

39271.

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİKRODALGA DİFRAKSİYON TOMOGRAFİSİ İÇİN

YENİ BİR PARALEL İŞLEME ALGORİTMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MÜH. Mesut KARTAL

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 16 Haziran 1993

Tezin Savunulduğu Tarih : 5 Temmuz 1993

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Bingül YAZGAN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Cem GÖKNAR

Prof. Dr. Okan ERSOY

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
TEMMUZ 1993 DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması sırasında özverili ve etkin yardımlarıyla bana her zaman destek olan hocam sayın Prof. Dr. Bingöl YAZGAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen arkadaşım Yük. Müh. Selçuk PAKER'e de ayrıca teşekkür ederim.

Haziran 1993

Mesut KARTAL

İÇİNDEKİLER

ÖZET	V
SUMMARY	VI
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve Kapsamı	3
1.3. Tanımlar ve Elektromagnetik Saçılma Probleminin Analitik İfadesi	4
BÖLÜM 2. GÖRÜNTÜ OLUŞTURMA ALGORİTMASININ MATRİSEL FORMDA İFADESİ	9
2.1. Giriş	9
2.2. Elektromagnetik Saçılma Probleminin Ayrık Halde İfadesi	9
2.3. Problemin Matrisel İfadesi ve Deterministik Çözüm	12
2.4. Problemin Çözümü İçin Uygulanan Adaptif Algoritmalar	16
2.4.1. Adaptif Bir Algoritmanın Denklem Sisteminin Çözümü İçin Kullanılması	16
2.4.2. Deterministik Çözümde Adaptif Algoritmaların Kullanımı	20
2.5. Deterministik Çözümün Paralel İşleme İçin Uygunluğu	21
BÖLÜM 3. PARALEL İŞLEME YÖNTEMİ VE UYGULAMASI	23
3.1. Giriş	23
3.2. Paralel İşleme Sisteminin Yapısı	24
3.3. Tanımlanan Sistemin Karesel Hatanın Azaltılmasına Uyumluluğu	29
3.4. Paralel İşleme Yönteminin Görüntüleme Algoritmasına Uygulanması	31
BÖLÜM 4. PARALEL İŞLEME ALGORİTMASI İLE ELDE EDİLEN GÖRÜNTÜ ÖRNEKLERİ	33
4.1. Giriş	33
4.2. Görüntüleme Sisteminin Yapısı ve Seçilen Uygulama Örnekleri	34

4.3.1. Birinci Örnek için Görüntüler	36
4.3.2. İkinci Örnek için Görüntüler	45
4.3.3. Üçüncü Örnek için Görüntüler	66
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	73
KAYNAKLAR	76
EK A. W_{ρ} KATSAYILARININ SKALER $J(W)$ FONKSİYONUNDAN BULUNMASI	78
ÖZGEÇMİŞ	80



ÖZET

Fiziksel özellikleri ve şekli bilinmeyen bir cismin, çeşitli uzaktan ölçme tekniklerinden yararlanılarak, bilinmeyen parametrelerinin hesaplanmaya çalışılması veya bir tahmininin elde edilmesi, yaygın bir araştırma ve inceleme alanı oluşturmaktadır. Doğrudan ölçme yöntemlerinin kullanılmadığı durumlar için, cismin bilinmeyen özelliklerinin belirlenmesinde, elektromagnetik veya akustik dalgalar kullanılarak tanımlanan ters saçılma yöntemleri günümüzde sıkça karşımıza çıkmaktadır. Mikrodalga difraksiyon tomografisinde, problemin çözümü için uygulanan yöntemlerden birisi olan Fourier difraksiyon teoremi, bazı yaklaşımlar altında zayıf saçıcı cisimler için yeterli sonuçlar vermesine karşılık, kuvvetli saçıcı cisimler için başarısız kalmaktadır. Bu durumda farklı ters saçılma algoritmaları ile çözümün elde edilmesi gerekir. Bu çalışmada, uzay domeninde moment yöntemi kullanan algoritmalara paralel işleme tekniği uygulanarak, görüntü oluşturmak amacı ile yeni bir algoritma geliştirilmiştir.

Tezin birinci bölümünde dielektrik silindirik bir cisimden saçılan alanların analitik ifadesi verilmiştir. İkinci bölümde moment yöntemi ile bir ters saçılma algoritması verilmiş ve bu algoritmada deterministik ve iteratif çözümlerin kullanılması incelenmiştir. Üçüncü bölümde, önerilen paralel işleme yöntemi tanıtılmış ve deterministik çözümü kullanan ters saçılma algoritması bu yöntemle uygulanarak yeni bir çözüm yolu ortaya konmuştur. Dördüncü bölümde, verilen yeni algoritmanın mikrodalga difraksiyon tomografisine uygulanması, çeşitli örnekler üzerinde incelenmiştir.

Paralel işleme yönteminin kullanılması, ters saçılma algoritmasına oldukça önemli bir etkinlik ve hız kazandırmıştır. Bu yöntemin kullanılması ile bilinmeyen sayısının fazla olduğu durumlarda ortaya çıkan işlem karmaşası basitleştirilmiş ve hatalar azaltılmıştır. Böylece yüksek çözünürlüklü görüntülerin elde edilmesi sağlanmıştır.

SUMMARY

A NEW PARALLEL PROCESSING ALGORITHM FOR MICROWAVE DIFFRACTION TOMOGRAPHY

The penetration ability of microwaves into various materials gives active microwave imaging a large potential for applications in many disciplines such as medicine, geophysics, and non-destructive testing. This fairly recent imaging technique is aimed at obtaining some information about the inside of an object exposed to incident microwave radiation from external scattered field measurement. During the last decade much attention has been paid to the development of reconstruction algorithms based on diffraction tomography. Tomography refers to cross-sectional imaging of an object from either transmission or reflection data. In the past, several algorithms based on the Fourier diffraction projection theorem were developed for electromagnetic diffraction tomography [1]. Such algorithms are useful only if the object inhomogeneities are very small. In such a case two types of approximations, called the Born and the Rytov, are valid. However, they usually fail when applied to strong scatterers.

In recent years, other techniques have been developed to image the strong scatterers in a simple way [9], [11]. In this thesis, an algorithm based on the inversion of the integral electromagnetic scattering equation is presented. The moment method is utilized to generate a matrix equation relating the scattered field values at discrete points located in the vicinity of the object. Hence, the unknown discrete permittivity distribution can then be determined by one matrix inversion and simple matrix operations such as additions and multiplications. The matrix solution can be carried out by either a direct (exact) matrix-inversion method or an indirect (iterative) method. Solution of the problem using the direct inversion of the matrix described in moment method fails when the number of unknowns increases. Instead of finding a solution by directly inverting the matrix, an adaptive prediction method can be given to find an estimate of the inverse matrix.

The basic aim of this thesis is to produce a fast, simple method for solving the microwave imaging problem. For this reason, we present a new algorithm based on parallel processing techniques. The matrix described by the reconstruction algorithm is partitioned into submatrices and, the matrix-inversion method is applied to each submatrix independently. The new parallel processing architecture involves a number of stages. Each stage is designed in terms of its input vector and the desired output vectors. At the output of each stage, there is an error detection scheme. Each stage is essentially

independent of the other stages in the sense that each stage does not receive its input directly from the previous stage. The new algorithm has many desirable properties such as decreasing system complexity, determining the number of stages needed in each application, avoiding local minima, reducing the computing time, and truly parallel architectures in which all stages are operating simultaneously without waiting for data from each other during testing.

Let us assume that the object is illuminated either from one or more directions with diffracting energy such as microwaves, and scattered fields are measured by receiver arrays as shown in Fig. 1. To estimate a cross-sectional image of an object, it is necessary to find a linear solution to the wave equation and then to invert this relation between the object function and the scattered field. Diffraction tomography algorithms are derived from the following general equation for the wave propagation in an inhomogeneous medium [4]:

$$[\nabla^2 + k_o^2]U(\vec{r}) = -k_o^2 O(\vec{r})U(\vec{r}) \quad (1)$$

where $U(\vec{r})$ represents the scalar field and $O(\vec{r})$ the object function; which depends on the object inhomogeneities. The constant k_o is the complex wavenumber, ∇^2 is the two-dimensional Laplace operator and $\vec{r}$ denotes the two-dimensional position vector. It is assumed that the incident field U_i has only a z component and it is not a function of z , where the z axis is taken to be parallel with the axis of the object. A simple choice for the object function O , is given by

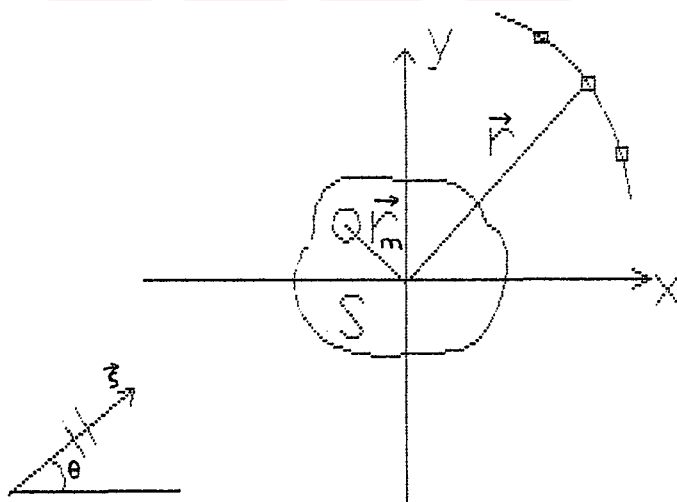


Figure 1. Geometry of the scattering system.

$$O(\vec{r}) = \epsilon_r(\vec{r}) - 1 \quad (2)$$

where, $\epsilon_r(\vec{r})$ is the relative dielectric constant at r . The object is assumed to have the same permeability as free-space ($\mu = \mu_0$). The total field at any position can be modeled as a superposition of the incident field, $U_i(\vec{r})$, and the scattered field, $U_s(\vec{r})$, as given by

$$U(\vec{r}) = U_i(\vec{r}) + U_s(\vec{r}) \quad (3)$$

where the scattered field $U_s(\vec{r})$ is given by the integral [5],

$$U_s(\vec{r}) = k_0^2 \int_S O(\vec{r}') U(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d^2 r' \quad (4)$$

in which S is the scatterer cross section, $G(\vec{r}, \vec{r}')$ is the Green function. The Green function can be expressed as

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\left(\frac{j}{4}\right) H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (5)$$

where $H_0^{(2)}$ is the Hankel function of the second kind of order zero for a $\exp(j\omega t)$ time dependence. Substituting Eq. (2) and Eq. (5) in Eq. (4), we get the following equation for the scattered fields:

$$U_s(\vec{r}) = -\left(\frac{j}{4}\right) k_0^2 \int_S (\epsilon_r(\vec{r}') - 1) U(\vec{r}') H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) d^2 r' \quad (6)$$

The object is divided into L cells which are small enough so that the dielectric constant and the wavefield intensity are nearly uniform in each cell. The surface integrals in Eq. (6) can be evaluated by numerical integration formulas. But the calculations are quite lengthy. A simple solution is available for the integral of the zero-order Hankel function over a circular region. The scattered field at any point outside the object can then be written

$$U_s(\vec{r}) = \sum_{i=1}^L w_i x_i(\vec{r}) \quad (7)$$

where

$$w_i = -\frac{j\pi k_0 a}{2} J_1(k_0 a) (\epsilon_i - 1) U_i \quad (8a)$$

$$x_i(\vec{r}) = H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|) \quad (8b)$$

where 'a' is the radius of the circular cell which taken to be a constant value for each cell, J_1 is the Bessel function of the first order, and $\vec{r}_l$ is the position vector of cell l. ϵ_l and U_l represent the complex relative dielectric constant and wavefield intensity at the center of cell l [6]. Relation (7) can be expressed in the matrix form:

$$XW = U \quad (9)$$

where

$$X_{(m,n)} = x_n(\vec{r}_m)$$

$$W_n = w_n$$

$$U_n = U_m^s$$

where X is the $P \times M$ Green matrix, W is the $M \times 1$ column vector whose components are proportional to the value of the object function in the cells and, U is a $P \times 1$ column vector whose components are the scattered field values at points located outside the scatterer. The unknown column vector W is then

$$W = X^{-1} U \quad (10)$$

where X^{-1} is the inverse matrix of X. We see that X^{-1} exists if and only if $|X| \neq 0$. While obviously a small $|X|$ can cause instability of the solution. To overcome ill-conditioning, the solution to Eq.(9) can be achieved via a pseudoinverse transformation, thus obtaining

$$W = X^+ U \quad (11a)$$

$$X^+ = [X^H X]^{-1} X^H \quad (11b)$$

X^+ stands for the pseudoinverse matrix of X and X^H is the conjugate transpose of X. The pseudoinverse transformation generates a unique solution for Eq. (9) [11]. Equation (11a) defines the least-squares solution for the vector W. In many cases the number of equations is too large for the direct matrix inversion or pseudo-inversion techniques and solution to Eq.(9) is impractical. In these cases iterative methods are generally more suitable. Basically, an iterative method treats one equation at a time. The difference between $U_s(\vec{r}_n)$ and its estimated value at any location $\vec{r}_n$ is called "estimation error",

$$e(\vec{r}_m) = U_s(\vec{r}_m) - W^H X(\vec{r}_m) \quad (12)$$

The minimum mean-square error criterion is used to optimize the coefficients. The coefficients are chosen so as to minimize an index of performance, $J(W)$, defined as the mean-square value of the estimation error:

$$J(W) = E[e(\vec{r}_m)e^*(\vec{r}_m)] \quad (13)$$

where the asterisk denotes complex conjugation and E denotes the expectation operator. Substituting Eq. (12) into (13) and minimizing $J(W)$, one can obtain the best or optimum coefficient in the minimum mean-square sense. The method of steepest descent uses gradients of the $J(W)$ in seeking its minimum. The gradient at any point $\vec{r}$ may be obtained by differentiating the $J(W)$ with respect to the vector W . The gradient vector is

$$\nabla J = -2p + 2RW \quad (14)$$

Setting the gradient to zero, the optimal coefficients W_{op} can then be obtained as,

$$W_{op} = R^{-1} p \quad (15)$$

where R is the expectation matrix between $X(\vec{r}_n)$ and $X^H(\vec{r}_n)$, and p is the expectation vector between $X(\vec{r}_n)$ and $U_s^*(\vec{r}_n)$. However, exact measurement of the gradient vector are not possible, and it must be estimated from the available data. The simplest choice of estimators for R and p can be defined as

$$\hat{R} = X(\vec{r}_m)X^H(\vec{r}_m) \quad (16a)$$

$$\hat{p} = X(\vec{r}_m)U_s^*(\vec{r}_m) \quad (16b)$$

Substituting the estimate of R and p into (14) and using the steepest-descent algorithm, we may write the result in the form of a pair of relations as follows:

$$e(\vec{r}_m) = U_s(\vec{r}_m) - W_m^H X(\vec{r}_m) \quad (17a)$$

$$W_{m+1} = W_m + \mu X(\vec{r}_m)e^*(\vec{r}_m) \quad (17b)$$

where μ is the positive real-valued constant. This algorithm is known as the least-mean-square (LMS) algorithm [10]. The convergence speed of the LMS algorithm depends on the choice of the step size μ . The step size must lie in the following range to insure stability,

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{total input power}}$$

where the total input power refers to the sum of the mean-square values of the system inputs $U(\tilde{r}_n)$.

We can use this algorithm to calculate the inverse matrix of X . Major advantage of the direct matrix-solution method is that it can generally be cast into a process of matrix inversion. After the inverse matrix X^{-1} is computed, solution for W for other right-hand column matrix U can be obtained easily from Eq. (10). So, one needs to invert the matrix only once, and then compute the responses of other different objects using the stored inverse matrix. Direct matrix-solution method is also suitable for the parallel processing technique. The matrix X is partitioned into submatrices using horizontal partitions and inverse matrices can be computed at each stage independently. We can calculate the each column of inverse matrix using LMS algorithm. Let ' A ' denotes the inverse matrix of X .

$$AX = I \quad (18a)$$

$$X^H A^H = I \quad (18b)$$

where I is the $P \times P$ unit matrix. We can write the following equation using each column of matrix A^H :

$$X^H A_m^H = I_m \quad (19)$$

where A_m^H is the m th column of matrix A^H and I_m is the m th column of unit matrix. We can find the unknown A_m^H column vector from Eq. (19) using LMS algorithm. This method is applied to all columns of the matrix A^H . Thus, the inverse matrix of X is obtained. This algorithm is also sufficient if a large number of unknowns exist.

In this thesis, a new algorithm based on the parallel processing technique is aimed to solve the microwave diffraction imaging problems. The proposed new parallel processing architecture is shown in Fig. 2.

In Fig.2., $MI(i)$ represents the i th matrix inversion block and $S(i)$ represents the i th stage which determines the unknown coefficients. $X(n)$, $Y(n)$, and $Z(n)$ are the input vector sequences, and $d(n)$ is the desired output sequence. After the determination of the first part of unknown coefficients by $S1$, the error signal will be

$$e_1(n) = d(n) - o_1(n) \quad (20a)$$

We use $e_1(n)$ as the desired output of S2, and $Y(n)$ as the input signal for the second stage [14]. The error signal for the second stage is

$$e_2(n) = e_1(n) - o_2(n) \quad (20b)$$

We use $e_2(n)$ as the desired output of S3. This process of stage addition is continued until the final error would be negligible with white noise properties. S1 generates the output $o_1(n)$ corresponding to the input vector $X(n)$. The output signal $o_1(i)$ is given by

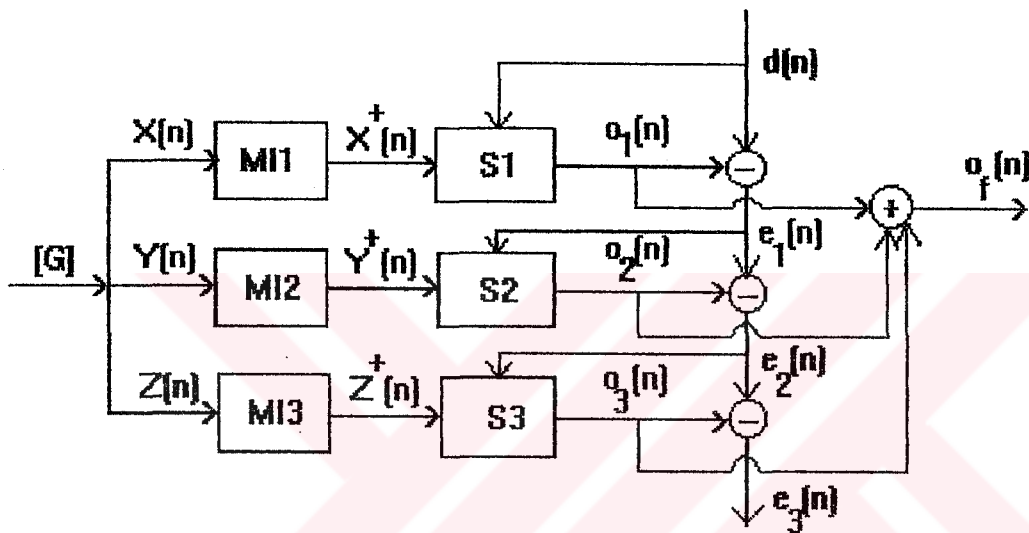


Figure 2. Flow graph of the three-stage parallel processing system

$$o_1(i) = \sum_{j=1}^p a_j x(i-j) \quad (21)$$

where $a_1, a_2, \dots, a_p$ are the coefficients to be learned. The final error signal $e_f(n)$ is

$$e_f(n) = d(n) - o_f(n) \quad (22)$$

where $o_f(n)$ is the sum of the output signals at each stage. We prove $\|e_1\|^2 \geq \|e_2\|^2 \geq \|e_3\|^2$ in Section 3. $\|e_i\|^2$ represents the squared error of the i th stage.

Consider a two-stage parallel processing network, and then generalize the properties to n stages. We define

$$X = [x_1^t \ x_2^t \ \dots x_m^t]^t$$

$$Y = [y_1^t \ y_2^t \ \dots y_m^t]^t$$

$$D = [d_1 \ d_2 \ \dots d_m]^t$$

$$W_1 = [a_1 \ a_2 \ \dots a_p]^t$$

$$W_2 = [b_1 \ b_2 \ \dots b_p]^t$$

X and Y are $m \times p$ matrices. Each row of X or Y represents an input vector to S1 or S2 respectively. D is the desired output vector of length m. W_1 and W_2 are the unknown coefficient vectors of S1 and S2 respectively. They are of length p. We can write the following equations for the first stage.

$$XW_1 = D \quad (23a)$$

$$\overline{W}_1 = X^+ D \quad (23b)$$

$$o_1 = X\overline{W}_1 \quad (23c)$$

$$e_1 = D - o_1 \quad (23d)$$

where $\overline{W}_1$ is the least-squares solution of (23a), x^+ is the inverse matrix of X, o_1 is the output signal of S1 and e_1 is the error vector of S1. For stage 2, the input vector matrix is Y, and the desired output vector is e_1 . A similar derivation yields

$$YW_2 = e_1 \quad (24a)$$

$$\overline{W}_2 = Y^+ e_1 \quad (24b)$$

$$o_2 = Y\overline{W}_2 \quad (24c)$$

$$e_2 = e_1 - o_2 \quad (24d)$$

where Y^+ is the inverse matrix of Y and o_2 is the output signal of S2. This process can be continued to any number of stages.

We can improve the results discussed above further by forward-backward training of stages. We use $\tilde{D} = o_1 + e_2$ as our new desired signal to obtain $\tilde{W}_1$ and $\tilde{W}_2$ once more. The new equations for the first stage can be given as

$$\tilde{W}_1 = X^* \tilde{D} \quad (25a)$$

$$\tilde{o}_1 = X \tilde{W}_1 \quad (25b)$$

$$\tilde{e}_1 = \tilde{D} - \tilde{o}_1 \quad (25c)$$

and for the second stage

$$\tilde{W}_2 = Y^* (\tilde{e}_1 + o_2) \quad (26a)$$

$$\tilde{o}_2 = Y \tilde{W}_2 \quad (26b)$$

$$\tilde{e}_2 = (\tilde{e}_1 + o_2) - \tilde{o}_2 \quad (26c)$$

where $\tilde{W}_1$ and $\tilde{W}_2$ are the new coefficients, $\tilde{o}_1$ and $\tilde{o}_2$ are the new output signals and $\tilde{e}_1$ and $\tilde{e}_2$ are the new error signals at the output of each stage. We also prove that $\|\tilde{e}_2\|^2 \leq \|\tilde{e}_1\|^2 \leq \|e_2\|^2$ in section 3. We can make further error reduction by forward-backward training in which the desired output of each stage is modified as the previous output plus the remaining error from the previously processed stage. The procedure described above can be generalized for any number of stages.

This procedure can be applied to Eq. (9). We can get the measured scattered field vector as a desired output vector. $X, Y, Z, \dots$ corresponds to submatrices of the Green matrix and W_i corresponds to subvectors of the unknown object function. Each part of the vector W which includes the object function can be calculated at each step of the parallel processing procedure. It is possible to reduce the squared error by applying the forward-backward technique. The matrix inversion procedure for each submatrix can be carried out independently at the same time. This method gives us a fast and efficient way to solve the imaging problem.

Some experimental results obtained by the new algorithm are presented in section 4. In the experiments, we used different type of objects with arbitrary cross sections. The objects are reconstructed either from noisily or noiseless scattered fields. The results are computed for the various number of measurement points. The reconstructed objects were obtained from two-stage and four-stage parallel processing systems.

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Konu ve Önemi

Fiziksel özellikleri ve şekli bilinmeyen bir cismin, çeşitli ölçme tekniklerinden yararlanılarak, bilinmeyen parametrelerinin hesaplanmaya çalışılması veya bir tahmininin elde edilmesi günümüzde oldukça yaygın bir araştırma ve inceleme alanı oluşturmaktadır. Özellikle araştırılan bölgeye ulaşmanın imkansız veya doğrudan ölçme yöntemlerinin pahalı olduğu durumlarda, dolaylı yollardan bilinmeyen parametrelerin elde edilmesi üzerinde çok yoğun çalışılan bir konudur. Elektromagnetik veya akustik dalgalar kullanılarak tanımlanan ters saçılma yöntemleri, doğrudan ölçme yöntemlerinin kullanılmadığı durumlar için, cismin bilinmeyen özelliklerinin belirlenmesinde giderek artan bir uygulama alanı bulmuştur. Bu tür yöntemlerin kullanıldığı uygulama alanlarından başlıcaları tıp, tahribatsız deneyler ve geofizik araştırmalardır.

Cisimden saçılan alanın uzakta istenilen noktalarda ölçülmesi ile cismin bilinmeyen geometrisi ve malzeme parametrelerinin uzaydaki dağılımının bulunması ters saçılma probleminin konusudur. Yeri ve özellikleri bilinen bir cisimden saçılan alanın hesaplanması ise düz saçılma problemini oluşturur. Araştırılacak cisme, ölçülmek istenen saçılan alanları oluşturabilecek özelliklere sahip bir dalga gönderilmelidir. Cisme gönderilen bu dalga kullanım alanına göre elektromagnetik, akustik veya elastik dalgalar olabilir. Kullanılan dalga türüne göre sistemi modelleyen ifadeler farklılıklar gösterebilir.

Görüntülenmek istenen bölgedeki cisme ait homogensizlikler, kullanılacak yöntemin belirlenmesinde rol oynar. Eğer bu homogensizlikler cismi aydınlatan kaynağın ürettiği dalganın dalgaboyu mertebesinde veya daha küçük ise geometrik optik artık kullanılamaz ve bu durumda difraksiyon tomografisi adı verilen bir yöntem çözüm için seçilebilir. Difraksiyon tomografisi, bir cismin bir dalga kaynağı ile aydınlatılması durumunda cisimden saçılan alanların veri olarak toplanmasına ve bu veriler yardımıyla cismin gönderilen dalganın yayılma doğrultusunu içinde bulunduran düzlemdeki kesit görüntüsünün elde edilmesine olanak verir. Bu yöntemde çözüm dalga denkleminin hareketle belirlenir.

Difraksiyon tomografisi, kullanılan dalganın iyonize edici olmaması nedeniyle tıpta zararlı olmayan bir yöntem olarak kullanılabilir. Bu yönden X-ışınlı tomografiye göre tercih edilebilen bir yöntemdir. Ayrıca dalga denkleminin elde edilen çözümün çeşitli ayırık sistemlere uyarlanması ile dış ortama göre özellik farkının büyük olduğu kuvvetli saçıcı cisimler için bu yöntem yine geçerliliğini korumaktadır. İleri veya geri yöndeki saçılan alanların kullanılması, ölçüm noktalarının dairesel veya bir doğru üzerinde olmasına bağlı olarak yöntem çeşitli şekillerde uygulanabilir. Difraksiyon tomografisi yönteminde en yaygın kullanan algoritmalar, Fourier difraksiyon izdüşüm algoritması, filtreli ters propagasyon algoritması ve Radon dönüşümünü kullanan filtrelenmiş geri aktarma (back-projection) algoritmasıdır [1], [2], [3].

Difraksiyon tomografisinde dalga denkleminin çözümü araştırılırken bazı yaklaşıklıklar yapılması gerekir. Bu yaklaşıklıklar altında cismin fiziksel özelliklerini ve konumunu karakterize eden cisim fonksiyonu, cisimden saçılan alanları içeren bir ifadeye denk düşürülür. Bu ifade ile çeşitli işaret işleme teknikleri kullanılarak cisim fonksiyonunu belirleyen görüntü bilgisayarda oluşturulabilir.

Görüntüleme algoritmasının ayırık bir sistem ile ifade edilmesi, günümüzde oldukça yaygın olarak kullanılan paralel işleme

tekniklerinin uygulanmasına olanak sağlar. Bu tekniğin kullanılması ile işlemler birçok alt bölüme ayrılarak yürütülmekte ve çözüme ulaşma süresini azaltmak mümkün olmaktadır. Bu nedenle algoritmanın ayrık hale getirilerek yürütülmesi, bu tür tekniklerin kullanılması açısından önem kazanmakta ve pratik gerçekleştirme olanaklarını da beraberinde getirmektedir.

1.2. Tezin Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, geometrik şekli ve fiziksel özellikleri bilinmeyen ve genelde homogen olmayan bir cisme gönderilen düzlemsel elektromagnetik dalga yardımı ile cisim uzayında oluşturulan saçılan alanların bir ölçme düzeni ile örneklenerek alınması ve bu veriler kullanılarak cisim içine alan sınırlı bir bölgeyi karakterize eden fiziksel parametre dağılımının görüntülenmesi hedeflenmiştir. Problemi ayrık hale getirmeden cisim fonksiyonunun ölçülen saçılan alanlar cinsinden ifade edilmesi istenirse bu durumda Born ya da Rytov adı verilen bazı yaklaşıklıkların yapılması gerekir ki bunun geçerli olması için görüntülenecek cismin boyut ve kırılma indisi gibi özelliklerine sınırlamalar getirilmesi zorunlu olur [1]. Bu nedenle bu çalışmada dalga denkleminin çözümü aranırken ayrık hale getirilmiş ifadeler kullanılmış ve bu tür sınırlamalar ortadan kaldırılmıştır.

Problemi basitleştirmek için bazı varsayımlar yapılacaktır. Bu varsayımların ortaya konmasıyla problem aşağıdaki şekilde tanımlanabilir. Cisim içine alan bir B bölgesi dışında (şekil.1.1.) ortamın elektromagnetik özelliklerinin basit yani homogen, izotrop, zamanla değişmeyen, lineer malzemeden oluştuğunu düşünelim. B bölgesinin içinde ise elektromagnetik özellikleri $Oxyz$ koordinat sisteminde x ve y ile değişen ve eksen Oz eksenine paralel olan bir cisim bulunsun. Cismin bulunduğu B bölgesi bu bölgenin dışındaki bir veya daha fazla açıdan kaynaklarla aydınlatılsın ve cisimden saçılan alanlar da yine B bölgesi dışında ölçülsün. Bu şekilde elde edilen saçılan alanlar dalga denkleminde yerine konularak cisim fonksiyonuna ilişkin konum, geometrik şekil, dielektrik sabiti,

magnetik geçirgenliği, iletkenliği gibi parametreler bulunabilir. Bu parametrelerin ortamdan farklılık gösterdiği yerler cismin konumunu, değerleri ise cisme ait elektromagnetik özellikleri verir.

