

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MİKROKANAL ISIL PERFORMANSI ÜZERİNDE
KAYMA AKIŞI MODELİ HASSASİYETİ
ETKİLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makina Müh. Cem DOLU**

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Programı : ISI-AKIŞKAN

HAZİRAN 2007

**MİKROKANAL ISIL PERFORMANSI ÜZERİNDE
KAYMA AKIŞI MODELİ HASSASİYETİ
ETKİLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makina Müh. Cem DOLU
(503051103)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 7 Mayıs 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 13 Haziran 2007**

TEZ DANIŞMANI : Doç.Dr. Lütfullah KUDDUSİ

Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Seyhan Uygur ONBAŞIOĞLU

Doç.Dr. Fırat Oğuz EDİS

HAZİRAN 2007

ÖNSÖZ

Bu yüksek lisans tez çalışmasını yöneten, olumlu eleştiri ve önerileri ile katkıda bulunan değerli hocam Sn. Doç. Dr. Lütfullah KUDDUSİ'ye teşekkür ederim.

Sayın danışman hocamın ders yükü ve projeler açısından yoğun bir dönem geçirmesine karşın, yüksek lisans tez çalışmamı öncelik sıralamasında en üste koyarak her türlü yardımı esirgememiş olmasından dolayı da kendisine teşekkürlerimi iletmek isterim.

Ayrıca, danışman hocama günümüzde üzerinde yoğun araştırma ve geliştirme yapılan bu zevkli konuda beni çalışmaya yönelttiği için de kendisine teşekkür etmek istiyorum.

Akademik kariyerimin başlangıcında olduğum bu günlerde, danışman hocamın çalışkanlığı, işine olan saygısı ve sevgisi benim hayalini kurduğum akademik kariyerimde bana hep örnek teşkil edeceğinden dolayı da kendisi teşekkür ederim. Ayrıca kendisi ile birlikte çalışıyor olmaktan büyük gurur duyuyorum.

Bunun yanı sıra, Sn. Prof. Dr. Seyhan Uygur ONBAŞIOĞLU'na gerek lisans ve gerekse yüksek lisans çalışmalarında yapmış olduğu desteklerden, değerli görüşlerini benimle paylaşmasından ve bana her konuda destek olup yol göstermesinden dolayı tüm içtenliğim ile teşekkür ederim.

Burada adını yazamadığım fakat benim yetişmemde emeği geçen bütün değerli hocalarıma teşekkür ederim.

Son olarak, tüm hayatım boyunca her adımda maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, her zaman yanımda olduklarını hissettiren sevgili AİLEME ve DOSTLARIMA teşekkür ederim.

Haziran 2007

Cem DOLU

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	iii
KISALTMALAR	vi
TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
SEMBOL LİSTESİ	xii
ÖZET	xiii
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	4
3. PROBLEMİN TANITILMASI	17
3.1. Boyutsuz Kayma Hızı İfadesinin Çıkarılışı	20
3.2. Boyutsuz Kayma Sıcaklığı İfadesinin Çıkarılışı	22
4. MOMENTUM DENKLEMİ	25
5. MOMENTUM DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	30
6. BOYUTSUZ ORTALAMA KAYMA HIZININ BULUNMASI	44
7. ENERJİ DENKLEMİ	54
8. SEKİZ DEĞİŞİK ISIL SINIR ŞARTININ TANITILMASI	56
9. 4D SINIR ŞARTI HALİ İÇİN ENERJİ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	58
9.1. Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması	66
9.2. Yığın (Bulk) Sıcaklığın Hesaplanması	72
9.3. Nusselt Sayısının (Nu) Hesaplanması	76
10. SONUÇLAR	79
10.1. 4D Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	80
10.2. 3U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	88
10.3. 2U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	94
10.4. 1U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	100

10.5. 3K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	106
10.6. 2K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	112
10.7. 1K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	118
10.8. 2C Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar	124
KAYNAKLAR	130
EK A	134
EK B	137
EK C	140
EK D	143
EK E	153
EK F	163
EK G	177
EK H	187
EK I	197
EK J	210
ÖZGEÇMİŞ	223

KISALTMALAR

- 4D** : Dört duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı sınır şartı hali.
3U : Üç duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, bir kısa duvarın ise yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
2U : İki duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, iki kısa duvarın ise yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
1U : Bir uzun duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, diğer üç duvarın yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
3K : Üç duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, bir uzun duvarın yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
2K : İki duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, iki uzun duvarın yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
1K : Bir kısa duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, diğer üç duvarın yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.
2C : Bir kısa ve bir uzun duvarın sabit sıcaklıkta ısıtıldığı, diğer iki duvarın yalıtımlı olduğu sınır şartı hali.

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 2.1:	Değişik Kayma Sınır Şartı Denklemlerinde Yer Alan A_1 ve A_2 Katsayılarının Karşılaştırılması. (Momentum uyum katsayısının 1 olduğu durum için) (Barber ve Emerson, 2006)	15
Tablo 10.1:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	81
Tablo 10.2:	4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006)	81
Tablo 10.3:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	82
Tablo 10.4:	4D Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen ε_a Değerleri	84
Tablo 10.5:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	88
Tablo 10.6:	3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006)	88
Tablo 10.7:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	89
Tablo 10.8:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	94
Tablo 10.9:	2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006)	94
Tablo 10.10:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	95
Tablo 10.11:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	100
Tablo 10.12:	1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006) ..	100
Tablo 10.13:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	101
Tablo 10.14:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	106
Tablo 10.15:	3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006) ..	106
Tablo 10.16:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	107
Tablo 10.17:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	112
Tablo 10.18:	2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006) ..	112
Tablo 10.19:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	113
Tablo 10.20:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	118
Tablo 10.21:	1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006) ..	118

Tablo 10.22:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	119
Tablo 10.23:	Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	124
Tablo 10.24:	2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006)...	124
Tablo 10.25:	İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)	125

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1:	Akış modellerinin sınıflandırılması.	5
Şekil 2.2:	Knudsen sayısına bağlı olarak akış karakterlerinin gösterilmesi.....	6
Şekil 2.3:	Standart atmosferik şartlarda karakteristik uzunluk (L) ve Knudsen sayısına (Kn) göre mikro-akış elamanlarının akış rejimlerinin gösterilmesi.....	8
Şekil 2.4:	Navier-Stokes denkleminin geçerli olduğu bölgelerin gösterilmesi.....	9
Şekil 3.1:	Mikro kanalın şematik çizimi.	17
Şekil 8.1:	Sekiz değişik ısı sınır şartının şematik gösterimi.....	56
Şekil 10.1:	4D Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	83
Şekil 10.2:	4D Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.....	83
Şekil 10.3:	4D Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	85
Şekil 10.4:	4D Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	86
Şekil 10.5:	4D Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 1$)	87
Şekil 10.6:	4D Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 0.6$).....	87
Şekil 10.7:	3U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	90
Şekil 10.8:	3U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.....	90
Şekil 10.9:	3U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	91
Şekil 10.10:	3U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	91
Şekil 10.11:	3U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 1$)	93
Şekil 10.12:	3U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 0.6$).....	93
Şekil 10.13:	2U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	96
Şekil 10.14:	2U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.....	96
Şekil 10.15:	2U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	97
Şekil 10.16:	2U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	97
Şekil 10.17:	2U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 1$)	99

Şekil 10.18:	2U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 0.6$).....	99
Şekil 10.19:	1U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	102
Şekil 10.20:	1U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.	102
Şekil 10.21:	1U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	103
Şekil 10.22:	1U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	103
Şekil 10.23:	1U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 1$)	105
Şekil 10.24:	1U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 0.6$).....	105
Şekil 10.25:	3K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	108
Şekil 10.26:	3K Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.	108
Şekil 10.27:	3K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	109
Şekil 10.28:	3K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	109
Şekil 10.29:	3K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 1$)	111
Şekil 10.30:	3K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 0.6$).....	111
Şekil 10.31:	2K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	114
Şekil 10.32:	2K Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.	114
Şekil 10.33:	2K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	115
Şekil 10.34:	2K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	115
Şekil 10.35:	2K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 1$)	117
Şekil 10.36:	2K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 0.6$).....	117
Şekil 10.37:	1K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	120
Şekil 10.38:	1U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.	120
Şekil 10.39:	1K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	121
Şekil 10.40:	1K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	121
Şekil 10.41:	1K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 1$)	123
Şekil 10.42:	1K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma = 0.6$).....	123
Şekil 10.43:	2C Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.....	126
Şekil 10.44:	2C Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.	126

Şekil 10.45:	2C Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	127
Şekil 10.46:	2C Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a).....	127
Şekil 10.47:	2C Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 1$)	129
Şekil 10.48:	2C Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. (Kn=0.05 ve $\gamma = 0.6$).....	129

SEMBOL LİSTESİ

a	: Mikrokanalın genişliği [m]
b	: Mikrokanalın yüksekliği [m]
c_p	: Özgül ısı [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
D_h	: Mikrokanalın hidrolik çapı [m]
h	: Isı taşınım katsayısı [$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$]
k	: Isı iletim katsayısı [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
K	: Kernel fonksiyonu
Kn	: Knudsen sayısı
L_h	: Mikrokanalın ısıtılan çevre uzunluğu [m]
$\hat{L}_h$	: Mikrokanalın ısıtılan boyutsuz çevre uzunluğu
Nu	: Nusselt sayısı
p	: Akışkanın basıncı [Pa]
P	: Normalleştirilmiş basınç gradyeni
Pr	: Prandtl sayısı
q'	: Mikrokanalın birim uzunluğu boyunca akışkana aktarılan ısı gücü [W m^{-1}]
R	: Özgül ısıların oranı
T	: Sıcaklık [K]
$\hat{T}$	: Boyutsuz sıcaklık
u	: Akış hızı [m s^{-1}]
$\hat{u}$	: Boyutsuz akış hızı
x, y, z	: Boyutsuz koordinatlar
α	: Isı yayılım katsayısı [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
γ	: Kenar oranı
λ_m	: Enerji denklemi için özdeğer
λ_{mfp}	: Moleküler ortalama serbest uzaklık [m]
$\mu_n, \mu_{nx}, \mu_{ny}$	: Momentum denklemi için özdeğer
μ	: Dinamik viskozite [$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$]
ρ	: Yoğunluk [kg m^{-3}]
ξ, η, ζ	: Koordinatlar [m]
. ve ,	: Ondalık basamağı göstermek için kullanılmıştır

Alt İndisler

b	: Yığın (bulk)
m	: Ortalama (mean)
w	: Duvar (wall)
s	: Duvarın hemen yakınındaki akış özelliği

MİKROKANAL ISIL PERFORMANSI ÜZERİNDE KAYMA AKIŞI MODELİ HASSASİYETİ ETKİLERİNİN ARAŞTIRILMASI

ÖZET

Mikrokanallardaki akış ve ısı transferi konularındaki araştırmalar, mikro-elektronik cihazların minyatürleştirilmesi ile kısmen harekete geçmiştir. Yüksek ısı akısı bileşenleri için etkili soğutma metotlarına ihtiyaç duyulması mikrokanalların soğutma özelliklerine olan ilgiyi arttırmıştır. Mikrokanallar çeşitli mühendislik ve bilimsel uygulamalarda kullanılmaktadır. Mürekkep püskürtmeli yazıcılar (inkjet printer) klasik bir örnek olarak verilebilir. Medikal uygulamalarda ve mikro-elektro-mekanik sistemlerde (MEMS) kapsamlı kullanım alanı bulunmaktadır. Mikro-ısı değiştiricileri, mikro-karıştırıcılar, mikro-pompalar, mikro-türbinler, mikro-sensörler ve mikro-erişim düzenekleri (micro-actuators) gibi.

Cihazların (elektronik cihazlar gibi) boyutları küçüldükçe birim alandan uzaklaştırılması gereken ısı miktarının artmasından dolayı mikro-ölçekli ısı transferi konusu daha fazla ilgi kazanmaktadır. Bu cihazların performansları doğrudan sıcaklıkları ile ilgilidir, bu yüzden bu cihazların sıcaklıklarının belirli değerlerde tutulması kritik bir konudur.

Son zamanlarda, yarıiletken (semiconductor) teknolojisindeki ani değişmeden dolayı elektronik sistemler daha küçük ve karmaşık hale gelmişlerdir. Elektronik sistemlerdeki yüksek hız ve yoğunluk eğilimi, birim alandan atılması gereken ısı miktarının çok olmasından dolayı ısı transferi konusunda önemli sorunları beraberinden getirebilmektedir.

Etkili soğutma tekniği keşfi için mikrokanallar hakkında önemli araştırmalar sürdürülmektedir. Bunun ile birlikte, bir çok araştırma göstermiştir ki mikrotüp ve mikrokanallardaki akış ve ısı transferi karakterleri çok iyi bilinen ve sürekli akış

(continuum flow) kabulüne dayanan geleneksel yaklaşımlardan sapmalar göstermektedir.

Küçük yapıda ve yüksek ısı performansına sahip olma avantajları mikro ölçekli ısı değiştiricilerini mikro-elektroniklerde, biyo-mühendislikte ve mikro-elektro-mekanik sistemler (MEMS) gibi sistemlerde iyi bir şekilde ön plana çıkartmıştır. Bu yüzden hem ticari amaç için hem de bilimsel araştırmalar için daha popüler bir hal almıştır. Araştırmacıların mikro-alanda momentum ve ısı transferi davranışları üzerindeki çalışmaları bu yeni teknolojinin gelişmesi için temel oluşturmaktadır. Gelişen mikro-ölçekli ısı ve akış sistemlerinin genelde karakteristik uzunlukları $1 \mu m$ ile $100 \mu m$ arasındadır ve çoğu kez bu sistemler moleküler ortalama serbest uzaklığı 100 nm olan gaz akışkan içerecek şekilde standart koşullarda çalışmaktadır. Bu durumda çalışan sistemler için, Knudsen sayısı (gaz moleküllerinin ortalama serbest uzaklıklarının kanalın karakteristik uzunluğuna oranı olarak tanımlanır) 10^{-3} ile 10^{-1} arasında değişmektedir. Knudsen sayısının bu aralıkta değiştiği bölgeye kayma akışı bölgesi adı verilir. Bu yüzden, mikro-ölçekte ısı ve akış sistemlerinde duvarda kayma akışı ve sıcaklık sıçraması etkilerinin dikkate alınması gerekir.

Bu tez kapsamında, düzgün dağılımlı ve sabit sıcaklık ile ısıtılan mikrokanalda birinci ve ikinci mertebeden kayma akışı modeli çalışılmıştır. Bu çalışmada, duvarda sabit sıcaklıkta ısı geçişinin ve yalıtımın olması hallerinin kombinasyonundan oluşan sekiz değişik ısı sınır şartı üzerinden hesaplamalar yapılmıştır. Momentum ve enerji denklemleri hidrodinamik ve ısı olarak tam gelişmiş sıkıştırılamaz kayma akışı hali için çözülerek boyutsuz hız ve sıcaklık dağılımları elde edilmiştir. Kayma akışı şartında dikdörtgen kanal için hız dağılımı bilinmiyor olmasından dolayı, ilk önce momentum denklemi çözülmüştür. Elde edilen hız dağılımı enerji denkleminde yerine konularak sekiz değişik ısı sınır şartı için sıcaklık dağılımları bulunmuştur. İntegral dönüşüm metodu iki kere uygulanmıştır, bir kere momentum denklemi için bir kere de enerji denklemi için. Ayrıca sekiz değişik ısı sınır şartı için ortalama Nusselt sayıları birinci ve ikinci mertebeden kayma akışı modelleri kullanılarak elde edilmiştir. Mikrokanalın ısı transferi karakterine Knudsen sayısının, kenar oranının, ikinci dereceden kayma akışı modelinin ve ısı sınır şartlarının nasıl etkilediği incelenmiştir.

SECOND ORDER SLIP FLOW EFFECTS ON HEAT TRANSFER PERFORMANCE OF MICROCHANNELS

SUMMARY

Research on fluid flow and heat transfer in microchannels was partly driven by miniaturization of microelectronic devices. The need for efficient cooling methods for high heat flux components focused attention on the cooling features of microchannels. Microchannels are used in variety of engineering and scientific applications. The inkjet printer is a classic example. Extensive use is found in medical applications and in micro-electro-mechanical systems (MEMS) such as micro heat exchangers, mixers, pumps, turbines, sensors and actuators.

Microscale heat transfer has been gaining more interest as the size of the devices decreases, as in electronic devices, since the amount of heat that needs to be dissipated per unit area increases. The performance of these devices is directly related to the temperature; therefore it is critical issue to keep the temperature within certain limits.

Recently, the electronic system becomes smaller and more complex due to the rapid development of semiconductor technology. The trend of high speed and density of electronic systems can lead to serious problem in heat transfer, since large amount of heat per unit area must be dissipated. Great deals of research about microchannels are being carried out to discover the effective cooling technique. However, many experiments have shown that fluid flow and heat transfer characteristics in microtube and microchannel deviate from the well known traditional approaches based on the continuum flow assumption.

The advantages of compact structure and high heat transfer performance make the microscale heat exchangers showing a nice foreground on microelectronics, bioengineering, micro-electromechanical system (MEMS) and so on, thus becoming more popular, both for commercial purposes and in scientific research. The research works of momentum and heat transport behaviors in microdomain is the fundamental for developing this new technology. The developing microscale thermal and fluidic systems generally have characteristic length of the order of 1-100 μm and often operate in gaseous environments at standard conditions, where the molecular mean free path is in the order of 100 nm. For these cases, the Knudsen number, which is defined as the ratio of the mean free path of gas molecules to the characteristic dimension of channel, is in the range from 10^{-3} to 10^{-1} , namely the slip-flow regime. Therefore, the microscale thermal and fluidic system must take into account the effects of slip flow and temperature jump at wall.

In this thesis, first and second order slip flow models in rectangular microchannels heated at constant and uniform wall temperature is studied. Eight possible thermal versions that are formed of different combinations of the heated and adiabatic walls are studied in this thesis. The dimensionless velocity and temperature profile are obtained by solving the momentum and energy equations for hydrodynamically and thermally fully developed incompressible slip flow. Since the velocity profile for a rectangular channel is not known under the slip flow conditions, the momentum equation is first solved for velocity. The resulting velocity profile is then substituted into the energy equation and temperature distributions are found for eight thermal boundary conditions. The integral transform method is applied twice, once for momentum equation and once for energy equation. And also average Nusselt number is derived for all eight thermal versions with using both first and second order slip flow models. The effects of Knudsen number, aspect ratio, second order slip flow model and thermal boundary conditions on the heat transfer characteristics of microchannel are examined.

1. GİRİŞ

Her geçen gün teknolojinin hızla ilerlemesi ile günlük hayatımızda yer alan cihazlarla birlikte uzay, tıp, kimya, elektronik ve daha bir çok teknoloji sahasında kullanılan cihazların boyutlarının küçüldüğünü görebiliyoruz.

Karakteristik boyutları $1\ \mu\text{m}$ 'den 1 mm'ye kadar değişen mikro-cihazlar günümüzde teknolojik bir gerçekliktir ve kalp pilinden mürekkep püskürtmeli yazıcılara kadar pek çok alanda başarı ile kullanılmaktadırlar. Bunlar arasında mikro-pompalar veya mikro-ısı eşanjörleri gibi mikro-akışkanlı cihazlar (Micro Fluidic Device, MFD) çok önemli bir grup oluşturmaktadır. MFD'lerin ana kullanıcıları otomotiv ve uçak firmalarını içeren mikro-elektronik, kimya, ecza, gıda ve tıbbi teknolojiler gibi sanayilerdir (**Sobhan ve Garimella, 2001**).

Bu türlü cihazların hemen hepsinin özü, karakteristik ölçüleri mikron mertebesinde olan ve çeşitli kesit alanlarına (en yaygınları dairesel, yamuk ve dikdörtgen) sahip bir veya daha fazla mikrokanala dayanmaktadır. MFD'lerin başarısı göreceli olarak küçük yüzey ve hacimlerde yüksek ısı akısı geçişi kapasiteleriyle ilgilidir. MFD'lerde kullanılan mikrokanalların hidrolik çapları tipik olarak $1\ \mu\text{m}$ ile 2 mm arasında değişir (**Palm, 2001**).

Kanal boyutların küçülmesi çok önemli bir konuyu gündeme getirir, şöyle ki makroskobik boyutlarda olan kanallardaki nakil olayını yöneten yasalar hala mikro ölçekte tutulur mu, ve tutulmazsa ne tür yeni etkiler ortaya çıkar? Bu temel soruya yanıt vermek için pek çok deneysel ve teorik çalışma yapılmıştır.

Pek çok makale, hidrolik çapı 100 μm 'den daha küçük olan mikrokanallardaki tek fazlı akışkan akışı ve ısı geçişini analiz eden ilk çalışma olarak **Wu ve Little (1983)** tarafından yazılan, makaleyi göstermektedir. Bu yanlıştır. Gerçekte, ilk deneysel çalışma **Poiseuille (1840)** tarafından cam mikro tüplerin test edilmesiyle yapılmıştır.

O, su kullanarak kılcal borulardaki kütleli akış hızı kanunlarını analiz etmek için iç çapı 15 μm ’ye kadar olan mikrotüpleri test etmiştir.

Bileşenlerin minyatürleştirilmesi bir miktar ölçek etkisi (scaling effect) ve gerçek mikro-etkiler (micro-effect) ortaya koyabilmektedir. Bu iki kavramı ayırt etmek önemlidir; **Herwig ve Haussner (2003)**’in tanımına göre ölçek etkisi referans geometrik ölçeğinde ihmal edilebilen, ama ölçek değiştiğinde önemli olan etkidir. Örneğin, bir kanalın hidrolik çapındaki azalma, hacminde söz konusu alanındakinden daha büyük bir azalma meydana getirmektedir, yani mikro-akışkanlı sistemlerde alan-hacim oranı çok yüksek olma eğilimindedir. Bu sayede, mikro-akışkanların davranışı, normal boyutlu borulardaki akışlardan tamamen farklı olabilir.

Öte yandan, mikro-etkiler sistemin ölçeği küçüldüğünde korunum eşitliklerinin ve/veya bunlarla ilgili sınır koşullarının yeniden formüle edilmesini belirleyen etkiler olarak tanımlanabilir. Örneğin, bir mikrokanal içinde akan bir gazın moleküler ortalama serbest uzaklığı (molecular mean free path) kanalın hidrolik çapıyla aynı mertebede olduğunda akışkan sürekli bir ortam (continuum medium) olarak gösterilemez ve Navier-Stokes eşitlikleri artık akışı modellemek için kullanılamaz.

Bunların yanı sıra, bir mekanik sistemi mikro-ölçekli olarak küçültmenin birçok yararı vardır. Öncelikle böyle bir sistemde, hacimle ilgili kuvvetler (ağırlık/atalet) önemini yitirir. Bunun doğal sonucuysa, çok hızlı mekanik sistemlerin mikro-ölçekli dünyada gerçekleştirilebileceğidir. Böylece anlık hareket ettirilip/durdurulabilen mekanizmalardan; çok büyük ivmeli hareketlere dayanabilecek duyuçulara kadar, birçok sistemi (mikro-ölçekli dünyada) hayata geçirmek mümkün olur. Ayrıca mikro-mekanik sistemler büyük ölçekli makina sistemlerine göre daha az yer kaplayıp, daha az güç harcarlar. Uygun seri üretim teknikleriyle, bu tip sistemlerin çok ucuza da imal edilebilecekleri önemli bir gerçektir.

Cihazların küçülmesi hayatımıza bir çok kolaylık getirmesi ile birlikte cihazlardaki boyutların gittikçe küçülmesi beraberinde sorunları da getirmiştir. Bu sorunların başında üretim tekniklerinin yetersizliği, malzeme yetersizliği gibi konular gelmektedir. Bu konular ile ilgili günümüzde bir çok çalışma yapılmaktadır. Bu sorunların yanı sıra cihazların küçülmesi, çalışırken meydana getirdikleri ısının

uzaklaştırılması problemini de beraberinde getirmektedir. Bu da mikro-akış karakterlerinin incelenmesini beraberinde getirmektedir.

Yapılan bu çalışmada, sekiz ayrı ısıl sınır şartı hali (mikrokanal duvarlarının sabit sıcaklıkta ısıtıldığı ve/veya yalıtımlı olma hallerinin kombinasyonları) için mikrokanallarda kayma akışı bölgesinde (slip flow region) ve geçiş akışı bölgesinin (transition flow region) hemen başında akış problemi incelenmiş ve ikinci mertebeden türevleri içine alan bir kayma akışı modeli (slip flow model) kullanılarak mikrokanal içindeki enerji, momentum denklemleri analitik olarak çözülmüştür. Momentum ve enerji denklemlerinin çözümünden sırasıyla mikrokanal içindeki hız ve sıcaklık dağılımları elde edilmiştir.

Sekiz ısıl sınır şartı için mikrokanal içindeki ısıl performansın, kayma akışı modelinde ikinci mertebeden türevlerin hesaba katılması ile nasıl değiştiğini anlamak için Nusselt sayıları hesaplanmış ve bu Nusselt sayıları kayma akışı modelinde sadece birinci mertebeden türevlerin bulunduğu hal ile karşılaştırılmıştır.

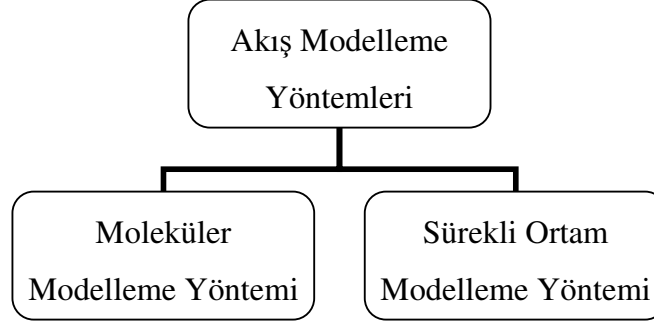
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Mikro üretim yöntemlerinin son yıllarda gelişme göstermesi ile bir çok cihaz mikron boyutlarına gelmiştir. Bu cihazlardan bazılarına örnek vermek gerekirse: Mikro-ısı kuyuları, mikro-işlemciler, mikro-reaktörler, mikro-gaz türbinleri, mikro-motorlar, mikro-yakıt hücreleri şeklinde sıralanabilir.

Cihazların gittikçe küçülme eğilimlerini en rahatlıkla bilgisayar teknolojisinde görebilmekteyiz. Fakat bilgisayar teknolojisinde gerçekleşen işlemcilerdeki gittikçe küçülme beraberinde aşırı ısınma problemlerini getirmiştir. Günümüzdeki bilgisayarlarda ısı akısının 100 W/cm^2 değerlerine kadar artış göstermesi, araştırmacıların yeni soğutma teknolojileri konularında çalışmaya itmiştir. Bu çalışmalardan sıkça duyululardan bir tanesi ısıl paketleme (thermal packaging) tekniğidir. Isıl paketleme tekniğindeki önemli gelişmeleri **Bar-Cohen (1992)** yapmış olduğu çalışmada irdlemiştir. Bunun yanı sıra **Kakaç ve diğ. (1992)** yapmış oldukları çalışmada bir çok araştırmacının elektronik sistemlerin soğutulması için önerdikleri analitik ve deneysel metotları bir araya getirmişlerdir.

Akışın modellenmesinde temelde iki adet model kullanılmaktadır. Bu modellerden biri sürekli modelleme (continuum modeling) olarak adlandırılan ve geleneksel akışların modellenmesinde kullanılan bir yöntemidir. Bu modelde akışın içinde yer alan moleküllerin tümü için birden korunum denklemleri yazılır. Yani her bir molekül için ayrı bir korunum denklemi yazılmaz. Diğer bir yöntem ise moleküler modellemedir (molecular modeling). Bu modelleme tekniğinde her molekül ayrı ayrı ele alınır ve akış içinde yer alan her bir molekül için korunum denklemi yazılarak çözüme gidilir. (**Kakaç ve diğ., 2005**)

Aşağıdaki şekilde yukarıda bahsedilen akış modelleme yöntemleri şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.1: Akış modellerinin sınıflandırılması.

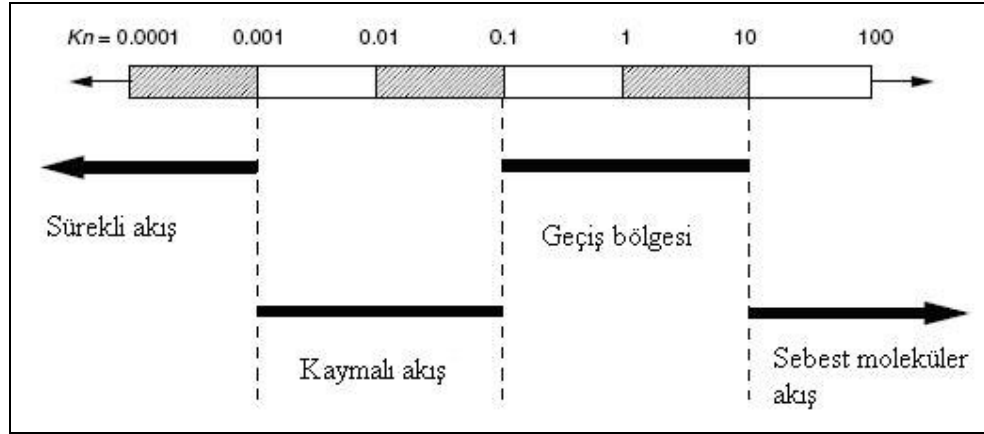
Yukarıdaki şemada gösterilen sürekli ortam modelleme yöntemi geleneksel akış problemlerinde kullanılmaktadır. Bunun yanında moleküler modelleme tekniğinde her bir molekül için korunum denklemi yazılarak çözüme gidildiği için sürekli ortam modelleme tekniğine göre çok daha fazla zaman isteyen ve çok daha zor bir modelleme yöntemidir. **(Kakaç ve diğ., 2005)**

Büyük kanallardaki akışkan akışı çoğunlukla sürekli bir ortam olarak modellenir. Uygulanabildiğinde, mikroskobik miktarları küçük bir örneklem hacminde ortalayarak süreksizlikleri dikkate almadığı için sürekli varsayımı çok elverişlidir. Klasik akışkanlar mekaniğinde ilgilenilen tüm makroskobik miktarların (yoğunluk, hız, basınç, sıcaklık vb.) akış içerisinde noktadan noktaya sürekli değiştiği varsayılır. Süreklilik varsayımına uymak için, mikroskobik değişimler ortalama miktarlardan belirgin dalgalanmalar üretmemelidir. Bu yüzden, tipik bir örneklem hacminin büyüklüğü yeterince büyük olmalı ama kontrol hacmindeki hız ve basınç gradyenleri gibi makroskobik değişimleri gizlemeyecek kadar da küçük olmalıdır.

Moleküler modelleme tekniği zor ve uzun olmasına rağmen, sürekli ortam fiziğinin geçerli olmadığı problemlerde moleküler modellemenin yapılması gerekmektedir. Sürekli ortam fiziğinin hangi durumlarda geçerli hangi durumlarda geçerli olmadığını anlamak için Knudsen (Kn) boyutsuz sayısına bakılmaktadır. Knudsen sayısı aşağıda gösterildiği şekilde tanımlanmaktadır.

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{L} \quad (2.1)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan λ_{mfp} terimi moleküler ortalama serbest uzaklık (molecular mean free path) ve L ise akışın karakteristik uzunluğunu göstermektedir. Knudsen sayısına bağlı olarak akışın karakteri belirlenir. Bunun ile ilgili şematik gösterim Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü üzere Kn sayısının 0.001 ile 0.1 arasında olması halinde akış, kaymalı akışı (slip flow) karakterine sahip olmaktadır. Bu da artık bu akış karakteri için sürekli ortam modellemesinin doğrudan uygulanamayacağı anlamına gelmektedir. (Gad-El-Hak, 2002)



Şekil 2.2: Knudsen sayısına bağlı olarak akış karakterlerinin gösterilmesi.

Akış rejimi Kn sayısına göre şu şekilde sınıflandırılmaktadır:

$Kn < 10^{-3}$: Süreklilik (continuum) ve termodinamik denge (thermodynamic equilibrium) kabulleri geçerlidir. Bu yüzden, sınır şartı olarak cidarda kaymama sınır şartı (no-slip boundary condition) geçerlidir ve bu sınır şartı ile birlikte Navier-Stokes denklemi kullanılarak akışın çözümlemesi yapılır.

$10^{-3} < Kn < 10^{-1}$: Bu bölgeye kaymalı akış bölgesi (slip-flow region) denilmektedir. Bu bölge içinde de Navier-Stokes denklemleri sınır şartlarının yeniden düzenlenmesi şartı ile kullanılabilir. Hız ve ısı sınır şartlarındaki bu düzenlemeler şu şekilde açıklanabilir: Bu bölgede hız sınır şartı için sürekli ortamda geçerli olan geleneksel cidarda kaymama sınır şartı yerine kayma hızı sınır şartı (slip-velocity boundary condition) kullanılmaktadır. Ayrıca bu bölgede ısı sınır şartı için sürekli ortamda geçerli olan akışkanın sıcaklığının duvar sıcaklığına eşit olduğunu söyleyen ısı sınır şartı yerine cidarda sıcaklık sıçraması (temperature-jump) ısı sınır şartı kullanılmaktadır. Yapılan sınır şartlarındaki bu değişiklikler ile bu bölge için yapılacak çözümlemelerde Navier-Stokes denklemi kullanılabilir hale getirilmiştir.

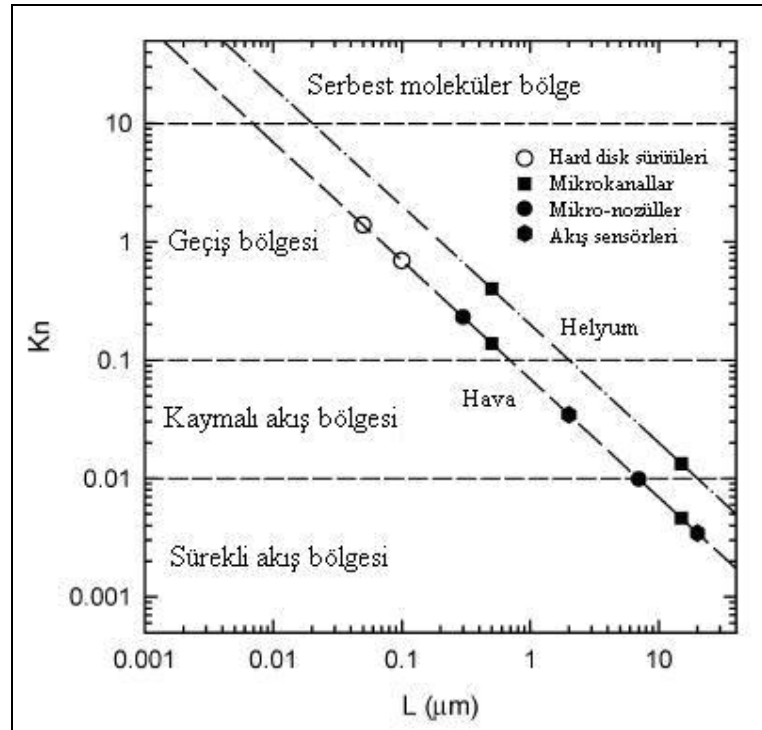
Normalde Navier-Stokes denklemi bu bölgede geçerli olmadığı bilinmektedir. Çünkü Navier-Stokes denklemi sürekli ortam fiziğinin geçerli olduğu bölgede kullanılabilir. Fakat bu bölge sürekli ortam fiziğinin geçerli olmadığı bir bölgedir ve Navier-Stokes denklemi doğrudan kullanılamaz. Ancak sınır şartlarında yukarıda anlatılan değişikliklerin yapılması ile Navier-Stokes denklemleri kullanılabilir hale getirilir. Fakat şu da unutulmamalıdır ki, sınır şartlarının yeniden düzenlenmesi ile Navier-Stokes denkleminin kullanılması yine de beraberinde küçük hatalar getirmektedir.

Kaymalı akışın meydana gelebilmesi için ya akış basıncının çok küçük olması ya da akışın karakteristik uzunluğunun çok küçük olması gerekmektedir. Kaymalı akışta sürekli ortam fiziği geçerliliği yitirmektedir. Sürekli akışta yüzeydeki akış hızı sıfır iken kaymalı akışta yüzeydeki hız sıfırdan farklıdır. Bunun yanı sıra sürekli akışta yüzeye çok yakın yerdeki akışkanın sıcaklığı yüzey sıcaklığına eşit iken kaymalı akışta bu sıcaklık yüzey sıcaklığından farklılık göstermekte ve sıcaklık sıçraması (temperature jump) ile tariflenen olay meydana gelmektedir. **(Kuddusi., 2006)**

$10^{-1} < Kn < 10$: Bu bölgeye geçiş akışı bölgesi (transition flow region) adı verilmektedir. Bu bölgede süreklilik ve termodinamik denge kabulleri geçerliliğini yitirmekte ve bu da Navier-Stokes denkleminin bu bölgede doğrudan kullanılamayacağını söylemektedir. Bu bölge için alternatif analiz metotları geliştirilmiştir. Burnet denklemlerinin ya da partikül tabanlı doğrudan Monte Carlo simülasyonu (Direct Simulation Monte Carlo, DSCM) metodunun kullanılması ile bu bölgede çözüme gidilmektedir. Bunların yanı sıra bu bölgenin başlangıcında hız ve ısı sınır şartlarının ikinci mertebeden (second-order) hale getirilmesi ile Navier-Stokes denklemlerinin kullanılabileceği araştırmacılar tarafından gösterilmiştir. Bununla birlikte, moleküller arası çarpışma henüz ihmal edilebilir değildir ve dikkate alınması gerekir.

$Kn > 10$: Bu bölgeye serbest moleküler akış (free molecular flow) bölgesi adı verilmektedir. Bu bölgede moleküllerin ortalama serbest uzaklıkları akışın karakteristik uzunluğundan çok büyüktür ve sonuç olarak yüzeye çarpıp yansıyan moleküller diğer moleküllere çarpmadan önce çok uzun yol almaktadır. Bu bölgede moleküller arası çarpışma, moleküllerin duvar ile çarpışması göz önüne alındığında ihmal edilebilir mertebededir.

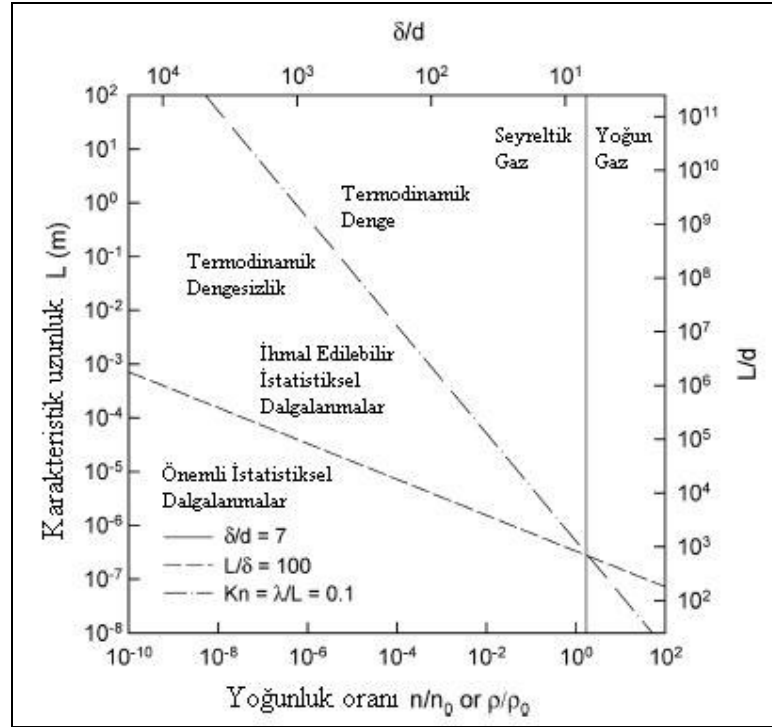
Şunu vurgulamak gerekir ki, yukarıda Kn sayısına göre yapılan akış karakterinin sınıflandırılması biraz deneysel kökenlidir ve bu yüzden değişik akış rejimlerinin arasındaki sınırlar, problemin özel geometrik detayları ile de ilişkilidir. Şekil 2.3 bazı mikro-akış elemanlarının Knudsen (Kn) sayısına ve karakteristik uzunluğa (L) bağlı olarak hangi akış rejiminde olduğunu göstermektedir (**Beskok, 2001**). Şekilden görüleceği üzere bir çok mikro-sistem elemanının kaymalı akış bölgesinde ya da geçiş akışı bölgesinin hemen başlangıcında çalıştığı görülmektedir. Bunun dışında hard disk sürücülerinin Kn sayısının 1'i aştığı bölgede çalıştığı görülmektedir. Son zamanlarda mikro-üretim tekniklerindeki hızlı gelişmeler mikro-sistemlerin boyutlarının mikron mertebelerinin oldukça altına rahatlıkla düşürebilmektedir. Bu ölçeklere inilmesi ile geçiş akışı bölgesinin üstlerine doğru yaklaşılmaktadır.



Şekil 2.3: Standart atmosferik şartlarda karakteristik uzunluk (L) ve Knudsen sayısına (Kn) göre mikro-akış elemanlarının akış rejimlerinin gösterilmesi.

Ayrıca süreklilik ve termodinamik denge koşulları Şekil 2.4'de şematik olarak gösterilmektedir (**Bird, 1994**). Diğer bir deyiş ile bu grafik Navier-Stokes denkleminin nerelerde geçerli olduğunu göstermektedir. Bu grafik molekül çapı $d = 4 \cdot 10^{-10} [m]$ olan gazların durumunu simgelemektedir. Yaklaşık hava moleküllerinin çapı da bu mertebelerde olduğundan, bu grafik akışkanın hava olması

durumu için de bilgi vermektedir. Grafiğin sol ordinatı karakteristik uzunluğu (L) göstermektedir. Sağ ordinat ise karakteristik uzunluk ile molekül çapının birbirlerine oranını (L/d) göstermektedir. Grafiğin alt apsisi gaz yoğunluğunun referans yoğunluğa oranını (ρ/ρ_0) ya da bu orana eşit olan birim hacimdeki molekül sayısının referans durumdaki birim hacimdeki molekül sayısına oranını (n/n_0) göstermektedir. Son olarak grafiğin üst apsisi moleküller arasındaki ortalama uzaklığın molekül çapına oranını (δ/d) göstermektedir.



Şekil 2.4: Navier-Stokes denkleminin geçerli olduğu bölgelerin gösterilmesi.

Şekil 2.4'deki düşey çizgi seyreltik (dilute) gaz ile yoğun (dense) gaz arasındaki sınırı göstermektedir. Havanın standart koşullardaki basıncı $1.013 \cdot 10^5 [N/m^2]$, havanın birim hacmindeki molekül sayısı $2.68666 \cdot 10^{25} [m^{-3}]$, hava için δ/d oranı 8.5'dir. Bu durumda standart koşullardaki hava seyreltik gaz kabul edilebilir. Buna karşın standart koşullardaki havanın δ/d oranının yoğun gaz ile seyreltik gazı birbirinden ayıran çizgiye yakın olduğunu vurgulamak gerekir.

Şekil 2.4'de $L/\delta=100$ çizgisi moleküler düzensizlik limitini göstermektedir. Süreklilik yaklaşımı, verilen hacimde yeterli molekülün olması ile mümkündür çünkü ancak bu şekilde makroskobik akış özelliklerinin istatistiksel açıdan dengesi

sağlanabilecektir. Karakteristik uzunluğun moleküllerin ortalama birbirinden uzaklıklarının en az 100 katı olması durumunda süreklilik yaklaşımı geçerlidir (**Bird, 1994**). Bu yüzden $L/\delta = 100$ çizgisinin üst tarafında süreklilik yaklaşımı geçerlidir.

Geriye kalan eğri ($Kn = \lambda_{mfp}/L = 10^{-1}$) termodinamik denge kabulünün geçerli olduğu bölge ile geçerli olmadığı bölgeyi birbirinden ayırmaktadır. Moleküller arası ortalama serbest uzaklığın birim hacim içindeki molekül sayısı ile ters orantılı olmasından dolayı termodinamik denge çizgisinin gradyeni moleküler düzensizlik çizgisinin gradyeninden üç kat daha fazladır.

Şekil 2.4 incelendiğinde seyreltik gazlar için akış boyutlarındaki azalma ile ilk önce termodinamik denge kabulünün daha sonra ise süreklilik yaklaşımının ortadan kaybolduğu görülmektedir. Bunun tersine, yoğun gazlar için akış boyutlarındaki azalma ile ilk önce süreklilik yaklaşımı geçerliliğini yitirmekte daha sonra termodinamik denge kabulü ortadan kalkmaktadır.

Kaymalı Akışı Bölgesi:

Geleneksel akış analizinde, duvarda kaymama hız sınır şartı geçerlidir. Pratikte, kaymama sınır şartı Kn sayısının 10^{-3} değerinin altında olduğu durumlar için geçerlidir. Eğer Kn sayısı bu değerin üzerine çıkarsa, seyretme (rarefaction) etkileri akışı etkilemeye başlamakta ve birim alan başına moleküller arası çarpışma frekansının çok azalması ile termodinamik denge ortadan kalkmaktadır. Bu koşullar altında, duvardaki hızda süreksizlikler meydana gelmekte ve gaz katı yüzey üzerinde kaymaya başlamaktadır. Hızdaki bu süreksizlik ilk önce **Maxwell (1879)** tarafından tanımlanmıştır. Maxwell duvardaki teğetsel kayma hızının aşağıda gösterildiği şekilde yazılabileceğini söylemiştir.

$$u_s = u_g - u_w = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \lambda_{mfp} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w + \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu}{\rho \cdot T} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_w \quad (2.2)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan u ifadesi hız fonksiyonunu, x ve y koordinatları, λ_{mfp} gaz moleküllerinin ortalama serbest uzaklıklarını, σ teğetsel momentum barındırma katsayısını (Tangential Momentum Accommodation Coefficient, TMAC), μ viskoziteyi, ρ ve T sırasıyla duvardaki gazın yoğunluğunu ve

sıcaklığını göstermektedir. Yukarıdaki denklemdaki eşitliğin sağındaki ikinci terim ısı terlemeyi (thermal transpiration) tanımlamaktadır. Duvar boyunca sıcaklık değişimi yok kabul edilirse $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_w = 0$, yukarıdaki denklem birinci mertebeden kayma sınır şartı (first-order slip-boundary) denklemi haline gelir.

Teğetsel momentum barındırma katsayısı gaz moleküllerinin duvarla çarpışması ile momentumlarındaki azalmayı göstermektedir. İdeal bir yüzey için (moleküller seviyede mükemmel pürüzsüz yüzey) molekülün yüzeye geliş ve yüzeyden yansıma açıları aynıdır ve bu yüzden moleküller momentumlarını korumaktadırlar. Bu ayna yansıması (specular reflection) olarak ifade edilir ve bu durumda mükemmel kayma ile sonuçlanır ($\sigma \rightarrow 0$). Buna karşılık, yüzeyin oldukça pürüzlü olması durumunda, yüzeye çarpan molekül tamamen rastlantısal bir yönde yüzeyden yansıtılırken momentumunu da koruyamaz. Bu duruma dağınık yansıma (diffusive reflection) denilmekte ve bu durum için $\sigma = 1$ olmaktadır. Gerçek duvarlar için, bazı moleküller yüzeye çarptıktan sonra ayna yansıması ile bazıları ise dağınık yansıma ile yüzeyden ayrılmaktadırlar.

TMAC değerinin ölçülmesi için değişik durumlar altında bir çok deney yapılmıştır (Seidl ve Steinheil, 1974), (Thomas ve Lord, 1974), (Porodnov ve diğ., 1974). Yapılan deneyler göstermiştir ki teğetsel momentum barındırma katsayısı gazın molekül ağırlığına, gelen molekülün enerjisine, duvar malzemesine, gazın sıcaklığına ve yüzeyin durumuna bağlı olarak değişmektedir. Yapılan deneyler sonucunda genellikle TMAC 0.2 ile 1.0 arasında değerler almaktadır: Düşük değer çok pürüzsüz, yüksek değer ise çok pürüzlü ve yüksek oksitli yüzeyler için yapılan deneylerinin sonucunda elde edilmiştir. Son zamanlarda silikon mikrokanallarda yapılan deneylerde TMAC değerinin 0.8 ile 1.0 arasında değişti gösterilmiştir (Arkilic ve diğ., 1994), (Arkilic ve diğ., 1997a), (Arkilic ve diğ., 1997b), (Arkilic ve diğ., 2001), (Maurer ve diğ., 2003), (Colin ve diğ., 2004).

Duvardaki kayma hızını veren ifadenin bir benzeri olan ve yüzey ile gaz arasındaki sıcaklık sıçramasını tanımlayan ifade Smoluchowski (1898) tarafından aşağıda gösterildiği şekilde yazılmıştır.

$$T_S = T_g - T_w = \pm \frac{(2 - \sigma_T)}{\sigma_T} \cdot \left[\frac{2 \cdot R}{(1 + R)} \right] \cdot \frac{\lambda_{mfp}}{\text{Pr}} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_w \quad (2.3)$$

Burada y , duvarın normali yönündeki koordinatı; σ_T , ısıl barındırma katsayısını (thermal accommodation coefficient); R , özgül ısı kapasitelerinin oranını ve Pr, Prandtl sayısını göstermektedir.

Analitik Modeller:

Birinci Mertebeden Formülasyonlar (First Order Formulations):

Kanallardaki basınç sürüklemeli (pressure-driven) kaymalı akışı (slip flow) bir çok yıldan beri önemli ilgi odağı haline gelmiştir. Bu ilginin bir sonucu olarak araştırmacılar bu konularda analitik ve yarı analitik çözümler geliştirmişlerdir. Bir çok basit geometri için literatürde analitik çözümler yer almaktadır: Silindirik için **Kennard (1938)**, **Brown (1946)**, **Sparrow ve Lin (1962)**, **Shidlovskiy (1969)**; halka için **Ebert ve Sparrow (1965)** ve dikdörtgen için **Ebert ve Sparrow (1965)**, **Morini ve Spiga (1998)** tarafından yapılan araştırmalar sayılabilir. Ayrıca, yüksek kenar oranlarına (aspect ratio) sahip dikdörtgen kanallar için paralel plaka yaklaşımı yapılarak yaklaşık çözümler elde edilmiştir (**Arkilic ve diğ., 1994**), (**Arkilic ve diğ., 1997a**), (**Arkilic ve diğ., 1997b**), (**Arkilic ve diğ., 2001**), (**Maurer ve diğ., 2003**). Paralel plaka kabulü yaparak, **Arkilic ve diğ. (1994)** izotermal koşul altında uzun mikrokanal boyunca debiyi veren ifadeyi aşağıda gösterildiği şekilde bulmuşlardır.

$$\dot{m} = \frac{H^3 \cdot W}{24 \cdot \mu \cdot L \cdot \Re \cdot T} \cdot \left[P_1^2 - P_0^2 + 12 \cdot \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot Kn_0 \cdot P_0 \cdot (P_1 - P_0) \right] \quad (2.4)$$

Burada H , W ve L sırasıyla kanalın yüksekliği, genişliği ve uzunluğudur. $\Re$ özgül gaz sabitini, T sıcaklığı, P_1 kanal girişindeki basıncı, P_0 kanal çıkışındaki basıncı ve Kn_0 kanal çıkışındaki Knudsen sayısını göstermektedir.

İkinci Mertebeden Formülasyonlar (Second-Order Formulations):

Birinci mertebeden kayma sınır şartı (first-order slip boundary) kullanılarak türetilen analitik modellerin, Kn sayısının yaklaşık 10^{-1} değerine kadar doğru sonuç verdiği

görülmektedir (**Harley ve diğ., 1995**), (**Arkilic ve diğ., 2001**). Buna karşın Kn sayısının 10^{-1} değerinden büyük olduğu durumlarda birinci mertebeden kayma sınır şartının kullanılması ile elde edilen sonuçların deneysel verilerle karşılaştırıldığında çelişkilerin olduğu görülmektedir (**Maurer ve diğ., 2003**), (**Colin ve diğ., 2004**), (**Sreekanth, 1969**). Yüksek Knudsen sayılarında deney verileri ile olan uyumsuzluğu ortadan kaldırmak için bir çok bilim adamı ikinci mertebeden kayma sınır şartı (second-order slip boundary) konularında araştırma yapmak için harekete geçmiştir. Henüz, bilim çevrelerince ikinci mertebeden kayma sınır şartının doğru formülasyonu konusunda fikir birliğine ulaşılamamıştır. Örnek olarak, **Deissler (1964)** ikinci mertebeden kayma sınır şartı olarak aşağıdaki ifadeyi önermiştir.

$$u_s = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \lambda_{mfp} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w - \frac{9}{16} \cdot \lambda_{mfp}^2 \cdot \left(2 \cdot \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_w + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_w + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|_w \right) \quad (2.5)$$

Buna karşın **Beskok ve Karniadakis (2002)** ikinci mertebeden kayma sınır şartını Taylor serisi açılımını kullanarak aşağıda gösterildiği şekilde önermiştir.

$$u_s = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \lambda_{mfp} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w + \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \frac{\lambda_{mfp}^2}{2!} \cdot \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_w \quad (2.6)$$

Bunun yanı sıra, **Beskok ve Karniadakis (1999)** yüksek mertebeli sınır şartı denklemini olarak aşağıdaki ifadeyi önermişlerdir.

$$u_s = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \frac{Kn}{(1 - b \cdot Kn)} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right|_w \quad (2.7)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan b terimi geometrik yapıya bağlı olan deneysel bir parametredir. $\bar{y}$, duvarın normali yönündeki boyutsuz koordinatı göstermektedir. Ayrıca yukarıdaki ifadeye benzer **Xue ve Fan (2000)** tarafından ortaya atılan ve yine sadece birinci mertebeden türevli terimi içeren alternatif yüksek mertebeli sınır şartı denklemini aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$u_s = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \tanh(Kn) \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right|_w \quad (2.8)$$

Bazı ikinci mertebeden formülasyonlar ise duvarda ikinci mertebeden türevin alınmasının kolay olmamasından doğan zorluğu ortadan kaldırmak amacıyla türetilmiştir. Örnek olarak, **Jie ve diğ. (2000)** aşağıda gösterilen formülasyonu önermişlerdir.

$$u_s = \pm \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \cdot \left[Kn \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w + \frac{Kn}{2} \cdot Re \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x} \Big|_w \right] \quad (2.9)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan $\bar{x}$ ve $\bar{y}$, kanal yüksekliği ile boyutsuz hale getirilmiş koordinatları göstermektedir. Bunun yanı sıra $\bar{p}$, boyutsuz basıncı, Re ise Reynolds sayısını göstermektedir.

