynak olmak üzere sistemin iletim protokolü Şekil 5.11’de görülmektedir.



Şekil 5.11: Altı atlamalı yeni iletim protokolü.

Birinci kullanıcıdan ikinci kullanıcıya olan iletimde hata altı farklı biçimde oluşabilir.

Beş atlamalı protokolün hata başarımı için:

$$\overline{BER}_{R_1} = \overline{BER}_{R_2} = \overline{BER}_{R_4} = \overline{BER}_{R_5} = \overline{BER}_{U_2} = B \quad (5.63)$$

$$\overline{BER}_{R_3} = A \quad (5.64)$$

olmaktadır. Altı durum göz önünde bulundurularak ikinci kaynakta elde edilen birinci kaynağın simgeleri için ortalama bit hata olasılığı ifadesi:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_{S_1} = & 5B + A - \binom{5}{2} 2B^2 - \left[\binom{6}{2} - \binom{5}{2} \right] 2AB \\ & - \binom{5}{4} 2B^4 - \left[\binom{6}{4} - \binom{5}{4} \right] 2AB^3 - 2AB^5 \end{aligned} \quad (5.65)$$

olarak çıkarılmıştır. Burada eksi işaretli terimlerin nedeni altı atlamamanın herhangi ikisinde veya herhangi dördünde veya altısında birden hata yapılması durumunda doğru karar verilmesinin göz önüne alınmasındandır.

5.2.5 Yeni protokolün bit hata olasılığının N atlamaya genelleştirilmesi

Bundan önceki bölümlerde iki, üç, dört, beş ve altı atlamalı sistem için kuramsal bit hata olasılığı ifadeleri çıkarılmıştır. Bu bölümde bu ifadelerden yola çıkılarak yeni protokolün bit hata olasılığının N atlamalı duruma genelleştirilmesi yapılacaktır.

İki atlama için BER ifadesi:

$$\overline{BER}_2 = A + B - 2AB \quad (5.66)$$

olarak, üç atlama için:

$$\overline{BER}_3 = B + A + B - 2B^2 - 4AB \quad (5.67)$$

olarak, dört atlama için:

$$\overline{BER}_4 = 3B + A - \binom{3}{2} 2B^2 - \left[\binom{4}{2} - \binom{3}{2} \right] 2AB - 2AB^3 \quad (5.68)$$

olarak, beş atlama için:

$$\overline{BER}_5 = 4B + A - \binom{4}{2} 2B^2 - \left[\binom{5}{2} - \binom{4}{2} \right] 2AB - 2B^4 - 2AB^3 \quad (5.69)$$

olarak, ve son olarak altı atlama için:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_6 = 5B + A - \binom{5}{2} 2B^2 - \left[\binom{6}{2} - \binom{5}{2} \right] 2AB \\ - \binom{5}{4} 2B^4 - \left[\binom{6}{4} - \binom{5}{4} \right] 2AB^3 - 2AB^5 \end{aligned} \quad (5.70)$$

olarak elde edilmişti.

O halde N çift sayı olmak üzere N atlamalı protokolün bit hata olasılığı ifadesi:

$$\begin{aligned} \overline{BER}_N = (N-1)B + A - \binom{N-1}{2} 2B^2 - \left[\binom{N}{2} - \binom{N-1}{2} \right] 2AB \\ - \binom{N-1}{4} 2B^4 - \left[\binom{N}{4} - \binom{N-1}{4} \right] 2AB^3 - \dots - \binom{N-1}{N-2} 2B^{N-2} \\ - \left[\binom{N}{N-2} - \binom{N-1}{N-2} \right] 2AB^{N-3} - 2AB^{N-1} \end{aligned} \quad (5.71)$$

olarak genelleştirilir. N tek sayı olmak üzere bit hata olasılığı ifadesi:

$$\overline{BER}_N = (N-1)B + A - \binom{N-1}{2} 2B^2 - \left[\binom{N}{2} - \binom{N-1}{2} \right] 2AB$$

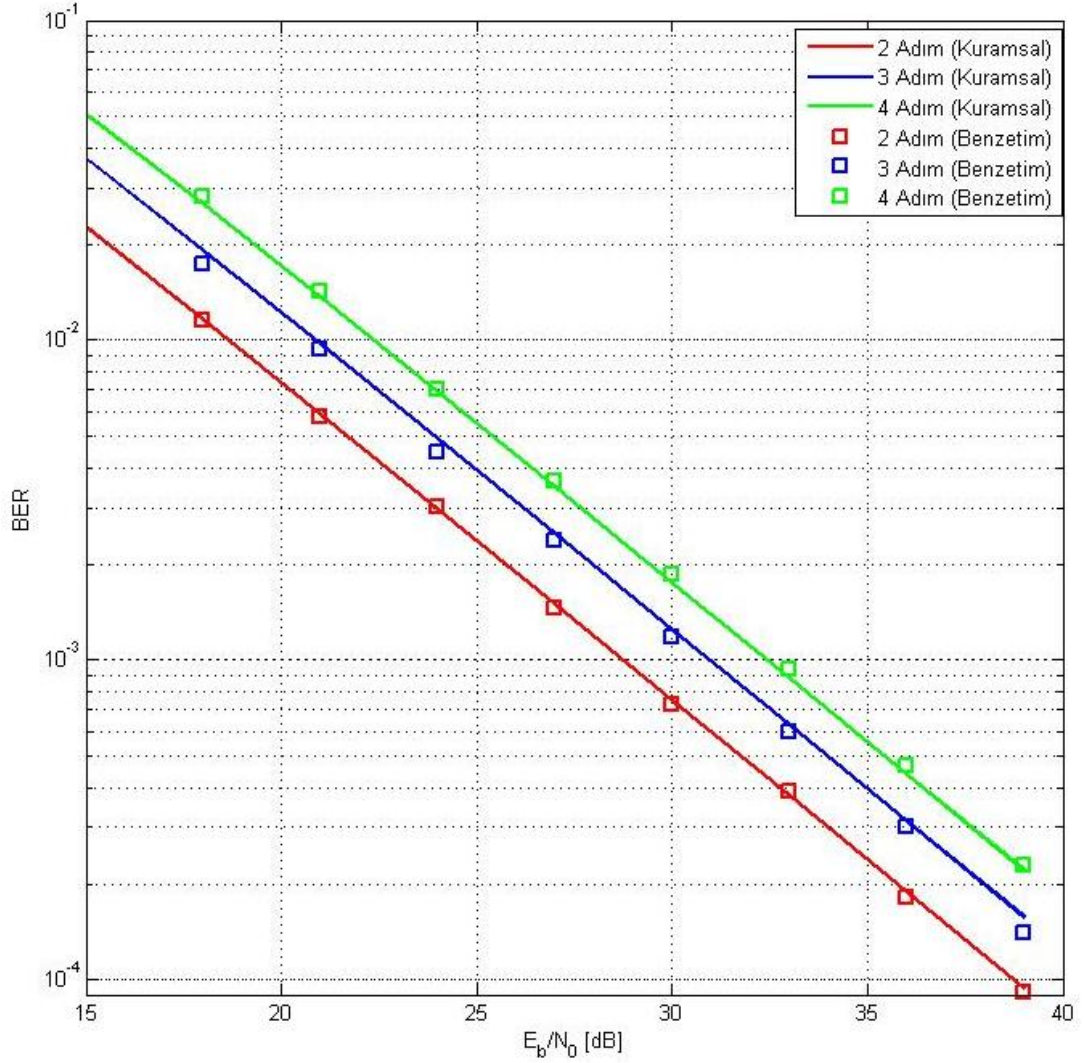
$$\begin{aligned}
& - \binom{N-1}{4} 2B^4 - \left[\binom{N}{4} - \binom{N-1}{4} \right] 2AB^3 - \dots - \binom{N-1}{N-3} 2B^{N-3} \\
& - \left[\binom{N}{N-3} - \binom{N-1}{N-3} \right] 2AB^{N-4} - 2B^{N-1} - (N-1)2AB^{N-2}
\end{aligned} \tag{5.72}$$

olarak ifade edilir.