Bu çalışmada, cisim fonksiyonu ve saçılan alanlar arasındaki analitik bağıntı ayrıklaştırılarak matrisel formda verilmiş ve çözümün bu matrisel eşitlikten bulunmasına çalışılmıştır. Çözüm bulunurken bu probleme şimdiye kadar uygulanmamış olan paralel işleme yöntemi kullanılmış ve sistemin bu işleme yöntemine uygunluğu gözlemlenmiştir. Ayrıca paralel işleme için yapılan bölümlmeler sonucu oluşan hatalar tanımlanmış ve bu hataları azaltacak yönde bir algoritma verilmiştir. Bu yöntem ile şu ana kadar literatürde karşılaşılan yöntemlerden farklı bir yol ortaya konmuş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak olabilecek sınırlamalar belirlenmiştir.

Kullanılan sistemde cisim üzerine gönderilen elektromagnetik dalgaların zamana bağımlılığı $\exp(j\omega t)$ şeklinde alınmıştır. Ayrıca matematiksel bağıntıların basitleşmesi amacı ile, bütün uzayda iletkenliğin sıfır, magnetik geçirgenliğin aynı olduğu varsayılacaktır. Yukarda yapılan kabuller yardımıyla, genel halde vektörel bir problem olan elektromagnetik saçılma problemi, elektrik alanı Oz eksenine paralel dalgalar kullanıldığında skaler bir probleme dönüşmekte ve çözüm için büyük kolaylık sağlamaktadır [4].

1.3. Tanımlar ve Elektromagnetik Saçılma Probleminin Analitik İfadesi

Bu bölümde bir B bölgesinde bulunan ve kesiti S olan cisim üzerine gönderilen düzlemsel elektromagnetik dalga sonucunda cisim uzayında oluşan saçılan alanın ifadesi cisim fonksiyonunu içeren bir eşitlik ile verilecektir. Cisim fonksiyonu, araştırılan cismin hem konumunu hem de fiziksel yapısına göre elektrik veya magnetik özelliklerini karakterize eden parametrelerini belirleyen bir fonksiyon olarak düşünülür. Şekil.1.1. de görüldüğu gibi araştırılan cisim Oxyz koordinat sisteminde bir B bölgesi içine yerleştirilmiştir. B

$$E_x = 0 \quad E_y = 0 \quad \text{ve} \quad E_z = U_i(\vec{r}) \quad (1.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu şartlar altında saçılma problemi Oz koordinatından bağımsız hale gelmektedir.

$U_i(\vec{r})$ ile gösterilen gelen alan aşağıdaki yapıda verilebilir.

$$U_i(\vec{r}) = \vec{e}_x \exp(-jk(\vec{r})\vec{s}\vec{r}) \quad (1.2a)$$

Bu ifadedeki $\vec{s}$ vektörü, θ gelen dalganın yayılma doğrultusu ile pozitif Ox eksenini arasındaki açı olmak üzere

$$\vec{s} = \vec{e}_x \cos(\theta) + \vec{e}_y \sin(\theta) \quad (1.2b)$$

ile verilir. $k(\vec{r})$ ise cismi çevreleyen ortamdaki dalga sayısıdır ve $\epsilon_r(\vec{r})$ ortamın bağıl dielektrik sabiti olmak üzere

$$\epsilon_r(\vec{r}) = \frac{\epsilon(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (1.2c)$$

$$k(\vec{r}) = \frac{w}{c} \sqrt{\epsilon_r(\vec{r})} \quad (1.2d)$$

şeklinde tanımlanır. Bu ifadelerdeki c boşluk dalga hızını, w ise açısal frekansı belirtmektedir. Boşluk için $\epsilon_r(\vec{r}) = 1$ dir. Bu durumda $\epsilon_r(\vec{r}) - 1$ değerinin sıfırdan farklı olduğu yerler bağıl dielektrik sabiti ortamdaki farklı olan cismi bulmamızı sağlar. Cisim fonksiyonu $O(\vec{r})$,

$$O(\vec{r}) = \epsilon_r(\vec{r}) - 1 \quad (1.3)$$

olarak seçilebilir. S kesiti dışında $O(\vec{r}) = 0$, içinde ise $O(\vec{r}) > 0$ şeklinde belirlenir. Aynı şekilde S bölgesi dışında $k(\vec{r}) = k_0$, yani boşluk dalga sayısıdır ve

$$k_0 = 2 \frac{\pi}{\lambda} \quad (1.4)$$

ile belirlidir. Homogen ortamda, yukarıda tanımlaması yapılan sistem için dalga denklemi skaler Helmholtz denklemine indirgenir [4].

$$[\nabla^2 + k^2(\vec{r})]U(\vec{r}) = 0 \quad (1.5)$$

Bu ifadede $U(\vec{r})$ bütün uzaydaki toplam alanı ifade eder ve

$$U(\vec{r}) = U_i(\vec{r}) + U_s(\vec{r}) \quad (1.6)$$

şeklinde verilebilir. ∇^2 ise iki boyutlu Laplace operatörüdür. (1.5) ifadesindeki $k(\vec{r})$,

$$k(\vec{r}) = k_0 \sqrt{\epsilon_r(\vec{r})} \quad (1.7)$$

ile tanımlanabilir. Gelen alan $U_i(\vec{r})$ 'nin de skaler Helmholtz denklemini sağladığı dikkate alınır

$$[\nabla^2 + k_0^2]U_i(\vec{r}) = 0 \quad (1.8)$$

(1.3), (1.6), (1.7) ve (1.8) eşitlikleri (1.5) ifadesinde yerine konulursa

$$[\nabla^2 + k_0^2]U(\vec{r}) = k_0^2(1 - \epsilon_r(\vec{r}))U(\vec{r}) \quad (1.9a)$$

ve bu ifadenin düzenlenmesi ile

$$[\nabla^2 + k_0^2]U_s(\vec{r}) = -k_0^2 O(\vec{r})U(\vec{r}) \quad (1.9b)$$

elde edilir. (1.9b) eşitliğinden $U_s(\vec{r})$ saçılan alan ifadesi çekilebilir. Bunun için Green fonksiyonu kullanılırsa, $U_s(\vec{r})$ 'nin ifadesi bir integral denklem ile verilebilir [5].

$$U_s(\vec{r}) = k_0^2 \int_S O(\vec{r}')U(\vec{r}')G(\vec{r}, \vec{r}')d^2r' \quad (1.10)$$

Bu ifadedeki $U(\vec{r})$, S bölgesindeki toplam alanı göstermektedir. S bölgesindeki toplam alan bilinmeden $U_s(\vec{r})$ saçılan alanını analitik olarak hesaplamak mümkün olmaz. (1.10) integral eşitliğinden ancak bazı yaklaşıklıklar yapılarak saçılan alanın açık ifadesi elde edilebilir. Bu yaklaşıklıklar literatürde Born ve Rytov yaklaşımları olarak bilinmektedir. Ancak daha önceden de belirtildiği gibi bu yaklaşımların yapılması cismin boyutu ve fiziksel parametrelerinin

büyüklikleri konusunda cisme sınırlamalar getirmekte ve çözümün kullanım alanını daraltmaktadır. Bu nedenle (1.10) denklemindeki integral ifadesi toplam şeklinde yazılarak ifade ayırık hale getirilip uygun bir tanımlama ile çözüme gidilirse, cisim üzerindeki bu tür sınırlamalardan kurtulmak mümkün olur. Literatürde bu işlem moment metodu olarak bilinmektedir [6], [7]. Daha sonraki bölümlerde de görüleceği gibi ters saçılma problemi için (1.10) daki ifade ayrıklaştırılarak matris formuna getirilecek ve çözüm bu matrisel ifade kullanılarak elde edilecektir.

İKİNCİ BÖLÜM

GÖRÜNTÜ OLUŞTURMA ALGORİTMASININ MATRİSEL FORMDA İFADESİ

2.1. Giriş

Önceki bölümde (1.10) ile verilen saçılan alan ifadesinin açık formda verilebilmesi için bazı yaklaşımlar kullanılır. Bu bölümde moment yöntemi kullanılarak saçılan alanın hesaplanması ve bu yöntem ile tanımlanan ifadenin ters dönüşüm algoritmasına uygulanması üzerinde durulmuştur. Moment yönteminin kullanılması ile yapılan hesaplamalarda cismin fiziksel yapısı üzerine getirilen sınırlamalardan büyük ölçüde kurtulmak mümkün olur. Ancak bu yöntemin kullanılması için yine bir yaklaşımın yapılması gerekir [6]. Bu yaklaşım, S bölgesinin ayrıldığı küçük hücrelerde cisim fonksiyonu ve toplam alanın sabit kalması kabulü ile yapılır. Hücre çaplarını yeterince küçük seçerek bu yaklaşımın getirdiği hatalar olabildiğince düşük tutulabilir. Bu yöntem ile cisimler üzerine ayrıca bir sınırlama getirilmez ve cisim fonksiyonunun büyüklüğü istenilen değerde seçilebilir. (1.10) ile verilen saçılan alanın integral denklem ile ifadesi bu kabuller altında ayrık hale getirilerek toplam formülü ile verilebilir ve çözüme sayısal bir yaklaşım ile ulaşmak mümkün olur.

2.2. Elektromagnetik Saçılma Probleminin Ayrık Halde İfadesi

Saçılan alanın ölçümlerinin yapılacağı A bölgesi homogen olduğundan, (1.10) ile verilen integral ifadesindeki Green fonksiyonu, $H_0^{(2)}$ sıfıncı mertebeden ikinci çeşit Hankel fonksiyonu olmak üzere,

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\left(\frac{j}{4}\right) H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadede $\vec{r}$, Oxyz koordinat sisteminde saçılan alanın ölçüldüğü noktanın yer vektörü, $\vec{r}'$ ise cisim üzerinde alınan bir saçıcı noktanın yer vektörüdür. (1.3) ile tanımlanan cisim fonksiyonu ve Green fonksiyonunun yukarıda verilen ifadeleri (1.10) integral denkleminde yerine konulursa,

$$U_s(\vec{r}) = -\left(\frac{j}{4}\right) k_0^2 \int_S (\epsilon_r(\vec{r}') - 1) U(\vec{r}') H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) d^2 r' \quad (2.2)$$

ifadesi elde edilir. S bölgesinin yeterince küçük alt bölgelere ayrıldığını düşünelim (Şekil.2.1.). Her bir alt bölgede cisim fonksiyonunu ifade eden $\epsilon_r(\vec{r})$ bağıl dielektrik sabiti ile toplam alan $U(\vec{r})$ 'nin değişmediği kabul edilirse, bu iki fonksiyonun çarpımı her bir alt bölgede sabit kaldığı gözönüne alınarak integral dışına çıkarılabilir. Bu durumda (2.2) ifadesi bir toplam formülü ile verilebilir. s_i , cismin ayrılan l. alt bölgedeki kesit alanı, ϵ_i ve U_i yine bu l. alt bölgedeki sabit kabul edilen dielektrik sabiti ve toplam alanı göstermek üzere (1.10) ifadesindeki çarpanlar şu şekilde düzenlenebilir:

$$w_i = -(\epsilon_i - 1) U_i \quad (2.3a)$$

$$x_i(\vec{r}) = \left(\frac{j}{4}\right) k_0^2 \int_{s_i} H_0^{(2)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) d^2 r' \quad (2.3b)$$

Tanımlanan bu katsayılar ile (1.10) ifadesi düzenlenirse saçılan alan için bir toplam ifadesi verilebilir.

$$U_s(\vec{r}) = \sum_{i=1}^L w_i x_i(\vec{r}) \quad (2.4)$$

Bu ifadedeki L, S bölgesinin ayrıldığı hücre sayısını vermektedir. (2.3b) ile verilen integral ifadesi en genel halde sayısal integrasyon yöntemleri kullanılarak hesaplanabilir. Fakat her bir hücre için bu

Bu eşitliklerdeki J_1 , birinci çeşit Bessel fonksiyonu, $H_1^{(2)}$ birinci mertebeden ikinci çeşit Hankel fonksiyonu, $\vec{r}_1$ ise 1. alt bölgenin merkezinin yer vektörüdür. Cismin dışındaki bir bölgede ölçülen saçılan alanlar kullanıldığı için ters dönüşüm algoritmasında (2.5a) ifadesi yeterli olur. (2.5b) ifadesi $\vec{r}_m = \vec{r}_1$ durumunda yani cismin içinde 1. alt hücre üzerindeki saçılan alanın hesabının gerekli olduğu durumlarda (düz saçılma problemi) kullanılır. (2.5a) ifadesindeki $\vec{r}$ 'den bağımsız olan sabitler w_i 'nin içine alınabilir. Ayrıca basitlik sağlamak amacıyla her bir alt hücrenin yarıçapları birbirine eşit seçilerek $\{a_i = a\}$, a_i 'ye bağlı olan ifadeler birer sabit haline getirilebilir. Bu durumda ters dönüşüm algoritmasında w_i 'nin içine katılan bu sabitlerin w_i 'ler arasındaki oran açısından sonuca bir etkisi olmayacağından hesaplanması, kullanılan tanıma göre, gereksiz olabilmektedir. Yukarda verilen kabuller altında (2.3a) ve (2.5a) ifadeleri yeniden yazılırsa,

$$w_i = -\frac{j\pi k_o a}{2} J_1(k_o a) (\epsilon_i - 1) U_i \quad (2.6a)$$

$$x_i(\vec{r}_m) = H_o^{(2)}(k_o |\vec{r}_m - \vec{r}_1|) \quad (2.6b)$$

şeklinde elde edilir. (2.6a) ve (2.6b) eşitlikleri (2.4) ifadesinde yerine konularak saçılan alanlar ayık halde hesaplanabilir. Literatürde bu yöntem Richmond veya moment metodu olarak bilinmektedir [6]. Daha önce de belirtildiği gibi S bölgesinin ayrıldığı alt hücreler yeteri kadar küçük seçildiğinde, bu yöntemi kullanarak kontrastı büyük olan kuvvetli saçıcı cisimler için saçılan alanın hesaplanması mümkün olmaktadır. Born ya da Rytov yaklaşımının yetersiz olduğu bu gibi durumlarda moment metodu araştırmacılar tarafından oldukça sık kullanılmaktadır [8], [9].

2.3. Problemin Matrisel İfadesi ve Deterministik Çözüm

Saçılan alanın verilen (2.4) ifadesini kullanarak w_i katsayılarını yani cisim fonksiyonu ile orantılı olan değerleri bulmak mümkündür. w_i katsayıları bilinmeyen değerler olarak kabul edildiğinde (2.4)

ifadesi bir denklem takımı olarak düşünülüp çözüme gidilebilir. Bu denklem takımı için yazılabilecek denklemlerin sayısını ayrı noktalarda ölçülen saçılan alan değerleri belirler. Bu nedenle yazılabilecek denklem sayısının artması için daha fazla sayıda örnekleme ile saçılan alan değerlerinin ölçülmesi yeterli olmaktadır. (2.4) ifadesinin hesaplanması için gerekli olan $\alpha_i(\vec{r})$ katsayıları (2.6b) eşitliğinden de görülebileceği gibi yalnızca $\vec{r}_m$ ve $\vec{r}_l$ vektörlerine bağlıdır. $\vec{r}_m$ saçılan alanların ölçüm noktalarının yer vektörü, $\vec{r}_l$ ise ayrılmış olan her bir alt hücrenin merkezinin yer vektörünü göstermektedir. Bu nedenle kaynak tarafından cisim üzerine gönderilen dalganın ifadesinden bağımsız olan katsayılardır. Ayrıca saçılan alanların ölçüldüğü noktaların ve cismin bulunduğu B bölgesindeki hücrelerin yerleri belirlendiğinde bu katsayılar kesin olarak belirlenmiş olur. Cisim üzerine gönderilen alanın propagasyon doğrultusu ve değeri yalnızca (2.6a) eşitliğinde verilen w_i katsayılarındaki U_i toplam alanı üzerine etkili olur. Gelen alanın propagasyon doğrultusu ve genliği sabit tutulduğunda (2.4) ifadesini kullanarak saçılan alanların istenilen sayıda ölçülmesiyle w_i katsayılarını bulmak mümkündür. Hesaplanan w_i katsayılarının, toplam alan U_i 'den dolayı aydınlatma açısına bağımlı olacağı açıktır.

(2.4) ifadesi ile verilen eşitlik matris formunda gösterilebilir.

$$XW = U \quad (2.7)$$

Bu eşitlikte kullanılan matrislerin boyutları, ölçülen saçılan alan sayısına ve B bölgesinin ayrıldığı alt bölgelerin sayısına bağlıdır. Tek aydınlatma açısı için bu eşitlikteki W ve U ifadeleri birer vektör, X ise matris yapısındadır. Bu matrisin kare matris olduğu düşünülürse N ayrı noktada yapılan saçılan alan ölçümü için W ve U $N \times 1$ boyutlarında X ise $M = N \times N$ boyutunda olacaktır. Bu şekilde N adet bilinmeyen w_i katsayısının yine N adet denklem ile çözülmesi mümkün olur.

$$U_n = U_m^s \quad (2.8a)$$

$$W_n = w_n \quad (2.8b)$$

$$X_{(m,n)} = x_n(\vec{r}_m) \quad (2.8c)$$

$$n=1,2,\dots,N \quad m=1,2,\dots,N$$

$$W = X^{-1} U \quad (2.9)$$

Ancak ölçülen sonlu sayıdaki saçılan alan değeri ile cisim fonksiyonu tam olarak bulunamaz. Bu matrisel ifade ile bulunacak çözüm sonsuz elemanlı kümenin yalnızca bir elemanı olacaktır. Görüntü kalitesinin artması için bilinmeyen sayısının büyütülmesi gerekir. Bu durumda denklem sayısının bilinmeyen sayısına eşit olması için ölçülen saçılan alan sayısı da aynı oranda büyütülmelidir. Bu ise uygulama açısından pratik olmayan bir yoldur. Ölçülen saçılan alan sayısının bilinmeyen sayısından daha az olduğu durumda bilinmeyen katsayıların yaklaşık bir çözüm kümesini çeşitli algoritmalar ile bulmak mümkündür. Bu algoritmalar çözüme tanımlanan karesel hatayı minimum yapacak şekilde yaklaşırlar. Bulunacak çözümün daha küçük bir küme içinde aranabilmesi için bilinmeyen sayısının yazılabilen denklem sayısından daha az olması gerekir ki bu durum için X matrisi kare matris olmaktan çıkar ve çözüme yine yukarıda belirtilen minimum hataya yaklaşabilen algoritmalar ile ulaşılabilir. Ancak bu durumda pratik olarak ölçüm noktası çok fazla yapılamayacağından bilinmeyen sayısını azaltmak gerekir. Bu ise görüntü kalitesinde (resolüsyon) bozulma olmasına yol açar. Bu tür bir çalışma ancak cismin konumu hakkında bir ilk tahmin yapmak için kullanılabilir. Denklem sayısı ile bilinmeyen sayısının eşit olmadığı bu gibi durumlarda (2.9) ile verilen doğrudan X matrisinin tersini alarak çözüme gidilmesi yöntemi artık geçerli olmaz. Böyle bir durumda (2.9) eşitliğinin her iki tarafı X^H ile çarpılarak $X^H X$ matrisinin kare yapılması sağlanır. X^H , X matrisinin transpozisinin kompleks eşleniğini göstermektedir [10].

$$X^H X W = X^H U \quad (2.10)$$

$$W = [X^H X]^{-1} X^H U \quad (2.11)$$

(2.11) eşitliği ile verilen çözüm aynı zamanda w_i katsayıları için yapılabilecek karesel hatayı minimum yapan bir çözüme karşı

gelmektedir. Bu şekilde yapılan ters matris tanımına 'pseudo-inverse' adı verilmektedir ve bu tanım X^+ ile gösterilirse

$$W = X^+ U \quad (2.12a)$$

$$X^+ = [X^H X]^{-1} X^H \quad (2.12b)$$

şeklinde verilebilir. Ancak daha sonra da değinileceği gibi X matrisinin elemanları, görüntülenmek istenilen bölgenin ayrıldığı hücrelerin küçük seçilmesi durumunda, birbirine yaklaşmakta ve bu matrisin determinantı sıfıra yakın olmaktadır [11]. Bu durumda X matrisinin tersinin doğrudan ters alma yöntemleri ile bulunması istenirse sonuç üzerindeki hataları oldukça yüksek olacaktır. X matrisinin kare olmadığı en genel durumda, bu matrisin tersi için yapılan tanımlamada ayrıca matris çarpımı işlemleri olduğundan bunun doğrudan ters alma işlemindaki hatayı daha da büyüteceği açıktır. Hatadaki bu büyüme, hem problemin ayrık hale getirilmesi sonucu yapılan hatanın matris çarpımları ile büyümesinin hem de (2.12b) ile verilen matris tersi tanımının kendisinden gelen hataların ortak bir sonucudur.

Görüntü resolüsyonunun yüksek tutulması durumunda yukarıda verilen ifadelerdeki matris boyutlarının oldukça büyüyeceği açıktır. Bu durumda matrisler üzerinde yapılacak işlemlerde hem hesaplama süresi açısından hem de oluşacak hata açısından bir sorun ortaya çıkabilir. Bu nedenle doğrudan ters alma yöntemleri yerine iteratif algoritmalarla denklem sisteminin çözümüne gitmek bir yol olarak düşünülebilir [12]. Daha sonraki bölümlerde bu iteratif algoritmaların temel yapıları üzerinde durulacaktır. İteratif algoritmalar ile denklem sisteminin çözümünün bulunması, bu tez çalışmasının hedef aldığı paralel işleme yönteminin kullanılma amacına uygunluk göstermez. İteratif algoritmalar kullanılarak (2.7) eşitliğinin çözümü arandığında, algoritmanın her adımı için U vektörünün bilinmesi gerekir. Paralel işleme yöntemi açısından her adımda U vektörünün kullanılması, yöntemin amaçladığı birbirinden bağımsız işlem yapan blokları ortadan kaldırır. Her bölümün işlem yapabilmesi için diğer bölümlerden gelen sonuçları beklemesi gerekir. Bu ise belirli bir

zaman kaybına yol açar. Matris tersi olarak (2.7) eşitliğinin çözümü aranırsa, X matrisinin bölümlere ayrıldığı her alt matris için ters alma işlemi birbirinden bağımsız olarak yürütülebilir. Bu nedenle paralel işleme yöntemine uygunluk açısından matris tersi alma işlemi çözüm için kullanılmıştır. X matrisinin boyutunun büyük olduğu veya determinantının sıfıra yakın olduğu durumlarda matris tersi alma işleminde ortaya çıkan sorunlar nedeniyle, bu matrisin tersi hesaplanırken yukarda sözü edilen iteratif algoritmalarından yararlanılmış ve bu şekilde hesaplanan ters matris değerleri için sonucun iyileştiği görülmüştür.

2.4. Problemin Çözümü İçin Uygulanan Adaptif Algoritmalar

Bu bölümde, matrisel bir eşitlikten bilinmeyenler vektörünün bulunması için adaptif bir algoritma tanıtılmıştır. Bu algoritmanın kullanılmasıyla denklem sisteminin çözümü doğrudan bulunabilir. Ayrıca matris tersi alma işleminin kullanıldığı deterministik çözümde, adaptif algoritmalarından nasıl faydalanılabileceği üzerinde durulmuş ve çözüm adımları verilmiştir.

2.4.1. Adaptif Bir Algoritmanın Denklem Sisteminin Çözümü İçin Kullanılması

Görüntülenmek istenen bölgenin rezolüsyonu yüksek tutulduğunda matrisel eşitlikte tanımlanan X matrisinin boyutları oldukça büyümekte ve doğrudan ters alma yöntemleri için uygulanamaz duruma gelmektedir. Bu durumda matris tersi alınırken farklı yolların izlenmesi veya sistemin denklem takımının çözümüne indirgenerek, adaptif bir uygulama ile sonuca gidilmesi gerekmektedir. Daha sonraki bölümlerde anlatılacağı gibi matris tersi almak için denklem takımının adaptif olarak çözümünü bulan yöntemler kullanılacaktır. Bu bölümde herhangi bir denklem takımından bilinmeyenleri çözen adaptif bir algoritma verilecektir. Bu adaptif algoritma kullanılarak (2.4) ile verilen ifadeden bilinmeyen

w_i katsayılarının doğrudan çözümü de bulunabilir. Ancak bu şekildeki bir çözüm paralel işleme yöntemi açısından uygunluk göstermez. (2.4) ile verilen toplam ifadesinin cismin dışındaki herhangi bir $\vec{r}_m$ noktasındaki matrisel gösterilimi,

$$U_s(\vec{r}_m) = W^H X(\vec{r}_m) \quad (2.13a)$$

$$W^T = [w_1 w_2 \dots w_N] \quad (2.13b)$$

$$X^T(\vec{r}_m) = [x_1(\vec{r}_m) x_2(\vec{r}_m) \dots x_N(\vec{r}_m)] \quad (2.13c)$$

şekline getirilebilir. (2.13a) eşitliğinde w_i katsayılarının çözümü için bu katsayılar başlangıç değeri olarak bir ilk değer atanırsa, bu durumda bu katsayıların X vektörü ile çarpımının ölçülen $\vec{r}_m$ noktasındaki saçılan alandan farkı algoritmanın o noktadaki hatası olarak tanımlanır.

$$e(\vec{r}_m) = U_s(\vec{r}_m) - W^H X(\vec{r}_m) \quad (2.14)$$

Çözüm için kullanılan algoritmanın başarılı olması için (2.14) ile verilen hata tanımından hesaplanan ortalama karesel hatanın minimum yapılması gerekir. Bu durumda bulunacak çözüm, sonsuz elemanlı çözüm kümesinde en az hatalı sonucu bize verir. Ortalama karesel hata (2.14) ile verilen hata tanımı kullanılarak,

$$J(W) = E[e(\vec{r}_m)e^*(\vec{r}_m)] \quad (2.15)$$

şeklinde verilir. Bu eşitlikteki "E", 'expectation' (beklenen değer) operatörüdür. Bu şekilde tanımlı olan ortalama karesel hatayı minimum yapan W_{op} çözümünü bulmak için (2.15) ile verilen ifadenin W değişkenine göre türetilip sonucun sıfıra eşitlenmesi yeterli olur [10]. Bu türetme işlemi EK-A'da gösterilmiştir.

$$\nabla J = \frac{dJ(W)}{dW} = -2p + 2RW \quad (2.16)$$

Bu eşitlikte verilen p , $x(\vec{r}_m)$ ile $U_s^H(\vec{r}_m)$ vektörlerinin çarpımının beklenen değeri, R ise $x(\vec{r}_m)$ ile $x^H(\vec{r}_m)$ vektörlerinin çarpımlarının

beklenen değerini göstermektedir. (2.16) eşitliğinden optimum W katsayıları çekilirse,

$$RW_{op} = p \quad (2.17a)$$

$$W_{op} = R^{-1} p \quad (2.17b)$$

Bu şekilde bulunan W_{op} katsayıları, saılan alan ölçümlerinin sonsuz sayıda alınmasıyla, 'pseudo-inverse' ile tanımlanan matrisel eşitlikteki çözüme özdeş olur. Ancak istatistiksel olarak ifade edilemeyen R ve p matrislerinin değerleri için bu çözümü belirlemek pratikte mümkün olmaz. Böyle bir durumda R ve p matrislerinin değerleri bir kestirim ile verilebilir. Bunun için yapılabilecek en basit kestirim beklenen değer operatörünün kaldırılarak R ve p matrislerinin ifade edilmesidir.

$$\hat{R} = X(\vec{r}_m) X^H(\vec{r}_m) \quad (2.18a)$$

$$\hat{p} = X(\vec{r}_m) U_s^*(\vec{r}_m) \quad (2.18b)$$

Bu durumda (2.16) ile verilen gradyant şu şekilde belirlenir:

$$\hat{\nabla} = -2X(\vec{r}_m) U_s^*(\vec{r}_m) + 2X(\vec{r}_m) X^H(\vec{r}_m) \hat{W} \quad (2.19)$$

W_m katsayıları steepest-descent algoritması [10] kullanılarak iteratif olarak karesel hatayı her adımda azaltacak şekilde hesaplanabilir.

