

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DÜNYA BORSALARI
GETİRİ VE MUTLAK GETİRİ SERİLERİNDE
UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Cengiz BEKTAŞ**

Anabilim Dalı : ELEKTRONİK ve HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ

Programı : TELEKOMÜNİKASYON MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2007

**DÜNYA BORSALARI
GETİRİ VE MUTLAK GETİRİ SERİLERİNDE
UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Cengiz BEKTAŞ
(504041306)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2006
Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Ocak 2007**

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Tayfun AKGÜL

Diğer Jüri Üyeleri : Doç.Dr. Ertuğrul ÇELEBİ (İ.T.Ü.)

Yrd.Doç.Dr. Mehtap HİSARCIKLAR (İ.T.Ü.)

OCAK 2007

ÖNSÖZ

Bu tezin gerçekleşmesi sırasında göstermiş olduğu anlayış ve kazandırmış olduğu farklı açılardan bakabilme yetisi nedeniyle Sn. Prof. Dr. Tayfun AKGÜL'e şükranlarımı sunuyorum.

Her zaman her koşulda yanımda olup değerli varlıklarını derinden hissettiren aileme, çalışmam boyunca bana destek olup beni yalnız bırakmayan hayat arkadaşım GonCa'ya, daimi dostlarım Aykut ile Şamil'e ve bana zaman ayırıp iyi niyetli yardımlarını benden asla esirgemeyen arkadaşlarım Süleyman, C.Gezer ve Suat'a teşekkür ediyorum.

Bu tez, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı (BİDEB) tarafından desteklenmiştir. Yüksek lisans eğitimim sırasında göstermiş olduğu destekten ötürü BİDEB'e teşekkür etmeyi bir borç biliyorum.

Aralık 2006

Cengiz BEKTAŞ

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xi
1. GİRİŞ	1
2. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK VE $1/f$ SÜREÇLER	4
2.1. Uzun-Dönemli Bağımlılık	4
2.2. $1/f$ Süreçler	6
3. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLI SÜREÇLERİN MODELLENMESİ	9
3.1. Uzun-Dönemli Bağımlı Süreçler için Modeller	9
3.1.1. Kesirli Gauss Gürültüsü Modeli	9
3.1.2. İkinci-Derece Öz-Benzeşimli Model	12
3.1.3. Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı Model	13
3.2. Modelleme Kararı için Eniyileme Yöntemi	16
3.2.1. SOSS ya da fGn Model Karar Kriterinin Belirlenmesi	18
3.2.2. FARIMA (0, d , 0) Model Karar Kriterinin Belirlenmesi	19
3.2.3. Eniyileme Yöntemi ile Modelleme Kararının Sınanması	20
3.2.4. $N = 2048$ Uzunluklu Veriler için Karar Kriterleri	23
4. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK PARAMETRESİ KESTİRİM YÖNTEMLERİ	26
4.1. Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem	26
4.1.1. Dalgacık Dönüşümü	26
4.1.2. Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem ile Uzun-Dönemli Bağımlılık Parametresi Kestirimi	28
4.2. Periyodogram Tabanlı Yöntem	30
4.3. İkinci-Derece Öz-Benzeşimli Süreçler için Kettani-Gubner Yöntemi	34
4.4. Standart Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı Süreçler için Kettani-Gubner Yöntemi	36
5. UYGULAMA	38
5.1. Veriler	38
5.2. Modelleme Sınaması	40
5.3. Analiz Sonuçları	44

6. SONUÇLAR ve ÖNERİLEN ÇALIŞMALAR	50
6.1. Sonuçlar	50
6.2. Önerilen Çalışmalar	51
KAYNAKLAR	52
EKLER	55
ÖZGEÇMİŞ	65

KISALTMALAR

ADD	: Ayrık Dalgacık Dönüşümü
AGS	: Alçak Geçiren Süzgeç
AR	: Öz-Bağlanımlı (Autoregressive)
ARMA	: Öz-Bağlanımlı Hareketli Ortalamalı (Autoregressive Moving Average)
ARIMA	: Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Autoregressive Integrated Moving Average)
ÇÇA	: Çoklu Çözünürlük Analizi
DDTY	: Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem
FARIMA	: Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average)
FARIMA (0, d, 0)	: Standart Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Standard Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average)
fBm	: Kesirli Brownian Devinimleri (Fractional Brownian Motions)
fGn	: Kesirli Gauss Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise)
HFD	: Hata Fonksiyonu Değeri
KDB	: Kısa-Dönemli Bağımlı
KG-FARIMA	: FARIMA (0, d , 0) Süreçler için Kettani-Gubner yöntemi
KG-Eniyileme-FARIMA	: FARIMA (0, d , 0) Süreçler için Kettani-Gubner Eniyileme yöntemi
KG-Eniyileme-SOSS	: SOSS Süreçler için Kettani-Gubner Eniyileme yöntemi
KG-SOSS	: SOSS Süreçler için Kettani-Gubner yöntemi
MA	: Hareketli Ortalamalı (Moving Average)
mr	: Mutlak Getiri (absolute return)
ODB	: Orta-Dönemli Bağımlı
OKH	: Ortalama Karesel Hata
PTY	: Periyodogram Tabanlı Yöntem
r	: Getiri (return)
SOSS	: İkinci-Derece Öz-Benzeşimli (Second-Order Self-Similar)
UDB	: Uzun-Dönemli Bağımlı
VBR	: Değişken Bit Hızı (Variable Bit Rate)
YGS	: Yüksek Geçiren Süzgeç.

TABLO LİSTESİ

		<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1	15 ülkeye ait günlük borsa endeks verisi detayları ve ülkeler	39
Tablo 5.2	15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY ve PTY ile kestirilen γ izgesel parametre değerleri	41
Tablo 5.3	15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için SOSS (ya da fGn) ve FARIMA (0, d , 0) model minimum hata fonksiyonu değerleri	43
Tablo 5.4	DDTY ve PTY ile 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için kestirilen H parametreleri	46
Tablo 5.5	KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleri ile 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için kestirilen H parametreleri	47

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 2.1 : Koch eğrisinin üretilmesi	7
Şekil 2.2 : Sierpinski üçgeni üretilmesi	8
Şekil 3.1 : N = 663 uzunluklu veriler için SOSS model karar kriterinin belirlenmesi	21
Şekil 3.2 : N = 1000 uzunluklu veriler için SOSS model karar kriterinin belirlenmesi	21
Şekil 3.3 : Mısır-Kahire yakınlarında Roda ölçeğiyle ölçülmüş yıllık minimum Nil nehri su seviyesi verisi ile bu veriden elde edilen HFD ve H parametresi şekli	22
Şekil 3.4 : VBR verisi: Çerçeve başına ATM hücresi sayısı ile bu veriden elde edilen HFD ve H parametresi şekli	23
Şekil 3.5 : N = 2048 uzunluklu veriler için SOSS ve fGn model karar kriteri	24
Şekil 3.6 : N = 2048 uzunluklu veriler için FARIMA (0, d , 0) model karar kriteri	24
Şekil 4.1 : $y = ax+b$ şeklinde bir doğru şekli	29
Şekil 4.2 : Periyodogram tabanlı, Dalgacık dönüşümü tabanlı ve Kesin sentez ile üretim	32
Şekil 5.1 : 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY ve PTY ile kestirilen γ izgesel parametre değerleri ve fGn model γ izgesel parametre değer aralığı	42
Şekil 5.2 : 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serisi için SOSS (ya da fGn) ve FARIMA (0, d , 0) model minimum hata fonksiyonu değerleri ile modelleme Karar Kriterleri	44
Şekil 5.3 : 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY, PTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleriyle kestirilen H parametreleri değerleri	49
Şekil A.1 : 18.08.1998–09.10.2006 tarihli günlük A.B.D.-NASDAQ Composite endeksi verisi şekli ile bu veriden elde edilen Getiri ve Mutlak Getiri serisi şekilleri	55
Şekil A.2 : Şekil A.1’deki NASDAQ Composite endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri analiz sonuçları	56
Şekil A.3 : 27.08.1998-09.10.2006 tarihli günlük İngiltere-FTSI 100 endeksi verisi şekli ile bu veriden elde edilen Getiri ve Mutlak Getiri serisi şekilleri	57
Şekil A.4 : Şekil A.3’teki FTSI 100 endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri analiz sonuçları	58
Şekil A.5 : 24.08.1998-09.11.2006 tarihli günlük Singapur-STRAITS TIMES endeksi verisi şekli ile bu veriden elde edilen Getiri ve Mutlak Getiri serisi şekilleri	59

Şekil A.6	: Şekil A.5'teki STRAITS TIMES endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri analiz sonuçları	60
Şekil A.7	: 17.04.1998-09.10.2006 tarihli günlük Endonezya-JAKARTA Composite endeksi verisi şekli ile bu veriden elde edilen Getiri ve Mutlak Getiri serisi şekilleri	61
Şekil A.8	: Şekil A.7'deki JAKARTA Composite endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri analiz sonuçları	62
Şekil A.9	: 24.06.1998-09.10.2006 tarihli günlük Türkiye-İMKB 100 Ulusal endeksi verisi şekli ile bu veriden elde edilen Getiri ve Mutlak Getiri serisi şekilleri	63
Şekil A.10	: Şekil A.9'daki İMKB 100 Ulusal endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri analiz sonuçları	64

SEMBOL LİSTESİ

H	: Hurst parametresi
d	: Kesirli fark parametresi
$c_s, c_f, c, \sigma^2, \sigma_p^2$	: Sınırlı pozitif sabit gerçel bir sayı
k	: Adım (lag)
σ_e^2	: FARIMA (0, d , 0) model değişintisi
σ_x^2	: Sinyalin değişintisi
f	: Frekans bileşeni
γ	: İzgesel üstel parametre
Δ	: Küçük, sabit, pozitif gerçel sayı
$E(.)$	: Beklenen değer operatörü
p	: Öz-bağlanım polinomu derecesi
q	: Hareketli ortalama polinomu derecesi
L	: Gecikme operatörü
m	: Ölçekleme indisi
n	: Öteleme indisi
a_n^m	: Yaklaşık dalgacık katsayıları
x_n^m	: Detaylı dalgacık katsayıları
f_s	: Örnekleme frekansı
$var(.)$	: Değişinti operatörü
$*$	: Eşlenik ifadesi

DÜNYA BORSALARI GETİRİ VE MUTLAK GETİRİ SERİLERİNDE UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK ANALİZİ

ÖZET

Uzun-dönemli bağımlılık özelliğinin varlığı uzak gözlemler arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. Başka bir deyişle, bir süreçteki uzun-dönem bağımlılık, bugünkü değerler ile geçmiş değerler arasında yakın bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. Bu, bugünkü değerlerin geçmiş değerlerden bağımsız olduğunu söyleyen Etkin Piyasa Hipotezi (Market Efficiency Hypothesis) ile çelişmektedir. Bundan dolayı, bir sürecin uzun-dönemli bağımlı olup olmadığının belirlenmesi önemli bir konudur.

Bu çalışmada, A.B.D., İngiltere, Japonya, Avustralya, Fransa, Almanya, Avusturya, Arjantin, Brezilya, Hindistan, Tayvan, Singapur, Malezya, Endonezya ve Türkiye olmak üzere 15 ülke günlük endeks getiri ve mutlak getiri serilerinde uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılmaktadır.

Uzun-dönemli bağımlılık H Hurst parametresi ya da ilişkili olarak d kesirli fark parametresi olmak üzere tek bir parametre değeri ile ölçülebilmektedir. Bundan dolayı, bu parametrelerin güvenilir bir şekilde kestirilmeleri çok önemlidir. Çok sayıda parametre kestirim yöntemi bulunmaktadır. Bu parametrelerin tam olarak kestirilmeleri çok kolay olmadığından güvenilir sonuçlar elde etmek için birkaç farklı parametre kestirim yöntemi kullanılmalıdır. Bu çalışmada, veriler Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem, Periyodogram Tabanlı Yöntem, SOSS süreçler için Kettani-Gubner yöntemi ve FARIMA $(0, d, 0)$ süreçler için Kettani-Gubner yöntemi olmak üzere dört farklı parametre kestirim yöntemi kullanılarak analiz edilmektedir. Dört farklı parametre kestirim yöntemi sonucundan faydalanılarak, Singapur ve Endonezya endeks getiri serisi hariç hiçbir endeks getiri serisi için uzun-dönemli bağımlılık bulunamazken, tüm endeks mutlak getiri serileri uzun-dönemli bağımlı bulunur. Ayrıca, Singapur ve Endonezya endeks getiri serisi ise uzun-dönemli bağımlı olarak bulunur.

Çalışma sonuçları, mutlak getiri serilerinin getiri serilerine oranla, önceki gözlemlerle daha ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sonuç literatürdeki sonuçlar ile uyumludur. Yapılan çalışmanın, kullanılan dört farklı parametre kestirim yöntemi ve farklı borsa endeks verileri ile özellikle ekonomi ve finans alanındaki uzun-dönemli bağımlılık analizlerine bir bakış açısı sağlaması umulmaktadır. Ek olarak, sunulan parametre kestirim yöntemleri başka amaçlar içinde kullanılabilirler.

LONG-TERM DEPENDENCE ANALYSIS IN DAILY RETURN AND ABSOLUTE RETURN SERIES OF THE INTERNATIONAL STOCK MARKETS

SUMMARY

The presence of long-term dependence property describes the correlation between distant observations. In other words, the long-term dependence in a process means that there is a close relation between the today's values and the past values. This contradicts the Market Efficiency Hypothesis which states that today's values are independent of the past values. Therefore, it is important to determine whether a process is long-term dependent or not.

In this study, the long-term dependence is analyzed in daily index return and as well as absolute return series within fifteen countries, namely The USA, United Kingdom, Japan, Australia, France, Germany, Austria, Argentina, Brazil, India, Taiwan, Singapore, Malaysia, Indonesia, and Turkey.

The long-term dependence can be measured by a single parameter, namely the Hurst parameter, H , or relatedly the fractional differencing parameter, d . Therefore, it is extremely important to estimate these parameters reliably. There are numerous parameter estimation methods. Since the estimation of these parameters is not so straight forward exactly, several different parameter estimation methods should be used to get reliable results. In this study, the data is analyzed by using four different parameter estimation methods, namely Wavelet Based Method, Periodogram Based Method, Kettani-Gubner for SOSS processes method and Kettani-Gubner for FARIMA $(0, d, 0)$ processes method. By utilizing the results of these four different parameter estimation methods, long-term dependence is not found for all of the index return series except the Singaporean and Indonesian index return series, whereas the entire index absolute return series are found long-term dependent. The Singaporean index return series and the Indonesian index return series are also found long-term dependent.

The results of the study revealed that absolute return series are more correlated to the previous observations than the return series. This result is sympathy with literature. It is hoped that, by utilizing four different parameter estimation methods and different stock market index data, this study provides an aspect of long-term dependence analysis, especially in economics and finance. In addition, the presented different parameter estimation methods can be used in any other purposes.

1. GİRİŞ

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği, bir sürecin uzak gözlemleri arasındaki ilişkinin varlığını tanımlamaktadır. Uzun-dönemli bağımlı bir süreç için uzak gözlemler arasında bile ilişki vardır. Yani, bu özelliğe sahip süreçler için geçmiş değerler kullanılarak gelecek değerler hakkında fikir yürütülebilir. Bu, ekonomide çok önemli olan ve gelecek değerlerin geçmiş değerler ile ilişkisiz olduğunu söyleyen “Etkin Piyasa Hipotezi (Market Efficiency Hypothesis)” ile çelişmektedir. Bundan dolayı, bir ekonomik sürecin ya da bir ekonomik zaman serisinin uzun-dönemli bağımlı olup olmadığının araştırılması önemli bir konudur.

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği ve bu özelliğin farklı yöntemler ile belirlenmesi ilk olarak hidroloji ve jeofizik literatüründe ortaya çıkmıştır [1,2]. Bu özellik, incelenen süreçlerde gözlenen rasgele yürüyüşten (random walk) sapmalar ile fark edilmiştir. Jeofizik zaman serileri ve ağ trafiği gibi doğal ve insan yapımı bir çok süreç uzun-dönemli bağımlılık özelliği göstermektedir [2,3]. Ekonomi ve finans alanında ise bu özelliğin varlığı yıllardır önemli bir konu olarak araştırılmaktadır [4,5]. Herhangi bir ülkenin ekonomik yapısı ve karakteristiği için en önemli göstergelerden biri o ülkenin borsası olduğundan, ekonomi ve finans alanında yapılan uzun-dönemli bağımlılık özelliği analizi çalışmalarında çoğunlukla borsa verileri kullanılmıştır [6]. Yapılan bu çalışmalarda genellikle borsa verilerinden elde edilen getiri ve mutlak getiri serileri kullanılmış olmakla birlikte uzun-dönemli bağımlılığın varlığı ile ilgili sonuçlar özellikle getiri serileri durumunda birbirinden farklıdır. Örneğin, yapılmış olan çalışmaların bir çoğu getiri serilerinde uzun-dönemli bağımlılık özelliğini tespit edemezken [5-10,12] bazı çalışmalar getiri serilerinde bu özelliğin varlığını tespit etmişlerdir [4,6,9-11]. Sonuçlar arasında gözlenen bu farklılık ise bazen kullanılan verilerden bazen ise kullanılan yöntemlerden kaynaklanmaktadır. Bununla birlikte, mutlak getiri serileri için yapılmış olan uzun-dönemli bağımlılık özelliği analizleri bu serilerde uzun-dönemli bağımlılık özelliğini tespit ederek benzer sonuçlar ortaya koymuşlardır [7,8,10,13].

Bir serinin uzun-dönemli bağımlılık özelliği incelemesi “uzun-dönemli bağımlılık parametreleri” denilen H Hurst Öz-benzeşim, ya da ilişkili olarak d kesirli fark (fractional differencing) parametresi olmak üzere tek bir parametre değerine bakılarak yapılabilmektedir. Bu parametrelerden H parametresi 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Eğer, bir süreç için, H uzun-dönemli bağımlılık parametresi $0.5 < H < 1$ aralığında bir değere sahip ise bu sürece “uzun-dönemli bağımlı (long-term dependent)” süreç denir. Eğer, süreç, $H = 0.5$ parametre değerine sahip ise, “kısa-dönemli bağımlı (short-term dependent)” süreç ve $0 < H < 0.5$ aralığında parametre değerine sahip ise “orta-dönemli bağımlı (intermediate-term dependent)” süreç olarak adlandırılmaktadır. H ile d parametresi arasında, $|d| < 0.5$ olmak üzere, $H = 0.5 + d$ ilişkisi vardır. Bu ilişkiye uygun olarak, süreç, $0 < d < 0.5$ için “uzun-dönemli bağımlı” süreç, $d = 0.5$ için “kısa-dönemli bağımlı” süreç, ve $-0.5 < d < 0$ için ise “orta-dönemli bağımlı” süreç olarak adlandırılmaktadır. Bir sürecin uzun-dönemli bağımlılık özelliği tek bir parametre değerine bakılarak belirlendiğinden bu parametre değerinin olabildiğince doğru kestirilmesi önemlidir. Bu parametrelerin kestirimi için literatürde bir çok yöntem bulunmakla birlikte tam olarak belirlenebilmeleri mümkün değildir. Dolayısıyla bu parametreler değişik yöntemler ile kestirilerek sonuçların birlikte değerlendirilmesi daha güvenilir sonuçlar elde edilmesine olanak sağlayacaktır. Bundan dolayı, bu çalışmada yapılan uzun-dönemli bağımlılık analizlerinde literatürde yaygın olarak kullanılan aşağıdaki dört farklı parametre kestirim yöntemi kullanılmaktadır:

- Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem (Wavelet Based Method),
- Periyodogram Tabanlı Yöntem (Periodogram Based Method),
- İkinci-Dereceli Öz-Benzeşimli (Second-Order Self-Similar) süreçler için Kettani-Gubner yöntemi,
- Standart Kesirli Öz-Bağımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Standard Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average, FARIMA (0, d , 0)) süreçler için Kettani-Gubner yöntemi.

Uzun-dönemli bağımlılık özelliğinin incelenmesi amacıyla dört farklı kestirim yöntemi kullanılarak sonuçların kestirim yöntemine olabilecek bağlılığının azaltılması amaçlanmaktadır.

Bu çalışmada, Amerika, İngiltere, Japonya, Avustralya, Fransa, Almanya, Avusturya, Arjantin, Brezilya, Hindistan, Tayvan, Singapur, Malezya, Endonezya ve Türkiye

olmak üzere farklı ekonomik yapı ve büyüklüğe sahip 15 ülke borsasına ait günlük endeks getiri ve mutlak getiri serileri için uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılmaktadır. Ayrıca kestirilen uzun-dönemli bağımlılık parametreleri verilerek getiri ve mutlak getiri serileri için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Bu çalışma, çok sayıda ülkenin analiz edilmesi ve farklı yöntemlerin bir arada kullanılması ile özellikle ekonomi ve finans alanında yapılan uzun-dönemli bağımlılık analizlerine bir bakış açısı sağlamaktadır.

Bu çalışma 6 bölümden oluşmaktadır. 1. Bölüm, yapılan çalışmanın kısaca anlatıldığı ve bu çalışma ile ilgili bazı temel bilgilerin verildiği giriş bölümüdür. Bölüm 2’de uzun-dönemli bağımlılık özelliği matematiksel ifadeleri ile anlatılmakta ve ayrıca $1/f$ süreçler temel özellikleriyle birlikte verilmektedir. Bölüm 3’te uzun-dönemli bağımlı süreçlerin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan bazı modeller ve bir sürecin bu modeller ile modellenip modellenemeyeceğine karar verme amacıyla kullanılabilen “eniyeleme yöntemi (optimization method)” anlatılmaktadır. Bölüm 4’te uzun-dönemli bağımlılık analizinde kullanılan dört farklı uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim yöntemi anlatılmaktadır. 5. Bölümde ise, anlatılan kestirim yöntemleri kullanılarak 15 ülke borsası günlük getiri ve mutlak getiri serisi için uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılmaktadır. 6. Bölümde ise, yapılan çalışma kısaca özetlenerek elde edilen sonuçlar tartışılmaktadır. Ayrıca bu bölümde, uzun-dönemli bağımlılık analizi ile ilgili yapılabilecek bazı çalışmalar da önerilmektedir.

2. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK VE $1/f$ SÜREÇLER

Bu bölüm iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda, uzun-dönemli bağımlılık özelliği matematiksel ifadeleri ile birlikte anlatılmaktadır. İkinci kısımda ise, $1/f$ süreçler incelenmektedir.

2.1 Uzun-Dönemli Bağımlılık

Bir sürecin uzun-dönemli bağımlılık özelliğine sahip olması bu sürecin uzak gözlemleri arasındaki ilişkinin varlığını göstermektedir. Uzun-dönemli bağımlılık, bir sürecin öz-ilişki fonksiyonundaki (autocorrelation function) yavaş düşüş ile ifade edilmektedir. Başka bir deyişle, uzun-dönemli bağımlı bir $x(n)$ ayrık-zamanlı süreci için, $E[.]$ beklenen değer operatörü, k , adım (lag) ve $R(k)$, $R(k) = E[x(n)x(n+k)]$ şeklinde tanımlanan öz-ilişki fonksiyonu olmak üzere, büyük k değerleri durumunda, uzak gözlemler arasındaki ilişki anlamına gelen $R(k)$ değeri sıfır olmayacaktır. Uzun-dönemli bağımlılık, durağan bir $x(n)$ süreci için aşağıdaki eşitlik ile tanımlanabilir [14]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R(k) / [c_p k^{2H-2}] = 1 \quad (2.1)$$

Burada, c_p sınırlı pozitif sabit bir sayı, H , $0 < H < 1$ olmak üzere, Hurst parametresi ya da öz-benzeşim parametresi ve $R(k)$ durağan sürecin öz-ilişki fonksiyonudur.

Bir sürecin uzun-dönemli bağımlılık özelliği sadece H Hurst parametresi değeri ile ölçülebilmektedir. Bir süreç için H parametresi $0.5 < H < 1$ aralığında ise bu süreç “Uzun-Dönemli Bağımlı (UDB)” süreç olarak adlandırılmaktadır. UDB süreçler için artış (yükselme) ya da azalış (alçalma) yönünde belirli bir eğilimde devam eden hareketler vardır. Yani, süreçteki bir alçalmadan (yükselmeden) sonra muhtemelen bir diğer alçalma (yükselme) söz konusu olabilir. Eğer H parametresi $0 < H < 0.5$ aralığında bir değere sahip ise süreç “Orta-Dönemli Bağımlı (ODB)” süreç olarak adlandırılmaktadır. ODB süreçler için belirli bir eğilimde devam eden hareketler olmamakla birlikte süreçteki artımlar arasında negatif ilişki vardır. Yani, süreçteki

bir alçalmadan (yükselmeden) sonra muhtemelen bir yükselme (alçalma) gözlenecektir. Son olarak, $H = 0.5$ için ise süreç, “Kısa-Dönemli Bağımlı (KDB)” süreç olarak adlandırılmaktadır. KDB süreçlerde süreçteki artımlar arasında herhangi bir ilişki yoktur. Yani süreçteki bir alçalmadan (yükselmeden) sonra yükselme ya da alçalma (alçalma ya da yükselme) meydana gelebilmektedir. Böyle süreçlere “ilişkisiz (uncorrelated)” süreçler de denilmektedir [10,11,14].

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği (2.1) eşitliğinden farklı olarak sürecin güç izgesi ile de tanımlanabilmektedir. UDB durağan bir $x(n)$ süreci için, bu tanım aşağıdaki gibidir [14]:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_x(\omega) / [c_f |\omega|^{1-2H}] = 1 \quad (2.2)$$

Burada c_f pozitif sabit bir sayı, $S_x(\omega)$ sürecin güç izgesi, ω açısal frekans ve H daha öncede tanımlandığı gibi Hurst parametresidir.

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği $1/f$ süreçlerde görülebildiği gibi FARIMA (p, d, q) süreçler olarak bilinen kesirli öz-bağımlı birleştirilmiş hareketli ortalamalı (Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average, FARIMA (p, d, q)) süreçlerde de görülebilmektedirler [15]. Bu süreçler için uzun-dönemli bağımlılık d kesirli fark (fractional differencing) parametresi ile ölçülmektedir. FARIMA (p, d, q) süreç için d fark parametresi $|d| < 0.5$ aralığı içerisinde kestirilir ise H parametresi ile d kesirli fark parametresi arasında, $H = d + 0.5$ şeklinde bir ilişki vardır. H parametresindeki duruma benzer şekilde, süreç, $0 < d < 0.5$ için UDB, $-0.5 < d < 0$ için ODB ve $d = 0.5$ için ise KDB olarak adlandırılmaktadır [6,9,10,13,14]. H parametresi yerine d parametresi düşünülürse, uzun-dönemli bağımlılığın (2.1) ve (2.2) eşitlikleriyle ifade edilen tanımları sırasıyla, aşağıdaki eşitlikler şeklinde de gösterilebilir [13,14]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R(k) / [c_p k^{2d-1}] = 1 \quad (2.3)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_x(\omega) / [c_f |\omega|^{-2d}] = 1 \quad (2.4)$$

Yukarıdaki eşitliklerde yer alan c_p pozitif sabiti, $1/f$ süreçlerin durağan artımları ile modellenebilen süreçler durumunda $c_p = H(2H-1)$ ve FARIMA $(0, d, 0)$ süreçler

durumda ise $\Gamma(\cdot)$, gama fonksiyonu olmak üzere, $c_p = \Gamma(1-d) / \Gamma(d)$ 'dir. c_f sabiti ise $\alpha = 2H-1 = 2d$ olmak üzere aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilir [16]:

$$c_f = \frac{\sigma^2 c_p}{\Gamma(1-\alpha) \sin(\frac{\alpha\pi}{2})} \quad (2.5)$$

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği için bir başka tanım olarak uzak gözlemler arasındaki ilişkinin varlığı anlamına gelmekte olan aşağıdaki (2.6) eşitliği ile verilebilir. Bu eşitlik için, en genel halde, eğer durağan bir süreç ya da bir zaman serisi aşağıdaki eşitlik ile tanımlanabilen bir öz-ilişki fonksiyonuna sahip ise bu süreç ya da zaman serisinin uzun-dönemli bağımlı olduğu söylenebilir [9,16]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-n}^n |R(k)| \rightarrow \infty \quad (2.6)$$

2.2 1/f Süreçler

“1/f süreçler” başka bir deyişle “güç yasası ilişkisi süreçleri” zaman ortamındaki istatistiksel özellikleri öteleme ile değişirken ölçekleme ile değişmeyen (scale-invariant) öz-benzeşimli süreçlerdir [17]. Bir öz-benzeşimli sürecin durağan olan artımları H öz-benzeşim parametresi değerine bağlı olarak uzun-dönemli bağımlılık özelliği gösterebilmektedir [15]. Bundan dolayı, bu kısımda 1/f süreçler incelenmektedir. Bu süreçler, sualtı ortam gürültüsü [18], konuşma sesi kalıntı sinyali [17,19], DNA çiftlerinin dizilimi [21], trafik akışı değişkenliği [22], kalp hızı değişkenliği [22] ve borsa endeksi [22] gibi doğal veya insan yapımı bir çok olguda karşımıza çıkmaktadır.

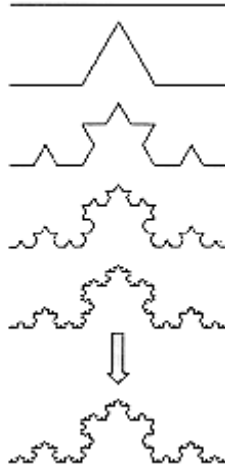
Öz-benzeşimli süreçler aşağıdaki eşitlik ile verilen ölçekleme yapısına sahiptirler [22]:

$$x(t) \stackrel{p}{=} c^{-H} x(ct) \quad (2.7)$$

Yukarıdaki eşitlikte “ p ” istatistiksel davranışı (statistical sense) simgelemek üzere istatistiksel anlamda eşdeğerliliği göstermektedir. c herhangi bir pozitif gerçel sayı olup, H , $0 < H < 1$ aralığında değerler alan Hurst parametresi (öz-benzeşim parametresi)’dir. Yani, $x(t)$ süreci ile $c^{-H} x(ct)$ süreci olasılık yoğunluk

fonksiyonları cinsinden özdeşirler. Bu şekilde tanımlanabilen süreçlere “öz-benzeşimli süreçler” denilmektedir.

