

46499

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KİSMİ ARALIKLARLA AKIŞA AÇILMIŞ
YATAY KUYULARIN VERİMLİLİĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Petrol Müh. A. Doğan YILMAZ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :16 Ocak 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Şubat 1995

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Turhan YILDIZ

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Abdurrahman SATMAN

: Doç. Dr. Mustafa ONUR

ŞUBAT 1995

K.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOMINANTION MERKEZİ



ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez çalışması olarak hazırlanan bu çalışmada literatürde görülen bir eksikliğin giderilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmanın, daha sonra yapılacak çalışmalara ışık tutmasını ve Petrol Mühendisi olarak sektörde çalışan meslektaşlarıma faydalı olmasını dilerim.

Bu çalışmanın konusunun belirlenmesinde ve daha sonraki aşamalarındaki ilgilerinden dolayı başta danışmanım Yrd.Doç.Dr. Turhan YILDIZ olmak üzere İ.T.Ü. Petrol Mühendisliği Bölümü öğretim üyeleri ve yardımcılarına teşekkür ederim. Yüksek lisans öğrenimim sırasında burs vererek bana destek olan N.V. TURKSE SHELL şirketine burada ayrıca teşekkür ederim.

Şubat 1995

Abdullah Doğan YILMAZ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	(II)
İÇİNDEKİLER	(III)
SİMGELER	(IV)
ŞEKİL LİSTESİ	(V)
TABLO LİSTESİ	(VI)
ÖZET	(VII)
SUMMARY	(VIII)
1. GİRİŞ	(1)
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	(3)
2.1. Yatay Kuyuların Avantaj ve Dezavantajları	(3)
2.2. Yatay Kuyuların Tamamlanma Şekilleri	(5)
2.3. Yatay Kuyuların Akış Performansı	(6)
3. MATEMATİKSEL MODELİN GELİŞTİRİLMESİ	(14)
4. UYGULAMALAR	(36)
4.1. Tamamıyla Akışa Açılmış Yatay Kuyular İçin Diğer Modellerle Kıyaslama	(36)
4.2. Kısmi Aralıklarla Tamamlanmış Yatay Kuyular İçin Kıyaslama	(38)
SONUÇLAR	(47)
KAYNAKLAR	(48)
EKLER	(50)
EK A SI Metrik Dönüşüm Faktörleri	(51)
EK B Bilgisayar Programı Listesi	(52)
ÖZGEÇMİŞ	(63)

SİMGELER

h	; formasyon kalınlığı
k	; geçirgenlik
L_{pi}	; i. aralığın x yönündeki uzunluğudur
L_w	; yatay kuyunun uzunluğu
q_t	; yatay kuyunun toplam akış debisi
q_i	; i. aralığın kısmi akış debisi
r_w	; kuyu çapı
S	; zar etkisi
w	; kuyunun rezervuar temas alanının yarısı
x	; x yönünde mesafe
x_{pi}	; i. aralığının orta noktasının x yönünde rezervuar dış sınırından olan uzaklığıdır.
x_e	; x yönünde rezervuar sınırının uzunluğu
y	; y yönünde mesafe
y_w	; kuyunun orta noktasının y yönündeki rezervuar dış sınırından ($y=0$) olan mesafesi
y_e	; y yönünde rezervuar sınırının uzunluğu
z	; z yönünde mesafe
z_w	; kuyunun orta noktasının z yönündeki rezervuar dış sınırından ($z=0$) olan mesafesi
μ	; akmaçlık

İNDİSLER

D	; boyutsuz
x,y,z	; x,y,z , doğrultuları

ŞEKİL LİSTESİ

		<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1	Yatay kuyuların tamamlanma şekilleri	(2)
Şekil 3.1	Kısmi aralıklarla akışa açılmış yatay kuyunun ve rezervuarın şeması	(15)
Şekil 4.1	Akışa tamamen açık bir yatay kuyu için farklı çözümlerin kıyaslanması	(41)
Şekil 4.2	Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi grafiği	(42)
Şekil 4.3	Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi Grafiği	(43)
Şekil 4.4	Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi Grafiği	(44)
Şekil 4.5	1. Durumda, farklı penetrasyon oranları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi Grafiği	(45)
Şekil 4.6	Farklı aralık dağılımları için boyutsuz akış basıncı grafiği	(46)

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 4.1 Tamamen akışa açık yatay kuyular için farklı çözümlerin kıyaslanması	(37)
Tablo 4.2 Şekillerin çizilmesinde kullanılan veri setleri	(38)
Tablo 4.3 Farklı aralık dağılımlar için boyutsuz akış basıncı davranışı	(40)

ÖZET

Literatürde yatay kuyuların akış performansı ile ilgili olarak bulunan çalışmaları üçe ayırmak mümkündür: (1) saha tecrübelerine dayanan, belirli bir sahada yapılanları, karşılaşılan problemleri ve bunların çözümlenmesinde izlenen yöntemleri açıklayan rapor niteliğinde çalışmalar; (2) saha davranışını genel olarak canlandırmaya çalışan nümerik simulatörler ve (3) akış performanslarını hesaplamaya yönelik analitik formüller öneren çalışmalar. Bu çalışmada ilk tip çalışmalar üzerinde durulmamıştır. Simulatörler hakkında ise sadece bir kaç örnek verilip analitik modeller üzerinde durulmuştur. Fakat bunların da sadece birkaç yatay kuyuların seçilmiş aralıklarla tamamlanmış olması durumunu gözönüne almaktadır. Ancak bu formüller de içerdikleri karmaşık fonksiyonlar nedeniyle pek kullanışlı değildirler.

Bu çalışmada, kısmi aralıklarla tamamlanmış yatay kuyuların kararlı akış koşullarındaki akış performansı için kullanışlı matematiksel bir model önerilmektedir. Bu formülün çözümünde Fourier serileri ve değişkenlerin ayrımı tekniği kullanılmıştır. Modelin çalışması için akış debisinin açık aralıklara olan dağılımı konusunda bir ön bilgi veya tahmin gerekli değildir. Dikdörtgen prizma şekilli bir rezervuarda, y doğrultusunda rezervuarın tam orta noktasında olması şartıyla, x ve z doğrultularında, herhangi bir noktaya yerleştirilmiş, kısmi aralıklarla tamamlanmış bir yatay kuyunun kararlı akış koşullarındaki akış performansını hesaplamak için bir model türetilmiştir. Rezervuarın alt ve üst sınırları akışa kapalıdır ve bütün yanıl sınırlarda sabit basınç vardır. Yatay kuyu üzerinde N adet akışa açık aralık bulunmaktadır. Bu aralıklar kuyu üzerinde istenildiği gibi dağıtılabilir ve istenilen uzunlukta olabilirler. Kuyu boyunca her açık aralıkta birbirine eşit veya farklı büyüklükte bir zar faktörü olabileceği de gözönünde bulundurulmuştur. Ayrıca yatay kuyunun sabit ve belirli bir debide üretim yaptığı kabul edilmiştir. Model çözümünde kullanılan bilgisayar programında ayrıca her aralıktan gelen akışkan miktarı da hesaplanabilmektedir.

Genel olarak şu sonuçlar elde edilmiştir: yatay kuyunun verimliliği, tamamlama şekline göre, akışa açık olan intervallerin toplam uzunluğu ile artar. Ayrıca bu intervallerin kuyu üzerindeki dağılımı da verimliliği etkilemektedir. Belirtilmelidir ki, kuyunun akışa açık intervallerinin toplam uzunluğu ile kuyu verimliliği arasındaki ilişki doğrusal değildir.

SUMMARY

PRODUCTIVITY OF SELECTIVELY-COMPLETED HORIZONTAL WELLS

In the early age of the technology, horizontal wells were completed as open holes or with slotted liners. There exist many models to determine the productivity of horizontal wells completed as open holes. However, in almost all the models, it is assumed that the entire drilled length of the horizontal well is productive. Production problems encountered over the years and the need for workover operations dictated the need to develop new completion techniques. Nowadays, cementing and perforating and installing external casing packers are among the well completion practises for horizontal wells. An important feature of these new completion methods is that only some segments of the entire drilled horizontal section are open to flow. Additionally, due to reservoir heterogeneity and/or non-uniform formation damage, only some partitioned segments of a horizontal well completed open may produce fluid. Horizontal wells producing from only some segments of entire drilled length are referred to as selectively-completed wells.

Almost all the models presented in the literature are developed for open horizontal wells. In an attempt to predict the inflow performance of selectively completed wells, Goode and Wilkinson [9] developed an analytical model. To avoid the need for a priori knowledge or computation of the rate distribution along the well requiring the solution of a matrix, they assumed that pressure averaged uniform-flux solution is a valid representation of wellbore pressure solution. The approximation considered by Goode and Wilkinson [9] is valid if the open intervals are of equal length, symmetrically distributed and uniformly damaged.

This study presents a new mathematical model to predict the productivity of selectively completed horizontal wells under steady state flow conditions. The model

does not require a-prior knowledge of rate distribution. A rectangular parallelepiped reservoir is considered. The top and bottom of reservoir are sealed and a constant pressure exist at all the lateral boundaries. The horizontal well consists of N producing segments. No assumption is made regarding the distribution and the length of the producing segments. A variable mechanical skin distribution along the well is allowed. The well is assumed to be producing at a specified and constant rate; however, the production from each segment is obtained as a result of the computations, under steady-state conditions.

The differential equation governing the flow into a horizontal well is the 3-D diffusivity equation.

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial x_D^2} + \frac{1}{k_{yD}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} + \frac{1}{h_{wD}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial z_D^2} = 0 \quad (S - 1)$$

The prevailing boundary conditions for a selectively-completed well are

$$1. \quad x_D = 0 \quad P_D(0, x_D, y_D) = 0 \quad (S - 2)$$

$$2. \quad x_D = x_{eD} \quad P_D(x_{eD}, y_D, z_D) = 0 \quad (S - 3)$$

$$3. \quad y_D = y_{wD} \quad \frac{\partial P_D}{\partial y_D} = G(x_D, z_D) \quad (S - 4)$$

$$4. \quad y_D = 0 \quad P_D(x_D, 0, z_D) = 0 \quad (S - 5)$$

$$5. \quad z_D = 0 \quad \frac{\partial P_D}{\partial z_D}(x_D, y_D, 0) = 0 \quad (S - 6)$$

$$6. \quad z_D = 1 \quad \frac{\partial P_D}{\partial z_D}(x_D, y_D, 1) = 0 \quad (S - 7)$$

where;

$$G(x_D, z_D) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & ; & 0 < x_D < x_{lp1D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{1D} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{p1D}} & ; & x_{lp1D} < x_D < x_{rp1D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rp1D} < x_D < x_{lp2D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{2D} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{p2D}} & ; & x_{lp2D} < x_D < x_{rp2D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rp2D} < x_D < x_{lp3D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ . & & & & \\ 0 & ; & x_{rp(N-1)D} < x_D < x_{lpND} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{ND} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{pND}} & ; & x_{lpND} < x_D < x_{rpND} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rpND} < x_D < x_{eD} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \end{array} \right.$$

(S - 8)

$$x_{lpiD} = x_{piD} - L_{piD} / 2$$

(S - 9)

$$x_{rpiD} = x_{piD} + L_{piD} / 2$$

(S - 10)

$$z_{bwD} = z_{wD} - w_D / 2$$

(S - 11)

$$z_{twD} = z_{wD} + w_D / 2$$

(S - 12)

$$\sum_{i=1}^N q_{iD} = 1 \quad (\text{S - 13})$$

The dimensionless variables are defined as follows

$$P_D = \frac{\alpha_1 2\pi k h}{q\mu} [P_e - P(x, y, z)] \quad (\text{S - 14})$$

$$x_D = x / L_{pt} \quad (\text{S - 15})$$

$$x_{eD} = x_e / L_{pt} \quad (\text{S - 16})$$

$$x_{piD} = x_{pi} / L_{pt} \quad (\text{S - 17})$$

$$L_{piD} = L_{pi} / L_{pt} \quad (\text{S - 18})$$

$$y_D = y / L_{pt} \quad (\text{S - 19})$$

$$y_{wD} = y_w / L_{pt} \quad (\text{S - 20})$$

$$z_D = z / h \quad (\text{S - 21})$$

$$z_{wD} = z_w / h \quad (\text{S - 22})$$

$$r_{wD} = r_w / h \quad (\text{S - 23})$$

$$w_D = w / h \quad (\text{S - 24})$$

$$q_{iD} = q_i / q_t \quad (\text{S - 25})$$

$$k_{yD}^2 = k_x / k_y \quad (\text{S - 26})$$

$$h_{wD}^2 = \frac{h^2}{L_{pt}^2} \frac{k_x}{k_z} \quad (S - 27)$$

The boundary-value-problem described by Eq.(S - 1) through (S - 13) can be solved using the separation of variables technique. The solution is derived for each segment. To approximate the infinite conductivity wellbore condition, pressure averaging on each open segment is applied. The final wellbore solution for jth interval is obtained as follows:

$$\begin{aligned} P_{sjD} = & \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ & + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} w_D L_{pjD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \\ & + \frac{q_{jD}}{L_{pjD}} S_{jD} \end{aligned} \quad (S - 28)$$

where;

$$R_{ym0} = \tanh(k_{yD} \xi_m y_{wD}) \quad (S - 29)$$

$$R_{ymn} = \tanh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD} \right] \quad (S - 30)$$

$$R_{xmj} = \left\{ \cos \left[m\pi (x_{pjD} + L_{pjD} / 2) / x_{eD} \right] - \cos \left[m\pi (x_{pjD} - L_{pjD} / 2) / x_{eD} \right] \right\} \quad (S - 31)$$

$$R_{zn} = \left\{ \sin \left[n\pi (z_{wD} + w_D / 2) \right] - \sin \left[n\pi (z_{wD} - w_D / 2) \right] \right\} \quad (S - 32)$$

Eq.(S - 28) can be rewritten as;

$$P_{sjD} = \sum_{i=1}^N q_{iD} T_{ij} \quad (S - 33)$$

If $i \neq j$

$$T_{ij} = \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} w_D L_{pjD} L_{piD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \quad (S-34.a)$$

If $i = j$

$$T_{ij} = \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} w_D L_{pjD} L_{piD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \\ + \frac{S_{jD}}{L_{pjD}} \quad (S-34.b)$$

In the second step, a uniform pressure along the entire length of the horizontal well is imposed and the pressure of each producing interval is equated to the wellbore pressure P_{wD} . Thus writing Eq.(S - 33) for each producing segment and using the total flow rate equation a matrix is obtained with wellbore pressure and rate distribution as unknowns.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -T_{11} & -T_{21} & -T_{31} \\ 1 & -T_{12} & -T_{22} & -T_{32} \\ 1 & -T_{13} & -T_{23} & -T_{33} \\ 1 & -T_{14} & -T_{24} & -T_{34} \\ 1 & -T_{1N} & -T_{2N} & -T_{3N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -T_{N1} \\ -T_{N2} \\ -T_{N3} \\ -T_{N4} \\ -T_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_{wD} \\ q_{1D} \\ q_{2D} \\ q_{3D} \\ q_{4D} \\ q_{ND} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (S - 35)$$

the solution of matrix problem given in Eq.(S - 35) yield the unknown wellbore pressure and rate distribution. A computer code is written to compute Eq.(S - 35).

The solution presented here was compared to open horizontal well solutions given by Joshi [1,2] and Özkan [7] . Good agreement was established between the results from the models in the literature and the results from Eq.(S - 35).

A second comparison test considering a selectively completed well is conducted between our model and the model presented by Goode and Wilkinson [9] . Reasonable agreement is observed between the models.



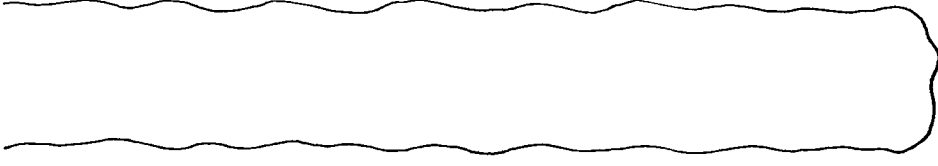
BÖLÜM 1

GİRİŞ

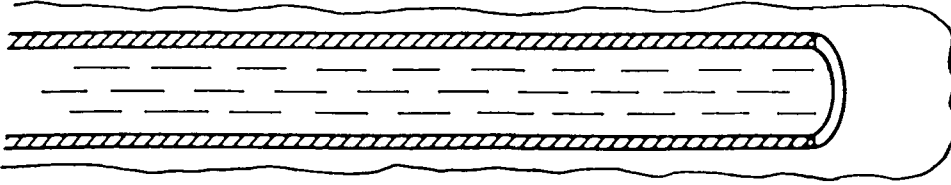
Son on yıl içerisinde yüksek derecelere saptırılmış veya yatay kuyu açma tekniklerinin geliştirilmesi bu kuyularla ilgili problemleri de beraberinde getirmiştir. Bu nedenle, bu kuyuların tamamlanmasıyla ve üretilmesiyle ilgili çalışmalar hiç durmaksızın devam etmiştir. Yatay kuyularla ilgili problemlerden biri de yatay kuyunun tamamlanmasıdır. Yatay kuyular genel olarak dört farklı şekilde tamamlanırlar. Bu tamamlama şekilleri Şekil 1.1'de gösterilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen modelde yatay kuyunun kısmi aralıklarla tamamlanması durumu gözönüne alınmaktadır. Yatay kuyular üzerine yapılan çalışmaların başında, bu kuyuların davranışlarının anlaşılması ve değerlendirilmeleri konusundaki çalışmalar gelmektedir.

