

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**RASTGELE ZORLAMALAR ALTINDA MINDLIN  
SANDVIÇ PLAKASININ TİTREŞİM ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Yeliz ERKAL**

**Anabilim Dalı : Uçak ve Uzay Mühendisliği**

**Programı : Uçak ve Uzay Mühendisliği**

**Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr. Vedat Ziya DOĞAN**

**HAZİRAN 2008**

**RASTGELE ZORLAMALAR ALTINDA MINDLIN  
SANDVIÇ PLAKASININ TİTREŞİM ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Yeliz ERKAL**

**(511041029)**

**Anabilim Dalı : Uçak ve Uzay Mühendisliği**

**Programı : Uçak ve Uzay Mühendisliği**

**Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Vedat Ziya DOĞAN**

**Jüri Üyesi : Prof. Dr. Metin Orhan Kaya**

**Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ata Muğan**

**HAZİRAN 2008**

## **ÖNSÖZ**

Bütün hayatımı borçlu olduğum sevgili Fatoşum (annem), canım babacım, şeker kızlar Filiz ve Z. Deniz (Kardeşlerim) ‘e ve şimdi hayatta olmayan ama olsaydı benimle gurur duyacağına emin olduğum canım anneanneme öğrenim hayatım boyunca da desteklerini esirgemedikleri için binlerce teşekkür ediyorum.

Bu zorlu çalışmada bana ailem kadar destek veren ve karamsarlıklarımda yanımda olan ve 2008 de “Uçak Yüksek Mühendisi” olmamın mimarı Sayın Yard. Doç Dr. Vedat Ziya Doğan’a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İTÜ deki zorlu eğitim sürecinde iyi ki de karşılaştım dediğim Sayın Prof Dr. Çingiz Hacıyev’e, Prof. Dr. Zahit Mecitoğlu’na teşekkürlerimi sunarım.

Her türlü çalışmamda bana destek olan, maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen özellikle Davut Yılmaz’a ve de diğer tüm arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

**Mayıs 2008**

**Yeliz ERKAL**

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

|                                                                                         |             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>TABLO LİSTESİ .....</b>                                                              | <b>v</b>    |
| <b>ŞEKİL LİSTESİ .....</b>                                                              | <b>vi</b>   |
| <b>SEMBOL LİSTESİ.....</b>                                                              | <b>vii</b>  |
| <b>ÖZET.....</b>                                                                        | <b>viii</b> |
| <b>SUMMARY.....</b>                                                                     | <b>ix</b>   |
| <b>1. GİRİŞ.....</b>                                                                    | <b>1</b>    |
| <b>2. KOMPOZİT MALZEMELER.....</b>                                                      | <b>3</b>    |
| 2.1 Tanım .....                                                                         | 3           |
| 2.2 Tarihçe .....                                                                       | 3           |
| 2.3 Kompozit Tipleri .....                                                              | 4           |
| 2.3.1 Fiber Kompozitler .....                                                           | 5           |
| 2.3.1.1 Fiber Kompozitlerin Mukavemeti.....                                             | 6           |
| 2.3.1.2 Diğer Fiber Kompozit Malzemeleri.....                                           | 7           |
| 2.3.2. Partikül Kompozitler .....                                                       | 7           |
| 2.3.2.1. Cermetler .....                                                                | 8           |
| 2.3.2.2 Metal Plastik Partikül Kompozitler .....                                        | 8           |
| 2.3.2.3 Metal-metal partikül kompozitler ve Dağıtık Sertleştirilmiş<br>Alaşımalar ..... | 8           |
| 2.3.3. Flake Kompozitler .....                                                          | 9           |
| 2.3.4. Laminar Kompozitler .....                                                        | 11          |
| 2.3.5. Fillet Kompozitler .....                                                         | 11          |
| 2.3.5.1 Mikrosferler .....                                                              | 11          |
| 2.4. Kompozit Performans.....                                                           | 12          |
| 2.4.1. Kompozitin yeni özellikleri .....                                                | 12          |
| 2.4.1.1. Toplam .....                                                                   | 12          |
| 2.4.1.2. Tamamlayıcı .....                                                              | 13          |
| 2.4.1.3. Birbirini Etkileme .....                                                       | 13          |
| 2.5 Sandviç Yapıların İnce Duvarlı Monokok Yapılara Göre Avantajları.....               | 15          |
| 2.6. Anizotropik Elastisite Ve Kompozit Lamine Teorisi .....                            | 18          |
| 2.6.1. Anizotropik Elastik Katılığın ve Uygunluk Matrisinin Türetilmesi .....           | 19          |
| <b>3. YAPISAL FORMÜLASYON.....</b>                                                      | <b>21</b>   |
| 3.1 Birinci Sandviç Model – Yüzey ve Dolgu Malzemeleri İzotropik .....                  | 21          |
| 3.3.1. Serbest Titreşim Analizi .....                                                   | 23          |
| 3.3.2. Rastgele Titreşim Analizi .....                                                  | 23          |
| 3.2 İkinci Sandviç Model – Yüzey Kompozit ve Dolgu Malzemeleri<br>İzotropik .....       | 26          |
| 3.2.1. Rastgele Titreşim Analizi.....                                                   | 28          |

|                                  |           |
|----------------------------------|-----------|
| <b>4. SAYISAL SONUÇLAR .....</b> | <b>30</b> |
| 4.1 Birinci Model .....          | 30        |
| 4.2 İkinci Model.....            | 34        |
| <b>5. SONUÇ.....</b>             | <b>39</b> |
| <b>KAYNAKLAR.....</b>            | <b>41</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>             | <b>43</b> |

## TABLO LİSTESİ

|                                                                    | <u>Sayfa No</u> |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Tablo 4.1.</b> Kare Sandviç Paneller için doğal frekanslar..... | 31              |
| <b>Tablo 4.2.</b> RMS cevabına sıcaklık etkisi.....                | 33              |
| <b>Tablo 4.3.</b> Kare Sandviç Paneller için doğal frekanslar..... | 36              |

## ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No:

|            |                                                                                             |    |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 2.1  | : B777 Uçağının Kompozit Yapıları.....                                                      | 4  |
| Şekil 2.2  | : Kompozit Tipleri.....                                                                     | 5  |
| Şekil 2.3  | : Kompozit Güçlendirme Teknikleri.....                                                      | 6  |
| Şekil 2.4  | : Fiber Matris Yapısı.....                                                                  | 7  |
| Şekil 2.5  | : Fiber Partiküllerin Dizilişi.....                                                         | 9  |
| Şekil 2.6  | : İzotropik ve Anizotropik Fiber Yapılar .....                                              | 10 |
| Şekil 2.7  | : Köpük Dolgu Sandviç.....                                                                  | 13 |
| Şekil 2.8  | : Balpeteği Dolgu Sandviç.....                                                              | 14 |
| Şekil 2.9  | : Ağ Dolgu Sandviç.....                                                                     | 14 |
| Şekil 2.10 | : Kiriş Dolgu Sandviç.....                                                                  | 14 |
| Şekil 2.11 | : Tipik Dolgu Sandviçlerin Kayma sertliğinin yoğunluk<br>fonksiyonu olarak gösterimi.....   | 16 |
| Şekil 2.12 | : Monokok Yapı.....                                                                         | 17 |
| Şekil 2.13 | : Elastik bir cismin pozitif yöndeki stres gösterimleri .....                               | 19 |
| Şekil 2.14 | : Kontrol Elemanın Kayma Diyagramı.....                                                     | 20 |
| Şekil 3.1  | : Sandviç Plak Geometrisi ve Koordinat Sistemi .....                                        | 22 |
| Şekil 3.2  | : Model 2: Katmanlı Yüzeyler ve İzotropik Dolgu Geometrisi.....                             | 27 |
| Şekil 4.1  | : İki Farklı plaka teorisi (FSDT ve CPT) için RMS Çökmeleri–<br>Uzunluk/kalınlık oranı..... | 31 |
| Şekil 4.2  | : Faklı Dolgu Malzemeli Kayma Modülleri için Farklı<br>RMS Değerleri .....                  | 32 |
| Şekil 4.3  | : Çökme Cevabı Spektral Yoğunluğu .....                                                     | 33 |
| Şekil 4.4  | : Rastgele Nokta Yüküne Gelen Cevap .....                                                   | 34 |
| Şekil 4.5  | : İki Farklı Plaka teorisi için RMS çökmeleri–<br>uzunluk/kalınlık oranı .....              | 36 |
| Şekil 4.6  | : Farklı Kayma Modülleri için çökme RMS değerleri.....                                      | 37 |
| Şekil 4.7  | : Çökme Cevabı Spektral Yoğunluğu .....                                                     | 37 |
| Şekil 4.8  | : Farklı $E_1/E_2$ oranları için çökme RMS değerleri.....                                   | 38 |
| Şekil 4.9  | : Rastgele Noktasal Yüke Cevap.....                                                         | 38 |

## SEMBOL LİSTESİ

|                                       |                                                                   |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <b>A</b>                              | : uzama rijitlik matris bileşenleri                               |
| <b>A</b>                              | : kesit alanı                                                     |
| <b>b</b>                              | : en                                                              |
| <b>B</b>                              | : eğilme-uzama çifti rijitlik matris bileşenleri                  |
| <b>C<sub>ij</sub></b>                 | : rijitlik(katılık) matrisi bileşenleri                           |
| <b>D</b>                              | : eğilme rijitlik matris bileşenleri                              |
| <b>E</b>                              | : Young modülü                                                    |
| <b>E</b>                              | : Elastik modülü                                                  |
| <b>G</b>                              | : Kayma modülü                                                    |
| <b>h</b>                              | : kalınlık                                                        |
| <b>K</b>                              | : Katılık                                                         |
| <b>L</b>                              | : uzunluk                                                         |
| <b>M</b>                              | : plakada oluşan moment                                           |
| <b>N</b>                              | : plakaya uygulanan kuvvet                                        |
| <b>S<sub>ij</sub></b>                 | : uygunluk matrisi bileşenleri                                    |
| <b>t</b>                              | : plakanın kalınlığı                                              |
| <b>u, v, w</b>                        | : yer değiştirme miktarları                                       |
| <b>N</b>                              | : katman sayısı                                                   |
| <b>V</b>                              | : fiber, matris hacim oranı                                       |
| <b>P</b>                              | : yük                                                             |
| <b>Q</b>                              | : düzlemsel yüklemelerden sonra oluşan rijitlik (katılık) matrisi |
| <b>Q</b>                              | : dönüştürülmüş koordinat sistemi için rijitlik (katılık) matrisi |
| <b>W</b>                              | : fiber, matris ağırlık oranı                                     |
| <b>x, y, z</b>                        | :doğal koordinat sistemi eksenleri                                |
| <b>1, 2, 3</b>                        | : ana malzeme koordinat sistemi eksenleri                         |
| <b>ρ</b>                              | : yoğunluk                                                        |
| <b>σ<sub>i</sub></b>                  | : gerilme bileşenleri                                             |
| <b>ε<sub>j</sub></b>                  | : yer değiştirme bileşenleri                                      |
| <b>γ</b>                              | : mühendislik kayma gerilmesi                                     |
| <b>ν</b>                              | : Poisson oranı                                                   |
| <b>α</b>                              | : ısı genleşme katsayısı                                          |
| <b>τ</b>                              | : kayma gerilmesi                                                 |
| <b>φ<sub>x</sub> ve φ<sub>y</sub></b> | : orta yüzeyin normalinin dönmeleri                               |
| <b>κ</b>                              | : Plaka eğriliği                                                  |
| <b>θ</b>                              | : fiber dizilim açısı                                             |
| <b>Δ</b>                              | : yük altında kirişin yer değiştirme miktarı                      |
| <b>ω</b>                              | : Titreşimin doğal frekansı                                       |



# RASTGELE ZORLAMALAR ALTINDA MINDLIN SANDVIÇ PLAKASININ TİTREŞİM ANALİZİ

## ÖZET

Bu makalede, rasgele uyarım altında, First Order Shear Deformable Theory (FSDT) ile modellenen sandviç plakanın titreşim analizi sunulmuştur. Sandviç plakanın kalın olduğu, CPT'nin (Classic Plate Theory) artık uygulanamayacağı ve bu nedenle yapısal formülasyonlar için FSDT'nin benimsendiği varsayılmıştır. Sandviç panel, hareket edebilen kenarlarla desteklenmiştir. Panellerin yüzlerinden biri, sıfır ortalımalı Gaussian sabit rasgele yüklerine tabi tutulmuştur. Üniform olarak dağıtılmış ve noktasal random yükler kullanılmış, termal etkiler de hesaba katılmıştır. Defleksiyon cevaplarının RMS (Root Mean Squares) değerleri de hesaplanmış ve hem CPT hem de FSDT kullanılarak karşılaştırılmıştır. Cevapların spectral yoğunluğu da ayrıca sunulmuştur. Sandviç plakanın geometrisinde (yüzeyinde ve çekirdeğinde) dağılımın etkisini, yüklemenin karakteristiğini ve sandviç yapının çökme cevabı üzerinde sıcaklık değişimini göstermek için parametrik bir çalışma yürütülmüştür.

Sandviç tipli yapıların kullanımı, dünya çapında büyümeye devam etmektedir. Yüksek mukavemetleri ve düşük ağırlıklarından dolayı, lamine kompozit plaklar ve sandviç paneller uçak ve uzay uygulamaları gibi yüksek performans isteyen sistemlerde artan bir şekilde kullanılmaktadır. Sandviç yapılarda, eğilme yüklerine birincil olarak dayanan alt ve üst yüzey tabakaları vardır. Kalınlık doğrultusundaki normal yükler ve kayma gerilmeleri yapının çekirdeği boyunca iletilir.

Tabakalı kompozit plakaların ve sandviç yapıların serbest ve zorlanmış titreşimleri üzerine çeşitli teoriler/çalışmalar mevcuttur. Bunlar temel olarak kalınlık boyunca kayma şekil değişimi ihmal eden Klasik Plaka Teorisi (KPT) (Classical Plate Theory) ve kalınlık boyunca kayma uzamasını hesaba katan Birinci derece kayma deformasyon teorisi (First Order Shear Deformation Theory, FSDT ) gibi bir ve daha yüksek dereceden teorilerdir. Sandviç panellerin serbest ve zorlanmış titreşimleri CPT, FSDT ve/veya daha yüksek dereceli teoriler ile araştırılır. Farklı plak teorileri kullanarak yapılan kompozit yapıların rasgele titreşim analizleri verilmiştir.

# **VIBRATION ANALYSIS OF MINDLIN'S SANDWICH PLATE (FSDT) UNDER RANDOM EXCITATION**

## **SUMMARY**

In this paper, vibration analysis of a sandwich plate modeled within the First Order Shear Deformable Theory (FSDT) under random excitation is presented. It was considered that the sandwich plate is thick, and the CPT (Classic Plate Theory) is no longer applicable, therefore, one of the shear deformable plate theories, the FSDT, is adapted for the structural formulations. The sandwich plate is assumed to be simply supported with movable edges. One of the faces of the sandwich plate is exposed to Gaussian stationary random loads with zero mean. Both uniformly distributed and point random loads are considered. Thermal effect is also taken into account. Root Mean Squares (RMS) of deflection responses are computed and compared by using both the CPT and the FSDT. Spectral density of the responses is also presented. A parametric study is conducted to show the effects of scattering in the geometry of the sandwich plate (both face and core), characteristics of loading and temperature change on the sandwich deflection response.

