

22065

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAFES KODLAMALI SİSTEMLERDE FAZ BELİRSİZLİKLERİNİN İNCELENMESİ

VE ETKİLERİNİN KARMA KAFES YAPILARLA AZALTILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Zafer GÜÇLÜ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 3 Şubat 1992

Tezin Savunulduğu Tarih : 21 Şubat 1992

Tez Danışmanı

: Y. Doç. Dr. Ümit AYGÖLÜ

Diğer Jüri Üyeleri

: Prof. Dr. Erdal PANAYIRCI

Prof. Dr. Cem GÖKNAR

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ŞUBAT 1992

ÖNSÖZ

Tez çalışmam sırasında bana yardımcı olan ve çalışmalarımı yönlendiren hocam sayın Y. Doç. Dr. Ümit AYGÜLÜ'ye ve tezin hazırlanmasında emeği geçen herkese teşekkür ederim.

Zafer GÜÇLÜ

İÇİNDEKİLER

ÖZET	V
SUMMARY	VI
BÖLÜM 1- GİRİŞ	1
BÖLÜM 2- KAFES KODLAMALI MODÜLASYON TEKNIĞİNİN TANITILMASI	6
2.1 Giriş	6
2.2 Kafes Kodlamalı Sistem Tasarımı	7
2.3 Kafes Kodlamalı Sistemlerde Hata Başarımları	12
2.4 Kafes Kodlamalı Modülasyonda Kod Çözme İşlemi	17
BÖLÜM 3- FAZ KAYMASININ KAFES KODLAMALI MODÜLASYON TEKNIĞİNE DAYALI SİSTEMLERE ETKİSİ	19
3.1 Giriş	19
3.2 Faz Kayması Altında Değişen Öklid Uzaklığı	20
3.3 Faz Kayması Varken Sistemin Durum Diyagramı ve Aktarım İşlevi	26
3.4 Faz İzleme Tasarımı ve S-eğrileri	33
3.5 M-PSK Kafes Kodlarında Faz Kayması	37

BÖLÜM 4-	KARMA KAFES YAPILAR YARDIMI İLE FAZ KAYMASI ETKİLERİNİN AZALTILMASI	41
4.1	Giriş	41
4.2	Karma Kafes Kodlamalı 4/2- PSK Modülasyonu	43
4.3	Karma Sistemlerin Hata Başarımı	45
4.4	Karma Kafes Kodlamalı Sistemin Faz İzleme Başarımı	53
4.5	Karma Kodlamalı Sistemlere Genel Bakış	57
BÖLÜM 5-	FAZ SEYİRMESİNİN İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİ VE KAFES KODLAMALI SİSTEM- LERE ETKİSİ	63
5.1	Giriş	63
5.2	Faz Seyirmesi ve Olasılık Yoğunluk İşlevi	64
5.3	Kafes Kodlamalı Sistemin Faz Seyirme Analizi İçin Klasik Yaklaşım	68
5.4	Faz Seyirme Analizi İçin Önerilen Yaklaşım	69
SONUÇLAR		74
KAYNAKLAR		75
EK		78
ÖZGEÇMİŞ		103

ÖZET

Bu tezde, sayısal iletişim sistemlerinin verici ve alıcıları arasında çeşitli bozucu etkenlerin sonucu olarak ortaya çıkan faz kaymasının kafes kodlamalı sistemlere etkisi ele alınmış, bu sistemlerin sözedilen etkilere olan duyarlılıkları azaltma amaçlı çalışmalar incelenmiştir. Karma modülasyon kullanılarak tasarım yöntemi 4/2-PSK ve 16/8-PSK sistemlerine uygulanarak literatürde 4/8-PSK sistemi için verilen sonuçlar genelleştirilmiş, serbest Öklid uzaklığını maksimum yapan karma kafes yapılar tasarlanmıştır. Sabit faz kayması varsayımı altında ve istatistiksel bir modele dayanarak faz seyirmesi altında karma sistemlerin hata başarımları incelenerek, klasik kafes kodlamalı ve kodlamasız sistemler ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Oluşturulan bir bilgisayar benzetim modelinin yardımı ile klasik ve karma sistemlerin alıcılarına ilişkin faz izleme başarımını yansıtan S-eğrileri elde edilerek faz kaymasına ilişkin başarımlar araştırılmaları bu doğrultuda yapılmıştır.

SUMMARY
INSPECTION OF THE PHASE AMBIGUITIES IN TRELLIS CODED
SYSTEMS AND REDUCING ITS EFFECTS BY MEANS OF HYBRID
TRELLIS STRUCTURES

In digital communication system design the main purpose is to increase the error performance in transmitting binary data sequences and the function of modulation and error correction coding are separated. Conventional encoders and decoders for error correction operate on binary code symbols transmitted over a discrete channel. With a code of rate k/n , $n-k$ redundant check symbols are appended to every k information symbols. Since the decoder receives only discrete code symbols, Hamming distance is the appropriate measure of distance for decoding. The rate loss is incurred by sending redundant check symbols.

Generally, there exist two possibilities to compensate for the rate loss: increasing the modulation rate if the channel permits bandwidth expansion, or enlarging the signal set of the modulation system if the channel is band limited. However, when modulation and error-correction coding are performed in the classical independent manner, disappointing results are obtained.

Trellis coded modulation (TCM) is involved by Ungerboeck [1],[2] as combined coding and modulation technique for digital transmission over band limited channels. Its main attraction is the achievement of significant coding gains over conventional uncoded multilevel modulation without compromising bandwidth efficiency.

The Viterbi algorithm (VA) was proposed in 1967 as a method of decoding convolutional codes. Since that time, it has been recognized as an attractive solution to a variety of digital estimation problems, somewhat as the Kalman filter has been adapted to a variety of analog estimation problems. Like the Kalman filter, the VA tracks the state of a stochastic process with a recursive method that is optimum in a certain sense, and that lends itself readily to implementation and analysis.

However, the underlying process is assumed to be finite state Markov rather than Gaussian, which leads to marked differences in structure. Decoding is assumed to be by the VA, a maximum likelihood sequence estimation procedure for any trellis code. The complexity of such a decoder is roughly proportional to the number of encoder

states. With these codes, each branch in the trellis corresponds to a subset rather than to an individual signal point; but if the first step in decoding is to determine the best signal point within each subset (the one closest to the received point), then that point and its metric (squared distance from the received point) can be used there after for that branch, and Viterbi decoding can proceed in a conventional manner.

In summary, Ungerboeck's approach uses to key ideas.

- 1) In an uncoded system transmitting n bits of information in an interval T , one of 2^n signals are sent each T seconds. Ungerboeck has available 2^{n+1} signals from which he chooses one each T seconds.

- 2) The rate $R=n/n+1$ code limits the choice of signals to be transmitted. In any keying interval T only 2^n of 2^{n+1} are candidates for transmission. The set partitioning rules specify which 2^n signals are available at any instant of time.

TCM schemes employ redundant nonbinary modulation in combination with a finite state encoder which governs the selection of modulation signals to generate coded signal sequences in the receiver the noisy signals are decoded by a soft decision maximum-likelihood sequence decoder Simple TCM schemes can improve the robustness of digital transmission against additive noise by 3 dB compared to conventional uncoded modulation with more complex TCM schemes, the coding gain can reach 6 dB or more. These gains are obtained without bandwidth expansion or reduction of the effective information rate as required by traditional error-correction schemes.

Signal waveforms representing information sequences are most impervious to noise-induced detection errors if they are very different from each other. Mathematically, this translates into the requirement that signal sequences should have large distance in Euclidean signal space. The essential new concept of TCM that led to the above mentioned gains was to use signal-set expansion to provide redundancy for coding and to design coding and signal-mapping functions jointly so as to maximize directly the "free distance" (minimum Euclidean distance) between coded sequences. This allowed the construction of modulation codes whose free distance significantly exceeded the minimum distance between uncoded modulation signals at the same information rate, bandwidth and signal power. TCM schemes, the trellis branches are labeled with redundant nonbinary modulation signals rather than with binary code symbols.

First of all Biglieri [3] suggested a method relating to determining Euclidean distance and upper bound of error probabilities in the trellis codes. But this method which contains many number of states is suitable only for the codes with few number of states. Zehavi and Wolf [4] developed a method procures easiness about calculation of upper bounds of error probabilities. Since this method can be applied, trellis codes must get some symmetry conditions. First of all Heller and Jacobs [5] studied the effects of phase offset in the systems with convolutional codes. Later years becoming Ungerboeck's trellis codes and since trellis codes have more phase sensitivity than uncoded systems, studying the problems about phase ambiguity is a important factor.

Wei [6], [7] took into consideration some extra properties and developed rotationally invariant codes which are more robust against the phase offset. Divsalar, Simon and Yuen [8] using asymmetric signal set found the asymmetric trellis coded modulation technique. With using this technique coding gain and phase jitter performance fairly increased. Mengali, Sandri and Spalvieri [9] changing the system receiver structure not changing trellis code structure studied to reduce the problems which become because of phase ambiguities. Fujino, Umeda and Yamazaki [10] studied how Euclidean distances and error performances of trellis codes change in the state of phase offset.

Most of the results have been obtained for the ideal additive white Gaussian channel with perfect carrier phase and symbol time synchronization. A consistent phase difference between the noise free demodulated signal and the correct replica generated by the maximum likelihood receiver is called a phase offset. In practice, this quantity will occur due to transmission impairments or a nonideal coherent receiver. The phase offset typically varies with time. In this work it is assumed that it is constant assumption for a small bandwidth of the phase recovery loop. As was clearly demonstrated, carrier phase offset is a serious problem for trellis coded M-PSK systems. In this thesis, it is assumed that the maximum likelihood sequence receiver is designed for zero phase offset. There has been a number of approaches to evaluate system performance under this impairment both by means of simulations and more or less complete analysis. As it turns out, trellis coded M-PSK is quite complex to analyze in detail even without carrier phase offset. With carrier phase offset, the transmitted information sequence always has to be taken into account when the Euclidean distance spectrum (i.e the number of error events with a certain distance) is calculated. This is needed for the evaluation of an upper bound on the bit error probability.

However, carrier phase offset and phase ambiguity can be more serious problems for trellis coded M-PSK than for uncoded M/2-PSK. Hagenauer and Sundberg [11] presented a detailed analysis of the bit error probability for trellis-coded systems with and without carrier phase offset. An equivalent distance measure is used for studying the effect of phase offset on specific error events.

The purpose of this work is to provide efficient analytical tools for evaluating the effect of carrier phase offset for trellis coded M-PSK. These tools increase our understanding of the mechanisms involved in errors caused by carrier phase offset and they can also be used to design modified systems which are more robust against phase offset. An equivalent Euclidean distance measure between two signals which takes phase offset into account can be derived. Some important properties of this equivalent distance are established.

It is shown that certain error events are more sensitive to carrier phase offset than others. It is also shown why certain trellis coded M-PSK systems break down at a carrier phase offset of $\pm \pi/M$ radian. A state diagram for trellis coded M-PSK with phase offset is derived, with the distance measure and the state diagram, an algorithm for calculating the distance spectrum is obtained.

Methods to calculate the error event probability and distance spectrum and an upper bound on the bit error probability are given. A modified state diagram is used to arrive at these results. Hagenauer and Sundberg [12] suggested hybrid trellis-coded systems to reduce effect of phase offset and phase ambiguity. In this technique, a more robust performance can be achieved by using trellis-coded M-PSK signals and M/2-PSK signals in a time varying manner. Only the mapper from the output of the binary convolutional code to the signal point number to be transmitted has to be periodically time-varying. The remaining parts of the system are time invariant.

It will be shown in this paper how the trellis coded M-PSK signals can be modified to become more robust against carrier phase variations, thus allowing more stable carrier recovery. One alternative approach is using multidimensional codes. In this technique, same gain as the of more states, more decoder complexity, and a higher error event multiplicity. Another approach to obtain better phase recovery performance is by the concept of rotationally invariant codes. Again, the costs are a higher number of states and increased error event multiplicity. Usually, differential encoding and decoding are required.

In the approach using in this work, it is assumed that a packet. Mode of transmission If carrier phase is completely lost, recovery will normally take place when the next header is received. In such a case, part of the packet data is lost and has to be retransmitted. However, it is avoided the performance loss usually associated with rotationally invariant codes and differential coding. All results will be given for an ideal Gaussian white noise channel. As mentioned above, a major drawback of the trellis coded M-PSK system is the limited gull-in range of $\pm \pi/M$ radian for the decision directed carrier recovery. If the phase error is outside this interval, the carrier recovery fails, causing a random-walk situation with a long error burst. To overcome this impairment, a method is proposed in this work where trellis coded M-PSK with rate $n/n+1$ coding and M/2-PSK are used in a time varying manner. This is achieved without changing the convolutional code. In its simplest form, trellis coded 4-PS and 2-PSK signals are alternating in time. The required bandwidth of the coded 4-PSK/2-PSK system using a rate 1/2 convolutional code is identical to the uncoded 2-PSK system and to the conventional trellis coded 4-PSK system with a rate 1/2 convolutional code.

By using this time varying coding concept, the degradation due to the above mentioned carrier phase imperfections is considerably reduced compared to conventional coded 4-PSK. Cycle slipping and the random-walk situation that occur with loss of carrier phase synchronization in trellis coded 4-PSK can be avoided most of the time with the time-varying code. For rotationally invariant codes, the random-walk situation can be avoided.

However, cycle slipping does still occur, causing a short burst of errors. Our aim is to recude the frequency of cycle slips. The complexity of the maximum likelihood receiver is not increased for the time-varying trellis coded modulation scheme. A minor addition is the requirement of more detailed frame synchronization. It will be shown that for the memory $v=2$ case, the free Euclidean distance for all the best time-varying systems is always equal to the distance for the best conventional time-invariant rate 1/2 trellis coded 4-PSK system whatever may be the number of 3-PSK sections relative to the number of 4-PSK sections.

In this thesis, the effects of the phase offset to the coded systems are considered, and the studies aimed at the attenuation of the sensitivities of these systems to the mentioned effects are examined. The hybrid-coded design method given for 8/4-PSK in literature, is generalized for 4/2-PSK and 16/8-PSK systems. It is supposed that "decision-directed phase locked loop" is used at the receiver. By this way, with the help of a computer simulation model, S-curves showing the phase tracing performance are obtained.

In the second section, trellis-coded modulation technique is introduced and the design of PSK signs in the classical trellis coded structure is examined.

In the third section, in the state of phase offset in the trellis-coded systems, considering the changes of the Euclidean distances, the error performance losses and phase tracing losses due to phase offset are analysed.

In the fourth section, hybrid trellis coded modulation technique is introduced, and the power of the system against the phase indefiniteness is proved with the help of computer simulation studies.

In the fifth section, in the state of phase jitter, by using the probability density function of the phase jitter, the error analyses of classical and hybrid trellis-coded systems are made.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Sayısal iletişim sistemlerindeki en önemli amaç, veri dizilerinin, bozucu etkenlerinden en az düzeyde etkilenecek şekilde iletilmesidir. Bu nedenle veri dizileri doğrudan iletilmek yerine bir kanal kodlaması işleminden geçirildikten sonra iletilerek hata başarımının yüksek olması sağlanır. Kanal kodlaması ile alıcıya hata sezme ve düzeltme yeteneği kazandırılarak hata olasılığı azaltılmış olur. Veri dizileri kodlandıktan sonra genlik modülasyonu (amplitude modulation, AM), faz kaydırmalı anahtarlama (phase shift keying, PSK) veya dik genlik modülasyonu (quadrature amplitude modulation, QAM) gibi çeşitli sayısal modülasyon yöntemlerinden biri ile modüle edilerek kanala uygulanır. Kullanılan kodlama ve modülasyon teknikleri, iletim band genişliği başına saniyede iletilen veri biti sayısı yani band verimliliği ve sistemin hata başarımı açısından oldukça önemlidir.

Geleneksel blok kodlayıcılar; k bitlik ikili veri dizilerini, eklenen kontrol bitleri ile n ($n > k$) bitlik ikili veri dizilerine dönüştürürler. Fazladan kontrol biti ekleme işlemi, koda hata sezme ve düzeltme özelliği kazandırmakla beraber iletilecek ikili dizilerin uzunluğunu arttırdığından veri iletişim hızında bir kayba neden olur. Bu kayıp, modülasyon hızı dolasıyla ile band genişliği arttırılarak engellenebileceği gibi, bandı sınırlı kanallarda kanal işaretleri kümesi genişletilerek de giderilebilir. Fakat bandı sınırlı kanallarda kodlama ve modülasyon işlemleri birbirinden ayrı düşünüldüğünde, bu şekilde yapılan tasarımlar başarısız sonuçlar vermektedir.

Ungerboeck [1], [2] tarafından ortaya atılan kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) tekniğinde kodlama ve modülasyon işlemleri bir bütün olarak düşünülmektedir. Bu teknik band sınırlaması altında kullanılacak modülasyonlu işaret kümesini gereğinden geniş tutarak bir kodlama fazlalığı sağlanması ve bu fazlalığın kodlanmış işaret dizileri arasındaki minimum Öklid uzaklığının artması amacı ile kullanılması ilkesine dayanmaktadır. Böylece aynı iletim hızı ve işaret gücünde, sabit band genişliği için, kafes kodlamasız durumda elde edilmeyen hata başarımlarına, kafes kodlamalı durumda ulaşılabilir. Ungerboeck çeşitli modülasyon türleri için farklı karmaşıklıkta kafes yapılar kullanarak, kodlamasız duruma göre 6 dB'e kadar çıkan kodlama kazancına ulaşabilmiştir.

İlk olarak Bilgileri [3], kafes kodlarla serbest Öklid uzaklığının ve hata olasılıklarının üst sınırının belirlenmesine ilişkin bir yöntem öne sürmüştür. Kodlayıcı durum sayısının iki katı sayıda durum içeren bir durum geçiş diyagramının aktarım işlevinin hesabına dayalı bu yöntem ancak az sayıda durumlu kodlar için elverişli olmaktadır.

Zehavi ve Wolf [4], kafes kodlamalı sistemlerin hata olasılık üst sınırlarının hesaplanmasına kolaylık getiren bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemin uygulanabilmesi kafes kodlarının bazı simetri koşullarını sağlamasını gerektirmektedir. Bu koşulları sağlayan kafes kodlarının hata olasılıklarının üst sınırı, kodlayıcı durum sayısı kadar durum içeren bir durum geçiş diyagramı yardımı ile aktarım işlevine bağlı olarak belirlenebilmektedir.

İlk kez Heller ve Jacobs [5], katlamalı (convolutional) kodların kullanıldığı sistemlerde faz kaymalarının (phase offset) sistemi ne şekilde etkilediğini incelemişlerdir. Sonraki yıllarda Ungerboeck'in kafes kodlamalı sistemleri

ortaya çıkarması ve bu sistemlerin kodlamasız sistemlere göre faz kaymalarına daha duyarlı olması faz bozukluğu ile ilgili problemlerin incelemesinde önemli bir etken olmuştur.

Wei [6]. [7], kafes kodların tasarımında bir takım ek özellikleri de göz önüne alarak, çeşitli faz kaymalarına karşı daha güçlü olan, dönme ile değişmeyen (rotationally invariant) kafes kodları ortaya atmıştır.

Divsalar, Simon ve Yuen [8], asimetrik yerleştirilmiş işaret kümeleri kullanarak asimetrik kafes kodlamalı modülasyon tekniğini geliştirmişlerdir. Bu tekniğe dayalı olan tasarımlar sonucu hem kodlama kazancı hem de faz seyirmesi (phase jitter) açısından klasik kafes kodlamaya göre başarımlarını elde edilmiştir.

Mengali, Sandri ve Spalvieri [9], kafes kodun yapısını değiştirmeden, sisteme ilişkin alıcıda bir takım değişiklikler yaparak faz bozukluğu ile oluşan problemleri azaltmaya çalışmışlardır.

Fujino, Umeda ve Yamazaki [10], faz kaymalı durumda kafes kodlamalı sistemlerin hata başarımlarının ne şekilde değiştiğini incelemişlerdir. Hagenauer ve Sundberg [11], [12] benzer bir yaklaşım ile faz kayması durumunda Öklid uzaklıklarının dolayısı ile hata başarımlarının değişimini incelemişler ve yeni bir çift tasarım yöntemi geliştirerek kafes kodlamalı sistemlerin faz kaymasına karşı daha güçlü olmalarını sağlamışlardır.

Zehavi [13] ise değişik bir yöntem getirerek sabit bir faz kayması olmayıp, sürekli değişen bir faz seyirmesi etkisi altında kafes kodlamalı sistemlerin hata başarımlarını

incelemiştir.

Bu tezde, sayısal iletişim sistemlerinin verici ve alıcıları arasında çeşitli bozucu etkenlerin sonucu olarak ortaya çıkan faz kaymasının kafes kodlamalı sistemlere etkili ele alınmış, bu sistemlerin söz konusu etkilere olan duyarlılıklarının azaltılmasına yönelik çalışmalar incelenmiştir. Karma modülasyon kullanılarak tasarım yöntemi 4/2-PSK ve 16/8-PSK sistemler için genelleştirilmiş serbest Öklid uzaklığını maksimuma ulaştıran karma kafes yapılar tasarlanmıştır.

Hem sabit faz kayması hem de faz seyirmesi altında karma sistemlerin hata başarımları incelenerek, klasik kafes kodlamalı ve kodlamasız sistemlerle karşılaştırılmalar yapılmıştır. Alıcıda karar yönlendirmeli (decision - directed) sayısal faz kilitleme çevremi kullanıldığı varsayılarak bir bilgisayar benzetim modeli yardımı ile faz izleme başarımını yansıtan S-eğrileri elde edilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde kafes kodlamalı modülasyon tekniği tanıtılmış ve temel özellikleri belirtilerek, PSK işaretlerinin klasik kafes kodlamalı yapıda tasarımları incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, kafes kodlamalı sistemlerde sabit bir faz kayması durumunda Öklid uzaklıklarının değişimi ve hata başarımları kayıpları 4-PSK sistemi için araştırılmış, ayrıca yine bu sistem için faz izleme başarımını yansıtan S-eğrileri elde edilerek, faz kaymalı durumda faz izleme kayıpları incelenmiştir.

Dördüncü bölümde karma kafes kodlamalı modülasyon tekniği tanıtılmış ve sistemin faz bozukluklarına karşı ne

şekilde güçlendiği bilgisayar benzetim çalışmaları yardımı ile ortaya konmuştur. Yine bu bölümde adı geçen yöntem asimetrik kafes kodlamalı modülasyon tekniğine ve klasik 4-PSK, 16-PSK sistemlerine uygulanarak literatürde 8-PSK için verilen sonuçlar genelleştirilmiştir.

Beşinci bölümde fazın zamanla değiştiği faz seyirmesi durumunda kafes kodlamalı sistemlerin hata başarımlarının ne şekilde etkilendiği istatistiksel bir yaklaşımla değerlendirilmiştir. Faz seyirmesinin olasılık yoğunluk işlevinden yararlanarak, klasik ve karma kodlamalı 4-PSK ile kodlamasız 2-PSK sistemlerine ilişkin bit hata olasılık üst sınırları verilmiştir.

BÖLÜM 2

KAFES KODLANALI MODÜLASYON TEKNİĞİNİN TANITILMASI

2.1 Giriş

Klasik hata düzeltme kodlarında kodlama ve modülasyon işlemleri birbirinden ayrı olarak düşünülmektedir. Klasik kanal kodlayıcıları, k bitlik ikili veri dizilerini, $n-k$ bitlik kontrol bitleri ekleyerek n bitlik kodlanmış ikili dizilere dönüştürürler. Kodlanmış diziler M-AM, M-PSK veya M-QAM gibi modülasyon yöntemlerinden biriyle modüle edilerek kanala uygulanır. Eklenen $n-k$ kontrol biti, koda hata sezme ve düzeltme özelliği kazandırır. Fakat bu işlem sonucunda dizi uzunluğu k bitten n bite çıkmaktadır. Dizi uzunluğunun artması neticesi veri iletim hızında bir kayıp oluşur. İletim hızında oluşan bu kayıp, modülasyon hızını dolayısıyla iletim band genişliğini arttırarak giderilebilir. Kanalin band sınırlı olması durumunda ise kanal işaretleri kümesi genişletilir. Bu yöntemle yapılan tasarım, kodlama ve modülasyon işlemleri birbirinden ayrı düşünüldüğünde başarısız sonuçlar vermektedir. Bunun nedenleri şöyle açıklanabilir: Alıcıda, kod çözücünden önce yapılan, demodülasyon sırasındaki karar verme işlemi düzeltilemeyecek bilgi kayıplarına neden olur. İkinci neden, bağımsız olarak tasarlanmış ikili kodlayıcının çıkışlarının kanal işaretlerine atanmasının kanal işaretlerinin arasındaki uzaklıkları arttırmamasıdır.

Hata düzeltme kodlarında oluşan bu problemlere ilk defa Ungerboeck [1], [2] tarafından ortaya konan kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) tekniği ile çözüm

bulunabilmıştır. Bu teknikte kanal kodlaması ve modülasyon işlemleri bir bütün olarak ele alınmaktadır. Band sınırlaması altında gereğinden fazla elemanlı işaret kümesi kullanılarak bir kodlama fazlalığı (redundancy) elde edilmekte, bu işaretler kodlanmış işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklıklarını arttırmak amacı ile kullanılmaktadır. Böylece band genişliği arttırılmadan aynı iletim hızı ve aynı işaret gücünde kafes kodlamasız durumda ulaşılamayan hata başarımlarına ulaşılabilmektedir. Kafes kodlamalı modülasyon tekniğine dayalı sistem tasarımı, kodlayıcı kafes diyagramlarında yer alan dallara ikili kod dizileri yerine bu dizilere karşı düşürülen modülasyonlu kanal işaretleri atanmaktadır. Bu durumda katlamalı kodlayıcılardaki serbest Hamming uzaklığı yerine, modülasyonlu kanal işaret dizileri arasındaki serbest Öklid uzaklığı temel başarımlar ölçütü olmaktadır.

İkinci alt bölümde kafes kodlamalı modülasyon tekniği tanıtılmış, kafes kodlamalı 4-PSK için tasarım aşamaları gösterilmiştir. Üçüncü alt bölümde kafes kodlamalı sistemlerin hata başarımlarının değerlendirilmesi ve bir örnek olarak kafes kodlamalı 4-PSK sisteminin başarımları incelenmiştir. Dördüncü alt bölümde ise kafes kodlamalı yapılar için kod çözme işlemi tanıtılmıştır.

2.2. Kafes Kodlamalı Sistem Tasarımı

$d^2(a_k, b_k)$, a_k ve b_k kanal işaretleri arasındaki karesel Öklid uzaklığını göstermek üzere, karesel serbest uzaklık (d^2_s): kodlayıcının kafes yapısında aynı durumdan ayrılan ve bir veya daha fazla geçişten sonra tekrar ortak bir durumda birleşen tüm kanal işaret dizi çiftleri $\{a_k\}$ ve $\{b_k\}$ arasında bulunabilecek minimum karesel Öklid uzaklığı olarak tanımlanır. Karesel serbest Öklid uzaklığı,

$$d^2_s = \min_{a_k + b_k} \sum d^2(a_k, b_k) = \min_{a_k + b_k} \sum |a_k - b_k|^2 \quad (2.1)$$

şeklinde verilebilir. Kodlayıcı hata başarımını arttırmak için kanal işaretleri arasındaki karesel serbest uzaklık maksimum olacak şekilde tasarlanmalıdır. Bunun nedeni şöyle açıklanabilir : Yüksek işaret/gürültü oranlarında hata olasılığı asimtotik olarak,

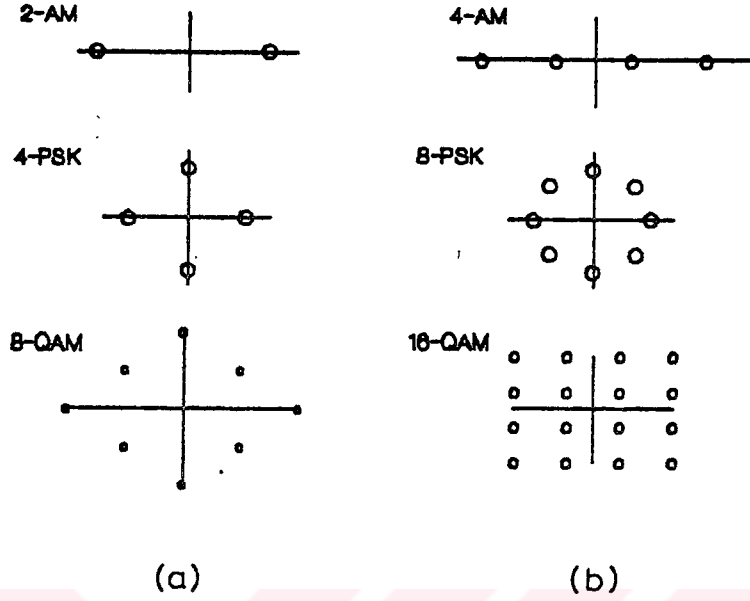
$$P_e \geq N(d_s) \cdot Q(d_s/2 \cdot \sigma) \quad (2.2)$$

alt sınırına yaklaşacaktır [1]. Burada $n(d_s)$, d_s uzaklıklı komşu işaret dizilerinin sayısıdır. $Q(.)$ ise Gauss hata olasılık işlevidir.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_x^\infty \exp(-y^2/2) dy \quad (2.3)$$

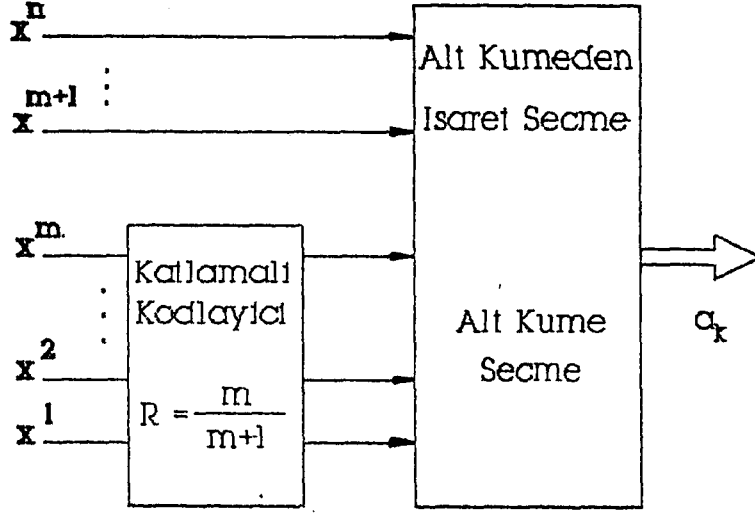
Ungerboeck [1] ve [2] 'de hata başarımını arttırmak için her iletim aralığında n bitlik diziyi gereğinden iki katı işaret içeren 2^{n+1} elemanlı işaret kümesi içindeki bir kanal işaretine karşı düşürmektedir. Bu neden ile n uzunluklu dizileri $n+1$ uzunluğundaki dizilere dönüştüren $R = n/n+1$ oranlı bir katlamalı kodlayıcı kullanılmakta ve $n+1$ uzunluktaki diziler, 2^{n+1} kanal işareti ile birebir eşlenmektedir. Şekil 2.1'de kafes kodlamada kullanılan bir ve iki boyutlu modülasyon türlerine ilişkin çeşitli işaret kümeleri görülmektedir.

