İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SUSTURUCULARIN AKUSTİK PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Ahmet AKBAŞ

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Programı : MAKİNA DİNAMİĞİ, TİTREŞİM VE AKUSTİK

HAZİRAN 2005

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SUSTURUCULARIN AKUSTİK PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Ahmet AKBAŞ
(503011140)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09 Mayıs 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 01 Haziran 2005

Tez Danışmanı : **Doç.Dr. Haluk EROL**

Diğer Jüri Üyeleri **Prof.Dr. H. Temel BELEK**

Prof.Dr. Ahmet GÜNEY

HAZİRAN 2005

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her evresinde bana yol gösteren, her zaman daha iyisini yapma azmini ve imkanını yaratan İ.T.Ü. Makina Fakültesi öğretim üyesi sayın Doç Dr. Haluk EROL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. İTÜ - FORD OTOSAN Cargo araçları için susturucu geliştirme projesi çerçevesinde, maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen FORD OTOSAN A.Ş'ye, Ford –Otosan Cargo araçları ürün geliştirme departmanında görevli Makine Yüksek Mühendisi Emre TANAYDIN'a, Makine Mühendisi Cenk OSKAY 'a; aynı proje çerçevesinde görevli değerli hocam Prof. Dr. Ahmet GÜNEY ve proje arkadaşım Özcan AHMETOĞLU'na teşekkürü borç bilirim. Bununla beraber deneyselsel çalışmalar ile ilgili gerekli ekipmanların sağlanmasında yardımlarını esirgemeyen DPT HAGU projesine ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2005 Ahmet AKBAŞ

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

SEMBOL LİSTESİ

A_n^+, A_n^-....	: Modal genlikler
c	: Ses hızı
f	: Frekans
k	: Dalga sayısı
L,l,t	: Silindir uzunluğu
P	: Akustik ses basıncı
r	: Silindir yarıçapı
R	: Akustik direnç katsayısı
u	: Eksenel yöndeki partikül hızı
Z	: Empedans
α_n,β_n,γ_n,δ_n,λ_n,χ_n,Φ_n...	: Silindirlere ait radyal yöndeki dalga sayıları
ρ	: Yoğunluk
ω	: Açısal hız
Ψ	: Öz fonksiyonu

SUSTURUCULARIN AKUSTİK PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

ÖZET

Egzoz gürültüsü, şehir hayatında gürültü kirliliğine neden olan bileşenlerden en önemlisidir. Otomotiv sektöründeki teknolojik gelişmeler, rekabet ortamının sürekli olarak güçleşmesi ve her geçen gün artan araç sayısı, bu konuyu önemli bir araştırma ve/veya geliştirme alanı haline getirmiştir. Bu nedenle, tasarlanan her yeni motor, çevresel gürültü standartlarının da etkisi ile, araç üzerinde bulunan mevcut susturucunun yeniden tasarlanmasını zorunlu hale getirmektedir.

Susturucu tasarımında yoğun olarak kullanılan yöntemler arasında analitik yöntemler, tasarımda anahtar rol oynamaktadır. Bu çalışma, belirli tipteki susturucuların akustik performanslarının iki boyutlu analitik metot yardımıyla incelenmesini ve susturucuların akustik performanslarının deneysel yollarla belirlenmesinde kullanılan bir deney düzeneğinin tasarlanmasını içermektedir. Bu kapsamda Bölüm 1'de susturucular ve susturucu tasarımı hakkında kısa bilgiler verilmiştir. Bölüm 2'de basit odalı silindirik bir susturucudan başlayarak, yutucu malzemeli uzatılmış silindirli iki odalı bir susturucuya kadar belirli tipteki susturucuların iki boyutlu analitik metot ile akustik performansları incelenmiştir. Bölüm 3, analitik olarak incelenen susturuculara ait ses iletim kaybı eğrilerini ve bu susturuculara ait muhtelif parametrelerin değişiminin ses iletim kaybı eğrilerine etkilerini içermektedir.Yine bu bölümde incelenen her bir susturucuya ait ses iletim kaybı eğrisi, sonlu elemanlar metodu ile analiz yapan, Msc. Actran akustik analiz programından elde edilen iletim kaybı eğrileri ile doğrulanmıştır. Bölüm 4'de susturucuların akustik performanslarının deneysel yollarla belirlenmesinde kullanılan deneysel yöntemler incelenmiş, tasarlanan deney düzeneği tanıtılmıştır.

INVESTIGATION OF THE ACOUSTIC ATTENUATION PERFORMANCE OF MUFFLERS

SUMMARY

Exhaust noise (of IC engines) is the main component of noise pollution in the urban environment. Due to the technological improvements in the automotive industry, ever increasing number of vehicles on the road and the ongoing challenges of the competition have made this topic an important area of research and development. Therefore, In accordance with the environmental noise standards, indispensably, with every new engine designed the muffler has to be redesigned.

Among the intensively used techniques in muffler design stage, (2D) the analytical approaches play a key role. This study covers the observation of the acoustical performance of certain type of mufflers with the help of the 2D analytical approach, and the design of a measurement setup to be used to determine the acoustic attenuation performance of mufflers in an experimental way. A brief description of a muffler and muffler design has been given in Chapter one. Chapter two is about the investigation of acoustic attenuation performance of mufflers with a 2D analytical approach for certain type of mufflers, from a circular expansion muffler to two circular expansion chambers including fiber material and extended inlet/outlet tubes. In chapter three, numerical results are presented for each investigated muffler in the previous chapters. Effect of some parameters for each muffler type to sound transmission loss curve was also examined. Confirmation of transmission loss curves with the help of the analytical method was implemented with Msc. Actran acoustic analysis program as well. Chapter four observed experimental way to determine acoustic attenuation performance of mufflers, experimental setup was also presented.

1. GİRİŞ

Gelişen teknolojiyle her geçen gün çıtasını yükselten konfor, kalite, yüksek performans hedefleri ve belki de en önemlisi, yükselen çevre bilinci nedenleriyle, otomotiv sektöründe vazgeçilmez hale gelen susturucular, tasarımın hassas duraklarından biridir. Bir susturucunun insan sağlığı ve konforu açısından arzu edilen gürültü indirgemesini gerçekleştirmesi beklenmektedir. Bu sağlanırken egzoz gazının serbest akışının sağlanarak karşı basınca neden olan tüm faktörlerin pasifleştirilmesi ve böylece motor verimi en yüksek seviyede tutulmaya çalışılmalıdır.

Bu bölümde, susturucu çeşitleri hakkında genel bilgiler verilmiş, susturucu tasarımında dikkat edilmesi gereken kriterler incelenmiş, ardından tasarımda kullanılabilecek bilgiler verilmiştir. Son olarak, bu çalışmanın amacı ve kapsamı değerlendirilmiştir

1.1 Susturucu Türleri

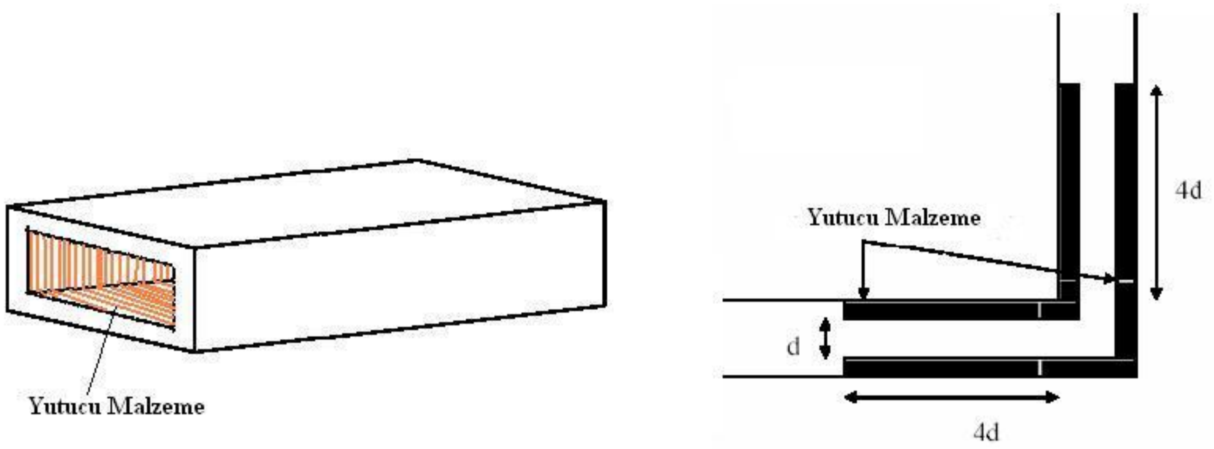
Susturucular, genel olarak aktif ve pasif susturucular olmak üzere iki guruba ayrılırlar. Pasif susturucular ise kendi içinde aşağıdaki şekilde iki gruba ayrılırlar.

-Yayıcı etkili ve yutucu malzemeli (dissipative and absorbative silencers),

-Yansıtıcı Susturucular (reflective or reactive silencers).

1.1.1 Yayıcı etkili ve yutucu malzemeli susturucular

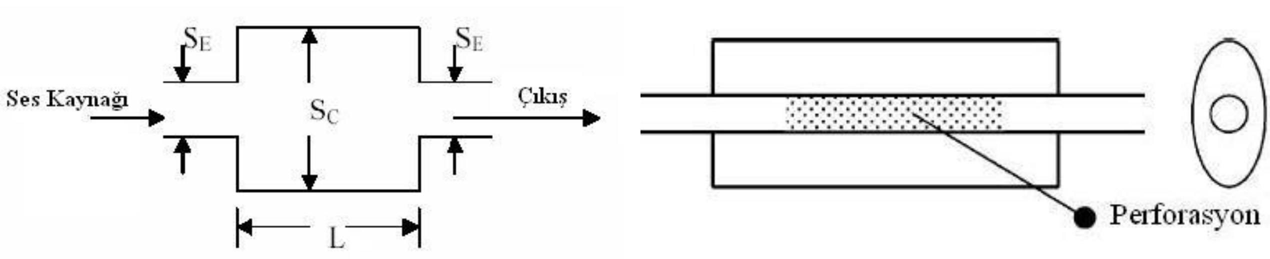
Bu tip susturucular gerekli ses yutumunu sağlamak için içlerinde yutucu malzeme bulundurmaktadırlar. Tasarım aşamasında, yutucu malzeme kalınlığı gürültünün baskın olduğu frekans badına göre seçilmelidir. Bu tip susturucuların kullanılması durumunda, yüksek frekanslarda geniş bantta etkili bir düşüm sağlanmaktadır. Susturucuya gelen akustik enerji, yutucu malzeme içinden geçerken belli oranda ısıya dönüşerek sönümlenir. Genellikle havalandırma sistemlerinde kullanılmaktadırlar. Kullanım yerine göre düz kanal şeklinde oldukları gibi dirsek şeklinde tasarlanmış örnekleri de mevcuttur.



Şekil 1.1 : Yayıcı Etkili ve Yutucu Malzemeli Susturucu Örnekleri.

1.1.2 Yansıtıcı susturucular

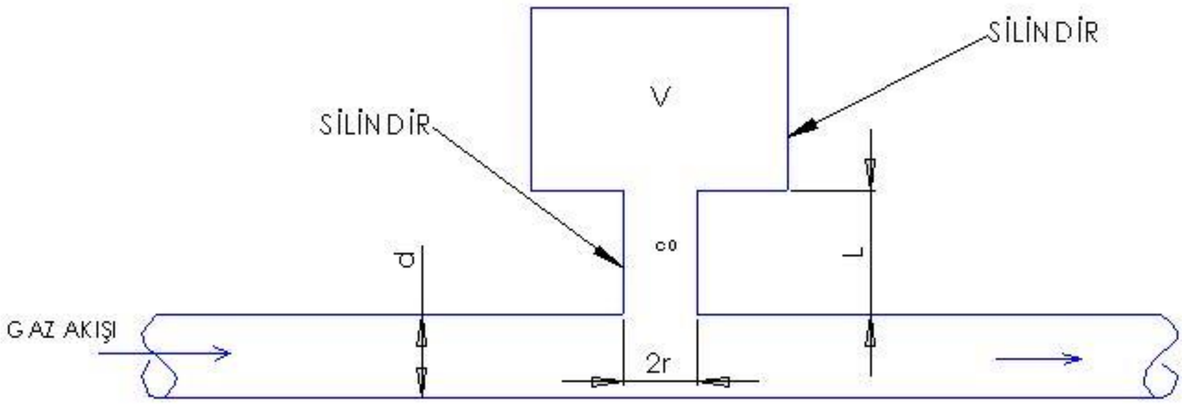
Yansıtıcı tipteki susturucular, gelen ses dalgasını ses kaynağına doğru yansıtarak sönümleme prensibine göre çalışırlar. Akustik enerji, susturucu içerisinde oluşan yansımalar sonucunda sönümlenir. Bu tip susturucular, yayıcı etkili yutucu malzemeli susturucuların çalışmadığı düşük frekanslarda oluşan gürültüyü azaltmak amacıyla tasarlanmaktadırlar. En basit örnekleri, içi boş basit genleşme odalı susturuculardır. Temel bileşenleri; genişleme odaları, rezonatörler ve delikli borulardır.



Şekil 1.2 : Yansıtıcı Susturucu Örnekleri.

1.1.2.1 Helmholtz rezonatörü

Boşluk rezonatörü olarak da isimlendirilen bu tip rezonatörler, içinde hava bulunan bir silindirin, ses kaynağının bulunduğu silindire küçük çaplı silindirik eleman (boğaz) yardımıyla bağlanmasından oluşmaktadırlar. Havanın bulunduğu hacim ve boğaz, ses kaynağının frekansına göre ayarlandığında, kavite içinde bulunan ses ilgili frekansta rezonansa girerek ses dalgasını sönümler. Bu nedenle, bu tip rezonatörler düşük frekanslarda dar bantlı gürültünün azaltılmasında kullanılırlar [1,2].



Şekil 1.3 : Helmholtz Rezonatörü.

Rezonans frekansı aşağıdaki formül ile elde edilir.

$$f_r = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{IV}} \tag{1.1}$$

f_r : rezonans frekansı (Hz)

c : ses hızı (m/s)

A : boğaz kesit alanı (m^2)

L : boğaz boyu (m)

$I = L + \sqrt{A}$ (m)

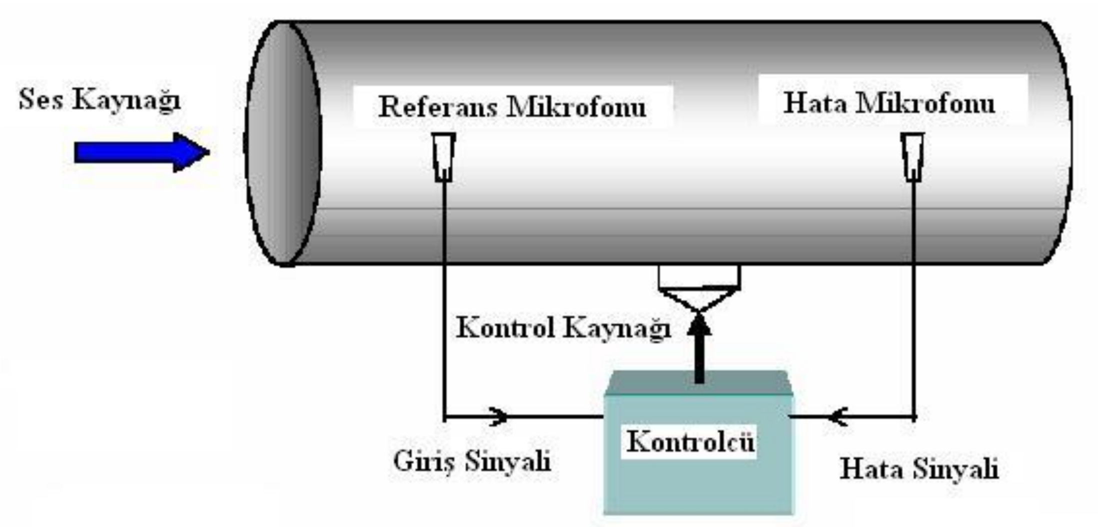
V : kavite hacmi (m^3)

1.1.3 Aktif susturucular

Aktif ses kontrolü, var olan bir gürültüyü, sisteme başka bir gürültü ekleyerek kontrol etme prensibine göre yapılmaktadır. Bu yaklaşım, aktif susturucularda benzer şekilde kullanılmaktadır.

Aktif gürültü azaltımında kullanılan en genel mekanizma, eklenen ikinci gürültünün orijinal gürültü ile zıt fazda olmasıdır. Aktif gürültü kontrolü, mevcut düşük frekanstaki tonal seslere uygulanabilir.

Aktif ses kontrolü, basitçe şekil 1.4'de görülebilir. Ses kaynağından gelen gürültü referans mikrofonu tarafından algılanarak, elektrik sinyaline dönüştürülür. Bu sinyal kontrolcüye gönderilerek, kontrolcü tarafından gelen sinyale zıt fazda yeni bir sinyal üretilir ve kontrol kaynağına (hoparlör) gönderilir. Hata mikrofonundan okunan değer kontrolcü tarafından algılanır, kontrolcü ilk gönderdiği sinyali düzelterek kontrol kaynağına yeni bir sinyal gönderir. Bu sayede aktif ses kontrolü optimize bir şekilde çalışır.



Şekil 1.4 : Aktif Gürültü Kontrolü Devre Şeması.

1.2 Susturucu Tasarımı

Tasarım sürecinde özel gereksinimlerin karşılanması için bir çok kriter incelenmiştir. Bu gereksinimler aşağıda özetlenmiştir [1].

1.2.1 Susturucu tasarım kriterleri

Bir egzoz susturucusunun tasarımında aşağıdaki kriterlerin karşılanması beklenir.

(i) Yeterli Ses İletim Kaybı (TL): İletim kaybı, (1.2) eşitliğinde gösterildiği gibi susturucuya giren ses gücü düzeyi ile susturucudan çıkan ses gücü düzeyi arasındaki farktır. Egzoz susturucusu sönümlenmiş egzoz gürültüsünün, motor bloğu içerisindeki yanmadan ve diğer etkin gürültü kaynaklarından oluşan gürültüden yeterince düşük olması amacıyla tasarlanır. Bu nedenle iletim kaybı değerinin, motorun gürültü ürettiği tüm frekanslarda yeterince yüksek olması beklenir. Susturucu tasarımında öncelikle motor gürültüsüne ait frekans spektrumunun belirlenmesi, hangi frekans aralığıyla ilgilenilmesi gerektiğinin belirlenmesi açısından önemlidir

$$TL = 10\log_{10}\frac{W_i}{W_t} \qquad \textbf{(1.2)}$$

Burada ,

W_i: Gelen dalganın ses gücü,

W_t: İletilen dalganın ses gücü.

(ii) Karşı Basınç: Susturucu tarafından motordan çıkan egzoz gazlarının sıkıştırılması sonucu oluşan basınçtır ve yeterince düşük olması beklenir. Dört zamanlı motorlarda oluşan bu anlık basınç; fren gücünü, hacimsel verimliliği ve bu nedenle yakıt tüketim oranını etkilemektedir.

(iii) Hacim: Büyük boyutlu susturucular uyum, montaj ve aşırı maliyet problemlerine neden olmaktadır.

(iv) Dayanıklılık: Bir susturucuda duvar sıcaklığının dağılımı, susturucunun yüzeylerinde termal gerilmeler nedeniyle hasar oluşmaması için, üniform olmalıdır. Susturucu, korozyona dayanıklı bir metalden üretilmelidir.

(v) Egzoz gazının akış gürültüsü, özellikle büyük iletim kaybı özelliğine sahip susturucularda, yeteri kadar küçük olmalıdır.

(vi) Susturucu kabuğundan sızan gürültü minimum olmalıdır.

(vii) Susturucu performansı zamanla kötüleşmemelidir.

1.2.2 Karşı basınç oluşumu

İyi bir ses iletim kaybı özelliğine sahip bir susturucuda en önemli zararlı etki, motoru zorlayan karşı basınç oluşumudur. Karşı basınç, silindirik elemanlarda ve bağlantı elemanlarında oluşan statik basınç düşümünden meydana gelir. Yüksek karşı basınç değeri, motorun hacimsel verimliliğindeki düşmeden dolayı, motorun ortalama etkin fren basınç değerinde (BMEP) önemli kayıplara neden olur. Aynı zamanda, aracın yakıt sarfiyatını artırmaktadır.

Bir genleşme odası ve çıkış borusundan oluşan basit bir susturucu göz önüne alınırsa, böyle bir susturucudaki basınç düşümü üç temel bileşenden oluşur [2]:

- Akışkanın oda içerisindeki genleşmesi ve sonrasında daralması nedeniyle oluşan basınç düşümü,
- çıkış silindirindeki türbülans nedeniyle oluşan basınç düşümü,
- akışkanın çıkış borusunda genleşmesi nedeniyle oluşan basınç düşümü.

Birinci bileşen, oda boyutlarının ve giriş –çıkış silindirlerinin genleşme odasına göre izafi ölçülerinin bir fonksiyonudur. Bu nedenle:

- Silindirlerin oda ile birleşme yerlerinde keskin köşelerden kaçınılmalıdır,
- Giriş ve çıkış silindirlerinin eş eksenli olması ve çıkış silindirinin biraz daha büyük olması, akışın çıkışta genişleyerek rahatlaması açısından tavsiye edilir. Ancak, bu gereksinim yüksek frekanslarda yüksek iletim kaybı elde etmek amacıyla çelişmektedir. Bu nedenle optimum seçim yapılmalıdır.
- Gerekli olmadıkça, akışın yön değiştirmesi gereken dizaynlardan kaçınılmalıdır. Dirsekler, düz bir dizaynla karşılaştırıldıklarında karşı basıncı artırmaktadır. Eğer akışın yön değiştirmesi gerekli ise, bunun akış hızının azaldığı kısımlarda yapılması tercih edilmelidir.

Basınç düşümüne neden olan ikinci bileşen, çıkış silindirindeki türbülanslı akıştır. Buradaki basınç kaybı ifadesi,

$$\Delta P = \left(4\frac{F_m l}{d}\right)\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) \ (\mathrm{N/m^2}) \qquad \textbf{(1.3)}$$

Burada,

l: çıkış silindir boyu (m),

d: egzoz borusu çapı (m),

ρ: ortalama gaz yoğunluğu (kg/m^3),

F_m: çıkış silindiri için Fanning sürtünme faktörü,

υ: çıkış silindirindeki anlık lineer hız (m/s),

Tipik bir çelik silindirde $l/d \geq 1.30$ ise $F_m \cong 8.10^{-3}$.

Basınç kaybı'nın (ΔP) anlık değeri, egzoz borusundaki anlık partikül hızı toplamının karesi ile doğru orantılıdır. Çıkış silindirindeki bu basınç kaybı, genlikle ihmal edilebilir düzeydedir.

Basınç düşümüne neden olan üçüncü bileşen, genleşmeye bağlı basınç düşümüdür. Genleşmeye bağlı basınç düşümü, aşağıdaki denklem yardımıyla elde edilebilir.

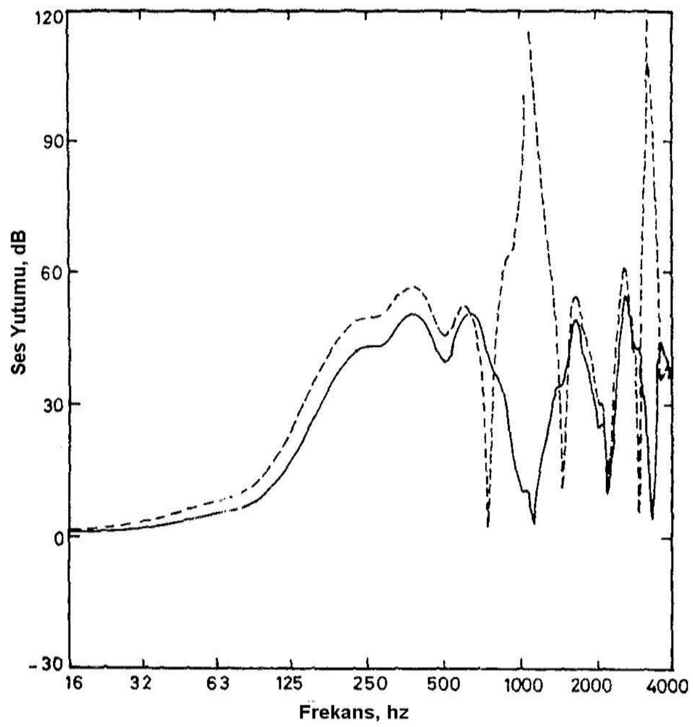
$$\Delta P \approx 0.4\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon^2\right) \text{ (N/m}^2\text{)} \qquad \textbf{(1.4)}$$

Yüksek ses iletim kaybı (TL) gereksinimi ile düşük karşı basınç isteği arasında çelişki vardır. Karşı basıncın düşürülmesi için genel olarak ortalama akış hızı düşürülmeli, bunun için silindirlerin çapları büyütülmelidir. Fakat bu durumda, susturucu hacmi ve maliyeti yükselecek, iletim kaybı değeri düşecektir. Bu nedenle tasarımcı karşı basınç, iletim kaybı (TL) ve maliyet kriterleri arasında optimumu bulmak zorundadır.

1.2.3 Akustik incelemeler

1.2.3.1 Uzatılmış silindir etkisi

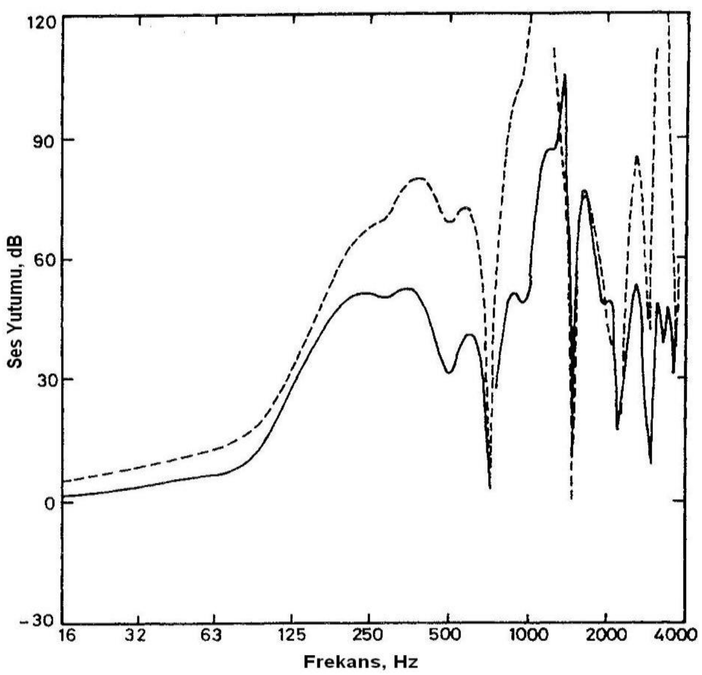
Uzatılmış silindirli bir susturucunun doğru bir şekilde tasarlanması durumunda, susturucu performansı şekil 1.5'te görüldüğü gibi, hem tüm frekans bölgesinde hem de belirli bir frekans aralığında rezonans etkisiyle önemli ölçüde yükselecektir [1].



Şekil 1.5 : Oda türlerinin Susturucu Performansına Etkisi. Basit odalı susturucu; Uzatılmış silindirli susturucu.

1.2.3.2 Oda sayısının etkisi

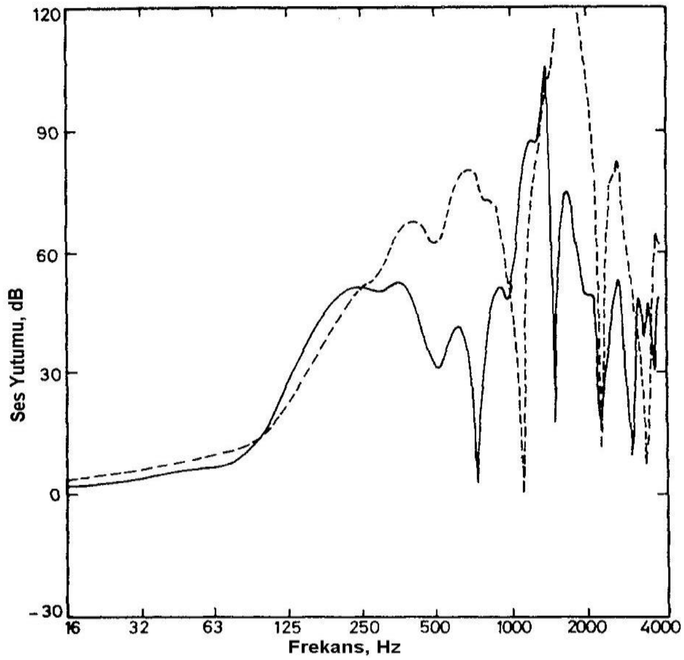
Susturucu tasarımında oda sayısının artırması, susturucu hacmini artırması nedeniyle susturucu performansını önemli ölçüde artırmaktadır [1].



Şekil 1.6 : Oda sayısının Susturucu Performansına Etkisi. İki odalı; Üç odalı.

1.2.3.3 Farklı oda sayılı aynı boylu susturucular

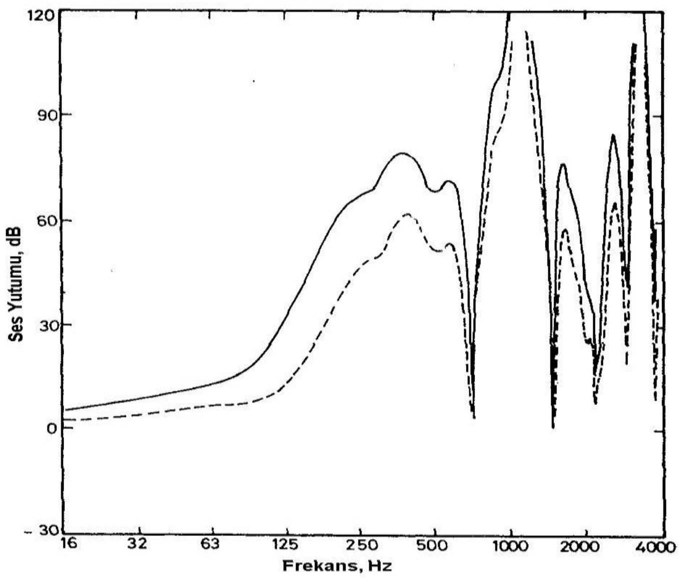
Aynı boyda olmak şartıyla çok odalı susturucular, yüksek frekanslarda daha iyi bir performans göstermelerine rağmen düşük frekanslarda bu etki tersine dönmektedir. Bu durum şekil 1.7’de görülebilir [1].



Şekil 1.7 : Aynı Uzunluklu Ters Akış Odalı Susturucu ——— İki odalı; ------ Üç Odalı.

1.2.3.4 Alan oranının etkisi

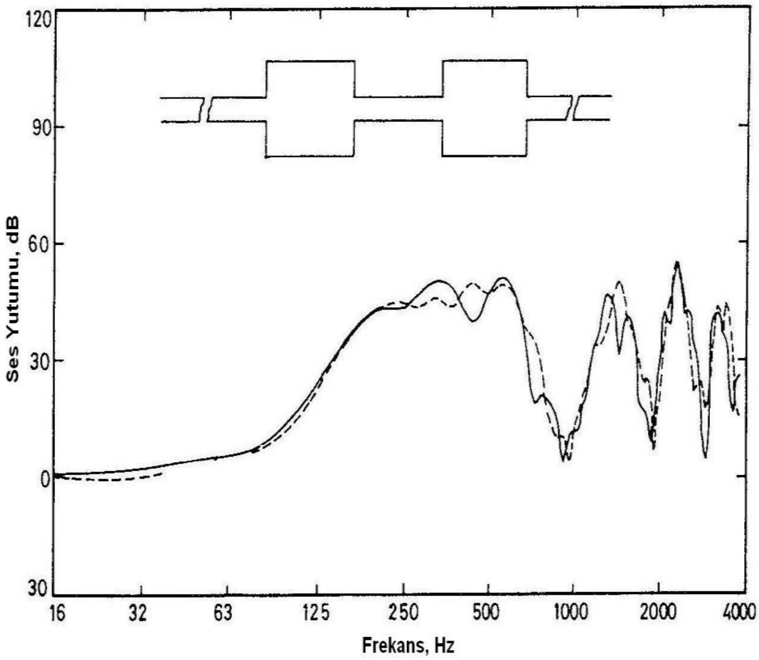
Yüksek alan oranına sahip susturucular daha iyi akustik performans göstermektedirler [1].



Şekil 1.8 : Alan Oranının Susturucu Performansına Etkisi ------ Alan oranı: 16; ——— Alan oranı: 9.

1.2.3.5 Değişken gaz sıcaklığının etkisi

Egzoz gazının sıcaklığı susturucu boyunca değişim göstermektedir. Bu değişim gelen dalganın empedansını dolayısıyla k_0 dalga sayısını değiştirmektedir. Şekil 1.9, sıcaklıktaki bu değişimin tasarım esnasında ihmal edilebileceğini göstermektedir [1].



Şekil 1.9 : Sıcaklık Gradyanı Değişiminin Susturucu Performansına Etkisi, (logaritmik).-------- Uniform sıcaklık; ——— Değişken sıcaklık.

1.3 Amaç ve Kapsam

Bir susturucunun insan sağlığı ve konforu açısından arzu edilen gürültü indirgemesini gerçekleştirmesi beklenirken, diğer yandan egzoz gazının serbest akışının sağlanarak karşı basınca neden olan tüm faktörlerin giderilmesi ve böylece motor veriminin en yüksek seviye tutulması beklenmektedir. Tasarım aşamasında kullanılan yöntemler arasında, nümerik yöntemler (sonlu elemanlar analizi), analitik yöntemler ve deneysel yöntemler bulunmaktadır. Bu çalışmada, belirli tipteki susturucuların akustik performanslarının iki boyutlu analitik metot yardımıyla incelenmesi ve susturucuların akustik performanslarının deneysel yollarla belirlenmesinde kullanılan bir deney düzeneğinin tasarlanması amaçlanmaktadır.

Susturucu tasarımında kullanılan iki boyutlu analitik metotlar konusunda literatürde A. Selamet tarafından yapılan çeşitli çalışmalar mevcuttur. A. Selamet ilk olarak iki boyutlu analitik yöntem ile basit odalı silindirik bir susturucunun akustik performansını incelemiştir [3]. Bu çalışmanın devamında incelenen susturucu tipi geliştirilerek, uzatılmış silindirli tek ve iki odalı silindirik bir susturucu analitik, nümerik ve deneysel yöntemler ile ele alınmıştır [4,5]. Daha sonra susturucu tipi bir adım daha öteye götürülerek, içinde yutucu malzeme bulunan basit odalı silindirik bir susturucunun akustik performansı ele alınmıştır [6].

Susturucuların akustik performanslarının deneysel olarak incelenmesi konusunda, literatürde dört kutup parametreleri ve transfer matrisi metodu yaklaşımı ile Z. Tao tarafından bir çalışma yapılmıştır [7]. Bu çalışmanın devamı olarak Y. Ryu tarafından, Z. Tao'nun kullandığı dört kutup parametreleri yöntemi farklı bir şekilde ele alınarak susturucuların akustik performansları incelenmiştir [8].

Bu çalışma kapsamında analitik çalışmalar bölümünde ilk olarak A. Selamet tarafından incelenen susturucu tipleri analitik olarak ele alınmış, daha sonra A. Selamet tarafından incelenen uzatılmış silindirli silindirik susturucu tipi bir adım daha öteye götürülerek, uzatılmış silindirli yutucu malzemeli tek ve iki odalı silindirik susturucuların akustik analizi yapılmıştır. Bu susturuculara ait muhtelif parametrelerin değişiminin susturucu performansına etkileri ele alınmıştır. Deneysel çalışmalar bölümünde ise, Y. Ryu tarafından ortaya konulan teori rehber alınarak, susturucuların akustik performanslarının ölçümünde kullanılan bir deney düzeneği tasarlanmıştır [2]. Bu deney düzeneğine ilişkin ölçüm ekipmanları ve ölçüme ait güvenilir frekans bölgesinin belirlenmesinde etkili parametreler incelenmiştir.