The use of sandwich type structures continues to grow around the world. Due to their high strength and the need for low weight structures, composite laminated plates and sandwich panels are being increasingly used in high –performance systems such as aeronautical and aerospace constructions . In sandwich structures, there are bottom and top face sheets, which primarily resist bending loads. Transverse normal and shear stresses are transmitted through the core. Transverse shear deformations can be important especially when the core is thick and has relatively low stiffness. There exist several theories/studies on the free and forced vibrations of laminated plates and sandwich panels. They are basically the Classical Plate Theory (CPT), which neglects the effect of transverse shear strain; and the shear deformation theories (such as the First-order Shear Deformation Theory (FSDT, Mindlin), and second and higher order theories e.g. the Third Order Shear Deformation Theory(TSDT)), which include the effect of transverse shear strain. The free and forced vibration of sandwich panels is investigated by using the CPT, FSDT and/or higher-order theories in Random vibrations of composite structures by using different plate theories are given In this study, vibration analysis of a sandwich plate modeled within the First Order Shear Deformable Theory (FSDT) under random excitation is presented.

## 1.GİRİŞ

Günlük hayatımızda sıkça karşılaştığımız sandviç kavramı, mühendislik uygulamalarında genellikle malzeme ve kalınlık bakımından aynı özellikleri taşıyan ve hem düzlemsel hem de yanal yüklere direnebilen çoğunlukla iki veya nadiren daha fazla plaka ve bunların arasındaki dolgu kısımlarından oluşur. Ancak özel durumlarda plakalar farklı malzeme ve kalınlık değerlerine sahip olabilir, plakalardan biri düşük sıcaklıkta birincil yükleri taşıırken, diğeri daha yüksek sıcaklıklarda çevresel etkenler gibi ikincil yüklere maruz kalabilir. Dolgu (kor) kısmının uniform olduğı varsayılırsa, ilk olarak bahsedilen sandviç yapılar simetrik, ikinciler ise a-simetrik ya da simetrik olmayan yapı olarak adlandırılabilir.

Sandviç malzemelerin de bir nevi kompozit malzeme olduğı düşünülürse kompozit malzemeler ilk kez 1940'lı yıllarda yapılarda kullanılmaya başlanmıştır. 1960 lı yıllardan sonra ise kompozit malzemeler, malzeme üretimi piyasasında büyük bir paya sahip olmuştur.

Sandviç tipli yapıların kullanımı, dünya çapında büyümeye devam etmektedir. Yüksek mukavemetleri ve düşük ağırlıklarından dolayı, lamine kompozit plaklar ve sandviç paneller uçak ve uzay uygulamaları gibi yüksek performans isteyen sistemlerde artan bir şekilde kullanılmaktadır, mesela Boeing 747'nin %36'lık kısmında yüzey konstrüksüyonu için sandviç paneller tercih edilmiştir [1,2]. Sandviç yapılarda, eğilme yüklerine birincil olarak dayanan alt ve üst yüzey tabakaları vardır. Kalınlık doğrultusundaki normal yükler ve kayma gerilmeleri yapının çekirdeğii boyunca iletilir. Kalınlık doğrultusundaki kayma deformaları, özellikle çekirdek kalın ve göreceli olarak düşük katılığa sahip olduğı zaman çok önemli olabilmektedir [2].

Tabakalı kompozit plakaların ve sandviç yapıların serbest ve zorlanmış titreşimleri üzerine çeşitli teoriler/çalışmalar mevcuttur. Bunlar temel olarak kalınlık boyunca kayma şekil değişimi ihmal eden Klasik Plaka Teorisi (KPT) (Classical Plate Theory) ve kalınlık boyunca kayma uzamasını hesaba katan Birinci derece kayma

deformasyon teorisi (First Order Shear Deformation Theory, FSDT ) gibi bir ve daha yüksek dereceden teorilerdir[3-6]. Sandviç panellerin serbest ve zorlanmış titreşimleri CPT, FSDT ve/veya [7-12]'de verilen daha yüksek dereceli teoriler ile araştırılır. Farklı plak teorileri kullanarak yapılan kompozit yapıların rasgele titreşim analizleri [13]'de verilmiştir.

Bu çalışmada iki farklı sandviç model sunulmuştur. Birinci modelde yüzey plaka ve dolgu malzemeleri homojen-izotropik alınmıştır. İkinci modelde ise yüzey plakaları tabakalanmış kompozit ve dolgu malzemesi homojen-izotropik alınmıştır.

Sandviç plakanın rastgele yüke maruz kaldığı gözönüne alınmıştır. Rastgele (random) yükler sınır tabaka türbülansı, atmosferik türbülans, uçak motorundan çıkan egzoz gazı gibi bir çok faktörden kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada rastgele yüklerin stationary olduğu ve Gaussian dağılımına sahip olduğu farz edilmektedir. Rastgele yük spektral yoğunluk fonksiyonu olarak verilmiştir. Sandviç Yapının bu yüke cevabı yine rastgele karakterde olacak ve bunu hesaplamak için [14] de verilen yöntem izlenmiştir.

Bu çalışmada, rasgele zorlanmalar altında, birinci derece kayma deformasyon teorisi (FSDT) ile modellenmiş sandviç plakların titreşim analizi sunulmuştur.

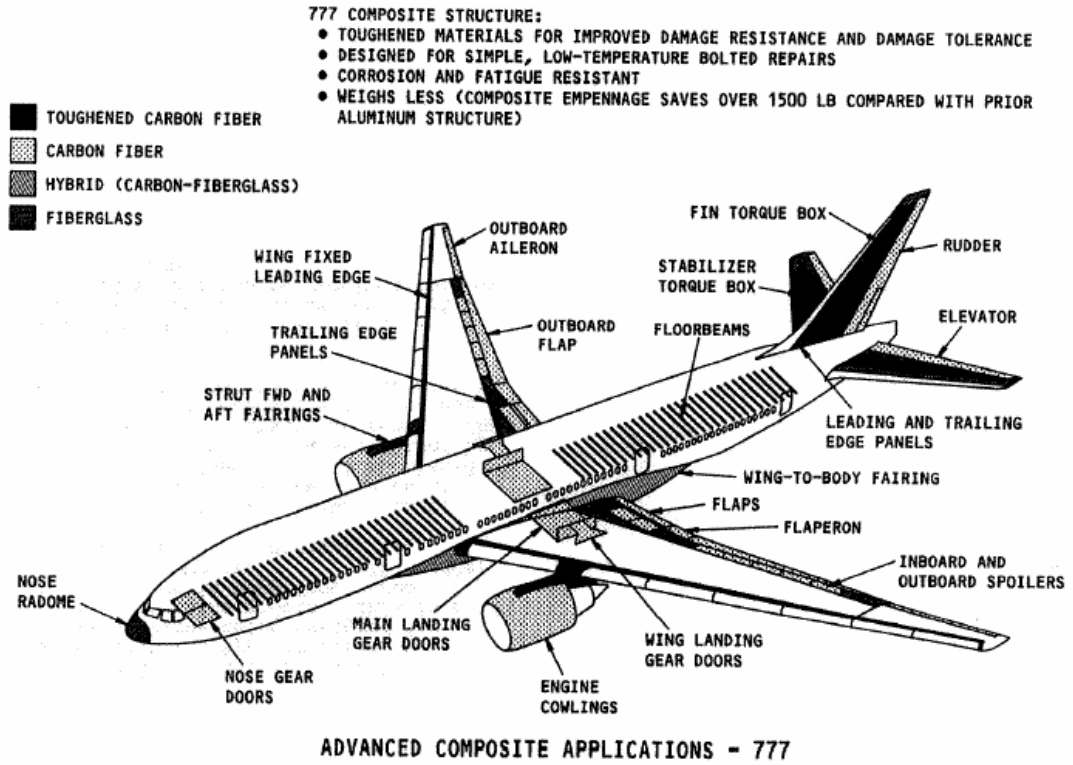
## **2. KOMPOZİT MALZEMELER**

### **2.1.Tanım**

İki yada daha fazla malzemenin uygun özelliklerini tek bir malzemede toplamak yada yeni bir özellik ortaya çıkarmak amacıyla makro düzeyde birleştirilmesi sonucu elde edilen malzemelere kompozit malzemeler denir. Kelime anlamı olarak ‘be composed of’ dan gelmektedir. Tanımda kullanılan makro düzey ifadesi önemlidir. Burada kullanılan makro kelimesi çıplak göz ile görülebilen anlamına gelir.

### **2.2. Tarihçe**

Kompozit malzemeler yeni değildir. Bu malzemelerin çok daha eski tarihlerde de bilindiğini mevcut kayıtlardan biliyoruz. Antik mısırlılar tutkal ile yapıştırılmış farklı ahşap katları ile elde ettikleri kontrplak’lar kullanıyordu. Çamurdan yapılan tuğlaların saman ile güçlendirilmesi ise oldukça yaygındı. Ortaçağda kullanılan kılıç ve zırhlar ise farklı metal yada diğer malzeme katlarından imal ediliyordu. Harç ile sıvanarak imal edilen taş duvar setler’de kompozit olarak düşünülebilir. Bunlar ile birlikte suriyelilerin barut fiçilerini güçlendirmek için demir ve çeliği beraber kullanmaları, Perslerin ve Türklerin tahtadan yaptıkları yaylara avladıkları hayvanların boynuzlarını yapıştırarak bu yayları daha dayanıklı hale getirmeleri tarihte kompozit malzemelerin kullanımına örnek verilebilir.



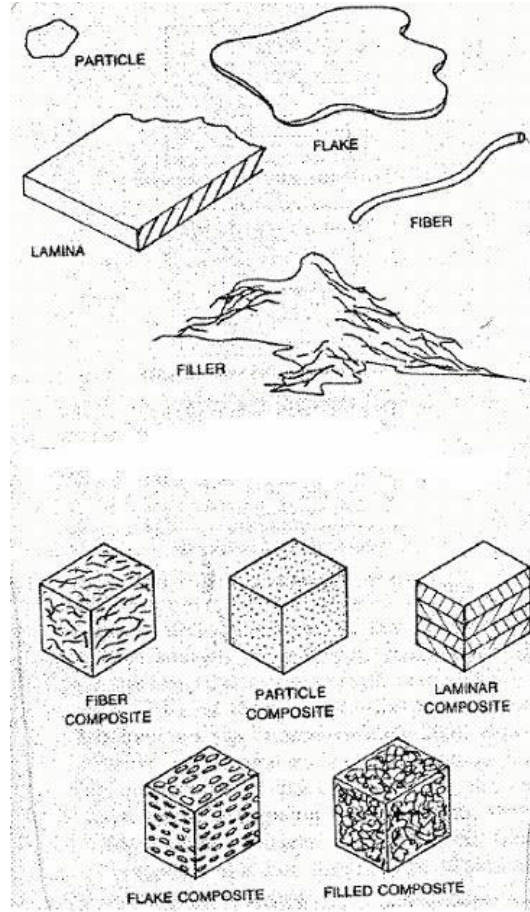
**Şekil 2.1:** B777 Uçağının Kompozit Yapıları [15]

### 2.3 Kompozit Tipleri

Kompozit yapılarda birçok farklı tip malzeme kullanılabilir ve hatta kombinasyonlar sınırsızmış gibi görünüyor olsa da temel olarak sadece 5 tip kompozit vardır. Kompozit yapıyı oluşturan formlarına göre isimlendirilirler.

Bu beş tip kompozit [15];

- Fiber kompozitler, fiberden yapılmış, matrixli yada matrixsiz yapılardır.
- Partikül kompozitler, partiküllerden yapılmış, matrixli yada matrixsiz yapılardır.
- Flake kompozit, flake flakelerden yapılmış, matrixli yada matrixsiz yapılardır.
- Laminar yada katmanlı kompozitler, 2 yada daha fazla layer malzeme kullanılmasıyla oluşturulan yapılardır.
- Fillet kompozitler, skeletal matrix fillet'ten, ikinci bir malzeme ile oluşturulan yapılardır.



**Şekil 2.2:** Kompozit Tipleri [15]

Birbiri ile karşılaştırmak üzere elimize aldığımız iki kompozit yapı arasındaki fark açıkça görülebilir. Buna rağmen pratikte kesin konuşmak çok doğru değildir. Fiberglass boat hull’ dan bir şey ürettiğimizi düşünelim. Hull, birkaç katın bir araya gelmesiyle elde edilir. Bu sebeple buna laminar kompozit diyebilir miyiz? Evet diyebiliriz fakat katları güçlendirmek içinde fiberglass kullandık. Öyleyse hull, fiberglass kompozittir mi diyelim dersiniz? Görüldüğü gibi bazı ürünler 3,4 ve hatta bütün 5 yapının hepsinin bileşiminden de oluşabilir.

### 2.3.1 Fiber Kompozitler

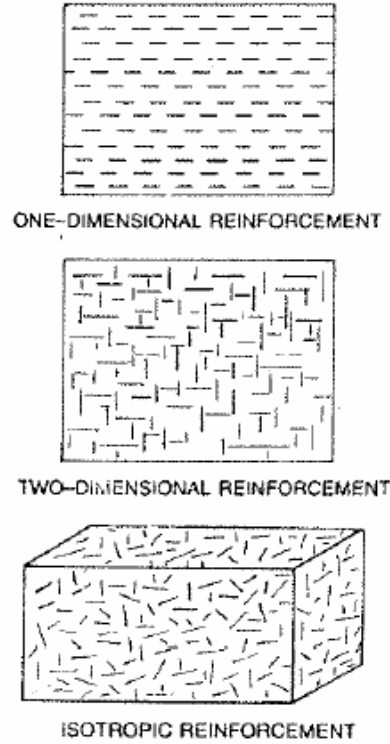
Bu tür yapılar, çok ince binlerce glass fiberin plastik ile birleştirilmesi ile oluşur. Yapıdaki fiberglass, yapıya mukavemet sağlar. Günümüz fiber’ler, boyutlarına göre inanılmaz derecede güçlüdürler.

Matrix’in iki önemli fonksiyonu vardır. Birincisi, fiberleri bir arada tutmak, ikincisi yapıya dıştan bir kuvvet uygulandığı zaman şeklini değiştirmesini diğer bir deyişle deforme olmasını engellemektir.

Bütün fiberglasslar matrix yapıya sahip değildir. Örneğin, pamuk-polyester veya wool- polyester yapılar. Bu kumaşlar fiber-fiber yapılardır. Fiberler matrix yapıda oluşturulmamış ve basit şekilli olarak dokunmuştur.

### 2.3.1.1 Fiber kompozitlerin mukavemeti

Fiber-matrix kompozitlerin mukavemetine birçok faktör etki eder. Belkide en önemlisi fiber oryantasyonu yani matrix oluşturulurken fiberin yönlendirilme şeklidir. Aşağıdaki şekilde 3 temel tip fiber oryantasyonu görülmektedir.



**Şekil 2.3:** Kompozit Güçlendirme Teknikleri [15]

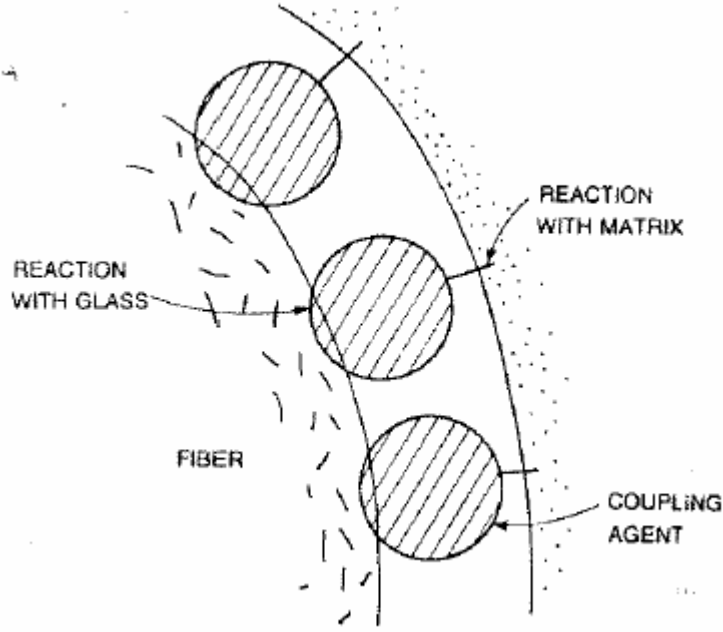
Kompozit mukavemeti 3 faktöre dayanır:

- Fiber'in mukavemeti
- Fiber'in uzunluğu
- Fiber'deki kusur sayısı

Fiber'in şekli diğer bir mukavemet faktörüdür. Kullanılan bütün fiber'lerin hemen hemen hepsi profil olarak yuvarlak şekillidir. Diğer şekilde olanların ise kendilerine göre avantajları mevcuttur.



