

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ASMA KÖPRÜLER VE TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Ali SARI

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :17 Ocak 1997

Tezin Savunulduğu Tarih :03 Şubat 1997

Tez Danışmanı : Doç. Dr. A.Necmettin GÜNDÜZ

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Nahit KUMBASAR
Prof. Dr. Zekai CELEP

OCAK 1997

ÖNSÖZ

Ülkemizde asma köprüler konusunda yeterli çalışmaların yapılmadığına dair görüşüm bu çalışmayı yapmaktaki en büyük etkidir. Burada yapılan çalışma özellikle önemli olan titreşimler ve bu konuya taban oluşturan kablo ve köprü tabliyesi statığı ile ilgili bazı ana konulardan ibarettir.

Bu konuda tez çalışması yapmamı bana öneren ve tez çalışmamı yürütüp, bitirebilmemde çok önemli katkıları olan Sayın Hocam Doç. Dr. A. Necmettin Gündüz'e teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmamda bana gerekli kolaylıkları sağlayan T.Ü. Çorlu Mühendislik Fakültesi Dekanı Sayın Prof. Dr. H. Mete Şen'e ve İnş. Mühendisliği Bölüm Başkanı Sayın Prof. Dr. Abdurrahman Güner'e ve bana yardımlarını esirgemeyen Araştırma Görevlisi arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Ocak 1997

ALİ SARI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	xiii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
BÖLÜM 1. KÖPRÜNÜN BÖLÜMLERİ	1
1.1. Kablolar	2
1.2. Askılar	3
1.3. Kule Üzerinde Kablo Mesnet Semerleri	3
1.4. Tabliye	4
1.5. Kuleler	4
1.6. Ankraj Kütleleri	6
BÖLÜM 2. ASMA KÖPRÜ KABLO HESAPLARI	7
2.1. Basit Kablo	7
2.1.1. Parabolik Kablo	7
2.1.2. Heterojen Kablo	11
2.1.3. Kablo Şekillerinin Karşılaştırılması	12
2.1.4. Kablonun Uzaması ve Deformasyonu	12
2.2. Dış Yükler Altında Basit Kablo	14
2.2.1. Tekil Yük	15
2.2.1.1. Tekil Yük İçin Özel Durumlar	20
2.2.2. Merkezi Yerleştirilen Kısa Boyda Yayılı Yük	22
2.2.3. Açıklığın Bir Kenarında Kısa Boyda Yayılı Yük	25
2.3. Rankine Teorisi	27
2.3.1. İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	28
2.3.2. Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	29
2.3.3. Üniform Yayılı Yüklü İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	30
2.3.4. Tekil Yük Etkisinde Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi	32
2.3.5. Üniform Yayılı Yükle Yüklü Üç Mafsallı rijitlik Kirişi	34
2.4. Elastik Teori	36
2.4.1. Tekil Yük Altında Tek Açıklık Köprüde İki Mafsallı Kiriş	37
2.4.2. Elastik Teorinin q Kablo Yüğü Cinsinden İncelenmesi	41
2.4.3. Kiriş Düşey Yerdeğiştirmeleri	42
2.4.4. Sıcaklık Etkisi	44

2.5. Defleksiyon Teorisi	45
2.5.1. Temel Denklemler	46
2.5.2. Uniform Yük Durumu	49
2.6. Lineerleştirilmiş Defleksiyon Teorisi	51
2.6.1. Gergi Kirişi Analogisi Metodu	52
BÖLÜM 3. ASMA KÖPRÜLERDE DOĞAL FREKANS DEĞERLERİNİN İNCELENMESİ	56
3.1. Asma Köprülerin Doğal Frekansları ve Modları	56
3.1.1. Basit Kablo	56
3.1.2. Eğilmeye Çalışan Köprü	62
3.1.3. Burulmaya Çalışan Köprü	65
BÖLÜM 4. BOĞAZIÇI KÖPRÜSÜNÜN ÇEVRESEL ETKİLERDEN OLUŞAN TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI	68
4.1. Titreşim Araştırmaları İçin Uygulanan Test Programı	68
4.2. Titreşim Araştırmaları için Veriler	69
4.3. Ölçülen ve Teorik Düşey Mod Değerlerinin Karşılaştırılması	80
BÖLÜM 5. FATİH SULTAN MEHMET KÖPRÜSÜNÜN ÇEVRESEL ETKİLERDEN OLUŞAN TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI	89
5.1. Titreşim Araştırmaları İçin Matematik Modelleme	89
5.2. Titreşim Araştırmaları İçin Uygulanan Test Programı	90
5.3. Titreşim Araştırmaları İçin Veri Analizi	91
BÖLÜM 6. ASMA KÖPRÜLERİN YANAL RÜZGAR ETKİSİNDE TİTREŞİMLERİ	106
6.1. Statik Etkiler	106
6.2. Titreşimleri Genel Karakteri	107
6.3. Eğilme Titreşimleri	110
6.4. Burulma Titreşimleri	111
6.5. Birleşik Titreşimleri	112
BÖLÜM 7. GENEL DEĞERLENDİRMELER, KARŞILAŞTIRMALAR, ELDE EDİLEN SONUÇLAR	116
7. 1. Basit Kablo ve Kirişte Düşey Doğal Frekans Değerlerinin Bulunması	116
7.1.1. Sonuçların Değerlendirilmesi ve Karşılaştırılması	125
7.2. Köprüde Farklı Durumlar İçin Frekans Değerlerinin Elde Edilişi	127
7.2.1. Hareketli Yük Altında Düşey Frekans Değerlerinin Elde Edilmesi	127

7.2.1.1. Sonuçların Değerlendirilmesi ve Karşılaştırılması	129
7.2.2. Köprünün Harmonik Hareket Davranışı İçin Frekans Değerlerinin Elde Edilişi	130
7.2.3. Hareketli P yükü Altında Köprü Frekans Değerlerinin Elde Edilişi	132
7.2.4. Pugsley, Bleich ve Rocard'ın Frekans Denklemlerinin Değerlendirilmesi ve Karşılaştırmalar	135
7.3. Bilgisayar Programı Yardımıyla Boğaziçi Köprüsü Frekans Değerlerinin ve Mod Şekillerinin Bulunması	139
VII.3.1. Sonuçların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi	140
7.4. Üç Boyutlu Boğaziçi Köprüsü Modeli Kullanılarak Frekans Değerleri ve Mod Şekillerinin Bulunması	152
7.4.1. Sonuçların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi	154
KAYNAKLAR	167
ÖZGEÇMİŞ	168



SEMBOL LİSTESİ

A	: İntegral sabiti
B, b	: Tabliyenin genişliği
c	: Zincir eğrisi sabiti
C_1, C_2	: İntegrasyon sabitleri
$C_{i1}, \dots, C_{i4}$	: İntegrasyon sabitleri
d	: Kablonun sehim miktarı
D	: Tabliye derinliği
E	: Köprü tabliyesinin elastisite modülü
E_c	: Kablo elastisite modülü
F_c	: Kablo enkesit alanı
g	: Köprüde toplam ölü yük
h	: Dış yük etkisiyle oluşan ek çekme kuvveti
H	: Kabloda çekme kuvvetinin yatay bileşeni
I	: Köprü tabliyesinin atalet momenti
k_d	: Atalet yarıçapı
l	: Kablo boyu

L	: Açıklık uzunluğu
m	: Kablo birim boyu kütlesi
η	: Doğal frekans değerleri
p	: Yayılı dış yük
P	: Tekil yük
q	: Askı çubuklarının taşıdığı uniform yayılı yük
s	: Kablo yayı uzunluğu
T	: Kablonun her hangi bir noktasındaki çekme kuvveti
T_i	: i.mod peryod değerleri
v	: Dış yük etkisiyle oluşan sehim
w	: Asılı kısımda metretüle gelen ölü yük
w_i	: i.mod için açısal frekans değerleri
w_c	: Bir kablounun birim boy ağırlığı
g	: Kablo yoğunluğu
μ	: Kirişteki eğilme momenti değeri
ψ	: Kabloda verilen noktanın eğimi
γ	: Yerçekimi ivmesi

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>SAYFA NO</u>
Şekil 1.1. Bir Asma Köprünün Genel Görünüşü	1
Şekil 1.2. Kablo Detayı	2
Şekil 1.3. Bir Asma Köprüde Kabloların Genel Görünüşü	2
Şekil 1.4. Bir Asma Köprünün Bölümleri	3
Şekil 1.5. Tabliye Genel Görünüşü	4
Şekil 1.6. Tabliye Detayı	5
Şekil 1.7. Kulelerdeki Semer Detayı	5
Şekil 2.1. Parabolik Kablo	7
Şekil 2.2. Parabolik Kablo Parçası	10
Şekil 2.3. Tekil Yük Altında Kablo	15
Şekil 2.4. Kablo Boyu Uzaması	18
Şekil 2.5. Merkeze Yerleştirilen Kısa Boyda Yayılı Yük Altında Kablo	22
Şekil 2.6. Açıklığın Bir Kenarında Kısa Boyda Yayılı Yük	25
Şekil 2.7. İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	28
Şekil 2.8. Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	29
Şekil 2.9. Birim Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi	29

Şekil 2.10. Tekil Yük Altında Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi	32
Şekil 2.11. Birim Tekil Yük Altında Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi	37
Şekil 2.12. Tekil Yük Altında Tek Açıklıklı Köprüde İki Mafsallı Kiriş	42
Şekil 2.13. Teoriler İçin $v - p/w$ Eğrileri	51
Şekil 2.14. Gergi Analojisi Metodunda P Tekil Yüğü Altında Köprü	53
Şekil 2.15. (h), (v) ve Moment Tesir Çizgisi Diyagramları	55
Şekil 3.1. Eğim - λ_i/π Diyagramı	62
Şekil 4.1. Boğaziçi Köprüsü	69
Şekil 4.2. İki Boyutlu Sonlu Eleman Ağı ve Ölçüm İstasyonları	70
Şekil 4.3. Ölçme, Kayıt ve Analiz Araçları	70
Şekil 4.4. Ana Açıklık Düşey İvme Cevabı	72
Şekil 4.5a. Ana açıklık Düşey İvme Cevabı	73
Şekil 4.5b. Ana Açıklık burulma İvme Cevabı	73
Şekil 4.6. Ana Açıklık Yatay İvme Cevabı	76
Şekil 4.7a. Asya Kulesi Boyuna İvme Cevabı Toplamı	77
Şekil 4.7b. Asya Kulesi Boyuna İvme Cevabı Farkı	78
Şekil 4.8. Asya Kulesi Yatay İvme Cevabı	79
Şekil 4.9. Ölçülen ve Hesaplanan İlk Beş Tabliye Düşey Modlarının Karşılaştırılması	81
Şekil 4.10. Ölçülen ve Hesaplanan İlk Beş Tabliye Yatay Modlarının Karşılaştırılması	84

Şekil 4.11. Ölçülen ve Hesaplanan burulma Modlarının Karşılaştırılması	86
Şekil 4.12a. Yatay ve Burulma Tabliye modları için Sönüm - Frekans Diyagramı	87
Şekil 4.12b. Düşey Tabliye Modları İçin Sönüm - Frekans Diyagramı	88
Şekil 5.1. Çevresel Etkilerden Oluşan Titreşim Araştırmaları: Ölçüm Kayıt Aletleri, Ölçüm Noktaları	90
Şekil 5.2a. Başlangıç Noktasındaki Düşey Cevap	92
Şekil 5.2b. Başlangıç Noktasındaki Burulma Cevabı	93
Şekil 5.3. Teorik ve Deneysel Düşey Tabliye Modları	93
Şekil 5.4. Teorik ve Deneysel Tabliye Burulma Modları	94
Şekil 5.5. Açıklık Ortasında Yatay Tabliye İvmesi Spektrum Şiddeti	96
Şekil 5.6. Deneysel Yatay Tabliye Mod Şekilleri	98
Şekil 5.7a. Avrupa Kulesi Tepesinde Saf Boyuna İvme Spektrum Şiddeti	99
Şekil 5.7b. Avrupa Kulesi Tepesinde Burulma İvme Spektrum Şiddeti	99
Şekil 5.8. Deneysel Boyuna Kule Mod Şekilleri	100
Şekil 5.9. Avrupa Kulesi tepesinde Yatay İvme Spektrum Şiddeti	101
Şekil 5.10. Deneysel Yatay Kule Mod Şekilleri	102
Şekil 5.11a. Açıklık Ortası Ana Kablo Düşey Spektrum Şiddeti	104
Şekil 5.11b. Açıklık Ortası Ana Kablo Yatay Spektrum Şiddeti	104
Şekil 5.11c. Açıklık Orsatı Ana Kablo Yatay Yatay Kablo ve Tabliye İvmeleri Arası Bağını	104
Şekil 5.12. Boyuna Askı Çubuğu Cevabı Spektrum Şiddeti	105

Şekil 6.1. İnce Kanat Enkesitli Tabliyede Hava Akımı Çizgileri	108
Şekil 6.2. Plak Kiriş Etrafında Hava Akımı Çizgileri	109
Şekil 6.3. Her İki Yanı Plak Kirişli Tabliyede Hava Akımı Çizgileri	109
Şekil 6.4. Eğim - k katsayısı Diyagramı	114
Şekil 7.1. Basit Kiriş ve Kesit Etkileri	116
Şekil 7.2. Basit Kiriş Problemi	118
Şekil 7.3. Basit Kirişte Mod Şekilleri	120
Şekil 7.4. Çekme Kuvveti Etkisinde Basit Kiriş	120
Şekil 7.5. Basit Kablo	122
Şekil 7.6. Basit Kablo Mod Şekilleri	125
Şekil 7.7. Hareketli P yükü Altında Köprü	132
Şekil 7.8. Boğaziçi Köprüsü Sonlu Elemanlar Ağı	139
Şekil 7.9. Boğaziçi Köprüsü 1. Düşey Mod Şekli	142
Şekil 7.10. Boğaziçi Köprüsü 2. Düşey Mod Şekli	143
Şekil 7.11. Boğaziçi Köprüsü 3. Düşey Mod Şekli	144
Şekil 7.12. Boğaziçi Köprüsü 4. Düşey Mod Şekli	145
Şekil 7.13. Boğaziçi Köprüsü 5. Düşey Mod Şekli	146
Şekil 7.14. Boğaziçi Köprüsü 6. Düşey Mod Şekli	147
Şekil 7.15. Boğaziçi Köprüsü 7. Düşey Mod Şekli	148
Şekil 7.16. Boğaziçi Köprüsü 8. Düşey Mod Şekli	149

Şekil 7.17. Boğaziçi Köprüsü 9. Düşey Mod Şekli	150
Şekil 7.18. Boğaziçi Köprüsü 10. Düşey Mod Şekli	151
Şekil 7.19. Boğaziçi Köprüsü 3.Boyutlu Sonlu Elemanlar Ağı	152
Şekil 7.20. Boğaziçi Köprüsü 1. Düşey Mod Şekli	156
Şekil 7.21. Boğaziçi Köprüsü 1. Yatay Mod Şekli	157
Şekil 7.22. Boğaziçi Köprüsü 2. Düşey Mod Şekli	158
Şekil 7.23. Boğaziçi Köprüsü 3. Düşey Mod Şekli	159
Şekil 7.24. Boğaziçi Köprüsü 4. Düşey Mod Şekli	160
Şekil 7.25. Boğaziçi Köprüsü 5. Düşey Mod Şekli	161
Şekil 7.26. Boğaziçi Köprüsü 6. Burulma Mod Şekli	162
Şekil 7.27. Boğaziçi Köprüsü 7. Yatay Mod Şekli	163
Şekil 7.28. Boğaziçi Köprüsü 8. Düşey Mod Şekli	164
Şekil 7.29. Boğaziçi Köprüsü 9. Düşey Mod Şekli	165
Şekil 7.30. Boğaziçi Köprüsü 10. Burulma Mod Şekli	166

TABLO LİSTESİ

	<u>SAYFA NO</u>
Tablo 2.1. Düşey yerdeğiştirme - yükleme oranı	25
Tablo 2.2. F noktasındaki düşey yerdeğiştirme yükleme oranı	27
Tablo 4.1. Ana açıklıkta ölçülen düşey modlar	74
Tablo 4.2. Ana açıklıkta ölçülen yatay modlar	75
Tablo 4.3. Asya Kulesinin ölçülmüş boyuna modları	77
Tablo 4.4. Asya kulesinin ölçülmüş yatay modları	79
Tablo 4.5. Düşey modlar için hesaplanan ve ölçülen mod değerlerinin karşılaştırılması	80
Tablo 4.6. Yatay modlar için ölçülen ve hesaplanan frekansların karşılaştırılması	83
Tablo 4.7. Burulma modları için ölçülen ve hesaplanan frekansların karşılaştırılması	85
Tablo 5.1. Düşey tabliye modları	95
Tablo 5.2. Tabliye burulma modları	96
Tablo 5.3. Yatay tabliye modları	97
Tablo 5.4. Yatay kule modları	101
Tablo 5.5. Yatay kablo modları	103

Tablo 7.1.	Basit kiriş ve basit kablo frekans değerleri ile ölçülen frekans değerlerinin karşılaştırılması	126
Tablo 7.2.	Hareketli yük durumu için hesaplanan düşey frekans değerleri ile ölçülen frekans değerlerinin karşılaştırılması	130
Tablo 7.3.	Harmonik hareket için hesaplanan frekans değerleri ile ölçülen frekans değerlerinin karşılaştırılması	132
Tablo 7.4.	Formüllerden hesaplanan frekans değerleri ile ölçülen frekans değerlerinin karşılaştırılması	136
Tablo 7.5.	Hesaplanan burulma frekansları ile Tablo IV.7. verilen teorik frekans değerlerinin karşılaştırılması	138
Tablo 7.6.	İki boyutlu sonlu elemanlar modeli ile hesaplanan Boğaziçi Köprüsü frekansları ve peryodları	140
Tablo 7.7.	Ölçülen frekans değerleri ile sonlu eleman modeli yardımıyla hesaplanan frekans değerlerinin karşılaştırılması	140
Tablo 7.8.	3. Boyutlu sonlu elemanlar modeli ile hesaplanan Boğaziçi Köprüsü frekanslar ve peryodları	153
Tablo 7.9.	Ölçülen frekans değeri ile 3 boyutlu sonlu elemanlar modeli ile hesaplanan frekansların karşılaştırılması	154

ÖZET

Bu tez çalışmasında, asma köprülerle ilgili genel bilgiler verilmiş ve bu bilgiler ışığında asma köprülerin hesabında kullanılan teorilerden bahsedilmiş ve tezin asıl çalışma alanı asma köprülerin doğal frekans değerlerinin elde edilme yöntemleri olmuştur.

Çalışmanın 1.Bölümünde bir asma köprüyü oluşturan kablolar, askılar, mesnet semerleri, tabliye, kuleler ve ankraj kütleleri hakkında genel bilgiler verilmiştir.

2. Bölümde ise asma köprülerde kablo hesaplarından bahsedilmiştir. Önce kablolar için en genel durum olan "basit kablo" konusu gözönüne alınıp, kablo şekilleri anlatılmıştır, sonra ise basit kablonun çeşitli yük durumları karşısında davranışı incelenmiştir. Asma köprü kablo hesaplarıyla ilgili olarak Rankine Teorisi, Elastik Teori, Defleksiyon Teorisi ve Lineerleştirilmiş Defleksiyon Teorileri konu edilerek, bu teorilerle ilgili formüller elde edilmiştir.

3. Bölümde ise sadece basit kablo için ve eğilmeye çalışan komple köprü için çeşitli bilim adamları tarafından elde edilen düşey frekans formülleri ve "Rocard" tarafından elde edilen burulmaya çalışan komple köprünün burulma frekans formülleri verilmiştir.

Ülkemizde bulunan Boğaziçi ve Fatih Sultan Mehmet Köprülerinin çevresel etkilerden oluşan titreşim araştırmaları 4. ve 5. Bölümde konu edilmiştir. bu bölümler iki köprünün mod şekilleri ve frekans değerleri ölçümlerinin nasıl yapıldığı ve bu ölçümlerden elde edilen değerlerin çeşitli değerlerle karşılaştırılması anlatılmıştır.

Asma köprülerin yanal rüzgar etkisinde salınımları ve bu etki nedeniyle oluşan burulma, eğilme ve birleşik titreşimler konuları 6.Bölümde işlenmiştir.

Son bölüm olan 7. Bölümde önce basit kirişi, basit kablo ve kablo çekme kuvvetinin yatay bileşeni için doğal düşey frekans formülleri ve bu formüllerin Boğaziçi Köprüsü için değerleri elde edilmiştir. Bu değerler Boğaziçi Köprüsü için 4.Bölümde elde edilen değerlerle karşılaştırılarak, değerlendirme yapılmıştır. Ayrıca denge denklemleri yardımıyla farklı durumlar için asma köprülerin doğal frekans formülleri bulunmuştur. Bilgisayar programları yardımıyla Boğaziçi Köprüsü'nün mod şekilleri ve frekans değerleri bulunup, karşılaştırma ve değerlendirme yapılmıştır.

SUMMARY

SUSPENSION BRIDGE AND VIBRATION SURVEY

In this thesis, some general knowledge about suspension bridges has been given and depending this knowledge, has been explained some theories that are used to solve suspension bridge problems. Main subject in this thesis is, investigations of natural frequencies and mode shapes of a suspension bridge.

In chapter 1, the parts of a suspension bridge (deck, cables, hangers, towers, anchorages, bearing saddles) has been explained. Main parts of a suspension bridge are cables, towers and deck. A deck of a suspension bridge should have been constructed either as all lattice girders or a box-girder. For long spans, stiffening girders are mostly constructed Pratt (N) or Warren (V) type. The towers of modern bridges are built up of external plates, riveted or welded together, or are built up of reinforced concrete.

Chapter 2 is devoted to the theories that are used to solve suspension bridge problems. Firstly "the simple cable" has been explained, a single cable suspended between two points is the simplest possible kind of suspension bridge. In this case, the initial problem is to determine the form adopted by the cable when loaded solely by its own weight to find the tension in the cable at any point along its length. These are also made for "the parabolic cable" and for "the heterogeneous cable". Beyond these the response of a simple cable under different loadings has been explained.

Rankine Theory is the first theory of the suspension bridge proper that is, a bridge comprising a roadway slung from suspension cables and stiffened in some measure by longitudinal girders at the road level. There are three basic assumptions in Rankine Theory. These are;

a) Under the dead loading on the bridge the cable is parabolic and stiffening girder is unstressed.

b) That any live loading applied to the girder is so distributed by it to the cable to carry a uniformly distributed loading across its whole span.

c) The total live load divided by the span.

Beyond these, in Chapter 2, the response of two pinned and three pinned girder under a uniform load and a single concentrated load has been discussed about Rankine Theory. The Elastic Theory is one of the theory is about suspension bridges which has only one really new feature when compared with the Rankine Theory. Assumptions are made in the Rankine Theory, also is excepted in the Elastic Theory. In place of third assumption of Rankine relating to the value of q , the uniform distributed loading acting on the cable, is made the assumption that q depends in magnitude upon the elastic stiffnes of the cable in tension and the stiffening girder in bending. In other words, the cable is treated as inverted elastic parabolic arch, under uniform loading, with a suspended a elastic beam. In this chapter, under the subject of Elastic Theory; examination of Elastic Theory in terms of the cable loading q , influence lines for bending moments and shear forces, girder deflections, temperature effects etc. has been explained.

In the Elastic Theory, bending moment is given as below;

$$M = \mu + h.y \quad (1)$$

In this formula, it was assumed that the deflection (v) of the girder was negligible compared with ordinates y of the initial shape but in the Deflection Theory, it is seen that the presence of v gives rise to a change M that, because of multiplier $(H + h)$. So M becomes;

$$M = M = \mu + h.y + (H + h) v \quad (2)$$

The fundamental equation of the Deflection Theory is given as below;

$$EI \frac{d^4 v}{dy^4} - (H + h) \frac{d^2 v}{dx^2} = p + h \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3)$$

In linearised Deflection theory, the horizontal tension h is neglected as it will be small compared with the initial tension H . So (2.132)

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p + h \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (4)$$

By using Tie Analogy method (4) has been rewritten as;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p - g \frac{h}{H} \quad (5)$$

Chapter 3 is devoted to the survey of natural frequencies of suspension bridges. Steinmann, Pugsley, Bleich have studies about the natural frequency of complete bridge in flexure. From the studies of Pugsley natural frequency formulas corresponding first and third modes of complete bridge in flexure are given as below

$$\eta_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - 3 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \sqrt{1 + 32\pi^2 R} \quad (6)$$

$$\eta_3 = \frac{2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - 0.7 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \sqrt{1 + 128\pi^2 R} \quad (7)$$

After Pugsley, Steinmann investigated the natural frequency formula corresponding second mode and for inextensible cable he had given this formula;

$$\eta_2 = \frac{1.43}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \sqrt{1 + 78.3\pi^2 R} \quad (8)$$

Bleich's work on this problem allowed for elastic extensibility of the cable and he had a solution which can be written as;

$$\eta_2 = \frac{1.45}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \sqrt{1 + 69.3\pi^2 R} \quad (9)$$

From work about complete bridge in torsion, Rocard gave an equation which is the torsional equivalent of the flexural equation and its solution gives for the circular frequency in torsion as below.

$$w_T^2 = \frac{b^2 \gamma}{4 \cdot k_d^2} \left(\frac{16\pi^4 EI}{w \cdot L^4} + \frac{\pi^2}{2d} \right) + \frac{2\pi^2 GI \cdot \gamma}{w \cdot k_d^2 \cdot L^2} \quad (10)$$

Chapter 4 is devoted to the ambient vibration survey of Bosphorus Suspension Bridge. Traffic and wind excitation has been used to obtain the dynamic characteristics of the first Bosphorus Suspension Bridge. Structural symmetry and the absence of suspended side-spans allowed attention to be focused on the main span and the Asian tower. In this chapter, vertical, torsional, lateral modes of main span and tower is given. Also a detailed comparison is given between measured modes and calculated modes which are obtained by three dimensional finite element model.

In Chapter 5, ambient vibration survey of the Fatih Sultan Mehmet Suspension Bridge is explained. The measurement methods of ambient accelerations due to dynamic excitation by wind and traffic are explained. Also obtained natural frequencies, mode shapes, damping ratios for vertical, lateral, torsional in the deck and tower are given in this chapter. Similar to Chapter 5, detailed comparison is given between measured modes and calculated modes.

Oscillations of suspension bridges under lateral winds are investigated in Chapter 6. In this chapter explanations are given about static actions, flexural oscillations, torsional oscillations and coupled oscillations. A suspension bridge has three types of oscillatory motion. These are given below;

- a) Purely flexural oscillations of the bridge, with each cross - section of the bridge deck moving up and down in a vertical plane, every point in it having the same amplitude of motion
- b) Purely torsional oscillations of the bridge, with each cross-section of the bridge deck oscillating angularly in its own plane about an axis at or close to the mid-line along the roadway.
- c) Coupled flexural - torsional oscillations of the bridge, with each cross - section of the bridge deck undergoing in general both vertical and angular motions.

In Chapter 8, some solutions have been found for different situations and between made. These comparisons are shown at the tables. By the investigations about natural frequencies of simple cable and simple beam, it is seen that cables of a suspension bridge was being more effective, on the natural frequency of complete bridge in flexure, than the deck. When the horizontal component of cable tension is applied to bearings of simple beam, the natural frequency values of this beam in flexure will be about the natural frequency values of complete bridge in flexure.

Using equation (5), new equation about the natural frequency of a bridge under live load, p has been written as below;

$$\eta_i = \frac{i}{2l} \sqrt{\frac{\gamma}{g} \left(EI \frac{i^2 \pi^2}{l^2} + \frac{gl^2}{8d} \right)} \quad (11)$$

Under own weight, the natural frequency of a suspension bridge is investigated and the equation below is written;

$$w_i = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{EI \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 + H}{M}} \quad (12)$$

For complete bridge in flexure, two-dimensional finite element mesh is formed. This is solved by structural analysis programme and for twelve modes natural frequencies is obtained, A detailed comparison is given between obtained values and measured values before.



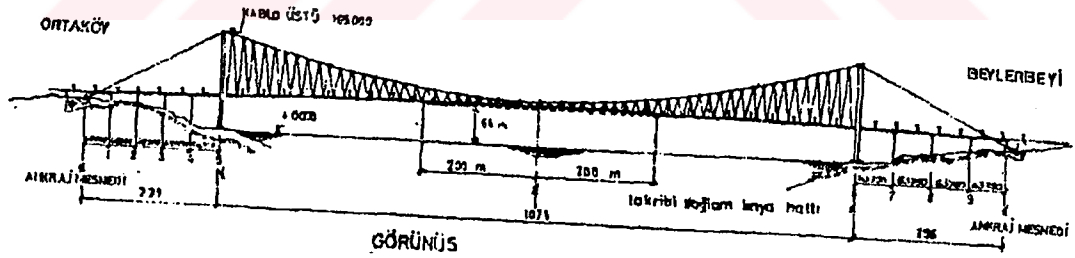
BÖLÜM 1

KÖPRÜNÜN BÖLÜMLERİ

Tabliye kısmı rijitlik kirişi denen genellikle kafes kiriş şeklinde iki yan kirişe bağlanmıştır. Bu başka yöntem ise tabliyenin bütünü, aynı zamanda rijitlik kirişi görevini de yapmak üzere kutu kesitli ve uçak kanadını andırır tarzda aerodinamik şekilli olarak düzenlenmesidir. Tabliye döşemesi Boğaziçi Köprüsü'nde olduğu gibi genelde ortotrop plak tarzında inşa edilmektedir.

Tabliye kafes rijitlik kirişleri tipinde yapılmışsa, alt ve üst başlık seviyelerinde kuvvetli rüzgar bağıntıları koymak gerekir.

Tabliyeler, ana taşıyıcı kablolar askı çubukları veya kablolar aracılığıyla asılır.



Şekil 1.1. Bir Asma Köprünün Genel Görünüşü

Yapının ana taşıyıcı elemanı olan kablolar yapının iki ucunda ankraj kütlelerine bağlıdır ve üzerlerine mesnet semerleri aracılığıyla oturdukları kulelerin (Pilon) üstünden geçerler [1].

1.1. KABLOLAR :

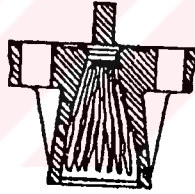
a) Yaklaşık her 50 cm'de bir bağlı, paralel telli kablolar

b) Haddelenmiş çelikten alternatif tersyönlü kablolar. Bu kablolarda bir aksenel tel etrafına; helezon şeklinde 6 tellik bir ilk sıra sarmakla işe başlanır, sonra, bu birinci sargı üzerine ters yönde ikinci sargı sarılır ve bir sargıdan diğerine ilerlerken her defasında 6 tel ilave etmek ve bir defa sağa sonra bir defa sola sarmak üzere devam edilir.

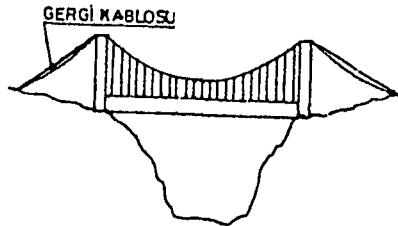
Kablolar ankraj kütlelerine gömülü tesbit çubuklarına uçlarından bağlanmalıdır, kablo ile çubuk arasındaki bağlantıyı sağlayan organ, dökme çelikten bir kaidedir.

Kablo yuvasına geçirilir; kaide içinde bu gaye ile bırakılan boşlukta muhtelif bükümler açılır; böylece "peruka" denilen bir demet elde edilir. Kaidenin içine kurşun esaslı eriyebilen bir alaşım akıtılır.

Severn ve Boğaziçi köprüsünde tespit işinde ankraj cıvataları ve plakaları gibi başka yöntemler uygulanmıştır [1].



Şekil 1.2 Kablo Detayı

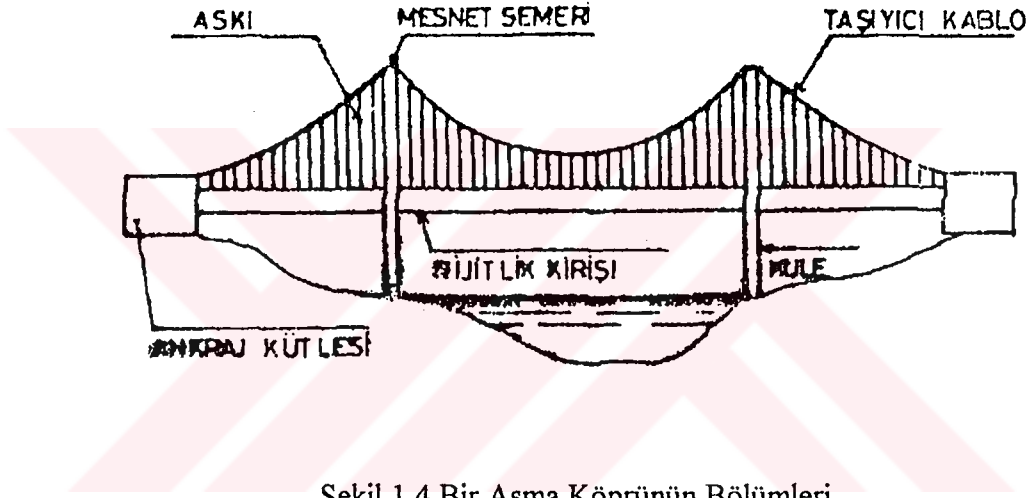


Şekil 1.3 Bir Asma Köprüde Kabloların Genel Görünüşü

1.2 ASKILAR :

Askılar 3 elemandan oluşur. Altta, askı-rijidlik kirişi bağlantı düzeni vardır. Üstte, özel olarak düzenlenmiş bir kablo sıkma kolyesi, askı-kablo bağlantısını sağlar. Son eleman ise bir askı çubuğu veya bir kablodan oluşan askının kendisidir.

Askı-kiriş bağlantısı enlemelerin dış nervürü üzerine bulonlanmak suretiyle dökme çelikten bir parça yerleştirerek gerçekleştirilir. Askı istenilen yükseklikte ayarlanır ve bir somun ve kontra ile bloke edilir.



Şekil 1.4 Bir Asma Köprünün Bölümleri

Boğaziçi köprüsünde tabliyenin köprü eksenine paralel yatay deplasmanlarına karşı rijitliği artırmak amacıyla iki askı üstte ana kabloya bağlanırken tek bir kolyede birleştirilmişlerdir.

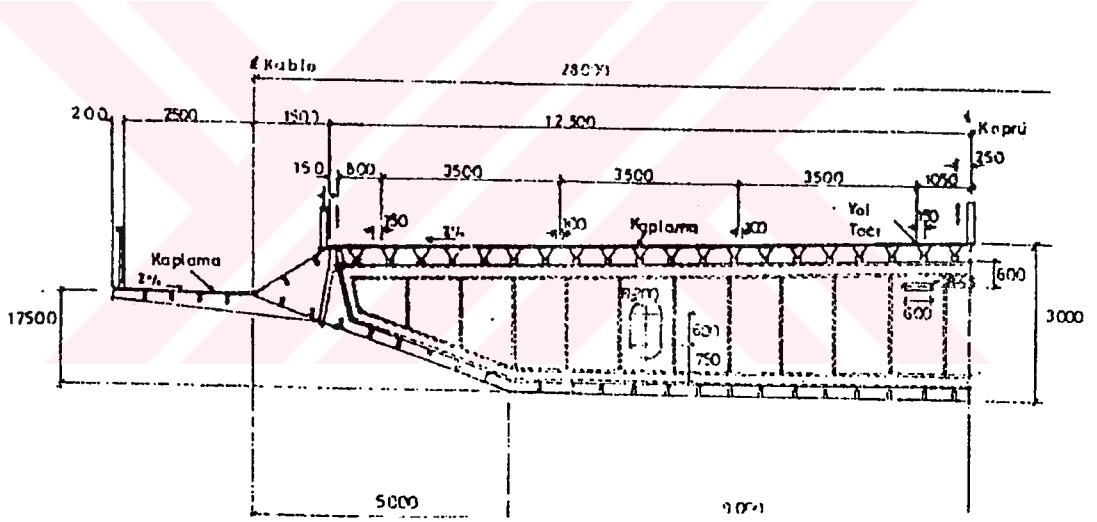
1-3 KULE ÜZERİNDE KABLO MESNET SEMERLERİ

Kablolar, apareyin tabanı ve yanaklarındaki yivler içinde kılavuzlanırlar, sonra, ayarlanabilir bir kama sistemi yardımıyla kendi aralarında ve cidarlara doğru sıkıştırılırlar. Bu apareyler kulelerin tepesine tesbit edilmişlerdir ve deplasman yaparken kuleleri de sürüklerler.

1-4 TABLİYE

Tabliye rijitlik kirişleri, enleme ve boylamalardan oluşur. Küçük ve orta açıklıklı (100 ile 150 m'ye kadar) yapılar için rijitlik kirişleri dolu gövdeli olabilirler. Fakat deneylerle anlaşılmıştır ki rüzgar salınımları dolayısıyla da dolu gövdeli kirişlerin tehlikeli oldukları en büyük açıklıklar için rijitlik kirişleri genellikle Pratt (N) veya dikmeli Warren (V) tipinde kafes kirişlerdir

Tabliyenin döşemesi yatay rüzgar kirişlemesi görevi yapabilmek için kirişlere çok sıkı şekilde bağlanmış betonarme bir plaktan oluşur. Severn ve Boğaziçi Köprüsünde tabliye kutu kesitli ve üst döşemesi ortotrop plak şeklinde inşa edilmekte ve üstüne 4 cm. kalınlığında bir asfalt kaplama dökülmektedir.



Şekil 1.5 Tabliye Genel Görünüşü

1-5 KULELER :

Asma köprülerin kuleleri tabliyelerin üstünde yükselen, betonarme veya çelik portiklerdir. Boğaziçi köprüsü kuleleri çelik kutu şeklindedir.

Bu kuleler tepelerinde mesnet semerleri aracılığıyla ana kabloların, orta açıklık ve kenar açıklıkta daima aynı değerde olmayabilen çekme kuvvetlerine maruzdurlar.

1-6 ANKRAJ KÜTLELERİ :

Ankraj kütleleri kabloların çekme kuvvetlerin dengeler ve yapının stabilitesini sağlarlar.

Ankraj kütleleri şu iki kuvvetin etkisi altındadır: Kabloların çekme kuvveti ve ankraj kütesine ait kuvvetlerin (zâti ağırlık , toprak etkisi vb) bileşkesi.

Kuvvetlerin dağılmasını temin için,kabloların tespit organları ankraj kütlelerinin içinde yayılırlar.

Ankraj kütleleri, aynı zamanda, yapının kenar ayağı fonksiyonunu da yapacak şekilde düzenlenir [1].



BÖLÜM 2

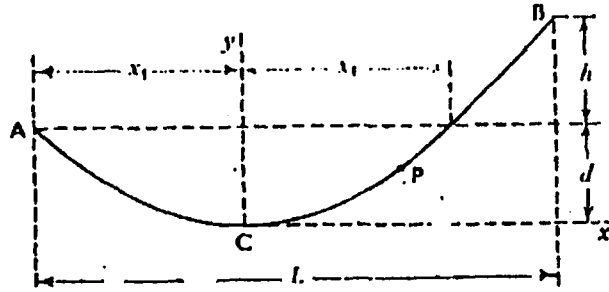
ASMA KÖPRÜ KABLO HESAPLARI

2.1 BASİT KABLO

Bir fileksibil kablonun iki nokta arasında asılı hali en basit asma köprü çeşididir. Başlangıç problemi bu durumda kablonun kendi ağırlığı altında alacağı şekli ve uzunluğu boyunca herhangi bir noktada kablonun çekme kuvvetini bulmak olmalıdır [2].

2.1.1. Parabolik Kablo

Birçok asma köprüde köprünün toplam ölü ağırlığı uniform olarak kablo boyunca değil yaklaşık olarak yatay açıklık boyunca dağıldığı kabul edilir.



Şekil 2.1 Parabolik Kablo

Burada C noktası orijin, C'deki çekme kuvviti H ve herhangi bir P noktasındaki çekme kuvveti T olsun. Bu kablo parçasının denge denklemleri :

$$T \cos \Psi = H \quad (2.1)$$

$$T \sin \Psi = w \cdot x \quad (2.2)$$

Ψ ise kablunun P noktasındaki eğimidir. (2.1) ve (2.2) denklemlerinde;

$$\tan \Psi = \frac{dy}{dx} = \frac{w \cdot x}{H}$$

elde edilir. İntegral alırsak;

$$y = \frac{1}{2} \frac{w}{H} x^2 + A$$

denklemini bulunur. A burada integral sabitidir. Orijin noktasında $x = 0$, $y = 0$ olduğundan $A = 0$ bulunur.

Böylece

$$y = \frac{1}{2} \frac{w}{H} x^2 \quad (2.3)$$

elde edilir.

(2.1)'den kablunun herhangi noktasındaki çekme kuvveti,

$$T = H \frac{ds}{dx} = H \left\{ H \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

ve

$$\frac{dy}{dx} = \frac{w}{H} x \quad \text{olduğundan}$$

$$T = H \left\{ 1 + \frac{w^2}{H^2} x^2 \right\}^{1/2} \quad (2.4)$$

olarak elde edilir.

$X = X_1$ 'de $y = d$ ve $X = L - X_1$ 'de $y = d + h$ olduğundan ve (2.3)'den ;

$$X_1 = \frac{L}{h} \left\{ \sqrt{d(d+h)} - d \right\} \quad (2.5)$$

$$H = \frac{w \cdot X_1^2}{2d} \quad (2.6)$$

H bulunmuş olur.

Burada (2.4)'yi bir başka formda yazarsak;

$$T = H \left\{ H \frac{4d^2 X^2}{X_1^4} \right\}^{1/2} \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilir.

Parabolik kablunun boyu;

$$S = \int \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2} dx$$

olarak elde edilir.

Toplam boy :

$$l = 2 \int_0^{L/2} \left\{ 1 + \frac{64x^2 d^2}{L^4} \right\}^{1/2} dx$$

$$= \frac{L}{2} \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} + \frac{L^2}{8d} \log_e \left\{ \frac{4d}{L} + \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} \right\} \quad (2.8)$$

İntegrasyon işlemini yapmadan irrasyonel sayıyı seriye açarsak;

$$I = L \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{d}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{d}{L} \right)^4 + \dots \right] \quad (2.9)$$

elde edilir.

(d/L) 'nin küçük oranları için;

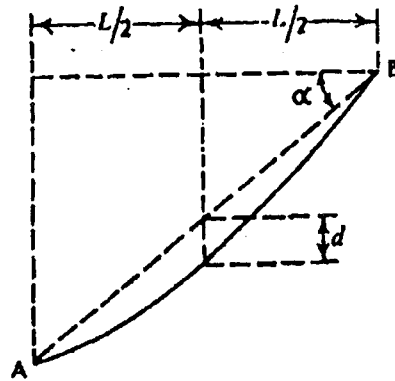
$$I = L \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right] \quad (2.10)$$

yazılabilir.

Şekil 2.2 deki gibi kablounun A ve B uçları aynı seviyde değilse;

$$I = L \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{d}{L} \right)^2 + \frac{1}{5} \tan^4 \alpha \right] \quad (2.11)$$

şeklinde bulunur.



Şekil 2.2. Parabolik Kablo Parçası

2.1.2. Heterojen Kablo

Bu problemde w' kablo boyunca sabit değildir, w' değişkendir. Bundan önceki analiz gibi en alt nokta olan C noktasını orijin olarak alırız. Buna göre denge denklemlerini yazarsak;

$$T \cos \Psi = H \quad (2.12)$$

$$T \sin \Psi = \int_0^s w' ds \quad (2.13)$$

Buradan;

$$H \tan \Psi = \int_0^s w' ds$$

elde edilir. Türev alırsak;

$$w' \cos^2 \Psi \frac{ds}{d\Psi} = H \quad (2.14)$$

w' yi veren denklem elde edilir. Bu sonuç zincir eğrisi için uygulanırsa;

$$\frac{ds}{d\Psi} = c \cdot \sec^2 \Psi$$

elde edilir. (2.14) denklemden;

$$w' = H/C$$

bulunur. C katsayısı zincir eğrisi sabitidir.

Benzer şekilde parabolün eğimi X' in k katıdır, buradan;

$$\tan \Psi = kx \text{ ve } \cos^2 \Psi = \frac{1}{k} \frac{d\Psi}{dx} \quad \text{olur.}$$

2.14 denkleminde yerine yazarsak;

$$w' \frac{ds}{dx} = w \sec \Psi = kH \quad \text{bulunur.}$$

Buradan $w' \sec \Psi$ 'ın açıklık boyunca ölçülen w değerine karşılık geldiğini ve sabit olduğunu bulmuş oluruz.

Demekki :

- a) $w' = \text{sabit}$ ise eğri = Zincir eğrisi
- b) $w' \sec \Psi = \text{Sabit}$ ise eğri = Parabol
- c) $w' \cos^3 \Psi = \text{sabit}$ ise eğri = sikloid olur.

2.1.3. Kablo Şekillerinin Karşılaştırılması

Asma köprü kabloları genellikle üniform enine kesitli imal edilirler. Kablolar düşey askı çubukları aracılığıyla öyle asılmalıdır ki, kendi ağırlığı altında kablo şekli parabol olsun. Bunun amacı açıklık boyunca köprü zati ağırlığının sadece askı çubukları ve kablolar aracılığıyla taşınmasını sağlamak, aynı zamanda, yol sistemindeki herhangi boyuna kirişin eğilmeye maruz kalmasını önlemektir. Böylece zincir eğrisi yerine parabol kablo daha kullanışlıdır. Parabol eğrinin basitliği ve tanımlılığı asma köprü standart şekli olarak kabul görülmesine neden olmuştur [2].

2.1.4. Kablonun Uzaması ve Deformasyonu

Kablo boyunun yük altında uzaması, T , çekme gerilmesi hesabında w' , kablo birim boyu ağırlığının değişiminin gözönüne alınması demektir.

Kablo uç noktaları sabit ise etkiyen çekme kuvvetleri altında kablo boyunun değişimi kablo sehiminde değişiklik meydana getirir. Eğer sehimdeki Δd değişimini hesaplayabilirsek kablounun aldığı yeni parabolik eğri elde edebiliriz.

(2.8) denkleminde;

$$\frac{d\ell}{dd} = \frac{L}{2d} \left\{ \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} - \frac{L}{4d} \log_e \left[\frac{4d}{L} + \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} \right] \right\}$$

burada;

$$\Delta\ell = \frac{L}{2d} \left\{ \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} - \frac{L}{4d} \log_e \left[\frac{4d}{L} + \left(1 + \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} \right] \right\} \Delta d \quad (2.15)$$

(2.9) denkleminde diferansiyel alırsak;

$$\Delta\ell = \frac{16}{15} \cdot \frac{d}{L} \left\{ 5 - 24 \frac{d^2}{L^2} + \dots \right\} \Delta d$$

iyi bir yaklaşıklıkla sonuç elde edilir. Bu denklemler açıkladığı sabit iken Δd sehim değişikliğine bağlı $\Delta\ell$ boy değişikliği verir.

