

46545

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR ROBOTİK MANİPÜLATÖRÜN DURUM GERİ BESLEMESİ YAKLAŞIMI

İLE POL ATAMALI KENDİ KENDİNİ AYARLAYAN KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Murat GÖKÇE

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 16 Ocak 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 31 Ocak 1995

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Can ÖZSOY

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Ahmet KUZUCU

Doç.Dr.Sait YÜCENUR

OCAK 1995

ÖNSÖZ

Teknolojinin hızlı gelişim sürecinde , 1940'lı yıllarda radyoaktif maddelerle yapılan çalışmalarda bazı tutma , taşıma işlevlerini yerine getirmek yoluyla pratik kullanıma giren robotik manipulatörler , özellikle dijital bilgisayarların da desteği ile hem bağımsız olarak , hem de otomasyon sistemleri içerisinde önemi giderek artan unsurlar haline gelmişlerdir .

Mekanik , elektrik , bilgisayar ve kontrol disiplinlerinin bir sentezi görünümündeki robotik çalışmaları , kısa ve uzun vadede popülerliği ve önemi en yüksek çalışma alanlarından biri olarak gözükmektedir .

Halen İ.Ü. Mühendislik Fakültesi' nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım . Yaptığım bu çalışmamın , üniversitelerimizde genel olarak imkansızlıklar ve zorluklar içerisinde yürütülmeye çalışılan bilimsel çalışmalara , toplumumuza ve insanlığa katkıda bulunması dileklerle .

Çalışmalarında desteği ve katkılarıyla yanımda olan Sayın Doç. Dr. Can Özsoy' a ve eşime teşekkürü bir borç bilirim .

İstanbul 1995

Murat Gökçe

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	ii
NOTASYON LİSTESİ.....	v
ÖZET.....	vii
SUMMARY.....	viii
BÖLÜM 1.GİRİŞ	1
BÖLÜM 2.ROBOTİK MANİPÜLATÖRÜN MODELLENMESİ.....	3
2.1. Manipülatörün Kinematik Yapısı	3
2.2. Lagrange-Euler (L-E) Formülasyonu	6
2.2.1. Manipülatörün Eklem Hızları	7
2.2.2. Manipülatörün Kinetik Enerjisi	10
2.2.3. Manipülatörün Potansiyel Enerjisi	11
2.2.4. Manipülatörün Hareket Denklemi	11
2.2.5. Manipülatörün Durum Uzay Modeli	13
2.2.6. Örnek Uygulama	14
BÖLÜM 3.KONTROL	17
3.1. Kendi Kendini Ayarlayan Regülatörler (STR)	17

3.2. Manipulatör Sistemi İçin Kendi Kendini Ayarlayan Kontrolör	
Dizaynı	18
3.3. Geri Beslemeli PASTR İçin Durum Uzay Modeli Yaklaşımı	18
3.3.1 Ortak PE ve SE Algoritması.....	19
3.3.2. En Küçük Karalar (LS) Yöntemi İle Parametre Kestirimi	22
3.3.3. Ardaşık RLS Yöntemi İle On-Line Parametre Kestirimi	24
3.3.3.1. SISO Model İçin Ardaşık RLS Yaklaşımı	25
3.4. Stokastik Dinamik Sistemler İçin Durum Geri Beslemeli STR	28
3.4.1. Pol Atamalı STR Kontrol	28
3.4.1.1. DB-STR Kontrol	32
3.5. PASTR Kontrol Stratejisinin Manipulatör Sistemine	
Uygulanması	32
 BÖLÜM 4. SİMÜLASYON	 34
 SONUÇ.....	 39
 KAYNAKLAR.....	 41
 ÖZGEÇMİŞ.....	 42

NOTASYON LİSTESİ

L = Lagranjien fonksiyonu = K-P

K = Manipülatörün toplam kinetik enerjisi

P = Manipülatörün toplam potansiyel enerjisi

q_i = Manipülatörün genelleştirilmiş koordinatları

$\dot{q}_i$ = Genelleştirilmiş koordinatların birinci zaman türevi

τ_i = i. linki tahrik için sisteme i. eklemden uygulanması gereken genelleştirilmiş kuvvet(moment)

T = Transpoz .

${}^{i-1}A_i$ = Komşu iki koordinat eksenleri arasındaki transformasyon,

0T_i = I. eklemin taban koordinat eksenine transformasyon matrisi ,

$q(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem değişkenleri vektörü

$\dot{q}(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem hızları vektörü

$\ddot{q}(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem ivmeleri vektörü

$D(t)$ = (nxn) eylemsizlik matrisi

$h(q, \dot{q})$ = (nx1) nonlineer koriolis ve merkezkaç kuvvet vektörü

$x(k)$ = (nx1) durum vektörü ,

$y(k)$ = sistem çıkışı ,

$u(k)$ = sistem girişi ,

A = (nxn) sistem matrisi ,

B, C = (nx1) vektörler ,

$w(k)$ = $E(w(k))=0$ ortalamalı beyaz gürültü,

$v(k)$ = $E(v(k))=0$ ortalamalı beyaz gürültü ,

$e(k)$ = innovesim proses ,

H = OCF Transformasyon matrisi ,

T = CCF Transformasyon matrisi ,

z^{-1} = Geriye kaydırma operatörü ,

I = Birim matris ,

θ = Parametre vektörü ,

γ =Unutma faktörü ,

$r(k)$ =Referans sinyali ,

F_c = Geri besleme kazancı ,

Kr =Referans giriş kazancı ,



ÖZET

Bu çalışmada bir robotik manipülatörün kendi kendini ayarlayan konum kontrolü için bir algoritma geliştirildi .

Bunun için öncelikle manipülatör dinamiği Lagrange -Euler formülasyonu temel alınarak modellendi . Bu modelleme Denavit - Hartenberg tarafından öngörülen bir metodla çok eklemlili yapıların kinematik anlamda modellenmesi üzerine kuruldu . Manipülatör sisteminin dinamiği gerek hesaplama avantajı sağlaması açısından , gerekse daha sistematik ve uygulanacak kontrol stratejisine uygun bir tarz olan durum uzay modeli şekline dönüştürüldü . Sistemin dinamik simülasyonu bu model üzerinden gerçekleştirildi .

Ardından modellenmiş sistem için durum uzay yaklaşımı ile kendi kendini ayarlayan kontrolör (STR) elde edildi .Kontrolörün bir unsuru olan parametre kestirim yöntemlerinin ARMA türünde modeller için geliştirilmiş olması dolayısı ile durum uzay modeli ARMA modeline dönüştürüldü . Sistem parametre kestirimi bu model üzerinden gerçekleştirildi.

Kontrolör kuralı olarak ise durum geri beslemeli pol ataması tekniği kullanıldı .Bu amaçla model kontrol edilebilir kanonik forma dönüştürülerek kontrolör elde edildi . Kapalı çevrim pollerinin istenen sistem performansını sağlayacak şekilde atanması yolu ile gerçekleştirilen bu kontrol stratejisinin , $z_1=0$ olacak şekilde hızlı izleme gerektiren sistemler için uygun olan Dead - Beat (DB) hali için kontrol kuralı elde edildi . Robot sisteminin hızlı takip etme gereksiniminden dolayı bu strateji manipülatör sistemine uygulandı .

Kontrolörün performansını görmek için örnek olarak iki serbestlik dereceli scara tipi bir robot seçilerek yaklaşım bu robota uygulandı ve gerçekleştirilen simülasyon sonuçları verildi ve tartışıldı .

SUMMARY

In this study , a state - space based approach for pole placement self - tuning control (STR) is applied for control of a robotic manipulator .

Control of a system means that , for the given dynamic equations of the system which describe the dynamic behavior of the system , to maintain the dynamic response of the system in accordance with some prespecified performance criteria .

1. Modelling Of The Manipulator

For dynamic modeling of the manipulator well known Lagrange - Euler formulation is used . This technique based on the systematic representation of manipulator kinematics in a matrix form which is introduced by Denavit - Hartenberg (D-H) (1955) .

A robotic manipulator is defined as a mechanical construction contain rigid parts called links which are connected with each other by joints . In D -H representation , all links of the manipulator have their own coordinate frame and these frames are transformed to the neighbor frames in homogeneous transformation sense . Here , transformation of the neighbor frames is ,

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

and whole transformation matrix of the manipulator with n degree of freedom is

$${}^0T_i = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{i-1}A_i = \prod_{j=1}^i {}^{j-1}A_j \quad i = 1, 2, \dots, n$$

General L -E formulation is as follows :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Here ,

L = Lagrangian Function = K-P

K = Total kinetic Energy of the Manipulator

P = Total Potential Energy of The Manipulator

q_i = Generalized Coordinates of The Manipulator

q_i = First Derivative of The Generalized Coordinates

τ_i = Generalized Moment (or force) is needed for actuating the i. link at i. joint

The generalized coordinates in manipulator dynamics are chosen as joint positions . Because this parameters can easily be measured .

For modeling of the manipulator on the L -E formulation we need kinetic and potential energy of the system .Using D -H based kinematic modeling of the manipulator , velocities of the links are as follows :

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0A_{j-1}Q_j^{j-1}A_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases}$$

$$v_i = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j \right) {}^i r_i$$

And kinetic energy of whole manipulator with n degree of freedom is:

$$\begin{aligned} K &= \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} \left(\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} J_i U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i (\text{Tr}(U_{ip} J_i U_{ir}^T) \dot{q}_p \dot{q}_r) \end{aligned}$$

Next the second term of the lagrangian function potential energy of the manipulator for n degree of freedom again :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n -m_i g ({}^0A_i {}^i \bar{r}_i)$$

Using kinetic and potential energy of the manipulator and applying L -E formulation , dynamic model of a manipulator in general matrix form is :

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t))$$

The dynamic model of the manipulator system is very complex and creates computational difficulties . For more computational advantage , manipulator model transformed into state-space form .In the same time , this form of the dynamic model will be the base for dynamic simulation and control of the manipulator system . For n degree of freedom manipulator state-space model is :

$$[x] = M$$

and

$$M = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{2n} \\ (D^{-1})_{11}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{12}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{1n}(\tau_n - h_n - c_n) \\ (D^{-1})_{21}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{22}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{2n}(\tau_n - h_n - c_n) \\ \vdots \\ (D^{-1})_{n1}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{n2}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{nn}(\tau_n - h_n - c_n) \end{bmatrix}$$

2. Control Of The Manipulator

For control of the manipulator chosen control law STR includes two substantial steps .One is parameter identification and the other is control law construction based on a specific control law .

In general SISO system described by the state - space equations is ,

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k)$$

$$y(k) = C^T x(k) + v(k)$$

For controller design the model type is transformed into the innovation representation as follows :

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1) + K(k)e(k-1)$$

$$y(k) = Cx(k) + e(k)$$

For parameter identification well known recursive least squares method is used .But this method was generally based on ARMA type models and this is why the innovation form transformed into the observability canonic form to have the ARMA type of the innovation form . Using this transformation the model is ,

$$\hat{x}_0(k) = A_0 \hat{x}_0(k-1) + B_0 u(k-1) + K_0(k)e(k-1)$$

$$y(k) = C^T \hat{x}_0(k) + e(k)$$

After applying the parameter identification to this model in steady - state case identified parameters and estimated states reaches the original model parameters and states respectively .

2.1.Pole - Placement STR

The pole placement scheme is one of the efficient approaches for designing of the dynamic system to meet the desired close loop specifications . Since the system parameters and states can be estimated on-line , the well known state feedback pole placement method can be utilized to control the system.

Assuming the noise-free system is controllable the model can be expressed by the controllability canonic form ,

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_c x_c(k) + B_c u(k) \\ y(k) &= C_c^T x_c(k)\end{aligned}$$

Here,

$$A_c = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ . & . & \dots & . & . \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}B_c &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ C_c &= [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T\end{aligned}$$

The feedback control law is given by

$$u(k) = r(k) - F_c^T x_c(k)$$

Here $r(k)$ is the references input and F_c is the feedback gain vector .

$$F_c \equiv [f_{c1} \ f_{c2} \ \dots \ f_{cn}]^T \quad (44)$$

By this definitions close loop system is ,

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_c x_c(k) - B_c F_c^T x_c(k) + B_c r(k) \\ &= (A_c - B_c F_c^T) x_c(k) + B_c r(k)\end{aligned}$$

Close loop characteristic polynomial is ,

$$\begin{aligned}g_c &= \det[zI - A_c + B_c F_c^T] \\ &= z^n + \sum_{i=1}^n (a_i + f_{ci}) z^{n-i}\end{aligned}$$

If desired close loop poles $p_i \quad i = 1, 2, \dots, n$ the characteristic polynomial is ,:

$$\begin{aligned}g_c(z) &= \prod_{i=1}^n (z - p_i) \\ &= z^n + \sum_{i=1}^n \alpha_i z^{n-i}\end{aligned}$$

and feedback gain ,

$$\alpha_i = a_i + f_{\alpha_i}$$

$$f_{\alpha_i} = \alpha_i - a_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

To use this equations it is needed to transform the controllability canonic form to the observability canonic form as follows :

$$\hat{x}_0(k) = T x_c(k)$$

and control law,

$$u(k) = r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k)$$

In tracking systems the mean of the steady-state output must equal the reference input . This is why ,

$$u(k) = K_r r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k)$$

Here,

$$K_r = \frac{a_c(1)}{b(1)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n b_i} \quad (b \neq 0)$$

is the reference input gain .