2. TEORİK İNCELEMELER

Teknolojik gelişmeler, özellikle otomotiv sanayinde rekabet ortamının sürekli olarak güçleşmesi nedeniyle, büyük bir ivme kazanmıştır. Tasarlanan her yeni motor, çevresel gürültü standartlarının da etkisi ile, araç üzerinde bulunan mevcut susturucunun yeniden tasarlanmasını zorunlu hale getirmektedir. Susturucu tasarımında ise, kullanılan yöntemler arasında analitik yöntemler, tasarım esnasında büyük önem taşımaktadır. Bu bölümde, basit odalı silindirik bir susturucudan başlanarak, uzatılmış silindirli, yutucu malzemeli, iki odalı bir susturucuya kadar belirli tipteki susturucuların akustik performansları iki boyutlu analitik yöntem ile incelenmiştir.

Analitik incelemeler esnasında aşağıdaki kabuller yapılmıştır;

i. Susturucu içerisinde herhengi bir gaz akışı bulunmamaktadır,

ii. Hava sıcaklığı susturucu boyunca sabittir (20 ^{o}C),

iii. Susturucu cidarı rijit kabul edilmiştir,

iv. İncelenen susturucular silindirik elemanlardan oluşmaktadır. Bu nedenle, matematiksel denklemlerdeki üçüncü boyut (θ) ihmal edilmiştir,

v. Susturucuların akustik performansları 0-3000 Hz arasında incelenmiştir.

2.1 Basit Odalı Silindirik Bir Susturucu

Şekil 2.1’de L uzunluğunda r_2 yarıçapında basit odalı silindirik bir susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri r_1 yarıçapında ve sırasıyla I ve III indisleriyle gösterilmektedir.

Giriş silindirinde (birinci bölgede) Helmholtz denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir [1,3]:

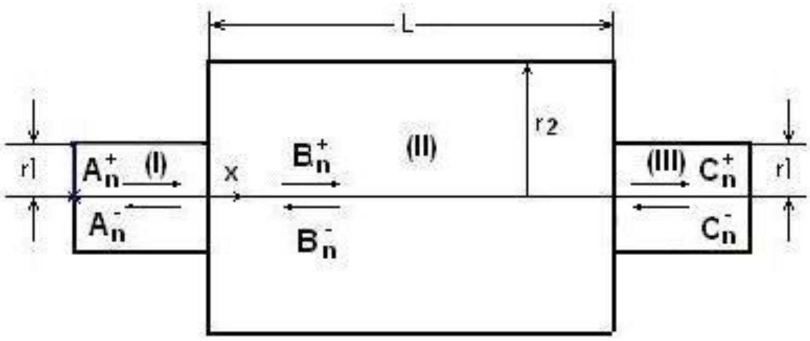
$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_0^{\ 2} P = 0 \tag{2.1}$$

Bu denkleme ilişkin çözüm kabulü (2.2)-(2.3) denklemi ile ifade edilmiştir [9].

$$P_A(r,x) = \sum_0^{\infty} (A_n^+ e^{-jk_{x,A,n}x} + A_n^- e^{jk_{x,A,n}x})\psi_{A,n}(r), \tag{2.2}$$

$$\psi_{A,n}(r) = J_0(\frac{\alpha_n}{r_1} r). \tag{2.3}$$

P_A birinci bölgedeki akustik basıncı tanımlamaktadır. $k_0 = \dfrac{2\pi f}{c_0}$ dalga numarası, c_0 ses hızını ve f frekansı temsil etmektedir. A_n^+ ve A_n^- ise x yönündeki pozitif ve negatif modal genlikleri ifade etmektedir. $k_{x,A,n}$, x yönündeki dalga sayısıdır ve x,A,n ise sırasıyla eksenel yönü, birinci bölgeyi ve ilgili dalga sayının mertebesini tanımlamaktadır.



Şekil 2.1 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucunun Geometrisi

$\psi_{A,n}(r)$, dairesel bir silindirin öz fonksiyonudur. J_0, sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonunu ifade etmektedir. Sınır şartlarını en iyi sağlayan fonksiyonlar Bessel fonksiyonları oldukları için, çözüm kabulü olarak kullanılmaktadır.

$\dfrac{\alpha_n}{r_1}$ radyal yönde birinci bölgedeki dalga sayısıdır ve aşağıda tanımlandığı gibi silindir yüzeyi üzerinde radyal yöndeki sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\left.\frac{\partial \psi_{A,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_1} = 0, \tag{2.4}$$

$$J_0'(\alpha_n) = 0. \tag{2.5}$$

Eksenel yöndeki n. moda ait dalga sayısı ise, aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$k_{x,A,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\alpha_n}{r_1}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\alpha_n}{r_1}. \end{cases} \quad \textbf{(2.6)}$$

(2.6) numaralı denklemin ikinci bölümündeki eksi işareti, $e^{-jk_{x,A,n}x}$ ifadesinin üstel olarak x ekseni boyunca azalmasını tanımlamak amacıyla kullanılmaktadır.

X ekseni boyunca oluşan partikül hızı, lineerleştirilmiş momentum denklemi yardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad \textbf{(2.7)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,A}}\,(\mathrm{r,x}) = -\frac{1}{\rho_0}\int \frac{\partial P}{\partial x}.dt = -\frac{1}{\rho_0}\int\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\partial(A_n^+ e^{(\omega t - jk_{x,A,n}x)} + A_n^- e^{(\omega t + jk_{x,A,n}x)})}{\partial x}\psi_{A,n}(r)\right)dt, \quad \textbf{(2.8)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,A}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0 \omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ e^{-jk_{x,A,n}x} - A_n^- e^{jk_{x,A,n}x})\psi_{A,n}(r), \quad (\mathrm{t=0}). \quad \textbf{(2.9)}$$

Yukarıdaki ifadede ρ_0 hava yoğunluğunu, ω ise açısal hızı temsil etmektedir.

İkinci bölgedeki akustik basınç ve partikül hızı birinci bölgeye benzer şekilde aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_B(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ e^{-jk_{x,B,n}x} + B_n^- e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r), \quad \textbf{(2.10)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,B}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0 \omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ e^{-jk_{x,B,n}x} - B_n^- e^{jk_{x,B,n}x)})\psi_{B,n}(r), \quad \textbf{(2.11)}$$

$$\psi_{B,n}(r) = J_0\left(\frac{\alpha_n}{r_2}r\right). \quad \textbf{(2.12)}$$

Yukarıdaki denklemlerdeki B_n^+ ve B_n^- ise, x yönündeki modal genlikleri temsil etmektedir. $\psi_{B,n}(r)$ ikinci bölgeye ait öz fonksiyonunu, $\dfrac{\alpha_n}{r_2}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.5) denklemi yardımıyla hesaplanabilir. $k_{x,B,n}$ ise, x yönündeki n. moda ait dalga sayısıdır ve aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,B,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_2}\right)^2}, & \mathrm{k}_0>\dfrac{\alpha_n}{r_2},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_2}\right)^2}, & \mathrm{k}_0<\dfrac{\alpha_n}{r_2}.\end{cases} \qquad \textbf{(2.13)}$$

Çıkış silindirinde (üçüncü bölge) akustik basınç ve partikül hızı birinci ve ikinci bölgeye benzer olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_C(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+e^{-jk_{x,C,n}(x-L)}+C_n^-e^{jk_{x,C,n}(x-L)})\psi_{C,n}(r), \qquad \textbf{(2.14)}$$

$$\mathrm{u}_{x,C}\,(\mathrm{r},\mathrm{x})=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,C,n}(C_n^+e^{-jk_{x,C,n}(x-L)}-C_n^-e^{jk_{x,C,n}(x-L)})\psi_{C,n}(r), \qquad \textbf{(2.15)}$$

$$\psi_{C,n}(r)=J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r). \qquad \textbf{(2.16)}$$

(2.14) ve (2.15) numaralı denklemlerde bulunan C_n^+ ve C_n^- terimleri, modal genliklerdir. $\psi_{C,n}(r)$, giriş silindirinde olduğu gibi çıkış silindirine ait öz fonksiyonunu, $\dfrac{\alpha_n}{r_1}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.5) denklemi yardımıyla elde edilebilir. $k_{x,C,n}$, x yönündeki n. moda ait dalga sayısıdır ve aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,C,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0>\dfrac{\alpha_n}{r_1},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0<\dfrac{\alpha_n}{r_1}.\end{cases} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Birinci, ikinci ve üçüncü bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n ve C_n sabitleri, eksenel yönde x=0 ve x=L ‘deki sınır şartları yardımla elde edilebilir.

$$P_A = P_B \,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0 \tag{2.18}$$

$$\mathrm{u_B} = \begin{cases} \mathrm{u_A} & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0 \\ 0 & \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x} = 0 \end{cases} \tag{2.19a,b}$$

$$P_C = P_B \,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = L \tag{2.20}$$

$$\mathrm{u_B} = \begin{cases} \mathrm{u_C} & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = L \\ 0 & \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x} = L \end{cases} \tag{2.21a,b}$$

(2.18) numaralı sınır şartı, (2.2) ve (2.10) numaralı denklemler yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (A_n^+ + A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^+ + B_n^-).\psi_{B1,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1. \tag{2.22}$$

(2.22) numaralı denklemin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{A,s}(r)$ ile çarpılıp $\mathrm{S_A}$ üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (A_n^+ + A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s} \right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B,n}\psi_{A,s} \right\rangle_A, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \tag{2.23}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s} \right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s} \right\rangle_A, \mathrm{n} = \mathrm{s} \\ 0 \qquad\qquad\quad , \mathrm{n} \ne \mathrm{s} \end{cases} \quad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \tag{2.24}$$

(2.23) numaralı denklem, (2.24) numaralı numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla aşağıdaki ifadeye dönüşür. Böylece (2.18) numaralı sınır şartını sağlayan denklem elde edilmiş olur.

$$(A_s^+ + A_s^-)\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s} \right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B,n}\psi_{A,s} \right\rangle_A, \quad \mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \tag{2.25}$$

Yukarıdaki denklemde $\left\langle \; \right\rangle_S$ ifadesi, S yüzeyi üzerinde integral işlemini ifade etmektedir. İntegral ifadeleri aşağıda açık olarak yazılmıştır.

$$\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s} \right\rangle_A = \int_0^{r_1} \left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_1} r) \right)^2 r dr, \tag{2.26}$$

$$\left\langle \psi_{B,n}\psi_{A,s} \right\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2} r) J_0(\frac{\alpha_s}{r_1} r) r dr. \tag{2.27}$$

(2.19a) sınır şartı, (2.9) ve (2.11) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekliyle yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-).\psi_{B,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1. \tag{2.28}$$

(2.28) numaralı denklemin her iki tarafı $\psi_{B,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın. (2.24) numaralı denklemde belirtilen numaralı ortogonalite bağıntısı dikkate alınırsa elde edilen ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle\psi_{A,n}\psi_{B,s}\rangle_A, \quad \mathrm{s}=0,1.....\infty, \tag{2.29}$$

$$\langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_A = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr, \tag{2.30}$$

$$\langle\psi_{A,n}\psi_{B,s}\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)rdr. \tag{2.31}$$

Benzer şekilde (2.19b) sınır şartı, (2.11) denklemi kullanılarak aşağıdaki şekliyle yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-).\psi_{B,n}(r) = 0, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2. \tag{2.32}$$

(2.32) numaralı denklem, (2.24) numaralı numaralı ortogonalite bağıntısı göz önüne alınarak $\psi_{B,s}(r)$ ile çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın.

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = 0, \quad \mathrm{s}=0,1.....\infty, \tag{2.33}$$

$$\langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = \int_{r_1}^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr. \tag{2.34}$$

(2.29) ve (2.33) integral denklemleri taraf tarafa toplandığında (2.19a,b) sınır şartlarını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilir.

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left(\langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_A + \langle\psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B\right) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle\psi_{A,n}\psi_{B,s}\rangle_A,$$

$$\mathrm{s}=0,1.....\infty. \tag{2.35}$$

(2.20) numaralı sınır şartı, (2.18) numaralı sınır şartı için uygulanan benzer prosedür yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$(C_s^+ + C_s^-)\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} + B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\right\rangle_C \text{ , s=0,1....∞,} \quad \textbf{(2.36)}$$

$$\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.37)}$$

$$\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.38)}$$

Benzer şekilde (2.21a,b) sınır şartları ise, (2.19a,b) sınır şartları için uygulanan prosedür yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$k_{x,B,s}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} - B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left(\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_C + \left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_B\right) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\right\rangle_C$$

s=0,1…...∞, **(2.39)**

$$\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.40)}$$

$$\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.41)}$$

$$\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.42)}$$

Sonuç olarak, basit odalı bir susturucuya ait (2.18)-(2.21) sınır şartlarını sağlayan denklemler; (2.25), (2.35), (2.36) ve (2.39) ifadeleri yardımıyla tanımlanmıştır. Bu denklemler ışığında, basit odalı bir susturucuya ait iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için aşağıdaki kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır [3].

1- Susturucu girişinde (1. bölge) giriş silindirine giren dalga düzlemsel bir dalgadır. ($A_0^+ = 1,\ \ A_n^+ = 0$, n=1,2…∞)

2- Susturucu çıkışında (3. bölge) anekoik bir ortam mevcuttur. Bu nedenle 3. bölgede ait yansıyan dalga bulunmamaktadır. ($\mathrm{C}_n^+ = 0$, n=0,1…∞)

(2.25), (2.35), (2.36) ve (2.39) denklemleri yukarıdaki kabuller altında düzenlendiğinde 4(s+1) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 4(n+1) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Bilinmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir ($\mathrm{A}_n^-, \mathrm{B}_n^-, B_n^+, \mathrm{C}_n^+$).

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olduğu, Tablo 1.1'de görülmektedir. Sonuçta denklem ve bilinmeyen sayısı N 'e indirgenerek, 4(N+1) adet denklem ve 4(N+1) adet bilinmeyene ulaşılacaktır. Tablo 2.1'den görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle, çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır

Tablo 2.1: Basit Odalı Bir Susturucu İçin, Farklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı (TL) Değerleri (r_1=0.0245m, r_2=0.0822m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	11,8513
3	11,9794
4	12,0688
5	12,1287
6	12,1453

Çözüm için (2.25), (2.35), (2.36) ve (2.39) denklemleri, yukarıdaki kabuller eşliğinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{N}(B_n^+ + B_n^-)\langle \psi_{B,n}\psi_{A,s}\rangle_A , \qquad \text{s=0,1…N,} \qquad \textbf{(2.43)}$$

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left(\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_A + \langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B\right) = \sum_{n=0}^{N} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle \psi_{A,n}\psi_{B,s}\rangle_A ,$$

s=0,1..…N, **(2.44)**

$$(C_s^+ + C_s^-)\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_C = \sum_{n=0}^{N}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} + B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_C , \text{ s=0,1.….N,} \textbf{(2.45)}$$

$$k_{x,B,s}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} - B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left(\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_C + \langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B\right) = \sum_{n=0}^{N} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\rangle_C$$

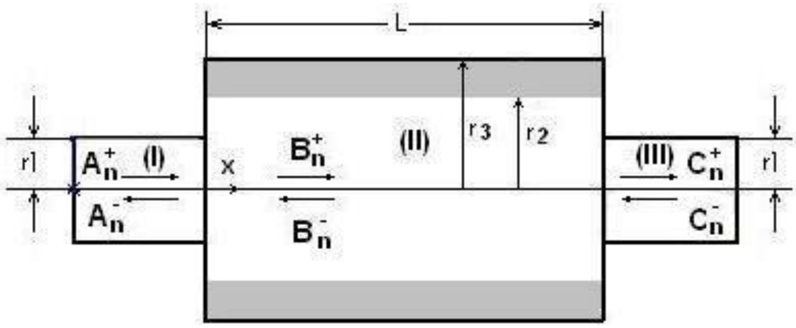
s=0,1…...N. **(2.46)**

(2.43)-(2.46) denklemlerinin oluşturduğu denklem sistemi çözüldüğünde, basit odalı bir susturucuya ait ses iletim kaybı eğrisi, aşağıdaki ifade yardımıyla hesaplanabilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|\sum_{n=0}^{N} C_n^+\right| . \qquad \textbf{(2.47)}$$

2.2 Basit Odalı Yutucu Malzemeli Silindirik Susturucu

Şekil 2.2.'de L uzunluğunda r_3 yarıçapında ve r_2 – r_3 yarıçapları arası yutucu malzeme ile doldurulmuş basit odalı, yutucu malzemeli, silindirik bir susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri, r_1 yarıçapındadır ve sırasıyla I ve III indisleriyle gösterilmektedir. Yutucu malzemenin homojen ve izotropik olduğu kabul edilmektedir. Bu bölgede ses hızı $\tilde{c}$ ve yoğunluğu $\tilde{\rho}$ kompleks sayılarıyla tanımlanmıştır [6].



Şekil 2.2 Basit Odalı Yutucu Malzemeli Silindirik Bir Susturucu.

Giriş silindirinde (birinci bölgede) Helmholtz denklemi ve çözüm kabulü (2.1), (2.2), (2.3) denklemleri yardımıyla; giriş silindirinde x ekseni boyunca oluşan partikül hızı ise, (2.9) denklemi yardımıyla tanımlanmıştır.

Birinci bölgeye ait radyal yöndeki dalga sayıları ($\frac{\alpha_n}{r_1}$), (2.4) ve (2.5) numaralı denklemlerde tanımlanmıştır. $k_{x,A,n}$, eksenel yöndeki n. moda ait dalga sayısı ise, (2.6) numaralı denklem yardımıyla hesaplanabilir.

Çıkış silindirinde (üçüncü bölge) akustik basınç ve partikül hızı, (2.14), (2.15) ve (2.16) denklemleriyle tanımlanmıştır.

(2.16) denkleminde bulunan $\frac{\alpha_n}{r_1}$ ifadesi, C bölgesine ait radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.5) denklemi yardımıyla elde edilebilmektedir. $k_{x,C,n}$, x yönündeki n. moda ait dalga sayısı olup (2.17) denklemi yardımıyla hesaplanabilir.

İkinci bölgedeki ses yayılımı, Helmholtz denklemi yardımıyla, aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir [6]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r}+\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\kappa^2 P=0\,, \tag{2.48}$$

$$\kappa=\begin{cases} k_0 & 0\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_2, \\ \tilde{k} & \mathrm{r}_2\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_3. \end{cases} \tag{2.49}$$

$\tilde{k}=\dfrac{2\pi f}{\tilde{c}}$, lifli malzemenin dalga sayısını ifade etmektedir. Bu bölgeye ait akustik basınç ve x yönündeki partikül hızı ise, aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_B(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^{+}e^{-jk_{x,B,n}x}+B_n^{-}e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r)\,, \tag{2.50}$$

$$u_{B,n}=\begin{cases} \dfrac{1}{\rho_0\omega}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^{+}e^{-jk_{x,B,n}x}-B_n^{-}e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B1,n}(r), & 0\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_2, \\ \dfrac{1}{\tilde{\rho}\omega}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^{+}e^{-jk_{x,B,n}x}-B_n^{-}e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B2,n}(r), & \mathrm{r}_2\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_3. \end{cases} \tag{2.51}$$

(2.50) ve (2.51) denklemlerinde, B_n^{+} ve B_n^{-} ikinci bölgeye ait eksenel yöndeki modal genlikleri göstermektedir. $\psi_{B,n}(r)$ ve $k_{x,B,n}$, ikinci bölgeye ait öz fonksiyonunu ve x yönündeki ortak dalga sayısını ifade etmektedir.

$$\psi_{B,n}=\begin{cases} \psi_{B1,n}(r)=J_0(\dfrac{\beta_n}{r_2}r), & 0\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_2, \\ \psi_{B2,n}(r)=B_1J_0(\dfrac{\tilde{\beta}_n}{r_3}r)+B_2Y_0(\dfrac{\tilde{\beta}_n}{r_3}r), & \mathrm{r}_2\le \mathrm{r}\le \mathrm{r}_3. \end{cases} \tag{2.52}$$

(2.52) denkleminde bulunan *B₁*, *B₂* β_n ve $\tilde{\beta}_n$ bilinmeyenleri, ikinci bölge ile ilgili aşağıda bulunan radyal yöndeki sınır şartları yardımıyla elde edilmektedir.

$$\left.\frac{\partial\psi_{B2,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_3}=0\,, \tag{2.53}$$

$$\psi_{B1,n}(r)\Big|_{r=r_2}=\psi_{B2,n}(r)\Big|_{r=r_2}\,, \tag{2.54}$$

$$\left.\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\psi_{B1,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_2}=\left.\frac{1}{\tilde{\rho}}\frac{\partial\psi_{B2,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_2}. \tag{2.55}$$

(2.53) ve (2.54) numaralı sınır şartları birlikte çözülerek (2.52) denklemindeki B_1 ve B_2 katsayıları elde edilebilir. Denklemler düzenlendiğinde $\psi_{B,n}(r)$ öz fonksiyonu, aşağıdaki şekliyle elde edilir.

$$\psi_{B,n}(r) = \begin{cases} \psi_{B1,n}(r) = J_0(\frac{\beta_n}{r_2} r), & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \\ \psi_{B2,n}(r) = D\left[J_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r) - \frac{J_1(\tilde{\beta}_n)}{Y_1(\tilde{\beta}_n)} Y_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r) \right], & r_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3. \end{cases} \quad \textbf{(2.56)}$$

$$D = \frac{J_0(\beta_n).Y_1(\tilde{\beta}_n)}{J_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2).Y_1(\tilde{\beta}_n) - J_1(\tilde{\beta}_n).Y_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2)} . \quad \textbf{(2.57)}$$

(2.56) ve (2.57) denklemlerinde bulunan J_0 sıfırıncı dereceden ve J_1 birinci dereceden Bessel fonksiyonlarını, Y_0 sıfırıncı dereceden ve Y_1 birinci dereceden Neumann fonksiyonlarını temsil etmektedir.

(2.55) sınır şartı, (2.56) denkleminde yerine konulursa, ikinci bölgeye ait karakteristik denklem aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\frac{\rho_0 \tilde{\beta}_n.r_2.J_0(\beta_n)}{\tilde{\rho}.\beta_n.r_3.J_1(\beta_n)} = \frac{J_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2)Y_1(\tilde{\beta}_n) - Y_0(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2)J_1(\tilde{\beta}_n)}{J_1(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2)Y_1(\tilde{\beta}_n) - Y_1(\frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} r_2)J_1(\tilde{\beta}_n)} . \quad \textbf{(2.58)}$$

Havada ve yutucu malzeme içinde radyal yöndeki dalga sayıları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\beta_n}{r_2} &= \sqrt{k_0^2 - k_{x,B,n}^2}, \quad && \text{(hava)}, \\ \frac{\tilde{\beta}_n}{r_3} &= \sqrt{\tilde{k}^2 - k_{x,B,n}^2}, \quad && \text{(yutucu malzeme)}. \end{aligned} \quad \textbf{(2.59)}$$

(2.58) ve (2.59) denklemleri ortak çözülerek ikinci bölgeye ait radyal yöndeki her iki dalga sayısı (havadaki ve yutucu malzeme içindeki) hesaplanabilir.

Birinci, ikinci ve üçüncü bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n ve C_n sabitleri, eksenel yönde x=0 ve x=L ‘deki sınır şartları yardımıyla elde edilebilir.

$$P_A = P_B \,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0 \quad \textbf{(2.60)}$$

$$\mathrm{u_B} = \begin{cases} \mathrm{u_A} & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0 \\ 0 & \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x} = 0 \end{cases} \quad \textbf{(2.61a,b)}$$

$$P_C = P_B \,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = L \quad \textbf{(2.62)}$$

$$\mathrm{u_B} = \begin{cases} \mathrm{u_C} & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r_1},\ \mathrm{x} = L \\ 0 & \mathrm{r_1} \le \mathrm{r} \le \mathrm{r_3},\ \mathrm{x} = L \end{cases} \tag{2.63,a,b}$$

(2.60) sınır şartı, (2.2) ve (2.50) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-).\psi_{B1,n}(r), \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r_1}. \tag{2.64}$$

(2.64) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{A,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r_1}, \tag{2.65}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A, & \mathrm{n = s} \\ 0 & \mathrm{, n \ne s} \end{cases} \quad \text{, s=0,1…∞.} \tag{2.66}$$

(2.65) denklemi, (2.66) numaralı numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar düzenlendiğinde, (2.60) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilebilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \quad \text{s=0,1…∞.} \tag{2.67}$$

Yukarıdaki denklemlerde $\left\langle \quad \right\rangle_S$ ifadesi, S yüzeyi üzerinde integral işlemini tanımlamaktadır ve aşağıda açık olarak yazılmıştır.

$$\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)\right)^2 rdr, \tag{2.68}$$

$$\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\beta_n}{r_2}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)rdr. \tag{2.69}$$

(2.61a) sınır şartı (2.9) ve (2.51) denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekliyle ifade edilebilir.

$$\frac{1}{\rho_0}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \frac{1}{\rho_0}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-).\psi_{B1,n}(r), \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r_1}. \tag{2.70}$$

(2.70) denkleminin her iki tarafı $\psi_{B1,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın. (2.66) numaralı denklemde belirtilen numaralı ortogonalite bağıntısı dikkate alınırsa aşağıdaki ifade elde edilecektir.

$$\frac{1}{\rho_0}k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_A = \frac{1}{\rho_0}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_A \text{ ,s=0,1..}\infty\text{,} \quad \textbf{(2.71)}$$

$$\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.72)}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1}J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r).J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.73)}$$

(2.61b) sınır şartı (2.51) denklemi kullanılarak aşağıdaki şekliyle yazılabilir

$$\frac{1}{\rho_0}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-).\psi_{B1,n}(r) = 0, \qquad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2\,, \quad \textbf{(2.74)}$$

$$\frac{1}{\tilde{\rho}}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-).\psi_{B2,n}(r) = 0, \qquad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3\,. \quad \textbf{(2.75)}$$

(2.74) denklemi $\psi_{B1,s}(r)$ ile, (2.75) denklemi $\psi_{B2,s}(r)$ ile (2.66) numaralı ortogonalite bağıntısı göz önüne alınarak çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın. Elde edilen iki integral denklemi taraf tarafa toplandığında (2.61b) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilmektedir.

$$\frac{1}{\rho_0}k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} + \frac{1}{\tilde{\rho}}k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2} = 0\,,$$

s=0,1..∞, **(2.76)**

$$\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} = \int_{r_1}^{r_2}\left(J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.77)}$$

$$\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2} = \int_{r_2}^{r_3}\left(D\left[J_0(\frac{\tilde{\beta}_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\tilde{\beta}_s)}{Y_1(\tilde{\beta}_s)}Y_0(\frac{\tilde{\beta}_s}{r_3}r)\right]\right)^2 rdr\,. \quad \textbf{(2.78)}$$

(2.71) ve (2.76) integral denklemleri taraf tarafa toplandığında (2.61) sınır şartını ifade eden genel denklem elde edilmiş olur.

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left(\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_A + \left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty}k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_A$$

s=0,1.….∞. **(2.79)**

(2.62) sınır şartına ait denklem, (2.60) sınır şartı için uygulanan benzer prosedür yardımıyla aşağıda ifade edildiği haliyle elde edilebilir.

$$(C_s^+ + C_s^-)\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} + B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{C,s}\right\rangle_C \text{ , s=0,1}\ldots\infty, \quad \textbf{(2.80)}$$

$$\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.81)}$$

$$\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\beta_n}{r_2}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.82)}$$

(2.63a,b) sınır şartına ait denklem ise, (2.64a,b) sınır şartına benzer işlemler tekrarlanarak aşağıda ifade edildiği gibi yazılabilir.

$$k_{x,B,s}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} - B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left(\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_C + \left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2}\right)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_C$$
$$\text{s=0,1}\ldots\ldots\infty, \quad \textbf{(2.83)}$$

$$\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.84)}$$

$$\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} = \int_{r_1}^{r_2}\left(J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.85)}$$

$$\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2} = \int_{r_2}^{r_3}\left(D\left[J_0(\frac{\tilde{\beta}_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\tilde{\beta}_s)}{Y_1(\tilde{\beta}_s)}Y_0(\frac{\tilde{\beta}_s}{r_3}r)\right]\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.86)}$$

$$\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_C = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r)J_0(\frac{\beta_s}{r_2}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.87)}$$

İçinde yutucu malzeme bulunan basit odalı, silindirik susturucuya ait (2.60)-(2.63) sınır şartlarını sağlayan; (2.67), (2.79), (2.80) ve (2.83) denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler ışığında, içinde yutucu malzeme bulunan basit odalı, silindirik bir susturucuya ait ses iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için 2.1 bölümünde yapılan benzer kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır.

(2.67), (2.79), (2.80) ve (2.83) denklemleri bahsedilen kabuller altında düzenlendiğinde 4(s+1) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 4(n+1) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Binmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir. ($A_n^-, B_n^-, B_n^+, C_n^+$).

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olduğu, Tablo 2.2'de görülmektedir. Sonuçta denklem ve bilinmeyen sayısı N 'ye indirgenerek, 4(N+1) adet denklem ve 4(N+1) adet bilinmeyene ulaşılacaktır. Tablo 2.2'den görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır.

Tablo 2.2: Basit Odalı, Yutucu Malzemeli, Silindirik Bir Susturucu İçin, Faklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı Değerleri
(r_1=0.0245m, r_2=0.035m, r_3=0.0822m, R=4896 Rayls/m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	29,9357
3	30,011
4	30,0626
5	30,0953
6	30,0987

Çözüm için; (2.67), (2.79), (2.80) ve (2. 83) denklemleri, yukarıdaki kabuller ışığında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{N}(B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A , \quad s=0,1\ldots N, \qquad \textbf{(2.87)}$$

$$k_{x,B,s}(B_s^+ - B_s^-)\left(\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_A + \left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2}\right) = \sum_{n=0}^{N} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_A$$

$$s=0,1\ldots\ldots N, \qquad \textbf{(2.88)}$$

$$(C_s^+ + C_s^-)\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C = \sum_{n=0}^{N}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} + B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left\langle \psi_{B1,n}\psi_{C,s}\right\rangle_C , s=0,1\ldots N, \qquad \textbf{(2.89)}$$

$$k_{x,B,s}(B_n^+ e^{-j.k_{x,B,n}.L} - B_n^- e^{j.k_{x,B,n}.L})\left(\left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_C + \left\langle \psi_{B1,s}\psi_{B1,s}\right\rangle_{B1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{B2,s}\psi_{B2,s}\right\rangle_{B2}\right)$$
$$= \sum_{n=0}^{N} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B1,s}\right\rangle_C$$

$$s=0,1\ldots\ldots N\ . \qquad \textbf{(2.90)}$$

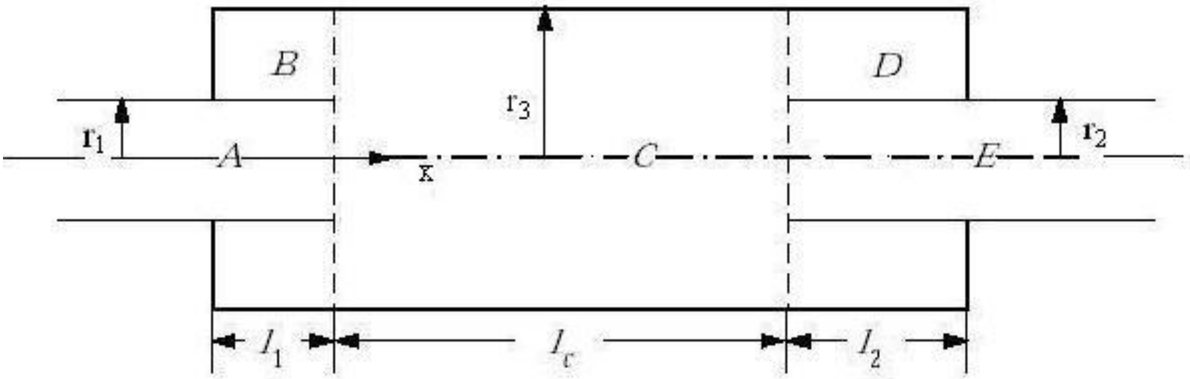
(2.87)-(2.90) denklemlerinin oluşturduğu denklem sistemi çözüldüğünde, basit odalı, yutucu malzemeli, susturucunun ses iletim kaybı eğrisi aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|\sum_{n=0}^{N} C_n^+\right| . \quad \textbf{(2.91)}$$

2.3. Uzatılmış Silindirli Silindirik Susturucu

2.3.1 Tek odalı susturucu

Şekil 2.3'te $L = l_1 + l_2 + l_C$ uzunluğunda, r_1 ve r_2 giriş-çıkış yarıçaplarında uzatılmış silindirli, tek odalı bir susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri l_1 ve l_2 uzunluklarında içeriye doğru uzatılmıştır.



Şekil 2.3 : Uzatılmış Silindirli Tek Odalı Bir Susturucu Geometrisi.

Giriş silindirinde (A bölgesi) ses basıncı ve partikül hızı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_A(r,x) = \sum_{0}^{\infty} (A_n^+ e^{-jk_{x,A,n}x} + A_n^- e^{jk_{x,A,n}x})\psi_{A,n}(r) , \quad \textbf{(2.92)}$$

$$\psi_{A,n}(r) = J_0(\frac{\alpha_n}{r_1} r) , \quad \textbf{(2.93)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,A}}\ (\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0 \omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ e^{-jk_{x,A,n}x} - A_n^- e^{jk_{x,A,n}x})\psi_{A,n}(r) . \quad \textbf{(2.94)}$$

Yukarıda A_n^+ ve A_n^- modal genlikleri temsil etmektedir. $\psi_{A,n}(r)$ giriş silindirine ait öz fonksiyonudur. J_0 sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonunu tanımlamaktadır. $\frac{\alpha_n}{r_1}$, radyal yönde birinci bölgedeki dalga sayısını göstermektedir ve silindir yüzeyi üzerinde tanımlanan aşağıdaki sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\frac{\partial \psi_{A,n}(r)}{\partial r}\bigg|_{r=r_1} = 0\,, \qquad \textbf{(2.95)}$$

$$J_0'(\alpha_n) = 0\,. \qquad \textbf{(2.96)}$$

(2.94) denkleminde bulunan $k_{x,A,n}$ ifadesi, x yönündeki n. moda ait dalga sayısıdır ve aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$k_{x,A,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\alpha_n}{r_1}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_1}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\alpha_n}{r_1}. \end{cases} \qquad \textbf{(2.97)}$$

Orta silindirde (C bölgesi) akustik basınç ve partikül hızı, giriş silindirine benzer şekilde (2.98)-(2.100) denklemleri ile tanımlanmıştır.

$$P_C(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} (C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}x} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}x})\psi_{C,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.98)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,C}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0 \omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}x} - C_n^- e^{jk_{x,C,n}x})\psi_{C,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.99)}$$

$$\psi_{C,n}(r) = J_0(\frac{\alpha_n}{r_3} r)\,. \qquad \textbf{(2.100)}$$

(2.98) ve (2.99) denklemlerinde bulunan C_n^+ ve C_n^- ifadeleri modal genliklerdir. $\psi_{C,n}(r)$ giriş silindirinde olduğu gibi orta silindire ait öz fonksiyonunu, $\dfrac{\alpha_n}{r_3}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.96) denklemi yardımıyla elde edilebilir. $k_{x,C,n}$ ise x yönündeki n. moda ait dalga sayısıdır ve aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,C,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0>\dfrac{\alpha_n}{r_3},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0<\dfrac{\alpha_n}{r_3}.\end{cases} \qquad \textbf{(2.101)}$$

Benzer şekilde, çıkış silindirinde (E bölgesi) akustik basınç ve partikül hızı giriş silindirinde olduğu gibi yazılabilir.

$$P_E(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(E_n^+e^{-jk_{x,E,n}(x-l_C)}+E_n^-e^{jk_{x,E,n}(x-l_C)})\psi_{E,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.102)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,E}}\,(\mathrm{r,x})=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,E,n}(E_n^+e^{-jk_{x,E,n}(x-l_C)}-E_n^-e^{jk_{x,E,n}(x-l_C)})\psi_{E,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.103)}$$

$$\psi_{E,n}(r)=J_0(\frac{\alpha_n}{r_2}r)\,. \qquad \textbf{(2.104)}$$

(2.102) ve (2.103) denklemlerinde E_n^+ ve E_n^- modal genlikleri tanımlamaktadır. $\psi_{E,n}(r)$ giriş silindirinde olduğu gibi, çıkış silindirine ait öz fonksiyonunu, $\frac{\alpha_n}{r_2}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.96) denklemi yardımıyla elde edilebilir. $k_{x,E,n}$ x yönünde n. moda ait dalga sayısıdır ve (2.105) denklemi yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,E,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_2}\right)^2}, & \mathrm{k}_0>\dfrac{\alpha_n}{r_2},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\alpha_n}{r_2}\right)^2}, & \mathrm{k}_0<\dfrac{\alpha_n}{r_2}.\end{cases} \qquad \textbf{(2.105)}$$

B bölgesine ait akustik basınç ve partikül hızı ise, aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$P_B(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+e^{-jk_{x,B,n}x}+B_n^-e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.106)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,B}}\,(\mathrm{r,x})=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,B,n}(B_n^+e^{-jk_{x,B,n}x}-B_n^-e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.107)}$$

(2.106) ve (2.107) denklemlerinde B_n^+ ve B_n^-, B bölgesine ait modal genlikleri tanımlamaktadır. $\psi_{B,n}(r)$ öz fonksiyonu, literatürde aşağıdaki yazıldığı şekilde tanımlanmıştır [4,5]:

$$\psi_{B,n}(r) = J_0(\frac{\beta_n}{r_3}r) - \frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_0(\frac{\beta_n}{r_3}r), \qquad \mathrm{r}_1 \le r \le r_3. \tag{2.108}$$

$\dfrac{\beta_n}{r_3}$, B Bölgesine ait radyal yöndeki dalga sayısıdır.