Yukarıdaki denklemlere bakıldığında literatürde birbirinden farklı ikinci mertebeden kayma sınır şartı denklemlerinin yer aldığı rahatlık ile görülebilmektedir. Bunun dışında ikinci mertebeden kayma sınır şartı denklemlerinde yer alan momentum barındırma katsayısını içeren terimin $((2 - \sigma_v)/\sigma_v)$ sadece birinci mertebeden türevli terime mi yoksa ikinci mertebeden türevli terime de mi ait olduğu konusunda da literatürde henüz bir fikir birliğine ulaşılamamıştır.

İkinci mertebeden kayma sınır şartı denklemleri ile ilgili problemlerin daha iyi değerlendirilebilmesi için, iki paralel levha arasında Poiseuille akışının ele alınması yararlı olacaktır. Bu durum için genelleştirilmiş ikinci mertebeden kayma sınır şartı denklemleri aşağıda gösterildiği şekilde yazılabilir.

$$u_s = \pm A_1 \cdot \lambda_{mfp} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w - A_2 \cdot \lambda_{mfp}^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_w \quad (2.10)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan A_1 ve A_2 katsayıları birinci ve ikinci mertebeden kayma katsayılarıdır (slip coefficient).

Tablo 2.1’de literatürde yer alan değişik kayma sınır şartı denklemleri için A_1 ve A_2 katsayıların momentum barındırma katsayısının 1 olması durumu için elde edilen teorik değerlerinin karşılaştırılması gösterilmektedir.

Aşağıdaki tablo incelendiğinde de görülmektedir ki, bilim adamları arasında ikinci mertebeden terimin önündeki katsayının hem değeri hem de işareti konusunda henüz bir fikir birliğine ulaşılamamıştır. **Lockerby ve diğ. (2004)** ikinci mertebeden terimin önündeki katsayının henüz bir kesinlik olmamasına rağmen problemin geometrisine bağlı olabileceği konusunda düşünceleri bulunmaktadır.

Tablo 2.1: Değişik Kayma Sınır Şartı Denklemlerinde Yer Alan A_1 ve A_2 Katsayılarının Karşılaştırılması. (Momentum uyum katsayısının 1 olduğu durum için) (**Barber ve Emerson, 2006**)

YAZAR	TARİH	A_1	A_2
Maxwell	1879	1	0
Schamberg	1947	1	$5\pi/12$
Cercignani ve Daneri	1963	1.1466	0.9756
Deissler	1964	1	9/8
Hsia ve Domoto	1983	1	0.5
Mitsuya	1993	1	2/9
Beskok ve Karniadakis	2002	1	-0.5

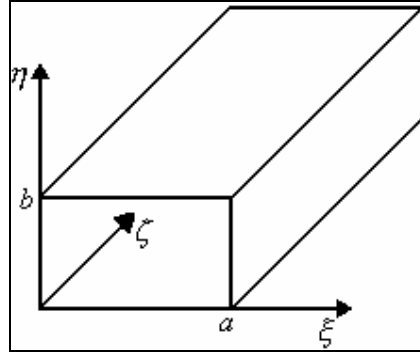
Evrensel olarak kabul edilen ikinci mertebeden kayma sınır şartı denkleminin olmaması geçiş bölgesinde kayma akışı denklemlerinin kullanılmasında zorluk çıkarmaktadır. Ayrıca, değişik kayma sınır şartı denklemleri kullanılarak elde edilen duvardaki kayma hızı ifadesi ikinci mertebeden türevin önündeki katsayının işaretine bağlı olarak artma ya da azalma eğilimi göstermektedir.

Son zamanlarda yapılan deneysel çalışmalar göstermektedir ki ikinci mertebeden türevin önündeki katsayının doğru ve dikkatli seçilmesi ile ikinci mertebeden kayma modellerinin kullanılması başarılı olabilmektedir (**Maurer ve diğ., 2003**), (**Colin ve diğ., 2004**), (**Aubert ve Colin, 2001**). Örnek olarak, **Aubert ve Colin (2001)** yapmış oldukları çalışmada **Deissler (1964)** tarafından ortaya atılan ikinci mertebeden kayma sınır şartı denklemini kullanarak elde ettikleri debi değerlerini deneysel sonuçlar ile karşılaştırdıklarında kanalın çıkışındaki Kn sayısının 0.25 değerine kadar verilerin birbirleri ile uyuştuklarını göstermişlerdir. Ayrıca, **Maurer ve diğ. (2003)**

yapmış oldukları deneysel çalışmada ikinci mertebeden türevin önündeki katsayının ayarlanması ile kanal çıkışındaki Kn sayısının 1.46 değerine kadar deney verileri ile ikinci mertebeden modellerin kullanılması ile elde edilen verilerin uyduğu göstermişlerdir. Tüm bu yapılan araştırmalara karşın, ikinci mertebeden türevin önündeki katsayının işareti ve değeri konusunda bilim adamları arasında henüz bir fikir birliği yoktur. Bu konuda yapılacak daha kapsamlı çalışmalar ile bu sorunun çözülmesi beklenmektedir.

3. PROBLEMİN TANITILMASI

Bu çalışmada dikdörtgen bir mikrokanalda hidrodinamik ve ısı olarak tam gelişmiş, sürekli ve sıkıştırılmaz bir akış incelenmiştir. Üzerinde çalışılan dikdörtgen mikrokanalın geometrisi ve problem için seçilen koordinat sistemi Şekil 3.1’de gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Mikro kanalın şematik çizimi.

Üzerinde çalışılan mikrokanalın boyutları moleküllerin birbirinden ortalama serbest uzaklıkları ile (molecular mean free path) kıyaslanabilecek ölçüde küçük seçilmiştir. Böylece mikrokanal içindeki akış, kaymalı akış (slip flow) özelliklerine sahip hale getirilmiştir. Yapılan bu çalışma, bu yanıla geleneksel akış teorisinden farklılık göstermektedir. Geleneksel akış teorisinde, yani kanal boyutlarının moleküllerin ortalama serbest uzaklıklarından hayli fazla olduğu durumlarda, sınır şartlarında kaymama hali geçerlidir. Diğer bir deyişle geleneksel akış problemlerinde yüzeyde akışkan moleküllerinin kaymadığı kabulü yapılır. Bu durumda yüzeye deyen akış molekülü yüzeye temas halinde bulunduğu sürece hızı sıfır olarak kalmaktadır. Bu sınır şartına kaymama sınır şartı (no-slip boundary condition) denilmektedir. Ayrıca sıcaklık için de benzer şeyler söylenebilir. Sıcaklık için ise yüzeye deyen akışkan molekülünün hızının sıfır olmasından dolayı yüzeyde sıcaklık sıçraması meydana gelmemektedir.

Kanalın boyutları moleküllerin birbirinden ortalama serbest uzaklıkları ile kıyaslanılabilecek ölçüde küçük seçildiğinde, artık kaymama sınır şartı kabulü yapılamamaktadır. Bu durumda yüzeyde kayma sınır şartı meydana gelmekte yani yüzeye deyen akışkan molekülünün hızı sıfır kabul edilememektedir. Bu durumdan ötürü de yüzeyde bir sıcaklık sıçraması meydana gelmektedir.

Akış karakterinin, kaymalı akışa mı (slip flow) yoksa kaymalı olmayan akışa mı (no-slip flow) benzediğini anlamak için boyutsuz bir sayı olan Knudsen (Kn) sayısına bakılmaktadır. Kn sayısı, moleküllerin birbirinden ortalama uzaklıklarının akışın karakteristik uzunluğuna oranı olarak tanımlanmakta ve denklem 2.1 ile gösterilmektedir. Kn sayısının 10^{-3} den küçük olması durumunda akışın kaymalı olmayan akış karakteri gösterdiği ve Kn sayısının 10^{-3} ile 10^{-1} arasında olması durumunda ise akışın kaymalı akış karakteri gösterdiği kabul edilir. **(Beskok ve Karniadakis, 2002)**

Eğer akış kaymalı olmayan akış karakteri gösteriyorsa, duvarda molekülün kaymadığı yani duvar ile temasta bulunan molekülün hızının sıfır olduğu ortaya çıkar. Ayrıca kaymalı olmayan akışta duvara temas halinde bulunan molekülün sıcaklığı duvarın sıcaklığı ile aynı değeri alır yani bir sıcaklık sıçraması olmaz. Buna karşın akış, kaymalı akış karakterine sahip ise duvarda akış hızının sıfır olduğunu söyleyemeyiz yani duvara temas eden molekülün hızı sıfırdan farklıdır bu da duvara temas eden moleküllerin kaydığı anlamına gelir. Ayrıca duvardaki akış hızının sıfır olmamasından dolayı bir sıcaklık sıçraması meydana gelmektedir. Yani duvarın hemen yakınındaki sıcaklık duvar sıcaklığına eşit değildir. Kaymalı olmayan akışta, duvarının hemen yanındaki molekülün sıcaklığı duvarın sıcaklığına eşittir yani sıcaklık sıçraması olmamaktadır.

Kn boyutsuz sayısının 10^{-3} ile 10^{-1} arasında olması durumunda (kaymalı akış) geleneksel akış denklemleri geçerliliğini yitirmektedir. Diğer bir deyiş ile sürekli ortam fiziği artık geçerli olamamaktadır. Bu yüzden geleneksel akış problemlerini çözerken kullandığımız Navier-Stokes denklemi kaymalı akış problemleri için geçerliliğini yitirmektedir. Çünkü Navier-Stokes denklemi sürekli ortam fiziği için çıkartılmış bir denklemdir ve sürekli ortam fiziğinin dışında kalan bu hal için geçerliliği kalmamaktadır. Kaymalı akış (slip flow) problemlerini çözebilmenin teorik bir yolu ise her bir molekül için ayrı ayrı momentum denklemlerinin yazılarak

özölmesidir. Fakat takdir edilmesi gerekir ki bu çok uzun işlemler gerektiren ve çok güçlü bilgisayarlar gereksinim duyulacak bir yöntemdir. Bunun yerine araştırmacılar, geleneksel akış teorisindeki sınır şartlarını kaymalı akış haline uyarlayarak Navier-Stokes denklemini kullanmışlardır ve çıkan sonuçlar deney verileri ile karşılaştırıldığında büyük yakınlıklar fark edilmiştir. Bu da şunu göstermektedir ki Navier-Stokes denklemini bu durum için kullanmak beraberinde bir hata getirmesine rağmen sınır şartlarının kaymalı akış problemine göre düzenlemesinden dolayı bu hata çok küçük mertebelere çekilebilmiştir.

Bu neden ile kaymalı akış için sınır şartlarındaki bu yeni özellikleri sağlayacak yeni sınır şartı denklemlerine ihtiyaç duyulmuştur. Literatürde kayma hızı ve kayma sıcaklığı için değişik tipte çeşitli denklemler yer almaktadır. Bir önceki konu başlığında bu denklemlerden bazıları tanıtılmıştır. Bu alışmada **Beskok ve Karniadakis (2002)** tarafından önerilen ve aşağıda genel hali yazılan kayma hızı ve kayma sıcaklığı sınır şartı denklemleri kullanılacaktır.

$$u_s - u_w = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot \left[\lambda_{mfp} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_s + \frac{\lambda_{mfp}^2}{2!} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \right)_s + \frac{\lambda_{mfp}^3}{3!} \cdot \left(\frac{\partial^3 u}{\partial n^3} \right)_s + \dots \right] \quad (3.1)$$

$$T_s - T_w = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{1}{Pr} \right) \cdot \left(\lambda_{mfp} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s + \frac{\lambda_{mfp}^2}{2!} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial n^2} \right)_s + \frac{\lambda_{mfp}^3}{3!} \cdot \left(\frac{\partial^3 T}{\partial n^3} \right)_s + \dots \right) \quad (3.2)$$

Burada:

σ_v : Teğetsel momentum barındırma katsayısı (Tangential momentum accommodation coefficient)

σ_T : Isıl barındırma katsayısı (Thermal accommodation coefficient);

R : Özgöl ısıların oranı

λ_{mfp} : Moleküler ortalama serbest uzaklık (Molecular mean free path)

Denklemden u_s ile gösterilen ifade duvarın hemen yakınındaki kayma hızını göstermektedir. T_s ise duvarın hemen yakınındaki kayma sıcaklığını göstermektedir.

Yukarıda gösterilen hız ve sıcaklık için tanımlanmış yeni sınır şartı denklemleri yardımıyla momentum ve enerji denklemleri, kaymalı akış hali için çözülerek sonuca ulaşılabilmektedir. Çoğunlukla kaymalı akış problemleri çözülürken 3.1 ve 3.2 ile gösterilen yenilenmiş sınır şartı denklemlerinde sadece birinci mertebeden türevli terim hesaba katılarak işlemler yapılmıştır. Bu çalışmada ise ikinci mertebeden türevli terim de hesaba katılmış ve bu durum için çözümlemelere gidilmiştir.

Yukarıda bahsi geçen kaymalı akış hali için yeniden düzenlemiş sınır şartı denklemlerini problemimize uygun olarak boyutsuzlaştırarak işe başlayalım.

3.1. Boyutsuz Kayma Hızı İfadesinin Çıkarılışı

Bu çalışmada kullanılan denklemler uygun parametreler ile boyutsuz hale getirilerek işlemler yapılmıştır. Bu neden ile bu başlık altında, ilerideki hesaplamalarımızda çok sık kullanacağımız kayma hızı denkleminin boyutsuzlaştırılması anlatılacaktır. Literatürde değişik kayma hızı denklemleri olduğu bilinmektedir. Buradaki çalışmada 3.1 denklemi ile genel hali verilen **Beskok ve Karniadakis (2002)** tarafından ortaya atılan kayma hızı denklemi kullanılacaktır. Genel ifadesi verilen bu denklemin ilk iki terimi alınarak hesaplamalar yapılacaktır. Literatürde, ilk iki terimi alınmış yani ikinci mertebeden türevi içeren kayma hızı denklemine, ikinci mertebeden (second order) kayma hızı denklemi denilmektedir.

Bu neden ile ikinci türevden sonraki terimleri ihmal ederek ve problemimizde kullandığımız koordinat sistemine göre dört duvar için boyutlu kayma hızı denklemlerini aşağıda gösterildiği gibi yazabiliriz.

$$u_s(\xi, 0) - u_w = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot \left(\lambda_{mfp} \frac{\partial u(\xi, \eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=0} \right) \quad (3.3)$$

$$u_s(\xi, b) - u_w = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot \left(-\lambda_{mfp} \frac{\partial u(\xi, \eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=b} + \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=b} \right) \quad (3.4)$$

$$u_s(0,\eta)-u_w=\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}\cdot\left(\lambda_{mfp}\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \xi}\bigg|_{\xi=0}+\frac{\lambda_{mfp}^2}{2}\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}\bigg|_{\xi=0}\right) \quad (3.5)$$

$$u_s(a,\eta)-u_w=\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}\cdot\left(-\lambda_{mfp}\frac{\partial u(\xi,\eta)}{\partial \xi}\bigg|_{\xi=a}+\frac{\lambda_{mfp}^2}{2}\frac{\partial^2 u(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}\bigg|_{\xi=a}\right) \quad (3.6)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan boyutlu büyüklüklerden mikrokanal içindeki hız dağılımını gösteren $u(\xi,\eta)$ fonksiyonu aşağıda gösterilen şekilde boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\hat{u}(x,y)=\frac{u(\xi,\eta)}{u_m} \quad (3.7)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan mikrokanal içindeki ortalama hız ifadesin aşağıda gösterildiği gibidir..

$$u_m=\frac{1}{ab}\cdot\int_0^b\int_0^a u(\xi,\eta)\cdot d\xi\cdot d\eta \quad (3.8)$$

Ayrıca boyutlu koordinatlar olan ξ ve η , mikrokanal genişliği a ile aşağıda gösterildiği şekilde boyutsuz hale getirilmiştir.

$$x=\frac{\xi}{a}, \quad 0\leq x\leq 1 \quad (3.9)$$

$$y=\frac{\eta}{a}, \quad 0\leq y\leq \gamma\equiv\frac{b}{a} \quad (3.10)$$

Yapılan boyutsuzlaştırmalar 3.3-3.6 denklemlerinde yerine konulup gerekli düzenlemeler yapılırsa mikrokanalın dört duvarı üzerindeki boyutsuz kayma hızını veren ifadeler aşağıda gösterildiği şekilde elde edilmiş olunur.

$$\hat{u}_s(x,0) = \frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot Kn \cdot \left(\frac{\partial \hat{u}(x,y)}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{Kn \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x,y)}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \right) \quad (3.11)$$

$$\hat{u}_s(x,\gamma) = \frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot Kn \cdot \left(-\frac{\partial \hat{u}(x,y)}{\partial y} \Big|_{y=\gamma} + \frac{Kn \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x,y)}{\partial y^2} \Big|_{y=\gamma} \right) \quad (3.12)$$

$$\hat{u}_s(0,y) = \frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot Kn \cdot \left(\frac{\partial \hat{u}(x,y)}{\partial x} \Big|_{x=0} + \frac{Kn \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x,y)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \right) \quad (3.13)$$

$$\hat{u}_s(1,y) = \frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot Kn \cdot \left(-\frac{\partial \hat{u}(x,y)}{\partial x} \Big|_{x=1} + \frac{Kn \cdot \gamma}{1+\gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x,y)}{\partial x^2} \Big|_{x=1} \right) \quad (3.14)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan Knudsen sayısı (Kn), moleküllerin ortalama serbest uzaklığının (λ_{mfp}) hidrolik çapa (D_h) bölünmesi ile tanımlanmıştır. Hidrolik çap aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (3.15)$$

3.2. Boyutsuz Kayma Sıcaklığı İfadesinin Çıkarılışı

Kayma sıcaklığı ifadesinin genel hali 3.2 denklemi ile verilmiştir. Bu çalışmada ikinci türevden sonraki terimler ihmal edilecek ve probleme uygun seçilen koordinat sistemine göre 3.2 denklemi tekrar düzenlenecektir.

Aşağıdaki denklemlerde mikrokanaalın dört duvarı üzerindeki boyutlu kayma sıcaklığını veren ifadeler gösterilmektedir.

$$T_s(\xi,0) = T_w + \left(\frac{2-\sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1+R} \right) \cdot \left(\frac{1}{Pr} \right) \cdot \left(\frac{\lambda_{mfp}}{2} \cdot \frac{\partial T(\xi,\eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 T(\xi,\eta)}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=0} \right) \quad (3.16)$$

$$T_s(\xi, b) = T_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{1}{\text{Pr}} \right) \cdot \left(\begin{aligned} & -\lambda_{mfp} \cdot \frac{\partial T(\xi, \eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=b} + \\ & \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 T(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=b} \end{aligned} \right) \quad (3.17)$$

$$T_s(0, \eta) = T_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{1}{\text{Pr}} \right) \cdot \left(\begin{aligned} & \lambda_{mfp} \cdot \frac{\partial T(\xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} + \\ & \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 T(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=0} \end{aligned} \right) \quad (3.18)$$

$$T_s(a, \eta) = T_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{1}{\text{Pr}} \right) \cdot \left(\begin{aligned} & -\lambda_{mfp} \cdot \frac{\partial T(\xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=a} + \\ & \frac{\lambda_{mfp}^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 T(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=a} \end{aligned} \right) \quad (3.19)$$

Yukarıda gösterilen denklemler gerekli boyutsuzlaştırma işlemlerinden geçirilecektir. Boyutlu koordinatlar olan ξ ve η kanal genişliğine (a) bölünerek boyutsuzlaştırılmıştır. Moleküllerin ortalama serbest uzaklıkları kanalın hidrolik çapına bölünerek boyutsuz Kn sayısı elde edilmiştir.

Burada önemli bir boyutsuzlaştırma ise sıcaklığın boyutsuzlaştırılmasıdır. Sıcaklığın boyutsuzlaştırılmasında kullanılan en önemli ifade q' ile gösterilen mikrokanaalın birim uzunluğu boyunca mikrokanaal içindeki akışkana aktarılan ısı gücüdür. Sıcaklık fonksiyonunun boyutsuzlaştırılması aşağıda gösterildiği şekilde yapılmıştır.

$$\hat{T}(x, y) = \frac{T(\xi, \eta) - T_0}{(q'/k)} \quad (3.20)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan T_0 terimi akışkanın kanal girişindeki yığın sıcaklığıdır (bulk temperature).

Yapılan boyutsuzlaştırmalara göre boyutlu haldeki 3.16-3.19 denklemleri düzenlenirse, mikrokanalın dört duvarı üzerindeki boyutsuz kayma sıcaklıklarını veren ifadeleri aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \cdot \left(\frac{\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0}}{\frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial y^2} \Big|_{y=0}} + \right) \quad (3.21)$$

$$\hat{T}_s(x, \gamma) = \hat{T}_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \cdot \left(\frac{-\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=\gamma}}{\frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial y^2} \Big|_{y=\gamma}} + \right) \quad (3.22)$$

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \cdot \left(\frac{\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0}}{\frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial x^2} \Big|_{x=0}} + \right) \quad (3.23)$$

$$\hat{T}_s(1, y) = \hat{T}_w + \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \cdot \left(\frac{-\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=1}}{\frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial x^2} \Big|_{x=1}} + \right) \quad (3.24)$$

4. MOMENTUM DENKLEMİ

Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış hali için ζ yönündeki boyutlu haldeki momentum denklemi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial \zeta} \quad (4.1)$$

Momentum denkleminin çözülebilmesi için gerekli olan probleme uygun sınır şartları aşağıda belirtilmiştir.

$$\begin{aligned} u &= u_s & \xi &= 0 \\ u &= u_s & \xi &= a \\ u &= u_s & \eta &= 0 \\ u &= u_s & \eta &= b \end{aligned} \quad (4.2)$$

Burada sınır şartları olarak mikrokanalın duvarları üzerindeki hız, kayma hızı (u_s) olarak tanımlanan hıza eşit olacak şekilde verilmiştir. Yani sürekli ortam fiziğinde olduğu gibi cidarda hız sıfır değildir. Çünkü problemimizdeki akış kaymalı akış özelliği göstermektedir. Yani Kn sayısı 10^{-3} ile 10^{-1} arasında yer almaktadır. Burada önemli olan nokta u_s (kayma hızı) ifadesinin problemin başında bilinmiyor olmasıdır. Fakat ileride yapılacak hesaplamalarla u_s ifadesi bilinir hale getirilecektir.

İlk önce momentum denklemini boyutsuzlaştırarak işe başlanılacaktır. 3.7, 3.9 ve 3.10 denklemleri ile gösterilen boyutsuzlaştırmalar kullanılarak 4.1 ile gösterilen boyutlu momentum denkleminde gerekli düzenlemeler yapıldığında boyutsuz hale getirilmiş momentum denklemi ve sınır şartları sırasıyla aşağıda gösterildiği şekilde elde edilmiştir.

$$\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial y^2} = P \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
\hat{u} &= \hat{u}_s & x &= 0 \\
\hat{u} &= \hat{u}_s & x &= 1 \\
\hat{u} &= \hat{u}_s & y &= 0 \\
\hat{u} &= \hat{u}_s & y &= \gamma
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Momentum denkleminde geçen P (normalleştirilmiş basınç gradyeni) ifadesinin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$P = \frac{a^2}{u_m \cdot \mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial \zeta} \tag{4.5}$$

Momentum denkleminin 4.4 ile gösterilen sınır şartları incelendiğinde dört adet sınır şartının da homojen olmayan sınır şartı olduğu görülmektedir. Momentum denklemini çözebilmek için bu dört adet homojen olmayan sınır şartından ikisi uygun bir ifade kullanılarak homojen hale getirilecektir. Bunun için x yönündeki ya da y yönündeki homojen olmayan sınır şartları uygun ifadeler kullanılarak homojen hale getirilebilir. İlk önce x yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesini görelim. Daha sonra da y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesi üzerinde durulacaktır.

x yönündeki homojen olmayan sınır şartlarının homojen hale getirilebilmesi için aşağıda gösterilen değişken dönüşümü kullanılacaktır.

$$v(x, y) = \hat{u}(x, y) - \hat{u}_x(x) \tag{4.6}$$

Yukarıda gösterilen ifadede $\hat{u}_x(x)$ olarak belirtilen fonksiyon aşağıda gösterilen adi diferansiyel denklemin 4.8 ile verilen sınır şartlarında çözülmesi ile elde edilecek olan bir fonksiyondur.

$$\frac{d^2 \hat{u}_x(x)}{dx^2} - \hat{u}_x(x) = 0 \tag{4.7}$$

Yukarıda belirtilen adi diferansiyel denklemin çözümünde kullanılacak homojen olmayan sınır şartları ise aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}\hat{u}_x &= \hat{u}_s & x &= 0 \\ \hat{u}_x &= \hat{u}_s & x &= 1\end{aligned}\tag{4.8}$$

Bu sınır şartlarına göre 4.7 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklem çözüldüğünde $\hat{u}_x(x)$ fonksiyonunu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{u}_x(x) = \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x})\tag{4.9}$$

Boyutsuz momentum denklemine, 4.6 ile gösterilen değişken dönüşümü uygulanır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa boyutsuz momentum denklemini aşağıda gösterilen hali alır.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = P - \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x})\tag{4.10}$$

Sınır şartları ise yapılan değişken dönüşümünün ardından aşağıda gösterildiği şekilde yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned}v &= 0 & x &= 0 \\ v &= 0 & x &= 1 \\ v &= \hat{u}_s - \hat{u}_x & y &= 0 \\ v &= \hat{u}_s - \hat{u}_x & y &= \gamma\end{aligned}\tag{4.11}$$

Yukarıdaki sınır şartları incelendiğinde artık x yönündeki sınır şartlarının sıfır olduğu görülmektedir ve bu da homojen sınır şartıdır. Yani yeni durumda artık dört adet homojen olmayan sınır şartı yoktur bu sayı ikiye inmiştir. Bu yapılan değişiklik, momentum denkleminin çözümünde kolaylık sağlayacaktır.

x yönündeki homojen olmayan sınır şartları uygun değişken dönüşümü kullanılarak homojen hale getirildi. Aynı mantık çerçevesinde y yönündeki homojen olmayan sınır şartları da uygun değişken dönüşümü yapılarak homojen hale getirilebilir.

y yönündeki homojen olmayan sınır şartları aşağıda gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak homojen hale getirilecektir.

$$v(x, y) = \hat{u}(x, y) - \hat{u}_y(y) \quad (4.12)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan $\hat{u}_y(y)$ fonksiyonu aşağıda 4.13 ile gösterilen adi diferansiyel denklemin, 4.14 ile gösterilen sınır şartlarında çözülmesi ile elde edilir.

$$\frac{d^2 \hat{u}_y}{dy^2} - \hat{u}_y = 0 \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_y &= \hat{u}_s & y &= 0 \\ \hat{u}_y &= \hat{u}_s & y &= \gamma \end{aligned} \quad (4.14)$$

Yukarıda gösterilen adi diferansiyel denklem 4.14 ile gösterilen homojen olmayan sınır şartlarında çözüldüğünde, $\hat{u}_y(y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{u}_y = \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \quad (4.15)$$

4.3 ile gösterilen boyutsuz momentum denklemi ve 4.4 ile gösterilen sınır şartları; 4.12 ile verilen değişken dönüşümüne göre düzenlenirse, sırasıyla boyutsuz momentum denklemi ve sınır şartları aşağıdaki hali alır.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = P - \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} v &= \hat{u}_s - \hat{u}_y & x &= 0 \\ v &= \hat{u}_s - \hat{u}_y & x &= 1 \\ v &= 0 & y &= 0 \\ v &= 0 & y &= \gamma \end{aligned} \quad (4.17)$$

Görüldüğü üzere yapılan değişken dönüşümü sonucunda y yönündeki homojen olmayan sınır şartları homojen hale getirilmiştir.

Sonuç olarak bu bölümde boyutlu momentum denklemi ilk önce boyutsuz hale getirilmiştir. Ayrıca momentum denkleminin çözülebilmesi için gerekli olan dört adet sınır şartının hepsinin homojen olmayan sınır şartı olduğu görülmüştür. Momentum denkleminin daha kolay çözülebilmesi için homojen olmayan sınır şartları uygun değişken dönüşümleri ile homojen hale getirilmiştir. Öncelik ile 4.6 ile gösterilen değişken dönüşümü sonucunda x yönündeki homojen olmayan sınır şartları homojen hale getirilmiş ve yapılan değişken dönüşümü sonunda boyutsuz momentum denklemi 4.10 ile gösterilen hale gelmiştir. Daha sonra, y yönündeki homojen olmayan sınır şartlarını homojen hale getirmek için 4.12 ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılmış ve 4.3 ile gösterilen boyutsuz momentum denklemi 4.16 ile belirtilen diferansiyel denkleme dönüştürülmüştür. İster 4.10 ister 4.16 ile gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklem çözülsün, her ikisinin çözümünün sonunda birbirine denk olan mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımı elde edilecektir. Bir sonraki bölümde momentum denkleminin çözümü üzerinde durulacaktır.

5. MOMENTUM DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bir önceki bölümde, 4.3 ile gösterilen momentum denkleminin 4.4 ile gösterilen dört adet homojen olmayan sınır şartında çözmek zor olduğundan uygun değişken dönüşümleri ile ya x ya da y yönündeki iki adet homojen olmayan sınır şartları homojen hale getirilmişti. Sınır şartlarında yapılan bu düzenleme momentum denkleminin çözümünü kolaylaştıracaktır. İster x ister y yönündeki homojen olmayan sınır şartları homojen hale getirilerek momentum denklemi çözülsün, bu momentum denkleminin çözümünü ile elde edilecek olan mikrokanal içindeki hız dağılımını veren ifadenin sonucunu değiştirmeyecektir. Yani her iki durumda da momentum denkleminin çözülmesi ile elde edilecek mikrokanal içindeki hız dağılımını veren ifadeler aynı sonucu verecektir. Buna karşın burada hem 4.10 hem de 4.16 kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümü gösterilecektir.

İlk önce 4.10 ile gösterilen diferansiyel denkleminin çözümü yapılacaktır. x yönündeki homojen olmayan sınır şartlarını homojen hale getirmek için yapılan 4.6 değişken dönüşümü sonunda, momentum denklemi 4.10 ile gösterilen diferansiyel denkleme dönüşmüştü. Bu diferansiyel denklemin 4.11 ile gösterilen sınır şartlarında çözebilmek için integral dönüşüm (Integral Transform) metodu uygulanacaktır. Momentum denklemi, 4.6 ile gösterilen değişken dönüşümünden sonra $v(x, y)$ fonksiyonuna bağlı hale getirilmişti. Burada, $v(x, y)$ fonksiyonu için integral dönüşüm ve ters dönüşüm ifadelerinin yazılması gerekmektedir. Aşağıda sırasıyla bu iki ifade gösterilmektedir.

$$\bar{v}(\mu_{nx}, y) = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot v(x, y) \cdot dx \quad (5.1)$$

$$v(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_{nx}, x) \cdot \bar{v}(\mu_{nx}, y) \quad (5.2)$$

Yukarıdaki her iki ifadede de yer alan $K(\mu_{nx}, x)$ fonksiyonun adı Kernel fonksiyonudur ve bu fonksiyonun yapısı problemin sınır şartlarına göre değişmektedir. Momentum denkleminin sınır şartlarına uygun Kernel fonksiyonu literatürden bulunmuştur. (Özışık, 1968)

$$K(\mu_{nx}, x) = \sqrt{2} \cdot \sin(\mu_{nx} \cdot x) \quad (5.3)$$

Kernel fonksiyonunun içinde yer alan μ_{nx} ise özdeğer ifadesidir. Kernel fonksiyonunu $x=1$ için sıfır yapan μ_{nx} değerleri bizim özdeğerlerimizdir. Bu durumda bu problem için özdeğerlerimiz aşağıda gösterilmektedir.

$$\mu_{nx} = n \cdot \pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.4)$$

Momentum denkleminin integral dönüşüm metodun kullanılarak çözülebilmesi için önce 4.10 ile gösterilen diferansiyel denklem Kernel fonksiyonu ($K(\mu_{nx}, x)$) ile çarpılacak ve x yönünde eşitliğin her iki tarafı $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar integre edilecektir. Bu durumda 4.10 denklemi aşağıdaki hale gelmektedir.

$$\left[\int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dx + \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \cdot dx \right] = \left[\int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot P \cdot dx - \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) \cdot dx \right] \quad (5.5)$$

Yukarıdaki ifadeden de görüldüğü üzere eşitliğin sağında ve solunda ikişer tane olmak üzere hesaplanması gereken toplam dört adet belirli integral bulunmaktadır. Bu integrallerin hesaplanıp 5.5 denkleminde yerine konulması ve gerekli düzenlemelerin yapılması ile aşağıda gösterilen denklem elde edilir. İntegrallerin hesaplanması EK-A'da gösterilmektedir.

$$\frac{d^2 \bar{v}(\mu_{nx}, y)}{dy^2} - \mu_{nx}^2 \cdot \bar{v}(\mu_{nx}, y) = A_{nx} \quad (5.6)$$

Yukarıdaki denklemde A_{nx} olarak gösterilen ifadenin açık formu aşağıda gösterilmektedir.

$$A_{nx} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_{nx}} \cdot \left(P - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_{nx}^2}{1 + \mu_{nx}^2} \right) \quad (5.7)$$

Ayrıca A_{nx} terimi içerisinde yer alan E_n ifadesinin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$E_n = -(-1)^n + 1 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.8)$$

Burada dikkat edilmesi gereken iki önemli husus vardır. Bunlardan birincisi A_{nx} ifadesinin y 'den bağımsız oluşu ve diğer önemli husus ise 5.6 denkleminin adi diferansiyel denklem olmasıdır.

Uygulanan integral dönüşüm metodu ile momentum denklemi kısmi diferansiyel denklem olmaktan çıkmış çözülmesi çok daha kolay olan adi diferansiyel denkleme dönüşmüştür.

Şimdi burada elde edilen adi diferansiyel denklem çözülecektir ama öncelikle 4.11 ile gösterilen sınır şartlarına da integral dönüşüm metodunun uygulanması ve sınır şartlarının yeniden yazılması gerekmektedir. Bu neden ile şimdi sınır şartlarının düzenlenmesine geçilecektir.

5.6 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için y yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. İşte bu sınır şartları daha önceden 4.11 denkleminde belirtmişti.

$y = 0$ noktasındaki sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulanırsa aşağıda gösterilen ifade elde edilir.

$$\bar{v}(\mu_{nx}, 0) = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot v(x, 0) \cdot dx = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot (\hat{u}_s - \hat{u}_x) \cdot dx \quad (5.9)$$

Yukarıdaki ifadede Kernel fonksiyonunun ve $\hat{u}_x(x)$ fonksiyonun açık hali yazılarak gerekli işlemler yapılırsa, $y = 0$ noktasındaki yeniden düzenlenmiş sınır şartı aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\bar{v}(\mu_{nx}, 0) = \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{u}_s \cdot E_n}{\mu_{nx} \cdot (1 + \mu_{nx}^2)} \quad (5.10)$$

Diğer sınır şartı olan $y = \gamma$ noktasındaki sınır şartı $y = 0$ noktasındaki sınır şartı ile aynı olduğu için benzer işlemler yapılarak, $y = \gamma$ için yeniden düzenlenmiş sınır şartı da aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\bar{v}(\mu_{nx}, \gamma) = \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{u}_s \cdot E_n}{\mu_{nx} \cdot (1 + \mu_{nx}^2)} \quad (5.11)$$

Böylelikle çözümü yapılacak 5.6 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin sınır şartları integral dönüşüm metodu uygulanarak düzenlenmiş bulunmaktadır.

Şimdi bu adi diferansiyel denklemin daha kolay çözülebilmesi için aşağıda gösterilen değişken dönüşümü yapılacaktır.

$$\bar{V}(\mu_{nx}, y) = \bar{v}(\mu_{nx}, y) + \frac{A_{nx}}{\mu_{nx}^2} \quad (5.12)$$

Yukarıda gösterilen değişken dönüşümü yapıldığına 5.6 denklemi aşağıda belirtilen şekle dönüşmüştür.

$$\frac{d^2 \bar{V}(\mu_{nx}, y)}{dy^2} - \mu_{nx}^2 \cdot \bar{V}(\mu_{nx}, y) = 0 \quad (5.13)$$

Bu değişken dönüşümü yapılarak elde edilen adi diferansiyel denklemi çözmek 5.6 denklemi ile gösterilen eski halini çözmekten daha kolaydır çünkü bu yeni adi diferansiyel denklemin sağ tarafı sıfıra eşittir yani homojen adi diferansiyel denklem halindedir.

Fakat burada unutulmaması gereken husus yeni bir değişken dönüşümü yapıldığından daha önceden bir kere düzenlenmiş olan sınır şartlarını, yapılan yeni değişken dönüşümüne göre tekrardan düzenlemek gerekmektedir. Sırasıyla aşağıda $y = 0$ ve $y = \gamma$ noktalarında düzenlenmiş sınır şartları gösterilmektedir.

$$\bar{V}(\mu_{nx}, 0) = \sqrt{2} \cdot \frac{P \cdot E_n}{\mu_{nx}^3} \quad (5.14)$$

$$\bar{V}(\mu_{nx}, \gamma) = \sqrt{2} \cdot \frac{P \cdot E_n}{\mu_{nx}^3} \quad (5.15)$$

Sınır şartlarının yeniden düzenlenmesi ile 5.13 ile gösterilen adi diferansiyel denklemi rahatlık ile çözülebilir. 5.13 homojen adi diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\bar{V}(\mu_{nx}, y) = b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} \quad (5.16)$$

Yukarıdaki ifadede bilinmeyen iki sabit katsayı bulunmaktadır. Bu katsayılar, 5.14 ve 5.15 ile gösterilen sınır şartları kullanılarak bulacaktır. Kolaylık olması açısından $y = 0$ ve $y = \gamma$ daki sınır şartları birbirinin aynı olduğu için her ikisi B_{nx} terimi ile gösterilecektir. Bu durumda sınır şartları 5.16 denkleminde uygulanırsa sırasıyla b_{1x} ve b_{2x} terimleri aşağıda gösterilen şekilde bulunur.

$$b_{1x} = B_{nx} \cdot \frac{-e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma}} \quad (5.17)$$

$$b_{2x} = B_{nx} \cdot \frac{e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma}} \quad (5.18)$$

Böylelikle $\bar{V}(\mu_{nx}, y)$ fonksiyonu bulunmuş olmaktadır. 5.12 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak, $\bar{V}(\mu_{nx}, y)$ fonksiyonu yardımıyla $\bar{v}(\mu_{nx}, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde bulunur.

$$\bar{v}(\mu_{nx}, y) = b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x} \quad (5.19)$$

Yukarıdaki denklemde kullanılan b_{3x} ifadesinin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir. Yazım kolaylığı sağladığından bu şekilde gösterilmiştir.

$$b_{3x} = \frac{A_{nx}}{\mu_{nx}^2} \quad (5.20)$$

Bu durumda artık $\bar{v}(\mu_{nx}, y)$ fonksiyonu elde edilmiştir. Artık sırada 5.2 denklemi ile gösterilen ters dönüşüm ifadesi kullanılarak $v(x, y)$ fonksiyonun bulunması vardır.

$$v(x, y) = \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\mu_{nx} \cdot x) \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \quad (5.21)$$

Son işlem olarak, 4.6 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünü kullanarak $\hat{u}(x, y)$ (boyutsuz hız denklemi) ifadesinin elde edilmesi kalmıştır.

$$\hat{u}(x, y) = \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\mu_{nx} \cdot x) \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \quad (5.22)$$

Böylece momentum denklemi, ilk önce x yönündeki homojen olmayan sınır şartları yok edilerek ve daha sonra da integral dönüşüm metodu uygulanarak çözülmüş ve mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımını veren ifade yukarıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

Şimdi ise y yönündeki homojen olmayan sınır şartlarının uygun değişken dönüşümüyle homojen hale getirilmesi ile elde edilen momentum denkleminin benzer çözüm adımları gösterilecektir.

Bu çözüm yöntemindeki en önemli fark x yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinin yerine y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilerek momentum denkleminin çözülmesidir. Bunun dışında kalan çözüm adımları benzerlik göstermektedir. Çözüm adımlarının sonucunda mikrokanal içerisinde boyutsuz hız dağılımı elde edilecektir.

Burada en önemli nokta hem x hem de y yönündeki sınır şartlarının ayrı ayrı homojen hale getirilmesi ile elde edilen momentum denkleminin çözülmesi ile bulunan mikrokanal içerisindeki boyutsuz hız dağılımını veren denklemlerinin, ilk bakışta görünüm olarak farklı olmasına rağmen aslında aynı hız dağılımını veren fonksiyonlar olmasıdır. Fakat her iki hız dağılımı denkleminin elde edilmesinin nedeni mikrokandaki ısı sınır şartlarının değişik haller alması durumunda bu elde edilen iki adet hız dağılımı denkleminin uygun olanı kullanıldığında, mikrokanal için enerji denkleminin çözülmesi daha kolay ve kısa olmaktadır. Bu nedenden ötürü bu çalışmada, boyutsuz hız dağılımını veren birbirinin aynı iki adet ifade çıkartılmıştır.

y yönündeki homojen olmayan sınır şartlarını homojen hale getirmek için yapılan 4.12 değişken dönüşümü sonunda, momentum denklemi 4.16 ile gösterilen diferansiyel denkleme dönüşmüştü. Bu diferansiyel denklemi 4.17 ile gösterilen sınır şartlarında çözebilmek için integral dönüşüm (Integral Transform) metodu uygulanacaktır. Momentum denklemi, 4.12 ile gösterilen değişken dönüşümünden sonra $v(x, y)$ fonksiyonuna bağlı hale getirilmişti. Burada, $v(x, y)$ fonksiyonu için integral dönüşüm ve ters dönüşüm ifadelerinin yazılması gerekmektedir. Aşağıda sırasıyla bu iki ifade gösterilmektedir.

$$\bar{v}(\mu_{ny}, x) = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot v(x, y) \cdot dy \quad (5.23)$$

$$v(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_{ny}, y) \cdot \bar{v}(\mu_{ny}, x) \quad (5.24)$$

Problemin sınır şartlarına uygun Kernel fonksiyonu ise aşağıda gösterildiği gibidir.

$$K(\mu_{ny}, y) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_{ny} \cdot y) \quad (5.25)$$

Burada μ_{ny} ile gösterilen özdeğer ifadesidir ve Kernel fonksiyonunu $y = \gamma$ için sıfır yapan değerleri almaktadır. Aşağıda μ_{ny} ifadesinin açık hali gösterilmiştir.

$$\mu_{ny} = \frac{n \cdot \pi}{\gamma}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.26)$$

Görüldüğü üzere hem Kernel fonksiyonu hem de özdeğer ifadesi x yönündeki sınır şartlarını homojen hale getirdiğimiz çözüm yönteminkinden farklılık göstermektedir.

4.16 denklemi ile gösterilen diferansiyel denklemin her iki tarafı yukarıda belirtilen Kernel fonksiyonu ile çarpılıp y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integre edilerek çözüme başlanılacaktır. 4.16 ile gösterilen boyutsuz momentum denkleminin Kernel fonksiyonu ile çarpılmış ve y yönünde integrali alınmış hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\left[\int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dy + \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \cdot dy \right] = \left[\int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot P \cdot dy - \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \cdot dy \right] \quad (5.27)$$

Yukarıdaki ifaden de görüldüğü üzere, hesaplanması gereken sol tarafta iki ve sağ tarafta iki adet olmak üzere toplam dört adet belirli integral bulunmaktadır. Bu integrallerin hesaplanıp 5.27 denkleminde yerine konulması ve gerekli düzenlemelerin yapılması ile aşağıda gösterilen denklem elde edilir. İntegrallerin hesaplanması EK-B'de gösterilmektedir.

$$\frac{d^2 \bar{v}(\mu_{ny}, x)}{dx^2} - \mu_{ny}^2 \cdot \bar{v}(\mu_{ny}, x) = A_{ny} \quad (5.28)$$

Basitlik olması açısından yukarıdaki denklemde kullanılan A_{ny} ifadesinin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$A_{ny} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_{ny}} \cdot \left(P - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_{ny}^2}{1 + \mu_{ny}^2} \right) \quad (5.29)$$

Fark edildiği üzere momentum denkleminin her iki yanının probleme uygun sınır şartlarına göre literatürden seçilen Kernel fonksiyonu ile çarpılması ve y yönünde

$y = 0$ 'dan $y = \gamma$ 'ya kadar integrali alınması ile 5.28 ile gösterilen adi diferansiyel denklem elde edilmiştir. İntegral dönüşüm metodu özelliğinden yararlanılarak kısmi türevli diferansiyel denklem olan ve 4.16 ile gösterilen boyutsuz momentum denklemi çözümü daha kolay olan ve 5.28 ile gösterilen adi diferansiyel denkleme dönüştürülmüştür.

Şimdi 5.28 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin çözümünün yapabilmesi için ilk önce sınır şartlarının integral dönüşüm metoduna göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. 5.28 ile belirtilen adi diferansiyel denklemin çözebilmesi için x yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınır şartları daha önceden 4.17 ifadesinde gösterilmişti. Şimdi yapması gereken, x yönündeki bu iki sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulanarak sınır şartlarının yeniden düzenlenmesidir.

Gerekli işlemler yapıldığında sırasıyla $x = 0$ daki ve $x = 1$ deki sınır şartı aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

$$\begin{aligned}\bar{v}(\mu_{ny}, 0) &= \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot v(0, y) \cdot dy = \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot (\hat{u}_s - \hat{u}_y) \cdot dy \\ \bar{v}(\mu_{ny}, 0) &= \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{u}_s \cdot E_n}{\mu_{ny} \cdot (1 + \mu_{ny}^2)}\end{aligned}\tag{5.30}$$

$$\begin{aligned}\bar{v}(\mu_{ny}, 1) &= \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot v(1, y) \cdot dy = \int_0^\gamma K(\mu_{ny}, y) \cdot (\hat{u}_s - \hat{u}_y) \cdot dy \\ \bar{v}(\mu_{ny}, 1) &= \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{u}_s \cdot E_n}{\mu_{ny} \cdot (1 + \mu_{ny}^2)}\end{aligned}\tag{5.31}$$

Şimdi ise 5.28 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin daha kolay çözebilmesi için aşağıda gösterilen yeni bir değişken dönüşümü yapılacaktır.

$$\bar{V}(\mu_{ny}, x) = \bar{v}(\mu_{ny}, x) + \frac{A_{ny}}{\mu_{ny}^2}\tag{5.32}$$

Yukarıda gösterilen değişken dönüşümü yapıldığına 5.28 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklem şu hali alır.

$$\frac{d^2 \bar{V}(\mu_{ny}, x)}{dx^2} - \mu_{ny}^2 \cdot \bar{V}(\mu_{ny}, x) = 0 \quad (5.33)$$

Görüldüğü üzere yapılan değişken dönüşümünden sonra adi diferansiyel denklemin çözümü daha kolay hale getirilmiştir. Çünkü yapılan değişken dönüşümü sayesinde eşitliğin sağ tarafı sıfır hale getirilmiştir. Yukarıdaki hale getirilen adi diferansiyel denklemin yeniden sınır şartlarının düzenlenmesi gerekmektedir çünkü yeni bir değişken dönüşümü yapılmıştır. 5.32 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümüne göre sırasıyla aşağıda $x=0$ ve $x=1$ için yeniden düzenlenmiş sınır şartları görülmektedir.

$$\bar{V}(\mu_{ny}, 0) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{P \cdot E_n}{\mu_{ny}^3} \quad (5.34)$$

$$\bar{V}(\mu_{ny}, 1) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{P \cdot E_n}{\mu_{ny}^3} \quad (5.35)$$

Son yapılan değişken dönüşümünden sonra elde edilen 5.33 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin genel çözümü aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\bar{V}(\mu_{ny}, x) = b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} \quad (5.36)$$

Yukarıda gösterilen genel çözümde bulunan iki adet katsayının bulunabilmesi için iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınır şartları da 5.34 ve 5.35 denklemleri ile gösterilmiştir. Bu sınır şartlarının yardımıyla adi diferansiyel denkleminin genel çözümünde yer alan katsayılar aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

$$b_{1y} = B_{ny} \cdot \frac{-e^{-\mu_{ny}} + 1}{e^{\mu_{ny}} - e^{-\mu_{ny}}} \quad (5.37)$$

$$b_{2y} = B_{ny} \cdot \frac{e^{\mu_{ny}} - 1}{e^{\mu_{ny}} - e^{-\mu_{ny}}} \quad (5.38)$$

Yukarıdaki ifadelerde yer alan B_{ny} teriminin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$B_{ny} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{P \cdot E_n}{\mu_{ny}^3} \quad (5.39)$$

Böylece sınır şartları kullanılarak 5.36 denklemi ile gösterilen $\bar{V}(\mu_{ny}, x)$ fonksiyonu tamamen bulunmuş olmaktadır. Şimdi ise 5.32 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak $\bar{V}(\mu_{ny}, x)$ fonksiyonundan $\bar{v}(\mu_{ny}, x)$ fonksiyonuna aşağıda gösterildiği şekilde geçilecektir.

$$\begin{aligned} \bar{v}(\mu_{ny}, x) &= \bar{V}(\mu_{ny}, x) - \frac{A_{ny}}{\mu_{ny}^2} \\ \bar{v}(\mu_{ny}, x) &= b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - \frac{A_{ny}}{\mu_{ny}^2} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Bize yazım kolaylığı sağlaması açısından yukarıda gösterilen denklemin en sağındaki terim aşağıda gösterildiği şekilde tanımlanmıştır.

$$b_{3y} = \frac{A_{ny}}{\mu_{ny}^2} \quad (5.41)$$

Şimdi son işlem olarak 5.24 ile gösterilen ters dönüşüm formülü kullanılarak, $\bar{v}(\mu_{ny}, x)$ fonksiyonundan $v(x, y)$ fonksiyonuna geçilecektir.

$$v(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_{ny}, y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \quad (5.42)$$

Yukarıdaki ifadede 5.25 ile gösterilen Kernel fonksiyonu yerine konulduğunda $v(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde yeniden yazılabilir.

$$v(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \quad (5.43)$$

Son olarak, 4.12 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak mikrokanaal içerisindeki boyutsuz hız dağılımı aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{u}(x, y) = \frac{\hat{u}_s}{1 + e^{\gamma}} \cdot (e^y + e^{\gamma - y}) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \quad (5.44)$$

Daha önceden de bahsedildiği üzere, burada çok önemli bir husus vardır. İlk bakışta birbirinden farklı gibi gözüken, mikro kanaldaki boyutsuz hız dağılımını veren 5.22 ve 5.44 ile gösterilen iki adet fonksiyon elde edilmiştir. Aslında bu iki denklem de aynı şeyi ifade etmektedirler. Sadece yazılış formları birbirinden farklılık göstermektedir.

Aslında burada diğer bir önemli konu da mikrokanaal içindeki hız dağılımını veren ifadenin içerisinde boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) ve normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) terimlerinin yer almasıdır. Bu terimler henüz bilinmemektedir. Bu nedenden ötürü mikrokanaal içindeki hız dağılımı henüz tümüyle bulunmuş değildir. Bilinmeyen terimlerin bulunması ile 5.22 ve 5.44 denklemleri bilinir hale gelecektir. İlk önce normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) mikrokanaal içindeki ortalama hız tanımı kullanılarak bulunacaktır. Daha sonra ise bir sonraki bölümde boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) elde edilecektir.

Normalleştirilmiş basınç gradyeninin bulunabilmesi için önce mikrokanaal içerisindeki ortalama hız ifadesini gösteren 3.8 denklemi kullanılacaktır. 3.7 denklemi ile gösterilen mikrokanaal içindeki hız dağılımının ortalama hız ifadesine bölünerek elde edilen boyutsuz hız dağılımı ifadesi hatırlanıp bunun ortalama hız ifadesinde yerine konulması ile aşağıdaki denklem elde edilir.

$$u_m = \frac{1}{ab} \cdot \int_0^{\gamma} \int_0^1 u_m \cdot \hat{u}(x, y) \cdot a \cdot dx \cdot a \cdot dy \quad (5.45)$$

Yukarıda gösterilen integral biraz daha düzenlenip yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\gamma = \int_0^\gamma \int_0^1 \hat{u}(x, y) \cdot dx \cdot dy \quad (5.46)$$

Yukarıda belirtilen integral hesaplanabilir çüki mikrokanal içerisindeki boyutsuz hız dağılımı denklemi bilinmektedir. Burada önemli olan nokta boyutsuz hız dağılımı ifadesinin içinde P (normalleştirilmiş basınç gradyeni) teriminin de bulunuyor olmasıdır.

Bu nedenden ötürü 5.46 ile gösterilen integral hesapladığında eşitliğin sağ tarafında normalleştirilmiş basınç gradyeni terimini de içeren ifadeler bulacaktır. Buradan normalleştirilmiş basınç gradyeni terimi çekildiğinde ise aşağıda gösterilen normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) ifadesi bulunmuş olunacaktır.

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (5.47)$$

Yukarıdaki ifadede yazım kolaylığı olması amacı ile kullanılan S_{1a} ve S_{2a} terimlerinin açık hali sırasıyla aşağıda belirtilmiştir.

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (5.48)$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (5.49)$$

Yukarıdaki iki ifade de yer alan μ_{2n-1} ifadesinin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3... \quad (5.50)$$

Yukarıda elde edilen basınç ifadesi dikkat ile incelendiğinde basınç ifadesinin $\hat{u}_s$ (boyutsuz ortalama kayma hızı) terimine bağlı olduğu görülmektedir. Şu anda boyutsuz ortalama kayma hızı ifadesi henüz bilinmemektedir ama x ve y duvarı için

yazılan boyutsuz kayma hızı denklemlerinden yararlanılarak bir sonraki bölümde boyutsuz ortalama kayma hızı bulunacaktır.

6. BOYUTSUZ ORTALAMA KAYMA HIZININ BULUNMASI

Mikrokanal içindeki boyutsuz ortalama kayma hızı, x ve y duvarındaki boyutsuz lokal kayma hızlarının bu duvarlardaki integralleri alınarak ve x duvarının uzunluğu boyutsuz olarak 1, y duvarının uzunluğu boyutsuz olarak $\gamma = b/a$ şeklinde belirtildiğinden dolayı x ve y duvarlarında hesaplanan lokal kayma hızlarının integrallerinin $1 + \gamma$ ifadesine bölünmesiyle hesaplanacaktır.