5.3 Başarım Değerlendirmesi

Bu alt bölümde çok atlamalı PLNC protokolünün ve yeni önerilen çok atlamalı protokolün kuramsal ve bilgisayar benzetimi ile elde edilen bit hata başarım sonuçları sunulmaktadır.

İlk olarak çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata başarımı ele alınmakta ve ilişkin eğriler Şekil 5.12’de verilmektedir.

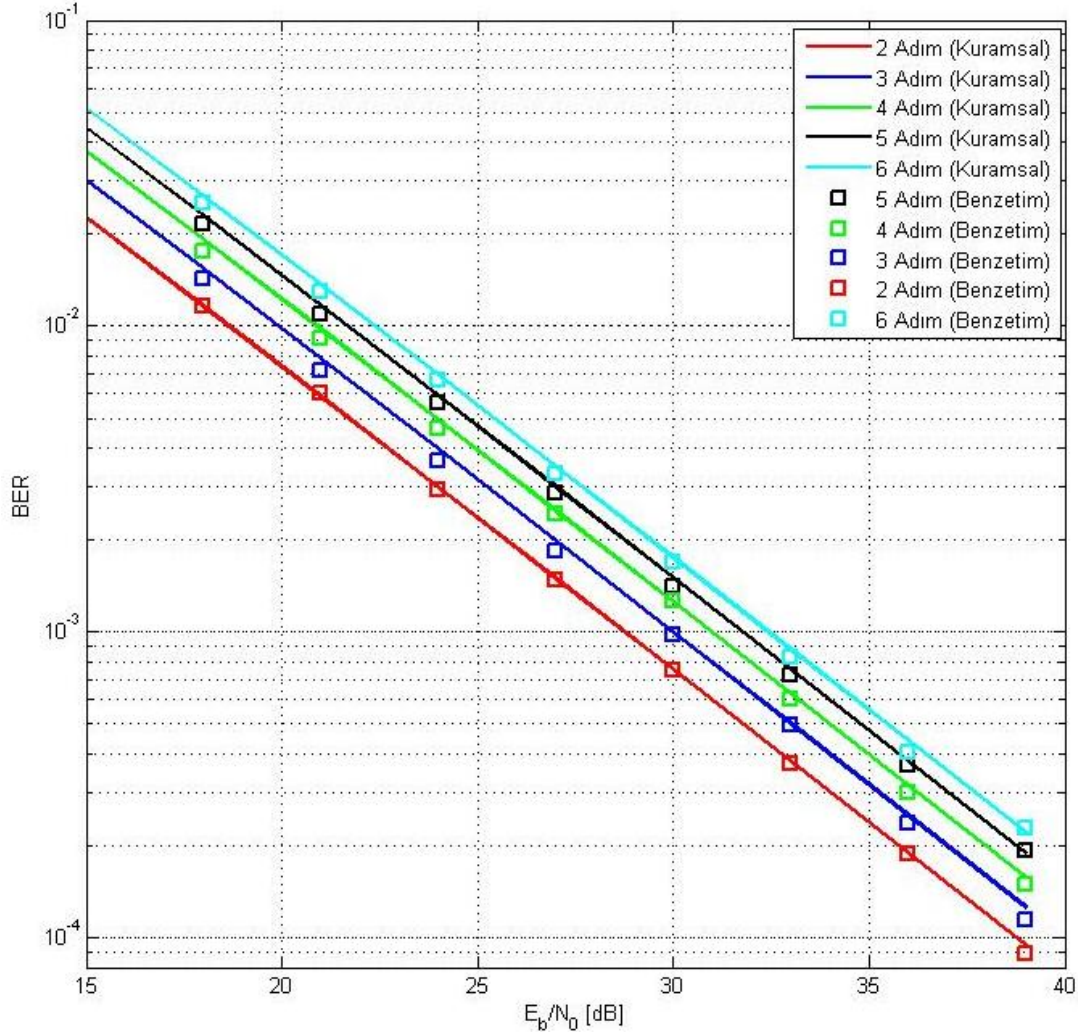


Şekil 5.12: İki, üç ve dört atlamalı PLNC BER başarımı.

Şekil 5.12’de iki, üç ve dört atlamalı durumlar için kuramsal eğriler ve benzetim eğrileri görülmektedir. Atlama sayısının artışıyla beraber toplam güç de artırılmış, sabitlenmemiştir. Kuramsal analizde belirli bir zamanda alınan ve karar verilen simgelerin önceki zamana bağlı olmadığı kabul edildiğinden, bilgisayar benzetiminde de aynı varsayım yapılmıştır. Sistemde BPSK modülasyonu kullanılmış, atlama sayısı artmasına rağmen sistemin hızı sabit tutulmuştur.

Sonuçlardan da görüldüğü gibi 10^{-3} bit hata başarımlarını sağlamak için iki atlamalı sistemde yaklaşık 28 dB’lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, üç atlamalı sistemde yaklaşık 31 dB ve dört atlamalı durumda ise yaklaşık 33,5 dB’ye gereksinim duyulmaktadır. Ayrıca bilgisayar benzetimi ve kuramsal analiz sonuçlarının birbiriyle uyumlu oldukları görülmektedir. Ancak daha önce de belirtildiği gibi çok atlamalı sistemlerde PLNC yönteminin kullanımı pratik değildir.

İkinci olarak yeni çok atlamalı iletim protokolünün bit hata başarımı incelenmiştir. Sonuçlar Şekil 5.13'te görülmektedir.