Eğer $\Delta\ell$ boy değişikliği kablo elastikliğinden ileri geliyorsa

$$\Delta\ell = \int_0^{\ell} \frac{T}{EF} ds$$

T değeri yerine konulup, ds, dx cinsinde yazılıp integre edilirse;

$$\Delta\ell = \frac{H \cdot L}{EF} \left(H \frac{16}{3} \cdot \frac{d^2}{L^2} \right) \quad (2.16)$$

denklemini elde edilir.

$\Delta\ell$, boy değişikliği, Δt , sıcaklık değişiminden ileri geliyorsa;

$$\Delta\ell = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell \quad (2.17)$$

şekilde elde edilir.

Kabloyu taşıyan kulelerin eğilmesi dolayısıyla L açıklığı değişir, ℓ sabit kalır buna göre ΔL , açıklık uzunluğundaki değişim, Δd , sehim değişimine bağlı olarak (2.9) denkleminin yardımıyla yazılırsa;

$$\Delta L = - \frac{16 \frac{d}{L} \left(5 - 24 \frac{d^2}{L^2} \right)}{\left(15 - 40 \frac{d^2}{L^2} + 288 \frac{d^4}{L^4} \right)} \cdot \Delta d \quad (2.18)$$

elde edilir.

Δd , sehim değişimine rağmen kablonun parabolik kaldığını kabul edersek;

$$H = - \frac{w L^2}{8, d} \quad (2.19)$$

şeklinde H kablo çekme kuvvetini yazabiliriz- Bu kuvvetteki değişiklik;

$$\Delta H = - \frac{H}{d} \cdot \Delta d \quad (2.20)$$

(2.19) denklemini yardımıyla elde edilebilir.

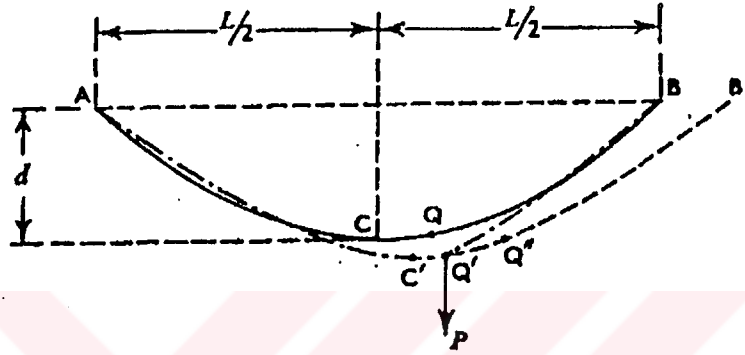
2.2 DIŞ YÜKLER ALTINDA BASİT KABLO

Asma köprülerin dış yükler altında davranışı, köprü rijidleştirilmiş bile olsa kablonun uygulanan yüke karşı tepkisine büyük ölçüde bağlıdır.

Pratikte proje hesaplarında önlemler aşağıdaki durumlara göre alınmaktadır.

2.2.1 Tekil Yük

Kablo aynı kotta olan A ve B noktalarından asılı olsun. L açıklığı boyunca kablo ağırlığı dahil-uniform yayılı w yükü olsun.



Şekil 2.3. Tekil Yük Altında Kablo

II.1 konusunda (2.3)denkleminde;

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{H} \cdot x^2 \quad (2.21)$$

olduğunu biliyoruz. Ayrıca (2.19) denkleminde

$$H = \frac{w \cdot L^2}{8 \cdot d} \quad (2.22)$$

olduğunu elde etmiştik,

Toplam uniform yük $w \cdot L$ 'ye göre küçük değerlerde olan P düşey yükünü Q noktasına etkilirse, kablo deformasyon yapar, Q noktası Q' 'ye gelir. Q 'nun apsisi $x = r \cdot L$ olsun

P yükünün etkililmesi sonucu H çekme kuvveti (H+h) olur ve AØ' eğrisi denklemi;

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{w}{H+h} x_1^2 \quad (2.23)$$

olur.

Q'nün her iki yanındaki kablo kuvvetleri düşey birleşenleri toplamı P'yi dengeleyecek tarzda AQ' eğrisi devam tase Q"ve B' de geçer. Q"öyle seçilmiştir ki w çarpı ℓ (Q'Q") 'nun yatay birleşeni P'ye eşit olmalıdır. O halde hayali Q"B' yayı şekil yönünden Q'B ile özleştir. Buna göre reaksiyonlar;

$$V_A = \frac{1}{2} \cdot w \cdot L + P \left(\frac{1}{2} - r \right) \quad (2.24)$$

$$V_B = \frac{1}{2} \cdot w \cdot L + P \left(\frac{1}{2} + r \right) \quad (2.25)$$

C' deki kablo çekme kuvveti düşey olamayacağından;

$$W \cdot \overline{AC'} = V_A$$

veya

$$w \left(\frac{1}{2} L + X_o \right) = \frac{1}{2} wL + P \left(\frac{1}{2} - r \right)$$

yazılır. Burada X_o C' noktasının absisidir ve şöyle bulunur;

$$X_o = \frac{P}{w} \left(\frac{1}{2} - r \right) \quad (2.26)$$

C noktası orijin olduğuna göre C' nin ordinatını (Y_o) bu noktada momentin sıfır olacağında yararlanarak bulunur.

$$(H + h)(d - y_o) = V_A \left(\frac{L}{2} + X_o \right) - \frac{w}{2} \left(\frac{L}{2} + X_o \right)^2$$

burada

$$Y_o = d - \frac{wL^2}{8(H + h)} \left\{ 1 + \frac{P}{w \cdot L} (1 - 2r) \right\}^2 \quad (2.27)$$

H' nin artış miktarı (h) dan dolayı kablo uzaması ihmal edilirse, AØ'B deforme şeklindeki kablo boyu ilk ACB parabolü boyuna eşit olmalıdır. P' den ileri gelen ve yukarı ölçüler (v) düşey sehimlerini orijinal parabolik şekilden itibaren alırsak, L açıklığı boyunca (v) sehimlerinin dağılışı (ℓ) boyu sabit kalacak şekilde olmalıdır. Buradan;

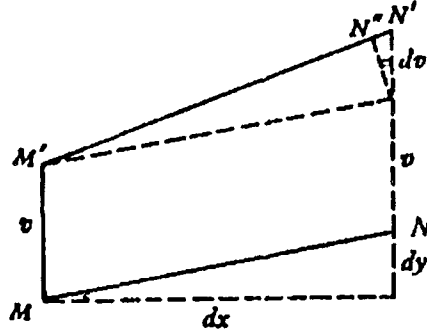
$$\ell = \int_{-L/2}^{+L/2} \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2} dx \quad (2.28)$$

bulunur. V den dolayı (Δℓ) boy değişimi (y) yerine (y+v) koyarak ve taylor serisine açarak bulunur.

$$\Delta \ell = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{(dy / dx)(dv / dx)}{\sqrt{1 + (dy / dx)^2}} \cdot dx \quad (2.29)$$

d/L oranı küçük olan asma köprülerde (2.29) denkleminin paydasının ikinci terimi ihmal edilir.

$$\Delta \ell = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dy}{dx} dv \quad (2.30)$$



Şekil 2.4. Kablo Boyu Uzaması

Yukarıdaki şekil bu sonucun yaklaşık olarak doğru olduğunu gösterir. Burada bir MN kablo elemanı M'N' durumuna gelmiştir ve dolayısıyla kablo boyu M'N" kadar artmıştır, bu artış dy/dx küçük olmak şartıyla;

$$\frac{dy}{dx} \cdot dv \text{ 'ye eşittir.}$$

(2.21) denkleminde;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{w}{H} \cdot x$$

olduğunu biliyoruz. Buradan (2.30) denklemi şu duruma dönüşür:

$$\Delta \ell = \frac{w}{H} \int_{-L/2}^{+L/2} x \cdot dv \quad (2.31)$$

Öyleyse genleşme olmaması için;

$$\int_0^L x \cdot dv = 0 \quad (2.32)$$

olmalıdır. A ile Q arasında, şekilden tespit edilebildiği gibi ve C orijin alınarak sehim;

$$v = Y_o + \frac{w}{2(H+h)} \left\{ x - \frac{P}{w} \left(\frac{1}{2} - r \right) \right\}^2 - \frac{w}{2H} x^2 \quad (2.33)$$

ve Q ile B arasında sehim;

$$v = Y_o + \frac{w}{2(H+h)} \left\{ x + \frac{P}{w} \left(\frac{1}{2} + r \right) \right\}^2 - \frac{P}{H+h} rL \left(1 + \frac{P}{wL} \right) - \frac{w}{2H} x^2 \quad (2.34)$$

olur. Bu sonuçları (2.32) denkleminde yerine koyarsak;

$$\int_{-L/2}^{+L/2} x dv = \int_A^Q x dv + \int_Q^B x dv = 0$$

ve dv'yi dx cinsinden (2.33) ve 2.34) denkleminin diferansiyelini alarak elde edersek (2.32) denkleminin yardımıyla şu sonuç bulunur :

$$\frac{w^3 L^3}{48H(H+h)} \left\{ -\frac{4h}{w} + \frac{2H}{w} \frac{P}{wL} (3 - 12r^2) \right\} = 0$$

Buradan;

$$h = H \frac{3}{2} \frac{P}{wL} (1 - 4r^2) \quad (2.35)$$

bulunur. Çekme kuvveti artışı (h) bilinince sehim (v) (2.22) ve (2.34) denklemleri yardımıyla elde edilir.

2.2.1.1. Tekil Yük İçin Özel Durumlar

a) Yük Altında Düşey Yerdeğiştirmeler

Tekil yükün etkitildiği Q noktasında düşey yerdeğiştirmeler

$$v_Q = -\frac{p}{w.L} \cdot d \cdot \frac{(1+12r^2)(1-4r^2)}{2 + \frac{3P}{w.L}(1-4r^2)} \quad (2.36)$$

Bu denklemden görüleceği gibi (v) ile P arasında tam bir lineer bağıntı yoktur. Çünkü payda da P/wL terimi bulunmaktadır. P/q_L'nin büyük değerleri için (v) değeri (d)'ye yakın değer alır, bu ise uygulamada olanaksızdır ve P/w_L değerinin küçük değerleri için (2.36) denkleminin paydasındaki bu terim ihmal edilebilir. Böylece;

$$v_Q = -\frac{P}{2wL} d(1+12r^2)(1-4r^2) \quad (2.37)$$

elde edilir.

b) Yük Altında Yatay Deplasmanlar

(2.30) denkleminde uygun sınır koşullarını yerine koyarsak kablo boyunca A ucu ile herhangi X noktası doğrultusunda artışı bulabiliriz.(v) çökmesinden meydana gelen (u) yatay deplasmanı sol mesnede doğru olacağından ve (u)'lar (x) doğrultusunda pozitif kabul edersek;

$$U = -\int_{x=-\frac{L}{2}}^{x=x} \frac{dy}{dx} \cdot dv \quad (2.38)$$

Daha önceden bulduğumuz dy/dx'in değerini denklemden yerine koyarsak;

$$U = -\frac{W}{H} \int_{x=-\frac{L}{2}}^{x=x} x \cdot dv \quad (2.39)$$

(2.33) ve (2.34) denklemleri yardımıyla yük altındaki Q noktası için;

$$U_0 = 8 \cdot \frac{P}{w} \cdot \frac{d^2}{L^2} \frac{r(1-16r^4)}{1 + \frac{3}{2} \frac{P}{wL} (1-4r^2)} \quad (2.40)$$

c) Sehim Tesir Katsayıları

Hareketli yüklerin tesirlerini etüd etmek için tesir katsayılarını kullanmak faydalı olabilir. Asma köprülerin çoğu için hesaplarda P/w_L değerini küçük almak yeterlidir. Bu durumda yukarıdaki denklemlerin lineer şekilleri ile yetinilebilir ve bu takdirde süperpozisyon prensibi geçerlidir. Bu sonuca göre kablonun herhangi bir yük sisteme cevabı sisteme ait her bir yükün tesir katsayıları yardımıyla bulunan etkilerini toplayarak elde edilir [2].

d) Enerji Bağlılıları

P kuvveti doğrultusunda deplasman V_Q ise iş $\frac{1}{2} \cdot P \cdot V_Q$ olur. Biz burada kabloyu genleşmez kabul ettiğimizden P'nin uygulanmasıyla meydana gelen (h) kuvveti bir iş yapmaz. O halde P kuvvetinin yaptığı iş karşısında kablonun mukavemeti yerçekiminden gelir. Demek ki P'nin uygulanması kabloyu kaldırmıştır. Buna göre küçük sehimler için;

$$\frac{1}{2} P V_Q = w \int_{-L/2}^{+L/2} v \cdot dx \quad (2.41)$$

bulunur.

Yaptığımız yaklaşımlar nedeniyle enerji dengesi tam hassas olarak sağlanamaz. Bu durumda kabloyu genişir düşünerek bir hesaplama yaparsak ve kabloyu sadece kendi ağırlığı altında yüklü, basıklığı ise 10 düşünürsek,

$w = \rho \cdot A$, $P = 0.1 \cdot w \cdot L$ merkezi yük uygulanıyor. Burada ρ kablo yoğunluğu, A kablo kesit alanıdır. (2.37) denkleminde $r = 0$ alınarak değerler yerine koyarsak;

$$V_0 = -0.05d = -0.005 L$$

$$\text{ve yapılan iş} = W = 1/2 \cdot P \cdot V_0 = 250 \times 10^{-6} \times \rho A L^2$$

bulunur.

(2.35) denkleminde yine $r = 0$ düşünülerek çekme kuvvetindeki artışı (h) şöyle buluruz:

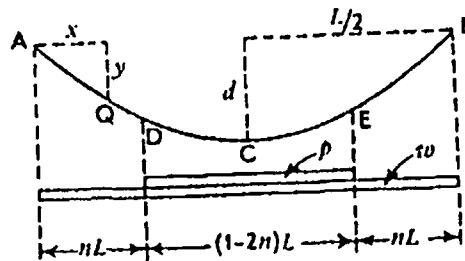
$$h = \frac{3}{16} \rho \cdot A \cdot L \quad (2.42)$$

Eğer / kablo boyu ile L açıklık arasındaki farkı ihmal edersek şekil - değiştirme enerjisini buluruz:

$$U = \frac{h^2 L}{2AE} = 0.0175 \left(\frac{\rho L}{E} \right) \rho A L^2 \quad (2.43)$$

2.2.2. Merkezi Yerleştirilen Kısa Boyda Yaylı Yük

Bu konuda açıklık boyunca w uniform sabit yükü yanında merkezde $(1-2n)L$ uzunluğunda p yaylı yükünün de etkidiği asma sistem düşünülecektir.



Şekil 2.5 Merkezi Yerleştirilen Kısa Boyda Yaylı Yük Altında Kablo

A ve B uçlarındaki düşey tepkileri;

$$V_A = V_B = \frac{wL}{2} + \frac{(1-2n)pL}{2} \quad (2.44)$$

bulunur. Kablo eğilmeye çalışmadığından herhangi θ noktasında moment sıfır olur. Bu ifade;

$$H.y - V_A.x + \frac{1}{2}wx^2 = 0 \quad (2.45)$$

şeklindedir.

$\overline{AD}$ yayı bölgesinde y değerini bulmak için (2.44)'deki V_A değeri (2.45)'de yerine koyulup, düzenleme yapılır. Buradan;

$$y = \frac{w.x(L-x) + p.L.x(1-2n)}{2H} \quad (2.46)$$

bulunur. Aynı şekilde $\overline{DE}$ yayı için;

$$y = \frac{(p+w)(L-x)x - pn^2L^2}{2H} \quad (2.47)$$

elde edilebilir. (P) yükü var iken ortadaki sehim D olsun. (D) değerine göre (2.47) denklemini düzenlenirse;

$$H = \frac{L^2}{8D} \{(p+w) - 4n^2p\} \quad (2.48)$$

bulunur.

Genleşmezlik şartı gereği üç parabolik yay AD, DE, EB uzunlukları toplamı AB yayı ilk uzunluğuna eşit olur.

II.1.2 (2.40) denkleminde yararlanarak ve (2.46),(2.47),(2.48) denklemleri yardımıyla;

$$\ell_{AD} = \ell_{EB} = nL \left\{ 1 + \frac{8}{3} \cdot \frac{D^2}{L^2} \frac{n^2 \cdot w^2}{[p+w]-4n^2 p]^2} + 8 \frac{D^2}{L^2} \frac{[w(1-n)+p(1-2n)]^2}{[(p+w)-4n^2 p]^2} \right\} \quad (2.49)$$

ve

$$\ell_{ED} = L(1-2n) \left\{ 1 + \frac{8}{3} \cdot \frac{D^2}{L^2} \frac{[(p+w)(1-2n)]^2}{[(p+w)-4n^2 p]^2} \right\} \quad (2.50)$$

$$\ell_{AB} = L \left(1 + \frac{8}{3} \frac{d^2}{L^2} \right) = \ell_{AB} + \ell_{DE} + \ell_{EB} \quad (2.51)$$

(2.49), (2.50), (2.51) denklemlerini yerine koyarsak;

$$D = d \frac{\left[\left(\frac{P}{w} + 1 \right) - 4n^2 \frac{P}{w} \right]}{\left[\left(\frac{P}{w} + 1 \right)^2 - 4n^2 \frac{P^2}{w^2} (3-4n) - 4n^2 \frac{P}{w} (3-2n) \right]^{1/2}} \quad (2.52)$$

Böylece her noktada (p) yükünden ileri gelen (v) bulunabilir. Özellikle C eksen noktasında (v) aşağıya doğru pozitif alınarak;

$$V_o = D-d \quad (2.53)$$

Pratikte (V_o)'ı maximum yapan (p) yükü yayılma boyunu tayin etmek önemlidir. $(1-2n)L$ boyu arttıkça V_o artar. Fakat $(1-2n)L$ değeri (L)'e yaklaşırsa yani $n \rightarrow 0$ için $V_o \rightarrow 0$ 'a gider. Buradan V_o 'ın maximum olabilmesi için D/d 'nin max. olması gerekir. Bu düşünce ile (2.52) denkleminde türev alarak;

$$\frac{P}{w} \left(2 \frac{P}{w} + 1 \right) n^3 - \frac{3P}{w} \left(\frac{P}{w} + 1 \right) n^2 + \frac{3}{4} \left(2 \frac{P}{w} + 1 \right) \left(\frac{P}{w} + 1 \right) n - \frac{1}{4} \left(\frac{P}{w} + 1 \right)^2 = 0 \quad (2.54)$$

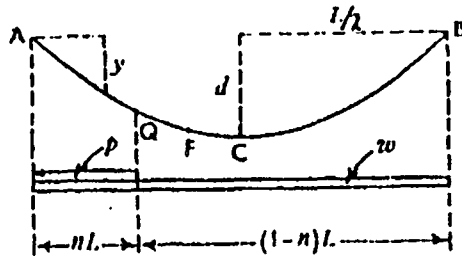
Buradan max. V_o için n , p/w oranına bağlıdır. Bazı p/w değerleri (2.54) denkleminde yerine konursa ve n için çözülürse, aşağıdaki tablo oluşturulur;

TABLO 2.1 : Düşey Yerdeğiştirme - Yükleme Oranı Tablosu

(V _o) max için	Yükleme Oranı P/w				
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
n	0.352	0.356	0.375	0.402	0.410
Yük boyu (1-2n)	0.296	0.288	0.250	0.196	0.180
V_o/d	0.022	0.028	0.045	0.066	0.09

2.2.3 Açıklığın Bir Kenarında Kısa Boyda Yayılı Yük

AB parabolik yayı (p) yükü altında AQ ve QB şeklinde iki parabolik yay hali alır.



Şekil 2.6. Açıklığın Bir Kenarında Kısa Boyda Yayılı Yük

(2.46) ve (2.47) denklemlerinden;

AQ yayı için

$$y = \frac{4d}{L^2} \cdot \frac{\left(\frac{P}{w} + 1\right)x(L-x) - \left(\frac{P}{w}\right)Lx(1-n)^2}{\left[1 + 2\left(\frac{P}{w}\right)(3-2n)n^2 + \left(\frac{P}{w}\right)^2 n^3(4-3n)\right]^{1/2}} \quad (2.55)$$

QB yayı için ;

$$y = \frac{4d}{L^2} \cdot \frac{\left(\frac{P}{w} n^2 L + x\right)(L-x)}{\left[1 + 2\left(\frac{P}{w}\right)(3-2n)n^2 + \left(\frac{P}{w}\right)^2 n^3(4-3n)\right]^{1/2}} \quad (2.56)$$

ve çekme kuvveti;

$$H = \frac{wL^2}{8d} \left[1 + 2\left(\frac{P}{w}\right)(3-2n)n^2 + \left(\frac{P}{w}\right)^2 n^3(4-3n)\right]^{1/2} \quad (2.57)$$

(p) yükü altında kablonun en alt noktası artık C'de değildir. C'nin solunda bir F noktasındadır. Bu noktanın abisisine X_F dersek $X_F > nL$ ise, F noktası QB yayı üzerinde olacaktır. QB yayı için y değerinin türevi sıfıra eşit kılınırsa;

$$X_F = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{P}{w} n^2\right) \quad (2.58)$$

$X_F < nL$ ise, F noktası AQ yayı üzerinde olacaktır. AQ yayı y değerinin türevi sıfıra eşit kılınırsa;

$$X_F = \frac{L}{2} \cdot \frac{1 + \frac{P}{w} n(2-n)}{1 + \frac{P}{w}} \quad (2.59)$$

$X_F = nL$ ise;

$$X_F = X_Q = L \left[\sqrt{(w/p)^2 + \frac{w}{p}} - \frac{w}{p} \right] \quad (2.60)$$

Bu durumda F noktası C'den en uzak mesafededir. Yukarıdaki eşitliklerden $Y_F = Y_Q$ bulunarak ve kabloda aynı noktadaki orijinal (y) değeri bunlardan düşülerek oradaki (V_{FQ}) değeri hesaplanabilir. Evvelce kullanılmış P/w değerleri için V_{FQ} miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

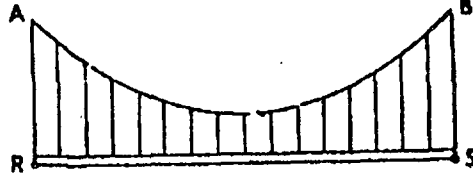
TABLO 2.2 : F noktasındaki düşey yerdeğiştirme - Yükleme oranı Tablosu

	Yükleme Oranı P/w				
Q'deki F için	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$n = \frac{x_F}{L} = \frac{x_Q}{L}$	0.464	0.449	0.414	0.366	0.333
$\frac{V_{FQ}}{d}$	0.002	0.005	0.015	0.035	0.0056

3. 3 RANKİNE TEORİSİ

Rankine teorisine göre asma köprüler kirişli köprüler kadar rijit şekilde olması gerekmektedir. Bu gün için Rankine teorisi oldukça hatalı sayılmaktadır ama burada elastik teorisinin anlaşılması bakımından etüd edilmiştir.

2.3.1. İki Mafsallı Rijitlik Kirişi



Şekil 2.7. İki Mafsallı Rijitlik Kirişi

A,B,R,S noktaları uzayda sabit kabul edilmektedir.

Esas kabuller;

- 1) Köprüdeki toplam ölü yük etkisinde kablo paraboliktir, rijitlik kirişi kuvvet almamıştır.
- 2) Rijitlik kirişine uygulanan herhangi bir hareketli yük bu kiriş tarafından kabloya bütün açıklık boyunca uniform yayılı yük taşıyacağı şekilde iletilip, dağıtılır.

(1) ve (2)'nin sonucu olarak kablo parabolik şeklini korur ve genişlemeyeği kabul edilirse hiç deformasyon yapmaz.

Bu kabullere göre, belirli bir hareketli yük sistemi RS kirişine uygulandığında, bu kiriş aşağıdaki kuvvetler altında dengededir.

- a) Düşey olarak etkiyen hareketli yükler
- b) R ve S mafsallarındaki V_R , V_S reaksiyonları
- c) Kablo tarafından askı çubuklarından geçerek rijitlik kirişine intikal eden ve R'den S'ye kadar devam eden (q) şiddetinde ve yukarıya doğru yönelmiş bir uniform yayılı askı kuvveti

- 3) (q) şiddeti, toplam hareketli yükün L açıklığına bölünmesinden elde edilir.

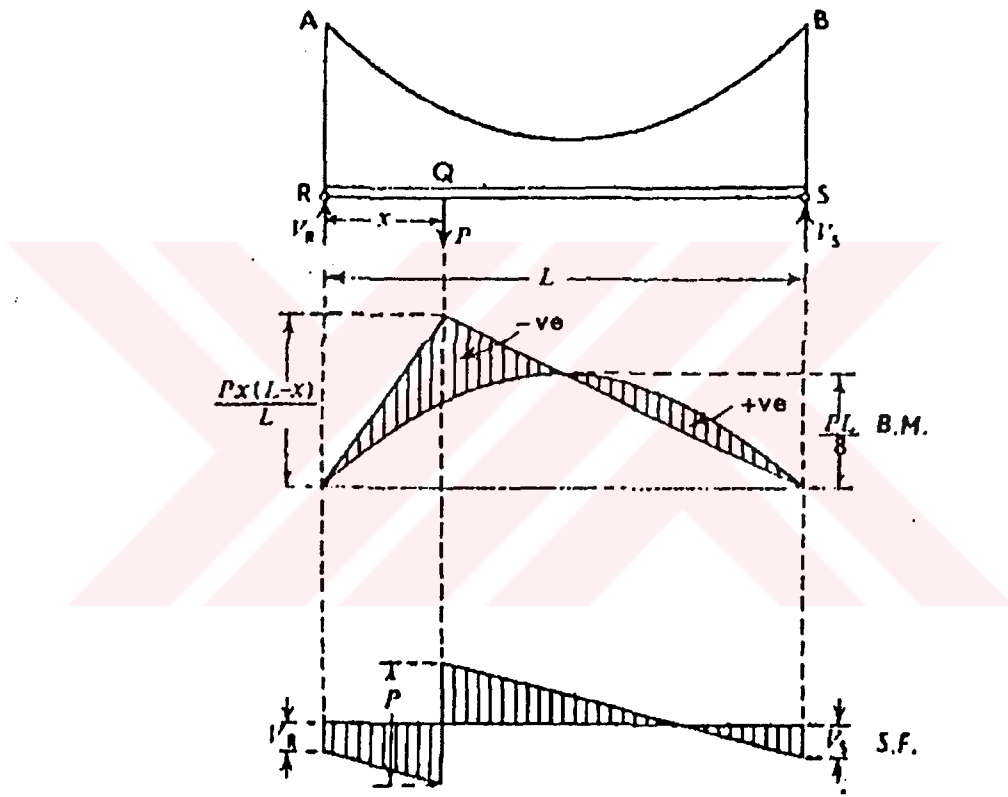
(3) kabulüne göre V_R , V_S birbirine eşit olup denge denkleminde elde edilir.

Burada sehim etkileri gözönüne alınmadığından Rankine açıklığının ortasında tekil yükyük söz konusu olunca (3) hipotezinin verdiği 1.57 katı bir (q) değeri almayı tavsiye etmiştir.

2.3.2. Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi

Şekilden (P) yükü hizasında max. moment;

$$M_Q = -\frac{P \cdot x \cdot (L - x)}{2L} \quad (2.61)$$



Şeki 2.8. Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi

Eğer $x = L/2$ ise;

$$M_Q = -P \cdot L/8$$

bulunur. (q) dolayısıyla kablodaki çekme kuvveti artmıştır. Bu artış miktarının yatay bileşeni (h);

$$h = \frac{qL^2}{8d} = \frac{PL}{8.d} \quad (2.62)$$

Sadece basit mesnetli kiriş tek başına olsaydı;

$$M_Q = -P.L/4$$

olurdu. Buradan kablonun sisteme eklenişiyle moment değerinin yarıya düştüğünü anlayabiliyoruz.

Sadece kablo yalnız başına mevcut olsaydı ve P direk olarak kabloya tatbik edilmiş bulunsaydı, daha önceden elde ettiğimiz gibi;

$$h = \frac{3}{16} \cdot \frac{P.L}{d}$$

Bu değer yukarıda bulduğumuzdan 0.50 fazladır.

Bu teoriye dayanarak, rijitlik kirişinde, sol mesnetten (nL) mesafesindeki kesitte eğilme momenti aşağıda gösterilmiştir.

$$x = 0 \text{ için } M_Z = +\frac{1}{2} L(1-n)n \quad (2.63)$$

$$x = nL \text{ için } M_Z = -\frac{1}{2} L(1-n)n \quad (2.64)$$

$n = 1/2$ yani Z, açıklığın ortası C'de ise; $M_C = L/8$ olur.

2.3.3. Üniform Yayılı Yüklü İki Mafsallı Rijitlik Kirişi

Kirişin üzerine gelen max. etki, yayılı yük şekilde görülen $L/2$ genişliğindeki pozitif bölgeyi kapladığı zaman elde edilir. Ve;

$$M_Z = -\frac{1}{8} pL^2 (1-n)n \quad (2.65)$$

bulunur.

M_z max. değerini Z kesiti C'de iken, yani $n=1/2$ iken alır.

$$M_C = -1/32 pL^2 \quad (2.66)$$

Kablo mevcut olmasaydı;

$$M_C = -1/8 pL^2$$

olurdu.

Kirişin sol mesnedinden başlayıp açıklığa doğru bir miktar tesir çizgisindeki negatif bölgenin öbür sağ uçuna kadar yükleme yapılırsa elde edilir.

$$\begin{aligned} M_z &= p \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot (1-n)(n) \left(\frac{1}{2}L - \frac{nL}{2} \right) \\ &= -\frac{1}{8} pL^2 \cdot n \cdot (1-n)^2 \end{aligned} \quad (2.67)$$

Max. moment açıklığın 2/3'ü yayılı yükle kaplı iken yani $n=1/3$ iken bulunur.

$$M_z = -\frac{1}{54} pL^2 \quad (2.68)$$

Z noktasındaki kesme kuvvetleri şekildeki kesme tesir çizgisi diyagramından elde edilir. Pozitif maximum kesme kuvveti yani $(F_z)_{\max}$ nL boyu yayılı yüklü iken bulunur.

$$F_z = \frac{1}{2} p \cdot n \cdot L(1-n) \quad (2.69)$$

Bütün giriş yayılı yüklü ise, tesir çizgisi diyagramı Z noktasında $F_z = 0$ olur. Bu p'nin her yerde yukarı çekme etkisi olan q değerine karşılık geldiğini gösterir, bu durum 3. varsayımımızda anlatılmıştı.

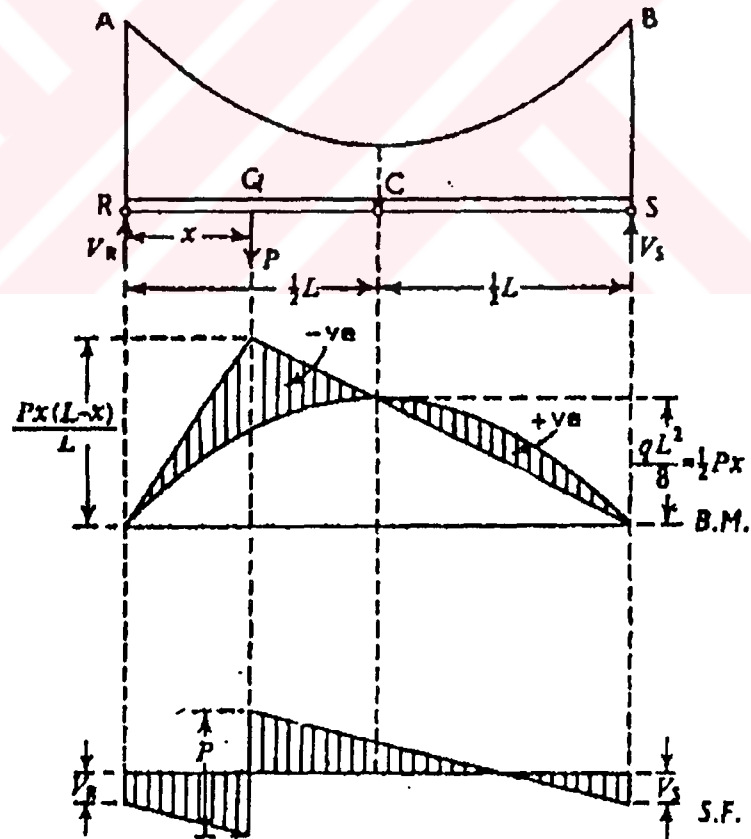
$$q = \frac{pL}{L} = p \quad (2.70)$$

Kabloladaki çekme artışı bu durumda maximum olur. Bunun değeri:

$$h = \frac{p \cdot L^2}{8 \cdot d} \quad (2.71)$$

dir. Bu değer kiriş mevcut olmayıp (p) yükünün sadece kabloya uygulanması halindekinin aynıdır [2].

2. 3.4. Tekil Yük Etkisinde Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi



Şekil 2.9. Birim Tekil Yük Altında İki Mafsallı Rijitlik Kirişi

Yukarıdaki şekile barak; RC ve CS arasına asılan kirişler için üç denge denklemi yazılabilir.

$$qL + V_R + V_S - P = 0 \quad (2.72)$$

$$\frac{1}{2} V_R \cdot L + \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 - \frac{1}{2} P(L - 2x)$$

$$\frac{1}{2} V_R L + \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 - \frac{1}{2} p(L - 2x) = 0 \quad (2.73)$$

$$\frac{1}{2} \cdot V_S \cdot L + \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 = 0 \quad (2.74)$$

Bu denklemler yardımıyla;

$$V_R = P(1 - 3\frac{x}{L}) \quad (2.75)$$

$$V_S = -\frac{P \cdot x}{L} \quad (2.76)$$

$$q = \frac{4 \cdot P \cdot x}{L^2} \quad (2.77)$$

bulunur. Q noktasında P kuvveti altında maximum eğilme momenti şöyle elde edilir.

$$M_Q = -P \cdot x \cdot \left(1 - 3\frac{x}{L} + 2\frac{x^2}{L^2} \right) \quad (2.78)$$

Kesme kuvveti diyagramı $X < L/3$ için çizilmiştir. Yukarıdaki $V_R = P(1 - 3\frac{x}{L})$

denkleminde, $X = L/3$ için V_R 'nin işaret değiştiği görülür. Burada artık iki mafsallı kirişte olduğu gibi P'den dolayı kablo çekme kuvveti (x) ten bağımsız değildir, bilakis (x)'in bir fonksiyonudur, çünkü (q) burada (x)'e bağlıdır. Böylece kablo çekme kuvveti artışı:

$$h = \frac{qL^2}{8d} = \frac{P \cdot x}{2d} \quad (2.79)$$

(h) nın maximum değeri $x = L/2$ için yer alır. ve;

$$h_{\max} = \frac{PL}{4d} \quad (2.80)$$

Yukarıdaki denge denklemlerinden yararlanarak moment ve kesme kuvveti tesir çizgilerini çizelim ve Z kesiti yerini tayin eden nL boyunu $L/2$ 'den küçük alalım.

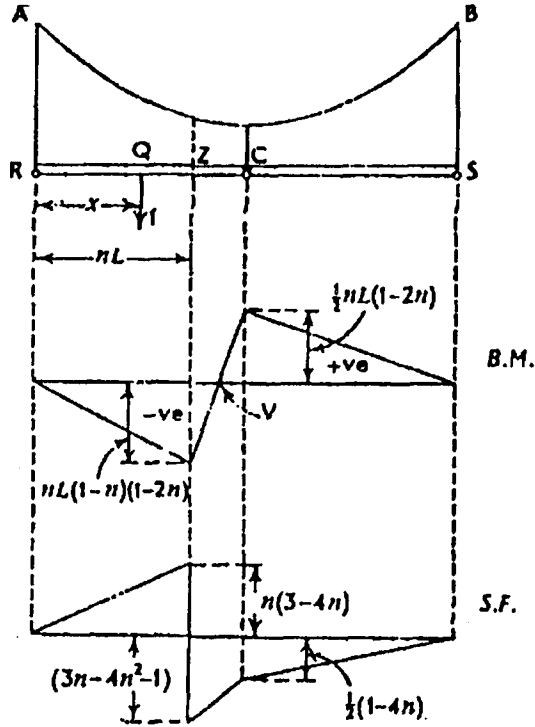
$$x < nL \quad \Rightarrow \quad M_Z = -x(1-n)(1-2n) \quad (2.81)$$

$$nL < x < L/2 \quad \Rightarrow \quad M_Z = n[-L+x(3-2n)] \quad (2.82)$$

$$x > nL \quad \Rightarrow \quad M_Z = n(L-x)(1-2n) \quad (2.83)$$

$n < L/2$ olduğundan Z'deki max. moment, yük Z'de iken elde edilir.

$$M_Z = n(1-n)(1-2n) \quad (2.84)$$



Şekil 2.10. Tekil Yük Altında Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi

Kesme kuvveti tesir çizgisi $1/4 < n < 1/2$ için çizilmiştir. $n = 1/4$ için C'deki koordinat işaret değiştirir.

2.3.4 Uniform Yayılı Yükle Yüklü Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi

Yukarıdaki şekilde, (M_z) 'in max. negatif değeri yük RV iyi kapladığı zaman elde edilir.

$$RV = \frac{L}{3 - 2n}$$

Böylece; tesir diyagramının alanından;

$$M_z = -\frac{P \cdot n(1-n) \cdot (1-2n) \cdot L^2}{2(3-2n)} \quad (2.85)$$

Max. pozitif moment değeri yük VS'yi kapladığı zaman elde edilir. Bu uzunluk;

$$VS = \frac{2(1-n)L}{3-2n}$$

dir. Buna karşılık gelen moment;

$$M_z = \frac{P \cdot n \cdot (1-n)(1-2n)L^2}{2(3-2n)} \quad (2.86)$$

Yayılı yükten gelen kesme kuvvetlerini tesir çizgisi yardımıyla elde edelim. $1/4 < n < 1/2$ için, Z'deki max. pozitif kesme kuvveti RZ boyu yüklü iken ortaya çıkar. Bu kuvvetin en büyük değeri Z kesiti C'de iken ($n=1/2$) meydana gelir.

$$F_c = \frac{1}{8} \cdot p \cdot L \quad (2.87)$$

Bu değer iki mafsallı kiriş ile aynıdır. Burada kalbodaki çekme kuvveti artışı da iki mafsallı kirişte olduğu gibi;

$$h = \frac{P \cdot L^2}{8d} \quad (2.88)$$

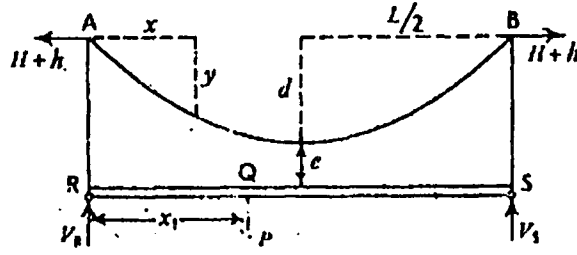
olur.

2.4 ELASTİK TEORİ

Elastik teori Rankine teorisinin ilk iki varsayımını kabul etmekte fakat (q) değerini elde ederken Rankine'nin 3.hipotezi yerine (q)'nün şiddetini rijitlik kirişinin

eğilme rijitliğine, kablonun çekme elastik rijitliğine ve kulelerin rijitliğine bağlı olduğunu kabul etmektir. Böylece kablo uniform yükleme altında asılmış bir elastik kirişe sahip, ters döndürülmüş elastik parabolik bir kemer gibi davranır.

2.4.1 Tekil Yük Altında Tek Açıklıklı Köprüde İki Mafsallı Kiriş



Şekil 2.11. Birim Tekil Yük Altında Üç Mafsallı Rijitlik Kirişi

H = Zati ağırlıktan dolayı kablo kuvveti yatay bileşeni

h = p kuvvetinden dolayı kablo kuvveti artışı

x kesitinde p ve q ($q=8hd/L^2$ iken) den dolayı eğilme momenti;

$$M = -V_R \cdot x - \frac{1}{2} q x^2$$

$$= -\left\{ \frac{p(1-x_1)}{L} - \frac{1}{2} qL \right\} x - \frac{1}{2} q x^2$$

$$= -\frac{px(L-x_1)}{L} + h \cdot Y$$

Kemere benzeterek;

$$M = \mu + hy \quad (2.89)$$

elde edilir. μ , burada basit kirişteki momenttir.

Kirişin eğilme deformasyon enerjisi:

$$U_1 = \int \frac{M^2 dx}{2EI} \quad (2.90)$$

Sabit kesitli kirişte ise;

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial h} &= \frac{1}{EI} \int M \frac{\partial M}{\partial h} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int (\mu + hy) y dx \end{aligned} \quad (2.91)$$

Tekil yük durumunda;

$$\frac{\partial U_1}{\partial h} = \frac{Px_1 d}{3EI} \left\{ -L + \frac{x_1^2}{L^2} (2L - x_1) \right\} + \frac{8h \cdot L \cdot d^2}{15EI} \quad (2.92)$$

Deformasyon enerjisi kablodaki çekme kuvveti değişimi ile de depolanır. Kablounun herhangi bir noktasında çekme kuvveti değişimi;

$$t = h \frac{ds}{dx} \quad (2.93)$$

olur. Buna göre deformasyon enerjisi;

$$U_2 = \int \frac{t^2 \cdot ds}{2AE} \quad (2.94)$$

olur. Parabolik kablo için integral alınır;

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_2}{\partial h} = \frac{hL}{AE} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{5}{2} + \frac{16d^2}{L^2} \right) \left(H \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} \right. \\ \left. + \frac{3}{32} \cdot \frac{L}{d} \cdot \log_e \left[\frac{4d}{L} + \left(H \frac{16d^2}{L^2} \right)^{1/2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.95)$$

elde edilir, basitleştirirsek;

$$\frac{\partial U_2}{\partial h} = \frac{chL}{AE} \quad (2.96)$$

Askı çubukları deformasyon enerjisi için, bu çubukları sonsuz yakın farzederek ve çubuk sayısı (N), herbirinin kesit alanı (A_1) olmak üzere, açıklığın birimi uzunluğundaki kesit alanı (a) ile gösterirsek;

$$a = \frac{N \cdot A_1}{L} \quad (2.97)$$

şeklinde bulunur. Bu durumda çubuk uzunluğu ve çubuklardaki gerilme;

$$e+d \left[1 - \frac{4x}{L^2} (L-x) \right] \text{ ve } \sigma = q/a \text{ bulunur.}$$

Bu elemandaki deformasyon enerjisi;

$$\partial W_3 = \frac{1}{2} \frac{(q \cdot dx)^2}{E \cdot a \cdot dx} \left\{ \int \left[1 - \frac{4x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right] dx \right\} \quad (2.98)$$

bulunur. $q=8dh/L^2$ yazarak, x'e göre integre edip, h'ya göre türev alarak;

$$\frac{\partial W_3}{\partial h} = \frac{64 \cdot d^2 h}{L^3 \cdot a \cdot E} (e + d/3) \quad (2.99)$$

Kulelerdeki basınç etkisi küçük olacaktır. Kuledeki kablo eğimi;

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_o = \frac{4d}{L}$$

Kuledeki kablo çekme kuvvetinin düşey bileşeni;

$$V = h \left(\frac{dy}{dx}\right)_o = \frac{4hd}{L} \quad (2.100)$$

olarak bulunur. Her iki kulede depo edilen basınç deformasyon enerjisi;

$$\frac{\partial U_4}{\partial h} = \frac{32d^2(d+e)h}{A_2EL^2} \quad (2.101)$$

A_2 , kulelerin etkisi alanıdır ve (etd) yüksekliğince sabit kabul edilir.

(2.91), (2.96), (2.99), (2.101) denklemlerinin sonuçlarını toplarsak ve sıfıra eşitlersek buradan (h) iyi çekeriz.

$$h = \frac{\frac{Px_1d}{3EI} \left\{ L - \frac{x_1^2}{L^2} (2L - x_1) \right\}}{\frac{8Ld^2}{15EI} + \frac{CL}{AE} + \frac{64d^2}{L^3aE} \left(e + \frac{d}{3} \right) + \frac{32d^2(e+d)}{A_2EL^2}} \quad (2.102)$$

Paydadaki 3.ve4. terimin etkisi %1 oranındadır. Öyleyse;

$$h = \frac{\frac{P.x_1d}{3EI} \left\{ L - \frac{x_1^2}{L^2} (2L - x_1) \right\}}{\frac{8Ld^2}{15EI} + \frac{cL}{AE}} \quad (2.103)$$

(2.89) denkleminde bu (h) değerinin yerine koyarsak eğilme momentini buluruz. Askı çubukları kuvveti,

$$q = \frac{8hd}{L^2}$$

bulunur.

2.4.2 Elastik Teorisinin q Kablo Yüğü Cinsinden İncelenmesi

Kabloyu genleşmez farzedelim, buna göre h ifadesinde paydadaki CL/EF terimini ihmal edelim P kuvveti açıklığı noktasında ise $x_1=L/2$ ve;

$$h = \frac{25}{128} \frac{PL}{d} \quad (2.104)$$

bu değeri kiriş rijitliği olan EI dan bağımsızdır. II.3.2 konusunun (2.62) denkleminde Rankine teorisi için bu değeri vermiştir, buna göre her iki teoride $q=8dh/L^2$ olduğunda, elastik teoride;

$$q = \frac{25}{16} \frac{P}{L} \quad (2.105)$$

olur

Kabloyu genleşmez farzederek; P'den ve q ' den ileri gelen sehimler yaklaşık olarak eşit ve ters yönlü olacaktır.

2.4.3 Kiriş Düşey Yerdeğiştirmeleri

Sehimleri direkt olarak yüklere göre hesaplamak uygundur. Kirişte aşağı doğru etkiye dış yük ve yukarı doğru etkiyen (q) askı çubukları kuvveti vardır. Bu iki yükleme sehimlerinin farkı dış yükler altında kirişin net sehimini verir,

$$Y_1 = \frac{PL^3}{GEI}(1-k) \cdot \frac{x}{L} \left[k(2-k) - \frac{x^2}{L^2} \right] \quad (2.107)$$

Yük ve kesit açıklığının ortasında ise $k=1/2, x=L/2$ olur. (2.106) veya (2.107) denkleminde;

$$Y_2 = \frac{q \cdot L^4}{24EI} \frac{x}{L} \left(1 - 2 \frac{x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right) \quad (2.109)$$

(2.104) denkleminde $\frac{CL}{EA}$ terimi ihmal edilerek;

$$q = \frac{8 \cdot d \cdot h}{L^2} = \frac{5P}{L} k(1 - 2k^2 + k^3) \quad (2.110)$$

Buradan $k=1/2, x=L/2$ iken;

$$Y_{2c} = \frac{125}{6144} \frac{PL^3}{EI} \quad (2.111)$$

Böylece merkezi yükleme durumunda, net merkezi sehim

$$Y_c = Y_{yc} - Y_{2c} = \frac{PL^3}{48EI} - \frac{125}{6144} \frac{PL^3}{EI} = 0.000488 \frac{PL^3}{EI} \quad (2.112)$$

b)Bütün açıklığa (p) Uniform Yayılı Yük;

Kablonun genleşmez kabulünden dolayı $q=p$ olur. Dolayısıyla kirişte boydan boya sehim sıfırdır.

c)Yardım açıklığa (p) Uniform Yayılı Yük;

Sehim daha ziyade çeyrek kesitlerde meydana gelir, bunlardan biri iner, biri yükselir. Yukarıdaki kabullerde $x=L/4$ noktasındaki sehim;

$$Y_Q = 0.000407 \frac{pL^4}{EI} \quad (2.113)$$

elde edilir.