Eşleme modülasyonlu işaretleri alt kümeleri ayrıştırma yada bölmeleme temeline dayanmaktadır. Alt kümelerdeki işaretler birbirinden maksimum uzaklıklı olacak şekilde ayrıştırılmalıdır. Ungerboeck buna, küme bölmeyerek eşle (mapping by set partitioning) adını vermiştir. Bu kurala göre 2^{n+1} elemanlı işaret kümesi belli bir simetriyle aralarındaki Öklid uzaklığı artacak şekilde alt kümelere bölünmektedir.



Şekil 2.1. a) Çeşitli modülasyon işaret kümeleri
b) Genişletilmiş işaret kümeleri

Küme bölmeleme sonucu elde edilen alt kümeler kafes yapısına göre durum geçişlerine atanmaktadır. Bu atamalar serbest Öklid uzaklığı maksimum olacak şekilde yapılmakta olup, atama işleminde kanal işaretlerinin eşit sayıda kullanılmasına, paralel geçişlere maksimum Öklid uzaklıklı işaretler atanmasına dikkat edilmektedir. Aynı duruma varan veya aynı durumdan ayrılan durum geçişlerine atanacak alt kümeler arasındaki uzaklık da olabildiğince büyük olmalıdır. Şekil 2.2 'de bir kodlayıcı/modülatör yapısı görülmektedir. Bu şekle göre kafes kodlamalı modülasyon tekniğine dayanarak tasarlanmış bir sistemde çıkış işaretleri şöyle üretilir: Her iletim aralığında m bitlik ikili enformasyon dizisi, $m/m+1$ oranlı ikili katlamalı kodlayıcı tarafından $m+1$ bitlik kodlanmış bir diziye dönüştürülür. Bu kodlanmış ikili dizi, gereğinden fazla işaret içeren 2^{n+1} elemanlı işaret kümesinin, 2^{m+1} alt kümesinden birini seçmek için kullanılır. Geriye kalan $n-m$ kodlanmamış bit, seçilen alt kümede 2^{n-m} işaretten hangisinin iletileceğini belirler. Özel olarak $n=m$ olması durumunda bölmeleme sonucu alt kümelerde sadece bir eleman bulunur ve durumlar arasında paralel geçiş bulunmaz.

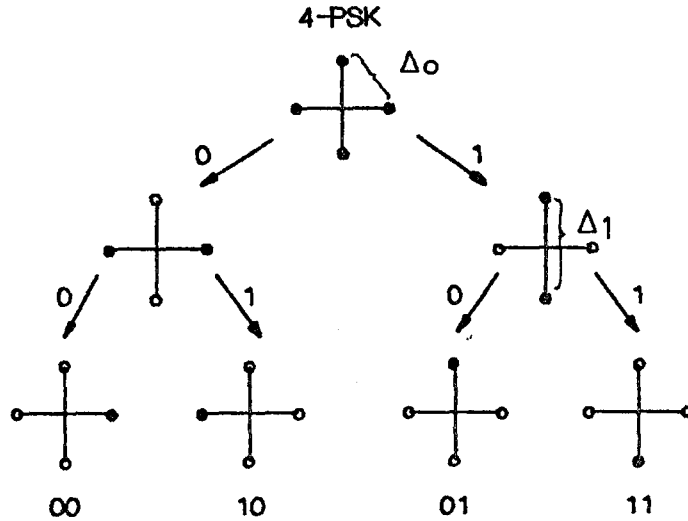


Şekil 2.2. Kodlayıcı/modülatör blok diyagramı

Şekil 2.3 'de 4-PSK işaret kümesinin bölmelenmesi ve elde edilen alt kümeler görülmektedir. Genel olarak alt kümelerin minimum uzaklıkları $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2 < \dots$ şeklinde artmaktadır. Küme bölmeleme işlemi genel olarak $m+1$ defa tekrarlanabilmektedir. Δ_{m+1} paralel geçişler arasındaki minimum Öklid uzaklığı ve $d_s(m)$ kafes kodlamalı modülasyonun serbest Öklid uzaklığı,

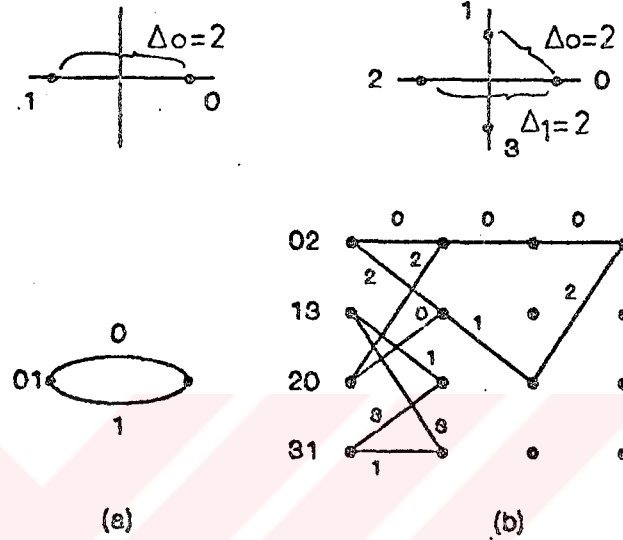
$$d_s = \min [\Delta_{m+1}, d_s(m)] \quad (2.4)$$

ilişkisinden belirlenir.



Şekil 2.3. 4-PSK işaret kümesinin bölmelenmesi

Şekil 2.4 'de kodlanmamış 2-PSK ve dört durumlu kafes kodlamalı 4-PSK yapıları gösterilmiştir. Her iki sistemde de herhangi bir durumdan diğerine iki geçiş bulunmaktadır. Yani modülasyon aralığı başına bir enformasyon biti iletilir. Ayrıca kodlanmamış 2-PSK modülasyonlu sistemin serbest uzaklığı 2 dir.



Şekil 2.4. a) Kodlanmamış 2-PSK modülasyonu
b) Dört durumlu kafes kodlamalı 4-PSK modülasyonu

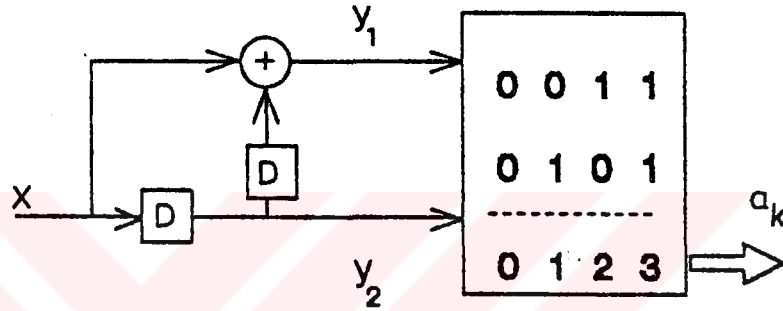
Kafes kodlamalı tasarımda 4-PSK işaretleri dört durumlu kafeste aşağıdaki kurallara göre geçişlere atanır : 1) Bir duruma gelen veya çıkan iki geçişe $\Delta_1 = 2$ uzaklıklı işaretler atanır. Bunlar (0,2) veya (1,3) alt kümelerindeki işaretlerdir. 2) Bütün PSK işaretleri kafes üzerinde eşit sıklıkla kullanılır. Şekil 2.4.b 'deki kafeste bir durumdan ayrılan ve birden fazla geçişten sonra tekrar birleşen herhangi iki işaret yolu arasındaki karesel uzaklık en az $\Delta^2_1 + \Delta^2_2 + \Delta^2_1$ olmaktadır. Örneğin 0 - 0 - 0 ve 2 - 1 - 2 işaretli yollar, bu uzaklığa sahiptir. Buna göre dört durumlu 4-PSK kodu için karesel serbest uzaklık $d^2_s = 10$ olarak bulunur. Bu kodlanmamış 2-PSK modülasyonuna göre karesel minimum uzaklıkta 3.9 dB 'lik bir asimtotik kazanç demektir.

$10 \cdot \log (d^2_{s \text{ kodlamalı}} / d^2_{s \text{ kodlanmaz}})$ biçiminde tanımlanan asimtotik kodlama kazancı,

$$10 \cdot \log \frac{d^2_s(4\text{-PSK})}{d^2_s(2\text{-PSK})} = 10 \cdot \log \frac{10}{4} = 3.9 \text{ dB} \quad (2.5)$$

olarak bulunur.

Şekil 2.5 'de 4-PSK için bir kodlayıcı/modülatör gerçekleştirilmesi görülmektedir.

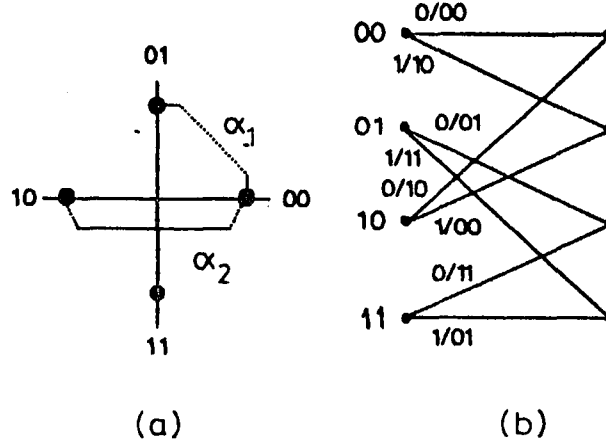


Şekil 2.5. 4-PSK için kodlayıcı/modülatör yapısı

2.3 Kafes Kodlamalı Sistemlerde Hata Başarımları

İkili katlamalı kodların hata başarımlarının kodlayıcıların durum diyagramlarından türetilen aktarım işlevlerine dayanarak değerlendirilebileceği bilinmektedir [14]. Bu yaklaşım, katlamalı kodların doğrusallığının sonucudur. Bu yaklaşımın, doğrusal olmayan bir eşleme işlemini içeren kafes kodlara uygulanması, Zehavi ve Wolf [4] tarafından verilmiştir. Zehavi ve Wolf hata olaylarının sistem başarımına etkilerinin, hata olayının başlangıç durumundan bağımsız olduğu kafes kodları için aktarım işlevi yaklaşımının kullanılabileceğini göstermişlerdir. Ungerboeck'ün tasarladığı sistemlerin tümü bu özelliğe sahiptir.

Şimdi, Zehavi ve Wolf 'un getirdiği koşulun geçerliliğini ve buna bağlı olarak hata olasılık sınırlarının belirlenmesini 4-PSK sistemi için ele alalım.



Şekil 2.6. a) 4-PSK işaret kümesi
b) 4-PSK kafes yapısı

C_k , k anındaki ikili kodlayıcı çıkışı, E_k ise k anında bu diziye eklenen ikili hatayı göstermek üzere, doğru ve hatalı geçişler arasındaki karesel Öklid uzaklığı,

$$d^2(C_k, E_k) = \| M(C_k) - M(C_k \oplus E_k) \|^2 \quad (2.6)$$

dir.

4-PSK da dört durum için kullanılan kafes yapısı ve işaret kümesi şekil 2.6 'da gösterilmiştir. Maksimum uzaklıklı elemanlardan oluşan iki alt küme A_1 ve A_2 dir. $A_1 = \{0,2\}$ ve

$A_2 = \{1,3\}$ şeklindedir. Aktarım işlevinin bulunmasında [4] 'de anlatılan yöntemin kullanılabilmesi için A_1 ve A_2 bulunan hata ağırlık göstergelerinin (weight profile) eşit olması gerekmektedir. Tablo 2.1 'de Öklid uzaklıklı hata ağırlıklarının (2.6) eşitliği ile bulunan değerleri verilmiştir.

Tablo 2.1 Hata Ağırlıkları

E_k	C_k	$d^2(C_k, E_k)$
00	00	0
	10	0
	01	0
	11	0
01	00	α_1
	10	α_1
	01	α_1
	11	α_1
10	00	α_2
	10	α_2
	01	α_2
	11	α_2
11	00	α_1
	10	α_1
	01	α_1
	11	α_1

Tablo 2.2 'de alt kümelerle ilişkin ağırlık göstergeleri (belli bir E değeri için bir alt kümeye ilişkin w^{α_i} 'lerin toplamı), $w = \exp(-E_s/4.N_0)$ Bhattacharyya parametresini belirtmek üzere verilmiştir.

Tablo 2.2 'den görüleceği gibi her bir E değeri için A_1 ve A_2 alt kümelerine ilişkin ağırlık göstergeleri eşit olmaktadır. O halde [4] 'de verilen yöntem bu kafes kodlayıcı için uygulanabilir.

Tablo 2.2 Hata Ağırlık Göstergeleri

Alt Küme	E	Ağırlık Göstergesi
A_1 A_2	00	2 2
A_1 A_2	01	$2w^{\alpha_1}$ $2w^{\alpha_1}$
A_1 A_2	10	$2w^{\alpha_2}$ $2w^{\alpha_2}$
A_1 A_2	11	$2w^{\alpha_1}$ $2w^{\alpha_1}$

Kafes kodlamalı bir sisteme ilişkin, aktarım işlevi genel olarak,

$$T(w, I) = \sum a_{\alpha, e} \cdot I^e \cdot w^\alpha \quad (2.7)$$

Burada $a_{\alpha, e}$, α karesel Öklid hata ağırlıklı, e veri biti hatalı hata olayının sayısıdır. Şekil 2.7 'de verilen hata durum diyagramında durumlar arası geçişler, u dalın çıktığı, v ise dalın girdiği düğüm olmak üzere K_{uv} değerleri alt kümelerle ilişkin ağırlık göstergelerinin eşit olduğu ve belli bir E hatasının oluşma olasılığının $1/4$ olduğu göz önüne alınarak Şekil 2.6b den bulunabilir.

$$K_{01} = 1/4 \cdot I \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_2})) = I \cdot w^{\alpha_2} \quad (2.8)$$

$$K_{12} = 1/4 \cdot I^0 \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_1})) = w^{\alpha_1} \quad (2.9)$$

$$K_{13} = 1/4 \cdot I \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_1})) = I \cdot w^{\alpha_1} \quad (2.10)$$

$$K_{20} = 1/4 \cdot I^0 \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_2})) = w^{\alpha_2} \quad (2.11)$$

$$K_{21} = 1/4 \cdot I \cdot (2 \cdot 2) = I \quad (2.12)$$

$$K_{32} = 1/4 \cdot I^0 \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_1})) = w^{\alpha_1} \quad (2.13)$$

$$K_{33} = 1/4 \cdot I \cdot (2 \cdot (2 \cdot w^{\alpha_1})) = I \cdot w^{\alpha_1} \quad (2.14)$$

K_{uv} değerleri şekil 2.7'de yerine konularak, sistemin aktarım işlevi, $\alpha_2 = 4$, $\alpha_1 = 2$ olmak üzere,

$$T(w, I) = \frac{I \cdot w^{\alpha_2 + \alpha_1}}{1 - 2 \cdot I \cdot w^{\alpha_1}} \quad (2.15)$$

bulunur.

Aktarım işlevi belirlendikten sonra sisteme ilişkin hata ve bit hata olasılıklarının üst sınırları aşağıdaki gibi verilir [4].

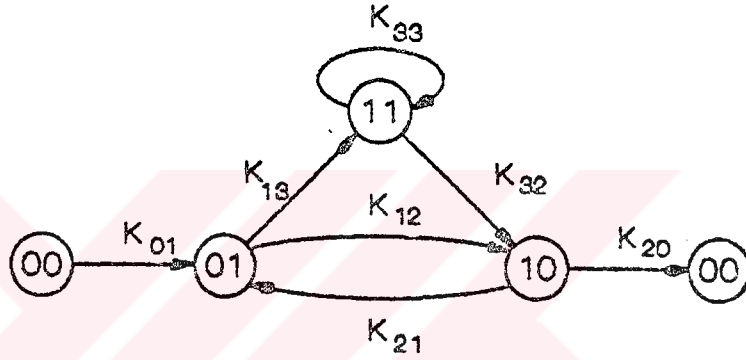
$$P_e \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot T(w, I) \quad (2.16)$$

$w = \exp(-E_s/4N_o)$
 $I=1$

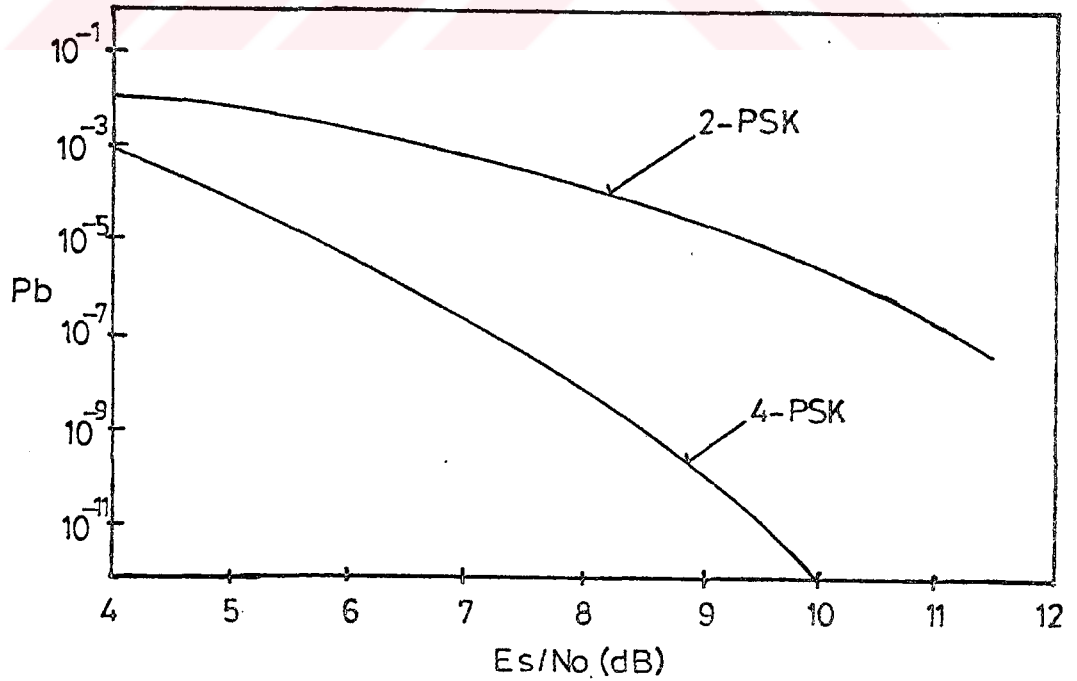
$$P_b \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot \frac{\delta T(w, I)}{\delta I} \quad (2.17)$$

$w = \exp(-E_s/4N_o)$
 $I=1$

Şekil 2.8 'de kodlanmış 2-PSK ve dört durumlu kafes kodlamalı 4-PSK sistemlerinin bit hata olasılıkları için üst sınırlar karşılaştırılmaktadır.



Şekil 2.7. Ağırlık göstergeleri ile etiketlenmiş durum diyagramı



Şekil 2.8. Kodlanmamış ve kafes kodlamalı sistemlerin bit hata olasılık üst sınırları

2.4 Kafes Kodlamalı Modülasyonda Kod Çözme İşlemi

Alıcıda, Klasik hata düzeltme kodlamasından farklı olarak demodülasyon ve kod çözme işlemleri birbirinden ayrı yapılmaktadır. Kanal çıkış işaretleri doğrudan işlenerek, Viterbi [15] algoritmasına göre kod çözme işlemi gerçekleştirilmektedir. Böylece klasik hata düzeltme kodlamasında olduğu gibi kod çözücünden önce demodülasyon sırasında yuvarlatma nedeni ile veri kayıpları oluşmaz.

Kafes kodlamalı modülasyon tekniğine göre tasarlanmış modülasyonlu işaretler kanala uygulandıklarında toplumsal gürültüden etkilenirler. Bu gürültülü sıfır ortamalı, varyansı σ^2 olan Gauss gürültüsü olarak modellenenebilir.

Kod çözme işleminin ilk aşamasında alınan gürültülü kanal çıkış işaretinin özgün işaret kümesinde işaretlere göre karesel Öklid uzaklığı hesaplanır. Bu uzaklıklara göre, her duruma gelen paralel geçişlerden, alınan kanal işaretine en yakın olan seçilir, diğerleri elenir. Böylece alt küme kod çözme işlemi tamamlanmış olur. İkinci aşamada alt küme kod çözümü ile elde edilen işaretlere Viterbi algoritması uygulanır. Bu aşama sonucunda alınan kanal işaretlerine en yakın işaret dizisi elde edilmiş olur. Paralel geçiş yoksa yalnız ikinci aşama gerçekleştirilir.

Viterbi algoritması ilk olarak katlamalı kodlar için en büyük benzerlikli (maximum - likelihood) kod çözme tekniği olarak öne sürülmüştür. Bu algoritmanın temel adımları şu şekilde açıklanabilir: n anında sonsuz geçmişten bütün kafes durumlarına, alınan işarete en yakın işaret yolunun bilindiği varsayılırsa, algoritma bu yolları n anındaki durumlardan, $n+1$ anındaki durumlara genişletir. Her bir duruma gelen minimum uzaklıklı yolu belirler ve bu yol ile yolun alınan kanal çıkış dizisine uzaklığını saklar, diğer bütün yolları

eler. Bu yollara yaşıyan (survivor) yol adı verilir. Belli bir kod çözme gecikmesi sonrasında zaman içinde geriye bakılarak, birikmiş uzaklığı minimum olan durumdan geriye doğru gidilerek karar verilecek yol ve ilişkin işaret dizisi belirlenir. Böylece alınan kanal işareti dizisine en yakın işaret dizisi çözülmüş olur. Kafes kodlamalı sistemler için uzaklık ölçütü olarak Hamming uzaklığı yerine Öklid uzaklığı alınmaktadır.



BÖLÜM 3

FAZ KAYMASININ KAFES KODLANALI MODÜLASYON TEKNİĞİNE DAYALI SİSTEMLERE ETKİSİ

3.1 Giriş

Kafes kodlamalı sistemdeki taşıyıcı faz kaymalı veya faz belirsizliği kodlanmamış yapıya göre daha ciddi problemler oluşturur. Gürültüden bağımsız demodüle edilmiş işaretler, en büyük benzerlikle (maximum - likelihood) alıcı tarafından üretilen işarete ilişkin değer arasındaki sürekli faz farkına faz kayması adı verilir. Pratikte bu büyüklük iletim bozukluklarından veya alıcının ideal olması gibi nedenlerden kaynaklanır. Gerçekte faz kayması zamanla değişirse de bu bölümde göz önüne alınan hatanın oluşması sırasında bu büyüklüğün sabit olduğu varsayılacaktır.

Literatürde, faz kaymalı kafes kodlamalı sistemlerde hata başarımı, farklı fakat basit bir şekilde ele alınmıştır [8], [10], [16]. Bu tezde incelenen yöntem benzer ilk yaklaşımı Hagenauer ve Sundberg [11] 8-PSK için vermiştir. Burada yöntem 4-PSK için daha farklı şekilde ele alınmış ve değiştirilerek yeniden yorumlanmıştır.

Alıcıda karar mekanizmasının bir parçası olarak karar yönlendirmeli (decision-directed) sayısal faz kilitleme çevrimi kullanıldığı varsayılmaktadır. Ayrıca sinüs ve çerçeve eş zamanlamasının ideal olduğu varsayılmıştır.

Faz kayması altında sisteme ilişkin Öklid

uzaklıklarının ve karesel serbest uzaklığın nasıl bulunacağı ikinci alt bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Aktarım ve işlevinin elde edilmesi ve hata üst sınırlarının faz kayması ile değişimi ise üçüncü alt bölümde verilmiştir. Dördüncü alt bölümde ise faz kaymasının alıcıda nasıl değerlendirildiği karar yönlendirmeli çevrimin özellikleri yardımıyla açıklanmıştır.

3.2 Faz Kayması Altında Değişen Öklid Uzaklığı

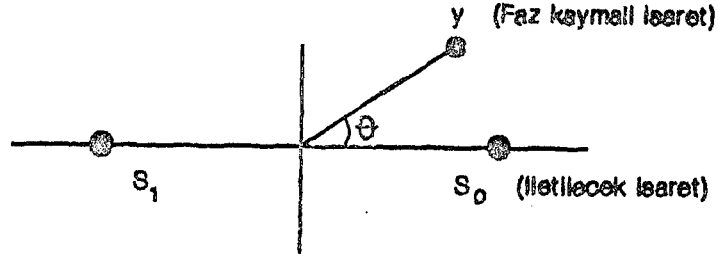
Viterbi kod çözücü kullanılan alıcıda hatalı bur karar verildiği zaman bir hata olayı oluşmaktadır. Bu hata bir uzaklık ve buna bağlı olarak bu olasılıkla birlikte ele alınır. Kafes kodlamalı sistemlerde en büyük hata olasılıklı, minimum uzaklığın yol çifti yani serbest uzaklık oldukça önemli olduğu için, burada karesel serbest uzaklık d^2_s 'nin bulunması üzerinde durulacaktır.

Modülatör tarafından k anında üretilen işaret s_k alıcıda θ kadar bir faz kayması ve eklenen Gauss gürültüsüyle elde edilir. Modülatörün ürettiği s_k işareti, yukarıda belirtilen büyüklüklerin etkisi ile alıcıda r_k şeklinde elde edilsin ;

$$s_k = (E_s)^{1/2} \cdot e^{j\phi_k} \quad (3.1)$$

$$r_k = (E_s)^{1/2} \cdot e^{j(\phi_k + \theta)} + n_k \quad (3.2)$$

Burada θ_k k anındaki bilgi, n_k ise $n_k = n_{xk} + j \cdot n_{yk}$ şeklindeki sıfır ortalamalı ve $E\{n_{xk}^2\} = E\{n_{yk}^2\} = N_0/2$ varyanslı beyaz Gauss gürültüsüdür.



Şekil 3.1. Faz kaymalı kodlanmamış 2-PSK işaret kümesi

Şekil 3.1 'de Θ kadar bir faz kaymasının bulunduğu kodlanmamış 2-PSK sistemine ilişkin hata olasılığı aşağıdaki gibi verilebilir.

$$P_e = Q \left[(2 \cdot E_s / N_0)^{1/2} \right] \quad (3.3)$$

S_1 işareti iletildiğinde hata olasılığı ;

$$P(e/S_1) = \Pr(n_x > \sqrt{E_s} \cdot \cos\Theta) \quad (3.4)$$

$$P(e/S_1) = \int_{\sqrt{E_s} \cdot \cos\Theta}^{\infty} \frac{1}{(\pi \cdot N_0)^{1/2}} \cdot \exp(-\alpha^2 / N_0) d\alpha \quad (3.5)$$

$$\tau = \frac{\alpha}{\sqrt{N_0/2}} \quad \text{dönüşümü yapılırsa}$$

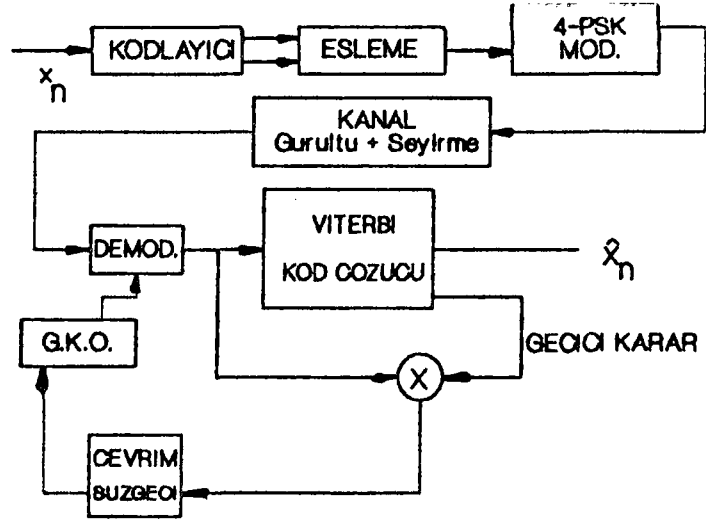
$$P(e/S_1) = \int_{\sqrt{2E_s/N_0} \cdot \cos\Theta}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot \pi)^{1/2}} \cdot \exp(-\tau^2/2) d\tau \quad (3.6)$$

$$P_e = Q \left[(2 \cdot E_s / N_0)^{1/2} \cdot \cos\Theta \right] \quad (3.7)$$

olup simetri nedeni ile $P(e/S_1) = P(e/S_0)$ ve eşit işaret olasılıkları için faz kaymalı hata olasılığı

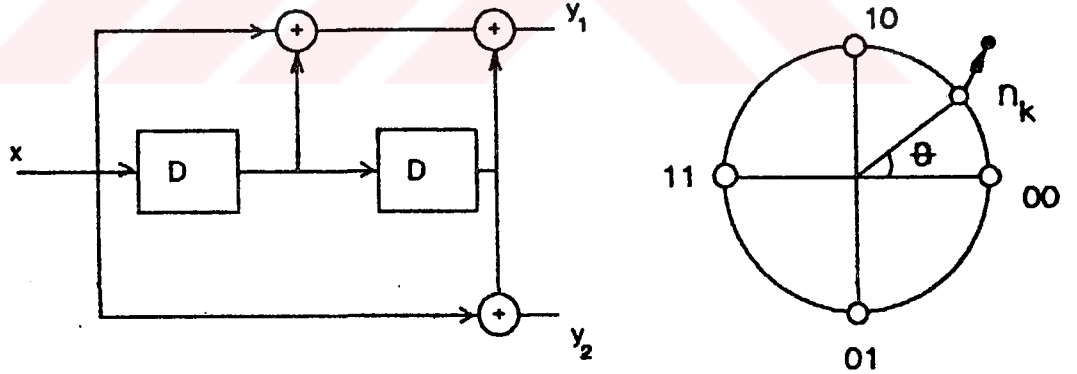
$$P_{e\Theta} = Q \left[(2 \cdot E_s / N_0)^{1/2} \cdot \cos\Theta \right] \quad (3.8)$$

olarak bulunur.