Yatay kuyuların akış performanslarının değerlendirilmesi için yapılan çalışmaların büyük bir çoğunluğu kuyunun, tamamıyla akışa açık olduğunu kabul etmektedir. Ama çoğu zaman yatay kuyular akışa kısmi aralıklarla açılmaktadırlar. Bu durumu göz önüne alarak yapılan çalışmalar ise hesaplanması karmaşık fonksiyonlar içeren denklemlerin türetilmesiyle sonuçlanmışlardır.

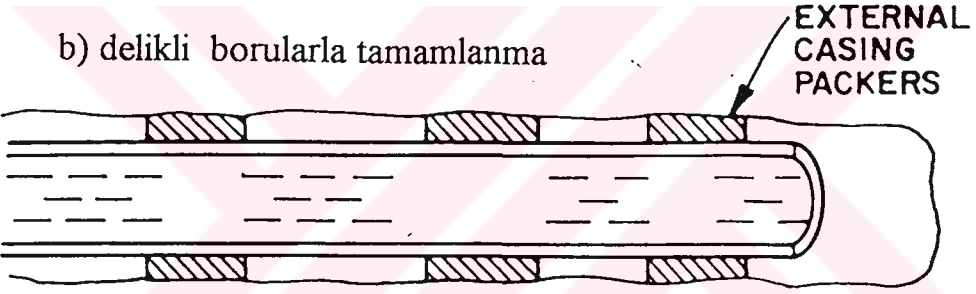
Bu çalışmada, dikdörtgen prizma şekilli bir rezervuara yerleştirilmiş ve akışa kısmi aralıklarla açılmış bir yatay kuyunun kararlı akış koşullarında performansını hesaplamak için kullanışlı bir analitik model geliştirilmiştir. Geliştirilen bu model bir bilgisayar yazılımına da dönüştürülmüştür. Model için elde edilen son çözüm katsayıları sonsuz serilerden oluşan bir matriksin çözümünü gerektirir. Bununla birlikte çözümde ortaya çıkan sonsuz seriler hızlı bir şekilde yakınsadıklarından, modelin çözümü bir bilgisayar yardımıyla kolaylıkla bulunabilir.



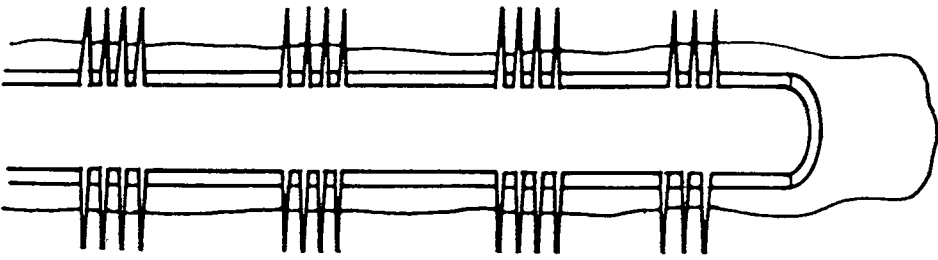
a) açık kuyu olarak tamamlanma



b) delikli borularla tamamlanma



c) delikli borular ve External Casing Packer'larla tamamlanma



d) tamamen çimentolanıp perfore edilerek tamamlanma

Sekil-1.1 : Yatay Kuyuların tamamlanma Şekilleri

BÖLÜM 2

LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Yatay kuyuların kazılması ve bu kuyulardan hidrokarbon üretilmesi son on yılda üzerinde geniş çalışmaların yapıldığı bir konudur. İlk olarak 1980 ' lerin başlarında kazılmaya başlanan yatay kuyular, göreceli olarak yüksek olan sondaj ve tamamlama maliyetlerine rağmen oldukça hızlı bir gelişim göstererek yaygınlaşmışlardır. Taktir edilecektir ki; petrol ve doğalgaz sektöründe en çok ilgilenilen konu yapılan yatırıma karşılık en yüksek verimliliği elde etmektir. Bu nedenle ilk olarak bu kuyuların avantaj ve dezavantajlarıyla birlikte akış verimlilikleri ve verimliliklerine paralel olarak ekonomik olup olmadıklarının değerlendirilmesi gerekir.

Bu çalışmada yatay kuyuların akış performanslarının değerlendirilmesi için bir model önerilmektedir.

Burada öncelikle yatay kuyular hakkında genel bilgiler ve değerlendirmeler üzerinde durduktan sonra, akış performanslarının hesaplanması veya tahmin edilmesi konusunda yapılan ve literatürde yaygın olarak kullanılarak kabul gören çalışmalar üzerinde durulacaktır.

2.1. Yatay Kuyuların Avantaj ve Dezavantajları

Yatay kuyuların yaygınlaşmasında en önemli etken, düşey kuyulara göre sahip oldukları avantajlardır. Ancak bu avantajlarla birlikte bir takım dezavantajlarının varlığı da inkar edilemez. Yatay kuyuların avantajları ve genel uygulamaları aşağıdaki gibi sıralanabilirler [1,2] .

1. Rezervuarlarla olan geniş temas alanları (kuyu yüzeyi) sayesinde yatay kuyular, canlandırma işlemi yapılmamış düşey kuyulara oranla 2-5 defa daha yüksek üretim debilerine sahiptirler.

2. Doğal çatlaklı rezervuarlarda yatay kuyular, düşey kuyulardan çok daha fazla sayıda çatlakla keserek bu çatlaklar sayesinde rezervuardan kuyuya olan akışı kolaylaştırır ve daha yüksek üretim debileri sağlarlar.

3. Dikey doğal çatlaklara sahip heterojen rezervuarlarda, yatay kuyular çok sayıda dikey çatlakla keseceği için düşey kuyular tarafından etkili bir biçimde üretilmeyen tabakaları da rahatlıkla üretebilirler. Buna örnek olarak; Schnerk ve Madeen' in [3] , dikey çatlaklarla bölünmüş bir rezervuar olan "Austin Chalk" formasyonunda yatay kuyuların düşey kuyulara oranla 5 kat daha fazla üretim yapıldığını gösteren yatay kuyu verilerini açıkladıkları makalesi gösterilebilir.

4. Su ve gaz konikleşmesinin problem olduğu veya olması beklenen sahalarda yatay kuyular, konileşmeye yol açmadan düşey kuyulardan daha yüksek üretim debilerine ulaşırlar. Bunun nedeni düşey kuyularda yalnızca bir noktaya doğru yaklaşan su veya gazın yatay kuyularda kuyu boyunca bir hat şeklinde kuyuya bölgesel olarak yaklaşmasıdır. Bu da konileşme için belirlenen kritik debinin yükselmesine ve su basma zamanının gecikmesine yol açacaktır.

5. Gaz üretiminde yatay kuyular, düşük geçirgenlikli rezervuarlarda da yüksek geçirgenlikli rezervuarlardaki kadar kullanışlıdır. Düşük geçirgenlikli rezervuarlarda yatay kuyular, her bir kuyunun üretebileceği alanı arttırarak tüm rezervuarın etkin bir şekilde üretilmesi için gereken kuyu sayısını azaltırlar. Yüksek geçirgenlikli rezervuarlarda ise, düşey kuyuların kuyu cidarlarında yüksek gaz akış hızları oluşurken yatay kuyular bu hızı düşürerek kuyunun üretkenliğini arttırırlar.

6. Üretim arttırma uygulamalarında ve özellikle de ısı yöntemlerinde yatay kuyular, yüksek rezervuar temas alanı sağladıkları için injektiviteleri de yüksektir. Bu özellikle injektivitelerin problem olduğu üretim arttırma uygulamalarında önem kazanır. Yatay kuyular aynı zamanda üretim arttırma yöntemleri uygulanan sahalarda üretim kuyusu olarak da yüksek verim sağlarlar.

Yukarıda avantajlarından ve uygulamalarından bahsedilen yatay kuyuların bir takım dezavantajları da vardır. Bunlarda kısaca şu şekilde sıralanabilirler [1,2] :

1. Yatay kuyular, kalın ($h=500 - 600$ ft ($h=150- 180$ m.)) ve / veya düşük düşey geçirgenlikli rezervuarlarda düşey kuyulara göre çok avantajlı değildirler.

2. Geçirimsiz kil bariyerleriyle ayrılmış yatay tabakalaşmış birden fazla petrol zonu içeren rezervuarlarda, bu zonların üretilmesi için her bir zona ayrı ayrı yatay kuyuların açılması gerekebilir.

3. Yatay kuyuların yapılarından dolayı tamamlanmalarında ve canlandırılmalarında teknolojik bir takım sınırlamalar halen mevcuttur.

4. Yatay kuyuların sondaj maliyetleri, düşey kuyuların sondaj maliyetlerine oranla ortalama 1.4 - 3 kat daha fazladır.

2.2. Yatay Kuyuların Tamamlanma Şekilleri

Yatay kuyular dört farklı şekilde tamamlanabilirler. Rezervuar şartları ve sondaj sırasında kuyuda karşılaşılan problemler tamamlama şeklinin seçiminde rol oynarlar. Tamamlama şeklinin seçiminin de kuyu performansı üzerinde oldukça önemli etkisi vardır. Yatay kuyuların tamamlanma şekilleri ve bunların avantaj ve dezavantajları şu şekilde açıklanabilir.

1. Açık Kuyu Olarak Tamamlanma : Yatay kuyunun yatay kısmının başladığı noktaya kadar casing indirip çimentolanması ve yatay kısmın olduğu gibi bırakılması yöntemidir. Bu yöntem kullanılan tamamlama yöntemlerinin içinde en ucuz olanıdır. Buna karşılık, kuyuda canlandırma işlemleri yapılabilmesi ve kuyuda oluşabilecek problemlerin çözülmesi oldukça güçtür.

2. Delikli Borularla (Slotted Liner) Tamamlanma : Kuyunun yatay kısmının delikli borularla tamamlanması yöntemidir. Bu yöntemdeki ilk amaç kuyunun çökmesine engel olmaktır. Buna ek olarak, kuyuda yapılacak operasyonlar için gerekli malzemenin kuyunun yatay kısmına yerleştirilebilmesi için bir yol sağlarlar. Delikli borular sınırlı bir kum kontrolü (sand control) sağlarlar. Delikli borularla tamamlamanın en büyük dezavantajı, boru ile kuyu arasında kalan anulüs aralığına bağlı olarak etkin kuyu canlandırma işlemlerinin güç olmasıdır. Aynı şekilde seçilmiş bir kısımdan üretim veya enjeksiyon yapılması da güçtür.

3. Kısmen İzole Edilmiş Borularla (Liner with Partial Isolations) Tamamlanma : Kuyunun yatay kısmına indirilen delikli borunun dışına " external casing packer (EPC) " ların yerleştirilerek uzun yatay kuyunun bir çok kısa parçaya bölünerek tamamlanmasıdır. Sınırlı bir zon izolasyonu sağlayan bu metod, yatay kuyu boyunca kuyunun canlandırılması işlemleri veya üretimin kontrolünü sağlar.

Normal olarak, yatay kuyular tam bir çizgi şeklinde yatay değildirler. Kuyunun sondajı sırasında kuyu yataydan bir çok kez sapar. Bu sapmalardan dolayı kuyunun yatay kısmına üzerinde çok sayıda ECP bulunan bir boru dizisini yerleştirmek güç olabilir.

4. Çimentolanmış ve Delinmiş (Cemented and Perforated) Borularla Tamamlanma : Kuyunun yatay kısmına yerleştirilen borunun çimentolanması ve perfore edilerek üretime açılmasıdır. Orta ve uzun yatay kuyuların çimentolanması ve perfore edilmesi mümkündür. Ancak, kısa uzunluklu yatay kuyuların çimentolanması ve perfore edilmesi ekonomik değildir [1] . Yatay kuyuların tamamlanmasında kullanılan çimento, düşey kuyuların çimentolanmasında kullanılan çimentoya oranla oldukça az miktarda serbest su içerir. Bunun nedeni, yatay kuyularda gravitenin etkisinden dolayı hafif olan suyun kuyunun üst kısmında

toplanması ve daha ağır olan çimentonun kuyunun alt kısmına çökmesidir. Bu ise çimentolamanın zayıf olmasına yol açar.

2.3. Yatay Kuyuların Akış Performansı

Yatay kuyular ve akış performanslarıyla ilgili olarak yapılan çalışmalar genelde üç ana başlık altında toplanabilirler: (1) saha tecrübelerine dayanan, belirli bir sahada yapılanları, karşılaşılan problemleri ve bunların çözümlenmesi için izlenen yöntemleri rapor niteliğinde sunan çalışmalar, (2) saha davranışını genel olarak canlandırmaya çalışan simulatörler ve (3) yatay kuyuların verimliliklerini ve akış performanslarını hesaplamaya yönelik analitik formüller öneren çalışmalar.

Bu çalışmada ilk tip çalışmalar üzerinde durulmamıştır. Simulatörler hakkında ise sadece birkaç örnekten bahsedilerek, akış performanslarını hesaplamak için sunulan analitik modeller üzerinde durulmuştur. Ayrıca bu çalışmada sunulan modeller, incelenen modellerin bazıları arasında bir takım kıyaslamalar da sunulmuştur.

Schnerk ve Madeen [3] , gözenekliliğin %2-5 arasında değiştiği, matriks geçirgenliğinin 0.0001 md veya daha düşük seviyelerde olduğu ve dikey çatlaklara sahip bir "Austin Chalk" rezervuarı için sundukları simülasyonun saha ile uyum içinde olduğunu, (dP/q) türev eğrileri yardımıyla göstermişlerdir. Ayrıca bu eğrilerin simülasyon sonuçlarının değerlendirilmesindeki önemini de göstermişlerdir.

Economides ve diğerleri [4] , yeni bir simülasyon modeli önermişlerdir. Bu model, kuyunun kısmi olarak akışa açık olması durumunu, kuyunun rezervuar sınırları içerisinde, düşey ve yatay olarak herhangi bir yere yerleştirilmiş olmasını ve geçirgenlikteki anizotropinin etkilerini içermektedir. Ayrıca Economides ve diğerleri, yatay kuyu performansı için bir analitik formül de geliştirmişlerdir. Bu formülasyon aşağıda verilmiştir.

$$q_H = 2\pi k_H h \Delta p / \mu B F \quad (2.1)$$

$$F = \ln \frac{2h}{\sqrt{(L/2)^2 + b^2}} - \frac{2b}{L} \tan^{-1} \frac{(L/2)}{b} - \frac{h}{2} \left(\ln \frac{2L}{r_w} - 1 \right) + 1 - \gamma - V(h/L) \quad (2.2)$$

q_H ; yatay kuyunun akış debisi, STB/D

L ; yatay kuyu uzunluğu, ft

k_H ; yatay geçirgenlik, md

k_v ; düşey geçirgenlik, md

- h ; formasyon kalınlığı, ft
 r_w ; yatay kuyu çapı, ft
 r_{eH} ; yatay düzlemde drenaj çapı, ft
 μ ; akmaçlık, cp
 B ; formasyon hacim faktörü, RB/STB
 Δp ; basınç farkı, psi
 b ; drenaj alanı olan elipsin kısa eksen, ft
 e ; kuyunun dışmerkezliliği, ft
 γ ; Euler sabiti (0.5772)

$$b = e \left[-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{r_{eH}}{e} \right)^4} \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

$$e = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{L}{2} \right)} \quad (2.4)$$

Son olarak burada belirtmemiz gereken Denklem-(2.1)'de r_w yerine r'_w ; h yerine h' ve L yerine L' kullanılarak anizotropik durum için kullanılabilir. Bu değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır;

$$r'_w = r_w (\beta + 1) / (2\sqrt{\beta}) \quad (2.5)$$

$$h' = h\sqrt{\beta} \quad (2.6)$$

$$L' = L\sqrt{\beta} \quad (2.7)$$

$$\beta = \sqrt{k_H / k_v} \quad (2.8)$$

Marett ve Landman [5] , iyi bir yatay kuyu dizaynının ancak kuyunun, kendi uzunlukları, eğimleri ve perforasyon sıklıkları olan farklı akışa açık aralıklara bölünmesiyle mümkün olduğunu belirterek, kararlı akış koşullarını göz önüne alan bir model üretmişlerdir. Bu modelin önemli bir özelliği de, perforasyon dağılımının

kullanıcı tarafından ya da optimizasyon yöntemleri aracılığıyla da yapılabilmesine olanak vermesidir.

Kuchuk ve Saeedi [6] , yatay yönde tabakalaşmış rezervuarlarda yatay kuyuların akış performansını incelemişlerdir. Bunun sonunda, bu tip rezervuarlarda verimlilik indeksini maksimum yapmak için bir model önermişlerdir. Karmaşık denklemler içeren bu modelin sonucunda ise rezervuardaki yatay tabakaların, düşey yöndeki geçirgenlikleri arasındaki farkın yüksek olmadığı ve bu farkların düzgün dağıldığı durumlarda akış performansı üzerindeki etkisinin pek de önemli boyutlarda olmadığını göstermişlerdir. Akış verimliliği açısından, örnek olarak aldıkları bir yatay kuyu için, en iyi durumda, en kötü durum arasındaki farkın 20 yıl sonunda %10'dan daha az olduğunu göstermişlerdir. Sonuç olarak; yatay tabakalaşmış sistemin geçirgenlik dağılımı çok büyük farklılıklar göstermiyorsa, eşdeğer tek tabakalı bir rezervuar olarak kabul edilebileceğini ancak kontrastların çok arttığı durumlarda bu kabulün, kuyu performansının hesaplanmasında hatalara yol açacağını göstermişlerdir.

