İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GEÇİCİ ELEKTROMANYETİK ALAN DİFÜZYONUNUN DU FORT-FRANKEL SONLU FARKLAR YAKLAŞIMI İLE İKİ BOYUTLU MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Güngör Didem BEŞKARDEŞ

Anabilim Dalı : Jeofizik Mühendisliği

Programı : Jeofizik Mühendisliği

HAZİRAN 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GEÇİCİ ELEKTROMANYETİK ALAN DİFÜZYONUNUN DU FORT-FRANKEL SONLU FARKLAR YAKLAŞIMI İLE İKİ BOYUTLU MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Güngör Didem BEŞKARDEŞ
(505091412)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 06 Mayıs 2011
Tezin Savunulduğu Tarih : 30 Mayıs 2011

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Gülçin ÖZÜRLAN AĞAÇGÖZGÜ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. İlyas ÇAĞLAR (İTÜ)
Doç. Dr. M. Emin CANDANSAYAR (AÜ)

HARİZAN 2011

ÖNSÖZ

Tezimi tamamlamamda bana en büyük desteği veren ve bilim insanı olma yolundaki ilk adımlarımda bana değerli fikirleriyle yol gösteren sayın hocam Prof. Dr. Gülçin Özürlan Ağaçgözgü'ye çok teşekkür ederim. Tez çalışmamda desteklerini esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Emin U. Ulugergerli'ye, tezimle ilgili sorularımı cevapsız bırakmayan Doç. Dr. Argun Kocaoğlu'na ve Öğr. Gör. Yunus L. Ekinci'ye teşekkür ederim.

Mayıs 2011 G. Didem Beşkardeş

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR

EM	**:** Elektromanyetik
E	**:** Elektrik
H	**:** Manyetik
TEM	**:** Geçici Elektromanyetik Yöntem (Transient Electromagnetic Method)
TDEM	**:** Zaman Ortamı Elektromanyetik Yöntemi (Time Domain Electromagnetic Method)
1B	**:** Bir boyutlu
2B	**:** İki boyutlu
3B	**:** Üç boyutlu
TE	**:** E-paralel (Transverse Electric)

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

GEÇİCİ ELEKTROMANYETİK ALAN DİFÜZYONUNUN DU FORT-FRANKEL SONLU FARKLAR YAKLAŞIMI İLE İKİ BOYUTLU MODELLENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, iki boyutlu (2B) yerelektrik yapıların yarı sonsuz uzayda oluşturduğu elektromanyetik tepki yanıtı DuFort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı kullanılarak zaman ortamında modellenmiştir. İki boyutlu yapı doğrultusundaki (TE modu) zaman ortamı elektromanyetik difüzyon denklemleri, bu yaklaşım ile belirlenen zaman adımlarında yinelemeli olarak çözülmüş ve birincil ve ikincil elektrik alanların difüzyonu hesaplanmıştır. İki çizgisel akım kaynağı için Dirichlet ve Neumann sınır koşullarıyla iki boyutlu iletkenlik yapılarının geçici elektromanyetik tepki yanıtlarını hesaplayan algoritma MATLAB programlama dili kullanılarak geliştirilmiştir. Yarı-sonsuz tekdüze ortam için sınanan algoritma ile çeşitli modeller hesaplanmış ve iki boyutlu yer modellerinde difüzyon sürecini etkiyen faktörler incelenmiştir.

Türkiye'nin önemli çevre sorunlarından biri olan kıyılardaki tuzlu su girişiminin simülasyonu amacıyla hesaplanan modeller için oluşturulan kontur kesitlerinde, yeraltında geçici elektromanyetik alanların difüzyonunun net olarak izlenebildiği ve TEM yönteminin bu sorunu çözümü anlamında üstün yanlarını vurguladığı gözlemlenmiştir.

TWO DIMENSIONAL DIFFUSION OF TRANSIENT ELECTROMAGNETIC FIELDS MODELING BY DU FORT-FRANKEL FINITE DIFFERENCE APPROXIMATION

SUMMARY

In this study, the electromagnetic response of a two dimensional (2D) body in a half-space is modeled in time domain by using Du Fort-Frankel finite difference approximation. Time domain electromagnetic diffusion equations for two-dimensional TE mode are solved for specified time steps iteratively by this approximation and diffusion of primary and secondary electric fields are obtained. Using Dirichlet and Neumann boundary conditions, the transient electromagnetic responses of two-dimensional bodies under the excitation of double line source are modeled by using the MATLAB.

Numerical models were generated in order to simulate saltwater intrusion that is one of the most important environmental problems in Turkey. In the cross-sections of saltwater model, the diffusion of the transient electromagnetic fields can be seen very clearly and this verifies that transient electromagnetic method has high potential to solve the saltwater intrusion problem.

1. GİRİŞ

Geçici elektromanyetik yöntem (Transient Electromagnetic Method, TEM), sığ jeolojik ve hidrojeolojik problemlerle ilgili araştırmalarda önemli bilgiler sağlamaktadır. Geleneksel frekans ortamı elektromanyetik yöntemlerde, toplam elektromanyetik (EM) alanlar ölçülmektedir. Yeriçindeki tüm iletkenlerin bilgisini içeren ikincil EM alanların genliği, birincil EM alanların genliği ile kıyaslandığında, birkaç kat küçük olduğu görülmektedir. Bu gerçek, geçici EM (TEM) yöntem için arayışa yol açmış ve gelişmesine neden olmuştur. TEM ölçümlerinde, $t = 0$ gibi bir zamanda yere halka bir verici tarafından verilen anlık akım sonucunda indüklenen Eddy akımlarının oluşturduğu ikincil alanlar birincil alanların olmadığı bir zamanda, zamanın fonksiyonu olarak kaydedilmektedir. Dolayısıyla TEM ölçümlerinde birincil ve ikincil alanın birbirinden ayrılması gibi bir sorun söz konusu değildir. Ölçülen sönüm eğrisi (transient) yalnızca ikincil manyetik alan nedeniyle alıcıda ölçülür ve doğrudan yeriçindeki iletkenlik dağılımının etkisiyle oluşur.

Jeofizik araştırma tekniklerinin gelişmesiyle, değerlendirme, modelleme ve yorumlama teknikleri de, analitik ve sayısal yönden gelişmektedir. Basit şekilli yapılar ile katmanlı ortamlar analitik çözümler geliştirilerek yorumlanırken karmaşık yer modellerinin tepkisi ise sayısal tekniklerle ortaya çözülmektedir.

Literatürde, elektromanyetik alanların difüzyon sürecinin sayısal çözümüne yönelik hem zaman ortamı hem de frekans ortamı pek çok sayısal yaklaşım yöntemine rastlanmaktadır. Frekans ortamında yapılan modelleme çalışmaları, kolay anlaşılabilir olması ve hesaplama süresinin zaman ortamına kıyasla daha az olması nedeniyle tercih edilmektedir. Ancak hesaplamalarda kullanılan dönüşümlerin sonuçlara getirdiği hatalar büyük sıkıntılara yol açabilmektedir.

Frekans ortamı modelleme yöntemlerini, integral denklem, diferansiyel denklem çözüm yöntemleri ve bu yöntemleri birarada kullanan melez yöntemler olmak üzere üç gruba ayırmak mümkündür. İntegral denklem yöntemi, üç boyutlu (3B) EM alanlar için Raiche (1974), Weidelt (1975), Hohmann (1975), Wannamaker ve diğ.

(1984) tarafından geliştirilmiştir. Sonlu eleman ve sonlu fark yaklaşımları Coggon (1971), Lee ve Morrison (1985) tarafından verilmiştir. Bununla beraber, integral ve diferansiyel denklem çözümlerini birarada kullanan melez yöntemler, Best ve diğ. (1985) ve Gupta ve diğ. (1987) tarafından geliştirilmiştir.

Zaman ortamına dayalı modelleme teknikleri, frekans ortamına kıyasla hesaplama hızı açısından daha yavaş sonuç üretmesine karşın, frekans ortamının gerektirdiği dönüşümlere ihtiyaç duymamaktadır. Bunun yanısıra, geçici EM alan yayılım sürecini, erken zamandan geç zamana kadar tüm spektrumu ile vermesi nedeniyle zaman ortamında yapılan sayısal modellemelerin gerçek çözüm olduğu ve daha doğru sonuç ürettiği kabulü literatürde oldukça yaygındır. 3B yapılar için integral eşitliği çözümleri San Filipo ve Hohmann (1985), Newman ve diğ. (1986), Newman ve Hohmann (1988) tarafından geliştirilmiştir. Kuo ve Cho (1980), 2B EM alan için uzaysal türevler için sonlu elemanlar yaklaşımı ve zaman türevi için açık yapılı merkezi farkları kullanan modelleme yöntemi önermiştir. Goldman ve Stoyer (1983), düşey manyetik dipolün model cevabı için kapalı sonlu fark yaklaşımını kullanmış, Goldman ve diğ. (1986) yerin sonsuz uzunluklu bir tel akım kaynağına verdiği elektromanyetik cevabını hesaplamak amacıyla uzaysal tümleme için sonlu elemanlar, zaman adımlaması için kapalı sonlu farkları kullanmıştır.

Bu çalışmada, çizgisel bir akım kaynağı uyartımı ile oluşan EM alanların iki boyutlu difüzyonunun modellenmesi amacıyla Du Fort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı kullanılmıştır. Zaman adımlaması için kullanılan Du Fort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı ilk olarak Du Fort ve Frankel (1953) tarafından bir boyutlu (1B) homojen difüzyon denklemi çözümü için türetilmiştir. Daha sonra Birtwistle (1968) tarafından 2B ortamlar için geliştirilmiştir. Parabolik denklemlerin çözümünde, koşulsuz kararlı ve açık yapısı gibi özellikleri ile avantaj sağlayan yaklaşım, kurbağa adımı şeklindeki etkili zaman adımlaması ve düzensiz grid kullanılan modellere uygulanabilirliği sebebiyle de EM difüzyon denklemleri çözümü için sıklıkla kullanılmaktadır. Oristaglio ve Hohmann (1984), Du Fort-Frankel sonlu farklar yöntemini çift çizgisel kaynak uyartımı için toplam elektrik alan eldesi için kullanmış, Adhidjaja ve Hohmann (1985, 1988) ise aynı yaklaşımı ikincil elektrik alanın çözümü için kullanılmıştır. Algoritmayı, 3B ortam için uyarlayan Adhidjaja ve Hohmann (1989), 2B elektrik alan çözümünde kullanılan çift çizgisel kaynaktan farklı olarak kaynağı merkezi halka olarak tanımlamıştır. Bu yaklaşım ile, 3B modelleme çalışmaları aynı algoritmayı kullanan Wang ve Hohmann (1993) ve paralel algoritmaları da modellemeye dahil eden Commer ve Newman (2004) ve diğer araştırmacılarca devam etmektedir.

Bu tez çalışmasının birinci bölümünde, zaman ortamı EM modellemenin temelini oluşturan EM teoriye değinilmiştir. Maxwell denklemlerinin zaman ortamında dalga çözümleri, yapılan kabuller, EM difüzyon denklemleri ve EM alanlar için sınır koşulları verilmiştir.

İkinci bölümde, kullanılan modelleme tekniği, diferansiyel denklemin uzayda ve zamanda ayrıklaştırılması, sonlu farklar hesaplama ağının oluşturulması, sayısal çözüme başlangıç ve sınır koşullarının uygulanması ve son olarak yöntemin avantajları ile işleyişi üzerinde durulmuştur.

Geliştirilen 2B modelleme algoritmanın doğruluğunun test edilmesi amacıyla tekdüze ortam modeli için analitik çözümlerle kıyaslamış ve sonuçlar üçüncü bölümde verilmiştir. Bu bölümde, aynı zamanda literatür örneklerinden seçilen bir model ile ilgili sunumlar yer almaktadır.

Çalışmamın son bölümünde, ülkemizin önemli sorunlarından biri olan kıyılarda tuzlu su girişimi ele alınarak çeşitli modeller hesaplanmıştır. Kıyı şeritlerindeki akiferlerdeki tuzlu su girişiminin yanal ve düşey yöndeki artışlarının simulasyonu amacıyla hesaplanan modellerde TEM yönteminin duyarlılığı açık olarak görülmüştür. Bu bölümde ayrıca, elektrik alan sönüm eğrilerinin yanısıra ortamda oluşan elektromotor (emk) kuvvet eğrileri hesaplanmıştır. Manyetik alan bileşenlerinin de ortamdaki iletken yapılara çok duyarlı olduğu tüm eğrilerden net olarak izlenmektedir.

.

2. ELEKTROMANYETİK TEORİ

2.1 Maxwell Denklemleri

Elektrik ve manyetik alanların birbirleriyle ve malzemelerle olan ilişkileri Maxwell denklemleri tarafından ifade edilmektedir. Maxwell denklemleri ampirik eşitlikler olup, Faraday ve Ampere gibi araştırmacıların deneylerine dayanmaktadır (Ward ve Hohmann, 1988). Elektromanyetik yükler ve alanlar arasındaki ilişkileri tanımlayan Maxwell denklemleri zaman ortamında,

$$\nabla \times e = -\frac{\partial b}{\partial t} \qquad \text{(Faraday yasası)} \qquad \textbf{(2.1)}$$

$$\nabla \times h = j + \frac{\partial d}{\partial t} \qquad \text{(Ampère yasası)} \qquad \textbf{(2.2)}$$

$$\nabla . b = 0 \qquad \text{(Manyetik alan için Gauss yasası)} \qquad \textbf{(2.3)}$$

$$\nabla . d = \rho \qquad \text{(Elektrik alan için Gauss yasası)} \qquad \textbf{(2.4)}$$

şeklinde birbirinden bağımsız birinci dereceden diferansiyel denklemler ile verilmektedir. Burada,

e: elektrik alan şiddeti (electric field intensity) $[V/m]$

b: manyetik akı yoğunluğu (magnetic induction) [Wb/m^2 veya Tesla]

h: manyetik alan şiddeti (magnetic field intensity) $[A/m]$

d: dielektrik yerdeğiştirme (dielectric displacement) $[C/m^2]$

j: elektrik akım yoğunluğu (electric current density) $[A/m^2]$ ve

ρ: elektrik yük yoğunluğu (electric charge density) $[C/m^3]$

olarak tanımlanmaktadır. Maxwell'in birinci denklemi olan Faraday yasasına göre; değişen bir manyetik alan akısı, kendisine dik yönde bir elektrik alan indüklemektedir. Denklem (2.2)'de verilmiş olan Ampère yasasına göre; manyetik alanların elektrik akım yoğunluğuna dik yönde oluştuğu ve manyetik alanın iletim akımları ve yerdeğiştirme akımlarının toplamı sonucunda indüklendiği ifade edilmektedir. (2.3)'deki Gauss yasası, manyetik alanın ıraksamadığını söylemektedir. Yani manyetik alanlar için tek kutupluluk yoktur. Elektrik alanlar için ise Gauss yasası, yerdeğiştirme akımları elektrik yük yoğunluğu sebebiyle ıraksadığını ifade etmektedir.

Zaman ortamında birbirinden bağımsız olan denklemler, bir boyutlu Fourier dönüşümü aracılığıyla frekans ortamında malzeme denklemleri kullanılarak ilişkilendirilebilmektedir:

$$D = \varepsilon(\omega, E, r, t, T, P, \dots).E \quad \textbf{(2.5)}$$

$$B = \mu(\omega, H, r, t, T, P, \dots).H \quad \textbf{(2.6)}$$

$$J = \sigma(\omega, E, r, t, T, P, \dots).E \quad \textbf{(2.7)}$$

Burada, ε, μ ve σ sırasıyla, dielektrik geçirgenliği, manyetik geçirgenliği ve iletkenliği, açısal frekansın (ω), elektrik alan şiddetinin (E), uzaklığın (r), zamanın (t), sıcaklığın (T) ve basıncın (P) bir fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Yeriçinde, elektromanyetik problemlerin çözümünde, analizleri daha basit bir hale getirmek amacıyla bazı varsayımlar yapılmaktadır (Ward ve Hohmann, 1988):

- Tüm ortam tekdüze, yönbağımsız ve doğrusal olmakla beraber zaman, basınç ve sıcaklıktan bağımsız olan elektrik özelliklerin etkisi altındadır.

- Ortamın manyetik geçirgenliği, boşluğun manyetik geçirgenliğine eşittir.

Yukarıdaki kabuller sayesinde, malzeme denklemleri zaman ortamında, frekans ortamından farklı olarak küçük harf gösterimiyle daha yalın şekilde ifade edilebilmektedir:

$$d = \varepsilon.e \quad \textbf{(2.8)}$$

$$b = \mu.h \quad \textbf{(2.9)}$$

$$j = \sigma.e \text{ (Ohm yasası)} \quad \textbf{(2.10)}$$

Üçüncü bölümde, zaman ortamı EM alanlar büyük harfle gösterilecektir.

2.2 Elektromanyetik Dalga Denklemleri

Elektromanyetik (EM) dalga denklemleri, Maxwell denklemlerinden türetilen ve elektrik ve manyetik alanların yer içinde nasıl yayıldığını ifade eden denklemlerdir. Maxwell denklemlerinde malzeme eşitlikleri karşılık gelen terimlerin yerine kullanılarak ve her iki tarafın dönellerinin alınması durumunda;

$$\nabla \times \nabla \times e - \mu \nabla \times \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \tag{2.11}$$

$$\nabla \times \nabla \times h - \varepsilon \nabla \times \frac{\partial e}{\partial t} = \sigma \nabla \times e \tag{2.12}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Burada elektrik ve manyetik alanlar zaman bağımsız değişkeni için süreklidir; yani türevi alınabilir. Türev işleçleri ile dönel işleci yerdeğiştirebilir. Bu durumda, (2.11) ve (2.12) denklemleri,

$$\nabla \times \nabla \times e - \mu \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times h) = 0 \tag{2.13}$$

$$\nabla \times \nabla \times h - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times h) = \sigma \nabla \times e \tag{2.14}$$

şeklini almaktadır. Aşağıdaki özellik kullanılırsa (F bir vektörel büyüklük olmak üzere)

$$\nabla \times (\nabla \times F) = \nabla(\nabla . F) - \nabla^2 F \tag{2.15}$$

tekdüze ortamlar için, (2.13) ve (2.14) denklemleri (2.15) özdeşliğinden yararlanarak,

$$\nabla^2 e - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \tag{2.16}$$

$$\nabla^2 h - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \tag{2.17}$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Bu halleriyle (2.16) ve (2.17) denklemleri ile ifade edilen EM dalga denklemleri, zaman ortamında, elektrik ve manyetik alanların yayılımını ifade eden dalga denklemleridir.

2.3 Elektromanyetik Difüzyon Denklemleri

Zamana bağlı Fourier dönüşümleri yardımıyla EM dalga denklemleri, frekans ortamında

$$\nabla^2 E + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)E = 0 \qquad \textbf{(2.18)}$$

$$\nabla^2 H + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)H = 0 \qquad \textbf{(2.19)}$$

ya da

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \qquad \textbf{(2.20)}$$

$$\nabla^2 H + k^2 H = 0 \qquad \textbf{(2.21)}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklemler Helmholtz denklemi olarak da bilinmektedir. Burada,

$$k^2 = \mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega \qquad \textbf{(2.22)}$$

şeklinde verilmektedir. (2.18) ve (2.19) denklemlerinde, 10^5 Hz'den küçük olan frekanslarda, yeriçindeki yapılar için, yerdeğiştirme akımları iletim akımlarından ihmal edilebilir ölçüde küçüktür; yani $\mu\varepsilon\omega^2 \ll i\mu\sigma\omega$' dir. Dolayısıyla, dalga özelliğine sahip EM alanlar yeriçinde çok kısa sürede sönümlenmektedir. Yerdeğiştirme akımları ihmal edildiğinde, EM alanlar genellikle 'yarı-duraylı' alanlar olarak adlandırılmaktadır.

Yerdeğiştirme akımlarının ihmal edilmesiyle, (2.16) ve (2.17)'de zaman ortamında verilen EM dalga denklemlerindeki zamana göre ikinci türev içeren hiperbolik terim ortadan kalkarak EM difüzyon denklemlerini oluşturmaktadır:

$$\nabla^2 e - \mu\sigma\frac{\partial e}{\partial t} = 0 \qquad \textbf{(2.23)}$$

$$\nabla^2 h - \mu\sigma \frac{\partial h}{\partial t} = 0. \quad \textbf{(2.24)}$$

Frekans ortamında ise EM difüzyon denklemleri,

$$\nabla^2 E - i\omega\mu\sigma E = 0 \quad \textbf{(2.25)}$$

$$\nabla^2 H - i\omega\mu\sigma H = 0 \quad \textbf{(2.26)}$$

şeklinde ifade edilirler. Bu durumda, dalga sayısı,

$$k = (-i\omega\mu\sigma)^{1/2} \quad \textbf{(2.27)}$$

olarak verilebilir.

2.4 Elektromanyetik Dalga Denklemlerinin Çözümü

Ward ve Hohmann (1988), ikinci dereceden doğrusal EM dalga denklemleri çözümü için ilk olarak, düzlem dalgalar için ω açısal frekansında, zaman bağımlı sinusoidal bir dalga ($e^{i\omega t}$) olarak aşagıdaki gibi tanımlamıştır:

$$\vec{e} = \vec{e}_0^{\,+}\, e^{-i(kz-\sigma t)} + \vec{e}_0^{\,-}\, e^{i(kz+\sigma t)} \quad (2.28)$$

$$\vec{h} = \vec{h}_0^{\,+}\, e^{-i(kz-\sigma t)} + \vec{h}_0^{\,-}\, e^{i(kz+\sigma t)} \quad (2.29)$$

Burada, (2.27)'de verilen dalga sayısı $k = \alpha - i\beta$ şeklinde ifade edilmektedir ve $\alpha = \beta = (\omega\mu\sigma/2)^{1/2}$ olarak tanımlanmaktadır.

