

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İLETKEN BİR DÜZLEMLE SINIRLANDIRILMIŞ YARIM UZAYA
YERLEŞTİRİLMİŞ ÜÇ BOYUTLU DİELEKTRİK CİSİMDEN
ELEKTROMANYETİK DALGALARIN SAÇILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mustafa Gökhan ŞANAL**

Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Müh.

Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ali YAPAR

HAZİRAN 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İLETKEN BİR DÜZLEMLE SINIRLANDIRILMIŞ YARIM UZAYA
YERLEŞTİRİLMİŞ ÜÇ BOYUTLU DİELEKTRİK CİSİMDEN
ELEKTROMANYETİK DALGALARIN SAÇILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mustafa Gökhan Şanal
504071326**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 07 Mayıs 2010
Tezin Savunulduğu Tarih : 03 Haziran 2010**

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ali YAPAR (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Sedef KENT (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Lale T. ERGENE (İTÜ)**

HAZİRAN 2010

ÖNSÖZ

Elektromanyetik dalgaların saçılması problemleri ve bunun çözümleri, günümüzün sivil ve askeri birçok teknolojik gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Gerek dielektrik cisimlerden, gerekse yüksek iletkenliğe sahip cisimlerden olan saçılma problemleri üzerine birçok çalışma olmakla beraber bunların birçoğu ikiboyutludur. Bu çalışmanın amacı elektromanyetik saçılma problemlerinin 3 boyutlu analizine katkıda bulunmaktır. Bu çalışma konusunu öneren ve tez danışmanım olan Sayın Doç. Dr. Ali YAPAR'a, bana daha iyisini yapmak için daha çok çalışmak gerektiğini hatırlatan herkese ve sürekli destek olan arkadaşlarımla aileme teşekkür ederim.

Mayıs 2010

Mustafa Gökhan Şanal
Telekomünikasyon Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	xi
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Giriş ve Çalışma Hakkında	1
1.2 Kullanılan Yöntem ve Araçların Tanıtılması	3
1.2.1 Hesaplamalarda kullanılan platformlar	3
1.2.2 Green fonksiyonu	4
1.2.3 Moment yöntemi	5
2. DİYADİK GREEN FONKSİYONUNUN HESAPLANMASI.....	7
2.1 Helmholtz Denklemi İçin 3B Skaler Green Fonksiyonunun Hesaplanması	7
2.2 Kullanılacak Green Fonksiyonunun Hesaplanması	8
3. GENEL DENKLEMİN ÇIKARILMASI.....	13
4. ANALİTİK FORMULLERİN BİLGİSAYARA AKTARILMASI.....	17
4.1 Genel Formülün Ayrıklaştırılması	17
4.2 Hesaplama ve Kodlamada Kullanılan Yöntemler	19
4.2.1 Hesaplayıcı program	19
4.2.2 Sonuç değerlendirme programı	21
5. SONUÇLAR VE ANALİZ	23
5.1 Simulasyon Sonuçları.....	23
5.1.1 Simulasyon 1	23
5.1.2 Simulasyon 2	27
5.1.3 Simulasyon 3	28
5.1.4 Simulasyon 4	29
5.1.5 Simulasyon 5	30
5.1.6 Simulasyon 6	31
5.1.7 Simulasyon 7	32
5.1.8 Simulasyon 8	33
5.2 Sonuç ve Genel Değerlendirme	35
KAYNAKLAR	37
ÖZGEÇMİŞ.....	39

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Problemin genel geometrisi.....	3
Şekil 2.1 : Mükemmel iletken düzlemin probleme etkisi.....	11
Şekil 3.1 : Üst yarım uzayda duran cisim	13
Şekil 4.1 : Kesitlerin y eksenini boyunca alınması.....	21
Şekil 5.1 : Simulasyon 1 için x eksenini üzerinden tarama (saçılan alan).....	24
Şekil 5.2 : Simulasyon 1 için y eksenini üzerinden tarama (saçılan alan).....	25
Şekil 5.3 : Simulasyon 1 için z eksenini üzerinden tarama (saçılan alan).....	26
Şekil 5.4 : Simulasyon 2’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	27
Şekil 5.5 : Simulasyon 2’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	27
Şekil 5.6 : Simulasyon 3’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	28
Şekil 5.7 : Simulasyon 3’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	28
Şekil 5.8 : Simulasyon 4’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	29
Şekil 5.9 : Simulasyon 4’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	29
Şekil 5.10 : Simulasyon 5’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	30
Şekil 5.11 : Simulasyon 5’te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	30
Şekil 5.12 : Simulasyon 6’da $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	31
Şekil 5.13 : Simulasyon 6’da $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	31
Şekil 5.14 : Simulasyon 7’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).....	32
Şekil 5.15 : Simulasyon 7’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).....	32
Şekil 5.16 : $ E_x $	33
Şekil 5.17 : $ E_y $	34
Şekil 5.18 : $ E_z $	34

İLETKEN BİR DÜZLEMLE SINIRLANDIRILMIŞ YARIM UZAYA GÖMÜLÜ BİR DİELEKTRİK CİSİMDEN ELEKTROMANYETİK DALGALARIN SAÇILMASININ ÜÇ BOYUTLU ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada mükemmel iletken olarak farz edilen bir yüzeyin üzerinde duran, herhangi bir şekle sahip olabilecek, dielektrik bir cismin elektromanyetik dalgalarla aydınlatılması sonucu ortaya çıkan saçılma, moment yöntemi ile üç boyutlu olarak incelenmiştir. İncelemelerde cisimdeki iletkenlik sıfır veya ihmal edilebilir kabul edilmiştir. Kaynak olarak düzlem dalga seçilmiş olmakla beraber kullanılan yöntem her türlü kaynağa, çok basit bir değişikliklerle uyarlanabilir.

Özellikle belirli frekans bölgelerinde yeryüzü veya deniz yüzeyi hem yaklaşık olarak düz hem de iletken olarak kabul edilebileceğinden ele alınan problem gerçek uygulamalarda karşılaşılabilecek türdendir. Burada problem önce ortama ilişkin Diyarik Green Fonksiyonu yardımıyla bir integral denklem şeklinde formüle edilmiş daha sonra da bu denklem Momentler yöntemi ile bir matris denklem sistemine indirgenerek çözülmüştür. Ortamın Green fonksiyonu boş uzay diyadik Green fonksiyonundan yararlanarak görüntü prensibi ile analitik olarak yazılmıştır. Green fonksiyonunun cismin içindeki küçük hücreler üzerindeki integralleri belirli yaklaşıklıklar altında analitik olarak hesaplanmıştır. Yöntem çeşitli sayısal uygulamalarla test edilmiş ve bazı parametrelerin çözüme etkisi detaylı olarak incelenmiştir.

İlk bölümde problemin genel olarak bir açıklaması, üç boyutta çalışmanın getirdiği artılar ve zorluklar anlatılmıştır. Ayrıca hesaplamalarda kullanılan platformlar ve yöntemler tanıtılmıştır.

İkinci bölümde diyadik green fonksiyonunun çıkarılması anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde problemin çözümünde kullanılacak genel eşitliğin analitik eldesi anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde analitik formüllerin sayısallaştırılması ve hesaplamaların bilgisayara aktarılmasındaki çalışmalar aktarılmıştır.

Son bölümde elde edilen sonuçlar ortaya konmuş ve değerlendirmeler yapılmıştır.

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC SCATTERING FROM A DIELECTRIC OBJECT WHICH IS IN A HALF SPACE BOUNDED BY A PEC PLANE

In this master thesis, electromagnetic scattering from a three dimensional arbitrary shaped object which is above a PEC plane, is analyzed by the method of moments. Conductivity of the object is taken zero by default or small enough to neglect. Although plane waves are chosen as source, the method can support many types of sources with a very simple change.

This problem can be seen in real applications since both ground or sea can be considered flat and conducting. In this thesis, firstly problem is formulated into an integral equation by the help of a Dyadic Green Function and then this equation is numerically solved after it has been reduced to a system of linear equations with Method of Moments. The half space's Dyadic Green Function is analytically obtained from the empty space's Dyadic Green Function by the usage of image method. Dyadic Green Function's integral inside the small cells of the object has been analytically calculated under some approximations. Method has been tested with various numerical ways and effects of the some parameters to the solution has been observed.

In the first chapter, general explanation of the problem, methods and the platforms used are given. Also positive sides and difficulties of working in 3D are explained shortly.

Second chapter is explaining how to obtain the dyadic green's function.

In the third chapter, how formulas which are needed to solve the problem are analytically obtained is explained.

Fourth chapter is explaining discretization of the analytic formulas and the methods used for calculation and coding.

In the last chapter, solutions which are obtained by computer simulations are mentioned and evaluated.

1. GİRİŞ

1.1 Giriş ve Çalışma Hakkında

Elektromanyetik saçılma problemleri askeri veya sivil hayatın pekçok alanında doğrudan uygulamaya sahip olup genel elektromagnetik teori içerisinde çok önemli bir yer tutar. Tüm haberleşme sistemleri, radar , havacılık, uydu haberleşmesi, tıbbi uygulamalar, savunma sanayi vb alanlarda elektromagnetik dalgalar kullanıldığından bu dalgaların çeşitli cisimlerle etkileşimlerini analitik veya sayısal yöntemlerle ortaya çıkarmak için sürekli yoğun çabalar harcanmaktadır. Belirli bir kaynak tarafından uyarılan (genellikle bir anten) bir elektromagnetik dalga'nın herhangi bir cisim veya cisimlerle etkileşimi sonucunda ortaya çıkan yeni alanların incelenmesi “*düz saçılma problemi*” olarak adlandırılır. Bu problemde temel amaç verilmiş bir kaynak, bölge ve cisim konfigürasyonu için uzayın belirli noktalarındaki saçılan alanın hesaplanmasıdır. Matematik formülasyon olarak bu problemler bir, iki ve üç boyutlu hallerde incelenebilirler. Ancak açıktır ki bir ve iki boyutlu problemler ancak bazı yaklaşımlar altında gerçek hayatta karşılaşılan pratik problemlere birer model olarak düşünülebilir. Gerçek uygulamalarda tüm saçıcı cisimler ve kaynaklar sonlu boyutlara sahip olacağından genel halde saçılma problemleri ancak üç boyutlu halde incelenirse tam ve doğru bir analiz yapılmış olur. Bu problemlerden en basit olanları sonsuz geniş bir ortamın içerisinde bulunan ve örneğin küre gibi mükemmel bir şekle sahip olan cisimlerden saçılma problemidir. Cismin elektromagnetik özelliklerine göre (iletken veya dielektrik) bu problemin analitik çözümü mevcuttur. [1]. Eğer cisim herhangi bir şekle sahipse bu durumda problem ancak sayısal bazı yöntemler uygulanarak çözülebilir. Bu yöntemlerden en yaygın ve bilinenleri Mometler Yöntemi, Sonlu elemanlar, sonlu farklar, zamanda sonlu farklar gibi yöntemlerdir. [2-3].