Özkan [7] , kuyuların akış performansı için bir takım formüller önermiştir. Bu formüller silindirik bir rezervuar içerisine yerleştirilmiş bir yatay kuyunun tamamıyla akışa açık olduğu durumdaki akış performansını hesaplamaya yöneliktir. Bu formüllerden kararlı akış koşulları için geçerli olanları aşağıda verilmiştir.

$$q = \frac{7.08 \times 10^{-3} kh}{B\mu \left(\ln \frac{2r_e}{L} + 1 + \sigma + F + S \right)} (P_i - P_{wf}) \quad (2.9)$$

Buradaki bazı terimler şöyle verilmektedir;

Eş akı (Uniform-flux) kabulü için

$$1 + \sigma = 1 \quad (2.10)$$

Sonsuz iletkenlik (Infinite conductivity) kabulü için

$$1 + \sigma = \ln(2) \quad (2.11)$$

$$F = -\frac{1}{2L_D} \ln \left[4 \sin \frac{\pi}{2} (2z_{wD} + r_{wD}) \sin \frac{\pi}{2} r_{wD} \right] - \phi \quad (2.12)$$

burada

$$\varphi = \frac{1}{\pi L_D} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi(z_{wD} + r_{wD}L_D) \cos(n\pi z_{wD})}{n} \left\{ K_{il}[n\pi L_D(1+x_D)] + K_{il}[n\pi L_D(1-x_D)] \right\} \quad (2.13)$$

Ayrıca Denklem-(2.9) kullanılırken şu kısaltmalar da yapılabilir;

$$L_D = \frac{L}{2h} \sqrt{\frac{k_z}{k}} \geq 1.15/(1-x_D) \quad \varphi \approx 0 \quad (2.14)$$

ve

$$L_D \geq 10 \quad F \approx 0 \quad (2.15)$$

Burada

$$x_D = 2(x - x_w)/L \quad (2.16)$$

$$z_{wD} = z_w/h \quad (2.17)$$

$$r_{wD} = r_w/h \quad (2.18)$$

olarak tanımlanmaktadır. Özkan'ın [7] modelinde kullanılan değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanırlar.

q ; yatay kuyunun akış debisi, STB/D

k ; geçirgenlik, md

k_z ; z yönündeki geçirgenlik, md

r_{wD} ; boyutsuz kuyu çapı

z_{wD} ; kuyunun yatay yönde rezervuar sınırından boyutsuz uzaklığı

L_D ; boyutsuz kuyu uzunluğu

x_D ; x yönünde boyutsuz uzaklık

x_w ; x yönünde kuyunun dış sınırdan uzaklığı, ft

S ; zar etkisi

Joshi [1,2] , kararlı akış koşulları için bir kaç formül önermiştir. Önerilen formüller aşağıda verilmiştir. Bu formüller, eliptik bir rezervuar içerisine yerleştirilmiş akışa tamamiyle açık bir kuyu için geliştirilmişlerdir.

$$q_h = \frac{2\pi k_H h \Delta p / (\mu_o B_o)}{\ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + \frac{\beta h}{L} \ln \left[\frac{h}{2r_w} \right]} \quad (2.19)$$

burada kullanılan "a" terimi drenaj alanı olan elipsin uzun eksenidir. a ve β terimleri aşağıdaki gibi verilir;

$$a = (L/2) \left[0.5 + \sqrt{0.25 + (2r_{eh}/L)^4} \right]^{0.5} \quad (2.20)$$

$$\beta = \sqrt{k_H / k_v} \quad (2.21)$$

Denklem-(2.19) kuyunun, düşey yönde rezervuarın orta noktasına yerleştirilmiş olduğunu kabul eder. Kuyunun yerinin, düşey yönde rezervuarın orta noktasından uzaklaşması halinde Denklem-(2.19) şu şekli alır:

$$q_h = \frac{2\pi k_H h \Delta p / (\mu_o B_o)}{\ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + \frac{h}{L} \ln \left[\frac{(h/2)^2 - \ell_s^2}{hr_w / 2} \right]} \quad (2.22)$$

burada ℓ_s yatay kuyunun yerinin düşey yönde rezervuar merkezine olan mesafesidir.

Denklem-(2.22) $\ell_s < (h/2)$ şartı altında yazılmıştır.

Bu denklemle yapılan çalışmalar, kuyunun yerinin rezervuar orta noktasından sapmasının kuyu verimliliğini dikkate değer ölçüde etkilemediğini ortaya koymuştur. Bu sonuçlar elektriksel analog deneylerle desteklenmiştir [2] .

Goode ve Kuchuk [8] , dikdörtgen prizma şekilli bir rezervuarda herhangi bir yere yerleştirilmiş bir yatay kuyunun akış performansını belirlemek için bir model önermişlerdir. Bu modelde kararlı akış hali incelenirken yalnızca üst veya alt sınırın

sabit basınçlı olabileceği diğer sınırların tamamının akışa kapalı olması durumunu göz önüne alınmıştır. Hatta bu modelin altta su akiferi için kullanılabilmesi için akifer suyunun mobilitesinin yeterince yüksek olması gerekliliği belirtilmiştir. Ayrıca eş akı (uniform-flux) kabulü yapıp basınç ortalaması yöntemi uygulanmıştır. Ayrıca önerdikleri model hesaplanması karmaşık bazı fonksiyonlar içermektedir. Önerdikleri formüllerden kararlı akış için olanı aşağıda verilmiştir:

$$P_{wD} = \frac{h}{2} \left\{ \ln \left[\frac{4h}{\pi r_w} \cot \left(\frac{\pi z_w}{2h} \right) \right] + z_w - h \right\} + \frac{4h^2}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2} K_{i2} \left(\frac{\alpha \pi}{h} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha \pi}{2h} z_w \right) \quad (2.23)$$

$$K_{i2}(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\beta \cosh u) du}{\cosh^2 u} \quad (2.24)$$

$$\alpha = \frac{2j\pi}{L_x} \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \quad (2.25)$$

$$h_D = h(k_x / k_z)^{0.5} / L_{1/2} \quad (2.26)$$

Denklem-(2-23) $h_D < 2.5$ için aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$P_{wD} = \frac{h}{2L_{1/2}} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \left\{ \ln \left[\frac{8h}{\pi r'_w} \cot \left(\frac{\pi z_w}{2h} \right) \right] + \frac{z_w - h}{L_{1/2}} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \right\} \quad (2.27)$$

Burada ;

$$P_{wD} = \left[2\pi \sqrt{k_x k_y} h / (q\mu) \right] [P_e - P_w] \quad (2.27)$$

burada ;

L_x ; x yönünde rezervuarın uzunluğu, ft

P_{wD} ; boyutsuz kuyu basıncı

olarak tanımlanmaktadır.

Goode ve Wilkinson [9] , dikdörtgen prizma şekilli bir rezervuarda yalnızca üst sınır akışa kapalı veya sabit basınçlı, diğer sınırlar ise akışa kapalı olmak üzere kısmi aralıklarla akışa açılmış yatay kuyunun akış performansını hesaplamak için bir model geliştirmişlerdir. Bu modeli geliştirirken uniform-flux (her açık noktada eşit akış debisi) ve line-source (çizgi kaynak kuyu) çözümünü kullanmışlardır. Bu çözümde yatay kuyu üzerindeki açık intervallerin her birinden giren akı miktarının, eşit kabul edilmesi demektir. Açık intervallerin kuyu üzerindeki dağılımları, intervallerden giren akışkan miktarını etkilemektedir. Ayrıca çizgi kaynak kuyu kabulü kuyunun rezervuarda kapladığı alanı ihmal etmektedir. Yukarıda anlatılan dezavantajlarının yanısıra bu model karmaşık bir takım fonksiyonlar da içermektedir. Bu modelde sunulan çözüm aşağıda verilmiştir.

$$P_{ID} = S_{zD} + P_{xyD} \quad (2.28)$$

$$P_{xyD} = \frac{2\pi L_y}{L_x} \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \left(\frac{1}{3} - \frac{y_w}{L_y} + \frac{y_w^2}{L_y^2} \right) + \frac{2L_x^2}{\pi^2 L_p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_n}{n^3} \left(\sum_{i=1}^{n_p} \cos \frac{n\pi x_i}{L_x} \times \sin \frac{n\pi L_i}{L_x} \right)^2 \quad (2.29)$$

$$Z_n = \frac{1 + \exp(-2\alpha_n L_y) + \exp(-2\alpha_n y_w) + \exp(-2\alpha_n (L_y - y_w))}{1 - \exp(-2\alpha_n L_y)} \quad (2.30)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L_x} \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \quad (2.31)$$

$$L_p = \sum_{i=1}^{n_p} L_i \quad (2.32)$$

$$S_{zD} = \frac{h}{2L_p} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \left[-\ln \left(\frac{2\pi r'_w}{h} \sin \frac{\pi z_w}{h} \right) - \frac{n_p h}{L_p} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \left(\frac{1}{3} - \frac{z_w}{h} + \frac{z_w^2}{h^2} \right) \right] + 2 \sum_{k=1}^{\infty} F_w^*(\beta_k) \cos^2 \frac{k\pi z_w}{h} \quad (2.33)$$

$$r'_w = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{k_z}{k_y}} \right) r_w \quad (2.34)$$

$$\beta_k = \frac{\pi^2 k^2}{h^2} \frac{k_z}{k_x} \quad (2.35)$$

$$F_w^*(\beta) = \frac{1}{L_p^2} \int_{\sqrt{\beta}}^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u^2 - \beta}} \frac{1}{2u^2} \sum_{i=1}^{n_p} \left[\exp(-2uL_i) + 4 \sum_{j<i} \exp(-u|x_j - x_i|) \times \text{Sinh}(uL_i) \text{Sinh}(uL_j) \right] \quad (2.36)$$

$$P_{ID} = \frac{2\pi k_{He} h}{q\mu} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\bar{p}(t) - p_w(t) \right] \quad (2.37)$$

Burada;

P_{ID} ; Boyutsuz akış basıncı

S_{zD} ; Kuyunun kısmi aralıklarla tamamlanmasından kaynaklanan zar etkisi

P_{xyD} ; xy düzlemindeki boyutsuz basınç düşümü

L_x ; x yönünde drenaj alanının uzunluğu, ft

L_y ; y yönünde drenaj alanının uzunluğu, ft

x_i ; x=0 noktasından i nolu aralığın orta noktasının uzaklığı, ft

L_i ; i nolu aralığın uzunluğunun yarısı, ft

L_p ; açık aralıkların toplam uzunluğunun yarısı, ft

y_w ; y=0 noktasından kuyunun uzaklığı, ft

k_x ; x yönündeki geçirgenlik, md

k_y ; y yönündeki geçirgenlik, md

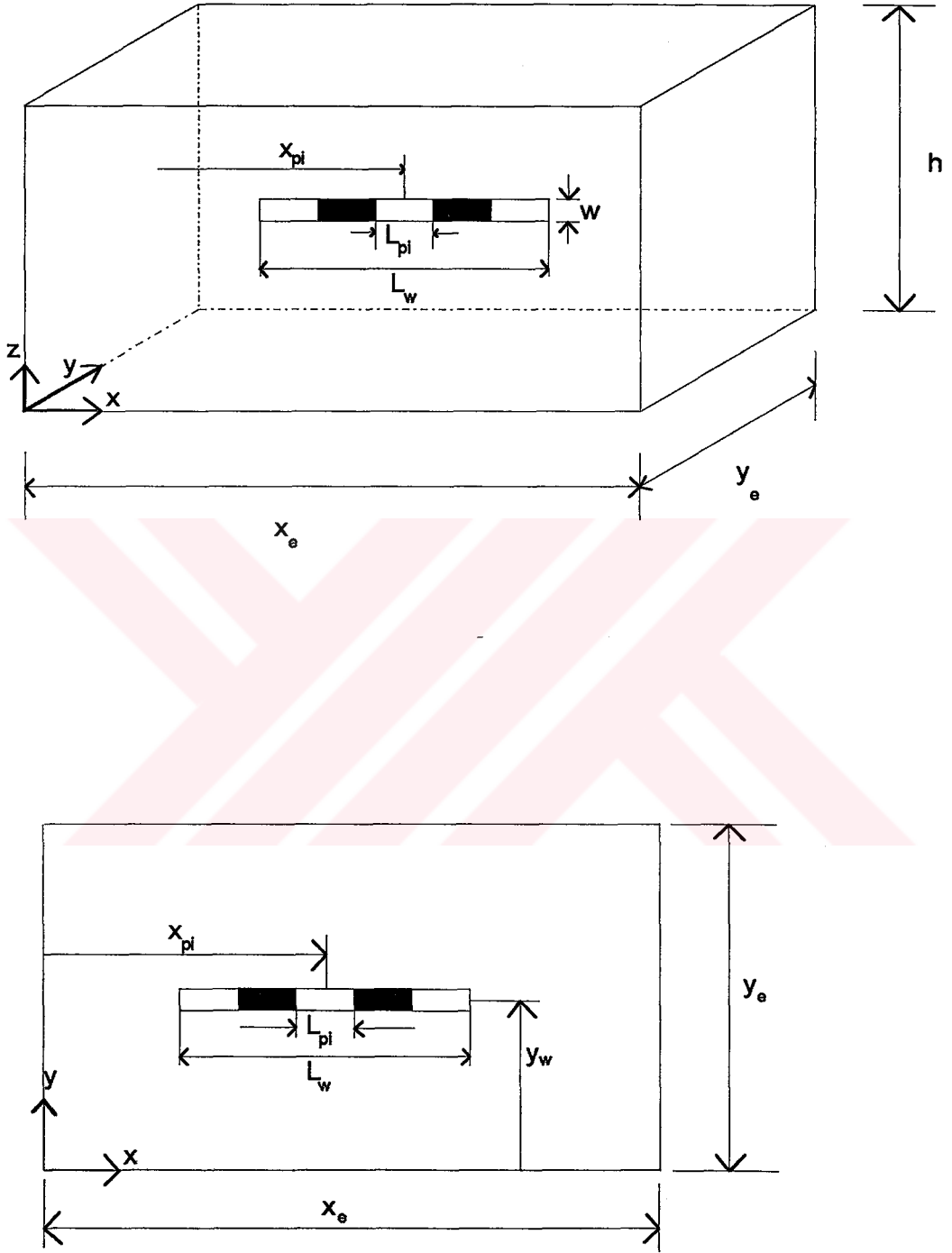
BÖLÜM 3

MATEMATİKSEL MODELİN GELİŞTİRİLMESİ

Yatay kuyuların akışa tamamen açık olarak tamamlanması (açık kuyu veya delikli borularla tamamlama) üretim esnasında oluşabilecek problemlerin tespiti ve çözümlenmesi açısından operatörlere neredeyse hiç inisiyatif tanımaz [9] . Ayrıca, yeterli jeolojik bilgiler bulunmadığında ve/veya sondajın yön kontrolünün güç olduğu durumlarda, yatay kuyunun bazı parçaları üretim zonunun dışında dahi bulunabilir. Böyle bir durumda kuyunun üretim zonunun dışında kalan kısmının da akışa açık olması problemlere yol açabilir. Ancak burada belirtmeliyiz ki; kuyunun üretim zonu içerisindeki kısımlarını akışa tamamiyle açılmayıp, kısmi aralıklarla açılması, rezervuar temas alanındaki azalma nedeniyle kuyu verimliliğini azaltır. Bu azalmanın miktarı, akışa açık olan aralıkların toplam uzunluğuna ve kuyu üzerindeki dağılımlarına bağlıdır. Kuyu üzerinde akışa açık olan aralıkların yerlerinin ve uzunluklarının seçimindeki değişikliklerin kuyu verimliliği üzerinde etkileri olacağını da belirtilmelidir.

Yatay kuyuların akış performansının hesaplanması için önerilen ve kuyunun tamamiyle akışa açık olduğunu kabul eden, bazılarında bu çalışmada da daha önce değinilen, analitik modellerin, akışa kısmi aralıklarla açılmış kuyuların performansının hesaplanmasında, kuyu uzunluğu olarak açık aralıkların toplam uzunluğunun alınması halinde dahi verdikleri sonuçların belirli bir toleransla değerlendirilmesi gerekir.

Bu çalışmada geliştirilen bu modelde, dikdörtgen bir prizma şekilli bir rezervuar içerisinde yerleştirilen kısmen veya tamamen akışa açık bir yatay kuyudan oluşan bir model ele alınmıştır. Bu model Şekil 3.1'de verilmiştir. Burada kuyunun yeriyile ilgili olarak yapılan tek kabul kuyunun y doğrultusunda rezervuarın tam orta noktasında olduğudur. Geliştirilen bu model akışa açık aralıkların kuyu üzerinde rastgele dağıtılabilmesine ve uzunluklarının farklı olabilmesine olanak verir. Belirli ve sabit bir debide üretim yaptığı kabul edilen yatay kuyunun akışa açık aralıklarının



Şekil 3.1 : Kısmi aralıklarla akışa açılmış yatay kuyunun ve rezervuarın şeması

her birinin bu debinin ne kadarını ürettiği de bu modelin çözümüyle belirlenmektedir. Bu modelin gelişimi aşağıda verilmiştir. Kararlı akış koşullarında, yatay bir kuyuya akışı ifade eden üç boyutlu difüzyon denkleminin aşağıdaki gibidir;

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{k_y}{k_x} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{k_z}{k_x} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \quad (3.1)$$

Difüzyon denkleminin çıkarılmasında bir takım kabuller yapılmıştır. Bunlar; (1) akış Darcy Yasasına uygundur; (2) homojen ve anizotropik bir rezervuarda tek fazlı, sabit ve küçük sıkıştırılabilirlikli bir akışkan olduğu varsayılır.

