

**BİR NÜKLEER KAZA SONRASI DOĞAL TAŞINIM İLE
ISI ÇEKİMİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fizikçi Y. Tuba ERDEM

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Ocak 1994

Tezin Savunulduğu Tarih : 7 Şubat 1994

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr.A.Cihat BAYTAŞ

**Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Hasbi YAVUZ
Prof.Dr.Melih GEÇKİNLİ**

OCAK 1994

ÖNSÖZ

Nükleer kazalarda kalp malzemesinin ergimesiyle oluşan malzeme, reaktör kabında bir ısı kaynağı oluşturmaktadır. Bu çalışmada da ısı kaynağı içeren kapalı bir kapta doğal ısı taşınımı problemi sayısal olarak çözülmektedir.

Öngörülen kap geometrisi, başlangıç ve sınır şartlarında bu problem incelenerek, belirli bir Pr sayısı ve çeşitli Ra sayılarındaki eş sıcaklık eğrilerinin, akım çizgilerinin yatay ve düşey hız bileşenlerinin değişimleri sunulmaktadır. Ayrıca kap çeperlerinde oluşan ısı transferi de Nu sayısının duvarlardaki değerlerinin hesaplanması ile verilmektedir.

Bu çalışma konusunun ortaya konmasında, gelişip sonuçlanmasında ve tüm yüksek lisans öğrenimim boyunca çok büyük ilgi ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Yrd.Doç.Dr. Cihat BAYTAŞ'a teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Ayrıca, öğrenim hayatım boyunca, maddi ve manevi desteklerini, sonsuz sabır ve sevgilerini hep yanımda bulduğum sevgili aileme minnet borçluyum.

Y.Tuba ERDEM

İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER	iv
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 MATEMATİK MODEL VE PROBLEMİN FORMÜLASYONU	5
2.1 Temel Korunum Denklemleri	5
2.1.1 Kütle Korunum (Süreklilik) Denklemi	5
2.1.2 Momentum Korunum Denklemi	6
2.1.3 Girdap (Vorticity) Denklemi	9
2.1.4 Enerji Korunum Denklemi	12
2.2 Problemin Formülasyonu	13
2.2.1 Başlangıç ve Sınır Şartları	19
2.3 Sayısal Çözüm	23
2.4 Isı Transferi	32
BÖLÜM 3 SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARININ İNCELENMESİ	35
SONUÇ VE ÖNERİLER	52
KAYNAKLAR	53
EK	55
ÖZGEÇMİŞ	63

SEMBOLLER

c_p	Sabit basınçta ısınma ısısı, [KJ/kgK]
D	Kap Kenar uzunluğu, [m]
g	Yerçekimi ivmesi, [m/s ²]
h	Isı taşınım katsayısı, [W/m ² K]
k	Akışkanın ısı iletim katsayısı, [W/mK]
Nu_y	Yerel Nusselt Sayısı
Nu_a	Ortalama Nusselt Sayısı
P	Basıç, [N/m ²]
Pr	Prandtl Sayısı
Ra	Rayleigh Sayısı
q'''	Boyutlu ısı üretimi, [W/m ³]
Q'''	Boyutsuz ısı üretimi
t	Fiziksel zaman, [s]
T	Sıcaklık, [K]
u	Yatay hız bileşeni, [m/s]
U	Boyutsuz yatay hız bileşeni
v	Düşey hız bileşeni, [m/s]
V	Boyutsuz düşey hız bileşeni
x	Yatay koordinat, [m]
X	Boyutsuz yatay koordinat
y	Düşey koordinat, [m]
Y	Boyutsuz düşey koordinat
α	Akışkanın ısı yayılma katsayısı, [m ² /s]
β	Akışkanın ısı genleşme katsayısı, [K ⁻¹]
ΔT	Referans sıcaklık farkı
Θ	Boyutsuz sıcaklık
ν	Akışkanın kinematik viskozitesi, [m ² /s]

ρ	Akışkanın yoğunluğu, [kg/m ³]
τ	Boyutsuz zaman
ψ	Akım fonksiyonu
Ψ	Boyutsuz akım fonksiyonu
w	Girdap
Ω	Boyutsuz girdap

Alt indisler :

o	Duvar değerleri
y	Yerel
a	Ortalama



ÖZET

Geniş kullanım alanları dolayısıyla, içinde enerji kaynağı bulunduran veya dışardan ısıtılan kapalı kaplardaki doğal taşınım problemleri üzerine yapılan çalışmalar çok önem kazanmıştır. Bu çalışmaların ilginç ve önemli odak noktalarından biri de nükleer kazalarda kalp malzemesinin eriyerek meydana getirdiği enkazın şiddetli bir ısı kaynağı gibi ve reaktör kabının da kapalı bir kap gibi davranarak oluşturdıkları modeldir. Bu çalışmada başlangıç noktası olan bu model, kapalı bir kap içersinde, bir ısı kaynağı içeren akışkan için doğal taşınım problemi olarak ele alınmaktadır.

Bütün temel korunum denklemleri söz konusu fiziksel modele uyarlanmış ve sonlu farklar metoduna göre sayısal olarak çözülmüştür. Akışkan olarak ergimiş kalp malzemesi seçilmiş ve buna bağlı olarak da Pradtl sayısı 0.73 olarak alınmıştır.

Tüm sonuçlar $0-10^6$ arasında değişen farklı Rayleigh sayıları için incelenmiştir. Ayrıca ısı transferi hesabı yapılarak yerel ve ortalama Nusselt sayıları hesaplanmış, yerel Nu sayılarının duvarlar boyunca değişimi ve ortalama Nu sayılarının da, sistemin sürekli rejime ulaşmasının incelenmesi açısından, zamana göre değişimleri belirlenmiştir. Ayrıca, tüm sonuçlar sıcaklık ve hız alanları şeklinde sunulmuştur.

SUMMARY

A NUMERICAL STUDY ON THE POST-ACCIDENT HEAT REMOVAL WITH CONVECTION IN NUCLEAR REACTORS

Natural convection in enclosures has received increasing attention in recent years. The attention is due in part to recognition of the importance of this process in many diverse applications such as home heating, solar collectors, cryogenic storage, thermal insulation, crystal growth, furnace and nuclear reactor safety. In addition, engineering processes in fluids with chemical reactions or microwave heating are common today. Another example is geophysical problems (Runcorn, 1962) associated with the under ground storage of nuclear water, among other.

In this study it was thought that heat generation in the core debris as a result of a post-accident. A severe nuclear reactor accident involving the melting of the reactor core, dominate the residual risk associated with the use of nuclear power (Powers, 1990). Many safety-significant phenomena may be hypothesized to occur when core debris is expelled from the reactor coolant system.

In recent years, the most important post-accident is that at Three Mile Island Unit 2 (TMI-2) reactor, now 14 years old, remains as the United States' worst commercial nuclear reactor accident. The TMI-2 accident resulted in extensive oxidation and melting of the reactor core and significant release of fission products from the fuel. At least 45% (62 metric tons) of the core melted and about 20 metric tons of molten core material relocated into the lower plenum of the reactor vessel (D.J.Osetek, 1990).

The high temperature core material when released into the reactor cavity is composed of an oxidic and a metallic melt. The interaction with the structural concrete is driven by the sensible and latent heat from the initial debris, by the decay heat power from the fission products which are partly in the metal phase but mainly in the oxide phase and by the chemical reaction enthalpies which are releasing a considerable amount of energy mainly from the zirkonium oxidation in the early interaction process.

The liquid products of concrete decomposition, mainly SiO_2 and CaO , are soluble in the oxidic fuel melt. This leads to an increase of the melt mass as the erosion of the concrete propageles and to a substantial change of the oxidic properties: Densities, viscosities and freezing temperature are in the long term dominated by the concrete material. The mixture of this material lowers the densities of the decay heat source in the oxidic melt, while however the integral decay heat remains unaffected and follows the slowly decreasing decay heat level.

In this work, an square enclosure was thought with a uniform heat source distribution in it. As in a post-accident which includes heat that is produced in the core debris directly as result of radioactive decay and chemical reactions.

A numbers of studies have been conducted on convection in fluids with internal energy sources. Kulacki and Goldstein (1972) measured heat transfer from a plane layer containing internal energy source with equal boundary temperatures.

John and Reineke (1974) reported the characteristics of flow and heat transfer within a horizontal semicircular enclosure and a horizontal rectangular enclosure.

Beukema and Bruin (1983) developed a model of three dimensional natural convection in a confined porous medium with internal heat generation and applied theory to the storage process of agricultural products.

Ozoe and Churchill (1983) computed the three-dimensional velocity and temperature fields for a cellular element with aspect ratio of seven in a rectangular enclosure heated from below. Recently Acharya and Goldstein (1985) gave a numerical solution of natural convection in an externally heated square box containing uniformly distributed internal energy sources.

Lee and Goldstein (1988) experimentally analyzed the temperature distribution and heat transfer rate for an inclined square geometry with uniform energy sources within it. They used as convecting fluid distilled water with NaCl added to raise the electrical conductivity and Mach-Zehnder interferometer to measure the temperature distribution within the water bounded by four rigid isothermal planes maintained at the same temperature.

A 60 Hz. a.c. was passed from one silver-plated copper plate to the opposing one through the water to provide a relatively uniform internal heat source.

The purpose of this work is the numerical study of the flow in a confined vertical square enclosure which its walls maintained at the constant temperature being driven by uniform heat source within and examination of the temperature field and heat transfer to the walls.

We started from the conservation equations of mass, momentum and energy for the motion of which is laminar using the Boussinesq approximation.

The square enclosure is assumed to be very long in the third dimension. The flow is also assumed to be laminar, steady and two dimensional with the axes of the flow parallel to the third dimension.

Using the dimensionless variables, the governing equations are non-dimensionalized. The dimensionless parameters characterizing the system are defined, as Rayleigh number;

$$Ra = \frac{g\beta D^3}{\nu\alpha} \cdot \frac{q''' D^2}{k}$$

and Prandtl number

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

In this study the governing equations are discretized by control volume approach as discretization equations. One of the discretized governing equations is Poisson equation,

$$\nabla^2 \Psi = -\Omega$$

which is an elliptic equation was solved with Successive Overrelaxation Method (SOR). According to the SOR a relaxation factor (λ) which is defined by trying

is used and it was defined as $\lambda = 1.8$. Dimensionless vorticity transport and energy equations

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = Pr \nabla^2 \Omega - Ra \cdot Pr \frac{\partial \Theta}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \nabla^2 \Theta + Q^{*11}$$

are solved by using the two-dimensional Alternating-Direction-Implicit (ADI) method.

The relationships between velocity and stream function are as follows

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

The first and second derivatives in space are approximated by central differences. Each time step is divided into two halves. For the first half time step t_n to $t_{n+1/2}$ derivatives with respect to one space direction are represented by finite-difference analogues evaluated at $t_{n+1/2}$ where those with respect to the other direction are evaluated at t_n and are already known. In the next half time-step from $t_{n+1/2}$ to t_{n+1} the reverse procedure is used. And forward differences are used for approximating the time derivatives.

The boundary condition for the vorticity is calculated by a three-point forward or backward scheme for the stream function.

A Prandtl number of 0.73 has been used in this study and while this choice corresponds to air it also approximates the Prandtl number value for molten mixed-oxide nuclear fuel, (Acharya, 1985). The Rayleigh numbers are chosen as different values, from 0 to 10^6 . Also local and average Nusselt numbers are calculated separately for four walls of square enclosure.

Finally conduction, transition and laminar boundary layer regions are determined by computing average Nu number for different Rayleigh numbers.



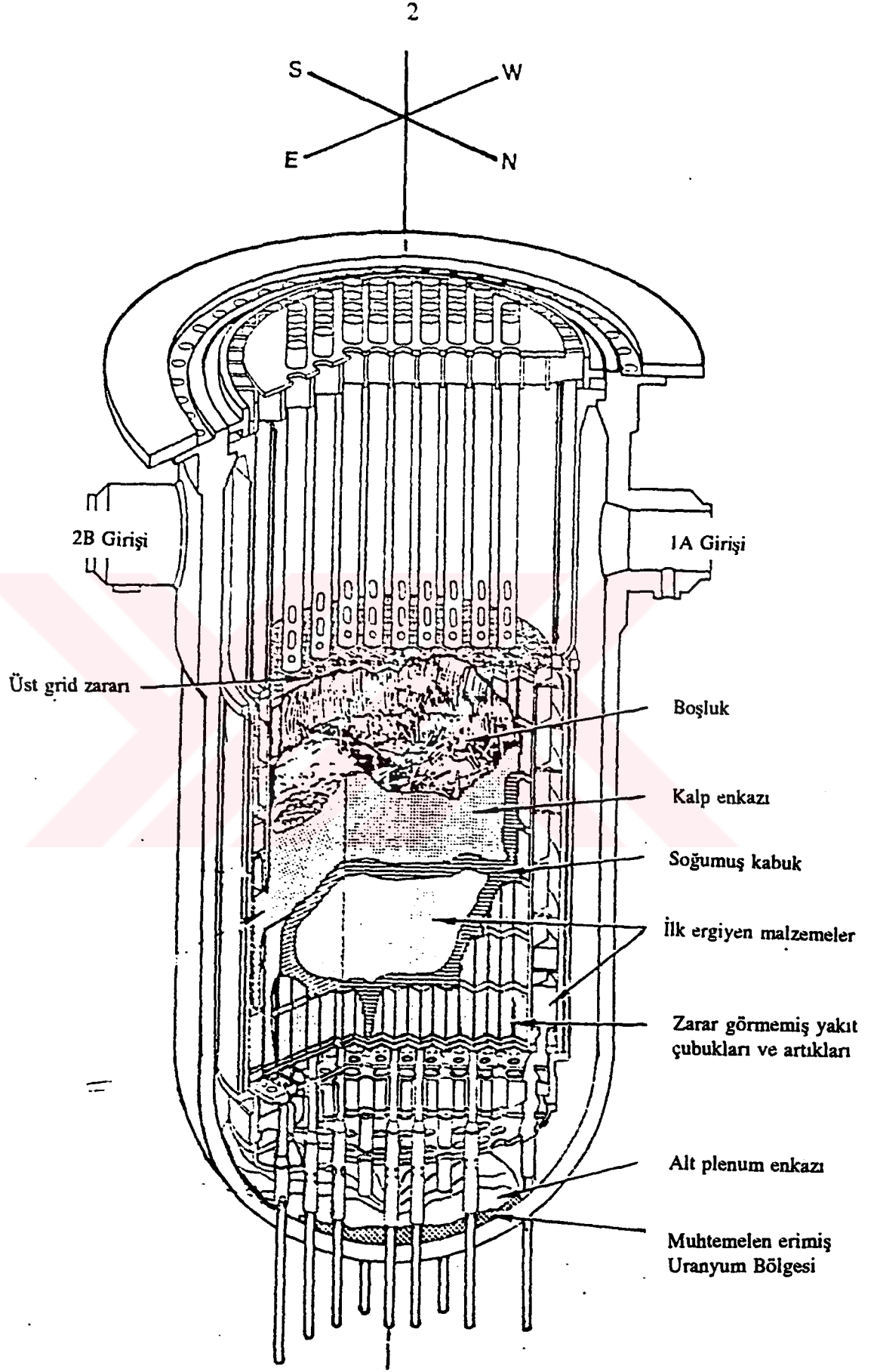
BÖLÜM 1

GİRİŞ

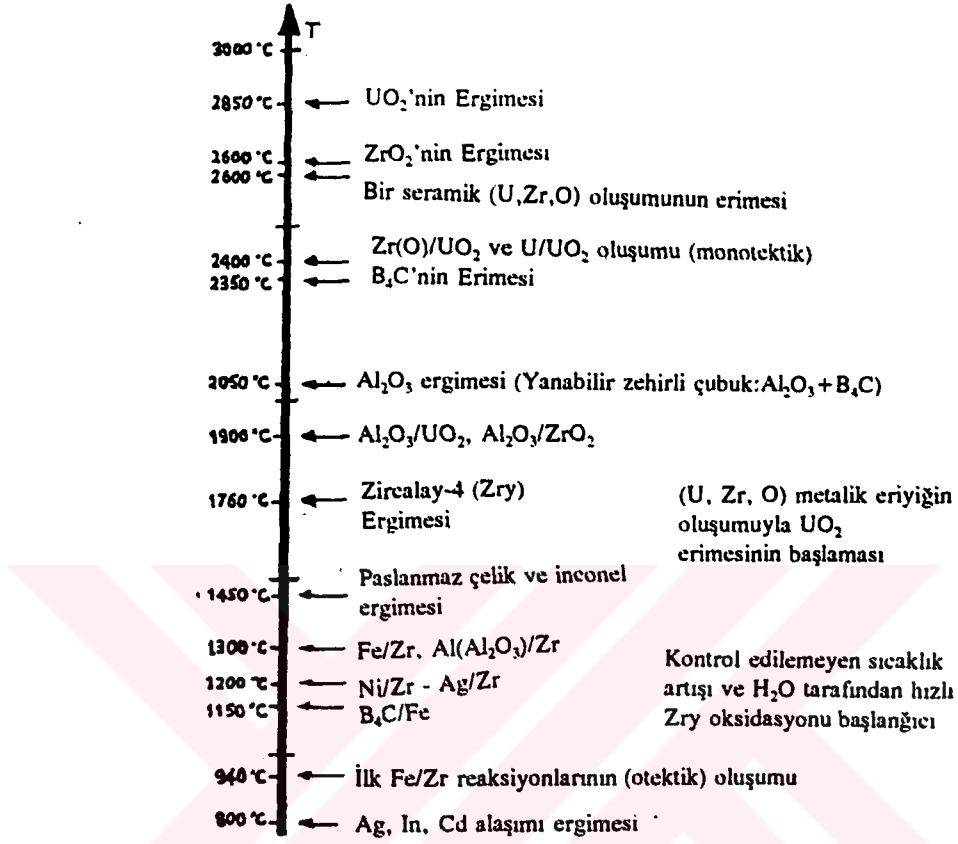
Nükleer enerjinin kullanımını yaygınlaştırmak ve kolaylaştırmak, nükleer reaktörlerde kaza riskini mümkün oldukça düşürmek, olabilecek bir kazanın şiddetini ve zararlarını en aza indirmekle mümkündür. Bir nükleer kaza esnasında reaktör kalbinde meydana gelen değişiklikler ve bu değişiklikler sonucu açığa çıkan sıcaklık dağılımının belirlenmesi ve buna uygun soğutma sistemlerinin tasarımı bir nükleer kazanın şiddetini azaltacaktır.