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0 & i &= 1, 2, 3, \dots, n \\ F_c &\equiv [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T \end{aligned} \quad (100)$$

2.2. Dead-Beat STR (DB-STR)

If fast tracking is desired for the systems , a special case of pole placement (STR) can be applied as controller . In this case , closed loop poles of the controlled system assigns to zero ($z_i = 0$) . Then controller gain vector becomes ,

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0 & i &= 1, 2, 3, \dots, n \\ F_c &\equiv [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T \end{aligned}$$

and control signal becomes ,

$$u(k) = K_r r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k) \quad (101, 102)$$

$$K_r = \frac{1}{b(1)}$$

For robotic manipulators fast tracking is an important feature and this is why in this study DB-STR approach is applied to the system . For a scara type manipulator simulation results are introduced .



1. GİRİŞ

Hız ve minimum hata gerektiren uygulamalarda insan unsurundan kaynaklanan hataların minimize edilebilmesi , robotik manipülatör uygulamalarının en belirgin gerekçelerindendir . Dolayısı ile bu işlevlerin yerine getirilebilmesi manipülatörlerin tasarımında hesaba katılması gereken birincil unsurlardandır . Bu amaçların gerçekleştirilmesi için manipülatör sistemi üzerine tasarlanan kontrolörün hassas bir hareket kontrolünü gerçekleştirebilmesi gerekmektedir . Manipülatörlerin uç noktalarının istenen bir yörüngeyi mümkün olduğunca hassas bir şekilde takip edebilmesi boyama , kaynak , montaj , manipülatörlerin koordineli çalışması gibi uygulamalar açısından oldukça büyük önem taşımaktadır .

Bu amaçların sağlanabilmesi için bir çok kontrol stratejileri üzerinde çalışmalar yapılmıştır . Bunların içinde klasik kontrol yaklaşımları olduğu gibi özel kontrol yaklaşımları da bulunmaktadır .

Mevcut robotların çoğunluğunda klasik (PD) (oransal - türevsel) kontrol kullanılmaktadır . Ancak robot gibi çok linkli ve linklerin birbiri ile etkileşiminin önemli olduğu karmaşık bir sistem için düşük hızlarda kabul edilebilir sonuçlar elde edilmesine rağmen , yüksek hızlarda kontrolör performansı düşmektedir .

Bu sakıncaları kaldırabilmek için modifiye edilen klasik yaklaşımlarda ise yine bir yetersizlik gözlenmiştir . Çünkü genel olarak bu yaklaşımlarda sistem modeli hakkında tam ve doğru bilgilere ihtiyaç duyulmaktadır .

Sistemi ayrıklaştırarak durum uzay modeli üzerine non-lineer kontrol uygulamaları da gerçekleştirilmiştir . Burada ise modelleme hatalarının gözardı edilmesi gibi bir sakınca ile karşılaşmıştır .

Kontrolörün performansını geliştirebilmek için modelleme hatalarını da hesaba katmak , bunlara ilave olarak bilinmeyen bozucu etkilerini de gözönüne almak gerekmektedir . Bu amaçla model referans (MRAC) ve kendi kendini ayarlayan regülatör (STR) tarzında adaptif kontrol stratejileri manipölatör sistemine uygulanmıştır .

Bu çalışmalar , sistem model parametrelerinin giriş - çıkış ilişkisine göre on - line kestirim yolu ile elde edilmesine dayanmaktadır . Kontrolör kazançları da modele göre güncellenmektedir . Parametre kestirimi yaklaşımı ile modelleme hataları da minimize edilmeye çalışılmaktadır . Bu çalışmada da görüleceği gibi bilinmeyen bozucu etkilerinin de sisteme dahil edilmesi söz konusu olduğu zaman manipölatörün kontrolü yine (STR) tarzında bir yaklaşımla sağlanabilmektedir .



2.ROBOTİK MANİPÜLATÖRÜN MODELLENMESİ

Robotik manipülatörleri kontrolü , öncelikle hareket denklemlerinin yani dinamik modelinin hassas şekilde elde edilmesine bağlıdır . Dinamik modelleme için çeşitli yöntemler olmakla birlikte bu çalışmada karmaşık sistemlerin modellenmesi açısından uygun bir yöntem olan ve hareket denklemlerinin kapalı formda elde edilebildiği Lagrange - Euler Formülasyonu kullanılacaktır .

Ancak dinamik modellemeye geçmeden önce N adet linkin hareketli eklemlerle birleşmesinden oluşan robotik manipülatörlerin kinematik analizine temel oluşturacak şekilde , komşu linklerin birbirlerine göre konumlarının belirlenmesi esasa dayanarak manipülatör kinematik anlamda modellenecektir . Dinamik model bu yapı esas alınarak oluşturulacaktır .

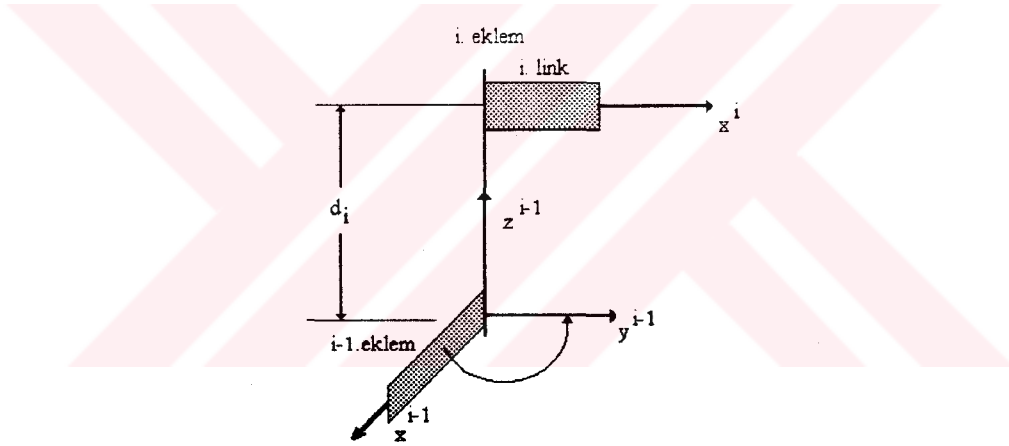
2.1. Manipülatörün Kinematik Yapısı

Bir robotik manipülatör , link olarak tanımlanan rijit kısımların , dönel ya da prizmatik eklemlerle birbirlerine bağlanması ile oluşmaktadır . Her bir eklem - link çifti 1 serbestlik derecesine sahiptir . Dolayısıyla N serbestlik derecesine sahip bir manipülatörün N adet eklem - link çifti vardır ve bunlar manipülatörün destek gövdesine bağlanmış durumdadır . Eklemler ve linkler tabandan ucu doğru 0 'dan N' e kadar numaralandırılır . Örneğin 1. eklem gövde ile 1. link arasındaki eklemdir . Her bir link kapalı bir zincir oluşmaması için en fazla komşu iki link ile bağlantılıdır .

Öncelikle her bir eklem-link çifti kendilerine bağlı bir koordinat sistemi ile

belirlenmelidir. Bu belirlemenin ardından komşu linklerin birbirlerine göre konumlarına geçmek mümkün olmaktadır .

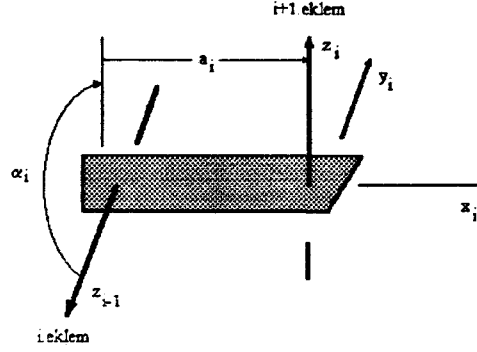
Genel olarak komşu linklerin birbirlerine göre konumlarının tam olarak belirlenebilmesi için gerekli parametreler Şekil - 2.1 ve Şekil - 2.2 ' de gösterilmiştir. Bunlar , θ_i ve d_i parametreleridir ve sırasıyla 'eklem açısı' ve 'eklem mesafesi' olarak isimlendirilir . Burada ilk parametre olan θ_i , x_{i-1} ile x_i eksenlerinin paralel hale gelmesini sağlayan z_{i-1} eksenini etrafındaki dönme açısı olarak tanımlanır . İkinci eklem parametresi d_i ise x_{i-1} ile x_i eksenlerinin kesişmesini sağlayan z_{i-1} eksenini boyunca öteleme mesafesi olarak tanımlanır . Her bir eklem için bu parametrelerden biri sabit iken diğeri değişken durumundadır . Değişken parametre eklem tipine bağlıdır .



Şekil 2.1. Eklem Parametreleri

Birbirini takip eden eklemler birbirlerine linklerle bağlı olduklarından , birbirlerine göre konum ve oriyantasyonlarını belirleyen parametreler link parametreleri olarak isimlendirilir . Şekil - 2.2' de i ile $(i + 1)$ eklemlerinin bağlantısı gösterilmektedir . İlk link parametresi a_i link uzunluğu olarak isimlendirilir ve z_{i-1} ekseninin z_i eksenini ile kesişmesini sağlayan x_i eksenini boyunca öteleme mesafesi olarak tanımlanır . İkinci link parametresi α_i link burkulma açısı olarak

isimlendirilir ve z_{i-1} ile z_i eksenlerinin paralel olmasını sağlayan x_i eksenini etrafındaki açı olarak tanımlanır.



Şekil 2.2. Link Parametreleri

Manipülator parametrelerinin eklem tiplerine göre durumları Tablo 2-1’de verilmiştir.

Tablo 2.1 Kinematik Parametreler

Parametreler	Sembol	Dönel	Prizmatik
Eklem Açısı	θ	Değişken	Sabit
Eklem Mesafesi	d	Sabit	Değişken
Link Uzunluğu	a	Sabit	Sabit
Burulma Açısı	α	Sabit	Sabit

Eklem koordinat eksenlerinin atanması için Denavit - Hartenberg (1955) tarafından sistematik bir notasyon öngörülmüştür. Bu atamalar aşağıdaki kurallar çerçevesinde yapılmaktadır [1]:

- 1 - z_{i-1} eksenini i . eklem hareket eksenini boyunca yer alır.
- 2 - x_i eksenini z_{i-1} ve z_i eksenlerine normaldir.
- 3 - y_i eksenini sağ el kuralına göre belirlenir.

Bu belirlemeler sonucunda (4×4) homojen transformasyon matrisi oluşturularak komşu koordinat sistemleri arasındaki transformasyon

gerçekleştirilir. ${}^{i-1}A_i$ komşu iki koordinat sistemi arasındaki transformasyonu sembolize etmek üzere ,

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

olarak elde edilir [2]

Yukarıdaki yaklaşım sonucunda N serbestlik dereceli bir manipülatör için 0T_i , i. koordinat sisteminin taban koordinat sistemine göre homojen transformasyon matrisini göstermek üzere ,

$${}^0T_i = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{i-1}A_i = \prod_{j=1}^i {}^{j-1}A_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

şeklinde zincir bir çarpımla belirlenir .

Yine homojen transformasyon yolu ile i. ekleme göre koordinatları ${}^i r_i = [x_i \ y_i \ z_i \ 1]^T$ olan bir noktanın taban koordinat sistemine göre koordinatları ise ,

$${}^0r_i = {}^0T_i {}^i r_i \quad (2.3)$$

olarak belirlenmektedir .