Dış sınırlarda sabit basınç ve iç sınırlarda da eş akı (uniform-flux) kabullerini yaparak sınır koşulları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$1. \quad x = 0 \quad P = P_e \quad (3.2)$$

$$2. \quad x = x_e \quad P = P_e \quad (3.3)$$

$$3. \quad y = y_w \quad \frac{\partial P}{\partial y} = G(x, z) \quad (3.4)$$

$$4. \quad y = 0 \quad P = P_e \quad (3.5)$$

$$5. \quad z = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (3.6)$$

$$6. \quad z = h \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

$$G(x, z) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & ; & 0 < x < x_{lp1} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ \frac{-q_1 \mu}{\alpha_1 2\pi k_y r_w L_{p1}} & ; & x_{lp1} < x < x_{rp1} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ 0 & ; & x_{rp1} < x < x_{lp2} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ \frac{-q_2 \mu}{\alpha_1 2\pi k_y r_w L_{p2}} & ; & x_{lp2} < x < x_{rp2} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ 0 & ; & x_{rp2} < x < x_{lp3} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & ; & x_{rp(N-1)} < x < x_{lpN} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ \frac{-q_N \mu}{\alpha_1 2\pi k_y r_w L_{pN}} & ; & x_{lpN} < x < x_{rpN} & ; & z_{bw} < z < z_{tw} \\ 0 & ; & x_{rpN} < x < x_e & & z_{bw} < z < z_{tw} \end{array} \right.$$

(3.8)

$$x_{lpi} = x_{pi} - L_{pi} / 2$$

(3.9)

$$x_{rpi} = x_{pi} + L_{pi} / 2$$

(3.10)

$$z_{bw} = z_w - w_D / 2$$

(3.11)

$$z_{tw} = z_w + w_D / 2$$

(3.12)

$$w = \pi r_w \quad (3.13)$$

$$L_{pt} = \sum_{i=1}^N L_{pi} \quad (3.14)$$

$$q_t = \sum_{i=1}^N q_i \quad (3.15)$$

Denklem (3.1 - 3.15)' de tanımlanan sınır değer problemi, aşağıdaki boyutsuz değişkenleri kullanarak, yeniden tanımlanabilir.

$$P_D = \frac{\alpha_1 2\pi k_x h}{q_t \mu} [P_e - P(x, y, z)] \quad P(x, y, z) = P_e - \frac{q_t \mu}{\alpha_1 2\pi k_x h} P_D \quad (3.16)$$

$$L_{piD} = L_{pi} / L_{pt} \quad (3.17)$$

$$x_D = x / L_{pt} \quad (3.18)$$

$$x_{eD} = x_e / L_{pt} \quad (3.19)$$

$$x_{piD} = x_{pi} / L_{pt} \quad (3.20)$$

$$x_{lpiD} = x_{piD} - L_{piD} / 2 \quad (3.21)$$

$$x_{rpiD} = x_{piD} + L_{piD} / 2 \quad (3.22)$$

$$y_D = y / L_{pt} \quad (3.23)$$

$$y_{eD} = y_e / L_{pt} \quad (3.24)$$

$$y_{wD} = y_w / L_{pt} \quad (3.25)$$

$$w_D = w / h \quad (3.26)$$

$$z_D = z / h \quad (3.27)$$

$$z_{wD} = z_w / h \quad (3.28)$$

$$z_{bwD} = z_{wD} - w_D / 2 \quad (3.29)$$

$$z_{twD} = z_{wD} + w_D / 2 \quad (3.30)$$

$$r_{wD} = r_w / h \quad (3.31)$$

$$q_{iD} = q_i / q_t \quad (3.32)$$

$$\sum_{i=1}^N q_{iD} = 1 \quad (3.33)$$

$$k_{yD}^2 = k_x / k_y \quad (3.34)$$

$$h_{wD}^2 = \frac{h^2}{L_{pt}^2} \frac{k_x}{k_z} \quad (3.35)$$

Basıncın x, y, z, yönünde ikinci dereceden türevlerini alırsak aşağıdaki formülasyonu elde ederiz.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{-q_t \mu}{\alpha_1 2\pi k_x h} \frac{1}{L_{pt}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial x_D^2} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{-q_t \mu}{\alpha_1 2\pi k_x h} \frac{1}{L_{pt}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{-q_t \mu}{\alpha_1 2\pi k_x h} \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial z_D^2} \quad (3.38)$$

Denklem (3.36), (3.37) ve (3.38)' un Denklem (3.1)' de yerine konmasıyla şu elde edilir;

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial x_D^2} + \frac{1}{k_{Dy}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} + \frac{1}{h_{Dw}^2} \frac{\partial^2 P_D}{\partial z_D^2} = 0 \quad (3.39)$$

Sınır değer koşullarının boyutsuz formda değerlendirilmesiyle aşağıdaki sınır loşulları elde edilir.

$$1. \quad x_D = 0 \quad P_D = 0 \quad (3.40)$$

$$2. \quad x_D = x_{eD} \quad P_D = 0 \quad (3.41)$$

$$3. \quad y_D = y_{wD} \quad \frac{\partial P_D}{\partial y_D} = G(x_D, z_D) \quad (3.42)$$

$$G(x_D, z_D) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & ; & 0 < x_D < x_{lp1D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{1D} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{p1D}} & ; & x_{lp1D} < x_D < x_{rp1D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rp1D} < x_D < x_{lp2D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{2D} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{p2D}} & ; & x_{lp2D} < x_D < x_{rp2D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rp2D} < x_D < x_{lp3D} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & ; & x_{rp(N-1)D} < x_D < x_{lpND} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ \frac{-q_{ND} k_{yD}^2}{r_{wD} L_{pND}} & ; & x_{lpND} < x_D < x_{rpND} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \\ 0 & ; & x_{rpND} < x_D < x_{eD} & ; & z_{bwD} < z_D < z_{twD} \end{array} \right.$$

(3.43)

4. $y_D = 0$

$P_D = 0$

(3.44)

5. $z_D = 0$

$\frac{\partial P_D}{\partial z_D} = 0$

(3.45)

6. $z_D = 1$

$\frac{\partial P_D}{\partial z_D} = 0$

(3.46)

Böylece 5'i homojen 1'i homojen olmayan 6 sınır değer koşulu elde edildi. Denklem (3.40 - 3.46)' da verilen bu sınır değer problemi değişkenlerin dönüşümü tekniği kullanılarak çözülebilir.

$$P_D(x_D, y_D, z_D) = X(x_D)Y(y_D)Z(z_D) \quad (3.47)$$

burada;

$$X(x_D) \neq 0 \quad (3.48)$$

$$Y(y_D) \neq 0 \quad (3.49)$$

$$Z(z_D) \neq 0 \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial x_D^2} = X''(x_D)Y(y_D)Z(z_D) \quad (3.51)$$

Burada (") x_D ' ye göre ikinci dereceden türevi göstermektedir.

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} = X(x_D)Y''(y_D)Z(z_D) \quad (3.52)$$

Burada (") y_D ' ye göre ikinci dereceden türevi göstermektedir.

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial z_D^2} = X(x_D)Y(y_D)Z''(z_D) \quad (3.53)$$

Burada (") z_D ' ye göre ikinci dereceden türevi göstermektedir.

Denklem (3.51), (3.52) ve (3.53)' ün Denklem (3.39)' da yerine konmasıyla ve çıkan denklemin XYZ ile bölünmesiyle şunu elde ederiz.

$$\frac{X''}{X} + \frac{1}{k_{yD}^2} \frac{Y''}{Y} + \frac{1}{h_{wD}^2} \frac{Z''}{Z} = 0 \quad (3.54)$$

$$\frac{X''}{X} + \frac{1}{k_{yD}^2} \frac{Y''}{Y} = -\frac{1}{h_{wD}^2} \frac{Z''}{Z} = \beta \quad (3.55)$$

$$Z'' + \beta h_{wD}^2 Z = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{X''}{X} + \frac{1}{k_{yD}^2} \frac{Y''}{Y} = \beta \quad \frac{X''}{X} = \beta - \frac{1}{k_{yD}^2} \frac{Y''}{Y} = \gamma \quad (3.57)$$

$$X'' - \gamma X = 0 \quad (3.58)$$

$$Y'' + k_{yD}^2 (\gamma - \beta) Y = 0 \quad (3.59)$$

Sınır koşulları aşağıdaki şekli alır.

$$1. \quad x_D = 0 \quad X(0) = 0 \quad (3.60)$$

$$2. \quad x_D = x_{eD} \quad X(x_{eD}) = 0 \quad (3.61)$$

$$3. \quad y_D = y_{wD} \quad \frac{\partial P_D}{\partial y_D} = G(x_D, z_D) \quad (3.62)$$

$$4. \quad y_D = 0 \quad Y(0) = 0 \quad (3.63)$$

$$5. \quad z_D = 0 \quad Z'(0) = 0 \quad (3.64)$$

$$6. \quad z_D = 1 \quad Z'(1) = 0 \quad (3.65)$$

Denklem (3.64) ve (3.65)' de verilen sınır koşullarını kullanarak Denklem (3.56)' yı çözebiliriz.

$\beta = 0$ değeri için Denklem (3.56) şu şekli alır;

$$Z''_D = 0 \quad Z'_0(z_D) = a_1 \quad Z_0(z_D) = a_1 z_D + a_2 \quad (3.66)$$

$$5. \quad z_D = 0 \quad Z'_D(0) = a_1 = 0 \quad (3.67)$$

$$Z_0(z_D) = a_2 \quad (3.68)$$

$\beta = -\lambda^2 < 0$ değeri için Denklem (3.56) şu şekli alır;

$$Z'' - h_{wD}^2 \lambda^2 Z = 0 \quad Z(z_D) = a_3 \cosh(h_{wD} \lambda z_D) + a_4 \sinh(h_{wD} \lambda z_D) \quad (3.69)$$

$$Z'(z_D) = h_{wD} \lambda a_3 \sinh(h_{wD} \lambda z_D) + h_{wD} \lambda a_4 \cosh(h_{wD} \lambda z_D) \quad (3.70)$$

$$5. \quad z_D = 0 \quad Z'(0) = h_{wD} \lambda a_4 = 0 \quad a_4 = 0 \quad (3.71)$$

$$6. \quad z_D = 1 \quad Z'(1) = h_{wD} \lambda a_3 \sinh(h_{wD} \lambda) = 0 \quad a_3 = 0 \quad (3.72)$$

$$Z(z_D) = 0 \quad (3.73)$$

Bu çözüm geçersizdir.

$\beta = \lambda^2 > 0$ değeri için Denklem (3.56) şu şekli alır;

$$Z'' + h_{wD}^2 \lambda^2 Z = 0 \quad Z(z_D) = A \cos(h_{wD} \lambda z_D) + B \sin(h_{wD} \lambda z_D) \quad (3.74)$$

$$Z'(z_D) = -h_{wD} \lambda A \sin(h_{wD} \lambda z_D) + h_{wD} \lambda B \cos(h_{wD} \lambda z_D) \quad (3.75)$$

$$5. \quad z_D = 0 \quad Z'(0) = h_{wD} \lambda B = 0 \quad B = 0 \quad (3.76)$$

$$6. \quad z_D = 1 \quad Z'(1) = -h_{wD} \lambda A \sin(h_{wD} \lambda) = 0 \quad (3.77)$$

$$\sin(h_{wD} \lambda) = 0 \quad h_{wD} \lambda = n\pi \quad \lambda = n\pi / h_{wD} \quad (3.78)$$

$$\lambda_n = n\pi / h_{wD} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.79)$$

geçerli çözüm değerleri ve

$$Z_n(z_D) = A_n \cos(n\pi z_D) \quad (3.80)$$

geçerli çözüm fonksiyonlarıdır.

Denklem (3.60) ve (3.61)' de verilen sınır koşullarını kullanarak Denklem (3.58)' i çözebiliriz.

$\gamma = 0$ değeri için Denklem (3.58) şu şekli alır;

$$X''_0 = 0 \quad X'_0(x_D) = a_5 \quad X(x_D) = a_5 x_D + a_6 \quad (3.81)$$

$$x_D = 0 \quad X(0) = a_6 = 0 \quad (3.82)$$

$$x_D = x_{eD} \quad X(x_{eD}) = a_5 x_{eD} = 0 \quad a_5 = 0 \quad (3.83)$$

$$X(x_D) = 0 \quad (3.84)$$

Bu çözüm geçerli değildir.

$\gamma = \xi^2 > 0$ değeri için Denklem (3.58) şu şekli alır;

$$X'' - \xi^2 X = 0 \quad X(x_D) = a_7 \cosh(\xi x_D) + a_8 \sinh(\xi x_D) \quad (3.85)$$

$$1. \ x_D = 0 \quad X(0) = a_7 = 0 \quad (3.86)$$

$$2. \ x_D = x_{eD} \quad X(x_{eD}) = a_8 \sinh(\xi x_{eD}) = 0 \quad a_8 = 0 \quad (3.87)$$

$$X(x_D) = 0 \quad (3.88)$$

Bu çözüm geçerli değildir.

$\gamma = -\xi^2 < 0$ değeri için Denklem (3.58) şu şekli alır;

$$X'' + \xi^2 X = 0 \quad X(x_D) = D \cos(\xi x_D) + E \sin(\xi x_D) \quad (3.89)$$

$$1. \ x_D = 0 \quad X(0) = D = 0 \quad (3.90)$$

$$2. \ x_D = x_{eD} \quad X(x_{eD}) = E \sin(\xi x_{eD}) = 0 \quad \sin(\xi x_{eD}) = 0 \quad (3.91)$$

$$\xi_m x_{eD} = m\pi \quad \xi_m = m\pi / x_{eD}; m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.92)$$

geçerli çözüm değerleri ve

$$X_m(x_D) = E_m \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \quad (3.93)$$

geçerli çözüm fonksiyonlarıdır.

Denklem (3.62) ve (3.63)' ü kullanarak Denklem (3.59)' u çözebiliriz. Denklem (3.79) ve (3.92)' yi Denklem (3.59)' da yerine koyarsak aşağıdaki çözümü elde ederiz.

$$Y'' - k_{yD}^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2) Y = 0 \quad (3.94)$$

$\beta_n = 0$ değerleri için Denklem (3.94) şu şekli alır;

$$Y_{m0}'' - k_{yD}^2 \xi_m^2 Y_{m0} = 0 \quad Y_{m0}(y_D) = F_{m0} \cosh(k_{yD} \xi_m y_D) + H_{m0} \sinh(k_{yD} \xi_m y_D) \quad (3.95)$$

$$1. \ y_D = 0 \quad Y_{m0}(0) = F_{m0} = 0 \quad (3.96)$$

$$Y_{m0}(y_D) = H_{m0} \sinh(k_{yD} \xi_m y_D) \quad (3.97)$$

$\beta_n = \lambda_n^2$ değerleri için Denklem (3.94) şu şekli alır;

$$Y_{mn}'' - k_{yD}^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2) Y_{mn} = 0 \quad (3.98)$$

$$Y_{mn}(y_D) = F_{mn} \cosh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D \right] + H_{mn} \sinh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D \right] \quad (3.99)$$

$$1. \quad y_D = 0 \quad Y_{mn}(0) = F_{mn} = 0 \quad (3.100)$$

$$Y_{mn}(y_D) = H_{mn} \sinh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D \right] \quad (3.101)$$

Denklem (3.47) yeniden aşağıdaki gibi yazabilir.

$$P_D(x_D, y_D, z_D) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} X_m(x_D) Y_{mn}(y_D) Z_n(z_D) \quad (3.102)$$

Denklem (3.68), (3.80), (3.93), (3.97) ve (3.99)' un Denklem (3.102)' de yerine koyulması ve katsayıların biraraya toplanmasıyla şu elde edilir.

$$\begin{aligned} P_D(x_D, y_D, z_D) = & \sum_{m=1}^{\infty} M_{m0} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sinh(k_{yD} \xi_m y_D) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sinh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D \right] \cos(n\pi z_D) \end{aligned} \quad (3.103)$$

Bu katsayıları değerlendirmek için homojen olmayan sınır değer koşulunu kullanılmalıdır.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_D}{\partial y_D} = & \sum_{m=1}^{\infty} M_{m0} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) k_{yD} \xi_m \cosh(k_{yD} \xi_m y_D) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \cos(n\pi z_D) \\ & k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} \cosh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D \right] \end{aligned} \quad (3.104)$$

$$3. \quad y_D = y_{wD}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_D}{\partial y_D} &= \sum_{m=1}^{\infty} M_{m0} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) k_{yD} \xi_m \cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD}) \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \cos(n\pi z_D) \\ &k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} \cosh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD} \right] = G(x_D, y_D) \end{aligned} \quad (3.105)$$

Denklem (3.105)' i önce $\sin(k\pi x_D / x_{eD})$ ile çarpacak, sonuçta çıkan denklemi de $0 \leq x_D \leq x_{eD}$ ve $0 \leq z_D \leq 1$ sınırları ile verilen dikdörtgen içinde integre ederek M_{m0} saptanabilir.