Fiber matrix yapışmasının mukavemetini etkileyen birkaç neden vardır. Örneğin hava kabarcıkları, fiber ile matrix'in temas etmesi gereken yüzeylerde boşluk oluştururlar. Nem ise diğer bir problemdir. Bu nedenle fiber'ler aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi bir "coupling agent" ile kaplanır.



**Şekil 2.4:** Fiber Matris Yapısı

#### **2.3.1.2 Diğer fiber kompozit malzemeleri**

Cam günümüzde fiber malzemelerde geniş kullanım alanına sahiptir. Bunun yanında diğer malzemelerde de gelişmeler devam etmektedir. Örneğin, grafit, metal, seramik ve hatta safir fiber yada whisker bu malzeler arasındadır.

#### **2.3.2 Partikül Kompozitler**

Partiküller matrix'i güçlendirmek için kullanılır. Fakat bu güçlendirme fiberlerin güçlendirilmesi ile aynı şekilde yapılmaz. Partiküllerin fiberler gibi belli bir yöne sahip olmaması sebeplerden biri olarak örnek gösterilebilir. Matrix içerisine eklenen partiküller her yöne eşit olarak kuvvet dağılmasını sağlar. Partikül kompozitlerin mukavemeti, ilave edilen partikülün sertlik ve dayanıklılığına bağlıdır.

Bir çok metal alaşımı mikroskobik yada moleküler seviyede partikül kompozit olarak düşünülebilir. Fakat biz burada cermet'ler, small partikül, seramik-metal gibi kompozit malzemelerle ilgileneceğiz.

En önemli partikül kompozitler, bizim amacımız için, cermetlerdir. Bunun yanında metal-metal ve metal-plastik partikül kompozitler de önem taşır.

#### **2.3.2.1 Cermetler**

Cermetler, metal matrix içerisine ilave edilen seramik partikül içerir. Seramikler insan tarafından yapılan en eski malzemedir. Çoğu seramik malzeme oksit yada karpit kimyasal grup esaslıdır. Cermet'ler içerisinde yaygın olarak kullanılan seramikler; alüminyum oksit, magnezyum oksit ve farklı karpitlerdir.

Mikroskop altında bir cermet metal matrix içerisinde duran seramik tanesi olarak görülür. Tipik olarak matrix %30 cermet içerebilir fakat bu oran daha büyük boyutlara ulaşabilir.

#### **2.3.2.2 Metal-plastik partikül kompozitler**

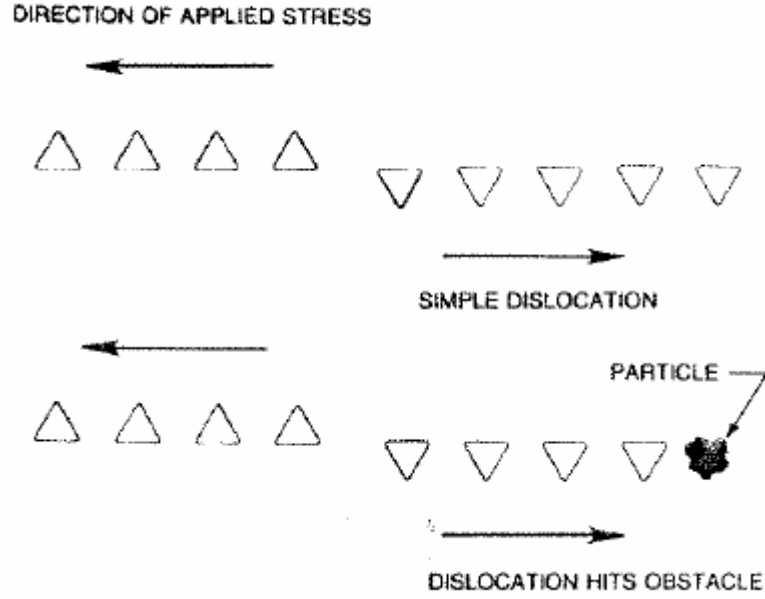
Plastik matrix içerisinde metal partikül içeren kompozitler dünya'nın en önemli malzemesi değildir. Bununla beraber bu kompozitlerin tahmin edildiğinden çok daha fazla başarılı ürünlerde kullanıldığı görülebilir. Alüminyum demir-çelik ve bakır en yaygın kullanılan metal partiküllerdir.

Metal-plastik kompozitler içerisindeki partikül-loading çok küçük değerlerden %90'lara kadar çıkabilir.

#### **2.3.2.3 Metal-metal partikül kompozitler ve Dağıtık Sertleştirilmiş Alaşımlar**

Metal-metal partikül kompozitler iki farka sahip olmakla birlikte dispersion hardened alaşımlara benzerdir. Bu farklardan ilki partikül olarak kullanılan ve seramikten daha iyi olan metaldir. İkincisi fark ise metal partiküllerin sertleştirme işlemi için metal matrix içerisine ilave edilmemesidir. Genellikle bunlar sert yada kırılğan matrix'i yumuşatmak için kullanılırlar. Buna örnek olarak kurşun partikül içeren çelik ve bakır esaslı alaşımlar verilebilir. Bunlar ve diğer metal-metal türü kompozitler önemli endüstriyel malzemelerdir.

Yapıya mukavemeti partiküller verir. Hemen hemen bütün yapı matrix şeklindedir ve küçük parçacıklardan oluşur bazen parçacıklar oldukça küçük yapıdadır.



**Şekil 2.5:** Fiber Partiküllerin Dizilişi

Genellikle iki large-partikül kompozit yapısı vardır. Biri küçük, diğeri çok küçük olandır. Genel kombinasyon ise plastik matrix içerisinde metal partiküller ile oluşturulandır.

“Cermet” diğeri bir ana kompozit grubudur. İsmi “matrix” içerisindeki “seramik” manasından gelir. Seramik partiküller genellikle çok küçük yada mikroskobiktir.

### 2.3.3 Flake Kompozitler

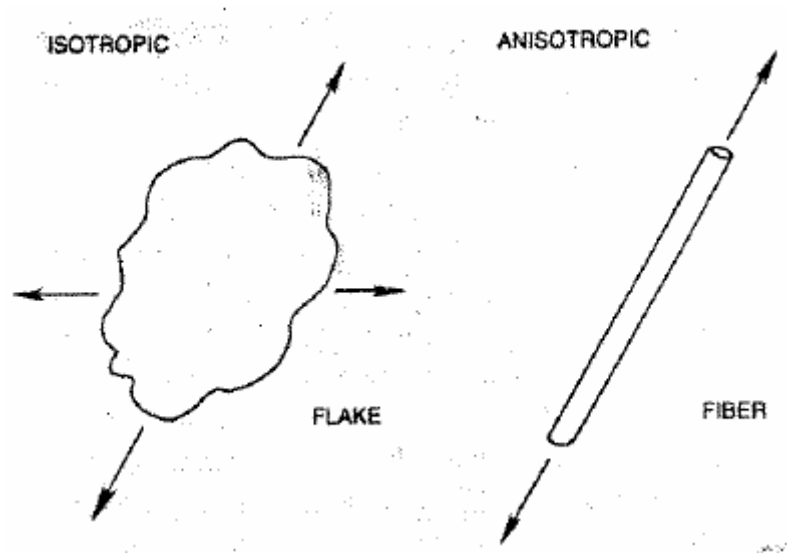
Flake kompozitler, matrix içerisine yerleştirilmiş tutkal yardımıyla bir arada tutulan ince ve düz flake’lerden meydana gelir. En önemli flake kompozitler, alüminyum, mika ve cam’dır. Neredeyse tüm flake kompozitlerin matrix’i plastik reçinedir. Flake’ler temel olarak aşağıdaki özellikleri sağlar [15];

- Uniform mekanik özellikler
- Yüksek mukavemet
- Yüksek esneklik modülü
- Yüksek dielektrik mukavemeti ve ısı direnci
- Buhar ve sıvı girişlerine karşı daha iyi direnç
- Düşük maliyet

Yaygın olarak kullanılan flake kompozitlerden bazıları ;

- Mika flake kompozitler,
- Cam flake kompozitler
- Metal flake kompozitler olarak sayılabilir.

Partiküller 3 boyutta mukavemet sağlar. Fiberler boyuna doğrultularda yapıya destek sağlar. Genel olarak flake'ler pratikte 2 boyutta mukavemet sağlar. Bunun sebebi; keskin, ince ve düz plate şekilli olmalarıdır.



**Şekil 2.6:** İzotropik ve Anizotropik Fiber Yapılar

Yaygın olarak kullanılan iki flake malzemesi glass ve mika'dır. Aynı zamanda metal ve alüminyumda kullanılır. Flake, matrix yapıda veya glue-like binder ile birleştirilir.

Metal flake yapılarda metaller birbirine temas halinde bulunduğu için elektriği ve ısıyı iletir. Glass ve mika flake'ler elektrik ve ısıyı iletmezler. Sonuç olarak flake, fiber'e göre daha kolay ve ucuzdur.

Flake'lerin avantajları olduğu kadar dezavantajları da vardır. İmalatının kolay olmasının yanı sıra istenilen şekli vermenin zor olması bir dezavantaj olarak adlandırılabilir.

### **2.3.4 Laminar Kompozitler**

Laminar yada katmanlı kompozitler bilinen en eski kompozit yapılarıdır. Kompozit yapılarda da yaygın bir kullanımı vardır. Temel olarak, herhangi bir malzemenin iki kat olarak üst üste yapıştırılmasına laminar kompozit denir.

Bununla beraber katlar farklı tanecik doğrultularında yatırılır. Böyle bir düzenleme daha iyi mukavemet sağlayacaktır. Nemden dolayı oluşabilecek şişkinliklere ve ıstıdan dolayı oluşabilecek kabarmalara karşı dirençlidir.

### **2.3.5 Fillet Kompozitler**

Fiber, partikül ve flake kompozitler bir çok ortak özelliğe sahiptirler. Bunlar, matrix çevresine sağlam bir şekilde yapışan güçlendirici malzemelere ihtiyaç duyarlar. Hemen hemen tüm durumlarda ana amaç, mukavemeti ve diğer mekanik özellikleri arttırmaktır. Bir çok filled kompozit bu modelden çok farklıdır. Filler-matrix yapışması oldukça önemlidir fakat bir çok durumda zayıf yada hemen hemen mevdut değildir. Matrix'in kendisi mukavemeti sağlayan ana elemandır. Filler'lar temelde ağırlığı azaltmak, hacim arttırmak için veya diğer bazı özellikleri etkilemek için kullanılabilir.

#### **2.3.5.1 Mikrosferler:**

Mikrosferler, küçük, yuvarlak cam yada plastik partiküllerdir. Bunlar, içi boş yada katıdır. Mikrosferler, plastik yada diğer matrix'ler içerisinde dolgu malzemesi olarak kullanılır. İçi boş olanlar, hafiflik, dolu olanlar ise mukavemet sağlamak için kullanılır. Yaygın kullanılan mikrosferler, aşağıda verilen çeşitlerde adlandırılabilir.

- Katı cam küreler
- İçi boş cam küreler
- Plastik küreler

Bazı tip kompozitler, fiber matrix kompozitlerin filler malzemesi ile bir arada kullanılması ile oluşturulan kompozit yapılarıdır. Bazı durumlarda, filler'lar mukavemet konusunda yapıyı destekler. Aynı zamanda ağırlığı azaltmak için, cut plastik kullanımında veya bazı malzemelerin elektrik iletkenliğini değiştirmek için kullanılır.

İkinci tip fillet kompozit, matrix olarak ikinci bir malzeme kullanımı ile üç boyutlu mukavemet sağlayan yapıdır. Yaygın olarak kullanılan tipi ise sandwich yapılardır. Mukavemetli iki yapının arasına hafif dolgu malzemesi kullanılarak imal edilir.

## **2.4 Kompozit Performans**

Malzemelerin temel kalitesini, onların özellikleri olarak adlandırırız. Özellikler aşağıda sıralanmıştır.

- Mukavemet
- Sertlik
- Korozyon direnci
- Aşınma direnci
- Moleküler çekim gücü
- Ağırlık
- Yorulma ömrü
- Isı değişimlerinde uzama veya kısalmalar.
- Isı değişimlerini yalıtması
- Sesi yalıtması
- Isı iletme kabiliyeti
- Elektrik iletme kabiliyeti

Genellikle sadece 3 faktör kompozitin yapısını etkiler. Bunlar;

- Kompozitin yapıldığı malzeme
- Bu maddelerin yapısı ve düzenlenmesi
- Bu birleşen maddeler arasındaki etkileşim

### **2.4.1. Kompozitin yeni özellikleri**

Yeni özellikleri 3 ana başlık altında toplayabiliriz.

#### **2.4.1.1. Toplam**

Birleştirilen yapıların özelliklerinin toplamıdır. Kompozit yoğunluğu iyi bir örnek olabilir. Örnek olarak plastik matrix'li fiber glass malzemeyi düşünebiliriz. Yüzdelik

olarak plastiğin ve matrix'in yoğunluklarının toplamı birbirleriyle toplandığında elde edilen sonuç yeni yapının yoğunluğunu verir. Bu “rule of mixture” olarak bilinir.

#### **2.4.1.2. Tamamlayıcı**

Birçok kompozit yapı birbirleri ile birleştirilerek kullanılabilir. Herbirinin ayrı ayrı özellikleri vardır. Birleştirildiklerinde daha kullanışlı malzemeler ortaya çıkartılır.

#### **2.4.1.3. Birbirini etkileme**

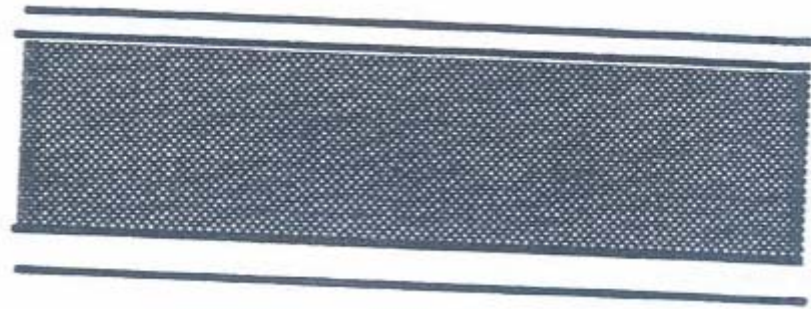
Plastik matrix kompozit yapı ile birleşene kadar güçlü bir malzeme değildir. Birleşimden sonra fiber'ler arasındaki stresi yayma görevini üstlenir. Bu birleşme sonucunda hem glass'ın hemde plastiğin yalnız başlarına oluşturabilecekleri mukavemetten çok daha fazlası elde edilmiş olur.

Sandviç yapılar, genellikle malzeme ve kalınlık bakımından aynı özellikleri taşıyan ve hem düzlemsel hem de yanal yüklere direnebilen iki plaka ve bunların arasındaki kor kısımdan oluşur.

