

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SONLU FARKLAR METODUYLA DİNAMİK YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİM
PROBLEMLERİNİN ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mehmet Engin AYATAR**

Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği

Programı : Yapı Mühendisliği

Ocak 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SONLU FARKLAR METODUYLA DİNAMİK ZEMİN-YAPI ETKİLEŞİM
PROBLEMLERİNİN ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mehmet Engin AYATAR
(Enstitü No:501071065)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Aralık 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : 25 Ocak 2010

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Abdul Hayır (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Ünal Aldemir (İTÜ)
Doç. Dr. İrfan Coşkun (YTÜ)**

Ocak 2010

Anne ve babama,

ÖNSÖZ

Öncelikle yüksek lisans çalışmalarım boyunca, rehberliğini ve yardımlarını esirgemeyen Doç. Dr. Abdul Hayır'a, bilimsel ve teknik konularda verdiği katkılarından dolayı Doç. Dr. Vlado Gicev'e teşekkür ederim. TÜBİTAK, Türkiye çapında ve uluslararası alanda yürütülen bilimsel çalışmalara destek veren ve deprem çalışmalarına ayrıca hassasiyet ve ilgi gösteren bir kuruluştur. Bu anlamda TÜBİTAK-MESRM tarafından yürütülen 106M327 nolu proje kapsamında bana sağladığı maddi ve bilimsel destekten ötürü ayrıca TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Aralık 2009

Mehmet Engin Ayatar
(İnşaat Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ixx
ÖZET.....	xi
SUMMARY.....	xiii
1. GİRİŞ	1
2. MODEL.....	5
2.1 Modelin Sınırlamaları ve Modelin Genel Yapısı	5
2.2 Temel Denklemler	8
2.2.1 Cauchy hareket denklemleri.....	8
2.2.2 Merkezi fark formülleri	12
2.3 Sayısal Model.....	13
2.3.1 Grid sistemi	13
2.3.2 Analizde kullanılacak sayısal formüller	19
2.3.3 Yapay sınırların oluşturulması	22
2.3.3.1 Lysmer viskoz sınırı.....	23
2.3.3.2 Döndürülmüş yapay viskoz sınır.....	25
3. DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞ ANALİZİ.....	35
3.1 Sistem Girdileri	35
3.1.1 Yarı sinüs darbesi	35
3.1.2 Doğrusal olmayan davranış koşulları	38
3.2 Sistemdeki Enerji Dağılımı.....	41
3.3 Zemindeki Kalıcı Şekil Değiştirmelerin Dağılımı	45
4. SONUÇLAR.....	53
KAYNAKLAR.....	55
EKLER.....	59
EK - A: Sınır Bölgelerinde Kullanılan Formüller.....	59
EK - B: $H_b=27m$ için yapılan analizde ortaya çıkan kalıcı yer değiştirmeler. ..	66

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Model yapıları.	1
Şekil 2.1 : Sismik etki altında yapı-zemin sistemi.	6
Şekil 2.2 : Modelin genel şekli.....	7
Şekil 2.3 : Tipik Hesap Hücresi	13
Şekil 2.4 : Yakın Bölge (Yapay sınırlarla birlikte Sayısal Çözüm Bölgesi).....	15
Şekil 2.5 : Temel bölgesindeki grid yerleşim dağılımı.....	17
Şekil 2.6 : Temel bölgesindeki grid yerleşimi	18
Şekil 2.7 : Yapay Sınır Doğru Yönelen Dalga Yayılımı $y=C$	23
Şekil 2.8 : Problemin Ayırıklaştırılması	28
Şekil 2.9 : Modelin sol alt köşesi	32
Şekil 3.1 : Normalize edilmiş tek yönlü frekans yanıtı a1) $\eta=0.5$ ve a2) $\eta=2$	36
Şekil 3.2 : Filtrelenmiş Darbe b1) $\eta=0.5$ ve b2) $\eta=2$	37
Şekil 3.3 : Doğrusal olmayan zeminde gerilme şekil değiştirme bağıntısı.....	39
Şekil 3.4 : Sisteme giren enerjinin boyutsuz frekansa göre değişimi.....	42
Şekil 3.5 : Temel rijitliğiyle verilen modeldeki enerji dengesi çizelgesi	43
Şekil 3.6 : Ara doğrusal olmayan davranış için, $C=1.5$, Histeresis Enerjisi (düz çizgiler) ve yapıya giren enerjinin (kesikli çizgiler) boyutsuz frekansa göre değişimi.....	44
Şekil 3.7 : Diferansiyel bir beş yüzlü üzerindeki ortagonal ve asal gerilmeler	46
Şekil 3.8 : Üç farklı rijitlik ($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	47
Şekil 3.9 : Üç farklı rijitlik ($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	47
Şekil 3.10 : Üç farklı rijitlik ($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	48
Şekil 3.11 : Üç farklı rijitlik ($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	48
Şekil 3.12 : Üç farklı rijitlik ($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	50
Şekil 3.13 : Üç farklı rijitlik ($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	50
Şekil 3.14 : Üç farklı rijitlik ($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	51
Şekil 3.15 : Üç farklı rijitlik ($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	51
Şekil B.1 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	66
Şekil B.2 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.....	66

Şekil B.3 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	67
Şekil B.4 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	67
Şekil B.5 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	68
Şekil B.6 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	68
Şekil B.7 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	69
Şekil B.8 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	69
Şekil B.9 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	70
Şekil B.10 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	70
Şekil B.11 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	71
Şekil B.12 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	71
Şekil B.13 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	72
Şekil B.14 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	72
Şekil B.15 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	73
Şekil B.16 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.	73

SONLU FARKLAR METODUYLA DİNAMİK YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN ANALİZİ

ÖZET

1999 Marmara depreminden sonra Türkiye’de deprem çalışmaları büyük önem kazanmıştır. Yapı ve temel tasarımı yanında zemin koşullarının da yapı hasarlarında büyük etkisi olduğu yapılan saha araştırmaları neticesinde gözlemlenmiştir. Yapı ve temelin tasarımı ve sahadaki uygulaması ne kadar doğru yapılırsa yapılsın zemin koşulları doğru seçilmediğinde, olası bir deprem hareketi esnasında yapıda oluşacak hasarlar önlenemez hale gelir. Bu anlamda kalıcı zemin deformasyonlarının, deprem mühendisliği ve yapı tasarımı açısından önemle dikkate alınması gerekir.

Bu çalışmada deprem dalgaları neticesinde oluşacak dinamik zemin yapı etkileşimi incelenmiştir. Tezin nihayi amacı zeminden temele, temelden yapıya ve sistemden tekrar yansıyan (bu son durum dalgaların temelden saçılması ve yapı dış yüzeyinden yapı içerisine geri dönen dalgaların temele ulaşarak tekrar zemine yayılmasını içerir) SH dalgalarının, zeminde yaratacağı kalıcı deformasyonların bulunmasıdır. Hesaplarda zeminin doğrusal olmayan, temel ve yapının doğrusal davranış sergilediği kabul edilmiştir. Bu problemin çözümünde bir sonlu farklar yöntemi olan ve dalga yayılımında oldukça iyi sonuçlar veren Lax-Wendroff yöntemi kullanılmıştır. Bütün sistem (zemin, temel ve yapı) belirli aralıklarla gridlere ayrıldıktan sonra her noktaya, Taylor açılımı ve merkezi fark formüllerinin kullanılmasıyla oluşturulan ve her zaman adımında işlem yapan, belirli hız ve deformasyon formülleri atanmıştır. İki boyutlu olarak incelenen problemde zemin belirli ölçülerde sınırlandırılmış ve zeminin formülize edilen kısmının etrafına yapay sınırlar yerleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda zemin bölgesinde oluşan kalıcı deformasyonların büyüklükleri ve konumlarının zeminin rijitliğine, dalganın geliş açısı ve hızına ve boyutsuz frekansa bağlı olduğu görülmüştür.

ANALYSIS OF DYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS WITH FINITE DIFFERENCE METHOD

SUMMARY

After 1999 Marmara earthquake, earthquake studies come into prominence at Turkey. Site investigations show that soil conditions have a vital effect on structural damages besides structural and foundation design. Although Structural design and building stages are performed correctly, if soil conditions are not selected conveniently, structural damages are inevitable when the earthquake motion occurs. In this sense, permanent soil deformations must be taken into consideration from the point of earthquake engineering and structural design.

In this study soil-structure interaction is considered in consequence of seismic waves. Main purpose of this argument is determining permanent strain at the soil region as result of propagation of SH waves whose direction is soil to foundation, foundation to structure and reflection of SH waves from the system to soil. Last case includes dispersion of waves from the foundation and propagation of traveling waves reflecting back from the exterior surface of the structure and passing through the foundation. Soil is assumed non-linear and structure and foundation is considered linear at the calculations. Lax-Wendroff method, type of a finite difference method, which gives convenient results for wave propagation, is chosen for solving this problem. After all system (soil, foundation and structure) is divided to grids with particular distances, particular velocity and strain formulations, composed of Taylor expansion and central difference formulation and computed at each time step, are assigned to every grid points. Two-dimensional soil profile is limited with definite distances and local boundaries are placed around the computational region. Analysis shows that magnitude and the location of the permanent strains depend on the rigidity of the soil, incidence angle of the wave and nondimensional frequency.

1. GİRİŞ

Deprem esnasında bir fay hattının hareketi sonucu, yer kabuğunun katmanlarında ilerleyen sismik dalgalar oluşur. Eğer yüzey serbest yüzey ise bu dalgalar serbest yüzeye çarpar ve bu yüzeyden yansıyarak veya saçılarak geri dönerler. Fakat bu dalgalar yüzeyde her hangi bir yapı olduğunda, yapının titreşimine sebep olacak şekilde binanın içinde yayılmaya devam eder. Diğer bir deyişle, yapının içerisindeki sismik dalgaların ilerleyişi, bina üst yüzeyine çarparak geri dönmesi ve temele doğru bir dalga hareketinin varlığı yapı titreşiminde önem arz eder.

Genel olarak sismologlar depremin oluşturduğu zemin hareketlerini incelemek için dalga yayılım yaklaşımlarını kullanırlar. Oysa mühendisler deprem tarafından etkilenen yapıların cevabını hesaplamak için titreşim yaklaşımından faydalanırlar. Teoride titreşim ve dalga yayılımı yaklaşımları aynı problemin iki alternatif çözümünü ortaya koyar. Yapı mühendisliğinde modal analiz gibi titreşim yöntemleri yapıların sismik cevaplarını hesaplamak için standart yaklaşımdır. Dalga yayılımı yöntemlerinde genel olarak yapılar sürekli bir ortam olarak kabul edilir. Yanda belirtilen: Clough ve Penzien (1975); Todorovska ve Lee (1989), Todorovska ve Trifunac (1989), Hall et al.(1995), Ivan (1997); Hayır ve diğ. (2001), Todorovska ve diğ. (2001), Vlado ve Trifunac (2007) araştırmalarda da aynı yaklaşım tarzı sergilenmiştir. Dalga yayılımı metodu uygulamalarının çok azında ayırık yapılarla ilgili çalışmalar mevcuttur. Uzgider ve Aydoğan (1986) çerçevenin ve Aydoğan ve Uzgider (1988) betonarme karkas yapının sönümsüz cevabını hesaplamak için basitleştirilmiş bir dalga yayılım yöntemi ortaya koymuşlardır. Narin ve kafes tipi yapılar için dalga yayılımı ve saçılımlarının teorisi Cai ve Lin (1991a,b) ve Yonk ve Lin (1992) tarafından ortaya konulmuştur. Doyle (1989) spektral-yöntemlere bağlı hızlı fourier dönüşümleri kullanarak yapılarda önemli bir dalga yayılım analizi geliştirmiştir.

Birçok depremin etkileriyle ilgili yapılan saha araştırmaları göstermiştir ki, güçlü sarsıntılar zeminde birçok değişik tipte göçmelere ve kalıcı deformasyonlara neden olmaktadır. Kohezyonsuz toprağın oturması, doymuş kum tabakalarında oluşan sıvılaşma, kohezyonsuz toprağın sıvılaşmasına bağlı olarak oluşan kaymalar, dolgu toprağında oluşan sıvılaşma nedeniyle perdelerde oluşan göçmeler, ince kum tabakalarının sıvılaşması nedeniyle oluşan kaymalar, zayıf temeller üzerindeki dolgudaki göçmeler ve köprü ayaklarının yanal hareketi bu tip bozulma ve göçmelere örnek olarak gösterilebilir. Ayrıca birçok yapı, sıvılaşan toprak nedeniyle çökme, kayma ve devrilme gibi sorunlarla karşı karşıya kalmıştır. Yapının hasar görmemesi ağıısından, zeminin hangi bölümlerinde kalıcı deformasyonların oluştuğunun gözlemlenmesi önem kazanmaktadır. Bunun anlaşılabilmesi için zeminin doğrusal olmayan davranışının analiz edilmesi ve zemin yapı etkileşiminin iyi anlaşılmış olması gerekir.

Bu yönde yapılan araştırmalara değinilecek olursa: Trifunac (1972) zemine gömülü yarı dairesel temel üzerindeki duvarın etkileşiminin analitik çözümlünü ifade etmiştir. Wong ve Trifunac (1975) duvar-zemin-duvar etkileşimini iki veya daha fazla kesme duvarının varlığına bağlı olarak incelemişlerdir, Abdel-Ghaffar ve Trifunac (1977) zemin köprü etkileşimini yarı silindirik rijit temel ve sistem girdisi olarak SH dalgaları kullanarak çözümlemişlerdir.

Yapılan diğer araştırmalar, rijit temel şeklinin yapı zemin etkileşimine ne yönde etki ettiğinin analiz edilmesi yönündedir. Wong ve Trifunac (1974) sığ ve derin olarak gömülü bulunan yarı eliptik temeller üzerinde yükselen kesme duvarlarının etkileşimini incelemişlerdir, Westermo ve Wong (1977) değişik sınır tipleri modellemek suretiyle, yarı dairesel rijit temel varsayımıyla, zemin yapı etkileşimi üzerine çalışmışlardır. Yaptıkları araştırmada geliştirdikleri sonuçlar; farklı modeller için geçirgen sınırların rezonansa neden olması ve ışınım sönümü için tanımlanan sönümün zemin içerisinde yeterli olarak modellenemediğidir. Luco ve Wong (1977) elastik yarı uzaya oturtulmuş dikdörtgen ve yatay olarak ilerleyen Rayleigh dalgası tarafından uyarılan temeli incelemişlerdir. Lee (1979) yarı küresel rijit temele oturan tekil kütlelerin gelen P, SV ve SH dalgalarına karşı gösterdiği üç boyutlu etkileşimi küresel koordinatlarda incelemiştir.

Esnek temellerle ilgili son dönemde bazı araştırmalar yürütülmüştür. Todorovska (2001) gömülü dairesele temel üzerine oturan eēimli duvarın etkileşimini incelemiştir, Hayır ve diē. (2001) aynı sistemi temelsiz olarak çözümlemiştir, Alives ve diē. (2002) düzlem içi hareketi dördüncü dereceden serbestli modeli analiz etmiştir ve Gicev (2005) SH dalgası etkisindeki zemin elastik temel etkileşimini nümerik bir model kullanarak sonlu fark yöntemleriyle incelemiştir.

Zemin yapı etkileşimi birçok deēiřkeni [bunlar arasında dalga yayılımı, ışınımila sönüm, yapı içerisindeki sönüm ve deēiřik frekansların varlıēı (Sistem frekansı, görünür frekans, salınım frekansı) gösterilebilir] içerisinde barındıran bir olgudur. Bu tezde zemin yapı etkileşiminin varlıēı neticesinde, yakın bölgede oluşabilecek yıkıcı güçlü deprem hareketi sonucu sisteme giren darbenin zeminde oluřturacaēı doērusal olmayan bölgeler üzerinde çalışılmıştır. Ortamdaki heterojenlik ve sreksizler, serbest yüzeyin modellenmesi, yapay sınırlar ve zemindeki her nokta için uygulanacak olan doērusal olmayan davranış kurallarının srekliliēi saēlayacak biçimde tatbik edilmesi gibi problemler, doērusal olmayan zemin yapı etkileşimi sistemlerinde kullanılacak sayısal yöntemde doēru biçimde adreslenmeli ve çözümlenmelidir. Moczo (1989) ve Zahradnik (1993) dalga yayılımı problemlerinde uygulanacak sonlu fark şemalarını ikiye ayırmışlardır. Bunlar homojen ve heterojen şemalardır. Alterman ve Karal (1968) katmalı ortamlardaki elastik dalga yayılımının çözümü için heterojen formülleri kullanmış, Boore (1972) heterojen şemayı önermiştir. Tsynkov (1998) global ve lokal yapay sınırları incelemiştir. Global sınırlar mükemmel soēurucular olmalarına raēmen, zaman deēiřkeniyle ilerleyen sistemlere, zaman ve uzayda sonlu olmaması sebebiyle, uygulanamamaktadır. Lokal yapay sınırların ana avantajları uzayda sonlu olmaları ve frekanstan baēımsız yapılarıdır.

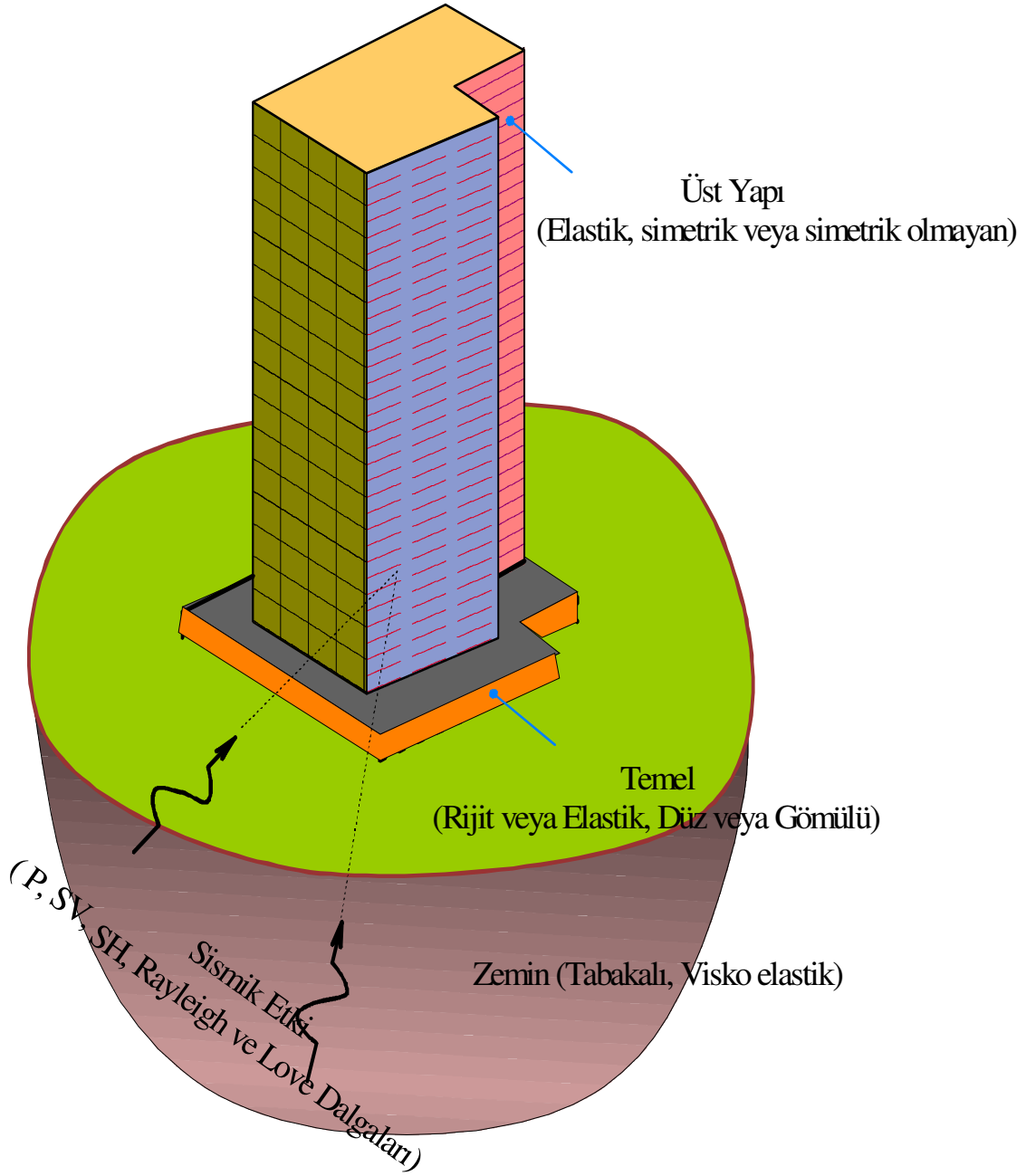
2. MODEL

2.1 Modelin Sınırlamaları ve Modelin Genel Yapısı

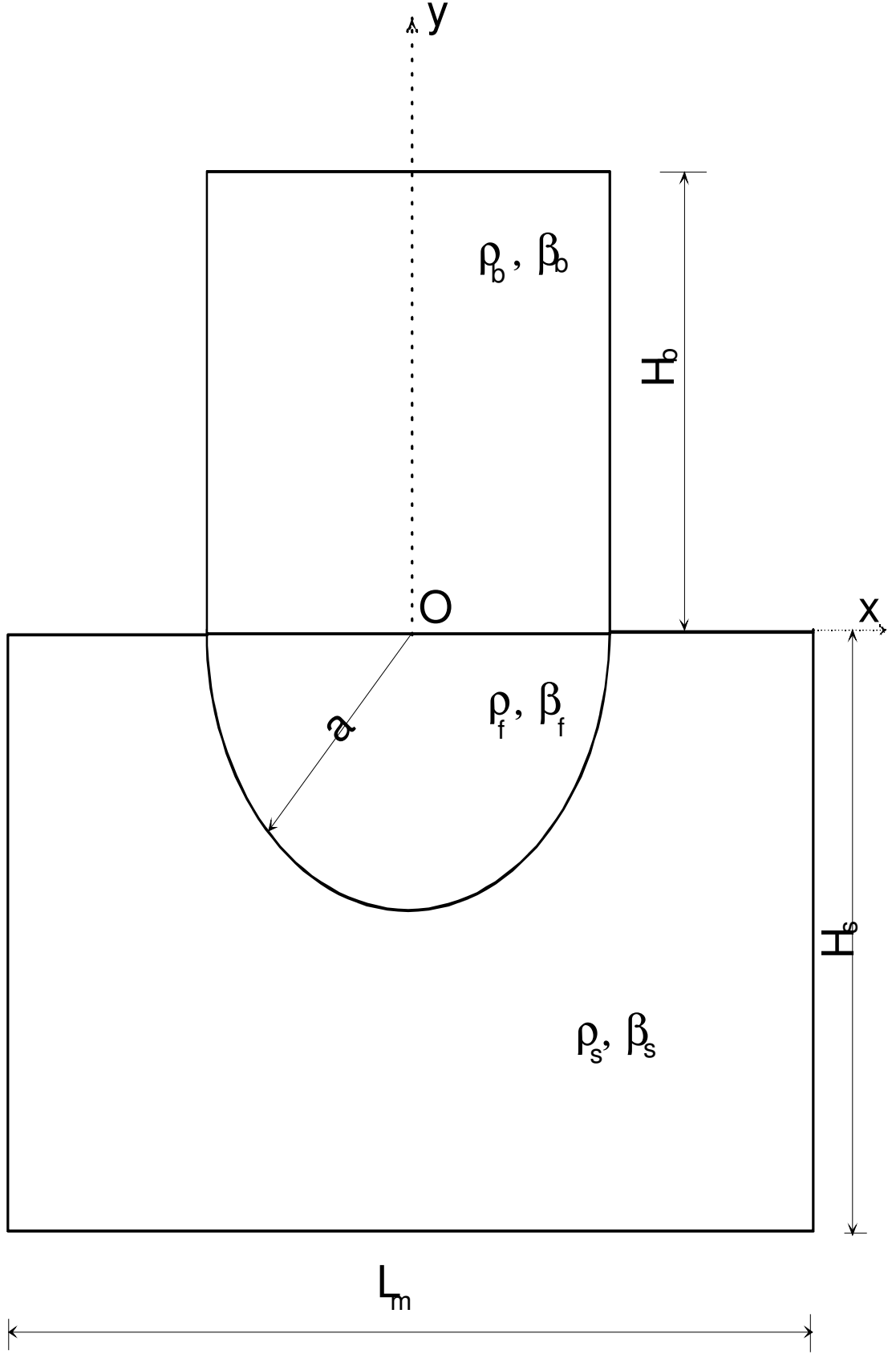
Tez kapsamında “dinamik yapı-zemin etkileşimi” problemi yapının ve temelin lineer ve zeminin lineer olmayan durumuna göre ele alınacaktır. Problem en genel haliyle Şekil 2.1 deki gibi ifade edilebilir.

Modelin analizinde sadece SH dalgaları göz önüne alınacaktır. Basitleştirme için binanın simetrik olduğu ve sadece kesme kuvveti yönünde deforme olduğu düşünülecektir (binada kayma ve kaykılmanın olmadığı kabul edilecektir). Bu yüzden binada burulma hareketlerinin olmadığı ve katların da dönmediği ve rijit olduğu kabul edilecektir. Yapı-zemin etkileşimine bağlı olarak ön görülen model, zeminde sonlu rijitliğin etkisini göz önünde bulundurur, fakat kaykılma etkisini ele almaz. Burada yapılan basitleştirme kabulleri yöntemin uygulamalarını sınırlar ve sadece belli tip yapılara uygulanabilir kılar, buna karşın basitleştirmeler yönteme bir sınırlama koymaz sadece denklemleri basitleştirir. Burada önemli olan kullanılacak olan yöntemin uygulanabilirliğidir. Bu basitleştirmeler uygulandığında lineer olmayan davranışı analiz edilecek modele ulaşılır (Şekil 2.2).

Şekil 2.2’de de görüldüğü gibi sistem dikdörtgen yapıdaki binadan yarı dairesel temelden ve bir yapay sınırla oluşturulmuş olan zemin kısımlarından oluşmaktadır. Özetle problem üç sonlu ortam içermektedir (Yapı(Ω_b), Temel(Ω_f), ve Zemin(Ω_s)), $\Omega = \Omega_s \cup \Omega_f \cup \Omega_b$. Burada ortamların yoğunlukları ρ ve ortamlardaki dalga yayılma hızları β ile tariflenmiştir. Burada H_b bina boyunu, a temel yarı çapını, H_s sınırlandırılmış zemin bölgesinin boyunu, L_m ise genişliğini ifade etmektedir.