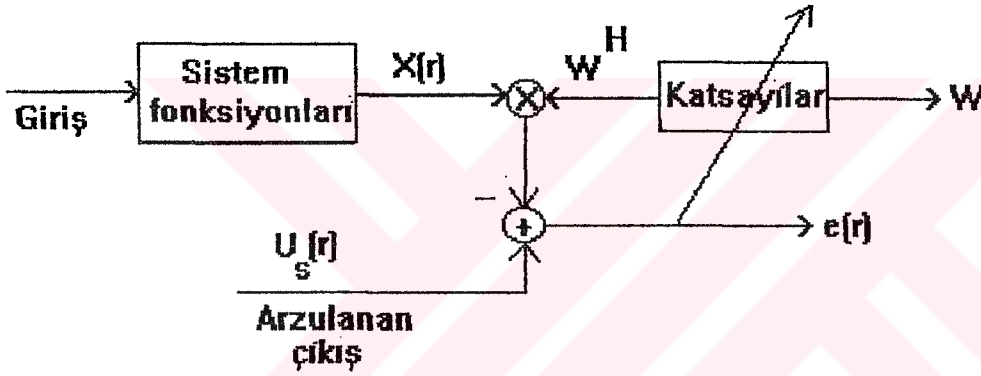
$$W_{m+1} = W_m - \frac{1}{2} \mu \nabla \quad (2.20)$$

(2.14) ile verilen hata (2.19)'da yerine konularak düzenlenir ve (2.19) ifadesi bu şekli ile (2.20) eşitliğindeki gradyant yerine yazılırsa W_m katsayılarını hesaplayan şu ilişkiler iterasyon adımları olarak elde edilir:

$$e(\vec{r}_m) = U_s(\vec{r}_m) - W_m^H X(\vec{r}_m) \quad (2.21a)$$

$$W_{m+1} = W_m + \mu X(\vec{r}_m) e^*(\vec{r}_m) \quad (2.21b)$$

(2.20) ve (2.21b) eşitliklerinde görülen μ reel, sabit bir değer olup seçilen değere göre algoritmanın yakınsama hızını belirler. İterasyon adımları sonucunda (2.21a) ile verilen hatanın ulaştığı nokta, hesaplanan W katsayılarının doğruluğu hakkında bir fikir verir. Bu yöntem ile verilen algoritma, her iterasyon adımında ortalama karesel hatanın azaltılması doğrultusunda ilerlediği için literatürde LMS "Least Mean Square" adıyla tanımlanmıştır [10]. Bir denklem takımından bilinmeyen katsayıları çözen LMS algoritmasının blok diyagramı şekil-(2.2)'de verilmiştir.



Şekil-2.2. Denklem sistemi için adaptif bir çözüm yöntemi

Literatürde bu şekilde çözüme ulaşan bir çok adaptif algoritma mevcuttur. LMS algoritmasının çözüm için kullanılabilmesi bazı koşulların sağlanması ile mümkün olmaktadır. Bu koşullar, $X(\vec{r})$ giriş fonksiyonunun $\vec{r}$ 'ye göre aldığı değerlerin birbirlerinden istatistiksel olarak bağımsız olması, yine bu değerlerin uzaydaki bütün $U(\vec{r})$ değerlerinden istatistiksel olarak bağımsız olması ve $X(\vec{r})$ ve $U(\vec{r})$ değerlerinin herhangi $\vec{r}$ noktaları için Gaussien dağılımlı rastgele fonksiyonlar olması şeklinde özetlenebilir. LMS algoritması için kullanılan μ sabiti küçük seçildiğinde algoritmanın yakınsama hızı düşmekte, buna karşılık optimum değere ulaşmadaki salınımı

azalmakta, bu sabit büyük seçildiğinde ise yakınsama hızı artmakta, buna karşılık yaklaşım sırasındaki salınımı büyük olmaktadır. Bu sabitin sınırları şu şekilde verilebilir:

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{toplam giriş gücü}} \quad (2.22)$$

μ sabitinin değişken olarak kullanıldığı veya $U(\vec{r})$ 'nin özelliklerinden LMS algoritmasına göre daha bağımsız kalabilen algoritmalar literatürde mevcuttur (DS-LMS, RLS gibi) [10], [13]. Ancak RLS gibi algoritmalar çözüm için daha fazla bellek elemanı kullanılmasını gerektirirler.

2.4.2. Deterministik Çözümde Adaptif Algoritmaların Kullanımı

Görüntü oluşturma için (2.7) ile verilen matrisel eşitliğin kullanılmasında ortaya çıkan sorunlara önceki bölümlerde değinilmişti. Bu sorunların başlıcaları X matrisinin doğrudan tersinin alınmasında özellikle boyutların büyük olduğu durumlarda ortaya çıkan zorluklar ve X matrisinin kare matris olmaması durumunda pseudo-inverse tanımının kullanılması sonucu oluşan hataların büyük mertebede olmasıdır. Ancak paralel işleme yönteminde kullanılması için X matrisinin tersinin hesaplanması önem kazanmaktadır. Bu durumda X matrisinin tersinin her sütunu için lineer bir denklem takımı kurulup sonucun önceki bölümde anlatılan adaptif algoritma ile bulunması çözüm için bir yöntem olarak düşünülebilir. En genel halde X matrisinin $L \times M$ boyutunda olduğu düşünülürse, A ile gösterilen X matrisinin tersi (X^+) $M \times L$ boyutunda olacaktır.

$$AX = I \quad (2.23)$$

Bu eşitlikte gösterilen I , $M \times M$ boyutunda birim matristir. (2.23) eşitliğinin her iki tarafının eşlenik transpozesi alınırsa,

$$X^H A^H = I \quad (2.24)$$

elde edilir. (2.24) ile verilen A'' matrisinin her bir sütununu ayırarak birer vektör olarak yazarsak,

$$X^H A_m^A = I_m \quad (2.25)$$

Bu eşitlikte A_m^A , A'' matrisinin m. sütununu, I_m ise $M \times M$ boyutlu birim matrisin m. sütununu göstermektedir. (2.25) matrisel eşitliğinden her bir A_m^A sütunu önceki bölümde verilen adaptif algoritma ile bağımsız olarak hesaplanabilir. Bu şekilde A'' 'nin tüm sütunları hesaplanarak bir araya getirilip X matrisinin tersi elde edilebilir. Adaptif algoritmanın kullanıldığı denklem takımının sağ tarafı birim matrisin bir sütunu olduğundan I_m vektöründe diyagonal elemanlara karşı gelen değerler hariç diğer elemanlar sıfır olacaktır. I_m 'in eleman değerleri arasındaki geçiş bir nokta hariç tamamen düz olduğundan adaptif algoritmanın yakınsaması oldukça hızlı olmaktadır. Bu yöntem ile X matrisi kare matris olmasa bile başka bir matrisel çarpma işlemi gerekmeden ters alma işlemini gerçeklemek mümkündür. Ayrıca bu yöntem boyutu büyük olan matrislere uygulandığında, doğrudan ters alma yöntemleri ile elde edilen çözümlere göre çok daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. Bu yöntemin uygulanması ile matrisel işlemler bakımından bulunan sınırlamalar ortadan kalkmakta ve görüntünün resolüsyonu istenildiği kadar büyük tutulabilmektedir.

2.5. Deterministik Çözümün Paralel İşleme İçin Uygunluğu

Paralel işleme algoritmasının her bir bloğunda sistem çözümü için yapılan işlemlerin bir bölümünü aynı anda yürütmek mümkündür. Her bir blok için yürütülen işlemlerin belirli bir kısmı diğer bloklardan bağımsız olarak yürütülebilirse çözüm için gerekli hesaplama zamanında dikkate değer bir indirim yapılmış olur. Ayrıca paralel işleme yöntemi için giriş olarak alınacak matrisin daha küçük alt matrislere ayrılması ile işlem görecektir matrisel yapılarda boyut indirimi sağlanır. Bunun sonucunda hesaplamalardaki kompleksliği ve oluşacak hata miktarını azaltmak mümkün olmaktadır. Giriş matrisinin ayrıldığı her bir alt matrisi kullanarak paralel işleme bloklarında birtakım bağımsız işlemlerin yürütülmesi gerekir. Ayrılan her bir

paralel işleme bloğunda deterministik çözüm ile sonuca gidilirse bu tür bağımsız işlemler tanımlanabilir. Deterministik çözüm için giriş olarak alınan X matrisinde ters alma işlemi gerçekleştirilmektedir. X matrisinin ayrıldığı her bir alt matris için ters alma işlemi birbirinden bağımsız olarak yürütülebilir. Bağımsız olarak yürütülen bu işlemlerin paralel işleme yönteminde her bir blokta uygun olarak kullanılmasıyla işlem zamanı için amaçlanan indirim sağlanmış olur. Ayrıca ters alma işlemi sonucu oluşabilecek hataları çeşitli düzeltme algoritmaları ile azaltabilen işlem bloklarını yine bağımsız olarak yürütmek mümkün olabilmektedir. Bu nedenle deterministik çözümün paralel işleme bloklarında kullanılması tercih edilmiştir. İşlem blokları sonucunda oluşacak hatanın kullanılması ile gerek X matrisindeki bölümlemenin değiştirilmesi, gerekse matris tersinden gelecek hataların düzeltilmesini sağlayan algoritmaların işleme sokulması sağlanabilir. Bu anlamda sistemde bir 'öğrenme' yapısının oluştuğunu düşünebiliriz. Bunun yapıldığı durumlarda paralel işleme bloklarının içinde aynı zamanda bir 'neural network' yapısının ortaya çıkacağı söylenebilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

PARALEL İŞLEME YÖNTEMİ VE UYGULAMASI

3.1. Giriş

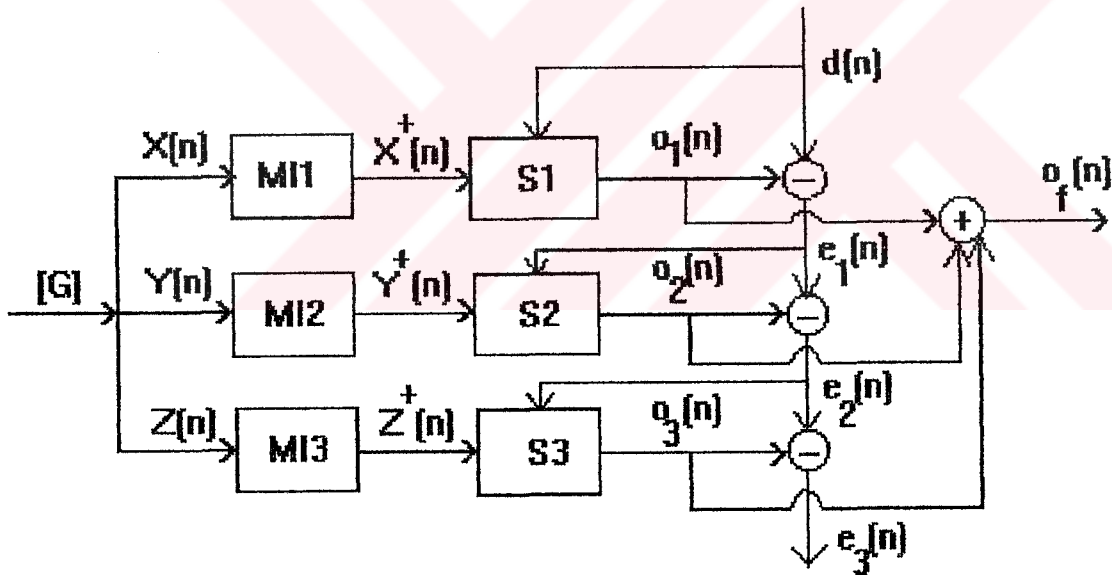
Paralel işleme yöntemleri günümüzde oldukça geniş bir kullanım alanı bulmuştur. Bunun nedeni çeşitli amaçlar için uygulanabilir olması ve beraberinde getirdiği seçeneklerin tercih edilebilir düzeyde olmasıdır. Paralel işleme yöntemleri sistem kompleksliğini azalttığı gibi çözüme daha hızlı ulaşabilen bir yapıya sahiptir. Bunda bağımsız olarak işlem yapabilen blokların varlığı büyük rol oynar. İşlem bloklarının devamında tanımlanan hataların kullanılması ile her bir uygulama örneği için gerekli olan paralel işlemedeki durum sayısı belirlenebilir. Ayrıca uygun yapıların kullanılması ile hatanın azaltılarak çözümün iyileştirilmesi ve hata için global minimuma yaklaşılması sağlanabilir. Seri işleme yapan yöntemlerde bir bloğun işlem yapabilmesi için bir önceki bloğun çıkış vektörünü beklemesi gerekir. Oysa paralel işleme yönteminde bir blok giriş vektörünü doğrudan önceki bloktan almaz. Bu yöntemin yapısından dolayı tanımlanan hatanın kullanılması ile bir sonraki blok için giriş vektörünün düzeltilmesinin mümkün olduğu durumlara uygulamalarda rastlanmaktadır [14].

Bu tez çalışmasında paralel işleme yöntemi, difraksiyon tomografisi için tanımlanan ters dönüşüm algoritmasında kullanılmıştır. Bu açıdan yöntem, ele alınan probleme yeni ve farklı bir yaklaşım getirmektedir. Bu yöntem için ilk olarak elemanları, araştırılan bölgede cisim fonksiyonunun ayırık noktadaki değerleriyle orantılı olan vektör alt bölümlere ayrılır. Her alt bölümdeki eleman değerleri

paralel işleme katlarında ayrı ayrı hesaplanabilir. Bu şekilde hem büyük boyutlar için işlem karmaşasından kurtulmak hem de daha hızlı bir şekilde görüntüleri elde etmek mümkün olmaktadır.

3.2. Paralel İşleme Sisteminin Yapısı

Paralel işleme algoritması için giriş değerleri olarak alınan G matrisinin bölümlere ayrıldığı alt matrisler çeşitli şekillerde düzenlenebilir. $d(n)$ bu algoritma için arzulanan çıkış işaretini, $X(n)$, $Y(n)$, $Z(n)$,... vektörleri ise giriş işaretlerini göstermektedir. Şekil-(3.1)'den de görüleceği gibi her bir paralel işleme katı sonucunda oluşacak hatalar şu şekilde tanımlanabilir [14]:



Şekil-3.1. Üç katlı paralel işleme sisteminin blok diyagramı

$$e_1(n) = d(n) - o_1(n) \quad (3.1a)$$

$$e_2(n) = e_1(n) - o_2(n) \quad (3.1b)$$

Eşitliklerden de görüleceği gibi ikinci kat için arzulanan çıkış işareti, bir önceki durumun çıkış hatası olan $e_1(n)$ olarak alınmaktadır. Aynı şekilde $e_2(n)$ hatası da bir sonraki kat için arzulanan çıkış işareti olarak alınır. Bu işlem süreci en son hesaplanan hatanın istenilen sınır değerlerin altına düştüğü ana kadar devam ettirilir. Üç kat için sonuçtaki çıkış işareti $o_f(n)$,

$$o_f(n) = o_1(n) + o_2(n) + o_3(n) \quad (3.2)$$

olarak tanımlanır. Her bir paralel işleme katı için toplam karesel hatayı minimum yapacak şekilde bilinmeyen katsayılar hesaplanır. Örneğin birinci kat için toplam karesel hata,

$$E = \sum_{i=1}^n [d(i) - o_1(i)]^2 \quad (3.3)$$

şeklinde verilir. Bu ifadedeki $o_1(i)$ çıkış değerleri, bilinmeyen a_i katsayıları ve giriş vektörü x_i cinsinden şu şekilde verilebilir:

$$o_1(i) = \sum_{j=1}^p a_j x(i-j) \quad (3.4)$$

Bu algoritmanın son adımında elde edilen $e_f(n)$ hatası şu şekilde verilebilir:

$$e_f(n) = d(n) - o_f(n) \quad (3.5)$$

$o_f(n)$ çıkış vektörleri her bir kat için bulunan a_i katsayıları kullanılarak hesaplanır. Çıkış vektörleri her kat için tanımlanan hata vektörleri ve arzulanan çıkış vektörleri cinsinden ifade edilirse,

$$o_1(n) = d(n) - e_1(n) \quad (3.6a)$$

$$o_2(n) = e_1(n) - e_2(n) \quad (3.6b)$$

$$o_3(n) = e_2(n) - e_3(n) \quad (3.6c)$$

n elemanlı her bir hata vektörü şu şekilde gösterilir:

$$e_i = (e_i(1), e_i(2), \dots, e_i(n))$$

i=3 alınırsa yani 3 katlı bir paralel işleme söz konusu olduğunda (3.5) ile tanımlanan hatanın karesel ortalama değeri,

$$\|e_i\|^2 = \|e_3\|^2 = \langle e_3 \cdot e_3 \rangle \quad (3.7)$$

şeklinde verilebilir. (3.1) eşitlikleri ile verilen hata tanımları için $\|e_1\|^2 \geq \|e_2\|^2 \geq \|e_3\|^2$ ilişkisinin olduğu yani her adımda ortalama karesel hatanın azaldığı daha sonraki bölümde ispat edilecektir.

İki durumlu paralel işleme algoritmasının adımlarını tanımlarsak bunun n durum için genellemesi yapılabilir. Algoritma için kullanılacak matris ve vektörler aşağıdaki gibi verilebilir:

$$X = [x_1^t \ x_2^t \ \dots \ x_m^t]^t$$

$$Y = [y_1^t \ y_2^t \ \dots \ y_m^t]^t$$

$$D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_m]^t$$

$$W_1 = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p]^t$$

$$W_2 = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_p]^t$$

X ve Y, giriş matrisinin ayrıldığı iki alt matrisi göstermektedir. x_i ve y_i 'ler p uzunluklu vektörler olduklarından bu matrislerin boyutları $M \times p$ olacaktır. X ve Y matrislerinin elemanları şekil-3.1'deki MI1 ve MI2 bloklarının giriş işaretleri olacaktır. MI(i) blokları matris tersi alma işleminin yapıldığı bloklardır. D, M uzunluklu arzulanan çıkış işareti, W_1 ve W_2 ise p uzunluklu olup

elemanları S1 ve S2 bloklarında hesaplanacak olan vektörlerdir. Bu tanımlamalar kullanılarak her bir kat için yazılabilecek matrisel eşitlikler ve çözümleri şu şekilde verilebilir:

$$XW_1 = D \quad (3.8)$$

Bu eşitlikten W_1 vektörü için bir çözüm,

$$\overline{W}_1 = X^* D \quad (3.9)$$

ifadesi ile verilebilir. Bu eşitlikte x^* , X matrisi için herhangi bir şekilde tanımlanan ters matrisi göstermektedir. $\overline{W}_1$ ise çözümün sonsuz elemanlı kümesinin bir elemanına karşı düşmektedir. x^* matrisinin bulunmasında uygun bir yol izlendiğinde bu çözüm, karesel hatanın minimum olduğu duruma karşı gelebilir. Birinci kat için çıkış vektörü olarak tanımlanan o_1 , (3.9) ile bulunan $\overline{W}_1$ cinsinden verilebilir.

$$o_1 = X\overline{W}_1 \quad (3.10)$$

Hata vektörü ise (3.10) ile tanımlanan o_1 kullanılarak tanımlanır:

$$e_1 = D - o_1 \quad (3.11)$$

Algoritmanın ikinci adımı için giriş matrisi Y , arzulanan çıkış işareti ise e_1 olarak alınır. Bu durumda matrisel ifade,

$$YW_2 = e_1 \quad (3.12)$$

şeklinde verilir. W_2 için aynı şekilde çözüm verilirse,

$$\overline{W}_2 = Y^* e_1 \quad (3.13)$$

y^* , Y matrisinin ters matrisini göstermektedir. İkinci kat için çıkış işareti ise,

$$o_2 = Y\overline{W}_2 \quad (3.14)$$

ile verilir. Bu durumda tanımlanan e_2 hatası,

$$e_2 = e_1 - o_2 \quad (3.15)$$

şeklinde verilecektir. Üçüncü paralel işleme katı için benzer tanımlamalar yapılarak algoritmanın adımları genişletilebilir. Algoritma bu şekilde tanımlandıktan sonra hatanın azaltılması için katlar arasında ileri-geri uygulamalar yapılabilir. Bu uygulamanın yapılması için arzulanan çıkış işaretinin tanımında bir değişiklik yapılır. İlk bölümde bulunan en son hata e_2 ise, W_1 için yeni çözümün ifadesinde arzulanan çıkış işareti $o_1 + e_2$ şeklinde alınır. Bu durumda bulunacak yeni W_1 vektörü şu şekilde verilir:

$$\tilde{W}_1 = X^+(o_1 + e_2) \quad (3.16)$$

Bu durum için ilk katın çıkış işareti δ_1 ise yine aynı tanımla

$$\delta_1 = X\tilde{W}_1 \quad (3.17)$$

şeklinde verilir. $\tilde{D} = o_1 + e_2$ olmak üzere yeni durumdaki hata,

$$\tilde{e}_1 = \tilde{D} - \delta_1 \quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanacaktır. İkinci bloklar için aynı işlemler yapılırsa, arzulanan çıkış işareti $\tilde{e}_1 + o_2$ olmak üzere

$$\tilde{W}_2 = Y^+(\tilde{e}_1 + o_2) \quad (3.19a)$$

$$\delta_2 = Y\tilde{W}_2 \quad (3.19b)$$

$$\tilde{e}_2 = (\tilde{e}_1 + o_2) - \delta_2 \quad (3.19c)$$

şeklinde ifadeler belirlenecektir. İki den fazla katlı algoritmalar için eşitlikler aynı yapıda tanımlanır. Algoritmanın bu şekildeki ileri-geri uygulamasında tanımlanan $\tilde{e}_i$ hataları da her adımda azalacak yönde oluşmaktadır. Bu algoritmanın kullanılması sırasında hesaplanacak o_1 ve e_1 vektörlerinin her seferinde bellekte tutulması gerekir. Bellek elemanlarının yeterli olmadığı durumlarda iteratif yöntemler çözüm

için kullanılabilir. İterasyonun her adımında o andaki ve bir önceki adımda hesaplanan vektörlerin çözüme ulaşmak için kullanılmasının yeterli olduğu uygulamalar literatürde mevcuttur [15].

3.3. Tanımlanan Sistemin Karesel Hatanın Azaltılmasına Uyumluluğu

Önceki bölümde anlatılan algoritma için tanımlanan hata her adımda azalacak yönde oluşmaktadır. Bunun gösterilmesi için ilk olarak (3.10) ile verilen ifadede W_1 yerine (3.9) ile tanımlanan karşılığı konur ve hata ifadesi yeniden yazılırsa,

$$o_1 = XX^* D \quad (3.20a)$$

$$e_1 = D - o_1 = (I - XX^*) D \quad (3.20b)$$

eşitlikleri elde edilir. $A = XX^*$ tanımlamasını kullanarak e_1 için karesel hata ifadesi yazılabilir:

$$\|e_1\|^2 = e_1^t e_1 = D^t (I - A)^t (I - A) D \quad (3.21)$$

Bu eşitlikteki A matrisi pozitif 'yarıbelirli' (semidefinite) bir matristir ve 'projeksiyon' operatörü olarak bilinir [16]. $(I - A)$ ise simetrik ve 'idempotent' bir matris olduğundan [17],

$$\|e_1\|^2 = D^t (I - A) D \quad (3.22)$$

şeklinde karesel hata ifade edilebilir. Aynı şekilde $B = YY^*$ tanımlamasını kullanarak

$$o_2 = YY^* e_1 = B e_1 \quad (3.23a)$$

$$e_2 = e_1 - o_2 = (I - B) e_1 \quad (3.23b)$$

ve aynı şekilde e_2 için karesel hata

$$\|e_2\|^2 = e_1^t (I - B) e_1 \leq \|e_1\|^2 \quad (3.24)$$

şeklinde verilebilir. B matrisi aynı şekilde pozitif yarıbelirli bir matristir. Üçüncü paralel işleme katı için benzer tanımlama yapılırsa, $c-zz^+$, Z üçüncü durum için giriş matrisi olmak üzere

$$||e_3||^2 = e_2^t(I-C)e_2 \leq ||e_2||^2 \quad (3.25)$$

olacağı açıktır. Görüldüğü gibi hata her adımda küçülmektedir.

$$||e_1||^2 = ||e_3||^2 \leq ||e_2||^2 \leq ||e_1||^2$$

Algoritmanın daha ileri aşamalarındaki ileri-geri uygulamalar için yeni oluşacak hataların da aynı şekilde azaldığı gösterilebilir. Bu durum için δ_1 yazılırsa,

$$\delta_1 = A(o_1 + e_2) = o_1 + Ae_2 \quad (3.26a)$$

$$\delta_1 = D - \delta_1 = (I-A)e_2 \quad (3.26b)$$

ve karesel hata,

$$||\delta_1||^2 = e_2^t(I-A)e_2 \leq ||e_2||^2 \quad (3.26c)$$

şeklinde elde edilir. Aynı işlemler ile δ_2 hatası yazılırsa,

$$\delta_2 = (I-B)\delta_1 \quad (3.27a)$$

$$||\delta_2||^2 = \delta_1^t(I-B)\delta_1 \leq ||\delta_1||^2 \quad (3.27b)$$

şeklinde verilir. Yeni bulunan hatalar son hesaplanan e_2 hatasından daha küçük olarak elde edilebilmektedir.

$$||\delta_2||^2 \leq ||\delta_1||^2 \leq ||e_2||^2$$

Görüldüğü gibi sonuçta bulunan hatanın yeterli olmadığı durumlarda çözümü iyileştirmek için algoritmanın ileri-geri uygulaması yararlı olmaktadır.

3.4. Paralel İşleme Yönteminin Görüntüleme Algoritmasına Uygulanması

Cisim fonksiyonu ve saçılan alanlar arasındaki ilişkiden, cisim fonksiyonunu bulmak için paralel işleme yöntemi kullanıldığında görüntü daha kısa sürede elde edilebilir. Ayrıca paralel işleme yöntemi ile giriş matrisi alt matrislere ayrıldığından daha küçük boyutlu matrislerle işlem yapılması söz konusu olmaktadır. Alt matrislerin boyutları küçük tutulup sayıları arttırıldığında yüksek çözünürlüklü görüntüler elde edilebilir. Bu yöntemle bilinmeyen sayısının çok olduğu durumlarda oluşan karmaşa ortadan kaldırılmakta ve daha basit işlemlerle daha kısa süre içinde sonuca ulaşılabilmektedir. (2.7) ile verilen matrisel eşitlikten W bilinmeyen vektörünün bulunması için X matrisinin tersi alınmalıdır. Saçılan alanların ölçüldüğü nokta sayısı örneğin 100, araştırılan bölgenin ayrıldığı hücre sayısı $32 \times 32 = 1064$ olduğu durumda X matrisinin boyutları 100×1064 olacaktır. Bu boyutta bir matrisin tersinin alınması hem oldukça zaman almakta hem de bulunan sonuçtaki hata büyük olmaktadır. Bu güçlükten kurtulmak için (2.7) ile verilen matrisel ifade bölümlere ayrılıp paralel işleme yöntemi uygulanabilir. (2.7) ifadesi açık şekilde gösterilirse:

$$\begin{bmatrix} x_1(\vec{r}_1) & x_2(\vec{r}_1) & \dots & x_M(\vec{r}_1) \\ x_1(\vec{r}_2) & x_2(\vec{r}_2) & \dots & x_M(\vec{r}_2) \\ & & & \\ & & X_1 & X_2 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & W_1 & \\ & & \vdots & \\ & & W_2 & \\ & & \vdots & \\ x_1(\vec{r}_L) & x_2(\vec{r}_L) & \dots & x_M(\vec{r}_L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_L \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s(\vec{r}_1) \\ U_s(\vec{r}_2) \\ \vdots \\ U \\ \vdots \\ U_s(\vec{r}_L) \end{bmatrix}$$

Görüldüğü gibi bu matrisel ifade X_1, X_2 matrislerine ve W_1, W_2 vektörlerine ayrılarak önceki bölümde anlatılan paralel işleme yöntemine uygun hale getirilebilir. Bu durumda yazılacak matrisel ifadeler,

$$X_1 W_1 = U \quad (3.28a)$$

$$\bar{W}_1 = X_1^+ U \quad (3.28b)$$

$$o_1 = X_1 \bar{W}_1 \quad (3.28c)$$

$$e_1 = U - o_1 \quad (3.28d)$$

ve ikinci paralel işleme katı için

$$X_2 W_2 = e_1 \quad (3.29a)$$

$$\bar{W}_2 = X_2^+ e_1 \quad (3.29b)$$

$$o_2 = X_2 \bar{W}_2 \quad (3.29c)$$

$$e_2 = e_1 - o_2 \quad (3.29d)$$

şeklinde verilebilir. Paralel işlemenin her adımında cisim fonksiyonunu içeren W vektörünün bir bölümü hesaplanmaktadır. Ayrıca ileri-geri uygulamalar ile bulunan w_i katsayılarını düzeltmek ve oluşacak hatayı küçültmek mümkün olmaktadır. X ve W üzerinde yapılan bölmeleme sayısı arttırılarak alt matrislerin boyutları daha küçük tutulabilir. Bu şekilde küçük boyutlu matrislerin tersleri alınarak çözüme gidilir ve görüntü resolüsyonunun yüksek tutulması sağlanır. X_1 ve X_2 matrislerinin tersleri paralel işleme yönteminin uygulanması sırasında aynı anda hesaplanabilir. Bu algoritmanın kullanılmasıyla oldukça hızlı bir hesaplama yöntemi ile yüksek kalitede görüntülere ulaşılması sağlanır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

PARALEL İŞLEME ALGORİTMASI İLE ELDE EDİLEN

GÖRÜNTÜ ÖRNEKLERİ

4.1. Giriş

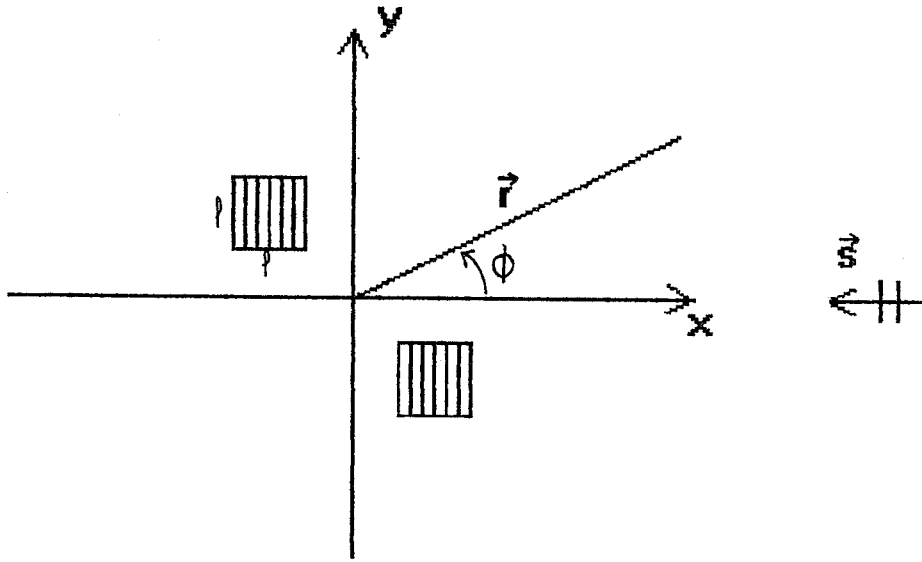
Bu bölümde, önceki bölümlerde tanımlanan görüntüleme algoritması modeli verilen çeşitli örnekler üzerine uygulanarak cisme ait görüntüler elde edilmiş ve bu görüntüler orjinal cisimle karşılaştırılarak, algoritmanın geçerliliği tanımlanan çeşitli kriterler ile incelenmiştir. Görüntüleme sistemi ve kaynak ilk bölümde tanımlanan şartlara uygun olarak seçilmiştir. Cisimden yeterince uzakta ölçülecek saçılan alan değerleri, ilk bölümde verilen (1.10) ifadesinin moment yöntemi kullanılarak hesaplanması ile elde edilmiştir. Saçılan alanın hesaplanan bu değerleri, üçüncü bölümde tanımlanan paralel işleme yöntemini kullanan görüntüleme algoritması için arzulanan çıkış işareti olarak alınır. Elde edilen görüntüler cismin fiziksel parametreleri, yeri ve geometrik şekline ait bilgileri içermektedir. Özellikle cismin fiziksel parametreleri için, bu bilgiler zayıf saçıcı cisimler durumunda doğrudan kullanılırken, kuvvetli saçıcı cisimler için yetersiz kalabilir. Bu durumda bazı ek bağıntılar kullanılarak bulunan sonuçların gerçek değerleri daha iyi ifade etmesi sağlanabilir. Tanımlanan görüntüleme algoritması bu bölümde hem düşük hem de yüksek kontrasta sahip cisimler üzerine uygulanmış ve sonuçların karşılaştırılması yapılmıştır.

4.2. Görüntüleme Sisteminin Yapısı ve Seçilen Uygulama Örnekleri

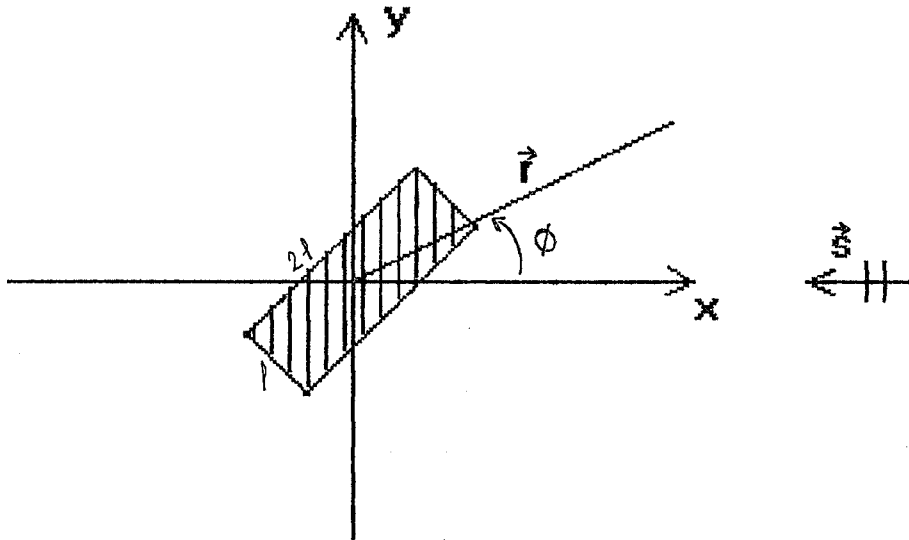
Bu çalışmada, görüntüleme sisteminin yapısı şekil.1.1'de gösterildiği gibi alınmıştır. Cismi içine alan B bölgesinin fiziksel parametrelerini bulabilmek için bu bölge, negatif Ox eksen yönünde ilerleyen düzlemsel bir dalga ile aydınlatılmıştır. Örnek olarak seçilen cismin bulunduğu tüm uzayda iletkenliğin sıfır, magnetik geçirgenliğin ise sabit olduğu varsayılmıştır. Bu durumda, cisim içinde bulunduran B bölgesinin bulunmak istenilen fiziksel parametresini yalnızca dielektrik sabiti karakterize etmektedir.

Cisim üzerine gönderilen elektromagnetik dalga sonucu oluşan saçılan alan değerleri, B bölgesini çevreleyen bir dairesel ölçme düzeni ile ölçülmüştür. Cismin konum ve fiziksel parametre değişimine ait bilgileri içeren saçılan alan değerlerinin, cisimden uzaklaştıkça $1/r$ ile söndükleri dikkate alınır, cisim çevreleyen ve cisimden sabit uzaklıkta yapılan saçılan alan ölçümlerinin cisme ait bilgileri yeterince içereceği söylenebilir [18]. Bu nedenle cismin kaynak tarafından aydınlatılması sonucu oluşan saçılan alan değerlerinin, cisimden sabit uzaklığa yerleştirilen dairesel ölçme düzeni ile ölçülmesi tercih edilmiştir.

Üçüncü. bölümde ortaya konulan görüntüleme algoritması, geometrik şekilleri farklı olan iki cisim üzerinde incelenmiştir. Bu cisimlerin konumları şekil.4.1. ve şekil.4.2. de gösterilmiştir. Bu cisimlere ait görüntüler, dielektrik sabitlerinin, resolüsyonlarının, ölçüm sayılarının farklı seçildiği çeşitli durumlar için ayrı ayrı incelenmiştir. Ayrıca paralel işleme katlarının sayısının değiştirilmesinin sonuca etkisi yine bu örnekler üzerinde incelenmiştir. Son olarak, ölçülen saçılan alan değerleri üzerine belirli seviyelerde gürültü eklenerek oluşturulan gürültülü alan değerleri için görüntüler elde edilmiş ve bu değerler için algoritmanın duyarlılığı incelenmiştir. Elde edilen görüntülere ait fiziksel parametre değerleri sabit bir katsayı ile çarpılıp normalize



Şekil.4.1- Birinci örneğin geometrik şekli



Şekil.4.2- İkinci örneğin geometrik şekli

edilerek verilmiştir. Her görüntü örneğinin orjinal görüntüyle olan farkı tanımlanan bir hata kriteri ile verilmiş ve görüntüler için işaret/gürültü oranları hesaplanmıştır.

4.3.1. Birinci Örnek İçin Görüntüler

Seçilen ilk örnek, Şekil.4.1.'de görülen Oxyz koordinat sisteminde ikinci ve dördüncü bölgede $l=3\lambda$ kenar uzunluklu, kesiti kare şeklinde olan iki cisimden oluşmaktadır. Cismin negatif Ox eksenine doğrultusunda ilerleyen z polarizasyonlu elektrik alanına sahip düzlemsel bir dalga ile aydınlatılması sonucu oluşan saçılan alanlar, merkezden $r=10\lambda$ uzakta pozitif Ox eksenine ile ϕ açısı yapan noktalarda ölçülmüşlerdir. Gönderilen dalga'nın frekansı 3 GHz seçilmiştir. ϕ açısının $(0,2\pi)$ aralığı için ayrı noktalarda alınan ölçüm sayısı 40 ve 90 olarak iki farklı değerde seçilmiştir. Seçilen bu noktalarda ölçülebilecek saçılan alanların bilgisayarda hesaplanabilmesi için moment yöntemi kullanılmıştır. Cismin bulunabileceği B bölgesinin konumu Şekil.1.1.'de gösterildiği gibi olup boyutları $2\lambda \times 2\lambda$ büyüklüğünde seçilmiştir. Bu B bölgesi $16 \times 16 = 256$ ve $24 \times 24 = 576$ olacak şekilde farklı sayılarda alt bölgelere ayrılmıştır. Bu iki durum için her alt bölgenin bilinmeyen fiziksel parametreleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. İlk durum için saçılan alanın ölçüm sayısı 90 ve hesaplanacak alt bölge sayısı 256 olarak alınmıştır. İkinci durumda ise ölçüm sayısı 40, hesaplanacak alt bölge sayısı 576 olarak seçilmiştir. İkinci durumda daha fazla olan bilinmeyen sayısı için daha az sayıda ölçüm değeri kullanılarak sonuca etkisi incelenmiştir. İki farklı alt bölge sayısı için her bir alt bölgenin eşdeğer yarıçapı sırasıyla $a_1 \approx 0.07\lambda$ ve $a_2 \approx 0.047\lambda$ olmaktadır. Seçilen ilk örnek cisim için dielektrik sabitinin iki ayrı değerinde bulunan sonuçlar iki ayrı çözünürlük değeri için incelenmiştir. Ayrıca üçüncü bölümde anlatılan giriş matrisinin ayrıldığı alt matrislerin sayısının iki ve dört olduğu durumlar için sonuçlar ayrı ayrı verilmiştir.

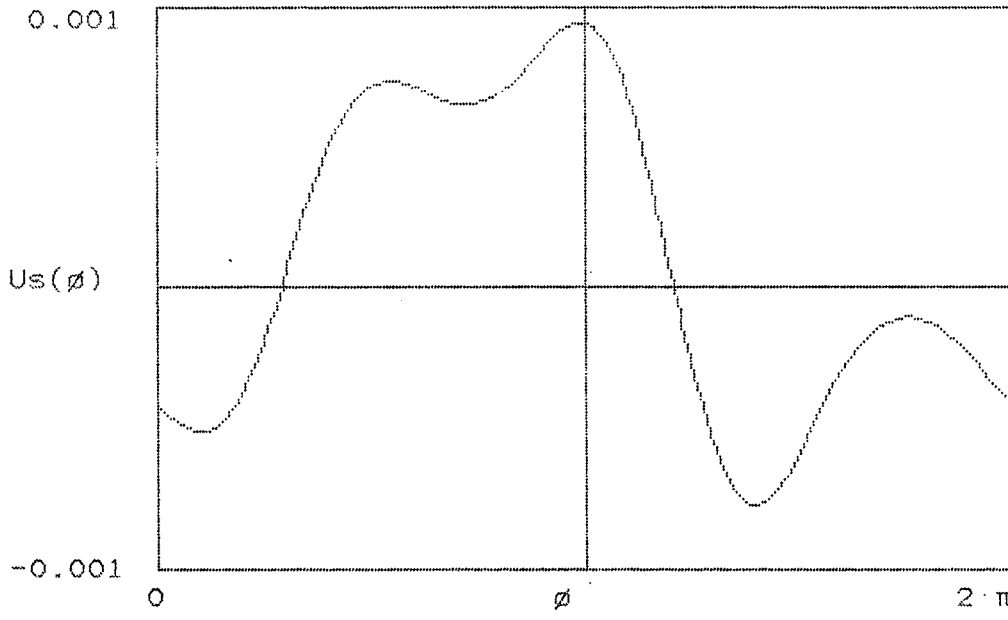
Birinci Hal

Şekil.4.1.'de seçilen örnek cisim için bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 1.01$ değerinde alınmıştır. Cisimden saçılan alanların reel ve sanal kısımları 90 farklı açı noktasında yapılan hesaplamalar için şekil.4.3a ve şekil.4.3b'de gösterilmiştir. ϵ_r 'nin seçilen bu değeri için, B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı, saçılan alan ölçümlerinin yapıldığı nokta sayısı ve algoritmanın giriş matrisi olarak alınan X matrisinin (Green matrisi) paralel işleme yöntemine uygulanması için ayrıldığı alt matrislerin sayısının farklı seçildiği durumlar için elde edilen görüntüler şu şekilde düzenlenmiştir:

a) B bölgesi $16 \times 16 = 256$ alt bölgeye ayrılmış ve bu bölgelerin araştırılan fiziksel parametrelerini bulmak için 90 farklı açı noktasında saçılan alan ölçümü yapılmıştır. Algoritmanın giriş matrisi 2 alt matrise ayrılarak 'iki-katlı' paralel işleme durumu için elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.4a ve 4.4b'de verilmiştir. (3.22) eşitliğinde tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımı sonucunda değişimi şekil.4.5a'da verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntülerin gerçek cisimle farkını ifade eden ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %9.1 ve $SNR=5.91$ dB olarak bulunmuştur.

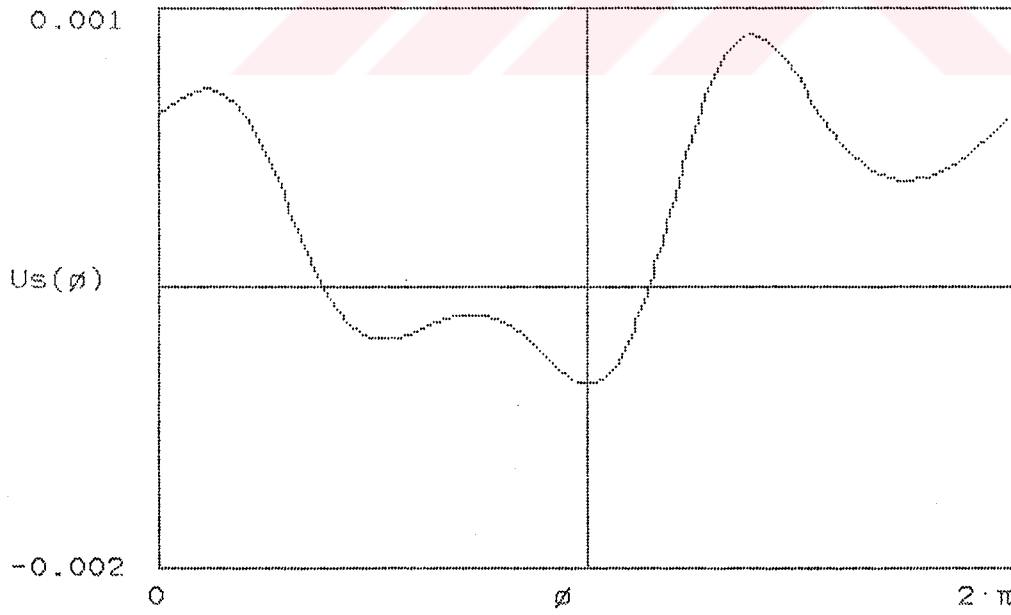
b) B bölgesi $24 \times 24 = 576$ alt bölgeye ayrılmış ve bu bölgelerin araştırılan fiziksel parametrelerini bulmak için 40 farklı açı noktasında saçılan alan ölçümü yapılmıştır. Algoritmanın giriş matrisi yine iki alt matrise ayrılmıştır. (3.22) eşitliğinde tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımı sonucunda değişimi şekil.4.5b'de verilmiştir. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.6a ve 4.6b'de verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntülerin gerçek cisimle farkını ifade eden ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %9.9 ve $SNR=5.56$ dB olarak bulunmuştur.

c) B bölgesi 256 alt bölgeye ayrılmış ve 90 farklı açı noktasında saçılan alan ölçümü yapılmıştır. Algoritmanın giriş matrisi 4 alt matrise ayrılarak '4-katlı' paralel işleme durumu için elde edilen

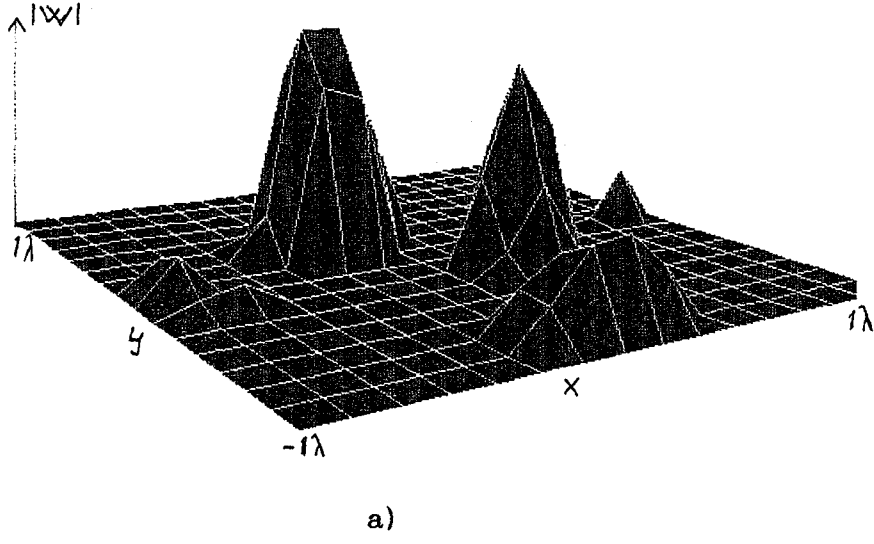


a)

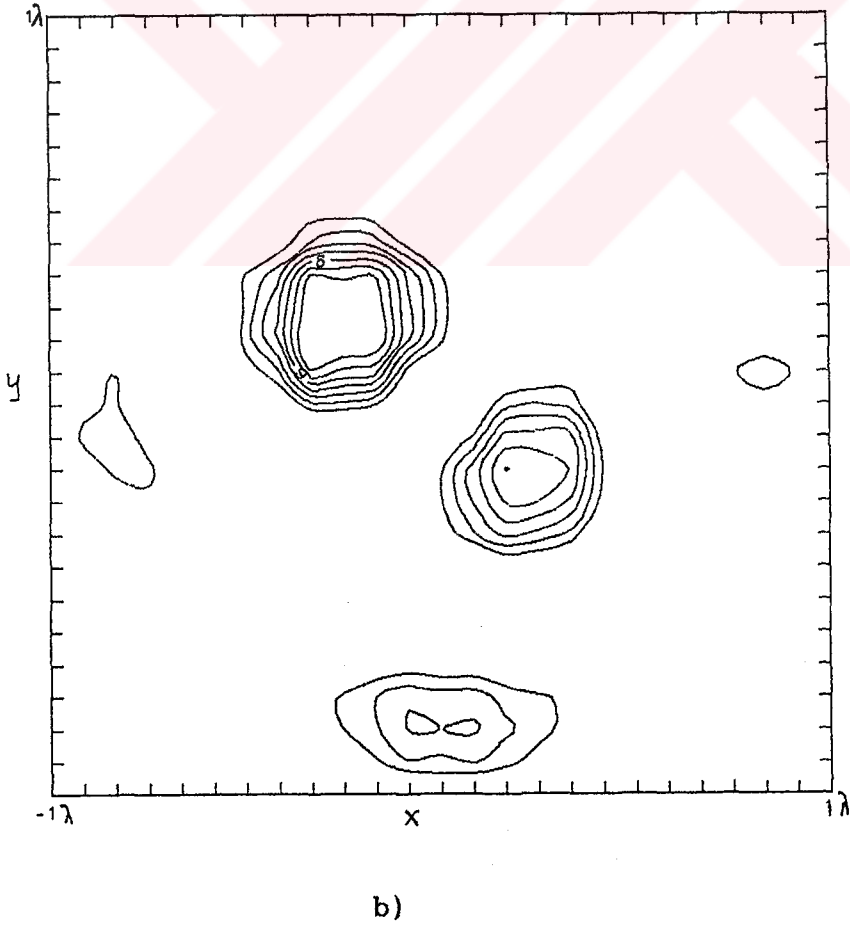
Şekil.4.3- Birinci hal'de incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım

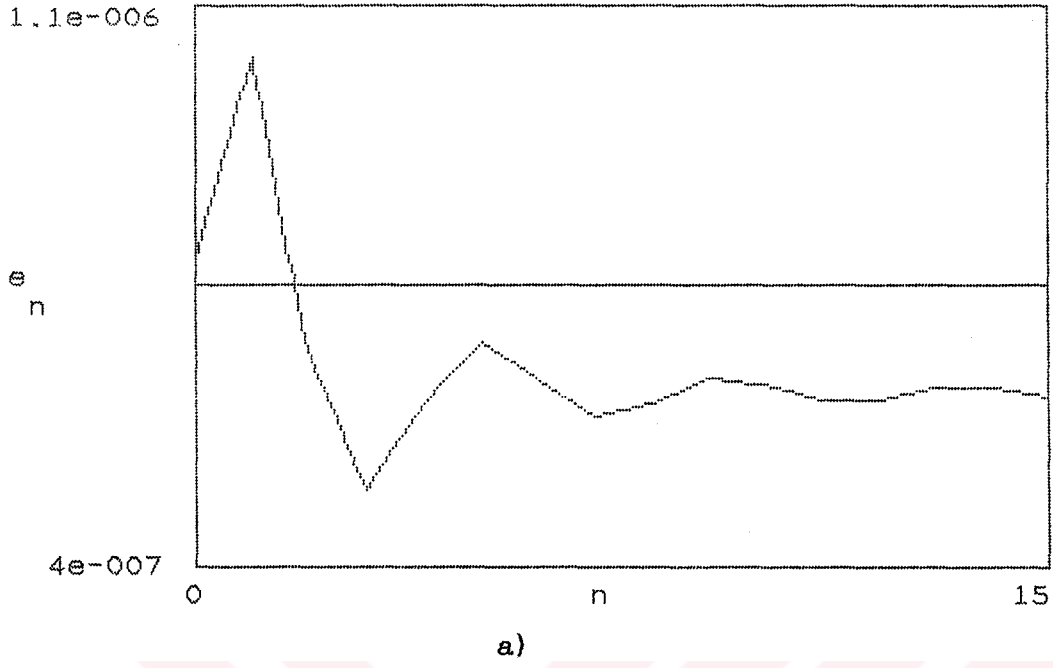


b)

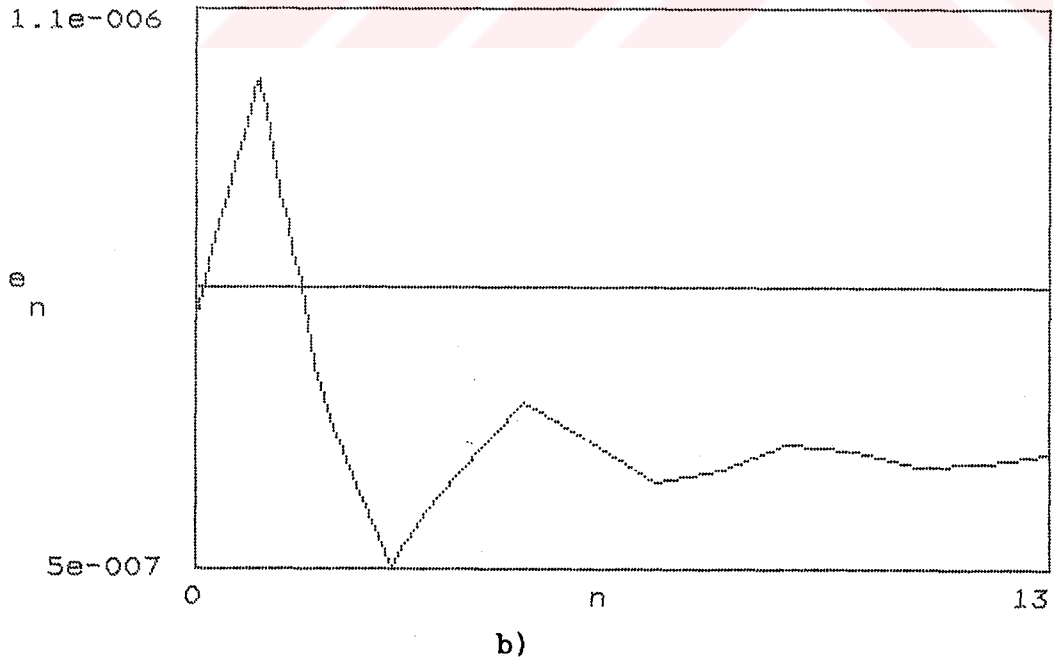


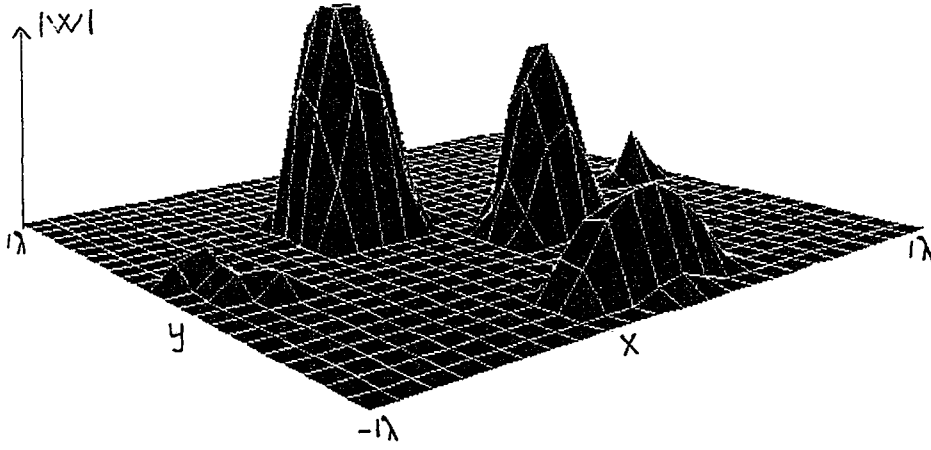
Şekil.4.4- Birinci hal a şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü





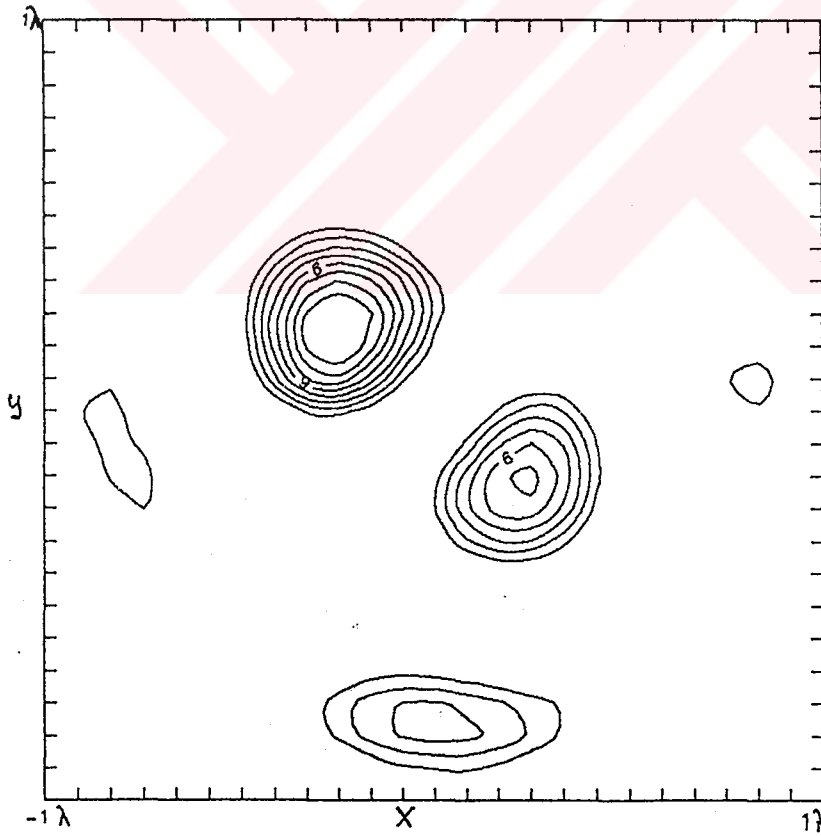
Şekil.4.5- Birinci hal'de tanımlanan karesel hatanın
a) a şıkkındaki b) b şıkkındaki değerler
için değişimi





a)

Şekil.4.6- Birinci hal b şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



b)

görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.7a ve 4.7b'de verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %9.7 ve SNR=5.68 dB olarak bulunmuştur.

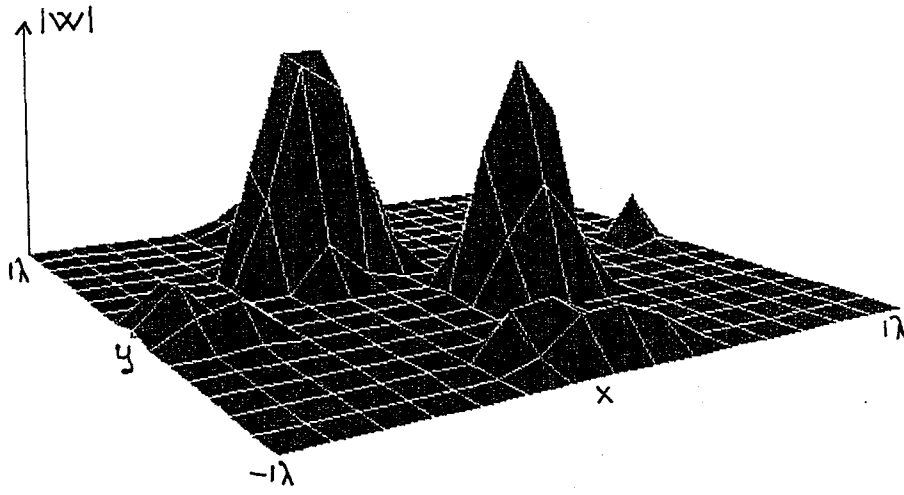
d) B bölgesi 576 alt bölgeye ayrılmış ve 40 farklı açı noktasında saçılan alan ölçümü yapılmıştır. Algoritmanın giriş matrisi 4 alt matrise ayrılmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.8a ve 4.8b'de verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %10.4 ve SNR=5.31 dB olarak bulunmuştur.