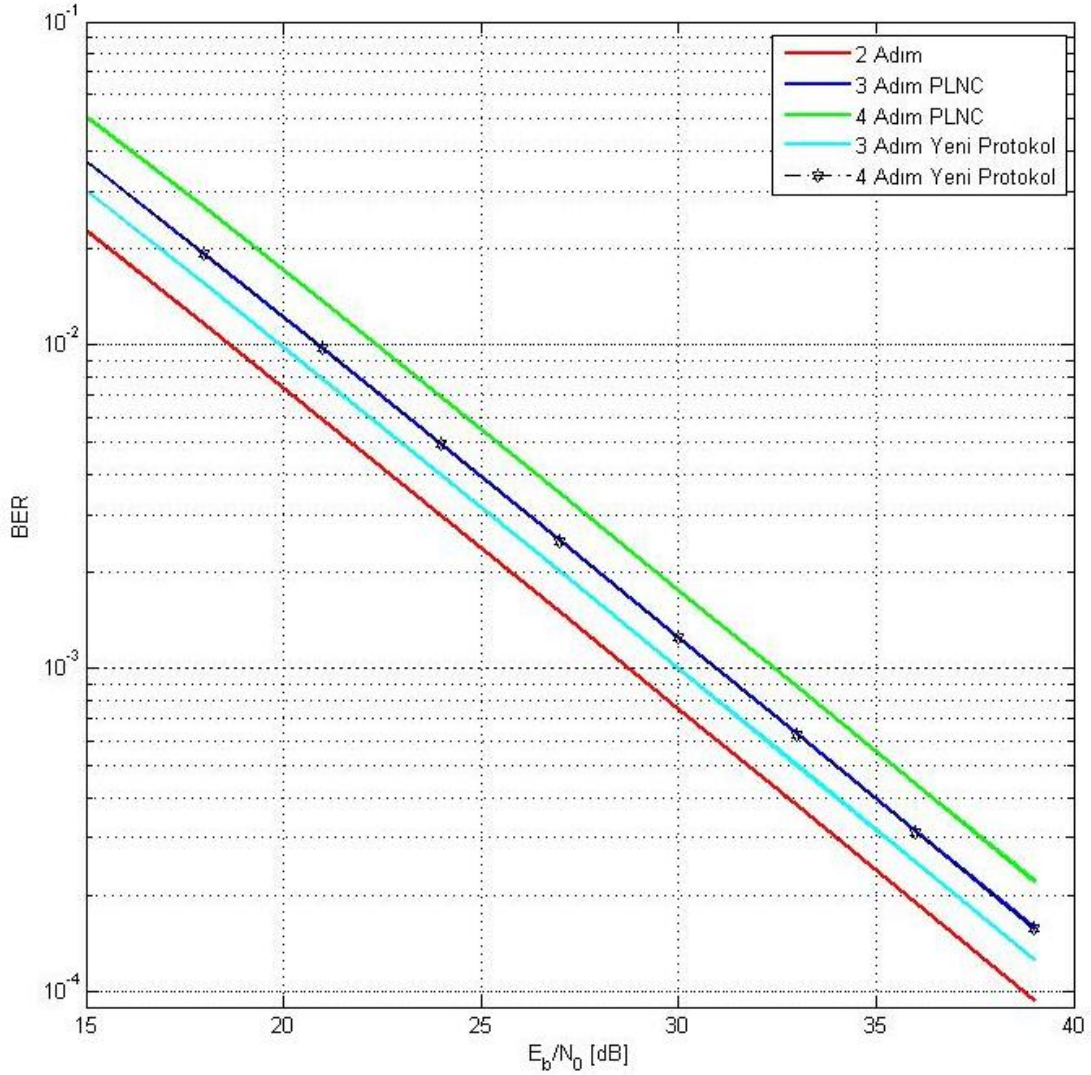


Şekil 5.13: Yeni çok atlamalı protokol için BER başarımı.

Sistemde yine BPSK modülasyonu kullanılmıştır, artan atlama sayısı ile birlikte toplam güç de artırılmış, sabitlenmemiştir.

Sonuçlardan da görüldüğü gibi 10^{-3} hata başarım oranını sağlamak için iki atlamalı sistemde yaklaşık 28 dB'lik E_b/N_0 değerine gereksinim duyulurken, üç atlamalı sistemde yaklaşık 30 dB, dört atlamada yaklaşık 31 dB, beş atlamada yaklaşık 32 dB ve altı atlamada ise yaklaşık 32,5 dB'ye gereksinim duyulmaktadır. Atlama sayısı arttıkça hata başarımlarının birbirlerine yaklaşmaları toplam gücün de artmasından kaynaklanmaktadır. Bu sonuçlara ek olarak bilgisayar benzetimi ile elde edilen eğriler de çizdirilmiş ve kuramsal eğrilerle uyumlu oldukları görülmüştür.

Bu sistemde önceki adımların bilgilerine gereksinim duyulmadığından hata yayılımı problemi yaşanmamaktadır. Ayrıca iki zaman aralığında iletim yapan protokolün çok atlamalı durumda pratikte uygulanabilir olmamasına karşın bu yeni protokol uygulanabilir bir protokoldür. Bunlara ek olarak yeni protokolün hata başarımı PLNC protokolü kullanan sistemin hata başarımından daha iyidir. Bu iki yöntemin kuramsal eğrileri Şekil 5.14'te karşılaştırılmaktadır.



Şekil 5.14: Çok atlamalı PLNC ve yeni protokolün kuramsal bit hata olasılıklarının karşılaştırması.

Sonuçlardan da görüldüğü üzere üç atlamalı durumda 10^{-3} bit hata başarım oranını sağlamak için E_b/N_0 değerinin PLNC protokolünde 31 dB olması gerekirken yeni önerilen protokolde 30 dB, dört atlamalı durum için PLNC'de 33,5 dB olması gerekirken yeni önerilen protokol için 31 dB olduğu görülmektedir. Ancak bu protokolde artan atlama sayısı ile birlikte bit hızı sabit kalmamakta, düşmektedir.

Örneğin, yeni iletim protokolünde biri birinci kaynaktan, diğeri ikinci kaynaktan olmak üzere iki adet simge iletimini iki atlamalı durumda 2, üç ve dört atlamalı durumda 4, beş ve altı atlamalı durumda 6, $(N-1)$ ve N atlamalı durumda N zaman aralığı gerekirken; PLNC protokolünde atlama sayısından bağımsız olarak 2 zaman aralığı gerekmektedir.

6. SONUÇLAR

Bu tez çalışması iki farklı bölümden oluşmaktadır. İlk olarak PLNC protokolü kullanan çok atlamalı çift-yönlü röleli ağlarda röle seçim algoritmaları ve servis dışı kalma olasılıkları incelenmiştir. İkinci olarak çok atlamalı PLNC protokolünün bit hata olasılığı ifadesi elde edilmiş ve daha sonra yeni önerilen çok atlamalı iletim protokolünün bit hata olasılığı ifadesi elde edilerek sonuçlar bilgisayar benzetim sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

İki atlamalı sistem için röle seçme algoritmalarının servis dışı kalma olasılıkları incelendiğinde maks-min yönteminin eniyi seçme yöntemine oldukça yakın bir başarımla sağladığı görülmüştür. Kanaldaki en yüksek çeşitleme kazancını sağladığı için özellikle yüksek SNR bölgesinde daha avantajlı olduğu görülmüştür. Maks-toplam yönteminin ise seçmesiz yöntemle göre daha iyi başarımla sağladığı, ancak çeşitleme derecesinin bir olması nedeniyle yüksek SNR bölgesinde verimsiz olduğu görülmüştür. Buna karşın maks-toplam yöntemi düşük SNR bölgesinde maks-min yöntemine göre daha iyi başarımla sağlamaktadır. Maks-toplam yönteminin düşük SNR bölgesindeki, maks-min yönteminin de yüksek SNR bölgesindeki avantajlarından yararlanan karma yöntem ise kanaldaki en yüksek çeşitleme derecesini sağlamış ve tüm SNR değerleri göz önüne alındığında en iyi başarımla göstermiştir. Sonuçlar incelendiğinde, 10^{-2} servis dışı kalma olasılığını sağlamak için her bir düğümün iletim gücünün seçmesiz yöntemde yaklaşık 36 dB olması gerekirken, maks-toplam seçme yönteminde yaklaşık 34,5 dB, maks-min yönteminde yaklaşık 27 dB, karma yöntemde yaklaşık 25,5 dB ve eniyi seçme yönteminde ise yaklaşık 25,3 dB olması gerektiği görülmüştür. Daha sonra üç ve dört atlamalı PLNC protokolünde maks-min yöntemi ve röle seçimsiz durum için servis dışı kalma olasılığı ifadeleri elde edilmiştir. Maks-min yöntemi, atlama sayısının artmasına rağmen kanaldaki en yüksek çeşitleme derecesini sağlamıştır. Üç atlamalı PLNC protokolünde 10^{-3} servis dışı kalma oranını sağlamak için her bir düğümün iletim gücü seçmesiz yöntemde yaklaşık 55dB olması gerekirken, maks-toplam yönteminde 51 dB, maks-min yönteminde 43 dB ve karma yöntemde 39 dB olması gerektiği