Şekil 2.1 : Sismik etki altında yapı-zemin sistemi.



Şekil 2.2 : Modelin genel şekli.

2.2 Temel Denklemler

2.2.1 Cauchy hareket denklemleri

Sistemdeki noktaların hareketini matematiksel olarak ifade edebilmek için Cauchy Hareket denklemlerinden faydalanılacaktır (Tameroğlu, 2007). Genel bir ifadeyle, bir cismin bir P noktası civarında kütlesi dm olan bir eleman düşünelim. Elemanın değişken olan hızı V ve elemanın yüzüne etkiyen kuvvetlerin tümü ile kütle kuvvetlerinin toplamı df ile gösterilirse doğrusal momentumun korunumu demek olan Newton yasası,

$$d\vec{f} = \frac{d}{dt}(dm\vec{V}) \quad (2.1)$$

denklem (2.1) şeklinde yazılabilir. Bu eşitlik, hacmi D ve yüzü S olan bir cisim için integre edilirse

$$\iint_S T_i^n dA + \iiint_D K_i dv = \iiint_D \vec{a}_i \rho dv \quad (2.2)$$

denklem (2.2) elde edilir. Burada T_i cisme etkiyen yüzey kuvvetlerini K_i kütle kuvvetlerini, ρ da yoğunluğu göstermektedir. T_i^n yerine eşiti konacak olursa aşağıdaki

$$\iint_S T_{ij} n_j dA + \iiint_D K_i dv = \iiint_D \vec{a}_i \rho dv \quad (2.3)$$

denklem (2.3) elde edilir. Bu ifadedeki ilk integral yerine, Gauss teoremi kullanılarak, D hacmi boyunca alınan karşıtı konacak olursa

$$\iiint_D [T_{ij,j} + K_i - \vec{a}_i \rho] dv = 0 \quad (2.4)$$

denklem (2.4) bulunur. Bu eşitlik, D bölgesi ne olursa olsun, her zaman geçerli olacağından integralin içindeki ifade sıfır olmalıdır. Böylece

$$T_{ij,j} + K_i = \rho a_i \quad (2.5)$$

denklem (2.5) elde edilmiş olur. Elastisite teorisinin bir alan denklemi olan bu eşitlik Cauchy hareket denklemi adını alır ve hareketli ortamlar için geçerlidir.

Yukarıdaki bağıntı açık olarak x,y,z dik koordinat takımında yazılırsa aşağıdaki formu alır:

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + K_x = \rho a_x \quad (2.6a)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + K_y = \rho a_y \quad (2.6b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + K_z = \rho a_z \quad (2.6c)$$

Şekil 2.1 de gösterilen yapının her bir sismik etki için çözümünü yapmak oldukça zordur. Bu sebepten dolayı problemi basitleştirerek, sadece SH dalgalarının etkileri ele alınacaktır. Bu üç denklemi bizim problemimiz için ele aldığımızda, $u = v = \frac{\partial}{\partial x} = 0$ olmasından dolayı denklem takımı sadece üçüncü denkleme indirgenebilir (2.6c). Tanımlanan yeni değişkenlerle ($v = \frac{\partial w}{\partial t}, \varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x}, \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y}$) ve herhangi bir dış kuvvetin bulunmadığı da hesaba katılarak (K=0), üçüncü denklem aşağıdaki gibi yazılır:

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

Tez kapsamında, $\varepsilon_x = \varepsilon_{xz}, \sigma_x = \tau_{xz}, \varepsilon_y = \varepsilon_{yz}, \sigma_y = \tau_{yz}$ olarak kullanılacaktır. Daha önce yapılan çoğu çalışmalarda denklemler hız ile gerilme arasında yazılarak çözümler yapılmaktadır, fakat burada hız ile şekil değiştirme arasındaki bağıntılar kullanılacaktır. Denklem (2.7) ve yer değiştirme bağıntılarından üç temel denkleme ulaşılır.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_x}{\rho \partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\rho \partial y} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.10)$$

Denklem (2.8), (2.9) ve (2.10) matris formunda yazılmasıyla aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$\underline{U}_{,t} = \underline{F}_{,x} + \underline{G}_{,y} \quad (2.11)$$

Alt indis notasyonu o matrisin x,y veya t'ye göre türevinin alındığını göstermektedir.

Buna göre U,F ve G aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} v \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\underline{F} = \underline{F}(\underline{U}) = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\rho} \sigma_x \\ v \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\underline{G} = \underline{G}(\underline{U}) = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\rho} \sigma_y \\ 0 \\ v \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Yapılacak analiz zaman adımıyla ilerlediği için fonksiyonun Taylor açılımı yapılmıştır. Taylor açılımı aşağıdaki gibidir:

$$\underline{U}(t + \Delta t) = \underline{U}(t) + \left(\frac{\partial \underline{U}}{\partial t} \right)_t \Delta t + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial t^2} \right) \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \quad (2.15)$$

Taylor formülü, F ve G'ye göre tekrar yazılacak olursa aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned} \underline{U}(t + \Delta t) = \underline{U}(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right)_{(x,y)} \Delta t + \\ \frac{\Delta t^2}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[B \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) \right] \right\} + O(\Delta t^3) \end{aligned} \quad (2.16)$$

(2.16) Denklemindeki A ve B ifadeleri, U matrisinin içerisindeki ifadelerin ikinci dereceden türevlerinin alınması ve bunların düzenlenmesiyle ortaya çıkar. U matrisinin ikinci dereceden türevi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) \quad (2.17)$$

(2.17) Denkleminin sağ kısmında bulunan birinci ve ikinci terimler ayrı ayrı yazılacak olursa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial G}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial G}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[B \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) \right] \quad (2.19)$$

Böylece denklem (2.18) ve (2.19) kullanılarak A ve B ifadeleri matris olarak elde edilebilir:

$$A = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \sigma_x}{\rho \partial \epsilon_x} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$B = \frac{\partial G}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \sigma_y}{\rho \partial \epsilon_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Yukarıda gösterilen (2.20) ve (2.21) denklemlerinde yer alan ifadeler zeminin lineer olmayan davranışı için lineer olmayan malzeme özelliklerine $(\frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x} = \mu_x \neq \text{sabit} \quad \frac{d\sigma_y}{d\varepsilon_y} = \mu_y \neq \text{sabit})$ bağlı olarak zaman adımına göre gerçekleştirilen çözümde yeni değerler almak suretiyle analize katılırlar.

2.2.2 Merkezi fark formülleri

Elde edilen temel denklemlerin zaman adımına göre ilerleyen analizde kullanılabilmesi için sonlu farklar cinsinden ifade edilmeleri gerekir. Denklemlerde kullanılan merkezi fark formülleri (Bakioğlu, 2004), aşağıda gösterilmiştir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (2.25)$$

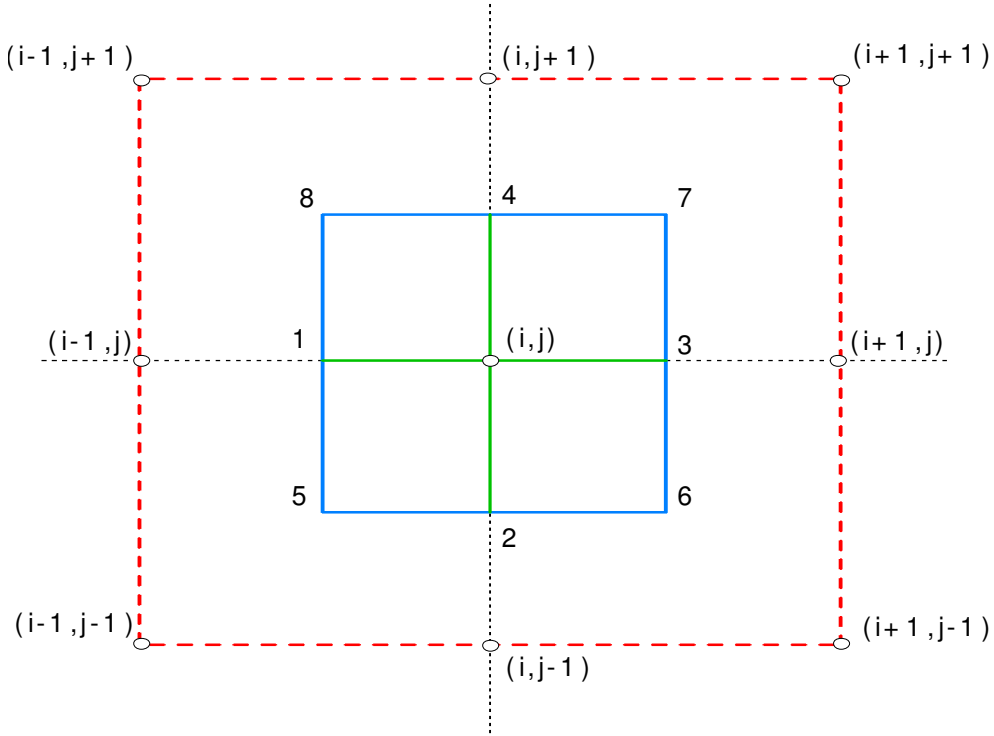
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} \quad (2.26)$$

Doğrusal olmayan malzeme özelliklerinin hesaba katılması için aşağıdaki sonlu fark formülünden (Smith, 1985) yararlanılmıştır:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{k} (u_{i,j+1} - u_{i,j}) = \frac{1}{h^2} \left[a_{i+\frac{1}{2},j} (u_{i+1,j} - u_{i,j}) - a_{i-\frac{1}{2},j} (u_{i,j} - u_{i-1,j}) \right] \quad (2.28)$$

Yukarıdaki fark formüllerinin uygulanacağı hesaplama hücresi Şekil 2.3 de gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Tipik hesap hücresi

2.3 Sayısal Model

2.3.1 Grid sistemi

Problemin çözümünün tanımlı bölgede elde edilebilmesi için iki bölge tarifi yapılacaktır. İlk bölge *yakın bölge* olarak isimlendirilecek ve bütün sonlu farklar formülasyonu ve çözümleri bu bölge de yapılacaktır (Şekil 2.4). Yakın bölgenin dışında kalan bölgede *uzak bölge* olarak isimlendirilecektir. Bu iki bölgeyi birbirinden ayıran sınırdan yapay sınır olarak adlandırılacaktır. Yapay sınırın belirlenmesinde önceden belirli kriterler ortaya konulması gerekmektedir. Yapay sınırın konumu hassasiyet, dalgaın geliş açısı, malzeme özellikleri vb. kavramlara göre değişebilir. Şekil 2.4 deki 1-4 satır ve sütunlar yapay sınırı ifade etmektedir. (Yapay sınır oluşturulması bölüm 2.3.3 de incelenecektir)

Genellikle sayısal sistem iki boyutlu problemlerde dairesel, üç boyutlu problemlerde küresel yüzey şeklinde oluşturulur. Doğal olarak bu tür şekilleri tarifleyen koordinat sistemleri iki boyutta kutupsal, üç boyutta küresel koordinat sistemleridir. Fakat yapıların dikdörtgen şekillerden oluşmasından dolayı, ele alınan problemin kutupsal koordinatlarla tarifenmesi uygun değildir. Bundan dolayı ele alınan yapıların geometrik şekillerinin ve sınır koşullarının tarifenmesini kolaylaştıran kartezyen koordinat sisteminin kullanılması uygun olmaktadır.

Bu problemin çözümünde bir sonlu farklar yöntemi olan ve dalga yayılımında oldukça iyi sonuçlar veren Lax-Wendroff yöntemi kullanılacaktır. Bu yöntemin en önemli özelliklerinden biri, grid sayısını sistem matrisinin öz-değerlerini 1 den küçük yapacak şekilde belirlenmesidir. Bu da bu problemde stabilite koşuluna karşı gelir. SH dalgası durumu için stabilite koşulu Mitchell(1969) tarafından *Courant* sayısı ile aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$X = \beta_{\max} \Delta t \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}} \leq 1 \quad (2.29)$$

(2.29) denklemindeki $\beta_{\max}$ bütün ortamlar içerisindeki en büyük hızı, $\beta_{\max} = \max(\beta_s, \beta_f, \beta_b)$, Δt her adımdaki zaman aralığını, Δx x-yönündeki grid aralığını, Δy y-yönündeki grid aralığını ifade eder. Homojen bir grid şeması için $\Delta x = \Delta y$ olduğu düşünülürse stabilite koşulu (2.29) aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$X = \frac{\beta_{\max} \Delta t}{\Delta x} \sqrt{2} \leq 1 \quad (2.30)$$

Grid kullanılarak yaklaşık çözüm elde edilen dalga yayılım problemlerinin çözümünde hataların oluşacağı açıktır. En önemli olanlarından biri gridlerde oluşan dispersiyonlardır, çünkü bu durum grid uzayının bir fonksiyonu olarak gerçekte olmayan dalga yayılımına neden olur. Dablain (1986) ve Fah (1992) grid dispersiyonu üzerine farklı parametrelerin etkilerini çalışmışlardır. Hassasiyetin ölçüsü fiziksel dalga yayılma hızı ile sayısal hesaptan gelen hız arasındaki oranın en idealinin 1 olmasıdır.

$$r = \frac{c}{\beta} = 1 \quad (2.31)$$



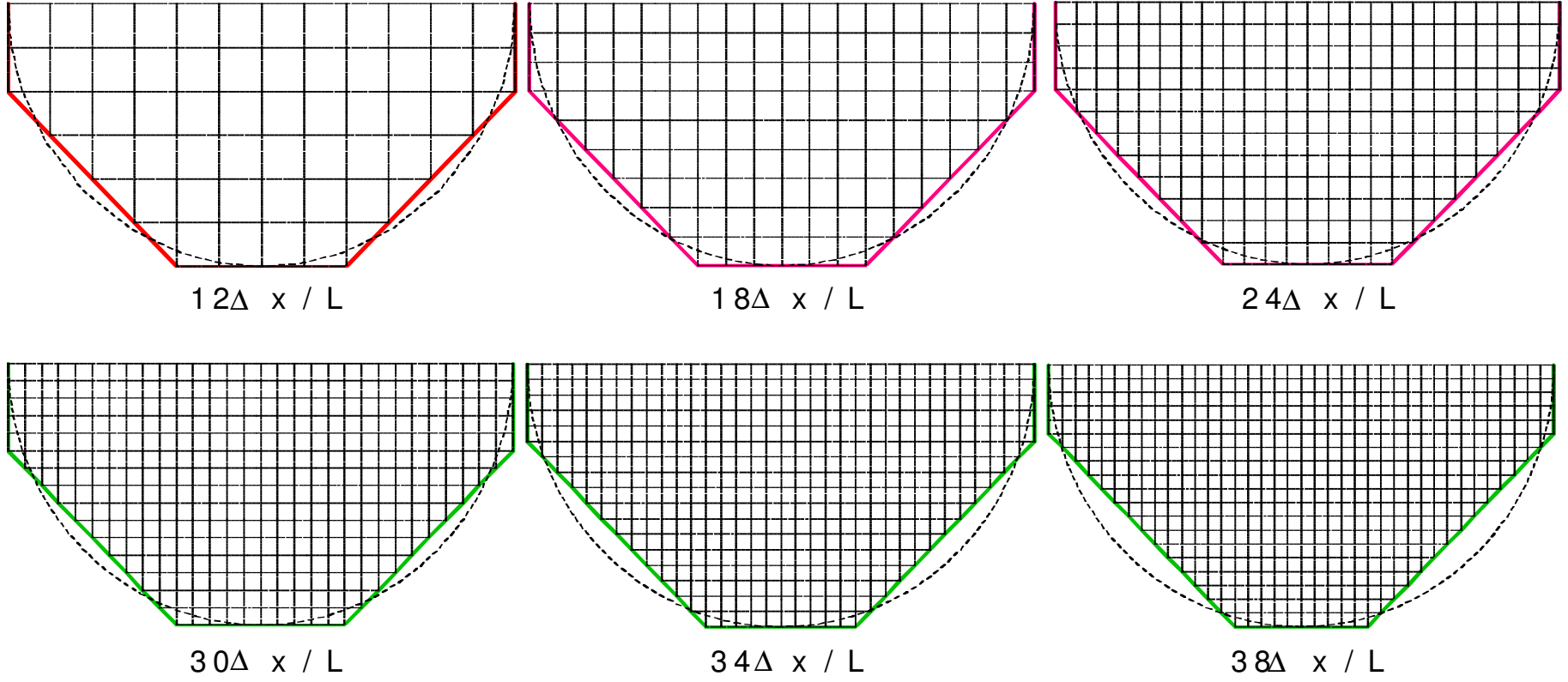
Bu hatayı etkileyen parametreler:

- a) Girid sayısının yoğunluğu $m = \lambda / \Delta x$ (burada m her bir dalga boyundaki grid sayıdır)
- b) Courant sayısı χ
- c) Dalga geliş açısı θ

Yapılan araştırmalar göstermiştir ki, m sayısı ve χ azaldıkça ve θ açısı 0 veya $\pi/2$ yaklaştıkça, hatanın mertebesinin arttığı gözlemlenmiştir. (Alford ve diğ., 1974, Dablain, 1986, Fah, 1992). Genellikle araştırmacılar, nümerik çözümlerde hassasiyeti artırmak için uzaya bağlı yüksek mertebeden türevli ifadeleri tercih etmişlerdir. Bu şekilde aynı girid sayısı (m) için, daha iyi sonuçlar elde edilebilmektedir. Buradan nümerik çözümün hassasiyeti için ya yüksek mertebeden türevlerle ya da sistemdeki grid sayısını artırarak analiz yapmak gerekmektedir.

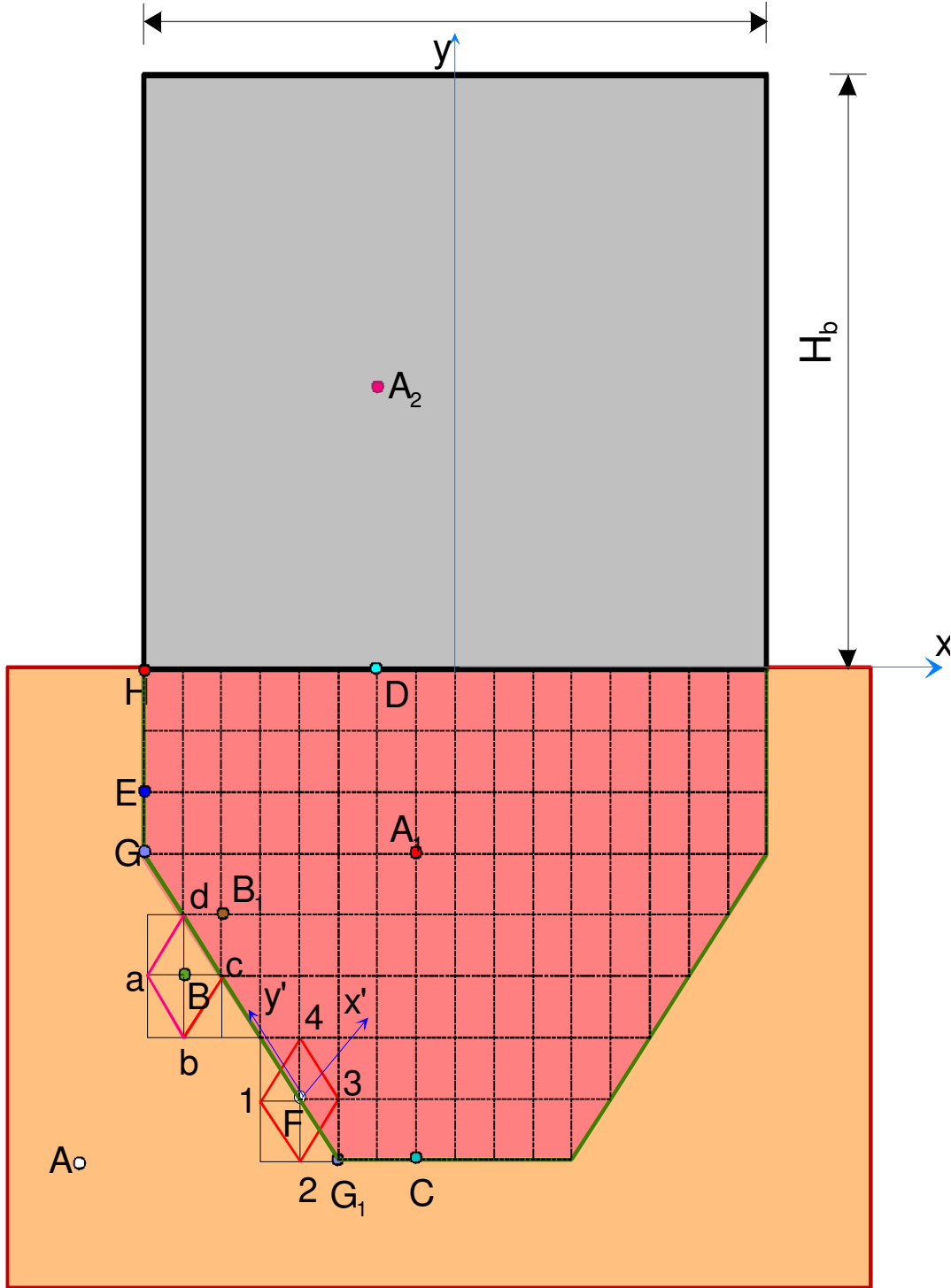
Yapı-temel-zemin sistemi grid ağı yerleşiminde Kartezyen sistem kullanılmasından dolayı, yarı dairesel geometrili temel şekli, $x=0$ 'da simetri ekseni bulunan bir simetrik altıgen ile tariflenmektedir. Bu durumda x-yönünde grid aralıklarının sayısının çift olması gerekir. Farklı grid yoğunlukları için ($m_f = L / \Delta x$) bu gridler Şekil 2.5' de verilmektedir, burada $L=2a$ yapının genişliğini göstermektedir.

Yapıda düşey grid uzayı $\Delta y_b = \frac{\beta_b}{\beta_s} \Delta y_s$ formülü kullanılarak elde edilecektir, bu durumda yapı ile yapı ve temelin birbirlerine temas ettikleri yüzeyde düşey yöndeki dispersiyon önlenmiş olur. Yatay yöndeki grid aralığını gösteren Δx ilk hesaplamalarda bütün grid boyunca sabit kabul edilecektir. Zaman adımı Δt , X (Courant sayısı) yi mümkün olduğu kadar 1' e yaklaştıracak büyüklükte seçilecektir. Sonuç olarak, girid uzayı tanımlanırken, zemin ve temel bölgeleri Ω_s ve Ω_f kare, yapı Ω_b dikdörtgen gridlerle ayrıklaştırılacaktır.



Şekil 2.5 : Temel bölgesindeki grid yerleşim dağılımı

Yakın bölge için öngörülen sonlu farklar grid ve noktalarının yakın bölgedeki gösterimi Şekil 2.6’da gösterilmektedir.



Şekil 2.6 : Temel bölgesindeki grid yerleşimi

Şekil 2.6 daki A, A₁, A₂ noktaları zemin temel ve yapıdaki en genel hesap noktalarını, diğer noktalar ise sınır hatlarındaki noktaları ifade etmektedir.

Fiziksel sınır noktalarında, $B_1=\{M(x,y)|y=0,|x|>a\}$ ve $B_2=\{N(x,y)|y=H_b,|x|\leq a\}$, sınır koşulu $\sigma_y=0$ olarak tanımlanmıştır. Bu noktalarla ilgili sayısal denklemler (2.35), (2.38) ve (2.39) 2.3.2 bölümünde verilmiştir. Bu noktalardaki x-yönünde oluşacak hız ve birim şekil değiştirmeleri (gerilmeleri) hesaplamak için, B_1 üzerinde Δy_s mesafesinde ve B_2 üzerinde Δy_b mesafesinde izafi noktalardan oluşan bir satır meydana getirilmiştir. Sınır noktasında (i,j), $\sigma_y=0$ sınır koşulu sağlamak için bir sonraki zaman adımında kullanılmak üzere izafi noktalarda (i,j+1) vakum formülasyonu uygulanmıştır:

$$v_{i,j+1} = v_{i,j-1}; \sigma_{yi-1,j+1} = -\sigma_{yi-1,j-1}; \sigma_{yi,j+1} = -\sigma_{yi,j-1}; \sigma_{yi+1,j+1} = -\sigma_{yi+1,j-1}; \\ \mu_{i,j+1/2} = 0$$

Benzer şekilde, fiziksel sınırlar olarak $G_1=\{P(x,y)|x=-a,y>0\}$ ve $G_2=\{P(x,y)|x=a,y>0\}$ tanımlanan noktalarda sınır koşulu $\sigma_x=0$ olarak tanımlanmıştır. Örnek olarak G_1 bölgesi için $x=-a-\Delta x$ ve $y>0$ noktalarından oluşan ve izafi bir sütun tanımlanmıştır. Bu kısımdaki hız ve stres değerleri aşağıdaki gibidir:

$$v_{i-1,j} = v_{i+1,j}; \sigma_{xi-1,j-1} = -\sigma_{xi+1,j-1}; \sigma_{xi-1,j} = -\sigma_{xi+1,j}; \sigma_{xi-1,j+1} = -\sigma_{xi+1,j+1}; \\ \mu_{i-1/2,j} = 0$$

Bu noktalarla ilgili “y” yönünde oluşacak hız ve birim şekil değiştirme değerleri 2.3.2 bölümünde verilen denklemlerle (2.35), (2.38) ve (2.39) hesaplanabilir. G_2 için x indisi önceki sayısal sınır koşullarına bağlı olarak zıt işaret alır.

2.3.2 Analizde kullanılacak sayısal formüller

Şekil 2.6 da görüldüğü gibi A,A₁,A₂ noktaları dalga yayılımında yapıda, zeminde ve temeldeki genel hali ifade ederken, diğer noktalar problemin zemin-temel, yapı-temel etkileşim bölgelerinde yer almaktadır. Bu geçiş bölgelerindeki noktalar için fark denklemlerinde problemin sürekliliğini sağlamak için belirli değişiklikler ve geliştirmeler yapılmıştır. Bu bölümde sadece A,A₁,A₂ noktalarının açılımları yapılacak, sınır bölgelerinde yer alan noktalarla ilgili formüller EK-A’da verilecektir.