(2.28) bağıntısında yer alan $\vec{e}_0^{\,+}$ ve $\vec{e}_0^{\,-}$ terimleri, $t = 0$ zamanında pozitif ve negatif z ekseni boyunca yayınan e-alan genliğini göstermektedir. Dalganın pozitif olarak yayındığı düşünülürse;

$$\vec{e} = \vec{e}_0^{\,+}\, e^{-i\alpha z}\, e^{-\beta z} e^{i\omega t} \quad \textbf{(2.30)}$$

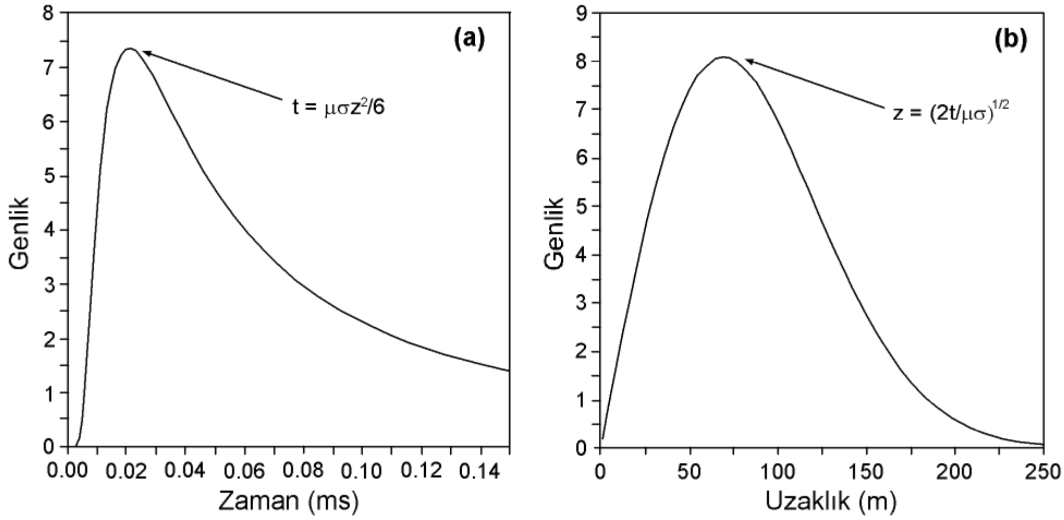
$$\vec{h} = \vec{h}_0^{\,+}\, e^{-i\alpha z}\, e^{-\beta z} e^{i\omega t} \quad \textbf{(2.31)}$$

denklemleri elde edilmektedir. $e^{-\beta z}$ terimi EM dalganın sönümünü temsil etmekte ve dalga yayınım mesafesiyle üstel olarak azalmaktadır. EM dalganın genliğinin yüzeydeki değerinin $1/e$'sine düştüğü derinlik,

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma}\right)^{1/2} = 503.2\left(\frac{1}{f\sigma}\right)^{1/2} \tag{2.32}$$

Nüfuz derinliği (skin depth) olarak tanımlanmaktadır ve bu kavram, EM dalganın frekansına ve ortamın iletkenliğine bağlı olduğunu ifade etmektedir. Ward ve Hohmann (1988) ikincil olarak, (2.28) ve (2.29) denklemlerinin pozitif kısımlarının Fourier dönüşümü ile çözüm üretmektedirler. Yeryüzünde (z = 0), elektrik ve manyetik alanların zamana göre türevlerinin davranışını tanımlayan ifade aşağıda belirtilmiştir:

$$\begin{pmatrix}\vec{e}\\ \vec{h}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\vec{e}_0^{\,+}\\ \vec{h}_0^{+}\end{pmatrix}\frac{(\mu\sigma)^{1/2}}{2\pi^{1/2}t^{5/3}}\,e^{-\mu\sigma z^2/4t} \tag{2.33}$$



Şekil 2.1: Elektrik/manyetik alanın (a) zamana ve (b) uzaklığa bağlı değişimi (Ward ve Hohmann, 1988).

Şekil 2.1a ve Şekil 2.1b'de elektrik/manyetik alanın zaman ve uzaklığa bağlı olan değişimi ifade edilmiştir. Şekil 2.1a'da 100 Ωm'lik özdirence sahip bir ortam için gösterildiği üzere, manyetik alanın maksimum olduğu değer, (2.33) ifadesinin zamana göre türevinin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmekte ve izleyen şekilde verilmektedir:

$$t_{max} = \frac{\mu\sigma z^2}{6} \tag{2.34}$$

Şekil 2.1b'de grafikte 0.03 ms için gösterildiği üzere, manyetik alanın maksimum değerine ulaştığı derinlik (girim derinliği, penetration depth) değeri, (2.33) ifadesinin uzaklığa göre türevinin sıfıra eşitlenmesiyle,

$$z_{max} = \left(\frac{2t}{\mu\sigma}\right)^{1/2} \tag{2.35}$$

şeklinde elde edilmektedir (2.35)'de zamana göre tekrar türevi alınarak akım yoğunluğunun en yüksek olduğu noktada yeriçine doğru nüfuz eden EM dalganın hareket hızı izleyen şekilde elde edilmektedir:

$$V = \frac{dz_{max}}{dt} = \frac{1}{(2\mu\sigma t)^{1/2}}\,. \tag{2.36}$$

(2.36) ifadesine bakıldığında nüfuz derinliği ifadesinde yer alan $t^{1/2}$ terimi ile orantılı olduğu görülmektedir. Nüfuz derinliği de (2.35)'deki ifade ile eşdeğer olmakla birlikte $1/\omega^{1/2}$ ile orantılıdır.

TEM yönteminde, akım uyartımı için çeşitli kaynak türleri kullanılmaktadır. Uygulamalarda, kare halka vericiler kullanılırken, kuramsal çalışmalarda hesaplama kolaylığı açısından daire halka (ilmek) vericiler kullanılmaktadır. Tekdüze bir ortamda, dairesel biçimdeki halka vericinin merkezinde yapılan ölçümler için manyetik alan şiddetinin düşey bileşeni (step response),

$$h_z = \frac{I}{2a}\left[\frac{3}{\sqrt{\pi\theta a}}e^{-\theta^2 a^2} + \left(1 - \frac{3}{2\theta^2 a^2}\right)\operatorname{erf}(\theta a)\right] \tag{2.37}$$

Denklemi ile ifade edilmektedir (Ward ve Hohmann, 1988). Burada $\mathrm{erf}\,(x)$ hata fonksiyonu ve θ ifadeleri sırasıyla,

$$\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$$

ve

$$\theta = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma}{4t}}$$

şeklinde verilmiştir.

Denklem (2.37)'de verilen ifadenin zamana göre türevi, diğer bir deyişle, dairesel halkanın merkezinde oluşan manyetik alanın düşey bileşeninin zaman içindeki sönümü Ward ve Hohmann (1988) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiş:

$$\frac{\partial h_z}{\partial t} = \frac{I}{\mu_0 \sigma a^3} \left[3\,\mathrm{erf}(\theta a) - \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}} \theta a (3 + 2\theta^2 a^2) e^{-\theta^2 a^2} \right]. \tag{2.38}$$

Manyetik alan şiddeti, geç zamanlarda $t^{-3/2}$ ile orantılı olarak, manyetik alanın türevi ise $t^{-5/2}$ ile sönümlenmektedir. (2.37) ve (2.38)'deki bağıntılarda yer alan θ değeri geç zamanlar için çok küçük değerler almaktadır. Bu durumda, her iki denklem daha yalın şekilde aşağıdaki yaklaşımlar kullanılarak hesaplanabilmektedir:

$$h_z \approx \frac{I \sigma^{3/2} \mu_0^{3/2} a^2}{30 \pi^{1/2}} t^{-3/2} \tag{2.39}$$

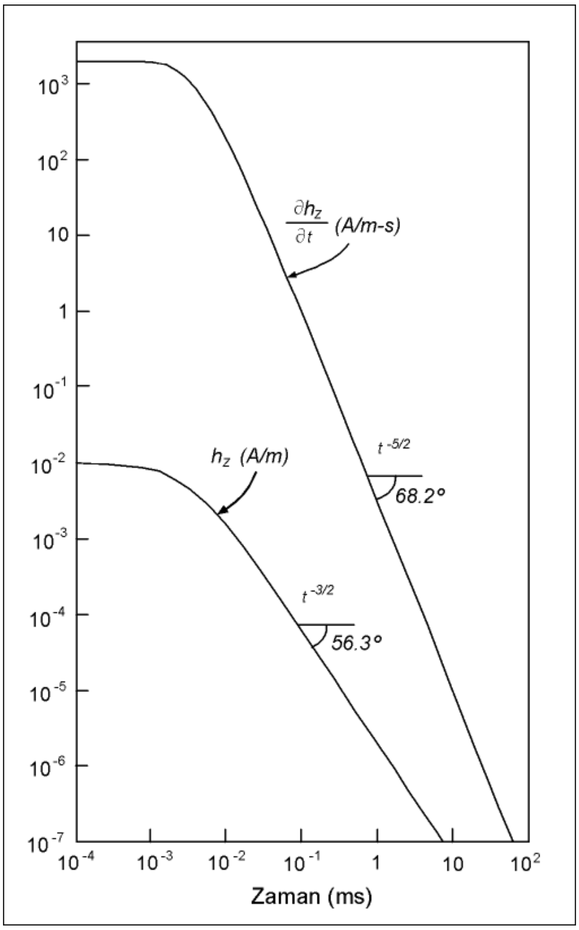
$$\frac{\partial h_z}{\partial t} \approx \frac{I \sigma^{3/2} \mu_0^{3/2} a^2}{20 \pi^{1/2}} t^{-5/2}\,. \tag{2.40}$$

TEM yönteminde, uygun bir alıcı halka veya bobin ile manyetik alanın düşey bileşeninin zamana göre türevi, zamanın fonksiyonu olarak sönüm eğrileri şeklinde ölçülmektedir. Buradan hareketle, manyetik alan şiddeti ve manyetik akı yoğunluğu arasındaki yapısal ilişkiden yola çıkarak ($b = \mu_0 h$), (2.39) ve (2.40) bağıntıları aynı şekilde manyetik akı yoğunluğu için düzenlenebilmektedir:

$$b_z \approx \frac{I\sigma^{3/2}\mu_0^{5/2}a^2}{30\pi^{1/2}} t^{-3/2} \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial b_z}{\partial t} \approx \frac{I\sigma^{3/2}\mu_0^{5/2}a^2}{20\pi^{1/2}} t^{-5/2}. \tag{2.42}$$

Manyetik alanın düşey bileşeninin ve zamana göre türevinin zaman içindeki davranışı Şekil 2.2'de verilmektedir.



Şekil 2.2: Tekdüze yarı sonsuz bir ortam için (100 Ωm) 50 m yarıçapa sahip dairenin merkezinde oluşan manyetik alan (h_z) ve türevinin ($\partial h_z/\partial t$) davranışı. Akımın basamak fonksiyonu biçiminde kesildiği kabulü yapılmıştır (Ward ve Hohmann, 1988).

2.5 Elektromanyetik Alanlarda Sınır Koşulları

Farklı elektrik ve manyetik özelliklere sahip iki ortam arayüzeyinde EM alanların davranışları, Maxwell denklemlerinin bir sonucu olarak izleyen sınır koşulları ile açıklanmaktadır.

Eşitliklerde, 1 ve 2 indisleri birinci ve ikinci ortama karşılık gelecek şekilde, n_1 ve n_2 EM alanların normal bileşenleri, t_1 ve t_2 ise teğetsel bileşenleridir.

a) Manyetik akı yoğunluğu yöneyinin normal bileşeni birinci ve ikinci ortam arayüzeyi boyunca süreklidir:

$$\vec{B}_{n_1} = \vec{B}_{n_2} \,. \qquad \textbf{(2.43)}$$

b) Eğer yüzeyde elektriksel akım yoğunluğu sıfır ise, manyetik alan şiddet yöneyinin teğetsel bileşeni arayüzey boyunca süreklidir:

$$\vec{H}_{t_1} = \vec{H}_{t_2} \,. \qquad \textbf{(2.44)}$$

c) Elektriksel yük yoğunluğu yöneyinin normal bileşenleri arayüzey boyunca süreklidir:

$$\vec{J}_{n_1} = \vec{J}_{n_2} \,. \qquad \textbf{(2.45)}$$

Bu koşul sadece doğru akım için tanımlanmasına rağmen, yerdeğiştirme akımlarının ihmal edildiği 10^5 Hz frekansına kadar olan tüm yer yapıları için uygulanabilir (Ward ve Hohmann, 1988).

d) Yüzey elektriksel yük yoğunluğu ρ_s yüzeyde toplanmış ve sıfırdan farklı ise, yerdeğiştirme akımının normal bileşeni yüzeyde süreksizdir:

$$\vec{D}_{n_2} - \vec{D}_{n_1} = \rho_s \qquad \textbf{(2.46)}$$

e) Yüzeydeki elektrik alanın normal bileşeni, yerdeğiştirme akımı ve elektrik alan arasındaki ilişki kullanılarak, yüzey yük yoğunluğu cinsinden yazılabilir:

$$\vec{E}_{n_2} - \vec{E}_{n_1} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \qquad \textbf{(2.47)}$$

Ayrıca, yük yoğunluğu ve elektrik alan arasındaki ilişki, (2.45) eşitliğinde yerine yazılarak aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir:

$$\sigma_1 \vec{E}_{n_1} = \sigma_2 \vec{E}_{n_2} \qquad \textbf{(2.48)}$$

Eğer (2.47) ve (2.48) eşitlikleri düzenlenirse, ortamın iletkenlik farkından kaynaklanan ve yüzeyde toplanmış yük ile ilişkili eşitlik,

$$\rho_s = \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1} \right) \vec{E}_{n_2} = \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2} \right) \vec{E}_{n_1} \tag{2.49}$$

Şeklinde verilmektedir.

f) Elektrik alanın teğetsel bileşeni arayüzey boyunca süreklidir:

$$\vec{E}_{t_1} = \vec{E}_{t_2} \tag{2.50}$$

3. ZAMAN ORTAMI ELEKTROMANYETİK ALAN DİFÜZYONUNUN İKİ BOYUTLU MODELLENMESİ

3.1 Analitik İfadeler

Yüzeyde bulunan çizgisel bir tel kaynak uyartımına yarı sonsuz homojen ortamın verdiği cevap aşağıdaki şekilde verilmektedir (Oristaglio, 1982; Lewis ve Lee, 1981; Wait, 1971):

$$E = \frac{I}{\pi\sigma r^2}\left[2\theta^2 z^2 e^{-\theta^2 r^2} + \frac{x^2 - z^2}{r^2}\left[erfc(\theta z) - e^{-\theta^2 r^2}\right] - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\theta z e^{-\theta^2 z^2}\left[1 - 2\theta x\left(1 + \frac{1}{\theta^2 r^2}\right)F(\theta x)\right]\right]. \tag{3.1}$$

Burada,

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

ve

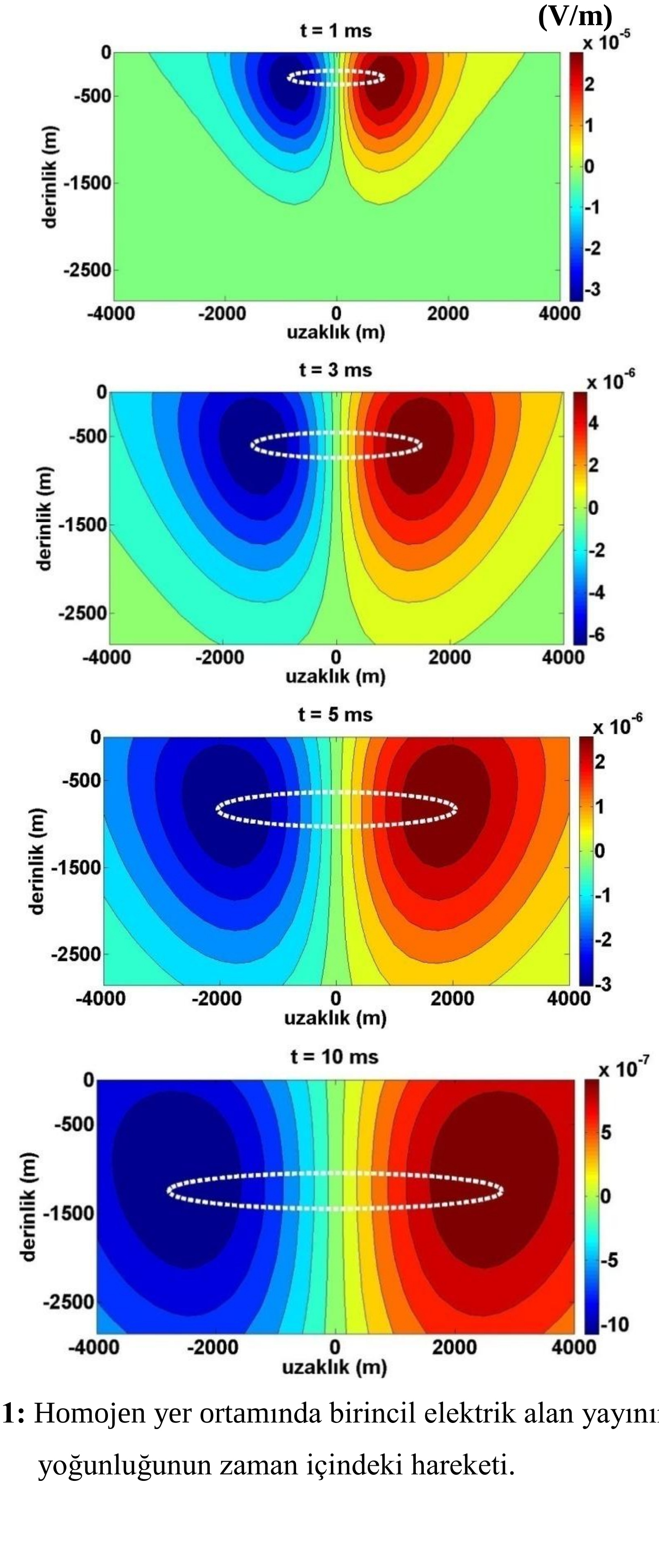
$$\theta = \left(\frac{\mu\sigma}{4t}\right)^{1/2}$$

olmak üzere, $erfc(x)$ tümleyen hata fonksiyonudur. Dawson integrali $F(x)$ izleyen şekilde verilmektedir:

$$F(u) = e^{-u^2}\int_0^u e^{v^2} dv \tag{3.2}$$

Oristaglio (1982), Oristaglio ve Hohmann (1984) ve Adhidjaja ve diğ. (1985) çalışmalarında, elektrik alanın analitik çözümünü elde etmek için (3.1) denklemini kullanmışlardır.

Çift çizgisel akım teli uyartımı sonucu oluşan elektrik alanın yeriçindeki yayılımı (3.1) analitik ifadesi kullanılarak hesaplanabilir.



Şekil 3.1: Homojen yer ortamında birincil elektrik alan yayınımı ve akım yoğunluğunun zaman içindeki hareketi.

Çift çizgisel akım kaynağı uyartımı sonucunda, ikincil elektrik alanın oluşmasında etkili olan birincil elektrik alanın zamana göre türevi izleyen şekilde verilmektedir (Ward ve Hohmann, 1988):

$$\frac{\partial E_y^p}{\partial t} = \frac{\mu I}{4\pi t^2} e^{\theta^2 z^2} \left\{ (1 - 2\theta^2 z^2) e^{-\theta^2 x^2} + \frac{2\theta z}{\sqrt{\pi}} [1 - 2\theta x F(\theta x)] \right\}. \tag{3.3}$$

Manyetik alan bileşenleri:

$$H_x = \frac{I}{\sqrt{\pi^3} x} \left[\frac{F(\theta x)}{\theta^2 x^2} - \frac{1}{\theta x} \right], \tag{3.4}$$

$$H_z = -\frac{I}{2\pi x} \left[1 + \frac{1}{\theta^2 x^2} \left[e^{-\theta^2 x^2} - 1 \right] \right] ; \tag{3.5}$$

Manyetik alan yatay bileşenin zamana göre türevi:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{I}{\sqrt{\pi^3} x t} \left[\left(1 + \frac{1}{\theta^2 x^2} \right) F(\theta x) - \frac{1}{\theta x} \right] \tag{3.6a}$$

ya da

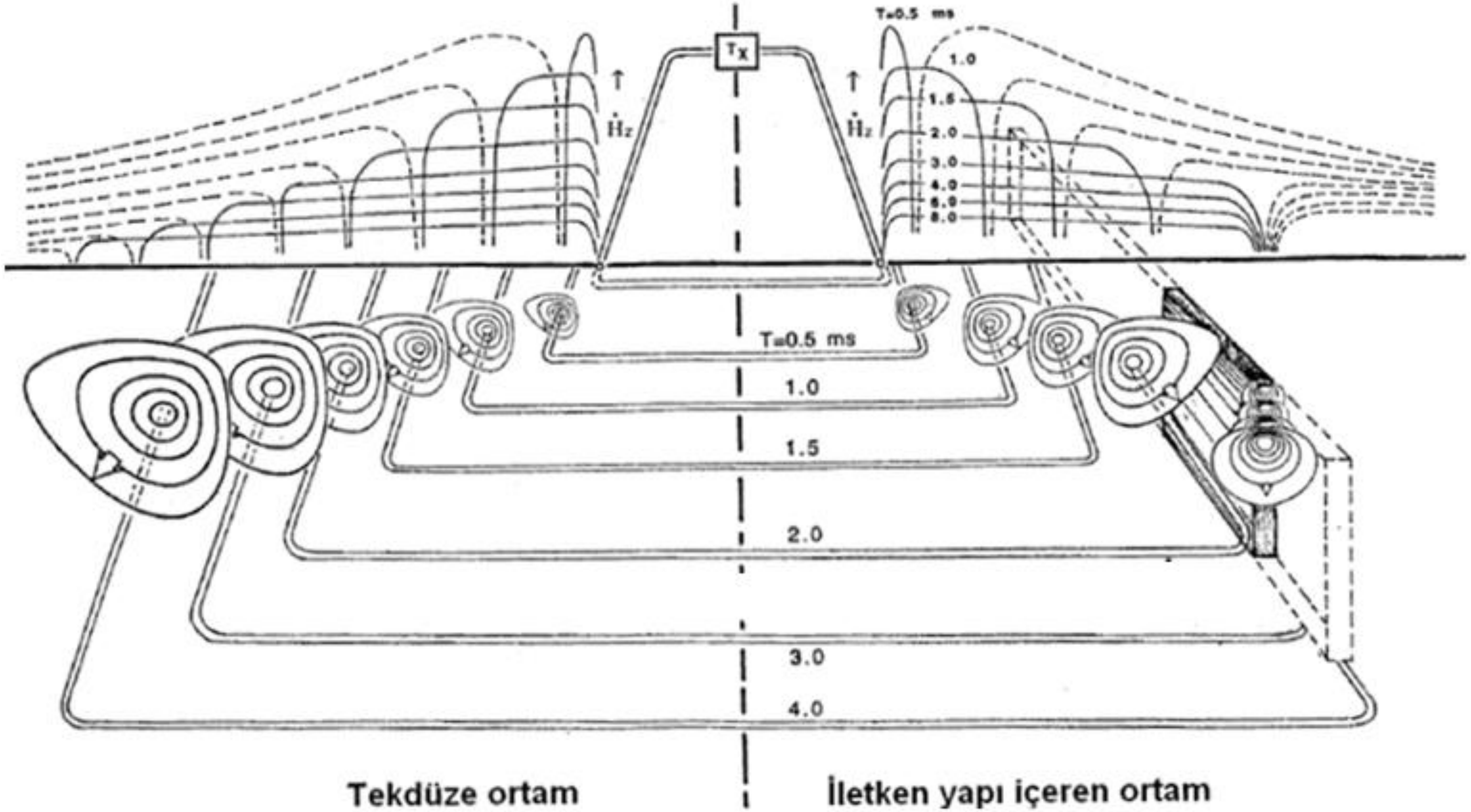
$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{I}{\sqrt{\pi^3} x t} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)(n+1)!}{(2n+3)!} (2\theta x)^{2n+1} ; \tag{3.6b}$$

Manyetik alan düşey bileşenin zamana göre türevi:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{I}{2\pi \theta^2 x^3 t} \left[1 - (1 + \theta^2 x^2) e^{-\theta^2 x^2} \right] \tag{3.7a}$$

ya da

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{I}{2\pi x t} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)!} (\theta x)^{2n}. \tag{3.7b}$$



Şekil 3.2: Yüzeydeki bir halka verici uyartımı sonucunda yeraltında oluşan 'duman halkaları', elektrik alan ve sağ tarafta uzanan iletken yapıyı içine alan ortam üzerindeki halka vericiden kaynaklanan manyetik alanın zamana göre türevlerinin yüzeyde gözlenen profilleri (Verma, 1998).