Üç boyutlu problemlerin sayısal çözümlerinde karşılaşılan güçlüklerden belki de en önemlisi hesaplama yükünün özellikle büyük cisimler yada yüksek frekanslar halinde çok fazla artmasıdır. Bu da sayısal hesaplamalarda hem hafıza hemde işlemci hızı açısından oldukça önemli kısıtlamalar getirmektedir. Bu türden zorlukların

aşılabilmesi için Fast Multipole vb. yöntemler pek çok araştırmacı tarafından yoğun olarak kullanılmış ve geliştirilmiştir [4].

Öte yandan saçıcı cismi barındıran uzayın yapısı da problem üzerinde çok önemli bir etkiye sahiptir. Tüm uzayın homojen olması halinde özellikle momentler yönteminde kullanılan Dyadik Green Fonksiyonlarının ifadeleri analitik olarak mevcuttur. Uzayın tabakalı bir ortam olması halinde ise bu fonksiyonlar ancak düzlem dalgaların süperpozisyona karşı düşen Sommerfeld integralleri ile ifade edilebilirler [5]. Bu fonksiyonları doğrudan bu integralleri hesaplayarak elde etmek nümerik çözümler açısından çok büyük yükler getirir. Bu güçlüklerin aşılabilmesi için de birtakım yaklaşıklıklar yapılarak tabakalı ortamlarda kapalı form Green fonksiyonları hesaplanmıştır [6].

Bu çalışmada mükemmel iletken bir düzlemle sınırlandırılmış homojen bir ortamın içindeki, genel olarak homojen olmak zorunda olmayan bir dielektrik cisimden elektromanyetik dalgaların saçılması problemi ele alınmıştır. Özellikle belirli frekans bölgelerinde yeryüzü veya deniz yüzeyi hem yaklaşık olarak düz hem de iletken olarak kabul edilebileceğinden ele alınan problem gerçek uygulamalarda karşılaşılabilecek türdendir. Burada problem önce ortama ilişkin Diyadik Green Fonksiyonu yardımıyla bir integral denklem şeklinde formüle edilmiş daha sonra da bu denklem Momentler yöntemi ile bir matris denklem sistemine indirgenerek çözülmüştür. Ortamın Green fonksiyonu boş uzay diyadik Green fonksiyonundan yararlanarak görüntü prensibi ile analitik olarak yazılmıştır. Green fonksiyonunun cismin içindeki küçük hücreler üzerindeki integralleri belirli yaklaşıklıklar altında analitik olarak hesaplanmıştır. Yöntem çeşitli sayısal uygulamalarla test edilmiş ve bazı parametrelerin çözüme etkisi detaylı olarak incelenmiştir.

İkinci bölümde diyadik green fonksiyonunun çıkarılması anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde problemin çözümünde kullanılacak genel eşitliğin analitik eldesi anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde analitik formüllerin sayısallaştırılması ve hesaplamaların bilgisayara aktarılmasındaki çalışmalar aktarılmıştır.

Son bölümde elde edilen sonuçlar ortaya konmuş ve değerlendirmeler yapılmıştır

The diagram shows a 3D coordinate system with axes x , y , and z . A dielectric resonator, represented by a grid of lines, is positioned on a substrate. The substrate is indicated by a hatched area below the xy -plane. The resonator is labeled with material properties $\epsilon_1, \mu_0, \sigma_1$. The surrounding medium is labeled with $\epsilon_0, \mu_0, \sigma_0$. An incident electric field vector $\vec{E}_i$ is shown in the upper right, making an angle ϕ_0 with the z -axis.

1.2.2 Green fonksiyonu

Green fonksiyonları homojen olmayan diferansiyel denklemleri belli bir sınır koşul altında çözmek için kullanılan fonksiyonlardır. Elimizde lineer diferansiyel operatörü L olsun. Bu operatöre sokulduğunda dirak fonksiyonu veren G fonksiyonu, o operatöre ait Green fonksiyonu olarak adlandırılır. Genellikle sadece L operatörüne bakarak tek bir Green fonksiyonu olduğunu söyleyemeyecek olsak da simetri, sınır koşulları gibi kriterler bizi tek bir Green fonksiyonuna götürür.

$$L\{G(x, s)\} = \delta(x - s) \quad (1.1)$$

$$L\{u(x)\} = f(x) \quad (1.2)$$

Eğer (1.1) denklemini $f(s)$ ile çarpıp s 'ye göre integre edersek sağ tarafın konvolüsyon integrali olmasından dolayı $f(x)$ 'e eşit olduğu derhal görülür.

$$\int f(s).L\{G(x, s)\}ds = \int \delta(x - s).f(s)ds = f(x) \quad (1.3)$$

Yukarda geçen (1.2) denkleminde de $f(x)$ 'in, $u(x)$ 'in L operatörüne sokulmuş hali olduğunu biliyoruz. Bu durumda (1.2) ve (1.3) denklemlerinin sol taraflarını birbirine eşitlersek ve L operatörü sadece x üzerinde çalıştığından $f(s)$ 'i L operatörünün içine atarsak,

$$L\{u(x)\} = \int L\{G(x, s).f(s)\}ds \quad (1.4)$$

Benzer şekilde, L operatörü sadece x üzerinde işlem yaptığından ve (1.4) denkleminin sağ tarafındaki integralin s 'ye göre olmasından dolayı L operatörünü integralin dışına alabiliriz.

$$L\{u(x)\} = L\left\{\int G(x, s).f(s)ds\right\} \quad (1.5)$$

$$u(x) = \int G(x, s).f(s)ds \quad (1.6)$$

Green fonksiyonu ile lineer homojen olmayan diferansiyel denklemlerin tamamında çalışmakla beraber, lineer olmayan diferansiyel denklemlerin tamamında çalışmaz. Burda üzerinde çalışılan denklemler lineer olduğundan bu, bu çalışma için sorun teşkil etmez. Kullanılacak green fonksiyonunun eldesi ikinci bölümde açıklanmıştır.

1.2.3 Moment yöntemi

Moment metodu aslen, integral denklem halinde yazılmış lineer kısmi diferansiyel denklemleri çözmek için geliştirilmiş sayısal bir metottur. Bu çalışmada cismi elektrik alanın, içinde sabit sayılabileceği küçüklükte eşit boyutlu kübik hücrelere bölerek bu hücrelerin ağırlıklı toplam etkisine bakılacaktır. Parçaların boyutu ne kadar küçük seçilirse gerçek sonuca o kadar yaklaşılr. Ancak parçaları çok küçültmek özellikle üç boyutlu çalışmalarda hesaplama yükünü, küpün kenarına göre, N^6 derecesinde arttırmaktadır. Yani birim küpün bir kenarını yarıya indirmek hesap yükünü $2^6=64$ kat arttırmaktadır Bu çalışmada kullanılan frekans 300MHz ile 1200MHz arasında değişmekle beraber, genellikle 600MHz kullanılmıştır.

Moment yönteminin bu problemde kullanılmasının şu avatajları vardır:

- 1) Yeterli sayıda hücre alınırsa sonuç hızla gerçek sonuca yaklaşmaktadır.
- 2) Herhangi bir şekle sahip cisimle analitik bir şekle sahip cisim aynı sistematiklikle ve hızla hesaplanır.
- 3) Sadece gerekli denklemleri kaynak dalga kısmına yazarak herhangi bir kaynak türü için sonuçlar elde edilebilir.
- 4) Yüzey dalgası uyarımı ve hücreler arası etkileşim otomatik olarak hesaba katılır.
- 5) Cismin boyutları dalga boyunun birkaç katına ulaşana kadar isabetli sonuçlar elde edilir.
- 6) Bir durum için bir kere sonuç elde edildikten sonra göreceli olarak daha basit bir hesaplama ile çevrilmiş bir kaynak için sonuçlar elde edilebilir. [7]

2. DİYADİK GREEN FONKSİYONUNUN HESAPLANMASI

2.1 Helmholtz Denklemi İçin 3B Skaler Green Fonksiyonunun Hesaplanması

Diyadik green fonksiyonundan önce, onun yapılandırılmasında kullanılacak skaler green fonksiyonunu hesaplamak isabetli olacaktır.

$$\Delta g(x, y, z) + k^2 g(x, y, z) = -\delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial g(r)}{\partial r} \right) + k^2 g(r) = -\delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial g(r)}{\partial r} \right) + k^2 g(r) = 0 \quad (r \neq 0) \quad (2.3)$$

$$g(r) = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} + C_2 \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (2.4)$$

Burada C_2 katsayısı sıfır olmalıdır çünkü yalnızca dışarı doğru hareket eden dalga bizim için fiziksel bir sonuç ifade eder. Bu yüzden:

$$g(r) = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.5)$$

Buradaki C_1 katsayısını bulmak için (2.1) denkleminin iki tarafının ρ yarıçapında bir küre üzerinde integralini alıp bu yarıçapı sıfıra götürürüz.

$$\iiint_{V_\rho} [\nabla \cdot (\nabla g(r)) + k^2 g(r)] dv = \iiint_{V_\rho} -\delta(x)\delta(y)\delta(z) dv = -1 \quad (2.6)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \iint_S \nabla g(r) d\vec{s} + k^2 \iiint_{V_\rho} g(r) dv \right\} = -1 \quad (2.7)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \iint_S \nabla g(r) d\vec{s} \right\} = -1 \quad (2.8)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\pi C_1 \frac{ik\rho(e^{ik\rho} - 1)}{\rho^2} \rho^2 \sin(\theta) d\theta d\phi \right\} = -4\pi C_1 = -1 \quad (2.9)$$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi}$$

$$g(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (2.10)$$

Burada $\vec{r}$ ve $\vec{r}'$ birbirinden bağımsız ama çakışık iki kartezyen koordinat sisteminde (x,y,z) koordinatlarını gösteren iki vektördür ve (2.2) eşitliğinden (2.8) eşitliğine kadar kullanılan küresel koordinat sisteminin r 'si ile karıştırılmamalıdır. Bu çalışmada $\vec{r}'$ cismin içindeki koordinatları gösteren vektör olacak şekilde seçilmiştir.

