



## MİKROKANAL İÇİNDE PARÇACIK HAREKETİNİN SINIR ELEMAN YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Barbaros Çetin<sup>1</sup>, Besim Baranoğlu<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Bilkent Üniversitesi, Ankara

<sup>2</sup>İmalat Mühendisliği Bölümü, Atılım Üniversitesi, Ankara

### ÖZET

Bir mikrokanal içinde akışkanın hareketi ile birlikte parçacık hareketinin modellenmesi, özellikle son dönemlerde çip-üstü-laboratuvar teknolojilerindeki gelişme ve yeniliklere paralel olarak, giderek daha fazla önem kazanmaktadır. Özellikle birden fazla parçacığın birbirleri ile etkileşimli olarak hareketlerinin modellenmesi, deneme yanılma ile yapılması çok zor olan bazı özel tasarımların ortaya çıkmasını sağlayabilmektedir. Ancak, özellikle sonlu eleman yöntemi ve benzeri çözüm bölgesini hacimsel olarak ayıklaştıran sayısal yöntemler ile çözüm, özellikle de birden fazla parçacığın hareketi söz konusu olduğunda, oldukça zor olmaktadır.

Bu çalışmanın temel amacı, mikrokanal içinde hareket eden akışkanın içinde yüzer parçacıkların hareketinin sınır eleman yöntemi ile modellenmesidir. Sınır eleman yönteminin sadece sınır bölgesini ayıklaştıran yapısı dolayısı ile modelleme hem kolaylaşmakta hem de parçacık hareketi sırasında tekrar ayıklaştırma işlemi çok daha basit olarak yapılabilmektedir. Aynı zamanda, çözüm bölgesi içi ayıklaştırılmadığından dolayı ve çözüm bölgesi içinde bünye denklemleri sayısal değil, analitik olarak karşılanıyor olması dolayısı ile tekrar ayıklaştırma işlemi sırasında bir sayısal kayıp söz konusu olmamaktadır.

Oluşturulan formülasyon, parçacık hareketini modellemeye yöneliktir. Parçacık hareketi, sınır koşullarında hareketi tanımlamaya yönelik değişikliklerin tanımlanması ile doğrudan parçacığın ağırlık merkezinin hızı cinsinden elde edilmekte ve elde edilen hızdan açık adım (explicit) ile zaman integrasyonu kullanılarak parçacık yörüngesi belirlenmektedir. Formülasyon iki boyutta elde edilmiştir; ancak üç boyuta kolaylıkla uygulanabilir. Parçacık şeklinin herhangi bir önemi olmamakla birlikte, uygulama problemlerinde (parametrik olarak ifade edilmeleri daha kolay olması dolayısı ile) sadece dairesel ve elips geometriler kullanılmıştır. Çözülen örnekler yapılan formülasyonun, en azından iki boyutlu problemler söz konusu olduğunda, oldukça iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir.

**Anahtar kelimeler:** mikro-akışkanlar-dinamiği, Stokes denklemi, sınır eleman yöntemi, parçacık hareketi

### 1. GİRİŞ

Biyoparçacıkların mikrokanailler içerisindeki hareketinin kullanılması birçok kimyasal ya da

biyomedikal uygulamalar için özel bir yöntem olarak ortaya çıkmaktadır. Özellikle son yıllarda giderek artan çip-üstü-lab (lab-on-a-chip) teknolojileri temelde mikrokanal içinde akışı ve bu akış içindeki parçacıkların hareketini istenilen şekilde yönlendirme prensibine dayanmaktadır. Bu sebeple, mikro-akışkanlar-dinamiği sistemlerinin etkin bir şekilde tasarımı özel bir önem arz etmektedir.

Tasarımda şüphesiz ki değişik biçim ve özelliklerdeki biyoparçacıkların mikrokanal içerisindeki hareketlerinin sayısal olarak benzetimi çok önemli bir araç olarak ortaya çıkmaktadır. Birçok mikro-akışkanlar-dinamiği uygulamalarında, akışkan içinde yüzer durumda bulunan parçacıklar değişik (elektrik, manyetik, akustik, vb.) etkiler altında akış ile birlikte hareket etmektedirler. Bu etkilerin ve akışın etkin şekilde modellenmesi ve sayısal olarak parçacık yörüngelerinin elde edilmesi, tasarımlardaki deneme yanılma ihtimallerini azaltmakta ve bu teknolojik alana büyük katkı sağlamaktadır.

Parçacık yörüngesinin tespitinde temelde iki yöntem ön plana çıkmaktadır: Birinci yöntem olan Lagrange takip yönteminde, parçacığın büyüklüğü gözardı edilir ve akış modeli parçacık olmadan sayısal olarak çözülür. Bu yöntem pek çok çalışmada başarı ile uygulanmıştır [1,2], ancak sayısal sonuçların deneysel sonuçlarla uyum sağlaması amacı ile bir düzeltme katsayısı kullanılmasını gerektirir (özellikle parçacık boyutunun mikrokanalın boyutlarına göre gözardı edilemez büyüklükte olması durumunda bu düzeltme katsayısının kullanılması kaçınılmaz olmaktadır).

İkinci yöntem, gerilim tensorü yöntemi, parçanın boyutsal etkisini dikkate almaktadır. Bu yöntemde parçacık üzerine etki eden toplam kuvvet, parçacık yüzeyinde elde edilen gerilim tensörünün interalinin alınması ile bulunabilir. Bu yöntem, parçacığın her hareket adımında oluşan etkileşimli sistemin tekrar çözümünü ve hesaplamaların tekrar edilmesini gerektirir. Bu yöntem de pek çok çalışmada yer almıştır [3,4,5].