3.2 Du Fort- Frankel Sonlu Farklar Yaklaşımı

Kaynak bulunmayan bir ortam için yapı doğrultusundaki (TE modu) elektrik alan ($E = E_y$), yerdeğiştirme akımlarının ihmal edildiği quasi-statik durum için

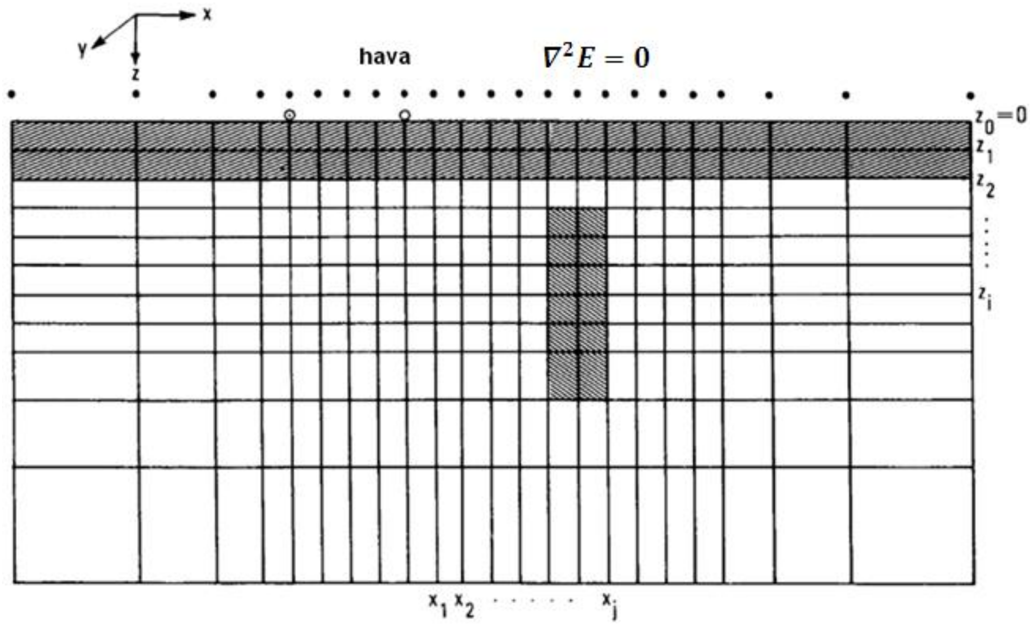
$E(x, z, t) = E_y\hat{y}$

$H(x, z, t) = H_x\hat{x} + H_z\hat{z}$

olmak üzere, iki boyutlu (2B) difüzyon denklemi

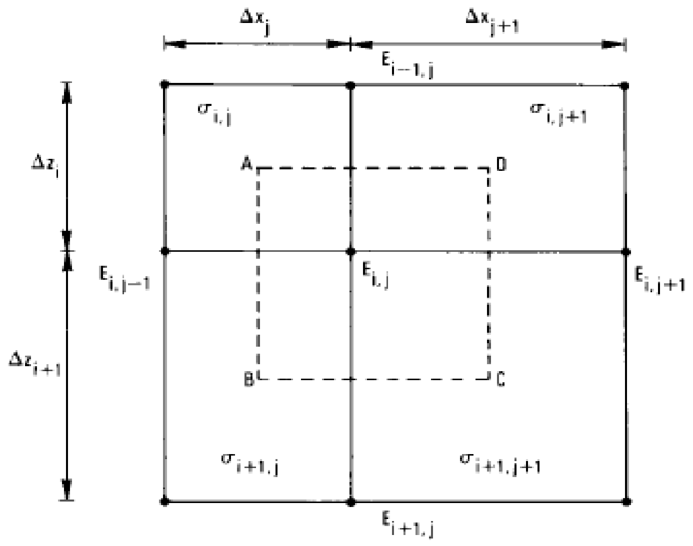
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \mu\sigma\frac{\partial E}{\partial t} = 0 \qquad \textbf{(3.8)}$$

şeklinde ifade edilmektedir; burada, x ve z uzaysal değişkenler, t ise zaman değişkenidir. Şekil 3.3'de verilen (x, z) düzlemi üzerinde, manyetik geçirgenlik serbest havadaki değeri için sabittir ($\mu = \mu_0 = 4\pi x 10^{-7}\ H/m$) ve iletkenlik değerleri ($\sigma = \sigma(x, z)$) ise hücreden hücreye değişebilmektedir.



Şekil 3.3: Sonlu farklar ağına bir örnek (Oristaglio ve Hohmann, 1984).

(3.8) 'de verilen diferansiyel denklem, Taylor seri açılımları ve tümleme teknikleri (Varga,1963; Vermuri ve Karplus, 1981; Hermance, 1982) kullanılarak sonlu farklar ile çözülmektedir. Çalışmada tümleme yöntemleri kullanılarak 2B düzensiz hücrelerden oluşan düzlem için (3.8) denklemi çözülmüştür.



Şekil 3.4: Sonlu farklar ağında herhangi bir $E_{i,j}$ noktası.

Şekil 3.4 'de, herhangi bir $E_{i,j}$ noktası en yakın komşu noktarı olan $E_{i+1,j}$, $E_{i-1,j}$, $E_{i,j+1}$, $E_{i,j-1}$ noktaları ile çevrelenmiştir. (3.8) denkleminin ABCD gibi bir dikdörtgen üzerinde tümlevi alındığında

$$\iint_{ABCD} dxdz\ \mu\sigma\partial_t E = \iint_{ABCD} dx\ dz\ (\partial_{xx}E + \partial_{zz}E)$$

$$= \int_{BC} dx\ \partial_z E - \int_{AD} dx\ \ \partial_z E + \int_{DC} dz\ \partial_x E - \int_{AB} dz\ \partial_x E \tag{3.9}$$

şeklinde yazılabilir. Tümlevler sayısal yaklaşıkları cinsinden

$$\iint_{ABCD} dxdz\ \mu\sigma\partial_t E \approx \frac{\mu}{4}(\sigma_{i,j}\,\Delta z_i\Delta x_j + \sigma_{i+1,j}\,\Delta z_{i+1}\Delta x_j$$

$$+\sigma_{i,j+1}\,\Delta z_i\Delta x_{j+1} + \sigma_{i+1,j+1}\,\Delta z_{i+1}\Delta x_{j+1})\partial_t E_{i,j} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
\int_{BC} dx\ \partial_z E\ &\approx \frac{\left(\Delta x_j + \Delta x_{j+1}\right)}{2}\frac{\left(E_{i+1,j} - \ E_{i,j}\right)}{\Delta z_{i+1}} \\
\int_{AD} dx\ \partial_z E\ &\approx \frac{\left(\Delta x_j + \Delta x_{j+1}\right)}{2}\frac{\left(E_{i,j} - \ E_{i-1,j}\right)}{\Delta z_i} \\
\int_{DC} dx\ \partial_z E\ &\approx \frac{\left(\Delta z_i + \Delta z_{i+1}\right)}{2}\frac{\left(E_{i,j+1} - \ E_{i,j}\right)}{\Delta x_{j+1}}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\int_{AB} dx\, \partial_z E \approx \frac{(\Delta z_i + \Delta z_{i+1})}{2}\frac{(E_{i,j} - E_{i,j-1})}{\Delta x_j}$$

ifade edilebilmektedir. Bu ifadeler (3.9) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\mu\bar{\sigma}_{i,j}\partial_t E_{i,j} =$$

$$\frac{1}{(\Delta z_i \Delta z_{i+1})}\left(\frac{2\Delta z_{i+1}}{\Delta z_i + \Delta z_{i+1}}E_{i-1,j} + \frac{2\Delta z_i}{\Delta z_i + \Delta z_{i+1}}E_{i+1,j} - 2E_{i,j}\right) + \frac{1}{(\Delta x_j \Delta x_{j+1})}\left(\frac{2\Delta x_{j+1}}{\Delta x_j + \Delta x_{j+1}}E_{i,j-1} + \frac{2\Delta x_j}{\Delta x_j + \Delta x_{j+1}}E_{i,j-1} - 2E_{i,j}\right) \quad \textbf{(3.12)}$$

sonuç olarak bu grid için ayrık bir eşitlik elde edilmiş olmaktadır. Δx, x yönündeki Δz yönündeki grid aralıkları ve $\sigma_{i,j}$ ise $E_{i,j}$ noktasını çevreleyen iletkenliklerin alan ağılırlıklı ortalamasıdır ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\bar{\sigma}_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}\Delta z_i \Delta x_j + \sigma_{i+1,j}\Delta z_{i+1}\Delta x_j + \sigma_{i,j+1}\Delta z_i \Delta x_{j+1} + \sigma_{i+1,j+1}\Delta z_{i+1}\Delta x_{j+1}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i+1})(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})} \quad \textbf{(3.13)}$$

$\Delta = \Delta x = \Delta z$ olduğu düzenli grid aralıklarına sahip durum için (3.12) eşitliği,

$$\partial_t E_{i,j}^n = \frac{E_{i+1,j}^n + E_{i-1,j}^n + E_{i,j+1}^n + E_{i,j-1}^n - 4E_{i,j}^n}{\mu\bar{\sigma}_{i,j}\Delta^2} \quad \textbf{(3.14)}$$

olarak daha sade bir biçimde ifade edilebilmektedir. Burada i ve j indisleri $x = j.\Delta x$, $z = i.\Delta z$ ve zamanı temsil eden n ise $t = n.\Delta t$ olarak verilmektedir. Zaman terimi ayrıklaştırılması Euler yönteminden farklı olarak merkezi farklar yardımıyla yapılmaktadır:

$$\partial_t E_{i,j}^n \approx \frac{E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t) \quad \textbf{(3.15)}$$

Buradan hareketle $E_{i,j}^n$,

$$E_{i,j}^n \approx \frac{E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1}}{2} + O(\Delta t^2) \quad \textbf{(3.16)}$$

şeklinde basit ortalama olarak ifade edilebilir. (3.15) ve (3.16) ifadeleri (3.14) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$\frac{E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{E_{i+1,j}^{n} + E_{i-1,j}^{n} + E_{i,j+1}^{n} + E_{i,j-1}^{n} - 2(E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1})}{\mu\bar{\sigma}_{i,j}\Delta^2} \qquad \textbf{(3.17)}$$

$E_{i,j}^{n+1}$ terimi denklemden çekilirse,

$$E_{i,j}^{n+1} = \frac{1 - 4r_{i,j}}{1 + 4r_{i,,j}} E_{i,j}^{n-1} + \frac{2r_{i,j}}{1 + 4r_{i,,j}} (E_{i+1,j}^{n} + E_{i-1,j}^{n} + E_{i,j+1}^{n} + E_{i,j-1}^{n}) \qquad \textbf{(3.18)}$$

düzenli gridli sonlu farklar ağı için Du Fort-Frankel sonlu farklar yinelemeli ifadesi elde edilmektedir. Burada $r_{i,j}$ yerel ağ oranı,

$$r_{i,j} = \frac{\Delta t}{\mu\bar{\sigma}_{i,j}\Delta^2}$$

şeklinde verilmektedir.

3.3 İkincil Elektrik Alan

Kaynak bulunan bir ortam için TE modunda elektrik alan ($E = E_y$), yerdeğiştirme akımlarının ihmal edildiği quasi-statik durum için,

$$\nabla^2 E_y - \sigma\mu \frac{\partial E_y}{\partial t} = \mu \frac{\partial j_\rho}{\partial t} \qquad \textbf{(3.19)}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, j_ρ kaynağın akım yoğunluğunu göstermektedir. (3.19) denklemi, $t = 0$ anında kaynağın kapatıldığı kabulü yapılarak ve uygun sınır koşulları kullanılarak toplam elektrik alan eldesi için kullanılmaktadır. Ancak, (3.19)' da verilen ifadenin sayısal çözümü için, geçici elektrik alanların modellenmesinde önemli bir sorun olan kaynağın tanımlanmasına ve elektrik alanının başlangıç durumunun verilmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca, geç zamanlarda baskın fakat düşük genlikli olan ikincil elektrik alan, sayısal modellemenin getireceği hesaplama hatalarından oldukça kolay etkilenmektedir.

Tasarlanan modelleme ağının özelliklerine bağlı olarak sınır koşullarının sağlanamaması durumunda oluşacak olan istenmeyen yansımalar düşük genlikli ikincil E alanı maskeleyebilmektedir.

Çalışmada, yeriçindeki iletken yapılardan kaynaklanan ikincil elektrik alanın daha doğru şekilde elde edilmesi amacıyla toplam E alan, birincil ve ikincil elektrik alan bileşenlerine ayrılmıştır:

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}^{\mathrm{p}} + \mathrm{E}^{\mathrm{s}}. \tag{3.20}$$

Bu durumda, kaynağın kapatılmasının ardından sadece ortamın iletkenliğine bağlı olarak oluşacak birincil elektrik alan,

$$\nabla^2 E_y^p - \sigma\mu \frac{\partial E_y^p}{\partial t} = \mu \frac{\partial j_\rho}{\partial t} \tag{3.21}$$

toplam elektrik alandan çıkartılarak ikincil elektrik alan,

$$\nabla^2 E_y^s - \sigma^y \mu \frac{\partial E_y^s}{\partial t} = \mu(\sigma^y - \sigma) \frac{\partial E_y^p}{\partial t} \tag{3.22}$$

şeklinde elde edilmektedir. Burada, σ ortam ve σ^y ise yapı iletkenliğidir. Denklem (3.22), Du Fort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı yardımıyla ayrıklaştırılabilir. Düzenli grid aralıklarına sahip bir sonlu farklar ağı ($\Delta = \Delta x = \Delta z$) için, (3.22) denkleminin içerdiği uzaysal kısmi türevler yerine sonlu farklar karşılıkları kullanıldığında ($E = E^s$),

$$\Sigma E = E_{i+1,j}^n + E_{i-1,j}^n + E_{i,j+1}^n + E_{i,j-1}^n$$

ve

$$\bar{\sigma}_{i,j}^y = \frac{\sigma_{i,j}^y + \sigma_{i+1,j}^y + \sigma_{i,j+1}^y + \sigma_{i+1,j+1}^y}{4}$$

olmak üzere,

$$\bar{\sigma}_{i,j}^y \mu \frac{E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{1}{\Delta^2}\left[\Sigma E - 4E_{i,j}^n\right] - \mu(\bar{\sigma}_{i,j}^y - \sigma) \frac{\partial E_{i,j}^p}{\partial t} \tag{3.23}$$

olarak verilmektedir. Düzenlemeler yapılarak,

$$E_{i,j}^{n+1} - E_{i,j}^{n-1} = 2r_{i,j}^s\left(\Sigma E - 2E_{i,j}^{n+1} + 2E_{i,j}^{n-1}\right) - \frac{2\Delta t}{\bar{\sigma}_{i,j}} (\bar{\sigma}_{i,j}^y - \sigma) \frac{\partial E_{i,j}^p}{\partial t} \tag{3.24}$$

$$E_{i,j}^{n+1} + 4r_{i,j}^{s}E_{i,j}^{n+1} = E_{i,j}^{n-1} - 4r_{i,j}^{s}E_{i,j}^{n-1} + 2r_{i,j}^{s}\Sigma E - \frac{2\Delta t}{\bar{\sigma}_{i,j}^{y}}(\bar{\sigma}_{i,j}^{y} - \sigma)\frac{\partial E_{i,j}^{p}}{\partial t} \qquad \textbf{(3.25)}$$

$$E_{i,j}^{n+1} = \frac{\left(1 - 4r_{i,j}^{s}\right)}{\left(1 + 4r_{i,j}^{s}\right)}E_{i,j}^{n-1} + \frac{2r_s}{\left(1 + 4r_{i,j}^{s}\right)}\Sigma E - \frac{2\Delta t}{\bar{\sigma}_{i,j}^{y}(1 + 4r_{i,j}^{s})}(\bar{\sigma}_{i,j}^{y} - \sigma)\frac{\partial E_{i,j}^{p}}{\partial t} \qquad \textbf{(3.26)}$$

halini almaktadır.

3.4 Koşulsuz Kararlılık ve Zaman Adımlaması

Du Fort-Frankel yaklaşımı, Euler sonlu farklar yönteminin modifiye edilmiş hali olmakla birlikte koşulsuz olarak kararlı bir yöntemdir. Açık yapıda olan yöntem, difüzyon denklemlerinin sayısal çözümünde programlama kolaylığı ve koşulsuz kararlılığı sebebiyle en basit ve en çok kullanılan sonlu farklar yöntemidir (Lapidus ve Pinder, 1982; Birtwistle, 1968).

Du Fort-Frankel yaklaşımının koşulsuz kararlılık özelliği difüzyon denklemine hiperbolik terim eklenmesinden ileri gelmektedir. (3.17) denklemi esasında

$$\frac{2\Delta t^2}{\Delta^2}\partial_{tt}E + \mu\sigma\partial_t E = \partial_{xx}E + \partial_{zz}E \qquad \textbf{(3.27)}$$

ile verilen sönümlü dalga denkleminin klasik sonlu farklar ifadesidir. Klasik Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) koşulları gereği (3.27)' de verilen sönümlü dalga denkleminde dalga hızının,

$$\nu \leq \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\Delta}{\Delta t}$$

eşitsizliğini sağlaması gerekmektedir (Richtmyer ve Morton, 1967). Du Fort-Frankel yaklaşımı ile elde edilen (3.27) denklemi tam olarak dalga hızı $\Delta/\sqrt{2}\Delta t$ olan bir dalga denklemidir. Açıkça görülmektedir ki, her koşulda Du Fort-Frankel yaklaşımı CFL koşullarını sağlamaktadır.

(3.8)' de verilen difüzyon denkleminin çözümünde, hiperbolik terim olan $\partial_{tt}E$' den kaynaklanan dalga çözümü etkileri değil difüzyon davranışının baskın olması istenmektedir. Bu nedenle, zaman adımının seçimi bu noktada oldukça önemlidir. Çalışmada, difüzyon davranışının baskınlığında Du Fort-Frankel yaklaşımı için Oristaglio ve Hohmann (1984) tarafından önerilen zaman adımı kullanılmıştır:

$$\Delta t \leq \frac{\mu \min\,(\bar{\sigma}_{i,j})\Delta^2}{4}. \qquad \textbf{(3.28)}$$

Du Fort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı, seçilen her zaman adımı için kararlıdır. Fakat, EM alan difüzyonunun erken zamanlarda ani, geç zamanlarda ise daha yavaş değişimler göstermesi sebebiyle buna bağlı olarak, EM alan modellemelerinde daha doğru sonuçlar elde etmek için erken zamanlarda daha küçük, geç zamanlarda ise daha büyük zaman adımları kullanılmalıdır.

Du Fort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı, Euler yöntemi ile kıyaslandığında daha büyük zaman adımlamasına ve denklemin daha doğru olarak çözülmesine izin vermektedir. Crank-Nicholson yöntemi gibi kapalı yöntemlerle kıyaslandığında Du Fort-Frankel yaklaşımı ile difüzyon denklemini daha az doğrulukla çözülmektedir. Buna rağmen, kullanılan yaklaşım koşulsuz kararlı olması, kolay programlanabilirliği ve herbir zaman adımında dizey terslenmesi gerektirmemesi gibi özellikleri ile avantaj sağlamaktadır.

3.5 Başlangıç ve Sınır Koşulları

Birincil ve ikincil elektrik alanların belirlenmiş zaman adımlarında (3.18) ve (3.26) yinelemeli ifadeleri kullanılarak modellenebilmesi için öncelikle başlangıç durumunun verilmesi gerekmektedir. Kaynak tanımı yapılmadığından, elektrik alanların $t = 0$ anında kaynağın kapatılması sonucu yerin iletkenlik dağılımlarına bağlı olarak oluştuğu durumunun verilmesi gerekmektedir.

(3.18) denklemi gereği, birincil elektrik alanın çift çizgisel kaynak uyartımı için önceki iki zamana ait (t_0 ve t_1) değerleri (3.1)' de verilen analitik ifade yardımıyla hesaplanabilmektedir. Uygulamalarda $t_0 = 0$ olarak kullanılmak yerine, birincil elektrik alanın en az 1.5 grid aralığı kadar yeriçine nüfuz ettiği bir zaman başlangıç zamanı olarak seçilmektedir. t_1 zamanı ise, t_0 zamanı üzerine seçilen zaman adımının eklenmesiyle elde edilmektedir.