2.2 Kullanılacak Diyadik Green Fonksiyonunun Hesaplanması

$$\nabla \times \vec{E} - i\omega\mu\vec{H} = 0 \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \vec{H} + i\omega\varepsilon\vec{E} = \vec{J} \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot (\mu\vec{H}) = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon\vec{E}) = \rho \quad (2.14)$$

Herhangi bir $\vec{F}$ vektör alanı için $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = 0$ olduğundan (2.13) eşitliğinden şunu çıkarabiliriz:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (2.15)$$

Eğer 2.15'i, 2.11 eşitliğine yerleştirirsek:

$$\nabla \times \vec{E} - \nabla \times (i\omega\vec{A}) = 0 \quad (2.16)$$

$$\nabla \times (\vec{E} - i\omega\vec{A}) = 0 \quad (2.17)$$

Herhangi bir $\vec{F}$ vektör alanı için $\nabla \times (\nabla \vec{F}) = 0$ olduğundan (2.17) eşitliğinden şunu çıkarabiliriz:

$$\vec{E} - i\omega\vec{A} = -\nabla\phi \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = i\omega\vec{A} - \nabla\phi \quad (2.18)$$

Burada $\vec{A}$ vektör potansiyel, ϕ ise skaler potansiyeldir. Eğer (2.18) ve (2.15) eşitliklerini (2.12) eşitliğinde yerine koyarsak:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) + i\omega\varepsilon\mu(i\omega\vec{A} - \nabla\phi) = \vec{J}\mu \quad (2.19)$$

Herhangi bir $\vec{F}$ vektör alanı için $\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$ olduğundan (2.19) eşitliğinden şunu çıkarabiliriz:

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\vec{J}_\mu + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} - i\omega\epsilon\mu\phi) \quad (2.20)$$

“Lorentz Gauge” gereği $\nabla \cdot \vec{A} - i\omega\epsilon\mu\phi = 0$ olduğundan (2.20) denklemi,

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\vec{J}_\mu \quad (2.21)$$

halini alır.

Eğer (2.18) eşitliğini (2.14) eşitliğinde yerine koyarsak:

$$\nabla \cdot (i\omega\epsilon\vec{A} - \epsilon\nabla\phi) = \rho \quad (2.22)$$

$$i\omega\nabla \cdot \vec{A} - \nabla \cdot (\nabla\phi) = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.23)$$

“Lorentz Gauge”u (2.23) içerisinde kullanırsak:

$$i\omega(i\omega\mu\epsilon\phi) - \nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.24)$$

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.25)$$

Eğer $\vec{A}$ 'yı (2.21) denkleminde, ϕ 'yi de (2.25) denkleminde, bölüm 2.1'de hesapladığımız Helmholtz denklemi için üç boyutlu skaler green fonksiyonu (2.10) eşitliği aracılığıyla çözüp, (2.18) eşitliğinde yerine koyarsak:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \mu \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (2.26)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon} \iiint_{V'} \rho(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (2.27)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' - \frac{1}{\epsilon} \nabla \left(\iiint_{V'} \rho(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' \right) \quad (2.28)$$

Süreklilik bağıntısı olan $\rho(\vec{r}') = \frac{1}{i\omega} \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}')$ eşitliğini (2.28) eşitliğinde yerine koyarsak:

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' - \frac{1}{i\omega\epsilon} \nabla \left(\iiint_{V'} g(\vec{r}, \vec{r}') \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' \right) \quad (2.29)$$

Eğer (2.29) eşitliğindeki ikinci integrali incelersek, herhangi bir $\vec{r}$ vektör alanı ve skaler f fonksiyonu için $\nabla \cdot (f \vec{F}) = f (\nabla \cdot \vec{F}) + \nabla f \cdot \vec{F}$ olduğundan:

$$\iiint_{V'} g(\vec{r}, \vec{r}') \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' = \iiint_{V'} \nabla' \cdot (g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}')) dv' - \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \cdot \nabla' g(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (2.30)$$

Eğer (2.30)'un sağ tarafındaki ilk integrali incelersek:

$$\iiint_{V'} \nabla' \cdot (g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}')) dv' = \iiint_{V_R} \nabla' \cdot (g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}')) dv' \quad (2.31)$$

$$\iiint_{V_R} \nabla' \cdot (g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}')) dv' = \iint_{S_R} g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') \cdot d\vec{S}' = 0 \quad (2.32)$$

Burada, (2.31) ve (2.32) eşitliklerinde geçen V_R ve S_R cismin hacmi olan V' hacmini fazlasıyla içine alan R yarıçaplı bir kürenin hacmi ve yüzeyidir. Bu kürenin yüzeyi boyunca hiçbir $\vec{J}(\vec{r})$ akım yoğunluğu olmayacağından sıfıra eşittir. Aslında cismin yüzeyi boyunca içeri giren veya dışarı çıkan bir $\vec{J}(\vec{r})$ akım yoğunluğu olmadığını düşündüğümüzde de böyle bir harici kürenin yardımı olmadan da bu integralin sıfıra eşit olduğunu görebiliriz. Dolayısıyla (2.30)

$$\iiint_{V'} g(\vec{r}, \vec{r}') \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' = - \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \cdot \nabla' g(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (2.33)$$

halini alır. Eğer $\nabla g(\vec{r}, \vec{r}') = -\nabla' g(\vec{r}, \vec{r}')$ eşitliğini de kullanarak (2.33) eşitliğini (2.29)'da yerine koyarsak:

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' - \frac{1}{i\omega\epsilon} \nabla \left(\iiint_{V'} \nabla g(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') dv' \right) \quad (2.34)$$

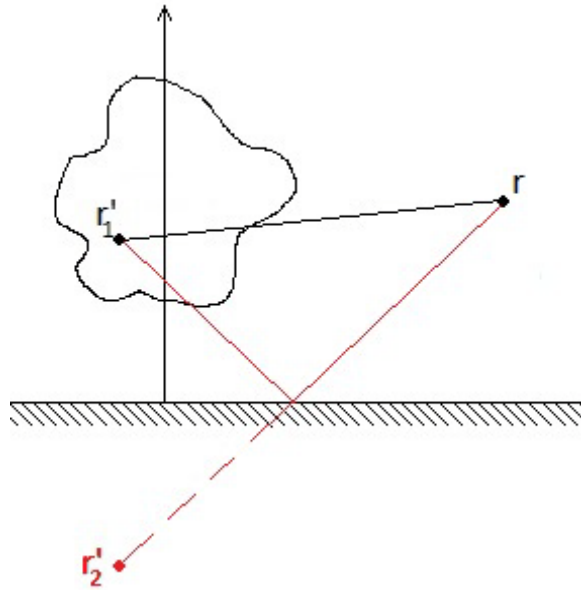
$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dv' - \frac{1}{i\omega\epsilon} \iiint_{V'} [\nabla \nabla g(\vec{r}, \vec{r}')] \vec{J}(\vec{r}') dv' \quad (2.35)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \left[\vec{I} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] g(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') dv' \quad (2.36)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \iiint_{V'} \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') dv' \quad (2.37)$$

$$\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') = \left[\vec{I} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] g(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.38)$$

Burada bulunan (2.38) eşitliği boş uzay için yazılmış olan diyadik green fonksiyonudur. Ancak bu çalışmada x-y düzleminde mükemmel iletken bir düzlem bulunduğu var sayılmaktadır ve bu yüzden kullanacağımız green fonksiyonu biraz daha farklı bir hal alır.



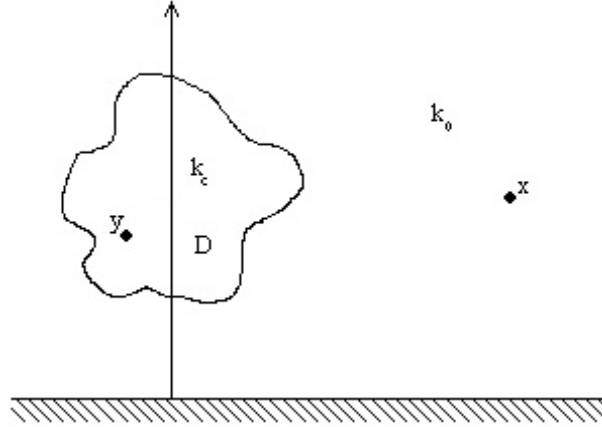
Şekil 2.1: Mükemmel iletken düzlemin probleme etkisi.

Şekil 2.1'de r_1' ' noktası cismin içinde ve r_2' ' noktası onun sanal yansıması olacak şekildedir. Çünkü y noktasından x noktasına doğrudan giden bir dalga olduğu gibi bir de mükemmel iletken düzlemden yansyarak giden bir dalga vardır. Bu olayı modellemek için Green fonksiyonu

$$\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') = \left[\vec{I} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] (g(\vec{r}, \vec{r}_1') - g(\vec{r}, \vec{r}_2')) \quad (2.39)$$

şeklini alır ki bu çalışmadaki hesaplarda bu kullanılacaktır. Burada sonradan gelen terimin başında eksi olmasının sebebi mükemmel iletken düzlemden yansıyan dalganın fazının 180 derece dönmesidir.

3. GENEL DENKLEMİN ÇIKARILMASI



Şekil 3.1: Üst yarım uzayda duran cisim.

Üçüncü bölüm boyunca x ve y bir bileşeni veya değişkeni değil birer noktayı temsil edecektir.

$u(x)$: Toplam alan

$u_s(x)$: Saçılan alan

$u_0(x)$: Cisim yokkenki alan

$$k(x) = \begin{cases} k_0 & \dots x \in (R^3 - D) \\ k_c & \dots x \in D \end{cases}$$

$$y \in D$$

$$x \in R^3$$

$$u(x) = u_s(x) + u_0(x) \tag{3.1}$$

olmak üzere şekil 3.1 için Helmholtz denklemini yazarsak,

$$\nabla^2 u(x) + k^2(x)u(x) = 0 \tag{3.2}$$

olur. Ayrıca şurası barizdir ki cisim yokkenki alan $u_0(x)$,

$$\nabla^{\bullet 2} u_0(x) + k_0^2 u_0(x) = 0 \quad (3.3)$$

denklemini sağlar. O zaman (3.2) denklemine (3.1) denklemini implamente eder ve açılımı (3.3) ve (3.1) denklemlerini de kullanarak sadeleştirirsek şu adımları takip ederiz:

$$\nabla^{\bullet 2} (u_0(x) + u_s(x)) + k^2(x) (u_0(x) + u_s(x)) = 0 \quad (3.4)$$

$$\nabla^{\bullet 2} u_0(x) + \nabla^{\bullet 2} u_s(x) + k^2(x) u_0(x) + k^2(x) u_s(x) = 0 \quad (3.5)$$