Problemde ulaşılmak istenen değerler, dalğanın yayılma hızı ve ona bağlı olarak değişen deformasyonlardır. Bu değerlere ulaşabilmek için Taylor açılımından faydalanılacaktır (2.15). U (2.12), F (2.13), G (2.14), A (2.20) ve B (2.21) matrisleri kullanılarak Taylor açılımı aşağıdaki kısmi diferansiyel denklem (2.32) olarak yazılabilir:

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right) + \frac{\Delta t^2}{2\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \sigma_y}{\partial \varepsilon_y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} \quad (2.32)$$

Burada malzemenin doğrusal olarak davranmadığı hesaba katılacağı için, aşağıdaki denklem tanımlanır:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \mu \neq \text{sabit} \quad (2.33)$$

Hız denklemi (2.32) tekrar kayma modülünü de (2.33) içerecek şekilde tekrar yazılır:

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right) + \frac{\Delta t^2}{2\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_x \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_y \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} \quad (2.34)$$

Bu denklem, yukarıda belirtilen genel merkezi fark formülleriyle (2.22-28) ifade edildiğinde aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned} v_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2\Delta x \rho_{i,j}} (\sigma_{xi+1,j}^k - \sigma_{xi-1,j}^k) + \frac{\Delta t}{2\Delta y \rho_{i,j}} (\sigma_{yi,j+1}^k - \sigma_{yi,j-1}^k) + \\ &+ \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j} \Delta x^2} \cdot [\mu_{xi+1/2,j}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k)] + \\ &+ \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j} \Delta y^2} [\mu_{yi,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi,j-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k)] \end{aligned} \quad (2.35)$$

x yönündeki birim şekil değiştirme bulurken, Taylor açılımı (2.15) şekil değiştirmeye göre düzenlenerek yazılır:

$$\varepsilon_x(t + \Delta t) = \varepsilon_x(t) + \left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \right)_t \Delta t + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial t^2} \right) \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \quad (2.36)$$

U (2.12), F (2.13), G (2.14), A (2.20) ve B (2.21) matrisleri kullanılarak Taylor açılımı (2.36) aşağıdaki kısmi diferansiyel denklem (2.37) olarak yazılabilir:

$$\varepsilon_x(t + \Delta t) = \varepsilon_x(t) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right] \right\} \quad (2.36)$$

Şekil değiştirme denklemi (2.36) düzenlenirse aşağıdaki şekli alır:

$$\varepsilon_x(t + \Delta t) = \varepsilon_x(t) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2\rho} \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x \partial y} \right) \quad (2.37)$$

Bu denklem (2.37), merkezi fark formülleriyle ifade edildiğinde aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xi,j}^{k+1} = \varepsilon_{xi,j}^k + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (v_{i+1,j}^k - v_{i-1,j}^k) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2 \rho_{i,j}} (\sigma_{xi+1,j}^k - 2\sigma_{xi,j}^k + \sigma_{xi-1,j}^k) + \\ \frac{\Delta t^2}{8\Delta x \Delta y \rho_{i,j}} (\sigma_{yi+1,j+1}^k - \sigma_{yi+1,j-1}^k - \sigma_{yi-1,j+1}^k + \sigma_{yi-1,j-1}^k) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Aynı işlemler y yönündeki deformasyon için uygulandığında aşağıdaki fark denklemi (2.39) elde edilir:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yi,j}^{k+1} = \varepsilon_{yi,j}^k + \frac{\Delta t}{2\Delta y} (v_{i,j+1}^k - v_{i,j-1}^k) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta y^2 \rho_{i,j}} (\sigma_{yi,j+1}^k - 2\sigma_{yi,j}^k + \sigma_{yi-1,j}^k) + \\ \frac{\Delta t^2}{8\Delta x \Delta y \rho_{i,j}} (\sigma_{xi+1,j+1}^k - \sigma_{xi+1,j-1}^k - \sigma_{xi-1,j+1}^k + \sigma_{xi-1,j-1}^k). \end{aligned} \quad (2.39)$$

2.3.3 Yapay sınırların oluşturulması

Ayrık metotlar açısından bakıldığında sonsuz bir alanda tanımlanan dinamik analiz problemleri için, “emici”, “yapay” ve “yansıtmayan” özellikte bir sınıra ihtiyaç vardır. Pratik nedenlerle, sonsuz bir alanda çalışılamayacağı için, hesap alanı sonlu olmalı ve bu yapay sınır kesilen alandan gelecek etkileri probleme yansıtacak biçimde oluşturulmalıdır. Bunu yapabilmek için de emici sınırdaki bilinmeyenlerin çözülmesi gerekmektedir.

Oluşturulan sınırda hesap alanına geçiş için bir grup nokta teşkil edilir. Bu noktalar hesap alanında kullanılsalar da, yarı uzayın tüm özelliklerini taşırlar. Bu noktalar iki gruba ayrılarak incelenebilir:

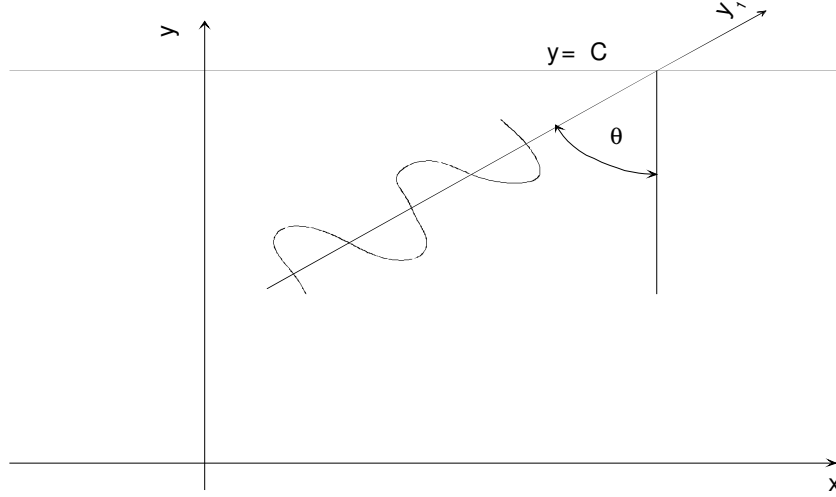
- Kesin sınırlar

- Lokal sınırlar

Kesin sınırlar iyi sönümleyici özelliklerine rağmen, dikdörtgen olmayan şekilleri dolayısıyla daha çok sonlu eleman uygulamaları için uygundur. Ayrıca yüksek dereceden türevler içerdikleri için hesap kolaylığı açısından türevlerin bir yerden sonra kesilmesi gerekir, bu da hata oluşumuna neden olur. Sonuç olarak sınıra gelen düzlem dalga ve saçılan silindirik dalgaların tekrar sınıra ulaşması esnasında sınırın göstereceği davranışı öngörebilmek zorlaşır.

Lokal sınırlar ise dikdörtgen şekli için daha iyi türetilirler ve zaman ve uzaya göre türevlerinin dereceleri daha düşüktür. Bu özellikleriyle sonlu fark algoritmalarına daha kolayca adapte edilebilirler. Lokal sınırlar kesin olmamalarına rağmen, hata mertebesi saçılmanın kaynağından uzaklaştıkça düşer. Hesapta dikdörtgen uygulamaları ve karmaşık saçılma alanlarını içeren problemlerin çözümünde lokal sınırlar sonlu fark algoritmalarına, geniş bir frekans aralığında uygulanabilirler.

YAPAY SINIRA DOGRU YÖNELEN DALGA YAYILIMI
y= C



Şekil 2.7 : Yapay sınıra doğru yönelen dalga yayılımı y=C

2.3.3.1 Lysmer viskoz sınırı

Bu yöntem hesap yöntemlerinde kolaylık sağlaması ve oluşacak hataları düşük mertebede tutması açısından kullanışlıdır. SH dalgasını düşündüğümüzde, dalganın yayılma yönünde oluşan birim şekil değiştirme (Şekil 2.7) aşağıdaki denklemle ifade edilebilir:

$$\varepsilon = -\frac{\dot{u}}{\beta} \quad (2.40)$$

(2.40) Denklemdaki u yerdeğiştirmeyi β dalga hızını ifade etmektedir. Bu denkleme göre ve yayılma yönüne dik doğrultuda oluşan birim şekil değiştirme aşağıdaki denklemle (2.41) belirtilir:

$$\varepsilon_y = -\frac{\dot{u}}{\beta} \cdot \cos \theta \quad (2.41)$$

(2.41) Denkleminin, $G=\rho\beta^2$ ile çarpılmasıyla elde edilen viskoz sınır aşağıdaki denklemle (2.42) ifade edilebilir:

$$\tau_{zy} + \rho\beta \cos \theta \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (2.42)$$

Denklem (2.42) y=C sınırında dinamik dengenin var olduğunu göstermektedir.

$$P = C \cdot e^{-i(\omega t - k_x \cdot x - k_y \cdot y)} \quad (2.43)$$

(2.43) Denkleminde geçen dalga numaraları, dalga yayılma yönü cinsinden (Şekil 2.7’ deki θ) aşağıdaki gibi ifade edilebilirler:

$$k_x = k \sin \theta = \frac{\omega}{\beta} \sin \theta \quad (2.44)$$

$$k_y = k \cos \theta = \frac{\omega}{\beta} \cos \theta \quad (2.45)$$

Böylece denklem (2.43), (2.44) ve (2.45) denklemlerinden gelen k ifadeleriyle daha genel bir formda yazılabilir:

$$P = f(t - k_x x - k_y y) = f\left(t - \frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{\beta}\right) \quad (2.46)$$

Skaler alan P aşağıdaki dalga denklemini sağlamalıdır:

$$P_{tt} = \beta^2 (P_{xx} + P_{yy}) \Rightarrow P_{yy} = \frac{P_{tt}}{\beta^2} - P_{xx} \quad (2.47)$$

Sembolik olarak dalga denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P_{yy} = \pm \sqrt{\frac{P_{tt}}{\beta^2} - P_{xx}} \quad (2.48)$$

$$x = \frac{\beta t}{\sin \theta} \Rightarrow t = \frac{x \sin \theta}{\beta} \quad (2.49)$$

(2.49) koşulu anımsanacak olursa, denklem (2.48) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P_{xx} = P_{tt} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\beta^2} P_{tt} \quad (2.50)$$

Denklem (2.50) gerekli diferansiyel katsayılarına göre çözülürse pozitif y yönündeki dalga yayılımı (2.51) elde edilir.

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\cos \theta}{\beta} \frac{\partial}{\partial t} \right) P = 0 \quad (2.51)$$

(2.51) Denklemdaki skaler alan P , u yönündeki yer değiştirme alanı olarak alınarak $G = \rho \beta^2$ ile çarpılırsa viskoz sınır elde edilmiş olur.

2.3.3.2 Döndürülmüş yapay viskoz sınır

Problemimiz de oluşturduğumuz yapay sınırlar, lokal yapay sınırların bir türü olan Lysmer viskoz sınırının probleme uygun şekilde değiştirilmiş halidir. Yapay sınır B (Şekil 2.4), θ açısı ile gelen SH dalgasını absorbe edecek ve dairesel temelden saçılan küresel (3D) ve dairesel (2D) dalgaları da hesaba katacak şekilde oluşturulmuştur.

Bu sınırı probleme tatbik etmek için, zemin ve temelden oluşan bölge $R = \Omega_s \cup \Omega_f$ ikiye ayrılmıştır (Şekil 2.4): $R_1 = \{M(x, y) \mid x_a \leq x \leq x_d, y_b \leq y \leq y_a\}$ ile tanımlanan $\Gamma_1 = \overline{ab} \cup \overline{bc} \cup \overline{cd}$ ile sınırlanan bölüm ve $R_2 = R \setminus R_1$ ile tanımlanan içeriden $\Gamma_2 = \overline{lk} \cup \overline{kj} \cup \overline{ji}$ ile ve dışarıdan problemin yapay sınırı olarak tanımlanan $B = \overline{ef} \cup \overline{fg} \cup \overline{gh}$ ile sınırlanan bölümdür. Bu iki alan yukarıdan yarı uzayla sınırlanırlar. Burada yapılmak istenen R_1 bölgesinde bütün alan için ve R_2 bölgesinde yalnızca saçılma durumu için çözüm yapmaktır. Pratik nedenlerle, $\overline{fg}$ sınırının sağına iki kolon (2,3), $\overline{ef}$ sınırının üzerine iki sıra ve $\overline{gh}$ sınırının soluna iki kolon halinde hesap alanları yerleştirilmiştir. Daha sonra da görüleceği gibi, analitik (yarı uzay) çözümü Γ_1 ve Γ_2 sınırları üzerinde yapılacaktır. Modele yerleştirdiğimiz bu kolon ve satırların görevi ayrık alan çözümü (Tüm alan için yapılmış Sonlu fark çözümü) ile sürekli alan çözümü (yarı uzay, analitik çözüm) arasındaki farktan doğacak olan hataları azaltmaya yöneliktir.

R_1 bölgesinde çözümü elde edebilmek için Γ_1 sınırında tüm alan için çözüm yapılmalıdır. Bu da Γ_1 sınırına komşu olan noktalarındaki, Γ_2 sınırındaki noktaları da içermek üzere, değerlerin bilinmesiyle elde edilebilir. Bu amaçla $\Gamma_2 \in R_2$ sınırındaki sonlu fark (saçılma) çözümüyle, analitik çözüm (yarı uzay çözümü) birbiriyle toplanır. R_2 bölgesi için de benzer prosedür uygulanır. İlk olarak, Γ_1 sınırındaki saçılma alanını elde edebilmek için, $\Gamma_1 \in R_1$ sınırındaki sonlu fark çözümünden (toplam alan) analitik çözüm (yarı uzay) çıkarılır, daha sonra, sonlu farklar kullanılarak, Γ_2 sınırındaki saçılma alanı elde edilir. Böylece problem iki ayrık probleme dönüşmüş olur (Şekil 2.8).

$f(0,0)$ noktasındaki yukarı doğrultudaki deplasman alanının $w_u(t)$ ve gelen dalga açısının γ olduğu varsayılırsa, her bir zaman aralığı için aşağıdaki adımlar uygulanabilir:

1. Ard arda gelen zaman aralıkları için $t - \Delta t = (k-1)\Delta t$ ve $t = k\Delta t$ $k = 1, 2, 3, \dots, T/\Delta t$,

- ab – modelin dördüncü kolonu
- bc – modelin dördüncü satırı
- cd – son kolondan önceki dördüncü kolon

yukarıdaki sınırlarda yer alan noktalar için analitik çözüm yenilenir. Burada T analizin son anını gösteren zamanı, Δt ise zaman aralığını göstermektedir. Örnek olarak, ab sınırı üzerindeki (dördüncü kolon) deplasman için çözüm aşağıdaki denklemle ifade edilebilir (2.52):

$$w_{4,j}(t) = w_u(t - t_0)H(t - t_0) + w_u(t - t_1)H(t - t_1) \quad (2.52)$$

Burada w_u ile belirtilen, $f(0,0)$ noktasındaki yukarı yönelen dalga alanı neticesinde oluşan yer değiştirmedir (Şekil 2.4).

$$t_0 = \frac{(j-1)\Delta y}{c_y} + \frac{(4-1)\Delta x}{c_x} \quad (2.53)$$

$$t_1 = \frac{H_s - (j-1)\Delta y + H_s}{c_y} + \frac{(4-1)\Delta x}{c_x} \quad (2.54)$$

Denklem (2.53) ve (2.54) ve gelen ve kırılan dalgaların (4,j) noktasına geliş zamanlarıdır.

$$c_x = \frac{\beta}{\sin \gamma} \quad (2.55)$$

$$c_y = \frac{\beta}{\cos \gamma} \quad (2.56)$$

Denklem (2.55) ve (2.56) x ve y doğrultularındaki faz hızlarıdır. Sırasıyla, $\Delta x = \Delta y$ zemin için uzamsal adımları, H_s hesap alanındaki zeminin yüksekliğini ve $H()$ de Heaviside basamak fonksiyonunu göstermektedir. Şimdi $t = k \Delta t$ zamanı için yukarıdaki işlemler beşinci kolon, beşinci satır ve sondan bir önceki kolona kadar uygulanır. Γ_I sınırında yarı uzay için bulunacak hız ve gerilme değerleri (ab, bc, cd sınırları) için aşağıdaki formüller kullanılabilir:

$$v_{i,j}^k = \frac{w_{i,j}^k - w_{i,j}^{k-1}}{\Delta t} \quad (2.57)$$

$$\sigma_{xi,j}^k = \mu_s \frac{w_{i+1,j}^k - w_{i,j}^k}{\Delta x} \quad (2.58)$$

$$\sigma_{yi,j}^k = \mu_s \frac{w_{i,j+1}^k - w_{i,j}^k}{\Delta y} \quad (2.59)$$

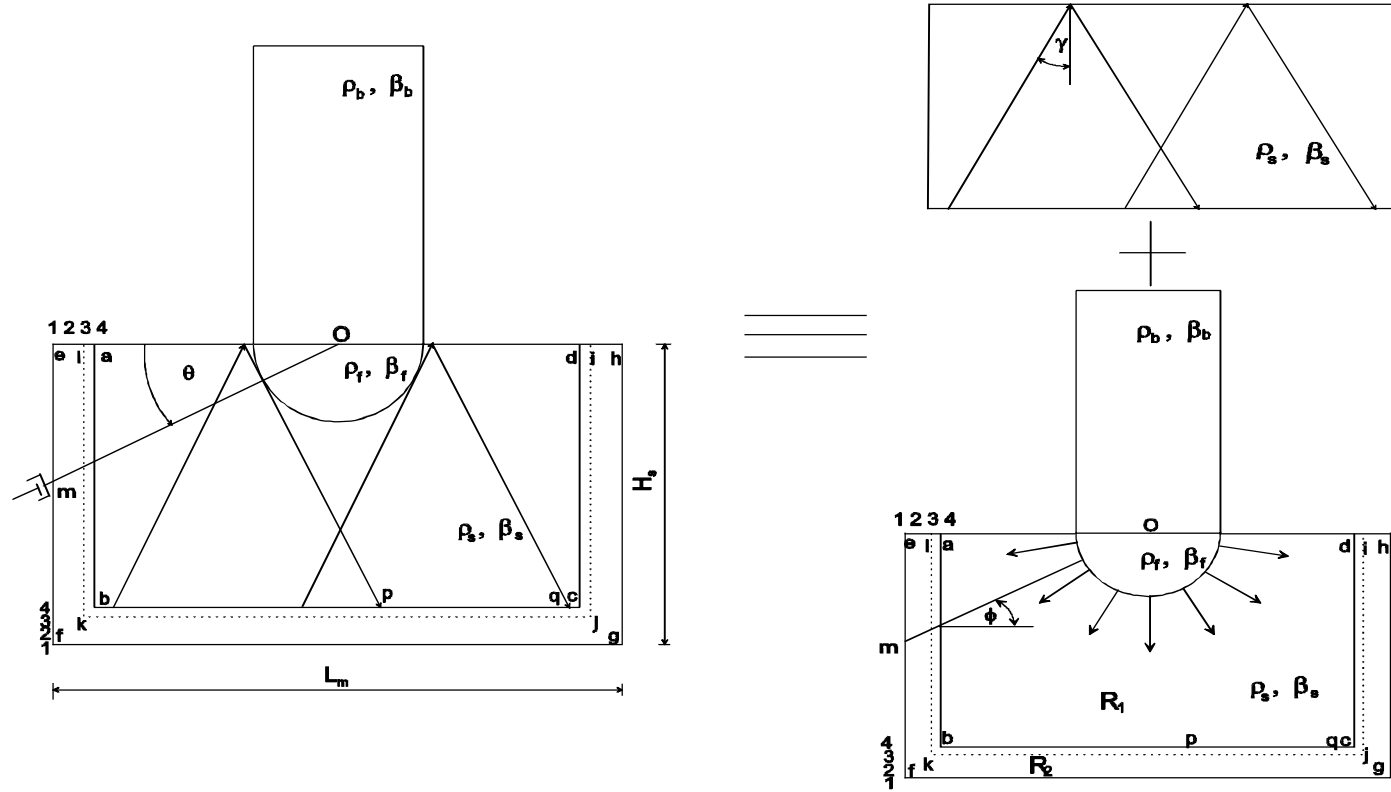
Denklem (2.57), (2.58), (2.59) Γ_I sınırı üzerindeki her nokta için geçerlidir. Burada

μ_s kayma modülünü, $i = \frac{x_i}{\Delta x}$ ve $j = \frac{y_j}{\Delta y}$ x ve y yönündeki ayrık uzamsal

koordinatlarını, $k = \frac{t}{\Delta t}$ ayrık zaman koordinatını, $v_{i,j}^k, (x_i, y_j)$ noktasındaki,

$t = k \cdot \Delta t$ anındaki, hız değerini ve $\sigma_{xi,j}^k, \sigma_{yi,j}^k$ (τ_{xz} ve τ_{yz}), (x_i, y_j) noktasındaki,

$t = k \cdot \Delta t$ anındaki, kayma gerilme değerlerini simgelemektedir.



Şekil 2.8 : Problemin ayrıklaştırılması

2. ab, bc ve cd sınırları üzerinde yapılan sonlu fark çözümünden (R_1 bölgesinin çözümünden elde edilen), madde 1 de hesaplanan yarı uzay çözümü çıkarılır. Bu işlem bize Γ_1 sınırındaki saçılma alanını verir (R_2 bölgesi için sınır koşulu).

3. Sonlu fark şemasının kullanımıyla hem ikinci ve üçüncü satır ve kolonlar hem de sondan bir önceki kolon ve kırımlar için çözüm yapılır. Bu çözüm R_2 bölümündeki saçılma alanını verir.

4. $B = \overline{ef} \cup \overline{fg} \cup \overline{gh}$ emici sınırında çözüm yapılır. En dış sınır lokal viskoz özellikte olup, Şekil 2.4' deki m noktasında da görüldüğü gibi döndürölmüş emici noktalardan oluşmaktadır. Örneğin ef sınırındaki hızlar (negatif x yönünde hareket eden dalgadan gelen) aşağıdaki skaler denklemden (2.60) hesap edilir:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \beta \frac{\partial v}{\partial s} = \beta \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{ds} = \beta \frac{\partial v}{\cos \phi \cdot \partial x} \quad (2.60)$$

Burada s dalğanın yayılma yönündeki uzamsal, $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{H_s - (m-1)dy}{\frac{L_m}{2}} \right)$ ise

kutupsal koordinattır, ve $\phi = \theta$ dışarı doğru yönelen dalga alanının açısıdır (m noktasının bulunduğı sınırın normali ve 0m ışını arasındaki açı) (Şekil 2.4). Dışarı doğru yönelen dalğanın neden olacağı gerilme bileşenleri σ_x ve σ_y denklemdaki (2.60) hız yerine istenen gerilme bileşeni konarak hesaplanabilir. Benzer denklemlerle, B emici sınırındaki bütün hız ve gerilme bileşenleri çözümlenebilir.

$$\left(D_+^t - \frac{\beta}{\cos \phi} D_+^x \right) S_{i,j}^k = 0 \quad \phi = \theta \quad (2.61)$$

$$\left(D_+^t - \frac{\beta}{\cos \phi} D_+^y \right) S_{i,j}^k = 0 \quad \phi = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (2.62)$$

$$\left(D_+^t + \frac{\beta}{\cos \phi} D_-^x \right) S_{i,j}^k = 0 \quad \phi = \pi - \theta \quad (2.63)$$

Denklem (2.61) sol sınır, (2.62) sağ sınır ve (2.63) alt sınır üzerinde geçerlidir. Yukarıdaki denklemlerde geçen $S_{i,j}^k$, v , σ_x ve σ_y ifadelerini simgelemektedir.