Bilindiği üzere kayma hızı açısından mikrokanalın karşılıklı duvarlarında hesaplanacak lokal kayma hızı ifadelerinin integralleri aynı olacağından dolayı boyutsuz ortalama kayma hızı bulunurken bir tek x ve bir tek y duvarının üzerindeki lokal kayma hızlarının integralinin alınması yeterlidir. Tüm dört duvardaki lokal kayma hızlarının integralinin alınmasına gerek yoktur.

Boyutsuz ortalama kayma hızı hesaplanırken 3.11 ve 3.13 ile gösterilen denklemler kullanılacaktır. 3.11 denklemi $y=0$ için x duvarındaki boyutsuz lokal kayma hızını veren ifadedir. 3.13 denklemi ise $x=0$ için y duvarındaki boyutsuz lokal kayma hızını veren ifadedir. 3.11 denklemini x yönünde 0'dan 1'e ve 3.13 denklemini de y yönünde 0'dan γ 'ya kadar integre edilip toplamları alınarak $1 + \gamma$ uzunluğuna bölündüğünde aranan boyutsuz ortalama kayma hızı ifadesi bulunmuş olacaktır. Açıklanmaya çalışılan hesaplama yönteminin matematiksel ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\hat{u}_s = \frac{\int_0^1 \hat{u}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^\gamma \hat{u}_s(0, y) \cdot dy}{1 + \gamma} \quad (6.1)$$

Yukarıda gösterilen iki integrale, yazım kolaylığı sağlaması için aşağıda gösterildiği gibi isimler verilmiştir.

$$\hat{u}_{sx} = \int_0^1 \hat{u}_s(x, 0) \cdot dx \quad (6.2)$$

$$\hat{u}_{sy} = \int_0^1 \hat{u}_s(0, y) \cdot dy \quad (6.3)$$

Şimdi, yukarıda gösterilen integraller ayrı ayrı hesaplanacaktır:

6.2 denklemi ile gösterilen integralin hesaplanabilmesi için 3.11 denklemi ile gösterilen ifade 6.2 denkleminde yerine yazılırsa aşağıdaki belirli integral elde edilir.

$$\hat{u}_{sx} = \int_0^1 \left[\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot Kn \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} + \frac{Kn \cdot \gamma}{(1 + \gamma)} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \right] \cdot dx \quad (6.4)$$

Yazımda kolaylık sağlaması açısından yukarıdaki bazı terimler aşağıda gösterildiği şekilde kısaltılmıştır.

$$A_1 = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot Kn \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (6.5)$$

$$A_2 = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot \frac{2 \cdot Kn^2 \cdot \gamma^2}{(1 + \gamma)^2} \quad (6.6)$$

Bu durumda yukarıda açık hali gösterilen terimleri kullanarak ve 6.4 denklemindeki integrali toplam terimlerine dağıtıp sabit terimleri integral dışına çıkarırsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\hat{u}_{sx} = A_1 \cdot \left(\int_0^1 \frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} \cdot dx \right) + A_2 \cdot \left(\int_0^1 \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \cdot dx \right) \quad (6.7)$$

Şimdi ilk önce integrallerin içinde yer alan türevler hesaplanacaktır. Türevlerin hesaplanabilmesi için 5.44 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımını veren ifade kullanılacaktır. Aşağıda sırasıyla 5.44 denklemi ile belirtilen

mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımı ifadesinin y'ye göre birinci ve ikinci kısmi türevleri görülmektedir.

$$\frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial y} = \left[\frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y - e^{\gamma-y}) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{ny} \cdot \cos(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \right] \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2} = \left[\frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} -\mu_{ny}^2 \cdot \sin(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \right] \quad (6.9)$$

Şimdi yukarıda gösterilen kısmi türevlerde y görülen yere sıfır yazılıp düzenleme yapılırsa aşağıda gösterilen ifadeler elde edilir.

$$\left. \frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (1 - e^\gamma) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{ny} \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \quad (6.10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \hat{u}_s \quad (6.11)$$

Türevler bulunduğuna göre bulunan bu türevlerin x yönünde sıfırdan bire integrale edilmesi gerekmektedir. İlk önce 6.10 denklemi ile gösterilen kısmi türevin integrali alınacaktır ve yazım kolaylığı için bu integrale I_{a1} integrali denilmiştir.

$$I_{a1} = \int_0^1 \left[\frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} (1 - e^\gamma) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{ny} \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \right] \cdot dx \quad (6.12)$$

Yukarıda gösterilen integral hesaplanıp gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen denklem elde edilir.

$$I_{a1} = \frac{\hat{u}_s}{1+e^\gamma} (1-e^\gamma) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_{1y} \cdot (e^{\mu_{ny}} - 1) + b_{2y} \cdot (1 - e^{-\mu_{ny}}) - b_{3y} \cdot \mu_{ny} \right) \quad (6.13)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan katsayıların yerine daha önceden açık halleri belirtilen ifadeler konulup düzenleme yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I_{a1} = \frac{\hat{u}_s}{1+e^\gamma} (1-e^\gamma) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(C_a \cdot P \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^{\mu_{ny}} + e^{-\mu_{ny}} - 2)}{(e^{\mu_{ny}} - e^{-\mu_{ny}})} - \mu_{ny} \right) + \left(C_a \cdot \frac{\mu_{ny}^3}{1 + \mu_{ny}^2} \cdot \hat{u}_s \right) \right] \quad (6.14)$$

Yukarıdaki denklemde C_a diye gösterilen terimin açık hali aşağıda belirtildiği gibidir.

$$C_a = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_{ny}^3} \quad (6.15)$$

I_{a1} integralinin bir dizi düzenlemeler sonunda 6.14 ile belirtilen hale getirilmesinin nedeni I_{a1} integralinin içindeki terimlerde gizlice yer alan normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) ve boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) terimlerinin ortaya çıkarılmaya çalışılmasından dolayıdır.

6.10 denklemi ile gösterilen ifadenin x yönünde integrali alınıp açık hali 6.14 ile gösterildiği gibi elde edilmiştir. Şimdi sırada 6.11 denklemi ile belirtilen ifadenin $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar integralinin alınması vardır. Yazım kolaylığı sağlaması amacıyla 6.11 ifadesinin x yönündeki integraline I_{a2} adı verilmiştir.

$$I_{a2} = \int_0^1 \hat{u}_s \cdot dx = \hat{u}_s \cdot x \Big|_0^1 = \hat{u}_s \quad (6.16)$$

I_{a2} integrali de yukarıda gösterildiği şekilde hesaplanmıştır. Artık bulunan I_{a1} ve I_{a2} integralleri 6.7 denkleminde yerine konulacak ve gerekli düzenlemeler

yapılacaktır. Yapılan bu düzenlemelerin sonunda aşağıda gösterilen ifade elde edilmiştir.

$$\hat{u}_{sx} = A_1 \cdot \left[\frac{\hat{u}_s}{1+e^\gamma} (1-e^\gamma) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot P \cdot S_{a3} + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \hat{u}_s \cdot S_{a4} \right] + A_2 \cdot \hat{u}_s \quad (6.17)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan S_{a3} ve S_{a4} terimlerinin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$S_{a3} = \sum_{n=1}^{\infty} C_a \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^{\mu_{ny}} + e^{-\mu_{ny}} - 2)}{(e^{\mu_{ny}} - e^{-\mu_{ny}})} - \mu_{ny} \right) \quad (6.18)$$

$$S_{a4} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_a \cdot \frac{\mu_{ny}^3}{1 + \mu_{ny}^2} \right) \quad (6.19)$$

Burada dikkat edilmesi gereken önemli nokta 6.17 denkleminde yer alan normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) terimin içinde boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) ifadesinin yer alıyor olmasıdır. Bu neden ile 5.47 denklemi ile gösterilen normalleştirilmiş basınç gradyeni ifadesinin açık hali 6.17 denkleminde yerine yazılarak bir dizi düzenleme yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\hat{u}_{sx} = \hat{u}_s \cdot \left[A_1 \cdot \left(\frac{(1-e^\gamma)}{1+e^\gamma} + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot S_{a4} \right) + A_2 - A_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{S_{a3}}{8 \cdot S_{a1}} \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1+e^\gamma} + 8 \cdot S_{a2} \right) \right] + A_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot S_{a3}}{8 \cdot S_{a1}} \quad (6.20)$$

Yukarıda gösterilen ifadede $\hat{u}_s$ terimlerini bir araya getirecek şekilde düzenleme yapıldığı görülmektedir. Yazım kolaylığı sağlaması açısından yukarıdaki bazı ifadeler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$m_{a1} = A_1 \cdot \left(\frac{(1-e^\gamma)}{1+e^\gamma} + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot S_{a4} \right) + A_2 - A_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{S_{a3}}{8 \cdot S_{a1}} \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1+e^\gamma} + 8 \cdot S_{a2} \right) \quad (6.21)$$

$$m_{a2} = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot S_{a3}}{8 \cdot S_{a1}} \quad (6.22)$$

Yukarıda tanımlanan terimlerden sonra 6.20 ifadesi aşağıda gösterildiği şekilde basitçe yazılabilir.

$$\hat{u}_{sx} = \hat{u}_s \cdot m_{a1} + m_{a2} \quad (6.23)$$

Böylece x duvarındaki lokal kayma hızının integrali hesaplanmış olmaktadır. Şimdi benzer işlemler y duvarındaki lokal kayma hızı integralinin hesaplanması için uygulanacaktır.

Şimdi ise 6.3 denklemi ile belirtilen integral hesaplanacaktır. 6.3 integralinde 3.13 ile gösterilen $\hat{u}_s(0, y)$ fonksiyonunun yerine yazılması ile aşağıda gösterilen ifade elde edilir.

$$\hat{u}_{sy} = \int_0^\gamma \left[\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \cdot Kn \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} + \frac{Kn \cdot \gamma}{(1 + \gamma)} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \right] \cdot dy \quad (6.24)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan bazı terimler daha önceden 6.5 ve 6.6 denklemleri ile belirtildiği üzere tanımlamıştı. Bu durumda yukarıdaki denklem daha kısa şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{u}_{sy} = A_1 \cdot \left(\int_0^\gamma \frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} \cdot dy \right) + A_2 \cdot \left(\int_0^\gamma \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \cdot dy \right) \quad (6.25)$$

İntegrallerin içindeki türevlerin bulunması ile işe başlanılacaktır. Bunun için 5.22 ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımını veren ifade kullanılacaktır. x duvarı için yapılan çözümlemede kısmi türevleri hesaplamak için 5.22 denklemi yerine 5.44 denklemi kullanılmıştı. Bilindiği üzere aslında bu iki ifade bir birinin eşdeğeridir. Burada hesaplamalarda kolaylık sağlamasından ve hesaplama adımlarının bir birine benzetilmek istenmesinden dolayı 5.44 denklemi ile verilen ifadenin eşdeğeri olan 5.22 ifadesi kullanılmaktadır. Aşağıda sırasıyla 5.22 denklemi kullanılarak x'e göre alınan birinci ve ikinci kısmi türevler gösterilmektedir.

$$\frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial x} = \left[\frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x - e^{1-x}) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{nx} \cdot \cos(\mu_{nx} \cdot x) \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \right] \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial x^2} = \left[\frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} -\mu_{nx}^2 \cdot \sin(\mu_{nx} \cdot x) \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \right] \quad (6.27)$$

Yukarıda gösterilen kısmi türevlerde x görülen yere sıfır konulduğunda aşağıda gösterilen ifadeler elde edilir.

$$\left. \frac{\partial \hat{u}(x, y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (1-e) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{nx} \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \quad (6.28)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = \hat{u}_s \quad (6.29)$$

Yukarıda elde edilen iki ifade y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integre edilecektir. İlk önce 6.28 denklemi ile gösterilen ifade y yönünde integre edilecektir ve bu integrale yazım kolaylığı sağlaması açısından I_{a3} adı verilmiştir.

$$I_{a3} = \int_0^{\gamma} \left[\frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (1-e) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{nx} \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_{nx} \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_{nx} \cdot y} - b_{3x}) \right] \cdot dy \quad (6.30)$$

Yukarıda gösterilen ifadeye integral alma kurallarını uygulayıp düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen denklem elde edilir.

$$I_{a3} = \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (1-e) \cdot \gamma + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_{1x} \cdot (e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - 1) + b_{2x} \cdot (1 - e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma}) - b_{3x} \cdot \gamma \cdot \mu_{nx} \right) \quad (6.31)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan katsayıların açık halleri denklemde yerlerine yazılıp düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I_{a3} = \frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (1-e) \cdot \gamma + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\begin{aligned} &(C_b \cdot P) \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} + e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma} - 2)}{(e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma})} - \gamma \cdot \mu_{nx} \right) + \\ &\left(\gamma \cdot C_b \cdot \frac{\mu_{nx}^3}{1 + \mu_{nx}^2} \cdot \hat{u}_s \right) \end{aligned} \right] \quad (6.32)$$

Yukarıdaki ifadede, yazım kolaylığı olması açısından C_b terimi kullanılmıştır. Bu terimin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$C_b = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_{nx}^3} \quad (6.33)$$

Böylelikle I_{a3} integrali hesaplanmıştır. Burada önemli nokta I_{a3} integralinin içinde yer alan normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) ve boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) terimlerinin ortaya çıkartılmasıydı. 6.32 denkleminde bahsi geçen bu iki terim de ortaya çıkartılmıştır.

Şimdi ise 6.29 denkleminin y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integralinin alınması gerekmektedir. Yazım kolaylığı olması açısından bu integrale I_{a4} adı verilmiştir. Aşağıda bu integralin bulunuşu gösterilmektedir.

$$I_{a4} = \int_0^{\gamma} \hat{u}_s \cdot dy = \hat{u}_s \cdot y \Big|_0^{\gamma} = \hat{u}_s \cdot \gamma \quad (6.34)$$

Sonuç olarak, 6.25 ifadesi için gerekli olan iki adet integral de hesaplanmış bulunmaktadır. Şimdi 6.32 ve 6.34 ile gösterilen bu integraller 6.25 ifadesinde yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen denklem elde edilir.

$$\hat{u}_{sy} = A_1 \cdot \left(\frac{\hat{u}_s}{1+e} \cdot (1-e) \cdot \gamma + \sqrt{2} \cdot P \cdot S_{a5} + \sqrt{2} \cdot \hat{u}_s \cdot \gamma \cdot S_{a6} \right) + (A_2 \cdot \gamma \cdot \hat{u}_s) \quad (6.35)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan S_{a5} ve S_{a6} terimlerinin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$S_{a5} = \sum_{n=1}^{\infty} C_b \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} + e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma} - 2)}{(e^{\mu_{nx} \cdot \gamma} - e^{-\mu_{nx} \cdot \gamma})} - \gamma \cdot \mu_{nx} \right) \quad (6.36)$$

$$S_{a6} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_b \cdot \frac{\mu_{nx}^3}{1 + \mu_{nx}^2} \right) \quad (6.37)$$

6.35 denklemi incelendiğinde normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) teriminin yer aldığı fark edilmektedir. Eğer 5.47 denklemi ile gösterilmiş olan normalleştirilmiş basınç gradyeni teriminin açık hali hatırlanır ise, normalleştirilmiş basınç gradyeni teriminin içinde boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) ifadesinin yer aldığı görülebilir. Bu neden ile 6.35 denkleminde normalleştirilmiş basınç gradyeni teriminin açık hali yerine yazılıp bir dizi düzenleme yapıldıktan sonra aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\hat{u}_{sy} = \hat{u}_s \cdot \left[A_1 \cdot \left(\frac{(1-e)}{1+e} \cdot \gamma + \sqrt{2} \cdot \gamma \cdot S_{a6} \right) + A_2 \cdot \gamma - A_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{S_{a5}}{8 \cdot S_{a1}} \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{a2} \right) \right] + A_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot S_{a5}}{8 \cdot S_{a1}} \quad (6.38)$$

Yukarıda gösterilen ifadede $\hat{u}_s$ terimlerini bir araya getirecek şekilde düzenleme yapıldığı görülmektedir. Yazım kolaylığı sağlaması açısından yukarıdaki bazı ifadeler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$m_{a3} = A_1 \cdot \left(\frac{(1-e)}{1+e} \cdot \gamma + \sqrt{2} \cdot \gamma \cdot S_{a6} \right) + A_2 \cdot \gamma - A_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{S_{a5}}{8 \cdot S_{a1}} \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{a2} \right) \quad (6.39)$$

$$m_{a4} = A_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot S_{a5}}{8 \cdot S_{a1}} \quad (6.40)$$

Yukarıda tanımlanan ifadelerden sonra 6.38 denklemi aşağıda gösterildiği şekilde basitçe yazılabilir.

$$\hat{u}_{sy} = \hat{u}_s \cdot m_{a3} + m_{a4} \quad (6.41)$$

Böylelikle y yönündeki lokal kayma hızının integrali de hesaplanmış olmaktadır.

Şimdi son işlem olarak 6.23 ve 6.41 denklemleri kullanılarak mikrokandaki boyutsuz ortalama kayma hızı ifadesi elde edilecektir. 6.1 denkleminde, 6.23 ve 6.41 ile gösterilen x ve y yönündeki lokal kayma hızının integralleri 6.1 denkleminde yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\hat{u}_s = \frac{m_{a2} + m_{a4}}{(1 + \gamma - m_{a1} - m_{a3})} \quad (6.42)$$

Böylece mikrokandaki boyutsuz ortalama kayma hızı ifadesi yukarıdaki denklemden görüldüğü üzere bulunmuş olmaktadır. Boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) ifadesinin bulunması aynı zamanda 5.47 denklemi ile belirtilen normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) teriminin de bulunması anlamına gelmektedir. Çünkü normalleştirilmiş basınç gradyeni terimin sağında bilinmeyen olarak duran $\hat{u}_s$ terimi bulunmaktaydı.

Yapılan tüm bu işlemlerin sonunda mikrokandaki hem normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) hem de boyutsuz ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) terimi bulunmuş olmaktadır.

Mikrokandaki momentum denklemi çözülmüş, normalleştirilmiş basınç gradyeni ve boyutsuz ortalama kayma hızı terimleri elde edilmiş olduğuna göre, şimdi ise sonraki bölümlerde mikrokandaki enerji denklemi elde edilecek ve değişik ısı sınır şartlarında enerji denklemi çözülerek mikrokandaki sıcaklık dağılımları bulunacaktır.

7. ENERJİ DENKLEMİ

Enerji denkleminin çözümüne geçmeden önce enerji denkleminin boyutsuz hali elde edilecektir. Daha sonra elde edilen boyutsuz enerji denklemi sekiz değişik ısı sınır şartı için mikrokanaaldaki sıcaklık dağılımının elde edilmesinde kullanılacaktır.

Hidrodinamik ve ısıl açıdan tam gelişmiş sürekli bir akış için aşağıda boyutlu olarak enerji denklemi gösterilmektedir.

$$\frac{\partial^2 T(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} = \frac{u(\xi, \eta)}{\alpha} \cdot \frac{\partial T(\xi, \eta)}{\partial \xi} \quad (7.1)$$

Eksenel yönde (ξ) akış sıcaklığının değişimi aşağıda gösterilen ifade ile takrip edilmiştir.

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{q'}{\rho \cdot c_p \cdot u_m \cdot a \cdot b} \quad (7.2)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan q' terimi birim uzunluk boyunca mikrokanaalın ısıtılan duvar yüzeylerinden mikrokanal içindeki akışkana geçtiği kabul edilen ısı gücüdür.

Boyutlu hali 7.1 denklemi ile verilen enerji denklemini boyutsuz hale getirmek için koordinatlar (ξ ve η) 3.9 ve 3.10 denklemleri kullanılarak ve ayrıca mikrokanal içindeki hız dağılımını veren $u(\xi, \eta)$ fonksiyonu ise 3.7 denklemi kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır. Bunun yanı sıra sıcaklık teriminin boyutsuzlaştırılması için ise 3.20 denklemi ile gösterilen ifade kullanılmıştır. Boyutlu ifadeler anlatıldığı şekilde boyutsuz hale getirilip 7.1 denkleminde yerine konulduğunda aşağıda gösterilen boyutsuz enerji denklemi elde edilir.

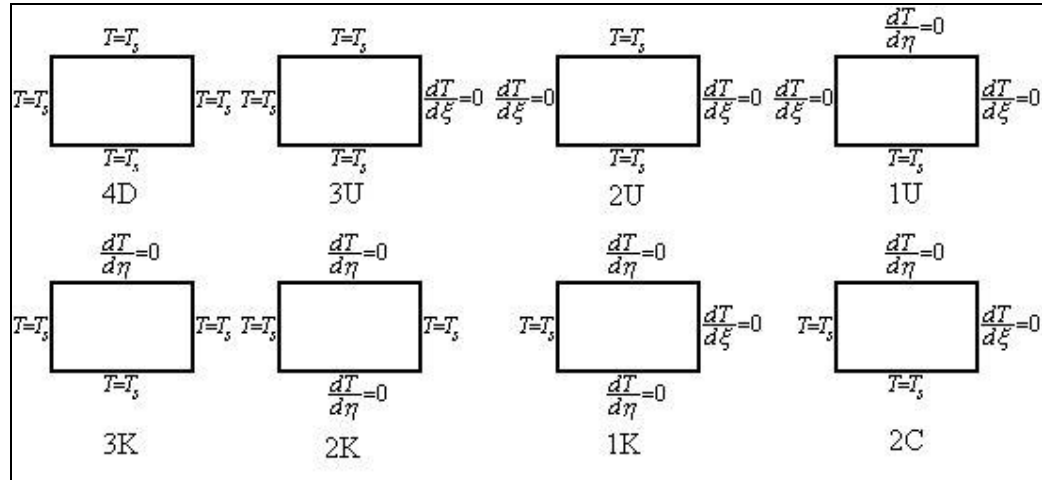
$$\frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial y^2} = \frac{\widehat{u}(x, y)}{\gamma} \quad (7.3)$$

Yukarıda belirtilen boyutsuz enerji denklemi sekiz farklı ısı sınır şartı hali için çözülecektir. Bu neden ile boyutsuz enerji denklemi elde edildikten sonra şimdi bir sonraki bölümde çözümünü yapılacak sekiz farklı ısı sınır şartı tanıtılmaktadır.

8. SEKİZ DEĞİŞİK ISIL SINIR ŞARTININ TANITILMASI

Yapılan bu çalışmada sekiz değişik ısı sınır şartı hali için enerji denklemi çözülecektir yani diğer bir deyişle bu sekiz ısı sınır şartı hali için mikrokanaldaki sıcaklık dağılımları bulunacaktır.

Bu çalışma kapsamında incelenecek olan sekiz değişik ısı sınır şartı hali aslında mikrokanal duvarlarının değişik şekillerde sabit sıcaklıkta ısıtıldığı ve/veya yalıtımlı olma hallerini içermektedir. Yani kısacası sekiz değişik sınır şartı mikrokanal duvarlarının sabit sıcaklıkta ısıtıldığı ve/veya yalıtımlı sınır şartına maruz kalma kombinasyonlarından meydana gelmektedir. Aşağıda gösterilen şekilde bahsi geçen sekiz değişik ısı sınır şartı hali gösterilmektedir.



Şekil 8.1: Sekiz değişik ısı sınır şartının şematik gösterimi.

Yukarıdaki şekil incelendiğinde her sınır şartı halinin altına o sınır şartı halinin kolay ifade edilebilmesi için bir isim yazıldığı görülmektedir.

Bir ortamda sıcaklık dağılımının elde edebilmesi için enerji denkleminin çözülmesi gerekir. Bu çözüm ortamın sınırlarında var olan fiziksel koşullara ve olay zamana bağlı ise ortamın başlangıç anındaki haline bağlıdır. Sınır şartları matematiksel olarak değişik biçimlerde gösterilebilir. Enerji denklemi uzamsal eksenlerde ikinci mertebeye olduğundan sistemin çözümünde kullanılan eksenlerin her biri için iki

sınır şartı yazılmalıdır. Bunun ile beraber, enerji denklemi zamana göre birinci mertebede olduğundan başlangıç koşulu tektir. Yapılan bu çalışma zamandan bağımsız olduğundan başlangıç koşulu yoktur.

Isı geçişinde genellikle karşılaşılan üç çeşit sınır koşulu bulunmaktadır. Birinci koşul yüzeyin sabit T_s sıcaklığında olduğu durumdur. Bu koşul genellikle Dirichlet veya birinci tür sınır koşulu olarak adlandırılır. İkinci koşul, yüzeyde sabit veya değişmeyen bir ısı akısının varlığına karşı gelir. Bu ısı akısı yüzeydeki sıcaklık gradyanına bağlıdır ve Fourier yasası ile ifade edilir. Neumann veya ikinci tür sınır şartı olarak adlandırılan bu durumun özel bir hali ise, ideal yalıtılmış veya adyabatik yüzeye karşı gelmektedir. Üçüncü tür sınır şartı ise yüzeyde taşınılma ısıtma (veya soğutma) olmasına karşı gelir.

Isıl sınır şartları tanıtıldığına göre bu sekiz ısıl sınır şartı için boyutsuz enerji denkleminin çözümüne başlanabilir.

9. 4D SINIR ŞARTI HALİ İÇİN ENERJİ DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Tüm sekiz değişik ısı sınır şartı için çözülecek olan denklem, 7.3 ile gösterilen boyutsuz enerji denklemidir. Isıl sınır şartlarına bağlı olarak boyutsuz enerji denkleminin çözümünden elde edilecek mikrokanal içindeki sıcaklık dağılımı veren ifadeler birbirinden farklılık gösterecektir çünkü ısı sınır şartları birbirinden farklılık göstermektedir. 4D sınır şartı hali Şekil 8.1'den de görüleceği üzere dört duvarda sabit sıcaklıkta ısı geçişi olması durumunda mikrokanal içinden geçen akışkanın ısıtılması halidir. 4D sınır şartı hali için ısı sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\begin{aligned} T &= T_s & \xi &= 0 \\ T &= T_s & \xi &= 1 \\ T &= T_s & \eta &= 0 \\ T &= T_s & \eta &= \gamma \end{aligned} \tag{9.1}$$

Çözüm için boyutsuz enerji denklemi kullanılacağından yukarıda boyutlu olarak verilen ısı sınır şartlarının da boyutsuzlaştırılması gerekmektedir. Koordinat sisteminin boyutsuzlaştırılması için 3.9 ve 3.10 denklemleri, sıcaklığın boyutsuzlaştırılması için ise 3.20 denklemi kullanılacaktır. Yapılan boyutsuzlaştırmalar sonunda aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartları elde edilir.

$$\begin{aligned} \hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= \gamma \end{aligned} \tag{9.2}$$

Yukarıdaki sınır şartlarında dört duvardaki sıcaklığın sabit bir değer olan boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı $(\hat{T}_s)$ ifadesine eşit olduğu görülmektedir. Henüz boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesi bilinmemektedir. Fakat ileride yapılacak hesaplamaların sonunda bu ifade bilinir hale getirilecektir.

4D hali için 9.2 ile belirtilen ısı sınır şartları incelendiğinde dört adet homojen olmayan sınır şartı ile karşılaşmaktadır. Boyutsuz enerji denkleminin çözümüne, y yönündeki iki adet homojen olmayan sınır şartının homojen hale getirilmesi ile başlanılacaktır. y yönündeki sınır şartlarını homojen hale getirmek için aşağıda gösterilen değişken dönüşümü kullanılacaktır.

$$\theta(x, y) = \hat{T}(x, y) - \hat{T}_y(y) \quad (9.3)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu bir adi diferansiyel denklemin 9.2 ile verilen sınır şartlarından y yönündeki iki adet homojen olmayan sınır şartında çözülmesi ile elde edilecektir. Aşağıda sırasıyla bu adi diferansiyel denklem ve onun sınır şartları gösterilmektedir.

$$\frac{d^2 \hat{T}_y}{dy^2} - \hat{T}_y = 0 \quad (9.4)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_y &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \hat{T}_y &= \hat{T}_s & y &= \gamma \end{aligned} \quad (9.5)$$

9.4 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denkleminin 9.5 denklemi ile gösterilen sınır şartları göz önüne alınarak çözülmesi ile $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_y = \frac{\hat{T}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \quad (9.6)$$

9.3 ifadesini kullanarak 7.3 denklemi ile gösterilen boyutsuz enerji denklemi yeniden yazılırsa aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \hat{u}(x, y) \cdot G - \frac{\hat{T}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \quad (9.7)$$

İleride tüm sınır şartları için yapılacak hesaplamalarda da karşılaşılabilecek olan G terimin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (9.8)$$

9.3 ile gösterilen değişken dönüşümünün yapılması ile 9.2 ile belirtilen sınır şartları aşağıda gösterildiği hale gelir.

$$\begin{aligned} \theta &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \theta &= \hat{T}_s & x &= 1 \\ \theta &= 0 & y &= 0 \\ \theta &= 0 & y &= \gamma \end{aligned} \quad (9.9)$$

Yeni sınır şartları incelendiğinde görülmektedir ki 9.3 ifadesinin kullanılması ile y yönündeki homojen olmayan iki adet sınır şartı homojen hale getirilmiştir.

Burada diğer bir önemli husus ise 9.7 ifadesi incelendiğinde eşitliğin sağındaki ilk terimde momentum denkleminin çözülmesi ile elde edilmiş olan mikrokanaal içindeki boyutsuz hız dağılımını veren ifadenin yer alıyor olmasıdır. Bu nedenden ötürü enerji denkleminin çözülebilmesi için daha önceden elde edilen ve 5.43 denklemi ile gösterilen boyutsuz hız dağılımı ifadesi kullanılacaktır. Burada 5.43 denkleminin yerine onun eşdeğeri olan 5.21 denkleminin kullanılmamasının nedeni hesaplamalarda 5.43 denkleminin 5.21 denklemine göre daha fazla kolaylık sağlamasındandır. Bundan sonraki bazı sınır şartı hallerinde ise 5.43 denklemi yerine 5.21 denkleminin kullanılması ile kolaylık sağlanacağı görülecektir.

y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinden sonra, boyutsuz enerji denklemini integral dönüşüm metodunu uygulayarak çözülebilecektir. Aşağıda sırasıyla integral dönüşüm ve ters dönüşüm formülleri gösterilmektedir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, x) = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \theta(x, y) \cdot dy \quad (9.10)$$

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, y) \cdot \bar{\theta}(\mu_n, x) \quad (9.11)$$

Hem integral dönüşüm hem de ters dönüşüm ifadelerinde yer alan Kernel fonksiyonu $(K(\mu_n, y))$ problemin sınır şartlarına göre literatürden seçilerek aşağıda gösterilmiştir.

$$K(\mu_n, y) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \sin(\mu_n \cdot y) \quad (9.12)$$

Kernel fonksiyonunda yer alan μ_n ifadesi özdeğerleri göstermektedir ve Kernel fonksiyonunu $y = \gamma$ için sıfır yapan değerlerden oluşmaktadır. Aşağıda μ_n ifadesinin açık hali gösterilmektedir.

$$\mu_n = \frac{n \cdot \pi}{\gamma}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.13)$$

Böylelikle Kernel fonksiyonu tümüyle tanımlanmış olmaktadır.

İntegral dönüşüm metodunun uygulanabilmesi için yapılması gereken ilk işlem: 9.7 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümüne uğramış boyutsuz enerji denkleminin her iki tarafının 9.12 denklemi ile gösterilen Kernel fonksiyonu ile çarpılarak, eşitliğin her iki tarafını y yönünde $y = 0$ 'dan $y = \gamma$ 'ya kadar integre edilmesidir. Bu durumda 9.7 denklemi ile gösterilen ifade aşağıdaki hali alır.

$$\left(\int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \cdot dy + \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \cdot dy \right) = \left(\int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot G \cdot \hat{u}(x, y) \cdot dy - \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\hat{T}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \cdot dy \right) \quad (9.14)$$

Yukarıdaki ifade incelendiğinde görülmektedir ki hesaplanması gereken dört adet belirli integral bulunmaktadır. Bu integraller hesaplanıp yukarıdaki denklemde yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilir. İntegrallerin hesaplanması EK-C'de gösterilmiştir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, x) = C_{n,4D} + G \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_n x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_n x}) \quad (9.15)$$

Yukarıdaki ifadede yazım kolaylığı sağlaması açısından kullanılmış olan $C_{n,4D}$ teriminin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$C_{n,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} (\hat{u}_s \cdot G - \hat{T}_s) - G \cdot b_{3y} \quad (9.16)$$

Görüldüğü üzere 9.15 denklemi bir adi diferansiyel denklemdir. Enerji denklemi, integral dönüşüm kuralı uygulanmadan önce bir kısmi diferansiyel denklemdi. Enerji denkleminin integral dönüşüm kuralı uygulanarak çözümü daha kolay olan adi diferansiyel denklem elde edilmiştir.

İntegral dönüşüm kuralı uygulanarak elde edilen ve 9.15 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin çözebilmesi için daha önceden 9.9 ifadesi ile gösterilen sınır şartlarından x yönündeki iki adet sınır şartının integral dönüşüm metoduna göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. İlk önce $x=0$ 'daki sınır şartı aşağıda gösterildiği şekilde düzenlenmiştir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, 0) = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \theta(0, y) \cdot dy = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot (\hat{T}_s - \hat{T}_y) \cdot dy \quad (9.17)$$

Yukarıdaki denklemde 9.12 denklemi ile belirtilen Kernel ve 9.6 denklemi ile gösterilen $\hat{T}_y$ fonksiyonlarının yerlerine konulması ve bir dizi düzenlemenin yapılması ile $x=0$ 'daki sınır şartının yeniden düzenlenmiş hali aşağıda gösterildiği gibi elde edilir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, 0) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (9.18)$$

x yönündeki diğer sınır şartı olan $x=1$ 'deki sınır şartı $x=0$ 'daki sınır şartının aynısı olduğundan, $x=1$ 'deki sınır şartının yeniden düzenlenmiş hali aşağıda gösterildiği gibi $x=0$ için yazılan ifadenin aynısıdır.

$$\bar{\theta}(\mu_n, 1) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (9.19)$$

Böylelikle çözümü yapılacak 9.15 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin sınır şartları integral dönüşüm metodu uygulanarak düzenlenmiş bulunmaktadır. Şimdi bu adi diferansiyel denklemin daha kolay çözülebilmesi için aşağıda gösterilen değişken dönüşümü uygulanacaktır.

$$\bar{\vartheta}(\mu_n, x) = \bar{\theta}(\mu_n, x) + \frac{C_{n,4D}}{\mu_n^2} \quad (9.20)$$

Yukarıda gösterilen değişken dönüşümü 9.15 denklemine uygulanırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\vartheta}(\mu_n, x)}{dx^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\vartheta}(\mu_n, x) = G \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_n x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_n x}) \quad (9.21)$$

Yukarıdaki adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için 9.18 ve 9.19 denklemleri ile gösterilen sınır şartlarının 9.20 ifadesi ile gösterilen değişken dönüşümüne göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Bu durumda yeniden düzenlenmiş sınır şartları sırasıyla $x = 0$ ve $x = 1$ için aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\bar{\vartheta}(\mu_n, 0) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot G}{\mu_n^3} \cdot \left(\hat{u}_s - \frac{P}{\mu_n^2} \right) \quad (9.22)$$

$$\bar{\vartheta}(\mu_n, 1) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot G}{\mu_n^3} \cdot \left(\hat{u}_s - \frac{P}{\mu_n^2} \right) \quad (9.23)$$

Yukarıda yeniden düzenlenen iki sınır şartı da beklenildiği üzere aynı çıkmıştır. İleride yapılacak hesaplamalarda yazım kolaylığı sağlaması açısından yukarıda gösterilen sınır şartları aşağıda gösterildiği şekilde tanımlanmıştır.

$$D_{n,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot G}{\mu_n^3} \cdot \left(\hat{u}_s - \frac{P}{\mu_n^2} \right) \quad (9.24)$$

Sınır şartları en son hal için düzenlendiğine göre şimdi 9.21 ile gösterilen adi diferansiyel denklemin çözümüne başlanabilir. 9.21 adi diferansiyel denkleminin sağ

tarafının sıfıra eşit olması hali (ikinci tarafsız hal olarak adlandırılır) için genel çözümü aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\bar{v}_h(\mu_n, x) = c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} \quad (9.25)$$

9.21 ile gösterilen adi diferansiyel denklemin ikinci taraflı hali için özel çözümü ise aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\bar{v}_p(\mu_n, x) = c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} \quad (9.26)$$

Adi diferansiyel denklemin ikinci taraflı hali için yukarıda elde edilen özel çözümün 9.21 ile gösterilen adi diferansiyel denklemde yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa $c_{3,4D}$ ve $c_{4,4D}$ terimleri aşağıdaki gösterildiği şekilde elde edilir.

$$c_{3,4D} = \frac{G \cdot b_{1y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (9.27)$$

$$c_{4,4D} = -\frac{G \cdot b_{2y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (9.28)$$

Böylece 9.26 denklemi ile gösterilen ifadenin içinde yer alan terimler bulunmuştur. 9.21 adi diferansiyel denkleminin genel çözümü ise 9.25 ve 9.26 denklemlerinin toplamı ile ifade edildiğinden aşağıda bu iki ifadenin toplanmış hali gösterilmektedir.

$$\bar{v}(\mu_n, x) = \bar{v}_h(\mu_n, x) + \bar{v}_p(\mu_n, x) = \begin{bmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} \end{bmatrix} \quad (9.29)$$

9.22 ve 9.23 denklemleri ile belirtilen sınır şartlarının kullanılması ile yukarıdaki ifadede bilinmeyen olarak duran $c_{1,4D}$ ve $c_{2,4D}$ terimleri aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

$$c_{1,4D} = \frac{-D_{n,4D} \cdot e^{-\mu_n} - c_{3,4D} \cdot e^{\mu_n} - c_{4,4D} \cdot e^{-\mu_n} + D_{n,4D}}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (9.30)$$

$$c_{2,4D} = \frac{D_{n,4D} \cdot e^{\mu_n} + c_{3,4D} \cdot e^{\mu_n} + c_{4,4D} \cdot e^{-\mu_n} - D_{n,4D}}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (9.31)$$

Böylece 9.21 adi diferansiyel denkleminin çözümü olan 9.29 denklemindeki bilinmeyen tüm katsayılar bulunmuş olmaktadır.

9.29 denklemi ile bulunan $\bar{\vartheta}(\mu_n, x)$ fonksiyonunu 9.20 ile gösterilen değişken dönüşümünde yerine koyup düzenleme yapılırsa $\bar{\theta}(\mu_n, x)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği gibi elde edilir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, x) = c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \quad (9.32)$$

Yukarıdaki ifadede $c_{5,4D}$ olarak gösterilen terimin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$c_{5,4D} = \frac{C_{n,4D}}{\mu_n^2} \quad (9.33)$$

9.32 denklemi ile ifade edilen $\bar{\theta}(\mu_n, x)$ fonksiyonuna 9.11 denklemi ile belirtilen ters dönüşüm formülünü uygulanırsa aşağıda belirtilen ifade elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, y) \cdot \left(\begin{array}{l} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{array} \right) \quad (9.34)$$

Yukarıda gösterilen ifade 9.3, 9.6 ve 9.12 denklemleri kullanılarak yeniden düzenlenirse aşağıda gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\begin{array}{l} \frac{\hat{T}_s}{1 + e^{\gamma}} \cdot (e^y + e^{\gamma - y}) + \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \left(\begin{array}{l} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (9.35)$$

Böylece mikrokana1 içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade yukarıda görüldüğü üzere elde edilmiştir. Fakat yukarıdaki denklem incelendiğinde, içerisinde henüz bilinmeyen bir terimin bulunduğu görölmektedir. Bu terim $\hat{T}_s$ ile gösterilen boyutsuz ortalama kayma sıcaklığıdır. Bir sonraki bölümde bu ifadenin nasıl bulunacağı anlatılmaktadır.

9.1. Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması

Boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının hesaplanabilmesi için mikrokana1 içindeki sıcaklık dağılımına ihtiyaç duyulacaktır. Bu nedenden ötürü de ilk önce 9.35 denklemi ile ifade edilen mikrokana1 içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade elde edilmişti. Aşağıda boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesinin hesaplanmasında kullanılacak bağıntı gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^1 \hat{T}_s(x, \gamma) \cdot dx + \int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy + \int_0^\gamma \hat{T}_s(1, y) \cdot dy}{1 + 1 + \gamma + \gamma} \quad (9.36)$$

Yukarıdaki ifade incelendiğinde mikrokana1ın dört duvarındaki 3.21-3.24 denklemleri ile gösterilen boyutsuz lokal kayma sıcaklığı fonksiyonlarının integrallerinin alınıp toplandığı ve bu toplamın mikrokana1ın boyutsuz çevre uzunluğuna bölünmesi ile mikrokana1 içindeki boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunduğu görölmektedir.

İntegralin içinde yer alan ve daha önceden 3.21-3.24 denklemleri ile gösterilmiş olan boyutsuz lokal kayma sıcaklığı ifadeleri hesaplamalarda yazım kolaylığı sağlaması açısından aşağıda gösterildiği gibi daha kısa şekilde yeniden yazılmıştır.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \cdot \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \cdot \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (9.37)$$

$$\hat{T}_s(x, \gamma) = \hat{T}_w - B_1 \cdot \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=\gamma} + B_2 \cdot \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=\gamma} \quad (9.38)$$

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \cdot \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \cdot \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (9.39)$$

$$\hat{T}_s(1, y) = \hat{T}_w - B_1 \cdot \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=1} + B_2 \cdot \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=1} \quad (9.40)$$

Yukarıdaki ifadelerde B_1 ve B_2 olarak gösterilen ifadelerin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (9.41)$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (9.42)$$

Şimdi ise 9.35 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifadenin kullanılması ile 9.37-9.40 denklemlerinde yer alan sekiz kısmı türev hesaplanacaktır.

Aşağıda sırasıyla 9.35 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesinin x 'e ve y 'ye göre birinci ve ikinci kısmi türevleri gösterilmektedir.

$$\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n \cdot x} - c_{2,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot (e^{\mu_n \cdot x} + \mu_n \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x}) + \\ c_{4,4D} \cdot (e^{-\mu_n \cdot x} - \mu_n \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.43)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n \cdot x} + \mu_n^2 \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x}) \\ - c_{4,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - \mu_n^2 \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.44)$$

$$\frac{\partial \hat{T}(x, y)}{\partial y} = \left[\begin{array}{l} \frac{\hat{T}_s}{1+e^\gamma} \cdot (e^y - e^{\gamma-y}) + \\ \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot \cos(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + \\ c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \end{array} \right] \quad (9.45)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{T}(x, y)}{\partial y^2} = \left[\begin{array}{l} \frac{\hat{T}_s}{1+e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) + \\ \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} -\mu_n^2 \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + \\ c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \end{array} \right] \quad (9.46)$$

Yukarıda gösterilen ifadelerde x'e göre alınan kısmi türevlerin her birinde x görülen yere sırasıyla 0 ve 1 yazılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot (c_{1,4D} \cdot \mu_n - c_{2,4D} \cdot \mu_n + c_{3,4D} + c_{4,4D}) \quad (9.47)$$

$$\left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n} - c_{2,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n} + \\ c_{3,4D} \cdot (e^{\mu_n} + \mu_n \cdot e^{\mu_n}) + \\ c_{4,4D} \cdot (e^{-\mu_n} - \mu_n \cdot e^{-\mu_n}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.48)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n^2 + c_{2,4D} \cdot \mu_n^2 + \\ 2 \cdot c_{3,4D} \cdot \mu_n - 2 \cdot c_{4,4D} \cdot \mu_n \end{pmatrix} \right] \quad (9.49)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{\mu_n} + c_{2,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{-\mu_n} + \\ c_{3,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n} + \mu_n^2 \cdot e^{\mu_n}) - \\ c_{4,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n} - \mu_n^2 \cdot e^{-\mu_n}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.50)$$

9.45 ve 9.46 denklemleri ile gösterilen kısmi türevlerin her birinde sırasıyla y görülen yere 0 ve γ yazılıp düzenleme yapıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\left. \frac{\partial \widehat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} = \left[\widehat{T}_s \cdot \frac{(1-e^\gamma)}{1+e^\gamma} + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \right] \quad (9.51)$$

$$\left. \frac{\partial \widehat{T}}{\partial y} \right|_{y=\gamma} = \left[\widehat{T}_s \cdot \frac{(e^\gamma - 1)}{1+e^\gamma} + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \right] \quad (9.52)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} = \widehat{T}_s \quad (9.53)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=\gamma} = \widehat{T}_s \quad (9.54)$$

Aşağıda ise 9.51-9.54 denklemleri ile ifade edilen kısmi türevlerin $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar integre edilmiş halleri gösterilmektedir.

$$I_{1,4D} = \int_0^1 \left(\left. \frac{\partial \widehat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} \right) \cdot dx = \frac{\widehat{T}_s \cdot (1-e^\gamma)}{1+e^\gamma} + S_{1,4D} + S_{2,4D} \cdot \widehat{T}_s \quad (9.55)$$

$$I_{2,4D} = \int_0^1 \left(\left. \frac{\partial \widehat{T}}{\partial y} \right|_{y=\gamma} \right) \cdot dx = \frac{\widehat{T}_s \cdot (e^\gamma - 1)}{1+e^\gamma} + S_{3,4D} + S_{4,4D} \cdot \widehat{T}_s \quad (9.56)$$

$$I_{3,4D} = \int_0^1 \left(\left. \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \right) \cdot dx = \widehat{T}_s \quad (9.57)$$

$$I_{4,4D} = \int_0^1 \left(\left. \frac{\partial^2 \widehat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=\gamma} \right) \cdot dx = \widehat{T}_s \quad (9.58)$$

Yukarıdaki ifadelerde yazım kolaylığı sağlaması açısından kullanılan terimlerin açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$S_{1,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot \left[\begin{array}{l} c_{1,4D} \cdot d_{1,4D} + c_{2,4D} \cdot d_{2,4D} + \\ c_{3,4D} \cdot d_{3,4D} + c_{4,4D} \cdot d_{4,4D} - c_{6,4D} \end{array} \right] \quad (9.59)$$

$$S_{2,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot c_{7,4D} \quad (9.60)$$

$$S_{3,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \left[\begin{array}{l} c_{1,4D} \cdot d_{1,4D} + c_{2,4D} \cdot d_{2,4D} + \\ c_{3,4D} \cdot d_{3,4D} + c_{4,4D} \cdot d_{4,4D} - c_{6,4D} \end{array} \right] \quad (9.61)$$

$$S_{4,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot c_{7,4D} \quad (9.62)$$

$$d_{1,4D} = \int_0^1 e^{\mu_n \cdot x} \cdot dx = \left[\frac{e^{\mu_n \cdot x}}{\mu_n} \right]_0^1 = \frac{e^{\mu_n} - 1}{\mu_n} \quad (9.63)$$

$$d_{2,4D} = \int_0^1 e^{-\mu_n \cdot x} \cdot dx = \left[-\frac{e^{-\mu_n \cdot x}}{\mu_n} \right]_0^1 = \frac{(1 - e^{-\mu_n})}{\mu_n} \quad (9.64)$$

$$d_{3,4D} = \int_0^1 x \cdot e^{\mu_n \cdot x} \cdot dx = \left[e^{\mu_n \cdot x} \cdot \left(\frac{x}{\mu_n} - \frac{1}{\mu_n^2} \right) \right]_0^1 = \frac{e^{\mu_n} \cdot (\mu_n - 1) + 1}{\mu_n^2} \quad (9.65)$$

$$d_{4,4D} = \int_0^1 x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} \cdot dx = \left[e^{-\mu_n \cdot x} \cdot \left(\frac{x}{-\mu_n} - \frac{1}{\mu_n^2} \right) \right]_0^1 = \frac{1 - e^{-\mu_n} \cdot (\mu_n + 1)}{\mu_n^2} \quad (9.66)$$

$$c_{6,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot \hat{u}_s \cdot G}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} - \frac{G \cdot b_{3y}}{\mu_n^2} \quad (9.67)$$

$$c_{7,4D} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (9.68)$$

Aşağıda 9.47-9.50 denklemleri ile gösterilen kısmi türevlerin y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integrallerinin alınmış hali gösterilmektedir.

$$I_{5,4D} = \int_0^\gamma \left(\frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right)_{x=0} \cdot dy = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot (c_{1,4D} \cdot \mu_n - c_{2,4D} \cdot \mu_n + c_{3,4D} + c_{4,4D}) \quad (9.69)$$

$$I_{6,4D} = \int_0^\gamma \left(\frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right)_{x=1} \cdot dy = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n} - \\ c_{2,4D} \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n} + \\ c_{3,4D} \cdot (e^{\mu_n} + \mu_n \cdot e^{\mu_n}) + \\ c_{4,4D} \cdot (e^{-\mu_n} - \mu_n \cdot e^{-\mu_n}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.70)$$

$$I_{7,4D} = \int_0^\gamma \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right)_{x=0} \cdot dy = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n^2 + c_{2,4D} \cdot \mu_n^2 + \\ 2 \cdot c_{3,4D} \cdot \mu_n - 2 \cdot c_{4,4D} \cdot \mu_n \end{pmatrix} \right] \quad (9.71)$$

$$I_{8,4D} = \int_0^\gamma \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right)_{x=1} \cdot dy = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{\mu_n} + \\ c_{2,4D} \cdot \mu_n^2 \cdot e^{-\mu_n} + \\ c_{3,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{\mu_n} + \mu_n^2 \cdot e^{\mu_n}) - \\ c_{4,4D} \cdot (2 \cdot \mu_n \cdot e^{-\mu_n} - \mu_n^2 \cdot e^{-\mu_n}) \end{pmatrix} \right] \quad (9.72)$$

Böylelikle 9.36 denklemi için gerekli tüm ifadeler çıkarılmıştır. Bu ifadeler 9.36 denkleminde yerine konulup bir dizi düzenleme yapıldığında boyutsuz ortalama kayma sıcaklığını veren ifade aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{\begin{bmatrix} (2 + 2\gamma) \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot (S_{1,4D} - S_{3,4D}) + \\ B_1 \cdot I_{5,4D} - B_2 \cdot I_{7,4D} - B_1 \cdot I_{6,4D} - B_2 \cdot I_{8,4D} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 \cdot (1 + \gamma) - B_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot (1 - e^\gamma)}{1 + e^\gamma} + (S_{2,4D} - S_{4,4D}) \right) - 2 \cdot B_2 \end{bmatrix}} \quad (9.73)$$

Boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile 9.35 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki sıcaklık dağılımını veren ifade artık tümüyle bilinir hale gelmiştir.

9.2. Yığın (Bulk) Sıcaklığın Hesaplanması

Yığın sıcaklık ya da diğer bir deyişle mikrokanal içindeki boyutsuz ortalama sıcaklık, aşağıda gösterilen ifade kullanılarak bulunacaktır.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot \int_0^\gamma \int_0^1 \hat{u}(x, y) \cdot \hat{T}(x, y) \cdot dx \cdot dy \quad (9.74)$$

Yukarıdaki integralin içinde, momentum denkleminin çözülmesi ile elde edilen boyutsuz hız dağılımını veren ifade ile 4D hali için elde edilen boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifadenin yer aldığı görülmektedir. Bilindiği üzere daha önceden bir birinin eşdeğeri olan iki adet boyutsuz hız dağılımı denklemi elde edilmişti. Burada, yığın sıcaklık ifadesinin hesaplanabilmesi için 5.43 denklemi ile belirtilen boyutsuz hız dağılımı ifadesi kullanılacaktır.

9.74 ile gösterilen yığın sıcaklık ifadesinde iki katlı integral yer almaktadır. Bu neden ile art arda iki kere integral alınması ile yığın sıcaklık bulunabilecektir. 9.74 ifadesi aşağıda gösterilen şekilde yeniden yazılarak çözüme başlanılacaktır.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot \int_0^1 I_{9,4D} \cdot dx \quad (9.75)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan $I_{9,4D}$ integralinin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$I_{9,4D} = \int_0^\gamma \hat{u}(x, y) \cdot \hat{T}(x, y) \cdot dy \quad (9.76)$$

Yukarıdaki integral 5.43 denklemi ile gösterilen boyutsuz hız ve 9.35 denklemi ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadelerinin kullanılması ile aşağıda gösterildiği şekilde dört ayrı integralin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$I_{9,4D} = I_{10,4D} + I_{11,4D} + I_{12,4D} + I_{13,4D} \quad (9.77)$$

Yukarıdaki denklemde eşitliğin sağındaki dört adet integralin açık yazılışı aşağıda sırasıyla gösterilmektedir.

$$I_{10,4D} = \int_0^\gamma \left[\left(\frac{\hat{u}_s \cdot (e^y + e^{\gamma-y})}{1 + e^\gamma} \right) \cdot \left(\frac{\hat{T}_s \cdot (e^y + e^{\gamma-y})}{1 + e^\gamma} \right) \right] \cdot dy \quad (9.78)$$

$$I_{11,4D} = \int_0^\gamma \left[\left(\frac{\hat{u}_s \cdot (e^y + e^{\gamma-y})}{1 + e^\gamma} \right) \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \left(c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \right) \right] \right] \right] \cdot dy \quad (9.79)$$

$$I_{12,4D} = \int_0^\gamma \left[\left(\frac{\hat{T}_s \cdot (e^y + e^{\gamma-y})}{1 + e^\gamma} \right) \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \right] \right] \cdot dy \quad (9.80)$$

$$I_{13,4D} = \int_0^\gamma \left[\left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \left(c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \right) \right] \right] \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_{ny} \cdot y) \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \right] \right] \cdot dy \quad (9.81)$$

Yukarıda belirtilen dört adet integralin çözülmesi ile elde edilen ifadeler sırasıyla aşağıda gösterilmektedir.

$$I_{10,4D} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1 + e^\gamma)^2} [e^{2\gamma} - 1 + 2 \cdot e^\gamma \cdot \gamma] \quad (9.82)$$

$$I_{11,4D} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + \\ c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \cdot \frac{\mu_n \cdot [-(-1)^n + 1]}{1 + \mu_n^2} \right] \quad (9.83)$$

$$I_{12,4D} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \cdot \frac{\mu_n \cdot [-(-1)^n + 1]}{1 + \mu_n^2} \right] \quad (9.84)$$

$$I_{13,4D} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(b_{1y} \cdot e^{\mu_{ny} \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_{ny} \cdot x} - b_{3y}) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,4D} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + \\ c_{3,4D} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + \\ c_{4,4D} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \right] \quad (9.85)$$

Yukarıda hesaplanan integrallerde boyutsuz hız dağılımından gelen özdeğer ifadesi olarak μ_{ny} terimini ve boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesinden gelen özdeğer ifadesi olarak da μ_n terimi görülmektedir. 5.26 ve 9.13 denklemlerine bakıldığında bu iki özdeğer ifadesinin aynı olduğu görülmektedir. Gösterimleri birbirinden farklı olsa da aynı ifade olduklarının altının çizilmesi gerekmektedir.