Şekil 3.2. Kafes kodlamalı 4-PSK iletişim sistemi

Faz kaymasının kafes kodlamalı sisteme etkisinin incelemek üzere şekil 3.2 'deki haberleşme sistemini gözönüne alabiliriz. Buradaki 4-PSK sistemine ilişkin kodlayıcı ve işaret kümesi şekil 3.3 deki gibi verilebilir.



Şekil 3.3. 4-PSK kodlayıcısı ve işaret kümesi

Viterbi kod çözücü (3.2) ile ifade edilen alınan işaretlerle ilişkili olarak en büyük benzerlikli kararlar vereceğinden doğru ve hatalı karar yolları için bir takım tanımlamalar yapabiliriz. Doğru yol dizisi $\{s_k\}$, hatalı yol dizisi $\{s'_k\}$. $\{s_k\}$ dizisinin oluşturduğu yol u, $\{s'_k\}$ dizisinin u' olsun ; u ve u' yolları p anında birbirlerinden ayrılır ve q anında tekrar birleşirlerse bu yollara ilişkin yol ölçüleri aşağıdaki gibi verilir.

$$y = \sum_{k=p+1}^q L_k, \quad y' = \sum_{k=p+1}^q L'_k \quad (3.9)$$

Buradaki L_k ; r_k ile s_k arasındaki dal ölçüleri, L'_k ; r_k ile s'_k arasındaki dal ölçüleridir. :

$$L_k = \sqrt{E_s} \cdot \cos \Theta + \operatorname{Re} \{n_k \cdot \exp(-j\phi k)\} \quad (3.10)$$

$$L'_k = \sqrt{E_s} \cdot \cos(\phi'k - \phi k - \Theta) + \operatorname{Re} \{n_k \cdot \exp(-j\phi'k)\} \quad (3.11)$$

ϕ'_k hatalı kararı s'_k ne karşı gelen faz değeri olup

$\Delta\phi k = \phi'_k - \phi_k$ ile hatalı ve doğru faz değerleri arasındaki faz farkı belirtilecektir. Yol ölçüleri arasındaki farkın ortalama değeri ve varyansı yardımı ile hata olasılığını hesaplayabiliriz.

$$\delta = y - y' = \mu + \sum_{k=p+1}^q \operatorname{Re} \{n_k \cdot (\exp(-j\phi k) - \exp(-j\phi'k))\} \quad (3.12)$$

$$\mu = \sum_{k=p+1}^q \sqrt{E_s} \{ \cos \Theta - \cos(\Delta\phi k - \Theta) \} \quad (3.13)$$

δ 'nin ortalama değeri ;

$$E(\delta) = \mu = \sum_{k=p+1}^q \sqrt{E_s} \{ \cos \Theta - \cos(\Delta\phi k - \Theta) \} \quad (3.14)$$

dir. δ 'nin varyansı ise ;

$$\sigma^2 = N_0 \cdot \sum_{k=p+1}^q (1 - \cos \Delta\phi k) \quad (3.15)$$

olarak bulunur.

u ve u' yollarının ayrılıp tekrar birleştiği hata olayına ilişkin hata olasılığı P_d ;

$$P_d = Pr (\gamma - \gamma' < 0 / \Theta) = Q(\mu/\sigma) \quad (3.16)$$

alınabilir.

$$\frac{\mu^2}{\sigma^2} = \frac{E_s}{N_0} \cdot \frac{\left[\sum_k (\cos\Theta - \cos(\Delta\phi_k - \Theta)) \right]^2}{\sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k)} \quad (3.17)$$

Faz kaymasının sıfır olduğu durumda da geçerli olmak üzere $\mu/6$ için ;

$$\frac{\mu^2}{\delta^2} = \frac{E_s}{N_0} \cdot \frac{d^2_s}{2} \quad (3.18)$$

tanımlanabilir [1], [11]. Burada d^2_s ; $\{s_k\}$ ve $\{s'_k\}$ dizileri arasındaki karesel serest uzaklığı göstermektedir. (3.17) ve (3.18) 'den faz kayması durumunda d^2_s için ;

$$d^2_s = 2 \cdot \frac{\left[\sum_k (\cos\Theta - \cos(\Delta\phi_k - \Theta)) \right]^2}{\sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k)} \quad (3.19)$$

Hata olasılığını bir üst sınır ile belirlemek için (3.19) ifadesinden yararlanılabilir. Fakat ifade bu hali ile toplamsallık özelliğine yani işaretler arası Öklid uzaklıklarından yararlanarak d_s 'in dolayısı ile hata

olasılığının tanımlanmasına uygun değildir. Küçük Θ değerleri için oldukça doğru sayılabilecek bir üst sınır aşağıdaki gibi geliştirilebilir.

$$d^2_s = \frac{2 \cdot \left[\sum_k \{ \cos\Theta - (\cos\Theta \cdot \cos\Delta\phi_k + \sin\Theta \cdot \sin\Delta\phi_k) \} \right]^2}{\sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k)} \quad (3.20)$$

$$d^2_s = \frac{2 \cdot \left[\cos\Theta \sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k) - \sin\Theta \sum_k \sin\Delta\phi_k \right]^2}{\sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k)} \quad (3.21)$$

$$h = \frac{2 \cdot \sin^2\Theta \left[\sum_k \sin\Delta\phi_k \right]^2}{\sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k)} \quad (3.22)$$

olmak üzere (3.21) ifadesi açılırsa ;

$$d^2_s = 2 \cdot \left[\cos^2\Theta \sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k) - \sin 2\Theta \sum_k \sin\Delta\phi_k \right] + h \quad (3.23)$$

Küçük Θ değerleri için, daima $h \geq 0$ pozitif olduğundan ve d^2_s 'in yanında ihmal edilebilecek kadar küçük kaldığından d^2_s için üst sınır aşağıdaki gibi verilebilir.

$$d^2_s \geq 2 \cdot \left[\cos^2\Theta \sum_k (1 - \cos\Delta\phi_k) - \sin 2\Theta \sum_k \sin\Delta\phi_k \right] \quad (3.24)$$

(3.24) ifadesi ile doğru ve hatalı diziler arasındaki serbest Öklid uzaklığı toplumsallık özelliği sağlamakta olup aktarım işlevinin, dolayısıyla hata olasılığının belirlenmesinde kolaylık sağlayacaktır.

Tablo 3.1 'de 4-PSK sisteminin çeşitli Θ değerleri için (3.19) ve (3.24) ifadeleriyle bulunan karesel serbest uzaklıkları verilmiştir. 4-PSK için (3.19) ve (3.24) ifadeleri büyük yaklaşıklık göstermelerine rağmen, aynı

özellik 8-PSK veya 16-PSK için sağlanamaz. Bu durumda hata olasılığı için sadece (3.19) ifadesinden yararlanılabilir.

Tablo 3.1. Öklid uzaklıklarının Θ ile değişimi

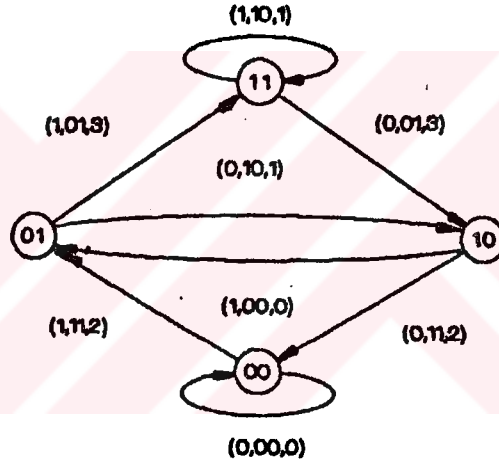
Derece	(3.19) ile d^2_s	(3.24) ile d^2_s
0°	10.00	10.00
5°	9.58	9.58
10°	9.02	9.01
15°	8.35	8.33
20°	7.59	7.54
25°	6.75	6.68
30°	5.86	5.76
35°	4.96	4.83
40°	4.06	3.90
45°	3.20	3.00

3.3 Faz Kayması Varken Sistemin durum Diyagramı ve Aktarım İşlevi

Klasik kafes kodlamalı sistemlerde aktarım işlevinin çıkarılmasına ilişkin çeşitli yöntemler [15], [16], [17] verilmiştir. [4] 'de bazı simetri koşullarının sağlanması durumunda tüm sıfır geçiş yolu doğru yol kabul edilerek, v bellekli yani 2^v durumlu sistemlerde aktarım işlevi çıkarılmıştır Hagenauer ve Sundberg [11] ise doğrusal olmayan durumları da gözönüne alarak uzaklıkların sadece tüm sıfır geçiş yoluna göre değil tüm yol çiftlerini de dikkate alarak ve 2^{2v} durum yerine 2^v durum içeren bir durum diyagramı kullanarak aktarım işlevinin elde edilebildiğini göstermiştir. Doğrusal kodlar kullanılmış olsa bile faz kayması durumunda [4]'de belirtilen simetri koşulları ortadan kalkar. Bu bölümde doğrusal kodlar dikkate alınarak [4] 'deki yaklaşım faz kayması altında da geçerli olmasını sağlayacak düzenlemeler

yapılarak, aktarım işlevinin elde edilebileceği gösterilecektir. Bu düzenlemeler yapılırken kodun kafesini oluşturan dallar sıfır yolu dışındaki diğer olurlu doğru yolları da dikkate alarak etiketlenenecektir.

Şekil 3.4 'de, Şekil 3.3 'de gösterilen kodlayıcıya ilişkin durum diyagramı verilmiştir. Bu diyagramda dallar kodlayıcı giriş biti D, çıkış bitleri C ve işaret kümesinden seçilen kanal işareti A_c olmak üzere (D, C, A_c) biçiminde etiketlenmiştir.



Şekil 3.4. Kodlayıcı durum diyagramı

Genel olarak $(n+1)$ bitlik kodlayıcı çıkışındaki ikili C_k işaretine eklenecek rastgele E_k hatasını da $(n+1)$ bitle gösterirsek, doğru ve hatalı geçişler arasındaki karesel Öklid uzaklığı aşağıdaki gibi ifade edilir.

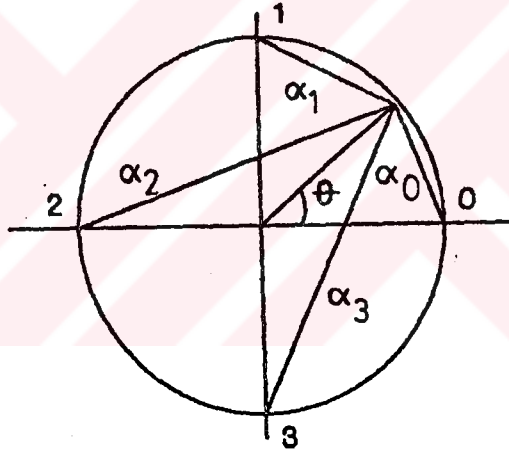
$$d^2(C_k, E_k) = \alpha_1 = \| M(C_k) - M(C_k \oplus E_k) \|^2 \quad (3.25)$$

(3.25) 'de $M(.)$ işlemi, ikili kodlayıcı çıkışlarına göre seçilen kanal işaretlerini gösterir. Faz kayması durumunda $\oplus$ faz kaymasını göstermek üzere (3.25) şu şekilde yeniden ifade

edilebilir.

$$d^2(C_k, E_k) = \alpha_i = \| M(C_k) \cdot \exp(j\theta) - M(C_k \oplus E_k) \|^2 \quad (3.26)$$

$d^2(C_k, E_k)$ uzaklığını oluşturan α_i değeri şekil 3.5 'de gösterilen $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ değerlerinden bir tanesini almaktadır. (3.24) ile yapılan yaklaşıklık sonucu α_0 değeri her zaman özdeşliğin sıfır değerini alacaktır. Fakat bu yaklaşıklık yardımı ile doğru ve hatalı yol çifti arasındaki d^2 , uzaklığı, artık α_i 'lerin toplamı şeklinde ifade edilebilecektir.



Şekil 3.5. İşaretler arası Öklid uzaklıkları

Eğer işaret kümesini [4]'de verildiği gibi $A_1 = \{00, 11\}$ ve $A_2 = \{10, 01\}$ olarak maksimum uzaklıklı elemanların yer aldığı iki alt kümeye bölersek, bazı E_k hataları için, her iki alt kümeye ait ağırlık göstergeleri (belirtilen E_k değeri için alt kümenin iki elemanına ilişkin α_i değerlerinin toplamı) farklı çıkacaktır. Bu özellik tablo 3.2 'de E hatası 01 ve 10 olduğu durumda gözükmemektedir. Oysa [4] 'de her bir alt kümeye ilişkin ağırlık göstergeleri eşit olduğundan , sadece bir alt kümeye ilişkin ağırlık hesaplanarak işlemler kolaylaştırılıp, aktarım işlevi elde edilmektedir.

Tablo 3.2 Hata Ağırlıkları

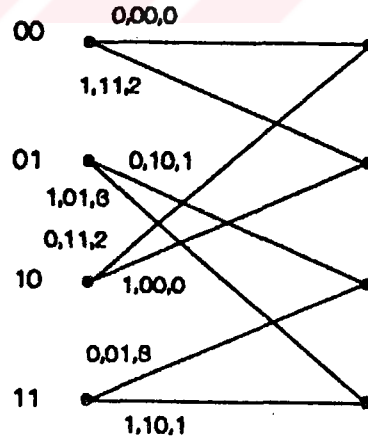
E_k	C_k		α_i
00	A_1	00	α_0
		11	α_0
	A_2	10	α_0
		01	α_0
01	A_1	00	α_3
		11	α_3
	A_2	10	α_1
		01	α_1
10	A_1	00	α_1
		11	α_1
	A_2	10	α_3
		01	α_3
11	A_1	00	α_2
		11	α_2
	A_2	10	α_2
		01	α_2

Belirtilen eşitlik sağlanmadığından [3] 'de anlatılan 2^{2v} durum içeren durum diyagramının yerine, şekil 3.4 ' de verilen 2^v durumlu diyagram dalları [4]'de olduğundan daha karmaşık şekilde etiketlenerek bu yöntemin faz kayması altında da kullanılması sağlanabilir.

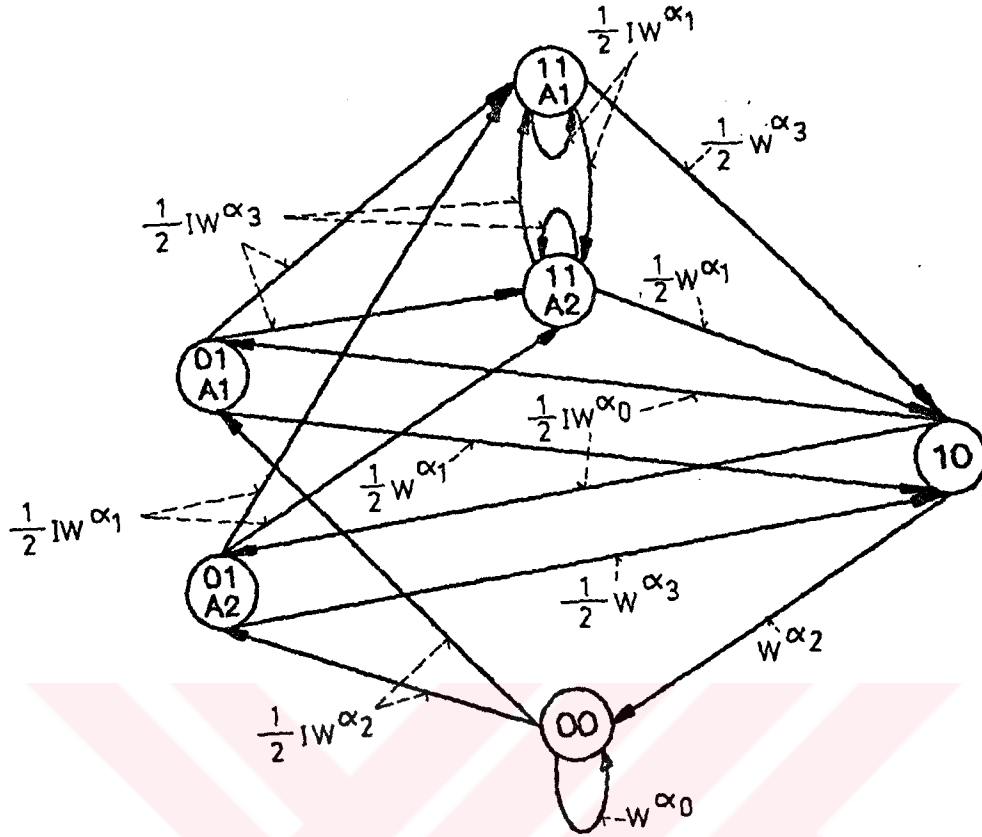
Tablo 3.3 Hata Ağırlık Göstergeleri

E_k	Ağırlık Göstergesi		Durum Geçişleri, e (g.b.h.)
00	A_1 A_2	$2 \cdot w^{\alpha_0}$ $2 \cdot w^{\alpha_0}$	00 $\rightarrow$ 00,0 10 $\rightarrow$ 01,1
01	A_1 A_2	$2 \cdot w^{\alpha_3}$ $2 \cdot w^{\alpha_1}$	01 $\rightarrow$ 11,1 11 $\rightarrow$ 10,0
10	A_1 $\bar{A}_2$	$2 \cdot w^{\alpha_1}$ $2 \cdot w^{\alpha_3}$	01 $\rightarrow$ 10,0 11 $\rightarrow$ 11,1
11	A_1 A_2	$2 \cdot w^{\alpha_2}$ $2 \cdot w^{\alpha_2}$	00 $\rightarrow$ 01,1 10 $\rightarrow$ 00,0

Durum diyagramı oluşturulan dalların $K \cdot I \cdot w^2$ sembolleri ile etiketlenmesi sırasında, α karesel Öklid uzaklığını, e ortalama giriş biti hatasını*, K ise ağırlık göstergesinin katsayısı ile belli bir E_x hatasının oluşma olasılığı olan $1/4$ 'ün çarpımıdır. Tablo 3.3 'ün oluşturulmasındaki durum geçişleri ve giriş bit hataları için şekil 3.6'dan yararlanabilir. Tablo 3.3 'den görüleceği gibi E_x hatasının 01 ve 10 olduğu durumlarda, alt kümelerle ilişkin ağırlık göstergeleri farklı olmaktadır. Bu halde durum diyagramı bulunurken 01 ve 10 hatalarının dallar üzerinde olduğu çıkış durumları 01 ve 11 durumları A_1 ve A_2 ağırlık göstergelerine göre ayrı iki duruma ayrılmalıdır. Bu şekilde bulunan genelleştirilmiş durum diyagramı şekil 3.7 'de gösterilmiştir. Genelleştirilmiş durum diyagramı bulunurken tablo 3.3 'deki değerler kullanılmıştır.

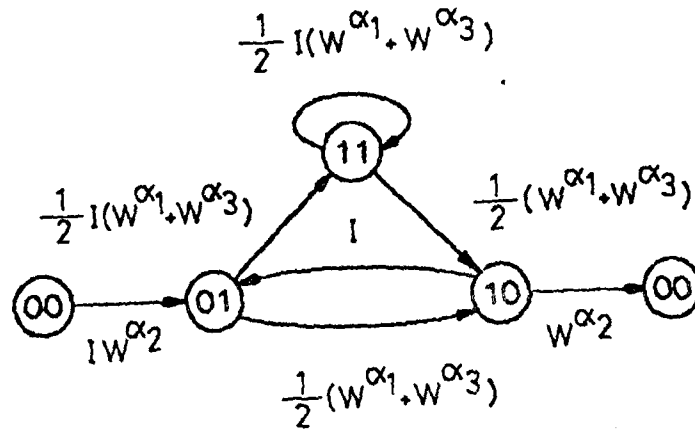


Şekil 3.6. (D,C,A) şeklinde etiketlenmiş kodlayıcı diyagramı



Şekil 3.7. Genelleştirilmiş durum diyagramı

Şekil 3.7 'deki durum diyagramı bilinen yöntemler ile indirgenip ve α_0 'ın daima sıfır olduğu göz önüne alınırsa aktarım işlevini bulmak üzere şekil 3.8 'deki indirgenmiş durum diyagramı elde edilir.



Şekil 3.8. İndirgenmiş durum diyagramı

İndirgenmiş durum diyagramı elde edildikten sonra giriş ve çıkış düğümleri arasındaki aktarım işlevi Mason kazanç bağıntısı gibi bilinen yöntemlerle bulunabilir.

$$\alpha_0 = 0 \quad (3.27)$$

$$\alpha_1 = 2 \cdot (\cos^2 \Theta - \sin 2\Theta) \quad (3.28)$$

$$\alpha_2 = 4 \cdot \cos^2 \Theta \quad (3.29)$$

$$\alpha_3 = 2 \cdot (\cos^2 \Theta + \sin 2\Theta) \quad (3.30)$$

$w = \exp(-E_g/4.N_0)$ Bhattachary sabiti ve

$b = 1/2 (w^{\alpha_1} + w^{\alpha_3})$, $c = w^{\alpha_2}$ olmak üzere

Şekil 3.8 'deki indirgenmiş durum diyagramına ilişkin $T(w, I)$ aktarım işlevi (3.31) ifadesi ile verilmiştir.

$$T_4(w, I) = \frac{I \cdot b \cdot c^2}{1 - 2 \cdot I \cdot b} \quad (3.31)$$

dır.

Sistemin hata olasılığının hesaplanması için d^2 serbest Öklid uzaklığının bulunması gerekmektedir. Bu değer kafes üzerinden görülebileceği gibi, $T(w, I)$ 'nin payındaki w 'lı terimlere ilişkin en küçük üstel α_i 'ler toplamının alınmasıyla da görülebilir. (3.31) 'un payındaki en küçük üstel terim, her Θ değeri için $2\alpha_2 + \alpha_1$ olarak bulunur.

$$d^2_s = 2 \cdot \alpha_2 + \alpha_1 = 2 \cdot (5 \cdot \cos^2 \Theta - \sin 2\Theta) \quad (3.32)$$

Aktarım işlevi ve karesel serbest uzaklık bilindiğine göre sistemin, P_e hata olasılığı ve P_b bit hata olasılığı olmak

üzere;

$$P_e \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \exp \left[-\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot T_4(w, I) \quad (3.33)$$

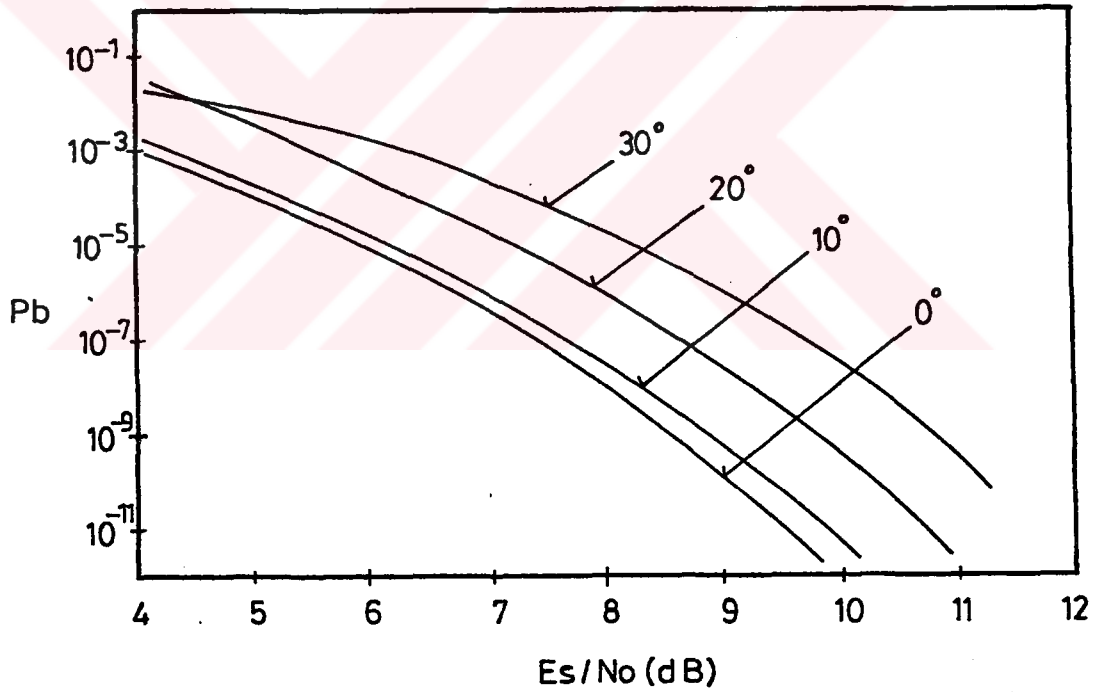
$w = \exp(-E_s/4N_0)$
 $I = 1$

$$P_b \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot \frac{\delta T_4(w, I)}{\delta I} \quad (3.34)$$

$w = \exp(-E_s/4N_0)$
 $I = 1$

ilişkisiyle üstten sınırlıdır [4]

Şekil 3.9 'da kafes kodlamalı dört durumlu 4-PSK 'nın çeşitli Θ değerleri için, bit hata olasılığına ilişkin üst sınırlar gösterilmiştir.

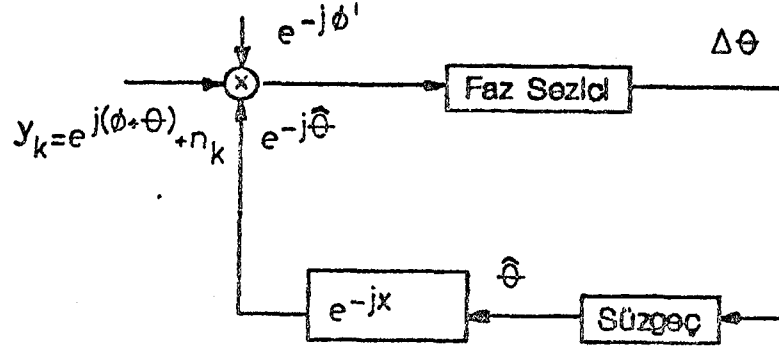


Şekil 3.9. $\Theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ değerleri için kafes kodlamalı 4-PSK bit hata olasılık üst sınırları

3.4 Faz İzleme Başarımı ve S-Eğrileri

Şekil 3.2 'de verilen iletişim sisteminin alıcı kısmına ilişkin karar yönlendirmeli çevrim (decision-directed method) [18], [19] şekil 3.10 'daki blok diyagramı ile

verilebilir.



Şekil 3.10. Karar yönlendirmeli çevrimin temel band modeli ($E_s = 1$)

Burada ϕ' , Viterbi kod çözücüsünün her k anında en büyük benzerlikli karar verdiği geçici simge kararı n_k ise Gauss gürültüsüdür. Faz kayması θ değerine karşılık karar yönlendirmeli çevrimin belirlediği değer $\hat{\theta}$ dır. Bu şekilde $\hat{\theta}$ değerlerini sürekli sabit tutarak θ değerlerine karşılık faz sezici çıkışı $\Delta\theta$ 'nın belirlendiği başarımlı eğrilerine S-eğrileri adı verilir.

Faz izleme başarımının ölçüsü olan S-eğrilerini elde ederken benzetim sırasında $\hat{\theta} = 0$ değerinde sabit tutulmuş. belli bir θ değerine karşılık elde edilen $\Delta\theta$ değerlerinin ortalaması olan $E[\Delta\theta]$ değeri ve $E[\Delta\theta]^2 - E^2[\Delta\theta]$ varyans değerleri belirlenmiştir. Varyans değerlerinin yardımıyla bulunan standart sapma eğrileri ise S-eğrileriyle bulunan $E[\Delta\theta]$ değerinin saçılma payını göstermektedir.

Şekil 3.10 'daki çevrim için giriş ve çıkış değerleri için (3.35) ve (3.36) 'daki gibi verilebilir.

$$y_k = \exp(j(\phi + \Theta)) + n_k \quad (3.35)$$

$$\Delta\Theta = \arg[\exp(j(\phi - \phi' + \Theta - \hat{\Theta})) + n_k \cdot \exp(-j(\hat{\Theta} + \phi'))] \quad (3.36)$$

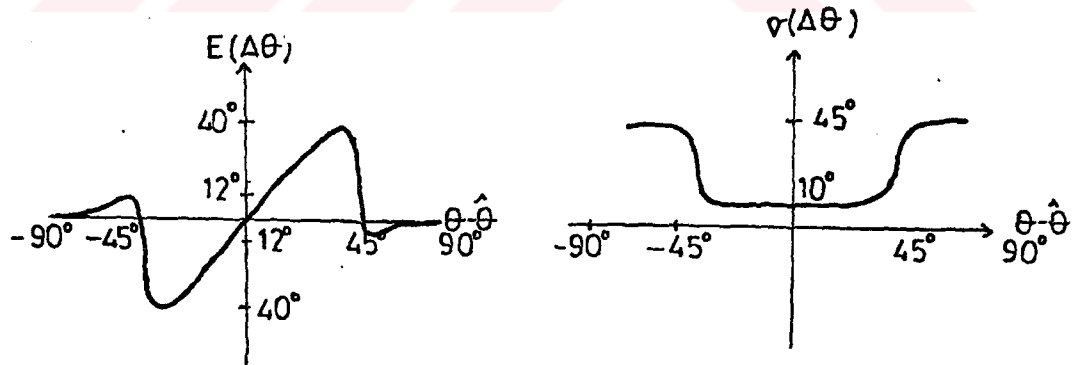
Herbir Θ değeri için n_s sayıda işaret iletirse, ortalama değer ve standart sapma için:

$$E[\Delta\Theta] = 1/n_s \cdot [\Delta\Theta_1 + \Delta\Theta_2 + \dots + \Delta\Theta_{n_s}] \quad (3.37)$$

$$E[\Delta\Theta^2] = 1/n_s \cdot [\Delta\Theta_1^2 + \Delta\Theta_2^2 + \dots + \Delta\Theta_{n_s}^2] \quad (3.38)$$

$$\sigma(\Delta\Theta) = \left[\sqrt{E[\Delta\Theta^2] - E^2[\Delta\Theta]} \right] \quad (3.39)$$

Yazılabilir. Şekil 3.11 'de kafes kodlamalı dört durumlu 4-PSK sistemine ilişkin S-eğrisi ve $\sigma(\Delta\Theta)$ eğrisi görülmektedir.