$$\begin{aligned} &\sum_{m=1}^{\infty} M_{m0} k_{yD} \xi_m \cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD}) \int_0^{x_{eD}} \int_0^1 \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D dz_D \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} \cosh \left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD} \right] \int_0^{x_{eD}} \int_0^1 \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \\ &\cos(n\pi z_D) dx_D dz_D = \int_0^{x_{eD}} \int_0^1 G(x_D, y_D) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D dz_D \end{aligned} \quad (3.106)$$

Denklem (3.106)' daki yapılması gerekli integrasyon işlemleri aşağıda gösterilmiştir.

$$\int_0^{x_{eD}} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D = \begin{cases} 0 & m \neq k \\ x_{eD} / 2 & m = k \end{cases} \quad (3.107)$$

$$\int_0^1 dz_D = 1 \quad (3.108)$$

$$\int_0^1 \cos(n\pi z_D) dz_D = \frac{1}{n\pi} [\sin(n\pi) - \sin(0)] = 0 \quad (3.109)$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{x_{eD}} \int_0^1 G(x_D, y_D) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D dz_D \\
&= \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{k_{yD}^2}{r_{wD}} \int_{x_{piD}-L_{piD}/2}^{x_{piD}+L_{piD}/2} \int_{z_{wD}-w_D/2}^{z_{wD}+w_D/2} \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D dz_D \quad (3.110)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^N -\frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{k_{yD}^2}{r_{wD}} \frac{x_{eD}}{k\pi} \left\{ \cos\left[k\pi(x_{piD} + L_{piD}/2)/x_{eD}\right] - \cos\left[k\pi(x_{piD} - L_{piD}/2)/x_{eD}\right] \right\} w_D \\
&\quad (3.111)
\end{aligned}$$

Denklem (3.107), (3.108), (3.109) ve (3.111)' i Denklem (3.106)' da yerine konularak M_{m0} için düzenlenirse

$$\begin{aligned}
M_{m0} &= \frac{-2w_D k_{yD}}{\pi r_{wD}} \frac{1}{m\xi_m} \frac{1}{\cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD})} \\
&\quad \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \left\{ \cos\left[m\pi(x_{piD} + L_{piD}/2)/x_{eD}\right] - \cos\left[m\pi(x_{piD} - L_{piD}/2)/x_{eD}\right] \right\} \quad (3.112)
\end{aligned}$$

$$M_{m0} = \frac{-2w_D k_{yD}}{\pi r_{wD}} \frac{1}{m\xi_m} \frac{1}{\cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD})} \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} R_{xmi} \quad (3.113)$$

Burada

$$R_{xmi} = \left\{ \cos\left[m\pi(x_{piD} + L_{piD}/2)/x_{eD}\right] - \cos\left[m\pi(x_{piD} - L_{piD}/2)/x_{eD}\right] \right\} \quad (3.114)$$

Denklem (3.105)' i önce $\sin(k\pi x_D / x_{eD}) \cos(l\pi z_D)$ ile çarpıp, sonuçta çıkan denklemi de $0 \leq x_D \leq x_{eD}$ ve $0 \leq z_D \leq 1$ sınırları ile verilen dikdörtgen içinde integre ederek M_{mn} tespit edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=1}^{\infty} M_{m0} k_{yD} \xi_m \cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD}) \int_0^{x_{ep}} \int_0^1 \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \cos(l\pi z_D) dx_D dz_D \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} \cosh[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD}] \int_0^{x_{ep}} \int_0^1 \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \\
& \cos(n\pi z_D) \cos(l\pi z_D) dx_D dz_D = \int_0^{x_{ep}} \int_0^1 G(x_D, y_D) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \cos(l\pi z_D) dx_D dz_D
\end{aligned} \tag{3.115}$$

Denklem (3.107)' deki yapılması gerekli integrasyon işlemleri aşağıda gösterilmiştir.

$$\int_0^{x_{ep}} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) dx_D dz_D = \begin{cases} 0 & m \neq k \\ x_{eD} / 2 & m = k \end{cases} \tag{3.116}$$

$$\int_0^1 \cos(l\pi z_D) dz_D = \frac{1}{l\pi} [\sin(l\pi) - \sin(0)] = 0 \tag{3.117}$$

$$\int_0^1 \cos(n\pi z_D) \cos(l\pi z_D) dz_D = \begin{cases} 0 & n \neq l \\ 1/2 & n = l \end{cases} \tag{3.118}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{x_{ep}} \int_0^1 G(x_D, y_D) \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \cos(l\pi z_D) dx_D dz_D \\
& = \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{k_{yD}^2}{r_{wD}} \int_{x_{piD} - L_{piD}/2}^{x_{piD} + L_{piD}/2} \int_{z_{wD} - w_D/2}^{z_{wD} + w_D/2} \sin(k\pi x_D / x_{eD}) \cos(l\pi z_D) dx_D dz_D
\end{aligned} \tag{3.119}$$

$$\begin{aligned}
& = -\frac{k_{yD}^2 x_{eD}}{r_{wD} k l \pi^2} \left\{ \sin[l\pi(z_{wD} + w_D/2)] - \sin[l\pi(z_{wD} - w_D/2)] \right\} \\
& \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \left\{ \cos[k\pi(x_{piD} + L_{piD}/2)/x_{eD}] - \cos[k\pi(x_{piD} - L_{piD}/2)/x_{eD}] \right\}
\end{aligned} \tag{3.120}$$

Denklem (3.116), (3.117), (3.118) ve (3.120)' yi Denklem (3.115)' de yerine konup M_{mn} için yeniden düzenlenirse

$$M_{mn} = -\frac{4k_{yD}}{r_{wD}\pi^2} \frac{1}{mn(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} \frac{1}{\cosh\left[k_{yD}(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD}\right]} \left\{ \sin\left[n\pi(z_{wD} + w_D/2)\right] - \sin\left[n\pi(z_{wD} - w_D/2)\right] \right\} \\ \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \left\{ \cos\left[m\pi(x_{piD} + L_{piD}/2)/x_{eD}\right] - \cos\left[m\pi(x_{piD} - L_{piD}/2)/x_{eD}\right] \right\} \quad (3.121)$$

$$M_{mn} = -\frac{4k_{yD}}{r_{wD}\pi^2} \frac{1}{mn(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} \frac{1}{\cosh\left[k_{yD}(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD}\right]} R_{zn} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} R_{xmi} \quad (3.122)$$

burada

$$R_{zn} = \left\{ \sin\left[n\pi(z_{wD} + w_D/2)\right] - \sin\left[n\pi(z_{wD} - w_D/2)\right] \right\} \quad (3.123)$$

Denklem (3.113) ve (3.122)' nin Denklem (3.103)' de yerine konmasıyla şu elde edilir;

$$P_D(x_D, y_D, z_D) = -\frac{2w_D k_{yD}}{\pi r_{wD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m\xi_m} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \frac{\sinh(k_{yD} \xi_m y_D)}{\cosh(k_{yD} \xi_m y_{wD})} R_{xmi} \\ -\frac{4k_{yD}}{\pi^2 r_{wD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{mn(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \\ \frac{\sinh\left[k_{yD}(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_D\right]}{\cosh\left[k_{yD}(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD}\right]} \cos(n\pi z_D) R_{xmi} R_{zn} \quad (3.124)$$

Denklem (3.124) kuyu için değerlendirilirse Denklem (3.124) şu şekli alır.

$$\begin{aligned}
P_D(x_D, y_D, z_D) = & -\frac{2w_D k_{yD}}{\pi r_{wD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m\xi_m} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) R_{ym0} R_{xmi} \\
& -\frac{4k_{yD}}{\pi^2 r_{wD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{mn(\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) \\
& \cos(n\pi z_D) R_{ymn} R_{xmi} R_{zn}
\end{aligned} \quad (3.125)$$

burada;

$$R_{ym0} = \tanh(k_{yD} \xi_m y_{wD}) \quad (3.126)$$

$$R_{ymn} = \tanh\left[k_{yD} (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2} y_{wD}\right] \quad (3.127)$$

Denklem (3.125)' de verilen kuyu çözümü eş akı (uniform-flux) kabulü için geçerlidir. Bu kabul, akışa açık her bir aralığın her noktasında akışkan akışının aynı olduğu kabulüdür. Sonsuz iletkenlik (infinite-conductivity) kabulü için geçerli bir çözüm elde etmek için Denklem (3.125) önce z yönünde kuyuyu temsil eden $z_{wD} - w_D \leq z_D \leq z_{wD} + w_D$ sınırları içinde integre edilmeli ve daha sonra da kuyunun akışa açık aralıklarını temsil eden $x_{pjD} - L_{pjD}/2 \leq x_D \leq x_{pjD} + L_{pjD}/2$ sınırları içinde integre edilmelidir.

$$P_{zD}(x_D, y_{wD}) = \int_{z_{wD}-w_D/2}^{z_{wD}+w_D/2} P_D(x_D, y_{wD}, z_D) dz_D / \int_{z_{wD}-w_D/2}^{z_{wD}+w_D/2} dz_D \quad (3.128)$$

$$\int_{z_{wD}-w_D/2}^{z_{wD}+w_D/2} dz_D = w_D \quad (3.129)$$

$$\int_{z_{wD}-w_D/2}^{z_{wD}+w_D/2} \cos(n\pi z_D) dz_D = \frac{1}{n\pi} \left\{ \sin[n\pi(z_{wD} + w_D/2)] - \sin[n\pi(z_{wD} - w_D/2)] \right\} \quad (3.130)$$

Denklem (3.129) ve (3.130) Denklem (3.128)' de yerine konursa şu elde edilir;

$$P_{zD}(x_D, y_{wD}) = -\frac{2w_D k_{yD} w_D}{\pi r_{wD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m \xi_m} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) R_{ym0} R_{xmi} \\ - \frac{4k_{yD}}{\pi^3 r_{wD} w_D} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{mn^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) R_{ymn} R_{xmi} R_{zn}^2 \quad (3.131)$$

Denklem (3.131)' in $x_{pjD} - L_{pjD}/2 \leq x_D \leq x_{pjD} + L_{pjD}/2$ sınırları içinde integre edilmesiyle

$$P_{jD} = \int_{x_{pjD} - L_{pjD}/2}^{x_{pjD} + L_{pjD}/2} P_{zD}(x_D, y_{wD}) dx_D / \int_{x_{pjD} - L_{pjD}/2}^{x_{pjD} + L_{pjD}/2} dx_D \quad (3.132)$$

$$\int_{x_{pjD} - L_{pjD}/2}^{x_{pjD} + L_{pjD}/2} dx_D = L_{pjD} \quad (3.133)$$

$$\int_{x_{pjD} - L_{pjD}/2}^{x_{pjD} + L_{pjD}/2} \sin(m\pi x_D / x_{eD}) dx_D = \\ -\frac{x_{eD}}{m\pi} \left\{ \cos \left[m\pi (x_{pjD} + L_{pjD}/2) / x_{eD} \right] - \sin \left[m\pi (x_{pjD} - L_{pjD}/2) / x_{eD} \right] \right\} \quad (3.134)$$

Denklem (3.133) ve (3.134)' ün Denklem (3.132)'de yerine konmasıyla şu elde edilir;

$$P_{jD} = \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} w_D L_{pjD}} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{iD}}{L_{piD}} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \quad (3.135)$$

Formasyonun kirlenmesinden dolayı oluşan zar faktörü, yukarıdaki çözüme sonsuz ince zar kavramı kullanılarak eklenebilir.

$$P_{sjD} = P_{jD} + \frac{q_{jD}}{L_{pjD}} S_{dj} \quad (3.136)$$

$$\begin{aligned} P_{sjD} = & \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD} L_{pjD}} \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{q_{iD}}{L_{piD} L_{pjD}} \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} w_D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \\ & + \frac{q_{jD}}{L_{pjD}} S_{dj} \end{aligned} \quad (3.137)$$

Denklem (3.137) aşağıdaki formda daha kısa bir şekilde ifade edilebilir.

$$P_{sjD} = \sum_{i=1}^N q_{iD} T_{ij} \quad (3.138)$$

Eğer $i \neq j$ ise

$$\begin{aligned} T_{ij} = & \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ & + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 \end{aligned} \quad (3.139.a)$$

eğer $i = j$ ise

$$\begin{aligned} T_{ij} = & \frac{2w_D k_{yD} x_{eD}}{\pi^2 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \xi_m} R_{ym0} R_{xmj} R_{xmi} \\ & + \frac{4k_{yD} x_{eD}}{\pi^4 r_{wD} L_{pjD} L_{piD}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 n^2 (\xi_m^2 + \lambda_n^2)^{1/2}} R_{ymn} R_{xmj} R_{xmi} R_{zn}^2 + \frac{S_{jD}}{L_{pjD}} \end{aligned} \quad (3.139.b)$$

Denklem (3.138) her açık interval için yazılır ise

$$\begin{array}{ccccccc}
 P_{s1D} & -q_{1D}T_{11} & -q_{2D}T_{21} & -q_{3D}T_{31} & \cdots & \cdots & \cdots & -q_{ND}T_{N1} = 0 \\
 P_{s2D} & -q_{1D}T_{12} & -q_{2D}T_{22} & -q_{3D}T_{32} & \cdots & \cdots & \cdots & -q_{ND}T_{N2} = 0 \\
 P_{s3D} & -q_{1D}T_{13} & -q_{2D}T_{23} & -q_{3D}T_{33} & \cdots & \cdots & \cdots & -q_{ND}T_{N3} = 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 P_{sND} & -q_{1D}T_{1N} & -q_{2D}T_{2N} & -q_{3D}T_{3N} & \cdots & \cdots & \cdots & -q_{ND}T_{NN} = 0
 \end{array} \quad (3.140)$$

Her açık aralıktaki basınç kuyu basıncına eşit olacağından;

$$P_{s1D} = P_{s2D} = P_{s3D} = \dots = P_{sND} = P_{wD} \quad (3.141)$$

Ayrıca her aralıktan kuyuya olan boyutsuz kısmi debilerin toplamı birdir.

$$q_{1D} + q_{2D} + q_{3D} + \dots + q_{ND} = 1 \quad (3.142)$$

Denklem (3.140), (3.141) ve (3.142) aşağıdaki şekilde bir matriks formunda yazılabilir.

$$\begin{bmatrix}
 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\
 1 & -T_{11} & -T_{21} & -T_{31} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{N1} \\
 1 & -T_{21} & -T_{22} & -T_{23} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{N2} \\
 1 & -T_{31} & -T_{32} & -T_{33} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{N3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 1 & -T_{(N-1)1} & -T_{(N-1)2} & -T_{(N-1)3} & \cdots & \cdots & \cdots & -T_{(N-1)N} \\
 1 & -T_{N1} & -T_{N2} & -T_{N3} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{NN}
 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_{wD} \\ q_{1D} \\ q_{2D} \\ q_{3D} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ q_{N-1D} \\ q_{ND} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

Yukarıda verilen matriks bilinmeyen kuyu dibi basıncı ve kısmi debi dağılımı için çözülebilir. Katsayıları Denklem-(3.139.a ve b) kullanılarak saptanan yukarıdaki matriks Numerical Recipes [10] da verilen LUDCMP ve LUBKSB altprogramları kullanılarak çözüldü.

BÖLÜM 4

UYGULAMALAR

Bu bölümde geliştirilen matematiksel model için yazılmış olan bilgisayar programı sonuçlarına dayanılarak oluşturulmuş grafikler ve tablolar sunulmuştur. Ayrıca daha önce literatür araştırması bölümünde incelenen bazı modellerle yapılan kıyaslamalar da bu bölümde verilmiştir. Bu kıyaslamalar sırasında unutulmaması gereken nokta, bu çalışmada önerilen modelin yaptığı kabuller ile diğer modellerin yaptığı kabuller arasındaki farktır. Ancak bu farklara rağmen modeller arasında makul bir uyum olduğu da görülecektir.

4.1. Tamamiyle Akışa Açılmış Yatay Kuyular İçin Diğer Modellerle Kıyaslama

Tablo 4.1' de önerdiğimiz modelin çeşitli rezervuar şartları için hesapladığı basınç farklarına karşılık Özkan'ın [7] verdiği sonsuz iletkenlik ve eş akı kabullerini yapan iki ayrı formülasyonla ve Joshi'nin [1] verdiği yatay kuyu ve kuyu uzunluğunun artmasıyla kullanılabileceğini belirttiği düşey çatlak çözümüne yakınsayan formülasyonların verdiği basınç farkları tablo halinde sunulmuştur. Bu tablolar oluşturulurken, Denklem (3.143)' de verilen çözüm, açık aralık sayısını gösteren N teriminin 1 ve 10 olması durumları için hesaplanmıştır. Bu noktada, akışa tamamen açık kuyu için N ne olursa olsun kapalı alanların sıfır olarak alındığı ve dolayısıyla açık alanların birbirine eşit ve bitişik kabul edilerek çözümlemenin yapıldığı belirtilmelidir. Burada açıklanması gereken, N=10 değeri için bulunan sonuçların daha gerçekçi olduğudur. Sunulan bu tablolarda, verilerde, formasyon kalınlığının, drenaj alanının, kuyunun drenaj alanı içerisinde yerleştirildiği yerin fonksiyonu olarak basınç farkındaki değişim gösterilmiştir. Bu tablolarda da görüldüğü gibi, adı geçen modellerle, bu çalışmada önerilen model iyi bir uyum göstermektedirler. Aradaki farklılıklar, kullanılan rezervuar şekillerindeki farklılardan ve Joshi'nin [1] modelinin 3 boyutlu problemi 2 adet 2 boyutlu probleme bölerek çözümleme yapmasından gelmektedir.