9.82-9.85 denklemlerini içeren 9.77 denklemi, 9.75 ifadesinde yerine konulup düzenleme yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{14,4D} + I_{15,4D} + I_{16,4D} + I_{17,4D}] \quad (9.86)$$

Yukarıdaki denklemde yeni tanımlanan dört adet integralin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$I_{14,4D} = \int_0^1 I_{10,4D} \cdot dx \quad (9.87)$$

$$I_{15,4D} = \int_0^1 I_{11,4D} \cdot dx \quad (9.88)$$

$$I_{16,4D} = \int_0^1 I_{12,4D} \cdot dx \quad (9.89)$$

$$I_{17,4D} = \int_0^1 I_{13,4D} \cdot dx \quad (9.90)$$

Yukarıda gösterilen integraller çözdüğünde sırasıyla aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$I_{14,4D} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1+e^\gamma)^2} \cdot [e^{2\gamma} - 1 + 2 \cdot e^\gamma \cdot \gamma] \quad (9.91)$$

$$I_{15,4D} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot [-(-1)^n + 1]}{1 + \mu_n^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \begin{pmatrix} c_{1,4D} \cdot d_{1,4D} + c_{2,4D} \cdot d_{2,4D} + \\ c_{3,4D} \cdot d_{3,4D} + \\ c_{4,4D} \cdot d_{4,4D} - c_{5,4D} \end{pmatrix} \right) \right] \quad (9.92)$$

$$I_{16,4D} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot [-(-1)^n + 1]}{1 + \mu_n^2} \cdot \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot d_{1,4D} + b_{2y} \cdot d_{2,4D} - b_{3y}) \right] \right] \quad (9.93)$$

$$I_{17,4D} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} b_{1y} \cdot c_{1,4D} \cdot d_{5,4D} + b_{1y} \cdot c_{2,4D} + b_{1y} \cdot c_{3,4D} \cdot d_{7,4D} + \\ \frac{1}{2} \cdot b_{1y} \cdot c_{4,4D} - (b_{1y} \cdot c_{5,4D} + b_{3y} \cdot c_{1,4D}) \cdot d_{1,4D} + \\ b_{2y} \cdot c_{1,4D} + b_{2y} \cdot c_{2,4D} \cdot d_{6,4D} + \frac{1}{2} \cdot b_{2y} \cdot c_{3,4D} + \\ b_{2y} \cdot c_{4,4D} \cdot d_{8,4D} - (b_{2y} \cdot c_{5,4D} + b_{3y} \cdot c_{2,4D}) \cdot d_{2,4D} - \\ b_{3y} \cdot c_{3,4D} \cdot d_{3,4D} - b_{3y} \cdot c_{4,4D} \cdot d_{4,4D} + b_{3y} \cdot c_{5,4D} \end{pmatrix} \quad (9.94)$$

9.94 ifadesinde yazım kolaylığı sağlaması açısından, yeni bazı terimler tanımlanmıştır. Bu terimlerin açık hali aşağıda gösterildiği gibidir.

$$d_{5,4D} = \int_0^1 e^{2 \cdot \mu_n \cdot x} \cdot dx = \frac{(e^{2 \cdot \mu_n} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (9.95)$$

$$I_{6,4D} = \int_0^1 e^{-2\mu_n \cdot x} \cdot dx = \frac{(1 - e^{-2\mu_n})}{2 \cdot \mu_n} \quad (9.96)$$

$$d_{7,4D} = \int_0^1 x \cdot e^{2\mu_n \cdot x} \cdot dx = \frac{e^{2\mu_n} \cdot (2 \cdot \mu_n - 1) + 1}{4 \cdot \mu_n^2} \quad (9.97)$$

$$d_{8,4D} = \int_0^1 x \cdot e^{-2\mu_n \cdot x} \cdot dx = \frac{1 - e^{-2\mu_n} \cdot (2\mu_n + 1)}{4 \cdot \mu_n^2} \quad (9.98)$$

Böylelikle 9.86 denklemindeki tüm integraller bulunmuştur. Bu da yığın sıcaklık ifadesinin hesaplandığı anlamına gelmektedir.

9.3. Nusselt Sayısının (Nu) Hesaplanması

Şu ana kadar; momentum denkleminin çözümünden elde edilen ve tüm ısı sınır şartlarında enerji denkleminin çözümünde ihtiyaç duyulacak olan boyutsuz hız dağılımı ifadesi, 4D sınır şartı haline göre enerji denkleminin çözümünden elde edilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi ve 9.74 denkleminin kullanılması ile elde edilen yığın sıcaklık ifadesi bulunmuştur. Bu bulunan ifadelerin yanı sıra şimdi ise Nusselt sayısı hesaplanacaktır. Bunun için ilk adım olarak aşağıda gösterilen denklem üzerinde durulacaktır.

$$q' \cdot d\zeta = h \cdot L_h \cdot d\zeta \cdot (T_w - T_b) \quad (9.99)$$

Yukarıda gösterilen ifade üzerine söylenmesi gereken önemli hususlar vardır. Yukarıdaki denklemde eşitliğin sol tarafı, mikrokanalın ζ yönündeki diferansiyel eleman parçası boyunca, mikrokanal içindeki akışkana aktarılan ısı gücü göstermektedir. Eşitliğin sağ tarafı ise Newton'un soğuma yasası olarak bilinen ifadedir. Yukarıdaki ifade kısaca şunu belirtmektedir: Mikrokanalın ζ yönünde $d\zeta$ uzunluğu boyunca verilen ısı gücün tamamı taşınım yoluyla mikrokanaldaki akışkana geçmektedir.

Yukarıdaki ifadede geçen L_h terimi, mikrokanaldaki yalıtılmış olmayan çevre uzunluğudur. İlerideki hesaplamalarımızda L_h terimi yerine, bu ifadenin mikrokanalın genişliği olan a ile boyutsuzlaştırılması ile elde edilecek olan $\hat{L}_h$ terimini kullanılacaktır. $\hat{L}_h$ terimi probleminin sınır şartlarına göre değişiklik göstermektedir. Aşağıda ise hesaplanacak olan Nusselt sayısının ifadesi yer almaktadır.

$$Nu = \frac{h \cdot D_h}{k} \quad (9.100)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan ısı taşınım katsayısını 9.99 denkleminde çekilip 9.100 denkleminde yerine yazılıp bazı düzenlemeler yapıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$Nu = \frac{h \cdot D_h}{k} = \frac{1}{\frac{T_w - T_b}{q'/k}} \cdot \frac{D_h}{L_h} = \frac{1}{\hat{T}_w - \hat{T}_b} \cdot \frac{D_h/a}{L_h/a} = \frac{1}{\hat{T}_w - \hat{T}_b} \cdot \frac{D_h/a}{\hat{L}_h} \quad (9.101)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan $\hat{L}_h$ terimi 4D sınır şartı hali için mikrokanalın dört duvarın da ısı geçişi olduğundan dolayı aşağıda gösterildiği yazılmıştır.

$$\hat{L}_h = 2 + 2 \cdot \gamma \quad (9.102)$$

Son olarak 9.101 denkleminde hidrolik çap ifadesinin açık halinin yazılıp denklemin düzenlenmesi ile Nusselt sayısını veren denklem aşağıda gösterildiği şekilde bulunur.

$$Nu = \frac{2\gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{1}{\hat{L}_h \cdot (\hat{T}_w - \hat{T}_b)} \quad (9.103)$$

Bu bölümde sadece 4D sınır şartı hali için hesaplamalar yapılmıştır. Diğer yedi sınır şartı (3U, 2U, 1U, 3K, 2K, 1K ve 2C) için enerji denklemin çözümü, her bir sınır şartı için mikrokanal içindeki sıcaklık dağılımlarının bulunması ve ortalama Nusselt sayısının hesaplanması özet olarak ekler bölümünde yer almaktadır. 3U, 2U, 1U, 3K,

2K, 1K ve 2C sınır şartı halleri için yapılan bu hesaplamalar sırasıyla EK D, EK E, EK F, EK G, EK H, EK I ve EK J bölümlerinde gösterilmektedir.

10. SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında yapılan hesaplamalarda mikrokanaldaki kaymalı akış durumu için ikinci dereceden kayma akışı modeli kullanılmıştır. Literatürde değişik şekillerde tanımlanmış ikinci dereceden kayma akışı modelleri yer almaktadır. Buna karşın, bu çalışmada Beskok ve Karniadakis'in ortaya attığı model kullanılmıştır. **(Beskok ve Karniadakis, 2002)**

Bu çalışmada akış karakterinin kaymalı akış olması durumu için, boyutsuz momentum denklemi çözülerek mikrokanal içindeki hız dağılımını veren ifade elde edilmiştir. Ayrıca sekiz değişik ısı sınır şartı hali (4D, 3U, 2U, 1U, 3K, 2K, 1K ve 2C) için boyutsuz enerji denklemi çözülerek her bir sınır şartı için mikrokanaldaki sıcaklık dağılımını veren ifade elde edilmiştir.

Elde edilen hız ve sıcaklık dağılımı ifadelerindeki önemli parametrelerden biri kenar oranı (aspect ratio) ve diğer birisi ise Kn sayısıdır. Kn sayısının ve kenar oranının değişmesi ile mikrokanaldaki hız ve sıcaklık dağılımları değişmektedir.

Daha önceden de bahsedildiği üzere kaymalı akış, Kn sayısının 0.001 ile 0.1 arasında olduğu durumlar için söz konusudur. Fakat bu çalışmada sadece Kn sayısının bu aralığı için hesaplamalar yapılmamıştır. Bu çalışma kapsamında Kn sayısı 0.001 ile 0.2 aralığında alınmıştır. Bunun nedeni ise şu şekilde açıklanabilir: Akışın kaymalı akış karakterine sahip olduğu durumlarda normalde Navier-Stokes denklemi geçerliliğini yitirmektedir. Ancak, sınır şartlarının kaymalı akışa göre düzenlenmesi ile kaymalı akış bölgesinde Navier-Stokes denklemi kullanılabilir hale getirilebilmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0.1 ile 10 arasında olduğu bölgeye geçiş bölgesi denilmektedir ve bu bölgede de Navier-Stokes denklemi geçerli değildir. Fakat araştırmacılar geçiş bölgesinin hemen başlarında sınır şartlarının ikinci mertebeden kayma akışı modelleri kullanılarak düzenlendiğinde Navier-Stokes denkleminin çözülmesinin doğru sonuçlar verdiğini göstermişlerdir. Bu nedenden ötürü bu çalışmada Kn sayısı 0.2'ye kadar alınarak geçiş bölgesinin başlangıcında da

hesaplamalar yapılmış ve ikinci mertebeden kayma akışı modelinin geçiş bölgesinin başlangıcında karakteri incelenmiştir.

Bu çalışmada diğer bir önemli husus ise sekiz değişik ısı sınır şartı için mikrokanaldaki ortalama Nusselt sayılarının (Nu), Knudsen sayısının (Kn) ve kenar oranının değişimine göre bulunmuş olmasıdır.

Yapılan bu çalışma kapsamındaki tüm analitik hesaplamalar MATHEMATICA 5.0 paket programı kullanılarak yapılmıştır. Mikrokanal içinden geçen akışkanın hava olduğu kabulü yapılarak; Pr sayısı 0.6, R (özgül ısıların oranı) 1.4 alınmıştır. Bunun yanı sıra sınır şartı denklemlerinde yer alan momentum ve ısıl barındırma katsayıları tüm hesaplamalarda 1 alınmıştır.

Şimdi sırasıyla sekiz değişik sıcaklık sınır şartı için elde edilen sonuçlar gösterilecektir.

10.1. 4D Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

4D sınır şartı Şekil 8.1’de gösterilmektedir. 4D sınır şartı için yapılan hesaplamalar sonucunda ortalama Nusselt sayısının (Nu) Knudsen sayısına (Kn) ve kenar oranına göre değişimi elde edilmiştir. Bu çalışma kapsamında ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak Nu sayısının hesaplanması amaçlanmıştır. Fakat bunun yanı sıra birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak da Nu sayısı hesaplanmıştır. Hesaplamaların yapılabilmesi için Mathematica 5.0 paket programından faydalanılmıştır. Yazılan programda ikinci mertebeden kayma akışı modelindeki ikinci mertebeden türevin önüne koyulan bir katsayının sıfır yapılması ile kayma akışı modeli birinci mertebeden kayma akışı modeline indirgenebilmiştir. Böylece birinci ve ikinci mertebeden kayma akışı modellerinin birbiri ile sonuçları karşılaştırılabilecektir. Aşağıdaki Tablo 10.1’de birinci mertebeden kayma akışı modelinin kullanılması ile elde edilen Nu sayıları gösterilmektedir. Bu durum için elde edilen Nu sayılarının, **Kuddusi (2006)** tarafından birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak yapılmış olan çalışmadaki Nu sayıları ile uyduğu görülmektedir. **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 4D sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları Tablo 10.2’de gösterilmektedir.

Tablo 10.1: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,6080	3,6638	3,8946	4,4719	5,7377
0,01	3,5006	3,5576	3,7723	4,2898	5,3690
0,02	3,3812	3,4369	3,6337	4,0926	5,0087
0,03	3,2563	3,3093	3,4877	3,8926	4,6704
0,04	3,1301	3,1797	3,3406	3,6970	4,3597
0,05	3,0056	3,0516	3,1962	3,5101	4,0772
0,06	2,8848	2,9271	3,0569	3,3337	3,8219
0,07	2,7688	2,8075	2,9241	3,1688	3,5914
0,08	2,6582	2,6935	2,7983	3,0154	3,3835
0,09	2,5532	2,5855	2,6799	2,8731	3,1955
0,10	2,4540	2,4835	2,5686	2,7412	3,0253
0,11	2,3604	2,3873	2,4643	2,6191	2,8707
0,12	2,2723	2,2968	2,3667	2,5059	2,7299
0,13	2,1893	2,2118	2,2752	2,4009	2,6013
0,14	2,1112	2,1317	2,190	2,3035	2,4836
0,15	2,0376	2,0565	2,1094	2,2129	2,3754
0,16	1,9684	1,9857	2,0342	2,1286	2,2758
0,17	1,9031	1,9191	1,9636	2,0499	2,1839
0,18	1,8416	1,8563	1,8973	1,9765	2,0987
0,19	1,7835	1,7971	1,8349	1,9078	2,0197
0,20	1,7286	1,7412	1,7762	1,8434	1,9462

Tablo 10.2: 4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (Kuddusi, 2006)

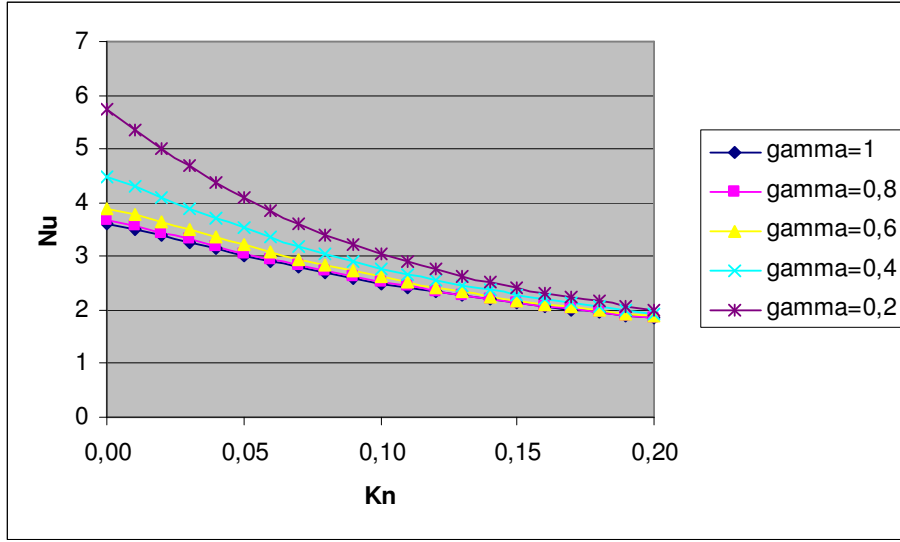
	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,6080	3,6638	3,8946	4,4719	5,7377
0,02	3,3812	3,4369	3,6337	4,0926	5,0087
0,04	3,1301	3,1797	3,3406	3,6970	4,3597
0,06	2,8848	2,9271	3,0569	3,3337	3,8219
0,08	2,6582	2,6935	2,7983	3,0154	3,3835
0,10	2,4540	2,4835	2,5686	2,7412	3,0253

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.3’de gösterilmektedir.

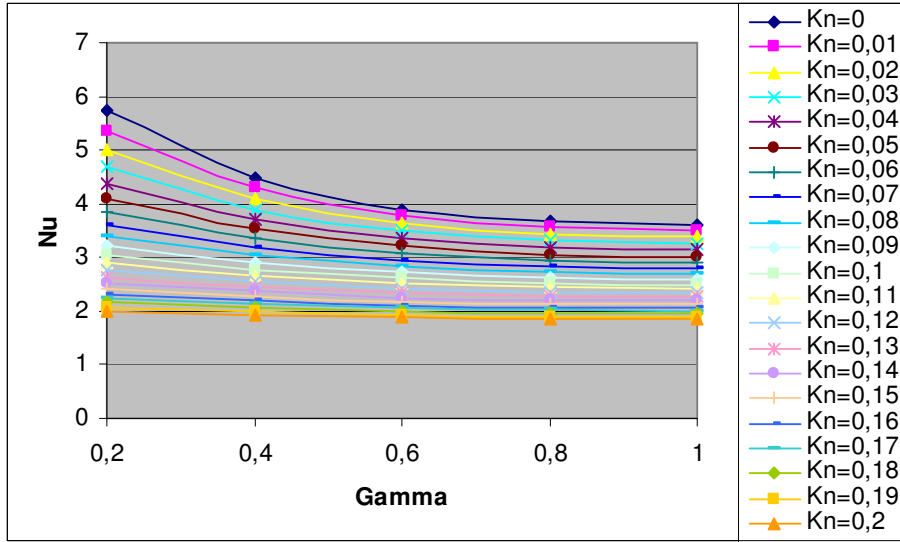
Tablo 10.3: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 4D Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,6080	3,6638	3,8946	4,4719	5,7377
0,01	3,5007	3,5577	3,7725	4,2900	5,3691
0,02	3,3823	3,4380	3,6347	4,0937	5,0097
0,03	3,2594	3,3123	3,4907	3,8957	4,6733
0,04	3,1365	3,1859	3,3467	3,7032	4,3652
0,05	3,0165	3,0620	3,2064	3,5201	4,0860
0,06	2,9012	2,9427	3,0720	3,3485	3,8343
0,07	2,7915	2,8290	2,9448	3,1888	3,6079
0,08	2,6879	2,7216	2,8252	3,0409	3,4040
0,09	2,5905	2,6206	2,7132	2,9043	3,2202
0,10	2,4992	2,5260	2,6087	2,7783	3,0540
0,11	2,4138	2,4374	2,5113	2,6620	2,9034
0,12	2,3340	2,3545	2,4206	2,5547	2,7666
0,13	2,2595	2,2772	2,3360	2,4555	2,6418
0,14	2,1898	2,2049	2,2572	2,3637	2,5277
0,15	2,1247	2,1373	2,1837	2,2786	2,4230
0,16	2,0638	2,0741	2,1151	2,1996	2,3268
0,17	2,0069	2,0149	2,0510	2,1261	2,2380
0,18	1,9535	1,9594	1,9910	2,0577	2,1560
0,19	1,9035	1,9074	1,9348	1,9938	2,0799
0,20	1,8566	1,8586	1,8821	1,9341	2,0092

Yukarıdaki tabloda elde edilmiş verilerlerden yararlanarak aşağıda gösterilen grafikler çizilmiştir. Böylece elde edilen sonuçların daha kolay yorumlanması amaçlanmıştır.



Şekil 10.1: 4D Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



Şekil 10.2: 4D Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıda çizdirilen iki grafik de aynı verilerin değişik şekilde gösterilmesidir. Kn sayısının artması ile Nu sayısının her kenar oranında azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının en küçük olduğu durumda Nu sayısı en büyük değerleri almıştır.

Bu çalışmadaki önemli amaçlardan biri, birinci mertebeden kayma akışı modelinin yerine ikinci mertebeden kayma akışı modelinin kullanılması ile sonuçların ne oranda değiştiğinin görülmek istenmesidir. Bu neden ile iki farklı akış modeli kullanılarak elde edilen Nu sayılarının karşılaştırılması için aşağıda gösterilen ifade kullanılmıştır.

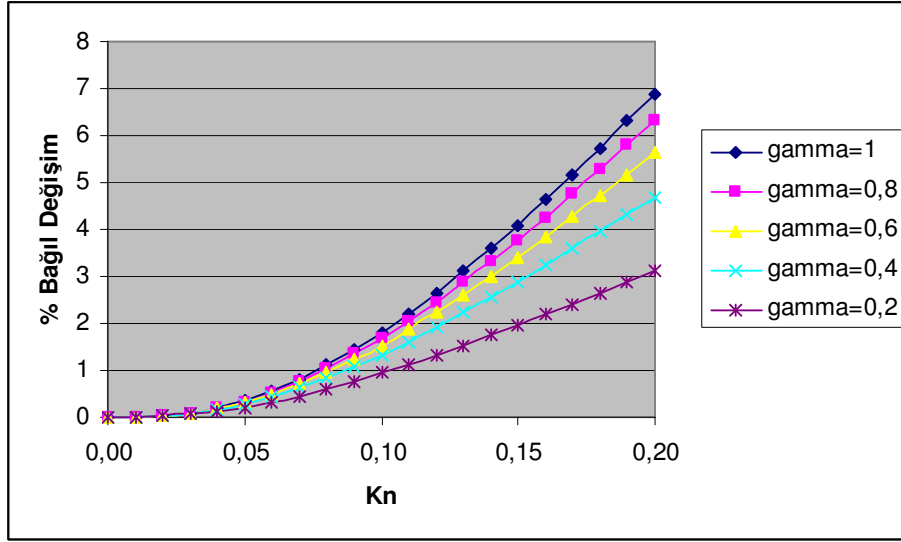
$$\varepsilon_a = 100 \cdot \frac{|Nu_{ikinci_mertebe} - Nu_{Birinci_mertebe}|}{Nu_{ikinci_mertebe}} \quad (10.1)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan $Nu_{ikinci_mertebeden}$ terimi ile ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nusselt sayısı anlatılmak istenmiştir. Aynı şekilde $Nu_{Birinci_mertebe}$ terimi ile de birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanarak elde edilen Nusselt sayısı ifade edilmek istenmiştir. Bu durumda 4D sınır şartı hali için hesaplanan ε_a (yüzde bağıl değişim) değerleri Tablo 10.4’de gösterilmektedir.

Tablo 10.4: 4D Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen ε_a Değerleri

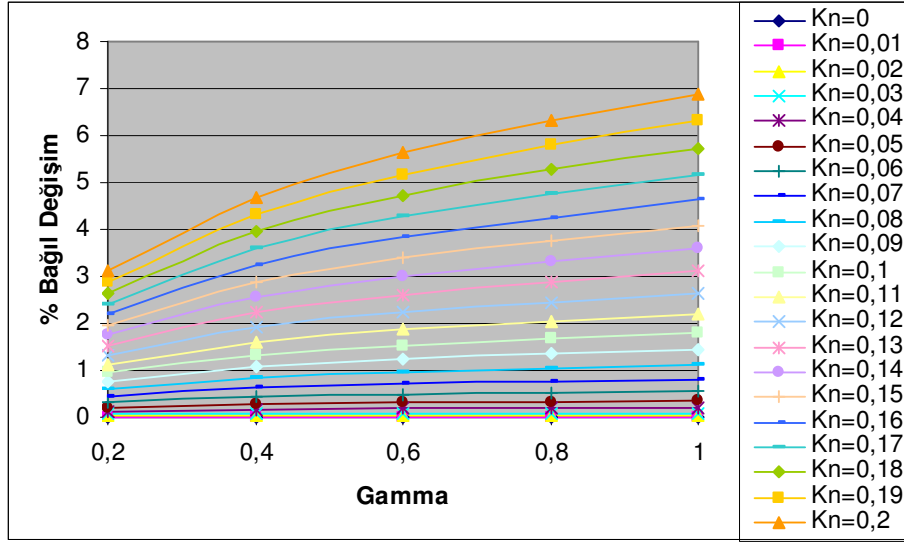
	$\gamma=1$	$\gamma=0,8$	$\gamma=0,6$	$\gamma=0,4$	$\gamma=0,2$
Kn	ε_a	ε_a	ε_a	ε_a	ε_a
0,00	0	0	0	0	0
0,01	0,004284821	0,004216195	0,004241219	0,003729647	0,003166249
0,02	0,031339714	0,029668757	0,028337809	0,026626214	0,021358479
0,03	0,095110405	0,089967968	0,085369207	0,079062138	0,061840272
0,04	0,203413391	0,192098837	0,180777253	0,165264707	0,126684352
0,05	0,359689573	0,338343164	0,31655834	0,286353061	0,215125343
0,06	0,562878297	0,528433458	0,491857176	0,440202362	0,325480592
0,07	0,812475148	0,760684758	0,704627108	0,62500784	0,455393348
0,08	1,105336196	1,032465719	0,952141611	0,837586488	0,602820212
0,09	1,437957444	1,340517357	1,230632012	1,075298436	0,76517937
0,10	1,807778489	1,681743502	1,538296412	1,334993827	0,941057822
0,11	2,21102738	2,052639137	1,870744236	1,614557312	1,128320641
0,12	2,644815767	2,450584828	2,226353515	1,910987591	1,325472789
0,13	3,10562305	2,872437598	2,601883562	2,222765221	1,531164594
0,14	3,590755278	3,316310333	2,99486089	2,547277573	1,744682871
0,15	4,098931614	3,778652206	3,40429819	2,883775635	1,96406978
0,16	4,625865502	4,258335141	3,827224116	3,22966344	2,189712007
0,17	5,171236802	4,753656563	4,262331849	3,58443	2,419538612
0,18	5,73170482	5,262271489	4,708186841	3,947611411	2,654050419
0,19	6,30775454	5,782710587	5,163324375	4,316817382	2,892007674
0,20	6,895864528	6,31396012	5,626753379	4,691539305	3,133134578

Yukarıdaki tabloda elde edilen değerler kullanılarak aşağıda gösterilen grafik elde edilebilir. Aşağıda gösterilen grafik yukarıdaki tabloya nazaran daha anlaşılır bilgiler vermektedir.



Şekil 10.3: 4D Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a)

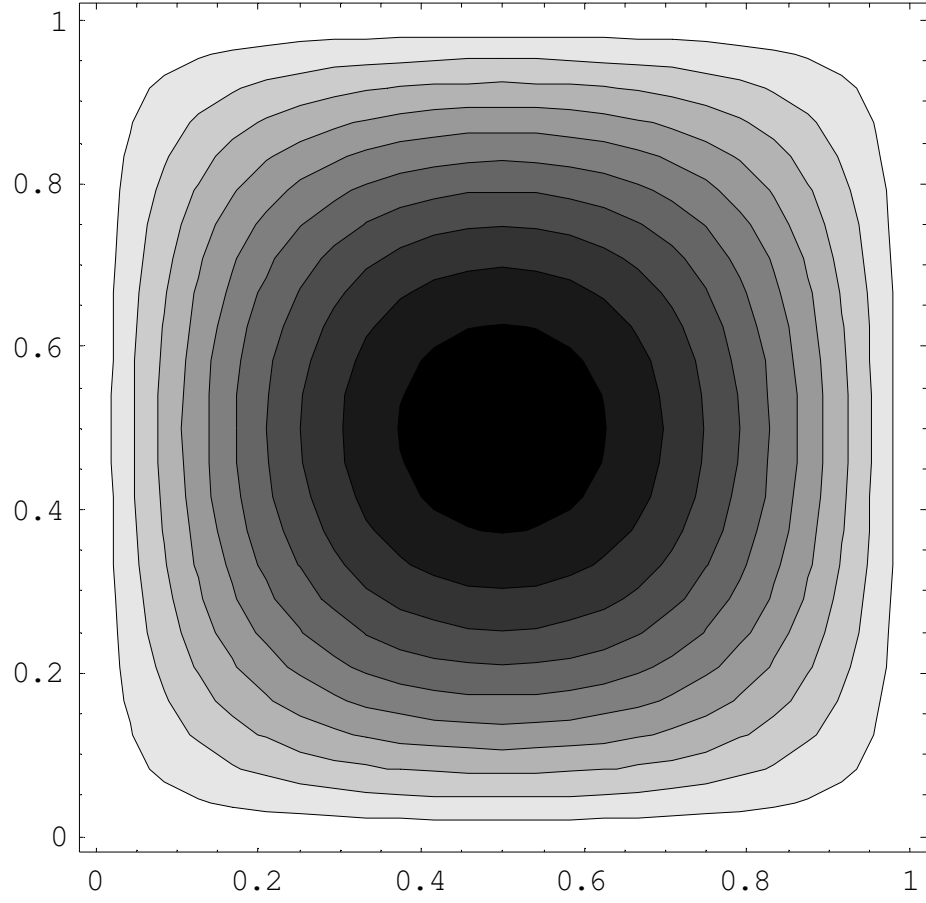
Yukarıdaki grafik incelendiğinde görülmektedir ki Kn sayısının 0,1 olduğu durum için ε_a değerinin 2 % değerinin altında olduğu görülmektedir. Bu da kaymalı akış bölgesinde ikinci mertebenden kayma akışı modelinin kullanılmasının hesaplamalarda büyük değişiklikleri getirmediğini göstermiştir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 ile 0,2 arasında olduğu geçiş bölgesi başlangıcında ε_a değerinin 2 % ile 7 % arasında değiştiği görülmektedir. Yukarıdaki grafik incelendiğinde diğer bir önemli husus ise 4D sınır şartı hali için kenar oranının (γ) azalmasıyla ε_a değerinin de azaldığı görülmektedir. Tablo 10.4'deki veriler kullanılarak kenar oranına (γ) göre Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a) aşağıda gösterilen grafik ile gösterilmektedir.



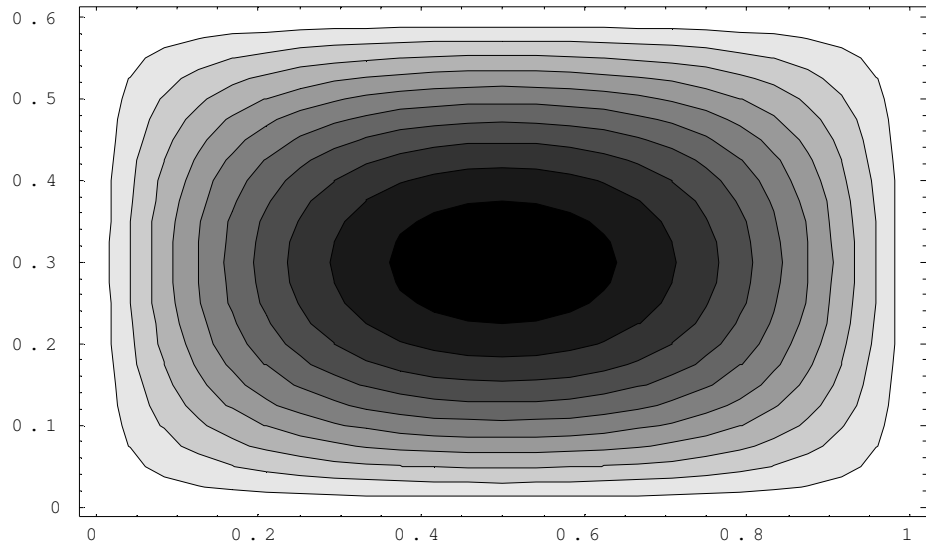
Şekil 10.4: 4D Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ε_a)

Yukarıdaki grafik incelendiğinde Kn sayısının artması ile Nusselt (Nu) sayısındaki % bağıl değişimin (ε_a) arttığı görülmektedir. Aslında Şekil 8.1 ile Şekil 8.2 aynı veriler kullanılarak çizdirilmiş iki farklı grafik ve bir birinin aynı yorumları içermektedir. Fakat burada her iki grafiğin de çizdirilmesinin nedeni Tablo 10.4 ile verilen verilerin daha rahat anlaşılır kılınmak istenmesidir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanaal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır. Aşağıda gösterilen şekillerde koyu renk düşük sıcaklıkları açık renk ise yüksek sıcaklıkları belirtmektedir. Yapılan bu çalışmada mikrokanaal içinden geçen akışkanın ısıtıldığı unutulmamalıdır.



Şekil 10.5: 4D Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.6: 4D Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.2. 3U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 3U sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.5: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,8358	4,2464	4,9233	6,1311
0,01	3,4358	3,6848	4,0606	4,6623	5,6828
0,02	3,2994	3,5286	3,8692	4,3998	5,2601
0,03	3,1634	3,3731	3,6801	4,1466	4,8735
0,04	3,0306	3,2219	3,4979	3,9079	4,5252
0,05	2,9029	3,0771	3,3251	3,6862	4,2126
0,06	2,7812	2,9398	3,1629	3,4817	3,9353
0,07	2,6660	2,8104	3,0115	3,2940	3,6867
0,08	2,5574	2,6891	2,8706	3,1219	3,4642
0,09	2,4552	2,5755	2,7399	2,9643	3,2645
0,10	2,3592	2,4694	2,6186	2,8198	3,0847
0,11	2,2691	2,3702	2,5060	2,6871	2,9222
0,12	2,1846	2,2776	2,4015	2,5652	2,7749
0,13	2,1053	2,1910	2,3044	2,4529	2,6409
0,14	2,0308	2,1099	2,2141	2,3492	2,5186
0,15	1,9608	2,0341	2,1299	2,2533	2,4066
0,16	1,8950	1,9630	2,0514	2,1644	2,3037
0,17	1,8331	1,8963	1,9781	2,0819	2,2088
0,18	1,7747	1,8336	1,9094	2,0051	2,1212
0,19	1,7197	1,7746	1,8450	1,9335	2,0401
0,20	1,6677	1,7190	1,7846	1,8665	1,9647

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 3U sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.6: 3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,8358	4,2464	4,9233	6,1311
0,02	3,2994	3,5286	3,8692	4,3998	5,2601
0,04	3,0306	3,2219	3,4979	3,9079	4,5252
0,06	2,7812	2,9398	3,1629	3,4817	3,9353
0,08	2,5574	2,6891	2,8706	3,1219	3,4642
0,10	2,3592	2,4694	2,6186	2,8198	3,0847

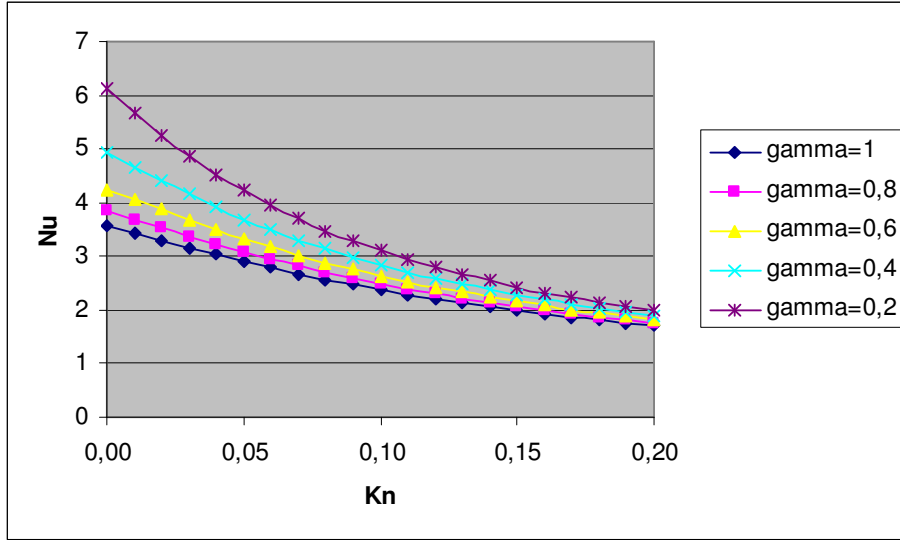
Tablo 10.5'deki Nu sayıları Tablo 10.6 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.7'de gösterilmektedir.

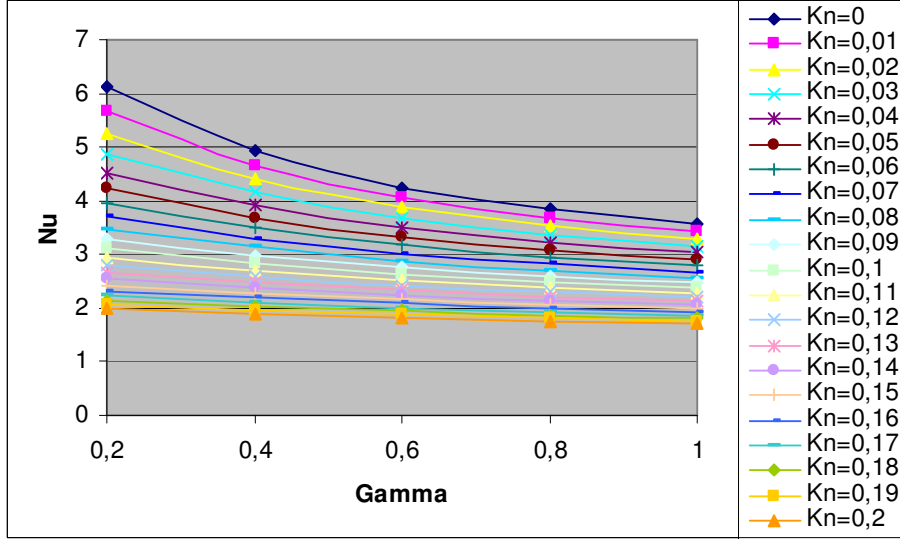
Tablo 10.7: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,8358	4,2464	4,9233	6,1311
0,01	3,4359	3,6849	4,0607	4,6624	5,6829
0,02	3,2998	3,5291	3,8697	4,4004	5,2607
0,03	3,1646	3,3745	3,6816	4,1482	4,8750
0,04	3,0332	3,2246	3,5009	3,9111	4,5281
0,05	2,9072	3,0816	3,3300	3,6913	4,2180
0,06	2,7876	2,9465	3,1700	3,4890	3,9416
0,07	2,6747	2,8195	3,0210	3,3037	3,6949
0,08	2,5686	2,7008	2,8828	3,1341	3,4743
0,09	2,4690	2,5899	2,7547	2,9790	3,2765
0,10	2,3757	2,4864	2,6360	2,8370	3,0986
0,11	2,2883	2,3899	2,5261	2,7068	2,9380
0,12	2,2064	2,2999	2,4242	2,5872	2,7924
0,13	2,1297	2,2158	2,3296	2,4772	2,6601
0,14	2,0577	2,1373	2,2416	2,3757	2,5393
0,15	1,9901	2,0637	2,1597	2,2818	2,4287
0,16	1,9266	1,9948	2,0834	2,1949	2,3272
0,17	1,8668	1,9302	2,0120	2,1142	2,2337
0,18	1,8104	1,8694	1,9452	2,0390	2,1473
0,19	1,7572	1,8123	1,8826	1,9690	2,0673
0,20	1,7069	1,7584	1,8238	1,9035	1,9931

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



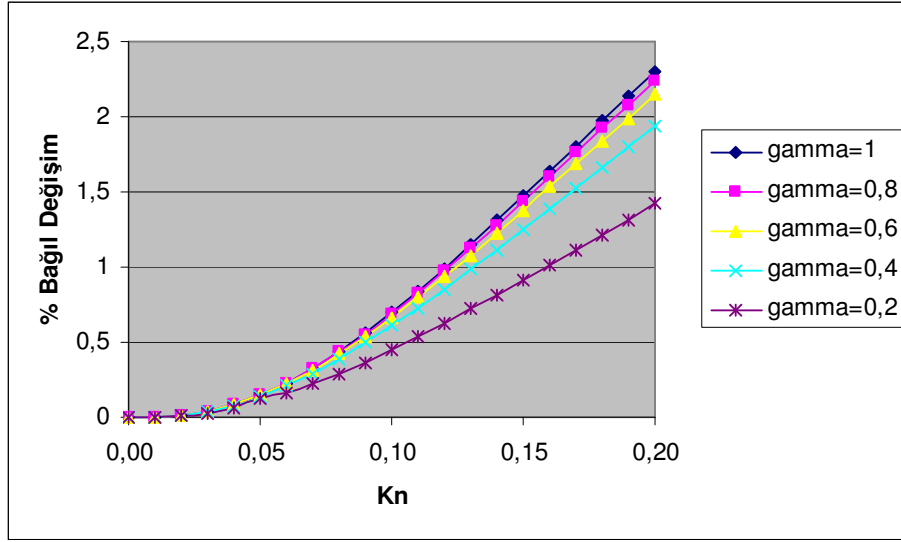
Şekil 10.7: 3U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



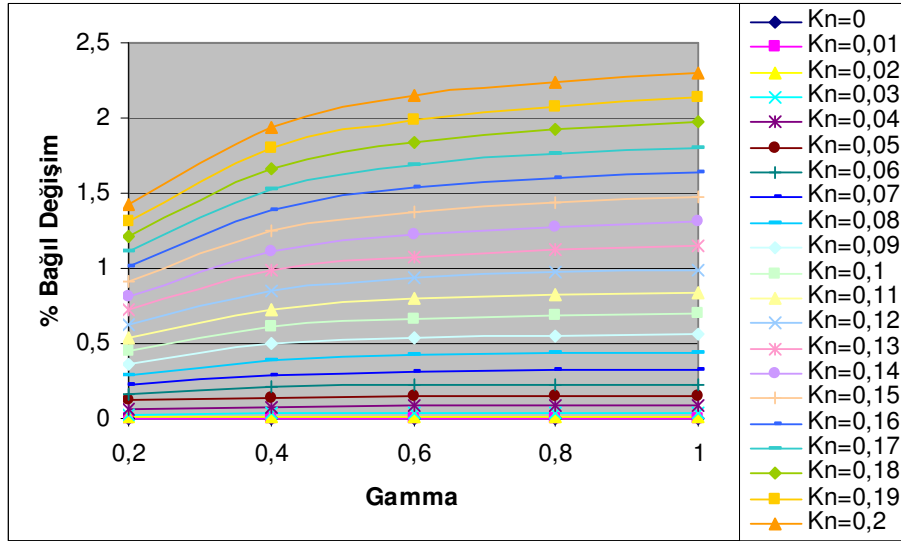
Şekil 10.8: 3U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm en-boy oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının küçülmesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 3U sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



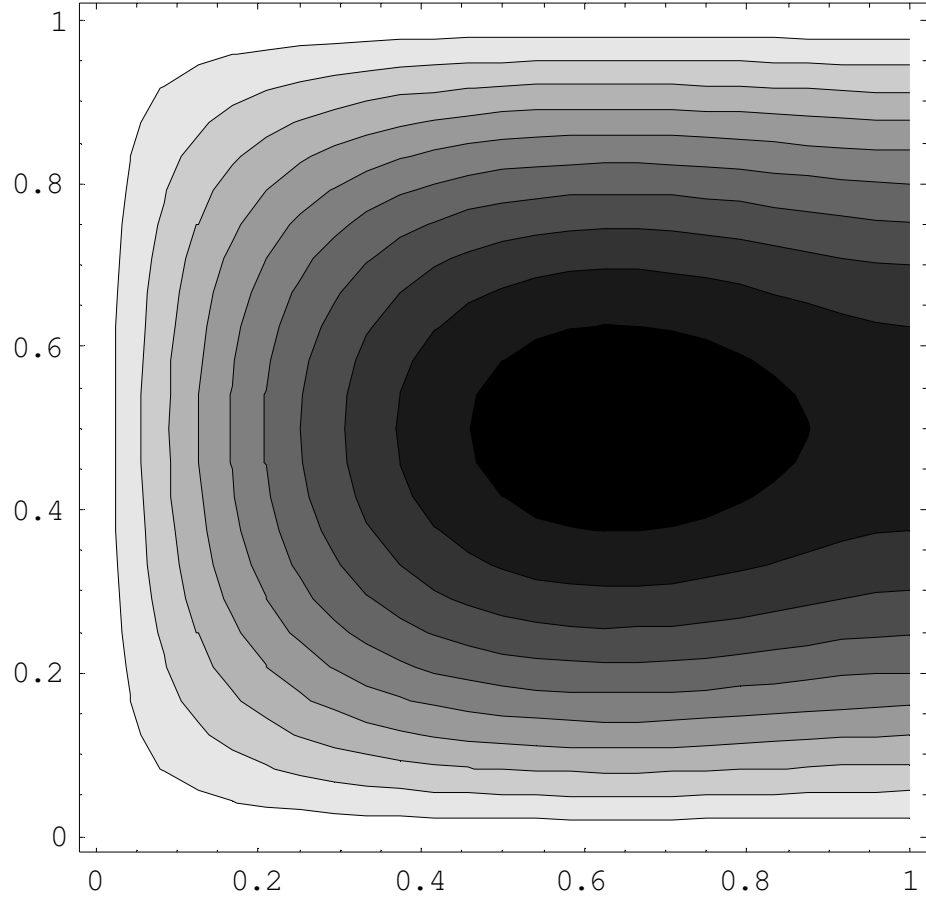
Şekil 10.9: 3U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



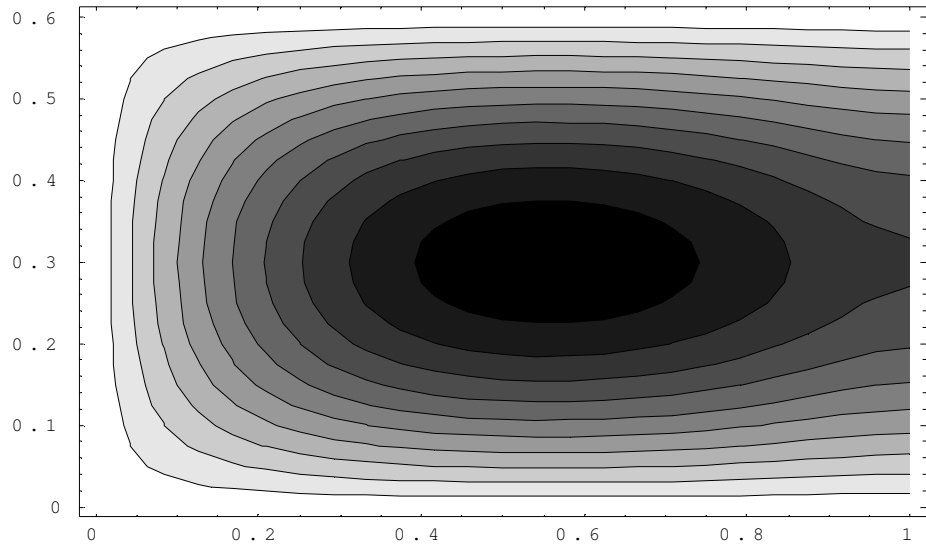
Şekil 10.10: 3U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranının büyümesi ile de % bağıl değişimde bir miktar artış görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,7 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 1 olduğu durum için bağıl değişimin 2,3% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.11: 3U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.12: 3U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.3. 2U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 2U sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.8: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	4,4717	4,9440	5,5924	6,6089
0,01	3,8831	4,2224	4,6441	5,2108	6,0596
0,02	3,6802	3,9842	4,3585	4,8511	5,5596
0,03	3,4889	3,7609	4,0923	4,5200	5,1142
0,04	3,3101	3,5536	3,8472	4,2194	4,7209
0,05	3,1442	3,3624	3,6229	3,9480	4,3745
0,06	2,9906	3,1866	3,4185	3,7035	4,0691
0,07	2,8485	3,0252	3,2322	3,4834	3,7992
0,08	2,7173	2,8769	3,0625	3,2849	3,5596
0,09	2,5960	2,7407	2,9076	3,1055	3,3462
0,10	2,4838	2,6153	2,7661	2,9430	3,1553
0,11	2,3799	2,4998	2,6364	2,7953	2,9836
0,12	2,2835	2,3932	2,5174	2,6607	2,8287
0,13	2,1939	2,2946	2,4079	2,5377	2,6884
0,14	2,1106	2,2032	2,3069	2,4249	2,5607
0,15	2,0329	2,1183	2,2135	2,3212	2,4441
0,16	1,9603	2,0393	2,1270	2,2256	2,3373
0,17	1,8925	1,9657	2,0466	2,1372	2,2391
0,18	1,8289	1,8969	1,9719	2,0553	2,1486
0,19	1,7692	1,8326	1,9021	1,9792	2,0649
0,20	1,7131	1,7723	1,8370	1,9083	1,9874

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 2U sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.9: 2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	4,4717	4,9440	5,5924	6,6089
0,02	3,6802	3,9842	4,3585	4,8511	5,5596
0,04	3,3101	3,5536	3,8472	4,2194	4,7209
0,06	2,9906	3,1866	3,4185	3,7035	4,0691
0,08	2,7173	2,8769	3,0625	3,2849	3,5596
0,10	2,4838	2,6153	2,7661	2,9430	3,1553

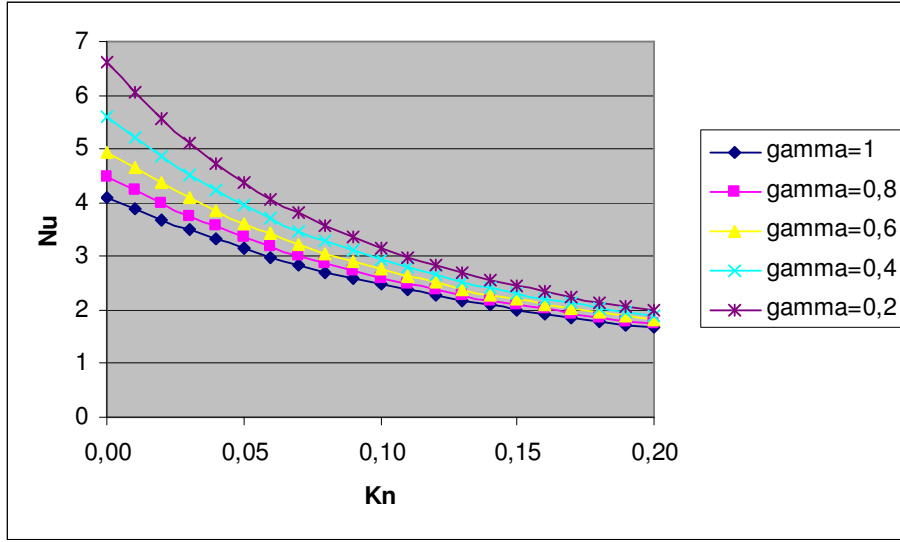
Tablo 10.8'deki Nu sayıları Tablo 10.9 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.10'da gösterilmektedir.

