

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN
YÜKSEK BAŞARIMLI İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sami BİNOL

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

MAYIS 2014

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN
YÜKSEK BAŞARIMLI İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Sami BİNOL
(504111329)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. H.Ümit AYGÖLÜ

MAYIS 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504111329 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Sami BİNOL**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **“UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN YÜKSEK BAŞARIMLI İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM”** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. H.Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. H.Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. M.Ertuğrul ÇELEBİ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Hacı İLHAN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **5 Mayıs 2014**
Savunma Tarihi : **30 Mayıs 2014**

Aileme,

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim boyunca ve çalışmalarımın her aşamasında bilgisini, tecrübesini, zamanını ve desteğini esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. H.Ümit Aygölü'ne sonsuz saygı ve şükranlarımı sunarım. Bugüne kadarki yaşadığım zorlu ve sıkıntılı süreçlerde hep yanımda olan anneme, babama ve kardeşlerime verdikleri destekten dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca yüksek lisans öğrenimim boyunca verdiği maddi desteklerinden dolayı TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na (BİDEB) teşekkürü bir borç bilirim.

Saygılarımla...

Mayıs 2014

Sami BİNOL
(Telekomünikasyon Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar.....	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları	4
2. UZAYSAL MODÜLASYON	7
2.1 Uzaysal Modülasyonun Çalışma Mantığı	8
2.3 Uzaysal Modülasyon’da İşaret Modeli	9
2.4 Uzaysal Modülasyon’da Alıcı Yapısı	10
2.5 Uzaysal Modülasyon’un Avantajları.....	11
2.6 Uzaysal Modülasyon’un Dezavantajları	12
3. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU.....	13
3.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu’nda Verici Yapısı	13
3.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu’nda İşaret Modeli	14
3.3 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu’nda Alıcı Yapısı	15
4. İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM.....	21
4.1 İşbirlikli İletişim Yöntemleri.....	22
4.1.1 Kuvvetlendir-ve-aktar Röleli İşbirlikli İletişim	22
4.1.2 Çöz-ve-aktar Röleli İşbirlikli İletişim	23
4.1.3 Kodlamalı İşbirlikli İletişim.....	24
4.2 İşbirlikli İletişim Protokolleri.....	25
4.2.1 Sabit Röleli İletişim	26
4.2.2 Seçici Röleli İletişim.....	26
4.2.3 Artırımlı Röleli İletişim	26
4.3 Yüksek Başarımlı İşbirlikli Demodülasyon	27
4.3.1 Tek Röleli Çöz-ve-aktar İşbirlikli İletişim Sistem Modeli	28
4.3.2 Röle Üzerinden Giden İşaretin Hata Olasılığı İfadesi	29
4.3.3 Çöz-ve-aktar Röleli İletim İçin İşbirlikli En Büyük Oran Birleştirme Yöntemi.....	30
4.3.4 İşbirlikli En Büyük Oran Birleştirme Yöntemi İçin Bit Hata Olasılığı Analizi	31
5. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONUNUN BAŞARIMI	37
5.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu’nun Literatürde Verilen Başarım İfadeleri	37

5.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda Yeni Birleşim Üst Sınır İfadesi	42
5.3 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama & Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonlarının Başarım Karşılaştırması	47
6. İŞBİRLİKLİ UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU	51
6.1 Kuvvetlendir-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama	51
6.2 Yeni Önerilen İşbirlikli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonlu Sistemler	55
6.2.1 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	56
6.2.1.1 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunda $Nt = 2$ İçin Bit Hata Olasılığı	58
6.2.1.2 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunda $Nt \geq 2$ İçin Bit Hata Olasılığı	60
6.2.2 Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	67
6.2.2.1 $Nt = 2$ İçin Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	68
6.2.2.2 $Nt \geq 2$ İçin Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	80
7. SONUÇ	93
KAYNAKLAR	95
ÖZGEÇMİŞ	97

KISALTMALAR

AWGN	: Additional White Gaussian Noise
BER	: Bit Error Rate
BPSK	: Binary Phase Shift Keying
C-MRC	: Cooperative Maximal Ratio Combining
CRC	: Cyclic Redundancy Check
dB	: Decibel
MIMO	: Multi-input multi-output
ML	: Maximum Likelihood
MRC	: Maximal Ratio Combining
OFDM	: Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
QAM	: Quadrature Amplitude Modulation
SM	: Spatial Modulation
SNR	: Signal-to-noise Ratio
SSK	: Space Shift Keying
V-BLAST	: Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Uzaysal modülasyonda $N_t = 8$ anten için etkin anten ve $M = 2$ için bit bloğuna göre değişen modülatör çıkışı	9
Çizelge 3.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 8$ anten için etkin antenin ve $\mathbf{x}$ vektörünün durumu	14
Çizelge 5.1 : $N_t = 2$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları	42
Çizelge 5.2 : $N_t = 2$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları	44
Çizelge 5.3 : $N_t = 2$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları	47

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Uzaysal modülasyon sistem modeli.	8
Şekil 3.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sistem modeli.	13
Şekil 4.1 : En temel haliyle işbirlikli iletişim modeli.	21
Şekil 4.2 : Kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim.	23
Şekil 4.3 : Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim.	24
Şekil 4.4 : Kodlamalı röleli iletişim.	25
Şekil 4.5 : Kaynak, röle ve hedeften oluşan işbirlikli iletişim modeli.	28
Şekil 4.6 : Tek yol gibi düşünülen kaynak-röle-hedef iletim hattı.	30
Şekil 4.7 : BPSK kullanılan tek röleli çöz-ve-aktar sistem için MRC ve C-MRC başarımı.	34
Şekil 4.8 : BPSK kullanılan tek röleli çöz-ve-aktar sistemde γ_{eq} ve γ_{min} için C-MRC başarımı.	35
Şekil 5.1 : SSK'da kaynakta $N_t = 2$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	39
Şekil 5.2 : SSK'da kaynakta $N_t = 4$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	40
Şekil 5.3 : SSK'da kaynakta $N_t = 8$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	41
Şekil 5.4 : SSK'da kaynakta $N_t = 2$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	43
Şekil 5.5 : SSK'da kaynakta $N_t = 4$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	45
Şekil 5.6 : SSK'da kaynakta $N_t = 8$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	46
Şekil 5.7 : SSK ve BPSK modülasyonlarının hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımlarını karşılaştırması.	48
Şekil 5.8 : SSK ve QPSK modülasyonlarının hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 için kuramsal ve benzetimsel BER başarımlarını karşılaştırması.	49
Şekil 6.1 : Kuvvetlendir-ve-aktar röleli SSK modülasyon sistemi modeli.	51
Şekil 6.2 : $N_t = 2$ anten için kuvvetlendir-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	53
Şekil 6.3 : $N_t = 8$ anten için kuvvetlendir-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.	54
Şekil 6.4 : Çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonu sistem modeli.	56
Şekil 6.5 : $N_t = 2, 4, 8$ anten için farklı SNR'larda bilgisayar benzetimleriyle elde edilen P_{x,N_t} değerleri.	62
Şekil 6.6 : $N_t = 4$ anten için kaynak-hedef ve röle-hedef arası SNR'ların farkına göre değişen P_{x,N_t} değerleri.	63

Şekil 6.7 : $N_t = 2$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı	64
Şekil 6.8 : $N_t = 4$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı	65
Şekil 6.9 : Artan kaynak-röle arası SNR'da $N_t = 8$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı	66
Şekil 6.10 : Yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunda tek yol gibi düşünülen kaynak-röle-hedef iletim hattı.....	69
Şekil 6.11 : $N_t = 2$ anten için yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı	87
Şekil 6.12 : $N_t = 4$ anten için yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı	88
Şekil 6.13 : $N_t = 8$ anten için yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun farklı kanal-hedef arası SNR'larda benzetimsel BER başarımı	89
Şekil 6.14 : $N_t = 2$ anten için işbirliksiz ve işbirlikli SSK modülasyonunun benzetimsel BER başarı	90
Şekil 6.15 : $N_t = 8$ anten için işbirliksiz ve işbirlikli SSK modülasyonunun benzetimsel BER başarı	91

UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN YÜKSEK BAŞARIMLI İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM

ÖZET

Son yıllarda ses ve veri iletiminde artan kullanım oranlarını karşılamak amacıyla çok-giriş çok-çıkışlı telsiz iletişim sistemleri ortaya atılmıştır. Bu çalışmada, çok-giriş çok-çıkışlı sistemlerin sahip olduğu karmaşıklık ve maliyet gibi olumsuzlukları en aza indirirken başarımdan ödün vermeksizin yüksek veri hızları sağlayan uzaysal modülasyon ve onun özel bir biçimi olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ele alınmaktadır. Uzaysal modülasyonda bilgi genlik/faz modülasyonlarının yanında birden fazla anten arasından belirlenen etkin anten indisleri de kullanılarak hedefe iletilmekte iken uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda bilgi iletimi için yalnızca etkin anten indisinden yararlanılmaktadır. Bu çalışmada, literatürde uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun Rayleigh sönümlemeli kanallardaki bit hata başarımı için literatürde verilene kıyasla bilgisayar benzetim sonuçlarıyla daha uyumlu bir birleşim üst sınırı verilmiştir. Artan modülasyon düzeyi ve alıcı anten sayısı ile birlikte uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun hata başarımının, yalnız genlik/faz modülasyonunun kullanıldığı durumdaki hata başarımını geçtiği bilgisayar benzetimleriyle gösterilmiştir.

Uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonu, her işaretleşme aralığında belli sayıda verici antenden yalnız birinin etkin hale getirilmesine dayandığından klasik biçimiyle verici çeşitlemesi sağlamamaktadır. Tez çalışmasının ikinci aşamasında, uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonunu işbirlikli iletişim ile bütünleştiren, literatürde verilen yapılar ele alınmış, işaretlerin bir röle üzerinden kestirilip tekrar hedefe iletildiği çöz-ve-aktar tekniği uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonuna uyarlanarak kuramsal hata başarım analizi yapılmıştır. Basitlik, hızlı çalışma ve düşük karmaşıklık gibi avantajlarına karşın çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun başarımının büyük ölçüde rölenin hata başarımına bağlı olduğu ve çeşitleme kazancı sağlamadığı gösterilerek hedefte karar verilirken rölenin olumsuz etkilerini en aza indiren yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu yeni bir işbirlikli sistem önerilmiştir. Önerilen sistemin hata başarımının klasik çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımına olan üstünlüğü, sağladığı çeşitleme kazancı, birleşim üst sınırına dayalı kuramsal analizlerle ve bilgisayar benzetim sonuçlarıyla ortaya konmuştur. Kuramsal hata analizi önce iki verici anten için gerçekleştirilmiş daha sonra genel anten sayısı için genelleştirilmiştir. Son olarak, tezde ele alınan işbirliksiz ve işbirlikli uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemlerin başarımları bir arada verilerek karşılaştırmalar yapılmıştır.

HIGH PERFORMANCE COOPERATIVE COMMUNICATION FOR SPACE SHIFT KEYING MODULATION

SUMMARY

In recent years, multi-input multi-output (MIMO) wireless telecommunication systems has been proposed to meet the increasing usage ratios for voice and data transmission. Multi-input multi-output systems can be used in different ways in order to achieve multiplexing, diversity and antenna gains. Beside their advantages, multi-input multi-output systems also have disadvantages such as inter-channel interference, inter-antenna synchronization and multiple radio frequency chains.

- Inter-channel interference: Multiple antenna channels of one transmitter transmitting at the same time interfere to each other's.
- Inter-antenna synchronization: Especially for space-time based systems, transmitting all symbols at the same time is required for the best performance.
- Multiple radio frequency chains: In order to make multiple antenna work, every antenna needs its hardware.

In this study, spatial modulation, which achieves high data rates without sacrificing the performance while minimizing disadvantages of multi-input multi-output (MIMO) systems like complexity and cost, is discussed firstly. Data is transmitted to the destination by using active antenna indices chosen from a few antennas in addition to amplitude/phase modulations in spatial modulation. Spatial modulation transmitter has a combined modulator which performs amplitude/phase and antenna indice modulations. One part of transmitted bit block determines the amplitude/phase modulated symbol and the other assigns the active antenna. In order to decide the transmitted bit block, receiver estimates which symbol is sent from which transmitter antenna.

Sub-optimum and optimum detection rules, which are given in the literature, are explained for spatial modulation receiver. In sub-optimum receiver, active antenna indice is detected firstly using maximal ratio combining (MRC). Secondly, amplitude/phase modulated symbol is estimated with demodulation function. In optimum receiver, all possible antenna indices and amplitude/phase modulated symbols are tested at the same time using maximum likelihood (ML) rule. For spatial modulation, its own advantages and disadvantages are listed finally.

After that, space shift keying modulation, which is special and simpler version of the spatial modulation because of disabling amplitude/phase modulation and using only active antenna indices, is studied in detail. Using maximum likelihood detection rule given in the literature, obtaining pairwise error probability for space shift keying modulation is explained. In this study, a new union bound is given for the bit error probability of space shift keying modulation in Rayleigh fading channels, which is more consistent with the simulation results compared to that given in the literature. It is shown that with increasing modulation level and receiver antenna number, the

error performance of space shift keying modulation exceeds that of the system where amplitude/phase modulation is used.

Cooperative communication, which emerged as an alternative of multi-input multi-output system, is investigated shortly in this study. Being a kind of virtual multi-input multi-output system, cooperative communication has different methods determined according to transmitting form of relay. These methods are classified in three topics: amplify-and-forward relaying, detect-and-forward relaying and coded cooperation. Cooperative communication protocols, which assigns the working behavior of the relay and receiver, are also explained. They are fixed relaying, selective relaying and incremental relaying. Then, high performance demodulation technique in the literature for decode-and-forward relaying using classical amplitude/phase modulations is explained in detail. For decode-and-forward relaying, maximum diversity gain can be achieved in amplitude/phase modulations by maximal ratio combining (MRC). Nevertheless, maximal ratio combining can't obtain exact diversity gain. So, a new technic called cooperative-maximal ratio combining (C-MRC) is developed [20]. C-MRC doesn't use only relay-destination parameters when estimating the signal coming from source. Taking into account source-relay-destination transmitting line as a single way, an adaptive weight coefficient for this way is calculated. This coefficient is used to weighting the relay's effect when deciding in the destination. Thanks to the weighting, full diversity gain can be achieved.

Space shift keying modulation with its classical form doesn't provide transmit diversity. It is because; only one antenna of a few antennas is active during every signaling interval. In the second part of thesis study, systems integrating space shift keying modulation with cooperative communication in the literature are discussed. In this context, amplify-and-forward relayed space shift keying modulation is described briefly. Its performance is given with theoretical and simulation curves. It is assumed that one amplify-and-forward relay with one receiving and transmitting antenna amplifies the signal coming from source with a specific gain value and forward it to destination. Destination estimates the signal utilizing source-destination and relay-destination lines both. Exact diversity gain is achieved in the destination by the amplify-and-forward relayed space shift keying modulation.

After the amplify-and-forward relayed space shift keying modulation, decode-and-forward relayed cooperative communication methods proposed to space shift keying modulation in the literature are analyzed and it is explained that these methods work under some assumptions. So, classical detect-and-forward relaying method working under any assumptions and being complexity-free is adapted to space shift keying modulation in this study. In classical detect-and-forward relaying, relay just estimate the signal coming from source and send it to the destination. Theoretical error performance analysis of detect-and-forward relayed space shift keying modulation is derived considering the relay. Probability of making erroneous decision in the destination in case of relay makes mistake is explained. It is shown that when relay sends erroneous signal, bit error probability in the destination gets constant with high signal-to-noise ratio and approaches to one with increasing transmitting antenna number. The performance of detect-and-forward relayed space shift keying modulation and effect of relay to the performance are showed with the theoretical and simulation results.

Despite of its advantages such as simplicity, fast working, and low-complexity, it is showed that the performance of decode-and-forward relayed space shift keying modulation is highly dependent on the error performance of relay and does not provide diversity gain. So, a new cooperative scheme called high performance decode-and-forward relayed space shift keying modulation which minimizes the negative effects of relay when deciding in the destination is proposed. In the high performance decode-and-forward relayed space shift keying modulation, relay's effect on deciding in the destination is weighted adaptively by modifying detection rule with a weight coefficient. It is calculated by using the Euclidian distance between channel fading coefficients affecting the performance of space shift keying modulation directly. Firstly, weights of source-relay and relay-destination lines are calculated instantaneously, then weight of source-relay-destination line considered as a single transmission line like in C-MRC is obtained by the smallest of two weights.

The superiority of the proposed system's error performance over classical decode-and-forward relayed system's and its diversity gain are introduced with theoretical analysis based on the union bounding technique and computer simulation results. To derive the bit error probability of the high performance decode-and-forward relayed space shift keying modulation system, condition of the signal coming from the relay and two possible weight coefficients are considered. Theoretical error analysis is firstly performed for two transmitter antennas and then it is generalized for all number of transmitter antennas.

Finally, comparisons are made between performances of noncooperative and cooperative space shift keying modulation systems which is discussed in the thesis. Simulation results are given for different numbers of transmitting antennas. The performance of the high performance decode-and-forward relayed space shift keying modulation is superior than decode-and-forward relayed space shift keying modulation and very close to the amplify-and-forward relayed space shift keying modulation with its diversity gain.

1. GİRİŞ

1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

Son yıllarda çok hızlı gelişen gezgin iletişim teknolojileri artan kullanım oranlarını beraberinde getirmiştir. Geleneksel olarak ses iletiminde kullanılan telsiz teknolojileri büyük bir dönüşüm geçirmiş, başta video ve internet hizmetleri olmak üzere çeşitli birçok yüksek veri aktarımı gerektiren uygulamayı destekler hale gelmiştir. Bu servisleri belirli bir kalitede sağlayabilmek için yüksek veri hızlarının yanında iyi bir hata başarımına ihtiyaç bulunmaktadır. Fakat çok yollu işaret yayılımı sonucu oluşan sönümlemenin şekillendirdiği telsiz kanal karakteristiği her ikisini aynı anda sağlayamamaktadır.

Yüksek veri hızı ihtiyacını hata başarımından ödün vermeden sağlayabilme arayışı çok antenli teknikleri ortaya çıkarmış, son yıllardaki teknolojik araştırmalar çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler üzerine yoğunlaşmıştır [1]. Çoğullama, çeşitlilik sağlama ve anten kazançları gibi avantajlarıyla öne çıkan MIMO teknikleri sistem karmaşıklığı ve maliyet artışlarını doğuracak bazı dezavantajlara sahiptir. Bunlardan en önemlileri, çoklu simgelerin uzayda ve zamanda birlikte kullanımından kaynaklanan kanallar arası girişim, yüksek başarımlı sağlamak için gerekli olan antenler arası eşzamanlamanın zorluğu ve aynı anda birçok antenden iletim yapabilmek için gerekli olan çoklu anten donanım gerekliliğidir.

Bu olumsuzluklar MIMO sistemlerin gerçekleştirilebilirliğini özellikle kullanıcı tarafındaki gezgin aygıtlar için zorlaştırmaktadır. Bu durum, MIMO sistemleri daha verimli ve gerçekleştirilebilir hale getirecek yeni araştırmaların önünü açmış, uzaysal modülasyonun ortaya çıkışına neden olmuştur. Sistem karmaşıklığını ve çoklu antenlerin maliyetini en aza indirmeyi hedeflerken, başarımdan ödün vermeksizin yüksek veri hızlarını sağlamayı amaçlayan uzaysal modülasyon özellikle düşük karmaşıklıkla alıcı-verici yapısı ve yüksek band verimliliğiyle öne çıkmaktadır [2]. İletim sırasında tek antenin kullanılıyor olması, çoklu antenlerle yapılan iletim sırasında karşılaşılan antenler arası girişimi, eşzamanlama ihtiyacını ve donanımsal

gereklikleri ortadan kaldırmıştır. Modülasyon tipi olarak en temel modülasyonların kullanılabilir olması da bir diğer avantaj olarak göze çarpmaktadır.

Bilgi bitlerini, iletilecek bite göre seçilen farklı simgeler ve etkin anten numaralarıyla taşıyan uzaysal modülasyon ilk olarak [3] ve [4]'de önerilmiştir. Band verimliliğini arttıran bu yöntemin alıcı yapısı en büyük oran birleştirme (MRC) algoritması üzerine kurulmuştur. Dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM) iletim tekniğinin Rayleigh kanalda kullanıldığı çalışmada uzaysal modülasyon, bilinen çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemlerden olan V-BLAST ve Alamouti uzay zaman blok kodu ile karşılaştırılmıştır. Sistem karmaşıklığı açısından avantajlı olan uzaysal modülasyonun, verici ve alıcı anten sayısı seçiminde bir kısıtlamaya ihtiyacı olmadığı, başarımlı açısından da diğer çok antenli algoritmalara göre önde olduğu gösterilmektedir [4].

[5]'de Jeganathan ve diğerleri tarafından önerilen yeni alıcı algoritmasıyla, [4]'de önerilen alıcı yapısının optimuma yakın olduğu gösterilmiş, yerine en büyük olabilirlik (ML) yöntemiyle çalışan ve optimum sonuç veren alıcı yapısı önerilmiştir. Alıcı tarafında simgeler en büyük olabilirlikle kontrol edilmekte, en olası simge ve anten indisine karar verilmektedir. Önerilen yeni algoritma için ortalama bit hata olasılığının kapalı biçim ifadesi verilmiştir. Nakagami kanal modeli için uzaysal modülasyonun başarımlı [6]'da incelenmiş, ilişkili ve ilişkisiz sönümlemeli kanallar için simge hata olasılık ifadeleri çok düzeyli dört evreli genlik modülasyonu (QAM) için elde edilmiştir. Renzo ve Haas'ın yaptığı çalışma [7] ile ise uzaysal modülasyonun genelleştirilmiş sönümleme kanalları için başarımlı temel modülasyon tipleri için elde edilmiş, başarımlı modülasyon tipiyle olan ilişkisi farklı sönümleme kanalları için ortaya konulmuştur.

Uzaysal modülasyonun ortaya atılmasından sonra, uzaysal modülasyonlu farklı yaklaşımlar da literatürde yerini almıştır. [8]'de uzaysal modülasyon ile uzay zaman blok kodlamayı birleştirirken her ikisinin avantajlarından yararlanan ve dezavantajlarını ortadan kaldıran uzay zaman blok kodlamalı uzaysal modülasyon tekniği önerilmiştir. Önerilen yöntemde bilgi bitleri, uzay ve zaman bölgelerinin yanı sıra anten indisleriyle de iletilerek, çok anten kullanımının sağladığı yüksek spektral verime ek olarak uzay zaman blok kodlama sayesinde kodlama ve çeşitleme kazançları elde edilmiştir. [9]'de Mesleh ve diğerleri uzaysal modülasyonun başarımlı ilintili kanallarda arttıracak kafes kodlamalı uzaysal modülasyonu

önermiştir. İletim yapılan antenler, mümkün olan en büyük etkileşmeme mesafesine dikkat edilerek seçilen anten kümelerine ayrılmakta böylece antenler arası ilinti en aza indirilmektedir.

Uzaysal modülasyonu kullanan farklı sistemlerin yanında uzaysal modülasyonun daha basit ve özel hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu da literatürde yerini almıştır. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu Jeganathan ve diğerleri tarafından önerilmiş [10], çalışmada çoklu verici ve alıcı anten durumları için kapalı biçimde üst sınır bit hata olasılığı ifadeleri elde edilmiştir. Genlik ve faz modülasyonu devre dışı bırakılarak sadece anten indisleriyle iletim yapılan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu'nda başarımdan çok fazla ödün vermeden sistem karmaşıklığı azaltılmıştır. Uzay kaydırmalı anahtarlama ile alıcı ve verici yapıları basitleşmiş, iletişim sistemleriyle tümleşme kolay hale gelmiştir.

Hem uzaysal modülasyonda hem de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda vericide çok sayıda anten bulunmasına rağmen, birim zamanda tek bir antenin etkin olması sistemin verici tarafında çeşitleme kazancı sağlanamamasına yol açmaktadır. Bu durumda çeşitleme kazancı sağlayabilecek bir diğer yöntem olan işbirlikli iletişim öne çıkmış, başarıma olan etkisi ve uygulanabilirliği literatürde yapılan farklı çalışmalarla incelenmiştir.

Mesleh ve diğerleri [11]'de çöz-ve-aktar tekniğiyle çalışan çok röleli işbirlikli iletişimi uzaysal modülasyon için önermiştir. Sadece kaynaktan gelen işareti doğru çözen rölelerin hedefe iletim yaptığı bu yöntem için bit hata olasılık ifadeleri verilmiş ve benzetimlerle doğrulanmıştır. [12]'de önerilen çöz-ve-aktar röleli uzaysal modülasyonda ise CRC temelli kodlama yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada rölede tek antenin olduğu karma sistemin başarımının, çeşitleme kazancı olmaksızın iyileştiği gösterilmiştir.

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için en basit haliyle çift atlamalı kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistem [13]'de Mesleh ve diğerleri tarafından önerilmiştir. Tek rölenin olduğu sistemde röle kaynaktan gelen işareti normalize edilmiş güç katsayısıyla çarparak hedefe iletmekte, alıcı röleden gelen işareti en büyük olabilirlik yöntemiyle kestirmektedir. Çift atlamalı sistemde kaynaktan hedefe doğrudan iletim olmayışı nedeniyle alıcıda çeşitleme kazancı elde edilememiştir. [14]'de yine Mesleh ve diğerleri bu sefer kaynakla hedef arasında doğrudan hattın da

olduğu çok röleli kuvvetlendir-ve-aktar, çöz-ve-aktar yapıları için asimptotik ortalama bit hata olasılık ifadelerini elde etmiştir. Çöz-ve-aktar röleli yapıda [11]'de olduğu gibi sadece, kaynaktan gelen işareti doğru çözdüğü bilinen rölelerin iletim yaptığı varsayılmıştır. Çalışmada, her iki işbirlikli iletişim yönteminde de artan röle sayısı ile başarımın ve çeşitleme derecesinin arttığı kuramsal olarak ve bilgisayar benzetimleriyle gösterilmiştir.

[15]'de Som ve Chockalingam tarafından önerilen işbirlikli sistemde artımlı röleli ve hedefte seçmeli birleştirmeli bir sistem önerilmiştir. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemde, iletim yapan antenler arası Öklid mesafelerini göz önünde bulundurarak kaynaktan gelen veya röleden gelen işaret arasında karar veren bir alıcı yapısı önerilmiştir. Yine aynı parametrenin belirlenen eşik değerinden küçük veya büyük oluşuna göre rölenin devreye girip girmemesine karar verilmektedir. [16]'da yine Som ve Chockalingam [14]'de çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunu bir ileri boyuta taşıyarak çok röleli ve çok atlamalı yapının hata başarımını kuramsal ve benzetim yöntemleriyle elde etmiştir. Sistemde çöz-ve-aktar rölelerin [11] ve [14]'de olduğu gibi kaynaktan gelen işareti doğru çözdüğünde iletim yaptığı varsayılmıştır.

1.2 Tezin Konuya Katkıları

Bu tez çalışmasında ilk olarak, çok-giriş çok-çıkışlı sistemlere özgü olan kanallar arası girişim, antenler arası eşzamanlama ve çok antenli donanım gereksinimleri gibi dezavantajları ortadan kaldırmak üzere literatürde önerilmiş olan uzaysal modülasyon ayrıntılı olarak anlatılmakta, genlik-faz modülasyonunu ve etkin anten indislerini kullanarak iletim yapan sistemin verici ve alıcı yapısı incelenmektedir. Sistemin alıcıda karar verirken kullandığı en iyiye yakın ve en iyi başarımı veren karar kuralları açıklanmaktadır. Yine, uzaysal modülasyonun kendine özgü avantajları ve dezavantajları sıralanmaktadır.

Daha sonra, tezin üçüncü bölümünde genlik-faz modülasyonunu devre dışı bırakarak sadece etkin anten indislerini kullanarak hedefe bilgi taşıdığı için uzaysal modülasyonun özel bir hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu incelenmektedir. Kaynaktan hedefe iletilen bit dizisinin hedefte kestirilmesi için literatürde verilen karar verme kuralı kullanılarak çiftsel hata olasılığının elde edilişi ayrıntılı olarak verilmekte, 5. bölümde ayrıntılı olarak açıklanacak birleşim üst sınırı

kullanılarak uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun düzeltilmiş ortalama bit hata olasılığı ifadesi verilmektedir.

Dördüncü bölümde, çok-girişli çok-çıkışlı sistemlere alternatif olarak ortaya çıkan ve bir nevi sanal çok-girişli çok-çıkışlı sistem olma özelliği taşıyan işbirlikli iletişim yöntemleri anlatılmakta, işbirlikli iletişimde rölenin ve alıcının çalışma biçimlerini belirleyen işbirlikli iletişim protokolleri kısaca açıklanmaktadır. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için bu tezde önerilen yüksek başarılı çöz-ve-aktar işbirlikli röleli sisteme ışık tutan ve klasik genlik-faz modülasyonunun kullanıldığı çöz-ve-aktar röleli sistemde yüksek başarımlı sağlayan demodülasyon tekniği de bu bölümde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Tezin beşinci bölümünde ilk olarak, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için literatürde verilen gevşek birleşim üst sınırının hatalı olduğu gösterilerek, yeni bit hata olasılığı birleşim üst sınırının elde edilişi açıklanmaktadır. Kuramsal ve bilgisayar ortamında elde edilen benzetimsel eğrilerle yeni üst sınırın üstünlüğü açık olarak gösterilmektedir. Daha sonra band verimlilikleri aynı olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonlarının başarımları benzetimsel eğrilerle karşılaştırılmakta, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun başarımlarını artan modülasyon derecesiyle yakaladığı, artan alıcı anten sayısı ile geçtiği gösterilmektedir.

Altıncı bölümde, işbirlikli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu irdelenmekte ve yeni yaklaşımlar ortaya koyulmaktadır. Bu kapsamda ilk olarak literatürde önerilen kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu kısaca anlatılmakta, başarımları kuramsal ve benzetimsel eğrilerle ortaya koyulmaktadır. Daha sonra, rölenin kaynaktan gelen işareti kestirip hedefe yolladığı klasik çöz-ve-aktar tekniği uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonuna uyarlanmaktadır. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin geliştirilmiş ortalama bit hata olasılık ifadesi elde edilmekte, rölenin hata yaptığı durumda hedefte karar verme olasılığının nümerik olarak hesaplanması ayrıntılı olarak açıklanmaktadır. Rölenin çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımlarına olan etkisi elde edilen kuramsal ve benzetimsel eğrilerle gösterilmektedir. Buradan yola çıkarak, hedefte karar verirken kaynak-röle arası kanalların durumunu karara anlık olarak yansıtan uyarlamalı bir demodülasyon tekniği önerilmektedir. Yüksek başarılı çöz-

ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu adı verilen bu yeni yönteme ait bit hata olasılık ifadelerinin elde edilişı ayrıntılı olarak açıklanmakta, sistemin başarımı ve çeşitleme kazancı verilen kuramsal ve benzetimsel eğrilerle gösterilmektedir.