Yakın geçmişteki önemli kazalardan ilk akla gelenler, 1979'da Amerika'da meydana gelen Tree Mile Island Unit 2 (TMI-2) ve 1986 yılında, Rusya'daki Chernobyl Kazaları sayılabilir. Bu örneklerdeki gibi şiddetli bir nükleer kazada, oluşan çok yüksek sıcaklıklarda, kalp malzemesi, oksidik ve metalik bir eriyik halinde reaktör içinde yayılmaktadır. Örnek olarak TMI-2 kazasında oluşan eriyiğin reaktör kabı içerisine dağılımı şematik olarak Şekil (1.1) de görülebilmektedir. Bu kazada kalbin üst kısmının boşaldığı ve bu boşluğun hemen altına yakıtın erimesiyle oluşan enkazın dolduğu ve ayrıca kaza esnasında öncelikli olarak eriyen kalp malzemesinin de kalp merkezinin altında yer aldığı görülmektedir.

Oksidik ve metalik haldeki fisyon ürünlerinin bozunumundan, zirkonyumun oksidasyonu gibi kimyasal reaksiyonlardan dolayı tüm yapı malzemesini ergitebilecek bir enerji açığa çıkmaktadır. Her sıcaklık artışında malzemelerden biri eriyerek yeni eriyikler ve dolayısıyla da yeni kimyasal reaksiyonlar meydana gelmektedir. Örnek olarak, şiddetli bir LWR kazasında, belli sıcaklık basamaklarında oluşan eriyikler ve kimyasal reaksiyonlar Şekil (1.2) de verilmektedir.



Şekil 1.1 TMI-2 Kazası ve kalbin görünüşü (Osetek, 1990).



Şekil 1.2. LWR kazasında kimsayal reaksiyonlar ve ergime sıcaklıkları (Ref. Wright, 1990).

Son olarak gelişen bu kazalar, bir çok çalışmayı, bir nükleer kazanın oluşumuyla meydana gelen yakıt erimesini, bu esnadaki ısı üretimini ve daha sonraki safhaların analizini yapmaya yöneltmiştir. Bu çalışmalardan biri 1985'te Acharya ve Goldstein tarafından yapılmıştır. Acharya ve Goldstein, dışardan ısıtılan ve aynı zamanda içinde de bir ısı kaynağı bulunan kare şeklinde bir kapalı bölge seçerek bu kapalı bölgenin yatayla yaptığı çeşitli açılardaki sıcaklık dağılımlarını belirlemişlerdir (Acharya, 1985).

Daha sonra Lee ve Goldstein (1988) benzer geometrideki sadece içinde uniform ısı kaynağı bulunduran kapalı bir bölge için deneysel olarak incelemişler ve 1972'de Kulacki ve Goldstein'in yaptıkları çalışmaya paralel sonuçlar elde etmişlerdir (Lee, 1988).

Bu çalışmalara ek olarak May tarafından yapılan bir çalışmada da Lee at.al (1988)'nin yukarda sözü edilen deneysel çalışmasını modelleyen sayısal bir çözüm sunulmuştur (May, 1991).

Nükleer mühendislikte de bir çok alanda olduğu gibi kapalı bölgelerde doğal taşınım problemleri önemli bir yer tutmakta ve yukarda bahsedildiği açıdan bakıldığında oldukça ilgi çekici olmaktadır.

Bu amaçla, bu çalışmanın konusunu, uniform bir ısı kaynağı içeren, kapalı bir bölgede, laminer, iki boyutlu, zamana bağlı doğal taşınım problemi oluşturmaktadır. Daha önce sözü edilen büyük reaktör kazalarında, kaza esnasında üretilen ısı ve oluşan eriyiğin yoğunluk, viskosite gibi özellikleri farklı anlarda çeşitli yapı malzemelerinin erimesi nedeniyle sabit kalmayıp değişmektedir. Ancak bu çalışmada ısı kaynağı üniform ve yoğunluk, viskosite gibi özellikler de sabit olarak alınmaktadır. Bu problemde ısıma ile ısı transferi hesaba katılmamaktadır.

Bir kare biçiminde düşünülen kabın duvar sıcaklıkları uniform kabul edilmekte ve üçüncü boyut sonsuz kabul edilerek, problem iki boyutta incelenmektedir.

Bu çalışmada kurulan matematik modelde Navaier-Stokes (N-S) denklemleri yerine bu denklemlerin curl'ü alınarak Girdap (Vorticity) Transport Denklemi elde edilmiş ve girdap-akım fonksiyonu formülasyonu kullanılmıştır. Elde mevcut tüm denklemler boyutsuzlaştırılarak sonlu farklar metoduna göre sayısal olarak çözülmüştür.

Akım fonksiyonu ile girdap arasındaki bağıntıyı ifade eden Poisson denklemi Successive Overrelaxation Method (SOR)'la Girdap ve Enerji denklemleri ADI'la kuple olarak çözülmektedir. Bu denklemlerdeki zamana bağlı türevler ileri farklarla diğer türevler ise merkezi farklara göre açılmasıyla elde edilmektedir (Roache, 1985). Olayı etkileyen boyutsuz sayılar Rayleigh (Ra) ve Prandtl (Pr) olmaktadır. Kaza esnasında oluşan eriyiğin Pr değeri 0.73 (Acharya, 1985) olarak alınmaktadır. $Pr=0.73$ olmak üzere Ra sayısı $0-10^6$ değerleri arasında değiştirilerek çözüm yapılmıştır.

Değişik Ra sayıları için tüm sonuçlar sabit bir en boy oranı için sıcaklık ve hız alanları olarak verilmektedir. Ayrıca ısı transferi hesabı yapılarak dört duvar için yerel ve ortalama Nusselt sayıları hesaplanmış ve grafik olarak gösterilmiştir. Son olarak Nu-Ra ilişkisi dört duvar için bir tabloda gösterilerek iletim, geçiş ve Laminar sınır tabaka rejimleri incelenmiştir.

BÖLÜM 2

MATEMATİK MODEL VE PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Birinci bölümde fiziksel olarak tanıtılan problemin bu bölümde matematik modellemesi yapılacaktır. Söz konusu problemin matematik modelini kurmak için olayın fiziğine uygun temel korunum denklemlerinden başlanacaktır.

Bütün korunum denklemleri iki boyutlu olarak ele alınmaktadır. İki boyutlu akışın üçüncü boyuta paralel olduğu kabul edilerek üçüncü boyut ihmal edilmektedir. Tüm korunum denklemleri zamana bağlı ve Laminer bir akış için ele alınmaktadır.

2.1. TEMEL KORUNUM DENKLEMLERİ

2.1.1. Süreklilik Denklemi:

Yoğunluğu $\rho [kg/m^3]$ olan ve v hızıyla hareket eden bir akışkan için genel kütle korunum denklemi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Sürekli bir akış için (Steady State) kütle korunum denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\nabla \cdot (\rho V) = 0$$

ve ayrıca sıkıştırılmaz bir akışkan için süreklilik denklemi

$$\nabla \cdot V = 0$$

şeklinde elde edilir.

Son olarak elde edilen sıkıştırılmaz akışkanlar için süreklilik denklemi, yatay x doğrultusundaki hız bileşeni u, düşey y doğrultusundaki hız bileşeni v olmak üzere kartezyen koordinatlarda iki boyutta aşağıdaki gibi

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

elde edilir.

2.1.2. Momentum Korunum Denklemi :

Momentum korunumunu ifade eden temel denklem vektörel olarak aşağıdaki gibi

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho g - \nabla P + \mu \nabla^2 V \quad (2.2)$$

ifade edilebilir.

Problemimiz için Dk (2.2) kartezyen koordinatlarda ve iki boyutta ele alınacaktır.

Navier-Stokes denklemleri olarak da bilinen momentum korunum denklemi Dk.(2.2), kartezyen koordinatlarda x ve y yönünde yeniden yazılacak olursa,

Yatay x yönündeki momentum korunumu denklemi;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + v \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.3)$$

şeklinde yazılır.

Düşey y yönündeki momentum denklemi Dk.(2.2)den aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.4)$$

Yukarıdaki denkleme, düşey yönde ve yoğunluk farkından ileri gelen bir yüzdürme (Buoyancy) kuvveti ilave edilmesi gerekmektedir.

Dk.(2.4)de $P [N/m^2]$ basınç terimi, açık hava basıncı P_h , akışkan hareketinden doğan basınç P_m ve herhangi bir y yüksekliğindeki sıvı basıncı $\rho_a g y$ ifadelerinin toplamıdır.

$$P = P_h + P_m + \rho_a g y \quad (2.5)$$

Dk.(2.4), Dk.(2.5) yardımı ile yeniden yazılırsa

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} [P_h + P_m - \rho_a g y] + v \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho_a - \rho) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_m}{\partial y} + v \nabla^2 v \quad (2.6)$$

Dk.(2.6)da $\rho [kg/m^3]$ akışkan yoğunluğunu ve $\rho_a [kg/m^3]$ ise akışkan içinde

sıcaklığı T_o olan bölgenin yoğunluğunu göstermektedir. Dk.(2.6)nın sağ tarafındaki ilk terim yüzdürme kuvvetini göstermekte ve bu terimdeki yoğunluğun değişken, diğer terimlerde ise sabit olduğu varsayımı yapılmaktadır ki; bu da Oberbeck-Boussinesq yaklaşımı olarak bilinmektedir (Gray, 1976).

Akışkan yoğunluğunun sabit basınç altında sıcaklığa bağlı değişimini ifade eden termodinamik özellik

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada β akışkanın hacimsel ısı genleşme katsayısıdır.

Hacimsel ısı genleşme katsayısı gaz ve sıvı bir çok akışkan için 10^{-4} - 10^{-3} [$1/^\circ\text{C}$] mertebelerindedir. Dolayısıyla küçük bir sıcaklık değişimi karşısında akışkan yoğunluğundaki değişim de küçük olmaktadır. Ancak akışkan yoğunluğundaki bu değişim küçük olmakla beraber yüzdürme (Buoyancy) terimi için önemlidir.

Isı genleşme katsayısı, ρ yoğunluğunda ve T sıcaklığındaki ortamda bulunan akışkan için:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\rho_a - \rho}{T_o - T} \right)$$

şeklinde ifade edilirse, burada ρ_a ; T_o sıcaklığındaki akışkan yoğunluğunu ifade etmektedir.

Bu tanımdan;

$$\rho_a - \rho = \rho \beta (T - T_o) \quad (2.8)$$

ifadesi elde edilir.

Dk.(2.8) yardımıyla, Dk.(2.6) yeniden ele alınırsa

$$\frac{Dv}{Dt} = g\beta (T - T_o) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_m}{\partial y} + v \nabla^2 v$$

ya da açık ifadesiyle

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g\beta (T - T_o) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_m}{\partial y} + v \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.9)$$

şeklinde y yönündeki momentum denklemi elde edilir.

Dk.(2.3) ve Dk.(2.9) momentum denklemlerinde, yatay x yönündeki hız bileşeni u, düşey y yönündeki hız bileşeni v ve bir de basınç gradyanı olmak üzere üç bilinmeyen ve bu üç bilinmeyene karşılık x ve y yönünde yazılan momentum denklemleri olmak üzere iki denklem mevcuttur.

Bilinmeyen basınç gradyanını yok ederek bilinmeyen sayısını ikiye indirmek amacıyla Navier-Stokes denklemlerinin curl'ü alınmaktadır. Bunun sonucunda da girdap (vorticity) transport denklemi elde edilmektedir. Buna göre aşağıda girdap transport denkleminin elde edilmesi verilmektedir.

2.1.3. Girdap (vorticity) Transport Denklemi :

M_x ve M_y ile sırasıyla x ve y yönünden momentum denklemleri ifade edilirse girdap transport denklemi için aşağıdaki tanım yapılabilir;

$$\text{Girdap transport denklemi} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M_x & M_y & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Bu tanıma göre y yönündeki momentum denkleminini x'e göre, x yönündekinin de y'ye göre türevlerinin farkı girdap transport denklemini verecektir.

y yönündeki momentum denklemi (Dk.(2.9)) x'e göre türevinden

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} = \\ -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.11-a)$$

elde edilir. Benzer şekilde x yönündeki momentum denklemi (Dk.(2.3)) y'ye göre türevinden

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} = \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.11-b)$$

elde edilir.

Dk.(2.10)'daki tanıma göre Dk.(2.11-a)'dan Dk.(2.11-b) çıkartılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + v \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \right. \\ \left. \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + v \left[\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial x^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

denklemini elde edilir.

Girdapın akış alanı yardımıyla

$$w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & o \end{vmatrix}$$

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.12-a)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu tanımdan,

$$\nabla^2 w = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y^3}$$

Dk.(2.12)'nin en sağındaki terimin, $\nabla^2 w$ ifadesine eşit olduğu görülmektedir. Buna göre Dk.(2.12) düzenlenirse,

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} + \nabla^2 w \quad (2.12-b)$$

elde edilir. Dk.(2.1)'de verilen kütle korunumu denkleminde eşitliğin sol tarafındaki ikinci terim sıfırdır. Buna göre Dk.(2.12-b) yeniden düzenlenirse, girdap transport denklemi,

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} + \nabla^2 w \quad (2.13)$$

şeklinde elde edilir.

Yatay ve düşey yönlerdeki hız bileşenleri akım fonksiyonu ψ 'ye bağlı olarak,

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{ve} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.14)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Dk.(2.12-a)'da verilen girdap tanımından, ψ akım fonksiyonu ile vorticity arasında bir bağıntı yazmak mümkün olur. Sonuçta

$$w = -\nabla^2 \psi \quad (2.15)$$

bağıntısı yazılabilir. Bu ifade Poisson denklemi olarak bilinmektedir.

2.1.4. Enerji Denklemi :

Enerji korunum denklemi aşağıdaki şekilde verilir.

$$\nabla \cdot k \nabla T + \dot{q}''' + \Phi = \rho c_p \frac{DT}{Dt}$$

Buradaki Φ kayıp (dissipation) terimidir. Bu kayıp, akışkanın viskozitesinin sebep olduğu enerji kaybıdır. Supersonic sınır tabakada önem kazanır ve burda ihmal edilmiştir.

$k[W/m.C^\circ]$ ısı iletim katsayısı sabitse;

$$k \nabla^2 T + \dot{q}''' = \rho c_p \frac{DT}{Dt} \quad (2.16)$$

şeklini alır.

$\alpha[m^2/s]$ ısı yayılma katsayısı için,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

tanımı yapılırsa Dk.(2.16)

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{\dot{q}'''}{\rho c_p} = \frac{DT}{Dt} \quad (2.17)$$

şeklini alır.

Enerji denklemi kartezyen koordinatlarda iki boyutta yazılırsa;

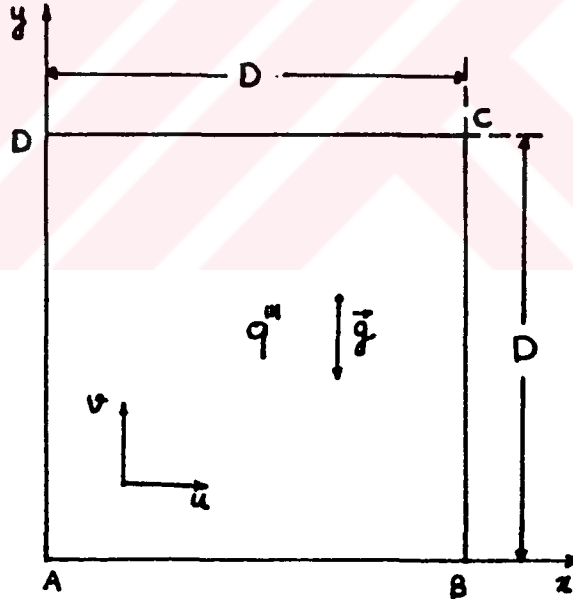
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + \frac{\dot{q}'''}{\rho c_p} \quad (2.18)$$

olarak elde edilir. Dk.(2.18)'in sol tarafındaki ilk terim ısıl ataleti, ikinci ve üçüncü

terim taşınım terimlerini göstermektedir. Aynı denklemin sağındaki ilk terim, ısı iletimini ve son terimdeki $q''' [W/m^3]$ de birim hacimdeki ısı üretimini ifade etmektedir.