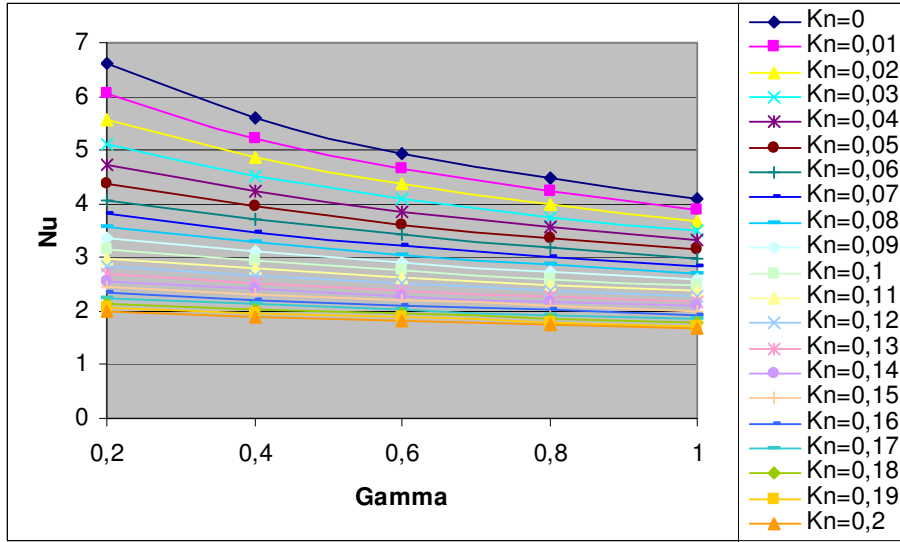
Tablo 10.10: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	4,4717	4,9440	5,5924	6,6089
0,01	3,8831	4,2223	4,6441	5,2108	6,0595
0,02	3,6800	3,9841	4,3583	4,8510	5,5596
0,03	3,4883	3,7604	4,0918	4,5197	5,1141
0,04	3,3089	3,5525	3,8462	4,2187	4,7206
0,05	3,1420	3,3605	3,6213	3,9468	4,3740
0,06	2,9872	3,1836	3,4160	3,7018	4,0684
0,07	2,8436	3,0208	3,2287	3,4810	3,7982
0,08	2,7106	2,8709	3,0577	3,2817	3,5583
0,09	2,5872	2,7329	2,9014	3,1014	3,3446
0,10	2,4727	2,6056	2,7583	2,9379	3,1532
0,11	2,3662	2,4879	2,6270	2,7891	2,9812
0,12	2,2671	2,3789	2,5062	2,6534	2,8259
0,13	2,1746	2,2778	2,3948	2,5292	2,6851
0,14	2,0881	2,1838	2,2918	2,4152	2,5570
0,15	2,0071	2,0962	2,1964	2,3102	2,4399
0,16	1,9312	2,0144	2,1077	2,2133	2,3327
0,17	1,8598	1,9379	2,0252	2,1236	2,2340
0,18	1,7925	1,8661	1,9482	2,0403	2,1430
0,19	1,7291	1,7986	1,8761	1,9629	2,0589
0,20	1,6692	1,7352	1,8086	1,8906	1,9808

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



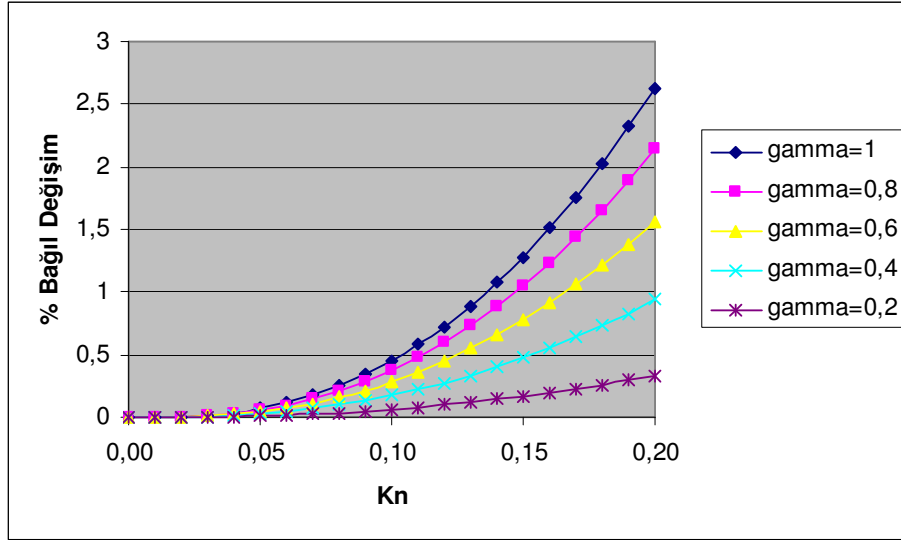
Şekil 10.13: 2U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



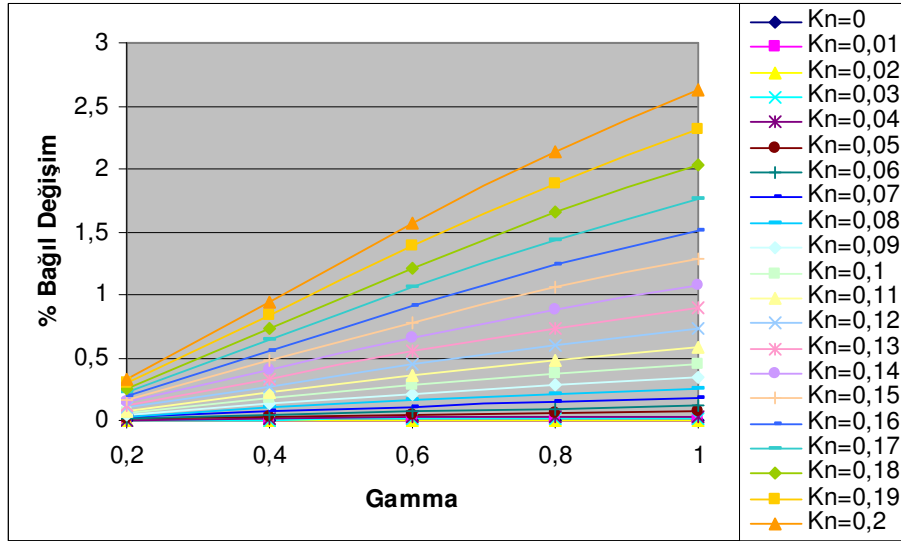
Şekil 10.14: 2U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının küçülmesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 2U sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



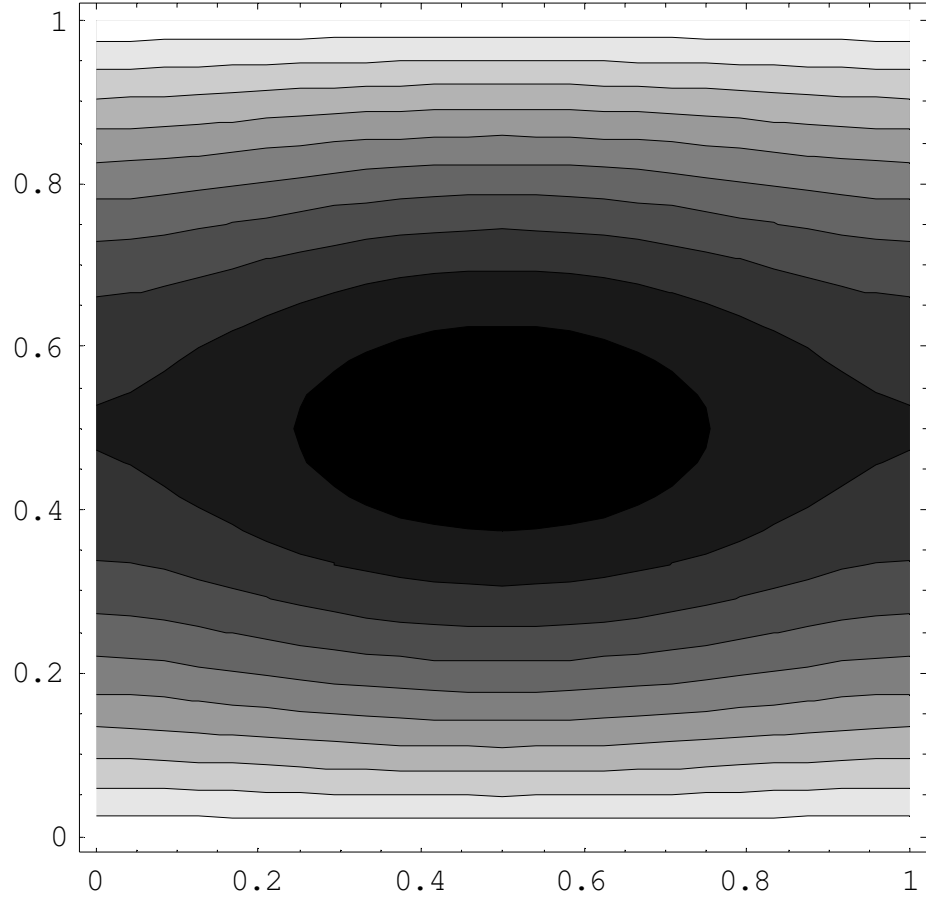
Şekil 10.15: 2U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



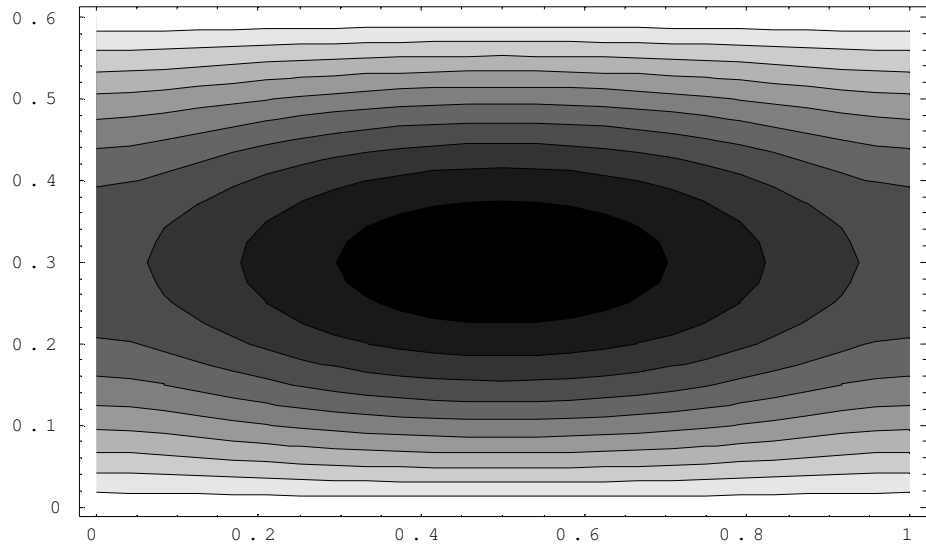
Şekil 10.16: 2U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranının büyümesi ile de % bağıl değişimde artış olduğu görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,5 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 1 olduğu durum için bağıl değişimin 2,63% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.17: 2U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.18: 2U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.4. 1U Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 1U sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.11: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,9644	3,3086	3,7503	4,3784
0,01	2,5726	2,8281	3,1413	3,5391	4,0901
0,02	2,4661	2,7003	2,9852	3,3432	3,8276
0,03	2,3660	2,5810	2,8405	3,1630	3,5903
0,04	2,2723	2,4699	2,7066	2,9978	3,3766
0,05	2,1846	2,3665	2,5830	2,8466	3,1839
0,06	2,1026	2,2704	2,4688	2,7083	3,0101
0,07	2,0258	2,1810	2,3633	2,5814	2,8528
0,08	1,9539	2,0977	2,2656	2,4650	2,7100
0,09	1,8864	2,0201	2,1751	2,3579	2,5801
0,10	1,8232	1,9476	2,0911	2,2592	2,4615
0,11	1,7637	1,8797	2,0129	2,1679	2,3528
0,12	1,7078	1,8162	1,9401	2,0835	2,2530
0,13	1,6551	1,7567	1,8721	2,0050	2,1611
0,14	1,6055	1,7007	1,8086	1,9321	2,0761
0,15	1,5586	1,6481	1,7490	1,8641	1,9974
0,16	1,5142	1,5984	1,6931	1,8005	1,9243
0,17	1,4722	1,5516	1,6406	1,7411	1,8562
0,18	1,4324	1,5074	1,5911	1,6853	1,7927
0,19	1,3946	1,4655	1,5445	1,6329	1,7333
0,20	1,3587	1,4259	1,5004	1,5836	1,6777

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 1U sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.12: 1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,9644	3,3086	3,7503	4,3784
0,01	2,4661	2,7003	2,9852	3,3432	3,8276
0,02	2,2723	2,4699	2,7066	2,9978	3,3766
0,03	2,1026	2,2704	2,4688	2,7083	3,0101
0,04	1,9539	2,0977	2,2656	2,4650	2,7100
0,05	1,8232	1,9476	2,0911	2,2592	2,4615

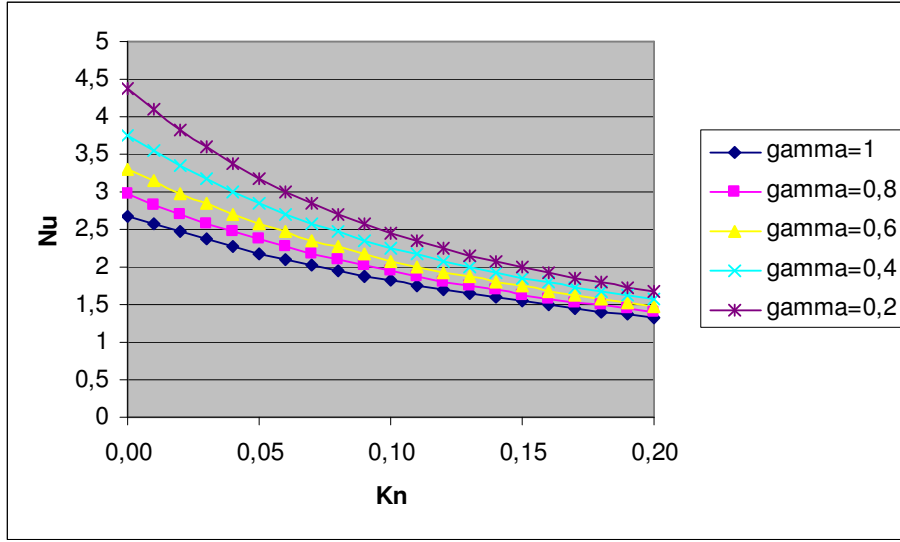
Tablo 10.11'deki Nu sayıları Tablo 10.12 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.13'de gösterilmektedir.

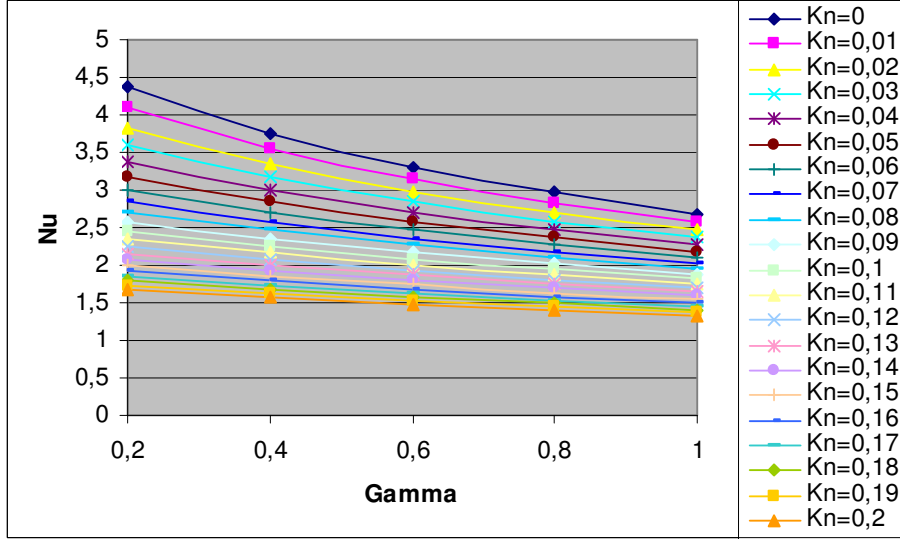
Tablo 10.13: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1U Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,9644	3,3086	3,7503	4,3784
0,01	2,5726	2,8281	3,1413	3,5391	4,0901
0,02	2,4660	2,7002	2,9852	3,3431	3,8276
0,03	2,3658	2,5807	2,8403	3,1628	3,5903
0,04	2,2717	2,4693	2,7061	2,9975	3,3764
0,05	2,1836	2,3655	2,5821	2,8460	3,1837
0,06	2,1008	2,2688	2,4675	2,7073	3,0097
0,07	2,0232	2,1787	2,3613	2,5801	2,8522
0,08	1,9503	2,0945	2,2629	2,4632	2,7092
0,09	1,8816	2,0157	2,1715	2,3555	2,5791
0,10	1,8170	1,9420	2,0865	2,2561	2,4602
0,11	1,7560	1,8728	2,0073	2,1642	2,3513
0,12	1,6984	1,8078	1,9333	2,0789	2,2512
0,13	1,6439	1,7467	1,8641	1,9997	2,1589
0,14	1,5922	1,6890	1,7991	1,9258	2,0736
0,15	1,5432	1,6345	1,7382	1,8569	1,9946
0,16	1,4965	1,5829	1,6807	1,7924	1,9211
0,17	1,4521	1,5340	1,6266	1,7320	1,8527
0,18	1,4098	1,4876	1,5755	1,6752	1,7888
0,19	1,3693	1,4435	1,5271	1,6217	1,7290
0,20	1,3307	1,4016	1,4813	1,5713	1,6730

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



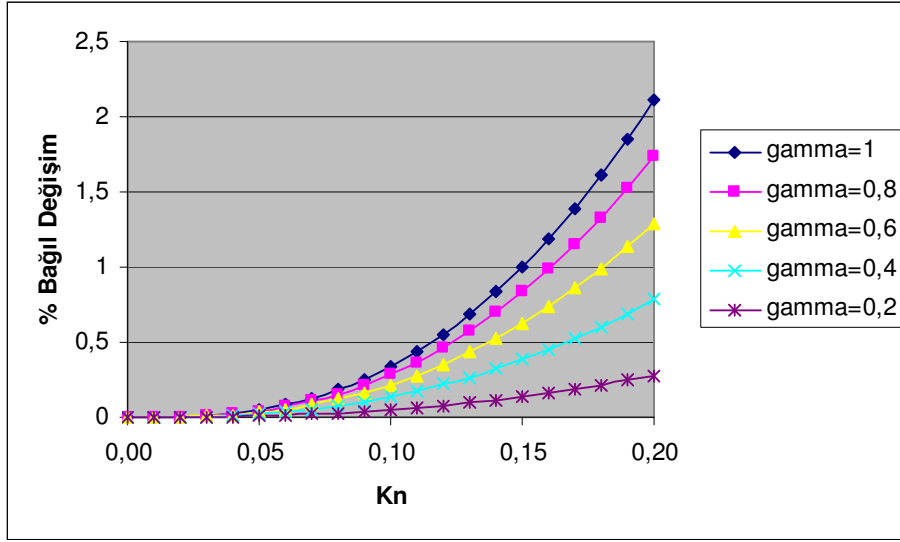
Şekil 10.19: 1U Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



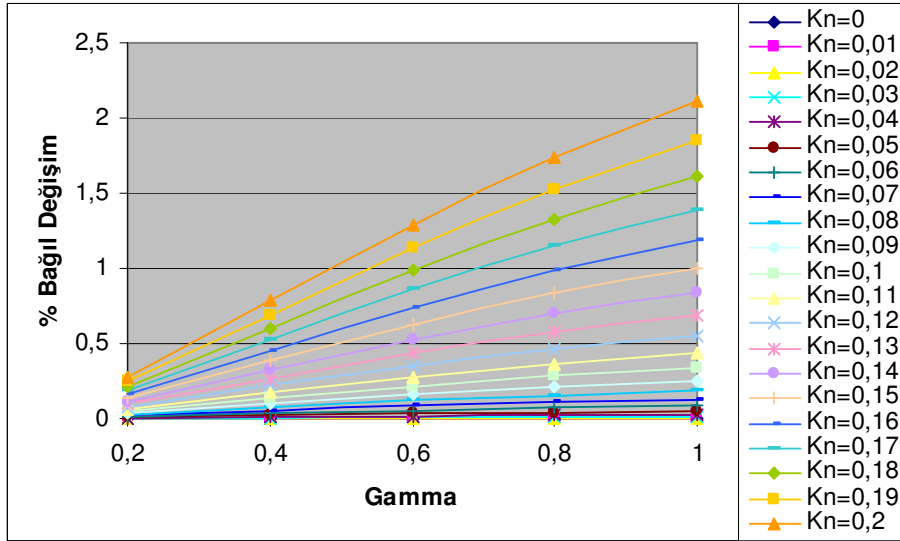
Şekil 10.20: 1U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının küçülmesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 1U sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



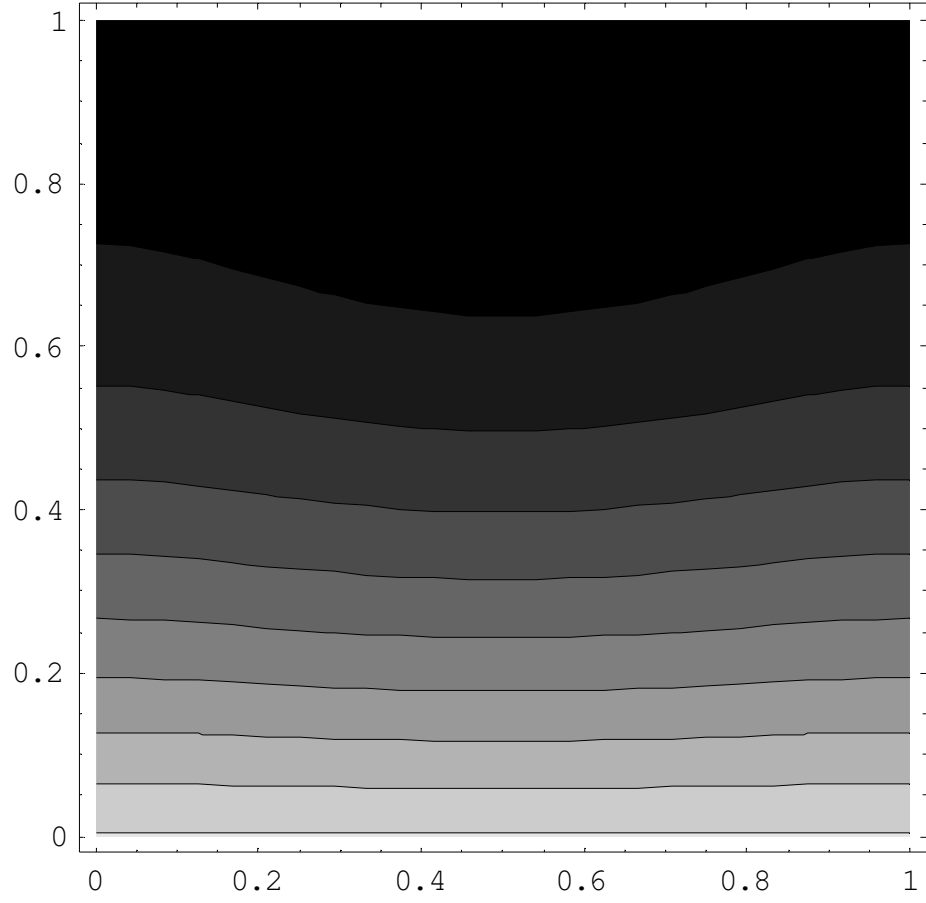
Şekil 10.21: 1U Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



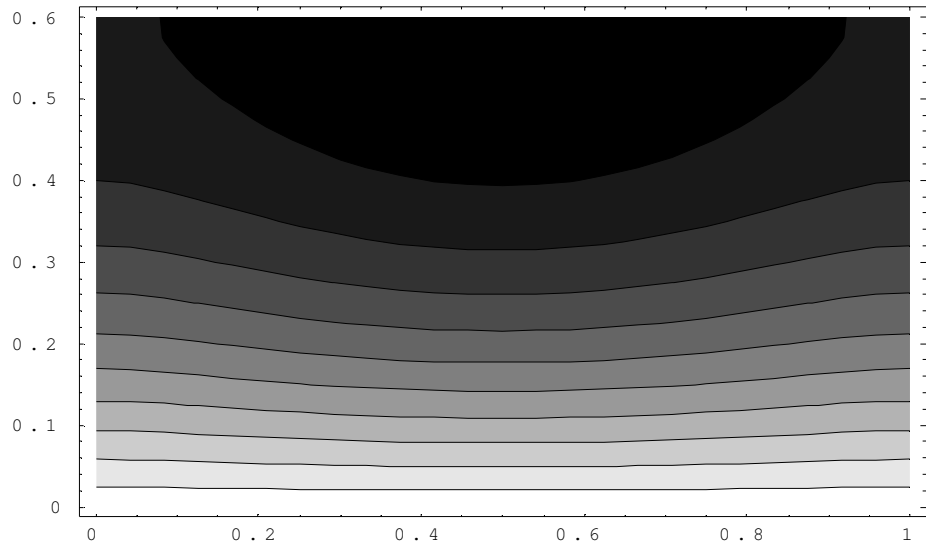
Şekil 10.22: 1U Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranın büyümesi ile de % bağıl değişimde artış görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,5 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 1 olduğu durum için bağıl değişimin 2,11% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.23: 1U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.24: 1U Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.5. 3K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 3K sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.14: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,3553	3,1818	3,1631	3,6387
0,01	3,4358	3,2446	3,0869	3,0662	3,4788
0,02	3,2994	3,1274	2,9836	2,9609	3,3183
0,03	3,1634	3,0083	2,8769	2,8525	3,1624
0,04	3,0306	2,8905	2,7702	2,7444	3,0140
0,05	2,9029	2,7759	2,6655	2,6389	2,8741
0,06	2,7812	2,6658	2,5642	2,5371	2,7433
0,07	2,6660	2,5608	2,4671	2,4399	2,6213
0,08	2,5574	2,4611	2,3746	2,3474	2,5078
0,09	2,4552	2,3669	2,2868	2,2599	2,4023
0,10	2,3592	2,2781	2,2037	2,1773	2,3043
0,11	2,2691	2,1943	2,1252	2,0993	2,2130
0,12	2,1846	2,1155	2,0510	2,0259	2,1280
0,13	2,1053	2,0412	1,9811	1,9566	2,0488
0,14	2,0308	1,9713	1,9151	1,8913	1,9748
0,15	1,9608	1,9055	1,8527	1,8298	1,9056
0,16	1,8950	1,8434	1,7939	1,7717	1,8408
0,17	1,8331	1,7848	1,7383	1,7169	1,7801
0,18	1,7747	1,7295	1,6857	1,6650	1,7230
0,19	1,7197	1,6772	1,6359	1,6160	1,6693
0,20	1,6677	1,6278	1,5888	1,5695	1,6187

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 3K sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.15: 3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,3553	3,1818	3,1631	3,6387
0,02	3,2994	3,1274	2,9836	2,9609	3,3183
0,04	3,0306	2,8905	2,7702	2,7444	3,0140
0,06	2,7812	2,6658	2,5642	2,5371	2,7433
0,08	2,5574	2,4611	2,3746	2,3474	2,5078
0,10	2,3592	2,2781	2,2037	2,1773	2,3043

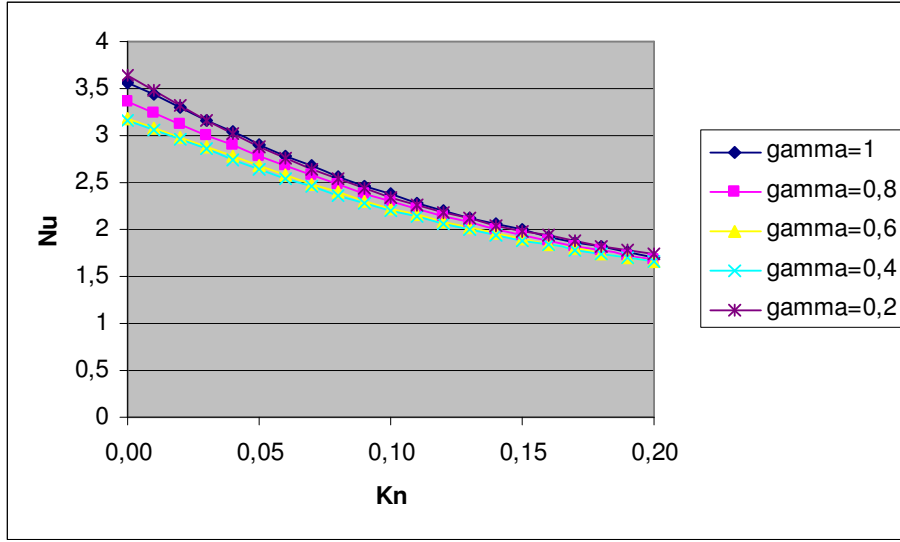
Tablo 10.14'deki Nu sayıları Tablo 10.15 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.16'de gösterilmektedir.

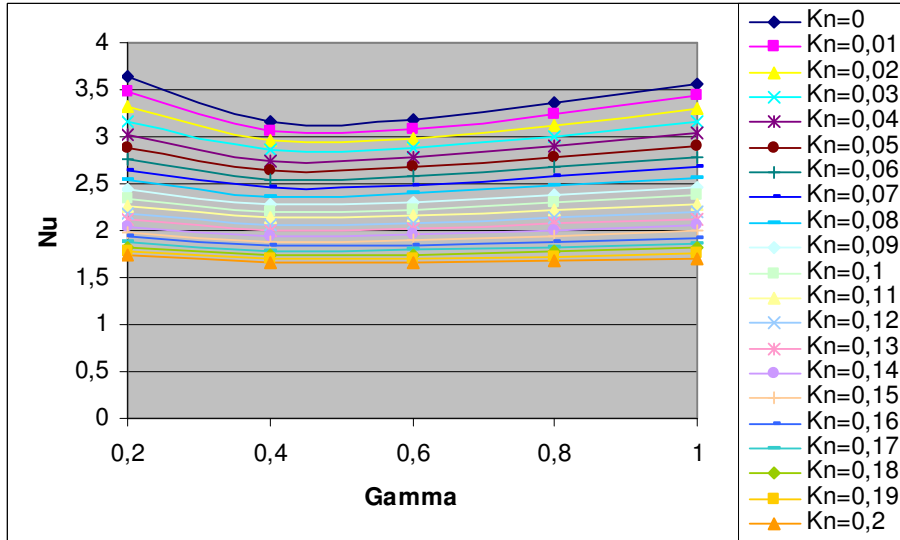
Tablo 10.16: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 3K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	3,5682	3,3553	3,1818	3,1631	3,6387
0,01	3,4359	3,2447	3,0869	3,0663	3,4790
0,02	3,2998	3,1279	2,9842	2,9616	3,3195
0,03	3,1646	3,0098	2,8786	2,8546	3,1658
0,04	3,0332	2,8934	2,7736	2,7488	3,0208
0,05	2,9072	2,7809	2,6714	2,6462	2,8854
0,06	2,7876	2,6733	2,5731	2,5481	2,7599
0,07	2,6747	2,5711	2,4794	2,4552	2,6441
0,08	2,5686	2,4746	2,3906	2,3675	2,5373
0,09	2,4690	2,3837	2,3069	2,2851	2,4389
0,10	2,3757	2,2983	2,2281	2,2078	2,3483
0,11	2,2883	2,2180	2,1540	2,1354	2,2647
0,12	2,2064	2,1427	2,0844	2,0677	2,1874
0,13	2,1297	2,0720	2,0190	2,0042	2,1160
0,14	2,0577	2,0056	1,9575	1,9448	2,0499
0,15	1,9901	1,9432	1,8998	1,8891	1,9886
0,16	1,9266	1,8845	1,8454	1,8369	1,9316
0,17	1,8668	1,8292	1,7943	1,7879	1,8786
0,18	1,8104	1,7770	1,7461	1,7418	1,8292
0,19	1,7572	1,7278	1,7006	1,6985	1,7832
0,20	1,7069	1,6813	1,6577	1,6577	1,7401

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



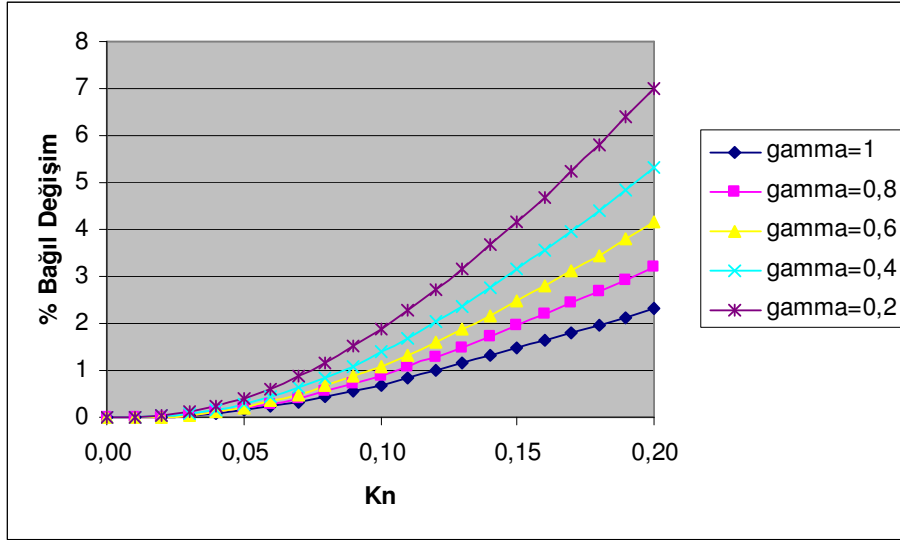
Şekil 10.25: 3K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



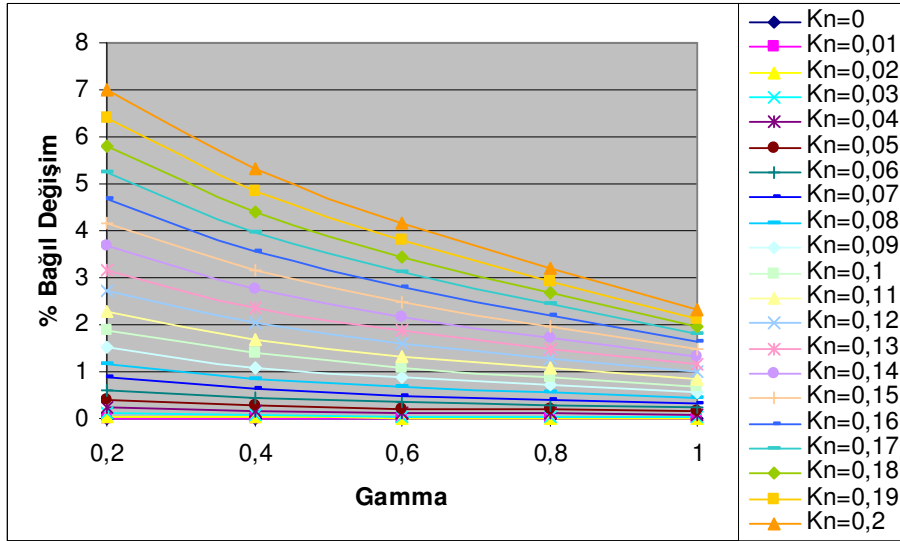
Şekil 10.26: 3K Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının 0,4 değerine kadar küçüldüğünde Nu sayısının azaldığı, fakat kenar oranının 0,4'den 0,2 değerine yaklaşması ile Nu sayısının arttığı görülmektedir.

Aşağıda 3K sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



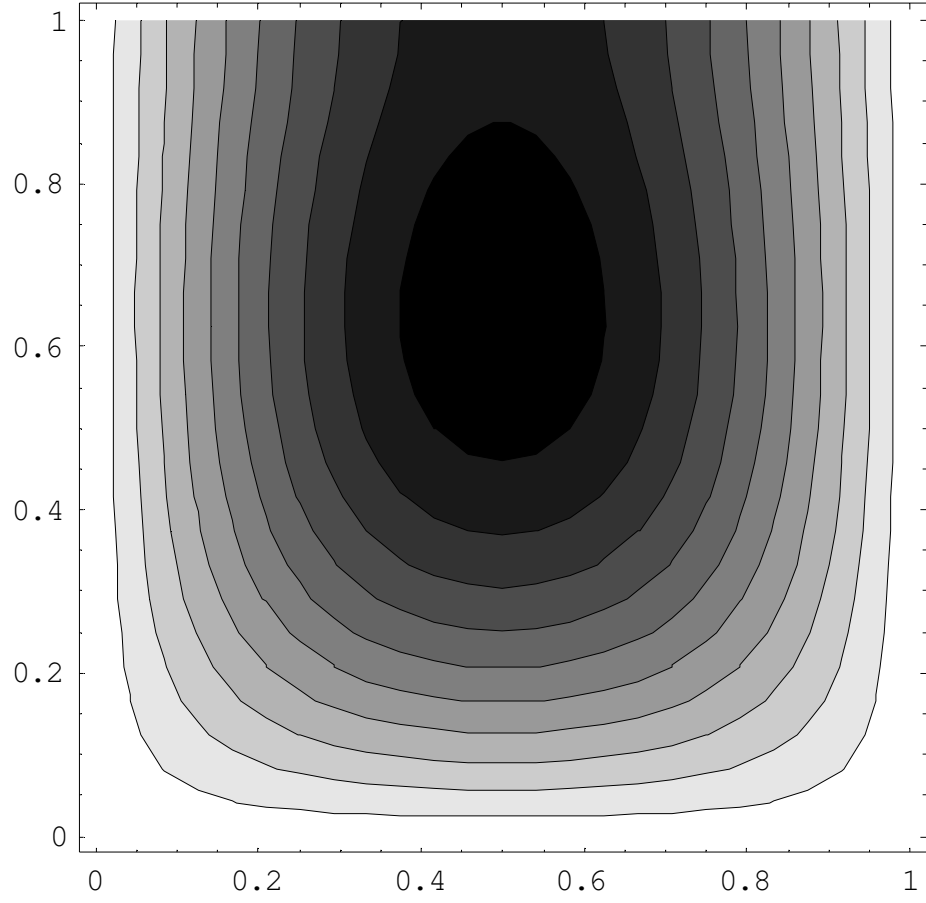
Şekil 10.27: 3K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



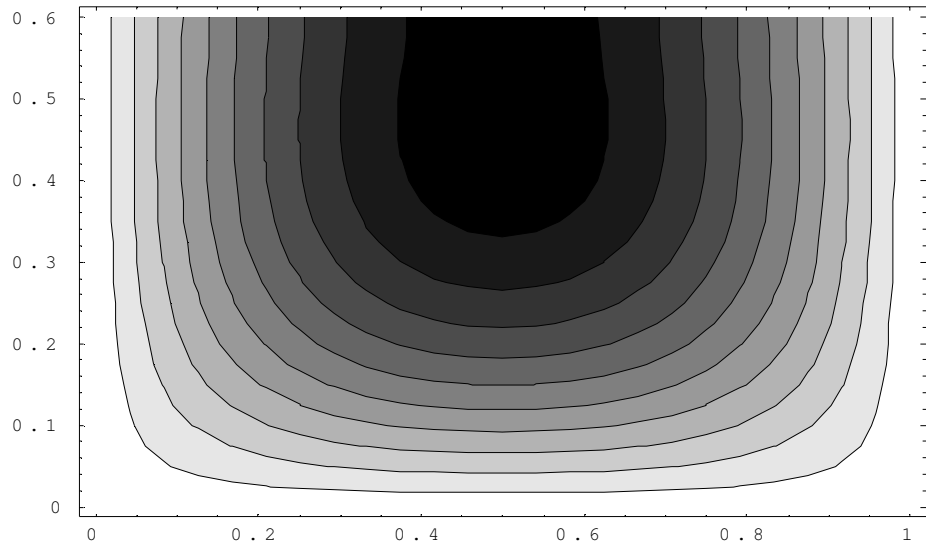
Şekil 10.28: 3K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı buna karşın kenar oranının büyümesi ile de % bağıl değişimin azaldığı görülmektedir. Kn sayının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 2 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 0,2 olduğu durum için bağıl değişimin 6,98% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.29: 3K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.30: 3K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.6. 2K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 2K sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.17: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	3,7129	3,2260	2,5829	1,6586
0,01	3,8831	3,5448	3,1062	2,5130	1,6332
0,02	3,6802	3,3800	2,9847	2,4382	1,6040
0,03	3,4889	3,2216	2,8647	2,3616	1,5724
0,04	3,3102	3,0714	2,7485	2,2850	1,5396
0,05	3,1442	2,9301	2,6372	2,2099	1,5063
0,06	2,9906	2,7979	2,5315	2,1369	1,4729
0,07	2,8486	2,6745	2,4315	2,0666	1,4398
0,08	2,7174	2,5595	2,3372	1,9993	1,4073
0,09	2,5961	2,4524	2,2486	1,9349	1,3755
0,10	2,4840	2,3527	2,1652	1,8736	1,3446
0,11	2,3800	2,2598	2,0868	1,8152	1,3146
0,12	2,2836	2,1731	2,0132	1,7597	1,2855
0,13	2,1941	2,0922	1,9440	1,7070	1,2573
0,14	2,1107	2,0166	1,8789	1,6569	1,2301
0,15	2,0330	1,9458	1,8176	1,6094	1,2038
0,16	1,9605	1,8794	1,7598	1,5641	1,1784
0,17	1,8926	1,8172	1,7053	1,5211	1,1539
0,18	1,8290	1,7586	1,6538	1,4802	1,1303
0,19	1,7694	1,7035	1,6051	1,4412	1,1075
0,20	1,7133	1,6516	1,5591	1,4041	1,0855

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 2K sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.18: 2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	3,7129	3,2260	2,5829	1,6586
0,02	3,6802	3,3800	2,9847	2,4382	1,6040
0,04	3,3102	3,0714	2,7485	2,2850	1,5396
0,06	2,9906	2,7979	2,5315	2,1369	1,4729
0,08	2,7174	2,5595	2,3372	1,9993	1,4073
0,10	2,4840	2,3527	2,1652	1,8736	1,3446

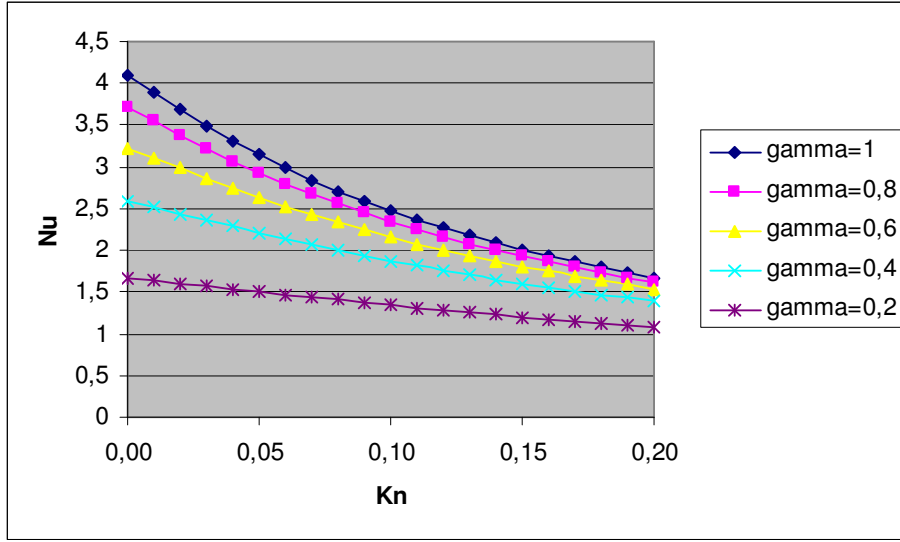
Tablo 10.17'deki Nu sayıları Tablo 10.18 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.19'da gösterilmektedir.

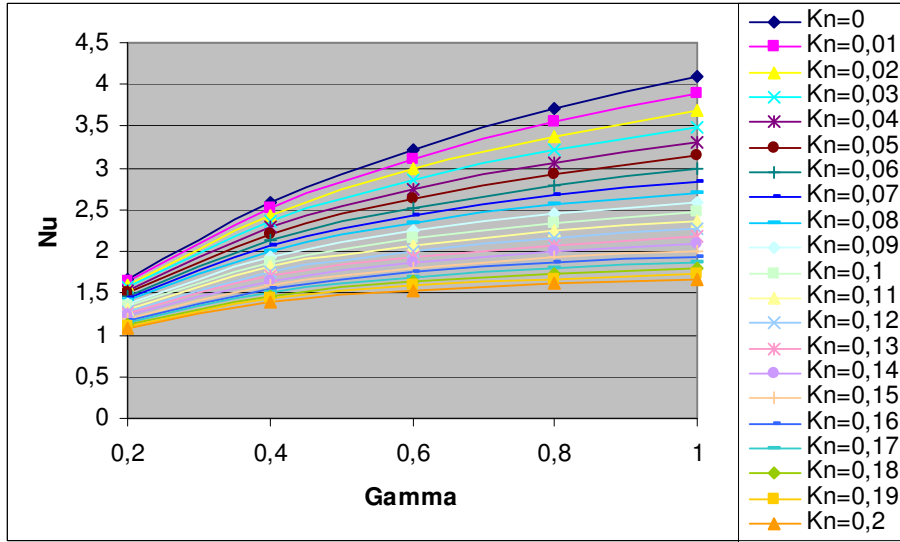
Tablo 10.19: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	4,0950	3,7129	3,2260	2,5829	1,6586
0,01	3,8831	3,5448	3,1062	2,5130	1,6332
0,02	3,6800	3,3799	2,9846	2,4382	1,6040
0,03	3,4883	3,2212	2,8645	2,3615	1,5724
0,04	3,3090	3,0706	2,7481	2,2849	1,5396
0,05	3,1421	2,9287	2,6364	2,2096	1,5062
0,06	2,9872	2,7956	2,5302	2,1364	1,4728
0,07	2,8437	2,6711	2,4295	2,0658	1,4397
0,08	2,7107	2,5548	2,3345	1,9981	1,4071
0,09	2,5873	2,4462	2,2449	1,9333	1,3753
0,10	2,4728	2,3448	2,1605	1,8715	1,3443
0,11	2,3664	2,2501	2,0810	1,8126	1,3141
0,12	2,2672	2,1614	2,0061	1,7566	1,2849
0,13	2,1747	2,0784	1,9355	1,7032	1,2566
0,14	2,0883	2,0004	1,8690	1,6525	1,2292
0,15	2,0073	1,9272	1,8061	1,6042	1,2028
0,16	1,9313	1,8584	1,7467	1,5581	1,1773
0,17	1,8599	1,7934	1,6905	1,5143	1,1526
0,18	1,7927	1,7322	1,6372	1,4725	1,1288
0,19	1,7293	1,6743	1,5867	1,4327	1,1058
0,20	1,6693	1,6194	1,5388	1,3946	1,0836

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



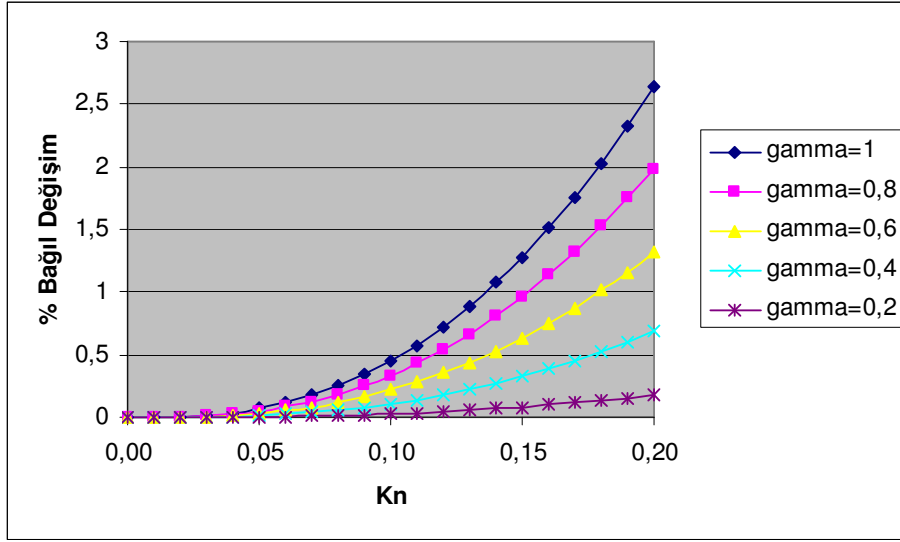
Şekil 10.31: 2K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



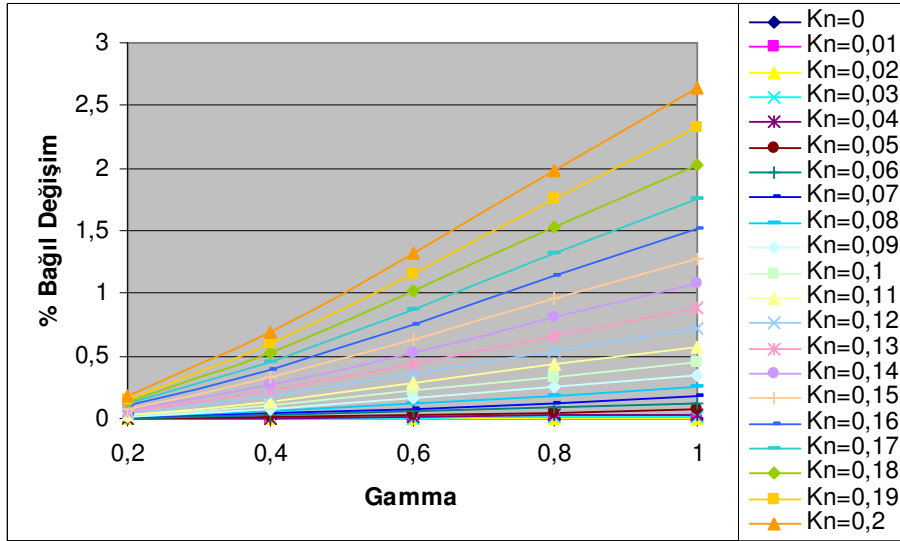
Şekil 10.32: 2K Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının büyümesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 2K sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



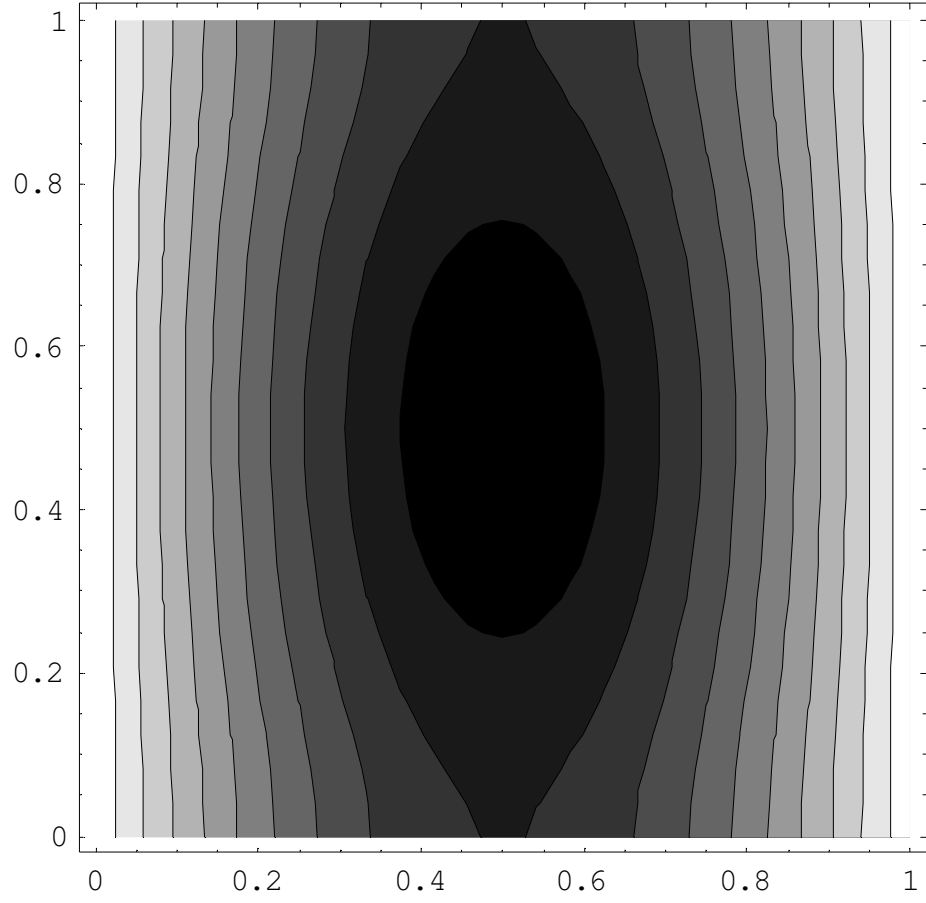
Şekil 10.33: 2K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



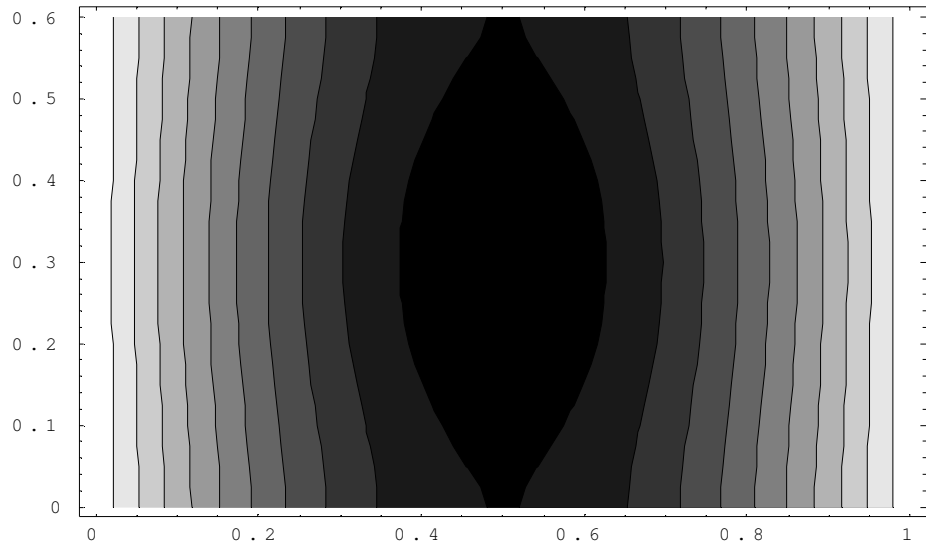
Şekil 10.34: 2K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranının büyümesi ile de % bağıl değişiminde artış görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,5 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 1 olduğu durum için bağıl değişimin 2,63% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.35: 2K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.36: 2K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.7. 1K Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 1K sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.20: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,4036	2,0476	1,5846	0,9511
0,01	2,5726	2,3141	1,9839	1,5476	0,9383
0,02	2,4661	2,2286	1,9219	1,5106	0,9250
0,03	2,3660	2,1473	1,8620	1,4741	0,9115
0,04	2,2723	2,0704	1,8046	1,4385	0,8980
0,05	2,1846	1,9978	1,7497	1,4038	0,8846
0,06	2,1025	1,9293	1,6973	1,3703	0,8713
0,07	2,0257	1,8647	1,6475	1,3379	0,8582
0,08	1,9538	1,8038	1,6000	1,3067	0,8453
0,09	1,8864	1,7464	1,5549	1,2766	0,8327
0,10	1,8231	1,6922	1,5119	1,2476	0,8204
0,11	1,7636	1,6410	1,4710	1,2198	0,8083
0,12	1,7077	1,5926	1,4321	1,1930	0,7965
0,13	1,6550	1,5467	1,3951	1,1673	0,7850
0,14	1,6054	1,5033	1,3598	1,1426	0,7737
0,15	1,5584	1,4622	1,3261	1,1187	0,7628
0,16	1,5141	1,4231	1,2939	1,0958	0,7521
0,17	1,4721	1,3860	1,2632	1,0738	0,7416
0,18	1,4323	1,3507	1,2339	1,0525	0,7315
0,19	1,3945	1,3171	1,2058	1,0321	0,7215
0,20	1,3586	1,2850	1,1789	1,0124	0,7118

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 1K sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.21: 1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,4036	2,0476	1,5846	0,9511
0,02	2,4661	2,2286	1,9219	1,5106	0,9250
0,04	2,2723	2,0704	1,8046	1,4385	0,8980
0,06	2,1025	1,9293	1,6973	1,3703	0,8713
0,08	1,9538	1,8038	1,6000	1,3067	0,8453
0,10	1,8231	1,6922	1,5119	1,2476	0,8204

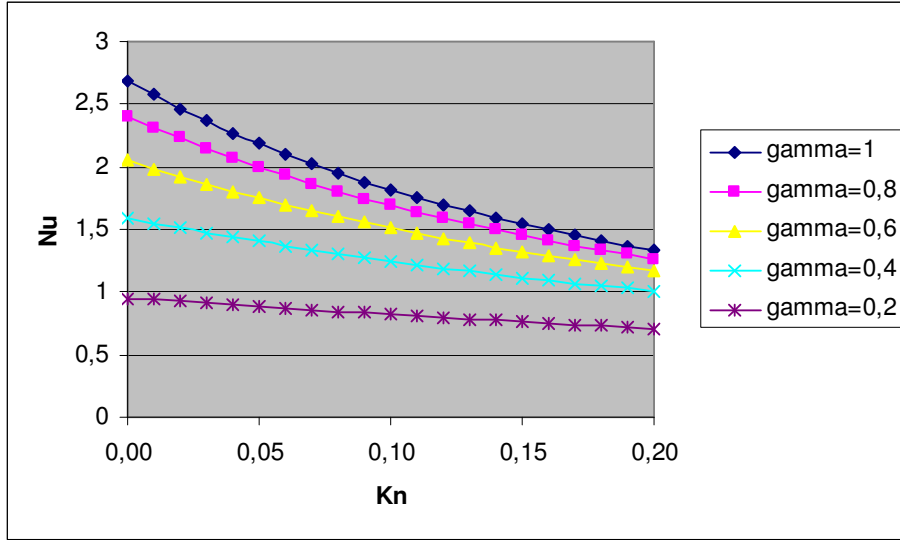
Tablo 10.20'deki Nu sayıları Tablo 10.21 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.22'de gösterilmektedir.

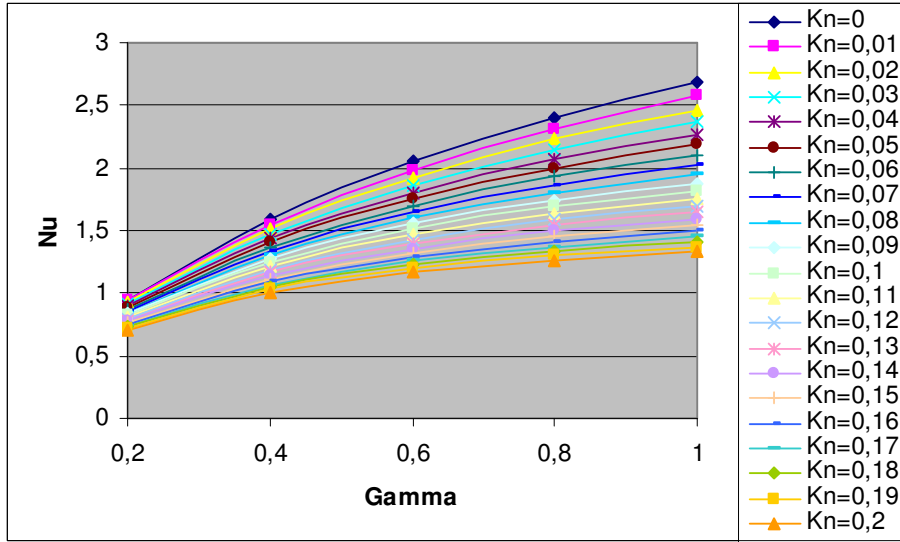
Tablo 10.22: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 1K Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,6855	2,4036	2,0476	1,5846	0,9511
0,01	2,5726	2,3141	1,9839	1,5475	0,9383
0,02	2,4660	2,2285	1,9218	1,5106	0,9250
0,03	2,3658	2,1472	1,8619	1,4741	0,9115
0,04	2,2717	2,0701	1,8044	1,4384	0,8980
0,05	2,1835	1,9971	1,7493	1,4037	0,8846
0,06	2,1008	1,9282	1,6967	1,3701	0,8713
0,07	2,0231	1,8630	1,6465	1,3375	0,8581
0,08	1,9502	1,8014	1,5987	1,3061	0,8453
0,09	1,8816	1,7432	1,5530	1,2759	0,8326
0,10	1,8169	1,6880	1,5095	1,2467	0,8202
0,11	1,7559	1,6357	1,4681	1,2186	0,8081
0,12	1,6983	1,5861	1,4284	1,1916	0,7963
0,13	1,6438	1,5390	1,3906	1,1655	0,7847
0,14	1,5921	1,4942	1,3544	1,1404	0,7734
0,15	1,5430	1,4515	1,3198	1,1162	0,7624
0,16	1,4964	1,4108	1,2867	1,0928	0,7516
0,17	1,4520	1,3719	1,2549	1,0703	0,7411
0,18	1,4096	1,3348	1,2245	1,0486	0,7308
0,19	1,3692	1,2993	1,1952	1,0276	0,7208
0,20	1,3305	1,2652	1,1671	1,0073	0,7110

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



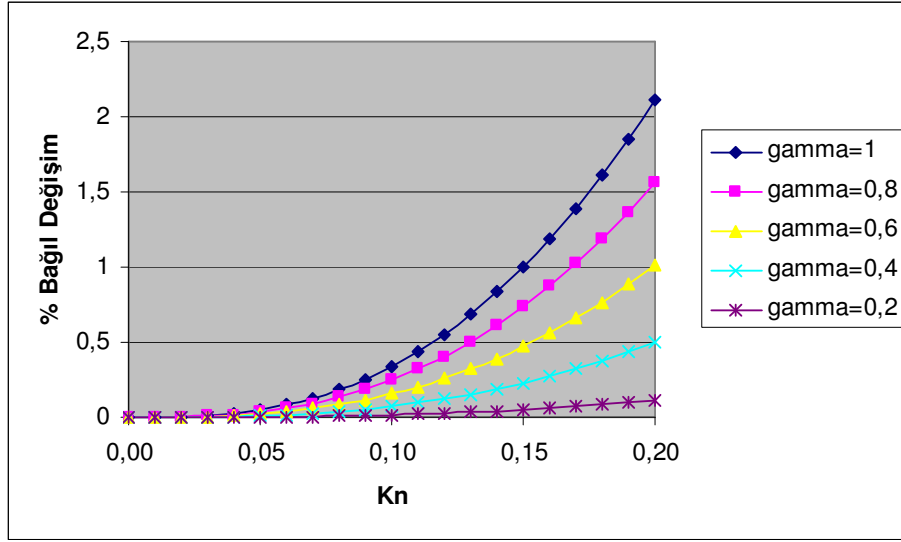
Şekil 10.37: 1K Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



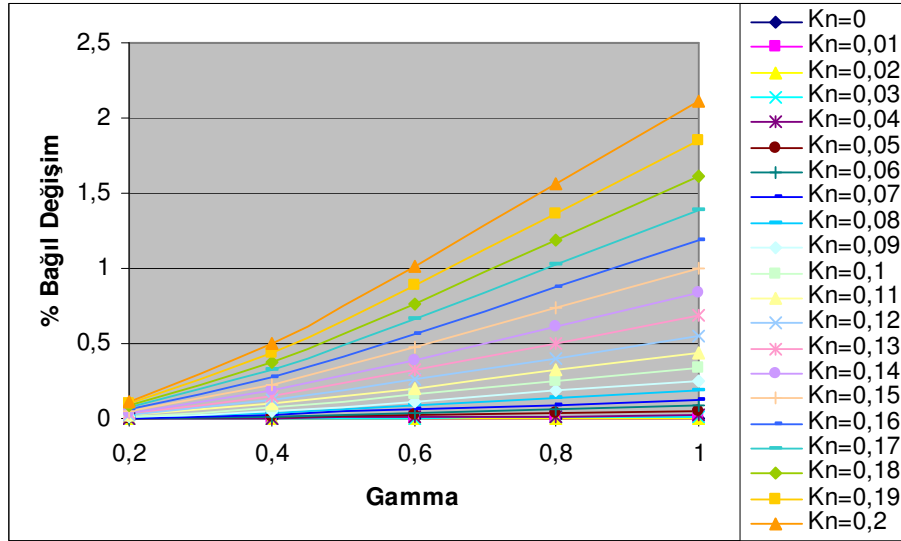
Şekil 10.38: 1U Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının büyümesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 1U sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



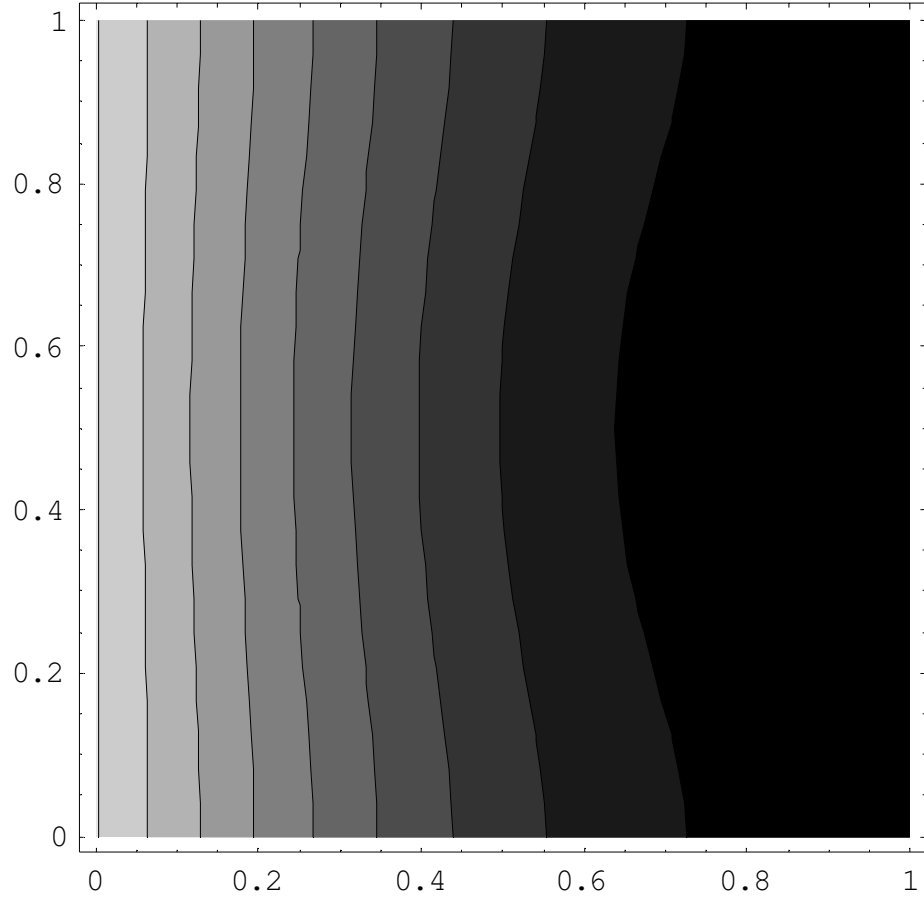
Şekil 10.39: 1K Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



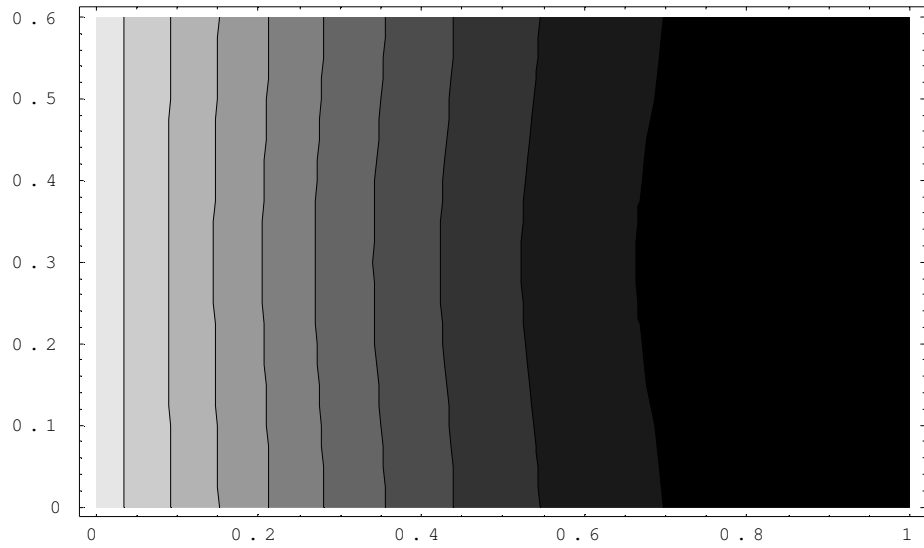
Şekil 10.40: 1K Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranın büyümesi ile de % bağıl değişimde artış görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,5 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının 1 olduğu durum için bağıl değişimin 2,11% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.41: 1K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.42: 1K Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

10.8. 2C Sınır Şartı Hali İçin Elde Edilen Sonuçlar

Aşağıdaki tabloda 2C sınır şartı hali için birinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen Nu sayıları verilmiştir.

Tablo 10.23: Birinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,8108	2,8405	2,9613	3,2563	3,9246
0,01	2,7079	2,7374	2,8509	3,1216	3,7131
0,02	2,6066	2,6351	2,7407	2,9879	3,5115
0,03	2,5082	2,5354	2,6332	2,8585	3,3228
0,04	2,4138	2,4395	2,5297	2,7350	3,1482
0,05	2,3238	2,3478	2,4310	2,6182	2,9872
0,06	2,2383	2,2607	2,3375	2,5084	2,8393
0,07	2,1574	2,1783	2,2491	2,4055	2,7035
0,08	2,0810	2,1004	2,1659	2,3092	2,5786
0,09	2,0088	2,0269	2,0875	2,2192	2,4637
0,10	1,9407	1,9576	2,0137	2,1350	2,3577
0,11	1,8765	1,8922	1,9443	2,0563	2,2599
0,12	1,8159	1,8305	1,8790	1,9827	2,1693
0,13	1,7587	1,7723	1,8175	1,9136	2,0854
0,14	1,7046	1,7174	1,7595	1,8489	2,0073
0,15	1,6535	1,6654	1,7048	1,7881	1,9347
0,16	1,6051	1,6163	1,6531	1,7309	1,8669
0,17	1,5592	1,5697	1,6043	1,6771	1,8035
0,18	1,5158	1,5256	1,5581	1,6263	1,7442
0,19	1,4745	1,4838	1,5143	1,5784	1,6885
0,20	1,4353	1,4440	1,4728	1,5331	1,6361

Aşağıda ise **Kuddusi (2006)** tarafından yapılan çalışmada, 2C sınır şartı için elde edilmiş olan Nu sayıları gösterilmektedir.

Tablo 10.24: 2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Nusselt Sayıları (**Kuddusi, 2006**)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,8108	2,8405	2,9613	3,2563	3,9246
0,02	2,6066	2,6351	2,7407	2,9879	3,5115
0,04	2,4138	2,4395	2,5297	2,7350	3,1482
0,06	2,2383	2,2607	2,3375	2,5084	2,8393
0,08	2,0810	2,1004	2,1659	2,3092	2,5786
0,10	1,9407	1,9576	2,0137	2,135	2,3577

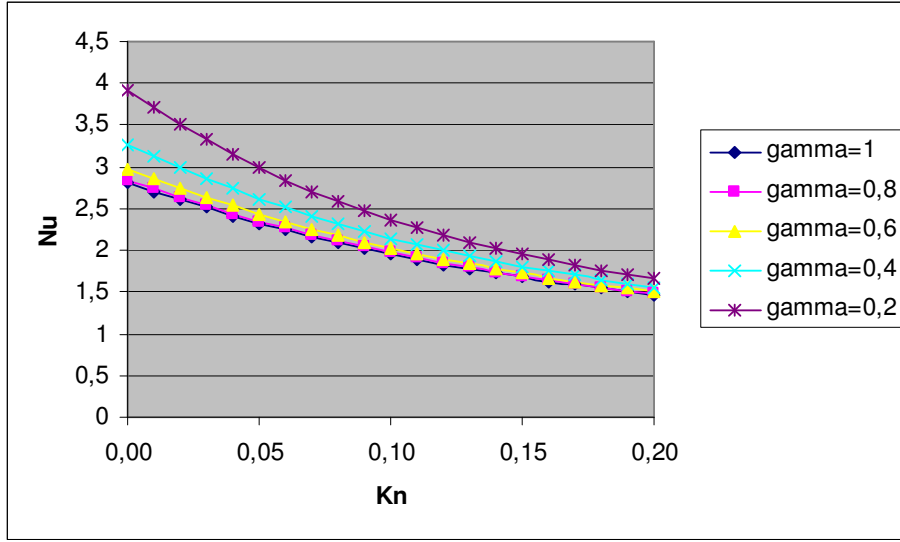
Tablo 10.23'deki Nu sayıları Tablo 10.24 ile gösterilen Nu sayıları karşılaştırıldığında bir birleri ile uyduğu görülmektedir.

İkinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılması ile elde edilen Nu sayıları ise Tablo 10.25'de gösterilmektedir.

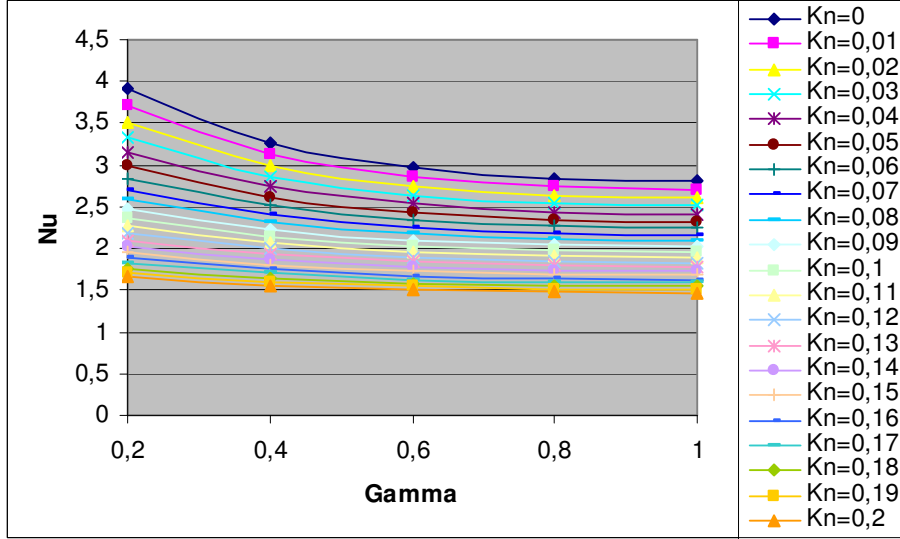
Tablo 10.25: İkinci Mertebeden Kayma Akışı Modelinin Kullanılması İle 2C Sınır Şartı İçin Elde Edilen Ortalama Nusselt Sayıları (Nu)

	$\gamma = 1$	$\gamma = 0,8$	$\gamma = 0,6$	$\gamma = 0,4$	$\gamma = 0,2$
Kn	Nu	Nu	Nu	Nu	Nu
0,00	2,8108	2,8405	2,9613	3,2563	3,9246
0,01	2,7080	2,7375	2,8509	3,1217	3,7131
0,02	2,6069	2,6354	2,7410	2,9882	3,5117
0,03	2,5091	2,5362	2,6340	2,8593	3,3236
0,04	2,4155	2,4411	2,5313	2,7365	3,1496
0,05	2,3267	2,3506	2,4337	2,6208	2,9895
0,06	2,2427	2,2649	2,3415	2,5122	2,8426
0,07	2,1635	2,1841	2,2547	2,4107	2,7079
0,08	2,0890	2,1079	2,1731	2,3160	2,5842
0,09	2,0188	2,0364	2,0965	2,2276	2,4706
0,10	1,9529	1,9690	2,0246	2,1452	2,3659
0,11	1,8909	1,9057	1,9571	2,0682	2,2693
0,12	1,8326	1,8461	1,8937	1,9963	2,1801
0,13	1,7776	1,7900	1,8341	1,9289	2,0974
0,14	1,7258	1,7372	1,7780	1,8659	2,0206
0,15	1,6769	1,6873	1,7252	1,8067	1,9491
0,16	1,6307	1,6401	1,6754	1,7512	1,8825
0,17	1,5871	1,5956	1,6284	1,6989	1,8203
0,18	1,5457	1,5534	1,5839	1,6496	1,7620
0,19	1,5065	1,5134	1,5418	1,6031	1,7074
0,20	1,4693	1,4755	1,5019	1,5592	1,6560

Yukarıdaki tabloda yer alan verilerin daha kolay yorumlanabilmesi için aşağıda gösterilen şekiller çizdirilmiştir.



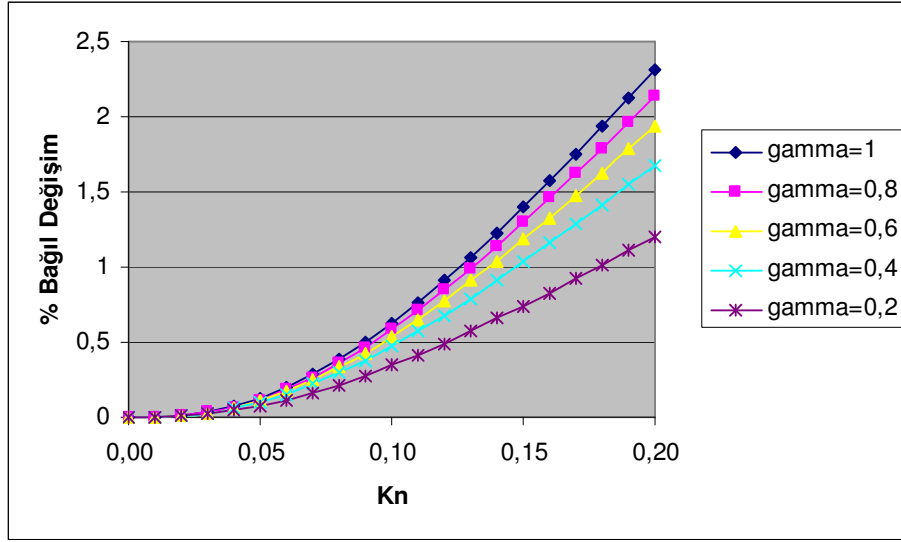
Şekil 10.43: 2C Sınır şartı için Nu sayısının Kn sayısına göre değişimi.



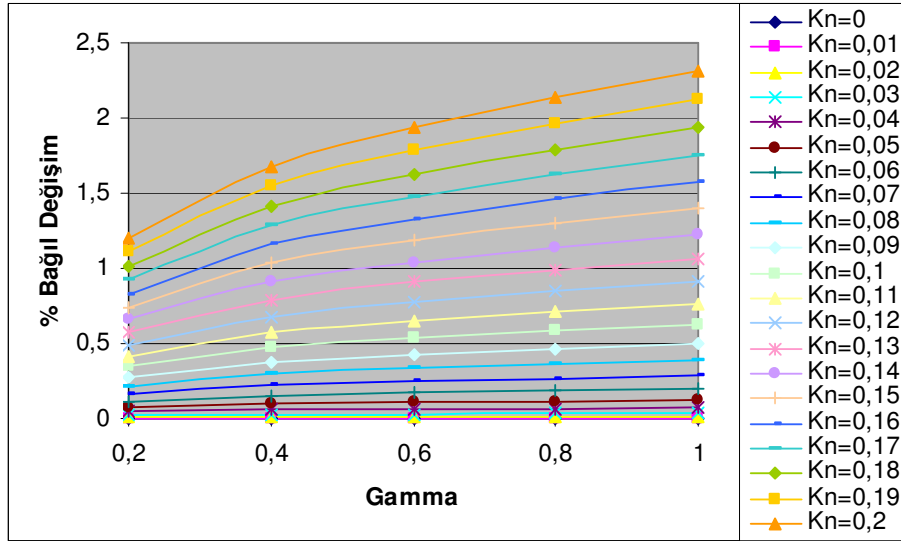
Şekil 10.44: 2C Sınır şartı için Nu sayısının kenar oranına (γ) göre değişimi.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile tüm kenar oranlarında Nu sayısının azaldığı görülmektedir. Ayrıca kenar oranının küçülmesi ile Nu sayısının tüm Kn sayılarında arttığı görülmektedir.

Aşağıda 2C sınır şartı için Nu sayısındaki % bağıl değişimi (ε_a) gösteren grafikler yer almaktadır.



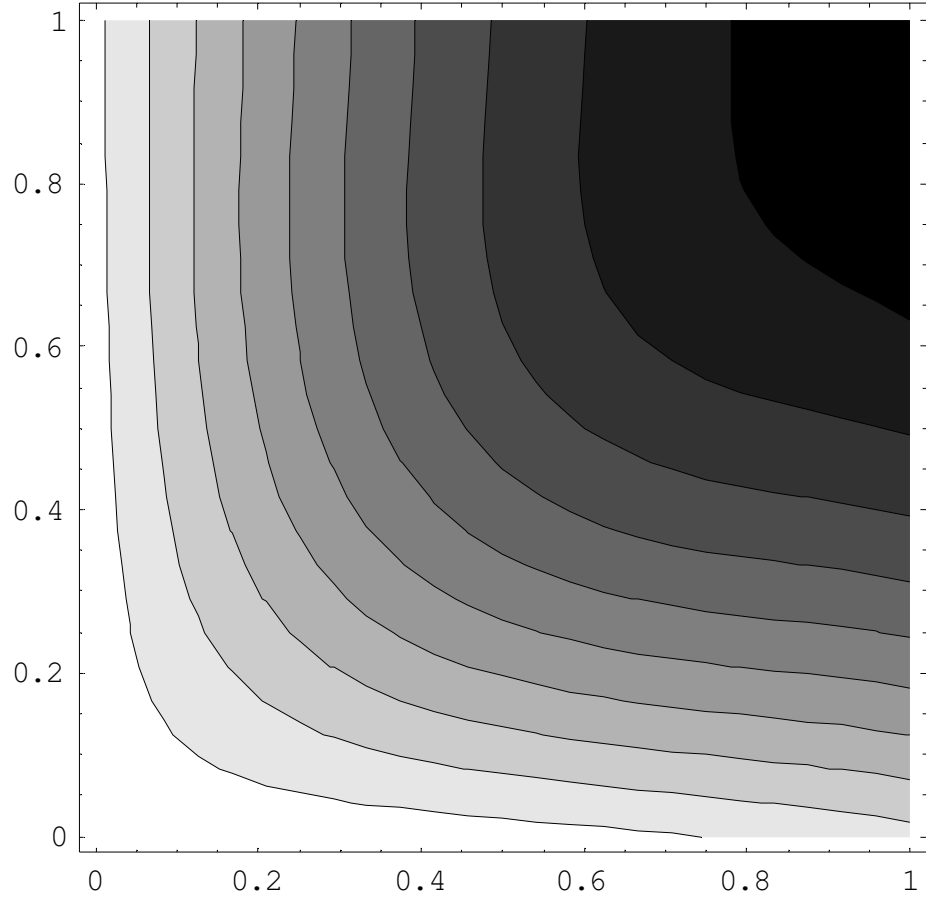
Şekil 10.45: 2C Sınır şartı hali için Kn sayısına bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)



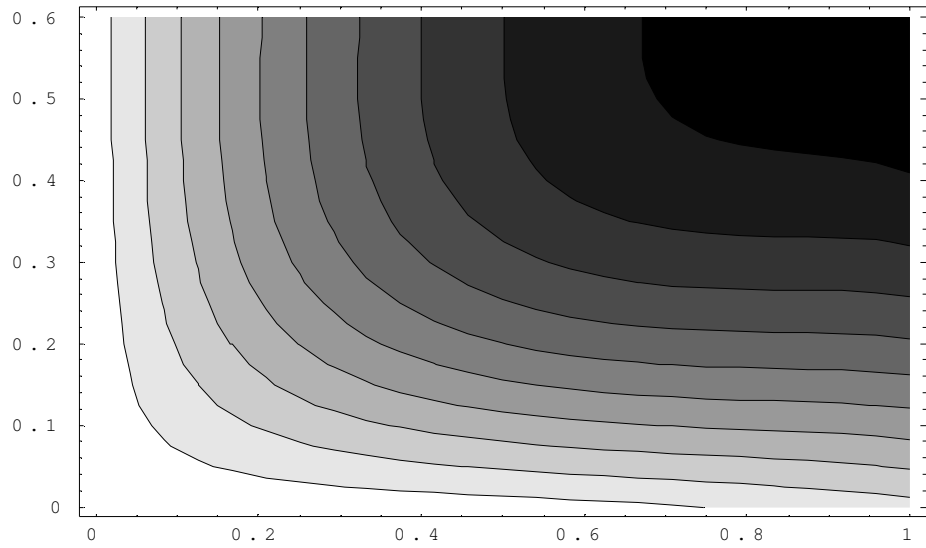
Şekil 10.46: 2C Sınır şartı hali için kenar oranına (γ) bağlı olarak Nu sayısındaki % bağıl değişim (ϵ_a)

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde Kn sayısının artması ile % bağıl değişimin arttığı ayrıca kenar oranının büyümesi ile de % bağıl değişimde artış görülmektedir. Kn sayısının 0,1 olduğu durum için Nu sayısındaki bağıl değişimin 0,62 %'den düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra Kn sayısının 0,1 değerinden büyük olduğu durumlarda ise % bağıl değişimin hızlı bir şekilde arttığı ve kenar oranının bir olduğu durum için bağıl değişimin 2,31% değerine ulaştığı görülmektedir.

Aşağıda ikinci mertebeden kayma akışı modeli kullanılarak elde edilen mikrokanal içindeki eş sıcaklık eğrilerini gösteren şekiller yer almaktadır.



Şekil 10.47: 2C Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=1$)



Şekil 10.48: 2C Sınır şartı için elde edilen eş sıcaklık eğrileri. ($Kn=0.05$ ve $\gamma=0.6$)

KAYNAKLAR

- Arkilic, E. B., Breuer, K. S. ve Schmidt, M. A.,** 1994. Gaseous Flow in Microchannels, *Application of Microfabrication to Fluid Mechanics*, ASME FED vol. 197, pp. 57–66.
- Arkilic, E. B., Schmidt, M. A. ve Breuer, K. S.,** 1997a. Gaseous Slip Flow in Long Microchannels, *J. Micro-Electro-Mechanical Systems*, vol. 6, pp. 167–178.
- Arkilic, E. B., Schmidt, M. A. ve Breuer, K. S.,** 1997b. TMAC Measurement in Silicon Micromachined Channels, *Proc. 20th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, Beijing University Press, Beijing.
- Arkilic, E. B., Breuer, K. S. ve Schmidt, M. A.,** 2001. Mass Flow and Tangential Momentum Accommodation in Silicon Micro-Machined Channels, *J. Fluid Mech.*, vol. 437, pp. 29–43.
- Aubert, C. ve Colin, S.,** 2001. High-Order Boundary Conditions for Gaseous Flows in Rectangular Microducts, *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 5, pp. 41–54.
- Barber, R. W. ve Emerson, D. R.,** 2006. Challenges in modeling gas-phase flow in microchannels: From slip to transition, *Heat Transfer Engineering*, 27(4):3-12.
- Bar-Cohen, A.,** 1992. State of the art and trends in thermal packaging of the electronic equipment, *ASME Journal of Electronic Packaging*, 114, 257-270.
- Beskok, A. ve Karniadakis, G. E.,** 1999. A Model for Flows in Channels, Pipes, and Ducts at Micro and Nano Scales, *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 3, pp. 43–77.

- Beskok, A.**, 2001. Validation of a new velocity-slip model for separated gas microflows, *Num. Heat Transfer, Part B*, vol. 40, pp. 451–471.
- Beskok, A. ve Karniadakis, G.E.**, 2002. Micro flows fundamentals and simulation, Springer-Verlag, New York.
- Bird, G. A.**, 1994. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Clarendon Press, Oxford.
- Brown, G. P., DiNardo, A., Cheng, G. K. ve Sherwood, T. K.**, 1946. The Flow of Gases in Pipes at Low Pressures, *J. Applied Physics*, vol. 17, pp. 802–813.
- Colin, S., Lalonde, P. ve Caen, R.**, 2004. Validation of a Second-Order Slip Flow Model in Rectangular Microchannels, *Heat Transfer Engineering*, vol. 25, pp. 23–30.
- Deissler, R. G.**, 1964. An Analysis of Second-Order Slip Flow and Temperature-Jump Boundary Conditions for Rarefied Gases, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 7, pp. 681–694.
- Ebert, W. A. ve Sparrow, E. M.**, 1965. Slip Flow in Rectangular and Annular Ducts, *Trans. ASME, J. Basic Engineering*, vol. 87, pp. 1018–1024.
- Gad-El-Hak, M.**, 2002. The MEMS handbook, CRS Press, New York.
- Harley, J. C., Huang, Y., Bau, H. H. ve Zemel, J. N.**, 1995. Gas Flow in Micro-Channels, *J. Fluid Mech.*, vol. 284, pp. 257–274.
- Herwing, H. ve Hausner, O.**, 2003. Critical view on “New results in micro-fluid mechanics” an example, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 935–937.
- Jie, D., Diao, X., Cheong, K. B. ve Yong, L. K.**, 2000. Navier-Stokes Simulations of Gas Flow in Micro Devices, *J. Micromech. Microeng.*, vol. 10, pp. 372–379.

- Kakaç, S., Yüncü, H. ve Hijkata, K.,** (eds.), 1992. Cooling of electronic systems, *NATO ASI Series E.*, **258**, Kluwer, The Netherlands.
- Kakaç, S., Vasiliev L. L., Beyazitoğlu, Y. ve Yener, Y.,** 2005. Microscale heat transfer Fundamentals and applications, *NATO Science Series*, **193**, Springer, The Netherlands.
- Kennard, E. H.,** 1938. *Kinetic Theory of Gases*, McGraw-Hill, New York.
- Kuddusi, L.,** 2006. Prediction of temperature distribution and Nusselt number in rectangular microchannels at wall slip condition for all versions of constant wall temperature, *International Journal of Thermal Sciences*.
- Maurer, J., Tabeling, P., Joseph, P. ve Willaime, H.,** 2003. Second-Order Slip Laws in Microchannels for Helium and Nitrogen, *Physics of Fluids*, vol. 15, pp. 2613–2621.
- Maxwell, J. C.,** 1879. On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature, *Phil. Trans. R. Soc. London*, vol. 170, pp. 231–256.
- Morini, G. L. ve Spiga, M.,** 1998. Slip Flow in Rectangular Microtubes, *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 2, pp. 273–282.
- Özışık, N.,** 1968. Boundary value problems of heat conduction, International Textbook Company, Pennsylvania.
- Palm, B.,** 2001. Heat transfer in microchannels, *Microscale Thermophysical Engineering*, 5:155-175.
- Poiseuille, J. M.,** 1840. Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres, *Comptes Rendus Hebdomadaires de l'Académie des Sciences*, 11, 961-967.
- Porodnov, B. T., Suetin, P. E., Borisov, S. F. ve Akinshin, V. D.,** 1974. Experimental Investigation of Rarefied Gas Flow in Different Channels, *J. Fluid Mech.*, vol. 64, pp. 417–437.

- Seidl, M. ve Steinheil, E.,** 1974. Measurement of Momentum Accommodation Coefficients on Surfaces Characterized by Auger Spectroscopy, SIMS and LEED, *Proc. 9th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, DFVLR Press, Porz-Wahn, Germany.
- Shidlovskiy, V. P.,** 1969. Special Case of Viscous Gas Motion in Cylindrical Tube in Slip Flow Regime, *Proc. 6th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, pp. 215–223, Academic Press, New York.
- Smoluchowski, von M.,** 1898. Ueber Wärmeleitung in Verdünnten Gasen, *Annalen der Physik und Chemie*, vol. 64, pp. 101–130.
- Sobhan, C. B. ve Garimella, S. V.,** 2001. A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in microchannels, *Microscale Thermophysical Engineering*, 5:293-311.
- Sparrow, E. M. ve Lin, S. H.,** 1962. Laminar Heat Transfer in Tubes under Slip-Flow Conditions, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, vol. 84, pp. 363–369.
- Sreekanth, A. K.,** 1969. Slip Flow through Long Circular Tubes, *Proc. 6th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, pp. 667–680, Academic Press, New York.
- Thomas, L. B. ve Lord, R. G.,** 1974. Comparative Measurements of Tangential Momentum and Thermal Accommodations on Polished and on Roughened Steel Spheres, *Proc. 8th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, pp. 405–412, Academic Press, New York.
- Wu, P. ve Little, W. A.,** 1983. Measurement of friction factors for the flow of gases in very fine channels used for microminiature joule-Thompson refrigerators, *Cryogenics*, 23, 273-277.
- Xue, H. ve Fan, Q.,** 2000. A New Analytic Solution of the Navier-Stokes Equations for Microchannel Flows, *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 4, pp. 125–143.

EK A

İlk önce çözümü yapılacak integraller aşağıda gösterildiği şekilde yazılmıştır.

$$I_{1x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dx \quad (\text{A.1})$$

$$I_{2x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \cdot dx \quad (\text{A.2})$$

$$I_{3x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot P \cdot dx \quad (\text{A.3})$$

$$I_{4x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\widehat{u}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) \cdot dx \quad (\text{A.4})$$

Yukarıda ayrı ayrı belirtilen dört integralin çözümünü aşağıda sırasıyla gösterilmektedir.

I_{1x} İntegralinin Hesaplanması;

Kısmi integrasyon kuralı kullanılarak I_{1x} integrali aşağıdaki formda yazılabilir.

$$I_{1x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dx = \left[K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dK(\mu_{nx}, x)}{dx} \cdot dx \quad (\text{A.5})$$

Yukarıdaki ifade incelendiğinde eşitliğin sağındaki ilk terimin sıfır olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra yukarıda elde edilen ifadeye tekrar kısmi integrasyon kuralı uygulanırsa ifade aşağıdaki hali alır.

$$I_{1x} = - \left\{ \left[\frac{dK(\mu_{nx}, x)}{dx} \cdot v \right]_0^1 - \int_0^1 v \cdot \frac{d^2 K(\mu_{nx}, x)}{dx^2} \cdot dx \right\} \quad (\text{A.6})$$

Yine eşitliğin sağındaki ilk terim sıfırdır. Ayrıca daha önceden belirlenen Kernel fonksiyonunun iki kere türevini alıp yukarıdaki denklemde yerine konulup gerekli düzenlemeleri yapılırsa I_{1x} integrali aşağıda gösterildiği gibi elde edilmiş olunur.

$$I_{1x} = - \left\{ \mu_{nx}^2 \cdot \int_0^1 [K(\mu_{nx}, x)] \cdot v \cdot dx \right\} = -\mu_{nx}^2 \cdot \bar{v}(\mu_{nx}, y) \quad (\text{A.7})$$

I_{2x} İntegralinin Hesaplanması;

I_{2x} integrali aşağıda gösterildiği şekilde rahatlık ile bulunabilir.

$$I_{2x} = \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \cdot dx = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot v \cdot dx \right] = \frac{d^2 \bar{v}(\mu_{nx}, y)}{dy^2} \quad (\text{A.8})$$

Burada önemli nokta türevin kısmi türev olmaktan çıktığıdır yani $\bar{v}(\mu_{nx}, y)$ fonksiyonu sadece y 'nin bir fonksiyonudur.

I_{3x} İntegralinin Hesaplanması;

I_{3x} integrali hesaplanırken normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) terimi sabit olmasından dolayı integralin dışına çıkacaktır ve Kernel fonksiyonunun açık hali integralde yerine konulduğunda, integral aşağıdaki ifadeye dönüşür.

$$\begin{aligned} I_{3x} &= \int_0^1 K(\mu_{nx}, x) \cdot P \cdot dx = P \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\mu_{nx}} [-\cos(\mu_{nx} \cdot x)]_0^1 = \\ &= P \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\mu_{nx}} [-\cos \mu_{nx} + 1] = P \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\mu_{nx}} [-(-1)^n + 1] \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Yukarıda hesaplanan integrali daha düzgün halde yazabilmek için aşağıdaki ifadeyi kullanılacaktır.

$$E_n = \left[-(-1)^n + 1 \right] \quad (\text{A.10})$$

Bu durumda I_{3x} integralinin son hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$I_{3x} = P \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_{nx}} \quad (\text{A.11})$$

I_{4x} İntegralin Hesaplanması;

I_{4x} integrali aşağıda gösterilen integral alma kuralı kullanılarak çözülecektir.

$$\int e^{a \cdot x} \sin(n \cdot x) \cdot dx = \frac{e^{a \cdot x}}{a^2 + n^2} \cdot (a \cdot \sin(n \cdot x) - n \cdot \cos(n \cdot x)) \quad (\text{A.12})$$

Yukarıda gösterilen kural uygulanarak ve bazı gerekli düzenlemeler yapıldığında I_{4x} integralinin aşağıda gösterilen en son haline ulaşılır.

$$I_{4x} = \sqrt{2} \cdot \hat{u}_s \cdot \frac{\mu_{nx}}{1 + \mu_{nx}^2} \cdot E_n \quad (\text{A.13})$$

EK B

İlk önce çözümü yapılacak integraller aşağıda gösterildiği şekilde yazılmıştır.

$$I_{1y} = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dy \quad (\text{B.1})$$

$$I_{2y} = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \cdot dy \quad (\text{B.2})$$

$$I_{3y} = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot P \cdot dy \quad (\text{B.3})$$

$$I_{4y} = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\widehat{u}_s}{1 + e^{\gamma}} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \cdot dy \quad (\text{B.4})$$

Yukarıda ayrı ayrı belirtilen dört integralin çözümünü aşağıda sırasıyla gösterilmektedir.

I_{1y} İntegralinin Hesaplanması;

5.12 denklemi ile gösterilen integral aşağıda gösterildiği şekilde hesaplanabilmektedir.

$$I_{1y} = \int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dy = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\int_0^{\gamma} K(\mu_{ny}, y) \cdot v \cdot dy \right] = \frac{d^2 \bar{v}(\mu_{ny}, x)}{dx^2} \quad (\text{B.5})$$

Fonksiyonun $[\bar{v}(\mu_{ny}, x)]$ sadece x 'e bağlı olmasından dolayı türev kısmi türev olmaktan çıkmıştır.

I_{2y} İntegralinin Hesaplanması;

I_{2y} integralinin çözebilmesi için ilk önce kısmi integrasyon kuralının uygulanması gerekmektedir. Kısmi integrasyon kuralını uyguladığında, 5.13 integrali aşağıda gösterilen hale gelmektedir.

$$I_{2y} = \left[K(\mu_{ny}, y) \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right]_0^\gamma - \int_0^\gamma \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{dK(\mu_{ny}, y)}{dy} \cdot dy = - \int_0^\gamma \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{dK(\mu_{ny}, y)}{dy} \cdot dy \quad (\text{B.6})$$

İntegralin yukarıdaki hale getirilmesinden sonra bir kere daha kısmi integrasyon kuralının uygulanması gerekmektedir.

$$I_{2y} = - \int_0^\gamma \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{dK(\mu_{ny}, y)}{dy} \cdot dy = - \left\{ \left[\frac{dK(\mu_{ny}, y)}{dy} \cdot v \right]_0^\gamma - \int_0^\gamma v \cdot \frac{d^2 K(\mu_{ny}, y)}{dy^2} \cdot dy \right\} \quad (\text{B.7})$$

Yukarıda gösterilen denklemde eşitliğin sağındaki ilk ifade sıfırdır. Bu husus dikkate alınıp ve bunun yanı sıra Kermel fonksiyonun y 'ye göre iki kere türevi alınarak yukarıdaki denklemde yerine yazılması ile integral şu forma gelmektedir.

$$I_{2y} = - \left\{ \mu_{ny}^2 \cdot \int_0^\gamma [K(\mu_{ny}, y)] \cdot v \cdot dy \right\} = - \mu_{ny}^2 \cdot \bar{v}(\mu_{ny}, x) \quad (\text{B.8})$$

Böylelikle I_{2y} bulunmuş olmaktadır.

I_{3y} İntegralinin Hesaplanması;

I_{3y} integrali hesaplanırken normalleştirilmiş basınç gradyeni (P) terimi sabit olduğundan integral dışına çıkarılmıştır. İntegral sonucunun daha basit halde yazabilmesi için A.10 denklemi kullanıldığında integralin sonucu aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$I_{3y} = P \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_{ny}} \quad (\text{B.9})$$

I_{4y} İntegralinin Hesaplanması;

İntegral içerisinde yer alan ortalama kayma hızı ($\hat{u}_s$) ifadesi sabit olduğundan integral dışına çıkarılarak işlem yapılmıştır. İntegral alma kuralları uygulanarak I_{4y} integralinin sonucu aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$I_{4y} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \hat{u}_s \cdot \frac{\mu_{ny}}{1 + \mu_{ny}^2} \cdot E_n \quad (\text{B.10})$$

İfadeyi basit şekilde göstermek amacıyla A.10 denklemi ile gösterilen E_n ifadesi kullanılmıştır.

EK C

İlk önce çözümü yapılacak integraller aşağıda gösterildiği şekilde yazılmıştır.

$$I_{b1} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \cdot dy \quad (\text{C.1})$$

$$I_{b2} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \cdot dy \quad (\text{C.2})$$

$$I_{b3} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot G \cdot \hat{u}(x, y) \cdot dy \quad (\text{C.3})$$

$$I_{b4} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\hat{T}_s}{1+e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \cdot dy \quad (\text{C.4})$$

Yukarıda ayrı ayrı belirtilen dört integralin çözümünü aşağıda sırasıyla gösterilmektedir.

I_{b1} İntegralinin Hesaplanması;

I_{b1} integrali aşağıda gösterdiği şekilde kolaylıkla hesaplanabilir.

$$I_{b1} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \theta \cdot dy \right] = \frac{d^2 \bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx^2} \quad (\text{C.5})$$

Burada dikkat çekilmesi gereken önemli husus $\bar{\theta}(\mu_n, x)$ ifadesinin sadece x değişkenine bağlı bir fonksiyon olmasıdır. Bu nedenden ötürü kısmi türev ifadesinin yerine adi türev gelmiştir.

I_{b2} İntegralinin Hesaplanması;

Denklem C.2 ile gösterilen integralin hesaplanabilmesi için kısmi integrasyon kuralının uygulanması gerekmektedir. Kısmi integrasyon kuralı uygulandığında C.2 integrali aşağıdaki hale gelir.

$$I_{b2} = \left[K(\mu_n, y) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} \right]_0^\gamma - \int_0^\gamma \frac{\partial \theta}{\partial y} \cdot \frac{dK(\mu_n, y)}{dy} \cdot dy \quad (\text{C.6})$$

Yukarıdaki ifadede eşitliğin sağındaki ilk terimin, 9.12 denklemi ile belirtilen Kernel fonksiyonu düşünüldüğünde sıfır olduğu görülecektir. C.6 denkleminde eşitliğin sağındaki ikinci terimin integralinin alınabilmesi için bir defa daha kısmi integrasyon kuralının uygulanması gerekmektedir. Bu durumda aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I_{b2} = - \left\{ \left[\frac{dK(\mu_n, y)}{dy} \cdot \theta \right]_0^\gamma - \int_0^\gamma \theta \cdot \frac{d^2 K(\mu_n, y)}{dy^2} \cdot dy \right\} \quad (\text{C.7})$$

Yukarıdaki ifade için de eşitliğin sağındaki ilk terim sıfırdır. Bu durumda C.7 denklemini aşağıdaki hale gelir.

$$I_{b2} = \int_0^\gamma \theta \cdot \frac{d^2 K(\mu_n, y)}{dy^2} \cdot dy \quad (\text{C.8})$$

Yukarıdaki integralin sonucuna ulaşabilmek için Kernel fonksiyonunun y'ye göre iki kere türevinin alınıp yukarıdaki ifadede yerine konulması gerekmektedir.

$$I_{b2} = \int_0^\gamma \theta \cdot \left[-\mu_n^2 \cdot K(\mu_n, y) \right] \cdot dy = -\mu_n^2 \cdot \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \theta \cdot dy = -\mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, x) \quad (\text{C.9})$$

Böylece I_{b2} inetgralini yukarıda gösterildiği şekilde hesaplamış bulunmaktadır.

I_{b3} İntegralinin Hesaplanması;

I_{b3} integralinin hesaplanabilmesi için kanal içindeki boyutsuz hız dağılımı ifadesinin bilinmesi gerekmektedir. Bunu için daha önceden elde edilen 5.43 denklemi kullanılacaktır.

Bilindiği üzere boyutsuz hız dağılımı ifadesinin 5.43 denklemi ile gösterilen halinin dışında bir de bu ifadenin eş değeri olan ve 5.21 denklemi ile gösterilen bir başka ifade daha bulunmaktadır. 5.43 denklemi ile gösterilen ifadenin kullanmasının en önemli nedeni, bu ifade yer alan Kernel fonksiyonun ve özdeğer ifadesinin, 4D sınır şartı için çözülmeye çalışılan enerji denklemininki ile aynı olmasıdır. Bu önemli husus çözümde kolaylık sağlamaktadır.

I_{b3} integrali bir dizi matematiksel işlemin ardından aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$I_{b3} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{u}_s \cdot E_n \cdot \mu_n \cdot G}{1 + \mu_n^2} + G \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - b_{3y}) \quad (\text{C.10})$$

I_{b4} İntegralin Hesaplanması;

C.4 denklemi ile gösterilen I_{b4} integrali hesaplanırken, boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ($\hat{T}_s$) ifadesi sabit olduğundan integral dışına çıkartılarak hesaplama yapılacaktır.

Bir dizi matematiksel işlem yapılarak aşağıda gösterildiği şekilde I_{b4} integralinin sonucu bulunmuştur.

$$I_{b4} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \frac{\hat{T}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) \cdot dy = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot E_n \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \quad (\text{C.11})$$

Böylece dört adet integralin de sonucunu bulmuştur.

EK D

3U Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

3U sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında mikrokanalın üst, alt ve sol yan duvarlarının sabit sıcaklıkta ısı geçişi halinde sağ duvarının isi yalıtılmış olduğu görülmektedir. 3U sınır şartı için 7.3 denklemi ile verilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuzlaştırılmış sınır şartlarında çözülerek mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade elde edilecektir.

$$\begin{aligned}\hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= \gamma\end{aligned}\tag{D.1}$$

Enerji denkleminin daha kolay çözülebilmesi için 4D sınır şartı için de kullanılan ve 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü, boyutsuz enerji denklemine uygulanarak çözüme başlanılacaktır.

9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü ifadesinde yer alan $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu 4D sınır şartı hali için bulunan ve 9.6 denklemi ile gösterilen fonksiyonun aynısıdır.

Boyutsuz enerji denklemine 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünün uygulanması ile y yönündeki homojen olmayan iki adet sınır şartı homojen hale getirmiştir. Böylece integral dönüşüm metodu uygulanabilir hale gelmektedir.

9.3 denklemi ile belirtilen değişken dönüşümü boyutsuz enerji denklemine uygulandığında 4D durumu için daha önceden elde edilen ve denklem 9.7 ile belirtilen kısmi türevli diferansiyel denklemin aynısı elde edilir. Değişken dönüşümü sonunda elde edilen enerji denkleminin yeniden düzenlenmiş ısıl sınır şartları da aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
\theta &= \hat{T}_s - \hat{T}_y & x &= 0 \\
\frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\
\theta &= 0 & y &= 0 \\
\theta &= 0 & y &= \gamma
\end{aligned} \tag{D.2}$$

Enerji denkleminin çözülebilmesi için 9.7 denkleminde de görüldüğü üzere mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç vardır. Bu neden ile boyutsuz hız dağılımı ifadesi için daha önceden elde edilen ve 5.43 denklemi ile gösterilen ifade kullanılacaktır.

Enerji denkleminde y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinde sonra integral dönüşüm metodunu kullanılarak çözüme gidilecektir. Bunun için gerekli ifadeler 9.10 ve 9.11 denklemleri ile daha önceden verilmişti.

İntegral dönüşüm metodunda diğer bir önemli husus Kernel fonksiyonudur. y yönünde homojen hale getirilen sınır şartları aynı 4D sınır şartı hali için olduğu gibi birinci tip sınır şartı olduğundan, 3U sınır şartı için Kernel fonksiyonu ve özdeğer ifadesi 4D sınır şartı halindeki aynısıdır. Yani 3U sınır şartı hali için Kernel fonksiyonu ve özdeğer ifadesi sırasıyla 9.12 ve 9.13 denklemleri ile gösterildiği gibidir.

Kernel fonksiyonunu ve özdeğer ifadesini belirlenmesinden sonra, 9.7 denkleminde eşitliğin her iki tarafını Kernel fonksiyonu ile çarpılıp, y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integre edilip bir dizi gerekli düzenlemelerin yapılması ile aşağıda gösterilen adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, x) = C_{n,3U} + G \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_n \cdot x}) \tag{D.3}$$

Yukarıda elde edilen adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için x yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç vardır. Bu sınır şartları D.2 denklemi ile verilen x yönündeki sınır şartlarına integral dönüşüm metodunun uygulanması ile aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

$$\bar{\theta}(\mu_n, 0) = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \theta(0, y) \cdot dy = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{D.4})$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx} \right|_{x=1} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \right|_{x=1} \cdot dy = 0 \quad (\text{D.5})$$

Yukarıda ifade edilen iki adet sınır şartı dikkate alınarak D.3 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemin genel çözümü aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, x) = c_{1,3U} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,3U} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,3U} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,3U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,3U} \quad (\text{D.6})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyonun 9.11 (integral ters dönüşüm formülü) denkleminde yerine konulup düzenleme yapılması ile aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, y) \cdot \left(c_{1,3U} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,3U} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,3U} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,3U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,3U} \right) \quad (\text{D.7})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonunun yerine yazılması ve 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünün kullanılmasıyla $\hat{T}(x, y)$ (boyutsuz sıcaklık dağılımı) fonksiyonu aşağıdaki gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\frac{\hat{T}_s}{1 + e^\gamma} \cdot (e^y + e^{\gamma-y}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \left(c_{1,3U} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,3U} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,3U} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,3U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,3U} \right) \right] \quad (\text{D.8})$$

Böylelikle 3U sınır şartı hali için enerji denklemi çözülerek mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı yukarıda gösterildiği gibi elde edilmiştir. Fakat yukarıdaki ifadede yer alan $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) terimini henüz bilmemektedir. Ancak bu terim bulunduktan sonra tam anlamıyla boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi bulunmuş olacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

3U sınır şartı haki için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesi, sabit sıcaklıkta ısı geçişinin olduğu her duvardaki lokal kayma sıcaklığını veren ifadenin, bulunduğu duvarda integralinin alınıp sabit sıcaklıkta sıcaklıkta ısı geçişi olan duvarların boyutsuz uzunluklarının toplamına bölünmesi ile aşağıda gösterildiği şekilde bulunur.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^1 \hat{T}_s(x, \gamma) \cdot dx + \int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy}{1 + 1 + \gamma} \quad (\text{D.9})$$

Yukarıdaki ifadede integrallerin içinde yer alan boyutsuz lokal kayma sıcaklığı ifadeleri aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (\text{D.10})$$

$$\hat{T}_s(x, \gamma) = \hat{T}_w - B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=\gamma} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=\gamma} \quad (\text{D.11})$$

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (\text{D.12})$$

Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevler, 3U sınır şartı hali için elde edilen ve denklem D.8 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı ile bulunacaktır. Yukarıdaki ifadede yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra D.10-D.12 denklemleri D.9 denkleminde yerlerine yazılıp integralleri alındığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterdiğimiz şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{(2+\gamma) \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot (S_{1,3U} - S_{3,3U}) + B_1 \cdot I_{1,3U} - B_2 \cdot I_{2,3U}}{\left[(2+\gamma) - B_1 \cdot \left(S_{2,3U} - S_{4,3U} + \frac{2 \cdot (1-e^\gamma)}{1+e^\gamma} \right) - 2 \cdot B_2 \right]} \quad (\text{D.13})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

3U sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile D.8 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade artık tümüyle biliniyor hale gelmiştir. Mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık (D.8) ve boyutsuz hız (5.43) dağılımlarını veren ifadelerin biliniyor olmasından dolayı mikrokanal içindeki yığın sıcaklığının hesaplanmasına geçilebilir. Yığın sıcaklığın hesaplanabilmesi için 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. Yığın sıcaklığın hesaplamasının amacı Nusselt sayısının hesaplanmasında ihtiyaç duyulacak olmasından kaynaklanmaktadır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde D.8 ve 5.43 denklemlerini yerine yazıp düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen 3U sınır şartı için elde edilmiş yığın sıcaklık ifadesi bulmuş olur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{3,3U} + I_{4,3U} + I_{5,3U} + I_{6,3U}] \quad (\text{D.14})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısının hesaplanma yöntemi tüm sınır şartları için 9.3 konu başlığında anlatıldığı gibidir. Bu neden ile Nusselt sayısının ifadesi 3U sınır şart için de 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısı sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 3U sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 2 + \gamma \quad (\text{D.15})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{D.16})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{D.17})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{D.18})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{D.19})$$

$$\mu_n = \frac{n \cdot \pi}{\gamma} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{D.20})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{D.21})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{D.22})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{D.23})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{D.24})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{D.25})$$

$$A_{ny} = E_n \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{D.26})$$

$$B_{ny} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{D.27})$$

$$b_{1y} = B_{ny} \cdot \frac{-e^{-\mu_n} + 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{D.28})$$

$$b_{2y} = B_{ny} \cdot \frac{e^{\mu_n} - 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{D.29})$$

$$b_{3y} = \frac{A_{ny}}{\mu_n^2} \quad (\text{D.30})$$

$$C_{n,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot (\hat{u}_s \cdot G - \hat{T}_s) - G \cdot b_{3y} \quad (\text{D.31})$$

$$D_{n,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot G}{\mu_n^3} \cdot \left(\hat{u}_s - \frac{P}{\mu_n^2} \right) \quad (\text{D.32})$$

$$c_{1,3U} = \frac{D_{n,3U} \cdot e^{-\mu_n}}{(e^{\mu_n} + e^{-\mu_n})} - \frac{c_{3,3U} \cdot e^{\mu_n} \cdot (1 + \mu_n) + c_{4,3U} \cdot e^{-\mu_n} \cdot (1 - \mu_n)}{\mu_n \cdot (e^{\mu_n} + e^{-\mu_n})} \quad (\text{D.33})$$

$$c_{2,3U} = \frac{D_{n,3U} \cdot e^{\mu_n}}{(e^{\mu_n} + e^{-\mu_n})} + \frac{c_{3,3U} \cdot e^{\mu_n} \cdot (1 + \mu_n) + c_{4,3U} \cdot e^{-\mu_n} \cdot (1 - \mu_n)}{\mu_n \cdot (e^{\mu_n} + e^{-\mu_n})} \quad (\text{D.34})$$

$$c_{3,3U} = \frac{G \cdot b_{1y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{D.35})$$

$$c_{4,3U} = -\frac{G \cdot b_{2y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{D.36})$$

$$c_{5,3U} = \frac{C_{n,3U}}{\mu_n^2} \quad (\text{D.37})$$

$$c_{6,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot \hat{u}_s \cdot G}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} - \frac{G \cdot b_{3y}}{\mu_n^2} \quad (\text{D.38})$$

$$c_{7,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{D.39})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{D.40})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{D.41})$$

$$d_{1,3U} = \frac{(e^{\mu_n} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{D.42})$$

$$d_{2,3U} = -\frac{(e^{-\mu_n} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{D.43})$$

$$d_{3,3U} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[e^{\mu_n} \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{D.44})$$

$$d_{4,3U} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[-e^{-\mu_n} \cdot \left(1 + \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{D.45})$$

$$d_{5,3U} = \frac{(e^{2 \cdot \mu_n} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{D.46})$$

$$d_{6,3U} = -\frac{(e^{-2\cdot\mu_n} - 1)}{2\cdot\mu_n} \quad (\text{D.47})$$

$$d_{7,3U} = \frac{1}{2\cdot\mu_n} \cdot \left[e^{2\cdot\mu_n} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\cdot\mu_n} \right) + \frac{1}{2\cdot\mu_n} \right] \quad (\text{D.48})$$

$$d_{8,3U} = \frac{1}{2\cdot\mu_n} \cdot \left[-e^{-2\cdot\mu_n} \left(1 + \frac{1}{2\cdot\mu_n} \right) + \frac{1}{2\cdot\mu_n} \right] \quad (\text{D.49})$$

$$S_{1,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot \left[c_{1,3U} \cdot d_{1,3U} + c_{2,3U} \cdot d_{2,3U} + c_{3,3U} \cdot d_{3,3U} + c_{4,3U} \cdot d_{4,3U} - c_{6,3U} \right] \quad (\text{D.50})$$

$$S_{2,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot c_{7,3U} \quad (\text{D.51})$$

$$S_{3,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \left[\begin{array}{l} c_{1,3U} \cdot d_{1,3U} + c_{2,3U} \cdot d_{2,3U} + c_{3,3U} \cdot d_{3,3U} + \\ c_{4,3U} \cdot d_{4,3U} - c_{6,3U} \end{array} \right] \quad (\text{D.52})$$

$$S_{4,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot c_{7,3U} \quad (\text{D.53})$$

$$I_{1,3U} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot \left[(c_{1,3U} - c_{2,3U}) \cdot \mu_n + c_{3,3U} + c_{4,3U} \right] \quad (\text{D.54})$$

$$I_{2,3U} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot \left[(c_{1,3U} + c_{2,3U}) \cdot \mu_n^2 + 2 \cdot (c_{3,3U} - c_{4,3U}) \cdot \mu_n \right] \quad (\text{D.55})$$

$$I_{3,3U} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1 + e^\gamma)^2} \cdot \left[e^{2\gamma} - 1 + 2 \cdot e^\gamma \cdot \gamma \right] \quad (\text{D.56})$$

$$I_{4,3U} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{4a,3U} \right] \quad (\text{D.57})$$

$$I_{4a,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (c_{1,3U} \cdot d_{1,3U} + c_{2,3U} \cdot d_{2,3U} + c_{3,3U} \cdot d_{3,3U} + c_{4,3U} \cdot d_{4,3U} - c_{5,3U}) \quad (\text{D.58})$$

$$I_{5,3U} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{5a,3U} \right] \quad (\text{D.59})$$

$$I_{5a,3U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot d_{1,3U} + b_{2y} \cdot d_{2,3U} - b_{3y}) \quad (\text{D.60})$$

$$I_{6,3U} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & b_{1y} \cdot c_{1,3U} \cdot d_{5,3U} + b_{1y} \cdot c_{2,3U} + b_{1y} \cdot c_{3,3U} \cdot d_{7,3U} + \\ & \frac{1}{2} \cdot b_{1y} \cdot c_{4,3U} - (b_{1y} \cdot c_{5,3U} + b_{3y} \cdot c_{1,3U}) \cdot d_{1,3U} + \\ & b_{2y} \cdot c_{1,3U} + b_{2y} \cdot c_{2,3U} \cdot d_{6,3U} + \frac{1}{2} \cdot b_{2y} \cdot c_{3,3U} + \\ & b_{2y} \cdot c_{4,3U} \cdot d_{8,3U} - (b_{2y} \cdot c_{5,3U} + b_{3y} \cdot c_{2,3U}) \cdot d_{2,3U} - \\ & b_{3y} \cdot c_{3,3U} \cdot d_{3,3U} - b_{3y} \cdot c_{4,3U} \cdot d_{4,3U} + b_{3y} \cdot c_{5,3U} \end{aligned} \right) \quad (\text{D.61})$$

EK E

2U Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

2U sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında görüleceği üzere üst ve alt duvarlarda sabit sıcaklıkta ısı geçişi söz konusu iken sağ ve sol yan duvarlar yalıtımlıdır. Çözülmesi gereken boyutsuz enerji denklemi daha önceden 7.3 denklemi ile verilmişti. 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= \gamma\end{aligned}\tag{E.1}$$

Yukarıda 2U sınır şartı hali için belirtilen sınır şartlarından x yönündeki iki adet sınır şartı homojen iken y yönündeki iki adet sınır şartı homojen olmayan sınır şartıdır. Boyutsuz enerji denkleminin çözümüne ulaşmak için y yönündeki iki adet homojen olmayan sınır şartı uygun değişken dönüşümü ile homojen hale getirilecektir. Burada x yönündeki sınır şartlarının zaten homojen olmasına karşın y yönündeki homojen olmayan sınır şartlarını homojen hale getirerek çözüme ulaşmak istenmesinin nedeni y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinin çözümün ilerleyen aşamalarında kolaylık sağlayacağını bilmesinden kaynaklanmaktadır.

Daha önceden de kullanılan ve 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünün boyutsuz enerji denkleminde uygulanması ile y yönündeki homojen olmayan sınır şartları homojen hale getirilmiştir. 9.3 değişken dönüşümü ifadesinde yer alan $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu ise denklem 9.6 ile belirtilen ifadenin aynısıdır.

7.3 denklemi ile gösterilen boyutsuz enerji denklemine 9.3 ile belirtilen değişken dönüşümü uygulandığında 4D ve 3U sınır şartı hali için de elde edilen 9.7 denklemi ile gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklem elde edilir. 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü sonunda E.1 ile gösterilen sınır şartlarının yeniden düzenlemesi gerekmektedir. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 0 \\
 \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\
 \theta &= 0 & y &= 0 \\
 \theta &= 0 & y &= \gamma
 \end{aligned} \tag{E.2}$$

Enerji denkleminin çözebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç duyduğunun unutmaması gerekir. Bunun için enerji denklemini çözüme götürürken, daha önceden elde edilen ve 5.43 denklemi ile gösterilen boyutsuz hız dağılımı ifadesini kullanılacaktır.

Enerji denkleminin çözülebilmesi için diğer sınır şartı hallerinde olduğu gibi integral dönüşüm metodu uygulanacaktır. Bu metodun iki adet formülü bulunmaktadır. Bunlardan birisi 9.10 denklemi ile daha önceden belirtilmiş olan integral dönüşüm formülü ve diğer bir formül ise daha önceden 9.11 denklemi ile belirtilen integral ters dönüşüm formülüdür. Yine bu iki formül uygulanarak 2U sınır şartı hali için enerji denkleminin çözümüne gidilecektir. 9.10 ve 9.11 denklemleri ile verilen integral dönüşüm formülleri incelendiğinde integral dönüşümün y yönünde yapıldığı görülmektedir.

İntegral dönüşüm metodunda önemli bir husus, integral dönüşüm formüllerinde yer alan ve sınır şartlarına bağlı olarak değişen Kernel fonksiyonudur. 2U sınır şartı halinde enerji denkleminin çözülebilmesi için y yönündeki sınır şartları homojen hale getirildi ve bu da y yönünde bir integral dönüşümünün yapılacağı anlamına gelmektedir. Bu neden ile Kernel fonksiyonunu seçerken y yönündeki iki adet homojen hale getirilmiş sınır şartına bakılacaktır. y yönündeki iki adet homojen sınır şartı 4D ve 3U sınır şartı hallerine benzer olarak birinci tip sınır şartıdır. Bu neden ile 2U sınır şartı hali için literatürden seçilen Kernel fonksiyonu da 9.12 denklemi ile

belirtildiği gibidir. Ayrıca Kernel fonksiyonu içinde yer alan özdeğer ifadesi de 9.13 denklemi ile gösterildiği şekildedir.

7.3 denklemi ile belirtilen boyutsuz enerji denkleminde 9.3 ile gösterilen değişken dönüşümü uyguladıktan sonra elde edilen 9.7 ifadesinin her iki tarafını 9.12 denklemi ile belirtilen Kernel fonksiyonu ile çarpıp y yönünde $y = 0$ 'dan $y = \gamma$ 'ya kadar integre edip gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, x) = C_{n,2U} + G \cdot (b_{1y} \cdot e^{\mu_n x} + b_{2y} \cdot e^{-\mu_n x}) \quad (\text{E.3})$$

Görüldüğü üzere 9.7 denklemi ile gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklemin integral dönüşüm metodu uygulandığında yukarıda gösterilen ve çözümü daha kolay olan adi diferansiyel denklem elde edilmiş oldu. Yukarıdaki adi diferansiyel denklemin çözebilmesi için x yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duymaktadır. E.2 denklemi ile gösterilen sınır şartlarından x yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulandığında E.3 adi diferansiyel denklemin çözümünde kullanılacak sınır şartları bulunmuştur. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx} \right|_{x=0} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \right|_{x=0} \cdot dy = 0 \quad (\text{E.4})$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\mu_n, x)}{dx} \right|_{x=1} = \int_0^\gamma K(\mu_n, y) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \right|_{x=1} \cdot dy = 0 \quad (\text{E.5})$$

E.3 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklem, E.4 ve E.5 ile gösterilen sınır şartları dikkate alınarak çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, x) = c_{1,2U} \cdot e^{\mu_n x} + c_{2,2U} \cdot e^{-\mu_n x} + c_{3,2U} \cdot x \cdot e^{\mu_n x} + c_{4,2U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n x} - c_{5,2U} \quad (\text{E.6})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyonun, 9.10 ile gösterilen integral ters dönüşüm formülünde yerine yazılıp düzenleme yapılması ile $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, y) \cdot \left(c_{1,2U} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,2U} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,2U} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,2U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,2U} \right) \quad (\text{E.7})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonunu yerine yazdıktan sonra 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünü kullanılarak $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\frac{\hat{T}_s}{1 + e^{\gamma}} \cdot (e^y + e^{\gamma - y}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\mu_n \cdot y) \cdot \left(c_{1,2U} \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{2,2U} \cdot e^{-\mu_n \cdot x} + c_{3,2U} \cdot x \cdot e^{\mu_n \cdot x} + c_{4,2U} \cdot x \cdot e^{-\mu_n \cdot x} - c_{5,2U} \right) \right] \quad (\text{E.8})$$

Böylece 2U sınır şartı hali için mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade yukarıda gösterildiği şekilde elde edilmiştir. Yukarıda elde edilen ifadede tek bilinmeyen terim $\hat{T}_s$ ile gösterilen boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesidir. Bu ifadenin bulunması ile mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı tümüyle bulunmuş olunacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

2U sınır şartı için mikrokanaalın üst ve alt duvarlarında sabit sıcaklıkta ısı geçişi, sağ ve sol duvarlarında ise yalıtım söz konusudur. Bu durumda üst ve alt duvarlar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadelerin bulunduğu duvar üzerinde integralleri alınarak, üst ve alt duvarın boyutsuz uzunlukları toplamına bölünmesi ile 2U sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesi elde edilir. Aşağıda 2U sınır şartı hali için boyutsuz kayma sıcaklığı ifadesi gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^1 \hat{T}_s(x, \gamma) \cdot dx}{1 + 1} \quad (\text{E.9})$$

Yukarıdaki ifadede integrallerin içinde yer alan lokal kayma sıcaklığı denklemleri aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (\text{E.10})$$

$$\hat{T}_s(x, \gamma) = \hat{T}_w - B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=\gamma} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=\gamma} \quad (\text{E.11})$$

Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevler, 2U sınır şartı hali için elde edilen ve denklem E.8 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı ile bulunacaktır. Yukarıdaki ifadede yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra E.10 ve E.11 denklemleri E.9 denkleminde yerlerine yazılıp integralleri alındığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterdiğimiz şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{2 \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot (S_{1,2U} - S_{3,2U})}{\left[2 - B_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot (1 - e^\gamma)}{1 + e^\gamma} + (S_{2,2U} - S_{4,2U}) \right) - 2 \cdot B_2 \right]} \quad (\text{E.12})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

2U sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile E.8 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tümüyle elde edilmiştir. Mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık (E.8) ve boyutsuz hız (5.43) dağılımlarını veren ifadelerinin biliniyor olmasından dolayı yığın sıcaklık hesaplanabilecektir. Yığın sıcaklığın hesaplanabilmesi için 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. Yığın sıcaklığın hesaplamasının amacı Nusselt sayısının hesaplanmasında ihtiyaç duyulacak olmasından kaynaklanmaktadır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde E.8 ve 5.43 denklemleri yerlerine yazılıp düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen 2U sınır şartı için elde edilmiş olan yığın sıcaklık ifadesi bulunur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{1,2U} + I_{2,2U} + I_{3,2U} + I_{4,2U}] \quad (\text{E.13})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısının hesaplanma yöntemi tüm sınır şartları için 9.3 konu başlığında anlatıldığı gibidir. Bu neden ile Nusselt sayısının ifadesi 2U sınır şart için de 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısı sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 2U sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 2 \quad (\text{E.14})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{E.15})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{E.16})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{E.17})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{E.18})$$

$$\mu_n = \frac{n \cdot \pi}{\gamma} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{E.19})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{E.20})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{E.21})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{E.22})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{E.23})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{E.24})$$

$$A_{ny} = E_n \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{E.25})$$

$$B_{ny} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{E.26})$$

$$b_{1y} = B_{ny} \cdot \frac{-e^{-\mu_n} + 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{E.27})$$

$$b_{2y} = B_{ny} \cdot \frac{e^{\mu_n} - 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{E.28})$$

$$b_{3y} = \frac{A_{ny}}{\mu_n^2} \quad (\text{E.29})$$

$$C_{n,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot (\hat{u}_s \cdot G - \hat{T}_s) - G \cdot b_{3y} \quad (\text{E.30})$$

$$c_{1,2U} = -\frac{c_{3,2U}}{\mu_n} - \frac{c_{3,2U} \cdot e^{\mu_n} - c_{4,2U} \cdot e^{-\mu_n}}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{E.31})$$

$$c_{2,2U} = \frac{c_{4,2U}}{\mu_n} - \frac{c_{3,2U} \cdot e^{\mu_n} - c_{4,2U} \cdot e^{-\mu_n}}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{E.32})$$

$$c_{3,2U} = \frac{G \cdot b_{1y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{E.33})$$

$$c_{4,2U} = -\frac{G \cdot b_{2y}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{E.34})$$

$$c_{5,2U} = \frac{C_{n,2U}}{\mu_n^2} \quad (\text{E.35})$$

$$c_{6,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n \cdot \hat{u}_s \cdot G}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} - \frac{G \cdot b_{3y}}{\mu_n^2} \quad (\text{E.36})$$

$$c_{7,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{E.37})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_r}{\sigma_r} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{E.38})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{E.39})$$

$$d_{1,2U} = \frac{(e^{\mu_n} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{E.40})$$

$$d_{2,2U} = -\frac{(e^{-\mu_n} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{E.41})$$

$$d_{3,2U} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[e^{\mu_n} \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{E.42})$$

$$d_{4,2U} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[-e^{-\mu_n} \cdot \left(1 + \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{E.43})$$

$$d_{5,2U} = \frac{(e^{2 \cdot \mu_n} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{E.44})$$

$$d_{6,2U} = -\frac{(e^{-2 \cdot \mu_n} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{E.45})$$

$$d_{7,2U} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[e^{2 \cdot \mu_n} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{E.46})$$

$$d_{8,2U} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[-e^{-2 \cdot \mu_n} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{E.47})$$

$$S_{1,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot \left[c_{1,2U} \cdot d_{1,2U} + c_{2,2U} \cdot d_{2,2U} + c_{3,2U} \cdot d_{3,2U} + c_{4,2U} \cdot d_{4,2U} - c_{6,2U} \right] \quad (\text{E.48})$$

$$S_{2,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot c_{7,2U} \quad (\text{E.49})$$

$$S_{3,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \left[\begin{array}{l} c_{1,2U} \cdot d_{1,2U} + c_{2,2U} \cdot d_{2,2U} + c_{3,2U} \cdot d_{3,2U} + \\ c_{4,2U} \cdot d_{4,2U} - c_{6,2U} \end{array} \right] \quad (\text{E.50})$$

$$S_{4,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cdot (-1)^n \cdot c_{7,2U} \quad (\text{E.51})$$

$$I_{1,2U} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1 + e^\gamma)^2} \cdot [e^{2\gamma} - 1 + 2 \cdot e^\gamma \cdot \gamma] \quad (\text{E.52})$$

$$I_{2,2U} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{2a,2U} \right] \quad (\text{E.53})$$

$$I_{2a,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (c_{1,2U} \cdot d_{1,2U} + c_{2,2U} \cdot d_{2,2U} + c_{3,2U} \cdot d_{3,2U} + c_{4,2U} \cdot d_{4,2U} - c_{5,2U}) \quad (\text{E.54})$$

$$I_{3,2U} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{3a,2U} \right] \quad (\text{E.55})$$

$$I_{3a,2U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot d_{1,2U} + b_{2y} \cdot d_{2,2U} - b_{3y}) \quad (\text{E.56})$$

$$I_{4,2U} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & b_{1y} \cdot c_{1,2U} \cdot d_{5,2U} + b_{1y} \cdot c_{2,2U} + b_{1y} \cdot c_{3,2U} \cdot d_{7,2U} + \frac{1}{2} \cdot b_{1y} \cdot c_{4,2U} - \\ & (b_{1y} \cdot c_{5,2U} + b_{3y} \cdot c_{1,2U}) \cdot d_{1,2U} + b_{2y} \cdot c_{1,2U} + b_{2y} \cdot c_{2,2U} \cdot d_{6,2U} + \\ & \frac{1}{2} \cdot b_{2y} \cdot c_{3,2U} + b_{2y} \cdot c_{4,2U} \cdot d_{8,2U} - (b_{2y} \cdot c_{5,2U} + b_{3y} \cdot c_{2,2U}) \cdot d_2 - \\ & b_{3y} \cdot c_{3,2U} \cdot d_{3,2U} - b_{3y} \cdot c_{4,2U} \cdot d_{4,2U} + b_{3y} \cdot c_{5,2U} \end{aligned} \right) \quad (\text{E.57})$$

EK F

1U Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

1U sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında görüleceği üzere mikrokanalın sadece alt duvarı sabit sıcaklıkta ısı geçişine maruz iken diğer üç duvarı yalıtımlı haldedir. Çözülmesi gereken boyutsuz enerji denklemi daha önceden 7.3 denklemi ile verilmişti. 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{F.1}$$

Yukarıdaki sınır şartları incelendiğinde üç adet homojen sınır şartının olduğu görülmektedir. y yönündeki sınır şartlarının tümünü homojen hale getirmek için 4U, 3U ve 2U sınır şartı halleri için de kullanılan ve 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünü kullanılacaktır. 9.3 ifadesinde yer alan $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu ise daha önceden 4U, 3U ve 2U sınır şartı halleri için belirtilenden farklılık göstermektedir. $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu; 9.4 denklemi ile belirtilmiş adi diferansiyel denklemin, F.1 denklemi ile gösterilmiş olan y yönündeki iki adet sınır şartında çözülmesi ile elde edilecektir. Bu durumda $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

$$\hat{T}_y = \hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{y-\gamma} + e^{\gamma-y}}{e^{\gamma} + e^{-\gamma}} \right)\tag{F.2}$$

9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümün yapılması nedeniyle, F.1 ile gösterilen sınır şartları yapılan değişken dönüşümüne göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiğı şekildedir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \theta &= 0 & y &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{F.3}$$

9.3 ile gösterilen değişken dönüşümünü, 7.3 denklemi ile gösterilen boyutsuz enerji denkleminde uyguladığında aşağıda gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \hat{u}(x, y) \cdot G - \hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{y-\gamma} + e^{\gamma-y}}{e^\gamma + e^{-\gamma}} \right)\tag{F.4}$$

Yukarıda gösterilen denklemin çözebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç vardır. Bu neden ile boyutsuz hız dağılımı için daha önceden elde edilmiş olan ve 5.43 denklemi ile gösterilen ifade kullanılacaktır.

Enerji denkleminin y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinden sonra y yönünde integral dönüşüm metodunu kullanılarak çözüme gidilecektir. Bunun için gerekli ifadeler aşağıda gösterildiğı gibidir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, x) = \int_0^\gamma K(\lambda_n, y) \cdot \theta(x, y) \cdot dy\tag{F.5}$$

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\lambda_n, y) \cdot \bar{\theta}(\lambda_n, x)\tag{F.6}$$

Yukarıda gösterilen denklemlerden ilki integral dönüşüm formülünü diğeri ise ters dönüşüm formülünü göstermektedir.

Şu ana kadarki sınır şartı halleri için yapılmış olan enerji denklemi çözümlerinden farklı olarak bu sefer 5.43 denklemi ile gösterdiğimiz mikrokanaal içindeki boyutsuz hız dağılımı ifadesinde yer alan özdeğer ile enerji denklemini çözmek için ihtiyaç duyulan Kernel fonksiyonundaki özdeğer ifadeleri birbirinin aynı değildir.

1U sınır şartı hali için Kernel fonksiyonu F.3 denklemi ile verilen sınır şartlarından y yönündekilere bakılarak seçilecektir çünkü bu sınır şartı için y yönünde integral dönüşümü uygulanmaktadır. F.3 denkleminde y yönündeki sınır şartları incelendiğinde $y=0$ 'daki sınır şartı birinci tip sınır şartı iken $y=\gamma$ 'daki sınır şartı ikinci tip sınır şartıdır. Y yönündeki sınır şartları dikkate alınarak, literatürden Kernel fonksiyonu seçilmiş ve aşağıda gösterilmiştir.

$$K(\lambda_n, y) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sin(\lambda_n \cdot y) \quad (\text{F.7})$$

Kernel fonksiyonunda yer alan özdeğer ifadesi, $\cos(\lambda_n \cdot \gamma) = 0$ eşitliğini sağlayacak λ_n değerleridir. Bu durumda özdeğer ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\lambda_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2 \cdot \gamma} \quad (\text{F.8})$$

Kernel fonksiyonunun ve özdeğer ifadesinin belirlenmesinin ardından, F.4 denkleminde eşitliğin her iki tarafı Kernel fonksiyonu ile çarpılıp, eşitlik y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integre edilerek ve bir dizi gerekli düzenlemelerin yapılmasıyla aşağıda gösterilen adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\lambda_n, x)}{dx^2} - \lambda_n^2 \cdot \bar{\theta}(\lambda_n, x) = C_{n,1U} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn,1U} (b_{1y,m} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + b_{2y,m} \cdot e^{-\mu_m \cdot x}) \quad (\text{F.9})$$

İntegral dönüşüm metodunun uygulanması ile çözümü F.4 denkleminde daha kolay olan yukarıdaki adi diferansiyel denklem elde edilmiştir.

Yukarıdaki adi diferansiyel denkleminin çözülebilmesi için x yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınır şartları daha önceden F.3 denklemi ile

gösterilmiştir. Enerji denkleminin çözülebilmesi için integral dönüşüm metodunun kullanılmasından dolayı sınır şartlarının da integral dönüşüm metodu kullanılarak düzenlenmesi gerekir. Bu neden ile F.3 denklemi ile gösterilen sınır şartlarından x yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodunun uygulanması ile F.9 adi diferansiyel denkleminin çözülebilmesi için gerekli olan sınır şartları bulunur. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\lambda_n, x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{F.10})$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\lambda_n, x)}{dx} \right|_{x=1} = 0 \quad (\text{F.11})$$

F.9 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklemi, yukarıda gösterilen sınır şartları dikkate alınarak çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, x) = c_{1,1U} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,1U} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1U} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + c_{4m,1U} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,1U} \quad (\text{F.12})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyon F.6 (integral ters dönüşüm formülü) denkleminde yerine yazılıp düzenleme yapılırsa $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\lambda_n, y) \cdot \left[c_{1,1U} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,1U} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1U} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + c_{4m,1U} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,1U} \right] \quad (\text{F.13})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonu yerine yazılıp 9.3 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünü kullanılarak $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıdaki gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{y-\gamma} + e^{\gamma-y}}{e^{\gamma} + e^{-\gamma}} \right) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n \cdot y) \cdot \left[\frac{c_{1,1U} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,1U} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1U} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{4m,1U} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,1U}}{\gamma} \right] \quad (\text{F.14})$$

Böylece 1U sınır şartı hali için mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade elde edilmiştir. Yukarıda elde edilen ifadede tek bilinmeyen terim $\hat{T}_s$ ile gösterilen boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesidir. Bu ifadenin bulunması ile mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı tümüyle bulunmuş olunacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

1U sınır şartı için sadece alt duvar sabit sıcaklıkta ısı geçişi sınır şartına sahipken diğer üç duvar yalıtımlı haldedir. Bu nedenden ötürü alt duvar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadenin alt duvar boyunca integre edilmesi ve alt duvarın boyutsuz uzunluğuna bölünmesi ile 1U sınır şartı için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx}{1} \quad (\text{F.15})$$

Yukarıdaki ifadede integralin içinde yer alan boyutsuz lokal kayma sıcaklığı ifadesi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (\text{F.16})$$

Yukarıdaki ifadede yer alan türevler, 1U sınır şartı hali için elde edilen ve denklem F.14 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı ile bulunacaktır. Yukarıdaki ifadede yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra F.16 denklemi F.15 denkleminde yerine yazılıp düzenleme yapıldığında boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{\hat{T}_w + B_1 \cdot S_{1,1U}}{\left[1 + B_1 \cdot \left(\frac{(e^\gamma - e^{-\gamma})}{e^\gamma + e^{-\gamma}} - S_{2,1U} \right) - B_2 \right]} \quad (\text{F.17})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

1U sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile F.14 denklemi ile gösterilen mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tümüyle bilinir hale getirilmiştir.

Yığın sıcaklığı hesaplamak için ise 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde F.14 ve 5.43 ifadeleri yerlerine yazılıp düzenleme yapılırsa aşağıda gösterilen 1U sınır şartı için elde edilmiş yığın sıcaklık ifadesini bulunur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{1,1U} + I_{2,1U} + I_{3,1U} + I_{4,1U}] \quad (\text{F.18})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısını veren ifade 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısıl sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 1U sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 1 \quad (\text{F.19})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{F.20})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{F.21})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{F.22})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{F.23})$$

$$\mu_n = \frac{n \cdot \pi}{\gamma} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.24})$$

$$\mu_m = \frac{m \cdot \pi}{\gamma} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.25})$$

$$\mu_j = \frac{j \cdot \pi}{\gamma} \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.26})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.27})$$

$$\lambda_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2 \cdot \gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.28})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.29})$$

$$E_m = \left(-(-1)^m + 1 \right) \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.30})$$

$$E_j = \left(-(-1)^j + 1 \right) \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F.31})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{F.32})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{F.33})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{F.34})$$

$$A_{ny} = E_n \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{F.35})$$

$$B_{ny} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{F.36})$$

$$b_{1y} = B_{ny} \cdot \frac{-e^{-\mu_n} + 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{F.37})$$

$$b_{2y} = B_{ny} \cdot \frac{e^{\mu_n} - 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{F.38})$$

$$b_{3y} = \frac{A_{ny}}{\mu_n^2} \quad (\text{F.39})$$

$$A_{my} = E_m \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_m} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_m}{1 + \mu_m^2} \right) \quad (\text{F.40})$$

$$B_{my} = \frac{P \cdot E_m}{\mu_m^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{F.41})$$

$$b_{1y,m} = B_{my} \cdot \frac{-e^{-\mu_m} + 1}{e^{\mu_m} - e^{-\mu_m}} \quad (\text{F.42})$$

$$b_{2y,m} = B_{my} \cdot \frac{e^{\mu_m} - 1}{e^{\mu_m} - e^{-\mu_m}} \quad (\text{F.43})$$

$$b_{3y,m} = \frac{A_{my}}{\mu_m^2} \quad (\text{F.44})$$

$$A_{jy} = E_j \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_j} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_j}{1 + \mu_j^2} \right) \quad (\text{F.45})$$

$$B_{jy} = \frac{P \cdot E_j}{\mu_j^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{F.46})$$

$$b_{1y,j} = B_{jy} \cdot \frac{-e^{-\mu_j} + 1}{e^{\mu_j} - e^{-\mu_j}} \quad (\text{F.47})$$

$$b_{2y,j} = B_{jy} \cdot \frac{e^{\mu_j} - 1}{e^{\mu_j} - e^{-\mu_j}} \quad (\text{F.48})$$

$$b_{3y,j} = \frac{A_{jy}}{\mu_j^2} \quad (\text{F.49})$$

$$I_{mn,1U} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{m+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_m - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_m + \lambda_n)} \right] \quad (\text{F.50})$$

$$I_{jn,1U} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{j+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_j - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_j + \lambda_n)} \right] \quad (\text{F.51})$$

$$C_{mn,1U} = \frac{2 \cdot G \cdot I_{mn,1U}}{\gamma} \quad (\text{F.52})$$

$$C_{jn,1U} = \frac{2 \cdot G \cdot I_{jn,1U}}{\gamma} \quad (\text{F.53})$$

$$C_{n,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{G \cdot \hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot \frac{\left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right]}{1 + \lambda_n^2} - \left[\frac{2 \cdot G}{\gamma} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (b_{3y,m} \cdot I_{mn,1U}) \right] - \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot \lambda_n}{1 + \lambda_n^2} \quad (\text{F.54})$$

$$c_{1,1U} = \frac{1}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n} - e^{-\lambda_n})} \cdot \left[\frac{e^{-\lambda_n} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m - c_{4m,1U} \cdot \mu_m) - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m})}{\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m})} \right] \quad (\text{F.55})$$

$$c_{2,1U} = \frac{1}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n} - e^{-\lambda_n})} \cdot \left[\frac{e^{\lambda_n} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m - c_{4m,1U} \cdot \mu_m) - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m})}{\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,1U} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m})} \right] \quad (\text{F.56})$$

$$c_{3m,1U} = \frac{C_{mn,1U} \cdot b_{1y,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{F.57})$$

$$c_{4m,1U} = \frac{C_{mn,1U} \cdot b_{2y,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{F.58})$$

$$c_{3j,1U} = \frac{C_{jn,1U} \cdot b_{1y,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{F.59})$$

$$c_{4j,1U} = \frac{C_{jn,1U} \cdot b_{2y,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{F.60})$$

$$c_{5,1U} = \frac{C_{n,1U}}{\lambda_n^2} \quad (\text{F.61})$$

$$c_{6,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{G \cdot \widehat{u}_s}{1+e^\gamma} \cdot \frac{1}{1+\lambda_n^2} \cdot \frac{1}{\lambda_n^2} \cdot \left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right] - \frac{1}{\lambda_n^2} \cdot \frac{2 \cdot G}{\gamma} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (b_{3y,m} \cdot I_{mn,1U}) \quad (\text{F.62})$$

$$c_{7,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{1}{\lambda_n \cdot (1+\lambda_n^2)} \quad (\text{F.63})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1+R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1+\gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{F.64})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1+\gamma} \quad (\text{F.65})$$

$$d_{1,1U} = \frac{(e^{\lambda_n} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{F.66})$$

$$d_{2,1U} = -\frac{(e^{-\lambda_n} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{F.67})$$

$$d_{3,1U} = \frac{(e^{\mu_m} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{F.68})$$

$$d_{4,1U} = -\frac{(e^{-\mu_m} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{F.69})$$

$$d_{5,1U} = \frac{(e^{\mu_m + \lambda_n} - 1)}{\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{F.70})$$

$$d_{6,1U} = \frac{\left(e^{\mu_m - \lambda_n} - 1\right)}{\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{F.71})$$

$$d_{7,1U} = \frac{\left(e^{\mu_m + \mu_j} - 1\right)}{\mu_m + \mu_j} \quad (\text{F.72})$$

$$d_{8,1U} = \frac{\left(e^{\mu_m - \mu_j} - 1\right)}{\mu_m - \mu_j} \quad (\text{F.73})$$

$$d_{9,1U} = \frac{\left(e^{\mu_m} - 1\right)}{\mu_m} \quad (\text{F.74})$$

$$d_{10,1U} = \frac{\left(e^{-\mu_m + \lambda_n} - 1\right)}{-\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{F.75})$$

$$d_{11,1U} = \frac{\left(e^{-\mu_m - \lambda_n} - 1\right)}{-\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{F.76})$$

$$d_{12,1U} = \frac{\left(e^{-\mu_m + \mu_j} - 1\right)}{-\mu_m + \mu_j} \quad (\text{F.77})$$

$$d_{13,1U} = \frac{\left(e^{-\mu_m - \mu_j} - 1\right)}{-\mu_m - \mu_j} \quad (\text{F.78})$$

$$d_{14,1U} = \frac{\left(e^{-\mu_m} - 1\right)}{-\mu_m} \quad (\text{F.79})$$

$$S_{1,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot \left[c_{1,1U} \cdot d_{1,1U} + c_{2,1U} \cdot d_{2,1U} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot d_{3,1U} + c_{4m,1U} \cdot d_{4,1U}) \right) - c_{6,1U} \right] \quad (\text{F.80})$$

$$S_{2,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot c_{7,1U} \quad (\text{F.81})$$

$$I_{1,1U} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s \cdot (e^\gamma + 2 \cdot \gamma - e^{-\gamma})}{2 \cdot (e^\gamma + e^{-\gamma})} \quad (\text{F.82})$$

$$I_{2,1U} = \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} [I_{2a,1U} \cdot I_{2b,1U}] \quad (\text{F.83})$$

$$I_{2a,1U} = \frac{1}{1 + \lambda_n^2} \cdot \left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right] \quad (\text{F.84})$$

$$I_{2b,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left[c_{1,1U} \cdot d_{1,1U} + c_{2,1U} \cdot d_{2,1U} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1U} \cdot d_{3,1U} + c_{4m,1U} \cdot d_{4,1U}) \right) - c_{5,1U} \right] \quad (\text{F.85})$$

$$I_{3,1U} = \sum_{n=1}^{\infty} I_{3a,1U} \cdot I_{3b,1U} \quad (\text{F.86})$$

$$I_{3a,1U} = \frac{\mu_n \cdot \hat{T}_s}{1 + \mu_n^2} \cdot \left[-\frac{2 \cdot (-1)^n}{e^\gamma + e^{-\gamma}} + 1 \right] \quad (\text{F.87})$$

$$I_{3b,1U} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot d_{1,1U} + b_{2y} \cdot d_{2,1U} - b_{3y}) \quad (\text{F.88})$$

$$I_{4,1U} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [I_{mn,1U} \cdot I_{4a,1U}] \quad (\text{F.89})$$

$$I_{4a,1U} = \frac{2}{\gamma} \cdot I_{4b,1U} - \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot b_{3y,m} \cdot I_{2b,1U} \quad (\text{F.90})$$

$$I_{4b,1U} = \left[\begin{aligned} & b_{1y,m} \cdot c_{1,1U} \cdot d_{5,1U} + b_{1y,m} \cdot c_{2,1U} \cdot d_{6,1U} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{1y,m} \cdot c_{3j,1U} \cdot d_{7,1U} + b_{1y,m} \cdot c_{4j,1U} \cdot d_{8,1U}) \right) - \\ & b_{1y,m} \cdot c_{5,1U} \cdot d_{9,1U} + b_{2y,m} \cdot c_{1,1U} \cdot d_{10,1U} + b_{2y,m} \cdot c_{2,1U} \cdot d_{11,1U} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{2y,m} \cdot c_{3j,1U} \cdot d_{12,1U} + b_{2y,m} \cdot c_{4j,1U} \cdot d_{13,1U}) \right) - b_{2y,m} \cdot c_{5,1U} \cdot d_{14,1U} \end{aligned} \right] \quad (\text{F.91})$$

EK G

3K Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

3K sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında mikrokanalın alt, sol ve sağ yan duvarının sabit sıcaklıkta ısı geçişi halinde, üst duvarının ısı yalıtılmış olduğunu görülmektedir. 3K sınır şartı için 7.3 denklemi ile verilen boyutsuz enerji denklemini aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{G.1}$$

Enerji denkleminin daha kolay çözülebilmesi için yukarıdaki sınır şartlarından x yönündeki iki adet homojen olmayan sınır şartı aşağıda gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak homojen hale getirilecektir.

$$\theta(x, y) = \hat{T}(x, y) - \hat{T}_x(x)\tag{G.2}$$

Yukarıdaki değişken dönüşümünde yer alan $\hat{T}_x(x)$ fonksiyonunun açık hali aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_x = \frac{\hat{T}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x})\tag{G.3}$$

G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü 7.3 ile belirtilen boyutsuz enerji denklemine uygulandığında, sırasıyla boyutsuz enerji denklemi ve sınır şartları aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \hat{u}(x, y) \cdot G - \frac{\hat{T}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) \quad (\text{G.4})$$

$$\begin{aligned} \theta &= 0 & x &= 0 \\ \theta &= 0 & x &= 1 \\ \theta &= \hat{T}_s - \hat{T}_x & y &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma \end{aligned} \quad (\text{G.5})$$

G.4 denkleminin çözülebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç vardır. Bu neden ile boyutsuz hız dağılımı ifadesi için daha önceden elde edilmiş olan 5.21 denklemi kullanılacaktır.

Enerji denkleminde x yönündeki sınır şartlarını homojen hale getirdikten sonra x yönünde integral dönüşüm metodunu kullanılarak çözüme gidilecektir. Bunun için gerekli ifadeler aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, y) = \int_0^1 K(\mu_n, x) \cdot \theta(x, y) \cdot dx \quad (\text{G.6})$$

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, x) \cdot \bar{\theta}(\mu_n, y) \quad (\text{G.7})$$

Yukarıda gösterilen denklemlerden ilki integral dönüşüm formülünü diğeri ise ters dönüşüm formülünü göstermektedir. Bu ifadelerde yer alan Kernel fonksiyonu ve özdeğer ifadesi sırasıyla aşağıda gösterildiği gibidir.

$$K(\mu_n, x) = \sqrt{2} \cdot \sin(\mu_n \cdot x) \quad (\text{G.8})$$

$$\mu_n = n \cdot \pi \quad (\text{G.9})$$

G.4 denklemi ile ifade edilen kimsi türevli diferansiyel denklemin her iki tarafını G.8 denklemi ile belirtilen Kernel fonksiyonu ile çarpıp x yönünde $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar integre edip gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2\bar{\theta}(\mu_n, y)}{dy^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, y) = C_{n,3K} + G(b_{1x} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_n \cdot y}) \quad (\text{G.10})$$

Yukarıda elde edilen adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için gerekli olan ve G.5 ifadesinde gösterilen y yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulanarak bulunan yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, 0) = \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot [-(-1)^n + 1]}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{G.11})$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\mu_n, y)}{dy} \right|_{y=\gamma} = \int_0^1 K(\mu_n, x) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \right|_{y=\gamma} \cdot dx = 0 \quad (\text{G.12})$$

Yukarıda gösterilen iki adet sınır şartı ile birlikte G.10 adi diferansiyel denklemini çözüldüğünde aşağıda gösterilen ifade elde edilir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, y) = c_{1,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + c_{3,3K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,3K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,3K} \quad (\text{G.13})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyonun G.7 denkleminde yerine konulup düzenleme yapılırsa $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, x) \cdot \left(c_{1,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + c_{3,3K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,3K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,3K} \right) \quad (\text{G.14})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonunun yerine yazılmasından sonra G.2 denklemini ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılarak $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\frac{\hat{T}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \sin(\mu_n \cdot x) \cdot \left(c_{1,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + c_{3,3K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,3K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,3K} \right) \right] \quad (\text{G.15})$$

Böylelikle 3K sınır şartı hali için enerji denklemi çözülerek mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade yukarıda gösterildiği gibi elde edilmiştir. Fakat yukarıdaki ifadede yer alan $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) terimi bulunduğundan sonra tam anlamıyla boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi bulunmuş olacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

3K sınır şartı için mikrokanalın alt, sol ve sağ yan duvarlarında sabit sıcaklıkta ısı geçişi hali söz konusu iken, üst duvarında ise yalıtım söz konusudur. Bu durumda alt, sol ve sağ yan duvarlar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadelerin bulunduğu duvar üzerinde integralleri alınarak; alt, sol ve sağ yan duvarların boyutsuz uzunlukları toplamına bölünmesi ile 3K sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesi elde edilir. Aşağıda 3K sınır hali için boyutsuz kayma sıcaklığı ifadesi gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy + \int_0^\gamma \hat{T}_s(1, y) \cdot dy}{1 + \gamma + \gamma} \quad (\text{G.16})$$

Yukarıdaki ifadede integrallerin içinde yer alan boyutsuz lokal kayma sıcaklığı ifadeleri aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (\text{G.17})$$

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (\text{G.18})$$

$$\hat{T}_s(1, y) = \hat{T}_w - B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=1} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=1} \quad (\text{G.19})$$

Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevler, 3K sınır şartı hali için elde edilen ve denklem G.15 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı kullanılarak

bulunacaktır. Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra G.17-G.19 denklemleri G.16 denkleminde yerlerine yazılıp düzenleme yapıldığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{(1+2\cdot\gamma)\cdot\hat{T}_w + B_1\cdot(I_{1,3K} + S_{1,3K} - S_{3,3K}) - B_2\cdot I_{2,3K}}{\left[(1+2\cdot\gamma) - B_1\cdot\left(\frac{2\cdot(1-e)\cdot\gamma}{1+e} + S_{2,3K} - S_{4,3K}\right) - 2\cdot B_2\cdot\gamma\right]} \quad (\text{G.20})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

3K sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile G.15 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tümüyle elde etmiştir.

Mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık (G.15) ve boyutsuz hız (5.21) dağılımlarını veren ifadelerinin biliniyor olmasından dolayı yığın sıcaklık hesaplanabilir.

Yığın sıcaklığını hesaplamak için 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. Yığın sıcaklığı hesaplamamızın amacı Nusselt sayısını hesaplarken ihtiyaç duyacak olmamızdan kaynaklanmaktadır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde G.15 ve 5.21 denklemleri yerlerine yazılarak düzenleme yapılırsa aşağıda gösterilen 3K sınır şartı hali için elde edilmiş yığın sıcaklık ifadesi bulunur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{3,3K} + I_{4,3K} + I_{5,3K} + I_{6,3K}] \quad (\text{G.21})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısını veren ifade 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısıl sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 3K sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 1 + 2 \cdot \gamma \quad (\text{G.22})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{G.23})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{G.24})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{G.25})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{G.26})$$

$$\mu_n = n \cdot \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{G.27})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{G.28})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{G.29})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{G.30})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{G.31})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \widehat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{G.32})$$

$$A_{nx} = E_n \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\widehat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{G.33})$$

$$B_{nx} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{G.34})$$

$$b_{1x} = B_{nx} \cdot \frac{-e^{-\mu_n \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{G.35})$$

$$b_{2x} = B_{nx} \cdot \frac{e^{\mu_n \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{G.36})$$

$$b_{3x} = \frac{A_{nx}}{\mu_n^2} \quad (\text{G.37})$$

$$C_{n,3K} = \sqrt{2} \cdot \frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot (\widehat{u}_s \cdot G - \widehat{T}_s) - G \cdot b_{3x} \quad (\text{G.38})$$

$$D_{n,3K} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n \cdot G}{\mu_n^3} \cdot \left(\widehat{u}_s - \frac{P}{\mu_n^2} \right) \quad (\text{G.39})$$

$$c_{1,3K} = \frac{D_{n,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot \gamma}}{(e^{\mu_n \cdot \gamma} + e^{-\mu_n \cdot \gamma})} - \frac{c_{3,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot \gamma} \cdot (1 + \mu_n \cdot \gamma) + c_{4,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot \gamma} \cdot (1 - \mu_n \cdot \gamma)}{\mu_n \cdot (e^{\mu_n \cdot \gamma} + e^{-\mu_n \cdot \gamma})} \quad (\text{G.40})$$

$$c_{2,3K} = \frac{D_{n,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot \gamma}}{(e^{\mu_n \cdot \gamma} + e^{-\mu_n \cdot \gamma})} + \frac{c_{3,3K} \cdot e^{\mu_n \cdot \gamma} \cdot (1 + \mu_n \cdot \gamma) + c_{4,3K} \cdot e^{-\mu_n \cdot \gamma} \cdot (1 - \mu_n \cdot \gamma)}{\mu_n \cdot (e^{\mu_n \cdot \gamma} + e^{-\mu_n \cdot \gamma})} \quad (\text{G.41})$$

$$c_{3,3K} = \frac{G \cdot b_{1x}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{G.42})$$

$$c_{4,3K} = -\frac{G \cdot b_{2x}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{G.43})$$

$$c_{5,3K} = \frac{C_{n,3K}}{\mu_n^2} \quad (\text{G.44})$$

$$c_{6,3K} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n \cdot \hat{u}_s \cdot G}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} - \frac{G \cdot b_{3x}}{\mu_n^2} \quad (\text{G.45})$$

$$c_{7,3K} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{G.46})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{G.47})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{G.48})$$

$$d_{1,3K} = \frac{(e^{\mu_n \cdot \gamma} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{G.49})$$

$$d_{2,3K} = -\frac{(e^{-\mu_n \cdot \gamma} - 1)}{\mu_n} \quad (\text{G.50})$$

$$d_{3,3K} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[e^{\mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{G.51})$$

$$d_{4,3K} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[-e^{-\mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{G.52})$$

$$d_{5,3K} = \frac{(e^{2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{G.53})$$

$$d_{6,3K} = -\frac{(e^{-2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} - 1)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{G.54})$$

$$d_{7,3K} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[e^{2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{G.55})$$

$$d_{8,3K} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[-e^{-2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{G.56})$$

$$S_{1,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (c_{1,3K} \cdot d_{1,3K} + c_{2,3K} \cdot d_{2,3K} + c_{3,3K} \cdot d_{3,3K} + c_{4,3K} \cdot d_{4,3K} - c_{6,3K} \cdot \gamma) \quad (\text{G.57})$$

$$S_{2,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot c_{7,3K} \cdot \gamma \quad (\text{G.58})$$

$$S_{3,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \left(c_{1,3K} \cdot d_{1,3K} + c_{2,3K} \cdot d_{2,3K} + c_{3,3K} \cdot d_{3,3K} + c_{4,3K} \cdot d_{4,3K} - c_{6,3K} \cdot \gamma \right) \quad (\text{G.59})$$

$$S_{4,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (-1)^n \cdot c_{7,3K} \cdot \gamma \quad (\text{G.60})$$

$$I_{1,3K} = \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\mu_n} \cdot (c_{1,3K} \cdot \mu_n - c_{2,3K} \cdot \mu_n + c_{3,3K} + c_{4,3K}) \quad (\text{G.61})$$

$$I_{2,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_n} \cdot (c_{1,3K} \cdot \mu_n^2 + c_{2,3K} \cdot \mu_n^2 + 2 \cdot c_{3,3K} \cdot \mu_n - 2 \cdot c_{4,3K} \cdot \mu_n) \quad (\text{G.62})$$

$$I_{3,3K} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1+e)^2} \cdot [e^2 - 1 + 2 \cdot e] \cdot \gamma \quad (\text{G.63})$$

$$I_{4,3K} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{4a,3K} \right] \quad (\text{G.64})$$

$$I_{4a,3K} = \sqrt{2} \cdot (c_{1,3K} \cdot d_{1,3K} + c_{2,3K} \cdot d_{2,3K} + c_{3,3K} \cdot d_{3,3K} + c_{4,3K} \cdot d_{4,3K} - c_{5,3K} \cdot \gamma) \quad (\text{G.65})$$

$$I_{5,3K} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{5a,3K} \right] \quad (\text{G.66})$$

$$I_{5a,3K} = \sqrt{2} \cdot (b_{1x} \cdot d_{1,3K} + b_{2x} \cdot d_{2,3K} - b_{3x} \cdot \gamma) \quad (\text{G.67})$$

$$I_{6,3K} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & b_{1x} \cdot c_{1,3K} \cdot d_{5,3K} + b_{1x} \cdot c_{2,3K} \cdot \gamma + \\ & b_{1x} \cdot c_{3,3K} \cdot d_{7,3K} + \frac{1}{2} \cdot b_{1x} \cdot c_{4,3K} \cdot \gamma^2 - \\ & (b_{1x} \cdot c_{5,3K} + b_{3x} \cdot c_{1,3K}) \cdot d_{1,3K} + b_{2x} \cdot c_{1,3K} \cdot \gamma + \\ & b_{2x} \cdot c_{2,3K} \cdot d_{6,3K} + \frac{1}{2} \cdot b_{2x} \cdot c_{3,3K} \cdot \gamma^2 + \\ & b_{2x} \cdot c_{4,3K} \cdot d_{8,3K} - (b_{2x} \cdot c_{5,3K} + b_{3x} \cdot c_{2,3K}) \cdot d_{2,3K} - \\ & b_{3x} \cdot c_{3,3K} \cdot d_{3,3K} - b_{3x} \cdot c_{4,3K} \cdot d_{4,3K} + b_{3x} \cdot c_{5,3K} \cdot \gamma \end{aligned} \right) \quad (\text{G.68})$$

EK H

2K Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

2K sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında görüleceği üzere mikrokanalın sağ ve sol yan duvarlarında sabit sıcaklıkta ısı geçişi söz konusu iken alt ve üst duvarları yalıtımlıdır. Çözülmesi gereken boyutsuz enerji denklemi daha önceden 7.3 denklemi ile verilmişti. 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 1 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{H.1}$$

Yukarıda gösterilen sınır şartlarında, x yönündeki homojen olmayan iki adet sınır şartını homojen hale getirmek için daha önceden 3K sınır şartı hali için kullanılan ve G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılacaktır. Bu değişken dönüşümünde yer alan $\hat{T}_x(x)$ fonksiyonu ise G.3 denklemi ile gösterilen fonksiyonun aynısıdır.

3K sınır şartına benzer biçimde 2K sınır şartı hali için, G.2 ile gösterilen değişken dönüşümünün 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denkleminin uygulanması ile G.4 denklemi ile gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklemin aynısı elde edilir.

Değişken dönüşümü yapıldıktan sonra H.1 ile gösterilen sınır şartları ise aşağıda gösterildiği şekle gelir.

$$\begin{aligned}
\theta &= 0 & x &= 0 \\
\theta &= 0 & x &= 1 \\
\frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= 0 \\
\frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma
\end{aligned} \tag{H.2}$$

Enerji denkleminin çözülebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımı ifadesinin bilinmesi gerekir. Bu neden ile daha önceden elde edilen ve 5.21 denklemi ile gösterilen boyutsuz hız dağılımı ifadesi kullanılarak çözüme gidilecektir.

Enerji denkleminde x yönündeki sınır şartlarını homojen hale getirdikten sonra x yönünde integral dönüşüm metodunu kullanılarak çözüm elde edilecektir. Bunun için gerekli ifadeler daha önceden denklem G.6 ve G.7 ile verilmişti. Bu integral dönüşüm ve ters dönüşüm ifadelerinde yer alan Kernel fonksiyonu ise sınır şartları dikkate alınarak literatürden seçildiğinde G.8 denklemi ile daha önceden gösterilen Kernel fonksiyonunun aynısı olduğu görülür. Ayrıca Kernel fonksiyonunun içinde yer alan özdeğer ifadesi de G.9 denklemi ile daha önceden gösterilen ifadenin aynısıdır.

Kernel fonksiyonu ve özdeğer ifadesi belirlendiğine göre, 3K sınır şartı hali için elde edilen ve 2K sınır şartı için de geçerli olduğu görülen G.4 denklemi ile ifade edilen kimsi türevli diferansiyel denklemin her iki tarafını G.8 denklemi ile belirtilen Kernel fonksiyonu ile çarpılıp x yönünde $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar integre edilip gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\mu_n, y)}{dy^2} - \mu_n^2 \cdot \bar{\theta}(\mu_n, y) = C_{n,2K} + G \cdot (b_{1x} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + b_{2x} \cdot e^{-\mu_n \cdot y}) \tag{H.3}$$

Yukarıda elde edilen adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için gerekli olan ve H.2 ifadesinde gösterilen y yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulanarak bulunan yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\left. \frac{d \bar{\theta}(\mu_n, y)}{dy} \right|_{y=0} = \int_0^1 K(\mu_n, x) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} \cdot dx = 0 \tag{H.4}$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\mu_n, y)}{dy} \right|_{y=\gamma} = \int_0^1 K(\mu_n, x) \cdot \left. \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \right|_{y=\gamma} \cdot dx = 0 \quad (\text{H.5})$$

Yukarıda gösterilen sınır şartları ile birlikte H.3 adi diferansiyel denklemi çözümlerse aşağıda gösterilen fonksiyon elde edilir.

$$\bar{\theta}(\mu_n, y) = c_{1,2K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,2K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + c_{3,2K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,2K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,2K} \quad (\text{H.6})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyon daha önceden 3K sınır şartı hali için bulunan fakat 2K sınır şartı içinde geçerli olan G.7 denkleminde yerine konulup düzenleme yapılırsa $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\mu_n, x) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,2K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,2K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + \\ c_{3,2K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,2K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,2K} \end{pmatrix} \quad (\text{H.7})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonu yerine yazıldıktan sonra 2K sınır şartı içinde geçerli olan ve G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünün uygulanması ile $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\frac{\hat{T}_s}{1+e} \cdot (e^x + e^{1-x}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \sin(\mu_n \cdot x) \cdot \begin{pmatrix} c_{1,2K} \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{2,2K} \cdot e^{-\mu_n \cdot y} + \\ c_{3,2K} \cdot y \cdot e^{\mu_n \cdot y} + c_{4,2K} \cdot y \cdot e^{-\mu_n \cdot y} - c_{5,2K} \end{pmatrix} \right] \quad (\text{H.8})$$

Böylelikle 2K sınır şartı hali için enerji denklemi çözülerek mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı yukarıda gösterildiği gibi elde edilmiştir. Fakat yukarıdaki ifadede yer alan $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) terimi henüz bilinmediğinden, mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tam anlamıyla bulunmuş değildir. Boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile H.8 denklemi tümüyle bilinir hale gelecektir.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

2K sınır şartı için mikrokanalın sağ ve sol yan duvarlarında sabit sıcaklıkta ısı geçişi hali söz konusu iken, alt ve üst duvarlarında ise yalıtım söz konusudur. Bu durumda sağ ve sol yan duvarlar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadelerin bulunduğu duvar üzerinde integralleri alınarak, sağ ve sol duvarların boyutsuz uzunlukları toplamına bölünmesi ile 2K sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesi elde edilir. Aşağıda 2K sınır hali için boyutsuz kayma sıcaklığı ifadesi gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy + \int_0^\gamma \hat{T}_s(1, y) \cdot dy}{\gamma + \gamma} \quad (\text{H.9})$$

Yukarıdaki ifadede integrallerin içinde yer alan boyutsuz lokal kayma sıcaklığı ifadeleri aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (\text{H.10})$$

$$\hat{T}_s(1, y) = \hat{T}_w - B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=1} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=1} \quad (\text{H.11})$$

Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevler, 2K sınır şartı hali için elde edilen ve denklem H.8 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi kullanılarak bulunacaktır. Yukarıdaki ifadelerde yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra H.10 ve H.11 denklemleri H.9 denkleminde yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot (S_{1,2K} - S_{3,2K})}{\left[2 \cdot \gamma - B_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot (1-e) \cdot \gamma}{1+e} + S_{2,2K} - S_{4,2K} \right) - 2 \cdot B_2 \cdot \gamma \right]} \quad (\text{H.12})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

2K sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile H.8 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren fonksiyon tümüyle elde edilmiştir.

Mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık (H.8) ve boyutsuz hız (5.21) dağılımını veren ifadelerin biliniyor olmasından dolayı yığın sıcaklık hesaplanabilecektir. Yığın sıcaklığı hesaplamak için 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. 9.74 ile gösterilen yığın sıcaklık denklemi kullanılarak 2K sınır şartı hali için elde edilmiş olan yığın sıcaklık ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{1,2K} + I_{2,2K} + I_{3,2K} + I_{4,2K}] \quad (\text{H.13})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısını veren ifade, 2K sınır şart için de 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısıl sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 2K sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 2 \cdot \gamma \quad (\text{H.14})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{H.15})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{H.16})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{H.17})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{H.18})$$

$$\mu_n = n \cdot \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{H.19})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{H.20})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{H.21})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{H.22})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{H.23})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{H.24})$$

$$A_{nx} = E_n \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{H.25})$$

$$B_{nx} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{H.26})$$

$$b_{1x} = B_{nx} \cdot \frac{-e^{-\mu_n \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{H.27})$$

$$b_{2x} = B_{nx} \cdot \frac{e^{\mu_n \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{H.28})$$

$$b_{3x} = \frac{A_{nx}}{\mu_n^2} \quad (\text{H.29})$$

$$C_{n,2K} = \sqrt{2} \cdot \frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot (\hat{u}_s \cdot G - \hat{T}_s) - G \cdot b_{3x} \quad (\text{H.30})$$

$$c_{1,2K} = -\frac{c_{3,2K}}{\mu_n} - \frac{\gamma \cdot (c_{3,2K} \cdot e^{\mu_n \cdot \gamma} - c_{4,2K} \cdot e^{-\mu_n \cdot \gamma})}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{H.31})$$

$$c_{2,2K} = \frac{c_{4,2K}}{\mu_n} - \frac{\gamma \cdot (c_{3,2K} \cdot e^{\mu_n \cdot \gamma} - c_{4,2K} \cdot e^{-\mu_n \cdot \gamma})}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{H.32})$$

$$c_{3,2K} = \frac{G \cdot b_{1x}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{H.33})$$

$$c_{4,2K} = -\frac{G \cdot b_{2x}}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{H.34})$$

$$c_{5,2K} = \frac{C_{n,2K}}{\mu_n^2} \quad (\text{H.35})$$

$$c_{6,2K} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n \cdot \hat{u}_s \cdot G}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} - \frac{G \cdot b_{3x}}{\mu_n^2} \quad (\text{H.36})$$

$$c_{7,2K} = \sqrt{2} \cdot \frac{E_n}{\mu_n \cdot (1 + \mu_n^2)} \quad (\text{H.37})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{H.38})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{H.39})$$

$$d_{1,2K} = \frac{\left(e^{\mu_n \cdot \gamma} - 1 \right)}{\mu_n} \quad (\text{H.40})$$

$$d_{2,2K} = - \frac{\left(e^{-\mu_n \cdot \gamma} - 1 \right)}{\mu_n} \quad (\text{H.41})$$

$$d_{3,2K} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[e^{\mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{H.42})$$

$$d_{4,2K} = \frac{1}{\mu_n} \cdot \left[-e^{-\mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{\mu_n} \right) + \frac{1}{\mu_n} \right] \quad (\text{H.43})$$

$$d_{5,2K} = \frac{\left(e^{2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} - 1 \right)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{H.44})$$

$$d_{6,2K} = - \frac{\left(e^{-2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} - 1 \right)}{2 \cdot \mu_n} \quad (\text{H.45})$$

$$d_{7,2K} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[e^{2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{H.46})$$

$$d_{8,2K} = \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \cdot \left[-e^{-2 \cdot \mu_n \cdot \gamma} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right) + \frac{1}{2 \cdot \mu_n} \right] \quad (\text{H.47})$$

$$S_{1,2K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (c_{1,2K} \cdot d_{1,2K} + c_{2,2K} \cdot d_{2,2K} + c_{3,2K} \cdot d_{3,2K} + c_{4,2K} \cdot d_{4,2K} - c_{6,2K} \cdot \gamma) \quad (\text{H.48})$$

$$S_{2,2K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot c_{7,2K} \cdot \gamma \quad (\text{H.49})$$

$$S_{3,2K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (-1)^n \cdot \left(c_{1,2K} \cdot d_{1,2K} + c_{2,2K} \cdot d_{2,2K} + c_{3,2K} \cdot d_{3,2K} + \right. \\ \left. c_{4,2K} \cdot d_{4,2K} - c_{6,2K} \cdot \gamma \right) \quad (\text{H.50})$$

$$S_{4,2K} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \mu_n \cdot (-1)^n \cdot c_{7,2K} \cdot \gamma \quad (\text{H.51})$$

$$I_{1,2K} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s}{(1+e)^2} \cdot [e^2 - 1 + 2 \cdot e] \cdot \gamma \quad (\text{H.52})$$

$$I_{2,2K} = \hat{u}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{2a,2K} \right] \quad (\text{H.53})$$

$$I_{2a,2K} = \sqrt{2} \cdot (c_{1,2K} \cdot d_{1,2K} + c_{2,2K} \cdot d_{2,2K} + c_{3,2K} \cdot d_{3,2K} + c_{4,2K} \cdot d_{4,2K} - c_{5,2K} \cdot \gamma) \quad (\text{H.54})$$

$$I_{3,2K} = \hat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n \cdot E_n}{1 + \mu_n^2} \cdot I_{3a,2K} \right] \quad (\text{H.55})$$

$$I_{3a,2K} = \sqrt{2} \cdot (b_{1x} \cdot d_{1,2K} + b_{2x} \cdot d_{2,2K} - b_{3x} \cdot \gamma) \quad (\text{H.56})$$

$$I_{4,2K} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & b_{1x} \cdot c_{1,2K} \cdot d_{5,2K} + b_{1x} \cdot c_{2,2K} \cdot \gamma + b_{1x} \cdot c_{3,2K} \cdot d_{7,2K} + \\ & \frac{1}{2} \cdot b_{1x} \cdot c_{4,2K} \cdot \gamma^2 - (b_{1x} \cdot c_{5,2K} + b_{3x} \cdot c_{1,2K}) \cdot d_{1,2K} + \\ & b_{2x} \cdot c_{1,2K} \cdot \gamma + b_{2x} \cdot c_{2,2K} \cdot d_{6,2K} + \frac{1}{2} \cdot b_{2x} \cdot c_{3,2K} \cdot \gamma^2 + \\ & b_{2x} \cdot c_{4,2K} \cdot d_{8,2K} - (b_{2x} \cdot c_{5,2K} + b_{3x} \cdot c_{2,2K}) \cdot d_{2,2K} - \\ & b_{3x} \cdot c_{3,2K} \cdot d_{3,2K} - b_{3x} \cdot c_{4,2K} \cdot d_{4,2K} + b_{3x} \cdot c_{5,2K} \cdot \gamma \end{aligned} \right) \quad (\text{H.57})$$

EK I

1K Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

1K sınır şartı hali için Şekil 8.1'e bakıldığında görüleceği üzere mikrokanalın sadece sol yan duvarı sabit sıcaklıkta ısı geçişi var iken diğer üç duvarı yalıtımlı haldedir. Çözülmesi gereken boyutsuz enerji denklemi daha önceden 7.3 denklemi ile verilmişti. 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuz ısı sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{I.1}$$

Yukarıdaki sınır şartları incelendiğinde üç adet homojen sınır şartı yanında x yönünde de bir adet homojen olmayan sınır şartı olduğu görülür. x yönündeki sınır şartlarının tümünü homojen hale getirmek için 3K ve 2K sınır şartı halleri için de kullanılan ve G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılacaktır. G.2 ifadesinde yer alan $\hat{T}_x(x)$ fonksiyonu ise daha önceden 3K ve 2K için belirtilenden farklılık göstermektedir. $\hat{T}_x(x)$ fonksiyonu; G.3 denklemi ile belirtilen adi diferansiyel denklemin, I.1 denklemi ile belirtilmiş olan x yönündeki iki adet sınır şartında çözülmesi ile elde edilir. Bu durumda $\hat{T}_x(x)$ aşağıda gösterildiği şekilde bulunmuş olunur.

$$\hat{T}_x = \hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{x-1} + e^{1-x}}{e + e^{-1}} \right)\tag{I.2}$$

G.2 ile gösteril değişken dönüşümünü 7.3 denklemi ile gösterilen boyutsuz enerji denkleminde uyguladığında aşağıda gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklemi elde edilir.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \hat{u}(x, y) \cdot G - \hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{x-1} + e^{1-x}}{e + e^{-1}} \right) \quad (\text{I.3})$$

G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümün yapılması ile I.1 ile gösterilen sınır şartları aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{aligned} \theta &= 0 & x &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

I.3 ile gösterilen denklemin çözülebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç vardır. Bu neden ile boyutsuz hız dağılımı ifadesi için daha önceden elde edilen 5.21 denklemini kullanılacaktır.

Enerji denkleminde x yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinden sonra x yönünde integral dönüşüm metodunu kullanılarak enerji denkleminin çözümüne gidilecektir. Bunun için gerekli ifadeler olan integral dönüşüm ve ters dönüşüm denklemleri sırasıyla aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, y) = \int_0^1 K(\lambda_n, x) \cdot \theta(x, y) \cdot dx \quad (\text{I.5})$$

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\lambda_n, x) \cdot \bar{\theta}(\lambda_n, y) \quad (\text{I.6})$$

5.21 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımı ifadesinde yer alan özdeğer ile enerji denkleminin çözümü için ihtiyaç duyulacak olan Kernel fonksiyonundaki özdeğer ifadeleri birbirinden farklılık göstermektedir.

1K sınır şartı hali için enerji denkleminde Kernel fonksiyonu I.4 denklemi ile verilen sınır şartlarından x yönündekilere bakılarak seçilecektir çünkü bu sınır şartı için x yönünde integral dönüşümü uygulanmaktadır. I.4 denkleminde x yönündeki sınır şartları incelendiğinde $x = 0$ 'daki sınır şartı birinci tip sınır şartı iken $x = 1$ 'daki sınır şartı ikinci tip sınır şartıdır. x yönündeki sınır şartları dikkate alınarak Kernel fonksiyonu literatürden seçilmiş ve aşağıda gösterilmiştir.

$$K(\lambda_n, x) = \sqrt{2} \cdot \sin(\lambda_n \cdot x) \quad (\text{I.7})$$

Kernel fonksiyonunda yer alan özdeğer ifadesi, $\cos(\lambda_n \cdot 1) = 0$ eşitliğini sağlayacak λ_n değerleridir. Bu durumda özdeğer ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir.

$$\lambda_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2} \quad (\text{I.8})$$

Kernel fonksiyonunun ve özdeğer ifadesinin belirlenmesinden sonra, I.3 denkleminde eşitliğin her iki tarafının Kernel fonksiyonu ile çarpılıp x yönünde $x = 0$ 'dan $x = 1$ 'e kadar integre edilmesi ve bir dizi gerekli düzenlemenin yapılması ile aşağıda gösterilen adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\lambda_n, y)}{dy^2} - \lambda_n^2 \cdot \bar{\theta}(\lambda_n, y) = C_{n,1K} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn,1K} (b_{1x,m} \cdot e^{\mu_m \cdot y} + b_{2x,m} \cdot e^{-\mu_m \cdot y}) \quad (\text{I.9})$$

Yukarıdaki adi diferansiyel denkleminin çözülebilmesi için y yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınır şartları daha önceden I.4 denklemi ile gösterilmişti. Enerji denkleminin çözülebilmesi için integral dönüşüm metodunun kullanılmasından dolayı sınır şartlarının da integral dönüşüm metodu kullanılarak düzenlenmesi gerekir. Bu neden ile I.4 denklemi ile gösterilen sınır şartlarından y yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodunun uygulanması ile I.9 adi diferansiyel denkleminin çözülebilmesi için gerekli olan sınır şartları bulunur. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\left. \frac{\partial \bar{\theta}(\lambda_n, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (\text{I.10})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\theta}(\lambda_n, y)}{\partial y} \right|_{y=\gamma} = 0 \quad (\text{I.11})$$

I.9 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklem yukarıda gösterilen sınır şartları dikkate alınarak çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, y) = c_{1,1K} \cdot e^{\lambda_n \cdot y} + c_{2,1K} \cdot e^{-\lambda_n \cdot y} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1K} \cdot e^{\mu_m \cdot y} + c_{4m,1K} \cdot e^{-\mu_m \cdot y} \right) - c_{5,1K} \quad (\text{I.12})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyon I.6 denkleminde yerine koyulup düzenleme yapılırsa $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\lambda_n, x) \cdot \left[c_{1,1K} \cdot e^{\lambda_n \cdot y} + c_{2,1K} \cdot e^{-\lambda_n \cdot y} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1K} \cdot e^{\mu_m \cdot y} + c_{4m,1K} \cdot e^{-\mu_m \cdot y} \right) - c_{5,1K} \right] \quad (\text{I.13})$$

Yukarıda elde edilen ifadede I.7 ile gösterilen Kernel fonksiyonu yerine yazılıp G.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü uygulandığında $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{x-1} + e^{1-x}}{e + e^{-1}} \right) + \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n \cdot x) \cdot \left[c_{1,1K} \cdot e^{\lambda_n \cdot y} + c_{2,1K} \cdot e^{-\lambda_n \cdot y} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,1K} \cdot e^{\mu_m \cdot y} + c_{4m,1K} \cdot e^{-\mu_m \cdot y} \right) - c_{5,1K} \right] \right] \quad (\text{I.14})$$

Böylece 1K sınır şartı hali için mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade elde etmiştir. Yukarıda elde edilen ifadede tek bilinmeyen terim $\hat{T}_s$ ile gösterilen boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesidir. Bu ifadenin bulunması ile mikrokanaal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı tümüyle bulunmuş olacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

1K sınır şartı için mikrokanalın sadece sol yan duvarı sabit sıcaklıkta ısı geçişi sınır şartına sahipken diğer üç duvarı yalıtımlı haldedir. Bu nedenden ötürü sol yan duvar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadenin sol yan duvar boyunca integre edilmesi ve sol yan duvarın boyutsuz uzunluğuna bölünmesi ile 1K sınır şartı için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı elde edilmiş olur. Aşağıda 1K sınır şartı için boyutsuz kayma sıcaklığını veren ifade gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy}{\gamma} \quad (\text{I.15})$$

Yukarıdaki ifadede integralin içinde yer alan lokal kayma sıcaklık fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde yazılır.

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (\text{I.16})$$

Yukarıdaki ifadede yer alan türevler, 1K sınır şartı hali için elde edilen ve denklem I.14 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı ile bulunacaktır. Yukarıdaki ifadede yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra I.16 denklemi I.15 denkleminde yerine yazılıp gerekli işlemler yapıldığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{\gamma \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot S_{1,1K}}{\left[\gamma + B_1 \cdot \left(\frac{(e - e^{-1})}{e + e^{-1}} \cdot \gamma - S_{2,2K} \right) - B_2 \cdot \gamma \right]} \quad (\text{I.17})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

1K sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile I.14 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tümüyle elde edilmiştir.

Yığın sıcaklığın hesaplanması için ise 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde I.14 ve 5.21 denklemleri yerlerine yazılıp düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen 1K sınır şartı hali için elde edilen yığın sıcaklık ifadesini bulunur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{1,1K} + I_{2,1K} + I_{3,1K} + I_{4,1K}] \quad (\text{I.18})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısını veren ifade 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısıl sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 1K sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = \gamma \quad (\text{I.19})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{I.20})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{I.21})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{I.22})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{I.23})$$

$$\mu_n = n \cdot \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.24})$$

$$\mu_m = m \cdot \pi \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.25})$$

$$\mu_j = j \cdot \pi \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.26})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.27})$$

$$\lambda_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.28})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.29})$$

$$E_m = \left(-(-1)^m + 1 \right) \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.30})$$

$$E_j = \left(-(-1)^j + 1 \right) \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{I.31})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{I.32})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{I.33})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \widehat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{I.34})$$

$$A_{nx} = E_n \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\widehat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{I.35})$$

$$B_{nx} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{I.36})$$

$$b_{1x} = B_{nx} \cdot \frac{-e^{-\mu_n \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{I.37})$$

$$b_{2x} = B_{nx} \cdot \frac{e^{\mu_n \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_n \cdot \gamma} - e^{-\mu_n \cdot \gamma}} \quad (\text{I.38})$$

$$b_{3x} = \frac{A_{nx}}{\mu_n^2} \quad (\text{I.39})$$

$$A_{mx} = E_m \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{P}{\mu_m} - \frac{\widehat{u}_s \cdot \mu_m}{1 + \mu_m^2} \right) \quad (\text{I.40})$$

$$B_{mx} = \frac{P \cdot E_m}{\mu_m^3} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{I.41})$$

$$b_{1x,m} = B_{mx} \cdot \frac{-e^{-\mu_m \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_m \cdot \gamma} - e^{-\mu_m \cdot \gamma}} \quad (\text{I.42})$$

$$b_{2x,m} = B_{mx} \cdot \frac{e^{\mu_m \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_m \cdot \gamma} - e^{-\mu_m \cdot \gamma}} \quad (\text{I.43})$$

$$b_{3x,m} = \frac{A_{mx}}{\mu_m^2} \quad (\text{I.44})$$

$$A_{jx} = E_j \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{P}{\mu_j} - \frac{\widehat{u}_s \cdot \mu_j}{1 + \mu_j^2} \right) \quad (\text{I.45})$$

$$B_{jx} = \frac{P \cdot E_j}{\mu_j^3} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{I.46})$$

$$b_{1x,j} = B_{jx} \cdot \frac{-e^{-\mu_j \cdot \gamma} + 1}{e^{\mu_j \cdot \gamma} - e^{-\mu_j \cdot \gamma}} \quad (\text{I.47})$$

$$b_{2x,j} = B_{jx} \cdot \frac{e^{\mu_j \cdot \gamma} - 1}{e^{\mu_j \cdot \gamma} - e^{-\mu_j \cdot \gamma}} \quad (\text{I.48})$$

$$b_{3x,j} = \frac{A_{jx}}{\mu_j^2} \quad (\text{I.49})$$

$$I_{mn,1K} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{m+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_m - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_m + \lambda_n)} \right] \quad (\text{I.50})$$

$$I_{jn,1K} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{j+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_j - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_j + \lambda_n)} \right] \quad (\text{I.51})$$

$$C_{mn,1K} = 2 \cdot G \cdot I_{mn,1K} \quad (\text{I.52})$$

$$C_{jn,1K} = 2 \cdot G \cdot I_{jn,1K} \quad (\text{I.53})$$

$$C_{n,1K} = \sqrt{2} \cdot \frac{G \cdot \widehat{u}_s}{1+e} \cdot \frac{\left[(e-1) \cdot (-1)^{n-1} + (e+1) \cdot \lambda_n \right]}{1 + \lambda_n^2} - 2 \cdot G \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} (b_{3x,m} \cdot I_{mn,1K}) \right) - \sqrt{2} \cdot \frac{\widehat{T}_s \cdot \lambda_n}{1 + \lambda_n^2} \quad (\text{I.54})$$

$$c_{1,1K} = \frac{1}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n \cdot \gamma} - e^{-\lambda_n \cdot \gamma})} \cdot \left[\frac{e^{-\lambda_n \cdot \gamma} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m - c_{4m,1K} \cdot \mu_m) - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m \cdot \gamma} - c_{4m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m \cdot \gamma})}{\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m \cdot \gamma} - c_{4m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m \cdot \gamma})} \right] \quad (\text{I.55})$$

$$c_{2,1K} = \frac{1}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n \cdot \gamma} - e^{-\lambda_n \cdot \gamma})} \cdot \left[\frac{e^{\lambda_n \cdot \gamma} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m - c_{4m,1K} \cdot \mu_m) - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m \cdot \gamma} - c_{4m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m \cdot \gamma})}{\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{\mu_m \cdot \gamma} - c_{4m,1K} \cdot \mu_m \cdot e^{-\mu_m \cdot \gamma})} \right] \quad (\text{I.56})$$

$$c_{3m,1K} = \frac{C_{mn,1K} \cdot b_{1x,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{I.57})$$

$$c_{4m,1K} = \frac{C_{mn,1K} \cdot b_{2x,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{I.58})$$

$$c_{3j,1K} = \frac{C_{jn,1K} \cdot b_{1x,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{I.59})$$

$$c_{4j,1K} = \frac{C_{jn,1K} \cdot b_{2x,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{I.60})$$

$$c_{5,1K} = \frac{C_{n,1K}}{\lambda_n^2} \quad (\text{I.61})$$

$$c_{6,1K} = \sqrt{2} \cdot \frac{G \cdot \hat{u}_s}{1+e} \cdot \frac{1}{1+\lambda_n^2} \cdot \frac{1}{\lambda_n^2} \cdot \left[(e-1) \cdot (-1)^{n-1} + (e+1) \cdot \lambda_n \right] - \frac{1}{\lambda_n^2} \cdot 2 \cdot G \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (b_{3x,m} \cdot I_{mn,1K}) \quad (\text{I.62})$$

$$c_{7,1K} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\lambda_n \cdot (1 + \lambda_n^2)} \quad (\text{I.63})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{I.64})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{I.65})$$

$$d_{1,1K} = \frac{(e^{\lambda_n \gamma} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{I.66})$$

$$d_{2,1K} = -\frac{(e^{-\lambda_n \gamma} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{I.67})$$

$$d_{3,1K} = \frac{(e^{\mu_m \gamma} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{I.68})$$

$$d_{4,1K} = -\frac{(e^{-\mu_m \gamma} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{I.69})$$

$$d_{5,1K} = \frac{(e^{(\mu_m + \lambda_n) \cdot \gamma} - 1)}{\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{I.70})$$

$$d_{6,1K} = \frac{(e^{(\mu_m - \lambda_n) \cdot \gamma} - 1)}{\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{I.71})$$

$$d_{7,1K} = \frac{(e^{(\mu_m + \mu_j) \cdot \gamma} - 1)}{\mu_m + \mu_j} \quad (\text{I.72})$$

$$d_{8,1K} = \frac{(e^{(\mu_m - \mu_j) \cdot \gamma} - 1)}{\mu_m - \mu_j} \quad (\text{I.73})$$

$$E_{\text{ger}} \quad m = j \quad \text{ise} \quad d_{8,1K} = \gamma$$

$$d_{9,1K} = \frac{(e^{\mu_m \cdot \gamma} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{I.74})$$

$$d_{10,1K} = \frac{(e^{(-\mu_m + \lambda_n) \cdot \gamma} - 1)}{-\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{I.75})$$

$$d_{11,1K} = \frac{(e^{(-\mu_m - \lambda_n) \cdot \gamma} - 1)}{-\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{I.76})$$

$$d_{12,1K} = \frac{(e^{(-\mu_m + \mu_j) \cdot \gamma} - 1)}{-\mu_m + \mu_j} \quad (\text{I.77})$$

$$E\check{g}er \quad m = j \quad ise \quad d_{12,1K} = \gamma$$

$$d_{13,1K} = \frac{(e^{(-\mu_m - \mu_j) \cdot \gamma} - 1)}{-\mu_m - \mu_j} \quad (\text{I.78})$$

$$d_{14,1K} = \frac{(e^{-\mu_m \cdot \gamma} - 1)}{-\mu_m} \quad (\text{I.79})$$

$$S_{1,1K} = \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot \left[c_{1,1K} \cdot d_{1,1K} + c_{2,1K} \cdot d_{2,1K} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot d_{3,1K} + c_{4m,1K} \cdot d_{4,1K}) \right) - c_{6,1K} \cdot \gamma \right] \quad (\text{I.80})$$

$$S_{2,1K} = \sqrt{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot c_{7,1K} \cdot \gamma \quad (\text{I.81})$$

$$I_{1,1K} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s \cdot (e + 2 - e^{-1}) \cdot \gamma}{2 \cdot (e + e^{-1})} \quad (\text{I.82})$$

$$I_{2,1K} = \frac{\widehat{u}_s}{1+e} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[I_{2a,1K} \cdot I_{2b,1K} \right] \quad (\text{I.83})$$

$$I_{2a,1K} = \frac{1}{1+\lambda_n^2} \cdot \left[(e-1) \cdot (-1)^{n-1} + (e+1) \cdot \lambda_n \right] \quad (\text{I.84})$$

$$I_{2b,1K} = \sqrt{2} \cdot \left[\begin{aligned} & c_{1,1K} \cdot d_{1,1K} + c_{2,1K} \cdot d_{2,1K} + \\ & \left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,1K} \cdot d_{3,1K} + c_{4m,1K} \cdot d_{4,1K}) \right) - c_{5,1K} \cdot \gamma \end{aligned} \right] \quad (\text{I.85})$$

$$I_{3,1K} = \widehat{T}_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\mu_n}{1+\mu_n^2} \cdot \left(-\frac{2 \cdot (-1)^n}{e+e^{-1}} + 1 \right) \cdot I_{3a,1K} \right] \quad (\text{I.86})$$

$$I_{3a,1K} = \sqrt{2} \cdot (b_{1x} \cdot d_{1,1K} + b_{2x} \cdot d_{2,1K} - b_{3x} \cdot \gamma) \quad (\text{I.87})$$

$$I_{4,1K} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[I_{mn,1K} \cdot I_{4a,1K} \right] \quad (\text{I.88})$$

$$I_{4a,1K} = 2 \cdot I_{4b,1K} - \sqrt{2} \cdot b_{3x,m} \cdot I_{2b,1K} \quad (\text{I.89})$$

$$I_{4b,1K} = \left[\begin{aligned} & b_{1x,m} \cdot c_{1,1K} \cdot d_{5,1K} + b_{1x,m} \cdot c_{2,1K} \cdot d_{6,1K} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{1x,m} \cdot c_{3j,1K} \cdot d_{7,1K} + b_{1x,m} \cdot c_{4j,1K} \cdot d_{8,1K}) \right) - \\ & b_{1x,m} \cdot c_{5,1K} \cdot d_{9,1K} + b_{2x,m} \cdot c_{1,1K} \cdot d_{10,1K} + b_{2x,m} \cdot c_{2,1K} \cdot d_{11,1K} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{2x,m} \cdot c_{3j,1K} \cdot d_{12,1K} + b_{2x,m} \cdot c_{4j,1K} \cdot d_{13,1K}) \right) - b_{2x,m} \cdot c_{5,1K} \cdot d_{14,1K} \end{aligned} \right] \quad (\text{I.90})$$

EK J

2C Sınır Şartı Hali İçin Enerji Denkleminin Çözümü;

2C sınır şartı halin için, Şekil 8.1'e bakıldığında görüleceği üzere mikrokanalın alt ve sol yan duvarları sabit sıcaklıkta ısı geçişine maruz iken üst ve sağ yan duvarları yalıtımlı haldedir. Çözülmesi gereken boyutsuz enerji denklemi daha önceden 7.3 denklemi ile verilmişti. 7.3 denklemi ile ifade edilen boyutsuz enerji denklemi aşağıda gösterilen boyutsuz ısıl sınır şartlarında çözülecektir.

$$\begin{aligned}\hat{T} &= \hat{T}_s & x &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\ \hat{T} &= \hat{T}_s & y &= 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma\end{aligned}\tag{J.1}$$

Yukarıdaki sınır şartları incelendiğinde iki adet homojen ve iki adet de homojen olmayan sınır şartı bulunduğu görülmektedir. y yönündeki sınır şartlarının tümünün homojen hale getirilebilmesi için 9.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümü kullanılacaktır. 9.2 ifadesinde yer alan $\hat{T}_y(y)$ fonksiyonu ise daha önceden 1U sınır şartı hali için elde edilen ve 12.2 denklemi ile gösterilen ifadenin aynısıdır.

9.2 ile gösterilen değişken dönüşümünün 7.3 denklemi ile gösterilen boyutsuz enerji denkleminde uygulanmasıyla, daha önceden elde edilmiş ve 12.4 denklemi ile gösterilen kısmi türevli diferansiyel denklemin aynısı elde edilir.

9.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümün yapılması ile 16.1 ile gösterilen sınır şartları aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{aligned}
\theta &= \widehat{T}_s - \widehat{T}_y & x &= 0 \\
\frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 & x &= 1 \\
\theta &= 0 & y &= 0 \\
\frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & y &= \gamma
\end{aligned} \tag{J.2}$$

F.4 denkleminin çözebilmesi için mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımına ihtiyaç vardır. Bu neden ile boyutsuz hız dağılımı ifadesi için daha önceden elde edilen 5.43 denklemi kullanılacaktır.

Enerji denkleminde y yönündeki sınır şartlarının homojen hale getirilmesinden sonra y yönünde integral dönüşüm metodunu kullanılarak çözüme gidilecektir. Bunun için gerekli ifadeler daha önceden F.5 ve F.6 denklemleri ile gösterilmişti.

Bu sınır şartı hali için, 5.43 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz hız dağılımını veren ifadenin içinde yer alan özdeğer ile enerji denkleminin çözümünde ihtiyaç duyulacak olan Kernel fonksiyonundaki özdeğer ifadeleri birbirinden farklılık göstermektedir.

2C sınır şartı hali için Kernel fonksiyonu J.2 denklemi ile verilen sınır şartlarından y yönündekilere bakılarak seçilecektir çünkü bu sınır şartı için y yönünde integral dönüşüm metodu uygulanmaktadır. J.2 denkleminde y yönündeki sınır şartları incelendiğinde $y=0$ 'daki sınır şartı birinci tip sınır şartı iken $y=\gamma$ 'daki sınır şartı ikinci tip sınır şartıdır. Y yönündeki sınır şartları dikkate alınarak literatürden Kernel fonksiyonu seçildiğinde daha önceden 1U sınır şartı için F.7 denklemi ile gösterilen ifadenin aynısı elde edilir. Kernel fonksiyonunda yer alan özdeğer ifadesi ise F.8 denklemi ile gösterildiği gibidir.

Kernel fonksiyonunu ve özdeğer ifadesini belirlendikten sonra, F.4 denkleminde eşitliğin her iki tarafını Kernel fonksiyonu ile çarpılıp y yönünde $y=0$ 'dan $y=\gamma$ 'ya kadar integre edilerek ve bir dizi gerekli düzenlemelerin yapılmasından sonra aşağıda gösterilen adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\lambda_n, x)}{dx^2} - \lambda_n^2 \cdot \bar{\theta}(\lambda_n, x) = C_{n,2C} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{mn,2C} \left(b_{1y,m} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + b_{2y,m} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) \tag{J.3}$$

Yukarıdaki adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için x yönünde iki adet sınır şartına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınır şartları J.2 denklemi ile belirtilen x yönündeki sınır şartlarıdır. Fakat enerji denklemine integral dönüşüm metodu uygulandığından sınır şartlarının integral dönüşüm metoduna göre yeniden düzenlemesi gerekmektedir. J.2 denklemi ile gösterilen sınır şartlarından x yönündeki iki adet sınır şartına integral dönüşüm metodu uygulandığında J.3 adi diferansiyel denklemin çözülebilmesi için gerekli olan sınır şartlarını bulunmuş olur. Yeniden düzenlenmiş sınır şartları aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, 0) = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s}{\lambda_n \cdot (1 + \lambda_n^2)} \quad (\text{J.4})$$

$$\left. \frac{d\bar{\theta}(\lambda_n, x)}{dx} \right|_{x=1} = 0 \quad (\text{J.5})$$

J.3 denklemi ile gösterilen adi diferansiyel denklem yukarıda gösterilen sınır şartları dikkate alınarak çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\bar{\theta}(\lambda_n, x) = c_{1,2C} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,2C} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,2C} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + c_{4m,2C} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,2C} \quad (\text{J.6})$$

Yukarıda elde edilen fonksiyon F.6 (integral ters dönüşüm formülü) denkleminde yerine konulup düzenleme yapılırsa $\theta(x, y)$ fonksiyonunu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} K(\lambda_n, y) \cdot \left[c_{1,2C} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,2C} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,2C} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + c_{4m,2C} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,2C} \right] \quad (\text{J.7})$$

Yukarıda elde edilen ifadede Kernel fonksiyonu yerine yazıldıktan sonra 9.2 denklemi ile gösterilen değişken dönüşümünü kullanılarak $\hat{T}(x, y)$ fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}(x, y) = \left[\hat{T}_s \cdot \left(\frac{e^{y-\gamma} + e^{\gamma-y}}{e^\gamma + e^{-\gamma}} \right) + \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n \cdot y) \cdot \left[c_{1,2C} \cdot e^{\lambda_n \cdot x} + c_{2,2C} \cdot e^{-\lambda_n \cdot x} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} c_{3m,2C} \cdot e^{\mu_m \cdot x} + c_{4m,2C} \cdot e^{-\mu_m \cdot x} \right) - c_{5,2C} \right] \right] \quad (\text{J.8})$$

Yukarıda elde edilen ifadede tek bilinmeyen terim $\hat{T}_s$ ile gösterilen boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı ifadesidir. Bu ifadenin bulunması ile mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımı tümüyle bulunmuş olunacaktır.

Boyutsuz Ortalama Kayma Sıcaklığının Bulunması;

2C sınır şartı için mikrokanalın alt ve sol yan duvarları sabit sıcaklıkta ısı geçişi sınır şartına sahipken üst ve sağ yan duvarları yalıtımlı haldedir. Bu nedenden ötürü alt ve sol yan duvarlar için lokal kayma sıcaklığını veren ifadelerin, bulunduğu duvar boyunca integre edilmesi ve alt ve sol yan duvarların boyutsuz uzunlukları toplamına bölünmesi ile 2C sınır şartı için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı elde edilmiş olur. Aşağıda 2C sınır şartı için boyutsuz kayma sıcaklığını veren ifade gösterilmektedir.

$$\hat{T}_s = \frac{\int_0^1 \hat{T}_s(x, 0) \cdot dx + \int_0^\gamma \hat{T}_s(0, y) \cdot dy}{1 + \gamma} \quad (\text{J.9})$$

Yukarıdaki ifadede integrallerin içinde yer alan lokal kayma sıcaklık ifadeleri aşağıda gösterildiği şekilde yazılır.

$$\hat{T}_s(x, 0) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right|_{y=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right|_{y=0} \quad (\text{J.10})$$

$$\hat{T}_s(0, y) = \hat{T}_w + B_1 \left. \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right|_{x=0} + B_2 \left. \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} \right|_{x=0} \quad (\text{J.11})$$

Yukarıdaki ifadede yer alan türevler, 2C sınır şartı hali için elde edilen ve denklem J.8 ile gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılımı ifadesi yardımı ile bulunacaktır. Yukarıdaki ifadede yer alan türevlerin hesaplanmasından sonra J.10 ve J.11 denklemleri, J.9 denkleminde yerlerine yazılıp gerekli işlemler yapıldığında $\hat{T}_s$ (boyutsuz ortalama kayma sıcaklığı) ifadesini aşağıda gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\hat{T}_s = \frac{(1+\gamma) \cdot \hat{T}_w + B_1 \cdot (S_{1,2C} + I_{1,2C}) - B_2 \cdot I_{2,2C}}{\left[(1+\gamma) - B_1 \cdot \left(-\frac{(e^\gamma - e^{-\gamma})}{e^\gamma + e^{-\gamma}} + S_{2,2C} \right) - B_2 \right]} \quad (\text{J.12})$$

Boyutsuz Yığın Sıcaklığın Bulunması;

2C sınır şartı hali için boyutsuz ortalama kayma sıcaklığının bulunması ile J.8 denklemi ile gösterilen mikrokanal içindeki boyutsuz sıcaklık dağılımını veren ifade tümüyle elde edilmiştir.

Yığın sıcaklığının hesaplanması için ise 9.74 denklemi ile verilen ifade kullanılacaktır. 9.74 ile ifade edilen yığın sıcaklık denkleminde J.8 ve 5.43 denklemleri yerlerine yazılıp düzenlemeler yapılırsa aşağıda gösterilen 2C sınır şartı için elde edilmiş yığın sıcaklık ifadesini bulmuş olunur.

$$\hat{T}_b = \frac{1}{\gamma} \cdot [I_{3,2C} + I_{4,2C} + I_{5,2C} + I_{6,2C}] \quad (\text{J.13})$$

Ortalama Nusselt Sayısının (Nu) Bulunması;

Şimdi sırada Nusselt sayısının hesaplanması gelmektedir. Nusselt sayısını veren ifade 9.103 denklemi ile gösterildiği şekildedir. Burada tek önemli husus $\hat{L}_h$ ifadesinin ısıl sınır şartına göre değişiklik göstermesidir. 1U sınır şartı için $\hat{L}_h$ terimi aşağıda gösterildiği şekildedir.

$$\hat{L}_h = 1 + \gamma \quad (\text{J.14})$$

Yukarıdaki hesaplamalarda yer alan bütün terimlerin açık hali aşağıda gösterilmektedir.

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad , \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (\text{J.15})$$

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{(a+b)} \quad (\text{J.16})$$

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (\text{J.17})$$

$$G = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{J.18})$$

$$\mu_n = \frac{n \cdot \pi}{\gamma} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.19})$$

$$\mu_m = \frac{m \cdot \pi}{\gamma} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.20})$$

$$\mu_j = \frac{j \cdot \pi}{\gamma} \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.21})$$

$$\mu_{2n-1} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{\gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.22})$$

$$\lambda_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2 \cdot \gamma} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.23})$$

$$E_n = \left(-(-1)^n + 1 \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.24})$$

$$E_m = \left(-(-1)^m + 1 \right) \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.25})$$

$$E_j = \left(-(-1)^j + 1 \right) \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{J.26})$$

$$S_{a1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \tanh(\mu_{2n-1}/2) - \mu_{2n-1}}{\mu_{2n-1}^5} \quad (\text{J.27})$$

$$S_{a2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{2n-1}^2 \cdot (1 + \mu_{2n-1}^2)} \quad (\text{J.28})$$

$$P = \frac{1}{8 \cdot S_{1a}} \cdot \left[\gamma^2 - \hat{u}_s \cdot \left(\frac{2 \cdot (e^\gamma - 1) \cdot \gamma}{1 + e^\gamma} + 8 \cdot S_{2a} \right) \right] \quad (\text{J.29})$$

$$A_{ny} = E_n \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_n} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_n}{1 + \mu_n^2} \right) \quad (\text{J.30})$$

$$B_{ny} = \frac{P \cdot E_n}{\mu_n^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{J.31})$$

$$b_{1y} = B_{ny} \cdot \frac{-e^{-\mu_n} + 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{J.32})$$

$$b_{2y} = B_{ny} \cdot \frac{e^{\mu_n} - 1}{e^{\mu_n} - e^{-\mu_n}} \quad (\text{J.33})$$

$$b_{3y} = \frac{A_{ny}}{\mu_n^2} \quad (\text{J.34})$$

$$A_{my} = E_m \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_m} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_m}{1 + \mu_m^2} \right) \quad (\text{J.35})$$

$$B_{my} = \frac{P \cdot E_m}{\mu_m^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{J.36})$$

$$b_{1y,m} = B_{my} \cdot \frac{-e^{-\mu_m} + 1}{e^{\mu_m} - e^{-\mu_m}} \quad (\text{J.37})$$

$$b_{2y,m} = B_{my} \cdot \frac{e^{\mu_m} - 1}{e^{\mu_m} - e^{-\mu_m}} \quad (\text{J.38})$$

$$b_{3y,m} = \frac{A_{my}}{\mu_m^2} \quad (\text{J.39})$$

$$A_{jy} = E_j \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P}{\mu_j} - \frac{\hat{u}_s \cdot \mu_j}{1 + \mu_j^2} \right) \quad (\text{J.40})$$

$$B_{jy} = \frac{P \cdot E_j}{\mu_j^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{J.41})$$

$$b_{1y,j} = B_{jy} \cdot \frac{-e^{-\mu_j} + 1}{e^{\mu_j} - e^{-\mu_j}} \quad (\text{J.42})$$

$$b_{2y,j} = B_{jy} \cdot \frac{e^{\mu_j} - 1}{e^{\mu_j} - e^{-\mu_j}} \quad (\text{J.43})$$

$$b_{3y,j} = \frac{A_{jy}}{\mu_j^2} \quad (\text{J.44})$$

$$I_{mn,2C} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{m+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_m - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_m + \lambda_n)} \right] \quad (\text{J.45})$$

$$I_{jn,2C} = \frac{1}{2} \cdot (-1)^{j+n} \cdot \left[\frac{1}{(\mu_j - \lambda_n)} + \frac{1}{(\mu_j + \lambda_n)} \right] \quad (\text{J.46})$$

$$C_{mn,2C} = \frac{2 \cdot G \cdot I_{mn,2C}}{\gamma} \quad (\text{J.47})$$

$$C_{jn,2C} = \frac{2 \cdot G \cdot I_{jn,2C}}{\gamma} \quad (\text{J.48})$$

$$C_{n,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{G \cdot \hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot \frac{\left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right]}{1 + \lambda_n^2} - \frac{2 \cdot G}{\gamma} \cdot \left(\sum_{m=1}^{\infty} (b_{3y,m} \cdot I_{mn,2C}) \right) - \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s \cdot \lambda_n}{1 + \lambda_n^2} \quad (\text{J.49})$$

$$D_{n,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{\hat{T}_s}{\lambda_n \cdot (1 + \lambda_n^2)} + \frac{C_{n,2C}}{\lambda_n^2} \quad (\text{J.50})$$

$$c_{1,2C} = \frac{e^{-\lambda_n}}{(e^{\lambda_n} + e^{-\lambda_n})} \cdot \left[D_{n,2C} - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} + c_{4m,2C}) \right] - \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \mu_m \cdot (c_{3m,2C} \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,2C} \cdot e^{-\mu_m})}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n} + e^{-\lambda_n})} \quad (\text{J.51})$$

$$c_{2,2C} = \frac{e^{\lambda_n}}{(e^{\lambda_n} + e^{-\lambda_n})} \cdot \left[D_{n,2C} - \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} + c_{4m,2C}) \right] + \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \mu_m \cdot (c_{3m,2C} \cdot e^{\mu_m} - c_{4m,2C} \cdot e^{-\mu_m})}{\lambda_n \cdot (e^{\lambda_n} + e^{-\lambda_n})} \quad (\text{J.52})$$

$$c_{3m,2C} = \frac{C_{mn,2C} \cdot b_{1y,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{J.53})$$

$$c_{4m,2C} = \frac{C_{mn,2C} \cdot b_{2y,m}}{\mu_m^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{J.54})$$

$$c_{3j,2C} = \frac{C_{jn,2C} \cdot b_{1y,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{J.55})$$

$$c_{4j,2C} = \frac{C_{jn,2C} \cdot b_{2y,j}}{\mu_j^2 - \lambda_n^2} \quad (\text{J.56})$$

$$c_{5,2C} = \frac{C_{n,2C}}{\lambda_n^2} \quad (\text{J.57})$$

$$c_{6,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{G \cdot \hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot \frac{1}{1 + \lambda_n^2} \cdot \frac{\left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right]}{\lambda_n^2} -$$

$$\frac{1}{\lambda_n^2} \cdot \frac{2 \cdot G}{\gamma} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (b_{3y,m} \cdot I_{mn,2C}) \quad (\text{J.58})$$

$$c_{7,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \frac{1}{\lambda_n \cdot (1 + \lambda_n^2)} \quad (\text{J.59})$$

$$B_1 = \left(\frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot R}{1 + R} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 + \gamma} \right) \cdot \frac{Kn}{Pr} \quad (\text{J.60})$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{Kn \cdot \gamma}{1 + \gamma} \quad (\text{J.61})$$

$$d_{1,1U} = \frac{(e^{\lambda_n} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{J.62})$$

$$d_{2,1U} = -\frac{(e^{-\lambda_n} - 1)}{\lambda_n} \quad (\text{J.63})$$

$$d_{3,1U} = \frac{(e^{\mu_m} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{J.64})$$

$$d_{4,1U} = -\frac{(e^{-\mu_m} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{J.65})$$

$$d_{5,1U} = \frac{(e^{\mu_m + \lambda_n} - 1)}{\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{J.66})$$

$$d_{6,1U} = \frac{(e^{\mu_m - \lambda_n} - 1)}{\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{J.67})$$

$$d_{7,1U} = \frac{(e^{\mu_m + \mu_j} - 1)}{\mu_m + \mu_j} \quad (\text{J.68})$$

$$d_{8,1U} = \frac{(e^{\mu_m - \mu_j} - 1)}{\mu_m - \mu_j} \quad (\text{J.69})$$

$$d_{9,1U} = \frac{(e^{\mu_m} - 1)}{\mu_m} \quad (\text{J.70})$$

$$d_{10,1U} = \frac{(e^{-\mu_m + \lambda_n} - 1)}{-\mu_m + \lambda_n} \quad (\text{J.71})$$

$$d_{11,1U} = \frac{(e^{-\mu_m - \lambda_n} - 1)}{-\mu_m - \lambda_n} \quad (\text{J.72})$$

$$d_{12,1U} = \frac{(e^{-\mu_m + \mu_j} - 1)}{-\mu_m + \mu_j} \quad (\text{J.73})$$

$$d_{13,1U} = \frac{(e^{-\mu_m - \mu_j} - 1)}{-\mu_m - \mu_j} \quad (\text{J.74})$$

$$d_{14,1U} = \frac{(e^{-\mu_m} - 1)}{-\mu_m} \quad (\text{J.75})$$

$$S_{1,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot \left[\left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} \cdot d_{3,2C} + c_{4m,2C} \cdot d_{4,2C}) \right) - c_{6,2C} \right] \quad (\text{J.76})$$

$$S_{2,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cdot c_{7,2C} \quad (\text{J.77})$$

$$I_{1,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \cdot \left[c_{1,2C} \cdot \lambda_n - c_{2,2C} \cdot \lambda_n + \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} \cdot \mu_m - c_{4m,2C} \cdot \mu_m) \right] \quad (\text{J.78})$$

$$I_{2,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \cdot \left[c_{1,2C} \cdot \lambda_n^2 + c_{2,2C} \cdot \lambda_n^2 + \sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} \cdot \mu_m^2 + c_{4m,2C} \cdot \mu_m^2) \right] \quad (\text{J.79})$$

$$I_{3,2C} = \frac{\hat{u}_s \cdot \hat{T}_s \cdot (e^\gamma + 2 \cdot \gamma - e^{-\gamma})}{2 \cdot (e^\gamma + e^{-\gamma})} \quad (\text{J.80})$$

$$I_{4,2C} = \frac{\hat{u}_s}{1 + e^\gamma} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} [I_{4a,2C} \cdot I_{4b,2C}] \quad (\text{J.81})$$

$$I_{4a,2C} = \frac{1}{1 + \lambda_n^2} \cdot \left[(e^\gamma - 1) \cdot (-1)^{n-1} + (e^\gamma + 1) \cdot \lambda_n \right] \quad (\text{J.82})$$

$$I_{4b,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left[c_{1,2C} \cdot d_{1,2C} + c_{2,2C} \cdot d_{2,2C} + \left(\sum_{m=1}^{\infty} (c_{3m,2C} \cdot d_{3,2C} + c_{4m,2C} \cdot d_{4,2C}) \right) - c_{5,2C} \right] \quad (\text{J.83})$$

$$I_{5,2C} = \sum_{n=1}^{\infty} [I_{5a,2C} \cdot I_{5b,2C}] \quad (\text{J.84})$$

$$I_{5a,2C} = \frac{\mu_n \cdot \hat{T}_s}{1 + \mu_n^2} \cdot \left[-\frac{2 \cdot (-1)^n}{e^\gamma + e^{-\gamma}} + 1 \right] \quad (\text{J.85})$$

$$I_{5b,2C} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot (b_{1y} \cdot d_{1,2C} + b_{2y} \cdot d_{2,2C} - b_{3y}) \quad (\text{J.86})$$

$$I_{6,2C} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [I_{mn,2C} \cdot I_{6a,2C}] \quad (\text{J.87})$$

$$I_{6a,2C} = \frac{2}{\gamma} \cdot I_{6b,2C} - \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \cdot b_{3y,m} \cdot I_{4b,2C} \quad (\text{J.88})$$

$$I_{6b,2C} = \left[\begin{aligned} & b_{1x,m} \cdot c_{1,2C} \cdot d_{5,2C} + b_{1x,m} \cdot c_{2,2C} \cdot d_{6,2C} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{1x,m} \cdot c_{3j,2C} \cdot d_{7,2C} + b_{1x,m} \cdot c_{4j,2C} \cdot d_{8,2C}) \right) - \\ & b_{1x,m} \cdot c_{5,2C} \cdot d_{9,2C} + b_{2x,m} \cdot c_{1,2C} \cdot d_{10,2C} + b_{2x,m} \cdot c_{2,2C} \cdot d_{11,2C} + \\ & \left(\sum_{j=1}^{\infty} (b_{2x,m} \cdot c_{3j,2C} \cdot d_{12,2C} + b_{2x,m} \cdot c_{4j,2C} \cdot d_{13,2C}) \right) - b_{2x,m} \cdot c_{5,2C} \cdot d_{14,2C} \end{aligned} \right] \quad (\text{J.89})$$

ÖZGEÇMİŞ

Cem Dolu, 1980 yılında İstanbul’da doğdu. Ressam Şevket Dağ İlköğretim okulunu bitirdikten sonra ortaokulu Doktor Sait Darga İlköğretim okulunda okudu. Lise eğitimini Haydarapaşa Anadolu Lisesi’nde tamamladı. 2004 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği bölümünden mezun oldu. 2005 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi’nde Termodinamik ve Isı Tekniği Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. 2007 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Isı-Akışkan Yüksek Lisans programından mezun oldu. Halen İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi’nde Termodinamik ve Isı Tekniği Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.