Yukarıdaki (3.5) denklemine $k_0^2 u_0(x)$ ve $k_0^2 u_s(x)$ terimlerini birer kere ekleyip çıkarır ve denklemleri (3.3) ve (3.1) denklemleri yardımıyla düzenlersek, $\nabla^{\bullet 2} u_0(x) + k_0^2 u_0(x)$ da sıfıra eşit olduğundan

$$-k_0^2 u_0(x) + \nabla^{\bullet 2} u_s + k_0^2 u_s(x) - k_0^2 u_s(x) + k^2(x) (u_0(x) + u_s(x)) = 0 \quad (3.6)$$

$$\nabla^{\bullet 2} u_s(x) + k_0^2 u_s(x) = k_0^2 u(x) - k^2(x) u(x) \quad (3.7)$$

$$\nabla^{\bullet 2} u_s(x) + k_0^2 u_s(x) = -(k^2(x) - k_0^2) u(x) \quad (3.8)$$

$$\nabla^{\bullet 2} u_s(x) + k_0^2 u_s(x) = -k_0^2 \underbrace{\left(\frac{k^2(x)}{k_0^2} - 1 \right)}_{v(x)} u(x) \quad (3.9)$$

$$\nabla^{\bullet 2} u_s(x) + k_0^2 u_s(x) = -k_0^2 v(x) u(x) \quad (3.10)$$

Buradaki (3.10) denklemindeki $v(x)$ cisim fonksiyonu olarak adlandırılır. Bu (3.10) denkleme Green fonksiyonunu soktuğumuzda elde edeceğimiz denklem şudur:

$$\nabla^{\bullet 2} G(x, y) + k_0^2 G(x, y) = -\delta(x - y) \quad (3.11)$$

Moment yöntemini uygulamak için istenen integral denklemini elde etmek için (3.11) denklemini $u_s(x)$ ile çarpılıp, (3.10) denkleminin $G(x, y)$ ile çarpılmış halinden çıkarılır ve her iki taraf x 'e göre integre edilirse,

$$\int (G(x, y) \nabla^{\bullet 2} u_s(x) - u_s(x) \nabla^{\bullet 2} G(x, y)) dx \quad (3.12)$$

$$-k_0^2 \int G(x, y) v(x) u(x) dx + \int u_s(x) \delta(x - y) dx \quad (3.13)$$

denklemin iki tarafında karşımıza çıkan (3.12) ve (3.13) integrallerinin eşitliği görülür. Eğer (3.12) integraline daha yakından bakarsak sifıra eşit olduğunu görürüz. Bunun için,

$$\nabla \bullet (f \cdot \vec{A}) = f \cdot (\nabla \bullet \vec{A}) + \nabla f \bullet \vec{A} \quad (3.14)$$

$$\nabla^2 A = \nabla \bullet (\nabla A) \quad (3.15)$$

eşitliklerinden faydalınılır. Eğer (3.12) integralinde (3.15) eşitliği uygulanırsa ve (3.12)'nin ilk terimi için (3.14) denkleminde f yerine $G(x,y)$ ve $\vec{A}$ yerine de $\nabla u_s(x)$ yerleştirilirse

$$G(x,y) \cdot (\nabla \bullet (\nabla u_s(x))) = \nabla \bullet (G(x,y) \cdot \nabla u_s(x)) - \nabla G(x,y) \bullet \nabla u_s(x) \quad (3.16)$$

Ardından (3.12)'nin ikinci terimi için de yine (3.15) eşitliği uygulandıktan sonra (3.14) denkleminde f yerine $u_s(x)$ ve $\vec{A}$ yerine de $\nabla G(x,y)$ yerleştirilirse

$$u_s(x) \cdot (\nabla \bullet (\nabla G(x,y))) = \nabla \bullet (u_s(x) \cdot \nabla G(x,y)) - \nabla G(x,y) \bullet \nabla u_s(x) \quad (3.17)$$

ve en son olarak (3.16)'dan (3.17) çıkarılırsa (3.12) integralinin aslında

$$\int \nabla \bullet (G(x,y) \cdot \nabla u_s(x) - u_s(x) \cdot \nabla G(x,y)) dx \quad (3.18)$$

integraline eşit olduğu görülür. Bu integral de mükemmel iletken düzlem üzerinde elektrik alanın sıfır olması koşulu ve radrasyon koşulu sebebiyle sifıra eşittir. Bu durumda (3.12) integraline eşit olan (3.13) integrali de sifıra eşit olur ve (3.13) integrali düzenlenirse,

$$\int u_s(x) \cdot \delta(x-y) dx = k_0^2 \int_D G(x,y) \cdot v(x) \cdot u(x) dx \quad (3.19)$$

halini alır. Sol taraf $u_s(x)$ 'e eşittir. Son olarak (3.19) denkleminin her iki tarafına $u_0(x)$ eklersek sayısal analizde de kullanacağımız

$$u(x) = u_0(x) + k_0^2 \int_D G(x,y) \cdot v(y) \cdot u(y) dy \quad (3.20)$$

denklemini elde ederiz.

4. ANALİTİK FORMÜLLERİN BİLGİSAYARA AKTARILMASI

4.1 Genel Formülün Ayırıklaştırılması

Öncelikle kullanacağımız denklemi, (3.20) ve (2.39) eşitliklerini kullanarak yazalım.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_i(\vec{r}) + k_0^2 \iiint_{V'} \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') v(\vec{r}') E(\vec{r}') dv' \quad (4.1)$$

Çeşitli çalışmalar göstermiştir ki (4.1) denklemi üç boyutlu diyadik green fonksiyonundaki tekillik sebebiyle, $\vec{r} \rightarrow \vec{r}'$ durumunda klasik anlamda yakınsamıyacaktır ama belirli bir değeri vardır. Bunu hesaplamak için denklem:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_i(\vec{r}) + PV \left\{ k_0^2 \iiint_{V'} \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') v(\vec{r}') E(\vec{r}') dv' \right\} - \frac{1}{k_0^2} \overline{\overline{L}} \cdot \vec{E}(\vec{r}) v(\vec{r}) \quad (4.2)$$

Burada $PV \left\{ \iiint_{V'} [\bullet] dv' \right\} = \lim_{V_\delta \rightarrow 0} \left\{ \iiint_{V'-V_\delta} [\bullet] dv' \right\}$ ve $\overline{\overline{L}}$ de hariç tutulan hacim olan V_ε 'nin

şekline bağlı bir tensör olup, biz bu hacmi çok küçük bir küre olarak aldığımızdan $\overline{\overline{L}} = \frac{\overline{\overline{I}}}{3}$ oluyor.

PV operatörüyle hariç tuttuğumuz hacim sebebiyle bu hacim çevresinde yük birikecek ve içinde elektrostatik bir alan yaratacaktır. Hacmi ne kadar küçültsek de bu alan kalacaktır. Üçüncü terim buna düzeltme olarak eklenmiştir. [8]

Eğer cismi içinde elektrik alanın sabit farz edilebileceği N adet küçük hücreye bölersek, (4.2) denklemi bir seri toplam halini alır.

$$\vec{E}_m = \begin{cases} \vec{E}_{i_m} + \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ k_0^2 v_n \vec{E}_n \iiint_{Hn} \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') dv' \right\} & n = m \\ \vec{E}_{i_m} + k_0^2 v_m \vec{E}_m \iiint_{Hm} \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') dv' - \frac{1}{k_0^2} \overline{\overline{L}} \cdot \vec{E}(\vec{r}) v(\vec{r}) & n \neq m \end{cases} \quad (4.3)$$

Bu eşitliği N hücre için tekrarladığımızda elimize N'er adet vektörel bilinmeyişi olan N adet denklemden oluşan bir denklem sistemi çıkar ki üç boyutlu çalıştığımızdan dolayı bu da $3N \times 3N$ 'lik bir matris demektir.

Bu matrisin elemanlarını hesaplariken karşımıza çıkan zorluk $\iiint_{Hn} \overline{G(\vec{r}, \vec{r}')} dv'$ integralinin

hesaplanmasıdır. Bu integrali kübik bir hacim üzerinde değil üzerinde bulunduğı kübik hücrenin hacmine eşit hacimde bir küre üzerinde hesaplarız. Ortaya çıkacak m. vektörel denklem n.

Vektörel bilinmeyen için 3×3 'lük G_{mn} matrisinin elemanları hücrenin singular olup olmamasına, yani $n=m$ olup gözlem noktasının hücrenin içinde bulunup bulunmamasına bağlıdır. Bu sebeple singular ve non-singular durumda kullanmak üzere iki adet sabit “Geometrik Faktör” tanımlıyoruz. Burada a kübik hücrenin hacmine eşit hacimdeki kürenin yarıçapı olmak üzere:

$$D_1 = \frac{1}{3k_0^2} \left[(2 - 2ik_0 a) e^{ik_0 a} - 3 \right] \quad (4.4)$$

$$D_2 = \frac{4\pi a}{k_0^2} \left[\frac{\sin(k_0 a)}{k_0 a} - \cos(k_0 a) \right] \quad (4.5)$$

Burada verilen (4.4) eşitliği singular hücre durumunda, (4.5) eşitliği de non-singular hücre durumunda geçerlidir. [8]

Elimizdeki modelde iki cisim vardır: gerçek cisim ve de mükemmel iletken düzlemden kaynaklanan yansımayla oluşan sanal cisim. Singular hücre durumu yalnızca gerçek cisim için oluşmaktadır. Dolayısıyla singular hücre üzerindeyken dahi yansımanın katkısı non-singular olarak alınır. Bu durumda p ve q birden üçe kadar numaralar, δ_{pq} kronecker deltası ve de $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ olmak üzere, singular hücre için G_{mn} matrisinin elemanları şu hali alır:

$$G_{mn}^{pq} = 1 - k_0^2 v_n \left[D_1 - D_2 \left(\delta_{pq} + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial_p \partial_q} g(\vec{r}, \vec{r}') \right) \right] \quad (4.6)$$

Non-singular hücre içinse G_{mn} matrisinin elemanları şu hali alır:

$$G_{mn}^{pq} = -k_0^2 v_n D_2 \left[\left(\delta_{pq} + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial_p \partial_q} \right) (g(\vec{r}, \vec{r}_1') - g(\vec{r}, \vec{r}_2')) \right] \quad (4.7)$$

4.2 Hesaplama ve Kodlamada Kullanılan Yöntemler

Hesaplamalar için iki program yazılmıştır. Bunlardan ilki hesaplayıcı program olup verilen girdilere göre gerekli hesaplamaları yapıp, cisim için alan değerlerini ve gözlenen uzayda olması gereken saçılma değerlerini birer dosyaya yazmaktadır. Gözlenen uzayın hücre sayısına göre değişmekle beraber bu çalışmada genellikle 250MB civarında bir çıktı üretmektedir. İkinci program ise sonuç değerlendirme programı olup istenen gözleme şekline göre ilgili sonuçları resme dökmektedir. Bu ikisinin birbirinden ayrılmasının sebebi, bir kere sonuç alındıktan sonra değişik analizler için verinin her defasında tekrar hesaplanmadan kullanılabilmesidir. Bu iki programın da genel işlemesi doğrusal olduğundan bir akış şeması vermeden maddeler halinde genel akışı sıralanmıştır.