Şekil 3.11. $n_s = 5000$ bit için S-eğrisi ve $\sigma(\Delta\Theta)$ eğrisi

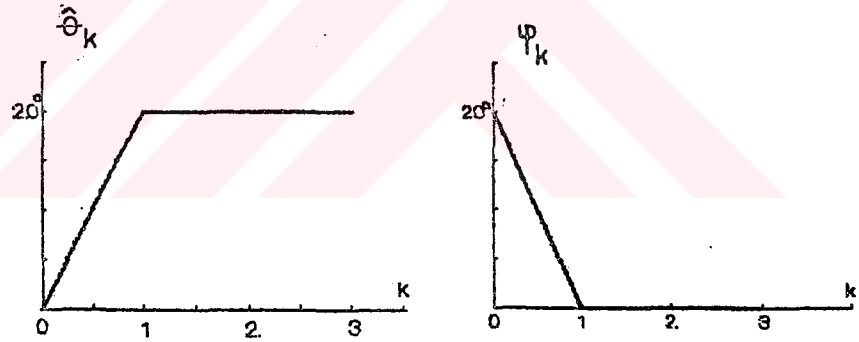
Birinci dereceden bir süzgecin kullanıldığı çevrim için K çevrim kazancı olmak üzere sabit faz kayması adı altında her k aralığındaki $\hat{\Theta}$ çıkış fazı ve φ faz hatası,

$$\hat{\Theta}_{k+1} = \hat{\Theta}_k + K \cdot \Delta\Theta_k \quad (3.40)$$

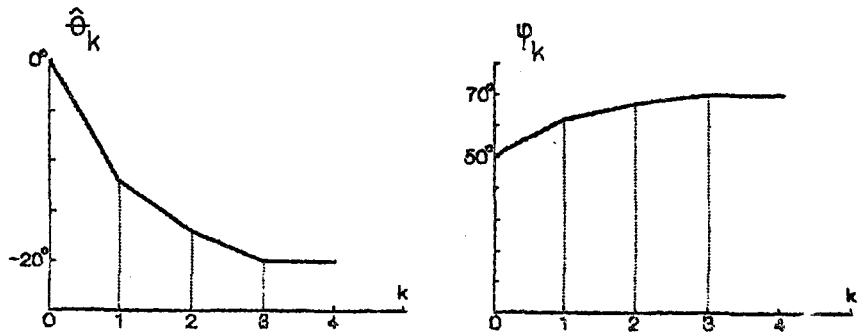
$$\varphi_{k+1} = \varphi_k - K \cdot \Delta\Theta_k \quad 0 < K < 1 \text{ dir.} \quad (3.41)$$

ilişkisini sağlar. [1], [20], [21].

Sistemin faz izleme ve faz hata başarımını görmek için (3.40) ve (3.41) ifadelerinde de $\Delta\Theta_k$ yerine $E[\Delta\Theta]$ ortalama değeri ve en iyi başarımı sağlamak üzere $K = 1$ alınabilir. Yine bu ifadelerde faz izleme ve faz hata analizi için başlangıç durumu olarak $\hat{\Theta}_0 = 0$ ve $\varphi_0 = \Theta$ seçilebilir.



Şekil 3.12. $K = 1$ için $\Theta = 20^\circ$ faz kaymasının izlenmesi



Şekil 3.13. $K = 1$ için $\Theta = 50^\circ$ faz kaymasının izlenmesi

Şekil 3.12 ve 3.13 'den görüldüğü gibi çevrim $\Theta = 20^\circ$ faz kalmasını yakalayıp düzeltmesine rağmen $\Theta = 50^\circ$ 'lık faz kaymasını yakalayamamaktadır. Bunun nedeni sisteme ilişkin S-eğrisinden görüleceği gibi, $\Theta > \pi/4$ için pozitif tanımlı bölge (negatif Θ değerleri için negatif bölge) olmamasıdır. Eğer ilk sıfır geçişleri pozitif ve negatif Θ değerleri için sırayla sağa ve sola doğru kaydırılabilirse S-eğrisi sisteminin izleme başarımını arttıracak şekilde düzeltilecektir. Bu şekilde bir yaklaşım yöntemi 4 'de ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

3.5 M-PSK Kafes Kodlarında Faz Kayması

(3.24) ifadesi ile verilen yaklaşıklık ifadesi 4-PSK için büyük ölçüde doğru olmasına rağmen 8-PSK veya 16-PSK gibi yüksek düzeyli modülasyonlarda Θ faz kayması büyüdükçe doğru olmaktan uzaklaşmaktadır. Şekil 4.17.a ve Şekil 4.19.a 'daki kafeslere ilişkin sırası ile 8-PSK ve 16-PSK sistemlerinin d^2_s karesel serbest uzaklıklarının Θ ile değişimleri (3.19) ve (3.24) ifadelerine dayanarak tablo 3.4 ve tablo 3.5'de verilmiştir.

Tablo 3.4
8-PSK Sisteminin Karesel
Serbest Uzaklıklarının
Faz Kayması ile Değişimi

Θ	8-PSK	
	d^2_s (3.19)	d^2_s (3.24)
0°	4.00	4.00
5°	3.65	3.61
10°	2.78	2.59
15°	1.99	1.57
20°	1.31	0.57

Tablo 3.5
16-PSK Sisteminin Karesel
Serbest Uzaklıklarının
Faz Kayması ile Değişimi

Θ	16-PSK	
	d^2_s (3.19)	d^2_s (3.24)
0°	1.32	1.32
2.5°	1.03	1.00
5°	0.76	0.69
7.5°	0.54	0.37
10°	0.35	0.05

Görüldüğü üzere 4-PSK dışındaki m-PSK kafes kodlamalı modülasyon tekniğine dayalı sistemlerde, (3.24) ifadesini kullanmak hata olasılığını fazlasıyla üstten sınırlamak açısından sakıncalı olacaktır. (3.24) ifadesi yerine (3.19) ifadesinin kullanılması istenen sonucu sağlamak ile beraber kodlama adımları boyunca Öklid uzaklıklarının toplanabilirlik özelliğini ortadan kaldırmaktadır. Bu durumda $T(w, I)$ aktarım işlevi bilinmeyen α_i büyüklükleri cinsinden bulunarak, payın paydaya bölünmesiyle elde edilen belli sayıda terim, hata olasılıklarının bulunmasında kullanılabilir. Böyle bir yaklaşım Hagenauer ve Sundberg [11], tarafından öne sürülerek faz kaymalı durumlarda da geçerli olmak üzere hata ve bit hata olasılıklarına ilişkin üst sınırlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$P_e \leq \sum_{k=0}^{k_{max}} a_{dk} \cdot P_{dk} \quad (3.42)$$

$$P_b \leq \sum_{k=0}^{k_{max}} c_{dk} \cdot P_{dk} \quad (3.43)$$

Yukarıda d_k belli bir yol çifti arasındaki Öklid uzaklığı, P_{dk} bu hatanın oluşma olasılığını, a_{dk} d_k uzaklıklı yol çiftlerinin ortalama sayısını, c_{dk} d_k uzaklıklı yol çiftinin oluşmasındaki ortalama giriş biti hatasını, k_{max} ise $T(w, I)$ 'nin bölünmesiyle elde edilen terimlerden ilk kaçının alındığını ifade etmektedir. Örneğin faz kaymasının sıfır olduğu durumda şekil 3.7 'de $w^{\alpha_0} = 1$ ve $w^{\alpha_1} = w^{\alpha_3}$ olacaktır. Bu durumda (3.31) ile ifade edilen aktarım işlevi,

$$T_4(w, I) = \frac{1 \cdot w^{2\alpha_2} + \alpha_1}{1 - 2 \cdot I \cdot w^{\alpha_1}} \quad (3.44)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eğer (3.44) 'de payı paydaya bölersek,

$$T_4(w, I) = I \cdot w^{2\alpha_2 + \alpha_1} + 2 \cdot I^2 \cdot w^{2\alpha_2 + 2\alpha_1} + 4 \cdot I^3 \cdot w^{2\alpha_2 + 3\alpha_1} + \dots \quad (3.45)$$

$$T_4(w, I) = \sum_{k=0}^{\infty} 2^k \cdot I^{k+1} \cdot w^{2\alpha_2 + (k+1)\alpha_1} \quad (3.46)$$

elde edilir.

Faz kayması durumunda α_i 'lerin tek tek belirlenemeyeceği, fakat α_i 'lerin faz kaymalı aktarım işlevinde oluşturduğu (3.46) 'e benzer şekildeki $(2\alpha_2 + (k+1)\alpha_1)$ kafes yollarına ilişkin d^2_k karesel Öklid uzaklıklarının (3.19) ifadesi ile bulunabileceği gözönüne alınırsa (3.42) ve (3.43) tablo 3.6 yardımı ile yorumlanabilir.

Tablo 3.6 'da d^2_k karesel Öklid uzaklıkları $\Theta=0$ olmak üzere kafes diyagramı yardımıyla (3.19) ifadesi ile belirlenmiştir. Her d^2_k uzaklıklı yol çiftine ilişkin hata olasılığı,

$$P_{dk} = Q \left[\left[\frac{d^2_k}{2} \cdot \frac{E_s}{N_0} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (3.47)$$

olarak verilebilir [11]. P_{dk} değerleri belirlendikten sonra (3.42) ve (3.43) ifadelerindeki hata ve bit hata olasılıkları tablo 3.5 'de k_{max} 'a kadar alınan a_{dk} ve c_{dk} değerleri ile hesaplanabilir. $\Theta \neq 0$ olması durumunda da yeni aktarım işlevi

(3.46) ifadesindeki gibi sonsuz terim şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda $k_{\max}$, $\Theta=0$ iken alınan en büyük d_k^2 'ye eşit veya yakın değeri sağlayacak şekilde seçilmelidir.

Tablo 3.6 a_{dk} ve c_{dk} Katsayılı Karesel Uzaklıklar

k	d_k^2	a_{dk}	c_{dk}
0	10	1	1
1	12	2	4
2	14	4	12
3	16	8	32
4	18	16	80
5	20	32	192

BÖLÜM 4

KARMA KAFES YAPILAR YARDIMI İLE FAZ KAYMASI ETKİLERİNİN AZALTILMASI

4.1 Giriş

Kafes kodlamalı M-PSK sistemlerinde, alınan işaretin izlenmesinde oluşan faz hatalarının sistemin başarımının ne şekilde etkilediği bölüm 3 'de açıklanmıştır. Faz hatalarına karşı kafes kodlamalı M-PSK 'nın kodlanmış M/2-PSK 'ya göre daha duyarlı olduğu ve onun yarısı kadar bir yakalama bölgesi olduğu gösterilmiştir.

Sınırlı bölgenin dışındaki faz hataları için, alıcı sistem uzun periyodlar boyunca sürebilecek rastgele kararlar verecektir. Kafes kodlamalı sistemlerin taşıyıcı faz değişimlerine karşılık daha az duyarlı olmalarına yönelik bazı yaklaşımlar ve yapılan bazı çalışmalar literatürde

verilmiştir. Gerçekleşmenin ve kod çözmenin daha karmaşık olduğu çok boyutlu (multi-dimesional) kodlar [22] 'de ele alınmıştır. Bir başka yaklaşım olan, dönme ile değişmeyen rotationally invariant) kodlar [6], [7] ve [23] 'de gösterilmiştir.

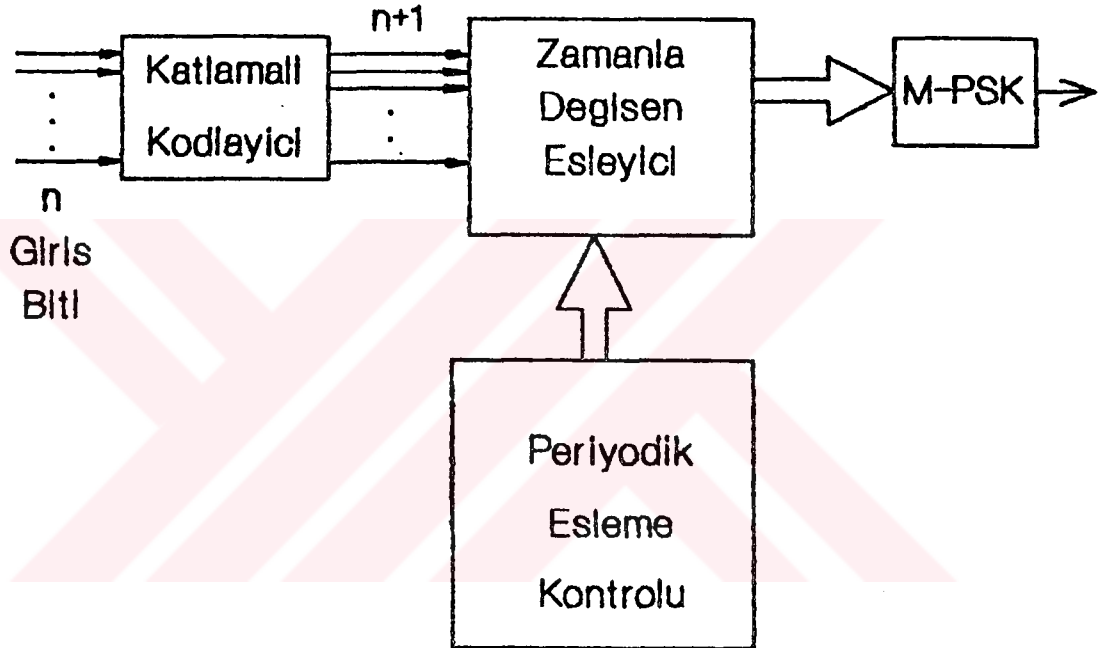
Karma (hybrid) yaklaşım ise kafes kodlamalı sisteme yeni bir boyut getirerek, katlamalı kodun çıkışıyla gönderilecek işaretin seçimini zamanla periyodik olarak değişen yapıda ele alınmaktadır. Karma yaklaşımın temeli sürekli M-PSK yerine bir veya birkaç periyot M/2-PSK kullanılması ile açıklanabilir. Anlaşılacağı gibi sadece gönderilecek işaret zamanla değişirken, sistemin geriye kalan kısmı zamanla değişmezdir.

Alıcıda, bölüm 3 'de olduğu gibi yine karar yönlendirmeli yöntem (decision-directed method) kullanılmış ve simge ile çerçeve eşzamanlılığının ideal olduğu varsayılmıştır.

4-PSK ve 2-PSK 'nın kullanıldığı 4/2-PSK karma sisteminin gerçekleştirilmesi ve gerçekleştirmedeki temel ilkeler ikinci alt bölümde verilmiştir. Üçüncü alt bölüm sistemin hata başarımının incelenmesine ve çeşitli faz kayma değerlerine karşı karma sistemler ile klasik sistemlerin karşılaştırılmasına ayrılmıştır. Dördüncü alt bölümde ise benzetim modeline dayanılarak S-eğrileri çıkarılmış ve sistemin faz hatalarına karşı ne kadar güçlendiği gösterilmiştir. Yine bu alt bölümde karma 4/2-PSK sisteminin yanı sıra 8/4-PSK ve 16/8-PSK karma modülasyon yapılar ele alınarak karma sistemler genişletilmiştir.

4.2 Karma Kafes Kodlamalı 4/2-PSK Modülasyonu

Şekil 4.1'de karma kodlamalı sistemin genel blok diyagramı verilmiştir. Katlamalı kodlayıcı $R = n/n+1$ oranlı ve bellekli olup, çıkışındaki $(n+1)$ bitlik kod sözcükleri $M = 2^{n+1}$ 'lik işaret kümesinden bir işaret ile eşlenir. Bu eşleme (mapping) işlemi klasik kafes kodlamalı sistemlerden farklı olarak zamanla değişir.

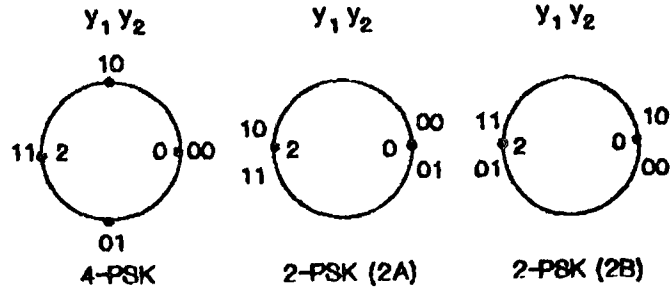


Şekil 4.1. Karma kodlamalı N-PSK

Anlaşılabileceği gibi karma sistemin klasik kafes kodlamalı sisteme göre farkları, eşlemenin periyodik olması ve buna bağımlı olarak kod çözücünün yani Viterbi algoritmasının da periyodik olarak çalışmasıdır. Ayrıca alıcıda yumuşak karar yöntemi (soft-decision) kullanıldığında Hamming uzaklığı yerine Öklid uzaklığı geçerli olduğu için 4-PSK işaretlerine karşılık gelen bitlerin seçimi önemini kaybeder.

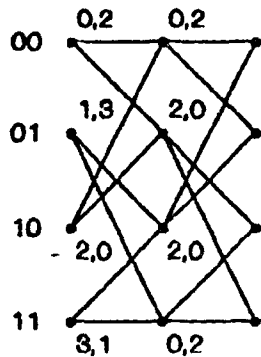
Şekil 4.2 'de karma kodlamalı 4/2-PSK sistemini oluşturacak 4-PSK eşleyicisi ve 2-PSK eşleyicileri 2A ve 2B gösterilmiştir. Sistemdeki katlamalı kodlayıcı için şekil 3.3 'deki dört durumlu kodlayıcı kullanılabilir. Şekil 4.2 'deki işleyiciler kullanılarak karma 4/2-PSK sistemine

ilişkin farklı kombinasyonlar elde edilebilir. Bu alternatifler arasında seçim yapılmasındaki amaç, serbest uzaklıkta kayıp yaratmamak ve yıkımlı (catastrophic) kodlardan kaçınmaktır.

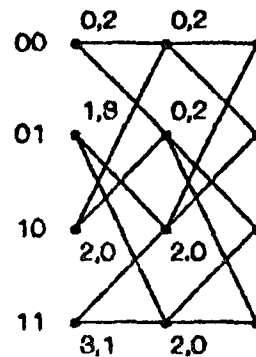


Şekil 4.2. 4-PSK ve 2-PSK eşleyicileri

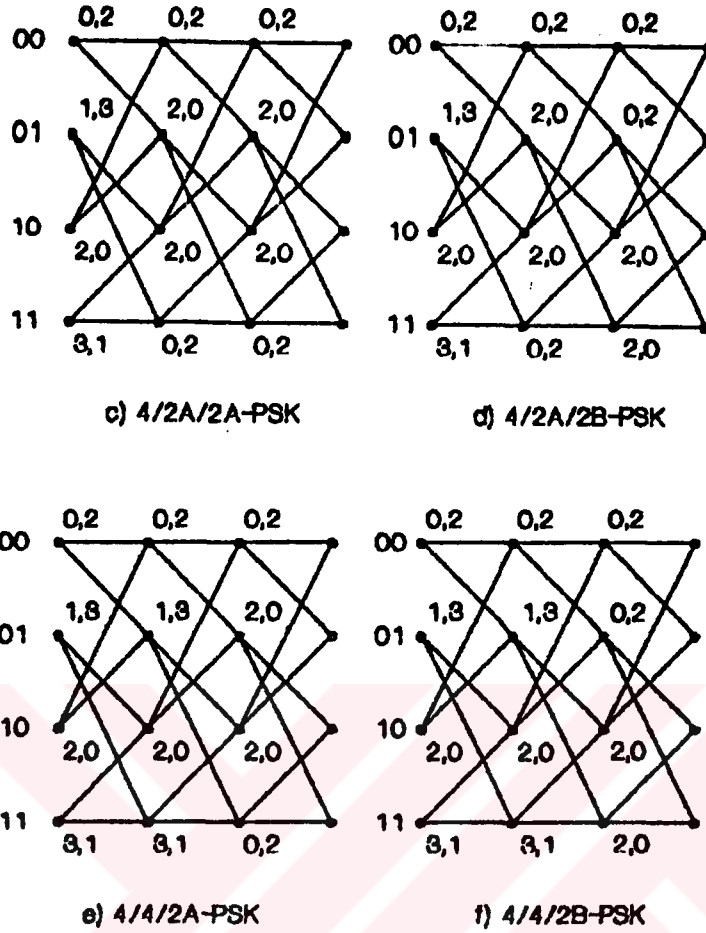
Şekil 4.3 'de karma 4/2-PSK sistemine ilişkin çeşitli alternatifler gösterilmiştir. 4/2A kombinasyonu yıkımlı bir dağılım göstermediği gibi serbest uzaklıkta $d^2_s = 10$ olarak klasik sistemle aynı olarak gerçekleştirildiği için kullanıma uygundur. 4/2B ve 4/2A/2A kombinasyonları hem $d^2_s = 8$ olarak serbest uzaklık düştüğü hem de yıkımlı oldukları için kullanıma uygun değildir. 4/2A/2B ve 4/4/2B kombinasyonları yıkımlı olmalarına rağmen d^2_s olarak serbest uzaklığı düşürürler. 4/4/2A kombinasyonu ise yıkımlı olmamanın yanında $d^2_s = 10$ olarak serbest uzaklıkta kayıp yaratmaz. Sonuç olarak 4/2A ve 4/4/2A kombinasyonları karma kodlamalı sistem için kullanıma uygundur.



a) 4/2A-PSK



b) 4/2B-PSK



Şekil 4.3. Çeşitli karma kodlamalı kombinasyonlar

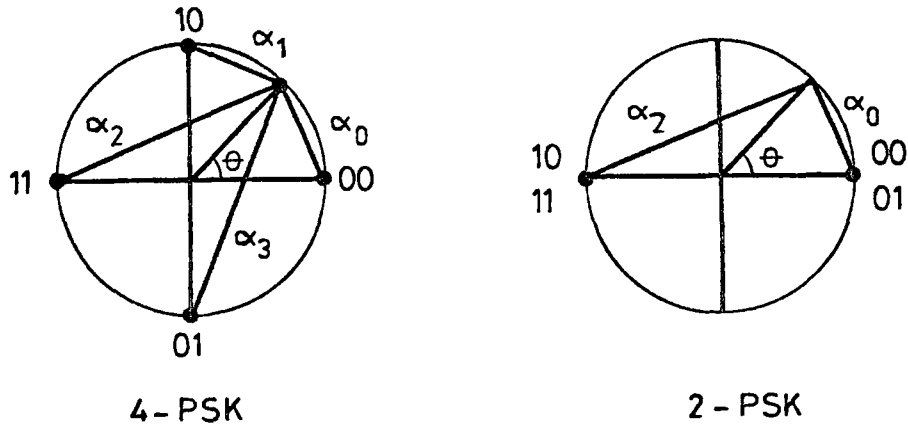
4.3 Karma Sistemlerin Hata Başarımı

Karma ilişkin analiz yapılırken, sistem 4-PSK ve 2-PSK' den oluşan iki ayrı alt sistemin birleşmesinden oluşmuş gibi düşünülebilir. Bu durumda sistemin hata analizi kafes kodlamalı 4-PSK ve kodlanmış olan 2-PSK için yapılmalıdır. Karma sistemi oluşturan iki bitlik 2-PSK'lı kısımların kodlanmış 2-PSK 'ya eşdeğer olarak düşünülmesinin ne derece doğru olduğunu anlamak için şekil 4.2' yi göz önüne alabiliriz. Görüleceği gibi 2-PSK' ya ilişkin işaretler bir bitle ifade edilebilecekken işaret sayısını veya çiftler arası uzaklığı arttırmaksızın iki bitle ifade edilmiştir. Bu durum kodlama bakımından bir kazanç getirmediği için kodlanmamış

2-PSK 'ya eşdeğerdir .

Karma sistemin hata olasılığına ilişkin üst sınırı bulmak için, faz kayması altında da geçerli olacak şekilde önce bu sisteme ilişkin aktarım işlevinin bulunması gerekmektedir.

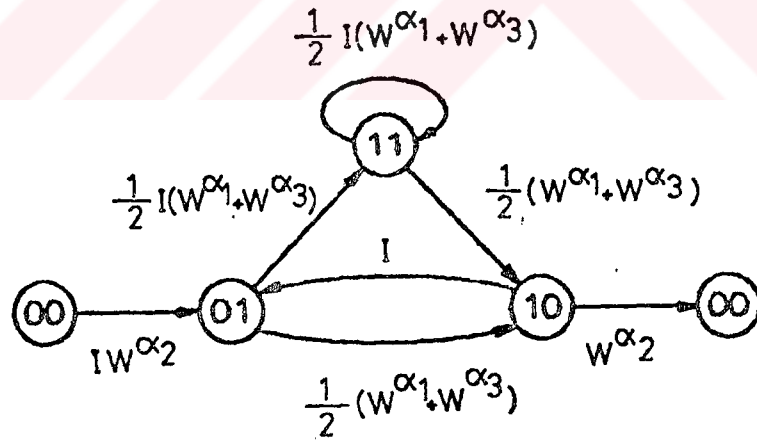
4/2A-PSK karma sistemi için şekil 4.4 'deki işaret kümesinden ve şekil 4.3.a 'daki kafes yapısından yararlanabiliriz. Herbir sistemin durum diyagramındaki dallar üzerindeki $K.I^*.w^{\alpha}$ değerleri tablo 4.1 ve bölüm 3 de anlatılanların yardımları ile bulunabilir. 4-PSK ve 2-PSK 'ya ilişkin indirgenmiş durum diyagramları şekil 4.5 deki gibi bulunduktan sonra 4/2A-PSK karma sistemine ilişkin karma durum diyagramı $b = 1/2 (w^{\alpha_1} + w^{\alpha_3})$ ve $c = w^{\alpha_2}$ olmak üzere şekil 4.6 'daki gibi verilebilir.



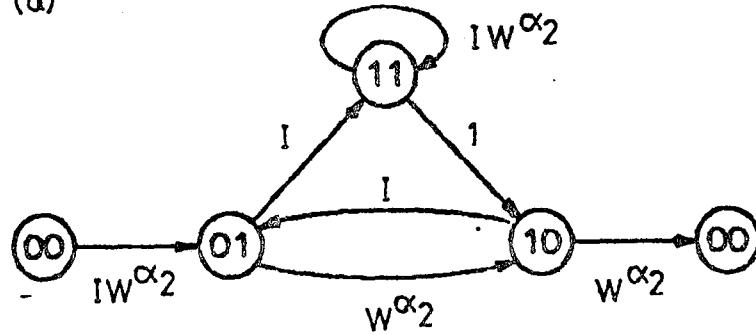
Şekil 4.4. 4-PSK ve 2-PSK işaret kümeleri

Tablo 4.1 Hata Ağırlıkları

E_k	4-PSK			2-PSK		
	C_k		α_1	C_k		α_1
00	A_1	00	α_0	A_1	00	α_0
		11	α_0		11	α_0
	A_2	01	α_0	A_2	01	α_0
		10	α_0		10	α_0
01	A_1	00	α_3	A_1	00	α_0
		11	α_3		11	α_0
	A_2	01	α_1	A_2	01	α_0
		10	α_1		10	α_0
10	A_1	00	α_1	A_1	00	α_2
		11	α_1		11	α_2
	A_2	01	α_3	A_2	01	α_2
		10	α_3		10	α_2
11	A_1	00	α_2	A_1	00	α_2
		11	α_2		11	α_2
	A_2	01	α_2	A_2	01	α_2
		10	α_2		10	α_2



(a)



(b)

Şekil 4.5. a) 4-PSK indirgenmiş durum diyagramı
b) 2-PSK durum diyagramı

Şekil 4.6 'daki karma durum diyagramına ilişkin durum denklemleri ve karma aktarım işlevi $T_{4,2}(w, I)$ aşağıdaki gibi verilebilir.

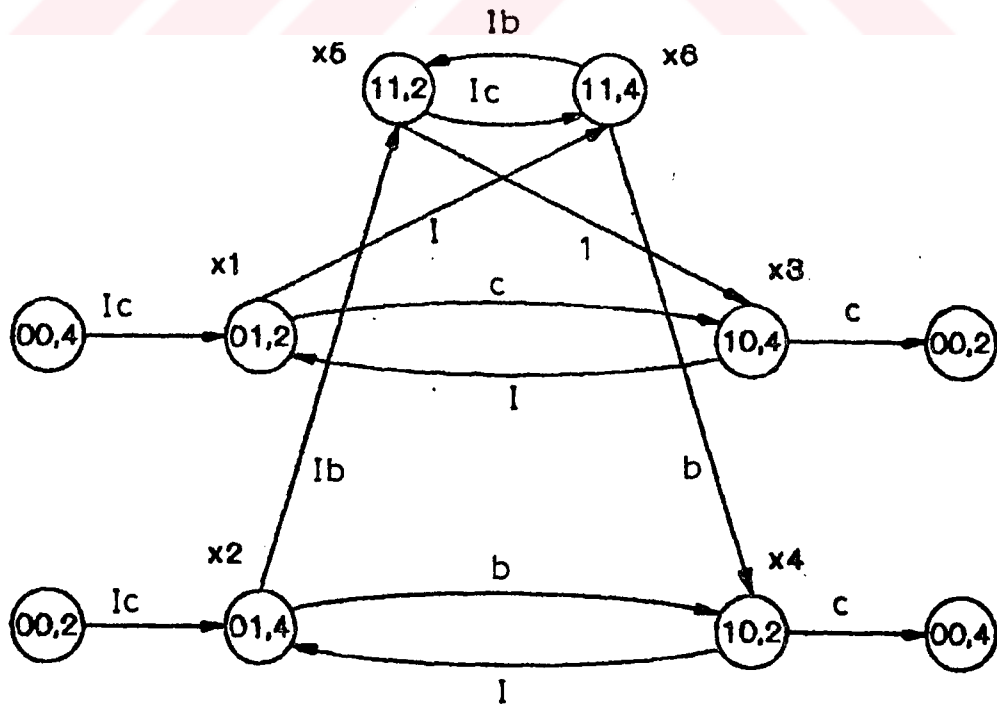
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & Ib & 0 & 0 & 0 & Ib \\ I & 0 & 0 & 0 & Ic & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ic \\ Ic \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$T_{4,2}(w, I) = 1/2 \cdot c \cdot (x_3 + x_4) \quad (4.2)$$

(4.1) ve (4.2) eşitlikleri çözülürse :

$$T_{4,2}(w, I) = 1/2 \cdot \frac{Ic^2(b+c) + 2I^2bc^2(1-c) + I^3bc^2(1-c^2)}{1 - I(b+c) - I^3b(1-c^2)} \quad (4.3)$$

elde edilir.