Sol köşedeki üç nokta $\{(0,0);(0,\Delta y_s);(\Delta x,0)\}$, sağ köşedeki üç nokta $\{(L_m,0);(L_m,\Delta y_s);(L_m-\Delta x,0)\}$ için fark formülleri tekrar düzenlenmelidir. Örneğin sol alt köşe için (Şekil 2.9, burada h , Δx yerine kullanılmıştır), dışarı yönelen skaler dalga alanının, sınırı $\phi = \frac{\pi}{4}$ açısıyla ve dalga yayılımının tek boyutlu bileşenlerinin x ve y doğrultusunda aynı anda etkidiği kabul edilirse, P, Q ve R noktaları için aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$S = S_0 e^{i(\alpha x + k_x x + k_y y)} \quad (2.64)$$

Yukarıdaki denkleme (2.64) göre sırasıyla aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = c_x \frac{\partial S}{\partial x} = \sqrt{2}\beta \frac{\partial S}{\partial x} \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = c_y \frac{\partial S}{\partial y} = \sqrt{2}\beta \frac{\partial S}{\partial y} \quad (2.66)$$

Burada c_x ve c_y , köşe bölümüne $\phi = \frac{\pi}{4}$ açısıyla etkiyen, dışarı doğru yönelen dalga alanının faz hızlarıdır. Denklem (2.65) ve denklem (2.66) nın toplanmasıyla Denklem (2.67) elde edilir:

$$\frac{\sqrt{2}}{\beta} \frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \right) \quad (2.67)$$

Şekil 2.9'dan da görüldüğü gibi uzamsal türevler merkezi fark formülleriyle ifade edilemezler, bunun yerine açık şemayı elde edebilmek için zamana ait türevler geriye doğru fark formülleri ile hesaplanır. Şekil 2.9' da belirtilen koordinat sistemi için (y 'nin aşağıya doğru yönelmesi durumu) aşağıdaki sonlu fark yaklaşımı uygulanır:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\beta} D_-^t - D_+^x - D_+^y \right) S_A^k = 0 \quad (2.68)$$

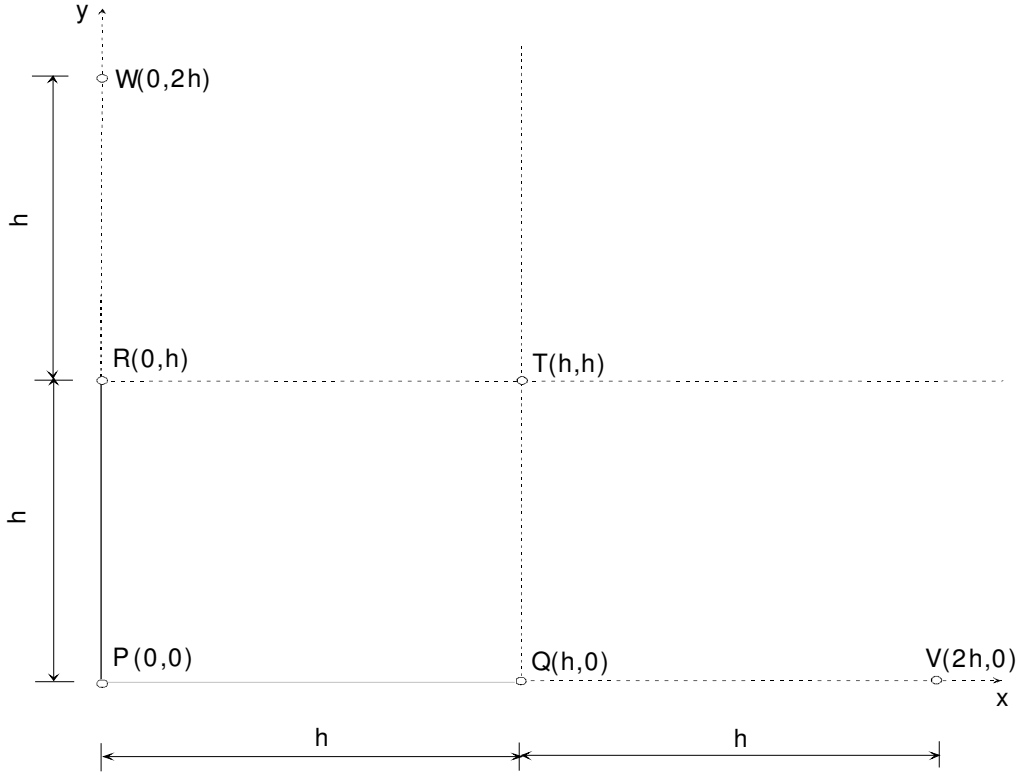
Burada k ayrık zaman koordinatlarını, β kayma dalgasının zemin içerisindeki hızını ve A ile gösterilen alt indis P, Q, R noktalarını ifade etmektedir. İlk olarak Q ve R noktaları çözülür. Örneğin R noktası için, $\Delta y_s = \Delta x_s$ olduğu akılda tutulmak üzere, aşağıdaki fark formülü (2.69) yazılabilir:

$$S_R^k = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{\beta} + 2 \frac{\Delta t}{\Delta x}} \left[\frac{\sqrt{2}}{\beta} S_R^{k-1} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (S_T^k + S_W^k) \right] \quad (2.69)$$

Q noktasındaki skaler değer de benzer yolla hesaplanabilir. S_R^k ve S_Q^k değerleri ile P noktasındaki skaler de aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$S_P^k = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{\beta} + 2 \frac{\Delta t}{\Delta x}} \left[\frac{\sqrt{2}}{\beta} S_P^{k-1} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (S_Q^k + S_R^k) \right] \quad (2.70)$$

Yukarıdaki denklemlerde S , saçılma alanının yarayacağı ν , σ_x ve σ_y ifadelerini simgelemektedir. Bütün bu dinamik nicelikler, tanımlanan prosedüre göre altı köşe noktası için çözüme ulaştırılmalıdır. Burada belirtilmesi gereken önemli bir nokta da, üç köşe noktasında dikey ve yatay sınır üzerindeki sınır koşulları arasında gerekli dönüşümlerin yapılmasıdır, böylece tüm sınır kararlı bir hale geçecektir. Ayrıca, bütün noktalar B sınırına bağlı oldukları için, altı köşe noktasında S ile ifade edilen nicelikler tek bir artık zaman aralığında ve algoritmanın başlangıcında hesaplanmalıdır.



Şekil 2.9 : Modelin sol alt köşesi

5. Ard arda gelen zaman aralıkları için $t - \Delta t = (k-1)\Delta t$ ve $t = k\Delta t$ $k = 1, 2, 3, \dots, T/\Delta t$,

- kl – modelin üçüncü kolonu
- kj – modelin üçüncü satırı
- ji – son kolondan önceki üçüncü kolon

yukarıdaki sınırlarda yer alan noktalar için analitik çözüm yenilenir. Burada T analizin son anını gösteren zamanı, Δt ise zaman aralığını göstermektedir. Örnek olarak, kl sınırı üzerindeki (üçüncü kolon) deplasman için çözüm aşağıdaki denklemlerle ifade edilebilir (2.71):

$$w_{3,j}(t) = w_u(t - t_0)H(t - t_0) + w_u(t - t_1)H(t - t_1) \quad (2.71)$$

Burada $w_{j,3}$ ile belirtilen, $f(0,0)$ noktasındaki yukarı yönelen dalga alanı neticesinde oluşan yer değiştirmedir (Şekil 2.4).

$$t_0 = \frac{(j-1)\Delta y}{c_y} + \frac{(3-1)\Delta x}{c_x} \quad (2.72)$$

$$t_1 = \frac{H_s - (j-1)\Delta y + H_s}{c_y} + \frac{(3-1)\Delta x}{c_x} \quad (2.73)$$

Denklem (2.72) ve (2.73) ve gelen ve kırılan dalgaların (4,j) noktasına geliş zamanlarıdır. Denklem (2.55) ve (2.56) x ve y doğrultularındaki faz hızlarıdır. Sırasıyla, $\Delta x = \Delta y$ zemin için uzamsal adımları, H_s hesap alanındaki zeminin yüksekliğini ve $H(\)$ de Heaviside basamak fonksiyonunu göstermektedir. Şimdi $t = k \Delta t$ zamanı için yukarıdaki işlemler dördüncü kolon, dördüncü satır ve son bir önceki kolona kadar uygulanır. Γ_1 sınırında yarı uzay için bulunacak hız ve gerilme değerleri (k_l , k_j , i_j sınırları) için (2.57), (2.58) ve (2.59) denklemleri kullanılabilir.

6. k_l , k_j ve j_i sınırları üzerinde yapılan sonlu fark çözümü ile (R_2 bölgesinin çözümünden elde edilen), yukarıdaki yarı uzay çözümü toplanır. Bu toplam bize Γ_2 sınırındaki toplam alanı verir (R_1 bölgesi için sınır koşulu).

7. $\{M(x, y) \mid M \in R_1\}$ noktaları için çözüm yapılır.

8. Eğer $k \leq T/\Delta t$ ise 1. Adıma geri dönülür.

9. Değilse işlem sonlandırılır.

3. DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞ ANALİZİ

3.1 Sistem Girdileri

3.1.1 Yarı sinüs darbesi

Analize başlamadan önce sistemi harekete geçirecek olan yarı sinüs darbesi incelenmeli, darbenin model boyutları ve analiz süresi üzerindeki etkileri ele alınmalıdır. Sisteme gelen dalga bir SH dalgasının yarım-sinüs darbesi şeklindedir. Bu darbenin boyutsuz frekansı aşağıdaki denklemle ifade edilebilir:

$$\eta = \frac{2a}{\lambda} = \frac{a}{\beta_s \cdot t_{d0}} \quad (3.1)$$

Denklem (3.1) darbe süresin cinsinden verilmiştir. Burada λ gelen dalganın boyunu, a temel yarıçapını, β_s zemindeki dalga yayılma hızını ve t_{d0} darbenin süresini göstermektedir.

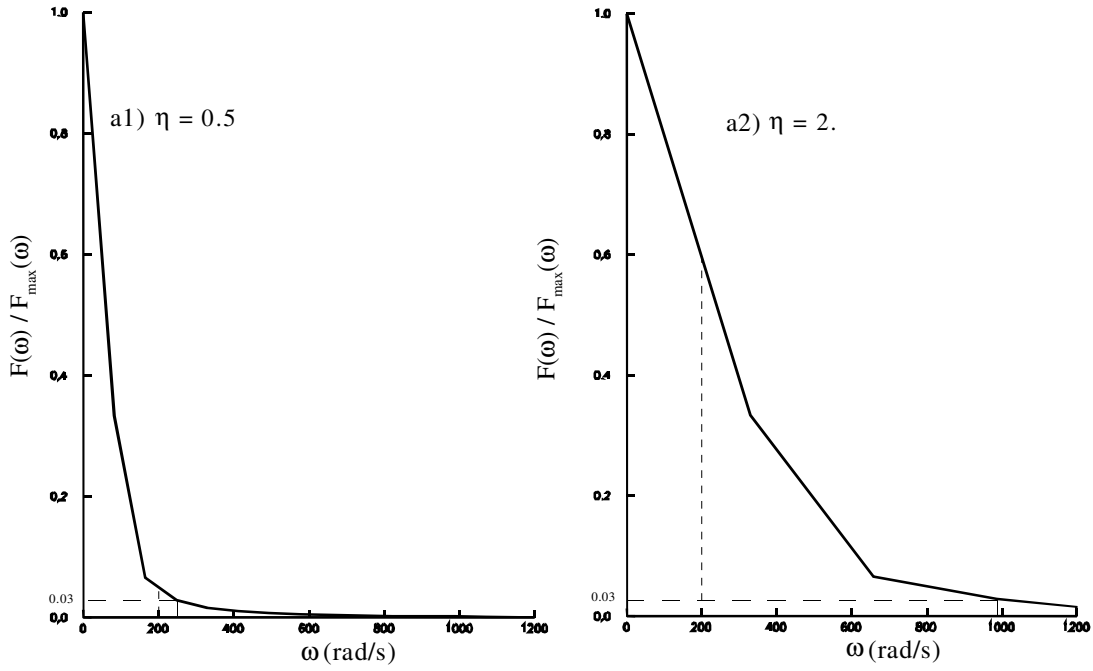
Girid aralıklarını belirlemek için, darbe uzay bölgesinde analiz edilir ve darbenin etkilediği noktalarda yer değiştirmeler aşağıdaki denklemle (3.2) ifade edilir:

$$w(s) = A \sin \frac{\pi \cdot s}{\beta_s \cdot t_{d0}} \quad (3.2)$$

Denklem (3.2) geçen, A darbenin genliğini, s düşünülen noktanın dalga yayılım yönünde ve başlangıç anında dalga cephesine olan uzaklığını gösterir. Hızlı Fourier dönüşümünü kullanarak yarı-sinüs dalgası (3.2), dalga sayısı ortamında (k) dönüştürülmüştür (3.3).

$$w(k) = \mathcal{F}(w(s)) \quad (3.3)$$

Bu durumdaki en büyük frekans yanıtı $k=0$ (rijit cisim hareketi) için oluşur. k büyüdükçe yanıt asimtotik olarak düşmekte ve k sonsuza yaklaştığında sifıra yaklaşmaktadır. Sayısal analizde sonsuz sayıda dalga sayısı alınamayacağı için en büyük dalga numarası değeri, $k=k_{max}$, maksimum yanıtın binde üçü olacak şekilde seçilmiştir (Şekil 3.1 deki kesikli çizgiler). Böylece, k_{max} karşılık gelen frekanslar ve dalga boyları aşağıdaki denklemle (3.4) hesaplanabilir:



Şekil 3.1 : Normalize edilmiş tek yönlü frekans yanıtı a1) $\eta=0.5$ ve a2) $\eta=2$.

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi}{k_{\max}} = \frac{2\pi\beta}{\omega_{\max}} \quad (3.4)$$

Şekil 3.1 den de görüldüğü gibi $\eta = 0.5$ için $w_{max} \approx 245 \text{ rad/s}$, $\eta = 2$ için $w_{max} \approx 980 \text{ rad/s}$ olmaktadır. Bölüm 2.3.1 den hatırlanacağı gibi dalga boyu grid yoğunluğunun belirlenmesindeki üç parametreden birisidir (s.16).

Zeminde doğrusal davranış sergilemeyen bölgelerinin ve histeresis enerjilerinin karşılaştırılabilmesi için dikdörtgen zemin bölgesi, darbenin her boyutsuz frekansı için, η , aynı boyutta olmalıdır. Bu yüzden, zemin bölgesi boyutları $L_m = 10 \cdot a$ ve

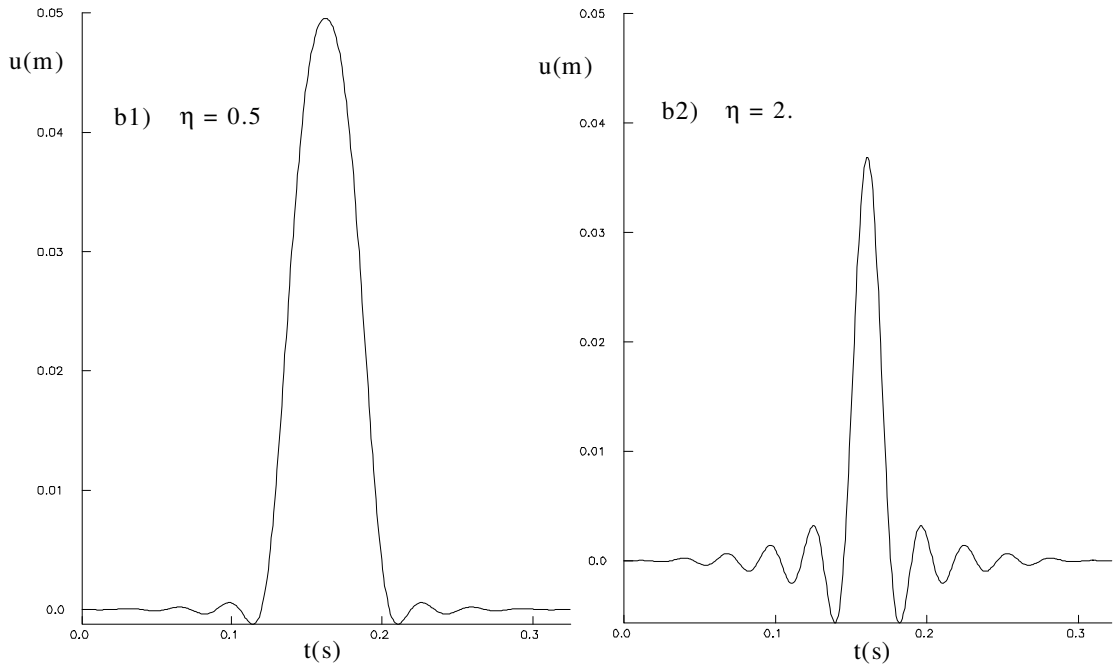
$$H_s = \frac{L_m}{2} = 5 \cdot a \text{ olacak şekilde seçilmiştir (Şekil 2.2).}$$

Pratik nedenlerle yatay (x) yöndeki grid aralık sayısı 400, dikey (y) yöndeki grid aralık sayısı 250 (aynı şekilde zeminde 125, binada 175) ile sınırlandırılmıştır. Bu uygulama için minimum uzamsal

$$\text{aralık } \Delta x_{\min} = \frac{L_m}{250} = \frac{100}{250} = 0.4 \text{ m dir. Grid şemasının daha yoğun biçimde seçilmesi,}$$

hesap zamanını hızlı biçimde arttırmaktadır. Bu kısıtlamayı da göz önünde bulundurarak denklem (3.4) ve $\eta=2$. ($w_{\max} \approx 980 \text{ rad/s}$) için yapılan hesapta minimum dalga boyu $\lambda_{\min} = 1.603 \text{ m}$ bulunmuş ve bu dalga boyu için en yoğun grid

$$\text{yoğunluğu } m = \frac{\lambda_{\min}}{\Delta x_{\min}} = \frac{1.603}{0.382} \approx 4 \text{ nokta / } \lambda_{\min} < m_{\min} \text{ olmuştur.}$$



Şekil 3.2 : Filtrelenmiş darbe b1) $\eta=0.5$ ve b2) $\eta=2$.

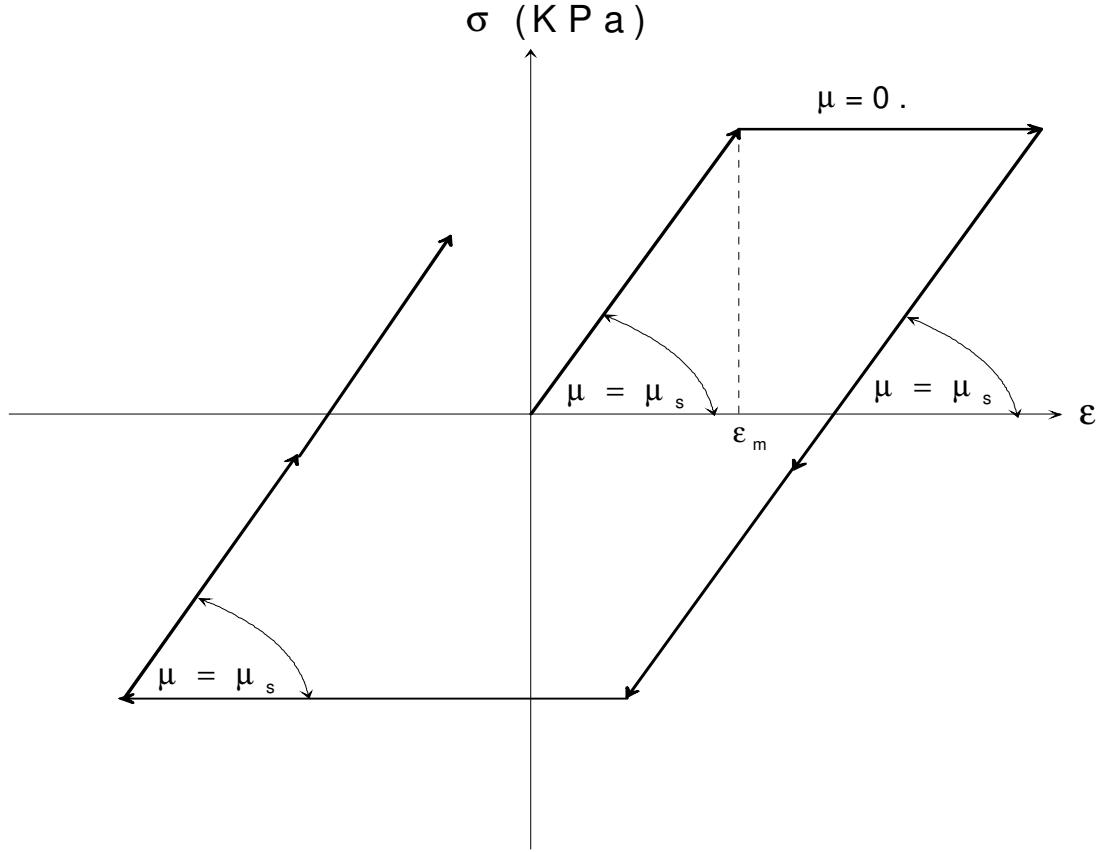
Problemde kullanılan şema ikinci dereceden denklemler içerdiği için, $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$, yukarıdaki koşullarda göz önüne alınmak suretiyle, en kısa dalga boyu çözümlemesi için gereken en küçük grid yoğunluğu $m=12 \text{ nokta}/\lambda_{\min}$ dır. Bu durum darbenin analize girmeden önce düşük geçirimli olarak filtrelenmesi anlamına gelir. Burada keme frekansı $w_{\max}=200 \text{ rad/sn}$ seçilmiş ve darbe düşük geçirimli Ormsby (Trifunac, 1971) filtresiyle çözümlenmiştir (Şekil 3.2). Sonuç olarak dalga boyu $\lambda_{\min} = 7.854 \text{ m}$ ve grid yoğunluğu $m = \frac{\lambda_{\min}}{\Delta x_{\min}} = \frac{7.854}{0.382} \approx 20 \text{ nokta} / \lambda_{\min} > m_{\min}$ bulunmuştur.

Şekil 3.1 de görüldüğü gibi (noktalı çizgiler), $\eta=0.5$ için toplam verinin önemsiz bir kısmı, $\eta=2$ durumunda ise verinin önemli bir kısmı filtrelenmeden kalır. Aynı durum Şekil 3.2 de de göze çarpmaktadır. $\eta=2$ için filtre edilmiş darbenin genliği filtre edilmemiş darbenin genliğinden, $A=0.05$, daha küçük olmaktadır. Buna karşın $\eta=0.5$ durumunda filtre edilmiş darbenin genliği filtre edilmemiş darbenin genliğine neredeyse eşit olmaktadır.

3.1.2 Doğrusal olmayan davranış koşulları

Gerçek koşullar düşünüldüğünde, dalga geçişi esnasında modelin belirli bölümlerinde birim şekil değiştirmeler ve deformasyonlar meydana gelir. Problemi basitleştirmek amacıyla, doğrusal olmayan davranış sadece zemin bölümünde düşünülmüş, bina ve temel bölümlerindeki davranış doğrusal kabul edilmiştir. Şekil 2.6 da görüldüğü gibi, A ve B noktaları ve bu noktalarla ilintili oldukları için 1,2,1' ve 2' noktaları, zemin bölgesi içerisinde yer almaktadır ve bu noktalar üzerinde, dalga hareketi sonucu oluşan birim şekil değiştirmelerin tanımlanan maksimum elastik şekil değiştirmeyi ε_m aşması durumunda kalıcı şekil değiştirmeler oluşmaktadır. Buradaki varsayım, zemin içerisinde bulunan noktanın bir yönde akması durumunda aynı yöne dik doğrultuda doğrusal davranacağıdır. Buna göre, x yönünde oluşacak kayma gerilmeleri sadece aynı yönde oluşacak kayma şekil değiştirmelerine bağlı ve y yönündeki kayma şekil değiştirmelerden bağımsızdır (aynı durum ters yönler göz önüne alındığında geçerlidir). Bu varsayım toprağın yatay katmanlardan oluşmasına dayandırılmıştır. Modelde toprak ideal olarak elastoplastik düşünülmüş ve $\sigma - \varepsilon$ ilişkisini veren diyagram Şekil 3.3 de verilmiştir.

Temas noktaları analiz boyunca aderanslı olarak varsayılmış ve temas hatlarında bulunan C,D,E,F,G ve H noktalarındaki ve yapay sınıra bitişik bulunan bölgedeki (sağ ve sol kenardaki dört kolon ve alt kenardaki dört satır üzerinde bulunan noktalar) davranış doğrusal kabul edilmiştir.



Şekil 3.3 : Doğrusal olmayan zeminde gerilme şekil değiştirme bağıntısı

Kalıcı şekil değiştirme dağılımı üzerinde çalışılabilmesi için maksimum elastik şekil değiştirmenin ε_m (Şekil 3.3) belirlenmesi gerekir. Bunun için, yarı sinüs formundaki düzlem dalganın geçişi sırasında oluşacak yer değiştirme, hız ve zemindeki doğrusal şekil değiştirme aşağıdaki formüllerle ifade edilir:

$$w = A \sin \left[\frac{\pi}{t_{d0}} \left(t - \frac{s}{\beta_s} \right) \right] \quad (3.5)$$

$$v = \dot{w} = \frac{\pi}{t_{d0}} A \cos \frac{\pi t}{t_{d0}} \quad (3.6)$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{v_{\max}}{\beta_s} = \frac{\pi A}{\beta_s t_{d0}} \quad (3.7)$$

Uygulanan düzlem dalga için, ε_m şekil değiştirme değeri denklem (3.7) ve seçeceğimiz C katsayısının çarpımından oluşur. Eğer bu katsayı 1 ve 2 arasında ise, dalganın serbest yüzey veya temele ulaşmasından önce, her iki yönde oluşacak şekil değiştirmeler doğrusal olacaktır. Bu durum “ara doğrusal olmayan davranış” olarak adlandırılır. Eğer sadece temelden saçılım ve yayılımın yol açacağı doğrusal olmayan davranış analiz edilmek istenirse, yarı uzaydan yansımanın neden olacağı şekil değiştirmelerden kaçınılmalıdır. Bunu sağlamak için ε_m değeri aşağıdaki gibi seçilmelidir:

$$\varepsilon_m = \max\left(\frac{2\pi A \sin \gamma}{\beta_s t_{d0}}, \frac{2\pi A \cos \gamma}{\beta_s t_{d0}}\right) \quad (3.8)$$

Bu durum “küçük doğrusal olmayan davranış” olarak adlandırılır. Gelen dalganın tüm uzaydan geçmesiyle oluşacak şekil değişimleri dikkate alınacaksa, maksimum şekil değiştirme seçilmelidir. Bu da aşağıda belirtilen koşulla sağlanabilir (3.9):

$$\varepsilon_m < \max\left(\frac{\pi A \sin \gamma}{\beta_s t_{d0}}, \frac{\pi A \cos \gamma}{\beta_s t_{d0}}\right) \quad (3.9)$$

Bu durumda düzlem dalganın geçişiyle x ve y yönünde zeminde meydana gelecek kalıcı şekil değiştirmeler sağlanmış olur. Genel olarak akma şekil değiştirmesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir (3.10):

$$\varepsilon_m = C \frac{v_{\max}}{\beta_s} = C \frac{\pi A}{\beta_s t_{d0}} \quad (3.10)$$

Formüldeki C katsayısı zemindeki akma gerilmesini (şekil değiştirme) kontrol eder. Doğrusal olmayan davranış için C ye bağlı olarak oluşan durumlar aşağıda ifade edilmiştir:

1. $C \geq 2$: Küçük doğrusal olmayan davranış: Dalga temele herhangi bir geliş açısıyla çarpmadan evvel kalıcı şekil değiştirme oluşmaz.

2. $1 \leq C < 2$: Ara doğrusal olmayan davranış: Herhangi bir geliş açısıyla gelen dalga, serbest yüzeyden yansıyana veya temelden saçılana kadar kalıcı şekil değiştirme oluşturmaz. Kalıcı şekil değiştirme, gelen dalganın serbest yüzeyden yansımasından ya da temelden saçılmasından sonra, geliş açısına bağlı olarak oluşur ya da oluşmaz.

3. $C < 1$: Büyük doğrusal olmayan davranış: Kalıcı şekil değiştirme, dalganın serbest yüzeyden yansımasıyla oluşur. Kalıcı şekil değiştirme, gelen dalganın serbest yüzeyden yansımasından önce, geliş açısına bağlı olarak oluşur ya da oluşmaz.