Çözüm bölgesini hacimsel olarak ayrıklaştıran yöntemler (sonlu elemanlar, sonlu hacim) kullanılarak parçacık hareketinin modellenmesi istendiğinde oluşan en büyük sorun, parçacığın hareketi ile birlikte tekrar-ağ örme zorunluluğudur. Bu zorunluluk iki temel sorun ortaya çıkarır: birincisi özellikle kompleks geometrilere tekrar ağ örmenin çok sık olarak uygulanması, belirli problemler için, tekrar ağ örmek için harcanan zamanın çözüm için harcanan zamandan daha fazla olmasına sebep olur. İkinci sorun ise, tekrar ağ örme sırasında bir önceki ağ üzerinde elde edilen değerler, bir sonraki ağa yaklaşık olarak aktarılabilmektedir – ki bu durum, her tekrar ağ örme işleminde sayısal hatanın artması sonucunu ortaya çıkarır. Yine bu tür hacim ayrıklaştırma içeren yöntemlerde ortaya çıkan bir başka sorun ise, alan değişkenlerinin türevlerinin elde edilmesi konusundadır: özellikle parçacık, kanal duvarlarına yaklaştığında, bu yöntemler, türev değerleri elde edebilmek için parçacık ile kanal arasına çok küçük eleman ağı atmak durumunda kalmaktadır. Bu da, bu tür yöntemlerin özellikle kanala yakın parçacık yörüngelerini doğru olarak hesaplamakta sorunlarla karşılaşmasına sebep olur (parçacık boyutunun 20’de biri kadar açıklıklardan daha az açıklıklar modellenememektedir [3,6]). Bu sebepler dolayısı ile sonlu elemanlar analizi bu alanda çok etkin bir şekilde (özellikle de üç boyutlu problemlerde) uygulanamamaktadır.

Alternatif olarak değerlendirilebilecek olan sınır eleman yöntemi, çözüm bölgesinin sadece sınır bölgesini ayrıklaştırması dolayısı ile etkin bir modelleme imkanı sunmaktadır – parçacığın hareketi ile birlikte tüm çözüm bölgesine tekrar ağ örmek gerekmez, sadece parçacığın hareketi sonrası yeni pozisyonunda parçacık yüzeyinin tekrar ayrıklaştırılması yeterli olur. Ayrıca tekrar ayrıklaştırma işlemi çözüm bölgesi içinde bir sayısal hata

oluşturmaz. Ayrıca, parçacığın duvara yaklaşması da türev değerler açısından bir sorun oluşturmaz.

Mikrokanal akışı dikkate alındığında, akış hızları düşüktür ve ivmesel etkiler büyüklük olarak basınç ve vizkoz kuvvetler ile karşılaştırıldığında göz ardı edilebilir. Bu durumda akış modeli zamandan bağımsız Stokes akışı olarak oluşturulabilir [7]. Bünye denklemleri doğrusal kısmi türevsel denklemlerdir ve sonlu eleman yöntemi ile çözüme uygundur. Bu alandaki ilk çalışma Youngren ve Acrivos tarafından üç boyutlu eksenel simetrik rijit cisimlerin çevresindeki akışın modellenmesini içermektedir [8]. Daha sonraki çalışmalarda konu ile ilgili en dikkate değer çalışma, Pozrikidis'in birçok sabit parçacığın çevresinden akışı ya da bir akış içindeki periyodik sınır koşullar altında birçok parçacığın hareketini modelleyen çalışması olarak değerlendirilebilir [9]. Ayrıca House ve Lee'nin üç boyutlu bir küresel parçacığın kanal içerisindeki elektrik alan dolayısı ile oluşan kuvvetler altındaki akış içinde hareketini modelleyen çalışmaları da [10,11] konu hakkında önemli bir etki oluşturmuştur.

Bu çalışmada, parçacık geometrisinden bağımsız olarak (her tür iki boyutlu geometriyi kapsayacak şekilde) bir mikrokanal akışı içerisindeki parçacık hareketinin iki boyutlu olarak sınır eleman yöntemi ile modellenmesi ele alınmıştır. Yapılan formülasyon FORTRAN programlama dili kullanılarak bir yazılıma dönüştürülmüş ve çeşitli uygulama problemleri çözülerek formülasyonun etkinliği, en azından iki boyut için, gösterilmiştir.

## 2. SINIR ELEMAN YÖNTEMİ FORMÜLASYONU

Ölçüsel boyutlar mikrometre mertebelerinde olduğunda ve akış hızı mikrometre/saniye hızlarında ifade edildiğinde Reynolds sayısı oldukça düşük olmakta ve akış Stokes denklemi ile ifade edilebilir hale gelmektedir. Bu durumda bünye denklemleri

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} = -\nabla p + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $p$  verilen bir noktadaki hidrostatik basıncı ve  $u_i$  bu noktadaki hız bileşenlerini ifade etmektedir. Malzeme parametreleri,  $\mu$  : akışkanlık ve  $\rho$  : yoğunluk olarak verilmektedir. Bu denklemlerde ve bundan sonra kullanılacak olan denklemlerde virgül sonrası indisler koordinat eksenlerindeki türevleri ifade eder; örneğin  $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ .

Bu çalışmada, belirli bir geometrideki mikro boyuttaki kanal içinde hareketli sıvı ile birlikte hareket eden (durağan sıvıda askıda kalabilecek özelliklere sahip) bir parçacığın hareketi sınır eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Parçacığın hareketi zaman uzayında adımsal olarak takip edilmiştir; her bir adımda parçacık hızında dikkate değer bir değişim olmadığı varsayılmakta ve parçacık hareketinin her adımında akışkanda dikkate değer bir ivmelenme olmadığı varsayılmaktadır (bu durum, parçacık boyutlarının kanal boyutlarına göre küçük olması durumunda geçerli sayılabilir). Böyle bir durumda, (1) denklemlerindeki ivme terimi gözardı edilebilir:

$$-\nabla p + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) = 0 \quad (2)$$

Akışkan için ayrıca süreklilik koşulları da dikkate alınırsa,

$$u_{i,i} = 0 \quad (3)$$

ifadesi verilebilir (tekrar eden indislerde Einstein'ın toplama kuralı uygulanacaktır).

Yukarıdaki koşullar altında sistemin sınır eleman yöntemi (SıEY) ile modellenmesi mümkündür ve herhangi bir  $A$  noktası için integral denklemler (iki boyutta)

$$C_{ij}(A)u_j(A) = \int_C G_{ij}(A, P)t_j(P) - \int_C H_{ij}(A, P)u_j(P) \quad (4)$$

şeklinde oluşturulabilir. Burada  $C_{ij}(A)$  sabit katsayılarıdır ve  $A$  noktasının bulunduğu yere göre değer almaktadır, şöyle ki, eğer  $A$  noktası çözüm bölgesinin içindeyse,  $C_{ij}(A) = \delta_{ij}$ , sürekli bir sınır bölgesi üzerinde ise  $C_{ij}(A) = \frac{1}{2}\delta_{ij}$ , olarak verilebilmekte, eğer  $A$  noktası noktası çözüm bölgesinin dışındaysa  $C_{ij}(A) = 0$  olmaktadır. İntegral denklemlerde görülen  $G_{ij}(A, P)$  ve  $H_{ij}(A, P)$  sırasıyla birinci ve ikinci temel çözümleri ifade etmektedir (burada  $A$  noktası sabit noktayı,  $P$  noktası da sınır bölgede ifade bulan integrasyon noktasını göstermektedir). Akışkanın hız bileşenleri  $u_j$  ile ifade edilmiş ve akışkandaki birim kuvvetler  $t_j$  ile gösterilmiştir. Akışkan için tanımlanan çözüm bölgesi içinde hidrodinamik gerilimler  $\sigma_{ij}$  ile ifade edildiğinde;

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

denklemleri verilebilmekte, bu hidrostatik gerilimler ile birim kuvvet arasındaki bağıntı ise

$$t_i = \sigma_{ij}n_j \quad (6)$$

olarak verilmektedir. Burada  $n_j$  bahsi geçen sınır noktasındaki (yönü akışkana doğru olan) birim dik vektörün bileşenlerini ifade etmektedir.

Eğer akışkan için tanımlı çözüm bölgesinin (kanal çeperlerinin ve parçacık yüzeyinin) sınır bölgesi ayrıklaştırılırsa, aşağıdaki doğrusal denklem seti tanımlanabilir:

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{t} \quad (7)$$

Burada  $\mathbf{G}$  ve  $\mathbf{H}$  kare matrislerinin elemanları (4) denklemindeki integral ifadelerin, sınırı ayrıklaştırmada kullanılan eleman tipine göre hesaplanması ile elde edilir. Bu çalışmada sabit elemanlar kullanılmıştır - eğer  $N$  sınır bölgesinin ayrıklaştırılmasında kullanılan eleman sayısı ise,  $\mathbf{G}$  ve  $\mathbf{H}$  kare matrislerinin boyutları  $2N \times 2N$  olarak ifade edilebilir. Benzer şekilde  $\mathbf{u}$  ve  $\mathbf{t}$  vektörleri de  $N$  eleman için yazılmış  $\{u_1 \ u_2\}^T$  ve  $\{t_1 \ t_2\}^T$  ikililerinden oluşur. Uygun sınır şartları dahilinde (7) denklemleri çözüldüğünde her bir hesaplama noktası için bilinmeyenler elde edilebilir.

Kanal içinde hareket eden bir parça söz konusu olduğunda, bu parça için sınır koşulu olarak ne hız ne de birim kuvvet ne de bu ikisinin bir kombinasyonu verilebilmektedir (daha açık bir ifade ile ne Dirichlet, ne Neumann ne de karma sınır koşulu belirlenebilmektedir). İki boyutlu bir analiz için, parçanın deforme olmayan bir yapıda olduğu kabul edilebilirse, parçacığın bir düzlemsel hareket yaptığı varsayılabilir. Bu hareket, parçacığın üzerindeki her hesaplama noktası için parçacık için tanımlanmış bir merkezin çizgisel hızı ( $u_1^B, u_2^B$ ;  $B$  parçacığın tanımlanan ağırlık -ya da dönme- merkezini ifade etmektedir) ve bu merkez etrafında parçacığın açısal hızı ( $\omega$ ) ve tanımlı hesaplama noktasının parçacık merkezine olan uzaklığı ( $r$ ) cinsinden ifade edilebilir:

$$u_i = u_i^B + r \cdot \omega \cdot \hat{t}_i \quad (8)$$

Bu denklemde  $\hat{t}_i$ , tanımlanmış olan merkezden ilgili hesaplama noktasına çizilen doğruya dik birim vektörün bileşenleri olarak ifade edilmektedir. Bu durumda parçacık sınırı üzerindeki sınır koşulları aşağıda izah edilen şekilde denklem sistemine dahil edilebilir:

- Öncelikli olarak, parçacık üzerindeki her hesaplama noktasındaki hız bileşenleri, (8) denklemi gereğince üç hız bileşeni,  $u_1^B, u_2^B$  ve  $\omega$  cinsinden ifade edilebilir. Bu, denklem sistemine üç yeni bilinmeyen eklemek ve parçacık yüzeyindeki tanımlı  $M$  hesaplama noktası için hızları bu bilinmeyenler cinsinden ifade etmek için  $H$  matrisine üç yeni kolon eklemek anlamına gelmektedir.
- Dikkat edilirse, (8) denklemi parçacık yüzeyindeki hesaplama noktalarındaki birinci yöndeki (x-yönündeki) hız bileşenlerini belirlemekte kullanılabilir. Bu bileşenler  $u_1^B$  ve  $r \cdot \omega \cdot \hat{t}_1$  cinsinden ifade edilebilmektedir. Şu durumda, bilinmeyen olarak  $u_1^B$  nin tanımlandığı birinci kolon, parçacık sınırındaki hesaplama noktalarına ait ikili kolonların birinci (x-yönündeki hız bileşenlerinin çarpanı olan) elemanlarının toplamı olarak ifade edilebilir.
- Benzer şekilde, bilinmeyen olarak  $u_2^B$  nin tanımlandığı ikinci kolon, parçacık sınırındaki hesaplama noktalarına ait ikili kolonların ikinci (y-yönündeki hız bileşenlerinin çarpanı olan) elemanlarının toplamı olarak ifade edilebilir.
- Bilinmeyen olarak  $\omega$  nın tanımlandığı üçüncü kolon ise, birinci kolonların  $r \cdot \hat{t}_1$ , ikinci kolonların ise  $r \cdot \hat{t}_2$  ile çarpılarak toplanması ile elde edilebilir.
- Tüm kolonlarda bu işlemin gerçekleştirilmesi sonrasında, parçacık yüzeyine ait birim gerilim değerleri bilinmeyenler olarak kabul edilebileceğinden, parçacık yüzeyindeki  $M$  hesaplama noktası için ilgili kolonlarda  $G$  ve  $H$  matrisleri arasında kolon değiştirilmesi yapılarak bilinmeyenlerin tamamının denklemin sol tarafında, bilinenlerin ise sağ tarafında kalması sağlanır.
- Bu noktada bilinmeyen olarak  $2N+3$  bilinmeyen söz konusudur (orjinal denkleme 3 bilinmeyen eklenmiştir). Bu sebeple üç denklem daha tarif edilmelidir. Bu denklemler, parçacığın merkezi üzerindeki toplam kuvvet (x- ve y- yönlerinde) ve parçacık merkezine göre toplam momentin sıfır olacağı (parçacığın akışkan içinde serbestçe yüzdüğü) kabulünden hareketle parçacık sınırı üzerindeki birim kuvvet değerlerinin entegre edilmesi ile elde edilebilen üç denklem olarak ifade edilmektedir.
- Sonuçta ortaya çıkan  $2N+3$  bilinmeyen, elde edilmiş olan  $2N+3$  denklem ışığında çözülebilir.

Burada özellikle dikkat çekilmesi gereken husus şudur: yukarıda izah edilen yöntem, birden fazla parçacığın hareketinin modellenmesi durumunda, her bir parçacık için tekrar edilebilir. Bu durumda, parçacık sayısı  $P$  ile ifade edilirse, toplam bilinmeyen  $2N+3P$  olmakta ve denklem sayısı da bu sayıda oluşturmaktadır. Benzer bir durum, üç boyutlu analizlere genişletildiği takdirde, her bir parçacık için 6 bilinmeyen (üç bilinmeyen parçacığın merkez hareketini, üç bilinmeyen de parçacığın merkezinden geçen üç eksen çevresindeki dönüş hızını ifade edecek şekilde) denklem sistemine dahil edilecek ve gerekli olan altı denklem ise, üç boyutlu statik denge koşullarından elde edilecektir.

### 3. ANALİZLER VE SONUÇLAR

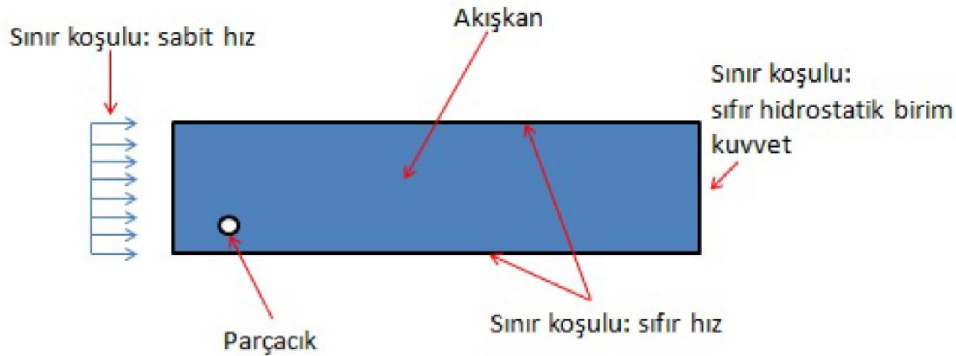
Bir önceki bölümde tarif edilen formülasyon için bir FORTRAN kodu hazırlanmıştır. Kod hazırlanırken parçacık geometrisi güncellemesinin kolay olması açısından, parçacık geometrisi parametrik olarak ifade edilmiştir – bu sebeple çalışmanın bu aşamasında sadece dairesel ve elips geometriye sahip parçacıklar üzerinde çalışılmıştır; ancak parametrik olarak farklı geometrilerin ifade edilmesi halinde bu kapsam kolaylıkla genişletilebilir.