Şekil 4.6. 4/2A-PSK karma durum diyagramı

Aktarım işlevi elde edildikten sonra 4/2A-PSK sistemine ilişkin hata ve bit hata olasılıklarının üst sınırlarını sırası ile (4.4) ve 4.5) ilişkileri ile verilir [4].

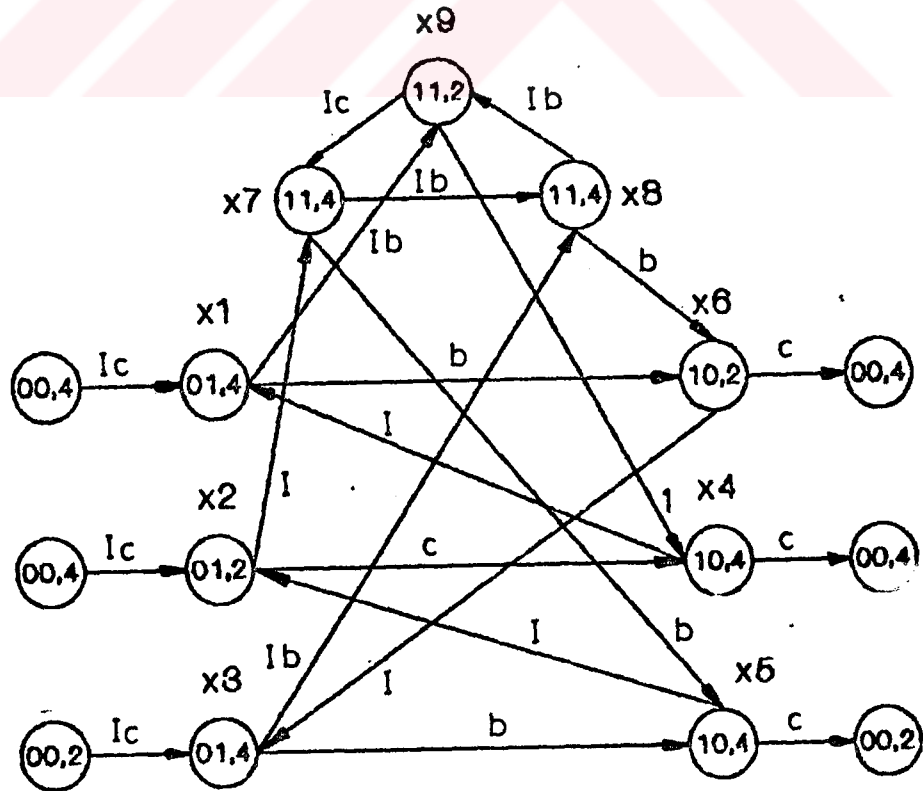
$$P_e \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot T_{42}(w, I) \quad (4.4)$$

$w = \exp(-E_s/4N_o)$
 $I = 1$

$$P_b \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot \frac{\delta T_{42}(w, I)}{\delta I} \quad (4.5)$$

$w = \exp(-E_s/4N_o)$
 $I = 1$

Eğer 4/4/2A-PSK karma sistemi kullanılırsa buna ilişkin aktarım işlevi şekil 4.5 yardımı ile elde edilen Şekil 4.7 'deki karma durum diyagramından bulunabilir. Şekildedeki karma durum diyagramına ilişkin durum denklemleri ve karma aktarım işlevi $T_{442}(w, I)$ aşağıda tanımlanmıştır.



Şekil 4.7. 4/4/2A-PSK karma durum diyagramı

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1c \\ 0 & 0 & 1b & 0 & 0 & 0 & 1b & 0 & 0 \\ 1b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1c \\ 1c \\ 1c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$T_{442}(w, I) = 1/3 \cdot c \cdot (x_4 + x_5 + x_6) \quad (4.7)$$

(4.6) ve (4.7) eşitlikleri çözülürse ;

$$T_{442}(w, I) = 1/3 \cdot \frac{1c^2[2b+c+21b(b+c+1)+31^2b^2c+1^3b^2(c^2-1)]}{1 - 1^2b(b+2) - 21^3b^2c - 1^4b^2(c^2-1)} \quad (4.8)$$

bulunur.

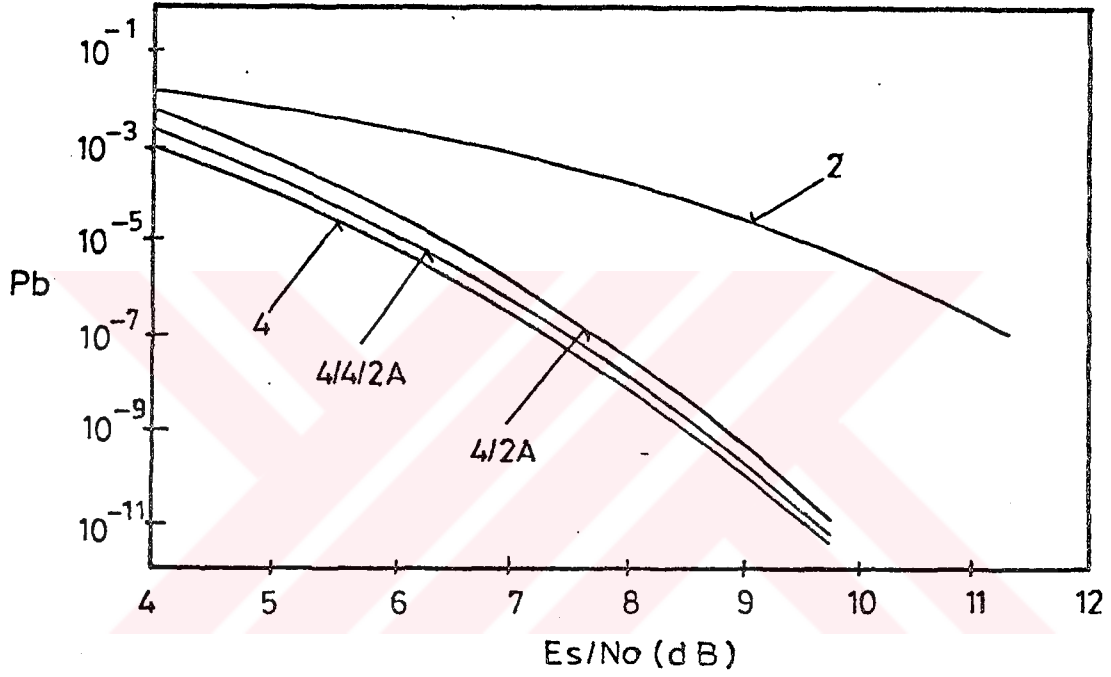
$T_{442}(w, I)$ aktarım işlevi elde edildikten sonra 4/4/2A-PSK sistemine ilişkin hata ve bit hata olasılık üst sınırları sırası ile (4.9) ve (4.10) 'da verilmiştir.

$$P_e \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot T_{442}(w, I) \bigg|_{\substack{w=\exp(-E_s/4N_o) \\ I=1}} \quad (4.9)$$

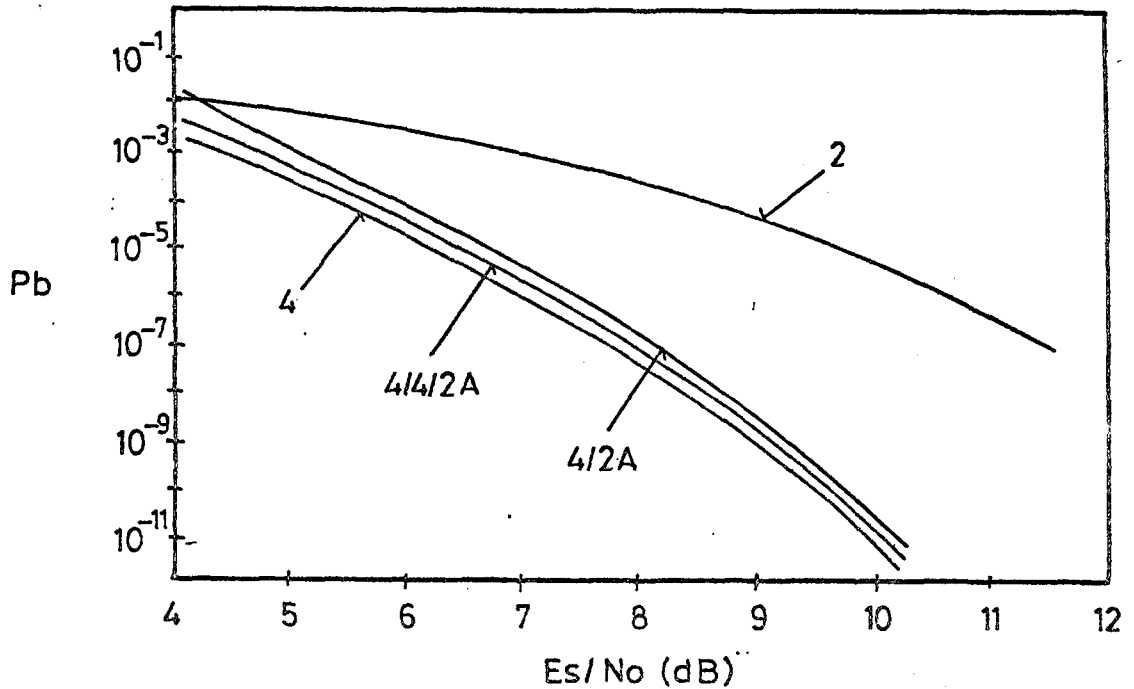
$$P_b \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_o} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_o} \right] \cdot \frac{\delta T_{442}(w, I)}{\delta I} \bigg|_{\substack{w=\exp(-E_s/4N_o) \\ I=1}} \quad (4.10)$$

Şekil 4.8 'de kodlanmamış 2-PSK klasik kafes kodlamalı 4-PSK ve karma 4/2A-PSK ile 4/4/2A-PSK sistemlerine ilişkin bit hata olasılık üst sınırları farklı faz kayması değerleri için verilmiştir. Görüldüğü gibi karma sistemlerde bit hata olasılıkları kodlanmamış kısımların oranı ile doğru orantılıdır. Karma sistemin periyodunda ne kadar klasik

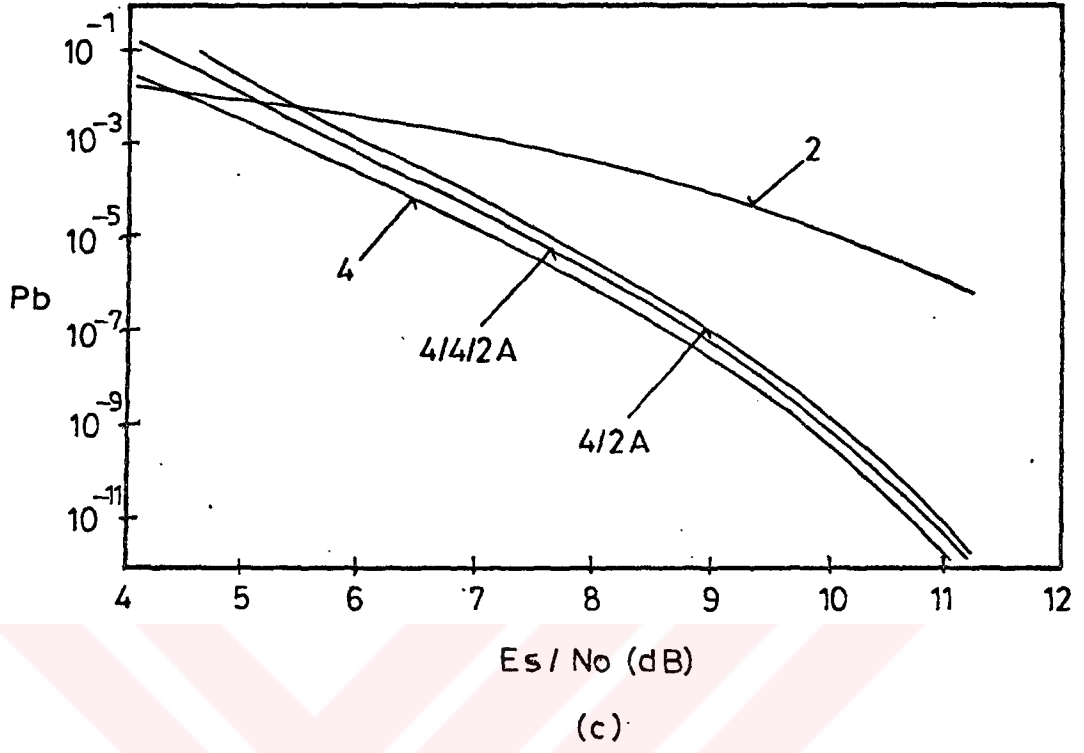
sisteme yaklaşacaktır. Ayrıca şekil 4.9 'dan görüleceği üzere faz kayma değeri Θ arttıkça, klasik sistem ile karma sistemler arasındaki hata olasılığı farkı azalma göstermekte ve bu eğriler birbirlerine yaklaşmaktadır.



(a)

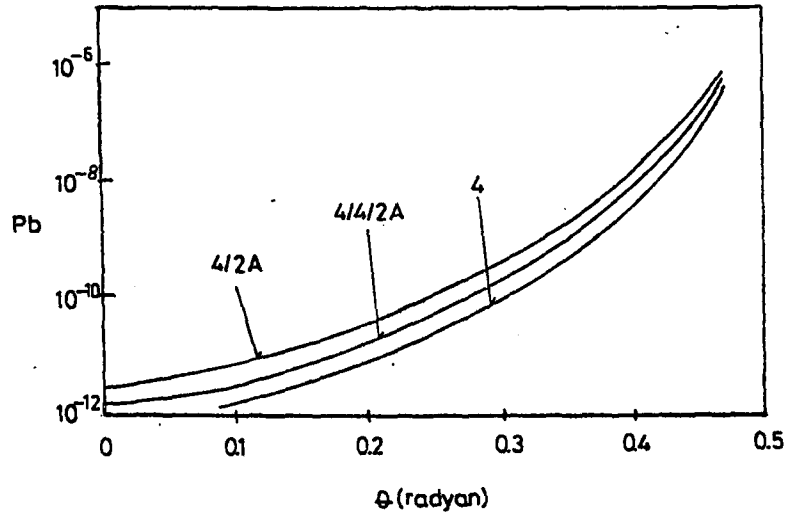


(b)



Şekil 4.8. a) $\Theta = 0^\circ$ b) $\Theta = 10^\circ$ c) $\Theta = 20^\circ$
için bit hata olasılık üst sınırları

Karma sistemler hata olasılığı açısından bir kayıp getirmek ile beraber, haberleşme sisteminin faz kaymalarına karşı daha güçlü olmasını sağlayarak önemli bir avantaj getirmektedirler.



Şekil 4.9. $E_s/N_0 = 10$ dB için bit hata olasılıklarının Θ ile değişimi

4.4 Karma Kafes Kodlamalı Sistemin Faz İzleme Başarımı

Karma sisteme ilişkin alıcıda bulunan Viterbi kod çözücüsü bir veya birkaç periyod 4-PSK işaretlerine göre kod çözerken diğer bir veya birkaç periyod 2-PSK işaretlerine göre kod çözecektir. Bu durumda her haberleşme aralığı için üretilen geçici işaret kararları periyoda bağlı olarak bazen 4-PSK bazen de 2-PSK işaretlerinden biri olacaktır. Karma sistem iki ayrı sistemin birleşimi olarak düşünülebildiği için 4/2A-PSK ve 4/4/2A-PSK sistemlerine ilişkin S-eğrisini oluşturan ve faz sezicinin çıkışındaki $\Delta\theta$ değerlerinin ortalamasını karakterize eden $E[\Delta\theta]$ değerleri (4.11) ve (4.12) ile verilebilir.

$$E_{4,2}(\Delta\theta) = 1/2 [E_4(\Delta\theta) + E_2(\Delta\theta)] \quad (4.11)$$

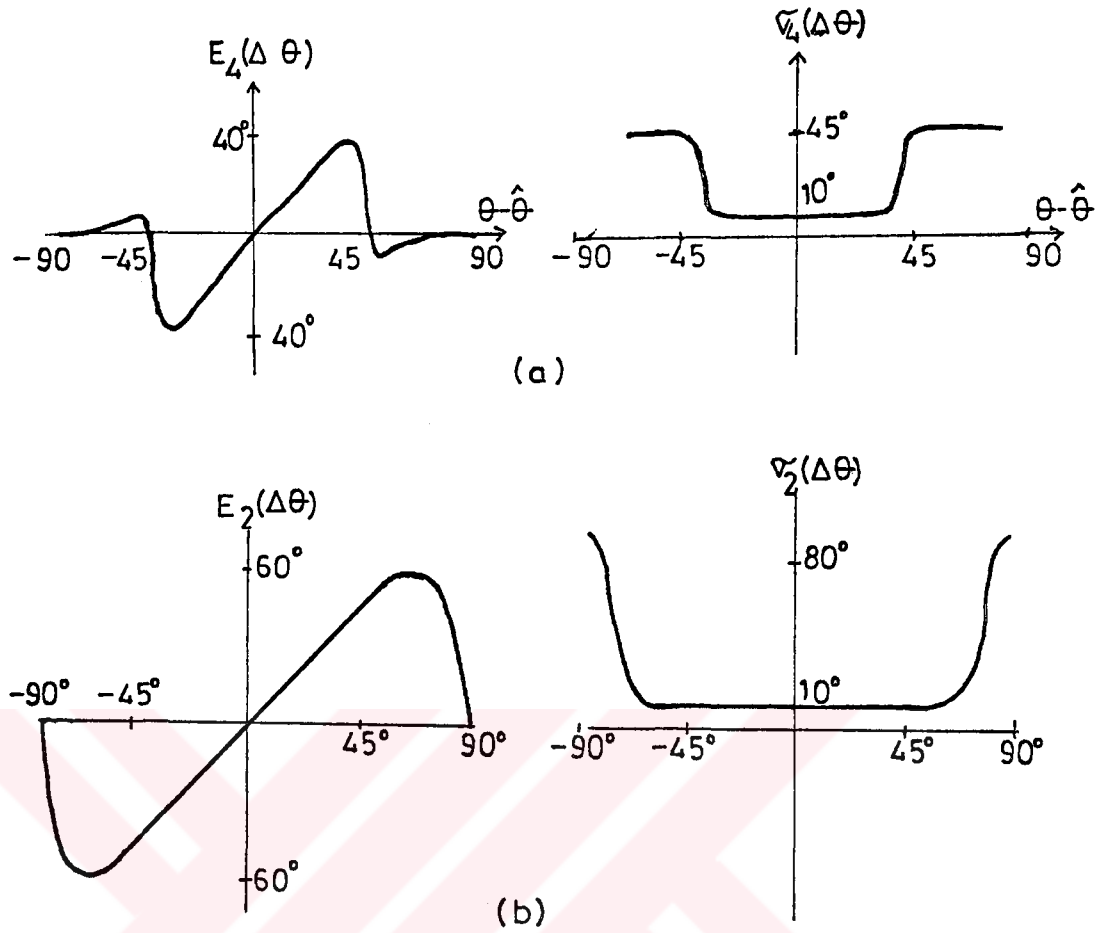
$$E_{4,4,2}(\Delta\theta) = 1/3 [2 \cdot E_4(\Delta\theta) + E_2(\Delta\theta)] \quad (4.12)$$

$E[\Delta\theta]$ ortalamasına ilişkin $\sigma^2(\Delta\theta)$ varyansı ise Chebyshev eşitsizliği [24] yardımı ile 4/2A-PSK ve 4/4/2A-PSK için (4.13) ve (4.14) 'de verilmiştir.

$$\sigma^2_{4,2}(\Delta\theta) = 1/4 [\sigma^2_4(\Delta\theta) + \sigma^2_2(\Delta\theta)] \quad (4.13)$$

$$\sigma^2_{4,4,2}(\Delta\theta) = 1/9 [2 \cdot \sigma^2_4(\Delta\theta) + \sigma^2_2(\Delta\theta)] \quad (4.14)$$

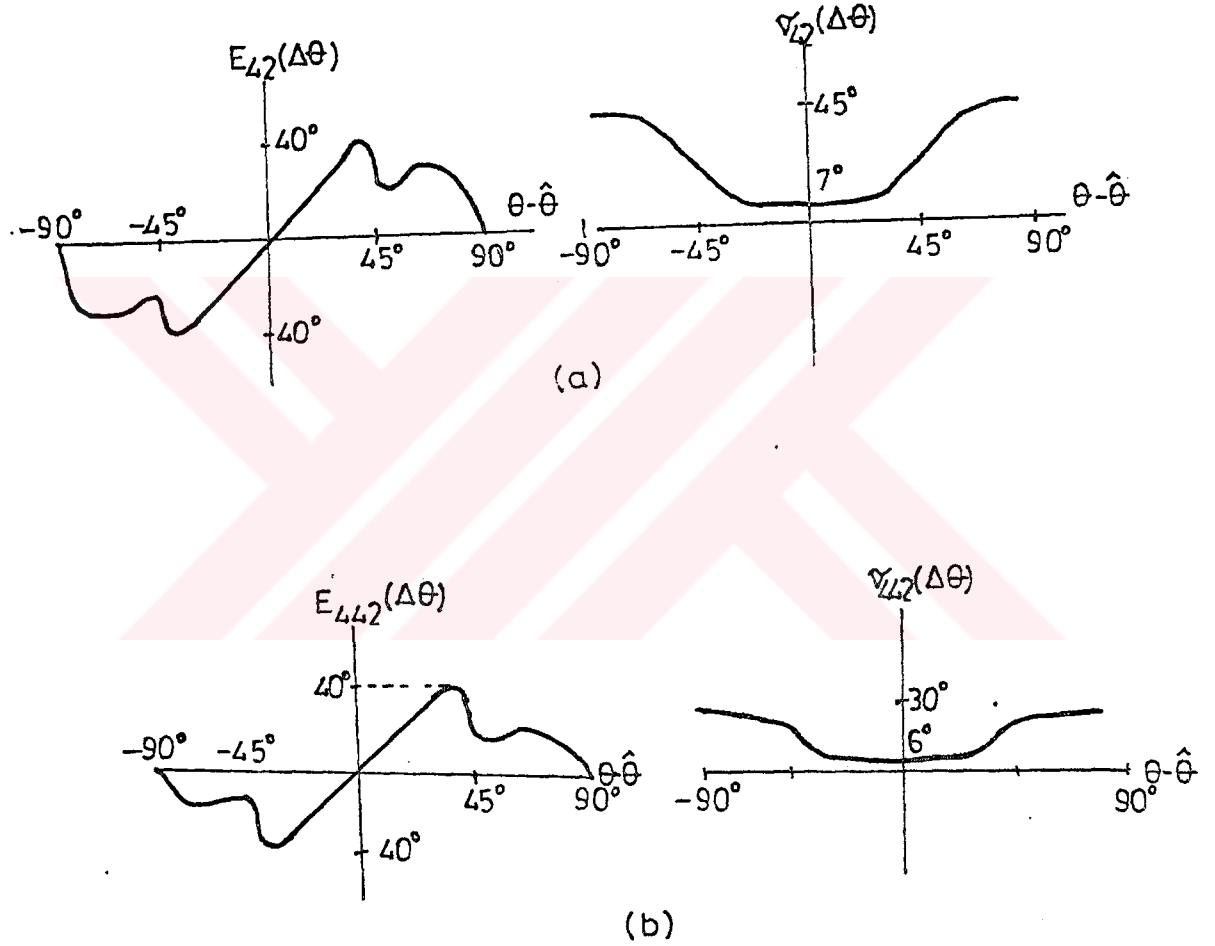
Şekil 4.10 'da klasik kafes kodlamalı 4-PSK ve kodlanmamış 2-PSK sistemlerine ilişkin $E[\Delta\theta]$ ortalamaları yani S-eğrileri ve bunlara ilişkin $\sigma(\Delta\theta)$ ile ifade edilen standart sapmaları verilmiştir.



Şekil 4.10. a) Klasik kodlamalı 4-PSK S-eğrisi ve standart sapması
b) Kodlanmamış 2-PSK S-eğrisi ve standart sapması

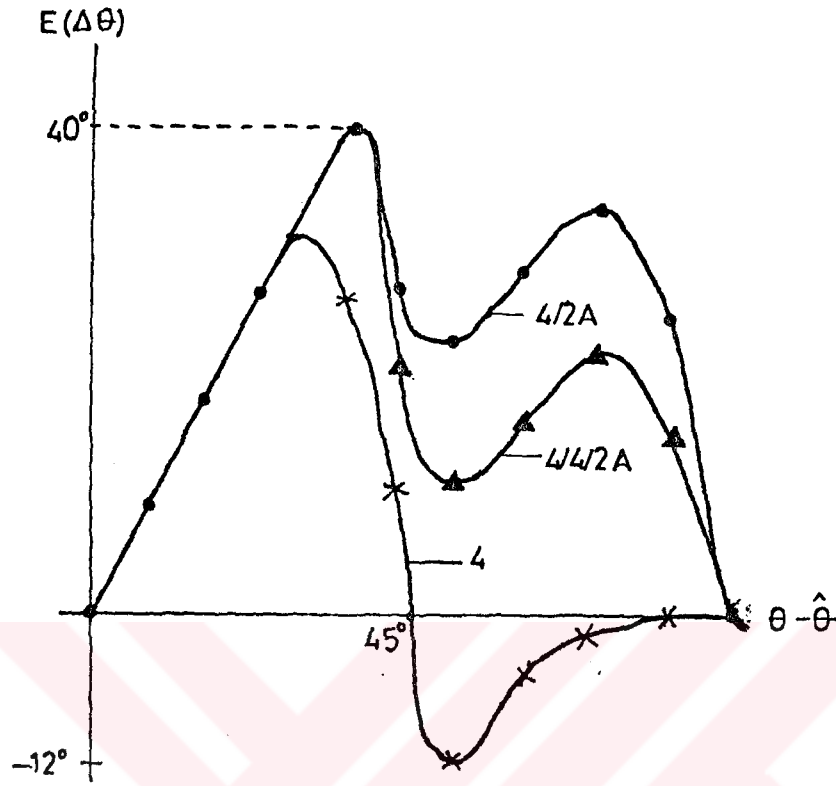
Şekil 4.11 'de ise $4/2A$ -PSK ve $4/4/2A$ -PSK karma sistemlerine ilişkin $E[\Delta\theta]$ ortalamaları ile $\sigma(\Delta\theta)$ standart sapmaları verilmiştir. Bu benzetimler sırasında 4-PSK ve 2-PSK sistemleri için $E_s/N_0 = 12$ dB alınmış ve her θ değeri için $n_s = 5000$ işaret (bit) iletilmiştir. Şekil 4.11 'deki $E[\Delta\theta]$ değerlerinin oluşturduğu S-eğrilerine dikkat edilir ise karma sistem $\pi/4$ radyandan sonra da tanımlı olup, $\pi/4$ ile $\pi/2$ radyan arasındaki faz kaymalarını yakalayıp düzeltebilecek yeteneğe sahiptir. Oysa klasik kafes kodlamalı 4-PSK sistemi sadece $\pi/4$ radyana kadar olan faz kaymalarını düzeltebilmektedir. Böylece karma sistem, kodlamalı modülasyon için büyük bir problem olan rastgele işaret seçimi (random-walk) olaylarının

olasılığını azaltmış bulunmaktadır. Ayrıca karma sistemde belli bir $\Delta\theta$ değerine karşılık elde edilen $E[\Delta\theta]$ değerine ilişkin $\sigma(\Delta\theta)$ standart sapması da azalarak, $E[\Delta\theta]$ 'nin değerlendirilmesindeki doğruluk derecesini arttırmaktadır. Şekil 4.12 'de klasik ve karma sistemlere ilişkin S-eğrileri ayrıntılı olarak verilmiştir.