İkincil elektrik alanın oluşabilme kriteri, iletkenlik kontrastı olduğundan başlangıç durumunda sıfır olarak kabul edilmektedir.

Sınır koşulları olarak sağ, sol ve alt sınırlarda homojen Dirichlet sınır koşulları kullanılmıştır. Bu sınır koşullarını sağlamak amacıyla, dereceli grid aralıkları kullanılarak sınırlarını kaynak noktalarından olabildiğince uzağa taşınmıştır.

EM modellemenin önemli özelliklerinden biri de yer-hava arayüzeyinde, sonlu farklar ağında hava tabakasının gerekliliğini ortadan kaldırmak amacıyla yukarı uzanım sınır koşulu kullanılmasıdır (Macnae, 1984). Aksi halde, yüksek özdirenç ile tanımlanan hava tabakası nedeniyle başlangıç zaman adımı da küçük olacaktır. Yukarı uzanım sınır koşulu gereği, elektrik alan, havada Laplace denklemini sağlamalıdır. Yeryüzü-hava arayüzeyindeki elektrik alan değerleri kullanılarak, havadaki E alan değerleri aşağıdaki ifade kullanılarak hesaplanmaktadır:

$$E(x, z < 0, t) = -\frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(x', z = 0, t)}{(x - x')^{2+} z^2} dx' \quad \textbf{(3.29)}$$

Çalışmada, havadaki elektrik alan değerleri dalga sayısı ortamında hesaplanmaktadır. (3.29) ifadesi esasında bir konvolüsyon integralidir ve dalga sayısı ortamında evrişim işlemi çarpamaya karşılık gelmektedir. Bu özellik kullanılarak, $E(x, z < 0, t)$ ifadesi,

$$\tilde{E}_u(K_x, z < 0, t) = \tilde{E}(K_x, z = 0, t). e^{-|K_x|z} \quad \textbf{(3.30)}$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada $\tilde{E}(K_x, z = 0, t)$, yer-hava arayüzeyindeki $E(x, z < 0, t)$'nın Fourier dönüşümüdür ve

$$\tilde{E}(K_x, z = 0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(x, z = 0, t). e^{-iK_x x} dx \quad \textbf{(3.31)}$$

şeklindedir. Fakat (3.31) ifadesi hala dalga sayısı ortamındadır ve ters Fourier dönüşümü alınarak,

$$E(x, z < 0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_u(K_x, z < 0, t). e^{-i|K_x|x} dK_x \quad \textbf{(3.32)}$$

ya da daha açık haliyle,

$$E(x, z < 0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(K_x, z = 0, t).\, e^{|K_x|z + i|K_x|x} dK_x \qquad \textbf{(3.33)}$$

olarak ifade edilebilir. (3.33)'daki Fourier integrali düzgün yakınsadığı durumda, bu eşitlik $z = 0$'da,

$$\left(\frac{\partial}{\partial n} + |K_x|\right).\, \tilde{E} = 0 \qquad \textbf{(3.34)}$$

Neumann sınır koşulunu sağlamaktadır.

3.6 Düşey ve Yatay emk

Elektrik alanın sadece y yönünde değiştiği durum için, Faraday yasası diferansiyel yapıda,

$$\begin{aligned} \partial_t B_z &= -\partial_x E \\ \partial_t B_x &= \partial_z E \end{aligned} \qquad \textbf{(3.35)}$$

şeklinde yazılmaktadır. Bu sayede, elektrik alanın yatayda ve düşeyde sayısal türevleri alınarak manyetik akı yoğunluğunun ve (2.9)'da verilen ilişki kullanılarak manyetik alanın zaman göre türevi elde edilebilmektedir.

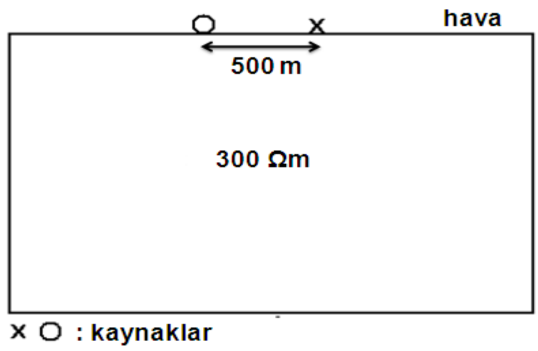
Geçici EM yönteminde, manyetik alan bileşenlerinin zamana göre türevleri oldukça önemlidir (Ward ve Hohmann, 1988). Zaman ortamı EM ölçümlerinde, doğrudan manyetik alan ölçümlerinin yapılamaması nedeniyle yer iletkenlik yapısı ile ilgili bilgiler manyetik alan bileşenlerinin zamana göre türevleri yardımıyla elde edilmektedir.

Çalışmada, düşey ve yatay emk anomalileri uzaklığa bağlı olarak farklı zaman adımları için grafikler şeklinde sunulmuştur.

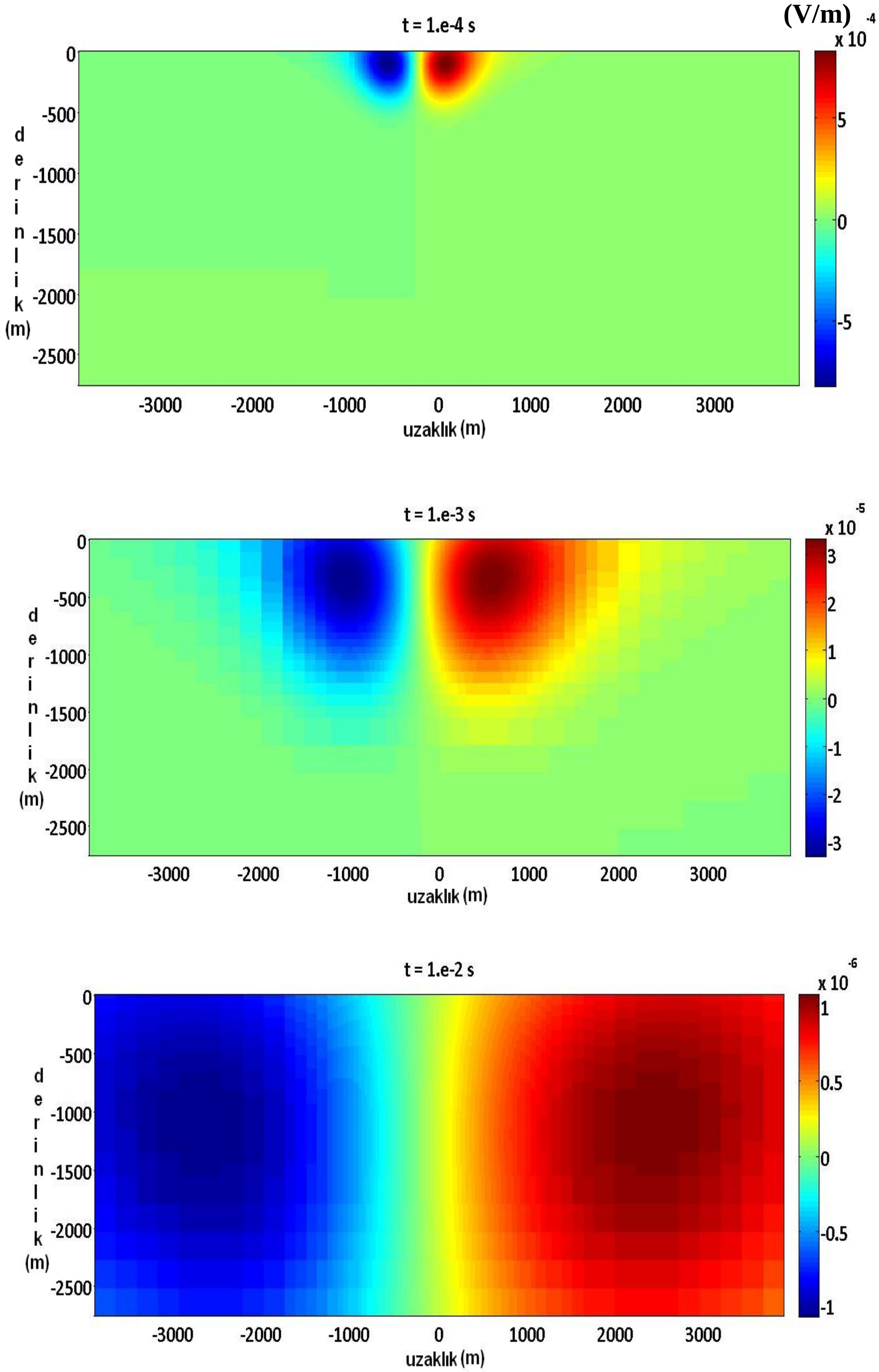
4. ZAMAN ORTAMI EM ALAN DİFÜZYONUNUN İKİ BOYUTLU MODELLENMESİ

4.1. Tekdüze ortam modeli

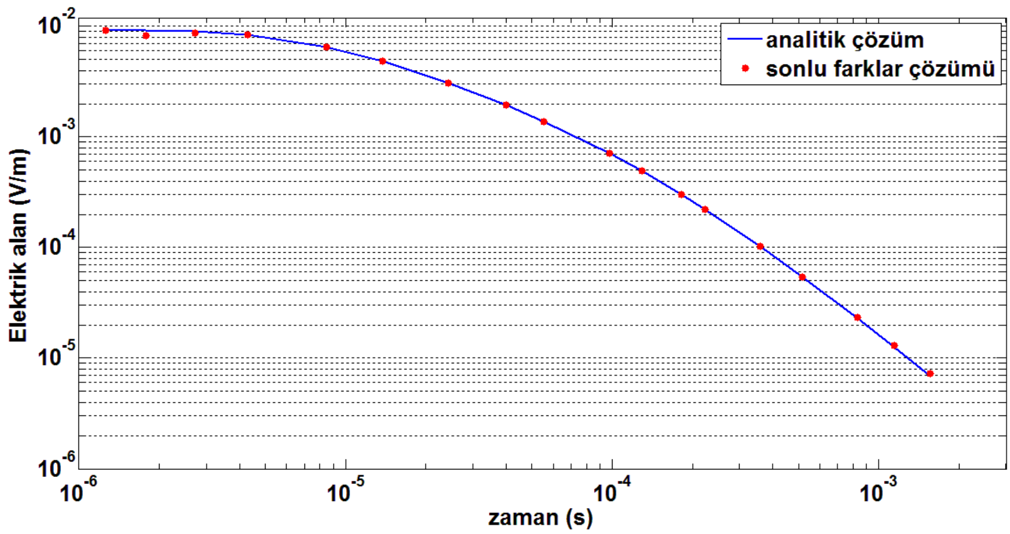
Sayısal modelin sınanması amacıyla, EM cevabı bilinen tekdüze ortam için, belirlenmiş zaman aralıklarında elektrik alan difüzyonu modellenmiştir. Modellemede kullanılan sonlu farklı ağı düşey ve yatayda olmak üzere, 79x199 düğüm noktası içermektedir. Düzensiz grid aralıkları kullanılan grid ağında sağ ve sol sınırlar sırasıyla 3910 m ve -3910 m'de, alt sınır ise -2855 m'dedir. Çalışmada tüm modeller için 500 m kaynak aralığı kullanılmıştır. Pozitif ve negatif akım kaynakları sırasıyla (250m, 0m) ve (-250m, 0m) noktalarındadır. Şekil 4.1'de verilen 300 Ωm özdirençli tekdüze ortam için E alan değerleri sonlu farklar ağındaki herbir düğüm noktasında belli zaman adımları için hesaplanmıştır (Şekil 4.2). Verilen zaman adımı kriterine uygun olarak zaman adımlamasına başlanarak, difüzyonun daha yavaş gerçekleştiği geç zamanlarda, zaman adımı kademeli olarak büyütülmüştür. Programın test edilmesi için Du Fort-Frankel sonlu farklar yöntemiyle elde edilen elektrik alan değerleri analitik karşılıklarıyla kıyaslanmıştır. Şekil 4.3'de görüldüğü üzere, elektrik alan değerleri yeterli hassasiyette hesaplanabilmektedir.



Şekil 4.1: 300 Ωm özdirençli tekdüze ortam modeli; '○' ile simgelenmiş negatif kaynak (-500 m, 0 m)'de, 'x' ile verilen pozitif kaynak ise (0, 0) noktasındadır.

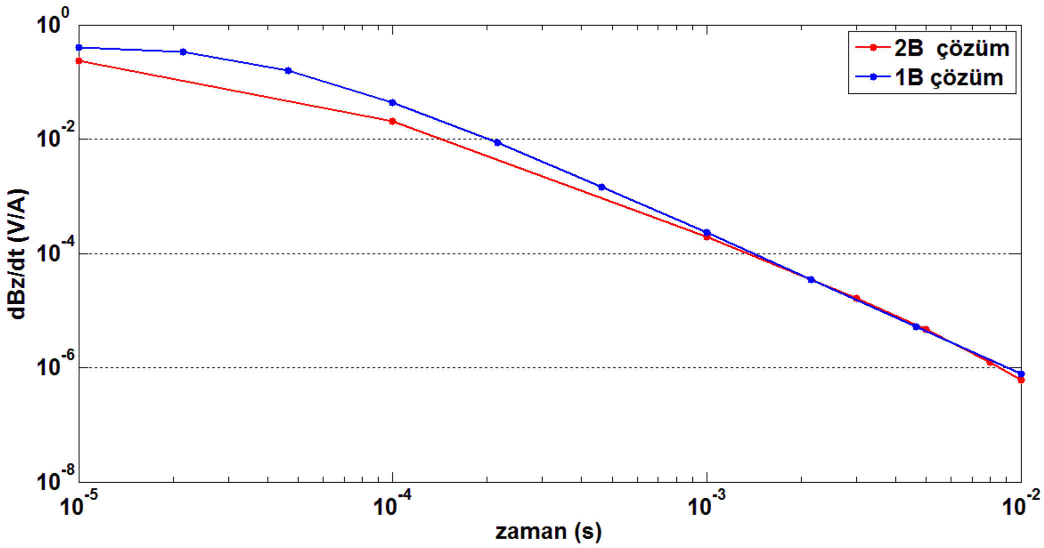


Şekil 4.2: 300 Ωm özdirençli tekdüze ortamda, 0.1 ms, 1ms ve 10 ms için E alan kontur haritaları.

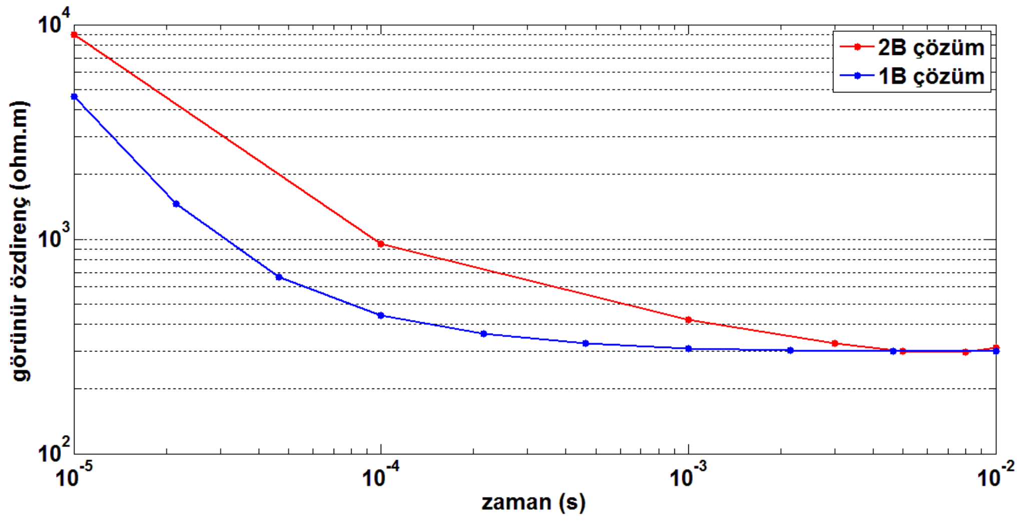


Şekil 4.3: 300 Ωm özdirençli tekdüze ortamda pozitif kaynaktan 100 m uzaklıktaki bir nokta için sonlu farklar çözümü ve analitik çözüm kıyaslaması

Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'de kaynaklara eşit uzaklıkta bulunan yüzeydeki bir noktada 1B frekans ortamı çözümü ve 2B DuFort-Frankel sonlu fark çözümleri gerilim sönüm ve görünür özdirenç eğrileri için birlikte sunulmuştur. Şekil 4.4'de verilen gerilim sönüm eğrilerinin uyumlu olduğu ve özdirenç eğrilerinin geç zamanlarda tekdüze ortamın özdirencine ulaştığı görülmektedir.



Şekil 4.4: 300 Ωm özdirençli tekdüze ortamda merkezde bulunan nokta için 2B sonlu fark ve 1B frekans ortamı çözümünden elde edilen gerilim sönüm eğrileri.

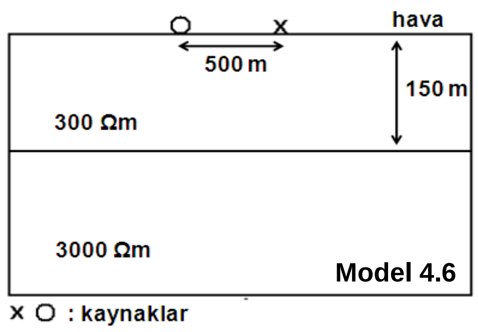


Şekil 4.5: 300 Ωm özdirençli tekdüze ortamda merkezde bulunan nokta için 2B sonlu fark ve 1B frekans ortamı çözümünden elde edilen görünür özdirenç eğrileri.

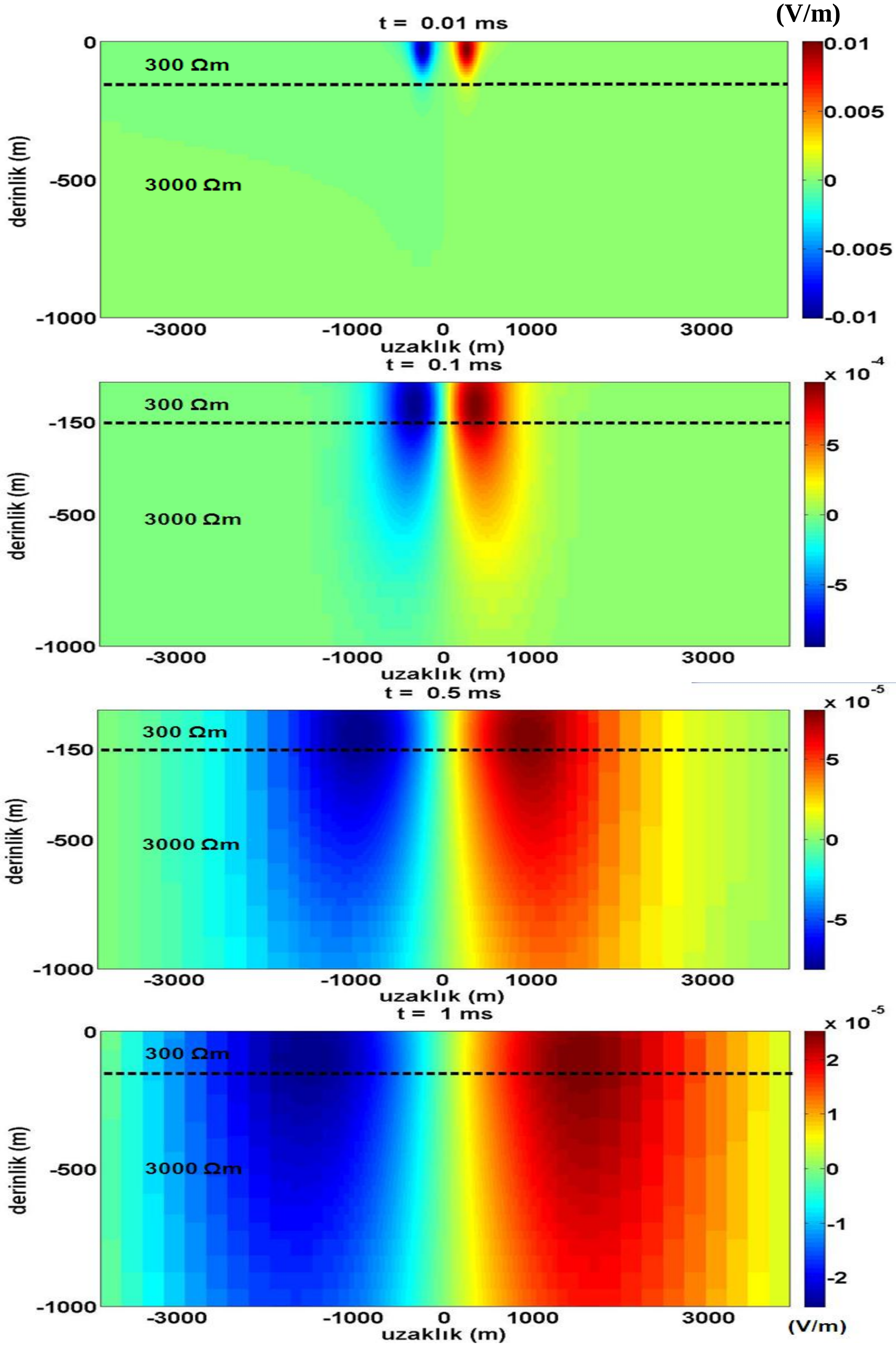
4.2 İki tabakalı Ortamlar

4.2.1 Dirençli Katman Üzerinde İletken Katman

Şekil 4.6'de verilen modelde 150 m kalınlığa sahip 300 Ωm özdirençli bir tabaka ve onun altında daha dirençli 3000 Ωm özdirençli bir tabaka bulunmaktadır. Şekil 4.7'de verilen E alan kontur haritalarından gözlenebileceği gibi elektrik alan dirençli ortamlarda daha hızlı yayılmakta ve buna bağlı olarak da daha hızlı sönümlenmektedir. Akım yoğunluğu, bu model için iletken tabaka konumundaki birinci tabaka içerisinde maksimum konturları ile kendini göstermektedir.