Tablo 4.1 : Tamamen akışa açık yatay kuyular için farklı çözümlerin kıyaslanması

VERİLER	SET : 1	SET : 2	SET : 3	SET : 4	SET : 5	SET : 6	SET : 7	SET : 8	SET : 9	SET:10
Rw, ft	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354
h, ft	10	20	50	50	50	50	50	60	60	60
Zw, ft	5	10	25	25	25	25	25	20	40	30
Xe, ft	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Ye, ft	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Yw, ft	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Lpt, ft	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
Q, bbl/D	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
Mu	1	1	1	1,25	1,5	2	5	1	1	1
Kx, md	50	50	50	50	50	50	50	35	35	35
Ky, md	50	50	50	50	50	50	50	55	55	55
Kz, md	50	50	50	50	50	50	50	75	75	75
Yukarıda verilen veri setleri için, farklı çözümlerden elde edilen basınç düşümleri, psi										
MODEL N = 1	2630	1315	526	657	789	1052	2630	526	734	813
MODEL N = 10	2500	1250	500	625	750	1000	2499	500	698	773
JOSHI [1] Yatay Kuyu	2561	1300	547	684	821	1095	2737	529	529	529
JOSHI [1] Düşey Çatlak	2536	1268	507	634	761	1014	2536	482	482	482
OZKAN [7] Sonsuz İlet. K.	2535	1267	507	634	760	1014	2535	481	481	481
OZKAN [7] Eş Akı Kabulü	2968	1484	594	742	891	1187	2968	564	564	564

Şekil 4.1' de de akışa tamamen açık bir kuyu için, bu çalışmada elde edilen çözüm, Goode ve Wilkinson'ın [9] önerdiği çözümle kıyaslanmıştır. Bu kıyaslamada kullanılan veri seti Tablo 4.2' de verilmiştir. Şekil 4.1' den de gözlenebileceği gibi, iki çözüm arasında oldukça iyi bir uyum vardır. Çözümler arasındaki ihmal edilebilecek düzeydeki fark iki çözümün farklı rezervuar sınır koşulları için geliştirilmiş olmasındandır. Goode ve Wilkinson'ın [9] çözümünde rezervuarın yanal yüzeyleri akışa kapalıdır. Bu çalışmada önerilen modelde ise yanal yüzeylerde sabit bir basınç olduğu kabul edilmiştir.

4.2. Kısmi Aralıklarla Tamamlanmış Yatay Kuyular İçin Kıyaslama

Şekil 4.2, 4.3, 4.4 ve 4.5' de kısmi aralıklarla akışa açık bir yatay kuyu için Denklem (3.143) de verilen çözüm, Denklem (2.28) de ifade edilen Goode ve Wilkinson'ın [9] çözümüyle kıyaslanmıştır. Kıyaslamada kullanılan veri seti de Tablo 4.2' de sunulmuştur. Söz konusu şekillerde, kıyaslamalar üç ayrı açık aralık dağılımı için yapılmıştır. Bu üç dağılımda ve Şekil 4.6' da ele alınan diğer iki dağılımda da akışa açık toplam kuyu uzunluğu, yatay kuyu uzunluğunun % 20' sidir. Akışa açık aralıklar kuyu boyunca simetrik olarak dağıtılmışlardır. Gözönünde bulundurulan beş ayrı açık aralık dağılımı aşağıda tanımlanmıştır.

1. durum : Eşit uzunlukta beş aralık akışa açıktır.
2. durum : Akışa açık eşit uzunlukta iki aralık vardır ve akışa açık intervaller yatay kuyunun her iki ucuna yerleştirilmiştir.
3. durum : Yatay kuyunun tam ortasında akışa açık tek bir aralık mevcuttur.
4. durum : Eşit uzunlukta üç interval akışa açıktır ve bu intervaller yatay kuyunun her iki ucuna ve tam ortasına yerleştirilmiştir.
5. durum : Eşit uzunlukta yedi akış intervali kuyu boyunca simetrik olarak dağıtılmıştır.

Tablo 4.2 : Şekillerin çizilmesinde kullanılan veri setleri

VERİLER	Şekil 4.1	Şekil 4.2	Şekil 4.3	Şekil 4.4	Şekil 4.5	Şekil 4.6
Rw, ft	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354
h, ft	40 - 400	40			40 - 200 - 400	40
Zw, ft	20 - 200	20			20 - 100 - 200	20
Xe, ft	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Ye, ft	2000	2000	2000	2000	2000	4000
Yw, ft	1000	1000	1000	1000	1000	2000
Lw, ft			1000	400	400	2000
Kx, md	50	50	50	50	50	50
Ky, md	50	50	50	50	50	50
Kz, md	50	50	50	50	50	50

Şekil 4.2, 4.3, 4.4 ve 4.5' deki kıyaslamalarda, Oranlanmış Verimlilik İndeksindeki (OVİ) değişim, toplam açık interval uzunluğuna, formasyon kalınlığına ve kuyu penetrasyon oranına bağımlı olarak incelenmiştir. Oranlanmış verimlilik indeksi, kısmi aralıklarla akışa açılmış bir yatay kuyunun verimlilik indeksinin aynı uzunluktaki tamamıyla akışa açık yatay kuyunun verimlilik indeksine oranıdır.

$$OVİ = \frac{J_{sc}}{J_{fc}} = \frac{q / \Delta P_{sc}}{q / \Delta P_{fc}} = \frac{P_{wDfc}}{P_{wDsc}} \quad (4.1)$$

Denklem 4.1' deki değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

- J_{sc} ; kısmi aralıklarla akışa açılması durumundaki verimliliği, bbl/D -psi
- J_{fc} ; tamamıyla akışa açık yatay kuyunun verimliliği, bbl/D -psi
- q ; yatay kuyunun akış debisi, bbl/D
- ΔP_{sc} ; kısmi aralıklarla akışa açık yatay kuyudaki basınç düşümü, psi
- ΔP_{fc} ; tamamıyla akışa açık yatay kuyudaki basınç düşümü, psi
- P_{wDfc} ; tamamıyla akışa açık yatay kuyudaki boyutsuz akış basıncı
- P_{wDsc} ; kısmi aralıklarla akışa açık yatay kuyudaki boyutsuz akış basıncı

Şekil 4.2' de h/X_e değeri 0.1' de sabit tutularak, bu çalışmada önerilen çözüm, Goode ve Wilkinson' ın [9] çözümüyle, daha önce tanımlanan 1inci, 2nci ve 3üncü durumlar için kıyaslanmıştır. 1inci durum için çözümler arasında mükemmele varan bir uyum sağlanmıştır. Fakat 2nci ve 3üncü durumlarda, kısa kuyu uzunlukları için uyum gözlenirse de, kuyu uzunluğu arttığında iki çözüm arasında farklılıklar saptanmıştır.

Şekil 4.3' de L_w/X_e değeri 0.25' de, Şekil 4.4' de L_w/X_e değeri 0.1' de sabit alınarak, formasyon kalınlığının oranlanmış verimlilik indeksi üzerindeki etkisi 1inci, 2nci ve 3üncü durumlar için irdelenmiş ve çözümler kıyaslanmıştır. Daha önce bahsedildiği gibi, 1inci durum için çözümler arasında iyi bir uyum varken, 2nci ve 3üncü durumlarda çözümler birbirinden farklı sonuçlar vermektedir.

Şekil 4.5' de çeşitli h/X_e değerleri için, 1inci durumda oranlanmış verimlilik indeksindeki değişim, kuyu penetrasyon oranının fonksiyonu olarak incelenmiş ve çözümler kıyaslanmıştır. Kıyaslanan çözümler birbirine yakın fakat farklı sonuçlar vermektedir. Çözümler arasındaki fark % 10 - 15 mertebesinde.

Genel olarak, Şekil 4.2, 4.3, 4.4 ve 4.5' de verilen ve çözümlerin kıyaslanmasında gözlenen farklar, çözümlerde gözönünde bulundurulmuş rezervuar sınır koşullarının farklı olmasındandır. Denklem (3.143)' de verilen çözümde, rezervuar yanal yüzeylerinin sabit basınçta olduğu varsayılmıştır. Yani rezervuar

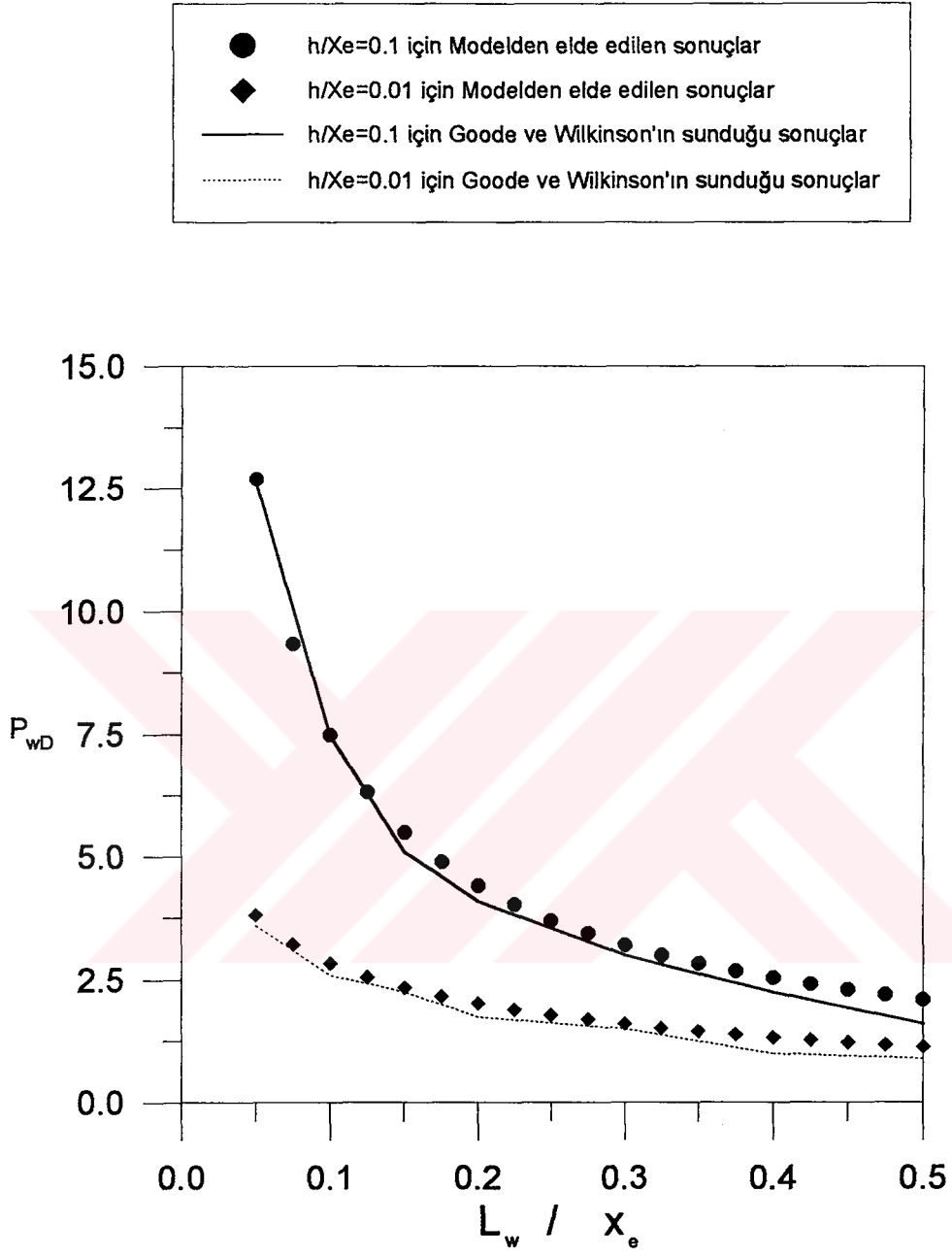
yanal yüzeylerinde akış vardır. Goode ve Wilkinson' ın [9] çözümü ise rezervuar yanal yüzeylerinin akışa kapalı olduğunu öngörür.

Yukarda bahsedilen kıyaslama ve uygulamalara ek olarak, diğer bazı parametrelerinde kısmi aralıklarla akışa açık bir yatay kuyunun verimliliğini ne yönde etkilediğini gösteren uygulamalar da yapılabilir. Şekil 4.6' da, akışa açık aralık sayısının ve toplam kuyu uzunluğunun, boyutsuz kuyu dibi akış basıncı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Şekilden de görülebileceği gibi, verilen bir L_w / X_e oranı için, akışa açık intervallerin sayısı arttığında boyutsuz kuyu dibi basıncı azalmakta ve kuyunun verimliliği artmaktadır. Bu yüzden, saha uygulamalarında yatay kuyuları mümkün olduğu sürece çok sayıda aralıkta akışa açmak gerekir.

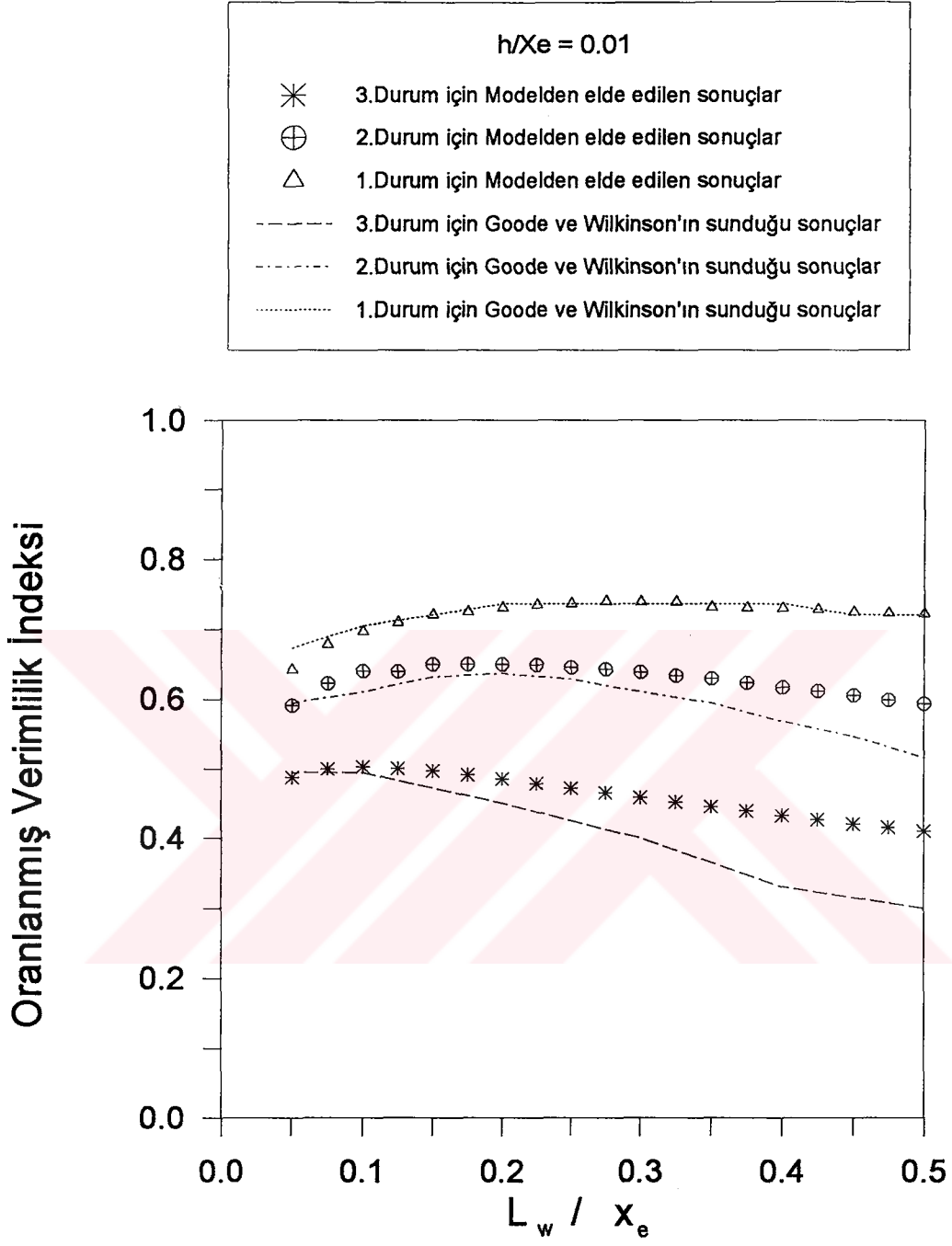
Tablo 4.3' de de aynı uzunlukta ve sayıda verilen akışa açık intervallerin kuyu boyunca farklı şekillerde dağıtılmalarının kuyunun verimliliğini nasıl etkilediği incelenmiştir. Tablo 4.3' deki hesaplamalarda penetrasyon oranı % 30; akışa açık aralık sayısı üç ve interval uzunlukları eşit olarak alındı. Açık aralıkların dağılımı da tabloda sunulmuştur. Farklı açık interval dağılımları yatay kuyunun verimliliğinde % 10 - 15 mertebesinde değişimlere neden olmaktadır.

Tablo 4.3 : Farklı aralık dağılımları için boyutsuz akış basıncı davranışı

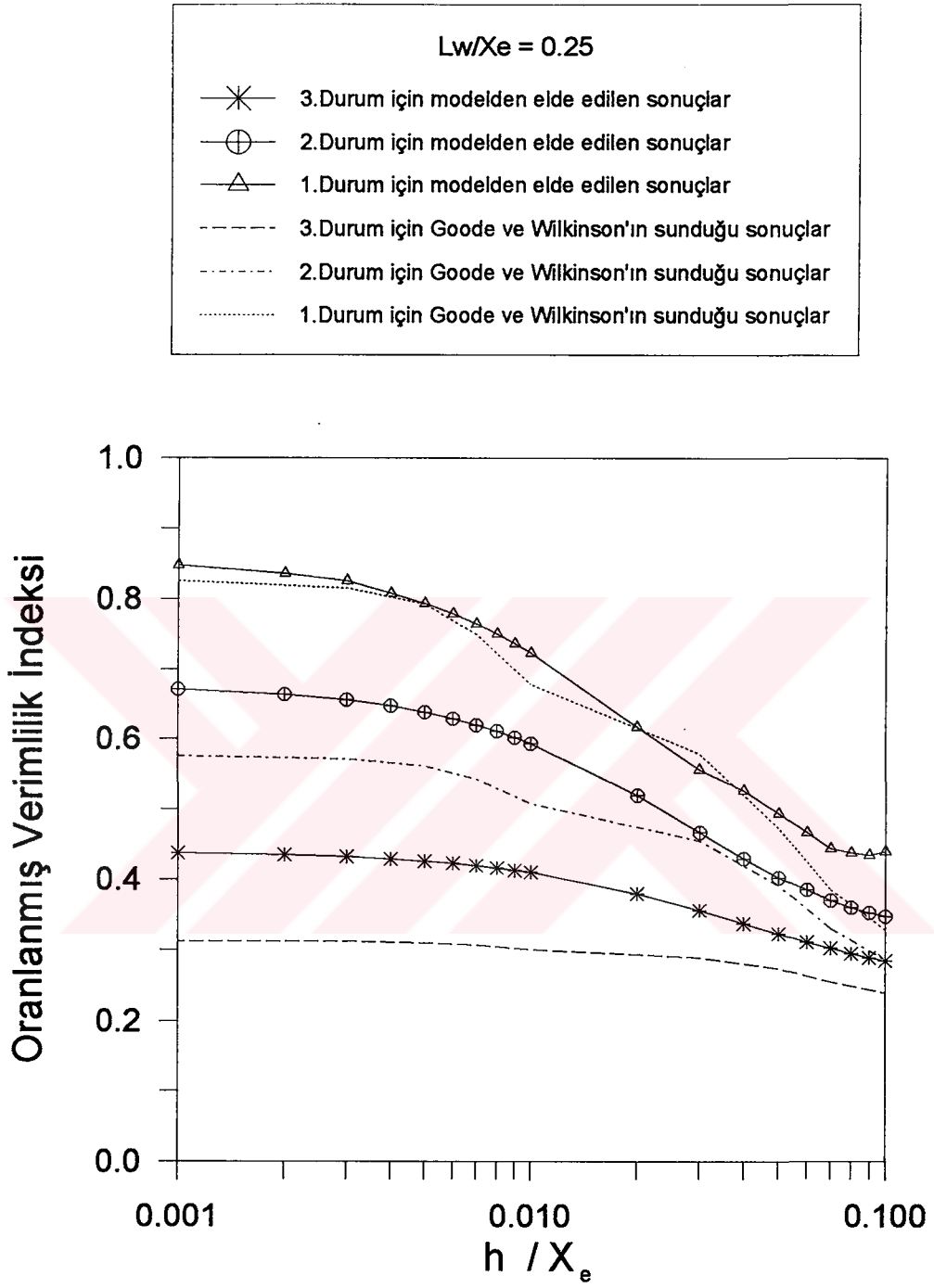
VERİLER	1. SET	2. SET	3. SET	4. SET	5. SET	6. SET	7. SET
Rw, ft	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354	0,354
h, ft	40	40	40	40	40	40	40
Zw, ft	20	20	20	20	20	20	20
Xe, ft	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Ye, ft	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Yw, ft	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Lw, ft	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Kx, md	50	50	50	50	50	50	50
Ky, md	50	50	50	50	50	50	50
Kz, md	50	50	50	50	50	50	50
Lpi	200	200	200	200	200	200	200
Xp(1)	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1800
Xp(2)	2000	1650	2350	1350	2650	1650	2350
Xp(3)	2900	2900	2900	2900	2900	2200	2900
PwD	1,4143	1,4459	1,4459	1,5515	1,5515	1,6267	1,6267



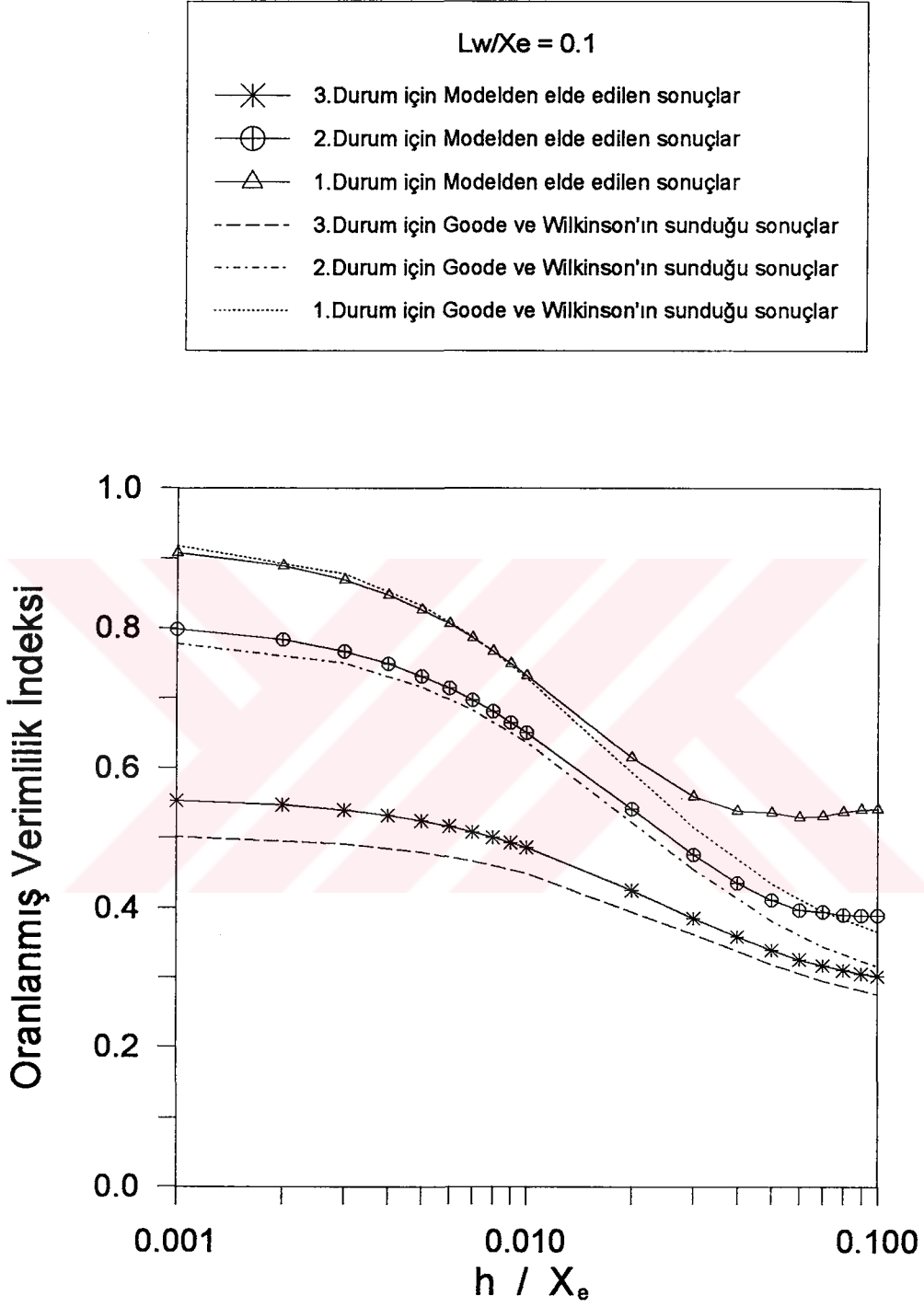
Şekil 4.1 : Akışa tamamen açık bir yatay kuyu için farklı çözümlerin kıyaslanması.



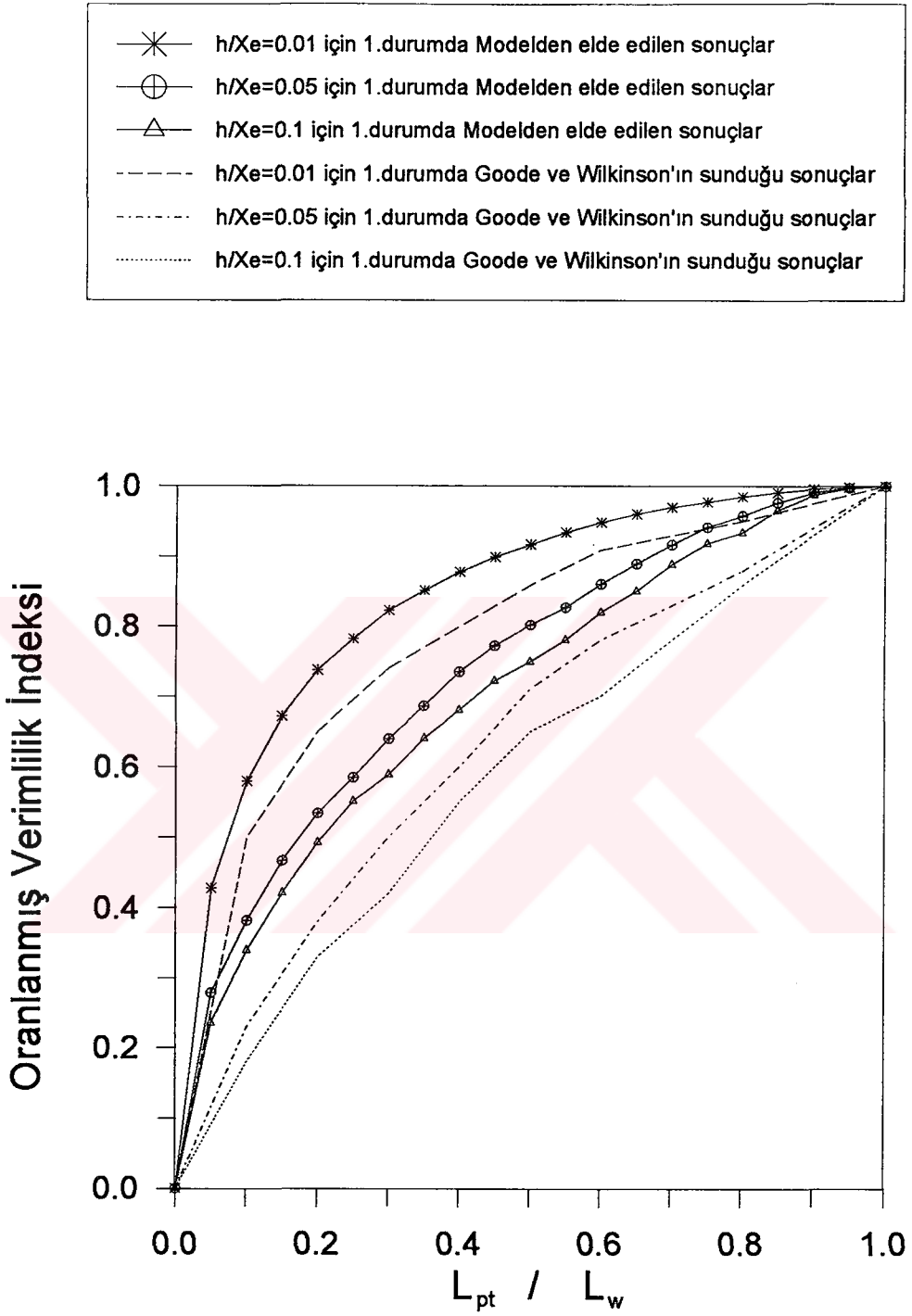
Şekil 4.2 : Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi grafiği.



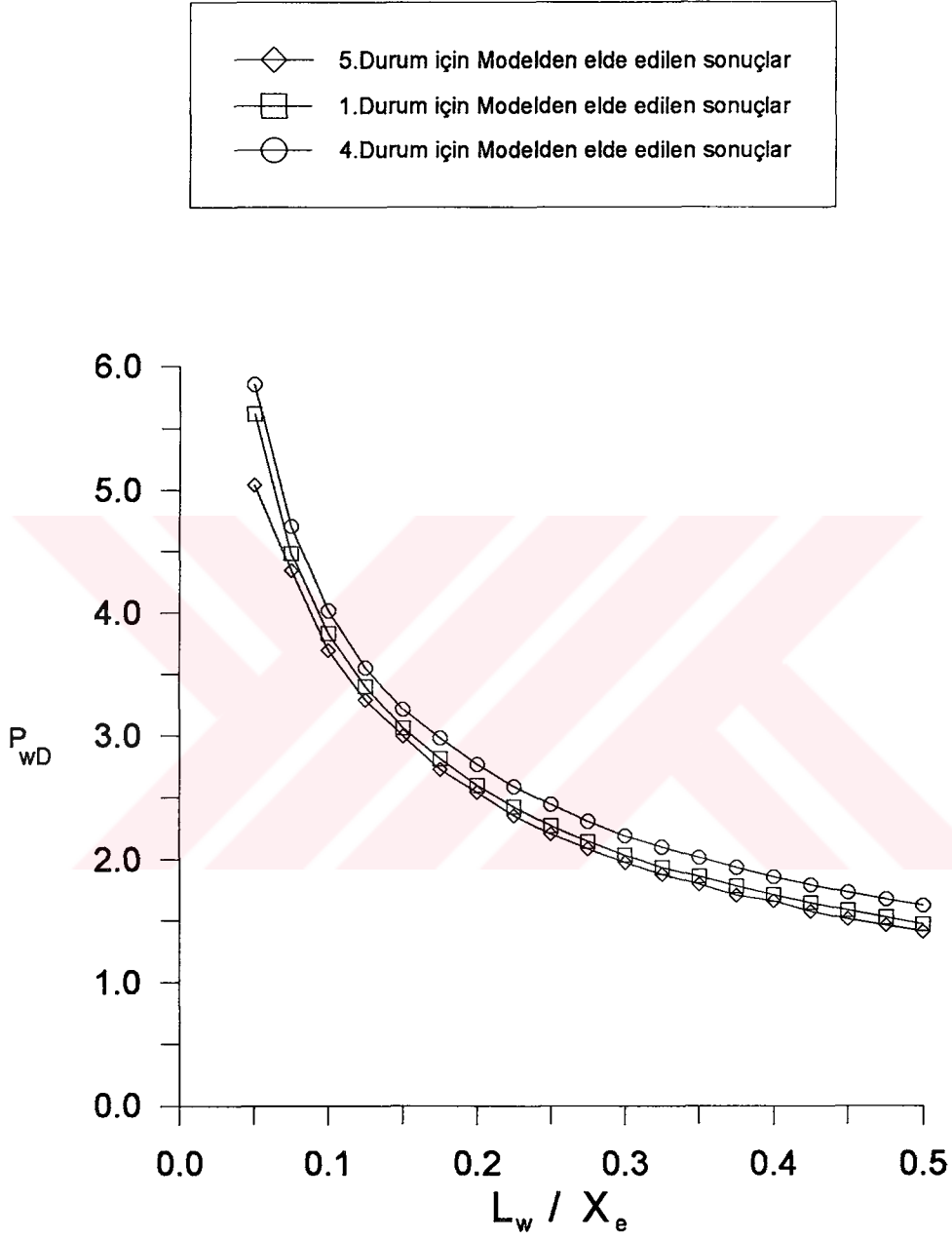
Şekil 4.3 : Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi grafiği.



Şekil 4.4 : Farklı aralık dağılımları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi grafiği.



Şekil 4.5 : 1.Durumda, farklı penetrasyon oranları için Oranlanmış Verimlilik İndeksi Grafiği.



Şekil 4.6 : Farklı açık aralık dağılımları için boyutsuz akış basıncı grafiği.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, dikdörtgen prizma şekilli bir rezervuar içerisinde yerleştirilen ve kısmen akışa açık bir yatay kuyuya akış modellenmiştir. Bu modelde kuyunun yeriyle ilgili olarak yapılan tek kabul, kuyunun y doğrultusunda rezervuarın tam ortasında olduğudur. Bu çalışmada, akışa açık aralıkların kuyu üzerinde rastgele dağıtılabilmesine ve uzunluklarının da farklı olabilmesine olanak veren bir çözüm sunulmuştur. Bu çözüm, sabit ve belirli bir debide üretim yapan bir yatay kuyunun, akışa açık aralıklarının her birinin ne kadar akışkan ürettiğini de hesaplayabilir. Bu hesaplamaların yapılabilmesi için bir matriks probleminin çözülmesi gerekmektedir.

Elde edilen çözüm için bir bilgisayar programı yazılmıştır. Elde edilen sonuç matriksin çözümü Kaynak 10' da verilen LUDCMP ve LUBKSB adlı alt programlar aracılığıyla yapılmıştır.