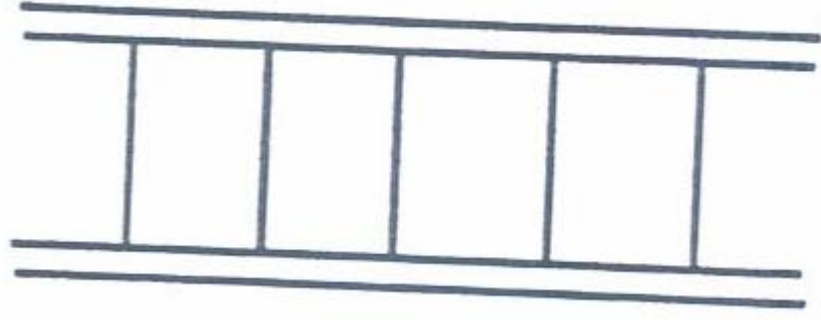
Sandviç yapıların kor kısmı herhangi bir malzemedен ya da tasarımdan oluşabilir ancak genel olarak kor kısımları 4 ana kısma ayırmak mümkündür:

- Köpük ya da katı kor
- Bal peteği koru
- Ağ kor
- Bitişik ya da kiriş kor

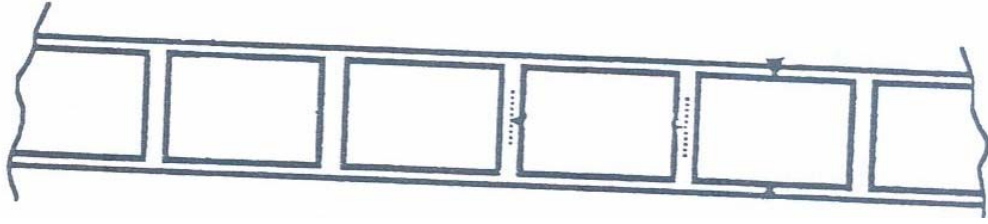
Bununla birlikte korlar üzerinde yeni tasarımlar yapılmakta ve Nomex, Korex gibi farklı kor yapıları geliştirilmektedir.



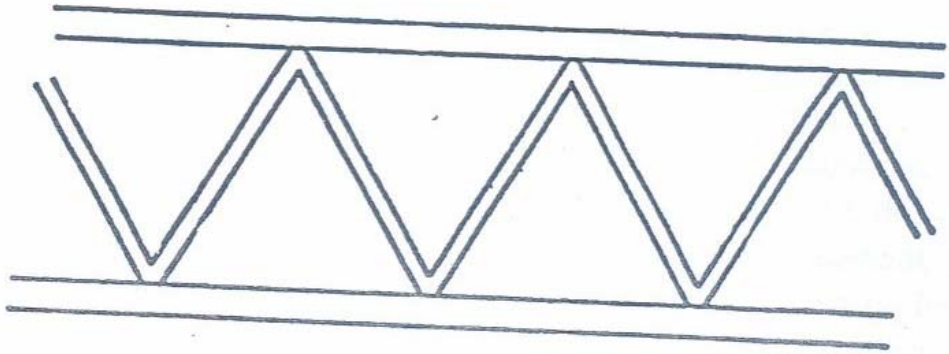
**Şekil 2.7:** Köpük Dolgu Sandviç [1]



**Şekil 2.8:** Balpeteği Dolgu Sandviç [1]



**Şekil 2.9:** Ağ dolgu Sandviç [1]



**Şekil 2.10:** Kiriş Dolgu Sandviç [1]

Köpük ya da katı korlar, genellikle ucuzdur ve balsa ağacından üretilirler. Köpük/plastik karışımından oluşan, değişik yoğunluklara sahip sınırsız sayıda model bulmak mümkündür. Bal peteği yapılar ise özellikle 2.dünya savaşıdan sonra gelişim göstermiştir. En sık kullanılan tipleri hekzagonal ve kare şekilli hücrelere sahip olan yapılardır. Ağ tipinde olan korlar ise Şekil 2.8'den de görüleceği üzere I şekilli flanşları kaynatılmış kiriş serisine benzer. Kiriş ya da üçgensel kora sahip yapılar da Şekil 2.10 da verilmiştir. Hem ağ tipi korlarda hem de kiriş tipi korlarda, kordaki boşluk sıvı deposu ya da eşanjör olarak da bilinen ısı değiştiricisi için kullanılabilir.



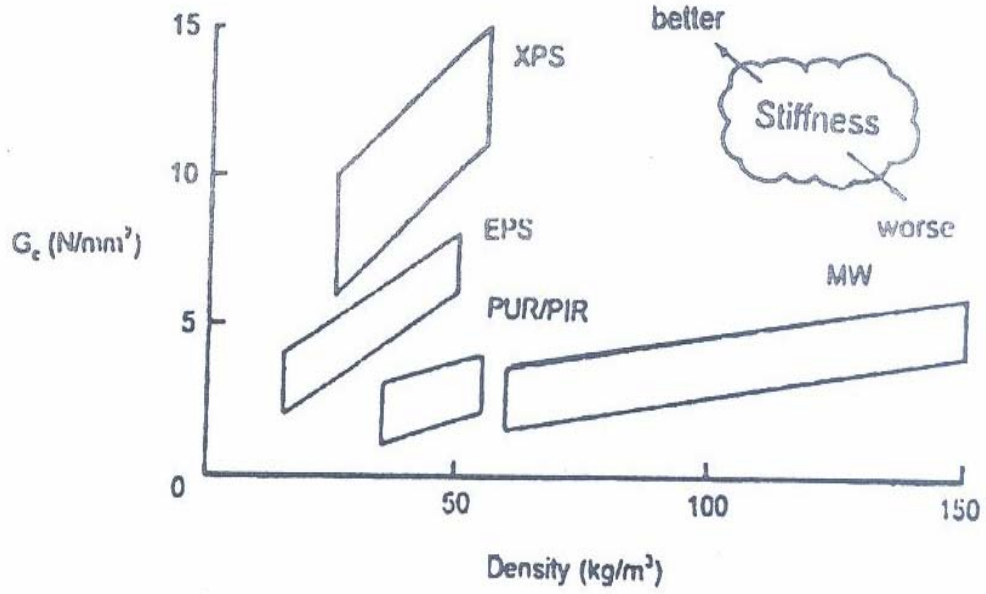
Tüm durumlarda ana yükler (düzlemsel ve eğilme yükleri) plaklar tarafından taşınırken, kor yapı düşey kayma yüklerine karşı koyar ve plakların bir arada kalmasını sağlar. Pek çok köpük ve balpeteği yapılarında düzlemsel ve eğilme yüklerinin plakalar tarafından taşındığı varsayılır, ancak kiriş ve ağ kora sahip yapılarda düzlemsel ve eğilme yüklerinin bir kısmı kor tarafından taşınır.

## **2.5 Sandviç Yapıların İnce Duvarlı Monokok Yapılara Göre Avantajları**

Sandviç yapılar, mükemmel katılık/ağırlık oranlarına sahip olduğu için, monokok yapılara kıyasla günümüzde büyük önem arz etmektedir. Diğer yapılardan farklı olarak daha düşük yanal deformasyonlara, daha yüksek burulma dirençlerine ve doğal frekanslara sahiptir. Bu nedenle verilen bir mekanik ya da çevresel yükleme durumu için, sandviç yapılar diğer yapılara kıyasla daha düşük ağırlıklara sahip konfigürasyonlar sunmaktadır. Tüm bu avantajlarına rağmen, sandviç yapıları aşağıdaki nedenlerden dolayı optimize etmek önemlidir:

- Verilen yükleme, malzeme ve geometri için minimum ağırlıktaki yapıyı tespit etmek
- Bir sandviç konstrüksiyonu diğerleriyle karşılaştırmak
- Bir sandviç konstrüksiyonun konfigürasyonunu (monokok, rib ile güçlendirilmiş) diğerleriyle karşılaştırmak
- Ağırlığı minimize etmek için en iyi plaka ve kor yapısını belirlemek
- Lamine yapıdan oluşan plaklar için en iyi yığın yapısını tespit etmek

Bundan sonraki kısımda sandviç yapıların en önemli iki tipi olan köpük ve balpeteği kor yapıları incelenecektir. Genel olarak bu iki kor yapı, tüm yapının maruz kaldığı düzlemsel ve eğilme yüklerini taşımazlar, asıl görevleri plakalar arasında boşluk sağlamak ve yapıya gelen kayma düşey yöndeki kayma kuvvetlerini taşımaktır.



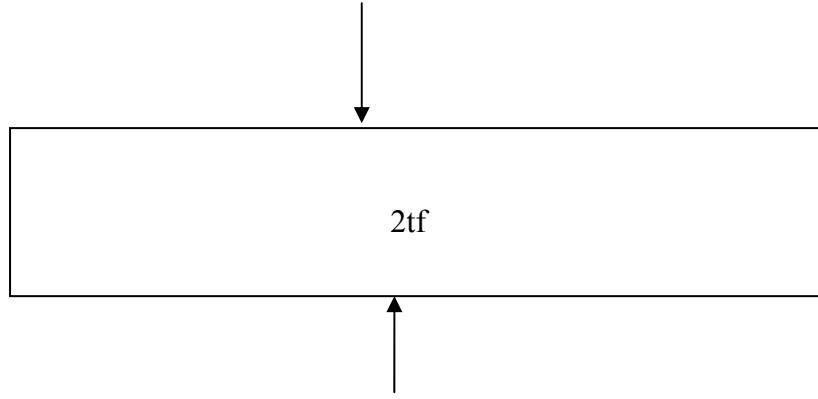
**Şekil 2.11:** Tipik Dolgu Sandviçlerin Kayma sertliğinin yoğunluk fonksiyonu olarak gösterimi

Ayrıca izotrop sandviç bir yapıyı, yaklaşık olarak aynı ağırlıktaki ince duvarlı monokok bir yapıyla karşılaştırmak da ilginç bir tecrübedir. Şekil 2.11 sandviç yapı kalınlıkları  $t_f$  olan iki eş plakaya ve  $h_c$  derinliğine sahiptir. Monokok yapı ise kalınlığı  $2t_f$  olan düz sac yapıya sahiptir, bu nedenle aynı plak malzemesine sahip olmak şartıyla sandviç yapıyla hemen hemen aynı ağırlığa sahiptir. Kor yapı çok hafif olup, genellikle tüm yapının ağırlığının çok az bir yüzdesini teşkil eder.

İzotropik yapılı, E elastisite modülüne sahip sandviç ve monokok yapılar için K katılığı birim genişlik için şu şekildedir:

$$K=2E_f t_f / (1-\nu_f^2) \quad (2.1)$$

Bu nedenle düzlemsel çekme ve basma yükleri için iki yapı da aynı düzlemsel katılığa sahiptir. Ancak birim genişlik D başına bükülme (flexural) katsayıları arasında belirgin fark vardır. Şekil 2.12 deki panel yapısı için bükülme katsayısı şu şekildedir:



**Şekil 2.12:** Monokok Yapı

$$D_{mon} = \frac{E_f (2t_f)^3}{12(1-\nu_f^2)} = \frac{2E_f t_f^3}{3(1-\nu_f^2)} \quad (2.2)$$

İzotropik köpük ya da balpeteği yapısı için bükülme katsayısı ise şöyledir:

$$D_{sand.} = 2E_f t_f (h_c / 2)^2 / (1-\nu_f^2) = \frac{E_f t_f h_c^2}{2(1-\nu_f^2)} \quad (2.3)$$

Yukarıdaki (2.3) eşitliğinde kor kısmın bükülme katsayısına bir katkısının olmadığı ve  $t_f / h_c \ll 1$  olduğu varsayılmıştır.

(2.2) ve (2.3) eşitliklerinden de görülebileceği gibi aynı ağırlıktaki köpük ya da sandviç yapıların monokok yapılara oranı, aynı yüzey malzemesi kullanılarak,

$$\frac{D_{sand.}}{D_{mon.}} = \frac{3}{4} \left( \frac{h_c}{t_f} \right)^2 \quad (2.4)$$

Şeklinde verilebilir. Mesela  $t_f / h_c = 1/20$  ise, sandviç yapının bükülme katılığı, monokok yapının bükülme katılığından 300 kat daha fazladır. Sonuç olarak, aynı malzeme için monokok yapıya kıyasla sandviç yapı tercih edildiğinde daha az yanıl defleksiyon, daha yüksek burkulma yükleri ve daha yüksek burkulma doğal frekansları elde edilir.

Gerilmeler için durumu değerlendirdiğimizde, aynı sandviç ve monokok yapının birim genişlik başına düzlemsel N yüküne ve yine birim genişlik başına M eğilme momentine maruz kaldığını düşünelim.

Düzlemsel yükler için, her bir durumda düzlemsel yüzey gerilmesi şu şekilde verilir:

$$\sigma_f = \frac{N}{2t_f} \quad (2.5)$$

Bu yüzden her iki yapı da düzlemsel yapısal yüklerde birbirlerine göre avantajlı değildir. Ancak, eğilme momenti için monokok yapının alt ve üst yüzeylerinde maksimum gerilme oluşur:

$$\sigma_{mon.} = \pm \frac{6M}{(2t_f)^2} = \pm \frac{3}{2} \frac{M}{t_f^2} \quad (2.6)$$

Benzer şekilde, sandviç yapıdaki eğilme momenti için gerilme şu şekildedir:

$$\sigma_{sand.} = \pm \frac{M}{t_f h_c} \quad (2.7)$$

Buradan hareketle, yaklaşık olarak aynı ağırlığa sahip sandviç yapının yüzeyindeki maksimum gerilmenin monokok yapıdaki oranı:

$$\frac{\sigma_{sand.}}{\sigma_{mon..}} = \frac{2t_f}{3h_c} \quad (2.8)$$

şeklinde yazılabilir.

## 2.6. Anizotropik Elastisite Ve Kompozit Lamine Teorisi

İzotropik malzeme her yönde aynı mekanik, fiziksel, termal ve elektriksel özellikler taşır. Bu malzemeler sadece 3 tane elastik sabite sahiptirler: Elastisite modülü E, kayma modülü G ve Poisson oranı  $\nu$ . Bu 3 sabit arasındaki bağlantı şu şekildedir:

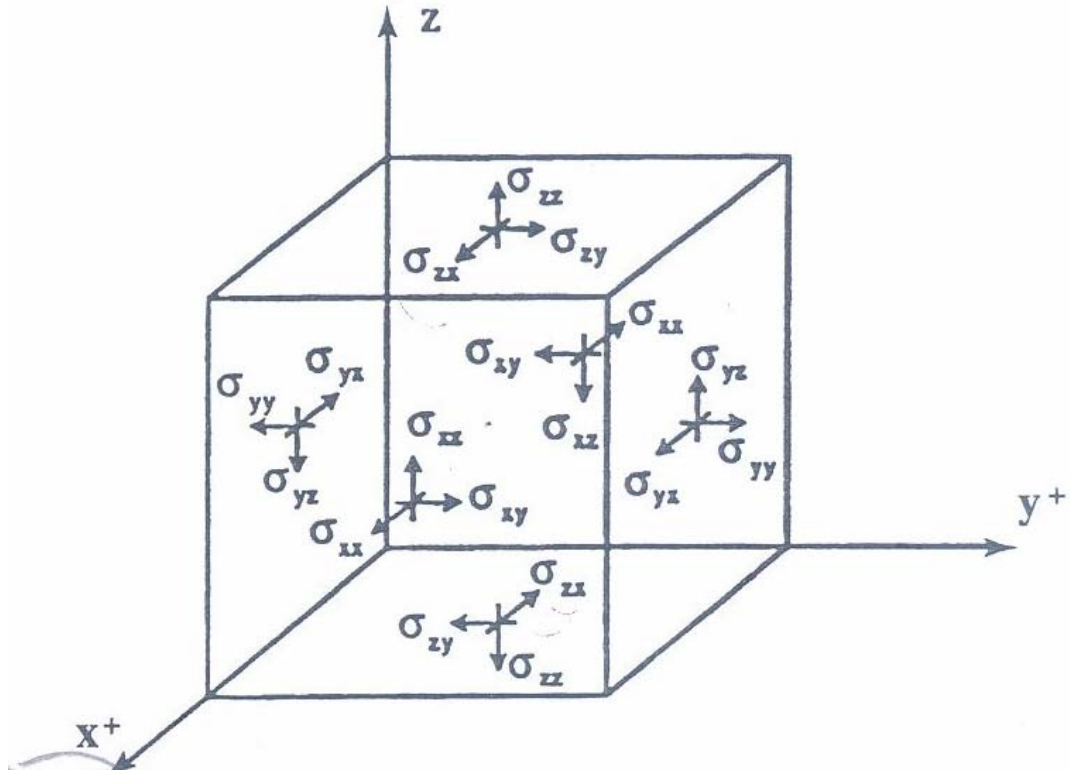
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.9)$$

Bu yüzden sadece iki bağımsız elastik sabit vardır. Özellikleri yönlerle bağlı olarak değişen malzemeler anizotropik malzemeler olarak adlandırılır. Kompozitler gibi anizotropik malzemelerin kullanımının hızlı bir şekilde artması malzeme mühendisliğinde bir devrime neden olmuştur. Sandviç yapıların kompozit malzemelerde kullanımı oldukça yaygınlaşmıştır.