4.2.1 Hesaplayıcı program

Hesaplayıcı programın genel akışı şu şekildedir:

- 1) $X \times Y \times Z$ adet kübik hücreden oluşan gözlenecek uzay yaratılıp bu hücrelerin ilk alan değerleri sıfıra, ϵ_r değerleri de ϵ_0 'a eşitlenir, merkezlerinin koordinatları belirlenir. Kübik hücrelerin boyutlarının cismin içindeki dalga boyunun en az onda birinden küçük kalacak şekilde seçilmesine dikkat edilmelidir. Yoksa, cisim içinde elektrik alanın sabit farz edilebileceği N adet küçük hücreye bölerek yaptığımız ayrıklaştırma ve kuantizasyon sonucu oluşacak hatalar büyüyecek ve sonucu değiştirecektir.
- 2) Cismin kapsadığı hücreler işaretlenip, bu hücrelerdeki ϵ_r değerlerine gerekli değerler verilir. Bu yapılırken iki olasılık vardır. Herhangi bir şekle sahip bir cisim için çıktısının formatı mümkün olduğunca basit bir üç boyutlu modelleme programı kullanılıp, bu programın çıktısı uygun bir şekilde okunup cisim gözlenen uzaya yerleştirilebilir. Bu çalışmada yapılsa şekli analitik olarak matematiğe dökülebilen cisimler için birer fonksiyon yazıp bu fonksiyonlar aracılığıyla hücreleri işaretlemektir.
- 3) İkinci aşamada işaretlenen hücreler CHK adında bir diziye alınır.

4)Çözülecek olan matris yaratılır ki burada üç boyutlu çalışmanın en büyük zorluklarından biri karşımıza çıkmaktadır: RAM kullanımı. Birinci adımda da belirtildiği gibi kübik hücrelerin boyutlarının cismin içindeki dalga boyunun en az onda birinden küçük kalacak şekilde seçilmesine dikkat edilmelidir ancak hücre boyutlarını küçültmek aynı boyuttaki cismin içinde kalacak hücre sayısını N^3 mertebesinde, daha da önemlisi RAM’de açılacak matrisin kapladığı alanı N^6 mertebesinde arttırmaktadır. Bu çalışmadaki ortalama RAM kullanımı 1.2GB civarında olmuştur. Eğer 32 bit derleyicilerin derlediği programların RAM’de en fazla 2GB yer ayırmasına izin verdiği ve 64 bit derleyici kullanarak bu aşılsa bile kişisel kullanım için üretilen en iyi bilgisayarların bile 8GB RAM’e sahip oldukları düşünülürse bunun yarattığı sorun daha net görülebilir. Bu durumu aşmanın, Gauss eliminasyon gibi hafıza tabanlı algoritmalaransa Jacobi yöntemi gibi işlemci tabanlı algoritmalara yönelmek, bir şekilde hücre boyutlarını değişken kılmak gibi çeşitli yolları olabilecek olmakla beraber hepsinin beraberinde getirdiği başka sorunlar da vardır.

5)Dördüncü adımda yaratılan matrisin elemanları 4.6 ve 4.7 eşitlikleri kullanılarak doldurulur. Eğer dikkat edilirse burada iki tane simetri durumu vardır. Birincisi, her bir hücrenin 3x3’lük green matrisi simetriktir. İkincisi de cisim fonksiyonunun sabit olması, yani cismin homojen olması durumunda 3x3’lük green matrislerinden oluşan NxN’lik vektörel bilinmeyen matrisi de simetriktir. Bu iki özellik kullanılarak matris 3-4 kat daha hızlı doldurulabilir. Matrisin doldurulması çok uzun süren bir işlem olmadığından threadlere ayırma ihtiyacı duyulmamıştır.

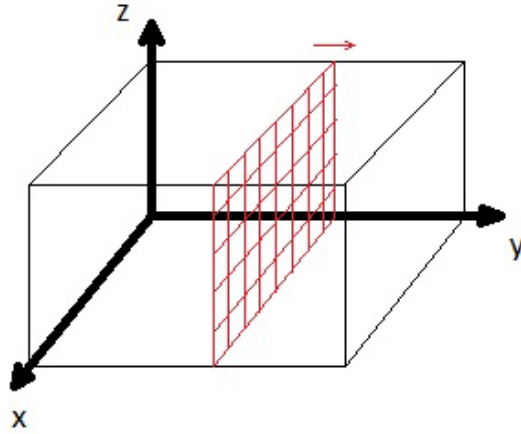
6)Beşinci adımda doldurulan matris Gauss eliminasyon yöntemiyle birim matris haline getirilir. Bu işlem sonucunda eşitliğin sağ tarafındaki kaynak vektörü cisim içi alanları veren alanlara dönüşmüş olur. Bu vektör cisim içi sonuç olarak bir dosyaya yazılır. Beşinci adıma benzer şekilde bu adım da çok uzun süren bir işlem olmadığından threadlere ayırma ihtiyacı duyulmamıştır.

7)Hesaplanan cisim içi alanlar yardımıyla, 4.3 ve 4.7 eşitlikleri kullanılarak gözlenen uzaydaki cisim dışı alan değerleri hesaplanır. Elbette ki cisim dışında singular hücre olamayacağından 4.3 eşitliğinde ayrı tutulan $m=n$ durumu da seri toplam içine alınmıştır. Son olarak, elde edilen sonuç bir dosyaya aktarılır. Bu adımda çok fazla işlem bulunduğundan günümüzdeki çok çekirdekli işlemcilerden daha iyi yararlanmak adına program threadlere ayrılmıştır. Sayılarla örnek vererek anlatmak

gerekirse, inceleme yapılan örneklerin çoğunda 160x160x160 hücrelik bir gözlenen uzay yaratılmış olup, içine yerleştirilen cisimlerin genelde 2200 civarında hücresi bulunmaktadır. Cismin dışındaki her bir hücre için cismin içindeki her bir hücrenin etkisinin hesaplanması gerekmektedir. Bu da $(160 \times 160 \times 160 - 2200) \times 2200 \times 9$ defa 4.7 eşitliğinin kullanılması demek ki bu sayı yaklaşık olarak 81 milyara denk gelmektedir.

4.2.2 Sonuç değerlendirme programı

Hesapları yapan programın çıktısı okunarak istenen bileşenlerin mutlak değeri alınır ve bunların maksimum değerinin kırmızıya, minimum değerinin de maviye denk geldiği bir renk paleti aracılığıyla iki boyutlu resimler oluşturulur. Bu iki boyutlu resimler, üç boyutlu gözlenen uzayın sıralı kesitleridir. Bu kesitler herhangi bir eksen boyunca alınabilir.



Şekil 4.1: Kesitlerin y eksenini boyunca alınması.

5. SONUÇLAR VE ANALİZ

5.1 Simulasyon Sonuçları

Bu bölümde, elde edilen simulasyon sonuçlarının bir kısmı paylaşılmıştır. Yer alan bilgisayar similasyonu sonuçlarında gelen dalganın sadece x bileşeni vardır. Diğer bileşenlerin de olması veya olmaması hesaplama açısından birşey değiştirmeyecek olmakla beraber tek bir bileşenin saçılması ve saçılırken diğer bileşenlere de sahip alanlar yaratmasının nasıl oluştuğunun gözlenmesi daha faydalı olacaktır. Gelen dalganın geliş açısı y ekseniiyle yaptığı pozitif açıdır ve geliş yönünün x bileşeni yoktur.