2.2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

İncelenen problem Şekil (2.1)de gösterildiği gibidir. Bir kenarının uzunluğu D olan ve kare şeklinde kapalı bir kap gözönüne alınmaktadır. Kapalı kap içersinde uniform bir ısı üretimi vardır ve bütün duvarları aynı sabit T_0 sıcaklığındadır. Düşey y yönündeki hız bileşeni v , yatay x yönündeki hız bileşeni u ile ifade edilmektedir.



Şekil 2.1. Fiziksel model ve koordinat sistemi.

Şekil (2.1) de görülen fiziksel modele uygun olarak yazılan temel denklemler çözümden önce boyutsuzlaştırılacaktır. Bunun için de denklemler içinde geçen değişkenlerin boyutsuz değişkenler olarak ve dolayısıyla denklemlerin de boyutsuz denklemler olarak yazılmaları gerekmektedir. Boyutsuz değişkenler referans büyüklükler yardımıyla ifade edilebilir. Sözü edilen referans büyüklükler temel

korunum denklemlerinden olayın fizikine uygun olarak elde edilebilmektedir. Her bir değişkenin referans büyüklüğünü elde etmek için scala analizi yapılacaktır.

SCALA ANALİZİ :

Scala analizi bir değişken hakkında en küçük birim içerisinde en çok bilgiyi elde etmede önerilebilecek bir metoddur. Genellikle scala analizi boyut analiziyle yada temel korunum denklemlerinin sayısal çözümünden önce yapılan boyutsuzlaştırmalarıyla karıştırılmaktadır. Oysa scala analizi temelde ısı transferinde ilgili değişkenlerin değerlerini aşağı yukarı tahmin etmek amacıyla uygulanmaktadır. Bunun anlamı, söz konusu değişkenlerden biri zorlamalı konveksiyondaki sınır tabaka kalınlığı ise, burada scala analizin amacı sınır tabaka kalınlığının metre mi yoksa, milimetre cinsinden mi olduğunu belirlemektir (Bejan, 1984).

Bu problemde x ve y uzunlukları için referans uzunluk olarak kabın kenar uzunluğu olan D esas alınacaktır.

$$x \sim D$$

$$y \sim D$$

- Hız bileşenleri için bir referans büyüklük enerji denklemindeki taşınım (convection) terimi ile iletim (conduction) terimi arasında bir karşılaştırma yapılarak elde edilebilir.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$u \frac{\Delta T}{D} \sim \alpha \frac{\Delta T}{D^2}$$

$u \sim \frac{\alpha}{D}$ şeklinde yatay x yönündeki u hız bileşeni için bir referans büyüklük elde edilebilir. Düşey y yönündeki hız bileşeni v içinde referans büyüklük yatay yönüne eşit alınacaktır.

- Akım fonksiyonu Φ 'nin referans büyüklüğü

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

eşitliğinden elde edilebilmektedir. Buna göre

$$\Phi \sim u \cdot D \text{ ve}$$

$$\Phi \sim \frac{\alpha}{D} \cdot D \text{ 'den}$$

$$\Phi \sim \alpha$$

şeklinde akım fonksiyonu için bir referans büyüklük alınmaktadır.

- Girdap (vorticity) için referans büyüklük Poisson denklemi üzerinden yazılmaktadır.

$$w = -\nabla^2 \psi$$

$$w \sim \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$w \sim \frac{\psi}{D^2}$$

$$w \sim \frac{\alpha}{D^2} \text{ vorticity referans büyüklüğü bulunur.}$$

- Zaman değişkeni için olayın başlangıcında henüz taşınım başlamadığından, bu esnada ısıl atalet ve iletimin etkili olduğu düşünülerek bu iki terim arasında yapılan karşılaştırma ile

$$\frac{\partial T}{\partial t} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Isıl atalet kuvveti conduction terimi

$$\frac{\Delta T}{t} \sim \alpha \frac{\Delta T}{D^2}$$

$$t \sim \frac{D^2}{\alpha} \text{ şeklinde bir referans büyüklük elde edilir.}$$

- Boyutsuz sıcaklık için bir referans sıcaklık farkına (ΔT) ihtiyaç vardır. ΔT sıcaklık farkı için Fourier ısı iletim denklemi yardımı ile

$$q^{111} = q^{111} \cdot D = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

eşitliği yazılabilir. Yukarıdaki eşitlikten (ΔT) nin büyüklük derecesi

$$q^{111} D \sim k \frac{\Delta T}{D}$$

$$\Delta T \sim \frac{D^2 q^{111}}{k}$$

referans büyüklüğü olarak elde edilmektedir.

- Isı üretimi için referans büyüklüğü:

$$q^{111} D \sim k \frac{\Delta T}{D}$$

ve $k = \alpha \rho c_p$ olmak üzere

q^{111} için referans büyüklüğü

$$q^{111} \sim \frac{\alpha \rho c_p \Delta T}{D^2}$$

olarak elde edilir.

Elde edilen tüm referans büyüklükleri değişkenlerine göre aşağıdaki Tablo 2.1'de özetlenmiştir.

Tablo 2.1 Boyutsuz değişken ve Referans Büyüklükleri

Değişkenler	Referans Büyüklüğü	Boyutsuz Değişken
x	D	$X = x/D$
y	D	$Y = y/D$
u	α/D	$U = uD/\alpha$
v	α/D	$V = vD/\alpha$
w	α/D^2	$\Omega = wD^2/\alpha$
ψ	α	$\Psi = \psi/\alpha$
T	$\Delta T = Q^{111}D^2/k$	$\Theta = \frac{T-T_o}{\Delta T}$
t	D^2/α	$\tau = t\alpha/D^2$
q'''	$\rho c_p \alpha \Delta T/D^2$	$Q^{111} = Q^{111}D^2/\rho c_p \alpha \Delta T$

Tüm bu elde edilen boyutsuz değişkenler yardımı ile korunum denklemleri Dk.(2.1-2.13-2.14-2.15-2.18) aşığıdaki gibi boyutsuz hale getirilmektedir.

Boyutsuz süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.19)$$

Boyutsuz girdap transport denklemi:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = Pr \nabla^2 \Omega - Ra \cdot Pr \frac{\partial \Theta}{\partial X} \quad (2.20)$$

Boyutsuz enerji denklemi:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \nabla^2 \Theta + Q^{111}$$

Burada Q''' boyutsuz ısı üretim terimi için;

$$Q''' = \frac{q'''}{\rho C_p \frac{\alpha}{D^2} \Delta T}$$

elde edilmektedir. Buna göre ΔT 'nin referans değeri için

Boyutsuz enerji denklemi:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \nabla^2 \Theta + 1 \quad (2.21)$$

biçiminde elde edilir.

Boyutsuz girdap-akım fonksiyonu denklemi:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (2.22)$$

Akım fonksiyonu ve hız ilişkisi

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{ve} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.23)$$

olarak elde edilir.

Yukarıdaki boyutsuz denklemlerde görülen boyutsuz sayılar

Rayleigh (Ra) sayısı;

$$Ra = \frac{g \beta (\Delta T) D^3}{\nu \alpha}$$

ve Prandtl (Pr) sayısı;

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

biçiminde verilmektedir.

2.2.1. Başlangıç ve Sınır Şartları:

Başlangıç koşulu olarak;

$$\tau=0 \text{ iken her yerde } U=V=\Theta=\Psi=\Omega=0$$

Sınır koşulu olarak;

$$\tau>0 \text{ iken}$$

$$\left. \begin{array}{l} X=0 \\ X=1 \end{array} \right\} \text{ ve } 0 \leq Y \leq 1 \text{ de } U=V=\Theta=\Psi=0$$

$$\left. \begin{array}{l} Y=0 \\ Y=1 \end{array} \right\} \text{ ve } 0 \leq X \leq 1 \text{ de } U=V=\Theta=\Psi=0$$

Sınırlarda girdap değerleri Dk.(2.22)'den hesaplanmak zorunda ve her hesaplama kademesinde katı duvarlarda akış alanlarından aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Girdabın AB, BC, CD ve DA sınırları üzerindeki değerleri Dk.(2.22)'nin sınırlarda üç nokta ileri farklar veya geri farklar yardımı ile hesaplanmaktadır (Wilkes, 1966).

Dk.(2.12-a)'da verilen girdap tanımı Şekil (2.1)'deki AD ve BC yüzeyleri üzerinde yazılırsa;

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X}$$

şeklinde elde edilir. Bu eşitlik Dk.(2.23)'de verilen hızların tanımı yardımıyla yeniden düzenlenirse,

$$\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (2.24)$$

olarak elde edilir.

Yine aynı şekil üzerindeki AB ve DC yatay yüzeyleri için

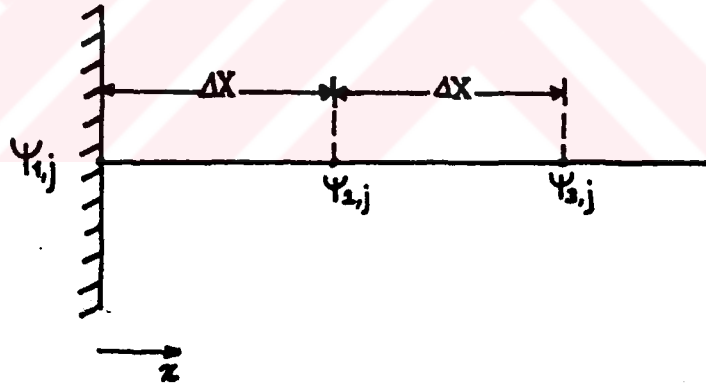
$$\Omega = -\frac{\partial U}{\partial Y}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklem de Dk.(2.23) tanımıyla yeniden düzenlenirse,

$$\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (2.25)$$

elde edilir.

İncelenecek bölgede bir noktanın yeri (i,j) değişkenleri ile gösterilirse Dk.(2.24)'teki $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$ fonksiyonunun Şekil (2.2)'de görülen (1,j) noktasındaki yaklaşık değeri için,



Şekil 2.2: Girdap sınır değerlerini bulmak için gözönüne alınan akım fonksiyonu değerleri

Ψ fonksiyonu (2,j) noktası civarında Taylor serisine açıldığında;

$$\Psi_{2,j} = \Psi_{1,j} + \frac{\partial \Psi}{\partial X} \Big|_{1,j} \Delta X + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_{1,j} \frac{\Delta X^2}{2!} + \frac{\partial^3 \Psi}{\partial X^3} \Big|_{1,j} \frac{\Delta X^3}{3!} + \dots$$

ifadesi elde edilir.

Burada birinci ve ikinci terimler akım fonksiyonu sınır şartlarından sıfırdır. Yine (2,j) noktası civarında akım fonksiyonunun ikinci türevi de Taylor serisine açılırsa

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{2,j} = \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{1,j} + \left. \frac{\partial^3 \Psi}{\partial X^3} \right|_{1,j} \Delta X + \dots$$

elde edilir. Buradan

$$\Psi_{2,j} = \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{1,j} \left(\frac{\Delta X^2}{2} - \frac{\Delta X^2}{6} \right) + \frac{\Delta X^2}{6} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{2,j}$$

$$\Psi_{2,j} = \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{1,j} \frac{\Delta X^2}{3} + \frac{\Psi_{1,3} - 2\Psi_{1,2}}{6}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{1,j} = \frac{8\Psi_{2,j} - 4\Psi_{3,j}}{2(\Delta X)^2}$$

olarak bulunur. Bu ifade Dk.(2.24)'de yerine konursa düşey AD yüzeyi için girdap değeri

$$\Omega(1,j) = \frac{\Psi_{3,j} - 8\Psi_{2,j}}{2(\Delta X)^2} \quad (2.26)$$

şeklinde elde edilir.

Benzer şekilde düşey BC yüzeyinde;

$$\Omega(M,j) = \frac{\Psi_{M-2,j} - 8\Psi_{M-1,j}}{2(\Delta X)^2}$$

olarak elde edilir.

Aynı şekilde yatay yüzeylerde girdap sınır şartları; Şekil (2.1)'deki yatay AB yüzeyinde:

$$\Omega(i, j) = \frac{\Psi_{i,3} - 8\Psi_{i,2}}{2(\Delta Y)^2}$$

Yatay DC yüzeyinde ise;

$$\Omega(i, N) = \frac{\Psi_{i,N-2} - 8\Psi_{i,N-1}}{2(\Delta Y)^2}$$

olarak hesaplanır.

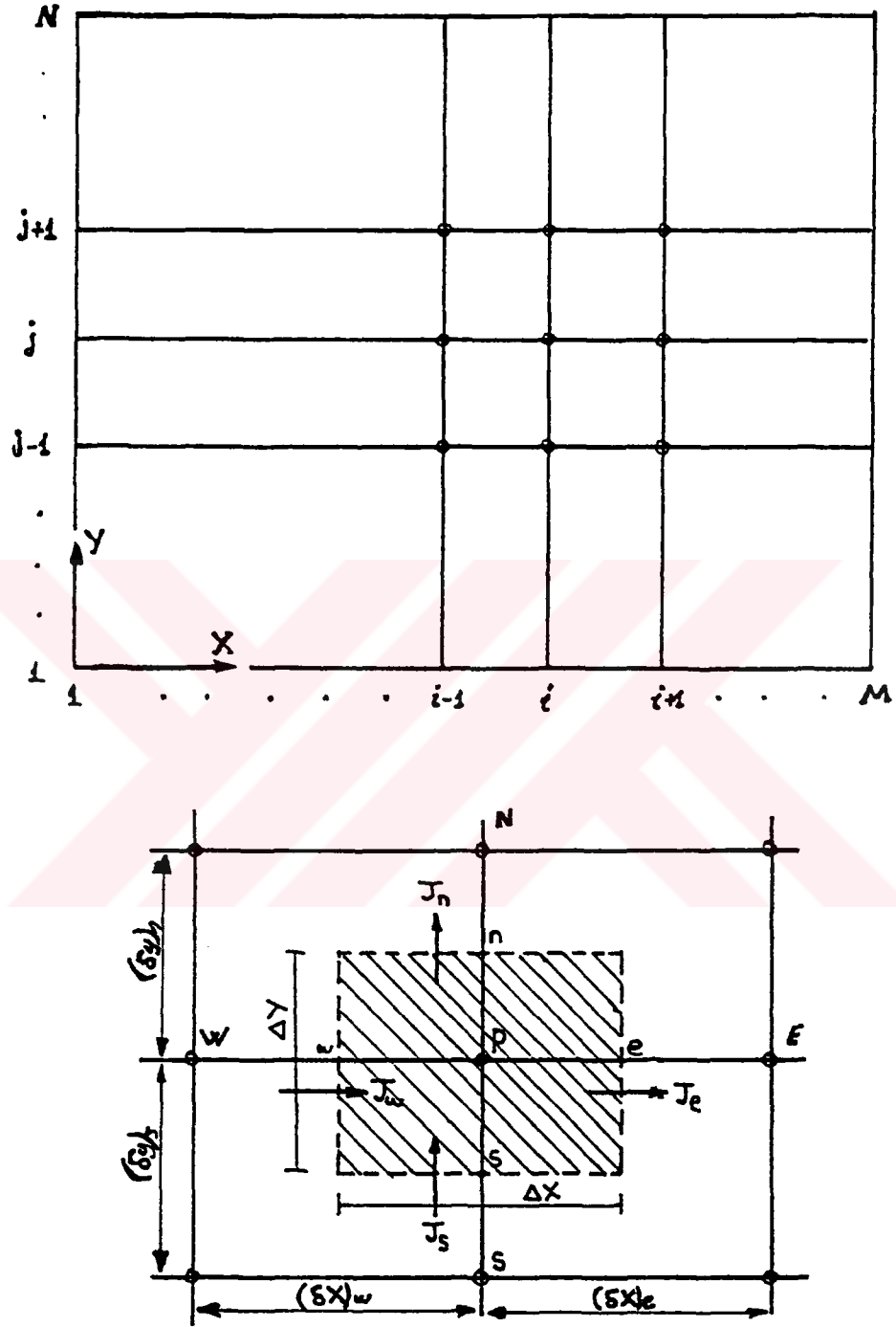
2.3. SAYISAL ÇÖZÜM

Akış ve ısı transferini tanımlayan korunum denklemleri Dk.(2.19)-(2.23) kontrol hacmi yaklaşım yapılarak sonlu farklar metoduna göre ayrıklaştırılmıştır. Kontrol hacmi yaklaşımı uygulanarak yapılan ayrıklaştırma sonucu kütle, momentum ve enerji korunumunu sadece seçilen kontrol hacminde değil tüm çözüm alanında da sağlanmaktadır (Patankar, 1980).

Kontrol hacmi yaklaşımının uygulanması için çözüm alanı yatay ve dikey doğrultularda çizilen ızgaralarla birbirine eşit dörtgensel bölgelere ayrılır. Şekil (2.3).

Izgaraların kesişmesiyle oluşan her grid noktası etrafında bir kontrol hacmi belirlemek mümkündür. Seçilen herhangi bir grid noktasının tüm komşu grid noktalarıyla arasındaki orta noktalar belirlenip, bu noktalar üzerinden çizilebilen yeni dörtgensel bölge o grid noktasına ait kontrol hacmini oluşturmaktadır. Bu şekilde belirlenen iki boyuttaki bir kontrol hacmi Şekil (2.3)'de taralı bölge olarak gösterilmiştir.