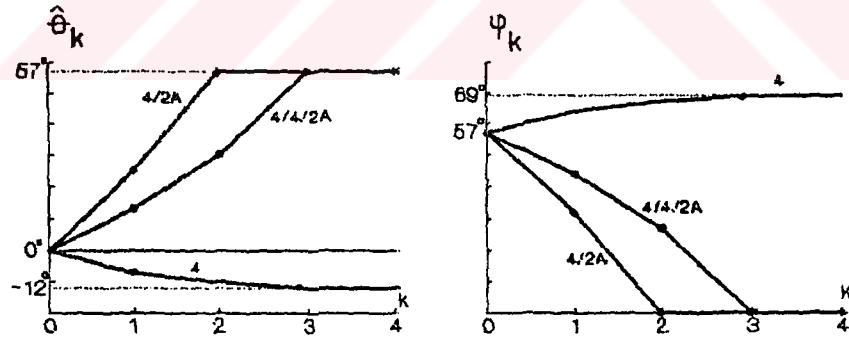


Şekil 4.11. a) 4/2A-PSK karma sisteminin S-eğrisi ve standart sapması
b) 4/4/2A-PSK karma sisteminin S-eğrisi ve standart sapması

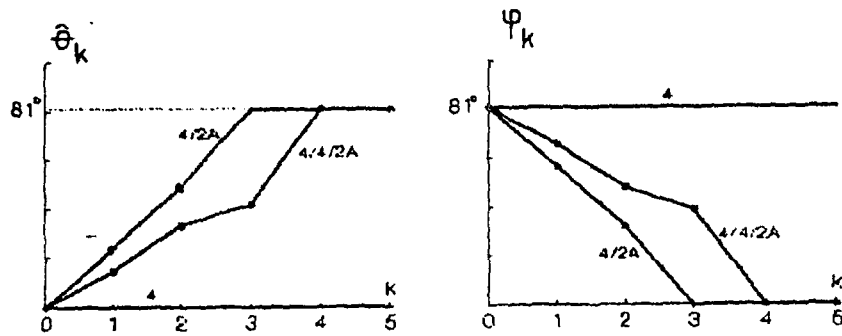
Bölüm 3 'de çalışması basit olarak açıklanan alıcıda, çevrim kazancı $K = 1$ değeri için farklı faz kaymalarına karşı elde edilen izleme ve hata eğrileri şekil 4.13 ve şekil 4.14 'de verilmiştir. Bu eğrilerden görüleceği gibi karma sistem izleme aralığı açısından klasik sisteme göre bir üstünlük



Şekil 4.12. 4-PSK , 4/2A-PSK ve 4/4/2A-PSK S-eğrileri



Şekil 4.13. $\Theta = 57^\circ$ için faz izleme ve faz hata eğrisi

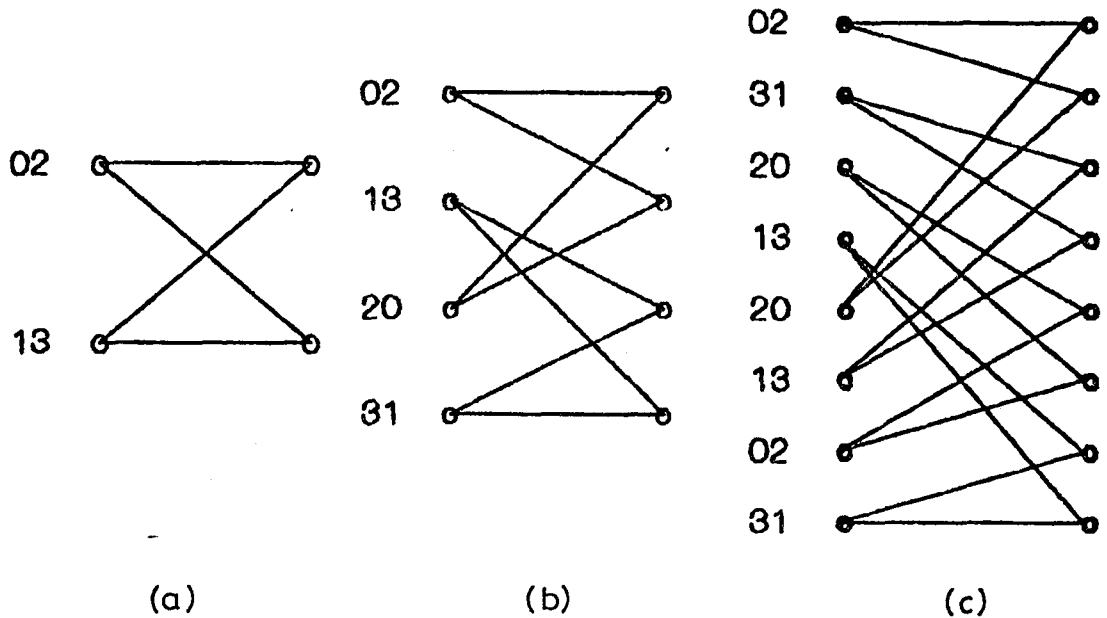


Şekil 4.14 $\Theta = 81^\circ$ için faz izleme ve faz hata eğrisi

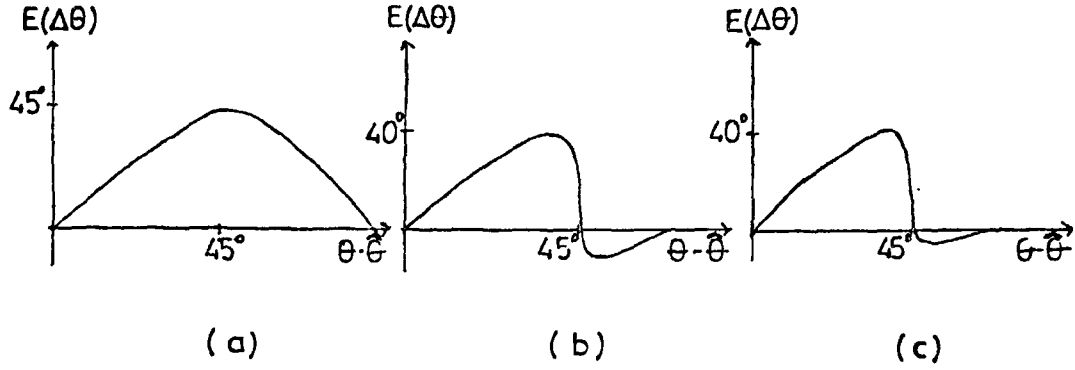
sağlamakla birlikte, karma sistemlerin çeşitli kombinasyonları da farklı farklı faz kaymasını yakalama süresine sahiptirler.

4.5 Karma Kodlamalı Sistemlere Genel Bakış

Karma kodlamalı yapılar genel olarak N-durumlu tüm PSK modülasyon türlerine uygulanabilir. Fakat iki durumlu kafes kodlayıcıları, yapıları gereği geniş bir izleme aralığına sahip olduğundan karma kodlama yapılmasının bir yararı olmayacaktır. Şekil 4.16 'da klasik kodlamalı 4-PSK 'nın S-eğrisi şekil 4.15 'deki kafeslerin kullanıldığı iki, dört ve sekiz durumlu sistemler için verilmiştir. Dikkat edilirse iki durum için izleme aralığı $|\Theta| < \pi/2$ olup, dört ve sekiz durum için izleme aralığı $|\Theta| < \pi/4$ tür. S-eğrileri üzerindeki bu özellik genel olarak M-PSK için geçerli olup iki durumlu kafes yapının faz izleme aralığı diğer durumlu sistemlerin iki katı kadardır.

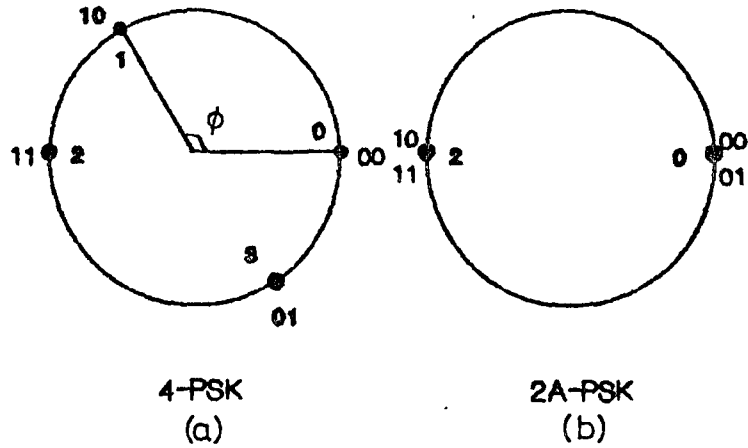


Şekil 4.15. a) 2 b) 4 c) 8 durumlu 4-PSK kafes yapıları

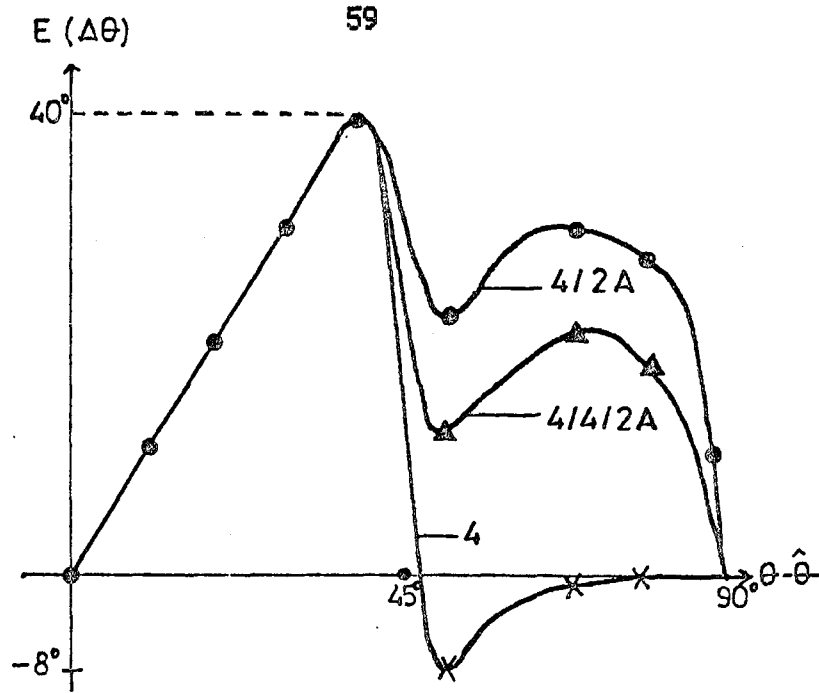


Şekil 4.16. a) 2 b) 4 c) 8 durumlu 4-PSK S-egrileri

Divsalar'ın [8] incelenmiş olduğu asimetrik modülasyon tipi özellikli iki durumlu M-PSK sistemleri için kodlama kazancını önemli ölçüde arttırarak hata olasılığını düşürmektedir. Bu modülasyon tipi iki durumunun dışındaki diğer M-PSK sistemleri için de kodlama kazancını kısmen arttırmaktadır.

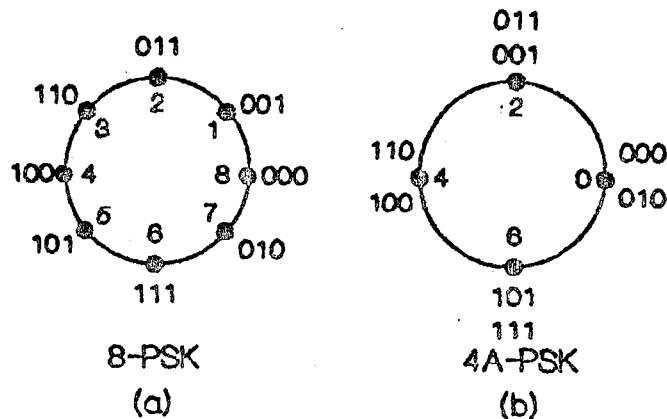


Şekil 4.17. a) 4-PSK işaret kümesi b) 2A-PSK işaret kümesi



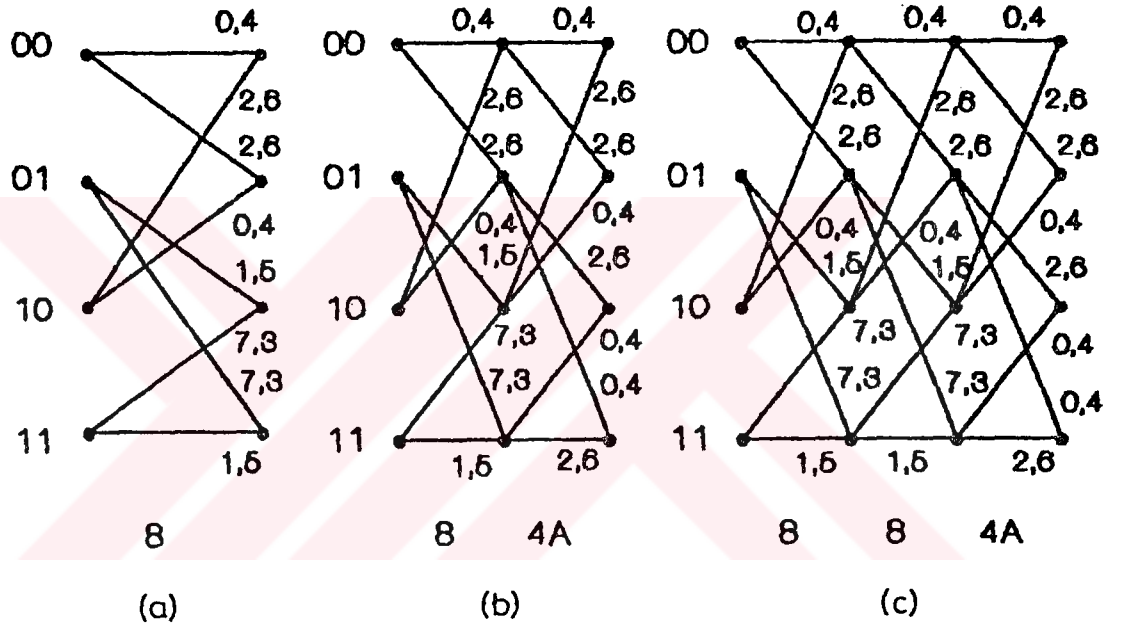
Şekil 4.18. Asimetrik ve karma asimetrik 4-PSK S-eğrileri

Eğer asimetrik modülasyon şekil 4.15 b 'deki kafesi kullanan karma kodlamalı dört durumlu 4-PSK sistemi içinde gerçekleşmek istenirse şekil 4.17 'deki işaret kümeleri kullanılabilir. Burada optimum asimetri açısı Divsalar'ın verdiği gibi $\theta = 1.91$ radyan olarak alınmıştır. Klasik asimetrik 4-PSK ve karma asimetrik 4/2-PSK ile 4/4/2-PSK sistemlerine ilişkin S-eğrileri şekil 4.18 'de verilmiştir. Bu eğrilerin şekil 4.12 'deki S-eğrileri ile büyük bir benzerlik gösterdiği kolaylıkla görülebilir. O halde karma asimetrik modülasyonun S-eğrilerinde bir kayıp getirmediği gibi normal karma kodlamalı modülasyonda artan hata olasılığını kısmen de olsa düzelttiği söylenebilir.



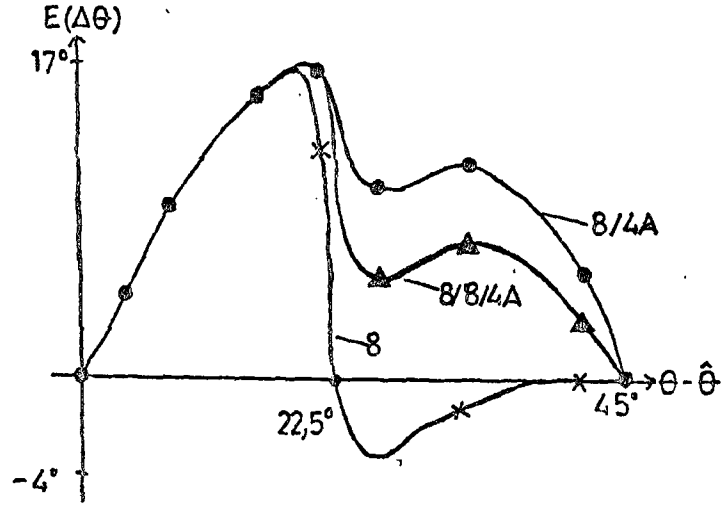
Şekil 4.19. a) 8-PSK işaret kümesi b) 4A-PSK işaret kümesi

Bölüm 3 'de, (3.24) ifadesi ile yapılan yaklaşıklığın 4-PSK dışındaki kafes kodlamalı M-PSK modülasyonları için geçerli olmadığı açıklanmış, faz kayması durumunda hata olasılıklarına ilişkin üst sınırların nasıl bulunabileceği gösterilmiştir. Orada önerilen yöntem tüm M-PSK karma kodlamalı sistemlerin hata olasılıklarına ilişkin üst sınırların bulunmasında da geçerlidir.

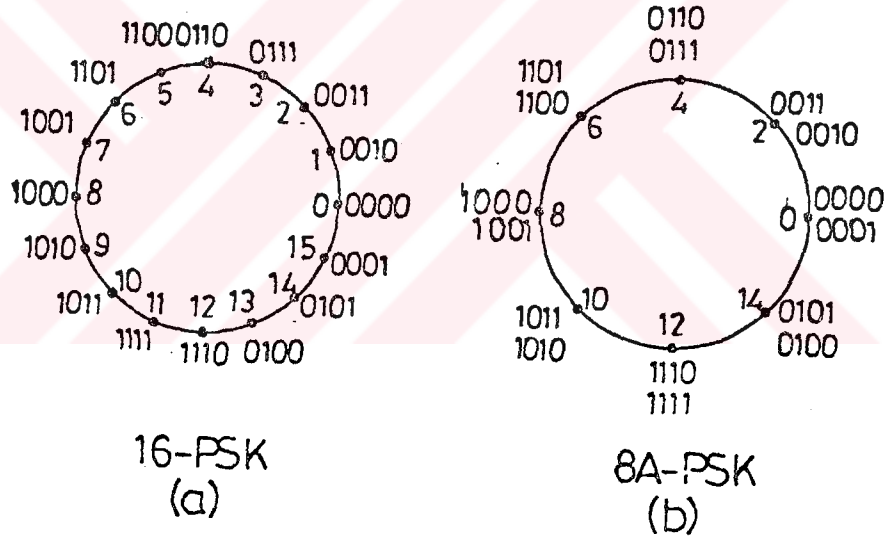


Şekil 4.20. Dört durumlu a) 8 b) 8/4A c) 8/8/4A kafes sistemleri

Şekil 4.19 'daki işaret kümelerinin kullanıldığı klasik ve karma kodlamalı 8-PSK kafes sistemleri şekil 4.20 'de ve bu sistemlere ilişkin S-eğrileri de şekil 4.21 'de gösterilmiştir. Bu eğrilerden klasik 8-PSK 'da $|\Theta| < \pi/8$ olan gözleme aralığının karma sistemlerde $|\Theta| < \pi/4$ olduğu görülebilir. Söz konusu kodlayıcı yapılarını içeren sistemlerin bilgisayar benzetmeleri sırasında $E_s/N_0 = 13$ dB alınarak seçilen her sabit Θ faz hatası değeri için 6000 veri biti (3000 işaret) iletilmiştir.



Şekil 4.21. 8 , 8/4 , 8/8/4 sistemlerinin S-eğrileri

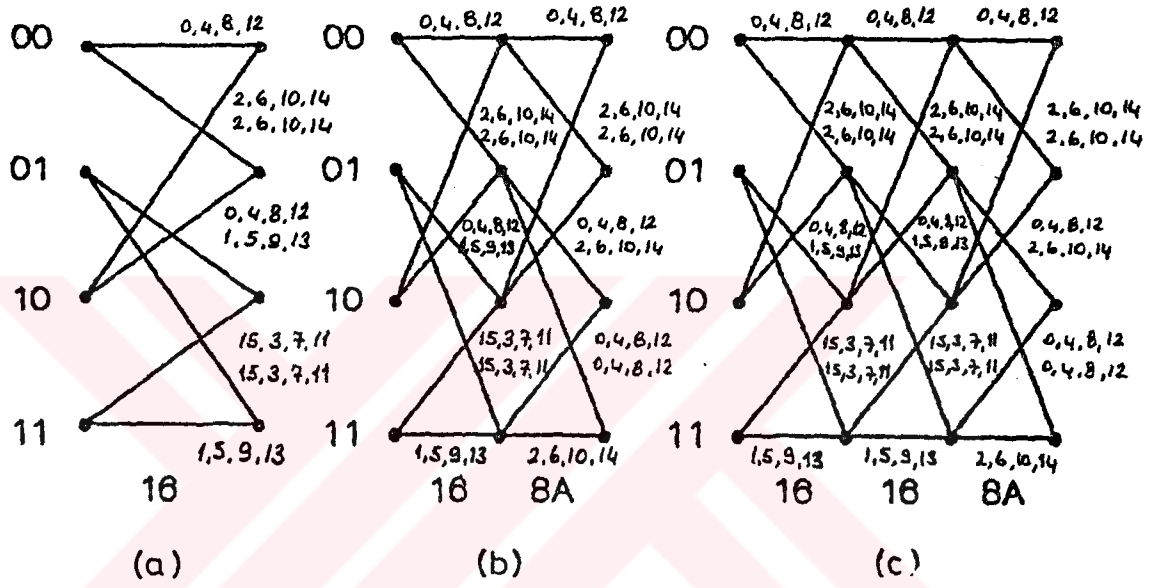


Şekil 4.22. a) 16-PSK işaret kümesi b) 8A-PSK işaret kümesi

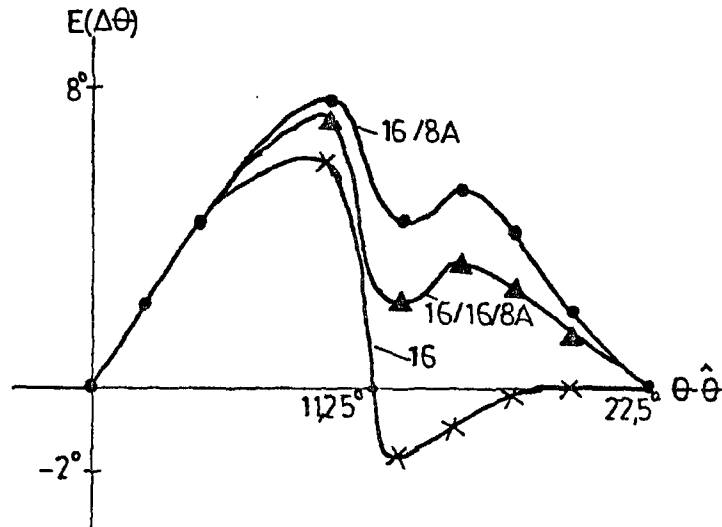
Eğer karma sistem kafes kodlamalı 16-PSK 'ya uygulanmak istenirse şekil 4.22 'deki işaret kümeleri ve 4.23 'deki kafes yapıları kullanılabilir. Şekil 4.24 'deki, bu kafeslere ilişkin, S-eğrilerinden görüleceği gibi klasik 16-PSK için $|\Theta| < \pi/16$ olan izleme aralığı karma sistemlerde $|\Theta| < \pi/8$ olarak genişlemiştir. Bu kafes yapılarını içeren sistemlerin bilgisayar benzetimleri sırasında $E_b/N_0 = 18$ dB alınarak her

faz hatası değeri için 9000 veri biti (3000 işaret) iletilmiştir.

Sonuç olarak kafes kodlamalı M-PSK yerine karma kafes kodlamalı M-PSK kullanılması ile faz hatasını izleme aralığı $|\Theta| < \pi/M$ radyandan $|\Theta| < 2 \cdot \pi/M$ radyana çıkmaktadır.



Şekil 4.23. Dört durumlu a) 16 b) 16/8A c) 16/16/8A kafes sistemleri



Şekil 4.24. 16 , 16/8A , 16/16/8A sistemlerinin S-eğrileri

BÖLÜM 5

FAZ SEYİRMESİNİN İSTATİKSEL ÖZELLİKLERİ VE KAFES KODLAMALI SİSTEMLERE ETKİSİ

5.1. Giriş

Bölüm 3'de faz kayması adı verilen faz hatasının, hata olaylarının oluştukları zaman aralıkları boyunca sabit kaldığı kabul edilmiş ve faz hatasının etkisi altında kalan kafes kodlamalı sistemlerin hata başarımındaki düşüşler incelenmiştir. Gerçekte faz hatası sabit olmayıp, zamanla değişen bir büyüklüktür. Bu bölümde faz seyirmesi (phase jitter) adı verilen ve zamanla da faz hatası etkisi altındaki değişen kafes kodlamalı sistemlerin başarımları değerlendirilmeye çalışılacaktır.

İlk olarak, Prabhu [25], faz seyirmesinin etkisini ikili PSK sistemi için incelemiştir. Daha sonraki yıllarda Heller ve Jacobs [5], faz seyirmesinin katlamalı kodlar üzerine, Divsalar, Simon ve Yuen [8] ise kafes kodlamalı sistemler üzerine etkisini incelemişlerdir.

Bu bölümde, literatürde genelde kullanılan faz seyirmesi analizi yönteminin tanıtılmasının yanı sıra bu yöntemin özel olarak 4-PSK sistemi için geliştirilmesi üzerinde durulmuştur. Söz konusu yöntem hem klasik kafes kodlamalı hem de karma kodlamalı teknikler için geçerli olup, bu çalışmada bir önceki bölümde tasarlanan 4/2-PSK, 4/4/2-PSK karma kafes kodlamalı sistemlere uygulanmıştır. Ayrıca, genel olarak klasik ve karma yapıda M-PSK sistemlerin faz

seyirme analizlerinde izlenecek yol irdelenmiştir.

İkinci alt bölümde faz seyirmesinin istatistiksel özellikleri ele alınmaktadır. Daha sonra üçüncü alt bölümde literatürde kullanılan faz seyirmesi analizi yöntemi tanıtılmakta olup, dördüncü alt bölümde ise literatürdeki bu yaklaşımdan farklı olarak önerilen yeni yöntem yer verilmektedir.

5.2. Faz Seyirmesi ve Olasılık Yoğunluk İşlevi

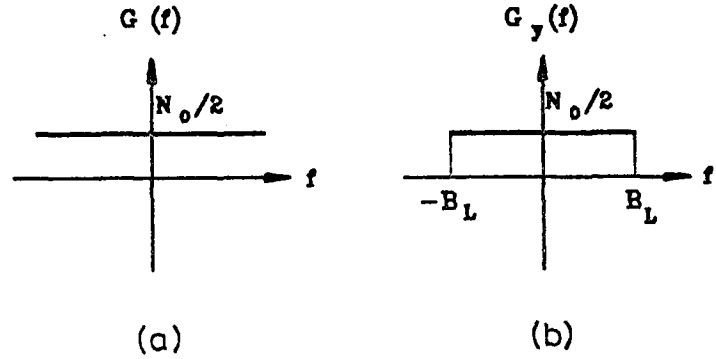
Bölüm 3 'de yapılan analize benzer şekilde, işaretleme aralığında, iletilen işaret s_k , kanal çıkışında elde edilen işaret r_k olsun. Buna göre,

$$s_k = (E_s)^{1/2} \cdot e^{j\phi_k} \quad (5.1)$$

$$r_k = (E_s)^{1/2} \cdot e^{j(\phi_k + \theta_k)} + n_k \quad (5.2)$$

olup, burada n_k sıfır ortalamalı ve $N_0/2$ varyanslı Gauss gürültüsü, θ_k ise k aralığında eklenen faz hatasıdır. Şekil 5.1 'de beyaz Gauss gürültüsünün ve alıcıda B_L band genişlikli ideal alçak geçiren süzgeç çıkışında elde edilmiş olan Gauss gürültüsünün güç spektral yoğunluklarının frekansla değişimi görülmektedir. Buna göre alıcıdaki çevrim işaret/gürültü oranı α aşağıdaki gibi tanımlanır [26].

$$\alpha = \frac{E_s}{2 \cdot N_0 \cdot B_L} \quad (5.3)$$

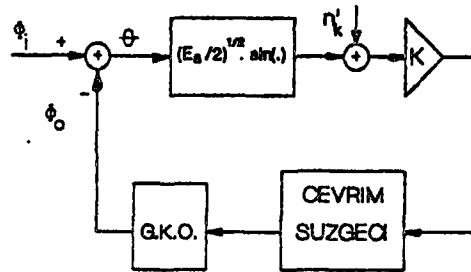


Şekil 5.1. a) Beyaz Gauss gürültüsünün güç spektral yoğunluğu
b) Gauss gürültüsünün süzgeçlenmesi

Şekil 5.2'deki faz kilitleme çevriminde, Φ_i alınan işaretin fazı ile Φ_o gerilim kontrollü osilatörün çıkış fazı arasındaki faz hatası Θ 'ya ilişkin olasılık yoğunluk işlevi $p(\Theta, t)$, E_s işaret enerjisini, K çevrim kazancını, n_k gürültüsünün çevrim modelini ifade etmek üzere Fokker - Planck eşitliği ile verilebilir [26], [27].

$$\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta \Theta} \left[(K \cdot \sqrt{E_s/2} \cdot \sin \Theta + w_o - w) \cdot p \right] + (K^2 \cdot N_o/4) \cdot \left[\frac{\delta^2 p}{\delta \Theta^2} \right] \quad (5.4)$$

(5.4)'de w_o ile gerilim kontrollü osilatörün salınım frekansı ifade edilmektedir. Yukarıdaki difransiyel eşitlik çözüldüğünde, $p(\Theta, t)$ olasılık yoğunluk işlevi, $w = w_o$ koşulu altında ve $t \rightarrow \infty$ için duruşan yapıya ulaştığı varsayımı altında, (5.5)'deki gibi ifade edilebilir [26].



Şekil 5.2. Faz kilitleme çevrimi

$$p(\Theta) = \frac{\exp(\alpha \cdot \cos \Theta)}{2 \cdot \pi \cdot I_0(\alpha)} \quad |\Theta| < \pi \quad (5.5)$$

(5.5) de

$$\alpha = \frac{(8 \cdot E_s)^{1/2}}{K \cdot N_0} \quad (5.6)$$

olup;

$$B_L = (K \cdot \sqrt{E_s}) / (\sqrt{32}) \quad (5.7)$$

dır. $I_0(\alpha)$ sıfırıncı dereceden genelleştirilmiş Bessel işlevi olup (5.8) ile verilebilir [18].

$$I_0(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2k}}{k! \cdot \gamma(k+1)} \quad \alpha \geq 0 \quad (5.8)$$

$$\gamma(k) = \int_0^{\infty} (x^{k-1} \cdot e^{-x}) dx \quad (5.9)$$

Pozitif tamsayılar için,

$$\gamma(k) = (k-1)! \quad (5.10)$$

ilişkisi geçerli olup, $\gamma(k)$ ya gamma işlevi adı verilir. Büyük α değerlerinde $I_0(\alpha)$ için

$$I_0(\alpha) \approx \frac{\exp(\alpha)}{(2 \cdot \pi \cdot \alpha)^{1/2}} \quad (5.11)$$

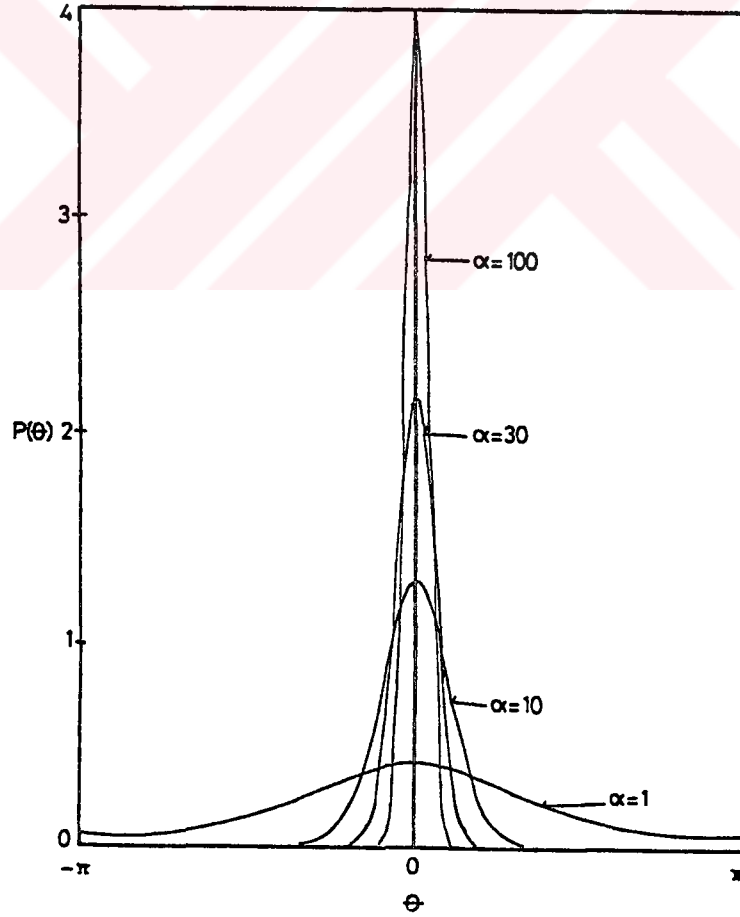
yazılabilir [26].

