

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE İKİNCİ MERTEBE
LİMİT YÜKÜN VE GÖÇME GÜVENLİĞİNİN BELİRLENMESİ İÇİN
BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ**

**DOKTORA TEZİ
Y.Müh. Konuralp GİRĞİN**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 29 Eylül 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 10 Ocak 1996

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Erkan ÖZER

Diğer Jüri Üyeleri: Prof.Dr. Ahmet Işın SAYGUN

Prof.Dr. Saadettin ÖKTEN

Erkan Özer
Ahmet Işın Saygun
Saadettin Ökten

OCAK 1996

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Programında gerçekleştirilen bu doktora çalışmasında betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi için bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir.

Bu tez çalışması süresince düşünce ve bilgilerinden yararlandığım danışman hocam sayın Prof.Dr. Erkan ÖZER başta olmak üzere, hocalarım sayın Prof. Adnan ÇAKIROĞLU' na ve sayın Prof.Dr. Günay ÖZMEN' e teşekkür ederim.

Tezimi hazırlamam sırasında her zaman yanımda olan ve desteklerini esirgemeyen eşim Yük.Müh. Z.Canan GİRGİN başta olmak üzere, çok değerli meslektaşlarım Y.Müh. Yılmaz YUVA'ya ve Dr.Yük.Müh. Engin ORAKDÖĞEN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Şekillerin çiziminde yardımlarını gördüğüm Müh. Buket F. GÜLTEKİN'e ayrıca teşekkür ederim.

Bütün yaşamım boyunca, bana her türlü maddi ve manevi desteği sağlayan ve beni akademik kariyer yapmam konusunda yönlendiren biricik aileme de minnet ve şükranlarımı sunarım.

29 Eylül 1995

Konuralp GİRGİN

İÇİNDEKİLER

NOTASYON LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xiv
ÖZET	xvi
SUMMARY	xvii
BÖLÜM 1 GİRİŞ	
1.1 Konu	1
1.2 Konu İle İlgili Çalışmalar	5
1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	14
BÖLÜM 2 BETONARME ÇUBUKLARIN ELASTOPLASTİK DAVRANIŞI	16
2.1 Varsayımlar	16
2.2 Beton Çeliği ve Betonarme Betonunun İdealleştirilmiş Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlıntıları	16
2.2.1 Beton Çeliğinin $\sigma - \epsilon$ Diyagramı	16
2.2.2 Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Liflerdeki Betonun $\sigma - \epsilon$ Bağlıntısı	18
2.2.3 Sargılı Betonun Davranışı	19
2.3 Betonarme Kesitlerin Davranışı	21
2.3.1 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Eğilme Momenti-Eğrilik Bağlıntısı	21
2.3.2 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Koşulları (Karşılıklı Etki Diyagramları)	23
2.3.2.1 Tek Eksenli Bileşik Eğilme Etkisindeki Kesitler	23
2.3.2.2 İki Eksenli Bileşik Eğilme Etkisindeki Kesitler	25
2.3.3 Basit Burulma Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Burulma Momenti-Birim Burulma Açısı Bağlıntısı	25
2.3.4 Burulma, Eğilme ve Kesme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma (Kırılma) Koşulları	30
2.4 Betonarme Kesitlerin Davranışının İdealleştirilmesi	32
2.4.1 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş İç Kuvvet-Şekildeğiştirme Bağlıntıları	32
2.4.2 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Koşullarının Lineerleştirilmesi	35
2.4.2.1 Tek Eksenli Bileşik Eğilme Etkisindeki Kesitler	36
2.4.2.2 İki Eksenli Bileşik Eğilme Etkisindeki Kesitler	37
2.4.3 Dönme Kapasitesinin Belirlenmesi	41

2.4.4	Burulma Momenti Etkisindeki Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş Burulma Momenti-Birim Burulma Açısı Bağıntısı ve Akma Koşulu	44
BÖLÜM 3	BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE İKİNCİ MERTEBE LİMİT YÜKÜN VE GÖÇME GÜVENLİĞİNİN BELİRLENMESİ İÇİN BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ	46
3.1	Varsayımlar	46
3.2	Yöntemin Esasları	48
3.3	Akma Koşulu ve Akma Vektörünün İncelenmesi	52
3.4	Denklem Takımının Elde Edilmesi	57
3.4.1	Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri	57
3.4.2	Sistem Eksen Takımı	58
3.4.3	Çubuk Rijitlik Matrislerinin Sistem Eksen Takımına Dönüştürülmesi	59
3.4.4	Yöntemin Matematik Formülasyonu	59
3.4.4.1	Denge Denklemleri	60
3.4.4.2	Plastik Kesitlerdeki Akma Koşulları	63
3.5	Denklem Takımının Genişletilmesi, Çözümü ve Bilinmeyenlerin Bulunması	67
3.6	Çubuk Uç Kuvvetlerinin ve İç Kuvvetlerin Hesabı	68
3.7	Plastik Kesitin ve Yük Parametresinin Belirlenmesi	69
3.8	Limit Yükün ve Göçme Yükünün Belirlenmesi	70
3.8.1	Birinci Mertebe Limit Yükün Belirlenmesi	71
3.8.2	İkinci Mertebe Limit Yükün Belirlenmesi	71
3.8.3	Göçme Yükünün Belirlenmesi	72
3.9	Hesapta İzlenen Yol	73
3.10	Kat Döşemeleri Düzlemleri İçinde Sonsuz Rijit Olan Sistemler	75
3.11	Büyük Yapı Sistemlerinin Etkin Hesabı İçin Bir Algoritma	77
BÖLÜM 4	BİLGİSAYAR PROGRAMLARI	80
4.1	BEKE-3 Bilgisayar Programı	80
4.1.1	Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni	80
4.1.2	Giriş Bilgileri	82
4.1.3	Çıkış Bilgileri	83
4.2	PARCS Bilgisayar Programı	84
4.2.1	Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni	84
4.2.2	Giriş Bilgileri	88
4.2.3	Çıkış Bilgileri	90
4.3	CHECK Bilgisayar Programı	91
4.3.1	Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni	91
4.3.2	Giriş Bilgileri	91
4.3.3	Çıkış Bilgileri	92

BÖLÜM 5	SAYISAL ÖRNEKLER	93
5.1	Genel Bilgiler	93
5.2	Örnek 1- Tek Katlı Tek Açıklıklı Düzlem Çerçeve	95
5.3	Örnek 2- Altı Katlı Uzay Çerçeve	120
5.4	Örnek 3- Oniki Katlı Çekirdek Perdeli Uzay Çerçeve	130
BÖLÜM 6	SONUÇLAR	140
	KAYNAKLAR	145
Ek A	ÇUBUK RİJİTLİK VE DÖNÜŞTÜRME MATRİSLERİ	151
Ek B	PLASTİK ŞEKİLDEĞİŞTİRME PARAMETRELERİNİN BİRİM DEĞERLERİNDEN OLUŞAN ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ MATRİSLERİ	158
	ÖZGEÇMİŞ	161



NOTASYON LİSTESİ

A_c	: Brüt beton enkesit alanı
A_s	: Kesitteki toplam donatı alanı
a_1, a_2, a_3, b	: Akma vektörü şiddetinin birim olması durumunda lineerleştirilmiş akma koşulu katsayıları
A_1, A_2, A_3, B	: Lineerleştirilmiş akma koşulu katsayıları
b_w	: Enkesit genişliği
d	: Enkesit faydalı yüksekliği
$[d]$	: Düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi
$[d]^*$	: Düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri matrisi
$[d]_i, [d]_j$	: Çubuk eksenlerindeki çubuk uç yerdeğiştirmeleri matrisi
$[d]_{ix}, [d]_{jx}$	: Sistem eksenlerindeki çubuk uç yerdeğiştirmeleri matrisi
$\vec{d}(\phi_x, \phi_z, \Delta)$	: Bileşik eğik eğilme durumuna ait plastik şekildeğiştirme vektörü
$D_1, \dots, D_{12}$	: Çubuk uç yerdeğiştirmeleri
e_d	: Düşey güvenlik katsayısı
E_c	: Beton elastisite modülü
EI	: Eğilme rijitliği
E_s	: Beton çeliğinin elastisite modülü
f_{ck}	: Betonun karakteristik basınç dayanımı
f_{ctk}	: Betonun karakteristik çekme dayanımı
f_{yk}	: Beton çeliğinin akma gerilmesi

G_c	: Beton kayma modülü
$G_c J$	: Enkesit burulma rijitliği
h	: Enkesit yüksekliği
i, j	: Çubuk uç numaraları
J	: Enkesit burulma atalet momenti
$[k]_{ii}, [k]_{ij}, \dots$	: Çubuk eksenlerindeki eleman rijitlik matrisleri
$[k]_{kxx}, [k]_{kxy}, \dots$	: Sistem eksenlerindeki eleman rijitlik matrisleri
$K(M_x, M_y, M_z, N, T_x, T_z)$	: Genelleştirilmiş akma koşulu fonksiyonu
$K_I(M, N) = 0$	: Tek eksenli bileşik eğilme durumuna ait akma koşulu
$K_I(M_x, M_z, N) = 0$	: Bileşik eğik eğilme durumuna ait akma koşulu
$K_2(M_y) = 0$	: Burulma momenti için yazılan akma koşulu
l_p	: Plastik bölge uzunluğu
L	: Çubuk uzunluğu
m	: Plastik kesit sayısı
M	: Eğilme momenti
M_{Lo}	: Betonun dış çekme lifinde çatlakların başlamasına karşı gelen eğilme momenti
M_{L1}	: Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında plastik şekil değiştirmelerin başlamasına karşı gelen eğilme momenti
M_{L2}	: Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında izin verilen en büyük birim boy değişmelerine ulaşıldığı andaki eğilme momenti
M_y	: Burulma momenti
M_{yp}	: Plastik burulma momenti

M_x, M_z	: Çubuğun x ve z asal eksenlerindeki eğilme momentleri
M_{xp}, M_{zp}	: Sabit eksenel kuvvet altındaki kesitin tek eksenli bileşik eğilme durumuna ait eğilme momenti taşıma güçleri
M_o	: Kesitin basit eğilme halindeki taşıma gücü
M_2	: Kesitin eksenel basınç kuvveti altında taşıyabileceği en büyük eğilme momenti
n	: Düğüm noktası sayısı
$\bar{n}$	: Düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri sayısı
N	: Normal kuvvet (Eksenel kuvvet)
N_{ob}	: Simetrik donatılı kesitlerin taşıyabileceği en büyük eksenel basınç kuvveti
$N_{oç}$	: Simetrik donatılı kesitlerin taşıyabileceği en büyük eksenel çekme kuvveti
N_p	: Sabit eğilme momenti altındaki kesitin eksenel kuvvet taşıma gücü
N_2	: M_2 eğilme momentine karşı gelen eksenel basınç kuvveti
P_{dh}	: Düşey hesap yükü parametresi
P_{di}, P_{yi}	: Düşey ve yatay işletme yükü parametreleri
P_i	: İşletme yükü parametresi
P_G	: Göçme yükü parametresi
P_{L1}	: Birinci mertebe limit yük parametresi
P_{L2}	: İkinci mertebe limit yük parametresi
$[P]_i, [P]_j$	: Çubuk eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri matrisleri
$[P]_{ix}, [P]_{jx}$	: Sistem eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$P_1, \dots, P_{12}$	: Çubuk uç kuvvetleri
$[P_o]_i, [P_o]_j$	: Çubuk eksenlerindeki ankastrelik uç kuvvetleri matrisleri
$[P_o]_{ix}, [P_o]_{jx}$	: Sistem eksenlerindeki ankastrelik uç kuvvetleri matrisleri
$[P_o]$	: Sisteme ait yükleme matrisi
$[P_{\phi o}]$	: Dış yüklerden dolayı plastik kesitlerde oluşan iç kuvvet değişim matrisi
$[P_{\phi^*}]_i, [P_{\phi^*}]_j$	: Plastik kesitlerdeki plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değerinden meydana gelen çubuk eksenlerindeki uç kuvvetleri matrisleri
$[P_{\phi^*}]_{ix}, [P_{\phi^*}]_{jx}$	: Plastik kesitlerdeki plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değerinden meydana gelen sistem eksenlerindeki uç kuvvetleri matrisleri
$[q]$	: Düğüm noktaları yükleri matrisi
$[S_{dd}]$	: Üzerinde plastik kesitler bulunmayan sisteme ait sistem rijitlik matrisi
$[\bar{S}]$	: $[S_{d\phi}]$ ve $[S_{\phi\phi}]$ matrislerinden meydana gelen matris
$[S_{d\phi}]$	: Plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değerlerinden meydana gelen uç kuvvetlerinin denge denklemlerine katkısını ifade eden matris
$[S_{\phi\phi}]$	: Birim plastik şekil değiştirmelerden oluşan iç kuvvet değişim matrisi
T	: Burulma momenti
$[T]$	: Çubuk dönüştürme matrisi
T_{cr}	: Burulma çatlama dayanımı
T_u	: Kesite yalnız burulma momenti etkimesi durumunda hesaplanan burulma momenti taşıma gücü
$[TT]$	: Düğüm noktalarının bağımlı yer değiştirme bileşenlerini seçilen bir referans noktasının yer değiştirme bileşenlerine bağlı olarak ifade eden dönüştürme matrisi

T_x, T_z	: Kesme kuvvetleri
V_{cr}	: Eğik çatlama dayanımı
V_u	: Kesite yalnız kesme kuvveti etkimesi durumunda hesaplanan kesme kuvveti taşıma gücü
z	: Plastik kesitin bulunduğu bölgede moment sıfır noktaları arasındaki uzaklık
χ	: Eğrilik
$\chi_{LO}, \chi_{LI}, \chi_{L2}$	: Sırasıyla M_{LO} , M_{LI} ve M_{L2} eğilme momentlerine karşı gelen eğrilikler
δ	: Yerdeğiştirme
$\Delta M_x, \Delta M_z$	: Çubuğun x ve z asal eksenlerindeki eğilme momentleri değişimleri
ΔN	: Normal kuvvet değişimi
$\Delta P_d, \Delta P_y$	: Düşey ve yatay yük artımları
ϵ	: Şekildeğiştirme
ϵ_{co}	: Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen birim kısalma
ϵ_{cu}	: Betonda izin verilen en büyük birim kısalma
ϵ_{su}	: Beton çeliğinde izin verilen en büyük birim boy değişmesi
ϵ_{sy}	: Beton çeliğinin akmaya karşı gelen birim boy değişmesi
ϕ	: Birim burulma açısı
ϕ_{maks}	: İzin verilen en büyük birim burulma açısı
$[\phi]$	: Plastik şekildeğiştirme parametrelerinden oluşan kolon matris
θ_p	: Dönme kapasitesi
σ	: Gerilme

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Yük parametresi-yerdeğiştirme ($P - \delta$) bağıntısı	3
Şekil 2.1 : Beton çeliğinin $\sigma - \varepsilon$ diyagramı	17
Şekil 2.2 : Betonarme çubuğun eğilmesinde dış liflerdeki betonun $\sigma - \varepsilon$ diyagramı	18
Şekil 2.3 : Bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitte $M - \chi$ bağıntısı	21
Şekil 2.4 : Tek eksenli bileşik eğilme halinde akma eğrisi (karşılıklı etki diyagramı)	24
Şekil 2.5 : Bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde akma yüzeyinin perspektif görünüşleri	26
Şekil 2.6 : Bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde akma yüzeyinin $M_x - M_z$ düzlemindeki izdüşümleri	27
Şekil 2.7 : Basit burulma etkisindeki betonarme kesitte $T - \varphi$ bağıntısı	28
Şekil 2.8 : Gerçek ve idealleştirilmiş $M - \chi$ bağıntısı	32
Şekil 2.9 : İdealleştirilmiş $N - \varepsilon$ diyagramı	34
Şekil 2.10 : Tek eksenli bileşik eğilme halinde gerçek ve idealleştirilmiş akma koşulları	36
Şekil 2.11 : $N = N_o$ için gerçek ve idealleştirilmiş akma koşulları	37
Şekil 2.12 : İdealleştirilmiş akma yüzeyinin perspektif görünüşleri	39
Şekil 2.13 : İdealleştirilmiş akma yüzeyinin $M_x - M_z$ düzlemindeki izdüşümleri	40
Şekil 2.14 : İdealleştirilmiş $M_y - \varphi$ bağıntısı	44
Şekil 3.1 : İdealleştirilmiş iç kuvvet-şekildeiştirme bağıntısı	46
Şekil 3.2 : Çubuk eksen takımı, uç kuvvetleri ve uç yerdeğiştirmelerinin pozitif yönleri	58

Şekil 3.3	: Sistem eksen takımı, uç kuvvetleri, yükler ve yerdeğiştirmelerin pozitif yönleri	58
Şekil 3.4	: Sistem rijitlik matrisi $[S_{dd}]$	61
Şekil 3.5	: $[S_{d\phi}]$ Matrisinin elde edilmesi	63
Şekil 3.6	: Genişletilmiş denklem takımının iki ayrı matris ile ifade edilmesi	79
Şekil 4.1	: PARCS bilgisayar programının genel akış diyagramı	85
Şekil 5.1	: Kiriş enkesit boyutlarını tanımlayan büyüklükler ve donatı yerleşim düzeni	94
Şekil 5.2	: Kiriş boyuna ve enine donatılarının yerleşim düzeni	94
Şekil 5.3	: Kolon enkesit boyutlarını tanımlayan büyüklükler ve donatı yerleşim düzeni	95
Şekil 5.4	: Sistemin geometrik özellikleri, enkesit konumları, çubuk eksenleri ve bakış yönleri	96
Şekil 5.5	: Düşey ve yatay işletme yükleri	96
Şekil 5.6	: 1-2 kirişinde donatı yerleşim düzenine göre belirlenen bölgeler	98
Şekil 5.7	: 3-1 ve 2-4 kolonlarının idealleştirilmiş akma koşulu	99
Şekil 5.8	: Düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri	100
Şekil 5.9	: İkinci mertebe limit yüke karşı gelen plastik kesitler ve oluşum sıraları	117
Şekil 5.10	: Birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elde edilen yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramları	118
Şekil 5.11	: 1-2 çubuğunun (2) ucundaki plastik kesitte yatay yük parametresi-plastik dönme bağıntısı ($P_y - \theta_{pl}$) bağıntısı	119
Şekil 5.12	: Tipik döşeme kalıp planı şeması	120
Şekil 5.13	: Çerçeve düşey enkesiti	121
Şekil 5.14	: Kiriş yükleri şeması	123

Şekil 5.15	:Yapıya (X) ve (Y) doğrultularında etkiyen yatay işletme yükleri	124
Şekil 5.16	: X doğrultusunda birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elde edilen yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) bağıntıları	126
Şekil 5.17	: İkinci mertebe limit yük için plastik kesit yerleri	126
Şekil 5.18	: X doğrultusu için birinci ve ikinci mertebe limit yükün hesabında dönme kapasitesi aşılın ilk plastik kesite ait yatay yük parametresi-yerdeğiştirme ($P_y - \theta_p$) bağıntısı	127
Şekil 5.19	: Tipik döşeme kalıp planı şeması	131
Şekil 5.20	: Çerçeve düşey enkesiti	131
Şekil 5.21	: Kiriş yükleri şeması	133
Şekil 5.22	: Yapıya (X) doğrultusunda etkiyen yatay işletme yükleri	134
Şekil 5.23	: Bilgisayar hesap modeli	135
Şekil 5.24	: X doğrultusunda ikinci mertebe teorisine göre elde edilen yük parametresi-yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) bağıntısı	136
Şekil 5.25	: İkinci mertebe limit yük için plastik kesit yerleri	137
Şekil 5.26	: X doğrultusu için ikinci mertebe limit yükün hesabında dönme kapasitesi ilk aşılın kesite ait yatay yük parametresi-plastik dönme ($P_y - \theta_p$) bağıntısı	138
Şekil B.1	: Burulma plastik şekildeğiştirmesinin birim değerinden meydana gelen çubuk uç kuvvetleri	159
Şekil B.2	: Bileşik eğik eğilmede plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden meydana gelen çubuk uç kuvvetleri	160

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1 : Kiriş ve kolon enkesitlerinin boyutları	97
Tablo 5.2 : Kiriş ve kolon donatıları	97
Tablo 5.3 : 1-2 kirişinin eğilme rijitlikleri ve eğilme momenti taşıma kapasiteleri	98
Tablo 5.4 : Üzerinde plastik kesitler bulunmayan sistemin denklem takımı	105
Tablo 5.5 : $\Delta P_d = 1.00$ ve $\Delta P_y = 1.00$ için kritik kesitlerde oluşan kesit zorları	106
Tablo 5.6 : Genişletilmiş denklem takımı	111
Tablo 5.7 : Yatay yük artımlarından dolayı kritik kesitlerde oluşan kesit zorları	115
Tablo 5.8 : İkinci mertebe limit yük için plastik kesitlerdeki kesit zorları	117
Tablo 5.9 : Kiriş enkesit boyutları	121
Tablo 5.10 : Kolon enkesit boyutları	121
Tablo 5.10 : X doğrultusunda kiriş boyuna donatıları	122
Tablo 5.11 : Y doğrultusunda kiriş boyuna donatıları	122
Tablo 5.12 : Kolon boyuna donatıları	123
Tablo 5.13 : Kiriş düşey işletme yükleri	124
Tablo 5.14 : Sistemin limit yükleri, göçme yükleri ve plastik kesitlerin oluşumu	128
Tablo 5.15 : Kiriş enkesit boyutları	130
Tablo 5.16 : Kolon enkesit boyutları	130
Tablo 5.17 : Çerçeve kiriş donatıları	132
Tablo 5.18 : Kolon boyuna donatıları	132

Tablo 5.19	: Kiriş düşey işletme yükleri	133
Tablo 5.20	: Sistemin limit yükleri, göçme yükleri ve plastik kesitlerin oluşumu	139



ÖZET

Bu çalışmada, betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi için bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir.

Altı bölüm halinde sunulan çalışmanın birinci bölümünde konunun tanıtılması, konu ile ilgili çalışmaların gözden geçirilmesi, çalışmanın amacı ve kapsamı yer almaktadır.

İkinci bölüm, betonarme çubukların elastoplastik davranışına ayrılmıştır. Bu bölümde ilk olarak, çeşitli iç kuvvetler etkisindeki betonarme çubuk elemanların iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve taşıma güçlerinin tayini hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra, bu çalışma kapsamı içinde, iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve bileşik iç kuvvet durumuna ait taşıma güçlerini ifade eden akma koşullarının nasıl idealleştirilebileceği açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde, betonarme uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen yük artımı yönteminin dayandığı varsayımlar, yöntemin esasları, formülasyonu ve yöntemin uygulanmasında izlenen yol açıklanmıştır. Yöntemde, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan belirli değerleri altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yüklere göre hesap yapılmaktadır. Düşey yükler belirli olduğundan, büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olan normal kuvvetler başlangıçta kolaylıkla tahmin edilebilmekte; böylece geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi lineerleştirilmektedir.

Bileşik iç kuvvet durumuna ait akma koşulları lineer bölgelerden oluşacak şekilde idealleştirildiklerinden, iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kaldığını ifade eden akma koşulu denklemleri de lineer denklemlere dönüşmektedir. Böylece her plastik kesitin meydana geldiği yük parametresi ardışık yaklaşıma gerek kalmadan doğrudan doğruya hesaplanmaktadır. Bu bölümde ayrıca, döşemeleri kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit olan çok katlı yapılarda ve büyük yapı sistemlerinde, yöntemin etkin kullanımını sağlayan bir matematik formülasyon önerilmiştir.

Dördüncü bölümde, yöntemin sayısal uygulamaları için hazırlanan ve FORTRAN dilinde kodlanan bilgisayar programları hakkında bilgi verilmektedir.

Beşinci bölüm, geliştirilen bilgisayar programlarından yararlanılarak çözülen örneklerle ve bu örneklerin sonuçlarının tartışılmasına ayrılmıştır.

Altıncı bölümde, bu çalışmada elde edilen sonuçlar açıklanmıştır.

Çalışmanın Ek A bölümünde çubuk rijitlik ve dönüştürme matrisleri, Ek B bölümünde ise plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan uç kuvvetleri matrisleri verilmektedir.

A METHOD OF LOAD INCREMENTS FOR THE DETERMINATION OF SECOND-ORDER LIMIT LOAD AND COLLAPSE SAFETY OF REINFORCED CONCRETE FRAMED STRUCTURES

SUMMARY

The use of elastic-plastic analysis and design methods, which consider the non-linear behavior of reinforced concrete as well as the non-linearity caused by geometrical changes, may result in both more realistic and more economical solutions. Furthermore, the collapse safety of existing reinforced concrete structures can be examined accurately by the use of these methods.

In this study a method of load increments is developed for the determination of second-order limit load and collapse safety of reinforced concrete framed structures subjected to factored constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads.

The thesis consists of six chapters.

In the first chapter, after introducing the subject, the results of a literature survey is given and the scope and objectives of the study are explained.

The aim of this study is to develop a load increments method for the non-linear analysis of reinforced concrete structural systems. The non-linearities due to both elastic-plastic behavior of reinforced concrete and geometrical changes are considered. The method is independent of the characteristics of the structural system and can be applied to all reinforced concrete space structures under certain assumptions and limitations made throughout the study.

The second chapter outlines the detailed investigation of the non-linear behavior of reinforced concrete members. The investigation covers the real internal force-deformation relationships, the yield (failure) conditions and the idealization of non-linear behavior.

This investigation is based on three basic assumptions made for reinforced concrete, such as

- a- plane sections remain plane after bending,
- b- full bond exists between concrete and reinforcing steel,
- c- tensile strength of concrete is negligible after cracking.

The non-linear behavior of reinforced concrete frame elements under biaxial bending combined with axial force is idealized by ideal elastic-plastic internal force-deformation relationship. This idealization corresponds to the plastic section hypothesis. When the state of internal forces at a critical section reaches the ultimate value defined by the yield (failure) condition, plastic deformation occurs. The plastic deformations are limited to the rotational capacity. The rotational capacity may be expressed in terms of the length of plastic region and the ultimate plastic curvature.

In this study, the yield surface for reinforced concrete elements subjected to biaxial bending combined with axial force, is approximated as being composed of 24 planes.

Similarly, the ideal elastic-plastic behavior is also assumed for reinforced concrete sections subjected to torsional moment.

In the third chapter, the assumptions, the basic principles and mathematical formulation of the method are presented and the proposed analysis procedure is explained.

The following assumptions and limitations are imposed throughout the study.

a-The internal force-deformation relationships for reinforced concrete frame elements under both biaxial bending combined with axial force and torsional moment are assumed to be ideal elastic-plastic.

b-Non-linear deformations are assumed to be accumulated at plastic sections while the remaining part of structure behaves linearly elastic. This assumption is the extension of classical plastic hinge hypothesis which is limited to planar elements subjected to simple bending.

c-Yield (failure) conditions may be expressed in terms of bending moments, axial force and torsional moment. The effect of shear forces on the yield conditions is neglected. Furthermore, it is considered that the yield conditions for biaxial bending with axial force and torsional moment may be expressed independently.

The non-linear yield condition for biaxial bending combined with axial force can be approximated by linear regions.

d-The plastic deformation vector for the case of biaxial bending combined with axial force is assumed to be normal to the yield surface.

e-The second order theory may be applied to the analysis of slender structures with high axial forces. In the second order theory, the equilibrium equations are formulated for the deformed configuration while the effect of geometrical changes on the compatibility equations is ignored.

f-The second-order effects caused by torsional displacements are not taken into account. Hence, only the second-order effects due to the geometrical changes within the principal planes of members are considered.

g-Changes in the direction of loads due to deflections are assumed to be negligible.

h-The structure is composed of straight prismatic members with constant axial forces. The members which do not meet these requirements can be divided into smaller straight and prismatic segments with constant axial forces.

i-Distributed loads may be approximated by sufficient number of statically equivalent concentrated loads.

In the load increments method developed in this study, the structure is analyzed under factored constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads. Thus, at the end of the analysis, the factor of safety against lateral earthquake or wind loads is determined under the anticipated safety factor for gravity loads.

When the gravity loads are known, the member axial forces can be easily estimated through equilibrium equations. Thus, the second-order effects are linearized by calculating the elements of stiffness and loading matrices for the estimated axial forces. If the member axial forces obtained at the end of the analysis are quite different than the estimated values, the analysis is repeated. However, in most practical cases such a repetition is not required.

In the proposed method, the structure is analyzed for successive lateral load increments. At the end of each load increment, the state of internal forces at a certain critical section reaches the limit state defined by the yield condition, i.e., a plastic section forms. Since the yield vector is assumed to be normal to the yield curve, the plastic deformation components may be represented by a single plastic deformation parameter which is introduced as a new unknown for the next load increment. Besides, an equation is added to the system of equations to express the incremental yield condition. This equation is linear, because the yield surface is approximated to be composed of linear regions.

Since the system of equations corresponding to the previous load increment has already been solved, the solution for the current load increment is obtained by the elimination of the new unknown.

In the second-order elastic-plastic theory, the structure generally collapses at the second-order limit load due to the lack of stability. This situation is checked by testing the determinant value of the extended system of equations. If the magnitude of determinant is less than or equal to zero, then the second-order limit load is reached. Hence, the computational procedure is terminated.

In some cases, the structure may be considered as being collapsed due to large deflections, excessive plastic rotations, large cracks or failure of critical sections. The analysis method developed herein allows for the detection of collapse load caused by these reasons.

The generalized yield condition for a reinforced concrete space frame element may be written as,

$$K(M_x, M_y, M_z, N, T_x, T_z) = 0$$

where K is a non-linear function of internal forces, M_x and M_z are bending moments, M_y is torsional moment, N is axial force and T_x , T_z are shear forces.

Neglecting the effect of shear forces, this condition becomes

$$K(M_x, M_y, M_z, N) = 0$$

Considering that the total longitudinal reinforcement may be divided into two parts, such as flexural and torsional reinforcements, the interaction between flexure and torsion can be ignored. Thus, the yield conditions become

$$K_1(M_x, M_z, N) = 0$$

and

$$K_2(M_y) = M_y - M_{yp} = 0$$

where K_1 is a non-linear function of bending moments and axial force and M_{yp} is the torsional plastic moment.

Under increasing loads, when internal forces reach the ultimate values defined by the above yield conditions, plastic deformations occur. The state of internal force is not allowed to violate the yield conditions.

For the case of biaxial bending combined with axial force, this property is stated as

$$dK_1 = \frac{\partial K_1}{\partial M_x} dM_x + \frac{\partial K_1}{\partial M_z} dM_z + \frac{\partial K_1}{\partial N} dN = 0$$

where $\frac{\partial K_1}{\partial M_x}$, $\frac{\partial K_1}{\partial M_z}$, $\frac{\partial K_1}{\partial N}$ denote the partial derivations of function $K_1(M_x, M_z, N)$ with respect to M_x , M_z and N.

The plastic deformations which develop at plastic sections are defined by the *yield vector* $\mathbf{d}(\phi_x, \phi_z, \Delta)$ in which ϕ_x , ϕ_z and N are the plastic deformation components in the directions of M_x , M_z and Δ , respectively.

Since the yield vector is assumed to be normal to the yield surface, the plastic deformation components may be expressed in terms of a single parameter, as in the following

$$\phi_x = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_x}, \quad \phi_z = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_z}, \quad \Delta = \phi \frac{\partial K_I}{\partial N}$$

The parameter ϕ is called as *plastic deformation parameter*.

In order to linearize the structural behavior the yield surface is approximated by

$$K_I(M_x, M_z, N) \cong A_1 M_x + A_2 M_z + A_3 N + B = 0$$

where A_1, A_2, A_3 and B are constants which depend on the material and cross-sectional characteristic and the amount and distribution reinforcement.

According to this approximation, the plastic deformation components become

$$\phi_x = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_x} = \phi A_1, \quad \phi_z = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_z} = \phi A_2, \quad \Delta = \phi \frac{\partial K_I}{\partial N} = \phi A_3$$

At each step of the proposed method, a structural system with several plastic sections is analyzed for a lateral load increment.

In the mathematical formulation of the method, two groups of unknowns are considered, such as

- a- nodal displacement components,
- b- plastic deformation parameters at plastic sections.

The equations are also considered in two groups.

a-The equilibrium equations of nodes in the directions of nodal displacement components. These equations may be written in matrix form as

$$[S_{dd}][d] + [S_{d\phi}][\phi] + [P_o] = [q]$$

where,

$[S_{dd}]$: system stiffness matrix obtained by omitting the plastic sections,

$[d]$: unknown nodal displacements vector,

$[S_{d\phi}]$: a matrix which represents the effects of imposed unit plastic deformations on the equilibrium equations,

$[\phi]$: unknown plastic deformation parameters vector,

$[P_o]$: vector of fixed-end forces due to member external loads,

$[q]$: vector of nodal external loads.

b-The incremental yield conditions of plastic sections. These equations may also be written in matrix form as

$$[S_{\phi d}][d] + [S_{\phi\phi}][\phi] + [P_{\phi o}] = [0]$$

where,

$[S_{\phi d}]$: a matrix which represents the effects of nodal displacements on the incremental yield conditions. It can be proved by the Betti 's reciprocal theorem that, as long as the yield vector is normal to the yield surface, the matrix $[S_{\phi d}]$ is equal to the transpose of matrix $[S_{d\phi}]$.

$[S_{\phi\phi}]$: a square matrix which represents the effect of imposed unit plastic deformations on the incremental yield conditions.

$[P_{\phi o}]$: a column matrix which represents the change in the state of internal forces at the plastic section due to member external loads.

Combining the incremental yield conditions with the equilibrium equations, the extended system of linear equations for a structural system with n nodes and m plastic sections becomes

$$\begin{bmatrix} [S_{dd}] & [S_{d\phi}] \\ [S_{\phi d}] & [S_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [d] \\ [\phi]_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [P_o] \\ [\phi] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [q] \\ [0] \end{bmatrix}$$

where the order of matrices is $6n+m$.

In this study, an incremental procedure for the second-order elastic-plastic analysis of reinforced concrete structures is developed. Using this procedure, the behavior of structural system is studied, starting from the initial state, until the second-order limit load or collapse load is reached.

The computational procedure consist of the following steps.

1-Determine the factored gravity loads by increasing the working gravity loads by an anticipated load factor.

2-Estimate the member axial forces produced by the factored gravity loads.

3-Perform the second-order analysis for factored gravity loads. If any plastic section is detected, follow the incremental procedure given by steps 5 through 9 until the factored gravity load level is attained.

4-Apply a unit lateral load increment to the structure and perform the second-order analysis.

5-Compute the minimum load parameter at which a plastic section forms. This is accomplished by checking the state of internal forces for each of the potential plastic section locations in the structure.

6-After the formation of a plastic section, determine the extended system of linear equations by introducing the *plastic deformation parameter* as a new unknown.

7-Check for instability by testing the determinant of the extended stiffness matrix. If the magnitude of determinant is less than or equal to zero, then the second-order limit load is reached. Hence, the computational procedure is terminated.

8-Solve the extended system of linear equations and determine the unknowns caused by the current load increment. Then calculate the total displacements, plastic deformations and internal forces.

9-Check for the collapse load by comparing

a-the critical displacements with the anticipated limiting values,

b-the plastic rotations and twisting angles with the plastic rotation and twisting angle capacities,

c-the shear forces with the shear capacities.

If the limiting values are exceeded then the collapse load is reached.

10-Repeat steps 5 through 9 until the second-order limit load is reached.

A successive approximations procedure may be applied to structures having substantial torsional moments. In the first step of this procedure, the analysis is performed without considering torsional hinges. If any sections in which the torsional

moment exceeds the torsional plastic moment are detected, the analysis is repeated considering those sections as potential torsion hinges. When the torsion hinges found at the end of the analysis is same as the estimated ones, the calculation is terminated.

The following algorithms are developed for the effective application of the method to the second-order elastic-plastic analysis of large reinforced concrete structures.

a-In many building structures the floor slabs can be assumed to be infinitely rigid their own planes. For those structures, the in-plane displacement components at nodes located in the rigid planes may be expressed in terms of the displacements components of a selected reference node. Thus, the number of unknowns are reduced substantially.

b-In order to reduce the required memory and computation time, the equilibrium equations and incremental yield conditions are assembled in two separate matrices. The non-zero elements of matrix $[S_{dd}]$ are stored in a rectangular matrix, while matrices $[S_{d\phi}]$ and $[S_{\phi\phi}]$ form another matrix. Then, the Gauss elimination procedure is applied to these matrices separately.

In the course of this study, three computer programs such as

a-BEKE-3 (constitution of internal force-deformation relationships and yield conditions for reinforced concrete members)

b-PARCS (second-order elastic-plastic analysis of reinforced concrete space structures)

c-CHECK (determination of plastic rotation capacities and comparison of the calculated plastic deformations with these limiting values)

have been developed and coded in FORTRAN 77 programming language. These programs are executed in a batch program structure.

In the fourth chapter, the structure, coverage, limits of application, input and output data of these computer programs are explained.

Three numerical examples are given in the fifth chapter. In these examples, the non-linear behavior and collapse safety of several reinforced concrete structural systems which have been designed in accordance with Turkish reinforced concrete standard and seismic code, are examined in detail.

In example one, a single -bay, single-story plane frame which represents the bottom story of a six-story frame is chosen to illustrate the numerical application of the proposed analysis procedure.

The second-order elastic-plastic analyses of a six-story space frame and a twelve-story space frame with a core wall have been performed in examples two and three, respectively. In these examples, first- and second-order limit loads, collapse loads, lateral load-displacement relationships and plastic section patterns are given and discussed.

The sixth chapter covers the conclusions. The basic features of the load increments method developed in the study, the evaluation of numerical investigations and the possible future extensions of the method are presented in this chapter.



BÖLÜM 1 GİRİŞ

1.1 KONU

Gelişen beton teknolojisine paralel olarak yüksek dayanımlı beton kullanımının giderek artması ve betonarmenin lineer-elastik sınırdan sonraki taşıma kapasitesini gözönüne alan elastoplastik hesap yöntemlerinin kullanılması sonucunda betonarme yapıların daha narin ve ekonomik olarak boyutlandırılmaları mümkün olmaktadır. Buna karşılık, narinleşen yapılarda artan yerdeğiştirmeler nedeniyle geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi önem kazanmakta ve çok kere, lineer olmayan bu etkinin de gözönüne alınması gerekmektedir.

Yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesabı alanında meydana gelen gelişmelerin yanında, betonarme yapı elemanlarının lineer olmayan davranışlarını inceleyen teorik ve deneysel çalışmalarda elde edilen önemli sonuçlar, betonarme yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki gerçek davranışlarının daha yakından izlenmesine olanak sağlamaktadırlar.

Bu olanağın değerlendirilerek betonarme yapıların gerçek göçme güvenliklerinin belirlenmesi ve göçme yükü esasına göre boyutlandırılmaları, betonarmenin lineer olmayan davranışını ve geometri değişimlerinin lineer olmayan etkilerini birlikte gözönüne alan hesap yöntemlerinin geliştirilmesini gerektirmektedir.

Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının lineer olmaması genel olarak iki sebepten ileri gelmektedir :

- a- malzemenin iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının lineer olmaması,
- b- geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin lineer olmaması.

Malzemenin lineer olmayan davranışının gözönüne alındığı teoriye *elastoplastik teori*, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alındığı

teoriye *ikinci mertebe teorisi*, lineer olmayan her iki etkinin de birlikte gözönüne alındığı teoriye de *ikinci mertebe elastoplastik teori* denilmektedir.

Lineer olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde, artan yükler altında iç kuvvetlerde artarak bazı kesitlerde lineer-elastik sınırı aşmakta ve bu kesitler dolayında plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir. Çelik yapıların yanında, yeterli süneklik özelliği gösteren betonarme yapı sistemlerinde de plastik şekildeğiştirmelerin *plastik kesit* adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı varsayılabilir. Bu varsayıma dayanan plastik kesit kavramı, tek eksenli basit eğilmenin etkin olduğu düzlem sistemlerde uygulanan *plastik mafsalsal* hipotezine karşı gelmektedir.

Plastik kesit kavramının uygulandığı bir yapı sisteminin birinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabı ile elde edilen yük parametresi - yerdeğiştirme ($P - \delta$) bağıntısı Şekil 1.1 de (I) eğrisi ile şematik olarak gösterilmiştir. Bu teoride, oluşan plastik kesitler nedeniyle sistemin tümü veya bir bölümü mekanizma durumuna gelir ve sistemin taşıma gücü sona erer. Bu duruma karşı gelen yük *birinci mertebe limit yük* (P_{L1}) olarak tanımlanır.

Lineerliği bozan her iki etkinin birlikte gözönüne alınması halinde, yani yapı sisteminin ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre hesabı ile elde edilen ($P - \delta$) bağıntısı, Şekil 1.1 de (II) eğrisi ile gösterilmiştir. Bu bağıntı başlangıçta (I) eğrisine teğet olmakta, daha sonra ikinci mertebe etkileri ve bunlara bağlı olarak oluşan plastik kesitler nedeniyle yerdeğiştirmeler hızla artmaktadır. Yükler artarak bir P_{L2} sınır değerine eşit olunca, oluşan plastik kesitler sonucunda rijitliği azalan sistemin burkulma yükü dış yük parametresinin altına düşer; yani $P - \delta$ diyagramında artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametreleri karşı gelir. Yapının stabilite yetersizliği nedeniyle taşıma gücünü yitirmesine sebep olan bu yük parametresine *ikinci mertebe limit yük* denilmektedir.

Özellikle betonarme yapılarda, dış yük parametresi limit yüke erişmeden önce, yapı sistemi çeşitli nedenlerle göçebilmektedir. Bu nedenlerin başlıcaları

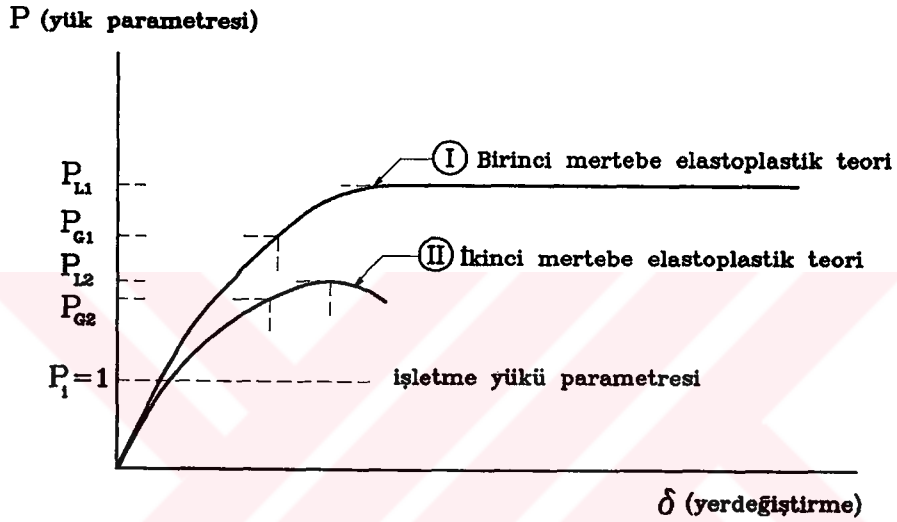
a- kırılma,

b- plastik kesitlerdeki şekildeğiştirmelerin öngörülen plastik şekildeğiştirme kapasitelerini aşması,

c- büyük yerdeğiştirmelerin meydana gelmesi,

d- büyük çatlaklar oluşmasıdır.

Betonarme yapı sistemlerinin gerçek göçme güvenliklerinin belirlenmesi, ikinci mertebe limit yükün yanında, çok kere bu yükten daha küçük olan göçme yükünün P_{G2} hesabını gerektirmektedir.



Şekil 1.1 Yük Parametresi - Yerdeğiştirme ($P - \delta$) Bağıntıları

Yapı sistemlerinin dış yükler altındaki gerçek davranışının daha yakından izlenmesine olanak sağlayan lineer olmayan hesap yöntemlerinden uygulamada iki şekilde yararlanılmaktadır.

a- Yapı sistemlerinin göçme güvenliklerinin belirlenmesi

Bir yapı sisteminin göçme güvenliğinin belirlenmesi için, dış etkiler altındaki yük parametresi - yerdeğiştirme bağıntısı elde edilerek göçme yükü hesaplanır. Göçme yükünün işletme yüküne oranı göçme güvenliğini verir. Böylece yapı sisteminin istenilen bir güvenliğe sahip olup olmadığı kontrol edilebilir.

Göçme güvenliğinin belirlenmesinde aşağıda verilen iki yoldan biri izlenebilir.

a1- Sistem orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler altında hesaplanarak bu yükler için ortak bir göçme güvenliği belirlenir.

a2- Düşey yükler bu yükler için öngörülen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkitildikten sonra, sistemin artan yatay yükler için hesabı yapılarak göçme yükü parametresi belirlenir. Böylece düşey yükler için öngörülen bir güvenlik altında sistemin yatay yük taşıma kapasitesi elde edilir. Düşey yüklerin daha belirli olmasına karşılık deprem ve rüzgar gibi etkileri temsil eden yatay yüklerin değişme olasılığının daha fazla olduğu gözönüne alındığında, bu yolla hesaplanan göçme güvenliğinin daha gerçekçi olduğu söylenebilir.

b- Yapı sistemlerinin göçme yükü esasına göre boyutlandırılması

Yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmasında izlenen genel yol bir ardışık yaklaşım yöntemidir. Bu yöntemde önce yapının boyutları tahmin edilir, sonra göçme yükü hesaplanır ve işletme yükleri ile karşılaştırılarak göçme güvenliği belirlenir. Bu güvenlik yeterli değilse veya yapı gereğinden daha fazla güvenliğe sahipse sistemin boyutları değiştirilerek hesap tekrarlanır. Yeterli bir güvenlik ve ekonomi sağlanıncaya kadar ardışık yaklaşıma devam edilir. Bu arada, işletme yükleri altında lineer-elastik sınırın pek aşılmadığı, zararlı yerdeğiştirmelerin ve betonarme sistemlerde zararlı çatlakların oluşmadığı da kontrol edilmelidir. Bu genel yöntemin yanında, yapı maliyetini minimum yapmayı amaçlayan optimum boyutlandırma yöntemlerinden de yararlanılmaktadır.

Görüldüğü gibi, yapıların göçme güvenliklerinin belirlenmesinde veya belirli bir göçme güvenliğine sahip olacak şekilde boyutlandırılmasında lineer olmayan teoriye göre hesap yapılarak yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısının elde edilmesine ve ikinci mertebe limit yükün hesaplanmasına gerek olmaktadır. Betonarme yapı sistemlerinde, çoğu zaman limit yükten önce meydana gelebilen göçme durumu da ayrıca kontrol edilmelidir.

1.2 KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesabı ve betonarme yapı elemanlarının lineer olmayan davranışı konularındaki çalışmaların gözden geçirilmesi amacıyla yürütülen bir kaynak araştırmasının sonuçları verilecektir.

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabına yönelik olarak gerçekleştirilen çalışmaların bir bölümünde lineer olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu gözönünde tutulmakta; diğer bir grup çalışmada ise, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik mafsallık veya plastik kesit adı verilen belirli noktalarda toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı varsayılmaktadır.

Çakıroğlu, Özden, Özmen [1], [2] tarafından önerilen genel yük artımı ve ardışık yaklaşım yöntemlerin her adımında veya her yük artımında sistemin hesabı lineerleştirilmektedir. Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı gözönüne alınan bu yöntemlerde geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi fiktif yüklerle temsil edilmektedir.

Yapı sistemlerinin lineer olmayan davranışını incelemek amacıyla Moses [3] ve Lu [4] tarafından geliştirilen yöntemlerde, tek katlı tek açıklıklı çerçevelerin elastik olmayan burkulma yükleri hesaplanmaktadır.

Özer [5], malzeme ve geometri değişimi bakımından lineer olmayan düzlem sistemlerin burkulma ve göçme yüklerinin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirmiştir. Sistemin karakteristik bir yerdeğiştirmesinin çeşitli değerlerine karşı gelen yük parametrelerinin hesabını öngören bu yöntemde ardışık yaklaşımın hızlandırılması ve göçme yükünün doğrudan doğruya hesabı mümkün olmaktadır.

Liapunov [6], sistem üzerinde yayılı lineer olmayan şekildeğiştirmeleri gözönüne alarak geliştirdiği yöntemi çok sayıda düzlem çerçeve sisteme uygulamıştır.

Sünek malzemeden yapılmış düzlem sistemlerin birinci mertebe elastoplastik hesabı genel olarak limit analiz yöntemleri ile yapılmaktadır, Hodge [7], Neal [8]. Plastik mafsallık hipotezini esas alan bu yöntemler ilk olarak Wood [9] tarafından düzlem

sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabını kapsayacak şekilde geliştirilmiştir. Wood tarafından önerilen genel yöntem plastik mafsalların oluşumunu izleyen bir yük artımı yöntemidir. Bu yöntemde, geometri değişimlerinin lineer olmayan etkileri nedeniyle, her plastik mafsallın olduğu yük parametresi ardışık yaklaşımla bulunmaktadır. Oluşan plastik mafsalların yerine adi mafsallar konularak elde edilen sistemin kritik yükünün dış yük parametresinin altına düşmesi halinde yük parametresi - yerdeğiştirme bağıntısı bir maksimumdan geçmekte, diğer bir deyişle, ikinci mertebe limit yüke ulaşılmaktadır.

Özer [10], çelik düzlem çerçevelerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için genel bir yük artımı yöntemi geliştirmiştir. Malzemenin elastoplastik davranışının ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alındığı bu çalışmada plastik kesit kavramı önerilmekte, böylece basit eğilme etkisindeki elemanlar için uygulanabilen plastik mafsall hipotezi bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde genişletilmektedir. Yöntemde sabit düşey yükler ve artan yatay yükler altında hesap yapılması öngörüldüğünden, düşey yüklere bağlı olarak hesaplanan normal kuvvetler için ikinci mertebe etkileri lineerleştirilmektedir. Ayrıca her plastik kesitin oluşumundan sonra o kesitteki plastik dönme yeni bir bilinmeyen olarak alınmakta ve plastik kesitteki akma koşulunu ifade eden yeni bir denklem denklem takımına ilave edilmektedir. Böylece, her yük artımında denklem takımının yeniden kurulup çözülmesine gerek kalmadan, yeni bilinmeyene ait satır ve kolonun indirgenmesi suretiyle çözüm elde edilmektedir.

İrtem [11], esasları yukarıda açıklanan genel yöntemden yararlanarak, çelik uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada ayrıca, bileşik eğik eğilme etkisindeki dikdörtgen kutu kesitler için uygulanmak üzere, üç boyutlu lineerleştirilmiş bir akma yüzeyi önerilmektedir. Yöntemin pratik uygulamaları için hazırlanan bir bilgisayar programından (İMEP-3D) yararlanarak çok katlı çelik yapıların ikinci mertebe elastoplastik hesabı etkin bir şekilde yapılabilmektedir, [12].

Özer [13] ve Orakdöğen [14], sırasıyla düzlem ve uzay çelik yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan optimum

boyutlandırma yöntemleri geliştirmişlerdir. Bu çalışmaların ikincisinde denge koşulları Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılarak basit bir şekilde ifade edilebilmekte, ayrıca yerdeğiştirme kısıtlamaları boyutlandırmada kolayca gözönüne alınabilmektedir.

Betonarme yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesabı betonarmenin lineer olmayan davranışı ile yakından ilgilidir. Aşağıda, bu alandaki teorik ve deneysel çalışmalar gözden geçirilecektir.

Çakıroğlu ve Özer [15], bileşik eğik eğilme etkisi altındaki betonarme kesitlerde akma (kırılma) bağıntılarının yanında, basit eğilme ve tek eksenli bileşik eğilme durumlarına karşı gelen iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının elde edilmesi amacıyla bir ardışık yaklaşım yöntemi önererek bilgisayar programları geliştirmişlerdir.

Baker ve Amarakone [16], kirişler üzerinde deneysel çalışmalar yaparak, dönme kapasitelerinin belirlenmesi için gerekli olan maksimum beton birim kısalması ve plastik bölge uzunluğu ile ilgili ampirik bağıntılar vermişlerdir. Ayrıca deneysel çalışmalar sırasında elde ettikleri eğilme momenti-eğrilik bağıntılarını idealleştirerek, plastik mafsal teorisi ile çerçeve sistemlerin yük taşıma kapasitelerini tayin etmeyi amaçlamışlardır.

Corley [17], kirişler üzerinde yapılan deneysel çalışmaların sonuçlarına dayanarak, plastik kesitlerde dönme kapasitesinin belirlenmesi amacıyla beton birim kısalmasını ve plastik bölge uzunluğunu veren ampirik bağıntılar önermiştir.

Burns ve Siess [18], kiriş ve kolonlarda enkesit yüksekliği, sargı donatısı ve boyuna basınç donatısının dönme kapasitesi üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Mattock [19], otuzyedi adet betonarme kiriş üzerinde yaptığı deneysel çalışmalarda beton dayanımının, kiriş yüksekliğinin, maksimum moment ile moment sıfır noktaları arasındaki uzaklığın, donatı miktarının ve akma gerilmesinin dönme kapasitesi üzerindeki etkilerini araştırarak dönme kapasitesi hesabı için ampirik bir bağıntı vermiştir.

Hillerborg [20], [21], kırılma mekaniğinin esaslarından yararlanarak, basınç bölgesindeki beton gerilme yayılımı için bir model geliştirmiş ve buna dayanarak betonarme kirişlerde plastik moment ve dönme kapasitesinin hesabı için bağıntılar önermiştir.

Kappos [22], [23], betonarme yapılarda deprem göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla analitik bir yöntem geliştirmiştir. Bu çalışmalarda, zamana bağlı tekrarlı yükler etkisindeki betonarme yapılarda oluşacak plastik mafsallardaki dönme kapasitesinin tayininde kullanılmak üzere, kesme kuvvetine ve dönme düktilitesine bağlı olarak hesaplanan plastik bölge uzunluğu ile ilgili bağıntılar verilmektedir.

Riva ve Cohn [24], enkesit geometrisi, boyuna basınç donatısı yüzdesi ve eğilme momentlerinin yeniden dağılımı özelliğini gözönünde bulundurarak dönme kapasitesinin ve plastik bölge uzunluğunun belirlenmesi amacıyla çalışmalar yapmışlardır. Özellikle T ve I enkesit geometrisine sahip elemanlar üzerinde yürütülen bu çalışmalarda ayrıca, yükleme özelliklerinin, moment sıfır noktasının yerinin ve süneklik oranının dönme kapasitesine etkileri incelenmiştir.

Riva ve Cohn [25] diğer bir çalışmada, lineer olmayan şekildeğştirmelerin belirli kesitlerde toplandığını varsayımı ile, öngermeli sürekli kirişlerde yük-yerdeğştirme ve yük-eğilme momenti bağıntılarını elde etmişlerdir. Söz konusu kesitlerdeki plastik dönmeler dönme kapasitesi ile kontrol edilmekte ve dönme kapasitesinin belirlenmesinde öngermenden meydana gelebilecek etkiler gözönüne alınmaktadır.

Saatçioğlu ve Razvi [26], sargılı betonda gerilme-şekildeğştirme bağıntılarının elde edilebilmesi amacıyla analitik bir model önermişler ve enine donatının çekirdek betonuna uyguladığı yanal basıncın hesabı ile ilgili bir bağıntı vererek, bunları deneysel çalışmalarda bulunan sonuçlar ile karşılaştırmışlardır.

Mander, Priestley ve Park [27], enine donatının çekirdek betonuna uyguladığı yanal basıncın belirlenmesi için bir bağıntı vermişler ve sargılı betonda gerilme-şekildeğştirme bağıntısının tayini amacıyla analitik bir model önermişlerdir. Bu bağıntı, sisteme yön değştiren yüklerin etkimesi durumunu da kapsamaktadır.

Sheikh ve Toklucu [28], monotonik eksenel basınç kuvveti ile yüklü fretli ve dairesel etriyeli kısa kolon örnekleri üzerinde deneysel çalışmalar yaparak yük-şekildeğiştirme bağıntılarını elde etmişlerdir. Bu çalışmada, enine donatı aralığı, test örneğinin boyutları, enine donatının sargı etkisi ve betonun şekildeğiştirme özelliğinin deneysel sonuçlar üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

Watson ve Park [29], yön değiştiren tekrarlı yükler etkisi altındaki betonarme kolonların davranışını inceleyerek, enine donatının eğilme rijitliği ve süneklik üzerindeki etkisini araştırmışlardır.

Park, Priestley ve Gill [30], sabit eksenel yük ve yön değiştiren tekrarlı yatay yükler altındaki gerçek boyutlarda dört adet kare enkesitli betonarme kolon üzerinde deneysel çalışmalar yaparak, maksimum beton birim kısalması, eğrilik dağılımları, plastik bölge uzunluğu ve dönme kapasitesinin tayini ile ilgili deney sonuçlarını ve bu sonuçlara dayanarak geliştirdikleri bağıntıları vermişlerdir. Ayrıca kesme kuvveti taşıma kapasitesi ile ilgili deney sonuçlarını ACI yönetmeliğinde verilen bağıntıların sonuçları ile karşılaştırmışlardır.

Ranganathan ve Deshpande [31] betonarme düzlem çubuklar için geliştirdikleri bir yöntem ile, plastik mafsallardaki dönme kapasitesini de kontrol ederek, çeşitli mekanizma durumlarına karşı gelen göçme yüklerini belirlemeye çalışmışlardır.

Al-Haddad ve Wight [32], deprem bölgelerinde yapılan betonarme yapılarda, deprem sırasında plastik mafsalların öngörülen kesitlerde oluşmasını sağlamak amacıyla analitik bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, kiriş donatıları uygun biçimde düzenlenerek plastik mafsalların kirişler üzerinde ve kolon-kiriş birleşim bölgelerinden belirli uzaklıktaki kesitlerde oluşturulması amaçlanmıştır. Böylece, depremden sonra, plastik mafsallar oluşan bu bölgelerin kolaylıkla onarımı mümkün olabilmektedir. Bu amaçla, plastik mafsal yerlerinin önceden belirlendiği üç adet betonarme düzlem çerçeveye El-Centro ve Taft depremlerini temsil eden yatay yükler uygulanarak, çerçevelerin bu yükler altındaki davranışları incelenmiştir.

Ali ve Grierson [33], betonarme düzlem çubuk sistemlerde işletme ve göçme yükleri seviyelerinde istenen rijitlik ve süneklik kriterlerini sağlayan lineer olmayan bir

boyutlandırma yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntem yardımıyla, göçme yükü seviyesinde yeterli eğilme momenti taşıma kapasitesine ve dönme kapasitesine sahip olacak şekilde sistemin enkesit boyutları ve donatı miktarları minimize edilmektedir.

Mo [34], tek katlı ve tek açıklıklı prototip betonarme düzlem çerçevelerde eğilme momentlerinin yeniden dağılımının ve plastik dönme kapasitelerinin belirlenebilmesi amacıyla deneysel çalışmalar yaparak elde ettiği sonuçları daha önceki deneysel çalışmalarda bulunan sonuçlar ile karşılaştırmıştır.

Metwally ve Chen [35], betonarme düzlem çerçevelerin malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan davranışının yanında, düğüm noktalarının lineer olmayan davranışını termodinamiğin esaslarından yararlanarak tanımladıkları bir dönme yayı ile gözönüne almışlardır.

Darvall ve Mendis [36], betonarme kesitlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntısını üç bölgeden oluşacak şekilde idealleştirmişlerdir. Bunlar sırasıyla elastik ve plastik bölgeler ile artan eğriliklere azalan eğilme momentlerinin karşı geldiği yumuşama bölgeleridir. Yazarlar ayrıca, idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik bağıntısının esas alındığı ve plastik mafsallardaki dönmelerin kontrol edildiği bir elastoplastik analiz programı geliştirerek göçme yükünü belirlemeyi amaçlamışlardır.

Kim ve Lee [37], betonarme kirişlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntısını beş doğru parçasından meydana gelecek şekilde idealleştirerek göçme yükünün tayinini amaçlayan yerdeğiştirme kontrollü bir yöntem geliştirmişler ve bu yöntem ile elde ettikleri sonuçları deneysel çalışmalarda bulunan sonuçlar ile karşılaştırmışlardır.

Yau, Chan ve So [38], bileşik eğik eğilme etkisindeki gelişigüzel enkesit geometrisine sahip betonarme kolonlar için akma yüzeyini ifade eden bağıntılar geliştirmişlerdir.

Lai, Will ve Otani [39], yön değiştiren tekrarlı yüklerin etkisindeki betonarme elemanlarda bileşik eğik eğilme durumunda yük-yerdeğiştirme bağıntılarının elde edilebilmesi için, beton ve donatıyı temsil etmek üzere iki ayrı yay modeli önermişlerdir.

Hsu [40], [41], normal kuvvetin çekme olması durumunu da içerecek şekilde, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kısa kolonlarda kırılma yüzeyinin belirlenmesi amacıyla analitik çalışmalar yapmıştır.

Ross ve Yen [42], bileşik eğik eğilme etkisindeki dikdörtgen kesitli betonarme kolonlarda, kırılma yüzeyi üzerindeki bir iç kuvvet durumu ile tarafsız eksenin konumu arasındaki bağıntıyı incelemişlerdir.

Sacks ve Büyüköztürk [43], enkesit geometrisi, malzeme özellikleri ve donatısı verilmiş olan, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kolonların taşıma gücünün bilgisayar ile hesabı için bir yöntem geliştirmişlerdir.

Park, Reinhorn ve Kunnath [44], [45], betonarme düzlem yapı sistemlerinin dinamik etkiler veya eşdeğer statik yükler altındaki lineer olmayan davranışını ifade etmek üzere üç parametrelili bir modele dayanan IDARC isimli bir bilgisayar programı geliştirmişlerdir. Modeldeki parametreler yardımıyla, dayanım ve rijitlik azalması ile beraber “pinching” etkisi de gözönüne alınmaktadır. Dinamik yükler altında çatlakların açılıp kapanmasının ve donatı sıyrılmasının iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntısına olan etkisi “pinching” olarak adlandırılmaktadır. Bu üç parametrenin belirli değerleri için, histerik davranış konusunda geliştirilen diğer modeller de elde edilebilmektedir. IDARC programı ile, deprem etkileri altında yapıda oluşabilecek hasar, daha önceki depremlerde oluşan hasarların gözlem sonuçlarına bağlı olarak tanımlanan bir hasar indeksi yardımıyla belirlenebilmektedir.

Reinhorn, Kunnath ve Panahshahi [46], IDARC programını, düzlemi içinde sonsuz rijit olmayan döşemelerin bulunduğu yapı sistemlerini de kapsayacak şekilde geliştirmişlerdir.

Seidel , Reinhorn ve Park [47], Amerika Birleşik Devletlerinin doğu bölgelerinde yalnız düşey yüklere göre boyutlandırılan betonarme yapıların deprem etkileri altındaki davranışını ve hasar görme derecelerini belirlemek amacıyla çalışmalar yapmışlardır. Böylece, mevcut betonarme yapılarda deprem durumunda meydana gelebilecek hasarın önceden tahmin edilebilmesini sağlayan ampirik bağıntılar geliştirilmesi mümkün olmaktadır. Bu çalışmada, mevcut betonarme yapıların

deprem etkisi altında lineer olmayan dinamik analizi için IDARC bilgisayar programı kullanılmıştır.

Park, Ang ve Wen [48], betonarme ve çelik yapılarda meydana gelebilecek hasarın kabul edilebilir sınırlar içinde kalmasını sağlayacak şekilde, depreme dayanıklı yapı tasarımı konusunda çalışmışlardır. Bu çalışmalarında, daha önce Park ve Ang tarafından geliştirilen maksimum şekildeğiştirme ve yayılı histerik enerjinin bir fonksiyonu olarak ifade edilen bir hasar modelini esas almışlardır. Geçmişteki önemli depremlerden elde edilen gözlem sonuçlarına bağlı olarak üzerinde gerekli düzenlemeler yapılan bir hasar indeksi yardımıyla, yapıların depremden dolayı hasar görme derecesi tayin edilebilmektedir.

Lai ve Will [49], sismik iki eksenli eğilme etkisindeki tek kütleli bir betonarme kolonun, eksenel yükün sabit ve değişen değerlerine karşı gelen histerik davranışını elde edilebilmek için üç parametrelili bir yay modeli kullanmışlardır. Bu parametreler iki eğilme momenti ile normal kuvvetten meydana gelmektedir. Daha sonra, tek kolon için geliştirilen yay modelini on katlı betonarme uzay çerçevenin kolonlarına uygulamışlardır. Plastisite teorisinden yararlanılan bu çalışmada, çatlama ve akma yüzeyi olmak üzere iki yüzey tanımlanmakta ve eğilme momenti-eğrilik bağıntısı üç doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilmektedir.

Chan, Cheung ve Huang [50], betonarme yapılar için lineer olmayan bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Bu modelde, beton için heterojen pekleşen plastisite teorisinden yararlanılmışlardır. Ayrıca, betonun çatlak sonrası davranışını geliştirdikleri bir aderans gerilmesi fonksiyonu ile ifade etmişlerdir.

Zia [51], betonarme elemanlarda yalnız burulma, burulma+eğilme, burulma+kesme durumları için idealleştirilmiş karşılıklı etki diyagramları ve burulma+kesme+eğilme durumunda ise idealleştirilmiş karşılıklı etki yüzeyleri ile ilgili 1970 yılına kadar yapılan bütün çalışmaları toplayarak özetlemiştir.

McMullen ve Warwaruk [52], betonarme kirişlerde eğilme, burulma ve kesme kuvveti etkisini araştırmak amacıyla deneysel çalışmalar yapmışlardır.

Vecchio ve Collins [53], geliştirdikleri basınç alanı teorisini düzlem gerilme etkisindeki betonarme elemanların analizinde kullanmışlardır. Böylece kirişlerin yük taşıma kapasiteleri ve yük-şekildeğiştirme bağıntıları elde edilebilmektedir.

Zararis ve Penelis [54], betonarme T kirişlerde tablanın burulma momenti taşıma kapasitesi üzerindeki etkisini araştırmak için deneysel bir çalışma yapmışlardır. 82 adet birbirinden farklı tabla genişliğine sahip betonarme kiriş üzerinde yürütölen bu çalışmalar sonucunda, tabla genişliğinin burulma momenti taşıma kapasitesi üzerindeki etkisinin mevcut yönetmeliklerde verilen bağıntılar ile bulunanlardan çok daha fazla olduğunu belirleyerek çatlama ve taşıma gücü durumları için efektif tabla genişlikleri tanımlamışlardır.

Sanjayan ve Darvall [55], yöndeğiştiren yükler etkisi altındaki betonarme kiriş elemanların eğilme momenti-eğrilik bağıntısını elastik, pekleşme ve yumuşama bölgelerinden meydana gelecek şekilde, üç doğru parçası ile idealleştirmişlerdir. Plastik mafsalları bir nokta olarak değil, boyu bir değişken ile ifade edilen bir bölge olarak dikkate almak suretiyle, çubuk rijitlik matrislerinde plastik bölge uzunluğunu da içerecek şekilde düzenlemeler yapmışlardır.

Sucuoğlu [56], prefabrike betonarme çerçeveler için yeni bir deprem tasarımı kavramı önermiştir. Buna göre, kiriş-kolon birleşimlerinden uzakta ve kiriş üzerinde plastik mafsallara oluşumuna izin verilmektedir. Plastik mafsalların kolon yüzünden uzaklığı ve eğilme kapasiteleri değişken parametreler olarak alındığından, bu parametrelerin uygun seğıilmesi durumunda lineer olmayan şekildeğiştirmeler plastik mafsallarda toplanmakta ve prefabrik kiriş-kolon birleşimlerinin bulunduğu bölgeler lineer-elastik sınır içinde kalmaktadır.

Karayannis, İzzuddin ve Elnashi [57], betonarme bir çubuğun lineer ve lineer olmayan davranış gösteren bölgelerine ait elastik eğrilerini temsil etmek üzere iki ayrı şekil fonksiyonu önermişlerdir. Sabit normal kuvvet altındaki bir betonarme çubuğun lineer bölgesine ait elastik eğrisi dördüncü dereceden ve lineer olmayan bölgesine ait elastik eğrisi ise üçüncü dereceden bir şekil fonksiyonu ile dikkate alınmaktadır. Dördüncü dereceden bir şekil fonksiyonu ile betondaki çekme çatlağı ve gerilme yayılışı modellenenilmekte ayrıca eleman boyunca donatı yerleşiminin ve

kesit şeklinin değişimi de gözönüne alınabilmektedir. Üçüncü dereceden bir şekil fonksiyonu ile de betonarme çubuğun küçük bir bölgesindeki lineer olmayan davranış modellenebilmektedir. Bunun için, betonarme kesit yeterli sayıda dilime bölünmekte ve malzemeler için gerçekçi gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarından yararlanılmaktadır. Betonarme çubukların davranışını geliştirdikleri şekil fonksiyonları ile modelleyerek, betonarme yapı sistemlerinin yük-yerdeğiştirme bağıntılarını elde etmişlerdir.

Resheidat, Ghanma, Sutton ve Chen [58], betonun gerilme-şekildeğiştirme ($\sigma - \varepsilon$) bağıntısını parabol+dikdörtgen, donatının $\sigma - \varepsilon$ bağıntısını ise ideal elasto-plastik varsayarak, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme dikdörtgen kesitlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntılarını elde etmişler ve bu bağıntıları eğilme rijitliğinin belirlenmesinde kullanmışlardır.

1.3 ÇALIŞMANIN AMACI VE KAPSAMI

Bu çalışmada betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir. Yöntemde geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi ve betonarmenin lineer olmayan davranışı gözönüne alınmaktadır.

Çalışmada lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit adı verilen ve sınırlı plastik şekildeğiştirme kapasitesine sahip olan belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışında kalan bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı gözönünde tutulmaktadır. Böylece tek eksenli basit eğilme etkisindeki sünek yapı sistemlerine uygulanan plastik mafsallı hipotezi betonarmenin davranışını ve bileşik iç kuvvet durumlarını kapsayacak şekilde genişletilmiş olmaktadır.

Bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme çubuk elemanlara uygulanmak üzere, lineer bölgelerden oluşan idealleştirilmiş bir akma yüzeyi önerilmiştir. Bu şekilde, malzeme bakımından lineer olmayan betonarme sistemlerde akma koşullarının lineer denklemlere dönüştürülmesi sağlanmaktadır. Bu çalışmada ayrıca lineer olmayan

burulma şekildeğıştirmelerinin sistem davranışına etkisi ve kayma dayanımının aşılmasının oluşturduğu göçme durumu gözönüne alınmıştır.

Geliştirilen yük artımı yönteminde, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yükler için hesap yapılmaktadır. Sabit düşey yüklerden oluşan normal kuvvetler kolaylıkla tahmin edilebileceğinden, bu normal kuvvetlere bağılı olarak hesaplanan ikinci mertebe rijitlik ve yükleme matrisleri yardımıyla, ikinci mertebe etkileride lineerleştirilmektedir. Böylece geliştirilen yük artımı yönteminin her adımı lineer bir sistemin hesabına indirgenmektedir.

Her plastik kesitin oluşumunu izleyen yük artımında o kesitteki plastik şekildeğıştirme parametresinin bilinmeyen olarak alınması ve iç kuvvet durumunun akma koşulunu sağladığını ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına eklenmesi öngörülmektedir. Bir önceki adıma ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, söz konusu yük artımı adımına ait çözüm sadece yeni bilinmeyenin indirgenmesi ile elde edilmektedir.

Geliştirilen yöntemin çok katlı büyük betonarme yapı sistemlerinin ikinci mertebe elastoplastik hesabına etkin olarak uygulanmasını sağlamak amacıyla, bilinmeyen sayısının azaltılmasını ve katsayılar matrisinin indirgenme işleminin hızlandırılmasını sağlayan bir algoritma önerilmiştir.

Yöntemin esasları ve uygulaması ilerideki bölümlerde geniş olarak ele alınacaktır.

BÖLÜM 2 BETONARME ÇUBUKLARIN ELASTOPLASTİK DAVRANIŞI

Bu bölümde ilk olarak, çeşitli iç kuvvetler etkisindeki betonarme çubuk elemanların elastoplastik davranışı incelenerek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve taşıma güçlerinin tayini hakkında bilgi verilecektir. Daha sonra, bu çalışma kapsamı içinde iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve bileşik iç kuvvet durumuna ait taşıma güçlerini ifade eden akma (kırılma) koşullarının nasıl idealleştirilebileceği gözden geçirilecektir.

2.1 VARSAYIMLAR

Betonarme çubuk elemanların incelenmesinde betonarmenin şu temel varsayımları esas alınacaktır.

a-Düzlem kesitler şekildeğiştirdikten sonra da düzlem kalmaktadır.

b-Beton ve donatı çeliği arasında tam aderans vardır. Diğer bir deyişle, betonun ve donatı çeliğinin kayma olmaksızın birlikte şekildeğiştirdikleri gözönünde tutulmaktadır.

c-Çatlamış betonun çekme dayanımı terkedilmektedir.

Bu incelemede ayrıca, beton çeliği ve betonarme betonunun gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarının aşağıda açıklandığı şekilde idealleştirilebileceği de gözönünde tutulacaktır.

2.2 BETON ÇELİĞİ VE BETONARME BETONUNUN İDEALLEŞTİRİLMİŞ GERİLME - ŞEKİLDEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

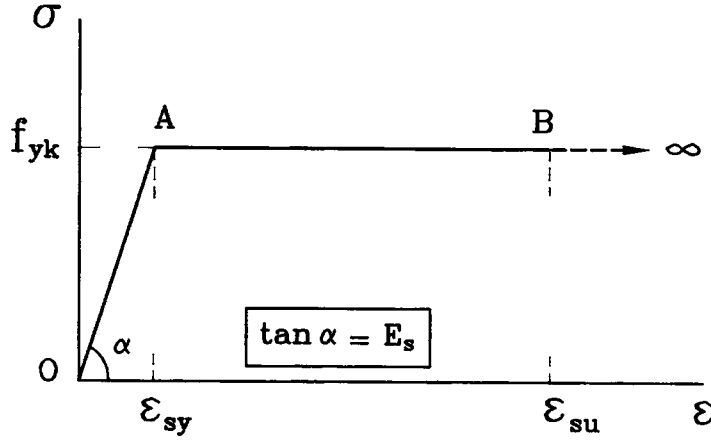
2.2.1 Beton Çeliğinin $\sigma - \epsilon$ Bağıntısı

Beton çeliğinin gerilme-şekildeğiştirme bağıntısının ideal elastoplastik malzeme tanımına uygun olduğu varsayılmaktadır. Bu tanıma göre, $\sigma - \epsilon$ bağıntısı

$$OA: 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{sy} \quad \text{için} \quad \sigma = E_s \varepsilon$$

$$AB: \varepsilon_{sy} < \varepsilon < \infty \quad \text{için} \quad \sigma = f_{yk} \quad (2.1)$$

şeklinde iki doğru parçasından oluşmaktadır, Şekil 2.1.



Şekil 2.1 Beton Çeliğinin $\sigma - \varepsilon$ Diyagramı

Burada f_{yk} , E_s ve ε_{sy} , sırasıyla beton çeliğinin akma gerilmesini, elastisite modülünü ve akmaya karşı gelen birim boy değişmesini göstermektedir.

TS 500 Betonarme Yapılar Standardına [59] göre bu büyüklükler

$$BÇI \quad \text{için} \quad f_{yk} = 220 \, N/mm^2, \quad \varepsilon_{sy} = 0.0011$$

$$BÇIII \quad \text{için} \quad f_{yk} = 420 \, N/mm^2, \quad \varepsilon_{sy} = 0.0021$$

ve her iki çelik cinsi için $E_s = 2 \times 10^5 \, N/mm^2$ değerlerini almaktadırlar.

Beton çeliğinin büyük şekildeğiştirmelerine izin verilmediği durumlarda, $\sigma - \varepsilon$ bağıntısı bir ε_{su} değeri ile sınırlandırılır. Bu sınır için Avrupa Beton Komitesi (C.E.B.) [60] ve Fransız Betonarme Yönetmeliği [61] tarafından

$$\varepsilon_{su} = 0.01$$

değeri önerilmektedir.

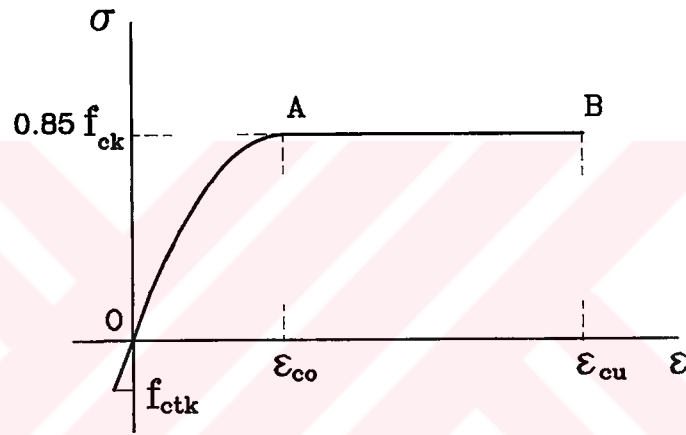
2.2.2 Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Liflerdeki Betonun $\sigma-\varepsilon$ Bağıntısı

Eğilme etkisindeki bir betonarme çubuğun dış basınç lifindeki betonun $\sigma-\varepsilon$ bağıntısı için parabol+dikdörtgen modeli esas alınmıştır, [60]. Buna göre, beton basınç gerilmesi ile birim kısalma arasındaki bağıntı

$$OA : \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co} \quad \text{için} \quad \sigma = 0.85 f_{ck} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)$$

$$AB : \quad \varepsilon_{co} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad \text{için} \quad \sigma = 0.85 f_{ck} \quad (2.2)$$

şeklindedir, Şekil 2.2.



Şekil 2.2 Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Liflerdeki Betonun $\sigma-\varepsilon$ Diyagramı

Dış çekme lifinde ise, $\sigma \leq f_{ctk}$ için $\sigma-\varepsilon$ bağıntısının doğrusal olduğu ve çekme gerilmesinin f_{ctk} sınır değerine erişmesi halinde, çekme çatlakları meydana gelerek betonun çekme dayanımını yitirdiği gözönünde tutulmaktadır.

Betonarme betonunun $\sigma-\varepsilon$ bağıntısını tanımlayan büyüklükler aşağıda açıklanmıştır.

f_{ck} : Betonun karakteristik basınç dayanımıdır. Bu büyüklük, zamana bağlı olarak beton dayanımındaki azalmayı temsil eden 0.85 katsayısı ile çarpılarak beton basınç dayanımı ($0.85 f_{ck}$) elde edilmektedir.

f_{ctk} : Betonun karakteristik çekme dayanımıdır. TS 500 standardına göre, bu değer f_{ck} basınç dayanımına bağlı olarak

$$f_{ctk} = 0.35\sqrt{f_{ck}} \quad (N / mm^2)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

ϵ_{co} : Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen birim kısalmayı ifade eder. Kısa süreli yükler altında, betonda plastik şekildeğiştirmelerin

$$\epsilon_{co}=0.002$$

değerinde başladığı kabul edilmektedir.

ϵ_{cu} : Betonda izin verilen en büyük birim kısalmayı gösterir. Sargısız betonda, kısa süreli yüklerden oluşan birim kısalmanın

$$\epsilon_{cu}=0.003-0.004$$

sınır değerine erişmesi halinde, betonun ezilerek taşıma gücünü yitirdiği kabul edilmektedir.

Sargı donatısı (etriye) ile sarılmış betonlarda, aşağıda açıklandığı gibi, ϵ_{cu} sınırı daha büyük değerler alabilir.

2.2.3 Sargılı Betonun Davranışı

Enine donatıyla sarılmış ve sarılmamış olan betonların eksenel basınç kuvveti altındaki davranışları karşılaştırıldığında aralarında dayanım ve süneklik bakımından önemli farklılıklar olduğu görülür.

Betonarme bir çubuğun enine donatı ile sarılan bölgesindeki betona çekirdek, bu bölgenin dışında kalan bölümüne ise kabuk denilmektedir. Eksenel basınç kuvvetinin artan değerlerinde kabuk betonu ezilerek dökülür, çekirdek betonu ise kuvvetin etkime doğrultusuna dik düzlem içinde genişler. Çekirdek betonunun genişlemesine paralel olarak enine donatıda çekme kuvvetleri oluşur. Çekme kuvveti etkisinde kalan enine donatı da çekirdek betonuna yanal basınç kuvveti uyguladığından , çekirdek betonu üç eksenli basınç gerilmesi etkisi altında kalır. Böylece, çekirdek betonunun sünekliği ve dayanımı artar.

Enine donatı olarak çoğu zaman etriyeler kullanılmaktadır. Etriye, çekirdek betonunun genişlemesi sırasında, iç basınç etkisindeki kapalı bir çerçeve gibi şekil değiştirir. Bunun sonucunda etriye, çekirdek betonuna köşelerde büyük, orta bölgelerde ise daha küçük yanal basınç kuvvetleri uygular. Etriyenin orta bölgelerindeki açıklığın azaltılması suretiyle, bu bölgeler civarında çekirdek betonuna uygulanan yanal basınç kuvvetlerinin artırılabilmesi mümkün olmaktadır.

Çekirdek betonuna uygulanan yanal basınç kuvvetini arttıran etkenler şunlardır :

a-hacimsel etriye oranının artırılması,

a1-çubuk boyunca etriye aralığının azaltılması,

a2-bir kesitteki etriye enkesit alanının artırılması ,

b-etriyelerin kapalı olması,

c-yüksek dayanımlı etriye kullanılması,

d-boyuna donatı miktarının artırılması ve böylece enine donatı ile birlikte bir ağ oluşturularak çubuk boyunca çekirdek betonunun daha iyi sarılmasının sağlanması.

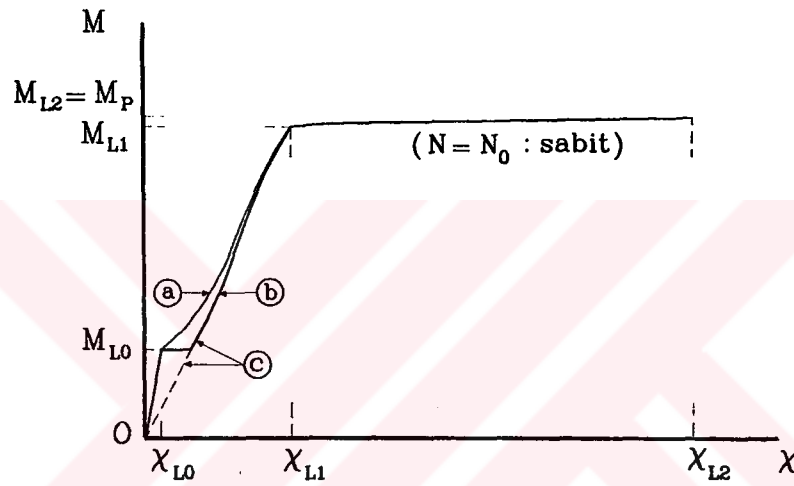
Çubuk boyunca enine donatı aralığının azaltılması ayrıca boyuna donatının burkulma boyunu küçültmekte ve böylece betonarme çubuğun yük taşıma kapasitesinin ve sünekliğinin artmasına katkı sağlamaktadır.

Sargı donatısının artmasıyla, betonda izin verilen maksimum birim kısalmayı ifade eden ϵ_{cu} değeri de artmaktadır. Sargısız betonda $\epsilon_{cu}=0.003-0.004$, normal sargılı betonda $\epsilon_{cu}=0.006$ dolayında olan ϵ_{cu} birim kısalması, sargı donatısının artırılmasına paralel olarak 0.01 veya daha yüksek değerlere çıkabilmektedir.

2.3 BETONARME KESİTLERİN DAVRANIŞI

2.3.1 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı

Sabit eksenel kuvvet ($N = N_o$) altında, artan eğilme momenti ile zorlanan bir betonarme kesitte M eğilme momenti ile χ eğriligi (birim dönmesi) arasındaki bağıntı üç ayrı bölgeden oluşmaktadır, Şekil 2.3. Bu bölgeleri sınırlayan L_o , L_1 ve L_2 noktalarına karşı gelen durumlar aşağıda açıklanmıştır, [15].



Şekil 2.3 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitte $M - \chi$ Bağıntısı

L_o : Betonarme kesitin dış çekme lifinde çatlakların başladığı durumdur. Dış çekme lifindeki normal gerilmenin betonun f_{ctk} çekme dayanımına eşit olması halinde betonda çatlakların meydana geldiği kabul edilmektedir.

L_o çatlama noktasına karşı gelen M_{L_o} eğilme momentinin hesabında beton kesitin homojen olduğu ve şekil değiştirdikten sonra düzlem kaldığı kabul edilmekte ve betonun $\sigma - \epsilon$ bağıntısı lineer-elastik olarak alınabilmektedir.

Kesitin dış çekme lifinde çatlaklar oluşuktan sonra çekme kuvvetleri donatı tarafından karşılanır. Artan eğilme momenti altında, çekme çatlaklarının tarafsız eksene doğru hareketine paralel olarak, gerçek $M - \chi$ bağıntısı (a) eğrisini izler.

Buna karşılık, çatlamadan sonra çekme bölgesindeki betonun dayanımını tümüyle yitirdiği kabul edilirse (a) eğrisi yerine yaklaşık olarak (b) eğrisi de esas alınabilir.

L_1 : Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen durumdur. Plastik şekildeğiştirmelerin betonda ε_{co} birim kısalmasında, çelikte ise ε_{sy} akma sınırında başladığı gözönünde tutulmaktadır.

M_{L1} eğilme momentinin hesabında betonun çekme dayanımı hesaba katılmaz. Ayrıca kesitin düzlem kaldığı, beton çeliğinin lineer-elastik davrandığı ve beton için Şekil 2.2 de verilen $\sigma - \varepsilon$ bağıntısının geçerli olduğu kabul edilir.

L_2 : Eğilme momenti artarak taşıma gücü adı verilen $M_{L2} = M_p$ plastik moment değerine eşit olunca basınç bölgesindeki beton ezilerek kırılır veya çekme donatısı kopar.

Basınç bölgesindeki betonun ezilerek kırılması, birim kısalmanın ε_{cu} sınır değerine erişmesi ile meydana gelir. Sargısız betonda kısa süreli yükler için $\varepsilon_{cu} = 0.003-0.004$ olan bu sınır, sargı donatısına bağlı olarak daha büyük değerler alabilmektedir.

Betonarme kesitlerin boyutlandırılmasında, büyük şekildeğiştirmeler nedeniyle sistemin kullanılamaz hale gelmesinin önlenmesi için, çekme donatısının kopması yerine genellikle çelikteki birim boy değişmesinin $\varepsilon_{su} = 0.01$ değeri ile sınırlandırılması esas alınır.

Betonun çekme dayanımının tümüyle terk edildiği durumlarda $M - \chi$ bağıntısı yaklaşık olarak (c) eğrisi ile temsil edilebilmektedir.

Betonarme kesitlerin taşıma gücüne göre boyutlandırılmasında, betonarme betonu ve beton çeliğinin dayanımları güvenlik katsayılarına bölünerek küçültülür. Buna karşılık, betonarme sistemlerin artan dış yükler altındaki davranışlarının incelenmesi halinde malzeme güvenlik katsayılarının kullanılmasına gerek kalmamaktadır.

Kırılma sırasındaki toplam şekildeğiştirmenin lineer şekildeğiştirmeye oranı süneklik oranı olarak tanımlanır. Betonarme kesitlerde genellikle aranan bir özellik olan süneklik

- a-gevrek kırılmanın önlenmesi için gereken bir minimum değerden az olmamak üzere, çekme donatısı oranının azalmasıyla,
- b-kapalı etriyelerden oluşan sargı donatısı yüzdesinin artmasıyla,
- c-belirli bir enkesit yüksekliği için basınç donatısının artırılması ile,
- d-normal kuvvet oranının azalmasıyla artmaktadır.

Bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde gerçek $M - \chi$ bağıntısını tamamlayan başlıca değerlerin hesaplanması amacıyla hazırlanan BEKE-3 programının esasları Bölüm 4.1 de açıklanmıştır.

2.3.2 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Koşulları (Karşılıklı Etki Diyagramları)

2.3.2.1 Tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitler

Eksenel kuvvet ile birlikte tek eksenli eğilme momenti etkisindeki betonarme kesitlerde taşıma gücünü ifade eden karşılıklı etki diyagramı Şekil 2.4 te şematik olarak gösterilmiştir.

İleride açıklanacağı gibi, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı kabul edilen betonarme sistemlerde, iç kuvvet durumunun bu eğri üzerinde bulunması bir plastik kesitin oluştuğunu ve bu kesitte sonlu plastik şekildeğiştirmelerin meydana geldiğini (yani kesitin aktığını) ifade etmektedir. Bu nedenle, akma koşulunu ifade eden bu eğriye *akma eğrisi* de denilmektedir.

$$K_1(M, N) = 0 \quad (2.3)$$

bağıntısı ile tanımlanan akma eğrisinde, M ve N kesite etkiyen eğilme momenti ve eksenel kuvveti, M_o kesitin basit eğilme halindeki moment taşıma gücünü, N_{ob} ve

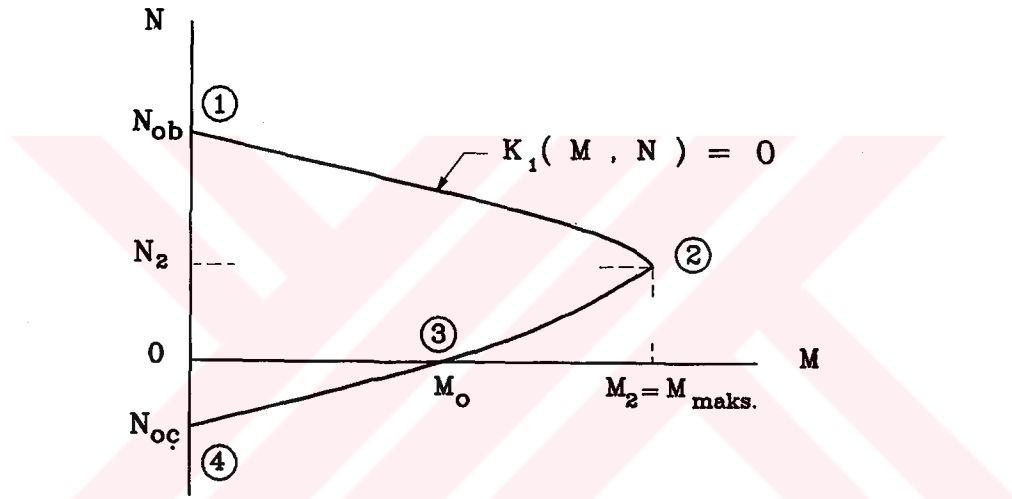
$N_{o\phi}$ ise sırasıyla kesitin aksenal basınç ve aksenal çekme hallerindeki normal kuvvet taşıma güçlerini göstermektedir.

Simetrik donatılı simetrik kesitlerde, A_c brüt beton enkesit alanını, A_s ise kesitteki toplam donatı alanını göstermek üzere, N_{ob} ve $N_{o\phi}$ taşıma güçleri

$$N_{ob} = 0.85 f_{ck} A_c + f_{yk} A_s \quad (2.4a)$$

$$N_{o\phi} = f_{yk} A_s \quad (2.4b)$$

bağıntıları ile hesaplanırlar.



Şekil 2.4 Tek Eksenli Bileşik Eğilme Halinde Akma Eğrisi (Karşılıklı Etki Diyagramı)

Şekil 2.4 de görüldüğü gibi, akma eğrisi dört karakteristik noktası ile tanımlanmaktadır. Akma eğrisinin lineerleştirilmesinde yararlanılacak olan bu noktalar, aksenal basınç, basit eğilme ve aksenal çekme hallerine karşı gelen (1), (3) ve (4) noktaları ile kesitin en büyük moment taşıma gücüne sahip olduğu dengeli duruma karşı gelen (2) noktasıdır.

2.3.2.2 İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitler

N eksenel kuvveti ve M_x, M_z eğilme momentleri ile zorlanan betonarme kesitlerde, taşıma gücünü ifade etmek üzere

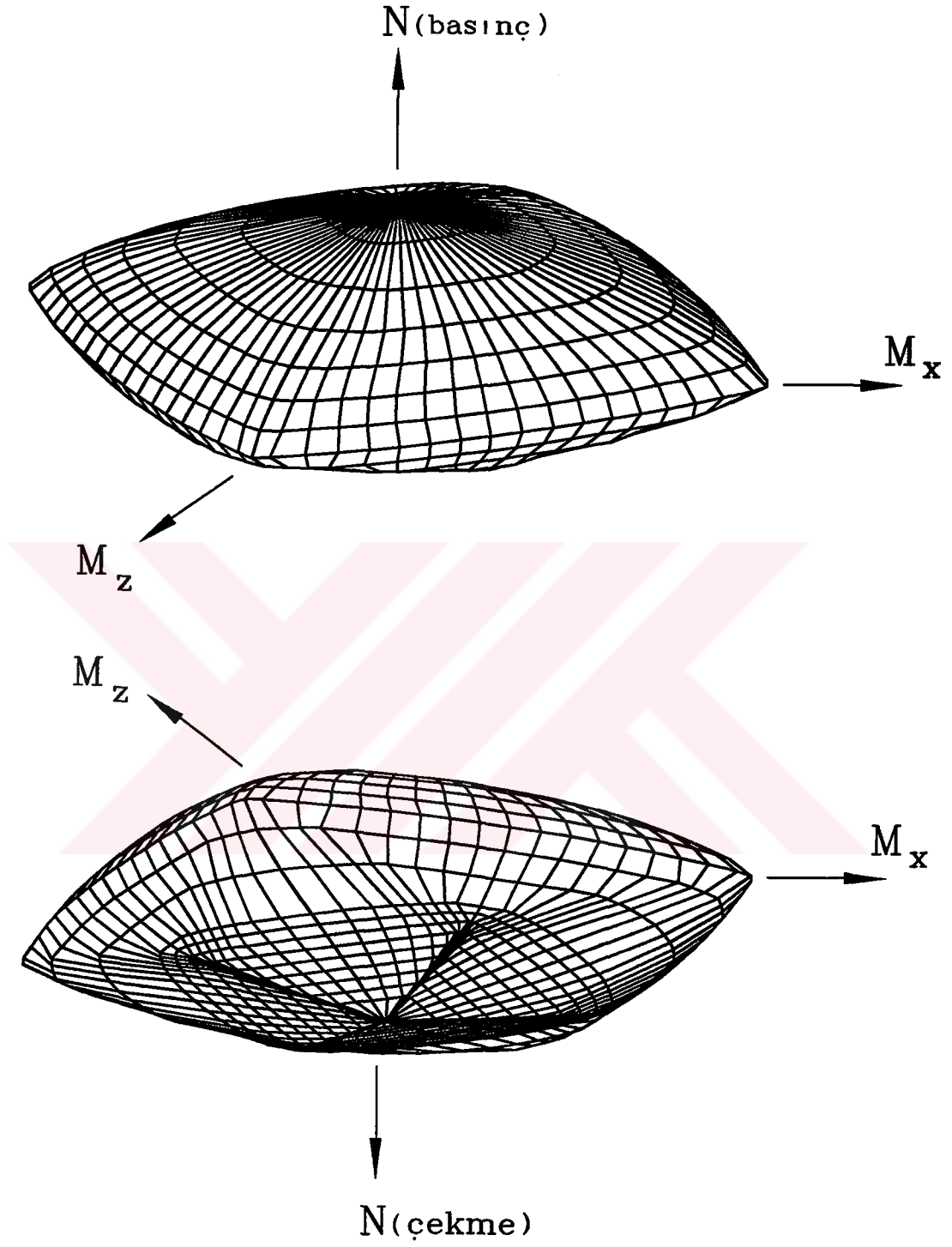
$$K_1(M_x, M_z, N) = 0 \quad (2.5)$$

bağıntısı ile verilen akma (karşılıklı etki) yüzeyinin perspektif görünüşleri Şekil 2.5 de, $M_x - M_z$ düzlemi üzerindeki izdüşümleri Şekil 2.6 da şematik olarak gösterilmiştir. Bu diyagramlarda akma yüzeyinin enlemleri normal kuvvetin sabit bir değerine, boylamları ise tarafsız eksenin belirli bir konumuna karşı gelmektedir.

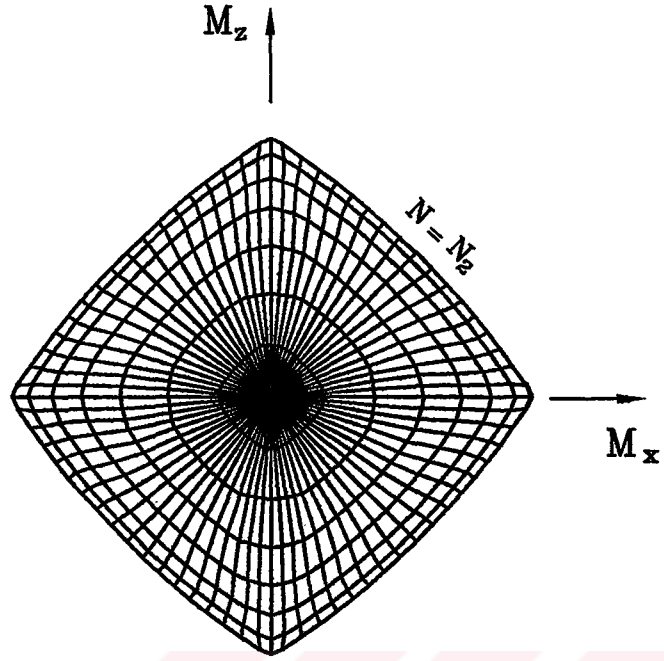
Gerek $K_1(M, N) = 0$ akma eğrisini, gerekse $K_1(M_x, M_z, N) = 0$ akma yüzeyini oluşturan noktalar, Bölüm 2.3.1 de açıklandığı gibi, basınç bölgesindeki beton birim boy kısalmasının ε_{cu} değerine veya çekme donatısındaki birim uzamanın ε_{su} değerine erişmesine karşı gelmektedir. Bu esaslardan yararlanarak, çift simetri eksenine sahip simetrik donatılı betonarme kesitlerde akma yüzeylerinin elde edilmesi amacıyla geliştirilen BEKE-3 programının esasları Bölüm 4.1 de açıklanmıştır.

2.3.3 Basit Burulma Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Burulma Momenti - Birim Burulma Açısı Bağıntısı

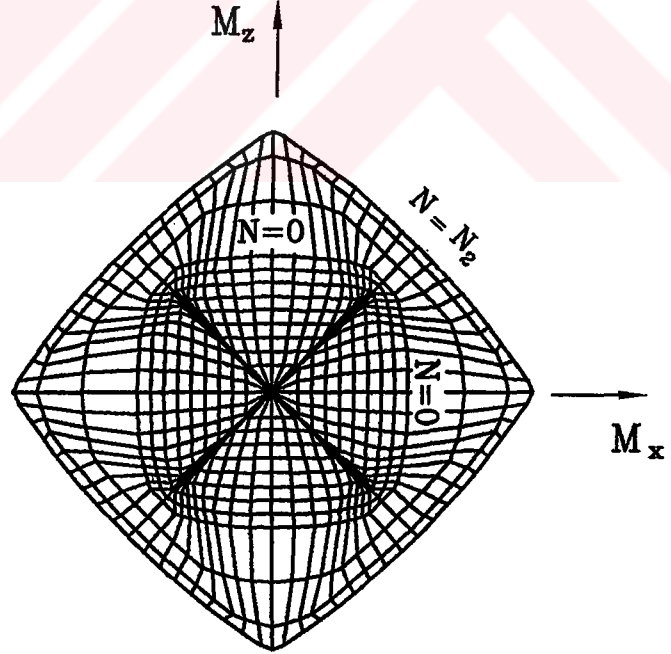
Basit burulma etkisindeki bir betonarme kesitte T burulma momenti ile, burulma şekildeğiştirmelerini ifade eden ϕ birim burulma açısı arasındaki bağıntı Şekil 2.7 de şematik olarak gösterilmiştir, [62].



Şekil 2.5 Bileşik Eğik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Yüzeyinin Perspektif Görünüşleri

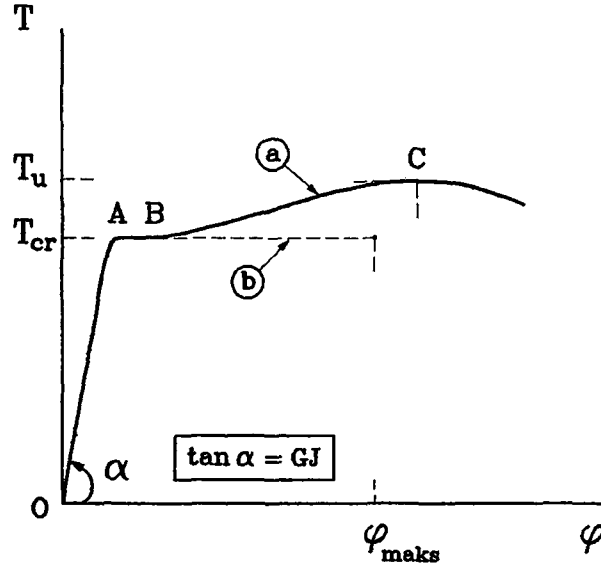


a) normal kuvvetin $N \leq N_2$ olması hali



b) normal kuvvetin $N \geq N_2$ olması hali

Şekil 2.6 Bileşik Eğik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Yüzeyinin $M_x - M_z$ Düzlemindeki İz düşümleri



Şekil 2.7 Basit Burulma Etkisindeki Betonarme Kesitte T - ϕ Bağıntısı

Şekil 2.7 de görüldüğü gibi T - ϕ bağıntısı genel olarak üç bölgeden oluşmaktadır. Burulma momentinin küçük değerleri için bu bağıntı doğrusaldır, (OA doğrusu). Diğer bir deyişle, $G_c J$ enkesitin burulma rijitliğini göstermek üzere, burulma momenti ile birim dönme açısı arasında

$$\phi = \frac{T}{G_c J} \quad (2.6)$$

doğrusal bağıntısı bulunmaktadır. Burada G_c kayma modülü, betonun E_c elastisite modülüne bağlı olarak,

$$G_c \cong 0.3 - 0.4 E_c$$

şeklinde hesaplanır, [59], [60].

Enkesitin J burulma atalet momenti ise, dikdörtgen parçalardan oluşan enkesitlerde x_i ve y_i sırasıyla dikdörtgen parçaların kısa ve uzun kenar uzunluklarını göstermek üzere,

$$J \cong \sum \frac{1}{3} x_i^3 y_i \quad (2.7)$$

değerini almaktadır.

Burulma momentinin burulma çatlama dayanımı adı verilen bir T_{cr} sınır değerine erişmesi halinde doğrusal davranış sona erer ve enkesitte burulma çatlakları oluşur. T_{cr} burulma çatlama dayanımı, TS500 standardına [59] göre, dikdörtgen parçalardan meydana gelen enkesitler için

$$T_{cr} = 1.35 \sum \frac{1}{3} x_i^2 y_i f_{ctk} \quad (2.8)$$

şeklinde hesaplanır. Malzeme güvenlik katsayısının gözönüne alınması halinde, bu bağıntıdaki f_{ctk} çekme dayanımı yerine $f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma$ (γ :malzeme güvenlik katsayısı) hesap dayanımı kullanılır.

Enkesitte burulma çatlakları meydana geldikten sonra burulma momentinin bir bölümü kapalı etriyelerden ve bunlara eşit hacimdeki çevresel boyuna donatıdan oluşan burulma donatısına aktarılır. Bu durum T - ϕ bağıntısının AB bölümüne karşı gelir.

Burulma momentinin daha büyük değerler alması halinde, burulma momentinin geri kalan bölümü burulma donatısı tarafından karşılanır, (BC eğrisi). Burulma donatısının sağladığı rijitlik brüt beton enkesitinin burulma rijitliğine oranla çok daha küçük olduğundan, çatlama sonrasındaki burulma rijitliği büyük ölçüde azalır.

Burulma momentinin T_u sınır değerine erişmesi halinde enkesitin burulma dayanımı sona erer. T_u burulma taşıma gücü betonun ve burulma donatısının katkıları gözönüne alınarak hesaplanır, [62], [63]. TS500 standardına [59] göre, enkesitin burulma taşıma gücü tayin edilirken betonun katkısı terkedilmektedir.

Bilindiği gibi, burulma momentlerinin denge koşulları nedeniyle meydana geldiği duruma “ denge burulması “, buna karşılık burulma momentlerinin oluşmasında denge ve geometrik süreklilik koşullarının birlikte etkin olduğu duruma “ uygunluk burulması “ adı verilmektedir. Uygunluk burulmasının geçerli olduğu hiperstatik sistemlerde burulma momentinin yeniden dağılımı söz konusu olabilmektedir. Bu tür betonarme sistemlerde, yaklaşık olarak, T - ϕ bağıntısının (a) eğrisi yerine (b) yatay doğrusu esas alınarak hesap yapılabilir. Ancak bu durumda, aşırı burulma

şekildeğiştirmelerinin meydana gelmesini önlemek amacıyla, birim burulma açısının bir φ_{maks} değeri ile sınırlandırılması gerekmektedir. φ_{maks} değeri için

$$\varphi_{maks} = 0.01 \text{ rad / m}$$

alınabilir, [62].

2.3.4 Burulma, Eğilme ve Kesme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma (Kırılma) Koşulları

Burulma momenti, eğilme momenti ve kesme kuvveti etkisindeki betonarme kesitlerde, bu kesit zorları arasındaki etkileşim iki bölümde gözönüne alınabilir.

a- Eğik Çatlama Dayanımının Aşılmaması Hali

Burulma momenti ve kesme kuvvetinden oluşan asal çekme gerilmelerinin betonun çekme dayanımını aşmadığı durumlarda, uygulamada genellikle yapıldığı gibi eğilmede betonun çekme dayanımı ihmal edilirse, burulma momenti ve kesme kuvvetinin eğilme momenti ile etkileşimi terkedilebilir. Diğer bir deyişle, kesitin $M_p = M_{L2}$ eğilme momenti taşıma gücü burulma momenti ve kesme kuvvetinden bağımsız olarak hesaplanabilir. Ancak M_p taşıma gücü belirlenirken, burulma için gerekli olan minimum boyuna donatı hesaba katılmamalıdır.

Buna karşılık, burulma momenti ve kesme kuvvetinin her ikisi de kayma gerilmeleri oluşturduğundan ve bu kayma gerilmeleri elemanın bir yüzünde aynı yönde olduklarından burulma-kesme etkileşimi terkedilemez. Bu etkileşim, eğik çatlama dayanımını veren

$$\left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_{cr}} \right)^2 = 1.00 \quad (2.9)$$

bağıntısı ile elde edilir, [59], [62]. Burada T ve V, sırasıyla kesite etkiyen burulma momentini ve kesme kuvvetini, T_{cr} (2.8) ifadesi ile verilen burulma çatlama

dayanımını, V_{cr} ise yalnız kesme kuvveti etkisindeki dikdörtgen ve tablalı kesitler için

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctk} b_w d \quad (b_w : \text{kesit genişliği, } d : \text{faydalı yükseklik}) \quad (2.10)$$

şeklinde hesaplanan eğik çatlama dayanımını göstermektedir. Malzeme güvenlik katsayısının gözönüne alınması halinde (2.10) bağıntısında f_{ctk} yerine f_{ctd} kullanılmalıdır.

(2.9) bağıntısında sol tarafın 1.00 den küçük olması, eğik çatlama dayanımının aşılmadığını göstermektedir.

b- Eğik Çatlama Dayanımının Aşılması Hali

Yukarıda açıklanan durumdan farklı olarak, eğik çatlama dayanımının aşılması halinde, burulma momenti ve eğilme momenti arasındaki etkileşim terkedilemeyecek mertebededir. Bu etkileşim, boyuna donatının enkesit çevresi boyunca yerleşimine ve eğilmede basınç bölgesinde kalan boyuna donatının çekme donatısına oranına bağlı olarak değişmektedir.

Betonarme yönetmeliklerinde, genellikle burulma ve eğilme momentleri için birbirinden bağımsız olarak donatı hesabı yapılması ve her iki hesap sonucunda bulunan boyuna donatıların toplanarak enkesite yerleştirilmesi önerilmektedir. Böylece, güvenli tarafta kalmak üzere, burulma ve eğilme momentleri arasındaki etkileşim terkedilmiş olmaktadır.

Eğik çatlama dayanımının aşıldığı durumda burulma momenti ve kesme kuvveti arasındaki etkileşimi ifade etmek üzere, (2.9) bağıntısına benzer bir bağıntı esas alınabilir.

$$\left(\frac{T}{T_u} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_u} \right)^2 = 1.00 \quad (2.11)$$

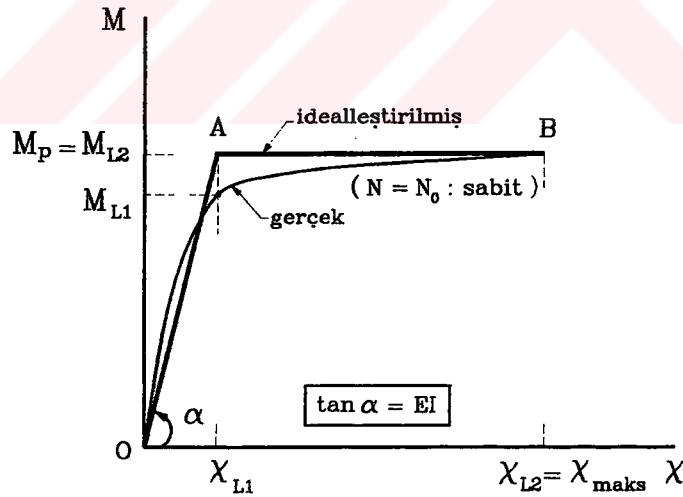
Burada T_u ve V_u , sırasıyla kesite yalnız burulma momenti ve yalnız kesme kuvveti etkimesi durumlarında hesaplanan taşıma güçlerini göstermektedir.

Betonarme yönetmeliklerinde öngörüldüğü şekilde, burulma momenti ve kesme kuvveti için kayma donatısı hesabının birbirinden bağımsız olarak yapılması ve bulunan etriye alanlarının toplamının enkesite yerleştirilmesi halinde, burulma momenti ve kesme kuvveti arasındaki etkileşim güvenli tarafta kalmak üzere terkedilmektedir.

2.4 BETONARME KESİTLERİN DAVRANIŞININ İDEALLEŞTİRİLMESİ

2.4.1 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş İç Kuvvet-Şekildeğiştirme Bağlıları

Sabit eksenel kuvvet ($N = N_o$) altında, artan eğilme momenti ile zorlanan bir betonarme kesitte gerçek ve idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik ($M - \chi$) bağınıları Şekil 2.8 de birarada gösterilmişlerdir.



Şekil 2.8 Gerçek ve İdealleştirilmiş $M - \chi$ Bağınıları

Bu çalışmada, idealleştirilmiş $M - \chi$ bağınısının

$$OA: 0 \leq \chi \leq \chi_{L1} \text{ için } M = EI \cdot \chi$$

$$AB: \chi_{L1} < \chi \leq \chi_{L2} \text{ için } M = M_p \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanan iki doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır. Burada M_p , kesitin $N = N_o$ aksenal kuvveti altındaki eğilme momenti taşıma gücünü, χ_{L1} ve χ_{L2} ise sırasıyla kesitte plastik şekildeğiştirmelerin başladığı duruma ve kesitin kırılmasına karşı gelen eğrilikleri göstermektedir.

Betonarme kesitin eğilme rijitliği olarak tanımlanan EI büyüklüğü

a- enkesit geometrisine,

b- aksenal kuvvetin değerine,

c- enkesitteki donatı yerleşim düzenine,

d- geometrisi ve donatı yerleşim düzeni bakımından simetrik olmayan kesitlerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak değişmektedir.

Bu çalışmada, Şekil 2.8 üzerinde gösterilen idealleştirme uyarınca, eğilme rijitliği

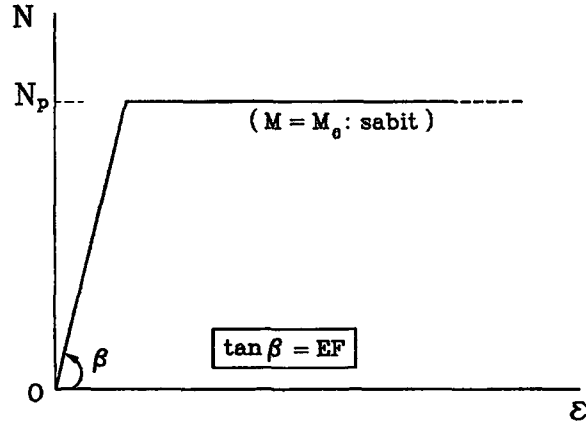
$$EI = \frac{M_p}{\chi_{L1}} \quad (2.13)$$

şeklinde belirlenmektedir. Görüldüğü gibi, (2.13) bağıntısı ile hesaplanan eğilme rijitliği brüt beton kesitin eğilme rijitliğinden farklıdır ve yeterli bir yaklaşımla, betonarme kesitin gerçek davranışını temsil etmektedir.

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, her iki doğrultudaki $M - \chi$ bağıntıları için yukarıda açıklanan idealleştirme ayrı ayrı uygulanır. Bu idealleştirmede, her iki eğilme düzlemi içindeki EI rijitliklerinin tek eksenli bileşik eğilme durumları için hesaplanan değerlere eşit olduğu varsayılabilir. Buna karşılık her iki doğrultudaki M_p taşıma güçlerinin, Bölüm 2.4.2 de verilecek olan idealleştirilmiş akma koşullarına uygun olarak belirlenmesi gerekmektedir.

Eğilme momenti-eğrilik bağıntısına benzer olarak, normal kuvvet-birim boy değişmesi ($N - \epsilon$) diyagramı da iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebilir, Şekil 2.9. Burada N_p , sabit $M = M_o$ eğilme momenti altında betonarme kesitin aksenal kuvvet taşıma gücünü, EF ise kesitin uzama rijitliğini göstermektedir. Uygulamada çok kere karşılaşıldığı gibi aksenal kuvvetin basınç

olması halinde, EF rijitliği için brüt beton kesitin uzama rijitliği esas alınabilir. Normal kuvvetin çekme olması halinde ve büyük dışmerkezlilik durumunda ise, çatlamış kesitin uzama rijitliği hesaba katılmalıdır.



Şekil 2.9 İdealleştirilmiş $N - \epsilon$ Bağıntısı

(2.12) ifadesi ile tanımlanan idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik bağıntısının OA bölümünde şekildeğıştirmeler lineer-elastiktir. Buna karşılık, iç kuvvet durumunun AB doğru parçası üzerinde bulunduğu kesitlerde lineer olmayan şekildeğıştirmeler meydana gelir. Yeter derecede süneklik özelliği gösteren yapı sistemlerine uygulanabilen bu idealleştirmeye göre lineer olmayan şekildeğıştirmelerin *plastik kesit* adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde ise sistemin lineer-elastik davrandığı varsayılabilir. Bu varsayımın geçerli olduğu yapı sistemlerinde, artan dış etkilere bağlı olarak, plastik kesitlerdeki iç kuvvetler akma koşulunu sağlayacak şekilde değışebilmekte; buna karşılık iç kuvvetler doğrultusunda sonlu plastik şekildeğıştirmeler meydana gelmektedir. Görüldüğü gibi, esasları yukarıda açıklanan plastik kesit kavramı ile, tek eksenli basit eğilmenin etkin olduğu düzlem yapı sistemlerine uygulanabilen plastik mafsallık hipotezi bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde genişletilmiş olmaktadır.

Sınırlı düzeyde süneklik özelliği gösteren betonarme yapı elemanlarında, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan lineer olmayan eğilme şekildeğıştirmelerinin *dönme kapasitesi* adı verilen bir sınır değeri aşmaması istenir. Betonarme yapı elemanlarında dönme kapasitesinin hesabı Bölüm 2.4.3 te ayrıntılı olarak incelenecektir.

İki eksenli bileşik eğilme (bileşik eğik eğilme) ile birlikte burulma momenti etkisinde olan betonarme kesitlerde, toplam boyuna donatının

a- burulma boyuna donatısı,

b- bileşik eğik eğilmeye karşı gelen boyuna donatı

olmak üzere iki parçaya ayrılarak gözönüne alınması halinde, bileşik eğik eğilme ve burulma durumları arasındaki etkileşim terkedilebilmektedir. Bu durumda, yukarıda açıklanan eğilme momenti-eğrilik ($M - \chi$) ve normal kuvvet-birim boydeğişmesi ($N - \varepsilon$) bağıntıları aynen uygulanır. Ancak bu bağıntıları tanımlayan M_p ve N_p taşıma güçlerinin, bileşik eğik eğilmeye karşı gelen boyuna donatının esas alınarak hesaplanması gerekmektedir.

Toplam boyuna donatı miktarı ve yerleşim düzeni verilen bir betonarme kesitte, burulma ve bileşik eğik eğilme durumlarına karşı gelen boyuna donatıların nasıl belirleneceği Bölüm 3.3 te incelenecektir.

Bu çalışmada, bir ve iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitlerde idealleştirilmiş iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarını tanımlayan büyüklüklerin hesabı için, Bölüm 4.1 de açıklanan BEKE-3 bilgisayar programından yararlanılmaktadır.

2.4.2 Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Akma Koşullarının Lineerleştirilmesi

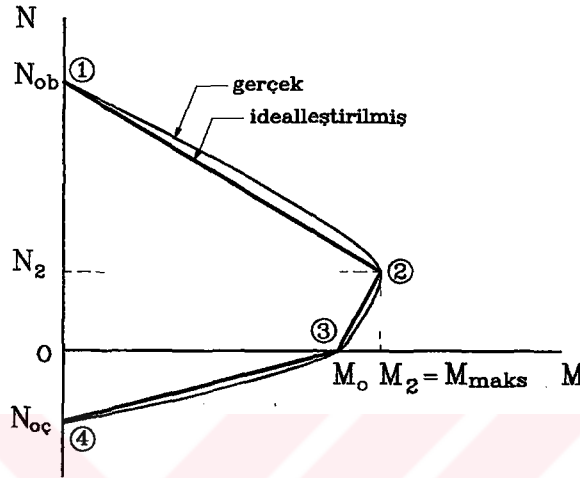
Bu çalışmada geliştirilen yük artımı yönteminin herhangi bir adımında, üzerinde plastik kesitler bulunan bir sistemin lineer teoriye göre hesabı öngörülmektedir.

Her yük artımında sistemin davranışının lineerleştirilmesi, denge denklemleri ve geometrik süreklilik koşulları yanında, akma koşullarının da lineerleştirilmesini gerektirmektedir.

Bu bölümde, bir ve iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, akma koşullarının lineer bölgelerden oluşacak şekilde nasıl idealleştirilebileceği incelenecektir.

2.4.2.1 Tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitler

Eksenel kuvvet ve tek eksenli eğilme momenti etkisindeki bir betonarme kesitte taşıma gücünü ifade eden gerçek akma eğrisi ile bu çalışmada önerilen idealleştirilmiş akma koşulu Şekil 2.10 da birarada gösterilmiştir.



Şekil 2.10 Tek Eksenli Bileşik Eğilme Halinde Gerçek ve İdealleştirilmiş Akma Koşulları

Şekilden görüldüğü gibi, pozitif eğilme momentlerine karşı gelen idealleştirilmiş akma koşulunun (1), (2), (3) ve (4) noktalarını birleştiren üç doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır. Bu noktaların tanımları Bölüm 2.3.2.1 de açıklanmıştır.

Enkesit geometrisi ve donatı yerleşim düzeni bakımından simetrik olan kesitlerde, gerçek ve idealleştirilmiş akma koşulları N eksenine göre simetriktir. Simetrik olmayan hallerde ise, negatif eğilme momentine karşı gelen (2') ve (3') noktalarının ayrıca tanımlanması gerekmektedir.

Şekil 2.10 da verilen gerçek ve idealleştirilmiş akma koşulları karşılaştırıldığında, bu çalışmada önerilen idealleştirmenin tek eksenli bileşik eğilme halinde güvenli yünde olduğu, diğer bir deyişle gerçek akma koşulu için bir alt sınır oluşturduğu görülmektedir.

2.4.2.2 İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitler

N eksenel kuvveti ve M_x , M_z eğilme momentleri etkisindeki betonarme kesitlerde, lineer olmayan

$$K_I(M_x, M_z, N) = 0 \quad (2.5)$$

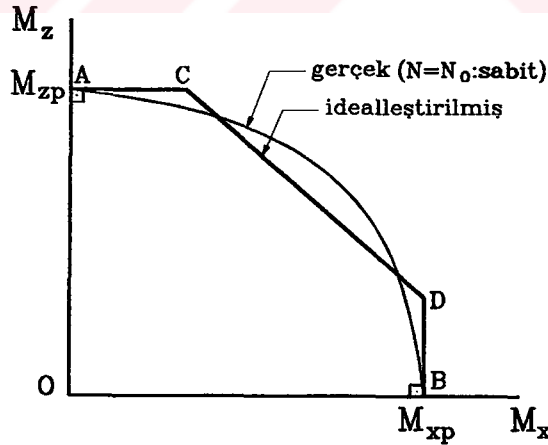
bağıntısı ile ifade edilen gerçek akma yüzeyinin lineer bölgelerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi amacıyla, bu çalışmada önerilen yol iki aşamadan meydana gelmektedir.

a- Akma yüzeyinin N - M_x ve N - M_z düzlemleri ile arakesitlerinin idealleştirilmesi.

Bu idealleştirmede, önceki bölümde açıklandığı gibi, pozitif eğilme momenti bölgesindeki akma koşulunun üç doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır.

b- Akma yüzeyinin M_x - M_z düzlemi ve buna paralel düzlemler ile arakesitinin idealleştirilmesi.

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki bir betonarme kesite ait gerçek akma yüzeyinin $N = N_o$ düzlemi ile arakesiti ve bu çalışmada önerilen idealleştirilmiş akma koşulu Şekil 2.11 de birarada gösterilmiştir.



Şekil 2.11 $N = N_o$ İçin Gerçek ve İdealleştirilmiş Akma Koşulları

Şekilden görüldüğü gibi, pozitif eğilme momentleri bölgesindeki akma koşulunun A, B, C, D noktalarını birleştiren üç doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır. Bu noktaların tanımları ve nasıl belirlendikleri aşağıda açıklanmıştır.

A ve B noktalarının koordinatları, $N = N_o$ aksenal kuvveti altında, kesitin tek eksenli bileşik eğilme haline ait M_{xp} ve M_{yp} eğilme momenti taşıma güçlerini göstermektedir.

C ve D noktaları ise, öngörülen idealleştirmenin kriterlerine bağlı olarak çeşitli şekillerde belirlenebilir.

i- C ve D noktalarının sırasıyla A ve B noktaları ile çakıştığı varsayılır. Bu durumda, yaklaşık akma koşulu tek doğru parçasından meydana gelir ve gerçek akma koşulu için bir alt sınır oluşturur.

ii- C ve D noktaları o şekilde seçilir ki, CD doğrusu gerçek akma koşulunun belirlediği eğriye teğet olsun. Bu durumda, gerçek akma koşulu için bir üst sınır elde edilir.

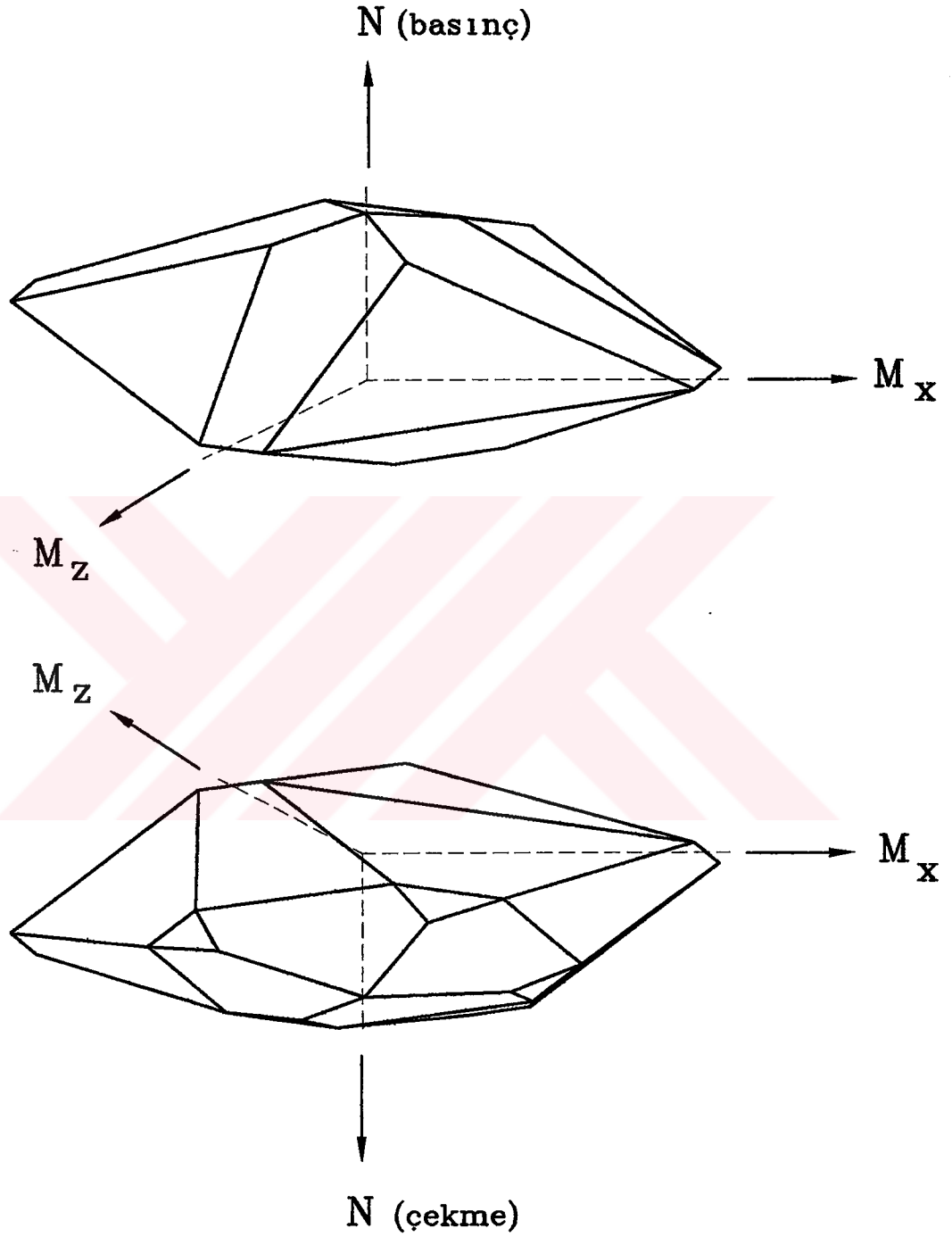
iii- C ve D noktaları, gerçek ve yaklaşık akma koşulları arasındaki alan sıfır olacak şekilde belirlenir.

Bu çalışmanın sayısal uygulamalarında esas alınan üçüncü yolda, akma koşulunun idealleştirilmesinden ileri gelen ortalama hatanın minimum yapılması amaçlanmıştır.

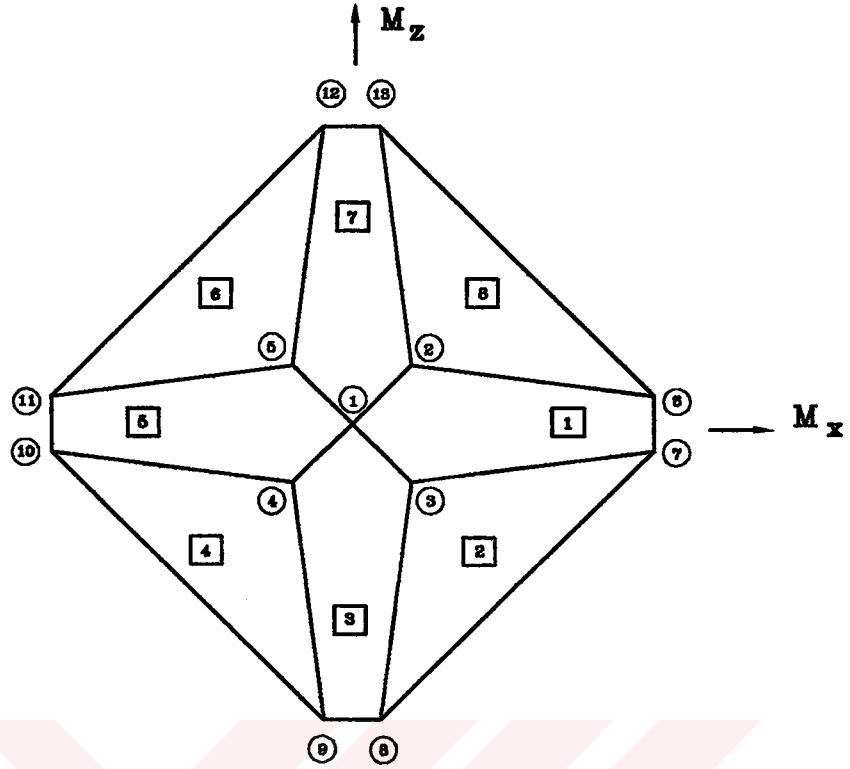
İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitler için, yukarıda açıklanan esaslara uygun olarak elde edilen idealleştirilmiş akma yüzeyinin perspektif görünüşleri Şekil 2.12 de, M_x - M_z düzlemi üzerindeki izdüşümleri Şekil 2.13 te şematik olarak gösterilmiştir.

Şekillerden görüldüğü gibi, idealleştirilmiş akma yüzeyi 24 düzlem parçasından oluşmaktadır. Ayrıca, aksenal kuvvetin gerek çekme gerekse basınç olması hallerinde, küçük dışmerkezlilik durumuna ait idealleştirilmiş akma yüzeyinde C ve D noktalarının çakıştığı, diğer bir deyişle akma yüzeyinin M_x - M_z düzlemine paralel düzlemler üzerindeki izdüşümünün iki doğru parçasından meydana geldiği görülmektedir.

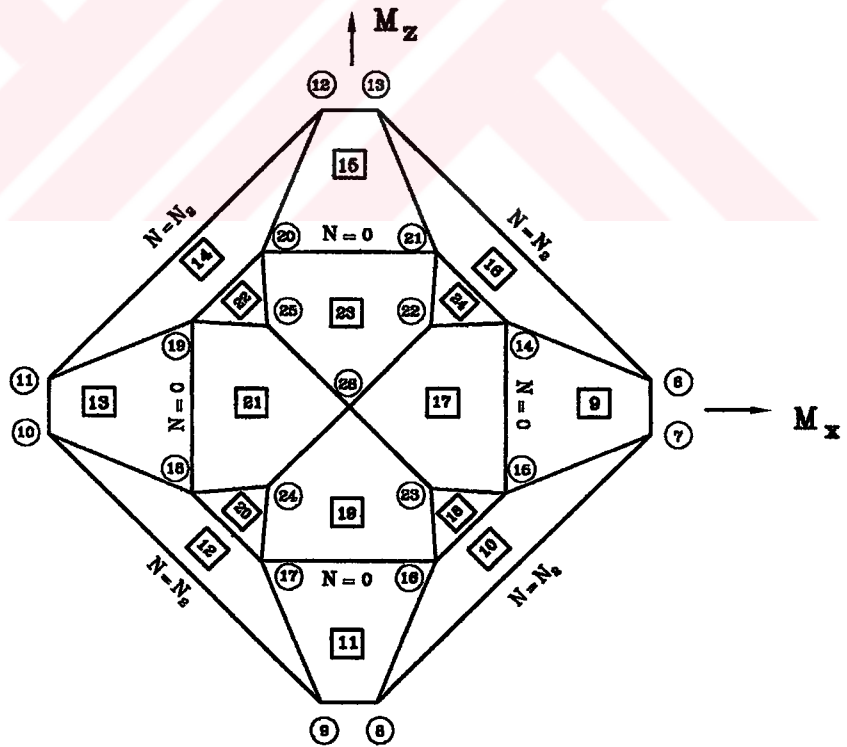
İki simetri ekseni bulunan simetrik donatılı betonarme kesitlerde idealleştirilmiş akma yüzeylerinin elde edilmesi amacıyla geliştirilen BEKE-3 programının esasları Bölüm 4.1 de açıklanmıştır.



Şekil 2.12 İdealleştirilmiş Akma Yüzeyinin Perspektif Görünüşleri



a) normal kuvvetin $N \leq N_b$ olması halı



b) normal kuvvetin $N \geq N_b$ olması halı

Şekil 2.13 İdealleştirilmiş Akma Yüzeyinin M_x - M_z Düzlemindeki İzdüşümleri

2.4.3 Dönme Kapasitesinin Belirlenmesi

Bölüm 2.4.1 de belirtildiği gibi, sınırlı düzeyde süneklik özelliği gösteren betonarme yapı elemanlarında, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan lineer olmayan eğilme şekildeğiştirmelerinin *dönme kapasitesi* adı verilen bir sınır değeri aşmaması gerekmektedir. Bu sınır değerin aşılması, büyük plastik şekildeğiştirmeler nedeniyle yapının göçmesine sebep olmaktadır.

Görüldüğü gibi, betonarme yapı sistemlerinin lineer olmayan teoriye göre hesabı ve göçme yüklerinin bulunmasında, dönme kapasitesinin belirlenmesi önem kazanmaktadır.

Betonarme yapı elemanlarının plastik şekildeğiştirme özelliğini ifade eden dönme kapasitesi çeşitli etkenlere bağlıdır. Bunlar,

- a- betonarme betonu ve beton çeliğinin $\sigma - \epsilon$ bağıntılarını belirleyen ϵ_{co} , ϵ_{cu} ve ϵ_{sy} , ϵ_{su} birim boydeğişimleri,
- b- betonarme betonunun ϵ_{cu} sınır birim boy değişmesini etkileyen sargı donatısının miktarı, şekli ve yerleşim düzeni,
- c- boyuna donatının yerleşim düzeni,
- d- plastik bölge uzunluğunu etkileyen enkesit boyutları ve
- e- eğilme momenti diyagramlarının şeklidir.

Tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki bir betonarme kesitte, dönme kapasitesi

$$\theta_p = (\chi_{L2} - \chi_{L1}) l_p \quad (2.14)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada χ_{L1} ve χ_{L2} , sırasıyla kesitte plastik şekildeğiştirmelerin başladığı duruma ve kesitin kırılmasına karşı gelen eğrilikleri, l_p ise plastik bölge uzunluğunu göstermektedir.

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, her iki eğilme düzlemi içindeki dönme kapasitelerinin hesabı için (2.14) bağıntısı ayrı ayrı uygulanır.

(2.14) bağıntısındaki χ_{L1} terimi kesitin lineer şekildeğiştirmesini göstermektedir. χ_{L1} değerinin hesabı için, betonarme betonu ve beton çeliğine ait ϵ_{co} , ϵ_{sy} birim

boydeğişmelerinden ve sözkonusu sınır durum için belirlenen tarafsız eksenin konumundan yararlanılır.

χ_{L2} terimi kesitin toplam şekildeğiştirmesini ifade etmektedir. Bu terimin hesabı için, betonarme betonu ve beton çeliğine ait ε_{cu} , ε_{su} sınır birim boydeğişmeleri ve kırılma durumu için belirlenen tarafsız eksenin konumu esas alınır. Dönme kapasitesinin belirlenmesi amacıyla yapılan deneysel araştırmaların sonuçlarına göre, genellikle, ε_{su} değerinin kırılma için bir sınır oluşturmadığı görülmektedir.

l_p plastik bölge uzunluğunun belirlenmesini amaçlayan kuramsal ve deneysel çalışmalarda elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, deneysel çalışmalarda bulunan plastik bölge uzunluğunun daha büyük olduğu gözlenmektedir. Bunun başlıca nedeni, çekme donatısındaki şekildeğiştirmelerin mesnetlenme bölgesinde belirli bir aderans boyu kadar devam etmesi ve elemanda eğilme-kesme çatlaklarının oluşmasıdır.

Dönme kapasitelerinin hesabında esas alınan ε_{cu} ve l_p büyüklüklerinin belirlenmesi amacıyla yürütülen kuramsal ve deneysel çalışmalar sonucunda önerilen başlıca yaklaşık bağıntılar aşağıda özetlenmiştir.

Baker [16] tarafından önerilen bağıntılara göre, sargılı betonarme elemanlarda ε_{cu} sınır birim boy kısalması ve l_p plastik bölge uzunluğu

$$\varepsilon_{cu} = 0.0015 \left[1 + 150\rho_s + (0.7 - 10\rho_s) \frac{d}{c} \right] \leq 0.01 \quad (2.15)$$

$$l_p = 0.8 k_1 k_3 \left(\frac{z}{d} \right) c \quad (2.16)$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

ρ_s : hacimsel sargı donatısı oranını,

d : enkesit faydalı yüksekliğini,

c : kırılma durumuna karşı gelen beton basınç bölgesi derinliğini,

z : plastik kesitin bulunduğu bölgede moment sıfır noktaları arasındaki uzaklığı,

k_1 : beton çeliğinin özelliklerine bağlı olarak, yumuşak çelikte $k_1=0.7$, soğukta işlenmiş çelikte $k_1=0.9$ değerini alan bir katsayıyı,

k_3 : betonarme betonunun karakteristik basınç dayanımına bağlı olarak, $0.85f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ için $k_3 = 0.6$, $0.85f_{ck} = 11.7 \text{ N/mm}^2$ için $k_3 = 0.9$ arasında değişen bir katsayıyı göstermektedir.

Mattock [19], ϵ_{cu} ve l_p büyüklüklerinin hesabı için, b enkesit genişliğini göstermek üzere

$$\epsilon_{cu} = 0.003 + 0.02 \frac{b}{z} + 0.2 \rho_s \quad (2.17)$$

$$l_p = 0.5d + 0.05z \quad (2.18)$$

yaklaşık formüllerini önermiştir.

Paulay ve Priestley [64], plastik bölge uzunluğunun

$$l_p = 0.08l + 0.022d_b f_y \quad (2.19)$$

bağıntısı ile hesaplanabileceğini, ancak kolon ve kirişlerde güvenli yönde kalmak üzere

$$l_p \cong 0.5h \quad (2.20)$$

yaklaşık formülünün de kullanılabileceğini belirtmektedirler. Bu bağıntılarda,

d_b : boyuna donatı çapını (mm),

f_y : boyuna donatı akma gerilmesini (N/mm^2),

l : çubuk boyunu (m),

h : eğilme düzlemi içindeki enkesit yüksekliğini (m) ifade etmektedir.

Bu çalışmanın sayısal uygulamalarında, perdelerdeki plastik bölge uzunluğu için, l perde boyunu göstermek üzere

$$l_p = 0.42d + 0.05l \quad (2.21)$$

yaklaşık bağıntısından yararlanılmıştır, [65].

Bu çalışma kapsamı içinde geliştirilen ve esasları Bölüm 4.3 te açıklanan CHECK bilgisayar programından yararlanarak, plastik kesitlerdeki dönme kapasiteleri hesaplanabilmekte ve sistem hesabından elde edilen plastik şekildeğişiklikler bu sınır değerlerle karşılaştırılmaktadır.

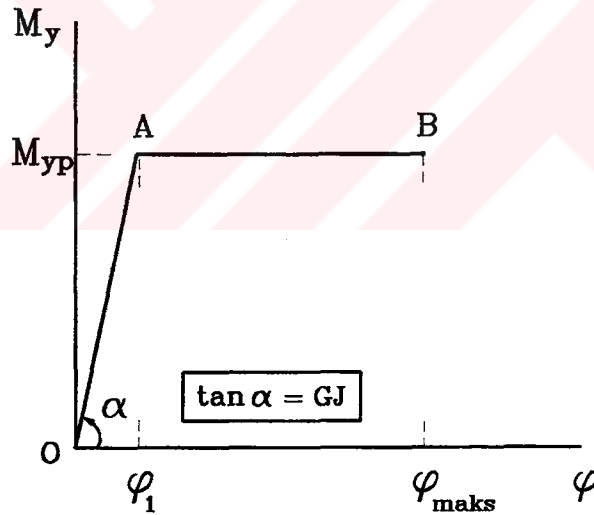
2.4.4 Burulma Momenti Etkisindeki Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş Burulma Momenti-Birim Burulma Açısı Bağıntısı ve Akma Koşulu

Bu çalışmada, uygunluk burulmasının geçerli olduğu hiperstatik sistemlerin hesabında uygulanmak üzere, M_y burulma momenti ile φ birim burulma açısı arasındaki bağıntının

$$OA : 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \quad \text{için} \quad M_y = GJ \cdot \varphi$$

$$AB : 0 < \varphi \leq \varphi_{maks} \quad \text{için} \quad M_y = M_{yp} \quad (2.22)$$

şeklinde iki doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır, Şekil 2.14.



Şekil 2.14 İdealleştirilmiş $M_y - \varphi$ Bağıntısı

Burada, GJ enkesit burulma rijitliğini göstermektedir ve Bölüm 2.3.3 te açıklandığı şekilde hesaplanır.

Kesitin burulma momenti taşıma gücünü ifade eden M_{yp} plastik burulma momenti T_{cr} burulma çatlama dayanımına eşit olarak alınabilir, [66]. Bu çalışmanın sayısal

uygulamalarında, burulma momenti ve kesme kuvveti arasındaki etkileşimi gözönüne almak amacıyla, M_{yp} plastik burulma momentinin hesabı için

$$M_{yp} = k \cdot T_{cr} \quad (k \leq 1.00) \quad (2.23)$$

yaklaşık bağıntısından yararlanılmıştır. Bu bağıntıdaki k katsayısı kesite etkileyen kesme kuvvetine bağlı olarak $k = 0.75 - 1.00$ arasında değişmektedir.

(2.22) ifadesi ile tanımlanan idealleştirilmiş $M_y - \phi$ bağıntısının OA bölümünde şekildeğiştirmeler lineer-elastiktir. Buna karşılık, burulma momentinin M_{yp} sınır değerine eriştiği kesitlerde lineer olmayan burulma şekildeğiştirmeleri meydana gelir. Görüldüğü gibi, bu idealleştirmeye göre lineer olmayan burulma şekildeğiştirmelerinin *burulma plastik kesitlerinde* toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde ise sistemin lineer-elastik davrandığı varsayılmaktadır.

Artan dış etkiler altında, burulma plastik kesitlerindeki burulma momentleri

$$K_2(M_y) = M_y - M_{yp} = 0 \quad (2.24)$$

akma koşulunu sağlayacak şekilde sabit kalır ve kesitte plastik burulma şekildeğiştirmeleri oluşur.

Betonarme yapı sistemlerinde aşırı burulma şekildeğiştirmelerinin meydana gelmesini önlemek amacıyla, birim burulma açısının

$$\phi_{maks} = 0.01 \text{ rad / m}$$

değeri ile sınırlandırılması önerilmektedir, [62].

Bölüm 2.4.1 de belirtildiği gibi, burulma momenti ile bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde, toplam boyuna donatının

a- burulma boyuna donatısı,

b- bileşik eğik eğilmeye karşı gelen boyuna donatı

olmak üzere iki parçaya ayrılarak gözönüne alınması halinde, burulma ve bileşik eğik eğilme durumları arasındaki etkileşim terkedilebilir. Bu durumda yukarıda açıklanan $M_y - \phi$ bağıntısı aynen uygulanır. Ancak bu bağıntıyı tanımlayan M_{yp} taşıma gücünün, burulma boyuna donatısı esas alınarak hesaplanması gerekmektedir.

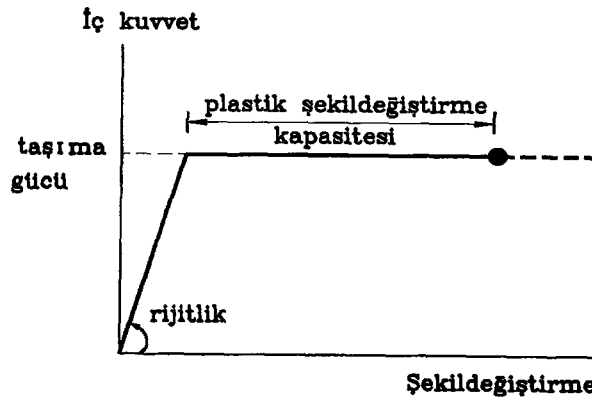
BÖLÜM 3 BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE İKİNCİ MERTEBE LİMİT YÜKÜN VE GÖÇME GÜVENLİĞİNİN BELİRLENMESİ İÇİN BİR YÜK ARTIMI YÖNTEMİ

Bu bölümde, betonarme uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen bir yük artımı yönteminin dayandığı varsayımlar, yöntemin esasları ve matematik formülasyonu, yöntemin uygulanmasında izlenen yol ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

3.1 VARSAYIMLAR

Yük artımı yönteminin geliştirilmesinde gözönünde tutulan varsayımlar aşağıda sıralanmıştır.

a- Eksenel kuvvet, eğilme momentleri ve burulma momenti etkisindeki betonarme çubuk elemanlarda iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının, Şekil 3.1 de gösterildiği gibi, iki doğru parçasından meydana gelecek şekilde idealleştirilebileceği varsayılmaktadır.



Şekil 3.1 İdealleştirilmiş İç Kuvvet-Şekildeğiştirme Bağıntısı

b- Lineer olmayan eğilme, uzama ve burulma şekildeğiştirmelerinin plastik kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bu kesitler dışındaki bölgelerde ve kesme kuvveti etkisi altında sistemin lineer-elastik davrandığı varsayımı yapılmıştır. Böylece, tek eksenli basit eğilme etkisindeki düzlem çubuk sistemlere uygulanabilen

plastik mafsall hipotezi, bileşik iç kuvvet durumunu da içerecek şekilde genişletilmiş olmaktadır.

c- Akma koşulları eğilme momentlerine, normal kuvvete ve burulma momentine bağlıdır. Kesme kuvvetlerinin akma koşullarına etkisi terkedilmiştir. Ayrıca, bileşik eğik eğilme ve burulma durumlarına ait akma koşullarının birbirinden ayrılabilceği gözönünde tutulmaktadır. Diğer taraftan, bileşik eğik eğilme haline ait üç boyutlu akma yüzeyi düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmiştir.

d- Bileşik eğik eğilme durumunda, akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğu varsayılmaktadır.

e- Yapı sistemlerinin narinliğine ve normal kuvvetlerin büyüklüğüne bağlı olarak birinci veya ikinci mertbe teorisi uygulanmaktadır. İkinci mertbe teorisinde geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmakta; geometrik uygunluk koşullarına etkisi terkedilmektedir.

f- Çubukların asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelerin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmış; buna karşılık burulma yerdeğiştirmelerinden oluşan ikinci mertbe etkileri terkedilmiştir.

g- Sistemin şekildeğiştirmesi sırasında yüklerin doğrultularının değişmediği varsayılmaktadır.

h- Sistemi oluşturan çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitlidir ve normal kuvvet çubuk boyunca sabittir. Bu koşullara uymayan çubuklar yeter derecede küçük parçalara ayrılarak, yukarıda verilen koşullar yaklaşık olarak sağlatılabilir.

i- Yayılı yükler yeter sayıda, statikçe eşdeğer tekil kuvvete dönüştürülerek hesap yapılmaktadır.

3.2 YÖNTEMİN ESASLARI

Bu bölümde, belirli sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler etkisindeki betonarme yapı sistemlerinde birinci veya ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen bir yük artımı yönteminin dayandığı esaslar hakkında bilgi verilecektir.

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin belirli kesitlerde toplandığı varsayımı yapılan yapı sistemlerinin ikinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabını ve göçme güvenliklerinin belirlenmesini amaçlayan geleneksel hesap yöntemlerinde şu durumlarla karşılaşmaktadır.

a- Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi nedeniyle süperpozisyon prensibi geçerli değildir. Bu yüzden her plastik kesitin meydana geldiği yük parametresi ardışık yaklaşım ile hesaplanabilmekte veya yüklere küçük artımlar verilerek hesap yapılması gerekmektedir.

b- Her plastik kesitin oluşumundan sonra sistemin dış yükler altındaki davranışı değişmektedir. Bu durumda, sisteme ait denklem takımının yeniden kurulması ve çözülmesi gerekmektedir. Bu ise, limit yükten önce meydana gelen plastik kesitlerin sayısına bağlı olarak, hesapların uzamasına neden olmaktadır.

c- Bileşik iç kuvvet durumunun gözönüne alınması halinde, artan yükler ile birlikte plastik kesitlerdeki iç kuvvetler de sürekli olarak değişmektedir. Bu nedenle, plastik kesitlerdeki iç kuvvet durumunun her yük artımı için yeniden belirlenmesi gerekmektedir.

d- Özellikle betonarme yapı sistemleri gibi sınırlı düzeyde süneklilik özelliği gösteren yapılarda, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan lineer olmayan şekildeğiştirmelerin belirli sınır değerleri aşması sistemin göçmesine sebep olabilmektedir. Bu nedenle, söz konusu sistemlerde, dış yüklerin her artımı için plastik kesitlerdeki lineer olmayan şekildeğiştirmelerin de hesabı gerekmektedir.

Bölüm 1.1 de açıklandığı gibi, lineer olmayan teoriye dayanan hesap yöntemlerinden yapı sistemlerinin göçme yükü esasına göre boyutlandırılmalarında ve

boyutlandırılan yapıların göçme güvenliklerinin belirlenmesinde yararlanılmakta, her iki halde de sistemin göçme yükünün hesabına gerek olmaktadır.

Bir yapı sisteminin göçme yükü iki şekilde hesaplanabilir.

a- Orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler için ortak bir göçme yükü hesaplanır.

b- Düşey yükler için öngörülen sabit bir güvenlik altında, göçme yüküne karşı gelen yatay yükler hesaplanır.

Genellikle rüzgar ve deprem etkilerini temsil eden yatay yüklerin değişme olasılığının, önemli bir bölümü yapı öz ağırlığından oluşan düşey yüklere oranla daha çok olduğu gözönünde tutularak, bu çalışmada ikinci yol uygulanmıştır. Ayrıca bu şekilde, aşağıda açıklanacağı gibi, problemin lineerleştirilmesine de katkı sağlanabilmektedir. Sabit düşey yükler için hesapta, bu yükler öngörülen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkitilmekte, daha sonra orantılı olarak artan yatay yükler için hesap yapılarak limit yüke ait yatay yük parametresi ve göçme güvenliği tayin edilmektedir.

Sisteme etkileyen düşey yüklerin belirli olması halinde, büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olan normal kuvvetler kolaylıkla tahmin edilebilirler. Böylece, tahmin edilen normal kuvvetlere bağlı olarak çubukların ikinci mertebe teorisine ait rijitlik ve yükleme matrisleri hesaplanabilmektedir. Artan yatay yükler altında çubuklardaki normal kuvvetlerin sabit kaldığı varsayıldığından süperpozisyon prensibi geçerli olmakta ve her plastik kesitin meydana geldiği yük parametresinin hesabı için ardışık yaklaşım yapılmasına gerek kalmamaktadır.

Özellikle çok katlı yapılarda, artan yatay yüklerle birlikte kolonlardaki normal kuvvetler tahmin edilen değerlere oranla önemli miktarda değişebilmekte; fakat düşey denge denklemleri nedeniyle bir kattaki kolon normal kuvvetlerinin toplamı sabit kalmaktadır. Geliştirilen yük artımı yönteminde, hesap sonunda bulunan normal kuvvetlerin tahmin edilen değerlerden çok farklı olması halinde, bu normal kuvvetler esas alınmak suretiyle hesap tekrarlanabilir. Ancak hesap sonunda bulunan normal kuvvetlerin başlangıçta tahmin edilen değerlerden çok farketmesi durumunda

bile, bunların toplamı sabit kaldığı sürece, ikinci mertebe etkilerindeki değişim terkedilebilecek mertebelerde kalmaktadır, [10], [11].

Bu çalışmada geliştirilen yöntem, sistemde plastik kesitlerin oluşumunu izleyen bir yük artımı yöntemidir. Her yük artımı, herhangi bir kesitteki iç kuvvet durumunun akma koşulunun belirlediği sınır duruma erişmesi halinde, diğer bir deyişle sistemde bir plastik kesitin oluşumu ile sona ermektedir.

Artan dış yükler altında plastik kesitlerdeki iç kuvvetler akma koşullarını sağlayacak şekilde değişebilmekte, buna karşılık iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir. Bir veya iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki bir plastik kesitte oluşan plastik şekildeğiştirmeler, akma vektörünün diklik özelliği nedeniyle, tek bir *plastik şekildeğiştirme parametresine* bağlı olarak ifade edilebilirler.

Geliştirilen yük artımı yönteminde, her plastik kesitin oluşumundan sonra o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri ifade eden plastik şekildeğiştirme parametresinin bilinmeyen olarak alınması ve iç kuvvet durumunun akma koşulunu sağladığını ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörülmüştür. Ayrıca, akma koşullarının lineer bölgelerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi suretiyle, ilave edilen denklemin lineer olması sağlanabilmektedir.

Bir önceki adıma ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, sözkonusu yük artımına ait çözüm, sadece yeni bilinmeyen ve o bilinmeyene karşı gelen yeni denklemin indirgenmesi ile elde edilebilmektedir.

Görüldüğü gibi, esasları yukarıda açıklanan yük artımı yöntemi ile bir betonarme yapı sisteminin ikinci mertebe limit yükünün veya göçme yükünün hesabı, plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme bileşenlerini de içeren genişletilmiş bir denklem takımının kurulmasına ve bu denklem takımı ile alt sistemlerinin çözümüne indirgenmiş olmaktadır.

Homojen malzemedan yapılmış sistemlerden farklı olarak, betonarme yapı sistemlerinde enkesitlerin eğilme rijitlikleri enkesit geometrisine, enkesitteki donatı miktarına ve yerleşim düzenine, normal kuvvetin değerine ve simetrik olmayan

kesitlerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak değişmektedir. Bu çalışmada, betonarme kesitlerin eğilme rijitlikleri gerçek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarından yararlanarak hesaplanmakta ve böylece, yeterli bir yaklaşımla kesitin gerçek davranışı temsil edilebilmektedir. Eğilme rijitliklerini etkileyen bazı büyüklüklerin başlangıçta bilinmemesi nedeniyle bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanır. Ardışık yaklaşımın ilk adımında, düşey yüklerden oluşan normal kuvvetler ve eğilme momenti diyagramları esas alınarak eğilme rijitlikleri tahmin edilir. Hesap sonucunda bulunan büyüklüklere bağlı olarak yeniden hesaplanan eğilme rijitliklerinin tahmin edilen değerlerden farklı olması ve bu farkın sonucu etkileyecek mertebede bulunması halinde yeni eğilme rijitlikleri için hesap tekrarlanır.

Burulma momentlerinin büyük değerler aldığı betonarme yapı sistemlerinde, akma koşullarının bu iç kuvvetleri de içerecek şekilde ifade edilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, enkesitteki toplam boyuna donatının

a- burulma boyuna donatısı

b- bileşik eğik eğilmeye karşı gelen boyuna donatı

olmak üzere iki parçaya ayrılarak gözönüne alınması suretiyle, bileşik eğik eğilme ve burulma durumları arasındaki etkileşimin terkedilmesi esasına dayanan bir yaklaşım geliştirilmiştir. Bilindiği gibi, burulma boyuna donatısı, burulma çatlama dayanımı aşılmayan bölgelerde minimum burulma donatısına, burulma çatlama dayanımı aşılarak burulma plastik kesitlerinin olduğu bölgelerde ise plastik burulma momentinin gerektirdiği donatıya eşit olmaktadır.

Sistemde burulma plastik kesitlerinin olduğu bölgeler başlangıçta bilinmediğinden bir ardışık yaklaşım yolu uygulanır. Ardışık yaklaşımın ilk adımında burulma plastik kesitleri gözönüne alınmaksızın hesap yapılır ve burulma çatlama dayanımının aşıldığı kesitler belirlenir. Daha sonra, bu kesitler olası burulma plastik kesitleri olarak alınmak suretiyle hesap tekrarlanır. Herhangi bir adım sonunda, tahmin edilen ve bulunan plastik kesitlerin aynı olması halinde ardışık yaklaşıma son verilir. Yapılan sayısal uygulamalar, burulma momentlerinin etkin olduğu betonarme yapı

sistemlerinde dahi, çok kere ikinci adım sonunda çözümün elde edilebileceğini göstermektedir.

Bölüm 1.1 de belirtildiği gibi, dış yükler ikinci mertebe limit yüke erişmeden önce büyük yerdeğiştirmeler ve plastik kesitlerdeki büyük plastik şekildeğiştirmeler nedeniyle sistem göçebilmektedir. Geliştirilen yöntemde sistemin yerdeğiştirmeleri ve plastik şekildeğiştirmeler bilinmeyenler olarak alındıklarından, göçme yükünün bulunması için bu büyüklüklerin ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır.

Artan yükler etkisindeki sistemlerde çok karşılaşılacakla birlikte, bazı hallerde plastik kesitlerdeki iç kuvvet durumları yön değiştirerek akma yüzeyinin iç bölgesine doğru yönelebilirler veya akma yüzeyi üzerinde bölge değiştirebilirler. Bu özel durumlar yöntemin genel esasları çerçevesinde gözönüne alınabilmektedir, [10], [11].

Bu çalışmada ayrıca,

- a- yöntemin, kat döşemeleri düzlemleri içinde sonsuz rijit varsayılan betonarme yapı sistemlerine uygulanması,
- b- büyük yapı sistemlerinde yöntemin etkin kullanımı amacıyla özel algoritmalar geliştirilmiştir.

3.3 AKMA KOŞULU VE AKMA VEKTÖRÜNÜN İNCELENMESİ

Yeterli düzeyde sünekliğe sahip olan yapı sistemlerinde, bir kesitteki iç kuvvetler artarak akma koşulunun belirlediği sınır duruma erişince kesitin taşıma gücü sona erer ve iç kuvvetler doğrultusunda sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelir.

Uzay çubuk sistemlerde akma koşulu genel olarak altı tane iç kuvvet bileşeni cinsinden

$$K(M_x, M_z, M_y, N, T_x, T_z) = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu bağıntıda M_x ve M_z sırasıyla çubuk elemanın x ve z eksenleri etrafındaki eğilme momentlerini, M_y burulma momentini, N normal kuvveti, T_x ve T_z kesme kuvvetlerini, $K(M_x, M_z, M_y, N, T_x, T_z)$ ise malzeme karakteristikleri ile enkesit ve donatı özelliklerine bağlı olarak belirlenen lineer olmayan bir fonksiyonu göstermektedir.

Bölüm 3.1 de belirtildiği gibi, bu çalışmada akma koşulunun eğilme momentlerine, normal kuvvete ve burulma momentine bağlı olduğu gözönünde tutulmakta; kesme kuvvetlerinin akma koşuluna etkisi terkedilmektedir. Bu varsayım altında (3.1) bağıntısı

$$K(M_x, M_z, M_y, N) = 0 \quad (3.2)$$

şeklini alır.

Diğer taraftan Bölüm 3.2 de açıklandığı şekilde, enkesitteki toplam boyuna donatının

a- burulma boyuna donatısı,

b- bileşik eğik eğilmeye karşı gelen boyuna donatı

olmak üzere iki parçaya ayrılarak gözönüne alınması halinde, bileşik eğik eğilme ve burulma durumları arasındaki etkileşim terkedilebilir ve (3.2) akma koşulu yerine, bileşik eğik eğilme için

$$K_1(M_x, M_z, N) = 0 \quad (3.3)$$

burulma durumu için

$$K_2(M_y) = M_y - M_{yp} = 0 \quad (3.4)$$

bağıntıları yazılabilir.

(3.4) ifadesindeki M_{yp} terimi kesitin taşıyabileceği en büyük burulma momentini göstermektedir ve plastik burulma momenti adını alır. Plastik burulma momentinin hesabı için (2.23) bağıntısından yararlanılabilir.

Burulma momentinin M_{yp} plastik burulma momentine eşit olduğu bölgelerde burulma plastik kesitleri oluşur ve burulma doğrultusunda plastik şekildeğiştirmeler meydana gelir.

Bu çalışmada, kesme kuvvetleri altında betonarme yapı elemanlarının yeterli düzeyde süneklik özelliği göstermediği varsayılmaktadır. Bu varsayımın sonucunda, kesme kuvvetleri için

$$T_x - T_{xp} = 0 \quad , \quad T_z - T_{zp} = 0 \quad (3.5)$$

kırılma koşulları yazılabilir. Burada T_{xp} ve T_{zp} , sırası ile kesitin x ve z eksenleri doğrultularındaki kesme kuvveti taşıma kapasitelerini göstermektedirler ve enkesitteki kayma donatısına bağlı olarak hesaplanırlar. Kesme kuvvetlerinin bu sınır değerlere eşit olduğu kesitlerde kesme kırılması meydana gelebileceği gözönünde tutulmaktadır.

Bileşik eğik eğilme etkisindeki kesitlerde, (3.3) bağıntısı ile verilen akma koşulundaki iç kuvvetlerden birinin terkedilebilir mertebede veya sıfır olması halinde akma koşulu geriye kalan diğer iki iç kuvvete bağlı olarak ifade edilir. Örneğin, M_z eğilme momentinin sıfır olduğu plastik kesitlerdeki akma koşulu,

$$K_1(M_x, N) = 0 \quad (3.3a)$$

şeklindedir. Benzer şekilde M_z eğilme momenti ile N normal kuvvetinin sıfır olduğu plastik kesitler için

$$K_1(M_x) = M_x - M_{xp} = 0 \quad (3.3b)$$

akma koşulu yazılabilir. Burada M_{xp} , kesitin x eksenine etrafında taşıyabileceği en büyük eğilme momentidir ve plastik moment adını alır. Bilindiği gibi, geleneksel plastik mafsallarda, M_x eğilme momentinin M_{xp} plastik momentine eşit olduğu kesitler plastik mafsalları olarak tanımlanmaktadır.

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı ve bu kesitler dışında sistemin lineer-elastik davrandığı varsayıldığından, (3.3) akma koşulunun

belirlediği akma yüzeyi içindeki bir iç kuvvet durumu için şekildeğiştirmeler lineer-elastiktir. İç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde bulunması halinde kesit plastikleşmekte ve iç kuvvet doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler oluşmaktadır.

Artan dış yüklere bağlı olarak bir plastik kesitteki iç kuvvet durumu akma yüzeyi üzerinde hareket edebilir veya akma yüzeyinin içine doğru yönelebilir, ancak akma yüzeyinin dışına çıkamaz.

İç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kalma özelliği

$$dK_1 = \frac{\partial K_1}{\partial M_x} dM_x + \frac{\partial K_1}{\partial M_z} dM_z + \frac{\partial K_1}{\partial N} dN = 0 \quad (3.6)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Bileşik eğik eğilme durumunda, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan plastik şekildeğiştirmeler $\vec{d}(\phi_x, \phi_z, \Delta)$ akma vektörü ile tanımlanırlar. Akma vektörünün ϕ_x, ϕ_z ve Δ bileşenleri sırasıyla M_x, M_z eğilme momentleri ve N normal kuvveti doğrultularındaki sonlu plastik şekildeğiştirmeleri göstermektedirler.

İdeal-elastoplastik malzemeden yapılmış homojen kesitlerde akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğu bilinmektedir, [7], [15]. Buna karşılık bir ve iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, diklik özelliği bazı koşullar altında ve yaklaşık olarak geçerli sayılabilir, [65].

Akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğunun varsayılması halinde, iç kuvvetler doğrultularındaki plastik şekildeğiştirme bileşenleri

$$\phi_x = \phi \frac{\partial K_1}{\partial M_x}, \quad \phi_z = \phi \frac{\partial K_1}{\partial M_z}, \quad \Delta = \phi \frac{\partial K_1}{\partial N} \quad (3.7)$$

şeklinde tek bir ϕ plastik şekildeğiştirme parametresine bağlı olarak ifade edilebilirler.

Bu çalışmada, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde (3.3) bağıntısı ile tanımlanan akma yüzeyinin düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmesi öngörülmektedir. Buna göre, akma koşulu için

$$K_I(M_x, M_z, N) \cong A_1 M_x + A_2 M_z + A_3 N + B = 0 \quad (3.8)$$

lineer bağıntısı yazılabilir. Burada A_1, A_2, A_3 ve B , malzeme karakteristiklerine, enkesit özelliklerine, boyuna donatının miktarına ve yerleşim düzenine göre belirlenen katsayıları ve sabiti göstermektedir.

(3.8) bağıntısı ile verilen lineerleştirilmiş akma koşulu için, iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde kalma özelliği

$$\Delta K_I = A_1 \Delta M_x + A_2 \Delta M_z + A_3 \Delta N = 0 \quad (3.6a)$$

ve iç kuvvetler doğrultularındaki oluşan ϕ_x, ϕ_z, Δ plastik şekildeğiştirme bileşenleri

$$\phi_x = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_x} = \phi A_1, \quad \phi_z = \phi \frac{\partial K_I}{\partial M_z} = \phi A_2, \quad \Delta = \phi \frac{\partial K_I}{\partial N} = \phi A_3 \quad (3.7a)$$

şeklinde ifade edilir.

Akma vektörünün $|\vec{d}| = 1$ olacak şekilde normalleştirilmesi halinde, bu vektörü tanımlayan a_1, a_2, a_3 katsayıları için

$$a_1 = \frac{A_1}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}, \quad a_2 = \frac{A_2}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}, \quad a_3 = \frac{A_3}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}} \quad (3.9)$$

elde edilir. Bu durumda (3.8) akma koşulu

$$b = \frac{B}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}} \quad (3.10)$$

olmak üzere

$$K_I(M_x, M_z, N) \cong a_1 M_x + a_2 M_z + a_3 N + b = 0 \quad (3.8a)$$

şeklini alır.

(3.8a) bağıntısı ile verilen lineerleştirilmiş akma koşulu için bileşik eğik eğilme, bir eksenli bileşik eğilme ve basit eğilme durumlarına ait akma vektörü bileşenleri, sırasıyla

$$\phi_x = \phi a_1 \quad , \quad \phi_z = \phi a_2 \quad , \quad \Delta = \phi a_3 \quad (3.11)$$

$$\phi_x = \phi a_1 \quad , \quad \phi_z = 0 \quad , \quad \Delta = \phi a_3 \quad (3.11a)$$

$$\phi_x = \phi a_1 \quad , \quad \phi_z = 0 \quad , \quad \Delta = 0 \quad (3.11b)$$

değerlerini almaktadır.

3.4 DENKLEM TAKIMININ ELDE EDİLMESİ

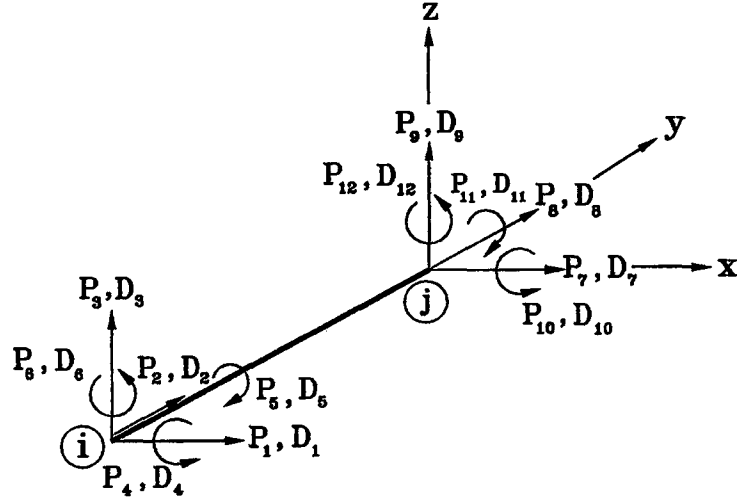
Bölüm 3.2 de belirtildiği gibi, geliştirilen yük artımı yönteminin her adımında, plastik kesitler içeren sistemin bir yük artımı için hesabı gerekmektedir.

Bu çalışmada sistemin hesabı için Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılmıştır, [1], [2], [67].

Aşağıdaki bölümlerde ilk olarak Matris Yerdeğiştirme Yönteminin bazı temel tanımları gözden geçirilecek, daha sonra geliştirilen yöntemin matematik formülasyonu açıklanacaktır.

3.4.1 Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri

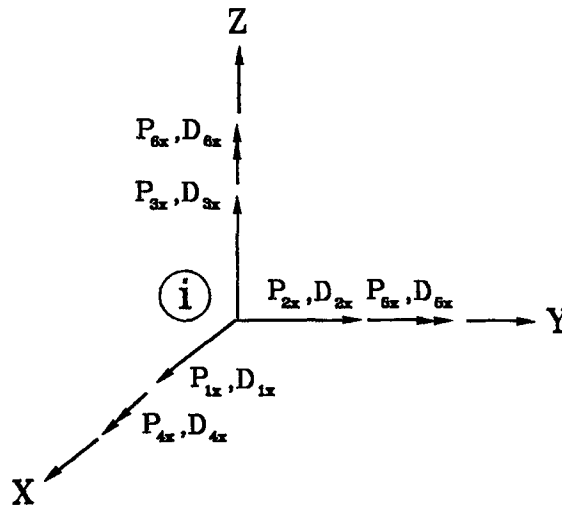
Bir ij uzay çubuğunun x, y, z çubuk eksen takımı, bu eksen takımındaki $P_1, \dots, P_{12}$ uç kuvvetleri ile $D_1, \dots, D_{12}$ uç yerdeğiştirmeleri ve bu büyüklüklerin pozitif yönleri Şekil 3.2 de gösterilmişlerdir.



Şekil 3.2 Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmelerinin Pozitif Yönleri

3.4.2 Sistem Eksen Takımı

Düğüm noktalarındaki uç kuvvetlerini ve uç yerdeğiştirmelerini ortak bir eksen takımına göre ifade ederek sisteme ait denklem takımını oluşturulabilmek amacıyla *sistem eksen takımından* yararlanılır. Şekil 3.3 te, (i) düğüm noktasına ait X, Y, Z sistem eksen takımı ile bu eksen takımındaki uç kuvvetleri, yükler ve yerdeğiştirmelerin pozitif yönleri görölmektedir.



Şekil 3.3 Sistem Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri, Yükler ve Yerdeğiştirmelerin Pozitif Yönleri

3.4.3 Çubuk Rijitlik Matrislerinin Sistem Eksen Takımına Dönüştürülmesi

Uzay çubuk sistemlerde, çubuk eksen takımındaki rijitlik matrisi

$$[K]_{ij} = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (3.12)$$

şeklinde 6×6 boyutundaki dört alt matristen meydana gelir. Bu alt matrislerin birinci ve ikinci merteye teorilerine ait elemanları Ek A da verilmiştir.

Çubuk eksen takımındaki rijitlik matrisleri

$$\begin{aligned} [k]_{ixix} &= [T]^T [k]_{ii} [T] \quad , \quad [k]_{ixjx} = [T]^T [k]_{ij} [T] \\ [k]_{jxix} &= [T]^T [k]_{ji} [T] \quad , \quad [k]_{jxjx} = [T]^T [k]_{jj} [T] \end{aligned} \quad (3.13)$$

bağıntıları yardımıyla sistem eksen takımına dönüştürülürler. Bu bağıntılardaki $[T]$ dönüştürme matrisi Ek A da tanımlanmıştır.

3.4.4 Yöntemin Matematik Formülasyonu

Üzerinde m sayıda plastik kesit bulunan bir yapı sisteminin $\Delta P = 1$ yük artımı için hesabında Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılmaktadır. Bu yöntemde, plastik kesitleri gözönüne almak üzere gerekli değişiklikler yapıldığında, bilinmeyenler

a- düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri,

b- plastik kesitlerdeki m adet ϕ_k plastik şekildeğiştirme parametresi

olmak üzere iki grupta toplanmaktadırlar.

Bu bilinmeyenleri tayin etmek için kullanılan denklemler de

a- düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemleri,

b- plastik kesitlerdeki iç kuvvet durumlarının akma koşullarını sağladığını ifade eden, m sayıdaki akma koşulu denklemi olmak üzere iki grupta toplanabilirler.

3.4.4.1 Denge denklemleri

Düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemlerinin sistem eksen takımındaki matris gösterilimi

$$[S_{dd}][d] + [S_{d\phi}][\phi] + [P_o] = [q] \quad (3.14)$$

şeklindedir.

Bu denklemlerdeki matrislerin tanımları ve nasıl elde edilecekleri aşağıda açıklanmıştır.

$[S_{dd}]$: üzerinde plastik kesitler bulunmayan sistemin rijitlik matrisidir. n düğüm noktası içeren bir uzay çubuk sistemde $[S_{dd}]$ matrisi $6n \times 6n$ boyutundadır. Lineer elastik malzemeden yapılmış sistemlerde, *Betti Karşıtlık Teoremi* uyarınca $[S_{dd}]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktir. Bu matrisin $(S_{dd})_{\alpha\beta}$ sayılı elemanı, dış yükler ve diğer yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, β sayılı yerdeğiştirme bileşeninin birim değerinden dolayı α sayılı yerdeğiştirme bileşeni doğrultusunda oluşan uç kuvvetini göstermektedir.

$[S_{dd}]$ matrisi, sistemi oluşturan çubukların sistem eksen takımındaki $[k]_{ixix}, [k]_{ixjx}, [k]_{jxix}, [k]_{jxjx}$ alt matrislerinin ilgili yerlere yazılması ve üst üste gelen alt matrislerin toplanması suretiyle elde edilir, şekil 3.4.

$$[S_{dd}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & 1 & & i & & j & & n \\ \hline & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & [k]_{ix,ix} & & [k]_{ix,jx} & & \\ & & & & & & & \\ & & & [k]_{jx,ix} & & [k]_{jx,jx} & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ n \end{array} \end{array}$$

Şekil 3.4 Sistem Rijitlik Matrisi $[S_{dd}]$

$[P_o]$: üzerinde plastik kesitler bulunmayan bir sistemde, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, yalnız çubuklara etkiyen dış yüklerden dolayı sistem eksen takımında meydana gelen çubuk uç kuvvetlerini ifade eden $6n$ boyutunda bir kolon matristir. Bu matrisin elde edilmesi için, önce üzerinde yük bulunan çubukların çubuk eksen takımındaki $[p_o]_i, [p_o]_j$ uç kuvvetleri matrisleri

$$[p_o]_{ix} = [T]^T [p_o]_i$$

$$[p_o]_{jx} = [T]^T [p_o]_j \quad (3.15)$$

bağıntıları ile sistem eksen takımına dönüştürülür.

Daha sonra, bu çubukların $[p_o]_{ix}, [p_o]_{jx}$ uç kuvvetleri matrisleri $[P_o]$ matrisinde kendilerine ait yerlere yazılır ve üst üste gelen matrisler toplanır.

$$[P_o] = \begin{bmatrix} \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ [P_o]_{ix} & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ [P_o]_{jx} & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ n \end{array}$$

(3.16)

$[q]$ dış yük matrisi, düğüm noktalarına etkiyen dış yüklerin sistem eksen takımındaki bileşenlerinden meydana gelen $6n$ elemanlı bir kolon matristir.

$$[q] = \begin{bmatrix} [q]_{1x} \\ \vdots \\ [q]_{ix} \\ \vdots \\ [q]_{nx} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$[\phi]$ matrisi, plastik kesitlerdeki bilinmeyen plastik şekildeğiştirme parametrelerinden oluşan bir kolon matristir. Üzerinde m tane plastik kesit bulunan bir sistemde $[\phi]$ matrisi

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

şeklindedir.

$[S_{d\phi}]$: plastik kesitlerdeki birim plastik şekildeğiştirmelerin denge denklemlerine etkisini ifade eden bir matristir. Üzerinde m sayıda plastik kesit bulunan n düğüm noktalı bir uzay çubuk sistemde, bu matrisin boyutu $6n \times m$ dir. $[S_{d\phi}]$ matrisinin k sayılı kolonu, k sayılı plastik kesite ait plastik şekildeğiştirme parametresinin $\phi_k = 1$ değeri için, diğer plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme parametreleri ve düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, düğüm noktalarına etkiyen uç kuvvetlerinden oluşmaktadır.

$[S_{d\phi}]$ matrisinin k sayılı kolonunun elde edilmesi için, önce, üzerinde k sayılı plastik kesit bulunan ij çubuğunun Ek B de verilen $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P_{\phi k}]_{ix} &= [T]^T [P_{\phi k}]_i \\ [P_{\phi k}]_{jx} &= [T]^T [P_{\phi k}]_j \end{aligned} \quad (3.19)$$

bağıntıları ile sistem eksen takımına dönüştürülür.

Daha sonra, bu alt matrisler $[S_{d\phi}]$ matrisindeki ilgili yazılır, Şekil 3.5.

$$[S_{d\phi}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & . & . & k & . & . & m \\ \hline & & & 0 & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & [P_{\phi k}]_{ix} & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & [P_{\phi k}]_{jx} & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & 0 & & & \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ . \\ i \\ . \\ j \\ . \\ n \end{array} \end{array}$$

Şekil 3.5 $[S_{d\phi}]$ Matrisinin Elde Edilmesi

3.4.4.2 Plastik kesitlerdeki akma koşulları

Plastik kesitlerdeki akma koşulları $\Delta P = 1$ yük artımı sırasında plastik kesitlerdeki iç kuvvetlerin akma koşulunu sağladığını ifade eden denklemlerdir. Akma koşulları tüm sistem için matris formunda yazılırsa

$$[S_{\phi d}][d] + [S_{\phi \phi}][\phi] + [P_{\phi o}] = [0] \quad (3.20)$$

şeklini alır. Burada,

$[S_{\phi d}]$: dış yüksüz sistemde plastik şekildeğiştirmeler sıfır iken, yalnız düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden dolayı plastik kesitlerde oluşan iç kuvvetlerin akma koşuluna etkisini içeren bir matristir. Üzerinde m sayıda plastik kesit bulunan n düğüm noktalı bir uzay çubuk sistem için bu matris $m \times 6n$

boyutundadır. Bu matrisin β sayılı kolonu, sistemdeki β sayılı yerdeğiştirme bileşeni bir, diğerleri sıfır iken bileşik eğik eğilme etkisindeki plastik kesitlerde

$$a_1\Delta M_x + a_2\Delta M_z + a_3\Delta N \quad (3.21)$$

veya burulma plastik kesitlerinde

$$\Delta M_y \quad (3.21a)$$

iç kuvvet değişimlerinin alt alta yazılması ile elde edilmektedir. Akma vektörünün akma yüzeyine dik olması veya dik olduğunun varsayılması durumunda Betti karşılıklı teoremi uyarınca,

$$[S_{\phi d}] = [S_{d\phi}]^T \quad (3.22)$$

olduğundan, $[S_{\phi d}]$ matrisinin ayrıca hesaplanmasına gerek yoktur.

$[S_{\phi\phi}]$: $m \times m$ boyutunda bir kare matristir. Bu matrisin k sayılı kolonu, dış yüksüz sistemde düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, k sayılı plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresinin birim değeri için, tüm plastik kesitlerdeki

$$a_1\Delta M_x + a_2\Delta M_z + a_3\Delta N \quad (3.21)$$

veya

$$\Delta M_y \quad (3.21a)$$

iç kuvvet değişimlerini göstermektedir. *Betti karşılıklı teoremine* göre $[S_{\phi\phi}]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktir. Sistemi oluşturan çubukların herbirinde birden fazla plastik kesit bulunmadığı sürece $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin sadece esas köşegeni üzerindeki terimleri sıfırdan farklıdır.

Sol ucundan x_k uzaklığındaki bir noktada bileşik eğik eğilme etkisindeki k sayılı plastik kesiti içeren bir ij çubuğunda, plastik şekildeğiştirme parametresinin birim değerinden dolayı, sol ucundan x uzaklığındaki bir kesitte meydana gelen

$\Delta M_x, \Delta M_z, \Delta N$ iç kuvvetlerinin birinci ve ikinci mertebe teorilerine ait ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Birinci mertebe teorisi için $\Delta M_x, \Delta M_z, \Delta N$ iç kuvvetleri

$$\Delta M_x = \frac{x}{L} P_{10} - \left(1 - \frac{x}{L}\right) P_4$$

$$\Delta M_z = \frac{x}{L} P_{12} - \left(1 - \frac{x}{L}\right) P_6$$

$$\Delta N = P_2 \quad (3.23)$$

şeklinde hesaplanırlar. (3.23) bağıntısında L çubuk boyunu, P_2, P_4, P_6, P_{12} terimleri ise Ek B de verilen $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ matrislerinin ilgili elemanlarını göstermektedir.

İkinci mertebe teorisinde, N çubuktaki basınç kuvvetini, EI_x ve EI_z ise çubuk asal eksenlerindeki eğilme rijitliklerini göstermek üzere,

$$\psi_x = \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}}, \quad \psi_z = \sqrt{\frac{|N|}{EI_z}}, \quad \alpha = \frac{x_k}{L} \quad (3.24)$$

parametrelerine bağlı olarak, $\Delta M_x, \Delta M_z, \Delta N$ iç kuvvetleri

$x \leq \alpha L$ için

$$\Delta M_x(x) = \frac{P_{10} \sin(\psi_x \frac{x}{L}) - P_4 \sin(\psi_x (1 - \frac{x}{L}))}{\sin \psi_x} - |N| (1 - \alpha) x \phi_{xk}$$

$$\Delta M_z(x) = \frac{P_{12} \sin(\psi_z \frac{x}{L}) - P_6 \sin(\psi_z (1 - \frac{x}{L}))}{\sin \psi_z} - |N| (1 - \alpha) x \phi_{zk}$$

$x > \alpha L$ için

$$\Delta M_x(x) = \frac{P_{10} \sin(\psi_x \frac{x}{L}) - P_4 \sin(\psi_x (1 - \frac{x}{L}))}{\sin \psi_x} - |N| (L - x) \alpha \phi_{xk}$$

$$\Delta M_z(x) = \frac{P_{12} \sin(\psi_z \frac{x}{L}) - P_6 \sin(\psi_z (1 - \frac{x}{L}))}{\sin \psi_z} - |N| (L - x) \alpha \phi_{zk}$$

$$0 \leq x \leq L \text{ için } \Delta N(x) = P_2 \quad (3.25)$$

bağıntıları yardımıyla hesaplanırlar. (3.25) bağıntılarındaki $P_2, P_4, P_6, P_{10}, P_{12}$ terimleri Ek B de verilen, ikinci mertebe teorisine ait $[P_{\phi k}]_i$ ve $[P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrislerinin ilgili elemanlarından oluşmaktadır.

Sol ucundan x_k uzaklığındaki bir noktada k sayılı burulma plastik kesiti içeren bir ij çubuğunda, birim burulma plastik şekildeğiştirmesinden oluşan ΔM_y iç kuvveti

$$\Delta M_y = P_{11} \quad (3.26)$$

şeklinde hesaplanır, P_{11} terimi Ek B de verilen $[P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrisinin ilgili elemanıdır.

$[P_{\phi 0}]$: m elemandan oluşan bir kolon matristir. Bu matrisin elemanları, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri ve plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme parametreleri sıfır iken, yalnız çubuklara etkiyen dış yüklerden dolayı plastik kesitlerdeki

$$a_1 \Delta M_x + a_2 \Delta M_z + a_3 \Delta N \quad (3.21)$$

veya

$$\Delta M_y \quad (3.21a)$$

iç kuvvet değişimlerinden oluşmaktadır.

Yukarıda açıklanan denge denklemleri ve akma koşulları birarada yazıldığında, sisteme ait genişletilmiş denklem takımı

$$\begin{bmatrix} [S_{dd}] & [S_{d\phi}] \\ [S_{\phi d}] & [S_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [d] \\ [\phi] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [P_o] \\ [P_{\phi o}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [q] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki katsayılar matrisi $(6n+m) \times (6n+m)$ boyutundadır ve esas köşegenine göre simetriktr.

3.5 DENKLEM TAKIMININ GENİŞLETİLMESİ, ÇÖZÜMÜ VE BİLİNMEYENLERİN BULUNMASI

Geliştirilen yük artımı yönteminin herhangi bir adımı sonunda sistemde k sayılı plastik kesitin oluşumundan sonra, $\Delta P_{k+1} = 1$ yük artımı için yeni sisteme ait denklem takımının yeniden kurulup çözülmesine gerek yoktur. Bunun yerine, her plastik kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğişimleri ifade eden bir ϕ_k bilinmeyeni ile bu bilinmeyene ait yeni kolon ve satır bir önceki adıma ait indirgenmiş denklem takımına eklenerek genişletilmiş denklem takımı elde edilir.

Bunun için, $[S_{d\phi}]$ ve $[S_{\phi\phi}]$ matrislerinin k sayılı kolon elemanları ile $[P_{\phi 0}]$ matrisinin k sayılı elemanının hesaplanarak denklem takımına ilave edilmesi gerekmektedir. Katsayılar matrisi esas köşegenine göre simetrik olduğundan, k sayılı satır elemanlarının ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır.

Bir önceki yük artımına ait çözüm elde edilirken denklem takımının katsayılar ve sabitler matrisleri indirgenmiş olduğundan genişletilmiş denklem takımının çözümü için sadece ilave kolon ve satırın indirgenmesi yeterlidir.

Böylece, $\Delta P_{k+1} = 1$ yük artımından meydana gelen $[d]$ düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi ve $[\phi]$ plastik şekildeğiştirme parametreleri matrisi elde edilir.

3.6 ÇUBUK UÇ KUVVETLERİNİN VE İÇ KUVVETLERİN HESABI

$\Delta P_{k+1} = 1$ yük artımı için bilinmeyen $[d]$ ve $[\phi]$ matrisleri tayin edildikten sonra, üzerinde plastik kesitler bulunan bir ij çubuğunun sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P]_{ix} &= [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [P_o]_{ix} + [P_\phi]_{ix} [\phi]_{ij} \\ [P]_{jx} &= [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [P_o]_{jx} + [P_\phi]_{jx} [\phi]_{ij} \end{aligned} \quad (3.28)$$

bağıntıları yardımıyla hesaplanırlar. Bu bağıntılarda

$[P_\phi]_{ix}$: ij çubuğunda oluşan plastik kesitlere ait $[P_\phi]_{ix}$ kolon matrislerinin yanyana yazılması ile elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[P_\phi]_{jx}$: ij çubuğunda oluşan plastik kesitlere ait $[P_\phi]_{jx}$ kolon matrislerinin yanyana yazılması ile elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[\phi]_{ij}$: ij çubuğu üzerindeki plastik kesitlere ait bilinmeyen ϕ_k plastik şekildeğiştirme parametrelerinin alt alta yazılmasından oluşan bir kolon matrisi göstermektedir.

ij çubuğu üzerinde tek bir plastik kesit bulunması durumunda $[P_{\phi k}]_{ix}$ ve $[P_{\phi k}]_{jx}$ matrisleri birer kolon matrise dönüşmekte ve $[\phi]_{ij}$ matrisi tek bir ϕ_k elemanından meydana gelmektedir.

Üzerinde plastik kesit bulunmayan çubuklarda ise, $[P_{\phi k}]_{ix}$, $[P_{\phi k}]_{jx}$ ve $[\phi]_{ij}$ matrisleri olmayacağından, sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P]_{ix} &= [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [P_o]_{ix} \\ [P]_{jx} &= [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [P_o]_{jx} \end{aligned} \quad (3.28a)$$

bağıntıları ile hesaplanırlar.

Sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri bulunduğundan sonra, çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P]_i &= [T][P]_{ix} \\ [P]_j &= [T][P]_{jx} \end{aligned} \quad (3.29)$$

dönüştürme ifadeleri ile elde edilirler.

ij çubuğunun herhangi bir kesitindeki iç kuvvetler, çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri ve çubuk üzerindeki yüklere bağlı olarak denge denklemleri ile hesaplanabilir.

3.7 PLASTİK KESİTİN VE YÜK PARAMETRESİNİN BELİRLENMESİ

Sistemdeki bütün çubukların uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplandıktan sonra (k+1) sayılı yük artımına karşı gelen plastik kesitin yeri ve bunu meydana getiren yük parametresi belirlenir. Bunun için, plastik kesit oluşabilecek bütün kritik kesitlerde, bileşik eğik eğilme durumu için

$$\begin{aligned} &a_1(M_{x,k} + \Delta M_{x,k+1}\Delta P_{k+1}) + a_2(M_{z,k} + \Delta M_{z,k+1}\Delta P_{k+1}) + \dots \\ &\dots + a_3(N_k + \Delta N_{k+1}\Delta P_{k+1}) + b = 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

bağıntısı ile verilen akma koşulunun yanında yalnız burulma momenti için

$$M_{y,k} + \Delta M_{y,k+1}\Delta P_{k+1} = M_{yp} \quad (3.30a)$$

şeklinde ikinci bir akma koşulu daha yazılır. Sistemde en küçük yük artımı ile oluşan plastik kesitin yeri ve bu plastik kesitin oluşumuna karşı gelen ΔP_{k+1} yük artımı bulunur.

(3.30) ve (3.30a) ifadelerinde

$M_{x,k}, M_{z,k}, N_k$: k sayılı plastik kesitin meydana geldiği P_k yükü altında kritik kesitlerde oluşan toplam eğilme momentlerini ve normal kuvvetleri

$M_{y,k}$: k sayılı plastik kesitin meydana geldiği P_k yükü altında kritik kesitlerde oluşan toplam burulma momentlerini

$\Delta M_{x,k+1}, \Delta M_{z,k+1}, \Delta N_{k+1}$: $\Delta P_{k+1} = I$ yük artımından dolayı kritik kesitlerde oluşan eğilme momentlerini ve normal kuvvetleri

$\Delta M_{y,k+1}$: $\Delta P_{k+1} = I$ yük artımından dolayı kritik kesitlerde oluşan burulma momentlerini

a_1, a_2, a_3, b : idealleştirilmiş akma yüzeyini meydana getiren düzlemlere ait denklemlerin katsayı ve sabitlerini

M_{yp} : plastik burulma momentlerini

göstermektedir.

Bu adım sonundaki toplam yük parametresi

$$P_{k+1} = P_k + \Delta P_{k+1} \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilir.

3.8 LİMİT YÜKÜN VE GÖÇME YÜKÜNÜN BELİRLENMESİ

Bu bölümde, betonarme yapı sistemlerinde birinci ve ikinci mertebe limit yük ile göçme yükünün belirlenmesi ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

3.8.1 Birinci Mertebe Limit Yükün Belirlenmesi

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı varsayılan buna karşılık geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi terkedilen yapı sistemlerinde, oluşan plastik kesitler nedeniyle sistemin bir bölümü veya tümü mekanizma durumuna gelebilir. Sistemin taşıma gücünün sona erdiği bu yüke *birinci mertebe limit yük* (P_{L1}) adı verilir. Kiriş mekanizması olarak tanımlanan bölgesel mekanizmalara karşı gelen durumlar dışında, birinci mertebe limit yük için katsayılar matrisi determinant değeri

$$\det[S] = 0$$

olmaktadır.

Özellikle büyük yapı sistemlerinde, indirgeme işlemlerindeki kesme hatalarının birikimi sonucunda, katsayılar matrisinin determinant değerini sıfır yapan yük parametresinin hesabında güçlükler ortaya çıkmaktadır. Bu gibi durumlarda, birinci mertebe limit yükün hesabı için şu yol izlenebilir.

Artan yükler için hesap yapılarak yük parametresi ile sistemin şekildeğiştirme durumunu tanımlayan kritik bir yerdeğiştirmesi arasındaki $P - \delta$ bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıda, yük parametresindeki çok küçük bir artıma çok büyük yerdeğiştirme artımının karşı gelmesi sistemin katsayılar matrisinin determinant değerinin sıfıra yaklaştığını ifade eder. Bu duruma ait yük parametresi, yaklaşık olarak sistemin birinci mertebe limit yükünü verir.

3.8.2 İkinci Mertebe Limit Yükün Belirlenmesi

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alındığı ve lineer olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı varsayılan sistemlerde, yükler artarak *ikinci mertebe limit yük* (P_{L2}) değerine ulaştığında, sistem burkularak geçer.

Burkulma, oluşan plastik kesitler nedeniyle rijitliği azalan sistemin kritik yükünün dış yük parametresinin altına düşmesi ile meydana gelir. Bu durumda katsayılar matrisinin determinant değeri

$$\det[S] \leq 0$$

olmakta ve yük parametresinin P_{L2} değerinden sonra $(P - \delta)$ bağıntısında artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametreleri karşı gelmektedir. Bu durumlardan birine ait yük parametresi sistemin ikinci mertebe limit yükü olarak alınır.

3.8.3 Göçme Yükünün Belirlenmesi

Özellikle betonarme yapılarda, dış yük parametresi limit yüke erişmeden önce, kırılma, büyük yerdeğiştirmeler, büyük plastik şekildeğiştirmeler ve büyük çatlaklar nedeniyle sistem göçebilmektedir. Bu nedenle betonarme yapı sistemlerinin gerçek göçme güvenliklerinin belirlenmesi, birinci veya ikinci mertebe limit yükün yanında, çok kere bu yüklerden daha küçük olan *göçme yükünün* (P_G) de hesabını gerektirmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen yük artımı yönteminin her adımında, sistemin göçmesine neden olabilecek çeşitli sınır durumlar için kontrol yapılmaktadır. Bunlar,

- a-plastik kesitlerdeki eğilme şekildeğiştirmelerinin dönme kapasitelerini aşması,
- b-burulma plastik kesitlerindeki burulma açılarının öngörülen sınır değerleri aşması,
- c-sistemin seçilen kritik noktalarındaki yerdeğiştirme bileşenlerinin veya rölatif yerdeğiştirmelerin öngörülen sınır değerlerden daha büyük değerler alması,
- d-kesme kuvvetlerinin kendilerine ait taşıma güçlerini aşması nedeniyle kesme kırılması meydana gelmesidir.

Bu sınır durumlardan birine erişilmesi haline karşı gelen yük parametresi bulunarak sistemin P_G göçme yükü belirlenir.

3.9 HESAPTA İZLENEN YOL

Betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün veya göçme yükünün belirlenmesi amacıyla izlenen yol şu adımlardan oluşmaktadır.

a- Düşey işletme yükleri (P_{di}), bu yükler için öngörülen e_d güvenlik katsayısı ile çarpılarak düşey hesap yükleri P_{dh} elde edilir.

b- Düşey hesap yüklerinden oluşan çubuk normal kuvvetleri tahmin edilir. Normal kuvvetler büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olduklarından bunların tahmininde birinci mertebe teorisine göre hesaptan yararlanılabileceği gibi, doğrudan doğruya denge denklemleri ile tahmin edilmeleri de çok kere yeterli olmaktadır.

Tahmin edilen normal kuvvetlere bağlı olarak, ikinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik ve yükleme matrisleri hesaplanır.

c- Sistem düşey yük parametresinin $\Delta P_d = 1$ değeri için ikinci mertebe teorisine göre hesaplanarak çubuk uç kuvvetleri ve kritik kesitlerdeki iç kuvvetler bulunur. Düşey işletme yüklerinden dolayı ilk plastik kesitin oluşacağı düşey yük parametresi (P_{d1}) tayin edilir. Bu değer $P_{d1} > P_{dh}$ ise sistemde düşey yüklerden dolayı plastik kesit oluşmadığı anlaşılır ve sistemin yatay yükler için hesabına geçilir. $P_{d1} < P_{dh}$ olması durumunda ise, düşey yük parametresi P_{dh} değerine eşit oluncaya kadar, sistemde düşey yüklerden oluşan her plastik kesit için e - i adımlarında verilen işlemler tekrarlanarak uygulanır. Sistemin düşey yükler altında hesabı tamamlandıktan sonra yatay yükler için hesaba başlanır.

d- $\Delta P_y = 1$ yatay yüklerinden oluşan $[P_o]$ ve $[q]$ matrisleri ile, varsa plastik kesitlere ait $[P_{\phi o}]$ matrisi hesaplanarak denklem takımındaki yerlerine yazılır ve daha önceki adıma ait indirgenmiş katsayılar matrisinden yararlanmak suretiyle sadece bu matrisler indirgenir. Denklem takımı çözülerek bilinmeyenler tayin edildikten sonra Bölüm 3.6 da açıklandığı şekilde çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplanır. Bir sonraki adıma ait plastik kesitin yeri ve buna karşı gelen yük parametresi Bölüm 3.7 de belirtildiği gibi elde edilir.

e- Yeni oluşan k sayılı plastik kesitteki ϕ_k plastik şekildeğiştirme parametresi ilave bilinmeyen olarak alınır , bu bilinmeyene bağlı olarak yazılan bir kolon ile plastik kesitteki iç kuvvet durumunun akma koşulunu sağladığını ifade eden bir satır önceki adıma ait indirgenmiş denklem takımına ilave edilir . Sadece yeni eklenen kolon ve satır indirgenir.

f- Denklem takımının katsayılar matrisinin determinant değeri hesaplanır. Eğer bu değer

$$\det[S] \leq 0$$

ise ikinci mertebe limit yüke (P_{L2}) ulaşıldığı anlaşılır ve hesaba son verilir.

g- Denklem takımı çözülerek $\Delta P = 1$ yük artımından oluşan $[d]$ düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi ve $[\phi]$ plastik şekildeğiştirme parametreleri matrisi elde edilir. Bölüm 3.6 da açıklandığı şekilde çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplanır.

h- Bölüm 3.7 de açıklandığı şekilde, k+1 sayılı plastik kesitin yeri ve bu plastik kesitin oluştuğu toplam yük parametresi bulunur. Bu yüklerden meydana gelen toplam yerdeğiştirmeler, plastik şekildeğiştirmeler, uç kuvvetleri ve iç kuvvetler elde edilir.

i- Sistemin seçilen kritik yerdeğiştirmeleri, seçilen rölatif yerdeğiştirmeler, plastik kesitlerdeki eğilme ve burulma şekildeğiştirmeleri ile kesme kuvvetleri kendilerine ait sınır değerlerle karşılaştırılır. Bu büyüklüklerden herhangi birinin öngörülen sınır değere eşit olması halinde göçme yüküne (P_G) ulaşıldığı anlaşılır ve hesaba son verilir.

j- İkinci mertebe limit yük veya göçme yükü elde edilinceye kadar, e - i adımlarında verilen işlemler tekrarlanır.

Hesap sonunda elde edilen normal kuvvetlere ve eğilme momenti diyagramlarına bağlı olarak belirlenen eğilme rijitliklerinin ve ikinci mertebe çubuk rijitlik ve yükleme matrislerinin başlangıçta esas alınan değerlerden farklı olması halinde, gerekirse bu büyüklükler için hesap tekrarlanır.

Burulma momentlerinin önemli olduğu yapı sistemlerinde, burulma plastik kesitlerini belirlemek amacıyla bir ardışık yaklaşım yolu uygulanır. Ardışık yaklaşımın ilk adımında burulma plastik kesitleri gözönüne alınmaksızın hesap yapılır ve burulma çatlama dayanımının aşıldığı kesitler belirlenir. Daha sonra, bu kesitler olası burulma plastik kesitleri olarak alınmak suretiyle hesap tekrarlanır. Herhangi bir adım sonunda bulunan burulma plastik kesitlerinin tahmin edilenlerle aynı olması halinde ardışık yaklaşıma son verilir.

3.10 KAT DÖŞEMELERİ DÜZLEMLERİ İÇİNDE SONSUZ RİJİT OLAN SİSTEMLER

Kat döşemeleri düzlemleri içinde sonsuz rijit varsayılan çok katlı yapı sistemlerinde, n düğüm noktaları sayısını ve k kat sayısını göstermek üzere, bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerinin sayısı

$$\bar{n} = 3n + 3k$$

değerini almaktadır. Bu çalışmada, geliştirilen yük artımı yönteminin çok katlı rijit döşemeli yapı sistemlerine etkin olarak uygulanabilmesi amacıyla, kat döşemelerinin düzlemleri içinde sonsuz rijit olması durumunun gözönüne alındığı bir algoritma önerilmiştir. Bu algoritmanın kullanılması suretiyle bilinmeyenlerin sayısı önemli ölçüde azalmakta ve aynı bellek kapasitesi ile, çok daha büyük yapı sistemlerinin ikinci mertebe elastoplastik hesabının daha hızlı bir şekilde yapılabilmesi mümkün olabilmektedir.

Kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit varsayıldığı uzay çubuk sistemlerin geliştirilen yük artımı yöntemi ile hesabında, yöntemin daha önce verilen esaslarına bağlı kalınarak izlenecek yol aşağıda açıklanmıştır.

a- $[S_{dd}]$ Sistem rijitlik matrisinin elde edilmesi

Aynı kat döşemesi üzerinde bulunan düğüm noktalarının düzlem içi yerdeğiştirme bileşenleri, seçilen bir referans noktasının yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden ifade edilir. Bunun için

a1- rijit döşeme düzlemleri içinde bulunan çubukların bu düzlemler içindeki eğilme ve uzama rijitlikleri sıfır olarak alınır,

a2- çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri, sistem eksen takımına dönüştürülür,

a3- rijit döşeme düzlemleri dışında kalan çubukların (kolonların) sistem eksenlerindeki çubuk rijitlik matrisleri Ek A da verilen $[t]_i$ ve $[t]_j$ dönüştürme matrislerinin yardımıyla

$$\begin{aligned} [k]_{ixix}^* &= [t]_i^T [k]_{ixix} [t]_i, & [k]_{ixjx}^* &= [t]_i^T [k]_{ixjx} [t]_j \\ [k]_{jxix}^* &= [t]_j^T [k]_{jxix} [t]_i, & [k]_{jxjx}^* &= [t]_j^T [k]_{jxjx} [t]_j \end{aligned} \quad (3.32)$$

şeklinde, seçilen bir referans noktasının yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden ifade edilir.

a4- düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerine karşı gelen çubuk rijitlik matrisi elemanları $[S_{dd}]$ matrisinde ilgili yerlere yazılır ve üst üste gelen elemanlar toplanır.

b- Sistem eksenlerindeki $[P_o]_{ix}$ ve $[P_o]_{jx}$ çubuk yükleme matrisleri

$$[P_o]_{ix}^* = [t]_i^T [P_o]_{ix}, \quad [P_o]_{jx}^* = [t]_j^T [P_o]_{jx} \quad (3.33)$$

bağıntıları ile, seçilen bir referans noktasının koordinatlarına bağlı olarak ifade edilir ve düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerine karşı gelecek şekilde sistem yükleme matrisinde ilgili yerlere yazılır.

c- Sistem eksen takımında etkiyen dış yüklere ait $[q]$ matrisi

$$[q]^* = [t]_i^T [q] \quad (3.34)$$

bağıntısı ile dönüştürülerek dış yükler matrisindeki ilgili yerlere yazılır.

d- Rijit döşeme düzlemleri dışında bulunan ve üzerinde plastik kesitler olan çubukların (kolonların), sistem eksen takımına dönüştürülmüş $[P_\phi]_{ix}, [P_\phi]_{jx}$ uç kuvvetleri matrisleri

$$[P_\phi]_{ix}^* = [tt]^T [P_\phi]_{ix}, \quad [P_\phi]_{jx}^* = [tt]^T [P_\phi]_{jx} \quad (3.35)$$

bağıntıları ile tekrar dönüştürülür ve $[S_{d\phi}]$ matrisinde ilgili yerlere yazılır.

e- $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin elde edilmesinde herhangi bir değişiklik bulunmamaktadır.

f- Elde edilen genişletilmiş denklem takımı bu çalışma kapsamı içinde geliştirilen ve Bölüm 3.11 de açıklanacak olan bir algoritma yardımıyla indirgenir ve düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerinden meydana gelen $[d]^*$ ve plastik şekildeğiştirme parametrelerinden oluşan $[\phi]$ matrisleri hesaplanır. $[d]^*$ matrisi

$$[d]_{ix} = [tt]_i [d]_{ix}^*, \quad [d]_{jx} = [tt]_j [d]_{jx}^* \quad (3.36)$$

bağıntılarının yardımıyla dönüştürülür ve her düğüm noktasında bağımlı ve bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerinden meydana gelen toplam altı tane yerdeğiştirme bileşeni elde edilir. Hesabın geri kalan kısmında Bölüm 3.9 da açıklanan yol aynen uygulanır.

3.11 BÜYÜK YAPI SİSTEMLERİNİN ETKİN HESABI İÇİN BİR ALGORİTMA

Bu bölümde, yük artımı yönteminin büyük yapı sistemlerinin hesabında etkin kullanımına olanak sağlamak üzere, denklem takımının indirgenmesi için geliştirilen özel bir algoritma hakkında bilgi verilecektir.

Üzerinde m sayıda plastik kesit oluşan n düğüm noktalı bir uzay çubuk sistemde, $\bar{n}$ bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerinin sayısını göstermek üzere, genişletilmiş denklem takımının katsayılar matrisi

$$\begin{bmatrix} [S_{dd}]_{\bar{n} \times \bar{n}} & [S_{d\phi}]_{\bar{n} \times m} \\ [S_{\phi d}]_{m \times \bar{n}} & [S_{\phi\phi}]_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

şeklinde bir kare matristir. Her plastik kesitin oluşumu ile denklem takımına bir satır ve bir kolon eklendiğinden, oluşan plastik kesitlerin sayısına bağlı olarak denklem takımının boyutları da büyümektedir.

Denge denklemlerinde ve plastik kesitlerdeki akma koşullarında yeralan $[S_{d\phi}]$, $[S_{\phi d}]$ ve $[S_{\phi\phi}]$ matrisleri arasındaki

$$[S_{d\phi}] = [S_{\phi d}]^T, \quad [S_{\phi\phi}] = [S_{\phi\phi}]^T$$

bağıntılardan yararlanmak suretiyle, bu matrisler

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} [S_{dd}]_{\bar{n} \times \bar{n}} \\ [S_{\phi\phi}]_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

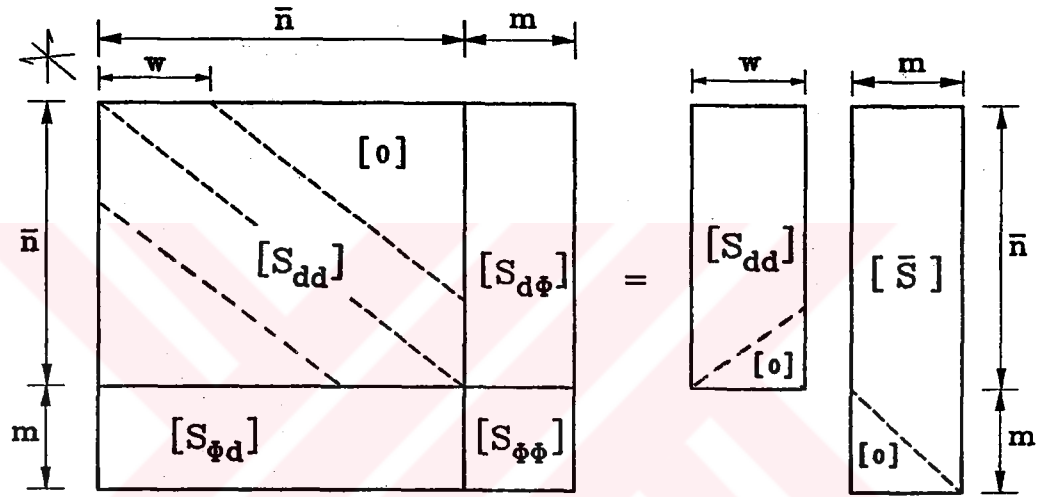
şeklinde tanımlanan bir matrise yerleştirilir. Böylece, genişletilmiş denklem takımının katsayılar matrisi, üzerinde plastik kesitler bulunmayan sistemin $[S_{dd}]$ rijitlik matrisi ile plastik kesitlerin etkilerini içeren ve yukarıda tanımlanan $[\bar{S}]$ matrisinden meydana gelecek şekilde iki alt matrise ayrılır, Şekil 3.6.

$\bar{n} \times \bar{n}$ boyutundaki $[S_{dd}]$ matrisinin sıfır elemanlı bölgeleri terkedilir ve w ile gösterilen yarım bant genişliği içinde kalan sıfırdan farklı elemanları gözönüne alınmak suretiyle, $[S_{dd}]$ matrisi $\bar{n} \times w$ boyutunda bir dikdörtgen matrise dönüştürülür.

Sistemde k sayılı plastik kesitin oluşmasından sonra, bu plastik kesitteki bilinmeyene ait yeni denklem $[\bar{S}]$ matrisinin k sayılı kolonuna yerleştirilir. Daha önce indirgenmiş

olan $[S_{dd}]$ ve $[\bar{S}]$ matrisinden yararlanarak, ilave edilen yeni denklem indirgenir ve bu adıma ait bilinmeyenler hesaplanır.

Algoritmanın geliştirilmesinde, Gauss indirgeme yönteminde yapılan işlemlerin yukarıda açıklandığı şekilde iki alt matrise bölünen genişletilmiş denklem takımı üzerinde yapılması esas alınmıştır.



Şekil 3.6 Genişletilmiş Denklem Takımının İki Ayrı Matris İle İfade Edilmesi

BÖLÜM 4 BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Bu çalışma kapsamı içinde, betonarme uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamalarına olanak sağlamak üzere,

1 - BEKE-3

2 - PARCS

3 - CHECK

isimli üç bilgisayar programı hazırlanarak FORTRAN programlama dilinde kodlanmıştır.

Yukarıda verilen sıralama düzeninde, birbirinden bağımsız olarak çalışan programlar aynı zamanda bir sonraki programa data üretmektedirler.

Bu bölümde, sözkonusu bilgisayar programlarının amaçları, kapsamı ve çalışma düzenleri ile giriş ve çıkış bilgileri açıklanacaktır.

4.1 BEKE-3 BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.1.1 Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni

BEKE-3 bilgisayar programının amacı,

a- en az bir simetri ekseni bulunan ve bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde gerçek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve akma koşullarının elde edilmesi,

b- bu bilgilerden yararlanarak

b1- enkesit eğilme rijitliklerinin tayini,

b2- en az bir simetri ekseni bulunan ve basit eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerin taşıma güçlerinin hesabı,

b3- iki simetri ekseni bulunan ve bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde idealleştirilmiş akma yüzeyinin belirlenmesidir.

BEKE-3 programı aşağıda isimleri verilen ve işlevleri kısaca açıklanan beş alt programdan oluşmaktadır.

ESAS : Bu alt programda enkesit eğilme rijitliklerinin tayini için gerekli olan iç kuvvetler hesaplanır.

Bölüm 2.4.1 de belirtildiği gibi, enkesit eğilme rijitliği

a- normal kuvvetin değerine,

b- enkesit geometrisi ve donatı yerleşim düzeni bakımından tam simetrik olmayan betonarme kesitlerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak değişmektedir.

Enkesit eğilme rijitliğinin belirlenmesi için gerekli olan bu iç kuvvetlerin hesabında sistemin yalnız düşey yükler etkisi altında olduğu gözönünde tutulmakta ve statik hesapta brüt enkesit eğilme rijitlikleri esas alınmaktadır.

Bazı hallerde, sistemin elastoplastik hesabı sonucunda bulunan iç kuvvetler için eğilme rijitliklerinin yeniden hesabı gerekebilir. Bu durumda, bir anahtar değişken yardımıyla, limit yüke veya göçme yüküne karşı gelen normal kuvvetler ve eğilme momentleri PARCS programı tarafından hazırlanan bir data dosyasından alınmakta, böylece ESAS programının çalışmasına gerek kalmamaktadır.

KESIT : RIJITLIK, TAGU ve AKORD programları için bilgi üreten bu alt programda, en az bir simetri ekseni bulunan ve bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde her iki eğilme düzlemi için ayrı ayrı olmak üzere, kesitte plastik şekildeğştirmelerin başladığı M_{L1} eğilme momenti ve kesitin taşıma gücünün sona erdiği M_{L2} eğilme momenti ile bu momentlere karşı gelen χ_{L1}, χ_{L2} eğrilikleri hesaplanır. Bu işlem, ilgili alt programlar tarafından öngörüldüğü şekilde, normal kuvvetin çeşitli N_o değerleri ve tarafsız eksenin kesitin asal eksenlerinden biri ile yaptığı α açısının çeşitli değerleri için yeteri kadar tekrarlanır.

N_o normal kuvvetinin ve α açısının belirli değerlerine karşı gelen iç kuvvetlerin ve şekildeğiştirmelerin hesabı için kesitteki birim boydeğişmesi yayılışının bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle, bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanarak her adımda tarafsız eksenin kesitin ağırlık merkezinden olan y_o uzaklığı tahmin edilir. y_o uzaklığı o şekilde tahmin edilmelidir ki, α , y_o büyüklüklerinin ve öngörülen duruma karşı gelen sınır birim boydeğişmelerinin belirledikleri şekildeğiştirme durumuna bağlı olarak hesaplanan N normal kuvveti başlangıçta seçilen N_o değerine eşit olsun. Bu duruma ait eğilme momentleri ve eğrilikler aranan büyüklükleri vermektedir.

RIJTILIK : Normal kuvvetin değerine ve gerekli olan hallerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak, çubuğun eğilme düzlemleri içindeki eğilme rijitlikleri Bölüm 2.4.1.2 de açıklandığı şekilde hesaplanmaktadır. Bu alt programda eğilme rijitliklerinin hesabı için (2.4) bağıntısı ile ifade edilen yaklaşım esas alınmıştır.

TAGU : Bu alt program, tek eksenli basit eğilme etkisindeki kirişlerde, pozitif ve negatif eğilme momenti taşıma kapasitelerini hesaplamak üzere KESIT programını yönlendirmektedir.

AKORD : En az iki simetri ekseni bulunan ve bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde gerçek akma koşulunun elde edilmesini sağlayacak şekilde KESIT programını yönlendiren bu alt program aynı zamanda idealleştirilmiş akma yüzeyini tanımlayan noktaların koordinatlarını da hesaplamaktadır.

4.1.2 Giriş Bilgileri

BEKE-3 programının giriş bilgileri aşağıda sıralanmıştır :

- a- program kontrol bilgileri,
- b-malzeme karakteristikleri,
- c- sistem özellikleri,
- d- çubuk enkesit özellikleri,
- e- yük bilgileri,

f- sıfır olan yerdeğiştirme bilgileri.

Kontrol bilgileri kapsamındaki değişkenlerin işlevleri şunlardır.

a1- İstenildięinde kolon aęırlıkları doęrudan doęruya program tarafından hesaplanarak dūęüm noktası dūřey yūklere eklenmektedir. Bu durumda kolon yūklarının ayrıca giriř bilgisi olarak verilmesine gerek kalmamaktadır.

a2- Gerekli olan hallerde limit yūk veya limit yūke karřı gelen normal kuvvetler ile eęilme momentleri PARCS programı tarafından hazırlanan bir data dosyasından alınmakta ve bunlara karřı gelen eęilme rijitlikleri hesaplanmaktadır.

a3- Burulma çatlama dayanımı aşılan kesitlerde, burulma plastik momentine karşı gelen burulma boyuna donatısının eğilme momenti taşıma kapasitesinin hesabında gözönüne alınmaması sağlanmaktadır.

BEKE-3 programının PARCS programı ile aynı olan diğer giriş bilgileri Bölüm 4.2.2 de açıklanmıştır.

4.1.3 Çıkış Bilgileri

BEKE-3 programının çıkış bilgileri şu şekilde düzenlenmiştir :

- a- enkesit eğilme rijitlikleri,
- b- tek eksenli basit eğilme etkisindeki kirişlerde pozitif ve negatif eğilme momenti taşıma kapasiteleri,
- c- bileşik eğik eğilme etkisindeki kolonlarda idealleştirilmiş akma yüzeyini tanımlayan noktaların koordinatları,
- d- ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılması halinde çubuklardaki normal kuvvetler.

Ayrıca, PARCS programı tarafından kullanılması gereken malzeme, sistem ve yūk bilgileri uygun şekilde düzenlenerek ilgili programa aktarılmaktadır.

4.2 PARCS BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.2.1 Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni

PARCS bilgisayar programı, betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamalarına olanak sağlamak üzere hazırlanmıştır.

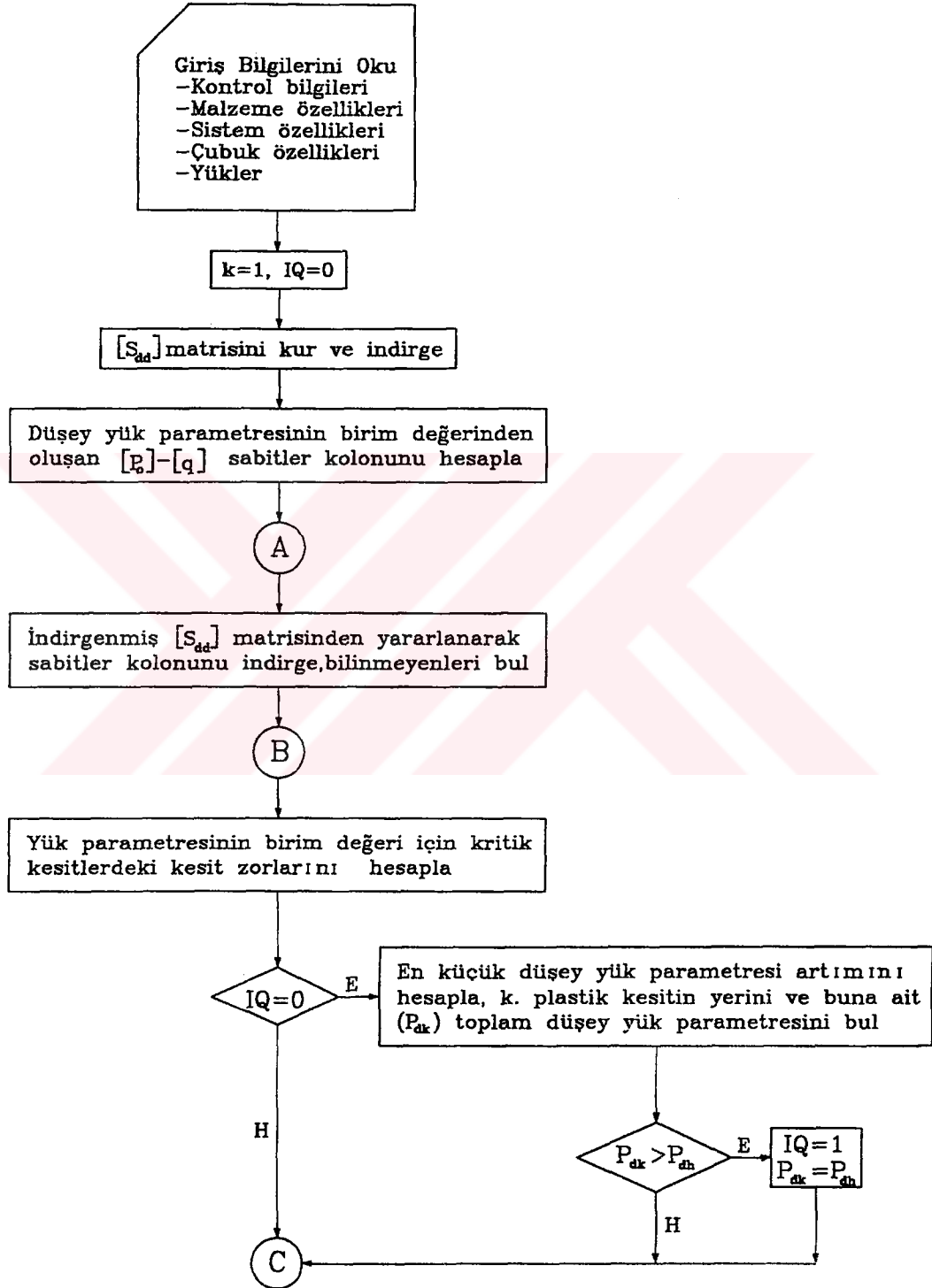
Bu program yardımıyla, Bölüm 3.1 de verilen koşulları sağlayan betonarme düzlem çubuk sistemlerin ve döşemeleri kendi düzlemi içinde sonsuz rijit varsayılan uzay çubuk sistemlerin belirli sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler altında birinci ve ikinci mertebe limit yükleri tayin edilebilmektedir.

Ayrıca, limit yüke ulaşmadan önce kesme dayanımının aşılması ve lineer olmayan burulma şekildeğişikliklerinin öngörülen sınır değerlerden büyük olması nedeniyle meydana gelen göçme durumu PARCS bilgisayar programı içinde kontrol edilmektedir. Lineer olmayan eğilme şekildeğişikliklerinin öngörülen dönme kapasitelerini aşması halinde meydana gelebilecek göçme durumu ise, PARCS programı ve Bölüm 4.3 de açıklanan CHECK bilgisayar programı ile ortak olarak belirlenmektedir.

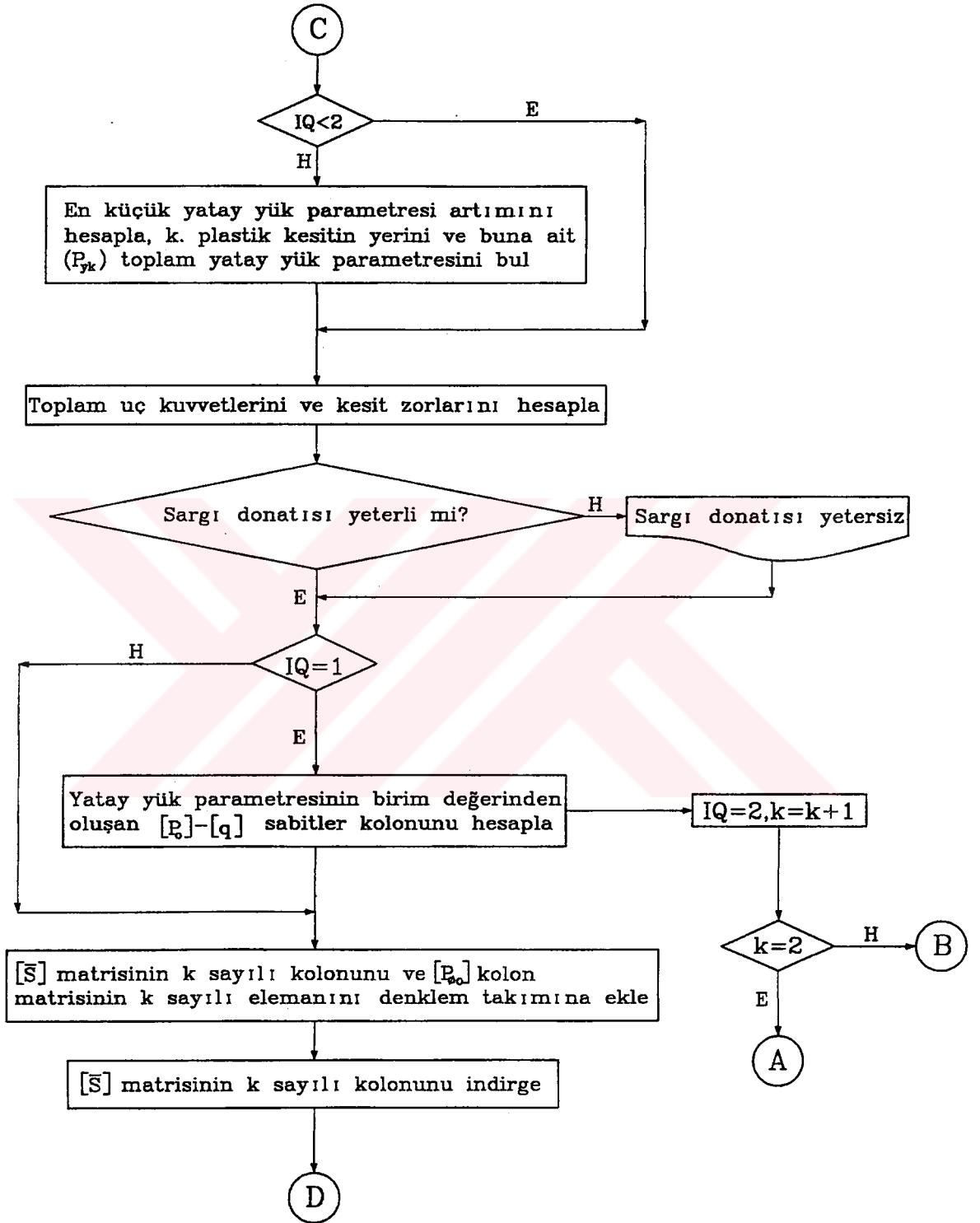
PARCS bilgisayar programı, Şekil 4.1 de verilen genel akış diyagramında belirtilen işlemleri yerine getiren bir ana program ile işlevleri aşağıda açıklanan sekiz alt programdan oluşmaktadır.

KODMA : Düğüm noktalarının bağımlı ve bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerini ayırt etmek amacıyla hazırlanan bir alt programdır. Kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit olduğu varsayıldığından, düğüm noktalarının düzlem içi yerdeğiştirme bileşenlerine aynı, düzlem dışı bileşenlerine ise farklı numaralar verilmektedir.

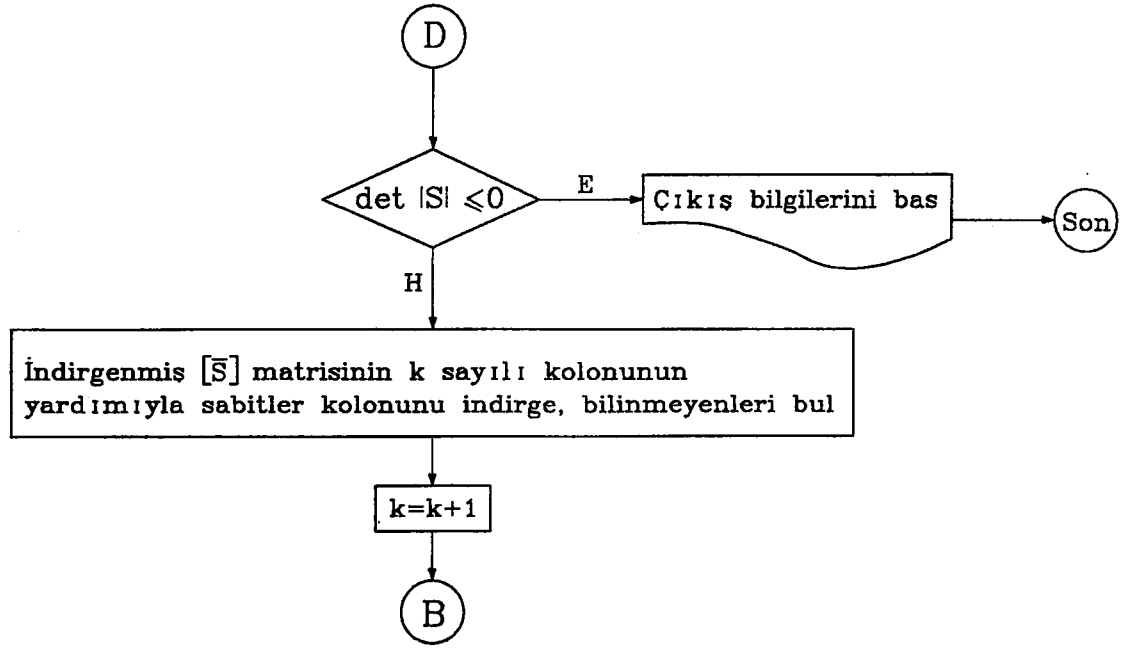
CUBUK : Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisi elemanlarını birinci veya ikinci mertebe teorilerine göre hesaplamaktadır. Eğilme rijitliği değişken olan kirişlerde, çubuk rijitlik matrisi elemanlarının hesabı için GUSE alt programını çağırılmaktadır.



Şekil 4.1 PARCS Bilgisayar Programının Genel Akış Diyagramı



Şekil 4.1 (Devam)



Şekil 4.1 (Devam)

GUSE : Eğilme rijitliği açısından birbirinden farklı üç bölgesi bulunan kirişlerin rijitlik ve yükleme matrisi elemanlarını hesaplamaktadır.

TRCUBUK : $[T]$ dönüştürme matrisi ile çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri sistem eksen takımına dönüştürülmektedir. Rijit kat döşemesi içinde bulunmayan çubukların rijitlik matrisleri sistem eksen takımına dönüştürüldükten sonra, $[TT]$ dönüştürme matrisi yardımıyla seçilen bir referans noktasının koordinatlarına bağlı olarak ikinci bir dönüşüm uygulanır.

AKDUZ : Bileşik eğik eğilme etkisindeki kesitlerde idealleştirilmiş akma yüzeyini oluşturan düzlemlerin denklemleri, yüzeyi tanımlayan noktaların koordinatlarına bağlı olarak elde edilmektedir.

PPFI : Lineer olmayan eğilme, uzama ve burulma şekildeğiştirmelerinin birim değerlerinden dolayı çubuk eksen takımında oluşan $[P_\phi]_i$ ve $[P_\phi]_j$ uç kuvvetleri matrislerini hesaplamaktadır.

TRPPFI : Çubuk eksen takımındaki $[P_\phi]_i$ ve $[P_\phi]_j$ plastik uç kuvvetleri matrisleri önce $[T]^T$ matrisleri sistem eksen takımına dönüştürülür, daha sonra rijit kat döşemesi içinde bulunmayan çubuklara $[TT]^T$ dönüştürme matrisi ile ikinci bir dönüşüm daha uygulanır.

KEBU : Yük artımı yönteminin bütün adımlarında, tüm kritik kesitlerde eğik çatlama dayanımının aşılp aşılmadığı kontrol edilmekte, eğik çatlama dayanımının aşıldığı kesitlerde gerekli enine ve boyuna donatı alanları hesaplanarak mevcut donatı ile karşılaştırılmaktadır.

4.2.2. Giriş Bilgileri

PARCS programının giriş bilgileri

- a- kontrol bilgileri,
 - b- malzeme karakteristiklikleri,
 - c- enkesit özellikler,
 - d- sistem özellikleri,
 - e- çubuk özellikleri,
 - f- yük bilgileri,
 - g- sıfır olan yerdeğiştirme bilgileri
- şeklinde düzenlenmiştir.

Bir bölümü BEKE-3 programı ile aynı olan, diğer bir bölümü BEKE-3 programı tarafından hazırlanan giriş bilgileri aşağıda açıklanmaktadır.

a- Kontrol Bilgileri

Kontrol bilgilerini oluşturan değişkenler yardımıyla

- a1- birinci veya ikinci mertebe teorilerinden birine göre hesap yapılması,
- a2- istenilen yerdeğiştirme bileşenlerinin öngörülen sınır değerler ile karşılaştırılarak kontrol edilmesi,

a3- kirişlerin eğilme rijitlikleri ve eğilme momenti taşıma kapasiteleri bakımından farklı olan bölgelerinin sınırlarının belirlenmesi,

a4- hesaplarda burulma plastik kesitlerinin gözönüne alınması veya terkedilmesi sağlanabilmektedir.

b- Malzeme Karakteristikleri

Bu bilgiler beton çeliği ve betonarme betonu için Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 de verilen idealleştirilmiş $\sigma - \epsilon$ bağıntılarını tanımlayan büyüklüklerden oluşmaktadır.

c- Enkesit Özellikleri

Enkesit geometrisini tanımlayan büyüklükler ile enkesit donatı alanları ve koordinatları giriş bilgisi olarak verilir.

d- Sistem Özellikleri

Giriş bilgilerinin bu bölümünde, en üst kattan başlamak üzere her kattaki düğüm noktası sayısı, tam ankastre olan mesnetlerin sayısı, çubuk sayısı, yüklü düğüm noktası ve çubuk sayısı ile düğüm noktalarının koordinatları ve rijit döşemeli yapılarda referans noktasını tanımlayan X ve Y koordinatları verilmektedir.

e- Çubuk Özellikleri

Bu bölümde, çubuk sayısı kadar tekrarlanmak üzere, çubukların i ve j uçlarının düğüm noktası numaraları ile KT çubuk tipi katsayısı verilmelidir. Diğer çubuk özellikleri KT değişkenine bağlı olarak BEKE-3 programı tarafından hazırlanır. Bunlar,

KT=0 (fiktif çubuk) için : eğilme, burulma ve uzama rijitlikleri,

KT=1 (kirişler) için: burulma rijitliği ile farklı üç bölgeye ait bölge sınırları, eğilme rijitlikleri, pozitif ve negatif eğilme momenti taşıma kapasiteleri,

KT=2,3 (kolonlar) ve KT=4,5 (kutu enkesitli perdeler) için : eğilme rijitlikleri, burulma rijitlikleri ve idealleştirilmiş akma yüzeyini tanımlayan noktaların koordinatlarıdır.

KT çubuk tipi katsayısının 3 ve 5 değerine eşit olduğu çubuklarda ikinci mertebe etkileri hesaba katılacağından, ayrıca bu çubuklardaki normal kuvvetlerin tahmin edilen değerleri de verilmelidir.

f- Yük Bilgileri

Yük bilgileri düğüm noktası yükleri ve çubuk yükleri olmak üzere başlıca iki gruba ayrılmaktadır. Düşey yüklerden oluşan çubuk yükleri yeter sayıda statikçe eşdeğer tekil kuvvet ile ifade edildiğinden, bu kuvvetlerin değerleri ve çubuk sol ucundan olan uzaklıkları giriş bilgisi olarak verilir.

Düğüm noktası yükleri ise, her düğüm noktasında, düşey ve yatay yük grupları için ayrı ayrı verilmelidir.

Döşemeleri kendi düzlemi içinde rijit olan yapılarda, ayrıca her kattaki toplam yatay yükler ve bu yüklerle yapı kütle merkezi arasındaki dışmerkezlilik de verilmelidir.

g- Sıfır Olan Yerdeğiştirme Bilgileri

Sistemde tam ankastre olmayan mesnetlerin bulunması ve / veya bazı düğüm noktalarının belirli doğrultulardaki yerdeğiştirme bileşenlerinin sıfır olması halinde, sıfır olan yerdeğiştirmeler giriş bilgisi olarak verilir.

4.2.3. Çıkış Bilgileri

PARCS programının çıkış bilgileri

a- yük artımının her adımına ait yük parametreleri, toplam yük parametreleri, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri, iç kuvvetler,

b- plastik kesitlerin türleri, yerleri ve oluştukları yük parametreleri, plastik kesitlerdeki iç kuvvet durumları ve plastik şekildeğiştirmeler,

c- gerekli olan hallerde, BEKE-3 programı tarafından kullanılmak üzere, limit yüke veya göçme yüküne karşı gelen normal kuvvetler ve eğilme momentleri,

d- burulma çatılma dayanımı aşılan kesitlerde, burulma plastik momentine karşı gelen burulma boyuna donatısı alanlarından oluşmaktadır.

Yukarıda (b) maddesinde verilen çıkış bilgileri, aynı zamanda CHECK programının giriş bilgilerinin bir bölümünü oluşturmaktadır.

4.3 CHECK BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.3.1 Programın Amacı, Kapsamı ve Çalışma Düzeni

CHECK programının amacı, yük artımı yönteminin her adımında, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan lineer olmayan eğilme şekildeğişikliklerini temsil eden plastik dönmelerin kendilerine ait dönme kapasiteleri ile karşılaştırılarak dönme kapasitelerinin aşıldığı kesitleri ve bu duruma karşı gelen yük parametrelerini belirlemektedir.

4.3.2 Giriş Bilgileri

CHECK programının giriş bilgileri iki bölümden oluşmaktadır.

a- BEKE-3 programı tarafından hazırlanan giriş bilgileri :

a1- beton çeliği ve betonarme betonunun idealleştirilmiş $\sigma - \epsilon$ bağıntısını tanımlayan büyüklükler,

a2- enkesit geometrisini tanımlayan büyüklükler

a3- enkesitteki donatı alanları ve koordinatları,

a4- plastik bölge uzunlukları.

b- PARCS programı tarafından hazırlanan giriş bilgileri.

Yük artımının her adımında plastik kesitlerde oluşan plastik dönmelerin değerleri bu bilgiler içinde yer almaktadır.

4.3.3 Çıkış Bilgileri

CHECK programının çıkış bilgileri,

a- dönme kapasitelerinin aşıldığı plastik kesitler ile bu sınır duruma karşı gelen yük parametreleri,

b- bu plastik kesitlerdeki plastik dönmeler ve dönme kapasiteleri şeklinde düzenlenmiştir.



BÖLÜM 5 SAYISAL ÖRNEKLER

5.1 GENEL BİLGİLER

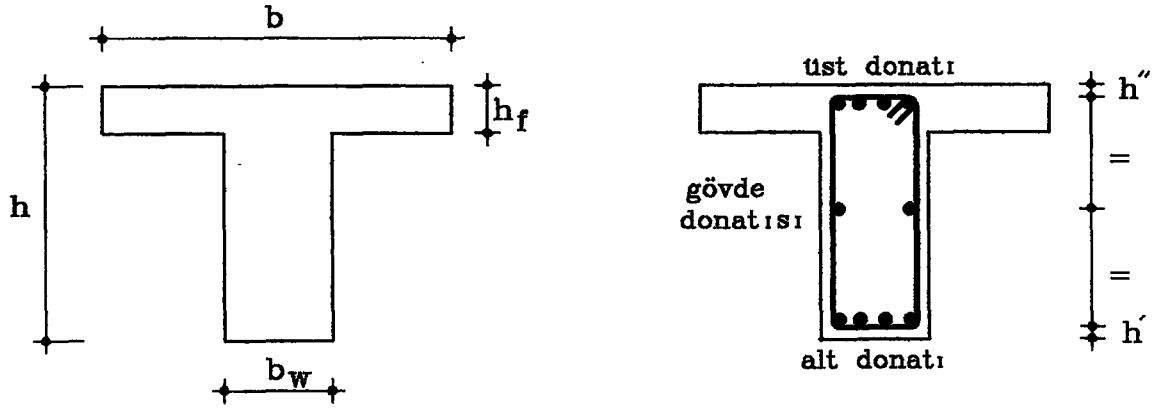
Bu çalışmada, betonarme sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamaları için hazırlanan üç örnek yer almaktadır.

Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere göre boyutlandırılan betonarme yapı sistemlerinin tümünü veya bir bölümünü içeren düzlem ve uzay yapı sistemlerinden oluşan örnekler bu çalışmada geliştirilen PARCS bilgisayar programı ve diğer yardımcı programlar ile çözülerek sayısal sonuçlar sunulmuştur. Ayrıca Örnek 1 de, yöntemde izlenen yolun sayısal olarak açıklanması amacıyla, hesap adımlarının ayrıntıları da verilmiştir.

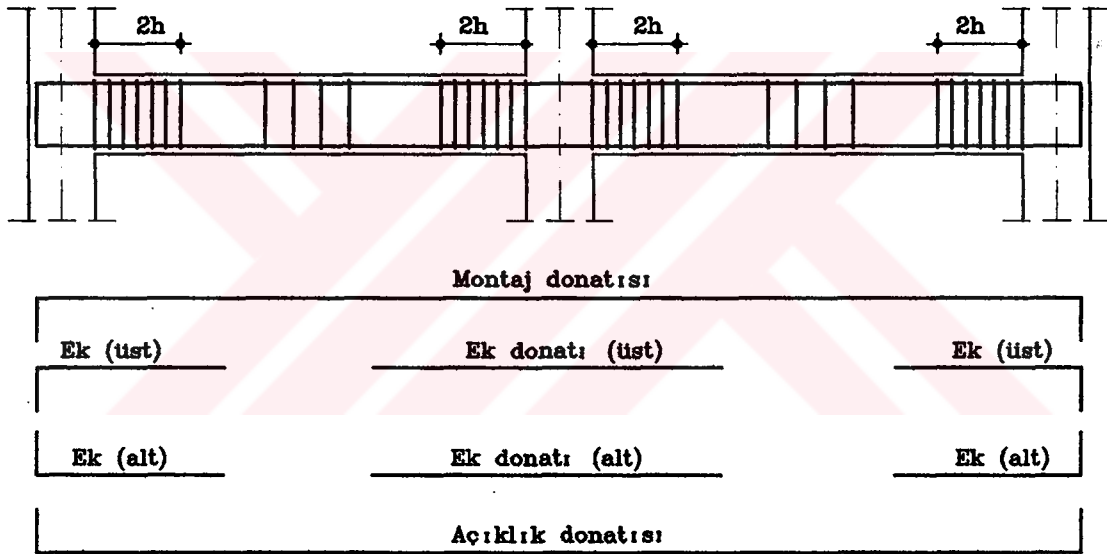
Örneklerdeki yapı sistemlerinin enkesit boyutları ve donatı düzenleri bakımından ortak olan özellikleri bu bölümde açıklanmıştır. Böylece, benzer bilgilerin her örnekte tekrarlanması önlenmeye çalışılmıştır.

Yapı sistemini oluşturan kirişlerin enkesit boyutlarını tanımlayan büyüklükler ve enkesitteki donatı yerleşim düzeni Şekil 5.1 de görülmektedir. Bütün örneklerde ortak olarak paspayı kalınlıkları $h' = h'' = 35$ mm seçilmiştir. Ancak üst ve/veya alt donatı sıralarının birden fazla olması halinde, paspayı kalınlıkları donatı düzenine bağlı olarak hesaplanmaktadır.

Kirişlerin boyuna ve enine donatılarının tipik yerleşim düzeni Şekil 5.2 de verilmiştir. Görüldüğü gibi, kirişlerde pliye kullanılmamıştır. Bunun yerine, gerekli olan hallerde, üst ve/veya alt ek donatı kullanılmaktadır.



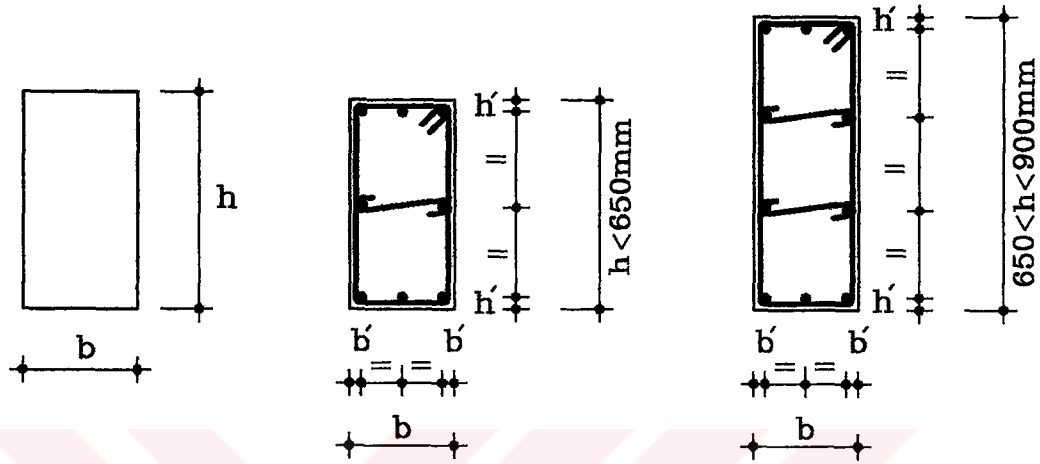
Şekil 5.1 Kiriş Enkesit Boyutlarını Tanımlayan Büyüklükler ve Donatı Yerleşim Düzeni



Şekil 5.2 Kiriş Boyuna ve Enine Donatılarının Yerleşim Düzeni

Boyuna donatının kiriş boyunca farklılıklar göstermesi nedeniyle, kirişlerin eğilme rijitliklerinin ve eğilme momenti taşıma kapasitelerinin her farklı bölge için ayrı ayrı hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla kirişler üç farklı bölgeye ayrılarak hesap yapılmıştır. Bu bölgelerin uzunlukları ek donatı boylarına bağlı olarak belirlenmektedir.

Kolonların enkesit boyutlarını tanımlayan büyüklükler ve kolon enkesitindeki tipik donatı yerleşim düzeni Şekil 5.3 te görülmektedir. Buna göre, kolon boyuna donatılarının seçiminde, $h > 650$ mm olan kesitler için iki sıra gövde donatısı öngörülmüştür. Kolonlarda paspayı kalınlıkları, bütün örneklerde $h' = b' = 40$ mm olarak seçilmiştir.



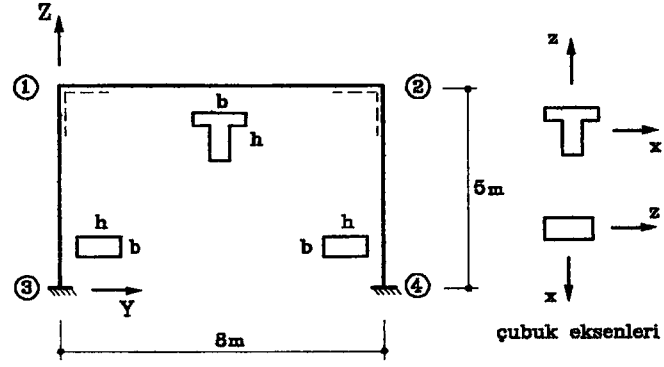
Şekil 5.3 Kolon Enkesit Boyutlarını Tanımlayan Büyüklükler ve Donatı Yerleşim Düzenleri

5.2 ÖRNEK 1 - TEK KATLI TEK AÇIKLIKLI DÜZLEM ÇERÇEVE

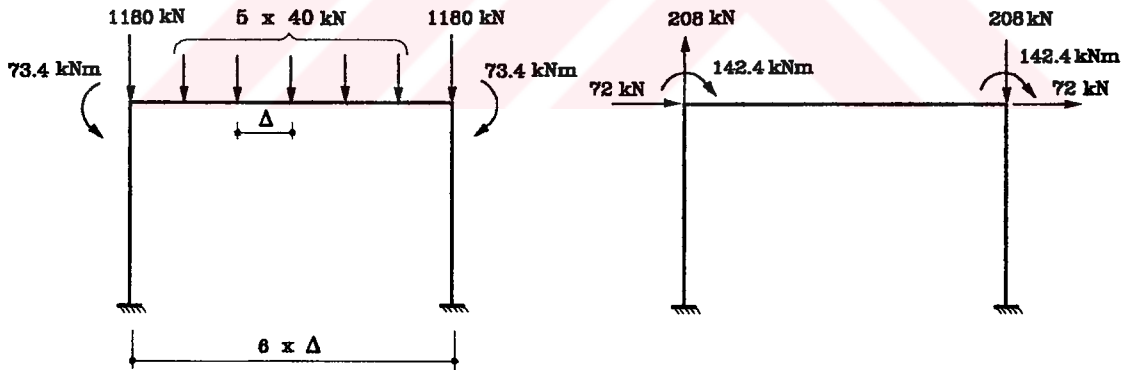
Örnek 1, geliştirilen yük artımı yönteminde izlenen yolun sayısal olarak açıklanması amacıyla hazırlanmıştır. Bu örnekte, TS 500 Betonarme Yapılar Standardına [59] ve 1975 Deprem Yönetmeliğine [68] uygun olarak boyutlandırılan altı katlı bir düzlem çerçevenin en alt katını temsil etmek üzere seçilen tek katlı tek açıklıklı çerçeve sistemin ikinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabı yapılarak göçme güvenliği tayin edilecektir.

Sistem, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, yatay deprem yüklerinin artan değerleri için hesaplanacaktır.

Sistemin geometrik özellikleri, kiriş ve kolon enkesitlerinin konumları, çubuk eksen takımı ve bakış yönleri Şekil 5.4 te, düşey ve yatay işletme yükleri Şekil 5.5 te görülmektedir. İşletme yüklerinin belirlenmesinde, üst katlara etkiyen yüklerden oluşan etkiler de yaklaşık olarak gözönüne alınmıştır.



Şekil 5.4 Sistemin Geometrik Özellikleri, Enkesit Konumları, Çubuk Eksenleri ve Bakış Yönleri



a) düşey işletme yükleri ($P_d = 1.00$) b) yatay işletme yükleri ($P_y = 1.00$)

Şekil 5.5 Düşey ve Yatay İşletme Yükleri

Kiriş ve kolon enkesitlerinin boyutları Tablo 5.1 de, boyuna ve enine donatıları ise Tablo 5.2 de görülmektedir.

Tablo 5.1 Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları

Çubuk	h (mm)	b (mm)	b_w (mm)	h_f (mm)
1 - 2	800	1250	300	150
3 - 1, 2 - 4	650	300	-	-

Tablo 5.2 Kiriş ve Kolon Donatıları

Çubuk	Yer	Boyuna Donatı		Etriye
1 - 2	mesnet bölgesi	üst	3Φ14+4Φ20	Φ10/150
		alt	5Φ16	
	açıklık bölgesi	üst	3Φ14	Φ10/200
		alt	5Φ16	
3 - 1, 2 - 4	çubuk boyunca	4Φ22+4Φ20		Φ10/200 - 100

Beton çeliği ve betonarme betonunun sınıfları ile Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 de tanımlanan idealleştirilmiş $\sigma - \epsilon$ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Beton çeliği (BÇ III) : $f_{yk} = 420 \text{ N/mm}^2$
 $E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\epsilon_{su} = 0.010$

Betonarme betonu (C20) : $f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$
 $E_c = 2.85 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $\epsilon_{co} = 0.002$
 $\epsilon_{cu} = 0.006$

dır. Betonarme betonunda izin verilen en büyük birim kısalma için, sargı donatısının oranına bağlı olarak, bu örnekte $\epsilon_{cu} = 0.006$ değeri esas alınmıştır. Beton çeliğinin uzaması ise $\epsilon_{su} = 0.01$ değeri ile sınırlandırılmaktadır.

Yapının gerçek davranışının belirlenmesi amacıyla malzeme güvenlik katsayıları gözönünde tutulmamıştır.

1 - 2 kirişinin donatı düzenine bağlı olarak belirlenen ve Şekil 5.6 da gösterilen üç farklı bölgesi için, Bölüm 2.4.1 de açıklandığı şekilde, BEKE-3 programı yardımı ile

hesaplanan eğilme rijitlikleri ve $M_{L2} = M_p$ eğilme momenti taşıma kapasiteleri Tablo 5.3 de görülmektedir. Kirişte donatı yerleşiminin simetrik olmaması nedeniyle, eğilme rijitliklerinin hesabında eğilme momentinin yönü de etkin olmaktadır. Tablo 5.3 te verilen eğilme rijitliklerinin hesabında, düşey işletme yüklerinden oluşan eğilme momentlerinin yönleri gözönünde tutulmuştur. Sistemin elastoplastik hesabı sonucunda bulunan eğilme momentlerinin yönlerinin tahmin edilenlerden farklı olması ve bu farkın eğilme rijitliklerine etkisinin sonucu etkileyecek mertebede bulunması halinde, yeni eğilme rijitlikleri için hesabın tekrarlanması gerekmektedir.

Simetrik donatılı olan kolonlarda, eğilme rijitlikleri yalnız normal kuvvete bağlıdır ve düşey işletme yüklerinden oluşan

$$N = -1280 \text{ kN}$$

normal kuvveti için, BEKE-3 programı yardımıyla,

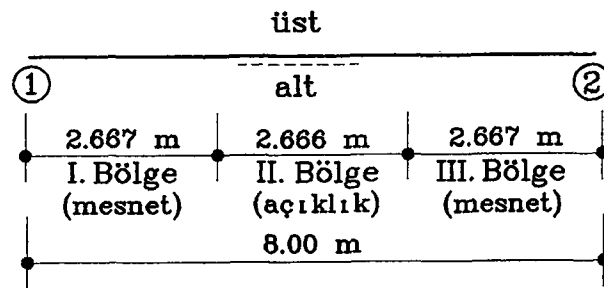
$$EI = 90584 \text{ kNm}^2$$

olarak bulunmuştur.

Sistemin hesabında kirişteki boydeğişimi terkedilmektedir. Kolonların uzama rijitlikleri ise, brüt beton kesitin uzama rijitliğine eşit olarak

$$EF = 5557500 \text{ kN}$$

şeklinde hesaplanmıştır.



Şekil 5.6 1 - 2 Kirişinde Donatı Yerleşim Düzenine Göre Belirlenen Bölgeler

Tablo 5.3 1 - 2 Kirişinin Eğilme Rijitlikleri ve Eğilme Momenti Taşıma Kapasiteleri

		I.Bölge	II.Bölge	III.Bölge
$EI(kNm^2)$		129551	102501	129551
$M_{L2}(kNm)$	üst	-537.67	-160.77	-537.67
	alt	331.90	332.21	331.90

Tek eksenli bileşik eğilme ile zorlanan 3 - 1 ve 2 - 4 kolonları için, Bölüm 2.4.2 de açıklandığı gibi doğru parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilen akma koşulu Şekil 5.7 de verilmiştir. Akma koşulunu tanımlayan noktaların BEKE-3 programı ile hesaplanan koordinatları

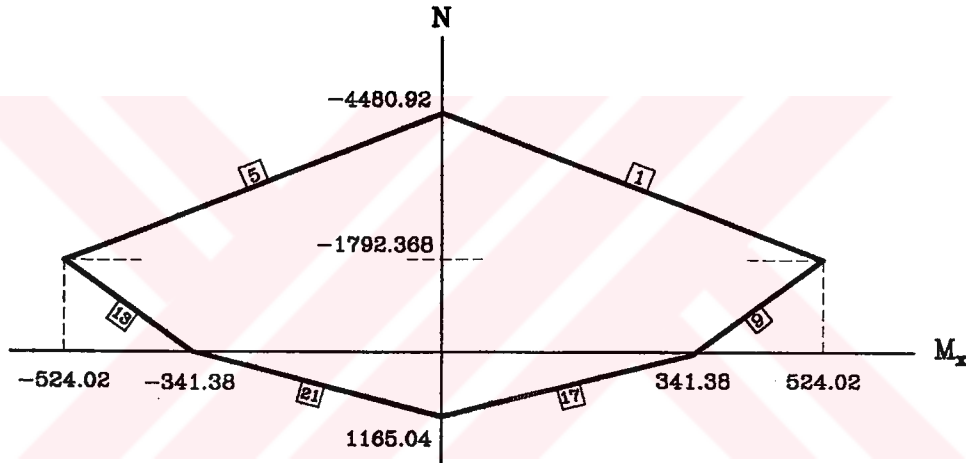
$$M_{xo} = 341.38 \text{ kNm}$$

$$N_{ob} = -4480.92 \text{ kN}$$

$$N_{of} = 1165.04 \text{ kN}$$

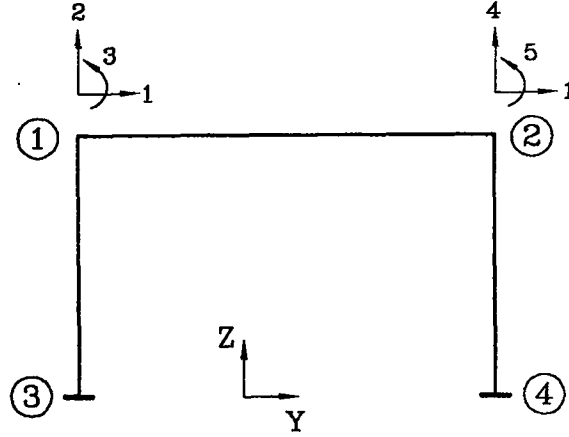
$$N_2 = -1792.37 \text{ kN} , \quad M_{x2} = M_{x,maks} = 524.02 \text{ kNm}$$

dır.



Şekil 5.7 3 - 1 ve 2 - 4 Kolonlarının İdealleştirilmiş Akma Koşulu

Sistemin ikinci merteye teorisine göre elastoplastik hesabı için, bu çalışmada geliştirilen ve esasları Bölüm 3 te açıklanan yük artımı yönteminden yararlanılacaktır. Bu yöntemde bilinmeyenlerin bir bölümünü oluşturan, düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri Şekil 5.8 de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, 1 - 2 çubuğunun boydeğişimi terkedildiğinden 1 ve 2 düğüm noktalarının yatay yerdeğiştirmeleri birbirine eşittir.



Şekil 5.8 Düğüm Noktalarının Bağımsız Yerdeğiştirme Bileşenleri

Üzerinde plastik kesitler bulunmayan sistemin $[S_{dd}]$ sistem rijitlik matrisinin ve $[P_o]$ yükleme matrisinin oluşturulması için çubuk eksen takımlarındaki çubuk rijitlik ve yükleme matrislerinin hesaplanarak sistem eksen takımına dönüştürülmesi gerekmektedir.

Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri :

Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri Ek A da verilen bağıntılar yardımı ile hesaplanırlar.

Bu bağıntılarda, düzlem çerçeve çubuklarının sıfır olan düzlem dışı yerdeğiştirmelerine ait kolon ve satırlar silinirse, 6×6 boyutundaki

$$[K]_{i,j} = \begin{bmatrix} k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,8} & k_{2,9} & k_{2,10} \\ & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,8} & k_{3,9} & k_{3,10} \\ & & k_{4,4} & k_{4,8} & k_{4,9} & k_{4,10} \\ & & & k_{8,8} & k_{8,9} & k_{8,10} \\ & & & & k_{9,9} & k_{9,10} \\ \text{Simetrik} & & & & & k_{10,10} \end{bmatrix}$$

matrisi elde edilir.

Bu matrislerin sayısal değerleri aşağıda hesaplanmıştır.

1 - 2 Çubuğu :

İkinci mertebe etkilerinin terkedilebilecek kadar küçük olduğu 1 - 2 çubuğunda, Tablo 5.3 te verilen eğilme rijitlikleri değişimi için I. mertebe teorisine göre

$$[K]_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 3007.197 & 12028.786 & 0 & -3007.197 & 12028.786 \\ & & 63002.750 & 0 & -3007.197 & 12028.786 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 3007.197 & -12028.786 \\ \text{Simetrik} & & & & & 63002.750 \end{bmatrix}$$

çubuk rijitlik matrisi elde edilir.

3 - 1 ve 2 - 4 Çubukları :

Bu çubuklarda II.mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrisleri

$$N = -1280 \text{ kN}, \psi_x = L \cdot \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{1280}{90584}} = 0.594 \text{ için}$$

$$[K]_{3,1} = \begin{bmatrix} 1111500.0 & 0 & 0 & -1111500.0 & 0 & 0 \\ & 8388.766 & 21611.915 & 0 & -8388.766 & 21611.915 \\ & & 71610.153 & 0 & -21611.915 & 36449.421 \\ & & & 1111500.0 & 0 & 0 \\ & & & & 8388.766 & -21611.915 \\ \text{Simetrik} & & & & & 71610.153 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{2,4} = [K]_{3,1}$$

değerlerini alırlar.

Çubuk eksen takımındaki yükleme matrisleri :

Üzerinde yük bulunan 1 - 2 çubuğu için yükleme matrisleri

$$[P_0]_1 = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 100.000 \\ 161.291 \end{bmatrix} \quad , \quad [P_0]_2 = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 100.000 \\ -161.291 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Dönüştürme matrisleri :

Ek A da uzay çubuklar için verilen dönüştürme matrislerinde sıfır olan düzlem dışı yerdeğiştirmelere ait kolon ve satırlar silinirse, 1 - 2 kirişi ve 3 - 1, 2 - 4 kolonları için

$$[T]_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & [0] & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & [0] & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [I]$$

$$[T]_{3,1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & \\ -1 & 0 & 0 & [0] & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ & [0] & & -1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad [T]_{2,4} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & & \\ -1 & 0 & 0 & [0] & \\ 0 & 0 & -1 & & \\ & & & 0 & -1 & 0 \\ & [0] & & -1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik ve yükleme matrisleri :

Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri

$$\begin{aligned} [k]_{ix,ix} &= [T]^T [k]_{ii} [T] & , & & [k]_{ix,jx} &= [T]^T [k]_{ij} [T] \\ [k]_{jx,ix} &= [T]^T [k]_{ji} [T] & , & & [k]_{jx,jx} &= [T]^T [k]_{jj} [T] \end{aligned} \quad (3.13)$$

ve çubuk yükleme matrisleri

$$[P_o]_{ix} = [T]^T [P_o]_i \quad , \quad [P_o]_{jx} = [T]^T [P_o]_j \quad (3.15)$$

bağıntıları ile sistem eksen takımına dönüştürülürler. Bu şekilde elde edilen matrislerin sayısal değerleri aşağıda verilmiştir.

1 - 2 Çubuğu :

$$\begin{bmatrix} [k]_{1x,1x} & [k]_{1x,2x} \\ [k]_{2x,1x} & [k]_{2x,2x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 3007.197 & 12028.786 & 0 & -3007.197 & 12028.786 \\ & & 63002.750 & 0 & -3007.197 & 12028.786 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 3007.197 & -12028.786 \\ & & & & & 63002.750 \end{bmatrix}$$

Simetrik

$$[P_o]_x = \begin{bmatrix} [P_o]_{1x} \\ [P_o]_{2x} \end{bmatrix} \quad , \quad [P_o]_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 100.000 \\ 161.291 \end{bmatrix} \quad , \quad [P_o]_{2x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 100.000 \\ -161.291 \end{bmatrix}$$

3 - 1 Çubuğu :

$$\begin{bmatrix} [k]_{3x,3x} & [k]_{3x,1x} \\ [k]_{1x,3x} & [k]_{1x,1x} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 8388.766 & 0 & -21611.915 & -8388.766 & 0 & -21611.915 \\ & -1111500.0 & 0 & 0 & -1111500.0 & 0 \\ & & 71610.153 & 21611.915 & 0 & 36449.421 \\ & & & 8388.766 & 0 & 21611.915 \\ & & & & 1111500.0 & 0 \\ \text{Simetrik} & & & & & 71610.153 \end{bmatrix}$$

2 - 4 Çubuğu :

$$\begin{bmatrix} [k]_{2x,2x} & [k]_{2x,4x} \\ [k]_{4x,2x} & [k]_{4x,4x} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -8388.766 & 0 & 21611.915 & -8388.766 & 0 & 21611.915 \\ & -1111500.0 & 0 & 0 & -1111500.0 & 0 \\ & & 71610.153 & -21611.915 & 0 & 36449.421 \\ & & & 8388.766 & 0 & -21611.915 \\ & & & & 1111500.0 & 0 \\ \text{Simetrik} & & & & & 71610.153 \end{bmatrix}$$

Düşey yükler için hesap :

Sistem ilk olarak düşey yük parametresinin $\Delta P_d = 1.00$ değeri için hesaplanacaktır. Hesabın başlangıcında sistemde plastik kesitler bulunmadığından, denge denklemleri

$$[S_{dd}][d] + [P_o] = [q]$$

şeklindedir ve akma koşulu denklemlerine gerek olmamaktadır.

$[S_{dd}]$ sistem rijitlik matrisi ve $[P_o]$ yükleme matrisi, sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik ve yükleme matrislerinin Bölüm 3.4.4.1 de açıklandığı şekilde düzenlenmesi ile elde edilirler. Düğüm noktası yüklerinden oluşan $[q]$ matrisi ise Şekil 5.5a da verilen düşey yükler için

$$[q] = \begin{bmatrix} [q]_1 \\ [q]_2 \end{bmatrix}, \quad [q]_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1180.000 \\ 73.400 \end{bmatrix}, \quad [q]_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1180.000 \\ -73.400 \end{bmatrix}$$

şeklını alır.

Bu şekilde elde edilen denklem takımı Tablo 5.4 te sayısal olarak verilmiştir.

Tablo 5.4 Üzerinde Plastik Kesitler Bulunmayan Sistemin Denklem Takımı

d_{1x}	d_{2x}	d_{3x}	d_{4x}	d_{5x}	$+ [P_o]_x - [q]$	= [0]
16777.532	0	21611.915	0	21611.915	0	
	1114507.197	12028.786	-3007.197	12028.786	1280.000	
		134612.903	-12028.786	33227.540	87.891	
			1114507.197	-12028.786	1280.000	
Simetrik				134612.903	-87.891	

Denklem takımının Gauss indirgeme yöntemi ile çözümü sonucunda elde edilen $[d]$ bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri matrisi

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.15159 \\ -0.86787 \\ -1.15159 \\ 0.86787 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

şeklindedir.

Sistemde henüz plastik kesit bulunmadığından, sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri (3.28a) bağıntıları ile hesaplanırlar. Daha sonra, (3.29) dönüşüm bağıntıları ile çubuk eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri bulunur.

$\Delta P_d = 1.00$ yüklemesi için bu değerlerden yararlanarak elde edilen M eğilme momentleri ve N normal kuvvetleri Tablo 5.5 in 3 ve 4 numaralı kolonlarında verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi, 1 ve 2 düğüm noktalarının yatay yerdeğiştirmelerinin eşit olduğu varsayıldığından 1 - 2 kirişinin normal kuvveti sıfır olmaktadır.

Tablo 5.5 $\Delta P_d = 1.00$ ve $\Delta P_{y1} = 1.00$ İçin Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları

1	2	3	4	5	6
Çubuk	X(m)	$P_d = \Delta P_d = 1.00$		$\Delta P_{y1} = 1.00$	
		M (kNm)	N (kN)	M (kNm)	N (kN)
1 - 2	0.000	-135.479	0	280.464	0
	1.333	-2.179	0	186.999	0
	2.667	77.861	0	93.465	0
	4.000	104.521	0	0	0
	5.333	77.861	0	-93.465	0
	6.667	-2.179	0	-186.999	0
	8.000	-135.479	0	-280.464	0
3 - 1	0.000	31.598	-1280.000	-242.740	278.116
	5.000	-62.079	-1280.000	138.064	278.116
2 - 4	0.000	-62.079	-1280.000	-138.064	-278.116
	5.000	31.598	-1280.000	242.740	-278.116

$\Delta P_d = 1.00$ için hesaplanan iç kuvvet durumları Tablo 5.3 ve Şekil 5.7 de verilen kiriş ve kolon taşıma kapasitelerine ulaşmadığından, $P_d = 1.00$ düşey işletme yükleri altında sistemde plastik kesit oluşmamaktadır.

Artan yatay yükler için hesap :

1. adım : $\Delta P_{y1} = 1.00$ için hesap

Düşey yükler altında sistemde plastik kesit oluşmadığından, yatay yük artımının ilk adımında da denge denklemlerinin yazılmasında akma koşulu denklemlerine gerek olmamaktadır.

Bu adımda $[S_{dd}]$ matrisi düşey yüklere göre hesapta kullanılan sistem rijitlik matrisinin aynıdır. Diğer taraftan, $\Delta P_{y1} = 1.00$ yüklemeinde çubuk yükleri bulunmadığından

$$[P_o] = [0]$$

olmaktadır.

Düğüm noktası yüklerinden oluşan $[q]$ matrisi ise Şekil 5.5b de verilen yatay yükler için

$$[q] = \begin{bmatrix} [q]_1 \\ [q]_2 \end{bmatrix}, \quad [q]_1 = \begin{bmatrix} 72.000 \\ 208.000 \\ -142.400 \end{bmatrix}, \quad [q]_2 = \begin{bmatrix} 72.000 \\ -208.000 \\ 142.400 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir.

Bu matrislerin yardımı ile oluşturulan denklem takımının $[S_{dd}]$ katsayılar matrisi ve $-[q]$ sabitler kolonu Tablo 5.6 da kalın çizgili çerçeve içinde gösterilmiştir.

Denklem takımının Gauss indirgeme yöntemi ile çözümü sonucunda elde edilen $[d]$ bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri matrisi

$$[d] = \begin{bmatrix} 16.2527 \\ 0.25022 \\ -2.97706 \\ -0.25022 \\ -2.97706 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

şeklindedir.

$\Delta P_{y1} = 1.00$ yüklemei için sistemin kritik kesitlerinde meydana gelen kesit zorları Tablo 5.5 in 5 ve 6 numaralı kolonlarında verilmiştir.

İlk plastik kesitin yerinin ve yük parametresinin belirlenmesi :

Yatay yük artımının birinci adımı sonunda sistemde oluşan ilk plastik kesitin yerinin ve bu plastik kesitin oluşumuna karşı gelen yatay yük parametresinin değerinin belirlenmesi için, sistemin bütün kritik kesitlerinde

$$a_1(M_{xo} + \Delta M_{x1} \cdot \Delta P_{y1}) + a_2(M_{zo} + \Delta M_{z1} \cdot \Delta P_{y1}) + a_3(N_o + \Delta N_1 \cdot \Delta P_{y1}) + b = 0 \quad (3.30)$$

lineerleştirilmiş akma koşulunun yazılarak en küçük ΔP_{y1} yatay yük artımının bulunması gerekmektedir. Burada M_{xo}, M_{zo}, N_o büyüklükleri $P_d = 1.00$ düşey yüklerinden, $\Delta M_{x1}, \Delta M_{z1}, \Delta N_1$ büyüklükleri ise $\Delta P_{y1} = 1.00$ yatay yük artımından meydana gelen kesit zorlarını göstermektedir.

Hesaplanan düzlem çerçeve sistemin çubuklarında $M_z = 0$ olduğundan (3.30) bağıntısı

$$a_1(M_{xo} + \Delta M_{x1} \cdot \Delta P_{y1}) + a_3(N_o + \Delta N_1 \cdot \Delta P_{y1}) + b = 0$$

şeklini alır. Ayrıca 1 - 2 kirişinde $N=0$ olduğundan akma koşulu için

$$M_{xo} + \Delta M_{x1} \cdot \Delta P_{y1} = M_p = M_{L2}$$

yazılabilir.

Aşağıda örnek olarak seçilen belirli kritik kesitler için ΔP_{y1} yatay yük artımı hesaplanacaktır.

1 - 2 Çubuğu $x=0.000$ m (kiriş sol ucu)

$P_d = 1.00$ ve $\Delta P_{y1} = 1.00$ için Tablo 5.5 de verilen eğilme momentleri

$$P_d = 1.00 \quad \text{için} \quad M_{xo} = -135.479 \text{ kNm}$$

$$\Delta P_{y1} = 1.00 \quad \text{için} \quad \Delta M_{x1} = 280.464 \text{ kNm}$$

ilgili akma koşulunda yerine konursa,

$$-135.479 + 280.464 \Delta P_{y1} = 331.90 \Rightarrow \Delta P_{y1} = 1.666$$

elde edilir.

1 - 2 Çubuğu $x=8.000$ m (kiriş sağ ucu)

$$P_d = 1.00 \quad \text{için} \quad M_{xo} = -135.479 \text{ kNm}$$

$$\Delta P_{y1} = 1.00 \quad \text{için} \quad \Delta M_{x1} = -280.464 \text{ kNm}$$

$$-135.479 - 280.464 \Delta P_{y1} = -537.67 \Rightarrow \Delta P_{y1} = 1.434$$

3 - 1 Çubuğu $x=0.000$ m (sol kolon alt ucu)

Bu kesitte $P_d = 1.00$ ve $\Delta P_{y1} = 1.00$ için hesaplanan ve Tablo 5.5 de verilen kesit zorları

$$\Delta P_d = 1.00 \quad \text{için} \quad M_{xo} = 31.598 \text{ kNm} \quad , \quad N_o = -1280.000 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{y1} = 1.00 \quad \text{için} \quad \Delta M_{x1} = -242.740 \text{ kNm} \quad , \quad \Delta N_1 = 278.116 \text{ kN}$$

sayısal değerleri Şekil 5.7 de verilen lineerleştirilmiş akma koşulunda yerine konarak ΔP_{y1} yük artımı bulunur. Bu işlemin, akma koşulunun her bölgesi için tekrarlanması ve hesaplanan en küçük yük artımının ΔP_{y1} olarak alınması gerekmektedir.

Bu hesap sonucunda, akma koşulunun (13) numaralı bölgesi için, Bölüm 3.3 de açıklandığı şekilde

$$a_1 = 0.9948 \quad , \quad a_3 = -0.1014 \quad , \quad b = 339.621$$

elde edilmiş ve

$$0.9948 (31.598 - 242.740 \Delta P_{y1}) - 0.1014 (-1280.000 + 278.116 \Delta P_{y1}) + 339.621 = 0$$

denkleminde

$$\Delta P_{y1} = 1.857$$

bulunmuştur.

2 - 4 Çubuğu $x=0.000$ m (sağ kolon üst ucu)

Bu kritik kesitte yapılan benzer hesapların sonucunda,

$$P_d = 1.00 \quad \text{için} \quad M_{xo} = -62.079 \text{ kNm} \quad , \quad N_o = -1280.000 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{y1} = 1.00 \quad \text{için} \quad \Delta M_{x1} = -138.064 \text{ kNm} , \quad \Delta N_1 = -278.116 \text{ kN}$$

iç kuvvet durumu için

$$0.9948 (- 62.079 - 138.064 \Delta P_{y1}) - 0.1014 (-1280.000 - 278.116 \Delta P_{y1}) + 339.621 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta P_{y1} = 3.735$$

elde edilmiştir.

Sistemin bütün kritik kesitleri için tekrarlanan bu hesap sonucunda ilk plastik kesitin

$$P_d = 1.00 , \quad P_{y1} = \Delta P_{y1} = 1.434$$

toplam yükünde, 1 - 2 kirişinin (2) ucunda oluştuğu görülmektedir. Bu duruma ait toplam iç kuvvetler, $P_d = 1.00$ için bulunan değerlere $\Delta P_{y1} = 1.00$ için bulunan değerlerin 1.434 katının eklenmesi ile elde edilir.

2. Adım : $\Delta P_{y2} = 1.00$ için hesap

Sistemde ilk plastik kesitin oluşumundan sonra, $\Delta P_{y2} = 1.00$ yük artımı için hesapta, bu plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin çözüme etkisini içeren genişletilmiş denklem takımının elde edilmesi gerekmektedir.

1 - 2 kirişinin sağ ucunda meydana gelen ilk plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin

$$\phi_{x1} = a_1 = -1.00 \quad (M_x = M_{L2} < 0)$$

$$\Delta_1 = a_3 = 0.00$$

değerlerinden meydana gelen $[P_{\phi 1}]_1 , [P_{\phi 1}]_2$ çubuk uç kuvvetleri matrisleri Ek B de verilen bağıntılar yardımıyla hesaplanır.

Bu bağıntılarda, plastik kesitin yerini tanımlayan α parametresi

$$\alpha = \frac{x_k}{L} = \frac{8.00}{8.00} = 1.00$$

olarak alınır ve bu plastik kesitte burulma plastik şekildeğiştirmelerinin oluşmadığı, yani

$$\phi_{y1} = 0$$

olduğu gözönünde tutulur.

Tablo 5.6 Genişletilmiş Denklem Takımı

d_{1x}	d_{2x}	d_{3x}	d_{4x}	d_{5x}	ϕ_{x1}	ϕ_{x2}	ϕ_{x3}	$-[q]$
16777.532	0	21611.915	0	21611.915	0	0	-21500.581	-144.000
	1114507.197	12028.786	-3007.197	12028.786	-12028.786	-12028.786	-112675.915	-208.000
		134612.903	-12028.786	33227.540	-33227.540	-63002.750	-36261.652	142.400
			1114507.197	-12028.786	12028.786	12028.786	0	208.000
Simetrik				134612.903	-63002.750	-33227.540	0	142.400
					63002.750	33227.540	0	0
						63002.750	0	0
							82296.533	0

=[0]

Bu şekilde hesaplanan

$$\begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12028.786 \\ -33227.540 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 12028.786 \\ -63002.750 \end{bmatrix}$$

matrisleri sistem eksen takımına dönüştürülerek

$$\begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_{1x} = [T]^T \begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -12028.786 \\ -33227.540 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_{2x} = [T]^T \begin{bmatrix} P_{\phi 1} \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 12028.786 \\ -63002.750 \end{bmatrix}$$

elde edilir ve bu matrislerin Şekil 5.8 de verilen yerdeğiştirme bileşenlerine karşı gelen terimleri alt alta yazılarak

$$\begin{bmatrix} S_{d\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12028.786 \\ -33227.540 \\ 12028.786 \\ -63002.407 \end{bmatrix}$$

matrisi bulunur.

Katsayılar matrisine eklenmesi öngörülen

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} S_{d\phi} \\ S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

matrisinin ϕ_{x1} bilinmeyenine karşı gelen kolonunun tanımlanabilmesi için $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin de ilgili kolonunun hesaplanması gerekmektedir.

$\Delta P_{y2}=1.00$ yük artımı için tek elemandan oluşan $[S_{\phi\phi}]$ matrisinin bu elemanı

$$\phi_{x1} = a_1 = -1, \quad \Delta_1 = a_3 = 0$$

plastik şekildeğiştirme bileşenlerinden dolayı ilk plastik kesitteki

$$a_1 \Delta M_x + a_3 \Delta N = -\Delta M_x$$

iç kuvvet değişiminden oluşmaktadır.

ΔM_x iç kuvvet değişimi

$$\Delta M_x = \frac{x}{L} P_{10} - (1 - \frac{x}{L}) P_4$$

ifadesinde $x = L$, $\alpha = 1.00$ olduğu gözönünde tutularak

$$S_{\phi\phi}(1,1) = -\Delta M_x = -P_{10} = -\phi_{x1} k_{10,10} = -63002.750$$

elde edilir. Böylece $[\bar{S}]$ matrisi

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} [S_{d\phi}] \\ [S_{\phi\phi}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12028.786 \\ -33227.540 \\ 12028.786 \\ -63002.750 \\ 63002.750 \end{bmatrix}$$

şeklini alır.

$\Delta P_{y2} = 1.00$ yüklemeinde, üzerinde birinci plastik kesit oluşan 1 - 2 çubuğuna dış yük etkimediğinden $[P_{\phi\phi}]$ kolon matrisinin ϕ_{x1} bilinmeyenine karşı gelen elemanı sıfırdır.

Bu adıma ait genişletilmiş denklem takımı Tablo 5.6 da görülmektedir.

Bir önceki adıma ait çözüm bulunurken denklem takımının katsayı ve sabitleri indirgenmiş olduğundan, bu adıma ait genişletilmiş denklem takımının çözümü için sadece ϕ_{x1} bilinmeyenine ait kolonun indirgenmesi yeterli olmaktadır.

Bu indirgeme işlemi sonunda, $\Delta P_{y2} = 1.00$ yatay yük artımına ait $[d]$ bağımsız yerdeğiştirme bileşenleri matrisi ve ϕ_{x1} plastik şekildeğiştirme bileşeninden oluşan $[\phi]$ matrisi

$$[d] = \begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \\ d_{3x} \\ d_{4x} \\ d_{5x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34.1100 \\ 0.22538 \\ -7.5339 \\ -0.22538 \\ -1.22829 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad , \quad [\phi] = [-16.1703] \times 10^{-3}$$

şeklinde elde edilirler.

Bilinmeyenlerin tayininden sonra sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri (3.28) ve (3.28a) bağıntıları ile, çubuk eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri de (3.29) dönüşüm bağıntıları ile hesaplanırlar.

$\Delta P_{y2} = 1.00$ yüklemesi için bu değerler yardımı ile hesaplanan kesit zorları Tablo 5.7 de verilmişlerdir.

Sistemin bütün kritik kesitlerinde, önceki yük artımı için açıklanan hesapların benzer şekilde uygulanması sonucunda, ikinci plastik kesitin 1 - 2 çubuğunun (1) ucunda ve $\Delta P_{y2} = 0.192$

$$P_d = 1.00 \quad , \quad P_{y2} = P_{y1} + \Delta P_{y2} = 1.626$$

yük parametresinde olduğu görülmektedir.

3. Adım : $\Delta P_{y3} = 1.00$ için hesap

Önceki adımlara benzer şekilde yapılan hesaplar sonucunda $\Delta P_{y3} = 1.00$ yük artımı için elde edilen kesit zorları Tablo 5.7 de verilmişlerdir.

Tablo 5.7 Yatay Yük Artımlarından Dolayı Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları

Çubuk	X(m)	$\Delta P_{y2} = 1.00$				$\Delta P_{y3} = 1.00$				$\Delta P_{y4} = 1.00$			
		M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)
1 - 2	0.000	340.072	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.333	283.408	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2.667	226.701	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4.000	170.036	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5.333	113.372	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6.667	56.665	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 - 1	8.000	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.000	-462.573	250.509	-581.256	208.000	-581.256	208.000	21.195	208.000	21.195	208.000	208.000	208.000
2 - 4	5.000	197.672	250.509	-142.400	208.000	-142.400	208.000	-142.400	208.000	-142.400	208.000	-208.000	-208.000
	0.000	142.400	-250.509	142.400	-208.000	142.400	-208.000	142.400	-208.000	142.400	-208.000	-208.000	-208.000
	5.000	289.476	-250.509	581.256	-208.000	581.256	-208.000	1375.259	-208.000	1375.259	-208.000	-208.000	-208.000

Bu adım, 3 - 1 çubuğunun (3) ucunda üçüncü plastik kesitin oluşumu ile sona ermektedir.

Üçüncü plastik kesitin oluşmasına neden olan yatay yük parametresi artımı

$$\Delta P_{y3} = 0.035$$

olarak hesaplanmıştır. Bu adıma karşı gelen toplam yükler ise

$$P_d = 1.00 \quad , \quad P_{y3} = P_{y2} + \Delta P_{y3} = 1.661$$

dir

4. Adım : $\Delta P_{y3}=1.00$ için hesap

Üçüncü adım sonunda 1 - 3 çubuğunun (3) ucunda oluşan plastik kesitteki iç kuvvet durumunun lineerleştirilmiş akma koşulunun (13) numaralı bölgesinde bulunmakta ve bu bölge için akma koşulu katsayıları

$$a_1 = 0.9948 \quad , \quad a_3 = -0.1014 \quad , \quad b = 339.621$$

değerlerini almaktadır. Bu değerler esas alınarak, genişletilmiş denklem takımının ϕ_{x3} ek bilinmeyenine karşı gelen kolonu (Ek B1) ve (3.21) bağıntıları yardımıyla hesaplanmış ve Tablo 5.6 da verilmiştir.

Bu adım sonunda elde edilen kesit zorları Tablo 5.7 de görülmektedir.

Dördüncü plastik kesit, 2 - 4 çubuğunun (4) ucunda ve yük parametresinin

$$\Delta P_{y4} = 0.046$$

$$P_d = 1.00 \quad , \quad P_{y4} = P_{y3} + \Delta P_{y4} = 1.661 + 0.046 = 1.707$$

değerinde meydana gelmektedir.

Dördüncü plastik kesitin oluşumundan sonra sistemin tümü mekanizma durumuna gelmektedir. Diğer taraftan, son oluşan plastik kesitteki ϕ_{x4} bilinmeyenine ait ek kolonu içeren genişletilmiş denklem takımının katsayılar matrisinin determinant değeri de

$$\det [S] = -0.11465 \times 10^{47} < 0$$

olmaktadır. Bu durum, Bölüm 3.6.2 de açıklandığı şekilde, ikinci mertebe limit yüke erişildiğini ifade eder.

Böylece, düşey yüklerin

$$P_d = 1.00$$

değeri için, sistemin ikinci mertebe limit yükü

$$P_{L2} = P_{y4} = 1.707$$

olarak elde edilir. İkinci mertebe limit yüke karşı gelen plastik kesitler ve bunların oluşum sırası Şekil 5.9 da, plastik kesitlerdeki kesit zorları ise Tablo 5.8 de verilmiştir.



Şekil 5.9 İkinci Mertebe Limit Yüke Karşı Gelen Plastik Kesitler ve Oluşum Sırası

Tablo 5.8 İkinci Mertebe Limit Yük İçin Plastik Kesitlerdeki Kesit Zorları

Çubuk	x (m)	M_x (kNm)	N (kN)
1 - 2	8.000	-537.67	0.000
1 - 2	0.000	331.90	0.000
3 - 1	0.000	-425.53	-825.87
2 - 4	5.000	-519.06	-1743.74

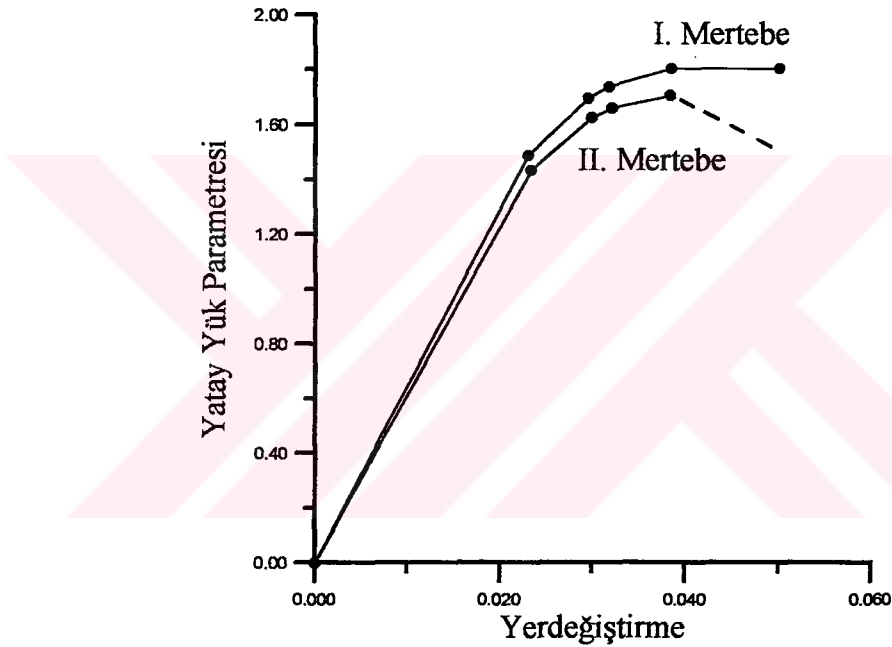
Bu örnekte dikkati çeken önemli bir husus, sistemin burkularak göçmesine neden olan P_{L2} yükü altında, aynı zamanda mekanizma durumunun da oluşmasıdır. Bu durum genellikle hiperstatiklik derecesi küçük olan yapı sistemlerinde meydana gelmektedir. Buna karşılık, hiperstatiklik derecesi büyük olan yapı sistemlerinde, genellikle mekanizma durumu oluşmadan önce sistem burkularak göçmektedir.

Aynı sistemin birinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabı sonucunda, birinci mertebe limit yük

$$P_{L1} = 1.805$$

olarak bulunmuştur. Bu yük altında oluşan plastik kesitler ikinci mertebe teorisi ile hesapta bulunanların aynıdır.

Sistemin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre hesabı ile elde edilen yatay yük parametresi - yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramları Şekil 5.10 da birarada verilmiştir. Burada δ yerdeğiştirmesi, çerçeve üst noktalarının yatay yerdeğiştirmesini göstermektedir.



Şekil 5.10 Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi -Yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) Diyagramları

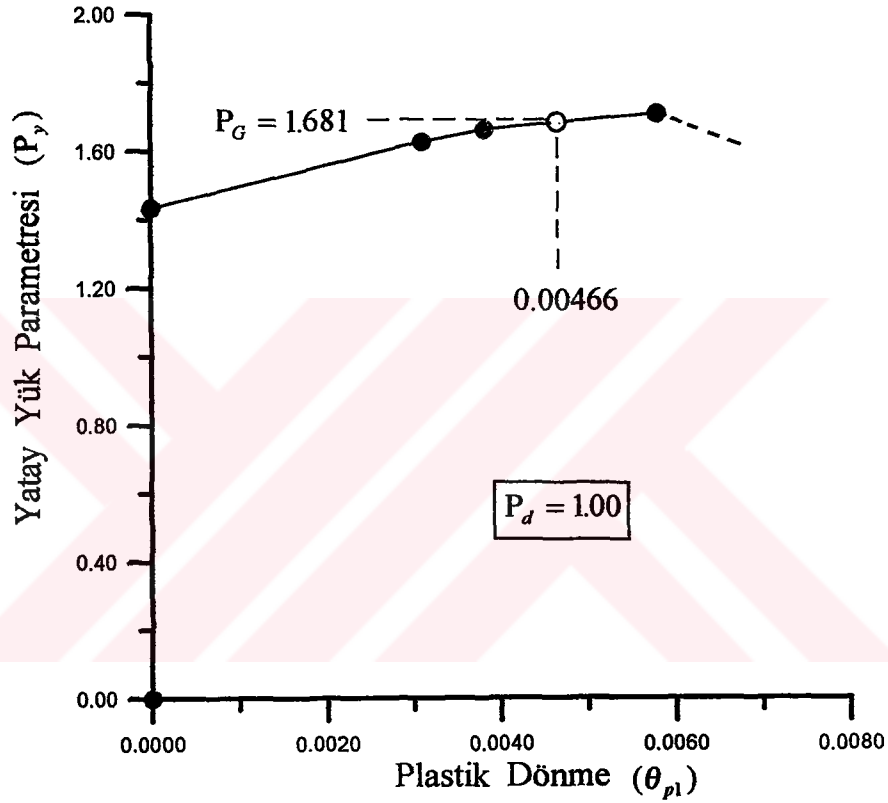
İkinci mertebe teorisine göre hesapta, 1 - 2 çubuğunun (2) ucunda oluşan plastik kesitteki θ_{p1} plastik dönmesinin yatay yük parametresine bağlı olarak değişimi Şekil 5.11 de gösterilmiştir. Bu plastik kesitteki dönme kapasitesi ise, $\epsilon_{cu} = 0.006$, $\epsilon_{su} = 0.01$ sınır değerleri ve $l_p = 0.5h = 400$ mm plastik bölge uzunluğu için, CHECK bilgisayar programı ile

$$\theta_{p,maks} = 0.00466$$

olarak bulunmuştur. Şekil 5.11 den görüldüğü gibi, ikinci mertebe limit yük altında dönme kapasitesi aşılmakta ve yatay yük parametresinin

$$P_G = \frac{0.00466 - 0.00382}{0.00580 - 0.00382} (1.707 - 1.661) + 1.661 = 1.681$$

değerinde dönme kapasitesinin aşılması nedeniyle sistem göçmektedir.



Şekil 5.11 1 - 2 Çubuğunun (2) Ucundaki Plastik Kesitte Yatay Yük Parametresi - Plastik Dönme Bağıntısı ($P_y - \theta_{pl}$) Bağıntısı

Sistemin ikinci mertebe elastoplastik hesabı sonucunda bulunan normal kuvvetlere ve eğilme momentlerine bağlı olarak yeniden hesaplanan eğilme rijitliklerinin sonuca etkisini incelemek amacıyla, yeni eğilme rijitlikleri için hesap tekrarlanmış ve ikinci mertebe limit yük

$$P_{L2} = 1.707$$

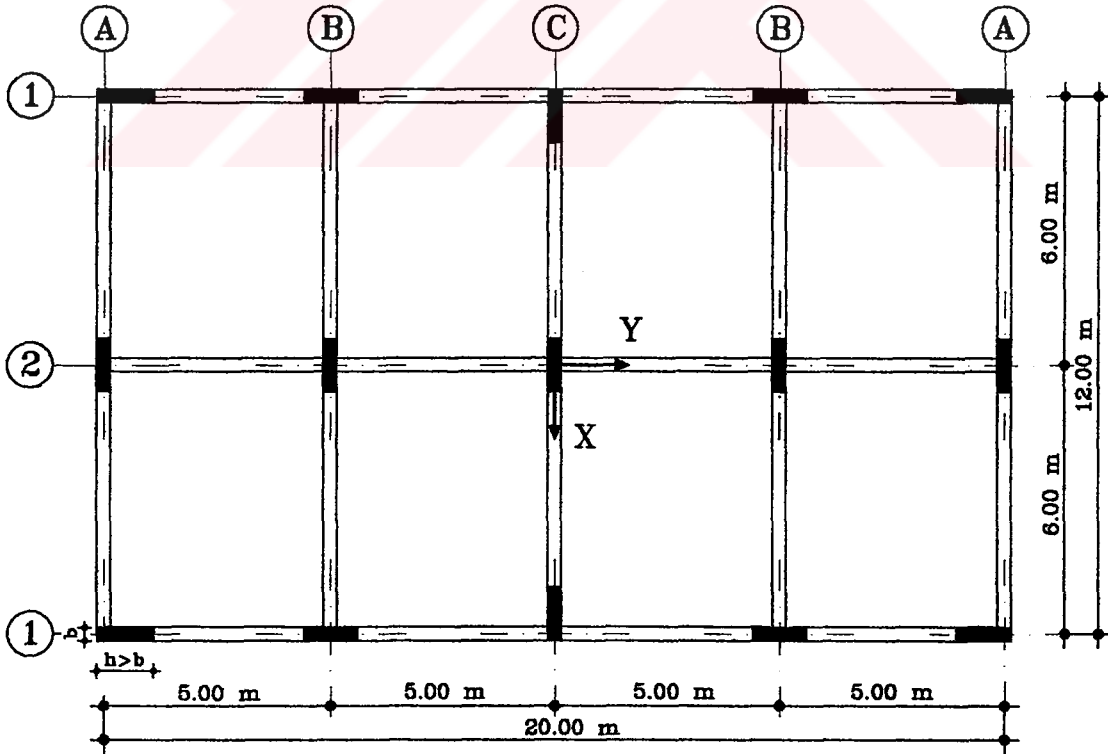
olarak bulunmuştur. Bu sonuç, incelenen sistemde, eğilme rijitliklerindeki değişimin sonuca etkisinin terkedilebilir mertebede olduğunu göstermektedir.

5.3 ÖRNEK 2 -ALTI KATLI UZAY ÇERÇEVE

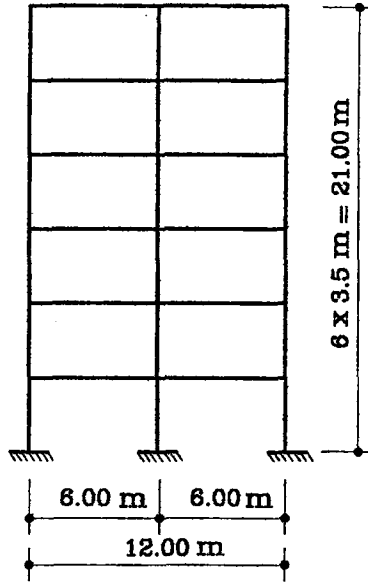
Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere uygun olarak boyutlandırılan altı katlı bir betonarme uzay çerçeve sistemin düşey yükler ve X, Y doğrultularında etkiyen yatay deprem kuvvetleri için birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elastoplastik hesabı yapılarak göçme güvenliği belirlenecektir. Sistem, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yüklerin altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yüklere göre hesaplanmaktadır.

Uzay çerçeve sistemin kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit oldukları gözönünde tutulacaktır.

Sistemin tipik döşeme kalıp planı şeması Şekil 5.12 de, çerçeve düşey enkesiti Şekil 5.13 de, kiriş ve kolon enkesit boyutları sırasıyla Tablo 5.9 ve Tablo 5.10 da görülmektedir. Bu boyutların tanımı Şekil 5.1 ve Şekil 5.3 te yapılmıştır.



Şekil 5.12 Tipik Döşeme Kalıp Planı Şeması



Şekil 5.13 Çerçeve Düşey Enkesiti

Tablo 5.9 Kiriş Enkesit Boyutları

Kat	Aks	h (mm)	b (mm)	b_w (mm)	h_f (mm)
1 - 6	A	600	660	300	150
	B, C	600	1020	300	150
	1	600	600	300	150
	2	600	900	300	150

Tablo 5.10 Kolon Enkesit Boyutları

Kat	mm/mm	A1	B1	C1	A2	B2	C2
6 - 5	h/b	400/300	400/300	400/300	400/300	400/300	400/300
4 - 3	h/b	400/300	500/300	500/300	500/300	600/300	600/300
2 - 1	h/b	400/300	600/300	600/300	600/300	800/300	800/300

Çerçeve sistemin X ve Y doğrultularındaki kiriş boyuna donatıları Tablo 5.10 ve Tablo 5.11 de özetlenmiştir. Bu donatıya ek olarak, tüm kirişlerde, $2\Phi 12$ gövde donatısı bulunmaktadır. Kirişlerde, donatı yerleşimi bakımından, açıklığın üçte biri uzunluğunda üç farklı bölge bulunduğu hesaplarda gözönüne alınacaktır.

Kolon boyuna donatıları Tablo 5.12 de görülmektedir.

Enine donatı ise, tipik olarak,

kirişlerde : $\Phi 10 / 200$ (etriye sıklaştırma bölgesinde $\Phi 10 / 150$)

kolonlarda : $\Phi 10 / 200$ (etriye sıklaştırma bölgesinde $\Phi 10 / 100$)

seçilmiştir.

Tablo 5.10 X Doğrultusunda Kiriş Boyuna Donatıları

Aks	Yer		Katlar		
			6 - 5	4 - 3	2 - 1
A	mesnet bölgesi (1)	üst	2Φ12+2Φ18	3Φ14+2Φ20	3Φ14+2Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (1-2)	üst	2Φ12	3Φ14	3Φ14
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (2)	üst	2Φ12+3Φ18	3Φ14+3Φ20	3Φ14+3Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
B	mesnet bölgesi (1)	üst	2Φ12+2Φ18	3Φ14+2Φ20	3Φ16+2Φ22
		alt	4Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (1-2)	üst	2Φ12	3Φ14	3Φ16
		alt	4Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (2)	üst	2Φ12+3Φ18	3Φ14+4Φ22	3Φ16+5Φ22
		alt	4Φ16	4Φ16	4Φ16
C	mesnet bölgesi (1)	üst	2Φ12+3Φ18	3Φ14+4Φ22	3Φ16+5Φ22
		alt	4Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (1-2)	üst	2Φ12	3Φ14	3Φ16
		alt	4Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (2)	üst	2Φ12+3Φ18	3Φ14+4Φ22	3Φ16+5Φ22
		alt	4Φ16	4Φ16	5Φ16

Tablo 5.11 Y Doğrultusunda Kiriş Boyuna Donatıları

Aks	Yer		Katlar		
			6 - 5	4 - 3	2 - 1
1	mesnet bölgesi (A)	üst	2Φ12+2Φ18	2Φ14+3Φ20	3Φ14+2Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (A-B)	üst	2Φ12	2Φ14	3Φ14
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (B)	üst	2Φ12+2Φ18	2Φ14+3Φ20	3Φ14+3Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (B-C)	üst	2Φ12	2Φ14	3Φ14
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
2	mesnet bölgesi (C)	üst	2Φ12+2Φ14	2Φ14+2Φ20	3Φ14+1Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (A)	üst	2Φ12+2Φ18	2Φ14+2Φ20	3Φ14+2Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	açıklık bölgesi (A-B)	üst	2Φ12	2Φ14	3Φ14
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (B)	üst	2Φ12+2Φ18	2Φ14+2Φ20	3Φ14+2Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
2	açıklık bölgesi (B-C)	üst	2Φ12	2Φ14	3Φ14
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16
	mesnet bölgesi (C)	üst	2Φ12+2Φ18	2Φ14+2Φ20	3Φ14+2Φ22
		alt	3Φ16	4Φ16	4Φ16

Tablo 5.12 Kolon Boyuna Donatıları

Kolonlar	K a t l a r		
	6 - 5	4 - 3	2 - 1
A1	4Φ18+4Φ16	4Φ18+4Φ16	4Φ18+4Φ16
B1	8Φ16	8Φ20	4Φ22+4Φ20
C1	4Φ16+4Φ14	8Φ20	8Φ20
A2	4Φ16+4Φ14	4Φ18+4Φ16	8Φ18
B2 , C2	4Φ16+4Φ14	8Φ20	6Φ26+4Φ20

Beton çeliği ve betonarme betonunun sınıfları ile Şekil 2.1 ve Şekil 2.2 de tanımlanan idealleştirilmiş $\sigma - \varepsilon$ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

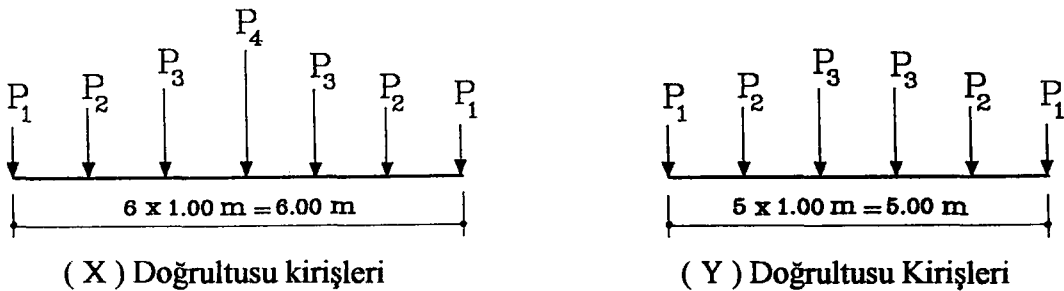
Beton Çeliği (BÇ III) : $f_{yk} = 420 \text{ N / mm}^2$
 $E_s = 2 \times 10^5 \text{ N / mm}^2$
 $\varepsilon_{su} = 0.010$

Betonarme Beton (C 20) : $f_{ck} = 20 \text{ N / mm}^2$
 $E_c = 2.85 \times 10^4 \text{ N / mm}^2$
 $\varepsilon_{co} = 0.002$
 $\varepsilon_{cu} = 0.006$

dır.

Yapının gerçek davranışının incelenmesi amacıyla malzeme güvenlik katsayıları gözönünde tutulmamıştır.

Yapıya etkiyen düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan kiriş yükleri Şekil 5.14 de tanımlanmış, bu yüklerin değerleri ise Tablo 5.13 de verilmiştir. Kolon öz ağırlıkları bilgisayar programı tarafından doğrudan doğruya hesaplandığından, bu yüklerin ayrıca giriş bilgisi olarak verilmesine gerek kalmamaktadır.



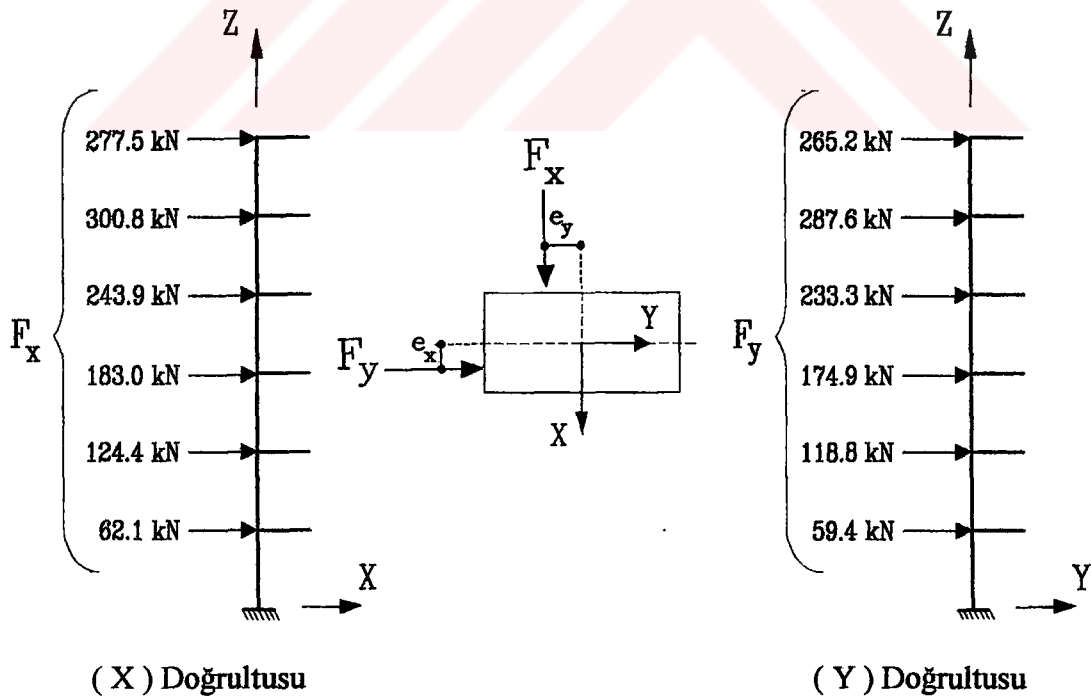
Şekil 5.14 Kiriş Yükleri Şeması

Tablo 5.13 Kiriş Düşey İşletme Yükleri

Yer	Aks	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_3 (kN)	P_4 (kN)
Çatı Katı Döşemesi	A	2.82	10.13	16.74	19.97
	B , C	3.95	16.88	30.10	36.56
	1	2.82	10.13	16.60	-
	2	3.95	16.88	29.82	-
Normal Kat Döşemeleri	A	7.15	20.13	28.70	32.89
	B , C	4.61	20.88	38.02	46.40
	1	7.15	20.13	28.52	-
	2	4.61	20.88	37.65	-

Birinci derece deprem bölgesi için, sistemin dinamik karakteristiklerine bağlı olarak hesaplanan eşdeğer deprem kuvvetlerinden oluşan ve Şekil 5.15 de gösterilen yatay işletme yüklerinin yapı ağırlık merkezine $\pm$ % 5 dışmerkezlilik ile etkiği gözönünde tutulmuştur.

Altı katlı betonarme uzay çerçeve sistemin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elastoplastik hesabı esasları Bölüm 4 te açıklanan bilgisayar programlarından yararlanarak yapılmıştır.



Şekil 5.15 Yapıya X ve Y Doğrultularında Etkiyen Yatay İşletme Yükleri

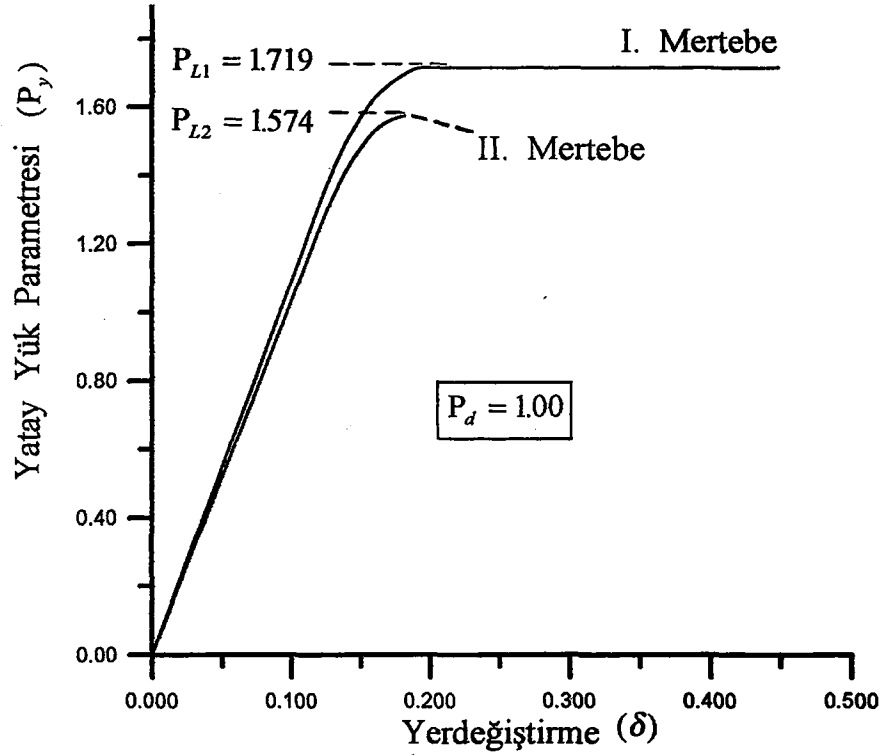
İlk olarak, BEKE-3 bilgisayar programı ile, betonarme enkesitlerin karakteristikleri (enkesit eğilme rijitlikleri, taşıma güçleri, gerçek ve idealleştirilmiş akma koşulları) belirlenmekte ve bu bilgiler PARCS programının giriş bilgilerini oluşturmaktadır. Daha sonra, PARCS bilgisayar programı ile, sistemin birinci veya ikinci mertebe teorilerine göre elastoplastik hesabı yapılarak P_{L1} ve P_{L2} limit yükleri ile her yatay yük artımına karşı gelen iç kuvvetler, yerdeğiştirmeler, plastik kesitlerin yerleri ve plastik kesitlerdeki şekildeğiştirmeler elde edilmektedir. En son adımda ise, plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmeler CHECK bilgisayar programı ile bulunan dönme kapasiteleri ile karşılaştırılmış ve limit yükten önce dönme kapasitelerinin aşılp aşılmadığı kontrol edilmiştir.

Sistemin bilgisayar analizi ile elde edilen bazı sonuçları aşağıda özetlenerek tartışılacaktır.

Altı katlı betonarme uzay çerçeve sistemin, $P_d = 1.00$ düşey işletme yükleri altında, X doğrultusunda etkiyen yatay deprem yüklerinin artan değerleri için birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elastoplastik hesabı ile elde edilen yatay yük parametresi - yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramları Şekil 5.16 da verilmiştir. Bu diyagramlara göre, sistemin birinci ve ikinci mertebe limit yüklerine ait yatay yük parametreleri, sırasıyla

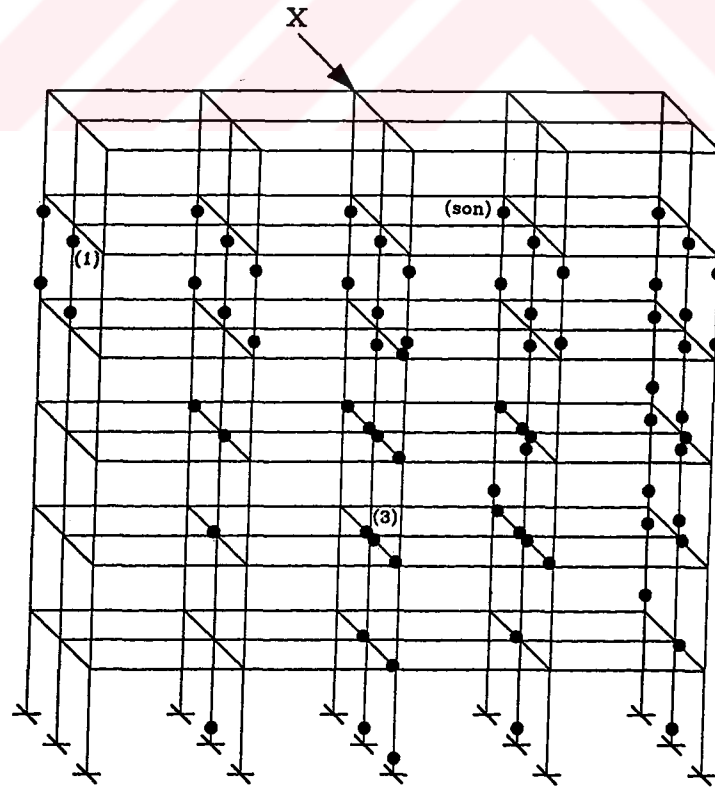
$$P_{L1} = 1.719 \quad \text{ve} \quad P_{L2} = 1.574$$

değerlerini almaktadır.



Şekil 5.16 X Doğrultusunda Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi - Yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) Diyagramları

İkinci mertebe limit yük altında sistemde oluşan plastik kesitler ile kiriş ve kolonlarda oluşan ilk plastik kesitler ve son plastik kesit Şekil 5.17 de gösterilmiştir.



Şekil 5.17 İkinci Mertebe Limit Yük İçin Plastik Kesit Yerleri

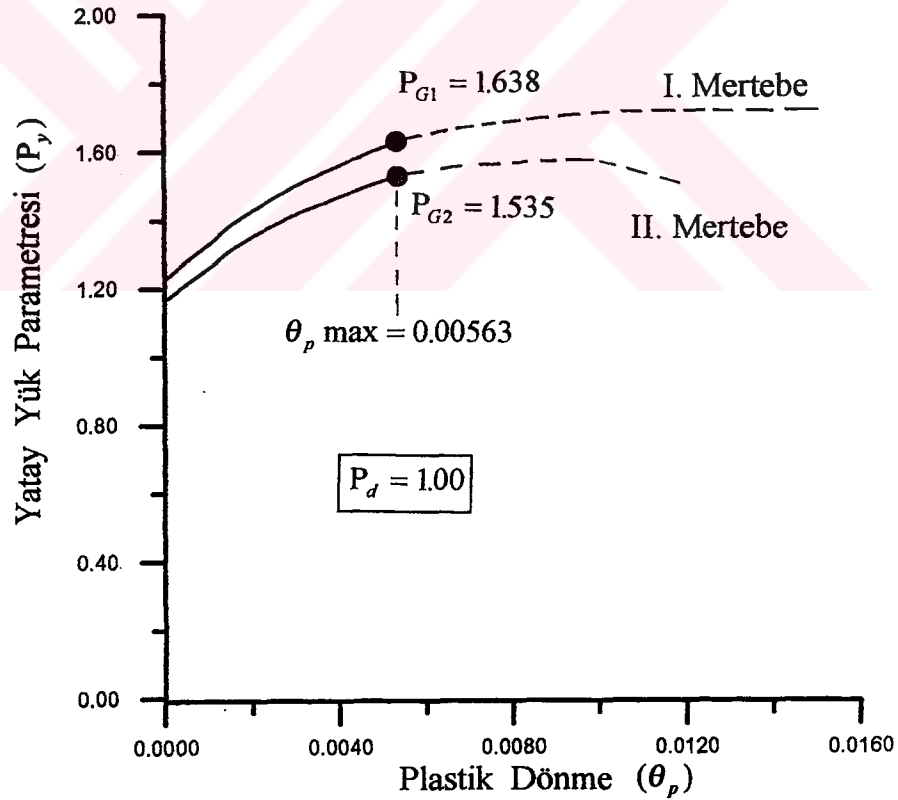
Artan yatay yükler altında, dönme kapasitesi aşılan ilk plastik kesitteki yatay yük parametresi - plastik dönme ($P_y - \theta_p$) bağıntısı Şekil 5.18 de görülmektedir. Bu kesitteki dönme kapasitesi, betonarme betonu ve beton çeliği için esas alınan $\varepsilon_{cu} = 0.006$ ve $\varepsilon_{su} = 0.010$ sınır birim boydeğişmelerine karşı gelecek şekilde, plastik bölge uzunluğu $l_p = 0.5h$ alınarak CHECK bilgisayar programı ile hesaplanmış ve

$$\theta_p = 0.00563 \text{ radyan}$$

bulunmuştur. Plastik kesitlerdeki dönme kapasitesinin aşılması yapı sistemi için göçme nedeni olarak değerlendirildiğinde, bu duruma karşı gelen göçme yükleri için birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre

$$P_{G1} = 1.638 \quad \text{ve} \quad P_{G2} = 1.535$$

elde edilmektedir.



Şekil 5.18 X Doğrultusu İçin Birinci ve İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabında Dönme Kapasitesi Aşılan İlk Plastik Kesite Ait Yatay Yük Parametresi-Plastik Dönme ($P_y - \theta_p$) Bağıntısı

Yapı sisteminin düşey yükler ve Y doğrultusunda etkiyen yatay yükler altında hesabı da benzer şekilde yapılmış ve her iki doğrultu için hesap sonucunda elde edilen başlıca bilgiler Tablo 5.14 te özetlenmiştir.

Tablo 5.14 Sistemin Limit Yükleri, Göçme Yükleri ve Plastik Kesitlerin Oluşumu

Doğrultu	Yatay Yük Parametresi	Plastik Kesit Sayısı			İlk Plastik Kesitin Oluştugu Yatay Yük Parametresi	
		Toplam	Kirişte	Kolonda	Kirişte	Kolonda
X	$P_{L1} = 1.719$	85	31	54	1.350	1.225
	$P_{G1} = 1.638$	54	19	35		
	$P_{L2} = 1.574$	71	24	47	1.226	1.163
	$P_{G2} = 1.535$	50	18	32		
Y	$P_{L1} = 1.734$	131	56	75	1.364	1.262
	$P_{G1} = 1.696$	91	37	54		
	$P_{L2} = 1.553$	82	33	49	1.265	1.189
	$P_{G2} = 1.553$	81	33	48		

Bu bilgiler değerlendirildiğinde şu temel sonuçlara varılmaktadır.

a- Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere göre boyutlandırılan bu yapı sistemi için $e_d = 1.00$ düşey işletme yükleri altında hesaplanan deprem güvenliğinin en küçük değeri

$$e_y = 1.535$$

olmaktadır. TS 500 Betonarme Yapılar Yönetmeliğinde esas alınan yük ve malzeme güvenlik katsayıları gözönünde tutulduğunda, bu değer betonarme yapılar için öngörülen güvenliğin üzerinde olduğu sonucuna varılmıştır.

b- Sistemin birinci ve ikinci mertebe limit yükleri karşılaştırıldığında, ikinci mertebe etkileri nedeni ile sistemin limit yükündeki azalmanın

$$\% 8.4 - 11.8$$

arasında olduğu görülmektedir.

c- Betonarme yapı sistemlerinde genellikle beklendiği gibi, bu örnekte de, limit yükten önce dönme kapasitelerinin aşılması nedeni ile sistem göçebilmektedir.

Göçme yükünün limit yüke oranı

0.952 - 1.00

arasında değişmektedir.

d- İlk plastik kesit yatay işletme yüklerinden sonra meydana gelmektedir.

e- Oluşan plastik kesitlerin kirişlere ve kolonlara dağılımı incelendiğinde, kolonlardaki plastik kesit sayısının daha fazla olduğu görülmektedir. Yapı güvenliği ve sünekliği açısından arzu edilmeyen bu durum, gerek TS 500 standartında gerekse Türk Deprem Yönetmeliğinde kuvvetli kolon - zayıf kiriş boyutlandırmasının öngörülmemesinden kaynaklanmaktadır.

Altı katlı betonarme uzay çerçeve sistemin elastoplastik hesabı sırasında hiç bir kesitte burulma çatlama dayanımının aşılmadığı, diğer bir deyişle, sistemde burulma plastik kesitlerinin oluşmadığı gözlenmiştir. Diğer taraftan, limit yükten önce sistemde oluşan kesme kuvvetleri kayma donatısının sağladığı kayma dayanımını aşmadığından, kesme nedeniyle göçme meydana gelmemektedir.

Sistemin ikinci mertebe elastoplastik hesabı sonucunda bulunan normal kuvvetlere ve eğilme momentlerinin yönlerine bağlı olarak yeniden hesaplanan eğilme rijitliklerindeki ve ikinci mertebe rijitlik matrislerindeki değişimin sonuca etkisini incelemek amacıyla, yeni eğilme rijitlikleri ve ikinci mertebe rijitlik matrisleri için, X doğrultusundaki hesap tekrarlanmış ve ikinci mertebe limit yükün yeni değeri

$$P_{L2} = 1.572$$

olarak bulunmuştur. Bu sonuç, incelenen sistemde, eğilme rijitliklerindeki değişimin sonuca etkisinin terkedilebilir mertebede olduğunu göstermektedir.

5.4 ÖRNEK 3 ONİKİ KATLI ÇEKİRDEK PERDELİ UZAY ÇERÇEVE

Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere uygun olarak boyutlandırılan oniki katlı, çekirdek perdeli betonarme uzay çerçeve sistemin düşey yükler ve X doğrultusunda etkiyen yatay deprem kuvvetleri için birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre elastoplastik hesabı yapılarak göçme güvenliği belirlenecektir. Sistem, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yüklerin altında, aralarında oran sabit kalarak artan yatay yükler için hesaplanmaktadır.

Ayrıca, yatay yüklerin planda X doğrultusu ile 45 derecelik açı yapacak şekilde etkimesi durumunda da, sistemin elastoplastik hesabı yapılarak ikinci mertebe limit yükü ve göçme güvenliği tayin edilecektir.

Sistemin kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit oldukları gözönünde tutulmuştur.

Yapı sisteminin tipik döşeme kalıp planı şeması Şekil 5.19 da, çerçeve düşey enkesiti Şekil 5.20 de, kiriş ve kolon enkesit boyutları sırasıyla Tablo 5.15 ve Tablo 5.16 da görülmektedir.

Tablo 5.15 Kiriş Enkesit Boyutları

Kat	Aks	h (mm)	b(mm)	b_w (mm)	h_f (mm)
1 - 12	1-2 , A-B (dış)	700	660	300	150
	2-2 , B-B	700	480	300	150
	1-2 , A-B (iç)	700	1020	300	150

Tablo 5.16 Kolon Enkesit Boyutları

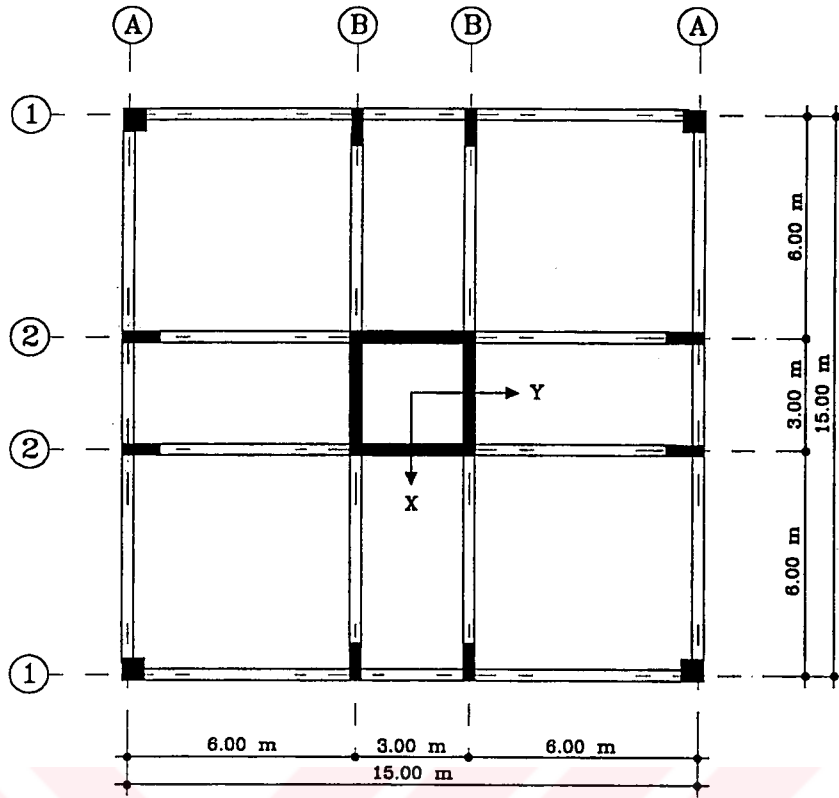
Kat	mm / mm	A1	A2 , B1
12 - 11 - 10	h / b	300 / 300	300 / 300
9 - 8 - 7	h / b	350 / 350	450 / 350
6 - 5 - 4	h / b	400 / 400	500 / 400
3 - 2 - 1	h / b	450 / 450	650 / 450

Enine donatı ise, tipik olarak,

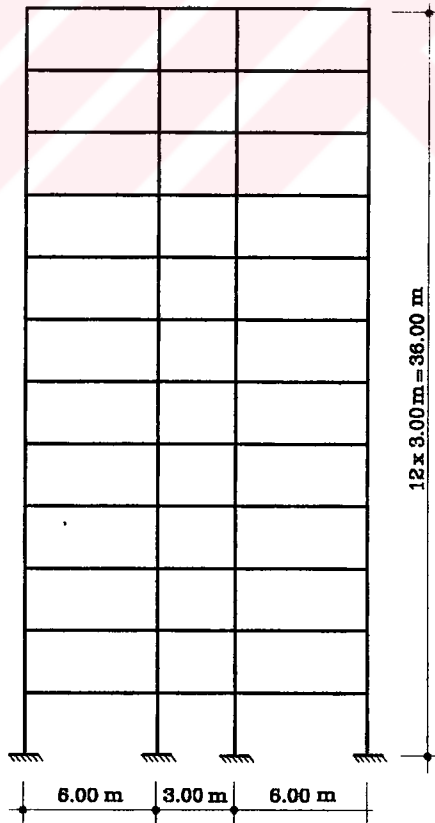
kirişlerde : $\Phi 10 / 200$ (etriye sıklaştırma bölgesinde $\Phi 10 / 150$)

kolonlarda : $\Phi 10 / 200$ (etriye sıklaştırma bölgesinde $\Phi 10 / 100$)

seçilmiştir.



Şekil 5.19 Tipik Döşeme Kalıp Planı Şeması



Şekil 5.20 Çerçeve Düşey Enkesiti

Plandaki konumu Şekil 5.19 da gösterilen çekirdek perdenin kalınlığı $t=300$ mm dir. Perde düşey donatısı içte ve dışta $\Phi 14 / 225$, yatay donatı içte ve dışta $\Phi 12 / 150$ dir. Perde köşelerindeki 300×300 mm boyutundaki bölgede ise düşey donatı $6\Phi 16$ olarak seçilmiştir. Perde enkesitinin modellenmesinde, düşey donatının perde kalınlığının ortasından geçen eksen üzerinde yer aldığı varsayımı yapılmıştır.

Çerçeve kirişlerinin X ve Y doğrultuları için aynı olan boyuna donatıları Tablo 5.17 de verilmiştir. Bu donatıya ek olarak, tüm kirişlerde, $2\Phi 12$ gövde donatısı bulunmaktadır.

Tablo 5.17 Çerçeve Kiriş Donatıları

			K a t l a r			
Aks	Yer		12 , 11 , 10	9 , 8 , 7	6 , 5 , 4	3 , 2 , 1
A	1	üst	$2\Phi 12+2\Phi 16$	$2\Phi 12+2\Phi 16$	$3\Phi 12+2\Phi 18$	$3\Phi 12+2\Phi 18$
		alt	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$4\Phi 16$
	1 - 2	üst	$2\Phi 12$	$2\Phi 12$	$3\Phi 12$	$3\Phi 12$
		alt	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$4\Phi 16$
	2	üst	$2\Phi 12+3\Phi 16$	$2\Phi 12+3\Phi 16$	$3\Phi 12+3\Phi 18$	$3\Phi 12+3\Phi 18$
		alt	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$4\Phi 16$
	2 - 2	üst	$2\Phi 12+3\Phi 16$	$2\Phi 12+3\Phi 16$	$3\Phi 12+3\Phi 18$	$3\Phi 12+3\Phi 18$
		alt	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$4\Phi 16$
B	1	üst	$3\Phi 16$	$3\Phi 16+2\Phi 18$	$3\Phi 16+2\Phi 20$	$3\Phi 16+2\Phi 20$
		alt	$4\Phi 16$	$4\Phi 16+1\Phi 18$	$4\Phi 16+1\Phi 18$	$4\Phi 16+1\Phi 18$
	1 - 2	üst	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$	$3\Phi 16$
		alt	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$
	2	üst	$3\Phi 16+5\Phi 22$	$3\Phi 16+6\Phi 22$	$3\Phi 16+6\Phi 22$	$3\Phi 16+6\Phi 22$
		alt	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$	$4\Phi 16$

Kolon boyuna donatıları Tablo 5.18 de özetlenmiştir.

Tablo 5.18 Kolon Boyuna Donatıları

		K a t l a r			
Kolonlar		12 - 11 - 10	9 - 8 - 7	6 - 5 - 4	3 - 2 - 1
A1		$8\Phi 14$	$8\Phi 14$	$8\Phi 16$	$8\Phi 18$
A2 , B1		$4\Phi 16 + 4\Phi 14$	$4\Phi 18 + 4\Phi 16$	$8\Phi 18$	$8\Phi 22$

Beton çeliği ve betonarme betonunun sınıfları ile Şekil 2.1 ve 2.2 de tanımlanan idealleştirilmiş $\sigma - \varepsilon$ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Beton Çeliği (BÇIII)

$$: f_{yk} = 420 \text{ N/mm}^2$$

$$: E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$: \varepsilon_{su} = 0.010$$

Betonarme Betonu (C25)

$$: f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$: E_c = 3.025 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

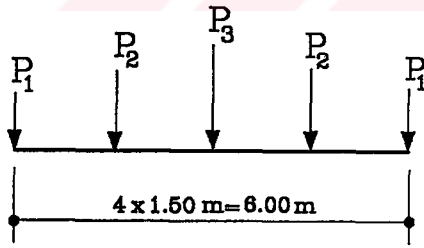
$$: \varepsilon_{co} = 0.002$$

$$: \varepsilon_{cu} = 0.006$$

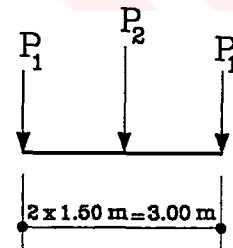
dır.

Yapının gerçek davranışının incelenmesi amacıyla malzeme güvenlik katsayıları gözönünde tutulmamıştır.

Yapıya etkiyen düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d = 1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan kiriş yükleri Şekil 5.21 de tanımlanmış, bu yüklerin değerleri ise Tablo 5.19 da verilmiştir. Kolon ve perde öz ağırlıkları bilgisayar programı tarafından doğrudan doğruya hesaplandığı için, bu yüklerin ayrıca giriş bilgisi olarak verilmesine gerek yoktur. Perde normal kuvvetlerinin hesabında, perde iç bölgesinde döşeme yüklerine eşdeğer düşey yükler gözönüne alınmıştır.



1 - 2 ve A - B kirişleri



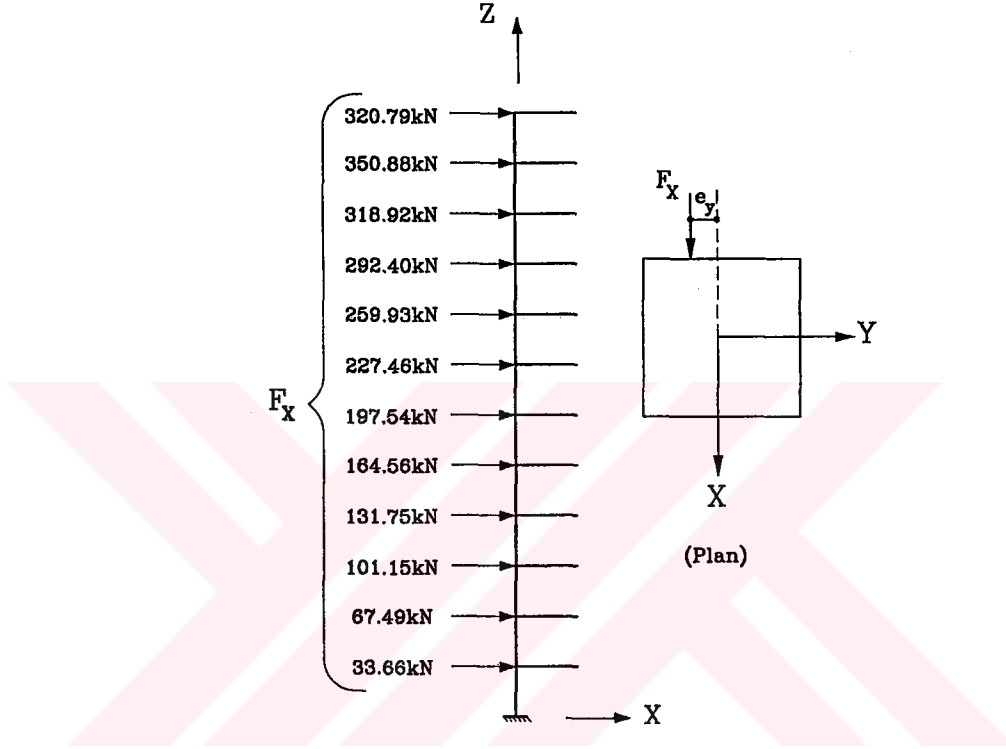
2 - 2 ve B - B kirişleri

Şekil 5.21 Kiriş Yükleri Şeması

Tablo 5.19 Kiriş Düşey İşletme Yükleri

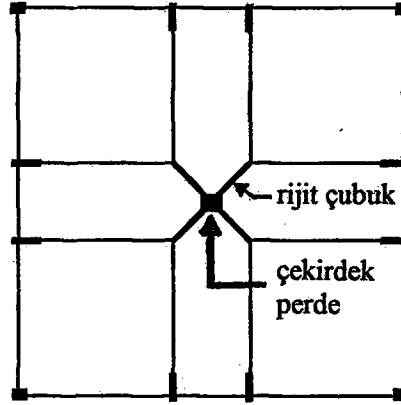
Kat	Aks	Yer	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_3 (kN)
Çatı Katı	A	1 - 2	5.62	21.38	31.50
		2 - 2	5.62	16.32	-
Döşemesi	B	1 - 2	8.15	34.04	46.70
Normal Kat	A	1 - 2	10.12	33.38	46.50
		2 - 2	10.12	26.82	-
Döşemeleri	B	1 - 2	9.65	42.29	58.70

İncelenen sistem X ve Y doğrultularında aynı dinamik karakteristiklere sahip olduğundan, her iki doğrultuda etkiyen eşdeğer deprem yüklerinin değerleri aynıdır. Birinci derece deprem bölgesi için, yapının dinamik karakteristiklerine bağlı olarak hesaplanan ve yapı ağırlık merkezine $\pm 5\%$ dış merkezlik ile etkitilen yatay işletme yükleri Şekil 5.22 de görülmektedir.



Şekil 5.22 Yapıya (X) Doğrultusunda Etkiyen Yatay İşletme Yükleri

Özellikleri yukarıda verilen on iki katlı, çekirdek perdeli betonarme uzay çerçeve sistemin birinci ve ikinci merteye teorilerine göre elastoplastik hesabı, esasları Bölüm 4 de açıklanan bilgisayar programlarından yararlanılarak yapılmıştır. Bilgisayar hesap modelinin hazırlanmasında çekirdek perde, perde ekseninden geçen bir düşey çubukla temsil edilmiştir. Ayrıca, perdenin 2B aksındaki düğüm noktalarına bağlantıları için, sonsuz rijitlikli çubuklardan yararlanılmıştır, Şekil 5.23.



Şekil 5.23 Bilgisayar Hesap Modeli

Kirişlerinde önemli burulma momentlerinin meydana geldiği, bu nedenle burulma çatlama dayanımının aşılarak burulma plastik kesitlerinin oluştuğu bu yapı sisteminin hesabında bir ardışık yaklaşım yolunun uygulanması gerekmektedir. Ardışık yaklaşımının ilk adımında, burulma plastik kesitleri gözönüne alınmaksızın hesap yapılır ve burulma çatlama dayanımı aşıl原因 kesitler belirlenir. İkinci adımda, bu kesitlerde burulma plastik kesitlerinin oluşabileceği gözönünde tutulur ve burulma plastik momentine karşı gelen boyuna donatı eğilme dayanımının tayininde hesaba katılmaz. Ardışık iki adımda bulunan burulma plastik kesitlerinin aynı veya birbirine yeter derecede yakın olması halinde hesaba son verilir. Bu örnekte, burulma plastik momenti basit burulma halindeki çatlama dayanımının 0.75 ine eşit olarak alınmış ve ikinci adım sonunda çözüm elde edilmiştir.

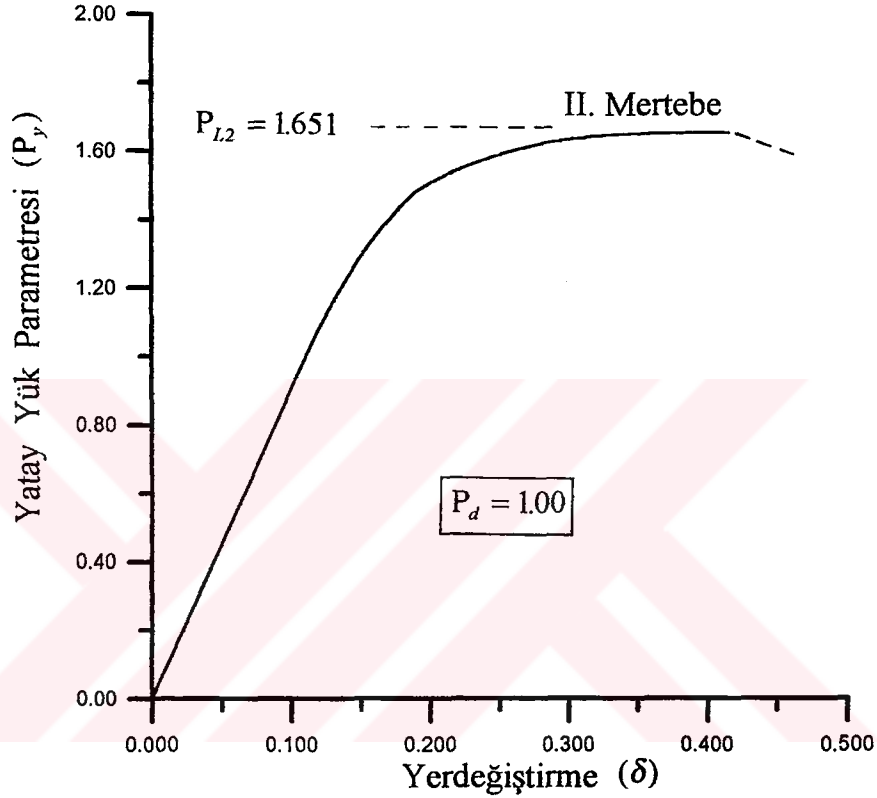
On iki katlı, çekirdek perdeli betonarme uzay çerçeve sistemin yukarıda açıklandığı şekilde bilgisayar analizi ile elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenerek tartışılacaktır.

Sistemin $P_d = 1.00$ düşey işletme yükleri altında, X doğrultusunda etkiyen yatay deprem yüklerinin artan değerleri için birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre hesaplanan limit yükleri

$$P_{L1} = 1.806 \quad \text{ve} \quad P_{L2} = 1.651$$

değerlerini almaktadır.

İkinci mertebe teorisine göre hesap sonucunda elde edilen yatay yük parametresi - yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramı Şekil 5.24 te, ikinci mertebe limit yük altında sistemde oluşan plastik kesitler ile kiriş ve kolonlardaki ilk plastik kesitler ve son plastik kesit Şekil 5.25 te gösterilmiştir. Şekil 5.25 te gösterilen plastik kesitlerin içi dolu olanları eğilme plastik kesitlerini, içi boş olanları ise burulma plastik kesitlerini ifade etmektedir.



Şekil 5.24 X Doğrultusunda İkinci Mertebe Teorisine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi ($P_y - \delta$) Diyagramı

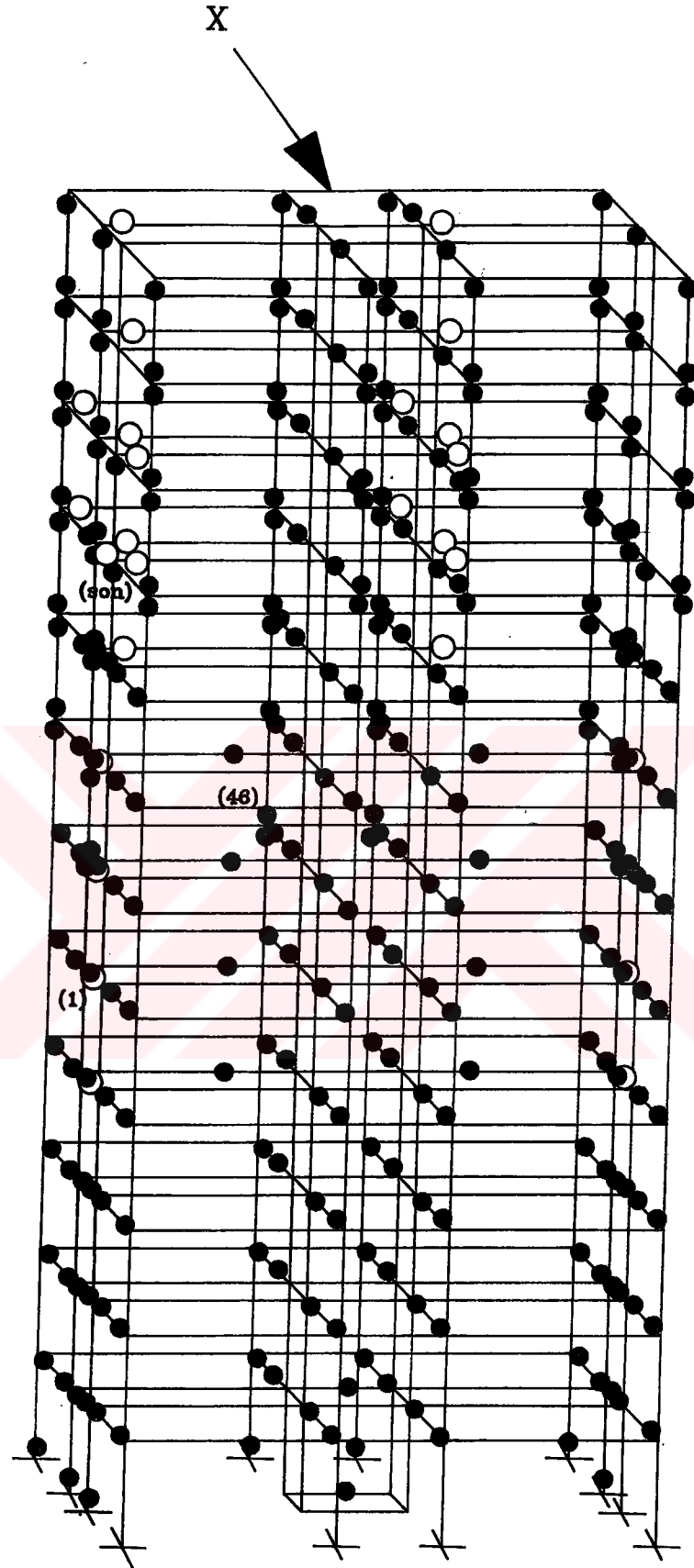
İkinci mertebe teorisine göre hesapta, dönme kapasitesi aşılan ilk plastik kesitteki yatay yük parametresi - plastik dönme ($P_y - \theta_p$) bağıntısı Şekil 5.26 da görülmektedir. Bu kesitteki dönme kapasitesi CHECK bilgisayar programı ile

$$\theta_p = 0.00444 \text{ radyan}$$

olarak bulunmuştur. Bu durumda sistemin göçme yükü

$$P_{G2} = 1.493$$

değerini almaktadır.

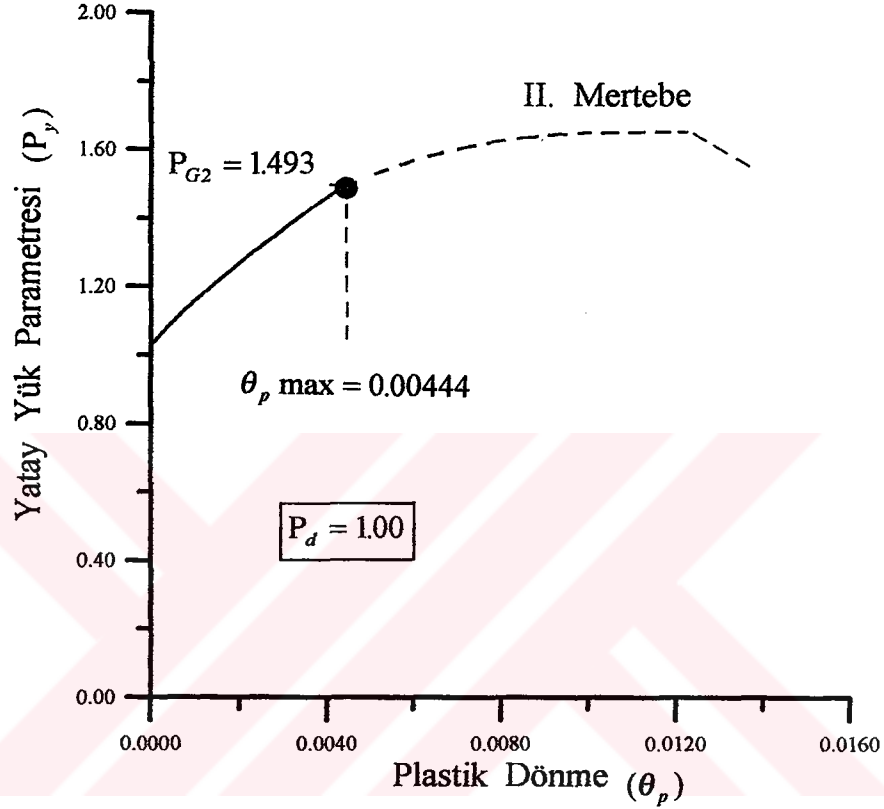


Şekil 5.25 İkinci Mertebe Limit Yük İçin Plastik Kesit Yerleri

Benzer hesap birinci mertebe teorisine göre de tekrarlanmış ve bu teoriye ait göçme yükü

$$P_{G1} = 1.552$$

olarak elde edilmiştir.



Şekil 5.26 X Doğrultusu İçin İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabında Dönme Kapasitesi İlk Aşılan Kesite Ait Yatay Yük Parametresi - Plastik Dönme ($P_y - \theta_p$) Bağıntısı

Yapı sisteminin diyagonal doğrultuda etkiyen deprem yükleri altındaki davranışını incelemek amacıyla, deprem yükleri planda X doğrultusu ile 45 derecelik açı yapacak şekilde sisteme etkililmiş ve ikinci mertebe teorisine göre hesap tekrarlanmıştır.

On iki katlı, çekirdek perdeli betonarme uzay çerçeve sistemin X doğrultusunda ve diyagonal doğrultuda ayrı ayrı etkiyen yatay deprem yükleri için yukarıda açıklanan şekilde yapılan hesapları sonucunda elde edilen bilgiler Tablo 5.20 de özetlenmiştir.

Tablo 5.20 Sistemin Limit Yükleri, Göçme Yükleri ve Plastik Kesitlerin Oluşumu

Doğrultu	Yatay Yük Parametresi	Plastik Kesit Sayısı						İlk Plastik Kesitin Oluştugu Yatay Yük Parametresi		
		Toplam	Kirişte		Kolonda		Perdede	Kirişte	Kolonda	Perdede
X	$P_{L1} = 1.806$	400	Eğilme	Burulma	Eğilme	Eğilme	Eğilme			
	$P_{G1} = 1.552$	126	204	53	141	2	2	0.910	1.345	1.524
	$P_{L2} = 1.651$	320	183	26	109	2	2	0.883	1.300	1.476
	$P_{G2} = 1.493$	124	101	2	20	1	1			
Diyagonal	$P_{L2} = 1.728$	493	247	26	219	1	1	0.880	1.182	1.373
	$P_{G2} = 1.576$	218	121	4	92	1	1			

Bu bilgiler değerlendirildiğinde şu temel sonuçlara varılmaktadır.

a- Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere göre boyutlandırılan bu yapı sistemi için, $e_d = 1.00$ düşey işletme yükleri altında hesaplanan deprem güvenliğinin en küçük değeri

$$e_y = 1.493$$

olmaktadır. Bu değer ülkemizde betonarme yapılar için öngörülen güvenliğin üzerindedir.

b- X doğrultusunda deprem yüklemesi için, ikinci mertebe etkileri nedeniyle, sistemin limit yükündeki azalma

% 8.6

değerini almaktadır.

c- Limit yükten önce, dönme kapasitelerinin aşılması nedeni ile sistem göçmektedir. Bu yapı sisteminde göçme yükünün limit yüke oranı

0.859 - 0.912

arasında değişmektedir.

d- Kirişlerinde burulma etkilerinin önem kazandığı ve burulma plastik kesitlerinin oluştuğu bu yapı sisteminde ilk plastik kesitler yatay işletme yüklerinden önce ve bu yüklerin

0.880 - 0.910

değerinde meydana gelmektedir.

e- Oluşan plastik kesitlerin kirişlere ve kolonlara dağılımı incelendiğinde

e1- kolonlarda önemli sayıda plastik kesit oluştuğu; bununla birlikte kolonlardaki plastik kesit sayısının toplam plastik kesit sayısına oranının Örnek 2 deki çerçeve sisteme göre daha küçük değer aldığı,

e2- kolonlardaki plastik kesitlerin büyük bir bölümünün göçme yükü ile limit yük arasında meydana geldiği,

e3- kirişlerde eğilme plastik kesitlerinin yanında önemli sayıda burulma plastik kesitlerinin de meydana geldiği

görülmektedir.

f- Sistemin X doğrultusunda ve diyagonal doğrultuda etkiyen deprem yükleri altındaki ikinci mertebe elastoplastik davranışları karşılaştırıldığında, diyagonal doğrultuda etkiyen deprem yükleri altında göçme güvenliğinin

% 4.7 - % 5.6

oranında daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun başlıca nedeni, diyagonal doğrultuda etkiyen yüklerden dolayı kat kirişlerinde oluşan etkilerin her iki doğrultudaki kirişlere dağılmasından ileri gelmektedir.



BÖLÜM 6 SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

1- Betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla bir yük artımı yöntemi geliştirilmiştir. Betonarmenin lineer olmayan davranışını ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisini gözönüne alan yöntem sistem özelliklerinden bağımsız olup Bölüm 3.1 de koşulları sağlayan bütün betonarme uzay çubuk sistemlere uygulanabilmektedir.

2- Çalışmada lineer olmayan şekildeğiştirmelerin *plastik kesit* adı verilen ve sınırlı plastik şekildeğiştirme kapasitesine sahip olan belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı gözönünde tutulmaktadır. Bu şekilde, tek eksenli basit eğilme etkisindeki sünek yapı sistemlerinde uygulanmakta olan plastik mafsal hipotezi betonarmenin davranışını ve bileşik iç kuvvet durumlarını kapsayacak şekilde genişletilmiştir.

3- Bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme çubuk elemanlar için uygulanmak üzere, lineer bölgelerden oluşan bir idealleştirilmiş akma yüzeyi önerilmiştir. Böylece, malzeme bakımından lineer olmayan betonarme sistemlerde akma koşullarının lineer denklemlere dönüştürülmesi sağlanmaktadır. Çalışmada ayrıca, betonarme yapı sistemlerindeki lineer olmayan burulma şekildeğiştirmelerinin sistem davranışına etkisi gözönüne alınmıştır.

4- Geliştirilen yük artımı yönteminde, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan yatay yükler için hesap yapılmaktadır. Bu şekilde, sabit düşey yüklerden oluşan normal kuvvetlere bağlı olarak hesaplanan ikinci mertebe rijitlik ve yükleme matrislerinin yardımıyla, ikinci mertebe etkileri de lineerleştirilmektedir.

5- Her plastik kesitin oluşumunu izleyen yük artımında o kesitteki bağımsız plastik şekildeğiştirme bileşeninin bilinmeyen olarak alınması ve iç kuvvet durumunun akma koşulunu sağladığını ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına eklenmesi öngörülmüştür. Bir önceki adıma ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, söz konusu yük artımına ait çözüm sadece yeni denklemin indirgenmesi ile elde edilebilmektedir.

6- Geliştirilen yöntemin çok katlı, büyük betonarme yapı sistemlerinin ikinci mertebe elastoplastik hesabına etkin olarak uygulanabilmesini sağlamak amacıyla bir algoritma önerilmiştir. Bu algoritma kapsamı içinde

a- kat döşemeleri kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit varsayılabilen betonarme yapılarda, döşeme düzlemi içindeki bilinmeyen yerdeğiştirmeler bir referans noktasının yerdeğiştirmeleri cinsinden ifade edilmekte,

b- katsayılar matrisinin, düğüm noktalarının bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerine ve plastik kesitlerdeki bağımsız şekildeğiştirme bileşenlerine karşı gelen bölümleri için özel bir indirgeme işlemi uygulanmaktadır.

7- Önerilen yöntemin sayısal uygulamalarına olanak sağlamak amacıyla BEKE-3, PARCS ve CHECK isimli bilgisayar programları hazırlanarak FORTRAN dilinde kodlanmıştır. Bu programlardan yararlanarak, betonarme uzay çubuk sistemlerin ve elemanları betonarme çubuk şeklinde idealleştirilebilen diğer betonarme yapıların birinci ve ikinci mertebe limit yükleri ile göçme yükleri doğrudan doğruya hesaplanabilmektedir.

8- Aktif bir deprem kuşağı üzerinde bulunan ülkemizde mevcut betonarme yapıların deprem güvenliklerinin belirlenmesi ve yeterli güvenliğe sahip olmayan yapıların güçlendirilmesi çalışmaları gün geçtikçe önem kazanmaktadır. Geliştirilen yük artımı yönteminin, aynı zamanda, söz konusu çalışmalara olanak sağlaması amaçlanmıştır.

9- Bu çalışmada geliştirilen hesap yöntemi, eşdeğer çubuk sistemindeki sonlu elemanlarla idealleştirilebilen betonarme yüzeysel yapı sistemlerinin birinci ve ikinci mertebe elastoplastik hesabına uygulanacak şekilde genişletilmeye açıktır.

10- Bu çalışma kapsamı içinde yapılan sayısal uygulamalar, betonarme çubuk sistemlerin lineer olmayan davranışına ilişkin olarak bazı sonuçlar ortaya koymaktadırlar. Bunların başlıcaları aşağıda sıralanmıştır.

a- Ülkemizde yürürlükte olan yönetmeliklere göre boyutlandırılan çok katlı betonarme yapı sistemlerinden oluşan örneklerde, ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre hesaplanan göçme güvenliğinin ilgili yönetmeliklerde öngörülen güvenliğin üzerinde olduğu görülmektedir.

b- İncelenen yapı sistemlerinin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre hesabı ile elde edilen sonuçlar, özellikle çok katlı betonarme yapıların boyutlandırılmasında ve sistem hesaplarında geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alınmasının gerektiğini göstermektedir.

c- Betonarme yapı sistemlerinde genellikle beklendiği gibi, yapılan sayısal uygulamalarda da, limit yükten önce dönme kapasitelerinin aşılması nedeniyle göçmenin meydana gelebileceği gözlenmiştir.

d- Oluşan plastik kesitlerin kolon ve kirişlere dağılımı incelendiğinde, kolonlarda da önemli sayıda plastik kesitin oluştuğu görülmektedir. Yapı güvenliği ve sürekliliği açısından arzu edilmeyen bu durum, ülkemizde yürürlükte bulunan yönetmeliklerde henüz yer almayan kuvvetli kolon - zayıf kiriş boyutlandırmasının önemini vurgulamaktadır.

e- Brüt kesit eğilme rijitlikleri yerine, betonarmenin gerçek davranışına uygun olarak belirlenen eğilme rijitliklerinin hesapta kullanılması sonuçları önemli ölçüde etkilemektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E., ÖZMEN, G.,** Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Cilt I, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, (1992)
- [2] **ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E., ÖZMEN, G.,** Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Cilt II, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, (1992)
- [3] **MOSES, F.,** Inelastic Frame Buckling, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.90, pp.105, (1964)
- [4] **LU, L.W.,** Inelastic Frame Buckling of Steel Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.91, pp.185, (1965)
- [5] **ÖZER, E.,** Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı İçin Bir Metot, Doktora Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul, (1969)
- [6] **LIAPUNOV, S.,** Ultimate Strength of Multistory Steel Rigid Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.100, ST8, pp.1643-1655, (1974)
- [7] **HODGE, P.G.,** Plastic Analysis of Structures, Mc.Graw Hill, (1959)
- [8] **NEAL, B.G.,** The Plastic Methods of Structural Analysis, Chapman&Hall Ltd, London, (1963)
- [9] **WOOD, R.H.,** The Stability of Tall Buildings, Proceedings, Institution of Civil Engineers, Vol.11, pp.69, (1958).
- [10] **ÖZER, E.,** Determination of Second-Order Limit Load by a Method of Load Increments, Bulletin of Technical University of Istanbul, Vol.40, No.4, pp.815-836, (1987)
- [11] **İRTEM, E.,** Uzay Çubuk Sistemlerde İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı İçin Bir Yük Artımı Yöntemi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Nisan (1991)
- [12] **ÖZER, E., İRTEM, E., ORAKDÖĞEN, E., GİRGİN, K., DOĞANER, S., KURTULDU, S.,** Çok Katlı Çelik Yapıların Gerçek Göçme Güvenliklerinin Belirlenmesi ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı, Kesin Rapor, İNTAG-505, TÜBİTAK, İstanbul, (1994)
- [13] **ÖZER, E.,** İkinci Mertebe Limit Yük İçin Yapı Ağırlığını Minimum Yapan Bir Boyutlandırma Metodu, Doçentlik Tezi, (1975)

- [14] **ORAKDÖĞEN, E.**, Uzay Çubuk Sistemlerde İkinci Mertebe Limit Yük İçin Yapı Ağırlığını Minimum Yapan Bir Boyutlandırma Yöntemi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Ocak (1994)
- [15] **ÇAKIROĞLU, A., ÖZER, E.**, Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt 1, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul, (1980)
- [16] **BAKER, A.L.L., AMARAKONE, A.M.N.**, Inelastic Hyperstatic Frames Analysis, International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, No.SP 12, pp.85-142, (1965)
- [17] **CORLEY, W.**, Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.92, No. ST5, pp.121-146, (1966)
- [18] **BURNS, N.H., SIESS, C.P.**, Plastic Hinging in Reinforced Concrete, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.92, No. ST5, pp.45-63, (1966)
- [19] **MATTOCK, H.**, Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.93, ST2, pp.519-522, (1967)
- [20] **HILLERBORG, A.**, Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams, The Nordic Concrete Federation, No.7, pp.121-134, (1988)
- [21] **HILLERBORG, A.**, Fracture Mechanics Concepts Applied to Moment Capacity of Reinforced Beams, Engineering Fracture Mechanics, Vol.35, No.1,2,3, pp. 233-240, (1990)
- [22] **KAPPOS, A.J.**, Analytical Prediction of the Collapse Earthquake for R/C Buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.20, pp.167-176, (1991)
- [23] **KAPPOS, A.J.**, Analytical Prediction of the Collapse Earthquake for R/C Buildings : Case Studies, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.20, pp.177-190, (1991)
- [24] **RIVA, C., COHN, M.Z.**, Rotation Capacity of Structural Concrete Members, Magazine of Concrete Research, Vol.46, No.168, pp.223-234, (1994)
- [25] **RIVA, C., COHN, M.Z.**, Engineering Approach to Nonlinear Analysis of Concrete Structures, Journal of the Structural Engineering, Vol.116, ASCE, No.8, pp.2162-2186, (1990)
- [26] **SAATÇIOĞLU, M., RAZVI, R.**, Strength and Ductility of Confined Concrete, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol.118, No.6, pp.1590-1607, (1992)
- [27] **MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J.N., PARK, R.**, Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol.114, No.8, pp.1804-1812, (1988)

- [28] **SHEIKH, S.A., TOKLUCU, M.T.**, Reinforced Concrete Columns Confined by Circular Spirals and Hoops, *Structural Journal, ACI*, Vol.90, No.5, (1993)
- [29] **WATSON, S., PARK, R.**, Simulated Seismic Load Tests on Reinforced Concrete Columns, *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.120, No.6, pp.1825-1849, (1994)
- [30] **PARK, R., PRIESTLEY, M.J.N., GILL, W.D.**, Ductility of Square-Confined Columns, *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.108, No.ST4, pp.929-950, (1982)
- [31] **RANGANATHAN, R., DESHPANDE, A.G.**, Reliability Analysis of Reinforced Concrete Frames, *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.113, No.6, pp.1315-1328, (1986)
- [32] **AL-HADDAD, M.S., WIGHT, J.K.**, Relocating Beam Plastic Hinge Zones for Earthquake Resistant Design of Reinforced Concrete Buildings, *Structural Journal, ACI*, pp.123-133, (1988)
- [33] **ALÌ, M.M., GRIERSON, D.E.**, Non-linear Design of Reinforced Concrete Frameworks, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.112, No.10, pp.2216-2233, (1986)
- [34] **MO, Y.L.**, Moment Redistribution in Reinforced Concrete Frames, *ACI Journal*, pp.577-587, (1986)
- [35] **METWALLY, E., CHEN, W.F.**, Moment-Rotation Modelling of Reinforced Concrete Beam-Column Connections, *Structural Journal, ACI*, pp. 384-394, (1988)
- [36] **DARVALL, P., MENDIS, P.A.**, Elastic-Plastic-Softening Analysis of Plane Frames, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.111, No.4, pp. 871-888, (1985)
- [37] **KIM, J., LEE, T.**, Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beams with Softening, *Computers & Structures*, Vol.44, No.3, pp.567-573, (1992)
- [38] **YAU, C.Y., CHAN, S.L., SO, A.K.W.**, Biaxial Bending Design of Arbitrarily Shaped Reinforced Concrete Column, *Structural Journal, ACI*, Vol.90, No. 3, pp.269-278. (1993)
- [39] **LAI, S-S, WILL, G.T., OTANI, S.**, Model for Inelastic Biaxial Bending of Concrete Members, *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.110, No.11, pp.2563-2584, (1984)
- [40] **HSU, C-T.,T.**, Reinforced Concrete Members Subject to Combined Biaxial Bending and Tension, *ACI Journal*, pp.137-144, (1986)

- [41] **HSU, C-T.,T.,** Analysis and Design of Square and Rectangular Columns by Equation of Failure Surface, *Structural Journal, ACI*, pp.167-179,(1988)
- [42] **ROSS, D.A., YEN, J.R.,** Interactive Design of Reinforced Concrete with Biaxial Bending, *ACI Journal*, pp.988-993, (1986)
- [43] **SACKS, R., BÜYÜKÖZTÜRK, O.,** Expert Interactive Design of R/C Columns Under Biaxial Bending, *Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE*, Vol.1, No.2, pp. 69-81, (1987)
- [44] **PARK, Y.J., REINHORN, A.M., KUNNATH, S.K.,** Technical Report NCEER-87-0008, July 20, 1987.
- [45] **KUNNATH, S.K., REINHORN, A.M., PARK, Y.J.,** Analytical Modelling of Inelastic Seismic Responce of R/C Structures, *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.116, No.4, pp.996-1017, (1990)
- [46] **REINHORN, A.M., KUNNATH, S.K., PANAHAHL, N.,** Technical Report NCEER-88-0035, September 7, (1988)
- [47] **SEIDEL, M.J., REINHORN, A.M., PARK, Y.J.,** Seismic Damageability Assessment of R/C Buildings in Eastern U.S., *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol.115, pp.2184-2203, (1989)
- [48] **PARK, Y.J., ANG, A.H-S, WEN, Y.K.,** Damage-Limiting Aseismic Design of Buildings, *Earthquake Spectra*, Vol.3, No.1, pp.1-26, (1987)
- [49] **LAI, S-S, WILL, G.T.,** R/C Space Frames with Column Axial Force and Biaxial Bending Moment Interactions, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.112, No.7, pp.1553-1572, (1986)
- [50] **CHAN, H.C., CHEUNG, Y.K., HUANG, Y.P.,** Nonlinear Modelling of Reinforced Concrete Structures, *Computers & Structures*, Vol.53, No.5, pp.1099-1107, (1994)
- [51] **ZIA, P.,** What Do We Know About Torsion in Concrete Members, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.96, No.ST6, pp.1185-1199, (1970)
- [52] **MC MULLEN, A.E., WARWARUK, J.,** Concrete Beams in Bending, Torsion and Shear, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.96, No.ST5, pp.885-903, (1970)
- [53] **VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P.,** Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory, *Structural Journal, ACI*, pp.258-268, May-June, (1988)
- [54] **ZARARIS, P.D., PENELIS, G.Gr.,** Reinforced Concrete T-Beams in Torsion and Bending, *ACI Journal*, pp.145-155, (1986)

- [55] **SANJAYAN, J.G., DARWALL, P.Le.P.**, Singularities in RC Beam Elements with Finite-Length Hinges, *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, Vol.121, No.1, pp.39-47, (1995)
- [56] **SUCUOĞLU, H.**, Prefabrik Çerçevelerin Deprem Tasarımında Yeni Bir Yöntem, İnşaat Mühendisliğinde Gelişmeler, I. Teknik Kongre, Cilt I, pp.12-20, (1993)
- [57] **KARAYANNIS, C.G., IZZUDDIN, B.A., ELNASHI, A.S.**, Application of Adaptive Analysis to Reinforced Concrete Frames, *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, Vol.120, No.10, pp.2935-2951, (1994)
- [58] **RESHEIDAT, M., GHANMA, M., SUTTON, C., CHEN, W-F**, Flexural Rigidity of the Biaxially Loaded Reinforced Concrete Rectangular Column Sections, *Computers & Structures*, Vol.55, No.4, pp. 601-614, (1995)
- [59] **TÜRK STANDARTLARI ENSTİTÜSÜ**, TS500, Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, Türk Standartları, (1981)
- [60] **CEB-FIB** Model Design Code, Thomas & Telford Services Ltd., (1993)
- [61] **B.A.E.L.** Negles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions Beton arme Suivant la Methode des etats Limites, (1991)
- [62] **ERSOY, U.**, Betonarme Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı, Cilt I, Evrim Basım Yayın Dağıtım, İstanbul, (1987)
- [63] **AMERICAN CONCRETE INSTITUTE**, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-89 and Commentary, (1989)
- [64] **PAULAY, T., PRIESTLEY, N.**, Seismic Design of Reinforced Concrete and Mosanry Buildings, John Wiley & Sons Inc., (1992)
- [65] **ÇAKIROĞLU, A.**, Betonarmede Akma Vektörü, Akma Bağlılıları ve Yük Artımı Üzerine, Yapı Statiği Çalışma Grubu Seminerleri, (Yayınlanmamış Çalışma), (1994)
- [66] **PORTLAND CEMENT ASSOCIATION**, Notes on ACI 318-89 Building Code Requirements for Reinforced Concrete with Design Applications, (1989)
- [67] **TEZCAN, S.**, Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri ile Çözümü, Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul, (1970)

- [68] İMAR VE İSKAN BAKANLIĞI DEPREM ARAŞTIRMA ENSTİTÜSÜ
BAŞKANLIĞI, Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında
Yönetmelik, (1975)



Ek A ÇUBUK RİJİTLİK VE DÖNÜŞTÜRME MATRİSLERİ

Bu çalışmada geliştirilen yük artımı yönteminin her adımında, üzerinde plastik kesitler bulunan bir uzay çubuk sistemin Matris Yerdeğiştirme Yöntemi ile hesabı gerekmektedir. Bu bölümde, çubuk rijitlik ve dönüştürme matrisleri hakkında bilgi verilecektir.

Çubuk Rijitlik Matrisi

Bir uzay çubuğun çubuk eksen takımındaki $[K]$ rijitlik matrisi 12×12 boyutundadır. Bu matris, i ve j uçlarına ait, 6×6 boyutundaki $[k]_{ii}, [k]_{ij}, [k]_{ji}, [k]_{jj}$ alt matrislerinin

$$[K] = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

şeklinde biraraya gelmesinden oluşmaktadır.

$[K]$ matrisinin $k_{m,n}$ elemanı, n sayılı yerdeğiştirme bileşeninin birim değerinden dolayı, m sayılı yerdeğiştirme bileşeni doğrultusunda oluşan uç kuvvetini (birim yerdeğiştirme sabitini) ifade etmektedir.

Betti karşılıklı teoremi uyarınca $[K]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktir. Diğer bir deyişle, bu matrisin elemanları arasında

$$[k]_{ii} = [k]_{ii}^T, \quad [k]_{ji} = [k]_{ij}^T, \quad [k]_{jj} = [k]_{jj}^T \quad (A.2)$$

özellikleri bulunmaktadır.

Doğru eksenli uzay çubuklar için $[K]$ çubuk rijitlik matrisini oluşturan $[k]_{ii}, [k]_{ij}, [k]_{ji}, [k]_{jj}$ alt matrislerinin sıfır ve sıfır olmayan elemanları aşağıda gösterilerek tanımlanmıştır.

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,6} \\ 0 & k_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{3,3} & k_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{4,3} & k_{4,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,5} & 0 \\ -k_{6,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,6} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} -k_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,12} \\ 0 & -k_{2,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{3,9} & k_{3,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{4,9} & k_{4,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{5,11} & 0 \\ k_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T \quad (\text{A.5})$$

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} k_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,12} \\ 0 & k_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{9,9} & -k_{9,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{10,9} & k_{10,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{11,11} & 0 \\ k_{12,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12,12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Bu alt matrislerdeki bağımsız yerdeğiştirme sabitleri sekiz tanedir.

$$k_{2,2}, k_{4,4}, k_{5,5}, k_{6,6}, k_{4,10}, k_{6,12}, k_{10,10}, k_{12,12}$$

Diğer birim yerdeğiştirme sabitleri, Betti karşılık teoremi ve çubukların denge denklemleri uyarınca bağımsızlar cinsinden

$$k_{2,8} = k_{8,8} = k_{2,2} \quad (\text{A.7})$$

$$k_{5,11} = k_{11,11} = k_{5,5} \quad (\text{A.8})$$

$$k_{3,4} = k_{4,3} = k_{4,9} = \frac{k_{4,4} + k_{10,4}}{L} \quad (\text{A.9})$$

$$k_{3,10} = k_{9,10} = k_{10,9} = \frac{k_{4,10} + k_{10,10}}{L} \quad (\text{A.10})$$

$$k_{1,6} = k_{6,1} = k_{6,7} = \frac{k_{6,6} + k_{12,6}}{L} \quad (\text{A.11})$$

$$k_{1,12} = k_{7,12} = k_{12,7} = \frac{k_{6,12} + k_{12,12}}{L} \quad (\text{A.12})$$

ve birinci mertebe teorisinde

$$k_{1,1} = k_{1,7} = k_{7,7} = \frac{k_{1,6} + k_{1,12}}{L} \quad (\text{A.13})$$

$$k_{3,3} = k_{3,9} = k_{9,9} = \frac{k_{3,4} + k_{9,10}}{L} \quad (\text{A.14})$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada L çubuk boyunu göstermektedir.

Doğru eksenli, prizmatik uzay çubuklarda birinci mertebe teorisine ait rijitlik matrisleri aşağıda verilmiştir.

$$[k]_H = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

(A.15)

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{-EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_x}{L^2} & \frac{2EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

(A.16)

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T$$

(A.17)

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & \frac{-6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

(A.18)

Yukarıda verilen çubuk rijitlik matrislerinde EF çubuk uzama rijitliğini, EI_x, EI_z sırası ile YZ ve XY düzlemlerindeki eğilme rijitliklerini, GJ ise

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\nu : \text{Poisson oranı}) \quad (\text{A.19})$$

olmak üzere, çubuk burulma rijitliğini göstermektedir.

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alınması halinde, uzay çubuk sistemlerde oluşan tüm ikinci mertebe etkileri referans [1], [2] de ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu çalışmada, burulma doğrultusundaki yerdeğiştirmelerden oluşan ikinci mertebe etkileri ile çubuk enkesitindeki yerel ikinci mertebe etkileri terkedilmektedir. Buna göre, ikinci mertebe teorisine ait

çubuk rijitlik matrislerinin hesabında yalnız çubukların asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelere ait ikinci mertebe etkileri gözönüne alınmaktadır.

Doğru eksenli prizmatik uzay çubuklarda bu varsayımlar altında elde edilen, ikinci mertebe teorisine ait bağımsız birim yerdeğiştirme sabitlerinin değerleri aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir.

$$k_{2,2} = \frac{EF}{L} \quad (\text{A.20})$$

$$k_{5,5} = \frac{GJ}{L} \quad (\text{A.21})$$

$$k_{4,4} = k_{10,10} = \frac{EI_x}{L} \frac{\psi_x \sin \psi_x - \psi_x^2 \cos \psi_x}{2(1 - \cos \psi_x) - \psi_x \sin \psi_x} \quad (\text{A.22})$$

$$k_{4,10} = \frac{EI_x}{L} \frac{\psi_x^2 - \psi_x \sin \psi_x}{2(1 - \cos \psi_x) - \psi_x \sin \psi_x} \quad (\text{A.23})$$

$$k_{6,6} = k_{12,12} = \frac{EI_z}{L} \frac{\psi_z \sin \psi_z - \psi_z^2 \cos \psi_z}{2(1 - \cos \psi_z) - \psi_z \sin \psi_z} \quad (\text{A.24})$$

$$k_{6,12} = \frac{EI_z}{L} \frac{\psi_z^2 - \psi_z \sin \psi_z}{2(1 - \cos \psi_z) - \psi_z \sin \psi_z} \quad (\text{A.25})$$

Diğer birim yerdeğiştirme sabitleri bağımsızlara bağlı olarak [A.7-A.12] formülleri ile elde edilirler. Birinci mertebe teorisi için A.13 ve A.14 bağıntıları ile verilen birim yerdeğiştirme sabitleri ise, ikinci mertebe teorisinde

$$k_{1,1} = k_{7,7} = k_{1,7} = \frac{2(k_{6,6} + k_{6,12})}{L^2} - \frac{EI_x \psi_x^2}{L^3} \quad (\text{A.26})$$

$$k_{3,3} = k_{3,9} = k_{9,9} = \frac{2(k_{4,4} + k_{4,10})}{L^2} - \frac{EI_x \psi_x^2}{L^3} \quad (\text{A.27})$$

değerlerini almaktadır.

Bu bağıntılardaki ψ_x , ψ_z terimlerinin açık ifadeleri, N çubuktaki basınç kuvvetini göstermek üzere,

$$\psi_x = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}} \quad , \quad \psi_z = L \sqrt{\frac{|N|}{EI_z}} \quad (\text{A.28})$$

şeklinde dir.

$[T]$ Dönüştürme Matrisi

Bu çalışmada sistem eksenlerindeki büyüklüklerin çubuk eksenlerine dönüştürülmesi amacıyla tanımlanan $[T]$ dönüştürme matrisi, sistem eksen takımının çubuk eksen takımına göre doğrultu kosinüslerinden meydana gelmektedir.

Bir uzay çubuğun $[T]$ dönüştürme matrisi

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [t] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [t] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [t] \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (A.29)$$

şeklinde $[t]$ alt matrislerinden oluşur.

$[t]$ alt matrisinin elemanları aşağıda tanımlanmıştır.

$$[t] = \begin{bmatrix} \frac{m_y \cos \beta + l_y n_y \sin \beta}{\sqrt{1 - n_y^2}} & \frac{l_y \cos \beta - m_y n_y \sin \beta}{\sqrt{1 - n_y^2}} & -\sqrt{1 - n_y^2} \sin \beta \\ l_y & m_y & n_y \\ -\frac{l_y n_y \cos \beta - m_y \sin \beta}{\sqrt{1 - n_y^2}} & \frac{-l_y \sin \beta - m_y n_y \cos \beta}{\sqrt{1 - n_y^2}} & \sqrt{1 - n_y^2} \cos \beta \end{bmatrix} \quad (A.30)$$

Burada

$X_i, X_j, Y_i, Y_j, Z_i, Z_j$: i ve j uçlarının sistem eksenlerindeki koordinatları olmak üzere

$$l_y = \frac{X_j - X_i}{L}$$

$$m_y = \frac{Y_j - Y_i}{L}$$

$$n_y = \frac{Z_j - Z_i}{L} \quad (A.31)$$

sırasıyla X, Y ve Z sistem eksenlerinin y çubuk eksenine göre doğrultu kosinüslerini, β ise çubuk z ekseninin sistem Z eksenine ile yaptığı açıyı göstermektedir.

Çubuk ekseninin Z eksenine paralel olması halinde, $[t]$ matrisi

$$[t] = \begin{bmatrix} n_y \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & n_y \\ n_y \sin \beta & -\cos \beta & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

şeklini alır.

$[TT]$ Dönüştürme Matrisi

$[TT]$ dönüştürme matrisi, kat döşemeleri XY düzlemi içinde sonsuz rijit varsayılan yapılarda, döşeme düzlemi içindeki düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerini seçilen bir referans noktasının yerdeğiştirme bileşenlerine bağlı olarak ifade etmektedir.

Bu matris

$$[TT] = \begin{bmatrix} [tt]_i & [0] \\ [0] & [tt]_j \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (\text{A.33})$$

şeklinde $[tt]_i$ ve $[tt]_j$ alt matrislerinden oluşur.

Bir i ve j çubuğunda bu alt matrisler için,

$$\begin{aligned} \Delta X_i &= X_i - X_s, & \Delta Y_i &= Y_i - Y_s \quad (X_s, Y_s : \text{referans noktasının koordinatları}) \\ \Delta X_j &= X_j - X_s, & \Delta Y_j &= Y_j - Y_s \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

olmak üzere

$$[tt]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Delta Y_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta X_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad [tt]_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Delta Y_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta X_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (\text{A.35})$$

ifadeleri yazılabilir.

Ek B PLASTİK ŞEKİLDEĞİŞTİRME BİLEŞENLERİNİN BİRİM DEĞERLERİNDEN OLUŞAN ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ MATRİSLERİ

Bu bölümde, plastik kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan çubuk uç kuvvetleri matrisleri Ek A da tanımlanan çubuk rijitlik matrisi elemanlarına bağlı olarak verilecektir, [10], [11].

Üzerindeki bir k noktasında plastik kesit bulunan bir i, j çubuğunda, bu kesitteki $\phi_{xk}, \phi_{zk}, \Delta_k$ ve / veya ϕ_{yk} sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan $[P_{\phi k}]_i, [P_{\phi k}]_j$ çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned}
 [P_{\phi k}]_i &= \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zk}(-\alpha k_{1,12} + (1-\alpha)k_{1,6}) \\ -\Delta_k k_{2,8} \\ \phi_{xk}(\alpha k_{3,10} - (1-\alpha)k_{3,4}) \\ \phi_{xk}(\alpha k_{4,10} - (1-\alpha)k_{4,4}) \\ -\phi_{yk} k_{5,11} \\ \phi_{zk}(\alpha k_{6,12} - (1-\alpha)k_{6,6}) \end{bmatrix} \\
 [P_{\phi k}]_j &= \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zk}(\alpha k_{7,12} - (1-\alpha)k_{7,6}) \\ \Delta_k k_{8,8} \\ \phi_{xk}(-\alpha k_{9,10} + (1-\alpha)k_{9,4}) \\ \phi_{xk}(\alpha k_{10,10} - (1-\alpha)k_{10,4}) \\ \phi_{yk} k_{11,11} \\ \phi_{zk}(\alpha k_{12,12} - (1-\alpha)k_{12,6}) \end{bmatrix} \quad (B.1)
 \end{aligned}$$

şeklindedir, Şekil B.1, Şekil B.2.

Yukarıdaki ifadede L çubuk boyunu, x_k plastik kesitin çubuk i ucundan uzaklığını göstermek üzere, α

$$\alpha = \frac{x_k}{L}$$

şeklinde tanımlanan bir parametreyi,

ϕ_{zk}, ϕ_{xk} : sırasıyla XY ve YZ düzlemleri içindeki eğilme plastik şekildeğiştirme bileşenlerini,

Δ_k : çubuğun y boyuna ekseni doğrultusundaki plastik şekildeğiştirme bileşenini,

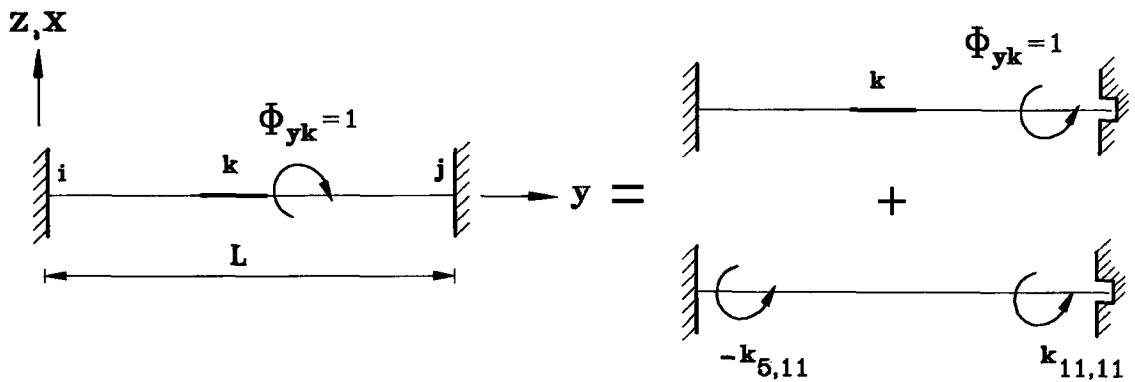
ϕ_{yk} : çubuğun y boyuna ekseni etrafındaki burulma plastik şekildeğiştirme bileşenini göstermektedir.

Doğru eksenli prizmatik bir çubukta, birinci merteye teorisine ait $[P_{\phi k}]_i, [P_{\phi k}]_j$ uç kuvvetleri matrisleri için

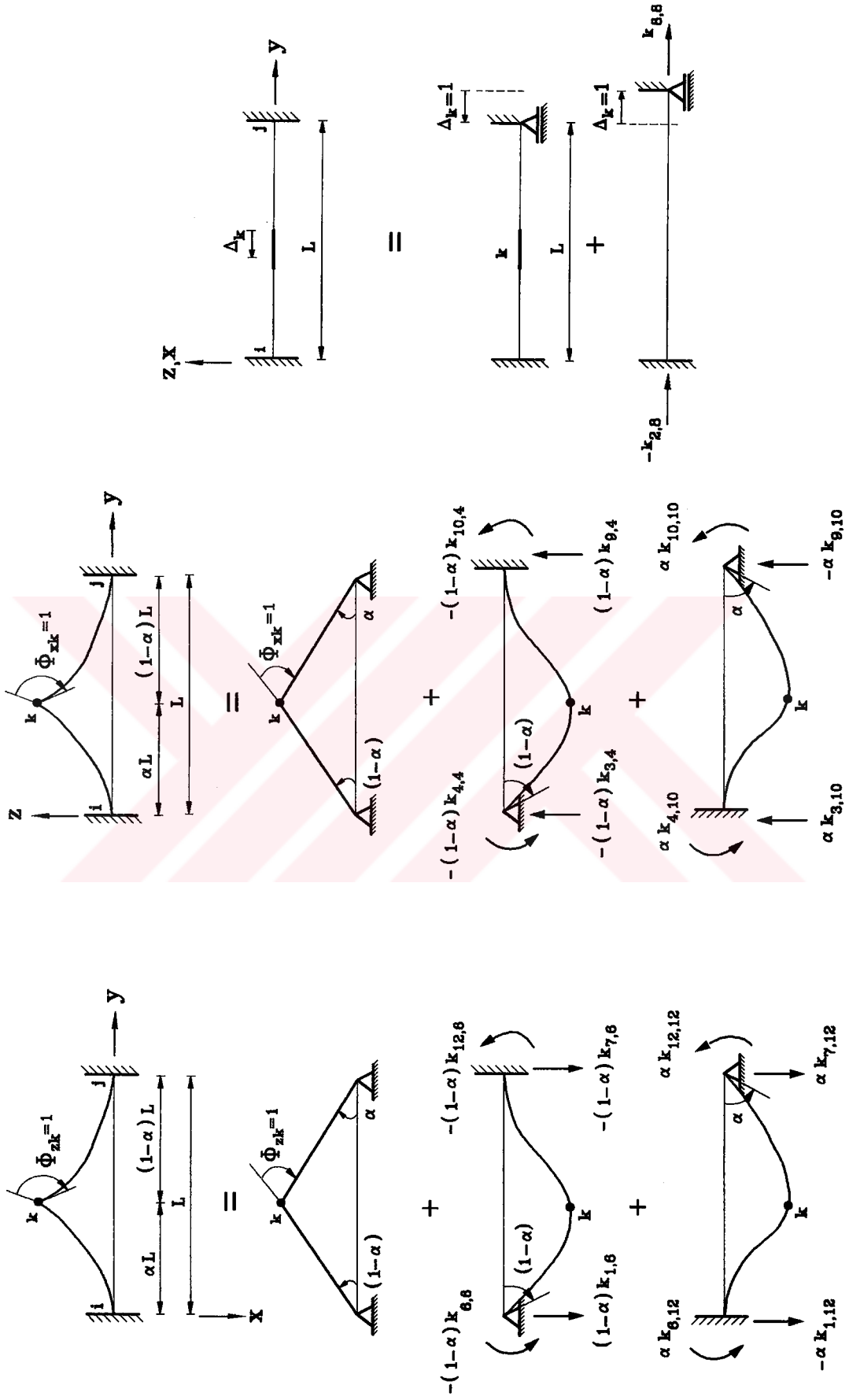
$$[P_{\phi k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_{zk}(12\alpha-6)\frac{EI_z}{L^2} \\ -\Delta_k \frac{EF}{L} \\ \phi_{xk}(12\alpha-6)\frac{EI_x}{L^2} \\ \phi_{xk}(6\alpha-4)\frac{EI_x}{L} \\ -\phi_{yk} \frac{GJ}{L} \\ \phi_{zk}(6\alpha-4)\frac{EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$[P_{\phi k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zk}(12\alpha-6)\frac{EI_z}{L^2} \\ \Delta_k \frac{EF}{L} \\ -\phi_{xk}(12\alpha-6)\frac{EI_x}{L^2} \\ \phi_{xk}(6\alpha-4)\frac{EI_x}{L} \\ \phi_{yk} \frac{GJ}{L} \\ \phi_{zk}(6\alpha-4)\frac{EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

yazılabilir.



Şekil B.1 Burulma Plastik Şekildeğiştirmesinin Birim Değerinden Meydana Gelen Çubuk Uç Kuvvetleri



Şekil B.2 Bileşik Eğik Eğilmede Plastik Şekildeğiştirme Bileşenlerinin Birim Değerlerinden Meydana Gelen Çubuk Uç Kuvvetleri

ÖZGEÇMİŞ

Konuralp GİRĞİN, 1964 yılında Sakarya’da doğmuştur. Orta öğrenimini İstanbul 50.Yıl Tahran Lisesi’nde bitirdikten sonra 1982 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’ne girmiş ve 1986 yılında lisans öğrenimini tamamlayarak İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü’nde yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. 1989 yılında yüksek mühendis olarak mezun olduktan sonra aynı enstitüde doktora öğrenimine başlayan Konuralp GİRĞİN, halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Yapı Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