Son olarak, tek yollu uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu başta olmak üzere literatürde önerilen kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistem, yeni önerilen çöz-ve-aktar röleli sistem ve yeni önerilen yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları bir arada verilen benzetim eğrileriyle karşılaştırılmaktadır.

2. UZAYSAL MODÜLASYON

Çok antenli sistemlerin telsiz iletişimi açısından son yıllarda artan önemi bu alanda yapılacak birçok çalışmanın önünü açmıştır. Çok-girişli çok-çıkışlı sistemler çoğullama, çeşitleme veya anten kazançları sağlamak için farklı şekillerde kullanılabilir [2]. Fakat elde edilen kazançların yanında bazı dezavantajlarda ortaya çıkmaktadır. Bu olumsuzluklar aşağıda sıralanan üç ana nedenden kaynaklanmaktadır.

- Kanallar arası girişim: Aynı vericinin aynı anda iletim yapan birden fazla anteninin oluşturduğu kanalların birbirine karışması
- Antenler arası eşzamanlama gereksinimi: Özellikle uzay-zaman temeli sistemlerde tüm simgelerin aynı anda iletilme gerekliliği
- Çok antenli donanım gereksinimi: Birden fazla antenin aynı anda çalışabilmesi için her antenin donanımsal gereksinimleri

Belirtilen olumsuzluklar çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin gerçekleştirilebilirliğini zora sokmuş, olumsuzlukları ortadan kaldırırken avantajları koruyan yeni yöntem arayışlarını hızlandırmış ve uzaysal modülasyonu ortaya çıkarmıştır. Uzaysal modülasyon, geleneksel olarak genlik ve faz modülasyonları için kullanılan verici antenlerin indislerini fazladan boyut ve kapasite sağlamak için kullanabilme yeteneğine sahip ilgi çeken çok-girişli çok-çıkışlı bir yöntemdir [12].

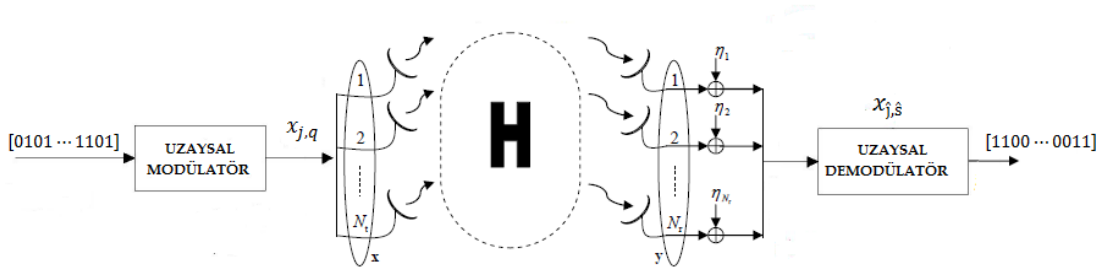
Uzaysal modülasyonda anten indislerinin bilgi iletimi için kullanılması birim zamanda tek antenin etkin olması gerekliliğini getirir. Bu durumda, çok-girişli çok-çıkışlı sistemlere ait yukarıda anlatılan olumsuzluklar doğrudan ortadan kalkmaktadır. İletim ünitesinde çok sayıda anten olmasına rağmen, birden fazla antenin aynı anda iletim yapmaması uzaysal modülasyon ile diğer çok-girişli çok-çıkışlı sistemler arasındaki temel farklılığı oluşturmaktadır. Her antene has olan uzaysal pozisyonun bilgi kaynağı olarak kullanılması uzaysal modülasyonu aslında iletim-anten-indis-kodlamalı modülasyon yapmaktadır [2].

2.1 Uzaysal Modülasyonun Çalışma Mantığı

Uzaysal modülasyonda hangi antenin, dolayısıyla hangi kanalın kullanılacağına giriş bitlerine göre karar verilir. Çünkü bu durum iletilen genlik-faz modülasyonlu işarete başka bir boyut kazandırmakta ve anten indisleriyle de işaretin bir kısmının modüle edilmesine imkan vermektedir. Genel haliyle uzaysal modülasyonda ana fikir, bilgi bit bloğunu

- Geleneksel genlik-faz modülasyonu ile elde edilen simgeleri
- Bit dizisine göre seçilen (etkin) anteni

kullanarak iletmektir. Genlik ve faz modülasyonundan gelen iki boyuta ek olarak anten uzayının getirdiği boyutla uzaysal modülasyon işaret ve uzay bilgisini birleştiren toplam üç boyutlu bir modülasyon olarak ifade edilebilir [2]. Uzaysal modülasyonun sistem modeli temel olarak Şekil 2.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.1 : Uzaysal modülasyon sistem modeli.

Uzaysal modülasyonun sistem modeli temel olarak Şekil 2.2'deki gibi gösterilebilir. Uzaysal modülasyon vericisi, genlik-faz ve anten indisi modülasyonlarını gerçekleştirerek her ikisini birleştiren karma bir modülatör olarak ifade edilebilir. N_t vericideki anten sayısı, M kullanılan genlik-faz modülasyonunun derecesi olmak üzere; vericide gönderilmeye hazır $\log_2(M \cdot N_t)$ bitten oluşan bit bloğu iki alt bloğa ayrılır. Bu ayrım $\log_2(N_t) + \log_2(M)$ 'e göre yapılmalıdır. $\log_2(N_t)$ iletim anten sayısına göre değişir ve antenlerle kaç bitin temsil edileceğini gösterir. $\log_2(M)$ ise genlik-faz modülasyonu ile kaç bitin gösterileceğini belirler. Yani bir alt bloğun modülasyon derecesini anten sayısı, diğer alt bloğun modülasyon derecesini kullanılan genlik-faz modülasyonunun derecesi belirler. Verici kodlama yaparken, ilk alt blok hangi antenin etkin olacağına, ikinci alt blok etkin olan antenden hangi simgenin iletileceğine karar vermeye yarar. Örnek olarak, birim zamanda 3 bitin

iletileceği bir sistem dikkate alınsın. İlk 2 bit anten indisleriyle, son bit BPSK modülasyonu kullanılarak simgelerle ifade edilsin. Bu durumda bit bloğuna göre değişen etkin anten ve işaret durumu Çizelge 2.1’deki gibi olacaktır.

Çizelge 2.1: Uzaysal modülasyonda $N_t = 4$ anten ve $M = 2$ için bit bloğuna göre değişen modülatör çıkışı.

Bit Bloğu	Anten indisleriyle ifade edilecek bitler	BPSK ile ifade edilecek bitler	Modülatör Çıkışı	
			Etkin Anten	İletilen İşaret
000	00	0	1	s_0
001	00	1	1	s_1
010	01	0	2	s_0
011	01	1	2	s_1
100	10	0	3	s_0
101	10	1	3	s_1
110	11	0	4	s_0
111	11	1	4	s_1

2.3 Uzaysal Modülasyon’da İşaret Modeli

N_t : Verici anten sayısı,

N_r : Alıcı anten sayısı,

$m = \log_2(M \cdot N_t)$: Birim zamanda iletilen bit sayısı,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$: İşaret vektörü,

j : Etkin olan antenin indisi,

x_q : Genlik-faz modülasyonu ile belirlenen işaret,

$\mathbf{H}$: $N_r \cdot N_t$ boyutlu, elemanları kanal sönmüleme katsayıları olan kanal matrisi,

$\mathbf{h}_j$: $\mathbf{H}$ ’nin j . sütunu,

$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{N_r}]^T$: N_r boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) vektörü,

ρ : Alıcı antendeki işaret-gürültü oranı (SNR)’ı göstermek üzere,

$CN(0,1)$: 0 ortalamalı 1 varyanslı kompleks Gauss dağılımını göstermek üzere;

$\mathbf{H}$ ve $\boldsymbol{\eta}$, $CN(0,1)$ ’e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluştuğuna göre hedefte alınan işaret,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (2.1)$$

ile ifade edilebilir. Kanal matrisi $\mathbf{H}$ ile çarpılan işaret vektörü $\mathbf{x}$, iletilecek bit bloğuna göre etkin olacak anten indisi göz önünde bulundurularak;

$$\mathbf{x}_{jq} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & x_q & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$\uparrow$
 $j. \text{ konum}$

(2.2)

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hedefte alınan işaret $\mathbf{y}$,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j \mathbf{x}_q + \boldsymbol{\eta}$$
(2.3)

şeklinde yeniden ifade edilebilir.

2.4 Uzaysal Modülasyon'da Alıcı Yapısı

Uzaysal modülasyonlu sistemlerde her verici-alıcı anten arası iletim ortamı farklı bir kanal özelliği taşımaktadır. Kanallar arası bu farklılık iletilen işareti doğal olarak modüle etmektedir [2]. Alıcının aldığı işaretleri çözebilmesi için iletim yapılan kanal sönümleme katsayılarının bilindiği varsayılır. Meslek ve diğerleri tarafından önerilen [3] uzaysal modülasyonda alıcı yapısı en büyük oran birleştirme yöntemiyle karar vermektedir. $\mathbf{h}_j$, $\mathbf{H}$ 'nin j . sütununu ve $\mathbf{h}_j^H$, $\mathbf{h}_j$ vektörünün Hermitian'ını gösterebilir. $j = 1 : N_t$ için alıcının karar yöntemi

$$k_j = \mathbf{h}_j^H \mathbf{y}$$
(2.4)

$$\mathbf{k} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_{N_t}]^T$$
(2.5)

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmax}} \ ||\mathbf{k}||_F$$
(2.6)

$$\hat{s} = D(k_{(j=\hat{j})})$$
(2.7)

olarak verilebilir [3]. $\hat{j}$ kestirilen anten indisini, $\hat{s}$ kestirilen simgeyi göstermektedir. Burada alıcı ilk olarak $\mathbf{h}_j$ vektörünün Hermitian'ı ile alınan işaret $\mathbf{y}$ 'yi çarpmakta, bu çarpımı her j için hesaplayarak oluşturduğu $\mathbf{k}$ vektörünün Frobenius normunu en büyük yapan j değerini bularak vericiden gelen işaretin hangi antenden gönderildiğini kestirmektedir. Daha sonra bu bilgi ışığında, $k_{\hat{j}}$ 'ya genlik-faz demodülasyon fonksiyonu, $D(\cdot)$, uygulanmakta ve gönderilen simge, $\hat{s}$ tahmin edilmektedir. Son olarak tahmin edilen anten indisi ve simge bilgileri kullanılarak gönderilen bit dizisi çözümlenmektedir. Fakat bu alıcının karar yönteminin alt-optimum olduğu gösterilerek en iyi başarıyı veren en büyük olabilirlik yöntemiyle karar veren

optimum alıcı önerilmiştir [5]. Optimum alıcıda kaynaktan hangi simgenin hangi antenden gönderildiğine ayrı ayrı değil, aynı anda karar verilir. Alıcı, $1 \leq j \leq N_t$ ve $1 \leq s \leq M$ olmak üzere tüm kombinasyonları kullanarak;

$$[\hat{j}, \hat{s}] = \underset{j,s}{\operatorname{argmaks}} p_Y(\mathbf{y} | x_{js}, \mathbf{H}) \quad (2.8)$$

$$[\hat{j}, \hat{s}] = \underset{j,s}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j x_s\|_F^2$$

şeklinde karar verir. Burada $p_Y(\mathbf{y} | x_{js}, \mathbf{H})$, $\mathbf{y}$ 'nin x_{js} ve $\mathbf{H}$ 'ye koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonudur. $\|\cdot\|_F$ ifadesi ise vektörün veya matrisin Frobenius normunu vermektedir.

2.5 Uzaysal Modülasyon'un Avantajları

Çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin bazı dezavantajlarını ortadan kaldıran Uzaysal modülasyonun kendine has avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Uzaysal modülasyonda, bilinen çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin [1] neden olduğu kanallar arası girişim, antenler arası eşzamanlama ihtiyacı ve çok anten için donanım gereksinimi yoktur. Çünkü birim zamanda iletim yapılırken vericideki birden fazla antenden sadece bir tanesi etkindir.
- Kanallar arası girişim olmadığı için alıcı yapısının karışık girişim algoritmalarına gereksinimi yoktur. Alıcı yapısı en büyük olabilirlik yöntemiyle çalışan tek bir RF donanımdan ibarettir [2].
- Çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerden olan V-BLAST'ta yeterli başarımla için çoğu zaman alıcı anten sayısının verici anten sayısına eşit veya büyük olması gerekir [10]. Alıcı tarafındaki küçük gezgin aygıtlar göz önüne alındığında bu durum gerçekleştirilebilir olmaktan çıkmaktadır. Fakat uzaysal modülasyonda alıcı anten sayısı verici anten sayısından bağımsızdır ve artan alıcı anten sayısı çeşitleme kazancı sağlar.
- Uzaysal modülasyonun daha basit hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda genlik-faz modülasyonu da kullanılmadığı için alıcı yapısı daha da basitleşmektedir [10].
- Uzaysal modülasyona has olan uzaysal boyut, verici anten sayısı ile logaritmik olarak arttığı için sağladığı çoğullama kazancı da artar [4].

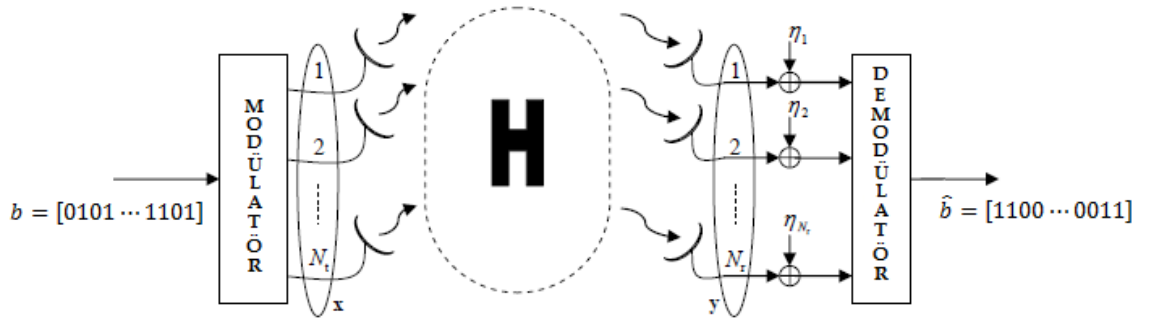
2.6 Uzaysal Modülasyon'un Dezavantajları

Uzaysal modülasyon sahip olduğu avantajların yanında bir takım dezavantajları da birlikte getirmektedir. Bu dezavantajlar aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Uzaysal modülasyonun gerçekleşmesi için vericide minimum 2 anten olmak zorundadır [2].
- Alıcı en iyi olarak en büyük olabilirlik yöntemiyle çalıştığı için [5], en iyi karar verme için alıcının kanal sönümleme katsayılarını tam olarak bilmesi gerekir. Bu durumda alıcıda kanal kestiriminin en kesin şekilde yapılabilmesi için alıcıda donanım karmaşıklığı artmaktadır [2].
- Uzaysal modülasyonda başarımlı doğrudan iletim antenlerinin kanal sönümleme katsayıları arasındaki Öklid uzaklığına bağlıdır [15]. Vericideki antenlerin kanal sönümleme katsayılarının birbirine yakın olması durumunda özellikle uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda alıcının doğru karar vermesi zorlaşacaktır.
- Uzaysal modülasyonda, teoride vericideki anten sayısının artması yüksek spektral verim sağlamasına karşın, bu durumun gerçekleştirilebilirliği teorideki kadar kolay olmayacaktır [2].

3. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU

Çok antenli sistemlerin kendine has dezavantajlarını başarımdan ödün vermeden ortadan kaldıran uzaysal modülasyonun bulunmasından sonra literatürdeki çalışmalar devam etmiş ve uzaysal modülasyonun özel hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ortaya çıkmıştır. Uzaysal modülasyonda bilgi taşımak için anten indisleriyle genlik-faz modülasyonu bir arada kullanılırken, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda sadece anten indisleri kullanılmaktadır. Bu sayede, uzaysal modülasyonla karşılaştırıldığında başarımdan neredeyse hiç kaybetmeden, gönderilen işarete alıcıda karar verme karmaşıklığı azalmıştır. Gönderilecek bit dizisine göre sadece etkin antenin seçilmesiyle yapılan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu hem verici hem de alıcı yapısını oldukça basitleştirmiştir. Bu durum uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun mevcut iletişim sistemleriyle tümleşmesini de kolaylaştırmaktadır [10]. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sistem modeli genel olarak Şekil 3.1'deki gibi verilebilir. b kaynaktan hedefe gönderilen bit dizisi, $\hat{b}$ ise hedefte kestirilen bit dizisine karşılık düşer. Şekil 3.1'deki iletim adımları sonraki bölümlerde ayrıntılı olarak anlatılmaktadır.



Şekil 3.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sistem modeli.

3.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda Verici Yapısı

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu, $m = \log_2(M)$ bitten oluşan bit bloğunun x_j simgesine eşlenmesi ve j . anten vasıtasıyla iletilmesinden oluşmaktadır [10]. M modülasyon derecesini gösterir ve verici anten sayısı N_t , M 'ye eşit olmak

durumundadır. Birim zamanda etkin olan anteni o an gönderilmekte olan bit dizisi belirlemektedir. x_j j . antenden iletilen modüle edilmemiş sinüzoidal taşıyıcıdır. Örnek olarak, birim zamanda 3 bitin iletildiği, yani modülasyon derecesinin $M = 2^3 = 8$ olduğu bir sistem dikkate alınır; bit bloğuna göre değişen simge, etkin anten ve $\mathbf{x}$ vektörü durumu Çizelge 3.1'deki gibi olacaktır.

Çizelge 3.1 : Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 8$ anten için etkin antenin ve $\mathbf{x}$ vektörünün durumu.

Bit Bloğu	Simge	Anten İndisi	$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$
000	0	1	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
001	1	2	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
010	2	3	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
011	3	4	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
100	4	5	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
101	5	6	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$
110	6	7	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$
111	7	8	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$

3.2 Uzak Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda İşaret Modeli

Uzaysal modülasyonla benzer işaret modeline sahip olan uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işaret modeli burada daha ayrıntılı biçimde açıklanacaktır.

N_t : Verici anten sayısı,

N_r : Alıcı anten sayısı,

$m = \log_2(M \cdot N_t)$: Birim zamanda iletilen bit sayısı,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$: İşaret vektörü,

j : Etkin olan antenin indisi,

$\mathbf{H}$: $N_r \cdot N_t$ boyutlu, elemanları kanal sönmüleme katsayıları olan kanal matrisi,

$\mathbf{h}_j$: $\mathbf{H}$ 'nin j . sütunu,

$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{N_r}]^T$: N_r boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) vektörü,

ρ : Alıcı antendeki işaret-gürültü oranı (SNR)'ı göstermek üzere,

$CN(0,1)$: 0 ortalamalı 1 varyanslı kompleks Gauss dağılımını göstermek üzere;

$\mathbf{H}$ ve $\boldsymbol{\eta}$, $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluştuğuna göre hedefte alınan işaret,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.1)$$

ile ifade edilebilir. Bu ifade matris biçiminde

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \times \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r 1} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \times \underset{\substack{\uparrow \\ j.\text{pozisyon}}}{[0 \ 0 \ \cdots \ 1 \ \cdots \ 0 \ 0]^T} + [\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{N_r}]^T \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hedefte alınan işaret,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \eta_j \quad (3.3)$$

şeklinde yeniden ifade edilebilir.

3. 3 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu’nda Alıcı Yapısı

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda alıcı en iyi kestirimi, uzaysal modülasyonda olduğu gibi, en büyük olabilirlik yöntemiyle gerçekleştirir [10]. Yine, alıcının aldığı işaretleri çözebilmesi için iletim yapılan kanal sönümleme katsayılarının bilindiği varsayılır. Alıcıda tahmin edilen indis, $\hat{j}$ aşağıdaki ifadeye göre kestirilir.

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmaks}} p_Y(\mathbf{y} | x_j, \mathbf{H}) = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j\|_F^2. \quad (3.4)$$

Burada $p_Y(\mathbf{y} | x_j, \mathbf{H})$, $\mathbf{y}$ ’nin x_j ve $\mathbf{H}$ ’ye koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonudur. $\|\cdot\|_F$ ifadesi vektörün veya matrisin Frobenius normunu vermektedir. $(\cdot)^H$ ise vektörün veya matrisin transpozisinin eşleniğini vermektedir. Yukarıda verilen kestirim ifadesi daha açık yazılarak işlemler sırasıyla yapılırsa

$$\begin{aligned} \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)^H (\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y}^H - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H) (\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y}^H \mathbf{y} - \mathbf{y}^H \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j - \mathbf{y} \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H + \rho \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &\triangleq \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \{(\mathbf{y}^H \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \mathbf{y} \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H - \rho \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j)\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\hat{j} \triangleq 2\sqrt{\rho} \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \operatorname{Re} \left\{ \left(\mathbf{y}^H \mathbf{h}_j - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j \right) \right\}$$

$$\hat{j} \triangleq 2\sqrt{\rho} \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \operatorname{Re} \left\{ \left(\mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_j \right\}$$

ifadesi elde edilecektir. Daha sonra $\mathbf{H}$ 'ye koşullu çiftsel hata olasılığı,

$$P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}} | \mathbf{H}) = P \left(\operatorname{Re} \left\{ \left(\mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}} \right)^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} > \operatorname{Re} \left\{ \left(\mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_j \right\} \right) \quad (3.6)$$

şeklinde olacaktır. $\|\cdot\|_F$ ifadesi ise vektörün veya matrisin Frobenius normunu vermektedir. Elde edilen bağıntıda $\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta}$ ifadesi yerine koyularak işlemler yapılırsa

$$\begin{aligned} &= P \left(\operatorname{Re} \left\{ \left(\sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}} \right)^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} > \operatorname{Re} \left\{ \left(\sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_j \right\} \right) \\ &= P \left(\operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_{\hat{j}} + \boldsymbol{\eta}^H \mathbf{h}_{\hat{j}} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}}^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} > \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta}^H \mathbf{h}_j \right\} \right) \quad (3.7) \end{aligned}$$

$$= P \left(\operatorname{Re} \{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \} > \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j - 2\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_{\hat{j}} + \mathbf{h}_{\hat{j}}^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} \right)$$

$$P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}} | \mathbf{H}) = P \left(\operatorname{Re} \{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \} > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F^2 \right)$$

çiftsel hata olasılığının son hali elde edilmiş olur. η_{iR} ve η_{iI} kompleks gürültü vektörünün sırasıyla gerçel ve sanal kısımlarını temsil etmektedir. $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı olacaktır. Buna göre çiftsel olasılık ifadesi $\operatorname{Re} \{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \}$ daha ayrıntılı yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} &\operatorname{Re} \{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \} = \quad (3.8) \\ &\operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} (\eta_{1R} - j\eta_{1I}) & \cdots & (\eta_{N_r R} - j\eta_{N_r I}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_{1\hat{j}R} - \mathbf{h}_{1jR}) + j(\mathbf{h}_{1\hat{j}I} - \mathbf{h}_{1jI}) \\ \vdots \\ (\mathbf{h}_{N_r \hat{j}R} - \mathbf{h}_{N_r jR}) + j(\mathbf{h}_{N_r \hat{j}I} - \mathbf{h}_{N_r jI}) \end{bmatrix} \right\} \\ &= \eta_{1R}(\mathbf{h}_{1\hat{j}R} - \mathbf{h}_{1jR}) + \eta_{1I}(\mathbf{h}_{1\hat{j}I} - \mathbf{h}_{1jI}) \\ &\quad + \cdots \\ &+ \eta_{N_r R}(\mathbf{h}_{N_r \hat{j}R} - \mathbf{h}_{N_r jR}) + \eta_{N_r I}(\mathbf{h}_{N_r \hat{j}I} - \mathbf{h}_{N_r jI}) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iR} (h_{iR} - h_{jR}) + \sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iI} (h_{iI} - h_{jI})$$

elde edilir. Burada $A \triangleq \text{Re}\{\boldsymbol{\eta}^H(\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j)\}$ tanımlanarak A'nın beklenen değeri ve varyansı hesaplınsın. $\boldsymbol{\eta}$ 'nin tüm bileşenlerinin beklenen değerinin 0 olması nedeniyle A'nın beklenen değeri, $E[A] = 0$ olmaktadır. A'nın varyansı ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\sigma_A^2 = \text{var}(A) = E[A^2] - E[A]^2 = E[A^2]. \quad (3.9)$$

Varyansı bulmak için A^2 açık olarak yazılırsa

$$\begin{aligned} A^2 &= \left(\sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iR} (h_{iR} - h_{jR}) + \sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iI} (h_{iI} - h_{jI}) \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iR}^2 (h_{iR} - h_{jR})^2 + \sum_{i=1}^{Nr} \eta_{iI}^2 (h_{iI} - h_{jI})^2 \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^{Nr} \sum_{k=1}^{Nr} \eta_{iR} \eta_{kI} (h_{iR} - h_{jR})(h_{kI} - h_{jI}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadenin son kısmının beklenen değeri $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0, 1/2)$ olduğu için sıfıra eşit olacaktır. $E[\eta_{iR}^2] = E[\eta_{iI}^2] = 1/2, \forall i$ olduğu göz önüne bulundurularak A'nın varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} E[A^2] &= E[\eta_{iR}^2] \sum_{i=1}^{Nr} (h_{iR} - h_{jR})^2 + E[\eta_{iI}^2] \sum_{i=1}^{Nr} (h_{iI} - h_{jI})^2 + 2(E[\eta_{iR}]) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{Nr} (h_{iR} - h_{jR})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{Nr} (h_{iI} - h_{jI})^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2$$

A'nın beklenen değerini ve varyansını bulduktan sonra koşullu olasılık ifadesi yeniden yazılacak olursa;

$$P(A > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2 \mid \mathbf{H}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A^2}} \int_{\frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2}^{\infty} \exp(-A^2/2\sigma_A^2) dA \quad (3.12)$$

şeklinde olur. Burada

$$\Psi \triangleq \frac{A}{\sigma_A} = \frac{A}{\frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F} \quad (3.13)$$

dönüşümü kullanılarak;

$$\begin{aligned} P(A > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F^2 \mid \mathbf{H}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F}{\frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F^2\right) = Q(\sqrt{K}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ifadesi elde edilir. $K \triangleq \frac{\rho}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F^2$ ifadesi açık olarak

$$K = \frac{\rho}{2} \left(|h_{1j} - h_{1\hat{j}}|^2 + |h_{2j} - h_{2\hat{j}}|^2 + \dots + \dots + |h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}}|^2 \right) \quad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir. K daha açık şekilde yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} K &= \frac{\rho}{2} \left((h_{1j} - h_{1\hat{j}})_R^2 + (h_{1j} - h_{1\hat{j}})_I^2 \right. \\ &\quad + (h_{2j} - h_{2\hat{j}})_R^2 + (h_{2j} - h_{2\hat{j}})_I^2 \\ &\quad + \dots \\ &\quad \left. + (h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}})_R^2 + (h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}})_I^2 \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

ifadesi elde edilir.

$$K \triangleq \frac{\rho}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_F^2 = \sum_{i=1}^{2N_r} \alpha_n^2 \quad (3.17)$$

ifadesinde $\alpha_n \sim CN(0, \sigma_n^2)$ dağılımlı olup, $E[\alpha_n] = 0$ göz önünde bulundurularak

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= E[\alpha_n^2] - E[\alpha_n]^2 = E[\alpha_n^2] = E\left[\frac{\rho}{2} (h_{ij} - h_{i\hat{j}})_{R \vee I}^2\right] \\ &= E\left[\frac{\rho}{2} (h_{ij,R,I}^2 - 2h_{ij,R,I}h_{i\hat{j},R,I} + h_{i\hat{j},R,I}^2)\right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

şeklinde yazılabilir. Buna göre,

$$\sigma_n^2 = \frac{\rho}{2} \left(E[h_{ij,R,I}^2] - 2E[h_{ij,R,I}h_{i\hat{j},R,I}] + E[h_{i\hat{j},R,I}^2] \right), \quad (3.19)$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{\rho}{2}$$

K 'yı oluşturan α_n 'in beklenen değeri bulunur. K rastgele değişkeni $2N_r$ tane $CN(0, \sigma_n^2)$ dağılımlı bağımsız α_n 'in toplamından oluştuğu için chi-square dağılımlıdır ve $t = 2N_r$ serbestlik derecesine sahiptir [10]. Chi-square dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir [17].

$$p_K(z) = \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})}. \quad (3.20)$$

Bu bilgiler ışığında çiftsel hata olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} P(x_j \rightarrow x_j) &= E[P(x_j \rightarrow x_j | \mathbf{H})] \\ &= \int_{z=0}^{\infty} Q(\sqrt{z}) p_K(z) dz \end{aligned} \quad (3.21)$$

Elde edilen ifadede $p_K(z)$ yerine koyulursa

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \int_{z=0}^{\infty} Q(\sqrt{z}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz \quad (3.22)$$

yazılır. Hedefte birden fazla anten olduğu durum için çiftsel hata olasılığı

$$\gamma_\alpha \triangleq \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right) \text{ olmak üzere [10],}$$

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \gamma_\alpha^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1 - \gamma_\alpha]^l \quad (3.23)$$

şeklinde elde edilir. Hedefin tek alıcı antenli olduğu durum için bu ifade şu şekilde sadeleştirilebilir;

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \gamma_\alpha = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right). \quad (3.24)$$

Bulunan çiftsel hata olasılığı ve birleşim üst sınırı [17] kullanılarak, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için ortalama bit hata olasılığı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
P_{e,bit} &= E_j \left[\bigcup_{\hat{j}, \hat{j} \neq j} N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) \right] \\
&\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) \\
P_{e,bit} &\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_{\alpha}^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1 - \gamma_{\alpha}]^l.
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Burada $N(j, \hat{j})$, kaynaktan j . anten indisiyle temsil edilen bit dizisi gönderildiği ve hedefte $\hat{j}$. anten indisine karşılık düşen bit dizisine karar verildiğindeki hatalı bit sayısıdır. Alıcının tek anteni olduğu durum için bu ifade

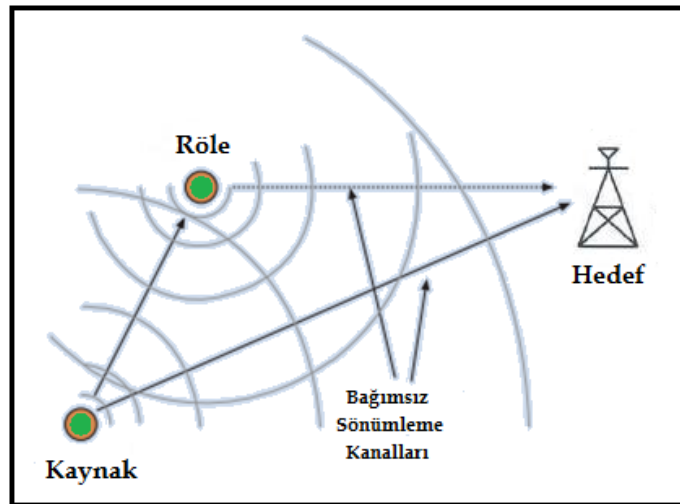
$$\begin{aligned}
P_{e,bit} &\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_{\alpha} \\
P_{e,bit} &\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right)
\end{aligned} \tag{3.26}$$

şeklinde sadeleştirilebilir. Burada verilen birleşim üst sınır kuralının doğruluğu 5. bölümde ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

4. İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM

Kaynaktan gönderilen işaretin hedefe farklı konumlardaki birden fazla antenden iletilmesi uzaysal çeşitleme sağlamak ve sönümlemenin olumsuz etkilerini azaltmaktadır. Buradan hareketle, aynı işareti aynı anda birden fazla kez gönderebilen çok-girişli çok-çıkışlı sistemler ortaya çıkmıştır. Fakat çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin sağladığı çeşitleme getirisinin yanında; boyutsal, mali ve donanımsal manada yol açtığı kısıtlamalar sistemin gerçekleştirilebilirliğini azaltmaktadır. Çok-girişli çok-çıkışlı sistemlere alternatif olarak, birden fazla tek antenli gezgin birimin antenlerini birbirleriyle paylaşarak sanal çok-girişli çok-çıkışlı sistem oluşturduğu işbirlikli yapılar önerilmiştir.