İkinci Hal

Şekil.4.1'de seçilen örnek cisim için bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 2.3$ olarak alınmıştır. Cisimden saçılan alanların reel ve sanal kısımları 90 farklı açı noktasında yapılan hesaplamalar için şekil.4.9a ve 4.9b'de gösterilmiştir. ϵ_r 'nin seçilen bu değeri için elde edilen görüntüler şu şekilde düzenlenmiştir:

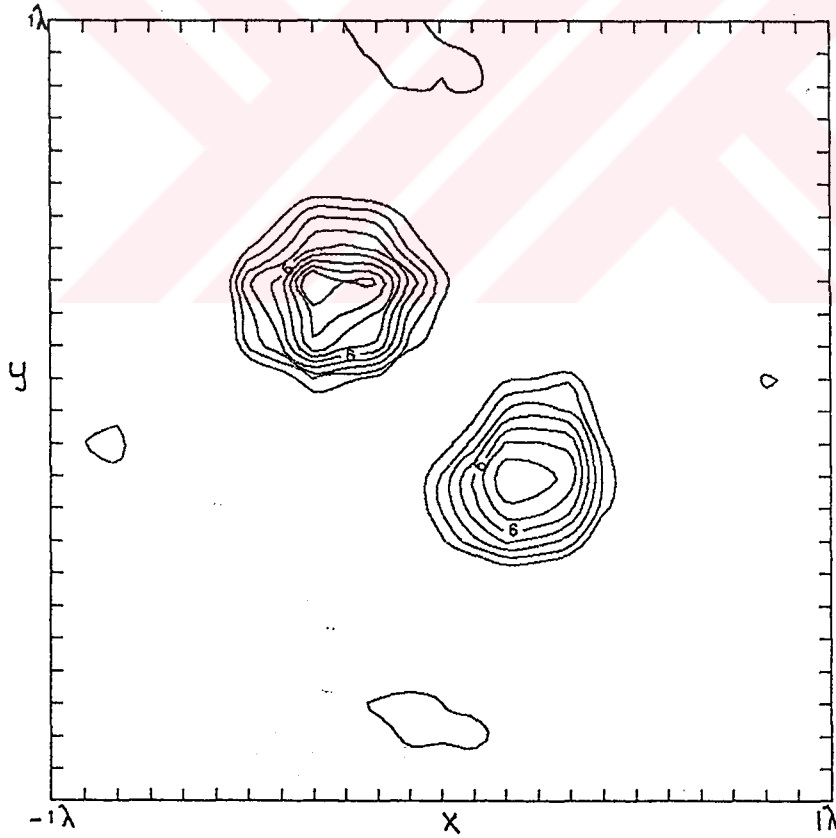
a) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 256, saçılan alanın ölçüm sayısı 90 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.10a ve 4.10b'de verilmiştir. (3.22) eşitliğinde tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımı sonucunda değişimi şekil.4.11a'da verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %7.9 ve SNR=6.53 dB olarak bulunmuştur.

b) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 256, saçılan alanın ölçüm sayısı 90 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. (3.22) ile tanımlanan karesel hatanın iterasyon adımları sonucunda değişimi şekil.4.11b'de verilmiştir. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.12a ve

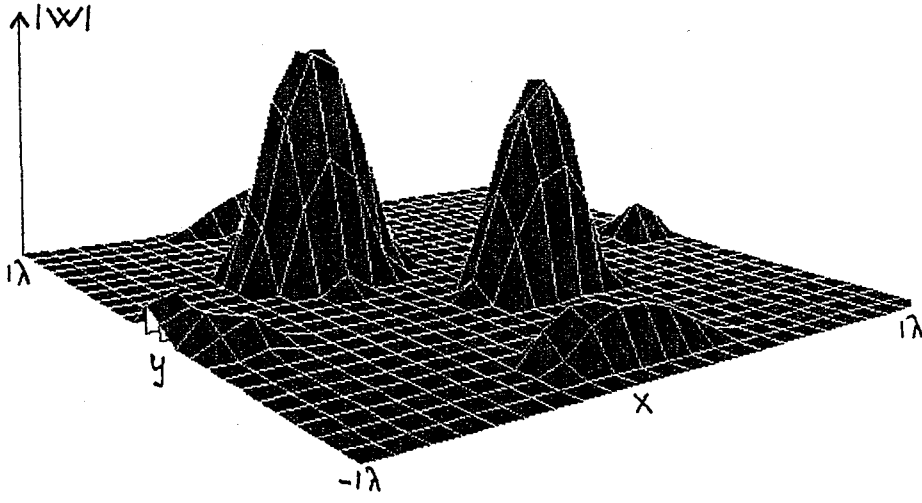


a)

Şekil.4.7- Birinci hal c şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

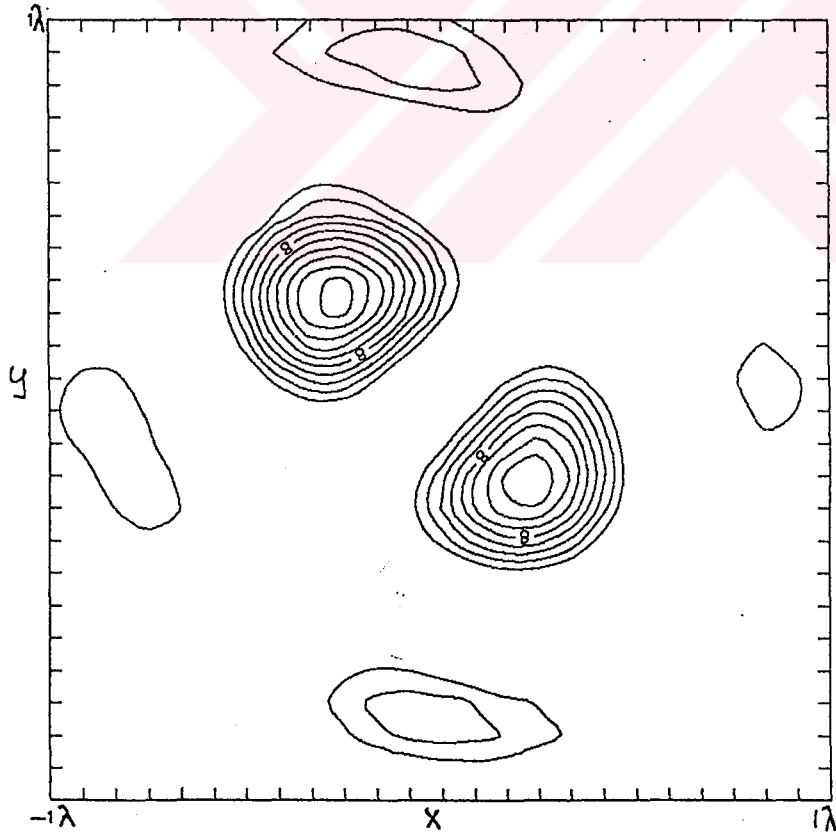


b)



a)

Şekil.4.8- Birinci hal d şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



b)

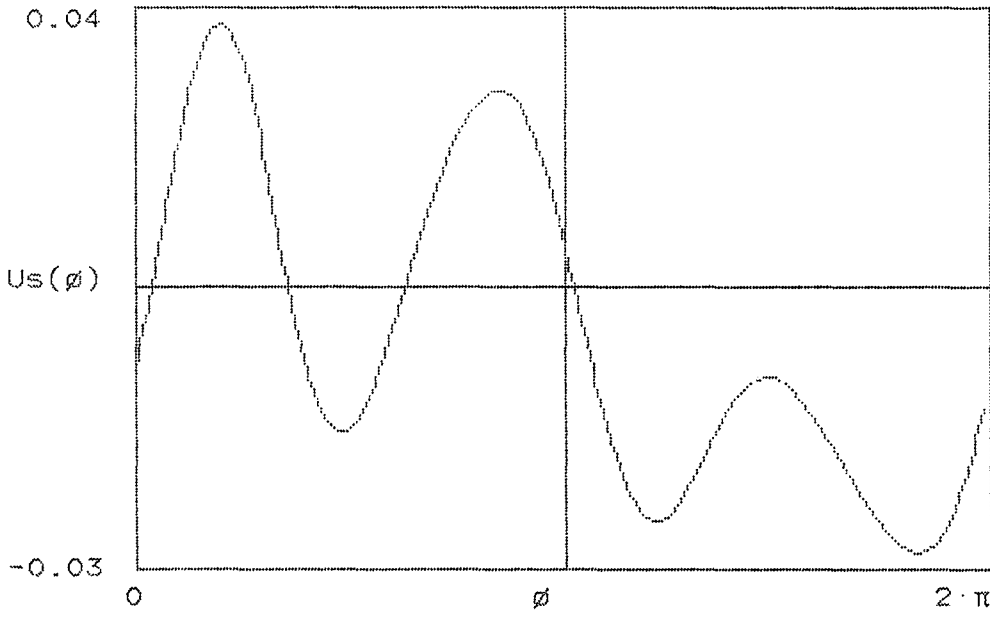
4.12b'de verilmiştir. Sonuçta elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %8.7 ve SNR=6.12 dB olarak bulunmuştur.

c) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 576, saçılan alanın ölçüm sayısı 40 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.13a ve 4.13b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %8 ve SNR=6.43 dB olarak bulunmuştur.

d) c şikkından farklı olarak giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.14a ve 4.14b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %9 ve SNR=5.97 dB olarak bulunmuştur.

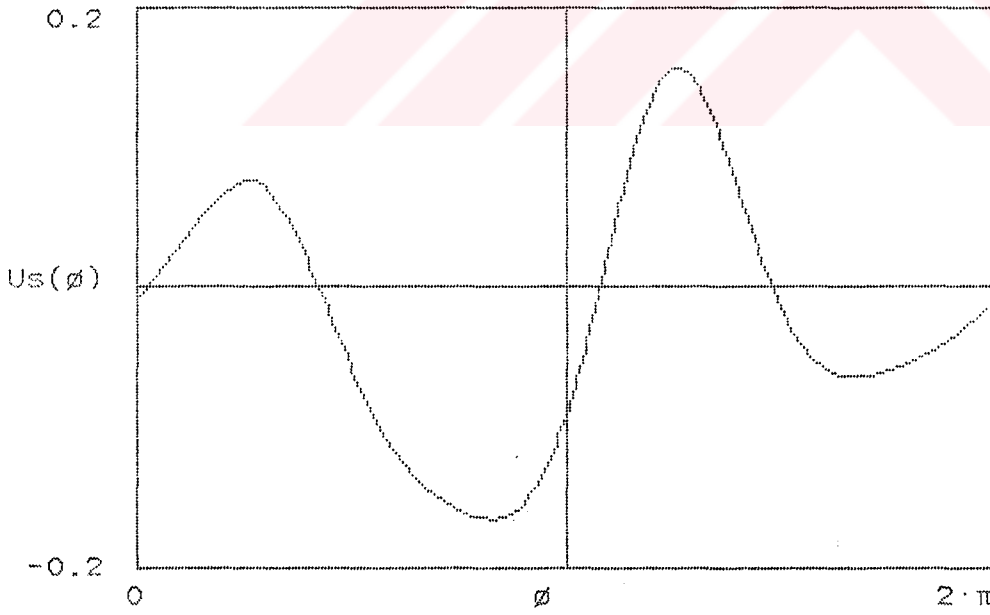
4.3.2. İkinci Örnek için Görüntüler

Seçilen ikinci örnek, Şekil.4.2.'de gösterilen Oxyz koordinat sisteminde birinci ve üçüncü bölgede, $y=x$ doğrusu üzerinde kenar uzunlukları $l=3\lambda$ ve $2l=6\lambda$ olan kesiti dikdörtgen şeklindeki cisimden oluşmaktadır. Cismin negatif Ox eksenini doğrultusunda ilerleyen z polarizasyonlu elektrik alana sahip düzlemsel bir dalga ile aydınlatılması sonucu oluşan saçılan alanlar yine merkezden $r=10\lambda$ uzakta pozitif Ox eksenini ile ϕ açısı yapan noktalarda ölçülmüşlerdir. ϕ açısının $(0,2\pi)$ aralığı için ayırık noktalarda alınan ölçüm sayısı 40 ve 90 olarak seçilmiştir. Cismin bulunabileceği B bölgesinin boyutları $2\lambda \times 2\lambda$ olup bu bölge $16 \times 16 = 256$ ve $24 \times 24 = 576$ olacak şekilde iki farklı sayıdaki alt bölgelere ayrılmıştır. Seçilen cisim için bağıl dielektrik sabitinin iki ayrı değerinde bulunan sonuçlar yine algoritmanın giriş matrisinin ayrıldığı alt matrislerin sayısının iki ve dört olduğu durumlar için ayrı ayrı verilmiştir.

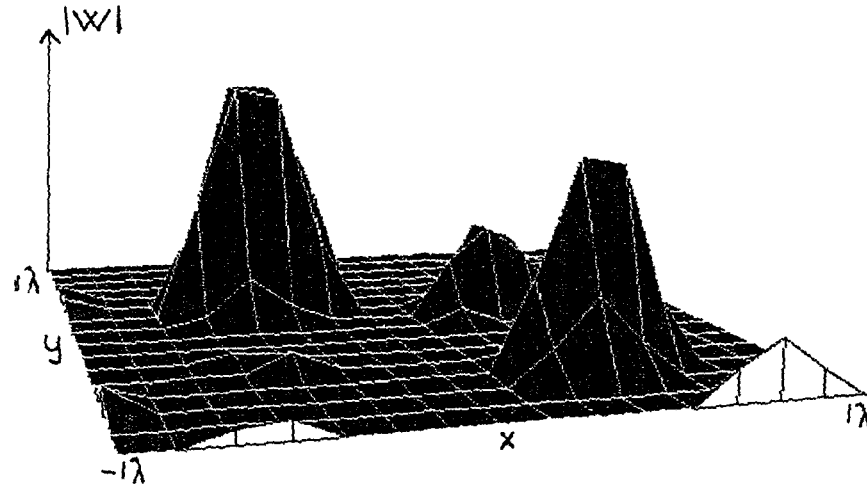


a)

Şekil.4.9- İkinci hal'de incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım

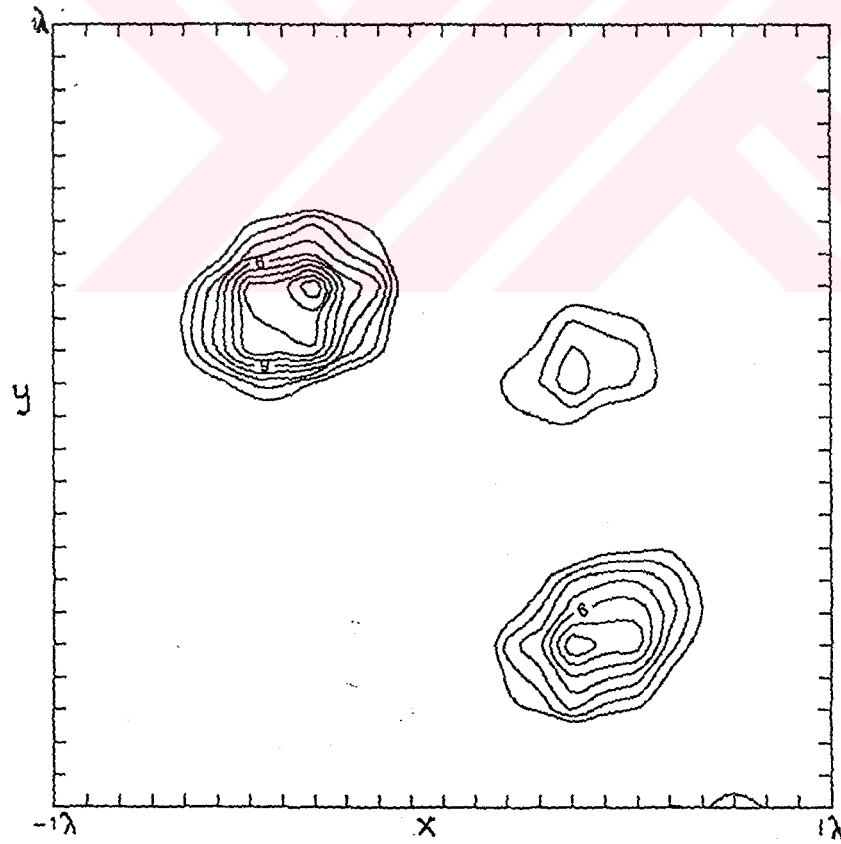


b)

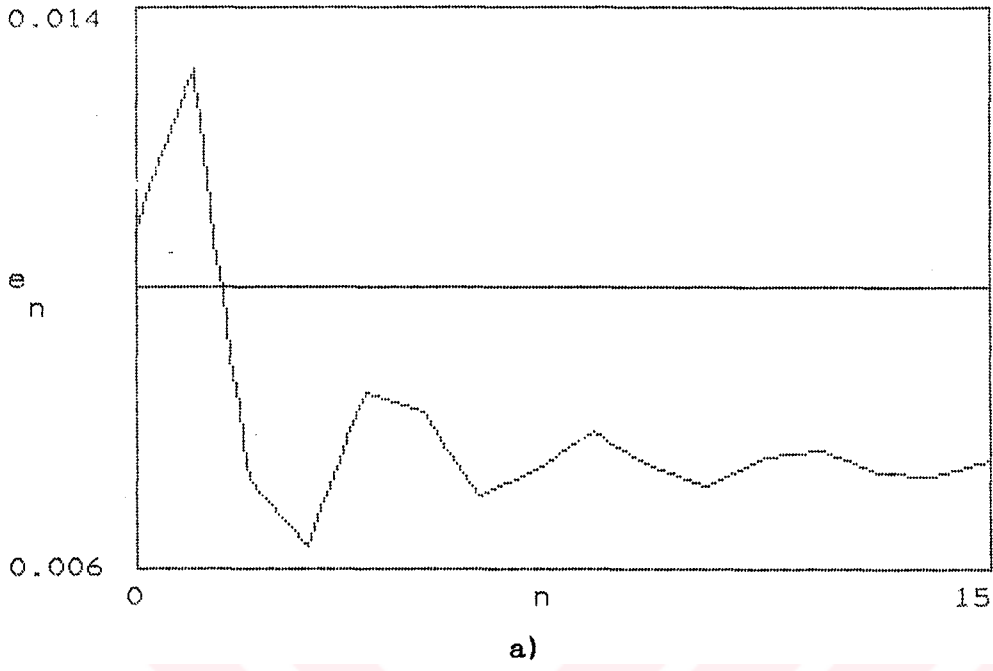


a)

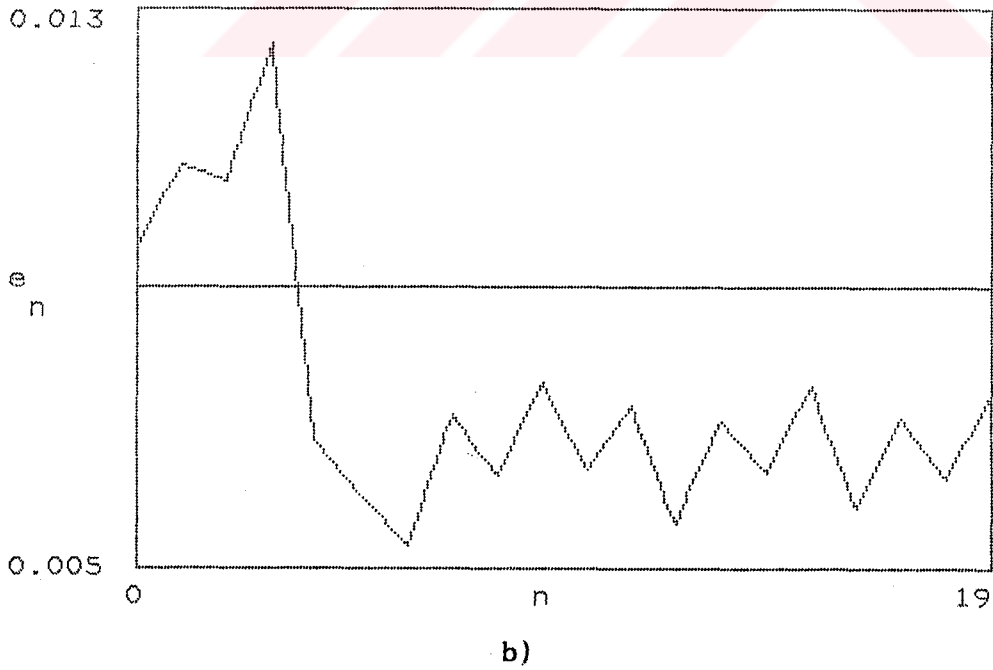
Şekil.4.10- İkinci hal a şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

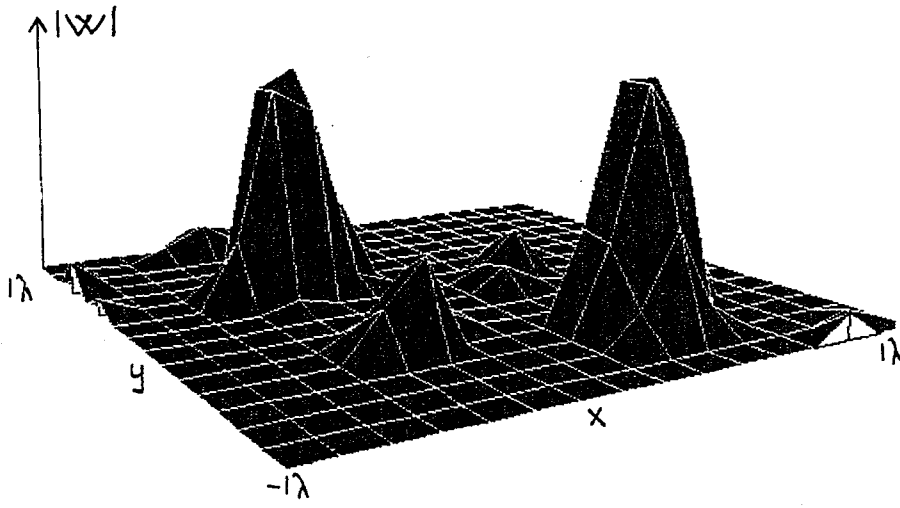


b)



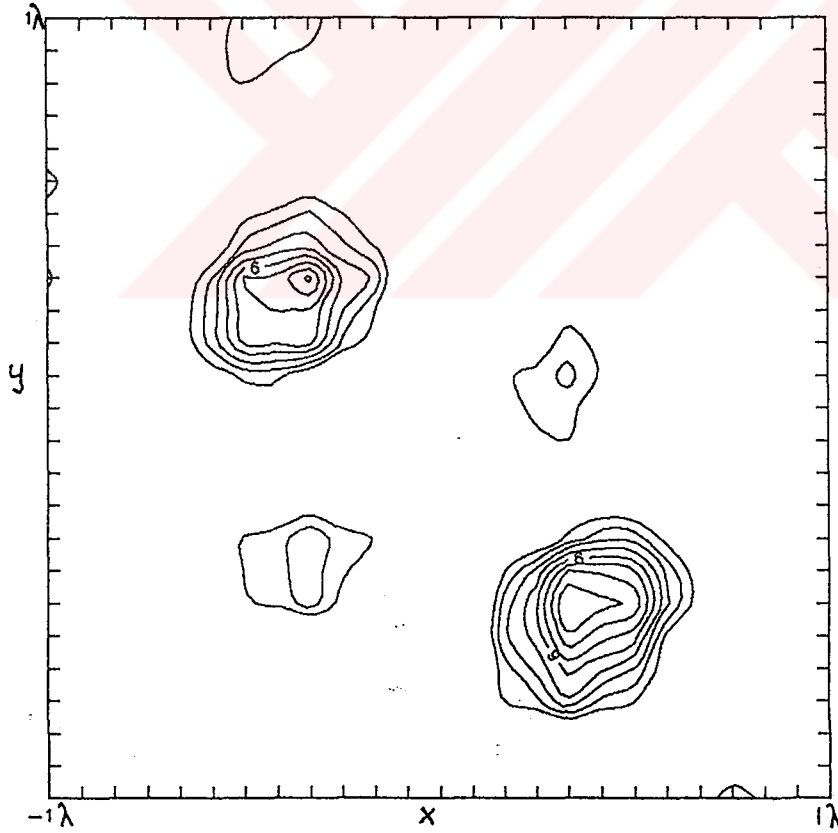
Şekil.4.11- İkinci hal'de tanımlanan karesel hatanın
a) a şıkkındaki b) b şıkkındaki değerler
için değişimi



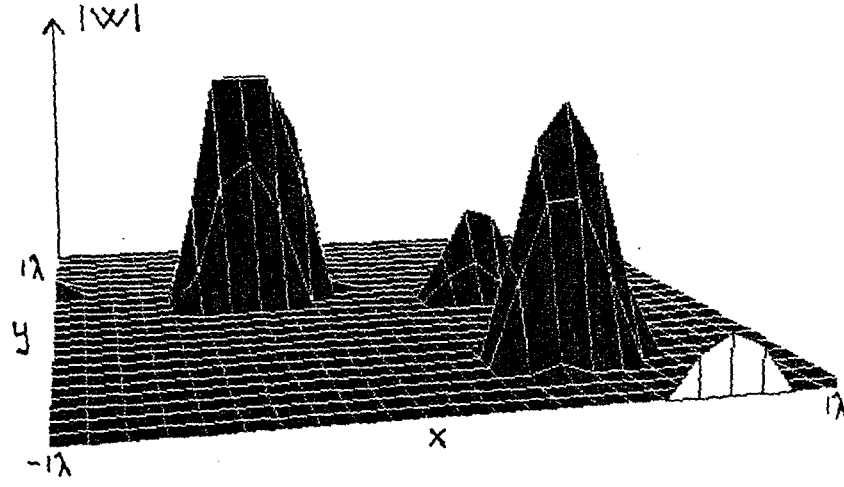


a)

Şekil.4.12- İkinci hal b şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

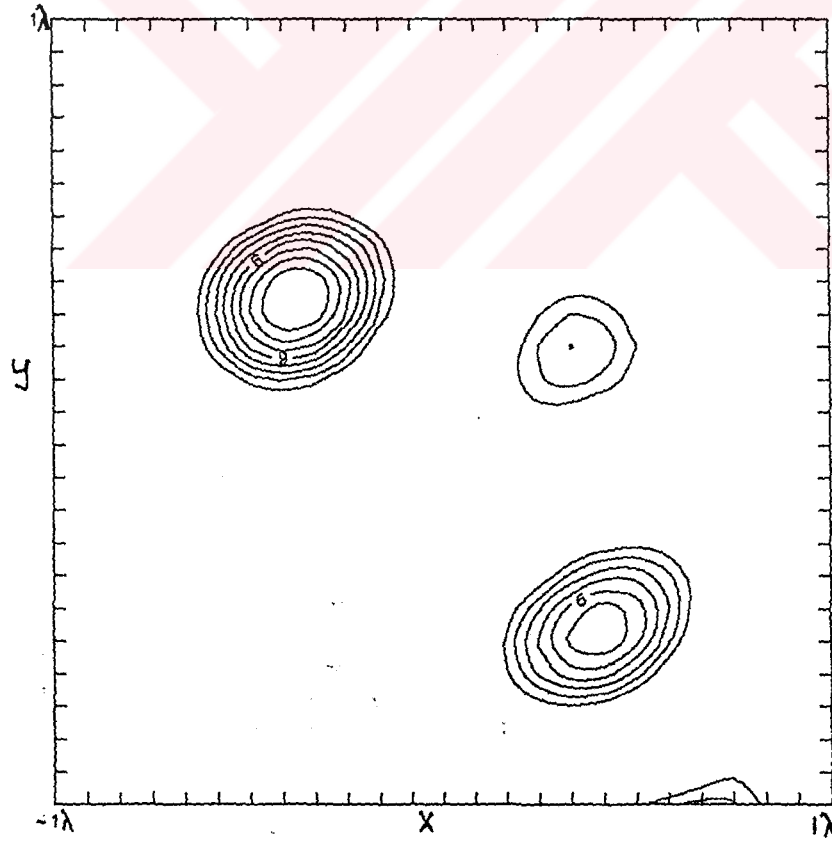


b)

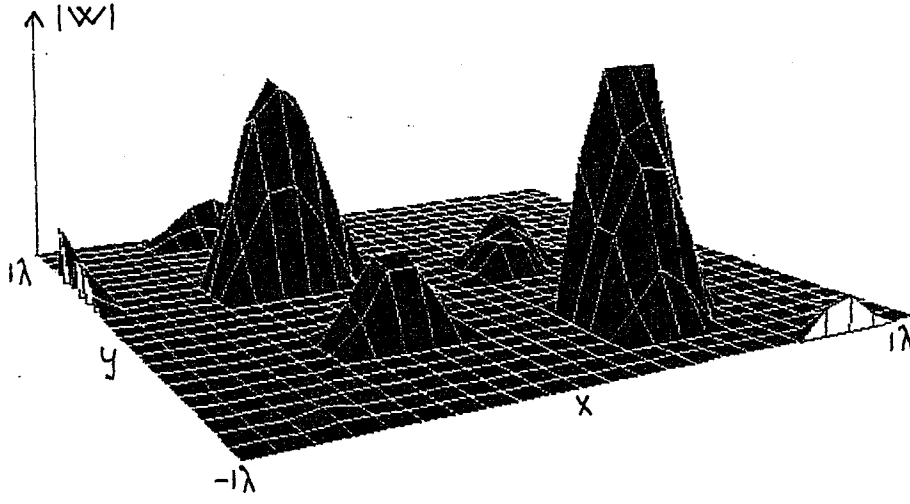


a)

Şekil.4.13- İkinci hal c şıkkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

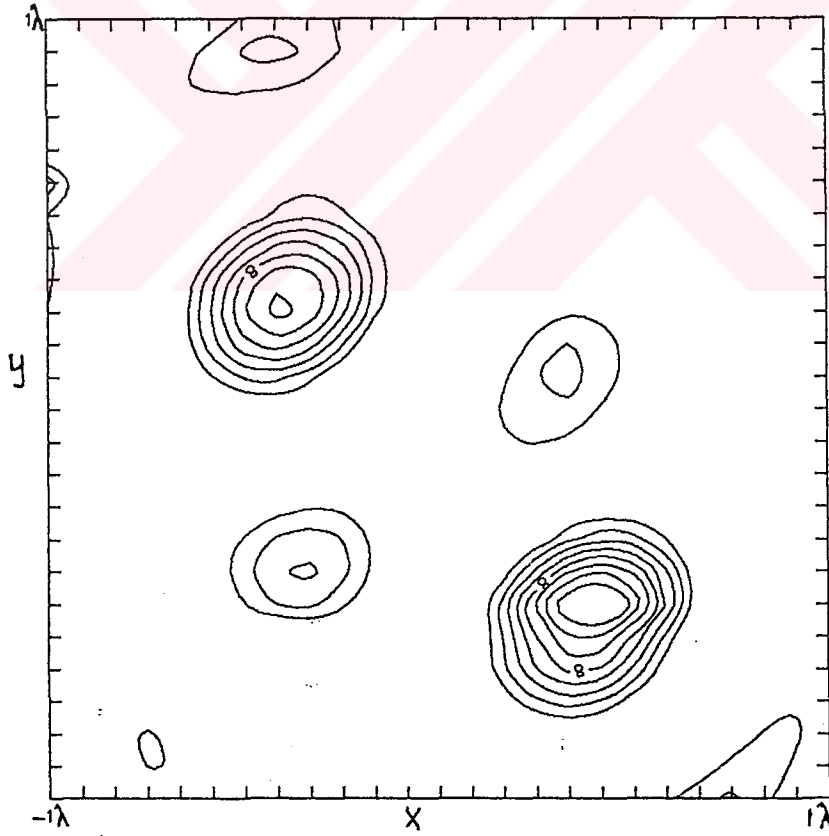


b)



a)

Şekil.4.14- İkinci hal d şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



b)

Birinci Hal

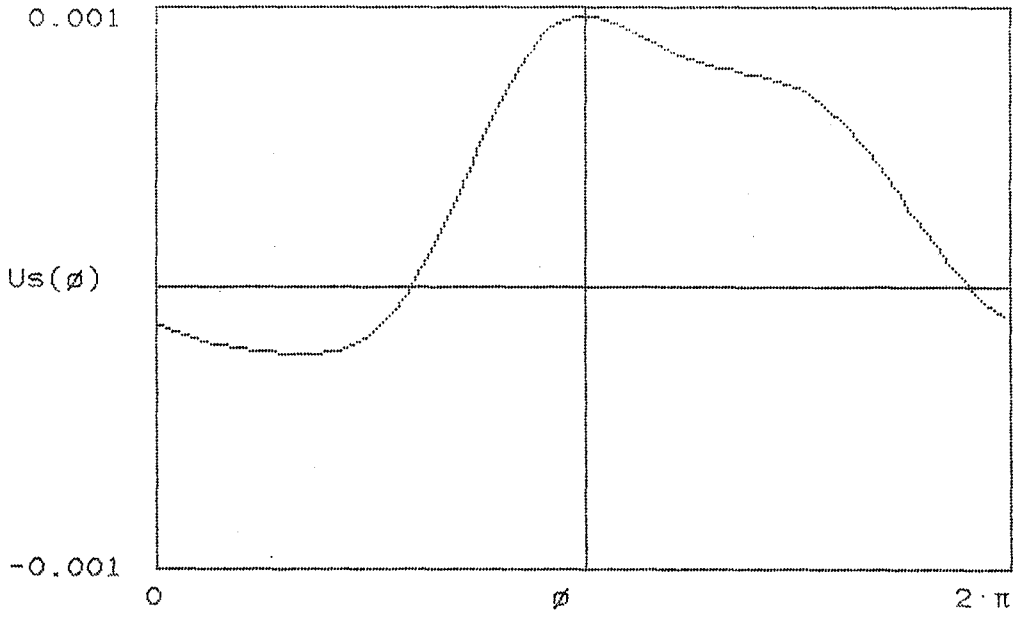
Şekil.4.2.'de seçilen örnek cisim için bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 1.01$ değerinde alınmıştır. Cisimden saçılan alanların reel ve sanal kısımları 90 farklı açı noktasında yapılan hesaplamalar için şekil.4.15a ve şekil.4.15b'de gösterilmiştir. ϵ_r 'nin bu değeri için elde edilen görüntüler şu şekilde düzenlenmiştir:

a) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 256, saçılan alanın ölçüm sayısı 90 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.16a ve 4.16b'de verilmiştir. (3.22) eşitliğinde tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımında değişimi şekil.4.17a'da verilmiştir. Elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %6.4 ve SNR=7.21 dB olarak bulunmuştur.

b) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 576, saçılan alanın ölçüm sayısı 40 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. (3.22) ile tanımlanan karesel hatanın iterasyon adımları sonucunda değişimi şekil.4.17b'de verilmiştir. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.18a ve 4.18b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %6.6 ve SNR=7.07 dB olarak bulunmuştur.