3.2 Sistemdeki Enerji Dağılımı

Analizi gerçekleştirilen modelin özellikleri aşağıdaki gibidir:

- Boy $H=18\text{m}$
- En $L=2a=20\text{m}$
- Bina ve zemindeki kayma dalgası hızları $\beta_s = \beta_b = 250\text{m/s}$
- Zemin ve binanın özkütleleri $\rho_s = 2500\text{kg/m}^3, \rho_b = 300\text{kg/m}^3$

Verilen alan doğru enerji akışı, düzlem dalga yaklaşımı terimleriyle aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Aki & Richards, 1980):

$$E_{in}^a = \rho_s \cdot \beta_s \cdot A_{sn} \int_0^{t_{d0}} v^2 \cdot dt \quad (3.11)$$

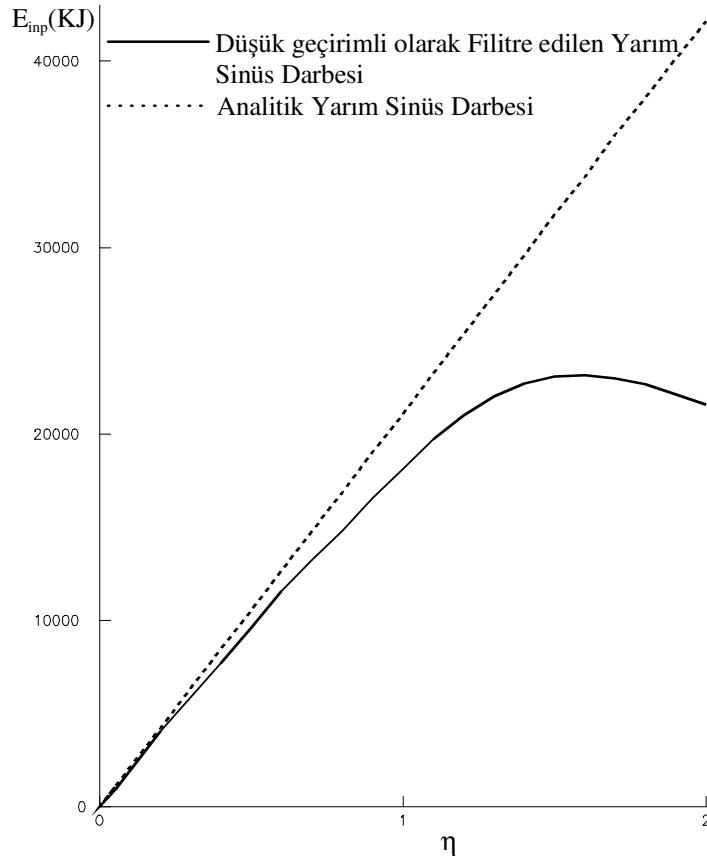
Denklemdaki (3.11) ρ_s ve β_s zeminin özkütlesini ve zeminde ilerleyen kayma dalgasının hızını, v ise denklem (3.6) ile tanımlanan dalga uyarımı sonucu oluşan parçacık hızını ifade eder. A_{sn} dalganın geçtiği normal alanı gösterir. Şekil 2.2 de gösterilen zeminin geometrisine göre, dalga geçişinin normalindeki alan aşağıdaki gibi ifade edilebilir (3.12):

$$A_{sn} = 2 \cdot H_s \cdot \sin \gamma + L_m \cdot \cos \gamma = L_m \cdot (\sin \gamma + \cos \gamma) \quad (3.12)$$

Denklem (3.6) ve (3.12)'nin denklem (3.11)'e yerleştirilmesi ve elde edilen denklemin integralinin alınmasıyla, modele giren dalga enerjisinin analitik olarak çözümü elde edilmiş olur (3.13):

$$E_{in}^a = \rho_s \cdot \beta_s \cdot L_m \cdot (\sin \gamma + \cos \gamma) \cdot \left(\frac{\pi \cdot A}{t_{d0}} \right)^2 \cdot \frac{t_{d0}}{2} \quad (3.13)$$

Denklemden (3.13) görüldüğü gibi, tanımlanan büyüklükteki zemin bölgesi, L_m , ve dalga geliş açısı, γ , için, sisteme giren enerjide belirleyici olan darbenin süresi ve boyutsuz frekansın doğrusal fonksiyonudur η (3.1). Kısa darbelerin $\omega_c = 200 \text{ rad/s}$ (Şekil 3.2) frekansına kadar düşük geçirimli olarak filtrelenmesinden dolayı, giren dalga enerjisi için yapılan analitik ve nümerik çözümler (3.11) birbiriyle çakışmazlar (Şekil 3.4). Sistem enerji açısından korunumlu olduğu için, giren enerji aşağıdaki enerjilerle dengelenir:



Şekil 3.4 : Sisteme giren enerjinin boyutsuz frekansa göre değişimi

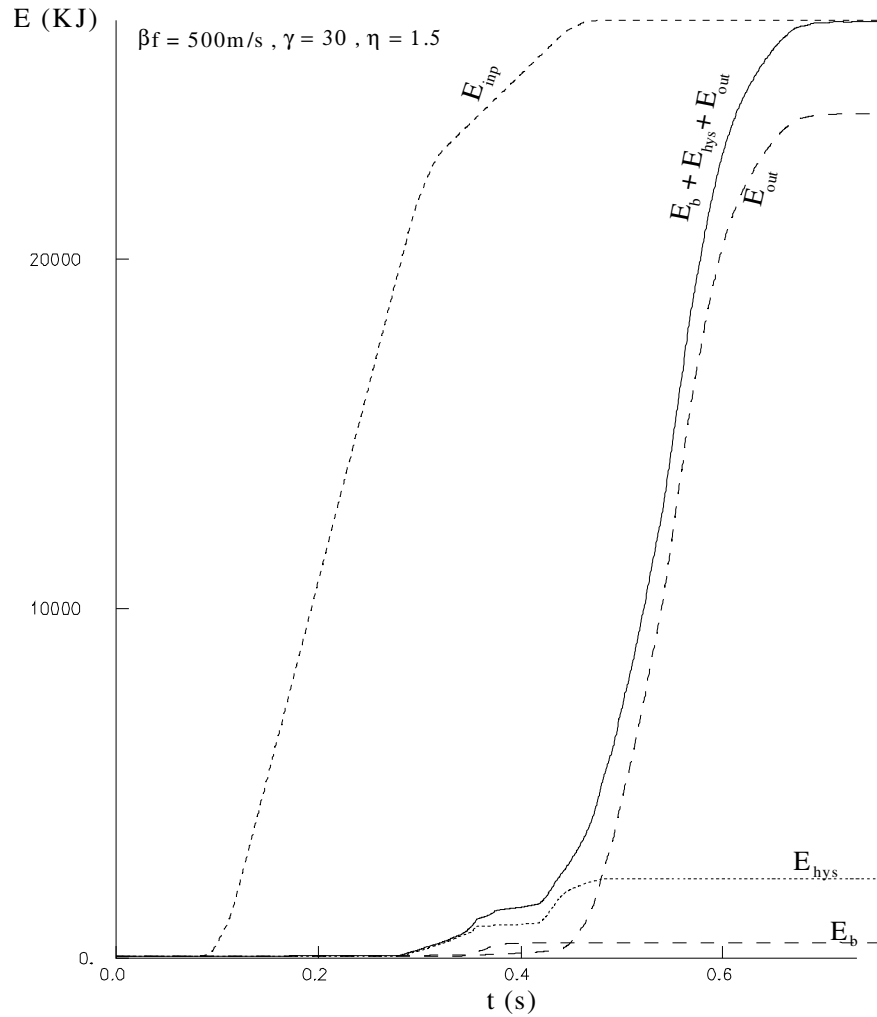
- Denklem (3.13) ile hesaplanan, modelden çıkan toplam enerji: E_{out}
- Toplam histeresis enerji (kalıcı şekil değiştirmelerin ortaya çıkması ve gelişmesi sonucunda harcanan enerji). Bu enerji aşağıdaki denklem (3.14) ile hesaplanır:

$$E_{hys} = \sum_{t=0}^{T_{end}} \Delta t \cdot \sum_{i=1}^N \left(\sigma_{xi} (\Delta \varepsilon_{xpi} + 0.5 \cdot \Delta \varepsilon_{xei}) + \sigma_{yi} (\Delta \varepsilon_{ypi} + 0.5 \cdot \Delta \varepsilon_{yei}) \right) \quad (3.14)$$

Burada N zeminde bulunan noktaların toplam sayısını, σ_{xi}, σ_{yi} , i noktasındaki x ve y yönündeki gerilmeleri, $\Delta \varepsilon_{xpi} = \varepsilon_{xpi}^{t+\Delta t} - \varepsilon_{xpi}^t$, x yönündeki kalıcı şekil değiştirme artma miktarını ve $\Delta \varepsilon_{ypi} = \varepsilon_{ypi}^{t+\Delta t} - \varepsilon_{ypi}^t$, y yönündeki kalıcı şekil değiştirme artma miktarını ifade eder.

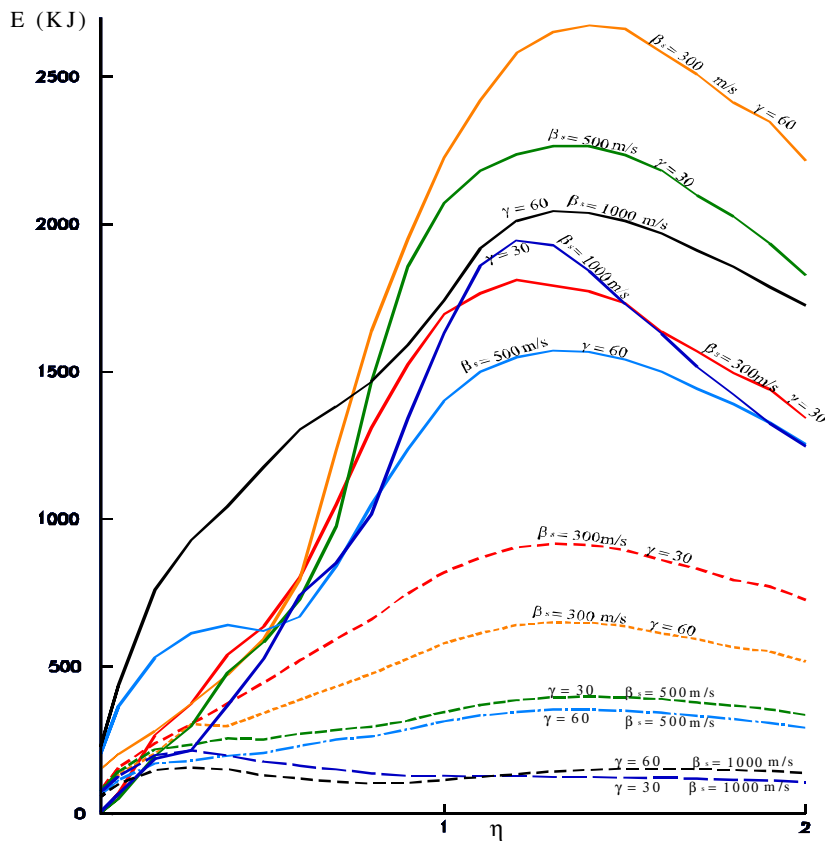
• Kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamından oluşan binadaki anlık enerji. Bu enerji aşağıdaki denklem (3.15) ile hesaplanır:

$$E_b = E_k + E_p = 0.5 \cdot \Delta x \cdot \Delta y_b \cdot \sum_{i=1}^N \left(\rho \cdot v_i^2 + \mu \cdot (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2) \right) \quad (3.15)$$



Şekil 3.5 : Temel rijitliğiyle verilen modeldeki enerji dengesi çizelgesi

Şekil 3.5 de de görüldüğü gibi $\eta = 1.5$ ile verilen darbe, $\gamma = 30^\circ$ geliş açısı, $\beta_f = 500 \text{ m/s}$ temel rijitliği, $C=1.5$ (3.10) akma şekil değiştirmesi için enerjideki denge sağlanmıştır. Sadece temelden saçılmanın yaratacağı etkiler üzerinde çalışabilmek için, bina yüksekliği yeterince büyük seçilmiştir. Böylece binanın tepesinden yansıyan dalganın analiz süresince bina-temel temas hattına ulaşması engellenmiştir. Analiz, dalga zemin bölgesini tamamen terk ettiğinde sona ermektedir. Bu çalışmada, zemindeki histeretik enerji ve bina içerisinde kalan enerji incelenmiştir. Şekil 3.6 de bu iki tip enerji boyutsuz η frekansının fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Binaya giren enerji düşünüldüğünde (kesikli çizgiler), sonuçlar temelin daha rijit hale geldiğini, girdi enerjisinin büyük kısmının saçıldığını ve enerjinin küçük bir kısmının binaya girdiğini doğrulamıştır. Buna karşın zemindeki histeretik enerjinin karmaşık bir düzende olduğu gözlenmiştir.



Şekil 3.6 : Ara doğrusal olmayan davranış için, $C=1.5$, Histeresis Enerjisi (düz çizgiler) ve yapıya giren enerjinin (kesikli çizgiler) boyutsuz frekansa göre değişimi

$\gamma = 60^0$ geliş açısı için, düşük frekanslarda, $\eta < 0.5$, histeretik enerjinin temel rijitliğinin artışıyla birlikte arttığı gözlenmiştir. η artmasıyla birlikte, histeretik enerji rijitliği en düşük temelle birlikte daha hızlı artmış ve $\eta = 1.4$ da $E=2674\text{KJ}$ maksimum değerine ulaşmıştır. Bu değer, modele uygulanan bütün durumlar için maksimum histeresis enerji değeridir. Bu geliş açısında $\beta_f = 1000\text{m/s}$ için histeresis enerjinin maksimum değeri $\beta_f = 500\text{m/s}$ için yapılan analizdeki maksimum değerden yüksektir.

$\gamma = 30^0$ geliş açısı için, düşük frekanslarda, $\eta < 0.8$, histeretik enerji, rijitliği en düşük temelle birlikte en yüksek değerini almıştır. η artmasıyla birlikte, histeretik enerji $\beta_f = 500\text{m/s}$ değeriyle, maksimuma ulaşmış ve $\eta = 1.4$ de $E=2265\text{KJ}$ değerine ulaşmıştır. Bu geliş açısında, $\beta_f = 1000\text{m/s}$ için histeretik enerjinin maksimum değeri $\beta_f = 300\text{m/s}$ için yapılan analizdeki maksimum değerden yüksektir.

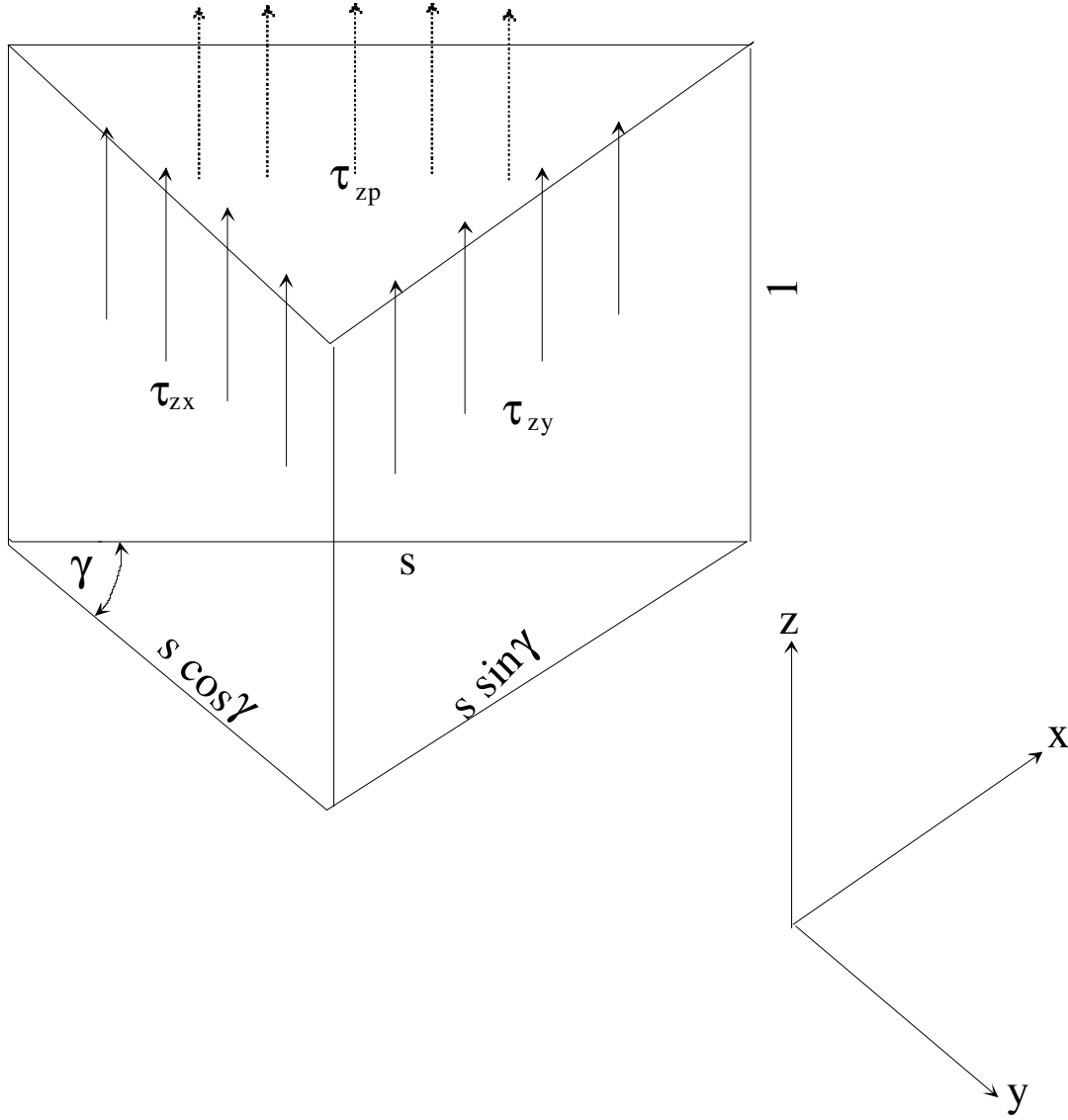
Yukarıdaki gözlemlerle birlikte, yapıya giren enerji miktarının, temelin rijitliğine ve temel çevresindeki zemindeki histeresis enerjinin dalga geliş açısına bağlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

3.3 Zemindeki Kalıcı Şekil Değiştirmelerin Dağılımı

Şekil 3.7 göz önüne alındığında ve diferansiyel beşyüzlünün dinamik olarak dengeye ulaşmasından itibaren, herhangi bir noktadaki asal gerilmeler ve bu gerilmelerin doğrultuları aşağıdaki formüllerle ifade edilebilir:

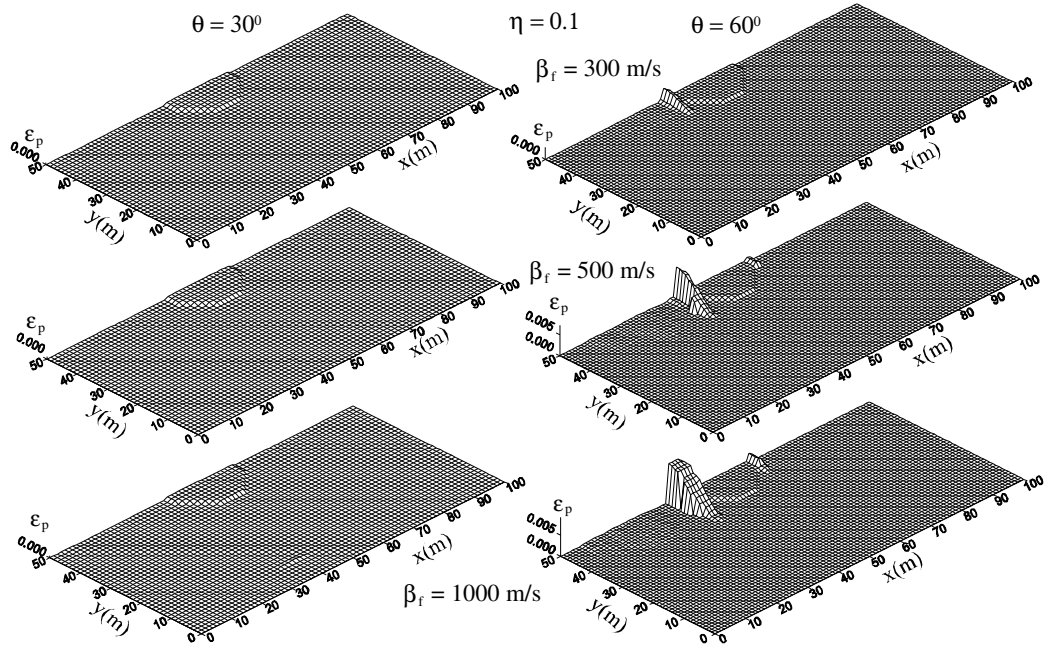
$$\tau_{zp} = \tau_{zx} \cos \gamma + \tau_{zy} \sin \gamma \quad (3.16)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{\tau_{zy}}{\tau_{zx}}. \quad (3.17)$$

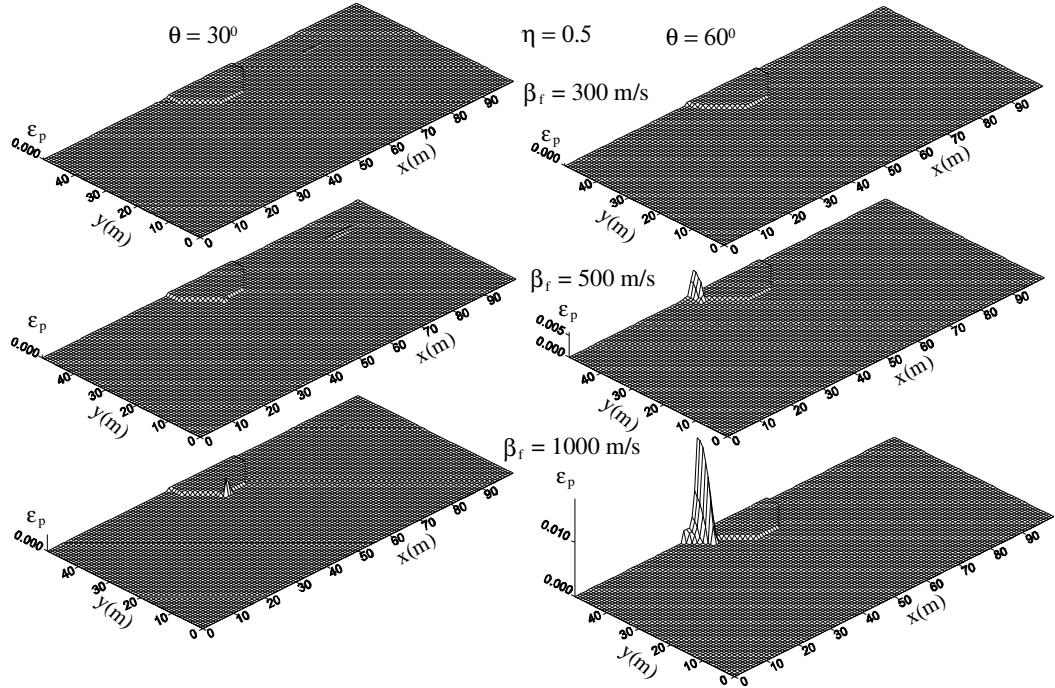


Şekil 3.7 : Diferansiyel bir beş yüzlü üzerindeki ortagonal ve asal gerilmeler

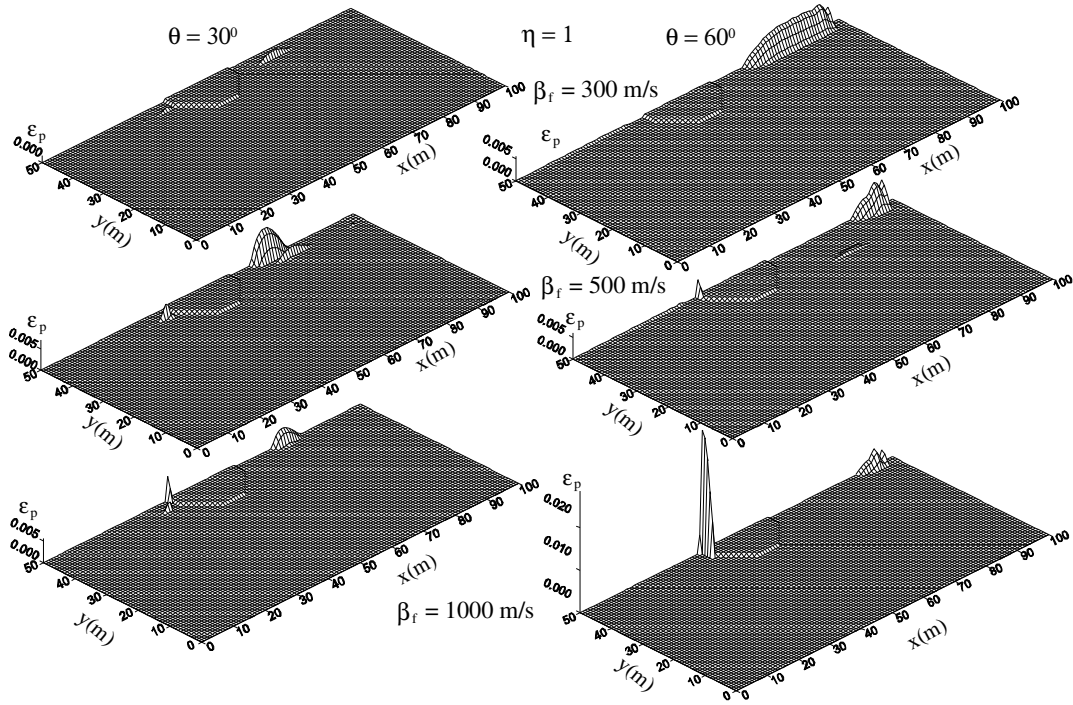
Şekil 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 iki farklı geliş açısına, $\theta=30^\circ$ ve $\theta=60^\circ$ ve üç farklı temel rijitliğine, $\beta_f = 300 \text{ m/s}$; 500 m/s ; ve 1000 m/s , göre, küçük doğrusal olmayan davranış durumu ($C = \sqrt{3}$) için zemindeki kalıcı asal şekil değiştirmeleri gösterir. C ye verilen bu değer, $30^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ geliş açıları için dalga hareketi temele çarpana kadar zeminde kalıcı şekil değiştirmelerin oluşmamasını sağlar.