Bu durumda $p(\Theta)$ olasılık yoğunluk işlevi yaklaşık olarak,

$$p(\Theta) \approx \frac{\exp \{ \alpha \cdot (\cos \Theta - 1) \}}{(2 \cdot \pi / \alpha)^{1/2}} \quad \alpha \gg 1 \quad (5.12)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Şekil 5.3'de, olasılık yoğunluk işlevinin, α 'nın çeşitli değerleri için değişimi (5.12) ifadesine dayanılarak verilmiştir.



Şekil 5.3. $\alpha = 1, 10, 30, 100$ için olasılık yoğunluk işlevinin değişimi

5.3. Kafes Kodlamalı Sistemin Faz Seyirme Analizi İçin Klasik Yaklaşım

Heller ve Jacobs [5], katlamalı kodlama için ikili PSK sistemlerini incelerken demodülatörde sabit bir Θ faz hatası bulunması durumunda, uyumlu süzgeç çıkışında elde edilen örnek değerinin bir $\cos\Theta$ faktöründen etkileneceğini ileri sürmüşlerdir. Bu durumda, hata olasılığına ilişkin sınır E_b/N_0 'ın işlevi olmaktan çıkarak $(E_b/N_0) \cdot \cos^2\Theta$ ile ifade edilebilecek bir şekle gelir. Heller ve Jacobs, faz hatasının sabit olmadığı durumda, sabit bir faz hatası için $\cos\Theta$ 'nın işlevi olarak bulunan üst sınırı, $p(\Theta)$ yoğunluk işlevi üzerinden ortalama olarak belirlemişlerdir.

Faz seyirmesinin kafes kodlamalı sistemler üzerine etkisini incelerken Divsalar, Simon ve Yuen [8], katlamalı kodlar için yukarıda anlatılan yaklaşımı aynen kullanarak, aktarım işlevinin E_b/N_0 'a ifadesinde $(E_b/N_0) \cdot \cos^2\Theta$ olarak, hata olasılık sınırı için $p(\Theta)$ yoğunluk işlevi üzerinden ortalama alma yoluna gitmişlerdir.

Bilindiği gibi kafes kodlamalı modülasyon tekniğinde hata olasılığı E_b/N_0 'ın işlevi olan bir bağıntı bu hata olasılığına ilişkin bir üst sınır olarak verilebilmektedir.

$$P_e \leq f(E_b/N_0) \quad (5.13)$$

Bu hata olasılık sınırı alıcı ile verici arasında sabit bir faz hatası bulunması durumunda (5.14)'deki gibi ifade edilebilir.

$$P_e(\Theta) \leq f((E_b/N_0) \cdot \cos^2\Theta) \quad (5.14)$$

Faz hatasının sabit olmayıp, rastlantısal değişen bir dağılım

göstermesi durumunda, $p(\Theta)$, faz seyirmesine ilişkin olasılık yoğunluk işlevini göstermek üzere ortalama hata olasılığı P_e için bir üst sınır,

$$P_e \leq \int_{-\pi}^{\pi} p(\Theta) \cdot P_e(\Theta) d\Theta \quad (5.15)$$

olarak verilebilir. Dikkat edilirse sabit bir faz hatası durumunda, hata olasılık sınırı için (5.14)'de kullanılan yaklaşık bağıntı yerine bu tezde açıklanan yöntemin kullanılması daha gerçekçi bir sonuç verecektir. Aşağıda faz hatasının sabit olmayıp, $p(\Theta)$ yoğunluk işlevi ile ilişkili değişen bir büyüklük olması halinde, işaretler arası uzaklıkların Θ 'ya bağlı ifadelerinden hareketle, Zehavi-Wolf yöntemi ile elde edilen aktarım işlevinden yararlanılmış, bu yolla ortalama hata üst sınırlarının belirlenmesi yoluna gidilmiştir.

5.4 Faz Seyirme Analizi İçin Önerilen Yaklaşım

Yüksek düzeyli M-PSK kafes kodlarında faz kaymalı durum için, hata olasılık sınırlarının

$$P_e \leq \sum_{k=0}^{k_{\max}} a_{dk} \cdot P_{dk} \quad (5.16)$$

$$P_b \leq \sum_{k=0}^{k_{\max}} c_{dk} \cdot P_{dk} \quad (5.17)$$

şeklinde verilebileceği bölüm 3 'de belirtilmiştir. Verilen örnekte (3.45) ifadesinde yer alan her bir d_k^2 Öklid uzaklığını faz hatası Θ cinsinden ifade etmek için (3.19) ifadesi kullanılabilir. Bu durumda yukarıda belirtilen hata sınırlarında a_{dk} ve c_{dk} katsayıları sabit kalmak üzere P_{dk} hata olasılıkları Θ cinsinden ifade edilmiş olacaktır. Bu hata sınırlarını sırayla $P_e(\Theta)$ ve $P_b(\Theta)$ olarak ifade edersek, faz seyirme etkisini tanımlamak için bu hata sınırlarının Θ 'ın yoğunluk işlevi üzerinden ortalamasını almak yeterli olacaktır.

$$P_e(\Theta) \leq \sum_{k=0}^{k_{\max}} a_{dk} \cdot P_{dk}(\Theta) \quad (5.18)$$

$$P_b(\Theta) \leq \sum_{k=0}^{k_{\max}} c_{dk} \cdot P_{dk}(\Theta) \quad (5.19)$$

$P_e(\Theta)$ ve $P_b(\Theta)$ belirlendikten sonra hata ve bit hata olasılık sınırlarının beklenen değerleri sırayla

$$P_e \leq \int_{-\pi}^{\pi} p(\Theta) \cdot P_e(\Theta) d\Theta \quad (5.20)$$

$$P_b \leq \int_{-\pi}^{\pi} p(\Theta) \cdot P_b(\Theta) d\Theta \quad (5.21)$$

şeklinde verilebilir.

Yukarıda belirtilen ifadeler, yüksek düzeyli klasik M-PSK kafes kodlarının yanı sıra karma M-PSK kafes kodları için de geçerlidir.

Bu tezde yer alan klasik ve karma kodlamalı 4-PSK modülasyonu gözönüne alınırsa, (3.24) ile yapılan yaklaşıklık sonucunda hata olasılık sınırları,

$$P_e \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot T(w, I) \Big|_{\substack{w = \exp(-E_s/4N_0) \\ I=1}} \quad (5.22)$$

$$P_b \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot \frac{\delta T(w, I)}{\delta I} \Big|_{\substack{w = \exp(-E_s/4N_0) \\ I=1}} \quad (5.23)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir [4]. Dikkat edilirse işaretler arası karesel Öklid uzaklıkları α_i 'ler, faz hatası Θ cinsinden verilebilmektedir. Bu durumda sisteme ilişkin serbest Öklid uzaklığı d_s 'in ve aktarım işlevi $T(w, I)$ 'ında Θ cinsinden hesaplanabileceği açıktır. Eğer (5.22) ve (5.23) 'ün Θ 'ya bağımlılığını sırayla,

$$P_e(\Theta) \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s(\Theta) \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s(\Theta) \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot T(w, I, \Theta) \Big|_{\substack{w = \exp(-E_s/4N_0) \\ I=1}} \quad (5.24)$$

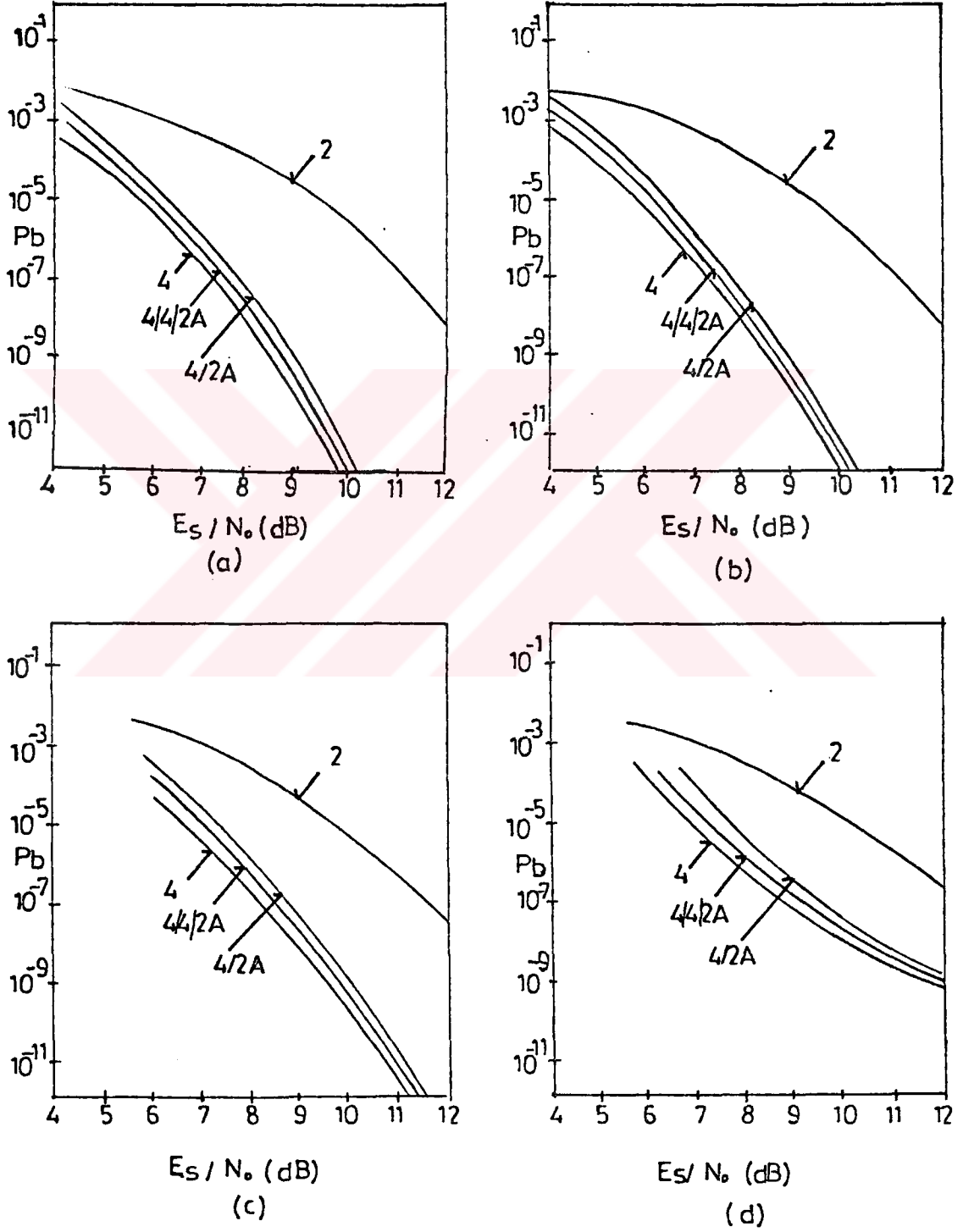
$$P_b(\Theta) \leq Q \left[\left[\frac{d^2 s(\Theta) \cdot E_s}{2 \cdot N_0} \right]^{1/2} \right] \cdot \exp \left[\frac{d^2 s(\Theta) \cdot E_s}{4 \cdot N_0} \right] \cdot \frac{\delta T(w, I, \Theta)}{\delta I} \Big|_{\substack{w = \exp(-E_s/4N_0) \\ I=1}} \quad (5.25)$$

şeklinde ifade edersek, faz seyirmesi durumunda, bu hata olasılık üst sınırlarının beklenen değerleri için (5.20) ve

(5.21) ifadelerini kullanabiliriz.

Sabit faz hatası altında, klasik 4-PSK ve karma 4/2, 4/4/2-PSK kafes kodlamalı sistemlerin bit hata olasılık sınırları sırayla bölüm 3 ve bölüm 4 'de verilmiştir. Θ 'ya bağlı bu ifadeler (5.21) 'de yerine konursa, faz seyirmesi etkisinde bu sistemlere ilişkin hata üst sınırları α çevrim işaret/gürültü oranının çeşitli değerleri için şekil 5.4 'deki gibi elde edilir.





Şekil 5.4. a) $\alpha=300$ b) $\alpha=100$ c) $\alpha=30$ d) $\alpha=20$ için bit hata olasılık üst sınırları

SONUÇLAR

Kafes kodlamalı sistemlerin faz değişmelerine karşı daha güçlü olmalarını sağlamak amacıyla karma kafes kodlamalı modülasyon tekniğini önerilmiştir. Bu tekniğin temeli kodlayıcıda bir değişiklik yapılmadan kodlayıcı çıkışının belirlediği PSK işaretini M-PSK ile M/2-PSK arasında değiştirmek olarak belirtilmiştir. Karma sistemin hata sınırlarının bulunmasına ilişkin aktarım işlevinin ne şekilde belirleneceği gösterilerilek bu sistemin faz değişimlerine karşı ne şekilde güçlendiği, bilgisayar benzetim modeli yardımıyla belirlenen S-eğrileriyle açıklanmıştır.

Sonuç olarak iletişim sistemindeki faz farkını izleme izleme sınırı klasik kafes kodlamalı sistemlerde π/M radyan iken karma kafes kodlamalı sistemlerde $2.\pi/M$ radyan olarak genişlemiş ve sistemin faz duyarlılığı azalmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] UNGERBOECK, G., "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals," IEEE Trans Inf. Theory, vol. IT-28, pp.55-68, Jan 1982
- [2] UNGERBOECK, G., "Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets, Part I and Part II," IEEE Com. Magazine, vol 25, pp. 5-21, Feb 1987
- [3] BIGLIERI, E., "High Level Modulation and Coding for nonlinear satellite channels," IEEE Trans Commun, vol. COM-32, pp.616-626, May 1984
- [4] ZEVAHI, E., WOLF, J.K., "On the Performance Evaluation of Trellis Codes," IEEE Trans Inf Theory, vol. IT-33, pp.196-202, Mar 1987
- [5] HELLER, J.A., JACOBS, I.M., "Viterbi Decoding for Satellite and Space Communacition," IEEE Trans. Commun., vol COM-19, pp. 835-848, Oct. 1971
- [6] WEI, L.F., "Rotationally Invariant Convolutional Channel Coding with Expanded Signal Space, Part I and Part II," IEEE Select Areas Commun, vol. SAC-2, pp. 659-686, Sept. 1984
- [7] WEI, L.F., "Trellis Coded Modulation with Multidimensional Constellations," IEEE Trans Inf. Theory, vol. IT-33, pp.483-501, July 1987
- [8] DIVSALAR, D., SIMON, M.K., YUEN, J.H., "Trellis Coding with Asymmetric Modulations," IEEE Trans. Commun., vol. COM-35, pp. 130-141, Feb. 1987
- [9] MENGALI, U., SANDRI, A., "Phase Ambiguity Resolution in Trellis Coded Modulations," IEEE Trans. Commun, vol. COM-38, pp. 2087-2088, Dec. 1990
- [10] FUJINO, T., UMEDA, Y., YAMAZAKI, E., "Coded Octal PSK System Performance Disturbed by Imperfect recovered Phase Reference," Elect. Commun in Japan, Part I, vol.68, no.7,1985

- [11] HAGENAUER, J., SUNDBERG, W., "On the Performance evaluation of Trellis-Coded 8-PSK Systems with Carrier Phase Offset," Arch. Elek. Übertragung, AEU, vol. 42, pp. 274-284, Sept./Oct. 1988
- [12] SUNBERG, W., HAGENAUER, J., "Hybrid Trellis-Coded 8/4-PSK Moulation Systems," IEEE Trans. commun. vol. COM-38, pp.602-614, May 1990
- [13] ZEVAHI, E., KAPLAN, G., "Phase Noise Effect on M-ary PSK Trellis Codes," IEEE Trans Commun, vol. COM-39, pp. 373-379, Mar 1991
- [14] VITERBI, A. J., "Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems," IEEE Trans. Commun, vol. COM-19, pp.751-772, Oct. 1971
- [15] FORNEY, G. D., "The Viterbi Algorithm," IEEE Proc. vol. 61, pp 268-277, Mar. 1973
- [16] BIGLIERI, E., LANE, P. Mc., "Uniform Distance and Error probalitiy Properties of TCM Schemes," IEEE Trans Commun, vol. COM-39, pp. 41-52, Jan. 1991
- [17] LIU, Y., OKA, I., BIGLIERI, E., "Error Probability for Digital Transmission Over Nonlinear Channels with Application to TCM," IEEE Trans Inf. Theory, vol. IT-36, pp. 1101-1110, Sept. 1990
- [18] PROAKIS, J. G., "Digital Communications," Mc Graw-hill, 1983
- [19] NATALI, F. D., "Phase-Locked-Loop Detection of Binary PSK Signals Utilizing Decision Feedback," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-5, pp. 83-90, Jan 1969.
- [20] GILL, G. S., GUPTA, S. C., "First-Order Discrete Phase-Locked Loop With Applications to Demodulation of Angle-Modulated Carrier," IEEE Trans. Commun, vol. COM-20, pp. 454-462, June 1972
- [21] GILL, G. S., GUPTA, S. C., "On Higher Order Discrete Phase Locked Loops," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-8, pp. 615-623, Sept. 1972

- [22] BELTELSMELER, M., KOMP, G., "Trellis-Coded 8PSK with Embedded QPSK," IEEE Select. Areas Commun, vol. SAC-7, pp. 1296-1306, Dec. 1989
- [23] FUNG, A., LANE, P. Mc., "Phase Jitter Sensitivity of Rotationally Invariant 8 ant 16 point Trellis Codes," IEEE Proc., vol. 138, pp. 247-255, Aug. 1991
- [24] LIPSCHUTZ, S., "Probability," Mc Graw Hill, 1968
- [25] PRABHU, V. K., "PSK Performance With Imperfect carrier Phase Recovery," IEEE trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-12, pp. 275-285, Mar. 1976
- [26] VITERBI, A. J., "Principles of Coherent Communication," Mc Graw-Hill, 1966
- [27] DIDDAY, R. L., LINDSEY, W. C., "Subcarrier Tracking Methods and Communication System Design," IEEE Trans. Commun, vol. COM-16, pp. 541-550, Aug 1968

EK

```

5 REM KODLANMAMIS 2-PSK  S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1776
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
65 SAYAC=0
70 DIM X(N)
80 S0=0
90 S1=0
100 S2=0
110 S3=0
120 FOR I=1 TO N
130 X(I)=INT(RND(1)+.5)
140 NEXT I
150 ST=INT(4*RND(1))
160 FOR K=1 TO N
170 IF ST=0 THEN GOTO 210
180 IF ST=1 THEN GOTO 260
190 IF ST=2 THEN GOTO 310
200 IF ST=3 THEN GOTO 360
210 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=0
220 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=1
250 GOTO 400
260 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=2
280 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=3
300 GOTO 400
310 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=0
340 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=1
350 GOTO 400
360 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=2
380 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=3
400 REM GAUSS GURULTU URETECI
410 RANDOMIZE TIMER
420 D1=RND(1):D2=RND(1)
430 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
440 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
450 REM ARI;ALINAN ISARETIN REEL KISMI
460 REM AII;ALINAN ISARETIN IMAJINAL KISMI
470 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
480 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
490 REM ALINAN ISARETE ILISKIN KARAR VERILMESI
500 M0=(ARI-1)^2+AII^2
505 M3=(ARI-1)^2+AII^2
540 M2=(ARI+1)^2+AII^2
545 M1=(ARI+1)^2+AII^2
580 S01=S0+M0

```

```

590 S02=S2+M2
620 MIN1=S01
630 FI21=0
640 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
670 S11=S0+M2
680 S12=S2+M0
710 MIN2=S11
720 FI22=PI
730 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=0
760 S21=S1+M1
770 S22=S3+M3
800 MIN3=S21
810 FI23=PI
820 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=0
850 S31=S1+M3
860 S32=S3+M1
890 MIN4=S31
900 FI24=0
910 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=PI
940 MIN=MIN1
950 FI2=FI21
960 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
970 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
980 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
990 S0=MIN1
1000 S1=MIN2
1010 S2=MIN3
1020 S3=MIN4
1030 REM ARE VE AIM FAZ FARKINA ILISKIN BUYUKLUKLER
1040 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1050 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1060 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1070 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1075 SAYAC=SAYAC+FAZFARKI^2
1080 FI1A=FI1*180/PI
1090 FI2A=FI2*180/PI
1100 PRINT ST,X(K),FI1A,FI2A,"      ",K
1105 ST=SG
1110 NEXT K
1120 ORTFAZ=1*TOPLAM/N
1125 ORTKARE=1*SAYAC/N
1126 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
1128 STANACI=STANSAP*180/PI
1130 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
1140 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1150 END

```

```

5 REM 2-DURUMLU KODLAMALI      4-PSK   S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1776
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
70 SAYAC=0
80 DIM X(N)
90 S0=0
100 S1=0
110 FOR I=1 TO N
120 X(I)=INT(RND(1)+.5)
130 NEXT I
150 FOR K=1 TO N
160 IF ST=0 THEN GOTO 180
170 IF ST=1 THEN GOTO 210
180 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=0
190 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=1
200 GOTO 230
210 IF X(K)=0 THEN FI1=PI/2:SG=0
220 IF X(K)=1 THEN FI1=3*PI/2:SG=1
230 REM GAUSS GURULTU URETECI
240 RANDOMIZE TIMER
250 D1=RND(1):D2=RND(1)
260 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
270 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
280 REM ARI;ALINAN ISARETIN REEL KISMI
290 REM AII;ALINAN ISARETIN IMAJINAL KISMI
300 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
310 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
320 REM ALINAN ISARETE ILISKIN KARAR VERILMESI
330 M0=(ARI-1)^2+AII^2
340 M1=ARI^2+(AII-1)^2
350 M2=(ARI+1)^2+AII^2
360 M3=ARI^2+(AII+1)^2
370 S01=S0+M0
380 S02=S1+M1
390 MIN1=S01
400 FI21=0
410 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI/2
420 S11=S0+M2
430 S12=S1+M3
440 MIN2=S11
450 FI22=PI
460 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=3*PI/2
470 MIN=MIN1
480 FI2=FI21

```

```
490 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
500 S0=MIN1
510 S1=MIN2
520 REM ARE VE AIM FAZ FARKINA ILISKIN BUYUKLUKLER
530 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
535 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
540 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
550 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
565 SAYAC=SAYAC+FAZFARKI^2
570 FI1A=FI1*180/PI
580 FI2A=FI2*180/PI
590 PRINT ST,X(K),FI1A,FI2A,"      ",K
605 ST=SG
610 NEXT K
620 ORTFAZ=TOPLAM/N
635 ORTKARE=SAYAC/N
646 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
658 STANACI=STANSAP*180/PI
660 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
670 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
680 END
```

```

5 REM 4 DURUMLU KODLAMALI 4-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1776
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
65 SAYAC=0
70 DIM X(N)
80 S0=0
90 S1=0
100 S2=0
110 S3=0
120 FOR I=1 TO N
130 X(I)=INT(RND(1)+.5)
140 NEXT I
150 ST=INT(4*RND(1))
160 FOR K=1 TO N
170 IF ST=0 THEN GOTO 210
180 IF ST=1 THEN GOTO 260
190 IF ST=2 THEN GOTO 310
200 IF ST=3 THEN GOTO 360
210 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=0
220 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=1
250 GOTO 400
260 IF X(K)=0 THEN FI1=PI/2:SG=2
280 IF X(K)=1 THEN FI1=3*PI/2:SG=3
300 GOTO 400
310 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=0
340 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=1
350 GOTO 400
360 IF X(K)=0 THEN FI1=3*PI/2:SG=2
380 IF X(K)=1 THEN FI1=PI/2:SG=3
400 REM GAUSS GURULTU URETECI
410 RANDOMIZE TIMER
420 D1=RND(1):D2=RND(1)
430 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
440 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
450 REM ARI;ALINAN ISARETIN REEL KISMI
460 REM AII;ALINAN ISARETIN IMAJINAL KISMI
470 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
480 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
490 REM ALINAN ISARETE ILISKIN KARAR VERILMESI
500 M0=(ARI-1)^2+AII^2
520 M1=ARI^2+(AII-1)^2
540 M2=(ARI+1)^2+AII^2
560 M3=ARI^2+(AII+1)^2
580 S01=S0+M0

```

```

590 S02=S2+M2
620 MIN1=S01
630 FI21=0
640 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
670 S11=S0+M2
680 S12=S2+M0
710 MIN2=S11
720 FI22=PI
730 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=0
760 S21=S1+M1
770 S22=S3+M3
800 MIN3=S21
810 FI23=PI/2
820 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=3*PI/2
850 S31=S1+M3
860 S32=S3+M1
890 MIN4=S31
900 FI24=3*PI/2
910 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=PI/2
940 MIN=MIN1
950 FI2=FI21
960 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
970 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
980 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
990 S0=MIN1
1000 S1=MIN2
1010 S2=MIN3
1020 S3=MIN4
1030 REM ARE VE AIM FAZ FARKINA ILISKIN BUYUKLUKLER
1040 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1050 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1060 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1070 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1075 SAYAC=SAYAC+FAZFARKI^2
1080 FI1A=FI1*180/PI
1090 FI2A=FI2*180/PI
1100 PRINT ST,X(K),FI1A,FI2A,"      ",K
1105 ST=SG
1110 NEXT K
1120 ORTFAZ=1*TOPLAM/N
1125 ORTKARE=1*SAYAC/N
1126 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
1128 STANACI=STANSAP*180/PI
1130 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
1140 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1150 END

```

```

5 REM 4 DURUMLU ASIMETRİK KODLAMALI 4-PSK S-EGRİSİ
  VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1776
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
65 SAYAC=0
70 DIM X(N)
80 S0=0
90 S1=0
100 S2=0
110 S3=0
120 FOR I=1 TO N
130 X(I)=INT(RND(1)+.5)
140 NEXT I
150 ST=INT(4*RND(1))
160 FOR K=1 TO N
170 IF ST=0 THEN GOTO 210
180 IF ST=1 THEN GOTO 260
190 IF ST=2 THEN GOTO 310
200 IF ST=3 THEN GOTO 360
210 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=0
220 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=1
250 GOTO 400
260 IF X(K)=0 THEN FI1=1.91:SG=2
280 IF X(K)=1 THEN FI1=5.05:SG=3
300 GOTO 400
310 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=0
340 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=1
350 GOTO 400
360 IF X(K)=0 THEN FI1=5.05:SG=2
380 IF X(K)=1 THEN FI1=1.91:SG=3
400 REM GAUSS GURULTU ÜRETECİ
410 RANDOMIZE TIMER
420 D1=RND(1):D2=RND(1)
430 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
440 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
450 REM ARI;ALINAN İSARETİN REEL KİSMİ
460 REM AII;ALINAN İSARETİN İMAJİNAL KİSMİ
470 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
480 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
490 REM ALINAN İSARETE İLİSKİN KARAR VERİLMESİ
500 M0=(ARI-1)^2+AII^2
520 M1=(ARI-COS(1.91))^2+(AII-SIN(1.91))^2
540 M2=(ARI+1)^2+AII^2
560 M3=(ARI-COS(5.05))^2+(AII-SIN(5.05))^2

```

```

580 S01=S0+M0
590 S02=S2+M2
620 MIN1=S01
630 FI21=0
640 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
670 S11=S0+M2
680 S12=S2+M0
710 MIN2=S11
720 FI22=PI
730 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=0
760 S21=S1+M1
770 S22=S3+M3
800 MIN3=S21
810 FI23=1.91
820 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=5.05
850 S31=S1+M3
860 S32=S3+M1
890 MIN4=S31
900 FI24=5.05
910 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=1.91
940 MIN=MIN1
950 FI2=FI21
960 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
970 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
980 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
990 S0=MIN1
1000 S1=MIN2
1010 S2=MIN3
1020 S3=MIN4
1030 REM ARE VE AIM FAZ FARKINA ILISKIN BUYUKLUKLER
1040 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1050 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1060 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1070 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1075 SAYAC=SAYAC+FAZFARKI^2
1080 FI1A=FI1*180/PI
1090 FI2A=FI2*180/PI
1100 PRINT ST,X(K),FI1A,FI2A,"      ",K
1105 ST=SG
1110 NEXT K
1120 ORTFAZ=1*TOPLAM/N
1125 ORTKARE=1*SAYAC/N
1126 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
1128 STANACI=STANSAP*180/PI
1130 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
1140 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1150 END