Bu çalışmada sunulan çözüm, literatürde var olan diğer çözümlerle karşılaştırılmış ve farklı çözümler arasında iyi bir uyum olduğu gözlenmiştir.

Bu bilgisayar yazılımıyla yapılan uygulamaların sonucunda oluşturulan grafikler ve tablolardan aşağıdaki genel sonuçlar çıkarılabilir.

1. Seçilmiş aralıklarla akışa açılmış yatay kuyuların verimliliği akışa açık olan aralıkların uzunluğuyla artar. Ancak bu artış doğrusal bir ilişkiye sahip değildir.

2. Yatay kuyuların kısmi aralıklarla tamamlanması durumunda açık aralıkların kuyu üzerinde yerleştiriliş biçimleri kuyunun performansını etkilemektedir.

3. Yapılan uygulamalar sonunda en uygun olan aralık dağılımının eşit uzunluktaki aralıkların simetrik bir biçimde dağıtılması olduğu görülmüştür.

4. Yapılan uygulamalar sonucunda yatay kuyunun rezervuar içerisinde yerleştirildiği yerin, kuyu verimliliği üzerindeki etkisinin küçümsenemeyecek olduğunu göstermiştir.

KAYNAKLAR

- [1] JOSHI,S.D.,Horizontal Well Technology
- [2] JOSHI, S.D., "Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells", SPE JPT (Haziran 1988), s. 729 - 739.
- [3] SCHNERK, G.C. ve MADEEN, C.N., "The Austin Chalk: Simulation of Horizontal Wells in a Heterogeneous Formation", SPE 20716, SPE 65. Yıllık Teknik Konferansında sunuldu, New Orleans, LA, 23 - 26 Eylül 1990, s. 25 - 36.
- [4] ECONOMIDES, M.J. et al, "Comprehensive Simulation of Horizontal Well Performance", SPE 20717, SPE 65. Yıllık Teknik Konferansında sunuldu, New Orleans, LA, 23 - 26 Eylül 1990,s.37-48
- [5] MARETT, B.P., ve LANDMAN, M.J., "Optimal Perforation Design for Horizontal Wells in Reservoirs With Boundaries", SPE 25366, SPE Asya Petrol ve Gaz Konferansında sunuldu, Singapore, 8 - 10 Şubat 1993, s. 397 - 406.
- [6] KUCHUK, F.J., ve JAWAID SAEEDI, "Inflow Performance of Horizontal Wells in Multilayer Reservoirs", SPE 24945, SPE 67. Yıllık Teknik Konferansında sunuldu, Washington, DC., 4 - 7 Ekim 1992, s.929 - 940.
- [7] ÖZKAN, E., Horizontal Well Technology course notes.

- [8] GOODE, P.A., ve KUCHUK, F.J., "Inflow Performance of Horizontal Wells", SPERE (Ağustos 1991), s. 319 - 323.

- [9] GOODE, P.A., ve WILKINSON, D.J., "Inflow Performance of Partially Open Horizontal Wells", SPE JPT (Ağustos 1991), s. 983 - 987.

- [10] PRESS, W.H., et al : Numerical Recipes, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1986.



EKLER



EK A

SI METRİK DÖNÜŞÜM FAKTÖRLERİ

<u>Saha Birimleri</u>	<u>Çarpım Katsayısı</u>	<u>SI Birimleri</u>
bbl (STB-RB)	* 1.589873 E-01	= m ³
cp	* 1.0	= Pa.s
ft	* 3.048	= m
inç	* 2.54	= cm
psi	* 6.894757 E-01	= kPa
md	* 9.869233 E-04	= μm ²

EK B

BİLGİSAYAR PROGRAMI LİSTESİ

```
C
C   KISMI ARALIKLARLA AKISA ACILMIS YATAY KUYULARIN VERİMLİLİĞİ
C
C   YAZAN : A.DOĞAN YILMAZ
C
C   SAHA BİRİMLERİ KULLANILMIŞTIR.
C
C
C   IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   PARAMETER(PI=3.141592653589793D0)
C   DIMENSION XP(50),XDP(50),PL(50),PDL(50),Q(51)
C   DIMENSION PM(50,50),PN(51,51),D(51)
C   OPEN(UNIT=1,FILE='VERI.DAT',STATUS='UNKNOWN')
C   OPEN(UNIT=2,FILE='SON.OUT',STATUS='UNKNOWN')
C   OPEN(UNIT=3,FILE='SPC.OUT',STATUS='UNKNOWN')
C   OPEN(UNIT=4,FILE='SPO.OUT',STATUS='UNKNOWN')
C
C   READ(1,*) RW,ZW,YW
C   READ(1,*) XE,YE,H
C   READ(1,*) GLW,QT,UM
C   READ(1,*) XK,YK,ZK
C   READ(1,*) N
C
C   DO 20 II=1,N
```

```

      READ(1,*) XP(II),PL(II)
20  CONTINUE
C
C
      W=PI*RW
      WD=W/H
      DYK=SQRT(XK/YK)
      DZK=SQRT(XK/ZK)
      HDW=DZK*H/GLPT
      YDW=YW/GLPT
      ZDW=ZW/H
      XDE=XE/GLPT
      YDE=YE/GLPT
C
      DO 30 IK=1,N
      XDP(IK)=XP(IK)/GLPT
      PDL(IK)=PL(IK)/GLPT
30  CONTINUE
C
C
      DO 40 I=1,N
      DO 50 J=1,N
      WRITE(*,*) 'I =',I, ' J =',J
      BRTP=0.0D0
      BRTP1=-100.D0
C
      DO 60 MI=1,250000
C
      TLD=MI*PI/XDE
      CF1=1.D0/(TLD*MI**2)
C
      HM1=DYK*YDW*TLD
      IF (HM1.GE.50.D0) THEN
      THP1=1.D0
      ELSE
      THP1=(DEXP(HM1)-DEXP(-1.D0*HM1))/(DEXP(HM1)+DEXP(-1.D0*HM1))
      ENDIF

```

```

C
    CSN1=DCOS(TLD*(XDP(I)+PDL(I)/2))-DCOS(TLD*(XDP(I)-PDL(I)/2))
C
    CSN2=DCOS(TLD*(XDP(J)+PDL(J)/2))-DCOS(TLD*(XDP(J)-PDL(J)/2))
C
    TRM1=CF1*THP1*CSN1*CSN2
C
    BRTP=BRTP+TRM1
    CHECKMI=MI/16.D0
    TRNKMI=INT(MI/16.D0)
    IF (CHECKMI.NE.TRNKMI) GO TO 60
    DELMI=DABS(BRTP-BRTP1)
    IF (DELMI.LE.1.D-008) GO TO 70
    BRTP1=BRTP
60  CONTINUE
    WRITE(2,*) I,J,'ILK SERI YAKINSAMADI'
70  CONTINUE
C    WRITE(2,*) 'ILK SERIDE',MI,' SAYIDA TERIM TOPLANDI.'
C
    PD1=2.D0*WD*DYK*XDE*BRTP/(PI**2*RW*PDL(I)*PDL(J))
C
    TP=0.0D0
    TP1=-100.D0
C
    DO 80 MJ=1,250000
C
    TPA=0.0D0
    TPA1=-100.D0
C
    DO 90 NI=1,250000
C
    TLD=MJ*PI/XDE
    ALM=NI*PI/HDW
    CF2A=SQRT(TLD**2+ALM**2)
    CF2=1/(MJ**2*NI**2*CF2A)
C
    HM2=DYK*YDW*CF2A

```

```

IF (HM2.GE.50.D0) THEN
  THP2=1.D0
ELSE
  THP2=(DEXP(HM2)-DEXP(-1.D0*HM2))/(DEXP(HM2)+DEXP(-1.D0*HM2))
ENDIF

C
CSN3=DCOS(TLD*(XDP(I)+PDL(I)/2))-DCOS(TLD*(XDP(I)-PDL(I)/2))
C
CSN4=DCOS(TLD*(XDP(J)+PDL(J)/2))-DCOS(TLD*(XDP(J)-PDL(J)/2))
C
SA=NI*PI
SN=(DSIN(SA*(ZDW+WD/2.D0))-DSIN(SA*(ZDW-WD/2.D0)))*2
C
TRM2=CF2*THP2*CSN3*CSN4*SN
TPA=TPA+TRM2
C
CHECKNI=NI/16.D0
TRNKNI=INT(NI/16.D0)
IF (CHECKNI.NE.TRNKNI) GO TO 90
DELNI=DABS(TPA-TPA1)
IF (DELNI.LE.1.D-008) GO TO 100
TPA1=TPA
90  CONTINUE
    WRITE(2,*) I,J,'1 IKINCI SERI YAKINSAMADI'
100  CONTINUE
C   WRITE(2,*) '1 IKINCI SERIDE',NI,' SAYIDA TERIM TOPLANDI.'
C
    TP=TP+TPA
C
    CHECKMJ=MJ/16.D0
    TRNKMJ=INT(MJ/16.D0)
    IF (CHECKMJ.NE.TRNKMJ) GO TO 80
    DELMJ=DABS(TP-TP1)
    IF (DELMJ.LE.1.D-008) GO TO 110
    TP1=TP
80  CONTINUE
    WRITE(2,*) I,J,'2 IKINCI SERI YAKINSAMADI'

```

```

110 CONTINUE
C   WRITE(2,*) '2 IKINCI SERIDE',MJ,' SAYIDA TERIM TOPLANDI'
C
      PD2=4.D0*DYK*XDE*H*TP/(RW*WD*PI**4*PDL(I)*PDL(J))
C
      PM(I,J)=PD1+PD2
      WRITE(*,*) 'PD1 =',PD1,' PD2 =',PD2
      WRITE(*,*) 'PM =',PM(I,J)
50 CONTINUE
40 CONTINUE
      NT=N+1.D0
      NP=NT
C
      DO 120 KI=1,N
        PN(KI,1)=1.D0
120 CONTINUE
        PN(NT,1)=0.0D0
        DO 130 KJ=2,NT
          PN(NT,KJ)=1.D0
130 CONTINUE
          DO 140 KL=1,N
            DO 140 KM=1,N
              PN(KL,KM+1)=-1.D0*PM(KL,KM)
140 CONTINUE
C
          DO 150 KK=1,N
            D(KK)=0.0D0
150 CONTINUE
            D(NT)=1.D0
            DO 3 I1=1,NT
              DO 3 I2=1,NT
C        WRITE(*,*) 'PN(',I1,I2,') =',PN(I1,I2)
3 CONTINUE
C
          CALL LUDCMP(PN,NT,NP,INDX,E)
          CALL LUBKSB(PN,NT,NP,INDX,D)
C

```

```

      PDW=D(1)
      PDW=NINT(PDW*10000.D0)/10000.D0
      DO 160 KN=2,NT
      Q(KN-1)=D(KN)
C    WRITE(*,*) 'QD =',Q(KN-1)
160  CONTINUE
C
      DP=QT*UM*PDW/(7.08E-003*XK*H)
C    DP=NINT(DP*10000.D0)/10000.D0
      PJ=7.08E-003*XK*H/(UM*PDW)
      PJ=NINT(PJ*10000.D0)/10000.D0
      WRITE(3,*) 'BOYUTSUZ BASINÇ (Pw) =',PDW
      WRITE(3,*) 'BASINÇ FARKI (PSI) =',DP
      WRITE(3,*) 'VERİMLİLİK İNDEKSİ =',PJ

```

```

      STOP
      END

```

```

C
C
C
C
C-----
C
C

```

```

      SUBROUTINE LUDCMP(A,N,NP,INDX,D)

```

```

C    Given an N x N matrix A, with physical dimension NP, this routine
C    replaces it by the LU decomposition of a rowwise permutation of
C    itself. A and N are input. A is output, arranged as in equation
C    (2.3.14) above: INDX is an output vector which records the row
C    permutation effected by the partial pivoting; D is output as +1 or -1
C    depending on whether the number of row interchanges was even or
C    odd, respectively. This routine is used in combination with LUBKSB to
C    solve linear equations or invert a matrix.
C    Largest expected N, and a small number.
C

```

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      PARAMETER (NMAX=51,TINY=1.0D-20)

```

```

C

```

```

C   VV stores the implicit scaling of each row
C
      DIMENSION A(51,51),INDX(51),VV(NMAX)
C
C   No row interchanges yet
C
      D=1.
C
C   Loop over rows to get the implicit scaling information.
C
      DO 12 I=1,N
      AAMAX=0.
      DO 11 J=1,N
        IF (DABS(A(I,J)).GT.AAMAX) AAMAX=DABS(A(I,J))
11    CONTINUE
C
C   No nonzero largest element
C
      IF (AAMAX.EQ.0.) THEN
      PRINT*,'Singular matrix.'
      STOP
      ENDIF
C
C   Save the scaling.
C
      VV(I)=1./AAMAX
12    CONTINUE
C
C   This is the loop over columns of Crout's method
C
      DO 19 J=1,N
      IF (J.GT.1) THEN
C
C   This is the equation 2.3.12 except for i = j
C
      DO 14 I=1,J-1
      SUM=A(I,J)

```

```

        IF (I.GT.1)THEN
            DO 13 K=1,I-1
                SUM=SUM-A(I,K)*A(K,J)
13      CONTINUE
            A(I,J)=SUM
        ENDIF
14  CONTINUE
    ENDIF

C
C  Initialize for the search for largest pivot element
C
    AAMAX=0.

C
C  This is i = j of equation 2.3.12 and i = j+1...N of equation
C  2.3.13
C
    DO 16 I=J,N
        SUM=A(I,J)
        IF (J.GT.1)THEN
            DO 15 K=1,J-1
                SUM=SUM-A(I,K)*A(K,J)
15      CONTINUE
            A(I,J)=SUM
        ENDIF

C
        DUM=VV(I)*DABS(SUM)
        IF (DUM.GE.AAMAX) THEN
            IMAX=I
            AAMAX=DUM
        ENDIF
16  CONTINUE

C
C  Do we need to interchange rows?
C
    IF (J.NE.IMAX)THEN

C
C  Yes, do so...

```

```

C
      DO 17 K=1,N
        DUM=A(IMAX,K)
        A(IMAX,K)=A(J,K)
        A(J,K)=DUM
17    CONTINUE
C
C    ...and change the parity of D.
C
      D=-D
C
C    Also interchange the scale factor.
C
      VV(IMAX)=VV(J)
      ENDIF
      INDX(J)=IMAX
      IF(J.NE.N)THEN
C
C    Now, finally, divide by the pivot element.
C
      IF(A(J,J).EQ.0.)A(J,J)=TINY
C
C    If the pivot element is zero the matrix is singular (at least to
C    the precision of the algorithm). For some applications on
C    singular matrices, it is desirable to substitute TINY for zero.
C
      DUM=1./A(J,J)
      DO 18 I=J+1,N
        A(I,J)=A(I,J)*DUM
18    CONTINUE
      ENDIF
C
C    Go back for the next column in the reduction.
C
19  CONTINUE
      IF(A(N,N).EQ.0.)A(N,N)=TINY
      RETURN

```

END

C

C *****

C

SUBROUTINE LUBKSB(A,N,NP,INDX,B)

C

C Solves the set of N linear equations $A.X=B$. Here A is input, not
 C as the matrix A but rather as its LU decomposition, determined by the
 C routine LUDCMP. INDX is input as the permutation vector returned by
 C LUDCMP. B is input as the right-hand side vector B, and returns with
 C the solution vector X. A,N, NP and INDX are not modified by this
 C routine and can be left in place for successive calls with different
 C right-hand sides B. This routine takes into account the possibility
 C that B will begin with many zero elements, so it is efficient for use
 C in matrix inversion.

C

IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)

DIMENSION A(51,51),INDX(51),B(51)

C

C When II is set to a positive value, it will become the index of
 C the first nonvanishing element of B. We now do the forward
 C substitution, equation 2.3.6. The only new wrinkle is to
 C unscramble the permutation as we go.

C

II=0

DO 12 I=1,N

LL=INDX(I)

SUM=B(LL)

B(LL)=B(I)

IF (II.NE.0)THEN

DO 11 J=II,I-1

SUM=SUM-A(I,J)*B(J)

11 CONTINUE

ELSE IF (SUM.NE.0.) THEN

C

C A nonzero element was encountered, so from now on we will have to
 C do the sums in the loop above.

C

II=I

ENDIF

B(I)=SUM

12 CONTINUE

C

C Now we do the backsubstitution, equation 2.3.7.

C

DO 14 I=N,1,-1

SUM=B(I)

IF(I.LT.N)THEN

DO 13 J=I+1,N

SUM=SUM-A(I,J)*B(J)

13 CONTINUE

ENDIF

C

C Store a component of the solution vector X.

C

B(I)=SUM/A(I,I)

14 CONTINUE

RETURN

END

C

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Antalya ' da doğan Abdullah Doğan YILMAZ ilk ve orta öğrenimini aynı şehirde tamamladı. 1986 yılında üniversiteler arası öğrenci seçme ve yerleştirme sınavı sonucu kazandığı İ.T.Ü. Maden Fakültesi Petrol Mühendisliği Bölümü ' ne kayıt olarak yüksek öğrenimine başladı.

1991 yılında bu bölümden Petrol Mühendisi olarak iyi derece ile mezun oldu. Aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Petrol Mühendisliği Anabilim Dalı Petrol Mühendisliği Programında Yüksek Lisans çalışmalarına başladı. Bu çalışmaları sırasında N.V. TURKSE SHELL Şirketinden karşılıksız burs kazandı.