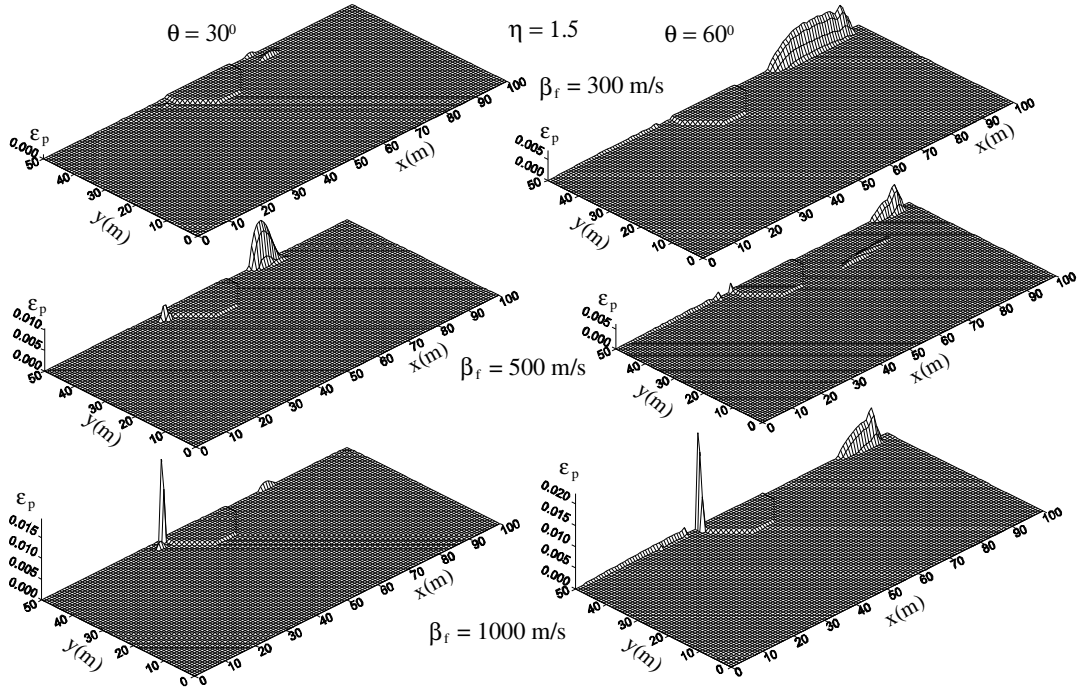
Şekil 3.8 : Üç farklı rijitlik($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



Şekil 3.9 : Üç farklı rijitlik($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



Şekil 3.10 : Üç farklı rijitlik($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



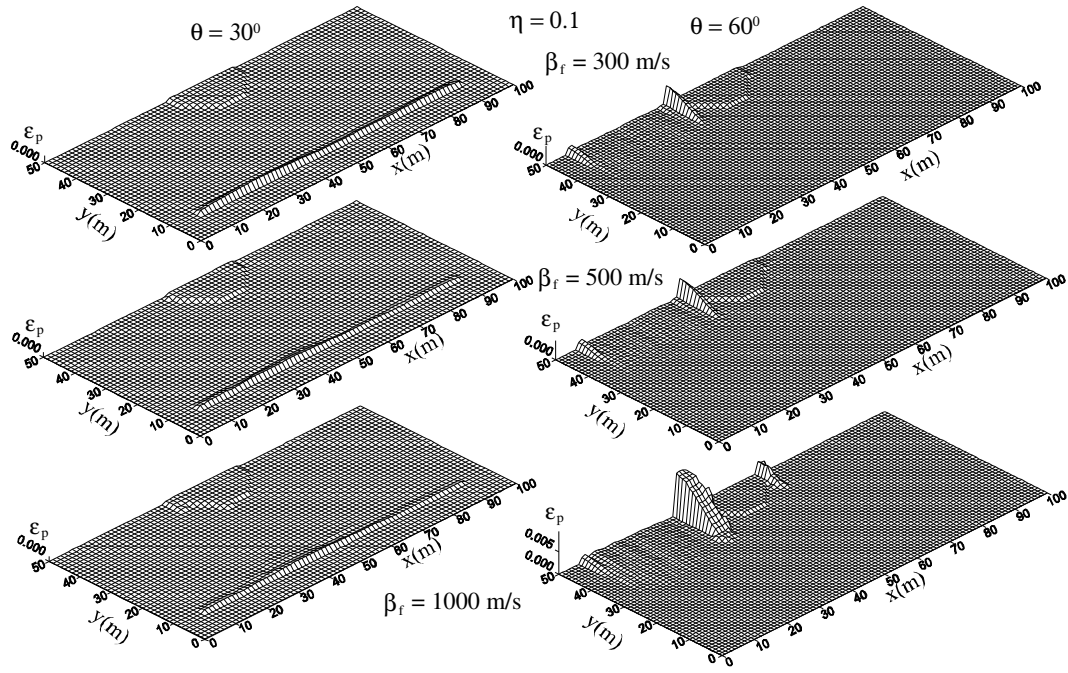
Şekil 3.11 : Üç farklı rijitlik($C=1.73$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.

Şekil 3.12, 3.13, 3.14, 3.15 iki farklı geliş açısına, $\theta=30^\circ$ ve $\theta=60^\circ$ ve üç farklı temel rijitliğine, $\beta_f = 300 \text{ m/s}$; 500 m/s ; ve 1000 m/s , göre, ara doğrusal olmayan davranış durumu ($C=1.5$) için zemindeki kalıcı asal şekil değiştirmeleri gösterir. Bu durumda zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler, dalga hareketi temele çarpmadan, fakat serbest yüzeyden yansıdıktan sonra oluşur.

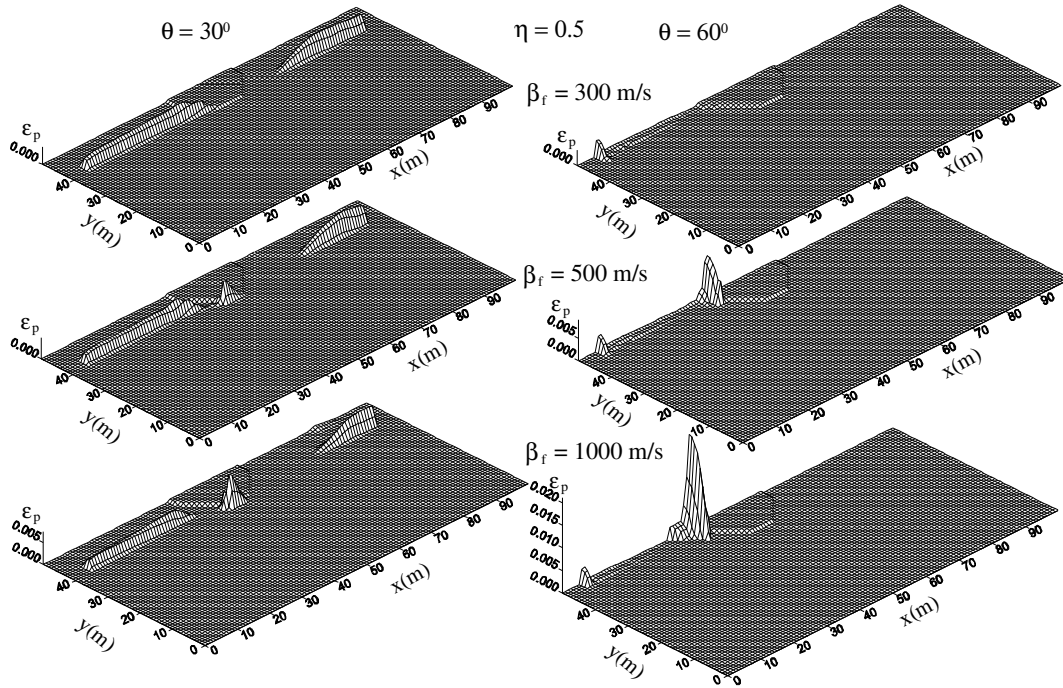
Uzun darbeler için $\eta = 0.1$, Şekil 3.8 den de görüldüğü gibi, $\gamma = 30^\circ$ geliş açısı için, en rijit temel ile analiz yapıldığında, $\beta_f = 1000 \text{ m/s}$, kalıcı şekil değiştirmeler göz ardı edilebilecek kadar küçük olmaktadır. Buna karşın rijitliği daha az olan temel kullanıldığında, dalganın modeli terk etmesinden sonra zeminin doğrusal davranış sergilediği gözlenmiştir. Ara doğrusal olmayan davranışa göre, şekil 3.12 de de görüldüğü gibi, $\gamma = 30^\circ$ geliş açısı için, doğrusal olmayan bölgelerin oluşumundan sonra karşılıklı etkileşimin etkilerinin gelen ve serbest yüzeyden yansıyan dalgaların etkisine göre ihmal edilebilir derecede kaldığı tespit edilmiştir. Fakat $\gamma = 60^\circ$ geliş açısı için aynı durum söz konusu değildir. Şekil 3.8 ve 3.12 dan da görüleceği gibi, Rijit temellerde karşılıklı etkileşim etkisi, gelen ve serbest yüzeyden yansıyan dalgaların etkisine göre daha baskındır.

Beş kat daha kısa darbeler $\eta = 0.5$ içinde benzer gözlemler yapılmıştır. Şekil 3.8 ve 3.12 den de görüldüğü gibi, rijitliği az olan temellerde karşılıklı etkileşim etkileri ihmal edilebilir düzeyde kalırken, temel rijitliği arttıkça, temelin ön kısmında kalan zemin bölgelerinde daha belirgin doğrusal olmayan zonlar oluşmaktadır. Ara doğrusal olmayan davranış düşünüldüğünde, $C=1.5$ (Şekil 3.13), en rijit temel için $\beta_f = 1000 \text{ m/s}$, kalıcı şekil değiştirmeler 0.02 mertebesini aşmıştır.

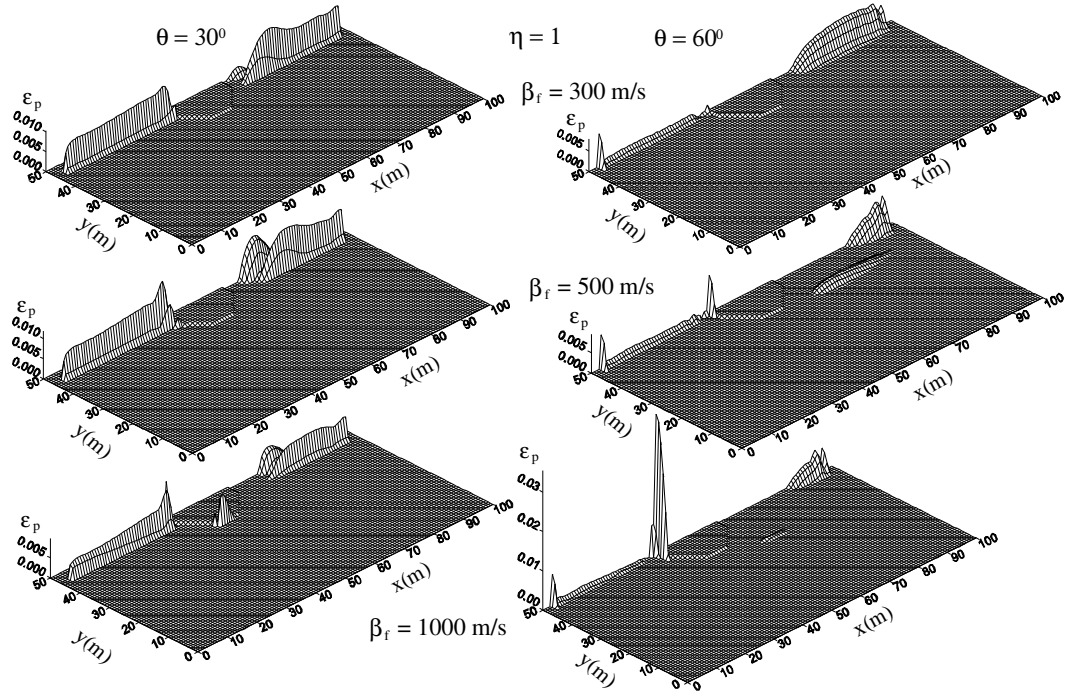
Darbe daha kısa hale geldikçe, $\eta = 1$, doğrusal olmayan bölge oluşumu temelin arka yüzünde de ortaya çıkmıştır. Bu durum ancak serbest yüzeyden yansıyan dalgalar ve temel çevresindeki dalgaların kırınımıyla açıklanabilir. Bununla beraber, temel rijitliğinin, $\beta_f = 1000 \text{ m/s}$, artmasıyla birlikte temel önündeki kalıcı şekil değiştirmeler artmış ve 0.03 mertebesini aşmıştır.



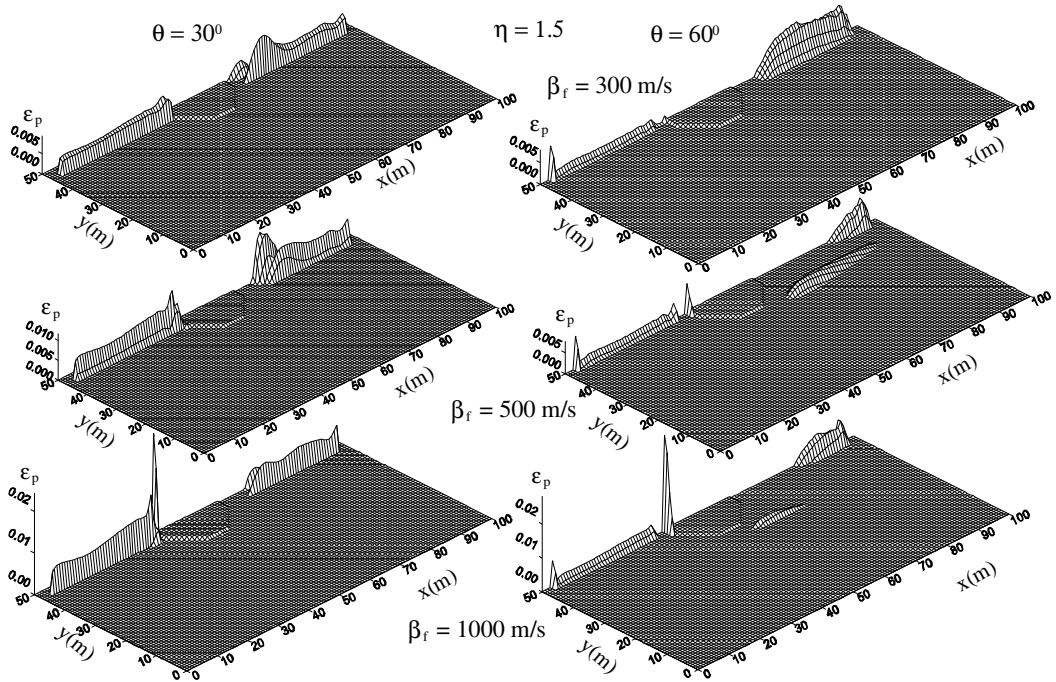
Şekil 3.12 : Üç farklı rijitlik($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler



Şekil 3.13 : Diferansiyel Üç farklı rijitlik($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=0.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler



Şekil 3.14 : Üç farklı rijitlik($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



Şekil 3.15 : Üç farklı rijitlik($C=1.5$), iki farklı geliş açısı ve boyutsuz frekans $\eta=1.5$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.

Son olarak boyutsuz darbe frekansı, $\eta = 1.5$, için, histeretik enerjinin en yüksek değerini almasıyla oluşan kalıcı şekil değiştirme dağılımı Şekil 3.11 ve 3.15 de gösterilmektedir. Şekil 3.15 den de görüldüğü gibi, $\theta = 60^0$ geliş açısı ve daha rijit temeller düşünüldüğünde, $\beta_f = 500m/s$, ve $1000m/s$, kalıcı temel arkasında oluşan şekil değiştirme bölgeleri azalmakta, bu bölgeler serbest yüzey altına doğru kaymaktadır. Bu durumun nedeni saçılma alanının, rijit temel için yeterince büyük olması, ve gelen dalga alanının etkisinden kaynaklanmaktadır. Bu doğrusal olmayan davranış sergileyen bölge gelen dalga alanı enerjisinin düşmesine neden olur. Gelen dalga alanı enerjisi serbest yüzeye yakın bölgelerde kalıcı şekil değiştirmeye neden olacak yeterlilikte değildir. Daha düşük rijitlikteki temeller düşünüldüğünde, $\beta_f = 300 m/s$, saçılan dalga alanı yeterince güçlü olmayıp, temel altında kalıcı şekil değiştirmelere neden olmaz. Bu durumda kalıcı şekil değiştirmeler serbest yüzeye yakın bölümde oluşur.

4. SONUÇLAR

Deprem dalgaları içerisinde yüzey dalgaları kadar yıkıcı etkilere sahip olmasalar da düzlem dalgaları (P ve S dalgaları) yapılarda hasara yol açmaktadır. Bu çalışmada P dalgalarına göre daha yıkıcı etkilere sahip olan S dalgalarının zeminde yaratacağı kalıcı deformasyonlar ve bu deformasyonların konumları araştırılmıştır. Bu amaçla çözümde basitlik sağlamak için sistemde basitleştirilmelere gidilmiş; yapı için homojen izotrop dikdörtgen yapı, temel için homojen izotrop yarı-dairesel temel ve zemin için homojen izotrop yarım uzay kabulü yapılmıştır. Çözüm yöntemi olarak bir sonlu fark yöntemi olan Lax-Wendroff yöntemi seçilmiştir. Sayısal yöntemler doğrusal olmayan davranışların incelenmesinde ve dalga yayılımı problemlerinin çözümünde oldukça etkili bir araçtır.

Bilindiği gibi sonlu fark yöntemleri ancak sonlu bölge için uygulanabilir. Fakat ele alınan problemde zemin yarı sonsuz bir ortamdır. Bu sebeple zemin için uygun bir sonlu ortam belirlenmiştir. Sonlu ortamın sınırları problemin koşullarını doğru şekilde yansıtmalı ve bölge içerisindeki grid dağılımı çözümün hassasiyetinde hatalara neden olmamalıdır. Grid dağılımının sağlıklı olarak gerçekleştirilebilmesi için grid aralıklarının seçiminde oldukça dikkatli davranılmalıdır. Kısa dalgaların model için düzenlenmesi küçük grid aralığında oldukça zorlaşmakta ve gelen dalga'nın (darbe) düşük geçirimli olarak filtrelenmesi sayısal yöntemlerin etkili biçimde değerlendirilmesinde önem taşımaktadır.

Yapılan analiz sonuçları dikkate alındığında, modeldeki temel ve küçük geliş açıları için (dike yakın dalga alanları), kalıcı hasarların y yönünde daha baskın olduğu gözlemlenmekte, buna karşın büyük geliş açıları için, x doğrultusundaki kalıcı şekil değiştirmeler baskın hale gelmektedir. Uzun dalgalar ve küçük geliş açıları düşünüldüğünde (Şekil 3.8 ve 3.12 $\theta = 30^0$), karşılıklı etkileşimin zemindeki doğrusal olmayan davranış üzerindeki etkisi düşük olmaktadır. Rijitliği düşük temeller, $\beta_f = 300 \text{ m/s}$, ve küçük geliş açıları (Şekil 3.8-3.1 ve Şekil 3.12-3.15) için, karşılıklı etkileşimin zeminin doğrusal olmayan davranış karşısında gösterdiği tepki üzerindeki tesiri de düşük mertebededir.

Temel rijitliği arttıkça, zemindeki kalıcı Şekil değiştirme bÖlgeleri temel çevresinde gözlemlenmektedir. Rijit temeller için, kısa dalga ($\eta = 1$ ve $\eta = 1.5$) ve büyük geliş açılara göre yapılan analizler, kalıcı Şekil değiştirme bÖlgelerinin temelin arka kısmında meydana geldiğini ortaya koymuŐtur. Bu durumun oluŐum nedeni, temelden gelen kırınımına uğramıŐ dalgaların bu bÖlgede yoğunlaŐmasıdır. Şekil 3.8-3.11 ve Şekil 3.12-3.15 de gösterilen büyük kalıcı Şekil değiştirme bÖlgeleri altyapılarda (su ve gaz boruları, yer altı kabloları) karŐılaŐılan hasar ve zararların nedeni olarak gösterilebilir. Bu durum büyük depremlerde su ve gaz kaynaklarına eriŐimi engelleyecek hasarlara neden olabilir (Trifunac and Todorovska 1997, 1998a,b).

Diğer deđiŐkenleri sabit tutarak sadece bina yüksekliğini 27m'ye çıkarılarak yapılan analizlerde (Şekil B.1-16), 18m'lik sonuçlara yakın kalıcı deformasyonların oluŐtuđu gözlemlenmiştir. Buna ek olarak deformasyonların konumları da benzer bÖlgelerde oluŐmuŐtur. Varılan sonuçlar binanın tepesinden yansıyan dalğanın analiz süresince bina-temel temas hattına ulaŐmadıđını kanıtlamaktadır. Bu yolla temelden saçılan dalğanın etkileri ve temel rijitliğinin analize katkıları baskın hale gelmiŐtir. Analiz yüksekliği 18m'lik ilk modelle benzer Şekilde, dalga zemin bÖlgesini tamamen terk ettiğinde sona ermektedir.

Temel zemin hattı boyunca kalıcı Şekil değiştirmeler oluŐtukça etkili temel yapısında bozulmalar meydana gelir. Bu durum temel yapı sisteminin salınım rijitliğinin düşmesine neden olur. Anlık oluşan düzlem-içi deprem hareketleriyle, deprem uyarımı esnasında bu hareketler daima üç boyutlu olarak ifade edilir ve modelin düzlem-içi salınımına neden olacak Şekilde uyarımda bulunur, kolay bir biçimde gözlemlenen zeminde oluşan doğrusal olmayan bÖlgeler, yapıyı devrilmeye bir adım daha yaklaŐtırır yada yapının çöküŐüne neden olabilir.

KAYNAKLAR

- Abdel-Ghaffar, A.M., and Trifunac M.D.**, 1977: Antiplane dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH-waves, *Proc. 6th World Conf. on Earthquake Eng.*, Vol.II, New Delhi, India.
- Aki, K., and Richards, P.**, 1980: *Quantitative seismology, theory and methods*. (Publication): W.H. Freeman & Co.
- Alford, R.M., Kelly, K.R., and Boore D.M.**, 1974: Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics* 39, 834 – 842.
- Alterman, Z. and Caral, F.C.**, 1968: Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods. *Bull. Seism. Soc. of Amer.*, 58 (1), 367 – 398.
- Aviles, J., Suarez, M., and Sanchez-Sesma, F.J.**, 2002: Effects of wave passage on the relevant dynamic properties of structures with flexible foundation. *Earthq. Eng. and Struct. Dynamics*, 31, 139 – 159.
- Aydoğan, M. And Uzgider, E.**, 1988: “ A numerical method for the earthquake response of brick masonry structures.” *Bull., Technical University of Istanbul, Istanbul, Turkey*, 41(3), 415-431.
- Bakioğlu, M.**, 2004: “Sayısal Analiz”, *Birsen Yayınevi*.
- Boore, D.M.**, 1972: Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. *Methods in Comp. Physics* 11, Academic Press Inc., New York.
- Cai, G. Q., and Lin, Y.K.**, 1991a: “Localization of wave propagation in disordered priodic structures.” *AIAA J.*, 29(3)450-456.
- Cai, G. Q., and Lin, Y.K.**, 1991b: “ Wave propagation and scattering in structural networks.” *J. Engrg., Mech. ASCE*, 117(7), 1555-1574.
- Clough, R. W., and Penzien, J.**, 1975: Dynamics of structures. McGraw-Hill, New York.
- Dablain, M.A.**, 1986: The application of high-order differencing to the scalar wave equation. *Geophysics* 51 (1), 54 – 66.
- Fah D.J.**, 1992: A hybrid technique for the estimation of strong ground motion in sedimentary basins. *Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland*
- Gicev, V.**, 2005: Investigation of soil-flexible foundation-structure interaction for incident plane SH waves. Ph.D. *Dissertation, Dept. of Civil Engineering*, Univ. Southern California, Los Angeles, California.
- Gicev, V. and Trifunac, M.D.**, 2007: Permanent deformations and strains in a shear building excited by a strong motion pulse *Soil Dynam. and Earthq. Eng.* 26, 1149 – 1160.

- Hall, J., Heaton, T.H., Haling, M.W., and Wald, D. J.,** 1995: "Near source ground motion and its effects on flexible buildings." *Earthquake Spectra*, 11(4), 569.
- Hayir, A., Todorovska, M.I., and Trifunac, M.D.,** 2001: Antiplane response of a dike with flexible soil-structure interface to incident SH waves. *Soil Dynam. and Earthq. Eng.* 21, 603 – 613.
- Iwan, W.D.,** 1997: "Drift spectrum: Measure of demand for earthquake ground motions." *J. Struct. Wnrg., ASCE*, 123(4), 397-404.
- Lax, P.D. and Wendroff B.,** 1964: Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy. *Comm. on Pure and Applied Mathematics*, XVII, 381 – 398.
- Lee, V.W.,** 1979: Investigation of three-dimensional soil-structure interaction, Report No. CE 79-11.
- Lin, X.,** 1996: Numerical Computation of Stress Waves in Solids, Berlin: Akademie Verlag GmbH.
- Luco, J.E. and Wong, H.L.,** 1977: Dynamic response of rectangular foundations for Rayleigh wave excitation. *Proc. 6th World Conf. on Earthq. Eng., Vol.II*, New Delhi, India.
- Lysmer, J., and Kuhlemeyer, R.L.,** 1969: Finite dynamic model for infinite media, *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, 98(EM1), 85 -105.
- Mitchell, A.R.,** 1969: Computational methods in partial differential equations. New York: John Willey & Sons.
- Moczo, P.,** 1989: Finite-difference technique for SH-waves in 2-D media using irregular grids-application to the seismic response problem. *Geophys. Jour. Int.*, 99, 321 – 329.
- Smith, G.D.,** 1985: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Finite Difference Methods. *Oxford : Clarendon Press*.
- Tameroglu, S.,** 2007: "Lineer Elastisite Teorisi: Çözüm yöntemleri ve bazı matematiksel formüller", *İ.T.Ü(basım)*
- Todorovska, M. I., and Lee, V. W.,** 1989: " Seismic waves in buildings with shear walls or central core." *J. Engrg. Mech., ASCE*, 115(12), 2669-2686.
- Todorovska, M.I. and Trifunac, M.D.,** 1989: " Antiplane earthquake waves in long structures." *J. Engrg. Mech., ASCE*, 115(12), 2687-2708.
- Todorovska, M.I., Hayir, A., and Trifunac, M.D.,** 2001: Antiplane response of a dike on flexible embedded foundation to incident SH-waves. *Soil Dynam. and Earthq. Eng.* 21, 593 – 601.
- Trifunac, M.D.,** 1971: Zero baseline correction of strong-motion accelerograms. *Bull. Seism. Soc. of America*, 61 (5), 1201-1211.
- Trifunac, M.D.,** 1972: Interaction of a shear wall with the soil for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. of America*, 62 (1), 63 – 83.
- Trifunac, M.D.,** 1995: Empirical criteria for liquefaction in sands via standard penetration tests and seismic wave energy. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 14(6), 419–426.