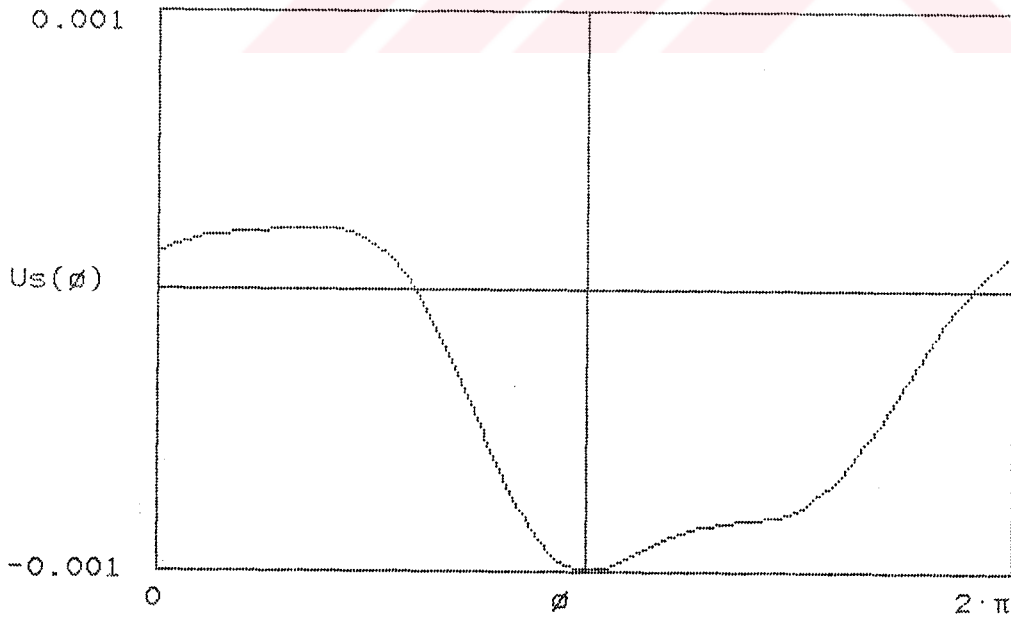
c) a şikkından farklı olarak giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.19a ve 4.19b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %7 ve SNR=6.8 dB olarak bulunmuştur.

d) b şikkından farklı olarak giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.20a ve 4.20b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %7 ve SNR=6.8 dB olarak bulunmuştur.

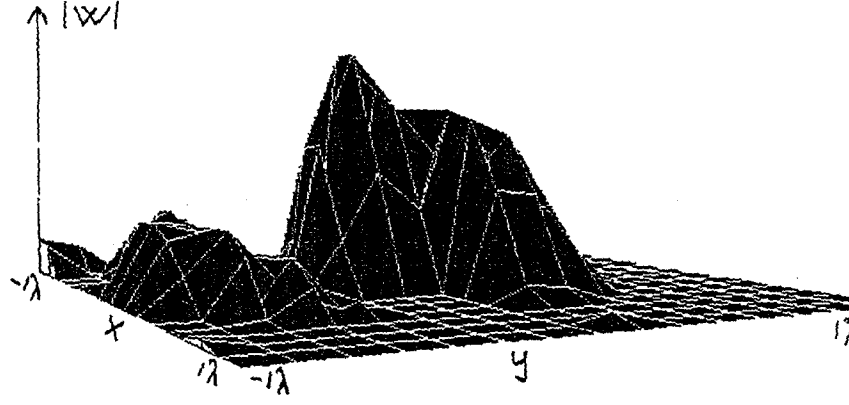


a)

Şekil.4.15- Birinci hal'de incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım

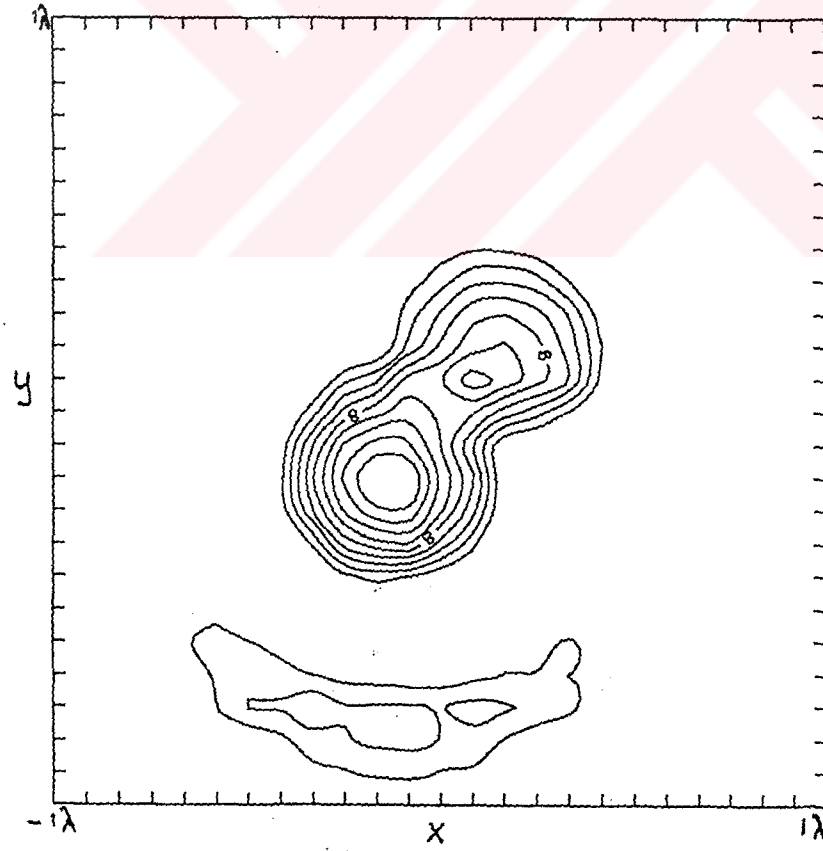


b)

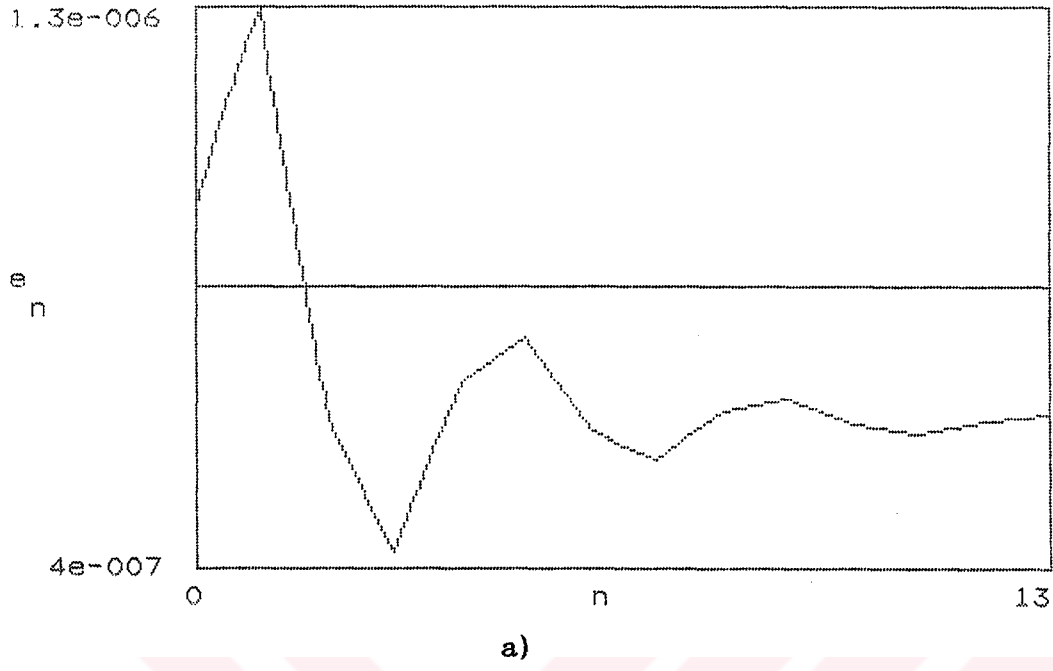


a)

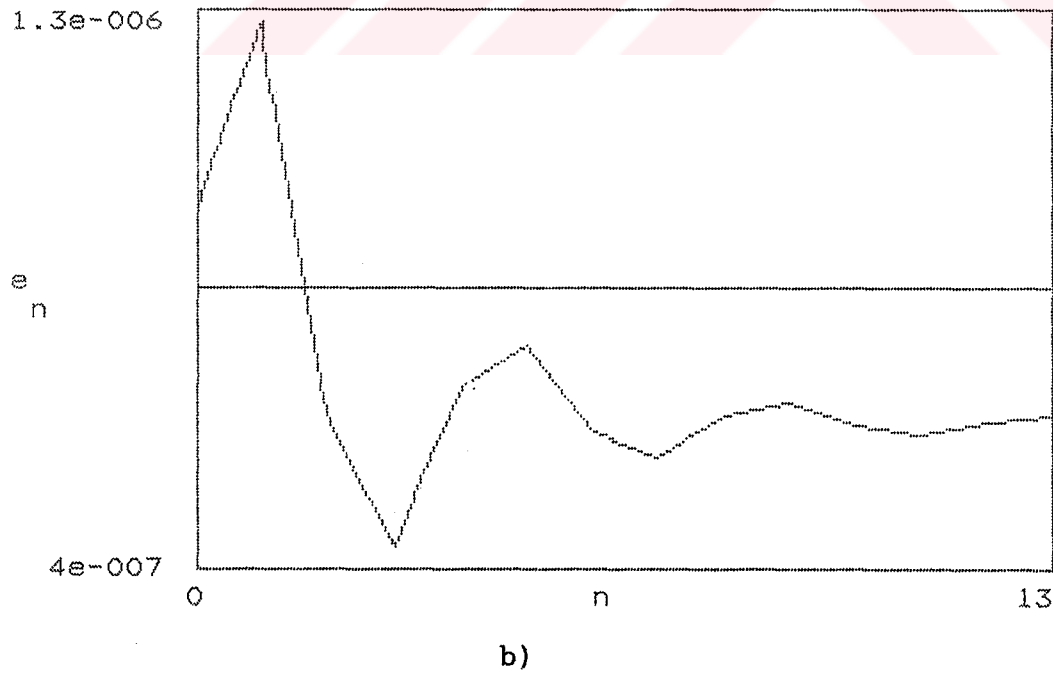
Şekil.4.16- Birinci hal a şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

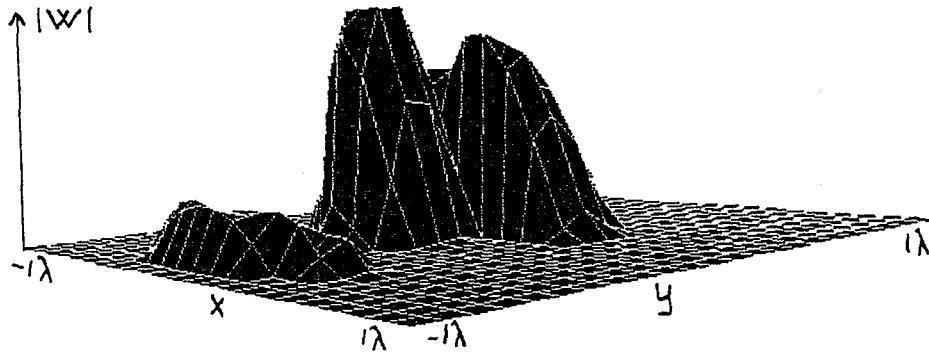


b)



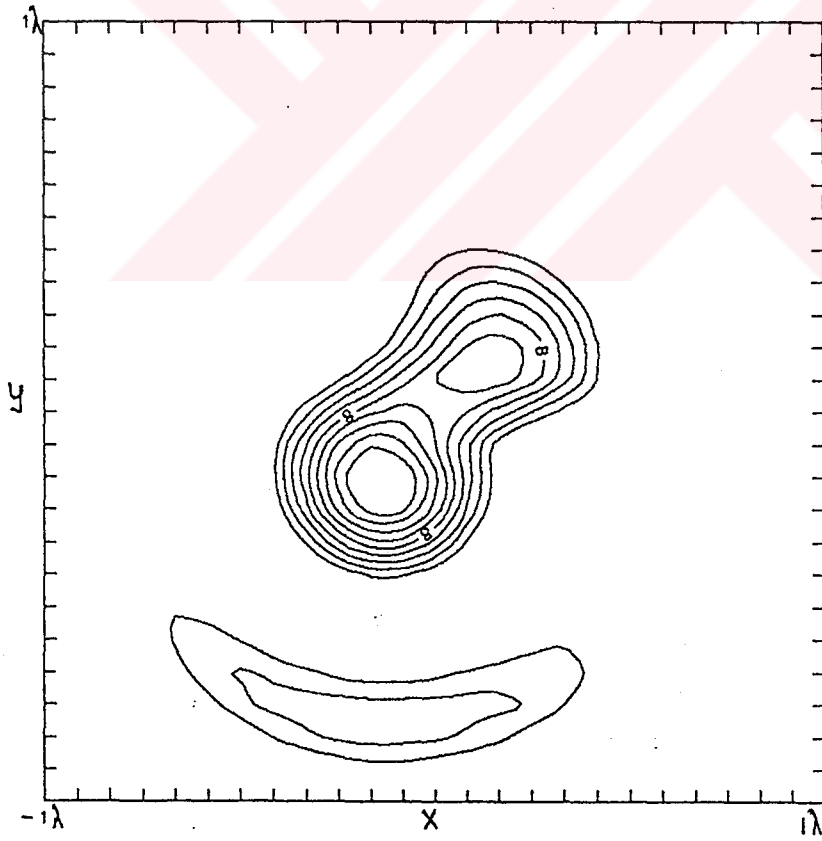
Şekil.4.17- Birinci hal'de tanımlanan karesel hatanın
a) a şıkkındaki b) b şıkkındaki değerler
için değişimi



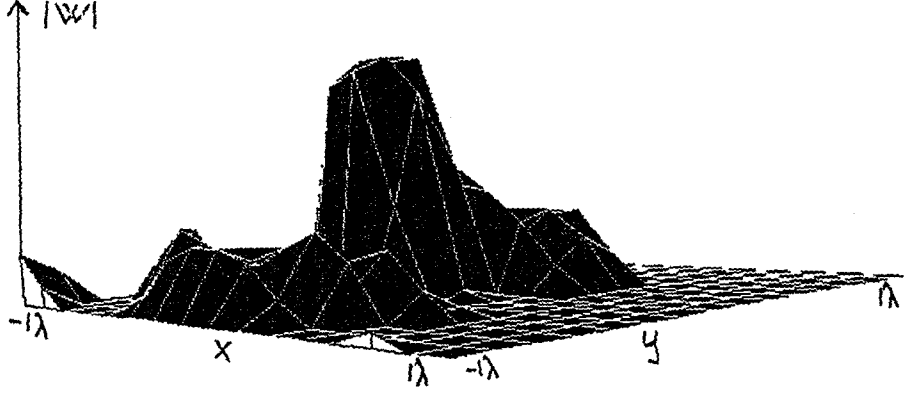


a)

Şekil.4.18- Birinci hal b şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

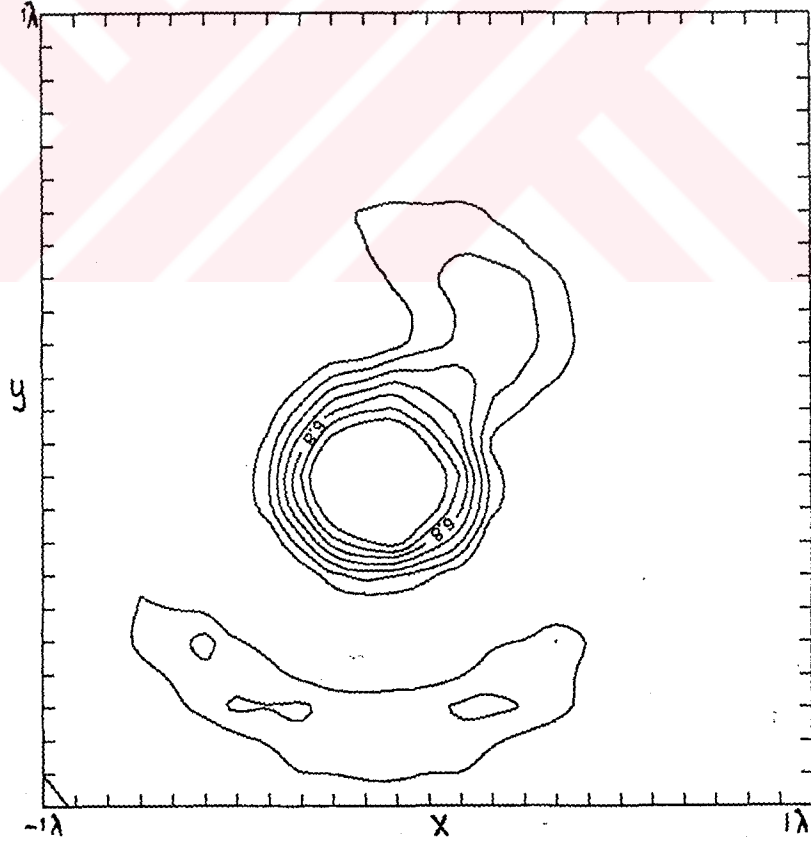


b)

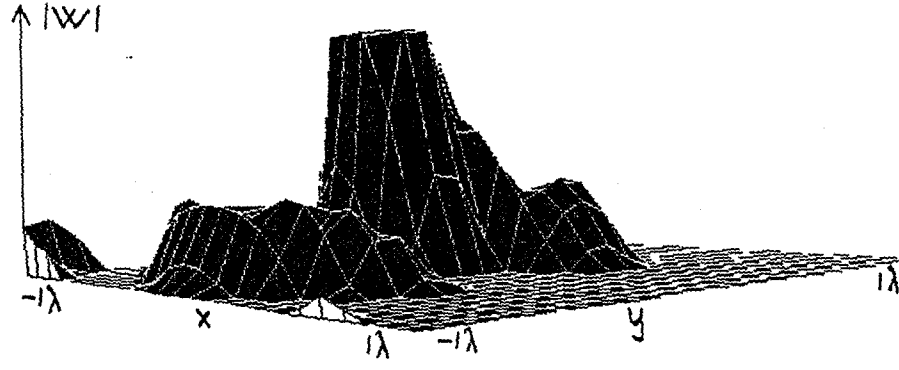


a)

Şekil.4.19- Birinci hal c şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

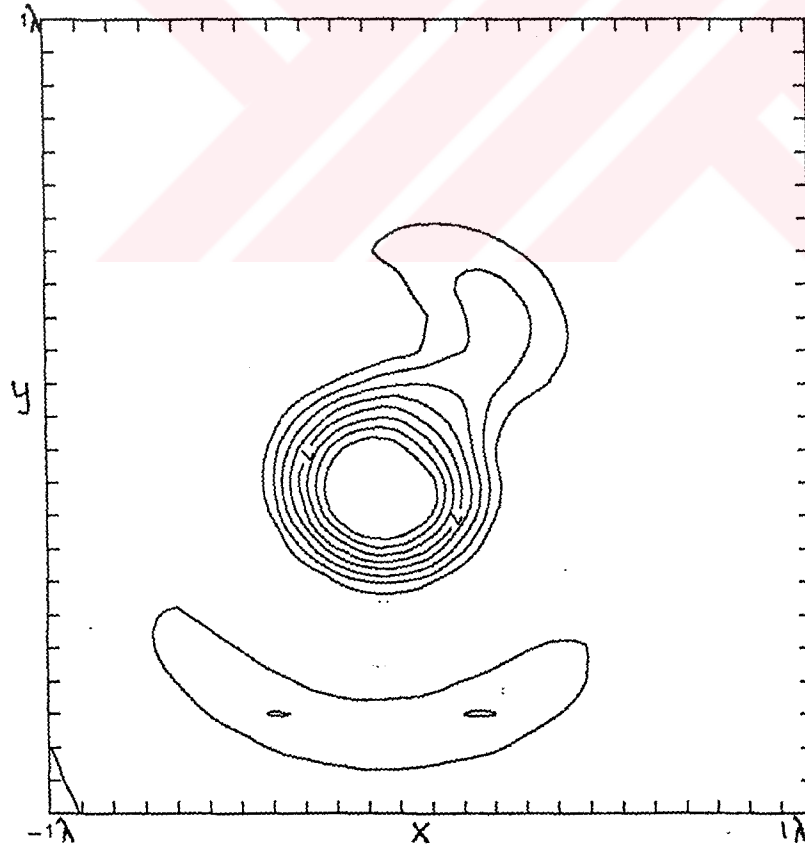


b)



a)

Şekil.4.20- Birinci hal d şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



b)

İkinci Hal

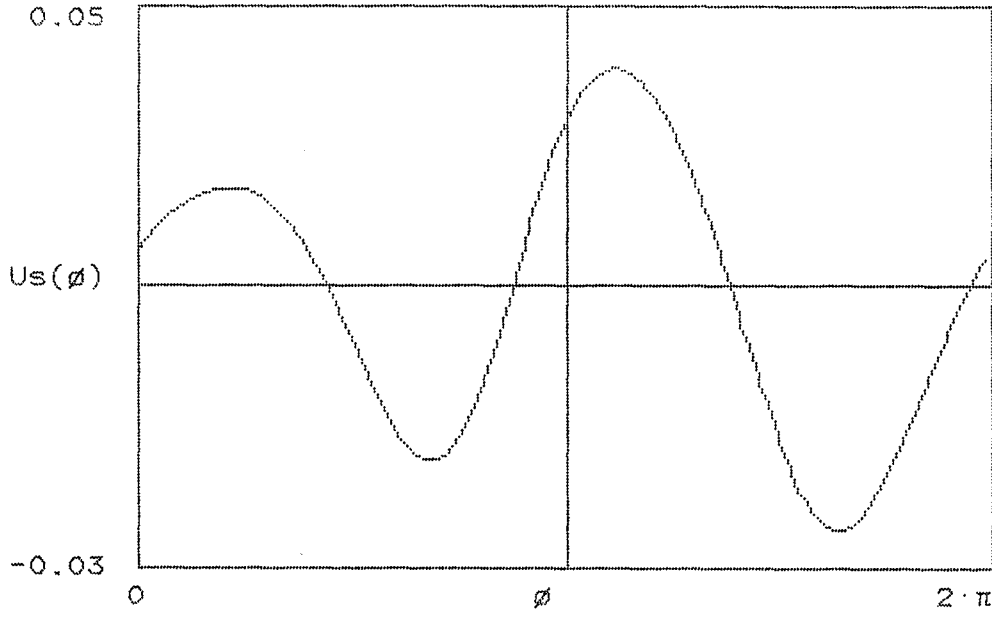
Şekil.4.2.'de verilen örnek cisim için bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 2.3$ değerinde alınmıştır. Cisimden saçılan alanların reel ve sanal kısımları 90 farklı açı noktasında yapılan hesaplamalar için şekil.4.21a ve şekil.4.21b'de gösterilmiştir. ϵ_r 'nin bu değeri için elde edilen görüntüler şu şekilde düzenlenmiştir:

a) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 256, saçılan alanın ölçüm sayısı 90 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.22a ve 4.22b'de verilmiştir. (3.22) eşitliğinde tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımıda değişimi şekil.4.23a'da verilmiştir. Elde edilen görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %8.3 ve SNR=6.18 dB olarak bulunmuştur.

b) a şikkından farklı olarak giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. (3.22)'de tanımlanan karesel hatanın her bir iterasyon adımıda değişimi şekil.4.23b'de verilmiştir. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.24a ve 4.24b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %11.1 ve SNR=5.18 dB olarak bulunmuştur.

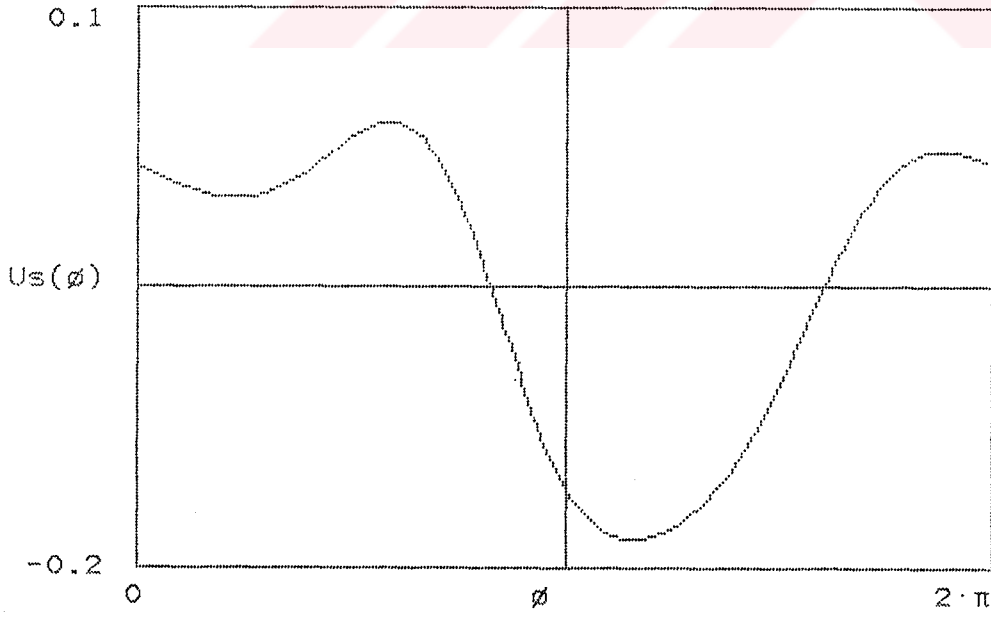
c) B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 576, saçılan alanın ölçüm sayısı 40 ve giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.25a ve 4.25b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %10.9 ve SNR=5.25 dB olarak bulunmuştur.

d) c şikkından farklı olarak giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 4 olarak alınmıştır. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri şekil.4.26a ve 4.26b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranı sırasıyla %12.9 ve SNR=4.62 dB olarak bulunmuştur.