Öz-benzeşimlilik kavramını daha iyi anlayabilmek için bu kavram geometrik şekiller üzerinde açıklanabilir. Eğer bir geometrik şeklin bir parçası büyütüldüğü zaman şeklin bütününe tıpkısı elde ediliyor ise bu şekil öz-benzeşimli şekil olarak adlandırılmaktadır [16]. Öz-benzeşimlilik, ağaç dalları ve nehir kıvrımları gibi doğal olan hemen her yerde karşımıza çıkabileceği gibi öz-benzeşimli süreçler ya da şekiller yapay olarak da üretilebilmektedirler. Bu şekillerin üretilmesinde, aşağıda anlatıldığı gibi belli bir kural izlenmektedir. Bundan dolayı böyle şekillere “belirli (deterministic) öz-benzeşimli” şekiller de denilmektedir. Şekil 2.1’de “belirli öz-benzeşimli” bir şekil olan üçlü Koch eğrisi şekli yer almaktadır:



Şekil 2.1: Koch eğrisinin üretilmesi

Şekil 2.1’de yer alan bu üçlü Koch eğrisinin elde edilmesinde ilk adım, bir doğru parçasının üç parçaya bölünerek ortadaki parçanın doğru ile iki açı oluşturacak şekilde üçgen görünümünde yukarıda birleştirilmesidir. Daha sonraki adımlar ise ilk adımda yapılan işlemin her doğru parçası için tekrar tekrar yapılmasıdır. Bu işlemler ile “belirli öz-benzeşimli” bir şekil olan Koch eğrisi elde edilmektedir. Aşağıdaki Şekil 2.2’de ise bir başka “belirli öz-benzeşimli” şekil olan Sierpinski üçgeni şekli yer almaktadır:



Şekil 2.2: Sierpinski üçgeni üretilmesi

Bu Sierpinski şeklinin elde edilmesinde ise ilk adımda büyük ana üçgenin tam ortasından küçük bir üçgen çıkarılır. Daha sonraki adımlarda ise büyük üçgende, küçük üçgen çıkarıldıktan sonra kalan diğer üçgen bölgelerden de küçük üçgenler çıkarılır. Bu işlem tekrar tekrar yapılarak “belirli öz-benzeşimli” bir şekil olan Sierpinski üçgeni elde edilmektedir.

Daha önce de söylendiği gibi $1/f$ süreçler öz-benzeşimli süreçlerdir. $1/f$ süreçler güç izge yoğunlukları, birkaç onkat (decade) boyunca $|\omega|^{-\gamma}$ ile orantılı güç yasası ilişkisini sağlayan süreçlerdir. Daha genel bir ifade ile, güç izgesi eşitlik (2.8) ile verilebilen rasgele süreçler “ $1/f$ gürültü” olarak adlandırılmaktadırlar [17,22]:

$$S_x(\omega) \approx \frac{\sigma_x^2}{|\omega|^\gamma} \quad (2.8)$$

Burada $S_x(\omega)$ $x(t)$ sürecinin güç izgesi, ω açısal frekans, γ sabit gerçel bir sayı olan izgesel üstel parametresi ve σ_x^2 ise sürecin değışintisidir [17,22].

3. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLI SÜREÇLERİN MODELLENMESİ

Uzun-dönemli bağımlı süreçlerin modellenmesinin anlatıldığı bu bölüm iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda UDB süreçlerin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan fGn, SOSS ve FARIMA modellerinin matematiksel tanımları ve özellikleri verilmektedir. İkinci kısımda ise bir sürecin bu modeller ile modellenip modellenemeyeceğinin kararının verilebileceği eniyileme yöntemi (optimization method) anlatılarak bu yöntemin doğruluğu gerçek verilerle sınanacaktır.

3.1 Uzun-Dönemli Bağımlı Süreçler için Modeller

Uzun-dönemli bağımlı süreçlerin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan modeller şunlardır: “Kesirli Gauss Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise, fGn)” modeli, “İkinci-Derece Öz-Benzeşimli (Second-Order Self-Similar, SOSS)” model ve “Kesirli Öz-Bağımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average, FARIMA)” model [16,23]. Bu modellerden fGn, SOSS modelin özel bir halidir. Uzun-dönemli bağımlı süreçlerin modellenmesinde kullanılan bu modeller parametriklerdir. Bir sürecin sahip olduğu uzun-dönemli bağımlılık özelliğinin varlığı ve derecesi modellerdeki parametre değerleri ile belirlenmektedir.

3.1.1 Kesirli Gauss Gürültüsü Modeli

Uzun-dönemli bağımlı süreçlerin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan “Kesirli Gauss Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise, fGn)” modeli, $1/f$ süreçler olarak bilinen güç yasası ilişkisi süreçlerinin modellenmesinde de kullanılmaktadır. fGn’ler, $1/f$ süreçlerin modellenmesinde kullanılan bir diğer model olan “Kesirli Brownian Devrimleri (Fractional Brownian Motions, fBm)” modellerinin artımlarından elde edilmektedirler. fBm süreçler sıfır ortalamalı, Gauss dağılımlı, sınırlı zaman aralığında sınırlı güce sahip, durağan olmayan, sürekli ve rasgele süreçlerdir [17,22,24]. $1/f$ süreçlerin sağlamış oldukları güç yasası ilişkisindeki γ izgesel üstel parametresi, fBm süreçler için $1 < \gamma < 3$ aralığında değerler almaktadır. γ ’nın

yaklaşık “2” olduğu özel durumda ise “Klasik Brownian Devinimi” olarak bilinmektedirler [17,24]. Bir fBm süreci $B_H(n)$ ile gösterilecek olursa ($0 \leq n < \infty$, $0 < H < 1$), bu fBm süreç aşağıdaki özellikleri sağlayacaktır:

Özellik 1. $B_H(n)$ sürecinin kendisi durağan değil iken bu süreçten elde edilen artımları durağandır.

Özellik 2. $B_H(n)$ süreci, $n=0$ anında sıfır değerini alır ve ortalama değeri sıfırdır. Yani, $B_H(0) = 0$, $E\{B_H(n)\} = 0$, $n \geq 0$

Özellik 3. $B_H(n+n_0) - B_H(n) \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \sigma|n_0|^H)$

Buradaki Özellik 3’te, “ $\stackrel{d}{=}$ ” sonlu boyutta eşitliği ifade ederken, σ sabit gerçel bir sayı, n_0 zaman artımı ve $\mathcal{N}(0, \sigma|n_0|^H)$ ise “0” ortalamalı, $\sigma|n_0|^H$ değişintili Gauss (normal) dağılımını göstermektedir. fBm’lerin ortak değişinti (covariance) fonksiyonlarının özellikleri de aşağıda verilmektedir ($n_1, n_2 > 0$) [17,22,24]:

Özellik 4. $E\{B_H(n_1)B_H(n_2)\} = \frac{\sigma^2}{2} (|n_1|^{2H} + |n_2|^{2H} - |n_1 - n_2|^{2H})$

Özellik 5. $E\{B_H^2(n)\} = \sigma^2 |n|^{2H}$

Özellik 6. $B_H(cn) = c^H B_H(n)$, $c > 0$

Özellik 7. $E\{B_H(cn_1)B_H(cn_2)\} = E\{(c^H B_H(n_1))(c^H B_H(n_2))\}$

Yukarıdaki eşitliklerde $E\{\cdot\}$, beklenen değer operatörü, σ ve c ise sabit pozitif gerçel sayılardır. Özellik 2 ve Özellik 3 rasgele yürüyüş (random walk) süreçlerinin de bir ifadesidir. Bundan dolayı, fBm süreçleri rasgele yürüyüş süreçleri olarak da adlandırılmaktadırlar. Rasgele yürüyüş süreçleri üretilirken “0” noktasından başlanır ve her adımda bir önceki değere Gauss dağılımına sahip rasgele bir değer eklenerek bir sonraki adıma geçilmektedir [17].

“Kesirli Gauss Gürültüsü (Fractional Gaussian Noise, fGn)” süreçleri ise fBm süreçlerin türevleri, başka bir deyiş ile fBm süreçlerin göstermiş oldukları artımlardır. Yani fBm süreçlerin artımları fGn süreçtir. Bir fGn süreci, $G_{H,\Delta}(n)$ ($0 \leq n < \infty$, $0 < H < 1$, Δ küçük, sabit, pozitif gerçel değer) ile ifade edilirse, bu sürecin aşağıdaki özellikleri sağladığı kabul edilmektedir [17,22,24]:

Özellik 1. $G_{H,\Delta}(n) = \frac{1}{\Delta}(B_H(n+\Delta) - B_H(n))$

Özellik 2. $G_{H,\Delta}(n) \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \sigma|\Delta|^{H-1})$

Burada, Özellik 1, fGn süreçlerin fBm süreçlerin türevleri alınarak elde edildiğini göstermektedir. Özellik 2’de ise fGn süreçlerin sıfır ortalamalı, durağan Gauss dağılımlı süreçler olduğu görülmektedir. Adım (lag, k) değerleri yeterli büyüklükte olmak üzere, bir fGn süreç için öz-ilişki fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir [17,22]:

Özellik 3.
$$E\{G_{H,\Delta}(n+k)G_{H,\Delta}(n)\} = \frac{\sigma^2}{2}[(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}]$$

$$\underset{k \rightarrow \infty}{\approx} \sigma^2 H(2H-1)k^{2H-2}$$

fBm ve fGn süreçlere güç yasası ilişkisi açısından bakılır ise, fBm süreçler için düşük frekans bölgelerindeki güç yüksek iken fGn süreçler için yüksek frekans bölgelerindeki gücün yüksek olduğu söylenebilir. Bunun anlamı, γ izgesel parametresinin fBm süreçler için fGn süreçlerden daha büyük olduğudur. fBm süreçlerin γ parametreleri, $1 < \gamma < 3$ aralığında değerler alıyor iken fGn süreçlerin γ parametreleri, $-1 < \gamma < 1$ aralığında değerler almaktadır. γ ’nın sıfıra eşit olduğu özel durum da, fGn süreci durağan beyaz Gauss gürültüsü olmaktadır [17,22].

γ izgesel parametresi ile H öz-benzeşim parametresi arasındaki ilişki, sürecin modellendiği modele bağlı olarak aşağıda gösterildiği gibi verilebilmektedir. fBm süreçler için:

$$\gamma = 2H + 1 \quad (3.1)$$

fGn süreçler için ise:

$$\gamma = 2H - 1 \quad (3.2)$$

fGn ve fBm süreçler için H öz-benzeşim parametresi 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Özellik 3’ten de görüleceği gibi H parametresi, $0 < H < 0.5$ aralığında değerler aldığı zaman fGn süreç negatif ilişkili artımlara sahip bir süreç olmaktadır. Negatif ilişki, süreçte gözlenen bir yükselmeden (alçalmadan) sonra bir alçalmanın (yükselmenin) meydana geleceği anlamındadır. H parametresi bu aralık içerisinde

olan süreç daha önce de söylendiği gibi ODB olarak tanımlanmıştır. $H = 0.5$ için Özellik 3'ten öz-ilişki fonksiyonunun sıfır olduğu görülmektedir. Öz-ilişki fonksiyonunun sıfır olması ise süreçteki alçalmaların ve yükselmelerin birbirlerinden ilişkisiz olduğu anlamına gelmektedir. Böyle olan süreçler ise KDB olarak bilinirler. Bir başka durum olan $0.5 < H < 1$ durumu ise, Özellik 3'ten de görüleceği gibi öz-ilişki fonksiyonunun pozitif olduğu durumdur. Bu ise süreçte belirli bir eğilimde devam eden hareketin olması anlamındadır. Yani süreçteki bir yükselmeden (alçalmadan) sonra muhtemelen bir diğer yükselmenin (alçalmanın) meydana gelecektir. Bu şekilde belirli bir eğilimde hareketin olduğu süreçlere ise UDB denilmektedir [17,22].

3.1.2 İkinci-Derece Öz-Benzeşimli Model

Bölüm 3.1.1'de anlatılan fGn modeller, ikinci-derece öz-benzeşimli (Second-Order Self Similar, SOSS) modellerin özel halidirler. Bir SOSS süreci normal dağılımlı ise bu süreç fGn süreç olarak adlandırılmaktadır. SOSS süreçler ikinci-derece durağan (second-order stationary) öz-benzeşimli süreçlerdir. Bundan dolayı SOSS süreçleri ve ilişkili olarak SOSS modelleri anlatmak için öncelikle bu süreçlerin bir özelliği olan ikinci-derece durağanlık kavramı açıklanmalıdır.

Bir X_i süreci, $i \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, ayrık-zamanlı bir süreç olsun. Eğer, bu sürece ait olan $(X_{i_1}), (X_{i_2}), \dots, (X_{i_n})$ ve $(X_{i_1+k}), (X_{i_2+k}), \dots, (X_{i_n+k})$ örneklem kümeleri $k \in \mathbb{Z}$ ve n pozitif tam sayı olmak üzere, tüm $i_1, i_2, \dots, i_n$ için aynı birleşik dağılıma (joint distribution) sahip ise X_i süreci “durağan (stationary)” olarak adlandırılır. Bu şart, süreçlerin sağlaması açısından oldukça katı bir şarttır. Yani bir sürecin bu şartı yerine getirmesi oldukça zordur. Bu şarta oranla daha genel bir şart ise ikinci-derece durağanlık kavramını açıklamak için yeterli olmaktadır. Eğer, bir X_i sürecinin ortalama değeri ve öz-ortak değişinti (autocovariance) fonksiyonu, tüm i, j ve $k \in \mathbb{Z}$ için sırasıyla aşağıdaki (3.3) ve (3.4) eşitliklerini sağlar ise bu süreç “ikinci-derece durağan” süreç olarak adlandırılmaktadır.

$$E(X_i) = E(X_j) \quad (3.3)$$

$$C(X_i, X_j) = C(X_{i+k}, X_{j+k}) \quad (3.4)$$

Burada, C (3.5) eşitliği ile tanımlanan öz-ortak değişinti (autocovariance) fonksiyonunu göstermektedir:

$$C(X_i, X_j) = E[(X_i - E(X_i))(X_j - E(X_j))] \quad (3.5)$$

(3.3), (3.4) ve (3.5) eşitliklerine bakılırsa, ikinci-derece durağan bir X_i süreci için, sürecin sabit ortalamalı ve öz-ortak değişinti fonksiyonunun $k = i - j$ olmak üzere, $C(X_i, X_j) = C(k)$ eşitliği ile yazılabilen k 'ya bağlı bir fonksiyon olduğu görülmektedir. Bu öz-ortak değişinti fonksiyonu $C(k) = C(-k)$ özelliğini sağlayan bir çift fonksiyondur. Böyle süreçler için değişinti ve öz-ilişki fonksiyonu ise sırasıyla $\sigma^2 = \gamma(0)$ ve $R(k) = C(k) / \sigma^2$ şeklinde verilebilmektedir.

İkinci-derece durağan bir süreç, sıfır ortalamalı ve $H \in (0,1)$ için aşağıdaki (3.6) eşitliği ile verilen öz-ortak değişinti fonksiyonuna veya eşdeğer olarak (3.7) eşitliği ile verilen normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahip ise “ikinci-derece öz-benzeşimli süreç” olarak adlandırılmaktadır [16,25,26]:

$$C(k) = \frac{\sigma^2}{2} (|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H}) \quad (3.6)$$

$$R(k) = \frac{1}{2} (|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H}) \quad (3.7)$$

Burada, hesaplanan öz-ilişki fonksiyonun, modelin öz-ortak değişinti fonksiyonunun değişintiye oranı ile hesaplandığına dikkat edilecek olur ise elde edilen $R(k)$ öz-ilişki fonksiyonunun normalize öz-ilişki fonksiyonu olduğu görülebilir. SOSS süreçler için bulunan bu normalize öz-ilişki fonksiyonu fGn süreçler içinde geçerlidir.

3.1.3 Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı Model

Kesirli öz-bağlanımlı birleştirilmiş hareketli ortalamalı (Fractionally Autoregressive Integrated Moving Average) model Granger-Joyeux ve Hosking tarafından sunulmuştur [27,28]. Bu model, en genel halde (p, d, q) olmak üzere üç farklı parametre değerine sahiptir ve kesirli ARIMA (p, d, q) , FARIMA (p, d, q) ya da ARFIMA (p, d, q) ile gösterilebilmektedir. Bu çalışma boyunca isimlendirme olarak FARIMA (p, d, q) kullanılmaktadır. FARIMA (p, d, q) modeller “Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı (Autoregressive Integrated Moving Average,

ARIMA (p, d, q) modellerde d parametresinin tam sayı olmayan değerler de alabildiği durumdur. ARIMA (p, d, q) modeller ise, “Öz-Bağımlı Hareketli Ortalamalı (Autoregressive Moving Average, ARMA (p,q))” modellerle yakından ilişkilidirler. Bundan dolayı, FARIMA modellerin tanıtılması ilk olarak ARMA ve ARIMA modellerin tanımları verilerek yapılmaktadır.

Ayrık-zamanlı bir $x[n]$ sürecini ele alalım. Bu ayrık-zamanlı süreç için, $\mu = E(x[n]) = 0$ yani sürecin ortalamasının sıfır olduğu kabul edilir. (Aksi taktirde tüm formüllerde $x[n]$ yerine $x[n] - \mu$ yazılmalıdır). Aşağıda verilecek olan formüllerde yer alacak L ise $Lx[n] = x[n-1]$ ve $L^2x[n] = x[n-2]$ şeklinde tanımlanan bir gecikme operatörüdür. Yani süreçteki farklar gecikme operatörü yardımı ile, $(x[n] - x[n-1]) = (1-L)x[n]$ ve $((x[n] - x[n-1]) - (x[n-1] - x[n-2])) = (1-L)^2 x[n]$ şeklinde hesaplanabilmektedir. Ayrıca formüllerde bulunacak olan $\Phi(L)$ polinomu aşağıdaki eşitlik ile tanımlanan öz-bağımlım (Autoregressive, AR) polinomudur:

$$\Phi(L) = 1 - \sum_{j=1}^p \Phi_j L^j \quad (3.8)$$

$\Theta(L)$ polinomu ise aşağıdaki eşitlik ile tanımlanan hareketli ortalama (Moving Average, MA) polinomudur:

$$\Theta(L) = 1 + \sum_{j=1}^q \Theta_j L^j \quad (3.9)$$

Burada p ve q , sırasıyla AR ve MA polinomlarının dereceleridir. AR ve MA polinomlarının sıfıra eşit oldukları durumlardaki çözümleri genel olarak L_0 ile gösterilirse, bu çözümlerin $|L_0| > 1$ eşitliğini sağladıkları varsayalım. Ayrıca, $e[n]$ ($n = 1, 2, \dots$), bağımsız, özdeş dağılımlı sıfır ortalamalı ve σ_e^2 değişintili bir normal beyaz gürültü olsun. ARMA (p, q) modeli aşağıdaki (3.10)’daki eşitliğin durağan çözümü olarak tanımlanır.

$$\Phi(L)x[n] = \Theta(L)e[n] \quad (3.10)$$

Bu eşitlik,

$$\Phi(L)(1-L)^d x[n] = \Theta(L)e[n] \quad (3.11)$$

Şeklinde yazılabilirse, $x[n]$, ARIMA (p, d, q) süreci olarak adlandırılmaktadır. Buradaki, d parametresi kesirli fark (fractional differencing) parametresi olarak adlandırılmaktadır. (3.10) ve (3.11) eşitliklerinden, ARMA (p, q) sürecinin ayrıca bir ARIMA $(p, 0, q)$ süreci olduğu görülmektedir [29].

Eşitlik (3.11), d parametresinin herhangi bir gerçel sayı değerini alabildiği varsayılarak genelleştirilebilir. Eğer (3.11) eşitliğinde d parametresi tam sayı olmayan değerler de alabiliyor ise $x[n]$ süreci FARIMA (p, d, q) süreci olarak adlandırılmaktadır.

(3.11) eşitliğindeki $(1-L)^d$ ifadesi, herhangi bir gerçel d sayısı için eşitlik (3.12a)'daki Binom açılımı ya da eşdeğer olarak eşitlik (3.12b)'deki gama fonksiyonları terimleri ile ifade edilebilir:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots \quad (3.12a)$$

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} \quad (3.12b)$$

FARIMA (p, d, q) süreci olan $x[n]$ için, d parametresi $|d| < 0.5$ aralığında bir değere sahip ise $x[n]$ sınırlı değişimtiye sahip durağan bir süreçtir. Durağan olan süreçler için d fark parametresi ile H öz-benzeşim parametresi arasında, $H = d + 0.5$ ilişkisi vardır. Böyle süreçler, $0 < d < 0.5$ için UDB, $d = 0$ için KDB ve $-0.5 < d < 0$ için ODB olarak adlandırılmaktadırlar [6, 14, 27, 28, 30].

Eşitlik (3.11) aşağıdaki eşitlik (3.13)'deki gibi yazılabilir:

$$(1-L)^d x[n] = \tilde{x}[n] \quad (3.13)$$

Burada, $\tilde{x}[n]$:

$$\tilde{x}[n] = \Phi^{-1}(L)\Theta(L)e[n] \quad (3.14)$$

Şeklinde tanımlanan bir ARMA sürecidir. Bunun anlamı, FARIMA (p, d, q) ya da ARIMA (p, d, q) süreci olan bir $x[n]$ kesirli fark operatörüne (veya sonsuz doğrusal filtreye) uygulandığında, ARMA süreci elde edilir. Diğer taraftan ayrıca, eşitlik (3.11) kullanılarak aşağıdaki (3.15) eşitliği yazılabilir:

$$x[n] = \Phi^{-1}(L)\Theta(L)x^*[n] \quad (3.15)$$

Burada, $x^*[n]$ bir FARIMA $(0, d, 0)$ süreci olup,

$$x^*[n] = (1 - L)^{-d} e[n] \quad (3.16)$$

Şeklinde tanımlanabilir. Yani, (3.15) ve (3.16) eşitliklerinden, FARIMA (p, d, q) sürecinde, $p = q = 0$ olduğu duruma karşılık gelen FARIMA $(0, d, 0)$ sürecinin ARMA filtreden geçirilmesi ile FARIMA (p, d, q) süreci elde edilebilmektedir [29].

Herhangi bir FARIMA (p, d, q) süreci FARIMA $(0, d, 0)$ süreci terimleri ile tanımlanabilir [25,26]. Ayrıca, her iki süreç de aynı d parametresi değerleri için düşük frekanslarda benzer özelliklere sahiptirler [16]. Bunlara ek olarak $\Phi(L)$ ile $\Theta(L)$ terimleri kısa-dönemli bağımlılıkla ilgili terimlerdir. Bundan dolayı, bir sürecin uzun-dönemli bağımlılık incelemesinde süreci modellemek için FARIMA (p, d, q) model yerine FARIMA $(0, d, 0)$ modeli kullanılabilir. Bir FARIMA $(0, d, 0)$ modeli için öz-ortak değişinti fonksiyonu (3.17) eşitliği ile verilebilir [16]:

$$C(k) = \frac{\sigma_e^2 (-1)^k \Gamma(1-2d)}{\Gamma(1+k-d)\Gamma(1-k-d)} \quad (3.17)$$

Burada, σ_e^2 modelin değişintisi olmak üzere, $R(k) = C(k) / \sigma_e^2$ ilişkisinden ve gama fonksiyonu açılım özelliklerinden yararlanarak, öz-ilişki fonksiyonu, aşağıdaki (3.18) eşitliği verilebilir [16, 25]:

$$R(k) = \frac{\Gamma(1-d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(1+k-d)} = \prod_{i=1}^k \frac{k-i+d}{k-i+1-d} \quad (3.18)$$

Yine burada, FARIMA $(0, d, 0)$ sürecine ait $R(k)$ öz-ilişki fonksiyonu normalize öz-ilişki fonksiyonudur.

3.2 Modelleme Kararı için Eniyileme Yöntemi

Kettani tarafından [16]'da sunulmuş olan “Eniyileme Yöntemi (Optimization Method)”, Kettani tarafından önerildiği gibi bir sürecin öz-ilişki fonksiyonu bilinen bir model ile modellenip modellenemeyeceğine karar verilmesinde kullanılabilmektedir. Eniyileme yöntemi ayrıca yine Kettani tarafından önerildiği

gibi uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestiriminde de kullanılabilir. Bu yöntem, veriyi modellemeye çalıştığımız modelin normalize öz-ilişki fonksiyonu ile veriden elde edilen normalize öz-ilişki fonksiyon arasındaki benzerlik miktarını ölçerek çalışmaktadır. Bu benzerlik miktarı bir hata fonksiyonu (error function) tanımlanarak ölçülmektedir:

$$E_K(\beta) = \frac{1}{4K} \sum_{k=1}^K \{ R(k, \beta) - \hat{R}_n(k) \}^2 \quad (3.19)$$

Yukarıdaki eşitlikte, $E_K(\beta)$ hata fonksiyonu, β SOSS ya da fGn model için H parametresi, FARIMA $(0, d, 0)$ model için ise d parametresini göstermektedir. $R(k, \beta)$ ve $\hat{R}_n(k)$ sırasıyla, veriyi modellemeye çalıştığımız H veya d parametrelili modelin normalize öz-ilişki fonksiyonu ile veriden kestirilen normalize öz-ilişki fonksiyondur (bir sürece ait normalize öz-ilişki fonksiyonunun hesaplanması ile ilgili ayrıntılar Bölüm 4.3'te anlatılmaktadır). K ise, $\hat{R}_n(k)$ hesaplanırken hataya neden olabilecek köşe etkisini azaltmak için k 'nın alınan en büyük değeridir (K değerinin seçilmesi ile ilgili ayrıntılar Bölüm 3.2.1'de anlatılmaktadır) [16]. (3.19) eşitliği kullanılarak kestirilen parametre değeri, $d \in (-0.5, 0.5)$ ve $H \in (0, 1)$ olmak üzere parametrelerin uygun bir aralığı içerisinde hata fonksiyonunu minimum yapan parametre değeri olarak seçilir.

(3.19) eşitliği ile verilen $E_K(\beta)$ hata fonksiyonu ifadesi U_K :

$$U_K = R(k) - \hat{R}_n(k) \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.20)$$

Şeklinde tanımlanan bir satır vektörü olmak üzere,

$$E_K(\beta) = \frac{U_K U_K^T}{4K} \quad (3.21)$$

(3.21) eşitliğindeki gibi yazılarak tekrar elde edilebilir. Hata fonksiyonu ifadesine bakılacak olursa hata fonksiyonunun değerinin en fazla 1 olabileceği kolaylıkla görülmektedir. Eğer bir süreç $R(k, \beta)$ öz-ilişki fonksiyonuna sahip bir model ile modellenenbiliyor ise, bu süreç için hesaplanan hata fonksiyonu değerinin sıfıra çok yakın yani çok küçük olması beklenir. Hata fonksiyonu değerinin ne kadar küçük olması gerektiği sorusu “karar kriteri” ifadesini ortaya çıkarmıştır. Modeller için

karar kriterleri, H veya d parametrelerinin uygun bir aralığı boyunca, MATLAB kullanılarak, SOSS ya da fGn süreç için (3.7), FARIMA (0, d , 0) süreç için ise (3.18) eşitliği ile verilen normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahip yapay veriler üretilerek elde edilmektedir. Yapılan çalışmada karar kriteri “ kk ” ile gösterilecektir. Eniyileme yöntemi ile karar kriterleri kullanılarak bir sürecin normalize öz-ilişki fonksiyonu bilinen bir model ile modellenip modellenemeyeceğine karar verilebilmektedir. Bu sebeple, bir sürecin eniyileme yöntemi ile belirli bir model ile modellenip modellenemeyeceği kararına varabilmek için öncelikle karar kriteri belirlenmelidir. SOSS ya da fGn model için ve FARIMA (0, d , 0) model için karar kriterlerinin belirlenmesi aşağıdaki Bölüm (3.2.1) ve Bölüm (3.2.2)’de anlatılmaktadır.

3.2.1 SOSS ya da fGn Model Karar Kriterinin Belirlenmesi

SOSS ve fGn modeller aynı normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahip olduklarından bu iki model için eniyileme yöntemi ile elde edilecek karar kriterleri aynı olacaktır. Genel olarak, N uzunluğuna sahip bir süreç göz önüne alınırsa, SOSS ya da fGn model karar kriteri bulunurken aşağıdaki işlemler sırasıyla yapılmaktadır [16]:

- Modelin sahip olduğu uzun-dönemli bağımlılık parametresi olan H öz-benzeşim parametresi kullanılarak, her bir $H = 0.01, 0.02, \dots, 0.99$ parametre değeri için, (3.7) eşitliği ile verilen normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahip N uzunluğunda 1000’er adet (ya da yeterli hafıza koşullarında daha fazla) yapay veri MATLAB kullanılarak üretilir.
- Her bir H değeri için [16]’da önerildiği gibi, üretilen veriler kullanılarak bulunan hata fonksiyonu değerlerinden biri, aynı H parametresi için elde edilen tüm hata fonksiyonu değerlerinin %95’inden büyük olacak şekilde seçilir.
- Bir önceki işlem, tüm H parametreleri için tekrarlanarak hata fonksiyonu değeri (HFD) ve H öz-benzeşim parametresi şekli elde edilir. Elde edilen şekilde, tüm H aralığı göz önüne alınarak şeklin maksimum noktası karar kriteri değeri olarak belirlenir.

Yukarıdaki işlemler yapılırken, hata fonksiyonu ifadesinde yer alan K değeri [16]’da Kettani tarafından, $N = 663, 1000$ ve 4000 uzunluklu veriler için 50 olarak seçilmiştir. Seçilen bu K değerleri veri boyunun bir yüzdesi olarak düşünülürse, veri boyunun yaklaşık olarak %1.25, %5 ve %7.5 olarak seçildiği görülmektedir. Bu çalışmada K değeri, Kettani’nin seçmiş olduğu yüzdelik değer aralığı göz önüne

alınarak ve Bölüm 3.2.3'te gerçek veriler kullanılarak modelleme kararı için uygunluğu gösterilen veri boyunun %5'i olarak seçilmektedir.

Normalize öz-ilişki fonksiyonu bilinen herhangi bir süreç için MATLAB'de "toeplitz" ve "mvnrnd" komutları kullanılarak kolaylıkla yapay veri üretilebilmektedir. SOSS (ya da fGn) model için karar kriterinin bulunabilmesi amacıyla gerek duyulan N uzunluklu yapay veriler aşağıda işlemler sırasıyla yapılarak elde edilebilmektedir [16]:

- "p" sürecin belli bir H parametre değerine sahip $N-1$ uzunluğundaki normalize öz-ilişki fonksiyon vektörü olmak üzere, " $R = \text{toeplitz}([1 \ p])$ " komutu kullanılarak, R simetrik Toeplitz matrisi elde edilir. Bu R matrisi, ilk satırı $[1 \ p]$ vektörü olan ve $[1 \ p]$ vektörlerinden oluşturulan $N \times N$ boyutlu bir normalize öz-ilişki matrisidir.
- Elde edilen R matrisi kullanılarak, " $X = \text{mvnrnd}(\text{zeros}(1,N),R,L)$ " MATLAB komutu ile $N \times L$ boyutlu bir X matrisi elde edilir.
- X matrisinin her bir satırı, sıfır ortalamalı ve normal dağılımlı SOSS ya da ilişkili olarak fGn verisidir.