Hazırlanan kod, temel olarak Stokes denklemini ikinci kısımda izah edildiği şekilde sınır koşulları girerek çözmektedir. Çözüm sonucunda parçacık için merkez noktasının hız parametreleri ( $u_1^B, u_2^B$  ve  $\omega$ ) elde edilmektedir. Program, başta belirlenen bir zaman aralığı ( $\Delta t$ ) kullanarak, ileri yönde birinci dereceden açık adım (explicit) Euler yöntemi ile zaman integrasyonunu yapmakta ve parçacığın bir sonraki pozisyonunu bulmak için yer değiştirmeyi hesaplamaktadır. Parçacığın yer değiştirmesinin hesaplanması sonrasında, parçacık merkez koordinatları ve referans düzlem ile oluşturduğu toplam açı hesaplanarak parçacık pozisyonu güncellenmekte ve problem bir sonraki adıma yönlendirilmektedir. Prosedür, parçacık merkezi önceden bildirilmiş bir referansı aşana kadar devam etmektedir.

Kod değişik analizlere uygulanmış ve aşağıda gösterilen sonuçlar elde edilmiştir.

#### 3.1 Düz kanal içinde hareket

İlk olarak düz kanal içinde dairesel ve elips geometriye sahip parçacıkların değişik y-pozisyonlarından serbest hareketleri değerlendirilmiştir. Geometri ve sınır koşullar Resim-1 de görülebilir.

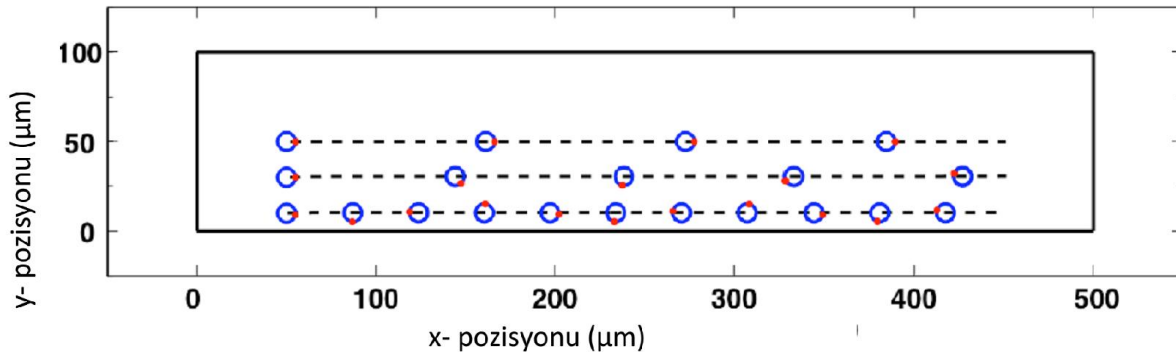


**Resim-1:** Düz kanal akış problemi için çözüm bölgesi ve sınır koşulları

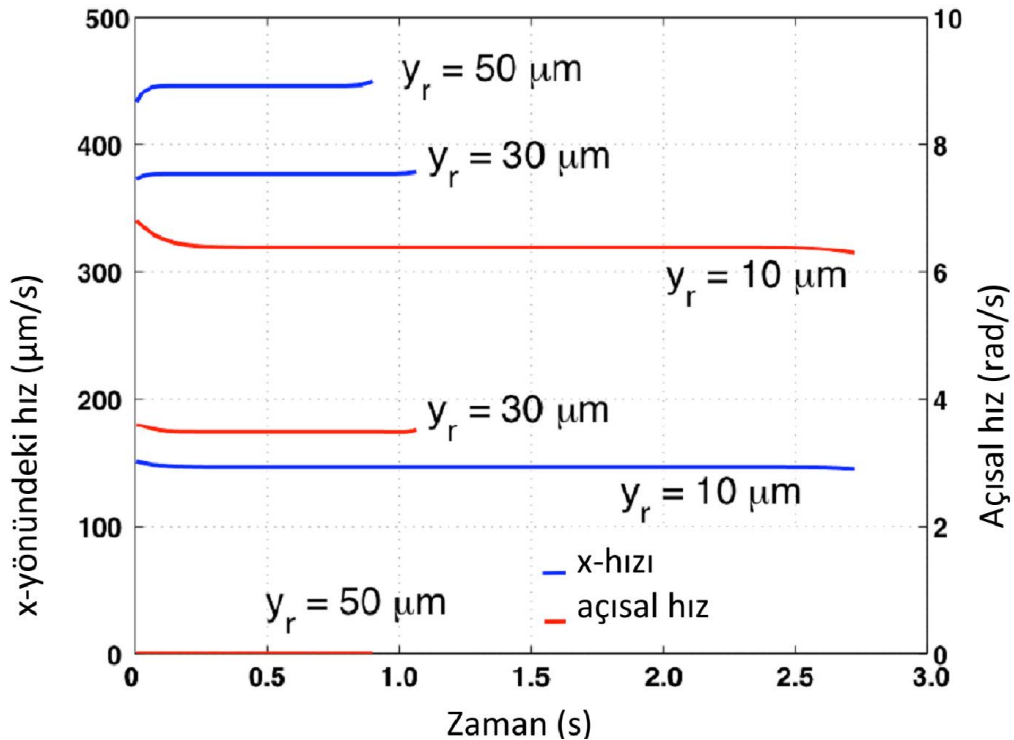
Tanımlanan akış bölgesinin boyutları kısa ekseninde  $100\mu\text{m}$  ve uzun ekseninde  $500\mu\text{m}$  dir. Parçacık dairesel olarak seçildiğinde çapı  $10\mu\text{m}$ , elips olarak seçildiğinde uzun eksen  $10\mu\text{m}$  ve kısa eksen  $6\mu\text{m}$  olarak seçilmiştir. Kanal sınır bölgesi üzerinde uzun eksenlerde 250şer ve kısa eksenlerde 20şer eleman tanımlanacak şekilde sabit elemanlarla ağ yapısı tanımlanmıştır. Parçacık üzerinde ise hem dairesel hem de elips geometriye sahip parçacık için 32 sabit eleman kullanılmıştır. Parçacık, akışın hız profilinin serbestçe oluşabilmesi için kanalın sol kısa kenarından  $50\mu\text{m}$  uzaklıkta serbest bırakılmıştır.