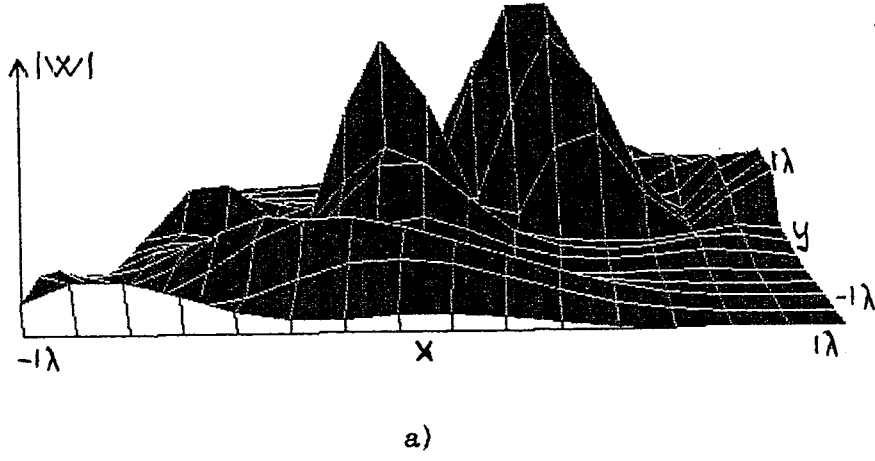


a)

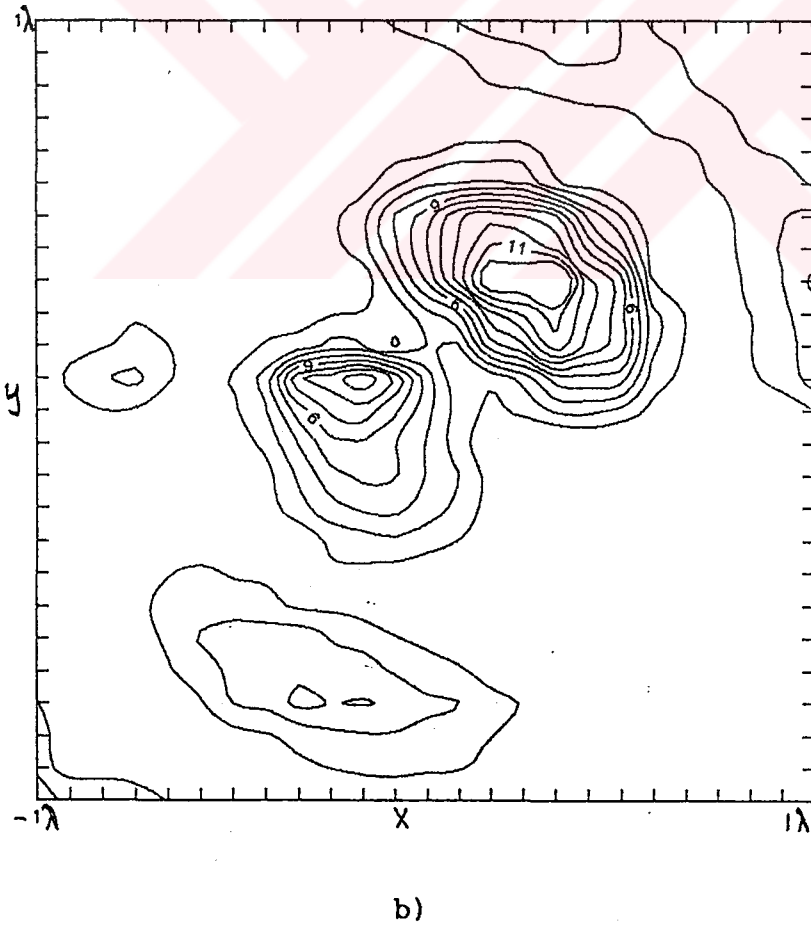
Şekil.4.21- İkinci hal'de incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım

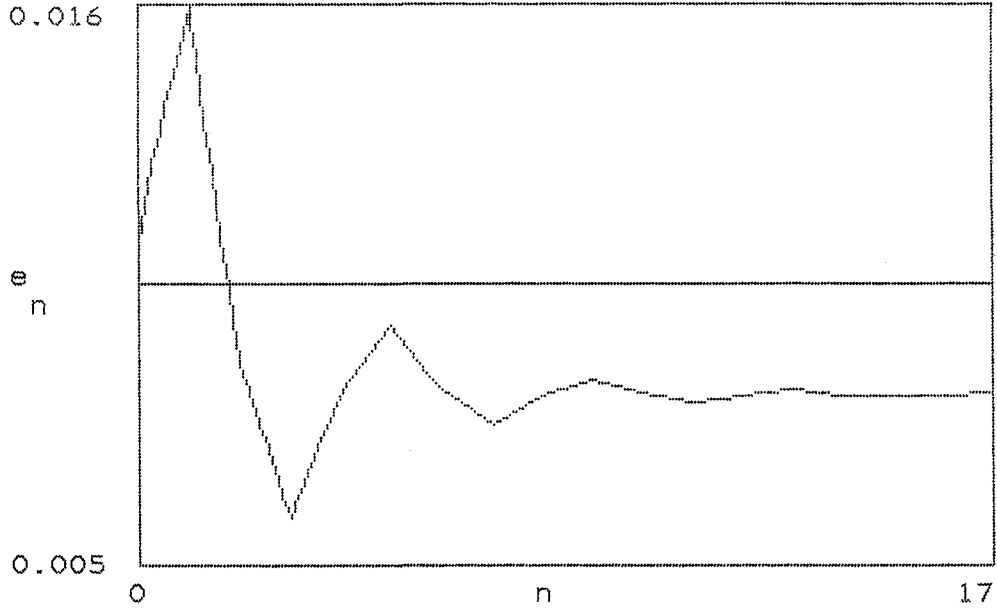


b)



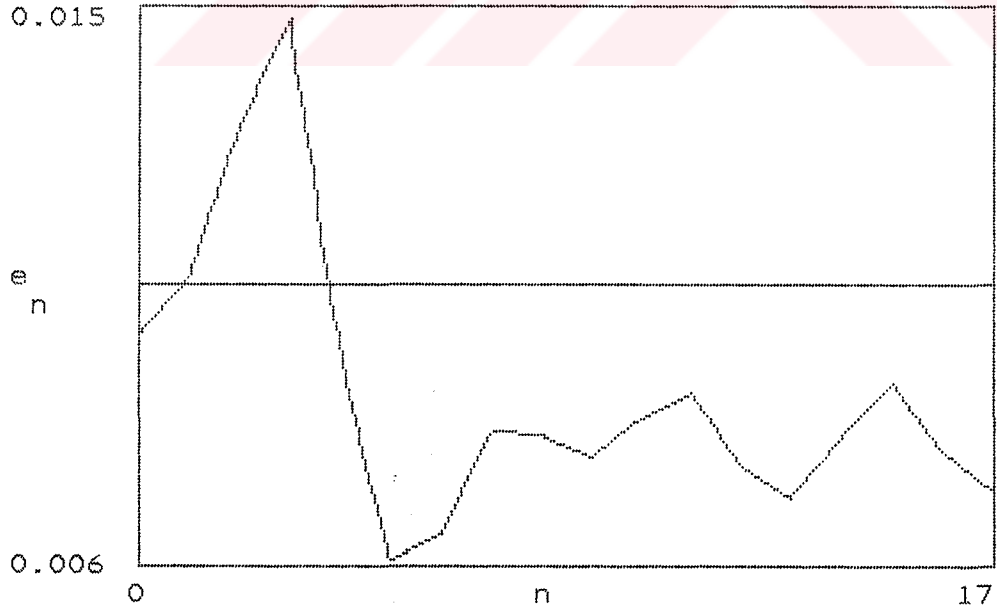
Şekil.4.22- İkinci hal a şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



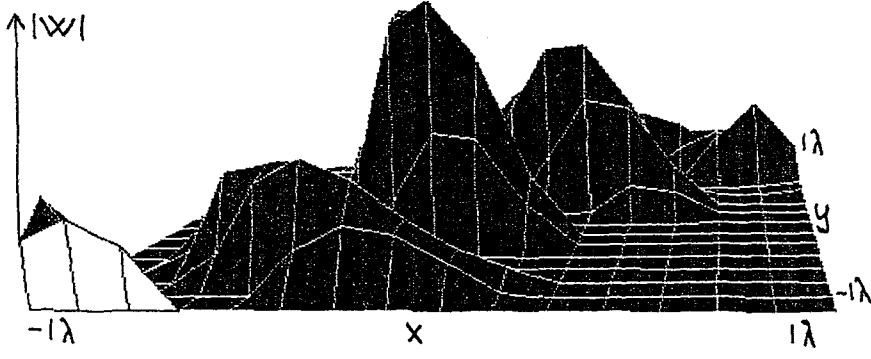


a)

Şekil.4.23- İkinci hal'de tanımlanan karesel hatanın
a) a şıkkındaki b) b şıkkındaki değerler
için değişimi

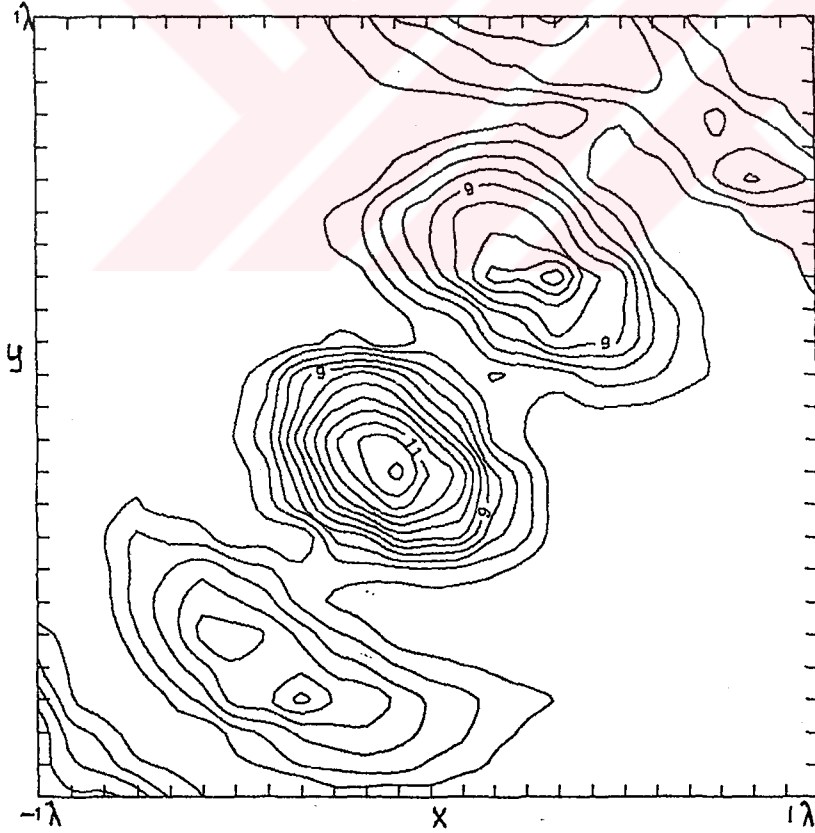


b)

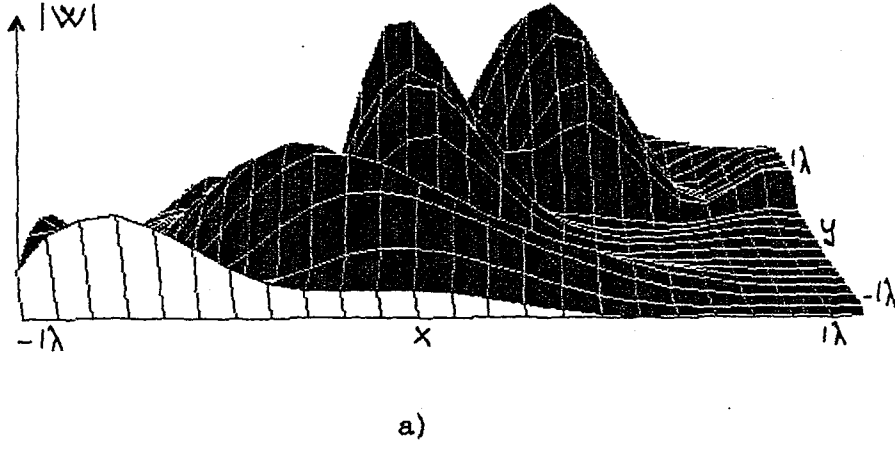


a)

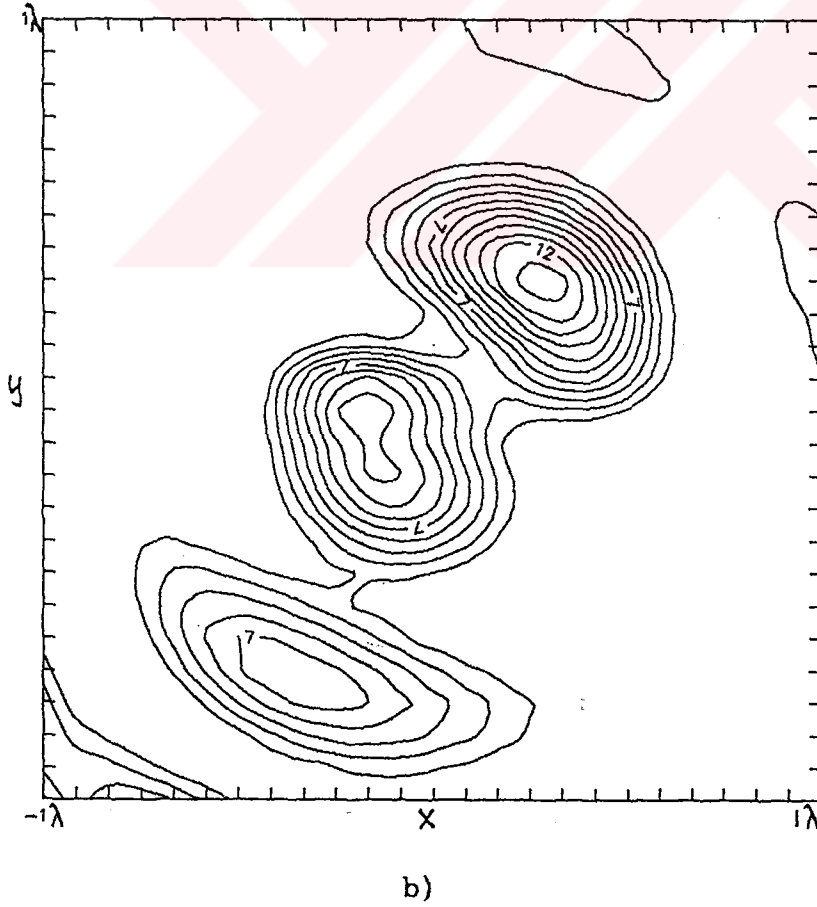
Şekil.4.24- İkinci hal b şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü

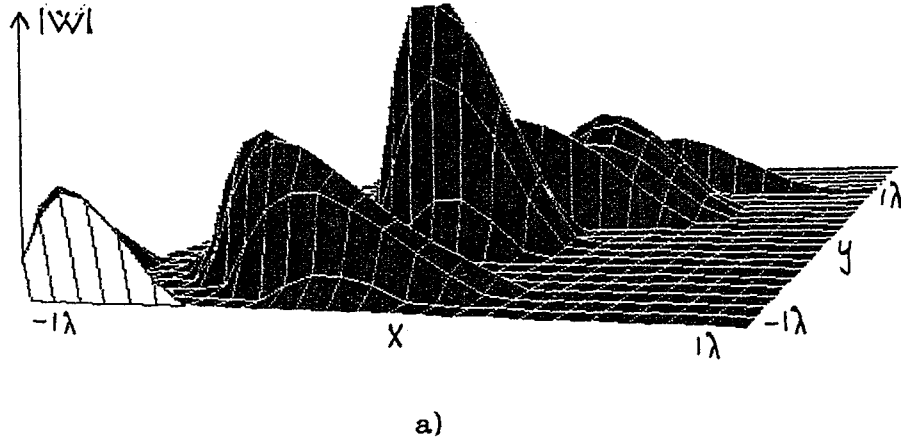


b)

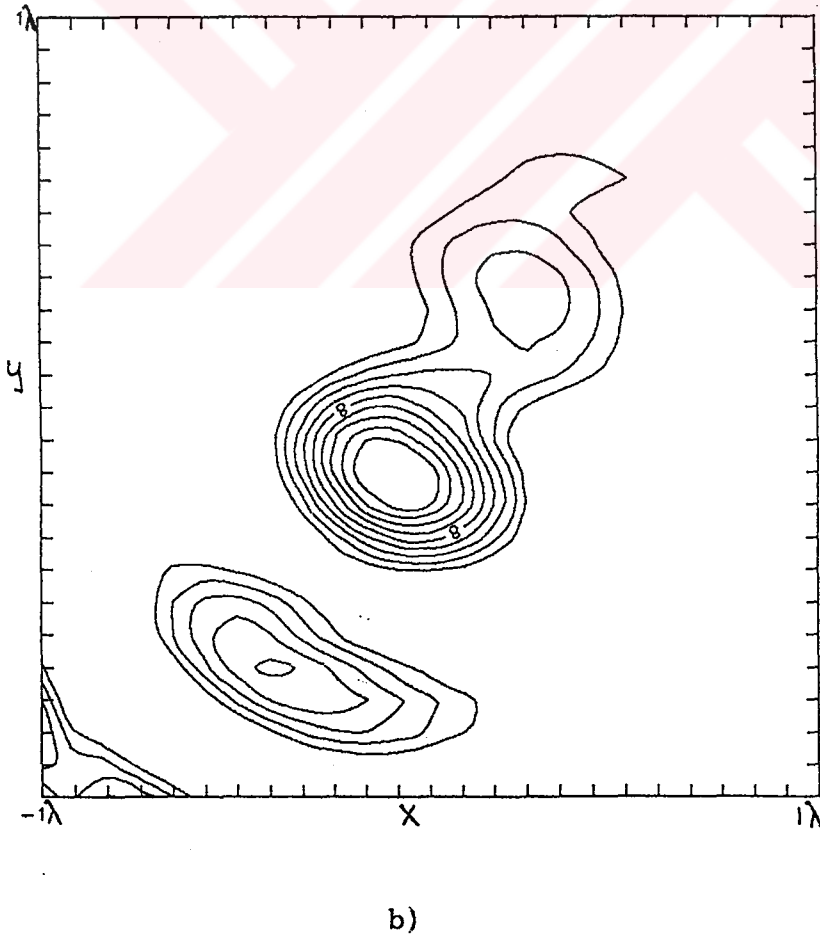


Şekil.4.25- İkinci hal c şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



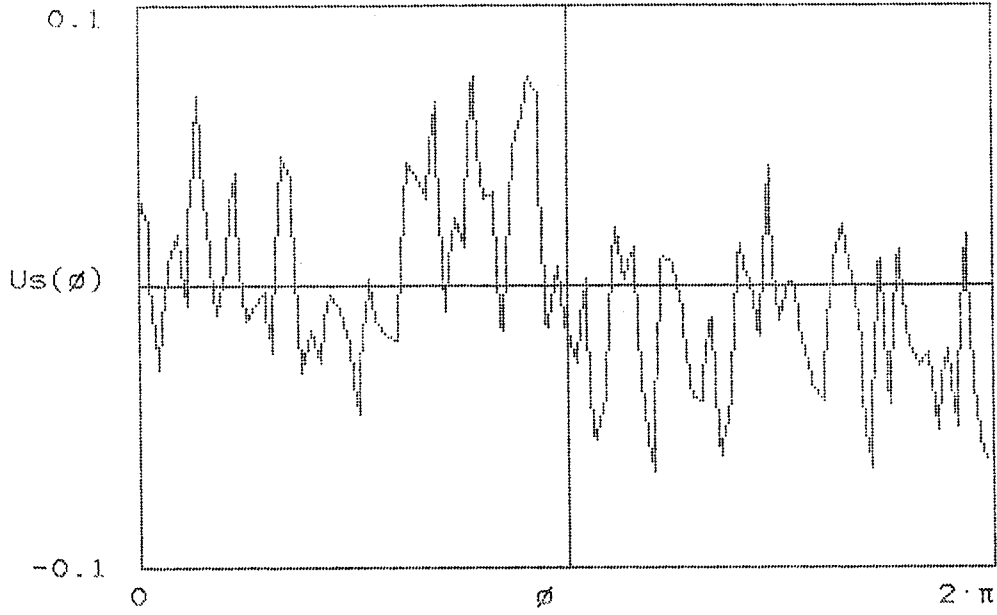


Şekil.4.26- İkinci hal d şıkında verilen değerler için
cismin a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü



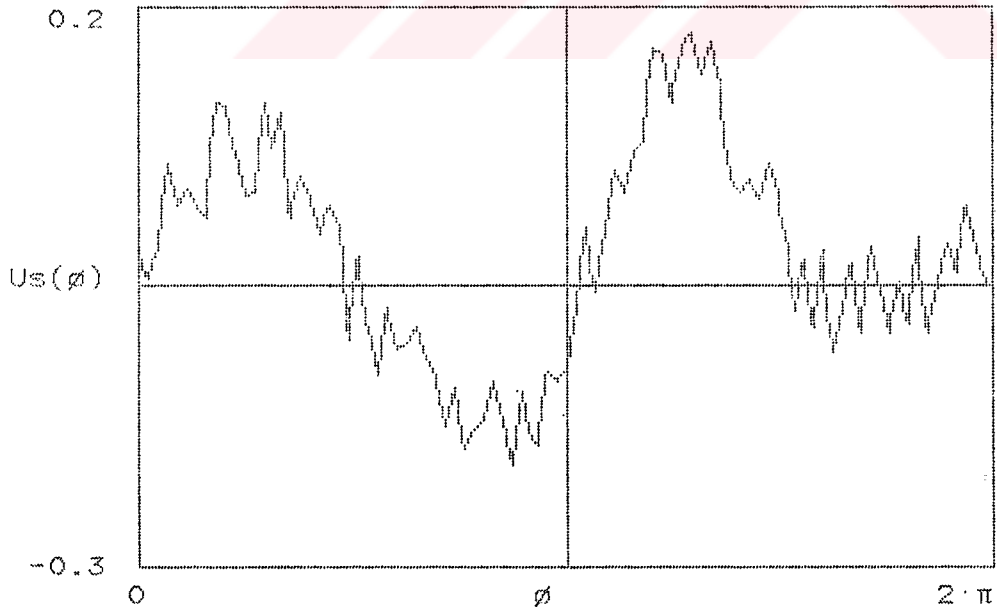
4.3.3. Üçüncü Örnek için Görüntüler

Birinci ve ikinci örnekler için elde edilen görüntüler gürültüsüz saçılan alan değerleri için oluşturulmuştur. Gerçek ortamda yapılan ölçümlerde saçılan alanlar üzerine dış ortamdan gelen gürültüler ekleneceğinden ölçüm değerleri moment yöntemi ile hesaplanan değerlerden farklı olacaktır. Bu nedenle son olarak alınan örnek için gürültülü saçılan alan değerleri kullanılmış ve sonuca etkisi incelenmiştir. Bu amaçla şekil.4.1.'de gösterilen cisim için bağıl dielektrik sabitinin $\epsilon_r = 2.3$ olduğu durum uygulama için seçilmiştir. Bu cisimden saçılan alanlar üzerine üç farklı gürültü seviyesinde beyaz gürültü eklenmiştir. Bu gürültü seviyelerinin SNR=10, 20 ve 30 dB seçildiği durumlar için 90 açı değerinde hesaplanan gürültülü saçılan alanların reel ve sanal kısımları sırasıyla şekil.4.27a,b - 4.29a,b'de verilmişlerdir. B bölgesinin ayrıldığı alt bölge sayısı 256, giriş matrisinin ayrıldığı alt matris sayısı 2 olarak seçilmiştir. Elde edilen görüntülerin üç boyutlu ve kontur gösterimleri sırasıyla şekil.4.30a,b - 4.32.a,b'de verilmiştir. Bu görüntüler için ortalama karesel hata ve işaret/gürültü oranları sırasıyla 10 dB'lik gürültü için %8.8, SNR=6.02 dB, 20 dB'lik gürültü için %8, SNR=6.43 dB ve 30 dB'lik gürültü için %7.9, SNR=6.53 dB olarak bulunmuştur. Bu sonuçlara bakıldığında algoritmanın gürültüden fazla etkilenmediği söylenebilir.

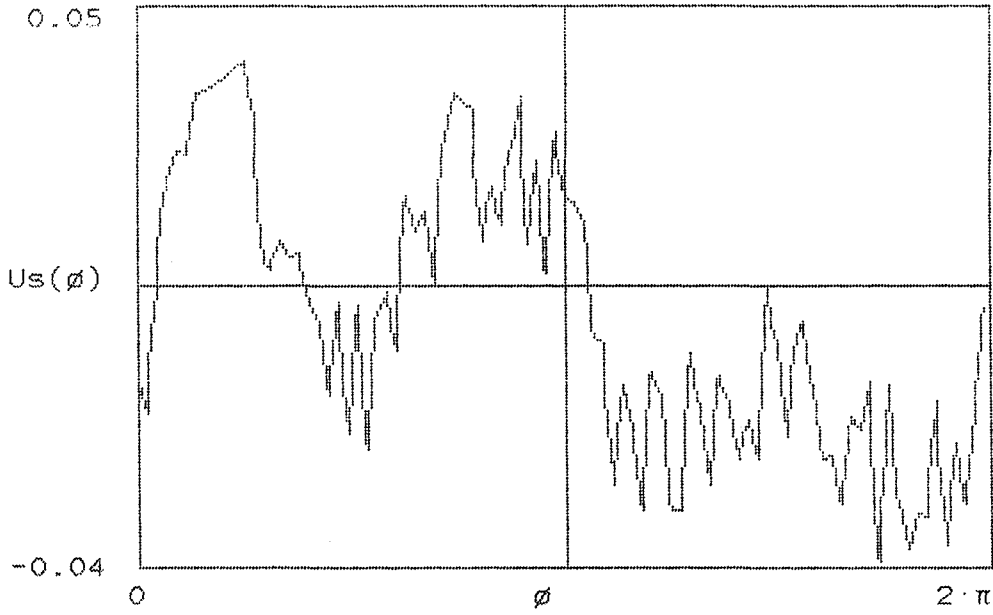


a)

Şekil.4.27- Üçüncü örnekte incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım
SNR=10 dB

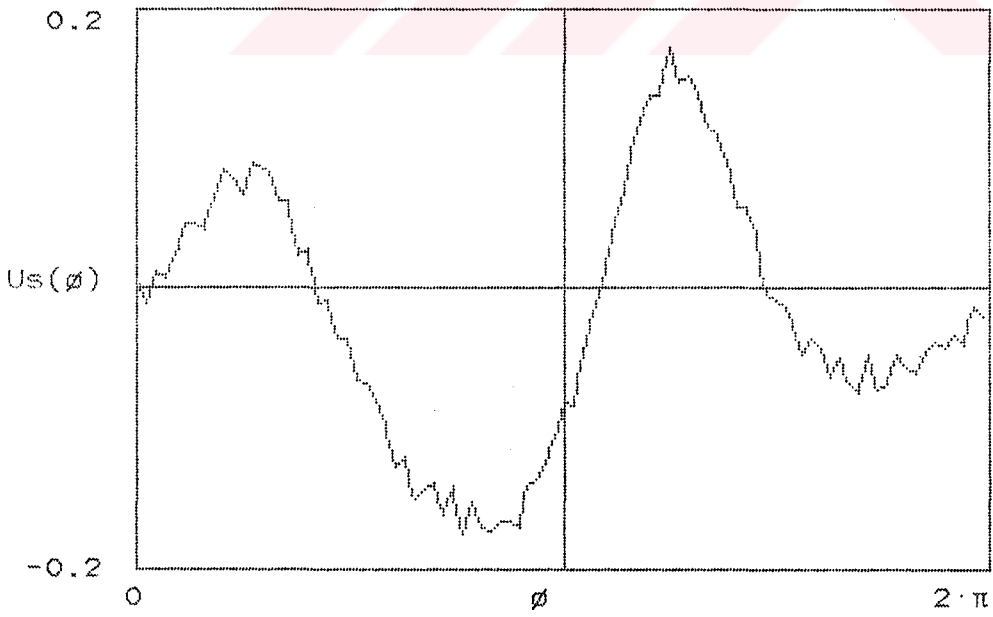


b)