5.1.1 Simulasyon 1

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

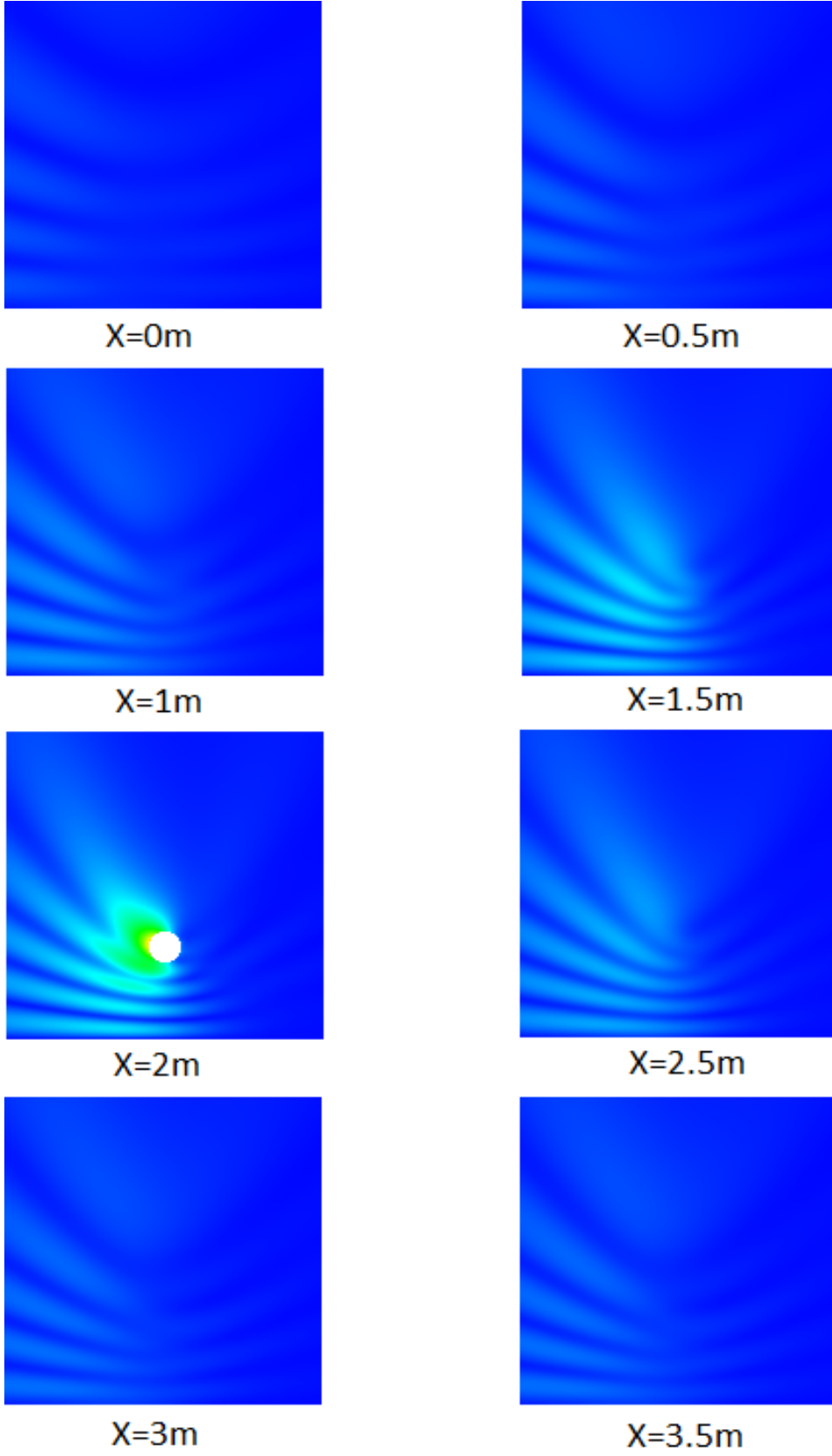
$\epsilon_r : 3$

Frekans: 600MHz

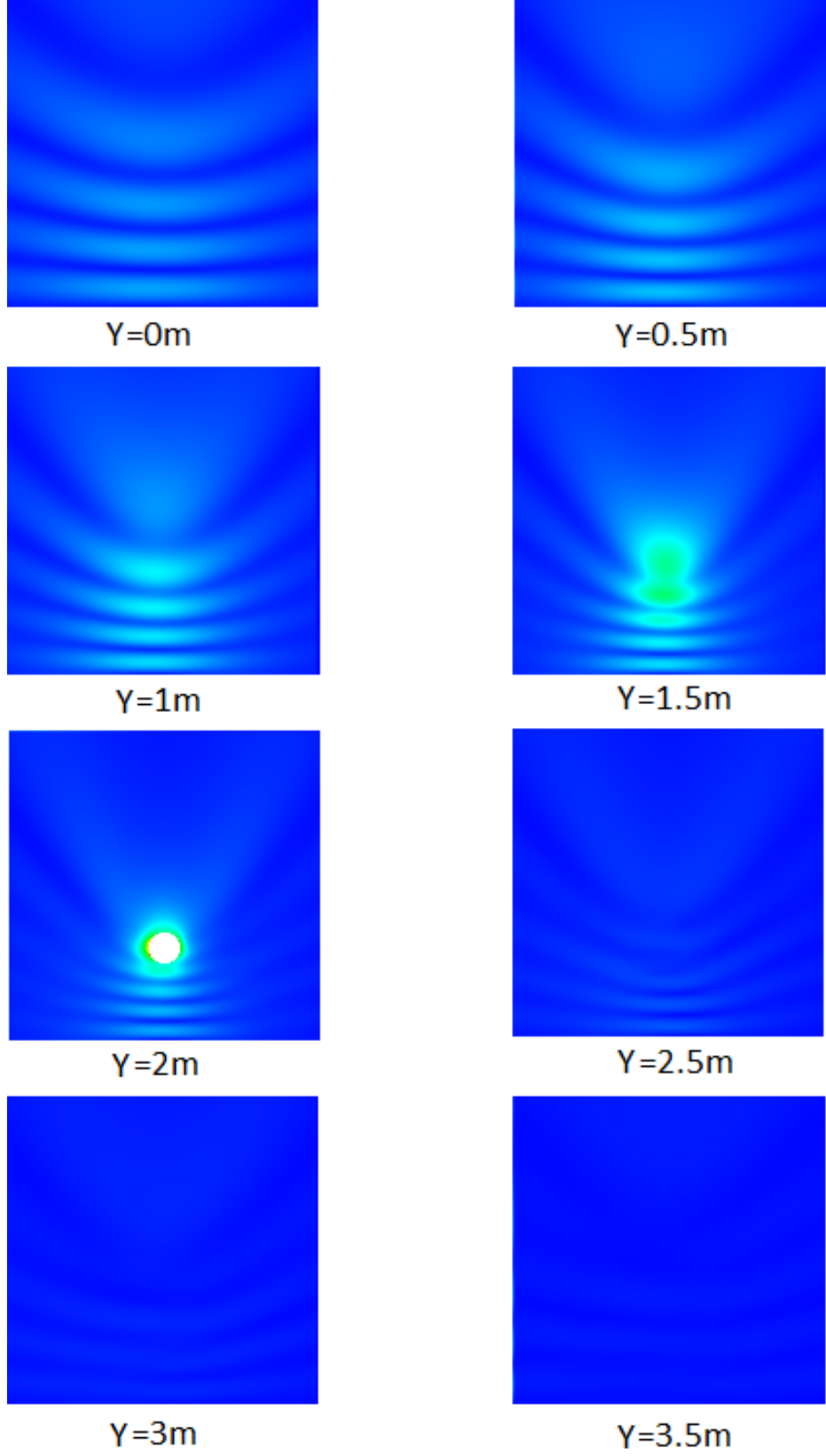
Geliş açısı: $\pi/4$

Cismin koordinatları: x=2m, y=2m, z=1.2m

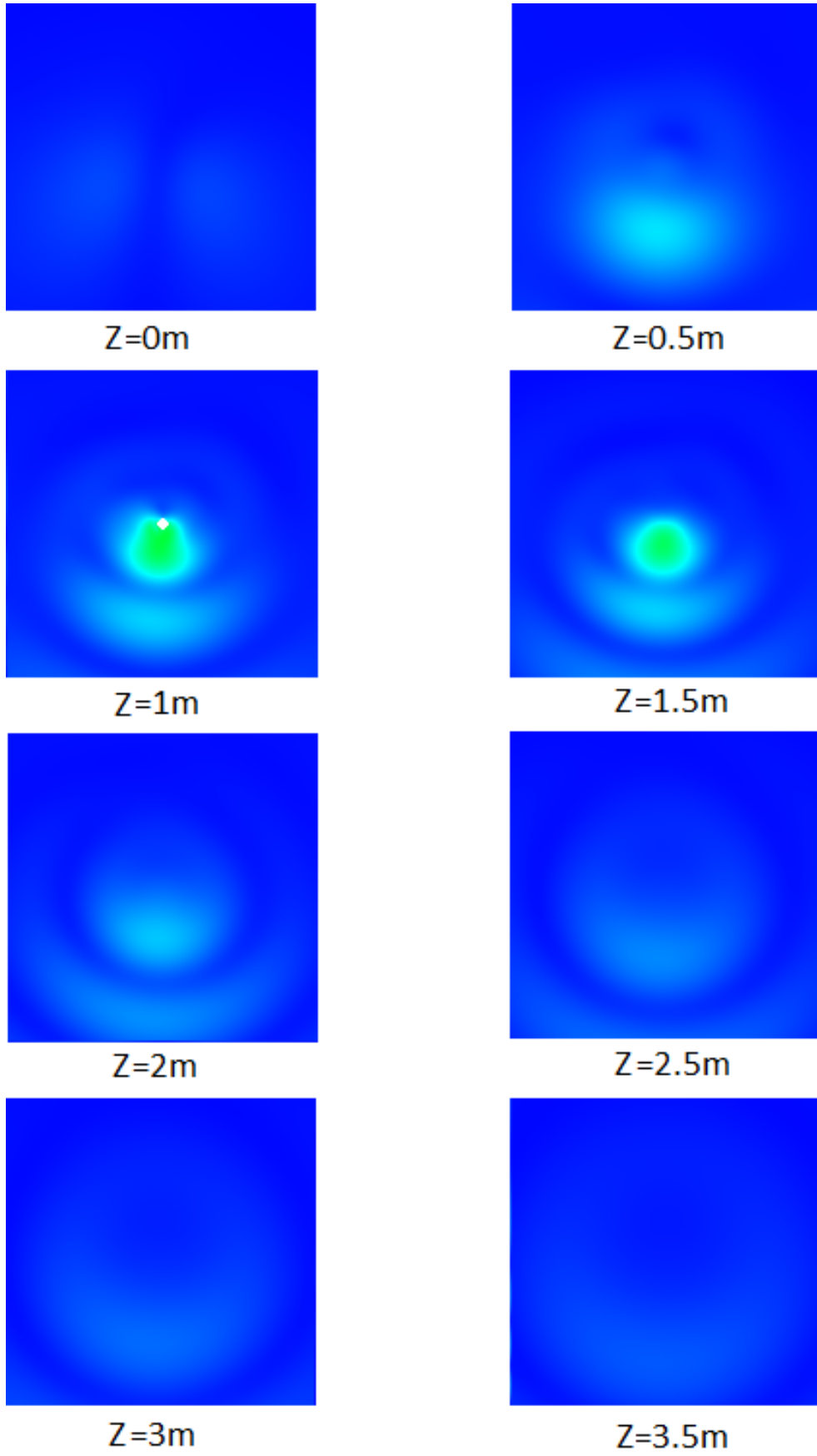
Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Bu örneğe özel olarak x eksenii, y eksenii ve z eksenii boyunca yarım metrelik aralıklarla alınan kesitler verilmiştir. Diğer simulasyon sonuçlarında gözlenmek istenen duruma göre sadece cismin ortasından alınan kesit verilmiştir.



Şekil 5.1: Simulasyon 1 için x eksenı üzerinden tarama (saçılan alan).



Şekil 5.2: Simulasyon 1 için y eksenini üzerinden tarama (saçılan alan).



Şekil 5.3: Simulasyon 1 için z eksenı üzerinden tarama (saçılan alan).

5.1.2 Simulasyon 2

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

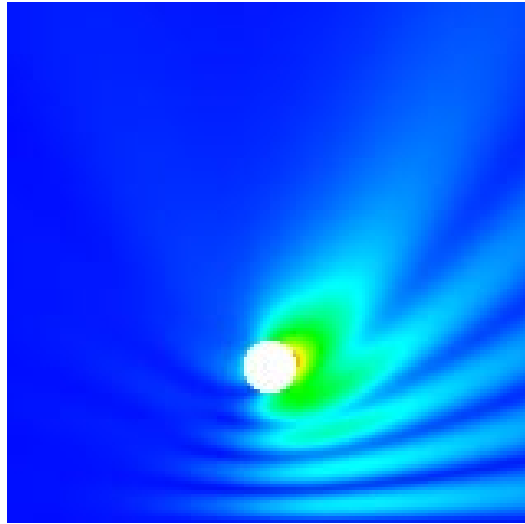
$\epsilon_r : 3$

Frekans: 600MHz

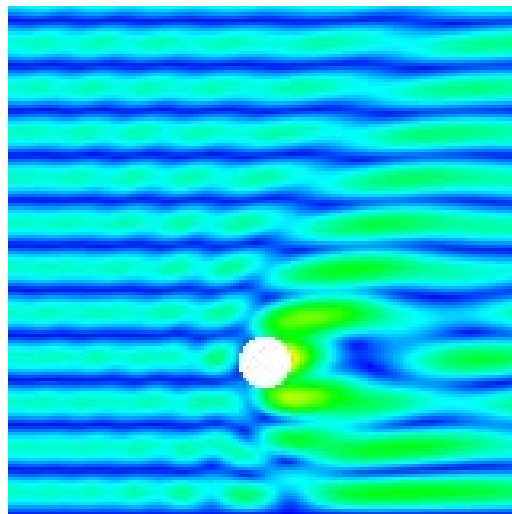
Geliş açısı: $3\pi/4$

Cismin koordinatları: $x=2m$, $y=2m$, $z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.4: Simulasyon 2’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.5: Simulasyon 2’de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.3 Simulasyon 3