- Trifunac, M.D., and Todorovska, M.I.,** 1997. Northridge, California, earthquake of 17 January 1994: Density of pipe breaks and surface strains. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 16(3), 193–207.
- Trifunac, M.D., and Todorovska, M.I.,** 1998a: Nonlinear soil response as a natural passive isolation mechanism—the 1994 Northridge, California earthquake. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 17(1), 41–51.
- Trifunac, M.D., and Todorovska, M.I.,** 1998b: The Northridge, California, earthquake of 1994: Fire ignition by strong shaking. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 17(3), 165–175.
- Tsynkov, S.V.,** 1998: Numerical solution of problems on unbounded domains: A review. *Applied Numerical Mathematics*, 27, 465 – 532.
- Uzgider, E., and Aydoğan, M.,** 1986: “ Simple and efficient method for the dynamic response of 2D frames subject to ground motions.” *Proc., 8 th Eur. Conf. On Earthquake Engrg., Vol. 3*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal, 6.2/17.
- Westermo, B.D., & Wong, H.L.,** 1977: On the fundamental differences of three basic soil–structure interaction models. *Proc. 6th World Conf. of Eart. Eng., Vol.II*, New Delhi, India.
- Wong, H.L., & Trifunac, M.D.,** 1974: Interaction of a shear wall with the soil for incident plane SH waves: Elliptical rigid foundation. *Bull. Seism. Soc. of America*, 64(6), 1825–1884.
- Wong, H.L., & Trifunac, M.D.,** 1975: Two-dimensional antiplane, building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. of America*, 65(6), 1863–1885.
- Yong, Y., and Lin, Y.K.,** 1992: “ Dynamic response analysis of truss-type structural networks: A wave propagation approach.” *J. Sound and Vibration*, 156(1), 27-35.
- Zahradnik, J., Moczo, P., & Hron F.,** 1993: Testing four elastic finite-difference schemes for behaviour at discontinuities. *Bull. Seism. Soc. of America*, 83, 107–129

EKLER

EK -A: Sınır Bölgelerinde Kullanılan Formüller

B ve B₁ noktaları

Tipik B(B₁) hesap hücresi ele alındığında sahip olduğu alanın 7/8 i zemin (temel), 1/8 i temel malzeme özelliklerine sahiptir. Heterojenlikten korunmak için hesap hücresi Şekil 2.6 da görüldüğü gibi tekrar düzenlenir. Bu şekilde hesap hücresi eş dağılımlı ve aşağıdaki uzunluklara (E.1) sahip kare biçimine dönüşür. Bu hesap hücresi için denge koşulu denklemde (E.2) verilmiştir.

$$d_{ab} = d_{bc} = d_{cd} = d_{da} = 2\Delta x' = \sqrt{2}\Delta x \Rightarrow \Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{\beta_{\max} \Delta t}{\Delta x'} = \frac{\sqrt{2}\beta_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\beta_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{2} \quad (\text{E.2})$$

Burada $\beta_{\max} = \max(\beta_f, \beta_s)$ koşulu sağlanmıştır.

Belirtilen koşul (E.2) tanımlanan $\beta_{\max}$ ve Δx değerleri için Δt değerinin belirlenmesinde kritik bir öneme sahiptir. Şekil 2.6 da küçük harflerle ifade edilen noktalar var olan grid noktalarıdır. Böylece hesap hücresinin kenarları üzerindeki orta noktaların değerleri çevre grid noktalarının ortalama değerleri alınarak hesaplanır. Örneğin B(x_i,y_j) zemin noktası için, U için aşağıdaki denklem kullanılabilir:

$$R_{ab} = R_{i-1/2, j-1/2} = \frac{R_{ij} + R_{i-1, j} + R_{i, j-1} + R_{i-1, j-1}}{4} \quad (\text{E.3})$$

Benzer biçimde R_{bc} ve R_{ad} denklem (E.3) kullanılabilir. Temas noktasındaki R_{cd} aşağıdaki denklem kullanılır:

$$R_{cd} = R_{i+1/2,j+1/2} = \frac{R_{ij} + R_{i+1,j} + R_{i,j+1}}{3} \quad (\text{E.4})$$

Denklemlerde (E.3) ve (E.4) kullanılan R, hız, radyal ve dairesel gerilmeleri ve radyal ve dairesel şekil değiştirmeleri ifade etmektedir. Bu noktalardaki radyal ve dairesel gerilmeleri hesaplamak için aşağıdaki ortogonal dönüşüm matrisi kullanılmıştır:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \end{Bmatrix}_{i,j} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{Bmatrix}_{i,j} \quad (\text{E.5})$$

Buradaki açı koşulu aşağıdaki gibi ifade dileyebilir:

$$\theta = \begin{cases} \pi/4 & \text{for } x < 0 \\ 3\pi/4 & \text{for } x > 0 \end{cases} \quad (\text{E.6})$$

Vektör U daki değerlerin hesaplanabilmesi için genel bölgede tanımlı noktalardaki (A noktası) (2.35), (2.38), (2.39) denklemleri, Δx ve Δy için $\Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}}$ dönüşümü yapılarak kullanılırlar (σ_x, σ_y için $\sigma_{x'}, \sigma_{y'}$). Böylece hız ve şekil değiştirme değerleri radyal ve dairesel yönde elde edilmiş olur. Son adımda bulunan değerler aşağıdaki denklemle (E.7) Kartezyen koordinatlar cinsinden yazılarak işlem sonlandırılır.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \end{Bmatrix}_{i,j} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{x'} \\ \epsilon_{y'} \end{Bmatrix}_{i,j} \quad (\text{E.7})$$

C noktası

$$\begin{aligned}
v_{i,j}^{k+1} = & v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{4\Delta x \rho_{i,j}} (\sigma_{xi+1,j+0}^k - \sigma_{xi-1,j+0}^k + \sigma_{xi+1,j-0}^k - \sigma_{xi-1,j-0}^k) + \frac{\Delta t}{2\Delta y \rho_{i,j}} \\
& (\sigma_{yi,j+1}^k - \sigma_{yi,j-1}^k) + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot [\mu_{xi+1/2,j+0}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j+0}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k) \\
& + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot [\mu_{xi+1/2,j-0}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j-0}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k)] + \\
& + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta y^2} [\mu_{yi,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k)].
\end{aligned} \tag{E.8}$$

$$\varepsilon_{xi,j}^{k+1} = \frac{w_{i+1,j}^{k+1} - w_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta x} \tag{E.9}$$

$$\sigma_{xi,j+0}^{k+1} = \mu_f \varepsilon_{xi,j}^{k+1} \tag{E.10}$$

$$\sigma_{xi,j-0}^{k+1} = \mu_s \varepsilon_{xi,j}^{k+1} \tag{E.11}$$

$$\sigma_{yi,j}^{k+1} = \frac{\mu_s \mu_f}{\mu_s + \mu_f} \frac{w_{i,j+1}^{k+1} - w_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta y} \tag{E.12}$$

D noktası

$$\begin{aligned}
v_{i,j}^{k+1} = & v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2\Delta x \rho_{i,j}} \left[\frac{\Delta y_b (\sigma_{xi+1,j+0}^k - \sigma_{xi-1,j+0}^k) + \Delta y_s (\sigma_{xi+1,j-0}^k - \sigma_{xi-1,j-0}^k)}{\Delta y_b + \Delta y_s} \right] \\
& + \frac{\Delta t}{(\Delta y_s + \Delta y_b) \rho_{i,j}} (\sigma_{yi,j+1}^k - \sigma_{yi,j-1}^k) + \\
& + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot \frac{\Delta y_b}{\Delta y_b + \Delta y_s} [\mu_{xi+1/2,j+0}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j+0}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k)] + \\
& + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot \frac{\Delta y_b}{\Delta y_b + \Delta y_s} [\mu_{xi+1/2,j-0}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j-0}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k)] + \\
& + \frac{\Delta t^2}{\rho_{i,j}(\Delta y_b + \Delta y_s)} [\mu_{yi,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) / \Delta y_b - \mu_{yi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) / \Delta y_s].
\end{aligned} \tag{E.13}$$

$$\mathcal{E}_{xi,j}^{k+1} = \frac{w_{i+1,j}^{k+1} - w_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta x} \quad (\text{E.14})$$

$$\sigma_{xi,j+0}^{k+1} = \mu_f \mathcal{E}_{xi,j}^{k+1} \quad (\text{E.15})$$

$$\sigma_{xi,j-0}^{k+1} = \mu_s \mathcal{E}_{xi,j}^{k+1} \quad (\text{E.16})$$

$$\sigma_{yi,j}^{k+1} = \frac{\mu_b \mu_f}{\mu_b \Delta y_s + \mu_f \Delta y_b} (w_{i,j+1}^k - w_{i,j-1}^k) \quad (\text{E.17})$$

E noktası

$$\begin{aligned} v_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{4\Delta y \rho_{i,j}} (\sigma_{yi+0,j+1}^k - \sigma_{yi+0,j-1}^k + \sigma_{yi-0,j+1}^k - \sigma_{yi-0,j-1}^k) + \frac{\Delta t}{2\Delta x \rho_{i,j}} \\ &(\sigma_{xi+1,j}^k - \sigma_{xi-1,j}^k) + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j} \Delta y^2} \cdot [\mu_{yi+0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi+0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) \\ &+ \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j} \Delta y^2} \cdot [\mu_{yi-0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi-0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k)] + \\ &+ \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j} \Delta x^2} [\mu_{xi+1/2,j}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k)] \end{aligned} \quad (\text{E.18})$$

$$\sigma_{xi,j}^{k+1} = \frac{\mu_s \mu_f}{\mu_s + \mu_f} \frac{w_{i+1,j}^{k+1} - w_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta x} \quad (\text{E.19})$$

$$\mathcal{E}_{yi,j}^{k+1} = \frac{w_{i,j+1}^{k+1} - w_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta x} \quad (\text{E.20})$$

$$\sigma_{yi+0,j}^{k+1} = \mu_f \mathcal{E}_{yi,j}^{k+1} \quad (\text{E.21})$$

$$\sigma_{yi-0,j}^{k+1} = \mu_s \mathcal{E}_{yi,j}^{k+1} \quad (\text{E.22})$$

F noktası

$$\begin{aligned}
v_{i,j}^{k+1} = & v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2\sqrt{2}\Delta x \rho_{i,j}} \left(\sigma_{y'14+}^k - \sigma_{y'23+}^k + \sigma_{y'14-}^k - \sigma_{y'23-}^k \right) + \frac{\Delta t}{\sqrt{2}\Delta x \rho_{i,j}} \\
& \left(\sigma_{x'34}^k - \sigma_{x'12}^k \right) + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot \left[\mu_{y'F14+}^k (v_{14}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{y'F23+}^k (v_{i,j}^k - v_{23}^k) \right] + \\
& + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \cdot \left[\mu_{y'F14-}^k (v_{14}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{y'F23-}^k (v_{i,j}^k - v_{23}^k) \right] + \\
& + \frac{\Delta t^2}{\rho_{i,j}\Delta x^2} \left[\mu_{x'+0}^k (v_{34}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{x'-0}^k (v_{i,j}^k - v_{12}^k) \right]
\end{aligned} \tag{E.23}$$

$$\sigma_{xf} = \mu_f \frac{w_3 - w_{i,j}}{\Delta x} \tag{E.24}$$

$$\sigma_{xs} = \mu_f \frac{w_{i,j} - w_1}{\Delta x} \tag{E.25}$$

$$\sigma_{yf} = \mu_f \frac{w_4 - w_{i,j}}{\Delta x} \tag{E.26}$$

$$\sigma_{ys} = \mu_s \frac{w_{i,j} - w_2}{\Delta x} \tag{E.27}$$

G ve G₁ noktaları

$$\begin{aligned}
v_{i,j}^{k+1} = & v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{4\Delta y \rho_{i,j}} \left(\sigma_{yi+0,j+1}^k + \sigma_{yi-0,j+1}^k + \sigma_{ypp}^k + \sigma_{ymp}^k - 2\sigma_{yi,j-1}^k - \sigma_{ymm}^k - \right. \\
& \left. \frac{\Delta t}{4\Delta x \rho_{i,j}} \cdot \left(2\sigma_{xi+1,j}^k + \sigma_{xpp}^k + \sigma_{xpm}^k - 2\sigma_{xi-1,j}^k - \sigma_{xmm}^k - \sigma_{xmp}^k \right) + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta y^2} \cdot \right. \\
& \left[\mu_{yi+0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi+0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) \right] + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta y^2} \cdot \\
& \left[\mu_{yi-0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi-0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) \right] + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \\
& \left[\mu_{xi+1/2,j}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k) \right]
\end{aligned} \tag{E.28}$$

$$\sigma_{ypp} = \frac{1}{2} \mu_f \left(\frac{w_{i,j+1} - w_{i,j}}{\Delta y_s} + \frac{w_{i+1,j} - w_{i+1,j-1}}{\Delta y_s} \right) \quad (\text{E.29})$$

$$\sigma_{ypm} = \frac{1}{2} \left[\sigma_{ypp} + \mu_s \frac{w_{i,j+1} - w_{i,j-1}}{2\Delta y_s} \right] \quad (\text{E.30})$$

$$\sigma_{ymp} = \sigma_{ymm} = \mu_s \frac{w_{i,j+1} - w_{i,j-1}}{2\Delta y_s} \quad (\text{E.31})$$

$$\sigma_{xpp} = \frac{1}{2} \mu_f \left(\frac{w_{i+1,j+1} + w_{i+1,j} - w_{i,j+1} - w_{i,j}}{2\Delta x} + \frac{w_{i+1,j} - w_{i,j}}{\Delta x} \right) \quad (\text{E.32})$$

$$\sigma_{xpm} = \frac{1}{2} \left[\sigma_{xpp} + \mu_s \frac{w_{i+1,j-1} - w_{i,j-1}}{\Delta x_s} \right] \quad (\text{E.33})$$

$$\sigma_{xmp} = \sigma_{xmm} = \mu_s \frac{w_{i,j} - w_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (\text{E.34})$$

H noktası

Noktanın fiziksel koşulları

$$\sigma_{xi-1,j+1} = -\sigma_{xi+1,j+1} \quad (\text{i-1,j+1) noktası} \quad (\text{E.35})$$

$$\sigma_{yi-1,j+1} = -\frac{\Delta y_b}{\Delta y_s} \sigma_{yi-1,j-1} \quad (\text{i-1,j+0) noktası} \quad (\text{E.36})$$

$$\sigma_{xi-1,j+0} = -\sigma_{xi+1,j+0} \quad (\text{i-1,j+1) noktası} \quad (\text{E.37})$$

$$\sigma_{yi-0,j+1} = -\frac{\Delta y_b}{\Delta y_s} \sigma_{yi-0,j-1} \quad (\text{i-0,j+1) noktası} \quad (\text{E.38})$$

Hesap denklemleri:

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^{k+1} = v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2(\Delta y_b + \Delta y_s)\rho_{i,j}} & \left[\left(\sigma_{yi+0,j+1}^k + \sigma_{yi-0,j+1}^k + \sigma_{ypp}^k + \sigma_{ymp}^k \right) - \right. \\
 & \left. - \left(\sigma_{yi+0,j-1}^k + \sigma_{yi-0,j-1}^k + \sigma_{ymm}^k + \sigma_{ypm}^k \right) \right] \\
 & + \frac{\Delta t}{2\Delta x\rho_{i,j}} \left[\left(\sigma_{xp1}^k + \sigma_{xp0}^k - \sigma_{xm1}^k - \sigma_{xm0}^k \right) \right] + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta y^2} \cdot \\
 & \left[\mu_{yi+0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi+0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) \right] + \frac{\Delta t^2}{4\rho_{i,j}\Delta y^2} \cdot
 \end{aligned} \tag{E.39}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\mu_{yi-0,j+1/2}^k (v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{yi-0,j-1/2}^k (v_{i,j}^k - v_{i,j-1}^k) \right] + \frac{\Delta t^2}{2\rho_{i,j}\Delta x^2} \\
 & \left[\mu_{xi+1/2,j}^k (v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k) - \mu_{xi-1/2,j}^k (v_{i,j}^k - v_{i-1,j}^k) \right]
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{ypp}^k = \sigma_{ypm}^k = \frac{\mu_f \mu_b}{\mu_f \Delta y_b + \mu_b \Delta y_s} (w_{i,j+1}^k - w_{i,j-1}^k) \tag{E.40}$$

$$\sigma_{xi+1,j+0} = \frac{\mu_b}{\mu_f} \sigma_{xi+1,j-0} \tag{E.41}$$

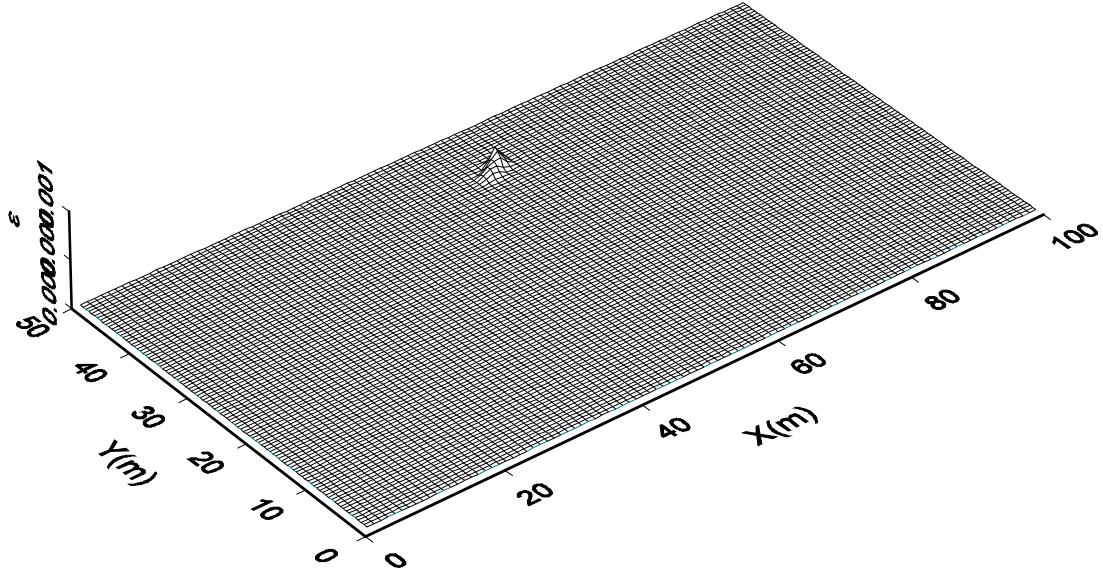
$$\sigma_{xi+0,j+0} = 0 \tag{E.42}$$

$$\sigma_{xm1} = \frac{1}{\Delta y_s + \Delta y_b} (\Delta y_s \sigma_{xi-1,j-0} + \Delta y_b \sigma_{xi-1,j+0}) \tag{E.43}$$

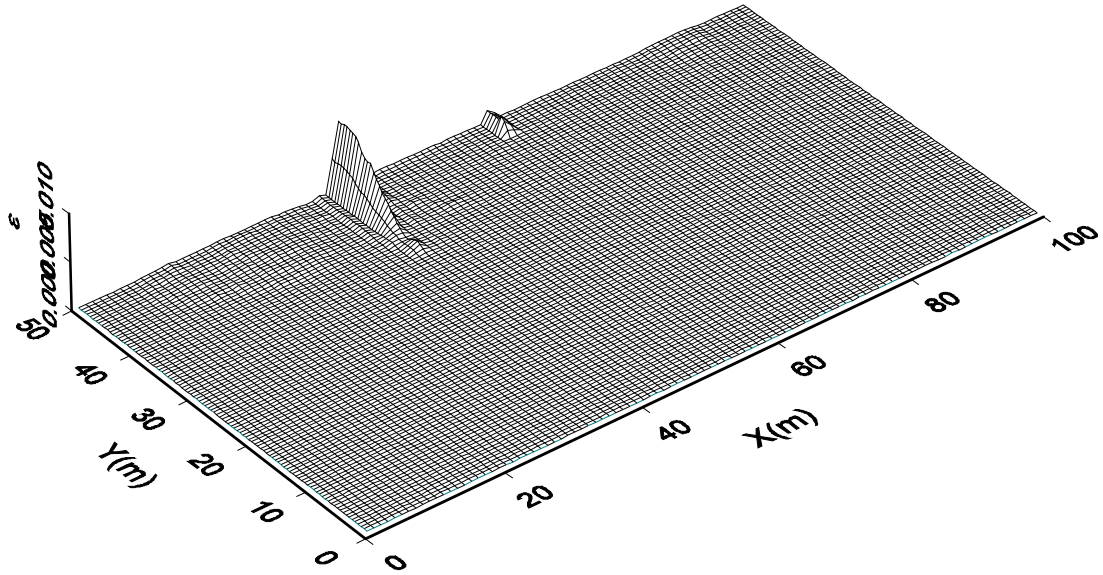
$$\sigma_{xi-1,j+0} = -\sigma_{xi+1,j+0} \tag{E.44}$$

$$\sigma_{xm0} = \sigma_{xp0} = \frac{\mu_f \mu_s}{\Delta x(\mu_f + \mu_s)} (w_{i+1,j-0} - w_{i-1,j-0}) \tag{E.45}$$

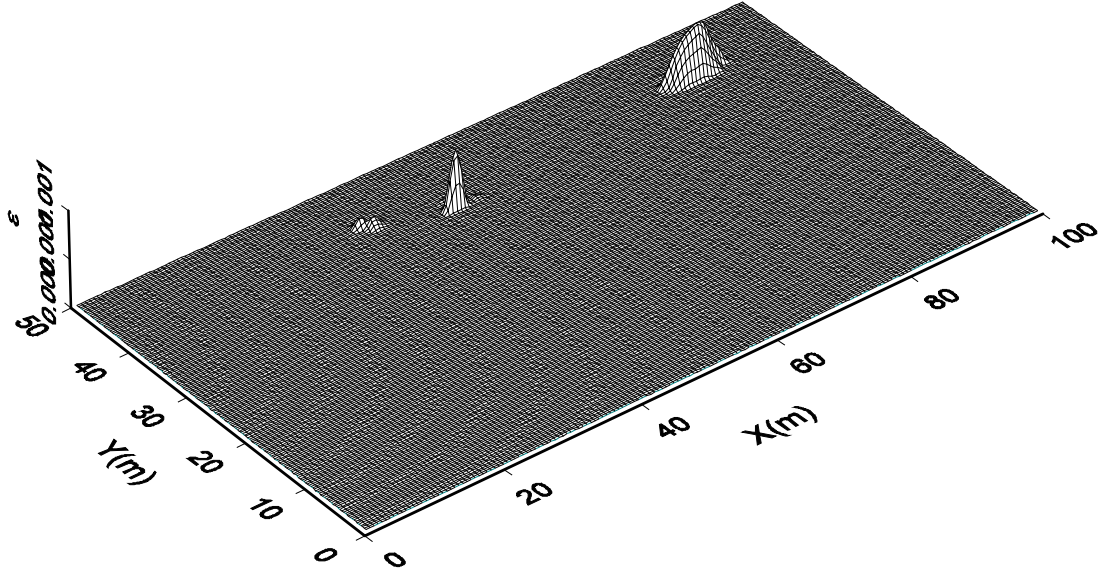
EK-B: $H_b=27m$ için yapılan analizde ortaya çıkan kalıcı yer değiştirmeler.