2.4.4 Sıcaklık Etkisi

Elastik teori, sehimlerin yaklaşık etüdüne uygun olduğun olan, asma köprüdeki ısı etkisine uygulanabilir. Asma köprünün sadece ölü yük taşıdığını farzederseniz, sıcaklık artışı sonucu askı çubuklarındaki çekme kuvveti azalır. Kirişte sarkma neticesi ilave eğilme momentleri meydana gelir

Kablonun ısı artışı ile uzama miktarı;

$$\Delta \ell = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell \quad (2.114)$$

Sehim artışı;

$$\Delta d = \frac{3}{16} \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{\ell^2}{d} \quad (2.115)$$

α , kablonun genleşme katsayısıdır. Askı çubuklarının taşıdığı uniform yükün uniform kaldığını farzederseniz; bu yükteki Δq değişimi;

$$\Delta d = \frac{5}{384} \Delta q \frac{L^4}{EI} \quad (2.116)$$

ve buradan;

$$\Delta q = \frac{384}{5} \frac{EI}{L^4} \Delta d \quad (2.117)$$

bulunur. Bu ifadelerde Δd yerine değerleri konarak, sıcaklık değişimi için;

$$\Delta q = \frac{72}{5} \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{EI \ell^2}{L^3 \cdot f} \quad (2.118)$$

ve H; çekme kuvvetindeki artış;

$$h = -\frac{48}{5} \frac{EI}{dL^2} \Delta d \quad (2.119)$$

olur. Burada Δd değeri yerine konursa;

$$h = -\frac{9}{5} \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{EI \ell^2}{d^2 L^2} \quad (2.120)$$

bulunur. kirişteki mukabil eğilme momenti;

$$M = h^1 \cdot Y \quad (2.121)$$

Açıklığın ortasındaki eğilme momenti;

$$M_c = -\frac{9}{5} \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{EI \ell^2}{L^2 d} = -\frac{9}{5} \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{EI}{d} \quad (2.122)$$

2.5 DEFLEKSİYON TEORİSİ

Bu teoride de inceleme kemer tarzında çalışan kabloda yapılıyor, etkiler ilk olarak kirişin birim uzunluğu boyunca bir p hareketli yükünden dolayı, kablodaki çekme kuvveti yatay bileşininde meydana gelen (h) artışının belirlenmesine yöneltildi.

Önceden gördüğümüz gibi rijitlik kirişi basit tek kiriş alınmak üzere, uygulanan yükten ileri gelen eğilme momenti μ ise;

$$M = \mu + h \cdot Y \quad (2.123)$$

yazılabilir. Fakat bu formülün çıkarılmasında kirişin (v) sehiminin kablo orijinal şeklinin (Y) ordinatlarına kıyasla ihmal edileliğini görmüştük, biz burada bu (V) değerlerini ihmal edilmeyecektir. Bunu uygularken yukarıdaki formülün çıkartılmasında, ikinci terimin, askı çubuğu kuvvetlerinin etkisini temsil ettiğine dikkat edilmelidir. Bu kuvvet ölü yük (g) den ve hareketli yük (q) dan oluşur. Kirişteki ilk moment (M_1) sıfır olacak tarzda (g) den ileri gelen moment terimi ($H.y$) zati ağırlıktan ileri gelen (μ_1) tarafından tamamen dengelenecektir. Ölü yük için;

$$M_1 = \mu_1 + H.y = 0 \quad (2.124)$$

elde edilir.

Hareketli yük eklenince ve (v) değeri ihmal edilirse;

$$M = \mu_1 + \mu + (H+h).y$$

$$M = \mu + h.y$$

Eğer (v) değeri ihmal edilmezse aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} M &= \mu_1 + \mu + (H+h)(Y+v) \\ &= \mu + h.y + (H+h)v \end{aligned} \quad (2.125)$$

2.5.1. Temel Denklemler

(w) ölü ağırlığının sonucu rijidlik kirişinin deforme şeklini orijin alır, kirişin sehimlerini bundan itibaren ölçersek, bu sehimler sadece açıklık boyunca değişken olabilen (p) hareketli yüklerine ve bu (p) yükünden ileri gelen (q) askı çubuğu kuvvetlerine bağlı bulunacaktır. Dolayısıyla, alışılmış eğilme teorisinin uygulanabildiğini kabul edersek, kiriş için;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} = p - q \quad (2.126)$$

yazabiliriz.

Düşey dengeden;

$$d(T \sin \theta) + w' dx = 0 \quad (2.127)$$

Şekilden;

$$T \sin \theta = H \tan \theta$$

olduğu görülüyor. H burada sabittir. Buna göre;

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (T \sin \theta) &= H \cdot \frac{d}{dx} (\tan \theta) \\ &= H \frac{d^2 y}{dx^2} \end{aligned}$$

Buradan (2.127) denklemi şu hali alır;

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = -w' \quad (2.128)$$

Hareketli yükün bulunduğu duruma göre (2.128) denklemi yazılırsa;

$$(H+h) \frac{d^2}{dx^2} (y+v) = -w-q \quad (2.129)$$

ve ölü yük durumunda;

$$\frac{H d^2 y}{dx^2} = -w \quad (2.130)$$

(2.129) ve (2.130) denklemleri yardımıyla;

$$h \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + (H + h) \frac{d^2 v}{dx^2} = -q \quad (2.131)$$

bulunur.

(2.126) ve (2.131) denklemleri yardımıyla;

$$EI \frac{d^4 v}{dy^4} - (H + h) \frac{d^2 v}{dx^2} = p + h \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.132)$$

(h) ve (v) bilinmeyenlerini içeren bu denklem asma köprü esas diferansiyel denkleminin klasik şeklidir.

Aynı sonuç μ cinsinden yazılabilir. (2.125) denklemini alırsak ve;

$$M = EI \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (2.133)$$

yazarsak, şu denklemi bulunur.

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{\mu + hy}{EI} + \frac{H + h}{EI} \cdot v$$

$$= c^2 \cdot v + \frac{c^2}{H + h} (\mu + hy)$$

Burada;

$$c^2 = \frac{H + h}{EI} \text{ dir.}$$

Bu (2.133) denklemi Steinman tarafından kullanılmıştır.

2.5.2 Üniform Yük Durumu

$x=0$ dan $X=kL$ ye kadar yayılı bir (p) uniform yükünü gözönüne alalım; (2.133) denklemini iki kere integre edersek;

$$V = \frac{h}{H+h} \left\{ C_1 e^{cx} + C_2 \cdot e^{-cx} + \left(\frac{\mu}{h} - y \right) + \frac{1}{C^2} \left(\frac{8d}{L^2} - \frac{p}{h} \right) \right\} \quad (2.134)$$

$X=0$ için $v=0$, $X=L$ için $V=0$ sınır şartlarından ve $X=kL$ süreklilik şartlarından C_1 ve C_2 katsayıları bulunur. Bu şartları yerine koyarsak $X=0$ dan $X=kL$ e kadar yüklü açıklık kısmı için şu sonuçlar bulunur.

$$C_2 = -C_1 - \frac{1}{C^2} \left(\frac{8d}{L^2} - \frac{p}{h} \right) \quad (2.135)$$

ve

$$C_1 = \frac{\frac{p}{zhc^2} \left\{ e^{cl(1-k)} te^{-cl(1-k)} - 2e^{-cl} \right\} - \frac{8d}{c^2 L^2} (1 - e^{-cl})}{e^{cl} - e^{-cl}} \quad (2.136)$$

$X=kL$ den $X=L$ le kadar yüklenmiş açıklık kısmı için:

$$C'_1 = C_y - \frac{p}{2hc^2} e^{-kcl} \quad (2.137)$$

$$C'_2 = -C'_1 e^{2cl} - \frac{8d}{c^2 L^2} e^{cl} \quad (2.138)$$

(2.114) denkleminde (p) yükünün (v) ile tamamen orantılı bulunmadığı görülür. Böylece köprü lineer olarak davranmaz ve süper pozisyon prensibi ve ona dayanan tesir çizgileri metodu hassasiyetle uygulanamaz.

$$\int_0^L v dx = \int_0^{kL} v dx + \int_{kL}^L v dx$$

şeklinde denklemi yazarsak; (2.114) denklemini yerine yazıp, uygun C_1 , C_2 , C_1 ve C_2 katsayıları yardımıyla;

$$h = \frac{pkL}{D} \left\{ \frac{kL^2}{12} (3-2k) - \frac{1}{C^2} \right\} - \frac{p}{Dc^3 (e^{cL} - e^{-cL})} \left\{ e^{cL(1-k)} + e^{-cL(1-k)} - e^{cL} - e^{-cL} - e^{kcL} - e^{-kcL} + 2 \right\} \quad (2.139)$$

Paydadaki D katsayısının değeri;

$$D = \frac{16d}{C^3 L^2} \frac{e^{cL} - 1}{e^{cL} + 1} - \frac{8d}{c^2 L} + \frac{2}{3} dL \quad (2.140)$$

(2.134) denklemini (2.125) te yerine koyarsak, kirişteki eğilme momenti;

$$M = h \left\{ C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{8d}{L^2} - \frac{p}{h} \right) \right\} \quad (2.141)$$

(2.141) denklemini iki defa türevini alırsak;

$$\frac{\partial M}{\partial x^2} = c^2 h \{ C_1 e^{-cx} + C_2 e^{-cx} \} \quad (2.142)$$

kirişin kendisi tarafından taşınan yükü bulmuş oluruz. Askı çubuklarının taşıdığı (q) yükü, (p) ile (2.142) arasındaki farka eşittir; yani

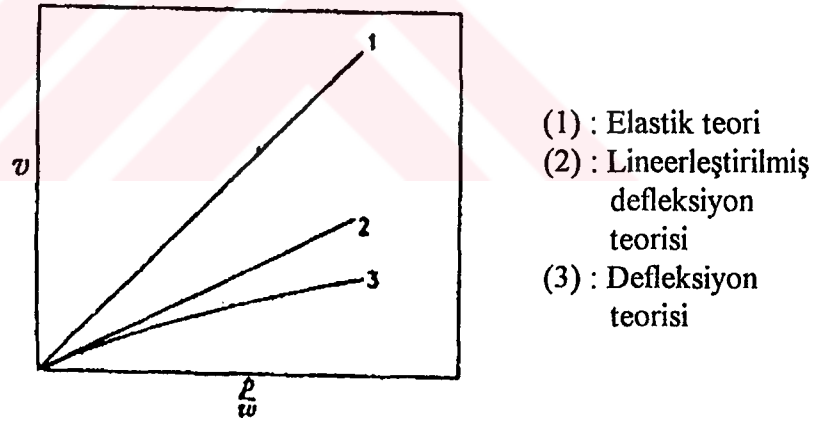
$$q = p - c^2 h \{ C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} \} \quad (2.143)$$

Buradan (q) nın (x) ile değiştiği ve elastik teoride farzedildiği gibi sabit olmadığı hemen görülür.

2.6 L NEERLEŐTİRİLMİŐ DEFLEKSİYON TEORİSİ

Defleksiyon teorisinin non-linear karakterde oluğu ve bunun nümerik uygulamalarda g   l klere neden oluğu bu teorisin oluşturulmasına neden olmuştur. Ayrıca bu lineerleştirme işlemi sonucu süperpozisyon prensibi ve tesir çizgileri yöntemini kullanabilmek imkanına sahip olmaktadır.

p, hareketli yükü, w  l  ağırlığına göre küçük olması şartıyla (v) sehimlerinin p ile orantılı olacağı açıktır. Gene w'ye kıyasla p büyüdükçe, kablonun etkisi ile köprü daha rijit olur. Bu karakteristikler diagramda 3 eğrisi ile belirlenmiştir. Linearize teori orijinde 3 eğresine teğet 2 eğrisini ortaya  ıkarımayı amaçlar.



Şekil 2.13. Teoriler İçin v-p/w Eğrileri

II.5.1 (2.132) denkleminde belirtildiği gibi defleksiyon teorisinin esas denklemini;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - (H + h) \frac{d^2 v}{dx^2} = p + h \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.144)$$

Bu denklem lineer değildir. p yükü, g 'den küçük kaldıkça, p den ileri gider yatay h çekme kuvveti, ilk çekme kuvveti H 'a nazaran küçük olacaktır. Buna göre hıyı

$$\text{ihmal edersek, } EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p + h \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.145)$$

lineer denklem elde ederiz. Defleksiyon teorisinin kablonun genleşmesi ile ilgili denklemi;

$$\Delta \ell = \frac{h \cdot \ell}{E_c A_c} - \frac{w}{H} \int_0^L v dx = 0 \quad (2.146)$$

2.6.1. Gergi Kirişi Analojisi Metodu

(2.145) denkleminde, $H \frac{d^2 v}{dx^2}$ terimi, askı çubuklarındaki çekme kuvvetlerinin yükleme etkisini temsil eder ve yatay H çekme kuvveti rijidlik kirişi boyunca uygulanır. Bu durum asma köprü ile yanal yüklere maruz bir gergi çubuğu arasında bir analogi mevcuttur. Gergi çubuğunda X li yatay eksenel çekme olarak kabul edersek ve sonra p yayılı yükü ile yüklersek; uç noktasından herhangi x uzunluğunda momet denklemi;

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = X \cdot y - \frac{p}{2} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \quad (2.147)$$

Bu denklemi 2 defa türetirsek;

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - X \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = p \quad (2.148)$$

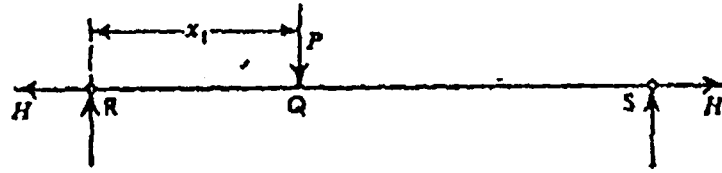
elde edilir. Elde ettiğimiz bu denklem (2.145) denklemi ile aynı formdadır. (2.145) denklemini II.5.1 konusundaki (2.130) denklemi kullanarak, tekrar düzenlersek;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p - g \frac{h}{H} \quad (2.149)$$

$\left(-g \frac{h}{H}\right)$ yanal yüklemesine maruz bir gergi çubuğu için (2.148) denklemi şu hali alır;

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - x \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = p - g \frac{h}{H} \quad (2.150)$$

Örnek olarak, R ucunda x_1 kadar uzaklıkta bir p tekil yükü altında bir asma köprüyü göz önüne alalım.



Şekil 2.14. Gergi Analojisi Metodunda P Tekil Yükü Altında Köprü

Kablonun etkisi H çekme kuvveti ile beraber, bütün açıklık boyunca yayılı ve yukarı doğru etkiyen $g \frac{h}{H}$ yüklemesi ile gösterilecektir. Bu durum için mevcut çözümler, içinde H/EI ifadesinin geçtiği, hiperbolik fksiyonlar cinsinden (v) deplasmanlarını verirler.

$$\beta^2 = H/EI$$

yazarak, bu çözümler kolaylık için iki kısımda ele alınırlar.

P kuvvetinden dolayı sehim:

Rθ Bölgesinde:

$$v' = -\frac{p}{H} \frac{\sinh \beta(L - x_y)}{\beta \sinh \beta L} \sinh \beta x + \frac{Px(L - x_y)}{HL} \quad (2.151)$$

ve QS Bölgesinde;

$$v' = -\frac{p}{H} \frac{\sinh \beta x_1}{\beta \sinh \beta L} \sinh \beta(L-x) + \frac{Px_1(L-x)}{HL} \quad (2.152)$$

Yukarıya doğru etkiyen üniform w yükünden dolayı sehimi

$$v'' = -\frac{P}{H} \cdot \frac{wL^2}{H} \left\{ \frac{\cosh\left(\frac{1}{2}\beta L - \beta x\right)}{\beta^2 L^2 \cosh\left(\frac{1}{2}\beta L\right)} - \frac{1}{\beta^2 L^2} + \frac{x(L-x)}{2L^2} \right\} \quad (2.153)$$

Toplam sehimi

$$v = v' + v'' \quad (2.154)$$

(2.150) ve (2.151) den uygun v' alınarak hesaplanır. (2.154)den bulduğumuz sonuçlar (2.146)da yerine koyarsak;

$$\begin{aligned} & h \left\{ \frac{H}{A_c E_c} \cdot \frac{1}{L} + \frac{1}{12} \left(\frac{8d}{L} \right)^2 \left(1 - \frac{12}{\beta^2 L^2} + \frac{24}{\beta^3 L^3} \tanh \frac{\beta L}{2} \right) \right\} \\ &= p \cdot \frac{8d}{L} \left\{ \frac{X_1(L-X_1)}{2L^2} - \frac{1}{\beta^2 L^2 \sinh \beta L} [\sinh \beta L - \sinh \beta(L-X_1) - \sinh \beta X_1] \right\} \end{aligned} \quad (2.155)$$

(h) ile (p) arasında bir lineer bağıntı bulunur. Büyük açıklıklı köprüler için (2.155) denklemi büyük ölçüde basitleştirilebilir. Bu durumda βL genel olarak büyük mertebededir. Bu durumda (2.155)' de βL i terimler ihmal edilir. Ayrıca $\left(\frac{H}{E_c A_c} \frac{\ell}{L} \right)$ kablo uzamasının etkisi genellikle çok küçüktür. Bu durumda (2.155)de şu hali alır;

$$h = \frac{3}{4} P \cdot \frac{L}{d} \frac{x_1(L-x_1)}{L^2} \quad (2.156)$$

$X_1=rL$ yazılırsa, 2.2 Bölümünde (2.35) denklemiyle (2.156) nın özdeş olduğu görülür.

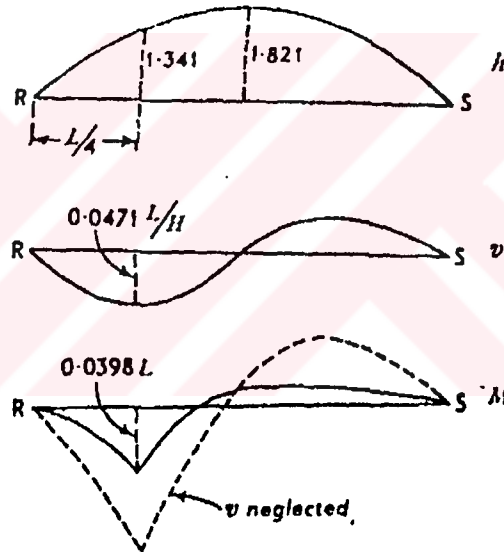
(2.156) denklemi P yükünün değişik konumları için bir (h) tesir çizgisi çizmek için kullanılabilir. Aşağıdaki şekilde bu gösterilmiştir ve gene bu şekilde $X=L/4$ noktasını sehim ve eğilme momenttesir çizgileri de görülmektedir. sehim tesir çizgisi (2.151),(2.152),(2.153) denklemlerine dayandırılmış ve örnek

$$\beta L = 10, H / A_c E_c = 0.002, L / d = 10 \quad \text{değerleri} \quad \text{kullanılmıştır.}$$

Defleksiyon teorisine göre M ifadesinin son $(H+h)v$ teriminde (h) nın ihmal edilmesiyle lineerleştirilmiştir

$$M = \mu + hy + H.v \quad (2.157)$$

bağıntısına dayanır. (h) , (v) ve moment tesir çizgileri aşağıda çizilmiştir.



Şekil 2.15. (h) , (v) ve Moment Tesir Çizgisi Diyagramları

Eğilme momenti tesir çizgisi diagramında kesik çizgili eğri (2.157) denkleminde $H.v$ teriminin ihmal edilmesine tekabül eder; böylece v sehimlerinin tamamen ihmal edilmesine tekabül eder [3].

BÖLÜM 3

ASMA KÖPRÜLERDE DOĞAL FREKANS DEĞERLERİNİN İNCELENMESİ

3.1 ASMA KÖPRÜLERİN DOĞAL FREKANSLARI VE MODLARI

Bu alanda ilk problem izde edilmiş ağır bir asma kablonun düşey bir düzlemde salınımları ile ilgilidir.

Routh tarafından bu problem etüd edildi, burada onun etüdü özetleyecektir[2].

3.1.1 Basit Kablo

Denge durumunda asılmış bir asma kabloda herhangi bir Q noktasının dik koordinatları (x) ve (y) olsun. Uygun herhangi bir orijinden itibaren kablo yayı boyunca Q'ya kadar uzaklık (s) ve Q'da kablo birim boyu kütlesi (m) olsun. Burada (m) in kablo boyunca değişme olacağını gözönüne alıyoruz.

Kablo, denge durumundan itibaren, küçük amplitüdlü bir salınım yaptığı zaman, Q noktasında, denge çekme kuvveti (T) olsun ve (t) anında, (T+ΔT) değerini alsın. Kablonun Q'da (ds) boyunda bir kesitin hareketini düzenleyen koşulları gözde geçirerek, Routh kablo için hareket denklemlerini aşağıdaki gibi verir;

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{1}{m} \frac{d}{ds} \left(T \frac{du}{ds} + \Delta T \frac{dx}{ds} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{1}{m} \frac{d}{ds} \left(T \frac{dv}{ds} + \Delta T \frac{dy}{ds} \right) \quad (3.2)$$

Kablo uzamasız ise hareketin geometrisi aşağıdaki denkleme de uymalıdır.

$$\frac{dx}{ds} \cdot \frac{du}{ds} + \frac{dy}{ds} \cdot \frac{dv}{ds} = 0 \quad (3.3)$$

Bu üç denklem (s) ve (t) cinsinden, (u), (v) ve (ΔT) iyi tayin etmek için bir esas verir, fakat (m) sabit ile uniform bir kablo için bunlar elverişsizdir. ve bu yüzden Routh çözüme daha yatkın bir şart kabul etmiştir. (m) nin (s) ile kablo bir sikloik şeklinde asılacak tarzda değiştiğini farzetmiştir. Böyle bir kablonun en küçük doğal frekansı için Routh böylece;

$$\lambda \propto \alpha_0 = \pi \quad (3.4)$$

bulmuştur; burada $\lambda = 2\sqrt{1 + (b \cdot w^2 / \gamma)}$ ve $\sin \alpha_0 = \ell / 8b$, (b) sikloidin jeneratris dairesinin yarıçapı, (ℓ) zincirin boyu ve (w) salınım açısal frekansıdır. Kablonun uçlarındaki eğimi (α_0) ın küçük olması durumunda, (3.4) şöyle yazılabilir.

$$\eta_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma}{b} \left(\frac{16\pi^2 b^2}{\ell^2} - 1 \right)} \quad (3.5)$$

burada (η_1), ilgili en küçük doğal frekans şimdi eğer sehmin uzunluğuna ortaya (d/ℓ) küçükse;

$$b = \ell^2 / 32d \quad (3.6)$$

yazabiliriz. Bunu (3.5)'de yerine koyar ve seriye açarsak, (d/ℓ)'li terimlerin ikiden büyük kuvvetleri ihmal edilerek;

$$\eta_1 = \frac{1.43}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{b}} \left(1 - \frac{32}{\pi^2} \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.7)$$

elde edilir. Routh tarafından verilen daha büyük frekanslar benzer tarzda yazılabilir.

$$\eta_2 = \frac{2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - \frac{32}{(1.43\pi)^2} \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.8)$$

$$\eta_3 = \frac{2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - \frac{32}{(2\pi)^2} \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.9)$$

$$\eta_4 = \frac{2.5}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - \frac{32}{(2.5\pi)^2} \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.10)$$

Bu sonuçlar sadece sikloid şekilli yatık asma tablalara uygulanır.

Probleme basit yaklaşım, kablo salınımlarına, düşey bir düzlemde, enine dalgaların kablo boyunca yayılmasından doğuyor gibi bakmaktadır. Yayılma hızı (v) sabit gibi kabul edilirse, (i), ardışık doğal modlar 1; 1,5; 2; ... değerlerini haiz olmak üzere, doğal frekanslar;

$$\eta = i \cdot \frac{V}{\ell} \quad (3.11)$$

ile verilir. Boyutsal analiz terimleri kullanılarak;

$$\eta = \emptyset (l, d, m, \gamma)$$

yazabiliriz ve sonra alışılmış boyutsal argümanlarla;

$$\eta = \left(\frac{\gamma}{d} \right)^{1/2} \cdot \Psi \cdot \left(\frac{d}{\ell} \right) \quad (3.12)$$

yazılabilir. γ 9,81 m/sn² olup yerçekimi ivmesini ifade eder. (3.11)'de (i) değerleri ardışık doğal modlar için 1; 1,5; 2 şeklindedir.

Küçük amplitüdlü dalgalar için, T çekmesi altındaki kabloda (v) hızı şöyle hesaplanır;

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (3.13)$$

Sehimin açıklığa oranı küçük olan bir zincir eğrisi boyunca çok değişmediğinden, (II)'in iyi sonuç vermesi beklenir.

Zincir eğrilerinde $T = w.y$ olduğu bilindiğinden, bir zincir eğrisinin herhangi noktasındaki çekme kuvveti,

$$T = m. \gamma. y \quad (3.14)$$

bulunur. Kablonun en alt noktasında $y = c$ ise T, çekme kuvvetinin yaklaşık değerini şöyle buluruz;

$$T = m. \gamma. \left(c + \frac{1}{3} d \right) \quad (3.15)$$

Burada zincir eğrisi parametresinin $c = \frac{\ell^2}{8d} - \frac{1}{2} d$ şeklinde alırsak ve (3.15)'de yerine koyarsak;

$$T = \frac{m. \gamma. \ell^2}{8d} \sqrt{1 - \frac{4d^2}{3\ell^2}} \quad (3.16)$$

(3.13) ve (3.16) yardımıyla (3.11) denklemi şu hali alır;

$$\eta = \frac{i}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.17)$$

(d/l) nin ikiden büyük kuvvetleri ihmal edilerek , doğal frekans formülü elde ederiz.

Pugsley ise yaptığı deneyler sonucu aşağıdaki yarı ampirik formülleri ileri sürdü sürdür;

$$\eta_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - 3 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.18)$$

$$\eta_2 = \frac{1.4}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - 1.5 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.19)$$

$$\eta_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \left(1 - 0.7 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \quad (3.20)$$

Satterly, Saxton ve Cahn Routh'un burada verdiğimiz (3.1) (3.2) ve (3.3) denklemlerini, bir uniform kablo durumu için aşağıdaki tek bir denkleme indirgediler;

$$\cos \alpha \cdot \frac{d^4 \eta}{dt^4} - 2 \sin \alpha \cdot \frac{d^3 \eta}{dt^3} + \left(\cos \alpha + \frac{\lambda^2}{\cos^2 \alpha} \right) \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \left(\frac{\lambda^2}{\cos^3 \alpha} - 1 \right)$$

$$2 \sin \alpha \cdot \frac{\lambda^2}{\cos^2 \alpha} \cdot \eta = 0 \quad (3.21)$$

Burada η kablunun denge durumuna dik deplasman, α eğimi ve sınır şartları ise, kablo

uçlarında $\alpha = \pm \alpha_0$ iken $\eta = \frac{d\eta}{dt} = 0$; λ ise;

$$\lambda^2 = \frac{\ell}{2g \tan \alpha_0} \cdot \omega^2 \quad (3.22)$$

şeklinde verilmektedir. (3.21)'in çözümü eksplisit seri sonuçlarına götürmek üzere geliştirilmiştir.

Tek modlar için;

$$\lambda = \frac{i\pi}{A} \left\{ 1 - \frac{A(B+C)}{(i\pi)^2} + \dots \right\} \quad (3.23)$$

Çift modlar için;

$$\lambda = \frac{(i+1/2)\pi}{A} \left\{ 1 - \frac{A(B+D)}{[(i+1/2)\pi]^2} + \dots \right\} \quad (3.24)$$

burada $i = 1, 2, 3, \dots$ ve A, B, C, D ise α_0 küçükse (3, 21) ve (3, 22) denklemleri sıra ile şu hale dönüşürler;

$$\lambda = \frac{i\pi}{\alpha_0} \quad (3.25)$$

ve

$$\lambda = \frac{(i+1/2)\pi}{\alpha_0} \left\{ 1 - \frac{1}{[(i+1/2)\pi]^2} \right\} \quad (3.26)$$

$i=1$ ve α_0 küçük için (3.22) denklemi;

$$\lambda_1 = w_1 \sqrt{\frac{\ell}{2 \cdot \gamma \alpha_0}} \quad (3.27)$$

bulunur ve (3.25) yardımıyla;

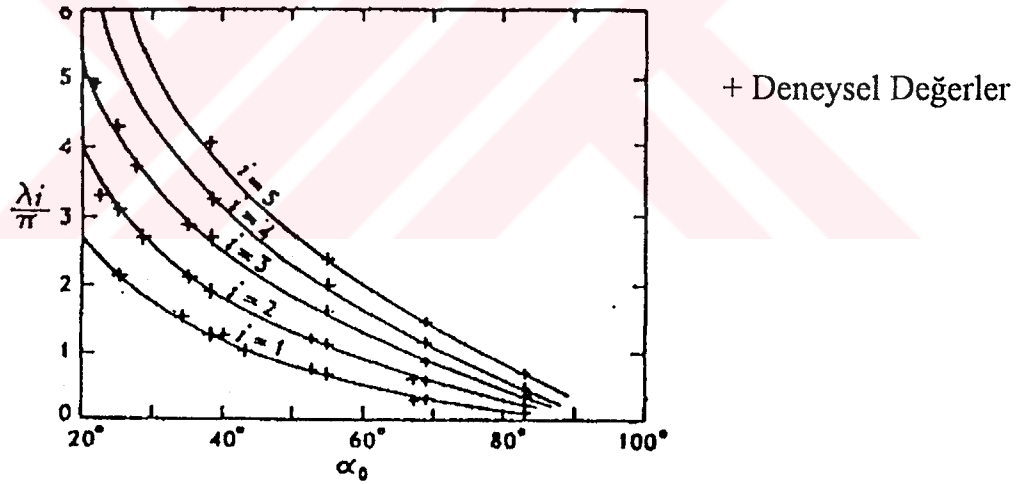
$$\eta_1 = \frac{w_1}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha_o \ell}} \quad (3.28)$$

elde edilir. burada α_o yaklaşık olarak $4d/l$ ile verilir. O zaman (3.28) tekrar yazarsak;

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \quad (3.29)$$

elde edilir.

(3.23) ve (3.24) ifadeleriyle elde edilen sonuçları deneysel sonuçlarla mukayese edildiğinde aşağıdaki şekilde görüleceği gibi 70° gibi büyük α_o değerleri için bile Saxon ve Cahn uygun sonuçlar elde etmişlerdir.



Şekil 3.1. Eğim λ_i/π Diyagramı

3.1.2. Eğilmeye Çalışan Köprü

Bir asma köprüde olduğu gibi, bir kirişle rijitleştirilmiş bir kabloyu gözönüne alırsak, düşey düzlemdeki küçük salınımlar üzerinde çalışmamız gerekmektedir. Buna

göre daha önce elde ettiğimiz, linerleştirilmiş denge denklemine dönersek;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p - g \frac{h}{H} \quad (3.30)$$

Burada (p) dış yüklemesini tersinmiş atalet kuvveti $\left(-\frac{g dv^2}{\gamma \cdot dt^2} \right)$ ile değiştirirsek ve (h)'ı atalet kuvvetlerinden ileri gelmiş ve dolayısıyla (t)'nin bir fonksiyonu gibi ele alırsak, bu denklem salınma uygulanabilir. Buradan;

$$\frac{g}{\gamma} \frac{d^2 v}{dt^2} + EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{g}{H} h = 0 \quad (3.31)$$

denklemini hareketin lineer denklemini olure. $v = v_0 \cdot e^{wt}$ ve $h = h_0 \cdot e^{wt}$ yazarsak; (3.31) denklemini;

$$\frac{g}{\gamma} w^2 v_0 + EI \frac{d^4 v_0}{dx^4} - H \frac{d^2 v_0}{dx^2} + g \frac{h_0}{H} = 0 \quad (3.32)$$

(v_0) burada (x)'in bir fonksiyonudur ve (h_0) ise (v_0)'a elastik bir bağıntı ile bağlıdır. Bu suretle, bu denklem (v_0)'a göre lineer ve dördüncü mertebeden ve sabit katsayılıdır.

İlk önce, antisimetrik salınım modları durumunu yani çift sayıda yarım dalga boyları ve dolayısıyla açıklığın ortasında bir düğüm noktası meydana getiren modları gözönüne alalım.

Bu durumda küçük amplitüdler için, hareket, kablonun kendi düzenleminde, sarkaç benzeri bir sallanma doğurur ve ilave (h) kablo çekme kuvvetleri ortaya çıkmaz. Bunun sonucu olarak (3.32)'nin bir basit açıklığa uygun uç şartlarını sağlayan çözümü;

$$v_o = a \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (3.33)$$

bulunur. Burada $m = 2, 4, 6, \dots$ ve bu modlarda titreşimlerin açısal frekansı;

$$w = \frac{m\pi}{L} \sqrt{\frac{\gamma}{g} \left(H + \frac{m^2 \cdot \pi^2 \cdot EI}{L^2} \right)} \quad (3.34)$$

Bu sonucu sadece kablo durumundaki sonuçlarla karşılaştırmak için; $H = g L^2 / 8d$ olarak denklemde yerine konursa;

$$\eta = \frac{w}{2\pi} = \frac{m}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \sqrt{1 + 8m^2 \pi^2 \frac{EId}{gL^4}}} \quad (3.35)$$

EId/gL^4 terimi burada rijitlik parametresi (R) olarak ifade edilebilir. (R) rijitlik parametresi ihmal edilirse (3.35) ifadesi görülecektir ki tek başına kablo için bir sonuca dönüşür.

Rijitlik kırıının mevcudiyeti sebebi ile kablo frekansları üzerinde bir düzeltme gözü ile bakarsak, Pugsleyin bildirdiği gibi;

$$\eta_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \left(1 - 3 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \sqrt{1 + 32\pi^2 R}} \quad (3.36)$$

$$\eta_3 = \frac{2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \left(1 - 0.7 \frac{d^2}{\ell^2} \right) \sqrt{1 + 128\pi^2 R}} \quad (3.37)$$

η_2 , (m) in tek değerini ilgilendirir yani $m = 3$ durumunda elde edilir, bu durumda (h_o)'ın değişimi gereklidir.

Steinmann uzamasız bir kabloyu düşünerek;

$$v_o = a \sin \frac{m\pi x}{L} - \frac{a}{m} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.38)$$

şeklinde kabul yapıyor. Bu duruma göre (3.35) son terimi

$$\sqrt{\frac{m^4 + 1}{m^4 + m^2} + \frac{m^6 + 1}{m^6 + m^2}} 8m^2 \pi^2 R \quad (3.39)$$

olur. En düşük simetrik mod için $m = 3$ yazarsak ve (3.35) denklemini yeniden düzenlersek;

$$\eta_2 = \frac{1.43}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \sqrt{1 + 78.3\pi^2 R} \quad (3.40)$$

elde edilmiş olur.

Bleich kablonun elastik uzamasını katarak en küçük simetrik mod için ($m=3$) enerji çözümü,

$$v_o = a_1 \sin \frac{m\pi x}{L} + a_3 \sin \frac{3\pi x}{L} \quad (3.41)$$

formunu kabul etmiştir. Buna göre;

$$h_o = \frac{16d}{\pi L} \frac{E_c \cdot A_c}{\ell} \left(a_1 + \frac{a_3}{3} \right) \quad (3.42)$$

bulunur ve frekans denklemi (3.41) ve (3.42) yardımıyla yazılabilir.

3.1.3. Burulmaya Çalışan Köprü

Burulma modunda, bir kenar yükselirken bir diğer kenar aşağıya doğru gider ve tabliyenin orta noktası sabit kalır. Bu burulma durumunu analizine,

tabliye kesitinin jirasyon yarıçapını dahil eder.

Tabliye kütlesinin burulma rotasyonunu gözönüne almak için ilkönce kabloların ve tabliyenin ağırlıklarını birbirinden ayırmalıyız. Her iki durumda, W_D = birim uzunluk için açıklık boyunca kablo başına ağırlığı ; W_c = Bir kablonun birim boy ağırlığı, k_d = atalet yarıçapı (jirasyon yarı çapı) olursa; köprünün bir tarafında düşey hareketle ilgili ağırlık W_D+W_C olur. Burulma durumunda ise;

$$\bar{w} = \frac{k_d^2}{(b/2)^2} - W_d + W_c \quad (3.43)$$

olur.(b) burada tabliyenin genişliğidir. (η_T) burulma frekansı ve (η_e) eğilme frekansı arasında şöyle bir bağıntı vardır:

$$\frac{\eta_T}{\eta_e} = \sqrt{\frac{w_d + w_c}{\bar{w}}} \quad (3.44)$$

Rüzgar kirlilemesi yolun üst ve altında iki ayrı düzlemde bulunduğu zaman veya tabliyenin kendisi sandık kesitli olması durumunda ve tabliye kontrüksiyonu burulma frekansları üzerinde önemli etkiler yapar.

Yalnız uçlarda ve ortada düğün noktaları meydana getiren en küçük frekansı incelersek, θ , herhangi bir zamanda tabliye boyunca burulma açısını şöyle elde ederiz

$$\theta = a. \sin \frac{2\pi x}{L} \quad (3.45)$$

Rocard'ın yaklaşık burulma analizine göre; T torkundan ileri gelen θ burulması için;

$$T = G.J \frac{d\theta}{dx} \quad (3.46)$$

yazılabilir. J burada efektif polar atalet momentidir. İnce cidarlı sandık kesit durumunda;

$$I = \frac{4A^2}{\int \frac{ds}{t}} \quad (3.47)$$

şekilde verilmektedir.(A) sandık cidar eksenleri içindeki alar , (t) cidar kalınlığı ve (s) sandık cidar eksenleri boyunca ölçülen uzunluğu göstermektedir.

Rocard GJ tabliye sistemin burulma rijitliğini de hesaba katarak aşağıdaki: diferansiyel denklemi çıkarmıştır;

$$4 \frac{\bar{w}}{\gamma} \cdot \frac{k_d^2}{L^2} \frac{d\theta^2}{dt^2} + \frac{1}{2} EI \cdot b \cdot \frac{d\theta^4}{dx^4} - \left(\frac{\bar{w} \cdot L^2 \cdot b}{16d} + \frac{GI}{b} \right) \frac{d\theta^2}{dx^2} + \frac{8dh}{L^2} = 0 \quad (3.48)$$

Bu denklem (3.31) eğilme denkleminin burulma karıştıdır. (3.49)ile gösterilen mod için çözümü burulmadaki açısal frekans için

$$w_\tau^2 = \frac{b^2 \gamma}{4 \cdot k_d^2} \left(\frac{16\pi^4 EI}{\bar{w} \cdot L^4} + \frac{\pi^2}{2d} \right) + \frac{2\pi^2 GI \cdot \gamma}{\bar{w} \cdot k_d^2 \cdot L^2} \quad (3.49)$$

denklemini elde edilir. EI=GI=0 olduğunda kablo için verilen (3.28) denklemini elde edilir. Buradan ortadaki terimin köprüde kablonun burulma rijitliği etkisini gösterdiğini anlayabiliriz [2].

BÖLÜM 4

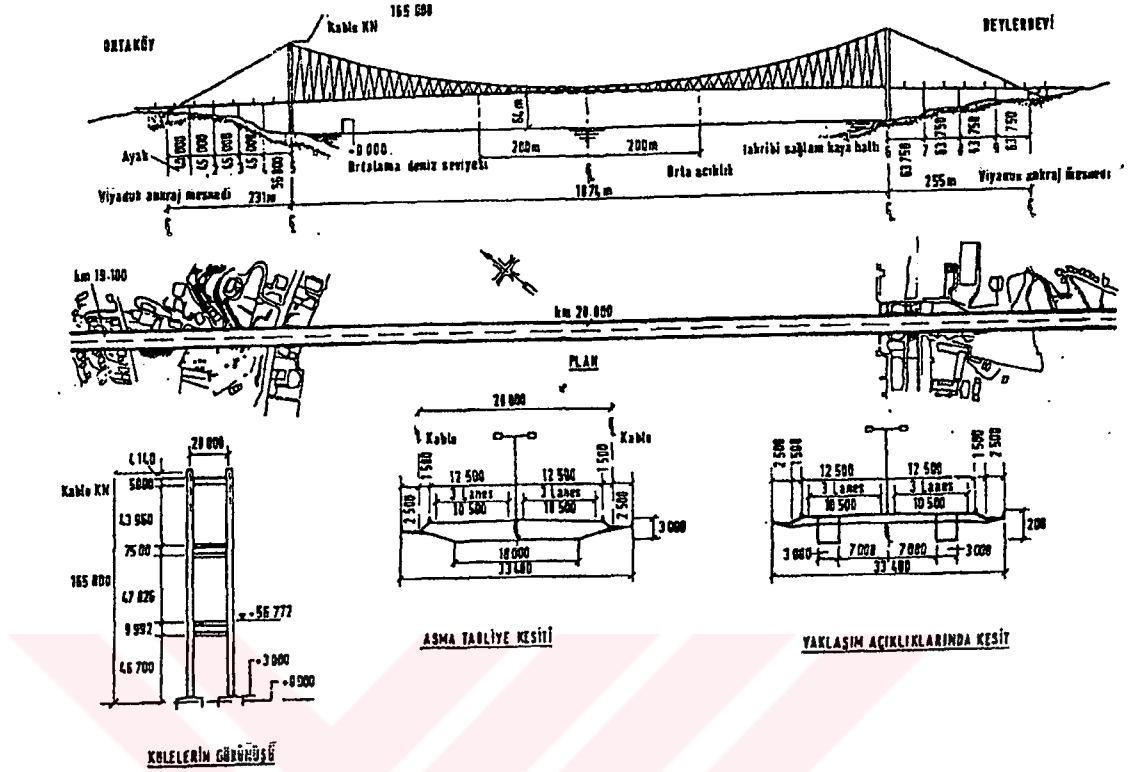
BOĞAZİÇİ KÖPRÜSÜNÜN ÇEVRESEL ETKİLERDEN OLUŞAN TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI

Uzun açıklıklı asma köprülerde köprünün deprem kuvvetleri altında davranışı onların daha çok esneklikleri ile yani fleksibiliteleri ile ilgilidir. Ayrıca kuleler ve farklı uçlardaki ankrajlar arasındaki geniş uzunluk, bu dört bölgede farklı zemin hareketlerine sebebiyet verir. Bu durumda kayaların ve toprağın zemin hareketinin frekansına etkisi yanında, zemin hareketinin etkiye zamanında birkaç saniyelik fark olacaktır.

Bu tür araştırmalarda zemin çalışmaları gerekli varsayımlar yapılarak matematik modellerinde sonlu eleman teorisi yardımıyla hesaba etkilir. Bunun için fiziksel modeller yani protipler yapılabilir ve test edilebilir ama bu modellerde yapının koşullarını yeniden oluşturmak çok zordur, bunun yanında doğal frekanslar, mod şekilleri fiziksel modellerle kontrol edilebilir ama sönüm etkisi kontrol edilemez.

4.1. TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI İÇİN UYGULANAN TEST PROGRAMI

Ölçüm tertibatı 2000 metrelik alet kablosu ile uygun istasyonlara burulma salınımları hakkında bilgi almak için yerleştirilir. Şekil 4.2 de iki boyutlu sonlu eleman modelini ve ölçümlerin alındığı istasyonları görebiliriz. bu istasyonlar tabliye sandığının içinde, bölme duvarlarında ve askı kablolarının bağlantı noktalarına yakın yerlerde konuşlandırılır. Simetriden dolayı 1'den 11'e kadar olan istasyonlar köprünün bir yarısında yoğunlaştırılmıştır, Simetri davranışını kontrol için diğer tarafta birkaç (12 ~16 arası) istasyon bulunmaktadır. Aynı nedenle sadece Asya kulesi üzerinde çalışılmıştır. Bu istasyonlardan 7. no'lu olanı referans noktası olarak en uygundur. Şekil 4.3 de blok diyagram olarak ölçüm tertibatı ve ölçüm prosedürü verilmiştir [4].



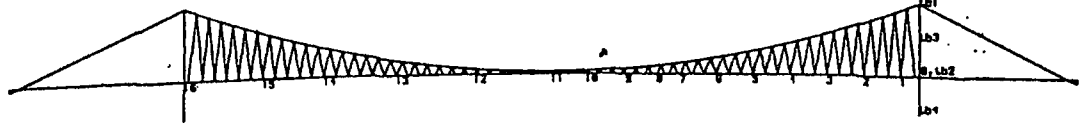
Şekil 4.1. Boğaziçi Köprüsü

4.2 TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI İÇİN VERİLER

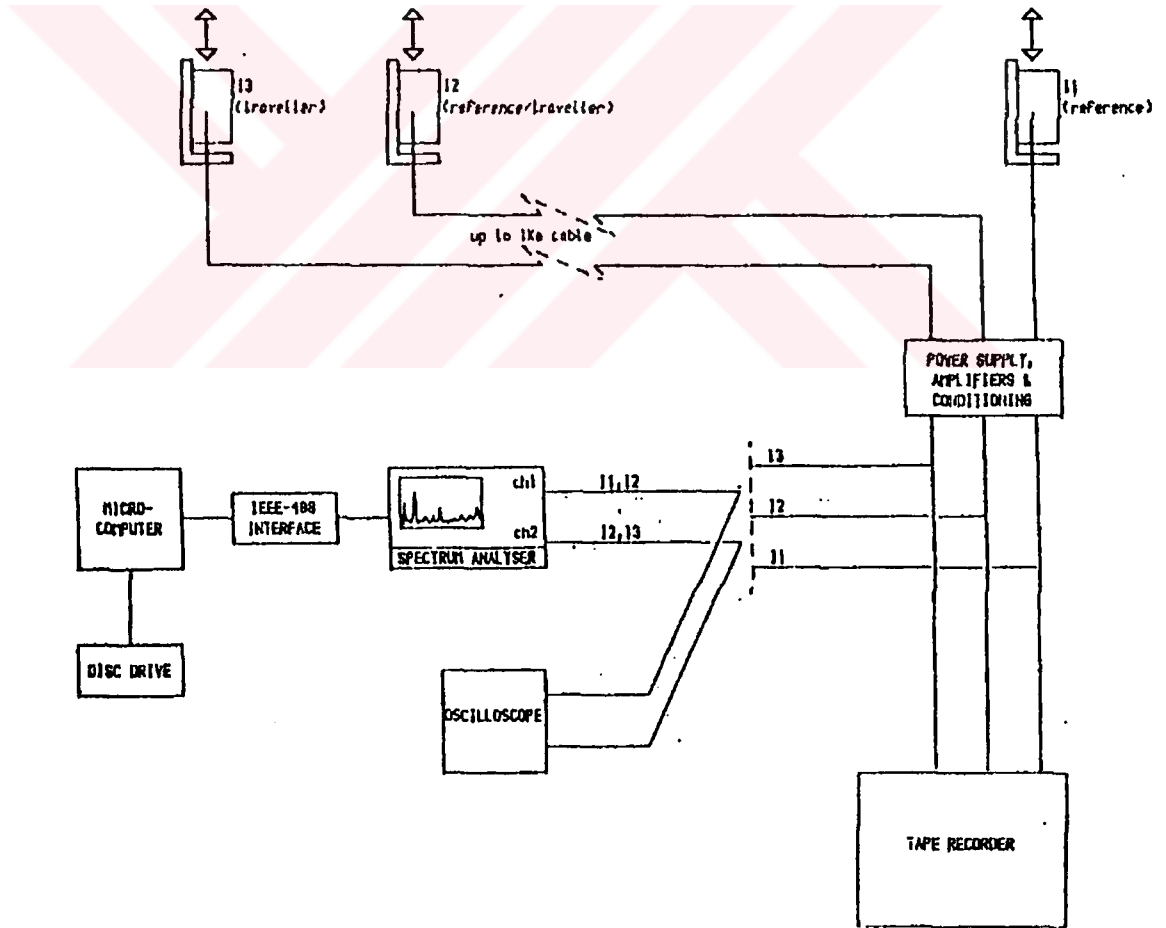
Trafik rüzgara göre kaydedilmiş ivme işaretlerinden, şunları belirlememiz gerekir;

- i) Frekans, her rezonansta sönüm ve spektral amplitüdü
- ii) Mod şekilleri (düşey, yatay ve burulmayla)
- iii) Akselerometrelerde çıkan referans ve hareketli durum karşılık gelen ölçü oranları

Rezonan frekansları, amplitüd ve sönüm oranları her ölçüm için elde edilir, sinyaller en az düşey davranış için 45 dakika veya yatay davranış için 90 dakika olarak kaydedilmiştir.



Şekil 4.2. İki Boyutlu Sonlu Eleman Ağı ve Ölçüm İstasyonları



Şekil 4.3 Ölçme, Kayıt ve Analiz Araçları

Bazı veriler manyetik disklerde depolanmış ve Bristol Üniversitesinde spektrum analizi tarafından fonksiyon verilerine transfer edilmiştir.

Doğal frekanslar aşağıdaki mod şekilleri için belirlenir

- 1) Ana açıklıkta düşey - burulma dahil
- 2) Ana açıklıkta yatay
- 3) Kulede boyuna (düşey düzlem) - burulma dahil
- 4) Kulede yatay düzlem

Ana açıklıkta;

18 düşey modlar, burulma modları dahil 0-1.05 Hz

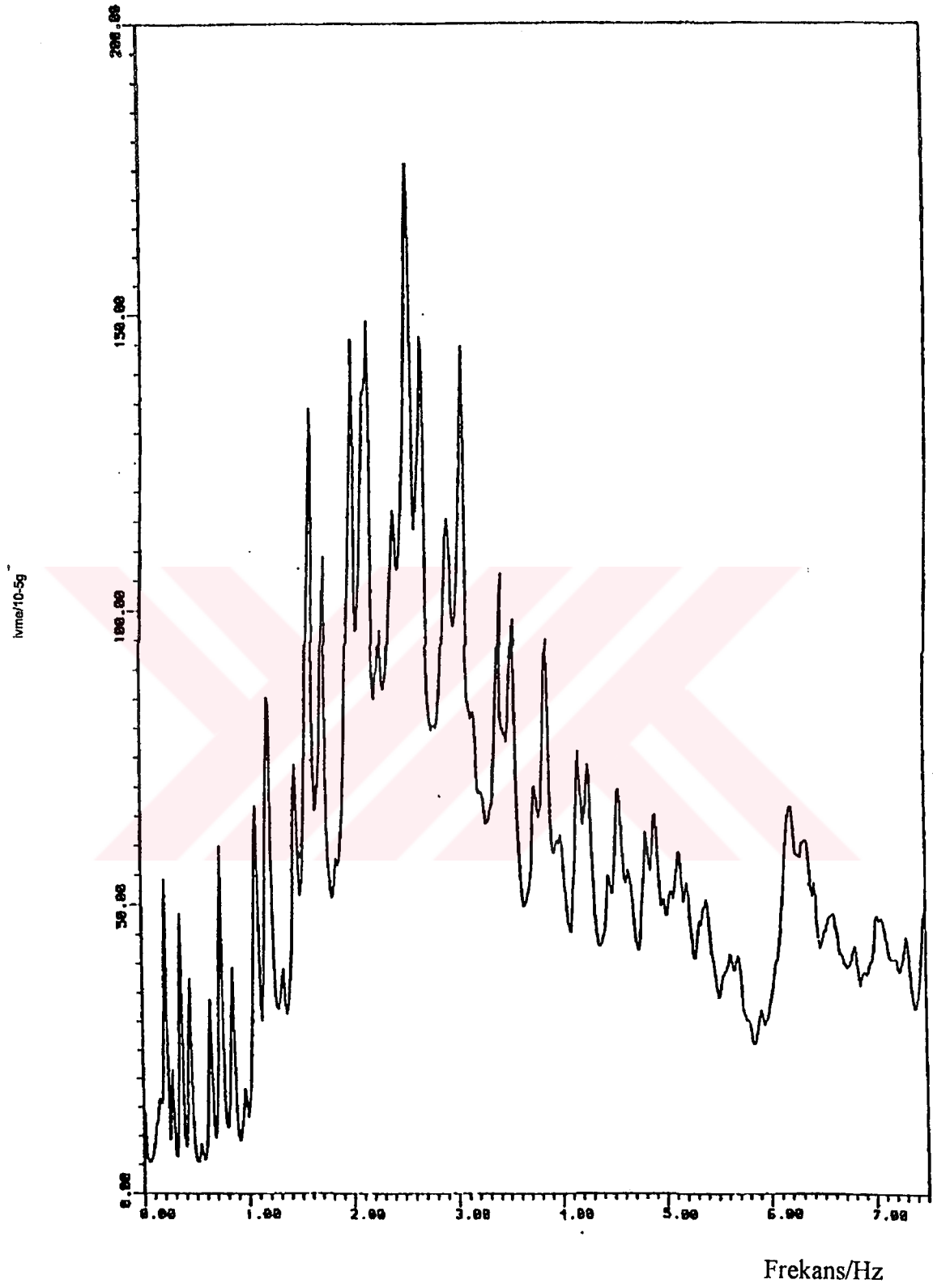
20 yatay modlar, burulma modları dahil 0-0.9 Hz

Asya Kulesinde;

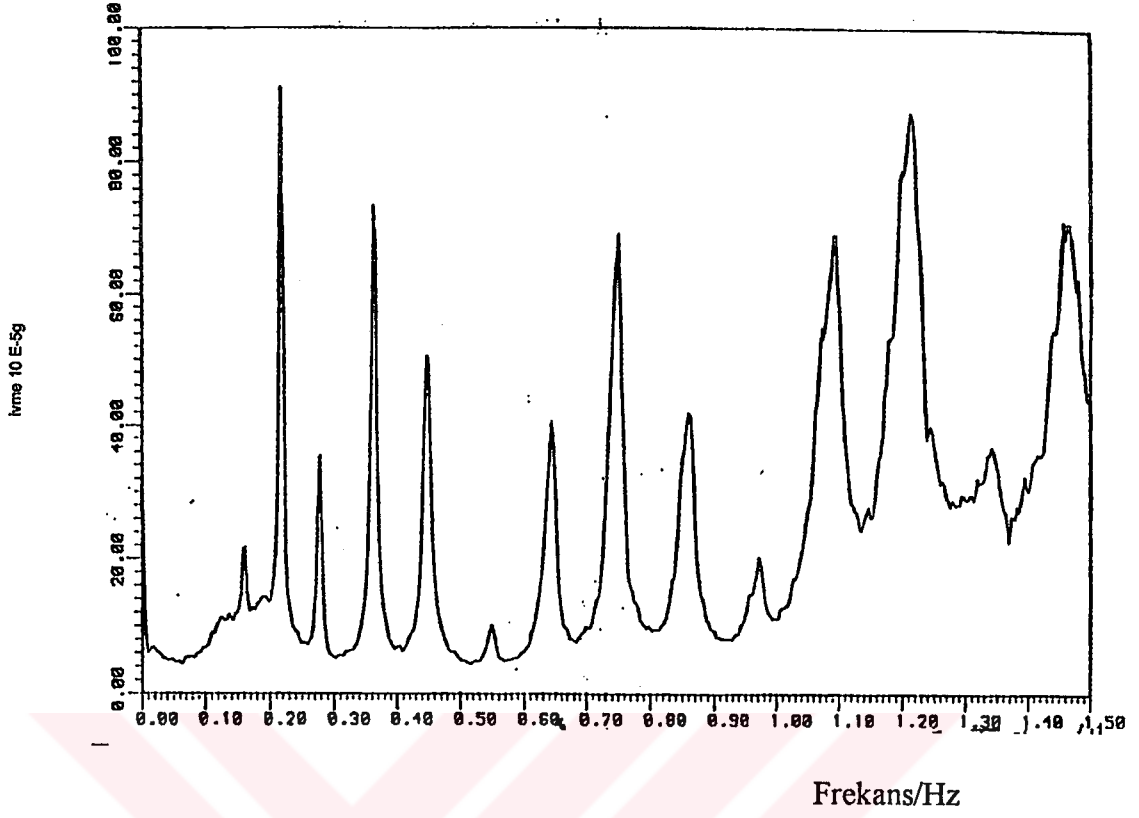
12 düzlemsel düşey modları, burulma modları dahil 0-1.1 Hz

12 düzlemsel yatay modlar 0-0.8 Hz

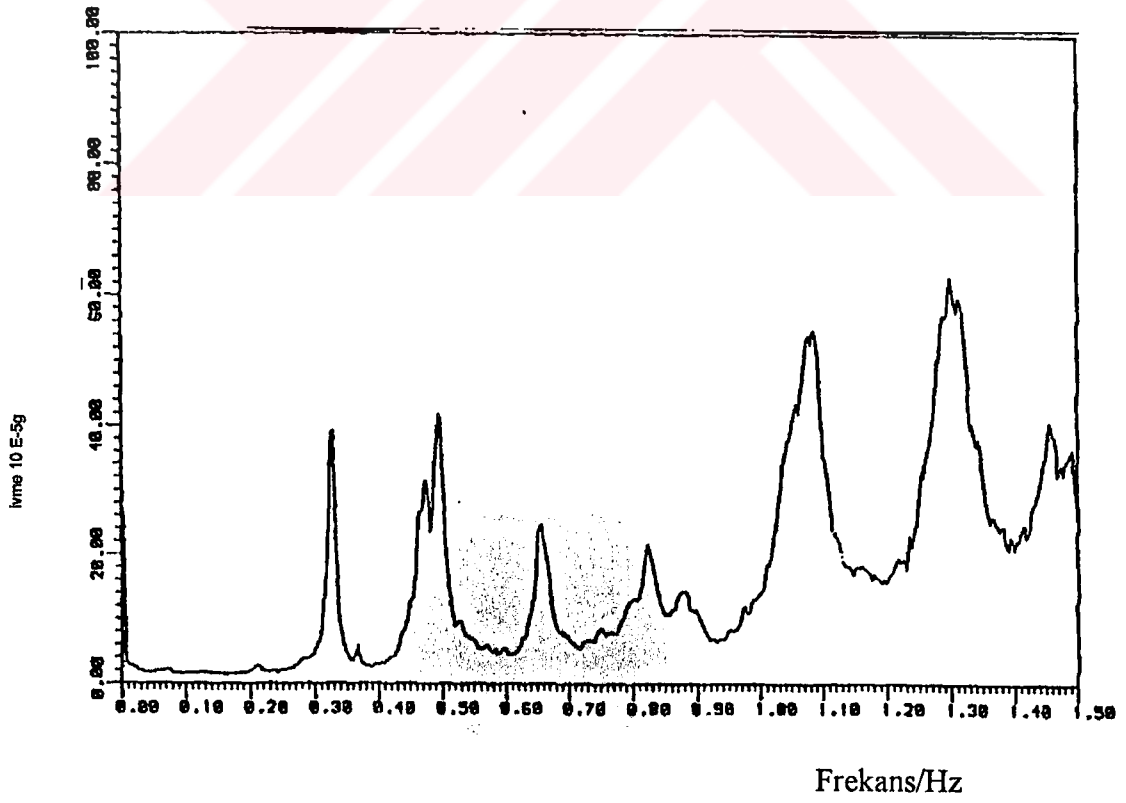
Şekil 4.4. 6 nolu istasyon için 0-75 Hz frekans değeri arası düzey ivme davranış spektrumunu göstermektedir. 2 Hz'in yukarısında yoğun trafik yükü nedeniyle 0,2 g'ye yaklaşan düşey ivmeler fiziksel olarak mutluluk verici değildir ve spektrum analizçisinde hasara neden olurlar. Ölçümler için akselerometreler sandık kesitli tabliyenin her iki tarafına yerleştirilir, iki sinyalin toplamı bize düşey hareketi, farkı ise burulma hareketini verir. Bunlar şekil 4.5a, 45b gösterilmektedir.



Şekil 4.4 Ana Açıklık Düşey İvme Cevabı



Şekil 4.5a Ana Açıklık ivme Cevabı : a) Düşey



Şekil 4.5b Ana Açıklık ivme Cevabı : b) Burulma

Değeri 0-1.0 Hz arasında olan 18 mod Tablo 4.1'de özetlenmiştir.

TABLO 4.1 Ana Açıklıkta Ölçülen Düşey Modlar

Modlar	Frekans(s^{-1})	Sönüm Oran(%)	Şekil	Simetrilik	Düğüm Noktaları
1	0.129	4.11	Düşey	A	1
2	0.160	3.24	Düşey	S	2
3	0.182	-	Düşey	A	1
4	0.217	1.66	Düşey	S	2
5	0.277	1.25	Düşey	A	3
6	0.324	1.48	Burulma	S	0
7	0.361	1.09	Düşey	S	4
8	0.445	1.31	Düşey	A	5
9	0.474	1.46	Burulma	A	1
10	0.492	1.18	Burulma	A	1
11	0.543	0.98	Düşey	S	6
12	0.637	1.08	Düşey	A	7
13	0.649	0.91	Burulma	S	2
14	0.739	1.06	Düşey	S	8
15	0.829	1.27	Düşey	A	9
16	0.852	1.02	Düşey	A	9
17	0.877	1.30	Burulma	A	3
18	0.959	0.99	Düşey	S	10

A = Antisimetrik

S = Simetrik

0.2 Hz (s^{-1}) üzerindeki modlar ölçüm noktaları sayılarına bağlı olarak sınıra kadar aynı değişken modelinde simetriklik ve antisimetriklik gösterir. Şekil 4.5 b 'de burulma modları kendilerini kendi simetrik modülleri ile göstermektedirler. 0.45 - 0.50 Hz arasındaki iki ayrı burulma modunun görünüşü dikkat değeridir, bunlar benzer mod şekline sahiptir.

Ana Açıklık Yatay Ölçümleri:

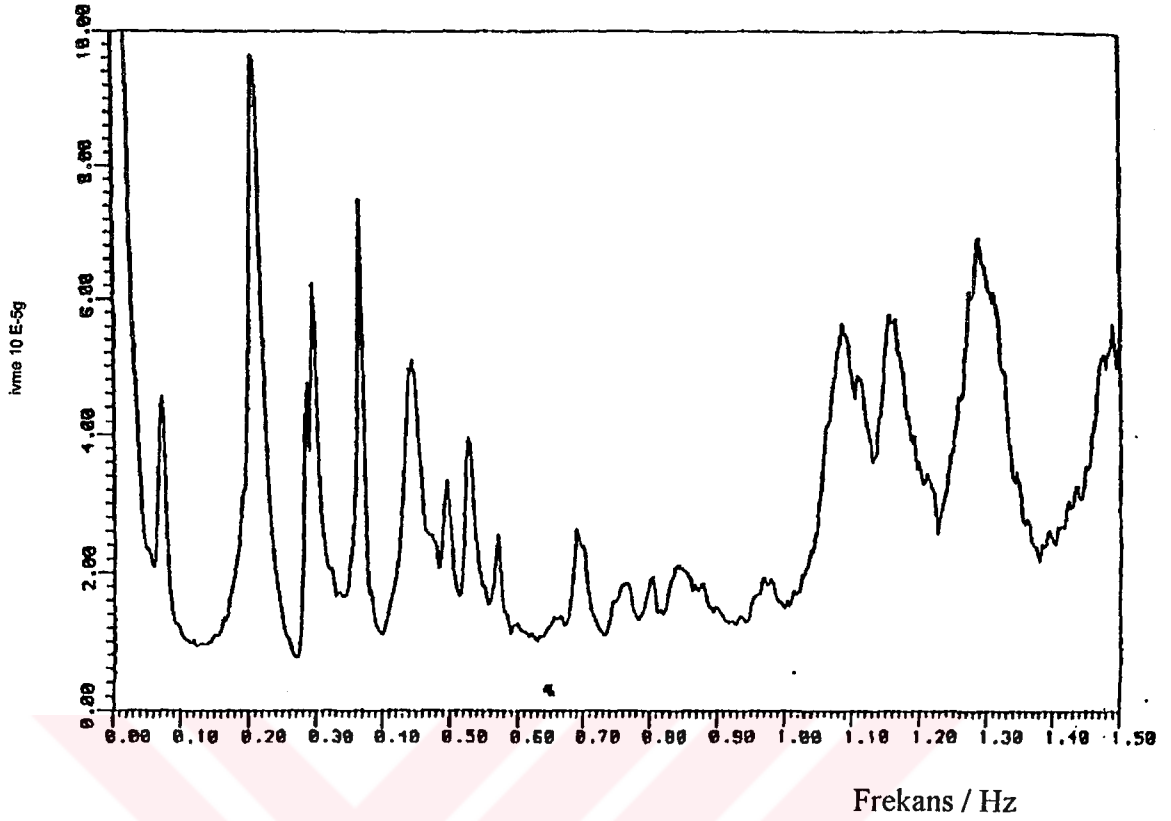
Şekil 4.6'de örnek olarak 5 nolu istasyon için spektral yatay ivme davranışı verilmiştir. 0-0.9 Hz arasında değerdeki modlar Ref 7'da verilmiş, Tablo 4.2'de de özetlenmiştir. Şekil 4.5b ve 4.6 karşılaştırılınca 0.324 ve 0.474 Hz'deki iki burulma modu yatay modlarda görülmektedir. Akselerometreler düşey ölçümlerdekinden dönme merkezine daha yakın olduğundan sinyalleri daha zayıf almıştır.

TABLO 4 2 : Ana Açıklıkta Ölçülen Yatay Modlar

Modlar	Frekans(s^{-1})	Sönüm Oranı (%)	Şekil	Simetrilik	Düğüm Noktaları
1	0.070	7.799	Yatay	A	1
2	0.209	3.007	Yatay	S	2
3	0.284	1.091	Yatay	A	1
4	0.294	1.727	Burulma	S	2
5	0.324	1.795	Yatay	A	3
6	0.365	0.950	Burulma	S	0
7	0.382	1.649	Yatay	S	4
8	0.434	2.003	Yatay	A	5
9	0.465	1.422	Yatay	A	1
10	0.475	1.260	Burulma	A	1
11	0.492	1.145	Yatay	S	6
12	0.514	1.229	Yatay	A	7
13	0.524	1.315	Yatay	S	2
14	0.569	0.990	Yatay	S	8
15	0.596	1.024	Yatay	A	9
16	0.655	-	Burulma	A	9
17	0.695	1.261	Yatay	A	3
18	0.762	1.267	Yatay	?	10
19	0.799	1.210	Yatay	A	
20	0.875	-	Burulma	A	

A = Antisimetrik

S = Simetrik



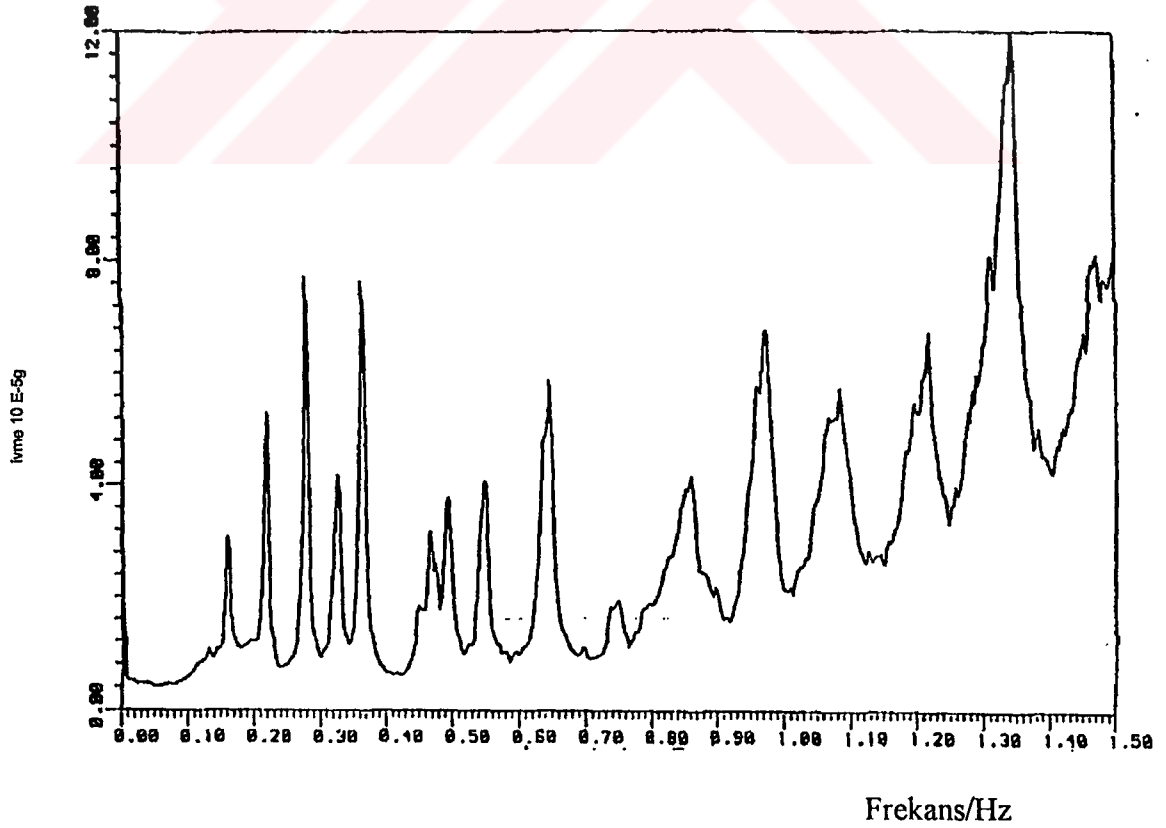
Şekil 4.6 Ana Açıklık Yatay İvme Cevabı

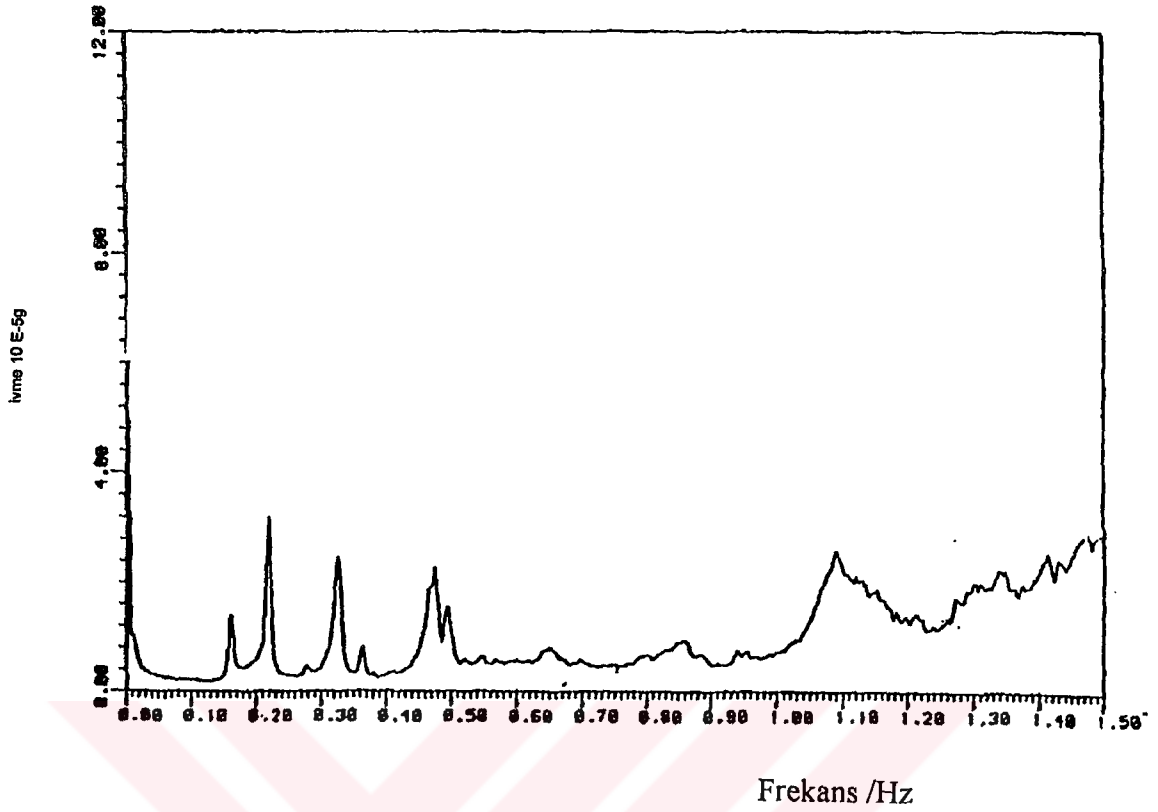
Kule Boyuna Ölçümler :

Şekil 4.7 Asya kulesinin doğu ve batı kolonlarındaki iki akselerometrelerden elde edilen sinyal değerlerinin farkı ve toplamı gösterilmiştir. Bu sinyallerin gücü ana açıklıktaki düşey ölçümlerden daha azdır. Mod şekilleri kuledeki iki akselerometrelerin transfer fonksiyonlarından elde edilir. Bu modlar geniş bir şekilde Ref. 7'de verilmiş ve burada ise TABLO 4.3'de özetlenmiştir. Kulenin temelinde ölçülebilir bir değer elde edilememiştir ve 0.8 Hz'lık zayıf bir mod hariç tüm modlar ana açıklık düşey modları ile aynı frekansta oluşmuştur.

TABLO 4 3: Asya Kulesinin Ölçülmüş Boyuna Modları

Modlar	Frekans(Hz)	Sönüm Oranı (%)
1	0.161	1.42
2	0.18	1.00
3	0.78	3.39
4	0.25	1.22
5	0.63	1.01
6	0.473	1.45
7	0.494	1.06
8	0.651	1.73
9	0.799	2.86
10	0.854	2.24
11	0.954	1.26
12	1.090	2.44

**Şekil 4.7a Asya Kulesi Boyuna ivme Cevabı a)Toplam**



Şekil 4.7b Asya Kulesi Boyuna ivme Cevabı b) Fark

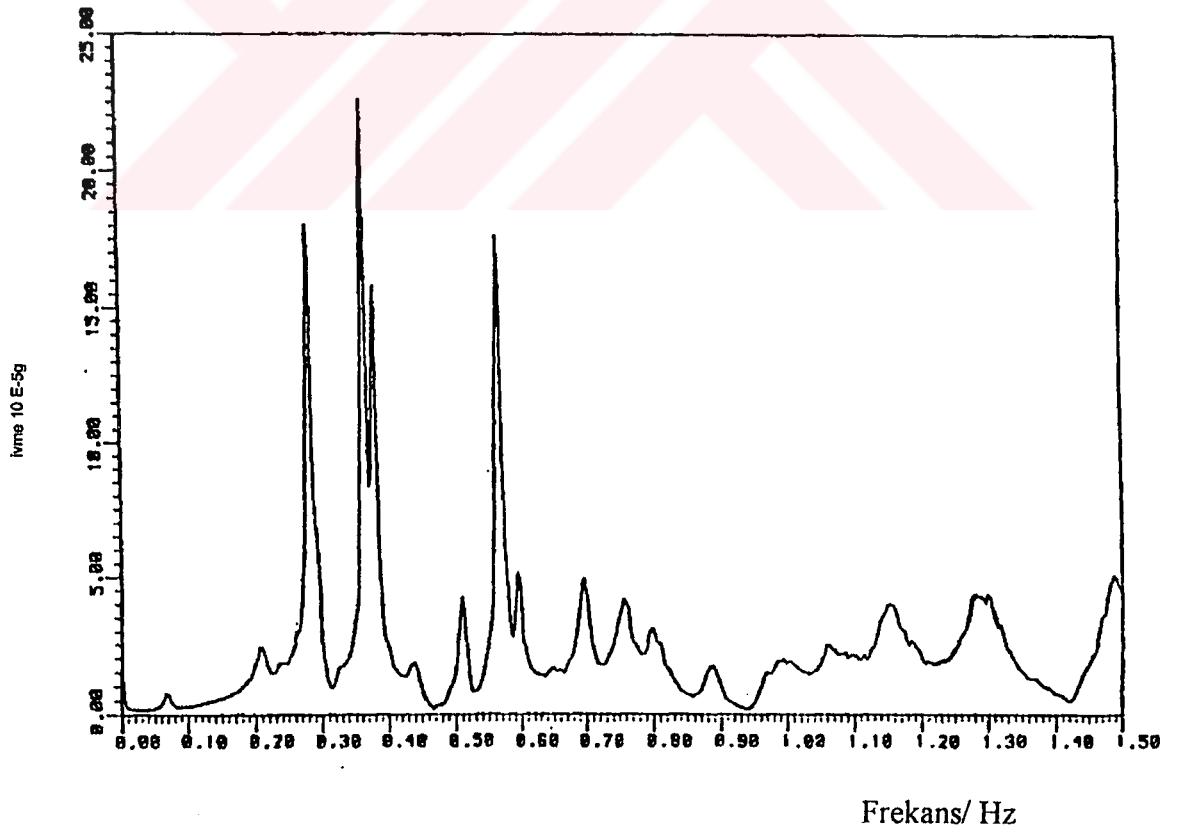
Kule Yatay Ölçümleri :

Şekil 4.8'de Asya kulesinin tepesindeki yatay ivme spektrum şiddeti diyagramı verilmiştir. Sinyaller, boyuna değerlerden daha güçlüdür. Bütün bu modlar Ref.6'de verilmiştir ve Tablo 4.4'de özetlenmiştir. Ana açıklıktaki yatay modlarla karşılaştırma yapınca pek çok kule modunun açıklık modları içinde yer aldığı görülür ve çok tutarlı değerler bu modların birbirleri yerine yazılabileceğini gösterir.

Ankrajlara bağlanan ana kabloların boyuna doğrultudaki hareketi kontrol ettiği düşünülürse, yatay modların bağlı gerilmeleri şaşırtıcı gelmemelidir. Burada ana kabloların yan açıklıkları desteklemediği gerçeği önemli değildir, mesnetlenmiş yan açıklıklar çoğunca kablo deformasyonunda etkisi olan bağımsız modlara sahiptir.

Table 4.4: Asya Kulesinin Ölçülmüş Yatay Modları

Modlar	Frekans(Hz)	Sönüm Oranı (%)
1	0.712	9.096
2	0.209	4.500
3	0.284	1.728
4	0.365	1.209
5	0.380	1.149
6	0.435	2.108
7	0.515	1.474
8	0.568	1.006
9	0.596	1.192
10	0.690	1.543
11	0.755	2.007
12	0.800	1.999



Şekil 4.8 Asya Kulesi Yatay İvme Cevabı

4.3 ÖLÇÜLEN VE TEORİK DÜŞEY MOD DEĞERLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

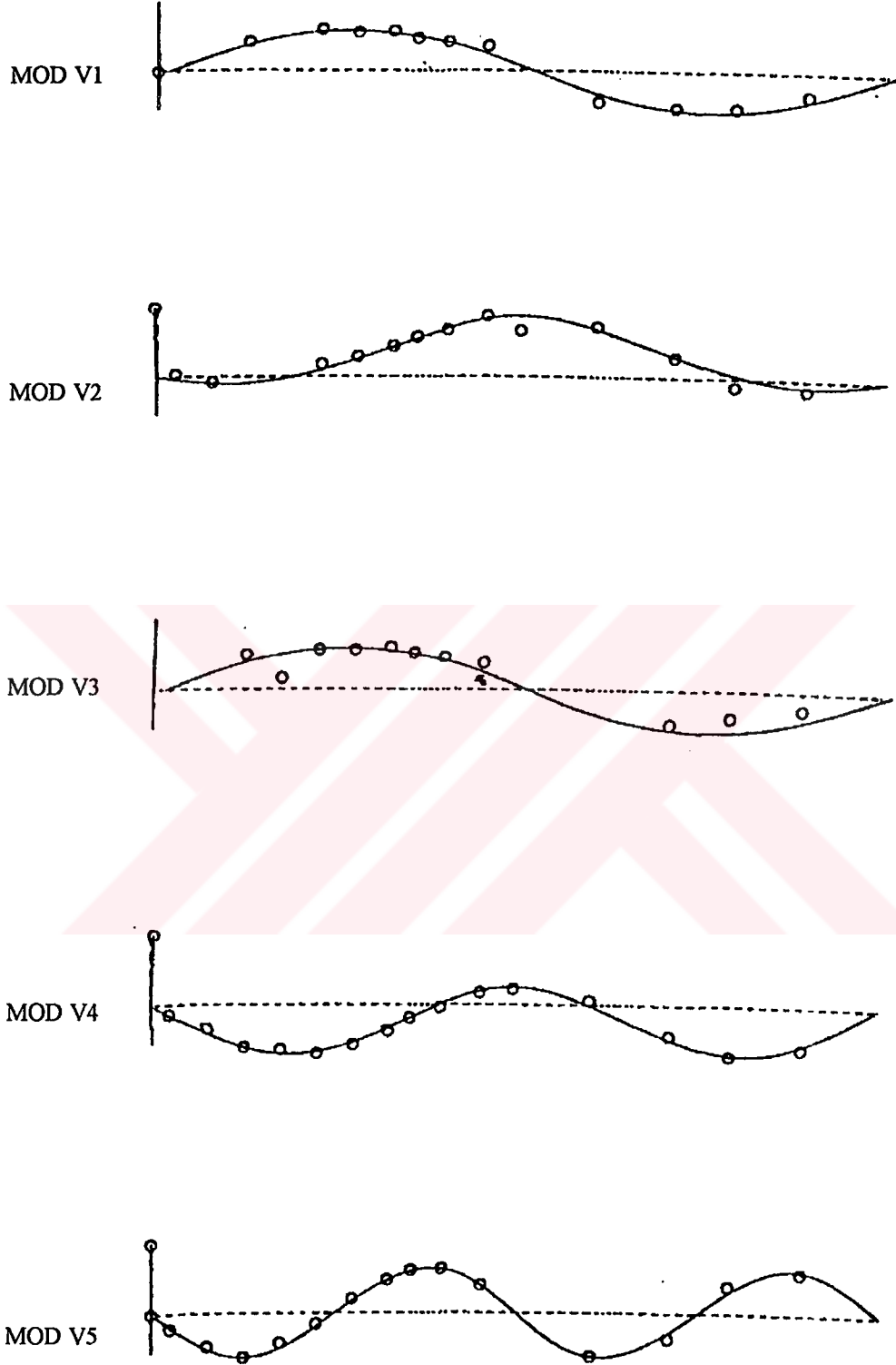
Burada Boğaziçi Köprüsünün teorik frekanslar 3 boyutlu sonlu eleman modelin tabliyenin eşdeğer plak elemanlar şeklinde düşünülmesi ile elde edilir. Teorik modlar testlerden önce belirlenir (akselerometrelerin nerelere koyulacağı konusunda yardımcı olacağından) ve bu modlar için ciğen vektörleri keyfi ölçüler aldığından ilk teorik modlar bu ölçüler hesap edilerek deneysel modlara uydurulur. (En küçük karelerin hatası metodu kullanılarak) [4].

Tablo 4.5'de düşey düzlem frekanslarının karşılaştırılması yapılmıştır, bu tabloda 5 nolu kolondaki değerler Semih Tezcan'ın 1973'de yaptığı çalışmalardan alınmıştır [5].

Şekil : 4.9'de da ilk beş modun mod şekilleri gösterilmektedir; kalanlar ise Ref. 6'da bulunabilir.

TABLO 4.5 : Düşey Modlar İçin Ölçülen ve Hesaplanan Frekansların Karşılaştırılması

Uygun Mod	Teorik Frekans	Deneysel Mod	(1987) Deneysel	(1973) Deneysel
No.	(Hz)	No.	Frekans (Hz)	Frekans (Hz)
V1	0.126	1	0.129	-
V2	0.165	2	0.160	-
V3	0.180	3	0.182	-
V4	0.225	4	0.217	0.233
V5	0.284	5	0.277	0.282
V6	0.372	7	0.362	0.357
V7	0.454	8	0.446	0.444
V8	0.556	11	0.544	-
V9	0.658	12	0.637	-
V10	0.765	14	0.739	-
V11	0.883	15	0.830	-
V12	0.883	16	0.852	-
V13	1.011	18	0.959	-



Şekil 4.9 Ölçülen ve Hesaplanan ilk beş Tabliye Düşey Modlarının Karşılaştırılması

Tabliye ve kule mesnetleri için hesap varsayımlarda mesnetlerde her iki uçta kayma serbest bırakılmıştır ve eğer bu hesaplarda kullanılırsa hesaplanan ilk düşey mod antisimetriklik. Eğer sadece tabliyenin bir ucu kayıcı varsayılırsa; ilk mod simetrik olur. İlk iki modun sınır koşullarına bağlı simetriklik durumu eğik askı çubukları eşdeğer düşey askı cubuklarıyla yer değiştirilirse aralarında böyle bir ilgi kalmaz.

Boğaziçi köprüsünde ölçülen ilk mod antisimetriklik ve bu durum iki farklı frekansta görülebilmektedir. Bu iki frekansta ilk antisimetrik modun görülmesinin nedeni, köprünün iki mesnet koşulu arasında özellik göstermesidir. Hafif yüklemeler boyunca mesnetlerde geçici olarak sükunet durumu vardır böylece daha yüksek frekanslar enerji kazanır fakat artan yükler altında mesnetler hareket etmeye başladığında bu enerji sürtünmede dağılır ve daha düşük frekanslar elde edilir. Zayıf sinyallerin ölçülmesine mesnet sürtünmesini dolayısıyla oluşan "enerjinin dağılımı" neden olmaktadır.

1973 'teki ölçümleri ile çevre etlilerinden oluşan titreşim ölçümlerinden sadece dört mod elde edilmiştir ve en küçük simetrik ve antisimetrik modlar bunların arasında olmadığından bu modlar bunların arasında olmadığından bu modlar içinden sezelebilir bir davranışın ölçülmediği sonucu çıkarılabilir. Bu durum köprünün 1973 ve 1987 aynı şekilde davrandığını gösterir. 1973'de yapılan ölçümler köprü açılmadan ve normal trafik yükü altında yapılmıştır, bundan dolayı taşıt yüklemesi mesnetlerin davranışında bir faktör olarak görülmemektedir.

Boğaziçi köpründe 1973 ile 1987 yılları arasında önemli bir yapısal düzeltmeye gidilmemiştir fakat 1987 yılındaki trafik yükü yaklaşık olarak asma yapının ağırlığının % 3 olmuştur ve bu ise ölçülen (yüklemesiz) değerlere göre doğal frekansları % 1 dolayında düşürmüştür. Akşam saat 5.⁰⁰ ile sabah 5.⁰⁰ arasında düşey davranış için bir kayıt alındığında akşam saat 7.⁰⁰ ~ 8.⁰⁰'de 1 ile 4. Mod arasında modlara karşı gelen frekanslar minimum değerde olurlar, düzgün bir artış ile gece saat 3.⁰⁰ ~ 4.⁰⁰ 'de maximum frekans değerlerine ulaşır, bu durumu kaydın sonuna kadar frekans değerlerindeki düşüş izler. Bu zamanlama bize ısıdan daha çok trafik yüklemelerinin değişimlere neden olduğu fikrini verir ve maximum ve minimum frekanslar arasındaki fark, her mod için %1.2 ~ 1.4 olur.

Ölçülen ve Hesaplanan Yatay Modların Karşılaştırılması:

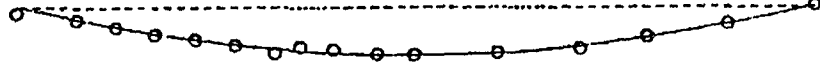
Tablo 4.6 Üç-boyutlu sonlu eleman modelinden elde edilen ve test ölçümlerinden elde edilen yatay mod değerlerinin karşılaştırılmasını vermektedir. Ayrıca Şekil 4.10 'da ilk beş modun mod şekilleri karşılaştırılmıştır.

TABLO 4 6: Yatay Modlar için ölçülen ve hesaplanan frekansların karşılaştırılması.

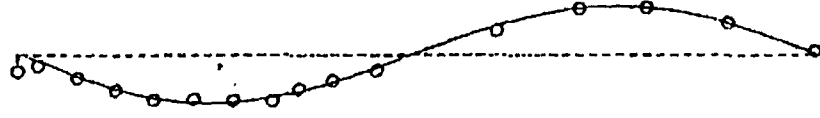
UYGUN MOD NO	TEORİK FREKANS(Hz)	DENEYSEL MOD NO	(1987)DENEYSEL FREKANS(Hz)
L.1	0.073	1	0.070
L.2	0.218	2	0.209
L.3	0.294	3	0.284
L.4	0.301	4	0.294
L.5	0.408	5	0.365
L.6	0.437	6	0.382
L.7	0.471	7	0.440
L.8	0.539	8	0.525
L.9	0.753	9	0.762

Yatay modlar için ölçülen ve hesaplanan mod değerlerinin karşılaştırılması kolay değildir. 0.9 HZ'e kadar elde edilebilen 20 mod olmasına rağmen sadece aynı şekilde 4 teori mod tabliyede hissedilebilir harekete sahip olur. Buna rağmen kulelerin faz durumunda ve antifaz durumunda ana kablolarla hareket ettiği, tabliyelerin ise onlara oranla az hareket ettiği, bir çok kablo modları vardır.

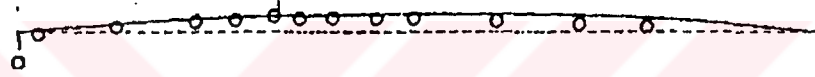
MOD L1



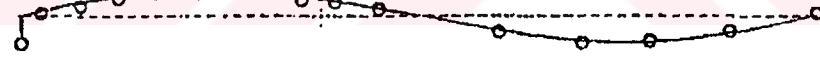
MOD L2



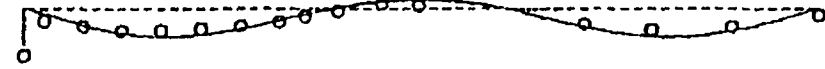
MOD L3



MOD L4



MOD L5



Şekil 4.10 Ölçülen ve Hesaplanan İlk Beş Tabliye Modlarının Karşılaştırılması

Ölçülen ve Hesaplanan Burulma Modlarının Karşılaştırılması:

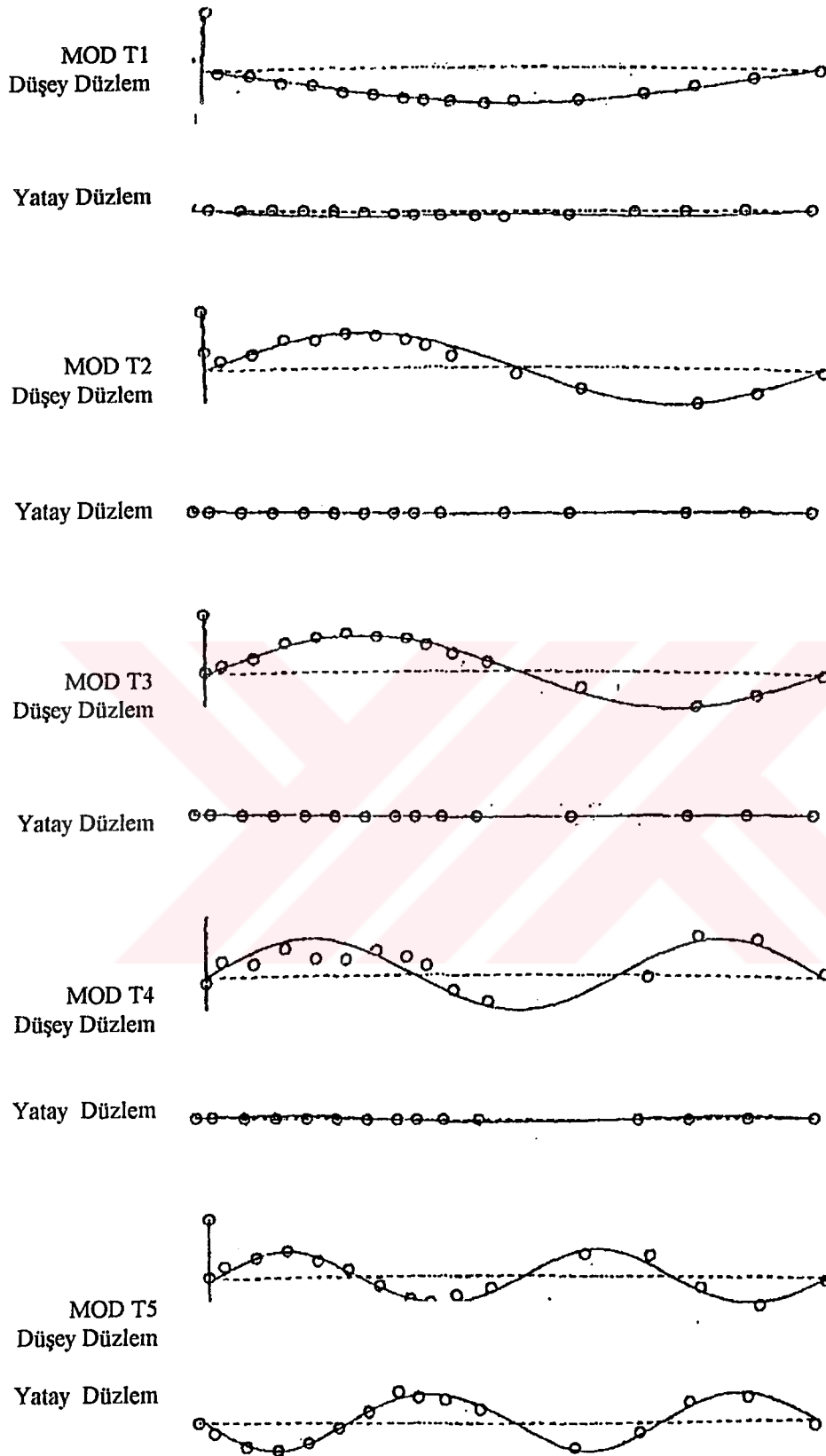
Burulma modları için frekans değerlerinin karşılaştırılması aşağıda Tablo 4.7’de 1973’deki ölçümlerde dahil edilerek verilmiştir. Aynı şekilde şekil 4.11 ‘de de Mod şekillerinin karşılaştırılması göstermiştir. Burada, iki düzlemdeki yerdeğişirmelerin ölçüsü teorik modlara göre aynı alınmıştır ve deneysel modal yerdeğişirmelerin oranları iki düzlem için karşılaştırılmıştır.

TABLO 4.7: Burulma Modları İçin Ölçülen ve Hesaplanan Frekanslarının Karşılaştırılması :

UYGUN MOD NO	TEORİK FREKANS(Hz)	DENEYSEL MOD NO	(1987) DENEYSEL FREKANS(Hz)	(1973) DENEYSEL FREKANS(Hz)
T.1	0.278	6	0.324	0.331
T.2	0.457	9	0.474	-----
T.3	0.457	10	0.492	-----
T.4	0.636	13	0.649	-----
T.5	0.823	17	0.877	-----

SÖNÜM:

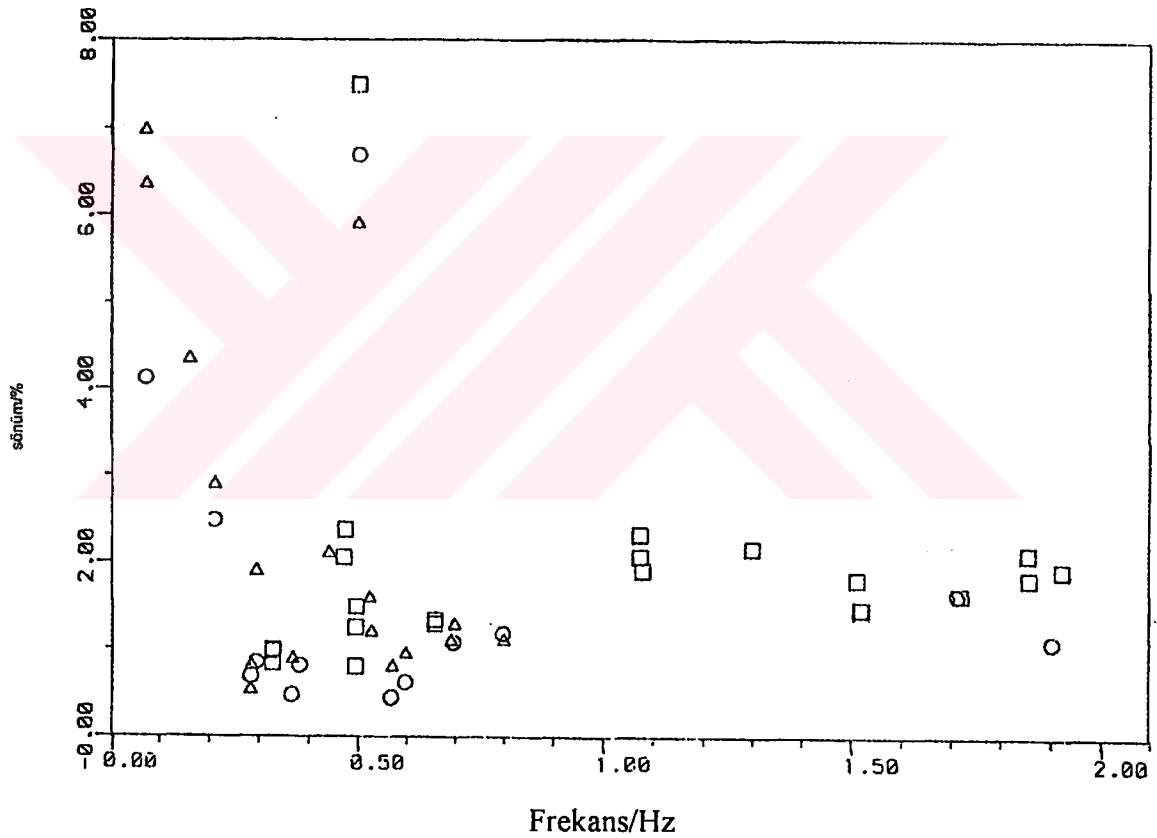
Sönüm ölçümlerinde bazı nedenlerden dolayı ölçülen değerler doğru sönüm değerlerinden daha fazla bulunur. Birinci neden, ivme kayıtları ne kadar iyi olursa olsun bazı kayıtlar düşük sinyal seviyelerine sahiptirler bu da önemli hatalara neden olur ve tahmin edilen yüksek değerler elde edilir. İkinci neden, çok iyi verilere rağmen, çevresel etki titreşimi spektral verilerinden elde edilen spektral hesaplarda doğal olarak beklenen hatalar oluşur. Bu hatalar eğer uzun veri kayıtları elde edilebilirse, küçük olabilir böylece yüksek sayıda spektral ortamlar kullanılabilir.



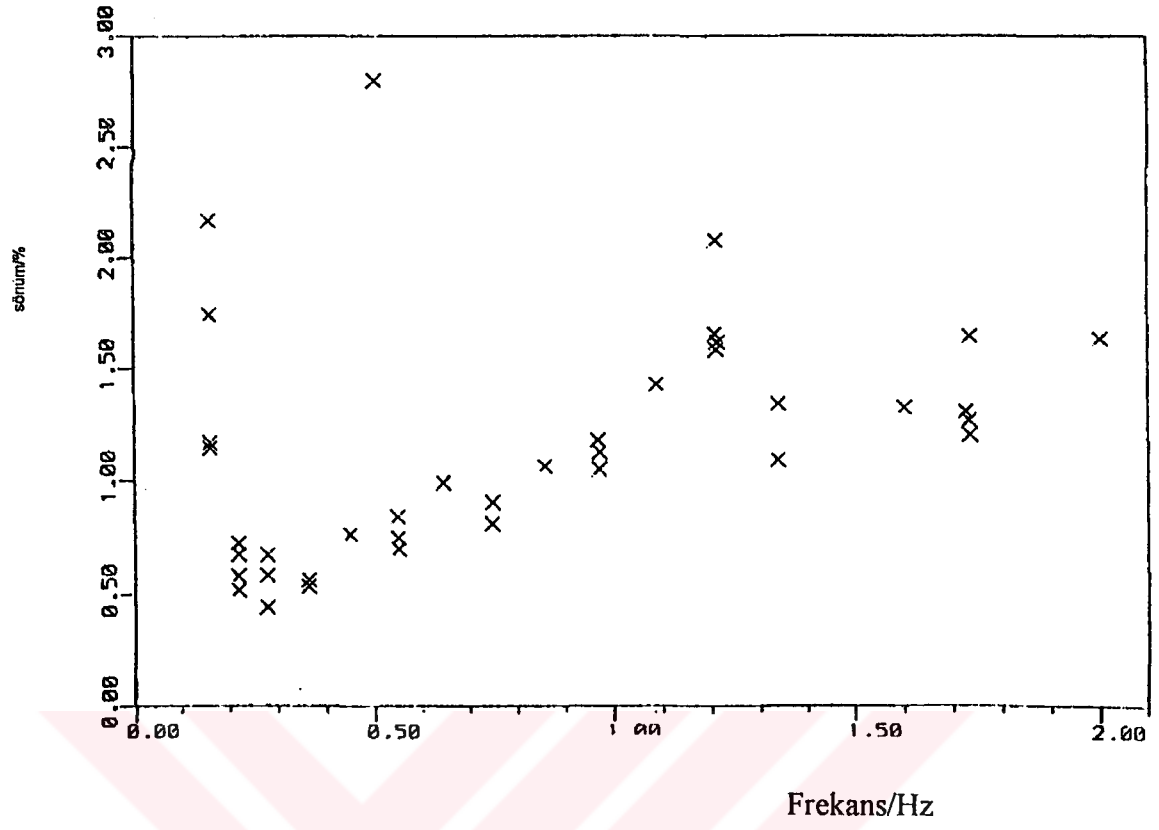
Şekil 4.11 Ölçülen ve Hesaplanan Burulma Modlarının Karşılaştırılması

12. kadar iyi kalitede kayıtlarda ivme spektrumu elde edilir. Sistematik hatalar için ortalama düzeltmeler hesap edilen sönüm değerlerine eklenir ve düzeltilmiş değerler Şekil 4.12 'de gösterilmiştir. Hesaplar için bu değişken hatalar standart sapma/ ortalama gibi ifade edilmişlerdir ve ortalama olarak $1/(2\sqrt{(\text{Ortalama Sayısı})})$ ifadesi verilmiştir, bu hatalar Şekil 4.12'de 0.02 ile 0.054 değerleri arasında değişmektedir.

Şekil 4.12'den düşey modlarla -0.2 HZ'den aşağı olan modlar hariç- frekans değerlerindeki artışla beraber sönüm değerlerine tedrici artış görülmektedir [4].



Şekil 4.12a. Yatay ve Burulma modları için sönüm-frekans Diyagramı



Şekil 4.12b Düşey Tabliye Modları için Sönüm - Frekans Diyagramı

BÖLÜM 5

FATİH SULTAN MEHMET KÖPRÜSÜNÜN ÇEVRESEL ETKİLERDEN OLUŞAN TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI

Fatih Sultan Mehmet Köprüsünün tabliyesinde, kulelerinde, kablolarında ve askı çubuklarında rüzgar ve trafik gibi dinamik etkilerle bağlı ölçümlerde süşey, yatay vr burulma doğal frekandlarını, mod şekillerini ve sönüm oranlarını bulmak mümkün olmuştur.

Burulma notları için, 1 Hz'in altındaki düşey modlar için teorik ve deneysel mod değeri birbire yakındır fakat düşük derecedeki davranışlarda yatay modları tanımlamak zordur.

Fatih Köprüsünün çevresel etkilerden oluşan titreşim araştırmaları Bristol Üniversitesi Deprem Mühendisliği araştırma Merkezi (EERC) tarafından Avrupa'da sandık kesitli asma köprülerde yapılan 3. prototip testler serisidir. Fatih Köprüsünden önce 1985'de Humber, 1987'de ise Boğaziçi Köprüsü test edilmiştir. Bu köprüler asma köprülerin sismik davranış analizi için matematik modellemeleri doğruluğunu kontrol için test edilmiştir [6].

5.1 TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI İÇİN MATEMATİK MODELLEME

Üç boyutlu modeller tabliyenin, kabloların kulelerin yatay ve düşey plakalarını tüm davranışlarını belirlemek için kullanılır. İki boyutlu modeller köprünün yatay ve düşey plaklarında davranışını belirlemek için yapılır. Her modelleme için farklı tabliye sınır koşulları ile, iki değişken kullanılır:

SS değişkeninde tabliyenin her iki ucundaki mesnetlerde kaymaya ve dönmeye izin verilir.

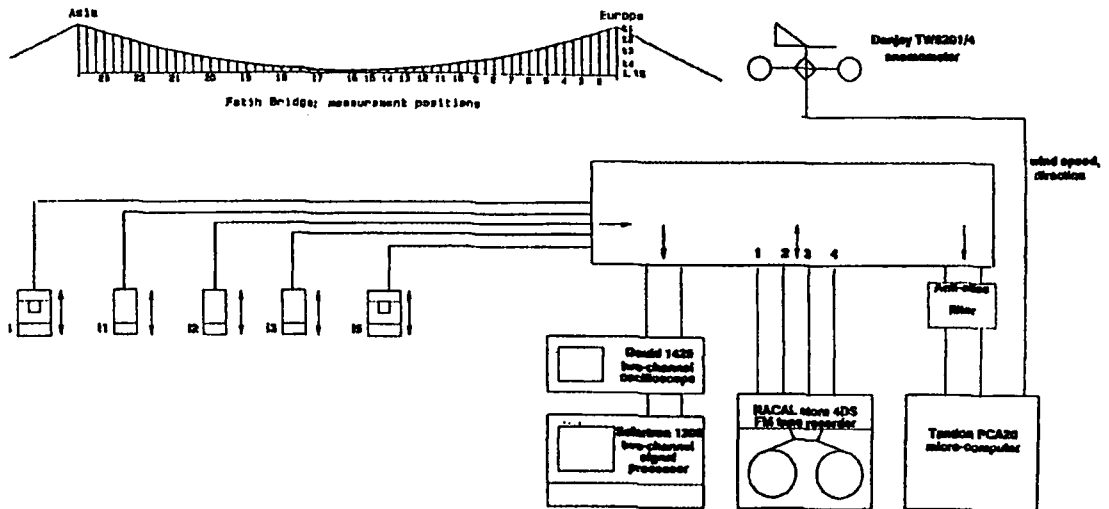
FS değişkeninde sınır koşulları değişir, tabliyenin bir ucunda dönmeye izin verilir fakat kayma önlenir.

5.2 TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI İÇİN UYGULANAN TEST PROGRAMI

Bu testte kullanılan aletler Boğaziçi Köprüsü için verilenlerin aynısıdır fakat bazı eklemeler yapılmıştır ve bunlar Şekil 5.1’de özetlenmiştir.

İvmeler, beş adete kadar servo-akselerometreleri yardımıyla elde edilebilir ve güç kaynakları yardımıyla yükseltilir. Bu iki akselerometreler ivme sinyalleri 10^{-6} g kadar alçak değerleri çözebilir. Sintaller 4 kanallı bir FM ses alan cihazında kaydedilir ve bazı sinyaller spektrum analizcisi tarafından Fourier spektra ivme sinyallerini belirlemek için bir kenara işlenir ve sinyal fazları, genlikleri hesap edilir. Bu spektralar, kayıt edilmiş sinyallerden elde edilen spektralarla beraber köprünün doğal frekanslarını, sönüm oranları kullanılır.

Paletli ve fincan hava monitörleri rüzgar hızını ve yön verilerini elde etmede kullanılır. Mikrocompütür, analizciden Fourier spektranın saklanması için kullanılır ve rüzgar verileri kaydedilir.



Şekil 5. 1 Çevresel Etkilerde oluşan Titreşim Araştırmaları: Ölçüm ve Kayıt aletleri, Ölçüm Noktaları

Fatih Sultan Mehmet Köprüsü 6 ve 15 Haziran 1989 tarihlerinde daha önce Humber ve Boğaziçi Köprülerinde uygulanan testlerdeki metod uygulanarak test edilmiştir.

Bir referans akselerometreler tabliyenin içinde strajetik bir noktaya yerleştirilir ve diğer bazı akselerometreler (traveller) tabliye boyunca yerleştirilir . Akselometreler yatay ve düşey ivme davranışını ölçerler ve seyyar akselerometreleri tabliyenin bir ucundan diğerine ve kulenin üstünden aşağısına hareket ettirerek doğal frekans değerleri belirlenir ve mod şekilleri çizilir Şekil 5.1'deki gibi 28 ölçüm noktası belirlenir, Avrupa tarafındaki yarı açıklıkta her iki askı çubuğunda bir nokta alınır ve bunlar yardımıyla mod şekillerinin çözümlemesi yapılır. Asya tarafındaki yarı açıklıkta ise her dört askı çubuğunda bir nokta alınır ve böylece mod şekillerinin simetrilikleri kontrol edilir. Şekil 5.1'de gösterildiği gibi Avrupa tarafındaki kulede 5 ayrı nokta alınır. Kuledeki T1 noktası kulenin davranışını ölçmek için ikinci referans noktası olarak alınır ve 10 noktada tabliye ölçümleri için bir referans noktasıdır.

Burulma davranışı ölçümleri akselerometre tabliyenin farklı kenarlarına ve kulenin en üst noktasına yerleştirilerek bulunur. Sinyallerin toplamı ve farkını alarak titreşimlerin düşey değerlerini burulma değerinden ayırabilir.

Tabliyenin boyuna hareketinin ölçümler, mesnetlerin performansını, kabloların yatay ve düşey hareketini, gerilmelerini hesap edebilmek için askılardaki titreşimleri kontrol ederek bulunur [6].

5.3 TİTREŞİM ARAŞTIRMALARI İÇİN VERİ ANALİZİ

Düşey modlar:

Spektrum şiddeti kontrol edildiğinde 0-6Hz aralığında 10 nolu (referans) noktasında düşey ivme 2-4 Hz arasında güçlü bir davranış gösterir. Burda Şekil 5-2'de tabliyenin her iki tarafındaki akselometro sinyallerinin toplamından ve farkından 0-1.6 Hz aralığında düşey ve burulma ivmesi spektrum şiddeti davranışını görebiliriz. Düşey modlar (Şekil 52a) genel olarak iyi ifade edilmiştir ve ayırtırmak kolaydır.

Tablo V.1'de 0-1Hz aralığında 12 düşey tabliye modu özetlenmiştir. Bu değerler düşey tabliye ivmelerinden elde edilmiştir ve Şekil 5.3 ise 3 boyutlu sonlu

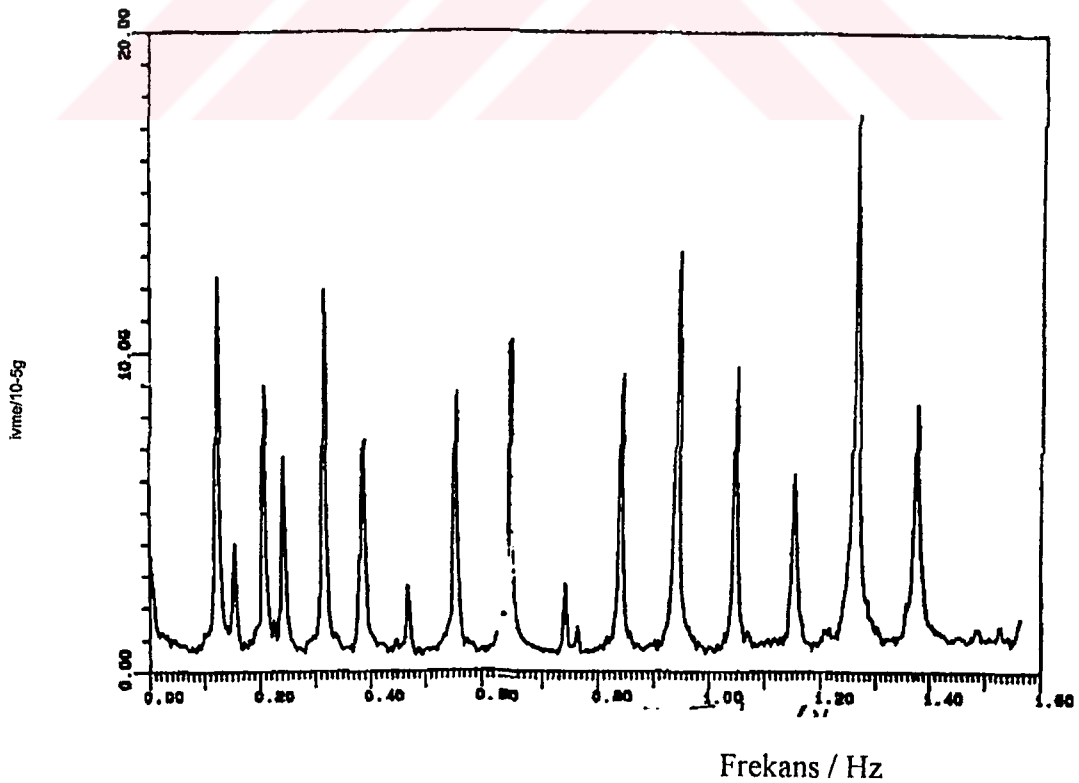
eleman modelinde deęiřkeninden elde edilen dūřey deneysel ve teorik mod řekillerini gōstermektedir.

Titreřim sonucu FS deęiřkeninden elde edilen deneysel dūřey modlar teorik modlara uymaktadır. Deneysel ve teorik frekanslar arası yūzde (%) řeklinde ifade edilen -fark, frekans deęerinin būyūmesi ile artar ve mod 12 için % 6 'ya ulařır daha yūksek modlar için hata būyūr. İki boyutlu sonlu elemanlar modeli sonucuna gōre frekansları karřılařtırırsak (bu deęerler ū boyutlu sonlu elemanlar modelinde elde edilenlerden daha būyūktūr) daha artar.

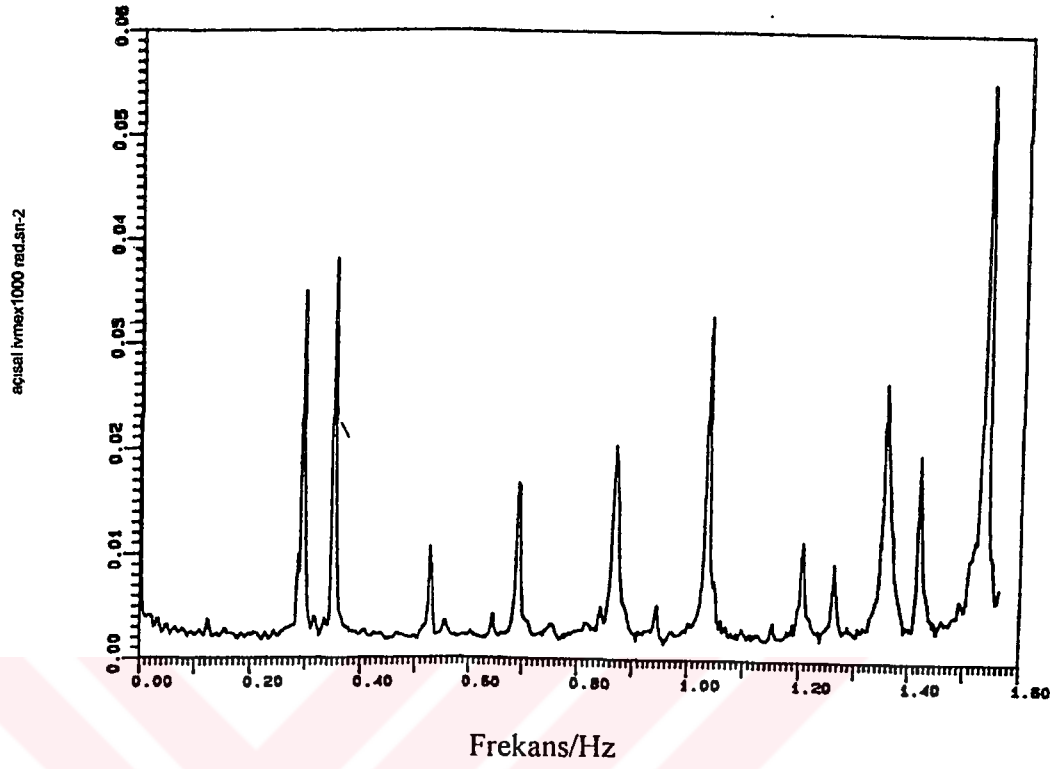
Tabliye Burulma Modları:

şekil 5.2b 10 nolu noktadaki(referans) burulma spektrum şiddetini gōsterir. Tablo 5.2'de brulma modlarının değerleri ōzetlenmiřtir ve şekil .5.4 teorik modlarla karşılaştırılan deneysel modları gōsterir.

3 nolu deneysel burulma mod deęerinde(T3),açıklıęın ortasında deneysel ve teorik mod řekilleri birbirine iyi uymaz. Bu durum dūęūm noktası sayısının artması

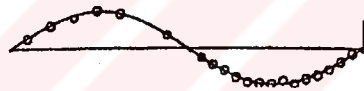


řekil 5.2a Bařlangıç Noktasındaki Dūřey Cevap



Şekil : 5.2b Başlangıç Noktasındaki Burulma Cevabı

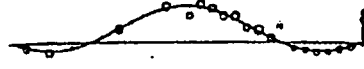
MOD V1



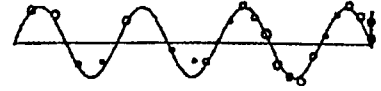
MOD V6



MOD V2



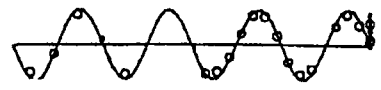
MOD V7



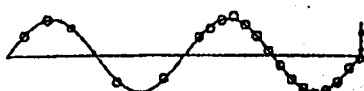
MOD V3



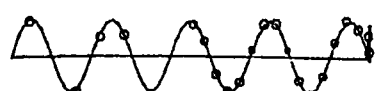
MOD V8



MOD V4



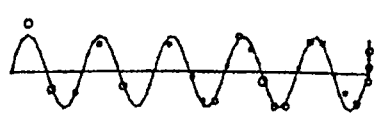
MOD V9



MOD V5

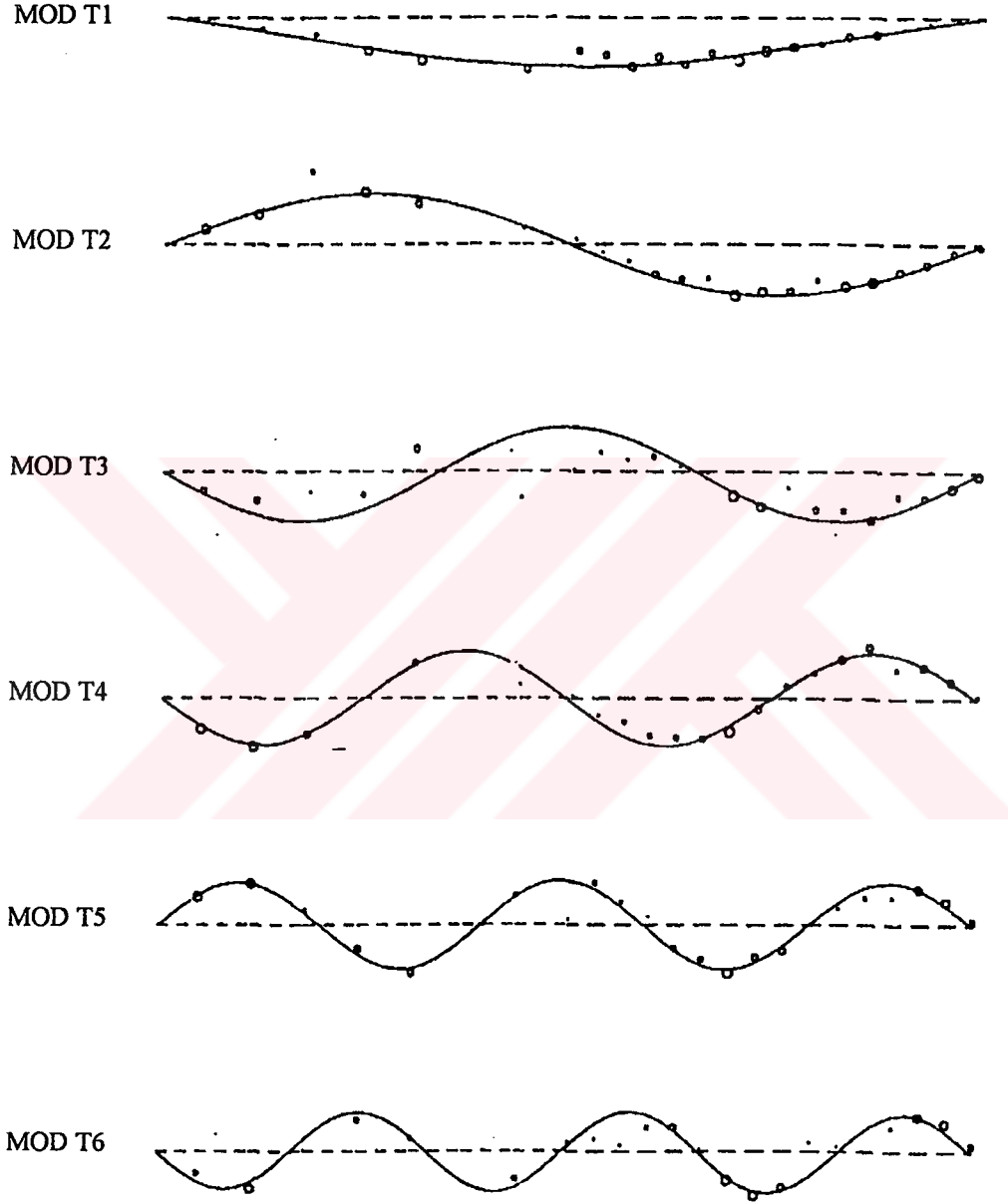


MOD V10



Şekil 5.3 Teorik ve Deneysel Düşey Tabliye Modları

deneysel ve teorik değerlerin sırasıyla birbirine yaklaşmaları beklendiğinden şaştırtıcıdır.



şekil 5.4. Teorik ve Deneysel tabliye Burulma Modları

TABLO 5.1 : Düşey Tabliye Modları

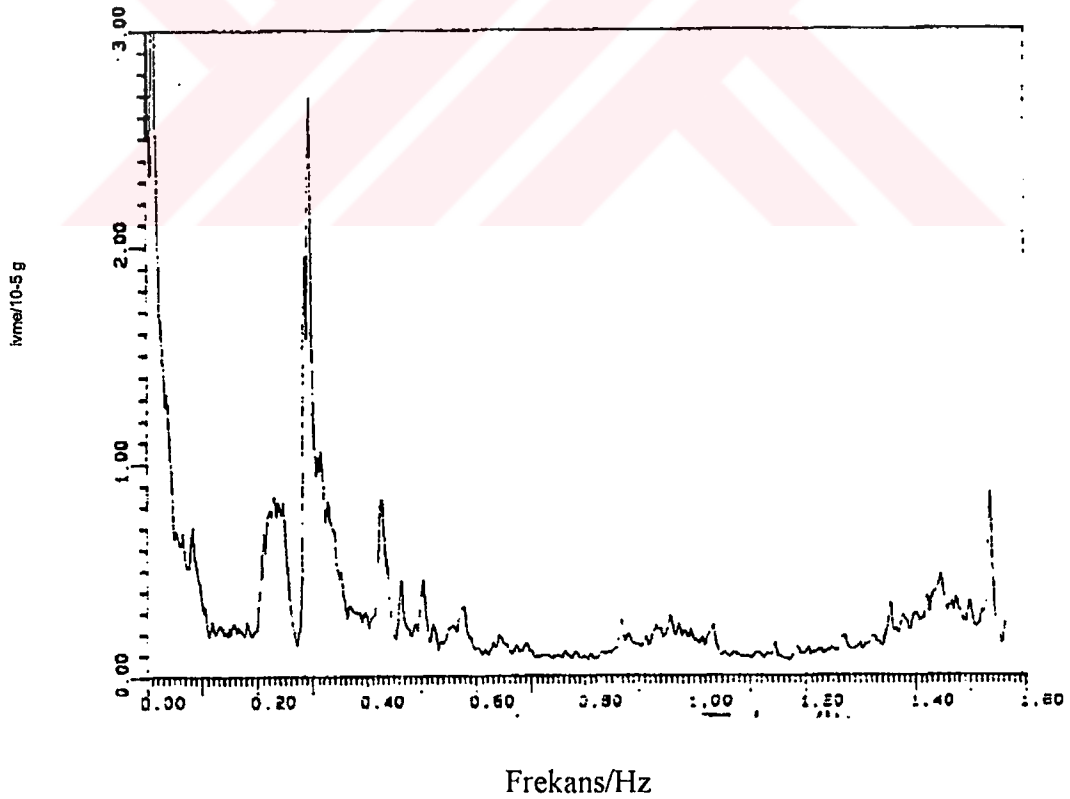
No	MOD Tipi ve simetriklik	DENEYSEL FREKANS(Hz)	TEORİK FREKANS (Hz)		HATA ORANI (%)		SÖNÜM ORANI (%)
			3-D Model	2-D Model	3-D	2-D	
V1	Vasym	0.125	0.125	0.125	0.5	0.4	1.33
V2	Vsym	0.155	0.159	0.159	2.8	2.9	1.27
V3	Vsym	0.208	0.211	0.212	1.5	1.6	0.80
V4	Vasym	0.244	0.250	0.251	2.4	2.7	0.69
V5	Vsym	0.317	0.323	0.325	1.9	2.5	0.44
V6	Vasym	0.389	0.396	0.400	1.9	2.7	0.38
V7	Vsym	0.470	0.479	0.485	1.9	3.1	0.65
V8	Vasym	0.555	0.568	0.576	2.4	3.8	0.29
V9	Vsym	0.645	0.666	0.673	3.1	4.3	0.31
V10	Vasym	0.741	0.772	0.787	4.2	6.3	0.63
V11	Vsym	0.839	0.887	0.907	5.7	8.1	0.28
V12	Vasym	0.942	-	1.037	-	10.00	0.28

TABLO 5.2 : Tabliye Burulma Modları

Mod	Tipi ve simetriklik	DENEYSEL	TEORİK	HATA ORANI (%)	SÖNÜM ORANI (%)
		FREKANS(Hz)	FREKANS (Hz)		
T1	T sym	0.296	0.243	-20.0	0.70
T2	T asym	0.352	0.333	-4.5	0.77
T3	T sym	0.529	0.501	-4.4	1.37
T4	T asym	0.692	0.661	-4.5	0.64
T5	T sym	0.867	0.828	-4.5	0.54

Tabliye Yatay Modları :

22 nolu noktada, yatay ivme davranışını ölçen akselerometreler tarafından elde edilen spektrum şiddeti sinyalleri şekil 5.5'de gösterilmiştir. Akselerometreler yatay ivme ile tabliyenin dönmesinden dolayı oluşan yerçekim kuvvetinin bileşenini ayırtedememektedir, ölçülen sinyal yoğunlukla yatay dinamik davranışı ile asimetric trafik yüklerinden ve rüzgar kuvvetlerinden dolayı oluşan burulma davranışı değerlerinden toplamıdır. Şekil 5.5 deki gibi, bir spektra incelenmesinden 1 Hz'e kadar 8 yatay mod elde edilebilir ve bunlar TABLO 5. 3'de özetlenmiştir. Açık olarak elde edilebilen en küçük mod L1, 0.077 Hz'dir ve buna karşı gelen teorik frekans 0.073 Hz olur. 0.2 - 0.27 Hz aralığında; ivme spektrasında birçok modlar görülür. 0.297 Hz'deki yüksek veri değeri ilk burulma medounda akselerometrenin çift -kavrama hatası yüzünden oluşmuştur. fakat 14 modunun yatay mod olduğu açıkça görülmektedir. 0.3 Hz ve 0.4 Hz arasında sadece bir mod (L5; 0.315 Hz) açıkça ayırtedilebilmektedir[7].



Frekans/Hz
Şekil 5.5. Yatay Cevap
Açıklık Ortasında Yatay Tabliye İvmesi Spektrum Şiddeti

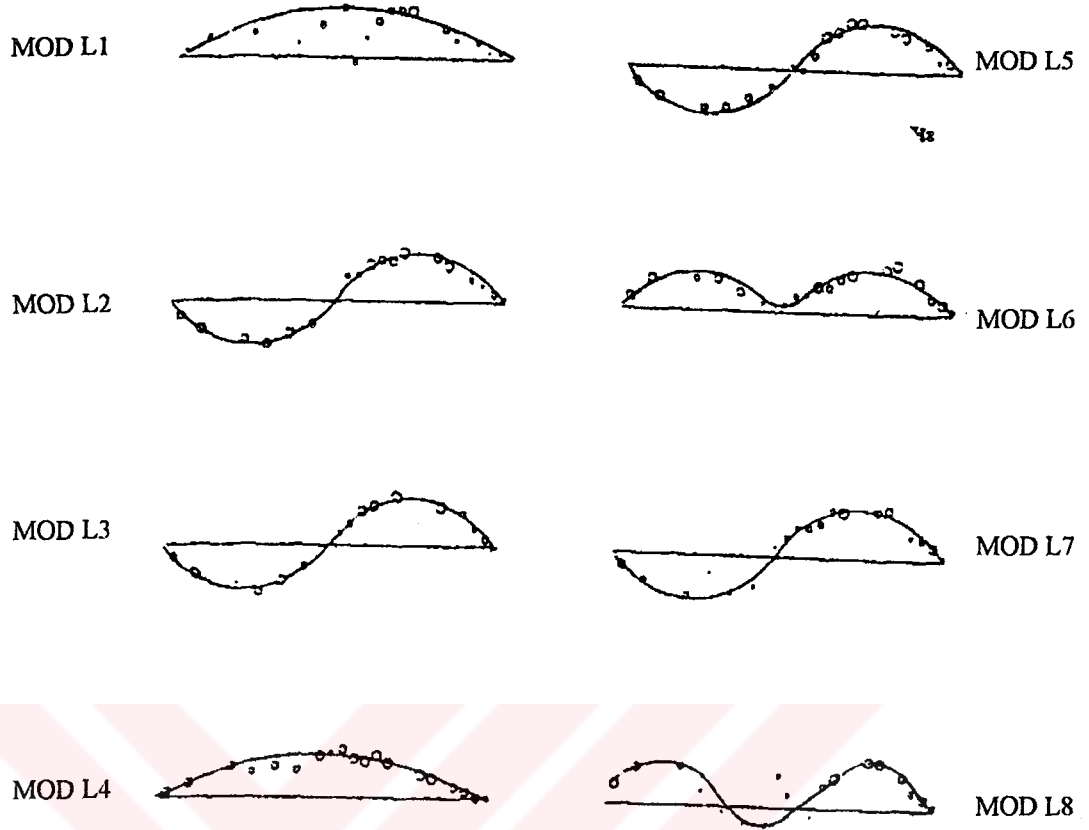
TABLO 5.3 : Yatay Tabliye Modları

MOD	DENEYSEL	Teorik [2 Boyutlu Model]	SÖNÜM ORANI (%)
	FREKANS (Hz)	FREKANS (Hz)	
L1	0.077	0.073	<14.47
L2	0.239	0.218	<3.04
L3	0.250		<2.37
L4	0.287	0.288	0.97
L5	0.315	0.303	3.51
L6	0.432	0.421	1.39
L7	0.466		0.90
L8	0.504	0.543	0.78

Şekil 5.6 bu modlar için deneylerden elde edilmiş mod şekillerini göstermektedir. Daireler mode şeklinin çizilmesini sağlar ve çapları, referans akselerometresi ile uygun seyyar akselerometre arasında transfer fonksiyonunun tutarlılık değeri ile orantılıdır. Şekiller, düşey mod değerleri gibi aynı şekilde bir ilerleme göstermiyor ve karşı gelen teorik modlar (L1 ve L2 hariç) pek belli değildir. Deneysel mod şekillerine uyar gözüken diğer teorik modlar yukarıda TABLO 5.3 de gösterilmiştir. Ayrıca TABLO 5.3'de her ne kadar işaret ve büyüklük olarak ölçülen ve hesaplanan değerler farklı isede frekans değerleri de gösterilmiştir. Bazı teorik mod deneysel olarak da edilememiştir.

Boyuna Kule Modları :

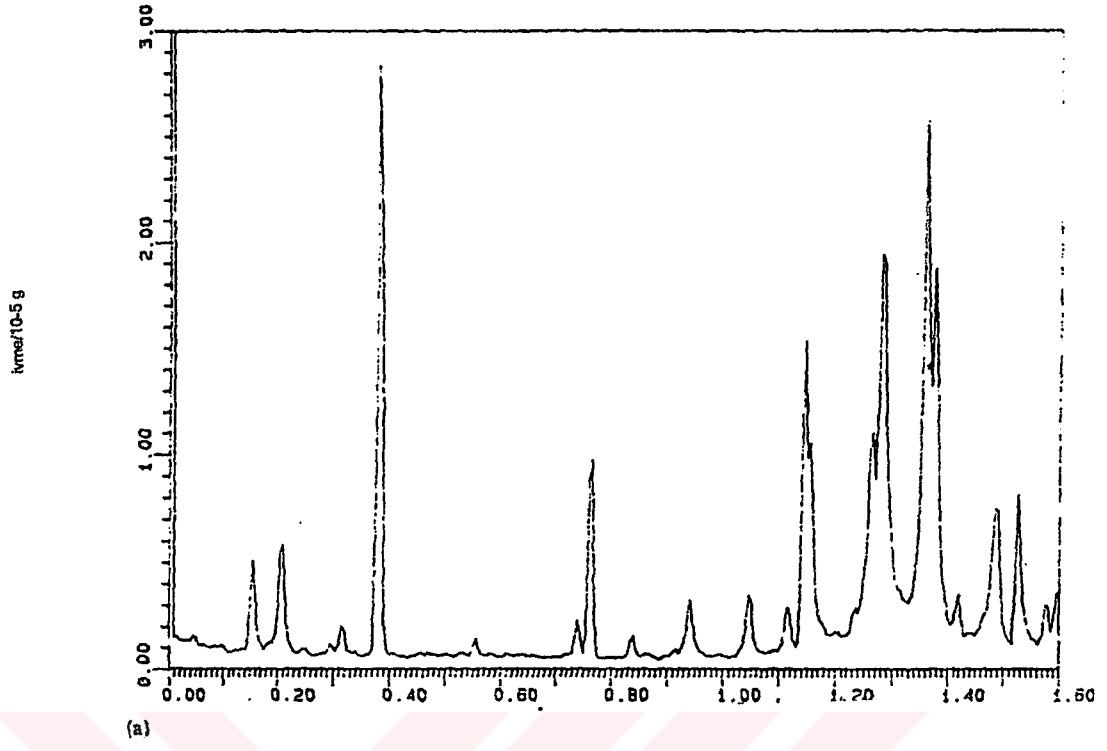
Şekil 5.7 Avrupa kulesindeki boyuna davranışın spektrum şiddeti diagramını göstermektedir. Her pilon için bir akselerometre kullanıldığında, sinyallerin toplamını alarak kule boyuna davranışını, sinyallerin farklarını alarak ise saf burulma davranışını şekil 5.7.a ve 5.7.b deki gibi bulunabilir.



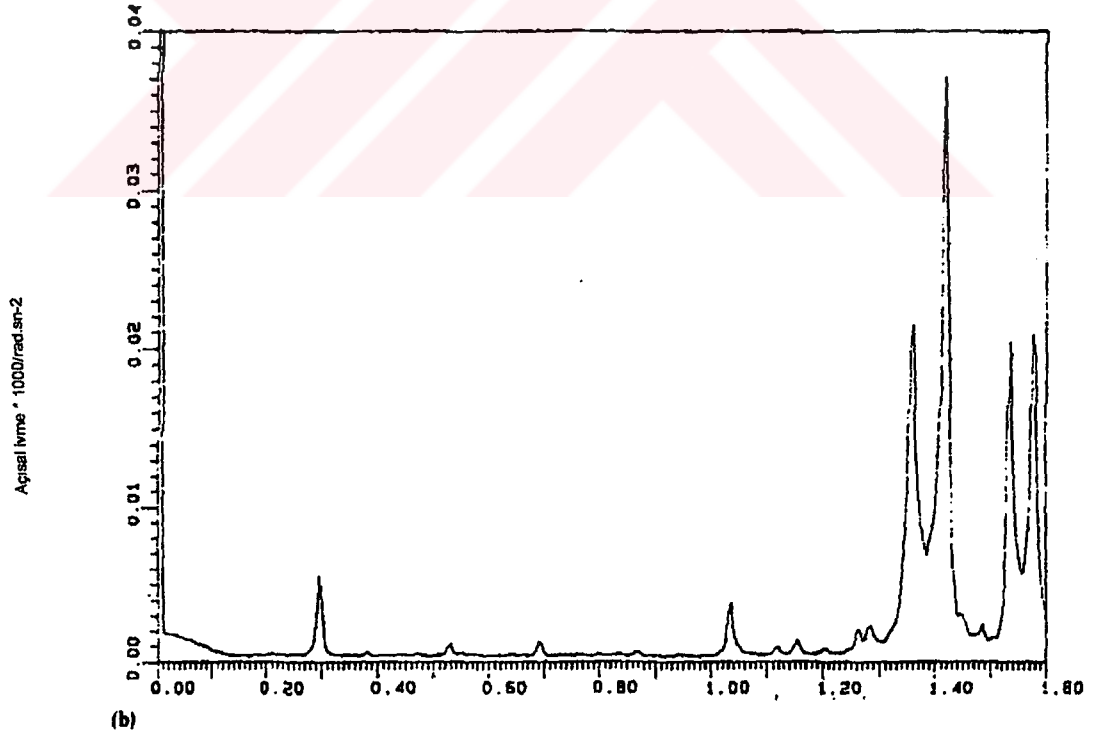
Şekil 5.6. Deneysel Yatay Tabliye Mod Şekilleri

En büyük kule modları 1 Hz in üzerinde oluşur ve 1 Hz üzerinde ölçülen modların üçü birtabliye moduna karşılık gelir.

Şekil 5.8.de 1 Hz üzerinde spektranın bazı uç noktadeğerlerine karşı gelen boyuna kule modlar gösterilmektedir. Sağ kenar taraf ana kablolarının rijitliğini yansıtır. Saf boyuna davranış bu mod şekilleri 2 boyutlu sonlu eleman modeliyle hesaplanan kule modlarıyla kabul edilebilir fakat 1 Hz üzerindeki burulma modları için karşılaştırmalar yapılmamıştır.



Frekans/Hz
Avrupa Kulesi Tepesinde Boyuna Cevap



Frekans/Hz
Şekil 5.7 Avrupa Kulesi Tepesinde Burulma Cevabı
Avrupa Kulesi Tepesinde Boyuna İvme Spektrum Şiddeti
a) Saf Boyuna b) Burulma



MOD TV5



MOD TV6



MOD TV7



MOD TV9



MOD TV11

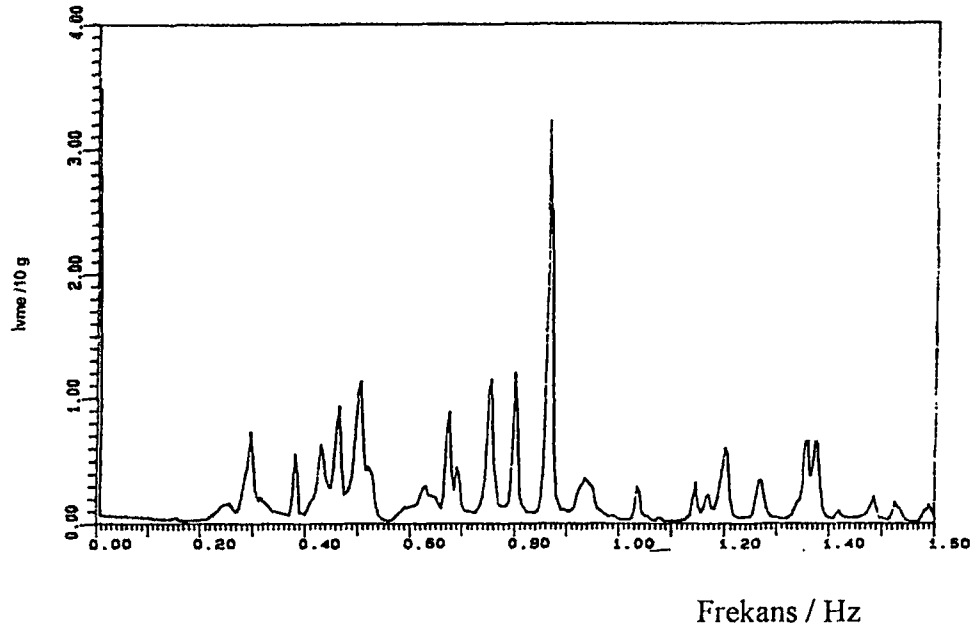


MOT TV12

Şekil 5.8 Deneysel Boyuna Kule Mod. Şekilleri Örnekleri

Yatay Kule Modları :

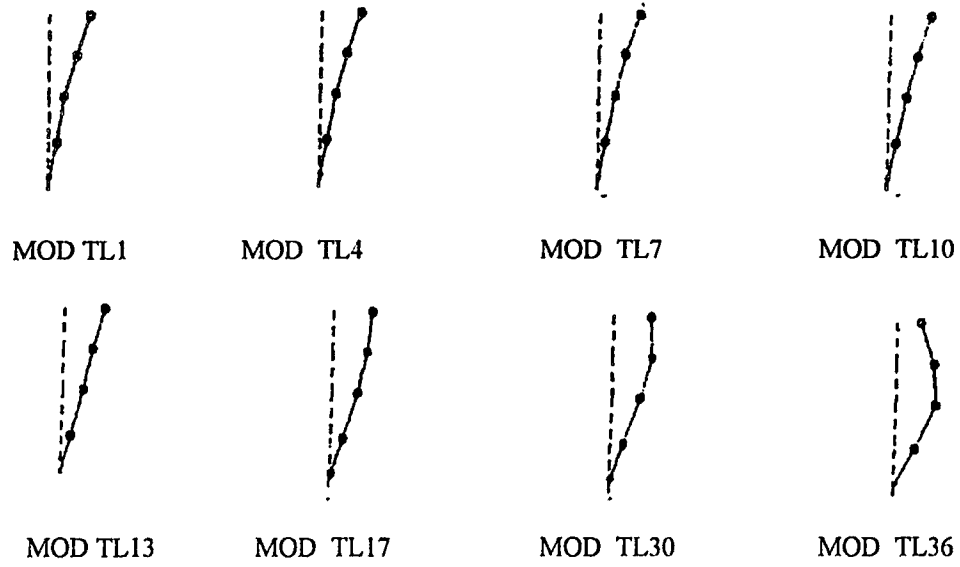
Şekil 5.9 Avrupa Kulesinin batı pilonun tepesindeki yatay ivme spektrum şiddeti diagramını verir. Tablo 5.4 ise 1 Hz'e kadar ayırdedilebilen modları vermektedir. İvme seviyeleri yüksek olduğundan kolaylıkla ayırdedilebilirler. Şekil 5.10 deneysel ivme de şekillerinden örnekleri göstermektedir ve bunlar basit konsal mod şekillerinden boyuna kule modları şekillerine doğru ilerlemektedirler. Büyük oranda ölçülen kule modlarında tabliye katkısı yoktur



Şekil 5.9. Kule Tepesinde Yatay Kule Cevabı
Avrupa Kulesi Tepesinde Yatay ivme Spektrum Şiddeti

TABLO 5.4 : Yatay Kule modları

Mod	DENEYSEL FREKANS (Hz)	SÖNÜM ORANI (%)
TL1 (Kule + Tabliye)	0.287	1.40
TL2 (Kule + Tabliye)	0.295	1.07
TL3 (Kule + Tabliye)	0.432	1.19
TL4 (Kule + Tabliye)	0.464	0.65
TL5 (Kule + Tabliye)	0.503	0.97
TL6 (Kule)	0.520	1.03
TL7 (Kule)	0.630	0.98
TL8 (Kule)	0.673	0.15
TL9 (Kule)	0.691	0.30
TL10 (Kule)	0.753	0.24
TL11 (Kule)	0.802	0.20
TL12 (Kule + Tabliye)	0.866	0.07
TL13 (Kule)	0.937	1.03



Şekil 5.10. Deneysel Yatay Kule Mod Şekilleri Örnekleri

Kablo Modları :

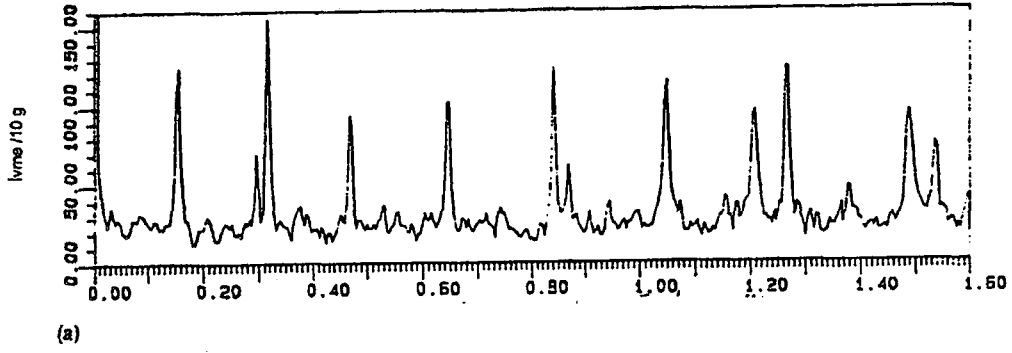
Bir akserlerometre, açıklığın ortasında (16 nolu istasyonda) ana kablonun en alt noktasına yerleştirilir ve elde edilenler tabliyede referans noktasına yerleştirilen akselerometredekilerle karşılaştırılır. Böylece kablonun tabliye modlarındaki katkısı incelenebilir ve tablonun katıldığı ana tabliyenin katılmadığı modlar ayırdedilebilir.

Şekil 5.11'a ana kablonun düşey ivmesi spektrum şiddeti diagramını gösterir. Burada bütün uç değerlerin düşey ve burulma tabliye modlarına tesadüf etmesi şaşırtıcı değildir. Şekil 5.11b yatay kablo ivmesi spektrum şiddeti gösterilmektedir ve Tablo 5.5 bu verilerden 1 Hz'e kadar olanları özetlenmiştir. Aynı frekans değerlerinde yatay kablo ile yatay tabliye davranış arasında sıkı bir tutarlılık olan yerlerde (*) işareti kullanılmıştır.

Matematik modelleme ile kompleks kablo mod şekilleri için yatay kule davranışının yüksek frekansdeğerlerinde artış hesaplanır. Bazı modlar ise (CL1 gibi) her hangi bir ölçülen veya teorik yatay tabliye veya kule modlarına karşılık gelmez. Kulelerde, tabliyede ve ana kabloda birçok noktada aynı zamanda alınmış ölçüm veriler olmaksızın kablo modlarının doğası hakkında birşey söylemek imkansızdır.

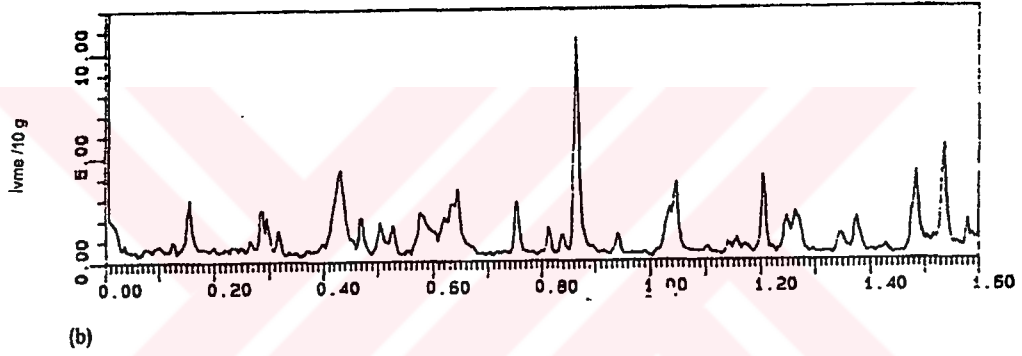
TABLO 5.5. Yatay Kablo Modları

MOD	TABLİYE/KULE MODLARI NO ve TİPİ	DENEYSEL FREKANS (Hz)	SÖNÜM ORANI (%)
CL1		0.155	1.59
CL2		0.221	3.12
CL3	L2	0.236	2.85
CL4	L3	0.250	1.71
CL5		0.266	1.90
CL6	L4*	0.286	0.57
CL7	L5*	0.296	0.92
CL8	L6	0.317	0.63
CL9	L7*	0.430	1.30
CL10	L8	0.470	0.36
CL11	L9	0.505	0.74
CL12	TL6	0.527	0.48
CL13		0.582	1.49
CL14	TL7	0.623	1.47
CL15	TL7 ?	0.636	1.14
CL16		0.644	0.54
CL17	TL10	0.754	0.12
CL18		0.813	0.22
CL19		0.838	0.30
CL20	L10	0.865	0.14
CL21	TL13	0.941	0.27



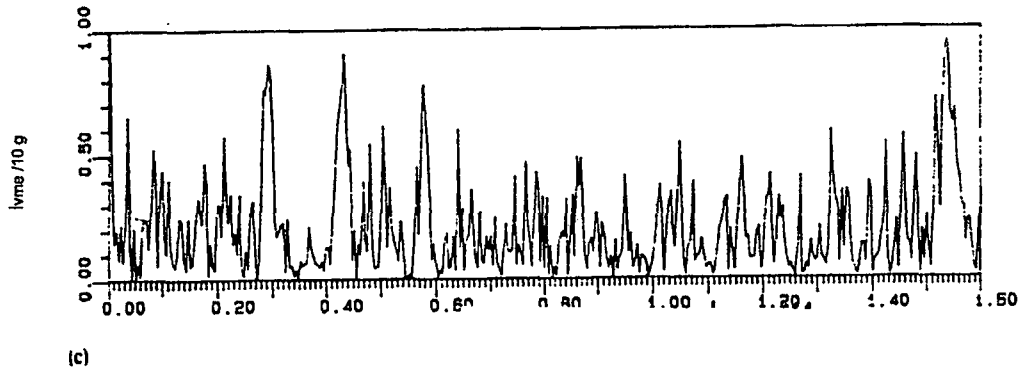
Frekans / Hz

Ana Kablo Düşey İvmesi



Frekans / Hz

Ana Kablo Yatay İvmesi



Frekans / Hz

Şekil 5.11 Kablo/ Tabliye Yatay İvme Transfer Fonksiyonları Arası Bağını
Açıklık Ortası Ana Kablo Spektrum Şiddeti Cevabı
a) Düşey b) Yatay c) Yatay Kablo ve Tabliye İvmeleri arası Bağını

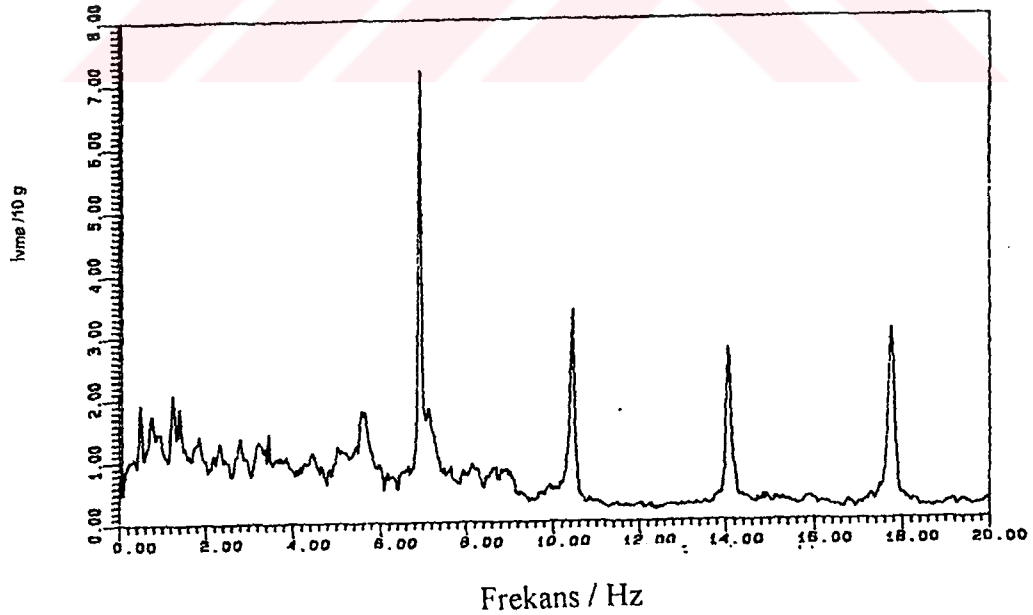
Boyuna Tabliye Davranışı :

Tabliyede referans noktasında ve tabliyenin uçlarında boyuna davranış ile ilgili bazı ölçümleri kaydetmek gerekmektedir. Referans noktasında tabliyedeki boyuna ölçümler, düşey ve burulma modlarında 1 Hz'e kadar olan frekans değerlerinde uç değerler gösterir, bu aralıkta saf boyuna modlar yoktur. Bu köprüde, tabliye mesnetleri tutulu olduğundan temel seviyesinde bir davranış görülmez.

Askı Davranışı :

Şekil 5.12 referans noktasına yakın bir askının boyuna ivme spektrum şiddeti diagramını gösterir. En güçlü modlar 6.915, 10.436, 14.059 ve 17.744 Hz. değerlerinde olduğu görülmektedir.

Buna ters olarak Boğaziçi Köprüsü ölçümlerinde güçlü mod değerleri yoktu ve uç noktaları açık ve sivri idi. askı frekanslarının gerilme ile değiştiği bilinmektedir, ölçümlerin yapıldığı zamanda da Boğaziçi Köprüsünde 140.000 araca kadar trafik yükü varken Fatih Köprüsünde 24.000 araçtan daha az trafik yükü vardı.



Şekil 5.12 Askı Çubukları Yatay İvmeleri
Boyuna Askı Çubuğu Cevabı Spektrum Şiddeti

BÖLÜM 6

ASMA KÖPRÜLERİN YANAL RÜZGAR ETKİSİNDE TİTREŞİMLERİ

1940 yılında meydana gelen Tacoma Köprüsünün (ABD) çöküşü olayına kadar asma köprülerin şiddetli yanal rüzgar altında salınma eğilimi mühendislerce bilinmekle beraber ortaya çıkabilecek statik yanal kuvvetleri karşılamak için gerekli olanın dışında, rüzgar etkisi konusunda az etüd yapılmıştır. Tacoma Köprüsünün etkileyici çöküşü ile birlikte aerodinamik olanaklar konuya yardımcı olmak üzere kullanılmıştır.

6.1. STATİK ETKİLER

Rüzgâr etkisi altında, tekil bir uniform asma kablo, düşey düzlemde uniform yayılı yerçekimi kuvveti ile yatay etki eden uniform yayılı rüzgar yüklerinin bileşkesine maruz kalır. Toplam etki, kablo boyunun herbir elemanı üzerindeki bileşke kuvveti içerecek tarzda, düşeye nazaran eğik bir düzlem içinde asılacak şekilde sallamak üzere belirlenecektir.

Komple köprüde en büyük etki, yatay düzlemde eğilen kiriş gibi tabliye düzleminde orataya çıkar. Tabliye düzlemindeki rüzgar kirişlemesi böylece ortaya çıkar kesme kuvvetlerine dayanmak için yapılmıştır. Tabliye kenarlarındaki rijidlik kirişleri bu kirişlemenin başlık çubukları gibi davranır. Tabliye sistemini bu tarz rüzgar kuvvetlerine dayanacak hale getirmek için tabliye genellikle her bir ucunda yatay deplasmana karşı özel olarak mesnetlenmiştir.

Buradan anlaşılacağı gibi komple bir köprüde, rüzgar kuvvetleri, kısmen tabliye sisteminin yatay bir düzlemdeki elastik eğilmesiyle ve kısmen de kabloların ortaya koyduğu yerçekimi etkisiyle karışılır [1].

Stenman bir net p' yanal yüklemesinden dolayı tek açıklıklı köprülerde tabliye yanal sehimi şöyle bulmuştur;

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{P' L^4}{EI} = 0.013 \frac{P' L^4}{EI} \quad (6.1)$$

Burada EI , bütün tabliyenin yanal düzlemdeki eğilme rijitliğidir.

Burada P' , kule tepelerinden D derinliği kadar aşağıda, yaklaşık olarak tabliye düzeyinde tesir eden toplam w yerçekimi yüklemesinin δ salınımindan ileri gelen yerçekimi mukavemetinden dolayı, açıklık birim boyu başına toplam P rüzgar yükünden daha küçük olacaktır. Buna göre yerçekimi mukavemeti $P-P'$, $w(\delta/D)$ 'ye eşit olacaktır. (6.1) den;

$$\frac{P - P'}{P} = \frac{r}{P} = \frac{0.013 W L^4 / DEI}{1 + 0.013 W L^4 / DEI} \quad (6.2)$$

Tabliye düzeyinde efektif ortalama yatay yükleme şöyle olur;

$$P'' = P \frac{5}{6} r \quad (6.3)$$

6.2. TİTREŞİMLERİN GENEL KARAKTERİ

Salınım hareketleri farklı türlerdedir. Üç tür salınım hareketi vardır.

a) Köprü tabliyesini herbir enkesitinin, üzerindeki her noktası aynı hareket genliğine haiz olmak şartıyla, bir düşey düzlemde yukarı ve aşağı hareketi ile belirlenen köprünün saf eğilme salınımları

b) Köprü tabliyesinin herbir enkesitinin, yol orta çizgisi ile çakışık veya ona yakın eksen etrafında, kendi düzlemi içinde açısal salınım ile belirlenen köprünün saf burulma salınımları

c) Köprü tabliyesinin herbir enkesitinin, genel olarak, hem düşey ve hem de açısal hareketine mâruz bulunması ile belirlenen kombine eğilme-burulma salınımları

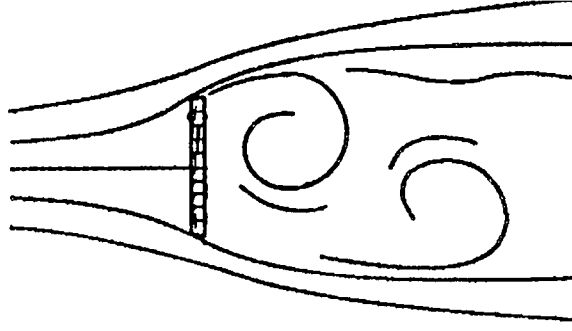
Her üç tip salınım, köprü düşey simetri düzlemine dik açı ile etkiyen bir yanal rüzgâr altında meydana çıkmaya elverişlidir ve böylece rüzgâr yukarı doğru hafif eğimle esse, etkisi bir miktar artar.

Salınımların tabiatını ve orijini anlamak için, ilk olarak yatay bir rüzgar altında, bir köprü tabliyesi üzerindeki hava kuvvetlerini gözönüne almak arzu edilir. mümkün olan en basit durumda, bir tabliyeye, basit olarak, köprü açıklığı boyunca uzanan düz bir levha gözü ile bakabiliriz ve uzunluğunun bir kesiti üzerinde, bir yanal hava akımının tesiri gözönüne alabiliriz. Rüzgarın hemen hemen yatay düzeyde olduğu sağlanır, bu etki durumunda köprü tabliye enkesiti bir ince kanat şeklindedir. Tabliye yüzeyleri boyunca hava akımı şekil 6.1 de görüldüğü gibi düzgün nehir akım çizgileri karakterinde olacaktır ve tabliye her ikisi de tabliye yüzeyine etkiyen rüzgarın eğimi ile birlikte yatay bir sürüklenme kuvvetine maruz kalacaktır. Bu kuvvetler verilen bir hızı için dengede olacaklardır ve esas sürtünme kuvvetinin olduğu köprünün tabii sönümü ve yer değiştirmesi ve hava kuvvetlerinin doğrudan doğruya pozitif sönüm nedeni ile tabliyeye verilen herhangi küçük eğilme ve burulma titreşimlerinin sönümlendikleri bulunacaktır.



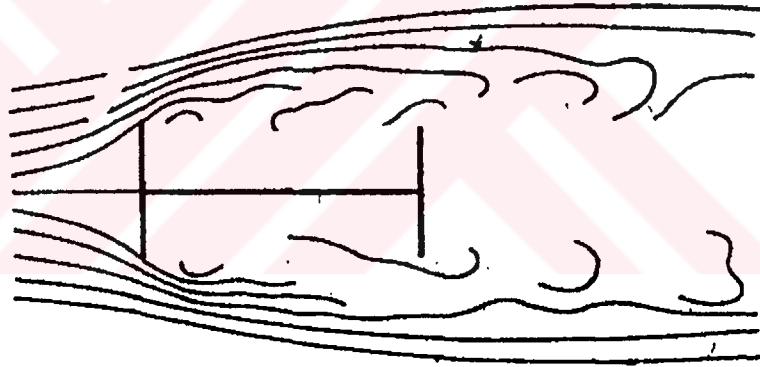
Şekil 6.1. İnce Kanat Enkesitli Tabliyede Hava Akımı Çizgileri

Pratikte tabliyenin kenarları boyunca rijitlik kirişleri bulunabilir, Şekil 6.2 de görüldüğü gibi bu kirişler yatay rüzgara karşı uniform dik bir engel oluştururlar ve bütün hızlarda çevrimli akıma sebep olurlar. Bu durumda büyük veya dairesel çevrimler plağın üst ve alt kıyılarını terkederler ve plağa düzgün çarpmalar oluştururlar.



Şekil 6.2. Plak Kiriş Etrafında Hava Akımı Çizgileri

Şekil 6.3'de her iki yanında plak kirişler bulunan tabliyede akım geçisini ve çevrim kuvvetlerinin tabliye ve aynı zamanda kenar kirişleri üzerinde olabileceği durumu gösterir.



Şekil 6.3. Her İki Yanı Plak Kirişli Tabliyede Hava Akımı Çizgileri

Çevrinti akım frekansı V rüzgar hızı ile doğru, engelin D derinliği ile ters orantılı olarak değiştiği bilindiğinden;

$$f = 0.2 \frac{V}{D} \quad (6.4)$$

ampirik formülünü yazabiliriz. Aynı zamanda çevrim hareketi frekans f ile köprünün eğilme ve burulma tabii frekansı n arasında bir rezonans olasılığı vardır. Kritik rüzgar hızı V_c de f ve n frekansları eşit olacaktır ve;

$$V_c = 5.n.D \quad (6.5)$$

olur. Açıktır ki, pratikte kirişin D derinliği ile tabliyenin B genişliği çevrimin şeklini , tesirlerini etkiler ve birçok köprüde B/D oranı fazla değişmez. bu tabliye genişliği yardımıyla kritik hızı;

$$V_c = k n B \quad (6.6)$$

şeklinde bulunur. Buradaki k sabiti, köprüde B/D oranı gibi diğer etkileyen faktörlerle değişir.

6.3 EĞİLME TİTREŞİMLERİ

Önce her iki yanında plak kirişleri olan eğilme titreşimleri oluşan köprüyü ele alalım. Yatay rüzgar hızı artarken , tabliye üzerinde hava kuvvetlerinin oluşturduğu sürtünmenin frekansı ve büyüklüğü artacaktır ve köprü tabliyesi yavaş yavaş en düşük doğal frekansı n_1 'de eğilme altında titreşim yapmaya başlayacaktır.

Doğal dengesizlik ve verilen bir rüzgar hızında titreşimin amplitüdünün kesin olarak artması eğilimi yoktur. Titreşim etkilerinin oluşturacağı en büyük tehlike trafiğe uygunsuzluklarıdır.

Daha yüksek rüzgar hızlarında titreşimin mod ve frekansı eğilimindeki n_2 ve n_3 gibi yüksek bir doğal frekansa kadar yükselebilir.

Köprü modelleri üzerinde yapılan deneyler, bu eğilme titreşimlerinin amplitüdünün D/B 'nin fonksiyonu olduğunu göstermiştir. Sadece D/B oranı 0,2 den büyük olduğu zaman amplitüdlere büyük boyutlara ulaşması olasılığı vardır.

Eğilmez titreşimlerini önlemek veya en azından belli düzeye kadar azaltmak için yol tabliyesini planlarken D/B oranını küçük seçebiliriz. Bundan daha etkili yol ise plak kirişleri kafes şeklinde veya açık gövdeli makas biçiminde seçerek çevrimlerin

büyükliğini azaltmaktadır. Bu durumda çevrim hareketlerinin büyüklüğü sadece kirişin derinliğine değil ayrıca gergi elemanlarının genişliğine bağlı olur. Bu konuda modeller üzerinde yapılan deneyler göstermiştir ki; köprü tabliyesi üstündeki akım çok düzensiz hale gelir ve kırırlılar. bu yüzden eğilme titreşimleri oluşmaz veya amplitüdlere çok azalır. Aynı nedenle yaya kaldırımı kirişleri makas şeklinde, korkuluklar ise açık aralıklı yapılması tavsiye edilir.

6.4 BURULMA TİTREŞİMLERİ

Burulma titreşimlerinde, eğilme titreşimlerinde olduğu gibi plak kirişleri olan dolu gövdeli tabliyelerde titreşim başlamaz . Bu durumda burulma artışı olmaz ve rüzgar hızı ile bu titreşimler hemen büyümmez. Titreşimler n_T temel burulma modunda bazı kritik V_C hızında başlamaya yüz tutarlar.

Burulma oluşmasına uygun kesit modeller üzerindeki deneylerden D/B oranı azaldığında (6.6) denkleminde k 'nın önemli ölçüde arttığı görülmüştür. Yapılan deneylerde D/B oranı 0.29 dan 0.025 le azalırken V_c kritik hız değeri 6.177 m/sn den 33.456 m/sn e yükselir, titreşim frekansı her zaman n_T de temel burulma modunda kalır. Makas şekilli rijitlik kirişleri kullanıldığı zaman eğilme titreşimleri olasılığı çok az olacaktır. Zaten bu yüzden asma köprülerde aerodinamik çalışmalar makas kirişli tabliyelerin burulmadaki davranışları üzerinde toplanmıştır. Bu konuda modeller üzerinde deneyler yapılmıştır. bu deneylerde yol seviyesi üstündeki aks ile yapılırlar. Bu şekilde seri testler seven ve Forth köprülerindeki tabliye düzenlemelerinde kullanılmıştır. Model çalışmalarındaki amaç ağırlık merkezi çizgisinde yol seviyesine yakın bir boyuna eksen civarında muhtemel hızda rüzgârlar altında burulma titreşimleri için kesitin stabil olması için her durumda yaklaşık bir geometrik tabliye şekli tayin etmektir. Başka bir deyimle eğer herhangi dışardan gelen kuvvetler, tabliyenin kendi doğal frekansında burulma titreşimine başlamasına neden oluyorsa bu titreşimler rüzgâr hızı ne olursa olsun büyüyecekleri yerde sönümlenip yok olacaklardır. Modeller üzerinde genelde $1/100$ ve $1/32$ ölçeklerinde çalışma yapılmıştır. Ölçek büyütülürse yapının geometrik detayları kolaylıkla gösterilir ve aerodinamik etkileri yol açtığı hata olasılıkları daha azdır.

P hava yoğunluğu B ise tabliye genişliği ise model deneylerinde kullanılan boyutsuz küçültülmüş ($V_r = V/nB$) hız;

$$V_r = \Psi(\rho, \delta, I, B) \quad (6.7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada I burulma eksenine göre astalet momendir. ve g burulma hareketinin mekanik sönümünü ve logaritmik azalmasını gösterir (6.7) deki Ψ faksiyonundaki terimler I. $\delta/\rho.B^4$ boyutsuz parametreye gruplanabilirler. bu yüzden p genellikle medel ve esas yap koşulları için aynı olacaktır. V_r geometrik olarak benzer tabliye şekilleri için sadece $(I\delta/B^4)$ e bağlı olacaktır. Böylece modelde ve esas yapıda V_r nin eşitliği için;

$$\frac{I' \delta'}{B'^4} = \frac{I \delta}{B^4} \quad (6.8)$$

eşitliği elde edilir. Burada üslü terimler model sembolleri için kullanılmıştır.

6.5 BİRLEŞİK TİTREŞİMLER

Bu tip titreşimler köprüde eğilme titreşimleri ile burulma titreşimlerinin nedenidirler. Küçük boyutlu hareketler için bu tür birleşik titreşimleri lineer eşitliklerle etüd etmek alışılmıştır. Bu duruma göre köprü tabliyesinin yat düşey hareketi, özel bir kesitteki ve deplasmanı ile gösterilen hareketinin bir modunun terimleriyle ifade edilen. aşağıdaki eşitlikle verilecektir:

$$A_1 \ddot{V} + B_1 \dot{V} + C_1 V = 0 \quad (6.9)$$

Burada v.v yerdeğiştirmenin zamana göre birinci ve ikinci türevleridir. A_1 efektif atalet momenti B_1 sönüm terimi, C_1 eğilmeye çalışan köprünün efektif elastik rijitliğidir. Köprüye eğilme durumunda küçük bir hareket verilirse (6.9) denklemi

eğilme sonucu titreşim tanımları ve B_1 katsayısının negatif ve pozitif oluşuna göre titreşim büyüyecek ve sönecektir.

Burulma titreşiminin Q dönme terimlerini lineer formülle yazarsak;

$$A_2 \ddot{Q} + B_2 \dot{Q} + C_2 Q = 0 \quad (6.10)$$

denklemini elde ederiz.

Eğilme titreşim hareketi ve burulma titreşim hareketi birbirini genelde etkilerler. Bu etkileşim gözönüne alınarak aşağıdaki iki denklemi elde ederiz.

$$A_1 \ddot{V} + B_1 \dot{V} + C_1 V + D_1 \ddot{Q} + E_1 \dot{Q} + F_1 Q = 0 \quad (6.11)$$

$$A_2 \ddot{Q} + B_2 \dot{Q} + C_2 Q + D_2 \ddot{V} + E_2 \dot{V} + F_2 V = 0 \quad (6.12)$$

$D_1, E_1, F_1, D_2, E_2, F_2$ sabitleri eğilme ve burulma titreşimleri hareketleri arasında birleşmeyi gösterir.

Herhangi sabit amplitüdlü titreşimler durumu olması ise kritik V hızını inceleyerek stabil olmama yani titreşimlerin büyümesi durumunu düşünülebiliriz. Bu durumda;

$$v = v_0 \sin (wt + \varepsilon) \quad (6.13)$$

$$Q = Q_0 \sin wt \quad (6.14)$$

yazabiliriz. Burada v_0, Q_0 hareketi başlangıç amplitüdləri. w dengeli titreşimin açısal frekansı ve ε iki cins hareket arasındaki faz farkıdır.

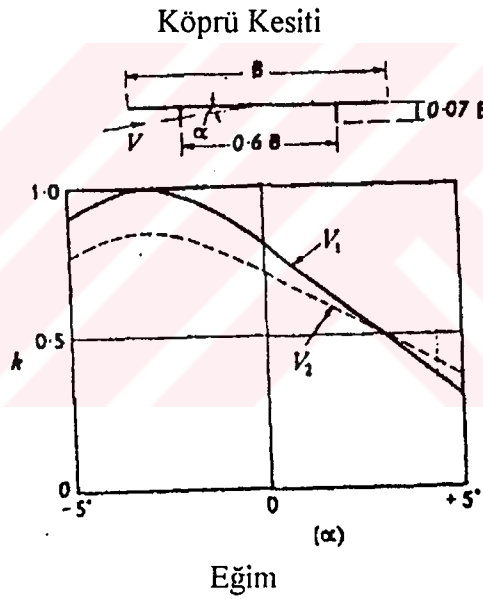
(6.13) ve (6.14) denklemini (6.11) ve (6.12). de yerine koyarsak $\sin wt$ ve $\cos wt$ cinsinden denklemler elde ederiz.

Birleşik hareketin frekansı, $V=0$ olduğu zaman burulma titreşimi doğal frekansı değeri ile eğilme titreşim doğal frekansı değeri arasında kalacaktır.

Selberg asma köprülerde titreşim ile ilgili ampirik davranış ortaya koymuştur. Selberg düz plak tabliye için V_f gibi referans titreşim hızından yararlanır ve bu hız yardımıyla tabliye projesi için aşağıdaki gibi kritik titreşim hızı elde etmiştir;

$$V_{crit} = k \cdot V_f \quad (6.15)$$

Burda k rüzgar tüneli testlerine dayanan bir katsayıdır. k katsayısı açık makas rijitleri olan tabliyeler için özellikle yatay rüzgarı gelişinden ve ilk şekil değiştirmeden etkilenir.



Şekil 6.4 Eğim k Katsayısı Diyagramı

Yukarıdaki şekildeki v değeri, ± 0.01 radyanlık burulma titreşimi tarafından başlatılan stabil titreşim için rüzgar hızı ve V_2 değeri ± 0.10 radyanlık burulma titreşimi tarafından başlatılan stabil titreşim için rüzgar hızı

Selberg, V_f ampirik titreşim hızını şu şekilde düzenlemiştir.

$$V_F = 3.9\pi_t - B \sqrt{\left[1 - \left(\frac{n_E}{n_T}\right)^2\right] \frac{A_1}{A_2}}^{1/2} \quad (6.16)$$

Burda p havanın yoğunluğu, k_D ataleti yarıçapı, g havanın yoğunluğu, $\overline{W} = W_D + W_C$ olarak verilmiştir.

(6.16) denkleminde B ve π_T değerleri etkili değişkenlerdir. Bu yüzden sandık kesitli tabliyerlerde B değerinin büyük olması bu titreşimler azaltma açısından bir gerekliliktir, bunun için trafik şeridi 1 sayısı en az dört veya daha fazla olmalıdır [1].



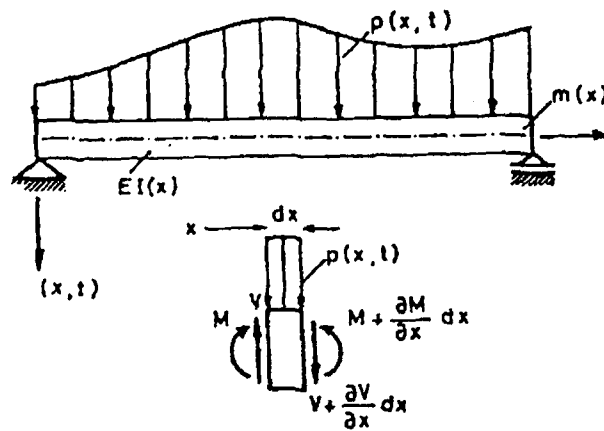
BÖLÜM 7

GENEL DEĞERLENDİRMELER, KARŞILAŞTIRMALAR VE ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Bundan önceki bölümlerde asma köprülerin doğal frekans değerlerinin değişik şekillerde elde edilişleri konusu işlendi. Bu bölümde ise farklı yöntemlerden ve dördüncü bölümde verilen formüllerin elde ediliş şekillerinden bahsedilecektir. Ayrıca beşinci bölümde verilen teorik ve hesaplanmış Boğaziçi Asma Köprüsü doğal frekans değerleri, bu bölümde yapılan hesaplar sonucu elde edilen değerler karşılaştırılmışlardır [8].

7.1. BASİT KABLO VE KİRİŞTE DÜŞEY DOĞAL FREKANS DEĞERLERİNİN BULUNMASI

Basit Kirişte :



Şekil 7.1. Kiriş ve Kiriş Enkesitleri

Eğilme rijitliği ve kütlesi olan bir basit kirişte , $v(x,t)$ düşey yerdeğiştirme, (x,t) yayılı dış yük olarak alınmıştır.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (7.1)$$

olduğu bilinmektedir. Şekil 7.1'de görülen basit kirişte yerdeğiştirme fonksiyonu için;

$$m \cdot dx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) dx = p(x,t) dx \quad (7.2)$$

difarensiyel denklemi elde edilir.

Serbest titreşim durumunda (7.2) denklemi şu hali alır;

$$m \cdot dx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) dx = 0 \quad (7.3)$$

Yerdeğiştirme fonksiyonu $v(x,t)$ için serbest değişkenlere ait kısımların birbirinden çarpım şeklinde ayrılabilceği kabul edilirse;

$$v_i(x,t) = X_i(x) \cdot T_i(t) \quad (7.4)$$

şeklinde bulunur ve (7.39) denklemi şu hali alır;

$$m \cdot X_i \cdot T_i + T_i (EI X_i^{iv}) = 0 \quad (7.5)$$

$$T_i \left(m \cdot X_i \frac{\ddot{T}_i}{T_i} + EI X_i^{iv} \right) = 0 \quad (7.6)$$

$T_i \neq 0$ olduğuna göre ve $\frac{\ddot{T}_i}{T_i} = -\omega_i^2$ kabul edersek;

$$EI X_i^{iv} - m X_i w_i^{iv} = 0 \quad (7.7)$$

elde edilir.

$\lambda_i^4 = \frac{w_i^2 m}{EI}$ olduğunu kabul edersek, (7.7) denklemi şu hali alır;

$$x_i^{iv} - \lambda_i^4 X_i = 0 \quad (7.8)$$

(7.8) denklemini çözersek;

$$X_i = C_{1i} \sin \lambda_{ix} + C_{2i} \cos \lambda_{ix} + C_{3i} \sinh \lambda_{ix} + C_{4i} \cosh \lambda_{ix} \quad (7.9)$$

Sonuçunu buluruz.

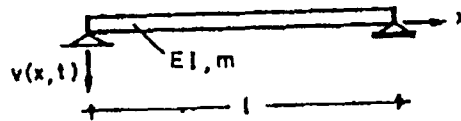
$$\ddot{T}_i + w_i^2 T_i = 0 \quad (7.10)$$

denklemini çözersek;

$$T_i = A_i \cos w_i t + B_i \sin w_i t \quad (7.11)$$

Buradan yerdeğiştirme fonksiyonunu şöyle buluruz;

$$V(x,t) = (C_{1i} \sin \lambda_{ix} + C_{2i} \cos \lambda_{ix} + C_{3i} \sinh \lambda_{ix} + C_{4i} \cosh \lambda_{ix}) (A_i \cos w_i t + B_i \sin w_i t) \quad (7.12)$$



Şekil 7.2. için problemin sınır koşulları,

$$\begin{aligned} X_i(0) &= 0, & X_i''(0) &= 0 \\ X_i(l) &= 0, & X_i''(l) &= 0 \end{aligned}$$

olarak bulunur. su sınır koşullarının ilk ikisinden $C_{i2} = C_{i4} = 0$ ve diğer ikisinden $C_{i3}=0$ ve $C_{i1}\sin\lambda_i l = 0$ bulunur. Çözüm elde edilebilmesi için $C_{i1}=1$ kabul edilirse,

$$\sin\lambda_i l = 0, \quad \lambda_i = i\pi / l, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

bulunur. Buradan açısal frekans değeri;

$$w_i = i^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{EI / ml^4} \quad (7.13)$$

olarak bulunur. Serbest titreşim mod şekli ise;

$$X_i(x) = \sin(i\pi x / l) \quad (7.14)$$

Boğaziçi Asma Köprüsünün kablo etkisini düşünmeksizin ana açıklığı basit giriş olarak ele alırsak;

$$l = 1074 \text{ m}$$

$$m = 6.791 \text{ kN}$$

$$E = 2.05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$$

$$I_x = 1.238 \text{ m}^4$$

olduğuna göre açısal frekans;

$$w_i = \sqrt{\frac{2.05 \times 10^8 \times 1.236}{6.791}} \cdot \frac{\pi^2}{1074^2} \cdot i^2$$

olarak elde edilir. Buna göre 5.mod'a kadar olan açısal frekans, doğal frekans ve doğal

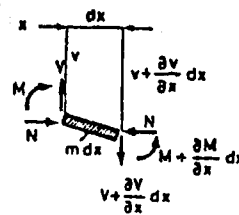
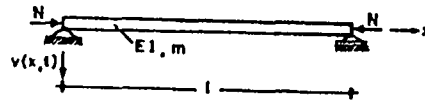
$$\begin{aligned}
w_1 &= 0.0522 \text{ rad/s}, \eta_1 = 0.0083 \text{ s}^{-1}, T_1 = 120,367 \text{ s.} \\
w_2 &= 0.2091 \text{ rad/s}, \eta_2 = 0.0333 \text{ s}^{-1}, T_2 = 30,049 \text{ s.} \\
w_3 &= 0.4704 \text{ rad/s}, \eta_3 = 0.0749 \text{ s}^{-1}, T_3 = 13,357 \text{ s.} \\
w_4 &= 0.8362 \text{ rad/s}, \eta_4 = 0.133 \text{ s}^{-1}, T_4 = 7.5140 \text{ s.} \\
w_5 &= 1.3066 \text{ rad/s}, \eta_5 = 0.2079 \text{ s}^{-1}, T_5 = 4.8088 \text{ s.}
\end{aligned}$$

İlk üç mod için mod şekilleri ise şu şekilde elde edilir;

$$\begin{aligned}
X_1(x) &= \sin(\pi x/l) \rightarrow \phi_1(x) = \sin(\pi x/l) \quad \omega_1 = \pi^2 \sqrt{EI/ml^4} \\
X_2(x) &= \sin(2\pi x/l) \rightarrow \phi_2(x) = \sin(2\pi x/l) \quad \omega_2 = 4\pi^2 \sqrt{EI/ml^4} \\
X_3(x) &= \sin(3\pi x/l) \rightarrow \phi_3(x) = \sin(3\pi x/l) \quad \omega_3 = 9\pi^2 \sqrt{EI/ml^4}
\end{aligned}$$

Şekil 7.3 Basit kiriş için mod Şekilleri

Basit kirişte kabloun üzerindeki ölü yükten dolayı oluşan çekme kuvvetinin yatay bileşini, H_w 'nin etkisi de gözönüne alınırsa:



Bu hal için basit kirişte yerdeğiştirme fonksiyonu;

$$mdx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) dx - H_w \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx = 0 \quad (7.15)$$

şeklinde yazılabilir. (7.7) denkleminin benzetilerek;

$$EI X_i^{iv} - H_w X_i'' - w_i^2 m X_i = 0 \quad (7.16)$$

denklemini ortaya çıkar. (7.16) denklemini çözersek,

$$X_{i1} = C_{i1} \cosh \lambda_{i1} x + C_{i2} \sinh \lambda_{i1} x + C_{i3} \cos \lambda_{i2} x + C_{i4} \sin \lambda_{i2} x \quad (7.17)$$

$$\lambda_{i1} = \sqrt{\frac{H_w}{2EI} + \sqrt{\left(\frac{H_w}{2EI}\right)^2 + \frac{m \cdot w_i^2}{EI}}}, \quad \lambda_{i2} = \sqrt{\frac{-H_w}{2EI} + \sqrt{\left(\frac{H_w}{2EI}\right)^2 + \frac{m \cdot w_i^2}{EI}}}, \quad (7.18)$$

Sonuçlarını elde ederiz. Problemin sınır koşulları;

$$\begin{aligned} X_i(0) &= 0, & X_i''(0) &= 0 \\ X_i(l) &= 0, & X_i''(l) &= 0 \end{aligned}$$

olarak bulunur. $C_{i2} = C_{i3} = 0$ olarak ve $(\lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2) \sinh \lambda_{i1} l \sin \lambda_{i2} l = 0, \sin \lambda_{i2} l = 0$

olarak elde edilir. Buradan $\lambda_{i2} = \frac{i\pi}{l}$ bulunur. Bu problemin açısal frekans değeri;

$$w_i = \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m} \left(1 + \frac{H_w}{H_{wcr}} \right)} \quad (7.19)$$

$$H_{wcr} = \frac{(i\pi)^2 EI}{m l^2} \quad (7.20)$$

$$H_{wcr} = i^2 \cdot 2168 \text{ kN}$$

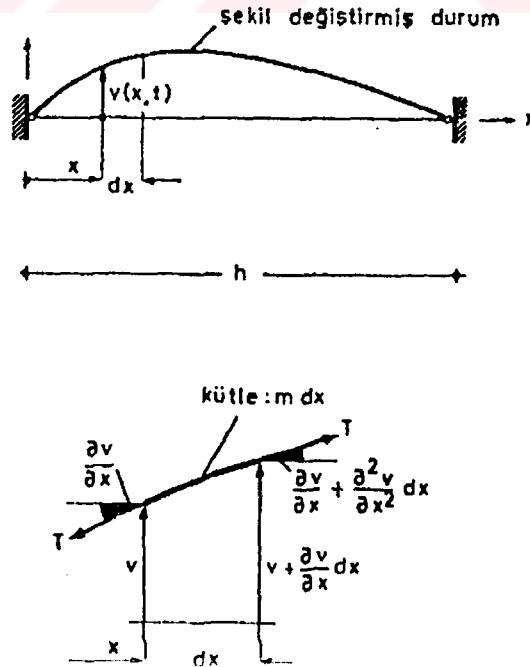
$$H_w = \frac{130 \times 1074^2}{8 \times 93} = 201548 \text{ kN}$$

$$w_i = \frac{(i\pi)^2}{1074^2} \sqrt{\frac{2.05 \times 10^8 \times 1.236}{6.791} \left(1 + \frac{201548}{2168 \cdot i^2}\right)}$$

yukarıdaki şekilde açısal frekans formülünü elde etmiş oluruz. Buna göre 5. moda kadar olan açısal frekans, doğal frekans ve doğal periyot değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} w_1 &= 0.5064 \text{ rad/s}, \eta_1 = 0.0806 \text{ s}^{-1}, T_1 = 12.4018 \text{ s.} \\ w_2 &= 1.0293 \text{ rad/s}, \eta_2 = 0.1638 \text{ s}^{-1}, T_2 = 6.1049 \text{ s.} \\ w_3 &= 1.3045 \text{ rad/s}, \eta_3 = 0.2076 \text{ s}^{-1}, T_3 = 4.8165 \text{ s.} \\ w_4 &= 1.7981 \text{ rad/s}, \eta_4 = 0.2862 \text{ s}^{-1}, T_4 = 3.4943 \text{ s.} \\ w_5 &= 2.3386 \text{ rad/s}, \eta_5 = 0.3722 \text{ s}^{-1}, T_5 = 2.6867 \text{ s.} \end{aligned}$$

Basit Kabloda:



Asma köprülerde büyük ana açıklıklar nedeniyle kablonun ince sayılabileceğini ve kendi ağırlığından dolayı gergin olacağını kabul edersek Şekil 7.4'ün yardımıyla problemin hareket denklemini şöyle elde ederiz;

$$m \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx = 0 \quad (7.21)$$

Burada T; germe kuvvetidir. Yerdeğiştirme fonksiyonun değişkenlere ayrılabilir kabul edilecek (7.4) ve (7.10) sonuçları elde edilir. Burada hareket denklemi şu hali alır.

$$X''(x) + \frac{W_i^2 m}{T} X(x) = 0 \quad (7.22)$$

o zaman;

$$\lambda_i^2 = \frac{w_i^2 m}{T} \quad (7.23)$$

yazılabilir. (7.22) denkleminin çözümlersek;

$$X_i(x) = C_{1i} \sin \lambda_i x + C_{2i} \cos \lambda_i x \quad (7.24)$$

sonucunu elde ederiz. Şekil 7.4 için problemin sınır koşulları şöyledir;

$$X_2(0) = 0, \dot{X}_2(0) = 0$$

$$X_2(\ell) = 0, \dot{X}_2(\ell) = 0$$

Sınır koşullarından $C_{2i} = 0$ ve $\sin \lambda_i \ell = 0$ bulunur. Burada da;

$$\lambda_i = i\pi / \ell \quad i=1,2,3,\dots$$

$$X_i = i\pi\sqrt{T / (m \cdot \ell^2)} \quad (7.25)$$

Serbest titreşim mod şekil ise;

$$X_i(x) = \sin(i\pi x / \ell) \quad (7.26)$$

şeklindedir.

Bağaziçi Asma Köprüsünde tabliyeyi düşünmeksizim sadece basit kablo için hesap yaparsak,

$$T = H_w / \cos \alpha = 201548 / \cos 70^\circ = 213052.85 \text{ kN}$$

$$m = 3.272 \text{ kN}$$

olduğuna göre açısal frekans;

$$W_i = i \cdot \pi \sqrt{\frac{213052.85}{(3.272 \times 10^7)^2}}$$

şeklinde elde edilir. 5. moda kadar açısal frekans, doğal frekans ve doğal periyot değeri şöyle bulunur.

$$W_1 = 0.7460 \text{ rad / s}, \eta_1 = 0.1188 \text{ s}^{-1}, T_1 = 8.4175 \text{ s.}$$

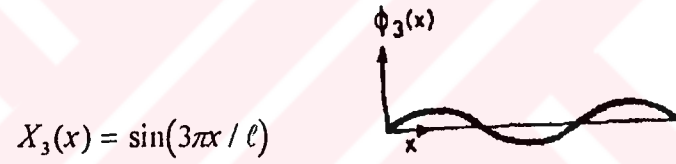
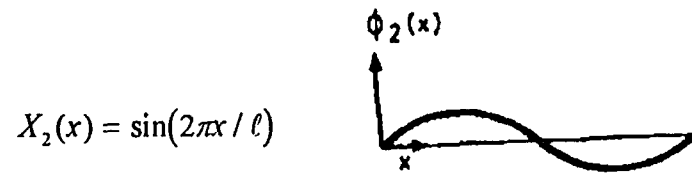
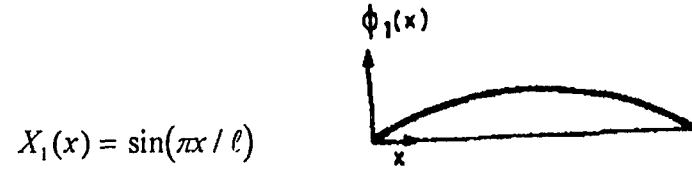
$$W_2 = 1.4920 \text{ rad / s}, \eta_2 = 0.2375 \text{ s}^{-1}, T_2 = 4.2105 \text{ s.}$$

$$W_3 = 2.2467 \text{ rad / s}, \eta_3 = 0.3564 \text{ s}^{-1}, T_3 = 2.8058 \text{ s.}$$

$$W_4 = 2.9840 \text{ rad / s}, \eta_4 = 0.4752 \text{ s}^{-1}, T_4 = 2.1044 \text{ s.}$$

$$W_5 = 3.7300 \text{ rad / s}, \eta_5 = 0.5939 \text{ s}^{-1}, T_5 = 1.6838 \text{ s.}$$

İlk üç mod için mod şekilleri şu şekilde ilde edilir [8].



Şekil 7.6 Basit Kablo İçin Mod Şekilleri

7.1.1. Sonuçların Değerlendirmesi ve Karşılaştırılması

Boğaziçi Köprüsünde ele alarak yukarıda bulunduğumuz değerlerle Boğaziçi Köprüsünde yapılan ölçümler sonucu elde ettiğimiz değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

TABLO 7. 1: Basit Kablo Frekans Değerleri ile Ölçülen Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

HESAPLANAN FREKANS DEĞERLERİ (s⁻¹)				
Mod No	Ölçülen Frekans(s⁻¹)	Basit Kiriş için	Çekme Kuvveti Etkisinde Basit Kiriş için	Basit Kablo için
V1	0.1290	0.0083	0.0806	0.1188
V2	0.1600	0.0333	0.1638	0.2375
V3	0.1820	0.0749	0.2076	0.3564
V4	0.2170	0.1331	0.2862	0.4752
V5	0.2770	0.2079	0.3722	0.5939

Bu tablolardan görüleceği gibi bir köprüyü sadece tabliyesi düşünmek yanlıştır. Bir basit kiriş olarak düşünülen tabliye frekans değerlerinin, bu köprünün ana açıklıktaki frekans değerlerinden ne kadar farklı ve küçük sonuç verdiği tabloda görülmektedir. Basit kiriş için değerlerin çok küçük ve ölçülen değerlerden çok farklı olması tabliyenin etkisinin köprü salınımlarında çok fazla olmadığı göstermektedir. Bunun anlamı köprünün titreşim davranışını daha çok ana kabloları belirleyecektir. Köprüde sadece kablo davranışını gözönüne aldığımız basit kablo durumunda V1 moduna karşılık gelen frekans değeri, köprünün ölçülen frekans değerine yeterince yakındır. Diğer modlara karşılık gelen frekans değerleri ise yeterince yakın sonuçlar vermesede anlamlı değerlerdir. Basit kabloda tabliyenin rijitlik etkisi gözönüne alınmaması bu değerlerin böyle elde edilmesinde önemli etkindir. Bir asma köprüde basit kablo durumu için hesap yapıldığında tabliyenin rijitlik etkisini ifade edecek terimin denklemlere ilave edilmesi gerekir böylece gerçek değerlere yeterince yaklaşabileceği düşünülebilir.

Ana kablolar oluşan çekme kuvvetleri sistemin davranışını önemli ölçülerde etkiler, zaten bu yüzden asma köprülerde bu etkiyi karşılayabilecek yeteri rijitlikte köprü kuleleri yapılır. Bu etkisi köprünün statik hesaplarında "gergi analogisi metodunda" dikkate alınır. Zaten 2.Bölümde bu metod anlatılmıştı. Burada yapılan kabule göre kablo çekme kuvvetinin yatay bileşeni mesnetlere uygulanırsa kablo etkisi

durumla karşılaştırıldığında çekme kuvveti etkisinin ne kadar önemli olduğu görülür. V2 modu için elde edilen frekans değeri ölçülen frekans değerine çok yakındır. Diğer modlar için frekans değerleri de ölçülen frekans değerlerine yakındır denilebilir.

Ölçülen mod şekillerinde olduğu gibi diğer durumlar için de V1, V3, V5 modların antisimetrik, V2 ve V4' de simetriktir. Basit kiriş, çekme kuvveti etkisinde basit kiriş ve basit kablo durumlarda mod şekillerinin eğri fonksiyonu sinüs fonksiyonudur. dolayısıyla burada gözönüne alınan beş mod için mod şekilleri aynıdır. Bu durumlar için elde edilen birinci, ikinci ve üçüncü mod şekilleri, ölçülen mod şekillerinde sırasıyla üçüncü, dördüncü ve beşinci mod şekillerine karşılık gelir. Buradan ilk iki mod şekillerinin elde edilmediği sonucu çıkarılabilir. Birinci mod şeklinin üçüncü mod şekline benzediği düşünülürse, ikinci mod şeklinin bulunamayışının nedeni, kullanılan eğri fonksiyonun sinüs fonksiyonu olduğuna ve bu mod şeklinin kesinlikle bir sinüs eğrisi olmadığına bağlanabilir.

7.2. KÖPRÜDE FARKLI DURUMLAR İÇİN FREKANS DEĞERLERİNİN ELDE EDİLİŞİ

Bu konuda II.Bölüm'de elde edilen (2.149) denklemi yardımıyla farklı yük durumları için frekans değerleri elde edilecektir ve yine 3.Bölüm'de çeşitli Pugsley ve Rocard tarafından verilen frekans formülleri için bulunan değerler ölçülen Boğaziçi Köprüsü'nün değerleri ile karşılaştırılacaktır.

7.2.1. Hareketli Yük Altında Düşey Frekans Değerlerinin Elde Edilişi

(2.149) denklemini şu şekilde bulunmuştur;

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} = p - g \frac{h}{H}$$

Burada ölü yük ifadesi olarak w , yerine g kullanılacaktır. Böylece açısal frekans değeri ifadesi ω ile karışmalarının engellenmesi amaçlanmıştır. P hareketli yükünü tersinimle

$$P = -\frac{g}{\gamma} \frac{d^2 v}{dt^2} \quad (7.26)$$

olarak bulunur. Bunu (2.149) denkleminde yerine yazıp, denklemi düzenlersek

$$\frac{g}{\gamma} \frac{d^2 v}{dt^2} + EI \frac{d^4 v}{dx^4} - H \frac{d^2 v}{dx^2} + g \frac{h}{H} = 0 \quad (7.27)$$

olarak elde edilir. h ve v terimlerinin zamanın bir fonksiyonu olduğu bilindiğinden h ve v aşağıdaki gibi seçilen

$$h = h_0 e^{wt} \quad (7.28)$$

$$v = v_0 e^{wt}$$

Bu fonksiyonları (7.27) denkleminde yerlerine yazarsak,

$$\frac{g}{\gamma} w^2 v_0 + EI \frac{d^4 v_0}{dx^4} - H \frac{d^2 v_0}{dx^2} + g \frac{h_0}{H} = 0 \quad (7.29)$$

denklemi elde edilir h değeri, H 'a göre çok küçük olduğundan $h_0 = 0$ olarak yazılabilir. Ayrıca V_0 ise sınır koşullarını sağlayacak bir şekilde aşağıdaki gibi seçeriz.

$$v_{0i} = a \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (7.30)$$

Bu durumda (7.29) denklemini yeniden düzenlersek ;

$$\frac{g}{\gamma} w^2 a \sin \frac{i\pi x}{\ell} + EI a \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^4 \sin \frac{i\pi x}{\ell} - H a \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^2 \sin \frac{i\pi x}{\ell} = 0 \quad (7.31)$$

denklemini elde ederiz. Bu denklemden açısal frekans değerleri $H = g \cdot \ell^2 / 8d$ olduğunu da düşünerek;

$$W_i = \frac{i\pi}{\ell} \sqrt{\frac{\gamma}{g} \left(EI \frac{i^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{g\ell^2}{8d} \right)} \quad (7.32)$$

i. mod için açısal frekans formülün bulunur. Doğal frekans ise,

$$\eta_i = \frac{i}{2\ell} \sqrt{\frac{\gamma}{g} \left(EI \frac{i^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{g\ell^2}{8d} \right)} \quad (7.33)$$

Boğaziçi Köprüsünü bu durum için ele alırsak; Bölüm 7.1, de $H=201548$ kN olarak bulunduğuna ve $g=130$ kN/m² olduğuna göre açısal frekans ve doğal frekans değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$W_i = \frac{i.\pi}{1074} \sqrt{\frac{9.81}{130} \left(\frac{205 \times 10^6 \times 1.236}{1074^2} . i^2 \pi^2 + 201548 \right)}$$

$$W_1 = 0.3625 \text{ rad / s}, \eta_1 = 0.0577 \text{ s}^{-1}, T_1 = 17.3310 \text{ s.}$$

$$W_2 = 0.7364 \text{ rad / s}, \eta_2 = 0.1173 \text{ s}^{-1}, T_2 = 8.5251 \text{ s.}$$

$$W_3 = 1.1328 \text{ rad / s}, \eta_3 = 0.1804 \text{ s}^{-1}, T_3 = 5.5432 \text{ s.}$$

$$W_4 = 1.5613 \text{ rad / s}, \eta_4 = 0.2486 \text{ s}^{-1}, T_4 = 4.0225 \text{ s.}$$

$$W_5 = 2.0306 \text{ rad / s}, \eta_5 = 0.3233 \text{ s}^{-1}, T_5 = 3.0931 \text{ s.}$$

7.2.1.1. Sonuçların Değerlendirilmesi ve Karşılaştırılması

Yukarıdaki şekilde elde edilen doğal frekans değerleri, Boğaziçi Köprüsünü ölçülen düşey frekans değerleri ile karşılaştırıldığında aralarında 3. mod değeri hariç çok büyük fark olduğu görülecektir. Aşağıdaki tablolarda bu durumda açıkça görülmektedir.

TABLO 7.2: Hareketli Yük Durumu için Hesaplanan Düşey Frekans Değerleri ile Ölçülen Frekans Değerlerinin Karşılaştırması

Mod No	Ölçülen Frekans (s ⁻¹)	Hesaplanan Frekans (s ⁻¹)
V1	0.1290	0.0577
V2	0.1600	0.1173
V3	0.1820	0.1804
V4	0.2170	0.2486
V5	0.2770	0.3233

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi hesaplanan frekans değerleri hem mod için önemli artışlar göstererek büyük değerlere ulaşmaktadır, bu değerlerde anlamlı olmalarına rağmen -3 moda karşılık gelen frekans değerleri hariç- gerçek değerlere yakın sonuç elde edilmemiştir. Bunun nedeni lineer defleksiyon teorisi yardımıyla elde edilen köprü denkleminde bazı etkilerin (Örneğin askılar) yeterine yada hiç hesaba katılmamış olması olabilir. Bu yüzden her mod değeri için farklı düzeltme terimleri elde edilmeli ve bu şekilde hesap yapılmalıdır.

7.2.2. Köprünün Harmonik Hareket Davranışı İçin Frekans Değerlerinin Elde Edilişi

Harmonik hareket durumunda köprü dışarıdan herhangi bir etki olmaksızın, kendi ağırlığı etkisinde titreşim davranışı yapar. Bu durum için (2.149) denklemi şu hali alır;

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} - H \frac{d^2 v}{dx^2} + m \frac{d^2 v}{dt^2} = 0 \quad (7.34)$$

Daha önce olduğu gibi $v=v_0 e^{wt}$ şeklinde seçersek (7.34) denklemi şu hali alır.

$$EI \frac{d^4 v_{0i}}{dx^4} - H \frac{d^2 v_{0i}}{dx^2} + m \omega^2 v_{0i} = 0 \quad (7.35)$$

Yine daha önceden olduğu gibi V_0 ısınır koşullarını sağlayacak şekilde $v_{0i}=a$. $\sin \frac{i\pi x}{\ell}$ seçilsin. Buna göre (7.35) denklemi şu hali alır.

$$EI.a.\left(\frac{i\pi}{\ell}\right)^4 \sin \frac{i\pi x}{\ell} + H.a.\left(\frac{i\pi}{\ell}\right)^2 \sin \frac{i\pi x}{\ell} + mw^2.a.\sin \frac{i\pi x}{\ell} = 0 \quad (7.36)$$

Burada açısal frekans formülü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$W_i = \frac{i\pi}{\ell} \sqrt{\frac{EI\left(\frac{i\pi}{\ell}\right)^2 + H}{m}} \quad (7.37)$$

Bu durum için Boğaziçi Köprüsünü gözönüne alırsak açısal frekans ve doğal frekans değerleri aşağıdaki gibi olur.

$$W_i = \frac{i\pi}{1074} \sqrt{\frac{205 \times 10^6 \times 1.236 \times \left(\frac{i\pi}{1074}\right)^2 + 201548}{6.791}}$$

$$W_1 = 0.5063 \text{ rad / s}, \eta_1 = 0.0825 \text{ s}^{-1}, T_1 = 12.1212 \text{ s.}$$

$$W_2 = 1.0288 \text{ rad / s}, \eta_2 = 0.1638 \text{ s}^{-1}, T_2 = 6.1050 \text{ s.}$$

$$W_3 = 1.5824 \text{ rad / s}, \eta_3 = 0.2520 \text{ s}^{-1}, T_3 = 3.9682 \text{ s.}$$

$$W_4 = 2.1810 \text{ rad / s}, \eta_4 = 0.3473 \text{ s}^{-1}, T_4 = 2.8793 \text{ s.}$$

$$W_5 = 2.8365 \text{ rad / s}, \eta_5 = 0.4518 \text{ s}^{-1}, T_5 = 2.2134 \text{ s.}$$

7.2.2.1. Sonuçların Değerlendirilmesi ve Karşılaştırılması

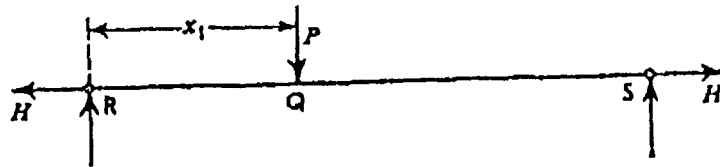
Harmonik hareket için elde edilen doğal frekans değerleri ile Boğaziçi Köprüsünün ölçülen doğal frekans değerleri aşağıdaki tabloda karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

TABLO 7.3: Harmonik Hareket için Hesaplanan Frekans Değerleri ile Ölçülen Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

Mod No	Ölçülen Frekans (s^{-1})	Hesaplanan Frekans (s^{-1})
V1	0.1290	0.0825
V2	0.1600	0.1638
V3	0.1820	0.2520
V4	0.2170	0.3473
V5	0.2770	0.4518

Buradaki durum 7.2.1.1 Bölümünde elde edilen durumla benzeştir. 2.moda karşılık gelen frekans değeri hariç, diğer frekans değerleri arasında önemli farklar vardır ama sonuçların anlamsız olduğu söylenemez. Yine harmonik hareket için elde edilen frekans formülüne her mod değerleri için düzeltme terimleri eklenirse sonuçların daha doğru olacağı açıktır.

7.2.3. Hareketli P Tekil Yüklü Altında Köprü Frekans Değerlerinin Elde Edilişi



Şekil 7.7 Hareketli P Tekil Yüklü Altında Köprü

Bu durum için köprüde genel denklem şu hali alır.

$$EI \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} = H \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = p \cdot \delta(X - X_1) \quad (7.38)$$

Bu formülde h'n etkisi H'n etkisi ile karşılaştırdığında ihmal edilebilir derecede küçük olduğundan denkleme katılmıştır. $X_1=c.t$ şeklinde yazılabilir. c, burada tekil yükün örneğin bir aracın hızını ifade etmektedir ve t ise zaman ifadesidir.

$$V(x_1, t) = V_o e^{wt}$$

$$V_o(x_1, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (7.39)$$

olarak sınır koşullarını sağlayacak şekilde seçilirse ve;

$$P \cdot \delta(x - ct) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (7.40)$$

olarak seçilirse (7.38) denklemin şu hali alır.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ a_i e^{wt} \left[EI \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^4 + H \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^2 + m \cdot w^2 \right] \right\} = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \quad (7.41)$$

Fourier sinüs serileri yardımıyla (7.40) denkleminde;

$$b_i = \frac{z}{\ell} \int_0^{\ell} P \cdot \delta(x - ct) \sin \frac{i\pi x}{\ell} dx \quad (7.42)$$

elde edilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_1) dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_1) f(x) dx = f(x_1)$$

$$b_i = \frac{2}{\ell} P \sin \frac{i\pi ct}{\ell} \quad (7.43)$$

bulunur. Burada $P\delta(x - ct)$ fonksiyonu şöyle elde edilir.

$$P\delta(x - ct) = \frac{2p}{\ell} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi ct}{\ell} \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (7.44)$$

(7.41) denkleminde a_i katsayısını aşağıdaki gibi b_i ye bağlı olarak bulabiliriz.

$$a_i = \frac{b_i}{e^{wt} \left\{ EI \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^4 + H \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^2 + m \cdot w^2 \right\}} \quad (7.45)$$

$V(x,t)$ düşey yerdeğiştirmesi (7.39) denklemindeki gibi seçildiğine göre;

$$V(x,t) = \frac{\frac{2p}{\ell} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi ct}{\ell} \cdot \sin \frac{i\pi x}{\ell}}{EI \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^4 + H \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^2 + mw^2} \quad (7.46)$$

yukarıdaki gibi yazılabilir.

$$W_i = \sqrt{\frac{1}{m} \left\{ \left[\frac{2p}{\ell \cdot v(x,t)} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi ct}{\ell} \right] - \left[EI \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^4 + H \left(\frac{i\pi}{\ell} \right)^2 \right] \right\}} \quad (7.47)$$

açısal frekans formülün elde edildi. Burada $v(x,t)$ düşey yerdeğiştirmesi (2.151), (2.152), (2.153), ve (2.154) denklemleri yardımıyla elde edilip, yerine yazılabilir.

(7.47) denkleminden görüldüğü gibi bu durumda frekans değeri tekil hareketli yükün etkidiği noktaya ve frekans ölçümü yapılacak noktaya bağlıdır. Denkleme bakıldığında denklemin son teriminin harmonik hareket yapan yani kendi ağırlığı altında titreşim köprüünün açısal frekans değerine karşılık gelmektedir. Burada birinci

terimler bu durumla ilgili özel ek terimlerdir. Yapılan deneylerde bu ek terimin açısal frekans değerine çok büyük etki yapmadığı belirtilmektedir.

7.2.4. Pugsley, Bleich ve Rocard'ın Frekans Denklemlerinin Değerlendirilmesi ve Karşılaştırmalar

Pugsley, Steinman'ın (3.35) denkleminde elde ettiği doğal frekans formülü üzerinde yapıldığı çalışmalarda aşağıda ifade edilen (3.36), (3.37) denklemlerini elde etmiştir. Steinman ise uzaması kablo için (3.38) denklemini elde etmiştir.

$$\eta_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \left(1 - 3\frac{d^2}{\ell^2}\right)} \sqrt{1 + 32\pi^2 R}$$

$$\eta_2 = \frac{1.43}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d}} \sqrt{1 + 78.3\pi^2 R}$$

$$\eta_3 = \frac{2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \left(1 - 0.7\frac{d^2}{\ell^2}\right)} \sqrt{1 + 128\pi^2 R}$$

Burada R rijitlik parametresi olup, EId/ℓ^4 şeklinde ifade edilir. Boğaziçi Köprüsü için bu formülleri değerlendirir ve karşılaştırma yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\ell = 1074m, \quad E = 205 \times 10^6 \text{ kN} / m^2$$

$$d = 93m, \quad I = 1.236 \text{ m}^4$$

$$\gamma = 9.81 \text{ m} / s^2 \quad g = 130 \text{ kN} / m$$

olduğu bilgine göre yukarıdaki formüllerden elde ettiğimiz düşey frekans değerlerini tabloda Boğaziçi Köprüsünün ölçülen düşey frekans değerleri ile karşılaştıralım.

TABLO 7.4. Formüllerde Hesaplanan Frekans Değerleri ile Ölçülen Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

Mod No	Ölçülen Frekans (s⁻¹)	Hesaplanan Frekans(s⁻¹)
V1	0.1290	0.1166
V2	0.1600	0.1729
V3	0.1820	0.247
V4	0.2170	-
V5	0.2770	-

Tabloda görüldüğü gibi 1.ve 2. moda karşılık gelen hesaplanan frekans değerleri ölçülen frekans değerlerine çok yakın değerdedir. Bu da formüllerdeki yaklaşımların ne kadar doğru olduğunu gösterir. 3.moda karşılık frekans değerinin ise ölçülen frekans değeri arasındaki fark büyüktür. Parantez içerisinde yazılan terimde yapılabilecek değişiklikler daha doğru sonuç elde edilmesini sağlayabilir.

Bleich kablunun uzamasını da hesaba katarak aşağıda verilen denklemi elde etmiştir.

$$\eta_2 = \frac{1.43}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\gamma}{d} \sqrt{1 + 71.2\pi^2 R}}$$

Bu formülle Boğaziçi Köprüsü için hesap yapıldığında;

$$\eta_2 = 0.1653s^{-1}$$

elde edilmektedir. Bu değer Tablo 7.4'de verilen 2.moda karşılık gelen ölçülmüş frekans değeri ile uzama hesaba katılarak elde edilen değer arasında %4 civarında fark vardır. Buradan şu anlaşıyor ki ana kablunun uzaması frekans değerleri hesabında önemli etkindendir.

Rocard çalışmalarını bir asma köprünün burulma frekanslarını elde etmek için yapmış ve aşağıda belirten (3.49) denklemini elde etmiştir.

$$W_T^2 = \frac{b^2 \gamma}{4.k_d^2} \left(\frac{16\pi^4 EI}{W.\ell^4} + \frac{\pi^2}{2d} \right) + \frac{2\pi^2 GJ\gamma}{Wk_d^2 \ell^2}$$

Bu denklemde doğal frekans değeri şöyle elde edilir;

$$\eta_T = \frac{b^2.\ell}{8.k_d^2} \left(\frac{16\pi^3 EI}{W.\ell^4} + \frac{\pi}{2d} \right) + \frac{\pi GJ\gamma}{Wk_d^2 \ell^2} \quad (7.48)$$

Elde edilen doğal frekan formülü 1. moda karşılık gelen değeri verir.

Bu formül Boğaziçi Köprüsü için uygulandığında şu sonuçlar elde edilir.

GJ=Burulma rijitliği faktörü=3.35 m⁴

b=33 m.

k_d=Atalet yarıçapı $\cong b/3 = 11$ m.

$$\overline{W} = \frac{k_d^2}{(b/2)^2} \cdot W_d + W_c = \frac{11^2}{(33/2)^2} \times 33.4 + 16.09 = 30.93 \text{ kN / m}$$

Yukarıdaki verilen (7.48) denkleminde yerine koyduğumuzda;

$$\eta_T = 0.1872 \text{ s}^{-1}$$

bulunur. Halbuki Bölüm 4 Tablo 4.7 verilen teorik burulma frekansı değeri 1. mod için 0.2780 s⁻¹ dir. Bulunan değer Tablo 4.7 dek değere çok yakın olmasa da anlamlı değerdir. Şu da unutulmamalıdır ki bulunma frekansı için doğru bir formilasyon yapabilmek burulma mod değerlerine pek çok etken etkidiğinden zordur. Zaten bu yüzden Tablo 4.7 verilen değerler gibi deneysel ve teorik olarak bulunan burulma frekans değerleri birbirine yakın sonuç vermeyebilir.

(7.48)'de değerler yerine konulduğunda bu tür asma köprülerde bulunma rijitliği faktörünün doğal burulma frekansı değerine fazla bir katkıda bulunmadığı görülmektedir. Ayrıca bu denklemde EI ve GJ değerlerinin çok küçük seçilmesi yada

sıfır alınması burumunda elde edeceğimiz değer. bir kablonun burulma frekansı olacaktır.

Bölüm 3'de (3.48) denklemi bir asma köprüde yaklaşık olarak doğal burulma frekansının verecek bir formüldür. Bu formül Boğaziçi Köprüsü için uyguladığında şu sonuçlar elde edilir.

$$\frac{\eta_T}{\eta_e} = \sqrt{\frac{W_d + W_c}{W}} = \sqrt{\frac{33.4 + 16.09}{30.93}} = 1.600$$

$$\eta_T = \eta_e \times 1.600$$

Değerlerin karşılaştırılması aşağıdaki tabloda yapılırsa;

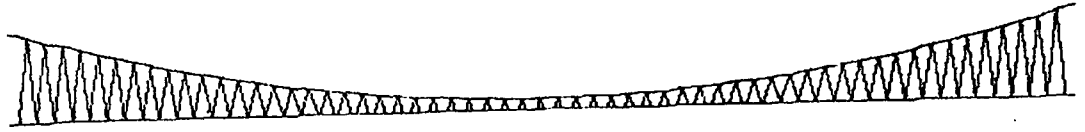
TABLO 7. 5 : Hesaplanan Burulma Frekansları ile Tabloda 4.7 Verilen Teorik Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

Mod No	Eğilme Frekans (s ⁻¹)	Hesaplanan Burulma Frekans (s ⁻¹)	Teorik Burulma Frekans (s ⁻¹)
1	0.1290	0.2064	0.2780
2	0.1600	0.256	0.4570
3	0.1820	0.2912	0.4570
4	0.2170	0.3472	0.6360
5	0.2770	0.4432	0.8230

Burulma frekansını bulmak için kullandığımız yaklaşık formülde burulma frekansı değeri eğilme frekansı değerine bir katsayı ile bağlı olduğundan 1.moddan sonraki modlarda frekans değerindeki artış eğilme frekansı değerindeki artışa bağlı kalacaktır. Oysa üçüncü sütunda görüldüğü gibi kurulma frekansı değerleri her mod için büyük miktarda artış göstermektedir, bu ise hesaplanan frekans değerlerinin 1.moddan sonraki değerlerinde gerçek değerlerden uzak sonuçlar bulunması eden olur.

7.3. BİLGİSAYAR PROGRAMI YARDIMIYLA BOĞAZİÇİ KÖPRÜSÜ FREKANS DEĞERLERİNİN VE MOD ŞEKİLLERİNİN BULUNMASI

Boğaziçi Köprüsü frekans değerlerini ve mod şekillerini elde etmek için 2 boyutlu sonlu elemanlar modeli kullanılmıştır. Şekil 7.8'de hesapta kullanan sonlu elemanlar ağı gösterilmiştir.



Şekil 7.8. Boğaziçi Köprüsü Sonlu Elemanlar Ağı

Bölüm 5'de tabliye düşey modlarının karşılaştırılması yapılan TABLO 5.1'den 3 boyutlu sonlu eleman modelinden elde edilen frekans değerleri birbirine çok yakındır. Buradan düşey frekans değerleri hesabında 2 boyutlu sonlu eleman modeli kullanmanın hata olmayacağı görülmüştür ve bu yüzden burada da bu şekilde çözümler yapılmış. Boğaziçi Asma Köprüsünde yük olarak köprü'nün kendi ağırlığı hesaba katılmıştır. Bir asma köprüde köprü'nün kendi ağırlığı köprüye etkileyen toplam ağırlığın %97'si olduğu bilindiğinden ve sadece kendi ağırlığının hesaba katılmasının oluşturulacağı düşey frekans değerlerindeki hata oranı %1 olduğundan bu durumda bir sakınca görülmemiştir.

Çözümleme sonucu ilk 12 mod için elde edilen frekans ve period değerleri aşağıda verilmiştir.

TABLO 7.6: 2 Boyutlu Sonlu Elamanlar Modeli ile Hesaplanan Boğaziçi Köprüsü Frekansları ve Peryodları

Mod No	Açısal Frekans (rad/s)	Doğal Frekans (s ⁻¹)	Peryod (s)
1	0.780173	0.124168	8.053583
2	1.004930	0.159939	6.252374
3	1.297510	0.206505	4.842493
4	1.703710	0.271154	3.687986
5	1.910920	0.304133	3.288038
6	2.330430	0.370899	2.696153
7	2.981440	0.474512	2.107430
8	3.663320	0.583035	1.715163
9	4.401710	0.700554	1.427442
10	5.237470	0.833569	1.199660
11	6.161820	0.980684	1.019696
12	7.131150	1.134957	0.881091

7.3.1 Sonuçların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi

Bölüm 4'de verilen deneyler sonucundan ölçülmüş frekans değerleri ile 2 boyutlu sonlu elamanlar modeli oluşturularak hesaplanan frekans değerlerinin karşılaştırılması aşağıdaki tabloda verilmiştir.

TABLO 7.7: Ölçülen Frekans Değerleri ile Sonlu Eleman Modeli Yardımıyla Hesaplanan Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

Mod No	Şekil	Ölçülme Frekans (s ⁻¹)	Karşılık Gelen Mod No	Hesaplanan Frekans (s ⁻¹)
1	Düşey	0.129	V1	0.124
2	Düşey	0.160	V2	0.160
3	Düşey	0.182	V3	0.206

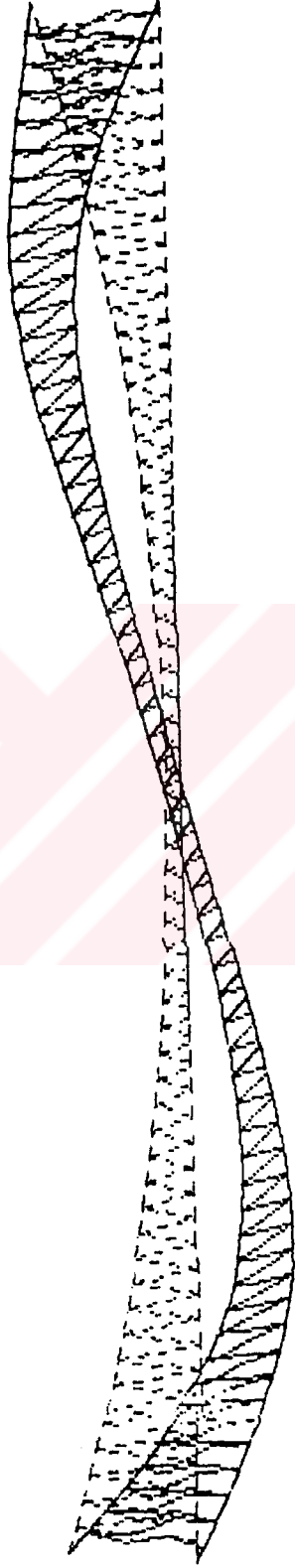
5	Düşey	0.277	V5	0.304
6	Düşey	0.324	-	-
7	Düşey	0.361	V6	0.371
8	Düşey	0.445	V7	0.474
9	Burulma	0.474	-	-
10	Burulma	0.492	-	-
11	Düşey	0.543	V8	0.583
12	Düşey	0.637	V9	0.700

Tabloda karşılaştırılan ölçülen düşey frekans değeri ile 2-boyutlu sunlu elamanla modeliyle hesap hesaplanan düşey frekans değerleri arasındaki fark büyük değildir. Bu fark sonlu eleman modeli kullanılarak yapılan hesapta, yük olarak sadece köprünün kendi ağırlığının hesaba katılıp, rüzgar, taşıt yükü deprem etkileri gibi yüklerin hesaba katılmamasına ve asma köprü yapısının modeli tam anlamıyla yansıtılamamasına bağlanabilir. Örneğin kulelerin köprü tabliyesinin düşey hareketine katkısı ihmal edilmiştir. Ayrıca tamamına yakına çelik yapı malzemesinden imal edilen köprünün deney sırasında sıcaklık nedeniyle ortaya çıkabilecek etkiler modelde hesap edilmemiştir. Aslında tüm budurumların bu tür sistemde düşey frekans değerlerine etkisi fazla olamaz.

Tablo 7.6'da verilen frekans değerleri için ilk 10 mod için mod şekilleri aşağıda verilmiştir. Bu şekiller ölçülmüş frekans değerlerine karşılık gelen ve Şekil 4.9'da verilen mod şekilleri ile karşılaştırılabilir.



Şekil 7.9 Boğaziçi Köprüsü 1. Düşey Mod Şekli



Şekil 7.10 Boğaziçi Köprüsü 2.Düşey Mod Şekli



Şekil 7.11. Boğaziçi Köprüsü 3.Düşey Mod Şekli



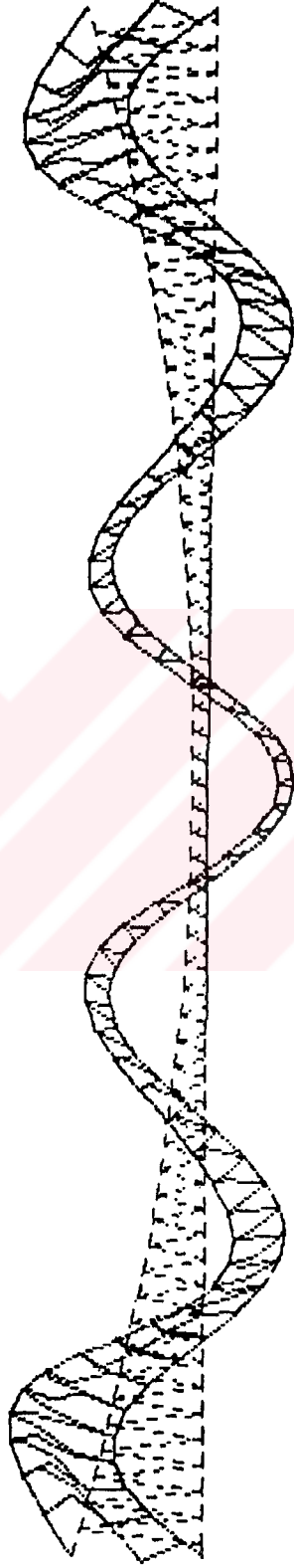
Şekil 7.12. Boğaziçi Köprüsü 4. Düşey Mod Şekli



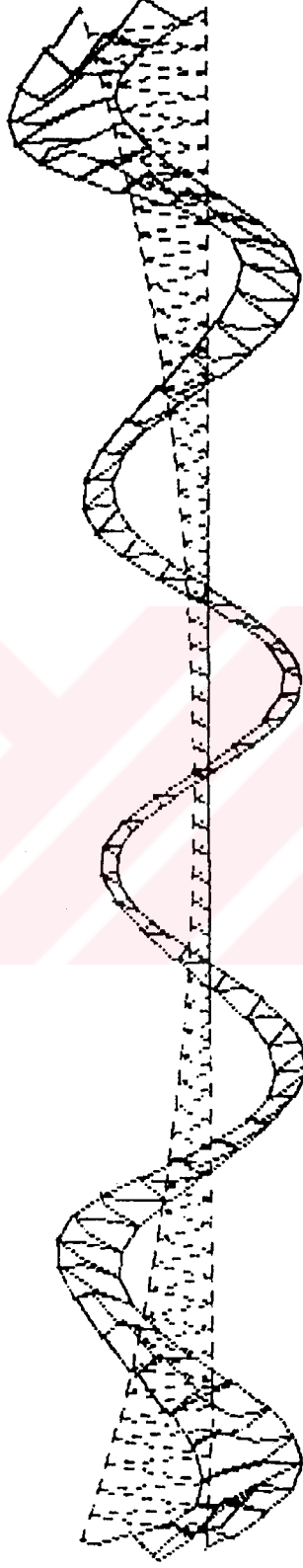
Şekil 7.13. Boğaziçi Köprüsü 5.Düşey Mod Şekli



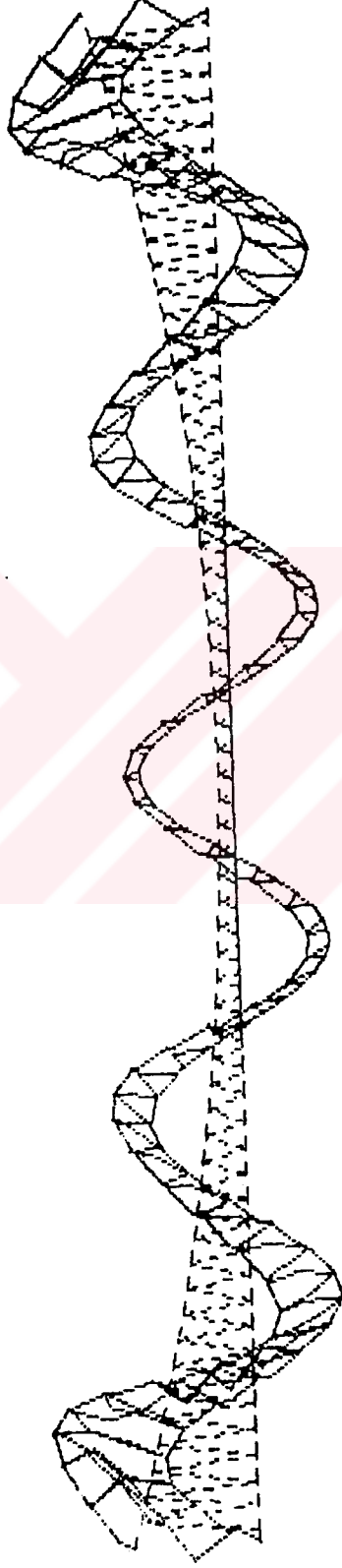
Şekil 7.14 Boğaziçi Köprüsü 6.Düşey Mod Şekli



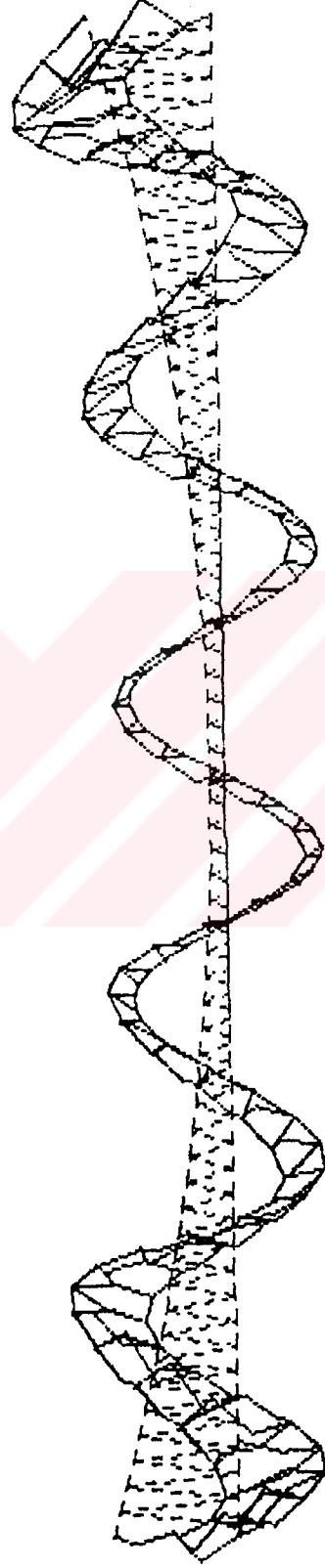
Şekil 7.15. Boğaziçi Köprüsü 7.Mod Şekli



Şekil 7.16. Boğaziçi Köprüsü 8.Mod Şekli



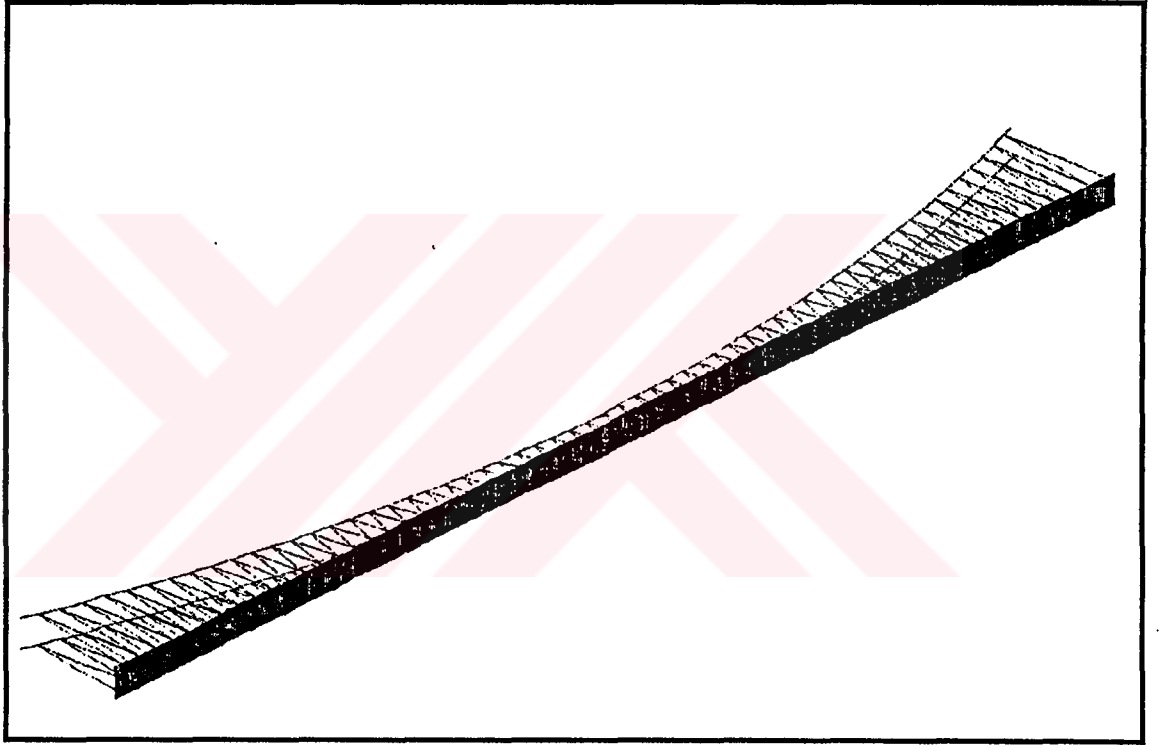
Şekil 7.17. Boğaziçi Köprüsü 9.Düşey Mod Şekli



Şekil 7.18. Boğaziçi Köprüsü 10.Düşey Mod Şekli

7.4 ÜÇ BOYUTLU BOĞAZIÇI KÖPRÜSÜ MODELİ KULLANILARAK FREKANS DEĞERLERİ VE MOD ŞEKİLLERİNİN BULUNMASI

Burada şekil 7.19'da görüldüğü gibi Boğaziçi köprüsünün frekans değerlerinin ve mod şekillerinin bulunması için 3 boyutlu sonlu elemanlar ağı kullanılmıştır.



Şekil 7.19. Boğaziçi Köprüsü 3.Boyutlu Sonlu Elemanlar Ağı

3. Boyutlu ve 2. boyutlu modellerde düşey frekans değerleri arasında önemli fark bulunmaktadır. Tablo 5.1'de bu açıkça görülmektedir fakat 2 boyutlu sonlu elemanlar modeli ile yapılacak çözümlemede yatay ve burulma mod şekillerini ve frekans değerlerini elde etmek mümkün değildir. Bu yüzden 3 boyutlu model üzerinde hesap yapılmak durumunda kalınmıştır. Yapılan denemelerde görülmüştür ki 3 boyutlu modellerde mesnet koşulları elde edilecek frekans değerine önemli bir etki etmemektedir. Bunun tersine ana kablo ile askı çubuklarının bağlantı noktalarında oluşturulan düğüm

noktalarının serbestlikleri frekans değerlerinde ve elde edilecek mod şekline önemli bir etki yapar.

Çözümleme sonucu elde edilen ilk 20 mod için frekans ve periyot değerleri aşağıda verilmiştir

TABLO 7.8. 3 Boyutlu Sonlu Elemanlar Modeli ile Hesaplanan Boğaziçi Köprüsü Frekansları ve periyodlar.

Mod No	Açısal Frekans (rad/s)	Doğal Frekans (s^{-1})	Peryod (s)
1	1.101116	0.160931	6.213855
2	1.72223	0.274102	3.648282
3	1.72224	0.274103	3.648269
4	2.27031	0.361330	2.767551
5	2.27094	0.361432	2.766772
6	2.58256	0.411027	2.432929
7	2.75772	0.438904	2.278402
8	2.84852	0.453356	2.205770
9	2.85345	0.454141	2.201960
10	2.86481	0.455948	2.193231
11	3.24109	0.515836	1.938600
12	3.66230	0.582873	1.715639
13	3.90035	0.620760	1.610930
14	4.26389	0.678620	1.473579
15	4.74313	0.754892	1.324692
16	4.97844	0.792344	1.262079
17	5.33866	0.849674	1.176922
18	5.73800	0.913231	1.095013
19	5.79711	0.922638	1.083848
20	6.72184	1.069814	0.934742

7.4.1 Sonuçların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi

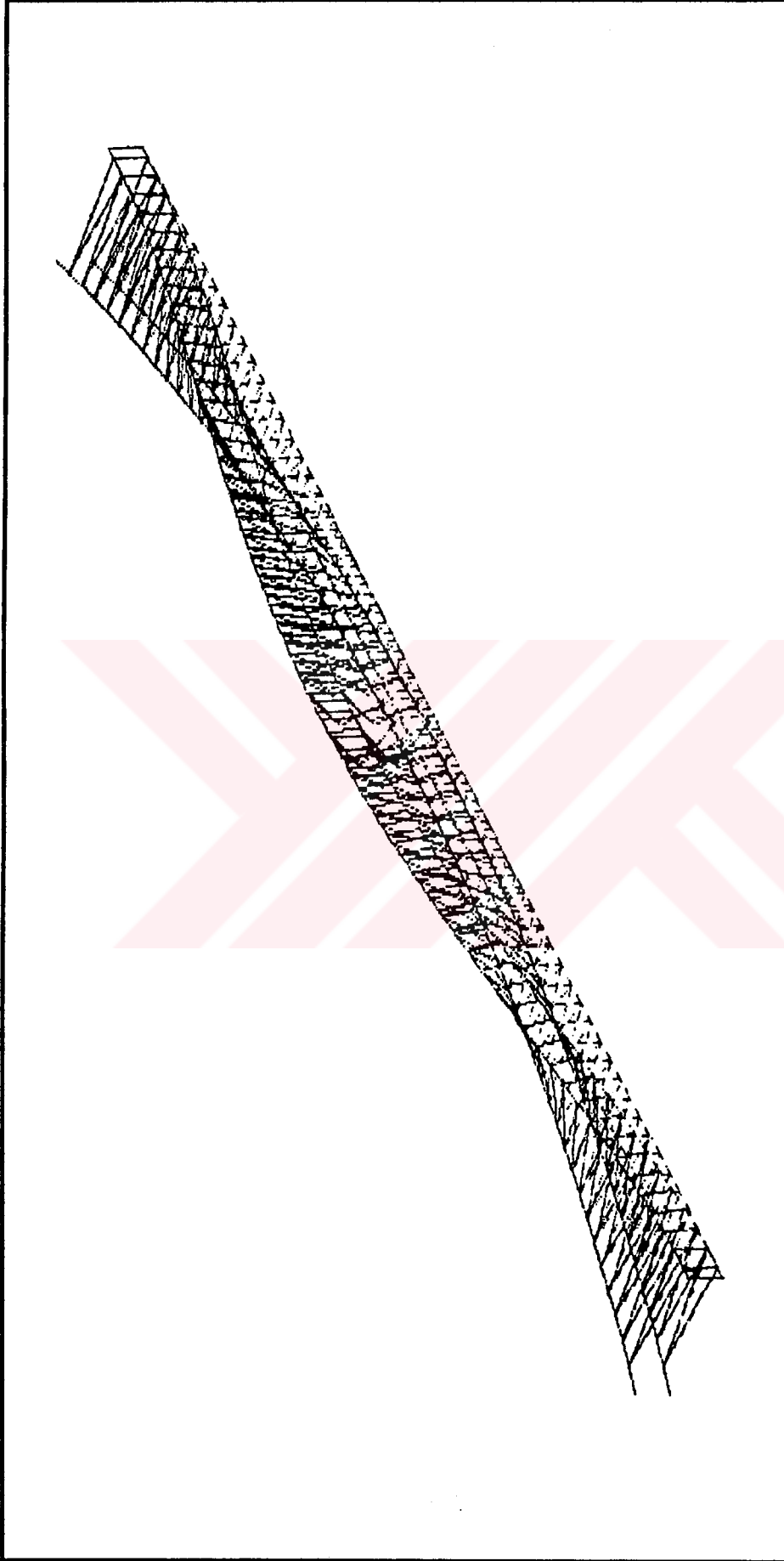
Bölüm 4'de verilen deneyle sonucunda ölçülmüş frekans değerleri ile 3 boyutlu sonlu elemanlar modeli oluşturularak hesaplanan frekans değerlerinin karşılaştırılması aşağıdaki tabloda verilmiştir.

TABLO 7.9 Ölçülen Frekans Değeri ile 3 Boyutlu Sonlu Elemanlar Modeli ile Hesaplanan Frekansların Karşılaştırılması

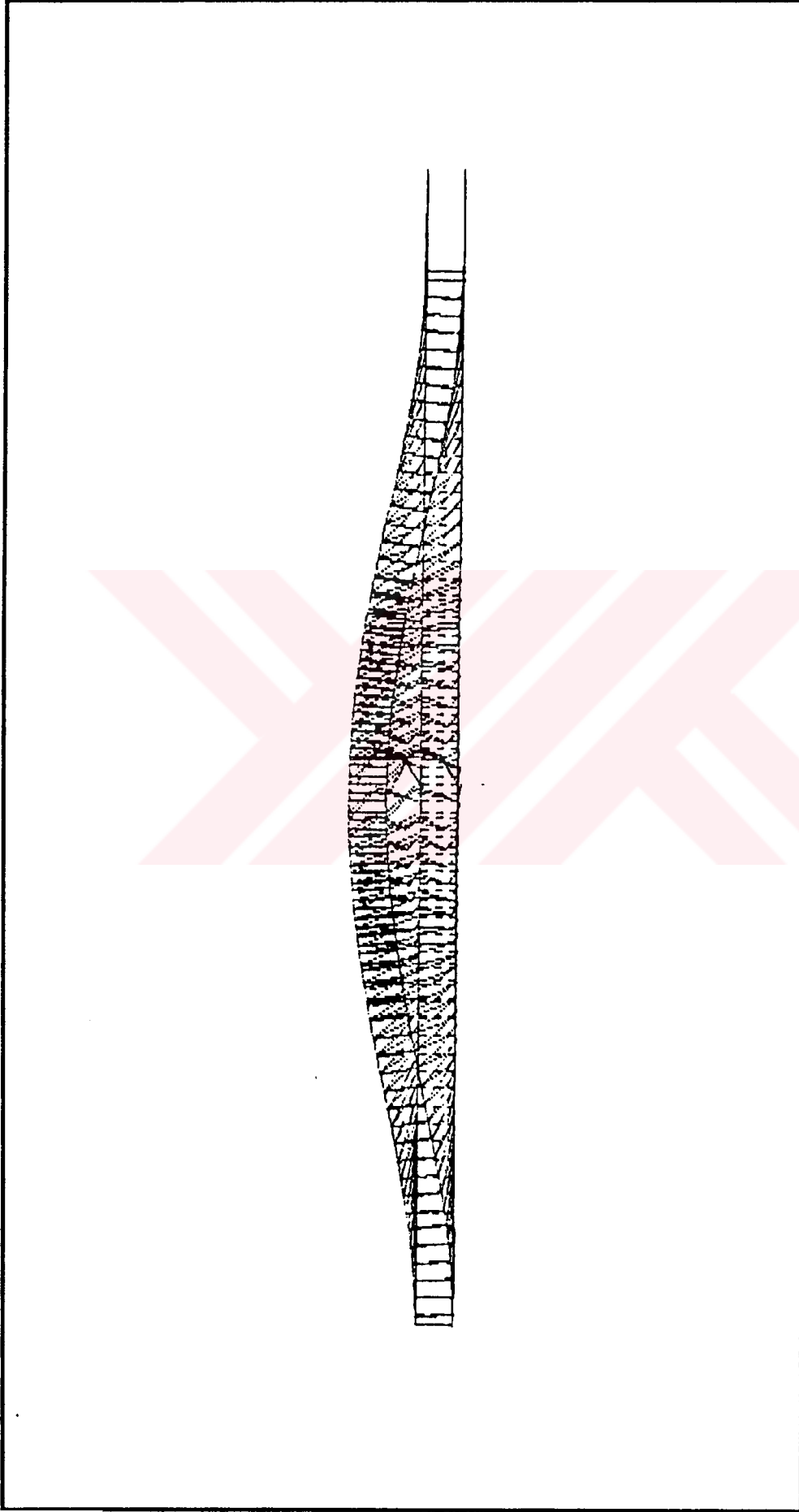
Mod No	Doğal Frekans		Ölçülen Frekans	
	Şekil	(sn ⁻¹)	Peryod (sn)	(sn ⁻¹)
1	Yatay/Düşey	0.161	V2	0.160
2	Düşey	0.274	V5	0.277
3	Düşey	0.274	V5	0.277
4	Düşey	0.361	V7	0.361
5	Düşey	0.361	V7	0.361
6	Burulma	0.411	T2	0.457
7	Yatay	0.439	L8	0.434
8	Düşey	0.453	V8	0.445
9	Düşey	0.454	V8	0.445
10	Burulma	0.455	T3	0.457
11	Düşey	0.516	V11	0.543
12	Düşey	0.583	-	-
13	Burulma	0.621	T4	0.649
14	Düşey	0.679	V13	0.649
15	Burulma	0.755	-	-
16	Düşey	0.792	V16	0.829
17	Yatay	0.850	L20	0.875
18	Burulma	0.913	T5	0.877
19	Düşey	0.923	V17	0.959
20	Düşey	1.070		

Yukarıdaki tabloda verilen ölçülmüş frekans değerleri Bölüm 4'de verilen tablolardan alınmışlardır. Bölüm 4. yapılan karşılaşmalarda frekans değerleri aralarında fark gözönüne alınırsa, 3 boyutlu sonlu elemanlar model ile elde edilen frekans değerleri ölçülen frekans değerlerine yeterince yakın olduğu söylenebilir. Buradaki frekans değerlerine karşı gelen ile 10 mod için mod şekilleri aşağıda verilmiştir. Bu mod şekilleri Bölüm 4'de verilenlerle karşılaştırılabilir.

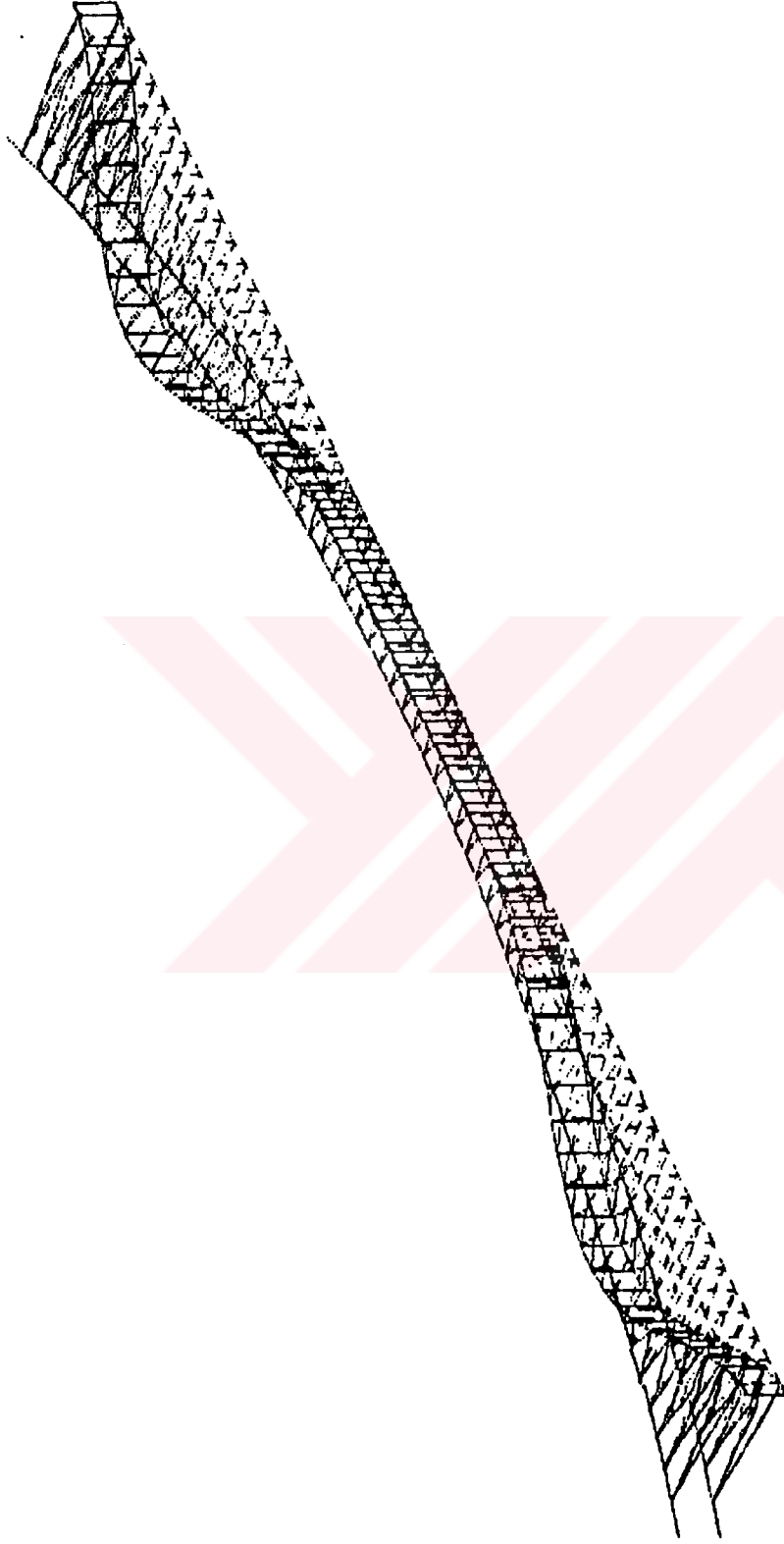




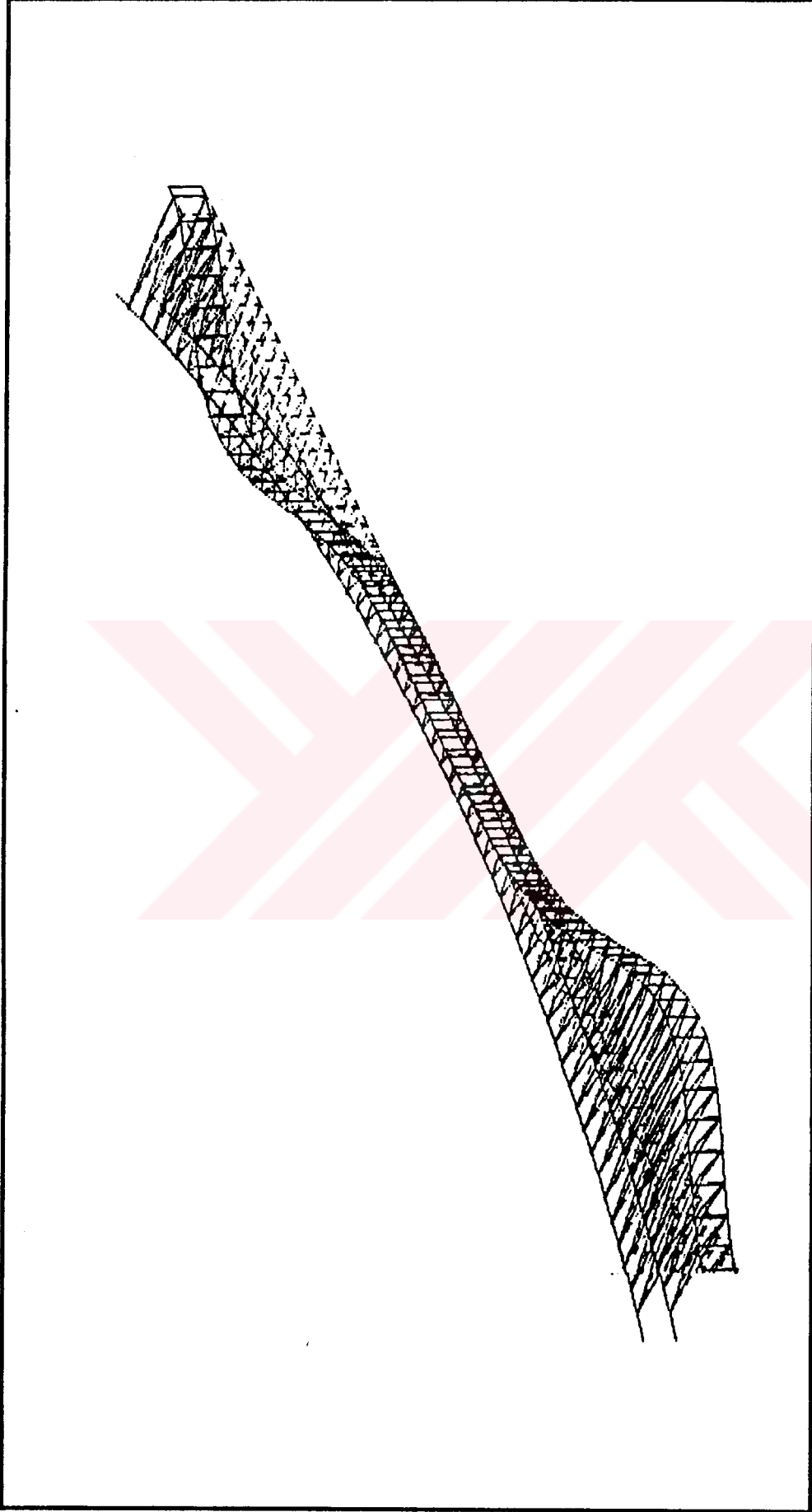
Şekil 7.20 Boğaziçi Köprüsü 1. Düşey Mod Şekli



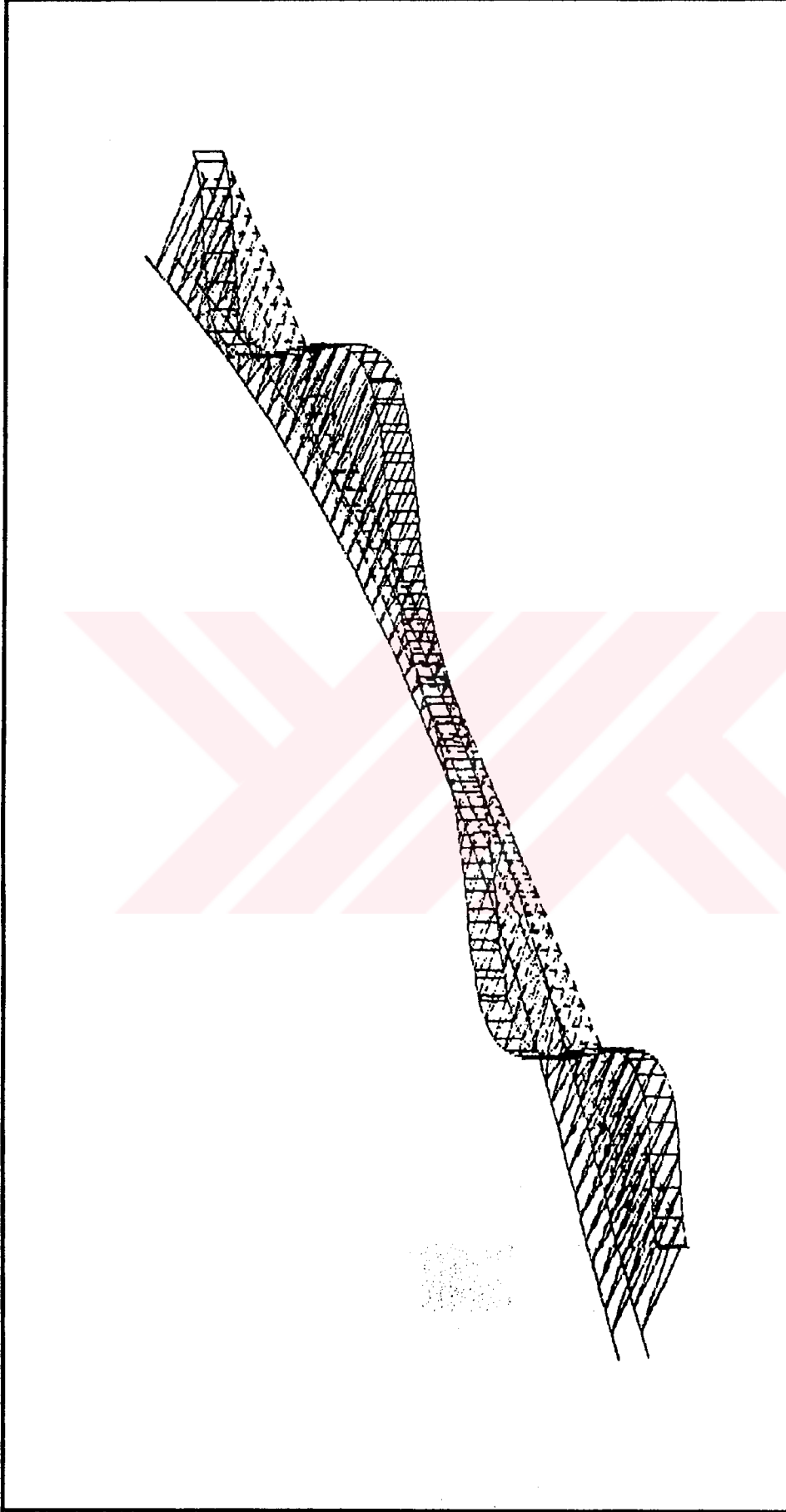
Şekil 7.21 Boğaziçi Köprüsü 1. Yatay Mod Şekli



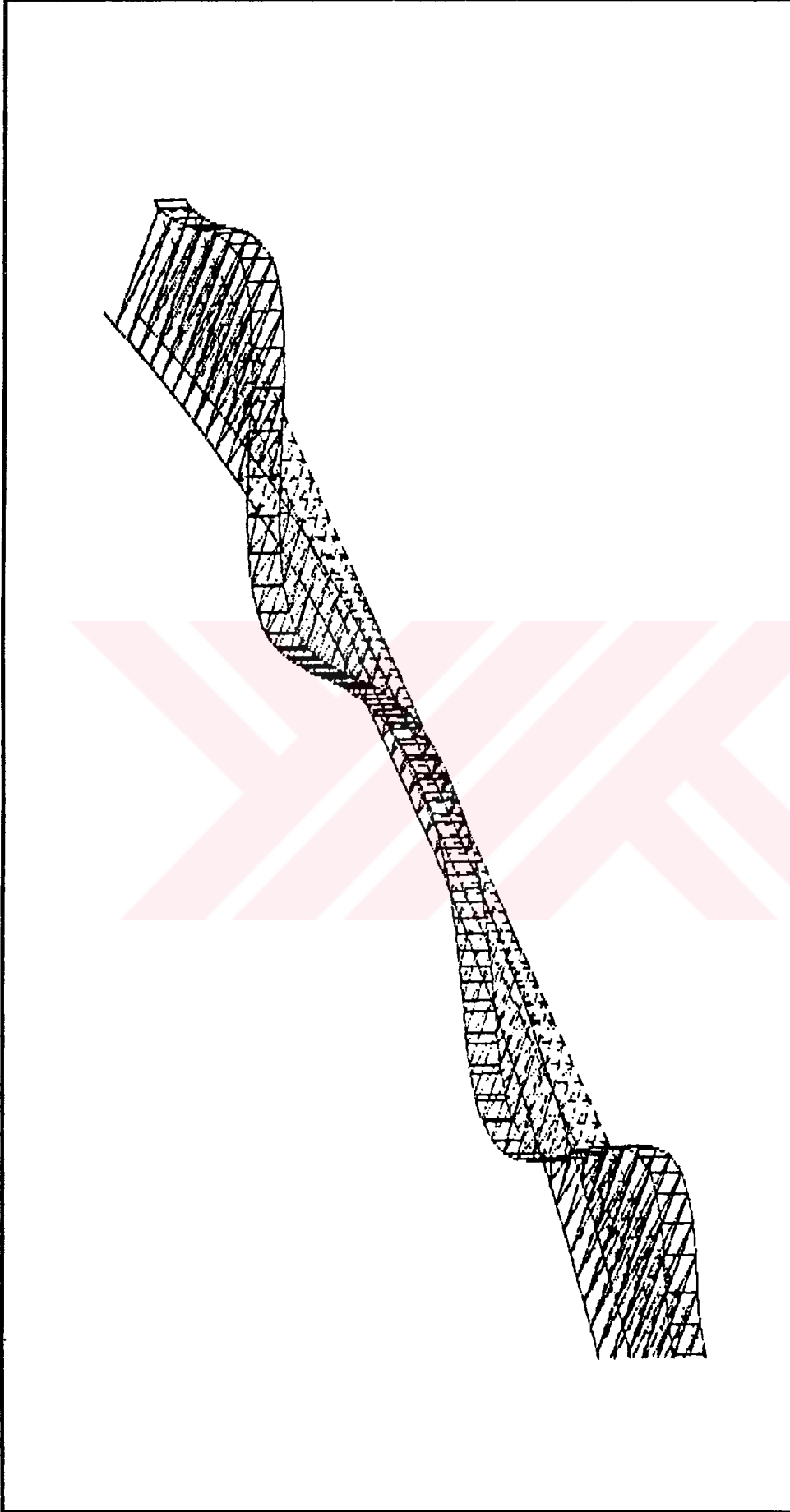
Şekil 7.22. Boğaziçi Köprüsü 2. Düşey Mod Şekli



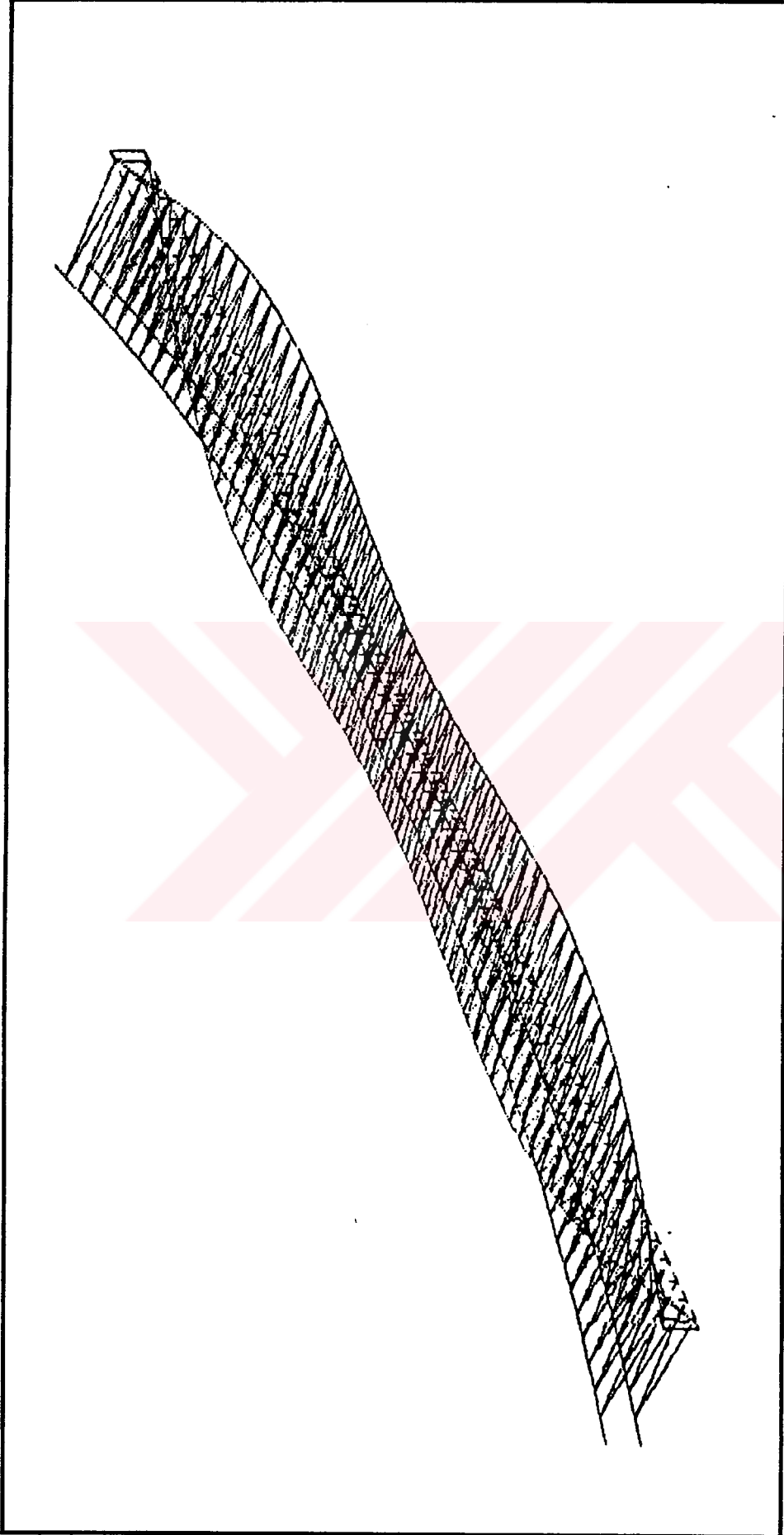
Şekil 7.23 Boğaziçi Köprüsü 3. Düşey Mod Şekli



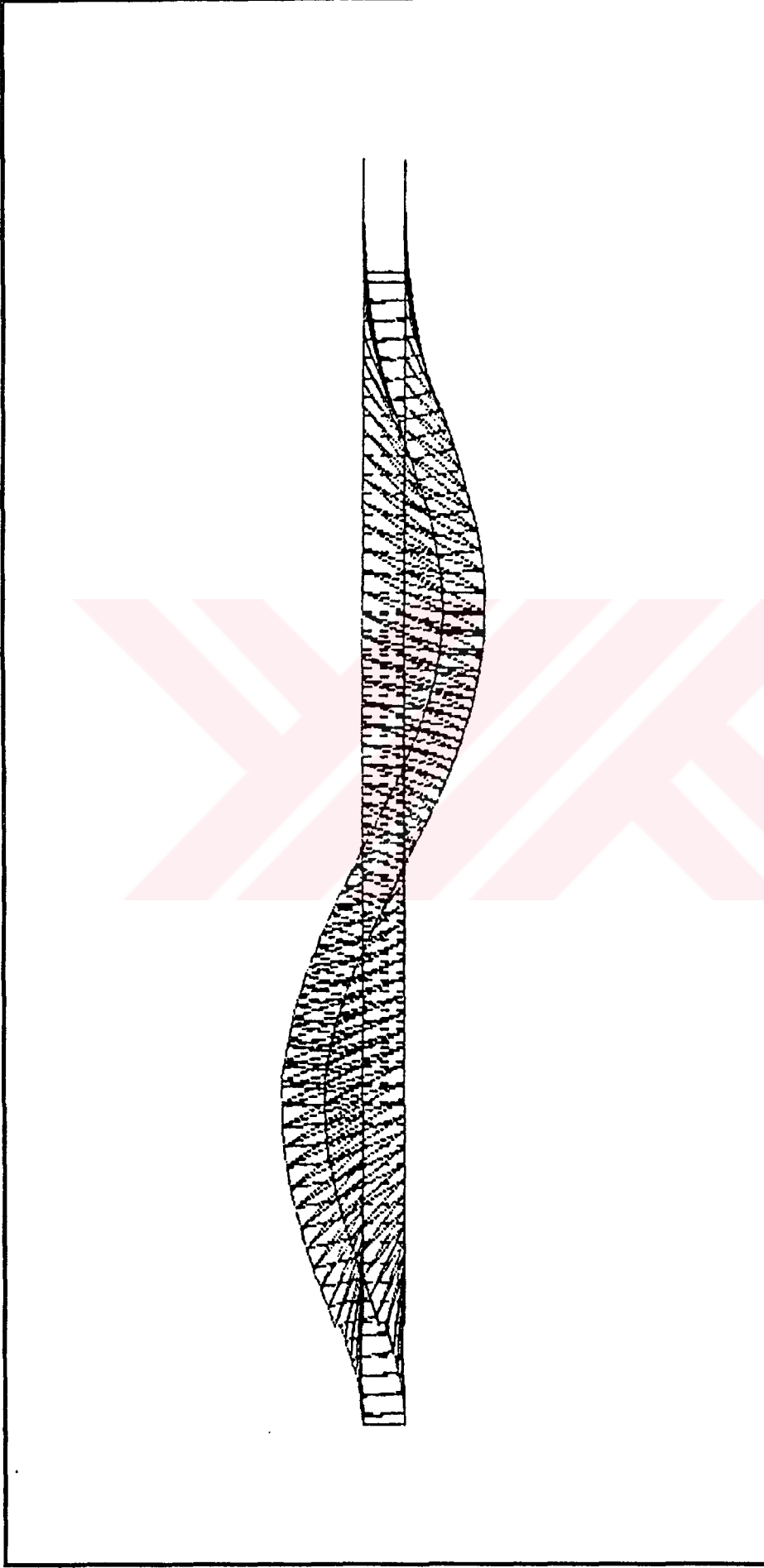
Şekil 7.24 Boğaziçi Köprüsü 4. Düşey Mod Şekli



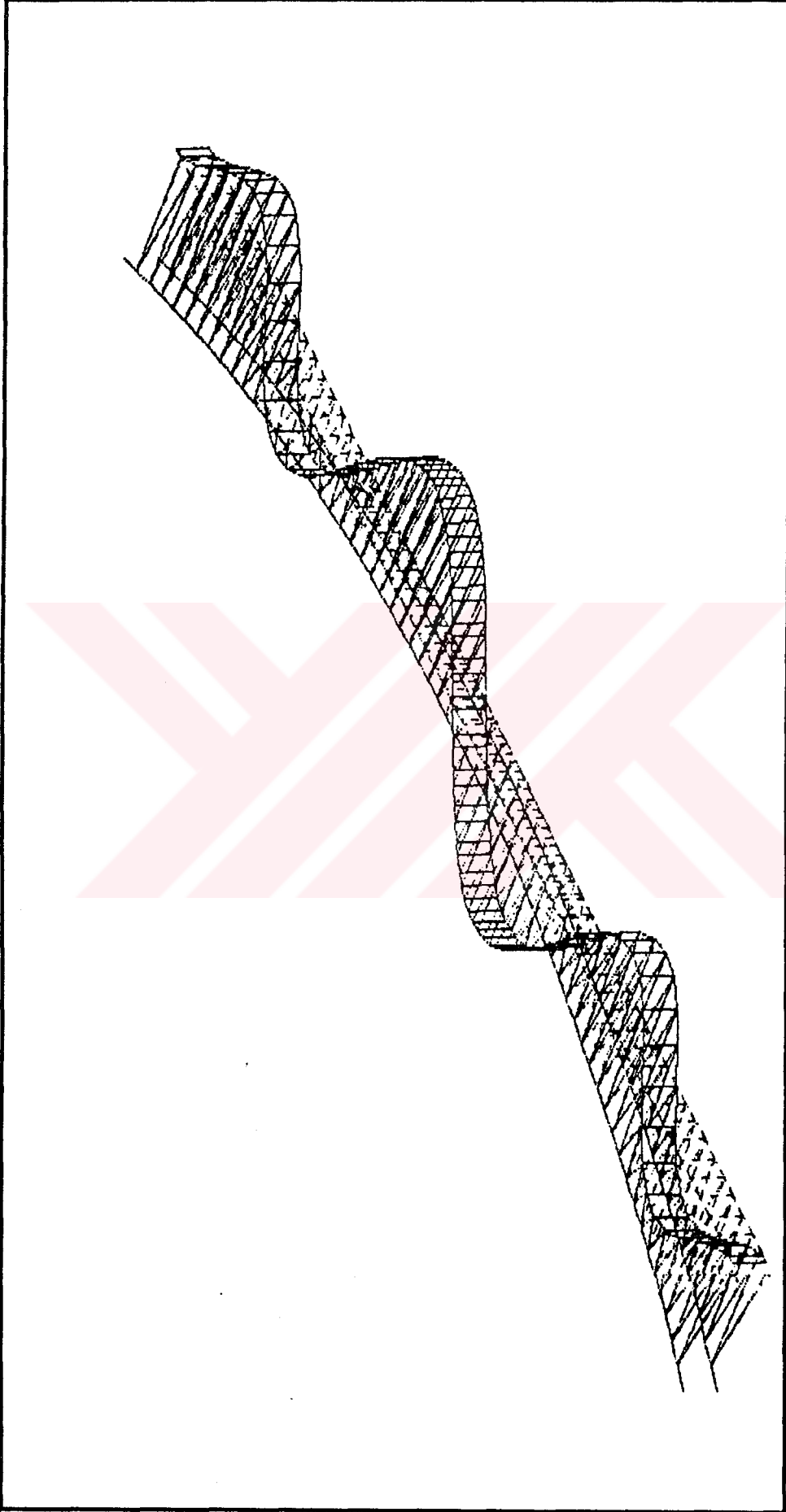
Şekil 7.25 Boğaziçi Köprüsü 5. Düşey Mod Şekli



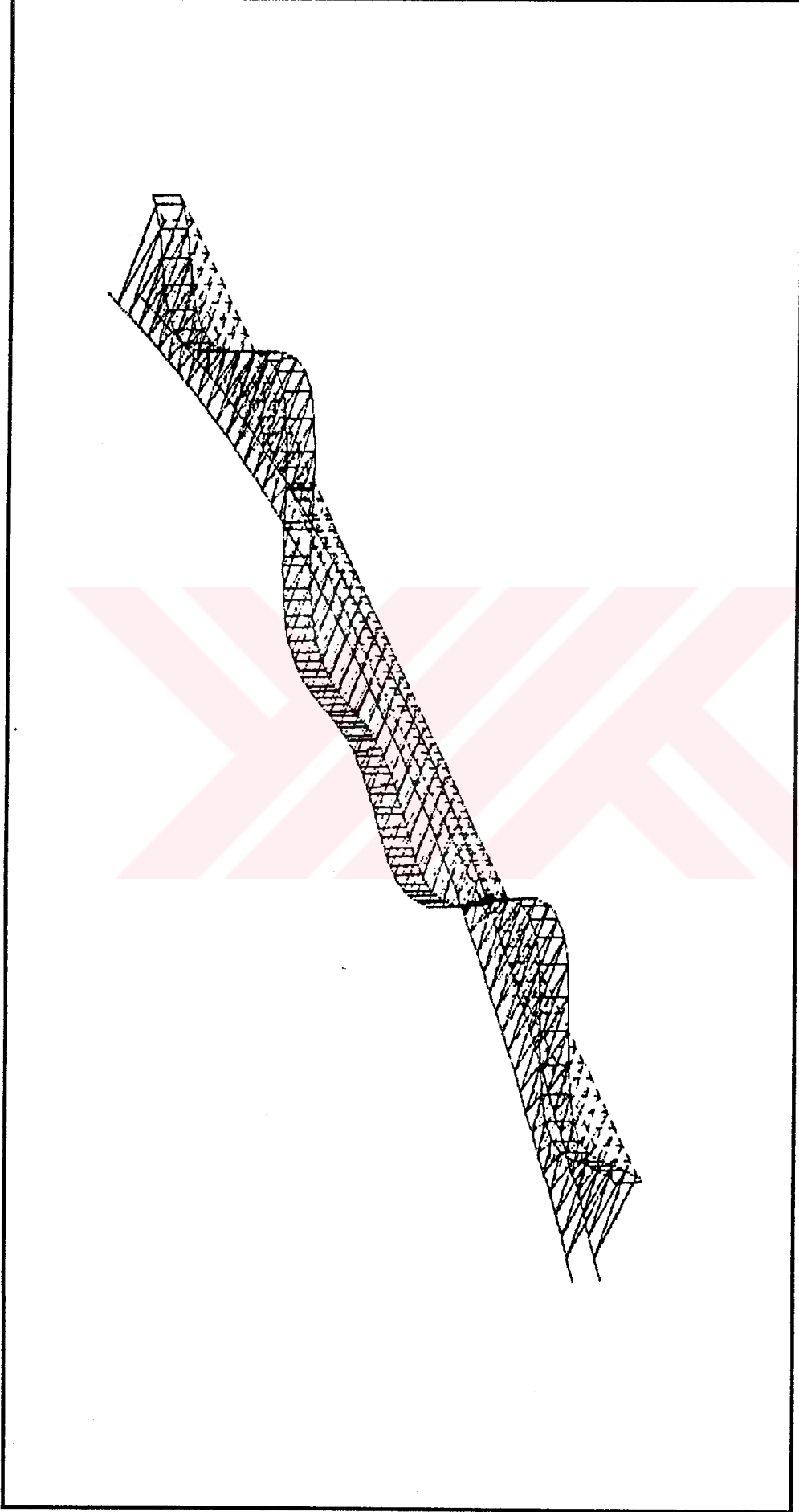
Şekil 7.26 Boğaziçi Köprüsü 6. Burulma Mod Şekli



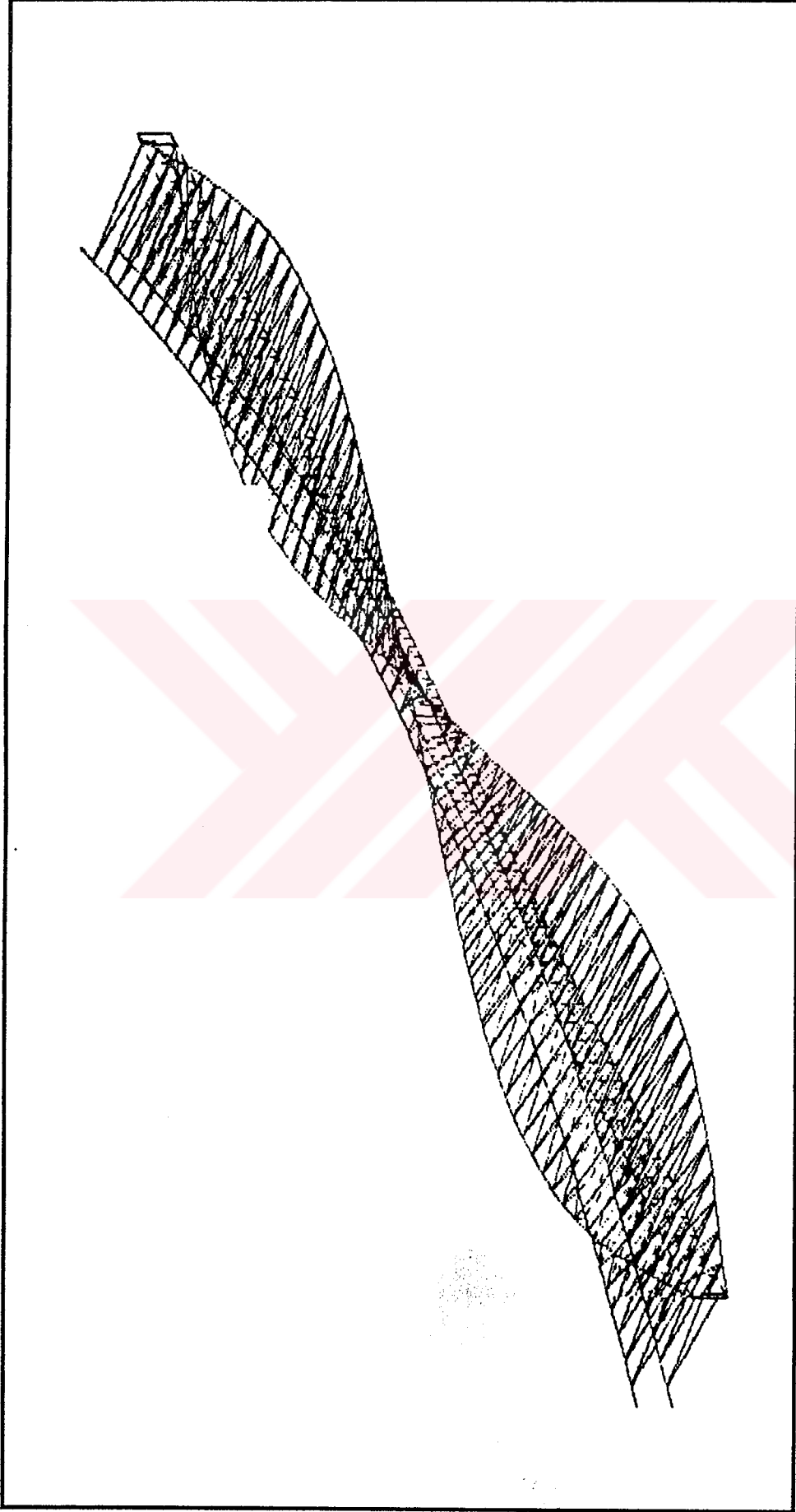
Şekil 7.27. Boğaziçi Köprüsü 7. Yatay Mod Şekli



Şekil 7.28 Boğaziçi Köprüsü 8. Düşey Mod Şekli



Şekil 7.29 Boğaziçi Köprüsü 9. Düşey Mod Şekli



Şekil 7.30 Boğaziçi Köprüsü 10. Burulma Mod Şekli

KAYNAKLAR

- [1] **CELASUN, H.S.** Asma Köprüler, İstanbul (1981)
- [2] **PUGSLEY, S.A.** The Theory of Suspension Bridge, Bath (1968)
- [3] **TIMOSHENKO, S.**, Theory of Suspension Bridges, J.Fraklin Inst., Vol. 235, (1943).
- [4] **BROWNJOHN, J.M.W., DUMANOĞLU, A.A., SEVERN, R.T., BLAKEBOROUGH, A.**, Ambient Vibration Survey of The Bosporus Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 18, pp. 263 - 283 (1989).
- [5] **TEZCAN, S.S., İPEK, M., PETROVSKİ, J., PASKOLOV T.**, Forced Vibration Survey of İstanbul Boğaziçi Bridge, Proc. Sth Eur. Conf. Earthquake Eng., İstanbul (1975).
- [6] **BROWNJOHN, J.M.W., DUMANOĞLU, A.A., SEVERN, R.T., BLAKEBOROUGH, A.**, Ambient Vibration Survey of The Fatih Sultan Mehmet Suspension Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 21, pp. 907-924 (1992).
- [7] **BROWNJOHN, J.M.W., DUMANOĞLU, A.A., SEVERN, R.T., BLAKEBOROUGH, A.**, Ambient Vibration Survey of The Bosporus Suspension Bridge, Research Report UBCE-EE-88-1, Department of Civil Engineering, University of Bristol, U.K. (1988).
- [8] **CELEP, Z., KUMBASAR, N.** Örneklerle Yapı Dinamiği ve Deprem Mühensiliğine Giriş, İstanbul (1992).

ÖZGEÇMİŞ

Mühendis Ali SARI, 1973'de Karabük'te doğmuş, Ortaokul ve Lise öğrenimini TED Karabük Koleji Özel Vakfı Lisesinde yapmıştır. 1991 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümüne girmiştir. 1995 yılında bu bölümü bitirdikten sonra aynı Üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Mühendisliği Yüksek Lisans programına girmiştir. Kısa dönem Şantiye Mühendisi olarak çalıştıktan sonra Ağustos 1996 yılında Trakya Üniversitesi Çorlu Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevliliğine başlamıştır. Halen aynı yerde görevine devam etmektedir.