Seçilen kontrol hacminin merkezindeki grid noktası, o kontrol hacmine ait sıcaklık, akım fonksiyonu, vorticity gibi tüm bağımlı değişkenlerin özelliklerini temsil eder. Kontrol hacminin bu şekilde belirlenmesinden sonra ayrıklaştırılacak



Şekil 2.3. İki boyutlu ağ sistemi ve seçilen kontrol hacmi

olan korunum denklemleri düzenlenerek, seçilen kontrol hacmi üzerinden integre edilmektedir.

Korunum denklemlerindeki zamana bağlı türevler ileri farklarla Dk.(2.20) ve Dk.(2.21)'deki non-lineer taşınım terimleri powerlaw şemasına göre lineerleştirilerek ayrıştırılacaktır (Patankar, 1980). Diğer türevler ise merkezi farklara göre açılmıştır.

ϕ bir bağımlı değişkeni, Γ difüzyon katsayısını ve S de kaynak terimini ifade etmek üzere,

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \Gamma \cdot \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right] + S \quad (2.27)$$

şeklinde yazılan genel parabolik denklem toplam akı terimleri yardımıyla,

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} = S \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada J_x , x yönündeki taşınım ve difüzyondan ileri gelen akıların toplamını ifade etmektedir. Başka bir deyişle, düşey y eksenine paralel yüzeylerden geçen toplam akı olarak tanımlanabilmektedir.

Benzer şekilde J_y de yatay x eksenine paralel ΔX yüzeylerinden dik y yönünde geçen toplam akıyı ifade eder. Buna göre;

$$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

şeklinde yazılmaktadır. Dk.(2.27)'de,

$$\phi = \Omega$$

$$\Gamma = Pr$$

$$S = Ra \cdot Pr \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \quad (\text{Yüzdürme terimi})$$

olarak tanımlanırsa Dk.(2.27) vorticity transport denklemini ifade eder. Yine aynı denklemde,

$$\phi = \Theta$$

$$\Gamma = 1$$

$$S = 1$$

eşitlikleri kullanılırsa, Dk.(2.27) enerji denklemi olmaktadır. Şekil (2.3)'teki kontrol hacmi üzerinden D.(2.28) integre edilerek ayrıştırılırsa, (Patankar, 1980)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \frac{\partial \phi}{\partial \tau} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \frac{\partial J_x}{\partial X} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \frac{\partial J_y}{\partial Y} dx dy d\tau = \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s S dx dy d\tau$$

$$(\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_P^t) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + J_e - J_w + J_n - J_s = \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s S dx dy d\tau \quad (2.29)$$

şeklini alır.

Burada J_e , J_w , J_n ve J_s kontrol hacmi yüzeylerinden geçen integre edilmiş toplam akıları göstermektedirler.

e noktasının bulunduğu ara yüzey üzerindeki toplam akı

$$J_e = \int J_x dy$$

şeklinde ifade edilir. Diğer yüzeyler içinde benzer tanımlama yapılabilir.

Aynı şekilde süreklilik denklemi d e seçilen kontrol hacmi üzerinden integre edildiğinde,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \frac{\partial U}{\partial X} dXdYd\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \frac{\partial V}{\partial Y} dXdYd\tau = 0$$

$$(U_e - U_w) \Delta Y \Delta \tau + (V_n - V_s) \Delta X \Delta \tau = 0 \quad (2.30)$$

elde edilir.

Her bir kontrol hacmi yüzeyindeki debinin, $F = \text{Hız} \times \text{Kesit}$ tanımından

$$F_e = U_e \Delta Y$$

$$F_w = U_w \Delta Y$$

$$F_n = V_n \Delta X$$

$$F_s = V_s \Delta X$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada ara yüzey noktalarındaki hızlar komşu iki grid noktasındaki hız değerlerinin aritmetik ortalaması alınarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$U_e = \frac{U_E + U_P}{2}$$

$$V_n = \frac{V_N + V_P}{2}$$

$$U_w = \frac{U_W + U_P}{2}$$

$$V_s = \frac{V_S + V_P}{2}$$

Dk.(2.30) aşağıdaki biçimde yeniden düzenlenirse

$$F_e + F_w + F_n - F_s = 0$$

şeklinde yazılır. Bu denklem, P grid noktasında bağımlı değişkeni ifade eden ϕ_P terimi ile çarpılarak Dk.(2.29)'dan çıkarıldığında

$$\frac{\phi^{t+\Delta t} - \phi_P^t}{\Delta \tau} \Delta X \Delta Y + (J_e - F_e \phi_P) - (J_w - F_w \phi_P) + (J_n - F_n \phi_P) - (J_s - F_s \phi_P) = \int \int_{w s}^{\theta n} S dX dY \quad (2.31)$$

denklemini elde edilir.

Dk.(2.31)'de aşağıdaki tanımlar

$$(J_e - F_e \phi_P) = a_E (\phi_P - \phi_E)$$

$$(J_w - F_w \phi_P) = a_W (\phi_P - \phi_W)$$

$$(J_n - F_n \phi_P) = a_N (\phi_P - \phi_N)$$

$$(J_s - F_s \phi_P) = a_S (\phi_P - \phi_S)$$

yapılarak (Patankar, 1980), Dk.(2.31) aşağıdaki şekilde yazılmadan önce $\phi^{t+\Delta t}$ için ϕ ve ϕ^t için ϕ^0 kabulü yapılırsa;

$$\frac{(\phi_P - \phi_P^0)}{\Delta \tau} \Delta X \Delta Y + a_E (\phi_P - \phi_E) - a_W (\phi_P - \phi_W) + a_N (\phi_P - \phi_N) - a_S (\phi_P - \phi_S) = \int \int_{w s}^{\theta n} S \Delta X \Delta Y \quad (2.32)$$

şeklinde elde edilir.

Bu denklemdaki katsayılar,

$$a_E = D_e A (|P_e|) + [[-F_e, 0]]$$

$$a_W = D_w A (|P_w|) + [[F_w, 0]]$$

$$a_N = D_n A (|P_n|) + [[-F_n, 0]]$$

$$a_S = D_s A (|P_s|) + [[F_s, 0]]$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta x)_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta x)_w} \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{(\delta y)_n} \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{(\delta y)_s}$$

ve Peclet sayıları

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad P_w = \frac{F_w}{D_e} \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Patankar, 1980).

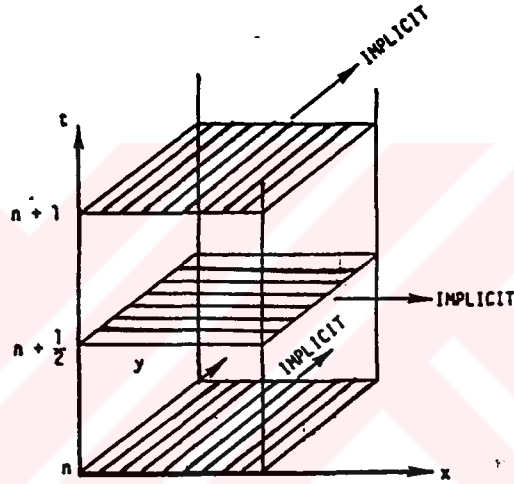
Tablo 2.2 Farklı metodlarda $A(|P|)$ fonksiyonunun ifadeleri [Patankar, 1980].

METOD	$A(P)$
CENTRAL DIFFERENCE	$1 - 0.5 P $
UPWIND	1
HYBRID	$[[0, 1 - 0.5 P]]$
POWER LAW	$[[0, (1 - 0.1 P)^5]]$
EXPONENTIAL (EXACT)	$ P / [\exp(P) - 1]$

Katsayıların tanımında verilen $A(|P|)$ fonksiyonu kullanılacak metoda göre Tablo (2.2)'den seçilmektedir. Bu çalışmada, non-lineer, parabolik korunum denklemlerindeki, non-lineerliği meydana getiren taşınım terimleri power-law şemasına göre lineerleştirilmiştir. Dk.(2.20) ve Dk.(2.21), Peaceman ve Rachford (1955) tarafından yeni bir metod olarak geliştirilen Alternating-Direction Implicit (ADI) metoduyla çözülmektedir. Bu çalışmadaki gibi kapalı kaplarda doğal taşınım problemlerinin çözümü için ADI metodunun çok uygun sonuçlar verdiği (Kettleborough, 1972), (Nakamura, 1982), (Baytaş, 1993) gibi bir çok çalışmada gözlenmektedir.

İki Boyutlu ADI Metodunun Tanıtılması:

ADI Metoduna göre çözülecek olan ayrıklaştırılmış korunum denklemlerini çözmek için önce zaman adımı (Δt) iki eşit zaman dilimine bölünür. Şekil (2.4) deki şemaya göre n ile gösterilen indis t inci zamana, $n+1/2$ indisi $(\Delta t/2)$ inci zaman adımına ve $n+1$ indisli adımda Δt zaman dilimine karşılık gelmektedir.



Şekil 2.4. ADI için işlem sırası

Yine Şekil (2.4)'de gösterildiği gibi korunum denklemi ilk yarı zaman adımı için yani $n-(n+1/2)$ arası için önce x yönünde kapalı (implicit) olarak ve ikinci yarı zaman adımı için (yani $n+1/2 -n+1$ arası) y yönünde kapalı (implicit) çözüm yapılarak $t+\Delta t$ adımı için çözüm tamamlanır.

Yukarıda yapılan tanımlama yardımı ile genel halde yazılan Dk.(2.32) sırası ile x ve y yönünde ADI'a göre yazılırsa;

1. Adım :

$$\frac{(\phi_P^{n+1/2} - \phi_P^n) \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau / 2} + a_E \phi_P^{n+1/2} - a_E \phi_E^{n+1/2} - a_W \phi_W^{n+1/2} + a_W \phi_P^{n+1/2} =$$

$$= -a_N \phi_P^n + a_N \phi_N^n + a_S \phi_S^n - a_S \phi_P^n + \iint S dx dy$$

Bu denklem düzenlenirse;

$$-a_W \phi_W^{n+1/2} + \left(a_E + \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + a_W \right) \phi_P^{n+1/2} - a_E \phi_E^{n+1/2} = a_N \phi_N^n - \left(a_N - \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + a_S \right) \phi_P^n + \iint S dx dy$$

(2.33)

şeklinde elde edilir.

2. Adım :

$$\frac{(\phi_P^{n+1} - \phi_P^{n+1/2}) \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau / 2} - a_S \phi_S^{n+1} + a_S \phi_P^{n+1} + a_N \phi_P^{n+1} - a_N \phi_N^{n+1} =$$

$$= a_E \phi_E^{n+1/2} - \left(a_E + \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + a_W \right) \phi_P^{n+1/2} + a_W \phi_W^{n+1/2} + \iint S dx dy$$

Bu denklem de yeniden düzenlendiğinde;

$$-a_S \phi_S^{n+1} + \left(a_S + \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + a_N \right) \phi_P^{n+1} - a_N \phi_N^{n+1} = a_W \phi_W^{n+1/2} - \left(a_W - \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + a_E \right) \phi_P^{n+1/2}$$

$$+ a_E \phi_E^{n+1/2} + \iint S dx dy$$

(2.34)

olarak elde edilir.

Yukarıdaki her iki denklemden görüleceği gibi elde edilen sistem matrisleri üç bant genişlikli sağ taraflı matrislerdir. Söz konusu lineer sistem matrisleri Thomas Algoritması ile (Joluria, 1986) çözülmüştür.

Dk.(2.22)'deki gibi bir lineer denklem çözümü için ADI metodu şartsız olarak stabil bir metoddur. Non-lineer parabolik korunum denklemleri için stabilizeyi sağlayacak uygun Δt zaman adımı seçimi lineer denklemlerdeki gibi kolay olmamaktadır. Bu durumda uygun Δt zaman adımı olayın fizikine bağlı olarak deneme yanılma ile bulunmaktadır.

Örnek olarak, yapılan bu çalışmada $Ra=10^6$ ve $Pr=0.73$ için uygun zaman adımı $\Delta t=10^{-4}$ olarak belirlenmiştir.

Poisson Eliptik Denkleminin Çözümü :

Dk.(2.22)'de verilen girdap-akım fonksiyonu ilişkisi;

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega$$

şeklindedir. Bu denklem Şekil (2.3)'deki gibi bir kontrol hacmi üzerinden integre edilirse;

$$\int_{ws}^{\partial n} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) dXdY + \int_{ws}^{\partial n} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) dXdY = - \int_{ws}^{\partial n} \Omega dXdY$$

$$\int_{ws}^{\partial n} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) dY + \int_s^n \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) dX = -\Omega \Delta X \Delta Y$$

$$\left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)_e - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)_n - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X = -\Omega \Delta X \Delta Y$$

$$\left[\frac{\Psi_E - \Psi_P}{\Delta X} - \frac{\Psi_P - \Psi_W}{\Delta X} \right] \Delta Y + \left[\frac{\Psi_N - \Psi_P}{\Delta Y} - \frac{\Psi_P - \Psi_S}{\Delta Y} \right] \Delta X = -\Omega \Delta X \Delta Y$$

ve sonuç olarak;

$$\Psi_P^* = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[\Psi_E + \Psi_W + (\Psi_N + \Psi_S) \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 + (\Delta X)^2 \Omega \right] \quad (2.35)$$

elde edilir.

Seçilen ızgarada tüm sınır değerleri belli ve mevcut (N x M) tane nokta olduğuna göre bilinmeyen sayısı [(N-2) x (M-2)]'dir. Dk.(2.35)'deki Ψ_p^* değerleri tüm bu iç noktalar için çözülür. SOR metoduna göre iterasyon sayısını azaltmak veya çözümü hızlandırmak için λ hızlandırma (overrelaxation) parametresi kullanılır. k iterasyon adımını göstermek üzere aşağıdaki

$$\Psi_p^{k+1} = \lambda \Psi_p^* + (1 - \lambda) \Psi_p^k$$

eşitliği sağlanıncaya kadar iterasyona devam edilir.

Yapılan çalışmada en uygun hızlandırma parametresi deneyerek 1,86 olarak belirlenmiştir.

Çözümde yakınsama kriteri (ϵ) ;

$$|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k| \leq \epsilon$$

şeklinde seçilmiş ve değeri de $\epsilon = 10^{-5}$ olarak alınmıştır.

2.4. ISI TRANSFERİ :

Kapalı kap içindeki akışkandan duvarlara geçen ısı ölçüsünün belirlenmesi açısından, Nusselt (Nu) sayısının bilinmesi gereklidir. Yerel ve ortalama ısı transferi katsayıları sırasıyla h_y , h_a ile Nu sayıları da sırası ile Nu_y , Nu_a olarak gösterilirse; duvarlardan birinde yerel Nu_y sayısı için;

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h_y (T_{\max} - T_o)$$

yazılarak, boyutsuz değişkenler yardımıyla,

$$-k \frac{\Delta T}{D} \frac{\partial \Theta}{\partial X} = h_y (T_{\max} - T_o)$$

eşitliği elde edildikten sonra, Nu sayısının genel tanımından Nu_y sayısı:

$$Nu_y = \frac{h_y D}{k} = - \frac{\Delta T}{(T_{\max} - T_o)} \frac{\partial \Theta}{\partial X} \Big|_{X=0}$$

Burada,

$$\Theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_o}{\Delta T}$$

tanımı yardımıyla,

$$Nu_y = - \frac{1}{\Theta_{\max}} \frac{\partial \Theta}{\partial X} \Big|_{X=0} \quad (2.36)$$

şeklinde duvarlardan biri üzerindeki yerel Nu_y sayısı elde edilir. Dk.(2.36)'daki ifade düşey iki yan duvar için geçerlidir. Yatay alt ve üst duvarlar içinde yerel Nu_y sayısı benzer şekilde, fakat bu kez sıcaklık gradyanı X yönünde değil, Y yönünde alınarak elde edilebilir.

Yerel Nu_y sayısıyla, duvar üzerindeki bir noktada meydana gelen ısı transferi ifade edildiği gibi, tüm duvardaki ısı transferinin ölçüsü için de ortalama Nu_a sayısı hesaplanmaktadır.

Bunun için de, tüm duvar üzerindeki iletimle ısı transferinin, yine tüm duvar üzerindeki taşınım ile ısı transferinin eşitliğinden;

$$-k \int_0^D \frac{\partial T}{\partial x} dy = h_a D (T_{\max} - T_o)$$

ifadesi yazılabilir. Nusselt sayısının tanımından;

$$Nu_a = \frac{h_a D}{k} = - \frac{1}{(T_{\max} - T_o)} \int_o^D \frac{\partial T}{\partial X} dy$$

şeklinde elde edilir. Boyutsuz değişkenler ve $\Theta_{\max} = (T_{\max} - T_o) / \Delta T$ tanımları yardımıyla;

$$Nu_a = - \frac{1}{\Theta_{\max}} \int_o^1 \frac{\partial \Theta}{\partial X} dY$$

biçiminde ortalama Nu_a sayısı da elde edilir. Tüm duvarlar için de benzer ifade elde edilebilir.