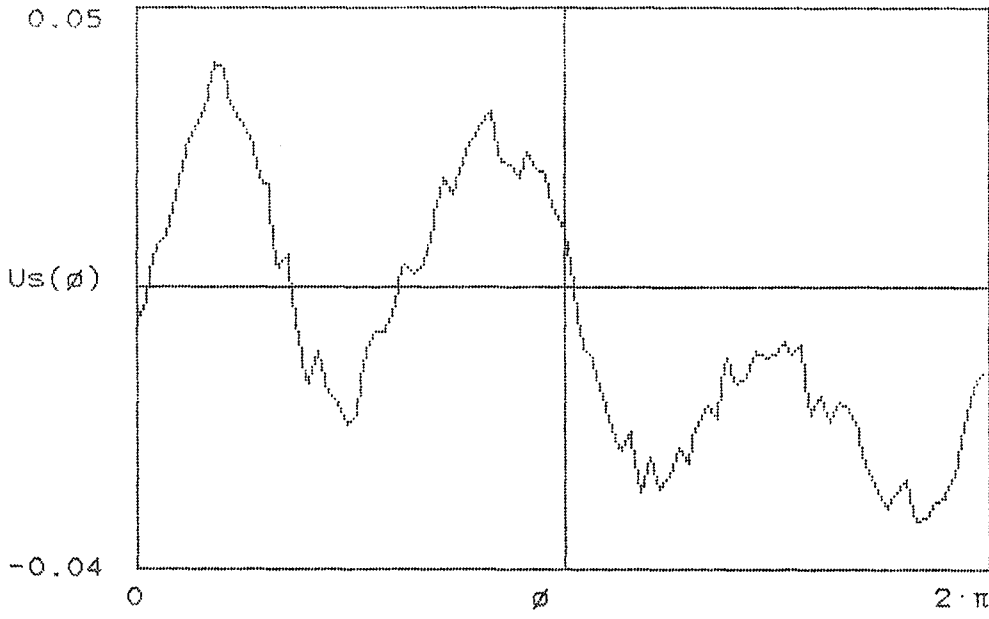


a)

Şekil.4.28- Üçüncü örnekte incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım
SNR=20 dB

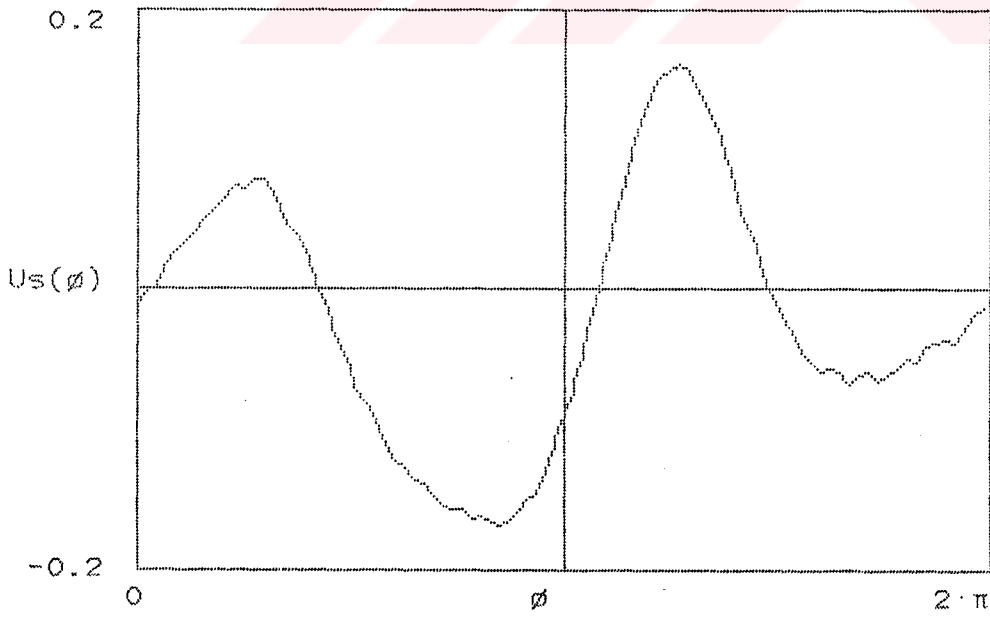


b)

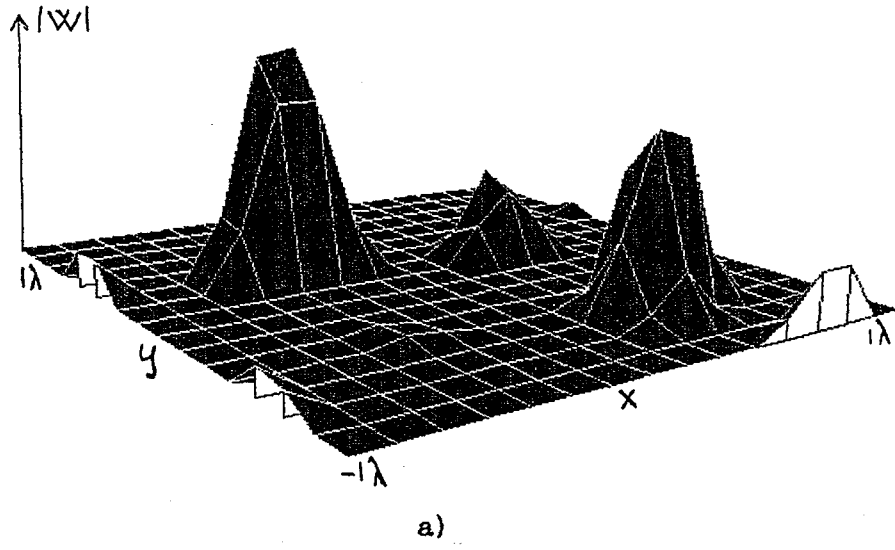


a)

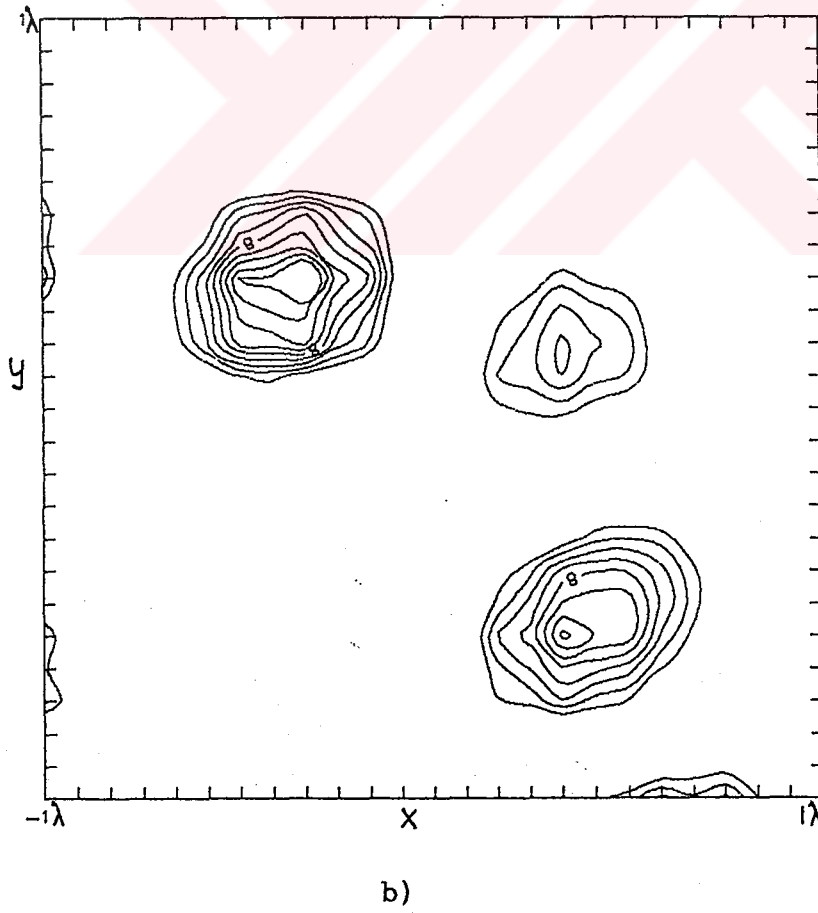
Şekil.4.29- Üçüncü örnekte incelenen cisim için saçılan alan değerleri a) Reel b) sanal kısım
SNR=30 dB

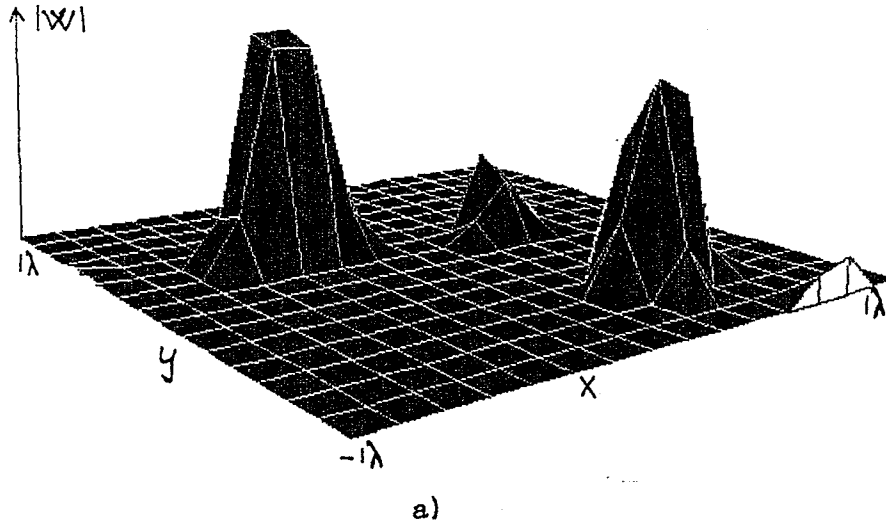


b)

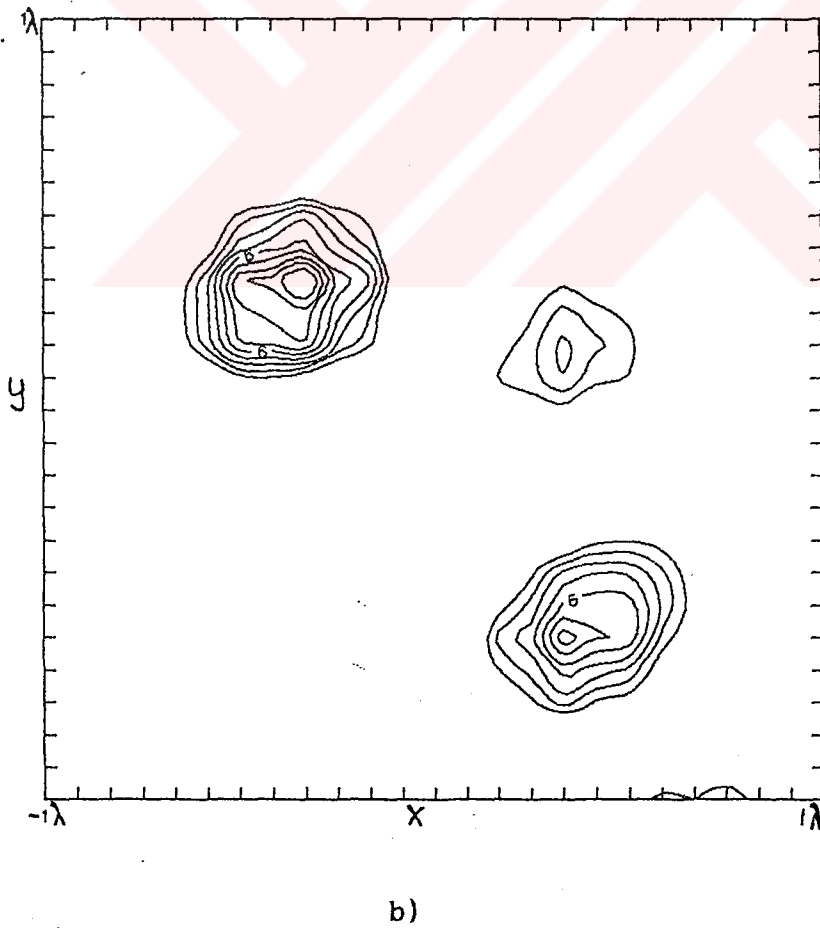


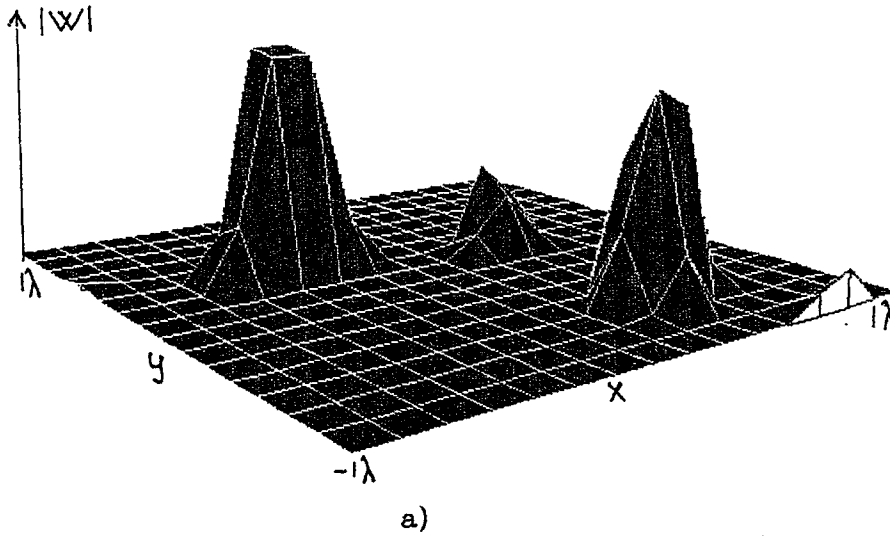
Şekil.4.30- Üçüncü örnekte verilen değerler için cismin
a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü
SNR=10 dB



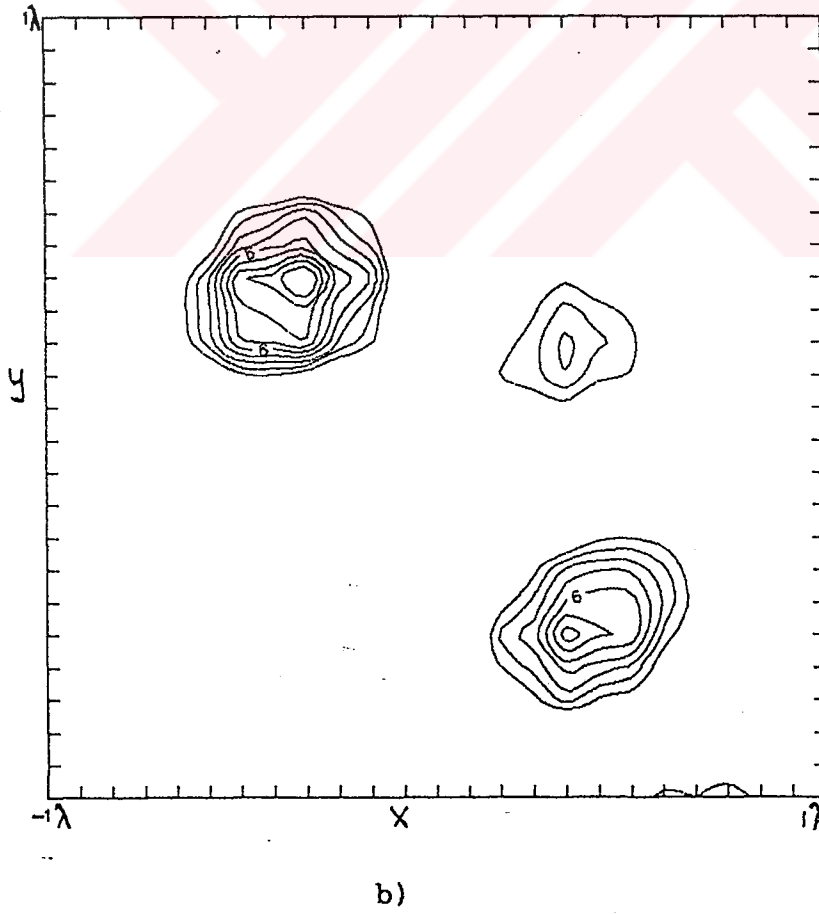


Şekil.4.31- Üçüncü örnekte verilen değerler için cismin
a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü
SNR=20 dB





Şekil.4.32- Üçüncü örnekte verilen değerler için cismin.
a) Üç boyutlu b) Kontur görüntüsü
SNR=30 dB



SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde, mikrodalga difraksiyon tomografisinde tanımlanan cisim fonksiyonunun elde edilmesi için, cisimden saçılan alanlarla cisim fonksiyonu arasındaki ilişki ayrık formda ifade edilmiştir. Ters dönüşüm algoritmasında cisim fonksiyonunun, yazılan matrisel ifadeden çekilebilmesi için deterministik anlamda çözümü bulan yöntemler kullanılmıştır. Deterministik anlamda çözüme ulaşılabilmesi için, cisimden saçılan alanların ölçüldüğü noktaların yer vektörünü ve cismin bulunduğu bölgeye ait noktaların yer vektörünü parametre olarak kabul eden elemanlardan oluşan Green matrisinin tersinin bulunması gerekir. Matris tersi almak için önerilen yöntemler önceki bölümlerde anlatılmıştır. Bu matrisin tersi bulunduktan sonra cisim fonksiyonuna ait ayrık noktalardaki değerleri bulmak için yapılacak tek işlem, bulunan ters matrisin ölçülen saçılan alanları eleman olarak kabul eden vektörle çarpılmasından ibaret olacaktır.

Uygulanabilirlik:

Moment yöntemi ile verilen cisim fonksiyonu ve saçılan alanlar arasındaki ilişkinin yazılabilmesi için yapılan tek yaklaşıklık, cismin bulunduğu bölgenin ayrıldığı alt bölgelerde cisim fonksiyonu ile toplam alanın çarpımının sabit olduğunun kabul edilmesidir. Bu yaklaşıklığın, ayrılan alt bölgelerin yeterince küçük seçilmesi ile kolaylıkla geçerli olması sağlanabilir. Born yaklaşımının cismin fiziksel parametrelerinin değerleri üzerine getirdiği üst sınırlardan bu yöntemle kurtulmak mümkün olur. Bundan dolayı, yüksek kontrasta sahip cisimler için yöntem yine uygulanabilir olmaktadır. Yüksek çözünürlüklü görüntülerin elde edilebilmesi için algoritmada bilinmeyen sayısının artırılması gerekir. Bu durumda tersi alınacak matrisin boyutları oldukça büyümektedir. Oluşan büyük boyutlu

matrislerde ters alma işlemi, özellikle determinantının sıfıra yakın olduğu durumlarda sorunlar ortaya çıkartmaktadır. İkinci bölümde anlatılan adaptif algoritmalarla matris tersi alma yöntemi uygulandığında, büyük boyutlu matrisler için doğruluğu daha yüksek olan sonuçlara erişmek mümkün olmaktadır. Ayrıca bu tezde önerilen paralel işleme yöntemi için tersi alınacak matris daha küçük boyutlu alt matrislere ayrıldığından, ters alma işlemi bu alt matrisler için daha kolay gerçekleştirilebilir hale gelmektedir.

Geçerlilik:

Bu çalışmada diğer yöntemlerden farklı olarak önerilen paralel işleme yönteminin kullanılması ile, görüntülerin elde edilmesinde yürütülen hesaplamalar için gerekli bilgisayar zamanının azaltılması sağlanmıştır. Algoritmanın işletilmesi sırasında paralel işleme katlarında aynı anda birbirinden bağımsız olarak yürütülebilen işlem blokları sayesinde bilgisayar zamanındaki bu iyileşme sağlanmış olur. Ayrıca hesaplamalarda kullanılan matris boyutları daha küçük tutulduğundan kişisel bilgisayarlar ile bu yöntemi kolaylıkla yürütmek mümkün olmaktadır. Paralel işlemenin her bir katı sonunda tanımlanan hatanın kullanılması ile cisim fonksiyonu için bulunan değerlerdeki hatanın azaltılması sağlanabilmektedir. Böylece elde edilen görüntü için tanımlanan ortalama karesel hata daha küçük değerde tutulabilir. Bu şekilde bulunan cisim fonksiyonu değerleri için hesaplanan çıkış işaretinin, arzulanan çıkış işaretine daha yaklaştırılması sağlanır. Paralel işleme yöntemi kullanılmadan, tanımlanan giriş matrisin tersi alınarak sonuca gidildiğinde, gürültülü saçılan alan değerleri için gürültünün sonuca doğrudan etkiyeceği açıktır. Oysa bu tezde verilen algoritma kullanıldığında, paralel işleme katları sonucunda oluşan hatalar dikkate alınarak işlemler yürütüldüğü için gürültülerin bir miktar süzülmesi mümkün olmaktadır. Buna neden olarak her bir iterasyon adımı sonucunda tanımlanan hatanın elde edilen çıkış işaretindeki gürültüden gelen dalgalanmanın genliğini azaltacak yönde sonuçta etkili olduğu söylenebilir.

Verilen uygulama örneklerinde görüldüğü gibi, bilinmeyen cisim fonksiyonuna ait değerlerin bulunması için yapılan saçılan alanın ölçüm sayısı artırıldığında, elde edilen görüntü için işaret/gürültü oranı bir miktar iyileşmektedir. Ancak daha az sayıdaki ölçüm değeri için bulunan sonuçlar da görüntü kalitesi için yeterli olabilmektedir. Bu nedenle özellikle cisim için bir ön tahminin yapıldığı çalışmalarda ölçüm sayısının fazla tutulması gereksizdir. Cismin geometrik yapısındaki veya fiziksel parametrelerindeki değişimin fazla olduğu durumlarda ölçüm sayısını artırmak gerekli olabilmektedir. Paralel işleme katlarının sayısının seçimi uygulama örneklerine göre farklılıklar gösterebilir. Verilen uygulama örneklerinde görüldüğü gibi bu sayının artırılmasının olumsuz etkisi bazen dikkate alınır değerlere ulaşabilir. Bu nedenle paralel işleme katlarının sayısını fazla tutmamaya özen gösterilmelidir.

Uygulanan tüm örneklerde cismin dalga kaynağı tarafından yalnızca bir açıdan aydınlatıldığı gözönüne alınmıştır. Elde edilen sonuçların görüntü kalitesi açısından yetersiz olduğu durumlarda cismin aydınlatıldığı açı sayısının artırılması, sonucun iyileştirilmesi bakımından bir yol olarak düşünülebilir. Ancak bu durumda her bir aydınlatma açısı için elde edilen sonuçların cisme ait görüntüyü oluşturmak için nasıl bir araya getirileceği ayrı bir inceleme konusunu oluşturur. Yapılan her aydınlatma açısı için bulunan sonuçların ortalaması alınabileceği gibi daha değişik uygulamaların kullanıldığı yöntemler de literatürde mevcuttur [9].

KAYNAKLAR

- [1] SLANEY, M., KAK, A.C., LAERSEN, L.E., Limitation of Imaging with First Order Diffraction Tomography, IEEE Trans. MTT, Vol.32, pp. 860-873, (1984).
- [2] DEVANEY, A.J., A Filtered Backpropagation Algorithm for Diffraction Tomography, Ultrasonic Imaging, Vol.4, pp. 336-350, (1982).
- [3] ZHANG, M., CHAI, Z., WEI, Y., A New Reconstruction Algorithm Based on Radon Transform for Diffraction Tomography, Conference of Proceedings of radio engineering, Budapest, (1986).
- [4] HARRINGTON, R.F., Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw Hill, (1961).
- [5] MORSE, P.M., FESHBACH, H., Methods of Theoretical Physics, McGraw Hill, (1953).
- [6] RICHMOND, J.H., Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross Section Shape, IEEE Trans. Anten. and Propa., Vol.13, pp. 334-341, (1965).
- [7] WANG, J.J.H., Generalized Moment Methods in Electromagnetics, John Wiley & Sons Inc., (1991).
- [8] GARNERO, L., FRANCHOIS, A., Microwave Imaging-Complex Permittivity Reconstruction by Simulated Annealing, IEEE Trans. MTT, Vol.39, pp. 1801-1807, (1991).
- [9] CAORSI, S., GRAGNANI, L., PASTORINO, M., An Approach to Microwave Imaging Using a Multiview Moment Method Solution for a Two-Dimensional Infinite Cylinder, IEEE Trans. MTT, Vol.39, pp. 1062-1067, (1991).
- [10] HAYKIN, S., Adaptive Filter Theory, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, (1986).

- [11] NEY, M.M., SMITH, A.M., STUCHLY, S.S., A Solution of Electromagnetic Imaging Using Pseudoinverse Transformation, IEEE Trans. Medical Imaging, Vol.3, pp. 155-162, (1984).
- [12] SARKAR, T.K., Siarkiewicz, K.R., Stratton, R.F., Survey of Numerical Methods for Solution of Large Systems of Linear Equations for Electromagnetic Field Problems, IEEE Trans. Anten. and Propa., Vol.29, pp. 847-856, (1981).
- [13] V. JOHN, M., Performance Analysis of Adaptive Filter Equipped with the Dual Sign Algorithm, IEEE Trans. Signal Proc., Vol.39, pp. 85-91, (1991).
- [14] ERSOY, O.K., DENG, S.W., Parallel, Self-Organizing, Hierarchical Neural Networks with Continuous Inputs and Outputs: To Appear in IEEE Trans. Neural Networks, Purdue University, School of El. Eng. W. Lafayette, (1992).
- [15] KELLY, M.F., The Application of Neural Networks to Myoelectric Signal Analysis: A Preliminary Study, IEEE Trans. Biomedical Eng., Vol.37, No.3, (1990).
- [16] MARSHALL, C.P., Methods of Matrix Algebra, Academic Press, (1965).
- [17] STRANG, G., Linear Algebra and its Applications, Gilbert Strang, third edition, (1986).
- [18] KENT, S., Mikrodalga Difraksiyon Tomografisi İçin Yeni Bir Görüntüleme Algoritması ve Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, (1989).

EK A

W , katsayılarının skaler $J(W)$ fonksiyonundan bulunması

Hata fonksiyonu $e(\vec{r}_m)$ ve ortalama karesel hata $J(W)$, ikinci bölümde şu şekilde ifade edilmiştir:

$$e(\vec{r}_m) = U_s(\vec{r}_m) - W^H X(\vec{r}_m) \quad (Ek \ A1)$$

$$J(W) = E[e(\vec{r}_m)e^*(\vec{r}_m)] \quad (Ek \ A2)$$

(Ek A1) ifadesi (Ek A2) eşitliğinde yerine yazılır ve beklenen değer operatörü 'E' nin toplamsallık özelliği kullanılırsa,

$$J(W) = \sigma_u^2 - p^H W - W^H p + W^H R W \quad (Ek \ A3a)$$

$$\sigma_u^2 = E[U_s(\vec{r}_m)U_s^*(\vec{r}_m)] \quad (Ek \ A3b)$$

$$p = E[X(\vec{r}_m)U_s^*(\vec{r}_m)] \quad (Ek \ A3c)$$

$$R = E[X(\vec{r}_m)X^H(\vec{r}_m)] \quad (Ek \ A3d)$$

elde edilir. Minimum hatayı veren W , çözümünün bulunabilmesi için $J(W)$ 'nin W değişkenine göre türetilmesi gerekir. W katsayıları kompleks değerler olduğundan, W vektörünün 1. elemanı şu şekilde verilebilir:

$$w_1 = r_1 + js_1 \quad (Ek \ A4)$$

Skaler $J(W)$ fonksiyonunun, kompleks w_1 elemanına göre gradyenti şöyle tanımlanır:

$$\frac{dJ(W)}{dw_1} = \frac{J(W)}{r_1} + j \frac{J(W)}{s_1} \quad (Ek \ A5)$$

$J(W)$ fonksiyonu için verilen (Ek A3a) ifadesinin sağ tarafındaki ilk terim W katsayılarından bağımsız olduğundan, türevi sıfıra eşit olacaktır. İkinci terim $p^H W$ için açık ifade yazılır ve (Ek A5) ifadesi kullanılarak W değişkenine göre türevi alınır,

$$J1 = p^H W = \sum_{i=1}^L p_i^*(r_i + js_i) \quad (Ek \ A6)$$

$$\frac{J_1}{r_1} = p_1^* \quad \text{ve} \quad \frac{J_1}{s_1} = j p_1^*$$

olduğundan

$$\frac{d}{dW}(p^H W) = 0 \quad (\text{Ek A7})$$

bulunur. $W^H p$ terimi için benzer şekilde açık ifade yazılır ve türevi alınırsa

$$\frac{d}{dW}(W^H p) = 2 p \quad (\text{Ek A8})$$

bulunur. (Ek A3a) ifadesindeki son terim için

$$J_2 = W^H R W = p_1^H W \quad (\text{Ek A9})$$

$$p_1^H = W^H R \quad (\text{Ek A10})$$

şeklinde tanımlamalar yapılabilir. (Ek A7) ile bulunan sonuç kullanılırsa,

$$\frac{d}{dW}(p_1^H W) = 0 \quad , \quad p_1 = \text{sabit} \quad (\text{Ek A11})$$

elde edilir. J_2 için aşağıdaki ifade yazılır ve (Ek A8) ile bulunan sonuç kullanılırsa,

$$J_2 = W^H R W = W^H p_2 \quad (\text{Ek A12})$$

$$p_2 = R W \quad (\text{Ek A13})$$

$$\frac{d}{dW}(W^H p_2) = 2 p_2 \quad , \quad p_2 = \text{sabit} \quad (\text{Ek A14})$$

elde edilir. (Ek A11) ve (Ek A14) toplanarak $J(W)$ fonksiyonundaki son terim için türev,

$$\frac{d}{dW}(W^H R W) = 2 R W \quad (\text{Ek A15})$$

olarak bulunur. Bu eşitliklerden $J(W)$ 'nın W değişkenine göre türevi,

$$\frac{dJ(W)}{dW} = -2 p + 2 R W \quad (\text{Ek A16})$$

şeklinde elde edilir [10].

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Erzincan'da doğan Mesut KARTAL, ilk öğrenimini Sultanahmet İlkokulu, orta öğrenimini ise Mahmutpaşa Ortaokulu ve Vefa Lisesinde tamamlamıştır. 1986 yılında İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği bölümüne girmiş, 1990 yılında bu bölümden mezun olmuştur. Aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik ve Haberleşme programında yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. Halen, yüksek lisans öğrenimine devam eden KARTAL, 1991 yılından itibaren İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektromagnetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.