```

```
5 REM 8 DURUMLU KODLAMALI 4-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=0
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
65 SAYAC=0
70 DIM X(N)
80 S0=0
90 S1=0
100 S2=0
110 S3=0
111 S4=0
112 S5=0
113 S6=0
114 S7=0
120 FOR I=1 TO N
130 X(I)=INT(RND(1)+.5)
140 NEXT I
150 ST=INT(8*RND(1))
160 FOR K=1 TO N
170 IF ST=0 THEN GOTO 210
180 IF ST=1 THEN GOTO 260
190 IF ST=2 THEN GOTO 310
200 IF ST=3 THEN GOTO 360
201 IF ST=4 THEN GOTO 382
202 IF ST=5 THEN GOTO 385
203 IF ST=6 THEN GOTO 388
204 IF ST=7 THEN GOTO 391
210 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=0
220 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=1
250 GOTO 400
260 IF X(K)=0 THEN FI1=3*PI/2:SG=2
280 IF X(K)=1 THEN FI1=PI/2:SG=3
300 GOTO 400
310 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=4
340 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=5
350 GOTO 400
360 IF X(K)=0 THEN FI1=PI/2:SG=6
380 IF X(K)=1 THEN FI1=3*PI/2:SG=7
381 GOTO 400
382 IF X(K)=0 THEN FI1=PI:SG=0
383 IF X(K)=1 THEN FI1=0:SG=1
384 GOTO 400
385 IF X(K)=0 THEN FI1=PI/2:SG=2
386 IF X(K)=1 THEN FI1=3*PI/2:SG=3
387 GOTO 400
```

```

388 IF X(K)=0 THEN FI1=0:SG=4
389 IF X(K)=1 THEN FI1=PI:SG=5
390 GOTO 400
391 IF X(K)=0 THEN FI1=3*PI/2:SG=6
392 IF X(K)=1 THEN FI1=PI/2:SG=7
400 REM GAUSS GURULTU URETECI
410 RANDOMIZE TIMER
420 D1=RND(1):D2=RND(1)
430 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
440 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
450 REM ARI;ALINAN ISARETIN REEL KISMI
460 REM AII;ALINAN ISARETIN IMAJINAL KISMI
470 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
480 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
490 REM ALINAN ISARETE ILISKIN KARAR VERILMESI
500 M0=(ARI-1)^2+AII^2
520 M1=ARI^2+(AII-1)^2
540 M2=(ARI+1)^2+AII^2
560 M3=ARI^2+(AII+1)^2
580 S0=S0+M0
590 S2=S4+M2
620 MIN1=S01
630 FI21=0
640 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
670 S11=S0+M2
680 S12=S4+M0
710 MIN2=S11
720 FI22=PI
730 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=0
760 S21=S1+M3
770 S22=S5+M1
800 MIN3=S21
810 FI23=3*PI/2
820 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=PI/2
850 S31=S1+M1
860 S32=S5+M3
890 MIN4=S31
900 FI24=PI/2
910 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=3*PI/2
911 S41=S2+M2
912 S42=S6+M0
913 MIN5=S41
914 FI25=PI
915 IF MIN5>S42 THEN MIN5=S42:FI25=0
916 S51=S2+M0
917 S52=S6+M2
918 MIN6=S51
919 FI26=0

```

```

920 IF MIN6>S52 THEN MIN6=S52:FI26=PI
921 S61=S3+M1
922 S62=S7+M3
923 MIN7=S61
924 FI27=PI/2
925 IF MIN7>S62 THEN MIN7=S62:FI27=3*PI/2
926 S71=S3+M3
927 S72=S7+M1
928 MIN8=S71
929 FI28=3*PI/2
930 IF MIN8>S72 THEN MIN8=S72:FI28=PI/2
940 MIN=MIN1
950 FI2=FI21
960 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
970 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
980 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
981 IF MIN>MIN5 THEN MIN=MIN5:FI2=FI25
982 IF MIN>MIN6 THEN MIN=MIN6:FI2=FI26
983 IF MIN>MIN7 THEN MIN=MIN7:FI2=FI27
984 IF MIN>MIN8 THEN MIN=MIN8:FI2=FI28
990 S0=MIN1
1000 S1=MIN2
1010 S2=MIN3
1020 S3=MIN4
1021 S4=MIN5
1022 S5=MIN6
1023 S6=MIN7
1024 S7=MIN8
1030 REM ARE VE AIM FAZ FARKINA ILISKIN BUYUKLUKLER
1040 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1050 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1060 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1070 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1075 SAYAC=SAYAC+FAZFARKI^2
1080 FI1A=FI1*180/PI
1090 FI2A=FI2*180/PI
1100 PRINT ST,X(K),FI1A,FI2A,"      ",K
1105 ST=SG
1110 NEXT K
1120 ORTEFAZ=1*TOPLAM/N
1125 ORTKARE=1*SAYAC/N
1126 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTEFAZ^2))
1128 STANACI=STANSAP*180/PI
1130 ORTACI=ORTEFAZ*180/PI
1140 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1150 END

```

```

5 REM KODLANMAMIS 4-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=0
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
70 SAYAC=0
80 DIM X(N)
90 S0=0
100 S1=0
110 S2=0
120 S3=0
130 FOR I=1 TO N
140 X(I)=INT(RND(1)+.5)
150 NEXT I
160 ST=INT(4*RND(1))
170 FOR K=1 TO N-1 STEP 2
180 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 THEN GOTO 270
200 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 THEN GOTO 370
230 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 THEN GOTO 520
250 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 THEN GOTO 620
270 IF ST=0 THEN FI1=0: SG=0
280 IF ST=1 THEN FI1=PI/2: SG=2
290 IF ST=2 THEN FI1=PI/2: SG=0
300 IF ST=3 THEN FI1=0: SG=2
310 GOTO 660
370 IF ST=0 THEN FI1=PI: SG=0
380 IF ST=1 THEN FI1=3*PI/2: SG=2
390 IF ST=2 THEN FI1=3*PI/2: SG=0
400 IF ST=3 THEN FI1=PI: SG=2
410 GOTO 660
520 IF ST=0 THEN FI1=PI/2: SG=1
530 IF ST=1 THEN FI1=0: SG=3
540 IF ST=2 THEN FI1=0: SG=1
550 IF ST=3 THEN FI1=PI/2: SG=3
560 GOTO 660
620 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/2: SG=1
630 IF ST=1 THEN FI1=PI: SG=3
640 IF ST=2 THEN FI1=PI: SG=1
650 IF ST=3 THEN FI1=3*PI/2: SG=3
660 REM GAUSS GURULTU URETECI
670 RANDOMIZE TIMER
680 D1=RND(1):D2=RND(1)
690 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
700 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
710 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
720 AII=SIN(FI1+TETA)+IG

```

```

730 M0=(ARI-1)^2+AII^2
770 M2=ARI^2+(AII-1)^2
810 M4=(ARI+1)^2+AII^2
850 M6=ARI^2+(AII+1)^2
890 S01=S0+M0
900 S02=S0+M4
930 S05=S2+M2
940 S06=S2+M6
970 MIN1=S01
980 FI21=0
990 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
1020 IF MIN1>S05 THEN MIN1=S05:FI21=PI/2
1030 IF MIN1>S06 THEN MIN1=S06:FI21=3*PI/2
1060 S11=S0+M2
1070 S12=S0+M6
1100 S15=S2+M0
1110 S16=S2+M4
1140 MIN2=S11
1150 FI22=PI/2
1160 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=3*PI/2
1190 IF MIN2>S15 THEN MIN2=S15:FI22=0
1200 IF MIN2>S16 THEN MIN2=S16:FI22=PI
1230 S21=S1+M2
1240 S22=S1+M6
1270 S25=S3+M4
1280 S26=S3+M0
1310 MIN3=S21
1320 FI23=PI/2
1330 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=3*PI/2
1360 IF MIN3>S25 THEN MIN3=S25:FI23=PI
1370 IF MIN3>S26 THEN MIN3=S26:FI23=0
1400 S31=S1+M4
1410 S32=S1+M0
1440 S35=S3+M2
1450 S36=S3+M6
1480 MIN4=S31
1490 FI24=PI
1500 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=0
1530 IF MIN4>S35 THEN MIN4=S35:FI24=PI/2
1540 IF MIN4>S36 THEN MIN4=S36:FI24=3*PI/2
1570 MIN=MIN1
1580 FI2=FI21
1590 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
1600 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
1610 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
1620 S0=MIN1
1630 S1=MIN2
1640 S2=MIN3
1650 S3=MIN4

```

```
1660 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1670 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1680 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1690 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1700 SAYAC=SAYAC+(FAZFARKI)^2
1710 FI1A=FI1*180/PI
1720 FI2A=FI2*180/PI
1730 PRINT ST,FI1A,FI2A,"    ",K
1740 ST=SG
1750 NEXT K
1760 ORTEFAZ=2*TOPLAM/N
1770 ORTKARE=2*SAYAC/N
1780 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTEFAZ^2))
1790 STANACI=STANSAP*180/PI
1800 ORTACI=ORTEFAZ*180/PI
1810 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1820 END
```

```

5 REM 4-DURUMLU KODLAMALI 8-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1583
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
70 SAYAC=0
80 DIM X(N)
90 S0=0
100 S1=0
110 S2=0
120 S3=0
130 FOR I=1 TO N
140 X(I)=INT(RND(1)+.5)
150 NEXT I
160 ST=INT(4*RND(1))
170 FOR K=1 TO N-1 STEP 2
180 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 THEN GOTO 270
200 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 THEN GOTO 370
230 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 THEN GOTO 520
250 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 THEN GOTO 620
270 IF ST=0 THEN FI1=0: SG=0
280 IF ST=1 THEN FI1=PI/4: SG=2
290 IF ST=2 THEN FI1=PI/2: SG=0
300 IF ST=3 THEN FI1=7*PI/4: SG=2
310 GOTO 660
370 IF ST=0 THEN FI1=PI: SG=0
380 IF ST=1 THEN FI1=5*PI/4: SG=2
390 IF ST=2 THEN FI1=3*PI/2: SG=0
400 IF ST=3 THEN FI1=3*PI/4: SG=2
410 GOTO 660
520 IF ST=0 THEN FI1=PI/2: SG=1
530 IF ST=1 THEN FI1=7*PI/4: SG=3
540 IF ST=2 THEN FI1=0: SG=1
550 IF ST=3 THEN FI1=PI/4: SG=3
560 GOTO 660
620 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/2: SG=1
630 IF ST=1 THEN FI1=3*PI/4: SG=3
640 IF ST=2 THEN FI1=PI: SG=1
650 IF ST=3 THEN FI1=5*PI/4: SG=3
660 REM GAUSS GURULTU URETECI
670 RANDOMIZE TIMER
680 D1=RND(1):D2=RND(1)
690 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
700 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
710 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
720 AII=SIN(FI1+TETA)+IG

```

```

730 M0=(ARI-1)^2+AII^2
750 M1=(ARI-COS(PI/4))^2+(AII-SIN(PI/4))^2
770 M2=ARI^2+(AII-1)^2
790 M3=(ARI-COS(3*PI/4))^2+(AII-SIN(3*PI/4))^2
810 M4=(ARI+1)^2+AII^2
830 M5=(ARI-COS(5*PI/4))^2+(AII-SIN(5*PI/4))^2
850 M6=ARI^2+(AII+1)^2
870 M7=(ARI-COS(7*PI/4))^2+(AII-SIN(7*PI/4))^2
890 S01=S0+M0
900 S02=S0+M4
930 S05=S2+M2
940 S06=S2+M6
970 MIN1=S01
980 FI21=0
990 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI
1020 IF MIN1>S05 THEN MIN1=S05:FI21=PI/2
1030 IF MIN1>S06 THEN MIN1=S06:FI21=3*PI/2
1060 S11=S0+M2
1070 S12=S0+M6
1100 S15=S2+M0
1110 S16=S2+M4
1140 MIN2=S11
1150 FI22=PI/2
1160 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=3*PI/2
1190 IF MIN2>S15 THEN MIN2=S15:FI22=0
1200 IF MIN2>S16 THEN MIN2=S16:FI22=PI
1230 S21=S1+M1
1240 S22=S1+M5
1270 S25=S3+M3
1280 S26=S3+M7
1310 MIN3=S21
1320 FI23=PI/4
1330 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=5*PI/4
1360 IF MIN3>S25 THEN MIN3=S25:FI23=3*PI/4
1370 IF MIN3>S26 THEN MIN3=S26:FI23=7*PI/4
1400 S31=S1+M3
1410 S32=S1+M7
1440 S35=S3+M1
1450 S36=S3+M5
1480 MIN4=S31
1490 FI24=3*PI/4
1500 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=7*PI/4
1530 IF MIN4>S35 THEN MIN4=S35:FI24=PI/4
1540 IF MIN4>S36 THEN MIN4=S36:FI24=5*PI/4
1570 MIN=MIN1
1580 FI2=FI21
1590 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
1600 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23

```

```
1610 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
1620 S0=MIN1
1630 S1=MIN2
1640 S2=MIN3
1650 S3=MIN4
1660 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1670 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1680 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1690 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1700 SAYAC=SAYAC+(FAZFARKI)^2
1710 FI1A=FI1*180/PI
1720 FI2A=FI2*180/PI
1730 PRINT ST,FI1A,FI2A,"      ",K
1740 ST=SG
1750 NEXT K
1760 ORTEFAZ=2*TOPLAM/N
1770 ORTKARE=2*SAYAC/N
1780 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTEFAZ^2))
1790 STANACI=STANSAP*180/PI
1800 ORTACI=ORTEFAZ*180/PI
1810 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1820 END
```

```

5 REM KODLANMAMIS 8-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=0
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
70 SAYAC=0
80 DIM X(N)
90 S0=0
100 S1=0
110 S2=0
120 S3=0
130 FOR I=1 TO N
140 X(I)=INT(RND(1)+.5)
150 NEXT I
160 ST=INT(4*RND(1))
170 FOR K=1 TO N-2 STEP 3
180 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 270
190 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 320
200 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 370
210 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 420
220 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 470
230 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 520
240 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 570
250 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 620
270 IF ST=0 THEN FI1=0: SG=0
280 IF ST=1 THEN FI1=PI/4: SG=2
290 IF ST=2 THEN FI1=PI/4: SG=0
300 IF ST=3 THEN FI1=PI/2: SG=2
310 GOTO 660
320 IF ST=0 THEN FI1=PI/2: SG=0
330 IF ST=1 THEN FI1=3*PI/4: SG=2
340 IF ST=2 THEN FI1=6*PI/8: SG=0
350 IF ST=3 THEN FI1=PI: SG=2
360 GOTO 660
370 IF ST=0 THEN FI1=PI: SG=0
380 IF ST=1 THEN FI1=5*PI/4: SG=2
390 IF ST=2 THEN FI1=5*PI/4: SG=0
400 IF ST=3 THEN FI1=3*PI/2: SG=2
410 GOTO 660
420 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/2: SG=0
430 IF ST=1 THEN FI1=7*PI/4: SG=2
440 IF ST=2 THEN FI1=7*PI/4: SG=0
450 IF ST=3 THEN FI1=0: SG=2
460 GOTO 660
470 IF ST=0 THEN FI1=PI/4: SG=1
480 IF ST=1 THEN FI1=PI/2: SG=3

```

```

490 IF ST=2 THEN FI1=0: SG=1
500 IF ST=3 THEN FI1=PI/4: SG=3
510 GOTO 660
520 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/4: SG=1
530 IF ST=1 THEN FI1=PI: SG=3
540 IF ST=2 THEN FI1=PI/2: SG=1
550 IF ST=3 THEN FI1=3*PI/4: SG=3
560 GOTO 660
570 IF ST=0 THEN FI1=5*PI/4: SG=1
580 IF ST=1 THEN FI1=3*PI/2: SG=3
590 IF ST=2 THEN FI1=PI: SG=1
600 IF ST=3 THEN FI1=5*PI/4: SG=3
610 GOTO 660
620 IF ST=0 THEN FI1=7*PI/4: SG=1
630 IF ST=1 THEN FI1=0: SG=3
640 IF ST=2 THEN FI1=3*PI/2: SG=1
650 IF ST=3 THEN FI1=7*PI/4: SG=3
660 REM GAUSS GURULTU URETECI
670 RANDOMIZE TIMER
680 D1=RND(1):D2=RND(1)
690 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
700 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
710 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
720 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
730 M0=(ARI-1)^2+AII^2
750 M2=(ARI-COS(PI/4))^2+(AII-SIN(PI/4))^2
770 M4=ARI^2+(AII-1)^2
790 M6=(ARI-COS(3*PI/4))^2+(AII-SIN(3*PI/4))^2
810 M8=(ARI+1)^2+AII^2
830 M10=(ARI-COS(5*PI/4))^2+(AII-SIN(5*PI/4))^2
850 M12=ARI^2+(AII+1)^2
870 M14=(ARI-COS(7*PI/4))^2+(AII-SIN(7*PI/4))^2
890 S01=S0+M0
900 S02=S0+M4
910 S03=S0+M8
920 S04=S0+M12
930 S05=S2+M2
940 S06=S2+M6
950 S07=S2+M10
960 S08=S2+M14
970 MIN1=S01
980 FI21=0
990 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI/2
1000 IF MIN1>S03 THEN MIN1=S03:FI21=PI
1010 IF MIN1>S04 THEN MIN1=S04:FI21=3*PI/2
1020 IF MIN1>S05 THEN MIN1=S05:FI21=PI/4
1030 IF MIN1>S06 THEN MIN1=S06:FI21=3*PI/4
1040 IF MIN1>S07 THEN MIN1=S07:FI21=5*PI/4

```

```

1050 IF MIN1>S08 THEN MIN1=S08:FI21=7*PI/4
1060 S11=S0+M2
1070 S12=S0+M6
1080 S13=S0+M10
1090 S14=S0+M14
1100 S15=S2+M0
1110 S16=S2+M4
1120 S17=S2+M8
1130 S18=S2+M12
1140 MIN2=S11
1150 FI22=PI/4
1160 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=3*PI/4
1170 IF MIN2>S13 THEN MIN2=S13:FI22=5*PI/4
1180 IF MIN2>S14 THEN MIN2=S14:FI22=7*PI/4
1190 IF MIN2>S15 THEN MIN2=S15:FI22=0
1200 IF MIN2>S16 THEN MIN2=S16:FI22=PI/2
1210 IF MIN2>S17 THEN MIN2=S17:FI22=PI
1220 IF MIN2>S18 THEN MIN2=S18:FI22=3*PI/2
1230 S21=S1+M2
1240 S22=S1+M6
1250 S23=S1+M10
1260 S24=S1+M14
1270 S25=S3+M4
1280 S26=S3+M8
1290 S27=S3+M12
1300 S28=S3+M0
1310 MIN3=S21
1320 FI23=PI/4
1330 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=3*PI/4
1340 IF MIN3>S23 THEN MIN3=S23:FI23=5*PI/4
1350 IF MIN3>S24 THEN MIN3=S24:FI23=7*PI/4
1360 IF MIN3>S25 THEN MIN3=S25:FI23=PI/2
1370 IF MIN3>S26 THEN MIN3=S26:FI23=PI
1380 IF MIN3>S27 THEN MIN3=S27:FI23=3*PI/2
1390 IF MIN3>S28 THEN MIN3=S28:FI23=0
1400 S31=S1+M4
1410 S32=S1+M8
1420 S33=S1+M12
1430 S34=S1+M0
1440 S35=S3+M2
1450 S36=S3+M6
1460 S37=S3+M10
1470 S38=S3+M14
1480 MIN4=S31
1490 FI24=PI/2
1500 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=PI
1510 IF MIN4>S33 THEN MIN4=S33:FI24=3*PI/2
1520 IF MIN4>S34 THEN MIN4=S34:FI24=0

```

```

1530 IF MIN4>S35 THEN MIN4=S35:FI24=PI/4
1540 IF MIN4>S36 THEN MIN4=S36:FI24=3*PI/4
1550 IF MIN4>S37 THEN MIN4=S37:FI24=5*PI/4
1560 IF MIN4>S38 THEN MIN4=S38:FI24=7*PI/4
1570 MIN=MIN1
1580 FI2=FI21
1590 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
1600 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
1610 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
1620 S0=MIN1
1630 S1=MIN2
1640 S2=MIN3
1650 S3=MIN4
1660 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1670 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1680 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1690 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1700 SAYAC=SAYAC+(FAZFARKI)^2
1710 FI1A=FI1*180/PI
1720 FI2A=FI2*180/PI
1730 PRINT ST,FI1A,FI2A,"      ",K
1740 ST=SG
1750 NEXT K
1760 ORTFAZ=3*TOPLAM/N
1770 ORTKARE=3*SAYAC/N
1780 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
1790 STANACI=STANSAP*180/PI
1800 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
1810 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1820 END

```

```

5 REM 4-DURUMLI KODLAMALI 16-PSK S-EGRISI VE VARYANSI
10 INPUT ACI
20 INPUT N
30 SIGMA=.1257
40 PI=3.14159266#
50 TETA=ACI*PI/180
60 TOPLAM=0
70 SAYAC=0
80 DIM X(N)
90 S0=0
100 S1=0
110 S2=0
120 S3=0
130 FOR I=1 TO N
140 X(I)=INT(RND(1)+.5)
150 NEXT I
160 ST=INT(4*RND(1))
170 FOR K=1 TO N-2 STEP 3
180 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 270
190 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 320
200 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 370
210 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=0 THEN GOTO 420
220 IF X(K)=0 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 470
230 IF X(K)=0 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 520
240 IF X(K)=1 AND X(K+1)=0 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 570
250 IF X(K)=1 AND X(K+1)=1 AND X(K+2)=1 THEN GOTO 620
270 IF ST=0 THEN FI1=0: SG=0
280 IF ST=1 THEN FI1=PI/8: SG=2
290 IF ST=2 THEN FI1=PI/4: SG=0
300 IF ST=3 THEN FI1=3*PI/8: SG=2
310 GOTO 660
320 IF ST=0 THEN FI1=PI/2: SG=0
330 IF ST=1 THEN FI1=5*PI/8: SG=2
340 IF ST=2 THEN FI1=6*PI/8: SG=0
350 IF ST=3 THEN FI1=7*PI/8: SG=2
360 GOTO 660
370 IF ST=0 THEN FI1=PI: SG=0
380 IF ST=1 THEN FI1=9*PI/8: SG=2
390 IF ST=2 THEN FI1=5*PI/4: SG=0
400 IF ST=3 THEN FI1=11*PI/8: SG=2
410 GOTO 660
420 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/2: SG=0
430 IF ST=1 THEN FI1=13*PI/8: SG=2
440 IF ST=2 THEN FI1=7*PI/4: SG=0
450 IF ST=3 THEN FI1=15*PI/8: SG=2
460 GOTO 660
470 IF ST=0 THEN FI1=PI/4: SG=1
480 IF ST=1 THEN FI1=3*PI/8: SG=3

```

```

490 IF ST=2 THEN FI1=0:      SG=1
500 IF ST=3 THEN FI1=PI/8:   SG=3
510 GOTO 660
520 IF ST=0 THEN FI1=3*PI/4: SG=1
530 IF ST=1 THEN FI1=7*PI/8: SG=3
540 IF ST=2 THEN FI1=PI/2:   SG=1
550 IF ST=3 THEN FI1=5*PI/8: SG=3
560 GOTO 660
570 IF ST=0 THEN FI1=5*PI/4: SG=1
580 IF ST=1 THEN FI1=11*PI/8: SG=3
590 IF ST=2 THEN FI1=PI:     SG=1
600 IF ST=3 THEN FI1=9*PI/8: SG=3
610 GOTO 660
620 IF ST=0 THEN FI1=7*PI/4: SG=1
630 IF ST=1 THEN FI1=15*PI/8: SG=3
640 IF ST=2 THEN FI1=3*PI/2:  SG=1
650 IF ST=3 THEN FI1=13*PI/8: SG=3
660 REM GAUSS GURULTU URETECI
670 RANDOMIZE TIMER
680 D1=RND(1):D2=RND(1)
690 RG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*COS(2*PI*D2)
700 IG=SIGMA*SQR(-2*LOG(D1))*SIN(2*PI*D2)
710 ARI=COS(FI1+TETA)+RG
720 AII=SIN(FI1+TETA)+IG
730 M0=(ARI-1)^2+AII^2
740 M1=(ARI-COS(PI/8))^2+(AII-SIN(PI/8))^2
750 M2=(ARI-COS(PI/4))^2+(AII-SIN(PI/4))^2
760 M3=(ARI-COS(3*PI/8))^2+(AII-SIN(3*PI/8))^2
770 M4=ARI^2+(AII-1)^2
780 M5=(ARI-COS(5*PI/8))^2+(AII-SIN(5*PI/8))^2
790 M6=(ARI-COS(3*PI/4))^2+(AII-SIN(3*PI/4))^2
800 M7=(ARI-COS(7*PI/8))^2+(AII-SIN(7*PI/8))^2
810 M8=(ARI+1)^2+AII^2
820 M9=(ARI-COS(9*PI/8))^2+(AII-SIN(9*PI/8))^2
830 M10=(ARI-COS(5*PI/4))^2+(AII-SIN(5*PI/4))^2
840 M11=(ARI-COS(11*PI/8))^2+(AII-SIN(11*PI/8))^2
850 M12=ARI^2+(AII+1)^2
860 M13=(ARI-COS(13*PI/8))^2+(AII-SIN(13*PI/8))^2
870 M14=(ARI-COS(7*PI/4))^2+(AII-SIN(7*PI/4))^2
880 M15=(ARI-COS(15*PI/8))^2+(AII-SIN(15*PI/8))^2
890 S01=S0+M0
900 S02=S0+M4
910 S03=S0+M8
920 S04=S0+M12
930 S05=S2+M2
940 S06=S2+M6
950 S07=S2+M10
960 S08=S2+M14

```

```

970 MIN1=S01
980 FI21=0
990 IF MIN1>S02 THEN MIN1=S02:FI21=PI/2
1000 IF MIN1>S03 THEN MIN1=S03:FI21=PI
1010 IF MIN1>S04 THEN MIN1=S04:FI21=3*PI/2
1020 IF MIN1>S05 THEN MIN1=S05:FI21=PI/4
1030 IF MIN1>S06 THEN MIN1=S06:FI21=3*PI/4
1040 IF MIN1>S07 THEN MIN1=S07:FI21=5*PI/4
1050 IF MIN1>S08 THEN MIN1=S08:FI21=7*PI/4
1060 S11=S0+M2
1070 S12=S0+M6
1080 S13=S0+M10
1090 S14=S0+M14
1100 S15=S2+M0
1110 S16=S2+M4
1120 S17=S2+M8
1130 S18=S2+M12
1140 MIN2=S11
1150 FI22=PI/4
1160 IF MIN2>S12 THEN MIN2=S12:FI22=3*PI/4
1170 IF MIN2>S13 THEN MIN2=S13:FI22=5*PI/4
1180 IF MIN2>S14 THEN MIN2=S14:FI22=7*PI/4
1190 IF MIN2>S15 THEN MIN2=S15:FI22=0
1200 IF MIN2>S16 THEN MIN2=S16:FI22=PI/2
1210 IF MIN2>S17 THEN MIN2=S17:FI22=PI
1220 IF MIN2>S18 THEN MIN2=S18:FI22=3*PI/2
1230 S21=S1+M1
1240 S22=S1+M5
1250 S23=S1+M9
1260 S24=S1+M13
1270 S25=S3+M3
1280 S26=S3+M7
1290 S27=S3+M11
1300 S28=S3+M15
1310 MIN3=S21
1320 FI23=PI/8
1330 IF MIN3>S22 THEN MIN3=S22:FI23=5*PI/8
1340 IF MIN3>S23 THEN MIN3=S23:FI23=9*PI/8
1350 IF MIN3>S24 THEN MIN3=S24:FI23=13*PI/8
1360 IF MIN3>S25 THEN MIN3=S25:FI23=3*PI/8
1370 IF MIN3>S26 THEN MIN3=S26:FI23=7*PI/8
1380 IF MIN3>S27 THEN MIN3=S27:FI23=11*PI/8
1390 IF MIN3>S28 THEN MIN3=S28:FI23=15*PI/8
1400 S31=S1+M3
1410 S32=S1+M7
1420 S33=S1+M11
1430 S34=S1+M15
1440 S35=S3+M1

```

```

1450 S36=S3+M5
1460 S37=S3+M9
1470 S38=S3+M13
1480 MIN4=S31
1490 FI24=3*PI/8
1500 IF MIN4>S32 THEN MIN4=S32:FI24=7*PI/8
1510 IF MIN4>S33 THEN MIN4=S33:FI24=11*PI/8
1520 IF MIN4>S34 THEN MIN4=S34:FI24=15*PI/8
1530 IF MIN4>S35 THEN MIN4=S35:FI24=PI/8
1540 IF MIN4>S36 THEN MIN4=S36:FI24=5*PI/8
1550 IF MIN4>S37 THEN MIN4=S37:FI24=9*PI/8
1560 IF MIN4>S38 THEN MIN4=S38:FI24=13*PI/8
1570 MIN=MIN1
1580 FI2=FI21
1590 IF MIN>MIN2 THEN MIN=MIN2:FI2=FI22
1600 IF MIN>MIN3 THEN MIN=MIN3:FI2=FI23
1610 IF MIN>MIN4 THEN MIN=MIN4:FI2=FI24
1620 S0=MIN1
1630 S1=MIN2
1640 S2=MIN3
1650 S3=MIN4
1660 ARE=COS(FI1-FI2+TETA)+RG*COS(FI2)+IG*SIN(FI2)
1670 AIM=SIN(FI1-FI2+TETA)-RG*SIN(FI2)+IG*COS(FI2)
1680 FAZFARKI=ATN(AIM/ARE)
1690 TOPLAM=TOPLAM+FAZFARKI
1700 SAYAC=SAYAC+(FAZFARKI)^2
1710 FI1A=FI1*180/PI
1720 FI2A=FI2*180/PI
1730 PRINT ST,FI1A,FI2A," ",K
1740 ST=SG
1750 NEXT K
1760 ORTFAZ=3*TOPLAM/N
1770 ORTKARE=3*SAYAC/N
1780 STANSAP=SQR(ABS(ORTKARE-ORTFAZ^2))
1790 STANACI=STANSAP*180/PI
1800 ORTACI=ORTFAZ*180/PI
1810 PRINT ACI,ORTACI,STANACI
1820 END

```

ÖZGEÇMİŞ

1967 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Yedikule İlk Okulu ve Yedikule Lisesinde tamamladıktan sonra 1984 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik - Elektronik Fakültesi Elektronik ve Haberleşme bölümünde okumaya hak kazandı. 1988 yılında lisans öğrenimini tamamlayarak aynı bölümde yüksek lisans öğrenimine başladı.