Kompozit malzemelerin fiziksel davranışını iyi bir şekilde anlayabilmek ve gerilme, uzama, burulma, doğal frekanslar gibi büyüklükleri tam olarak yorumlayabilmek için anizotropik elastisiteyi tam olarak bilmek gerekir. Genel olarak izotropik malzemeler gerçek durum için yapılan matematiksel bir yaklaşımdır.

### 2.6.1 Anizotropik Elastik Katılığın ve Uygunluk Matrisinin Türetilmesi

Herhangi bir şekle sahip, içerisindeki sonsuz malzeme noktasından oluşan katı elastik bir cisim ele alınsın. Süreklilik ile ilgilenebilmek için malzeme noktalarının malzemenin moleküler kafes yapısının boşluğuna göre sonsuz derecede büyük olduğu varsayılabilir. Kartezyen referans sistemi, aşağıda Şekil 2.13 ile verilen elastik cisme atanırsa, bu malzeme noktası boyutları  $dx$ ,  $dy$  ve  $dz$  olan ve kartezyen koordinat sisteminde tanımlanmış bir kontrol elemanı gibi düşünülebilir.



**Şekil 2.13:** Elastik bir cismin pozitif yöndeki stres gösterimleri [1]

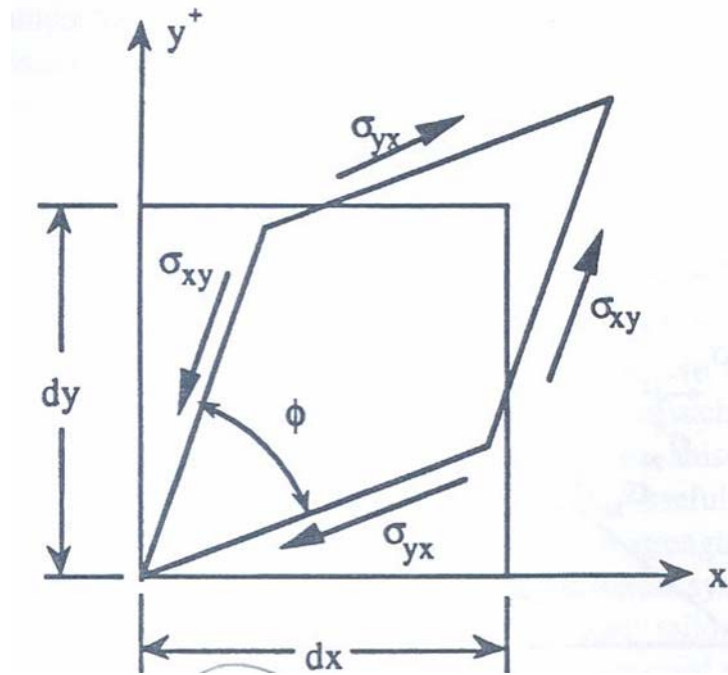
Kontrol elemanının yüzeyinde hem normal gerilmeler hem de kayma gerilmeleri vardır. Herhangi bir yüzeyde 3 gerilme komponenti yüzey gerilimi olarak adlandırılan bir vektörü ihtiva eder.

İlgili bağlantıları ve sonuçları doğru olarak yorumlayabilmek için büyüklüklerin pozitif ya da negatif değerlerini ve alt indislerin anlamlarını bilmek çok önemlidir. Bir gerilme komponenti için bulunduğu yüzeyin normali pozitif eksenindeyse, gerilmenin pozitif yönü bulunduğu yüzeyin pozitif yönüyle aynıdır. Benzer şekilde dış normali negatif eksen üzerinde olan bir yüzeydeki gerilme bileşeninin yönü, bu

yöne ters ise pozitif, bu yönde ise negatiftir. Bu olay, yukarıdaki Şekil 2.13.'de açıkça görülebilir.

Bir kontrol elemanının herhangi bir yüzeyindeki herhangi bir gerilmenin alt indisi, bulunduğu yüzeyin dış normalini, ikinci indisi ise bu gerilme bileşeninin paralel olduğu eksen gösterir. Yine bu olay Şekil 2.14 de görülebilir.

Bir elastik cisimde oluşan uzamalar, gerilme komponentleriyle aynı indislere sahip olmakla birlikte bunlardan sadece ikisine sahiptirler. Genleşme uzaması  $\varepsilon_{ii}$  ile ifade edilir, burada  $i=x,y,z$  kontrol hacmi üzerine etki eden  $\sigma_{ii}$  normal kuvvetinden kaynaklanan kontrol hacminin boyutlarındaki değişimin bir ölçüsüdür. Kayma uzaması  $\varepsilon_{ij} (i \neq j)$ , kayma gerilmesi  $\sigma_{ij}$ 'den dolayı dikdörtgensel kontrol hacminden paralelogram şekle dönüşen kontrol hacminin açısının  $90^\circ$ 'den değişimiyle orantılıdır.



**Şekil 2.14:** Kontrol Elemanın Kayma Diyagramı [1]

### 3. YAPISAL FORMÜLASYON

#### 3.1 Birinci Sandviç Model – Yüzey ve Dolgu Malzemeleri İzotropik

Sandviç panel (Şekil 3.1) için, kalınlık boyunca deformasyonun sürekli olduğu varsayılmıştır.  $w(x,y,t)$  orta düzlemin normal çökme,  $\psi_x(x,y,t)$  x eksenini etrafındaki dönme,  $\psi_y(x,y,t)$  y eksenini etrafındaki dönmedir. Isıl ve sönümleme terimlerinin [1,12,13] ilavesiyle Mindlin Sandviç Plak [3] için hareket denklemi şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} & (D_c + D_f) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + (\nu_c D_c + \nu_f D_f) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} [(1 - \nu_c) D_c + (1 - \nu_f) D_f] \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} \right) \\ & - K_s [G_c h_c + 2 G_f h_f] \left( \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial M_{xx}^T}{\partial x} = (\rho_c h_c + \rho_f h_f) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial \psi_x}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.1)$$

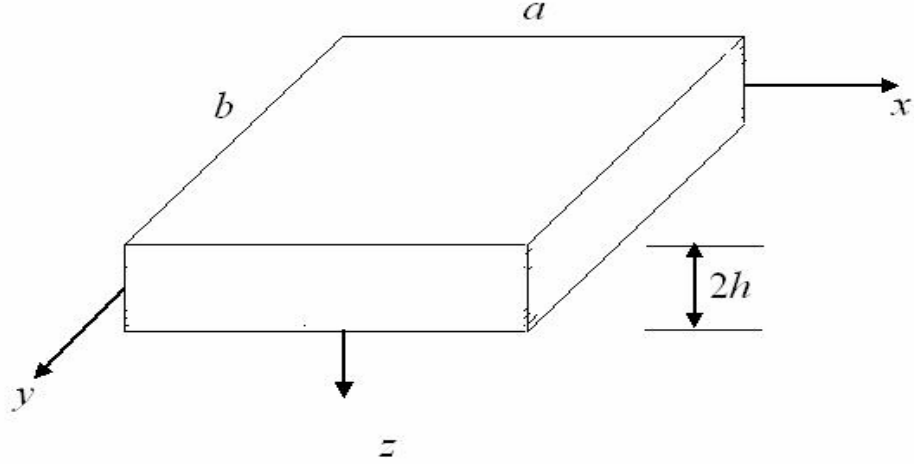
$$\begin{aligned} & (D_c + D_f) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + (\nu_c D_c + \nu_f D_f) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} \\ & + \frac{1}{2} [(1 - \nu_c) D_c + (1 - \nu_f) D_f] \left( \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} \right) \\ & - K_s [G_c h_c + 2 G_f h_f] \left( \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial M_{yy}^T}{\partial y} = (\rho_c h_c + \rho_f h_f) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial \psi_y}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} & K_s [G_c h_c + 2 G_f h_f] \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = (\rho_c I_c + 2 \rho_c h_c) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ & + \lambda \frac{\partial w}{\partial t} - p^r(x, y, t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Burada

$$D_c = \frac{E_c I_c}{(1-\nu_c^2)} \text{ ve } I_c = \frac{h_c^3}{12} \quad (3.4a,b)$$

$$D_f = \frac{E_f I_f}{(1-\nu_f^2)} \text{ ve } I_f = \frac{2}{3} h_f \left( h_f^2 + \frac{3}{4} h_c^2 + \frac{3}{2} h_c h_f \right) \quad (3.5a,b)$$



**Şekil 3.1:** Sandviç Plak Geometrisi ve Koordinat Sistemi

Subscript/superscript  $c$  ve  $f$  çekirdek ve yüzeye tekabül etmektedir.  $E$  elastisite modülü,  $\nu$  Poisson oranı,  $G$  kayma modülü,  $\rho$  malzeme yoğunluğu,  $h$  kalınlık,  $\lambda$  sönümleme katsayısı,  $K_s$  kayma düzeltme faktörü,  $p^r(x, y, t)$  sandviç plakanın üst yüzeyine etkiyen rasgele basınçtır. Isıl moment [1],

$$M_{xx}^T = M_{yy}^T = M^T = \int_{-\frac{h_c}{2}-h_f}^{\frac{h_c}{2}+h_f} \frac{E \alpha}{1-\nu} T(x, y, z) z dz \quad (3.6)$$

Burada  $\alpha$  ısı genleşme katsayısı,  $T(x, y, z)$  gerilme durumunun olmadığı referans sıcaklığa göre sıcaklıktaki değişimdir. Integral içindeki uygun malzeme sabitleri, integral limitlerine göre belirlenmiştir. Plaka düzeleminde hareket edebilecek şekilde basit mesnetlenmiştir. Mindlin Plakası için sınır şartları şu şekilde verilebilir:

$$w(0, y, t) = w(a, y, t) = w(x, 0, t) = w(x, b, t) = 0 \quad (3.7)$$

$$M_{xx}(0, y, t) = M_{xx}(a, y, t) = M_{yy}(x, 0, t) = M_{yy}(x, b, t) = 0 \quad (3.8)$$

$$\psi_y(0, y, t) = \psi_y(a, y, t) = \psi_x(x, 0, t) = \psi_x(x, b, t) = 0 \quad (3.9)$$



Burada eğilme momentleri [3,12] ile verilmiştir.

$$M_{xx}(x,y,t) = (D_c + D_f) \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + (\nu_c D_c + \nu_f D_f) \frac{\partial \psi_y}{\partial y} - M_{xx}^T \quad (3.10)$$

$$M_{yy}(x,y,t) = (D_c + D_f) \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + (\nu_c D_c + \nu_f D_f) \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - M_{yy}^T \quad (3.11)$$

### 3.1.1 Serbest Titreşim Analizi

Sandviç Plakanın rastgele yükler altında cevabını bulabilmemiz için öncelikle sönümsüz serbest titreşim analizi yapmamız gerekmektedir [13,14]. Sönümsüz serbest titreşim analizi için tüm mekanik ve ısı yükleri sıfıra eşitleyerek, aşağıdaki fonksiyonların sınır şartlarını (3.7-3.9) denklemlerini sağladığı gösterilebilir.

$$\psi_x(x,y,t) = \hat{X} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

$$\psi_y(x,y,t) = \hat{Y} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (3.13)$$

$$w(x,y,t) = \hat{W} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (3.14)$$

Eşitlik (3.12-3.14) 'ü eşitlik (3.1-3.3)'e yerleştirerek ve terimleri düzenleyerek aşağıdaki özdeğer ifadesi elde edilebilir:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\eta\} = 0 \quad (3.15)$$

$$\text{Burada } \{\eta\}^T = \{\hat{X}_{mn}, \hat{Y}_{mn}, \hat{W}_{mn}\} \quad (3.16)$$

ve,  $[K]$  ve  $[M]$  katılık ve kütle matrisleri,  $\omega$  titreşimin doğal frekansıdır.

Her  $(m,n)$  için, 3 doğal frekans,  $\omega_{mni}^2$ , ve bunlara karşılık gelen  $X_{mni}, Y_{mni}, W_{mni}$  doğal modları vardır ( $i = 1,2,3$ ).

### 3.1.2 Rastgele Titreşim Analizi

Zorlanmış titreşimler için, doğal mod süperpozisyon metodu uygulanmıştır. Cevap, doğal mod terimleri ile [3,14] ifade edilmiştir.

$$\psi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 X_{mni}(x,y) q_{mni}(t) \quad (3.17)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 Y_{mni}(x, y) q_{mni}(t) \quad (3.18)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 W_{mni}(x, y) q_{mni}(t) \quad (3.19)$$

Burada  $q_{mni}(t)$  genelleştirilmiş koordinatlardır.

Sıcaklık da çift Fourier sinüs serisine açılmıştır.

$$T(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(z) \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \quad (3.20)$$

$$T_{mn}(z) = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b T(x, y, z) \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) dx dy \quad (3.21)$$

Bu çalışmada, sıcaklığın kalınlık boyunca lineer olarak dağıtıldığı varsayılmıştır, yani;

$$T(x, y, z) = T_0 \left( 1 + c \frac{z}{h} \right) \quad (3.22)$$

Burada,

$T_0$  sıcaklığı  $z = 0$  'daki referans sıcaklık

$c$  sıcaklık gradyanının eğimi,

$h = 2h_f + h_c$  sandviç plakanın toplam kalınlığıdır.

Eşitlik (3.20-3.22) ve (3.6)'den, ısı moment şu şekilde hesaplanabilir.

$$M^T(x, y) = M_{xx}^T(x, y) = M_{yy}^T(x, y) = \bar{M}^T \sum_{\substack{m \\ odd}} \sum_{\substack{n \\ odd}} \frac{1}{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \quad (3.23)$$

$$\text{burada } \bar{M}^T = \frac{16T_0 c}{\pi^2 h_t} [D_c (1 + \nu_c) \alpha_c + D_f (1 + \nu_f) \alpha_f] \quad (3.24)$$

Eşitlik (3.17-3.19) ve (23)'ü eşitlik (1-3)'e eklersek, ve serbest titreşim analizinden ve doğal modların ortogonalliğinden aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

$$M_{mni} \ddot{q}_{mni}(t) + C_{mni} \dot{q}_{mni}(t) + M_{mni} \omega_{mni}^2 q_{mni}(t) = F_{mni}^T + F_{mni}^r(t) \quad (3.25)$$

Burada

$$M_{mni} = \int_0^a \int_0^b \left[ I_1 X_{mni}^2 + I_1 Y_{mni}^2 + I_2 W_{mni}^2 \right] dx dy \quad (3.26)$$

$$C_{mni} = \int_0^a \int_0^b \lambda \left[ X_{mni}^2 + Y_{mni}^2 + W_{mni}^2 \right] dx dy \quad (3.27)$$

$$F_{mni}^r(t) = \int_0^a \int_0^b p^r(x, y, t) W_{mni}(t) dx dy \quad (3.28)$$

$$\text{ve } I_1 = \rho_c I_c + \rho_f I_f \quad \text{ve } I_2 = \rho_c h_c + 2\rho_f h_f \quad (3.29a,b)$$

$$F_{mni}^T = -\overline{M}^T \left\{ \int_0^a \int_0^b \left[ X_{mni} \sum_{k \text{ odd}}^{\infty} \sum_{l \text{ odd}}^{\infty} \frac{\pi}{l a} \cos(\alpha_k x) \sin + \right. \right. \\ \left. \left. (\beta_l y) + Y_{mni} \sum_{k \text{ odd}}^{\infty} \sum_{l \text{ odd}}^{\infty} \frac{\pi}{k b} \sin(\alpha_k x) \cos(\beta_l y) \right] dx dy \right\} \quad (3.30)$$

Son olarak,

$$\ddot{q}_{mni}(t) + 2\xi_{mni} \omega_{mni} \dot{q}_{mni}(t) + \omega_{mni}^2 q_{mni}(t) = Q_{mni}^T + Q_{mni}^r(t) \quad (3.31)$$

$$2\xi_{mni} \omega_{mni} = \frac{C_{mni}}{M_{mni}} \quad (3.32)$$

$$Q_{mni}^T = \frac{F_{mni}^T}{M_{mni}} \quad (3.33)$$

$$Q_{mni}^r(t) = \frac{F_{mni}^r(t)}{M_{mni}} \quad (3.34)$$

Bu çalışmada, rasgele basıncın üniform olarak dağıtıldığı, sabit olduğu ve sıfır ortalamaya sahip olduğu varsayılmış, korelasyon fonksiyonu şu şekilde verilmiştir:

$$R_w(x, y, \tau) = \sum_m^{\infty} \sum_n^{\infty} \sum_i^3 \sum_r^{\infty} \sum_s^{\infty} \sum_j^3 W_{mni}(x, y) W_{rsj}(x, y) Q_{mni}^T Q_{rsj}^T H_{mni}(0) H_{rsj}(0) \quad (3.35)$$

cevap spektral yoğunluğu [14]'den hesaplanabilir:

$$S_w(x, y, \omega) = \sum_m^{\infty} \sum_n^{\infty} \sum_i^3 \sum_r^{\infty} \sum_s^{\infty} \sum_j^3 W_{mni}(x, y) W_{rsj}(x, y) H_{mni}^*(\omega) H_{rsj}(\omega) S_{Q_{mni}^r Q_{rsj}^r}(\omega) \quad (3.36)$$

Yukarıdan

$$S_{Q_{mni}^r Q_{rsj}^r}(\omega) = \frac{1}{M_{mni}} \frac{1}{M_{rsj}} \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b S_p(x, y, \omega) W_{mni}(x, y) W_{rsj}(x, y) dx dy dx dy \quad (3.37)$$

ve

$$H_{mni}(\omega) = \frac{1}{\omega_{mni}^2 - \omega^2 + 2i \hat{\xi}_{mni} \omega_{mni} \omega} \quad (3.38)$$

ve \* kompleks conjugate'ı ifade eder.

### 3.2 İkinci Sandviç Model – Yüzey Kompozit ve Dolgu Malzemeleri İzotropik

İkinci Modelde Sandviç panelin (Şekil 3.2) kalın olduğu varsayılmıştır, bu nedenle kayma deformasyon plak teorilerinden biri olan FSDT yapısal formülasyon için benimsenmiştir. FSDT [2,3] de katmanlı kompozit yapı için hareket denklemi, sönümleme terimleri [13] katılarak şu şekilde yazılabilir:

$$\kappa A_{55} \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \kappa A_{44} \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial w_0}{\partial t} - p^r(x, y, t) \quad (3.39)$$

$$D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y \partial x} + D_{66} \left( \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y \partial x} \right) - \kappa A_{55} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial \phi_x}{\partial t} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} & D_{22} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + D_{66} \left( \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} \right) - \kappa A_{44} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) \\ & = I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial \phi_y}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Burada  $w_0(x, y, t)$  orta düzlemin normal çökmesi,  $\phi_x(x, y, t)$  x eksenini etrafındaki dönme,  $\phi_y(x, y, t)$  eksenini etrafındaki dönmedir.  $\lambda$  sönümleme katsayısı,  $\kappa$  kayma düzeltme faktörü,  $p^r(x, y, t)$  sandviç plakın üst yüzeyine etkiyen rasgele basınçtır. Açılma katılığı  $A_{ij}$  ve eğilme katılıkları  $D_{ij}$  için:

$$(A_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^k(1, z^2) dz \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (3.42)$$

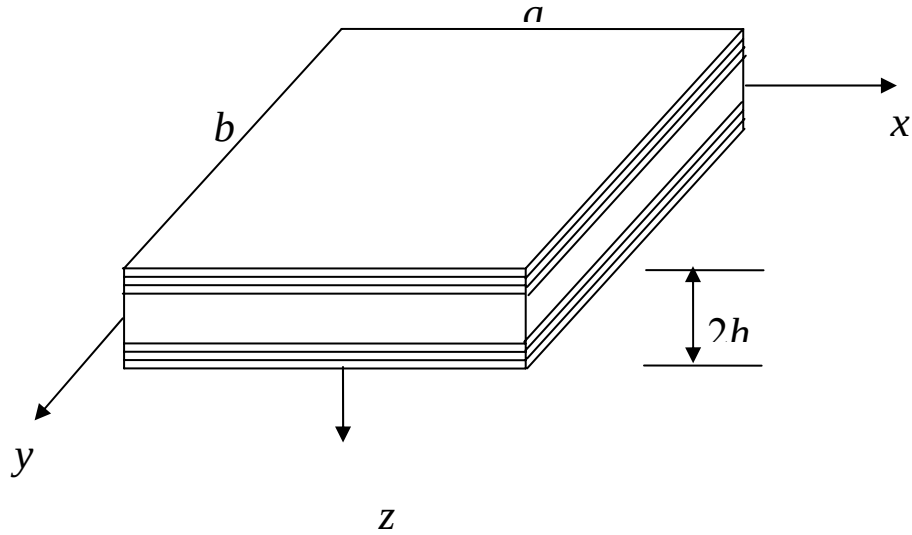
$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^k dz \quad i, j = 4, 5 \quad (3.43)$$

burada  $\bar{Q}_{ij}^k$  k. tabakanın azaltılmış katılık katsayısı,  $h$  plakın toplam kalınlığıdır.

Kütle eylemsizliği şu şekilde tarif edilmiştir:

$$(I_0, I_2) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z^2) \rho^k dz \quad (3.44)$$

$\rho^k$ , k. tabakanın kütle yoğunluğudur.



**Şekil 3.2:** Model 2: Katmanlı Yüzeyler ve İzotropik Dolgu Geometrisi

İkinci modelde de FSDT için basit mesnetli sandviç plaka için aynı sınır şartları geçerlidir:

$$w(0, y, t) = w(a, y, t) = w(x, 0, t) = w(x, b, t) = 0 \quad (3.45)$$

$$M_{xx}(0, y, t) = M_{xx}(a, y, t) = M_{yy}(x, 0, t) = M_{yy}(x, b, t) = 0 \quad (3.46)$$

$$\psi_y(0, y, t) = \psi_y(a, y, t) = \psi_x(x, 0, t) = \psi_x(x, b, t) = 0 \quad (3.47)$$

Bu modelde eğilme momentleri şu şekildedir:

$$M_{xx}(x, y, t) = D_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{16} \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \quad (3.48)$$

$$M_{xx}(x, y, t) = D_{12} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{26} \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \quad (3.49)$$

### 3.2.1 Rastgele Titreşim Analizi

Rasgele zorlanmış titreşimler için, doğal mod metodu uygulanmıştır. Cevap, doğal modlar [13,14] cinsinden açılmıştır:

$$\phi_x(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 X_{mni}(x, y) q_{mni}(t) \quad (3.50)$$

$$\phi_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 Y_{mni}(x, y) q_{mni}(t) \quad (3.51)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 W_{mni}(x, y) q_{mni}(t) \quad (3.52)$$

$q_{mni}(t)$  genelleştirilmiş koordinatlardır.

Eşitlik (3.51-3.53)' kullanarak, serbest titreşim analizinden ve doğal modların ortogonalite özelliği kullanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilmiştir:

$$\ddot{q}_{mni}(t) + 2\xi_{mni} \omega_{mni} \dot{q}_{mni}(t) + \omega_{mni}^2 q_{mni}(t) = Q_{mni}^r(t) \quad (3.53)$$

burada

$$Q_{mni}^r(t) = \frac{F_{mni}^r(t)}{M_{mni}} \quad (3.54)$$

ve  $Q_{mni}^r$  genelleştirilmiş rasgele kuvvet,  $M_{mni}$  genelleştirilmiş kütle ve  $\omega_{mni}$  her (m,n) için 3 doğal frekanstır.

Bu modelde sıcaklık etkisi göz önüne alınmamıştır.

Bu çalışmada, rasgele basıncın üniform olarak dağıtıldığı, sabit olduğu ve sıfır ortalamaya sahip olduğu varsayılmış, korelasyon fonksiyonu [14] ile verilmiştir:

$$R_w(x, y, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(x, y, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.55)$$

Cevabın spektral yoğunluğu

$$S_w(x, y, \omega) = \sum_m^{\infty} \sum_n^{\infty} \sum_i^3 \sum_r^{\infty} \sum_s^{\infty} \sum_j^3 W_{mni}(x, y) W_{rsj}(x, y) H_{mni}^*(\omega) H_{rsj}(\omega) S_{Q_{mni}^r Q_{rsj}^r}(\omega) \quad (3.56)$$

burada

$$S_{Q_{mni}^r Q_{rsj}^r}(\omega) = \frac{1}{M_{mni}} \frac{1}{M_{rsj}} \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b S_p(x, y, \omega) W_{mni}(x, y) W_{rsj}(x, y) dx dy dx dy \quad (3.57)$$

ve

$$H_{mni}(\omega) = \frac{1}{\omega_{mni}^2 - \omega^2 + 2i \hat{\xi}_{mni} \omega_{mni} \omega} \quad (3.58)$$

Yukarıdaki ifadede \* kompleks conjugate'ı ifade eder.

## 4. SAYISAL SONUÇLAR

### 4.1 Birinci Model

Aksi belirtilmedikçe aşağıdaki geometrik boyutlar ve malzeme özellikleri kullanılmıştır: Plaka boyutları :  $a = b = 0.6 \text{ m}$  ,  $h = 0.04 \text{ m}$  (i.e.  $a/h = 15$ ); alüminyum (2014-T6) yüzey tabakaları:  $E_f = 73.1 \times 10^9 \text{ Pa}$  ,  $\nu_f = 0.35$  ,  $\rho_f = 2790 \text{ kg/m}^3$  ; ve PVC köpük çekirdeği:  $E_c = 103.63 \times 10^6 \text{ Pa}$  ,  $\nu_c = 0.32$  ,  $\rho_c = 130 \text{ kg/m}^3$  . Yapısal sönümleme  $\xi = 0.05$  ve kayma düzeltme faktörü  $\kappa = 5/6$  olarak alınmıştır. Dolgu kısmın kalınlığı, toplam panel kalınlığının %90'ı olarak alınmıştır. Sandviç panelin ilk 9 doğa frekansı, FSDT ve CPT için kenarın kalınlığa oranı olan  $(a/h)$ 'ın bir fonksiyonu olarak Tablo 4.1'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. CPT için tüm doğal frekanslar, FSDT'den daha büyüktür. Ancak bu iki teori arasındaki doğal frekanslarda fark, daha kalın sandviç yapılar için daha büyüktür. Zorlanmış titreşimler için, sandviç panel üzerine etkiyen Rastgele basınç olan  $p^r$  nin uniform olarak dağıldığı varsayılmıştır. Spektral yoğunluk olan  $S_o$ , şu şekilde hesaplanabilir:

$$S_o = \frac{p_o^2}{\Delta\omega} 10^{SPL/10} \quad (4.1)$$

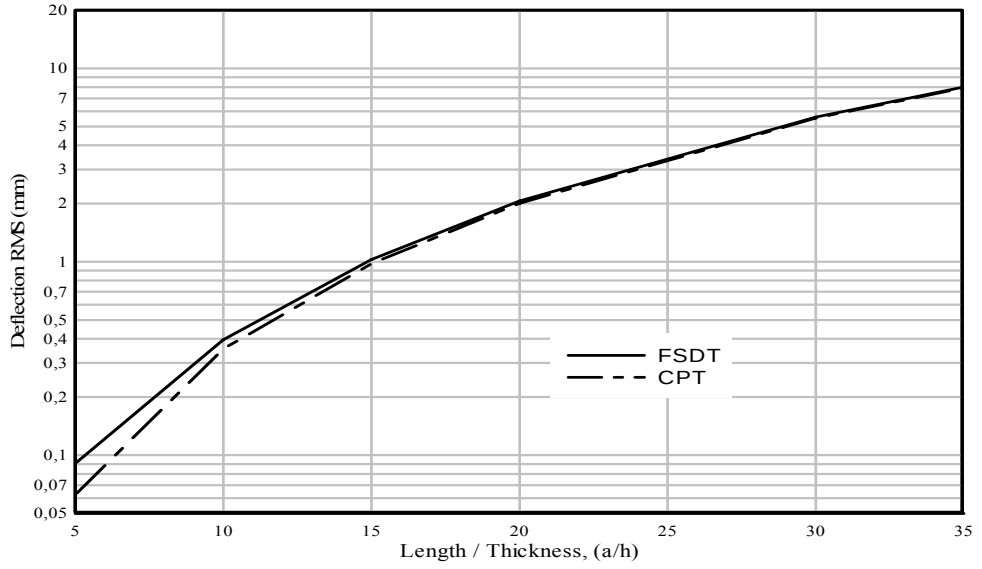
burada  $p_0$  referans basınç, ( $p_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ ),  $SPL$  desibel cinsinden Ses Basınç Seviyesi (Sound Pressure Level) ve  $\Delta\omega$  frekans bant genişliğidir ( $\text{rad/sec}$ ).  $SPL = 160 \text{ dB}$  üniform olarak dağıtılmış rastgele basınç olup, cevaplar orta nokta olan ( $x = a/2, y = b/2$ ) de hesaplanmıştır. Şekil 4.1'de RMS (Root Means Square) çökmeleri  $(a/h)$ 'ın fonksiyonu olarak gösterilmektedir.

FSDT için RMS değerleri daha kalın sandviç yapılarda (yani  $a/h \leq 20$ ) CPT'lerden daha büyüktür ancak ince yapılar için aralarındaki farkı ayırt etmek zordur.



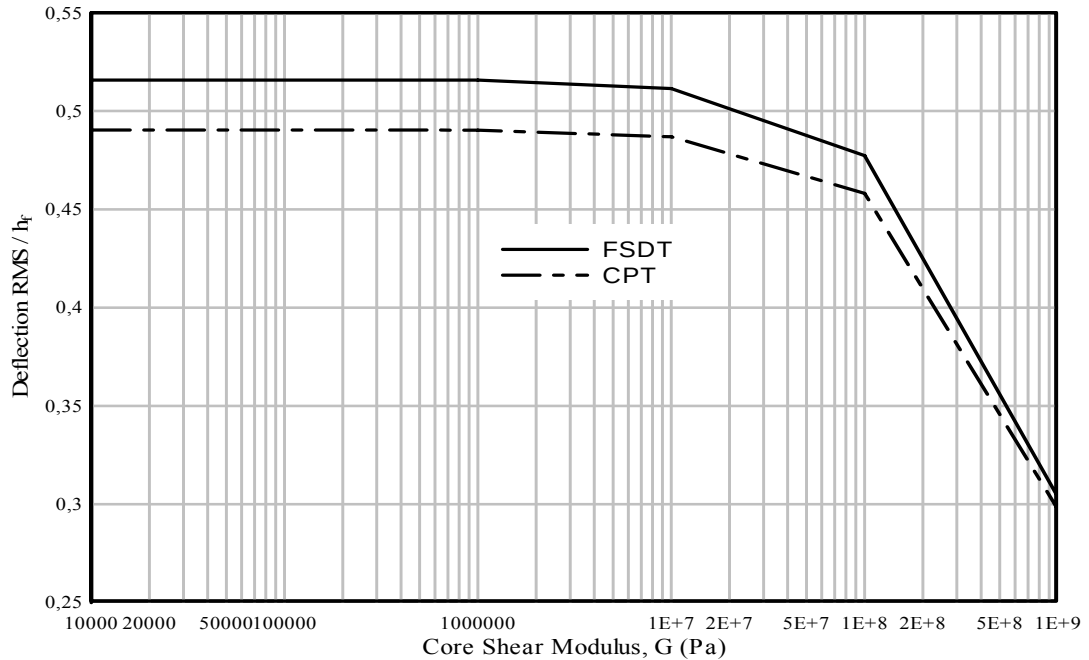
**Tablo 4.1:** Kare sandviç paneller için  $a = 0.6 m$  ( $h_c/h = 0.9$ ) doğal frekanslar  $\omega_{mn1} (rad/s)$

| a/h | Theory | 1,1   | 1,2   | 1,3   | 2,1   | 2,2   | 2,3   | 3,1   | 3,2   | 3,3    |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 5   | FSDT   | 10882 | 21532 | 34006 | 21532 | 29502 | 39970 | 34006 | 39970 | 48488  |
|     | CPT    | 14368 | 35920 | 71840 | 35920 | 57472 | 93392 | 71840 | 93392 | 129312 |
| 10  | FSDT   | 6573  | 14797 | 25922 | 14797 | 21764 | 31612 | 25922 | 31612 | 40003  |
|     | CPT    | 7184  | 17960 | 35920 | 17960 | 28736 | 46696 | 35920 | 46696 | 64656  |
| 15  | FSDT   | 4592  | 10861 | 20079 | 10861 | 16547 | 25054 | 20079 | 25054 | 32647  |
|     | CPT    | 4789  | 11973 | 23946 | 11973 | 19157 | 31130 | 23946 | 31130 | 43104  |
| 20  | FSDT   | 3506  | 8476  | 16118 | 8476  | 13147 | 20384 | 16118 | 20384 | 27058  |
|     | CPT    | 3592  | 8980  | 17960 | 8980  | 14368 | 23348 | 17960 | 23348 | 32328  |
| 100 | FSDT   | 705   | 1786  | 3571  | 1786  | 2859  | 4637  | 3571  | 4637  | 6407   |
|     | CPT    | 718   | 1796  | 3592  | 1796  | 2873  | 4669  | 3592  | 4669  | 6465   |



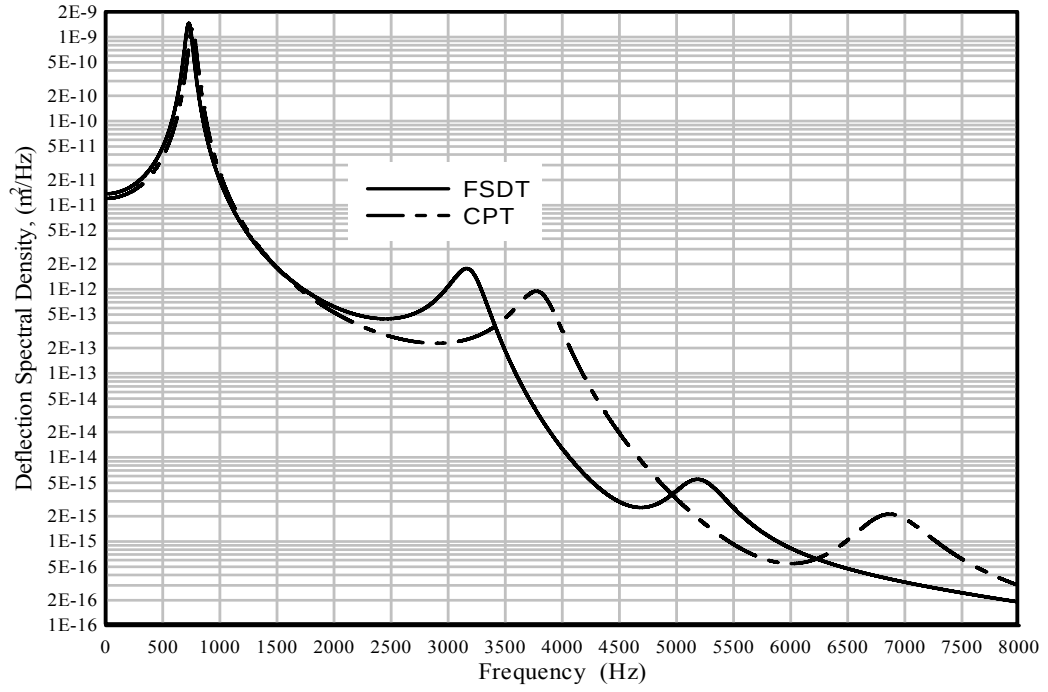
**Şekil 4.1:** İki Farklı plaka teorisi (FSDT ve CPT) için RMS Çökmeleri–uzunluk/kalınlık oranı

İki teori için, RMS cevaplarına dolgu kayma modüllerinin etkisi Şekil 4.2’de verilmiştir. Farklılıklar, daha düşük dolgu kayma modülleri için daha büyüktür. Çökme cevabı spektral yoğunluğu Şekil 4.3’de verilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi, sandviç panelin doğal frekanslarına karşılık gelen cevap pikleri vardır. CPT için pikler, sağa doğru yerdeğiştirmektedir. Üniform olarak dağıtılmış Rastgele basınç  $SPL = 160dB$  altında sandviç panel için sıcaklık etkisi araştırılmıştır. Isıl genleşme katsayısı, alüminyum yüzey tabakası için  $\alpha_f = 23 \times 10^{-6} / ^\circ C$  olarak ve köpük dolgu için  $\alpha_c = 23 \times 10^{-7} / ^\circ C$  olarak alınmıştır. Çökme RMS değerleri  $(RMS/h_f)$  üzerine sıcaklık etkisi Tablo 4.2’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sıcaklık arttıkça, RMS cevabı artmakta ve yükseltilmiş sıcaklıklarda her iki teori de aynı RMS değerlerini vermektedir. Belirlenen spektral yoğunlukta  $(x^* = 0.25m, y^* = 0.25m)$  noktasında Rastgele etkiyen noktasal yükten dolayı çökme RMS değerleri Şekil 4.4 ile verilmiştir. Bu iki teori arasındaki farklılıklar, sadece büyük spektral yoğunluklar için ayırt edilebilmektedir. Özet olarak, Rastgele zorlama altındaki sandviç panelleri doğru analiz edebilmek için modifiye edilmiş bir teoriye ihtiyaç olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.2:** Farklı Dolgu Malzemeli Kayma Modülleri için Farklı RMS Değerleri

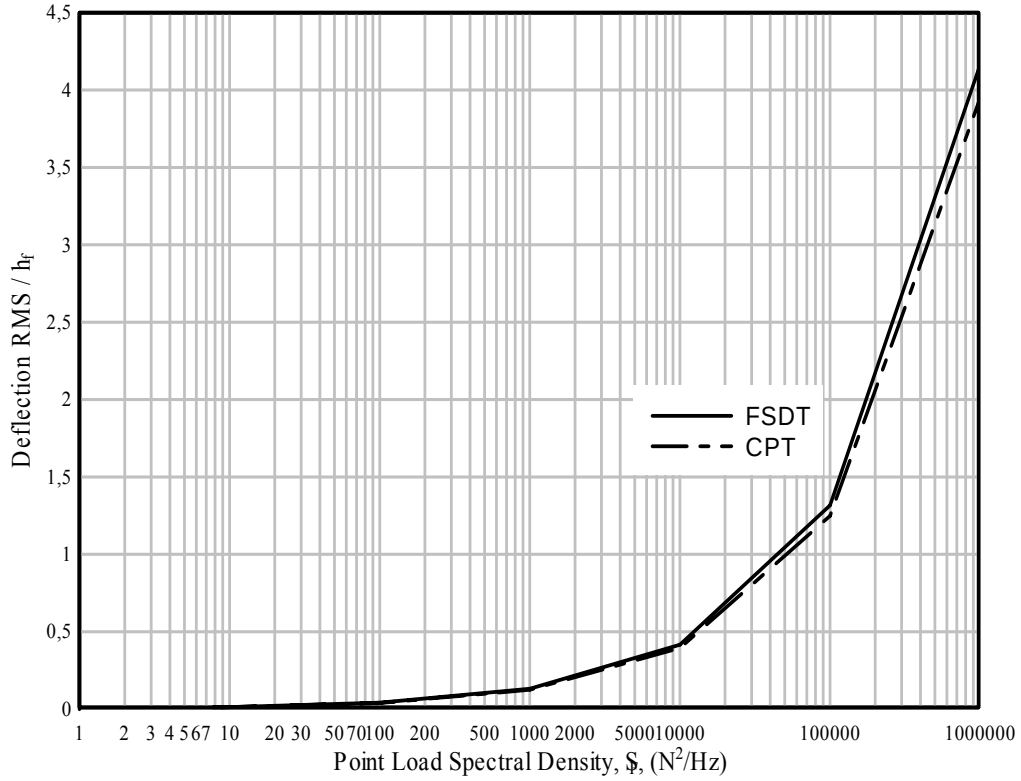
$$(a = 0.6m, a/h = 15, (h_c/h = 0.9)).$$



**Şekil 4.3:** Çökme Cevabı Spektral Yoğunluğu

**Tablo 4. 2:** RMS cevabına sıcaklık etkisi ( $c = 2$ )

| Theory | $T_0 = 0^\circ C$ | 20     | 40     | 60     | 80     | 100    | 120    |
|--------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| FSDT   | 0.5140            | 0.6521 | 0.9531 | 1.3091 | 1.6856 | 2.0714 | 2.4622 |
| CPT    | 0.4890            | 0.6331 | 0.9412 | 1.3017 | 1.6811 | 2.0692 | 2.4618 |



**Şekil 4. 4:** Rastgele nokta yüküne cevap

#### 4.2 İkinci Model

Bu modelde Sandviç panellerin (Şekil 3.2)  $a \times b \times h$  boyutlarına sahip olduğu varsayılmıştır Dolgu kısmın alt ve üst yüzeyinde simetrik yüzey tabakalarının eşit 4 katmanlı bulunmakta olup ( $h_f = 0.05h$ ); bu nedenle dolgu kalınlığı  $h_c$  toplam panel kalınlığının %90'ının oluşturmaktadır. Yüzey tabaka malzemesi  $[90^\circ / 0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]$  'lık dizilime sahip cam polyester resinlerden yapılmıştır. Her bir tabakanın malzeme özellikleri şu şekildedir:  $E_1/E_2 = 25$ ,  $G_{12} = G_{13} = 0.5E_2$ ,  $G_{23} = 0.2E_2$ ,  $E_2 = 10GPa$ , Poisson oranı  $\nu_{12} = 0.25$  ve yoğunluk  $\rho_f = 800kg/m^3$ . HEREX'in köpük dolgusu C70.130 PVC izotropik malzeme özelliklerine sahip olup,  $E_c = 103.63MPa$ ,  $\nu_c = 0.32$  ve  $\rho_c = 130kg/m^3$  ile tanımlanmıştır. Yapısal sönümleme katsayısı  $\xi = 0.05$  ve kayma düzeltme faktörü  $\kappa = 5/6$  olarak alınmıştır. Kare sandviç paneller için  $a = 0.6m$ . ( $h_c/h = 0.9$ ) doğal frekanslar  $\omega_{mnl}(rad/s)$  Tablo 4.3.'de verilmiştir. İki teori için farklı frekansların, ince sandviç panellerde ( $a/h \geq 20$ ) daha yakın değerler verdiği aşıkardır. Rastgele zorlanmış

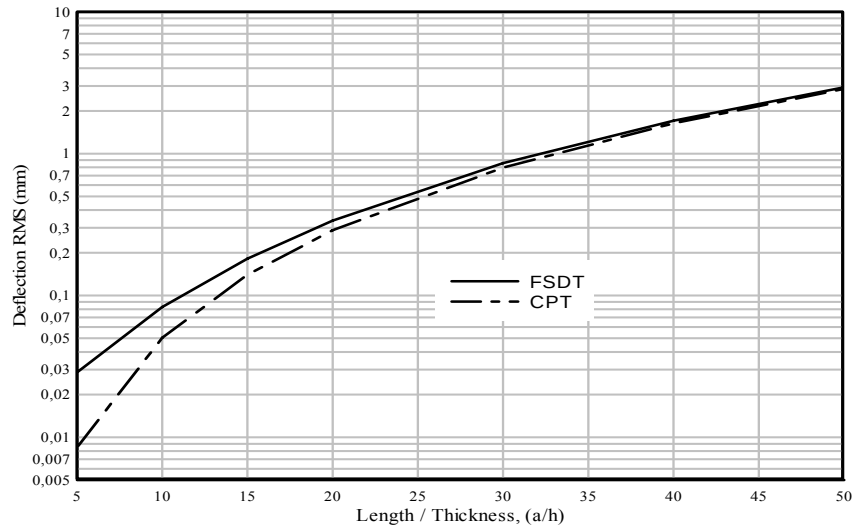
tireşimler için, sandviç panel üzerine etkiyen rastgele basıncı  $p'$  nin üniform olarak dağıtıldığı varsayılmıştır.  $SPL = 160\text{ dB}$  üniform olarak dağıtılmış Rastgele basınç olup, cevaplar orta nokta olan  $(x = a/2, y = b/2)$  de hesaplanmıştır. Şekil 4.5’de RMS çökmeleri  $(a/h)$ ’ın fonksiyonu olarak gösterilmektedir. FSDT için RMS değerleri daha kalın sandviç yapılarda (yani  $a/h \leq 40$ ) CPT’lerden daha büyüktür ancak ince yapılar için aralarındaki farkı ayırt etmek zordur. Dolgu kayma modülünün çökme RMS cevabına etkisi Şekil 4.6.’de verilmiştir. Her iki teori için, kayma modülünün etkisi yüksek seviyeli dolgu modül değerleri için çok daha belirgindir. Çökme cevabı spektral yoğunluğu Şekil 4.7’de verilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi, sandviç panelin doğal frekanslarına karşılık gelen cevap dikmeleri vardır. CPT için dikmeler, sağa doğru yer değiştirmektedir.

Modül oranlarının etkisi,  $E_1/E_2$ , Şekil 4.8 ile gösterilmiştir. FSDT, CPT’ye göre tüm  $E_1/E_2$  değerleri için daha düşük RMS değerleri vermekte ve farklılıklar artan  $E_1/E_2$  oranı ile artmaktadır. Rastgele nokta yüküne cevap Şekil 4.9 ile verilmiştir. Dağıtılmış Rastgele basınç durumun da olduğu gibi, iki teori (FSDT and CPT) arasındaki fark, yüksek seviyeli giriş spektral yoğunluğu için daha büyüktür.