Hesaplanan yerel Nu_y ve ortalama Nu_a sayılarının, tüm duvarlar için zamana göre ve duvarlar boyunca konuma göre değişimleri grafikler halinde sonuç bölümünde verilerek incelenecektir.

BÖLÜM 3

SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARININ İNCELENMESİ

Bu çalışmada, daha önce belirlenen geometrideki kapalı bölge içinde doğal ısı taşınımı, Prandtl sayısı $Pr=0.73$ için Rayleigh sayısı $0-10^6$ mertebeleri arasında değiştirilerek teorik olarak incelenmiştir. Tüm sayısal çözüm sonuçları 41×41 'lik bir ızgara yapısı içindir. Olayı etkileyen Pr ve Ra sayılarının belirtilen değerleri için elde edilen sonuçlar grafikler halinde gösterilmektedir.

Ayrıca kapalı kabın alt, üst, sağ ve sol yan duvarlarının her biri için ayrı ayrı ortalama ve yerel Nu sayıları belirlenip, bunların duvarlar boyunca olan değişimleri de grafiklerle verilmiştir.

Yapılan çalışmada, zamana göre değişimlerin ve sistemin sürekli rejime (steady state) erişiminin incelenmesi açısından, kabın içindeki $U(x/2, y/4)$ hızı referans olarak seçilip, zamana göre değişimi Şekil (3.1)'de verilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi zamanın belli bir değerinden itibaren U hızı değişmemekte yani sürekli rejime erişmektedir. Şekil (3.2)'de aynı koordinatlarda seçilen bir noktada sıcaklık değerinin zamana göre değişimi görülmektedir. Burada da yaklaşık $\tau=0,14$ 'den büyük olduğu zaman sürekli rejime erişilmektedir.

Değişik Rayleigh sayıları için ortalama Nusselt sayısının zamana göre değişimi dört duvar için de Şekil (3.3) ve Şekil (3.4)'de görülmektedir. Rayleigh sayıları küçüldükçe dört duvardaki Nusselt sayılarının değerleri de birbirlerine yaklaşmaktadır. $Ra=1000$ için dört duvarda da Nusselt sayıları birbirine eşit olmaktadır. Şekil (3.5-a)'da $Ra=10^6$ için elde edilen eş sıcaklık eğrileri incelendiğinde, sıcaklık eğrilerinin üst duvarda diğer duvarlara göre daha sık olduğu görülür. Bu üst duvarda sıcaklık gradyeninin daha büyük olmasının bir sonucudur. Başka bir değişle üst duvardaki ısı transferi diğerlerine göre daha fazladır. Oluşan girdap eş yükseklik eğrileri Şekil (3.5-b)'de ve akım çizgileri ise Şekil (3.6-a)'da verilmektedir. Akım çizgilerinin üç boyuttaki görüntüsünden de anlaşılabileceği gibi, akım çizgileri yan duvarlardan birinde pozitif yönde gelişirken diğerinde negatif

yöndedir, Şekil (3.6-b).

U ve V hızlarının konuma göre değişimleri incelendiğinde düşey doğrultudaki V hızının yan duvarlar civarında negatif, ortada ise pozitif olduğunu gözleyebiliriz. Bu olay kap merkezindeki ısı kaynağı dolayısıyla, kap içindeki akışkanın duvarlardan daha sıcak olmasının ve ısı transferinin de akışkandan duvarlara doğru olmasının bir sonucudur, Şekil (3.7). Ayrıca hız sınır tabakasının oluşumu da Şekil (3.7-a) üzerinde izlenebilir. Yatay U hızının gelişimi ise Şekil (3.8)'de verilmektedir.

Ra sayısı, 10^5 değerinde iken oluşan eşsıcaklık eğrileri Şekil (3.9-a) incelendiğinde, daha önce sık olan eşsıcaklık eğrilerinin yavaş yavaş seyredildiği gözlenir.

Yine en fazla ısı transferi üst duvarda gözlenmektedir. Şekil (3.9-b)'de de $Ra=10^5$ için oluşan akım çizgileri görülmektedir. Kabın sağında ve solundaki akım çizgileri birbirlerinden farklı değerler almaktadır.

Şekil (3.10) a ve b'de yatay U hızının kap içerisindeki dağılımları görülmektedir. Kabın sağ üst ve sol alt köşelerinde U hızı pozitif ve diğer çarpaz iki köşede negatif değerler aldığı, Şekil (3.10-b)'de de ayrıntılı biçimde görülmektedir.

Şekil (3.11-a)'da $Ra=10^4$ için eş sıcaklık eğrileri verilmektedir. Burada, $Ra=10^5$ ve $Ra=10^6$ 'daki gibi üst duvarda ısı transferi diğer duvarlara göre fazladır, fakat diğer duvarlarla karşılaştırıldığında büyük bir fark görülmemektedir. Yani ısı transferi yavaş yavaş her yönde aynı olmaya başlamıştır. Şekil (3.11-b) incelendiğinde sağ ve sol taraftaki akım çizgisi değerlerinin birbirine yaklaşmakta olduğu gözlenir.

Şekil (3.12-a)'da $Ra=10^3$ için eşsıcaklık eğrilerinin her dört yönde de aynı şekilde değiştiği yani ısı transferinin aynı olduğu görülmektedir. Bu çalışmada $Ra=10^3$ iletim ile ısı transferinin başlangıcı olmaktadır.

Ra sayısının, 10^3 değeri için oluşan akım çizgileri, kapalı kabın düşey simetri eksenine göre tam bir simetri oluştururlar, Şekil (3.12-b).

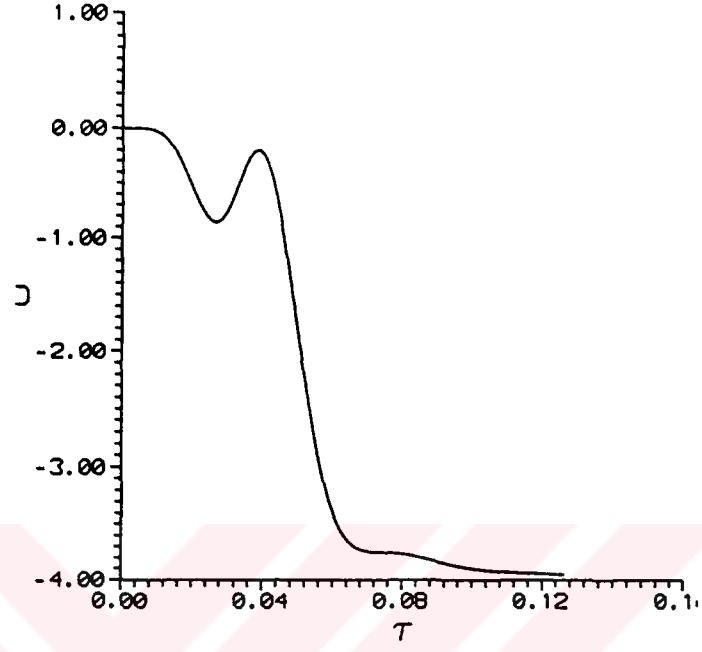
Şekil (3.13)'de verilen düşey hızın konuma göre değişiminde, maksimum hız tek bir noktada değil kap merkezi civarında yayılmış durumdadır.

Dört duvardaki yerel Nusselt sayılarının duvarlar boyunca olan değişimlerine bakıldığında Ra sayısı küçüldükçe her bir duvardaki Nu sayısının birbirine yakın değerler almaya başladığı ve nihayet $Ra=10^3$ 'ten sonra duvarlardaki Nu sayılarının birbirine eşitlendiği gözlenmektedir, Şekil (3.15-b). Öyleyse Ra sayısının bu değerinden sonra ısı transferi iletimle gerçekleşmeye başlamıştır.

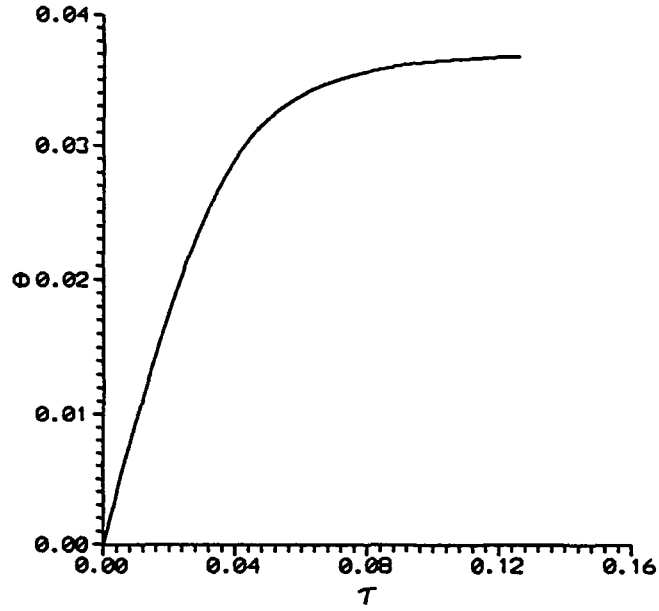
Tablo 3.1. Değişik Ra Sayılarına Göre Ortalama Nu Sayıları

Ra	Nu _a (üst)	Nu _a (alt)	Nu _a (sağ)	Nu _a (sol)	θ_{max}
10^6	7.055	3.328	5.940	5.958	0.0447
10^5	4.907	3.015	3.80	3.80	0.0640
10^4	3.5379	3.247	3.385	3.385	0.0733
10^3	3.391	3.361	3.376	3.376	0.0735
10^2	3.377	3.374	3.375	3.375	0.0735
10^1	3.376	3.376	3.376	3.376	0.0735
0	3.376	3.376	3.376	3.376	0.0735

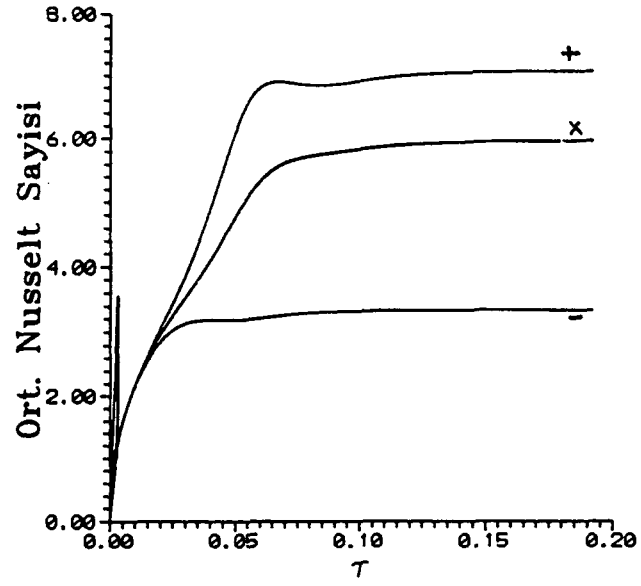
Tablo 3.1'de her bir duvar için ortalama Nusselt sayısının Rayleigh sayısına göre değişimi verilerek, iletim, geçiş ve laminar sınır tabaka rejimlerinin oluşumu görülmektedir.



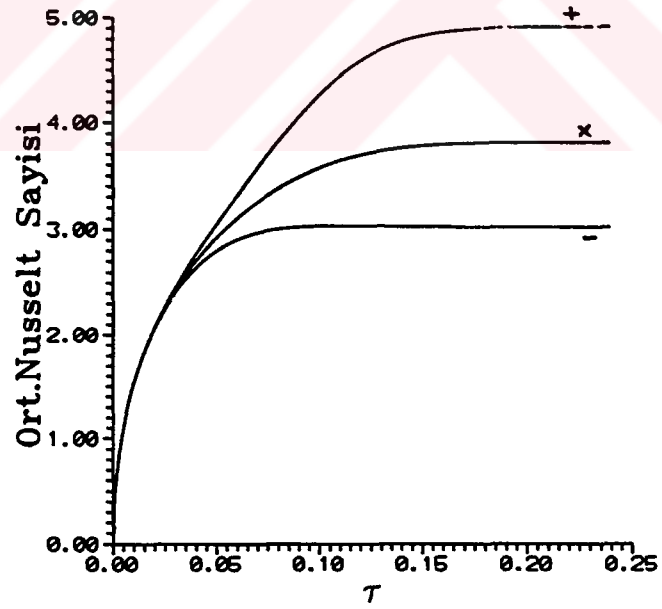
Şekil 3.1. $U(x/2, y/4)$ hızının zamana göre değişimi ve sürekli rejime erişmesi.



Şekil 3.2. $\theta (x/2, y/4)$ sıcaklığının zamana göre değişimi



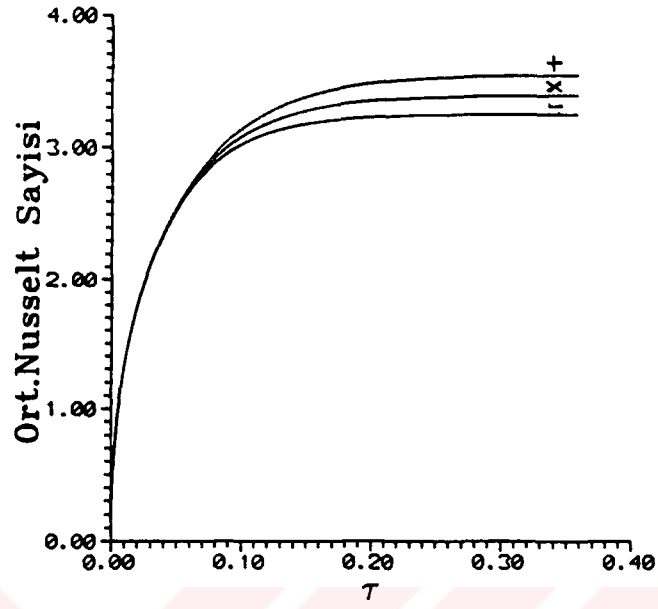
(a)



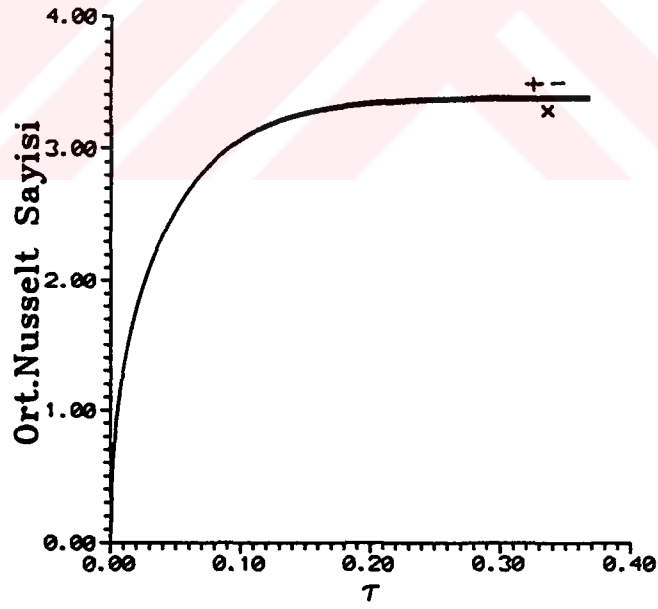
(b)

Şekil 3.3. Dört duvarda Ortalama Nu sayısının zamana göre değişimi

a) $Ra=10^6$ için; b) $Ra=10^5$ için



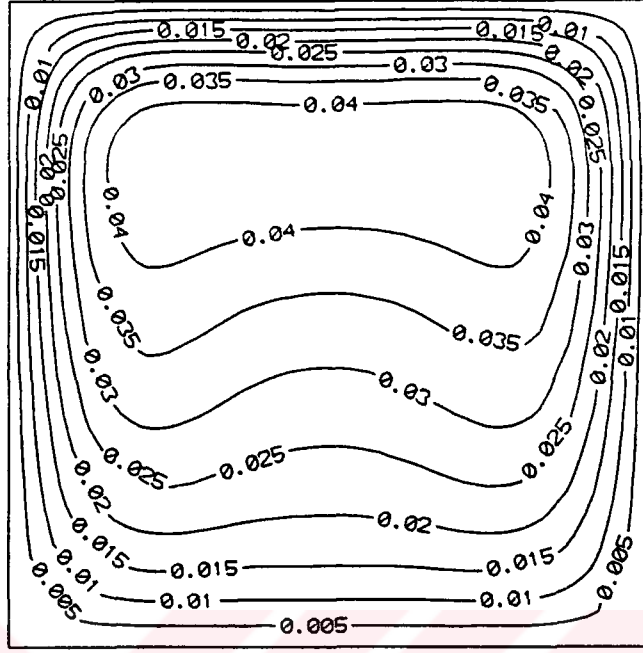
(a)



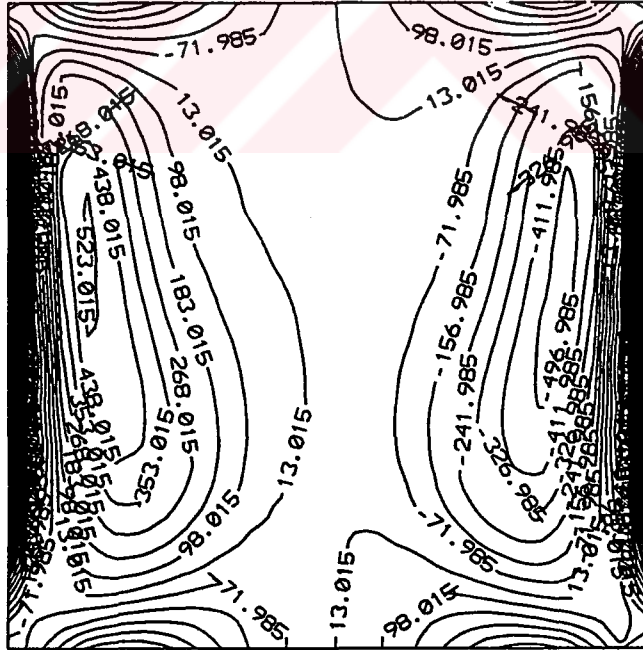
(b)