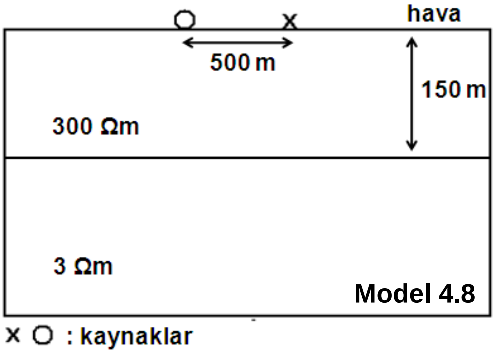
Şekil 4.6: Dirençli (3000 Ωm) bir katman üzerinde orta iletken (300 Ωm) bir katman (150 m kalınlıkta).



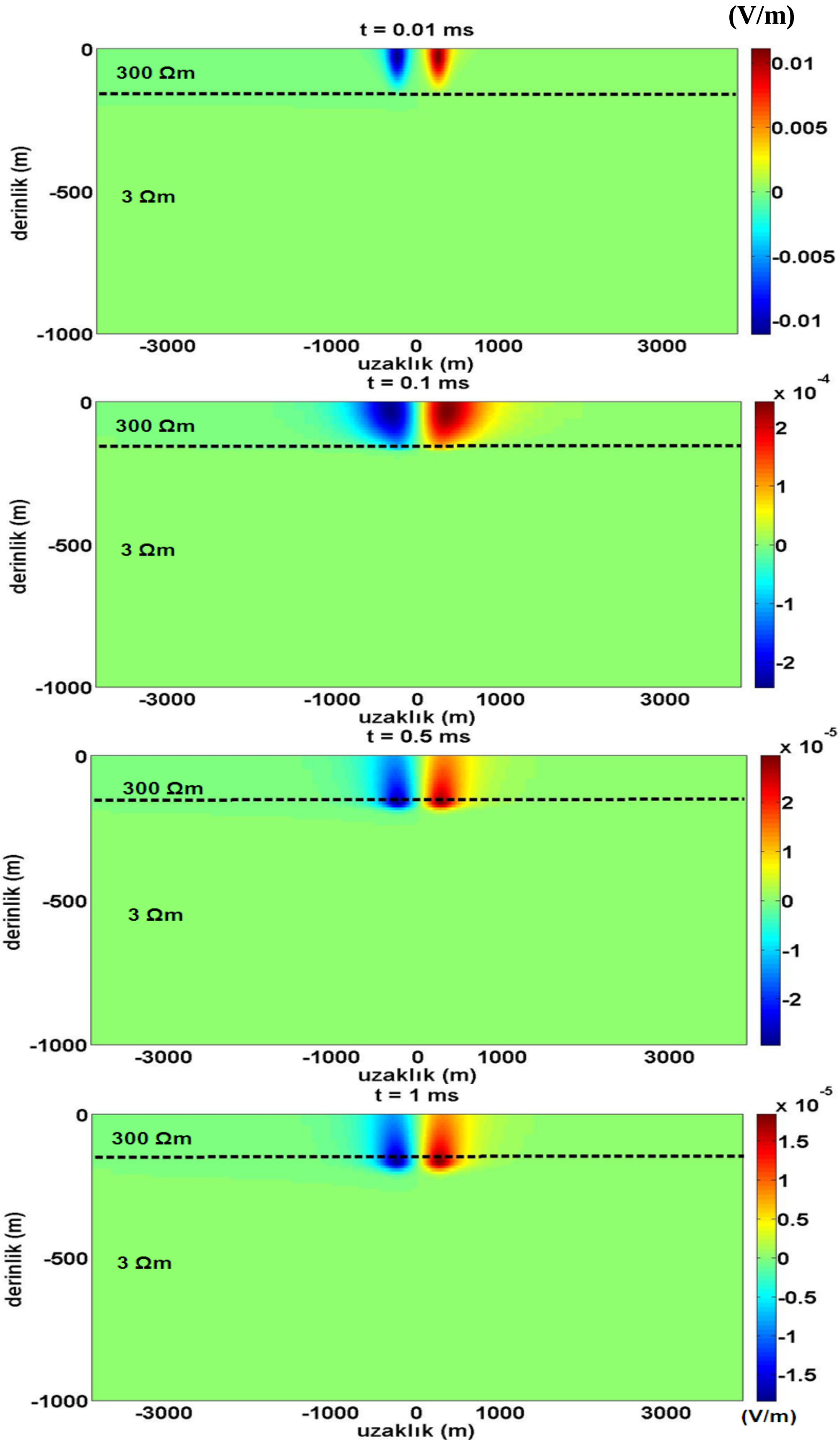
Şekil 4.7: Dirençli ve iletken iki tabakalı model (Model 4.6) için 0.01ms, 0.1 ms, 0.5 ms ve 1 ms'deki E alan kontur haritaları.

4.2.2 İletken Tabaka Üzerinde Dirençli Tabaka

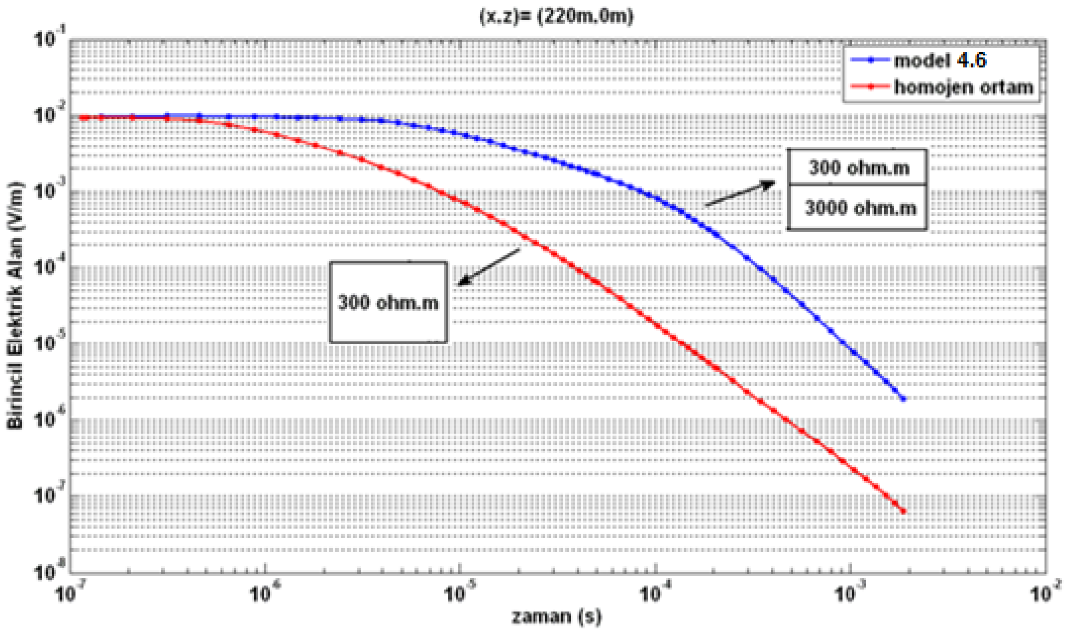
Şekil 4.8'de verilen modelde, aynı şekilde 150 m kalınlığa sahip 300 Ωm özdirençli bir tabaka ve onun altında 3 Ωm özdirençli iletken tabaka bulunmaktadır. Şekil 4.9'da verilen E alan kontur haritalarında anlaşılacağı gibi, E alan iletken tabakaya daha yavaş nüfuz etmektedir. Buna bağlı olarak, akım yoğunluğu iletken tabakaya doğru ilerlemekte ve bu tabaka içerisinde yoğunlaşmaktadır.

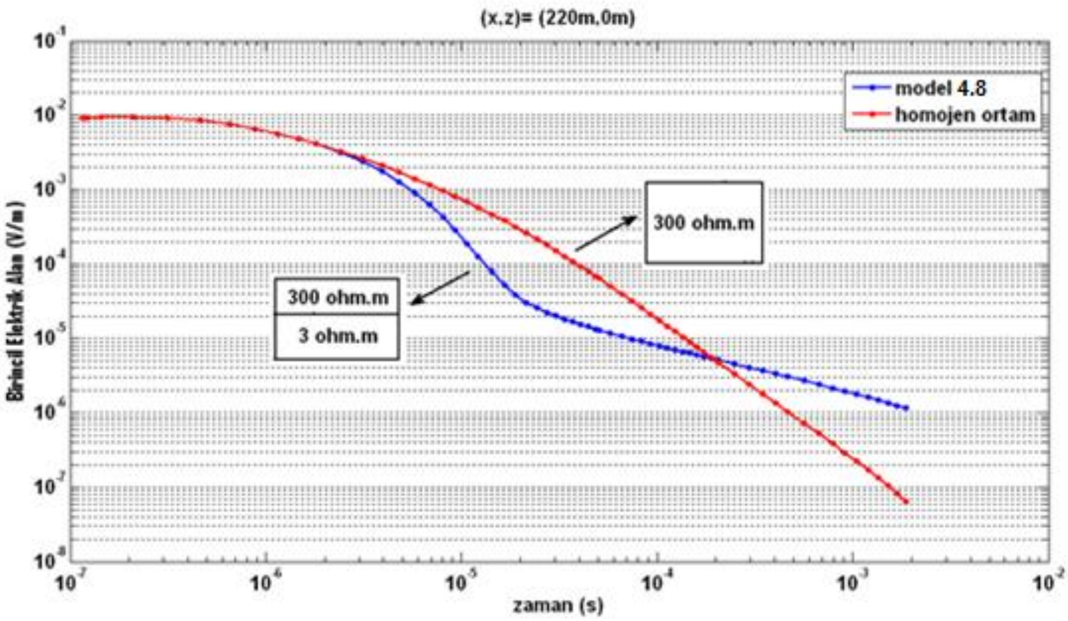


Şekil 4.8: İletken (3 Ωm) bir katman üzerinde dirençli (300 Ωm) bir tabaka (150 Ωm kalınlıkta).



Şekil 4.9: İletken ve dirençli iki tabakalı model için (Model 4.8) 0.01 ms, 0.1 ms, 0.5 ms ve 1 ms'deki E alan kontur haritaları.





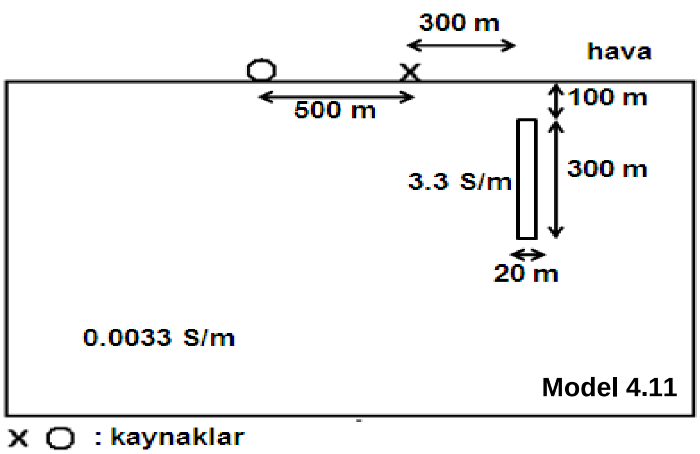
Şekil 4.10: (220m,0m) noktasında E alanın, a) Dirençli katman üzerinde iletken katman b) İletken katman üzerinde dirençli katman modellerinde zamana bağlı değişimi ve 300 Ωm özdireçli tekdüze ortamdan olan farklılığı.

Şekil 4.10'de, hesaplanan iki tabakalı modeller için E alanın (220m, 0m) noktasındaki zaman bağlı değişimi ve 300 Ωm özdirence sahip homojen ortam ile olan farklılığı sunulmuştur. Şekil 4.10a'da görüldüğü üzere, tekdüze ortamdan farklı olarak anomalinin eğiminde görülen tabaka değişimine bağlı artış , E alanın tekdüze ortama göre daha dirençli ortamda daha hızlı sönümlendiği göstermektedir. Şekil

4.10b’de ise yine anomalinin eğiminin E alanın iletken tabakaya girmesine bağlı olarak azaldığı yani sönümlenmenin birinci tabakadan daha yavaş şekilde gerçekleştiği görülmektedir.

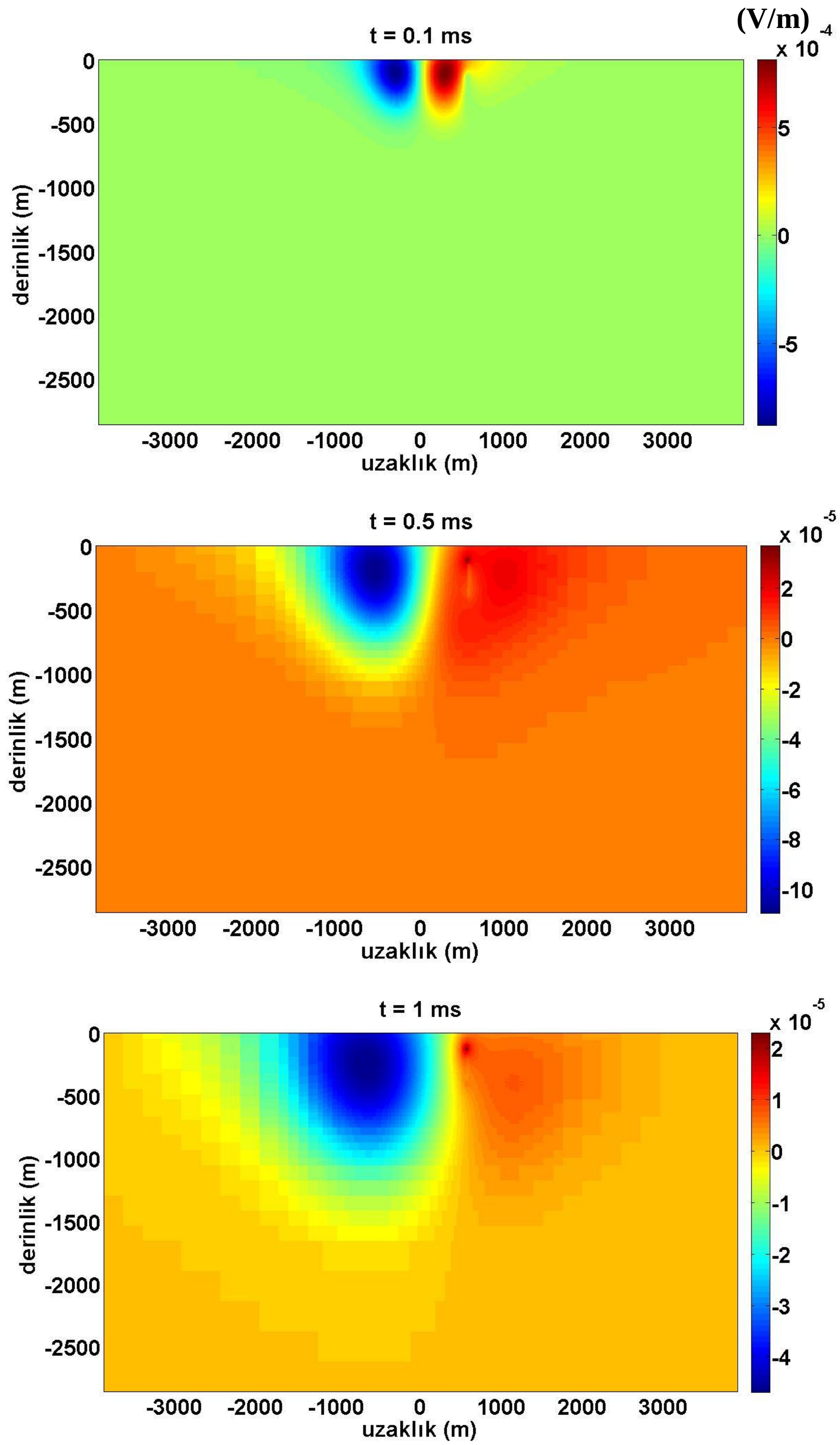
4.3 Literatür Örneği: Dipol modeli

İki boyutlu EM alanların modellenmesinde literatürde yer alan önemli modellerden biri dipol modelidir. Oristaglio ve Hohmann (1984)’un gerek ikincil ve toplam E alanın iletken yapılara bağlı olarak nasıl oluştuğu hakkında fikir vermesi; gerekse E alandan yararlanılarak sayısal türevler aracılığıyla hesaplanan ve manyetik alanlarla doğrudan ilişkili olan düşey ve yatay emk anomalilerinin iletken yapılardan nasıl etkilendiği hakkında bilgi vermesi açısından oldukça önemlidir. Bu çalışma kapsamında geliştirilen algoritma ile hesaplanan Oristaglio ve Hohmann (1984) dipol modeli ve elektrik alanların zamana bağlı difüzyonu Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’da gösterilmiştir.

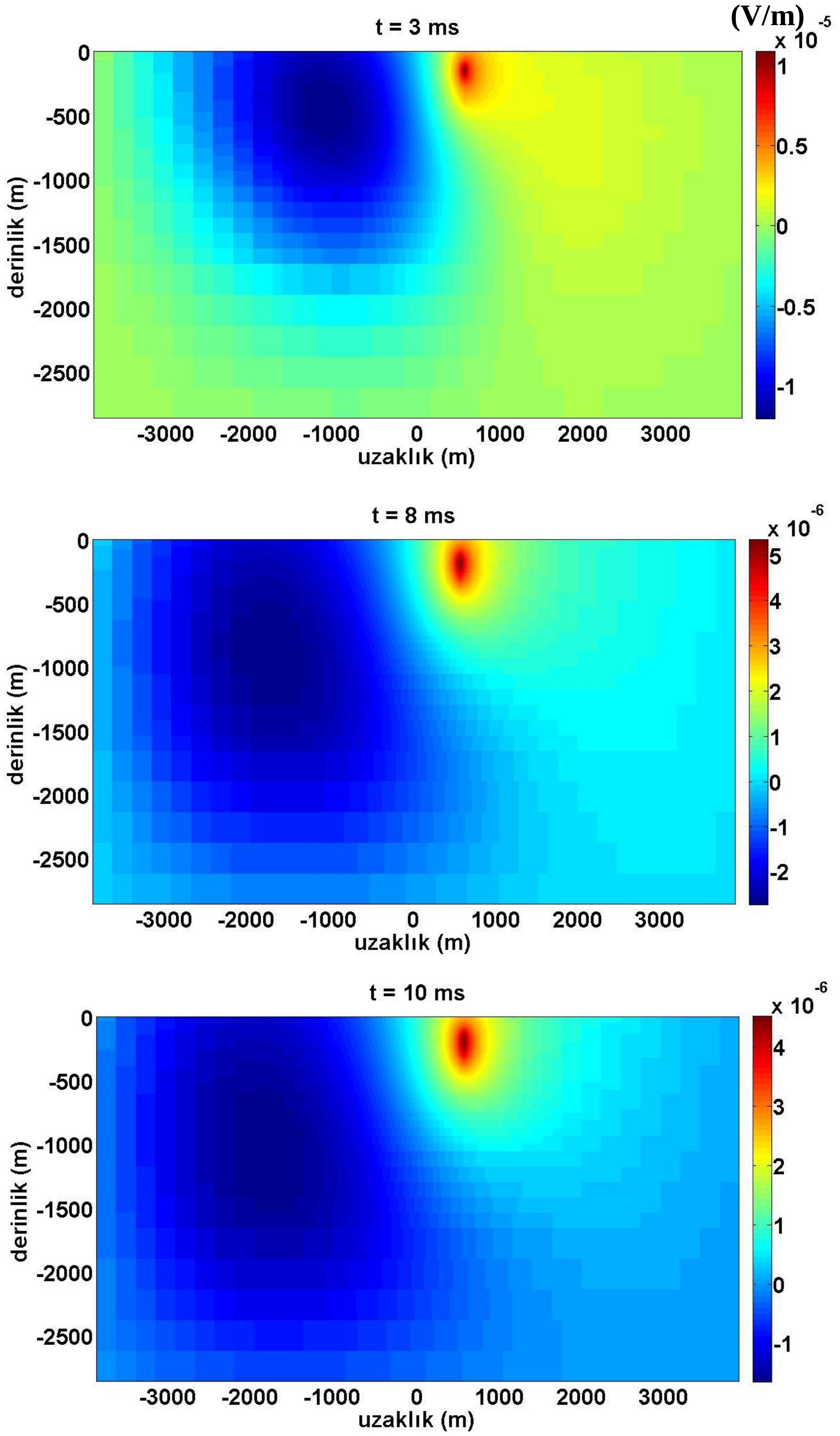


Şekil 4.11: Dipol modeli (Oristaglio ve Hohmann, 1984).

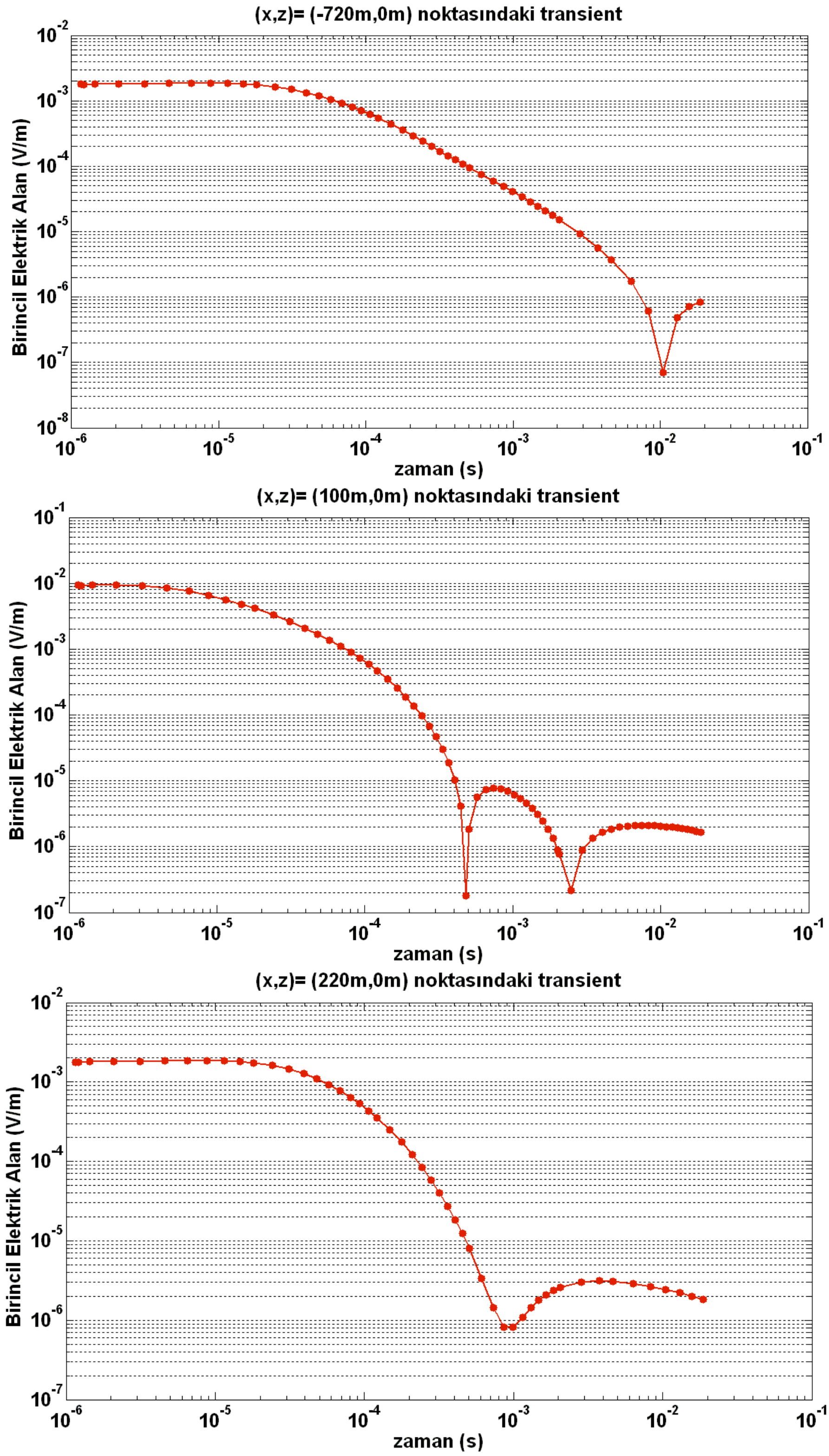
Şekil 4.12’daki toplam elektrik alan kontur haritalarına bakıldığında, değişen elektrik alanın etkisiyle dipol içerisinde indüklenen emk ve buna bağlı olarak dipolün yeni bir kaynak gibi oluşturduğu kendi ikincil elektrik alanını farklı zaman adımlarında görülmektedir.