2.2. Lagrange - Euler (L -E) Formülasyonu

Denavit - Hartenberg koordinat gösterimi ile birlikte (L - E) formülasyonunun uygulanması , manipülatör hareket denklemlerinin uygun ve kompakt bir şekilde elde edilmesini sağlayacaktır .(L - E) eşitliğinin genel ifadesi ,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

dir . Burada ,

L = Lagranjien fonksiyonu = $K-P$

K = Manipülâtörün toplam kinetik enerjisi

P = Manipülâtörün toplam potansiyel enerjisi

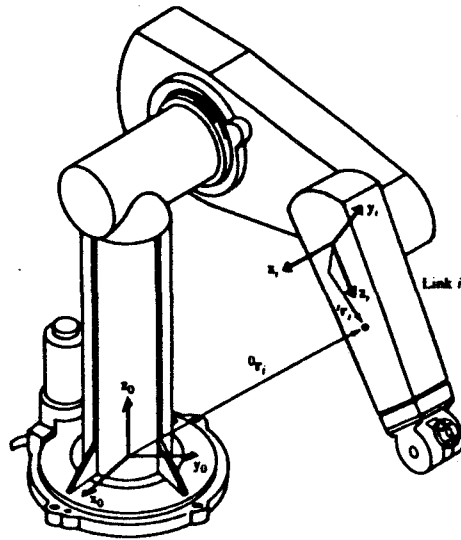
q_i = Manipülâtörün genelleştirilmiş koordinatları

$\dot{q}_i$ = Genelleştirilmiş koordinatların birinci zaman türevi

τ_i = i . linki tahrik için sisteme i . eklemden uygulanması gereken genelleştirilmiş kuvvet (ya da moment)

Yöntemin ilk adımı sistemi karakterize edecek genelleştirilmiş koordinatların seçilmesidir . Genelleştirilmiş koordinatlar , bir sistemin , seçilen bir referans koordinat sistemine göre konum ve oriyantasyonunun tam olarak tanımlanmasını sağlayacak koordinatlardır . Eklemlerin açısal ya da doğrusal yer değiştirmeleri , potansiyometre veya kodlayıcılarla kolayca ölçülerek elde edilebileceğinden eklem parametrelerinin genelleştirilmiş koordinatlar olarak seçilmesi uygun olmaktadır . Yani dönel eklemler için $q_i = \theta_i$, prizmatik eklemler için $q_i = d_i$ olmaktadır .

2.2.1. Manipülâtör Eklem Hızları



Şekil 2.3. Manipülâtör Sisteminin Yapısı

(L - E) Formülasyonu için fiziksel sistemin kinetik enerjisine , dolayısıyla da hız büyüklüklerine ihtiyaç vardır . Bu aşamada i. eklem üzerindeki bir noktanın hızı elde edilecektir .(Bkz. Şek.2.3)

${}^i r_i = [x_i \ y_i \ z_i \ 1]^T$ noktasının taban eksen takımına göre koordinatları (2.1) , (2.2) ve (2.3) eşitliklerine göre elde edilebilmekte idi . ${}^i r_i$ noktası ve i. eklem üzerindeki diğer bütün noktalar i. eksen takımına göre hareketsizdirler . Dolayısıyla hızları 0 dır .(${}^i v_i=0$) .

${}^i r_i$ noktasının taban koordinat sistemine göre hızı ,
 ${}^0 r_i = {}^0 A_i {}^i r_i$ olmak üzere ,

$$\begin{aligned} {}^0 v_i &= v_i = \frac{d}{dt} ({}^0 r_i) = \frac{d}{dt} ({}^0 A_i {}^i r_i) \\ &= \dot{{}^0 A_1} {}^1 A_2 \dots {}^{i-1} A_i {}^i r_i + {}^0 A_1 \dot{{}^1 A_2} \dots {}^{i-1} A_i {}^i r_i + \dots + {}^0 A_1 \dots \dot{{}^{i-1} A_i} {}^i r_i + {}^0 A_i \dot{{}^i r_i} \quad (2.5) \\ &= \left(\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 A_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) {}^i r_i \end{aligned}$$

Burada (1) eşitliği uyarınca ${}^{i-1} A_i$ matrisi dönel eklem halinde

$${}^{i-1} A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

prizmatik eklem halinde ise

$${}^{i-1} A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

şeklini alacaktır .

${}^0 A_i$ 'nin q_j ' ye göre türevi Q_i matrisi yardımı ile kolayca hesaplanabilir . [1].

Dönel eklemler için ,

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

olarak , prizmatik eklemler için ise ,

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

olarak tanımlanır . Q_i matrisi yardımı ile ,

$$\frac{\partial^{i-1} A_i}{\partial q_i} = Q_i^{i-1} A_i \quad (2.10)$$

olarak elde edilebilmektedir . Buradan hareketle , $i=1, 2, \dots, n$ için ,

$$\frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0 A_1 {}^1 A_2 \dots {}^{j-2} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_j \dots {}^{i-1} A_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (2.11)$$

Notasyonları daha da kolaylaştırmak için ,

$U_{ij} \equiv \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j}$ tanımlaması ile ,

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (2.12)$$

olarak yazılabilir . Yine buradan hareketle , r noktasının hızı ,

$$v_i = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j \right) r_i \quad (2.13)$$

olarak elde edilir .

2.2.2. Manipülâtörün Kinetik Enerjisi

Yukarıdaki yaklaşım uyarınca her linkin eklem hızlarının elde edilmesinden sonra bu aşamada i.linkin kinetik enerjisi elde edilecektir .

K_i i.eklemin ve dK_i i.link üzerindeki dm kütlesinin taban koordinat sistemine göre kinetik enerjisi olmak üzere ,

$$dK_i = \frac{1}{2} \left(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2 \right) = \frac{1}{2} Tr(v_i v_i^T) dm \quad (2.14)$$

dir . Tr ile matris izi fonksiyonu sembolize edilmektedir . $(Tr A = \sum_{i=1}^n a_{ii})$.

Yukarıda elde edilen hız ifadesi kinetik enerji ifadesinde yerine konursa ,

$$\begin{aligned} dK_i &= \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i U_{ip} \dot{q}_p {}^i r_i \left(\sum_{r=1}^i U_{ir} \dot{q}_r {}^i r_i \right)^T \right] dm \\ &= \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} {}^i r_i {}^i r_i^T U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] dm \\ &= \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} ({}^i r_i {}^i r_i^T dm) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

U_{ij} ve $\dot{q}_i$ i.linkteki kütle dağılımından bağımsızdırlar . Bu durumu gözönüne alarak yapılan entegrasyon sonucunda ,

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left(\int {}^i r_i {}^i r_i^T dm \right) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \quad (2.16)$$

Parantez içerisindeki integral teriminin i.link üzerindeki noktaların eylemsizlikleri olduğu görülmektedir . I_{ij} eylemsizlik tensörü olmak üzere ,

$$J_i = \int {}^i r_i {}^i r_i^T dm = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir . Burada ${}^i r_i = \begin{bmatrix} \overline{x_i} & \overline{y_i} & \overline{z_i} & 1 \end{bmatrix}^T$ i.linkin kütle merkezidir .

Sonuç olarak manipülatörün toplam kinetik enerjisi K , şu şekilde elde edilecektir :

$$\begin{aligned} K &= \sum_{i=1}^n K_i = 1/2 \sum_{i=1}^n Tr \left(\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_p J_i U_r^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right) \\ &= 1/2 \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i (Tr(U_p J_i U_r^T) \dot{q}_p \dot{q}_r) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Skaler bir büyüklüktür .

2.2.3.Manipülatörün Potansiyel Enerjisi

P manipülatörün toplam potansiyel enerjisini , P_i , ise i.linkin potansiyel enerjisini simgelemek üzere :

$$P_i = -m_i g \left({}^0 A_i {}^i \overline{r_i} \right) \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (2.19)$$

yazılabilir ve buradan toplam potansiyel enerji ,

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n -m_i g \left({}^0 A_i {}^i \overline{r_i} \right) \quad (2.20)$$

olarak elde edilir . Burada $g = (g_x \ g_y \ g_z \ 0)$ taban koordinat sistemine göre belirlenmiş yerçekimi vektörüdür .

2.2.4.Manipülatörün Hareket Denklemleri

Elde edilen kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri kullanarak $L=K-P$ lagranjien fonksiyonu

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i (Tr(U_{ij} J_i U_{ji}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k) + \sum_{i=1}^n m_i g ({}^0 A_i {}^i \bar{r}_i) \quad (2.21)$$

şeklinde oluşturulur ve (2.4) nolu eşitlikte yerine yazılırsa sonuç olarak $i=1,2,...,n$ olmak üzere ,

$$\tau_i = \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j Tr(U_{jk} J_j U_{ji}^T) \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j Tr(U_{jkm} U_j U_{ji}^T) \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=i}^n m_j g U_{ji}^T \bar{r}_j \quad (2.22)$$

eşitliği elde edilir Böylece , . n serbestlik dereceli bir robotik manipülatörün hareket denklemleri daha basit bir formda

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + c_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2.23)$$

ya da matris formunda ,

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t)) \quad (2.24)$$

olarak elde edilmiş olur . Burada ,

$\tau(t)$ = i.ekleme etkiyen (nx1) genelleştirilmiş moment

$q(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem değişkenleri vektörü

$\dot{q}(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem hızları vektörü

$q(t)$ = Manipülatörün (nx1) eklem ivmeleri vektörü

$D(t)$ = (nxn) eylemsizlik matrisi

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n Tr(U_{jk} J_j U_{ji}^T) \quad i,k=1,2,\dots,n \quad (2.25)$$

$h(q, \dot{q})$ = (nx1) nonlinear koriolis merkezkaç kuvvet vektörü

$$h(q, \dot{q}) = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T \quad (2.26)$$

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.27)$$

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n Tr(U_{jkm} J_j U_{ji}^T) \quad i,k,m=1,2,\dots,n \quad (2.28)$$

$c(q)$ = (nx1) yerçekimi etki vektörü

$$c(q) = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T \quad (2.29)$$

$$c_i = \sum_{j=i}^n m_j g U_{ji}^j \bar{r}_j \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.30)$$

olarak ifade edilebilir [2].

2.2.5.Manipülatörün Durum Uzay Modeli

Manipülatörün karmaşık ve non-lineer yapısının hesaplama etkinliğini önemli ölçüde etkilemesi dolayısıyla L-E formunda elde edilmiş olan dinamik modelin durum uzay formuna dönüştürülmesi hesaplama kolaylığı ve etkinliği açısından daha avantajlı olmaktadır . Bundan dolayı bu bölümde manipülatörün dinamik simülasyonuna temel oluşturacak olan durum uzay formuna dönüşümü sağlanacaktır .

İlk aşamada durum değişkenlerinin seçilmesi gereklidir . Durum değişkenleri 2.mertebeden manipülatör dinamiği açısından fiziksel anlam da içeren eklem değişkenleri ve hızları olarak seçilecektir . Yani durum değişkenleri her bir link için $q(t)$ ve $\dot{q}(t)$ olacaktır . Bu durumda durum değişkenleri vektörü,

$$[x] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{2n-1} \ x_{2n}]^T = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dots \ \dot{q}_n]^T \quad (2.31)$$

olarak yazılabilir .

(19) nolu eşitlikten yararlanarak hareket denklemi,

$$\ddot{q} = D^{-1}(\tau - h - c) \quad (2.32)$$

şeklinde yazılacak olursa ,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dots & \dot{x}_{2n-1} & \dot{x}_{2n} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{2n-1} & x_{2n} \end{bmatrix}^T \quad (2.33)$$

olmak üzere manipülatörün durum uzay modeli ,matris formda ,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} = M \quad (2.34)$$

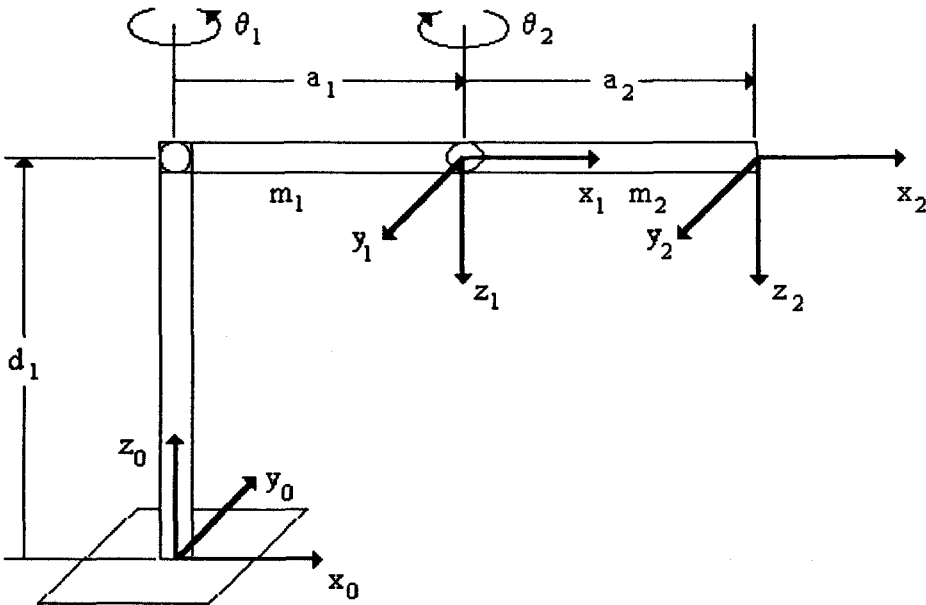
olarak yazılabilir . Buradaki M matrisi (32) nolu eşitlikten yararlanarak şöyle elde edilir

$$M = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{2n} \\ (D^{-1})_{11}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{12}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{1n}(\tau_n - h_n - c_n) \\ (D^{-1})_{21}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{22}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{2n}(\tau_n - h_n - c_n) \\ \vdots \\ (D^{-1})_{n1}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{n2}(\tau_2 - h_2 - c_2) + \dots + (D^{-1})_{nn}(\tau_n - h_n - c_n) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Yukarıdaki yaklaşımla manipülâtörün nonlinear durum uzay modeli elde edilmektedir . Bir sonaki aşamada gerçekleştirilecek olan manipülâtörün dinamik simülasyonu bu model esas alınarak yapılacaktır [1].

2.2.6.Örnek Uygulama

Bu çalışmada yaklaşımın uygulaması olarak 2 serbestlik dereceli bir manipülâtör seçilmiştir (Şek.2.4) .



Şekil 2.4 : İki eksenli düzlemsel bir manipülâtör

2.19 no'lu eşitlikten yararlanarak manipülatörün hareket denklemleri şu şekilde elde edilir :

$$\tau_1 = \left(\left((m_1/3) + m_2 \right) a_1^2 + m_2 a_1 a_2 C_2 + (m_2/3) a_2^2 \right) \ddot{q}_1 - \left((m_2/2) a_1 a_2 C_2 + (m_2/3) \ddot{q}_2^2 \right) - a_1 a_2 S_2 \left(m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + (m_2/2) \dot{q}_2^2 \right) \quad (2.36)$$

$$\tau_2 = - \left((m_2/2) a_1 a_2 C_2 + (m_2/3) \ddot{q}_2^2 \right) \ddot{q}_1 + (m_2/3) a_2^2 \ddot{q}_2 + (m_2/2) a_1 a_2 S_2 \dot{q}_1^2 \quad (2.37)$$

2.25 ve 2.27 eşitliklerinden faydalanarak manipülatörün D(2x2) eylemsizlik matrisi ve h(2x1) merkezkaç ve koriolis vektörü şu şekilde yazılabilir :

$$D(q) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad \text{olmak üzere}$$

$$\begin{aligned} D_{11}(q) &= \left(\left((m_1/3) + m_2 \right) a_1^2 + m_2 a_1 a_2 C_2 + (m_2/3) a_2^2 \right) \\ D_{12}(q) &= - \left((m_2/2) a_1 a_2 C_2 + (m_2/3) a_2^2 \right) \\ D_{21}(q) &= D_{12}(q) \\ D_{22}(q) &= (m_2/3) a_2^2 \end{aligned} \quad (2.38a,b,c,d)$$

ve

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T \quad \text{olmak üzere}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= -a_1 a_2 S_2 \left(m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + (m_2/2) \dot{q}_2^2 \right) \\ h_2 &= (m_2/2) a_1 a_2 S_2 \dot{q}_1^2 \end{aligned} \quad (2.39a,b)$$

olarak yazılabilir . Bu manipülatör için yerçekimi etki vektörü manipülatörün yapısı gereği ,

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.40)$$

olmaktadır .Sonuç olarak manipülatörün durum uzay modeli

$$[x] = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [q_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T \quad (2.41)$$

olmak üzere

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ (D^{-1})_{12}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{12}(\tau_2 - h_2 - c_2) \\ (D^{-1})_{21}(\tau_1 - h_1 - c_1) + (D^{-1})_{22}(\tau_2 - h_2 - c_2) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

olarak elde edilir [1].

3.KONTROL

Manipülâtör dinamiğinin karmaşık ve nonlinear yapısı dolayısıyla uygulanan kontrol stratejisi istenen performansın elde edilebilmesi açısından klasik stratejiler yerine adaptif tarz stratejilerin kullanılması daha uygun olacaktır . Çünkü manipülâtörler için hassas bir modellemenin yapılamayabilmesi ve manipülâtör yüklerinin değışkenlik göstermesi söz konusudur .

Bu bölümde önceki bölümde kinematik ve dinamik anlamda belirlenen manipülâtörün konum kontrolü gerçekleştirilecektir . Kontrol stratejisi olarak ‘kendi kendini ayarlayan regülâtör (STR) yaklaşımı kullanılacaktır .

3.1.Kendi Kendini Ayarlayan Regülâtörler (STR)

Giriş - çıkış ilişkisine dayalı modeller , sistem davranışlarının analiz ve kontrolünde kullanılabilir . Bir sistemin modelini fiziksel özelliklere dayalı analitik yaklaşımlarla elde etmek mümkün olsa da bu kimi hallerde oldukça karmaşık ve güç olmaktadır . Dolayısı ile modellemenin , sisteme uygun olarak kabul edilmiş basit bir modelin , model parametrelerinin sistem giriş - çıkış bilgilerine dayalı olarak elde etmek yolu ile gerçekleştirilmesi bu tip durumlarda daha avantajlı olabilmektedir .

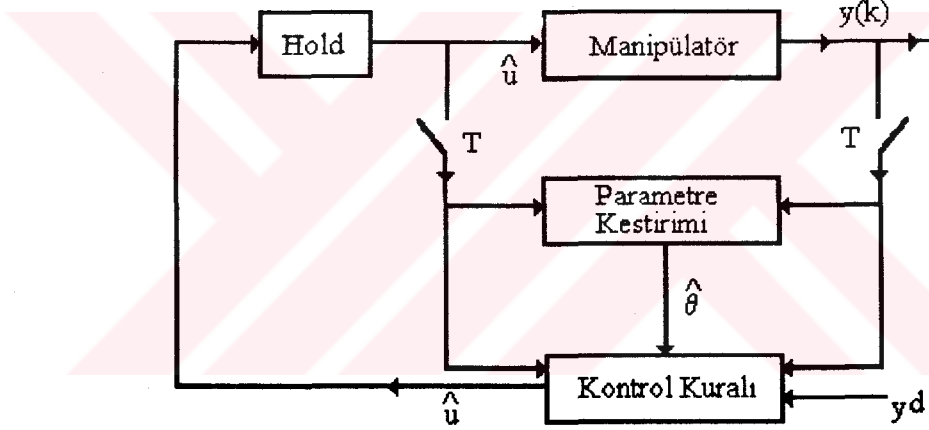
Çeşitli parametre kestirim (PE) yöntemleri kullanılarak off - line ya da on - line olarak optimum model parametrelerinin elde edilmesi mümkün olmaktadır . Sistem kontrolör dizaynı da bu optimum model üzerine kontrolör kuralının uygulanması yolu ile gerçekleştirilebilmektedir . Kontrol kuralı amaca uygun bir

performans kriterinin minimize edilmesi ya da istenen performansa uygun şekilde pol ataması (özdeğer ataması) şeklinde ifade edilebilir .

Kontrolör , başlangıçta parametreleri bilinmeyen modele dayalı olarak çalışacaktır . Kestirim algoritması aracılığı ile doğru model parametre değerlerine yakınsama olayı gerçekleşince otomatik olarak (kendiliğinden) doğru kontrolör kazançlarına ulaşılmış olacaktır . Bu özellik , kontrolöre de adımı verdiği üzere ‘kendi kendini ayarlama özelliği’ olarak adlandırılır [5].

3.2. Manipülator Sistemi İçin Kendi Kendini Ayarlayan Kontrolör Dizayını

Yukarıda sözü edilen bilgiler ışığında bir manipülatorün STR kontrolünün genel yapısı Şekil 3-1’de gösterildiği gibi olmaktadır .



Şekil 3.1. Manipülator Sistemi İçin STR

Kararlı stokastik bozucu içeren sistemlerin (STR) kontrolü üzerinde farklı yaklaşımlarla pek çok çalışma yapılmıştır . Özellikle servo - izleme sistemleri için pol atamalı STR (PASTR) oldukça uygun bir yaklaşım olmaktadır . Çünkü Kapalı çevrim sisteminin geçici cevabı kapalı çevrim pollerinin uygun konumlara yerleştirilmesi ile etkin şekilde kontrol edilebilmektedir .

3.3. Geri Beslemeli PASTR İçin Durum Uzay Modeli Yaklaşımı

STR algoritmaları çoğunlukla transfer fonksiyonu temelli modeller için geliştirilmiştir . Birden fazla bozucu kaynağına sahip sistemlerde bu tip model PE

açısından yeterince uygun olmamaktadır .Bu çalışmada kullanılan yaklaşımda ise STR algoritması daha önce elde edilmiş olan ayrık zamanlı durum uzay modeli üzerine kurulacaktır . Yaklaşım doğrultusunda öncelikle sistemin durum kestirimi (SE) ve PE için bir algoritma oluşturulacak , daha sonra durum geri beslemesi yolu ile PASTR uygulanacaktır .

3.3.1.. Ortak PE ve SE Algoritması

Durum geri beslemeli PASTR kontrol algoritmasının elde edilebilmesi için sistem parametrelerine ve sistem durumlarına ihtiyaç vardır . Kalman Filtresi (KF) yaklaşımı ile [4] dinamik sistem durumları optimal olarak kestirilebilir . Bununla birlikte Kalman kazancının bulunabilmesi için öncelikle sistem parametrelerinin kestirilmesi gerekmektedir .

Sistem PE Ardışık En Küçük Kareler (RLS) yöntemine göre gerçekleştirilmektedir .Bu PI metodunun uygulandığı sistem modeli ARMA tipindedir . Durum uzay modellenli sistemlerde bu metodu kullanabilmek için genel durum uzay eşitliği Durum Uzay Innovation (SSI) formunda yeniden ifade edilir . Daha sonra ARMA modeline dönüştürülebilen ‘Gözlenebilir Kanonik Form’a (OCF) transform edilir .

Bu çalışmada kontrolör , manipülatörün her bir eklemi ayrı bir sistem olarak kontrol edilecek şekilde yani bağımsız eklem kontrolü uygulanacak şekilde tek giriş tek çıkışlı bir sistem (SISO) için elde edilmiştir . Manipülatörün konum kontrolü , her bir eklemin kendi üzerine bağlı hareketli eksen takımına göre gerçekleştirilecektir. Yani her bir eklemin , kendileri için verilen referans yörüngeleri mümkün olduğunca az hata ile takip etmesi sağlanmaya çalışılacaktır .

Bir SISO modelin genel ayrık zamanlı durum uzay denklemi gösterimi ,

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= C^T x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3.1.a, 3.1.b)$$

olarak verilebilir . Burada ,

$x(k) = (n \times 1)$ durum vektörü ,

$y(k)$ = sistem çıkışı ,

$u(k)$ = sistem girişi ,

$A = (n \times n)$ sistem matrisi ,

$B, C = (n \times 1)$ vektörler ,

$w(k) = E(w(k)) = 0$ ortalamalı beyaz gürültü ,

$v(k) = E(v(k)) = 0$ ortalamalı beyaz gürültü ,

T = Transpoz .

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1) + K(k)e(k-1) \quad (3.2.a)$$

$$y(k) = Cx(k) + e(k) \quad (3.2.b)$$

$\hat{x}(k) = x(k)$ 'nın kestirimi ,

$e(k)$ = innovesm proses (Bu da bir beyaz gürültüdür ($E(e(k)) = 0$)

3.2 nolu eşitlikler ile modellenen sistemin gözlenebilir olduğu varsayımı ile koordinat transformasyonu uygulanırsa ,

$$\hat{x}(k) = H \hat{x}_0(k) \quad (3.3)$$

olmak üzere ,

$$H^{-1} = H_2^{-1} H_1$$

$$H_1 = [C \quad A^T C \quad \dots \quad (A^{(n-1)})^T C]^T \quad (3.4.a, b, c)$$

$$H_2^{-1} = [C_0 \quad A_0^T C_0 \quad \dots \quad (A_0^{(n-1)})^T C_0]^{-T}$$

elde edilir . Burada ,

$$A_0 = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = H^{-1} A H$$

(3.5.a , b)

$$C_0 = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

OCF dönüşümü sonucunda model şu şekli alır :

$$\begin{aligned}\hat{x}_0(k) &= A_0 \hat{x}_0(k-1) + B_0 u(k-1) + K_0(k)e(k-1) \\ y(k) &= C^T_0 \hat{x}_0(k) + e(k)\end{aligned}\quad (3.6.a, b)$$

Modelin diğer matrisleri H transformasyon matrisi yardımı ile ,

$$\begin{aligned}B_0 &= H^{-1}B = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]^T \\ K_0(k) &= H^{-1}K(k) = [k_1(k) \quad k_2(k) \quad \dots \quad k_n(k)]^T\end{aligned}\quad (3.7.a, b)$$

z^{-1} geriye kaydırma operatörü olarak tanımlanırsa durum kestirimi ve sistem çıkışı gözlenebilir kanonik koordinatlarda ,

$$\hat{x}_0(k) = (I - A_0 z^{-1})^{-1} [B_0 z^{-1} u(k) + K_0(k) z^{-1} e(k)] \quad (3.8.a, b)$$

$$y(k) = C_0^T (I - A_0 z^{-1})^{-1} B_0 z^{-1} u(k) + (1 + C_0^T (I - A_0 z^{-1})^{-1} K_0(k) z^{-1}) e(k)$$

olarak yazılır .

(3.6.a ,b) nolu eşitlikten yararlanarak ,

$$C_0^T (I - A_0 z^{-1})^{-1} B_0 = \frac{b(z^{-1})z}{a(z^{-1})} \quad (3.9.a, b)$$

$$1 + C_0^T (I - A_0 z^{-1})^{-1} K_0(k) = \frac{d(z^{-1})z}{a(z^{-1})}$$

olarak yazılabilir . Burada $a(z^{-1})$, $b(z^{-1})$, $d(z^{-1})$ sırasıyla sistem dinamik polinomu , giriş dinamik polinomu ve gürültü dinamik polinomu olarak isimlendirilirler ve şu şekilde tanımlanırlar :

$$\begin{aligned}a(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \\ b(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}\end{aligned}\quad (3.10.a, b, c)$$

$$\begin{aligned}d(z^{-1}) &= 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_n z^{-n} \\ d_i &= a_i + k_i(k) \quad i = 1, \dots, n\end{aligned}\quad (3.10.d)$$

3.9 nolu eşitlikler 3.8.b nolu eşitlikte yerine yazılarak ,

$$a(z^{-1})y(k) = b(z^{-1})u(k) + d(z^{-1})e(k) \quad (3.11)$$

elde edilir . Son elde edilen eşitlik sistemin gözlenebilen kanonik formunu ARMA gösterimine dönüştürmüş olur .

Eğer 3.10 nolu eşitlikteki sistem parametreleri biliniyorsa Kalman kazancı 3.10.d nolu eşitlikten elde edilebilir ve sonuç olarak sistem durumları 3.6.a nolu eşitlik üzerinden kestirilebilir .Yani eğer sistem parametreleri bilinmiyor ise , sistem durumları kestirilmeden önce PE gerçekleştirilmelidir . $a(z^{-1})$, $b(z^{-1})$, $d(z^{-1})$ polinomlarının katsayıları A_0 , B_0 , $K_0(k)$ nın elemanlarına karşılık geldiğinden 3.11 nolu eşitliğe dayanarak yapılan PE, 3.6.a eşitliğine dayalı PE ya karşılık gelmektedir [9].

3.3.2.En küçük Kareler (LS) Yöntemi İle Parametre Kestirimi

3.11 nolu eşitlik ,

$$y(k) = \theta_o' \varphi(k-1) + e(k) \quad (3.12)$$

olarak yazılabilir . Burada ,

$$\begin{aligned} \theta_o &= [a_1 \quad a_{21} \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n \quad d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_n]^T \\ \varphi(k-1) &= [-y(k-1) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-1) \quad \dots \quad e(k-1) \quad \dots \quad e(k-n)]^T \end{aligned} \quad (3.13.a,b)$$

olmaktadır .

3.12 ve 3.13 nolu eşitliklerden anlaşıldığı üzere model parametrelerinin kestirimi için model çıkışları ile gerçek sistem çıkışları arasındaki farkı minimize edecek ideal halde ise sıfırlayacak bir kriter seçimi gereklidir . Bu çalışmada , bunun için en uygun yaklaşımlardan biri olan , modelin gerçek sistemle uyum kriteri olarak model çıkışları ile gerçek sistem çıkışları arasındaki farkın kuadratik bir fonksiyonunu seçmektir . Bu fonksiyon için en çok tercih edilen bir seçim hata karelerinin ortalamasıdır .

$$E(\theta) = 1/(N+1) \sum_{k=n}^{n+N} e^2(k) \quad (3.14)$$

3.12 nolu eşitlikten minimize edilecek hata ifadesi 3.14 nolu eşitlikte yerine yazılacak olursa ,

$$\begin{aligned}
 E(\theta) &= 1/(N+1) \sum_{k=n}^{n+N} [y(k) - \phi^T(k-1)\theta]^2 \\
 &= 1/(N+1) \{ [y(n) - \phi^T(n-1)\theta]^2 + \dots + [y(n+N) - \phi^T(n+N-1)\theta]^2 \}
 \end{aligned}
 \quad (3.15)$$

sonucuna ulaşılır . 3.15 nolu eşitlik Euklidean formda ifade edilecek olursa ,

$$E(\theta) = 1/(N+1) \left\| \begin{bmatrix} y(n) - \phi^T(n-1)\theta \\ \vdots \\ y(n+N) - \phi^T(n+N-1)\theta \end{bmatrix} \right\|^2
 \quad (3.16)$$

yazılabilir . 3.16 nolu eşitlik yeniden düzenlenecek olursa ,

$$\begin{aligned}
 E(\theta) &= 1/(N+1) \left\| \begin{bmatrix} y(n) \\ \vdots \\ y(n+N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi^T(n-1)\theta \\ \vdots \\ \phi^T(n+N-1)\theta \end{bmatrix} \right\|^2 \\
 &= 1/(N+1) \|Y(n+N) - S(n+N-1)\theta\|^2
 \end{aligned}
 \quad (3.17)$$

olarak yazılabilir . Burada ,

$$Y(n+N) = [y(n) \quad y(n+1) \quad \dots \quad y(n+N)]$$

$$S(n+N-1) = \begin{bmatrix} \phi^T(n-1) \\ \phi^T(n) \\ \vdots \\ \phi^T(n+N-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} y(n-1) & \dots & y(0) & u(n-1) & \dots & u(-1) & 1 \\ y(n) & \dots & y(1) & u(n+1-1) & \dots & u(1-1) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(n+N-1) & \dots & y(N) & u(n+N-1) & \dots & u(N-1) & 1 \end{bmatrix}
 \quad (3.18)$$

$E(\theta)$ ifadesinin minimize edilebilmesi için 3.17 nolu eşitliğin θ 'ya yani parametre vektörüne göre türev alınmalıdır . Bu türev işlemi sonucunda ,

$$\hat{\theta} = [S^T(n+N-1)S(n+N-1)]^{-1} S^T(n+N-1)Y(n+N) \quad (3.19)$$

elde edilir . Burada elde edilen $\hat{\theta}$ parametre vektörü hata kriterini minimize eden parametre vektörü olmaktadır . Eldevedilen bu parametre değerine karşılık gelen hata kriteri ise ,

$$E(\hat{\theta}) = 1/(N+1) \sum_{k=n}^{n+N} [y(k) - \phi^T(k-1) \hat{\theta}]^2 \quad (3.20)$$

olarak bulunacaktır .

3.19 nolu eşitlik varsaydığımız modelin çıkışları ile gerçek sistem çıkışlarının en küçük kareler yaklaşımına göre en iyi uyuşumunu temin eden parametreleri belirlemektedir . En son ölçüm $k=n+N$ ile temsil edildiğinden optimum parametre vektörü $\hat{\theta}_{n+N}$ olarak gösterilebilir . $S(n+N-1)$ ve $Y(n)$ vektörü ölçümlere göre teşkil edildikten sonra optimum parametre vektörü elde edilebilmektedir . Yani yöntem off - line olarak parametre kestirimini sağlamaktadır.

3.3.3. Ardışık RLS Yöntemi İle On - Line Parametre Kestirimi

Yukarıda görüldüğü gibi $(n+N)$ ölçüm sonucunda off - line parametre kestirimi gerçekleştirilebilmektedir . Ancak sistem kontrol problemlerinin çözülmesi açısından , kontrol sinyalinin her örnekleme periyodu üretilmesi gerektiği için parametrelerin de her örnekleme periyodunda elde edilmiş sistem giriş - çıkış verilerine göre kestirilmesi gerekmektedir .

$(n+N+1)$ ile tanımlanacak şekilde $(n+N)$. ölçüme ilave olarak yeni bir ölçüm daha yapıldığı varsayılırsa $(y(n+N+1)$, $u(n+N+1))$ yeni parametre değerlerinin elde edilebilmesi için son ölçüm de dahil edilerek bütün geçmiş ölçüm değerlerinin kullanılması gerekecektir . Bu ise yapılabilir olmakla birlikte hesaplama

yöntemi olarak etkin bir yaklaşım olmamaktadır .Bu açıdan en son elde edilen giriş çıkış ikilisi ile en son elde edilen parametre vektörünün güncellenmesi yoluna gitmek yani ardışık bir yöntem kullanmak daha akılcı ve yukarıda sözü edildiği gibi sistem kontrolü açısından daha uygun bir yöntem olacaktır .

3.3.3.1.SISO Model İçin Ardışık RLS Yaklaşımı

Bir SISO model için $2n$ ölçüm yapıldığı varsayılırsa ($N=2n$) ,

$$Y(2n) = S(2n-1)\theta + e(n,2n) \quad (3.21)$$

eşitliği yazılabilir . Burada ,

$e(n,2n) = [e(n) \dots e(2n)]^T$ olmaktadır . $2n$ ölçüm için elde edilen optimum parametre vektörü bu durumda ,

$$\hat{\theta}_{2n} = P(2n)S^T(2n-1)Y(2n) \quad (3.22)$$

olarak yazılabilir . Burada ,

$$P(2n) = [S^T(2n-1)S(2n-1)]^{-1} \quad (3.23)$$

olmaktadır . Yeni bir ölçüm elde edildiğinde ($y(n+N+1)$, $u(n+N+1)$) , model

$$y(2n+1) = \varphi^T(2n)\theta + e(2n+1) \quad (3.24)$$

eşitliğini sağlamaktadır . Bu durumda 3.21 - 3.24 eşitlikleri birleştirilerek yazılacak olursa ,

$$\begin{bmatrix} Y(2n) \\ y(2n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(2n-1) \\ \varphi^T(2n) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} e(n,2n) \\ e(2n+1) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

61 nolu eşitlik uyarınca ($2n+1$) ölçüm için optimum parametre vektörü ,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{2n+1} &= P(2n+1)S^T(2n)Y(2n+1) \\ &= P(2n+1)[S^T(2n-1)\varphi(2n)] \begin{bmatrix} Y(2n) \\ y(2n+1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.23 nolu eşitliğe dayalı olarak ,

$$\begin{aligned} P(2n+1) &= \left\{ [S^T(2n-1)\varphi(2n)] \begin{bmatrix} S(2n-1) \\ \varphi^T(2n) \end{bmatrix} \right\}^{-1} \\ &= [S^T(2n-1)S(2n-1) + \varphi(2n)\varphi^T(2n)]^{-1} \\ &= [P^{-1}(2n) + \varphi(2n)\varphi^T(2n)]^{-1} \end{aligned} \quad (3.27)$$

$P(2n+1)$ matrisi elde edilir . Çok bilinen matris tersi teoreminin uygulanması ile 3.27 nolu eşitlik ,

$$\begin{aligned} P(2n+1) &= [P^{-1}(2n) + \varphi(2n)\varphi^T(2n)]^{-1} \\ &= P(2n) - P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1}\varphi^T(2n)P(2n) \end{aligned} \quad (3.28)$$

olarak ifade edilebilir.

3.28 nolu eşitlik 3.26 nolu eşitlikte yerine yazılacak olursa ,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{2n+1} &= P(2n+1)[S^T(2n-1)Y(2n) + \varphi(2n)y(2n+1)] \\ &= \hat{\theta}_{2n} - P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1}\varphi^T(2n)\hat{\theta}_{2n} + \\ &\quad + P(2n)\varphi(2n)y(2n+1) - P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1} \\ &\quad \varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n)y(2n+1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Son iki terimin birleştirilmesi ile ,

$$\begin{aligned} &P(2n)\varphi(2n)\{I - [\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1}\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n)\}y(2n+1) \\ &= P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1}[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1 - \\ &\quad - \varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n)]y(2n+1) \\ &= P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1}y(2n+1) \end{aligned} \quad (3.30)$$

sonucuna ulaşılır . 3.30 eşitliği 3.29 deyerine yazılırsa ,

$$\hat{\theta}_{2n+1} = \hat{\theta}_{2n} + K(2n)[y(2n+1) - \varphi^T(2n)\hat{\theta}_{2n}] \quad (3.31)$$

olarak elde edilir . Burada ,

$$K(2n) = P(2n)\varphi(2n)[\varphi^T(2n)P(2n)\varphi(2n) + 1]^{-1} \quad (3.32)$$

olmaktadır .

Böylece 3.31 ve 3.32 eşitlikleri yardımı ile $\hat{\theta}_{2n}$ parametre vektörü $(y(2n+1), u(2n+1))$ ölçümü sonucunda $\hat{\theta}_{2n+1}$ olacak şekilde güncelenebilmektedir .

3.31 eşitliğinin son terimi olan $[y(2n+1) - \varphi^T(2n)\hat{\theta}_{2n}]$ ifadesi kestirilen sistem

çıkış değeri ile gerçek çıkış değeri arasındaki farkı ifade etmektedir . Bu fark zamanla değişen bir kazançla çarpılarak yeni parametre vektörü elde edilmektedir .

3.30 , 3.31 ve 3.32 eşitlikleri on - line ardışık RLS algoritmasını vermektedir . Bu

eşitlikler $(2n)$ yerine (k) koyarak ve $\hat{\theta}_k$ terimini $\hat{\theta}(k)$ ile göstererek ,

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + K(k) \left[y(k+1) - \varphi^T(k) \hat{\theta}(k) \right] \\
K(k) &= P(k) \varphi(k) [\varphi^T(k) P(k) \varphi(k) + 1]^{-1} = P(k+1) \varphi(k) \\
P(k) &= P(k-1) - P(k-1) \varphi(k) [\varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k) + 1]^{-1} \varphi^T(k) P(k-1) \\
&= P(k-1) - K(k-1) [\varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k) + 1]^{-1} K^T(k-1)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

olarak elde edilir.

Zamanla değişen sistemler açısından hata kriterinin ,

$$E(\theta) = 1/(N+1) \sum_{k=n}^{n+N} \gamma_i^{N+n-k} e_i^2(k) \tag{3.34}$$

şeklinde seçilmesi daha uygun olacaktır [6]. Burada γ_i unutmama faktörü olarak isimlendirilir ve eski ölçüm değerlerinin hangi tarzda elimine edileceğini belirler .Bu hata kriterine göre ardışık RLS parametre kestirim algoritması benzer şekilde ,

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + P(k) \varphi(k-1) \left[y(k+1) - \varphi^T(k-1) \hat{\theta}(k-1) \right] \\
P(k) &= (1/\gamma) \left[P(k-1) - P(k-1) \varphi(k-1) [\gamma + \varphi^T(k-1) P(k-1) \varphi(k-1)]^{-1} \right. \\
&\quad \left. \varphi^T(k-1) P(k-1) \right]
\end{aligned} \tag{3.36}$$

RLS neticesinde sistem parametreleri elde edilince sistemin durumları şu şekilde tekrar oluşturulur :

$$\hat{x}_0(k) = \hat{A}_0 \hat{x}_0(k-1) + \hat{B}_0 u(k-1) + \hat{K}_0(k) \hat{e}(k-1) \tag{3.37}$$

Burada ,

$$\hat{A}_0(k) = \begin{bmatrix} -\hat{a}_1(k) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\hat{a}_2(k) & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\hat{a}_{n-1}(k) & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\hat{a}_n(k) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{3.38a}$$

$$\hat{B}_o(k) = \begin{bmatrix} \hat{b}_1(k) \\ \hat{b}_2(k) \\ \vdots \\ \hat{b}_{n-1}(k) \\ \hat{b}_n(k) \end{bmatrix} \quad \hat{K}_o(k) = \begin{bmatrix} \hat{d}_1(k) - \hat{a}_1(k) \\ \hat{d}_2(k) - \hat{a}_2(k) \\ \vdots \\ \hat{d}_{n-1}(k) - \hat{a}_{n-1}(k) \\ \hat{d}_n(k) - \hat{a}_n(k) \end{bmatrix} \quad (3.38b, c)$$

$$\hat{e}(k) = y(k) - C_0^T \hat{x}_0(k) \quad (3.38.d)$$

elde edilir .PI algoritması kararlı hale eriştiğinde ,

$\hat{A}_0(k) \rightarrow A_0(k)$, $\hat{B}_0(k) \rightarrow B_0(k)$, $\hat{K}_0(k) \rightarrow K_0(k)$ olur ve dolayısıyla $\hat{x}_0(k)$ ve $\hat{e}(k)$ sırasıyla gözlenebilir kanonik formda sistem durumlarına ve innoveşim prosese yakınsar . 3.35-38 nolu eşitlikler PI ve durum kestirimi algoritmasını verir .

3.4.Stokastik Dinamik Sistemler İçin Durum Geri Beslemeli STR

Sistem PI ve durum kestirimi algoritmasına dayanarak , stokastik dinamik sistemler için STR kontrol algoritması durum geri beslemesi yaklaşımı üzerinden elde edilebilir . Yani kapalı çevrim pollerinin uygun lokasyonlara yerleştirilmesi ile istenen kontrol performansı elde edilebilir . Eğer hızlı izlemeli sistemler amaçlanıyorsa , bütün kapalı çevrim pollerini $z=0$ 'a yerleştirerek pol atamalı kontrolün özel bir hali olan Deat-Beat STR (DB-STR) kontrolü de gerçekleştirilebilir .

3.4.1.Pol Atamalı STR Kontrol

Pol ataması yaklaşımı , dinamik sistemlerin dizaynında , istenen kapalı çevrim özelliklerini elde edebilmek için kullanılan etkin yaklaşımlardan biridir . Sistem parametreleri ve durumları oline olarak kestirilebildiğinden , durum geri

beslemeli pol ataması metodu sistemin kontrolü için kullanılabilir . Buna ilave olarak stokastik kontrol sistemi dizaynı için Ayrılma Teoremine göre , durum geri beslemeli kontrol kurah bozucusuz sistem üzerinden elde edilebilir . Bir başka deyişle , durum geri beslemeli kontrol kurah yalnızca A_0 ve B_0 'a bağlıdır .

3.1 nolu eşitlikten bozucusuz sistemin kontrol edilebilir olduğu varsayımı ile, bu sistem kontrol edilebilir kanonik formda (CCF) şöyle ifade edilebilir [8]:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_c x_c(k) + B_c u(k) \\ y(k) &= C_c^T x_c(k) \end{aligned} \quad (3.39.a, b)$$

Burada ,

$$A_c = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ . & . & \dots & . & . \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40.a, b, c)$$

$$\begin{aligned} B_c &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ C_c &= [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T \end{aligned}$$

Geri beslemeli kontrol kurah şöyle verilebilir :

$$u(k) = r(k) - F_c^T x_c(k) \quad (3.41)$$

Burada $r(k)$ referans giriş ve F_c de geri besleme kazancıdır .

$$F_c \equiv [f_{c1} \ f_{c2} \ \dots \ f_{cn}]^T \quad (3.42)$$

Bu tanımlamalarla kapalı çevri sistemi şu şekilde ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_c x_c(k) - B_c F_c^T x_c(k) + B_c r(k) \\ &= (A_c - B_c F_c^T) x_c(k) + B_c r(k) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Bu durumda kapalı çevrim karakteristik polinomu şöyledir :

$$g_c = \det[zI - A_c + B_c F_c^T] \quad (3.44)$$

$$= z^n + \sum_{i=1}^n (a_i + f_{ci}) z^{n-i}$$

İstenen kapalı çevrim polleri p_i $i = 1, 2, \dots, n$ olsun . Bu durumda istenen kapalı çevrim karakteristik polinomu şöyle verilecektir :

$$g_c(z) = \prod_{i=1}^n (z - p_i) \quad (3.45)$$

$$= z^n + \sum_{i=1}^n \alpha_i z^{n-i}$$

3.44 ve 3.45 nolu eşitliklerin karşılaştırılması ile , geri besleme kazancı ,

$$\alpha_i = a_i + f_{ci} \quad (3.46.a, b)$$

$$f_{ci} = \alpha_i - a_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

olarak elde edilir .

3.41 nolu eşitlik ile verilen kontrol kuralı , kontrol edilebilir kanonik koordinatlarda verilen sistem durumlarını kullanır . Dolayısı ile CCF daki modeli OCF 'adönüştürecek bir transformasyona ihtiyaç duyulmaktadır .

$$\hat{x}_0(k) = T x_c(k) \quad (3.47)$$

transformasyonu tanımlanır . Burada ,

$$T = T_1 T_2^{-1}$$

$$T_1 = [B_0 \quad A_0 B_0 \quad \dots \quad A_0^{n-2} B_0 \quad A_0^{n-1} B_0] \quad (3.48.a, b, c)$$

$$T_2^{-1} = [B_c \quad A_c B_c \quad \dots \quad A_c^{n-2} B_c \quad A_c^{n-1} B_c]$$

3.47 nolu eşitliği 3.41 nolu eşitlikte yerine yazarsak ,

$$u(k) = r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k) \quad (3.49)$$

elde edilmektedir .

Bu durumda kapalı çevrim durumları ve sistem çıkışı geriye kaydırma operatörü kullanılarak ,

$$\hat{x}_0(k) = (I - A_0 - B_0 F_c^T T^{-1}) z^{-1})^{-1} [B_0 z^{-1} r(k) + K_0(k) z^{-1} e(k)] \quad (3.50)$$

$$y(k) = C_0^T (I - A_0 - B_0 F_c^T T^{-1}) z^{-1})^{-1} B_0 z^{-1} r(k) + \\ + (1 + C_0^T (I - A_0 - B_0 F_c^T T^{-1}) z^{-1})^{-1} K_0(k) z^{-1}) e(k)$$

olarak elde edilir . Çeşitli cebirsel işlemler sonucu

$$y(k) = \frac{b(z^{-1})}{a_c(z^{-1})} r(k) + \frac{d_c(z^{-1})}{a_c(z^{-1})} e(k) \quad (3.51)$$

olarak yazılabilir . Burada ,

$$\begin{aligned} a_c(z^{-1}) &= 1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_n z^{-n} \\ d_c(z^{-1}) &= 1 + \delta_1 z^{-1} + \delta_2 z^{-2} + \dots + \delta_n z^{-n} \\ \delta_i &= d_i + f_{di} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (3.52.a, b, c)$$

Burada f_{di} değerleri F_d vektörünün elemanlarıdır . F_d vektörü ise ,
şu şekilde ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} F_d^T &= [f_{d1} \quad f_{d2} \quad \dots \quad f_{dn}] = F_c^T T^{-1} S \\ S &= S_1 S_2^{-1} \\ S_1 &= [B_0 \quad DB_0 \quad \dots \quad D^{n-2} B_0 \quad D^{n-1} B_0] \\ S_2^{-1} &= [B_c \quad D^T B_c \quad \dots \quad (D^T)^{n-2} B_c \quad (D^T)^{n-1} B_c]^{-1} \end{aligned} \quad (3.53.a, b, c, d)$$

Burada ,

$$D = \begin{bmatrix} -d_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -d_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -d_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -d_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

olmaktadır .

İzleyici sistemlerde , kararlı hale ulaşılmca elde edilen çıkışın referans değerine eşit olacaktır . Yani ,

$$E[y(k)] = \frac{b(1)}{a_c(1)} r(k) = r(c) \quad (3.55)$$

Bu durumda kontrol sinyali sonuç olarak şu şekilde üretilebilir :

$$u(k) = K_r r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k) \quad (3.56)$$

Burada ,

$$K_r = \frac{a_c(1)}{b(1)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i}{\sum_{i=1}^n b_i} \quad (b(1) \neq 0) \quad (3.57)$$

referans giriş kazancıdır [9].

3.4.1.1.DB - STR Kontrol

Hızlı izleme sistemi için yapılan kontrol tasarımıda sistem kapalı çevrim pollerinin $z=0$ civarına atanması gereklidir . Bütün kapalı çevrim pollerinin 0 'a atanması özel haline ise DB - Kontrolör adı verilmektedir . Yani DB - STR kontrol stratejisi PASTR stratejisinin özel bir hali olmaktadır . DB halinde bir önceki bölümde elde edilen PASTR kontrol kuralı şu hali alacaktır :

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 0 & i &= 1,2,3,\dots,n \\ F_c &\equiv [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T \end{aligned} \quad (3.58)$$

olacaktır .Buna göre kontrol sinyali ,

$$u(k) = K_r r(k) - F_c^T T^{-1} \hat{x}_0(k) \quad (3.59, 3.60)$$

$$K_r = \frac{1}{b(1)}$$

olarak elde edilecektir .

3.5.PASTR Kontrol Stratejisinin Manipülâtör Sistemine Uygulanması

Robotik manipülâtörler ikinci mertebeden non-lineer dinamik sistemlerdir ($n=2$) . Yukarıda açıklanan kontrol stratejisinin uygulanabilmesi için kontrolör eşitlikleri ikinci mertebe bir sistem için düzenlenmelidir . Sistemin dinamiği bir önceki bölümde modellenmişti . Bu dinamik model kullanılarak sistem çıkışları elde edilebilmektedir . Sistem girişleri olarak ise link bazında , her bir eklem için motorlara uygulanacak olan torklar olmaktadır .Fiziksel parametreleri belirli olan manipülâtörün her bir eklemi için verilen referans yörüngelerini takip edebilmesi için gerekli torklar kontrolör tarafından hesaplanacaktır . Manipülâtör sisteminin ,

kontrol kurah elde edilirken de görüldüğü gibi hem hem de çıkışlarına beyaz gürültü tarzında bozucular etki etmektedir .

Manipulatör sistemleri hızı takip etme (izleme) gereksiniminin yüksek olduğu sistemlerdir . Dolayısı ile bu çalışmada yukarıda elde edilmiş olan PASTR yaklaşımın özel hali DB - STR yaklaşımı uygulanacaktır .

Bir sonraki bölümde ilk bölümde dinamik denklemleri verilmiş olan iki serbestlik dereceli manipulatör için PASTR kontrol stratejisinin uygulanması ile elde edilen simülasyon sonuçları verilecektir .



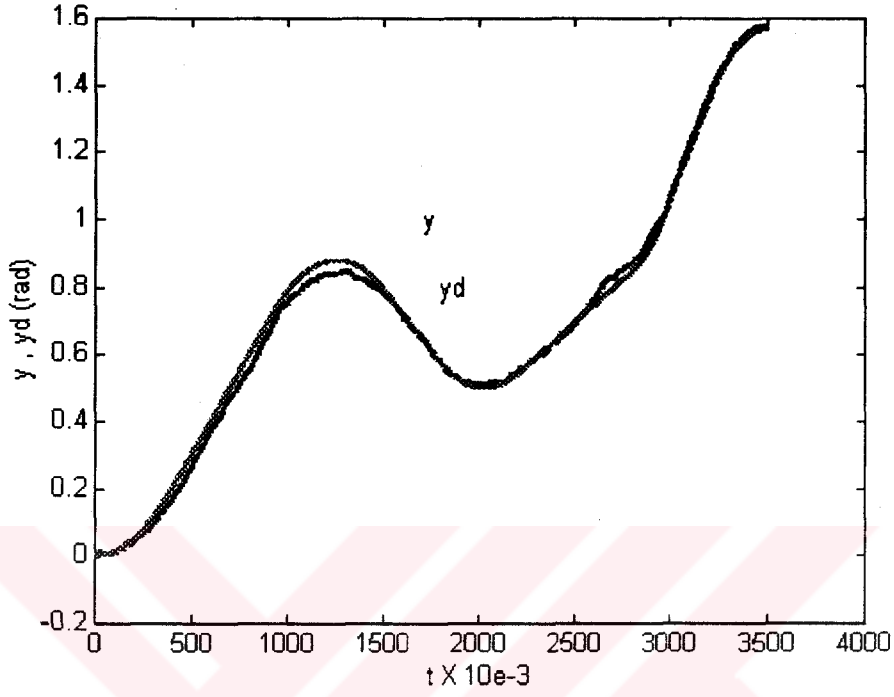
4. SİMÜLASYON

Kontrolörün uygulanması için seçilen manipülatör Şekil 2.4’de görülmektedir . Bu manipülatör için seçilen fiziksel parametreler şu şekildedir :

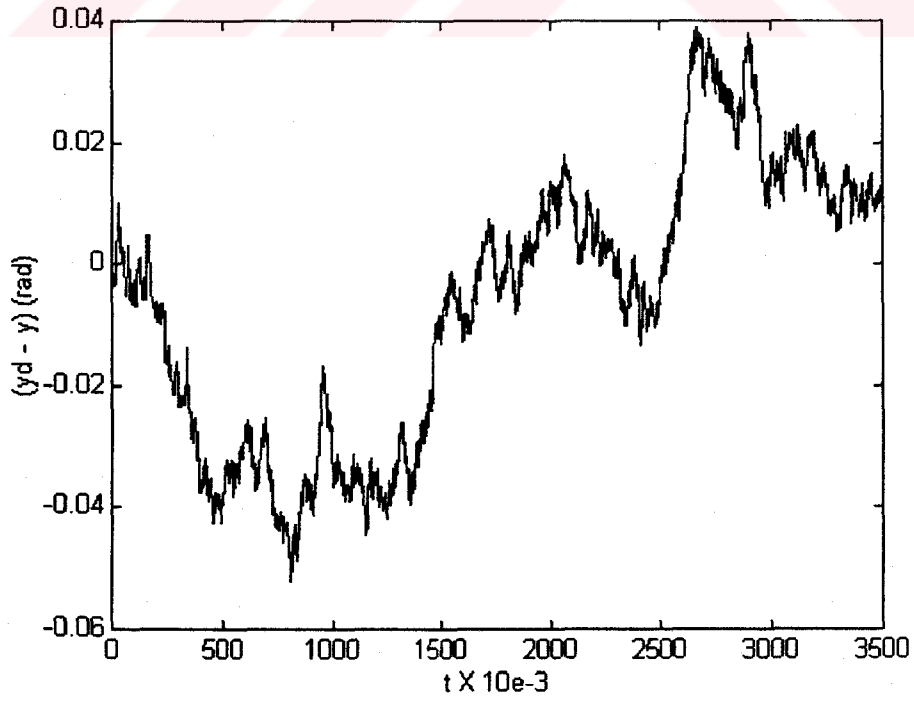
Tablo 4.1.Örnek Manipülatör İçin Fiziksel ve Kinematik Parametreler

EKLEM	d (m)	a (m)	θ	α	m (kg)
1	0	0.5	q	π	0.7
2	0	0.3	q	0	0.5

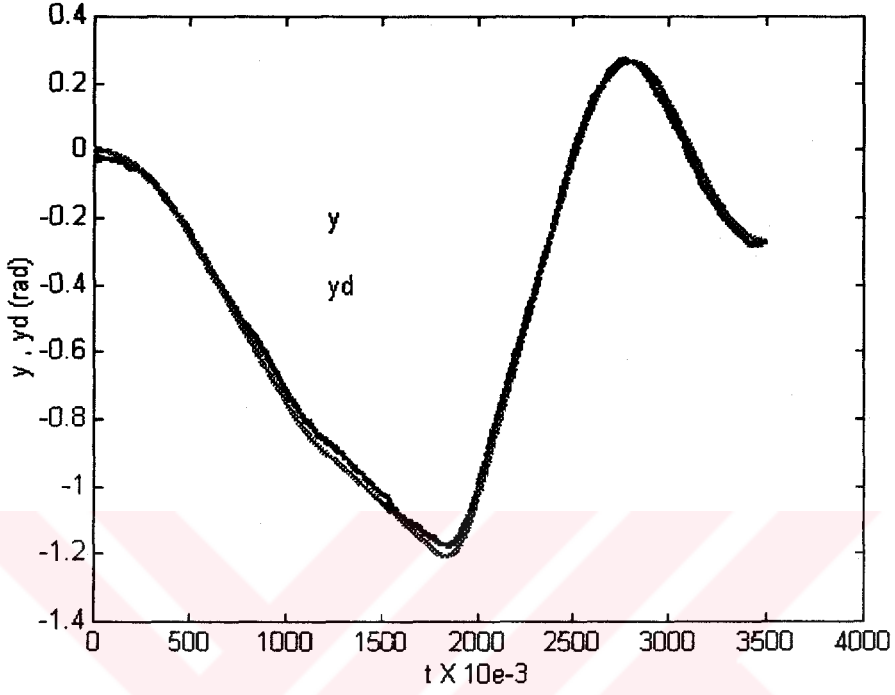
Manipülatörün kontrolü hızlı izleme sistemleri için uygun bir yaklaşım olması dolayısı ile DB -STR yaklaşımı ile gerçekleştirilmiştir . Manipilatürin her bir eklemi için referans yörüngeler üretilmiş ve eklemlerin konum cevapları sistemin dinamik simülasyonu ile elde edilmiştir . Uygulanan bu senaryolara ait simülasyon çalışmasının sonuçları aşağıda verilmektedir .



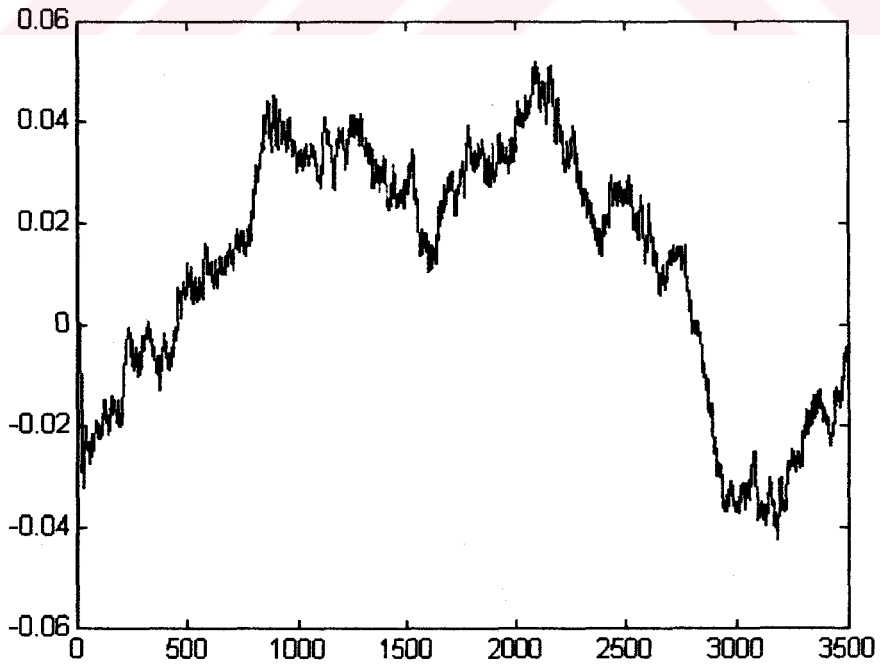
Şekil 4.1. 1. Senaryoda 1.Eklemin Referans ve Gerçek Konum Değerleri



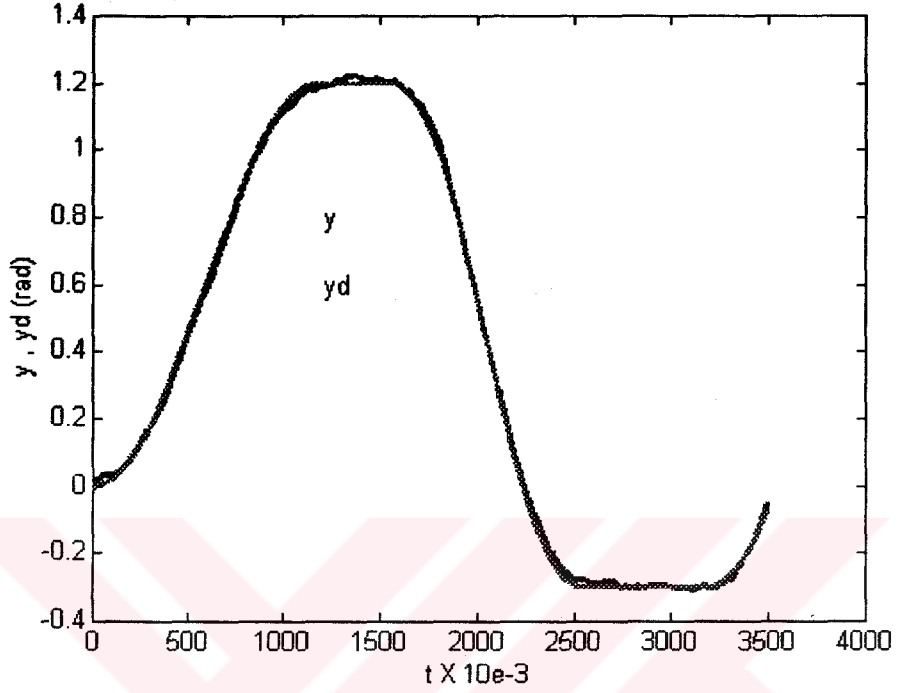
Şekil 4.2. 1. Senaryoda 1. Eklemin Konum Hataları



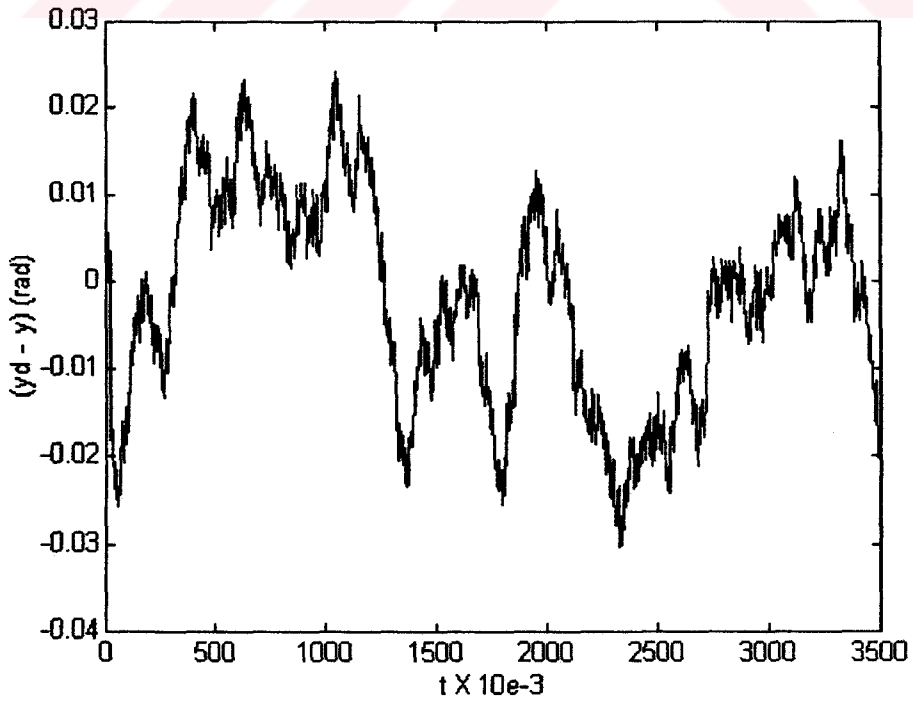
Şekil 4.3. 1. Senaryoda 2.Eklemin Referans ve Gerçek Konum Değerleri



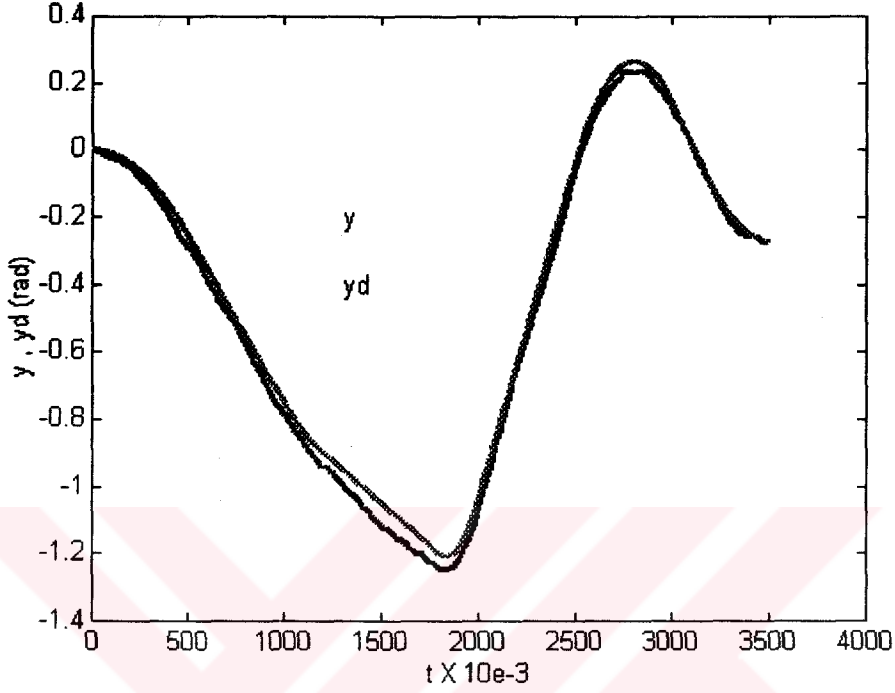
Şekil 4.4. 1. Seneryoda 2. Eklemin Konum Hataları



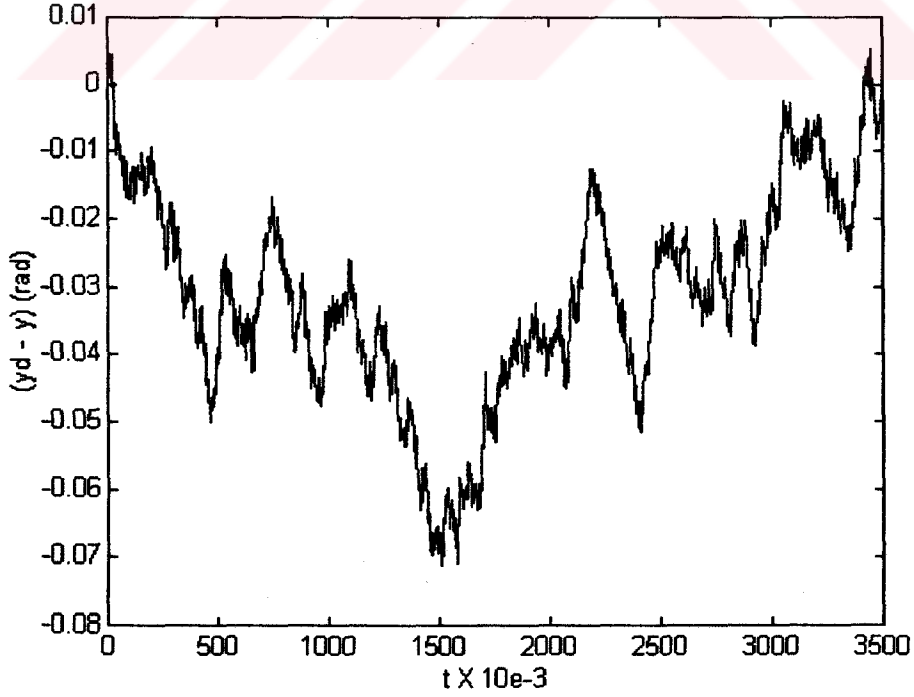
Şekil 4.5. 2 . Senaryoda 1.Eklemin Referans ve Gerçek Konum Değerleri



Şekil 4.6. 2. Seneryoda 1. Eklemin Konum Hataları



Şekil 4.7. 2 . Senaryoda 2.Eklemin Referans ve Gerçek Konum Değerleri



Şekil 4.8. 2. Seneryoda 2. Eklemin Konum Hataları

SONUÇ

Dinamik yapısının karmaşıklığı özellikle serbestlik derecesinin yükselmesi ile artan ve hassas kontrolü için klasik kontrol stratejilerinin istenen düzeyde bir performans sağlayamadığı robotik manipülatörler , bu çalışmada kullanılan stokastik kontrol yaklaşımı ile çok daha etkin ve pratiğe çok daha uygun şekilde kontrol edilebilmektedir .

Özellikle konum kontrolü çalışmaları açısından pol atamalı kontrolün özel bir hali olan deat-beat kontrol stratejisinin uygulanması robotik manipülatör için gerekli hızlı izleme gereksinimini iyi bir performansla temin etmektedir .

Çalışmada kullanılan kontrolörün , birden fazla bozucu kaynağı etkisindeki sistemler açısından etkinliği ve kullanılabilirliği yüksek bir yaklaşım olduğu görülmektedir .

Manipülatör sistemi nonlineer olduğundan, lineer sistem kontrolü yaklaşımı ile her örnekleme periyodunda oluşacak lineerleştirme gereksinimi, bu çalışmada kullanılan STR kontrol stratejisi aracılığıyla sistem modeli, parametre kestirimi ile sürekli güncellendiğinden ortadan kalkmaktadır.

Robot sistemi açısından fiziksel anlam taşıyan durumların (eklem konum ve hızları) , kolay elde edilebilir büyüklükler olması durum geri beslemesi yaklaşımının daha etkin bir şekilde kullanılabilirliğine imkan sağlamaktadır .

Bu çalışmada manipülatörün her bir eklemının bağımsız birer sistem gibi kabul edilip her bir eklem konum referansı için birbirinden bağımsız kontrolör

kullanımı pratikliği açısından avantajlı görünmektedir . Ancak manipölatör sisteminin uç noktasının kontrolü kartezyen koordinatlar bazında (yer referansına göre yapılacak olursa bu durumda manipölatör sistemini SISO (tek giriş - tek çıkış) sistemler bütünü olarak değil bir MIMO (Çok giriş - çok çıkış) sistem olarak düşünmek gerekecektir . Bu da kontrolörün bu amaca uygun olarak modifiye edilmesini gerektirir . Özellikle hızların çok arttığı uygulamalarda linklerin birbirlerine olan etkilerinin (coriolis etkileri) artacağı düşünülürse , kontrolörün bu tarzda dizaynı performans açısından daha avantajlı olacaktır .

Eklemler için konum kontrolü gerçekleştirilirken referans olarak hız üzerinden hareket etmek daha avantajlı olmaktadır . Konum referansı üzerinden kontrolde hızda istenmeyen ve gerçekleşemeyebilen ani değişimler oluşması söz konusu olabilmekte ve bu da konuma yansımaktadır . Hız referansı üzerinden kontrolde ise bozucu etkilerinin büyümesi durumlarında oluşabilecek hatalar nedeniyle , kontrol sinyalinin kalıcı konum hatalarını da minimize edecek şekilde modifiye edilmesi daha iyi bir performans sağlayacaktır .

KAYNAKLAR

- [1] R.J.Schilling , 'Fundamentals Of Robotics' ,Prentice Hall , 1990
- [2] K.S.Fu ,R.C. Gonzalez ,C.S.G Lee 'Robotics' McGraw-Hill ,1987
- [3] Mark W. Spong , M. Vidyasagar , 'Robot Dynamics and Control ,
Willey , 1989
- [4] Lennart Ljung , 'System Identification ' , Prentice Hall , 1987
- [5] P.E.Wellstead , M.B.Zarrop , 'Self-Tuning Systems' ,Willey ,1991
- [6] Karl J. Aström , Bjorn Wittenmark , 'Adaptive Control ' , Addison-
Wesley , 1989
- [7] Shankar Sastry , Marc Bodson , 'Adaptive Control ' , Prentice Hall ,
1989
- [8] Benjamin C. Kuo , 'Automatic Control Systems' , Prentice Hall , 1991
- [9] Yih T. Tsay , Leang S. Shieh , 'State-Space Approach For Self-Tuning
Feedback Control With Pole Assignment ' ,IEE Proc.Vol.128 , 1981

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Konya-Bozkır' da doğdu . İlk , orta ve lise öğrenimlerini aynı ilçede tamamladı . Daha sonra 1987 yılında İ.T.Ü. Makina Mühendisliği Bölümü'nü kazandı . Lisans öğrenimini 1991 yılında Enerji (Isı) dalında iyi derece ile tamamladı . Aynı yıl İ.T.Ü Yüksek Lisans eğitimi Robotik programında lisans üstü eğitime başladı . 1992 yılında İ.Ü. Mühendislik Fak . Makina Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı ve halen bu görevine devam etmektedir .Evli ve bir kız çocuk babasıdır .