Çeşitli y-pozisyonlarından serbest bırakılan dairesel parçanın hareketi Resim-2’de görülmektedir. Giriş kısmı için sabit hız profili verilmesine rağmen, kanal çeperlerinde sıfır hız koşulları verildiğinden dolayı akış giriş kısmından belirli bir uzaklık sonrasında parabolik bir hız grafiğine sahip olmaktadır. Bu sebepten dolayı merkeze yakın parçacığın daha hızlı

gittiği Resim-2’de görülebilmektedir. Benzer şekilde, parabolik hız profili, merkezden uzak parçacıkların üzerinde oluşan çizgisel hızlarda bir farklılık oluşturmakta, bu da parçacığın dönmesi şeklinde kendisini göstermektedir. Merkezdeki parçacığın herhangi bir açısal hızı sahip olmamasının sebebi, üzerindeki hız profilinin üst ve alt yarıçember için simetrik olmasıdır. Parçacık merkezden uzaklaştıkça daha hızlı bir şekilde dönmektedir. Resim-2’de sadece merkezin alt simetrik bölgesindeki hareket gösterilmiştir; hız profili simetrik olduğu için üst simetrik bölgedeki hareket çizgisel hızlar açısından eşit görünüşte, açısal hız açısından da ters görünüşte olacaktır (alt simetrik bölgede saat yönünde dönmekte olan parçacıklar, üst simetrik bölgede saatin tersi yönde döneceklerdir). Yukarıdaki gözlemler, parçacık pozisyonuna ve zamana bağlı olarak parçacık hızlarının gösterildiği Resim-3’te daha açık bir şekilde görülebilmektedir.