Şekil 3.4. Ortalama Nu sayısının zamana göre değişimi ve sürekli rejime geçişi.

a) $Ra=10^4$ için ; b) $Ra=10^3$ için,

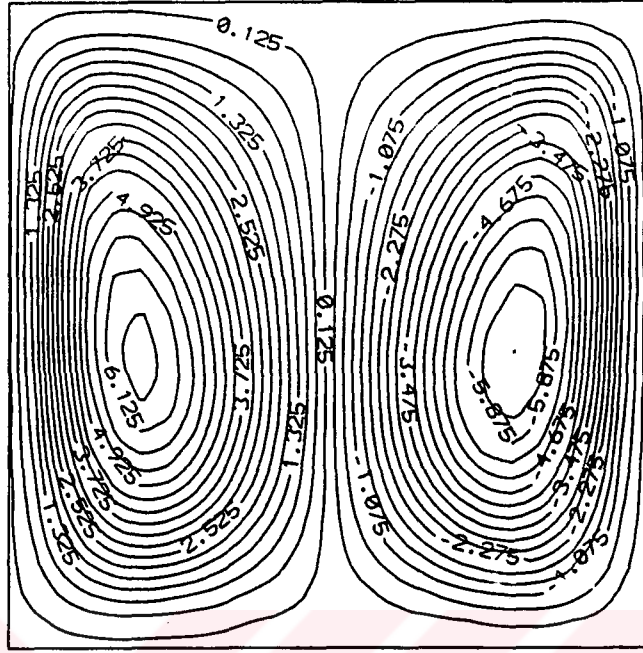


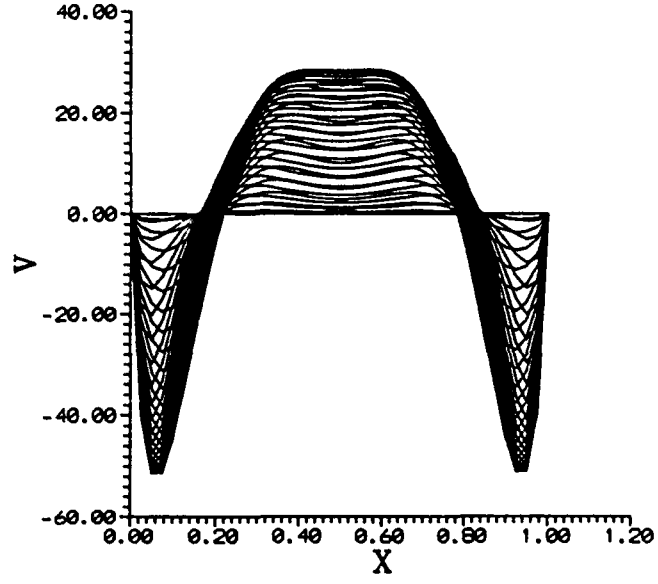
(a)



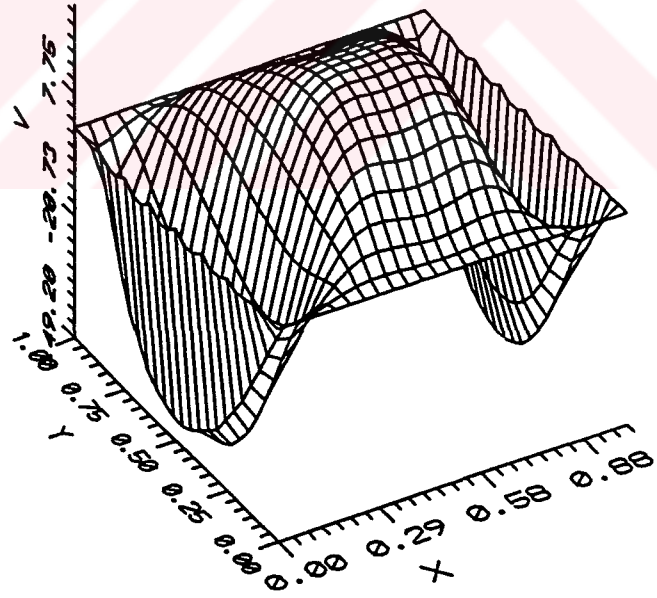
(b)

Şekil 3.5. $Ra=10^6$ için; (a) Eşsıcaklık eğrileri;
(b) Girdap eş yükseklik eğrileri



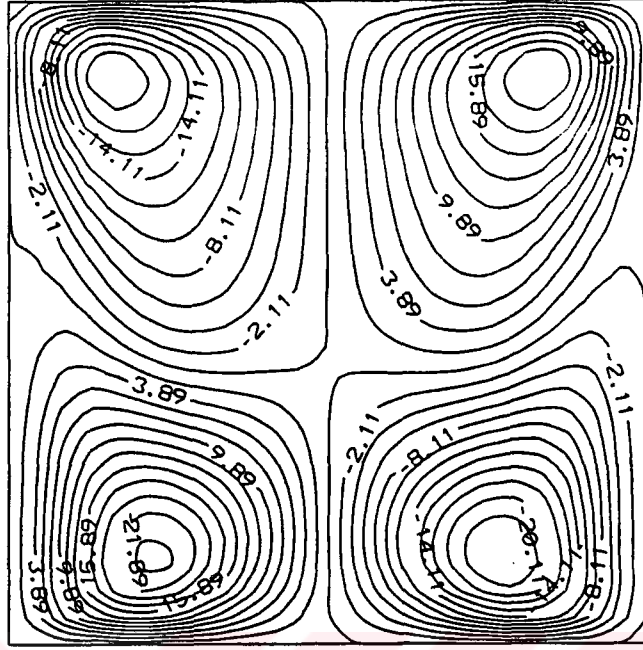


(a)

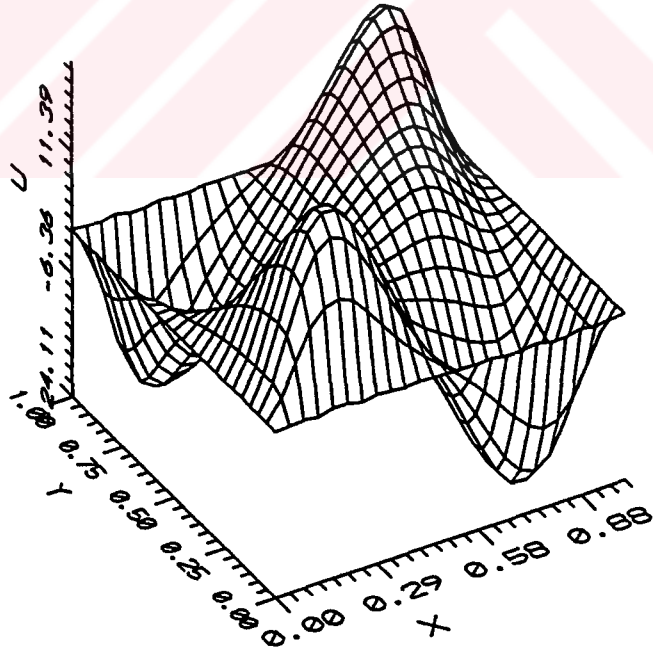


(b)

Şekil 3.7. $Ra=10^6$ için; (a) Düşey hız bileşin V 'nin konuma göre değişimi;
 (b) V 'nin üç boyutta incelenmesi

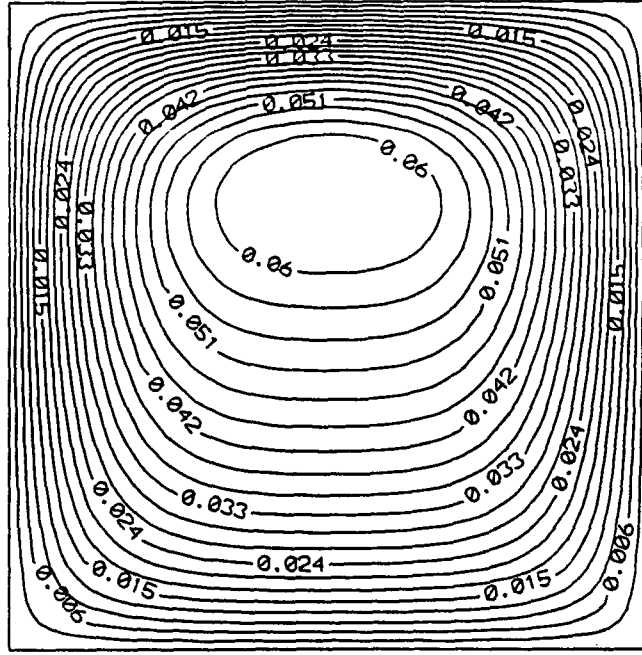


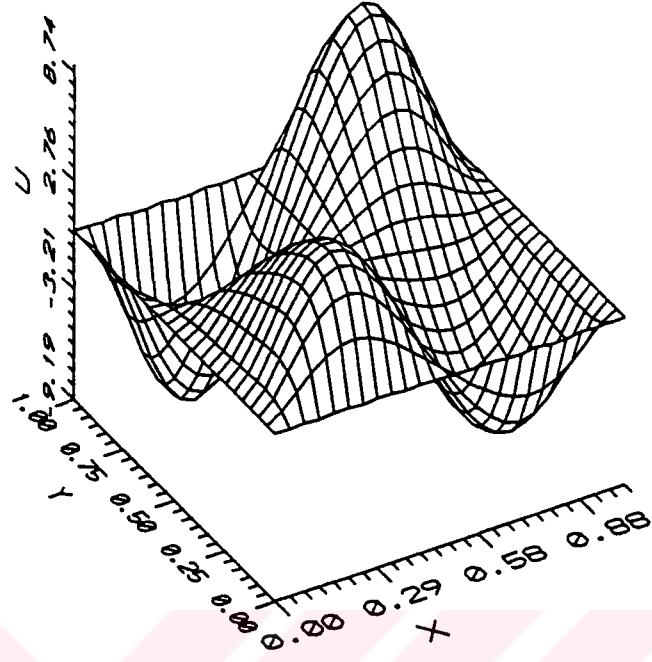
(a)



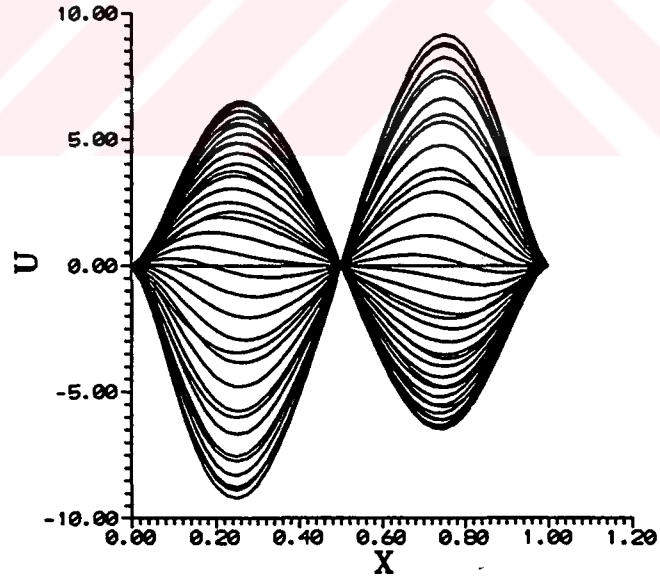
(b)

Şekil 3.8. $Ra=10^6$ için; (a) Yatay hız alanları; (b) U 'nun üç boyutta incelenmesi.



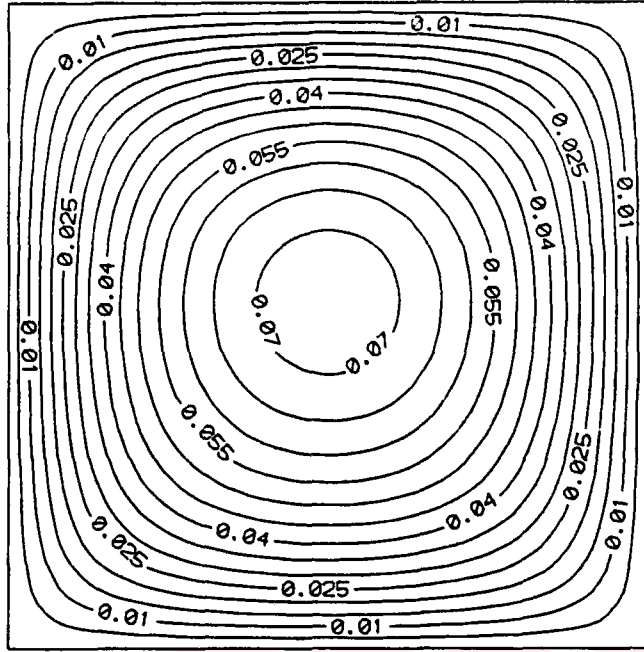


(a)

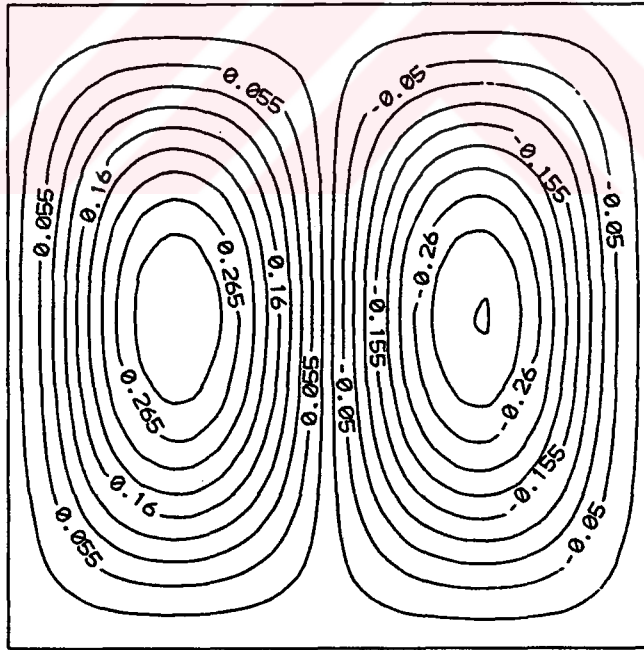


(b)

Şekil 3.10. $Ra=10^5$ için; (a) Yatay hız bileşeni U 'nun üç boyutta incelenmesi;
 (b) U 'nun konuma göre iki boyutta incelenmesi.

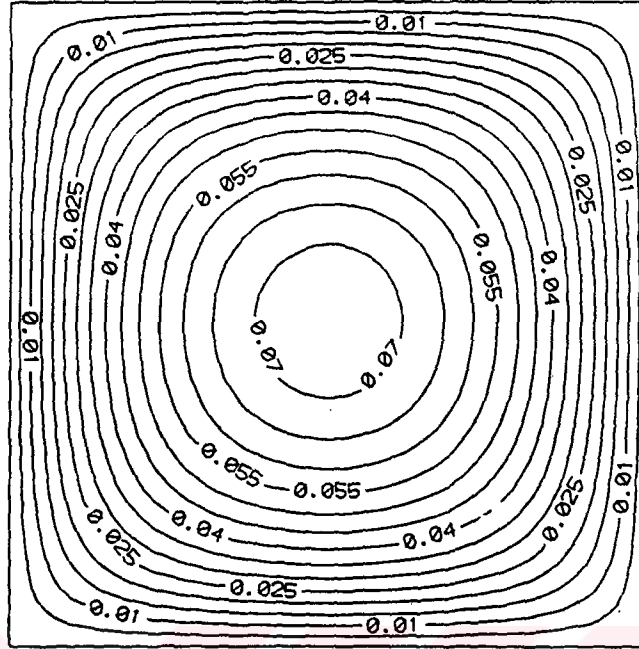


(a)

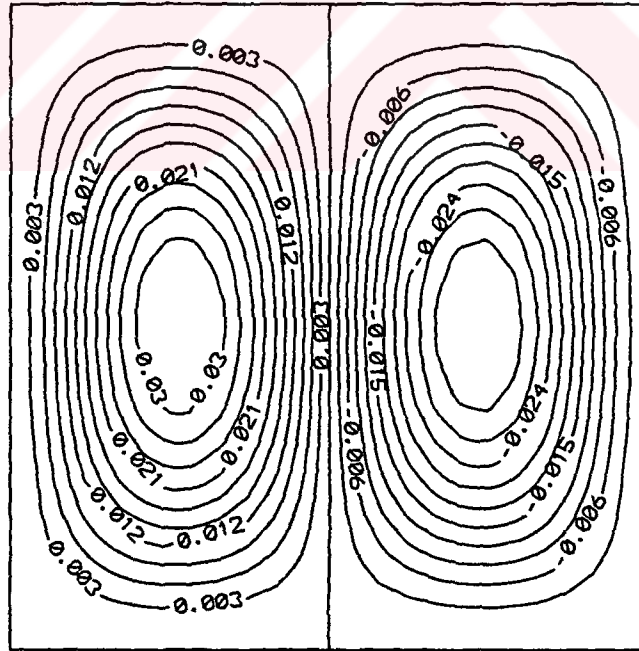


(b)

Şekil 3.11. $Ra=10^4$ için; (a) Eş sıcaklık eğrileri; (b) Akım çizgileri.