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

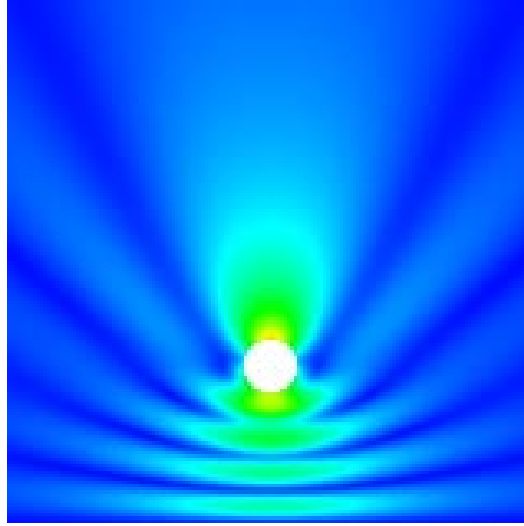
$\epsilon_r : 3$

Frekans: 600MHz

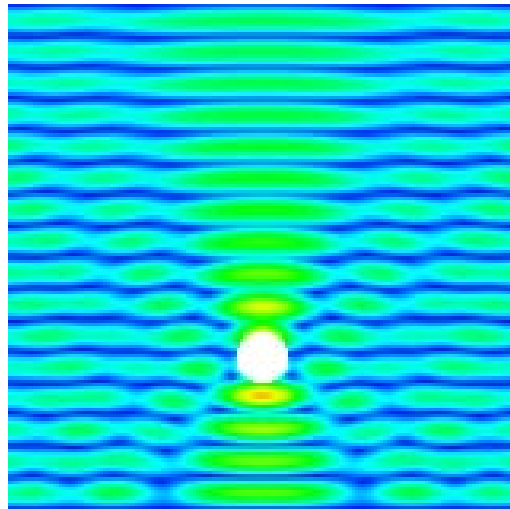
Geliş açısı: $\pi/2$

Cismin koordinatları: $x=2m, y=2m, z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.6: Simulasyon 3'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.7: Simulasyon 3'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.4 Simulasyon 4

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

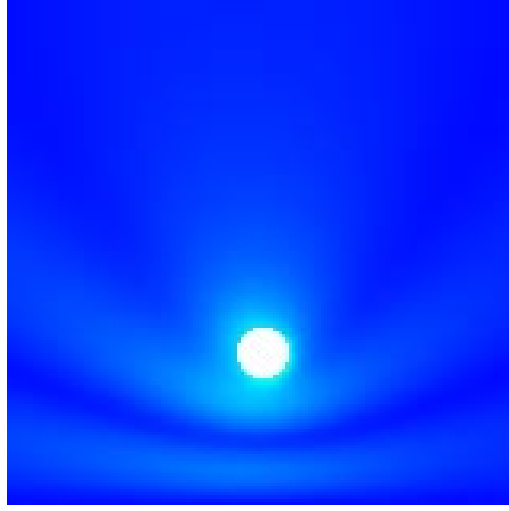
$\epsilon_r : 3$

Frekans: 300MHz

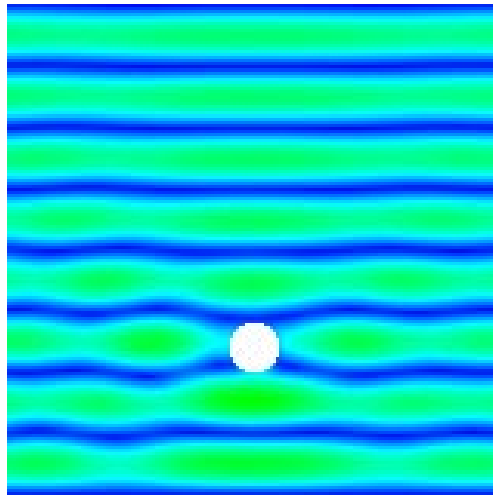
Geliş açısı: $\pi/2$

Cismin koordinatları: $x=2m, y=2m, z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.8: Simulasyon 4'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.9: Simulasyon 4'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.5 Simulasyon 5

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

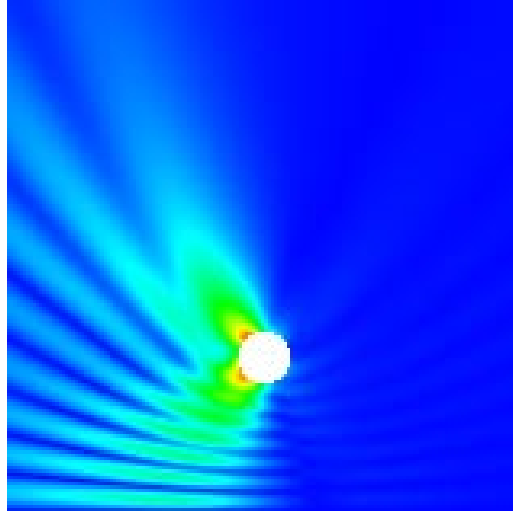
$\epsilon_r : 3$

Frekans: 1000MHz

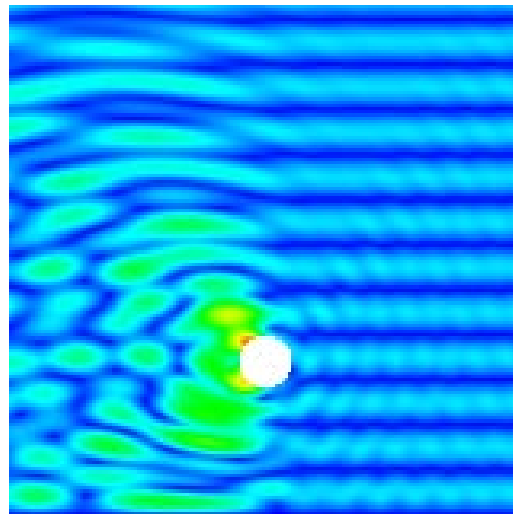
Geliş açısı: $\pi/4$

Cismin koordinatları: $x=2m$, $y=2m$, $z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.10: Simulasyon 5'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.11: Simulasyon 5'te $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.6 Simulasyon 6

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

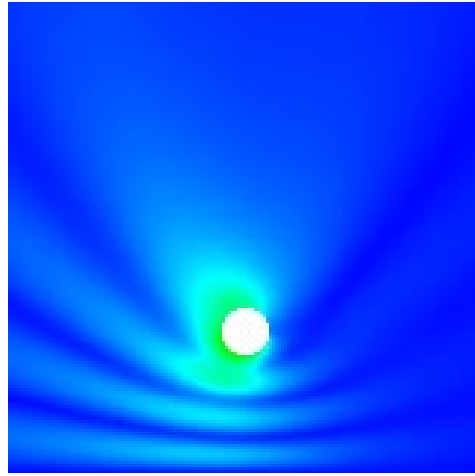
ϵ_r : 8

Frekans: 500MHz

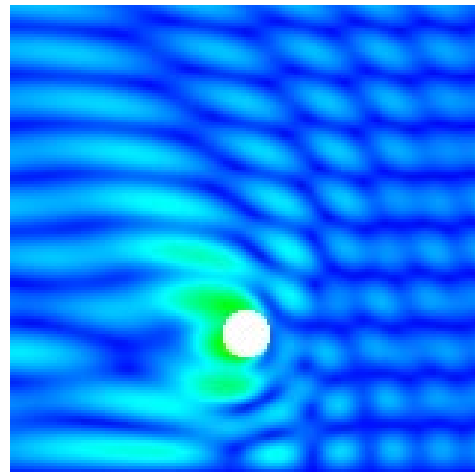
Geliş açısı: $\pi/4$

Cismin koordinatları: $x=2m$, $y=2m$, $z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.12: Simulasyon 6'da $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.13: Simulasyon 6'da $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.7 Simulasyon 7

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.025m

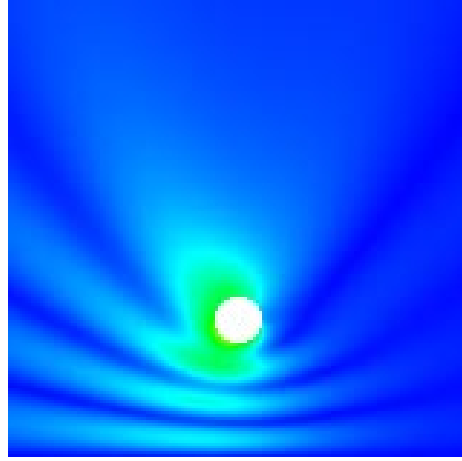
$\epsilon_r : 2$

Frekans: 500MHz

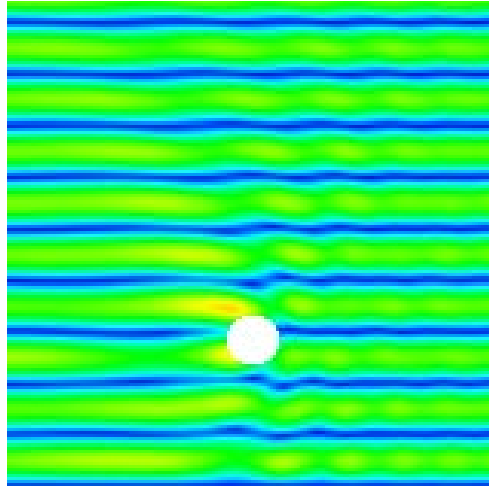
Geliş açısı: $\pi/4$

Cismin koordinatları: $x=2m$, $y=2m$, $z=1.2m$

Cisim olarak 0.2m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir. Kesit $x=2m$ düzlemi üzerinde alınmıştır.



Şekil 5.14: Simulasyon 7'de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (saçılan alan).



Şekil 5.15: Simulasyon 7'de $x=2m$ düzleminde alınan kesit (toplam alan).

5.1.8 Simulasyon 8

Bu son simulasyonda çalışmanın tutarlılığını belirlemek için ve 4.7 eşitliğindeki $g(\vec{r}, \vec{r}_2')$ kaldırılarak x-y düzlemindeki mükemmel iletken düzlem kaldırılmış ve daha önce hesaplanmış analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Siyah noktalar simulasyon sonucunu, kırmızı doğru analitik sonucu göstermektedir.