Bu bölgede radyal yöndeki dalga sayıları, aşağıdaki sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\left.\frac{\partial \psi_{B,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_1} = 0, \tag{2.109}$$

$$J_1(\frac{\beta_n}{r_3}r_1) - \frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_1(\frac{\beta_n}{r_3}r_1) = 0. \tag{2.110}$$

Eksenel yöndeki n. moda ait dalga sayısı ise, aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$k_{x,B,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\beta_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\beta_n}{r_3}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\beta_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\beta_n}{r_3}. \end{cases} \tag{2.111}$$

B bölgesine benzer şekilde D bölgesine ait akustik basınç ve partikül hızı, aşağıdaki denklemlerle tanımlanabilir.

$$P_D(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(D_n^+ e^{-jk_{x,D,n}(x-l_C)} + D_n^- e^{jk_{x,D,n}(x-l_C)})\psi_{D,n}(r), \tag{2.112}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,D}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,D,n}(D_n^+ e^{-jk_{x,D,n}(x-l_C)} - D_n^- e^{jk_{x,D,n}(x-l_C)})\psi_{D,n}(r), \tag{2.113}$$

$$\psi_{D,n}(r) = J_0(\frac{\lambda_n}{r_3}r) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)}Y_0(\frac{\lambda_n}{r_3}r), \qquad \mathrm{r}_2 \le r \le r_3. \tag{2.114}$$

$\psi_{D,n}(r)$, B bölgesinde olduğu gibi D Bölgesine ait öz fonksiyonunu; $\frac{\lambda_n}{r_3}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.115) denklemi yardımıyla elde edilebilir.

$$\left.\frac{\partial \psi_{D,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_2} = 0\,, \qquad \textbf{(2.115)}$$

$$J_1(\frac{\lambda_n}{r_3} r_2) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)} Y_1(\frac{\lambda_n}{r_3} r_2) = 0\,. \qquad \textbf{(2.116)}$$

$k_{x,D,n}$, x yönündeki n. moda ait dalga sayısıdır ve aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,D,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\lambda_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\lambda_n}{r_3}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\lambda_n}{r_3}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\lambda_n}{r_3}. \end{cases} \qquad \textbf{(2.117)}$$

B bölgesinde $x = -l_1$ için silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir [4,5].

$$\left.\mathrm{u}_{x,B}(\mathrm{r},\mathrm{x})\right|_{\mathrm{x}=-l_1} = 0 \qquad \textbf{(2.118)}$$

Bu sınır şartı yardımıyla B bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki ifade tanımlanabilir.

$$B_n^+ = B_n^- e^{-2jk_{x,B,n}l_1} \qquad \textbf{(2.119)}$$

B bölgesine benzer şekilde D bölgesi için $x = l_C + l_2$ de silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\left.\mathrm{u}_{x,D}(\mathrm{r},\mathrm{x})\right|_{\mathrm{x}=l_C+l_2} = 0 \qquad \textbf{(2.120)}$$

Benzer şekilde D bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem tanımlanabilir.

$$D_n^- = D_n^+ e^{-2jk_{x,D,n}l_2} \tag{2.121}$$

Tüm bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n, C_n, D_n ve E_n sabitleri $x=0$ ve $x=l_C$ ‘deki sınır şartları yardımıyla elde edilebilir.

$$P_A = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1,\ \mathrm{x}=0\,, \tag{2.122}$$

$$u_A = u_{C,} \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1,\ \mathrm{x}=0\,, \tag{2.123}$$

$$P_B = P_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3,\ \mathrm{x}=0\,, \tag{2.124}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3,\ \mathrm{x}=0\,, \tag{2.125}$$

$$P_E = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\ \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.126}$$

$$u_E = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\ \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.127}$$

$$P_E = P_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3,\ \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.128}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3,\ \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.129}$$

(2.122) sınır şartı (2.92) ve (2.98) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-).\psi_{C,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1. \tag{2.130}$$

(2.130) denkleminin her iki yanı, s=0,1…,∞ için $\psi_{A,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\left\langle \psi_{C,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \tag{2.131}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A, & \mathrm{n}=\mathrm{s} \\ 0 & ,\ \mathrm{n}\ne\mathrm{s} \end{cases} \quad \text{,s=0,1…,∞.} \tag{2.132}$$

(2.131) denklemi, (2.132) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında (2.122) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$(A_s^+ + A_s^-)\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{A,s}\rangle_A, \quad \text{s=0,1…∞.} \qquad \textbf{(2.133)}$$

Yukarıdaki denklemde $\langle \quad \rangle_S$ ifadesi, S yüzeyi üzerinde integral işlemini ifade etmektedir ve aşağıda açık olarak yazılmıştır.

$$\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \int_0^{r_1}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)\right)^2 rdr, \qquad \textbf{(2.134)}$$

$$\langle \psi_{C,n}\psi_{A,s}\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_3}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_1}r)rdr. \qquad \textbf{(2.135)}$$

(2.124) sınır şartı, (2.98) ve (2.108) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-).\psi_{B,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-).\psi_{C,n}(r), \quad \mathrm{r_1 \le r \le r_3}. \qquad \textbf{(2.136)}$$

(2.136) numaralı denklemin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{B,s}(r)$ ile çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-)\langle \psi_{B,n}\psi_{B,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\rangle_B, \quad \mathrm{r_1 \le r \le r_2}, \qquad \textbf{(2.137)}$$

$$\langle \psi_{B,n}\psi_{B,s}\rangle_B = \begin{cases} \langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B, & \mathrm{n = s} \\ 0 & \mathrm{n \neq s} \end{cases} \quad \text{,s=0,1…∞.} \qquad \textbf{(2.138)}$$

(2.137) denklemi, (2.138) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında, (2.124) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$(B_s^+ + B_s^-)\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\rangle_B, \quad \text{s=0,1…,∞.} \qquad \textbf{(2.139)}$$

$$\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \int_{r_1}^{r_3} \left(J_0(\frac{\beta_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\beta_s)}{Y_1(\beta_s)} Y_0(\frac{\beta_s}{r_3}r) \right)^2 rdr\,, \qquad \textbf{(2.140)}$$

$$\left\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \int_{r_1}^{r_3} J_0(\frac{\alpha_n}{r_3}r) \left(J_0(\frac{\beta_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\beta_s)}{Y_1(\beta_s)} Y_0(\frac{\beta_s}{r_3}r) \right) rdr\,. \qquad \textbf{(2.141)}$$

(2.123) sınır şartı, (2.94) ve (2.99) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\psi_{C,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \qquad \textbf{(2.142)}$$

(2.142) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{C,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\left\langle \psi_{C,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A \quad , \qquad \textbf{(2.143)}$$

$$\left\langle \psi_{C,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_C, & \mathrm{n = s} \\ 0 & ,\mathrm{n} \ne \mathrm{s} \end{cases} \quad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \qquad \textbf{(2.144)}$$

(2.143) denklemi, (2.144) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında, (2.123) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A = k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_A \quad , \mathrm{s}=0,1\ldots\infty, \qquad \textbf{(2.145)}$$

$$\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1} \left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) \right)^2 rdr\,, \qquad \textbf{(2.146)}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_1}r) J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) rdr\,. \qquad \textbf{(2.147)}$$

(2.125) sınır şartı, (2.99) ve (2.107) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-)\psi_{B,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\psi_{C,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1. \qquad \textbf{(2.148)}$$

(2.148) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{C,s}(r)$ ile çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-)\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ - C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{C,s}\rangle_B \tag{2.149}$$

(2.149) denklemi, (2.144) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında, (2.135) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-)\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_B = k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_B \quad , \text{s=0,1}\ldots\infty, \tag{2.150}$$

$$\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_B = \int_{r_1}^{r_3}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.151}$$

$$\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_B = \int_{r_1}^{r_3}\left(J_0(\frac{\beta_n}{r_3}r) - \frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_0(\frac{\beta_n}{r_3}r)\right)J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r)rdr\,. \tag{2.152}$$

(2.145) ve (2.150) denklemleri taraf tarafa toplandığında, (2.123) ve (2.125) sınır şartlarını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilmiş olur.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\rangle_A + \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ - B_n^-)\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_B = k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\left(\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_A + \langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_B\right) \quad ,$$

$$\text{s=0,1}\ldots\infty. \tag{2.153}$$

(2.126) sınır şartını ifade eden denklem, (2.122) sınır şartı için uygulanan benzer prosedür tekrarlanarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$(E_s^+ + E_s^-)\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\langle \psi_{C,n}\psi_{E,s}\rangle_E \text{ , s=0,1}\ldots\infty, \tag{2.154}$$

$$\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.155}$$

$$\langle \psi_{C,n}\psi_{E,s}\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_3}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)rdr\,. \tag{2.156}$$

(2.128) sınır şartını ifade eden denklem, (2.124) sınır şartına benzer şekilde yazılabilir.

$$(D_s^+ + D_s^-)\left\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s} \right\rangle_D = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left\langle \psi_{C,n}\psi_{D,s} \right\rangle_D \text{ , s=0,1…∞,} \quad \textbf{(2.157)}$$

$$\left\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s} \right\rangle_D = \int_{r_2}^{r_3}\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_3}r) \right)^2 rdr \,, \quad \textbf{(2.158)}$$

$$\left\langle \psi_{C,n}\psi_{D,s} \right\rangle_D = \int_{r_2}^{r_3} J_0(\frac{\alpha_n}{r_3}r)\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_3}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_3}r) \right) rdr \,. \quad \textbf{(2.159)}$$

(2.123) ve (2.125) sınır şartları için uygulanılan prosedür, (2.127) ve (2.129) sınır şartları için tekrarlanıp, elde edilen integral denklemleri taraf tarafa toplandığında aşağıdaki denklem elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,E,n}(E_n^+ - E_n^-)\left\langle \psi_{E,n}\psi_{C,s} \right\rangle_E + \sum_{n=0}^{\infty}k_{x,D,n}(D_n^+ - D_n^-)\left\langle \psi_{D,n}\psi_{C,s} \right\rangle_D \\ = k_{x,C,s}(C_s^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} - C_s^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s} \right\rangle_E + \left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s} \right\rangle_D\right)\end{aligned} \text{ ,s=0,1…∞,} \quad \textbf{(2.160)}$$

$$\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s} \right\rangle_E = \int_{0}^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) \right)^2 rdr \,, \quad \textbf{(2.161)}$$

$$\left\langle \psi_{E,n}\psi_{C,s} \right\rangle_E = \int_{0}^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2}r) J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) rdr \,, \quad \textbf{(2.162)}$$

$$\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s} \right\rangle_D = \int_{r_2}^{r_3}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) \right)^2 rdr \,, \quad \textbf{(2.163)}$$

$$\left\langle \psi_{D,n}\psi_{C,s} \right\rangle_D = \int_{r_2}^{r_3}\left(J_0(\frac{\lambda_n}{r_2}r) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)}Y_0(\frac{\lambda_n}{r_2}r) \right) J_0(\frac{\alpha_s}{r_3}r) rdr \,. \quad \textbf{(2.164)}$$

Uzatılmış silindirli, tek odalı bir susturucunun ses iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için bölüm 2.1'de anlatılan benzer kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır [4].

1- Susturucu girişinde (A Bölgesi) giriş silindirine giren dalga düzlemsel bir dalgadır. ($A_0^+ = 1, \quad A_n^+ = 0$, n=1,2…∞)

2- Susturucu çıkışında (E Bölgesi) anekoik bir ortam mevcuttur. Bu nedenle bu bölgeye ait yansıyan dalga bulunmamaktadır. ($\mathrm{E}_n^- = 0$, n=0,1…∞)

(2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157) ve (2.160) denklemleri yukarıdaki kabuller altında düzenlendiğinde, 6 (s+1) (s=0,1…∞) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 6 (n+1) (n=0,1…∞) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Bilinmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir. ($A_n^-, B_n^-, C_n^+, C_n^-, D_n^+, E_n^+$) .

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olmasından dolayı, denklem ve bilinmeyen sayısını N ‘ye indirgemek mümkündür. Bu durum Tablo 2.3’de görülebilir. Sonuçta 6(N+1) adet denklem ve 6(N+1) adet bilinmeyen kalacaktır. Tablo 2.3’ten görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır

Tablo 2.3 Uzatılmış Silindirli, Tek Odalı, Silindirik Bir Susturucu İçin, Farklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı Değerleri
(r_1=0.0245m, r_2=0.0245m, r_3=0.0822m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, l_C= 0.1672m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	16,7999
3	16,7836
4	16,7801
5	16,7788
6	16,7755

Çözüm için (2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157) ve (2.160) denklemleri, (2.119) ve (2.121) ifadelerinin eşliğinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{A,s}\rangle_A\,, \quad \text{s=0,1…N,} \tag{2.165}$$

$$B_s^-(e^{-2jk_{x,B,s}l_1}+1)\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\rangle_B\,, \quad \text{s=0,1…N,} \tag{2.166}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\rangle_A + \sum_{n=0}^{N} k_{x,B,n}B_n^-(e^{-2jk_{x,B,n}l_1}-1)\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\rangle_B = k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\left(\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_A + \langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_B\right) \quad \text{,s=0,...N,} \tag{2.167}$$

$$(E_s^+ + E_s^-)\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\langle \psi_{C,n}\psi_{E,s}\rangle_E\,, \quad \text{s=0,1…N,} \tag{2.168}$$

$$D_s^+(1+e^{-2jk_{x,D,s}l_2})\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s}\rangle_D = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\langle \psi_{C,n}\psi_{D,s}\rangle_D\,, \quad \text{s=0,1…N,} \tag{2.169}$$

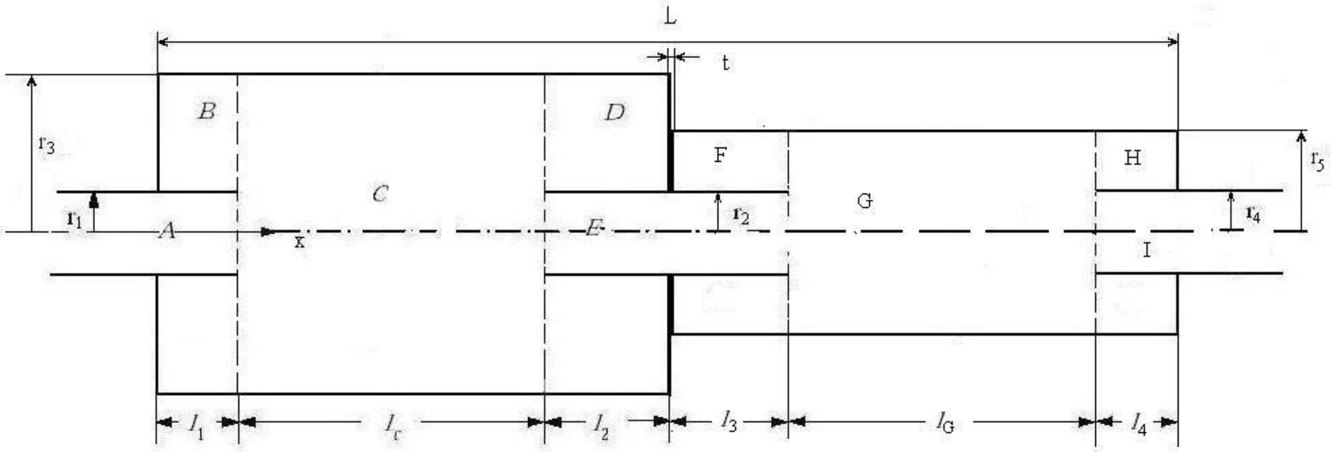
$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,E,n}(E_n^+ - E_n^-)\langle \psi_{A,n}\psi_{E,s}\rangle_E + \sum_{n=0}^{N} k_{x,D,n}D_n^+(1-e^{-2jk_{x,D,n}l_2})\langle \psi_{D,n}\psi_{C,s}\rangle_D = k_{x,C,s}(C_s^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} - C_s^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_E + \langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\rangle_D\right) \quad \text{,s=0,1…N.} \tag{2.170}$$

Yukarıdaki denklem sistemi çözüldüğünde ses iletim kaybı eğrisi, aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|(r_2/r_1)\sum_{n=0}^{N} E_n^+\right|. \quad \textbf{(2.171)}$$

2.3.2 İki odalı susturucu

Şekil 2.4'te $L = l_1 + l_2 + l_C + l_3 + l_4 + l_G$ uzunluğunda, r_1 ve r_4 giriş-çıkış yarıçapında uzatılmış silindirli, iki odalı bir susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri, l_1 ve l_4 uzunluklarında içeriye doğru uzatılmıştır. Susturucu içerisinde her iki odayı birleştiren "l_2+l_3+t" uzunluğunda ve r_2 yarıçapında ara bir silindir bulunmaktadır.



Şekil 2.4 : Uzatılmış Silindirli İki Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.

Birinci silindire ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan (2.92)-(2.117) denklemleri bölüm 2.3.1'de tanımlanmıştır. İkinci silindirde F, G, H, ve I bölgelerine ait denklemler ise, birinci silindire benzer şekilde yazılabilir.

F bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler aşağıda tanımlanmaktadır [5].

$$P_F(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(F_n^+ e^{-jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} + F_n^- e^{jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{F,n}(r), \quad \textbf{(2.172)}$$

$$u_{x,F}(r,x) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,F,n}(F_n^+ e^{-jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} - F_n^- e^{jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{F,n}(r), \quad \textbf{(2.173)}$$

$$\psi_{F,n}(r) = J_0(\frac{\phi_n}{r_5}r) - \frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)}Y_0(\frac{\phi_n}{r_5}r), \qquad r_2 \le r \le r_5. \quad \textbf{(2.174)}$$

(2.174) denkleminde radyal yöndeki dalga sayıları$\left(\dfrac{\phi_n}{r_5}\right)$, (2.116) denklemi yardımıyla hesaplanabilir. Bu sonuçlar ışığında aşağıdaki ifade yardımıyla F bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları hesaplanabilir.

$$k_{x,F,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\phi_n}{r_5}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\phi_n}{r_5}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\phi_n}{r_5}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\phi_n}{r_5}. \end{cases} \tag{2.175}$$

G bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler ise, aşağıdaki ifade edildiği haliyle yazılabilir.

$$P_G(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{G,n}(r), \tag{2.176}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,G}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,G,n}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} - G_n^- e^{jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{G,n}(r), \tag{2.177}$$

$$\psi_{G,n}(r) = J_0\left(\frac{\alpha_n}{r_5}r\right). \tag{2.178}$$

(2.178) denkleminde radyal yöndeki dalga sayıları$\left(\dfrac{\alpha_n}{r_5}\right)$, (2.96) denklemi yardımıyla hesaplanabilir. G bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları ise aşağıdaki ifade yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,G,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_5}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\alpha_n}{r_5}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_5}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\alpha_n}{r_5}. \end{cases} \tag{2.179}$$

H bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızı ise, (2.180)-(2.182) denklemleri ile ifade edilebilir.

$$P_H(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(H_n^+ e^{-jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)}+H_n^- e^{jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)})\psi_{H,n}(r)\,, \tag{2.180}$$

$$u_{x,H}(r,x)=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,H,n}(H_n^+ e^{-jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)}-H_n^- e^{jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)})\psi_{H,n}(r)\,, \tag{2.181}$$

$$\psi_{H,n}(r)=J_0(\frac{\gamma_n}{r_5}r)-\frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)}Y_0(\frac{\gamma_n}{r_5}r),\qquad r_4\le r\le r_5. \tag{2.182}$$

(2.182) denkleminde radyal yöndeki dalga sayıları $\left(\frac{\gamma_n}{r_5}\right)$, (2.183) numaralı sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\left.\frac{\partial\psi_{H,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_4}=0\,, \tag{2.183}$$

$$J_1(\frac{\gamma_n}{r_5}r_4)-\frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)}Y_1(\frac{\gamma_n}{r_5}r_4)=0\,. \tag{2.184}$$

Bu sonuçlar ışığında aşağıdaki ifade yardımıyla H bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları hesaplanabilir.

$$k_{x,H,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\frac{\gamma_n}{r_5}\right)^2}, & k_0>\frac{\gamma_n}{r_5},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\frac{\gamma_n}{r_5}\right)^2}, & k_0<\frac{\gamma_n}{r_5}.\end{cases} \tag{2.185}$$

I bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler ise, aşağıdaki ifade edildiği gibi yazılabilir.

$$P_I(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(I_n^+ e^{-jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)}+I_n^- e^{jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)})\psi_{I,n}(r)\,, \tag{2.186}$$

$$u_{x,I}(r,x)=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,I,n}(I_n^+ e^{-jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)}-I_n^- e^{jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)})\psi_{I,n}(r)\,, \tag{2.187}$$

$$\psi_{I,n}(r) = J_0(\frac{\alpha_n}{r_4} r). \qquad \textbf{(2.188)}$$

$$k_{x,I,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\alpha_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \frac{\alpha_n}{r_4}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\alpha_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \frac{\alpha_n}{r_4}. \end{cases} \qquad \textbf{(2.189)}$$

(2.188) denkleminde radyal yöndeki dalga sayıları $\left(\frac{\alpha_n}{r_4}\right)$, (2.96) denklemi yardımıyla hesaplanabilir.

F bölgesinde $x = l_C + l_2 + t$ için silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,F}}\,(\mathrm{r},\mathrm{x}) \Big|_{\mathrm{x}=l_C+l_2+t} = 0 \qquad \textbf{(2.190)}$$

Bu sınır şartı yardımıyla, F bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$F_n^+ = F_n^- e^{-2jk_{x,F,n}l_3} \qquad \textbf{(2.191)}$$

F bölgesine benzer şekilde H bölgesi için $x = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G + l_4$ de silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,H}}\,(\mathrm{r},\mathrm{x}) \Big|_{\mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G+l_4} = 0 \qquad \textbf{(2.193)}$$

Benzer şekilde H bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$H_n^- = H_n^+ e^{-2jk_{x,H,n}l_4} \qquad \textbf{(2.194)}$$

Şekil 2.4 ‘de görülen uzatılmış silindirli, iki odalı susturucuya ait birinci, ikinci….-dokuzuncu bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n, G_n, H_n ve

I_n sabitleri, eksenel yönde $x=0$, $x=l_C$, $x=l_C+l_2+l_3+t$ ve $x=l_C+l_2+t+l_3+l_G$ ‘deki sınır şartları yardımıyla elde edilebilir.

$$P_A = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x}=0\,, \tag{2.195}$$

$$u_A = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x}=0\,, \tag{2.196}$$

$$P_B = P_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x}=0\,, \tag{2.197}$$

$$u_B = u_{C,} \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x}=0\,, \tag{2.198}$$

$$P_E = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.199}$$

$$u_E = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.200}$$

$$P_E = P_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.201}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \mathrm{x}=l_C\,, \tag{2.202}$$

$$P_E = P_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+l_3+t\,, \tag{2.203}$$

$$u_E = u_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+l_3+t\,, \tag{2.204}$$

$$P_F = P_G\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le r_5,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+l_3+t\,, \tag{2.205}$$

$$u_F = u_G\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le r_5,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+l_3+t\,, \tag{2.206}$$

$$P_I = P_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G\,, \tag{2.207}$$

$$u_I = u_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G\,, \tag{2.208}$$

$$P_H = P_G\,, \quad \mathrm{r}_4 \le \mathrm{r} \le r_5,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G\,, \tag{2.209}$$

$$u_H = u_G\,, \quad \mathrm{r}_4 \le \mathrm{r} \le r_5,\ \ \mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G\,. \tag{2.210}$$

(2.195)–(2.202) sınır şartlarını ifade eden denklemler, bölüm 2.3.1'de (2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157) ve (2.160) denklemleri yardımıyla tanımlanmıştır. Bu denklemlerin türetilmesinde uygulanan prosedür, (2.203)-(2.210) sınır şartlarının türetilmesi için tekrar uygulandığında aşağıdaki ifadelere ulaşılacaktır.

$$(E_s^+ e^{-jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)} + E_s^- e^{jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)})\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ + G_n^-)\langle \psi_{G,n}\psi_{E,s}\rangle_E \quad ,s=0,1\ldots\infty, \tag{2.211}$$

$$\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.212}$$

$$\langle \psi_{G,n}\psi_{E,s}\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_5}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)rdr\,, \tag{2.213}$$

$$(F_s^+ + F_s^-)\langle \psi_{F,s}\psi_{F,s}\rangle_F = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ + G_n^-)\langle \psi_{G,n}\psi_{F,s}\rangle_F \;, s=0,1\ldots\infty, \tag{2.214}$$

$$\langle \psi_{F,s}\psi_{F,s}\rangle_F = \int_{r_2}^{r_5}\left(J_0(\frac{\phi_s}{r_5}r) - \frac{J_1(\phi_s)}{Y_1(\phi_s)}Y_0(\frac{\phi_s}{r_5}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.215}$$

$$\langle \psi_{G,n}\psi_{F,s}\rangle_F = \int_{r_2}^{r_5} J_0(\frac{\alpha_n}{r_5}r)\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_5}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_5}r)\right)rdr\,. \tag{2.216}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,E,n}(E_n^+ e^{-jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)} - E_n^- e^{jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)})\langle \psi_{E,n}\psi_{G,s}\rangle_E + \sum_{n=0}^{\infty}k_{x,F,n}(F_n^+ - F_n^-)\langle \psi_{F,n}\psi_{G,s}\rangle_F = k_{x,G,s}(G_s^+ - G_s^-)\left(\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\rangle_E + \langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\rangle_F\right) \quad s=0,1\ldots\infty, \tag{2.217}$$

$$\langle \psi_{E,n}\psi_{G,s}\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r)rdr\,, \tag{2.218}$$

$$\langle \psi_{F,n}\psi_{G,s}\rangle_F = \int_{r_2}^{r_5}\left(J_0(\frac{\phi_n}{r_5}r) - \frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)}Y_0(\frac{\phi_n}{r_5}r)\right)J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r)rdr\,, \tag{2.219}$$

$$\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\rangle_E + \langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\rangle_F = \int_0^{r_5}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r\right)^2 rdr\,. \tag{2.220}$$

$$(I_s^+ + I_s^-)\left\langle \psi_{I,s}\psi_{I,s}\right\rangle_I = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left\langle \psi_{G,n}\psi_{I,s}\right\rangle_I \text{ , s=0,1…}\infty, \quad \textbf{(2.221)}$$

$$\left\langle \psi_{I,s}\psi_{I,s}\right\rangle_I = \int_0^{r_4}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_4}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.222)}$$

$$\left\langle \psi_{G,n}\psi_{I,s}\right\rangle_I = \int_0^{r_4} J_0(\frac{\alpha_n}{r_5}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_4}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.223)}$$

$$\begin{aligned}&(H_s^+ + H_s^-)\left\langle \psi_{H,s}\psi_{H,s}\right\rangle_H = \\ &\qquad \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left\langle \psi_{G,n}\psi_{H,s}\right\rangle_H\end{aligned} \text{ , s=0,1…}\infty, \quad \textbf{(2.224)}$$

$$\left\langle \psi_{H,s}\psi_{H,s}\right\rangle_H = \int_{r_4}^{r_5}\left(J_0(\frac{\gamma_s}{r_5}r) - \frac{J_1(\gamma_s)}{Y_1(\gamma_s)}Y_0(\frac{\gamma_s}{r_5}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.225)}$$

$$\left\langle \psi_{G,n}\psi_{H,s}\right\rangle_H = \int_{r_4}^{r_5} J_0(\frac{\alpha_n}{r_5}r)\left(J_0(\frac{\gamma_s}{r_5}r) - \frac{J_1(\gamma_s)}{Y_1(\gamma_s)}Y_0(\frac{\gamma_s}{r_5}r\right)rdr\,. \quad \textbf{(2.226)}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,I,n}(I_n^+ - I_n^-)\left\langle \psi_{I,n}\psi_{G,s}\right\rangle_I + \sum_{n=0}^{\infty}k_{x,H,n}(H_n^+ - H_n^-)\left\langle \psi_{H,n}\psi_{G,s}\right\rangle_H \\ &\quad = k_{x,G,s}(G_s^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} - G_s^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left(\left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_I + \left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_H\right)\end{aligned} \text{ ,s=0,1…}\infty, \quad \textbf{(2.227)}$$

$$\left\langle \psi_{I,n}\psi_{G,s}\right\rangle_I = \int_0^{r_4} J_0(\frac{\alpha_n}{r_4}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r)rdr\,, \quad \textbf{(2.228)}$$

$$\left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_I + \left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_H = \int_0^{r_5}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.229)}$$

$$\left\langle \psi_{H,n}\psi_{G,s}\right\rangle_H = \int_{r_4}^{r_5}\left(J_0(\frac{\gamma_n}{r_5}r) - \frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)}Y_0(\frac{\gamma_n}{r_5}r\right)J_0(\frac{\alpha_s}{r_5}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.230)}$$

Sonuç olarak uzatılmış silindirli, iki odalı silindirik susturucuya ait, (2.195)-(2.210) sınır şartlarını sağlayan; (2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157), (2.160), (2.211), (2.214), (2.217), (2.221), (2.224) ve (2.227) denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler ışığında, uzatılmış silindirli, iki odalı silindirik bir susturucuya ait ses iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için bölüm 2.3.1'de yapılan benzer kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır.

(2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157), (2.160), (2.211), (2.214), (2.217), (2.221), (2.224) ve (2.227) denklemleri yukarıdaki kabuller altında düzenlendiğinde; 12(s+1) (s=0,1…∞) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 12(n+1) (n=0,1…∞) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Binmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir ($\mathrm{A}_n^-, \mathrm{B}_n^-, \mathrm{C}_n^+, \mathrm{C}_n^-, \mathrm{D}_n^+, \mathrm{E}_n^+, \mathrm{E}_n^-, \mathrm{F}_n^-, \mathrm{G}_n^+, \mathrm{G}_n^-, \mathrm{H}_n^+, I_n^+$) .

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olduğu Tablo 2.4'de görülmektedir. Sonuçta denklem ve bilinmeyen sayısı N 'ye indirgenerek, 12(N+1) adet denklem ve 12(N+1) adet bilinmeyen kalacaktır. Tablo 2.4'ten görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır.

Tablo 2.4: Uzatılmış Silindirli, İki Odalı Silindirik Susturucu İçin, Farklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı Değerleri (r_1=0.0245m, r_2=0.0245m, r_3=0.0822m, r_4=0.0245m, r_5=0.0822m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, l_C= 0.1672m, l_3=0.03m, l_4=0.06m, l_G= 0.1672m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	57,637
3	57,3597
4	57,202
5	57,1139
6	57,109

Çözüm için (2.133), (2.139), (2.153), (2.154), (2.157), (2.160), (2.211), (2.214), (2.217), (2.221), (2.224) ve (2.227) denklemleri, (2.119), (2.121), (2.191) ve (2.194) ifadelerinin eşliğinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{A,s}\rangle_A, \quad \text{s=0,1…N,} \qquad \textbf{(2.231)}$$

$$B_s^-(e^{-2jk_{x,B,s}l_1}+1)\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C,n}\psi_{B,s}\rangle_B, \quad \text{s=0,1…N,} \qquad \textbf{(2.232)}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C,s}\right\rangle_A + \sum_{n=0}^{N} k_{x,B,n}B_n^-(e^{-2jk_{x,B,n}l_1} - 1)\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C,s}\right\rangle_B \\ = k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\left(\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_A + \left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_B\right) \quad \text{,s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.233)}$$

$$(E_s^+ + E_s^-)\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left\langle \psi_{C,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E \quad \text{,s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.234)}$$

$$D_s^+(1 + e^{-2jk_{x,D,s}l_2})\left\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s}\right\rangle_D = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left\langle \psi_{C,n}\psi_{D,s}\right\rangle_D \quad \text{, s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.235)}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,E,n}(E_n^+ - E_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E + \sum_{n=0}^{N} k_{x,D,n}D_n^+(1 - e^{-2jk_{x,D,n}l_2})\left\langle \psi_{D,n}\psi_{C,s}\right\rangle_D \\ = k_{x,C,s}(C_s^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} - C_s^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_E + \left\langle \psi_{C,s}\psi_{C,s}\right\rangle_D\right) \quad \text{s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.236)}$$

$$(E_s^+ e^{-jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)} + E_s^- e^{jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)})\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \\ \sum_{n=0}^{N}(G_n^+ + G_n^-)\left\langle \psi_{G,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E \quad \text{, s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.237)}$$

$$(F_s^+ + F_s^-)\left\langle \psi_{F,s}\psi_{F,s}\right\rangle_F = \sum_{n=0}^{N}(G_n^+ + G_n^-)\left\langle \psi_{G,n}\psi_{F,s}\right\rangle_F \quad \text{, s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.237)}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,E,n}(E_n^+ e^{-jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)} - E_n^- e^{jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)})\left\langle \psi_{E,n}\psi_{G,s}\right\rangle_E + \sum_{n=0}^{N} k_{x,F,n}(F_n^+ - F_n^-)\left\langle \psi_{F,n}\psi_{G,s}\right\rangle_F \\ = k_{x,G,s}(G_s^+ - G_s^-)\left(\left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_E + \left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_F\right) \quad \text{,s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.238)}$$

$$(I_s^+ + I_s^-)\left\langle \psi_{I,s}\psi_{I,s}\right\rangle_I = \sum_{n=0}^{N}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left\langle \psi_{G,n}\psi_{I,s}\right\rangle_I \quad \text{s=0,1…N} \quad \textbf{(2.239)}$$

$$(H_s^+ + H_s^-)\left\langle \psi_{H,s}\psi_{H,s}\right\rangle_H = \\ \sum_{n=0}^{N}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left\langle \psi_{G,n}\psi_{H,s}\right\rangle_H \quad \text{, s=0,1…N,} \quad \textbf{(2.240)}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{x,I,n}(I_n^+ - I_n^-)\left\langle \psi_{I,n}\psi_{G,s}\right\rangle_I + \sum_{n=0}^{N} k_{x,H,n}(H_n^+ - H_n^-)\left\langle \psi_{H,n}\psi_{G,s}\right\rangle_H \\ = k_{x,G,s}(G_s^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} - G_s^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left(\left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_I + \left\langle \psi_{G,s}\psi_{G,s}\right\rangle_H\right) \quad \text{, s=0,1…N.} \quad \textbf{(2.241)}$$

(2.231)-(2.341) denklemlerinin oluşturduğu denklem sistemi çözüldüğünde, ses iletim kaybı eğrisi aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|(r_7 / r_1)\sum_{n=0}^{N} I_n^+\right| . \qquad \textbf{(2.242)}$$

2.4 Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Silindirik Susturucu

2.4.1 Tek odalı susturucu

Şekil 2.5'te $L = l_1 + l_2 + l_C$ uzunluğunda, r_1 ve r_2 giriş-çıkış yarıçaplarında, ve $r_3 - r_4$ yarıçapları arasına yutucu malzeme ile kaplanmış uzatılmış silindirli, tek odalı susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri l_1 ve l_2 uzunluklarında içeriye doğru uzatılmıştır. Yutucu malzemenin homojen ve izotropik olduğu kabul edilmektedir. Bu bölgede ses hızı $\tilde{c}$ ve yoğunluğunun $\tilde{\rho}$ kompleks sayılarla tanımlanmıştır.

Giriş silindirinde (A bölgesi) akustik basınç ve partikül hızı denklemleri, bölüm 2.3.1 'de (2.92)-(2.94) denklemleriyle tanımlanmıştır.

Birinci bölgeye ait radyal yöndeki dalga sayıları ($\frac{\alpha_n}{r_1}$), (2.95) ve (2.96) denklemleri ile; $k_{x,A,n}$. eksenel yöndeki n. moda ait dalga sayısı ise, (2.97) denklemi ile hesaplanabilir.

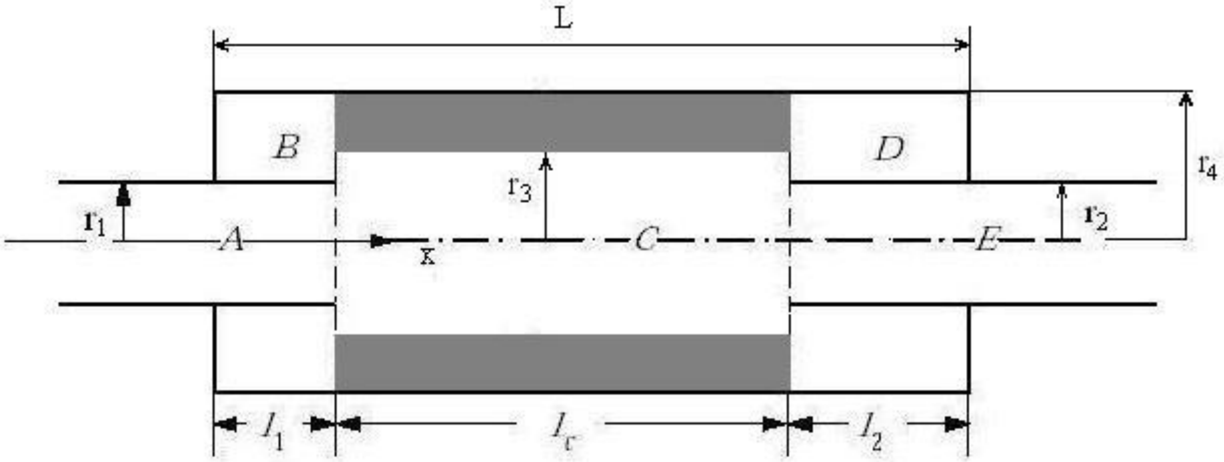
Çıkış silindirinde (E bölgesi) akustik basınç ve partikül hızı, giriş silindirine benzer şekilde (2.102)-(2.105) denklemleri yardımıyla bölüm 2.3.1'de ifade edilmiştir.

B bölgesine ait akustik basınç ve partikül hızı aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$P_B(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^+ e^{-jk_{x,B,n}x} + B_n^- e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r) , \qquad \textbf{(2.243)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,B}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^+ e^{-jk_{x,B,n}x} - B_n^- e^{jk_{x,B,n}x})\psi_{B,n}(r) , \qquad \textbf{(2.244)}$$

$$\psi_{B,n}(r) = J_0(\frac{\beta_n}{r_4}r) - \frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_0(\frac{\beta_n}{r_4}r), \qquad \mathrm{r}_1 \le r \le r_3 . \qquad \textbf{(2.245)}$$



Şekil 2.5 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Tek Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.

$\dfrac{\beta_n}{r_4}$, B bölgesine ait radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir. Daha önce ifade edildiği gibi, J_0 sıfırıncı dereceden ve J_1 birinci dereceden Bessel fonksiyonlarını, Y_0 sıfırıncı dereceden ve Y_1 birinci dereceden Neumann fonksiyonlarını temsil etmektedir.

Bu bölgede radyal yöndeki dalga sayılarının hesaplanması için aşağıdaki sınır aşağıdaki şartı kullanılmaktadır.

$$\left.\frac{\partial \psi_{B,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_1} = 0\,, \qquad \textbf{(2.246)}$$

$$J_1\left(\frac{\beta_n}{r_4} r_1\right) - \frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)} Y_1\left(\frac{\beta_n}{r_4} r_1\right) = 0\,. \qquad \textbf{(2.247)}$$

Eksenel yöndeki n. moda ait dalga sayısı ise, aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$k_{x,B,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\beta_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\beta_n}{r_4}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\beta_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\beta_n}{r_4}. \end{cases} \qquad \textbf{(2.248)}$$

B bölgesine benzer şekilde D bölgesine ait akustik basınç ve partikül hızı, aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_D(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(D_n^+ e^{-jk_{x,D,n}(x-l_C)} + D_n^- e^{jk_{x,D,n}(x-l_C)})\psi_{D,n}(r)\,, \tag{2.249}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,D}}\,(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,D,n}(D_n^+ e^{-jk_{x,D,n}(x-l_C)} - D_n^- e^{jk_{x,D,n}(x-l_C)})\psi_{D,n}(r)\,, \tag{2.250}$$

$$\psi_{D,n}(r) = J_0(\frac{\lambda_n}{r_4}r) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)}Y_0(\frac{\lambda_n}{r_4}r), \qquad \mathrm{r}_2 \le r \le r_4\,. \tag{2.251}$$

$\psi_{D,n}(r)$, B bölgesinde olduğu gibi D Bölgesine ait öz fonksiyonunu, $\frac{\lambda_n}{r_4}$ radyal yöndeki dalga sayısını ifade etmektedir ve (2.252) numaralı sınır şartı yardımıyla elde edilebilir.

$$\frac{\partial \psi_{D,n}(r)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2} = 0\,, \tag{2.252}$$

$$J_1(\frac{\lambda_n}{r_4}r_2) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)}Y_1(\frac{\lambda_n}{r_4}r_2) = 0\,. \tag{2.253}$$

X yönündeki n. moda ait dalga sayısı $k_{x,D,n}$ ise, aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,D,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\lambda_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \frac{\lambda_n}{r_4}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\lambda_n}{r_4}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \frac{\lambda_n}{r_4}. \end{cases} \tag{2.254}$$

C bölgesindeki ses yayılımı, (2.255) denklemi ile tanımlanmıştır.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \kappa^2 P = 0 \tag{2.255}$$

$$\kappa = \begin{cases} k_0 & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \\ \tilde{k} & \mathrm{r}_3 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4. \end{cases} \quad \textbf{(2.256)}$$

$\tilde{k} = \dfrac{2\pi f}{\tilde{c}}$, lifli malzemenin dalga sayısını ifade etmektedir. Bu bölgeye ait akustik basınç ve x yönündeki partikül hızı ise, (2.257) ve (2.258) numaralı denklemler ile tanımlanmaktadır.

$$P_C(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}x} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}x})\begin{cases} \psi_{C1,n}(r) & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \\ \psi_{C2,n}(r) & \mathrm{r}_3 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4. \end{cases}, \quad \textbf{(2.257)}$$

$$u_{C,n} = \frac{1}{\rho_0 \omega}\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}x} - C_n^- e^{jk_{x,C,n}x})\begin{cases} \psi_{C1,n}(r) & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3, \\ \dfrac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\psi_{C2,n}(r) & \mathrm{r}_3 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4. \end{cases}. \quad \textbf{(2.258)}$$

$\psi_{C1,n}(r)$ ve $\psi_{C2,n}(r)$, C bölgesindeki hava ve yutucu malzeme için öz fonksiyonlarını ifade etmektedir.

$$\psi_{C1,n}(r) = J_0\left(\frac{\chi_n}{r_3}r\right), \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_3 \quad \textbf{(2.259)}$$

$$\psi_{C2,n}(r) = C_1 J_0\left(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r\right) + C_2 Y_0\left(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r\right), \qquad \mathrm{r}_3 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4. \quad \textbf{(2.260)}$$

C₁ ve *C₂* sabitleri aşağıda tanımlandığı şekliyle, C bölgesine ait radyal yöndeki sınır şartları yardımıyla elde edilir.

$$\left.\frac{\partial \psi_{C2,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_4} = 0, \quad \textbf{(2.261)}$$

$$\left.\psi_{C1,n}(r)\right|_{r=r_3} = \left.\psi_{C2,n}(r)\right|_{r=r_3}, \quad \textbf{(2.262)}$$

$$\frac{1}{\rho_0}\left.\frac{\partial \psi_{C1,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_3} = \frac{1}{\tilde{\rho}}\left.\frac{\partial \psi_{C2,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_3}. \quad \textbf{(2.263)}$$

$$\psi_{C2,n}(r) = P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r) - \frac{J_1(\tilde{\chi}_n)}{Y_1(\tilde{\chi}_n)}Y_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r)\right], \qquad r_3 \leq r \leq r_4 \tag{2.264}$$

$$P = \frac{J_0(\chi_n).Y_1(\tilde{\chi}_n)}{J_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3).Y_1(\tilde{\chi}_n) - J_1(\tilde{\chi}_n).Y_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3)}. \tag{2.265}$$

Denklemler düzenlendiğinde C Bölgesine ait karakteristik denklem aşağıda görüldüğü şekliyle elde edilebilir.

$$\frac{\rho_0\tilde{\chi}_n.r_3.J_0(\chi_n)}{\tilde{\rho}.\chi_n.r_4.J_1(\chi_n)} = \frac{J_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3)Y_1(\tilde{\chi}_n) - Y_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3)J_1(\tilde{\chi}_n)}{J_1(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3)Y_1(\tilde{\chi}_n) - Y_1(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r_3)J_1(\tilde{\chi}_n)} \tag{2.266}$$

Havada ve yutucu malzeme içinde radyal yöndeki dalga sayıları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\chi_n}{r_3} &= \sqrt{k_0^2 - k_{x,C,n}^2}, \qquad \text{(hava)}, \\ \frac{\tilde{\chi}_n}{r_4} &= \sqrt{\tilde{k}^2 - k_{x,C,n}^2}, \qquad \text{(yutucu malzeme)}. \end{aligned} \tag{2.267}$$

Denklem (2.266) ve (2.267) beraber çözüldüğünde, C bölgesine ait hava ve yutucu malzeme ile ilgili radyal ve eksenel yöndeki dalga sayıları elde edilebilir.

B bölgesinde $x = -l_1$ için silindir duvarındaki sınır şartı, aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,B}}(\mathrm{r,x})\Big|_{\mathrm{x}=-l_1} = 0 \tag{2.268}$$

Bu sınır şartı yardımıyla B bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$B_n^+ = B_n^- e^{-2jk_{x,B,n}l_1} \tag{2.269}$$

B bölgesine benzer şekilde D bölgesi için $x = l_C + l_2$ de silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,D}}\,(\mathrm{r,x})\Big|_{\mathrm{x}=l_C+l_2}=0 \quad \textbf{(2.270)}$$

Bu sınır şartı yardımıyla D bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$D_n^- = D_n^+ e^{-2jk_{x,D,n}l_2} \quad \textbf{(2.271)}$$

Tüm bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n, C_n, D_n ve E_n sabitleri, $x=0$ ve $x=l_C$ ‘deki eksenel sınır şartları yardımla elde edilebilir.

$$P_A = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x}=0\,, \quad \textbf{(2.272)}$$

$$u_A = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x}=0\,, \quad \textbf{(2.273)}$$

$$P_B = P_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x}=0\,, \quad \textbf{(2.274)}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x}=0\,, \quad \textbf{(2.275)}$$

$$P_E = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x}=l_C\,, \quad \textbf{(2.276)}$$

$$u_E = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x}=l_C\,, \quad \textbf{(2.277)}$$

$$P_E = P_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x}=l_C\,, \quad \textbf{(2.278)}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x}=l_C\,. \quad \textbf{(2.279)}$$

(2.272) sınır şartı, (2.92) ve (2.257) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-).\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-).\psi_{C1,n}(r), \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1. \quad \textbf{(2.280)}$$

(2.280) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{A,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ + A_n^-)\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \tag{2.281}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \mathrm{n}=\mathrm{s} \\ 0 \qquad\qquad , \mathrm{n} \ne \mathrm{s} \end{cases} \quad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \tag{2.282}$$

(2.281) denklemi, (2.282) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında, (2.272) sınır şartını ifade eden aşağıdaki ifade elde edilebilir

$$(A_s^+ + A_s^-)\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A, \quad \mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \tag{2.283}$$

Yukarıdaki denklemde $\langle \quad \rangle_S$ ifadesi, S yüzeyi üzerinde integral işlemini ifade etmektedir . Aşağıda açık olarak yazılmıştır.

$$\left\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1}\left(J_0\left(\frac{\alpha_s}{r_1}r\right)\right)^2 r\,dr, \tag{2.284}$$

$$\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{A,s}\right\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0\left(\frac{\chi_n}{r_3}r\right)J_0\left(\frac{\alpha_s}{r_1}r\right)r\,dr. \tag{2.285}$$

(2.274) sınır şartı, (2.243) ve (2.257) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-).\psi_{B,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-).\psi_{C,n}(r), \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4. \tag{2.286}$$

(2.286) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{B,s}(r)$ ile çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty}(B_n^+ + B_n^-)\left\langle \psi_{B,n}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\left(\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{B,s}\right\rangle_{B1} + \left\langle \psi_{C2,n}\psi_{B,s}\right\rangle_{B2}\right) \tag{2.287}$$

$$\left\langle \psi_{B,n}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \begin{cases} \left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_B, \mathrm{n}=\mathrm{s} \\ 0 \qquad\qquad , \mathrm{n} \ne \mathrm{s} \end{cases} \quad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty \tag{2.288}$$

(2.287) denklemi, (2.288) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar düzenlendiğinde, (2.274) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$\begin{aligned} &B_s^-(e^{-2jk_{x,B,s}l_1}+1)\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\right\rangle_B = \\ &\qquad \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ + C_n^-)\left(\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{B,s}\right\rangle_{B1} + \left\langle \psi_{C2,n}\psi_{B,s}\right\rangle_{B2}\right), \quad \mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \end{aligned} \tag{2.289}$$

$$\left\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s} \right\rangle_B = \int_{r_1}^{r_4} \left(J_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) - \frac{J_1(\beta_s)}{Y_1(\beta_s)} Y_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) \right)^2 r dr , \quad \textbf{(2.290)}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \psi_{C1,n}\psi_{B,s} \right\rangle_{B1} + \left\langle \psi_{C2,n}\psi_{B,s} \right\rangle_{B2} &= \int_{r_1}^{r_3} J_0(\frac{\chi_n}{r_3} r) \left(J_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) - \frac{J_1(\beta_s)}{Y_1(\beta_s)} Y_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) \right) r dr \\ &+ \int_{r_3}^{r_4} P \left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4} r) - \frac{J_1(\tilde{\chi}_n)}{Y_1(\tilde{\chi}_n)} Y_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4} r) \right] \left(J_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) - \frac{J_1(\beta_s)}{Y_1(\beta_s)} Y_0(\frac{\beta_s}{r_4} r) \right) r dr \end{aligned} \quad \textbf{.(2.291)}$$

(2.273) sınır şartı, (2.94) ve (2.258) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n} (A_n^+ - A_n^-) \psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n} (C_n^+ - C_n^-) \psi_{C1,n}(r), \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1 . \quad \textbf{(2.292)}$$

(2.292) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{C1,s}(r)$ ile çarpılıp S_A üzerinden integral alınsın.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n} (A_n^+ - A_n^-) \left\langle \psi_{A,n}\psi_{C1,s} \right\rangle_A = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n} (C_n^+ - C_n^-) \left\langle \psi_{C1,n}\psi_{C1,s} \right\rangle_A \quad , \quad \textbf{(2.293)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{C1,s} \right\rangle_A = \begin{cases} \left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s} \right\rangle_C , & \mathrm{n} = \mathrm{s} \\ 0 & , \mathrm{n} \ne \mathrm{s} \end{cases} \qquad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty. \quad \textbf{(2.294)}$$

(2.293) denklemi, (2.294) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar düzenlendiğinde, (2.273) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n} (A_n^+ - A_n^-) \left\langle \psi_{A,n}\psi_{C1,s} \right\rangle_A = k_{x,C,s} (C_s^+ - C_s^-) \left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s} \right\rangle_A \qquad ,\mathrm{s}=0,1\ldots\infty, \quad \textbf{(2.295)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s} \right\rangle_A = \int_0^{r_1} \left(J_0(\frac{\chi_s}{r_3} r) \right)^2 r dr , \quad \textbf{(2.296)}$$

$$\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C1,s} \right\rangle_A = \int_0^{r_1} J_0(\frac{\alpha_n}{r_1} r) J_0(\frac{\chi_s}{r_3} r) \, r dr . \quad \textbf{(2.297)}$$

(2.275) sınır şartı, (2.244) ve (2.258) denklemleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n} (B_n^+ - B_n^-) \psi_{B,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n} (C_n^+ - C_n^-) \psi_{C,n}(r), \qquad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4 . \quad \textbf{(2.298)}$$

(2.298) denkleminin her iki yanı s=0,1…∞ için $\psi_{C,s}(r)$ ile çarpılıp S_B üzerinden integral alınsın.

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}(B_n^{+}-B_n^{-})\left(\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)=\\ &\qquad\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,C,n}(C_n^{+}-C_n^{-})\left(\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\left\langle \psi_{C2,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)\end{aligned} \quad . \qquad \textbf{(2.299)}$$

(2.299) denklemi, (2.294) numaralı ortogonalite bağıntısı yardımıyla tekrar yazıldığında, (2.275) sınır şartını ifade eden aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}B_n^{-}(e^{-2jk_{x,B,n}l_1}-1)\left(\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)=\\ &\qquad k_{x,C,s}(C_s^{+}-C_s^{-})\left(\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)\end{aligned} \quad ,s=0,1\ldots\infty, \quad \textbf{(2.300)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}=\int_{r_1}^{r_3}\left(J_0(\frac{\chi_s}{r_3}r)\right)^2 rdr+\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\int_{r_3}^{r_4}\left(P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4}r)-\frac{J_1(\tilde{\chi}_s)}{Y_1(\tilde{\chi}_s)}Y_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4}r)\right]\right)^2 rdr$$

(2.301)

$$\begin{aligned}\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}&=\int_{r_1}^{r_3}\left(J_0(\frac{\beta_n}{r_4}r)-\frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_0(\frac{\beta_n}{r_4}r)\right)J_0(\frac{\chi_s}{r_3}r)\,)rdr\\ &+\int_{r_3}^{r_4}\left(J_0(\frac{\beta_n}{r_4}r)-\frac{J_1(\beta_n)}{Y_1(\beta_n)}Y_0(\frac{\beta_n}{r_4}r)\right)P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4}r)-\frac{J_1(\tilde{\chi}_s)}{Y_1(\tilde{\chi}_s)}Y_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4}r)\right]rdr\end{aligned} \quad .$$

(2.302)

(2.295) ve (2.300) denklemleri taraf tarafa toplandığında, (2.273) ve (2.275) sınır şartlarını ifade eden (2.303) denklemi elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,A,n}(A_n^{+}-A_n^{-})\left\langle \psi_{A,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{A}+\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,B,n}B_n^{-}(e^{-2jk_{x,B,n}l_1}-1)\left(\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\left\langle \psi_{B,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)\\ &\qquad=k_{x,C,s}(C_s^{+}-C_s^{-})\left(\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{A}+\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{B1}+\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\right\rangle_{B2}\right)\end{aligned}$$

,s=0,1…∞, **(2.303)**

(2.276) sınır şartını ifade eden denklem, (2.272) sınır şartı için uygulanan benzer işlemler tekrarlanarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$(E_s^+ + E_s^-)\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E \text{ ,s=0,1}\ldots\infty, \quad \textbf{(2.304)}$$

$$\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.305)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\chi_n}{r_3}r)J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)rdr\,. \quad \textbf{(2.306)}$$

(2.278) sınır şartını ifade eden denklem, (2.274) sınır şartına benzer şekilde yazılabilir.

$$D_s^+(1+e^{-2jk_{x,D,s}l_2})\left\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s}\right\rangle_D = \sum_{n=0}^{\infty}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{D,s}\right\rangle_{D1} + \left\langle \psi_{C2,n}\psi_{D,s}\right\rangle_{D2}\right)$$
$$\text{,s=0,1}\ldots\infty, \quad \textbf{(2.307)}$$

$$\left\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s}\right\rangle_D = \int_{r_2}^{r_4}\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r)\right)^2 rdr\,, \quad \textbf{(2.308)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,n}\psi_{D,s}\right\rangle_{D1} + \left\langle \psi_{C2,n}\psi_{D,s}\right\rangle_{D2} = \int_{r_2}^{r_3} J_0(\frac{\chi_n}{r_3}r)\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r)\right)rdr$$
$$+\int_{r_3}^{r_4} P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r) - \frac{J_1(\tilde{\chi}_n)}{Y_1(\tilde{\chi}_n)}Y_0(\frac{\tilde{\chi}_n}{r_4}r)\right]\left(J_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r) - \frac{J_1(\lambda_s)}{Y_1(\lambda_s)}Y_0(\frac{\lambda_s}{r_4}r)\right)rdr \quad . \textbf{(2.309)}$$

(2.273) ve (2.275) sınır şartları için uygulanılan prosedür, (2.277) ve (2.279) sınır şartlarına uygulanıp elde dilen integral denklemler tafar tarafa toplandığında ,(2.310) numaralı denklem elde edilmektedir.

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,E,n}(E_n^+ - E_n^-)\left\langle \psi_{E,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_E + \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,D,n}D_n^+(1-e^{-2jk_{x,D,n}l_2})\left(\left\langle \psi_{D,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{D1} + \left\langle \psi_{D,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{D2}\right) =$$
$$k_{x,C,s}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} - C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_E + \left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{D1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\right\rangle_{D2}\right)$$
$$\text{,s=0,1}\ldots\infty, \quad \textbf{(2.310)}$$

$$\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\chi_s}{r_3}r)\right)^2 r\partial r \quad \textbf{(2.311)}$$

$$\left\langle \psi_{E,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{E} = \int_{0}^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2} r) J_0(\frac{\chi_s}{r_3} r)\, rdr\,, \tag{2.312}$$

$$\left\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\right\rangle_{D1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\right\rangle_{D2} = \int_{r_2}^{r_3}\left(J_0(\frac{\chi_s}{r_3} r)\right)^2 rdr + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\int_{r_3}^{r_4}\left(P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4} r) - \frac{J_1(\tilde{\chi}_s)}{Y_1(\tilde{\chi}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4} r)\right]\right)^2 rdr\,, \tag{2.313}$$

$$\left\langle \psi_{D,n}\psi_{C1,s}\right\rangle_{D1} + \left\langle \psi_{D,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{D2} = \int_{r_2}^{r_3}\left(J_0(\frac{\lambda_n}{r_4} r) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)} Y_0(\frac{\lambda_n}{r_4} r)\right) J_0(\frac{\chi_s}{r_3} r))rdr + \int_{r_3}^{r_4}\left(J_0(\frac{\lambda_n}{r_4} r) - \frac{J_1(\lambda_n)}{Y_1(\lambda_n)} Y_0(\frac{\lambda_n}{r_4} r)\right) P\left[J_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4} r) - \frac{J_1(\tilde{\chi}_s)}{Y_1(\tilde{\chi}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\chi}_s}{r_4} r)\right] rdr \tag{2.314}$$

Sonuç olarak uzatılmış silindirli, yutucu malzemeli, tek odalı silindirik susturucuya ait (2.272) - (2.279) sınır şartlarını sağlayan; (2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307) ve (2.310) denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler ışığında uzatılmış silindirli, yutucu malzemeli tek odalı silindirik susturucuya ait iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için, bölüm 2.3.1'de yapılan benzer kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır.

(2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307) ve (2.310) denklemleri bahsedilen kabuller göz önüne alınarak tekrar düzenlendiğinde, 6(s+1) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 6 (n+1) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Binmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir. ($\mathrm{A}_n^-, \mathrm{B}_n^-, \mathrm{C}_n^+, \mathrm{C}_n^-, \mathrm{D}_n^+, \mathrm{E}_n^+$).

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olduğu Tablo 2.5'te görülmektedir. Sonuçta denklem ve bilinmeyen sayısı N 'ye indirgenerek, 6.(N+1) adet denklem ve 6.(N+1) adet bilinmeyen kalacaktır. Tablo 2.5'ten görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır

Tablo 2.5: Uzatılmış Silindirli, Yutucu Malzemeli, Tek Odalı Silindirik Susturucu İçin, Farklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı Değerleri (r_1=0.0245m, r_2=0.0245m, r_3=0.035m , r_4=0.0822m, l_1=0.06m, l2=0.03m, l_C= 0.1672m, R=4896 Rayls/m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	38,892
3	38,8598
4	38,832
5	38,8205
6	38,8165

Çözüm için; (2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307) ve (2.310) denklemleri yukarıdaki kabuller ışığında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(A_s^+ + A_s^-)\langle \psi_{A,s}\psi_{A,s}\rangle_A = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\langle \psi_{C1,n}\psi_{A,s}\rangle_A , \quad \text{s=0,1...N.} \qquad \textbf{(2.315)}$$

$$B_s^-(e^{-2jk_{x,B,s}l_1}+1)\langle \psi_{B,s}\psi_{B,s}\rangle_B = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ + C_n^-)\left(\langle \psi_{C1,n}\psi_{B,s}\rangle_{B1} + \langle \psi_{C2,n}\psi_{B,s}\rangle_{B2}\right), \quad \text{s=0,1...N,} \qquad \textbf{(2.316)}$$

$$\sum_{n=0}^{N}k_{x,A,n}(A_n^+ - A_n^-)\langle \psi_{A,n}\psi_{C1,s}\rangle_A + \sum_{n=0}^{N}k_{x,B,n}B_n^-(e^{-2jk_{x,B,n}l_1}-1)\left(\langle \psi_{B,n}\psi_{C1,s}\rangle_{B1} + \langle \psi_{B,n}\psi_{C2,s}\rangle_{B2}\right)$$
$$= k_{x,C,s}(C_s^+ - C_s^-)\left(\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\rangle_A + \langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\rangle_{B1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\rangle_{B2}\right)$$
$$\text{,s=0,1...N,} \qquad \textbf{(2.317)}$$

$$(E_s^+ + E_s^-)\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\rangle_E = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\langle \psi_{C1,n}\psi_{E,s}\rangle_E \text{ ,s=0,1...N,} \qquad \textbf{(2.318)}$$

$$D_s^+(1+e^{-2jk_{x,D,s}l_2})\langle \psi_{D,s}\psi_{D,s}\rangle_D = \sum_{n=0}^{N}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} + C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\langle \psi_{C1,n}\psi_{D,s}\rangle_{D1} + \langle \psi_{C2,n}\psi_{D,s}\rangle_{D2}\right)$$
$$\text{,s=0,1...N,} \qquad \textbf{(2.319)}$$

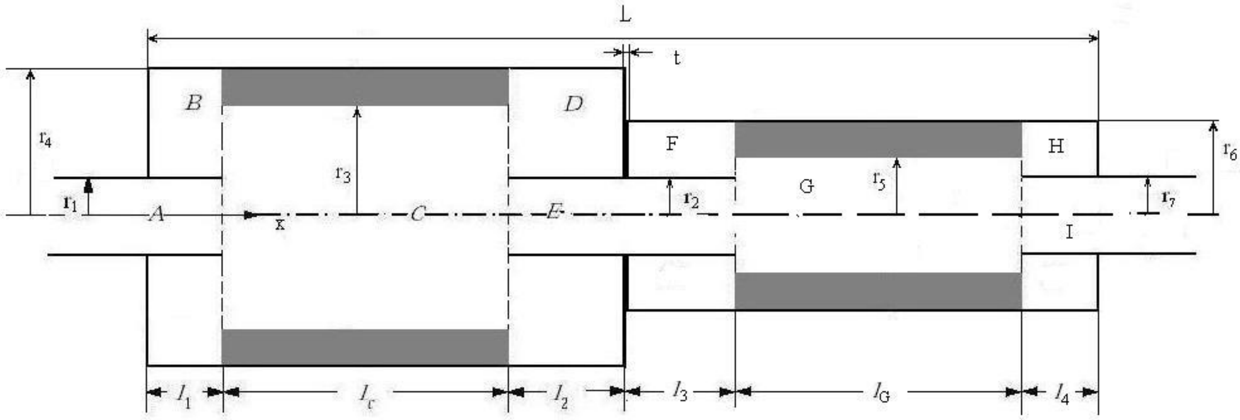
$$\sum_{n=0}^{N}k_{x,E,n}(E_n^+ - E_n^-)\langle \psi_{E,n}\psi_{C1,s}\rangle_E + \sum_{n=0}^{N}k_{x,D,n}D_n^+(1-e^{-2jk_{x,D,n}l_2})\left(\langle \psi_{D,n}\psi_{C1,s}\rangle_{D1} + \langle \psi_{D,n}\psi_{C2,s}\rangle_{D2}\right) =$$
$$k_{x,C,s}(C_n^+ e^{-jk_{x,C,n}l_C} - C_n^- e^{jk_{x,C,n}l_C})\left(\langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\rangle_E + \langle \psi_{C1,s}\psi_{C1,s}\rangle_{D1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\langle \psi_{C2,s}\psi_{C2,s}\rangle_{D2}\right)$$
$$\text{,s=0,1...N.} \qquad \textbf{(2.320)}$$

(2.315)-(2.320) denklemlerinin oluşturduğu denklem sistemi çözüldüğünde, uzatılmış silindirli, yutucu malzemeli, tek odalı silindirik susturucuya ait ses iletim kaybı eğrisi aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|(r_2 / r_1)\sum_{n=0}^{\eta} E_n^{+} e^{-jk_{x,E,n} l_2}\right|. \quad \textbf{(2.321)}$$

2.4.2 İki odalı susturucu

Şekil 2.6'da $L = l_1 + l_2 + l_C + l_3 + l_4 + l_G$ uzunluğunda, r_1 ve r_7 giriş-çıkış yarıçapında uzatılmış silindirli, r_3 - r_4 ve r_5 – r_6 yarıçapları arasında yutucu malzeme bulunan iki odalı bir susturucu görülmektedir. Bu susturucunun giriş ve çıkış kesitleri l_1 ve l_4 uzunluklarında içeriye doğru uzatılmıştır. Susturucu içerisinde her iki odayı birleştiren "l_2+l_3+t" uzunluğunda ve r_2 yarıçapında ara bir silindir bulunmaktadır.



Şekil 2.6 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli İki Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.

Birinci odaya ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler, bölüm 2.4.1'de tanımlanmıştır. İkinci odada F, G, H, ve I bölgelerine ait denklemler ise, birinci odaya benzer şekilde yazılabilir.

F bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler aşağıda bulunmaktadır.

$$P_F(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} (F_n^{+} e^{-jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} + F_n^{-} e^{jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{F,n}(r), \quad \textbf{(2.322)}$$

$$u_{x,F}(r,x)=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,F,n}(F_n^{+}e^{-jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)}-F_n^{-}e^{jk_{x,F,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)})\psi_{F,n}(r)\,, \quad \textbf{(2.323)}$$

$$\psi_{F,n}(r)=J_0(\frac{\phi_n}{r_6}r)-\frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)}Y_0(\frac{\phi_n}{r_6}r), \qquad \mathrm{r}_2\le r\le r_6\,. \quad \textbf{(2.324)}$$

Yukarıdaki denklemde bulunan radyal yöndeki dalga sayıları $\left(\dfrac{\phi_n}{r_6}\right)$, (2.325) numaralı sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\frac{\partial\psi_{F,n}(r)}{\partial r}\bigg|_{r=r_2}=0\,, \quad \textbf{(2.325)}$$

$$J_1(\frac{\phi_n}{r_6}r_2)-\frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\gamma_n)}Y_1(\frac{\phi_n}{r_6}r_2)=0\,. \quad \textbf{(2.326)}$$

Bu sonuçlar ışığında aşağıdaki ifade yardımıyla F bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları hesaplanabilir.

$$k_{x,F,n}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\phi_n}{r_6}\right)^2}, & \mathrm{k}_0>\dfrac{\phi_n}{r_6},\\ -\sqrt{k_0^2-\left(\dfrac{\phi_n}{r_6}\right)^2}, & \mathrm{k}_0<\dfrac{\phi_n}{r_6}.\end{cases} \quad \textbf{(2.327)}$$

H bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler ise, aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P_H(r,x)=\sum_{n=0}^{\infty}(H_n^{+}e^{-jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)}+H_n^{-}e^{jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)})\psi_{H,n}(r)\,, \quad \textbf{(2.328)}$$

$$u_{x,H}(r,x)=\frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,H,n}(H_n^{+}e^{-jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)}-H_n^{-}e^{jk_{x,H,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_g-t)})\psi_{H,n}(r)\,, \quad \textbf{(2.329)}$$

$$\psi_{H,n}(r)=J_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r)-\frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)}Y_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r), \qquad \mathrm{r}_7\le r\le r_6\,. \quad \textbf{(2.330)}$$

(2.330) numaralı denklemde bulunan radyal yöndeki dalga sayıları $\left(\dfrac{\gamma_n}{r_6}\right)$, (2.331) numaralı sınır şartı yardımıyla hesaplanabilir.

$$\left.\frac{\partial \psi_{H,n}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_7} = 0\,, \qquad \textbf{(2.331)}$$

$$J_1(\frac{\gamma_n}{r_6} r_7) - \frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)} Y_1(\frac{\gamma_n}{r_6} r_7) = 0\,. \qquad \textbf{(2.332)}$$

Bu sonuçlar ışığında aşağıdaki ifade yardımıyla, H bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları hesaplanabilir.

$$k_{x,H,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\gamma_n}{r_6}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\gamma_n}{r_6}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\gamma_n}{r_6}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\gamma_n}{r_6}. \end{cases} \qquad \textbf{(2.333)}$$

I bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler ise aşağıdaki ifade edildiği haliyle yazılabilir.

$$P_I(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} (I_n^+ e^{-jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)} + I_n^- e^{jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)}) \psi_{I,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.334)}$$

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,I}}(\mathrm{r,x}) = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,I,n} (I_n^+ e^{-jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)} - I_n^- e^{jk_{x,I,n}(x-l_C-l_2-l_3-l_G-t)}) \psi_{I,n}(r)\,, \qquad \textbf{(2.335)}$$

$$\psi_{I,n}(r) = J_0(\frac{\alpha_n}{r_4} r)\,. \qquad \textbf{(2.336)}$$

(2.336) numaralı denklemde bulunan radyal yöndeki dalga sayıları $\left(\dfrac{\alpha_n}{r_7}\right)$, (2.96) numaralı denklem yardımıyla hesaplanabilir. I bölgesine ait eksenel yöndeki dalga sayıları ise aşağıdaki ifade yardımıyla hesaplanabilir.

$$k_{x,I,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_7}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 > \dfrac{\alpha_n}{r_7}, \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{\alpha_n}{r_7}\right)^2}, & \mathrm{k}_0 < \dfrac{\alpha_n}{r_7}. \end{cases} \quad \textbf{(2.337)}$$

G bölgesine ait ses basıncı ve eksenel yöndeki partikül hızını tanımlayan denklemler ise, C bölgesine benzer şekilde aşağıdaki ifade edildiği haliyle yazılabilir.

$$P_G(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} (G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)}) \begin{cases} \psi_{G1,n}(r), & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_5, \\ \psi_{G2,n}(r), & \mathrm{r}_5 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_6. \end{cases}$$

(2.338)

$$u_{G,n} = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,G,n} (G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)} - G_n^- e^{jk_{x,G,n}(x-l_C-l_2-l_3-t)}) \begin{cases} \psi_{G1,n}(r) & 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_5 \\ \dfrac{\rho_0}{\tilde{\rho}} \psi_{G2,n}(r) & \mathrm{r}_5 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_6 \end{cases}$$

(2.339)

$\psi_{G1,n}(r)$ ve $\psi_{G2,n}(r)$, G bölgesindeki hava ve yutucu malzeme için öz fonksiyonlarıdır.

$$\psi_{G1,n}(r) = J_0(\frac{\kappa_n}{r_5} r), \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_5, \quad \textbf{(2.340)}$$

$$\psi_{G2,n}(r) = Q\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_n)}{Y_1(\tilde{\kappa}_n)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r) \right), \qquad r_5 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_6, \quad \textbf{(2.341)}$$

$$Q = \frac{J_0(\kappa_n).Y_1(\tilde{\kappa}_n)}{J_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5).Y_1(\tilde{\kappa}_n) - J_1(\tilde{\kappa}_n).Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5)}. \quad \textbf{(2.342)}$$

Denklemler düzenlendiğinde G Bölgesine ait karakteristik denklem ise, C bölgesine benzer şekilde aşağıda şekilde görüldüğü gibi elde edilebilir.

$$\frac{\rho_0 \tilde{\kappa}_n.r_5.J_0(\chi_n)}{\tilde{\rho}.\kappa_n.r_6.J_1(\chi_n)} = \frac{J_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5) Y_1(\tilde{\kappa}_n) - Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5) J_1(\tilde{\kappa}_n)}{J_1(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5) Y_1(\tilde{\kappa}_n) - Y_1(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r_5) J_1(\tilde{\kappa}_n)}. \quad \textbf{(2.343)}$$

Havada ve yutucu malzeme içinde radyal yöndeki dalga sayıları aşağıda verilmiştir.

$$\frac{\kappa_n}{r_5} = \sqrt{k_0^2 - k_{x,G,n}^2}, \qquad \text{(hava)},$$
$$\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} = \sqrt{\tilde{k}^2 - k_{x,G,n}^2}, \qquad \text{(yutucu malzeme)}. \tag{2.344}$$

Denklem (2.343) ve (2.344) beraber çözüldüğünde, G bölgesine ait hava ve yutucu malzeme ile ilgili radyal ve eksenel yöndeki dalga sayıları elde edilebilir.

F bölgesinde $x = l_C + l_2 + t$ için silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,F}}(\mathrm{r,x})\Big|_{\mathrm{x}=l_C+l_2+t} = 0 \tag{2.345}$$

Bu sınır şartı yardımıyla F bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$F_n^+ = F_n^- e^{-2jk_{x,F,n}l_3} \tag{2.345}$$

F bölgesine benzer şekilde H bölgesi için $x = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G + l_4$ de silindir duvarındaki sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{x,H}}(\mathrm{r,x})\Big|_{\mathrm{x}=l_C+l_2+t+l_3+l_G+l_4} = 0 \tag{2.346}$$

Benzer şekilde H bölgesine ait modal genlikler arasında aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$H_n^- = H_n^+ e^{-2jk_{x,H,n}l_4} \tag{2.347}$$

Şekil 2.6 ‘da görülen uzatılmış silindirli iki odalı yutucu malzemeli bir susturucuya ait birinci, ikinci….- dokuzuncu bölgelere ait basınç ve hız ifadelerindeki A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n, G_n, H_n ve I_n sabitleri, eksenel yönde $x = 0$, $x = l_C$, $x = l_C + l_2 + l_3 + t$ ve $x = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G$ ‘deki sınır şartları yardımıyla elde edilebilir.

$$P_A = P_C, \qquad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0, \tag{2.348}$$

$$u_A = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_1, \mathrm{x} = 0\,, \tag{2.349}$$

$$P_B = P_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x} = 0\,, \tag{2.350}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_1 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x} = 0\,, \tag{2.351}$$

$$P_E = P_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x} = l_C\,, \tag{2.352}$$

$$u_E = u_C\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2, \mathrm{x} = l_C\,, \tag{2.353}$$

$$P_E = P_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x} = l_C\,, \tag{2.354}$$

$$u_B = u_C\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_4, \mathrm{x} = l_C\,, \tag{2.355}$$

$$P_E = P_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + l_3 + t\,, \tag{2.356}$$

$$u_E = u_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_2,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + l_3 + t\,, \tag{2.357}$$

$$P_F = P_G\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le r_6,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + l_3 + t\,, \tag{2.358}$$

$$u_F = u_G\,, \quad \mathrm{r}_2 \le \mathrm{r} \le r_6,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + l_3 + t\,, \tag{2.359}$$

$$P_I = P_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_7,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G\,, \tag{2.360}$$

$$u_I = u_G\,, \quad 0 \le \mathrm{r} \le \mathrm{r}_7,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G\,, \tag{2.361}$$

$$P_H = P_G\,, \quad \mathrm{r}_7 \le \mathrm{r} \le r_6,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G\,, \tag{2.362}$$

$$u_H = u_G\,, \quad \mathrm{r}_7 \le \mathrm{r} \le r_6,\; \mathrm{x} = l_C + l_2 + t + l_3 + l_G\,, \tag{2.363}$$

(3.348)-(3.355) sınır şartlarını ifade eden denklemler, bölüm 2.4.1'de (2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307) ve (2.310) denklemleri yardımıyla ifade edilmiştir. Bu denklemlerin türetilmesinde uygulanan prosedür, (3.356)-(3.363) sınır şartlarının türetilmesi için tekrarlandığında aşağıdaki ifadelere ulaşılacaktır.

$$(E_s^+ e^{-jk_{x,E,s}(l_2+l_3+t)} + E_s^- e^{jk_{x,E,s}(l_2+l_3+t)})\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ + G_n^-)\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E\,,$$

s=0,1…∞ , **(2.364)**

$$\left\langle \psi_{E,s}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.365}$$

$$\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{E,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\kappa_n}{r_5}r)\;\; J_0(\frac{\alpha_s}{r_2}r) rdr\,. \tag{2.366}$$

$$F_s^-(e^{-2jk_{x,F,s}l_3}+1)\left\langle \psi_{F,s}\psi_{F,s}\right\rangle_F = \sum_{n=0}^{\infty}(G_n^+ + G_n^-)\left(\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{F,s}\right\rangle_{F1} + \left\langle \psi_{G2,n}\psi_{F,s}\right\rangle_{F2}\right),$$

s=0,1…∞, **(2.367)**

$$\left\langle \psi_{F,s}\psi_{F,s}\right\rangle_F = \int_{r_2}^{r_6}\left(J_0(\frac{\phi_n}{r_6}r) - \frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)}Y_0(\frac{\phi_n}{r_6}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.368}$$

$$\begin{aligned}\left(\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{F,s}\right\rangle_{F1} + \left\langle \psi_{G2,n}\psi_{F,s}\right\rangle_{F2}\right) &= \int_{r_2}^{r_5} J_0(\frac{\kappa_n}{r_5}r)\left(J_0(\frac{\phi_s}{r_6}r) - \frac{J_1(\phi_s)}{Y_1(\phi_s)}Y_0(\frac{\phi_s}{r_6}r)\right) rdr + \\ &+ \int_{r_5}^{r_6} E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6}r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_n)}{Y_1(\tilde{\kappa}_n)}Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6}r)\right)\left(J_0(\frac{\phi_s}{r_6}r) - \frac{J_1(\phi_s)}{Y_1(\phi_s)}Y_0(\frac{\phi_s}{r_6}r)\right) rdr\end{aligned}\,.$$

(2.369)

$$\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty}k_{x,E,n}(E_n^+e^{-jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)} - E_n^-e^{jk_{x,E,n}(l_2+l_3+t)})\left\langle \psi_{E,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_E \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty}k_{x,F,n}F_n^-(e^{-2jk_{x,F,n}l_3}-1)\left(\left\langle \psi_{F,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_{F1} + \left\langle \psi_{F,n}\psi_{C2,s}\right\rangle_{F2}\right) \\ &= k_{x,G,s}(G_s^+ - G_s^-)\left(\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_E + \left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_{F1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{G2,s}\psi_{G2,s}\right\rangle_{F2}\right)\end{aligned}\,,$$

s=0,1…∞, **(2.370)**

$$\left\langle \psi_{E,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2} J_0(\frac{\alpha_n}{r_2}r) J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\, rdr\,, \tag{2.371}$$

$$\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_E = \int_0^{r_2}\left(J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\right)^2 rdr\,, \tag{2.372}$$

$$\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s} \right\rangle_{F1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}} \left\langle \psi_{G2,s}\psi_{G2,s} \right\rangle_{F2}$$

$$= \int_{r_2}^{r_5} \left(J_0(\frac{\kappa_s}{r_5} r) \right)^2 r\partial r + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}} \int_{r_5}^{r_6} \left(E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6} r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_s)}{Y_1(\tilde{\kappa}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6} r) \right) \right)^2 rdr \quad ,$$

(2.373)

$$\left\langle \psi_{F,n}\psi_{G1,s} \right\rangle_{F1} + \left\langle \psi_{F,n}\psi_{G2,s} \right\rangle_{F2} = \int_{r_2}^{r_5} \left(J_0(\frac{\phi_n}{r_6} r) - \frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)} Y_0(\frac{\phi_n}{r_6} r) \right) J_0(\frac{\kappa_s}{r_5} r)\, rdr$$

$$+ \int_{r_5}^{r_6} \left(J_0(\frac{\phi_n}{r_6} r) - \frac{J_1(\phi_n)}{Y_1(\phi_n)} Y_0(\frac{\phi_n}{r_6} r) \right) E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6} r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_s)}{Y_1(\tilde{\kappa}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6} r) \right) rdr$$

(2.374)

$$(I_s^+ + I_s^-)\left\langle \psi_{I,s}\psi_{I,s} \right\rangle_I = \sum_{n=0}^{\infty} (G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G}) \left\langle \psi_{G1,n}\psi_{I,s} \right\rangle_I \text{, s=0,1}\ldots\infty, \quad \textbf{(2.375)}$$

$$\left\langle \psi_{I,s}\psi_{I,s} \right\rangle_I = \int_0^{r_7} \left(J_0(\frac{\alpha_s}{r_7} r) \right)^2 rdr \,, \qquad \textbf{(2.376)}$$

$$\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{I,s} \right\rangle_I = \int_0^{r_7} J_0(\frac{\kappa_n}{r_5} r) J_0(\frac{\alpha_s}{r_7} r) rdr \,. \qquad \textbf{(2.377)}$$

$$H_s^+(1 + e^{-2jk_{x,H,s}l_4})\left\langle \psi_{H,s}\psi_{H,s} \right\rangle_H =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} + G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G}) \left(\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{H,s} \right\rangle_{H1} + \left\langle \psi_{G2,n}\psi_{H,s} \right\rangle_{H2} \right),$$

s=0,1…∞, **(2.378)**

$$\left\langle \psi_{H,s}\psi_{H,s} \right\rangle_H = \int_{r_7}^{r_6} \left(J_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) - \frac{J_1(\gamma_s)}{Y_1(\gamma_s)} Y_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) \right)^2 rdr \,, \qquad \textbf{(2.379)}$$

$$\left\langle \psi_{G1,n}\psi_{H,s} \right\rangle_{H1} + \left\langle \psi_{G2,n}\psi_{H,s} \right\rangle_{H2} = \int_{r_7}^{r_5} J_0(\frac{\kappa_n}{r_5} r) \left(J_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) - \frac{J_1(\gamma_s)}{Y_1(\gamma_s)} Y_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) \right) rdr$$

$$+ \int_{r_5}^{r_6} E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_n)}{Y_1(\tilde{\kappa}_n)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_n}{r_6} r) \right) \left(J_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) - \frac{J_1(\gamma_s)}{Y_1(\gamma_s)} Y_0(\frac{\gamma_s}{r_6} r) \right) rdr$$

,**(2.380)**

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{x,I,n}(I_n^+ - I_n^-)\left\langle \psi_{I,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_I + \sum_{n=0}^{\infty} k_{x,H,n} H_n^+ (1-e^{-2jk_{x,H,n}l_4})\left(\left\langle \psi_{H,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_{H1} + \left\langle \psi_{H,n}\psi_{G2,s}\right\rangle_{H2}\right) =$$

$$k_{x,G,s}(G_n^+ e^{-jk_{x,G,n}l_G} - G_n^- e^{jk_{x,G,n}l_G})\left(\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_I + \left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_{H1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{G2,s}\psi_{G2,s}\right\rangle_{H2}\right)$$

$$, s=0,1\ldots\infty, \qquad \textbf{(2.381)}$$

$$\left\langle \psi_{I,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_I = \int_0^{r_7} J_0(\frac{\alpha_n}{r_7}r) J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\, rdr\,, \qquad \textbf{(2.382)}$$

$$\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_I = \int_0^{r_7}\left(J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\right)^2 rdr\,, \qquad \textbf{(2.383)}$$

$$\left\langle \psi_{G1,s}\psi_{G1,s}\right\rangle_{H1} + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\left\langle \psi_{G2,s}\psi_{G2,s}\right\rangle_{H2} =$$

$$\int_{r_7}^{r_5}\left(J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\right)^2 r\partial r + \frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\int_{r_5}^{r_6}\left(E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6}r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_s)}{Y_1(\tilde{\kappa}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6}r)\right)\right)^2 rdr\,, \qquad \textbf{(2.384)}$$

$$\left\langle \psi_{H,n}\psi_{G1,s}\right\rangle_{H1} + \left\langle \psi_{H,n}\psi_{G2,s}\right\rangle_{H2} = \int_{r_7}^{r_5}\left(J_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r) - \frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)} Y_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r)\right) J_0(\frac{\kappa_s}{r_5}r)\, rdr$$

$$+\int_{r_5}^{r_6}\left(J_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r) - \frac{J_1(\gamma_n)}{Y_1(\gamma_n)} Y_0(\frac{\gamma_n}{r_6}r)\right) E\left(J_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6}r) - \frac{J_1(\tilde{\kappa}_s)}{Y_1(\tilde{\kappa}_s)} Y_0(\frac{\tilde{\kappa}_s}{r_6}r)\right) rdr \qquad \textbf{(2.385)}$$

Uzatılmış silindirli, yutucu malzemeli, iki odalı silindirik susturucuya ait (2.348)-(2.363) sınır şartlarını sağlayan; (2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307), (2.310), (2.364), (2.367), (2.370), (2.375), (2.378) ve (2.381) denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler ışığında, uzatılmış silindirli, iki odalı, yutucu malzemeli silindirik susturucuya ses ait iletim kaybı (Transmission Loss) eğrisini elde etmek için bölüm 2.3.1'de yapılan benzer kabullerin yapılmasına ihtiyaç vardır.

(2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307), (2.310), (2.364), (2.367), (2.370), (2.375), (2.378) ve (2.381) denklemleri, yukarıdaki kabuller altında düzenlendiğinde 12(s+1) (s=0,1…∞) adet eşitlik (teorik olarak sonsuz adet) ve 12(n+1) (n=0,1…∞) adet bilinmeyenden oluşan bir denklem takımı elde edilecektir. Binmeyenler gelen ve yansıyan dalgalara ait modal genliklerdir ($A_n^-, B_n^-, C_n^+, C_n^-, D_n^+, E_n^+, E_n^-, F_n^-, G_n^+, G_n^-, H_n^+, I_n^+$).

Yüksek modların çözüm üzerindeki etkilerinin çok küçük olduğu Tablo 2.6'da görülmektedir. Sonuçta denklem ve bilinmeyen sayısı N 'ye indirgenerek, 12(N+1) adet denklem ve 12(N+1) adet bilinmeyen kalacaktır. Tablo 2.6'dan görüleceği gibi, ses iletim kaybı sonuçlarında virgülden sonra birinci basamaktaki yakınsama, hesaplamalarda ilk altı modun kullanılması durumunda sağlanmaktadır. Bu nedenle çalışmada N=5 (0,1,…,5) kullanılmıştır

Tablo 2.6: Uzatılmış Silindirli, Yutucu Malzemeli, İki Odalı Silindirik Susturucu İçin, Farklı Mod Sayılarına Ait (N) İletim Kaybı Değerleri (r_1=0.0245m, r_2=0.0245m, r_3=0.035m, r_4=0.0822m, r_5=0.035m, r_6=0.0822m, r_7=0.0245m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, l_C= 0.1672m, l_3=0.03m, l_4=0.06m, l_G= 0.1672m, R=4896 Rayls/m, f=1500Hz)

N	İletim Kaybı (TL)
2	79,23
3	79,148
4	79,1095
5	79,0905
5	79,0843

Yukarıda (2.283), (2.289), (2.303), (2.304), (2.307), (2.310), (2.364), (2.367), (2.370), (2.375), (2.378) ve (2.381) denklemlerinin oluşturduğu denklem sistemi çözüldüğünde, ses iletim kaybı eğrisi aşağıdaki ifade yardımıyla elde edilebilir.

$$TL = -20\log_{10}\left|(r_7 / r_1)\sum_{n=0}^{\eta} I_n^{+} e^{-jk_{x,I,n}l_4}\right|. \qquad \textbf{(2.386)}$$

3. SAYISAL SONUÇLAR

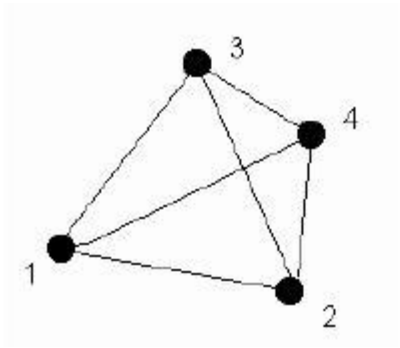
Bölüm 2'de analitik yöntem kullanılarak elde edilen susturuculara ait matematik modeller bu bölümde değerlendirilmiştir. Her bir susturucu tipine ait iletim kaybı eğrileri, Msc. Actran programı yardımı ile sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak doğrulanmıştır. Ayrıca her bir susturucu tipi için, ilgili parametrelerin değişiminin susturucunun akustik performansına etkileri grafiklerle elde edilmiştir.

3.1 Sonlu Elemanlar Analizi

Bölüm 2'de incelenen susturuculara ait ses iletim kaybı eğrileri aynı zamanda, Msc. Actran programı yardımıyla sonlu elemanlar yöntemi ile aşağıda elde edilmiştir [10].

Bir susturucunun Msc.Actran programında incelenmesi esnasında, susturucu içerisindeki akustik ortamın (havanın) ve, eğer kullanıldı ise, yutucu malzemenin modellenmesi gerekmektedir. Akustik ortamın ve yutucu malzemenin modellenmesi için ise şekil 3.1'de görülen üç boyutlu dört nodlu tetrahedral (TET04) elemanlardan faydalanılmıştır. Her nod tek serbestlik derecesine sahiptir ve bağımsız değişken akustik basınçtır. Eleman boyutunun belirlenmesi (Δx), incelenen frekans aralığına göre (f) ve ses hızına göre (c), (3.1) numaralı denklem yardımıyla yapılmaktadır. Akustik ortam ve yutucu malzemeye ait elemanların nodlarının, elemanların kesişme bölgelerinde üst üste gelmemeleri gerekmektedir. Bu gereksinimin sağlanması için, akustik ortamın ve yutucu malzemenin modellenmesinde kullanılan eleman boyutlarının farklı seçilmesi gerekmektedir.

$$\Delta x = \frac{c}{6f} \tag{3.1}$$



Şekil 3.1 : Bir Tetrahedral Eleman Geometrisi.

Susturucunun içinde bulunan akustik ortamın ve yutucu malzeme özelliklerinintanımlanması için, aşağıdaki parametrelerin tanımlanması gerekmektedir.

Akustik ortam ile ilgili tanımlanması gereken parametreler: Ortamdaki havanın yoğunluğu (ρ_f, kg/m^3), ses hızı (c, m/s), sabit basınçtaki özısı (c_p, J/kg.K) ve sabit sıcaklıktaki özısı (c_v, J/kg.K).

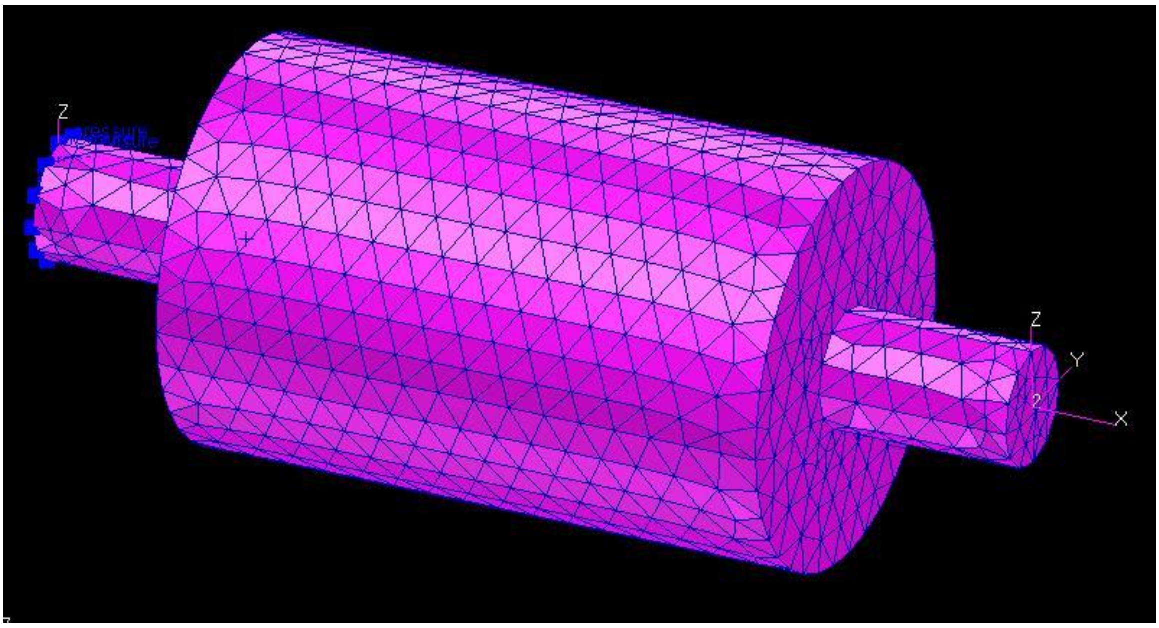
Yutucu malzeme ile ilgili tanımlanması gereken parametreler: Ortamdaki havanın yoğunluğu (ρ, kg/m^3), gözeneklilik (porosity, Ω), viskozite (η), akış direnç katsayısı (Resistivity R, Ns/m^4), biot faktörü (α), akışkan hacim modülü (Q, N/m^2), tortuosity (α_∞), yutucu malzeme yoğunluğu (ρ_s, kg/m^3). Akışkan hacim modülü (Q, N/m^2), akışkanın gözenekler arasındaki sıkıştırılabilirliğinin ölçüsüdür. Akış direnç katsayısı (Resistivity R, Rayls/m), akışkan ile yutucu malzeme arasındaki viskos kuvvetlerin etkileşiminin ölçüsüdür. Tortuosity (α_∞) ise, bir akışkan partikülünün bir noktadan diğer noktaya hareket etmesi için izlediği yolun karmaşıklığının bir fonksiyonudur.

Susturucu girişinde gelen dalgaya ait ses basıncın 1 pascal olduğu ve susturucu çıkışında ise anekoik bir ortam olduğu kabulü ile yansıyan ses dalgasının bulunmadığı kabulü yapılmaktadır.

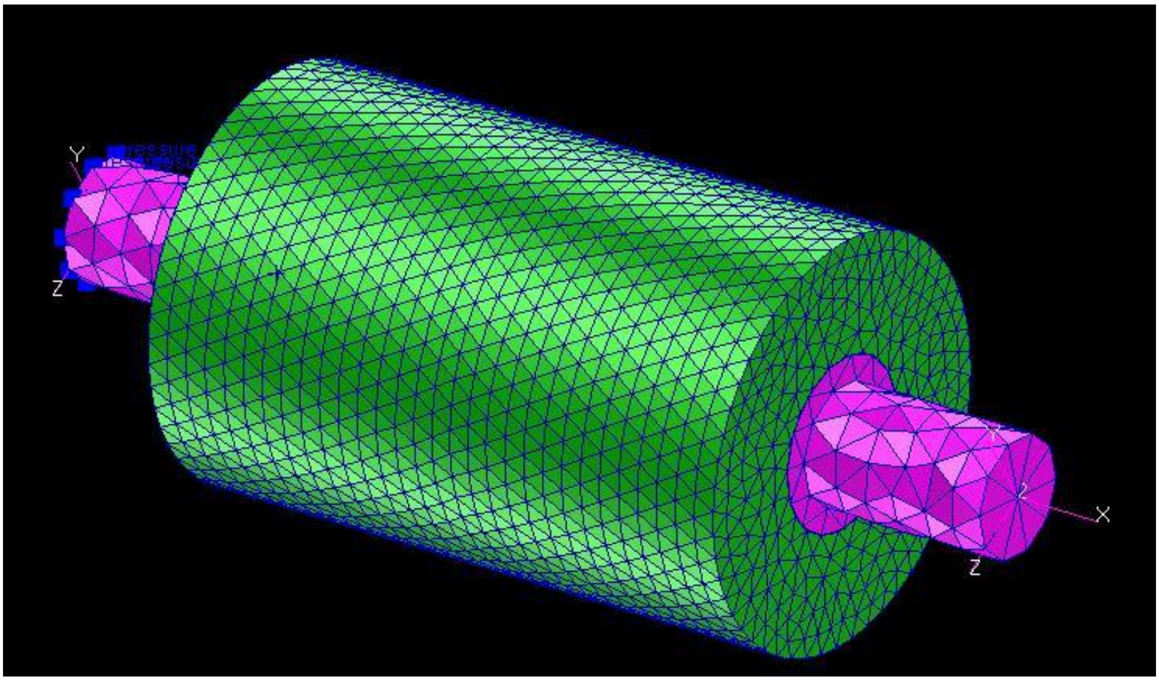
Susturucu içerisindeki akustik ortam ve yutucu malzemenin kesiştiği bölgedeki elemanlar arasındaki ilişki, program içerisinde her iki yapıya ait yüzey elemanlarından oluşan ve "coupling surface" olarak tanımlanan bir fonksiyon yardımıyla yapılmaktadır.

Şekil 3.2’de basit odalı silindirik bir susturucuya ve şekil 3.3’de basit odalı yutucu malzemeli silindirik bir susturucuya ait Msc. Actran programı yardımıyla elde edilen sonlu elemanlar modelleri görülmektedir.

Bölüm 2’de incelenen susturucular için, Msc. Actran programı kullanılarak ses iletim kaybı eğrileri elde edilmiştir.



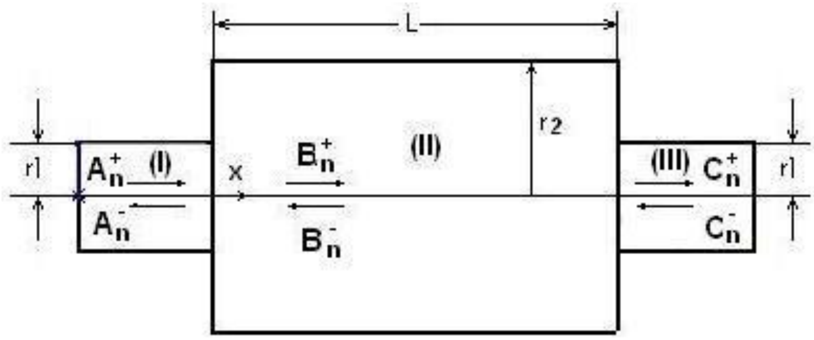
Şekil 3.2 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait Sonlu Elemanlar Modeli.



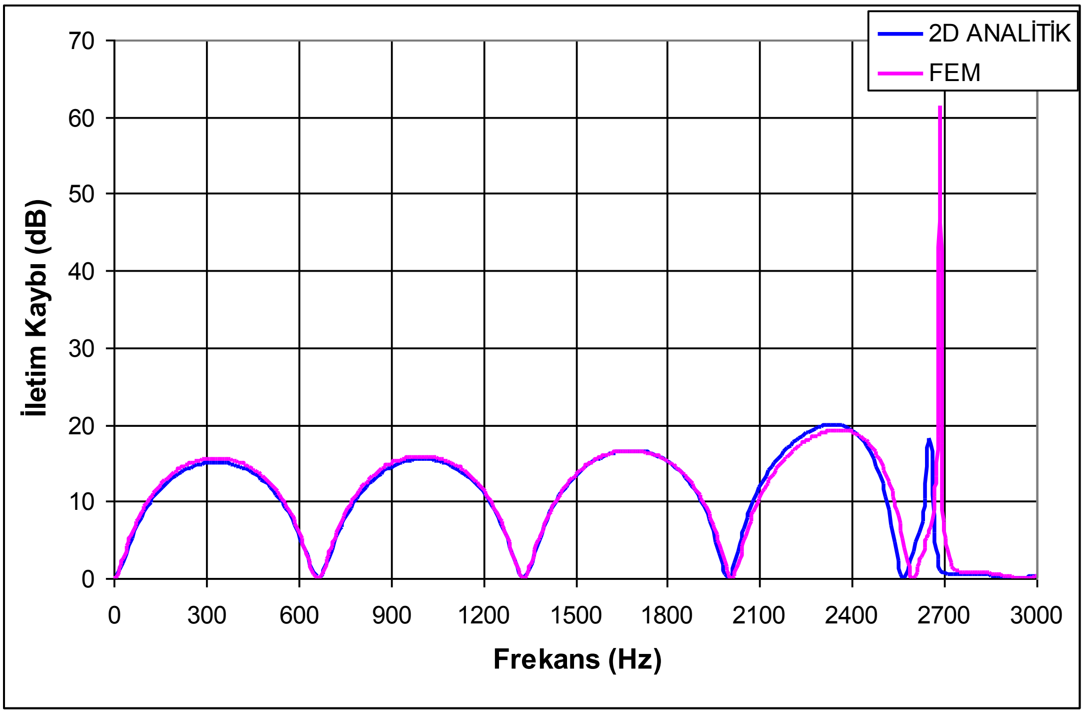
Şekil 3.3 : Basit Odalı Yutucu Malzemeli Silindirik Bir Susturucuya Ait Sonlu Elemanlar Modeli.

3.2 Basit Odalı Silindirik Susturucu

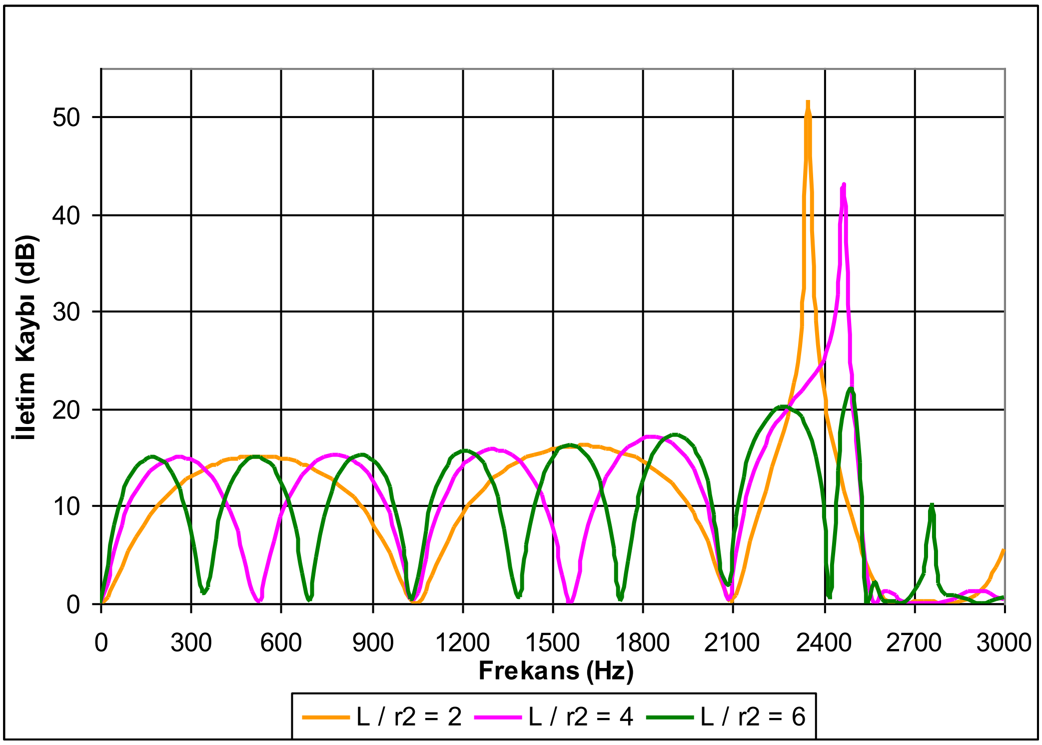
Şekil 3.4'de görülen basit odalı silindirik bir susturucuya ait, analitik ve Msc Actran programı yardımıyla elde edilen İletim Kaybı eğrileri, şekil 3.5'te gösterilmiştir. Görüldüğü üzere her iki yöntemle elde edilen sonuçlar birbiriyle uyumludur.



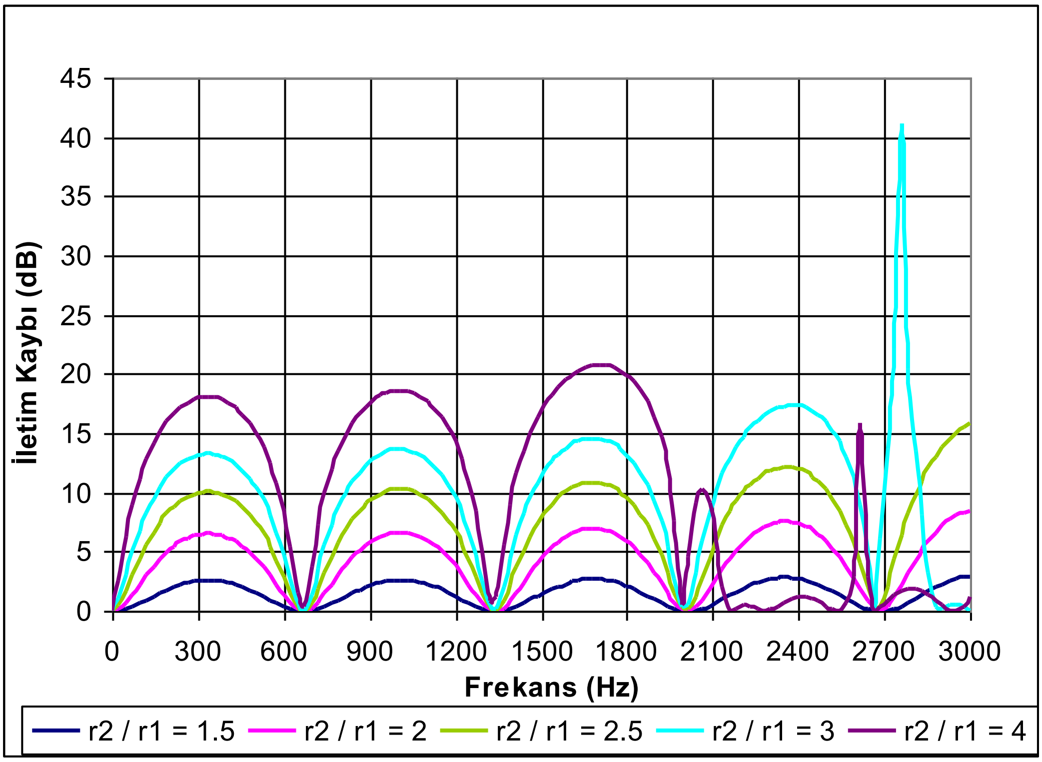
Şekil 3.4 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucunun Geometrisi.



Şekil 3.5 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, L=0.2572m)



Şekil 3.6 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait Farklı Boylardaki İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0822m)



Şekil 3.7 : Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya İçin Farklı Çap Oranlarındaki İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, L=0.2572)

Şekil 3.6’da, susturucu boyunun r_2 yarıçapına (ikinci bölge) oranının iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmiştir. Susturucu boyu uzadıkça, iletim kaybı eğrileri üzerindeki tepe sayısı atmaktadır. Bu tip bir susturucu kullanılması durumunda susturucu boyunun uygun olarak seçilmesi, istenilen frekanslarda iletim kaybının elde edilmesini sağlayacaktır.

Şekil 3.7’de ikinci bölgeye ait yarıçapın (r_2), birinci bölgeye ait yarıçapa (r_1) oranının iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmiştir. Giriş silindirinin çapı sabit tutularak orta bölgedeki silindirin yarıçapındaki artış, eğriye ait tepe noktalarının yükselmesine, dolayısıyla ilgili frekanslarda daha fazla yutum olmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak çap oranlarının değiştirilmesiyle bu tip bir susturucu kullanılması durumunda ilgili frekanslarda istenilen miktarda yutum elde edilebilmektedir.

3.3 Basit Odalı Yutucu Malzemeli Silindirik Susturucu

Şekil 3.8’de gösterilen içinde yutucu malzeme bulunan basit odalı silindirik susturucuya ait, analitik ve MSC Actran programı yardımıyla elde edilen İletim Kaybı (TL) eğrileri, şekil 3.9’da bulunmaktadır. Her iki yöntemle elde edilen sonuçlar birbiriyle uyumludur

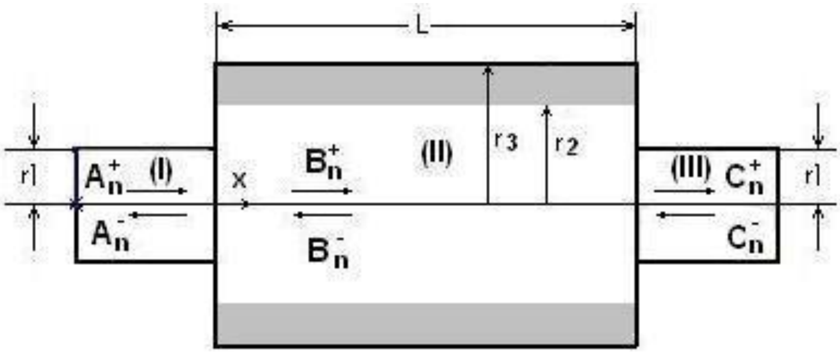
Hesaplamalarda yutucu malzeme ile ilgili kullanılan frekansa bağlı empedans ve dalga sayısı denklemleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır [6].

$$\begin{aligned} \tilde{Z} &= \tilde{\rho}.\tilde{c}, \\ Z_0 &= \rho_0.c_0. \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\frac{\tilde{Z}}{Z_0} = \left(1 + 0.0855.\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.754}\right) + j.\left(-0.0765.\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.732}\right), \tag{3.3}$$

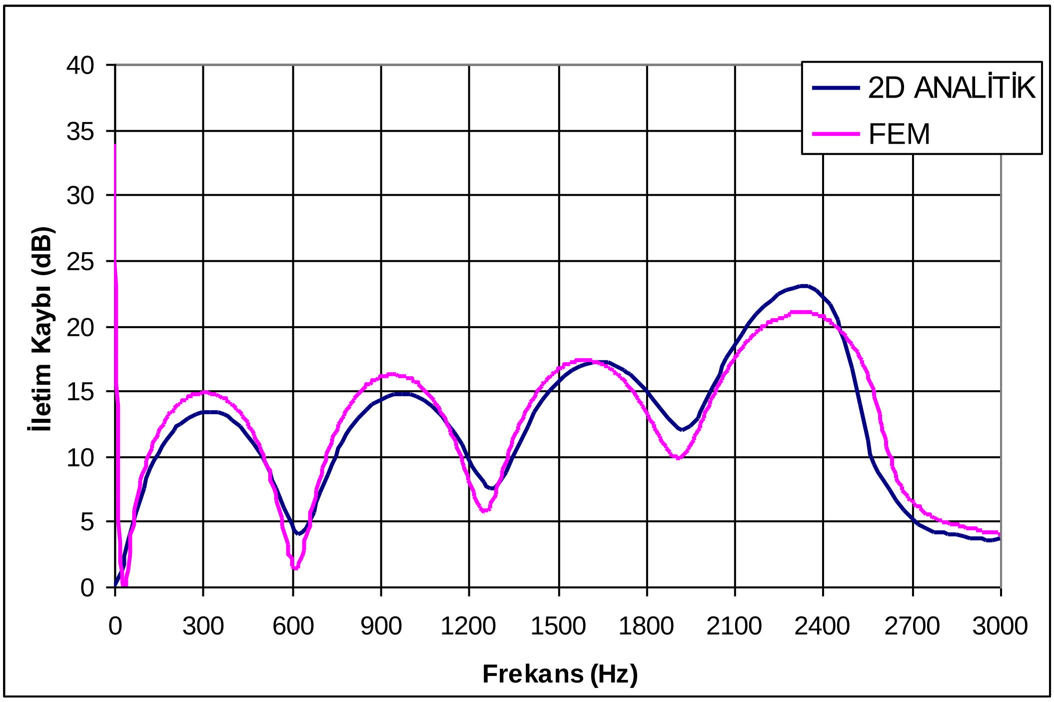
$$\frac{\tilde{k}}{k_0} = \left(1 + 0.1472.\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.577}\right) + j.\left(-0.1734.\left(\frac{f}{R}\right)^{-0.595}\right). \tag{3.4}$$

Yukarıdaki denklemlerde f [Hz] frekansı, R yutucu malzemeye ait direnç katsayısını (Resistivity, Rayls/m) ifade etmektedir. ρ, c ve k_0 sırasıyla havanın bulunduğu; $\tilde{\rho}, \tilde{c}$ ve $\tilde{k}$ ise yutucu malzemenin bulunduğu bölgede yoğunluk, ses hızı ve dalga sayısıdır.

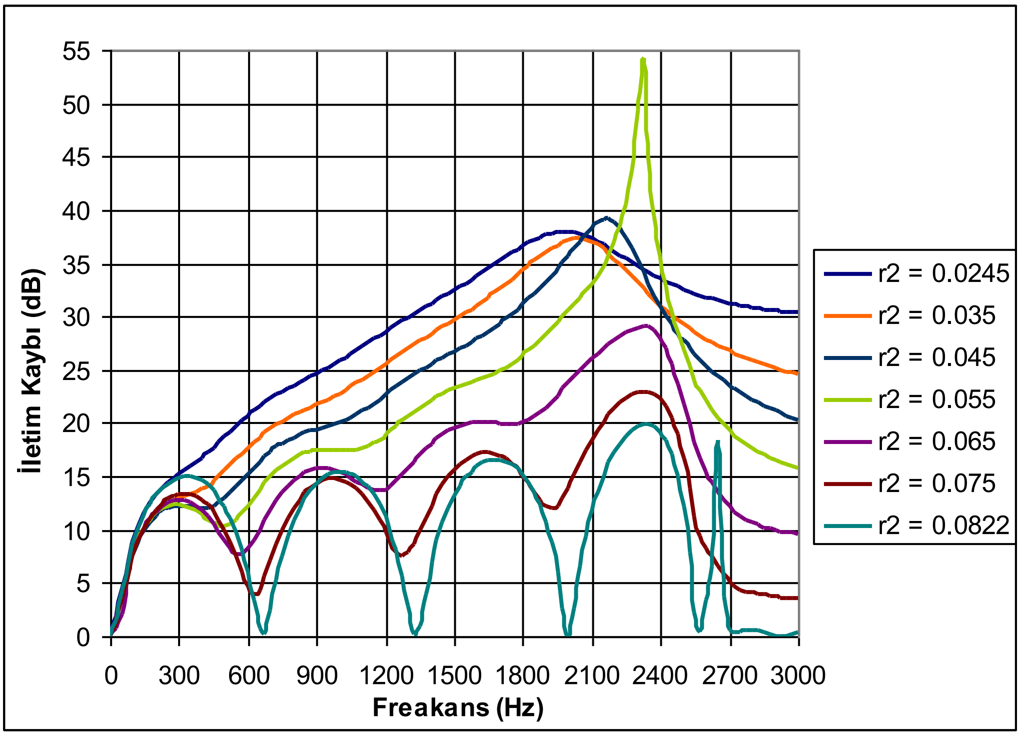


Şekil 3.8 : Basit Odalı Yutucu Malzemeli Silindirik Bir Susturucu Geometrisi.

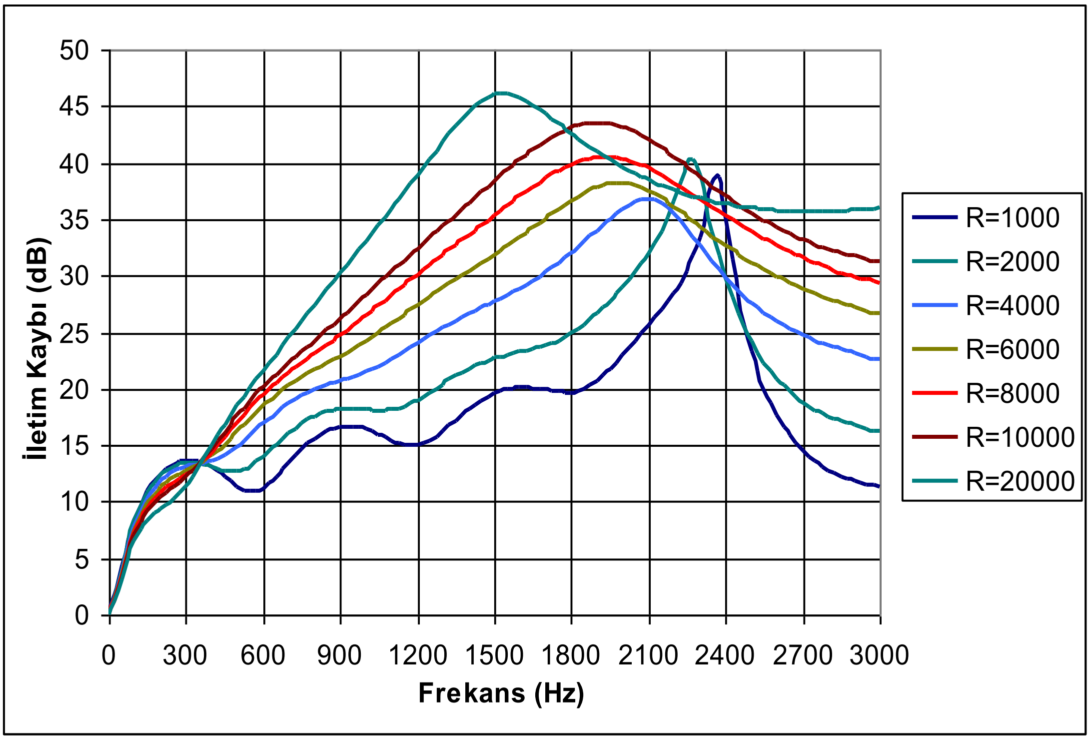
Şekil 3.10'da R=4896 Rayls/m için, yutucu malzeme kalınlığının değişiminin iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmektedir. Grafik incelendiğinde genel olarak yutucu malzeme kalınlığı arttıkça iletim kaybının yüksek değerler aldığı görülmektedir. En iyi iletim kaybı eğrisi ise, r_2 yarıçapının giriş ve çıkış silindiri yarıçapına eşit olduğu durumda elde edildiği görülmektedir.



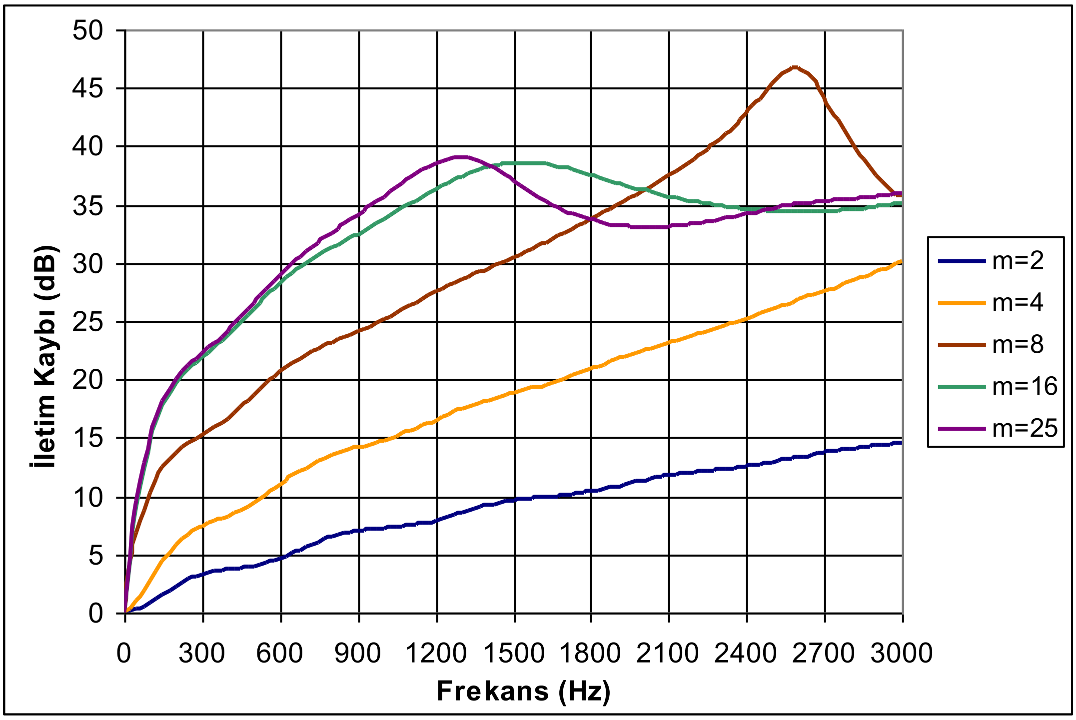
Şekil 3.9 İçinde Yutucu Malzeme Bulunan, Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrisi.
(r_1= 0.0245m, r_2=0.075 m, r_3=0.0822 m, L=0.2572 m, R=4896 Rayls/m)



Şekil 3.10 : Farklı Kalınlıklarda Yutucu Malzeme Bulunan, Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1=0.0245m, r_3=0.0822m, L=0.2572m, R=4896 Rayls/m)



Şekil 3.11 : İçinde Farklı Direnç Katsayılarına Sahip Yutucu Malzeme Bulunduran Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1=0.0245m, r_2=0.035m, r_3=0.0822m, L=0.2572m)



Şekil 3.12 : Farklı Alan Oranlarına Sahip, İçinde Yutucu Malzeme Bulunduran Basit Odalı Silindirik Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri. (r_1 = r_2=0.0245m, R=4896 Rayls/m)

Şekil 3.11'de r_2=0.035 m için farklı direnç katsayılarına sahip yutucu malzeme kullanılması durumda, iletim kaybı eğrilerinin değişimi görülmektedir. Beklendiği gibi yutucu malzemeye ait direnç katsayısı arttıkça, iletim kaybı yüksek değer almakta, buna karşı direnç katsayısı düştükçe iletim kaybı düşük değerler almaktadır.

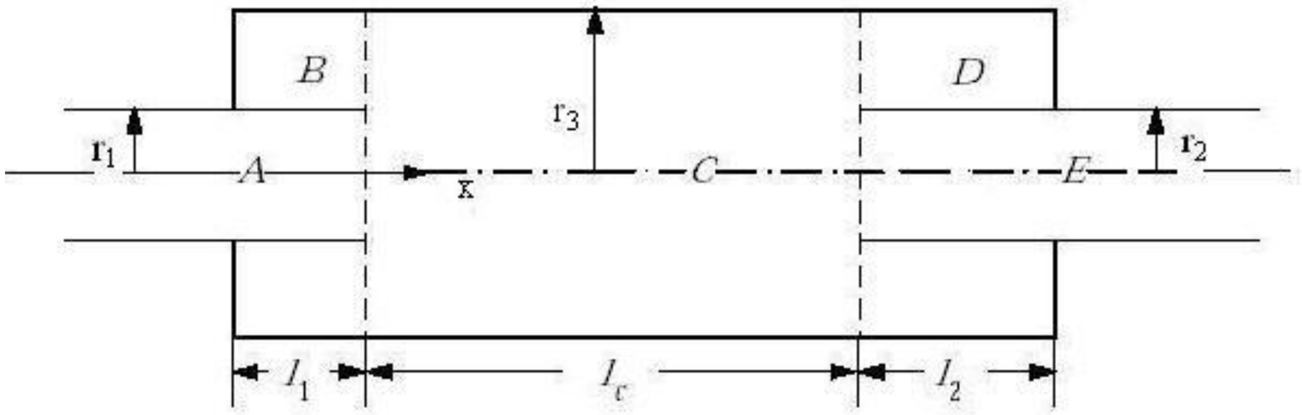
Şekil 3.12'de r_1 = r_2 ve R=4896 Rayls/m değerleri için alan oranının ($m = (r_3/r_1)^2$) iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmektedir. Yüksek alan oranını, düşük ve orta frekanslarda susturucunun performansını artırdığı görülmektedir.

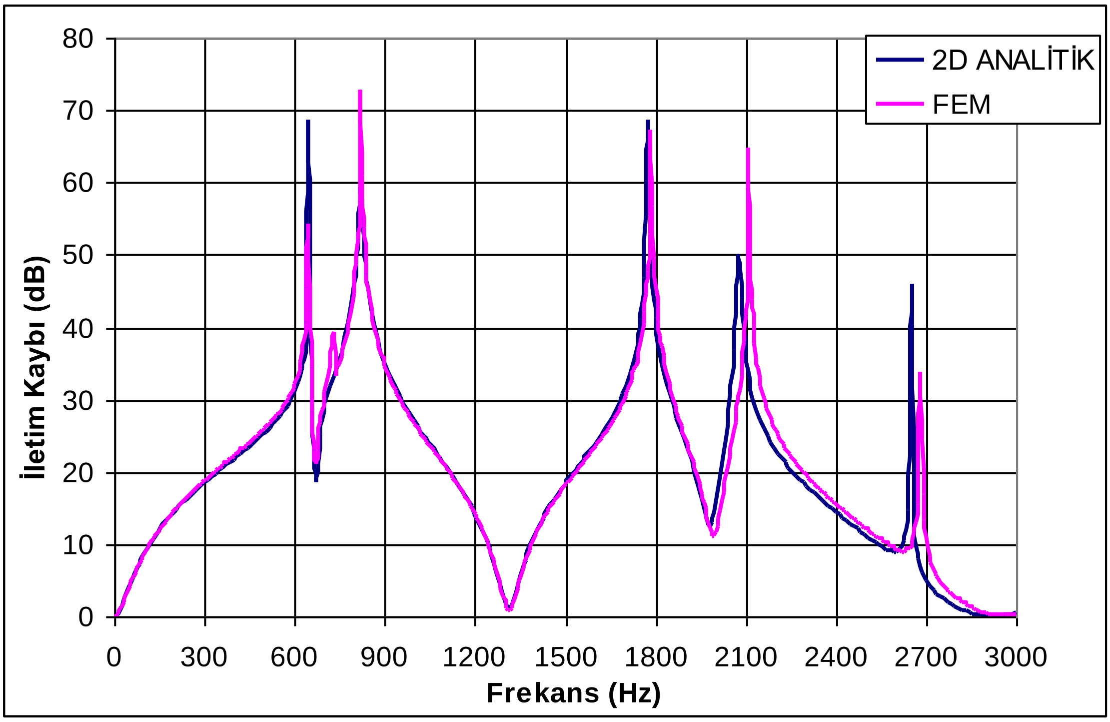
3.4 Uzatılmış Silindirli Silindirik Susturucu

3.4.1 Tek odalı susturucu

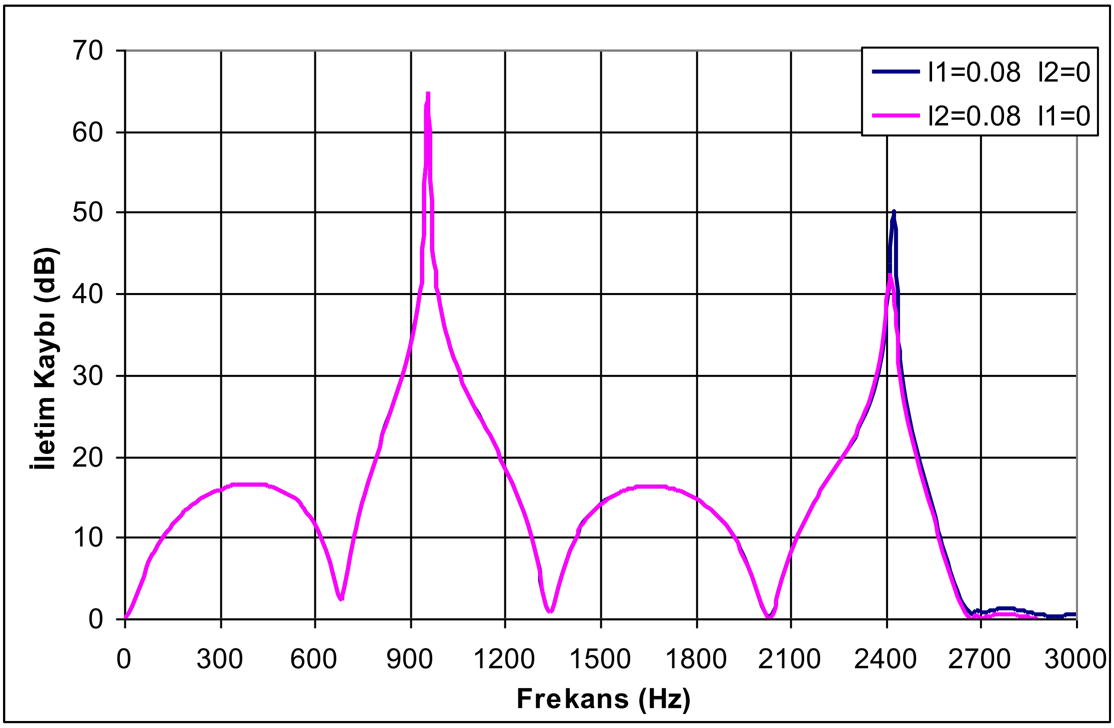
Şekil 3.13'de görülen uzatılmış silindirli tek odalı silindirik bir susturucu ait, analitik ve MSC Actran programından alınan İletim Kaybı (TL) eğrileri şekil 3.14'de bulunmaktadır. Her iki yöntemle elde edilen sonuçlar birbiriyle uyumludur.

Şekil 3.13 : Uzatılmış Silindirli Tek Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.

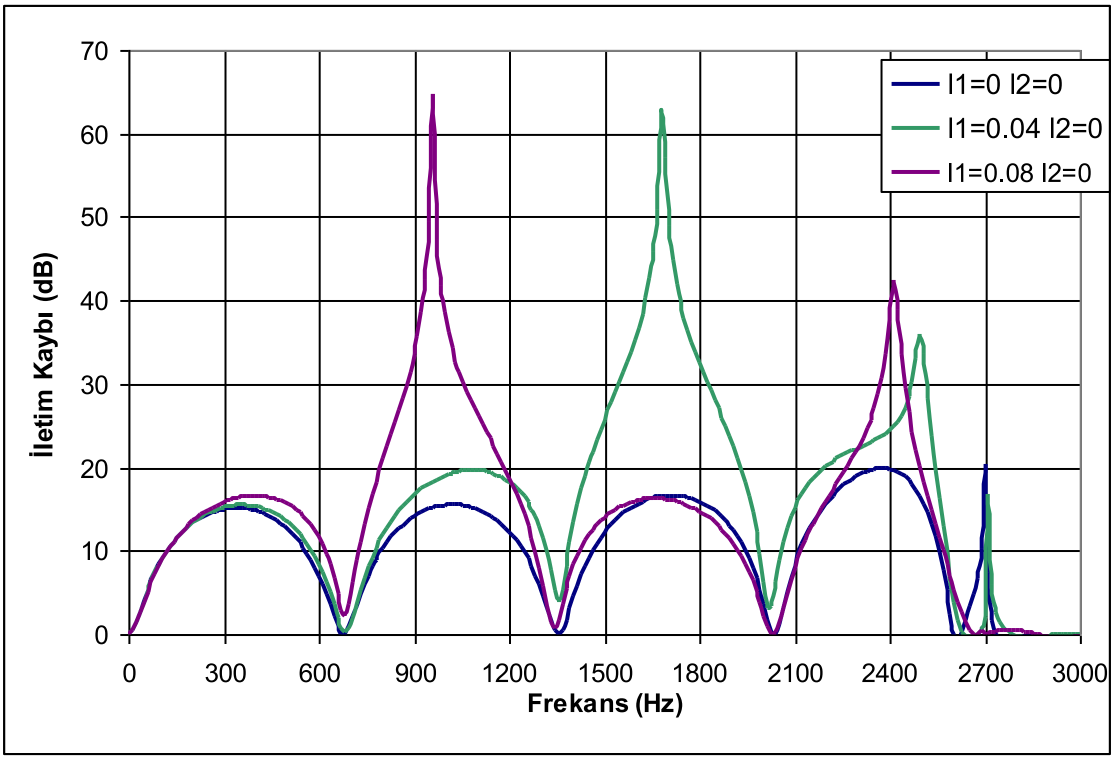




Şekil 3.14 : Uzatılmış Silindirli Tek Odalı Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.0822m, l_1=0.08m, l_2=0.12m, L=0.2572m)



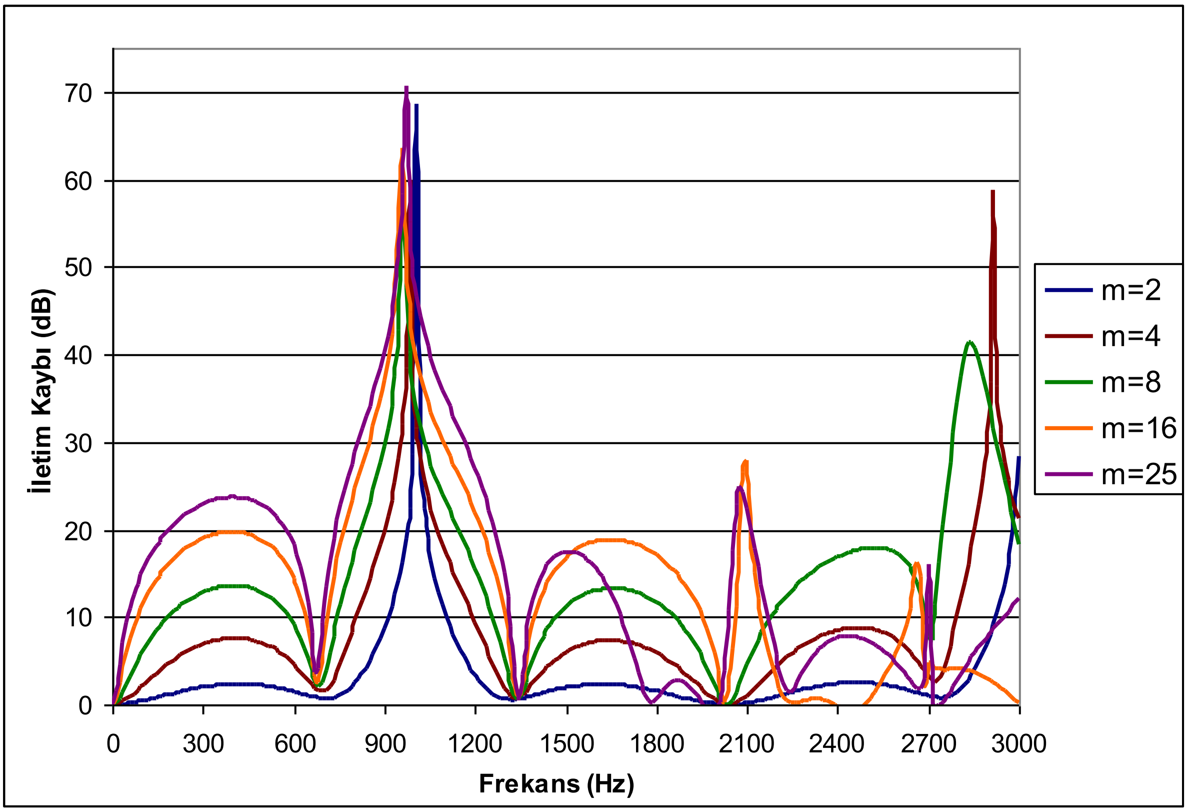
Şekil 3.15 : Giriş ve Çıkış Silindirinin İçeriye Doğru Uzama Miktarlarının Birbirleriyle Karşılıklı Değiştirilmesi Sonucu Oluşan. İletim Kaybı Eğrileri. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.0822m)



Şekil 3.16 : Giriş veya Çıkış Silindirinin İçeriye Doğru Uzama Miktarlarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.0822m)

Şekil 3.15 ‘de giriş veya çıkış silindirlerinden sadece birinin içeriye doğru uzatılması sonucunda oluşan İletim Kaybı eğrileri görülmektedir. Giriş ve çıkış silindirinin içeriye doğru uzama miktarlarının, birbirileriyle karşılıklı olarak değiştirilmesi sonucu oluşan iletim kaybı eğrileri birbiriyle tamamen aynıdır. Bu özellik, susturucu tasarımı esnasında kolaylık sağlamaktadır.

Şekil 3.16’da giriş veya çıkış silindirinin içeriye doğru uzama miktarlarının değişiminin, iletim kaybı eğrilerine etkisi incelenmektedir. Uzama miktarı arttıkça, susturucunun akustik performansı genel olarak artmaktadır.

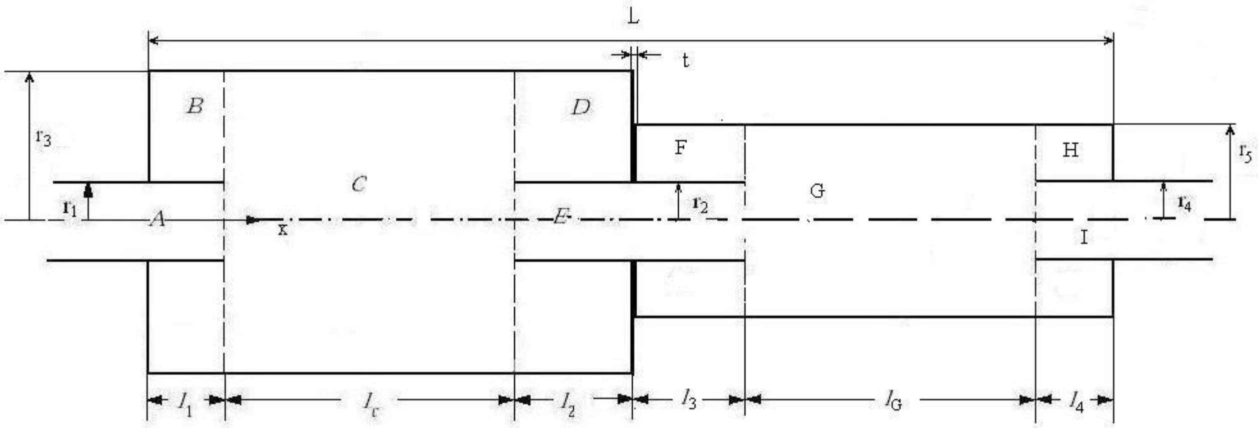


Şekil 3.17 : Farklı Alan Oranlarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. ($r_1 = r_2$=0.0245m, l_1=0.08m, l_2=0.12m, L_T=0.2572m)

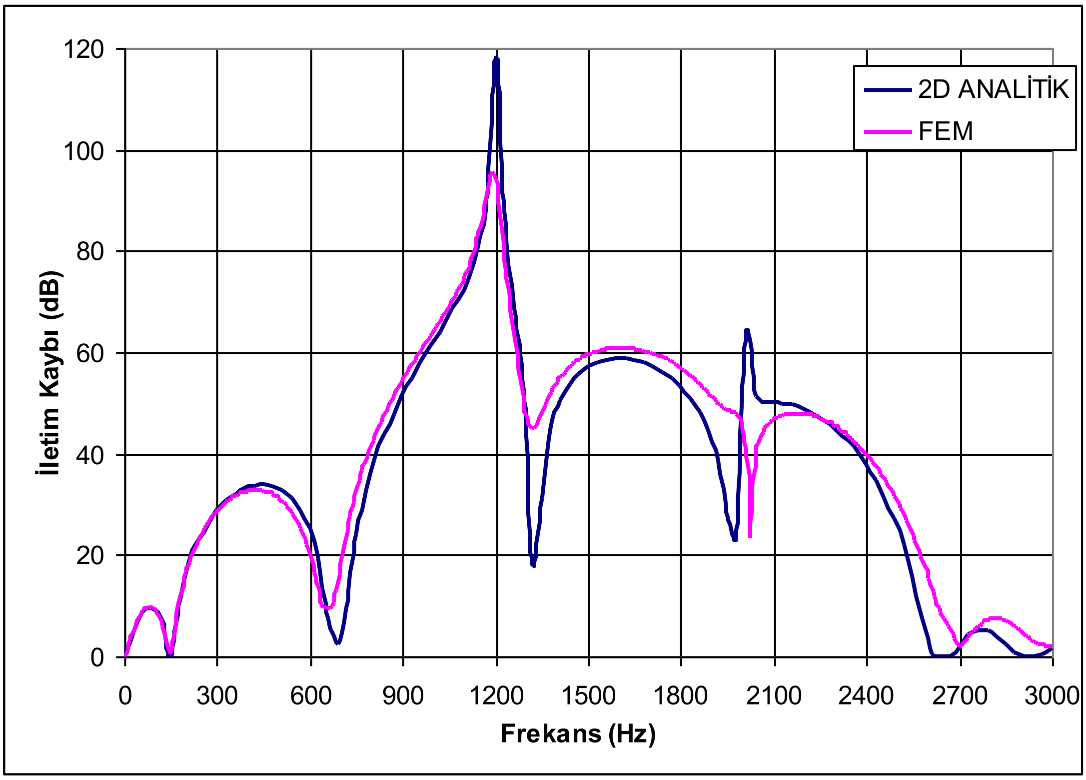
Şekil 3.17’de $r_1 = r_2$=0.0245m değerleri için, alan oranının ($m = (r_3/r_1)^2$) iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmektedir. Alan oranı arttıkça düşük ve orta frekanslarda genel olarak susturucunun performansının arttığı söylenebilir. Buna karşılık yüksek frekanslarda yüksek alan oranı, susturucunun performansını kötüleştirmektedir.

3.4.2 İki odalı susturucu

Şekil 3.18'de görülen uzatılmış silindirli iki odalı silindirik bir susturucu için, analitik yöntemle ve MSC Actran programı yardımıyla elde edilen İletim Kaybı eğrileri şekil 3.19'da bulunmaktadır. Grafik incelendiğinde her iki metot yardımıyla elde edilen eğrilerin birbirileriyle uyum sağladığı görülmektedir.

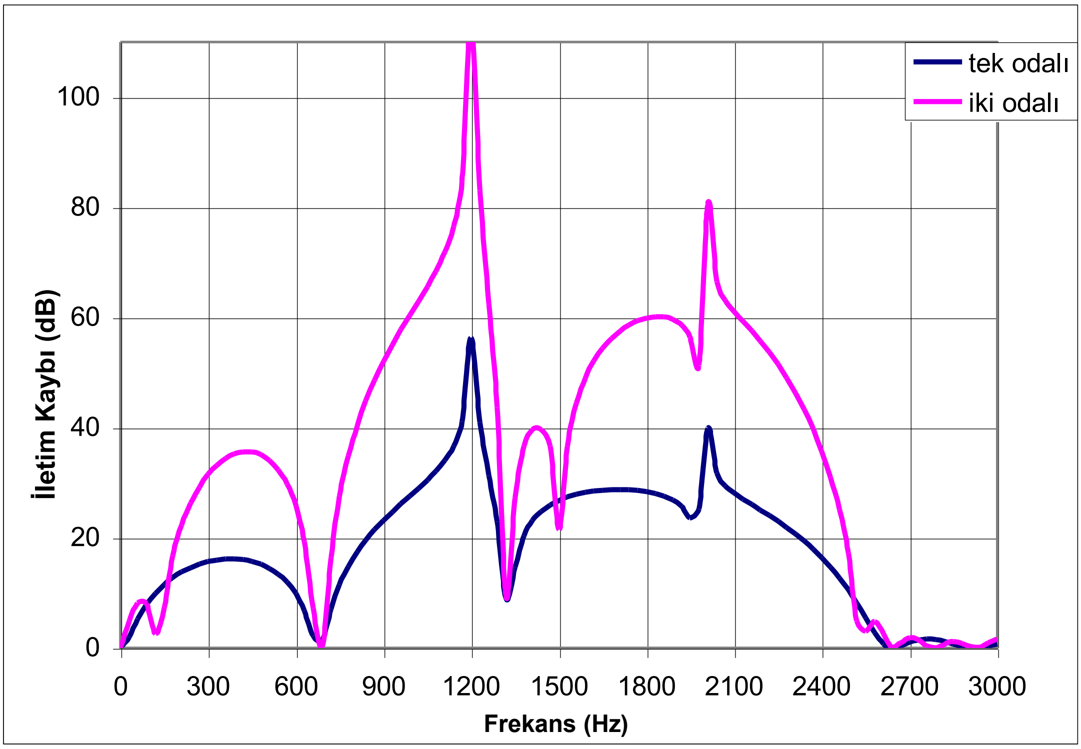


Şekil 3.18 : Uzatılmış Silindirli İki Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.



Şekil 3.19 : Uzatılmış Silindirli İki Odalı Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri. (r_1=r_2=r_4=0.0245m, r_3= r_5= 0.0822m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, l_3=0.03m, l_4=0.06m, L_T=0.5144 m)

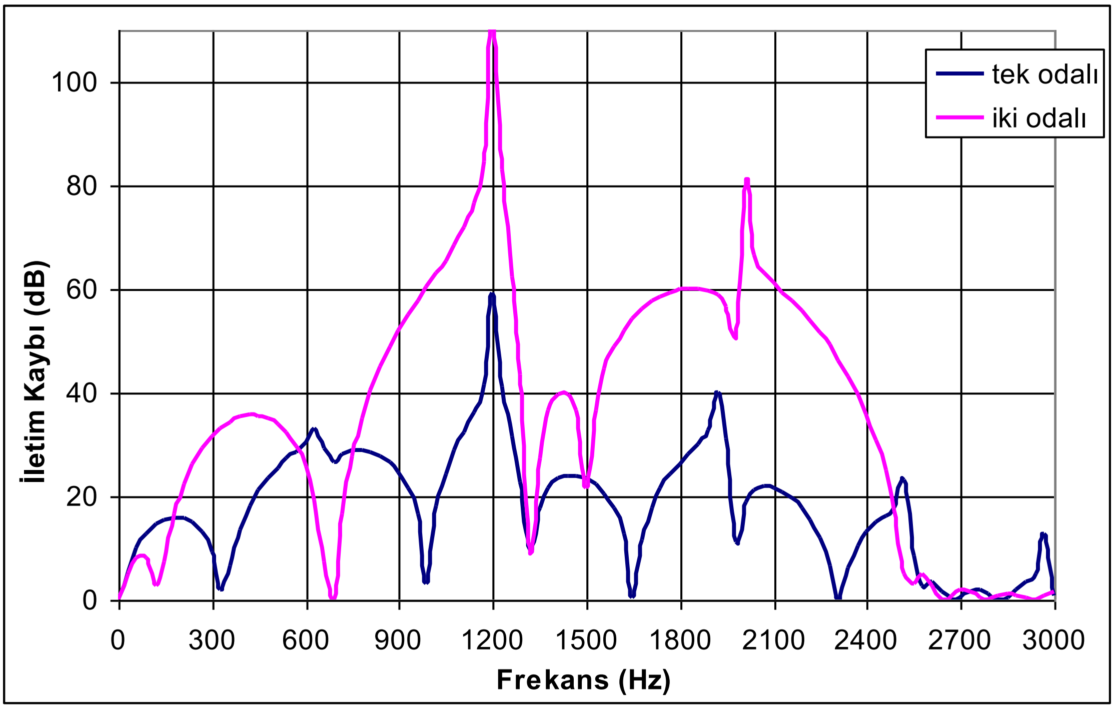
Şekil 3.20'de uzatılmış silindirli tek odalı bir susturucuya, aynı boyutlarda başka bir susturucunun eklenmesinin, susturucunun iletim kaybı eğrisine olan etkisi incelenmiştir. Susturucu tasarımında oda sayınının ve aynı zamanda susturucu hacminin artması, susturucunun iletim kaybı eğrisi üzerinde önemli etkiler yapmaktadır.



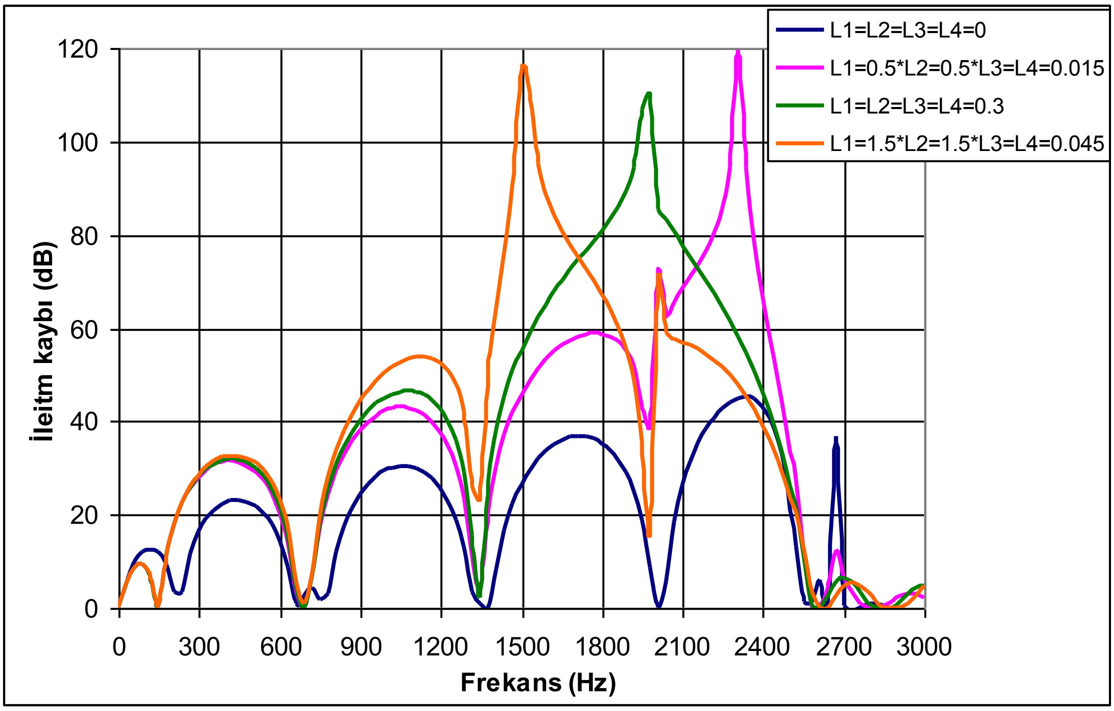
Şekil 3.20 : Uzatılmış Silindirli Tek Odalı ve İki Odalı Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
($r_1=r_2=0.0245$m, $r_3=0.0822$m, $l_1=0.06$m, $l_2=0.03$m, $L_T=0.2572$m, ***Tek Odalı***)
($r_1=r_2=r_4=0.0245$m, $r_3=r_5=0.0822$m, $l_1=0.06$m, $l_2=0.03$m, $l_3=0.03$m, $l_4=0.06$m, $L_T=0.5144$ m, ***İki Odalı***)

Şekil 3.21'de toplam uzunlukları aynı olan tek odalı ve eşit uzunlukta iki odalı bir susturucunun iletim kaybı eğrileri bulunmaktadır. Susturucunun toplam boyunu sabit tutarak tek odalı tasarlamak yerine iki odalı tasarlamak, susturucunun iletim kaybı eğrisini önemli ölçüde artırmaktadır.

Şekil 3.22'de uzatılmış silindirli iki odalı bir susturucuda silindirlerin susturucu içerisine uzama miktarlarının iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmektedir. Susturucu içerisinde silindirlerin uzama miktarı artıkça, susturucuya ait iletim kaybı eğrisinde belirgin bir artış olduğu görülmektedir.



Şekil 3.21 : Toplam Boyları Aynı Olan Uzatılmış Silindirli, Tek Odalı ve İki Odalı Bir Susturucuya Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1=r_2=0.0245m, r_3= 0.0822m, l_1=0.12m, l_2=0.06m, L_T=0.5144m, ***Tek Odalı***)
(r_1=r_2=r_4=0.0245m, r_3= r_5= 0.0822m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, l_3=0.03m, l_4=0.06m, L_T=0.5144 m, ***İki Odalı***)

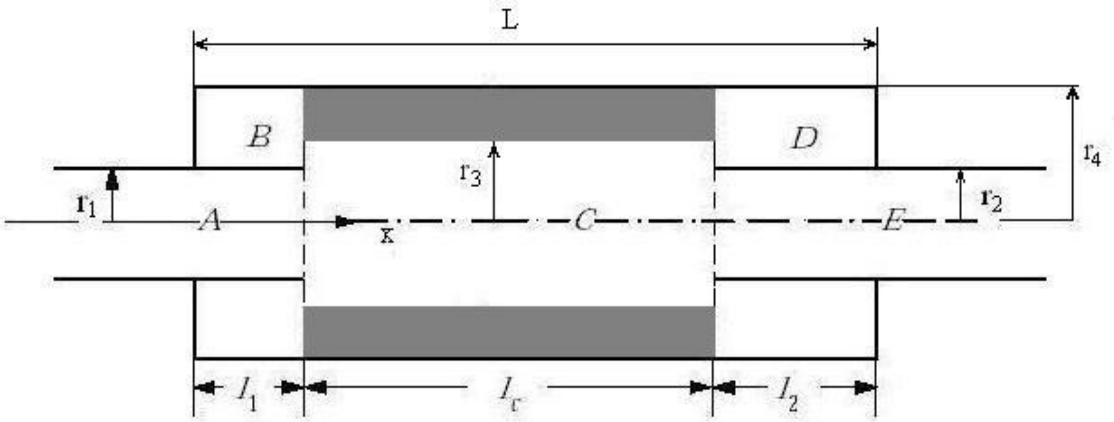


Şekil 3.22 : Uzatılmış Silindirli İki odalı Bir Susturucuda, Silindirlerin Susturucu İçerisine Uzama Miktarlarının İletim Kaybı Eğrisine Etkisi.
(r_1=r_2=r_4=0.0245m, r_3= r_5= 0.0822m, l_1=0.06m, L_T=0.2572m)

3.5 Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Silindirik Susturucu

3.5.1 Tek odalı susturucu

Şekil 3.23'te görülen uzatılmış silindirli yutucu malzemeli tek odalı silindirik bir susturucu ait, analitik yöntemle ve Msc Actran programı yardımıyla elde edilen İletim Kaybı eğrileri şekil 3.24'de bulunmaktadır. Hesaplamalarda yutucu malzeme ile ilgili kullanılan frekansa bağlı empedans ve dalga sayısı denklemleri, bölüm 3.3 'te (3.2)-(3.4) denklemleri ile tanımlanmıştır. Görüldüğü üzere her iki yöntemle elde edilen iletim kaybı eğrileri birbiri ile uyumludur.

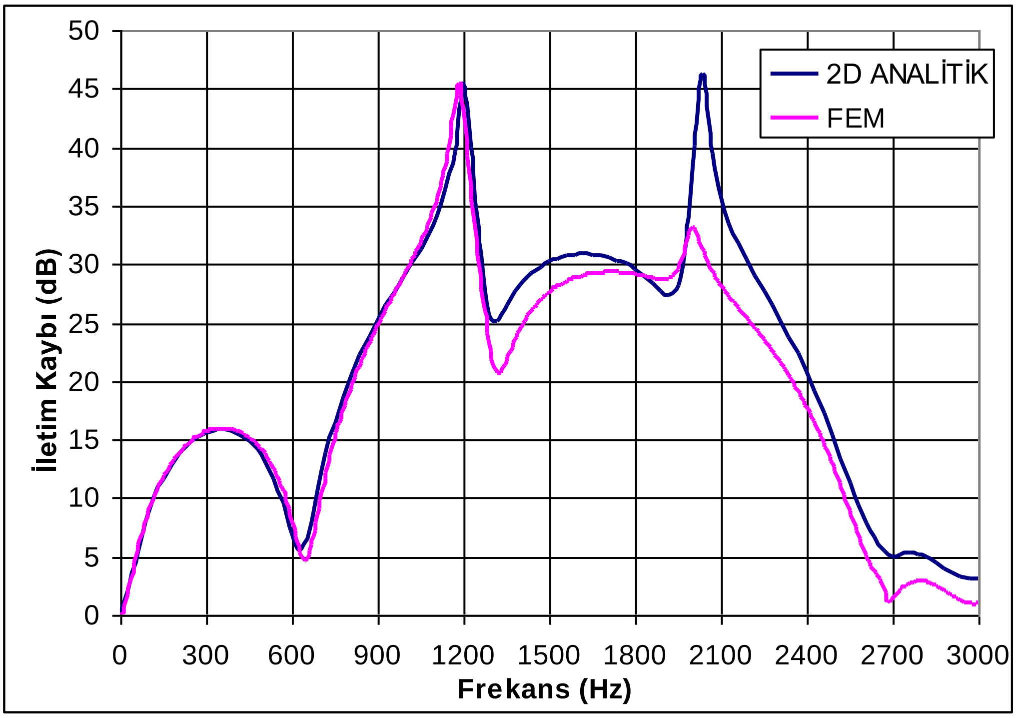


Şekil 3.23 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Tek Odalı Silindirik Bir Susturucunun Geometrisi

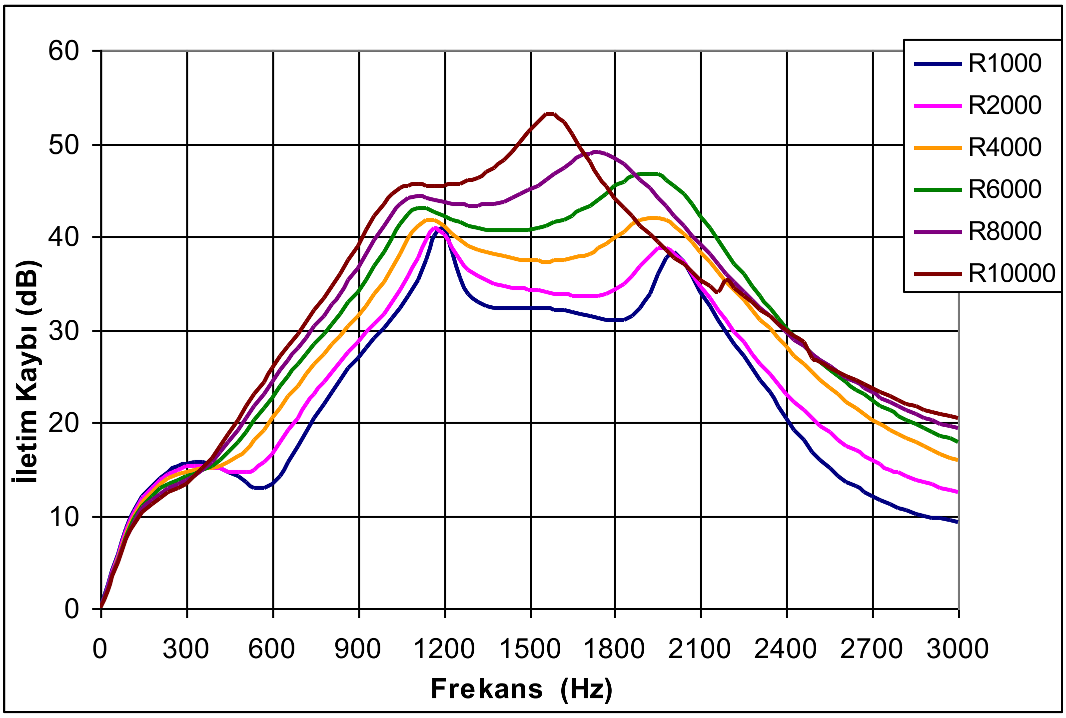
Şekil 3.25'te içinde farklı direnç katsayılarına sahip yutucu malzeme bulunduran susturucuların iletim kaybı eğrileri görülmektedir. Orta ve yüksek frekans bölgesinde yüksek akış direnci yüksek iletim kaybı oluşturmaktadır

Şekil 3.26'da yutucu malzeme kalınlıklarının değişiminin ($r_4 - r_3$), iletim kaybı eğrilerine etkisi incelenmektedir. Grafikler arasında içinde yutucu malzeme bulunmadığı susturucunun iletim kaybı eğrisi de mevcuttur. Genel olarak yutucu malzeme kalınlığı arttıkça susturucunun akustik performansı yükselmektedir.

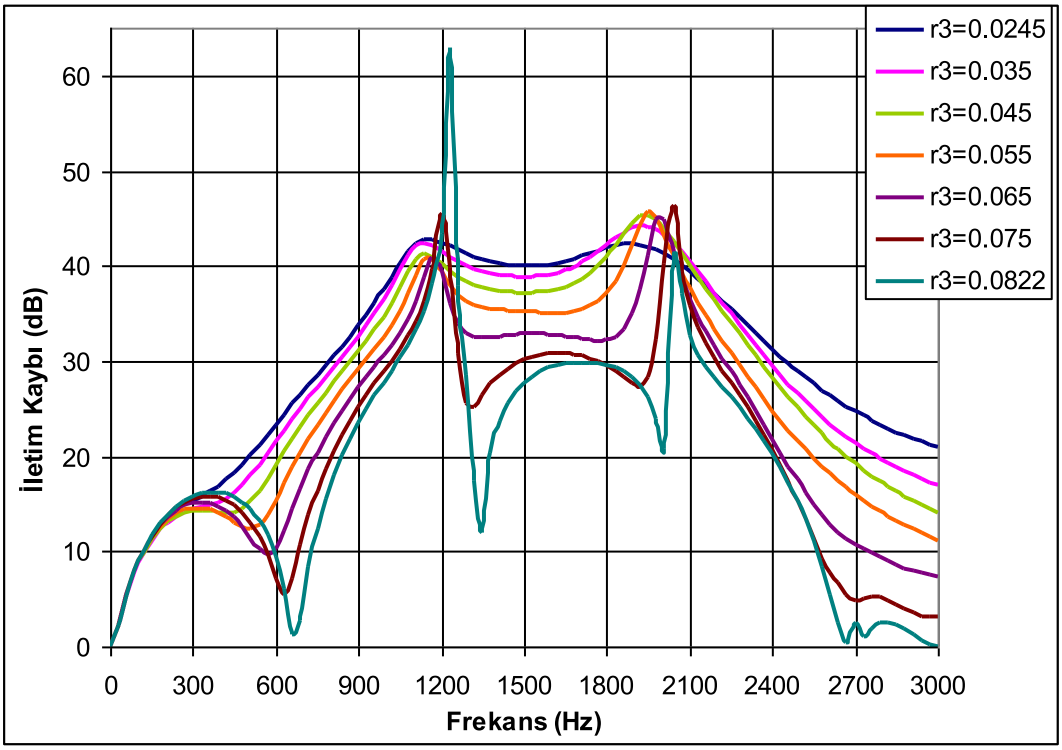
Şekil 3.27'de giriş veya çıkış silindirinin içeriye doğru uzama miktarlarının iletim kaybı eğrilerine etkisi incelenmektedir. Sonuçlar arasında içeriye uzama miktarlarının sıfır olduğu basit odalı yutucu malzemeli susturucuya ait iletim kaybı eğrisi de bulunmaktadır. Özellikle düşük ve orta frekans bölgesinde, içeriye doğru uzama miktarları arttıkça genel olarak susturucu performansının yükseldiği görülmektedir.



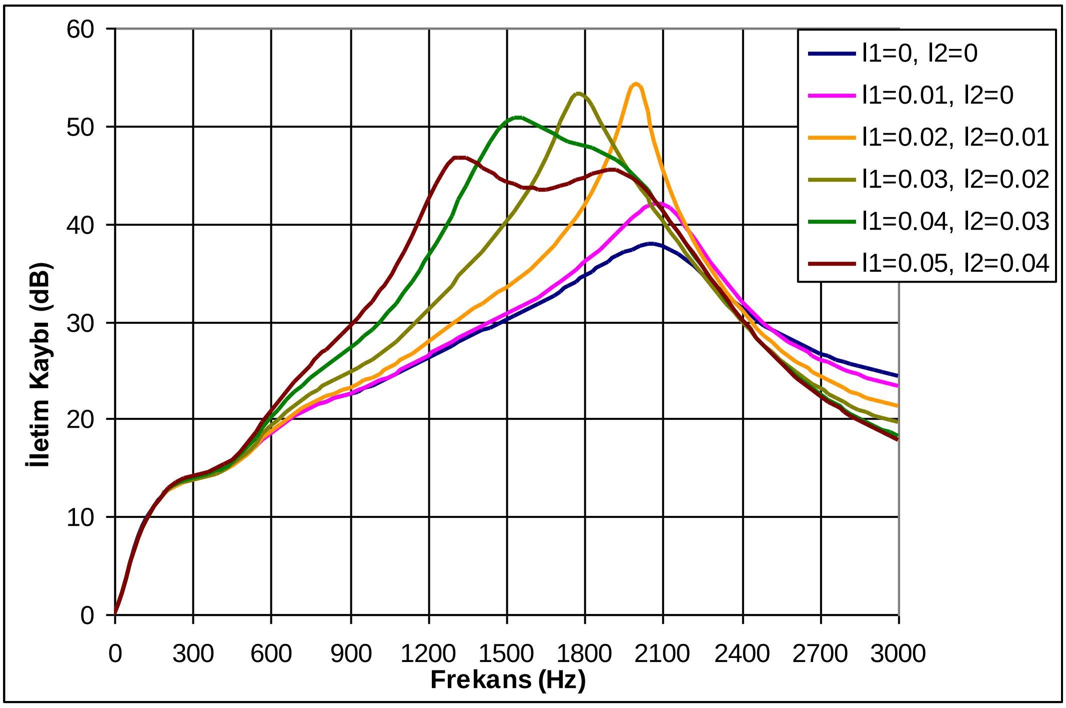
Şekil 24 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Tek Odalı Bir Susturucunun İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.075m, r_4= 0.0822m,L=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, R= 4896 Rayls/m)



Şekil 3.25 : Farklı Akış Direnç Katsayılarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, L=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m)



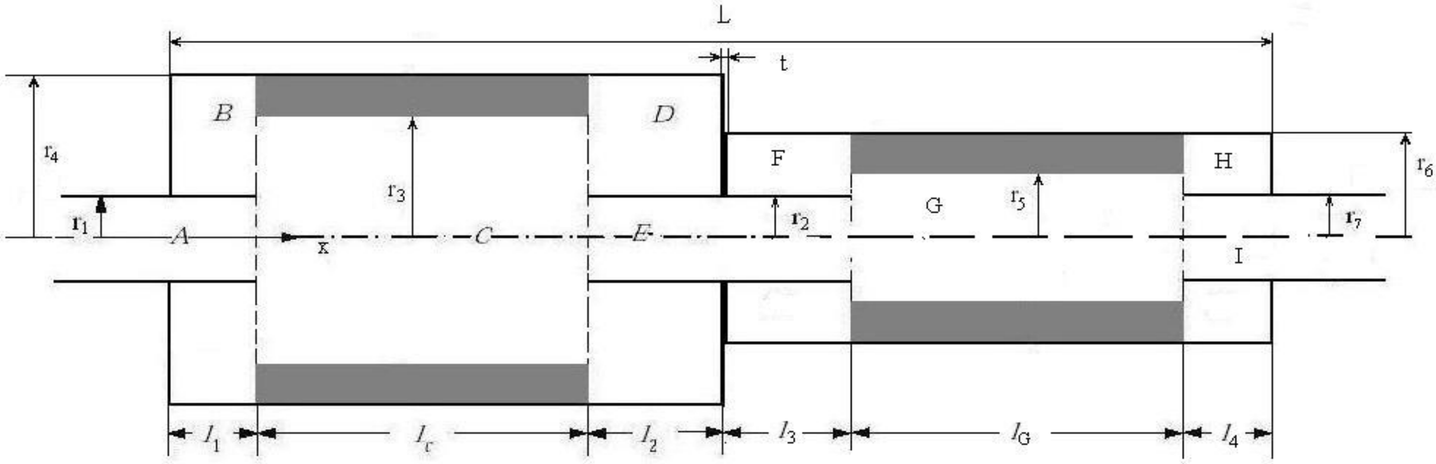
Şekil 3.26 : Farklı Yutucu Malzeme Kalınlıklarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_4= 0.0822m, L=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, R= 4896 Rayls/m)



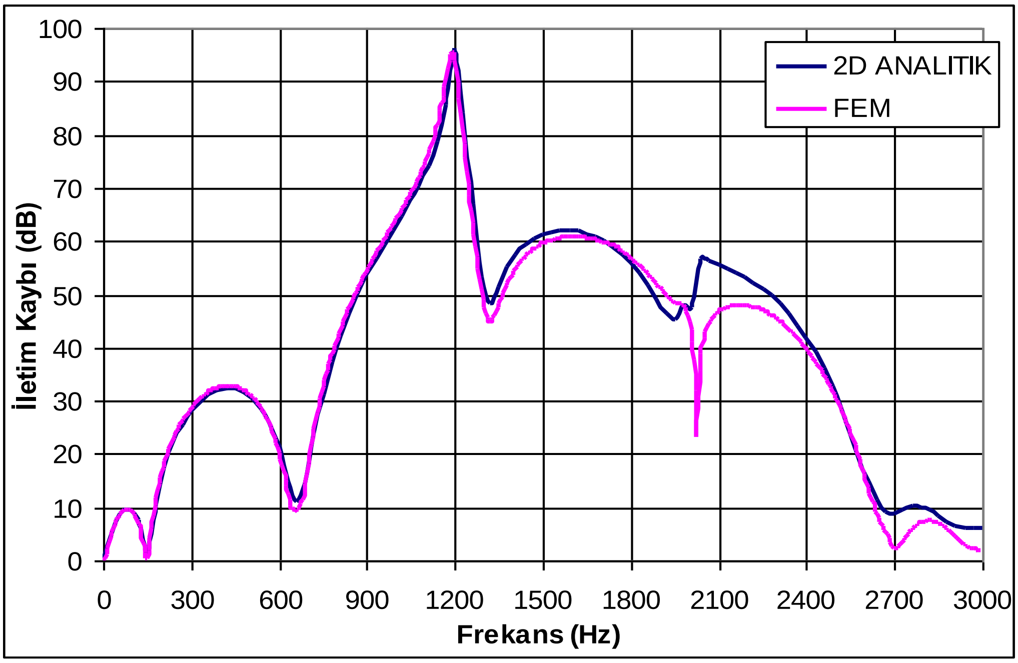
Şekil 3.27 : Giriş veya Çıkış Silindirinin İçeriye Uzama Miktarlarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, L=0.2572m, R= 4896 Rayls/m)

3.5.2 İki odalı susturucu

Şekil 3.28 'de görülen uzatılmış silindirli yutucu malzemeli iki odalı silindirik bir susturucu için analitik yöntemle ve MSC Actran programı yardımıyla elde edilen İletim Kaybı eğrileri şekil 3.29'da bulunmaktadır. Hesaplamalarda yutucu malzeme ile ilgili kullanılan frekansa bağlı empedans ve dalga sayısı denklemleri, bölüm 3.3 'te (3.2)-(3.4) denklemleri ile tanımlanmıştır. Her iki yöntemle elde edilen iletim kaybı eğrileri birbiri ile uyumludur.



Şekil 3.28 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli İki Odalı Bir Susturucunun Geometrisi.



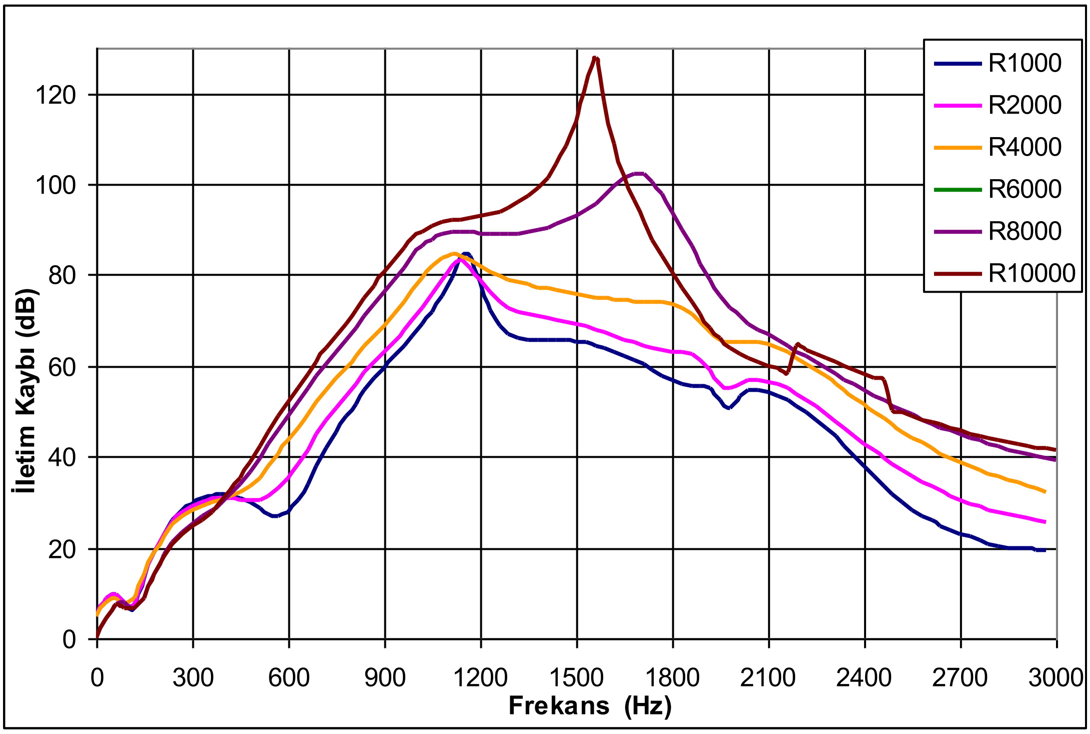
Şekil 3.29 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli İki Odalı Bir Susturucunun İletim Kaybı Eğrileri.

(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.075m, r_4= 0.0822m, r_5= 0.075m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m, L_A=0.2572m, L_B=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_3= 0.03m, l_4= 0.06m, t =0.002, R= 4896 Rayls/m)

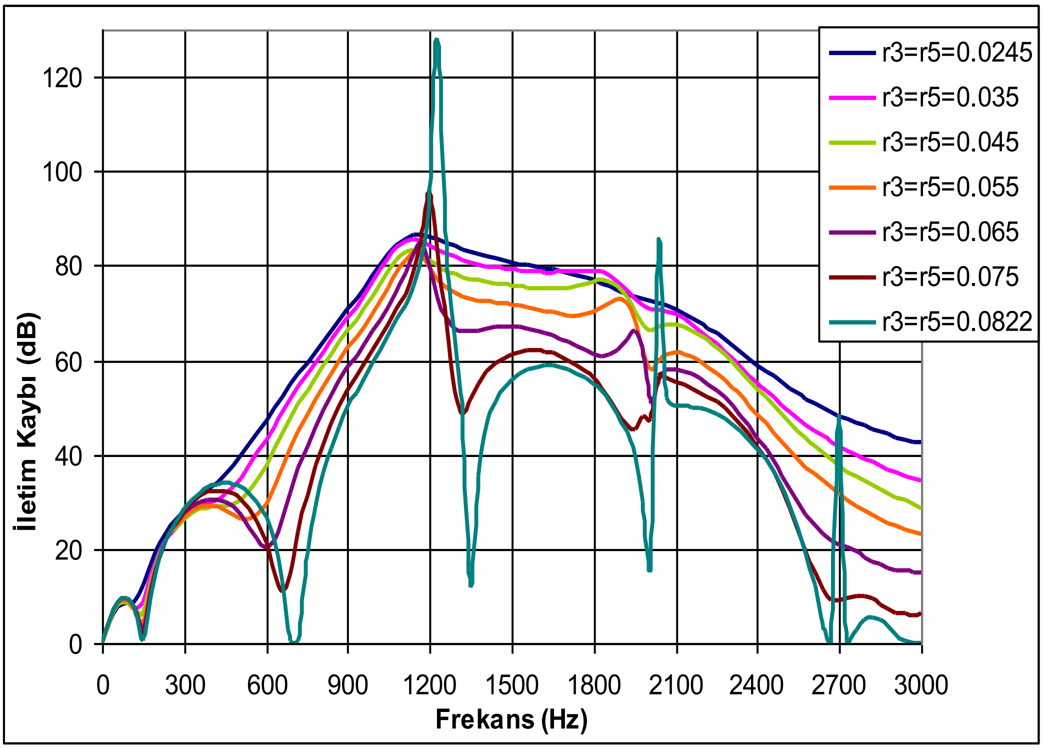
Şekil 3.30'da içinde farklı direnç katsayılarına sahip yutucu malzeme bulunduran susturucuların, iletim kaybı eğrileri bulunmaktadır. Orta ve yüksek frekans bölgesinde yüksek akış direnci yüksek iletim kaybı oluşturmaktadır.

Şekil 3.31'de yutucu malzeme kalınlıklarının değişiminin ($r_4 - r_3$, $r_6 - r_5$), iletim kaybı eğrilerine etkisi incelenmektedir. Grafikler incelendiğinde yutucu malzeme kalınlığı arttıkça, genel olarak susturucunun performansı yükseldiği görülmektedir.

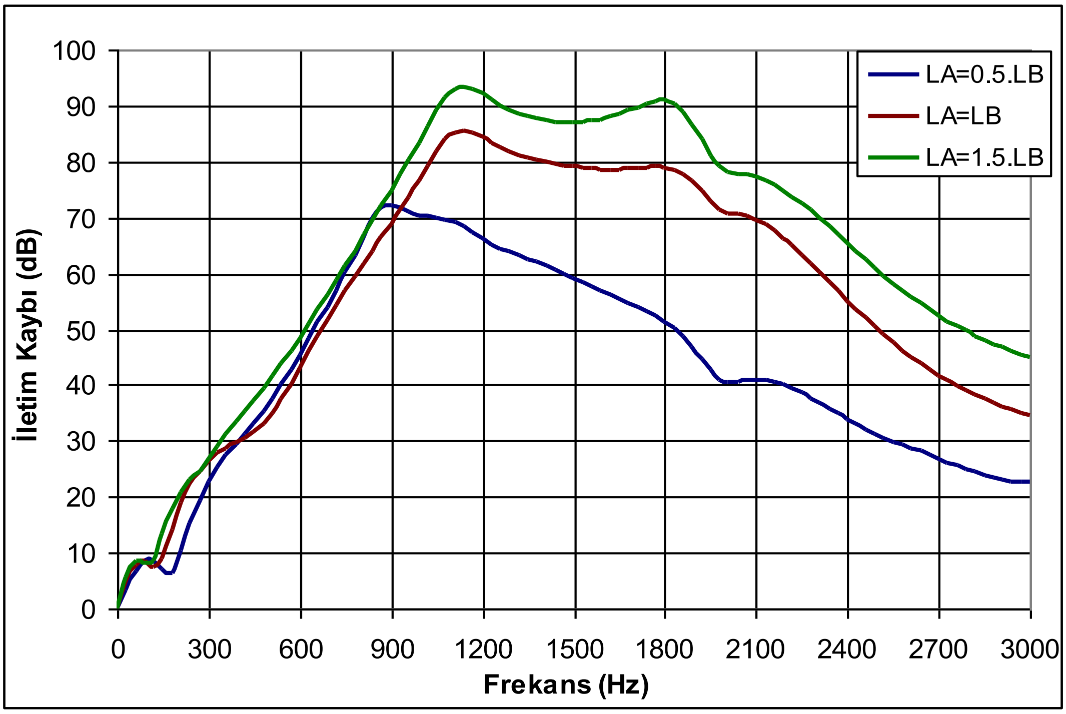
Şekil 3.32'de ikinci odanın boyu sabit tutularak, birinci oda boyunun değişiminin susturucu performansına etkisi incelenmektedir. Oda boyunun değişimi orta ve yüksek frekans bölgesinde susturucu performansını önemli ölçüde artırmaktadır.



Şekil 3.30 : Farklı Akış Direnç Katsayılarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, r_5= 0.035m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m, L_A=0.2572m, L_B=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_1= 0.03m, l_2= 0.06m, t =0.002)

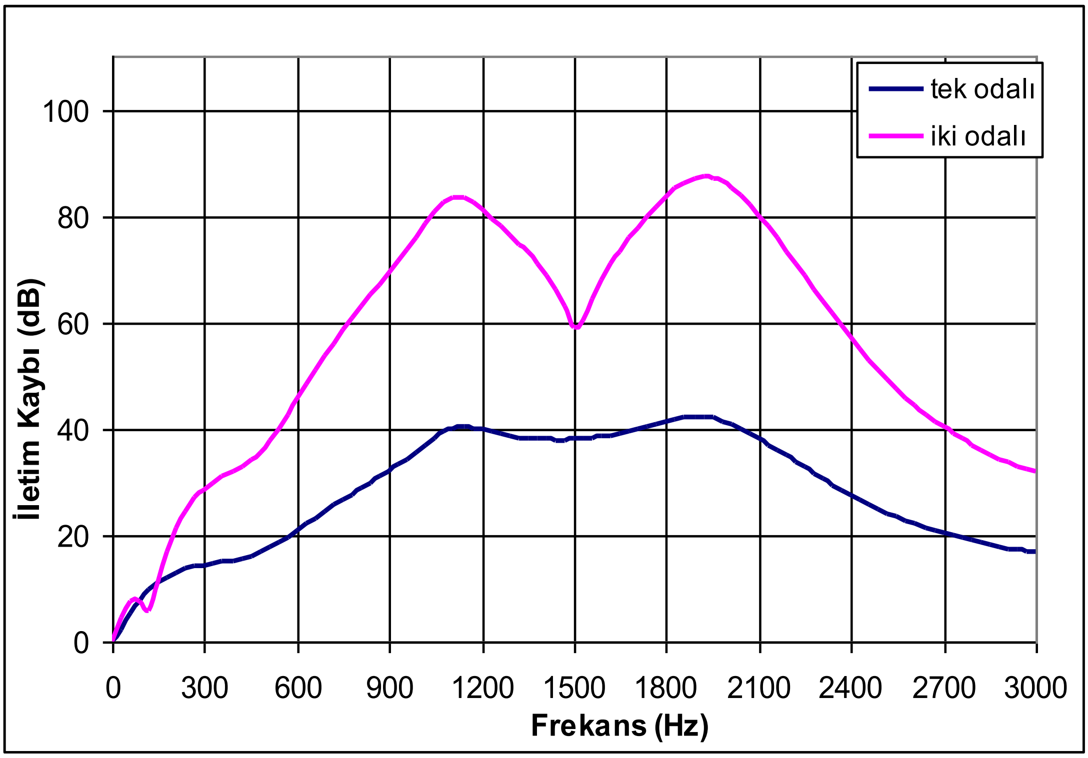


Şekil 3.31 : Farklı Yutucu Malzeme Kalınlıklarının İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_4= 0.0822m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m, L_A=0.2572m, L_B=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_3= 0.03m, l_4= 0.06m, t =0.002, R= 4896 Rayls/m)



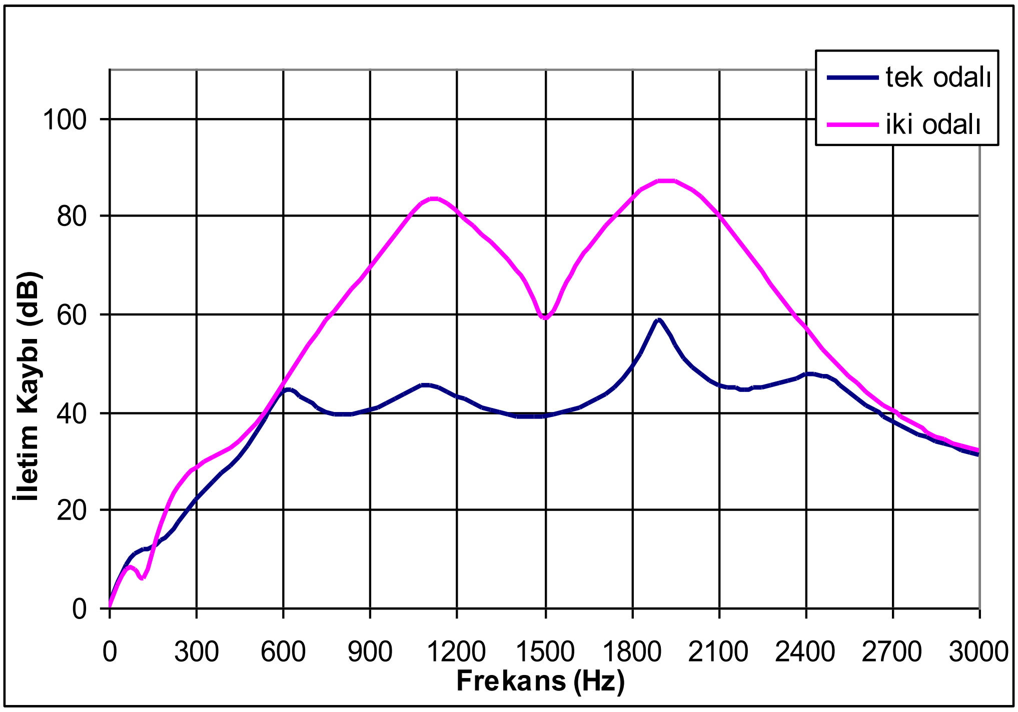
Şekil 3.32 : Oda Boylarının Değişiminin İletim Kaybı Eğrilerine Etkisi. (r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, r_5= 0.035m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m, L_B=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_3= 0.03m, l_4= 0.06m, t =0.002, R= 4896 Rayls/m)

Şekil 3.33'te uzatılmış silindirli yutucu malzemeli tek odalı bir susturucuya, aynı boyutlarda başka bir susturucunun eklenmesinin, susturucunun iletim kaybı eğrisine etkisi incelenmektedir. Susturucu tasarımında oda sayınının artması ve dolayısıyla susturucu hacminin artması, susturucunun performansını önemli ölçüde artırmaktadır.



Şekil 3.33 : Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Tek Odalı ve İki Odalı Susturuculara Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, l_1=0.06m, l_2=0.03m, L_T=0.2572m, R= 4896 Rayls/m, ***Tek Odalı***)
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, r_5= 0.035m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m, L_A=0.2572m, L_B=0.2572m, l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_3= 0.03m, l_4= 0.06m, ***İki Odalı***)

Şekil 3.34'te toplam uzunlukları aynı olan tek odalı ve eşit uzunlukta iki odalı bir susturucunun iletim kaybı eğrileri görülmektedir. Susturucunun toplam boyunu sabit tutarak tek odalı tasarlamak yerine iki odalı tasarlamak, iletim kaybı eğrisini önemli ölçüde etkilemektedir. Böylesi bir tasarımda oda boyunu uzatmak yerine, toplam boyu sabit tutarak oda sayısını artırmak, susturucu performansını büyük oranda artıracaktır.



Şekil 3.34 : Toplam Boyları Aynı Olan Uzatılmış Silindirli Yutucu Malzemeli Tek Odalı ve İki Odalı Susturuculara Ait İletim Kaybı Eğrileri.
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, l_1=0.12m, l_2=0.06m, L_T=0.2572m, R= 4896 Rayls/m, ***Tek Odalı***)
(r_1= 0.0245m, r_2= 0.0245m, r_3= 0.035m, r_4= 0.0822m, r_5= 0.035m, r_6= 0.0822m, r_7= 0.0245m,l_1= 0.06m, l_2= 0.03m, l_3= 0.03m, l_4= 0.06m, L_T=0. 5144m ***İki Odalı***)

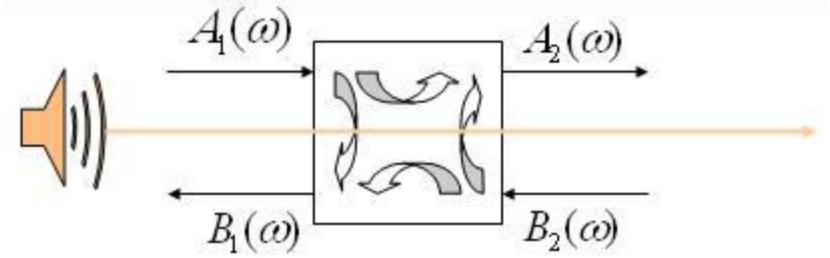
4. DENEYSEL İNCELEMELER

Susturucu tasarımında kullanılan teorik metotların yanında deneysel metotlar, teorik olarak yapılan bir tasarımın doğrulanmasında büyük önem taşımaktadır. Tasarım esnasında teorik olarak yapılan bir hata, üretime geçtiğinde çok büyük maliyetler getirecektir. Bu nedenle tasarımın belli aşamalarında teorik olarak elde edilen sonuçlar, deneysel yöntemlerle doğrulanmalıdır. Bu bölümde susturucuların akustik performanslarının tanımlanmasında kullanılan ses iletim kaybı (TL) parametresinin, deneysel olarak elde edilmesinde kullanılan ölçüm metodu incelenmektedir.

İletim kaybı (TL) hesabı için en genel yaklaşım, girişte oluşan ses gücünü ayrıştırma (decomposition) teorisiyle ve iletilen ses gücünü de düz dalga yaklaşımıyla hesaplamaktır [7]. İletilen ses gücünün hesaplanması esnasında ortamın tamamen anekoik olduğu kabulü yapılmaktadır. Fakat bu ortamın oluşturulması oldukça zordur. Bunun yerine anekoik ortam kabulü gerektirmeyen “iki yük metodu metodu” olarak tanımlanan başka bir metot kullanılmaktadır.

4.1 Teorik İnceleme

İki yük metodu, susturucunun dört kutup parametrelerinin hesaplanması yaklaşımına dayanmaktadır. Şekil 4.1’de görülen bir akustik eleman dört kutup parametreleriyle aşağıda gibi tanımlanabilir [8].



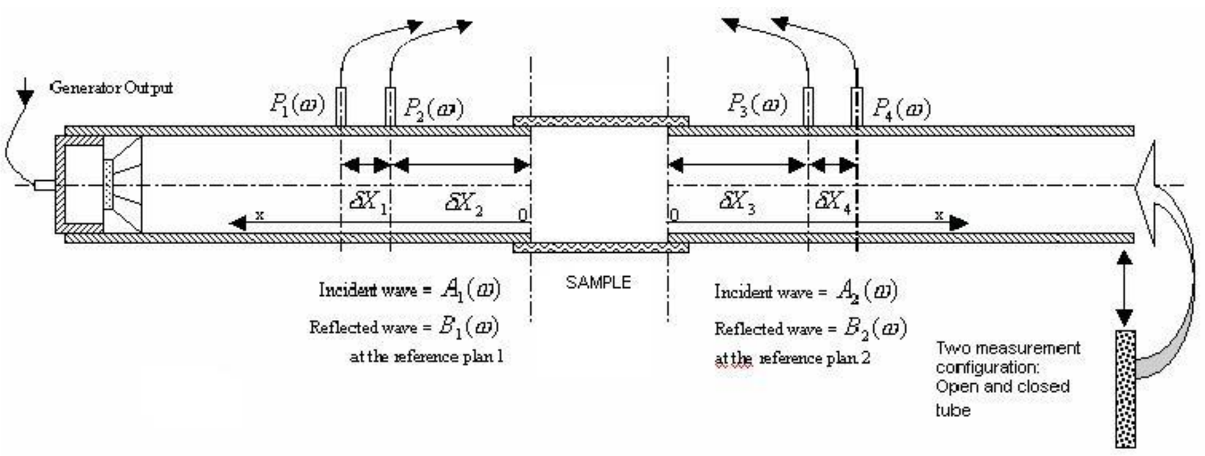
Şekil 4.1 : Dört Kutup Parametreleri Geometrisi.

$$\begin{Bmatrix} A_1(\omega) \\ B_1(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_2(\omega) \\ B_2(\omega) \end{Bmatrix}, \tag{4.1}$$

$$A_1(\omega) = \alpha(\omega).A_2(\omega) + \beta(\omega)B_2(\omega), \qquad \text{(Gelen Dalga)},$$
$$B_1(\omega) = \lambda(\omega).A_2(\omega) + \delta(\omega)B_2(\omega), \qquad \text{(Yansıyan Dalga)}. \qquad \textbf{(4.2)}$$

(1) nolu matriste tanımlanan dört kutup parametrelerin hesaplanması sonucunda susturucunun iletim kaybını veren ifade aşağıda denklem (4.3)'de ifade edilmiştir[8].

$$TL(\omega) = 20Log_{10}|\alpha(\omega)| \qquad \textbf{(4.3)}$$



Şekil 4.2 : Ölçüm Şeması.

(4.1) denkleminde tanımlanan matris içerisindeki 4 adet bilinmeyenin hesaplanabilmesi için, iki adet denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu nedenle susturucu çıkışının kapalı ve açık olduğu iki farklı sınır şartı için iki adet ölçüm yapılması gerekmektedir [8].

$$\begin{Bmatrix} A_{1O}(\omega) \\ B_{1O}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_{2O}(\omega) \\ B_{2O}(\omega) \end{Bmatrix} \text{ (Açık Çıkış Sınır Şartı)}, \qquad \textbf{(4.4)}$$

$$\begin{Bmatrix} A_{1C}(\omega) \\ B_{1C}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_{2C}(\omega) \\ B_{2C}(\omega) \end{Bmatrix} \text{ (Kapalı Çıkış Sınır Şartı)}. \qquad \textbf{(4.5)}$$

Şekil 4.2 yardımıyla mikrofonlar tarafından ölçülen basınç ifadeleri, susturucuya gelen ve yansıyan dalgalar cinsinden her iki sınır şartı için (4.6)-(4.9) denklemleri ile tanımlanmıştır

$$
\begin{aligned}
P_{1O}(\omega) &= A_{1O}(\omega)e^{jk(\delta x_1+\delta x_2)} + B_{1O}(\omega)e^{-jk(\delta x_1+\delta x_2)} \\
P_{2O}(\omega) &= A_{1O}(\omega)e^{jk(\delta x_2)} + B_{1O}(\omega)e^{-jk(\delta x_2)} \\
P_{3O}(\omega) &= A_{2O}(\omega)e^{-jk(\delta x_3)} + B_{2O}(\omega)e^{jk(\delta x_3)} \\
P_{4O}(\omega) &= A_{2O}(\omega)e^{-jk(\delta x_3+\delta x_4)} + B_{2O}(\omega)e^{jk(\delta x_3+\delta x_4)}
\end{aligned}
\quad , \qquad \textbf{(4.6)}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{1O}(\omega) &= \frac{-j}{2}\frac{P_{1O}(\omega) - P_{2O}(\omega)e^{-jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{-jk\delta x_2} \\
B_{1O}(\omega) &= \frac{j}{2}\frac{P_{1O}(\omega) - P_{2O}(\omega)e^{jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{jk\delta x_2} \\
A_{2O}(\omega) &= \frac{j}{2}\frac{P_{4O}(\omega) - P_{3O}(\omega)e^{jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{jk\delta x_3} \\
B_{2O}(\omega) &= \frac{-j}{2}\frac{P_{4O}(\omega) - P_{3O}(\omega)e^{-jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{-jk\delta x_3}
\end{aligned}
\quad , \qquad \textbf{(4.7)}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{1C}(\omega) &= A_{1C}(\omega)e^{jk(\delta x_1+\delta x_2)} + B_{1C}(\omega)e^{-jk(\delta x_1+\delta x_2)} \\
P_{2C}(\omega) &= A_{1C}(\omega)e^{jk(\delta x_2)} + B_{1C}(\omega)e^{-jk(\delta x_2)} \\
P_{3C}(\omega) &= A_{2C}(\omega)e^{-jk(\delta x_3)} + B_{2C}(\omega)e^{jk(\delta x_3)} \\
P_{4C}(\omega) &= A_{2C}(\omega)e^{-jk(\delta x_3+\delta x_4)} + B_{2C}(\omega)e^{jk(\delta x_3+\delta x_4)}
\end{aligned}
\quad , \qquad \textbf{(4.8)}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{1C}(\omega) &= \frac{-j}{2}\frac{P_{1C}(\omega) - P_{2C}(\omega)e^{-jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{-jk\delta x_2} \\
B_{1C}(\omega) &= \frac{j}{2}\frac{P_{1C}(\omega) - P_{2C}(\omega)e^{jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{jk\delta x_2} \\
A_{2C}(\omega) &= \frac{j}{2}\frac{P_{4C}(\omega) - P_{3C}(\omega)e^{jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{jk\delta x_3} \\
B_{2C}(\omega) &= \frac{-j}{2}\frac{P_{4C}(\omega) - P_{3C}(\omega)e^{-jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{-jk\delta x_3}
\end{aligned}
\quad . \qquad \textbf{(4.9)}
$$

(4.7) ve (4.9) denklemleri, her iki sınır şartı için 1 numaralı mikrofon tarafından okunan basınç değerlerinin eşleniği ile çarpıldığında ($P_{1O}(\omega)^*$ ve $P_{1C}(\omega)^*$) aşağıdaki ifadelere ulaşılacaktır. Bu işlem dört ayrı mikrofon tarafından okunan ses basıncı değerlerinin, birinci mikrofondan alınan ses basıncı değerlerine göre "Cross-correlation" yapılması işlemidir.

$$
\left.
\begin{aligned}
A_{1O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*} &= \frac{-j}{2}\frac{P_{1O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}-P_{2O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}e^{-jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{-jk\delta x_2} \\
B_{1O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*} &= \frac{j}{2}\frac{P_{1O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}-P_{2O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}e^{jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{jk\delta x_2} \\
A_{2O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*} &= \frac{j}{2}\frac{P_{4O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*}-P_{3O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}e^{jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{jk\delta x_3} \\
B_{2O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*} &= \frac{-j}{2}\frac{P_{4O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}-P_{3O}(\omega).P_{1O}(\omega)^{*}e^{-jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{-jk\delta x_3}
\end{aligned}
\right. , \tag{4.10}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
A_{1C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*} &= \frac{-j}{2}\frac{P_{1C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}-P_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}e^{-jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{-jk\delta x_2} \\
B_{1C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*} &= \frac{j}{2}\frac{P_{1C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}-P_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}e^{jk\delta x_1}}{Sin(k\delta x_1)}e^{jk\delta x_2} \\
A_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*} &= \frac{j}{2}\frac{P_{4C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}-P_{3C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}e^{jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{jk\delta x_3} \\
B_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*} &= \frac{-j}{2}\frac{P_{4C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}-P_{3C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}e^{-jk\delta x_4}}{Sin(k\delta x_4)}e^{-jk\delta x_3}
\end{aligned}
\right. . \tag{4.11}
$$

(4.10) ve (4.11) denklemleri, (4.4) ve (4.5) denklemlerinde yerine koyulduğunda susturucuya ait dört kutup parametreleri aşağıda şekilde elde edilir.

$$
\alpha(\omega)=\frac{\left\{A_{1O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*}\right\}\left\{B_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}\right\}-\left\{A_{1C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}\right\}\left\{B_{2O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*}\right\}}{\left\{A_{2O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*}\right\}\left\{B_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}\right\}-\left\{A_{2C}(\omega)P_{1C}(\omega)^{*}\right\}\left\{B_{2O}(\omega)P_{1O}(\omega)^{*}\right\}}, \tag{4.12}
$$

$$
TL(\omega)=20Log_{10}\left|\alpha(\omega)\right| . \tag{4.13}
$$

(4.12) denkleminden elde edilen $\alpha(\omega)$ değeri, gerçekte susturucunun ve mikrofonları taşıyan silindirlerin akustik performansını ifade etmektedir. Bu nedenle sadece susturucunun akustik performansının belirlenmesi için, deney öncelikle mikrofonları taşıyan silindirler birleştirilerek susturucu olmadan yapılır ($\alpha(\omega)_{Bacg}$). Daha sonra susturucu takılarak deney tekrarlanır ($\alpha(\omega)_{Sample}$). Susturucuya ait gerçek TL ifadesi (4.14) denklemiyle elde edilebilir.

$$
TL(\omega)=20Log_{10}\left|\frac{\alpha(\omega)_{Sample}}{\alpha(\omega)_{Bacg}}\right| . \tag{4.14}
$$

4.2 Ölçüm Ekipmanları

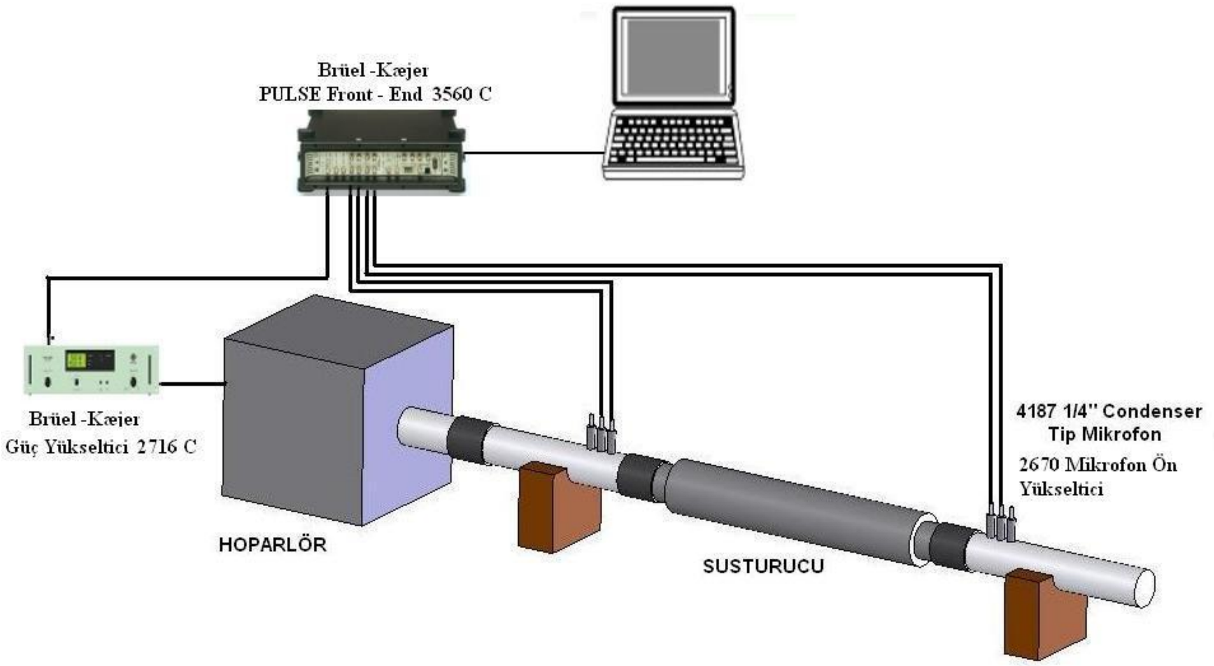
Analizör: PULSE Front-End 3560 C

Güç Yükseltici : Brüel&Kæjer 2716 C

Mikrofon: 4 Adet Brüel-Kajer 4187 1/4” Condenser Type

Mikrofon Ön Yükseltici: : 4 Adet Brüel&Kæjer 2670

Hoparlor: Beyma 15LX60



Şekil 4.3 : Ölçüm Ekipmanları.

4.3 Deney Setinin Boyutlandırılması

Mikrofonlar arasındaki mesafe (s), alt frekans sınırına göre (f_1) aşağıdaki ifadeler ile belirlenir [8].

$$0.05*\lambda_l < s \quad => \quad f_l > 0.05*c_0/s, \qquad \text{(ISO 10534-2)},$$

$$0.01*\lambda_l < s \quad => \quad f_l > 0.01*c_0/s, \qquad \text{(ASTM E 1050)}.$$

Mikrofonları taşıyan silindir çapı (d) ise, üst frekans sınırına (f_u) göre aşağıdaki denklemler yardımıyla belirlenir [8].

$d < 0.58*\lambda_u$ => $f_u < 0.58*c_0/d$, (ISO 10534-2),

$d < 0.586*\lambda_u$ => $f_u < 0.586*c_0/d$, (ASTM E 1050).

Kaynak ile ilk mikrofon arasındaki mesafe (x_{ms}), silindir içinde düzlemsel dalga oluşmasını engellemek için aşağıdaki kritere göre tasarlanmalıdır [8].

$x_{ms} > d$ (minimum),

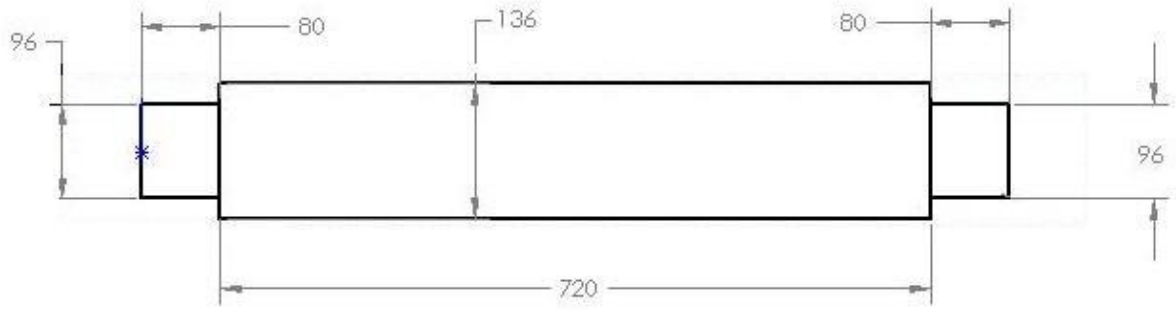
$x_{ms} > 3d$ (tavsiye edilen).

Susturucu ile en yakın mikrofon arasındaki mesafe ise, en az mikrofonları taşıyan silindirin çapı kadar olmalıdır [8].

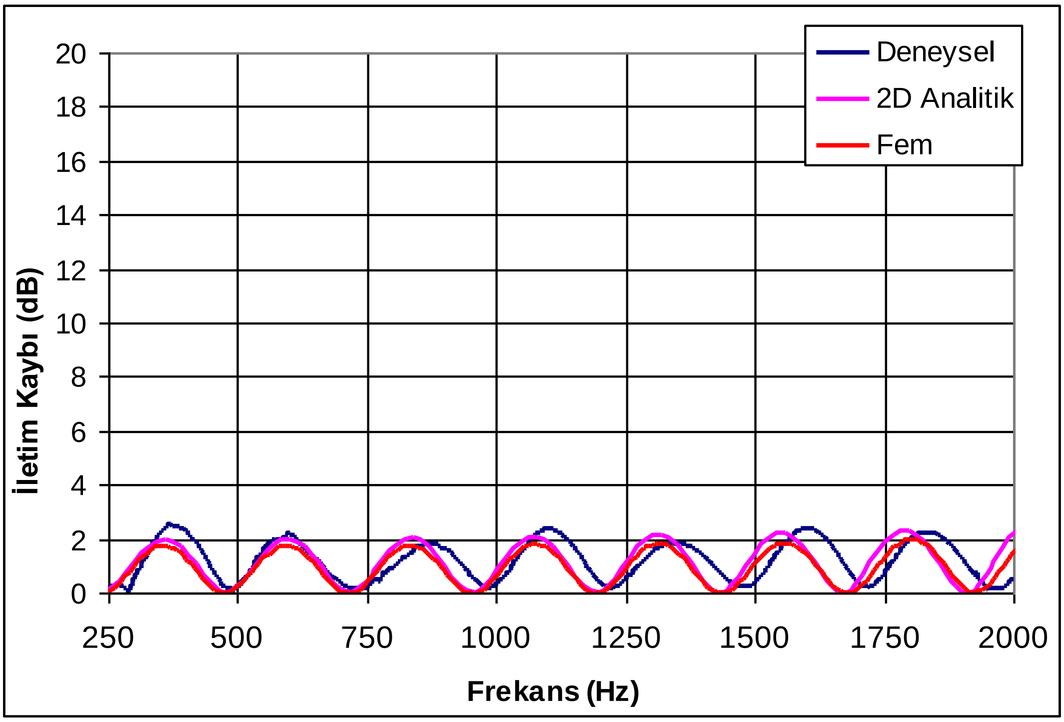
4.4 Sonuçlar

Şekil 4.4'de görülen basit odalı bir susturucunun iletim kaybı ölçümü, yukarıda anlatılan teori ve ekipmanlar kullanılarak yapılmıştır. Deney setinde kullanılan mikrofonları taşıyan silindir çapı ve mikrofonlar arasındaki mesafe göz önüne alındığında, ölçüm sisteminin güvenilir frekans aralığı ISO 10534-2 'ye göre 250 Hz - 2000 Hz arasındadır. 2D Analitik Metot, Msc. Actran programı ve deneysel çalışmalardan elde edilen eğriler şekil 4.5'te görülmektedir. Bu frekans aralığında eğriler arasında ihmal edilebilecek düzeyde kaymalar olduğu görülmektedir. Bu kaymaların başlıca nedenleri aşağıda sıralanmıştır:

i. Susturucu borularının birleşme bölgelerindeki pürüz vb. etmenler,
ii. Susturucunun giriş ve çıkış borularının, montaj esnasında birbirilerine göre paralelliklerinin sağlanamaması,
iii. Ses kaynağı ve mikrofonları taşıyan silindirler arasında birleşme bölgelerindeki kaymalar,
iv. Mikrofonların silindirler üzerine merkezlenmeleri esnasındaki problemler.



Şekil 4.4 : Basit Odalı Bir Susturucu Geometrisi.



Şekil 4.5 : Şekil 4.4’de Görülen Basit Odalı Bir Susturucuya Ait Deneysel, 2D Analitik ve Fem İletim Kaybı Eğrileri.

Şekil 4.6 : Şekil 4.4’te Görülen Basit Odalı Susturucunun İletim Kaybı Ölçüm Fotoğrafı1.

Şekil 4.7 : Şekil 4.4’te Görülen Basit Odalı Susturucunun İletim Kaybı Ölçüm Fotoğrafı 2.

5. SONUÇLAR

Susturucu tasarımında yoğun olarak kullanılan yöntemler arasında analitik yöntemler, tasarım esnasında anahtar rol oynamaktadır. Bölüm 2'de basit odalı silindirik bir susturucudan başlanarak, uzatılmış silindirli yutucu malzemeli iki odalı bir susturucuya kadar belirli tipteki susturucuların akustik performanslarının iki boyutlu analitik yöntem ile incelenmiştir.

Bölüm 3'te iki boyutlu analitik yöntem kullanılarak incelenen susturuculara ait iletim kaybı eğrileri, Msc. Actran programı yardımı ile sonlu elemanlar yöntemi ve analitik yöntem kullanılarak elde edilmiştir. İncelenen her bir susturucu için, ilgili parametrelerin değişiminin susturucu performansına etkileri grafiklerle elde edilmiştir.

Susturucu tasarımında kullanılan teorik metotların yanında deneysel metotların büyük önem taşıması nedeniyle, bölüm 4'de susturucuların akustik performanslarının tanımlanmasında kullanılan iletim kaybı (TL) parametresinin, deneysel olarak elde edilmesi incelenmiştir. Bu araştırma neticesinde bir deney seti tasarlanmıştır. Deney setinden elde edilen ölçümlerin doğruluğunun ispatlanması için, basit odalı silindirik bir susturucu imal ettirilmiş, bu susturucuya ait iletim kaybı eğrisi deneysel olarak elde edilmiştir. Elde edilen eğri, analitik ve sonlu elemanlar metodu ile karşılaştırılmıştır.

KAYNAKLAR

[1] **Munjal M.L.,** 1987. Acoustics of Ducts and Mufflers. Wiley - Interscience, New York.

[2] **Şişlioğlu, S.**, 2004. Taşıt Egzoz Susturucusu Tasarımı, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

[3] **Selamet A.**, **Radavich P.M.**, 1997. The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chamber: An analytical, computational and experimental Investigation, *Journal of Sound and Vibration*, **201**, 407-426.

[4] **Selamet A.**, **Ji Z.L.,** 1999. Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with extended inlet/outlet, *Journal of Sound and Vibration*, **223**, 197-212.

[5] **Selamet A.**, **Denia F.D., Besa A.J.** , 2003. Acoustic behavior of circular dual-chamber mufflers, *Journal of Sound and Vibration*, **265**, 965-987.

[6] **Xu M.B., Selamet A., Lee I.J., Huff N.T.,** 2004. Sound attenuation in dissipative expansion chambers, *Journal of Sound and Vibration*, **272**, 1125-1133.

[7] **Tao Z., Seybert A. F.** , 2001. A review of current techniques for measuring muffler transmission loss , Society of Automotive Engineers.

[8] **Ryu Y.,** 2005. Transmission loss measurements of exhaust system using 4 microphones. Brüel Kæjer University, Danmark.

[9] **Kinsler E.**, Fundamentals Of Acoustics. Third edition, New York.

[10] **MSC. ACTRAN**, 2004. User Manuel.

ÖZGEÇMİŞ

Ahmet AKBAŞ, 1980 yılında Mengen/BOLU ’da doğdu, liseyi Mengen Lisesinde tamamladıktan sonra, 1997 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümünü kazandı. Mezun olduğu 2001 yılında İTÜ Vakfı Yabancı Dil Okulunda bir yıl İngilizce hazırlık okudu. 2002 yılında İTÜ Makina Fakültesi Makina Teorisi, Sistem Dinamiği ve Kontrol Anabilim dalına yüksek lisans eğitimine başladı.