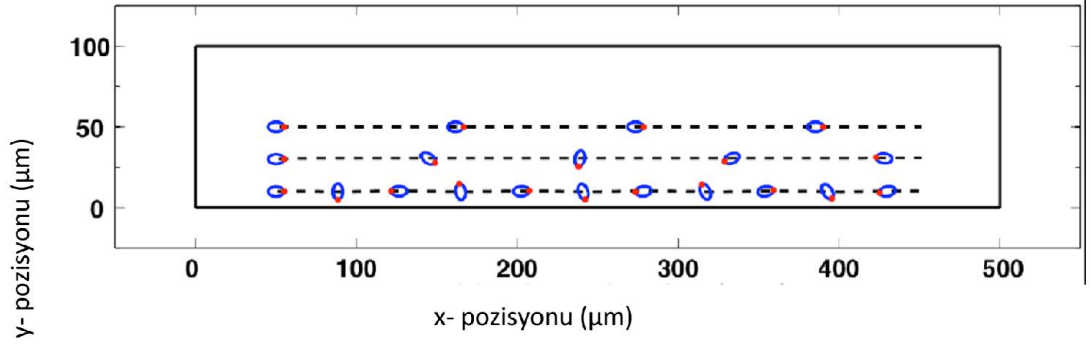


**Resim-2:** Düz kanal içinde değişik y-pozisyonlarında bırakılan dairesel parçacığın hareketi

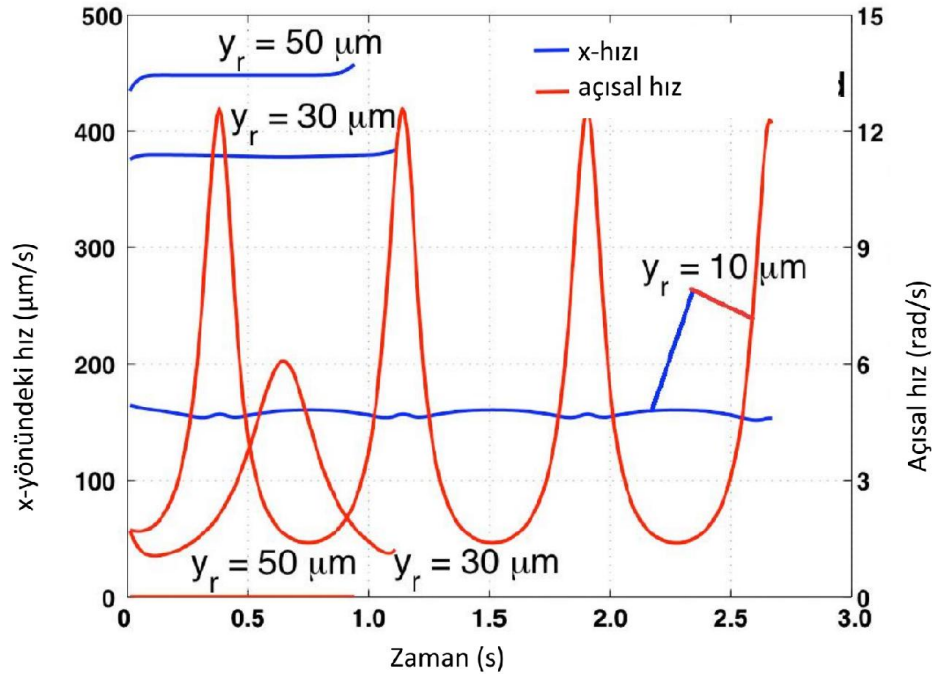


**Resim-3:** Düz kanal içinde değişik y-pozisyonlarında bırakılan dairesel parçacıklar için merkez noktası hızları

Benzer bir analiz, aynı y-pozisyonlarından serbest bırakılan elips parçacıklar için tekrar edilmiştir. Resim-4'te bu parçacıkların kanal içindeki hareketi görülmektedir. Resim-5 ise parçacıkların hız grafiklerini vermektedir. Dairesel parçacığın hareketine benzer bir şekilde, merkezde ilerleyen elips parçacık, beklenebileceği üzere, merkezden uzak parçalara göre daha hızlı ilerlemekte ve açısal hızı sıfır olmaktadır (merkezden uzaklaştıkça açısal hız artmaktadır). Ancak hız grafikleri incelendiğinde daireysel parçacığın hareketinden farklı bir görüntü ortaya çıkmaktadır: Öncelikli olarak, açısal hızda periyodik bir dalgalanma (merkezden uzak parçalar için gittikçe daha belirgin bir genlikle) oluşmaktadır. Bunun sebebi, parçacığın eksenleri arasındaki uzunluk farkıdır.



**Resim-4:** Düz kanal içinde değişik y-pozisyonlarında bırakılan elips parçacığın hareketi

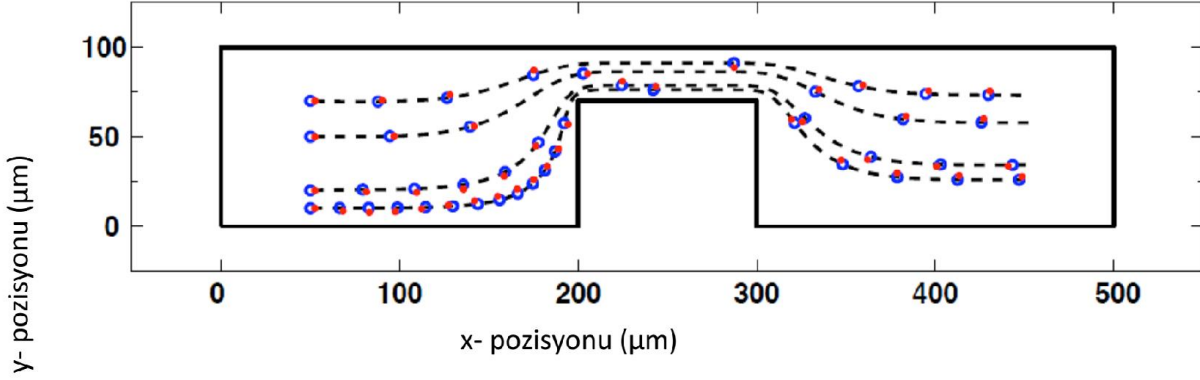


**Resim-5:** Düz kanal içinde değişik y-pozisyonlarında bırakılan elips parçacıklar için merkez noktası hızları

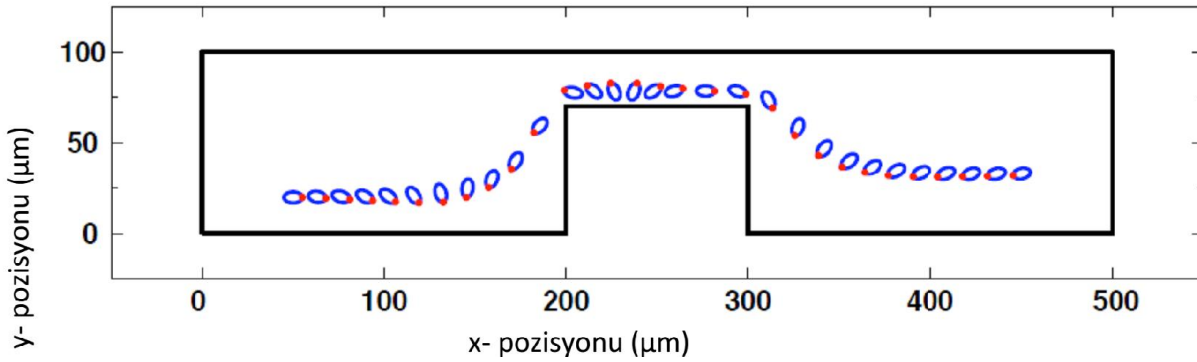
İkinci fark ise, çizgisel hızlar incelendiğinde görülebilmektedir. Merkezde giden ve 30μm y-pozisyonunda olan parçacıklarda görülmemekle birlikte, parçacık kanal duvarına yaklaştıkça periyodik bir hız salınımı söz konusu olmaktadır. Bu, duvarın parçacık üzerindeki etkisidir – ki sınır eleman yöntemi çözümlerinde bu ayrıca bir formülasyona gerek kalmadan doğrudan görülebilmektedir.