Birim kübik hücrenin bir kenarı: 0.05m

$\epsilon_r : 2$

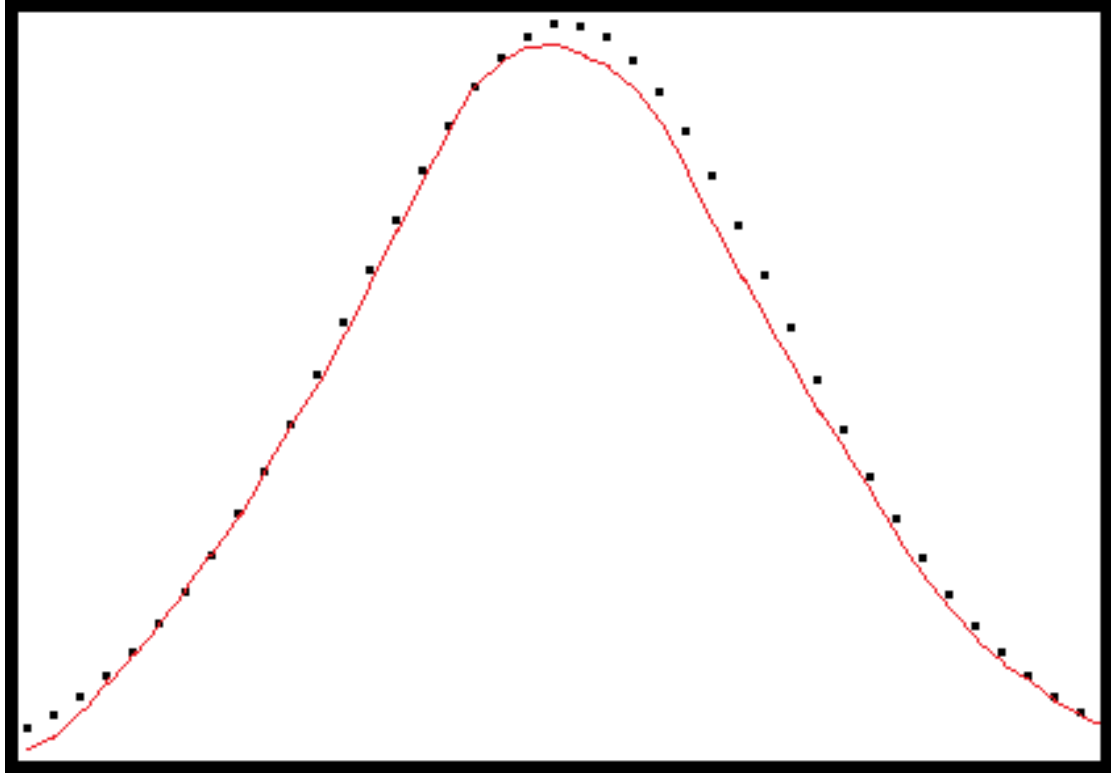
Frekans: 600MHz

Geliş açısı: $\pi/2$

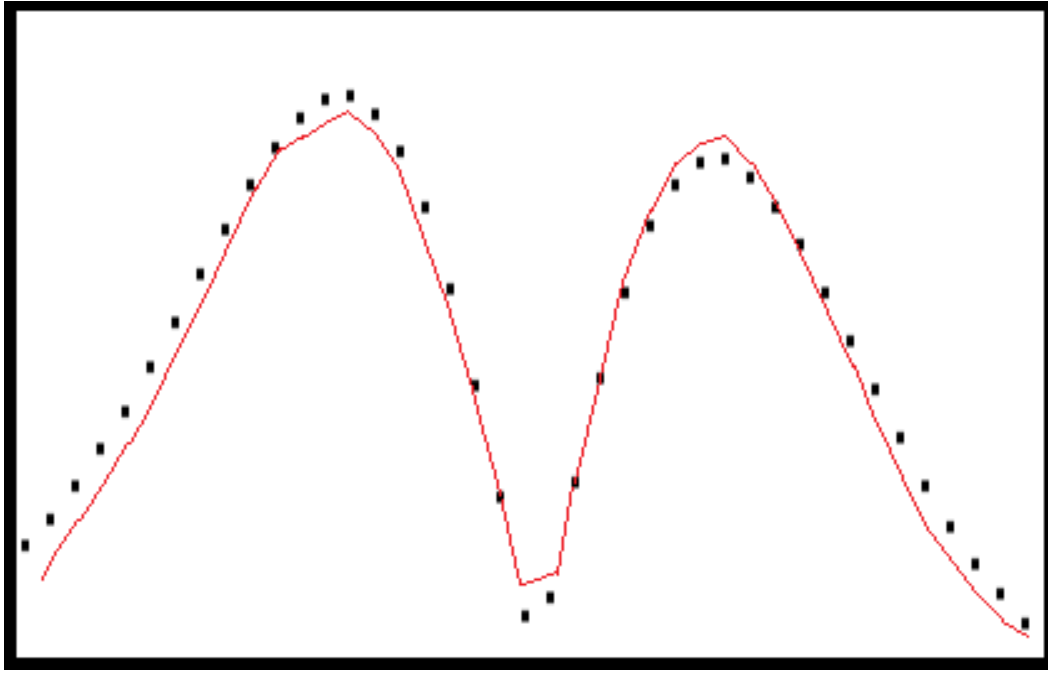
Cismin koordinatları: $x=0m, y=0m, z=0m$

Cisim olarak 0.4m yarıçapında bir küre yerleştirilmiştir.

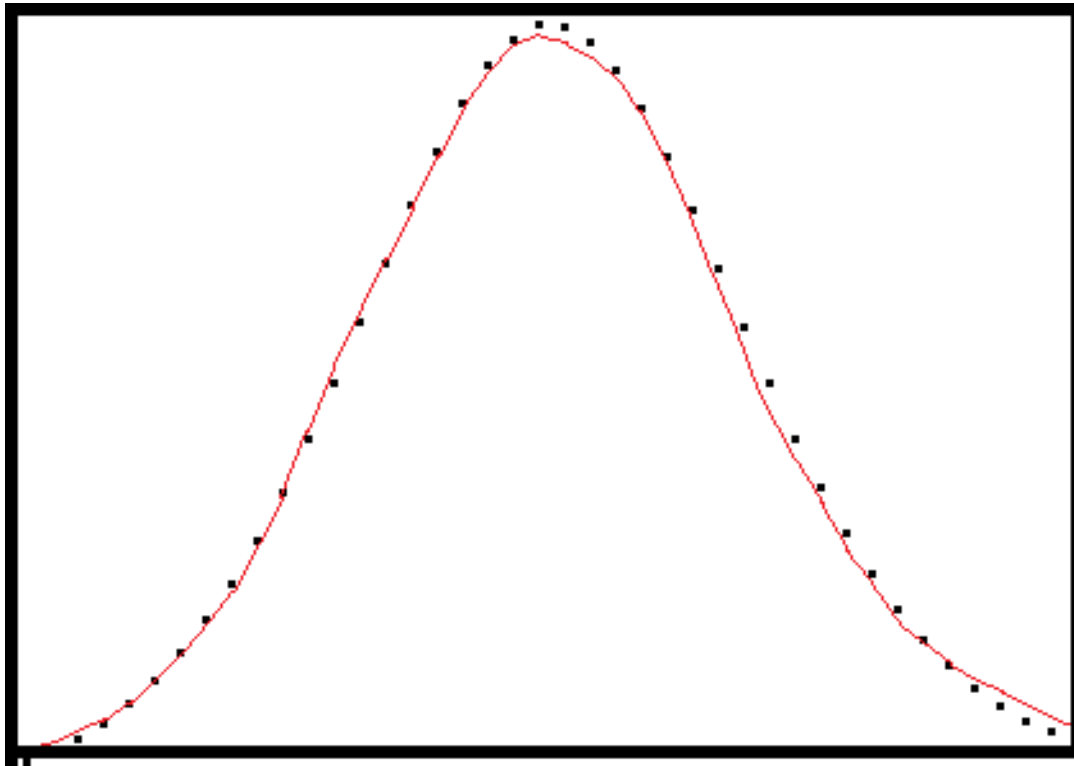
Gözlem: $x=0.2m, y \in (-1, 1)m, z=-1m$



Şekil 5.16: $|E_x|$



Şekil 5.17: $|E_y|$



Şekil 5.18: $|E_z|$

5.2 Sonuç ve Genel Değerlendirme

Çalışmada analitik denklemler elde edilip, bunlar bilgisayar aktarılıp , simülasyon sonuçları elde edilmiştir. Sonuçlar, elektrik alanın teğet bileşenlerinin mükemmel iletken düzlem üzerinde sıfır çıkması, simetrik kaynakların simetrik sonuçlar üretmesi, tam tepeden gelen kaynağın simetrik saçılmaya yol açması gibi fiziksel ve mantıksal beklentilere uymaktadır. Simülasyonlar sonucu genel olarak şunlar gözlenmiştir:

- 1) Frekans büyüdükçe saçılmanın genliğinin büyümesi ve yönlülüğünün artması
- 2) Frekansa benzer şekilde, ϵ_r de büyüdükçe genliğin büyümesi ancak yönlülükte, hatta genel olarak saçılmanın şeklinde bir değişiklik olmaması
- 3) İki boyutlu analizin aksine, tek bir bileşene sahip bir dalga gönderildiğinde saçılan alanda, her ne kadar gönderilen bileşen doğal olarak baskın olsa da, diğer bileşenlerin de oluşması
- 4) Cismin şekli değiştirildiği zaman yakın alanda değişiklik gözlenmesine rağmen cisimden uzaklaştıkça saçılan alanların birbirine benzemeye başlaması

Çalışma boyunca karşılaşılan en büyük zorluk cisim boyutunu büyüttükçe veya hücre boyutunu küçülttükçe hesaplama yükünün çok büyük bir süratle artması oldu. Bu aynı zamanda simülasyonda incelenen değerlerin aralıklarını kısıtlamaktadır çünkü hücre boyutu dalga boyunun on ile yirmide biri arasında olmalıdır. Bunun üstesinden gelmek için fast multipole gibi yöntemler kullanılabilir veya yeni sayısal yöntemler geliştirilebilir. Ayrıca bugün normal kullanıcılara da sunulan, çok çekirdekli işlemci teknolojilerinden ve çok yüksek matematiksel hesaplama gücüne sahip grafik kartlarının gücünden faydalanmayı sağlayan GPGPU (General Purpose computing on Graphic Processor Units) gibi teknolojilerden faydalanılabilir. Çalışmayı geliştirmek için mükemmel iletken düzlemin bükülmesi, ϵ_r 'nin elektrik alana bağlı olması veya anisotropik olması gibi eklemeler sayılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Harrington, Roger F.**, 1961. *Time-harmonic Electromagnetic Fields*, New York: McGraw-Hill
- [2] **Sadiku, Matthew N. O.**, 1992. *Numerical Techniques in Electromagnetics*, Boca Raton : CRC Press
- [3] **Umashankar, K. and Taflove A.**, 1993. *Computational Electromagnetics*, Boston : Artech House
- [4] **Gibson, Walton C.**, 2008. *The Method of Moments in Electromagnetics*, Boca Raton : Chapman & Hall/CRC
- [5] **Tai, Chen-to**, 1994. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*, Piscataway, NJ : IEEE Press
- [6] **Aksun, Irsadi M., Dural, G.**, 1993. Closed-form green's functions of HED, HMD, VED, and VMD for multilayer media, *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation International Symposium*
- [7] **Richmon, H.J.**, 1965. Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape, *IEEE Transection on Antennas and Propagation*, **140**, 334-341.
- [8] **Gao, G., Torres-Verdin, C., and Habashy T. M.** 2005. Analytical Techniques to Evaluate the Integrals of 3D and 2D Spatial Dyadic Green's Functions, *Progress In Electromagnetics Research, PIER* **52**, 47–80

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Mustafa Gökhan Şanal

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul 20.Haziran.1983

Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi