

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR UZAY ARACININ YÖRÜNGE STABİLİTESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Aslı UTKU

Anabilim Dalı : UÇAK VE UZAY MÜHENDİSLİĞİ

Programı : UÇAK VE UZAY MÜHENDİSLİĞİ

HAZİRAN 2007

BİR UZAY ARACININ YÖRÜNGE STABİLİTESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Aşlı UTKU
511041003

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 7 Mayıs 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 11 Haziran 2007

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Cuma YARIM
Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Umur DAYBELGE
Prof.Dr. Ahmet Giz

HAZİRAN 2007

ÖNSÖZ

Tezimin konusunu oluşturan “Yörünge Stabilitesi”, daha bugünden uzay yolculukları için büyük önem taşımakta olup, bu konuda günümüzde bir çok bilim insanı çalışmalar yapmakta, makaleler ve kitaplar yayınlamaktadır. Ele aldığım, “Düşük enerjili yörünge transferlerinin stabilitesi”, özellikle, uzak mesafeli uzay yolculukları için büyük önem taşımaktadır.

Uzay çağına girdiğimizden beri, uzay araçlarının yapımı ve kullanımında önemli bir problem olarak ortaya çıkan, “Uzay Araçlarının Yörünge ve Yönelme Stabilitesi” bir çok bakımdan optimize edilmesi gereken bir kontrol problemi oluşturmaktadır. Günümüzde de sürdürülen bu araştırmaların, örneğin uzayın derinliklerine yakıt sarfı ve seyahat süresi bakımından, daha optimal olarak erişebilecek uzay araçlarının inşasına ve bunların kullanılmasına imkan vereceği düşünülmektedir. Bunlarla ilgili olarak, günümüzde birçok yeni ve ilginç teknolojik ve bilimsel problem ele alınmaktadır.

Bu çalışmada, sevgili hocam Prof. Dr. Umur Daybelge’ye beni yönlendirdiği ve desteklediği için çok teşekkür ediyorum. Ayrıca danışman hocam Yrd.Doç.Dr. Cuma Yarım’a ve ilginç motivasyonları ile beni evrenden evrene transfer eden sevgi dolu anneme de içtenlikle teşekkür ederim.

Haziran 2007

Aslı Utku

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Geçmiş Çalışmalar ve Kullanılan kaynaklar	2
1.2. Çalışmanın Amacı	3
2. GÖK MEKANİĞİ	4
2.1. Temel Bilgiler	5
2.2. İki Cisim Problemi	5
2.2.1. Hareket Denklemi	7
2.2.2. Konik Kesit Geometrisi	9
2.3. Üç Cisim Problemi	13
2.3.1. Dairesel Kısıtlanmış Üç Cisim Problemi	14
2.3.2. Jacobi İntegrali	17
2.3.3. Sıfır Hız Yüzeyleri	18
2.3.4. Lagrange Librasyon Noktaları	22
2.3.4.1 Lagrange Noktalarının Stabilitesi	25
2.3.4.1 Lagrange Noktalarının Hareketi	28
3. GELENEKSEL TRANSFER TEKNİKLERİ	29
3.1. Kütle Çekim Yardımlı Transferler	29
3.2. Hohmann Transferi	32
3.3. Düşük İtkili Transferler	33
3.3.1. Kutupsal Hareket Denklemleri (H.D.)	33
3.3.2. Enerji ve Açısal Momentum Kullanılarak Türetilen H. D.	34
4. DÜŞÜK ENERJİ TRANSFERİ	35
4.1. Zayıf Kararlılık Sınırları	35
4.1.1. WSB Dinamiği	35
4.1.2. WSB Transferinin Avantajı ve Dezavantajı	36
4.2. Dinamik Sistem Teorisi (DST)	36
4.2.1. Doğrusal Librasyon Noktaları Yakınındaki Bir Cismin Hareketi	36
4.2.1.1 Hareket Denklemlerinin Linerizasyonu	37
4.2.1.2 Lineerleştirilmiş Hareket Denklemlerinin Analizi	37
4.2.2. Düşük Enerji Transferinde (LET) Sabit Manifoldun Kullanımı	40
4.2.3. Dinamik Kanal	41
4.2.3.1 Homoklinik Yörüngeler	41

4.2.3.2 Heteroklinik Yörüngeler	42
4.2.4. Dinamik Sistem Teorisini Kullanarak Yörünge Oluşturma	44
4.2.5. Manifoldların Çizilmesi	45
4.2.6. Görev Dizaynında DST Uygulamaları ve Gözlemleri	48
4.2.6.1 Jüpiter'in Ayları Görevi	49
4.2.6.2 Ay'a Düşük Enerjili Transfer	52
4.2.6.3 Genesis Görevi	54
4.2.6.4 Oterma kuyruklu yıldızı	56
4.2.6.5 Güneş Sisteminin Stabilitesi ve Rezonansları	66
5. SONUÇLAR	69
KAYNAKLAR	71
EK-A Tablolar	74
EK-B Güneş Sistemi Rezonans Haritaları	77
EK-C Matlab Kodları	82
ÖZGEÇMİŞ	114

KISALTMALAR

2BP	: İki Cisim Problemi
3BP	: Üç Cisim Problemi
4BP	: Dört Cisim Problemi
R3BP	: Kısıtlı Üç Cisim Problemi
CR3BP	: Dairesel Kısıtlı Üç Cisim Problemi
PCR3BP	: Düzlemsel Dairesel Kısıtlı Üç Cisim Problemi
DST	: Dinamik Sistem Teorisi
LTT	: Düşük İtkili Transferler (Low-Thrust Trajectories)
LET	: Düşük Enerji Transferi (Low Energy Transfer)
WSB	: Zayıf Kararlılık Sınırı (Weak Stability Boundary)
CoLP	: Co-linear Problem
BiCP	: Bi-circular Problem
TCM	: Trajectory Correction Maneuver-yörünge doğrulama manevrası

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. : Perapsis ve apoapsisin çeşitli gök cisimlerine göre adlandırılışı...	11
Tablo 2.2. : Güneş Gezegen sistemlerinde librasyon noktalarının değerleri ve bu değerler için alacağı C sabitleri.[2].....	21
Tablo 4.1. : Astez5.m için rezonansların başlangıç koşulları (Gün-Jüp. Sis.)..	64
Tablo A.1. : Gezegenlerin boyut ve kütle parametreleri.....	74
Tablo A.2. : Gezegenlerin yörünge parametreleri.....	74
Tablo A.3. : Gezegenlerin kendi eksenlerindeki dönme verileri.....	74
Tablo A.4. : Astronomik Sabitler.....	75
Tablo A.5. : CR3BP içim veri tablosu.....	75
Tablo A.6. : Gezegenlerin uydularına ait veriler.....	76

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : İki cisim problemi.....	6
Şekil 2.2 : Cismin polar koordinatlarda gösterimi.....	7
Şekil 2.3 : Konik Kesitler ; a) daire, b) elips, c) parabol, d) hiperbol.....	9
Şekil 2.4 : Elips yörünge geometrisi -1.....	10
Şekil 2.5 : 2BP yörünge çizimi (faz açısız). b) 2BP faz açılı yörünge çizimi	12
Şekil 2.6 : Elips yörünge geometrisi -2.....	12
Şekil 2.7 : Dairesel kısırlı üç cisim problemi.....	14
Şekil 2.8 : Belirli bir C değeri için Dünya–Ay sistemi sıfır hız yüzeyi.....	18
Şekil 2.9 : Sıfır Hız yüzeyleri.....	19
Şekil 2.10 : Hill bölgelerinin beş türü	20
Şekil 2.11 : C- μ diyagramı.....	20
Şekil 2.12 : Logaritmik C- μ diyagramı.....	21
Şekil 2.13 : CR3BP için Lagrange noktaları.....	22
Şekil 2.14 : Librasyon noktaları.....	24
Şekil 2.15 : Librasyon noktaları ve Değişen C değerli sıfır hız yüzeyleri.....	24
Şekil 2.16 : Librasyon noktalarının potansiyeli.....	25
Şekil 2.17 : Librasyon noktaları civarındaki periyodik yörüngeler.....	28
Şekil 3.1 : a) Hiperbolik Yörünge Geometrisi b) Gezegenin etrafında hiperbolik yörüngeyle geçen bir cismin hızının azalıp artması. İlk durumda gezegenin önünden geçen cisim sonsuzdan gelirken hızı artıyor ama sonsuza giderken hızı azalıyor. Tam tersi olarak, ikinci durumda gezegenin arkasından geçen cisim sonsuzdan gelirken hızı azalıyor ama sonsuza gider iken hızı atıyor.....	30
Şekil 3.2 : Hohmann Transferi.....	32
Şekil 4.1 : Denge bölgesi R2 deki akış. Lyapunov yörüngesi veya periyodik yörünge siyah, asimptotik yörünge yeşil, transit olmayan yörünge mavi, transit yörünge kırmızı olarak gösterilmiştir.....	39
Şekil 4.2 : İç ve dış bölgedeki Homoklinik yörüngeler.....	42
Şekil 4.3 : (a) Konum uzayında iki boyutlu sabit manifold tüpleri, (b) Poincaré kesitleri.....	42
Şekil 4.4 : Heteroklinik Yörünge.....	43
Şekil 4.5 : Homoklinik-Heteroklinik-Homoklinik Yörünge Bağlantısı.....	44
Şekil 4.6 : kararlı ve kararsız manifold tüpleri	45
Şekil 4.7 : a) kütleli cismin kararlı ve kararsız yörüngelerinin dönen eksenlerde gösterimi, b) kütleli cismin ve küçük kütleli cismin atalet eksenlerinde gösterimi	46
Şekil 4.8 : kararlı ve kararsız manifoldlar.....	46
Şekil 4.9 : L1 noktası etrafındaki periyodik yörünge ve kararlı ve kararsız manifold tüpleri.....	47
Şekil 4.10 : Manifoldlar ve poicare kesiti.....	47

Şekil 4.11	: a) Co-linear, b) Bi-circular Problem.....	48
Şekil 4.12	: Ortak Merkezli Yörünge Transferi.....	49
Şekil 4.13	: Ortak Merkezli Yörünge Transferi, Poincaré kesiti.....	50
Şekil 4.14	: Jupiter-Ganymede-Europa için Ortak Merkezli Yörünge Transferi.....	51
Şekil 4.15	: Jupiter-Ganymede-Europa için farklı merkezli yörünge transferi Poincaré kesiti.....	51
Şekil 4.16	: Ay'a düşük enerji transferiyle seyahat.....	52
Şekil 4.17	: Güneş-Dünya-Ay için farklı merkezli yörünge transferi.....	53
Şekil 4.18	: Güneş-Dünya-Ay için farklı merkezli yörünge transferi Poincaré kesiti.....	53
Şekil 4.19	: Genesis Görevi.....	54
Şekil 4.20	: a) Genesis görevinin rotası, yeşil yörünge Halo yörüngesi, kırmızı Dünyadan Halo yörüngesine transfer yörüngesi, Mavi Halo yörüngesinden Dünyaya transfer yörüngesi, Siyah Ay'ın yörüngesi. b) Dünyadan Halo yörüngesine geçiş için optimal kontrol manevra şeması.....	55
Şekil 4.21	: a)Genesis görevi, b) Genesis görevin de olası bozucu etkiler.....	56
Şekil 4.22	: Oterma kuyruklu yıldızının rezonansı ve homoklinik - heteroklinik yörüngeleri.....	56
Şekil 4.23	: Delunay değişkenlerinin geometrisi.....	58
Şekil 4.24	: Otermanın 2:3 ve 3:2 rezonansının dönen ve atalet eksenlerinde çizimi.....	59
Şekil 4.25	: Güneş Jüpiter sisteminde oluşabilecek olası rezonanslar; sırasıyla 1:2-2:1, 3:4-4:3, 3:5-5:3, 7:3-3:7, son sırada ise Otermanın rezonansı 2:3-3:2.....	60
Şekil 4.26	: İç bölge rezonansları.....	62
Şekil 4.27	: Jüpiter Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği.....	62
Şekil 4.28	: Dış bölge rezonansları.....	63
Şekil 4.29	: Jüpiter Güneş sistemi L-g dış bölge grafiği.....	63
Şekil 4.30	: x-dx rezonans grafiği.....	65
Şekil B.1	: Dünya-Ay L-g iç bölge grafiği.....	77
Şekil B.2	: Dünya-Ay x-dx iç bölge grafiği.....	77
Şekil B.3	: Güneş- Venüs L-g iç bölge grafiği.....	78
Şekil B.4	: Dünya- Güneş L-g iç bölge grafiği.....	78
Şekil B.5	: Mars- Güneş L-g iç bölge grafiği.....	78
Şekil B.6	: Jüpiter-Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği.....	78
Şekil B.7	: Satürn-Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği.....	78
Şekil B.8	: Uranüs-Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği.....	79
Şekil B.9	: Neptün-Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği.....	79
Şekil B.10	: Jüpiter-İo sistemi L-g iç bölge grafiği.....	79
Şekil B.11	: Jüpiter-Europa sistemi L-g iç bölge grafiği.....	79
Şekil B.12	: Jüpiter-Ganymede sistemi L-g iç bölge grafiği.....	80
Şekil B.13	: Jüpiter-Callisto sistemi L-g iç bölge grafiği.....	80
Şekil B.14	: Satürn-Titan sistemi L-g iç bölge grafiği.....	80
Şekil B.15	: Satürn-Mimas sistemi L-g iç bölge grafiği.....	80
Şekil B.16	: Uranüs-Titania sistemi L-g iç bölge grafiği.....	80
Şekil B.17	: Uranüs-Oberon sistemi L-g iç bölge grafiği.....	81
Şekil B.18	: Neptün-Triton sistemi L-g iç bölge grafiği.....	81
Şekil B.19	: Plüton-Charon sistemi iç bölge grafiği.....	81

SEMBOL LİSTESİ

G	: Evrensel Çekim Sabiti
μ	: Kütle çekim sabiti, kütle oranı (3BP için)
$\vec{r}$	: Konum vektörü
$\vec{v}$	: Hız vektörü
$\vec{a}$	: İvme vektörü
v_{esc}	: Kaçma hızı
h	: Açısal momentum
e	: Eksantrisite
$U(x,y,z)$	: Potansiyel fonksiyon
C	: Jacobi sabiti
L_1, L_2, L_3, L_4, L_5	: Librasyon noktaları
ε	: Enerji
a	: Yarı-büyük eksen
b	: Yarı-küçük eksen
p	: Semi latus rectum
r_a	: Yeröte
r_p	: Yerberi
θ	: Gerçek anomali
ϖ	: Faz açısı
ω	: Açısal hız
τ	: Birim zaman
T	: Yörünge periyodu
W^s	: Kararlı manifold
W^u	: Kararsız manifold
$W^u_{L_1.p.o}$	: L_1 periyodik yörünge'nin kararsız manifoldu
$\Gamma^u_{L_1.p.o}$	: L_1 periyodik yörünge'nin kararsız Poincaré kesiti

BİR UZAY ARACININ YÖRÜNGE STABİLİTESİ

ÖZET

Bu çalışmada önce genel gök mekaniği konusunda bilgi verilmiştir. Gök mekaniği konusunun en temel problemi olan iki cisim problemi açıklanmıştır. Daha sonra genel üç cisim problemi hakkında kısaca bilgi verilmiştir. En sonunda ise Dinamik sistem teorisinde kullanılan düzlemsel dairesel üç cisim problemi anlatılmıştır. Sonraki bölümde ise geleneksel transfer tekniklerine değinilmiş, sırasıyla kütleçekim yardımlı transfer, Hohmann transferi ve düşük itkili transfer anlatılmıştır. En sondaki bölümde ise düzlemsel dairesel üç cisim probleminde dinamik sistem teorisi anlatılmış ve dinamik sistem teknikleri uygulanmıştır. Dinamik sistem teorisini önemli yapan şey, günümüzde kısıtlı olanaklarla yapılan uzay seyahatlerinde geleneksel transfer tekniklerine göre daha az enerji harcanmasını sağlamaktır. Dinamik sistem teorisindeki manifoldlar, yani rotayı içeren yörünge demetleri, rotada uzay aracının daha az enerji ile, ama belki biraz daha uzun zamanda, gezegenler arasında seyahatine imkanı vermektedir. Ayrıca bu manifoldların Poincaré kesiti alındığında manifoldlar arası kesişim bölgelerindeki hız değişimleri görülebildiği gibi, aynı bölümde verilen Oterma kuyruklu yıldızı örneğindeki gibi, herhangi bir ikili sistem etkisindeki kütlesi çok küçük üçüncü cismin resonans haritası çıkarılıp satbil yörüngeler daha iyi görülebilir.

Bu tezde, ilk önce genel gök mekaniğinin konularından ve geleneksel transfer tekniklerinden söz edilmektedir. Daha sonra, “Düşük Enerji Transferi” alt başlığında, dinamik sistem teorisi ve bu teorinin uygulamalardaki kullanım olasılıkları anlatılmaktadır. En son olarak da, MATLAB’da, kısıtlı üç cisim problemi ile ilgili temel uygulamalar ve dinamik sistem teorisinin olası uygulamaları gösterilmektedir.

ORBITAL STABILITIES OF A SPACECRAFT

SUMMARY

In this paper, first of all general celestial mechanics is represented. Two body problem, that is the most important subject of the celestial mechanics, is described. Then brief information is given about general three body problem. At the end, planar circular restricted three body problem, that is used in dynamical systems theory, is described. Next chapter, traditional transfer techniques are described, gravity assist transfer, Hohmann Transfer and low thrust transfer are described, respectively. Last chapter dynamical systems theory is described in the planar circular restricted three-body problem and dynamical systems techniques are applied. The thing that makes important the dynamical systems theory is provide to spend lower energy than traditional transfer techniques in space travels that made limited possibilities today. Manifolds, that is bunch of orbits which include new course, in dynamical systems theory make voyages among planets possible for spacecraft with lower energy, but maybe little longer time. Also, Poincaré cuts of these manifolds show us, intersection points and resonant maps.

In this thesis, topics of general orbital mechanics and traditional transfer techniques are discussed. Then, dynamical systems theory and its probable usage of applications are discussed at the lower head of "Low Energy Transfer". At the end, basic applications about restricted three body problem and possible application of dynamical systems theory are shown MATLAB.

1. GİRİŞ

Uzay ile ilgili ilk çalışmalar bundan yaklaşık 5000 yıl evvel sadece gök cisimlerini gözlemleyerek ve onların matematiksel ve teorik hesaplarını yaparak başlamış ve uzay çağından itibaren bu iş sadece gözlemden ve teoriden çıkıp deney ve pratiğe geçmiştir. Şu anda insanoğlu uzaya çıkabiliyor, insanlı veya insansız uzay uçuşları düzenleyebiliyor. Tüm bu çalışmalar yeni bir iş kolunun doğmasına yol açıyor, Uzay Mühendisliği. Bir uzay mühendisinin ve bu konuda çalışan bilim adamının başlıca problemlerinden birisi ise uzaya gönderdiği uzay aracının yörünge stabilitesinin incelenmesidir.

Bir uzay aracının yörünge stabilitesi (kararlılığı), insanoğlu uzay uçuşları düzenlemeye başladıktan sonra bilim adamlarının üzerinde çalıştığı önemli konulardan biri olmuştur. Uzay araçları bilimsel ve pratik olarak bize yararlı bilgiler sunan ve hayatımızı kolaylaştıran araçlardır. Örneğin gündelik yaşantımızda haberleşme uyduları sayesinde dünyanın öbür ucundaki insanlarla kolaylıkla iletişim kurabiliyor ve işlerimizi halledebiliyoruz Ya da meteoroloji uyduları sayesinde hava olaylarını önceden tahmin edip önlemimizi alabiliyoruz. Ayrıca gözlem uyduları sayesinde dünya yüzeyini daha kapsamlı inceleyebiliyoruz. Bilimsel anlamda da, uzay teleskopları ve keşif uyduları bize uzay ve derin uzay hakkında birçok bilgi sağlayarak gelecek uzay uçuşları için temel oluştururlar.

Görüldüğü gibi uydular yani uzay araçları gündelik hayatımızda ve bilimsel çalışmalarda bize çok yardımcı olan araçlardır ve dolayısıyla bu araçları doğru işlemesi için düzgün bir yörüngede kararlı (stabil) olması şarttır.

Ama yukarıda sayılan bu uzay araçları hep dünyaya yakın yörüngelerde işini yapan araçlardır. Fakat uzay çalışmaları hep dünyaya yakın bölgelerde olmaz. Uzay Bilimi Ay'ın ötesindeki tüm gök cisimlerine kabul edilebilir bir zaman içinde ve de güvenli bir şekilde ulaşmayı amaçlar. İnsanlığın yakın ya da uzak bir gelecekte dünya dışı yaşam bölgelerinde varlığını sürdürebileceğini söylemek için kahin olmaya gerek yoktur. Bu konuma ulaşabilmesi için de gezegenler arası seyahati kısa, ucuz ve güvenli bir şekilde yapabilmesinin yolunu bulması gereklidir.

Bu noktada bulunduğumuz zamandan çıkıp çok gerilere gidelim. Mesela insanın ilk denize açıldığı, basit gemi ve sandallar yaptığı döneme. O dönemde Dünya insanlar için sonsuz bir yerdi. Bir şehirden diğerine gitmek gemilerle bile aylar alabiliyordu. Ayrıca o dönemde motor, makine teknolojisi olmadığından gemilerin hareketi ya insan enerjisi ya da rüzgar enerjisiydi. Ama insanlık o dönemin kısıtlı imkânlarından bu günün teknolojisine ulaşabilmiştir. Şimdi şehirlerarası yolculuklar aylar sürmediği gibi, dünyanın bir ucundan öbür ucuna seyahatler sadece saatler alıyor.

Bu kısa hatırlatmayı yaptıktan sonra, insanlığın keşif tarihinin tekrar ettiğini düşünebiliriz. Dünyayı bitirdik ama sonsuz olduğunu düşündüğümüz Uzak var. Makineleri, motorları geliştirdik ama Güneş sistemimiz içinde bir gezegenden diğerine gitmek aylar hatta seneler alıyor. Uzak gelecekte uzak seyahatlerini şehirlerarası yolculuğa dönüştürecek teknoloji bulunana kadar, kütle çekiminin sağladığı olanaklardan yararlanabiliriz.

Bu tezde ise daha çok yoğunlaşılan nokta, büyük gök cisimlerinin oluşturduğu dinamik kanalları kullanarak en ucuz ve kabul edilebilir zamanda uzak yolculuklarını gerçekleştirmektir.

1.1. Geçmiş Çalışmalar ve Kullanılan kaynaklar

Evren olağanüstü büyük olduğu için uzak seyahatleri zaman ve enerji bakımından maliyetli programlardır. Bundan dolayı uzak bilimi ile uğraşan çoğu bilim adamı bu maliyetleri düşürmek ve en kısa zamanda en az enerji ile uzak yolculuğu için çalışmalar yapmakta, çeşitli yöntemler keşfetmektedir. Hohmann transferi, kütle çekim yardımcı transferler ve düşük itkili transferler uzak çağının başlarından itibaren kullanılan geleneksel transferlerdir. Bu transferlerin hepsi uzak aracının itki motoruna veya yakıtına güvenilerek yapılır ve işe yarar. Ama uzaydaki olanaksızlıklar ve şu anki itki teknolojimizin yetersizliği bilim adamlarını daha az enerjiyle uzak seyahatleri gerçekleştirme arayışına iter. Böylece uzak çalışmalarında Düşük Enerji Transferi (Low Energy Transfer-LET) çalışmaları başlar. İlk adım Eduard Belbruno'dan gelir. 1987'de yayınladığı bir makale ile Zayıf Kararlılık Sınırları (Weak Stability Boundary-WSB) teorisiyle Dünya-Ay seyahatlerinin daha az enerjiyle gerçekleştirilebileceğini gösterir. İlk zamanlar bu görüş pek ciddiye alınmazken, ISAS'ın (Japon Uzak Araştırmaları Enstitüsü) ay görevi sırasında kontrolden çıkan uydusunun bu teoremlerle kurtarılmasıyla, geniş kabul görmeye

başladı, [2]. Daha sonra Dr. Martin W. Lo ve Shane D. Ross tarafından, Belbruno'nun çalışmaları ışığında, Dinamik Sistem Teorisi (Dynamical Systems Theory-DST) geliştirildi. Bu modern transfer tekniklerinin en büyük avantajı az manevra yani az enerjiyle uzay seyahatlerini olanaklı kılmasıdır. Ancak seyahat süresi geleneksel transfer tekniklerinin yaklaşık üç katı uzamaktadır. Ama bu süre kabul edilebilir uzunluktadır ve şu anda yapılan uzay uçuşları bu modern transfer teknikleri kullanılarak yapılmaktadır.

Tezimde kullandığım kaynakların çoğu Dr. Martin W. Lo ve Shane D. Ross'un makaleleri oluşturur. Ayrıca Eduard Belbruno kitabından da yararlanılmıştır. Makalelerde DST'nin ayrıntılı açıklaması vardır. Ayrıca LET ile yapılabilecek çeşitli uygulamalar ve modeller mevcuttur.

1.2. Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, uzay aracının yörünge stabilitesini inceleyerek Düşük enerjili transfer teknikleriyle (LET) bilgisayar uygulaması yapmaktır. Öncelikler genel gök mekaniği hakkında genel bilgiler verilecek ve hatırlatmalar yapılacaktır. İki Cisim Problemi (2BP) ve en önemlisi Üç Cisim Problemi (3BP) ile ilgili açıklamalar yapılacak ve terimler belirtilecektir. Daha sonra geleneksel ya da başka bir deyişle çok enerji harcayan transfer teknikleri incelenecektir. En sonunda ise LET incelenecek ve Matlab kullanılarak bilgisayar uygulamaları yapılacaktır.

2. GÖK MEKANİĞİ

Gezegenleri incelemenin iki yolu vardır. Bunlardan ilki yüzyıllardır kullanılmış bir yöntem olan, gezegeni uzaktan inceleyen teleskoptur. İkinci yöntem ise uzay araçlarını kullanıp o gezegeni yakından incelemek ve araştırmaktır [1]. Her iki yöntem için gök mekaniğini bilmek şarttır.

Geçmişte gökyüzünün incelenmesi ve gök mekaniğindeki çalışmalar değişik amaçlarla yapılıyordu. Mesela geçimi tarıma dayalı bir ülkede vergi toplanacaksa hasat zamanı çok önemlidir. Bundan dolayı yıldızlara ve gezegenlerin hareketine bakılarak takvimler çıkarılmıştır. Ayrıca çeşitli dini ayinlerde de bu takvimler önemliydi. Gökyüzü, yıldızlar ilahi olduğu için onlardan fal bakan, geleceği görmeyi umanda az değildi. Ama günümüzde gökyüzünü bilmek uzayı tanımak başka amaçlarla yapılıyor. Bu amaçlardan en önemlilerinden biri ise, gelecekte bu Dünya'nın kaynakları, ne yazık ki, tükeneyeceğinden başka gezegenlerde kaynak ve habitat arayışıdır. Hatta bilim insanlarının Güneş Sistemimiz içinde Dünya'dan başka olası habitat gezegenleri olarak en güçlü adayı Mars'tır, sonra Jüpiter'in uyduları gelmektedir. Eğer Dünya dışı kaynak ve yerleşim alanları arayacaksa ki bu zorunludur, gök mekaniğini bilmek, gök cisimlerini iyi tanımak ve onların hareketlerini iyi bilmek çok önemlidir.

Gök mekaniğinin amacı gök cisimlerinin hareketini çözmektir. Günümüze kadar olan zamanda değerli bilim adamlarının katkılarıyla, gök cisimlerinin hareketleri çözülmeye çalışılmıştır. Uzaydaki iki cisim probleminin kolay bir çözümü bulunabilmişse de, esas amaç olan çok cisim problemi ya da ona geçiş sayılacak genel 3BP in çözümü bulunamamış ve ikiden fazla cismin hareketinin çözümleri hep kısıtlı çözümler olmuştur.

Bu bölüm genel gök mekaniğinin temellerine giriş yapar. Önce kısa bir özet ile temel bilgiler verilir. Sonra iki cisim probleminden başlayarak cisimlerin birbirlerine göre hareketi incelenir. En son ise bu tezin değindiği en önemli konulardan biri olan düşük enerjili yörünge transferine giriş sayılabilecek üç cisim problemine değinilir.

2.1. Temel Bilgiler

Newton, kendi zamanına kadar mekanik alanında yapılmış olan deney ve gözlemlerin üç temel yasanın sonuçları olduğunu göstererek, Dinamik biliminin temellerini kurduğu gibi, ortaya koyduğu Evrensel Kütle Çekim Yasası ile de Gök Mekaniğinin Temellerini atmıştır.[4]

Newton'un bu üç yasası sırayla şöyledir;

- Newton'un birinci yasası: Dış kuvvetler tarafından zorlanmadıkça, bir cisim hareketsiz kalır, ya da düzgün doğrusal hareket yapar.
- Newton'un ikinci yasası: Bir cisme etkiyen kuvvet, o cismin doğrusal momentumunun (yani kütlesi ile bir eylemsizlik eksen takımına göre ölçülen hızının çarpımı) zamana göre türevine eşittir.
- Newton'un üçüncü yasası: Birbiri ile etkileşen cisimlerin karşılıklı olarak birbirlerine uyguladığı kuvvetlerin mutlak değerleri birbirlerine eşit, yönleri ise birbirine zıttır.

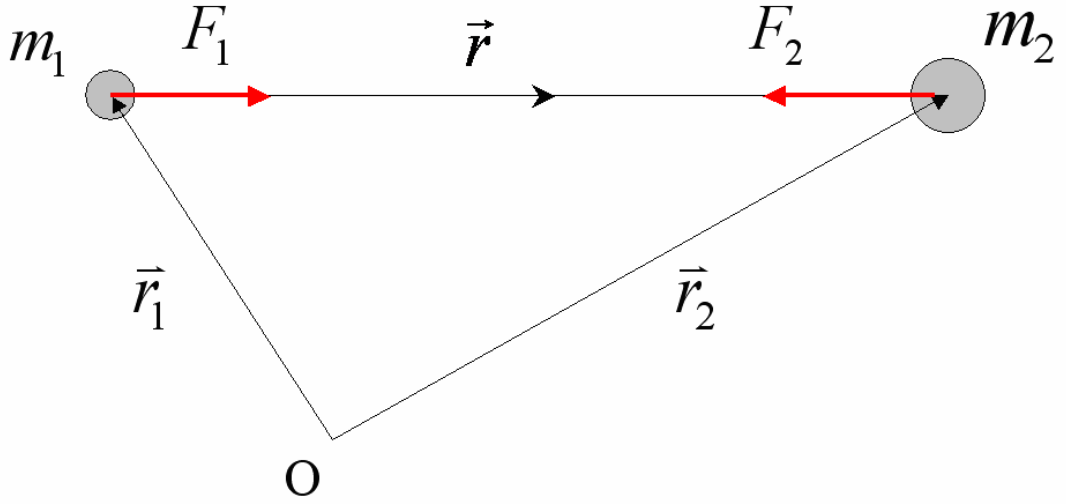
Ayrıca, Newton'un gök cisimlerinin hareketlerini gözlemleyerek formüle ettiği Kütle Çekim Yasası, aralarında r uzaklığı bulunan ve kütleleri m_1 ve m_2 olan iki madde parçacığının, birbirine uyguladığı kuvvetin şiddeti;

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.1)$$

Burada G katsayısı, Newton evrensel çekim sabitidir; $G = 6.68 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$.

2.2. İki Cisim Problemi

Bir eylemsizlik eksen takımındaki O noktasına göre, maddesel noktaların konum vektörleri $\vec{r}_1$ ve $\vec{r}_2$, kütleleri ise m_1 ve m_2 'dir. İki kütle arasındaki bağıl konum vektörü $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ olarak tanımlanırsa, Newton'un kütle çekim (2.1) ve 3. hareket yasasından $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, (Şekil 2.1'de görülür)



Şekil 2.1: İki cisim problemi

Hareket denklemleri, Newton'un 2.yasasından

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (2.2)$$

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (2.3)$$

şeklinde bulunur [19]. Denklem (2.2) ve (2.3)'ü toplayıp

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = 0 \quad (2.4)$$

yine denklem (2.2) yi m_2 ve denklem (2.3) ü m_1 ile çarpım denklemleri birbirinden çıkarırsak ve m_1 ve m_2 'nin konum vektörlerinin farkını $\vec{r}$ vektörüne eşlersek,

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (2.5)$$

$$m_1 m_2 \ddot{\vec{r}} = -\frac{G m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{r^3} \vec{r} \quad (2.6)$$

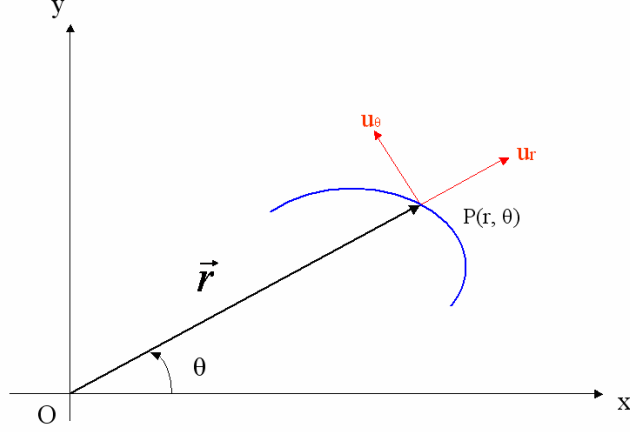
bulunur. Ya da denklemi kısaltırsak ve $\mu = G(m_1 + m_2)$ den,

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (2.7)$$

bulunur. μ burada kütle çekim sabitidir [3,5].

2.2.1. Hareket Denklemleri

İki cisim probleminin hareket denklemini denklem (2.7) deki gibi bulmuştuk. Şimdiyse polar (kutupsal) koordinatlarda cismin kinematik denklemlerini yazacağız.[30]



Şekil 2.2: Cismin polar koordinatlarda gösterimi

Şekil 2.2 de görüldüğü gibi parçacık eğri üzerinde hareket ederken, konumu, hızı ve ivmesi konuma bağlı birim vektörler (u_r, u_θ) cinsinden ifade edilir.

$$\begin{aligned} \vec{u}_r &= (\cos \theta) \vec{i} + (\sin \theta) \vec{j} \\ \vec{u}_\theta &= -(\sin \theta) \vec{i} + (\cos \theta) \vec{j} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Şekil 2.2 de konum vektörünün $\vec{r} = r\vec{u}_r$ olduğu görülür. Hız ve ivme vektörlerini bulmada yardımcı olacak bir denklem,

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{u}_r}{d\theta} &= -(\sin \theta) \vec{i} + (\cos \theta) \vec{j} = \vec{u}_\theta \\ \frac{d\vec{u}_\theta}{d\theta} &= -(\cos \theta) \vec{i} - (\sin \theta) \vec{j} = -\vec{u}_r \end{aligned} \quad (2.9)$$

u_r, u_θ 'nın t ye göre türevi zamana göre değişimi bulmak için zincir kuralından,

$$\begin{aligned} \dot{\vec{u}}_r &= \frac{d\vec{u}_r}{d\theta} \dot{\theta} = \dot{\theta} \vec{u}_\theta \\ \dot{\vec{u}}_\theta &= \frac{d\vec{u}_\theta}{d\theta} \dot{\theta} = -\dot{\theta} \vec{u}_r \end{aligned} \quad (2.10)$$

böylece konum vektörünün türevini alarak hız vektörünü,

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}(r\vec{u}_r) = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\vec{u}}_r = (\dot{r})\vec{u}_r + (r\dot{\theta})\vec{u}_\theta \quad (2.11)$$

buluruz. İvme için ise hız vektörünün türevini alarak,

$$\begin{aligned}\vec{a} = \ddot{\vec{r}} &= (\ddot{r}\vec{u}_r + \dot{r}\dot{\vec{u}}_r) + (\dot{r}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + r\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + r\dot{\theta}\dot{\vec{u}}_\theta) \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta\end{aligned}\quad (2.12)$$

bulunur. Hareket denklemini üç boyutta göstermek istediğimizde silindirik koordinatlarda,

$$\begin{aligned}\vec{r} &= (r)\vec{u}_r + (z)\vec{k} \\ \vec{v} &= (\dot{r})\vec{u}_r + (r\dot{\theta})\vec{u}_\theta + (\dot{z})\vec{k} \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta + (\ddot{z})\vec{k}\end{aligned}\quad (2.13)$$

Denklem (2.12) denklem (2.7)'de yerine konursa,

$$\begin{aligned}\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 &= -\frac{\mu}{r^2} \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} &= 0\end{aligned}\quad (2.14)$$

u_r yönünde F kuvveti etki ederken, u_θ yönünde etki eden kuvvet yok. Denklem (2.14) Matlab gibi yazılımlarla çözülebilir ve yörüngeler çizilebilir.(bkz. uygulamalar).

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2}\quad (2.15)$$

çözümü için denklem (2.7) den $\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = 0$ elde edilir, ve integre edilirse,

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h}\quad (2.16)$$

bulunur. Burada h sabit bir vektördür, yörünge düzlemine diktir ve açısal momentum integralidir. Denklem (2.13a) ve denklem (2.13b) vektörel olarak çarpılırsa h skalar olarak elde edilir.

$$h = r^2\dot{\theta}\quad (2.17)$$

Denklem (2.15) in çözümü için r yi θ cinsinden ifade etmek gerekir. Bunun için $u=1/r$ dönüşümü yapılır [19] ve $h = r^2\dot{\theta}$ kullanılarak zaman değişkeni yok edilir.

$$\dot{r} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -h \frac{du}{d\theta} \quad \text{ve} \quad \ddot{r} = -h \frac{d^2u}{d\theta^2} \frac{d\theta}{dt} = -h^2 u^2 \frac{d^2u}{d\theta^2}\quad (2.18)$$

Böylece denklem (2.15)

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{\mu}{h^2} \quad (2.19)$$

Bu ikinci dereceden lineer diferansiyel denklemin genel çözümü,

$$u = \frac{\mu}{h^2} [1 - e \cos(\theta - \varpi)] \quad (2.20)$$

e genlik ve ϖ faz açısı iki integrasyon sabitidir. Denklem (2.20) den r yi çekersek.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (2.21)$$

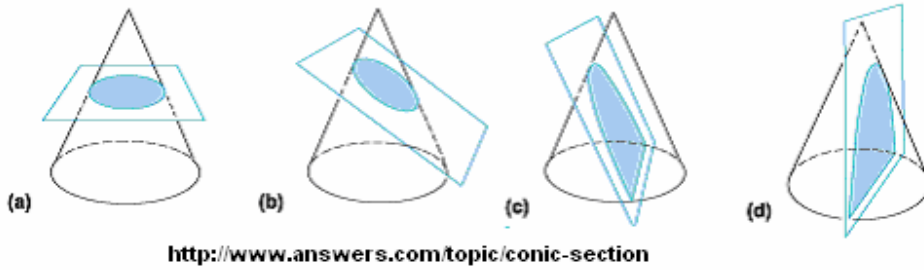
e-eksantrisite ve p ise semilatus rectum'dur,

$$p = h^2 / \mu \quad (2.22)$$

2.2.2. Konik Kesit Geometrisi

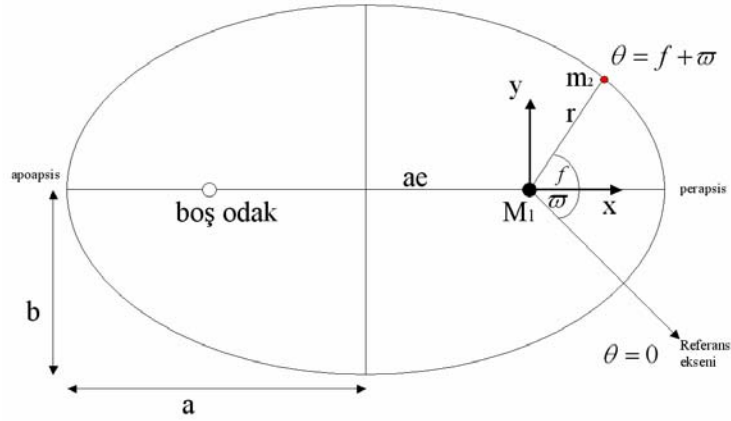
Denklem (2.21) skalar yörünge denklemi ve konik kesitin genel denklemdir. Eksantrisite, ya da dışmerkezlik denilen e'nin değerine göre yörünge,

- $e=0$ için daire, $p = a = r$;
- $0 < e < 1$ için elips, $p = a(1 - e^2)$;
- $e=1$ için parabol $p = 2q$;
- $e > 1$ için hiperbol $p = a(e^2 - 1)$; olur. Şekil (2.3)



Şekil 2.3: Konik Kesitler; a) daire, b) elips, c) parabol, d) hiperbol

Eğer denklem (2.21) de $e=0$ ise konik kesit dik koninin taban düzlemine paralel olur ve yörünge daire şeklindedir. $0 < e < 1$ için yörünge elips olur. Konik kesiti konik yüzeyine paralel ise yörünge periyodik olmaktan çıkar ve kolları sonsuza uzanan parabol şeklinde olur, bu durumda $e=1$ 'dir. $e > 1$ de ise konik kesit koniği dik keser ve yörünge hiperbol olur. Kısacası yörünge $0 \leq e < 1$ için periyodik ama $e \geq 1$ için periyodik değil. Bu durumda çizim,



Şekil 2.4: Elips yörüngesinin geometrisi –1 [19]

Denklem (2.21)'e göre, şekil (2.4) deki gibi hareket eder. Denklemdaki p yi elips yörünge geometrisine göre ifade etmek istersek, cisim perapsis ve apoapsis deyken ki r değerlerini buluruz. ' f ' açısını ($f = \theta - \varpi$, faz açısı yok ise $f = \theta$) 0 ve 180 derece yaparsak, sırayla r_p ve r_a değerleri;

$$r_p = \frac{p}{1+e} \text{ ve } r_a = \frac{p}{1-e} \quad (2.24)$$

olur. r_p ve r_a değerlerinin toplamı $2a$ ' dır, $r_p + r_a = 2a$. Buradan p ' yi çekersek,

$$p = a(1 - e^2) \quad (2.25)$$

Denklem (2.22) den h 'ı çekersek,

$$h = \sqrt{\mu a(1 - e^2)} \quad (2.26)$$

Elips yörüngede konum hesaplayabiliyoruz. Yörünge üzerindeki hızın hesaplanabilmesi için ise enerjinin korunumu kullanılır. Öncelikle potansiyel enerji fonksiyonu ifade edilir.[3]

$$U(r) = -\frac{\mu}{r} \quad (2.27)$$

Denklem (2.7) de yerine konursa,

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} = -\frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \vec{r}} = -\frac{\partial U}{\partial r} \frac{1}{r} \vec{r} \quad (2.28)$$

olur. Kinematik konum ve zaman vektörleri, denklem (2.13) kullanılarak, $\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}}$ şöyle ifade edilir.

$$\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} = -\frac{\partial U}{\partial r} \frac{1}{r} (r\vec{u}_r) \cdot (\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) = -\frac{\partial U}{\partial r} \dot{r} \quad (2.29)$$

denklemin her iki tarafı zamana göre türevli şekilde yazılırsa,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} \right) = -\frac{dV}{dt} \quad (2.30)$$

ve integre edilirse, enerjinin korunumu şu şekilde gösterilir,

$$\frac{1}{2} \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + U = \text{Sabit} \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = \frac{\mu}{r} + \frac{\alpha}{2} \quad \text{ve} \quad v^2 = 2 \left(\frac{\mu}{r} + \alpha \right) \quad (2.31)$$

bulunur. α burada integral sabitidir. Sabitin hesabı için kinematik hız vektörü $t=0$ için yazılır. r 'nin türevi ve teta ($f = \theta - \varpi$, faz açısı yok ise $f = \theta$) açısı $t=0$ da sıfırdır.

Böylece şu şekilde bir denklem elde edilir,

$$(v_p = r_p \dot{\theta}_p)^2 \quad (2.32)$$

denklemin karesinin alınmasının sebebi denklem (2.31) de hızın karesinin lazım olması. Denklem elips geometrisi sabitleri ile gösterilecek şekilde türetilirse,

$$v_p^2 = \frac{r_p^4 \dot{\theta}_p^4}{r_p^2} = \frac{h^2}{r_p^2} = \frac{\mu a(1-e^2)}{a^2(1-e)^2} = \frac{\mu(1+e)}{a(1-e)} \quad (2.33)$$

Denklem (2.31) de yerine konup α (alfa) çekilirse,

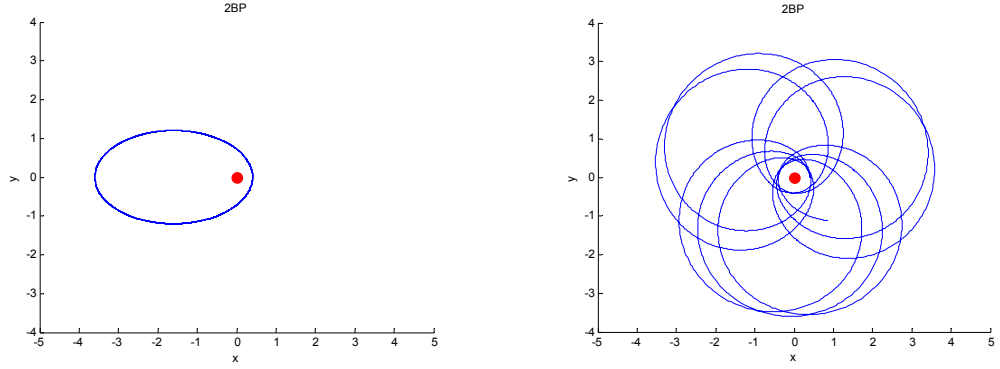
$$\alpha = \frac{1}{a} \quad \text{ve} \quad v^2 = 2 \left(\frac{\mu}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (2.34)$$

bulunur. Böylece elips yörüngede cismin konumu ve hızını hesaplayabiliriz. Şekil (2.6) elips geometrisinin daha ayrıntılı gösterimini sunuyor. Tablo 2.1 de ise perapsis ve apoapsisin çeşitli gök cisimlerine göre adlandırılışı veriliyor.

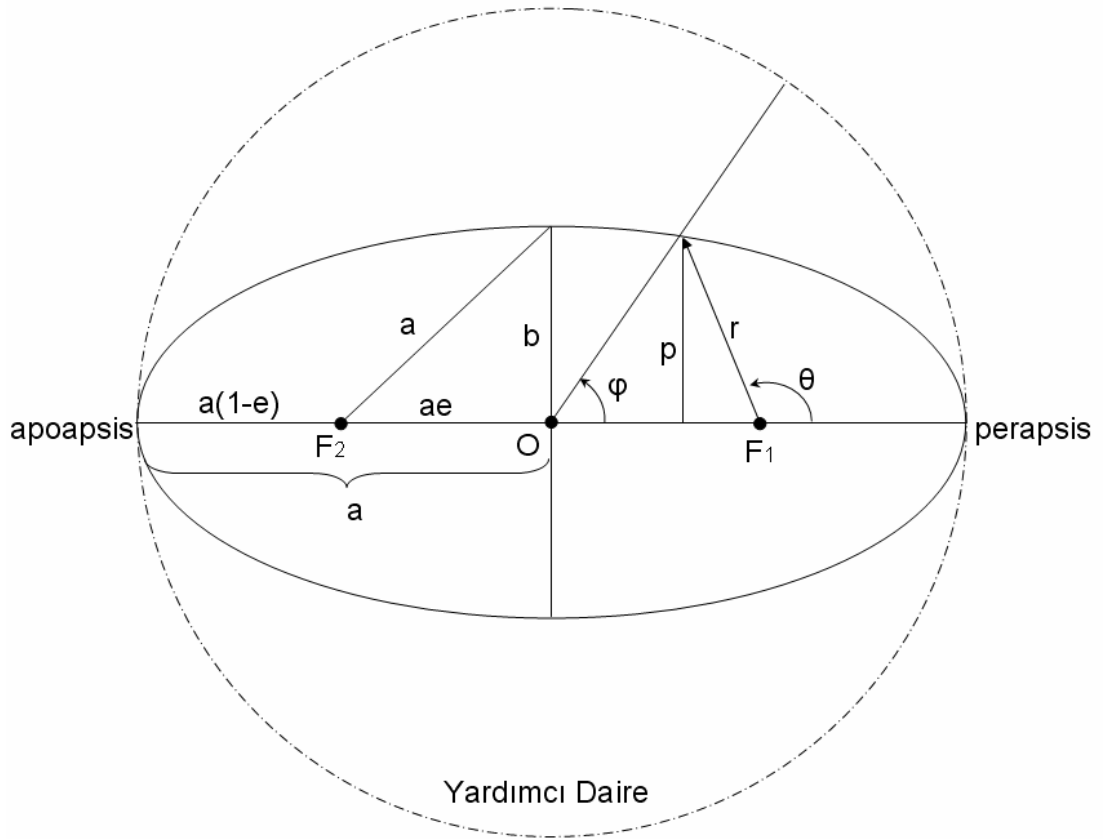
Tablo 2.1: perapsis ve apoapsisin çeşitli gök cisimlerine göre adlandırılışı[3]

Gök cismi	Perapsis	Apoapsis
Güneş	Perihelion	Aphelion
Dünya	Perigee	Apogee
Ay	Periselenium	Aposelenium
Jüpiter	Perijove	Apojove

Ek A kısmındaki Matlab dosyalarında *Astez1.m* dosyası 2BP'nin (İki Cisim Problemi) çizimini vermektedir, (Şekil 2.5).



Şekil 2.5: a) 2BP yörünge çizimi (faz açısız, $\varpi = 0$). b) 2BP faz açılı yörünge çizimi



Şekil 2.6: Elips yörünge geometrisi-2 [3]

2.3. Üç Cisim Problemi

Her ne kadar iki cisim problemi çok kolay bir çözüme sahip olsa da, genel üç cisim probleminin(3BP, 18 inci derece sistem) analitik çözümü yoktur ancak şartlı yani kısıtlı çözümleri mevcuttur. Üç parçacığın kütle çekimi etkisindeki genel hareketi kapalı formda çözülemez ama kesin hareket integralleri yazılabilir ve durağan formda çözümler elde edilebilir[26].

Kısaca üç cisim problemi ile ilgili çalışmalar 19. yy sonlarına doğru dört kola ayrılabilir [28];

- I. İlk önce, Bruns, Poincaré, Painlevé gibi matematikçiler problemin cebirsel karakterli yeni integrallerle çözülüp çözülemeyeceğini incelemiştir. Bruns ispat etmiştir ki, 3BP'nin klasik integrallerden başka, bu cisimlerin kartezyen koordinatları ve hızlarına nazaran cebirsel olan asal integralleri mevcut değildir.
- II. Delaunay, Newcomb, Gylden, Lindstedt, Bohlin gibi büyük astronomlar ve daha sonra bu kafiye katılan H. Poincaré, zamana göre lineer argumentlerle açılabilen trigonometrik serilerle, 3BP koordinatlarını veren analitik metotlar bulmuşlardır. Küçük değerlerin kuvvetlerine göre açılan bu serilerin düzgün yakınsak olmadıklarını yine Poincaré ispat etmiştir. Poincaré bu serilerin yarı yakınsak olduklarını ve sonlu bir zaman aralığı için bu serilerin pertürbasyon hesaplarındaki önemini ortaya koymuştur.
- III. Bu safhada Poincaré tek başına 3BP i incelemiş ve periyodik, asimptotik çözümlerini elde ederek bu karmaşık problemin bir yönden derinliklerine ulaşmıştır. Buna rağmen özel sonuçtan genel sonuca geçememiştir.
- IV. Sundman tarafından 3BP çözümü için yapılan dördüncü ilerleme, gerçek çözümlerin tekilliklerini analitik olarak incelenmesidir. Sundman daha sonra bu problemin çözümünü, modern fonksiyonlar teorisi yardımıyla, 2BP'ne ait klasik formüllerin 3BP için analitik bir genişletmesini yapmıştır.

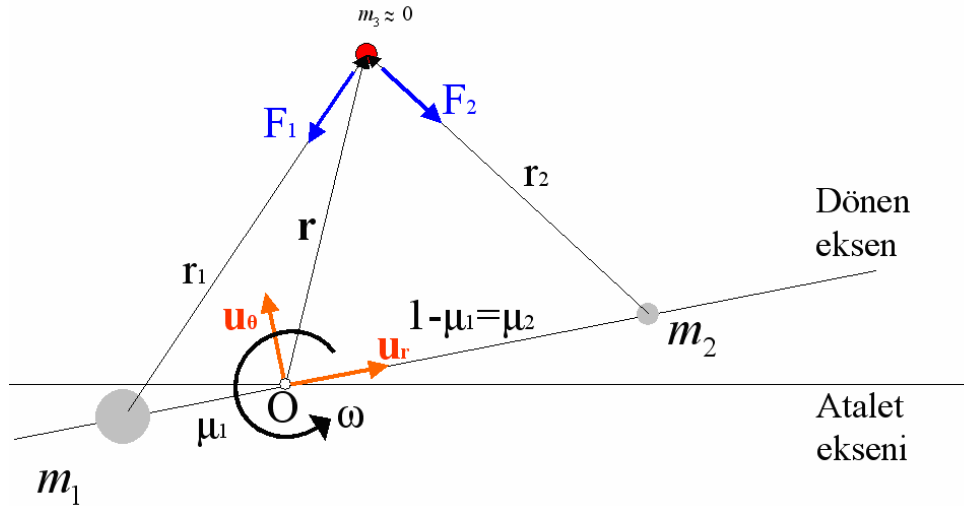
Genel bir çözümü bulunamadığı için bu problem kısıtlı şartlar altında incelenmiştir. R3BP (Kısıtlı Üç Cisim Problemi) çözümünde kullanılan ana metotlar; pertubasyon metodu, Lagrange metodudur. Lagrange'ın kısıtlaması üç cisim birbirinden eşit uzaklıkta üçgensel olarak konumlanacak, üçgenin büyüklüğü değişse de formu

değişmeyecek [27]. Ayrıca Colineer çözüm ve dairesel kısıtlanmış üç cisim problemi de bu problemin kısıtlı çözümlerinden biridir.

Bu bölümde de dairesel kısıtlanmış üç cisim problemi (Circular Restricted Three-Body Problem-CR3BP) incelenecektir. Burada iki büyük küresel cisim kendi aralarında iki cisim hareketi yaparken, bu iki büyük cisimden çok daha küçük olan üçüncü bir cisim ise aralarında hareket eder. Bunu kafamızda daha iyi canlandırabilmek için küçük bir uzay aracının dünya-ay sisteminin kütle çekim etkisinde uçtuğu, Apollo programını düşünebiliriz.

2.3.1. Dairesel Kısıtlanmış Üç Cisim Problemi

CR3BP’de probleminde m_1 ve m_2 kütlelerini m_3 kütlelerine göre çok büyük düşünebiliriz. R3BP güneş sistemimizde sıklıkla karşımıza çıkar. İlk defa güneşin etkisindeki ayın dünyaya göre hareketini inceleyen Euler tarafından formülize edilmiştir. Ayrıca diğer bir örnek için, büyük cisimler olarak Güneş ve Jüpiter, küçük cisimler olarak asteroitler ve kuyruklu yıldızlar örnek verilebilir. Bu tezde uygulamalar kısmında genellikle güneş-dünya-uzay aracı sistemi ele alınacaktır. Ayrıca bu problemin çözümü gelecek uzay uçuşlarında yardımcı olabilecek stabil yörüngeler bulmamızı sağlayabilir, mesela iki güneşli yıldız sistemler gibi.



Şekil 2.7: Dairesel kısırlı üç cisim problemi

Şekil (2.7) de dairesel kısıtlı üç cisim probleminin şekli gözükmemektedir. Bu problemde üçüncü cismin kütlesi sıfır alındığından diğer iki cismin hareketi 2 cisim problemindeki gibi olur. Orijin ise bu iki cismin kütle merkezinde yer bulur. μ_1 ve μ_2 ise sırasıyla m_1 ve m_2 ’nin orijine uzaklığıdır. μ_1 ve μ_2 cisimlerin kütlelerini

temsil eden boyutsuz sabitlerdir (ilerde açıklanacak). Ayrıca güneş sistemimizdeki bir çok gök cisminin hareketi dairesel yani ekzantirisitesi ($e \sim 0$) çok küçüktür. Bundan dolayı ω açısal hız sabittir ve türevi sıfırdır. Şimdi, tıpkı 2BP deki gibi CR3BP'nin kinematik konum ve oradan ivme vektörünü bulalım.

$$\vec{r} = (r_x)\vec{u}_r + (r_y)\vec{u}_\theta + (r_z)\vec{u}_z \quad (2.35)$$

Şekil (2.6) ya göre kinematik konum vektörüdür. 2CP deki gibi iki kere türev alınırsa;

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r}_x - 2\dot{r}_y\dot{\theta} - r_x\dot{\theta}^2 - r_y\ddot{\theta})\vec{u}_r + (\ddot{r}_y - 2\dot{r}_x\dot{\theta} - r_y\dot{\theta}^2 - r_x\ddot{\theta})\vec{u}_\theta + (\ddot{r}_z)\vec{u}_z \quad (2.36)$$

burada $\omega = \dot{\theta}$ 'dir [3]. Yani türevi sıfır olduğundan denklem yeniden düzenlenirse;

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r}_x - 2\dot{r}_y\omega - r_x\omega^2)\vec{u}_r + (\ddot{r}_y - 2\dot{r}_x\omega - r_y\omega^2)\vec{u}_\theta + (\ddot{r}_z)\vec{u}_z \quad (2.37)$$

Kütlesi ihmal edilen cisim üzerindeki kütle çekim kuvveti ise;

$$F = F_1 + F_2 = - \begin{pmatrix} \frac{\mu_2(r_x + \mu_1)}{r_1^3} + \frac{\mu_1(r_x - \mu_2)}{r_2^3} \\ \frac{\mu_2 r_y}{r_1^3} + \frac{\mu_1 r_y}{r_2^3} \\ \frac{\mu_2 r_z}{r_1^3} + \frac{\mu_1 r_z}{r_2^3} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Denklem (2.37) ve (2.38) i birleştirirsek;

$$\begin{aligned} \ddot{r}_x - 2\dot{r}_y\omega - r_x\omega^2 + \frac{\mu_2(r_x + \mu_1)}{r_1^3} + \frac{\mu_1(r_x - \mu_2)}{r_2^3} &= 0 \\ \ddot{r}_y + 2\dot{r}_x\omega - r_y\omega^2 + \frac{\mu_2 r_y}{r_1^3} + \frac{\mu_1 r_y}{r_2^3} &= 0 \\ \ddot{r}_z + \frac{\mu_2 r_z}{r_1^3} + \frac{\mu_1 r_z}{r_2^3} &= 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Hareket denklemlerini daha kompakt formda yazmak istesek, dönen eksenlerde üçüncü kütlenin hız ve ivme vektörlerini şu şekilde gösterelim [3];

$$\dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{pmatrix} \text{ ve } \ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \ddot{r}_x \\ \ddot{r}_y \\ \ddot{r}_z \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

ve Denklem (2.39) u aşağıdaki gibi yazalım.

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial r_x} \\ \frac{\partial U}{\partial r_y} \\ \frac{\partial U}{\partial r_z} \end{pmatrix} = \Delta_r U \quad (2.41)$$

Denklem (2.39) u boyutsuz formda yazmak istersek;

$$\begin{aligned} \mu_1 + \mu_2 &= 1 \\ \mu &= \mu_1 = 1 - \mu_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Dönüşümü yapılrısa kütleli cisimlerin toplamı 1 olur. Orijin kütle merkezinde olduğu için, cisimlerin arasındaki uzaklıkta 1'e eşitlenir. Denklem (2.17)' den sabit açısal hızı değeri bulunur;

$$\omega^2 = \frac{h^2}{R^4} = \frac{\mu a(1 - e^2)}{R^4} = \frac{(\mu_1 + \mu_2)^2}{(\mu_1 + \mu_2)^4} = 1 \quad (2.43)$$

Zamanı ise $\tau = \omega t$ böyle boyutsuzlaştırırız. Ayrıca birim zaman $T/2\pi$ olur, T burada m_2 'nin m_1 çevresindeki periyodudur. Hareket denklemlerinin boyutsuz hali ise;

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} &= x - (\mu + x) \frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} (1 - \mu + x) = \frac{\partial U}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} &= \left(1 - \frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right) y = \frac{\partial U}{\partial y} \\ \ddot{z} &= - \left(\frac{1 - \mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} \right) z = \frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Burada sırasıyla;

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (\mu + x)^2 + y^2 + z^2 \\ r_2^2 &= (1 - \mu - x)^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Denklem (2.44) de gösterilen hareket denklemleri kütleli cismin dönen eksenlere göre yörüngesini çizer, yani m_1 ve m_2 sabittir. Eğer yörünge çizimini atalet ekseninde yapmak istersek, eksen dönüşümü ile;

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\tau) & -\sin(\tau) \\ \sin(\tau) & \cos(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (x - y) \cos(\tau) - (x + y) \sin(\tau) \\ \dot{Y} &= (x + y) \cos(\tau) + (x - y) \sin(\tau) \end{aligned} \quad (2.47)$$

bulunur. Buradaki hareket denklemleri 3 boyutludur ama biz uygulamaları hep 2 boyutta yapacağız

2.3.2. Jacobi İntegrali

CR3BP için, boyutsuz hareket denklemlerinde, üç cisim probleminin kısmi diferansiyel denklemlerini bulduk. 2CP de yaptığımız gibi enerjinin korunumundan Jacobi integralini bulacağız. Bunun için denklem (2.41) r' ile çarpılıp integrali alınır;

$$(\ddot{\vec{r}} + 2\omega \times \dot{\vec{r}}) \cdot \dot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}) = \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (2.48)$$

$$v^2 = \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = 2U - \text{Sabit} \quad (2.49)$$

Kaynak [6] da verilen Hamilton fonksiyonu ile, denklem (2.39) dan potansiyel fonksiyon şu şekilde çıkar;

$$U(r_x, r_y, r_z) = \frac{\omega^2}{2} (r_x^2 + r_y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} + \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 \quad (2.50)$$

Boyutsuz potansiyel fonksiyon $U(x,y,z)$;

$$U = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{1}{2} (1-\mu)\mu \quad (2.51)$$

Denklem (2.51) ve (2.49)'u birleştirip, Jacobi integralini buluruz.

$$\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = 2U - C = V^2 \quad (2.52)$$

C sabiti, Jacobi sabitidir ve aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$C = x^2 + y^2 + \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} + (1-\mu)\mu - V^2 \quad (2.53)$$

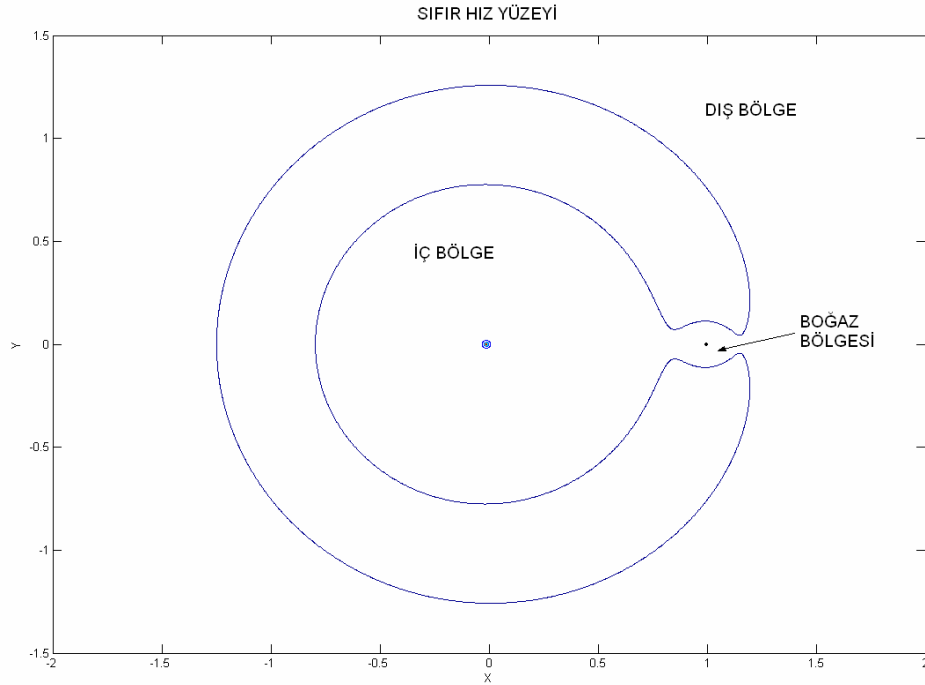
2.3.3. Sıfır Hız Yüzeyleri

Sıfır hız yüzeyleri ya da Hill yüzeyleri Jacobi integralinin özel bir durumundan yani cismin hızı sıfır olunca ortaya çıkar. Denklem (2.49) deki hızı sıfır olursa denklem basitçe $2U=C$ halini alır yani

$$C = x^2 + y^2 + \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} + (1-\mu)\mu \quad (2.54)$$

Bu denklem, üç cisim problemindeki üçüncü cismin, yani en küçük olanın, hızının sıfır olduğu Hill yüzeylerini verir. Bu demek oluyor ki, denklem (2.54) uzaydaki kütsüz cismin hareket edebildiği yerleri sınırlar.

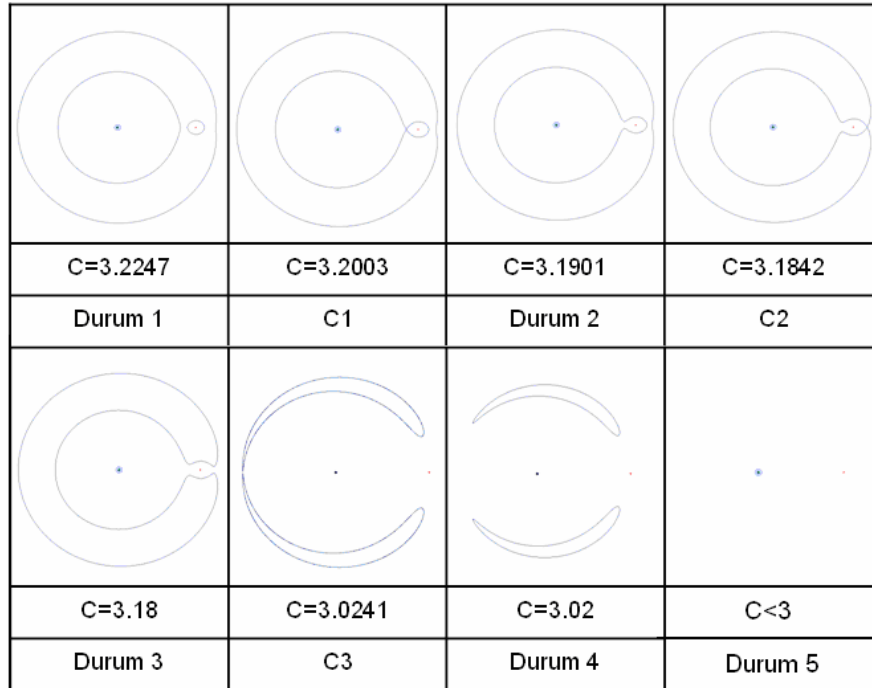
Jacobi integrali ile sıfır hız yüzeylerini kolaylıkla hesaplaya biliriz. Ekte verilen *Astez2.m* verilen program ile C ve μ (mu) sabitlerini girerek Şekil 2.8 de görülen sıfır hız yüzeyini çizebiliriz. Büyük iki kütle (örn. Dünya-Ay) x ekseninde, kütleleri çok küçük sayılan üçüncü kütle (uzay aracı) ise sıfır hız yüzeyinin sınırladığı alan dışında iç, dış veya boğaz bölgelerinin herhangi birinde olabilir. Büyük olan iki kütleden en büyüğü (Dünya) orijinden $-\mu$ uzaklıkta, küçük olanı ise (ay) $1-\mu$ uzaklıktadır.



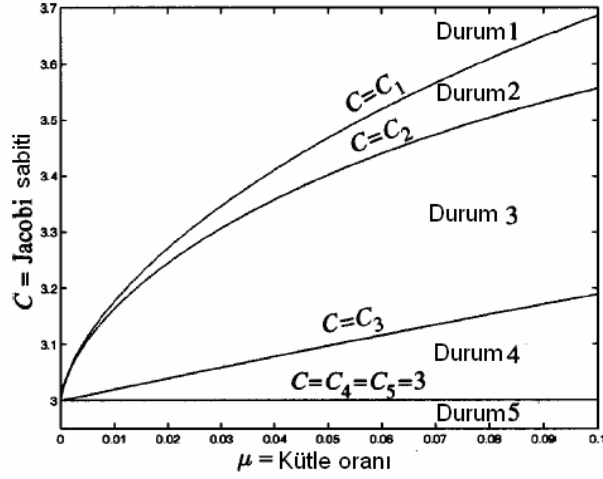
Şekil 2.8: Belirli bir C değeri için Dünya–Ay sistemi sıfır hız yüzeyi

İlk uygulamamızda görüldüğü üzere, sıfır hız yüzeylerinin hesaplanmasında belirgin rol oynayan iki değişken C (Jacobi sabiti) ve μ (kütle oranı)'dır. Sıfır hız yüzeylerinin bu iki değişken ile belirlenmesi, bu iki değişken arasında bir ilişkinin olduğunu düşündürmüştür. Örneğin Şekil 2.9 de gösterilen sıfır hız yüzeylerinin değişik durumlarına C nin farklı değerleri için ulaşılabilir. O zaman farklı bir μ değeri için (farklı ikili sistemler için) C değerini ne almalıyız ki, Şekil 2.9 da gösterilen durumları elde edelim.

Şekil (2.9) de Jacobi sabitinin farklı değerleri için Hill yüzeyleri gösterilmiştir. Burada C 'nin belirli değerleri için sıfır hız yüzeylerinin değişik şekilleri gözükür. Sırasıyla C_1 , C_2 ve C_3 Jacobi sabitinin yatay eksendeki librasyon noktalarına göre (L_1 , L_2 ve L_3 , bakınız bölüm 2.3.4) alacağı değerlerdir. Örneğin L_1 librasyon noktasına göre hesaplanan C_1 değeri Şekil 2.9 'da görülen sıfır hız yüzeyinin oluşturur. C_1 , C_2 ve C_3 durumları sınır durumdur ve her ikili sistem için ayrı ve tek bir değeri vardır. Durum 1,2,3,4 ve 5 ise C_1 , C_2 ve C_3 'ün sınırladığı durumların arasındaki Herhangi C değerleri olabilir. Şekil 2.9 ve kaynak [6] da gösterilen 2.10, C - μ grafiği, μ nün görece büyük olduğu durumda çizilmiştir. Ama pratikte (Güneş Sisteminde) μ genellikle çok küçüktür. Bunun için C - μ grafiğini, μ 'nün 0 'a yakınsayan (0-0.01 veya 0-1e-6 gibi) değerlerini incelemek daha anlamlıdır.

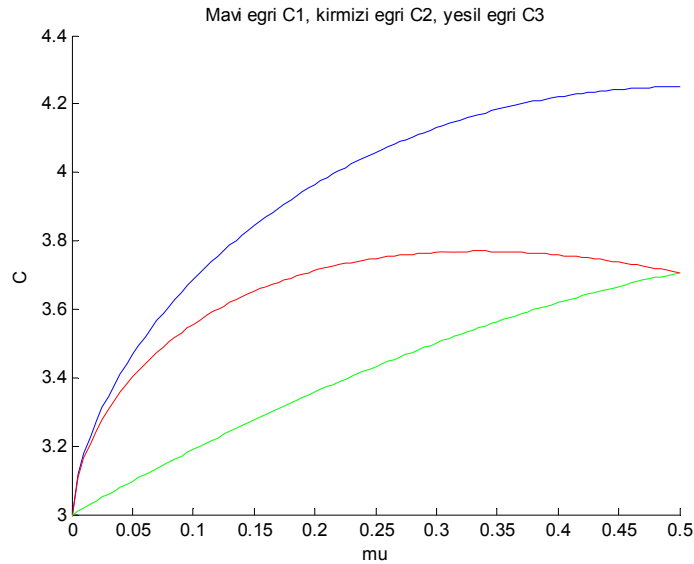


Şekil 2.9: Sıfır Hız yüzeyleri (Dünya-Ay).



Şekil 2.10: Hill bölgelerinin beş türü [6]

Bunun için, ekte verilen *Astez4.m* nın çalıştırılması ile Şekil 2.11 yi elde ederiz. Bu programda Şekil 2.9 ve 2.10 da gösterilen durumları için ve μ nın kademeli olarak arttırarak C- μ digramı çıkarıyoruz. Programda *fzero* ile hesaplanan değer ise bölüm 2.3.4 hesaplanması gösterilen denge noktalarıdır. Bu noktalar hesaplanıyor çünkü örneğin Şekil 2.9 de durum 1 den durum 2 ye geçmek için L1 noktasından geçilmesi gerek yani sınırımız L1 noktası. Aynı şekilde L2 ve L3 durumlar arasındaki sınır noktalarıdır.

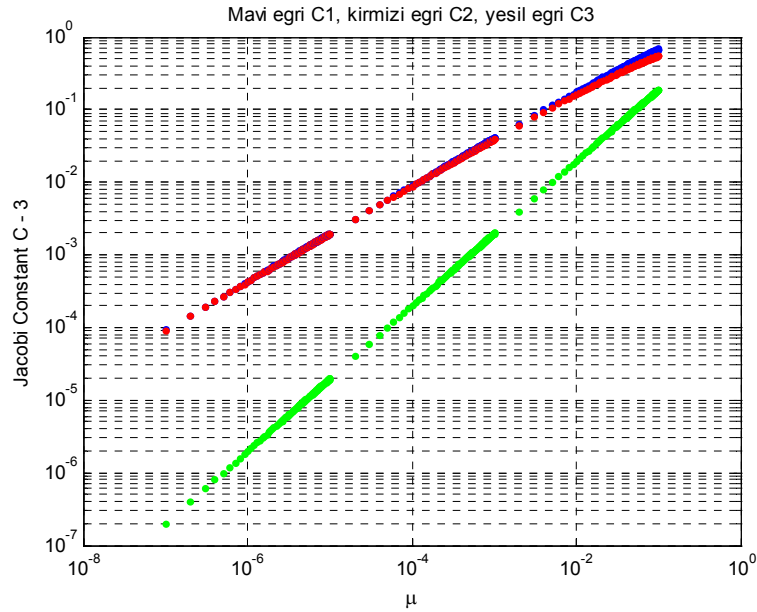


Şekil 2.11: C-mu diyagramı.

Bu program μ nın büyük, yani iki kütlenin kütlelerinin birbirine yakın değerde oldukları durum için C- μ diyagramı çizer. Ama biz genellikle bir kütlenin diğerine

göre çok büyük olduğu (örn. Güneş-Dünya) yani μ değerinin çok küçük olduğu durumlarda uygulama yapacağız.

μ nün küçük değerleriyle hesaplama yapmak için programda *incrmue*'yü azaltmak yeterlidir. Ayrıca *Astez4_5.m* (bak. Ek C) programının çalıştırılmasıyla aynı diyagramın logaritmik ölçekli grafiği oluşturulur, Şekil 2.12. Bu grafikte bize μ nün çok küçük değerlerinin C-jacobi sabiti karşılıklarını göstermekte yardımcı olur.



Şekil 2.12: Logaritmik C-mu diyagramı.

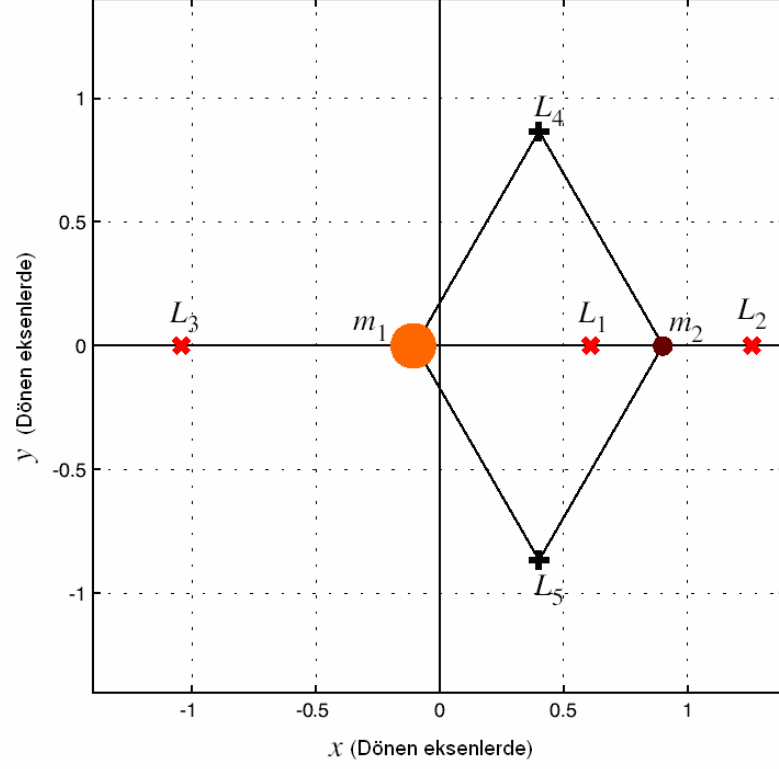
Aynı zamanda bu programlar sayesinde Tablo 2.2 de görülen, daha öne bahsedilen C1 ve C2, değerler hesaplanabilir. Bu değerler ile Şekil 2.9 da gösterilen durumları elde edebiliriz. Bu durumların hesaplanması bize uzay görevlerinde yardımcı olabilir. Örneğin sadece Dünya-Ay arasında seyahat etmesini istediğimiz uzay aracının C sabitini Durum 2 'i elde etmek için ayarlayarak, uydunun istemediğimiz bölgelere gitmesini önleyebiliriz.

Tablo 2.2: Güneş Gezegen sistemlerinde librasyon noktalarının değerleri ve bu değerler için alacağı C sabitleri.[2]

Gezegen	C_{L_1}	C_{L_2}	X_{L_1}	X_{L_2}
Merkür	3.0001201469	3.0001299958	9.9619387524 e-1	1.0038165085
Venüs	3.0007776887	3.0007744246	9.9068245924 e-1	1.0093708546
Dünya	3.0008906701	3.0008866644	9.9002672698 e-1	1.0100339813
Mars	3.0002024866	3.0002020567	9.9525139253 e-1	1.0047630450
Jüpiter	3.0387558759	3.0374839659	9.3237012161 e-1	1.0688258793
Satürn	3.0178215089	3.0174404599	9.5474817806 e-1	1.0460703654
Uranüs	3.0052197547	3.0051615322	9.7574103671 e-1	1.0245690113
Neptün	3.0058179191	3.0057492464	9.7437524214 e-1	1.0259653656

2.3.4. Lagrange Librasyon Noktaları

Daha sonraki bölümde göreceğimiz Dinamik Sistem Teorisini(DST) anlamak için Lagrange librasyon noktalarını anlamak çok önemlidir. Şekil 2.13 de Lagrange noktaları görülebilir.



Şekil 2.13: CR3BP için Lagrange noktaları[2]

Lagrange noktaları CR3BP'deki potansiyel enerjinin genelleştirilmiş koordinatlardaki türevinin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilir. Potansiyel enerjinin minimum olması sistemin denge konumunda yani kararlı olduğu anlamına gelir. Denklem (2.43) deki potansiyel enerjinin genelleştirilmiş koordinatlarda ki türevlerini sıfıra eşitlersek, CR3BP 'in hareketsiz noktalarını bulabiliriz [3].

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (2.55)$$

Bu ilişkiden aşağıdaki bağıntılar elde edilir,

$$\begin{aligned}
x - (\mu + x) \frac{1-\mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} (1-\mu+x) &= 0 \\
\left(1 - \frac{1-\mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right) y &= 0 \\
\left(\frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} \right) z &= 0
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Öncelikle x eksenindeki denge noktalarını bulalım. Denklem (2.44)'ün ilk denkleminde, $y=z=0$ yaparak,

$$x - (1-\mu) \frac{(\mu+x)}{|\mu+x|^3} + \mu \frac{(1-\mu+x)}{|1-\mu+x|^3} = 0 \tag{2.57}$$

bulunur. Şekil (2.14) deki librasyon noktasını kullanarak, L_1 noktası için, $x+\mu>0$ ve $x-\mu+1<0$ olduğu görülür. Bunları kullanarak ve denklem (2.57) ile

$$L_1 : x - \frac{(1-\mu)}{(x+\mu)^2} + \frac{\mu}{(\mu-1+x)^2} = 0 \tag{2.58}$$

Aynı şekilde L_2 librasyon noktasını bulmak için, $x+\mu>0$ ve $x-\mu+1>0$ ilişkisini kullanarak,

$$L_2 : x - \frac{(1-\mu)}{(x+\mu)^2} - \frac{\mu}{(\mu-1+x)^2} = 0 \tag{2.59}$$

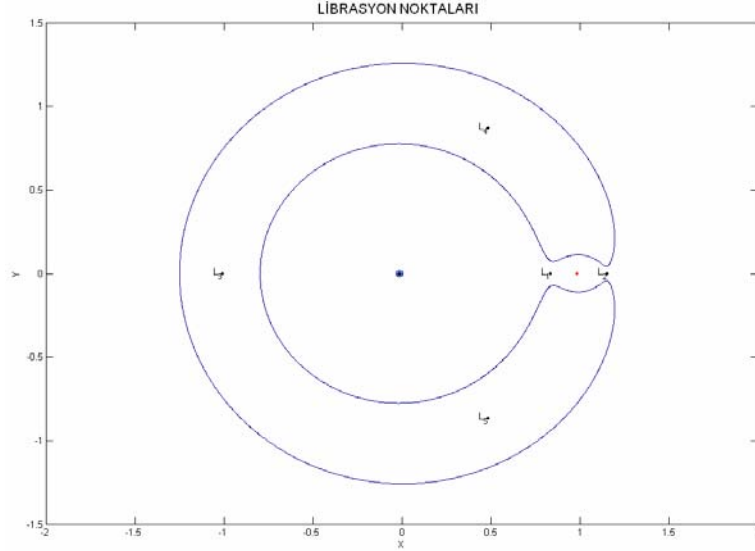
L_3 için, $x+\mu<0$ ve $x-\mu+1<0$ kullanarak,

$$L_3 : x + \frac{(1-\mu)}{(x+\mu)^2} + \frac{\mu}{(\mu-1+x)^2} = 0 \tag{2.60}$$

Son iki nokta, L_4 ve L_5 , denklem (2.56) x ve y bilinmeyenlerine göre çözülerek elde edilir ve bu noktalar dönen eksen takımında koordinatları,

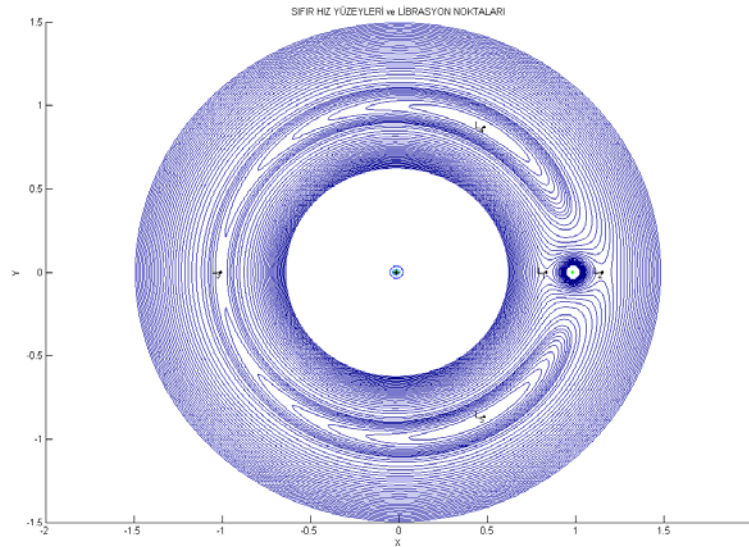
$$\begin{aligned}
x &= \frac{1}{2} - \mu \\
y &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{3}
\end{aligned} \tag{2.61}$$

ile verilen bir eşkenar üçgen oluşturur. Ekte verilen *Astez3.m* dosyası çalıştırıldığında sıfır hız yüzeyi üzerinde Librasyon noktalarının yeri (yukarıda gösterilen formüllere göre) hesaplanır ve Şekil 2.14'te görüldüğü gibi çizilir.



Şekil 2.14: Librasyon noktaları

Ayrıca Librasyon noktaları ve sıfır hız yüzeyleri ilişkisini ekte verilen *Astez3_5.m* dosyasının çalıştırılmasıyla elde edilen Şekil 2.15 de daha iyi anlaşılabilir. Bölüm 2.3.4.1 ve Şekil 2.16 da librasyon noktalarının stabilitesi belirlenecek ve L_1 , L_2 , L_3 instabil iken L_4 ve L_5 stabil olduğu görülecektir. *Astez3_5.m* de ise C değeri adım adım artırılarak sıfır hız yüzey konturları elde ediliyor. C değeri azaldıkça yüzey sınırı azalır, arttıkça artar. Şekil 2.15 de görüldüğü gibi C değeri azaldıkça sınırlar L_4 ve L_5 librasyon noktalarına doğru büzülüyor (stabil L_4 ve L_5 noktalarına). Böylece L_4 ve L_5 librasyon noktalarının stabilitesi daha iyi anlaşılabilir.



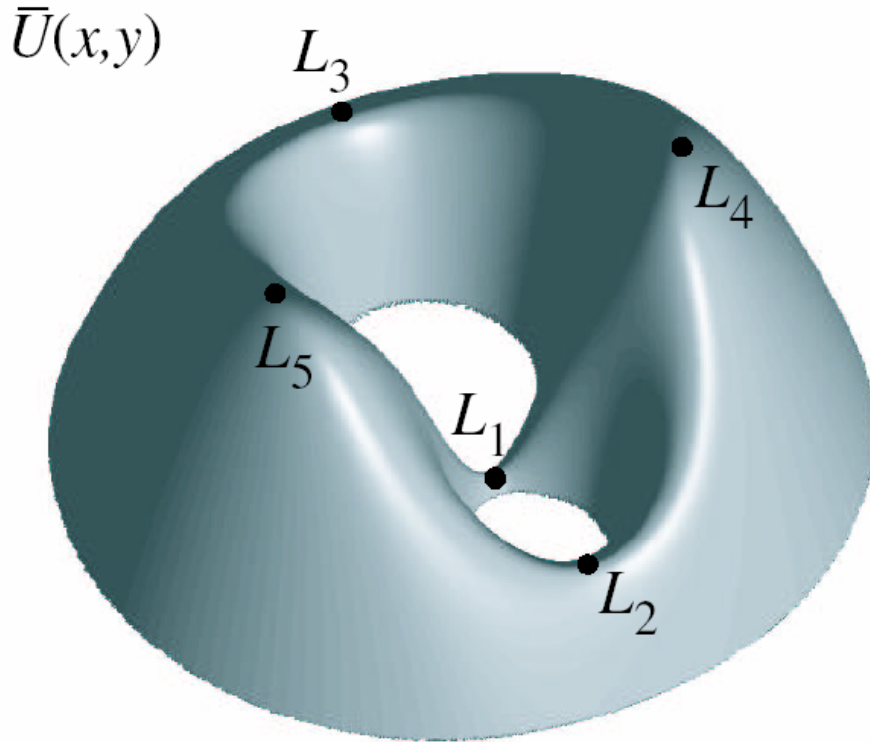
Şekil 2.15: Librasyon noktaları ve değişen C değerli Sıfır hız yüzeyleri.

2.3.4.1 Lagrange Noktalarının Stabilitesi

Lagrange teorik bir olasılık olarak, Güneş ve gezegen sisteminin etkisinde olan bir cismin, o gezegenin yörüngesinde, gezegenden 60° önde ve arkada kalacak şekilde dengede kalarak gezegenle birlikte dönebileceğini bulmuştur. Bu teoremin geçerliliği ancak 1906 da Jüpiter yörüngesinde, Patroclus ve Achilles asteroitleri gözlenince anlaşılmıştır. Bu asteroitlere Truvalılar denir ve sayılarının 700 civarında olduğu tahmin edilir. Şekil 2.16 da Lagrange noktalarının potansiyeli gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü üzere L_4 ve L_5 noktaları tepe noktalarıdır ve kararlı (stabildir). L_1 , L_2 ve L_3 noktaları eyer noktalarıdır ve kararsızdır (instabildir) [4]. Ek-C de verilen Astez3_6.m çalıştırılarak, Şekil 2.16 elde edilebilir.

Denge noktalarının koordinatlarını x_e ve y_e ile gösterelim [5]. Lagrange noktasındaki z_e sıfırdır. Eğer uzay aracının denge noktalarının çok yakın olduğunu farzederek konumlar şöyle yazılabilir;

$$x \approx x_e + \delta_x, \quad y \approx y_e + \delta_y, \quad z \approx \delta_z \quad (2.62)$$



Şekil 2.16: Librasyon noktalarının potansiyeli.[17]

Eğer denge noktaları stabil ise, δ_x , δ_y ve δ_z küçük kalacaktır.

δ çok küçük olduğunu düşün sekte, hareket denklemindeki lineer olmayan terimleri binom teoremi yardımıyla seriye açabiliriz. Örneğin r_1^{-3} değeri

$$r_1^{-3} = \left[(x_e + \delta_x - \mu)^2 + (y_e + \delta_y)^2 + \delta_z^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (2.63)$$

binom teoremi ile seriye açarak,

$$r_1^{-3} \approx \left[(x_e - \mu)^2 + y_e^2 \right]^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} r_{1e}^{-5} [2(x_e - \mu)\delta_x + 2y_e\delta_y] \quad (2.64)$$

Böylece kendimizi xy düzleminde sınırlamış oluruz. Yüksek üslü terimler elenmiştir. Buradaki r_{1e} değeri denge noktasından türetilen yarıçap vektörüdür. Küçük değerler gerçekten küçük ise, yüksek dereceli terimler önemszenmez.

Tüm bu ifadeler hareket denklemlerine (denklem (2.43)) taşınırsa,

$$\begin{aligned} \delta\ddot{x} - 2\delta\dot{y} - \delta\dot{x} = & -\delta\dot{x} \left\{ (1-\mu) \left[\frac{1}{r_{1e}^3} - 3 \frac{(x_e - \mu)^2}{r_{1e}^5} \right] + \mu \left[\frac{1}{r_{2e}^3} - 3 \frac{(x_e + 1 - \mu)^2}{r_{2e}^5} \right] \right\} \\ & + \delta y \left\{ 3(1-\mu) \frac{(x_e - \mu)y_e}{r_{1e}^5} + 3\mu \frac{(x_e + 1 - \mu)y_e}{r_{2e}^5} \right\} \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \delta\ddot{y} + 2\delta\dot{x} - \delta\dot{y} = & \delta\dot{x} \left\{ 3(1-\mu) \frac{(x_e - \mu)y_e}{r_{1e}^5} + 3\mu \frac{(x_e + 1 - \mu)y_e}{r_{2e}^5} \right\} \\ & - \delta y \left\{ (1-\mu) \left[\frac{1}{r_{1e}^3} - 3 \frac{y_e^2}{r_{1e}^5} \right] + \mu \left[\frac{1}{r_{2e}^3} - 3 \frac{y_e^2}{r_{2e}^5} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Yukarıdaki denklemlerin türevi alınırken bazı kritik şeyler olacaktır. İlk olarak, tüm sıfır dereceli terimler yok olacaklar. δ içermeyen terimler basitçe denge noktalarında türetilen hareket denklemleridir. İkinci olarak, denklem (2.65) ve (2.66) sadece denge noktaları civarındaki hareketin yerel bir ifadesidir. Kısıtlı problem için küresel geçerli hareket denklemleri değildir. Son olarak, ve en önemlisi, yukarıdaki denklemlerdeki kıvrımlı parantezdeki her şey denge noktalarında türetililebilir. Yani bu hareket denklemlerini kapalı formda çözebiliriz.

Üçgensel denge noktalarına konsantre olursak, L_4 noktasında, $x_e = \mu - 1/2$ ve $y_e = \sqrt{3}/2$ olur. Ayrıca, $r_{1e} = r_{2e} = 1$. Bu değerler denklemlerde yerine konursa ve sadeleştirilirse,

$$\delta \ddot{x} - 2\delta \dot{y} - \frac{3}{4}\delta x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right)\delta y = 0 \quad (2.67)$$

$$\delta \ddot{y} - 2\delta \dot{x} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right)\delta x - \frac{9}{4}\delta y = 0 \quad (2.68)$$

Eğer $\delta \mathbf{r}^T = (\delta x, \delta y)$ vektörü tanımlanırsa, konum vektörü denge noktasına bağlı olur ve denklemler matris formunda yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} \delta \ddot{\mathbf{r}} + \begin{Bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{Bmatrix} \delta \dot{\mathbf{r}} + \begin{Bmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right) \\ -\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right) & -\frac{9}{4} \end{Bmatrix} \delta \mathbf{r} = 0 \quad (2.69)$$

Katsayılar sabit olduğundan, aşağıdaki bir formda çözüm geçerli olur,

$$\delta \mathbf{r} = \mathbf{A} e^{\lambda t} \quad (2.70)$$

denklem (2.70) i denklem (2.69) dan çıkarırsak, karakteristik denklemi buluruz.

$$\begin{vmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right) \\ -\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\mu - \frac{1}{2}\right) & -\frac{9}{4} \end{vmatrix} \mathbf{A} = 0 \quad (2.71)$$

Yukarıdaki denklem artık bir özdeğer/özvektör problemidir. Determinantı alınıp sadeleşirse,

$$\lambda^4 + \lambda^2 - \frac{27}{4}\mu(\mu - 1) = 0 \quad (2.72)$$

Bu λ^2 nin ikinci dereceden bir polinomudur. Bu denklemin kökleri;

$$\lambda^2 = \frac{1}{2} \left(-1 \pm \sqrt{1 - 27\mu(\mu - 1)} \right) \quad (2.73)$$

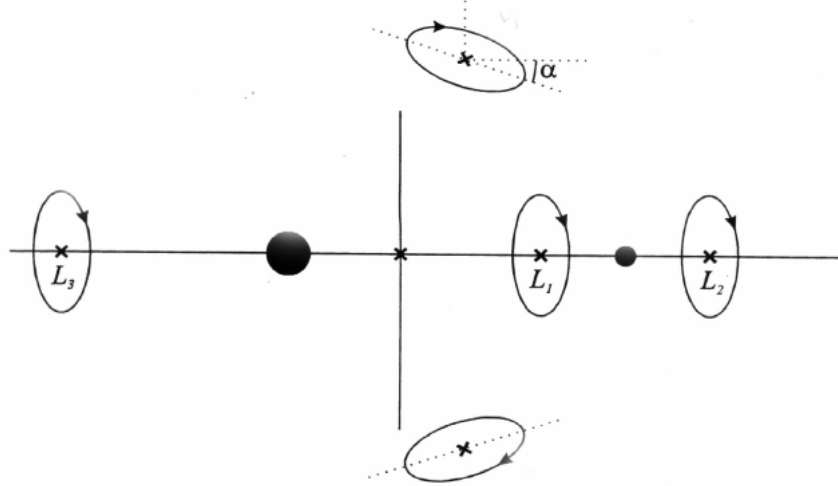
Denge için, λ nün tüm değerleri sadece imajiner sayı olmalı. R3BP de sönümlenme yoktur ve denklem (2.73)'ün dört kökü olması mümkün değil. Eğer λ köklerinin dördü de imajinerse, denklem (2.73)'ün diskriminantı sıfırdan büyük olmalı. Böylece üçgensel noktaların stabilitesi için aşağıdaki bağıntı bulunur.

$$1 - 27\mu(\mu - 1) = 0 \quad (2.74)$$

Bu denklem μ için iki kritik değer verir; $\mu_{c1} \approx 0.03852$ ve $\mu_{c2} \approx 0.96148$. Bu değerler L_4 noktasının $\mu < \mu_{c1}$ ve $\mu > \mu_{c2}$ yi sağladığında dengede olduğunu gösterir.[5]

2.3.4.2 Lagrange Noktalarının Hareketi

Bu noktalar yakınındaki 3 boyutlu yörüngelerde sanki-eliptik yörüngeler gözlenebilir. Bu gibi 3 boyutlu yörüngelerden birine Halo yörüngesi denir. Şekil 2.17 da bu yörüngeler gösterilmiştir. Bu yörüngelerin dönme yönü referans hareketinin tersidir. Yalnız Halo yörüngesi librasyon noktaları civarındaki tek olası yörünge değildir. Diğer iki periyodik yörünge hareketin iki uzak frekansını izler. Bunlardan biri z bileşeni olmayan Lyapunov yörüngesidir ve DST de sıkça kullanılır. Diğerisi ise dikey yörüngelerdir. [2]



Şekil 2.17: Librasyon noktaları civarındaki periyodik yörüngeler [2]

L_4 civarındaki titreşimler genişledikçe, δx ve δy daha önemli olur. Her iki mod için bu hareket için genel çözüm,

$$\begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{A}_i e^{\lambda_i t} \quad (2.75)$$

α başlangıç koşullarından bulunur. Bu tür titreşimler bölüm başında bahsedilen Truvalılarda gözlenmiştir.

3. GELENEKSEL TRANSFER TEKNİKLERİ

Bu bölümde farklı transfer tekniklerinden bahsedilecektir. Burada hem klasik hem de modern transfer teknikleri görülebilir. Öncelikle klasik transfer teknikleriyle başlayıp, sonra modern transfer teknikleri incelenecektir. Klasik transfer teknikleri olarak Hohmann transferi ve kütle çekim yardımcı transferler incelenecektir.

3.1. Kütle Çekim Yardımlı Transferler

Bu transferleri parabol ve hiperbol yörüngeler olarak tanımlayabiliriz. (Bakınız [3,4,5]) Denklem (2.21) de konik kesitin genel denklemini bulmuştuk ve yörünge eksantrikliği e nin farklı değerleriyle yörüngenin elips, parabol ve hiperbol olduğunu gördük. Buradan konik kesit geometrisini incelersek Şekil(2.5) den,

$$b = \sqrt{a^2 - a^2 e^2} = a\sqrt{1 - e^2} \quad (3.1)$$

$$(2ae)^2 + p^2 = (2a - p)^2 \quad (3.2)$$

denklemi basitleştirirsek,

$$p = a(1 - e^2) \quad (3.3)$$

bulunur. Denklem (2.21) deki $\theta=90^\circ$ yaparsak ve $p=H^2/\mu$ den

$$H = \sqrt{\mu p} = \sqrt{\mu a(1 - e^2)} \quad (3.4)$$

bulunur. Yerberi ve Yeröte yarıçapları da denklem (3.3) kullanılarak bulunur.

$$r_p = a(1 - e) \quad (3.5)$$

$$r_a = a(1 + e) \quad (3.6)$$

Enerji için denklem (2.32) den ve yerberinin hızı ile $v_p = H / r_p$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} v_p^2 - \frac{\mu}{r_p} = -\frac{\mu}{2a} \quad (3.7)$$

burada denklem(3.5) den a yı çekip yazarsak

kutupsal denklemi, denklem (2.21) $e>1$ koyarak elde edilir. Odağa uzaklık, $r>0$ olduğundan, gerçek anomali θ , ancak paydayı sıfır yapan iki değer arasında değişebilir,

$$-\pi + \cos^{-1}(1/e) < \theta < \pi - \cos^{-1}(1/e) \quad (3.9)$$

Geliş asimptotu üzerinde, $-\infty$ dan odağa doğru yaklaşmakta olan P nin hızı v_{∞}^{-} ile gösterilirse, odağa göre sabit açısal momentum, $H = v_{\infty}^{-} \cdot \Delta$ olarak çıkar. Burada Δ , odağın geliş asimptotuna olan uzaklığıdır. İndirgenmiş enerji

$$\varepsilon = \frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r} = \frac{v_{\infty}^2}{2} \quad (3.10)$$

sabit olduğundan $|v_{\infty}^{+}| = |v_{\infty}^{-}|$ dir. Konik eksen denklemini kullanarak,

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta} \quad (3.11)$$

θ_{∞} burada r sonsuza giderken oluşur.

$$\cos \theta_{\infty} = \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{e} \left[\frac{a(1-e^2)}{r} - 1 \right] \right\} = -\frac{1}{e} \quad (3.12)$$

Geliş ve gidiş asimptotlarının açı ortayı, yörüngenin simetri eksenidir. Asimptotlar bu eksen

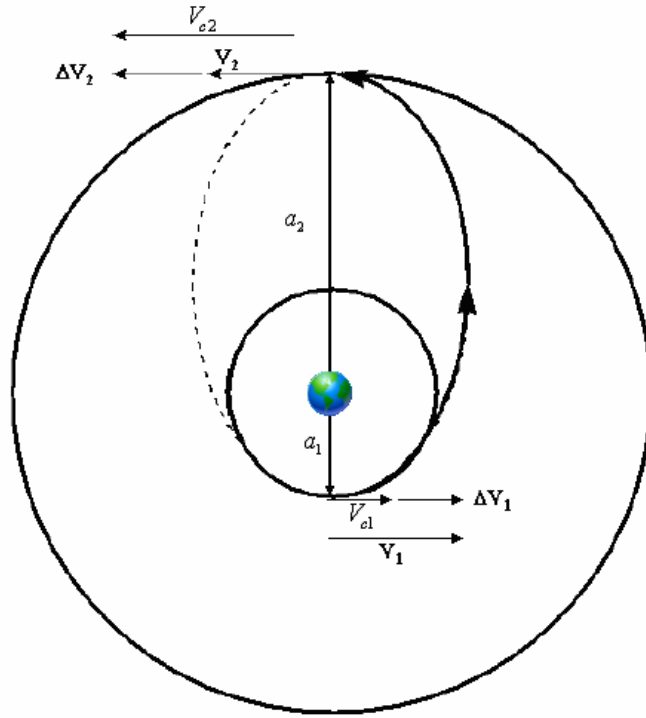
$$\theta_{\infty} = \pm \cos^{-1} \left(-\frac{1}{e} \right) \quad (3.13)$$

açılarıyla keserken, yörünge $\theta=0$ ile odağa r_p periapsis uzaklığında keser.

Hiperbolik yörüngenin odak noktasında, ya iki cismin kütle merkezi ya da iki cisimden büyük olanı bulunacaktır. Her iki durumda odak noktasının eğer bir eylemsizlik eksen takımına göre verilecek hızı da dikkate alınırsa, P noktasının sonsuzdan geliş ve sonsuza gidiş hızları bu eksen takımında Şekil (3.1b) de olduğu gibi belirlenecektir. Yani, hiperbolik bir yörünge üzerinde bir gezegen etrafında dolaşarak tekrar uzaklaşan, küçük bir gök cisminin, gezegenin önünden ya da arkasından geçmesi durumunda, kinetik enerjisi artacak ya da azalacaktır. [3,4,5]

3.2. Hohmann Transferi

Eş düzlemlili iki dairesel yörünge arasındaki transfer problemi ilk olarak 1925 de Walter Hohmann tarafından çözülmüştür. Her ne kadar o bu problemi optimal kontrol disiplininin önce çözmüş ise de, Hohmann transferi geniş limitlerde optimal yol manevrası olur. Hohmann transferindeki ana varsayım manevranın itkisel yani ani olmasıdır. Bu transfer en basit anlamda çapları birbirinden farklı iki dairesel yörünge arasındaki transferdir ve transfer sırasında elips bir transfer yörüngesi oluşur, Şekil 3.2.[3,5]



Şekil 3.2: Hohmann Transferi

Küçük yörünge yarıçapı a_1 ve büyük yörünge yarıçapı a_2 ise elipsin büyük eksen yarıçapı a olarak bulunur.

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (3.14)$$

Gök mekaniğinde dairesel yörünge hızı,

$$v_c = \sqrt{\mu / r} \quad (3.15)$$

Elips yörünge hızı;

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (3.16)$$

Δv hızlarıysa;

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{a_1} - \frac{2\mu}{a_1 + a_2}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_1}} \quad (3.17)$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{a_2}} - \sqrt{\frac{2\mu}{a_2} - \frac{2\mu}{a_1 + a_2}} \quad (3.18)$$

Olarak, verilerle denklem(2.17) den dt çekip entegre edersek ve A için elipsin alanını ($A=\pi ab$) ve H için denklem (3.4) deki ifade konulursa, elips yörünge periyodunu elde ederiz.

$$T = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{\sqrt{\mu a} \sqrt{1-e^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{3/2} \quad (3.19)$$

Denklem (3.19) tüm yörünge transferinin zamanıdır (küçük yörüngeden büyük yörüngeye geçiş + büyük yörüngeden küçük yörüngeye geçiş). Hohmann transferi elips yörünge zamanının yarısıdır.

$$T_H = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} a^{3/2} \quad (3.20)$$

3.3. Düşük İtkili Transferler

Bu bölümde gezegenler arası düşük itkili transferler(Low-thrust trajectories-LTT) incelenecek. Buradaki itki, elektrik itkisi yada güneş yelkenlisi (solar sails) olabilir. Yalnız elektrik itkisi kullanılırken itki vektörü için kısıtlama olmaz iken, güneş yelkenlisi için güneş ışınlarının yönüne bağlı bir kısıtlama vardır.

3.3.1. Kutupsal Hareket Denklemleri (H.D.)

Düşük itkili transferler için genel hareket denklemi, 2BP hareket denklemine itici gücün ivmesinin eklenmiş halidir. [2]

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \frac{\vec{F}}{M} \quad (3.21)$$

M burada uzay aracının ve itici kuvvetin anlık kütlesidir.

Merkezi bir kütle çekim alanında sabit itkili hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} F \cos \theta &= M(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 + g) \\ F \sin \theta &= M(r\ddot{\phi} - 2\dot{r}\dot{\phi}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Yukarıdaki denklemi basitleştirirsek

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{F}{M} \frac{\dot{r}}{u} - g + r\dot{\phi}^2 \\ \ddot{\phi} &= \frac{F}{M} \frac{\dot{\phi}}{u} - 2\frac{\dot{r}\dot{\phi}}{r} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Buradaki M, uzay aracının elektrik itkili kütlesi zamanla lineer bir şekilde azalır. [2]

Denklem (3.22) ve (3.23) aşağıdaki şartlar ile transfer hesaplamalarında kullanışlı olur,

- Sadece bir merkezi kütle çekim sistemi olmalı,
- Transfer bir yüzeyde kalmalı,
- Kütle çekim ve itki hariç dış kuvvet olmamalı.

3.3.2. Enerji ve Açısal Momentum Kullanılarak Türetilen H. D.

Uzay aracının hareketini yermerkezli ekvatorial eksen takımında dönmeden düşünersek, hareket denklemleri r , θ , V ve γ değişkenli birinci dereceden dört diferansiyel denklem olur.[2]

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= a - \frac{\mu}{r^2} \sin \gamma \\ \frac{dr}{dt} &= V \sin \gamma \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{V}{r} \cos \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{1}{rV} (V^2 - \frac{\mu}{r}) \cos \gamma \end{aligned} \quad (3.24)$$

Yukarıdaki denklemde radyal itki, gezegenler arası görev için itki modu olarak önemli bir rol oynamıyor. Her ne kadar, itki ivmesi yerel kütle çekim ivmesine göre çok küçük olsa da, teğetsel itki optimum itki yönüne çok yakındır.[2]

4. DÜŞÜK ENERJİ TRANSFERİ

Uzay görevlerinde en rahatsız edici durumlardan birisi uzay aracının yakıtının tahmin edilenden önce tükenmesidir. Bu durum genellikle Güneş sisteminin bozucu etkilerinden dolayı ya da uzay aracının birkaç kere başarısız manevra girişiminden doğar. Ne yazık ki bu durumlar uzay görevlerinde çok sık meydana gelir. Örneğin, bir kuyruklu yıldızdan örnek almaya yollanan uzay aracı, kuyruklu yıldızın yaklaşması için gerekli manevraları tutturamamasından dolayı, dönüş için yeterli yakıtı kalmaz ve uzay boşluğunda kalır. Yani uzay görevlerinde enerjinin, yakıtın, büyük önemi vardır, ve bunu optimal düzeyde kullanmak çok önemlidir, hatta insanlı uzay uçuşlarında hayatidir.

Bu bölümde düşük enerji transferi (Low Energy Transfer-LET) incelenecektir, tanımlar ve terimler açıklanacaktır. LET iki ana dala ayrılır, ilki WSB ikincisi DST.

4.1. Zayıf Kararlılık Sınırları (WSB)

1987 yılında Eduard Belbruno ‘Lunar Capture Orbit’ adında bir makale yayınladı. Bu makale 1985 de başlayan geleneksel Hohmann transferinin dışında bir düşük enerji transferi araştırmasının sonucuydu. WSB, LET yörünge dizayn yönteminin ilk dalını oluşturur, [2,29].

4.1.1. WSB Dinamiği

WSB transferinde ay ve güneşin kütle çekim yardımları kullanılır. Uzay aracı dünya-ay-güneş sisteminin instabil denge bölgelerinden geçince, ay tarafından balistik olarak yakalanarak sağlayan güneş tarafından ay yörüngesine yönlendirilir. Yani ay yörüngesine gitmek için itki gücüne gerek kalmaz. CR3BP in Hill yüzeylerini kullanarak, seyahatimizi en ucuz yöntemle gerçekleştirebilir.

4.1.2. WSB Transferinin Avantajı ve Dezavantajı

WSB transferinde uzak mesafeli transferler için gereken zaman kabul edilemeyecek kadar fazladır. Bu transfer tekniği yakın mesafelerde daha kullanışlıdır. Bu tekniğin en büyük avantajı son yörünge parametrelerinin seçiminin esnek olmasıdır.

Ayrıca Hohmann transferi ile karşılaştırsak, bir uzay aracını 200km yükseklikteki dünya park yörüngeden, 100km yükseklikteki düşük ay yörüngesine transfer etmek istediğimizde, WSB transferi gereken ΔV den %25 lik kazanç sağlar. WSB nin dereceli yakalama metodu yüksek itkili motor gerektirmez ve yörünge için az ΔV gerektirir. Bu durum WSB transfer zamanını 90 güne çıkarır, Hohmann transferinde ise 7 gün gereklidir.

WSB nin olası kullanım alanlarından biri de, uzay aracının yakıtının kritik derecede azalması durumunda ya da uzay aracının kontrolünü bir şekilde yitirdikten sonra en az enerji ile görevini tamamlamasıdır. [2,29]

4.2. Dinamik Sistem Teorisi

Dinamik sistem teorisi, diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılan geometrik bir yaklaşımdır ve 20. yy da Poincaré tarafından geliştirilmiştir. DST dinamik analiz vasıtasıyla transfer yörünge dizayn metodu olarak sunulur. CR3BP deki DST uygulamaları, Dünya ve Halo yörüngeleri arasındaki veya farklı CR3Bplerin (örneğin Güneş-dünya ve Güneş-Mars CR3BP) Lagrange noktaları arasındaki transfer yörüngelerinin farklı türlerine yol açan hızlı bir metottur.

İnceleme önce doğrusal librasyon noktaları yakınlarındaki bir cismin hareketi ile başlayacaktır. Ortaya çıkan hareket denklemlerinin linerizasyonu ve analizi yapılacaktır. Sonra LET de sabit manifoldun kullanımı ve nasıl oluşturuldukları incelenecektir. Daha sonra dinamik kanallar tanıtılacaktır. Ondan sonra DST kullanarak yörünge oluşturma incelenecek, en sonunda DST uygulamaları hakkında iki örnek verilecektir.

4.2.1. Doğrusal Librasyon Noktaları Yakınındaki Bir Cismin Hareketi

Denge noktaları civarındaki yörüngelerin hareketi birçok bilim adamının araştırmalarına konu olmuş ve bu civardaki yörünge hareketleriyle ilgili çeşitli çözümler sunulmuştur [22]. Ref. [6]'a göre bir lineer librasyon noktası (L1 ve L2)

yakınındaki hareketi ya da akışı incelemek için lineerleştirilmiş hareket denklemleri kullanmak yeterli olur. Bu analizin nitel sonuçları Moser teoremi tarafından tam lineer olmayan denklemlere taşınır. Bu bölümde lineerleştirilmiş hareket denklemleri türetilecek ve analizi yapılacaktır.

4.2.1.1. Hareket Denklemlerinin Linerizasyonu

Konumdaki ufak farklılıklar (rahatsızlık) düşünülürken ve denklem (2.44) den, iki boyutlu düzlemsel durumda lineer libransyon noktaları yakınındaki hareket için aşağıdaki lineerleştirilmiş denklemler bulunabilir.[2,6]

$$\begin{aligned}\ddot{x}' - 2\dot{y}' - (2K + 1)x' &= 0 \\ \ddot{y}' + 2\dot{x}' + (K - 1)y' &= 0\end{aligned}\tag{4.1}$$

burada $K = \frac{1-\mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3}$ ve $x' = x - x_0$, $y' = y - y_0$ dir.

4.2.1.2. Lineerleştirilmiş Hareket Denklemlerinin Analizi

Denklem (4.1) aşağıdaki gibi bir karakteristik denkleme sahiptir. $(x' = Ae^{\lambda t}, y' = Be^{\lambda t})$.

$$\Lambda^2 + 2\alpha\Lambda - \beta^2 = 0\tag{4.2}$$

Burada,

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - \frac{K}{2} \\ \beta^2 &= (2K + 1)(K - 1) \\ \Lambda &= \lambda^2\end{aligned}\tag{4.3}$$

Bu karakteristik denklemin çözümü, lineerleştirilmiş hareket denklemlerinin öz değerlerini verir;

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= \pm\lambda = \pm\sqrt{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \\ \lambda_{3,4} &= \pm i\nu = \pm\sqrt{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}\end{aligned}\tag{4.4}$$

Öz değerlerden ilk ikisi gerçekte sayı iken, diğerleri tam sanal sayıdır. Sonra ikinci dereceden hareket denklemlerine, denklem (4.1) e, bağlı genel çözüm bulunur.

$$\begin{aligned}x' &= A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_1 t} + A_3 e^{\lambda_3 t} + A_4 e^{-\lambda_3 t} \\y' &= \gamma_1 A_1 e^{\lambda_1 t} - \gamma_1 A_2 e^{-\lambda_1 t} + \gamma_3 A_3 e^{\lambda_3 t} - \gamma_3 A_4 e^{-\lambda_3 t}\end{aligned}\quad (4.5)$$

türev alınır,sa,

$$\begin{aligned}\dot{x}' &= \lambda_1 A_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 A_2 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_3 A_3 e^{\lambda_3 t} - \lambda_3 A_4 e^{-\lambda_3 t} \\y' &= \gamma_1 \lambda_1 A_1 e^{\lambda_1 t} + \gamma_1 \lambda_1 A_2 e^{-\lambda_1 t} + \gamma_3 \lambda_3 A_3 e^{\lambda_3 t} + \gamma_3 \lambda_3 A_4 e^{-\lambda_3 t}\end{aligned}$$

burada $\lambda_2 = -\lambda_1$, $\lambda_4 = -\lambda_3$ ve $\gamma_2 = -\gamma_1$, $\gamma_4 = -\gamma_3$ eşitlikleri kullanılırsa, $(x, y, \dot{x}, \dot{y})$ faz uzayında karşılık gelen öz vektörler,

$$\begin{aligned}\bar{u}_1 &= (1, -\sigma, \lambda, -\lambda\sigma) \\ \bar{u}_2 &= (1, \sigma, -\lambda, -\lambda\sigma) \\ \bar{w}_1 &= (1, -i\tau, iv, v) \\ \bar{w}_2 &= (1, i\tau, -iv, v)\end{aligned}\quad (4.6)$$

$\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_3 = iv$, $\gamma_1 = -\sigma$ ve $\gamma_3 = -i\tau$ notasyonunda. Bu öz vektörleri kullanarak, denklem (4.1) in genel çözümü;

$$\begin{aligned}\bar{v}(t) &= (x'(t), y'(t), \dot{x}'(t), \dot{y}'(t)) \\ &= A_1 e^{\lambda t} \bar{u}_1 + A_2 e^{-\lambda t} \bar{u}_2 + A_3 e^{ivt} \bar{w}_1 + A_4 e^{-ivt} \bar{w}_2\end{aligned}\quad (4.7)$$

ile verilir. Librasyon noktaları yakınındaki akışı anlamak için, öz vektörün pozisyon uzayında ki yansıması önemlidir. Pozisyon uzayına yansıma (izdüşüm) şöyle yazılabilir; $\bar{u}_1^* = (1, -\sigma)$ ve $\bar{u}_2^* = (1, \sigma)$ (denklem(4.6)). Librasyon noktaları yakınlardaki akışı almak için, (x, y) düzlemindeki yörüngelerin farklı sınıflarındaki yansımaları incelenmelidir. Denklem (4.5) den

$$x'(t) = A_1 e^{\lambda t} + A_2 e^{-\lambda t} + A_3 e^{ivt} + A_4 e^{-ivt}\quad (4.8)$$

ve ya;

$$x'(t) = A_1 e^{\lambda t} + A_2 e^{-\lambda t} + C_1 \cos(vt) - C_2 \sin(vt)\quad (4.9)$$

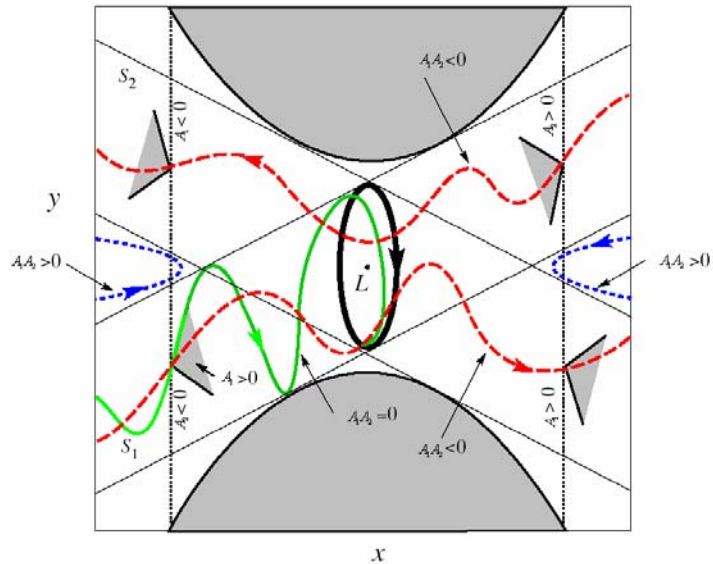
Bu ifadeden dört kategoriye ayrılan dokuz farklı çözüm elde edilebilir. Bu $x'(t)$ nin t ye göre incelenmesiyle yapılabilir. $t \rightarrow +\infty$, $x'(t)$ için;

- $A_1 < 0$ ise eksi sonsuza gider (librasyon noktasının solunda kalarak),
- $A_1 > 0$ ise artı sonsuza gider (librasyon noktasının sağında kalarak),
- $A_1 = 0$ ise sınırlanır (librasyon noktası civarında kalır),

Aynı şekilde $t \rightarrow -\infty$ iken A_2 nin etkisi incelenebilir. A_1 ve A_2 'nın işaretinin farklı kombinasyonları, dört kategoride yörüngelerin dokuz sınıfını üretir [2,6,17];

1. $A_1 = A_2 = 0$. Bu Lyapunov yörüngesi olarak bilinen periyodik çözümdür. x-y düzleminde y yönünde büyük eksen uzunluğu $2\tau\sqrt{\varepsilon/\kappa}$ 'lu ve x yönünde küçük eksen uzunluğu $2\sqrt{\varepsilon/\kappa}$ 'lu bir elipstir. Yörüngenin yönü saat yönünde ve $\kappa = -a + b\tau^2 + v^2 + v^2\tau^2$ şeklinde bir sabittir.
2. $A_1 A_2 = 0$ periyodik Lyapunov yörüngesi asimptotik olur (böylece $t \rightarrow +\infty$ ve $t \rightarrow -\infty$ de Lyapunov yörüngesine daha da yaklaşır). $A_1 = 0$ lı asimptotik yörüngeler S_1 den geçerler, Şekil 4.1. bu x-y düzlem geçişi, $\bar{u}_2$ merkezli, $y = \alpha x \pm 2\sqrt{\varepsilon(\sigma^2 + \tau^2)/\kappa}$ çizgisiyle sınırlanır.

Aynı şekilde, $A_2 = 0$ iken, $\bar{u}_1$ merkezli, S_2 geçen. asimptotik yörüngeler $y = -\alpha x \pm 2\sqrt{\varepsilon(\sigma^2 + \tau^2)/\kappa}$ ile sınırlanır.
3. $A_1 A_2 > 0$ olan yörüngeler transit yörüngeler denir. Bu yörüngeler denge bölgesi R, $x = -\infty$ dan $x = \infty$ ya da tersi, geçer.
4. $A_1 A_2 < 0$ olan yörüngeler transit olmayan (non-transit) yörüngelerdir.



Şekil 4.1: Denge bölgesi R_2 deki akış. Lyapunov yörüngesi veya periyodik yörünge siyah, asimptotik yörünge yeşil, transit olmayan yörünge mavi, transit yörünge kırmızı olarak gösterilmiştir. [17]

4.2.2. LET de Sabit Manifoldun Kullanımı

Lo ve Ross kuyruklu yıldız transferlerini incelerken, Ortema ve Gehrels 3 kuyruklu yıldızlarının yörüngelerinin L_1 ve L_2 nin sabit manifoldunun konum-uzay izdüşümüne yakın seyir ettiklerini keşfettiler. Bu yüzden 3BP de faz uzayının geometrisini anlamak için stabil ve instabil manifoldların incelenmesi gerekir [6].

Bir manifold, keyfi boyut yüzeyleri için matematiksel bir terimdir. DST de, sabit manifold (invariant manifold) yörüngelerin seçilen özel bir manifoldudur. Bunun gibi bir manifoldun üzerindeki bir nokta hareket denklemleri etkisiyle daima bu manifoldda kalır. Sabit terimi de buradan gelir.

Faz uzayı (ya da durum uzayı), bir sistemin olası tüm durumlarının kümesi için geometrik modeldir. Bu $\mathbf{R}^n$ de açık bir kümedir. Transferlerle dolarak dinamik sistemin faz portresini oluşturur. Portre, düz bir Euclide uzayında modellenen özel çözümle başlar (örn; denge noktaları, periyodik yörüngeler ve yarı-periyodik hareketler, homoklinik ve heteroklinik hareketler). Bu çözümlere ek olarak, eğri uzayın(farklı manifoldların) olduğu durumlar vardır. Sonra manifold bağımlı değişkenler uzayı için geometrik model olur. M-boyutlu bir manifold 2-boyutlu $\mathbf{R}^n$ yüzeyine bağlanır. Sabit bir manifold, bir yüzeyde oluşan yörüngelerin toplamıdır. Bu durumda, sabit bir manifoldda asimptotik olarak yaklaşan ya da uzaklaşan yörüngeler kümesi de sabit manifolddur. Yakınlaşan yörüngeler instabil manifold, uzaklaşan yörüngeler stabil manifold olarak adlandırılır, [2].

Bölüm 4.2.1.2’de lineerleştirilmiş hareket denklemlerinin analizi yapılmış ve sonunda dört farklı yörünge ortaya çıkmıştı. Bu yörüngelerden ikincisi olan asimptotik yörüngelerle manifoldu hesaplanabilir. $A_1 A_2 = 0$ olunca yörünge asimptotik oluyordu yani $t \rightarrow +\infty$ ve $t \rightarrow -\infty$ gidiyordu. $A_1 = 0$ iken yörünge S_1 den geçiyor ve zaman azalıyor bu durumda manifold stabil oluyor. Aynı şekilde, $A_2 = 0$ iken yörünge S_2 geçiyor (Şekil 4.1) ve zaman artıyor bu durumda da manifold instabil oluyor. CR3BP de yörüngelerin hesabını yaparken diferansiyel hesabında zamanı eksi ve artı yaparak, yani zamanı arttırarak yada azaltarak, stabil ve instabil manifoldları kolayca hesaplayabiliriz.

4.2.3. Dinamik Kanal

Heteroklinik bağlantılarla homoklinik yörüngelerin bağı dinamik kanal olarak adlandırılır. Bu bölümde, bunun gibi bir kanalın her bir parçası incelenecektir.

4.2.3.1. Homoklinik Yörüngeler

İnstabil Lyapunov yörüngesine ileri ve geri asimptotik olan yörüngelere homoklinik yörüngeler denir, Şekil 4.2. DST bu yörüngeleri, periyodik yörüngenin stabil ve instabil manifoldu olarak tanımlar. Yani homoklinik yörüngeler periyodik yörüngenin stabil ve instabil manifoldunun kesişmesindedir. Başka bir deyişle, bir homoklinik rota üzerindeki Lyapunov yörüngesinden kalkan bir parçacık aynı Lyapunov yörüngesine döner.

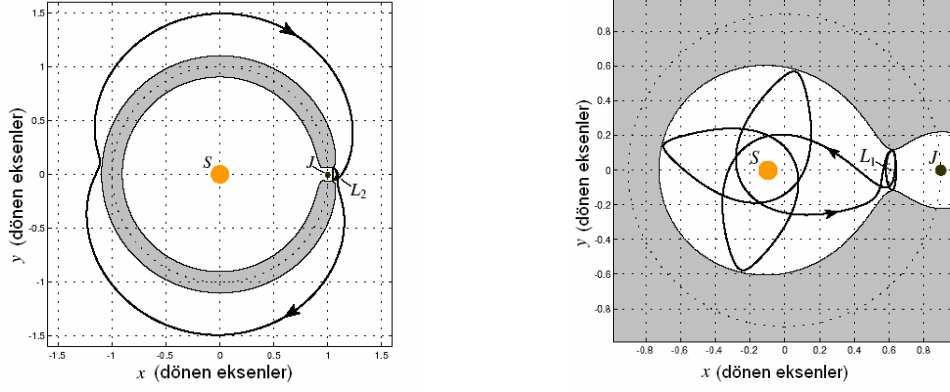
Manifold kesişiminin çapraz olup olmaması önemlidir. Eğer çapraz ise geniş sonlanan yörünge oluşturulabilir. Bir denge noktasındaki lokal stabil ve instabil manifoldları sırayla W_{loc}^s ve W_{loc}^u olarak gösterelim. L_1 Lyapunov periyodik yörünge 2 boyutlu sabit stabil ve instabil manifoldda ($W_{L_1.p.o}^s$ ve $W_{L_1.p.o}^u$) sahiptir. Denge noktaları yakınındaki hareket denklemlerini, denklem (2.44), simetrik yapalım, [2].

$$s : (x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) \rightarrow (x, -y, -\dot{x}, \dot{y}, -t) \quad (4.10)$$

Bu simetri sayesinde, eğer Lyapunov yörüngesinin instabil manifoldu bilinirse, stabil manifoldunda bulabiliriz.

İç bölgede homoklinik yörüngeler oluşturmak için, stabil ve instabil manifoldun ($W_{L_1.p.o}^s$ ve $W_{L_1.p.o}^u$) kesişimi bulunmalıdır. Bu faz uzayında uygun olarak seçilen Poincaré kesitiyle yapılır. Burada ilk kesim $x < 0, \Gamma_1^{u,J}$ bölgesinde $y=0$ düzlemindeki instabil manifold ($W_{L_1.p.o}^{u,J}$) ile başlar.

Her ne kadar dış bölge homoklinik yörüngeler analitik olarak henüz kanıtlanmamış olsa da, uygun seçilen bir Poincaré kesiti üzerinden çapraz manifoldlar ($W_{L_2.p.o}^s$ ve $W_{L_2.p.o}^u$) bulunarak ref. [6] da nümerik olarak oluşturulmuşlardır. Bunun için $y=0$ düzleminde kesim alınır. Konum uzayında, X bölgesine giren $W_{L_2.p.o}^u$ manifold dalı $W_{L_2.p.o}^{u,X}$ olarak belirtilir ve saat yönünde akar [17].



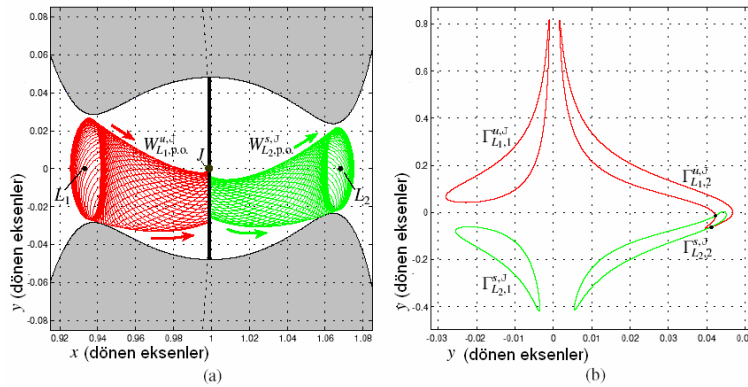
Şekil 4.2: İç ve dış bölgedeki Homoklinik yörüngeler.[17]

4.2.3.2. Heteroklinik bağlantılar

Önceki bölümde, iç ve dış bölgelerdeki homoklinik yörüngeleri gördük. Yörüngeler L_1 ve L_2 noktalarının bulunduğu bölgelerde Lyapunov yörüngelerini oluşturur. Ama iç bölgeden dış bölgeye ya da tam tersine gidebilmek için L_1 ve L_2 Lyapunov yörüngeleri arasındaki bir bağlantıya ihtiyaç vardır.

L_1 ve L_2 civarındaki bir Lyapunov yörüngesine izin veren C değeri düşünelim. L_1 Lyapunov yörüngesinin gezegensel bölge P ye instabil manifold dalı $W_{L_1,p.o.}^{u,P}$ olsun, aynı şekilde L_2 Lyapunov yörüngesinin stabil manifoldu $W_{L_2,p.o.}^{s,P}$ olsun.

Heteroklinik bağlantı oluşturabilmek için, iki manifold arası kesişim noktaları gereklidir. Bunun için, $x=1-\mu$ düzleminde uygun bir Poincaré kesiti gereklidir. Konum uzayında iki boyutlu sabit manifold tüplerinin izdüşümü, ilk iki Poincaré kesitiyle birlikte, Şekil 4.3 de gösterilir.

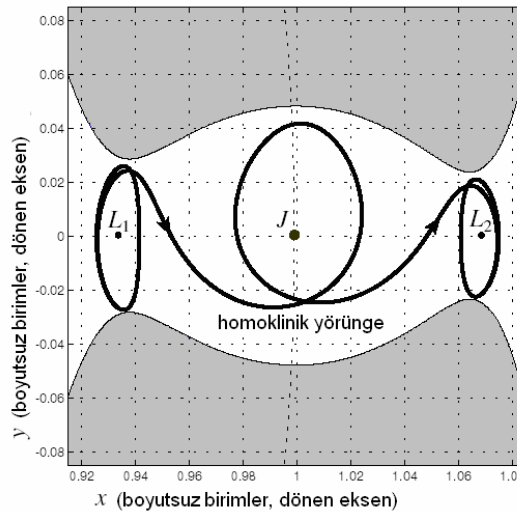


Şekil 4.3: (a) Konum uzayında iki boyutlu sabit manifold tüpleri, (b) Poincaré kesitleri[17].

[6] ya göre, μ ve C nin değeri için kesit sayısı azami olur. Kesitler iç ve dış bölgelerde şu şekilde adlandırılır; düzlem $x=1-\mu$ ile $\Gamma_{L_1,q}^{u,P}$, $W_{L_1,p.o.}^{u,P}$ nin q'inci kesitidir ve aynı düzlemle $\Gamma_{L_2,p}^{s,P}$, $W_{L_2,p.o.}^{s,P}$ nin p'inci kesiti olur.

$y, \dot{y}$ değişkenlerinde her iki $\Gamma_{L_1,q}^{u,P}$ ve $\Gamma_{L_2,p}^{s,P}$ kapalı eğriler ise, bu iki eğrinin kesitine ait $x=1-\mu$ düzlemindeki bir nokta L_1 Lyapunov yörüngesinden L_2 Lyapunov yörüngesine giden bir heteroklinik yörüngeye uyar. Buna heteroklinik nokta (p,q) denir. Ref. [6] ya göre, $q+p$ nin toplamı bir pozitif çift tam sayı olmalıdır. $x=1-\mu$ çizgisiyle, yörünge $W_{L_1,p.o.}^{u,P}$ manifoldunun ikinci kesitinden ve $W_{L_2,p.o.}^{s,P}$ manifoldunun ikinci kesitinden yamanır. Eğer $q+p$ nin toplamı çift değilse, yörüngeler $y=0$ ın zıt tarafında oluncaya kadar kesişmeyeceklerdir.

Ref. [6] da, $C=3.037$ için Güneş-Jüpiter sisteminde heteroklinik noktalar nümerik olarak elde edilmiştir. Sabit manifoldların kesiti, Şekil 4.3.b 'de gösterilir. Bu bağlantıyı sağlamak için, q ve p için en küçük değer, iki heteroklinik nokta veren $q=p=2$ dir. Bu noktaların ileri ve geri integrasyonu L_1 Lyapunov yörüngesinden L_2 Lyapunov yörüngesine giden heteroklinik yörüngeler üretir. Şekil 4.4.



Şekil 4.4: Heteroklinik Yörünge.[17]

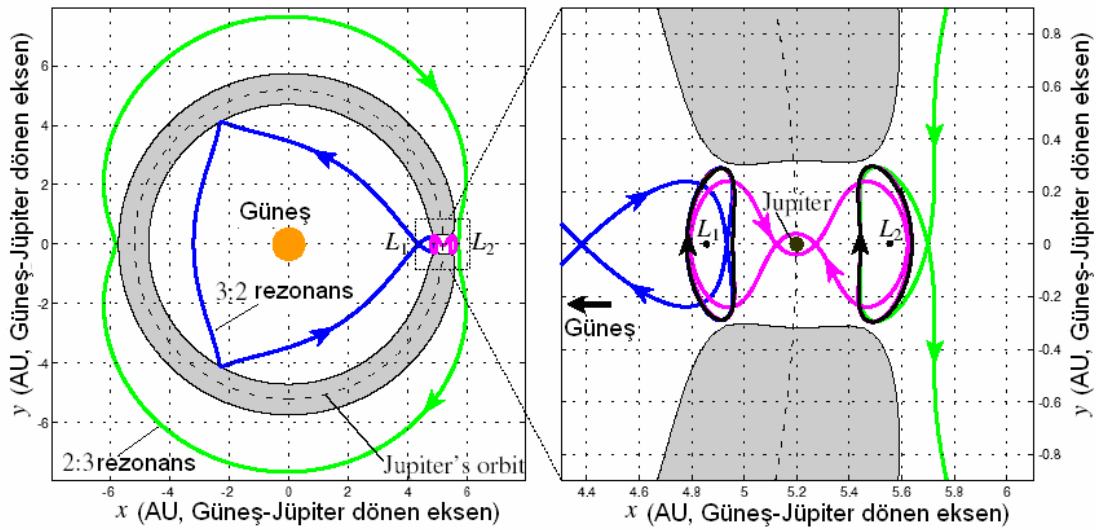
Ters yörünge, mesela L_2 Lyapunov yörüngesinden L_1 Lyapunov yörüngesine, simetri s tarafından verilir, denklem (4.10). Bu ters yönlü, Şekil 4.4 deki, yörünge, x -ekseni civarındaki yansımadır. Bu iki heteroklinik bağlantı, bir simetrik heteroklinik döngü oluşturur. Homoklinik yörüngeler ile heteroklinik döngüler,

maddenin içsel bölgeden dışsal bölgeye ya da tersi bir şekilde seyahat edebilmesini sağlayan dinamik kanallar oluşturur.

Heteroklinik bağlantıların varlığı nümerik kesitler ile kanıtlanır. Sonuçlar gösterir ki, μ ve C nin geniş bir aralıktaki değerleri için, instabil manifold $W_{L_1,p.o.}^{u,P}$, stabil manifold $W_{L_2,p.o.}^{s,P}$ ile rastlaşmaz ama birbirlerini çapraz olarak keserler, [17,14].

4.2.4. DST Kullanarak Yörünge Oluşturma

Genellikle, yörünge dizaynı 2BP de ve konik-kesit yönteminde yapılır. Koniklerdeki dizayn oluşumu yörünge yaylarını kullanır, mesela elips, parabol ve hiperpol. Bir librasyon noktası için 2BP deki formülasyon yetersiz kalır ve yörünge dizaynı 3BP çözümünden türetilir. Daha ayrıntılı modeller kullanarak yörüngelerin hesaplanması için, manifoldlardaki yörüngeler iyi başlangıç tahminleri olur.



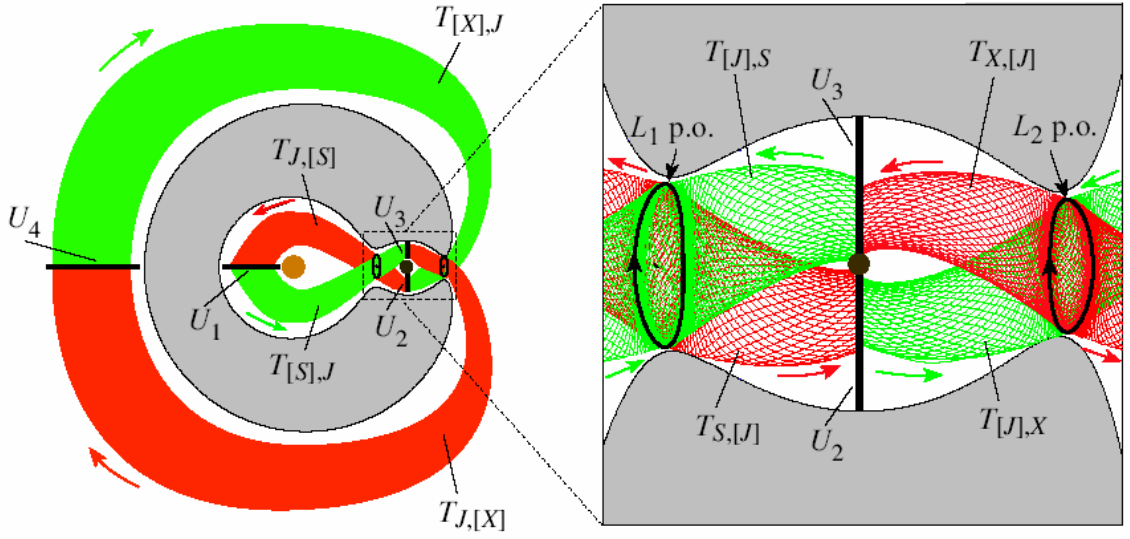
Şekil 4.5: Homoklinik (mavi)-Heteroklinik (mor)-Homoklinik (yeşil) Yörünge Bağlantısı.[17]

İçsel homoklinik yörünge, heteroklinik döngü ve dışsal homoklinik yörüngesinin kombinasyonu homoklinik-heteroklinik zincire (ayrıca dinamik zincir olarak da adlandırılır) sebep olur, Şekil 4.5. Bu zincir civarındaki yörüngeler, sembollerin iki sonsuz ardışığının bir kümesi ile nitelendirilebilir. Buna sembolik dinamik tanım denir.

Ref. [6] da kullanılan iki sonsuz ardışık sembol ile kullanılır. İlki u_1, u_2, u_3, u_4 sembollerinin kullanıldığı sonsuz tipin alt kayması (subshift of infinite type) dır.

Bunlar dört Poincaré kesitiyle (U_1, U_2, U_3, U_4) ilgili olarak, herhangi bir yörüngedeki patikayı izleyen sembollerdir, (Şekil 4.6). Bu geçişlerin belli sıraları ve ilişkileri vardır. Mesela, U_1 den U_4 'e diğer kesimlerden geçilmeden geçilemez. Bu gibi ilişkiler bir geçiş matrisi oluşturur.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

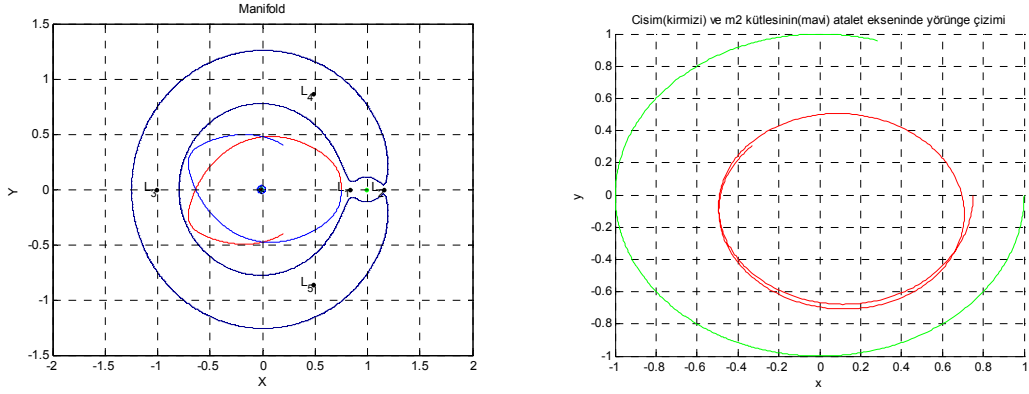


Şekil 4.6: Stabil (yeşil) ve instabil (kırmızı) manifold tüpleri [17]

Diğer sembol takımı, sembolleri sabit bir tamsayı m den büyük pozitif tamsayı olan “full shift of infinite type” tır [11-13,17,24].

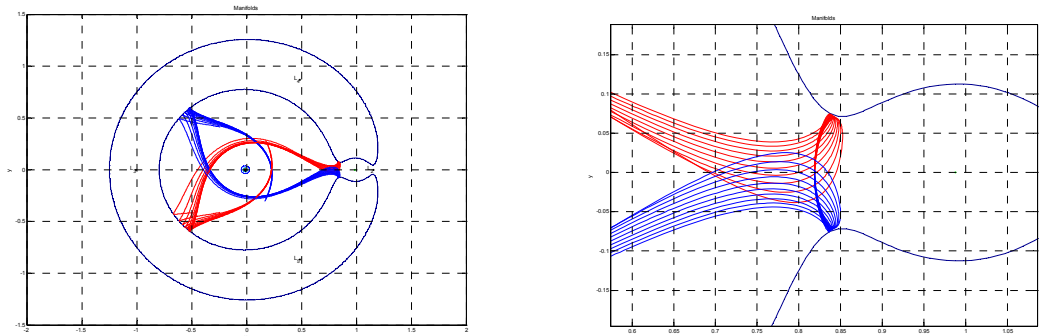
4.2.5. Manifoldların Çizilmesi

Ekte verilen *Astez5.m* dosyası ikili bir sistem için (Dünya-Ay) kütesiz cismin belirli başlangıç noktalarında yörüngesini çizer, Şekil 4.7a cismin stabil(mavi) ve instabil(kırmızı) yörüngesini çizer. Kalkış yörüngeleri instabil, varış yörüngeleri stabil yörünge olarak adlandırılıyordu. Bunu programda göstermek için instabil yörüngeyi çizimini T zamanda yaparken, stabil yörüngeyi çizimini $-T$ zamanda yapılır. Ayrıca Şekil 4.7b’de atalet eksenlerinde kütesiz cisim ve küçük kütleli cismin hareketi verilmiştir.



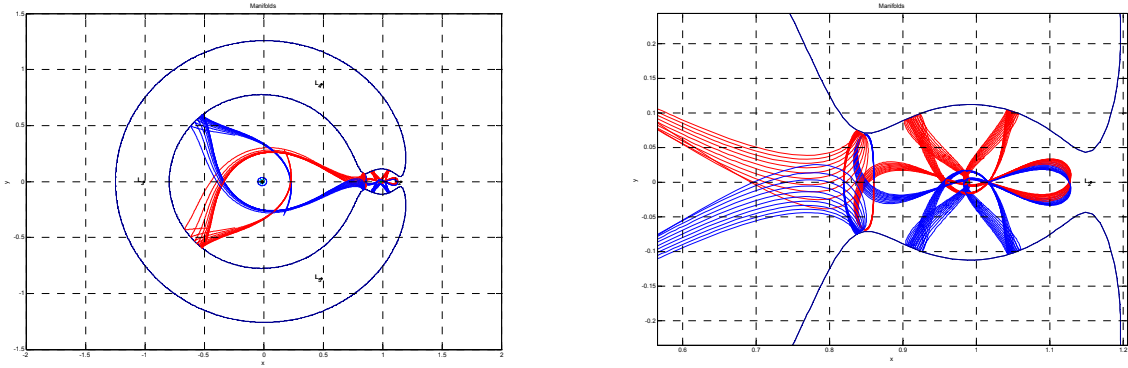
Şekil 4.7: a) Kütlesiz cismin stabil ve instabil yörüngelerinin dönen eksenlerde gösterimi, b) Kütlesiz cismin ve küçük kütleli cismin atalet eksenlerinde gösterimi

Ekte verilen *Astez5_1.m* dosyası kısıtlanmış üç cisim probleminde m_3 kütlelerinin (uzay aracı, astroid, kuyruklu yıldız) yörünge demetlerini ya da sabit manifoldlarını çizer. Bu manifoldlar bize uzayda m_3 kütlelerinin diğer büyük iki kütleyle göre yörünge yolunu gösterir. *Astez5_1.m* yazılırken Bölüm 2.3.2 deki formüllerden ve ref. [16] dan yararlanılmıştır. Manifoldlar elde etmek için ilk yörünge başlangıcından sonra her döngüde başlangıç değeri adım adım arttırılmıştır. Ayrıca zaman değeri sırasıyla $-T$ ve $+T$ vererek yörünge demetlerinin yaklaşıp uzaklaşmalarını görebiliriz. Burada yaklaşan yörüngeler instabil manifold, uzaklaşan yörüngeler stabil manifold olarak adlandırılır. Şekil 4.8 L_1 noktası civarındaki bir başlangıç noktasında stabil (Kırmızı) ve instabil (Mavi) yörüngeler görülmektedir. Ayrıca bu manifoldlar L_1 civarındaki periyodik yörüngenin etkisiyle manifold tüpleri oluştururlar.



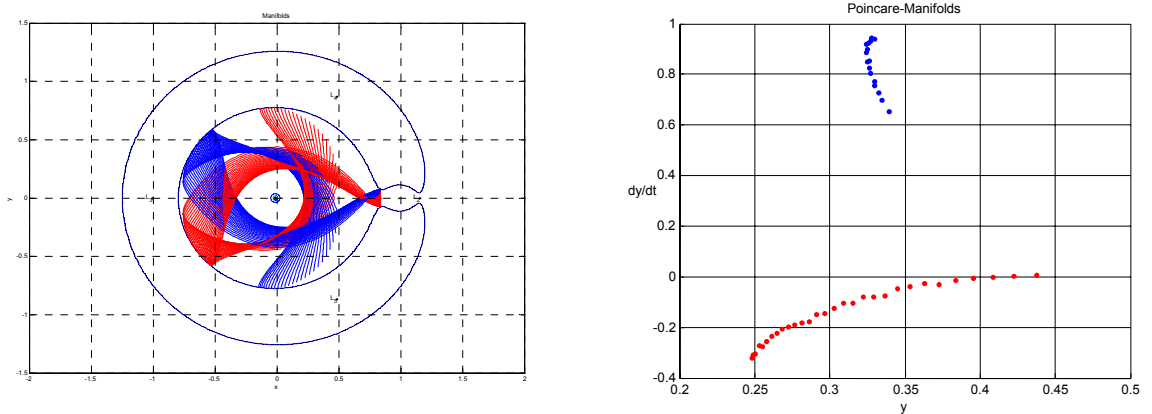
Şekil 4.8: Stabil (mavi) ve instabil (kırmızı) manifoldlar

Şekil 4.9'da ise denge noktalarının sıfır hız yüzeylerinin bölgeleri arasındaki seyahate katkısını görebiliriz. Yani uzay aracımızı bu manifoldlar üzerine oturtulduğunda araç kilit noktadaki manevralar hariç (bu örnekte bu noktalar L_1 ve L_2 noktaları civarındadır.) enerji harcamadan yol alabilir. Bu durum sanki bir geminin okyanus akıntıları sayesinde yol almasına benzer. Ama daha önce bahsedildiği gibi enerji tasarrufu avantajının yanında bu yöntemin en büyük dezavantajı yolculuk süresinin motorlu uzay uçuşlarına göre çok fazla uzamasıdır,[9].



Şekil 4.9: L_1 noktası etrafındaki periyodik yörünge ve stabil (mavi) ve instabil (kırmızı) manifold tüpleri.

Astez6.m dosyasında manifoldların Poincaré kesitini hesaplayan program vardır. Poincaré kesitinde kısaca, x - dx grafiği için $y=0$ yüzeyinden kesit alınabilir, aynı şekilde y - dy için $x=0$ yüzeyinden kesit alınır. Şekil 4.10 da örnek bir Poincaré kesiti vardır.

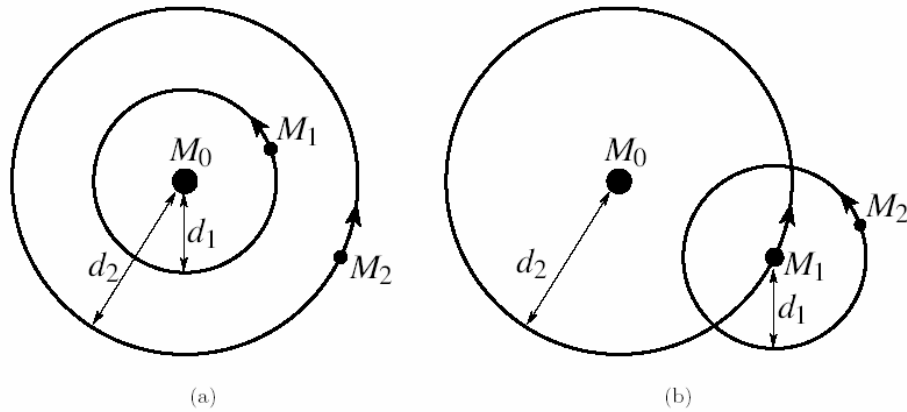


Şekil 4.10: Manifoldlar ve Poincaré kesiti.

4.2.6 Görev Dizaynında DST Uygulamaları ve Gözlemleri

Bu bölümde DST’de uygulanmış veya uygulanmaya müsait senaryolar anlatılmaktadır. Bunlar sırasıyla Jüpiter’in ayları, Ay’a seyahat, Genesis görevi ve Oterma kuyruklu yıldızının gözlemleridir.

DST uygulamalarında CR3BP kullanılsa da kütesiz cisim her zaman iki kütlein etkisi altında kalmaz. Özellikle gezegenler ya da uydular arası transferde üçüncü bir kütlein etkisi belirir. Bu durumda problemimiz birden 3BP den 4BP hatta Güneş sistemimizde 9 gezegen ve de onların uydularını hesaba katarsak çok cisim problemine dönüşür ve işimiz zorlaşır. Fakat burada işimizi kolaylaştıran şey gezegenler arası uzaklığın çok olması ve bu sebepten uzakta kalan bir veya daha çok cismin bir sisteme (örn. Dünya-Ay) uyguladığı kütle çekimi birbirlerine yakın olan bu iki kütlein kütle çekiminden kıyasla çok küçük olmasıdır. Mesela Dünya-Güneş sisteminin etkisinde olan cismimize Mars’ın etkisi yok denecek kadar azdır. Ama bu cisim Dünya’dan Mars’a seyahat ettiğinde yavaş yavaş Dünya-Güneş etkisinden çıkıp Mars-Güneş etkisine girecektir. Ve Mars çevresinde iken Dünyanın etkisi yok denecek kadar az olacaktır. Bu bir kısıtlı 4 cisim problemidir ve bu tür problemler Şekil 4.11 de görüldüğü gibi iki tane CR3BP in iki farklı şekilde birleştirilmesiyle oluşturulur.



Şekil 4.11: a) Aynı merkezli (Co-linear),
b) Farklı merkezli (Bi-circular) Problem[17].

Şekil 4.11 de gösterilen Co-linear probleme örnek Güneş-Dünya-Mars ya da, Güneş ve 9 gezegenden herhangi ikisi, veya gezegen ve herhangi iki uydusu olabilir. Bi-circular problemine örnek ise Güneş-Dünya-Ay sistemi, ya da Güneş herhangi bir

gezegen ve onun bir uydusudur. Aşağıda anlatılan Jüpiter'in ayları ve Ay'a seyahat bu iki tür R4BP e örneklerdir.

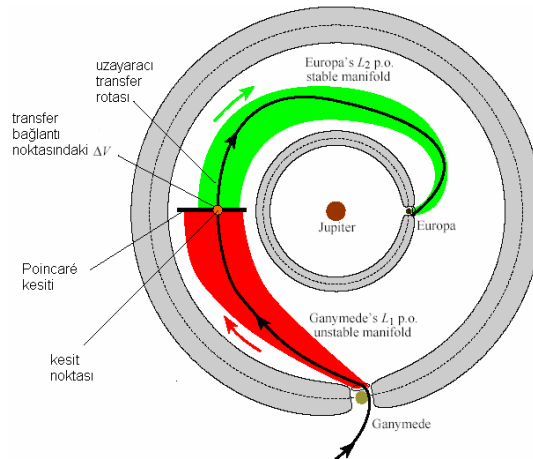
Genesis Görevinde ise Halo yörüngelerinin yani L_1 ve L_2 denge noktaları civarındaki periyodik yörüngelerin görev ve seyahatler açısından önemini anlatmaktadır. Bu periyodik yörüngeler yukarıda gösterilen Co-lineer ve Bi-circular problemlerinin uygulanmasında ya da daha genel bir ifade ile homoklinik yörüngeden heteroklinik yörüngeye ve tam tersi geçişlerde önemlidir.

Oterma kuyruklu yıldızının gözlemi ise bize CR3BP da belirli C değerinde iç ve dış bölgelerde oluşan rezonansların yörünge stabilizesindeki önemini anlatır.

Şimdi tüm bunları sırayla inceleyelim.

4.2.6.1. Jüpiter'in Ayları Görevi

Bu örnekte amaç, Dünyadan gönderilen bir uzay aracını Jüpiter-Ganymede sisteminin oluşturduğu CR3BP deki boğazdan geçirerek, Jüpiter-Europa sisteminin CR3BP deki boğazındaki periyodik yörüngeye ulaştırmaktır. Bu görevde yoğunlaşılan kısım Ganymede'nin periyodik yörüngesinden instabil manifold demeti ile çıkıp Europa'nın periyodik yörüngesine stabil manifold demetiyle ulaşırken, geçişteki manifoldların, Şekil 4.12, Poincaré kesitleri, yani o noktadaki hız değişimidir.

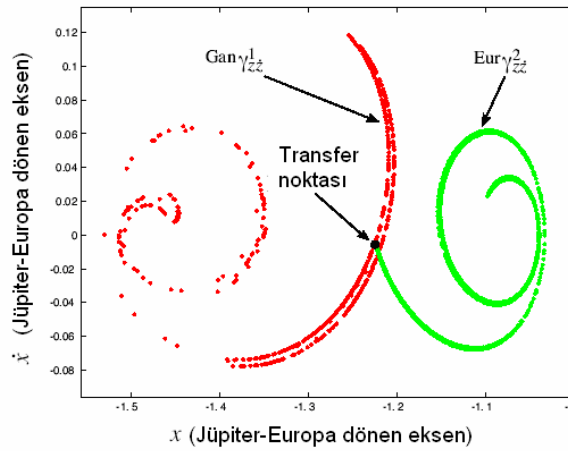


Şekil 4.12 : Ortak Merkezli Yörünge Transferi.[9]

Ref. [7,9] de anlatıldığı gibi seyahat, transfer düzlemde Jüpiter'in uyduları arasında, Ganymede'den Europa'ya doğru olur. Bu probleme iki ana düşünce ile yaklaşılır. İlk olarak Jüpiter-Ganymede-Europa-uzay aracını içeren dört cisim problemi ardışık iki tane düzlemsel 3BP olarak düşünülebilir. Daha sonra arzu edilen yörüngeler bu çift

sistemin sabit manifold tüplerinde oluşturulabilir. Elde edilen başlangıç koşulları daha doğru bir rota için dört cisim modelinde kullanılır. Şekil 4.12 de bu transfer gösterilir.

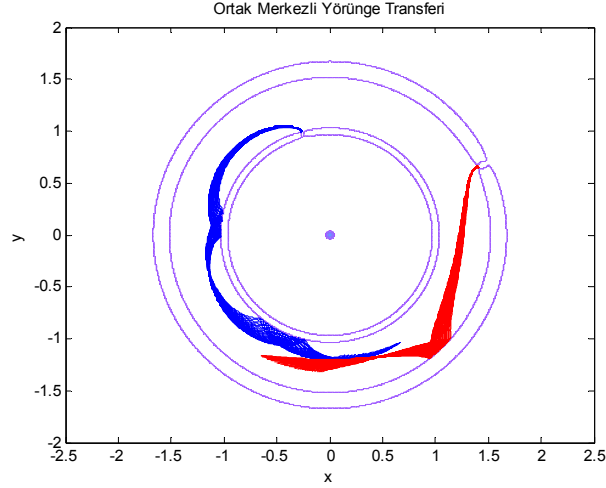
Transfer rotasının oluşumu, Jüpiter-Ganymede manifoldunun Jüpiter-Europa manifolduyla kesiştiği yerde başlar. Bunun için [9] da $^{Eur}W_+^s(M^2)$ ve $^{Eur}W_+^s(M^2)$ kesişiminde bir Poincaré kesiti alınır. Şekil 4.13 de gösterilmiştir. Kesişim bölgesi $\dot{x}$ izdüşümünde gösterilir. Transit yörüngesinin iki tüpünün hızları arasındaki fark nedeniyle bir ΔV ye ihtiyaç vardır. Bu ΔV Hohmann transferinde 2822m/s iken DST de 1660m/s dir [2].



Şekil 4.13: Ortak Merkezli Yörünge Transferi, Poincaré kesiti.[18]

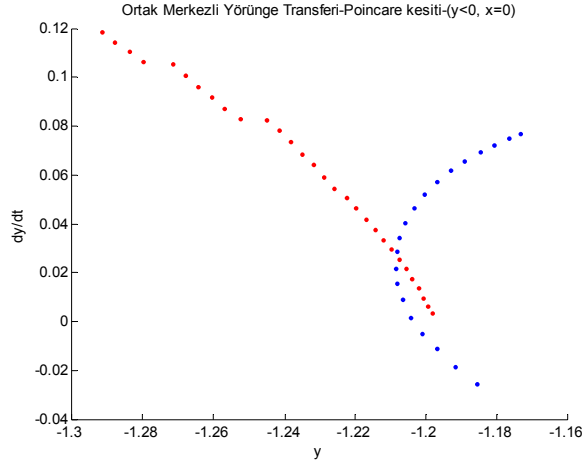
Jupiter-Ganymede-Europa ve uzay aracı sistemi için iç içe iki R3BP'li 4BP tasarlanmıştır. Uzay aracı, Şekil 4.14 de görüldüğü gibi, Jupiter-Ganymede etkisinde yaratılan sıfır hız yüzeyinin boğazından geçecek, manifold tüpleri boyunca ilerleyip Jüpiter- Europa etkisiyle oluşan diğer manifold tüpüne geçiş yapıp Europa'ya ulaşır. Jüpiter-Ganymede sisteminde instabil manifolddan girip stabil manifoldda iç bölgeye ulaşır. Daha sonra Jüpiter- Europa sisteminin instabil manifolduna geçerek hedefe ulaşır. Bu Jüpiter'in aylarına insansız uzay aracı yollanacağı zaman kullanılabilecek bir yörünge transferidir.

Ekte verilen *Jupitersis.m* çalıştırılırsa şekil 4.15 elde edilir. Ayrıca Matlab komut satırında TTje ve TTjg değerleri belirir, bunlar Jupiter- Europa ve Jupiter-Ganymede yörüngelerinde geçen gün sayısıdır. Bu görevde Ganymede'den Europa'ya toplam (TTje+ TTjg) ~22,5 günde gidilmiştir.



Şekil 4.14: Jupiter-Ganymede-Europa için Ortak Merkezli Yörünge Transferi.

Manevra noktasının daha iyi görülebilmesi için manevranın olduğu bölgenin Poincaré kesiti alınır. Ekte verilen *Jupitersis_pk.m* programı Şekil 4.15 de görülen manevra noktasını $y-dy/dt$ üzerinden gösterir. Mavi noktalar Jupiter- Europa sisteminin manifoldlarının, kırmızı ise Jupiter-Ganymede sisteminin izdüşümüdür.



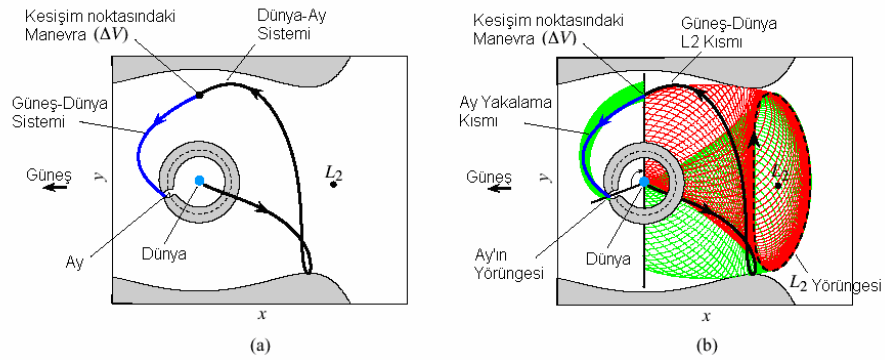
Şekil 4.15: Jupiter-Ganymede-Europa için farklı merkezli yörünge transferi için Poincaré kesiti.

Görüldüğü üzere DST’de hedeflenen amaç CR3BP da iki büyük cismin etkisiyle oluşan yörünge demetlerini, manifoldlar kullanarak ve yalnızca hesaplanan transfer noktasında anlık hız ve manevra değişimiyle yakıttan büyük oranda tasarruf sağlamaktır. Burada Jüpiter’in uyduları arasında örnek verildi ama bu Güneş sisteminin diğer elemanları için, Dünya- Mars ya da Dünya –Venüs[25], de olabilir. Aynı fikri aşağıdaki örnekte de görebiliriz.

4.2.6.2 Ay'a Düşük Enerjili Transfer

Yukarıda anlatıldığı gibi bu örnekte de aynı fikir geçerlidir, yani ikili bir sistemden (Güneş-Dünya) değer ikili sisteme (Dünya-Ay) geçmek. Bu örneğin tek farkı yukarıdakinin Co-lineer problem iken bunun Bi-circular olmasıdır.

Kaynak [10,15,17] de ayrıntılarıyla bahsedilen bu görevde Dünya'dan fırlatılan uzay aracı Dünya-Güneş ve Ay-Dünya sisteminin etkisindeki manifoldlar sayesinde az enerji harcayarak Ay'a ulaşmaktadır, Şekil 4.16 . Bu yöntemle geleneksel Hohmann transferine göre yakıttan %20 kazanç sağlanır.



Şekil 4.16 Ay'a düşük enerji transferiyle seyahat. [17]

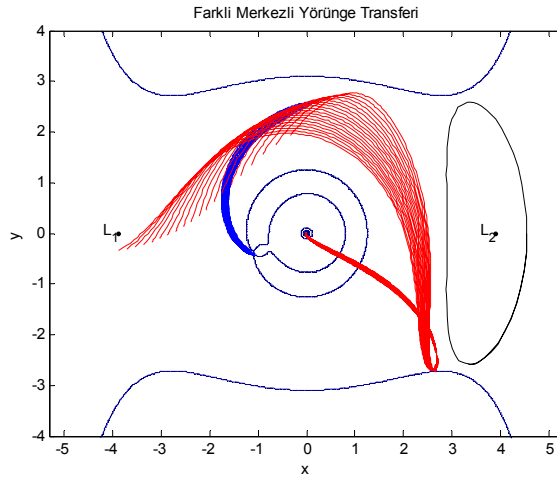
Konseptin daha iyi anlaşılması için, Ay'a seyahati üç ana maddede özetleyebiliriz ;

- 1) Güneş-Dünya-Ay R4B problemini, birleştirilmiş iki tane CR3BP olarak düşünebiliriz.(Dünya-Ay CR3BP, Güneş-Dünya CR3BP).
- 2) Güneş-Dünya sisteminin denge noktalarındaki periyodik yörüngelerin insatbil manifoldlarını kullanarak, Dünyadan Dünya-Ay denge noktalarındaki periyodik yörüngelerin stabil manifoldlarına bir düşük enerji transferi sağlamak.
- 3) Dünya-Ay denge noktalarındaki periyodik yörüngelerin stable manifoldlarını kullanarak, Ay etrafında bir balistik yakalama sağlamak [10].

İşte bu üç ana madde Co-lineer problem ve Bi-circular problemlerinin ana hatlarıdır. Bu iki problemin kritik noktaları ise denge noktaları civarındaki periyodik yörüngeleri tutturmak ve bir manifolddan diğerine geçerken transfer noktasını ve hız değişimini ayarlamaktır.

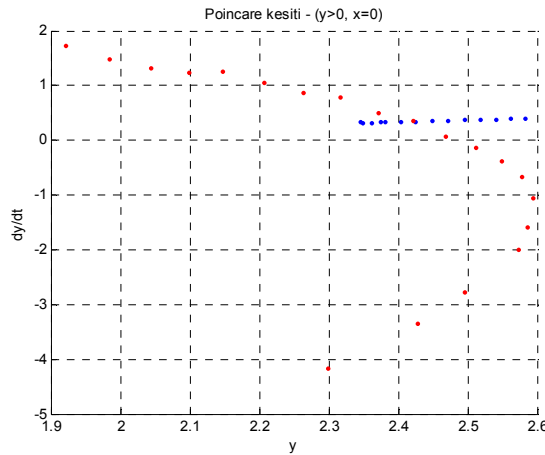
Bu kısımda ref. [10] da bahsedilen Farklı Merkezli Yörünge Transferi ile Ay'a seyahat simüle edilmiştir. Sistemimiz Güneş-Dünya-Ay ve Uzay aracıdır. Ekte

verilen *Ayaseyahat.m* de bu iki R3BP sistemli 4BP in manifoldları çizilir. Şekil 4.17 de görüleceği üzere Dünya'dan fırlatılan bir uzay aracı Güneş-Dünya sisteminin boğaz bölgesindeki L2 noktası civarındaki periyodik yörünge etkisiyle manevra yapar. Manevra etkisiyle giderken Dünya –Ay sisteminin manifoldlarına gelir. Burada manevra yaparak Dünya–Ay sisteminin instabil manifolduna girer ve böylece Ay yörüngesine oradan da Ay'a ulaşır. Aynı şekilde *Ayaseyahat.m* çalıştırılınca da Matlab komut satırında TTgd ve TTda değerleri belirir. Buna göre Dünya Ay arası uzay uçuşu toplam (TTgd+TTda) ~253 gün sürmektedir.



Şekil 4.17: Güneş-Dünya-Ay için farklı merkezli yörünge transferi.

Manevra noktasının daha iyi görülebilmesi için manevranın olduğu bölgenin Poincaré kesiti alınır. Ekte verilen *Ayaseyahat_pk.m* programı Şekil 4.18 de görülen manevra noktasını $y-dy/dt$ üzerinden gösterir. Kırmızı noktalar Güneş-Dünya sisteminin manifoldlarının izdüşümüdür, Maviler ise Dünya-Ay sisteminin.

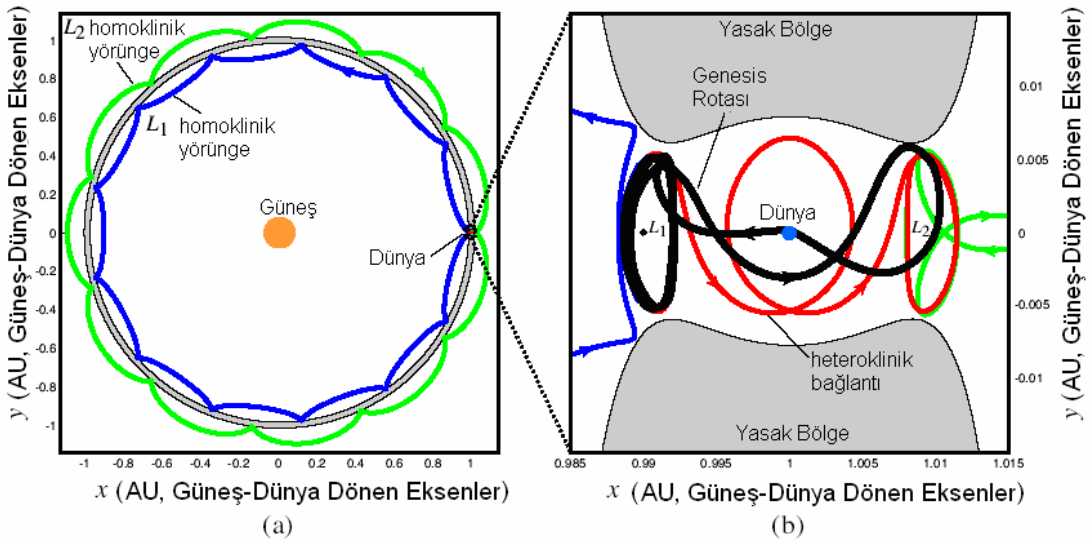


Şekil 4.18: Güneş-Dünya-Ay için Farklı merkezli yörünge transferine ait Poincaré kesiti.

4.2.6.3. Genesis Görevi

Genesis görevi genel hatlarıyla, uzay aracının Güneş-Dünya sisteminin L_1 noktası civarında bir halo yörüngesine yerleşerek güneş rüzgarlarının parçacıklarını toplamaktır. Genesis görevi librasyon noktalarındaki periyodik halo yörüngelerine bağlı sabit manifold yapısına çok benzer. Ayrıca bu görev DST nin kapsamlı bir şekilde kullanıldığı ilk görevdir.

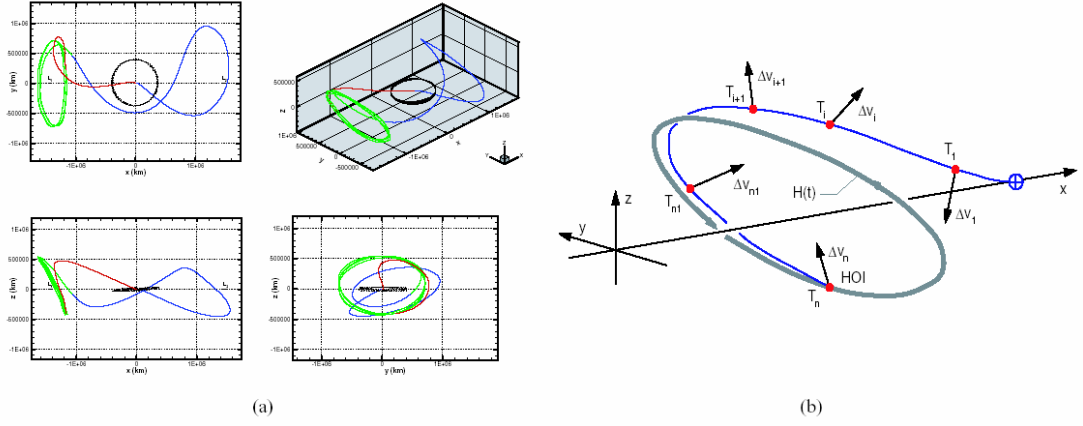
Dünya'dan fırlatıldıktan sonra, Güneş-Dünya L_1 Halo yörüngesinin stabil manifolduna girer ve heteroklinik döngüye çok benzeyen bir yörünge çizer, Şekil 4.19 .[2,6,8,17]



Şekil 4.19: Genesis Görevi. [17]

Genesis görevinin en kritik kısmı dünyadan halo yörüngesine ve oradan tekrar Dünya'ya dönerken, uzay aracının Halo yörüngesine yerleşme ve oradan kalkış kısmıdır. Şekil 4.20 de Genesis görevinin rotasının 3 boyutlu gösterimi ve halo periyodik yörüngesine geçiş için optimal kontrol manevrası şeması gösterimiştir.

Halo yörüngesi patates cipsi şeklinde geniş 3 boyutlu yörüngelerdir. CR3BP de halo yörüngesi periyodik çözümlüdür. Ama Güneş sistemimizin bozucu etkilerini hesaba katarsak periyodik çözüm var olmaz, bu durumda halo yörüngesi stabil olmaz ve bu görevde rota düzeltme problemi (trajectory correction maneuver (TCM) problem.) ortaya çıkar.



Şekil 4.20: a) Genesis görevinin rotası, yeşil yörünge Halo yörüngesi, kırmızı Dünyadan Halo yörüngesine transfer yörüngesi, Mavi Halo yörüngesinden Dünyaya transferi yörüngesi, Siyah Ay'ın yörüngesi. b) Dünya'dan Halo yörüngesine geçiş için optimal kontrol manevra şeması.[8,21]

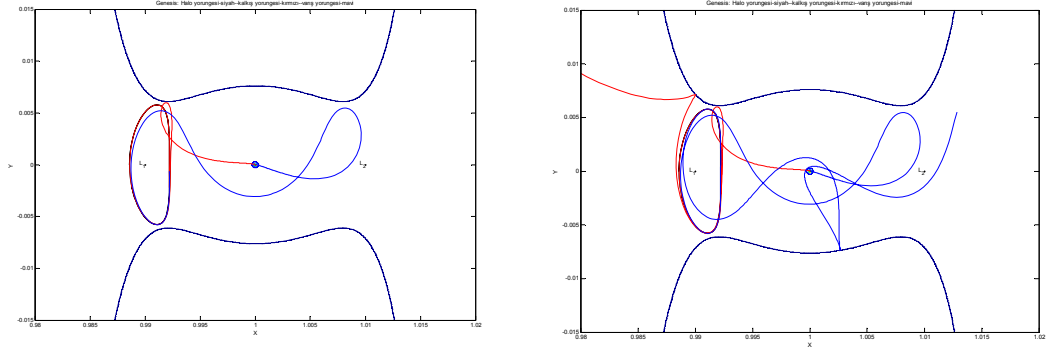
TCM için [8,21] belirtilen kaynaklarda iki farklı yaklaşım vardır. Bunlar;

- 1) HOI (Halo Orbit Insertion) tekniği;başlangıç değerli optimal kontrol tekniği kullanarak sürekli halo yörüngesini hedeflemek.
- 2) MOI (Maifold Orbit Insertion) tekniği; stabil manifoldu hedeflemek.

Kaynaklarda [8,21] her iki çözümün de iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.

Şimdi Genesis görevinin Matlab da basit (2 boyutlu) bir simülasyonu yapalım. Daha önce bahsedildiği gibi Genesis görevinde amaç uzay aracını Dünya'dan kaldırıp, Güneş-Dünya sisteminin L1 periyodik yörüngesine oturtmaktır. O yörüngede belli bir sürede görevini yaptıktan sonrada (Güneş rüzgarlarının parçacıklarını toplamak) Dünya'ya geri dönmesidir. Bu görevin en zor kısmı L1 civarındaki periyodik yörüngeye ulaşmak ve de orada belli bir süre kalmaktır. Güneş sisteminin bozucu etkilerinden dolayı uzay aracının rotasını kaybetmemesi için sürekli manevra yapması gerekir.

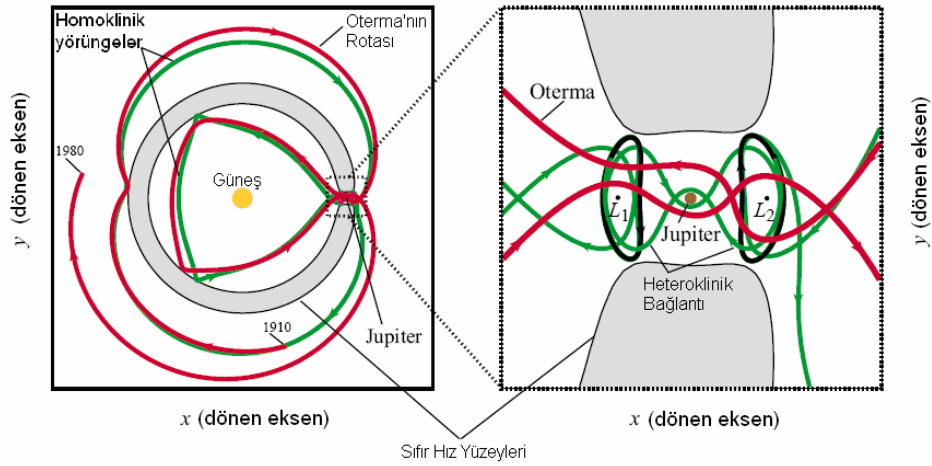
Genesis.m de yapılan, kalkış(kırmızı) ve varış (mavi) yörüngelerinin başlangıç noktalarından hız vektörlerinin yatayla yaptığı açı optimize edilmiş, yörüngeler L1 civarındaki periyodik yörüngeye (siyah) oturtulmuştur, Şekil 4.21a. Yalnız mavi ve kırmızı yörüngelerin hesaplama süreleri uzatılırsa, periyodik yörüngeyi terk ettikleri görülür, Şekil 4.21b. Bu durumda uzay aracı periyodik yörüngede iken [8,21] kaynaklarında anlatıldığı gibi küçük manevralarla ve optimal kontrol yöntemleriyle konumunu koruması gerekir.



Şekil 4.21: a) Genesis görevi, b)Genesis görevin de olası bozucu etkiler. (Halo yörüngesi-Siyah, Kalkış yörüngesi-Kırmızı, Varış yörüngesi-Mavi)

4.2.6.4 Oterma kuyruklu yıldızı

Kaynaklarda [6,20] belirtilen Oterma kuyruklu yıldızı 1910 yılında Jüpiter-Güneş sisteminin etkisiyle rezonansa girmiş ama Güneş sisteminin bozucu etkileri sayesinde bu rezonansda çok kalmamış 1980 yılında ise başka bir rotada seyir ettiği görülmüştür. Şekil 4.22.



Şekil 4.22: Oterma kuyruklu yıldızının rezonansı ve homoklinik-heteroklinik yörüngeleri[17]

Oterma rezonansda iken iç bölge 3:2 dış bölgede 2:3 rezonansı yapıyordu. Onun bu ilginç rotası, uzay bilimcilerine bir fikir verdi. CR3BP etkisiyle belirli bir C sabiti ile oluşan rezonanslarla uzay aracı stabil bir yörüngeye az enerji ile oturtulabilirdi. Tabii ki Oterma örneğindeki gibi Güneş sisteminin çeşitli bozucu etkileri uzay aracını bu rezonanstan çıkaracaktır ama Halo yörüngesindeki gibi bu tür periyodik yörüngelerde kalabilmek için uzay aracının küçük manevralar yapması yeterli olacaktır.

Ref. [6,13] da Oterma'nın rezonansından ilham alınarak Jüpiter-Güneş sistemi için bir rezonans haritası çıkarıldı. Ama bu haritaları elde etmek için önce delaunay dönüşümü yapıldı. Her ne kadar problemimiz CR3BP olsa da Güneş ve Jüpiter arası uzaklık çok fazla olduğundan, kuyruklu yıldız ya da cisim Güneş'e yaklaşıp Jüpiter'den uzaklaşınca problem klasik 2BP oluyordu. Yalnız klasik 2BP da elips eksenleri ve eksantrisite (a ve e) sabitken bu problemde zamana göre değişiyordu. Ama sadece rezonans bölgelerinde a ve e sabit kalıyordu.

Makalelerde rezonans haritaları L-g eksenlerinde çizilmektedir. Şekil 4.23 de g açısı görülebilir. L ise $L = \sqrt{a}$ dır. Bu durumda Rezonans haritaları için a ve g değişkenlerine ihtiyaç vardır. Bunları elde etmek için dönen eksenlerden atalet eksenlerine geçmek gerekir. Bunun için denklem (2.43) ve (2.44) ü kullanmak yeterlidir. Bu denklemler sayesinde atalet eksenlerindeki konum ve hızları hesaplayabiliriz $(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$. Bu değişkenlerle denklem (2.34) den a'yı hesaplayabiliriz. Bu formülde kütlelerin toplamı 1 olduğundan, $\mu = 1$. Ayrıca denklem (2.26) dan e yi de hesaplarız.

$$a(t) = \left(\frac{2}{R} - V^2 \right)^{-1} \quad (4.12)$$

$$e(t) = \sqrt{1 - \frac{H^2}{a(t)}} \quad (4.13)$$

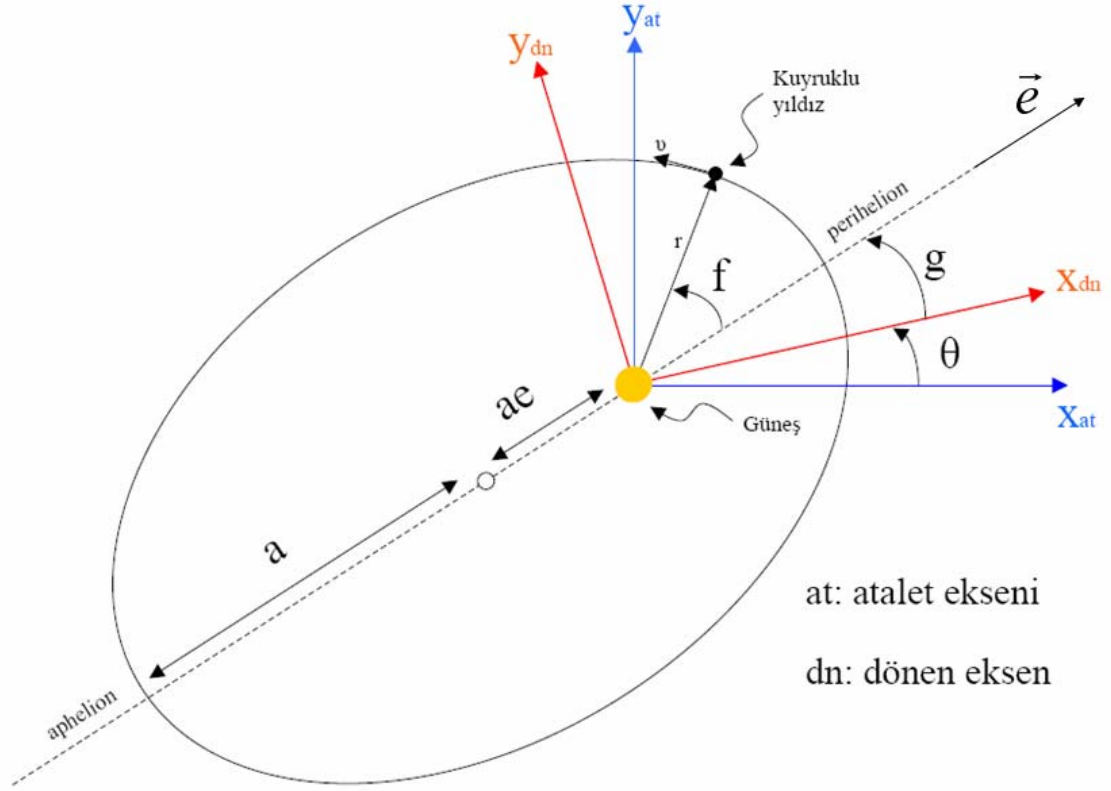
Bu iki formülde $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, $V = \sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}$, $H = \sqrt{X\dot{Y} - Y\dot{X}}$ dir. Denklem (4.12) yi denklem (4.13) te yerine koyarsak;

$$e(t) = \sqrt{1 + H^2 \left(V^2 - \frac{2}{R} \right)} \quad (4.14)$$

elde edilir. Bu denklem $e \cos(\omega)$ ve $e \sin(\omega)$ şeklinde iki bileşene ayrılırsa ;

$$\begin{aligned} e \sin(\omega) &= -\dot{Y}H^2 - \frac{X}{R} \\ e \cos(\omega) &= \dot{X}H^2 + \frac{Y}{R} \end{aligned} \quad (4.15)$$

ω burada $\omega = g + \theta$ dir ve $\vec{e}$ vektörünün atalet eksenini ile yaptığı açıdır. Burada g açısını bulmak için basitçe $\omega - \theta$ işlemini gerçekleştirmek gerek. θ , daha önce bahsedildiği gibi dönen eksen ile atalet eksenini arasındaki açıdır ve zamana göre türevi, (açısal hızı) birdir.



Şekil 4.23: delunay değişkenlerinin geometrisi [6]

Rezonans değerleri Keplerin üçüncü yasasından bulunabilir [19]. Yani;

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu} a^3, \quad \mu = \mu_o + \mu_j \quad (4.16)$$

buradaki μ , kütle çekim sabitinin kütlelerle çarpımıdır, ve toplam kütleyi temsil eder. Bu denklem ile iç ve dış bölgedeki periyodu kütleleri çekip oranlarsak;

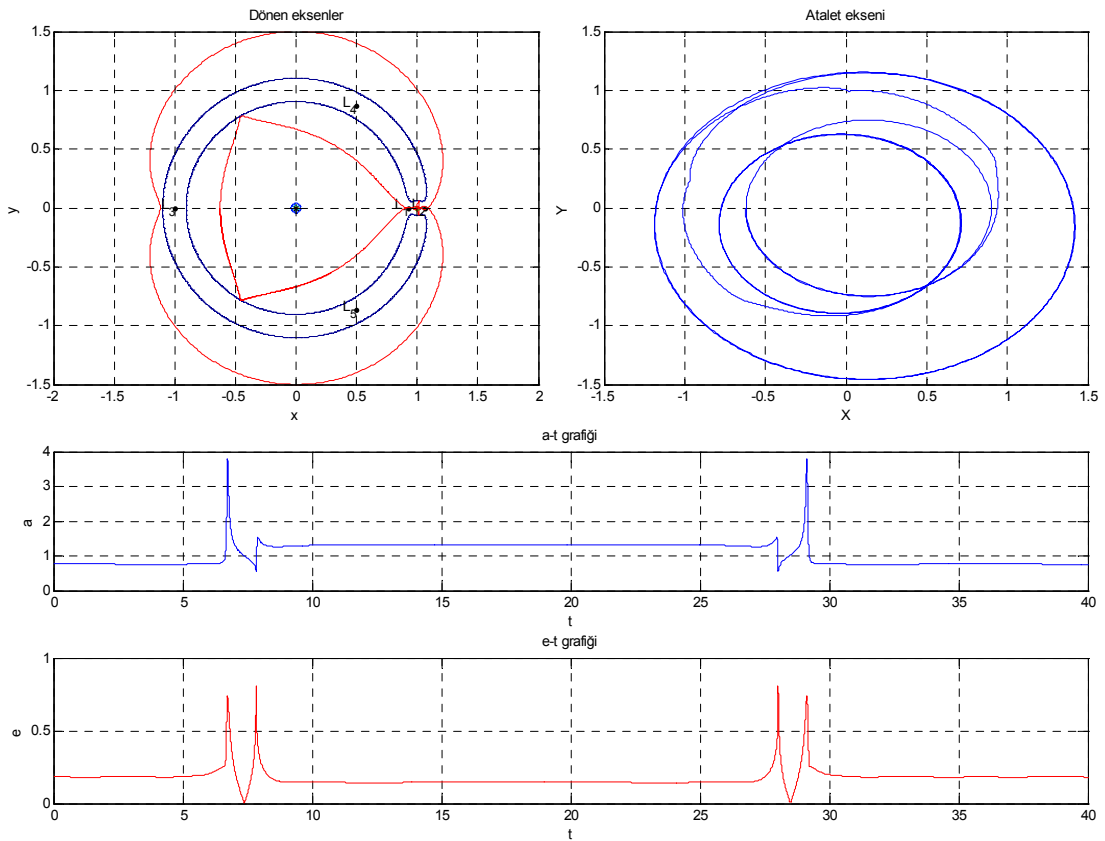
$$\frac{\mu_o + \mu_j}{\mu'_o + \mu_j} = \left(\frac{a}{a'} \right)^3 \left(\frac{T'}{T} \right)^2 = 1 \quad (4.17)$$

Jüpiter'in kütlesi Oterma'nın yanında muazzam olduğundan denklem 1 e eşittir. Bu denklemden a'yı çekip yazarsak;

$$\frac{a}{a'} = \left(\frac{T}{T'} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{p}{p+q} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.18)$$

$$\frac{p}{p+q} = a^{\frac{3}{2}}$$

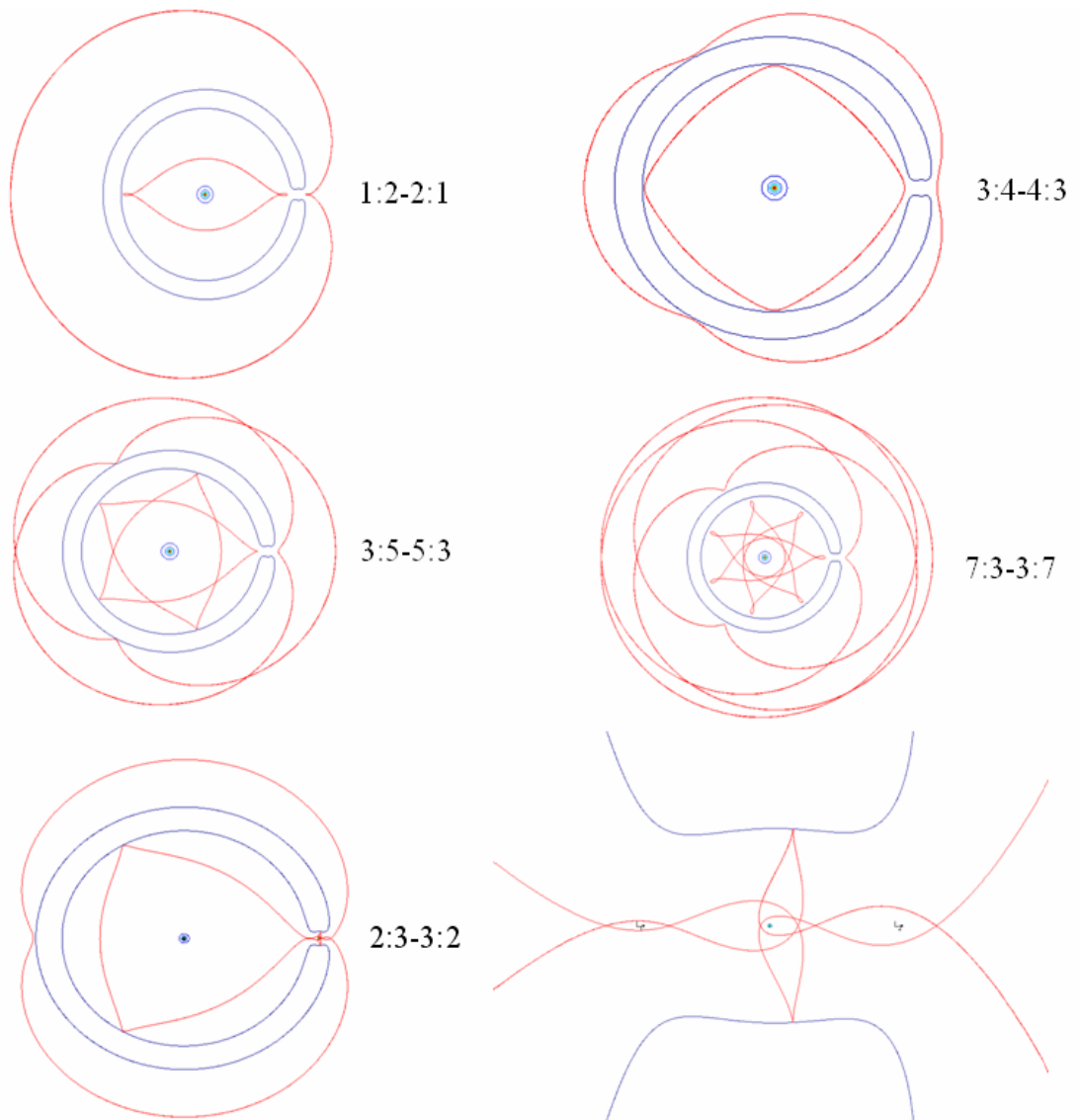
elde edilir. Bu denklem bize a (semi major eksen) ile rezonans değeri arasındaki ilişkiyi gösterir. Örneğin 2/3 rezonansında a değeri 0.7635 dir. Ayrıca denklem (4.18) de q değeri rezonans haritasındaki o rezonansın sahip olduğu ada sayısını gösterir. Bu 2/3 rezonansı için 1 dir (iki yarım ada, toplam 1). 1/2 rezonansı içinde 1 dir. Ada sayısı aynı zamanda rezonansın derecesini gösterir. 2/3 ve 1/2 için birinci derece rezonanstır. 3/5 de ise rezonans ikinci derecedendir (iki ada var=iki yarım ada+1 ada). Keza 3/7 dördüncü derecedendir [6].



Şekil 4.24: Otermanın 2:3 ve 3:2 rezonansının dönen ve atalet eksenlerinde çizimi.

Oterma'nın *oterma.m* programı kullanılarak hesaplanan yörüngesi ve yörünge özellikleri Şekil 4.24'de gösterilmektedir. Rezonans sırasında a ve e 'nin zamana göre sabit kaldığı açıkça görülmektedir. Yani rezonans sırasında Oterma, Güneş ile sanki iki cisim hareketi yapar.

Programda hesaplama süresi $T=40$ (boyutsuz hesaplamada) alınmıştır. Hesaplama süresi uzatıldığında nümerik bozulmalar gözlenmiş, yani rezonanstan çıkmıştır. Aynı şekilde Oterma'da bu rezonansta dolanmış ama yine bozucu etkilerden dolayı rezonanstan çıkmıştır.



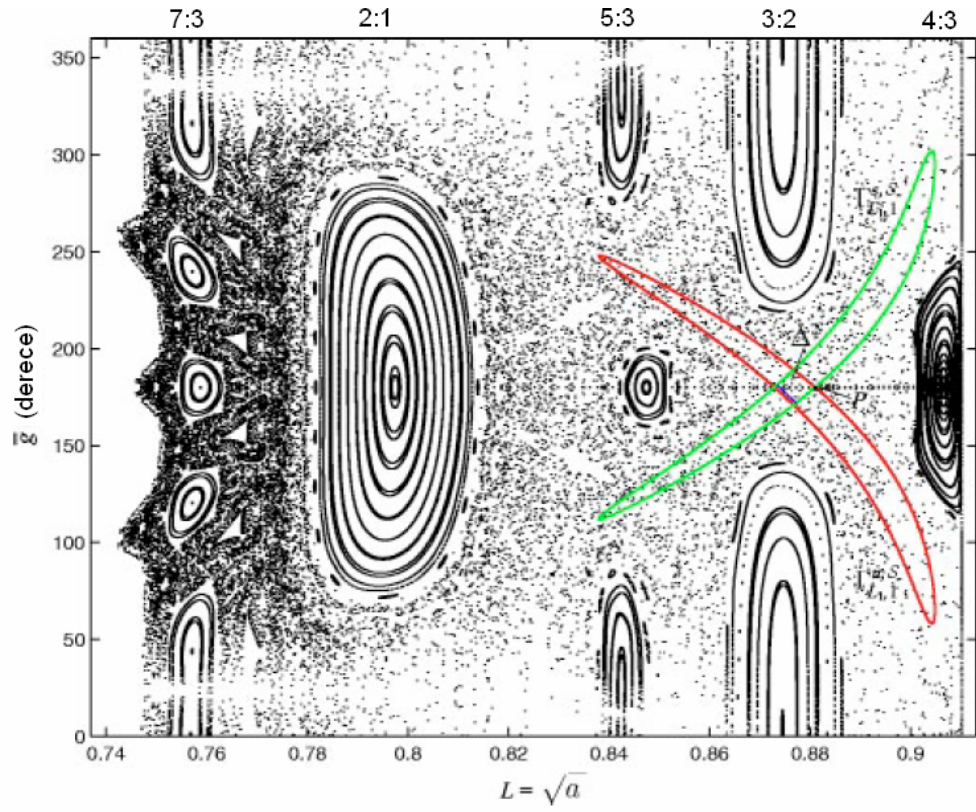
Şekil 4.25: Güneş Jüpiter sisteminde oluşabilecek olası rezonanslar; sırasıyla 1:2-2:1, 3:4-4:3, 3:5-5:3, 7:3-3:7, son sırada ise Oterma'nın rezonansı 2:3-3:2 ve boğaz kısmından ayrıntı.

Şekil 4.25 de ise Güneş Jüpiter sisteminde oluşabilecek olası rezonanslar gösterilmiştir. Son sıradakiler hariç bu şekillerin hepsi *Delaunay.m* programıyla çizilmiştir. *Delaunay.m* programı *Astez1.m* ile aynıdır yalnız Delaunay programında θ açısız hızına sabit ω hızı eklenmektedir. Böylece klasik 2BP rezonansı gösterebiliriz. ω değeri $\omega = -(2\pi) \cdot \text{Reso}$ (*Astez1.m* programında) şeklindedir, *Reso* değeri ise istenen rezonans türüne bağlı olarak bir değer alır.

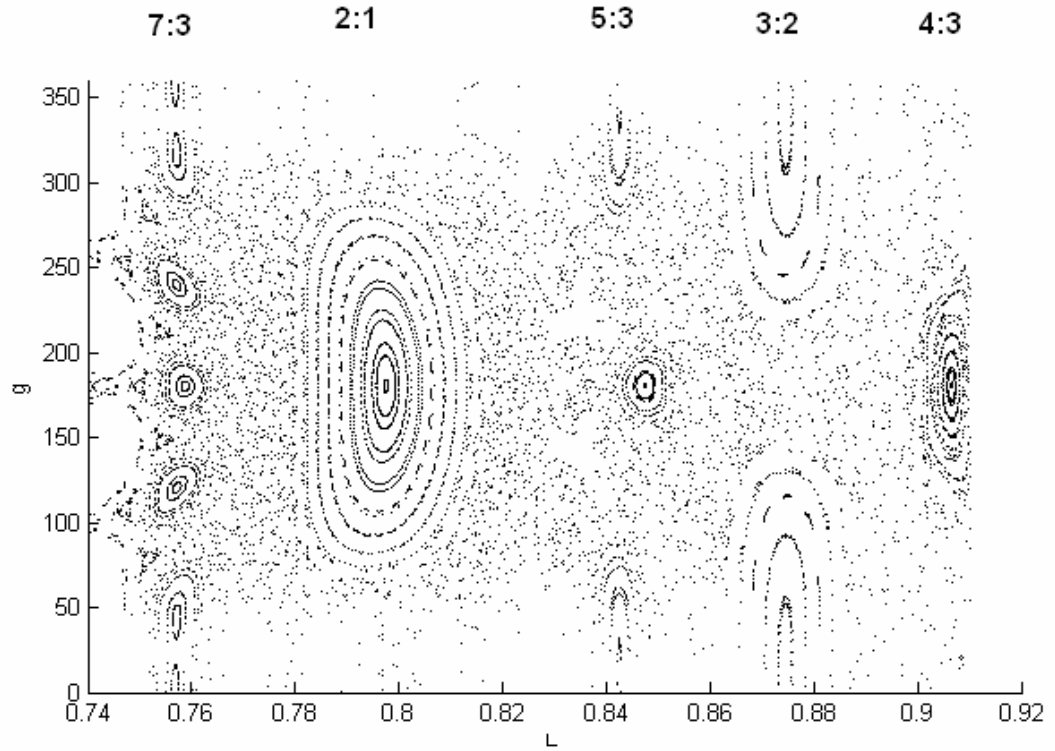
Nümerik hesaplamalarda rezonansı 2BP hareket denklemlerine göre göstermek daha pratiktir. Daha önce bahsedildiği gibi CR3BP de genellikle kütleli cisimlerin birbirlerinden uzaklığı çok fazla olduğundan, kütleli cisimimiz hangi kütleyle daha çok yakın ise onunla 2BP hareketi yapar. 3BP etkisi heteroklinik yörüngelerde hissedilir.

Yine Şekil 4.25 de son sıradaki şekiller CR3BP hareket denklemleriyle, başlangıç değerinin çok iyi ayarlanmasıyla elde edilmiştir. Ek-B deki *Oterma.m* programında bu rezonansın analizi yapılmıştı (Şekil 4.24). Hesaplanma süresi arttıkça nümerik hata artar ve bu rezonans bozulur. Gerçek hayatta ise bu bozunmayı Güneş sistemi yapar. Şekilde görüldüğü gibi 2:3-3:2 rezonansında yörünge x eksenine göre simetriktir ayrıca bu yörünge ikili sistemin her noktasını gezmektedir. Bu yörünge bir görev uydusu için mükemmel bir rotadır. Yalnız aynen Genesis görevinde olduğu gibi bu yörüngede kalabilmesi için uzay aracına optimal kontrol uygulanması gerekir.

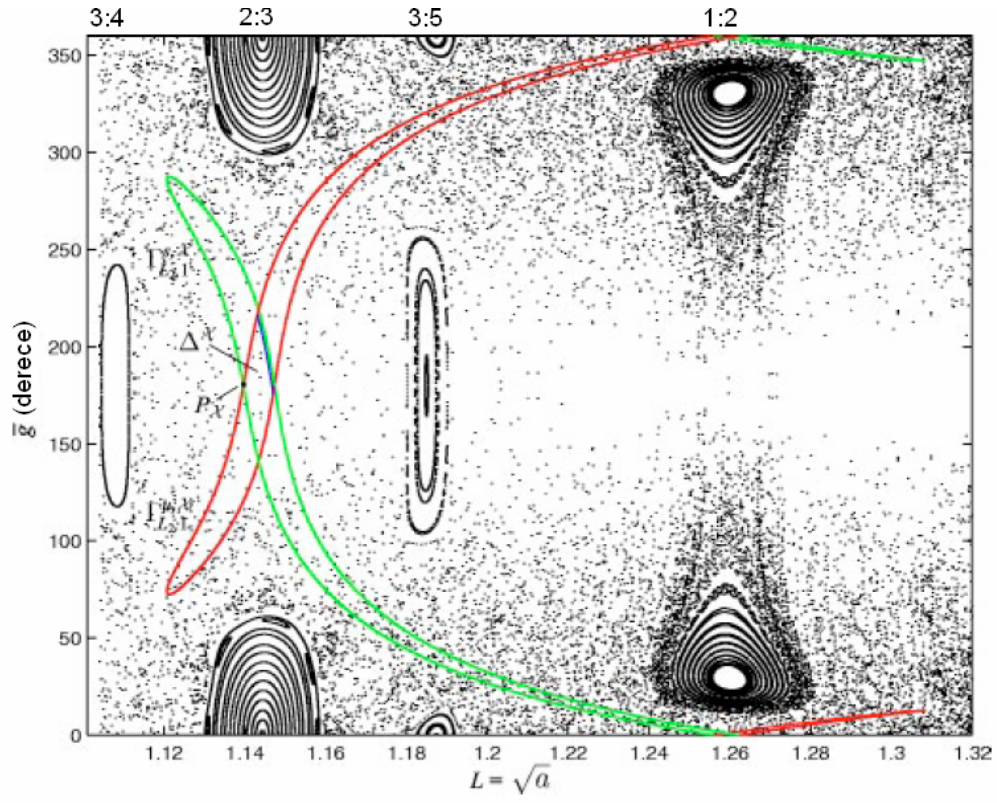
otermal_G.m programı, L-g grafiğini çıkarır. Çalışma şekli, $y=0$ eksenı üzerinde belirli sayıda başlangıç noktası olarak, bölüm 4.2.5.4 verilen değerleri hesaplar, (a, e, g). Daha sonra $y=0$, $x<0$ yüzeyinden Poincaré kesiti alınır, (iç bölge için Şekil 4.6 da gösterilen U1 bölgesinden, dış bölge için U4 bölgesinden) ve o kesitteki L ve g değerleri okunur. *otermal_G.m* programında hesaplanan Şekil 4.27 ve 4.29 bunun sonucudur. Şekil 4.26-4.28 ise kaynak [6 ve 13] den alınan L-g grafiğidir. Şekillerden anlaşılacağı gibi iç bölge L-g grafiklerinde rezonanslar benzerdir. Şekil 4.29 de ise kaynak [6 ve 13] de gösterilmeyen (Şekil 4.28) 3:7 rezonansı da hesaplanabilmiştir.



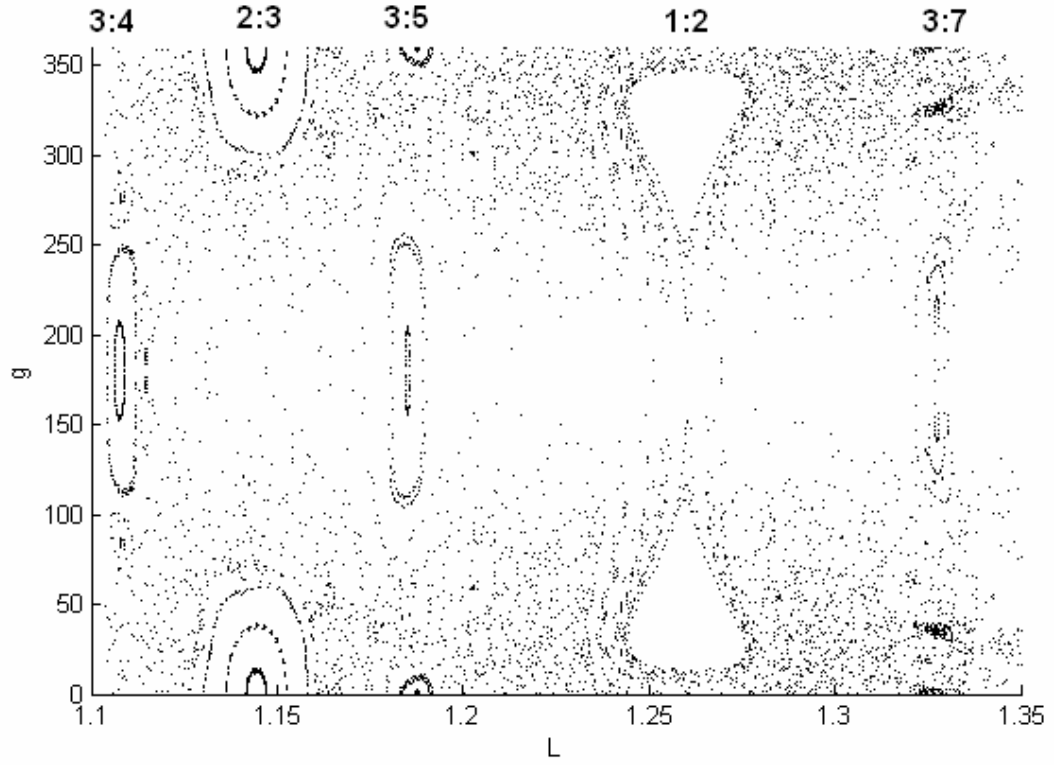
Şekil 4.26: İç bölge rezonansları[6,13]



Şekil 4.27: Jüpiter Güneş sistemi L-g iç bölge grafiği



Şekil 4.28: Dış bölge rezonansları [6,13]



Şekil 4.29: Jüpiter Güneş sistemi L-g dış bölge grafiği

Yalnız, Şekil 4.27-4.29 daki grafikler, *otermAL_G.m* programında direk çıkmaz. Program, Güneş Jüpiter arası alınan (0.2-0.85) x eksen üzerindeki 50 tane başlangıç noktası alınarak (hız düşey ekseninde pozitif) ve hesaplama süresi T=1000 verilerek hesaplandığında Şekil 4.27 deki grafiğin 5:3 ve 7:3 rezonansları boşluk görülür. Ama başlangıç noktaları -0.85 ve -0.2 arası alındığında (hız düşey ekseninde negatif) bu sefer aynı grafiğin 3:2 rezonansı boşluk çıkar. Bu yüzden Şekil 4.27 deki L-g grafiği çizilirken önce x ekseninden -0.85 ve -0.2 arası 50 tane başlangıç noktaları alınıp grafik hesaplandı. Sonra 3:2 rezonansını ortaya çıkarmak için x ekseninin pozitif tarafından 0.55-0.7 arası 10 tane başlangıç noktası alınarak önceki grafiğin üzerine yazdırılarak boş kısım tamamlanıyor. 3:2 rezonansını ortaya çıkarmak için 0.55-0.7 arası başlangıç noktası alınmasının sebebi, 3:2 rezonansı; başlangıç koşulları x eksen üzerinde 0.6246 konum ve hız düşey ekseninde pozitif olacak şekilde de alınarak elde edilmesidir. Dış bölge için, Şekil 4.29; yatay eksen üzerinden pozitif taraftan 1.09-2.5 arası 50 tane başlangıç noktası, hız düşey ekseninde negatif verilerek çizdirilir. Yatay eksen üzerinde negatif taraftan -1.01 ve -2.5 arası 50 tane baş. nok. sı hız düşey ekseninde pozitif olacak şekilde çizdirilerek boşluklar tamamlanır. T=1000 veya 1500 alınır.

Özetle L-g grafiğinde tüm rezonansları ayrıntılı görebilmek için başlangıç noktaları x ekseninin hem negatif hem de pozitif tarafından alınarak, hesaplama yaptırılır. Pozitif taraftan alınan konumların başlangıç hızı düşey ekseninde pozitif, negatif taraftan alınan konumların başlangıç hızı düşey ekseninde negatif olmalıdır. Bu durum iç bölge için geçerlidir. Dış bölge için, yani Şekil 4.29 için, pozitif taraftan alınan konumların başlangıç hızı düşey ekseninde negatif, negatif taraftan alınan konumların başlangıç hızı düşey ekseninde pozitif olmalıdır. Bu durumu, bölüm 4.2.4 deki Şekil 4.6 yı inceleyerek daha iyi anlayabiliriz.

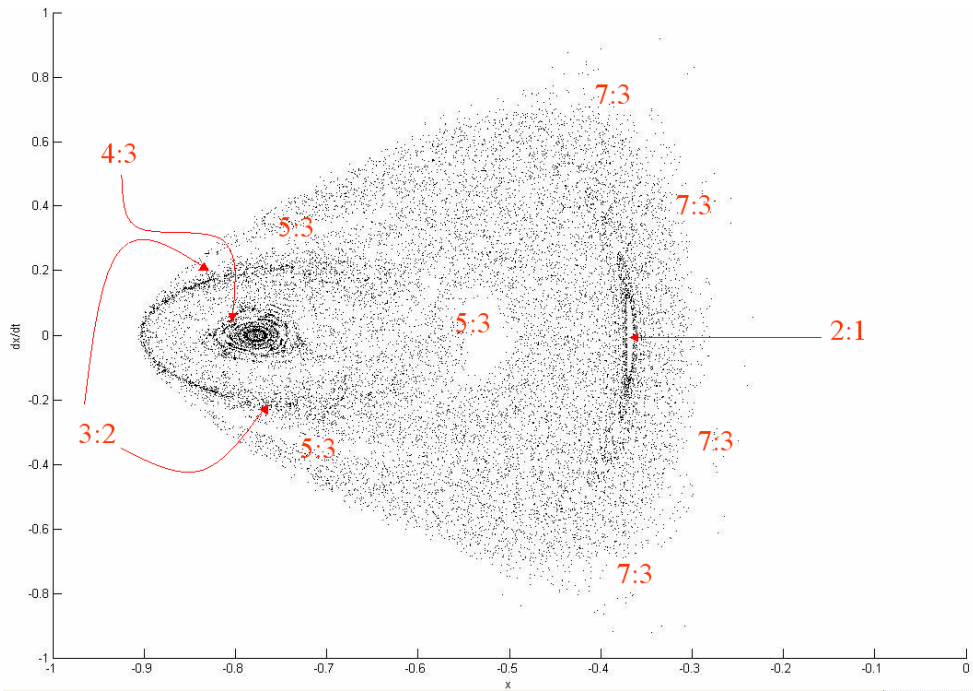
Ek-C deki *Astez5.m* programını kullanarak, rezonansları dönen eksenlerde Şekil 4.25 deki gibi görebiliriz. Bunun için *Astez5.m* programında C=3.03 ve mue= 9.537E-4 verilerek ve başlangıç noktaları ise Tablo 4.1 deki veriler verilerek hesaplatılır.

Tablo 4.1: Astez5.m için rezonansların başlangıç koşulları (Güneş-Jüpiter Sis.)

	Xo	Yo	Vxo	Vyo		Xo	Yo	Vxo	Vyo
4:3	0.79	0	0	Vo	3:4	1.252	0	0	- Vo
3:2	0.6246	0	0	Vo	2:3	-1.498	0	0	Vo
5:3	-0.525	0	0	-Vo	3:5	-1.712	0	0	Vo
2:1	0.3648	0	0	Vo	1:2	2.074	0	0	- Vo
7:3	-0.26	0	0	-Vo	3:7	-2.408	0	0	Vo

Vo burada, Jacobi integralinden gelen, denklem 2.49, hız değeridir. Ayrıca, Oterma.m programında çizilen 3:2-2:3 rezonanslarının yek yörüngede bağlantılı çizibilmesini (Şekil 4.25) sağlayan başlangıç koşulu aynı programda görülebilir.

Aslında rezonansları görmek için basitçe, Jüpiter-Güneş arasından alınacak çok sayıda (100 küsur) başlangıç noktasını uzun bir T zamanı için CR3BP de çözürüp x/dx Poincaré kesiti almak yeterli, Şekil 4.30. Ama bu şekilde rezonans haritalarını önceki yöntemde olduğu gibi değil bir tarafa deforme olmuş şekilde elde edilir. L-g eksenli haritalarda rezonansları daha açıktır.



Şekil 4.30: $x-dx/dt$ rezonans grafiği. (Güneş-Jüpiter)

Rezonanslar ve büyük gezegenler ile ilgili değişik teoriler [23] vardır. Bunlardan biri, büyük gezegenler (Jüpiter, Satürn, Uranüs, Neptün) ile Güneşin oluşturduğu rezonans bölgelerinde toplanan meteor ve çeşitli gök cisimlerinin, o bölgelerde kaynaşarak küçük gezegenleri (Merkür, Venüs, Dünya, Mars, hatta Dünya Mars arasındaki meteor kuşağı) oluşturmuş olabileceği. Ayrıca bu rezonanslar gezegenlerin Güneş ile olan ve bir birlerine uyguladıkları kütleçekimleri sayesinde, yörüngelerini etkileyebilir.

Bu bölümde, PR3BP için kütleli cismin (Oterma) bir ikili sistemde (Güneş-Jüpiter) ki rezonanslarını yani stabilitesini hesapladık. Şimdi ise Gök Mekaniğinin en önemli problemi olan n-cisim arasındaki stabilite problemine bakalım.

4.2.6.5 Güneş Sisteminin Stabilitesi ve Rezonansları

Gök mekaniği bölümünde, gök mekaniğinin en önemli problemlerinden birisinin çok cisim problemi (n-body) olduğunu söyledi. Çok cisim probleminin bu kadar önemli olmasının bir sebebi, tahmin edileceği gibi, içinde bulunduğumuz, yaşadığımız sistemin, Güneş Sistemi, çok cisimli oluşu. Tarih boyunca bir çok değerli bilim adamı Güneş Sisteminin dengede (stabil) olup olmadığını bulmaya ve bunu matematiksel olarak kanıtlamaya çalıştı. Ama daha önce 3BP in anlatıldığı bölümde de değinildiği gibi, 3BP in genel bir çözümü bulunamadığı için çok cisim probleminin kesin çözümüne ulaşılamıyor, yani bu probleme de kısıtlı yaklaşımlarla, varsayımlarla açıklama getiriliyor.

Eski dönemlerde gök cisimlerinin tanrısal olduğu ve onların kusursuz bir şekilde hareket ettiğine, Tanrının herşeyi yarattığını ve dolayısıyla Güneş sistemini yaratırken onu mükemmel bir şekilde oluşturduğuna inanılmıştır. Uzun yıllardır yapılan gök cisim gözlemlerlerinde ise, gezegenlerin hareketlerinin sanıldığı gibi periyodik ve mükemmel olmadığı görülmüş, ve Güneş Sisteminin gerçekten dengede olup olmadığı ciddi bir şekilde bilim adamlarını meşgul etmiştir. Bu konuda yapılan ilk matematiksel çalışma literatüre Lablace-Lagrange Seküler Teori olarak geçer. Özetle Pierre Simon Laplace (1749-1827), 1773 de pertürbasyon teorisinde *eksantritenin birinci dereceden yaklaşımında, gezegenlerin major eksenlerinde seküler terim olmadığını* bulmuştur. Seküler terim, zaman değişkenin lineer artışını anlatır. Daha sonra Joseph Louis Lagrange (1736-1813), 1776 da Laplace'ın teorisini destekler ve tamamlar şekilde; *elipslerin eksantrisitelerinin, ortak eğimlerin (inclination) açısının sinüsünün tüm derecen yaklaşımları için ve kütle büyüklüğüne göre birinci dereceden pertürbasyon için, seküler terim görünmemesinden, Güneş sisteminin dengede olduğunu* kanıtlamıştır. Yine başka bir Fransız matematikçi, Siméon Denis Poisson (1781–1840), 1809 da *kütlelere göre ikinci dereceden pertürbasyonda, gezegenlerin majör ekseninde hiç seküler terim olmadığını* kanıtlıyarak, Lablace-Lagrange Seküler Teorisinin daha iyi yaklaşımını sunmuş ama problemin tamamını kanıtlayamamıştır. Ayrıca Poisson denge kavramına yeni bir tanım getirmiştir. Lablace ve Lagrange, dengeyi gezegenlerin majör eksenlerinin belli sınırlar içinde kalmasıyla tanımlarken, Poisson için, gezegenin yörüngesi başlangıç konumuna her zaman için yakınından geçiyorsa, sistemi dengede sayılıyordu, [27].

Şimdiye kadar yapılan çalışmalar Güneş sisteminin stabilitesini kanıtlamaya çalışırken, Romanya'dan bir matematikçi, Sorbonne'a başvururken verdiği tezde bunun bu görüşlerin zıttını ortaya koyuyordu. Spiru C. Haretu (1851–1912) tezinde; *kütlelerin üçüncü güç seri yaklaşımı alındığında, gezegenlerin majör eksenlerinde seküler terimin ortaya çıktığını* kanıtlamıştır. Haretu'nun bu tezi matematikte yeni bir çağ açmıştır. Daha sonra, Aleksandr Mikhailovich Liapunov (1857–1918) in doktora tezi, modern stabilite teorisinin başlangıç noktasını oluşturarak, Güneş Sisteminin düşünüldüğü gibi dengede olmadığı anlaşılabacaktır, [27]. Amerikalı gökbilimci Simon Newcomb (1835–1909), 1876 da gezegen yörüngelerinin küçük eksantrisite (e) ve eğime (i -inclination) sahip olduğunu ve n -cisim probleminin bir çoklu-periyodik, trigonometrik sonsuz seri çözümü olduğunu göstermiştir. Ama bu serilerin yakınsak mı, ıraksak mı olduğu sorusu cevapsız kalmıştır. Seriler yakınsak ise gezegen hareketlerinin quasiperiyodik olduğu görülecekti. ıraksak olursa, gezegen yörüngelerinin uzun dönem davranışları hakkında bir tahmin yapılamayacaktı. Jules Henri Poincare (1854–1912), 1899 yılında genel Newcomb serilerinin ıraksak olduğunu kanıtlayarak, Laplace-Lagrange-Poisson teoremlerini elemine etti. [33]

Yakın tarihte ise, 1970 de Siegel C.L. ve Moser J.K. tarafından yapılan matematiksel çalışmalar, gök mekaniğinde klasik seri açılımlarından bazılarının yakınsak olduğunu ve n -cisim problemine bir çözüm getirebileceğini göstermiştir. 1975 de Bass R.W. ise; tüm çok rezonans olmayan başlangıç durumları için, Newcomb Serilerinin yakınsak olduğunu (nonuniformly), ve bu hareketlerin quasiperiyodik olduğunu, ama yörüngelerinin dengede olmadığını, ve böylece başlangıç koşullarının keyfi küçük pertürbasyonları yörünge hareketinde büyük değişiklikler yapabileceğini ortaya koymuş, rezonans durumunda yada neredeyse rezonansta bu serilerin uniform (yörünge stabil quasiperiyodik hareket) yakınsak, yada nonuniform (yörünge instabil quasiperiyodik hareket) yakınsak veya ıraksak (geniş hareket) olabileceğini belirtmiştir, [33]. Jacques Laskar (1955-), 1994 de gezegenlerin yörüngelerinin 10 milyar yıl önceki ve 15 milyar sonraki hallerini hesaplayarak, Güneş sistemimizdeki bazı gezegenlerin kaotik değişimlerini göstermiştir. Örneğin bazı hesaplamalar Merkür'ün eksantritesinin 3.5 milyar yıl sonra ve 6.6 milyar yıl önce değerinin 1 e çok yakın olduğunu gösterir. Ama Merkür örneği dışında, tüm hesaplamalar Güneş Sistemindeki gezegenlerin uzun bir zaman için (birkaç milyar yıl için) şu anki

yörüngelerine yakın kalacağını gösteriyor. Bu durum bize Güneş Sisteminin dengede olabileceğine dair bir kanıt gibi görülsene, bunu kanıtlayacak analitik kesin bir çözüm hala yapılamamıştır. [19]

Yukarıdaki anlatılanlardan anlaşılacağı gibi, Güneş Sistemini dengesini kısıtlı yaklaşımlarla çözebiliriz. Bu yaklaşımlardan bir tanesi ise Poincaré-L-g rezonans haritalarıdır. Oterma'dan ilham alarak, Güneş sisteminin tüm ikili durumlarının rezonans haritaları çıkarılıp Ek-B ye konulmuştur. *GSRES.m* ve *GSx_dx.m* programlarıyla hesaplanan L-g ve x-dx rezonans haritaları, sadece iç bölgeler için hesaplanmıştır.

Rezonans haritalarında fark edileceği üzere, kaotik bölgeler bulunmaktadır. Yani bazı noktalar düzgün sıralar halinde kıvrılarak iç içe daireler oluşturmakta (adalar), diğer noktalar ise bu adalar çevresinde dağınık halde serilerek kaotik bölgeleri oluşturmaktadır. Eğer uzay aracımızı bu adalar için de konumlandırırsak, hiç güç harcamadan ve de çok zaman geçirmeden yolculuğumuzu yapabiliriz. Kaotik bölgelerde bulunacak bir uzay aracı ise hedefe ulaşamayacaktır.

Bu haritalar çıkarılırken fark edilen bir diğer şey ise, kütle oranı (μ) azaldıkça rezonans çeşidinin artmasıdır. μ azaldıkça L-g rezonans haritası uzun ince bir form almakta, μ arttıkça rezonans çeşidi azalıyor ve L-g rezonans haritaları bükümleniyor. Bu durumda rezonansı görmek için x-dx rezonans haritaları tercih ediliyor, (bkz. Ek-B, Şekil (B.1-B.2)).

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada düzlemsel ve dairesel kısıtlı üç cisim problemine dinamik sistem teknikleri uygulanmıştır. Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden J.E. ve Ross, S.D [6-10,12-14] ‘un makalelerinden de yararlanılarak yapılan bu çalışmada, bu yöntem ile yapılan uzay uçuşlarının geleneksel metotlara göre enerji tasarrufu bakımından daha avantajlı olduğu gösterildiği gibi, daha önce iddia edildiğinin aksine [31,32], bu yöntemle yapılan uçuşların her zaman çok uzun sürmeyebileceği gösterilmiştir. Ele alınan bu, “Kısıtlı Üç Cisim Problemi”nin ardışık olarak iki defa kullanıldığı yöntemde, büyük kütleli iki cismin etkisinde oluşan yörünge manifoldları üzerinde yol alan uzay aracı, teorik olarak, sadece bir manifolddan diğerine geçerken yaptığı manevra dışında enerji harcamaz. Güneş Sisteminde mevcut gezegen ve doğal uyduların kütle oranları ile beliren μ parametresi, [6] de gösterilen apsis değerlerinden çok daha küçük değerler almaktadır. Bu nedenle, hesaplarımızın daha ayrıntılı bir μ diğaramı üzerinde yürütülmesi gereklidir. Bu amaçla, hesaplar Şekil (2.10) da verilen grafikte görüldüğü üzere genişletilmiştir. Ayrıca periyodik yörüngelerde (Halo yörüngeleri) ve rezonans yörüngelerinde TCM yöntemi ile aracın stabilitesi sağlanır; böylece, uzay aracının L-g grafiklerinde görülen kaotik bölgelerde kaybolması önlenabilir. Geleneksel yörünge transfer tekniklerine göre böyle bir seyahatin tek dezavantajı yolculuk süresinin uzaması olsa da, yakın mesafe uzay uçuşları için, örneğin dünya-ay ya da, Jüpiter’in uyduları arasında, bu süre kabul edilebilir derecededir. Ayrıca gelecekte uzay uçuşları bu manifoldlar yardımıyla ve de ek itki gücü ilavesiyle daha kısa zamanda tamamlanabilir.

Ayrıca son bölümlerde işlenen CR3BP de oluşan rezonanslar yardımı ile hangi bölgelerin kararlı yörüngeler olduğu hangisinin kararsız yani uzay aracının o bölgelerde kaotik bir yörüngeye gireceği bilinerek, alternatif ve değişik uzay görevleri tasarlanabilir.

Sonuç olarak “Düşük Enerji Transferi” alt başlığında “Dinamik Sistem Teorisi”, uzay uçuşlarında yeni teknolojiler bulunana kadar, uzay görevlerinde oluşabilecek ve

öngörülemez sorunlar (yakıtın hesaplanandan fazla miktarda kullanılması gibi) nedeniyle görevin tamamlanmasını sağlayabilecek bir yöntem olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Moore P.**, 1999. Gezegener Kılavuzu. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- [2] **Elvik, S.**, 2004. Optimization of a low-energy transfer to Mars using Dynamical Systems Theory and low-thrust propulsion, *PhD Thesis*, Delft University of Technology, Delft.
- [3] **Schaub, H. and Junkins, J.L.**, 2003. Analytical Mechanics of Space Systems, Published by AIAA, Inc., Virginia.
- [4] **Daybelge, U.**, 1999. Uzay Bilimi: Astonomi ve Astrofizik'te Temel Konular , İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [5] **Wiesel, W.E.**, 1997. Spaceflight Dynamics, The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
- [6] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2000. Heteroclinic connections between periodic orbits and resonance transitions in celestial mechanics, *Chaos* 10(2), 427–469.
- [7] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2003. Design of a Multi-Moon Orbiter, AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Puerto Rico.
- [8] **Serban, R., W.S. Koon, M.W. Lo, J.E. Marsden, L.R. Petzold, S.D. Ross & Wilson, R.S.**, 2002. Halo orbit mission correction maneuvers using optimal control, *Automatica* 38(4), 571–583.
- [9] **G´omez, G., Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E., Masdemont, J. & Ross, S.D.**, 2001. Invariant manifolds, the spatial three-body problem and space mission design, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference.
- [10] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2001. Low energy transfer to the Moon, *Celest. Mech. & Dyn. Ast.* 81(1-2), 63–73.
- [11] www.cimms.caltech.edu/research_dir/talks/2003-10-23_ross_slides.pdf
- [12] <http://www.cds.caltech.edu/~shane/>
- [13] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2001. Resonance and Capture of Jupiter Comet. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **81**: 27–38.
- [14] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2000. Dynamical systems, the three-body problem and space mission design, International Conference on Differential Equations, (Eds. B. Fiedler, K. Groger and J. Sprekels), World Scientific, 2000, pp. 1167-1181.

- [15] **Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. ve Ross, S.D.**, 2000. Shoot the Moon, Spaceflight Mechanics 2000, AAS Vol. 105, Part II, 1017-1030.
- [16] **Topputo, F., Vasile, M. ve Zazzera, F.B.**, 2000. Interplanetary and Lunar Transfer Using Libration Points, Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano, Via La Masa, 34 - 20156- Milan (Italy).
- [17] **Ross, S.D.**, 2004. Cylindrical manifolds and tube dynamics in the restricted three-body problem, *PhD Thesis*, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- [18] www.ima.umn.edu/talks/workshops/10-29-11-2.2001/koon/tour.pdf
- [19] **Murray C.D., Dermott S.F.**, 1999. Solar System Dynamics, Cambridge University Press. U.K.
- [20] **Ross, S.D.**, 2002. Statistical theory of interior-exterior transition and collision probabilities for minor bodies in the solar system, www.cds.caltech.edu/~shane/papers/ross-barcelona-2002.pdf
- [21] **Radu Serban, Wang Sang Koon, Martin Lo, Jerrold E. Marsden, Linda R.P. etzold, Shane D. Ross, Roby S. Wilson**, Optimal Control for Halo Orbit Missions. www.gg.caltech.edu/~mwl/publications/papers/optimal.pdf
- [22] **Mischa Kim, Christopher D. Hall**, lyapunov and Halo Orbits About L2, www.aoe.vt.edu/~cdhall/papers/KIHAPaperAAS.pdf.
- [23] **Jewitt D., Haghighipour N.**, 2007. Irregular Satellites of the Planets: Products of Capture in the Early Solar System. Institute for Astronomy, University of Hawaii, www.ifa.hawaii.edu/~jewitt/papers/2007/JH07.pdf
- [24] www.esm.vt.edu/~sdross/talks/cds140-2001.pdf
- [25] **Michael Dellnitz, Oliver Junge, Marcus Post, Bianca Thiere**, 2005. On Target for Venus – Set Oriented Computation of Energy Efficient Low Thrust Trajectories. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
- [26] **Vinti J. P., Bonavito N. L.**, 1998. Orbit and Celestial Mechanics. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- [27] **Diacu F., Holmes P.**, 1996. Celestial Encounters-The Origins of Chaos and Stability. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [28] **Dilgan H.**, 1961. Suni Peykler ve Gök Mekaniği. Kutulmuş Matbaası, İstanbul.
- [29] **Belbruno, E.**, 2004. Capture Dynamics and Chaotic Motions in Celestial Mechanics, Princeton University Press, New Jersey.
- [30] **Thomas G. B., Finney R. L., Weir M. D., Giordano F. R.**, 2000. Calculus, Addison Wesley, Boston, New York.
- [31] **Stewart, I.**, 1981. Pulling Power, *New Scientist*, **2162**, 38-41.
- [32] **Chown, M.**, 1995. Fly me cheaply to the Moon, *New Scientist*, **1998**, 19.

- [33] **Roy, A.E.**, 19915. Orbital Motion, Printed in Great Britain by J W Arrowsmith Ltd, Bristol.

EK A– TABLOLAR

Tablo A.1- Gezegenlerin boyut ve kütle parametreleri .[4,19]

Gezegen	Ortalama Yarıçap (Dünya=1)	Hacim (Dünya=1)	Kütle (Dünya=1)	Yoğunluk gr/cm ³	Kaçma hızı km/s
Merkür	0.38	0.0549	0.0536	5.4	4.2
Venüs	0.958	0.879	0.816	5.1	10
Dünya	1=6371 km	1=1.082e21m ³	1=5.975e24kg	5.52	11.2
Mars	0.53	0.149	0.108	4.05	5.0
Jüpiter	10.8	1260	318	1.35	61
Satürn	9.02	734	95.2	0.71	37
Uranüs	3.77	536	14.6	1.56	22
Neptün	3.38	391	17.2	2.47	25
Plüto	0.178	0.0057	0.0021	2.06	?

*Eksik bilgiler düzenlenmiştir.

Tablo A.2- Gezegenlerin yörünge parametreleri .[4]

Gezegen	Güneşten orta. uzaklık A.B. 10 ⁶ km	Yörünge eksantrikliği	Sideral Periyot	Ortalama hız km/s	Yörüngenin eklptik ile açısı (derece)
Merkür	0.390 58.3	0.206	88 gün	48	7.004
Venüs	0.723 108.2	0.00679	224.7 gün	35	3.39
Dünya	1.00 149.6	0.0167	365.26 gün	29.8	0
Mars	1.52 228	0.0933	687 gün	24.1	1.85
Jüpiter	5.20 778	0.0484	11.86 yıl	13.1	1.03
Satürn	9.53 1426	0.0557	29.46 yıl	9.65	2.50
Uranüs	19.2 2870	0.0472	84.02 yıl	6.85	0.77
Neptün	30.0 4496	0.0086	164.8 yıl	5.47	1.79
Plüto	39.5 5900	0.249	248.4 yıl	4.84	17.2

Tablo A.3- Gezegenlerin kendi eksenlerindeki dönme verileri .[1,4]

Gezegen	Dönme periyodu	Ekvatordaki dönme hızı km/s	Eksenle yörünge normalini arasındaki açı (derece)
Merkür	58.646 gün	0.0020	Yaklaşık 7
Venüs	243.16 gün	0.0018	Yaklaşık 6
Dünya	23 saat 56 dak.	0.47	23.45
Mars	24 saat 37 dak.	0.26	25.0
Jüpiter	9 saat 55 dak.	12	3.01
Satürn	10 saat 30 dak.	9.5	36.7
Uranüs	17 saat 14 dak.	3.8	98.0
Neptün	16 saat 7 dak.	2.5	28.8
Plüto	6 gün 9 saat	0.0328 (?)	?

Tablo A.4- Astronomik Sabitler.[19]

Sabit	Değer
Işık Hızı	$c=299792458$ m/s
Kütle Çekim Sabiti	$G=6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$
1 Astronomik Birim (AU)	1 AU= $1.495978707 \cdot 10^8$ km
Güneşin Kütlesi	$M_{Güneş} = 1.98911 \times 10^{30} kg$
Güneşin YarıÇapı	$R_{Güneş} = 6.960 \times 10^5 km$

Tablo A.5- CR3BP için veri tablosu.**CR3BP için Veri Tablosu**

İkili Sistem	Aralarındaki Uzaklık (AU)	Kütle Oranı ($m_2/(m_1+m_2)$)	Cb (Boğazlı Sıfır Hız Yüzeyi)
Güneş-Merkür *	0.38709	0.1660e-6	3.00012
Güneş-Venüs	0.72333	2.4475e-6	3.0007
Güneş-Dünya	1	3.0033e-6	3.000745
Dünya-Ay	0.00257	0.012150	3.17
Güneş-Mars	1.52366	0.3226e-6	3.00018
Mars-Phobos	62.68e-6	16.826e-9	3.000024
Mars-Deimos	0.156e-3	2.8043e-9	3.000008
Güneş-Jüpiter	5.20336	0.9535e-3	3.03
Jüpiter-İo	2.818e-3	47.048e-6	3.0046
Jüpiter-Europa	4.484e-3	25.640e-6	3.0033
Jüpiter-Ganymede	7.152e-3	78.734e-6	3.007
Jüpiter-Callisto	12.58e-3	56.670e-6	3.0055
Güneş-Satürn	9.53707	0.2857e-3	3.016
Satürn-Mimas	1.240e-3	67.726e-9	3.00006
Satürn-Enceladus	1.591e-3	0.1284e-6	3.000095
Satürn-Tethys	1.969e-3	1.0942e-6	3.0004
Satürn-Dione	2.522e-3	1.8506e-6	3.00055
Satürn-Rhea	3.523e-3	4.0635e-6	3.0009
Satürn-Titan	8.167e-3	0.2366e-3	3.014
Satürn-Iapetus	23.80e-3	2.7970e-6	3.0007
Güneş-Uranüs	19.19126	43.651e-6	3.0045
Uranüs-Miranda	0.867e-3	0.7589e-6	3.0003
Uranüs-Ariel	1.278e-3	15.581e-6	3.0022
Uranüs-Umbriel	1.778e-3	13.497e-6	3.002
Uranüs-Titania	2.913e-3	40.617e-6	3.004
Uranüs-Oberon	3.901e-3	34.709e-6	3.004
Güneş-Neptün	30.06896	51.492e-6	3.005
Neptün-Triton	2.371e-3	0.2098e-3	3.012
Neptün-Nereid *	36.85e-3	0.3333e-6	3.00017
Güneş-Plüton *	39.48168	6.3847e-9	3.000013
Plüton-Charon	0.131e-3	0.105633	3.54

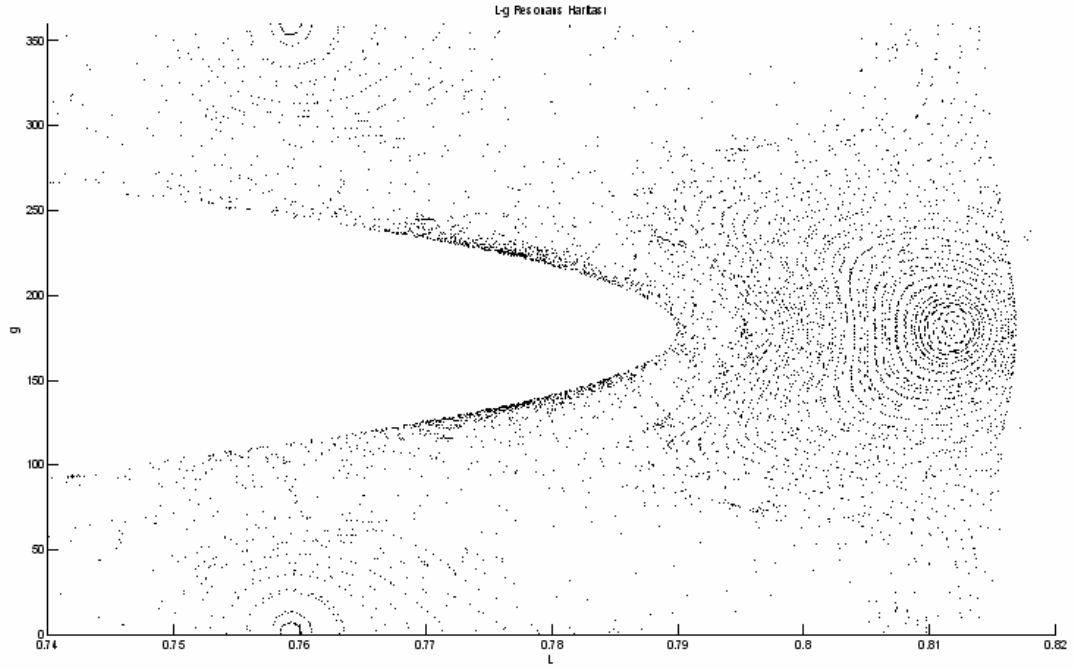
* e çok küçük değil, CR3BP için pek uygun değil.

Tablo A.6- Gezegenlerin uydularına ait veriler.[4]

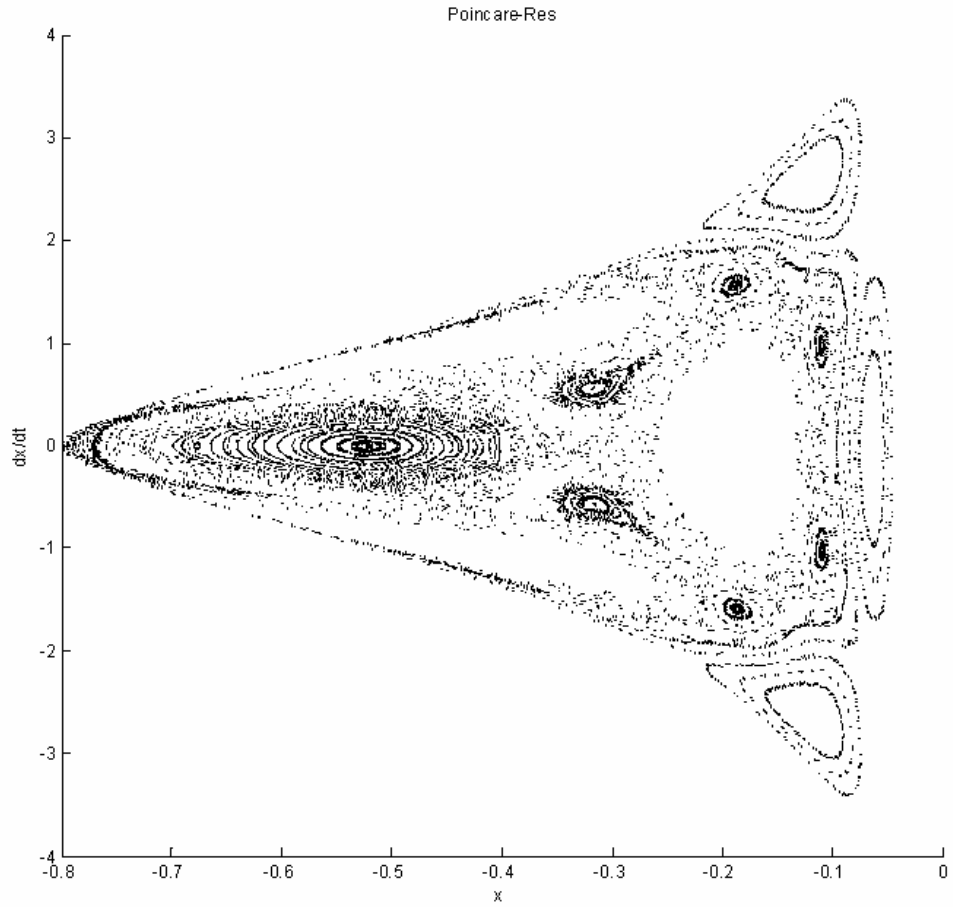
Gezegen Uydu	Keşif yılı	Ortalama uzaklık (10 ³ km)	Sideral periyot	Uydu yörüngesinin gezegen ekvatoruna yaptığı açı	Yörüngenin dış merkezliği (e)	Cisim yarıçapı (km)	Gezegen / uydu kütle oranı	Ortalama yoğunluk (gr/cm ³)
Dünya					0.0167	6378		5.52
Ay		384.4	27.32166	5°08'	0.0549	1738	81.3	3.3
Mars					0.0933	3398		3.94
Phobos	1877	9.4	0.21891	0°57'	0.0210	11	59430555	?
Deimos	1877	23.5	1.26244	1°18'	0.0028	6	356.6e+6	?
Jüpiter					0.0485	71880		0.314
Metis	1981	128	0.295	~0°	<0.004	20	?	?
Andrastea	1979	129	0.297	~0°	0	12	?	?
Amalthea	1892	281	0.49818	0°24'	0.003	198x78	?	?
Thebe	1980	222	0.678	0°48'	0.015	40	?	?
Io	1610	422	1.76914	0°	0	1826	21300	3.55
Europa	1610	671	3.55118	0°	0	1560	39000	3.04
Ganymede	1610	1071	7.15445	0°	0	2500	12700	1.93
Callisto	1610	1884	16.68902	0°	0	2450	17800	1.81
Himmalia	1904	11480	250.57	27°38'	0.15798	85	?	?
Elara	1904	11740	259.65	24°46'	0.20719	40	?	?
Lisitha	1938	11860	263.55	29°01'	0.13029	10	?	?
Leda	1974	12300	292	27°	0.148	4	?	?
Ananke	1951	21200	631.1	147°	0.16870	10	?	?
Carme	1938	22600	692.5	164°	0.20678	10	?	?
Pasiphea	1908	23500	738.9	145°	0.378	10	?	?
Sinope	1914	23700	758	153°	0.275	10	?	?
Satürn					0.0556	60208		0.69
Atlas	1980	137.7	0.60192	0°	~0	20x10x?	2,2x 10 ⁻¹¹	?
Prometheus	1981	139.4	0.61300	0°	~0.0024	70x50x40	1x 10 ⁻⁹	?
Pandora	1981	141.7	0.62854	0°	~0.0042	55x45x35	6,4x 10 ⁻¹⁰	?
Pan	1981	133.5	0.5750	~0°	~0	10	?	?
Janus	1980	151.4	0.69433	0°	~0.007	110x90x80	6,5x 10 ⁻⁹	?
Epimetheus	1980	151.5	0.69467	0°	~0.009	70x60x50	1,5x 10 ⁻⁹	?
Mimas	1789	185.6	0.94221	1°31'	0.0201	195	15x 10 ⁶	1.4
Enceiadus	1789	238.1	1.36908	0°01'	0.004440	255	7x 10 ⁶	1.2
Tethys	1684	294.7	1.88521	1°06'	0	525	910000	1.2
Calypso	1981	294.7	1.88521	0°	~0	17x11x11	1,5x 10 ⁻¹¹	?
Teiestro	1981	294.7	1.88521	0°	~0	17x14x13	2,2x 10 ⁻¹¹	?
Dione	1684	377.4	2.73313	0°01'	0.00221	560	490000	1.4
Helene	1980	378.1	2.73921	0°	0.005	18x16x15	3,1x 10 ⁻¹¹	?
Rhea	1672	527.1	4.52075	0°21'	0.00098	765	250000	1.3
Titan	1655	1221.9	15.91029	0°21'	0.0289	2575	4150	1.9
Hyperion	1848	1481.0	21.28121	0°26'	0.104	410x260x220	5x 10 ⁶	?
Iapetus	1671	3560.8	79.15492	14°43'	0.02828	720	300000	1.2
Phoebe	1898	12954.0	549.14775	150°	0.16326	220	?	?
Uranüs					0.0472	25559		1.19
Cordelia	1986	49.5	0.33	~0°	~0	20?	?	?
Ophelia	1986	53.5	0.37	~0°	~0	25?	?	?
Bianca	1986	59.2	0.44	~0°	~0	25?	?	?
Cressida	1986	61.8	0.47	~0°	~0	30?	?	?
Desdemona	1986	62.7	0.48	~0°	~0	30?	?	?
Juliet	1986	64.4	0.50	~0°	~0	40?	?	?
Portia	1986	66.1	0.52	~0°	~0	40?	?	?
Rosalind	1986	69.9	0.56	~0°	~0	30?	?	?
Belinda	1986	75.3	0.62	~0°	~0	30?	?	?
Puck	1985	86.0	0.77	~0°	~0	80?	?	?
Miranda	1948	129.4	1414	0°	<0.01	150?	1,32e+6	2.0
Ariel	1851	191	2.52038	0°	0.0028	400	64177	2.0
Umbriel	1851	266.3	4.14418	0°	0.0035	300	74088	2.0
Titenia	1787	435	8.70588	0°	0.0024	600	24620	2.0
Oberon	1787	583.5	13.46326	0°	0.0007	500	28809	2.0
S/1997 U1	1997	7795.5	654	146°	0.2	30	?	?
S/1997 U2	1997	6466.4	495	153°	0.4	60	?	?
Neptün					0.0086	21558		1.66
Triton	1846	355.3	5.87683	159°57'	0	2000	750	2.0
Nereid	1949	5510	359.4	27°27'	0.76	150	3x 10 ⁶	2.6
Pluto					0.250	1200-1900		0.6-1.7
charon	1978	19	6.39	7.23°	0.0076	650	11,5	?

*Eksik bilgiler düzenlenmiştir.

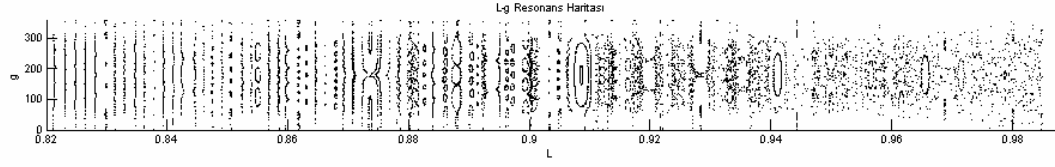
EK B– Güneş Sistemi Rezonans Haritaları
(Tablo A.5 deki değerler kullanılmıştır)



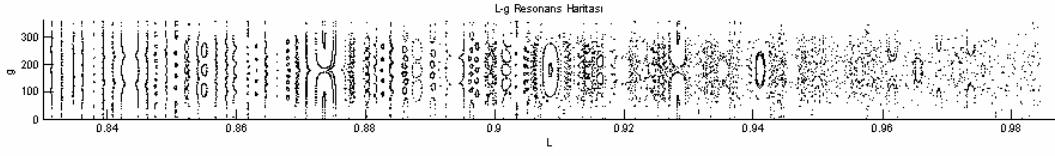
şekil B.1- Dünya Ay (L-g) iç bölge grafiği



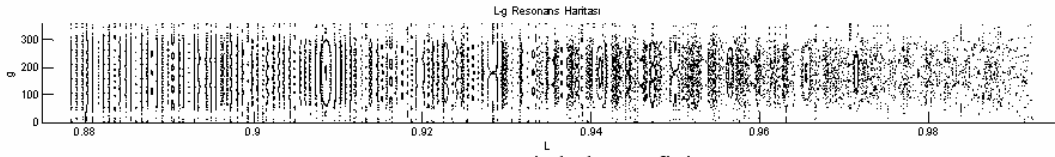
şekil B.2- Dünya Ay x-dx/dt iç bölge grafiği



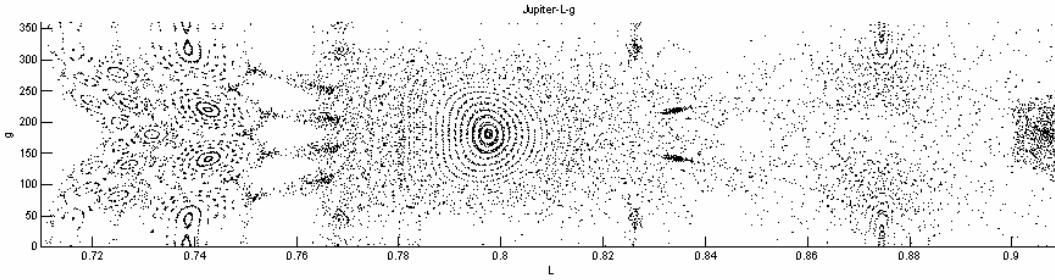
Şekil B.3- Güneş Venüs iç bölge grafiği



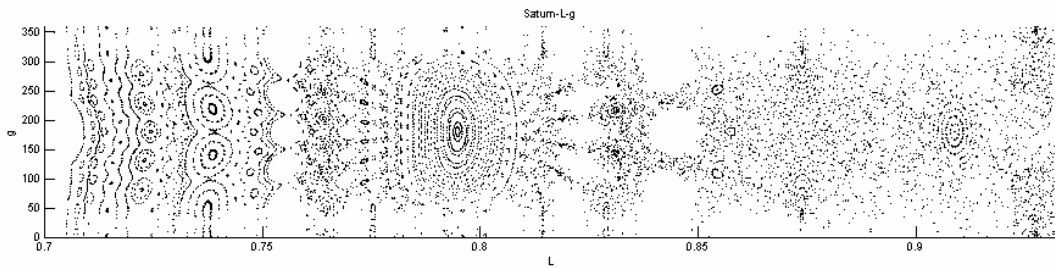
Şekil B.4- Güneş Dünya iç bölge grafiği



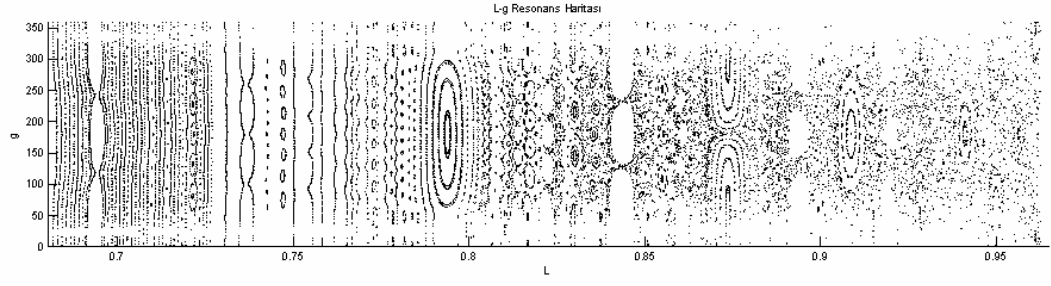
Şekil B.5- Güneş Mars iç bölge grafiği



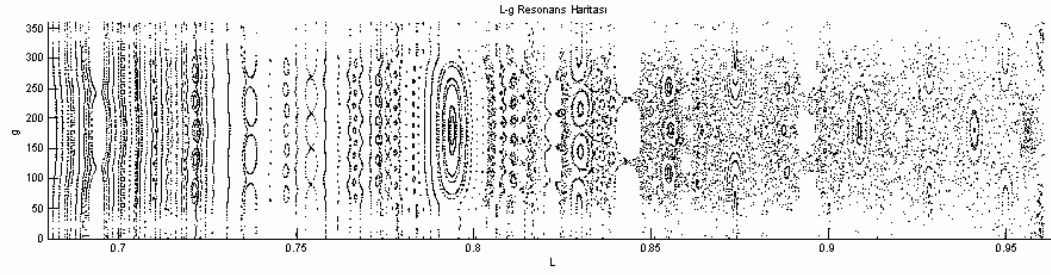
Şekil B.6- Güneş Jüpiter iç bölge grafiği



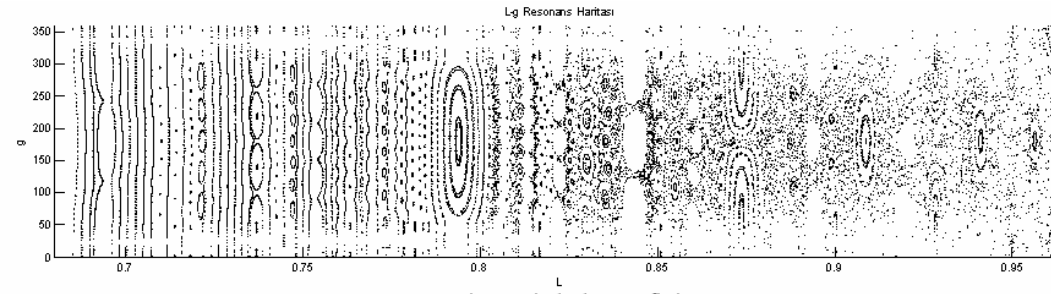
Şekil B.7- Güneş Satürn iç bölge grafiği



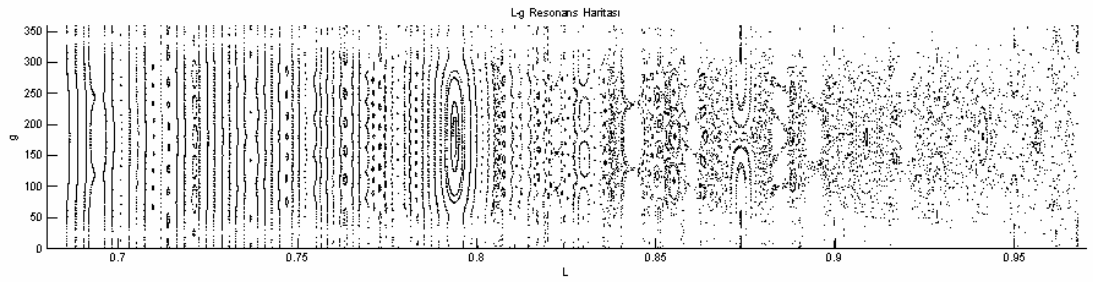
Şekil B.8- Güneş Uranüs iç bölge grafiği



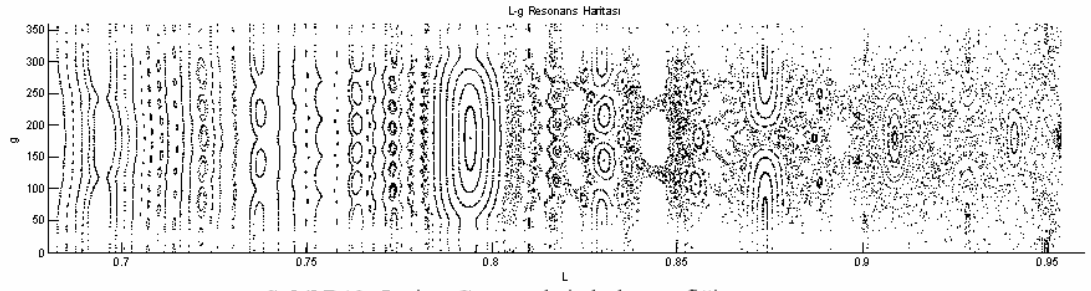
Şekil B.9- Güneş Neptün iç bölge grafiği



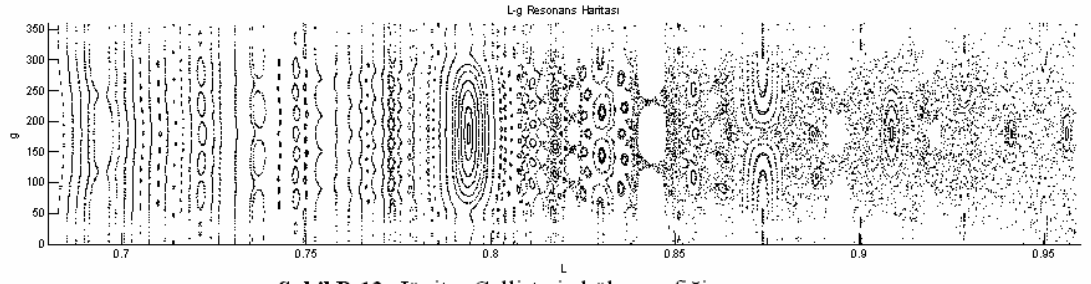
Şekil B.10- Jüpiter Io iç bölge grafiği



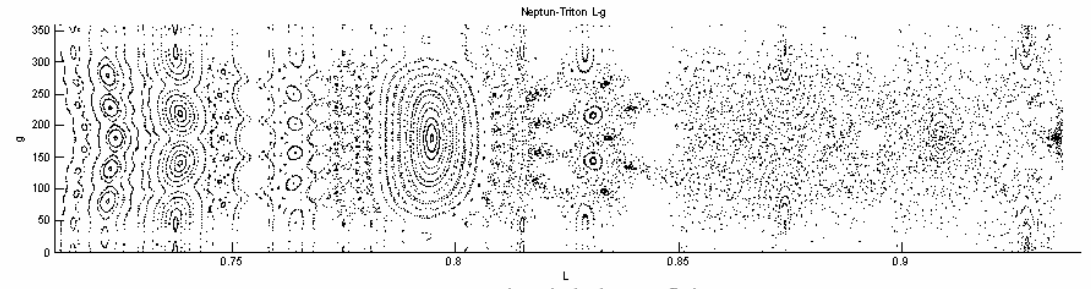
Şekil B.11- Jüpiter Europa iç bölge grafiği



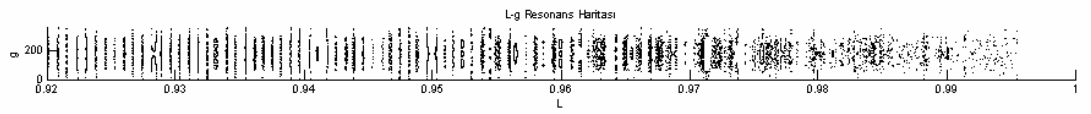
Şekil B.12- Jüpiter Ganymede iç bölge grafiği



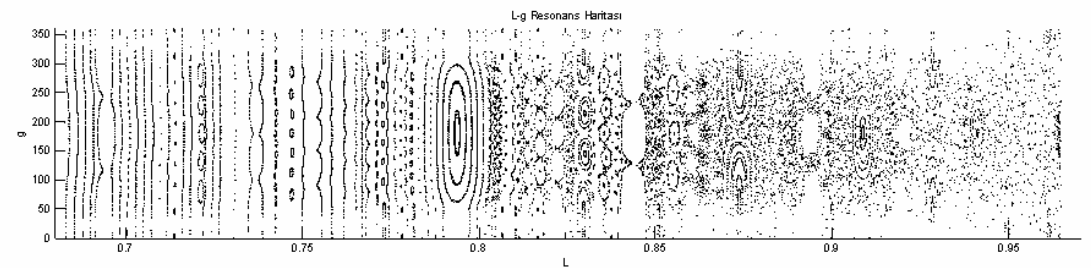
Şekil B.13- Jüpiter Callisto iç bölge grafiği



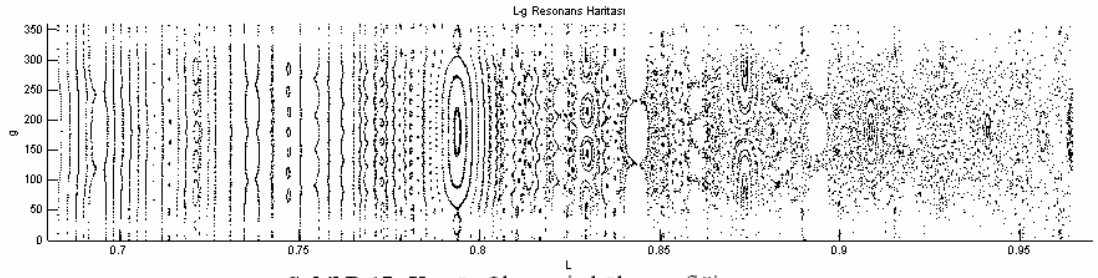
Şekil B.14- Satürn Titan iç bölge grafiği



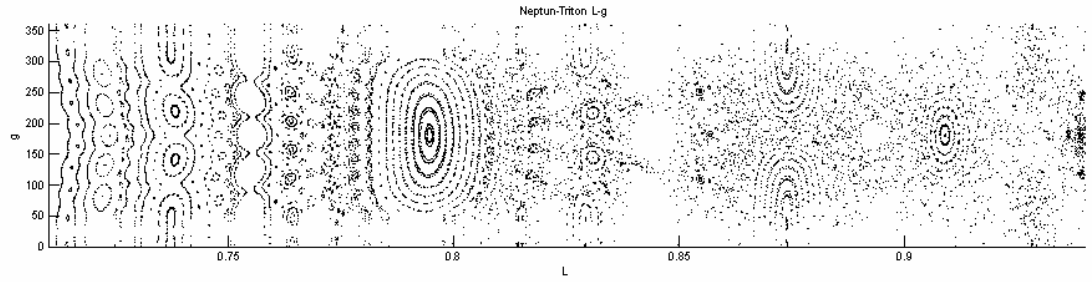
Şekil B.15- Satürn Mimas iç bölge grafiği



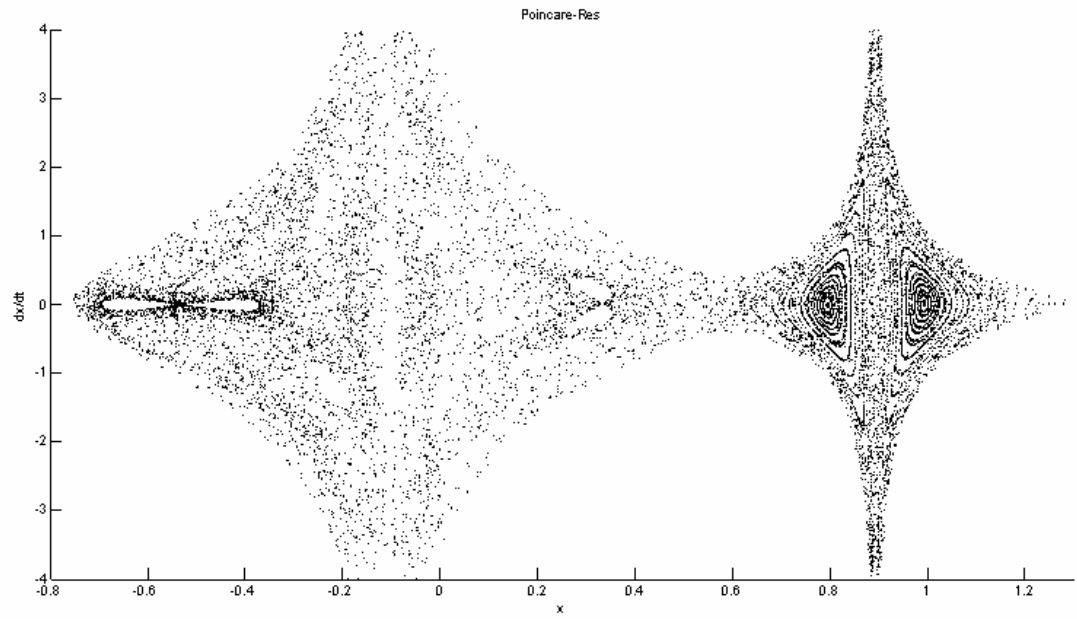
Şekil B.16- Uranüs Titania iç bölge grafiği



Şekil B.17- Uranüs Oberon iç bölge grafiği



Şekil B.18- Neptün Triton iç bölge grafiği



Şekil B.19- Plüton Charon iç bölge grafiği

EK C– MATLAB KODLARI

Program Adı	Görevi	Sayfa no
Astez1	2BP in hareket denklemini çözer ve yörünge çizer	83
Astez2	PR3BP için sıfır hız yüzeylerini hesaplar	83
Astez3	PR3BP için denge noktalarını hesaplar	84
Astez3_5	PR3BP için artan C sabitiyle sıfır hız yüzeylerini hesaplar	85
Astez3_6	PR3BP için $U(x,y)$ potansiyel fonksiyonunu üç boyutlu çizer	85
Astez4	C-mue diagramını çıkarır	86
Astez4_5	C-mue logaritmik diagramını çıkarır	87
Astez5	PR3BP in hareket denklemini çözer ve yörünge çizer	88
Astez5_1	PR3BP için yörünge demetleri çizer	89
Astez6	PR3BP için yörünge demetlerinin poinkare kesitini alır	91
Jupitersis	Jüpiter-Ganymede-Europa sistemi için yörünge demeti çizer (ortak merkezli, içiçe PR3BP li 4BP)	92
Jupitersis_pk	Jüpiter-Ganymede-Europa sistemi için yörünge demetlerinin poinkare kesitini alır	94
Ayaseyahat	Güneş-Dünya-Ay sistemi için yörünge demeti çizer (farklı merkezli, içiçe PR3BP li 4BP)	97
Ayaseyahat_pk	Güneş-Dünya-Ay sistemi için yörünge demetlerinin poinkare kesitini alır	100
Genesis	Genesis görevini simule eder	102
Oterma	Oterma kuruklu yıldızının atelet ve dönen eksenlerde yörüngesini çizer, a-t ve e-t grafiğini verir	104
OtermaL_G	Güneş-Jüpiter sisteminde Otermanın olası resonanslarını L-g diagramında gösterir	106
Delaunay	2BP göre resonans yörüngelerini çizer	108
GSRES	Güneş Sistemindeki ikili sistemler için L-g resonans haritasını çıkarır	109
GS_xdx	Güneş Sistemindeki ikili sistemler için $x-dx/dt$ resonans haritasını çıkarır	112

```

function Astez1
global omega
%2BP in hareket denklemini çözer ve yörünge çizer
figure
hold on
e=0.8;      %eksantrisite(basıklık)
a=2;        %büyük eksen uzunluğu
p=a*(1-e^2);
omega=pi/4;
%-----
x10=a*(1-e);      % r
x20=0;            % dr/dt
x30=0;            % (theta)
x40=2*pi*sqrt(p)/x10.^2; % d(theta)/dt
x50=0;
%-----
RT=1e-8;
AT=1e-8;
options=odeset('RelTol',RT,'AbsTol',[AT AT AT AT AT]);
[t,x]=ode45(@integ,[0 20],[x10 x20 x30 x40 x50],options);
plot(x(:,1).*cos(x(:,3)),x(:,1).*sin(x(:,3)));
%plot(x(:,1).*cos(x(:,5)),x(:,1).*sin(x(:,5))); %elipsi döndürerek çizer.
plot(0,0,'r','MarkerSize',30)
ylim([-4 4]);
xlim([-5 5]);
title('2BP')
xlabel('x')
ylabel('y')
grid on
%-----
function dx=integ(t,x);
%2BP hareket denklemini çözer
global omega
dx=zeros(5,1);
dx(1)=x(2);
dx(2)=x(1).*x(4).^2-(2.*pi).^2./x(1).^2;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2.*x(2).*x(4)./x(1);
dx(5)=x(4)+omega;

```

⌘

```

function Astez2
% PR3BP için sıfır hız yüzeylerini hesaplar.
mue=0.01215; %kütle oranı-m2/(m1+m2)—dunya-ay için
C=3.18;      %jacobi sabiti—dunya-ay için

syms X Y
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;

```

```
ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);
```

```
title('SIFIR HIZ YÜZEYİ')
```

```
grid on;
```

✕

```
function Astez3
```

```
global mue Lp Ln
```

```
% PR3BP için denge noktalarını hesaplar (LAGRANGE POINTS)
```

```
mue=0.01215; %kütle oranı-m2/(m1+m2)
```

```
C=3.18; %jacobi sabiti
```

```
Lp=[1 1];
```

```
Ln=[1 -1];
```

```
y1=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
```

```
y2=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2-mue/(x-1+mue)^2;
```

```
y3=@(x)x+(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
```

```
L1=fzero(y1,0);
```

```
L2=fzero(y2,0);
```

```
L3=fzero(y3,0);
```

```
L4=fsolve(@dengenok,[1 1]);
```

```
L5=fsolve(@dengenok,Ln);
```

```
%-----
```

```
figure
```

```
syms X Y
```

```
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;
```

```
ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);
```

```
hold on
```

```
plot(-mue,0,'k*');
```

```
plot(1-mue,0,'g.');
```

```
plot(L1,0,'k.');
```

```
text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');
```

```
plot(L2,0,'k.');
```

```
text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');
```

```
plot(L3,0,'k.');
```

```
text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');
```

```
plot(L4(1),L4(2),'k.');
```

```
text(L4(1),L4(2,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');
```

```
plot(L5(1),L5(2),'k.');
```

```
text(L5(1),L5(2,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');
```

```
title('SIFIR HIZ YÜZEYİ')
```

```
grid on;
```

```
function y=dengenok(n)
```

```
global mue Lp Ln
```

```
%L4 L5 hesaplanır
```

```
r1=sqrt((n(1)+mue)^2+n(2)^2);
```

```
r2=sqrt((n(1)-1+mue)^2+n(2)^2);
```

```
Ux=n(1)-(1-mue)*(n(1)+mue)/r1^3-mue*(n(1)-1+mue)/r2^3;
```

```
Uy=n(2)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
```

```
y(1)=Ux;
```

```
y(2)=Uy;
```




```

function Astez3_5
% PR3BP için artan C sabitiyle sıfır hız yüzeylerini hesaplar
%dünya-ay sistemi için
mu=0.0123;
C=3;

y1=@(x)x-(1-mu)/(x+mu)^2+mu/(x-1+mu)^2;
y2=@(x)x-(1-mu)/(x+mu)^2-mu/(x-1+mu)^2;
y3=@(x)x+(1-mu)/(x+mu)^2+mu/(x-1+mu)^2;
L1=fzero(y1,0);
L2=fzero(y2,0);
L3=fzero(y3,0);
L4x=0.5-mu;
L4y=0.5*sqrt(3);
L5x=0.5-mu;
L5y=-0.5*sqrt(3);

incrC=0.02;
ison=30;
syms X Y
hold on
for i=1:ison
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mu)./sqrt((X+mu).^2+Y.^2)+2.*mu./sqrt((X-
1+mu).^2+Y.^2)+mu.*(1-mu)-C;
ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);
C=C+incrC;
end
plot(-mu,0,'k*');
plot(1-mu,0,'g. ');
plot(L1,0,'k. ');text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');
plot(L2,0,'k. ');text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');
plot(L3,0,'k. ');text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');
plot(L4x,L4y,'k. ');text(L4x,L4y,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');
plot(L5x,L5y,'k. ');text(L5x,L5y,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');

title('SIFIR HIZ YÜZEYLERİ ve LİBRASYON NOKTALARI')
grid on;
colormap cool

```



```

function Astez3_6
%PR3BP için U(x,y) potansiyel fonksiyonunu üç boyutlu çizer
mue=0.3;
figure
syms X Y
f=-0.5.*((X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-
1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue));

```

```
%ezsurf(f,[-2,2],[-2,2],200);
ezsurf(f,200);
zlim([-2.06 -1.5])
shading interp
light('Position',[ 6 -1 0])
colormap gray
%alpha(.3) --- istenirse şeklin şeffaflığını ayarlar
view([70 84])
grid off
```

↔

function Astez4

%BU PROGRAM C MUE DİAGRAMINI ÇIKARIR.

%noktalı grafik için '%' işaretlileri kullanın

%çizgi grafik için '-' işaretlileri kullanın

```
incrmue=1e-3;
isona=100;
%incrmue ve isona ile diagramın yoğunlaşılacak yeri ayarlanabilir
n=5; % nokta poltunun büyüklüğümü hesaplar
%npoint=0; %-
```

```
mu=0;
incrmu=incrmue;
%ison=isona+1; %-
ison=isona; %*
%C1 eğrisi
hold on
for i=1:ison
%L1 noktasının bulumu
f1=@(x)x-(1-mu)/(x+mu)^2+mu/(x-1+mu)^2;
x1=fzero(f1,0.7);
C=x1*x1+2*(1-mu)/abs(x1+mu)+2*mu/abs(x1-1+mu)+mu*(1-mu); %*
plot(mu,C,','MarkerSize',n)%*
%npoint=npoint+1; %-
%C1(npoint)=x1*x1+2*(1-mu)/abs(x1+mu)+2*mu/abs(x1-1+mu)+mu*(1-mu); %-
%mue1(npoint)=mu; %-
mu=mu+incrmu;
end
```

```
%C2 eğrisi
mu=0;
incrmu=incrmue;
%ison=isona+1; %-
ison=isona; %*
hold on
for i=1:ison
%L2 noktasının bulumu
f2=@(x)x-(1-mu)/(x+mu)^2-mu/(x-1+mu)^2;
```

```

x2=fzero(f2,1.1);
C=x2*x2+2*(1-mu)/abs(x2+mu)+2*mu/abs(x2-1+mu)+mu*(1-mu);%*
plot(mu,C,'r','MarkerSize',n)%*
%npoint=npoint+1;%-
%C2(npoin)=x2*x2+2*(1-mu)/abs(x2+mu)+2*mu/abs(x2-1+mu)+mu*(1-mu);%-
%mue2(npoin)=mu;%-
mu=mu+incrmu;
end

```

```

%C3 eğrisi
mu=0;
incrmu=incrmue;
%ison=isona+1;%-
ison=isona;%*
hold on
for i=1:ison
%L3 noktasının bulumu
f3=@(x)x+(1-mu)/(x+mu)^2+mu/(x-1+mu)^2;
x3=fzero(f3,-1.5);
C=x3*x3+2*(1-mu)/abs(x3+mu)+2*mu/abs(x3-1+mu)+mu*(1-mu);%*
plot(mu,C,'g','MarkerSize',n)%*
%npoint=npoint+1;%-
%C3(npoin)=x3*x3+2*(1-mu)/abs(x3+mu)+2*mu/abs(x3-1+mu)+mu*(1-mu);%-
%mue3(npoin)=mu;%-
mu=mu+incrmu;
end

```

```

%plot(mue1,C1,'b')%-
%plot(mue2,C2,'r')%-
%plot(mue3,C3,'g')%-
%ylim([3 4.4]);%-

```

```

hold off

```

```

title('Mavi egri C1, kirmizi egri C2, yesil egri C3')
xlabel('mu')
ylabel('C')
grid on

```

↘↙

function **Astez4_5**

```

% C-mue logaritmik diagramını çıkarır

```

```

mu=0;
ison=300;
for i=1:ison;
f1=@(x)x-(1-mu)/(x+mu).^2+mu./(x-1+mu).^2;
x1=fzero(f1,0.7);
C1=x1.*x1+2.*(1-mu)./sqrt((x1+mu).^2)+2.*mu./sqrt((x1-1+mu).^2)+mu.*(1-
mu);
loglog(mu,C1-3,'b.');
```

```

hold on
f2=@(x)x-(1-mu)/(x+mu)^2-mu/(x-1+mu)^2;
x2=fzero(f2,1.1);
C2=x2*x2+2*(1-mu)/abs(x2+mu)+2*mu/abs(x2-1+mu)+mu*(1-mu);
loglog(mu,C2-3,'r.');
```

hold on

```

f3=@(x)x+(1-mu)/(x+mu)^2+mu/(x-1+mu)^2;
x3=fzero(f3,-1.5);
C3=x3*x3+2*(1-mu)/abs(x3+mu)+2*mu/abs(x3-1+mu)+mu*(1-mu);
loglog(mu,C3-3,'g.')
```

hold on

```

if i<101
    incrmu=0.0000001;
elseif i<201
    incrmu=0.00001;
elseif i<301
    incrmu=0.001;
end
mu=mu+incrmu;
end
title('Mavi egri C1, kirmizi egri C2, yesil egri C3');
xlabel('\mu');
ylabel('Jacobi Constant C - 3');
grid on
```

⌘

```

function Astez5
global mue x10 x20 x30 x40;
% PR3BP in hareket denklemini çözer ve yörünge çizer
mue=0.01215; %kütle oranı-m2/(m1+m2)
C=3.18; %jacobi sabiti
%-----
y1=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
y2=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2-mue/(x-1+mue)^2;
y3=@(x)x+(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
L1=fzero(y1,0);
L2=fzero(y2,0);
L3=fzero(y3,0);
L4x=0.5-mue;
L4y=0.5*sqrt(3);
L5x=0.5-mue;
L5y=-0.5*sqrt(3);
%-----
figure
syms X Y
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;
ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);
hold on
```

```

plot(-mue,0,'k*');
plot(1-mue,0,'g. ');
    plot(L1,0,'k. ');text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L2,0,'k. ');text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L3,0,'k. ');text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L4x,L4y,'k. ');text(L4x,L4y,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L5x,L5y,'k. ');text(L5x,L5y,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');
%-----
x10=0.75; %xo
x30=0; %yo
alf=90; %hız vektörünün yatayla yaptığı açı
Z=5; %zaman, (P/2*pi)*Z=seyahat zamanı
r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
V0=sqrt(2*OM0-C);
x20=V0*cos(alf*pi/180); % (dxo/dt)
x40=sqrt(V0^2-x20^2); % (dyo/dt)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);
[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 Z], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'r'); %instabil manifold
[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 -Z], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'b'); %stabil manifold
title('Manifold')

grid on
%-----
figure
hold on
    Xr=x(:,1).*cos(t)-x(:,3).*sin(t);
    Yr=x(:,3).*cos(t)+x(:,1).*sin(t);
plot(Xr,Yr,'r');
plot(1.*cos(t), 1.*sin(t),'g')
title('Cisim(kırmızı) ve m2 kütlelerinin(yesil) atalet ekseninde yörünge çizimi')
xlabel('x')
ylabel('y')
grid on

%-----
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
%CR3BP HAREKET DENKLEMLERİ
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);

```

dx(4)=-2*x(2)+OMy;

×

function **Astez5_1**

global mue x10 x20 x30 x40;

% PR3BP için yörünge demetleri çizer

mue=0.01215; %kütle oranı-m2/(m1+m2)

C=3.18; %jacobi sabiti

%-----

y1=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;

y2=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2-mue/(x-1+mue)^2;

y3=@(x)x+(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;

L1=fzero(y1,0);

L2=fzero(y2,0);

L3=fzero(y3,0);

L4x=0.5-mue;

L4y=0.5*sqrt(3);

L5x=0.5-mue;

L5y=-0.5*sqrt(3);

%-----

figure

syms X Y

f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;

ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);

hold on

plot(-mue,0,'k*');

plot(1-mue,0,'g.');

plot(L1,0,'k.');

text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');

plot(L2,0,'k.');

text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');

plot(L3,0,'k.');

text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');

plot(L4x,L4y,'k.');

text(L4x,L4y,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');

plot(L5x,L5y,'k.');

text(L5x,L5y,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');

%-----

x10=L1; %xo 0.819; 0.86

x30=-0.06; %yo

alf=90; %hız vektörünün yatayla yaptığı açı

artm=0.004;%artım yada azalım

Z=5; %zaman, (P/2*pi)*Z=seyahat zamanı

for i=1:30

r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);

r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);

OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);

V0=sqrt(2*OM0-C);

x20=V0*cos(alf*pi/180); % (dxo/dt)

x40=-sqrt(V0^2-x20^2); % (dyo/dt)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);

[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 Z], [x10 x20 x30 x40],options);

```

plot(x(:,1),x(:,3),'r'); %instabil manifolds
[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 -Z], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'b'); %stabil manifolds

x30=x30+artm; % baslangic x(0)'i arttiriyoruz.
end
title('Manifolds')
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
%-----
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
%CR3BP HAREKET DENKLEMLERİ
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

```

↔

```

function Astez6
global mue x10 x20 x30 x40;
% PR3BP için yörünge demetlerinin poinkare kesitini alır
figure
mue=0.01215; %kütle oranı-m2/(m1+m2)
C=3.18; %jacobi sabiti
%-----
x10=0.8369; %xo
x30=-0.06; %yo
alf=90; %hız vektörünün yatayla yaptığı açı
artm=0.004;%artım yada azalım
Z=5; %zaman, (P/2*pi)*Z=seyahat zamanı

for i=1:30
i %command window için sayaç
r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
V0=sqrt(2*OM0-C);
x20=V0*cos(alf*pi/180); % (dxo/dt)
x40=-sqrt(V0^2-x20^2); % (dyo/dt)
%-----
options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);
[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 Z], [x10 x20 x30 x40],options);

```

```

        aa=length(x)-1;
% Poincare kesiti aliyoruz (instabil)
        for n=1:aa
            if x(n,3)>0
                if x(n,1)*x(n+1,1)<0
                    plot(x(n,3),x(n,4),'.','MarkerEdgeColor','r');
                end
            end
            hold on
        end
%-----
        [t,x]=ode45(@cr3bp, [0 -Z], [x10 x20 x30 x40],options);
        aa=length(x)-1;
% Poincare kesiti aliyoruz (stabil)
        for n=1:aa
            if x(n,3)>0
                if x(n,1)*x(n+1,1)<0
                    plot(x(n,3),x(n,4),'.','MarkerEdgeColor','b');
                end
            end
            hold on
        end
%-----
        x30=x30+artm; % baslangic x(0)'i arttiriyoruz.
end
        title('Poincare-Manifolds')
        xlabel('y')
        ylabel('dy/dt')
grid on
%-----
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
%CR3BP HAREKET DENKLEMLERİ
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

```

✕

```

function Jupitersis
global mue x10 x20 x30 x40;
% Jüpiter-Ganymede-Europa sistemi için yörünge demeti çizer (ortak merkezli,
%içiçe PR3BP li 4BP)
%-----

```


$\times$

95


```

        x10=x10+incr; % baslangic x(0)'i arttiriyoruz.
    end
%-----

%grid on
xlim([-5.3 5.3]);
ylim([-4 4]);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Farklı Merkezli Yörünge Transferi')

%=====
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;


```

⌞

```

function Ayaseyahat_pk
global mue x10 x20 x30 x40;
% Güneş-Dünya-Ay sistemi için yörünge demetlerinin poinkare kesitini alır
figure
%*****
% Dünya-Ay sistemine göre poinkare kesiti
%*****
alfaci=160; %küçük sistemin büyük sisteme olan açısı
alfa=(alfaci/180)*pi;
MUda=0.01215;
Cda=3.18;
mue=MUda;
C=Cda;
E=-0.5*C;
ison=5;
T=6;
%-----
incrY=0.004;
aci=(pi/2);
x30=-0.025; % Yörüngelerin baslangic y koordinati
x10=1.15; % İlk yorungenin x eksenindeki baslangic noktası
%-----
for i=1:15
    r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);

```



```

[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 2.5], [x10 x20 x30 x40],options);
aa=length(x)-1;
% Poincare kesiti aliyoruz
for n=1:aa
    if r*x(n,3)>1.0
        if (r*x(n,1)-r)*(r*x(n+1,1)-r)<0
            plot(r*x(n,3),r*x(n,4),',','MarkerEdgeColor','r');
        end
    end
    hold on
end
x10=x10+incr; % baslangic x(0)'i arttiriyoruz.
end
%-----
xlabel('y');
ylabel('dy/dt');
title('Poincare kesiti - (y>0, x=0)');
grid on
%=====
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

```

⌘

function Genesis

```

global mue x10 x20 x30 x40;

mue=3.0039E-6;;
C=3.00078; %3.000745
%-----
y1=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
y2=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2-mue/(x-1+mue)^2;
y3=@(x)x+(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
L1=fzero(y1,0);
L2=fzero(y2,0);
L3=fzero(y3,0);
L4x=0.5-mue;
L4y=0.5*sqrt(3);
L5x=0.5-mue;
L5y=-0.5*sqrt(3);
%-----
figure

```

```

syms X Y
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-
1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;
ezcontour(f,[0.98,1.02],[-0.015,0.015],800);
hold on
plot(-mue,0,'k*');
plot(1-mue,0,'g. ');
    plot(L1,0,'k. ');text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L2,0,'k. ');text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L3,0,'k. ');text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L4x,L4y,'k. ');text(L4x,L4y,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L5x,L5y,'k. ');text(L5x,L5y,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');
%-----
%halo orbit
x10=0.9885881331;
x30=0;

r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
V0=sqrt(2*OM0-C);
x20=V0*cos(90*pi/180); % (dy/dt)
x40=sqrt(V0^2-x20^2); % (dx/dt)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);

[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 6], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'k');
%-----
%instabil kalkış orbit
x10=1;
x30=0.00001;
r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
V0=sqrt(2*OM0-C);
x20=-V0*cos(52.70661*pi/180); % (dy/dt)
x40=sqrt(V0^2-x20^2); % (dx/dt)(0)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);

[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 5], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'r');
%-----
%stabil varış orbit
x10=1;
x30=0.00001;
r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);

```

```

V0=sqrt(2*OM0-C);
x20=-V0*cos(24.006*pi/180); % (dy/dt)
x40=-sqrt(V0^2-x20^2); % (dx/dt)(0)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);

[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 -5], [x10 x20 x30 x40],options);
plot(x(:,1),x(:,3),'b');

title('Genesis: Halo yorungesi-siyah--kalkış yorungesi-kırmızı--varış yorungesi-
mavi')

%=====
function dx = cr3bp (t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;


```

⌞

```

function Oterma
global mue x10 x20 x30 x40;
% Oterma kuruklu yıldızının atelet ve dönen eksenlerde yörüngesini çizer,
% a-t ve e-t grafiğini verir
mue=9.537E-4;
C=3.03;
%-----
y1=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
y2=@(x)x-(1-mue)/(x+mue)^2-mue/(x-1+mue)^2;
y3=@(x)x+(1-mue)/(x+mue)^2+mue/(x-1+mue)^2;
L1=fzero(y1,0);
L2=fzero(y2,0);
L3=fzero(y3,0);
L4x=0.5-mue;
L4y=0.5*sqrt(3);
L5x=0.5-mue;
L5y=-0.5*sqrt(3);
%-----
figure
syms X Y
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-
1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;
subplot(4,4,[1:2 5:6])
ezcontour(f,[-2,2],[-1.5,1.5],400);

```

```

hold on
plot(-mue,0,'k*');
plot(1-mue,0,'g. ');
    plot(L1,0,'k. ');text(L1,0,['L_1'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L2,0,'k. ');text(L2,0,['L_2'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L3,0,'k. ');text(L3,0,['L_3'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L4x,L4y,'k. ');text(L4x,L4y,['L_4'],'HorizontalAlignment','right');
    plot(L5x,L5y,'k. ');text(L5x,L5y,['L_5'],'HorizontalAlignment','right');
%-----
x10=-0.62504015559765895;
x30=0.00;
    r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
    r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
    OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
    V0=sqrt(2*OM0-C);
    x40=-V0; % (dy/dt)o 4555
    x20=0; % (dx/dt)(0)

options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);
[t,x]=ode45(@cr3bp, [0 40], [x10 x20 x30 x40],options);
    subplot(4,4,[1:2 5:6])
    plot(x(:,1),x(:,3),'r');
    xlabel('x');
    ylabel('y');
    title('Dönen eksenler');
    grid on
%-----
    Xiner=x(:,1).*cos(t)-x(:,3).*sin(t);
    Yiner=x(:,3).*cos(t)+x(:,1).*sin(t);
    subplot(4,4,[3:4 7:8])
    plot(Xiner,Yiner,'b');
    xlabel('X');
    ylabel('Y');
    title('Atalet ekseni');
    grid on
    dXiner=(x(:,2)-x(:,3)).*cos(t)-(x(:,1)+x(:,4)).*sin(t);
    dYiner=(x(:,1)+x(:,4)).*cos(t)+(x(:,2)-x(:,3)).*sin(t);

V2=dXiner.^2+(dYiner).^2;
r11=sqrt(Xiner.^2+Yiner.^2);
a=1./(2./r11-V2);
subplot(4,4,9:12)
plot(t,a);
    xlabel('t');
    ylabel('a');
    title('a-t grafiği');
grid on

h2=(Xiner.*dYiner-Yiner.*dXiner).^2;
e=sqrt(1-(h2./a));

```

```

subplot(4,4,13:16)
plot(t,e,'r');
    xlabel('t');
    ylabel('e');
    title('e-t grafiği');

grid on
%=====
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

```

✕

```

function otermaL_G
global mue x10 x20 x30 x40;
% Güneş-Jüpiter sisteminde Otermanın olası rezonanslarını
% L-g diagramında gösterir
%NOT: bu program düşük yoğunluklu L-g iç bölge grafiği çizer. Daha ayrıntılı L-g
%grafiği için T=1000, ve haritada boş gözüken rezonanslar için başlangıç
%noktalarını simetriden alın. Örn: 0.2-0.85 arası alınan başlangıç noktaları için
%çizilen L-g grafiğinde boşluk gözüken rezonanslar için -0.85 ve -0.2 arası
%başlangıç noktası olarak (simetride hızı negatif verilecek) hesaplama yapılmalıdır.
%her işlem için 50 tane başlangıç noktası alınması yeterlidir
%-----
%diş bölge için; yatay eksen üzerinden pozitif taraftan 1.09-2.5 arası 50 tane baş.
%nok. sı hız düşey eksende negatif verilerek çizdirilir. Yatay eksen üzerinde negatif
%taraftan -1.01 ve -2.5 arası 50 tane baş. nok. sı hız düşey eksende pozitif olacak
%şekilde çizdirilerek boşluklar tamamlanır. T=1000 veya 1500 alınır
%-----
mue=9.537E-4;
C=3.03;
npoint=0;
%-----
incrs=0.0065;
x30=0.0;
x10=0.85;
%-----
hold on
for i=1:100
    i %command window için sayaç
    %x30=0.02;
    for j=1:1

```



```

        if x(n,1)>-1
            if x(n,1)<0
                if x(n,3)*x(n+1,3)<0
                    npoint=npoint+1;
                    L(npoint)=sqrt(a(n));
                    g(npoint)=(180/pi).*gp(n); % g=w-t değeri derece cinsinden ifade edilir

                end
            end
        end

end

%-----
        x30=x30-incrs;
    end
        x10=x10-incrs;
    end

plot(L,g,'k','MarkerSize',1)
ylim([0 360]);

grid on
    xlabel('L');
    ylabel('g');
    title('Poincare Section-L-g ');

%=====
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

function Delaunay
global omega;
%2BP göre resonans yörüngelerini çizer
e=0.18;%-----%eksantirisite
Reso=2/3;%-----%otermanın resonansı (3/7,1/2,3/5,2/3,3/4)
omega=-(2*pi)*Reso;%---%elipsin dönme hızı
a=Reso^(2/3);%-----%resonans sonucu oluşan a
p=(1-e^2);
%-----
x30=pi; % (theta)

```



```

x10=p./(1+e.*cos(x30)); % r
x20=0; % dr/dt
x40=2*pi*sqrt(p)/x10.^2; % d(theta)/dt
x50=0;
%-----
options=odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);
[t,x]=ode45(@integ,[0 10],[x10 x20 x30 x40 x50],options);
mue=9.537E-4;
C=3.03;
figure
syms X Y
f=(X.*X+Y.*Y)+2.*(1-mue)./sqrt((X+mue).^2+Y.^2)+2.*mue./sqrt((X-
1+mue).^2+Y.^2)+mue.*(1-mue)-C;
ezcontour(f,[-3,3],[-2.25,2.25],400);
hold on
plot(a*x(:,1).*cos(x(:,5)), a*x(:,1).*sin(x(:,5)));
ylim([-2.25 2.25]);
xlim([-3 3]);
grid on
%=====
function dx=integ(t,x);
global omega;
dx=zeros(5,1);
dx(1)=x(2);
dx(2)=x(1).*x(4).^2-(2.*pi).^2./x(1).^2;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2.*x(2).*x(4)./x(1);
dx(5)=x(4)+omega;

```

✂

```

function GSRES
global mue x10 x20 x30 x40;
%Bu Güneş Sistemindeki ikili sistemler için L-g rezonans haritasını çıkarır
%-----
%NOT: bu program düşük yoğunluklu L-g iç bölge grafiği çizer. Daha ayrıntılı L-g
%grafiği için T=1000 ama mue oranı küçüldükçe T değerini arttırın, ve haritada boş
%gözüken rezonanslar için başlangıç noktalarını simetriden alın. Örn: 0.2-0.85 arası
%alınan başlangıç noktaları için çizilen L-g grafiğinde boşluk gözüken rezonanslar
%için -0.85 ve -0.2 arası başlangıç noktası olarak (simetride hızı negatif verilecek)
%hesaplama yapılmalıdır.her işlem için 50 tane başlangıç noktası alınması
%yeterlidir
%-----
%dış bölge için; yatay eksen üzerinden pozitif taraftan 1.09-2.5 arası50 tane baş.
%nok. sı hız düşey eksende negatif verilerek çizdirilir. Yatay eksen üzerinde negatif
%taraftan -1.01 ve -2.5 arası 50 tane baş. nok. sı hız düşey eksende pozitif olacak
%şekilde çizdirilerek boşluklar tamamlanır. T=1000 veya 1500 alınır
%-----

```

0/0-----

0%-----

0/0-----

```
x20=0; % (dx/dt)
```

[illegible]

%sin(w-t) cos(w-t) hesaplanır

```

asinwt=asin(sinwt); %radyan aç1
acoswt=acos(coswt); %radyan aç1

aa=length(x)-1;

for i=1:aa
    if sinwt(i)>0
        gp(i)=acoswt(i);
    elseif sinwt(i)<0
        gp(i)=2*pi-acoswt(i);
    end
end
% g=w-t değeri 0-360 derece arasında olmalı
%-----
for n=1:aa
    if x(n,1)>-1
        if x(n,1)<0
            if x(n,3)*x(n+1,3)<0
                npoint=npoint+1;
            L(npoint)=sqrt(a(n));
            g(npoint)=(180/pi).*gp(n); % g=w-t değeri derece cinsinden ifade edilir
        end
    end
end
%-----
x30=x30-incrs;
end
x10=x10-incrs;
end

plot(L,g,'k.','MarkerSize',1)
ylim([0 360]);

grid on
xlabel('L');
ylabel('g');
title('Poincare Section-L-g ');

%=====
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;

```

```
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;
```

⌘

```
function GS_xdx
global mue x10 x20 x30 x40;
%Bu program Resonansları x-dx ekseninde göstermektedir.
%Bu program Güneş sistemindeki ikili sistemler için rezonans haritasını çıkarır
figure
mue=0.01215;
C=3.17;
npoint=0;
%-----
x10=0.75; %xo
x30=0; %yo
alf=90; %hız vektörünün yarayla yaptığı açı
artm=0.007;%artım yada azalım
Z=300; %zaman, (P/2*pi)*Z=seyahat zamanı

for i=1:100
    i
    r10=sqrt((x10+mue).^2+x30.^2);
    r20=sqrt((x10-1+mue).^2+x30.^2);
    OM0=0.5*(x10.^2+x30.^2)+(1-mue)/r10+mue/r20+0.5*mue*(1-mue);
    V0=sqrt(2*OM0-C);
    x20=V0*cos(alf*pi/180); % (dxo/dt)
    x40=sqrt(V0^2-x20^2); % (dyo/dt)
    %-----
    options = odeset('RelTol',1e-11,'AbsTol',[1e-8 1e-8 1e-8 1e-8]);
    [t,x]=ode45(@cr3bp, [0 Z], [x10 x20 x30 x40],options);
    aa=length(x)-1;
    % Poincare kesiti aliyoruz (instabil)
    for n=1:aa
        if x(n,1)>-1
            if x(n,1)<0
                if x(n,3)*x(n+1,3)<0
                    npoint=npoint+1;
    x_ek(npoint)=x(n,1);
    dx_ek(npoint)=x(n,2);
                end
            end
        end
    end
    end
    %-----
    x10=x10-artm; % baslangic x(0)'i arttiriyoruz.
end

plot(x_ek,dx_ek,'k.','MarkerSize',1)
```

```

        title('Poincare-Res')
        xlabel('x')
        ylabel('dx/dt')
grid on
%-----
function dx = cr3bp(t, x);
global mue x10 x20 x30 x40;
%CR3BP HAREKET DENKLEMLERİ
dx=zeros(4,1);
r1=sqrt((x(1)+mue)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-1+mue)^2+x(3)^2);
OMx=x(1)-(1-mue)*(x(1)+mue)/r1^3-mue*(x(1)-1+mue)/r2^3;
OMy=x(3)*(1-(1-mue)/r1^3-mue/r2^3);
dx(1)=x(2);
dx(2)=2*x(4)+OMx;
dx(3)=x(4);
dx(4)=-2*x(2)+OMy;

```

ÖZGEÇMİŞ

Aslı Utku, 1981 yılında İstanbul’da doğdu. Orta ve lise öğrenimini İzmir Özel Türk Koleji’nde okul birincisi olarak bitirdi. İTÜ Uzay Mühendisliği ilk tercihi olarak, 1999 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak Uzay Fakültesine girdi. Öğrenimi boyunca, Türk Hava Yollarında (Yeşilköy-İstanbul) Bakım Mühendisliğinde stajyer olarak çalıştı, daha sonra Tusaş Havacılık ve Uzay Sanayi A.Ş. ’de (Etimesgut-Ankara) Ar-Ge bölümünde staj yaptı.

2004 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Uzay Mühendisliği Bölümü’nü bölüm birincisi olarak bitirdikten sonra, aynı üniversitenin Uçak ve Uzay Mühendisliği Yüksek Lisans Programı’na kayıt oldu. 2006 yılında THY de Bakım Mühendisliğinde teknik çevirmen olarak çalıştı.