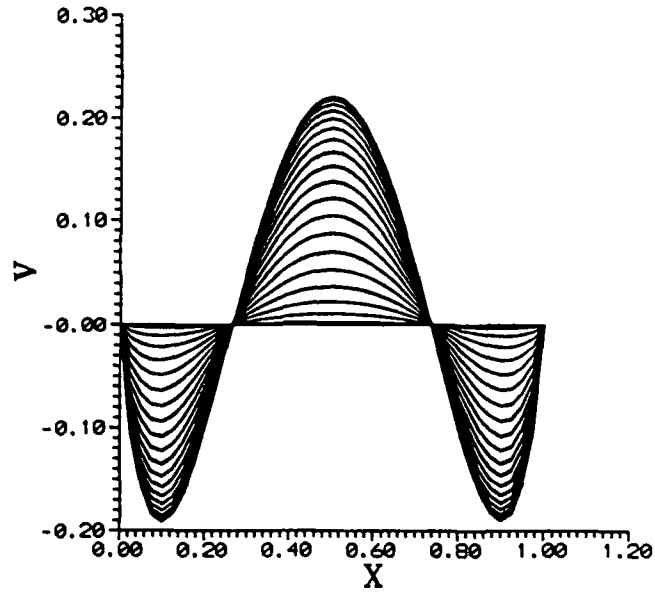


(a)

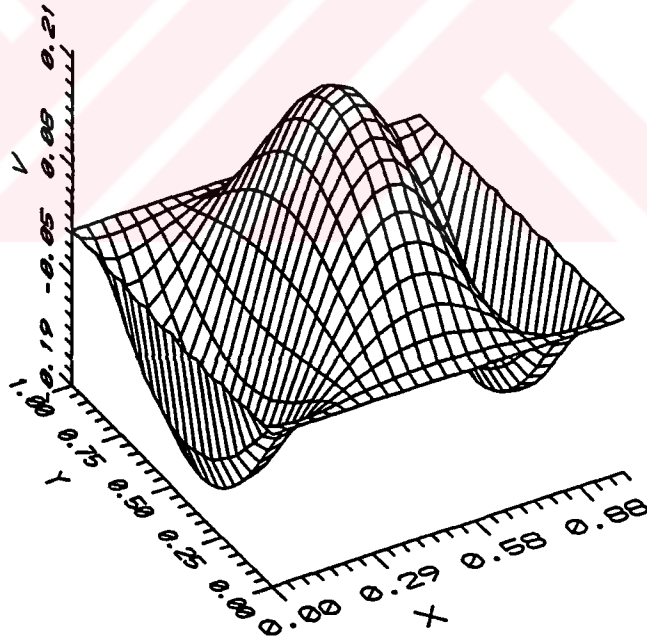


(b)

Şekil 3.12. $Ra = 10^3$ için; (a) Eş sıcaklık eğrileri; (b) Akım çizgileri.

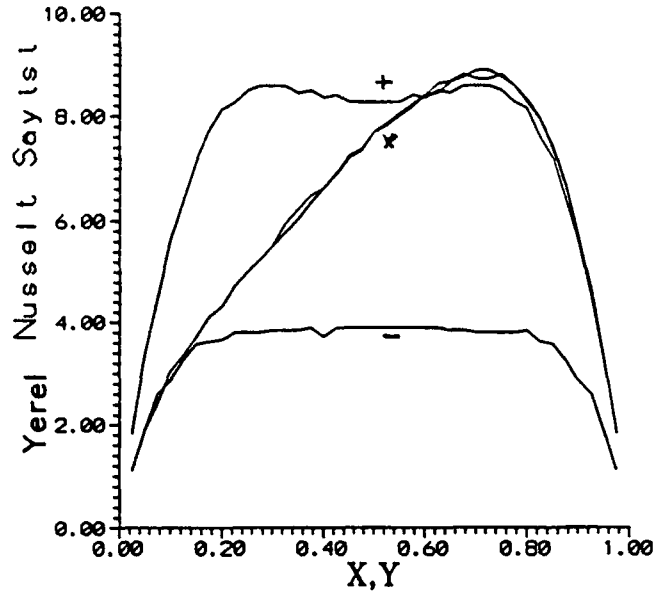


(a)

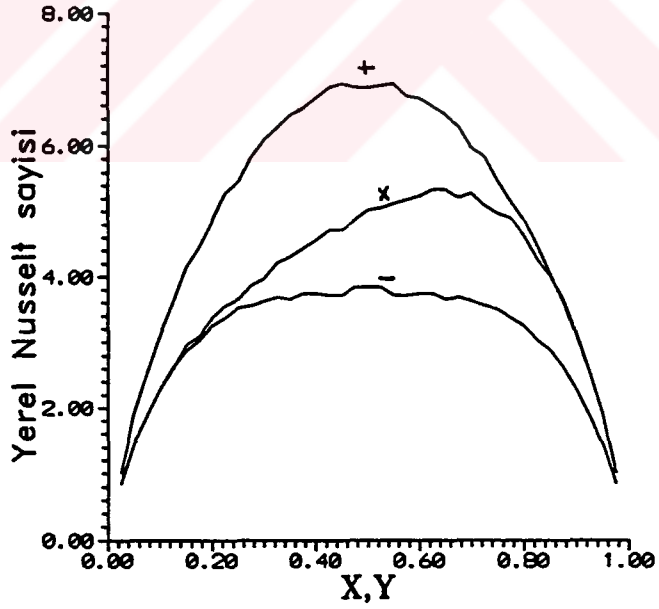


(b)

Şekil 3.13. $Ra=10^3$ için; (a) Düşey hız bileşeni ve V 'nin konuma göre değişimi;
 (b) V 'nin üç boyutta incelenmesi.

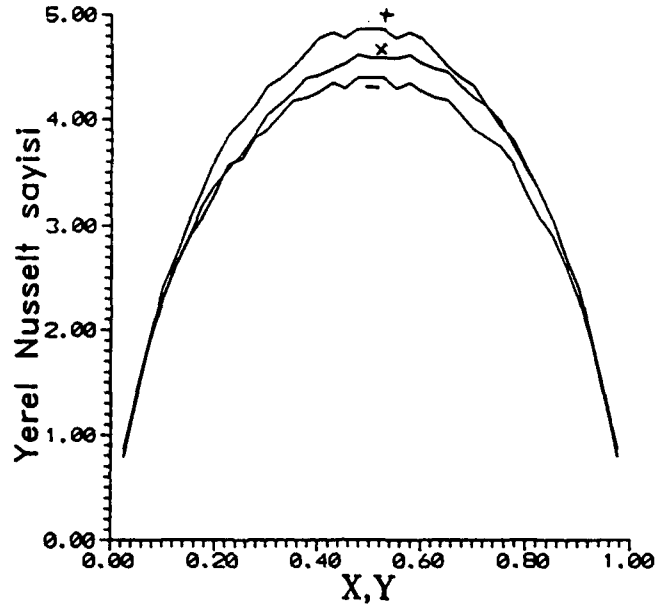


(a)

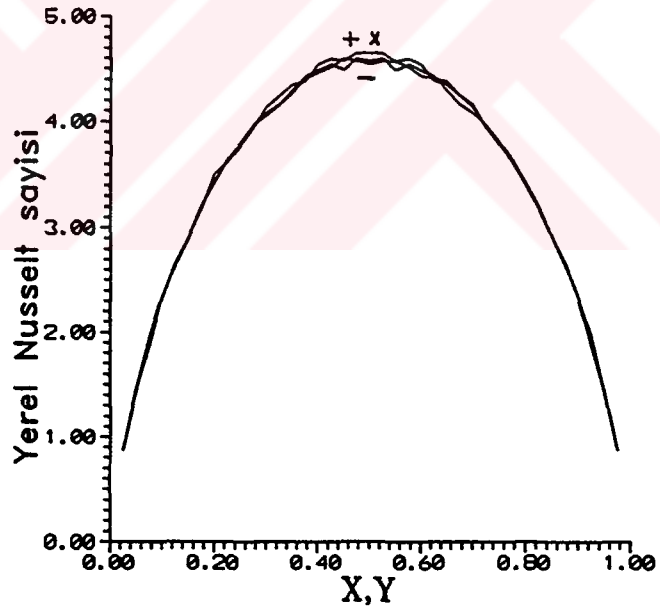


(b)

Şekil 3.14. Yerel Nu sayısının duvarlar boyunca değişimi
(a) $Ra=10^6$ için; (b) $Ra=10^5$ için



(a)



(b)

Şekil 3.15. Yerel Nu sayısının duvarlar boyunca değişimi
(a) $Ra=10^4$ için; (b) $Ra=10^3$ için.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Sayısal olarak yapılan bu çalışmada kap içerisinde sıcaklık ve hız dağılımları Rayleigh sayısının sıfır ve 10^6 değerleri için elde edilmiştir. Tüm sonuçlar sabit Prandtl sayısı (0.73) içindir.

Rayleigh sayısının geniş bir aralıkta seçilerek hesaplama yapılmasının sebebi değişik rejim bölgelerini saptamak içindir. Örnek olarak Tablo 3.1'de değişik Ra sayıları için Ortalama Nusselt sayıları dört duvar içinde gösterilmektedir. Her duvar için iletim, geçiş ve Laminar Sınır Tabaka Rejimi sınırları incelenebilmektedir. Sonuç olarak kap için her rejimde ısı transferi hesabı yapılarak yerel ve ortalama Nusselt sayıları hesaplanmıştır.

Bu çalışmada daha önce de bahsedildiği gibi çözümler iki boyutta incelenerek elde edilmiştir. Bundan sonrası için akışın üç boyutta göz önünde bulundurularak teorik ve deneysel bir çalışma üzerinde durulabilir. Burada gözönüne alınan sistemde kapalı kap içindeki ısı kaynağı uniform kabul edilmekle beraber, önemli bir nükleer kazada olabileceği gibi zamana ya da konuma bağlı ısı kaynağı gözönünde bulundurularak bir çözüm üzerinde çalışılması oldukça ilginç olacaktır.

KAYNAKLAR

- ACHARYA, S., Goldstein, R.J., (1985), Natural Convection in an Externally Heated Vertical or Inclined Square Box Containing Internal Energy Sources, Journal of Heat Transfer, Vol.107, pp.855-866.
- BAYTAŞ, A.C., (1993), Duvar Isınma Hızı Sabit Paralel İki Levha Arasında Doğal Taşınımli Isı Transferi, I.Ulusal Hesaplamalı Mekanik Konferansı, 161-170, İstanbul.
- BEJAN, A., (1984), Convection Heat Transfer, John Wiley and Sons..
- GRAY, D.D., Giorgianni, A., (1976), The Validity of The Boussinesq Approximation For Liquids and Gasses, Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.91, pp.545-551.
- JALURIA, Y., Torrance, K.E., (1986), Computational Heat Transfer, Hemisphere Pub. Cor., Washington, pp.335-343.
- KETTLEBOROUGH, C.F., (1972), Transient Laminar Free Convection Between Heated Vertical Plates Including Entrances Effects, Int.J. Heat Mass Transfer, Vol.15, pp.883-896.
- KULACKI, F.A., Goldstein, R.J., (1972), Thermal Convection in a Horizontal Fluid Layer with Uniform Volumetric Energy Sources, Journal of Mech., Vol.55, pp.271-287.
- LEE, J.H., Goldstein, R.J., (1988), An Experimental Study on Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Enclosure Containing Internal Energy Sources, Journal of Heat Transfer, Vol.110, pp.345-349.
- MAY, H.O., (1990), A Numerical Study on Natural Convection in an Inclined Square Enclosure Containing Internal Heat Sources, Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.34, pp.919-928.
- NAKAMURA, H., Yutuka, A., Naitou, T., (1982), Heat Transfer by Free Convection Between Two Parallel Flat Plates, Numerical Heat Transfer, Vol.5, pp.95-106.
- OSETEK, D.J., Broughton, J.M., Hobbins, R.R., (1990), The TMI-2 Accident Evaluation Program, Fission Product Transport Processes in Reactor Accidents, Hemisphere Pub. Co. New York.

- PATANKAR, S.V., (1980), Numerical Methods in Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, D.C..
- POWERS, D.A., Bradley, D.R., Brockmann, J.E. and Copus, E.R., (1990), Validation of Core Debris/Concrete Interactions and Source Term Models, Fission Product Transport Processes in Reactor Accidents, Hemisphere Pub. Co., New York.
- RAOCHE, P.J., (1988), Computational Fluid Dynamics, Hermosa Albuquerque, New Mexico.
- RUNCORN, S.K., (1962), Convection Current in the Earth's Mantle, Nature, Vol.195, pp.1248-1249, 1962.
- WILKES, J.O., Churchill, S.W., (1966), The Finite Difference Computation of Natural Convection in a Rectangular Enclosure, AIChE Journal, Vol.12, pp.161-166.
- WRIGHT, R.W., (1988), Data Report FLHT Experiment 2, Pacific Northwest Laboratories, PNL-6551.

EK

```

PROGRAM FREE
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
PARAMETER(M=41,N=41)
DIMENSION STR(M,N),U(M,N),V(M,N)
DIMENSION T(M,N),TSTAR(M,N),TOLD(M,N)
DIMENSION W(M,N),WSTAR(M,N),WOLD(M,N),RHSW(M,N)
DIMENSION SUBD(M),DIAG(M),SUPERD(M),D(M),BN(M)
DIMENSION AE(M,N),AW(M,N),AN(M,N),AS(M,N)
COMMON/NUS/ANUT,ANUB,ANUR,ANUL
COMMON/LNUS/ANT,ANB,ANR,ANL
ZERO=0.0
OPEN(UNIT=9,FILE='TCTEM.DAT')
OPEN(UNIT=10,FILE='TCENT.DAT')
OPEN(UNIT=12,FILE='TCNUS.DAT')
OPEN(UNIT=15,FILE='TCLNUS.DAT')
OPEN(UNIT=20,FILE='TCTIM.DAT')
DATA RA,PR/1.0E6,0.73/
DATA EPSSOR/1.0E-5/
DATA EPSTEM/1.0E-4/
DT=1.0E-4
DX=1.0/(M-1.0)
DY=1.0/(N-1.0)
C.....SPECIFY INITIAL FLOW AND TEMPERATURE FIELDS.....
  NSTEP=0
  TAU=0.0
  DO 10 I=1,M
  DO 10 J=1,N
  T(I,J)=0.0
  TOLD(I,J)=0.0
  TSTAR(I,J)=0.0
  W(I,J)=0.0
  WOLD(I,J)=0.0
  WSTAR(I,J)=0.0
10 CONTINUE
  2 NSTEP=NSTEP+1
C.....
C.....THE ELEMENTS OF T AND W ARE THEN ASSIGNED TO.....
C.....TOLD AND WOLD ,RESPECTIVELY.....
  DO 120 I=2,M-1
  DO 120 J=2,N-1
  TOLD(I,J)=T(I,J)
  WOLD(I,J)=W(I,J)
120 CONTINUE
  DO 20 I=1,M
  DO 20 J=1,N
  20 RHSW(I,J)=-WOLD(I,J)
  CALL SORLX(STR,RHSW,M,N,DX,DY,EPSSOR,ITESOR)
  TAU=TAU+DT
C....COMPUTE TEMPARATURES AT END OF HALF TIME INCREMENT.....
C.....IMPLICIT BY ROWS.....
  DE=DY/DX
  DW=DY/DX
  DN=DX/DY