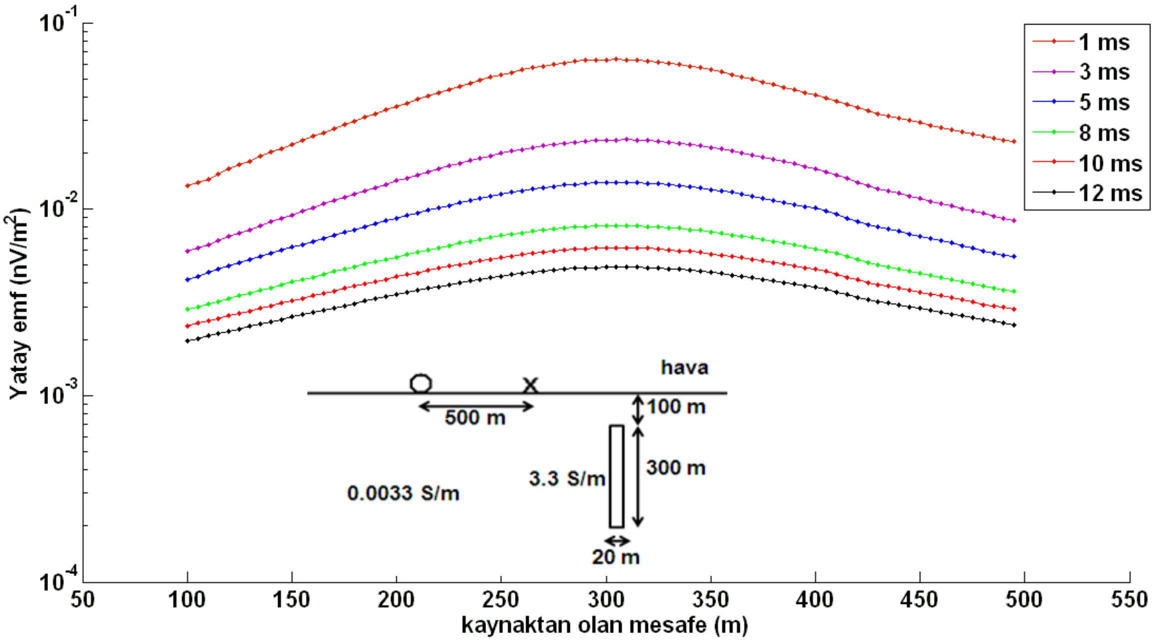
Şekil 4.12: Dipol modeli için toplam elektrik alanın (0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 8 ms ve 10 ms) zamana bağlı difüzyonu.



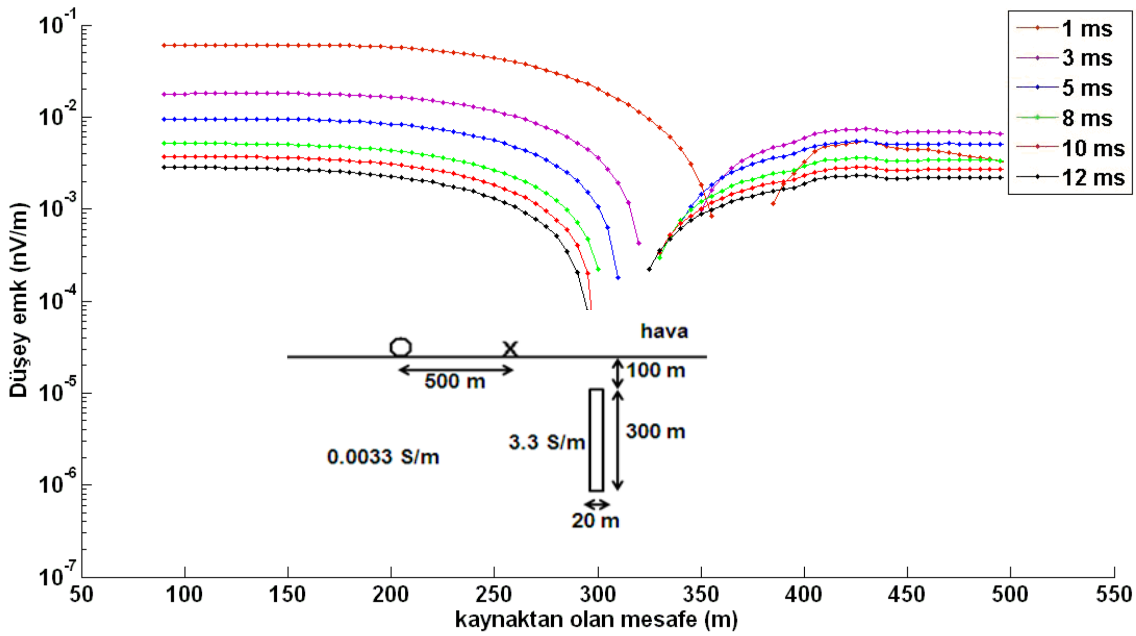
Şekil 4.12: (devam) Dipol modeli için toplam elektrik alanın (0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 8 ms ve 10 ms) zamana bağlı difüzyonu.



Şekil 4.13: Dipol modeli için toplam elektrik alanın yüzeydeki [(-720m, 0m), (100m, 0m) ve (220m, 0m)] noktalarındaki mesafe ve zamana bağlı sönüm eğrileri.



Şekil 4.14: Dipol modeli için (1 ms, 3 ms, 5 ms, 8 ms, 10 ms ve 12 ms zaman adımlarında) yatay emk profilleri.



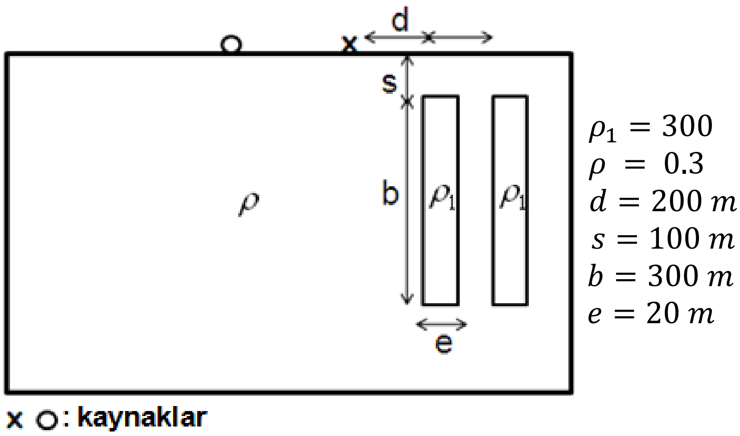
Şekil 4.15: Dipol modeli için (1 ms, 3 ms, 5 ms, 8 ms, 10 ms ve 12 ms zaman adımlarında) düşey emk profilleri.

Şekil 4.13'da toplam elektrik alanın yüzeydeki farklı noktalardaki zamana bağlı sönüm eğrileri verilmiştir. Bu eğriler, dipolün kaynaktan olan uzaklığına bağlı olarak oluşan ikincil elektrik alandaki değişimleri açıkça göstermektedir. Kaynağa en yakın nokta olan (100m, 0m) noktasındaki sönüm eğrisinde, zaman içerisinde değişen birincil elektrik alana bağlı olarak, iletken dipolde indüklenen ikincil elektrik alanın eğride oluşturduğu dönel yapısı oldukça belirgin olarak görülmektedir. Kaynaktan uzak olan noktalarda birincil elektrik alan değeri daha düşük ve dipolün etkileri ise geç zamanlarda düşük genlikli olarak kendini göstermektedir.

Dipol modeli için Şekil 4.14’de yatay emk bileşeninin farklı zaman adımlarındaki anomalileri verilmiştir. Görüldüğü üzere, yatay emk anomalileri iletken yapı üzerinde maksimum genliğe ulaşmakta ve zamana bağlı olarak sönümlenmektedir.

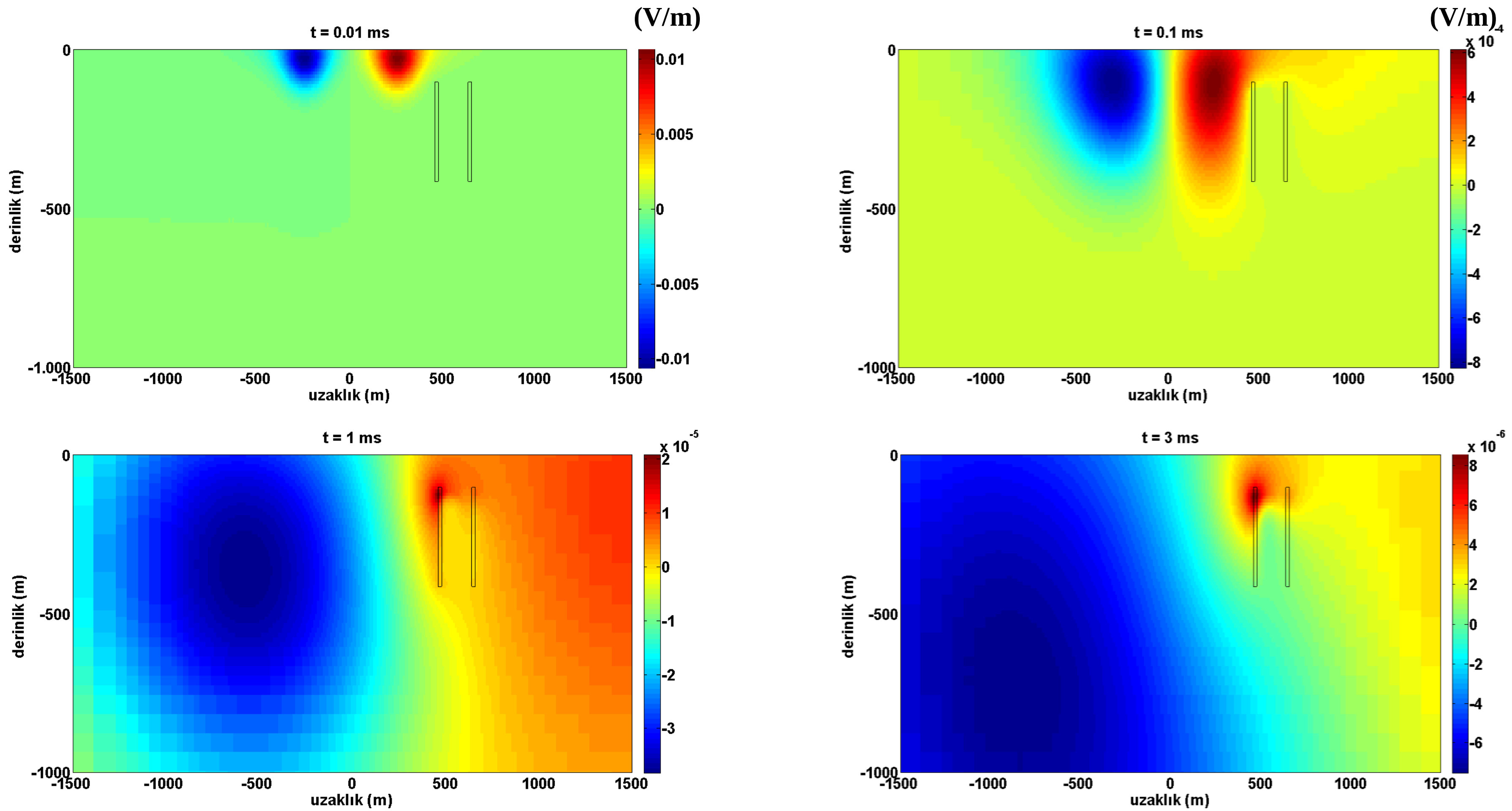
Aynı modelin Şekil 4.15’de düşey emk bileşeninin farklı zaman adımlarındaki anomalileri görülmektedir. Düşey emk bileşeninin mutlak değerleri alınarak çizdirilen grafikte, dipol üzerinde sıfır geçişleri görülmektedir. Düşey emk bileşeninin genliği difüzyon etkisiyle yatay emk bileşenine benzer olarak zamanla sönümlenmektedir. Bu grafikte, özellikle düşey bileşen anomalilerinin iletken yapının konumuna ait önemli bilgiler verdiği net olarak izlenmektedir.

4.4 Literatür Örneği: Çift Düşey Dipol modeli

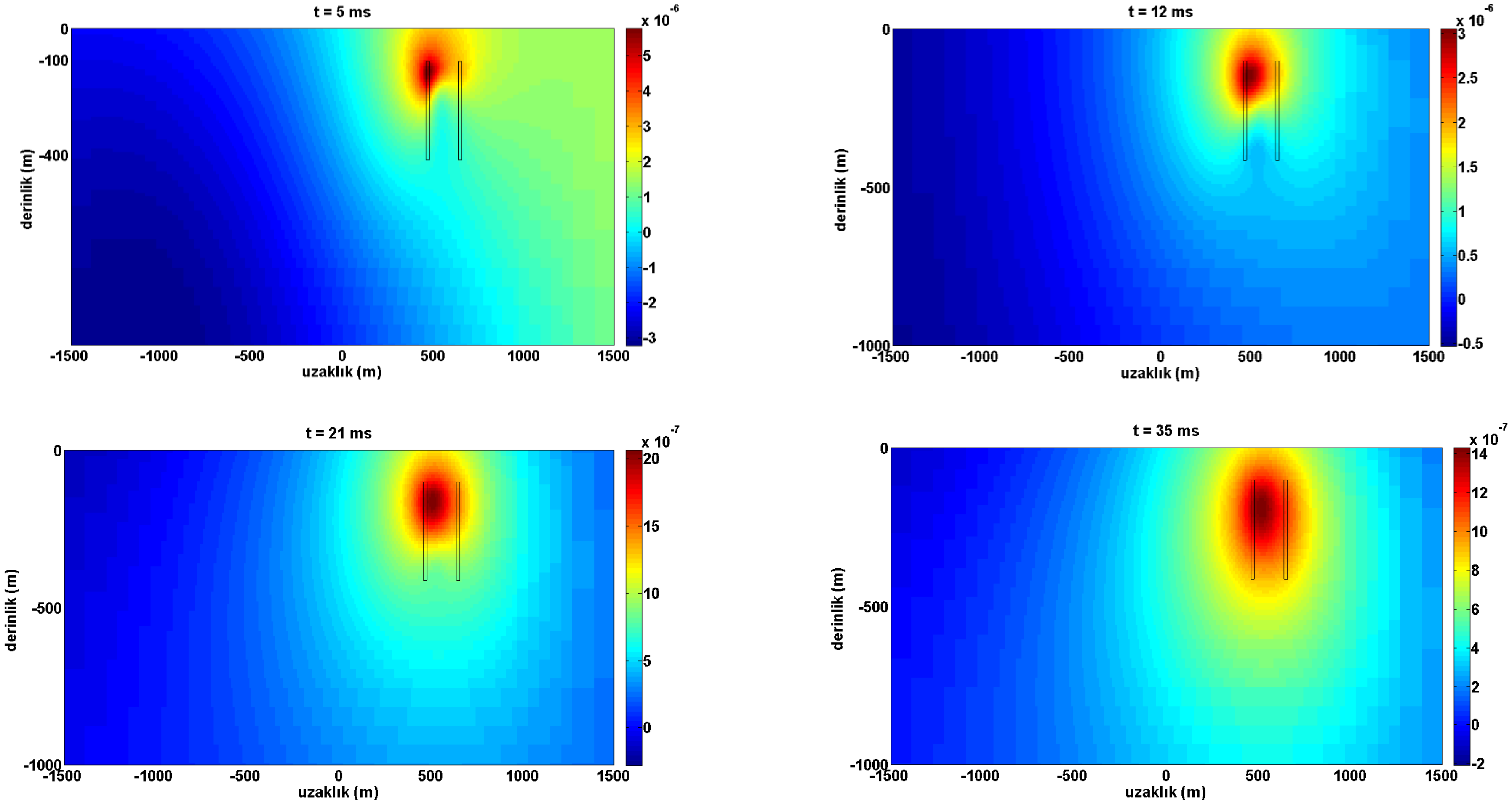


Şekil 4.16: Çift düşey dipol modeli (Adhidjaja ve Hohmann, 1985).

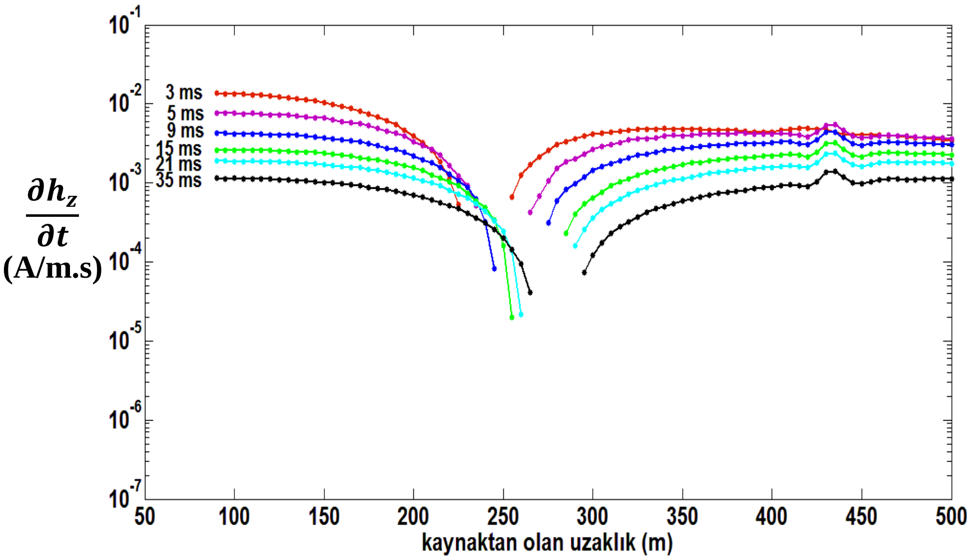
Yukarıda verilen model için elektrik alan değerleri hesaplanmış ve kontur haritaları Şekil 4.17'de gösterilmiştir. Çift düşey dipol modelinde, iletken yapıların oluşturduğu anomaliler yatay ve düşey manyetik alan profillerinde irdelemiştir.



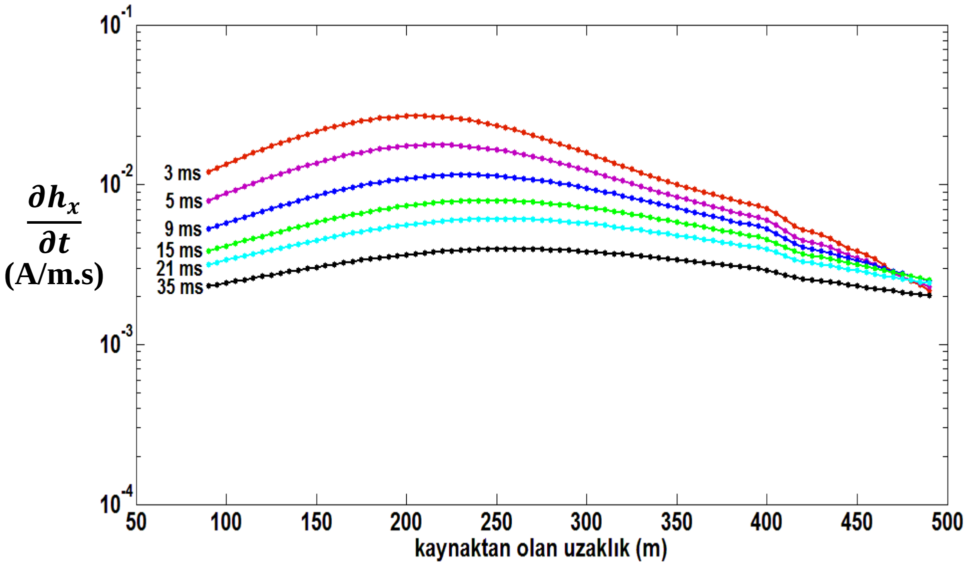
Şekil 4.17: Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms, 12 ms,21 ms ve 35 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.



Şekil 4.17: (devam) Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms, 12 ms,21 ms ve 35 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.



Şekil 4.18: Çift düşey dipol modeli için (3 ms, 5 ms, 9 ms, 15 ms, 21 ms ve 35 ms zaman adımlarında) düşey manyetik alan profilleri.



Şekil 4.19: Çift düşey dipol modeli için (3 ms, 5 ms, 9 ms, 15 ms, 21 ms ve 35 ms zaman adımlarında) yatay manyetik alan profilleri.