3.2.2 FARIMA (0, d , 0) Model Karar Kriterinin Belirlenmesi

N uzunluğuna sahip bir süreç göz önüne alınırsa, FARIMA (0, d , 0) model karar kriteri, Bölüm 3.2.1'de anlatılan işlemlere benzer şekilde aşağıdaki işlemler sırasıyla uygulanarak elde edilebilmektedir:

- Öncelikle, FARIMA (0, d , 0) modelin sahip olduğu uzun-dönemli bağımlılık parametresi olan her bir d kesirli fark parametresi kullanılarak, her bir $d = -0.49, -0.48, \dots, 0.49$ kesirli fark parametre değeri için, (3.18) eşitliği ile verilmiş olan normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahip N uzunluğunda 1000'er adet (ya da yeterli hafıza koşullarında daha fazla sayıda) yapay veri MATLAB kullanılarak üretilir.
- Daha sonra, her bir d değeri için [16]'da önerildiği gibi, üretilen veriler kullanılarak bulunan hata fonksiyonu değerlerinden biri, aynı d parametresi için elde edilen tüm hata fonksiyonu değerlerinin %95'inden büyük olacak şekilde seçilir.

- Son olarak, bir önceki işlem, tüm d parametreleri için tekrarlanarak hata fonksiyonu değeri (HFD) ve d fark parametresi şekli elde edilir. Elde edilen şekilde, tüm d aralığı göz önüne alınarak şeklin maksimum noktası karar kriteri değeri olarak kabul edilir.

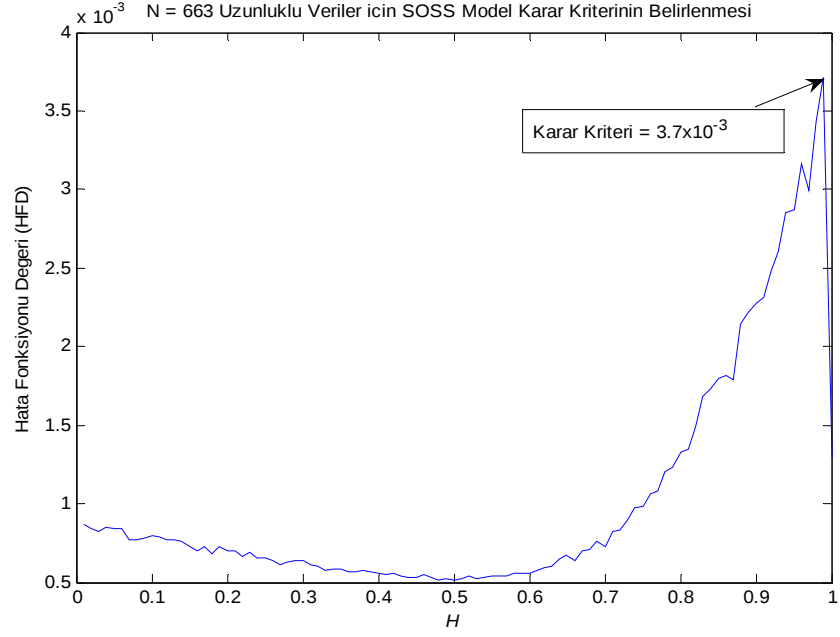
Hata fonksiyonu ifadesinde yer alan K değeri ise Bölüm 3.2.1’de anlatıldığı gibi, veri boyunun %5’i olarak seçilmektedir. Ayrıca FARIMA (0, d , 0) model için karar kriterinin bulunabilmesi amacıyla gerek duyulan yapay veri, Bölüm 3.2.1’deki şekilde MATLAB kullanılarak üretilmektedir.

3.2.3 Eniyileme Yöntemi ile Modelleme Kararının Sınanması

Bu kısımda, eniyileme yöntemi ile modelleme kararının doğru olarak verilip verilemediği sınanmaktadır. Bu amaçla, SOSS süreç olduğu bilinen $N = 663$ uzunluklu Nil nehri gerçek verisi ile SOSS süreç olmadığı bilinen $N = 1000$ uzunluklu değişken bit hızı (VBR) gerçek verisi kullanılmaktadır [16]. Ayrıca, bu kısımda hata fonksiyonu ifadesinde yer alan K değeri, veri boyunun yaklaşık %5’i seçilerek, bu seçimin uygunluğu da sınanmış olacaktır.

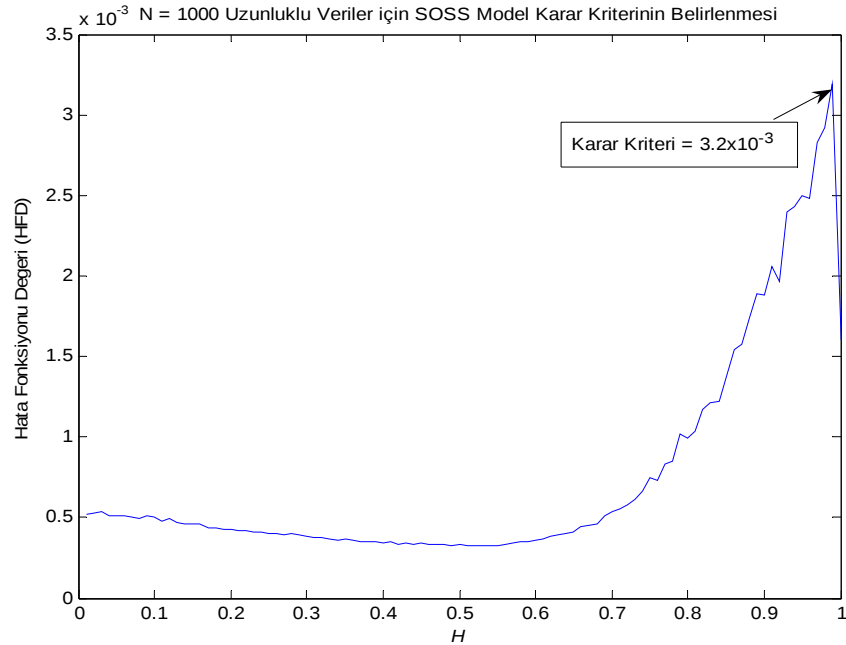
Modelleme kararının sınanması amacıyla her iki gerçek veri için de, önce, kk karar kriterleri belirlenecektir. Daha sonra ise (3.19) eşitliği kullanılarak hata fonksiyonu değeri (HFD) ve H parametresi şekli elde edilecektir. Bu şeklin minimum noktasına karşı gelen HFD eksen değeri minimum HFD (min. HFD), H parametresi eksen değeri ise kestirilen $\hat{H}$ parametresi olacaktır. Şu an için, modelleme testi yapıldığından, kestirilen parametre değeri ile ilgilenilmeyecektir. Bulunan kk ve min. HFD arasında $\text{min. HFD} < kk$ şeklinde bir ilişki sağlanıyor ise, sürecin SOSS model ile modellenebileceği başka bir deyiş ile SOSS süreç olduğu sonucuna varılacaktır. Aksi takdirde sürecin bir SOSS süreç olmadığı sonucuna varılacaktır.

Aşağıdaki Şekil 3.1’de $N = 663$ uzunluklu Nil nehri verisi için karar kriterinin belirlenmesi amacıyla bu veri ile eşit uzunlukta yapay SOSS süreçleri kullanılarak elde edilen HFD ve H parametresi şekli yer almaktadır. Bu şekilde yer alan, tüm olası H parametresi aralığı düşünülerek, SOSS model karar kriteri $kk = 3.7 \times 10^{-3}$ olarak belirlenmektedir.



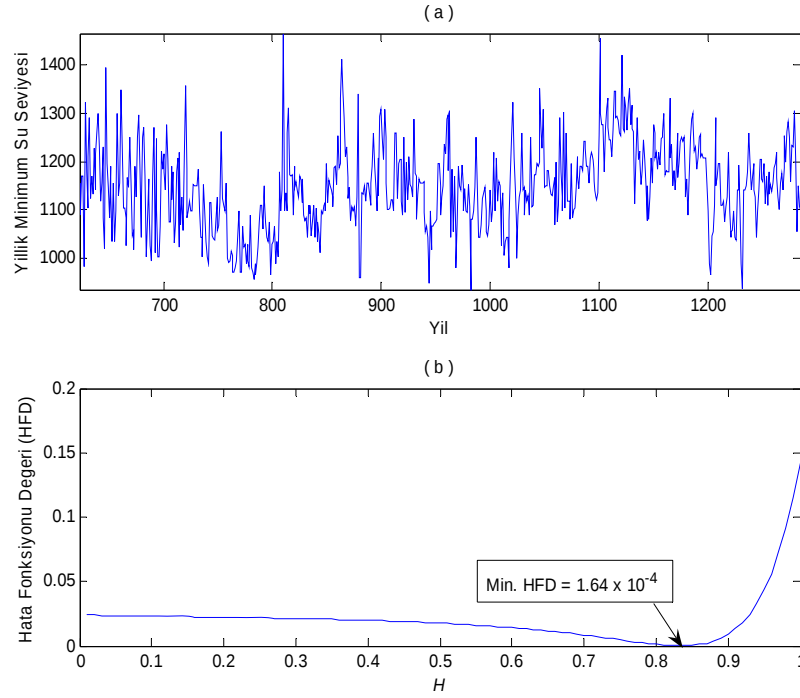
Şekil 3.1: N = 663 uzunluklu veriler için SOSS model karar kriterinin belirlenmesi

Şekil 3.2’de ise N = 1000 uzunluklu VBR verisi için karar kriterinin belirlenmesi amacıyla, bu veriye eşit uzunlukta yapay SOSS süreçleri kullanılarak elde edilen HFD ve H parametresi şekli yer almaktadır. Yukarıda anlatılanlara benzer olarak, bu şekilde yer alan, tüm olası H parametresi aralığı düşünülerek, SOSS model karar kriteri $kk = 3.2 \times 10^{-3}$ olarak belirlenir.



Şekil 3.2: N = 1000 uzunluklu veriler için SOSS model karar kriterinin belirlenmesi

Karar kriterleri belirlendikten sonra, minimum hata fonksiyonu değeri bulunmalıdır. Şekil 3.3(a)'da Mısır Kahire yakınlarında 622 – 1281 yılları arasında Roda ölçeğiyle ölçülmüş yıllık minimum Nil nehri su seviyesi şekli yer almaktadır. Şekil 3.3(b)'de ise bu Nil nehri verisi kullanılarak SOSS model HFD ve H parametresi şekli yer almaktadır.

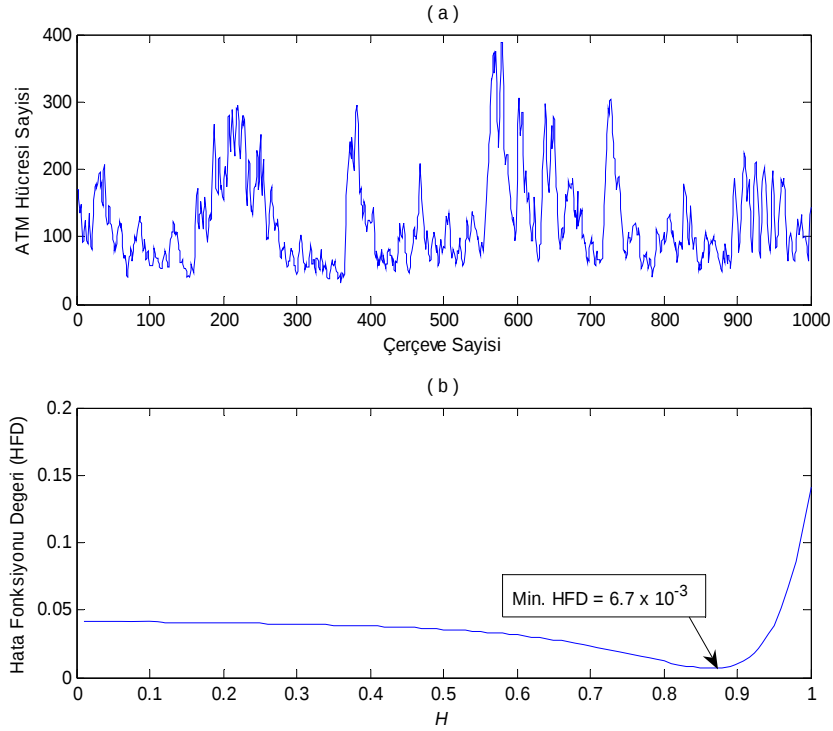


Şekil 3.3: (a) Mısır-Kahire yakınlarında Roda ölçeğiyle ölçülmüş yıllık minimum Nil nehri su seviyesi verisi (b) Bu veriden elde edilen HFD ve H parametresi şekli

Şekil 3.3(b)'de yer alan HFD ve H parametresi şeklinin minimum noktası olan 1.64×10^{-4} değeri $N = 663$ uzunluklu veriler için SOSS model karar kriteri olan 3.7×10^{-3} değerinden küçüktür. Yani $\min. HFD < kk$ eşitliği sağlanmaktadır. Bundan dolayı bu verinin SOSS model ile modellenebileceği başka bir deyiş ile SOSS süreç olduğu sonucuna varılmaktadır. Varılan sonuç, bilinen bir gerçeği desteklemektedir. Yani, eniyileme yöntemi modelleme kararını doğru bir şekilde vermiştir.

Bir başka örnek olarak, Şekil 3.4(a)'da, bir video görüntüsü için çerçeve başına kodlanmış bilgi miktarı şekli gösterilmektedir. Bu video görüntüsü, bir masada oturan üç kişi arasında geçen konuşmadan oluşmaktadır. Arka planda değişim yoktur ve kamera sabit durmaktadır. Burada kullanılan kod “değişken bit hızı (Variable Bit Rate, VBR)” olarak adlandırılmaktadır. Bu VBR verisi, 1991 yılında Almanya Münih'teki Siemens firmasında çalışan mühendisler tarafından toplanmıştır. Bu VBR

verisi $N = 1000$ uzunluğundadır. Şekil 3.4(b)'de ise bu VBR verisi kullanılarak elde edilmiş olan SOSS model HFD ve H parametresi şekli yer almaktadır.



Şekil 3.4: (a) VBR verisi: Çerçeve başına ATM hücresi sayısı (b) Bu veriden elde edilen HFD ve H parametresi şekli

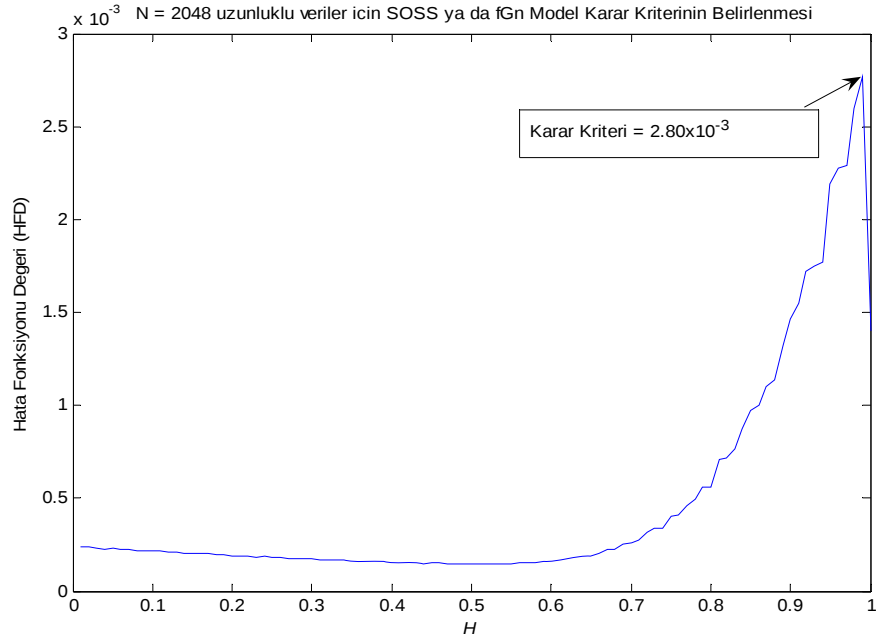
Şekil 3.4(b)'de yer alan şeklin minimum noktasına bakılarak min. HFD 6.7×10^{-3} olarak elde edilir. Bu değer, $N = 1000$ uzunluklu veriler için SOSS model karar kriteri olan 3.2×10^{-3} değerinden büyük olduğundan, VBR verisinin SOSS model ile modellenemeyeceği ya da başka bir deyişle VBR verisinin SOSS süreç olmadığı sonucuna varılmaktadır. Bu sonuç da bilinen bir gerçeği desteklemektedir. Görüldüğü gibi eniyileme yöntemi modelleme kararını yine doğru olarak vermiştir.

Böylece kullanılan gerçek verilerle, eniyileme yönteminin modelleme kararını doğru verebilmesinin yanında modelleme kararında K değerinin veri boyunun yaklaşık olarak %5'i kadar seçilmesinin de uygun olduğu gösterilmiştir.

3.2.4 $N = 2048$ Uzunluklu Veriler için Karar Kriterleri

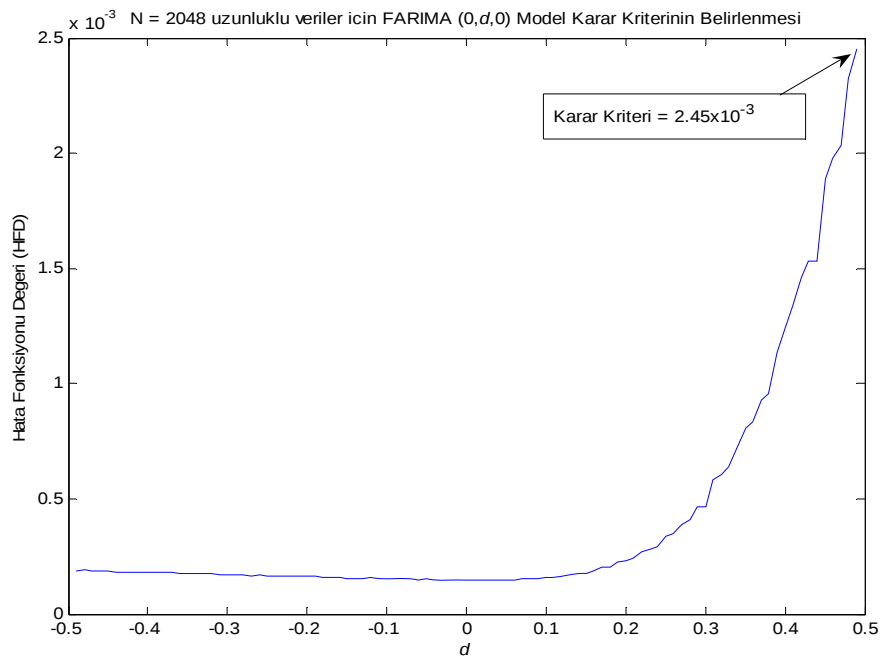
Çalışma boyunca 2048 uzunluklu veriler kullanılacağından, burada 2048 uzunluklu veriler için karar kriterleri belirlenmektedir. Bu karar kriterleri Bölüm 5.2'de analiz edilecek olan 2048 uzunluklu günlük endeks getiri ve mutlak getiri serilerinin SOSS

(ya da fGn) ve FARIMA $(0, d, 0)$ modeller ile modellenip modellenemeyeceğinin sınanmasında kullanılacaktır. Aşağıdaki Şekil 3.5'te SOSS (ya da fGn) model karar kriterinin elde edilmesi amacıyla HFD ve H parametresi şekli yer almaktadır.



Şekil 3.5: N = 2048 uzunluklu veriler için SOSS ve fGn model karar kriteri

Şekil 3.6'da ise FARIMA $(0, d, 0)$ model karar kriterinin elde edilmesi amacıyla HFD ve d parametresi şekli yer almaktadır.



Şekil 3.6: N = 2048 uzunluklu veriler için FARIMA $(0, d, 0)$ model karar kriteri

Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'dan, $N = 2048$ uzunluklu veriler için karar kriterleri, SOSS ya da ilişkili olarak fGn model durumunda 2.80×10^{-3} , FARIMA $(0, d, 0)$ model durumunda ise 2.45×10^{-3} olarak belirlenmiştir.

4. UZUN-DÖNEMLİ BAĞIMLILIK PARAMETRESİ KESTİRİM YÖNTEMLERİ

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği, H Hurst öz-benzeşim parametresi, ya da ilişkili olarak d kesirli fark parametresi olmak üzere tek bir parametre değeri ile belirlenebildiği için bu parametrelerin doğru bir şekilde kestirilmeleri çok önemlidir. Ne yazık ki bu parametrelerin kesin olarak elde edilebilmeleri mümkün değildir. Bu sebeple parametreler kestirilirken elde edilecek sonuçların parametre kestirim yöntemine olan bağımlılığının azaltılması amacı ile tek bir kestirim yöntemi yerine birden fazla kestirim yönteminin kullanılması yerinde bir yaklaşım olacaktır. Literatürde bir çok parametre kestirim yöntemi bulunmakla beraber burada dört farklı parametre kestirim yöntemi kullanılmaktadır. Kullanılan yöntemler aşağıda sırasıyla özetlenmektedir.

4.1 Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem

Uzun-dönemli bağımlılık parametresi olan H öz-benzeşim parametresi kestiriminde “Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem (DDTY)” etkin bir yöntemdir [17,22]. Burada, DDTY’nin kullanmış olduğu dalgacık dönüşümü kısaca anlatılarak bu dönüşüm yardımıyla H parametresi kestiriminin nasıl yapılacağı verilmektedir.

4.1.1 Dalgacık Dönüşümü

Dalgacık dönüşümünün en önemli özelliği durağanlık gerektirmeme özelliğidir. Dolayısıyla öteleme ile istatistiksel özellikleri değişen $1/f$ süreçlerin analizinde etkin olarak kullanılabilen bir dönüşüm yöntemidir. Dalgacık dönüşümünde, değişken zaman-frekans çözünürlüğü anlamına gelen “Çoklu-Çözünürlük Analizi (ÇÇA)” kullanılmaktadır. Bu dönüşümde ÇÇA, pencereleme amacıyla kullanılan dalgacık tabanlarının ötelenip ölçeklenerek her bir izgesel bileşen için değiştirilmesi ile gerçekleştirilmektedir [17].

Herhangi bir sinyalin dalgacık dönüşümü, sinyalin pencerelenmesi amacıyla kullanılan dalgacık tabanlarının ötelenip ölçeklenmesi ile elde edilmektedir.

Ayrık-zamanlı bir $x(k)$ sinyali göz önüne alınırsa, sinyalin dalgacık dönüşü aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilmektedir:

$$x_n^m = \sum_k x(k) \psi_n^m(k) \quad (4.1)$$

Burada, m ölçekleme ve n öteleme indisleridir $\psi_n^m(k)$, $\psi(k)$ ana dalgacık tabanının normalize edilerek ötelenip ölçeklenmesiyle elde edilen dalgacık tabanıdır. Yukarıdaki eşitlik sonucu elde edilen x_n^m 'ler “dalgacık katsayıları” olarak adlandırılmaktadırlar. Ayrık sinyal için yapılmış olan bu dalgacık dönüşümüne “Ayrık Dalgacık Dönüşümü (ADD)” denilmektedir. ADD’de dalgacık tabanı olarak aşağıdaki şekilde tanımlanan “ikici (diadic) birimdik dalgacık tabanı” yaygın olarak kullanılmaktadır:

$$\psi_n^m(k) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^m k - n) \quad (4.2)$$

Eğer dalgacık tabanı olarak ikici (diadic) birimdik dalgacık tabanı kullanılır ise (4.1) eşitliği ile verilen dalgacık katsayıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir [17,31]:

$$x_n^m = 2^{-\frac{m}{2}} \sum_k x(k) \psi(2^m k - n) \quad (4.3)$$

Ayrık-zamanlı $x(k)$ sinyali ötelenmiş ve ölçeklenmiş dalgacık tabanlarının ağırlıklandırılmış toplamları şeklinde oluşturulabilmektedir:

$$x(k) = \sum_m \sum_n x_n^m \psi_n^m(k) \quad (4.4)$$

ADD’de sinyalin farklı frekans bantlarında farklı çözünürlükleri ile analiz edilebilmesi amacıyla kullanılan birimdik dalgacık tabanları, farklı kesim frekanslarına sahip alçak ve yüksek geçiren süzgeçler ile ifade edilmektedir. Sinyalin yüksek frekans bölgelerini analiz edebilmek için sinyal yüksek geçiren süzgeçler (YGS) dizisinden geçirilir ve “detaylı (x_n^m)” dalgacık katsayıları bulunur. Benzer şekilde alçak frekans bölgelerini analiz edebilmek için ise sinyal alçak geçiren süzgeçler (AGS) dizisinden geçirilir ve “yaklaşık (a_n^m)” dalgacık katsayıları bulunur. ADD’de sinyal ilk olarak yarım bant alçak geçiren süzgeçten geçirilir (Ayrık

sinyaller için örnekleme frekansı $f_s=2\pi$ radyan ve bundan dolayı Nyquist örnekleme teoremine göre sinyalin barındırabileceği en yüksek frekans bileşeni π raydandır. Süzgecin kesim frekansı en yüksek frekansın yarısı kadar olacak şekilde seçilir). Bu işlem ile, en yüksek frekansın yarısından yukarı olan tüm frekans bileşenleri yok edilmiş olacaktır. AGS'den geçen sinyal daha sonra 2 ile alt örneklenerek (sinyalin her iki örneğinden biri atılarak) örnek sayısı yarıya düşürülür. Aynı işlemler YGS'ler içinde de tekrarlanır. Bu işlemler sonucu elde edilen $a_n^{M+1} x(n)$ 'e eşittir (M mevcut ölçek sayısı, $M = \log_2 N$). Ayrıca elde edilen, x_n^M M . ölçek, x_n^{M-1} ($M-1$). ölçek, x_n^{M-2} ($M-2$). ölçek, $\dots$, x_n^1 (1). ölçek, dalgacık katsayılarını göstermektedir. Alt örnekleme nedeniyle, N uzunluklu bir veri için (M). yani son ölçek $N / 2$, ($M-1$). ölçek $N / 4$ ve ($M-k$). ölçek $N / 2^{k+1}$ olmak üzere ilk ölçeğe doğru gidildikçe ölçeklerdeki dalgacık katsayısı miktarı 2 ile üstel olarak azalmaktadır [17].

4.1.2 Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem ile Uzun-Dönemli Bağımlılık Parametresi Kestirimi

Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem (DDTY), $1/f$ süreçlerin γ izgesel parametresi kestiriminde kullanılan en doğru ve en güvenilir yöntemlerden biridir [17]. Bu yöntemde, önce γ izgesel parametresi kestirilir. Sonra ise kullanılan modele bağlı olarak γ ve H parametresi arasındaki ilişkiden H parametresi elde edilmektedir [17,22]. Bundan dolayı, $1/f$ özellik gösterdiği bilinen [22] borsa endeksi verilerinin uzun-dönemli bağımlılık analizi çalışmalarında H uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim yöntemi olarak DDTY kullanılabilir.

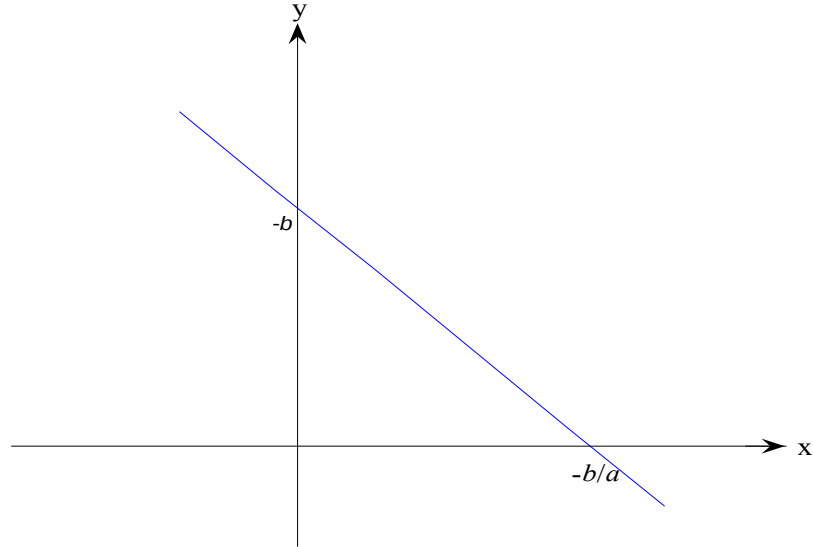
$1/f$ süreçler için, dalgacık dönüşümüyle elde edilen x_n^m dalgacık katsayıları aynı ölçek boyunca ve ölçekler arasında ilişkisiz, sıfır ortalamalı, normal dağılımlı rasgele değişkenlerdir [17,32]. Dalgacık katsayıları elde edilirken çeşitli dalgacık tabanları kullanılabilir. Bu çalışma boyunca, $1/f$ süreçlerin fraktallı yapısında uygun olması nedeniyle ikici, birimdik dalgacık tabanı olan 5. dereceden Daubechies dalgacığı kullanılmaktadır. $1/f$ süreçlerin x_n^m dalgacık katsayılarının değışintileri (4.5) eşitliği ile verilen şekildedir [17,32]:

$$var\{x_n^m\} = \sigma^2 2^{-\gamma m} \quad (4.5)$$

Burada x_n^m dalgacık katsayıları, σ^2 sabit bir sayı, m dalgacık katsayısı hesaplanırken kullanılan ölçek, $var\{\}$ değişinti operatörü ve γ izgesel parametredir. (4.5)'deki eşitlikten, x_n^m dalgacık katsayılarının değişintilerinin logaritmik düzlemde bir doğru üzerinde sıralandığı görülmektedir. Yani, $1/f$ süreçlerin sağlamış olduğu güç yasası ilişkisi dalgacık katsayılarının değişinti gelişimlerinde görülmektedir [17,32]. Şöyle ki; (4.5)'deki eşitliğin her iki tarafının 2 tabanında logaritması alınırsa aşağıdaki eşitlik ile verilen bir doğru denklemi elde edilmektedir:

$$\log_2(var\{x_n^m\}) = \log_2(\sigma^2 2^{-m\gamma}) = 2\log_2(\sigma^2) - \gamma m \quad (4.6)$$

Burada, $y = \log_2(var\{x_n^m\})$, $x = m$, $a = -\gamma$ ve $b = 2\log_2(\sigma^2)$ olarak kabul edilirse, “ $y = ax+b$ ” şeklinde bir doğru denklemi elde edilebileceği görülmektedir. Böyle bir doğru, eksenleri y ve x olan iki boyutlu bir şekilde çizdirilirse, bu doğrunun eğimi a olacaktır. Aşağıdaki Şekil 4.1’de negatif a ve pozitif b değerleri göz önüne alınarak $y = ax+b$ doğrusunun şekli yer almaktadır.



Şekil 4.1: $y = ax+b$ şeklinde bir doğru şekli

Eşitlik (4.6)'da yer alan doğru denklemi, eksenleri $\log_2(var\{x_n^m\})$ ve m olan iki boyutlu bir şekil ile çizdirilirse, şekilde belli bir eğim boyunca sıralanmış değerler (dalgacık katsayıları varyansları) görülecektir. Bu değerlere “En Küçük Kareler (least squares)” yöntemi ile bir doğru oturtularak bu doğrunun eğimi bulunur ise, bu

eğim $-\gamma$ değerini verecektir. Bu değer ters işaretlisi alınarak γ izgesel parametresi kestirilir. Kestirilen bu γ izgesel parametresi kullanılarak H parametresi elde edilebilmektedir. Örneğin, süreç fGn ile modellenirse, H parametresi, $\gamma = 2H - 1$ eşitliği kullanılarak elde edilir.

Bu çalışmada yapılan uzun-dönemli bağımlılık analizlerinde H parametresi kestirimi amacıyla kullanılacak olan DDTY’de ilk ölçeklerdeki dalgacık katsayılarının az olması nedeniyle dalgacık katsayıları 4. ölçekten itibaren göz önüne alınacaktır.

4.2 Periyodogram Tabanlı Yöntem

Periyodogram Tabanlı Yöntem (PTY), $1/f$ süreçlerin γ izgesel parametresi kestiriminde yaygın olarak kullanılan bir diğer yöntemdir. DDTY gibi bu yöntem de borsa endeksi verisinin uzun-dönemli bağımlılık analizi çalışmasında kullanılabilir. PTY’de, DDTY’de olduğu gibi, önce izgesel parametre kestirilir, daha sonra ise bu kestirilen izgesel parametre kullanılarak H uzun-dönemli bağımlılık parametresi elde edilir. İzgesel parametrenin kestirilmesi amacıyla sinyalin güç izgesi, temel izgesel kestirim yöntemlerinden biri olan periyodogram yöntemi kullanılarak eşitlik (4.7) ile elde edilebilir [33]:

$$S(f) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{n=1}^N x[n] e^{j2\pi f n} \right|^2 \quad (4.7)$$

Burada, $S(f)$ sinyalin güç izgesi, f frekans bileşeni, N veri uzunluğu ve $x[n]$ ise izgesel parametresi kestirilmek istenen veridir (sinyaldir).

$1/f$ süreçlerde gözlenen güç yasası ilişkisi burada sinyalden kestirilen güç izge yoğunluğunda gözlenmektedir. Eğer incelenen sinyal $1/f$ süreci ise, bu sinyalin $S(f)$ güç izge yoğunluğu aşağıdaki güç yasası ilişkisini sağlayacaktır:

$$S(f) \sim \sigma_s^2 |f|^{-\gamma} \quad (4.8)$$

Burada, $S(f)$ güç izge yoğunluğu, f frekans, σ_s^2 sabit gerçel bir sayı ve γ izgesel parametre’dir. (4.8)’deki eşitliğin her iki tarafının 10 tabanında logaritması alınır ise:

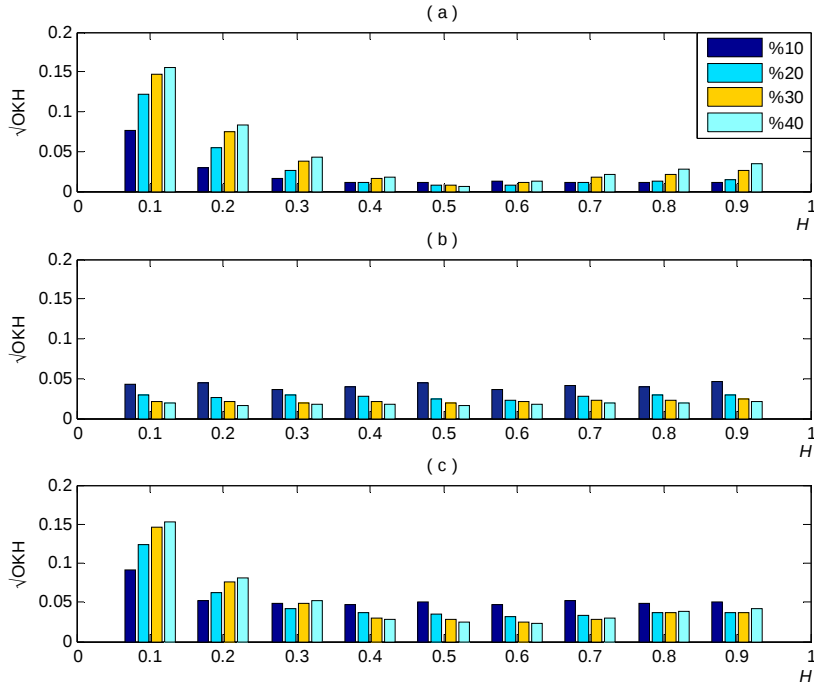
$$\begin{aligned} \log_{10}(S(f)) &= \log_{10}(\sigma_s^2 |f|^{-\gamma}) = \log_{10}(\sigma_s^2) + \log_{10}(|f|^{-\gamma}) \\ &= \log_{10}(\sigma_s^2) - \gamma \log_{10}(|f|) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Burada verilen (4.9) eşitliği, $y = \log_{10}(S(f))$, $x = \log_{10}(|f|)$, $a = -\gamma$ ve $b = \log_{10}(\sigma_s^2)$ olmak üzere “ $y = ax+b$ ” şeklinde bir doğru denklemdir. Bu doğru denklemi Bölüm 4.1.2’dekine benzer olarak, eksenleri $\log_{10}(S(f))$ ve $\log_{10}(|f|)$ olan iki boyutlu bir şekil ile çizdirilirse, şekilde belli bir eğim boyunca sıralanmış değerler (10 tabanında logaritması alınmış güç izgesi değerleri) elde edilecektir. Elde edilen değerlere DDTY’de olduğu gibi “En Küçük Kareler (least squares)” yöntemi ile bir doğru oturtularak bu doğrunun eğimi bulunur ise $-\gamma$ değeri bulunacaktır. Bulunan eğim değerinin ters işaretlisi olarak γ izgesel parametre değeri kestirilir. İzgesel parametre kestirildikten sonra, sürecin modelleneceği modele uygun olarak, H parametresi elde edilebilir. Örneğin, süreç fGn ile modellenirse, $\gamma = 2H - 1$ ilişkisi kullanılarak H parametresi kestirilebilir.

Herhangi bir sinyal için, sinyalin düşük frekans bölgeleri uzun-dönemli trendleri göstermektedir. Bu çalışmada uzun-dönemli bağımlılık analizi yapıldığı için, periyodogram yönteminde orijine yakın bölgelerinin seçilmesi yerinde bir yaklaşım olacaktır. Orijine yakınlığın miktarı konusunda ise [33]’te doğru oturtulurken, orijine yakın noktalardan, gerçek veri boyunun %10’u kadarının alınması önerilmiştir. Büyük veri boyları için %10’luk değer kestirimde iyi sonuçlar alınmasını sağlamaktadır. Ancak, bu çalışmada yapılan uzun-dönemli bağımlılık analizi çalışmasında 2048 uzunluklu veriler kullanıldığından veri boyunun %10’luk miktarı iyi sonuçlar almak için yeterli gelmeyebilir. Bundan dolayı, $N = 2048$ uzunluklu veriler için %10’luk değer yerine almamız gereken değeri belirlemek amacıyla, önce $H = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ için “Periyodogram Tabanlı Üretim (Fourier Based Spectral Generation)”, “Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Üretim (Wavelet Based Generation)” ve “Kesin Sentez ile Üretim (Circulant Embedding Method)” olmak üzere 3 farklı veri üretim yöntemi kullanılarak 100’er adet yapay fGn verisi üretilmiştir. Daha sonra ise üretilen yapay veriler için veri boyunun %10, %20, %30 ve %40’lık kısımları kullanılarak PTY ile H parametreleri kestirilmiştir. Kestirimlerin doğruluğunun bir ölçütü olarak, her bir H parametresi için ortalama karesel hata (OKH) değerlerinin kare kökleri (4.10) eşitliği ile hesaplanıp sonuçlar Şekil 4.2’de verilmiştir.

$$\sqrt{\text{OKH}} = \sqrt{\frac{1}{L_d} \sum_{i=1}^{L_d} (H - \hat{H}_i)^2} \quad (4.10)$$

Burada, L_d aynı H parametresine sahip aynı yöntem ile üretilmiş yapay veri sayısı (100), $\hat{H}_i$ i . veri için kestirilen H parametresidir.



Şekil 4.2: (a) Periyodogram tabanlı üretim (b) Dalgacık dönüşümü tabanlı üretim ve (c) Kesin sentez ile üretim

Uzun-dönemli bağımlılık özelliği incelemesinde $H = 0.5$ değeri kritik değer olması nedeniyle uzun-dönemli bağımlılık analizinde kullanılan parametre kestirim yönteminin özellikle 0.5 civarındaki H parametresinin doğru kestirebilmesi önemlidir. Şekil 4.2'ye bakılacak olursa her üç yöntem ile üretilen $H = 0.5$ parametre değerine sahip yapay veriler için de PTY ile yapılan kestirim hataları veri boyunun %10'u kullanıldığında en fazladır. Yani %10'luk değer en kötü kestirim sonucunu vermektedir. En iyi kestirim sonucu ise %40'da olmak üzere, %10'dan %40'a doğru gidildikçe kestirim sonuçları $H = 0.5$ için daha iyi olmaktadır. Ancak periyodogram tabanlı üretim için H 'ın 0.5'e eşit olmadığı durumlarda en kötü sonuç %40'da olmak üzere, %10'dan %40'a doğru gidildikçe kestirim sonuçları kötüleşmektedir. Dalgacık dönüşümü tabanlı üretim yönteminde ise en iyi sonuç %40'da olmak üzere tüm H parametreleri için %10'luk değerden %40'luk değere doğru gidildikçe kestirim sonuçları iyileşmektedir. Kesin sentez ile üretim (Circulant Embedding Method) durumunda ise H parametresi 0.1 ve 0.2 olduğu zaman %40'luk değerden %10'luk

değere doğru gidildikçe kestirim sonuçları iyileşirken, H parametresi 0.4, 0.5, 0.6 ve 0.7 olduğu zaman %10'luk değerden %40'luk değere doğru gidildikçe kestirim sonuçlarının iyileşmektedir. H parametresi 0.3 iken tüm durumlarda kestirim sonuçları yakındır. Son olarak H parametresi 0.8 ve 0.9 iken %10'luk değerde en kötü kestirimler yapılırken %20, 30 ve 40'luk değerlerde yaklaşık aynı kestirimler yapılmaktadır.

Şekil 4.2'de tüm yöntemler ile üretilen yapay veriler için yapılan kestirim hataları, tüm H parametresi aralığı ve özellikle H parametresi 0.5 civarında iken bir arada göz önünde bulundurulursa, %30'luk değer seçilmesinin uygun olacağı görülmektedir. PTY kullanımında bu çalışma boyunca %30'luk değer alınacaktır.

Kullanılan yapay fGn verisi üretim yöntemlerinden periyodogram tabanlı üretim yöntemi, fGn verisinin (4.8) eşitliği ile verilen izgesel özelliklerini kullanır. İlk olarak izge, $\gamma = 2H-1$ olmak üzere H 'a göre oluşturulur. Sonra ise ters Fourier dönüşümü ile öz-benzeşimli (örneğin, fGn) süreç elde edilir [34]. Dalgacık dönüşümü tabanlı üretim yönteminde ise önce H (ya da γ) parametresine göre eşitlik (4.5)'deki gibi dalgacık katsayılarının değışintileri hesaplanır. Sonra ise hesaplanan değışintilere sahip olan sıfır ortalamalı normal dağılımlı rasgele gürültüler (mesela beyaz gürültü) elde edilir. Elde edilen gürültüler, yapay öz-benzeşimli (örneğin, fGn) süreç üretmek için ters dalgacık dönüşümünde dalgacık katsayıları olarak kullanılırlar [35]. Son olarak kesin sentez ile üretim yönteminde ise, üretilmek istenen sürecin $N \times N$ boyutlu C öz-ortak değışinti matrisinden elde edilen $2M \times 2M$ ($M \geq N-1$) boyutlu S matrisi (circulant matrix) ayrıştırılarak veri üretilmektedir. Bu amaç ile, önce C matrisi, üretilmek istenen sürecin H parametresine uygun olarak hesaplanmaktadır. Sonra ise bu C matrisi kullanılarak S matrisi elde edilmekte ve $S = FDF^H$ şeklinde ayrıştırılmaktadır. F matrisi, $F_{pq} = \{1 \setminus 2M \times \exp(-2\pi i pq / 2M)\}$ ile oluşturulmaktadır. F^H ise F matrisinin eşlenik transpoz (conjugate transpose)'dur. D matrisi ise köşegeni S matrisinin ilk satır ya da sütun vektörünün bir boyutlu Fourier dönüşümünden elde edilen bir vektör olan bir köşegen matrisidir. Öz-benzeşimli süreç, x bağımsız normal özdeş dağılımlı bir kompleks vektör olmak üzere $y = FD^{1/2}x$ ifadesinin gerçel ya da sanal kısmından elde edilebilir [36,37].

4.3 İkinci-Derece Öz-Benzeşimli Süreçler için Kettani-Gubner Yöntemi

İkinci-derece öz-benzeşimli (Second-Order Self-Similar, SOSS) süreçler için Kettani-Gubner yöntemi (KG-SOSS), SOSS modellerin sahip oldukları normalize öz-ilişki fonksiyonunu kullanarak H uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirimi yapmaktadır [16,25,26].

Bir SOSS model için normalize öz-ilişki fonksiyonu aşağıdaki eşitlik ile verilmişti:

$$R(k) = \left(\frac{1}{2}\right) \left(|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H} \right) \quad (4.11)$$

(4.11) eşitliğinde, $k = 1$ için:

$$R(1) = 2^{2H-1} - 1 \quad (4.12)$$

Eğer bir süreç, SOSS süreci olarak modellenenirse, süreçten kestirilecek normalize öz-ilişki fonksiyonu ile SOSS modele ait normalize öz-ilişki fonksiyonu değerleri birbirlerine yakın olacaktır. Örneğin, $k = 1$ için, $\hat{R}_n(k)$, süreçten kestirilen normalize öz-ilişki fonksiyonu olmak üzere, $R(1) \approx \hat{R}_n(1)$ yazılabilir. Yani, (4.12) eşitliğinde $R(1)$ yerine $\hat{R}_n(1)$ yazılabilir. Bu durumda ise, (4.12) eşitliğindeki H parametresi $\hat{H}$ olacaktır:

$$\hat{R}_n(1) = 2^{2\hat{H}-1} - 1 \quad (4.13)$$

(4.13) eşitliğinden faydalanılarak, H parametresi aşağıdaki eşitlik kullanılarak kestirilebilir:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \left[1 + \log_2 (1 + \hat{R}_n(1)) \right] \quad (4.14)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ gözlenmiş verileri durumunda (4.14) eşitliğinde yer alan sürece ait normalize öz-ilişki fonksiyonunun kestirimi için öncelikle süreçten örnek ortalama (sample mean) kestirilmelidir:

$$\hat{\mu}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (4.15)$$

Daha sonra ise kestirilen bu örnek ortalama kullanılarak süreçten örnek öz-ortak değişinti (sample autocovariance) kestirilmelidir:

$$\hat{C}_n(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} (X_i - \hat{\mu}_n)(X_{i+k} - \hat{\mu}_n) \quad (4.16)$$

Yukarıdaki eşitlikten, normalizasyon amacıyla kullanılmak üzere örnek değişinti (sample variance) kestirilmelidir:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \hat{C}_n(0) \quad (4.17)$$

Elde edilen (4.15), (4.16) ve (4.17) eşitlikleri kullanılarak süreçten kestirilen örnek normalize öz-ilişki (sample normalized autocorrelation) fonksiyonunu aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilir:

$$\hat{R}_n(k) = \frac{\hat{C}_n(k)}{\hat{\sigma}_n^2} \quad (4.18)$$

Dikkat edilirse, öz-ilişki fonksiyonu, öz-ortak değişinti fonksiyonun değişintiye bölünmesi ile elde edilmiştir. Bu şekilde hesaplama ile öz-ilişki fonksiyonu normalize edilmiştir. Yani kullanılan verinin salınım yapmış olduğu bölgenin büyüklüğünden bağımsız sonuçlar elde edilecektir.

KG-SOSS yöntemi, sadece tek bir adım (k , lag) değerine bakarak parametre kestirimi yapmaktadır. Bundan dolayı kestirimin gürbüz sonuçlar vermeyeceği düşünülebilir. Daha gürbüz sonuçlar elde etmek için daha fazla sayıda adım kullanan “SOSS süreçler için Kettani-Gubner Eniyileme yöntemi (KG-Eniyileme-SOSS)” sunulmuştur [16,25]. KG-Eniyileme-SOSS yönteminde, (3.19) eşitliği ile verilen hata fonksiyonunu kullanılarak H parametresi kestirilmektedir. (3.19) eşitliğinde β , H parametresi olmak üzere, $\hat{H}$ parametresi, hata fonksiyonunu minimum yapan parametre değeri olarak kestirilmektedir.

Hata fonksiyonu ifadesinde yer alan K değerinin seçimi KG-Eniyileme-SOSS yönteminde kestirim sonucunu etkileyebilmektedir. Bu çalışmada KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ile yapılacak olan uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestiriminde, K değeri, Bölüm 3.2.3’te modelleme kararı açısından uygunluğu gösterilmiş olan ve

Kettani tarafından [16]'da kullanılan %1.25, %5 ve %7.5'lik değer aralığı gözönünde bulundurularak veri boyunun %5'i olarak seçilmektedir.

KG-Eniyileme-SOSS yöntemi KG-SOSS yönteminden daha gürbüz olmasına karşı, K değeri seçimine bağlı olarak kestirim sonuçları az da olsa değişebilmektedir. Bu sebeple, analizlerde daha güvenilir sonuçlar elde etmek için KG-SOSS yöntemi ve KG-Eniyileme-SOSS yöntemi sonuçları birlikte değerlendirilecektir.

4.4 Standart Kesirli Öz-Bağlanımlı Birleştirilmiş Hareketli Ortalamalı Süreçler için Kettani-Gubner Yöntemi

Standart kesirli öz-bağlanımlı birleştirilmiş hareketli ortalamalı (Standard Autoregressive Integrated Moving Average, FARIMA $(0, d, 0)$) süreçler için sunulan Kettani-Gubner yöntemi (KG-FARIMA), FARIMA $(0, d, 0)$ modellerin sahip oldukları normalize öz-ilişki fonksiyonunu kullanarak d uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirmektedir [16,23,25].

Bir FARIMA $(0, d, 0)$ model, aşağıdaki eşitlik ile tanımlanan normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahiptir:

$$R(k) = \frac{\Gamma(1-d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(1+k-d)} = \prod_{i=1}^k \frac{k-i+d}{k-i+1-d} \quad (4.19)$$

(4.19) eşitliğinde, $k = 1$ için:

$$R(1) = \frac{d}{1-d} \quad (4.20)$$

Eğer bir süreç, FARIMA $(0, d, 0)$ süreci olarak modellenebilirse, süreçten kestirilecek normalize öz-ilişki fonksiyonu ile modele ait normalize öz-ilişki fonksiyonu değerleri birbirlerine oldukça yakın olacaktır. Bölüm 4.3'te anlatıldığı gibi önce $k = 1$ için, $R(1) \approx \hat{R}_n(1)$ yazılabilir. Daha sonra ise (4.20) eşitliğinde $R(1)$ yerine $\hat{R}_n(1)$ ve d yerine $\hat{d}$ yazılarak (4.21) eşitliği elde edilebilir:

$$\hat{R}_n(1) = \frac{\hat{d}}{1-\hat{d}} \quad (4.21)$$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan $\hat{d}$ parametresinin aşağıdaki eşitlik ile elde edilebileceği görülmektedir:

$$\hat{d} = \frac{\hat{R}_n(1)}{1 + \hat{R}_n(1)} \quad (4.22)$$

Bu eşitlikte yer alan sürece ait normalize öz-ilişki fonksiyonu ise herhangi bir $X_1, X_2, \dots, X_n$ gözlenmiş verileri için (4.15), (4.16), (4.17) ve (4.18) eşitlikleri yardımıyla Bölüm 4.3'tekine benzer şekilde elde edilebilir.

Bu yöntemde de KG-SOSS yönteminde olduğu gibi, tek bir adım (k , lag) değerine bakılarak kestirim yapılmaktadır. Bu nedenle, kestirimin gürbüz sonuçlar vermeyeceği düşünülebilir. Daha gürbüz sonuçlar elde etmek için daha fazla sayıda adım kullanan “FARIMA (0, d , 0) süreçler için Kettani-Gubner Eniyileme yöntemi (KG-Eniyileme-FARIMA)” sunulmuştur [16,25]. KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi, (3.19) eşitliği ile verilen hata fonksiyonunu kullanarak d parametresini kestirmektedir. (3.19) eşitliğinde β , d parametresi olmak üzere, $\hat{d}$ parametresi, hata fonksiyonunu minimum yapan parametre değeri olarak kestirilir. Hata fonksiyonu ifadesinde yer alan K değeri ise KG-Eniyileme-SOSS yöntemindeki gibi veri boyunun %5'i olarak seçilmiştir.

KG-Eniyileme-FARIMA yönteminin KG-FARIMA yönteminden daha gürbüz sonuçlar vereceği düşünülebilmesine karşı, KG-Eniyileme-FARIMA yöntemin de K değeri seçimine bağlı olarak kestirim sonuçları az da olsa değişebilmektedir. Bundan dolayı, yapılan analizlerde KG-FARIMA ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemleri sonuçları birlikte değerlendirilecektir.

5. UYGULAMA

Bu bölümde, Bölüm 4'te anlatılan uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim yöntemleri kullanılarak, ekonomik yapı ve büyüklük bakımından birbirinden farklı olacak şekilde seçilen 15 ülkeye ait, günlük endeks getiri (return) ve mutlak getiri (absolute return) serilerinin uzun-dönemli bağımlılık özelliği gösterip göstermedikleri analiz edilmektedir. Ayrıca getiri ve mutlak getiri serileri durumlarında 15 ülke için kestirilen uzun-dönemli bağımlılık parametreleri verilerek, serilerin göstermiş oldukları uzun-dönemli bağımlılık özellikleri karşılaştırılmaktadır.

5.1 Veriler

Dünya borsaları uzun-dönemli bağımlılık analizi amacıyla, 15 ülkeye ait günlük getiri ve mutlak getiri endeks verileri kullanılmaktadır. Analizde yer alan ülkeler ve bu ülkelere ait kullanılan günlük endeksler şunlardır: A.B.D. – NASDAQ Composite, İngiltere – FTSE 100, Japonya – NIKKEI 225, Avustralya – ALL ORDINARIES, Fransa – CAC 40, Almanya – DAX, Avusturya – ATX, Arjantin – MERVAL, Brezilya – BOVESPA, Hindistan – BSE 30, Tayvan – Taiwan WEIGHTED, Singapur - STRAITS TIMES, Malezya - KLSE Composite, Endonezya - JAKARTA Composite ve Türkiye – İMKB 100 Ulusal.

Tüm ülke borsalarının günlük endeks getiri ve mutlak getiri serileri 2048 uzunluklu olmak üzere eşit uzunluklu seçilmiştir. Verilerin eşit uzunluğa sahip olması, tüm ülkelerin yaklaşık aynı dönemlerine bakılabilmesini olanaklı kılmaktadır. Kullanılan veriler, Nisan 1998 ile Ekim 2006 tarihleri arasına yayılmış durumdadırlar. Veriler ile ilgili ayrıntılı bilgiler Tablo 5.1'de yer almaktadır.

Tablo 5.1: 15 ülkeye ait günlük borsa endeks verisi detayları ve ülkeler

lke	Endeks	Veri Tarih Aralığı*	Kısaltma
A.B.D.	NASDAQ Composite	18.08.1998 – 09.10.2006	<i>US</i>
İngiltere	FTSI 100	27.08.1998 – 09.10.2006	<i>UK</i>
Japonya	NIKKEI 225	10.06.1998 – 06.10.2006	<i>JP</i>
Avustralya	ALL ORDINARIES	09.09.1998 – 09.10.2006	<i>AU</i>
Fransa	CAC 40	29.09.1998 – 09.10.2006	<i>FR</i>
Almanya	DAX	18.09.1998 – 09.10.2006	<i>GR</i>
Avusturya	ATX	30.06.1998 – 09.10.2006	<i>AT</i>
Arjantin	MERVAL	29.06.1998 – 09.10.2006	<i>AR</i>
Brezilya	BOVESPA	01.07.1998 – 09.10.2006	<i>BR</i>
Hindistan	BSE 30	08.07.1998 – 09.10.2006	<i>IN</i>
Tayvan	TAIWAN WEIGHTED	15.06.1998 – 11.10.2006	<i>TW</i>
Singapur	STRAITS TIMES	24.08.1998 – 09.10.2006	<i>SN</i>
Malezya	KLSE Composite	17.06.1998 – 09.10.2006	<i>MY</i>
Endonezya	JAKARTA Composite	17.04.1998 – 09.10.2006	<i>ID</i>
Türkiye	İMKB 100 Ulusal	24.06.1998 – 09.10.2006	<i>TR</i>

(* Tüm veriler eşit uzunluklu olmasına rağmen, küçük tarih farklılıkları olmasının nedeni ülkelerin borsalarının ülkelere ait olağandışı bazı hallerde kapalı olmasıdır.)

$x[n]$, n zamanındaki (günündeki) endeks kapanış değeri ve $x[n-1]$, $n-1$ zamanındaki endeks kapanış değeri olmak üzere, $r[n]$ getiri serileri $[9,10]$ 'da olduğu gibi endeks verilerinin kapanış değerlerinin logaritmik farkı olarak tanımlanmıştır:

$$r[n] = \log(x[n] / x[n-1]) \quad (5.1)$$

Mutlak getiri serileri ise getiri serileri kullanılarak getiri serilerinin mutlak değerleri ile hesaplanmıştır:

$$mr[n] = |r[n]| = |\log(x[n] / x[n-1])| \quad (5.2)$$

Eşitlik (5.1) ve (5.2)'ye bakılacak olursa, getiri serilerinin, borsalarının son iki işlem günü endeks kapanış değerleri arasındaki logaritmik fark ile, mutlak getiri serilerinin ise, bu farkın mutlak değeri ile hesaplandığı görülmektedir. Yani, getiri serilerinin, değişimin miktarı ve işareti (düşüş için '-', yükseliş için '+') ile oluşturulurken mutlak getiri serilerinin, değişimin işareti göz önüne alınmaksızın sadece değişim miktarı ile oluşturulduğu söylenebilir.

5.2 Modelleme Sınaması

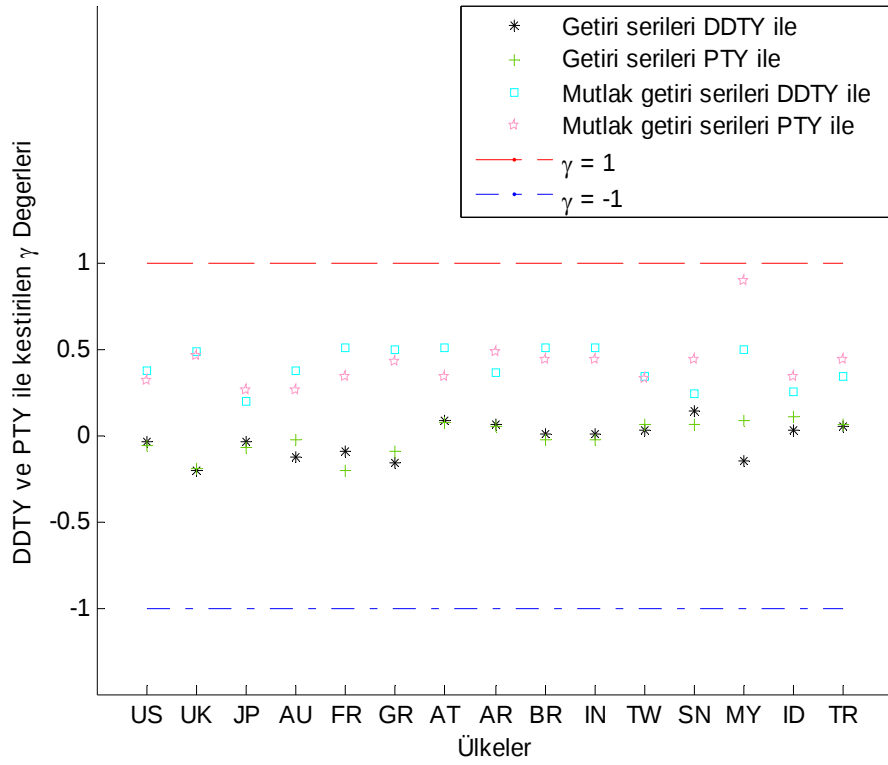
Bu çalışmada uzun-dönemli bağımlılık analizi amacıyla kullanılan DDTY ve PTY, verilerin fGn model ile modellenenebildiğini varsayarak H parametresi kestirimi yapmaktadır. KG-SOSS yöntemi ve KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ise verilerin SOSS model ile modellenenebildiğini varsayarak H parametresi kestirimi yapmaktadır. Bununla birlikte, KG-FARIMA yöntemi ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi ise verilerin FARIMA $(0, d, 0)$ model ile modellenenebildiğini varsayarak d fark parametresi kestirimi yapmaktadır. Bundan dolayı, parametre kestirim değerlerinin güvenilirliği açısından, kullanılan verilerin uygun modeller ile modellenenebileceğini göstermekte fayda vardır.

Bu amaç ile, öncelikle, uzun-dönemli bağımlılık analizinde kullanılan günlük borsa endeksi getiri ve mutlak getiri serilerinin fGn model ile modellenip modellenemediklerini incelemek amacıyla, $1/f$ süreç olduğu bilinen borsa endeksi verilerinin [22] fGn modellerin en önemli özelliği olan γ izgesel parametre değerlerinin $-1 < \gamma < 1$ aralığında olup olmadığı araştırılacaktır. Daha sonra ise Kettani tarafından [16]'da sunulan ve Bölüm 3.2'de de anlatılmış olan modelleme kararının normalize öz-ilişki fonksiyonuna göre verildiği "eniyileme yöntemi" kullanılarak verilerin fGn, SOSS ve FARIMA $(0, d, 0)$ model ile modellenip modellenemedikleri incelenecektir. Daha önce de belirtildiği gibi, fGn modeller SOSS modellerin özel bir hali olup SOSS modeller ile aynı normalize öz-ilişki fonksiyonuna sahiptirler. Bundan dolayı, SOSS ve fGn süreçler için eniyileme yöntemi aynı şeyi söyleyecektir (aynı minimum HFD elde edilecektir).

Aşağıdaki Tablo 5.2’de, 15 ülkenin günlük getiri ve mutlak getiri endeks verileri için DDTY ve PTY ile kestirilmiş olan γ izgesel parametre değerleri gösterilmektedir. Şekil 5.1’de ise 15 ülke için, bu kestirilmiş parametre değerleri ile fGn model kritik izgesel parametre değerleri olan $\gamma = -1$ ve $\gamma = 1$ değer aralığı bir arada verilmektedir.

Tablo 5.2: 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY ve PTY ile kestirilen γ izgesel parametre değerleri

Ülke	Veri (Endeks)	Getiri		Mutlak Getiri	
		DDTY	PTY	DDTY	PTY
<i>US</i>	NASDAQ	-0.030	-0.056	0.373	0.319
<i>UK</i>	FTSI 100	-0.198	-0.186	0.487	0.468
<i>JP</i>	NIKKEI 225	-0.035	-0.066	0.200	0.264
<i>AU</i>	ALL ORDINARIES	-0.125	-0.019	0.373	0.264
<i>FR</i>	CAC 40	-0.091	-0.202	0.507	0.342
<i>GR</i>	DAX	-0.156	-0.087	0.497	0.431
<i>AT</i>	ATX	0.093	0.073	0.512	0.341
<i>AR</i>	MERVAL	0.069	0.052	0.365	0.491
<i>BR</i>	BOVESPA	0.005	-0.024	0.515	0.441
<i>IN</i>	BSE 30	0.005	-0.024	0.515	0.441
<i>TW</i>	WEIGHTED	0.032	0.069	0.339	0.330
<i>SN</i>	STRAITS TIMES	0.141	0.061	0.240	0.446
<i>MY</i>	KLSE	-0.141	0.092	0.504	0.902
<i>ID</i>	JAKARTA	0.037	0.110	0.254	0.349
<i>TR</i>	İMKB 100	0.052	0.069	0.342	0.449



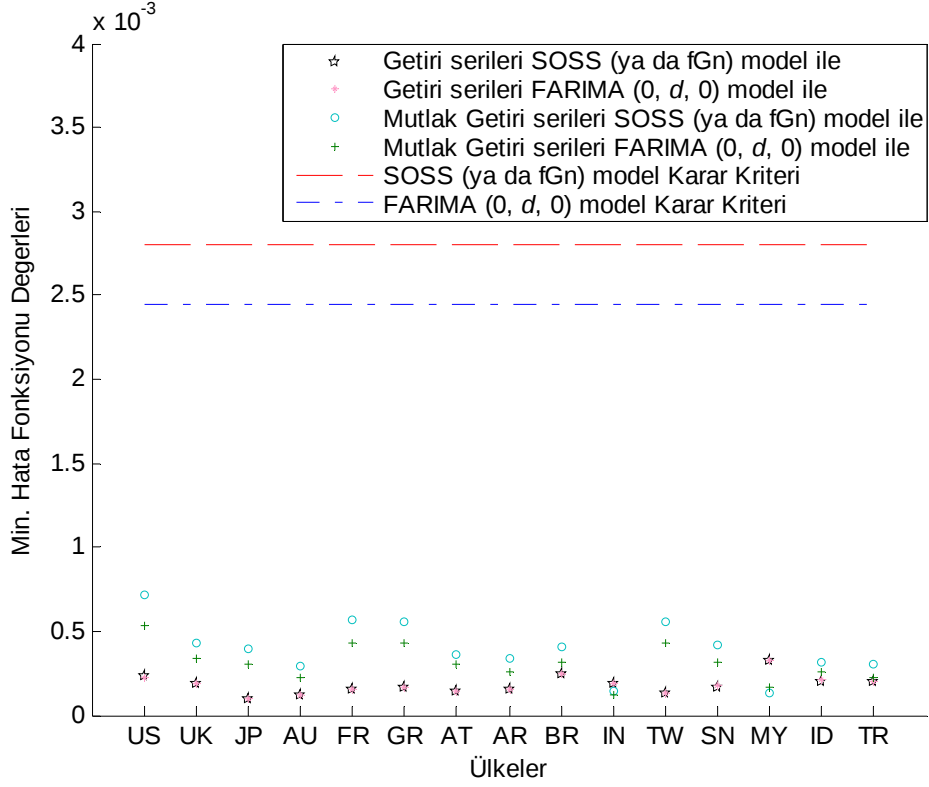
Şekil 5.1: 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY ve PTY ile kestirilen γ izgesel parametre değerleri ve fGn model γ izgesel parametre değer aralığı

Şekil 5.1 ya da Tablo 5.2'ye bakılırsa, tüm γ izgesel parametre değerlerinin fGn model için olması gereken $(-1,1)$ aralığında olduğu görülmektedir.

Eniyileme yöntemi ile modelleme kararında, Bölüm 3.2'de anlatıldığı gibi, öncelikle karar kriterleri belirlenmelidir. Daha sonra ise incelenen veri kullanılarak minimum hata fonksiyonu değeri (Min. HFD) elde edilmelidir. Min. HFD, karar kriterinden küçük ise, verinin incelenen model ile modellenebileceği kararına varılmaktadır. 2048 uzunluklu veriler için karar kriterleri Bölüm 3.2.4'te SOSS (ya da fGn) model için 2.80×10^{-3} , FARIMA $(0, d, 0)$ model için ise 2.45×10^{-3} olarak belirlenmiştir. Tablo 5.3'te 15 ülke günlük endeks getiri ve mutlak getiri serileri kullanılarak elde edilen SOSS (ya da fGn) ve FARIMA $(0, d, 0)$ model minimum hata fonksiyonu değerleri yer almaktadır. Şekil 5.2'de ise bu minimum hata fonksiyonu değerleri ile SOSS (ya da fGn) ve FARIMA $(0, d, 0)$ model karar kriterleri ile bir arada gösterilmektedir.

Tablo 5.3: 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için SOSS (ya da fGn) ve FARIMA (0, d , 0) model minimum hata fonksiyonu değerleri

Ülke	Veri	Getiri		Mutlak Getiri	
		SOSS (fGn)	FARIMA (0, d , 0)	SOSS (fGn)	FARIMA (0, d , 0)
<i>US</i>	NASDAQ	0.00023	0.00023	0.00071	0.00053
<i>UK</i>	FTSI 100	0.00019	0.00019	0.00043	0.00034
<i>JP</i>	NIKKEI 225	0.00009	0.00009	0.00039	0.00031
<i>AU</i>	ALL ORDINARIES	0.00012	0.00012	0.00029	0.00022
<i>FR</i>	CAC 40	0.00015	0.00015	0.00057	0.00043
<i>GR</i>	DAX	0.00016	0.00016	0.00056	0.00042
<i>AT</i>	ATX	0.00014	0.00014	0.00036	0.00031
<i>AR</i>	MERVAL	0.00015	0.00015	0.00033	0.00026
<i>BR</i>	BOVESPA	0.00024	0.00024	0.00040	0.00032
<i>IN</i>	BSE 30	0.00019	0.00019	0.00014	0.00012
<i>TW</i>	WEIGHTED	0.00013	0.00013	0.00055	0.00043
<i>SN</i>	STRAITS TIMES	0.00017	0.00017	0.00042	0.00031
<i>MY</i>	KLSE	0.00033	0.00033	0.00013	0.00016
<i>ID</i>	JAKARTA	0.00020	0.00021	0.00032	0.00025
<i>TR</i>	İMKB 100	0.00020	0.00020	0.00030	0.00022



Şekil 5.2: 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serisi için SOSS (ya da fGn) ve FARIMA (0, d, 0) model minimum hata fonksiyonu değerleri ile modelleme Karar Kriterleri

Şekil 5.2 ya da Tablo 5.3'e bakılırsa, tüm ülke getiri ve mutlak getiri serileri için bulunan min. hata fonksiyonu değerlerinin SOSS (ya da fGn) ve FARIMA (0, d, 0) model karar kriterlerinden küçük oldukları görülmektedir. Yani eniyileme yöntemine göre 15 ülke getiri ve mutlak getiri serileri bu modeller ile modellenenbilmektedir.

5.3 Analiz Sonuçları

15 ülke borsası kapanış değerlerinden elde edilen günlük endeks verisi getiri ve mutlak getiri serilerinin uzun-dönemli bağımlılık analizi amacıyla Dalgacık Dönüşümü Tabanlı Yöntem (DDTY), Periyodogram Tabanlı Yöntem (PTY), SOSS süreçler için Kettani-Gubner yöntemi (KG-SOSS) ve FARIMA(0, d, 0) süreçler için Kettani-Gubner yöntemi (KG-FARIMA) olmak üzere dört farklı uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim yöntemi kullanılmıştır. KG-SOSS yöntemi ile elde edilen kestirim sonuçları, Bölüm 4.3'te anlatılan KG-Eniyileme-SOSS yöntemi kestirim sonuçları ile, KG-FARIMA yöntemi ile elde edilen kestirim sonuçları ise Bölüm 4.4'te anlatılan KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi kestirim sonuçları ile birlikte değerlendirilecektir. Kullanılan yöntemler genellikle birbirine yakın da olsa bazen farklı sonuçlar verebilmektedir. Bu nedenle, bir verinin uzun-dönem bağımlı

olup olmadığına karar verirken, benzer sonuç veren yöntem sayısı göz önünde bulundurulacaktır. Yani, herhangi bir seri için üç ya da dört yöntem aynı sonuca (uzun-dönemli bağımlı (UDB), kısa-dönemli bağımlı (KDB) ya da orta-dönemli bağımlı (ODB)) varır ise bu sonuç kabul edilecektir. Bundan farklı olarak eğer sadece iki yöntem aynı sonuca varır ise bu sonucun olabileceği düşünülecektir. Örneğin, bir seri üç ya da dört yöntem ile UDB bulunur ise bu serinin UDB olduğu kararına varılacaktır. Başka bir durum olarak ise eğer bir seri sadece iki yöntem ile UDB bulunur ise bu seri için UDB “olabilir” kararına varılacaktır. Aksi durumda, yani sadece bir yöntem ile UDB kararına varılır ise ya da hiçbir yöntem ile UDB kararına varılamaz ise bu serinin UDB olmadığı kararına varılacaktır.

Herhangi bir seri için H uzun-dönemli bağımlılık parametresi $H = 0.5$ ($d = 0$) ise seri KDB olarak adlandırılmaktadır. Ne var ki, gerçekte $H = 0.5$ ($d = 0$) parametresine sahip bir veri için bile parametre kestirim yöntemlerimiz tam olarak bu parametre değerini kestiremeyecek yani, kestirimde az da olsa hata yapılacaktır. Bu nedenle, KDB’lık kararına varmak için sadece $H = 0.5$ ($d = 0$) parametre değerine bakmak yanlış olacaktır. Burada yapılan analizlerde [7,9,10]’da sunulan sonuçlardan faydalanılarak bir seri için kestirilen H parametresi $0.45 < H < 0.55$ aralığında kestirildiğinde seri KDB olarak kabul edilirken $0.55 \leq H < 1$ için UDB ve $0 < H \leq 0.45$ için ise seri ODB olarak kabul edilmiştir.

15 ülke getiri ve mutlak getiri serilerinin DDTY ve PTY ile elde edilen analiz sonuçları Tablo 5.4’te KG-SOSS, KG-Eniyileme-SOSS, KG-SOSS ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemleri ile elde edilen analiz sonuçları ise Tablo 5.5’te verilmektedir. DDTY, PTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleri ile elde edilen sonuçlar ise Şekil 5.3’te birlikte verilmektedir. Ayrıca analiz edilen 15 ülkeden A.B.D., İngiltere, Singapur, Endonezya ve Türkiye olmak üzere 5 ülkeye ait günlük borsa endeks kapanış verisi ve bu verilerden elde edilen getiri ve mutlak getiri serilerinin şekilleri EK A’da sırasıyla A.1, A.3, A.5, A.7, A.9’da verilmektedir. Bunun yanında, getiri ve mutlak getiri serilerinin analizlerinde kullanılan DDTY, PTY, KG-Eniyileme-SOSS ve KG-Eniyileme-FARIMA grafiksel kestirim yöntemlerinin detaylı sonuçları ise yine EK A’da sırasıyla şekil A.2, A.4, A.6, A.8, A.10’da verilmektedir. Diğer ülkelere ait şekil ve grafiksel analiz sonuçları bu tezin CD ekinde yer almaktadır.

Tablo 5.4: DDTY ve PTY ile 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için kestirilen H parametreleri

Ülke	DDTY		PTY	
	Getiri $\hat{H}$	Mutlak Getiri $\hat{H}$	Getiri $\hat{H}$	Mutlak Getiri $\hat{H}$
<i>US</i>	0.485	0.686	0.472	0.659
<i>UK</i>	0.400	0.743	0.407	0.733
<i>JP</i>	0.482	0.600	0.467	0.632
<i>AU</i>	0.437	0.686	0.490	0.632
<i>FR</i>	0.454	0.753	0.398	0.670
<i>GR</i>	0.421	0.748	0.456	0.715
<i>AT</i>	0.546	0.756	0.536	0.670
<i>AR</i>	0.534	0.682	0.526	0.745
<i>BR</i>	0.508	0.720	0.492	0.755
<i>IN</i>	0.502	0.757	0.487	0.720
<i>TW</i>	0.516	0.669	0.534	0.665
<i>SN</i>	0.570	0.620	0.530	0.723
<i>MY</i>	0.429	0.752	0.546	0.950
<i>ID</i>	0.518	0.627	0.554	0.674
<i>TR</i>	0.525	0.671	0.534	0.724

Yapılan çalışmada uzun-dönemli bağımlılık analizi amacıyla kullanılan yöntemlerden, KG-FARIMA ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemleri ile ilk önce d fark parametresi kestirilir. Daha sonra ise 15 ülke borsasına ait günlük endeks getiri ve mutlak getiri serileri için kestirilen d fark parametreleri, $|d| < 0.5$ aralığında kestirildiğinden yani tüm ülkelere ait getiri ve mutlak getiri serileri durağan olarak bulunduğundan, $H = d + 0.5$ ilişkisi yardımıyla H Hurst parametreleri elde edilebilir. Bu eşitlik kullanılarak, Tablo 5.5'te ve Şekil 5.3'te kestirilen d fark parametreleri yerine H Hurst parametreleri yazılmıştır. Ayrıca Tablo 5.5'te, KG-Eniyileme-SOSS

ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemleriyle elde edilen parametre kestirim sonuçları parantez içerisinde verilmektedir.

Tablo 5.5: KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleri ile 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için kestirilen H parametreleri

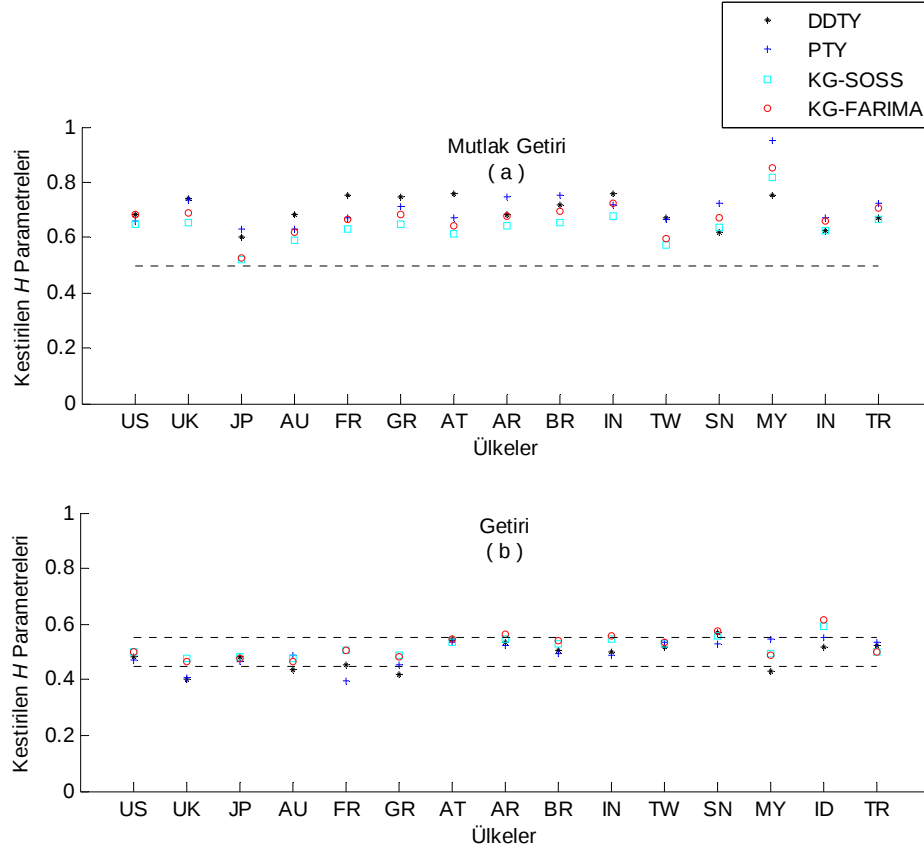
Ülke	KG-SOSS Yöntemi		KG-FARIMA Yöntemi	
	Getiri $\hat{H}$	Mutlak Getiri $\hat{H}$	Getiri $\hat{H}$	Mutlak Getiri $\hat{H}$
<i>US</i>	0.500 (0.49)	0.647 (0.84)	0.501 (0.49)	0.684 (0.85)
<i>UK</i>	0.475 (0.46)	0.652 (0.81)	0.465 (0.44)	0.690 (0.82)
<i>JP</i>	0.481 (0.48)	0.519 (0.70)	0.474 (0.47)	0.526 (0.72)
<i>AU</i>	0.477 (0.48)	0.590 (0.72)	0.468 (0.48)	0.617 (0.73)
<i>FR</i>	0.504 (0.49)	0.629 (0.82)	0.505 (0.48)	0.664 (0.83)
<i>GR</i>	0.488 (0.49)	0.647 (0.84)	0.484 (0.48)	0.684 (0.85)
<i>AT</i>	0.533 (0.54)	0.612 (0.74)	0.545 (0.55)	0.643 (0.75)
<i>AR</i>	0.548 (0.54)	0.641 (0.77)	0.564 (0.54)	0.678 (0.78)
<i>BR</i>	0.531 (0.51)	0.656 (0.78)	0.542 (0.51)	0.695 (0.79)
<i>IN</i>	0.545 (0.53)	0.680 (0.74)	0.560 (0.53)	0.721 (0.75)
<i>TW</i>	0.527 (0.53)	0.572 (0.77)	0.537 (0.53)	0.595 (0.78)
<i>SN</i>	0.558 (0.55)	0.637 (0.79)	0.578 (0.55)	0.673 (0.80)
<i>MY</i>	0.492 (0.50)	0.814 (0.82)	0.489 (0.51)	0.853 (0.83)
<i>ID</i>	0.590 (0.57)	0.625 (0.73)	0.617 (0.58)	0.659 (0.75)
<i>TR</i>	0.500 (0.51)	0.665 (0.78)	0.500 (0.52)	0.705 (0.79)

(NOT: Parantezdeki değerler KG-Eniyileme-SOSS ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemleri kestirim sonuçlarıdır. Ayrıca KG-FARIMA ve KG-Eniyileme-FARIMA ile kestirilen d yerine $H = d + 0.5$ ilişkisi kullanılarak H değerleri yazılmıştır.)

Daha önce de belirtildiği gibi daha gürbüz sonuçlar elde edebilmek için KG-SOSS yöntemi ile KG-Eniyileme-SOSS yöntemi sonuçları birlikte değerlendirilecektir. Benzer şekilde KG-FARIMA yöntemi ile KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçları da birlikte değerlendirilecektir.

Tablo 5.4 ve Tablo 5.5'te yer alan uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim sonuçları göz önüne alınırsa, getiri serilerinin Singapur ve Endonezya hariç diğer ülkeler için uzun-dönemli bağımlı (UDB) oldukları söylenemez. Singapur borsası günlük endeks getiri serisi, dört yöntemden üçü olan DDTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleri ile UDB olarak bulunduğundan Singapur borsası günlük endeks getiri serisinin UDB olduğu sonucuna varılmaktadır. Endonezya borsası günlük endeks getiri serisi ise dört yöntemden üçü olan PTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleri ile UDB olarak bulunduğundan Endonezya borsası günlük endeks getiri serisinin de UDB olduğu sonucuna varılmaktadır. Ayrıca, İngiltere borsası günlük endeks getiri serisi, DDTY ve PTY ile orta-dönemli bağımlı (ODB) diğer iki yöntem ile KDB bulunarak bu seri için ODB olabilir sonucuna varılmaktadır. A.B.D., Japonya, Avustralya, Fransa, Almanya, Avusturya, Arjantin, Brezilya, Hindistan, Tayvan, Malezya ve Türkiye borsaları günlük endeks getiri serilerinin ise KDB oldukları sonucuna varılmaktadır. Mutlak getiri serileri durumunda ise, istisnasız 15 ülke borsası günlük endeks mutlak getiri serisi tüm yöntemler ile UDB bulunarak tüm ülkeler için mutlak getiri serilerinin UDB olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca, tüm ülkelerin mutlak getiri serileri için bütün yöntemlerle bulunan uzun-dönem bağımlılık parametre değerleri getiri serileri için bulunan parametre değerlerinden daha büyük olarak elde edilmiştir.

Tablo 5.4 ve Tablo 5.5'te verilen uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim sonuçları aşağıdaki Şekil 5.3'te bir arada gösterilmektedir. Tüm ülke borsaları günlük endeks getiri ve mutlak getiri serileri için kestirilen d fark parametreleri, $|d| < 0.5$ aralığı içerisinde olduğundan, $H = d + 0.5$ eşitliği ile d parametresine eşdeğer olarak H parametresi elde edilebilir. Aşağıdaki Şekil 5.3'te de, KG-FARIMA yöntemi sonuçları olarak kestirilen d fark parametresi yerine bu eşitlik kullanılarak H parametresi yazılmıştır. Ayrıca, bu şekilde KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçları gösterilmemektedir.



Şekil 5.3 15 ülke Getiri ve Mutlak Getiri serileri için DDTY, PTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA yöntemleriyle kestirilen H parametreleri değerleri. (a)'daki kesikli çizgi $H = 0.5$ çizgisi, (b)'deki kesikli çizgiler ise $H = 0.45$ ve $H = 0.55$ çizgileridir.

Şekil 5.3'ten de görülebileceği gibi, kestirilen H parametreleri, getiri serileri için genellikle 0.5 civarında kalırken, mutlak getiri serilerinin için 0.7 civarında kalmaktadır. Yani başka bir deyiş ile, getiri serileri genellikle KDB bulunur iken mutlak getiri serileri UDB olarak bulunmaktadır. Ayrıca, her ülke verisi için tüm yöntemler ile mutlak getiri serileri durumunda kestirilen uzun-dönemli bağımlılık parametresi değerleri getiri serileri için bulunan değerlerden daha büyüktür. Bu sonuç literatürde uzun-dönemli bağımlılık analizi ile ilgili yapılan [7,8,10] gibi bazı çalışmalar ile benzer bir sonucu ortaya koymaktadır.

6. SONUÇLAR ve ÖNERİLEN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, yapılan uzun-dönemli bağımlılık analizi çalışması özetlenerek elde edilen sonuçlar kısaca verilmektedir. Ayrıca uzun-dönemli bağımlılık analizi ile ilgili yapılabilecek bazı çalışmalar da önerilmektedir.

6.1 Sonuçlar

Bir serinin UDB bulunması, bugünkü değerlerin geçmiş değerlerden bağımsız olduğunu söyleyen Etkin Piyasa Hipotezi (EPH) ile çelişmektedir. UDB olan serilerde bugünkü değerler ile geçmiş değerler ilişkilidirler. Bundan dolayı, UDB serilerde geçmiş değerler kullanılarak gelecek değerler hakkında fikir yürütülebilir. Bu yüzden bir serinin UDB olup olmadığının incelenmesi özellikle ekonomi ve finans alanında önemli bir araştırma konusudur.

Bu çalışmada A.B.D., İngiltere, Japonya, Avustralya, Fransa, Almanya, Avusturya, Arjantin, Brezilya, Hindistan, Tayvan, Singapur, Malezya, Endonezya, ve Türkiye olmak üzere ekonomik yapı ve büyüklük bakımından birbirinden farklı 15 ülke günlük borsa endeksi getiri ve mutlak getiri serilerinde uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılmıştır. Analiz için, DDTY, PTY, KG-SOSS ve KG-FARIMA olmak üzere dört farklı parametre kestirim yöntemi kullanılmıştır.

Getiri serileri durumunda, Singapur ve Endonezya hariç hiçbir ülke günlük borsa endeksi getiri serisi UDB olarak bulunamamıştır. Singapur ve Endonezya günlük borsa endeksi getiri serileri, dört yöntemin üçü ile UDB olarak bulunduklarından, serilerin UDB olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca, İngiltere günlük borsa endeksi getiri serisi, dört yöntemin ikisi ile ODB, ikisi ile KDB bulunarak seri için ODB olabilir sonucuna varılmıştır. Diğer ülkelerin endeks getiri serileri ise KDB olarak bulunmuştur. Mutlak getiri serileri durumunda ise, 15 ülke günlük borsa endeksi mutlak getiri serileri tüm yöntemler ile UDB olarak bulunmuştur. Yani, değişimin miktarı ve işareti (düşüş için '-', yükseliş için '+') ile oluşturulduğu düşünülebilen getiri serileri genellikle KDB bulunur iken, değişimin işareti göz önüne alınmaksızın

sadece değişimin miktarı ile oluşturulduğu düşünölebilen mutlak getiri serileri, tüm durumlarda UDB olarak bulunmuştur. Bu sonuç, EPH'e aykırı bir sonuç olması nedeniyle önemli bir sonuç olarak dikkat çekmektedir. Ayrıca 15 öлкеye ait mutlak getiri serileri için tüm yöntemler ile bulunan uzun-dönemli bağımlılık parametreleri, getiri serileri için bulunan değerlerden büyük olarak elde edilmiştir. Getiri serilerinin genellikle KDB, Mutlak Getiri serilerinin ise UDB bulunması nedeniyle Mutlak Getiri serilerinin bugünkü değerleri ile geçmiş değerleri arasındaki ilişkinin Getiri serilerine oranla daha fazla olduğu sonucuna varılmaktadır.

Bu çalışmanın, dört farklı uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirim yöntemi ve 15 öлке borsa endeksine ait farklı veriler kullanması ile halen aktif bir araştırma konusu olarak literatürde yapılmakta olan uzun-dönemli bağımlılık analizi çalışmalarına bir bakış açısı sağlayacağı umulmaktadır.

6.2 Önerilen Çalışmalar

- Bu çalışmada günlük borsa endeks verileri kullanılarak uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılmıştır. Bir öлке için günlük verilerden farklı olarak haftalık ya da aylık veriler için de uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Uzun-dönemli bağımlılık analizi amacıyla, bir öлкеye ait tek bir veri yerine farklı dönemleri kapsayan veriler kullanılarak uzun-dönemli bağımlılık özelliğinin bir öлке için zaman ile değişip değişmediği analiz edilebilir.
- Endeks verilerinin uzun-dönemli bağımlılık analizi yapıldıktan sonra bu endeksi oluşturan hisselerin ayrı ayrı uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılarak bulunan sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Borsa endeks verisinden farklı olarak, döviz kuru (exchange rate) ve meta fiyatları (commodity prices) gibi farklı ekonomik verilerde de uzun-dönemli bağımlılık analizi yapılabilir.
- Uzun-dönemli bağımlılık parametresi kestirimi, öngörü, kontrol ve teşhis (tanı) gibi bir çok alanda farklı amaçlar için yapılmaktadır. Bu amaçlardan herhangi biri için parametre kestiriminde bu çalışmada anlatılan yöntemler kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Hurst, H. E.**, 1951. Long-Term Storage Capacity of Reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, **116**, 770-808.
- [2] **Mandelbrot, B. and Wallis, J. R.**, 1969. Some Long-Run Properties of Geophysical Records, *Water Resources Research*, **5**, 321-40.
- [3] **Leland, W. E., Taqqu, M. S., Willinger, W., and Wilson, D. V.**, 1994. On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended version), *IEEE / ACM Transactions on Networking*, **2**, 1-15.
- [4] **Greene, M. T. and Fielitz, B. D.**, 1977. Long-Term Dependence in Common Stock Returns, *Journal of Financial Economics*, **4**, 399-449.
- [5] **Lo, A. W.**, 1991. Long-Term Memory in Stock Market Prices, *Econometrica*, **59**, 1279-1313.
- [6] **Sadique, S. and Silvapulle, P.**, 2001. Long-Term Memory in Stock Market Returns: International Evidence, *International Journal of Finance and Economics*, **6**, 59-67.
- [7] **Lux, T.**, 1996. Long-Term Stochastic Dependence in Financial Prices: Evidence from the German Stock Market, *Applied Economic Letters*, **3**, 701-706.
- [8] **Lobato, I. N. and Savin, N. E.**, 1998. Real and Spurious Long-Memory Properties of Stock Market Data (with discussion and reply), *Journal of Business and Economic Statistics*, **16**, 261-283.
- [9] **Henry, O. T.**, 2002. Long Memory in Stock Returns: Some International Evidence, *Applied Financial Economics*, **12**, 725-729.
- [10] **Grau-Carles, P.**, 2000. Empirical Evidence of Long-Range Correlations in the Stock Returns, *Physica A*, **287**, 396-404.
- [11] **Willinger, W., Taqqu, M.S., and Teverovsky, V.**, 1999. Stock Market Prices and Long-Range Dependence, *Finance and Stochastics* **3**, 1-13.
- [12] **Barkoulas, J. T. and Baum, C. F.**, 1996. Long-Term Dependence in Stock Returns, *Economic Letters* **53**, 253-259.

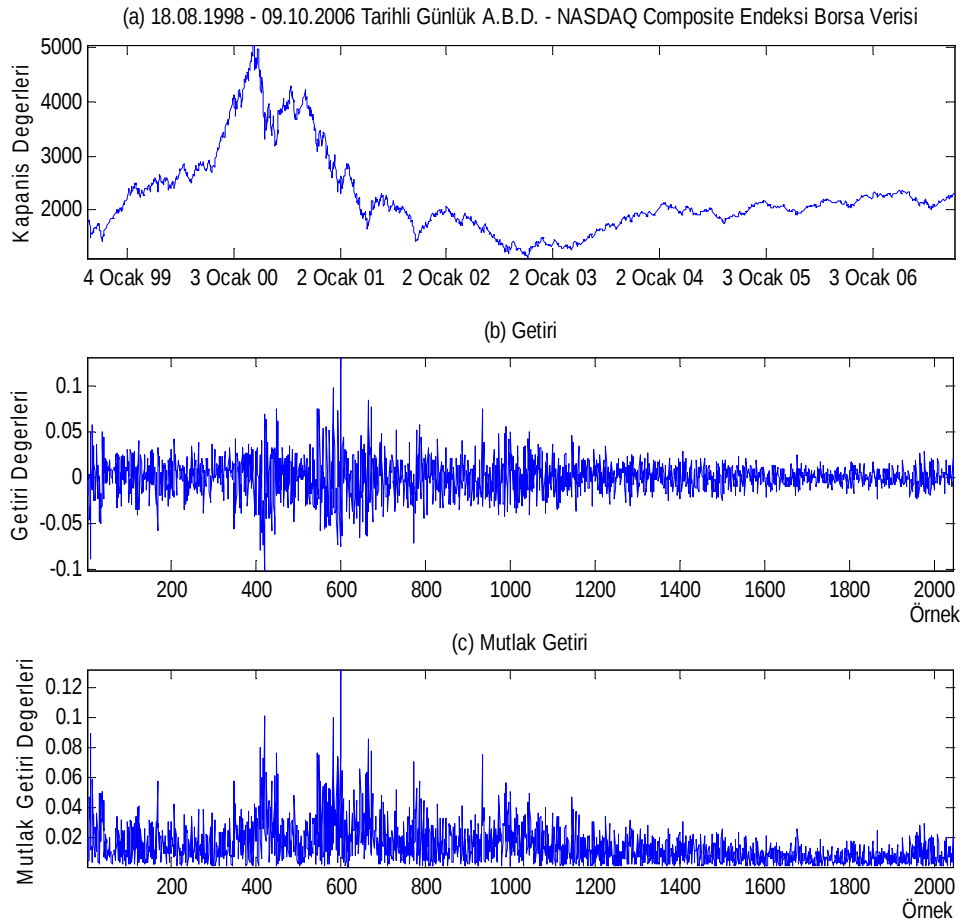
- [13] **Sibbertsen, P.**, 2004. Long Memory in Volatilities of German Stock Returns, *Empirical Economics*, **29**, 477-488.
- [14] **Beran J.**, 1994. Statistics for Long-Memory Processes, pp. 41-43, Chapman & Hall, NY.
- [15] **Taqqu M. S.**, Fractional Brownian Motion and Long-Range Dependence. In Doukhan P., Oppenheim G., and Taqqu M. S., editors, 2003. Theory and Applications of Long-Range Dependence, pp. 5-38, Birkhäuser, Basel.
- [16] **Kettani H.**, 2002. A Novel Approach to the Estimation of the Long-Range Dependence Parameter. *PhD Thesis*, University of Wisconsin, Madison.
- [17] **Baykut, S.**, 2004. Ötümlü Konuşma Sesi Kalıntı Sinyallerinin 1/f Özelliğinin İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [18] **Özkurt, T. E., Akgül, T.**, 2003. Analysis of 1/f Nature of Sea-Wave Noise Data, *3rd WSEAS International Conference on Signal Processing, Computational Geometry & Artificial Vision*, Greece, November 14-18.
- [19] **Koser, R. W., Onaral, B.**, 1996. 1/f Nature of Speech: Implications for Enhancement and Coding, *MS Thesis*, Drexel University, PA.
- [20] **Lee, Y.**, 1998. Speech Quality Enhancement by Exploring 1/f Nature of Speech Residual, *MS Thesis*, Drexel University, PA.
- [21] **Voss, R. F.**, 1992. Evolution of Long-Range Fractal Correlations and 1/f Noise in DNA Base Sequences, *Physics Review Letters*, **Vol. 68**, No. 25, 3805-3808.
- [22] **Wornell, G. W.**, 1995. Signal Processing With Fractals: A Wavelet-Based Approach, pp. 30-43, Prentice Hall, NJ.
- [23] **Kettani, H., and Gubner, J. A.**, 2003. Estimation of the Long-Range Dependence Parameter of Fractional ARIMA Processes,” *Proceedings of the 28th Annual IEEE International Conference on Local Computer Networks*, Bonn, Germany, October 20-24.
- [24] **Mandelbrot, B. B. and Van Ness, J. W.**, 1968. Fractional Brownian Motions, Fractional Noise and Applications, *SIAM Review*, **Vol. 10**, No. 4, 422-436.
- [25] **Kettani, H. and Gubner, J. A.**, 2006. A Novel Approach to the Estimation of The Long-Range Dependence Parameter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, **Vol. 53**, Issue 3.

- [26] **Kettani, H. and Gubner, J. A.,** 2002. A Novel Approach to the Estimation of the Hurst Parameter in Self-Similar Traffic. *Proceedings of the 27th Annual IEEE Conference on Local Computer Networks*. Tampa, Florida, November, pp. 160-165.
- [27] **Granger, C. W. J. and Joyeux, R.,** 1980. An Introduction to Long-Memory Models and Fractional Differencing, *Journal of Time Series Analysis*, **1**, 15–29.
- [28] **Hosking, J. R. M.,** 1981. Fractional Differencing, *Biometrika*, **68**, 165–176.
- [29] **Beran J.,** 1994. Statistics for Long-Memory Processes, pp. 59-64, Chapman & Hall, NY.
- [30] **Barkoulas, J. T., Labys W. C., and Onochie J. I.,** 1999. Long Memory In Future Prices, *The Financial Review*, **34**, 91-100.
- [31] **Mallat, S.,** 1998. A wavelet Tour of Signal Processing (Second edition), Academic Pres, CA.
- [32] **Wornell, G. W.,** 1995. Signal Processing With Fractals: A Wavelet-Based Approach, pp. 8-28 ,Prentice Hall, NJ.
- [33] **Taqqu, M. S., Teverovsky, V. and Willinger, W.,** 1995. Estimators for Long-Range Dependence: An Empirical Study, *Fractals*, **Vol. 3**, No. 4, pp 785-798.
- [34] **Paxon, V.,** 1997. Fast, Approximate Synthesis of Fractional Gaussian Noise for Generating Self-Similar Network Traffic, *Computer Communication Rewiev*, **27**, 5-18.
- [35] **Wornell, G. W.,** 1995. Signal Processing With Fractals: A Wavelet-Based Approach, pp. 47-49, 61-63 ,Prentice Hall, NJ.
- [36] **Dietrich and C.R., Newsam, G.N.,** 1997. Fast and Exact Simulation of Stationary Gaussian Processes Through Circulant Embedding of the Covariance Matrix, *Siam J. Sci. Comput.*, **Vol. 18**, No. 4, 1088-1107.
- [37] **Perrin, E., Harba, R., Jennane, R., Iribarren, I.,** 2002. Fast and Exact Synthesis for 1-D Fractional Brownian Motion and Fractional Gaussian Noises, *IEEE Signal Processing Letters*, **Vol. 9**, No. 11, 382-384.

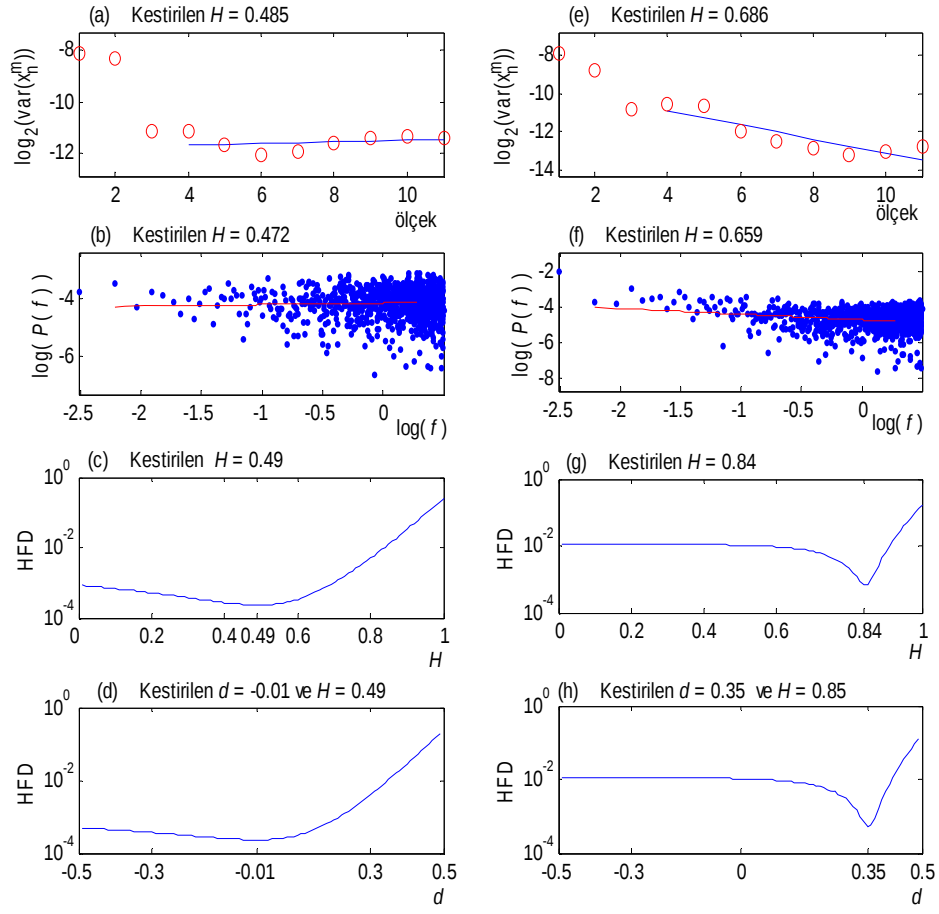
EK A

Bu kısımda, analiz edilen 15 ülkeden A.B.D., İngiltere, Singapur, Endonezya ve Türkiye olmak üzere 5 ülkeye ait günlük borsa endeks kapanış verisi ve bu verilerden elde edilen getiri ve mutlak getiri serilerinin şekilleri ile serilerin DDTY, PTY, KG-Eniyileme-SOSS ve KG-Eniyileme-FARIMA grafiksel kestirim yöntemleriyle elde edilen analiz sonuçları verilmektedir. Diğer ülkelere ait şekil ve grafiksel analiz sonuçları ise bu tezin CD ekinde yer almaktadır.

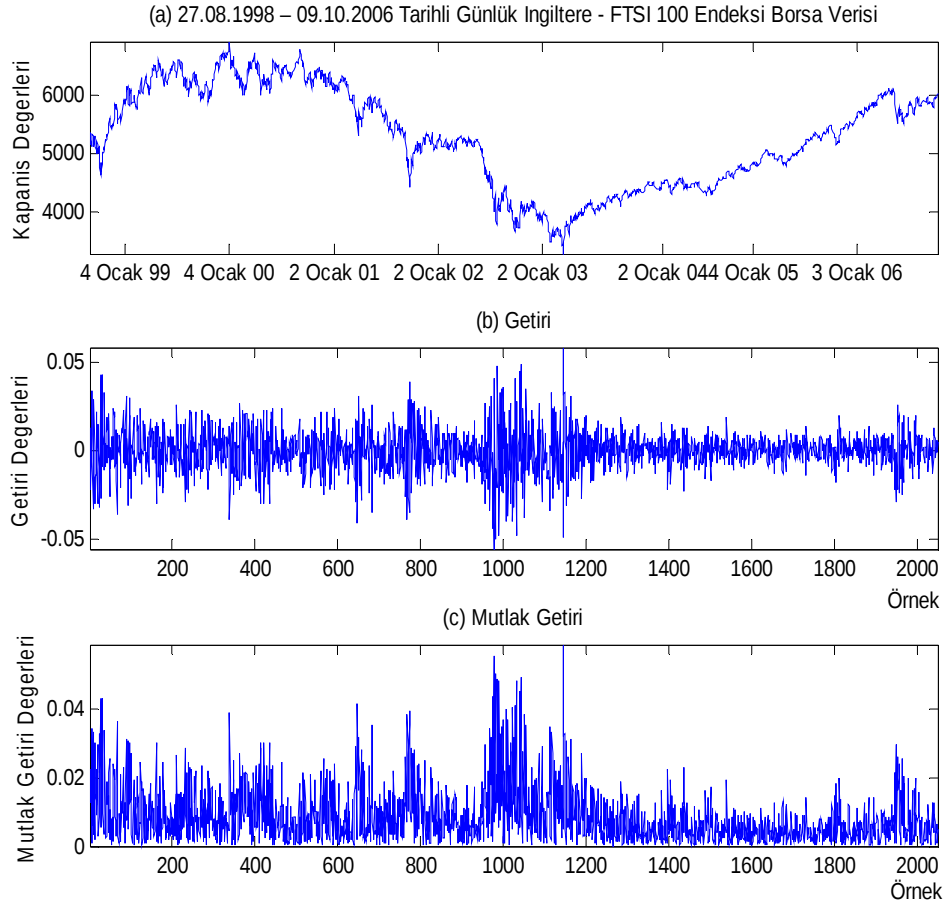
NOT: KG-Eniyileme-SOSS ve KG-Eniyileme-FARIMA analiz şekilleri çizdirilirken y eksenini logaritmik olarak ölçeklenmiştir.



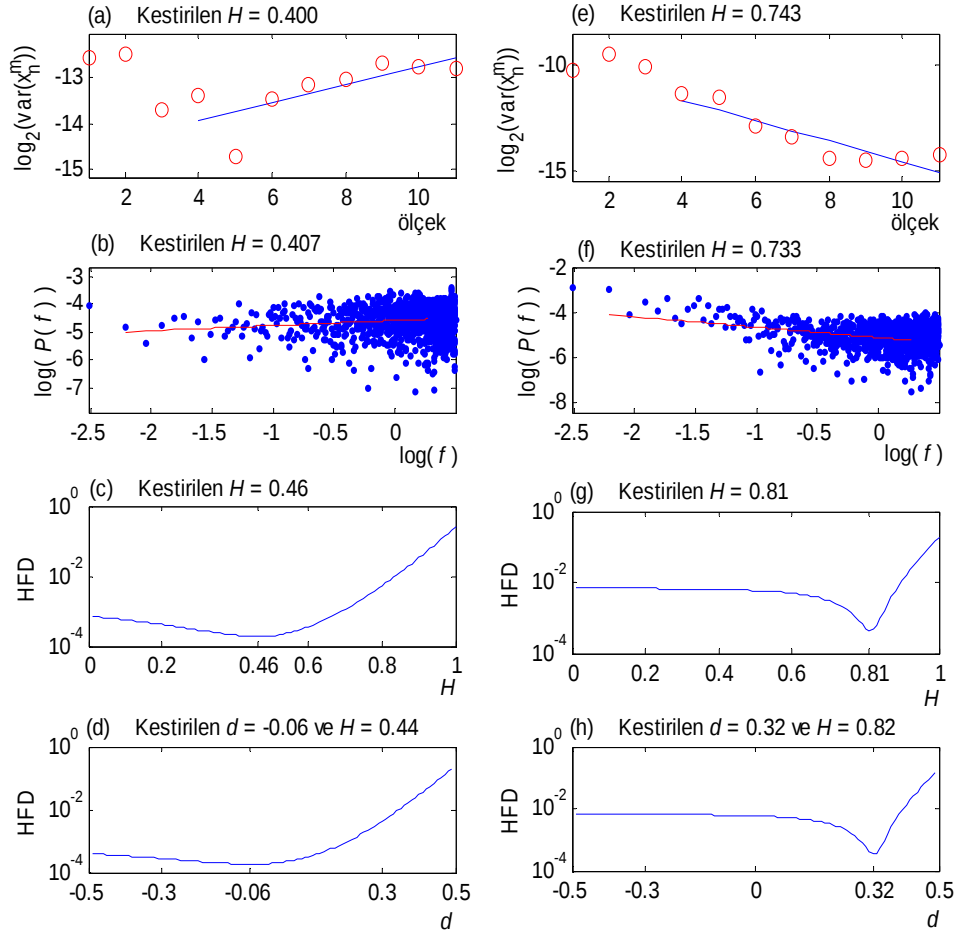
Şekil A.1: (a) 18.08.1998–09.10.2006 tarihli günlük A.B.D.-NASDAQ Composite endeksi, (b) (a)'daki verinin Getiri serisi, (c) (a)'daki verinin Mutlak Getiri serisi



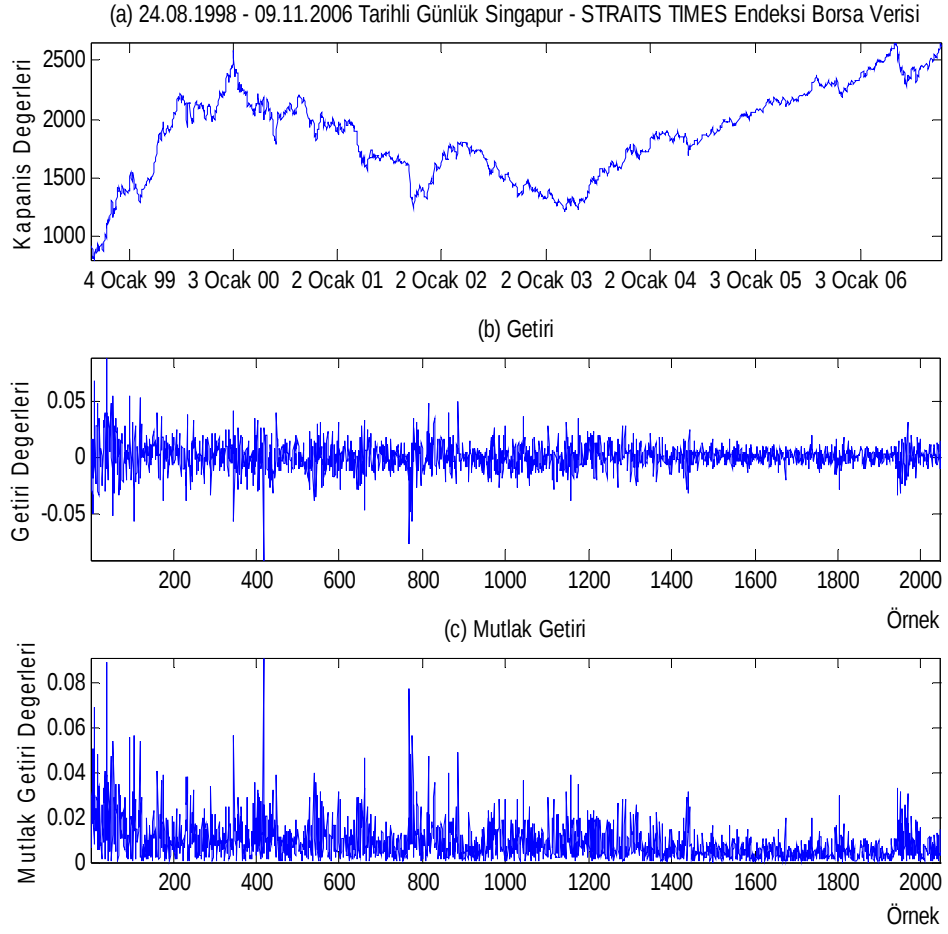
Şekil A.2: Şekil A.1'deki NASDAQ Composite endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



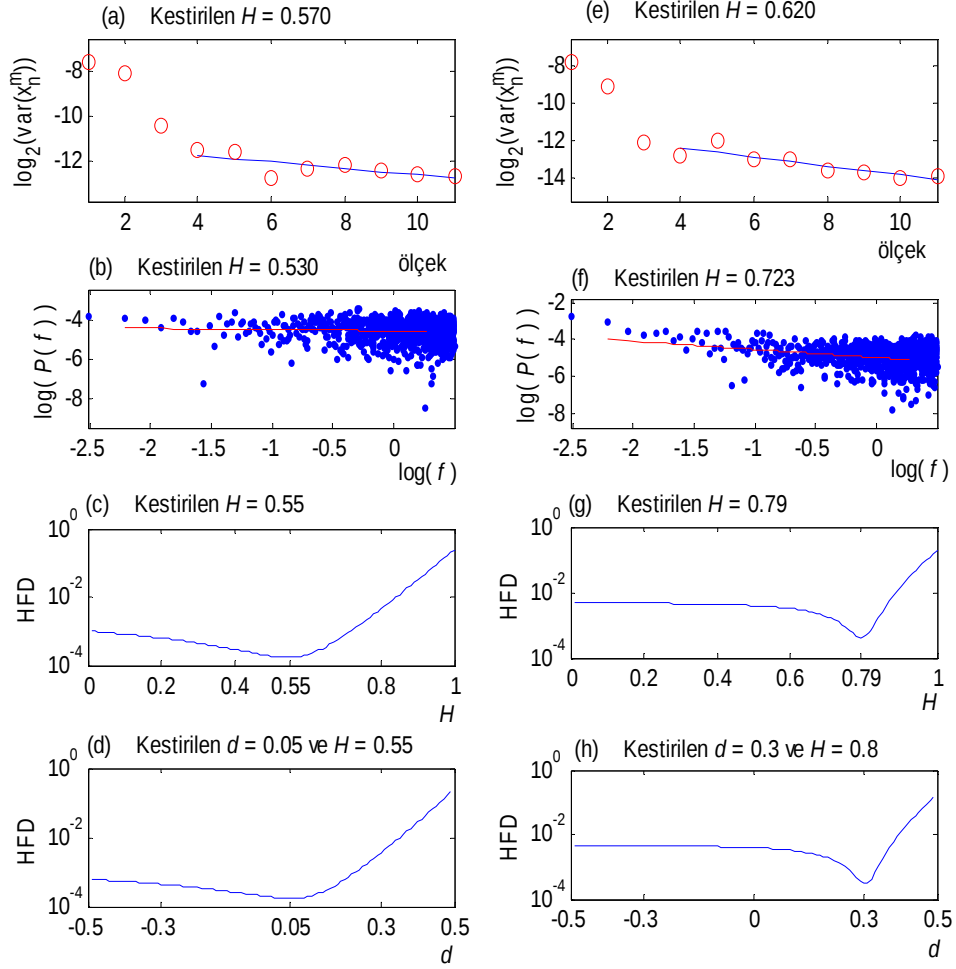
Şekil A.3: (a) 27.08.1998–09.10.2006 tarihli günlük İngiltere-FTSI 100 endeksi, (b) (a)'daki verinin Getiri serisi, (c) (a)'daki verinin Mutlak Getiri serisi



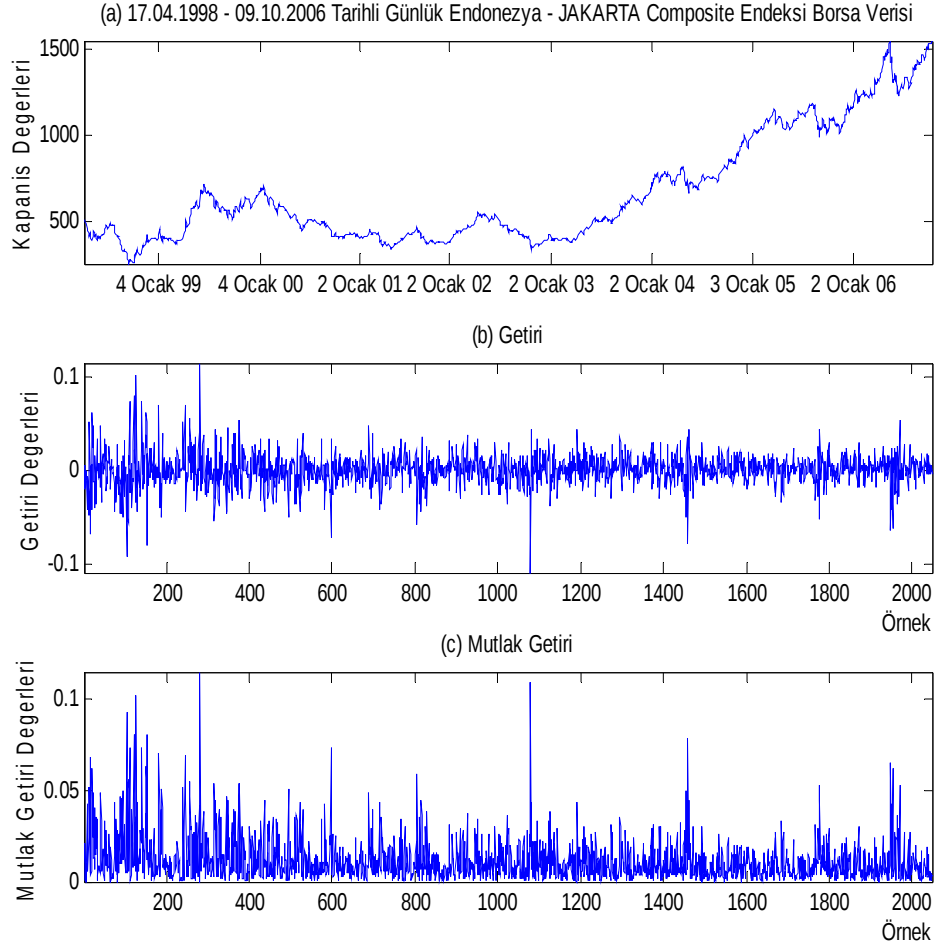
Şekil A.4: Şekil A.3'teki FTSE 100 endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b),(f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



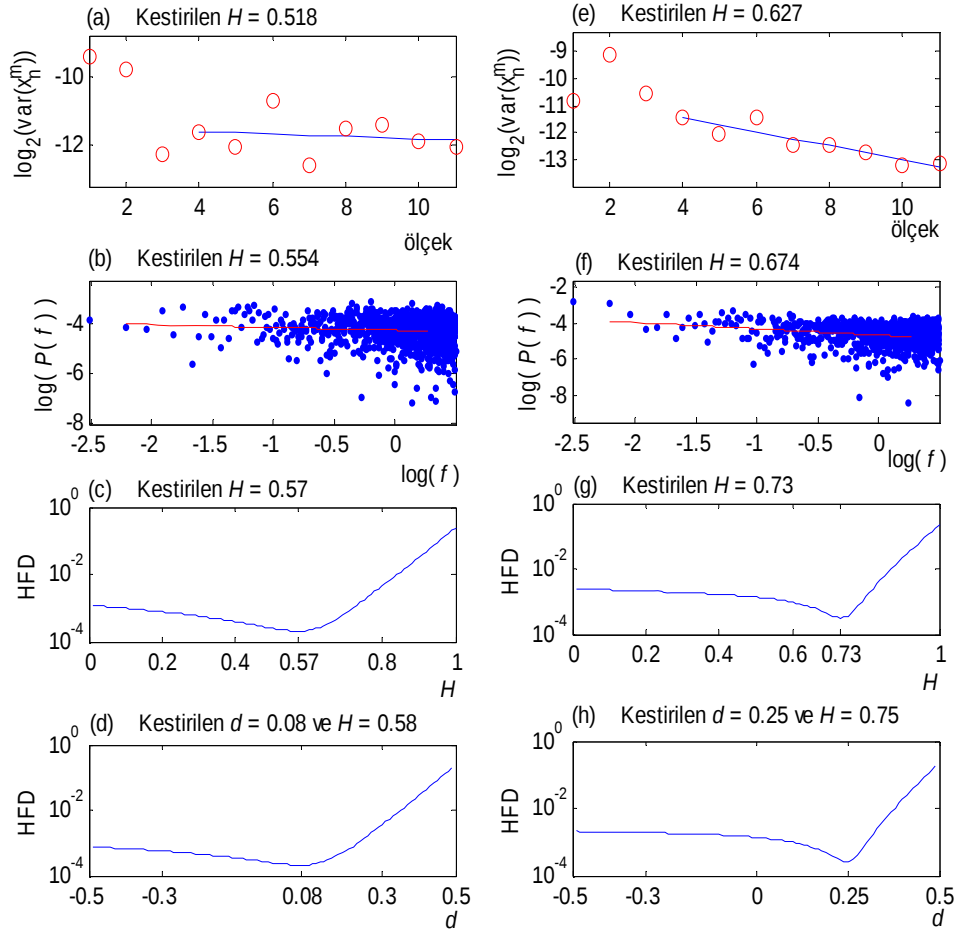
Şekil A.5: (a) 24.08.1998–09.11.2006 tarihli günlük Singapur-STRAITS TIMES endeksi, (b) (a)'daki verinin Getiri serisi, (c) (a)'daki verinin Mutlak Getiri serisi



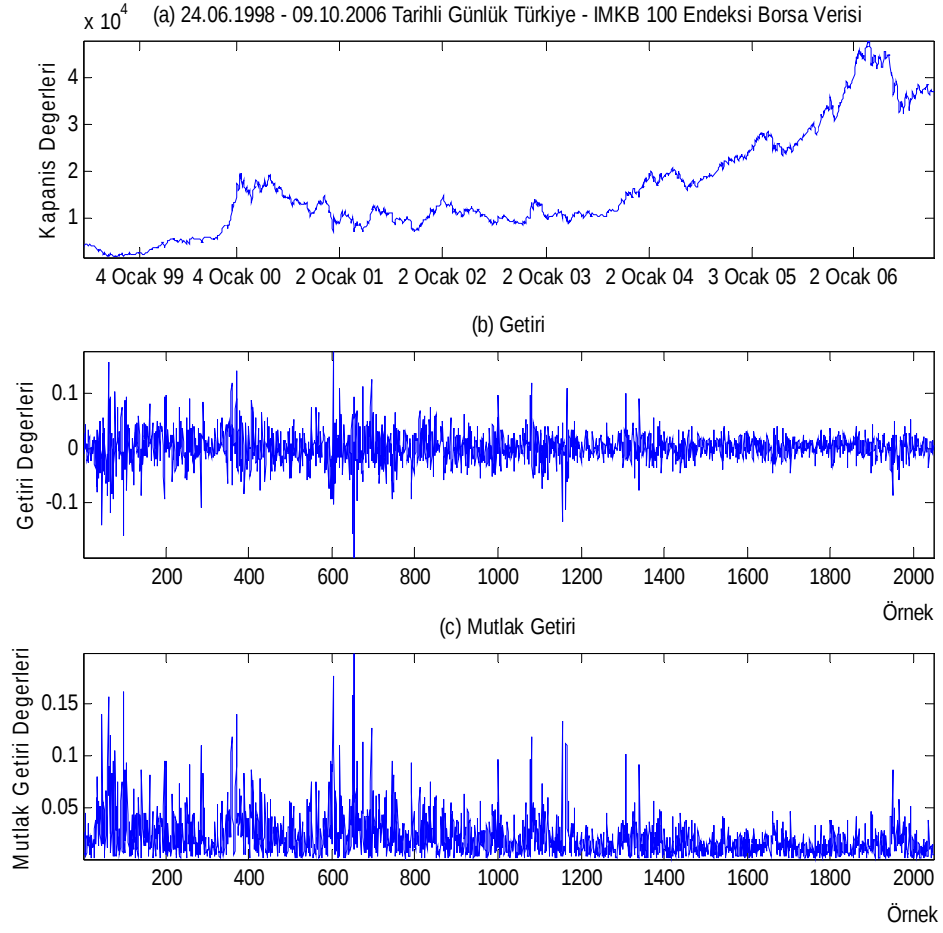
Şekil A.6: Şekil A.5'teki STRAITS TIMES endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b),(f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



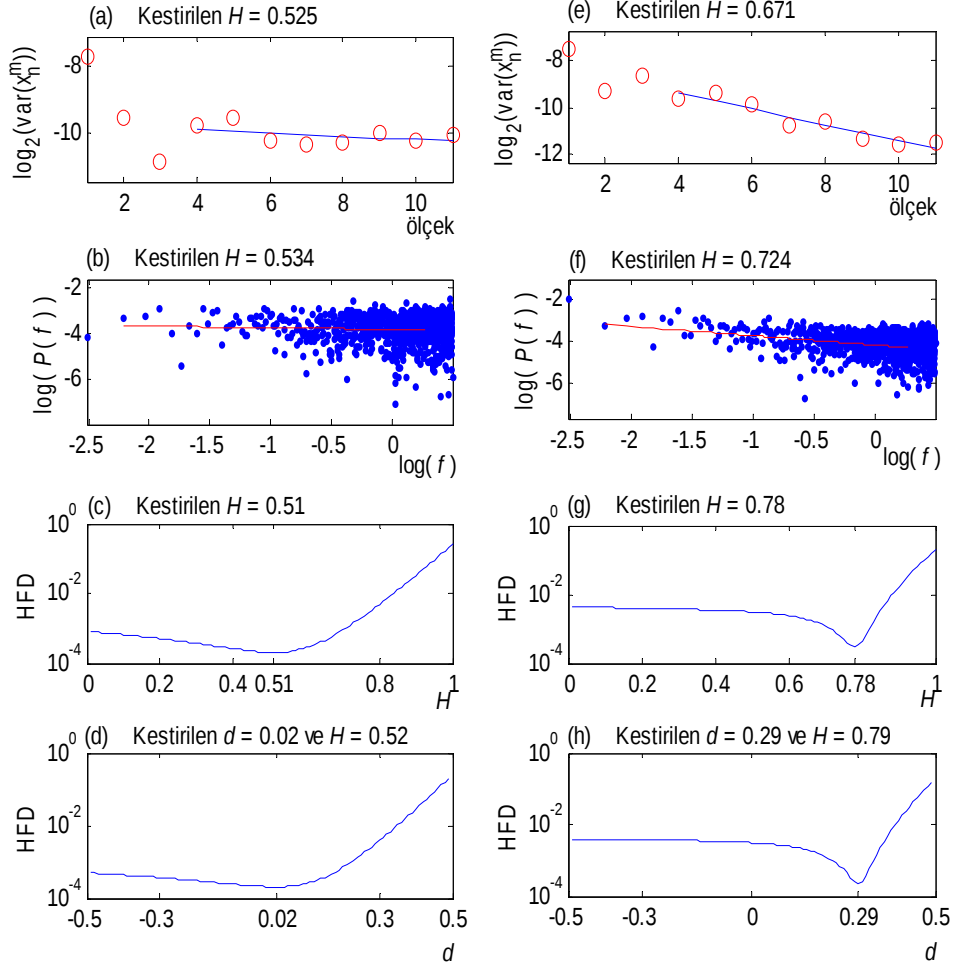
Şekil A.7: (a) 17.04.1998–09.10.2006 tarihli günlük Endonezya-JAKARTA Composite endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



Şekil A.8: Şekil A.7’deki JAKARTA Composite endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b),(f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)’de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)’de yer almaktadır.



Şekil A.9: (a) 24.06.1998 – 09.10.2006 tarihli günlük Türkiye- İMKB 100 Ulusal endeksi, (b) (a)'daki verinin Getiri serisi, (c) (a)'daki verinin Mutlak Getiri serisi

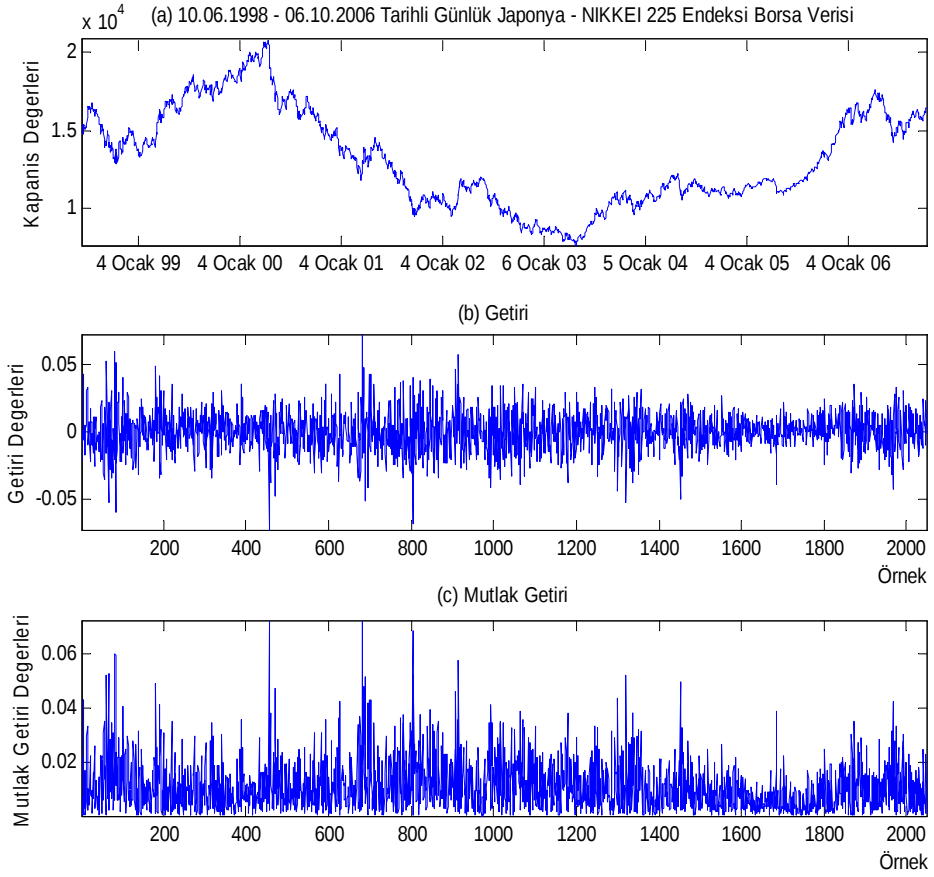


Şekil A.10: Şekil A.9'daki İMKB 100 Ulusal endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b),(f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.

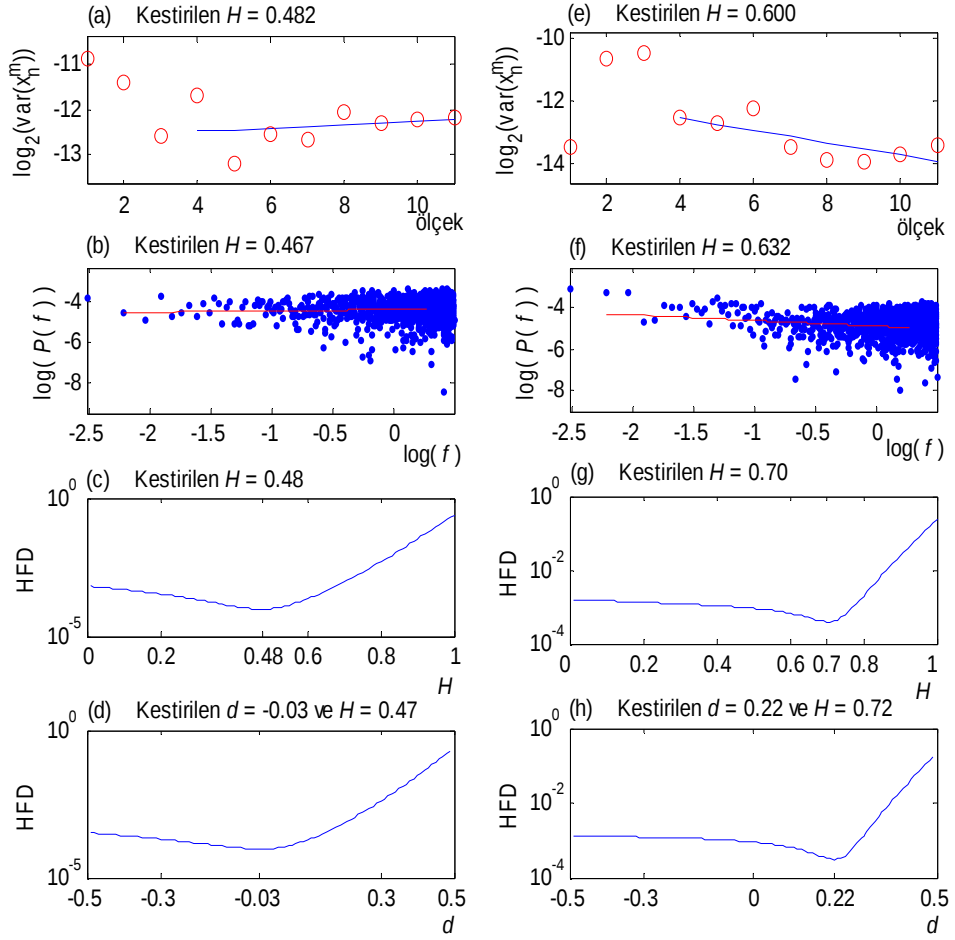
ÖZGEÇMİŞ

Cengiz BEKTAŞ, 1982 yılında İstanbul’da doğdu. İlk ve orta eğitimini bu şehirde, lise eğitimini ise Trabzon’da, Trabzon Yomra Fen Lisesi’nde tamamladı. 2000 yılında İstanbul Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünde lisans eğitimine başladı. 2004 yılında İstanbul Üniversitesi’nden bölüm birincisi olarak mezun olup aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Telekomünikasyon Mühendisliği bölümünde yüksek lisans eğitimine başladı. Halen aynı üniversitede yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.

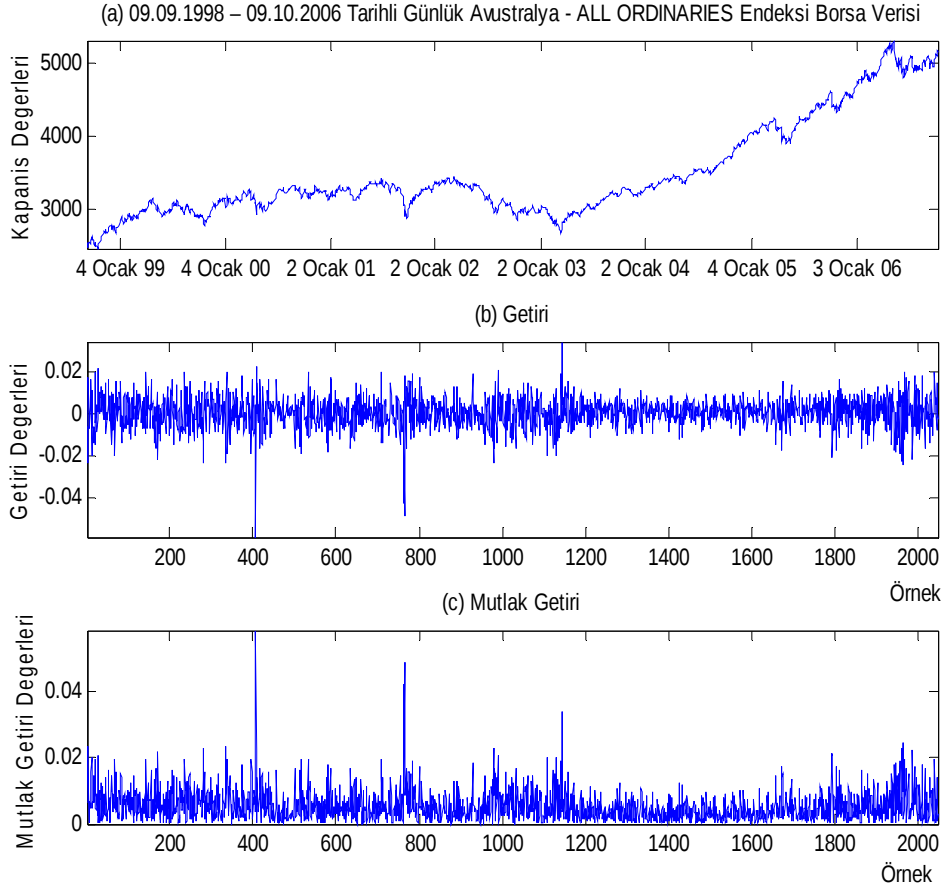
EK B



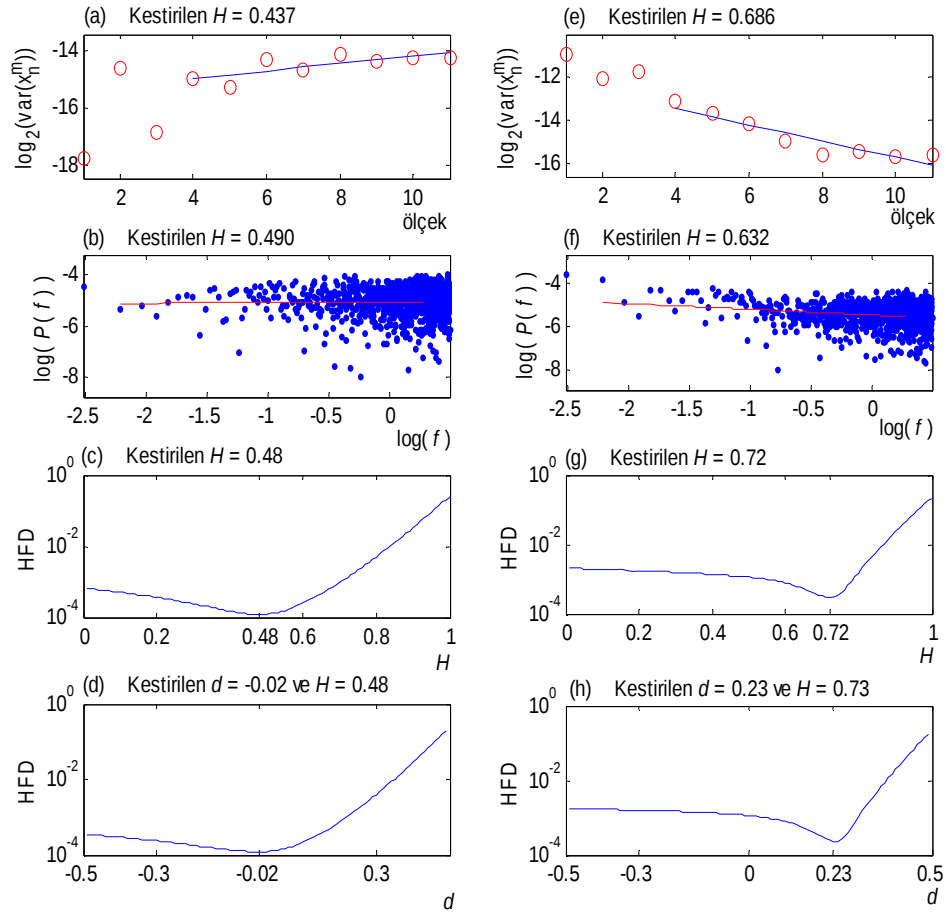
Şekil B.1: (a) 10.06.1998–06.10.2006 tarihli günlük Japonya – NIKKEI 225 endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



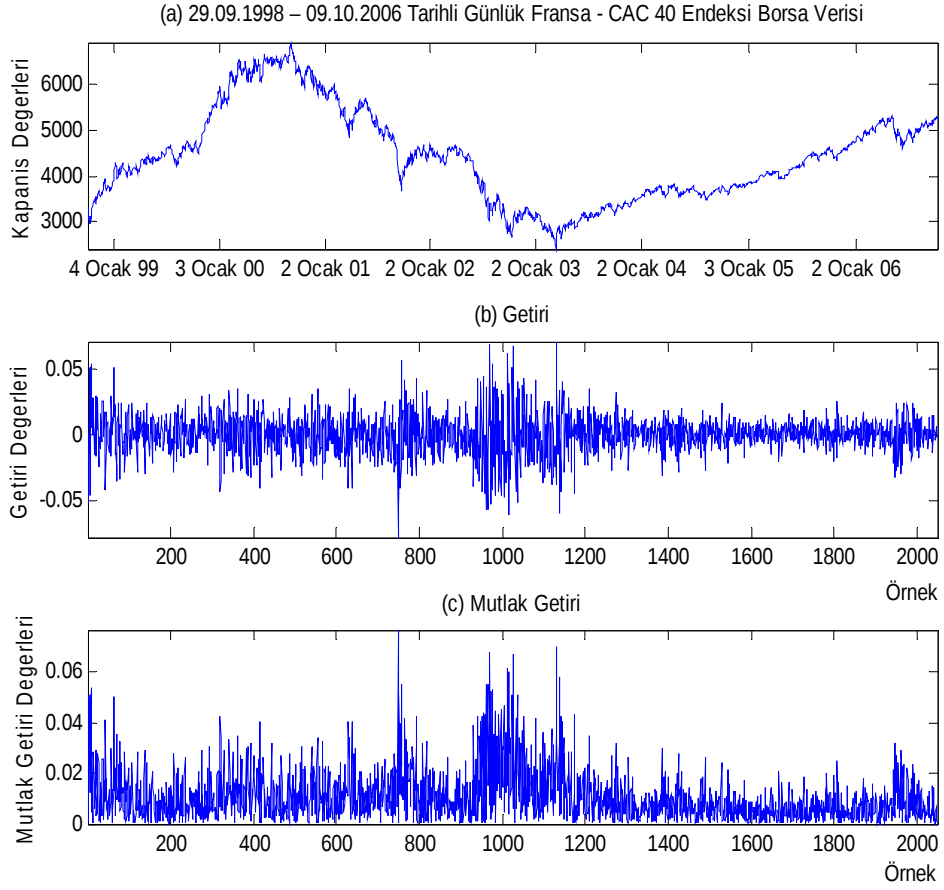
Şekil B.2: Şekil B.1’deki NIKKEI 225 endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)’de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)’de yer almaktadır.



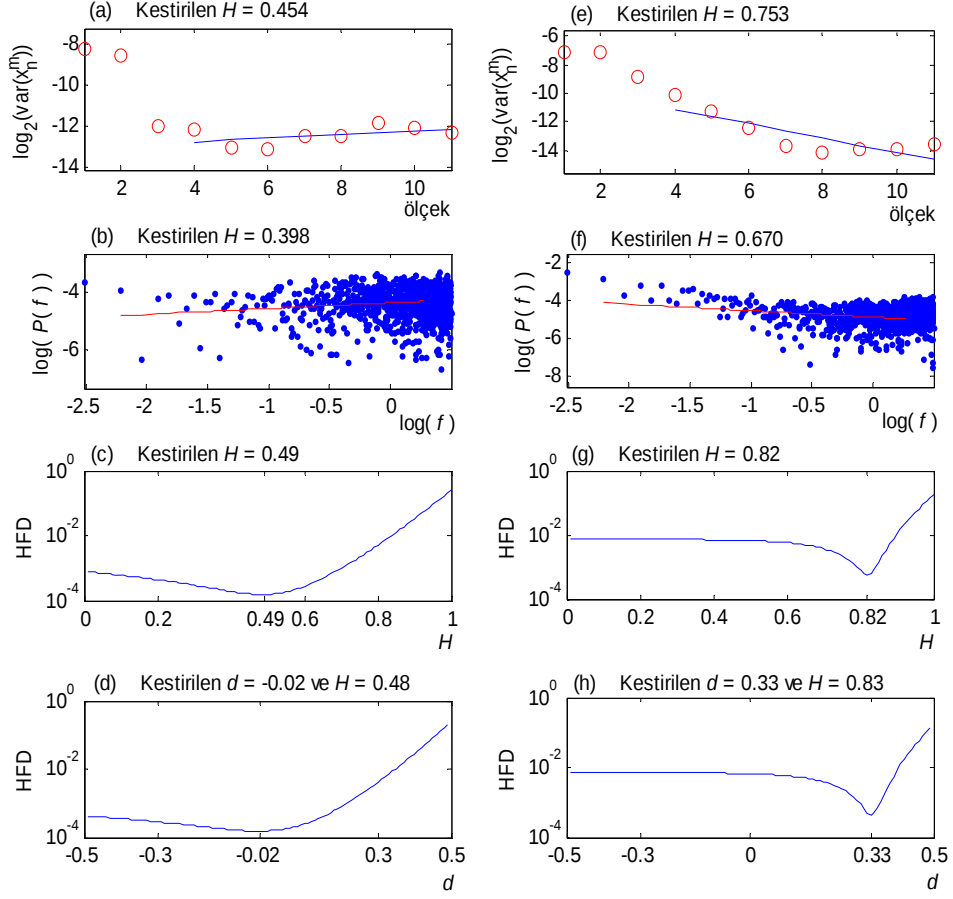
Şekil B.3: (a) 09.09.1998–09.10.2006 tarihli günlük Avustralya–ALL ORDINARIES endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



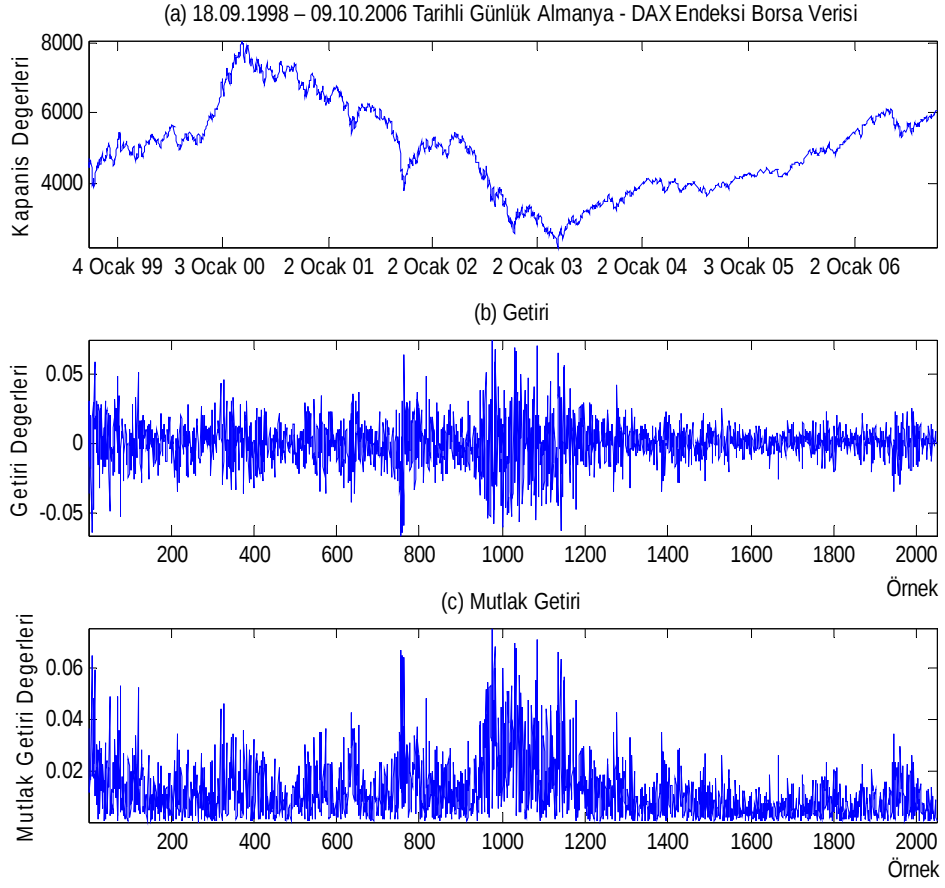
Şekil B.4: Şekil B.3'teki ALL ORDINARIES endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



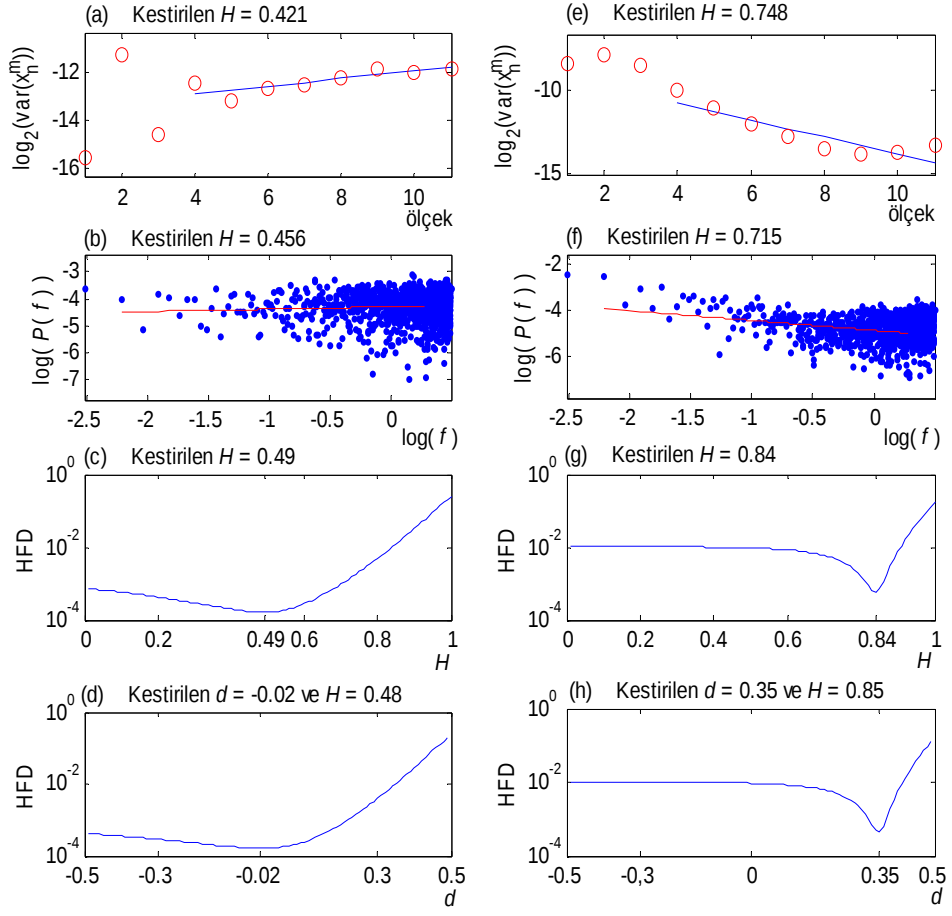
Şekil B.5: (a) 29.09.1998–09.10.2006 tarihli günlük Fransa–CAC 40 endeksi, (b) (a)'daki verinin Getiri serisi, (c) (a)'daki verinin Mutlak Getiri serisi



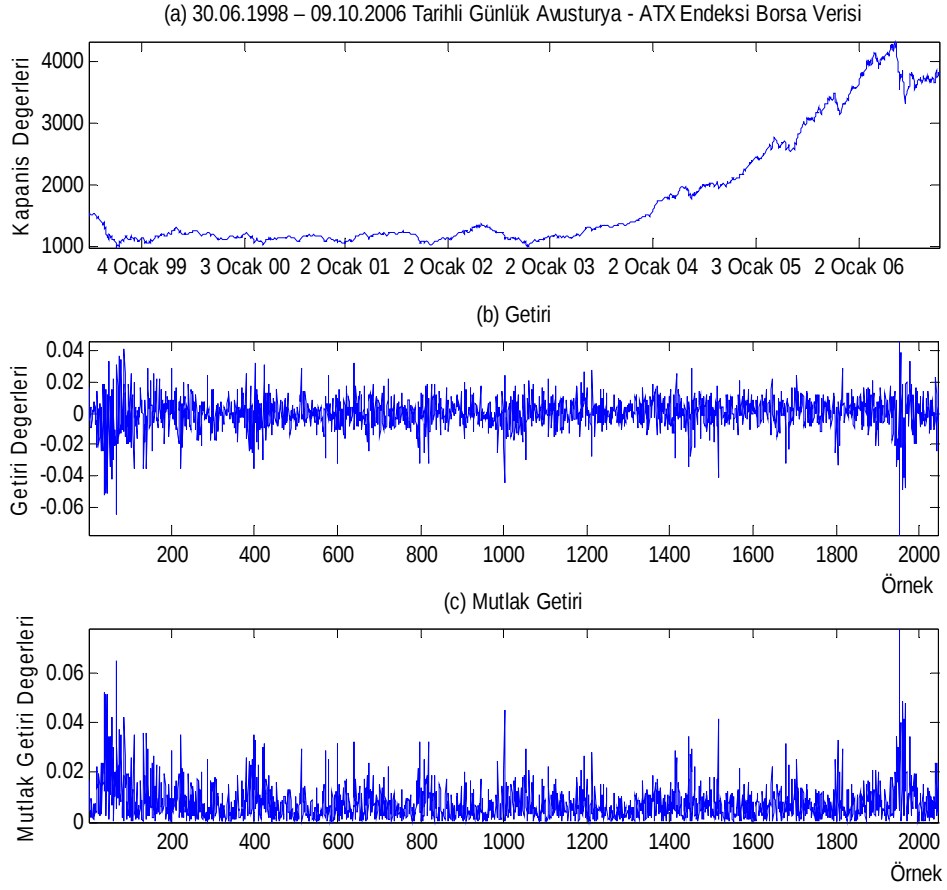
Şekil B.6: Şekil B.5'teki CAC 40 endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



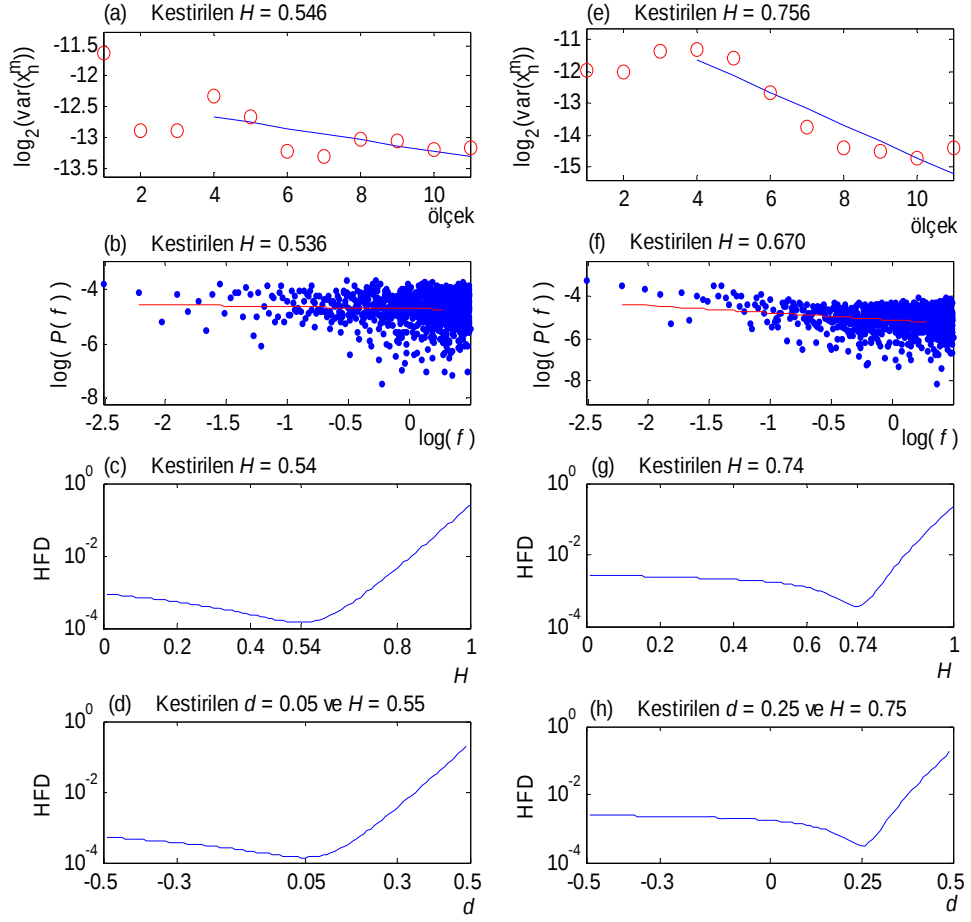
Şekil B.7: (a) 18.09.1998–09.10.2006 tarihli günlük Almanya–DAX endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



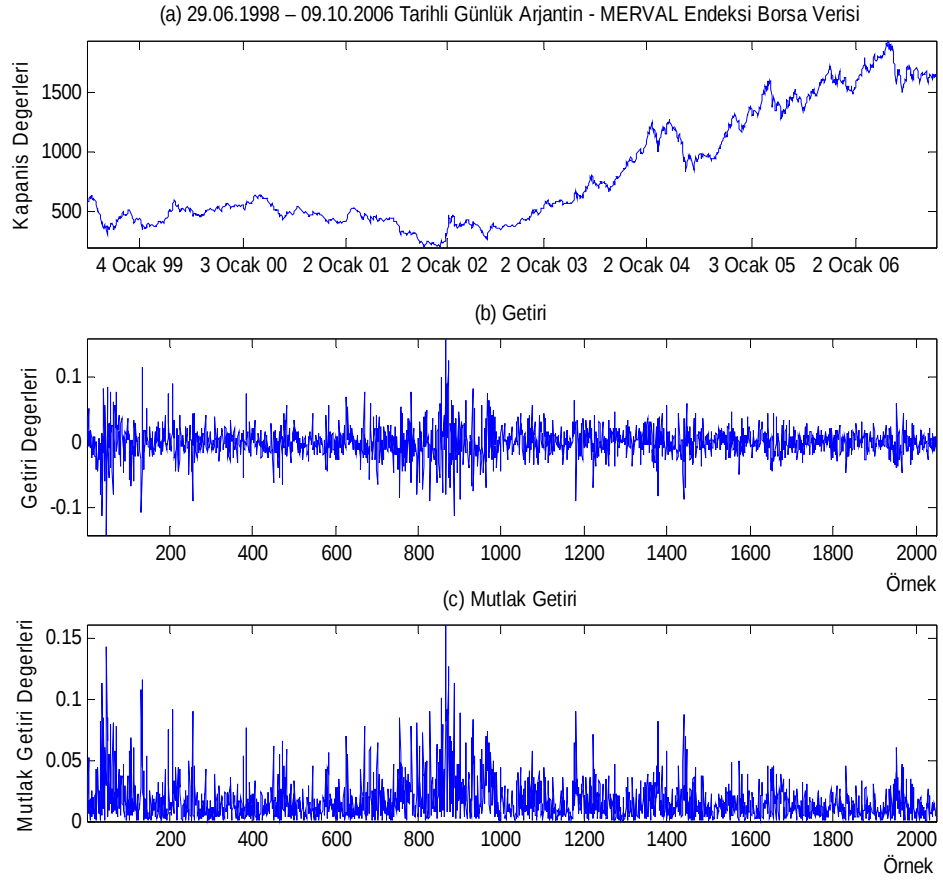
Şekil B.8: Şekil B.7’deki DAX endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)’de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)’de yer almaktadır.