### 3.2 Engel içeren bir kanal içinde hareket

Bir önceki düz kanal problemindeki sınır koşullar aynı kalmak şartı ile,  $200\mu\text{m}$  ile  $300\mu\text{m}$  arasındaki bölgede y-yönünde  $70\mu\text{m}$  lik bir engel oluşturularak analizler tekrarlanmıştır. Resim-6'da, değişik y-pozisyonlarından bırakılan dairesel parçacıkların hareketi görülebilir. Benzer şekilde, Resim-7'de bir elips parçacığın hareketi gösterilmiştir. Her iki resimde de sınır eleman yönteminin parçacık hareketini oldukça iyi modellediği görülebilir.



**Resim-6:** İçinde engel olan kanal içerisinde dairesel parçacığın hareketi



**Resim-7:** İçinde engel olan kanal içerisinde elips parçacığın hareketi

## 4. SONUÇ, YORUMLAR VE GELECEK ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada, mikrokanal içindeki akışta serbestçe hareket edebilen parçacıkların yörüngelerinin tespitine yönelik bir sınır eleman yöntemi tabanlı formülasyon geliştirilmiştir. Formülasyon iki boyutlu olmakla birlikte, kolaylıkla üç boyuta genişletilebilir. Formülasyonda sınır bölgesinin ayrıklaştırılmasında sabit elemanlar kullanılmıştır. FORTRAN programlama dili kullanılarak formülasyon bir yazılım olarak kodlanmıştır.

Sonuç olarak, aşağıdaki hususlar belirtilebilir:

1. İki boyutlu mikrokanal içindeki akışkanın hareketi ile birlikte parçacık hareketi sınır eleman yöntemi ile modellenmiştir. Çözülen örneklerde gerek dairesel gerekse eliptik parçanın hareketinin oldukça iyi modellendiği görülebilir. Gerek doğrusal hareket gerekse parçacığın eksen etrafında dönüşü modellenenmiştir (bu anlamda çalışmanın özgün olduğu belirtilebilir). Ayrıca, parçacığın duvara yaklaşması durumunda duvarın etkisinin de kapsandığı görülebilir.
2. Sınır eleman yöntemi, çözüm bölgesinin sadece sınırını ayrıklaştırmaktadır. Bu

durum, parçacığın hareketi boyunca hesaplama bölgesi içinde (tekrar tekrar) yeniden ayrıklaştırma yapma gerekliliğini ortadan kaldırmaktadır. Literatürde sonlu elemanlar ile yapılan çalışmalarda ayrıklaştırma problemi dolayısı ile parçacığın kanal çeperlerine fazla yaklaşması mümkün olmamaktadır; oysa ki sınır eleman yönteminde parçacık kanal çeperine yaklaşabilmekte, bu herhangi bir ayrıklaştırma sorunu oluşturmamakta ve hesaplama kalitesini etkilememektedir.

3. Modelin oluşturulması ve akışın elde edilmesi sonlu eleman yöntemi ile yapılan çözümlere göre çok daha basittir. Akış sırasında çözümün durdurulması/tekrar başlatılması gerekmemiştir ve modelde herhangi bir değişiklik yapılmamıştır.
4. Çözüm bölgesinin boyutlarının büyümesi modellemede, ağ yapısında ya da çözümde bir sorun oluşturmamaktadır.
5. Sonlu eleman yönteminde elde edilebilecek çözümlerde tek parçacığın modellenmesi oldukça zorken; sınır eleman yönteminde her bir parçacık için ilgili sınır koşulları verildiğinde, birden fazla parçacığın akışı da incelenebilir

### REFERANSLAR

1. Cetin, B., Li, D., “Dielectrophoresis in microfluidics technology”, Electrophoresis, Special issue on Dielectrophoresis, v32, p.2410–2427, 2011.
2. Cetin, B., Buyukkocak, S., Zeinali, S., Ozer, M.B., “Simulation of an integrated microfluidic device for bioparticle wash, separation and concentration”, Proceedings of the ASME 2013 4<sup>th</sup> Microscale/Nanoscale Heat and Mass Transfer International Conference, December 11-14, Hong Kong, China, 2013.
3. Ai, Y., Joo, S. W., Jiang, Y., Xuan, X., Qian, S., “Pressure-driven transport of particles through a converging-diverging microchannel”, Biomicrofluidics, v.3, p.1-4, 2009.
4. Ai, Y., Park, S., Zhu, J., Xuan, X., Beskok, A., Qian, S., “DC electrokinetic particle transport in an l-shaped microchannel”, Langmuir, v.26(4), p.2937-2944, 2010.
5. Ai, Y., Mauroy, P., Sharma, A., Qian, S., “Electrokinetic motion of a deformable particle: Dielectrophoretic effect”, Electrophoresis, v32, p.2282-2291, 2011.
6. Al-Quddus, N., Moussa, W., Bhattacharjee, S., “Motion of a spherical particle in a cylindrical channel using arbitrary lagrangian eulerian method”, J. Colloid Interface Sci., v.317, p.620-630, 2008.
7. Wrobel, L. C., “The boundary element method, volume I – Applications in thermofluids and acoustics”, Wiley, 2002.
8. Youngren, G. K., Acrivos, A., “Stokes flow past a particle of arbitrary shape: a numerical method of solutions”, J. Fluid Mechanics, v.69, p.377-403, 1975.
9. Pozrikidis, C., “A spectral-element method for particulate Stokes flow”, J. Comput. Phys. v.156, p.360-381, 1999.
10. House, D.L., Luo, H., “Electrophoretic mobility of a colloidal cylinder between two parallel walls”, Engineering Analysis with Boundary Elements, v.34, p.471-476, 2010.
11. House, D.L., Luo, H., “Effect of direct current dielectrophoresis on the trajectory of a non-conducting colloidal sphere in a bent pore”, Electrophoresis, v.21, p.3277-3285, 2011.