görülmüştür. Elde edilen ifadeler bilgisayar benzetim sonuçları ile de karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Bu bölümde son olarak maks-min yöntemi ve röle seçimsiz durum için servis dışı kalma olasılığı ifadeleri N atlamalı duruma genelleştirilmiştir.

İkinci olarak PLNC protokolünün bit hata olasılığı sonuçları incelendiğinde atlama sayısı arttıkça hata başarımından bir miktar ödün verilmesi karşılığında iletim mesafesinin arttığı görülmüştür. PLNC protokolünde 10^{-3} bit hata olasılığını sağlamak için iki atlamalı sistemde E_b/N_0 değerinin yaklaşık 28 dB, üç atlamalı sistemde yaklaşık 31 dB ve dört atlamalı sistemde ise 32,5 dB olması gerektiği görülmüştür. Elde edilen kuramsal bit hata olasılığı eğrilerinin bilgisayar benzetim sonuçlarıyla desteklendiği gözlemlenmiştir. Ancak bu sistemde bir simgeye karar verilirken önceki simgelerde hata yapılmadığı kabul edilmektedir. Buna ek olarak çok atlamalı iki zamanlı sistemlerin pratik olmadığı bilinmektedir. Bu nedenlerle yeni bir çok atlamalı iletim protokolünün bit hata başarımı incelenmiştir. Üç, dört, beş ve altı atlamalı sistem için bit hata olasılığı ifadeleri elde edilmiş ve bilgisayar benzetimi sonuçlarıyla karşılaştırıldığında sonuçların uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Yeni çok atlamalı iletim protokolünde 10^{-3} bit hata olasılığını sağlamak için iki atlamalı sistemde E_b/N_0 değerinin yaklaşık 28 dB, üç atlamalı sistemde yaklaşık 30 dB, dört atlamalı sistemde 31 dB, beş atlamalı sistemde 32 dB ve altı atlamalı sistemde yaklaşık 32,5 dB olması gerektiği görülmüştür. Daha sonra bit hata olasılığı ifadesi N atlamalı durum için elde edilmektedir. Çok atlamalı PLNC protokolü ile yeni iletim protokolü bit hata başarımı açısından karşılaştırıldığında yeni iletim protokolünün daha iyi olduğu görülmüştür. Örneğin 10^{-3} bit hata olasılığını sağlamak için üç atlamalı durumda E_b/N_0 değerinin PLNC protokolünde yaklaşık 31 dB olması gerekirken yeni önerilen protokolde 30 dB, dört atlamalı durumda PLNC protokolünde yaklaşık 32,5 dB olması gerekirken yeni önerilen protokolde 31 dB olması gerektiği görülmüştür. Bunun nedeni yeni protokolde artan atlama sayısı ile birlikte iletim hızının düşmesidir. Biri birinci kaynaktan, diğeri ikinci kaynaktan olmak üzere iki adet simge iletimi için yeni önerilen iletim protokolünde N ve $(N-1)$ atlamada N zaman aralığı gerekirken, PLNC protokolünde atlama sayısından bağımsız olarak 2 zaman aralığı gerekmektedir. Ayrıca yeni iletim protokolünde daha az sayıda MAC evresi, daha çok sayıda BC evresi olması hatayı azaltan bir diğer etkidir. Örneğin 4 atlamalı bir sistemde PLNC protokolünde 3 adet

MAC evresi 1 adet BC evresi var iken, yeni iletim protokolünde 1 adet MAC evresi 3 adet BC evresi bulunmaktadır. Ayrıca çok atlamalı durumda iletimin iki zaman aralığında yapılmamasının bir sonucu olarak, herhangi bir düğümde belirli bir anda alınan işaretlerin daha önceki işaretlerle karışmamasından dolayı bu yeni protokol pratikte gerçekleştirilebilir bir protokoldür.

KAYNAKLAR

- [1] **Vucetic, B. and Yuan, J.** (2003). *Space-time coding*, 2nd ed., JohnWiley & Sons, Chichester.
- [2] **Alamouti, S. M.** (1998). A simple transmit diversity, technique for wireless communications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Cilt **16**, Sf. 1451-1458.
- [3] **Laneman, J. N., Wornell G. W., ve Tse, D. N. C.** (2001). An efficient protocol for realizing cooperative diversity in wireless networks, *IEEE International Symposium On Information Theory*, Washington, Sf. 294.
- [4] **Nosratinia, A., Hunter, T. E. ve Hedayat, A.**(2004). Cooperative communication in wireless networks, *IEEE Communications Magazine*, Cilt **42**, Sf. 74-80.
- [5] **Ahlsweide, R., Ning, C., Li, S. ve Yeung, R. W.** (2000). Network information flow, *IEEE Transactions on Information Theory*, Cilt **46**, sayı 4, Sf. 1204-1216.
- [6] **Zhang S., Liew, S. C. ve Lam, P.** (2006). Hot topic: Physical layer network coding, *Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, Sf. 24-29.
- [7] **Laneman, J. N., Tse, D. N. C.ve Wornell G. W.** (2004). Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior, *IEEE Transactions on Information Theory*, Cilt **50**, sayı 12, Sf. 3062-3080.
- [8] **Popovski, P. ve Yomo, H.** (2006). Bi-directional amplification of throughput in a wireless multi-hop network, *IEEE Vehicular Technology Conference*, Sf. 588 - 593.
- [9] **Popovski, P. ve Yomo, H.** (2006). The anti-packets can increase the achievable throughput of a wireless multi-hop network, *IEEE International Conference on Communications*, Sf. 3885 - 3890.

- [10] **Kim, S. J., Devroye N., ve Tarokh V.** (2009). A class of bi-directional multi-relay protocols, *IEEE International Symposium on Information Theory*, Sf. 349 - 353.
- [11] **Park, M., Choi, I. ve Lee, I.** (2011). Exact BER analysis of physical layer network coding for two-way relay channels, *IEEE Vehicular Technology Conference*, Sf. 1-5.
- [12] **Krikidis, I.** (2010). Relay selection for two-way relay channels with MABC DF: A diversity perspective, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Cilt 59, sayı 9, Sf. 4620-4628.
- [13] **Peh, E. C. Y., Liang, Y. C. ve Guan, Y. L.** (2008). Power control for physical-layer network coding in fading environments, *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, Sf:1-5.
- [14] **You, Q., Chen, Z., Li, Y. ve Vucetic, B.** (2011). Muti-hop bi-directional relay transmission schemes using amplify-and-forward and analog network coding, *IEEE International Conference on Communications*, Sf. 1-6.
- [15] **Rappaport, T. S.** (1996). *Wireless communications: Principles and practice*, Pearson Prentice Hall, New Jersey.
- [16] **Haykin, S. ve Moher, M.** (2005). *Modern wireless communication*, Pearson Prentice Hall, New Jersey.
- [17] **Naguib, A. F. ve Calderbank, R.** (2001). Space-time coding and signal processing for high data rate wireless communications, *Wireless Communications and Mobile Computing*, Cilt 1, Sf. 13-34.
- [18] **Boyer, J., Falconer, D. D. ve Yanikomeroglu, H.** (2004). Multihop diversity in wireless relaying channels, *IEEE Transactions on Communications*, Cilt 52, Sf. 1820-1830.
- [19] **Jing, Y. ve Jafarkhani, H.** (2009). Single and multiple relay selection schemes and their achievable diversity orders, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Cilt 8, sayı 3, Sf. 1414-1423.