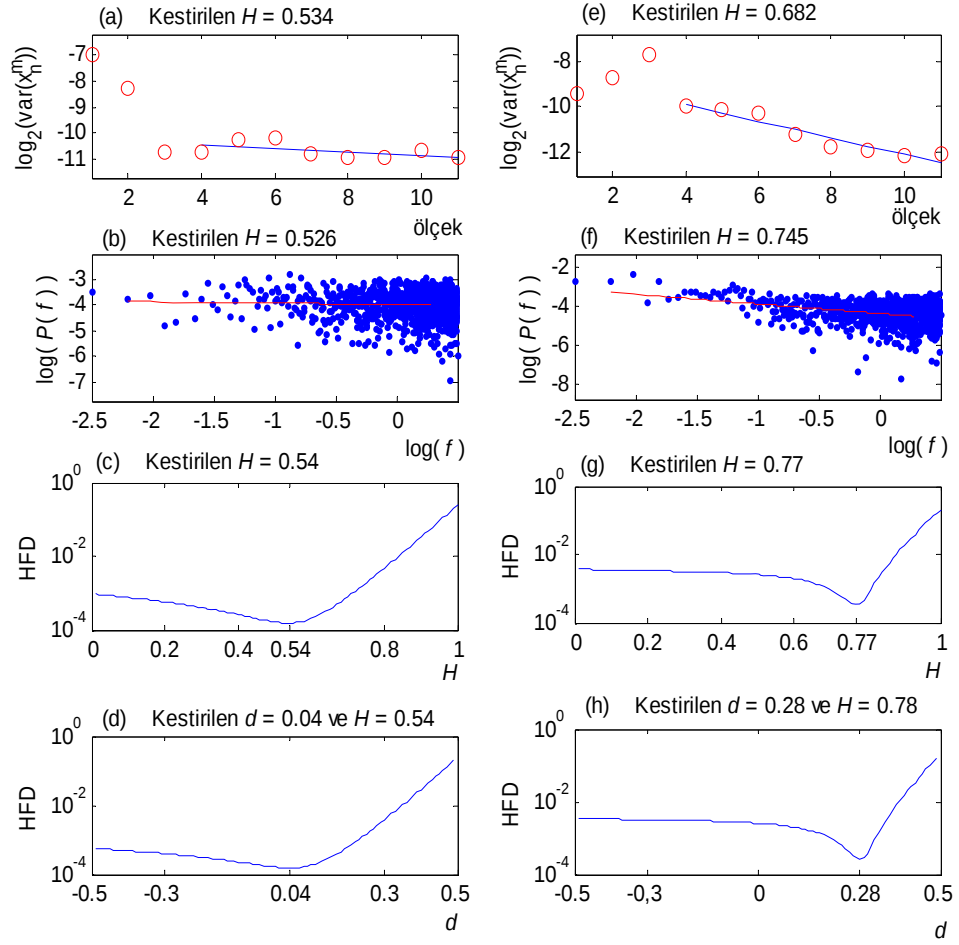
Şekil B.9: (a) 30.06.1998–09.10.2006 tarihli günlük Avusturya–ATX endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



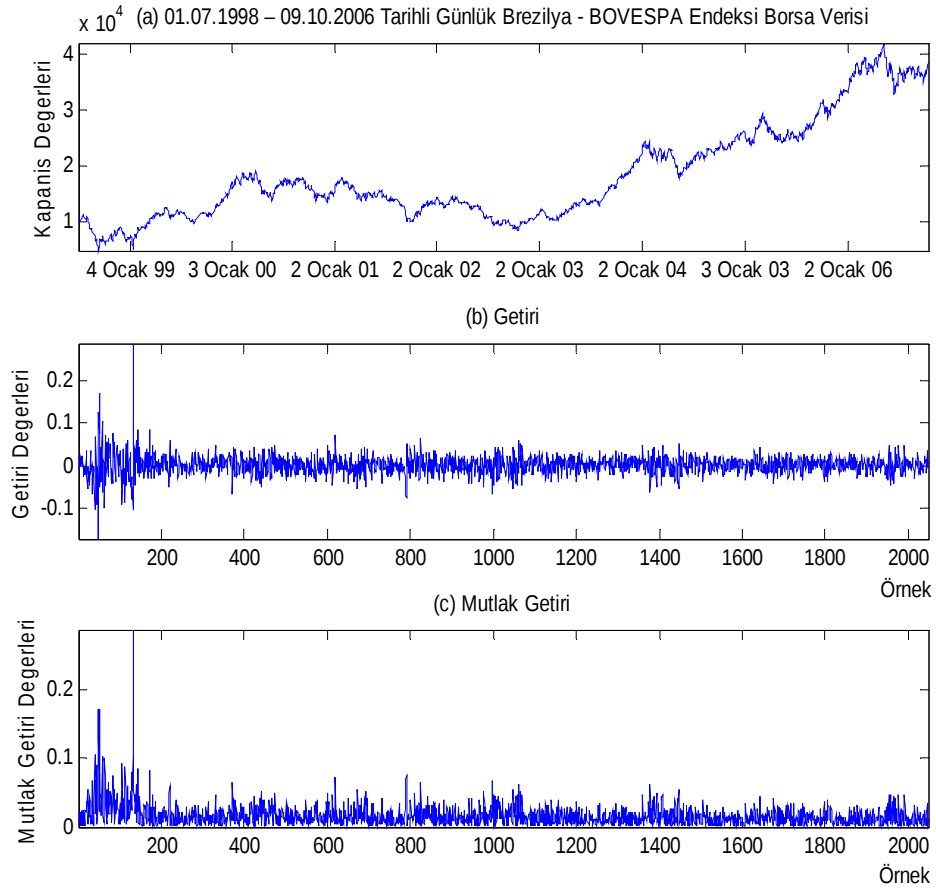
Şekil B.10: Şekil B.9'daki ATX endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



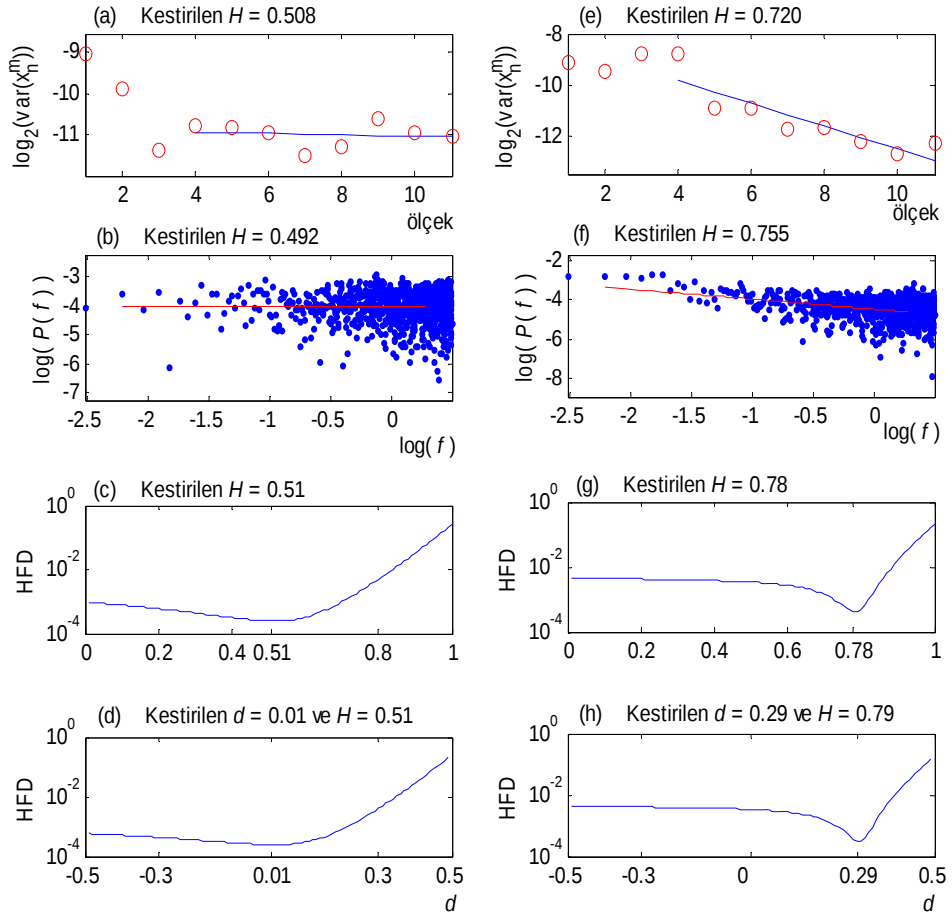
Şekil B.11: (a) 29.06.1998–09.10.2006 tarihli günlük Arjantin–Merval endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



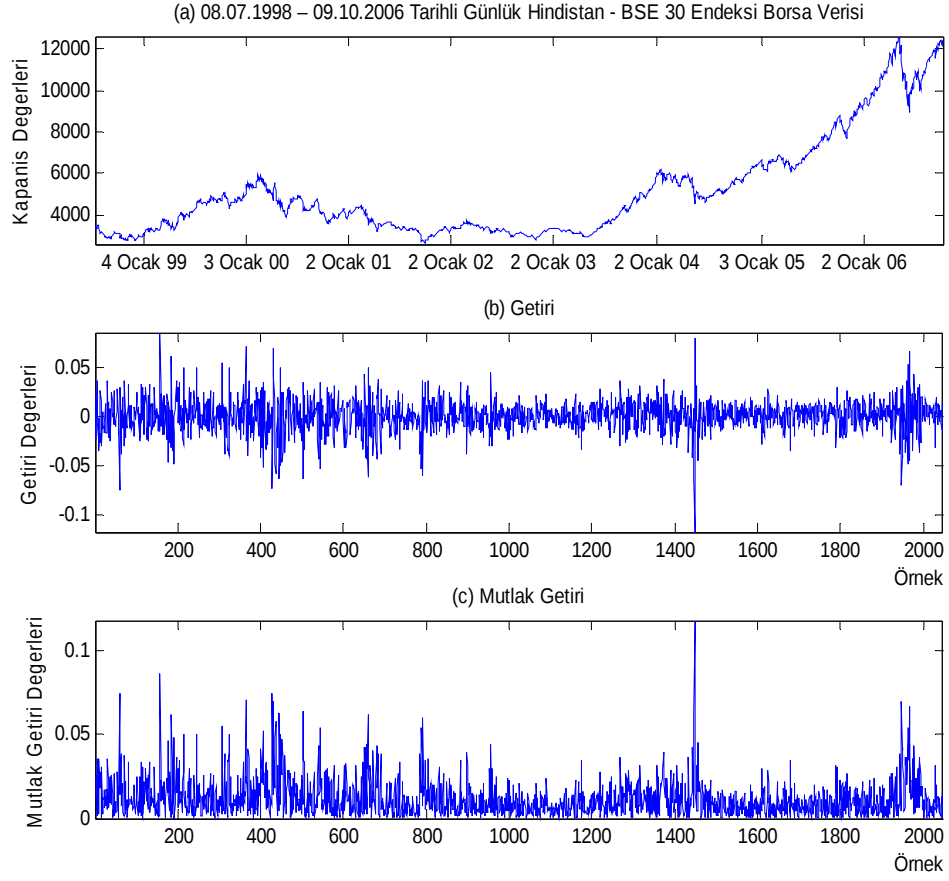
Şekil B.12: Şekil B.11’deki MERVAL endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)’de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)’de yer almaktadır.



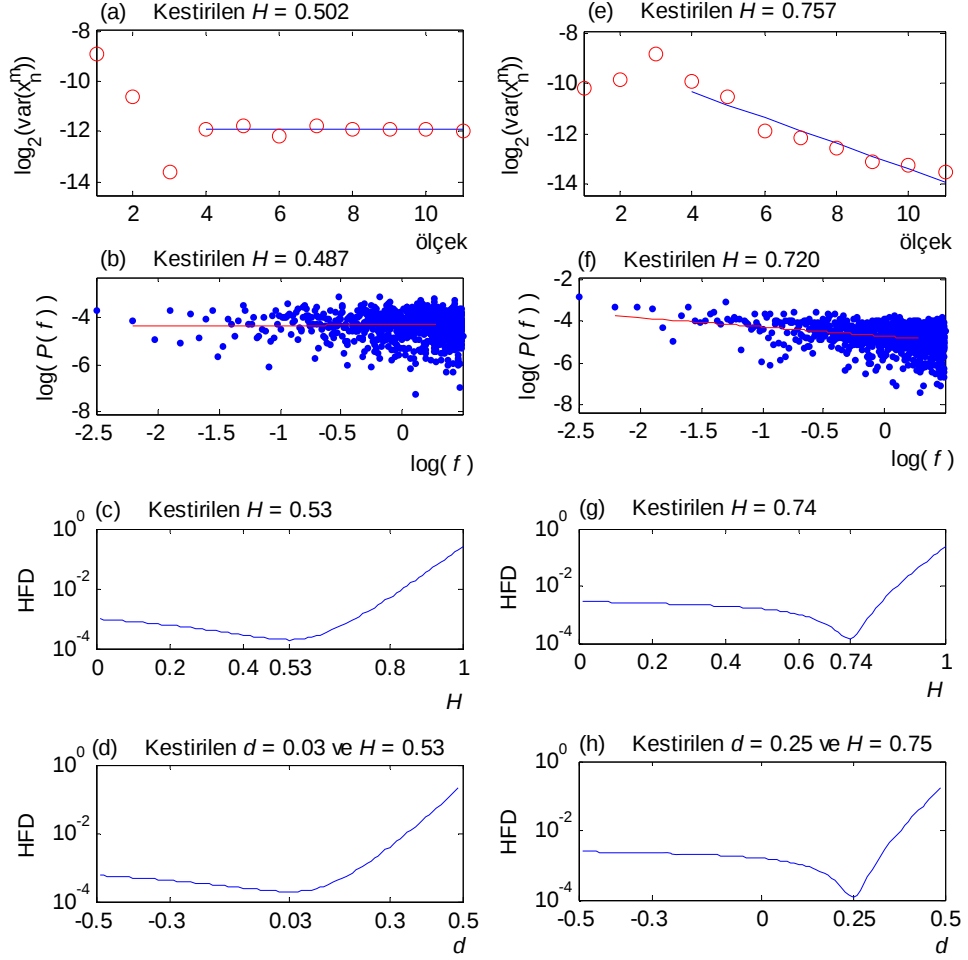
Şekil B.13: (a) 01.07.1998–09.10.2006 tarihli günlük Brezilya–BOVESPA endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



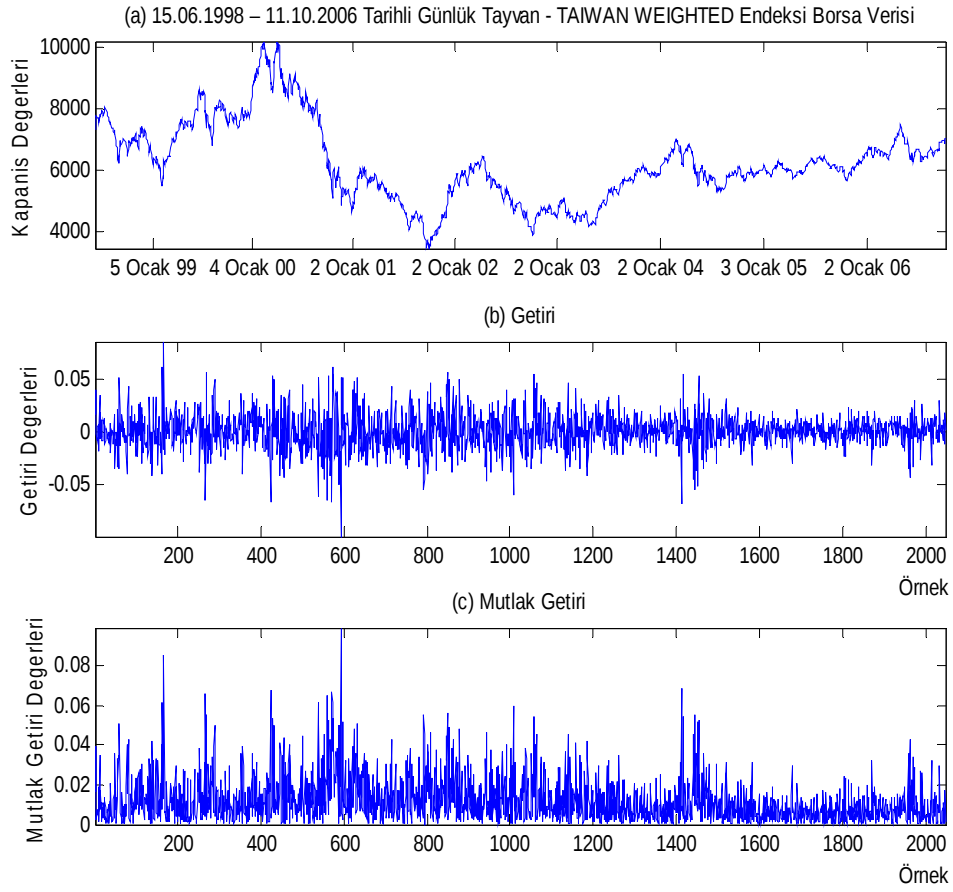
Şekil B.14: Şekil B.13'deki BOVESPA endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



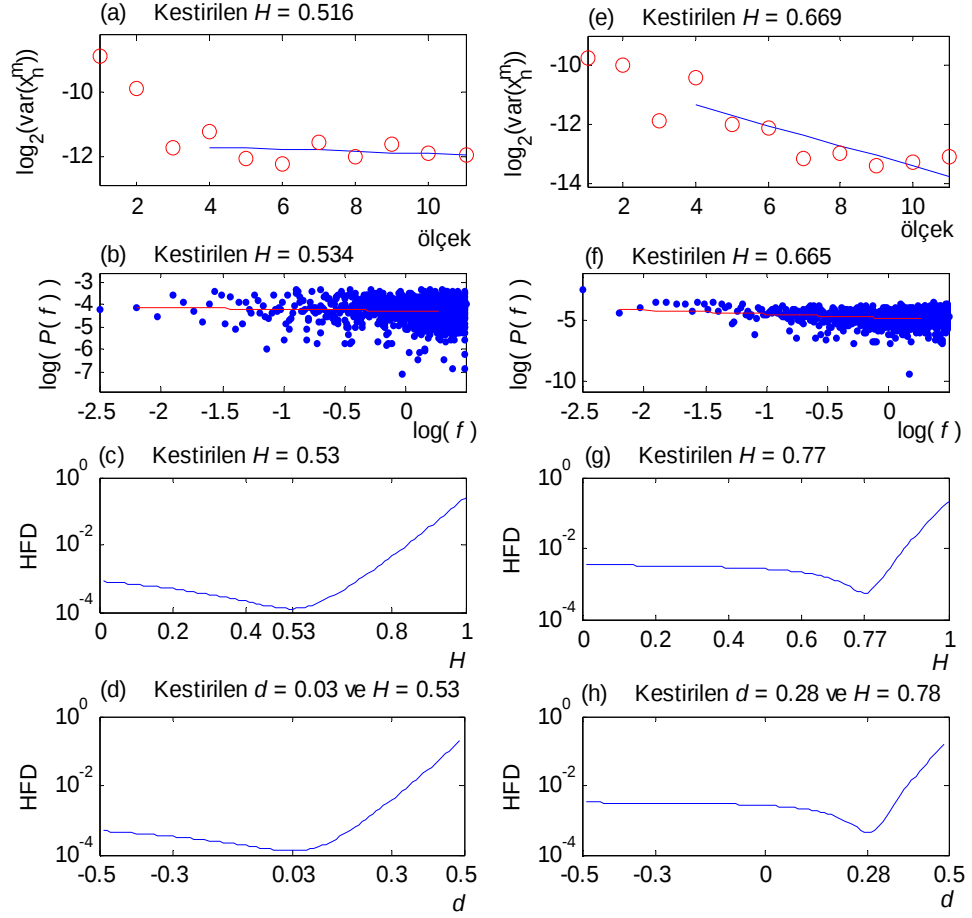
Şekil B.15: (a) 08.07.1998–09.10.2006 tarihli günlük Hindistan–BSE 30 endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



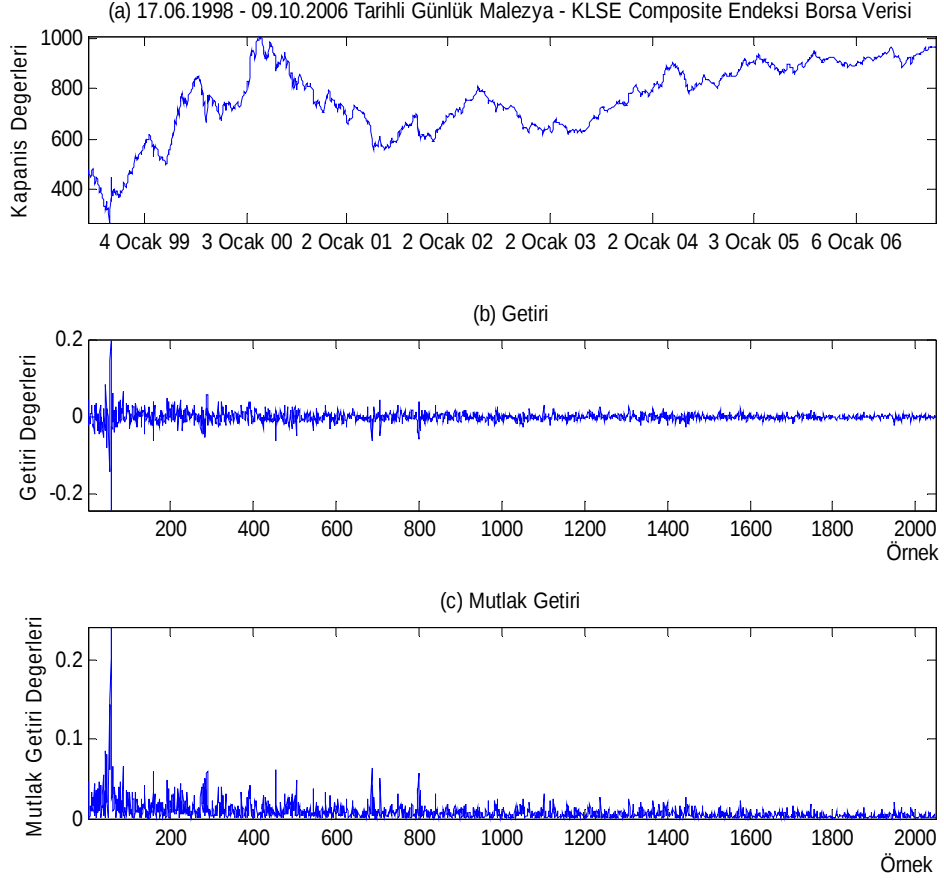
Şekil B.16: Şekil B.15’deki BSE 30 endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)’de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)’de yer almaktadır.



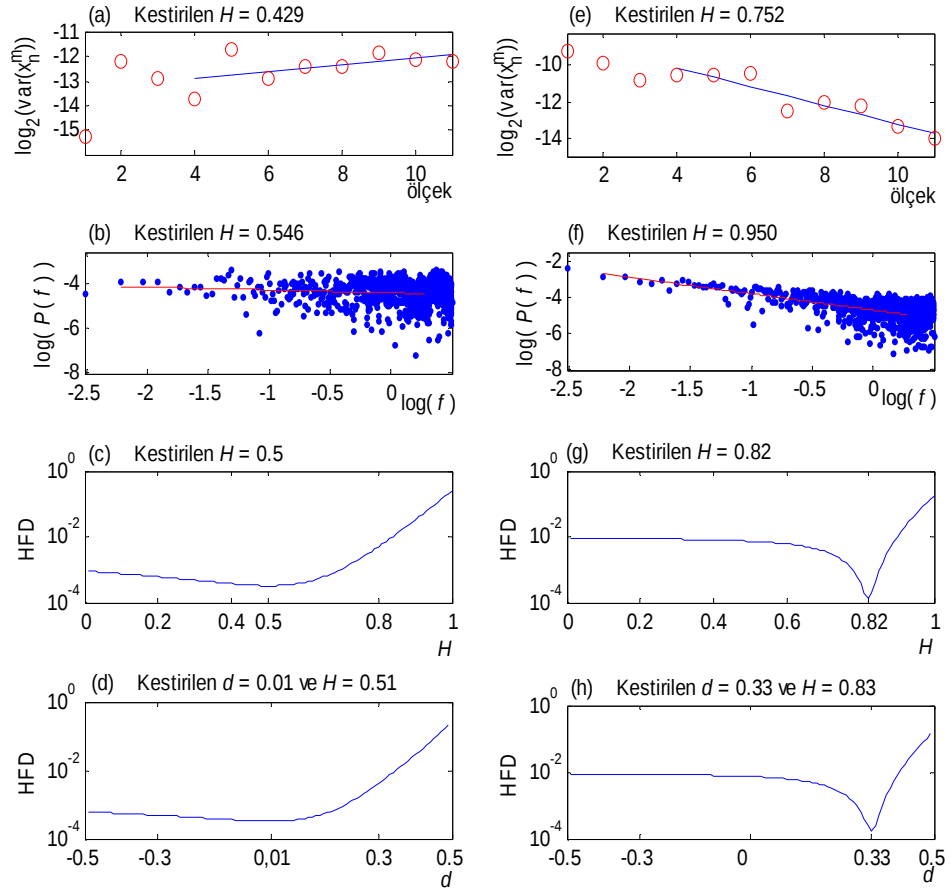
Şekil B.17: (a) 15.06.1998–11.10.2006 tarihli günlük Tayvan–TAIWAN WEIGHTED endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



Şekil B.18: Şekil B.17'deki TAIWAN WEIGHTED endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.



Şekil B.19: (a) 17.06.1998–09.10.2006 tarihli günlük Malezya–KLSE Composite endeksi, (b) (a)’daki verinin Getiri serisi, (c) (a)’daki verinin Mutlak Getiri serisi



Şekil B.20: Şekil B.19'daki KLSE Composite endeksi Getiri ve Mutlak Getiri serileri için analiz sonuçları: (a), (e) DDTY; (b), (f) PTY; (c), (g) KG-Eniyileme-SOSS yöntemi ve (d), (h) KG-Eniyileme-FARIMA yöntemi sonuçlarını göstermektedir. Getiri serileri sonuçları (a), (b), (c) ve (d)'de, Mutlak Getiri serileri sonuçları ise (e), (f), (g) ve (h)'de yer almaktadır.