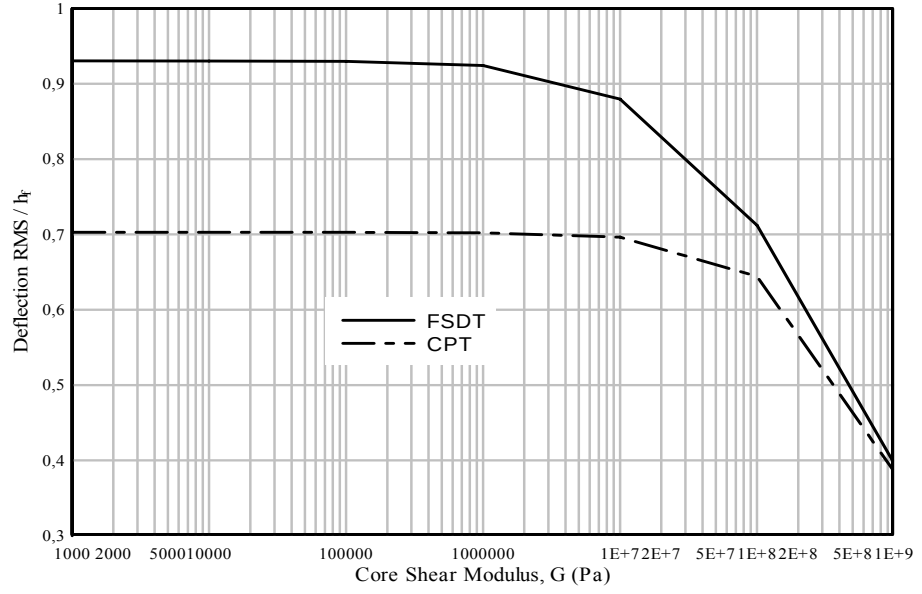
Özet olarak, Rastgele uyarım altındaki kompozit sandviç paneller için de doğru sonuç elde edebilmek için modifiye edilmiş bir teoriye ihtiyaç vardır.

**Tablo 4.3:** Kare sandviç paneller için  $a = 0.6 m$ . ( $h_c/h = 0.9$ ) doğal frekanslar  $\omega_{mn1} (rad/s)$

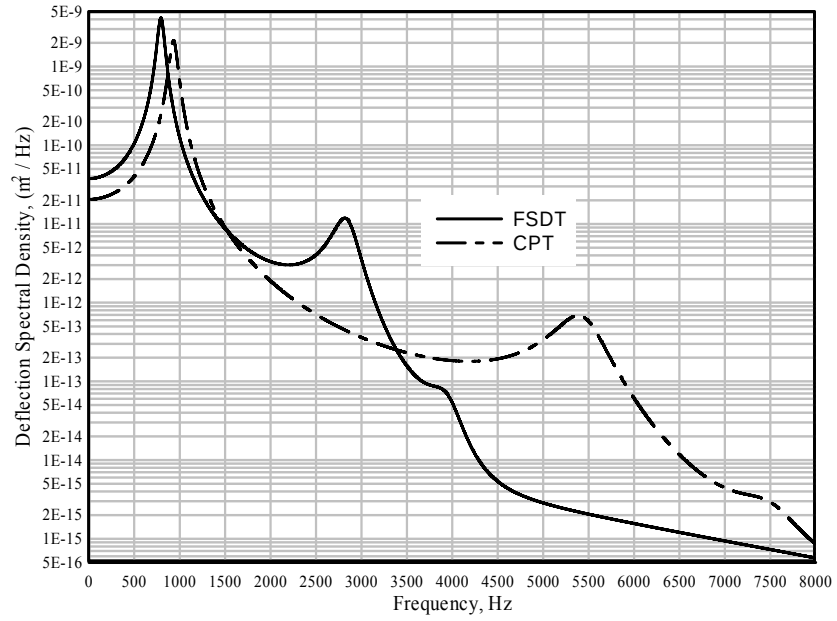
| a/h | Theory | 1,1   | 1,2   | 1,3   | 2,1   | 2,2   | 2,3   | 3,1   | 3,2   | 3,3   |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5   | FSDT   | 8285  | 14134 | 20529 | 14133 | 18194 | 23513 | 20529 | 23513 | 27835 |
|     | CPT    | 15762 | 38803 | 70655 | 38757 | 48711 | 72555 | 70560 | 72491 | 84763 |
| 10  | FSDT   | 6428  | 12556 | 19324 | 12554 | 16571 | 22150 | 19321 | 22149 | 26586 |
|     | CPT    | 8644  | 23451 | 47387 | 23423 | 31525 | 50816 | 47323 | 50771 | 62661 |
| 15  | FSDT   | 5002  | 10917 | 17881 | 10913 | 14658 | 20400 | 17876 | 20398 | 24857 |
|     | CPT    | 5874  | 16348 | 34226 | 16328 | 22469 | 37370 | 34179 | 37337 | 47288 |
| 20  | FSDT   | 4019  | 9465  | 16380 | 9460  | 12856 | 18586 | 16372 | 18582 | 22945 |
|     | CPT    | 4436  | 12466 | 26487 | 12451 | 17289 | 29155 | 26451 | 29129 | 37353 |
| 100 | FSDT   | 889   | 2506  | 5331  | 2504  | 3513  | 5947  | 5324  | 5943  | 7728  |
|     | CPT    | 895   | 2546  | 5522  | 2543  | 3576  | 6151  | 5515  | 6145  | 8031  |



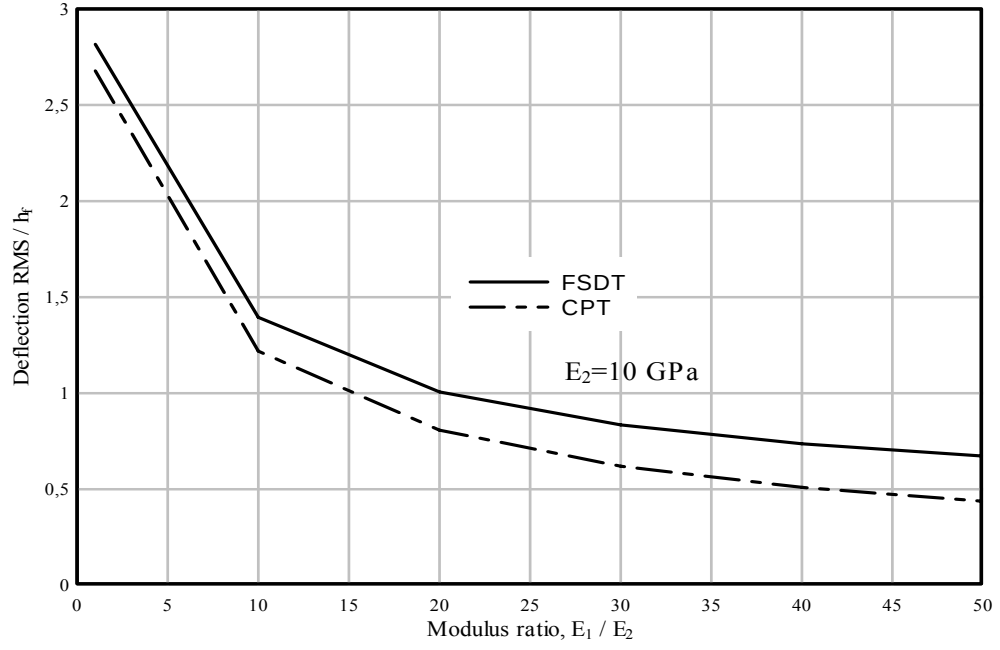
**Şekil 4.5:** İki Farklı Plaka teorisi için RMS çökmeleri – uzunluk/kalınlık oranı



**Şekil 4.6:** Farklı Kayma Modülleri için çökme RMS değerleri  
 $(a = 0.6 m, a/h = 15, (h_c/h = 0.9))$

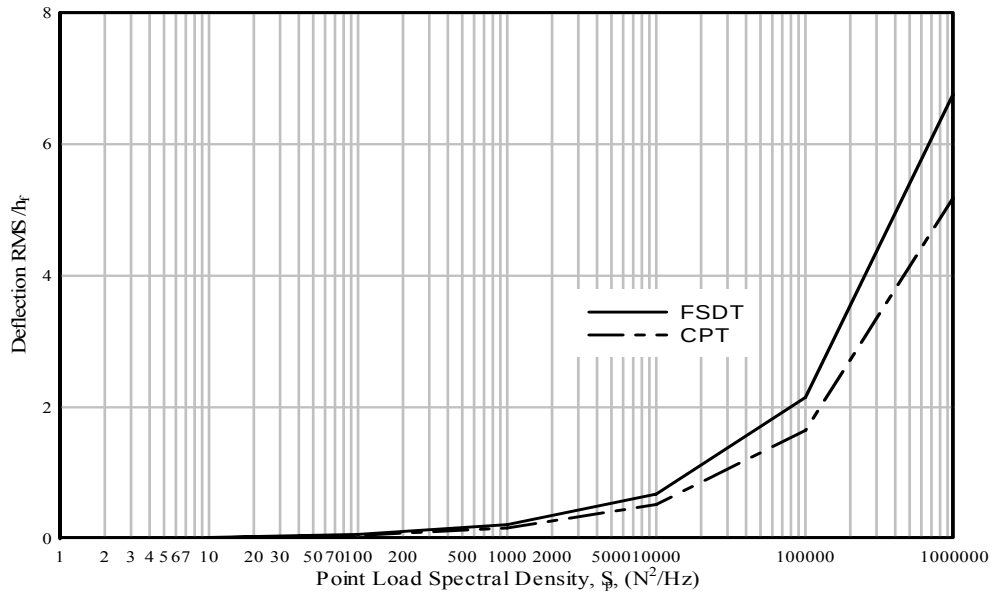


**Şekil 4.7:** Çökme Cevabı Spektral Yoğunluğu



**Şekil 4.8:** Farklı  $E_1/E_2$  oranları için çökme RMS değerleri

$$(a = 0.6 \text{ m}, a/h = 15, (h_c/h = 0.9))$$



**Şekil 4.9:** Rastgele Noktasal Yüke Cevap



## 5. SONUÇ

Uçak ve uzay endüstrisinde yüksek mukavemet ve göreceli hafifliği nedeni ile kompozit ve sandviç yapılar geniş kullanım alanı bulmaktadır. Kompozit ve sandviç yapıların kayma zorlanması nedeni ile deformasyonu metal türü plaklara göre daha fazla olduğu bilinmektedir. Bu tür yapılar, yoğun dış zorlamalara maruz kalmaktadır ve bu tür zorlamaların bir çoğu da rastgele karakterdedir. Bu çalışmada, kalınlık boyunca kayma deformasyonunu gözönüne alan teorilerden birisi, Birinci Derece Kayma Deformasyonu Teorisi (FSDT) ile kayma deformasyonunu gözönüne almayan Klasik Plaka Teorisi (CPT) kullanılarak rastgele yükler altında sandviç plakaların cevapları parametrik olarak incelenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Sonuç 1: Sandviç Plakaların doğal frekansları her iki teori için farklı bulunmuştur. Kullanılan her iki modelde FSDT Teorisine göre hesaplanan doğal frekanslar, CPT Teorisine göre hesaplanan doğal frekanslardan daha küçük olarak bulunmuştur.

Sonuç 2: Rastgele yükler altında her iki teoriye göre de çeşitli kalınlıktaki sandviç plakaların çökme değerleri karşılaştırılmıştır. Özellikle kalın sandviç plakalar için çökme değerleri FSDT için daha büyük bulunmuştur. Plaka inceldikçe farkın azaldığı gözlenmiştir.

Sonuç 3: Dolgu malzemesinin ana görevi kayma gerilmesini taşımaktır. Dolgu malzemesinin kayma rijitliği ( kayma modülünün büyümesi) arttıkça her iki teoriye göre bulunan çökme miktarları arasındaki fark azalmaktadır. Bu bize daha hassas bir analizde kayma rijitliği az olan kalın plakalar için yüksek mertebeli teoriler (First Order, Third Order vs.) kullanmamız gerektiğini göstermektedir.

Sonuç 4: Her iki teoriye göre (FSDT ve CPT) çökmenin frekans esaslı cevabı spektral yoğunluk olarak bulunmuştur. Cevap dikmeleri doğal frekanslar civarında bulunmuştur. FSDT için cevap dikmesi CPT için bulunandan daha öncedir.

Sonuç 5: Her iki teoriye göre sıcaklığın çökmeye etkisi incelenmiş ve sıcaklık arttıkça cevapların birbirine yaklaştığı görülmüştür. Bu durum plaka sıcaklığı arttıkça plakanın daha katı (stiff) özellik göstermesinden kaynaklanabilir.

Sonuç 6: Yayılı yüklere benzer olarak rastgele noktasal yükler için eğer yük miktarı çok az değil ise FSDT, CPT ye göre daha büyük çökme değerleri vermektedir.

Sonuç 7: Kompozit sandviç plaka için yüzey malzemesi elastisite modülü oranlarına ( $E_1/E_2$ ) göre çökme RMS değerleri bulunmuştur. Her iki teori arasındaki fark küçük elastisite modül oranları için daha az, büyük oranlar için daha fazladır. Bu bize kompozit yapının fiber malzemesinin cevaba etkisi olabileceğini göstermektedir.

Bu çalışmada çıkan sonuçlar bize kalın sandviç yapılar için Klasik Plaka Teorisi yerine daha hassas sonuçlar veren yüksek mertebeli teoriler kullanmamız gerektiğini göstermektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Vinson J.R.**, 1999. “The behavior of sandwich structures of isotropic and composite materials”, Technomic Publishing Co., Inc.
- [2] **Niu M.C-Y.**, 2005. “Composite Airframe Structures practical design information and data”, Hong Kong Conmilit Press Ltd.
- [3] **Wang C.M., Reddy, J.N. and Lee, K.H.**, 2000. “Shear Deformable Beam and Plates-Relationships with Classical Solutions-”, C.M. Wang, J.N. Reddy and K.H. Lee, Elsevier, pp. 312.
- [4] **Mindlin R.D.**, 1951. “Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates”, Journal of Applied Mechanics, vol.20, pp. 31-38.
- [5] **Reissner E.**, 1944. “On the theory of bending of elastic plates”, Journal of Mathematical Physics, vol.23, pp. 184-191.
- [6] **Reissner E.**, 1945. “The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates”, Journal of Applied Mechanics, vol.12, pp. 69-76.
- [7] **Yu S.D. and Cleghorn W.L.**, 2005. “Free flexural vibration analysis of symmetric honeycomb panels”, Journal of Sound and Vibration, vol. 284, pp.189-204.
- [8] **Nayak A.K., Moy S.S.J. and Sheno R.A.**, 2002 “Free vibration of composite sandwich plates based on Reddy’s higher order theory”, Composites: Part B, vol.33, pp. 505-519.
- [9] **Rao M.K. and Desai Y.M.**, 2004. “Analytical solutions for vibrations of laminated and sandwich plates using mixed theory”, Composite Structures, Vol. 63(3), pp.361-373.
- [10] **Lok T.S. and Cheng Q.H.**, 2001. “Free and forced vibration of simply supported, orthotropic sandwich panel”, Computers & Structures, vol. 79(3), pp.301-312.
- [11] **Lok T. S. and Cheng Q. H.**, 2001 “Bending and forced vibration response of a clamped orthotropic thick plate and sandwich panel”, Journal of Sound and Vibration, vol.245(1,2), pp.63-78.
- [12] **Shen H.S., Yang J. and Zhang L.**, 2000. “Dynamic response of Reissner–Mindlin plates under thermomechanical loading and resting on elastic foundations”, Journal of Sound and Vibration, vol.232(2), pp.309-329.

- [13] **Cederbaum G., Aboudi I. J. and Librescu L., 1992.**” Random Vibration and Reliability of Composite Structures”, Technomic Pub. Co. Inc.
- [14] **Lin Y.K., 1976.** “Probabilistic theory and structural dynamics”, Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington, New York.
- [15] **Boeing Structural Repair Manuel, 2007.**

## **ÖZGEÇMİŞ**

1981 yılında İzmir’de dünyaya geldi. İlköğretimi Kırşehir Cacabey İlköğretim okulu, Ortaokulu Kırşehir HFE Anadolu lisesinde birincilikle bitirdikten sonra, 1996 Yılında Türkiye 70. olarak Ankara Fen Lisesine girdi. 1999 yılında İ.T.Ü. Uçak mühendisliği bölümünü kazandı ve 2004 yılında bu bölümden mezun oldu. Aynı yıl Uçak mühendisliği Yüksek Lisans Programına başladı. 2004 Yılından beri Türk Hava Yolları Teknik A.Ş de Uçak Mühendisi olarak çalışmaktadır.