- [20] **Vaze, R. ve Heath, R. W.** (2009). To code in space and time or not in multihop relay channels, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Cilt **57**, sayı 7, Sf. 2736-2747.
- [21] **Shannon, E.** (1961). Two-way communication channels, *Berkeley Symposium on Math, Statistics and Probability*, Sf. 611-644.
- [22] **Coverand, M. ve Thomas, J. A.** (2006). *Elements of information theory*, 2nd ed., Wiley, New Jersey.
- [23] **Kim, S. J., Devroye, N., Mitran, P. ve Tarokh, V.** (2011). Achievable rate regions and performance comparison of half duplex bi-directional relaying protocols, *IEEE Transactions on Information Theory*, Cilt **57**, sayı 10, Sf. 6405-6418.
- [24] **Bletsas, A., Shin, H. ve Win, M. Z.** (2007). Cooperative communications with outage-optimal opportunistic relaying, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Cilt **6**, sayı 9, Sf. 3450-3460.
- [25] **Liu, P., Tao, Z., Lin, Z., Erkip, E. ve Panwar, S.** (2006). Cooperative wireless communications: A cross-layer approach, *IEEE Wireless Communications*, Cilt **13**, Sf. 84-92.

EKLER

A. Üç Atlamalı Röle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi

X_1, X_2 ve X_3 üç adet bağımsız ve özdeş dağılımlı (i. i. d.), λ parametrelili rastgele üstel değişkenler olsun. η_0 ve η_1 ise iki adet sabit değişken olsun. O halde R bölgesi:

$$R(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3) : \min[x_1, x_2, x_3] > \eta_0$$

$$\bigcap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3)] > \eta_1\} \quad (\text{Ek.1})$$

$$= \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 > \eta_0 \cap x_2 > x_1 \cap x_3 > x_2 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 > \eta_0 \cap x_3 > x_1 \cap x_2 > x_3 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_2 > \eta_0 \cap x_1 > x_2 \cap x_3 > x_1 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_2 > \eta_0 \cap x_3 > x_2 \cap x_1 > x_3 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_3 > \eta_0 \cap x_1 > x_3 \cap x_2 > x_1 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_3 > \eta_0 \cap x_2 > x_3 \cap x_1 > x_2 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \cap x_3 > x_1\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 > \eta_0 \cap x_2 > x_1 \cap x_3 > x_2 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 > \eta_0 \cap x_3 > x_1 \cap x_2 > x_3 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_2 > \eta_0 \cap x_1 > x_2 \cap x_3 > x_1 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_2 > \eta_0 \cap x_3 > x_2 \cap x_1 > x_3 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_3 > \eta_0 \cap x_1 > x_3 \cap x_2 > x_1 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\}$$

$$\cup \{(x_1, x_2, x_3) : x_3 > \eta_0 \cap x_2 > x_3 \cap x_1 > x_2 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \cap x_1 > x_3\} \quad (\text{Ek.2})$$

olarak ifade edilir. Görüldüğü gibi bölgeyi oluşturan 12 durum bulunmaktadır. Bu adımların büyüklük küçüklük koşulları incelendiğinde 3., 4., 5., 6., 7., 8. ve 9. durumların olasılıklarının 0'a eşit olduğu görülmektedir.

Geriye kalan 6 durum için değişkenlerin büyüklük küçüklük ilişkileri:

$$x_3 > x_2 > x_1 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_2] \quad (\text{Ek.3})$$

$$x_2 > x_3 > x_1 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_2] \quad (\text{Ek.4})$$

$$x_3 > x_1 > x_2 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_1] \quad (\text{Ek.5})$$

$$x_1 > x_3 > x_2 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_3] \quad (\text{Ek.6})$$

$$x_2 > x_1 > x_3 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_2] \quad (\text{Ek.7})$$

$$x_1 > x_2 > x_3 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_2] \quad (\text{Ek.8})$$

olarak ifade edilir. x_1 , x_2 ve x_3 değişkenleri birbirlerinde bağımsız ve özdeş dağılımlı olduklarından bölgenin olasılığı, ilk durumun olasılığının 6 katına eşit olacaktır.

İlk bölge:

$$x_3 > x_2 > x_1 > \max[\eta_0, \eta_1 - x_2] \quad (\text{Ek.9})$$

için, $\eta_0 > \eta_1 - x_2$ ise

$$x_2 > \eta_1 - \eta_0 \quad (\text{Ek.10})$$

ve

$$x_3 > x_2 > x_1 > \eta_0 > \eta_1 - x_2 \quad (\text{Ek.11})$$

olacaktır. $\eta_0 < \eta_1 - x_2$ durumunda ise:

$$x_2 < \eta_1 - \eta_0 \quad (\text{Ek.12})$$

ve

$$x_3 > x_2 > x_1 > \eta_1 - x_2 > \eta_0 \quad (\text{Ek.13})$$

olacaktır. O halde bölgenin olasılığı:

$$Y_3(\eta_0, \eta_1, \lambda) = 6. \left[\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \right]$$

$$+ \int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} \left(\int_{\eta_1 - x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \quad (\text{Ek.14})$$

olur.

İfadenin

$$\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \quad (\text{Ek.15})$$

olan ilk parçasının hesaplanması aşağıdaki gibidir:

İlk olarak en içteki terimin integrali alınır:

$$\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 = e^{-\lambda \eta_0} - e^{-\lambda x_2} \quad (\text{Ek.16})$$

olur. Daha sonra elde edilen bu ifade yerine yazılarak içten ikinci ifadenin integrali alınır:

$$\int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} (e^{-\lambda \eta_0} - e^{-\lambda x_2}) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \quad (\text{Ek.17})$$

$$= \int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} -\lambda \cdot e^{-2\lambda x_2} dx_2 + e^{-\lambda \eta_0} \int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \quad (\text{Ek.18})$$

$$= \frac{e^{-2\lambda x_3}}{2} - \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} + e^{-\lambda \eta_0} (e^{-\lambda(\eta_1 - \eta_0)} - e^{-\lambda x_3}) \quad (\text{Ek.19})$$

olur. Sonra elde edilen bu ifade yerine yazılarak üçüncü ifadenin integrali alınır:

$$\begin{aligned} & \int_{\eta_0}^{\infty} \frac{\lambda \cdot e^{-3\lambda x_3}}{2} dx_3 - \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \\ & + e^{-\lambda \eta_1} \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 - e^{-\lambda \eta_0} \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda \cdot e^{-2\lambda x_3} dx_3 \end{aligned} \quad (\text{Ek.20})$$

$$= -\frac{e^{-3\lambda \eta_0}}{3} - \frac{e^{-2\lambda \eta_1 + \lambda \eta_0}}{2} + e^{-\lambda \eta_1} e^{-\lambda \eta_0} \quad (\text{Ek.21})$$

olur.

İkinci olarak ifadenin

$$\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} \left(\int_{\eta_1 - x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \quad (\text{Ek.22})$$

olan ilk parçasının hesaplanması ise aşağıdaki gibidir:

İlk olarak en içteki terimin integrali alınır:

$$\int_{\eta_1 - x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 = e^{-\lambda \eta_1} \cdot e^{\lambda x_2} - e^{-\lambda x_2} \quad (\text{Ek.23})$$

olur. Elde edilen bu ifade yerine yazılarak içten ikinci kısmın integrali alınır:

$$e^{-\lambda \eta_1} \int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} \lambda \cdot dx_2 + \int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} -\lambda e^{-\lambda x_2} dx_2 \quad (\text{Ek.24})$$

$$= e^{-\lambda \eta_1} \left[\lambda(\eta_1 - \eta_0) - \frac{\lambda \eta_1}{2} \right] + \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} - \frac{e^{-\lambda \eta_1}}{2} \quad (\text{Ek.25})$$

olur. Daha sonra elde edilen bu ifade yerine yazılarak son kısmın integrali hesaplanırsa:

$$e^{-\lambda \eta_1} \left[\lambda(\eta_1 - \eta_0) - \frac{\lambda \eta_1}{2} \right] \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x_3} dx_3 + \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x_3} dx_3 - \frac{e^{-\lambda \eta_1}}{2} \int_{\eta_0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x_3} dx_3 \quad (\text{Ek.26})$$

$$= e^{-\lambda \eta_1} e^{-\lambda \eta_0} \left[\lambda(\eta_1 - \eta_0) - \frac{\lambda \eta_1}{2} \right] + \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} e^{-\lambda \eta_0} - \frac{e^{-\lambda \eta_1}}{2} e^{-\lambda \eta_0} \quad (\text{Ek.27})$$

olur. Her iki parça için elde edilen ifadeler toplanarak yerine yazılırsa bölgenin olasılığı:

$$\gamma_3(\eta_0, \eta_1, \lambda) = 6 \left[-\frac{1}{3} e^{-3\lambda \eta_0} + e^{-\lambda \eta_1} e^{-\lambda \eta_0} \left(\frac{1}{2} + \lambda \left(\frac{\eta_1}{2} - \eta_0 \right) \right) \right] \quad (\text{Ek.28})$$

olur.

B. Üç Atlamalı Maks-min Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi

X_1^i, X_2^i ve X_3^i $i = 1, 2, 3 \dots K$ olmak üzere 3 adet bağımsız ve özdeş dağılımlı ve λ parametrelili üstel rastgele değişkenler olsun. O halde $\mathcal{R}$ bölgesi:

$$\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3): \min[x_1, x_2, x_3] > \eta_0 \cap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3)] > \eta_1$$

$$| x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i] \} \quad (\text{Ek.29})$$

$$= \{[(x_1, x_2, x_3): \min[x_1, x_2, x_3] > \eta_0 \cap (x_1 + x_2) > \eta_1$$

$$| x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i]]$$

$$\cap [(x_1, x_2, x_3): \min[x_1, x_2, x_3] > \eta_0 \cap (x_2 + x_3) > \eta_1$$

$$| x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i]] \} \quad (\text{Ek.30})$$

olarak ifade edilir.

Bu bölgenin olasılığının hesaplanması oldukça karmaşık olduğundan ifade aşağıdaki gibi yakınsanabilir:

$$\mathcal{R}'(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3): x_1 > \eta_0 \cap x_1 + x_2 > \eta_1$$

$$| x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2, x_3 = x_3, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_1^i]$$

$$\cap (x_1, x_2, x_3): x_3 > \eta_0 \cap x_2 + x_3 > \eta_1$$

$$| x_1 = x_1, x_2 = x_2, x_3 = x_3^{i*}, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_3^i] \} \quad (\text{Ek.31})$$

Bu ifadeyi oluşturan iki kısmın olasılığı ile iki atlamalı durumun servis dışı kalma olasılığı çıkarılırkenki ifade aynıdır. O nedenle iki atlamalı durumdaki ifade Ω_2 olmak üzere üç atlamalı durumda:

$$\Omega_3 = (\Omega_2)^2 \quad (\text{Ek.32})$$

olarak elde edilir ve üç atlamalı maks-min sistemi için servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MM S_3} = 1 - \Omega_3(\eta_0, \eta_1, \lambda) \left(\eta_0 = \frac{2^{3R_0}}{P}, \eta_1 = \frac{2^{6R_0}}{P}, \lambda = 1 \right) \quad (\text{Ek.33})$$

olarak elde edilir.

C. Dört Atlamalı Röle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi

X_1, X_2, X_3 ve X_4 dört adet bağımsız ve özdeş dağılımlı (i. i. d.), λ parametrelili rastgele üstel değişkenler olsun. η_0 ve η_1 ise iki adet sabit değişken olsun.

$$R(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : \min[x_1, x_2, x_3, x_4] > \eta_0$$

$$\bigcap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3), (x_3 + x_4)] > \eta_1\} \quad (\text{Ek.34})$$

olarak verilir. Bu bölge için X_1, X_2, X_3 ve X_4 'ün kombinasyonları oluşturulduğunda toplam 144 durum oluşmaktadır. Bazı durumlarda olasılıklar sıfırlanmaktadır. Bölge ifadesinin sol tarafındaki terimlerin kombinasyonları satırlarda, sağ tarafındaki terimlerin kombinasyonları ise sütunlarda olacak şekilde durum tablosu oluşturulmuştur.

$$(x_1 + x_2) < (x_2 + x_3) < (x_3 + x_4) \text{ durumu 1,} \quad (\text{Ek.35})$$

$$(x_1 + x_2) < (x_3 + x_4) < (x_2 + x_3) \text{ durumu 2,} \quad (\text{Ek.36})$$

$$(x_2 + x_3) < (x_1 + x_2) < (x_3 + x_4) \text{ durumu 3,} \quad (\text{Ek.37})$$

$$(x_2 + x_3) < (x_3 + x_4) < (x_1 + x_2) \text{ durumu 4,} \quad (\text{Ek.38})$$

$$(x_3 + x_4) < (x_1 + x_2) < (x_2 + x_3) \text{ durumu 5,} \quad (\text{Ek.39})$$

$$(x_3 + x_4) < (x_2 + x_3) < (x_1 + x_2) \text{ durumu 6,} \quad (\text{Ek.40})$$

ile ve sıfır olmayan olasılıklar “X” simgesi ile, sıfır olan olasılıklar ise boş olarak gösterilerek oluşturulan durumlar Çizelge Ek.1’de görülmektedir.

Çizelge Ek.1 : Dört atlamalı seçmesiz yöntem için durum tablosu

							1	2	3	4	5	6
X ₁	<	x ₂	<	x ₃	<	x ₄	X					
X ₁	<	x ₂	<	x ₄	<	x ₃	X					
X ₁	<	x ₃	<	x ₂	<	x ₄	X					
X ₁	<	x ₃	<	x ₄	<	x ₂					X	
X ₁	<	x ₄	<	x ₂	<	x ₃		X				
X ₁	<	x ₄	<	x ₃	<	x ₂					X	
X ₂	<	x ₁	<	x ₃	<	x ₄	X					
X ₂	<	x ₁	<	x ₄	<	x ₃	X					
X ₂	<	x ₃	<	x ₁	<	x ₄			X			
X ₂	<	x ₃	<	x ₄	<	x ₁				X		
X ₂	<	x ₄	<	x ₁	<	x ₃	X					
X ₂	<	x ₄	<	x ₃	<	x ₁				X		
X ₃	<	x ₁	<	x ₂	<	x ₄			X			
X ₃	<	x ₁	<	x ₄	<	x ₂						X
X ₃	<	x ₂	<	x ₁	<	x ₄			X			
X ₃	<	x ₂	<	x ₄	<	x ₁				X		
X ₃	<	x ₄	<	x ₁	<	x ₂						X
X ₃	<	x ₄	<	x ₂	<	x ₁						X
X ₄	<	x ₁	<	x ₂	<	x ₃		X				
X ₄	<	x ₁	<	x ₃	<	x ₂					X	
X ₄	<	x ₂	<	x ₁	<	x ₃		X				
X ₄	<	x ₂	<	x ₃	<	x ₁						X
X ₄	<	x ₃	<	x ₁	<	x ₂						X
X ₄	<	x ₃	<	x ₂	<	x ₁						X

Bu tablodan da görüldüğü gibi olasılıkları sıfır olmayan toplam 24 durum bulunmaktadır. X_1, X_2, X_3 ve X_4 değişkenleri birbirinden bağımsız ve özdeş dağılımlı olduklarından aranan bölgenin olasılığı ilk durumun olasılığının 24 ile çarpılmasıyla elde edilebilir.

İlk adım:

$$x_4 > x_3 > x_2 > x_1 > \max\{\eta_0, \eta_1 - x_2\} \quad (\text{Ek.41})$$

için $\eta_0 > \eta_1 - x_2$ ise

$$x_4 > x_3 > x_2 > x_1 > \eta_0 > \eta_1 - x_2 \quad (\text{Ek.42})$$

ve $\eta_0 < \eta_1 - x_2$ ise

$$x_4 > x_3 > x_2 > x_1 > \eta_1 - x_2 > \eta_0 \quad (\text{Ek.43})$$

olmak üzere iki durum vardır. O halde aranılan bölgenin olasılığı:

$$Y_4(\eta_0, \eta_1, \lambda) \quad (\text{Ek.44})$$

$$\begin{aligned}
&= 24 \times \left[\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{x_4} \left(\int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \right. \right. \\
&\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \left. \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_4} dx_4 \\
&\quad + \int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{x_4} \left(\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} \left(\int_{\eta_1 - x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \right. \\
&\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \left. \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_4} dx_4 \left. \right] \quad (\text{Ek.45})
\end{aligned}$$

olarak ifade edilir. Bu ifadenin

$$\begin{aligned}
&\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_1 - \eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \right. \\
&\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \left. \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_4} dx_4 \quad (\text{Ek.46})
\end{aligned}$$

olan ilk parçasının integrali:

$$= -\frac{5}{24} e^{-4\lambda\eta_0} - \frac{1}{4} e^{-2\lambda\eta_1} + \frac{1}{2} e^{-\lambda\eta_1 - 2\lambda\eta_0} \quad (\text{Ek.47})$$

olarak hesaplanır. İfadenin

$$\begin{aligned}
&\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{x_4} \left(\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1 - \eta_0} \left(\int_{\eta_1 - x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \right) \\
&\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_4} dx_4 \quad (\text{Ek.48})
\end{aligned}$$

olan ikinci parçasının integrali ise:

$$= \left[e^{-\lambda\eta_1} \left[\lambda(\eta_1 - \eta_0) - \frac{\lambda\eta_1}{2} \right] + \frac{e^{-2\lambda(\eta_1 - \eta_0)}}{2} - \frac{e^{-\lambda\eta_1}}{2} \right] \frac{e^{-2\lambda\eta_0}}{2} \quad (\text{Ek.49})$$

olarak hesaplanır. O halde elde edilen iki ifade yerine konulursa, aranılan bölgenin olasılığı:

$$Y_4(\eta_0, \eta_1, \lambda) = 24 \times \left\{ \left[-\frac{5}{24}e^{-4\lambda\eta_0} - \frac{1}{4}e^{-2\lambda\eta_1} + \frac{1}{2}e^{-\lambda\eta_1-2\lambda\eta_0} \right] + \left[e^{-\lambda\eta_1} \left[\lambda(\eta_1 - \eta_0) - \frac{\lambda\eta_1}{2} \right] + \frac{e^{-2\lambda(\eta_1-\eta_0)}}{2} - \frac{e^{-\lambda\eta_1}}{2} \right] \frac{e^{-2\lambda\eta_0}}{2} \right\} \quad (\text{Ek.50})$$

olur.

D. Dört Atlı Malı Maks-min Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı Analizi

X_1^i, X_2^i, X_3^i ve x_4^i $i = 1, 2, 3, \dots, K$ olmak üzere 4 adet bağımsız ve özdeş dağılımlı ve λ parametrelili üstel rastgele değişkenler olsun.

$\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3, x_4):$

$$\min[x_1, x_2, x_3, x_4] > \eta_0 \cap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3), (x_3 + x_4)] > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, x_4 = x_4^{i*}, \\ i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^{i*}]\} \quad (\text{Ek.51})$$

$$= \{[(x_1, x_2, x_3, x_4): \min[x_1, x_2, x_3, x_4] > \eta_0 \cap (x_1 + x_2) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, x_4 = x_4^{i*}, i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i]\}$$

$$\cap [(x_1, x_2, x_3, x_4): \min[x_1, x_2, x_3, x_4] > \eta_0 \cap (x_2 + x_3) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, x_4 = x_4^{i*}, i] \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i]\}$$

$$\cap [(x_1, x_2, x_3, x_4): \min[x_1, x_2, x_3, x_4] > \eta_0 \cap (x_3 + x_4) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2^{i*}, x_3 = x_3^{i*}, x_4 = x_4^{i*}, \\ i = \arg \max_{i \in [1:K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i]\} \quad (\text{Ek.52})$$

Aranılan bölgenin olasılığının hesaplanması oldukça karmaşık bir işlem olduğundan aşağıdaki yakınsama yapılabilir:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}'(\eta_0, \eta_1) &\triangleq \{(x_1, x_2, x_3, x_4): x_1 > \eta_0 \cap x_1 + x_2 > \eta_1 \\
&| x_1 = x_1^{i*}, x_2 = x_2, x_3 = x_3, x_4 = x_4, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_1^i] \\
&\cap (x_1, x_2, x_3, x_4): x_3 > \eta_0 \cap x_2 + x_3 > \eta_1 \\
&| x_1 = x_1, x_2 = x_2, x_3 = x_3^{i*}, x_4 = x_4, i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_3^i] \\
&\cap (x_1, x_2, x_3, x_4): x_4 > \eta_0 \cap x_3 + x_4 > \eta_1 \\
&| x_1 = x_1, x_2 = x_2, x_3 = x_3, x_4 = x_4^{i*}, \quad i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_4^i] \}. \quad (\text{Ek.53})
\end{aligned}$$

Bu ifadeyi oluşturan üç kısmın olasılığı ile iki atlamalı durumun servis dışı kalma olasılığı çıkarılırkenki ifade aynıdır. O nedenle iki atlamalı durumdaki ifade Ω_2 olmak üzere dört atlamalı durumda:

$$\Omega_4 = (\Omega_2)^3 \quad (\text{Ek.54})$$

olarak elde edilir ve dört atlamalı maks-min sistemi için servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MM S_4} = 1 - \Omega_4(\eta_0, \eta_1, \lambda) \left(\eta_0 = \frac{2^{4R_0}}{P}, \quad \eta_1 = \frac{2^{8R_0}}{P}, \quad \lambda = 1 \right) \quad (\text{Ek.55})$$

olarak elde edilir.

E. Rölle Seçmesiz Yöntemin Servis Dışı Kalma Olasılığı İfadesinin N Atlamaya Genelleştirilmesi

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ N adet bağımsız ve özdeş dağılımlı (i. i. d.), λ parametrelili rastgele üstel değişkenler olsun. η_0 ve η_1 ise iki adet sabit değişken olsun.

$$R(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): \min[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] > \eta_0$$

$$\bigcap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3), \dots, (x_{n-1} + x_n)] > \eta_1 \} \quad (\text{Ek.56})$$

olarak verilir. Bu bölge için tüm değişkenlerin kombinasyonları oluşturulduğunda toplam $N! \times (N-1)!$ Durum oluşur. Bazı durumlarda olasılıklar sıfırlanmaktadır.

Aranılan bölgenin ifadesi N atlama için:

$$Y_N(\eta_0, \eta_1, \lambda) \quad (\text{Ek.57})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{N! (N-1)! \text{ farklı bölge}}{(N-1)! \text{ boş bölge}} \times \left[\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{x_n} \left(\int_{\eta_0}^{x_{n-1}} \dots \left(\int_{\eta_0}^{x_4} \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \times \left(\int_{\eta_1-\eta_0}^{x_3} \left(\int_{\eta_0}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \\ &\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \dots \lambda \cdot e^{-\lambda x_{n-2}} dx_{n-2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_{n-1}} dx_{n-1} \lambda \cdot e^{-\lambda x_n} dx_n \\ &\quad + \int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\eta_0}^{\infty} \dots \left(\int_{\eta_0}^{\infty} \left(\int_{\frac{\eta_1}{2}}^{\eta_1-\eta_0} \left(\int_{\eta_1-x_2}^{x_2} \lambda \cdot e^{-\lambda x_1} dx_1 \right) \lambda \cdot e^{-\lambda x_2} dx_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \times \lambda \cdot e^{-\lambda x_3} dx_3 \dots \lambda \cdot e^{-\lambda x_{n-1}} dx_{n-1} \lambda \cdot e^{-\lambda x_n} dx_n \left. \right] \quad (\text{Ek.58}) \end{aligned}$$

olarak yazılır. O halde N atlamalı PLNC sistemi için servis dışı kalma olasılığı ifadesi:

$$P_{NSN} = 1 - Y_N(\eta_0, \eta_1, \lambda) \quad (\text{Ek.59})$$

şeklinde gösterilir.

F. Maks-min Röle Seçme Yönteminin Servis Dışı Kalma Olasılığı İfadesinin N Atlamaya Genelleştirilmesi

$X_1^i, X_2^i, X_3^i \dots X_n^i$ $i = 1, 2, 3, \dots$ Kolmak üzere N adet bağımsız ve özdeş dağılımlı ve λ parametrelili üstel rastgele değişkenler olsun.

$$\mathcal{R}(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n):$$

$$\min[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] > \eta_0 \cap \min[(x_1 + x_2), (x_2 + x_3), \dots, (x_{n-1} + x_n)] > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i^*}, x_2 = x_2^{i^*}, x_3 = x_3^{i^*}, \dots, x_n = x_n^{i^*},$$

$$i = \arg \max_{i \in [1 \ K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, \dots, x_n^i] \quad (\text{Ek.60})$$

$$= \{[(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): \min[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] > \eta_0 \cap (x_1 + x_2) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i^*}, x_2 = x_2^{i^*}, x_3 = x_3^{i^*}, \dots, x_n = x_n^{i^*}, i = \arg \max_{i \in [1 \ K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, \dots, x_n^i]$$

$$\cap [(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): \min[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] > \eta_0 \cap (x_2 + x_3) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i^*}, x_2 = x_2^{i^*}, x_3 = x_3^{i^*}, \dots, x_n = x_n^{i^*}, i = \arg \max_{i \in [1 \ K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, \dots, x_n^i]$$

$$\cap \dots$$

$$\cap [(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): \min[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] > \eta_0 \cap (x_{n-1} + x_n) > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i^*}, x_2 = x_2^{i^*}, x_3 = x_3^{i^*}, \dots, x_n = x_n^{i^*},$$

$$i = \arg \max_{i \in [1 \ K]} \min[x_1^i, x_2^i, x_3^i, \dots, x_n^i] \quad (\text{Ek.61})$$

olarak ifade edilir.

Aranılan bölgenin olasılığının hesaplanması oldukça karmaşık bir işlem olduğundan aşağıdaki yakınsama yapılabilir:

$$\mathcal{R}'(\eta_0, \eta_1) \triangleq \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): x_1 > \eta_0 \cap x_1 + x_2 > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1^{i^*}, x_2 = x_2, x_3 = x_3, \dots, x_n = x_n, i^* = \arg \max_{i \in [1 \ K]} [x_1^i]$$

$$\cap (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): x_3 > \eta_0 \cap x_2 + x_3 > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1, x_2 = x_2, x_3 = x_3^{i^*}, \dots, x_n = x_n, i^* = \arg \max_{i \in [1 \ K]} [x_3^i]$$

$$\cap \dots$$

$$\cap (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): x_n > \eta_0 \cap x_{n-1} + x_n > \eta_1$$

$$|x_1 = x_1, x_2 = x_2, x_3 = x_3, \dots, x_n = x_n^{i^*}, \quad i^* = \arg \max_{i \in [1:K]} [x_n^i] \} \quad (\text{Ek.62})$$

olur. Bu ifadeyi oluşturan N parçanın olasılığı ile iki atlamalı durumun servis dışı kalma olasılığı çıkarılırkenki ifade aynıdır. O nedenle iki atlamalı durumdaki ifade Ω_2 olmak üzere N atlamalı durumda:

$$\Omega_N = (\Omega_2)^{N-1} \quad (\text{Ek.63})$$

olarak elde edilir ve N atlamalı maks-min sistemi için servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{MMS_N} = 1 - \Omega_N(\eta_0, \eta_1, \lambda) \left(\eta_0 = \frac{2^{N.R_0}}{P}, \quad \eta_1 = \frac{2^{2.N.R_0}}{P}, \quad \lambda = 1 \right) \quad (\text{Ek.64})$$

olarak elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Barış Köksal
Doğum Yeri ve Tarihi: Adana / 24.09.1986
Adres: Acıbadem Mah. Başöğretmen Sk. 15/18 Üsküdar
İSTANBUL
Lisans Üniversitesi: İstanbul Teknik Üniversitesi