İşbirlikli iletişim, birden fazla kullanıcının aynı işareti iletmek için ortak çalıştığı ve iletim kalitesini arttırmayı amaçladığı yöntemdir. Kullanıcılar işbirlikli haberleşerek kanal kapasitesini, enerjiyi ve bant genişliğini verimli kullanır. İşbirlikli sistem en temel haliyle Şekil 4.1'deki gibi gösterilebilir. Bu yapıda tek antenli kaynak tek başına uzaysal çeşitleme sağlayamaz. Kaynağın yanında, kaynaktan gelen işareti hedefe ileten ikincil bir birim kullanılması durumunda ise farklı istatistiksel bağımsız sönümleme yollarından hedefe ulaşan aynı işaretlerin olması uzaysal çeşitleme kazancı getirir. Böylece kaynak-hedef arası kanal sönümlemeden olumsuz etkilendiğinde diğer kanaldan gelen işaret bu durumu giderecektir [18].



Şekil 4.1: En temel haliyle işbirlikli iletişim modeli.

İşbirlikli iletişim genel olarak iki adımda gerçekleşir. Hedefte alınan işaretlerin karıştırılmaması için ilk adımda kaynak ile röle arasında eşgüdüm sağlanır. Eşgüdümü gerekli kılan temel sebep verici antenlerin aynı birimde bulunmamasıdır. İletim sırasındaki uyum kaynak ve röle arasındaki karşılıklı iletişimle veya hedeften gelen geri beslemeyle yapılır. Eşgüdüm sağlandıktan sonra işbirlikli iletişimin ikinci adımında iletimin ortak şekilde yapılması sağlanır. Böylece iletim maliyeti azaltılırken, başarımları artırılmış olur [19].

4.1 İşbirlikli İletişim Yöntemleri

İşbirlikli iletişimde rölenin kaynaktan gelen işareti nasıl ileteceği kullanılan yöntemlere göre değişmektedir. İşbirlikli iletişim yöntemleri genel olarak şu şekilde sınıflandırılabilir;

- Kuvvetlendir-ve-aktar yöntemi
- Çöz-ve-aktar yöntemi
- Kodlamalı işbirliği yöntemi

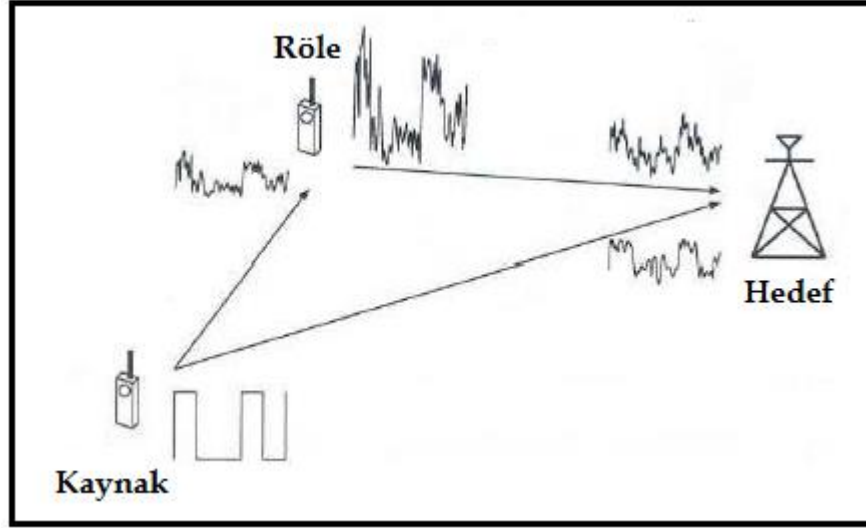
4.1.1 Kuvvetlendir-ve-aktar Röleli İşbirlikli İletişim

İşbirlikli iletişim yöntemlerinden ilki kuvvetlendir-ve-aktar yöntemidir. Bu yöntemde kaynak hedefe gönderdiği işareti röleye de gönderir. Röle sönümlemeli kanaldan gelen ve üzerine gürültü binmiş işareti alır. Daha sonra, belirli bir güçlendirme kazancıyla çarparak hedefe aynen iletir. Kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim sistemi en temel haliyle Şekil 4.2'deki gibi gösterilebilir. Röleye kaynaktan gelen gürültülü işaret y_r olmak üzere röleden hedefe güçlendirilerek iletilen işaret

$$x_r(t) = \beta y_r(t - t_1) \quad (4.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada β güçlendirme kazancını ifade eder ve röleye gelen işaretin gücü P , gürültü gücü N_0 , sönümleme katsayısı $\alpha_{s,r}$ 'e bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\beta \leq \sqrt{\frac{P}{|\alpha_{s,r}|^2 P + N_0}} \quad (4.2)$$



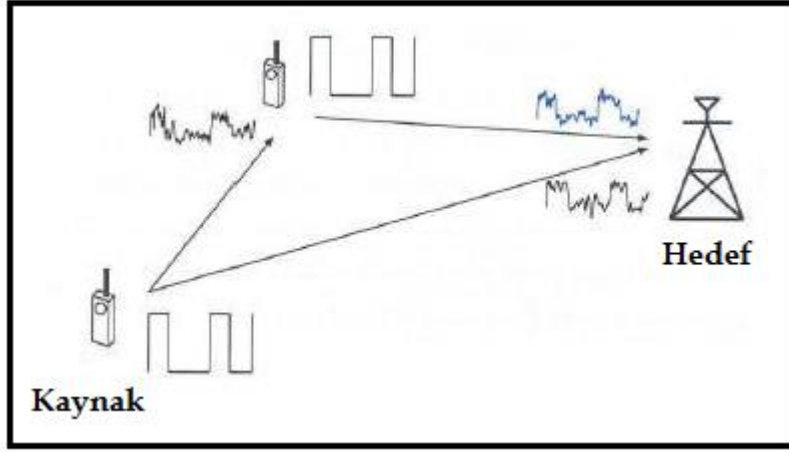
Şekil 4.2 : Kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim.

Kaynaktan doğrudan gelen işarette, röleden gürültü halde güçlendirilerek gelen işaret alıcıda birlikte kullanılarak gönderilen işarete karar verilir. Röleden gelen işaret-gürültüyle güçlendirilmiş olsa da, kaynaktan doğrudan gelen işaretin varlığı ve her iki yolun birbirinden bağımsız sönümlene katsayılarına maruz kalması karar verme başarımının olumsuz etkilenişini azaltmaktadır. Yüksek işaret-gürültü oranlarında, tek röleli kuvvetlendir-ve-aktar sistemin çeşitleme derecesi iki olarak verilmektedir [18].

Kuvvetlendir-ve-aktar yönteminin tam anlamıyla çalışabilmesi, yani alıcının kaynaktan ve rölelerden gelen işaretleri düzgün bir şekilde çözebilmesi için alıcının kaynaktan hedef arası, kaynaktan röleler arası, rölelerle hedef arası tüm kanal sönümlene katsayılarını bildiği varsayılır. Dolayısıyla işbirlikli iletişimin yapıldığı süre boyunca tüm kanal sönümlene değişkenlerinin alıcıya iletilmesi veya alıcıda kestirilebilmesi gerekir.

4.1.2 Çöz-ve-aktar Röleli İşbirlikli İletişim

İşbirlikli iletişim yöntemlerinden diğeri, kaynaktan gelen işaretin rölede çözüldüğü ve yeniden gönderildiği çöz-ve-aktar yöntemidir. Çöz-ve-aktar rölesi hedeften gelen işareti kestirerek karar verir. Daha sonra hedefe göndermek üzere yeniden modüle eder ve iletir. Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim sistemi Şekil 4.3'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 4.3 : Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim.

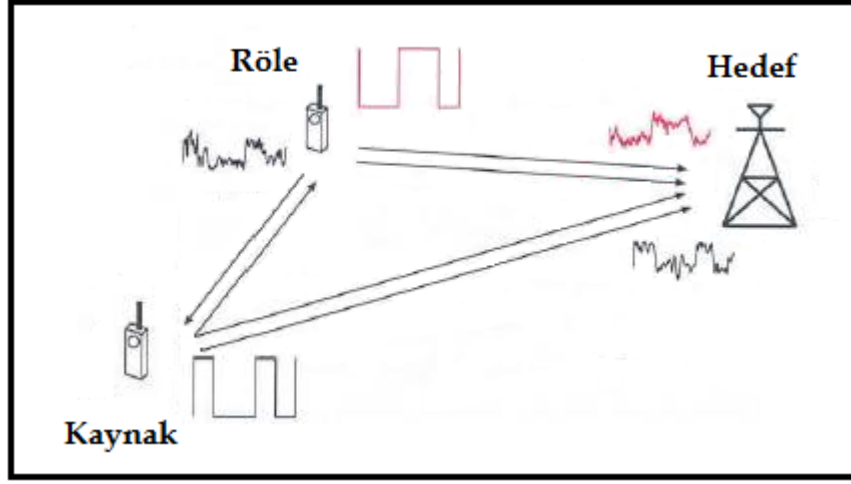
Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişimde rölede karar verme ve hedefe iletme işlemleri değişik şekillerde gerçekleştirilebilir. Röle kaynaktan gelen işareti tam çözüp daha sonra yeniden kodlayıp gönderebilir veya simge bazlı çözüp aynen gönderebilir. Yine röle kaynaktan gelen işaretlerin tamamını hedefe iletme yerine, çevrimsel artıklık denetimiyle (CRC) hatalı karar verilen işareti saptayıp göndermemeyi seçebilir. Bu ve benzeri seçimler sistemin genel başarımını ve karmaşıklığını etkileyeceği için sistem tasarımında göz önünde bulundurulmaktadır [19].

Alıcı yapısı kuvvetlendir-ve-aktar yönteminde olduğu gibi karar verirken kaynaktan ve röleden gelen işaretleri birlikte kullanır. Rölede karar verme işlemi yapıldığı için kaynak-röle arası kanal sönümlenme değişkenlerine alıcının ihtiyacı yoktur. Dolayısıyla sadece doğrudan iletişim kurduğu kanalların sönümlenme katsayılarına ihtiyaç duyar. Bu durum alıcı yapısını kuvvetlendir-ve-aktar röleli sisteme göre daha basit hale getirir. Fakat çöz-ve-aktar röleli iletişimde alıcının başarımı rölenin düzgün karar verme oranına birebir bağlı olduğu için, röle yapısının minimum hata yapacak şekilde donanımsal gereksinimleri sağlaması gerekecektir. Bu durum başarımdan ödün vermemek için röle karmaşıklığının artmasına neden olacaktır.

4.1.3 Kodlamalı İşbirlikli İletişim

Bir diğer işbirlikli iletişim yöntemi kanal kodlamayla işbirlikli iletişimi birleştiren kodlamalı işbirlikli sistemlerdir. Kodlamalı işbirliği her kullanıcıya ait kod sözcüklerinin parçalar halinde birbirinden bağımsız sönümlenme kanallarından iletilmesiyle yapılır. Kodlamalı işbirlikli iletişim sistemi Şekil 4.4'deki gibi gösterilebilir. Kodlamalı işbirliği blok, katlamalı veya her ikisinin birlikte

kullanıldığı kodlarla gerçekleştirilebilir. Kullanıcılardan gönderilecek bit bloklarına sistemin tasarımına göre deliklemeyle, çarpımsal kodlarla veya benzer yöntemlerle karar verilebilir [18].



Şekil 4.4 : Kodlamalı röleli iletişim.

Kodlamalı işbirliği delikleme yönteminin kullanıldığı şu örnekle daha iyi açıklanabilir: Toplam $M1+M2$ bitten oluşan bit bloğunu iletecek iki kullanıcı, çevrimsel artık denetim kodu kurallarına göre kendi bit dizisine delikleme yapar ve $M1$ bite düşürür. İki kullanıcı da ilk iletim periyodunda deliklenmiş $M1$ biti diğer kullanıcıya ve hedefe iletir. Her kullanıcı diğer kullanıcıdan gelen $M1$ biti alır ve eksik olan $M2$ biti tahmin eder. Daha sonra ikinci iletim periyodunda diğer kullanıcıya ait $M2$ bit hedefe iletilir. Böylece her kullanıcı diğer kullanıcının kodlarının iletilmesine yardım eden bir röle gibi davranır. Eğer işbirliği içerisindeki kullanıcılar diğer kullanıcıdan gelen $M1$ biti kullanarak kalan $M2$ bite düzgün karar veremezse, ikinci iletim periyodunda kendi kodunun kalan $M2$ bitini hedefe iletir ve işbirliği yapılmamış olur [19].

4.2 İşbirlikli İletişim Protokolleri

Kaynak hedefle haberleşirken başarımı iyileştirmek için ikincil kaynak olarak devreye giren röle işbirlikli iletişimi sağlar. Rölenin bu işbirliğini nasıl ve hangi ölçütlere göre sağlayacağı, rölenin ve alıcının görevleri kullanılan işbirlikli iletişim protokolüne göre değişebilir. İşbirlikli iletişim protokolleri temel haliyle şu şekilde sınıflandırılabilir:

- Sabit Röleli İletişim
- Seçici Röleli İletişim
- Artırımlı Röleli İletişim

4.2.1 Sabit Röleli İletişim

Adından da anlaşılacağı üzere sabit röleli iletişim, kaynaktan hedefe yapılan iletim sırasında rölenin her an etkin işbirliği yaptığı iletişim protokolüdür. Röleden yapılan iletim; daha önce anlatılan çöz-ve-aktar, kuvvetlendir-ve-aktar veya kodlamalı işbirlikli yöntemlerden herhangi biriyle gerçekleştirilebilir. İletimde görev alan rölenin etkin iletimi, artan başarımlı oranının yanında uzaysal çeşitleme kazancı sağlar.

4.2.2 Seçici Röleli İletişim

Seçici röleli iletişim; kaynak-röle, röle-hedef ve kaynak-hedef arası kanal sönümlenme katsayılarına bağlı olarak etkin iletim kanalının belirlendiği işbirlikli iletişim sistemi olarak tanımlanabilir. Kaynağın hedefe uzak ve kaynak-hedef arası sönümlenmenin fazla olduğu durum göz önünde bulundurularak, hedefe gönderilecek işaretler hem kaynağa hem de hedefe yakın olan röle aracılığıyla iletilir. Tam tersi durumda, yani kaynağın röle üzerinden yaptığı iletimin sönümlenme nedeniyle olumsuz etkilendiği durumda kaynak işareti hedefe daha güçlü ve tekrar tekrar göndermeyi dener. Bahsi geçen her iki senaryodan hangisinin etkin olacağı genellikle anlık kanal sönümlenme katsayısına bağlı olarak belirlenen eşik değerleri üzerinden gerçekleştirilir. h_{sr} kaynak-röle arası anlık sönümlenme katsayısına bağlı bir parametre ve x belirlenen eşik değeri olmak üzere; $h_{sr} > x$ iken iletimin röle üzerinden yapıldığı, $h_{sr} < x$ iken iletimin röle devre dışı bırakılarak doğrudan kaynak-hedef arası yapıldığı sistem seçici röleli iletişim sistemine örnek olarak verilebilir [19]. Röle üzerinden yapılan iletim çöz-ve-aktar ya da kuvvetlendir-ve-aktar yöntemiyle gerçekleştirilebilir.

4.2.3 Artırımlı Röleli İletişim

Sabit röleli iletişim sistemlerinde röle tüm iletim boyunca kaynakla birlikte etkin iletim yapmaktayken, seçici röleli iletişim sistemlerinde aynı anda kaynak ya da röle iletim yapar. Artırımlı röleli iletişimde ise röle hazırda bekleyen yedek iletim kanalı olarak görev alır. Varsayılan haliyle kanalın doğrudan hedefe iletim yaptığı sırada,

iletimin sağlıklı olmaması ve hata başarımının azalması halinde hedef kaynağı duruma ilişkin bilgilendirir. Bunun üzerine kaynak hatalı karar verilen işaretleri röleye göndererek, röle üzerinden de yapılacak iletimle hata başarımını arttırmayı hedefler. Bu sayede çeşitleme kazancı da elde edilir. Kaynak ile hedef arası işaret-gürültü oranının başarılı iletim için yeterli olduğu durumda rölenin çalışmaması kanal ve güç tüketimi açısından verimlilik sağlar. Röle üzerinden iletim için kuvvetlendir-ve-aktar ya da çöz-ve-aktar yöntemleri kullanılabilir. Kuvvetlendir-ve-aktar artırımı röleli iletişim başarım açısından daha üstün olmaktadır [18].

4.3 Yüksek Başarımlı İşbirlikli Demodülasyon

Gelişen telsiz teknolojileriyle birlikte ortaya çıkan yüksek kullanım oranları ve artan veri trafiği çok-girişli çok-çıkışlı sistemlere olan ihtiyacı tetiklemiştir. Bunun yanında mevcut çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin sahip olduğu dezavantajlar teknolojiyi yeni arayışlara sevk etmiş, dezavantajları ortadan kaldırırken kapsama alanına da katkı sağlayan işbirlikli sistemler ortaya çıkmıştır.

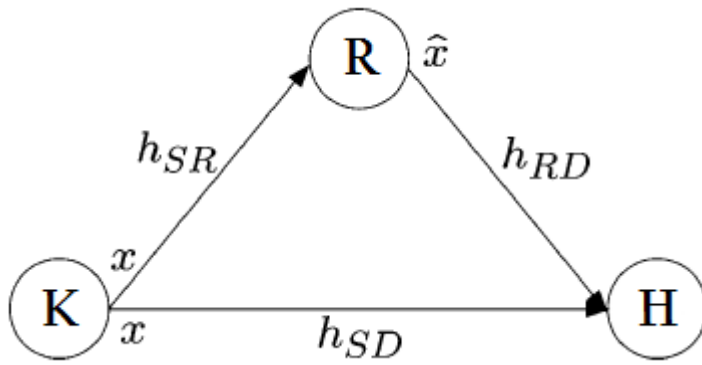
İşbirlikli iletişimde görev alan röleler veya röle görevi gören kullanıcılar ile gerçekleşen sistemde başarım ve çeşitleme kazancı, kaynağın röle üzerinden ilettiği işaretin sönümlemeyen ve röledeki donanımsal koşullardan ne kadar olumsuz etkilendiğine bağlıdır. Bir diğer deyişle, röle kaynaktan gelen işareti ne kadar aslına yakın şekilde kestirir ve hedefe iletirse başarım o kadar artar. Kestirimden kastedilen şey kullanılan işbirlikli iletişim yöntemine göre değişebilir. Yüksek başarım için, kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemlerde kaynaktan gelen analog işareti olumsuz etkilerden en az etkilenecek şekilde güçlendiren ve hedefe ileten pahalı donanımlara ihtiyaç varken, çöz-ve-aktar röleli sistemlerde gelen işareti örnekleyen ve saklayan güçlü sayısal işlemciler ihtiyacı duyulmaktadır.

Başarım açısından karşılaştırıldığında kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemlerin tam çeşitleme kazancı sağlamasına rağmen pratik olarak gerçekleşmesinin getirdiği donanımsal maliyetler nedeniyle tercih edilirliliğinin az olduğu, bu yüzden daha pratik olan çöz-ve-aktar röleli sistemlerin tercih edildiği Wang ve diğerlerinin yaptığı çalışmada [20] ifade edilmiştir. Yine aynı çalışmada, çöz-ve-aktar röleli alıcıda elde edilebilecek en büyük çeşitleme kazancının en büyük oran birleştirme yöntemiyle elde edileceği ve buna rağmen tam çeşitleme kazancının sağlanamayacağı belirtilerek

yeni bir yüksek başarılı işbirlikli demodülasyon tekniği önerilmiştir. Çöz-ve-aktar röleli sistemler için önerilen bu yeni yöntem aşağıda ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

4.3.1 Tek Röleli Çöz-ve-aktar İşbirlikli İletişim Sistem Modeli

En basit haliyle tek röleden oluşan işbirlikli iletişim şeması Şekil 4.5'deki gibi verilebilir. Burada kaynak hedefe ilettiği bitleri aynı zamanda röleye de iletir. Daha sonra röle kaynaktan gelen işareti kestirip, yeniden modüle ederek hedefe göndermektedir. Kaynağın ve rölenin farklı zaman aralıklarında iletim yaptığı varsayılmaktadır.



Şekil 4.5 : Kaynak, röle ve hedeften oluşan işbirlikli iletişim modeli.

Kaynağın iletim yaptığı birinci zaman aralığında rölede ve hedefte alınan işaretler y_{SR} ve y_{SD} sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y_{SR} = h_{SR}x + \eta_{SR} \quad (4.3)$$

$$y_{SD} = h_{SD}x + \eta_{SD}. \quad (4.4)$$

Burada h_{SR} ve h_{SD} sırasıyla kaynak-röle, kaynak-hedef arası sönmleme katsayılarını göstermektedir. $CN(0, \sigma^2)$, 0 ortalamalı σ^2 varyanslı kompleks Gauss dağılımı olmak üzere; h_{SR} $CN(0, \sigma_{SR}^2)$ 'e göre, h_{SD} $CN(0, \sigma_{SD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlıdır. η_{SR} ve η_{SD} sırasıyla kaynaktan gelen işarete rölede ve hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimlerine karşılık düşerken, $CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır. Bu koşullar altında, çöz-ve-aktar rölede alınan işaretin kestirilmiş hali $\hat{x}_R$ ile gösterilirken, $\hat{x}_R$ rölede yeniden modüle edilerek hedefe iletilmektedir. Röleden gönderilen işaretin hedefte alınan hali

$$y_{RD} = h_{RD}\hat{x}_R + \eta_{RD} \quad (4.5)$$

şeklinde olacaktır. h_{RD} röle-hedef arası sönümlenme katsayısını gösterirken, η_{RD} röleden gelen işarete hedefte eklenen gürültüdür. $h_{RD} \sim CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 'e göre, $\eta_{RD} \sim CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır [20].

4.3.2 Röle Üzerinden Giden İşaretin Hata Olasılığı İfadesi

$\bar{\gamma} = P_x/N_0$ ortalama işaret-gürültü oranını göstermek üzere, anlık işaret-gürültü oranları kaynak-hedef, kaynak-röle, röle-hedef arası için sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$\gamma_{SD} = |h_{SR}|^2 \bar{\gamma}, \quad (4.6)$$

$$\gamma_{SR} = |h_{RD}|^2 \bar{\gamma}, \quad (4.7)$$

$$\gamma_{RD} = |h_{SD}|^2 \bar{\gamma}. \quad (4.8)$$

Kaynağın röle üzerinden gönderdiği işaretin hedefte hatalı kestirimi iki şekilde mümkündür; rölede hatalı kestirilerek gönderilen işaret hedefte doğru kestirilir veya rölede doğru kestirilerek gönderilen işaret hedefte hatalı olarak kestirilir. Bu durumda atlamalı kaynak-röle-hedef kanalının uçtan uca bit hata olasılığı, $P_{eq}^b(\gamma_{SR}, \gamma_{RD})$ şu şekilde ifade edilir [20];

$$P_{eq}^b(\gamma_{SR}, \gamma_{RD}) = [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})]P_{RD}^b(\gamma_{RD}) + [1 - P_{RD}^b(\gamma_{RD})]P_{SR}^b(\gamma_{SR}). \quad (4.9)$$

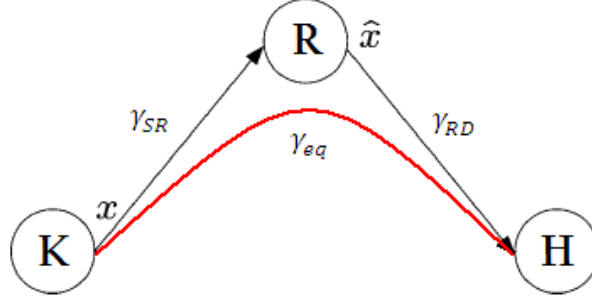
$P_{SR}^b(\gamma_{SR})$ ve $P_{RD}^b(\gamma_{RD})$ sırasıyla röle ve hedefteki koşullu hata olasılıklarıdır. Rölede yapılan hatalı kestirimler nedeniyle kaynak-röle-hedef iletim hattının lineer ve Gauss dağılımlı olmayan bir kanal olma özelliği taşıdığı belirtilerek, (4.9)'da verilen ifadenin ters $Q(\cdot)$ fonksiyonun alınmasıyla bu iletim kanalının ortak anlık işaret-gürültü oranı ifadesi

$$\gamma_{eq} = \frac{1}{\alpha} \{Q^{-1}[P_{eq}^b(\gamma_{SR}, \gamma_{RD})]\}^2 \quad (4.10)$$

şeklinde verilmiştir [20]. Burada γ_{eq}

$$Q^{-1}(t) = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1}(2t) \quad (4.11)$$

bağıntısıyla tümleyen hata fonksiyonu kullanılarak hesaplanabilmektedir. Kaynak-röle ve röle-hedef arasında yapılan iletim Şekil 4.6'daki gibi tek yol olarak kabul edildiğinde, γ_{eq} büyüklüğü bu iletim hattının anlık işaret-gürültü oranı gibi düşünülmekte ve çöz-ve-aktar röleli durum için yüksek başarılı demodülasyon tekniğinin temelini oluşturmaktadır.



Şekil 4.6 : Tek yol gibi düşünülen kaynak-röle-hedef iletim hattı.

Tek hattın iletim kalitesini gösteren γ_{eq} ifadesinin $\gamma_{min} = \min\{\gamma_{SR}, \gamma_{RD}\}$ tanımıyla olan ilişkisinin yüksek işaret-gürültü oranları için

$$\gamma_{min} - \frac{3.24}{\alpha} \leq \gamma_{eq} \leq \gamma_{min} \quad (4.12)$$

şeklinde olduğu gösterilmiştir [20]. Burada α değeri kullanılan modülasyona göre değişen sabit bir büyüklük olarak tanımlanmıştır. Bu ifadeden röle üzerinden yapılan iletimin başarımının kaynak-röle ve röle-hedef arası anlık işaret-gürültü oranlarının en düşüğüne bağlı olduğu görülmektedir. Bir diğer deyişle, işbirlikli iletişimin başarım alt sınırını kaynak-röle ve röle-hedef yolları arasında en düşük anlık işaret-gürültü oranına sahip olan yol belirlemektedir.

4.3.3 Çöz-ve-aktar Röleli İletim İçin İşbirlikli En Büyük Oran Birleştirme Yöntemi

Çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için bilinen en büyük oran birleştirme yönteminde alıcı, farklı yollardan gelen işaretleri en büyük işaret-gürültü oranını elde etmek için birleştirir. $\hat{x}_D$ hedefte kestirilen işaret olmak üzere, γ_{SD} ve γ_{RD} kullanılarak

$$\hat{x}_D = \arg \min_{x \in S_x} |w_{SD}\gamma_{SD} + w_{RD}\gamma_{RD} - (w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})x|^2 \quad (4.13)$$

ifadesini en küçük yapan x değerine karar verilir. Burada

$$w_{SD} = h_{SD}^*, \quad (4.14)$$

$$w_{RD} = h_{RD}^* \quad (4.15)$$

olarak tanımlanır. 4.13 denkleminde verilen yöntemin, rölede kestirilen simgenin $\hat{x}_R = x$ olduğu zaman en iyi başarımı vereceği, aksi halde başarımın düşeceği belirtilmiştir [20]. Rölede her zaman doğru karar verilemeyeceği göz önünde

bulundurularak, çöz-ve-aktar röleli iletişimde en iyi başarımı elde etmek için işbirlikli en büyük oran birleştirme (C-MRC) yöntemi önerilmiştir. İşbirlikli MRC'yi MRC'den ayıran faktör; hedefte karar verirken röle-hedef arası sönümlleme katsayısı $w_{RD} = h_{RD}^*$ 'yi almak yerine, kaynak-röle-hedef hattının tek yol olarak kabul edilmesi göz önünde bulundurularak ortaya atılan γ_{eq} 'ye bağlı bir w_{RD} 'nin dikkate alınmasıdır. Yeni w_{RD} aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$w_{RD}(h_{SR}, h_{RD}) = \frac{\gamma_{eq}}{\gamma_{RD}} h_{RD}^*. \quad (4.16)$$

Bu sayede, hedefte karar verirken sadece röle-hedef arası sönümlleme etkisi değil aynı zamanda, rölede hatalı kestirime neden olan, kaynak-röle arası sönümlleme etkisi de göz önünde bulundurulmaktadır.

4.3.4 İşbirlikli En Büyük Oran Birleştirme Yöntemi İçin Bit Hata Olasılığı Analizi

Bu bölümde, işbirlikli en büyük oran birleştirme yöntemi (C-MRC) kullanan BPSK modülasyonlu sistem için verilen bit hata olasılığı ifadesinin ayrıntılı matematiksel hesabı anlatılmaktadır [20] . Alıcıda işbirlikli en büyük oranla birleştirilen işaret

$$y_D = w_{SD}y_{SD} + w_{RD}y_{RD} \quad (4.17)$$

şeklinde yazılır. Bu ifadede iki durum göz önünde bulundurulmalıdır. Kaynaktan x işareti gönderildiği varsayımıyla, röle $\hat{x}_R$ 'ye doğru ve hatalı olarak sırasıyla x ve $-x$ şeklinde karar verebilir. Röle doğru olarak x 'e karar verdiğinde y_D ifadesi

$$y_D = (w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})x + w_{RD}\eta_{RD} + w_{SD}\eta_{SD} \quad (4.18)$$

şeklinde, hatalı olarak $-x$ 'e karar verdiğinde

$$y_D = (w_{SD}h_{SD} - w_{RD}h_{RD})x + w_{RD}\eta_{RD} + w_{SD}\eta_{SD} \quad (4.19)$$

şeklinde olacaktır. y_D 'nin varyansı, $\sigma^2 = (|w_{RD}|^2 + |w_{SD}|^2)N_0/2$, kaynaktan ve röleden gönderilen işaretlerin ortalama gücü P_x olarak verildiğine göre [20], BPSK modülasyonlu çöz-ve-aktar röleli sistemin bit hata olasılığı, $P^b(\gamma_{SR}, h_{SD}, h_{RD})$ aşağıdaki gibi hesaplanır. Burada $P_D^{b|R_c}(h_{SD}, h_{RD})$ rölede doğru karar verilerek iletim yapıldığında hedefte hatalı karar verme olasılığı, $P_D^{b|R_e}(h_{SD}, h_{RD})$ ise rölede hatalı karar verilerek iletim yapıldığında hedefte hatalı karar verme olasılığıdır.

$$P^b(\gamma_{SR}, h_{SD}, h_{RD}) = \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned}
& [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})]P_D^{b|R_c}(h_{SD}, h_{RD}) + P_{SR}^b(\gamma_{SR})P_D^{b|R_e}(h_{SD}, h_{RD}), \\
& = [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})] \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{[y - \{-(w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}\}]^2}{2\sigma^2}\right\} dy \\
& \quad + P_{SR}^b(\gamma_{SR}) \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{[y - \{-(w_{SD}h_{SD} - w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}\}]^2}{2\sigma^2}\right\} dy, \\
& = [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})] \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{[y + (w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}]^2}{2\sigma^2}\right\} dy \\
& \quad + P_{SR}^b(\gamma_{SR}) \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{[y + (w_{SD}h_{SD} - w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}]^2}{2\sigma^2}\right\} dy.
\end{aligned}$$

1. ve 2. integrallerde aşağıdaki değişken dönüşümleri yapılarak tüm ifade yeniden yazılırsa

$$\psi_1 = \frac{y + (w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}}{\sigma} \quad (4.21)$$

$$\psi_2 = \frac{y + (w_{SD}h_{SD} - w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}}{\sigma} \quad (4.22)$$

$$P^b(\gamma_{SR}, h_{SD}, h_{RD}) = \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned}
& [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})] \int_A^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\psi_1^2/2} d\psi_1 + P_{SR}^b(\gamma_{SR}) \int_B^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\psi_2^2/2} d\psi_2 \\
& = [1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})]Q(A) + P_{SR}^b(\gamma_{SR})Q(B)
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Burada integrallerin alt sınırlarını oluşturan A ve B değerleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$A = \frac{(w_{SD}h_{SD} + w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}}{\sigma} \quad (4.24)$$

$$B = \frac{(w_{SD}h_{SD} - w_{RD}h_{RD})\sqrt{P_x}}{\sigma}. \quad (4.25)$$

İntegrallerin hesaplanabilmesi için σ^2 varyans ifadesinin karekökü yerine koyulursa A ve B değerleri tam olarak bulunabilir. Daha önce verilen varyans ifadesinin karekökü işbirlikli en büyük oran birleştirme (C-MRC) yöntemi için tanımlanan yeni w_{RD} ifadesi kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir 4.14 ve 4.15 denklemlerinde verilen bağıntılar kullanılarak A ve B'nin ortak paydası σ aşağıdaki gibi hesaplanacaktır:

$$|w_{SD}|^2 = w_{SD} w_{SD}^* = h_{SD} h_{SD}^* = |h_{SD}|^2 = \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}}, \quad (4.26)$$

$$|w_{RD}|^2 = w_{RD} w_{RD}^* = \frac{\gamma_{eq}}{\gamma_{RD}} h_{RD}^* \frac{\gamma_{eq}^*}{\gamma_{RD}^*} h_{RD} = \frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD}^2} |h_{RD}|^2 = \frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD}^2} \frac{\gamma_{RD}}{\bar{\gamma}} = \frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD} \bar{\gamma}}, \quad (4.27)$$

$$\sigma = \sqrt{(|w_{RD}|^2 + |w_{SD}|^2) N_0 / 2}, \quad (4.28)$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD} \bar{\gamma}} + \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} \right) \frac{N_0}{2}}.$$

Burada ilk önce $|h_{eq}|^2 = \gamma_{eq} / \bar{\gamma}$ tanımı yapılarak, A ve B'nin payları sırasıyla aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$w_{SD} h_{SD} + w_{RD} h_{RD} = |h_{SD}|^2 + |h_{eq}|^2 = \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} + \frac{\gamma_{eq}}{\bar{\gamma}}, \quad (4.29)$$

$$w_{SD} h_{SD} - w_{RD} h_{RD} = |h_{SD}|^2 - |h_{eq}|^2 = \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} - \frac{\gamma_{eq}}{\bar{\gamma}}. \quad (4.30)$$

Elde edilen pay ve payda değerleri A ve B'de yerine koyulursa;

$$A = \frac{\left(\frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} + \frac{\gamma_{eq}}{\bar{\gamma}} \right) \sqrt{P_x}}{\sqrt{\left(\frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD} \bar{\gamma}} + \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} \right) \frac{N_0}{2}}} = \frac{\sqrt{2}(\gamma_{SD} + \gamma_{eq})}{\sqrt{(\gamma_{SD} + \gamma_{eq}^2 / \gamma_{RD})}} \quad (4.31)$$

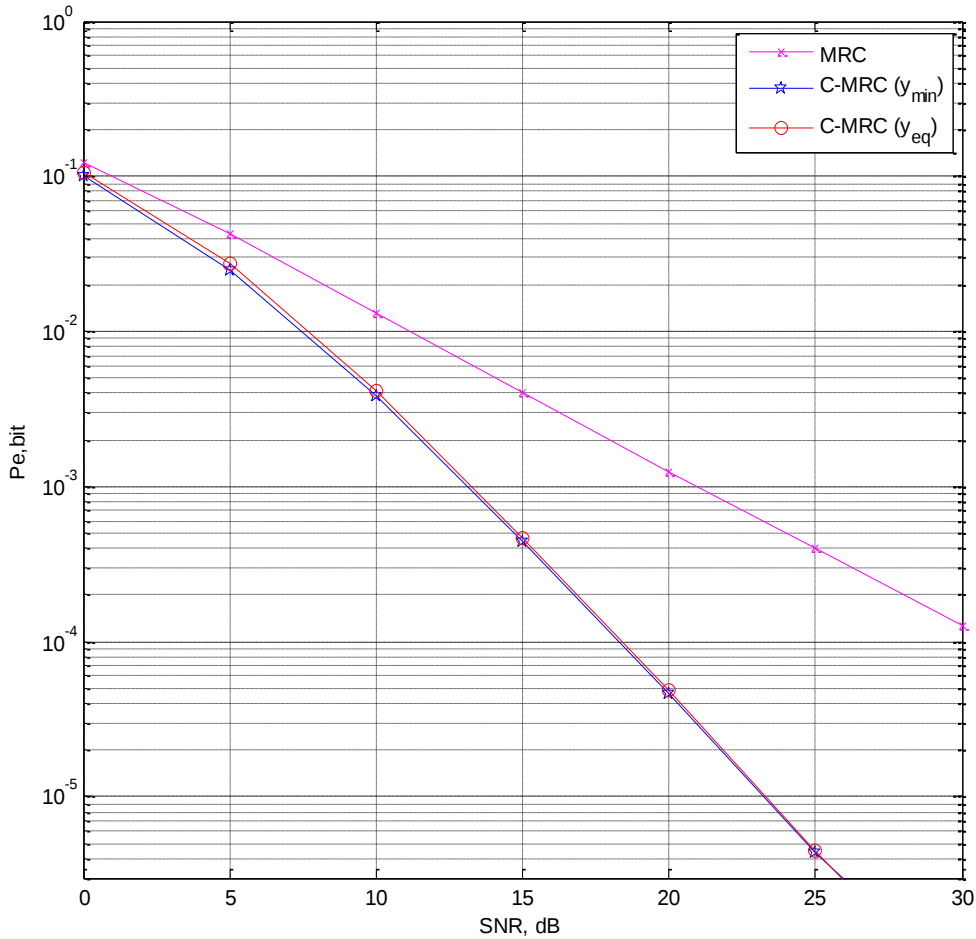
$$B = \frac{\left(\frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} - \frac{\gamma_{eq}}{\bar{\gamma}} \right) \sqrt{P_x}}{\sqrt{\left(\frac{\gamma_{eq}^2}{\gamma_{RD} \bar{\gamma}} + \frac{\gamma_{SD}}{\bar{\gamma}} \right) \frac{N_0}{2}}} = \frac{\sqrt{2}(\gamma_{SD} - \gamma_{eq})}{\sqrt{(\gamma_{SD} + \gamma_{eq}^2 / \gamma_{RD})}} \quad (4.32)$$

ifadeleri açık olarak elde edilir. Bu durumda tek röleli çöz-ve-aktar sistemin hedefteki anlık bit hata olasılığı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$P^b(\gamma_{SR}, h_{SD}, h_{RD}) = \quad (4.33)$$

$$[1 - P_{SR}^b(\gamma_{SR})]Q\left(\frac{\sqrt{2}(\gamma_{SD} + \gamma_{eq})}{\sqrt{(\gamma_{SD} + \gamma_{eq}^2/\gamma_{RD})}}\right) + P_{SR}^b(\gamma_{SR})Q\left(\frac{\sqrt{2}(\gamma_{SD} - \gamma_{eq})}{\sqrt{(\gamma_{SD} + \gamma_{eq}^2/\gamma_{RD})}}\right).$$

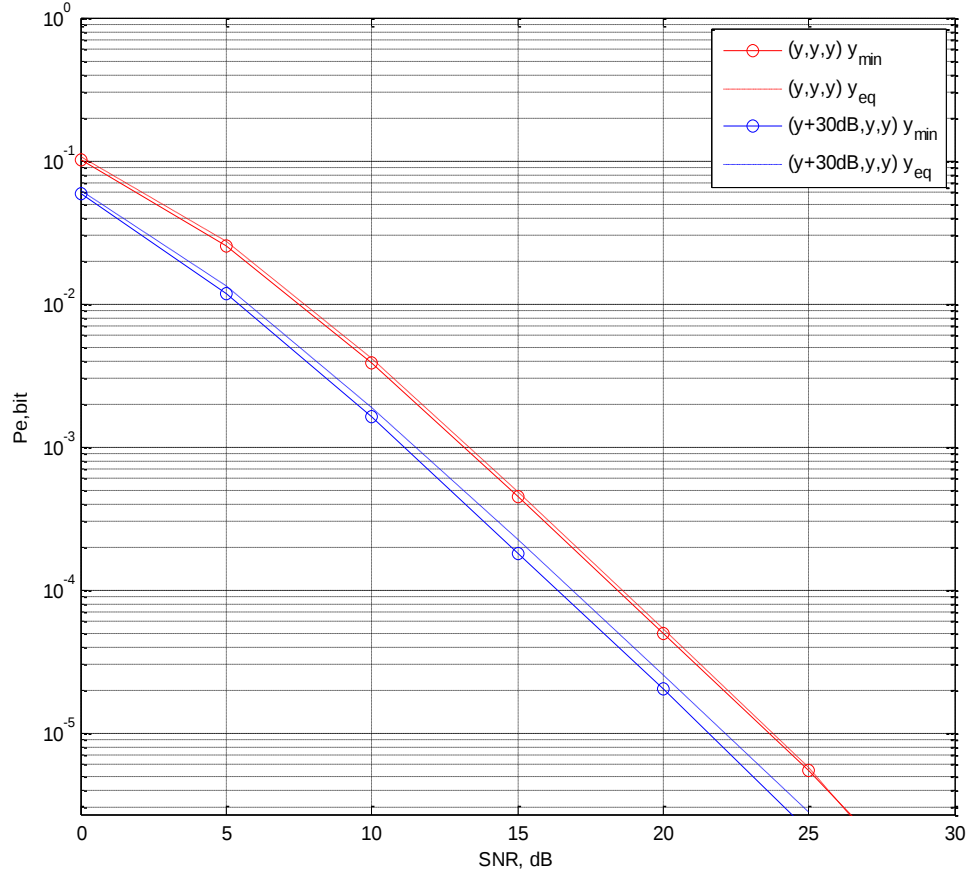
Ortalama bit hata olasılığı ise anlık bit hata olasılığının beklenen değeri alınarak bulunabilir. Fakat verilen ifadenin integralini almak mümkün olmadığı için nümerik yöntemler kullanılarak yaklaşık sonuçlar elde edilmiştir [20].



Şekil 4.7 : BPSK kullanılan tek röleli çöz-ve-aktar sistem için MRC ve C-MRC başarımı.

Şekil 4.7’de BPSK modülasyonunun kullanıldığı tek röleli çöz-ve-aktar sistem için en büyük oran birleştirme yöntemi (MRC) ile [20]’de önerilen yüksek başarılı işbirlikli en büyük oran birleştirme yönteminin (C-MRC) başarımları bir arada verilmiştir. İşbirlikli en büyük oran birleştirme yönteminde hem γ_{eq} hem de γ_{min} kullanıldığı durum için başarımlar eğrileri verilmiştir. [20]’de önerilen C-MRC yönteminin MRC’ye üstünlüğü açık olarak görülmektedir. MRC tek çeşitleme

derecesi sağlarken, C-MRC yönteminin sağladığı çeşitlemenin derecesinin 2 olduğu görülmektedir. Ayrıca γ_{eq} ve γ_{min} 'in başarımlarının nerdeyse aynı oldukları açık olarak görülmektedir.



Şekil 4.8 : BPSK kullanılan tek röleli çöz-ve-aktar sistemde γ_{eq} ve γ_{min} için C-MRC başarımı.

Şekil 4.8’de BPSK modülasyonunun kullanıldığı tek röleli çöz-ve-aktar sistem için yüksek başarımlı işbirlikli en büyük oran birleştirme yönteminin (C-MRC) başarımı kaynak-röle arası işaret-gürültü oranının kaynak-hedef ve hedef röle arası işaret-gürültü oranlarına eşit olduğu ve 30 dB fazla olduğu durumlar için bir arada verilmiştir. Kaynak-röle arası işaret-gürültü oranının 30 dB fazla olduğu durumun, eşit olduğu duruma göre hedefte yaklaşık 2 dB’lik kazanç sağladığı görülmektedir. Ayrıca γ_{eq} ve γ_{min} ’in başarımlarının nerdeyse aynı oldukları açık olarak görülmektedir.

5. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONUNUN BAŞARIMI

5.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nun Literatürde Verilen Başarım İfadeleri

Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun verici yapısı, işaret modeli ve alıcı yapısı 3. bölümde ayrıntılı olarak anlatılmıştı. Bu bölümde uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun başarım hesabı için literatürde verilen [10] matematiksel ifadeler irdelenecek, ortalama bit hata olasılığı hesabı için verilen birleşim üst sınır ifadesinin özellikle $N_t > 2$ için belirgin hale gelen gevşekliliği kuramsal sonuçlarla ve benzetim eğrileriyle ortaya koyulacaktır.

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için ortalama bit hata olasılığı birleşim üst sınır ifadesi [10]'da iki farklı şekilde verilmiştir. Bunlardan ilki

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2^{N(j,\hat{j})} \gamma_\alpha^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1-\gamma_\alpha]^l \quad (5.1)$$

şeklinde verilen birleşim üst sınır ifadesidir. Burada $N(j,\hat{j})$, kaynaktan j . anten indisiyle temsil edilen bit dizisi gönderildiği ve hedefte $\hat{j}$. anten indisine karşılık düşen bit dizisine karar verildiğindeki hatalı bit sayısıdır. γ_α aşağıdaki gibi verilmektedir [10].

$$\gamma_\alpha \triangleq \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right). \quad (5.2)$$

Çiftsel hata olasılığına karşılık gelen kısım PEP ile gösterilmek üzere (5.1)'de verilen ortalama bit hata olasılığı üst sınırı

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2^{N(j,\hat{j})} \cdot \text{PEP} \quad (5.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede de çiftsel hata olasılığından önceki kısım birleşim üst sınır kuralına denk düşmektedir. [10]'da bu birleşim üst sınırının çeşitleme kazancını yakalamasına rağmen, gevşek olduğu belirtilerek sadece en yakın komşu n_{neigh} 'yi dikkate alan daha sıkı bir birleşim üst sınırı aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$P_{e,bit} \leq \frac{n_{neigh}}{N_t(N_t - 1)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \cdot \text{PEP}. \quad (5.4)$$

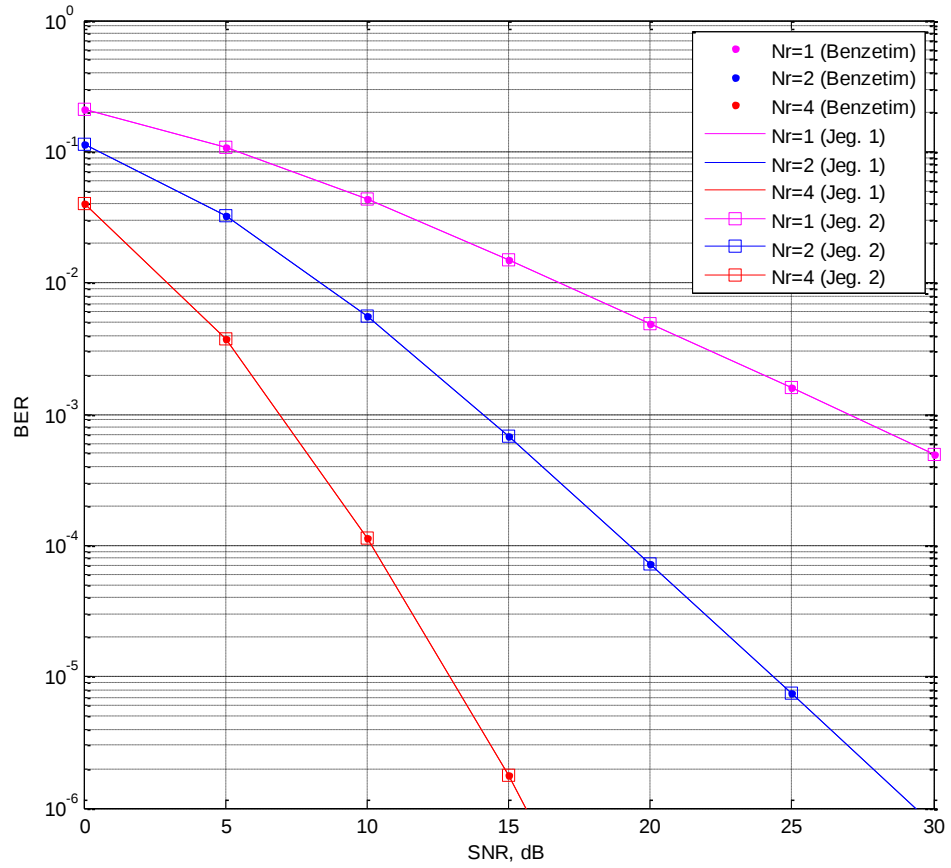
Burada $1/(N_t(N_t - 1))$ ifadesi ortalama $N(j, \hat{j})$ hesabı için kullanılmaktadır. n_{neigh} 'in M 'e bağlı rasgele değişken olduğu ve deneme-yanılma yöntemiyle elde edildiği belirtilerek, $N_t = 8$ için $n_{neigh} \approx 2$ olduğu bilgisi verilmiştir [10].

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda bit hata olasılığı Chernoff sınırı kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilmektedir [10]:

$$P_{e,bit} \leq \frac{N(j, \hat{j})2^{N_r-1}}{N_t} \rho^{-N_r} \quad (5.5)$$

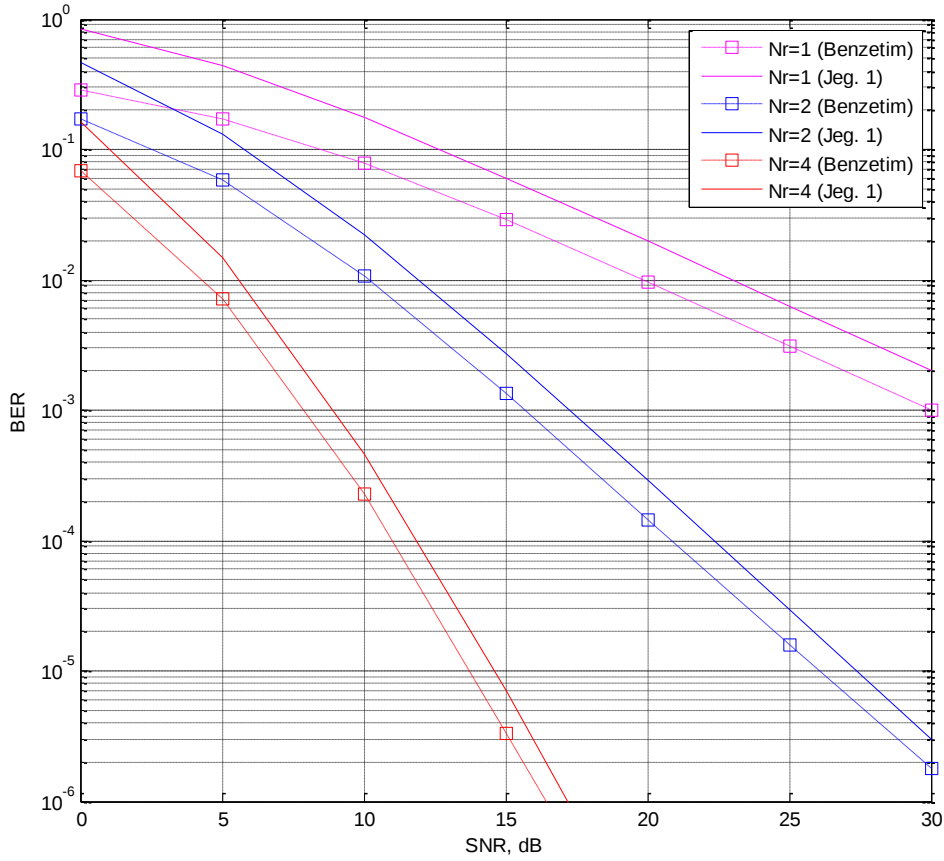
Bu ifadeden açıkça görüldüğü gibi alıcı anten sayısı çeşitleme derecesine birebir etki etmektedir.

Bu bilgiler ışığında $N_t = 2, 4$ ve 8 için başarımlar eğrileri sırasıyla Şekil 5.1, 5.2 ve 5.3'de verilmiştir.



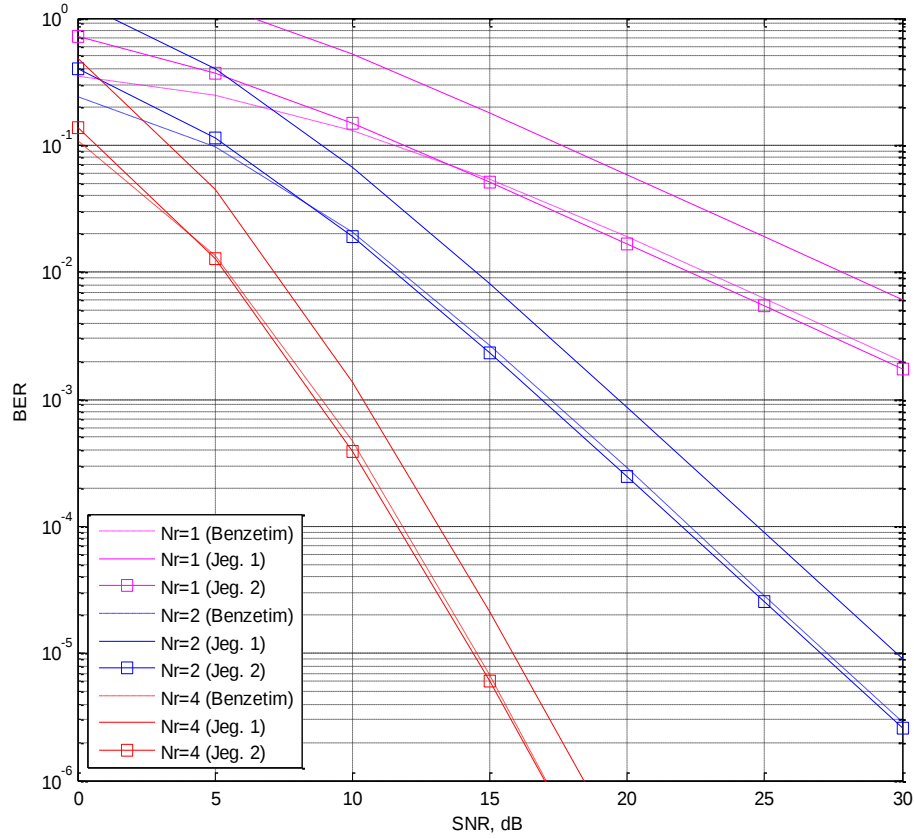
Şekil 5.1 : SSK’da kaynakta $N_t = 2$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 5.1’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ için [10]’da verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadelerinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen eğriler verilmektedir. Şekil 5.1’de (Jeg.1) ve (Jeg.2) olarak verilen eğriler (5.3) ve (5.4) denklemlerinde verilen iki farklı birleşim üst sınır ifadelerinde $N_t = 2$ alınarak elde edilmiştir. $N_t = 2$ için her iki denklemde de bit hata olasılığı ifadeleri birleşim üst sınırından gelen çarpan 1 olmak üzere doğrudan çiftsel hata olasılığına eşit olmaktadır. Dolayısıyla kuramsal eğriler ve benzetim eğrileri üst üste çakışmaktadır. Elde edilen eğrilerde alıcı anten sayısına bağlı olarak artan çeşitleme kazancı açık olarak görülmektedir.



Şekil 5.2 : SSK'da kaynakta $N_t = 4$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 5.2'de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun $N_t = 4$ için [10]'da verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadesinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen başarımları verilmektedir. Şekil 5.2'de (Jeg.1) olarak verilen eğriler (5.3) denkleminde verilen birleşim üst sınır ifadesinde $N_t = 4$ alınarak elde edilmiştir. N_r sırasıyla 1, 2 ve 4 alınarak hedefte alıcı anten sayısına göre değişen kuramsal başarımlar eğrileri elde edilmiştir. Hem kuramsal eğrilerde hem de benzetim eğrilerinde alıcı anten sayısına bağlı olarak değişen çeşitleme kazancı açık olarak görülmektedir. Fakat verilen birleşim üst sınır ifadesinin oldukça gevşek olduğu görülmektedir. $N_r = 1$ için kuramsal ve benzetimsel eğriler arasındaki fark yüksek SNR bölgesinde 3 dB iken, $N_r = 2$ ve 4 için sırasıyla yaklaşık 1.5 ve 1 dB şeklindedir.



Şekil 5.3 : SSK'da kaynakta $N_t = 8$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 5.3'de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun $N_t = 8$ için [10]'da verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadesinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen başarımları verilmektedir. Şekil 5.3'de (Jeg.1) ve (Jeg.2) olarak verilen eğriler (5.3) ve (5.4) denklemlerinde verilen birleşim üst sınır ifadelerinde $N_t = 8$ alınarak elde edilmiştir. 5.4 denklemindeki n_{neigh} değeri 2 alınmıştır [10]. N_r sırasıyla 1, 2 ve 4 alınarak hedefte alıcı anten sayısına göre değişen kuramsal başarımlar elde edilmiştir. Hem kuramsal hem benzetimsel eğrilerde alıcı anten sayısına bağlı olarak değişen çeşitleme kazancı açık olarak görülmektedir. Fakat 5.3 denkleminde verilen birleşim üst sınır ifadesinin oldukça gevşek olduğu görülmektedir. $N_r = 1$ için kuramsal ve benzetimsel eğriler arasındaki fark yüksek SNR bölgesinde 5 dB iken, $N_r = 2$ ve 4 için sırasıyla yaklaşık 2.5 ve 1.5 dB şeklinde olmaktadır. (5.4) denkleminde verilen birleşim üst sınırının ise üç durumda da benzetim eğrilerinin altında kaldığı görülmektedir. Deneme yanılma yöntemiyle elde edilen n_{neigh} 'ye bağlı bu birleşim üst sınır kuralının hatalı olduğu açık olarak görülmektedir.

5.2 Uzak Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda Yeni Birleşim Üst Sınır İfadesi

Jeganathan ve diğerleri [10] tarafından tanımlanan uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için verilen birleşim üst sınır ifadelerinin hatalı olduğu bir önceki bölümde verilen benzetim eğrileriyle gösterilmişti. Bu bölümde, verilen yeni birleşim üst sınır ifadesinin elde edilişi açıklanacak; başarımları verilen benzetim eğrileriyle karşılaştırılarak sınanacaktır.

Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda tüm N_t 'ler için daha sıkı sonuç veren yeni birleşim üst sınır ortalama bit hata olasılığı, iyi bilinen üst sınır tekniği [17] kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 P_{e,bit} &= E_j \left[\bigcup_{\hat{j}, \hat{j} \neq j} N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) \right] \\
 &\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) \\
 P_{e,bit} &\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_{\alpha}^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1-\gamma_{\alpha}]^l
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

$P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}})$, çiftsel hata olasılığının elde edilişi 3. bölümde ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Çizelge 5.1 : $N_t = 2$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları.

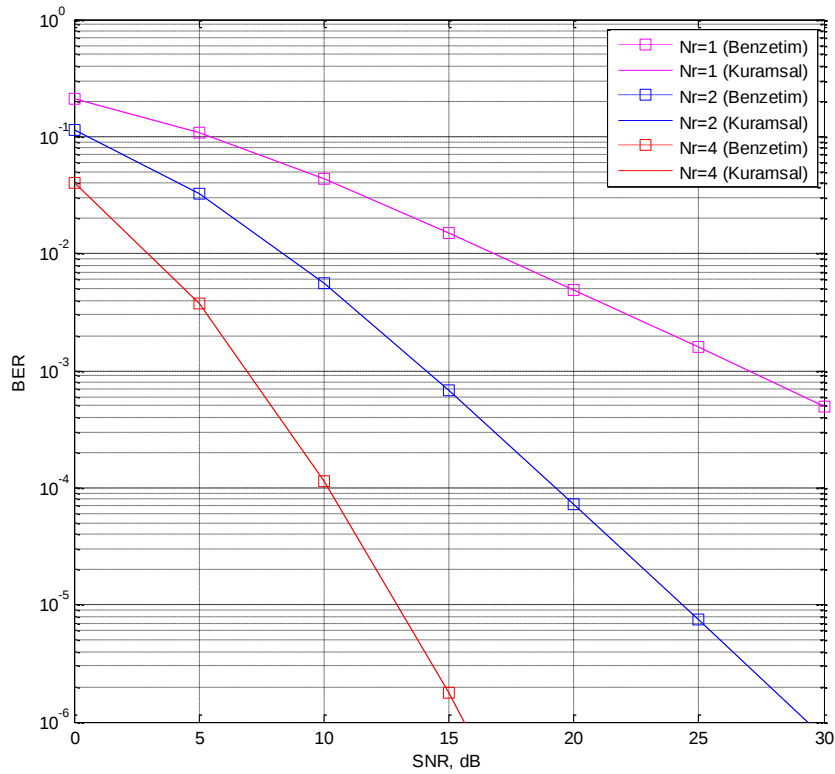
Gönderilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı
0	1	1
1	0	1
Toplam Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı		2

$N_t = 2$ için hedefte hatalı karar verilmesi durumunda olası tüm durumları gösteren Çizelge 5.1 yukarıdaki gibi verilmiştir. $N_t = 2$ farklı durumla iletilen $\log_2(N_t)$ bitten oluşan bit dizilerine hedefte hatalı karar verildiği durumda, Çizelge 5.1'de

görüldüğü gibi toplam 2 bite hatalı karar verilmektedir. Bu durumda $N_t = 2$ için birleşim üst sınır çarpanı

$$\frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) = \frac{1}{2 \cdot \log_2(2)} \cdot 2 = 1$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla ortalama bit hata olasılığı $N_t = 2$ için doğrudan çiftsel hata olasılığına eşittir. Şekil 5.4'de $N_t = 2$ için yukarıda verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadesinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen BER başarımları verilmektedir. N_r sırasıyla 1, 2 ve 4 alınarak hedefte alıcı anten sayısına göre değişen kuramsal başarımlar eğrileri elde edilmiştir. Elde edilen eğrilerde alıcı anten sayısına bağlı olarak değişen çeşitleme kazancı açık olarak görülmektedir.



Şekil 5.4 : SSK'da kaynakta $N_t = 2$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımları.

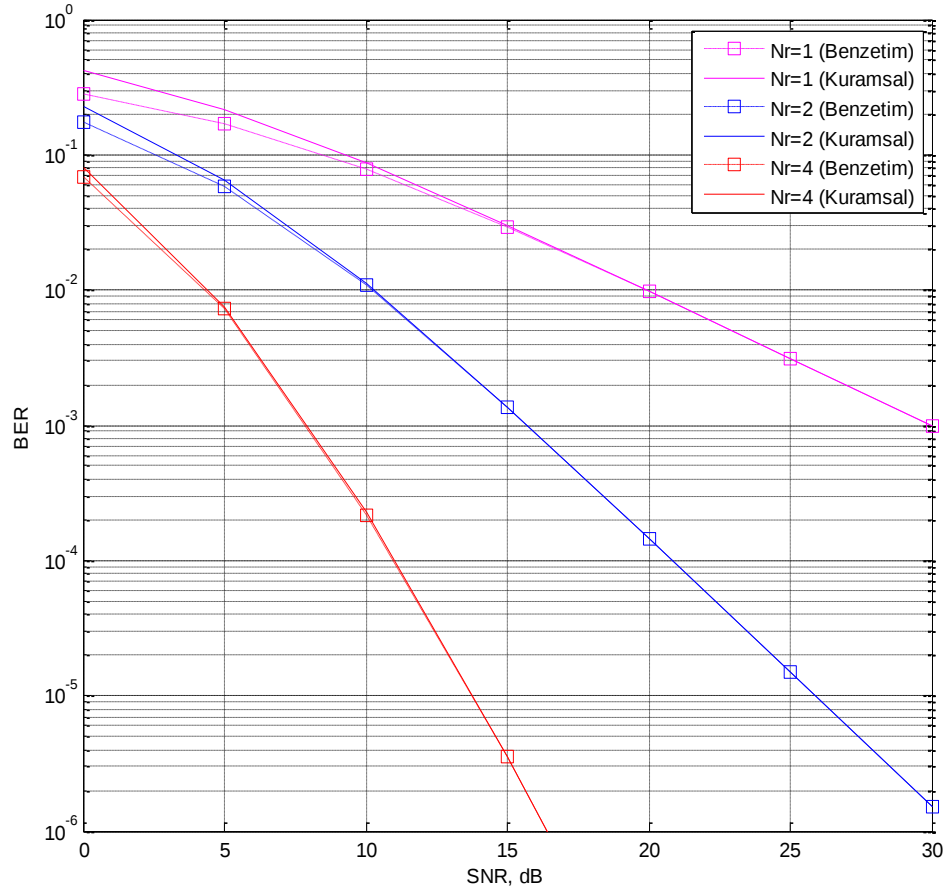
$N_t = 4$ için hedefte hatalı karar verilmesi durumunda olası tüm durumları gösteren Çizelge 5.2 aşağıdaki gibi verilmiştir. $N_t = 4$ farklı durumla iletilen $\log_2(N_t)$ bitten oluşan bit dizilerinin hedefte hatalı karar verildiği durumda, Çizelge 5.2'de görüldüğü gibi toplam 16 bite hatalı karar verilmektedir. Bu durumda $N_t = 4$ için birleşim üst sınır çarpanı

$$\frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2^{N(j, \hat{j})} = \frac{1}{4 \cdot \log_2(4)} \cdot 16 = 2$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla ortalama bit hata olasılığı $N_t = 4$ için çiftsel hata olasılığının 2 katına eşittir. Şekil 5.5’de $N_t = 4$ için yukarıda verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadesinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen BER başarımları verilmektedir. N_r sırasıyla 1, 2 ve 4 alınarak hedefte alıcı anten sayısına göre değişen kuramsal başarımlar eğrileri elde edilmiştir. Bir önceki bölümde $N_t = 4$ için verilen birleşim üst sınır ifadesinin başarımları göz önünde bulundurulduğunda, yeni verilen birleşim üst sınır ifadesinin başarımlarının üstünlüğü açık olarak görülmektedir. Yüksek SNR bölgelerinde kuramsal ve benzetim eğrileri örtüşmekte, eğrilerde alıcı anten sayısına bağlı olarak değişen çeşitleme kazancı açık olarak görülmektedir.

Çizelge 5.2 : $N_t = 4$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları.

Gönderilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı
00	01	1
	10	1
	11	2
01	00	1
	10	2
	11	1
10	00	1
	01	2
	11	1
11	00	2
	01	1
	10	1
Toplam Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı		16



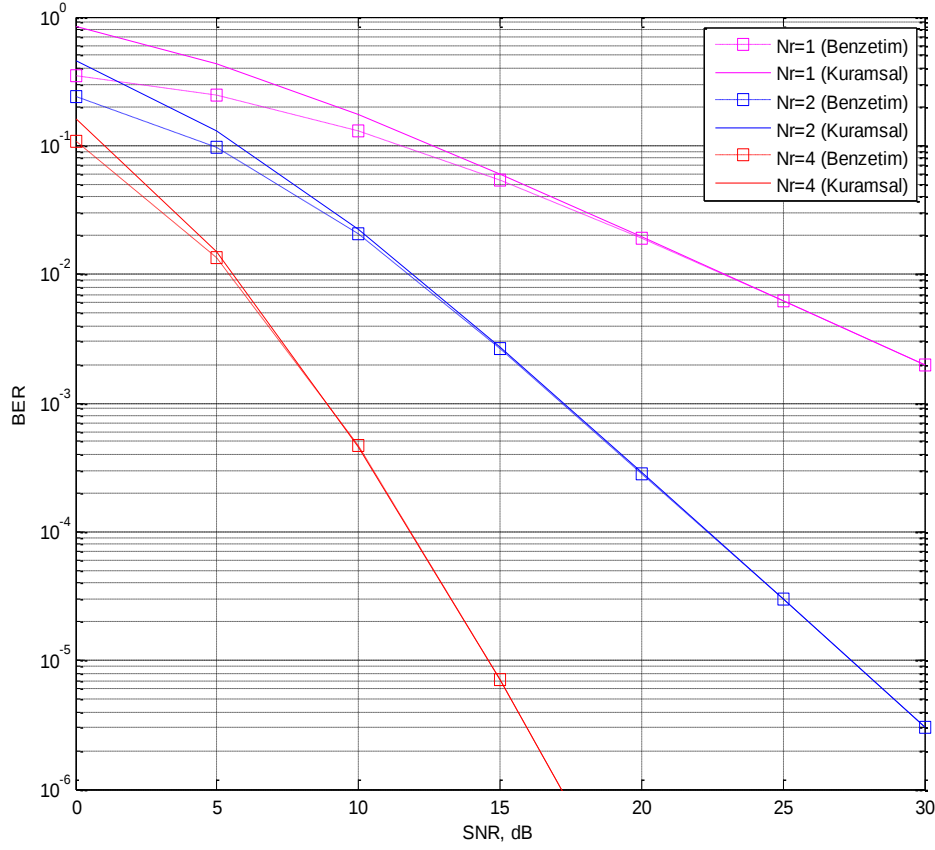
Şekil 5.5 : SSK'da kaynakta $N_t = 4$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

$N_t = 8$ için hedefte hatalı karar verilmesi durumunda olası tüm durumları gösteren Çizelge 5.3 aşağıdaki gibi verilmiştir. $N_t = 8$ farklı durumla iletilen $\log_2(N_t)$ bitten oluşan bit dizilerinin hedefte hatalı karar verildiği durumda, Çizelge 5.3'de görüldüğü gibi toplam 96 bite hatalı karar verilmektedir. Bu durumda $N_t = 8$ için birleşim üst sınır çarpanı

$$\frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) = \frac{1}{8 \cdot \log_2(8)} \cdot 96 = 3$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla ortalama bit hata olasılığı $N_t = 8$ için çiftsel hata olasılığının 3 katına eşittir. Şekil 5.6'da $N_t = 8$ için yukarıda verilen kuramsal bit hata olasılığı ifadesinden ve bilgisayar benzetimlerinden elde edilen BER başarımları verilmektedir. N_r sırasıyla 1, 2 ve 4 alınarak hedefte alıcı anten sayısına göre değişen kuramsal başarımlar elde edilmiştir. Bir önceki bölümde $N_t = 8$ için iki

farklı şekilde verilen birleşim üst sınır ifadesinin başarımları göz önünde bulundurulduğunda, yeni verilen birleşim üst sınır ifadesinin üstünlüğü açık olarak görülmektedir. Elde edilen eğrilerde alıcı anten sayısına bağlı olarak değişen çeşitleme kazancı belirgin şekilde görülmektedir.



Şekil 5.6 : SSK’da kaynakta $N_t = 8$, hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımları.

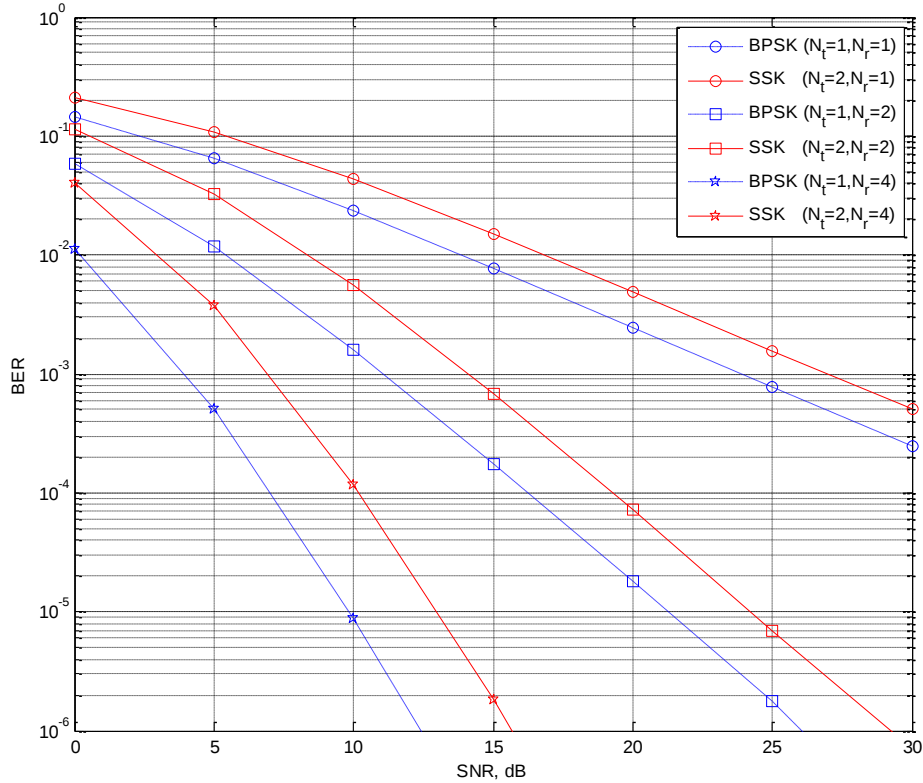
Çizelge 5.3 : $N_t = 8$ anten için olası tüm hatalı karar verme durumları.

Gönderilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı	Gönderilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Dizisi	Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı
000	001	1	100	000	1
	010	1		001	2
	011	2		010	2
	100	1		011	3
	101	2		101	1
	110	2		110	1
	111	3		111	2
001	000	1	101	000	2
	010	2		001	1
	011	1		010	3
	100	2		011	2
	101	1		100	1
	110	3		110	2
	111	2		111	1
010	000	1	110	000	2
	001	2		001	3
	011	1		010	1
	100	2		011	2
	101	3		100	1
	110	1		101	2
	111	2		111	1
011	000	2	111	000	3
	001	1		001	2
	010	1		010	2
	100	3		011	1
	101	2		100	2
	110	2		101	1
	111	1		110	1
Toplam Hatalı Karar Verilen Bit Sayısı			96		

5.3 Uzak Kaydırmalı Anahtarlama & Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonlarının Başarım Karşılaştırması

Bu bölümde uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonlarının başarımlarının karşılaştırması değişen M ve N_r değerleri için elde edilen başarımlar eğrileri ile verilecektir. Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda iletim sabit simgenin bit dizisine göre değişen farklı iletim kanallarından gönderilmesiyle yapılırken, genlik-faz modülasyonlarında iletim

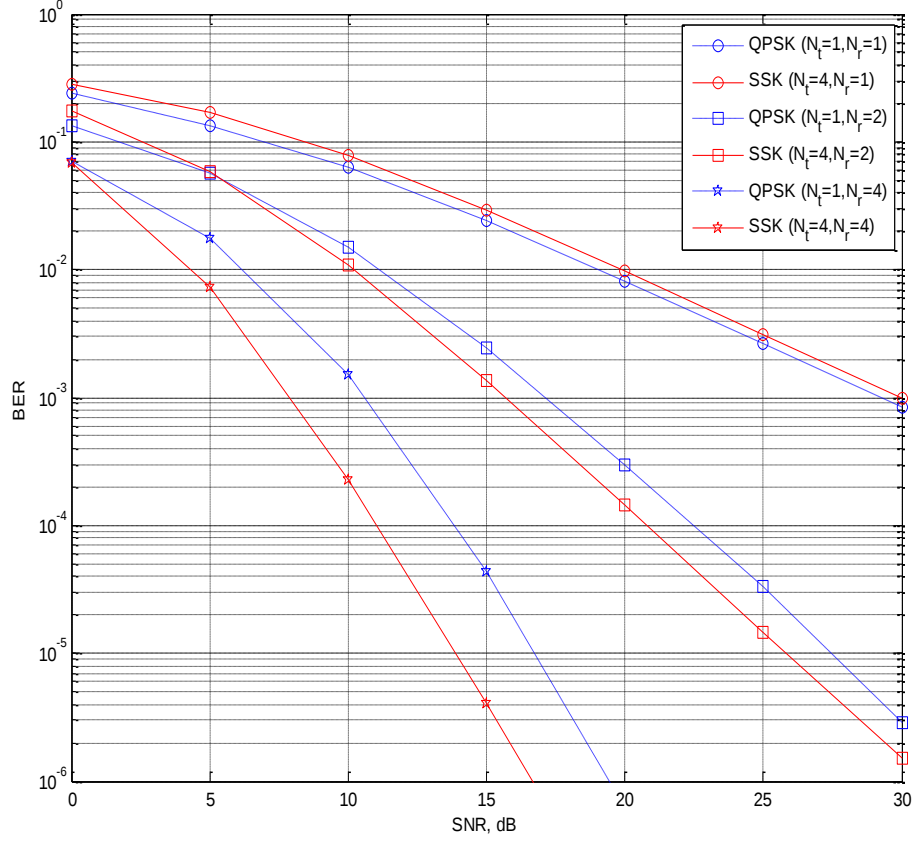
bit dizisine göre değişen simgenin aynı iletim kanalı üzerinden gönderilmesiyle yapılır. Bu durumda alıcıda karar verme genlik-faz modülasyonları için tek boyutlu kompleks uzayda yapılırken, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda N_r boyutlu kompleks uzayda yapılır. Bu durumda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun artan M ve N_r değerleri için genlik-faz modülasyonlarından daha iyi başarımlar vereceği açıktır [10].



Şekil 5.7 : SSK ve BPSK modülasyonlarının hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten için kuramsal ve benzetimsel BER başarımlarını karşılaştırması.

Şekil 5.7’de aynı modülasyon derecesine sahip, $N_t = 2$ verici anten olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile ikili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) modülasyonunun başarımları hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 anten olduğu durumlar için bir arada verilmektedir. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin alıcısı en büyük olabilirlik (ML) yöntemini kullanarak karar verirken, ikili faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun alıcısı en büyük oran birleştirme (MRC) yöntemiyle karar vermektedir. Modülasyonların en temel halleri göz önünde bulundurulduğunda faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun başarımının ortalama 2-3 dB daha iyi

olduğu ve artan alıcı anten sayısı ile biraz daha arttığı görülmektedir. Her iki modülasyonun aynı çeşitleme derecesini yakaladığı da açıkça görülmektedir.



Şekil 5.8 : SSK ve QPSK modülasyonlarının hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 için kuramsal ve benzetimsel BER başarımlarını karşılaştırması.

Şekil 5.8’de ise yine aynı modülasyon derecesine sahip, $N_t = 4$ olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile dörtlü faz kaydırmalı anahtarlama (QPSK) modülasyonunun başarımları hedefte $N_r = 1, 2$ ve 4 alıcı anten olduğu durumlar için bir arada verilmektedir. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin alıcısı en büyük olabilirlik (ML) yöntemini kullanarak karar verirken, QPSK modülasyonunun alıcısı en büyük oran birleştirme (MRC) yöntemiyle karar vermektedir. Artan modülasyon derecesi ile birlikte başarımların Şekil 5.7’de verilen ilk duruma göre oldukça değiştiği açık olarak görülmektedir. Yine alıcı anten sayısına göre başarımın değiştiği görülmektedir. $N_r = 1$ iken her iki modülasyonun başarımı birbirine oldukça yakın iken, $N_r = 2$ için uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun yaklaşık 1.5 dB daha iyi başarımlar verdiğini, $N_r = 4$ için bu farkın 3 dB’e kadar çıktığı görülmektedir. Bit hata olasılığı için 10^{-5} seviyesi referans

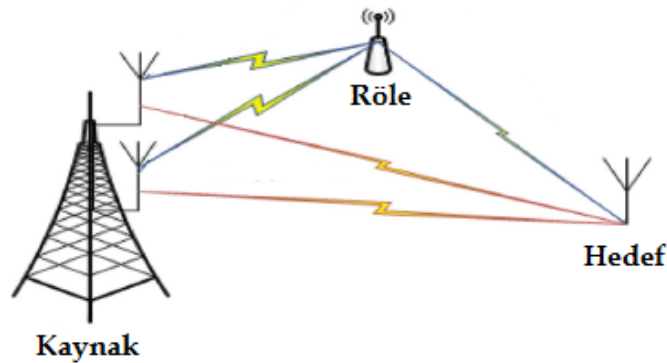
alındığında, $N_r = 2$ 'den 4'e geçişte QPSK modülasyonu yaklaşık 10 dB SNR kazancı sağlarken, SSK modülasyonunun 12 dB SNR kazancı sağladığı görülmektedir. Başarım değişimlerine rağmen her iki modülasyonun yine aynı çeşitleme derecesini yakaladığı açıkça görülmektedir.

6. İŞBİRLİKLİ UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU

İşbirlikli sistemler son yıllarda birçok farklı iletişim sistemi için başarımları arttıran bir yöntem olarak ortaya çıkmaktadır. İşbirlikli iletim hakkında genel bilgi 4. bölümde verilmiştir. Bu bölümde, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu işbirlikli iletim sistemleri kapsamında literatürde önerilen kuvvetlendirir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistem [14] kısaca anlatılacak ve elde edilen başarımlar eğrileri verilecektir. Yine literatürde çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistem için önerilen [14,16] yapılar sorgulanacaktır. Bu bağlamda yeni önerilen, rölede kaynaktan gelen işaretin demodüle edilip yeniden modüle edilerek hedefe gönderildiği çöz-ve-aktar modülasyonlu yapılar ve başarımları ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

6.1 Kuvvetlendirir-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun kullanıldığı kuvvetlendirir-ve-aktar röleli işbirlikli iletim sisteminin modeli Şekil 6.1’deki gibi verilebilir. Kuvvetlendirir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu iletim iki fazda gerçekleşmektedir. İlk fazda kaynaktan iletilen bit dizisine göre etkin hale gelen anten aracılığıyla röleye ve hedefe iletim yapılır. İkinci fazda tek antenli röle kaynaktan gelen işareti güçlendirerek hedefe iletir. Daha sonra alıcı her iki fazda gelen işaretleri birlikte kullanarak iletilen bite veya bit dizisine karar verir.



Şekil 6.1 : Kuvvetlendirir-ve-aktar röleli SSK modülasyonu sistem modeli.

Kaynağın iletim yaptığı birinci fazda rölede ve hedefte alınan işaretler y_{SR} ve y_{SD} sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} \mathbf{H}_{SR} \mathbf{x} + \eta_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} h_{SR,j} + \eta_{SR}, \quad (6.1)$$

$$y_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} \mathbf{H}_{SD} \mathbf{x} + \eta_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j} + \eta_{SD}. \quad (6.2)$$

Burada $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$ uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işaret vektörüne karşılık düşer. $\mathbf{H}_{SR}$ ve $\mathbf{H}_{SD}$ sırasıyla kaynak-röle ve kaynak-hedef arası $1 \cdot N_t$ boyutlu, elemanları kanal sönümleme katsayıları olan kanal vektörünü göstermektedir. $h_{SR,j}$ ve $h_{SD,j}$ etkin anten indisi j 'ye göre etkin olan kanal sönümleme katsayılarıdır. ρ_{SR} , ρ_{SD} sırasıyla kaynaktan gönderilen işaret için röle ve hedefteki işaret-gürültü oranlarıdır. $CN(0, \sigma^2)$, 0 ortalamalı σ^2 varyanslı kompleks Gauss dağılımı olmak üzere; $h_{SR,j} \sim CN(0, \sigma_{SR}^2)$ 'e göre, $h_{SD,j} \sim CN(0, \sigma_{SD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlıdır. η_{SR} ve η_{SD} sırasıyla kaynaktan gelen işarete rölede ve hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimlerine karşılık düşerken, $CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır.

İkinci fazda röleden hedefe aktarılan işaret y_{RD} , $h_{RD} \sim CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 'e göre dağılan röle-hedef arası sönümleme katsayısını, $\eta_{RD} \sim CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 'e göre dağılan, röleden gelen işarete hedefte eklenen gürültüyü göstermek üzere aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y_{RD} = A \cdot h_{RD} \cdot y_{SD} + \eta_{RD}. \quad (6.3)$$

Burada A rölenin kuvvetlendirme faktörüdür. P_R ve P_S sırasıyla röleden ve kaynaktan iletilen işaretin gücünü göstermektedir.

$$A = \sqrt{\frac{P_R}{|h_{SR}|^2 P_S + N_0}}. \quad (6.4)$$

İletim süreci tamamlandıktan sonra alıcıda karar verme işlemi gerçekleştirilir. Alıcıda karar verme işbirliksiz durumda olduğu gibi en büyük olabilirlik yöntemiyle gerçekleştirilir:

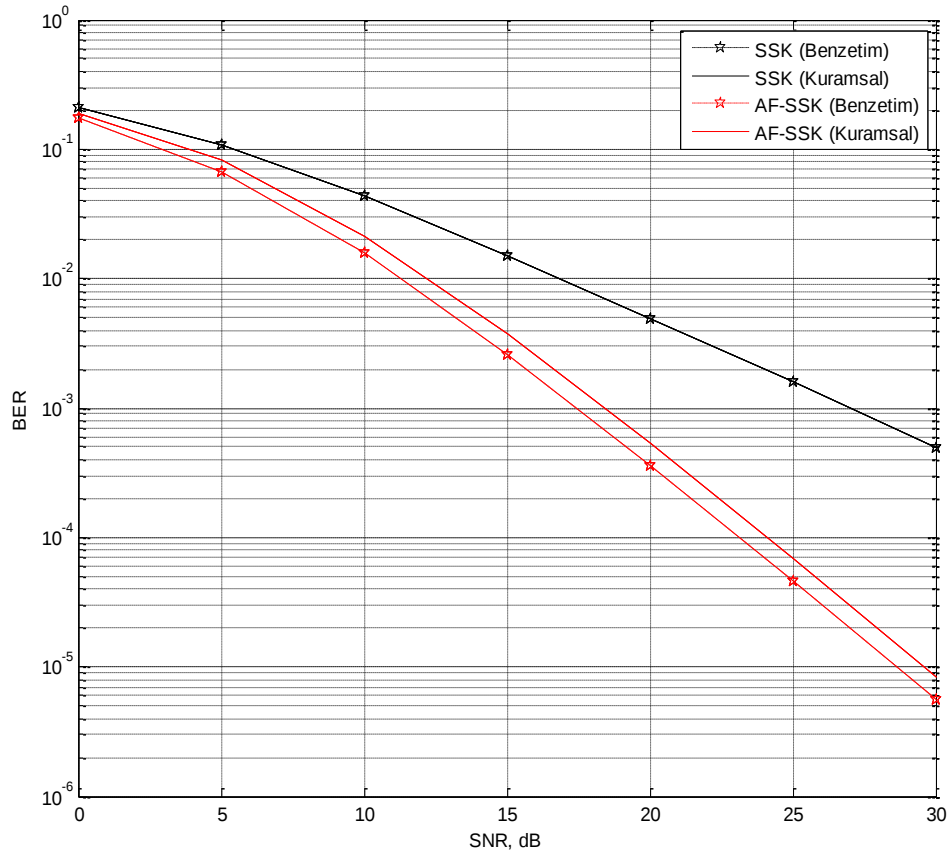
$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\|y_{SD} - \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j}\|_F^2 + \|y_{RD} - A \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD,j} h_{SR,j}\|_F^2 \right). \quad (6.5)$$

(6.5)'de görüldüğü gibi alıcının karar verebilmesi için kaynak-röle, kaynak-hedef ve röle-hedef arası sönümleme katsayılarını bilmesi gerekmektedir. Bu ifadeden yola

çıkılarak hesaplanan kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli sistemin bit hata olasılığı başarımı [14]'de ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun bit hata olasılığı moment üretme fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki gibi yaklaşık olarak hesaplanmaktadır [14].

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \frac{1}{\pi} M_{SD} \left(\frac{1}{2} \right) M_{RD} \left(\frac{1}{2} \right) \quad (6.6)$$

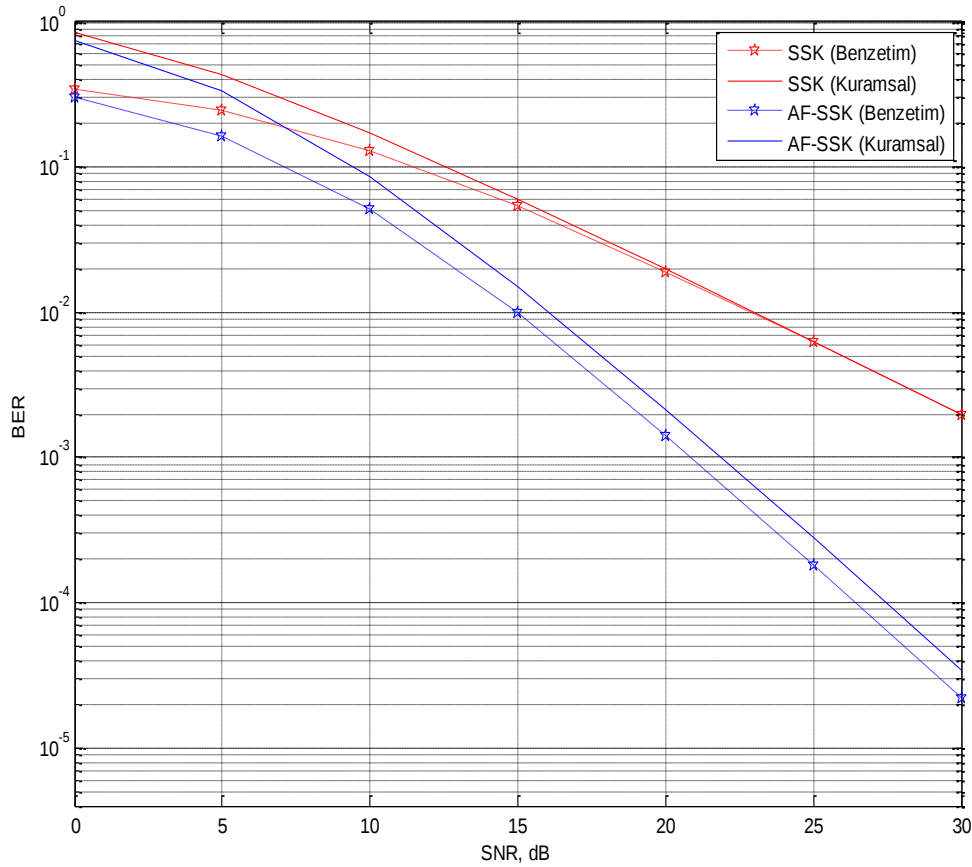
Burada $M_{SD}(\cdot)$ ve $M_{RD}(\cdot)$ sırasıyla anlık bit hata olasılığı ifadesinde kaynağın ve rölenin etkisine karşılık düşen ifadelerin moment üretim fonksiyonlarına karşılık düşmektedir ve [14]'de verilmiştir.



Şekil 6.2 : $N_t = 2$ anten için kuvvetlendir-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.2'de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ için, tek yol ve kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin başarımları bir arada verilmiştir. Bilgisayar benzetimleriyle elde edilen eğrilerin yanında kuramsal sonuç eğrileri de

verilmiştir. Kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için verilen kuramsal başarımların benzetimsel eğriden yaklaşık 0.8 dB kadar kötü olmasına rağmen aynı çeşitleme derecesini yakaladığı görülmektedir. Kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin başarımının işbirliksiz yapıya göre daha üstün olduğu görülmektedir. 10^{-3} bit hata olasılığı seviyesi için kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin işbirliksiz sisteme göre 10 dB’den fazla üstün olduğu, bu farkın düşük bit hata olasılığı seviyesi ve yüksek işaret-gürültü oranı için git gide arttığı açık olarak görülmektedir. Bu durumun kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin sağladığı çeşitleme kazancından kaynaklandığı açıktır.



Şekil 6.3 : $N_t = 8$ anten için kuvvetlendir-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.3’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 8$ için, tek yol ve kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin başarımları bir arada verilmiştir. Bilgisayar benzetimleriyle elde edilen eğrilerin yanında kuramsal sonuç eğrileri de verilmiştir. $N_t = 8$ durumunda kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için verilen kuramsal başarımların benzetimsel

eğriden $N_t = 2$ 'de olduğu gibi yaklaşık 0.8 dB kadar kötü olmasına rağmen aynı çeşitleme derecesini yakaladığı görülmektedir. 10^{-3} bit hata olasılığı seviyesi için kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin işbiriksiz sisteme göre yine 10 dB'den fazla üstün olduğu, bu farkın düşük bit hata olasılığı seviyesi ve yüksek işaret-gürültü oranı için git gide arttığı açık olarak görülmektedir. Bu durumun kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin sağladığı çeşitleme kazancından kaynaklandığı açıktır.

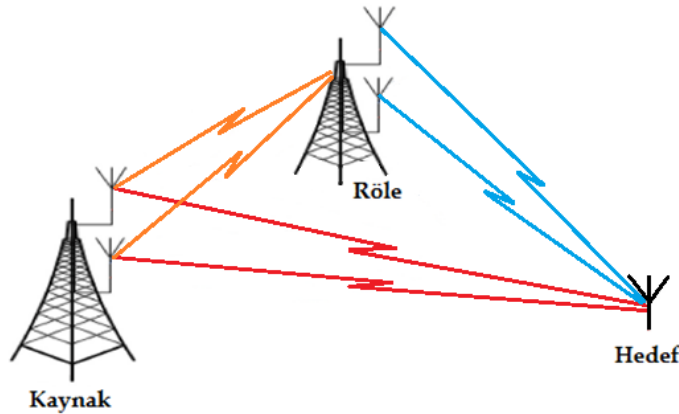
6.2 Yeni Önerilen İşbirlikli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonlu Sistemler

Tezin ilk bölümde verilen literatür taraması kısmında anlatıldığı gibi, uzaysal modülasyon ve uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için literatürde birtakım çöz-ve-aktar röleli yapılar önerilmiştir. [11] ve [14]'de sırasıyla uzaysal modülasyon ve uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilen yapıların her ikisinde de rölenin kaynaktan gelen işareti saptayıp (genie-aided) sadece doğru olan işareti hedefe aynen ilettiği belirtilerek, bu yapılara çöz-ve-aktar işbirlikli sistem adı verilmiştir. Aslında bu yapıların, hatalı olan işaretleri hedefe yollamayan seçici bir kuvvetlendir-ve-aktar işbirlikli sistem olarak adlandırılması daha doğru olacaktır. [12]'de uzaysal modülasyon için önerilen çöz-ve-aktar röleli yapıda, rölenin hatalı çözülen simgeleri hedefe iletmediği ve bunu çevrimsel artıklık denetimiyle (CRC) yaptığı belirtmiştir. Bu da tüm sistem için donanım karmaşıklığını ve maliyet artışını gerekli kılacaktır. Yine [16]'da uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilen çöz-ve-aktar çok dallı ve çok röleli yapıda rölelerin hatalı olarak çözdüğü işaretleri hedefe iletmediği varsayımıyla kuramsal sonuçlar ortaya koyulmuş, rölenin hatalı işareti nasıl saptadığı konusunda bir bilgi verilmemiştir.

Verilenler ışığında, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için literatürde bazı varsayımlar olmadan çalışan çöz-ve-aktar işbirlikli bir sistemin önerilmediği açık olarak görülmektedir. Bu boşluğu doldurmak adına bu bölümde yeni çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu yapılar önerilmiştir. Önerilen yeni yapıların kuramsal hata başarımları kısmen nümerik yaklaşımlarla elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar kuramsal eğriler ve benzetim eğrileri verilerek ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

6.2.1 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

Önerilen çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun sistem modeli temel olarak Şekil 6.4'deki gibi verilebilir. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu iletim kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemde olduğu gibi iki fazda gerçekleşmektedir. Fakat rölenin görevi ve gereksinimleri farklıdır. İlk fazda kaynaktan röleye ve hedefe iletim yapılır. İkinci fazda, röle kaynaktan gelen işareti tek alıcı antenden alarak hızlıca çözer ve yeniden modüle ederek hedefe iletir. Dolayısıyla kullanılan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun derecesine göre kaynakta olan verici anten sayısı kadar rölede de olması gerekmektedir. Ayrıca rölede karar verirken herhangi bir çevrimsel artıklık denetimi (CRC) kuralı kullanılmamaktadır. Son olarak alıcı, kaynaktan doğrudan gelen ve röleden kestirilip modüle edilerek gönderilen işaretleri birlikte kullanarak iletilen bite veya bit dizisine karar verir.



Şekil 6.4 : Çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonu sistem modeli.

Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda, kaynağın iletim yaptığı birinci fazda rölede ve hedefte alınan işaretler y_{SR} ve y_{SD} sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} \mathbf{H}_{SR} \mathbf{x} + \eta_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} h_{SR,j} + \eta_{SR}. \quad (6.7)$$

$$y_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} \mathbf{H}_{SD} \mathbf{x} + \eta_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j} + \eta_{SD}. \quad (6.8)$$

Burada $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$ uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işaret vektörünü karşılık düşer. $\mathbf{H}_{SR}$ ve $\mathbf{H}_{SD}$ sırasıyla kaynak-röle ve kaynak-hedef arası $1 \cdot N_t$ boyutlu, elemanları kanal sönmüleme katsayıları olan kanal vektörünü göstermektedir. $h_{SR,j}$ ve $h_{SD,j}$ etkin anten indisi j 'ye göre etkin olan kanal

sönümlleme katsayılarıdır. ρ_{SR} , ρ_{SD} sırasıyla kaynaktan gönderilen işaret için röle ve hedefteki işaret-gürültü oranlarıdır. $CN(0, \sigma^2)$, 0 ortalamalı σ^2 varyanslı kompleks Gauss dağılımı olmak üzere; $h_{SR,j}$ $CN(0, \sigma_{SR}^2)$ 'e göre, $h_{SD,j}$ $CN(0, \sigma_{SD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlıdır. η_{SR} ve η_{SD} sırasıyla kaynaktan gelen işarete rölede ve hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimlerine karşılık düşerken, $CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır.

Birinci fazda rölede alınan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu işaret en büyük olabilirlik yöntemi kullanılarak kestirilmektedir. Tek yöllü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda alıcıda karar verme yapısı ve bit hata olasılık ifadelerinin elde edilmesi 3. bölümde ayrıntılı olarak verilmiştir. Rölede doğrudan olarak kestirilen işaret vektörü $\hat{\mathbf{x}}_R$, yeniden modüle edilerek hedefe iletilmektedir. İkinci fazda röleden gönderilen işaret hedefte

$$y_{RD} = \sqrt{\rho_{RD}} \mathbf{H}_{RD} \hat{\mathbf{x}}_R + \eta_{RD} = \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD,r} + \eta_{RD}. \quad (6.9)$$

şeklinde alınacaktır. Burada $\mathbf{H}_{RD}$ röle-hedef arası $1 \cdot N_t$ boyutlu, elemanları kanal sönümlleme katsayıları olan kanal vektörünü göstermektedir. $h_{RD,r}$ rölede kestirilen etkin anten indisi r 'ye göre etkin olan kanal sönümlleme katsayısıdır ve $CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve her r için aynı dağılımlıdır. ρ_{RD} röleden gönderilen işaret için hedefteki işaret-gürültü oranıdır. η_{RD} röleden gelen işarete hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimine karşı düşerken, $CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır.

İletim süreci tamamlandıktan sonra alıcıda karar verme işlemi gerçekleştirilir. Alıcıda karar verme işbirliksiz durumda olduğu gibi en büyük olabilirlik yöntemiyle gerçekleştirilir. $\hat{j}$ alıcıda kestirilen anten indisi olmak üzere, karar kuralı aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\|y_{SD} - \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j}\|_F^2 + \|y_{RD} - \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD,j}\|_F^2 \right). \quad (6.10)$$

Alıcının karar verebilmesi için kaynak-hedef ve röle-hedef arası sönümlleme katsayılarını bilmesi gerekmektedir. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı ifadesi bir sonraki bölümde elde edilecektir.

6.2.1.1 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunda $N_t = 2$ İçin Bit Hata Olasılığı

Kaynaktan gelen işaretin rölede çözülüp tekrar modüle edilerek hedefe gönderildiği, hedefte ise hem kaynaktan hem röleden gelen işaretlerin birlikte kullanılarak karar verildiği yapı kodlamasız çöz-ve-aktar işbirlikli sistem olarak tanımlanıp, sistemin hedefteki bit hata olasılık ifadesi aşağıdaki gibi verilebilir [21]:

$$P_{e,bit} = (1 - P_{e,r}) P_{c,d}(r, d) + P_{e,r} P_x \quad (6.11)$$

Burada $P_{e,r}$ olasılığı rölenin kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığına karşılık düşerken, tek yöllü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu bit hata olasılığı kullanılarak hesaplanabilir. Bu durumda $(1 - P_{e,r})$ rölenin kaynaktan gelen işarete doğru karar verme olasılığına karşılık düşmektedir. $P_{e,r}$ 'nin hesabı (3.24) denklemi kullanılarak yapılırsa $N_t = 2$ için

$$P_{e,r} = \gamma_r = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{RD}/2}{1 + (\rho_{RD}/2)}} \right) \quad (6.12)$$

şeklinde elde edilir.

$P_{c,d}(r, d)$ rölede kaynaktan gelen işarete doğru karar verildiğinde, yani kaynaktan ve röleden aynı işaret iletilindiğinde hedefteki bit hata olasılığıdır. $P_{c,d}(r, d)$ iki farklı kaynaktan gönderilen aynı işaretin hedefte tek alıcı anten olduğu durumdaki bit hata olasılığı olarak da ifade edilebilir. $\rho_{SD} = \rho_{RD} = \rho$ için (6.10) denklemine verilen karar kuralı $y = [y_{SD} \ y_{RD}]^T$, $h_j = [h_{SD,j} \ h_{RD,j}]^T$ olmak üzere yeniden yazılırsa;

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \|y - \sqrt{\rho} h_j\|_F^2 \quad (6.13)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifade tek kaynaktan iletim yapılırken alıcıda iki anten olduğu durumdaki bit hata olasılığı ifadesine denk düşer. Bu durumda (5.6) denklemine $N_r = 2$ yerine koyulursa;

$$P_{c,d}(r, d) = \gamma^2 \sum_{l=0}^1 \binom{1+l}{l} [1 - \gamma]^l \quad (6.14)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho/2}{1 + (\rho/2)}} \right) \quad (6.15)$$

olmaktadır.

$\rho_{SD} \neq \rho_{RD}$ olduğu durumda ise $P_{c,d}(r, d)$ ifadesi [14]'de kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için verilen ve moment üretme fonksiyonu kullanılarak elde edilen bit hata olasılığı ifadesi yeniden düzenlenerek hesaplanabilir. (6.6) denkleminde de verilen bu ifadede, kuvvetlendir-ve-aktar röleden gelen işaretin moment üretme fonksiyonuna karşılık düşen $M_{RD}(\cdot)$ ifadesinin kaynaktan doğrudan alınan işarete karşılık düşen $M_{SD}(\cdot)$ ile değiştirilmesi yeterli olacaktır. Bu durumda

$$M_{SD}(s) = \frac{1}{(1 + s\rho_{SD}\sigma_{SD}^2)}, \quad (6.16)$$

$$M_{RD}(s) = \frac{1}{(1 + s\rho_{RD}\sigma_{RD}^2)}. \quad (6.17)$$

olmak üzere $N_t = 2$ için kaynak-hedef ve röle-hedef arası işaret-gürültü oranlarının farklı olduğu durumda

$$P_{c,d}(r, d) \leq \frac{1}{\pi} M_{SD} \left(\frac{1}{2} \right) M_{RD} \left(\frac{1}{2} \right) \quad (6.18)$$

şeklinde üstel olarak hesaplanabilir.

(6.11) denkleminde geriye kalan tek terim olan P_x ise röle hata yaptığında hedefteki bit hata olasılığıdır. Kaynaktan hedefe doğru işaret, röleden hedefe hatalı işaret gönderildiğinde hedefin doğru işarete karar verme olasılığı P_d olmak üzere,

$$P_x = 1 - P_d \quad (6.19)$$

yazılabilir. $N_t = 2$ ve $\rho_{SD} = \rho_{RD}$ için kaynaktan 0 gönderildiğinde ve rölede 1'e karar verilip hedefe iletildiğinde hedefte $P_x = P_d \cong 0.5$ alınabilir [21]. $N_t = 2$ ve $\rho_{SD} \cong \rho_{RD}$ için P_x ve P_d 'in elde edilmesi bir sonraki bölümde anlatılmıştır.

Bulunan $P_{e,r}$, $P_{c,d}(r, d)$ ve P_x olasılıkları (6.11) denkleminde yerine koyulursa tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı ifadesi $N_t = 2$ ve $\rho_{SD} = \rho_{RD} = \rho$ için

$$P_{e,bit} = (1 - \gamma_r) \cdot \gamma^2 \sum_{l=0}^1 \binom{1+l}{l} [1 - \gamma]^l + \gamma_r \cdot 0.5 \quad (6.20)$$

şeklinde elde edilir. $N_t = 2$ için çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin kuramsal ve benzetimsel hata başarımı bir sonraki bölümde incelenecektir.

6.2.1.2 Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunda $N_t \geq 2$ İçin Bit Hata Olasılığı

Bir önceki bölümde $N_t = 2$ için çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun hedefteki ortalama bit hata olasılığının elde edilmesi ayrıntılı olarak anlatılmış ve (6.20) denklemiyle elde edilmişti. $N_t \geq 2$ için bu ifadeyi oluşturan $P_{e,r}$ ve $P_{c,d}(r, d)$ tüm N_t 'leri kapsayan birleşim üst sınır kuralı kullanılarak yeniden yazılabilir.

Rölede hata yapma olasılığı, $P_{e,r}$ 3. bölümde elde edildiği gibi rölede tek alıcı anten için

$$P_{e,r} = \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_r \quad (6.21)$$

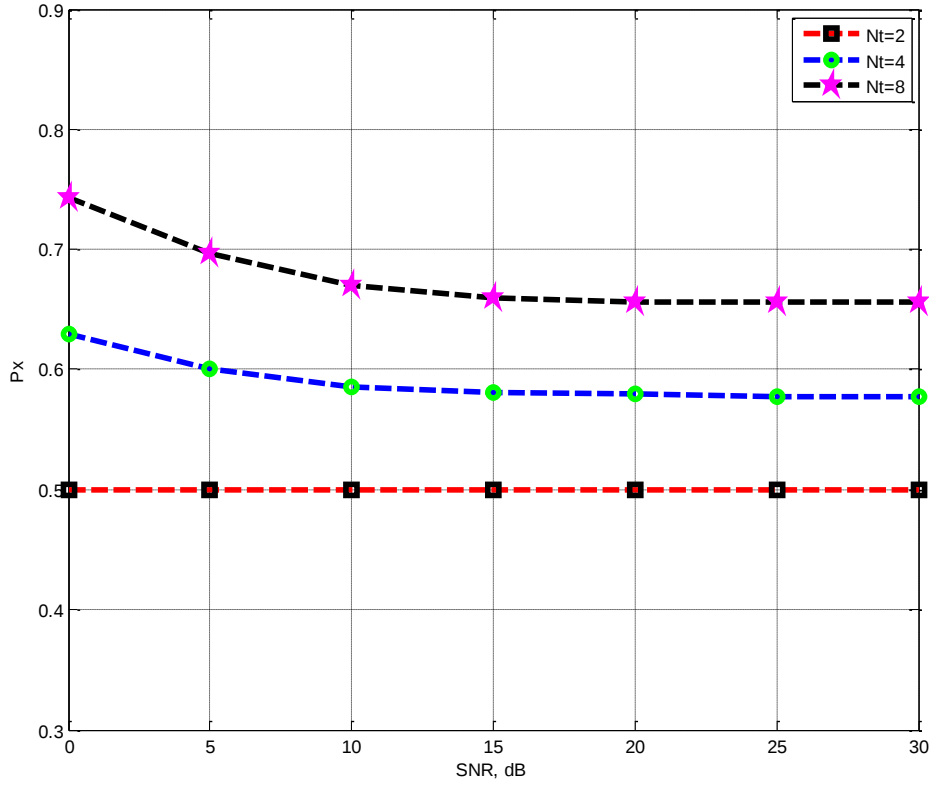
şeklinde olur. γ_r (6.12) denkleminde verilmiştir. $P_{c,d}(r, d)$ ise bir önceki bölümde elde edilen haline birleşim üst sınırı eklenerek $\rho_{SD} = \rho_{SD} = \rho$ için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_{c,d}(r, d) = \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma^2 \sum_{l=0}^1 \binom{1+l}{l} [1 - \gamma]^l. \quad (6.22)$$

Burada γ (5.21) denkleminde verilmiştir. Bu durumda çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun hedefteki ortalama bit hata olasılığı ifadesi tüm N_t 'ler için aşağıdaki gibi elde edilir:

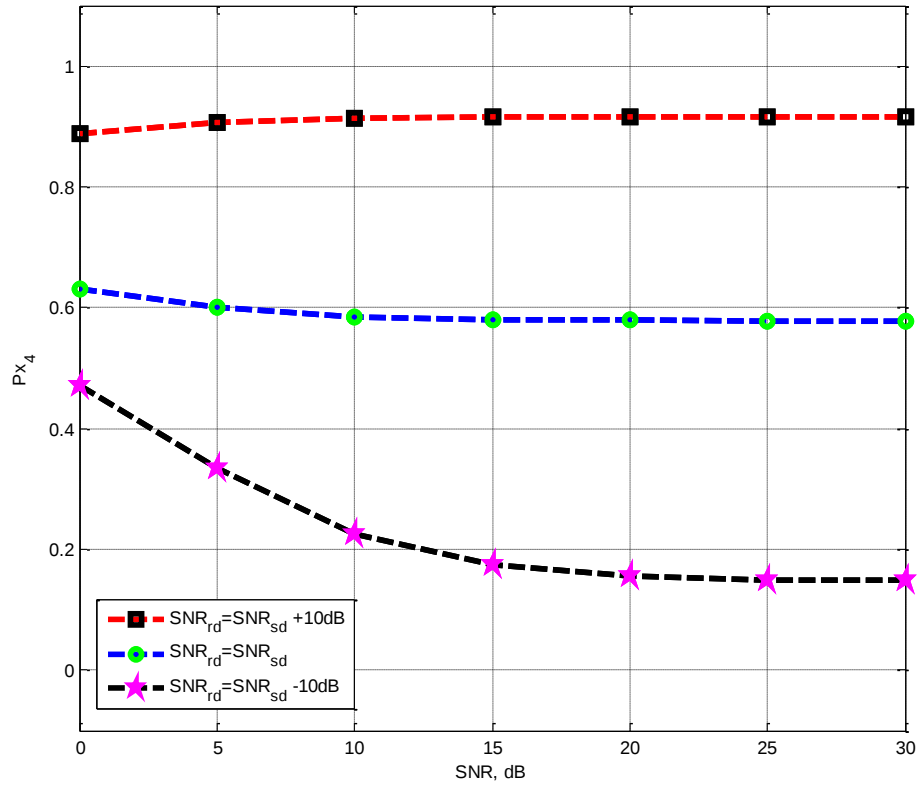
$$\begin{aligned}
P_{e,bit} \leq & \left(1 - \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_r \right) \\
& \cdot \left(\frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma^2 \sum_{l=0}^1 \binom{1+l}{l} [1-\gamma]^l \right) \\
& + \left(\frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_r \right) \cdot P_{x,N_t}.
\end{aligned} \tag{6.23}$$

Burada P_{x,N_t} , N_t verici antenli sistem için rölede hata yapıldığında hedefte hatalı karar verme olasılığıdır ve $(1 - P_{d,N_t})$ 'ye eşittir. Bu durumda P_{d,N_t} rölede hata yapıldığında hedefte doğru karar verme olasılığına karşılık gelir. P_{x,N_t} veya P_{d,N_t} 'nin kuramsal olarak hesabı kaynak-röle-hedef iletim hattının doğrusal ve Gauss dağılımlı olmayan bir kanal olması [20] nedeniyle matematiksel olarak mümkün gözükmemektedir. Dolayısıyla P_{x,N_t} ve P_{d,N_t} değerleri $\rho_{SD} = \rho_{RD} = \rho$ durumunda farklı N_t 'ler ve birden çok işaret-gürültü oranı için bilgisayar benzetimleriyle elde edilerek Şekil 6.5'de verilmiştir. Benzetimlerde rölede hata yapıldığı durum dikkate alınarak, hedefte doğru karar verme olasılığı, P_{d,N_t} artan işaret-gürültü oranı için elde edilmiştir. Daha sonra $P_{x,N_t} = (1 - P_{d,N_t})$ eşitliğinden yararlanarak P_{x,N_t} bulunmuştur. Şekil 6.5'de özellikle yüksek işaret-gürültü oranlarındaki değerlere bakılarak anlaşıldığı gibi P_{x,N_t} veya P_{d,N_t} olasılıklarının gönderilen işaretin işaret-gürültü oranından bağımsız olarak sabit kaldığı açık olarak görülmektedir. Dolayısıyla P_{x,N_t} bir kere hesaplandıktan sonra sabit bir sayı olarak tüm sistemin bit hata olasılık hesabında kullanılabileceği gösterilmiştir. Yine P_{x,N_t} 'in N_t arttıkça artarak 1'e yaklaştığı görülmektedir. Buna sebep olarak N_t arttıkça hedefte de artan karar verilecek anten indisi sayısı gösterilebilir.



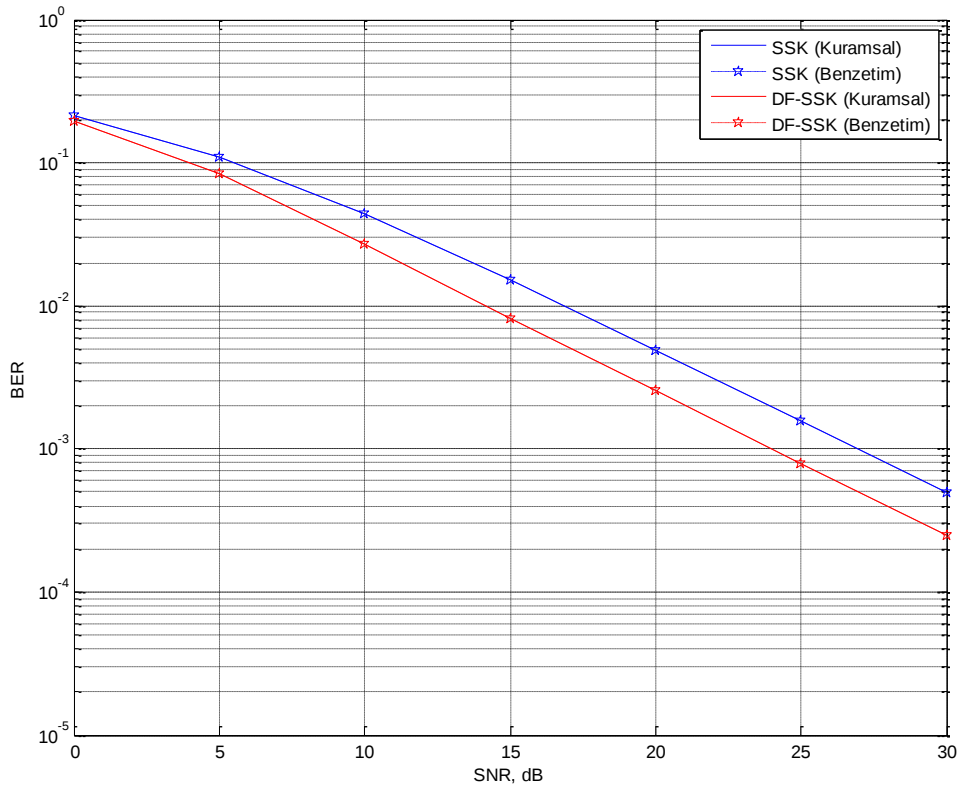
Şekil 6.5 : $N_t = 2, 4, 8$ anten için farklı SNR’larda bilgisayar benzetimleriyle elde edilen P_{x,N_t} değerleri.

Yine Şekil 6.6’da $N_t = 4$ için sırasıyla $\rho_{RD} = \rho_{SD}$, $\rho_{RD} = \rho_{SD} + 10$ dB ve $\rho_{RD} = \rho_{SD} - 10$ dB durumları için farklı işaret-gürültü oranlarında elde edilen P_{x,N_t} değerlerinin değişimi verilmiştir. P_{x,N_t} eğrilerinin değişiminden görüldüğü gibi kaynak-hedef ve röle-hedef arası işaret-gürültü oranlarının birbirine göre durumu P_{x,N_t} ’i belirlemektedir. Rölenin hata yaptığı durumda, eğer röle-hedef arası işaret-gürültü oranı kaynak-hedef arası işaret-gürültü oranından fazla ise P_{x,N_t} 1’e yaklaşırken, tam tersi durumda 0’a yaklaştığı görülmektedir. Şekil 6.6’da da Şekil 6.5’de olduğu gibi P_{x,N_t} değerinin yüksek işaret-gürültü oranında sabit hale geldiği gözlemlenmektedir. Burada bir kez daha P_{x,N_t} değerinin bir sabit olduğu ve işaret-gürültü oranından etkilenmediği anlaşılmaktadır.



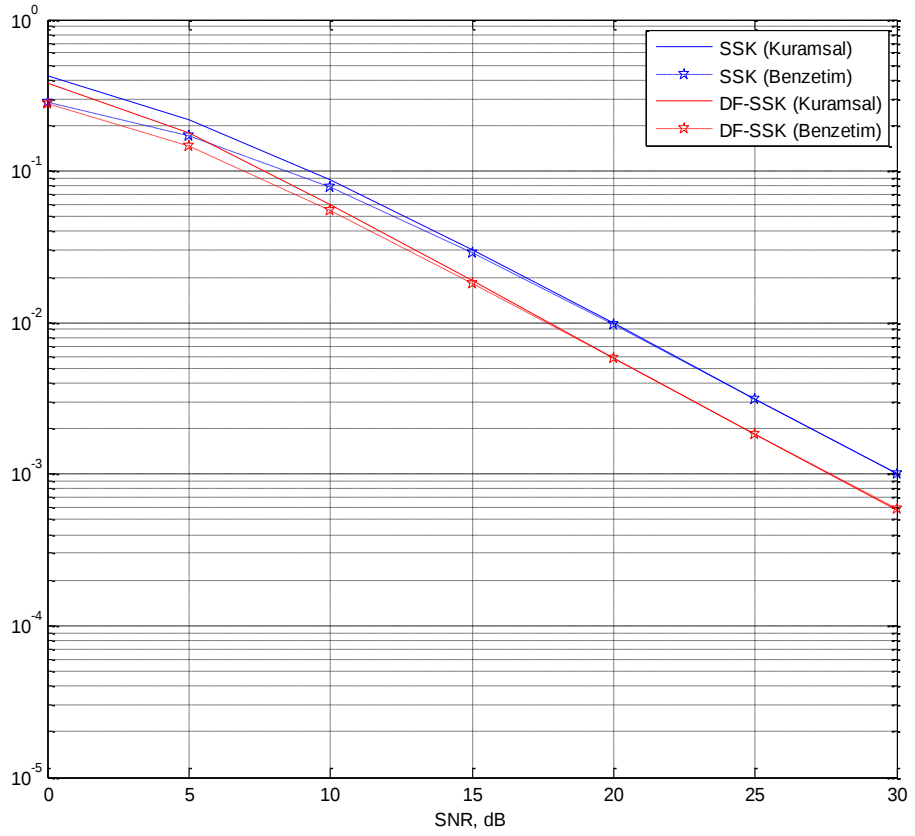
Şekil 6.6 : $N_t = 4$ anten için kaynak-hedef ve röle-hedef arası SNR'ların farkına göre değişen P_{x,N_t} değerleri.

Şekil 6.5'de verilen ve $N_t = 2, 4, 8$ için elde edilen $P_{x,2}$, $P_{x,4}$ ve $P_{x,8}$ değerleri kullanılarak çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin kuramsal bit hata başarımları Şekil 6.7, 6.8 ve 6.9'da verilmiştir.



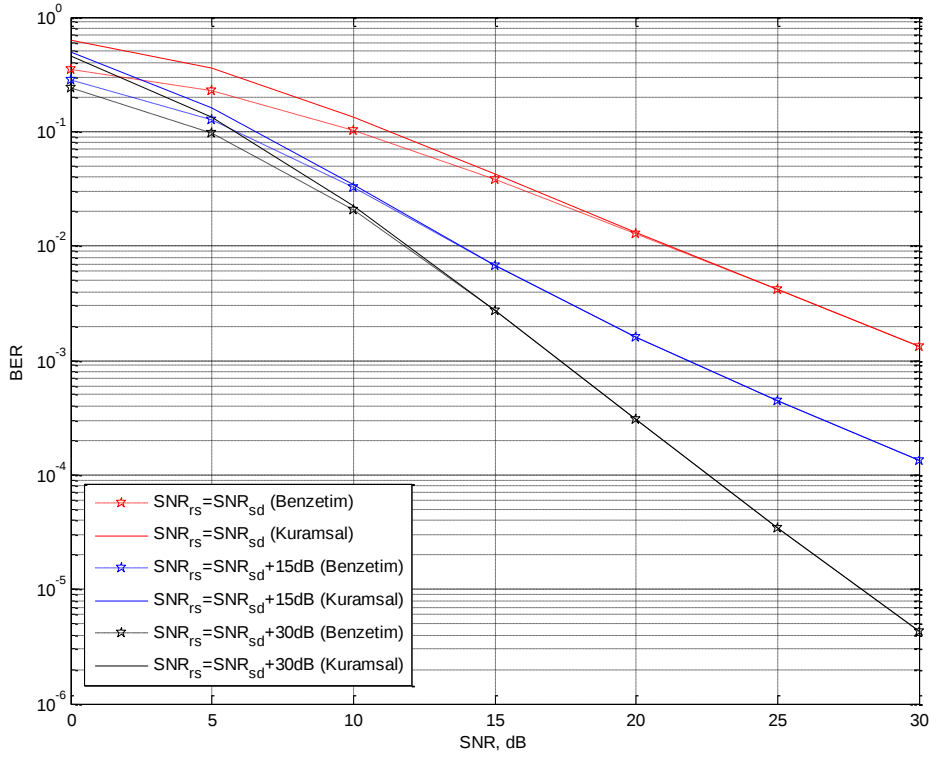
Şekil 6.7 : $N_t = 2$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.7’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ anten için, tek yollu ve çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları kuramsal ve benzetimsel sonuçlar için bir arada verilmiştir. Kuramsal eğrinin elde edilebilmesi için (6.11) denkleminde verilen ortalama bit hata olasılığı ifadesindeki P_x Şekil 6.5’de de verildiği gibi nümerik olarak elde edilmiş ve 0.5 bulunmuştur. Bulunan P_x değerinin doğruluğu üst üste çakışan kuramsal ve benzetim eğrilerinden de görülmektedir. Rölede hata yapılmadığı durumda hedefte hata yapma olasılığı, rölede hata yapıldığı duruma göre ihmal edilebilir olduğundan (6.11) denkleminin özellikle yüksek işaret gürültü oranında $P_{e,r}P_x$ ’e eşit olduğu söylenebilir. Bu durum verilen başarımlar eğrilerinden de açık olarak görülmekte, çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları $0.5 \cdot P_{e,r}$ ’ye yani rölede hata yapma olasılığının yarısına eşit olmaktadır. Dolayısıyla çöz-ve-aktar röleli sistem bir çeşitleme kazancı sağlayamamış, sadece yaklaşık 2.5 dB’lık bir başarımlar kazancı sağlamıştır.



Şekil 6.8 : $N_t = 4$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.8’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 4$ anten için, tek yollu ve çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları kuramsal ve benzetimsel sonuçlar için bir arada verilmiştir. Kuramsal eğrinin elde edilebilmesi için (6.11) denkleminde verilen ortalama bit hata olasılığı ifadesindeki P_x Şekil 6.5’de de verildiği gibi nümerik olarak elde edilmiş ve 0.58 bulunmuştur. Bulunan P_x değerinin doğruluğu yüksek işaret-gürültü oranlarında üst üste çakışan kuramsal ve benzetim eğrilerinden de görülmektedir. Rölede hata yapılmadığı durumda hedefte hata yapma olasılığının özellikle yüksek işaret gürültü oranlarında $P_{e,r}P_x$ ’e yaklaşık eşit olduğu verilen başarımlar eğrilerinden de açık olarak görülmekte, çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları $0.58 \cdot P_{e,r}$ ’ye yani rölede hata yapma olasılığının 0.58 katına eşit olmaktadır. Artan N_t ile artan ve 1’e yaklaşan P_x nedeniyle, $N_t = 2$ için 2.5 dB olan çöz-ve-aktar röleli sistemin getirisi $N_t = 4$ için 2 dB’ye düşmektedir.



Şekil 6.9 : Artan kaynak-röle arası işaret-gürültü oranında $N_t = 8$ anten için çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.9’da uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 8$ anten için çöz-ve-aktar röleli sistemin kuramsal ve benzetimsel başarımları kaynak-röle arası artan işaret-gürültü oranları için bir arada verilmiştir. $N_t = 2$ ve 4’de olduğu gibi P_x nümerik olarak elde edilmiş ve 0.65 bulunmuştur. Bulunan P_x değerinin doğruluğu yüksek işaret-gürültü oranlarında üst üste çakışan kuramsal ve benzetim eğrilerinden de görülmektedir. Rölede hata yapılmadığı durumda hedefte hata yapma olasılığı, rölede hata yapıldığı duruma göre ihmal edilebilir olduğundan (6.11) denkleminin özellikle yüksek işaret gürültü oranında $P_{e,r}P_x$ ’e eşit olduğu söylenebilir. Bu durum verilen başarımlar eğrilerinden de açık olarak görülmekte, kaynak-röle arası artan işaret-gürültü oranıyla birlikte azalan $P_{e,r}$ nedeniyle çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları git gide artmakta hatta 2. çeşitleme derecesini yakalamaktadır.

6.2.2 Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

Bir önceki bölümde yeni önerilen çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun hata başarımı kuramsal olarak ve bilgisayar benzetimleriyle incelenmişti. Bu yapı basitlik, hızlı çalışma ve daha az karmaşıklık gibi avantajlara sahip olmasına rağmen, kaynak-röle arası işaret-gürültü oranı düşük seviyedeysen işbiriksiz sistemden çok da üstün olmayan bir başarımlı sağladığı görülmüştür. Önerilen çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemde rölede hatalı karar verme olayı tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı için bir alt sınır oluşturduğu açık iken, tüm sistemin başarımını yüksek tutmak ve çeşitleme kazancı sağlamak için kaynak-röle arası işaret-gürültü oranını yüksek tutma gerekliliği görülmüştür. Bu bölümde kaynak-röle arası işaret-gürültü oranını yüksek tutmaksızın daha verimli çalışabilen yeni bir yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyon yapısı ayrıntılı olarak anlatılacak; sistemin kuramsal hata başarım ifadeleri elde edilerek, bilgisayar benzetimleriyle de desteklenerek yeni yöntemin başarımı değerlendirilecektir.

4.3 bölümünde anlatılan yüksek başarımli demodülasyon yöntemi kısaca tekrar hatırlatılacak olursa; çöz-ve-aktar röleli faz modülasyonlu yapıda hedefteki en büyük oran birleştirme (MRC) yöntemi başarım açısından bir getiri sağlayamamıştı. Bunun nedeni rölede yapılan hatanın hedefte karar vermeyi olumsuz etkilemesiydi. Bu yüzden yeni önerilen işbirlikli en büyük oran birleştirme yönteminde hedefte karar verirken sadece röle-hedef arası iletimi değil, kaynak-röle arası iletimi de göz önünde bulunduran bir yapı önerilmişti. Yeni yapıda kaynak-röle-hedef iletim hattı tek bir yol gibi düşünülerek hesaba katılmış, bunda hedefte en büyük oran birleştirme yapılırken röleden gelen işareti kaynak-röle ve röle-kaynak arası anlık işaret-gürültü oranlarından en düşüğü baz alınarak hesaba katmaya denk düştüğü gösterilmişti. Bu durumda işbirlikli en büyük oran birleştirme (C-MRC) adı verilen yeni yöntemin çeşitleme derecesini ikiye çıkararak yüksek başarım sağladığı verilen benzetim eğrileriyle doğrulanmıştı. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilen yeni yüksek başarımli demodülasyon sisteminde de benzer şekilde hedefte karar verirken, röleden gelen işareti ağırlıklandırarak olumsuz etkisini düşüren ve olumlu etkisini arttıran uyarlamalı bir yaklaşım ortaya koyulmuştur. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilen yüksek başarımli yeni yöntemin

kuramsal analizi alt bölümlerde gerçekleşecektir. Yeni yöntem ilk önce uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ için anlatılmış, daha sonra tüm N_t 'ler için elde edilen genel hali verilmiştir. Tüm N_t 'ler için hedefte tek alıcı anten olduğu varsayılmıştır.

6.2.2.1 $N_t = 2$ İçin Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

N_t verici anten sayısı, N_r alıcı anten sayısı, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$ işaret vektörü, j etkin olan antenin indisi, $\hat{j}$ hedefte kestirilen anten indisi, $\mathbf{H}$ $1 \cdot N_t$ boyutlu elemanları kanal sönümleme katsayıları olan kanal matrisi, $\mathbf{h}^j$ $\mathbf{H}$ 'nin j . sütunu veya j . antene karşılık düşen kanal sönümleme katsayısı, h_{SD}, h_{RD}, h_{SR} sırasıyla kanal-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası kanal sönümleme katsayıları, $\eta_{SD}, \eta_{RD}, \eta_{SR}$ sırasıyla kanal-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) bileşenleri, $\rho_{SD}, \rho_{RD}, \rho_{SR}$ sırasıyla kaynak-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası işaret-gürültü oranları (SNR), $\gamma_{SD}, \gamma_{RD}, \gamma_{SR}$ sırasıyla kaynaktan hedefe, röleden hedefe, kaynaktan röleye ulaşan işaretlerdir. $\|\cdot\|_F$ vektörün veya matrisin Frobenius normunu verirken, $CN(0,1)$ 0 ortalamalı 1 varyanslı kompleks Gauss dağılımını göstermektedir. Tüm $\mathbf{h}^j$ 'ler ve η 'ler $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşmaktadır.

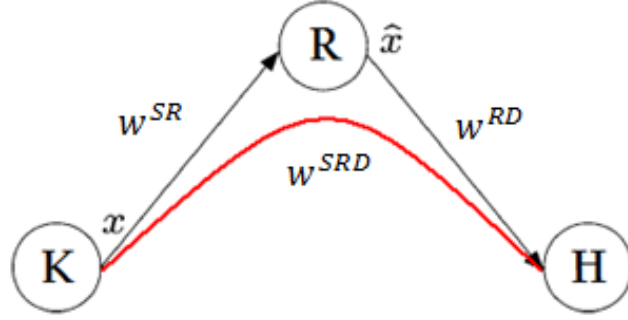
Hedefte karar verirken röleden gelen işaretin hatalı olup olmadığı önceden bilinemediği için röleden gelen işaretin ağırlıklandırılması kaynak-röle ve röle-hedef arası kanal sönümleme katsayıları kullanılarak yapılabilir. Daha önce elde edilen ve (3.21) denklemiyle verilen uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çiftsel hata olasılığından da görüldüğü gibi; uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun başarımı doğrudan kanal matrisinin sütunları, yani aynı kaynaktan iletim yapan verici antenlere ait kanal sönümleme katsayıları arasındaki Öklid uzaklığına bağlıdır. Bu durumda başarımı doğrudan etkileyen anlık kanal sönümleme katsayıları arası Öklid uzaklığına bağlı ağırlıklar $N_t = 2$ durumunda kaynak-röle ve röle-hedef arası için sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$w^{SR} \triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2, \quad (6.24)$$

$$w^{RD} \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2. \quad (6.25)$$

Bu durumda rölede hatalı karar verme söz konusu ise w^{SR} 'nin küçük olduğu söylenebilir. Yine röleden gelen doğru işarete hedefte hatalı karar verme söz konusu ise w^{RD} 'nin küçük olduğu söylenebilir. Kaynak-röle-hedef iletim hattı Şekil 6.10'daki gibi tek yol olarak düşünülürse, bu yola ait ortak bir ağırlık değeri her iki adımın en kötü durumu göz önünde bulundurularak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD}) \quad (6.26)$$



Şekil 6.10 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunda tek yol gibi düşünülen kaynak-röle-hedef iletim hattı.

Tanımlanan ortak w^{SRD} ağırlığı sayesinde, kaynak-röle veya röle-hedef arası iletimde hata durumunun etkisini hedefte karar verirken anlık olarak belirleyen uyarlamalı bir yapı ortaya çıkmıştır. Bu yapıda hedefte karar verirken kaynaktan doğrudan gelen işaretin karar vermeye olan etkisini sabit tutarken, röleden gelen işaretin etkisi w^{SRD} ile ağırlıklandırılırsa, karar kuralı

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left(\|y_{SD} - \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD}^j\|_F^2 + w^{SRD} \|y_{RD} - \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD}^j\|_F^2 \right) \quad (6.27)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu karar kuralı dikkate alınarak hesaplanacak tüm sistemin bit hata olasılığı için rölenin hata yaptığı ve yapmadığı iki koşul göz önünde bulundurulmalıdır. $P_{e,r}$ olasılığı rölenin kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığı olarak tanımlansın. Bu durumda $(1 - P_{e,r})$ rölenin kaynaktan gelen işarete doğru karar verme olasılığına karşılık düşmektedir. $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ rölede kaynaktan gelen işarete doğru karar verildiğinde, yani kaynaktan ve röleden aynı işaret iletilindiğinde hedefteki bit hata olasılığı olsun. $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ ise rölede hatalı karar verildiğinde hedefteki bit hata olasılığı olsun. Bu durumda tüm sistemin anlık bit hata olasılığı ifadesi

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = (1 - P_{e,r}) P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) + P_{e,r} P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (6.28)$$

şeklinde olur.

Kaynakta i indisli antenden iletim yapıldığında hedefe alınan işaret;

$$y_{SD} = \sqrt{\rho} h_{SD}^i + \eta_{SD} \quad (6.29)$$

şeklinde olacaktır. $N_t = 2$ için $i = 0, 1$ olmak üzere kaynaktan h_{SD}^0 ile 0 iletildiğinde hedefte alınan işaret h_{SD}^1 olursa hata yapılmış olur. Kaynaktan 0 veya 1 iletilme olasılığı eşit olduğu için tüm sistemin hata olasılığı $N_t = 2$ için, 0 gönderildiğinde 1'e karar verme olasılığına eşit olacaktır. Kaynaktan röleye ve röleden hedefe yapılan iletimlerde de benzer durum söz konusudur.

Verilenler ışığında ilk olarak $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ hesaplanacak olursa $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$ ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ olmak üzere iki durum göz önünde bulundurulmalıdır. Her iki durum için $P_{c,d}(r, d)$ 'nin elde edilmesi aşağıda adım adım açıklanmıştır.

1. Durum: $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$ olsun. Kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede doğru karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak yazılırsa;

$$P_1 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P \left(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 > \left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD} \right|^2 + w^{SRD} \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD} \right|^2 \right) \quad (6.30)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$ yerine koyulursa bu ifade

$$P_1 = P \left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD} \right|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD} \right|^2 \right) \quad (6.31)$$

olur. Çarpımlar daha açık şekilde yazılırsa

$$P_1 = P \left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} \right) \quad (6.32)$$

olur ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$P_1 = P \left(\rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} + \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} < 0 \right) \quad (6.33)$$

$$= P(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_1 = P(A_1 > B_1)$$

olarak yazılırsa

$$A_1 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (6.34)$$

$$B_1 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (6.35)$$

olarak tanımlanır. Buradan yola çıkarak A_1 'in beklenen değeri

$$E[A_1] = E[|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\}] \quad (6.36)$$

η_{RD} ve η_{SD} $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olduğundan $E[A_1] = 0$ olmaktadır. A_1 'in varyansını hesaplamak için A_1 daha açık şekilde yazılırsa,

$$\eta_{RD} = \eta_{RD,R} + j\eta_{RD,I} \quad (6.37)$$

$$\eta_{SD} = \eta_{SD,R} + j\eta_{SD,I} \quad (6.38)$$

$$h_{RD} = h_{RD,R} + jh_{RD,I} \quad (6.39)$$

$$h_{SD} = h_{SD,R} + jh_{SD,I} \quad (6.40)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} &= \text{Re}\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I})[(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + j(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} &= \text{Re}\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I})[(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + j(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I \end{aligned}$$

yazılır. Bu durumda

$$\begin{aligned} A_1 &\triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \\ &\quad + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \end{aligned} \quad (6.42)$$

olur. A_1 'in varyansı, $\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] - E[A_1]^2 = E[A_1^2]$ olduğuna göre,

$$\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] = \left[\left(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) + \right. \right. \\ \left. \left. (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \right)^2 \right] \quad (6.43)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin açık halinde $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$ olduğu göz önünde bulundurulursa

$$\sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (6.44)$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_1}^2}} \int_{B_1}^{\infty} \exp(-A_1^2/2\sigma_{A_1}^2) dA_1 \quad (6.45)$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_1/\sigma_{A_1}$ dönüşümü kullanılarak

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (6.46)$$

olup

$$P_1 = P(A_1 > B_1) = Q\left(\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}\right) \\ = Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right) \quad (6.47)$$

olarak bulunur.

2. Durum: $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$ olsun. Kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede doğru karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı ifadesi aşağıdaki gibi hesaplanır. (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ denkliği göz önünde bulundurularak rölede doğru karar verildiği durumda hedefte hata yapma olasılığı:

$$P_2 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2$$

$$> \left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD} \right|^2 + w^{SRD} \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD} \right|^2 \quad (6.48)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$ yerine koyulursa

$$P_2 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \quad (6.49)$$

$$\left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD} \right|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD} \right|^2$$

olur. Çarpımlar daha açık şekilde yazılırsa

$$\begin{aligned} P_2 = P(& |\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \\ & \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \\ & |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \\ & \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\}) \end{aligned} \quad (6.50)$$

olur. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} P_2 = P(& \rho |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} + \\ & \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} < 0) \\ = P(& |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \\ & \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2) \end{aligned} \quad (6.51)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_2 = P(A_2 > B_2)$$

olarak yazılırsa;

$$A_2 \triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (6.52)$$

$$B_2 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (6.53)$$

Olarak tanımlanır. Buradan yola çıkarak A_2 'nin beklenen değeri

$$E[A_2] = E[|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\}] \quad (6.54)$$

η_{RD} ve η_{SD} $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenlerinden oluştuğundan $E[A_2] = 0$ olmaktadır. A_2 'in varyansını hesaplamak için A_2 daha açık şekilde yazılırsa (6.37), (6.38), (6.39), (5.40) denklemleri kullanılarak,

$$\begin{aligned}
Re\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} &= Re\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I})[(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + j(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I]\} \\
&= \eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I
\end{aligned} \tag{6.55}$$

$$\begin{aligned}
Re\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} &= Re\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I})[(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + j(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I]\} \\
&= \eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I
\end{aligned} \tag{6.56}$$

olup bu durumda

$$\begin{aligned}
A_2 \triangleq & |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \\
& + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I)
\end{aligned} \tag{6.57}$$

yazılır. A_2 'nin varyansı, $\sigma_{A_2}^2 = E[A_2^2] - E[A_2]^2 = E[A_2^2]$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned}
\sigma_{A_2}^2 = E[A_2^2] &= E\left[\left(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) + \right.\right. \\
&\quad \left.\left. (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I)\right)^2\right]
\end{aligned} \tag{6.58}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin açık halinde $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$ olduğu göz önünde bulundurulursa

$$\sigma_{A_2}^2 = \frac{1}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \tag{6.59}$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_2 > B_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_2}^2}} \int_{B_2}^{\infty} \exp(-A_2^2/2\sigma_{A_2}^2) dA_2 \tag{6.60}$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_2/\sigma_{A_2}$ dönüşümü kullanılarak

$$P(A_2 > B_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_2}{\sigma_{A_2}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \tag{6.61}$$

olup

$$P_2 = P(A_2 > B_2) = Q\left(\frac{B_2}{\sigma_{A_2}}\right) \tag{6.62}$$

$$= Q \left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}} \right)$$

olarak bulunur.

$P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ 'in elde edilmesinden sonra $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ 'de benzer iki durum göz önünde bulundurularak hesaplanacaktır. $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$ ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ olmak üzere iki durum göz önünde bulundurularak $P_{e,d}(r, d)$ 'nin elde edilmesi aşağıda adım adım açıklanmıştır.

3. Durum: $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$ olsun. Kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede hatalı yapıldığında hedefte hata yapma olasılığı ifadesi (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_3 = P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (6.63)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$ yerine koyulursa

$$= P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.64)$$

Olup çarpımlar daha açık şekilde yazılırsa

$$P_3 = P(|\eta_{SD}|^2 + \rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} > \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.65)$$

olur. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} P_3 &= P(\rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} > \\ &\quad \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\}) \quad (6.66) \\ &= P(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \\ &\quad \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4) \end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_3 = P(A_3 > B_3)$$

olarak yazılırsa;

$$A_3 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (6.67)$$

$$B_3 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 \quad (6.68)$$

Olarak tanımlanır. $A_3 = A_1$ olduğundan A_3 'ün beklenen değeri ve varyansı A_1 için daha önce bulunan beklenen değere ve varyansa eşit olur ve aşağıdaki gibi doğrudan yazılır:

$$E[A_3] = E[A_1] = 0 \quad (6.69)$$

$$\sigma_{A_3}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (6.70)$$

Verilenler ışığında

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_3}^2}} \int_{B_3}^{\infty} \exp(-A_3^2/2\sigma_{A_3}^2) dA_3 \quad (6.71)$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_3/\sigma_{A_3}$ dönüşümü kullanılarak;

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (6.72)$$

olup

$$\begin{aligned} P_3 &= P(A_3 > B_3) = Q\left(\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}\right) \\ &= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}}\right) \end{aligned} \quad (6.73)$$

olarak bulunur.

4. Durum: $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$ olsun. Kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede hatalı karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı ifadesi aşağıdaki gibi hesaplanır. (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$

denkliği göz önünde bulundurularak rölede doğru karar verildiği durumda hedefte hata yapma olasılığı:

$$P_4 = P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (6.74)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$ yerine koyulursa

$$P_4 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.75)$$

olup çarpımlar daha açık şekilde yazılırsa

$$P_4 = P(|\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho}\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.76)$$

olur. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} P_4 &= P(\rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho}\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\}) \\ &= P(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2) \end{aligned} \quad (6.77)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_4 = P(A_4 > B_4)$$

olarak yazılırsa;

$$A_4 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (6.78)$$

$$B_4 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \quad (6.79)$$

Olarak tanımlanır. $A_4 = A_2$ olduğundan A_4 'ün beklenen değeri ve varyansı A_2 için daha önce bulunan beklenen değere ve varyansa eşit olur ve aşağıdaki gibi yazılır:

$$E[A_4] = E[A_2] = 0, \quad (6.80)$$

$$\sigma_{A_4}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2. \quad (6.81)$$

Verilenler ışığında

$$P(A_4 > B_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_4}^2}} \int_{B_4}^{\infty} \exp(-A_4^2/2\sigma_{A_4}^2) dA_4 \quad (6.82)$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_4/\sigma_{A_4}$ dönüşümü kullanılarak;

$$P(A_4 > B_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_4}{\sigma_{A_4}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (6.83)$$

olup

$$P_4 = P(A_4 > B_4) = Q\left(\frac{B_4}{\sigma_{A_4}}\right) \quad (6.84)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

Son olarak rölenin kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığı $P_{e,r}$ tek yollu uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için (3.14) denkleminde elde edilen olasılık ifadesi kullanılarak yazılırsa

$$P_{e,r} = Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2}\right) \quad (6.85)$$

şeklinde olacaktır.

$N_t = 2$ için (6.28) denkleminde geçen tüm olasılık ifadeleri bulunduğu göre tüm sistemin anlık olasılık ifadesi iki farklı anlık duruma göre aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \text{ ise}$$

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = (1 - P_{e,r}) P_1 + P_{e,r} P_3$$

$$= \left(1 - Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2}\right)\right) Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)$$

$$+Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2\right)Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4}{\sqrt{\frac{1}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}}\right), \quad (6.86)$$

$w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$ ise

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) &= (1 - P_{e,r}) P_2 + P_{e,r} P_4 \\ &= \left(1 - Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2\right)\right) \cdot \\ &\quad Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}}\right) \\ &\quad + Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2\right)Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}}\right). \end{aligned} \quad (6.87)$$

Tüm sistemin ortalama bit hata olasılığını bulmak için yukarıda verilen anlık bit hata olasılık ifadelerinin beklenen değeri alınmalıdır. 3. bölümde tek yöllü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı hesabında gösterildiği gibi $Q(\cdot)$ fonksiyonu içerisindeki ifadeler Chi-square dağılımlıdır. Bu durumda (3.20) denkleminde verilen Chi-square dağılımını kullanarak tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} P_{e,bit,ort}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) &= P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) = E[P(x_0 \rightarrow x_1 | \mathbf{H})] \quad (6.88) \\ &= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz \end{aligned}$$

Fakat bu işlemi yapmak kuramsal olarak mümkün olmadığı için tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı başarımı bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak nümerik olarak elde edilmiştir. $N_t = 2$ anten için yeni önerilen yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin yarı kuramsal ve benzetimsel başarımı bir sonraki bölümde verilecektir.

6.2.2.2 $N_t \geq 2$ İçin Yüksek Başarımli Çöz-ve-aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

Bir önceki bölümde $N_t = 2$ anten için kaynak-röle-hedef üzerinden iletimin tek yollu olarak düşünüldüğü ve bu tek yolun rölede hata olma ihtimaline karşın ağırlıklandırıldığı bir yöntem önerilerek, ağırlıklandırma mantığı anlatılmıştı. Daha sonra sistemin anlık bit hata olasılık ifadeleri hesaplanmış, ortalama bit hata olasılık ifadesinin bilgisayar yardımıyla nümerik yöntemlerle elde edilebildiği anlatılmıştı. Bu bölümde yeni önerilen yöntem için tüm N_t değerleri için geçerli ağırlıklandırma yöntemi ve bit hata olasılık ifadelerinin hesabı verilecektir. Son olarak, tüm N_t 'ler için bulunan yarı kuramsal eğriler ve benzetim eğrileri verilerek yeni yöntemin başarımı değerlendirilecektir.

$k \neq l$ olmak üzere, kaynaktan k iletildiğinde yani k indisli antenden iletim yapıldığında hedefte l indisli antene karar verilmesi hatalı karar verme anlamına gelir. Bu durumda, tüm N_t 'ler dikkate alınarak k ve $l \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ yazılabilir. $N_t = 2$ durumunda, bir önceki bölümde elde edilişi anlatılan w^{SR} ve w^{RD} ağırlıkları en fazla iki kanal sönümleme katsayısı olduğu için doğrudan hesaplanabilmekteydi. Fakat $N_t \geq 2$ durumunda 2'den fazla kanal sönümleme katsayısı mevcut olduğu için ağırlıklandırma mevcut tüm kanal sönümleme katsayıları arası Öklid uzaklıklarının en küçüğü dikkate alınarak hesaplanacaktır. Verilenler dahilinde

$$w^{SR} \triangleq |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2 = \min(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2, \dots, |h_{SR}^k - h_{SR}^l|^2) \quad (6.89)$$

$$w^{RD} \triangleq |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 = \min(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2, \dots, |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2) \quad (6.90)$$

$$w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD}) \quad (6.91)$$

denkliklerinde, kanal-röle ve röle-hedef yolları dikkate alındığında en küçük Öklid uzaklığını sağlayan anten indis değerleri m ve n ile gösterilmiştir. Bu durumda, $m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ve $m \neq n$ yazılabilir. (6.89)'de kaynaktan röleye tüm kanallar arası Öklid uzaklıklarından en küçüğü anlık olarak hesaplanarak w^{SR} , (6.90)'da röleden hedefe tüm kanallar arası Öklid uzaklıklarından en küçüğü anlık olarak hesaplanarak w^{RD} bulunmaktadır. Daha sonra (5.91)'de w^{SR} ve w^{RD} 'nin en küçüğü hesaplanarak tek yol gibi düşünülen kaynak-röle-hedef iletim hattının ağırlık değeri olan w^{SRD} bulunmaktadır.

Ağırlık değerleri belirlendikten sonra, bir önceki bölümde (6.28) denkleminde verilen bit hata olasılık ifadesinde geçen $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$, $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ ve $P_{e,r}$ olasılıklarının hesabı aşağıda sırasıyla verilmiştir. Bu olasılıkların hesabından sonra tüm sistemin anlık bit hata olasılık ifadesinin elde edilişi irdelenmektedir.

Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda rölede hata yapılmadığında hedefte hata yapma olasılığı, $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ 'nin hesabında $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$ denkliğinin dikkate alındığı 1. durum ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ denkliğinin dikkate alındığı 2. durum ayrıntılı olarak anlatılarak olasılık ifadeleri elde edilmiştir.

1. Durum: $k, l, m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$, $k \neq l$, $m \neq n$ olmak üzere $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2$ olsun. (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak kaynaktan k iletildiğinde ve rölede doğru karar verildiğinde hedefte hata yaparak l 'ye karar verme olasılığı yazılırsa;

$$P_1 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P \left(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 > \left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^k - h_{SD}^l) + \eta_{SD} \right|^2 + w^{SRD} \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^k - h_{RD}^l) + \eta_{RD} \right|^2 \right) \quad (6.92)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2$ yerine koyulursa

$$P_1 = P \left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \left| \sqrt{\rho} (h_{SD}^k - h_{SD}^l) + \eta_{SD} \right|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \left| \sqrt{\rho} (h_{RD}^k - h_{RD}^l) + \eta_{RD} \right|^2 \right) \quad (6.93)$$

olup ifade daha açık yazılırsa,

$$P_1 = P \left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \rho |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^k - h_{SD}^l)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^k - h_{RD}^l)\} \right) \quad (6.94)$$

olur ve gerekli sadeleştirmelerden sonra,

$$\begin{aligned} P_1 &= P \left(\rho |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^k - h_{RD}^l)\} + \rho |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^k - h_{SD}^l)\} < 0 \right) \quad (6.95) \\ &= P \left(|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^k - h_{RD}^l)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^k - h_{SD}^l)\} \right. \\ &\quad \left. > \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 \right) \end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_1 = P(A_1 > B_1)$$

şeklinde yazılırsa

$$A_1 \triangleq |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^l - h_{RD}^k)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^l - h_{SD}^k)\} \quad (6.96)$$

$$B_1 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 \quad (6.97)$$

olarak tanımlanır. Buradan yola çıkarak A_1 'in beklenen değeri

$$E[A_1] = E[|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^l - h_{RD}^k)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^l - h_{SD}^k)\}] \quad (6.98)$$

şeklinde dir. η_{RD} ve η_{SD} $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olduğundan, $E[A_1] = 0$ olmaktadır. A_1 'in varyansını hesaplamak için A_1 daha açık şekilde yazılırsa (6.37), (6.38), (6.39), (6.40) denklemleri kullanılarak,

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^l - h_{RD}^k)\} &= \text{Re}\left\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I}) \left[(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_R + j(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_I\right]\right\} \\ &= \eta_{RD,R}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_I \end{aligned} \quad (6.99)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^l - h_{SD}^k)\} &= \text{Re}\left\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I}) \left[(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_R + j(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_I\right]\right\} \\ &= \eta_{SD,R}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_I \end{aligned} \quad (6.100)$$

yazılır. Bu durumda

$$\begin{aligned} A_1 &\triangleq |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \left(\eta_{RD,R}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_I\right) \\ &\quad + \left(\eta_{SD,R}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_I\right) \end{aligned} \quad (6.101)$$

olur. A_1 'in varyansı, $\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] - E[A_1]^2 = E[A_1^2]$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] &= E\left[\left(|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \left(\eta_{RD,R}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^l - h_{RD}^k)_I\right) + \right.\right. \\ &\quad \left.\left. \left(\eta_{SD,R}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^l - h_{SD}^k)_I\right)\right)^2\right] \end{aligned} \quad (6.102)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin açık halinde $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$ olduğu göz önünde bulundurulursa

$$\sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 \quad (6.103)$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_1}^2}} \int_{B_1}^{\infty} \exp(-A_1^2/2\sigma_{A_1}^2) dA_1 \quad (6.104)$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_1/\sigma_{A_1}$ dönüşümü kullanılarak

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (6.105)$$

olup

$$P_1 = P(A_1 > B_1) = Q\left(\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}\right) \quad (6.106)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

2. Durum: $k, l, m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$, $k \neq l$, $m \neq n$ olmak üzere $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2$ olsun. Kaynaktan k iletildiğinde ve rölede doğru karar verildiğinde hedefte hata yaparak l 'ye karar verme olasılığı 1. durumda hesaplanan tüm ifadelerde $|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2$ yerine $|h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2$ yazılarak elde edilebilir. Bu durumda

$$P_2 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (6.107)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

$P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ elde edildikten sonra $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ de benzer iki durum dikkate alınarak bulunacaktır. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda rölede hata yapıldığında hedefte hata yapma olasılığı, $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$ ve $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ olmak üzere iki durum göz önünde

bulundurularak hesaplanır. Her iki durum için $P_{e,d}(r, d)$ 'nin elde edilişi aşağıda ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

3. Durum: $k, l, m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$, $k \neq l$, $m \neq n$ olmak üzere $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2$ olsun. Kaynaktan k iletildiğinde ve rölede hatalı karar verildiğinde hedefte hata yaparak l 'ye karar verme olasılığı (6.27) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_3 = P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^k - h_{RD}^l) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^k - h_{SD}^l) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (6.108)$$

şeklinde ifade edilebilir. $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2$ yerine koyulursa

$$P_3 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^k - h_{RD}^l) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^k - h_{SD}^l) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.109)$$

olup çarpımlar daha açık şekilde yazılırsa

$$P_3 = P(|\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^k - h_{RD}^l)\} > \rho|h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho}\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^k - h_{SD}^l)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (6.110)$$

ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} P_3 &= P(\rho|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^k - h_{RD}^l)\} > \rho|h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + 2\sqrt{\rho}\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^k - h_{SD}^l)\}) \\ &= P(|h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^l - h_{RD}^k)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^l - h_{SD}^k)\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 \cdot |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2) \quad (6.111) \end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_3 = P(A_3 > B_3)$$

şeklinde yazılırsa

$$A_3 \triangleq |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^l - h_{RD}^k)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^l - h_{SD}^k)\} \quad (6.112)$$

$$B_3 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 \cdot |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \quad (6.113)$$

olarak tanımlanır. $A_3=A_1$ eşitliğinden dolayı A_3 'ün beklenen değeri ve varyansı A_1 için elde edilen beklenen değer ve varyans kullanılarak aşağıdaki gibi yazılır;

$$E[A_3] = E[A_1] = 0, \quad (6.114)$$

$$\sigma_{A_3}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2. \quad (6.115)$$

Verilenler ışığında

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_3}^2}} \int_{B_3}^{\infty} \exp(-A_3^2/2\sigma_{A_3}^2) dA_3 \quad (6.116)$$

şeklinde olur. Burada $\Psi \triangleq A_3/\sigma_{A_3}$ dönüşümü kullanılarak;

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (6.117)$$

olup

$$\begin{aligned} P_3 &= P(A_3 > B_3) = Q\left(\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}\right) \\ &= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 \cdot |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2}}}\right) \end{aligned} \quad (6.118)$$

olarak bulunur.

4. Durum: $k, l, m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$, $k \neq l$, $m \neq n$ olmak üzere $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2$ olsun. Kaynaktan k iletildiğinde ve rölede doğru karar verildiğinde hedefte hata yaparak l 'ye karar verme olasılığı 3. durumda hesaplanan tüm ifadelerde $|h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2$ yerine $|h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2$ yazılarak elde edilebilir. Bu durumda

$$P_4 = P_{c,e}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (6.119)$$

$$= Q \left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2 \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2}} \right)$$

olarak bulunur.

$P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ ve $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ hesaplandıktan sonra rölenin kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığı, $P_{e,r}$ (3.14) denkleminde tek yöllü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için elde edilen olasılık ifadesinden yararlanarak

$$P_{e,r} = Q \left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^k - h_{SR}^l|^2} \right) \quad (6.120)$$

şeklinde elde edilir.

5.2 bölümünde ayrıntılı olarak anlatılan birleşim üst sınırı ve bulunan tüm çiftsel hata olasılık ifadeleri kullanılarak tüm sistemin anlık olasılık ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$k, l, m, n \in (0, 1, \dots, N_t - 1), k \neq l, m \neq n$ ve $w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD})$
 $= \min(|h_{SR}^m - h_{SR}^n|^2, |h_{RD}^m - h_{RD}^n|^2)$ olmak üzere tüm N_t 'ler için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun anlık bit hata olasılık ifadesi;

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \leq & \left(1 - \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^k - h_{SR}^l|^2} \right) \right) \\ & \cdot \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2}} \right) \\ & + \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^k - h_{SR}^l|^2} \right) \\ & \cdot Q \left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^k - h_{SD}^l|^2 + \frac{1}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^k - h_{RD}^l|^2}} \right) \end{aligned} \quad (5.121)$$

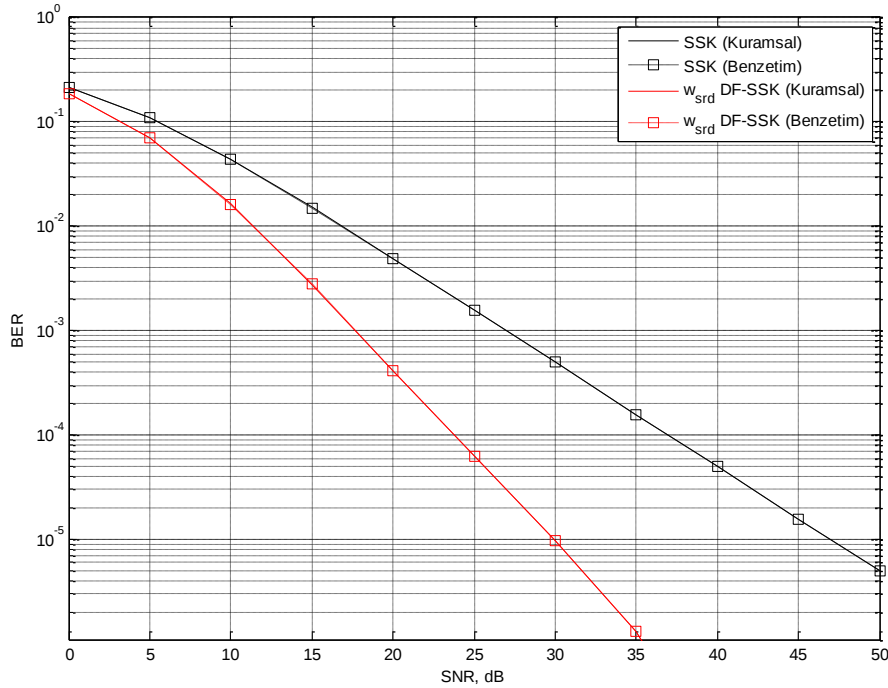
şeklinde elde edilir.

Bir önceki bölümde de anlatıldığı gibi, (6.121) denkleminde elde edilen olasılık ifadesinden yola çıkarak tüm sistemin ortalama bit hata olasılığının hesabı için aşağıdaki gibi Chi-square dağılımı üzerinden beklenen değer alınmalıdır. Tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı (3.20) denkleminde verilen Chi-square dağılımını kullanarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$P_{e,bit,ort}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = P(x_j \rightarrow x_i) = E[P(x_k \rightarrow x_l | \mathbf{H})] \quad (6.122)$$

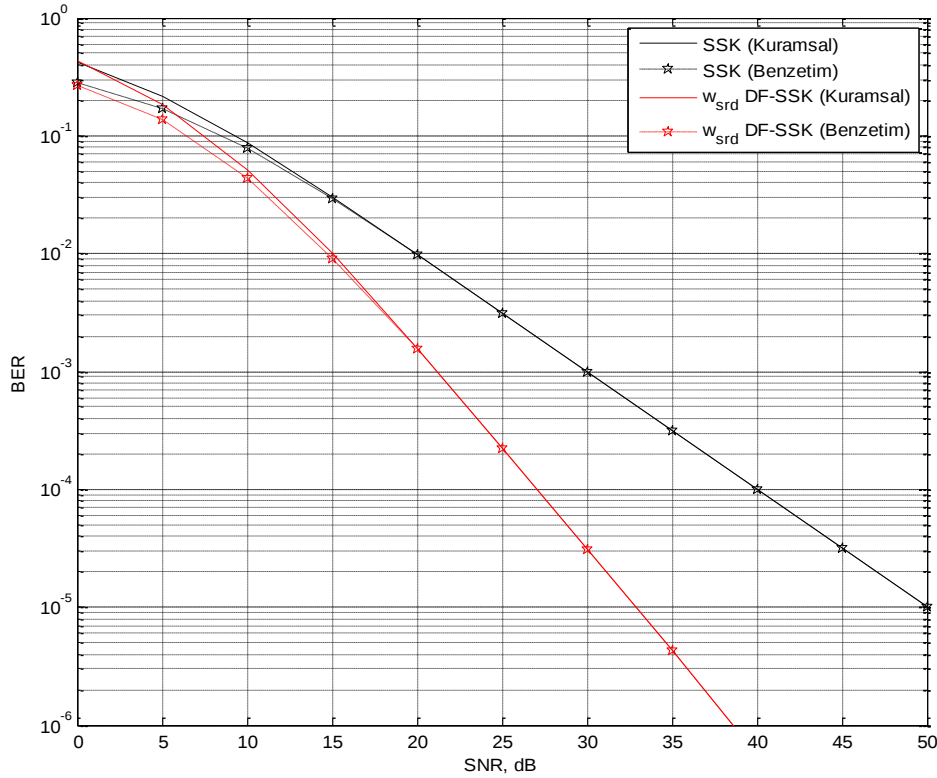
$$= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz.$$

Bilinen matematiksel yöntemlerle hesabı mümkün olmayan bu ifade bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak nümerik şekilde elde edilmiştir. $N_t = 2, 4, 8$ anten için yeni önerilen yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin yarı kuramsal ve benzetimsel başarımlı eğrileri Şekil 6.11, 6.12 ve 6.13'deki gibi elde edilmiştir. Şekil 56.14 ve 6.15'de de sırasıyla $N_t = 2$ ve 8 anten için tek yöllü, kuvvetlendir-ve-aktar, çöz-ve-aktar ve yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemlerin başarımları bir arada verilmiştir.



Şekil 6.11 : $N_t = 2$ anten için yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımları.

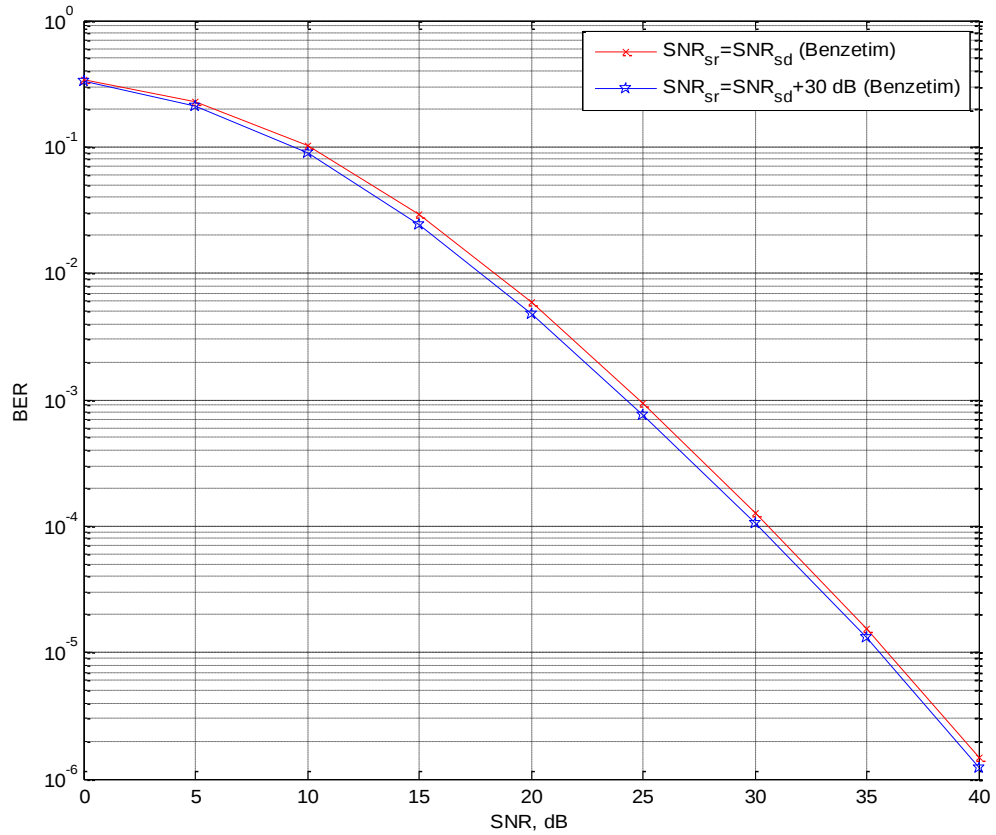
Şekil 6.11’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ anten için, tek yollu ve yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları kuramsal ve benzetimsel sonuçlar için bir arada verilmiştir. Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılık başarımına karşılık düşen kuramsal başarımlar eğrisi, (6.86) ve (6.87) denklemleriyle verilen anlık olasılık bit hata olasılık ifadelerinin bilgisayar ortamında beklenen değerinin alınmasıyla elde edilmiştir. Yeni yöntem için nümerik olarak elde edilen kuramsal başarımlar eğrisinin benzetim eğrisiyle birebir örtüştüğü açık olarak görülmektedir. Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli sistemin $N_t = 2$ anten için sağladığı 2’ye yakın çeşitleme derecesi sayesinde, 10^{-5} bit hata olasılığı seviyesinde işbirliksiz sisteme göre yaklaşık 12 dB üstün olduğu, bu farkın düşük bit hata olasılığı seviyesi ve yüksek işaret-gürültü oranı için git gide arttığı açık olarak görülmektedir.



Şekil 6.12 : $N_t = 4$ anten için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun kuramsal ve benzetimsel BER başarımı.

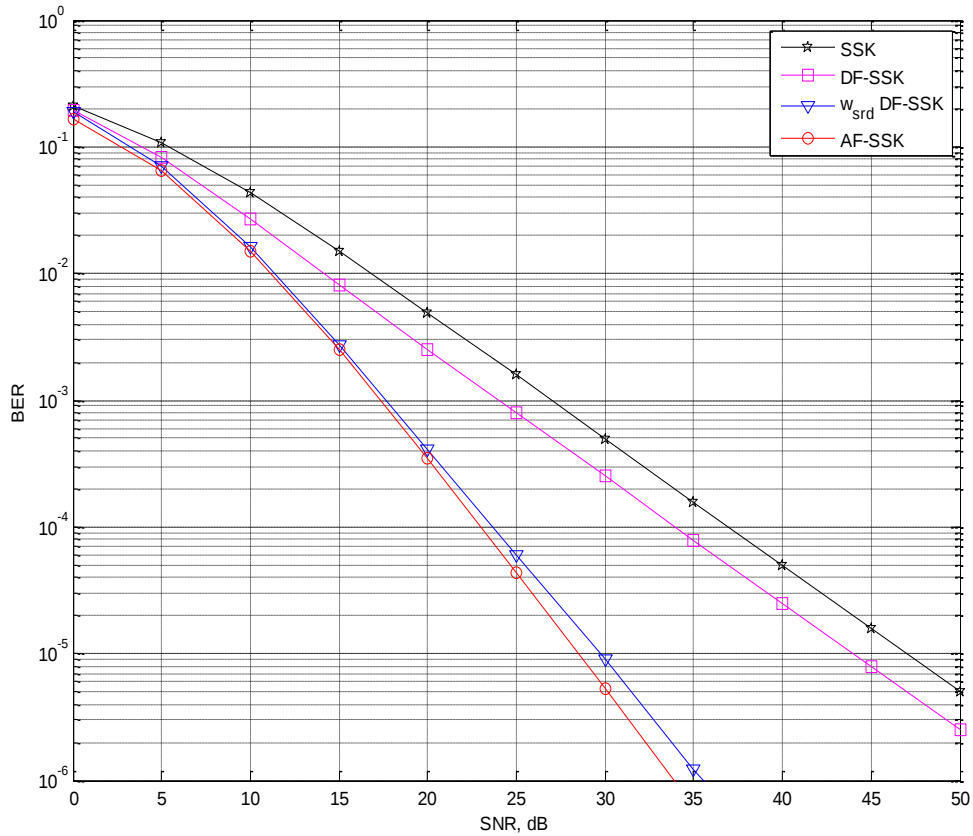
Şekil 6.12’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 4$ anten için, tek yollu ve yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımları kuramsal ve

benzetimsel sonuçlar için bir arada verilmiştir. Yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılık başarımına karşılık düşen kuramsal başarımlı eğrisi, (6.121) denkleminde tüm N_t 'ler için genelleştirilerek verilen anlık olasılık bit hata olasılık ifadesinin bilgisayar ortamında beklenen değeri alınmasıyla elde edilmiştir. Yüksek işaret-gürültü oranlarında yeni yöntem için nümerik olarak elde edilen kuramsal başarımlı eğrisinin benzetim eğrisiyle birebir örtüştüğü açık olarak görülmektedir. 10^{-5} bit hata olasılığı seviyesi dikkate alındığında $N_t = 2$ 'de olduğu gibi yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin işbirliksiz sisteme göre yaklaşık 12 dB üstün olduğu görülmektedir. Bu fark düşük bit hata olasılığı seviyesi ve yüksek işaret-gürültü oranı için iyice artmaktadır. $N_t = 2$ 'de olduğu gibi $N_t = 4$ 'de de derecesi yaklaşık 2 olan çeşitleme kazancı elde edilmiştir.



Şekil 6.13 : $N_t = 8$ anten için yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli SSK modülasyonunun farklı kanal-hedef arası SNR'lerde benzetimsel BER başarımı.

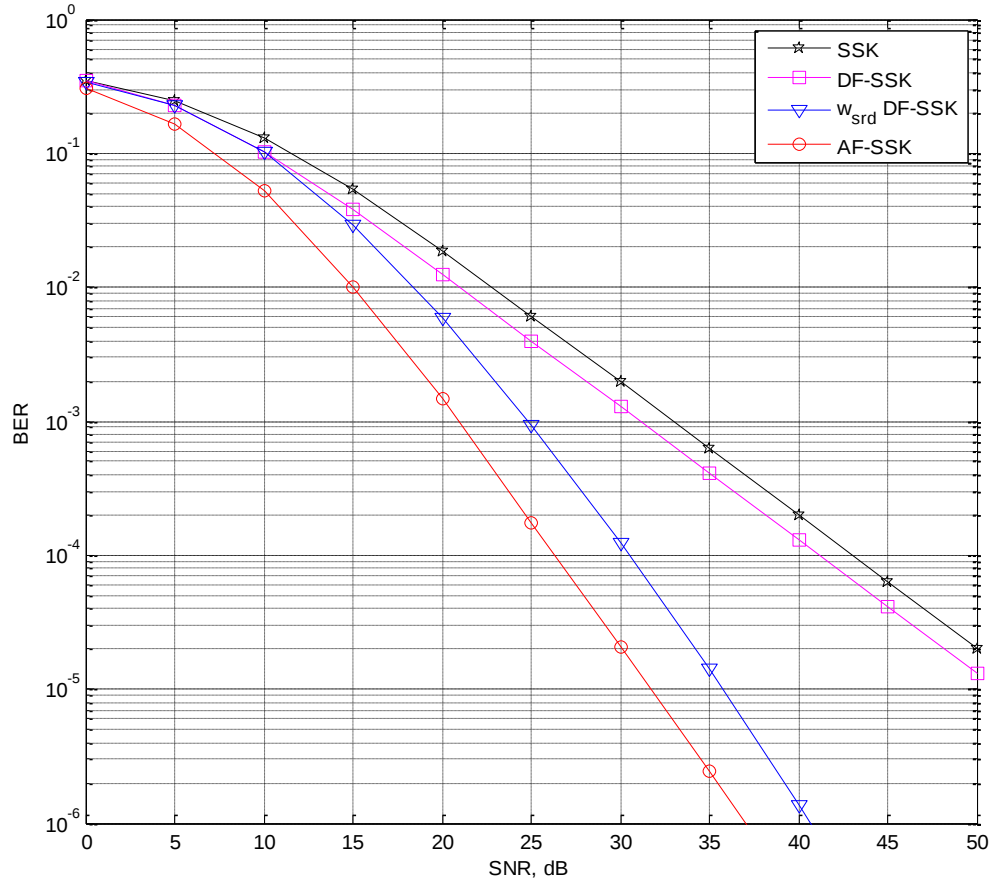
Şekil 6.13’de yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonlu sistemin başarımı kaynak-röle arası işaret-gürültü oranının kaynak-hedef ve hedef röle arası işaret-gürültü oranlarına eşit ve 30 dB fazla olduğu durumlar için bir arada verilmiştir. Kaynak-röle arası işaret-gürültü oranının 30 dB fazla olduğu durumun, eşit olduğu duruma göre hedefte 1 dB’den daha az bir kazanç sağladığı görülmektedir. Bu durum işaret-gürültü oranlarından bağımsız olarak sadece anlık kanal sönmüleme katsayıları arası Öklid uzaklıklarına bağlı olarak tanımlanan ağırlıklandırma kuralından kaynaklanmaktadır. Her iki eğrinin de eğimlerinden görüldüğü gibi $N_t = 8$ anten için 2 dereceli çeşitleme derecesi sağlanmaktadır.



Şekil 6.14 : $N_t = 2$ anten için işbiriksiz ve işbirlikli SSK modülasyonunun benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.14’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan $N_t = 2$ anten için, tek yollu, kuvvetlendir-ve-aktar röleli, çöz-ve-aktar röleli ve yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemlerin benzetimsel başarımları bir arada verilmiştir. İşbirlikli sistemlerin tamamının işbiriksiz tek yollu duruma göre daha iyi

başarım sağladığı görülmektedir. İşbirlikli sistemler başarımlarına göre sıralanacak olursa, en iyi başarımlı kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin sağladığı, ikinci olarak ona çok yakın bir başarımla yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin geldiği görülmektedir. Son sırada ise çöz-ve-aktar röleli sistem yer almaktadır. Kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin sağladığı çeşitleme derecesinin 2 olduğu bilindiğine göre, eğrilerin eğimlerine bakarak yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin $N_t = 2$ anten için 2'ye yakın çeşitleme derecesi sağladığı söylenebilir. Çöz-ve-aktar röleli sistem ise çeşitleme kazancı sağlayamamış, işbiriksiz sisteme göre 2.5 dB'lik bir başarımlı üstünlüğü sağlamıştır. Yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistem dikkate alındığında, röle üzerinden gelen işaretin anlık olarak ağırlıklandırılmasının etkisi açık olarak görülmektedir.



Şekil 6.15 : $N_t = 8$ anten için işbiriksiz ve işbirlikli SSK modülasyonunun benzetimsel BER başarımı.

Şekil 6.15’de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 8$ anten için, tek yönlü, kuvvetlendir-ve-aktar röleli, çöz-ve-aktar röleli ve yüksek başarımlı çöz-

ve-aktar röleli sistemlerin benzetimsel başarımları bir arada verilmiştir. $N_t = 2$ antende olduğu gibi, $N_t = 8$ antende de işbirlikli sistemler işbirliksiz duruma göre daha iyi başarımlar sağlamıştır. Yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistem kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemle karşılaştırıldığında ise her ikisinin aynı çeşitleme derecesini sağlamasına rağmen, yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımlarının kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemin başarımlarından yaklaşık 4 dB daha kötü olduğu görülmektedir. Buna karşılık, yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistem artan işaret-gürültü oranlarında klasik çöz-ve-aktar röleli sisteme başarımlar açısından fark atmış olup, 10^{-5} bit hata oranı seviyesinde bu fark 15 dB'dir. Şekil 6.14 ve 6.15 dikkate alınır, artan N_t ile birlikte yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin sağladığı çeşitleme derecesinin 2'ye eşit olduğu, başarımların ise bir miktar azaldığı söylenebilir.

7. SONUÇ

Gezgin iletişim teknolojilerinin son yıllarda yaşadığı hızlı gelişim ve buna uyum gösteren kullanıcı sayısındaki artış mevcut sistemlerdeki kapasite sınırını zorlamış, yüksek veri hızlarını sağlayabilen çok-giriş ve çok-çıkışlı sistemlerin ortaya çıkışını kaçınılmaz hale getirmiştir. Ancak çok-giriş ve çok-çıkışlı sistemlerin sahip olduğu bir takım olumsuzluklar yeni arayışları beraberinde getirmiş, uzaysal modülasyon ve onun özel bir hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu gibi daha gerçekleştirilebilir ve basit yeni sistemler literatürde yerini almıştır. Bu tez çalışmasında ilk olarak, kaynak-hedef arası iletişimin klasik genlik-faz modülasyonları yanında anten indisleri kullanılarak yapıldığı uzaysal modülasyonun çalışma mantığı, işaret modeli ve verici yapısı incelenmiştir. Daha sonra, bilginin sadece anten indisleriyle modüle edilerek iletildiği uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu açıklanmış, Rayleigh sönümlemeli kanallardaki bit hata başarımı için literatürdeki gevşek kuramsal bit hata olasılığı ifadesinin yerine daha sıkı bir birleşim üst sınırı verilmiştir. Bilgisayar benzetimleriyle, artan alıcı anten sayısı ve modülasyon derecesiyle birlikte uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonun başarımının genlik-faz modülasyonuna göre daha iyi olduğu gösterilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonun işbirlikli sistemlerdeki uygulanabilirliği ve başarımı literatürde önerilen sistemlerden başlanarak incelenmiş, ilk olarak kuvvetlendir-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun hata başarımı ele alınmıştır. Sonrasında, kaynaktan gelen işaretin rölede karar verilip doğrudan hedefe gönderildiği klasik çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu önerilerek, tüm sistemin ortalama bit hata olasılık ifadesi kısmen bilgisayar benzetimlerinden yararlanılarak elde edilmiştir. Çöz-ve-aktar röleli sistemin tek yollu sisteme nazaran çeşitleme kazancı sağlamaksızın, sadece bir miktar başarımlı üstünlüğü sağladığı ve bu durumun rölede yapılan hatadan kaynaklandığı gösterilerek yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu önerilmiştir. Kaynak-röle-hedef iletim hattının tek yol gibi düşünüldüğü bu yapıda kuramsal hata başarımlı ifadeleri, röle üzerinden

gelen bilginin kanal sönümlene etkisine bağı olarak ağırlıklandırıldığı karar kuralı kullanılarak elde edilmiştir. Son olarak, verilen benzetim eğrileriyle yüksek başarımlı çöz-ve-aktar röleli sistemin başarımlı başta klasik çöz-ve-aktar röleli sistem olmak üzere tek yöllu ve kuvvetlendir-ve-aktar röleli sistemlerle karşılaştırılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Mietzner J., Schober R., Lampe L., Gerstacker W.H. ve Hoeher P.A. (2009). Multiple-Antenna Techniques for Wireless Communications - A Comprehensive Literature Survey, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, Volume 11, Issue. 2, Sf. 87–105.
- [2] Di Renzo M., Haas H. ve Grant P. M. (2011). Spatial Modulation for Multiple-Antenna Wireless Systems: A Survey, *IEEE Communications Magazine*, Volume 49, Issue 12, Sf. 182-191.
- [3] Mesleh, R., Haas, H., Ahn, C. W. ve Yun, S. (2006). Spatial Modulation - A New Low Complexity Spectral Efficiency Enhancing Technique, *Communications and Networking in China*, Beijing, China
- [4] Mesleh, R., Haas, H., Sinanovic, S., Ahn, C. W. ve Yun, S. (2008). Spatial Modulation, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Volume 57, Issue 4, Sf. 2228–2241.
- [5] Jeganathan, J., Ghrayeb, A., ve Szczecinski L. (2008). Spatial Modulation: Optimal Detection and Performance Analysis, *IEEE Commun. Lett.*, Volume 12, Issue 8, Sf. 545–47.
- [6] Alshamali, A. ve Quza, B. (2009). Spatial Modulation: Performance Evaluation in Nakagami Fading Channels, *GCC Conference & Exhibition*, Volume 4, Issue 3, Sf. 1-4.
- [7] Renzo, M. D. ve Haas, H. (2012). Bit Error Probability of Spatial Modulation SM-MIMO over Generalized Fading Channels, *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, Volume 61, Issue 3, Sf. 1124–1144.
- [8] Başar, E., Aygolu, U., Panayircı, E., ve Poor, H. V. (2011). Space-time Block Coded Spatial Modulation, *IEEE Trans. Commun.*, Volume 59, Issue 3, Sf. 823–832
- [9] Mesleh, R., Renzo, M. D., Haas, H. ve Grant, P. M. (2010). Trellis Coded Spatial Modulation, *IEEE Trans. Wire. Commun.*, Volume. 9, Issue 7, Sf. 2349–2361.
- [10] Jeganathan, J., Ghrayeb, A., Szczecinski, L. ve Ceron, A., (2009). Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Volume 8, Issue 7, Sf. 3692–3703.
- [11] Mesleh, R. ve Ikki, S. S. (2013). Performance Analysis of Spatial Modulation with Multiple Decode and Forward Relays, *IEEE Wireless Commun. Lett.*, Volume 2, Issue 4, Sf. 423–426.
- [12] Yang, P., Zhang B., Xiao Y., Li S., El-Hajjar M. ve Hanzo, L. (2013). Detect-and-Forward Relaying Aided Cooperative Spatial Modulation for Wireless Networks, *IEEE Trans. Commun.*, Volume 61, Issue 11, Sf. 4500–4511.

- [13] Mesleh, R. , Ikki, S. ve Alwakeel, M. (2011). Performance Analysis of Space Shift Keying with Amplify and Forward Relaying, *IEEE Commun. Lett.*, Volume 15, Issue 12, Sf. 1350–1352.
- [14] Mesleh, R., Ikki, S., Aggoune, E. M., ve Mansour, A. (2012). Performance Analysis of Space Shift Keying (SSK) Modulation with Multiple Cooperative Relays, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*.
- [15] Som, P. ve Chockalingam, A. (2013). End-to-End BER Analysis of Space Shift Keying in Decode-and-Forward Cooperative Relaying, *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Sf. 3465-3470.
- [16] Som, P. ve Chockalingam, A. (2013). BER Analysis of Space Shift Keying in Cooperative Multi-Hop Multi-Branch DF Relaying, *IEEE Vehicular Technology Conference*, Sf. 1-5.
- [17] Proakis, J. G. (1995). *Digital Communications*, McGraw-Hill Higher Education.
- [18] Laneman, J. N., Tse, D. N. C. ve Wornell, G. W. (2004). Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior, *IEEE Trans. Inform. Theory*, Volume 50, Issue 12, Sf. 3062–3080.
- [19] Nosratinia, A., Hunter, T. E., ve Hedayat, A. (2004). Cooperative Communication in Wireless Networks, *IEEE Commun. Magazine*, Volume 24, Issue 3, Sf. 74 -80.
- [20] Wang, T., Cano A., Giannakis G. B. ve Laneman J. N. (2007). High Performance Cooperative Demodulation with Decode-and-Forward Relays, *IEEE Transactions on Communications*, Volume 55, Issue 7. Sf. 1427-1438.
- [21] Khormuji, M. N. ve Larsson E. G. (2007). Improving Collaborative Transmit Diversity by Using Constellation, *Wireless Communications and Networking Conference*, Sf. 803-807.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Sami BİNOL
Doğum Yeri ve Tarihi: Seydişehir, KONYA / 21.07.1988
Adres: İSTANBUL
E-Posta: seamibinol@hotmail.com
Lisans: İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
Telekomünikasyon Mühendisliği (2006-2011)