```

```

DO 30 J=2,N-1
DO 30 I=2,M-1
FE=0.25/DY*(STR(I+1,J+1)-STR(I+1,J-1)+STR(I,J+1)-STR(I,J-1))*DY
FW=0.25/DY*(STR(I,J+1)-STR(I,J-1)+STR(I-1,J+1)-STR(I-1,J-1))*DY
FN=-0.25/DX*(STR(I+1,J+1)-STR(I-1,J+1)+STR(I+1,J)-STR(I-1,J))*DX
FS=-0.25/DX*(STR(I+1,J)-STR(I-1,J)+STR(I+1,J-1)-STR(I-1,J-1))*DX
PE=FE/DE
PW=FW/DW
PN=FN/DN
PS=FS/DS
APE=A(PE)
APW=A(PW)
APN=A(PN)
APS=A(PS)
AE(I,J)=DE*APE+DMAX1(-FE,ZERO)
AW(I,J)=DW*APW+DMAX1(FW,ZERO)
AN(I,J)=DN*APN+DMAX1(-FN,ZERO)
AS(I,J)=DS*APS+DMAX1(FS,ZERO)
30 CONTINUE
R=2.0*DX*DY/DT
C.....SET COEFFICIENT ARRAYS.....
DO 40 J=2,N-1
DO 45 I=2,M-1
SUBD(I-1)=-AW(I,J)
DIAG(I-1)=R+AE(I,J)+AW(I,J)
SUPERD(I-1)=-AE(I,J)
D(I-1)=AS(I,J)*TOLD(I,J-1)+(R-AN(I,J)-AS(I,J))*TOLD(I,J)+
*AN(I,J)*TOLD(I,J+1)+DX*DY
45 CONTINUE
D(1)=D(1)-SUBD(1)*T(1,J)
D(M-2)=D(M-2)-SUPERD(M-2)*T(M,J)
C.....
IK=M-2
DO 31 K=1,IK
BN(K)=DIAG(K)
31 CONTINUE
DO 32 K=2,IK
DJAL=SUBD(K)/BN(K-1)
BN(K)=BN(K)-SUPERD(K-1)*DJAL
D(K)=D(K)-D(K-1)*DJAL
32 CONTINUE
TSTAR(IK+1,J)=D(IK)/BN(IK)
DO 33 K=1,IK-1
JJ=IK-K
TSTAR(JJ+1,J)=(D(JJ)-SUPERD(JJ)*TSTAR(JJ+2,J))/BN(JJ)
33 CONTINUE
40 CONTINUE
C.....COMPUTE TEMPERATURES AT END OF WHOLE TIME INCREMENT.....
C.....(IMPLICIT BY COLUMNS).....
DO 50 I=2,M-1
DO 50 J=2,N-1
FE=0.25/DY*(STR(I+1,J+1)-STR(I+1,J-1)+STR(I,J+1)-STR(I,J-1))*DY
FW=0.25/DY*(STR(I,J+1)-STR(I,J-1)+STR(I-1,J+1)-STR(I-1,J-1))*DY
FN=-0.25/DX*(STR(I+1,J+1)-STR(I-1,J+1)+STR(I+1,J)-STR(I-1,J))*DX

```

```

FS=-0.25/DX*(STR(I+1,J)-STR(I-1,J)+STR(I+1,J-1)-STR(I-1,J-1))*DX
PE=FE/DE
PW=FW/DW
PN=FN/DN
PS=FS/DS
APE=A(PE)
APW=A(PW)
APN=A(PN)
APS=A(PS)
AE(I,J)=DE*APE+DMAX1(-FE,ZERO)
AW(I,J)=DW*APW+DMAX1(FW,ZERO)
AN(I,J)=DN*APN+DMAX1(-FN,ZERO)
AS(I,J)=DS*APS+DMAX1(FS,ZERO)
50 CONTINUE
R=2.0*DX*DY/DT
C....SET COEFFICIENT ARRAYS.....
DO 60 I=2,M-1
DO 65 J=2,N-1
SUBD(J-1)=-AS(I,J)
DIAG(J-1)=R+AN(I,J)+AS(I,J)
SUPERD(J-1)=-AN(I,J)
D(J-1)=AW(I,J)*TSTAR(I-1,J)+(R-AE(I,J)-AW(I,J))*TSTAR(I,J)+
*AE(I,J)*TSTAR(I+1,J)+DX*DY
65 CONTINUE
D(1)=D(1)-SUBD(1)*T(I,1)
D(N-2)=D(N-2)-SUPERD(N-2)*T(I,N)
C.....
IK=N-2
DO 51 K=1,IK
BN(K)=DIAG(K)
51 CONTINUE
DO 52 K=2,IK
DJAL=SUBD(K)/BN(K-1)
BN(K)=BN(K)-SUPERD(K-1)*DJAL
D(K)=D(K)-D(K-1)*DJAL
52 CONTINUE
T(I,IK+1)=D(IK)/BN(IK)
DO 53 K=1,IK-1
JJ=IK-K
T(I,JJ+1)=(D(JJ)-SUPERD(JJ)*T(I,JJ+2))/BN(JJ)
53 CONTINUE
60 CONTINUE
C....COMPUTE WORTICIES AT END OF HALF TIME INCREMENT.....
C.....IMPLICIT BY ROWS.....
DE=PR*DY/DX
DW=PR*DY/DX
DN=PR*DX/DY
DS=PR*DX/DY
C.....
DO 70 J=2,N-1
DO 70 I=2,M-1
FE=0.25/DY*(STR(I+1,J+1)-STR(I+1,J-1)+STR(I,J+1)-STR(I,J-1))*DY
FW=0.25/DY*(STR(I,J+1)-STR(I,J-1)+STR(I-1,J+1)-STR(I-1,J-1))*DY
FN=-0.25/DX*(STR(I+1,J+1)-STR(I-1,J+1)+STR(I+1,J)-STR(I-1,J))*DX

```

```

FS=-0.25/DX*(STR(I+1,J)-STR(I-1,J)+STR(I+1,J-1)-STR(I-1,J-1))*DX
  PE=FE/DE
  PW=FW/DW
  PN=FN/DN
  PS=FS/DS
APE=A(PE)
APW=A(PW)
APN=A(PN)
APS=A(PS)
  AE(I,J)=DE*APE+DMAX1(-FE,ZERO)
  AW(I,J)=DW*APW+DMAX1(FW,ZERO)
  AN(I,J)=DN*APN+DMAX1(-FN,ZERO)
  AS(I,J)=DS*APS+DMAX1(FS,ZERO)
70 CONTINUE
  R=2.0*DX*DY/DT
C.....SET COEFFICIENT ARRAYS.....
  DO 80 J=2,N-1
  DO 85 I=2,M-1
    SUBD(I-1)=-AW(I,J)
    DIAG(I-1)=R+AE(I,J)+AW(I,J)
    SUPERD(I-1)=-AE(I,J)
    D(I-1)=AS(I,J)*WOLD(I,J-1)+(R-AN(I,J)-AS(I,J))*WOLD(I,J)+
      *AN(I,J)*WOLD(I,J+1)+RA*PR*(T(I+1,J)-T(I-1,J))*DY/2.0
  85 CONTINUE
    D(1)=D(1)-SUBD(1)*WOLD(1,J)
    D(M-2)=D(M-2)-SUPERD(M-2)*WOLD(M,J)
C.....
  IK=M-2
  DO 71 K=1,IK
    BN(K)=DIAG(K)
  71 CONTINUE
  DO 72 K=2,IK
    DJAL=SUBD(K)/BN(K-1)
    BN(K)=BN(K)-SUPERD(K-1)*DJAL
    D(K)=D(K)-D(K-1)*DJAL
  72 CONTINUE
  WSTAR(IK+1,J)=D(IK)/BN(IK)
  DO 73 K=1,IK-1
    JJ=IK-K
    WSTAR(JJ+1,J)=(D(JJ)-SUPERD(JJ)*WSTAR(JJ+2,J))/BN(JJ)
  73 CONTINUE
C.....
  80 CONTINUE
C.....COMPUTE WORTICITIES AT END OF WHOLE TIME INCREMENT.....
C.....(IMPLICIT BY COLUMNS).....
  DO 90 I=2,M-1
  DO 90 J=2,N-1
    FE=0.25/DY*(STR(I+1,J+1)-STR(I+1,J-1)+STR(I,J+1)-STR(I,J-1))*DY
    FW=0.25/DY*(STR(I,J+1)-STR(I,J-1)+STR(I-1,J+1)-STR(I-1,J-1))*DY
    FN=-0.25/DX*(STR(I+1,J+1)-STR(I-1,J+1)+STR(I+1,J)-STR(I-1,J))*DX
    FS=-0.25/DX*(STR(I+1,J)-STR(I-1,J)+STR(I+1,J-1)-STR(I-1,J-1))*DX
    PE=FE/DE
    PW=FW/DW
    PN=FN/DN

```

```

      PS=FS/DS
      APE=A(PE)
      APW=A(PW)
      APN=A(PN)
      APS=A(PS)
      AE(I,J)=DE*APE+DMAX1(-FE,ZERO)
      AW(I,J)=DW*APW+DMAX1(FW,ZERO)
      AN(I,J)=DN*APN+DMAX1(-FN,ZERO)
      AS(I,J)=DS*APS+DMAX1(FS,ZERO)
      90 CONTINUE
      R=2.0*DX*DY/DT
      C.....SET COEFFICIENT ARRAYS.....
      DO 100 I=2,M-1
      DO 110 J=2,N-1
      SUBD(J-1)=-AS(I,J)
      DIAG(J-1)=R+AN(I,J)+AS(I,J)
      SUPERD(J-1)=-AN(I,J)
      D(J-1)=AW(I,J)*WSTAR(I-1,J)+(R-AE(I,J)-AW(I,J))*WSTAR(I,J)+
      *AE(I,J)*WSTAR(I+1,J)+RA*PR*(T(I+1,J)-T(I-1,J))*DY/2.0
      110 CONTINUE
      D(1)=D(1)-SUBD(1)*WOLD(I,1)
      D(N-2)=D(N-2)-SUPERD(N-2)*WOLD(I,N)
      C.....
      IK=N-2
      DO 91 K=1,IK
      BN(K)=DIAG(K)
      91 CONTINUE
      DO 92 K=2,IK
      DJAL=SUBD(K)/BN(K-1)
      BN(K)=BN(K)-SUPERD(K-1)*DJAL
      D(K)=D(K)-D(K-1)*DJAL
      92 CONTINUE
      W(I,IK+1)=D(IK)/BN(IK)
      DO 93 K=1,IK-1
      JJ=IK-K
      W(I,JJ+1)=(D(JJ)-SUPERD(JJ)*W(I,JJ+2))/BN(JJ)
      93 CONTINUE
      C.....
      100 CONTINUE
      C.....
      C.....VORTICITY AT SOLID WALLS ARE UPDATED....
      C..(1)-VORTICITY AT SOLID VERTICAL WALLS....
      DO 130 J=1,N
      WOLD(1,J)=(8.0*STR(2,J)+STR(3,J))/(2.0*DX*DX)
      WOLD(M,J)=(8.0*STR(M-1,J)+STR(M-2,J))/(2.0*DX*DX)
      130 CONTINUE
      C..(2)-VORTICITY AT SOLID HORIZONTAL WALLS....
      DO 140 I=1,M
      WOLD(I,1)=(-8.0*STR(I,2)+STR(I,3))/(2.0*DY*DY)
      WOLD(I,N)=(-8.0*STR(I,N-1)+STR(I,N-2))/(2.0*DY*DY)
      140 CONTINUE
      C.....
      C.....COMPUTE THE VELOCITY FIELD.....
      CALL VEL(U,V,STR,M,N,DX,DY)

```

```

C.....
  IC=(M+1)/2
  JC=(N+1)/2
  IL=IC/2
  JL=JC/2
  WRITE(10,350) TAU,STR(IC,JC),U(IC,JC),TOLD(IL,JC),U(IL,JC)
C....CONVERGENCY CONTROL FOR ENERGY EQUATION.....
  TMAX=0.0
  DO 150 I=2,M-1
  DO 150 J=2,N-1
  TF=DABS(T(I,J))
  TA=DMAX1(TF,TMAX)
  TMAX=TA
150 CONTINUE
C.....COMPUTE THE NUSSELT NUMBER FOR INNER AND OUTER
WALLS..... CALL NUSSELT(T,M,N,DX,DY,TMAX)
  WRITE(12,450) TAU,ANUT,ANUB,ANUR,ANUL
  TTT=0.0
  DO 160 I=2,M-1
  DO 160 J=2,N-1
  TTT=TTT+DABS(T(I,J)-TOLD(I,J))
160 CONTINUE
  IF (TTT.GT.EPSTEM) GO TO 2
C.....
  DO 165 K=1,M
  CALL LOCNUS(T,M,N,DX,DY,TMAX,K)
  WRITE(15,500)K,ANT,ANB,ANR,ANL
165 CONTINUE
  DO 170 J=1,N
  DO 170 I=1,M
  WRITE(9,300)I,J,TOLD(I,J),WOLD(I,J),STR(I,J)
170 CONTINUE
  WRITE(20,400) TAU,DT,NSTEP,RA,PR,M,N,ITESOR,TMAX
300 FORMAT(2X,2I3,3F15.4)
350 FORMAT(2X,5F15.4)
400 FORMAT(5X,6HTIME =,F15.7,3X,4HDT =,G15.8,/,5X,7HNSTEP =,I7,/,
  *5X,17HRAYLEIGH NUMBER =,G20.9,/,
  *5X,16HPRANDTL NUMBER =,F20.3,/,
  *5X,2HM=,I4,4X,2HN=,I4,/,
  *5X,22HSOR ITERATION NUMBER =,I5,/,
  *5X,22HTMAX MAX TEMPERATURE =,F10.4,/)
450 FORMAT(2X,5F14.6)
500 FORMAT(2X,I3,4E14.6)
  STOP
  END
C.....
  SUBROUTINE SORLX(F,Q,M,N,DX,DY,ERRMAX,ITERS)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION F(M,N),Q(M,N)
  PI=3.1415926
  BETTA=(DX/DY)**2
  COEF=1.0+BETTA
  ALAMD=((DCOS(PI*DX)+BETTA*DCOS(PI*DY))/COEF)**2
  AINCI=1.0-ALAMD

```

```

      GAMMA=2.0*(1.0-DSQRT(AINCI))/ALAMD
      ITERS=0
      DO 10 I=1,M
      DO 10 J=1,N
      F(I,J)=0.0
10  CONTINUE
      2 ITERS=ITERS+1
      ERRORS=0.0
      DO 20 I=2,M-1
      DO 20 J=2,N-1
      FOLD=F(I,J)
      F(I,J)=F(I,J)+(GAMMA/COEF/2.0)*(F(I+1,J)+F(I-1,J)+
      *BETTA*F(I,J+1)+BETTA*F(I,J-1)-(2.0*COEF)*F(I,J)-DX*DX*Q(I,J))
20  ERRORS=ERRORS+DABS(F(I,J)-FOLD)
      IF(ERRORS.GT.ERRMAX) GO TO 2
      RETURN
      END

C.....
      SUBROUTINE VEL(U,V,STR,M,N,DX,DY)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION U(M,N),V(M,N),STR(M,N)
C   COMMON DY,DX
      DO 10 I=2,M-1
      DO 10 J=2,N-1
          U(I,J)=(STR(I,J+1)-STR(I,J-1))/DY/2.0
          V(I,J)=-(STR(I+1,J)-STR(I-1,J))/DX/2.0
10  CONTINUE
      RETURN
      END

C.....
      SUBROUTINE NUSSELT(T,M,N,DX,DY,TMAX)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION T(M,N)
      COMMON/NUS/ANUT,ANUB,ANUR,ANUL
C...HEAT TRANSFER RATE....
      ANUR=0.0
      ANUL=0.0
      DO 10 J=2,N-1
C...NUSSELT NUMBER FOR RIGHT WALL.....
          ANR=2.0*(T(M,J)-T(M-1,J))/DX-
          *(T(M,I)-T(M-2,I))/(DX)
          ANUR=ANUR+DABS(ANR)*(DY)/TMAX
C...NUSSELT NUMBER FOR LEFT WALL.....
          ANL=2.0*(T(2,J)-T(1,J))/(DX)-
          *(T(3,J)-T(1,J))/(DX)
          ANUL=ANUL+DABS(ANL)*(DY)/TMAX
10  CONTINUE
      ANUT=0.0
      ANUB=0.0
      DO 20 I=2,M-1
C...NUSSELT NUMBER FOR TOP WALL.....
          ANT=2.0*(T(I,N)-T(I,N-1))/(DY)-
          *(T(I,N)-T(I,N-2))/(DY)
          ANUT=ANUT+DABS(ANT)*(DX)/TMAX

```

```

C...NUSELT NUMBER FOR BOTTOM WALL.....
  ANB=2.0*(T(I,2)-T(I,1))/(DY)-
  *(T(I,3)-T(I,1))/(DY)
  ANUB=ANUB+DABS(ANB)*(DX)/TMAX
20 CONTINUE
  RETURN
  END

C.....
  SUBROUTINE LOCNUS(T,M,N,X,Y,TMAX,I)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION T(M,N)
  COMMON/LNUS/ANT,ANB,ANR,ANL
C...HEAT TRANSFER RATE....
C...NUSELT NUMBER FOR RIGHT WALL.....
  ANR=2.0*(T(M,I)-T(M-1,I))/DX)-
  *(T(M,I)-T(M-2,I))/DX)
  ANR=DABS(ANR)/TMAX
C...NUSELT NUMBER FOR LEFT WALL.....
  ANL=2.0*(T(2,I)-T(1,I))/DX)-
  *(T(3,I)-T(1,I))/DX)
  ANL=DABS(ANL)/TMAX
C...NUSELT NUMBER FOR TOP WALL.....
  ANT=2.0*(T(I,N)-T(I,N-1))/(DY)-
  *(T(I,N)-T(I,N-2))/(DY)
  ANT=DABS(ANT)/TMAX
C...NUSELT NUMBER FOR BOTTOM WALL.....
  ANB=2.0*(T(I,2)-T(I,1))/(DY)-
  *(T(I,3)-T(I,1))/(DY)
  ANB=DABS(ANB)/TMAX
  RETURN
  END

```

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Akçakale’de doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul’da tamamladı. 1985’de Erenköy Kız Lisesi’nden mezun olduktan sonra yine aynı yıl içinde İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümüne girdi. 1990’da buradan mezun olduktan sonra aynı yıl yüksek lisans öğrenimi için İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsü’ne kaydoldu. Bu arada da 1992 yılında Haydarpaşa Anadolu Teknik Lisesi’nde Fizik öğretmeni olarak çalışmaya başladı. Halen aynı yerde bu görevine devam etmektedir.