Şekil 4.18'da verilen düşey manyetik alan profilleri, Şekil 4.19'de verilen yatay manyetik alan profillerine kıyasla iletken yapıların yerleri hakkında daha az bilgi sağlamaktadır. Yatay manyetik alan profillerinde, iletken yapıların anomalileri kaynaktan olan uzaklığa bağlı olarak farklı genliklerde görülmekte ve böylece yapıların yerleri hakkında daha doğru bilgiye ulaşılabilmektedir. Bunun nedeni, yatay manyetik alanın düşey manyetik alan bileşenine kıyasla birincil alandan daha az etkilenmesidir.

5. TUZLU SU GİRİŞİM MODELLEMESİ

Yeraltısuyu en önemli doğal kaynaklardan biridir. Yerüstü sularının az olduğu bölgelerde su ihtiyacının karşılanması için düşük maliyetli ve yüksek kaliteli tek kaynak olarak yeraltı suyu kullanılmaktadır. Son yıllarda, çoğu çevresel sorunlar, yenilenebilme özelliği sınırlı ve uzun zaman alan yeraltı suyunun hem kalitesini hem de kullanılabilirlik miktarını tehdit etmektedir.

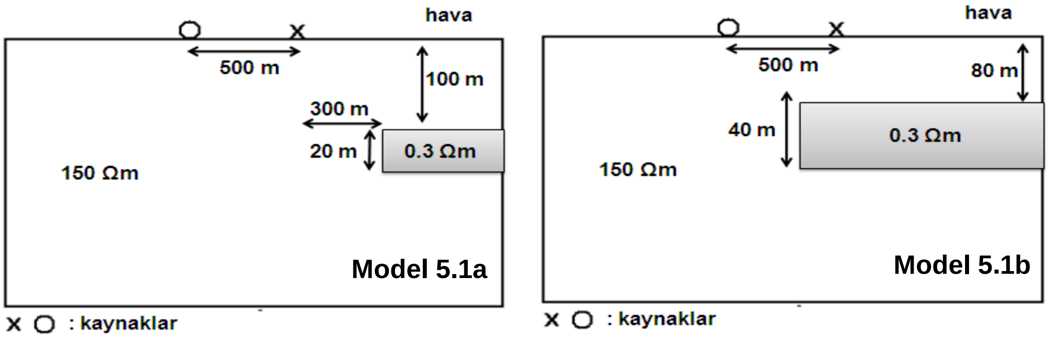
Ülkemizde, sahillerdeki nüfus yoğunluğunun özellikle ikinci konutların sayısının sürekli artması, içme, kullanma ve sulama su gereksinimlerinin kıyı akiferlerinde açılmış kuyulardan sağlanmaya çalışılması, aşırı pompaj gibi nedenler deniz suyunun yeraltı suyuna ilerlemesine (yeraltı suyunun tuzlanması, tuzlu su girişimi) yol açmaktadır (Essink, 2001).

Bu çalışma kapsamında, yeraltındaki iletken yapılara oldukça duyarlı olan TEM yönteminin tuzlu su girişimi problemi için çözüm üretme yeteneği, tuzlu su girişim yer modelleri için hesaplanan anomaliler ile değerlendirilmiştir.

Modellemede tuzlu su girişimini ifade eden yatay iletken dipol yapıları kullanılmıştır. Tuzlu suyun zaman içerisinde yeriçine doğru ilerlemesi dikkate alınarak, yatay dipollerin kademeli olarak konumları değiştirilmiş ve modeller için elde edilen toplam elektrik alan davranışı ile yatay ve düşey emk bileşenlerinin zamana göre türevleri hesaplanmıştır. Bu modelleme çalışması ile tuzlu su girişiminin zaman içinde izlenmesi (monitoring) ve TEM yöntemi ile izlenenbilirliği elde edilmeye çalışılmıştır.

5.1 Tuzlu Su Girişim Modelleri

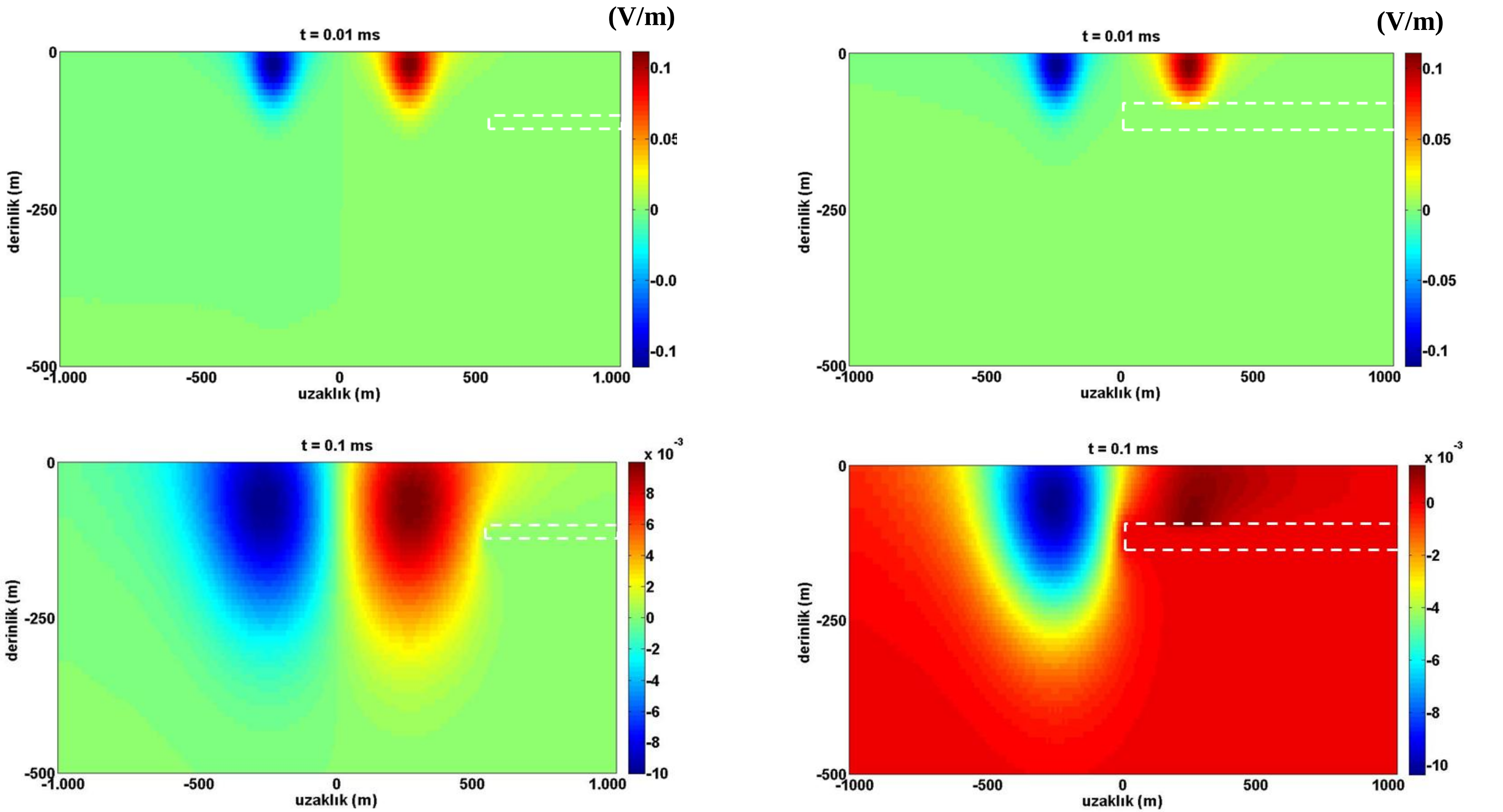
Çalışmada, tuzlu su girişimine örnek olarak iki farklı zamandaki durum için farklı konumlarda bulunan yatay iletken dipoller için modeller hesaplanmıştır. Yeryüzündeki farklı iki noktada, elektrik alanın zamana bağlı sönüm eğrileri ile yatay ve düşey emklar için anomaliler elde edilmiştir. Modellerde tekdüze hazne ortam 150 Ωm ve tuzlu su içeren birim 0.3 Ωm özdirenç ile ifade edilmiştir (Şekil 5.1).



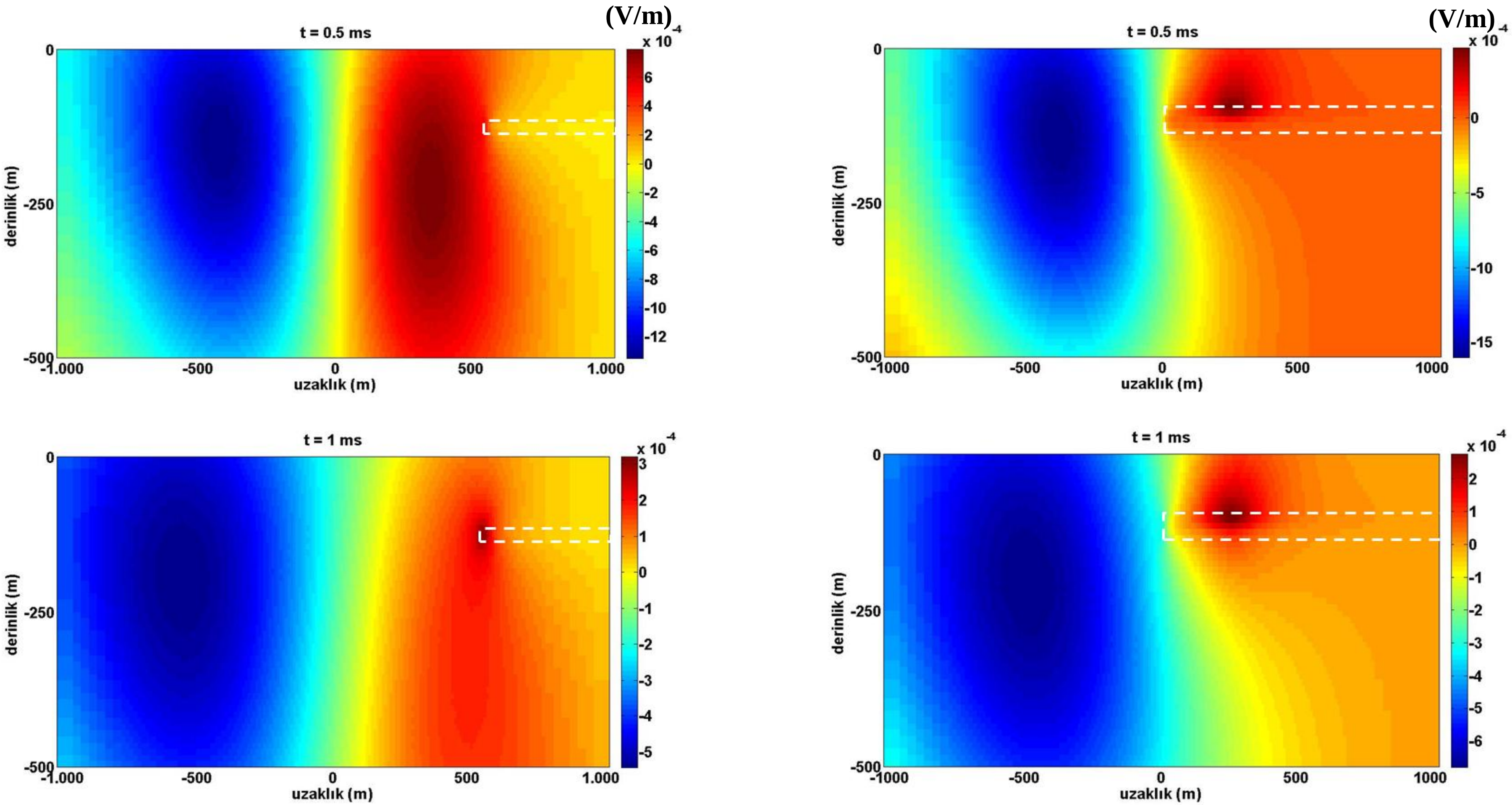
Şekil 5.1: Tuzlu su girişim modelleri. Zaman içerisinde 150 Ωm özdirençli tekdüze ortam içerisine ilerleyen 0.3 Ωm özdirençli tuzlu su içeren iletken birim a) 20m kalınlığında ve 100m derinde bulunan iletken birim pozitif kaynaktan 300 m uzaktadır. b) 40m kalınlığında ve 80m derinde bulunan iletken birim iki akım kaynağı arasına kadar ilerlemiştir.

Tuzlu su girişim modelleri için toplam elektrik alanın farklı zaman adımlarındaki kontur haritaları Şekil 5.2‘de sunulmuştur. Görüldüğü gibi elektrik alan erken zamanlarda yer yapısına bağlı olarak çok çabuk değişimler göstermekte geç zamanlara geçildiğinde daha yavaş değişimler ile karşımıza çıkmaktadır. 5.1b modeli, 5.1a modeline kıyasla tuzlu suyun kara içine daha girişmiş olduğu modeldir. Buna bağlı olarak, Kara içine ilerlemiş tuzlu su girşimi modelinde modelinde iletkende yapıda daha erken emk indüklenmeye başlamaktadır.

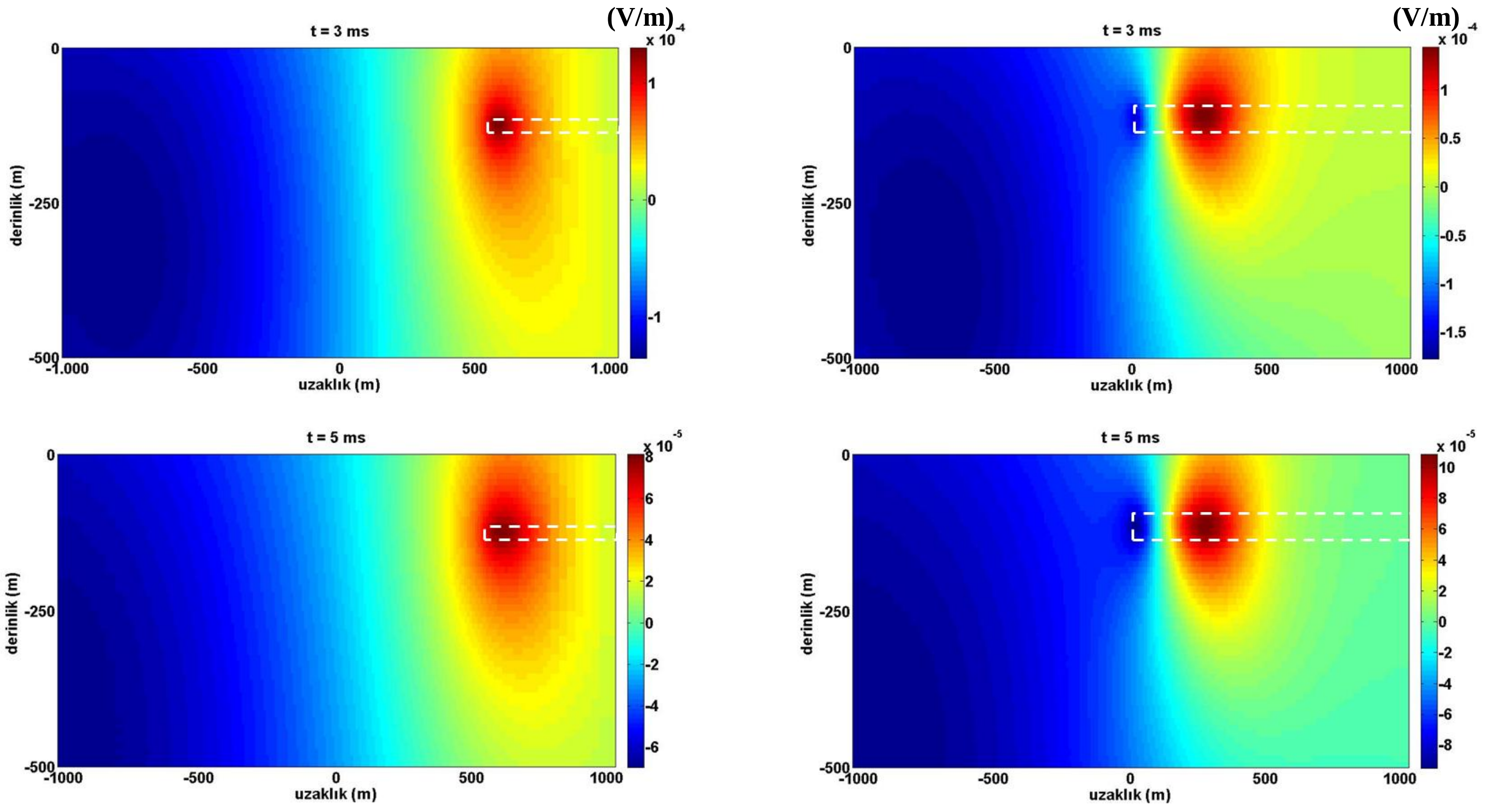
Toplam elektrik alanlar için sönüm eğrilerinde (Şekil 5.3), yatay iletken dipolün boyutlarına ve kaynaktan olan uzaklığın etkisine bağlı olarak anomalilerde ikincil elektrik alanın oluştuğu görülmektedir. Şekil 5.3b modelinde dipol daha kalın ve kaynağa daha yakındır. Bu nedenle, sönüm eğrisinde ikincil elektrik alanın etkisi daha belirgin şekilde görülebilmektedir.



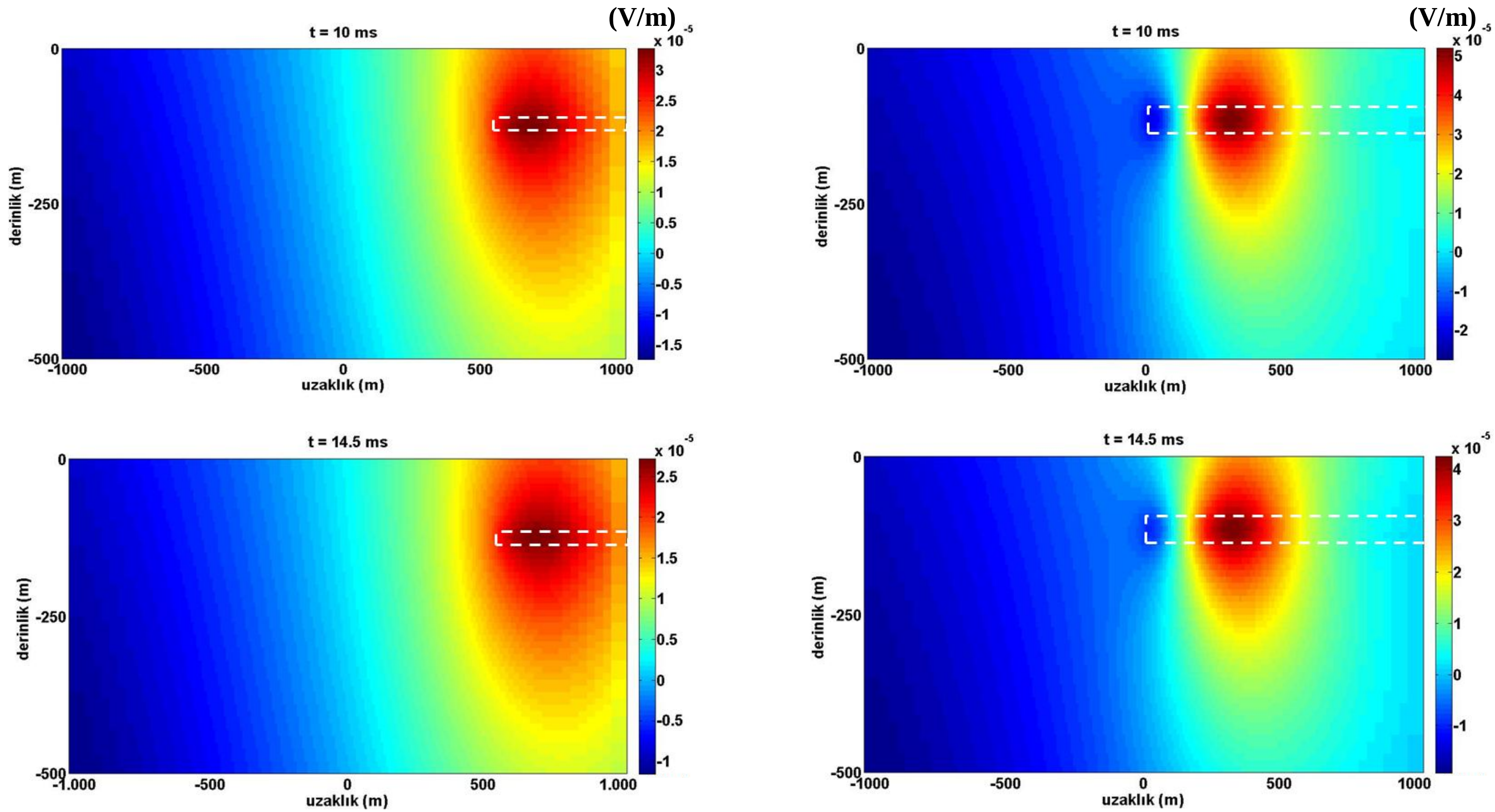
Şekil 5.2: Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms ve 10 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.



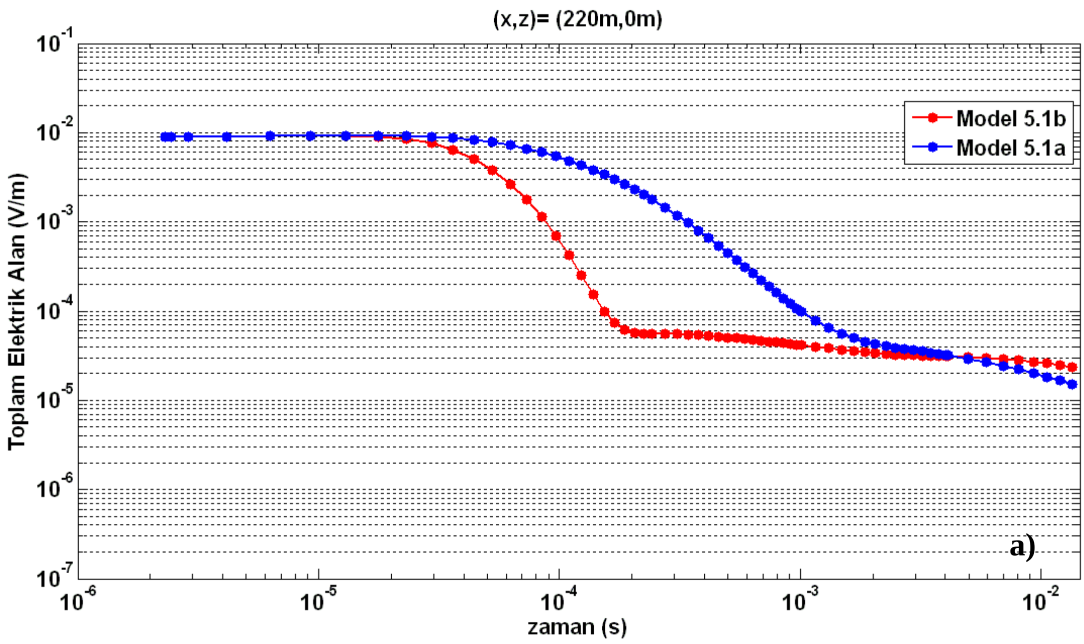
Şekil 5.2: (devam) Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms ve 10 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.