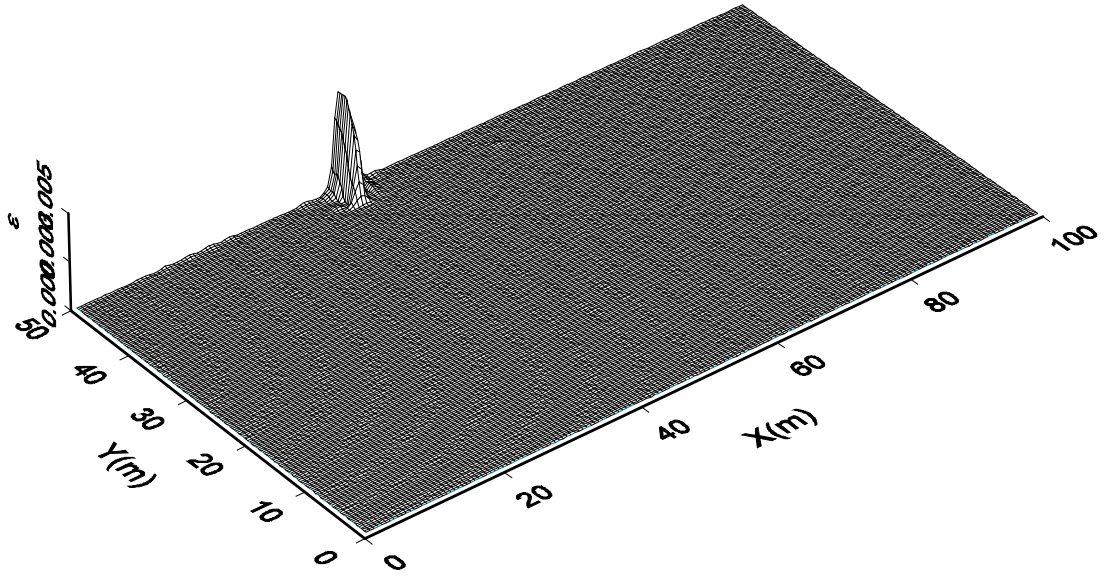
Şekil B.1 : $\beta = 500m/s$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



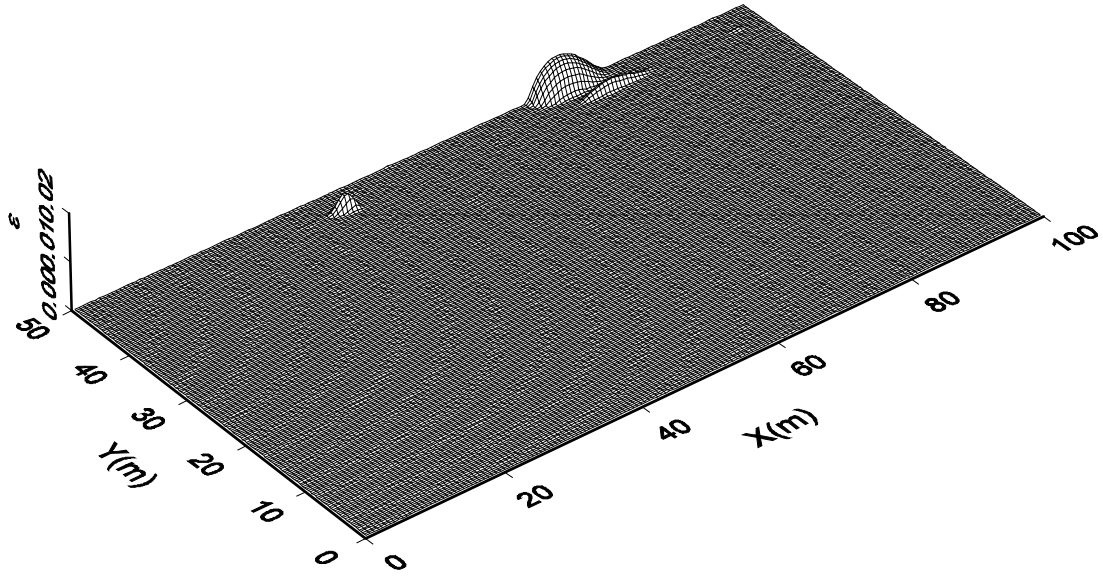
Şekil B.2 : $\beta = 500m/s$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



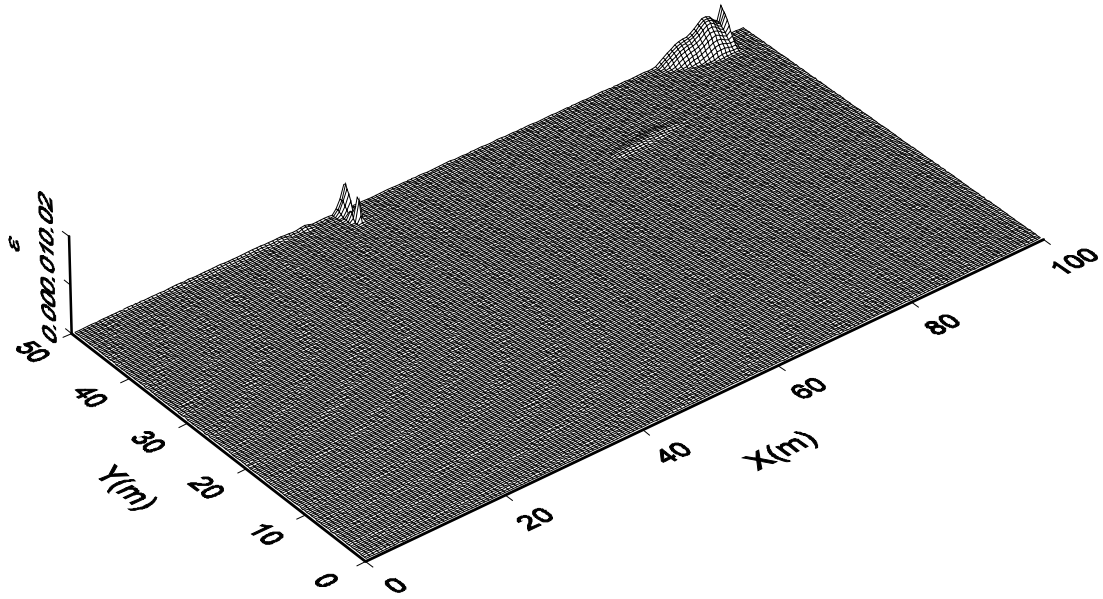
Şekil B.3 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



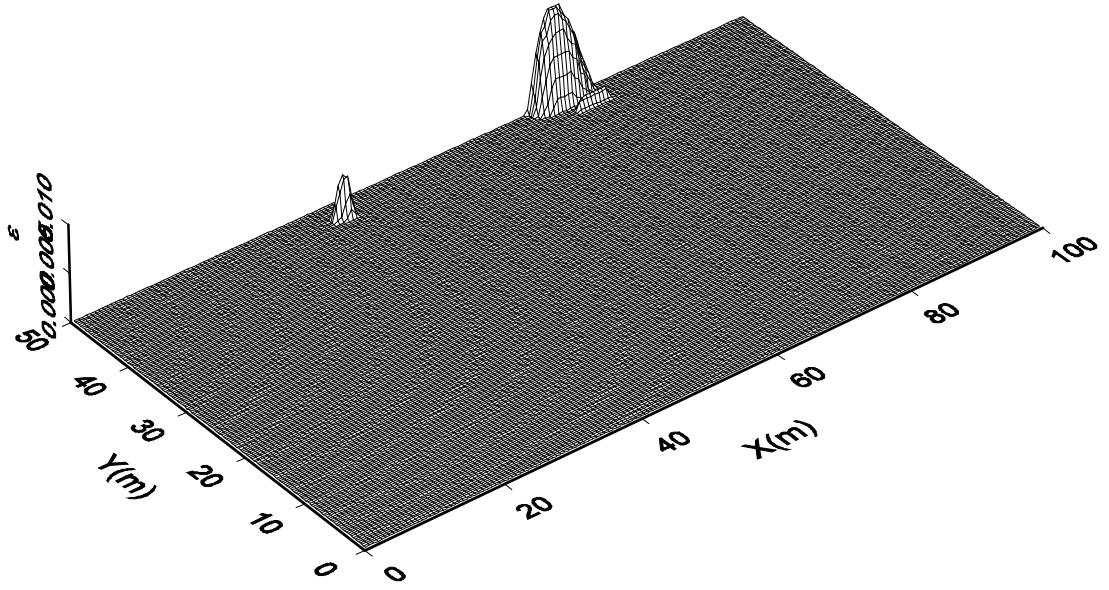
Şekil B.4 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



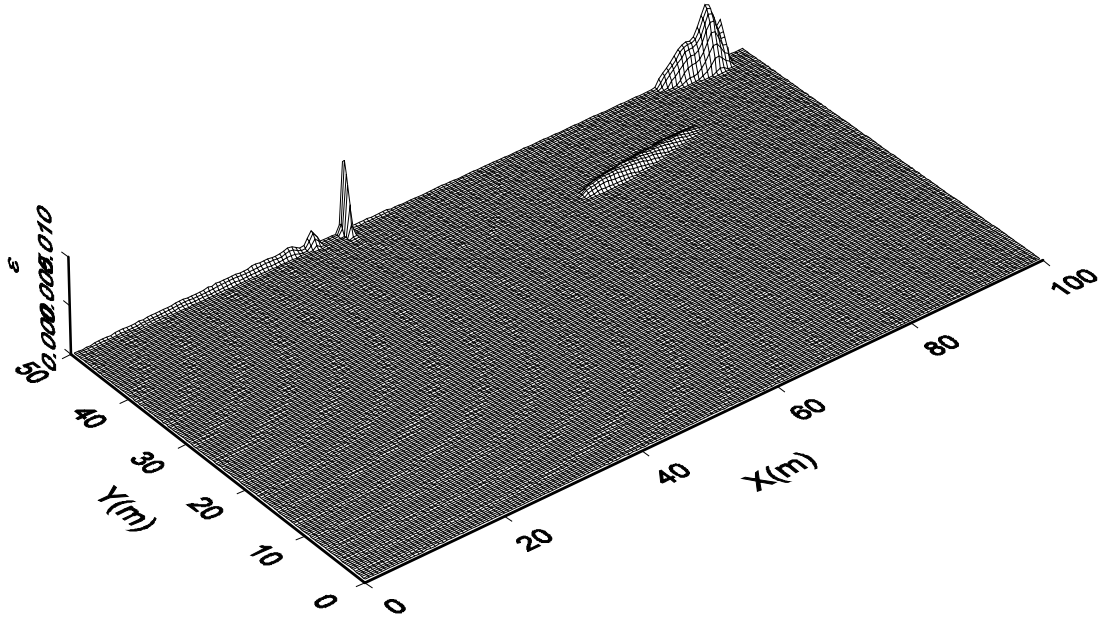
Şekil B.5 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



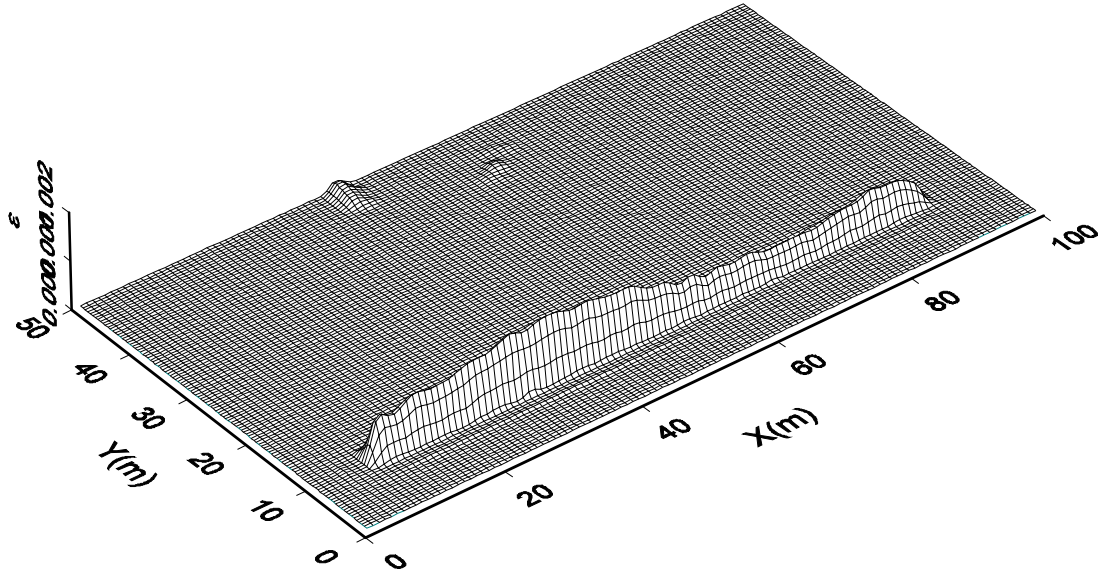
Şekil B.6 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



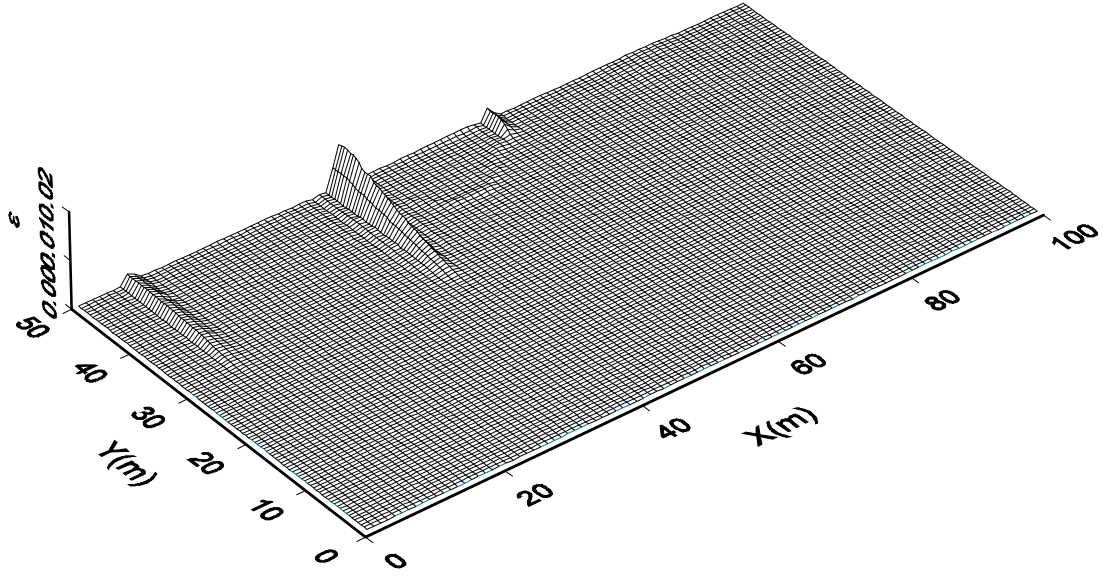
Şekil B.7 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



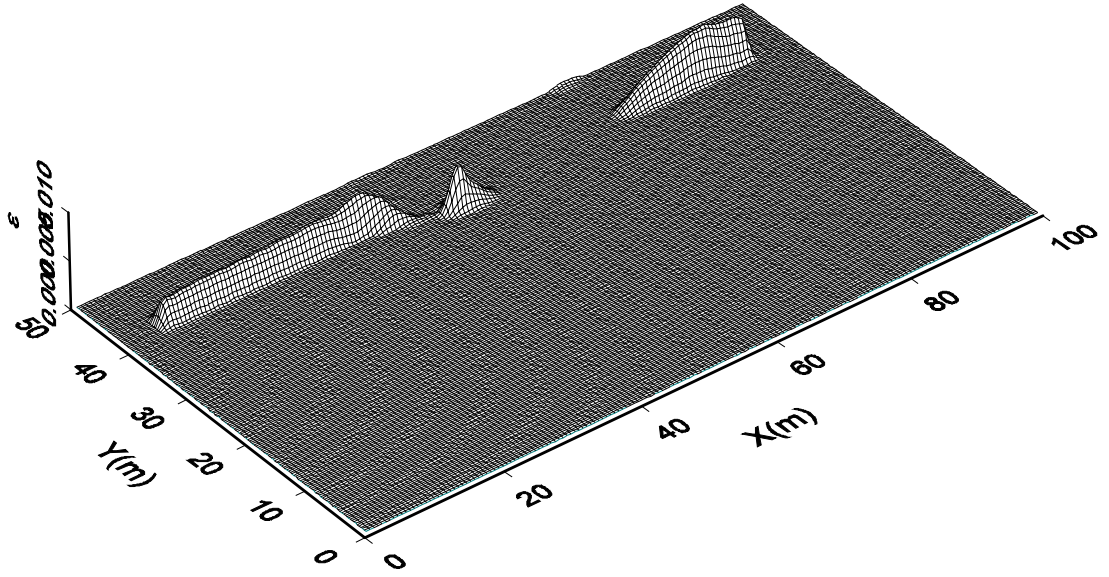
Şekil B.8 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.73$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



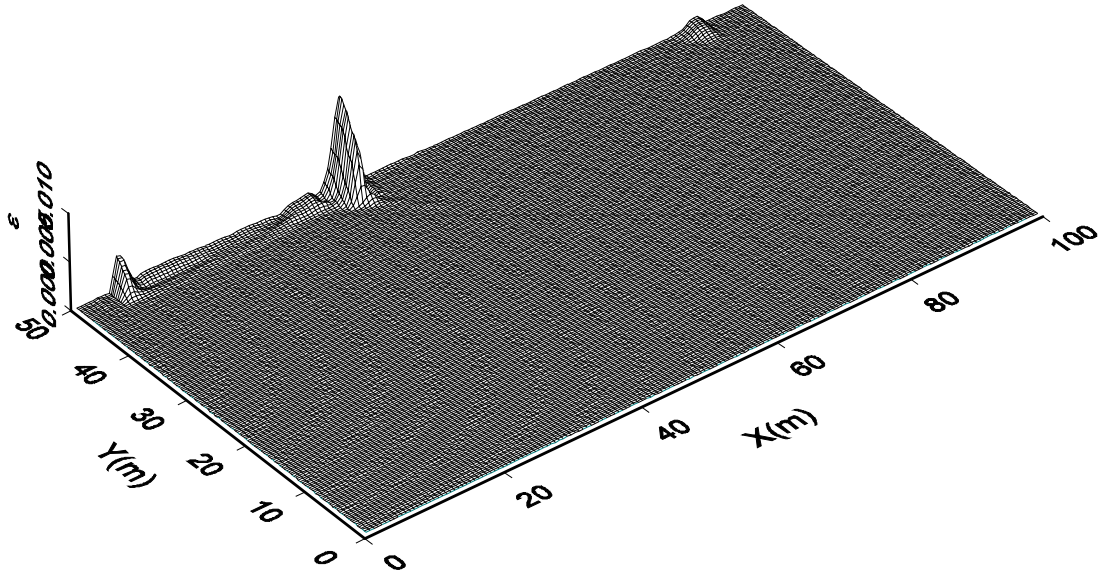
Şekil B.9 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



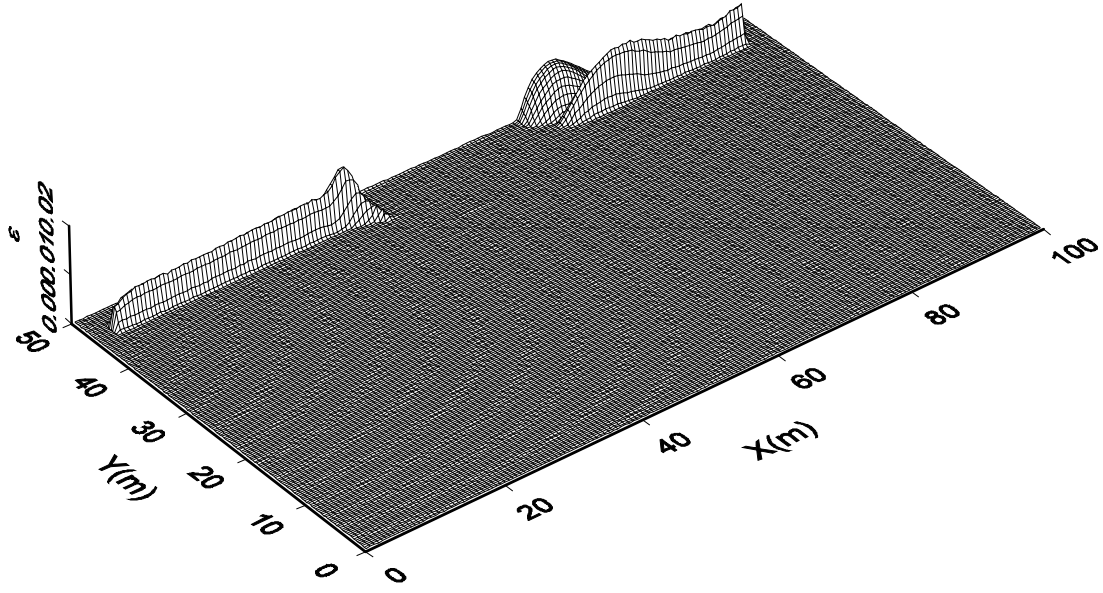
Şekil B.10 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



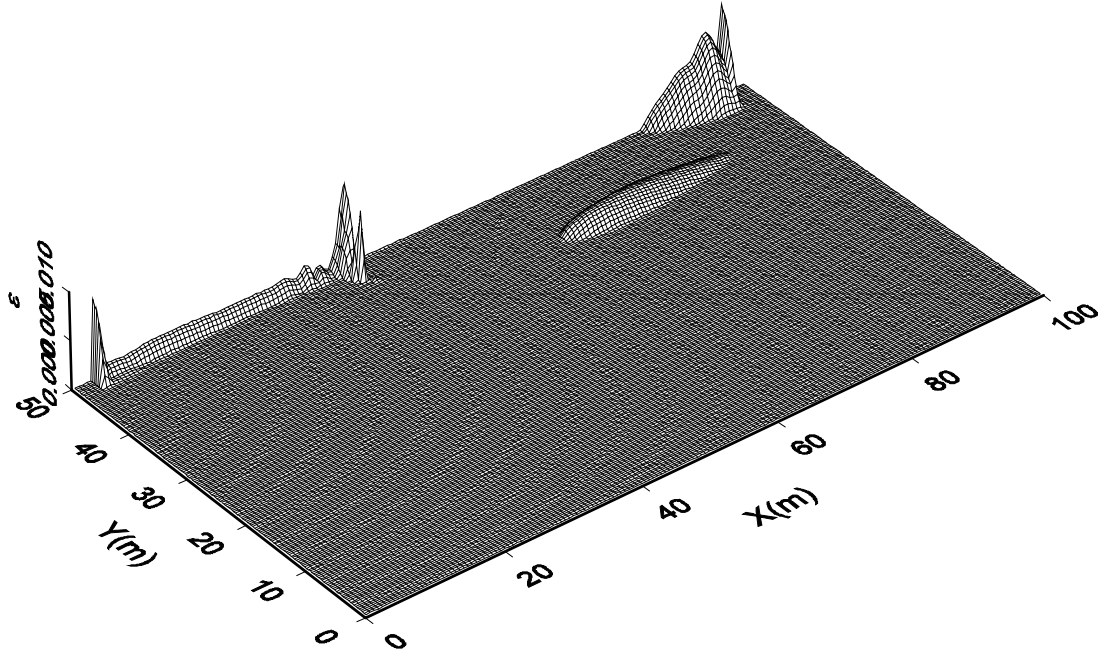
Şekil B.11 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



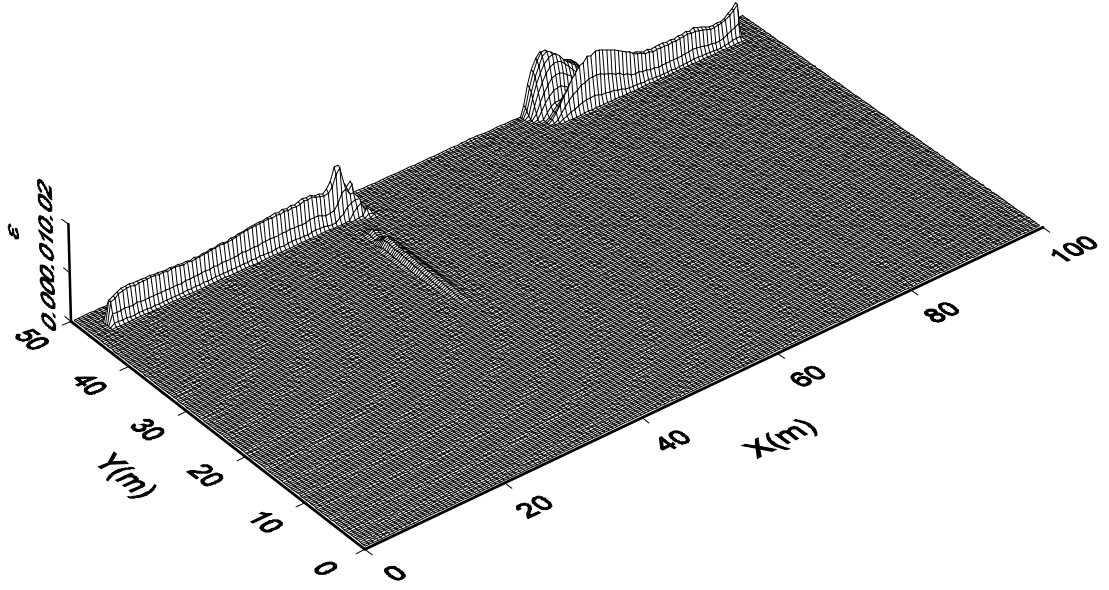
Şekil B.12 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=0.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



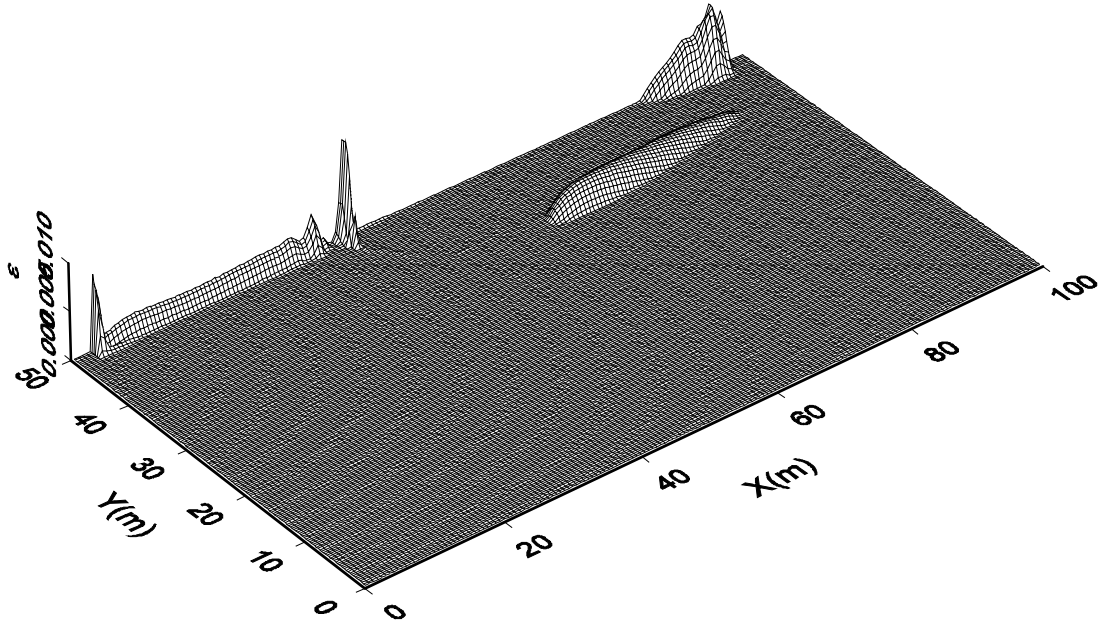
Şekil B.13 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler



Şekil B.14 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



Şekil B.15 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=30^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.



Şekil B.16 : $\beta = 500\text{m/s}$ ($C=1.5$), boyutsuz frekans $\eta=1.5$ ve geliş açısı $\theta=60^\circ$ için zemindeki kalıcı şekil değiştirmeler.

ÖZGEÇMİŞ

**VESİKALIK
FOTO**

Ad Soyad: Mehmet Engin Ayatar

Doğum Yeri ve Tarihi: Ankara 23/06/1982

Lisans Üniversite: Orta Doğu Teknik Üniversitesi