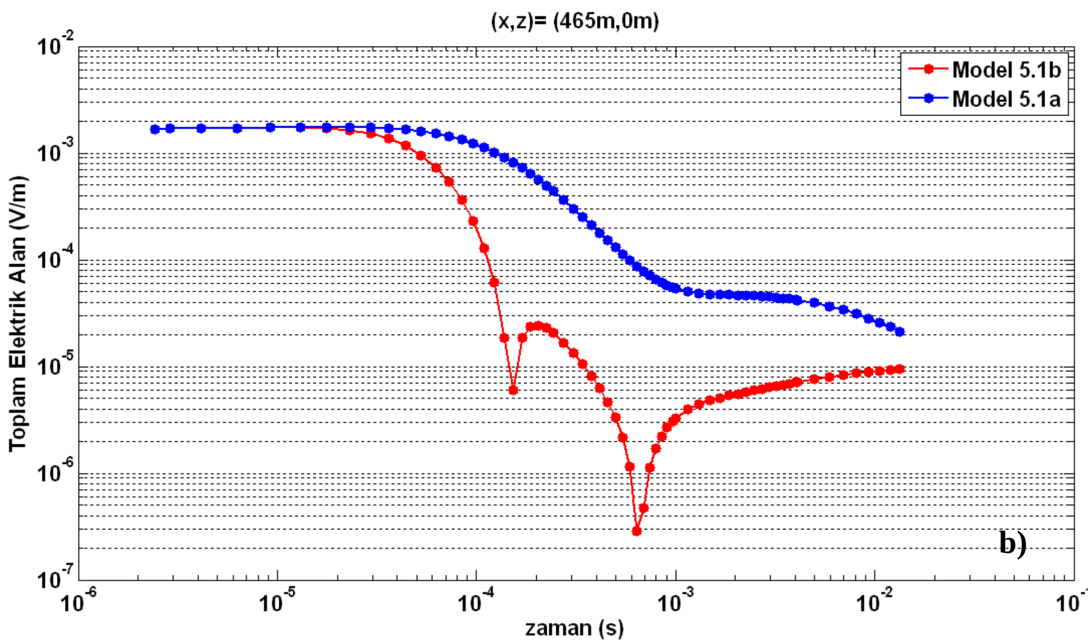


Şekil 5.2: (devam) Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms ve 10 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.

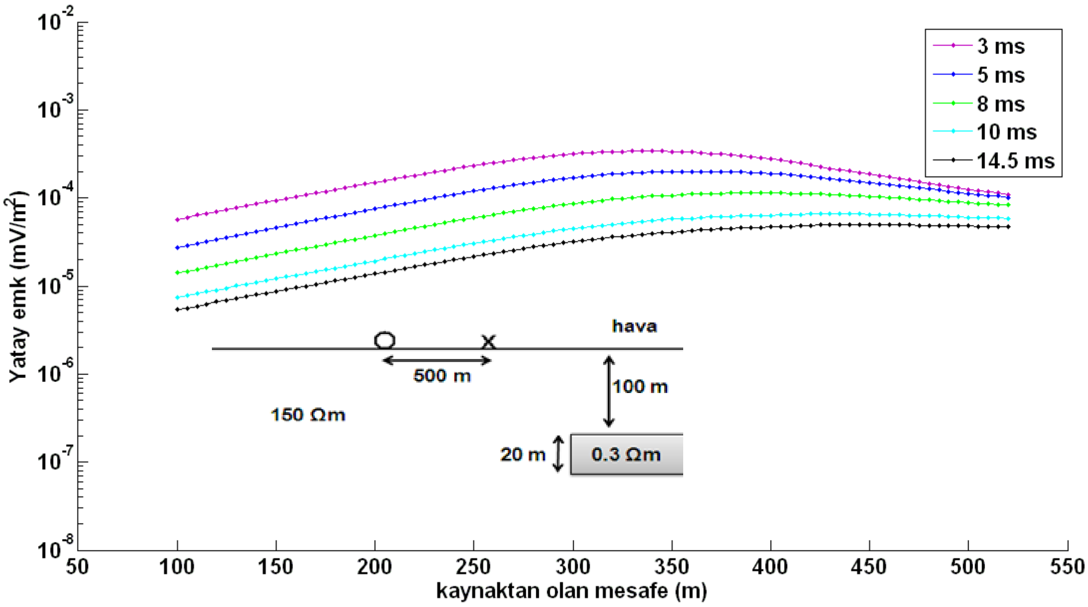


Şekil 5.2: (devam) Tuzlu su girşim modelleri için hesaplanan **t**oplam elektrik alanın (0.01 ms, 0.1 ms, 0.5 ms, 1 ms, 3 ms, 5 ms ve 10 ms) zaman bağlı difüzyon süreci.

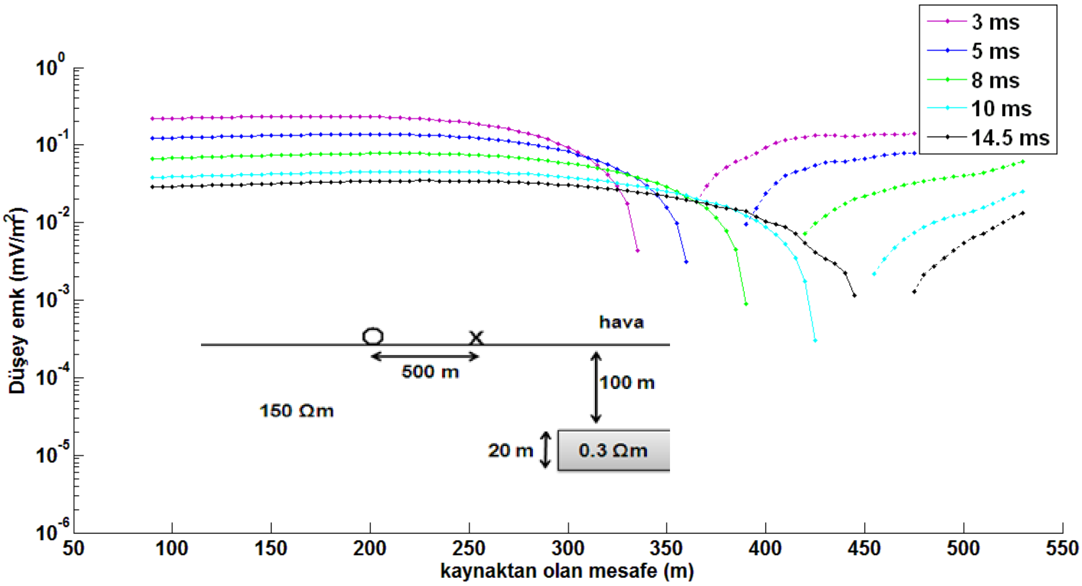




Şekil 5.3: Tuzlu su girişim modelleri için hesaplanan toplam elektrik alanın yüzeydeki (a) (220m, 0m) ve b) (465m, 0m) noktalarındaki) mesafe ve zamana bağlı sönüm eğrileri.



Şekil 5.4: Tuzlu su girişim modeli için (3 ms, 5 ms, 8 ms, 10 ms ve 14.5 ms zaman adımlarında) hesaplanan zamana bağlı yatay emk profilleri.



Şekil 5.5: Tuzlu su girişim modeli için (3 ms, 5 ms, 8 ms, 10 ms ve 14.5 ms zaman adımlarında) hesaplanan zamana bağlı düşey emk profilleri.

Tuzlu su girişim (5.1a) modeli için yatay emk bileşeninin farklı zaman adımlarındaki anomalileri Şekil 5.4'de verilmiştir. Düşey dipol modelinde olduğu gibi yatay emk bileşeni, iletken yapı üzerinde maksimum genliğine ulaşacak şekilde karşımıza çıkmaktadır. Zaman içerisinde anomalinin genliğinin azaldığı açıkça görülmektedir.

Şekil 5.5'de verilen düşey emk bileşeninin farklı zaman adımlarındaki anomali genliklerinin mutlak değeri alınmıştır. Birincil elektrik alan zaman içinde ortamda yayılırken bu değişim ilk olarak dipolün kaynağa yakın kısmını etkilemektedir. Yatay dipol için öncelikle emk bileşenleri kaynağa yakın bölgelerde oluşmakta daha sonra da yatay yönde ilerlemektedir. Buna bağlı olarak, düşey emk bileşeninin sıfır geçişinin tam da iletken yapının kaynağa en yakın köşesinin yeryüzündeki izdüşüm noktasında olduğu görülmektedir. Zaman içerisinde, düşey emk bileşeninin sıfır geçişlerinin yanal yönde hareket etmektedir.

Zaman ve yeriçinde ilerlediği mesafeye bağlı olarak hesaplanan tuzlu su girişim modellerinde TEM yönteminin bu probleme çok duyarlı olduğu hesaplanan tüm difüzyon haritalarında görülmektedir. Dolayısıyla, TEM yönteminin zamana bağlı olarak tuzlu suyun ne kadar içerilere ilerlediği ile ilgili araştırmalarda sağlıklı bilgiler vereceği ortadadır.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, zaman ortamı elektromanyetik alanların difüzyon süreci iki boyutlu olarak modellenmiştir. Bunun için, Maxwell denklemleri DuFort-Frankel sonlu farklar yaklaşımı ile çözülmüştür. Yaklaşıma uygun zaman aralıklarında birincil ve yer iletkenlik yapısına bağlı olarak oluşan ikincil elektrik alanlar hesaplanmıştır. Elektrik alanın zaman içindeki difüzyonu ve elektrik alanın yatay ve düşeydeki türevlerinden elde edilen yatay ve düşey emk ve manyetik alan bileşenleri anomalileri ile yer iletkenlik dağılımları arasındaki ilişkiler irdelenmiştir. Öncelikle, programın testi için tekdüze ortam modeli hesaplanmış ve sonuçlar analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır. Tabakalı ortam modelleri, literatürde önerilen dipol modeli ve ardından daha karmaşık yer modelleri hesaplanmıştır. Yapılan hesaplamalar sonucunda, doğasına uygun olarak elektrik alan, dirençli ortamlarda daha hızlı yayılmakta ve daha çabuk sönümlemektedir. Akım yoğunluğu ise iletken yapılar içinde indüklenmektedir. Elektrik alan değerleri buralarda en yüksek değerini almaktadır yani elde edilen kontur haritalarında maksimum kontur tarafından ifade edilmektedir. Yatay emk anomalileri iletken yapı üzerinde maksimum değerini alırken, düşey emk anomalilerinde iletken yapı üzerinde sıfır geçişleri gözlenmektedir. Birden fazla iletken yapının olması durumunda, yatay manyetik alan düşey manyetik alana kıyasla iletken yapıların konumları hakkında daha fazla bilgi sağlamaktadır. Bu durum, birincil alanın düşey manyetik alan bileşenini yatay manyetik alan bileşenine kıyasla daha fazla etkilediği gerçeğiyle açıklanamaktadır.

Ülkemizin önemli çevre sorunlarından biri olan kıyılarda tuzlu su girişiminin simülasyonu amacıyla oluşturulmuş yatay dipol modellerinden elde edilen kontur haritalarında, geçici elektromanyetik alanların difüzyonu açık olarak izlenebilmiş ve geçici elektromanyetik yöntemin kıyılardaki tuzlu su girişimi problemini çözme potansiyeli bir kez daha vurgulanmıştır. Elde edilen tüm anomaliler, çoğu arazi verilerinde karşımıza çıkmaktadır. Yorumlama aşamasında, arazi verileri ile kıyaslanması oldukça yarar sağlamaktadır.

Yer içerisindeki iletken yapıların arka plan ortamından bağımsız olarak anomalileri nasıl kontrol ettiği hesaplanan modeller ile gösterilmiştir. Ortamdaki iletken yapılar ile yeraltı ortamı arasındaki iletkenlik kontrastının artmasına bağlı olarak oluşan anomaliler ikincil elektrik alandaki kaynak terimini doğrudan etkilemekte ve buna bağlı olarak oluşan anomalilerin genlikleri de kontrast arttıkça artmaktadır.

Uygulamada, yapılan TEM ölçümleri, kolaylık açısından ve erken zamanlardaki EM tepkilerin tam olarak ölçülememesi sebebiyle geç zaman EM ölçümlerine dayanmaktadır. Fakat hesaplanan modellerde, erken zaman EM cevapların yeraltı yapısını oldukça iyi ve gerçeğe yakın yansıttığı açıkça görülmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen algoritmada kullanılan Du Fort- Frankel sonlu farklar yönteminin programlaması oldukça kolay gerçekleşmektedir. EM alanların erken zamanlarda hızlı değişimler göstermesi nedeniyle zaman adımları, difüzyon davranışının baskın olacağı değerler olarak seçilmelidir. İkincil elektrik alan hesabında kaynak terimi olarak karşımıza çıkan birincil elektrik alanın zamana göre türevi herbir zaman adımında ortamdan farklı iletkenliğe sahip düğüm noktaları için analitik olarak hesaplanmaktadır. Bu nedenle, hesaplama zamanı ikincil elektrik alan için seçilen yer yapısına (ortamdan farklı iletkenliğe sahip düğüm noktası sayısına) bağlı olarak, birincil elektrik alana göre çok fazladır. Bu problemi ortadan kaldırmak için kaynak teriminin analitik yapıdan ayrıklaştırılmış yapıya dönüştürülmesi bir çözüm olmaktadır.

Burada kullanılan sonlu farklar yöntemi, farklı yer yapıları için EM cevapların düz çözümünde kullanılmaktadır. Ancak ters çözüm, elde edilen emk anomalileri ya da dönüştürülmüş özdirenç anomalileri üzerinden yapılabilmektedir. Fakat yukarıda sözü edilen problemler hesaplama zamanını oldukça arttırdığından bu aşamada, paralel algoritmaların kullanımı uygun olacaktır.

KAYNAKLAR

Adhidjaja, J.I. ve Hohmann, G.W, 1985: Two-dimensional transient electromagnetic responses, *Geophysics*, V.**50**, p.2849-2861.

Adhidjaja, J.I. ve Hohmann, G.W, 1988: Step responses for two-dimensional electromagnetic models. Geoexploration, V.**25**, p.13-35.

Adhidjaja, J.I. ve Hohmann, G.W, 1989. A finite difference Algorithm for the Transient Electromagnetic Responce of a Three Dimensional Body. Geophys. J. Int., V.**98**, p.233-242.

Birtwistle, G.M., 1968. The explicit solution of the equation of heat conduction, Comput. J., V.**11**, p.317

Best, M. E., Duncan, P., Jacobs, F. J ve Schenn, W. L., 1985. Numerical Modeling of the Electromagnetic Responce of Three-Dimensional Conductor in a Layered Earth. Geophysics, V.**50**, p.665-676.

Coggon, J. H., 1971. Electromagnetic and Electrical Modeling by the Finite-Element Method. Geophysics, V.**36**, p.132-155.

Commer, M. ve Newman, G. A., 2004. A Parallel Finite-Difference Approach for Three-Dimensional Transient Electromagnetic Modeling with Galvanic Sources, Geophysics, V.**69**, p.1192-1202.

DuFort. E. C. ve Frankel. S. P, 1953. Stability conditions in the numerical treatment of parabolic dikerential' equations: Math. Tables and Other Aids to Comput. (former title of Mathematics of Computation), V. **7**, p.135-152

Goldman, M. M. ve Stoyer, C. H., 1983. Finite-Difference Calculations of the Transient Field of an Axially Symmetric Earth for Vertical Magnetic Dipole Excitation. Geophysics, V.**48**, p.953-963.

Goldman, Y., Hubans, C., Nicoletis, S. ve Spitz, S., 1986. A Finite-Difference Solution for the Transient Electromagnetic Responce of an Arbitrary Two-Dimensional Resistivity Distrubution. Geophysics, V.**51**, p.1450-1461.

Gupta, P.K., **Bennett, L. A. ve Raiche, A. P.**, 1987. Hybrid Calculations of the Three-Dimensional Electromagnetic Response of Buried Conductors. Geophysics, V.**52**, p.301-306.

Hermance, J.F., 1982. Refined Finite-Difference Simulations Using Local Integral Forms: Application to Telluric Fields in Two Dimensions, Geophysics, V.**47**, p.825-831.

Hohmann, G. W., 1975. Three-Dimensional Induced Polarization and Electromagnetic Modeling, Geophysics, V.**40**, p.309-324.

Kuo, J.T. ve Cho, Dong-heng, 1980. Transient Time-Domain Electromagnetics. Geophysics, V.**45**, p.271-291.

Lapidus, L. ve Pinder, G.F., 1982. Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering. New York, J. Wiley and Sons.

Lee, K.H. ve Morrison, H. F., 1985. A Numerical Solution for the Electromagnetic Scattering by a TwoDimensional Inhomogenity. Geophysics, V.**45**, p.466-472

Lewis, R. ve Lee, T., 1981. The Effect of Host Rock on Transient Electromagnetic Fields. Bull. Austra. SEG, V.**12**, p.5-12

Newmann, G. A., Hohmann, G. W. ve Anderson, W. L. 1986. Transient electromagnetic response of a three-dimensional body in layered earth. Geophysics, V.**51**, p.1608-1627.

Newmann, G. A. ve Hohmann, G. W. 1988. Transient electromagnetic responses of high-contrast prisms in a layered earth. Geopysics, V.**53**, p.691-706.

Oristaglio, M.L., 1982. Diffusion of Electromagnetic Fields into the Earth from a Line Source of Current. Geophysics, V.**47**, p.1585-1592.

Oristaglio, M. L ve Hohmann, G. W., 1984. Diffusion of electromagnetic fields into a two-dimensional earth: A finite-difference approach: Geophysics, V.**49**, p.870-894.

Raiche, A.P., 1974. Electromagnetic Induction in Three-Dimensional Structures. J. Geophys., V.**41**, p.85-109.

San Filipo, W.A. ve Hohmann, G.W., 1985. Integral Equation Solution for the Transient Electromagnetic Response at a Three-Dimensional Body in a Conductive Half-Space. Geophysics, V.**50**, p.798-809.

Varga, R. S., 1963. Matrix Iterative Analysis, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc.

Verma, S.K., 1998. Diffusion of an Electromagnetic Pulse in a Heterogeneous Earth, Lecture Notes in Earth Sciences, 1999, V.**83**/1999, 527-565, DOI: 10.1007/BFb0011931.

Vermuri, V. ve Karplus, W. J., 1981. Digital Computer Treatment of Partial Differential Equations, EnglewoodCliffs, Prentice-Hall, Inc.

Wait, J.R., 1971. Transient Excitation of the Earth by a Line Source of Current. Proc. IEEE Lett., V.**59**, p.1287-1288.

Wang, T. ve Hohmann, G. W., 1993. A Finite-Difference, Time-Domain Solution for Three Dimensional Electromagnetic Modeling, V.**58**, p.797-809.

Wannamaker, P.E., Hohmann, G.W. ve San Filipo, W.A., 1984. Electromagnetic Modeling of Three-Dimensional Bodies in Layered Earth Using Integral Equations. Geophysics, V.**49**, p.60-74.

Ward, S. H. ve Hohmann, G. W., 1988. Electromagnetic theory for geophysical applications, in Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, V.**1**, M.N. Nabighian, Editor, Society of Exploration Geophysicists, p.131-311.

Weidelt, P., 1975. Electromagnetic theory for Geophysical Application, in ‘ Electromagnetic Methods in Applied Geophysics’, Investigations in Geophysics 3, V.**1**, ed. Nabighian, M.N., Soc. Expl. Geophys.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Güngör Didem Beşkardeş

Doğum Yeri ve Tarihi: İzmir 06.11.1986

Adres: İstanbul Teknik Üniversitesi, Maden Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, C-117, 34469 Ayazağa-İstanbul

Lisans Üniversite: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Yayın Listesi:

- **Beşkardeş, G.D.** 2008. Yeraltı Suyu Kirliliginin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Modellenmesi, Türkiye 18. Jeofizik Kongre ve Sergisi, MTA Kültür Merkezi, Ankara.

- **Beşkardeş, G. D.** 2009. Çanakkale Katı Atık Depolama Sahası İçin Yeraltısuyu Kirliliğinin Modellenmesi. Uluslararası Deprem Sempozyumu Kocaeli2009.

- **Beşkardeş, G.D.** ve Özürlan G., 2010. Geçici Elektromanyetik Alanların Yeriçindeki Difüzyonunun Dufort-Frankel Sonlu Farklar Yöntemi ile İki Boyutlu Modellenmesi, 3. Yerelektrik Çalıştayı, 24-26 Mayıs, Ankara Üniversitesi ÖRSEM Tesisleri Ilgaz, Kastamonu.

- **Beşkardeş, G.D.** and Özürlan G., 2010. Diffusion Of Transıent Electromagnetic Fields Modelling in 2-D By Dufort-Frankel Finite Difference Method, 20th Electromagnetic Induction Workshop, September 18-24, Giza, Egypt.

- **Beşkardeş, G.D.** and Ulugergerli, E. U., 2010. Groundwater Pollution Modeling For a Waste Deposit in Çanakkale, 5th International Conference on Applied Geophysics 2010, 11-13 Kasım, Phuket, Tayland.

- **Beşkardeş, G.D.** ve Özürlan G., 2010. Zaman Ortamı Elektromanyetik Alanların DuFort-Frankel Sonlu Farklar Yaklaşımıyla İki Boyutlu Modellenmesi, Türkiye 19. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi, 23-26 Kasım, Ankara.