

21789

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KUVVET YÖNTEMİNİN ETKİN KULLANIMI VE KOLON-KİRİŞ

BİRLEŞİM BÖLGESİNİN YAPI DAVRANIŞINA ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İns. Müh. Alp ÖZTEN

TEZİN ENSTİTÜYE VERİLDİĞİ TARİH : 22.HAZİRAN.1992

TEZİN SAVUNULDUĞU TARİH : 09.TEMMUZ .1992

TEZ DANIŞMANI : PROF. DR. Faruk KARADOĞAN

DİĞER JÜRİ ÜYELERİ : PROF. DR. Erkan ÖZER

DOÇ . DR. Sumru PALA

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
TEMMUZ 1992 DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tezi olarak sunulan bu çalışmanın birinci bölümünü Kuvvet Yönteminin Etkin Kullanımı oluşturmaktadır. Bu bölümde Kuvvet Yöntemine has özellikler ve kolaylıklar kullanılarak örnek bir düzlem çerçeve sistem değişik yük durumları ile boyutlandırılmıştır.

ikinci bölüm betonarme kolon-kiriş birleşim bölgesinin sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmesine ayrılmıştır. Daha sonra sonsuz rijit parçaları bulunan çubuklara ait birim deplasman sabitlerinin bulunmasına yönelik parametrik bir çalışma yapılmıştır. Kolon kiriş birleşim bölgesi sonlu elemanlar ile incelenirken 12 serbestlik dereceli bir düzlem levha alınmıştır. Böyle bir düzlem levha eleman üzerine etkiyebilecek değişik yük tipleri seçilmiş daha sonra her yükleme ye ait yük fonksiyonları ve yükleme terimleri çıkarılmıştır. Parametrik çalışmada kolon-kiriş birleşim bölgesine ait iki ayrı model seçilerek her birime ait sonlu eleman çözümleri yapılmıştır. Açık yöntemi kullanılarak bu modellere ait denge denklemleri yazılmıştır. Denge denklemleri ve sonlu eleman çözümleri kullanılarak sonsuz rijit kısımları bulunan kolon ve kirişlerin birim deplasman sabitleri bulunmuştur.

Çalışmalarımın her aşamasında bana yakın ilgi ve yol gösteren sayın hocam Prof.Dr. Faruk KARADOĞAN'a ayrıca araştırmamda yardımlarına başvurduğum Araştırma Görevlisi Ercan YÜKSEL'e teşekkürü bir borç bilirim.

Temmuz 1992

Alp ÖZTEN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	ii
ÖZET.....	vi
SUMMARY.....	v
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2. KUVVET YÖNTEMİNİN ETKİN KULLANIMI.....	3
2.1. Seçilen Sisteme Ait Karakteristik Değerler.....	3
2.2. Döşeme Statik ve Betonarme Hesapları.....	4
2.3. Sürekli Kiriş Statik ve Betonarme Hesapları.....	6
2.4. Yapı Sisteminin Hesabında Kullanılan Kuvvet Yönteminin Açık Yöntemi ile Karşılaştırılması ve Ön Boyutlandırma.....	11
2.5. Yapı Sisteminin Kesin Hesapları.....	14
2.5.1. Gergilerin Uzama Şekil Değiş- tirmeleri Yok Sayılıp Hiper- statik Esas Sistem kullanıla- rak Sabit Yüklere Göre Hesap.....	14
2.5.2. Hiperstatik Esas Sistem Kulla- nılarak Y Doğrultusunda Sabit Yüklere Göre Hesap.....	25
2.5.3. Gergilerin Uzama Şekil Değiş- tirmeleri Gözönüne Alınıp Hiper Hiperstatik Esas Sistem Kul- lanarak Sabit Yüklere Göre Hesap.....	32
2.5.4. Hiperstatik Esas Sistem Kulla- narak Deprem Etkisine Göre Hesap.....	37

2.5.5. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Düzgün Yayılı Kar Etkisi P_1 , Gözönüne Alınarak Hesap	45
2.5.6. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Orta Bölümde Kar Birikmesi Etkisi, P_2 , Gözönüne Alınarak Hesap	50
2.5.7. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Mesnet Çökmelerine Göre Hesap	55
2.5.8. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Sıcaklık Değişmesine Göre Hesap	60
2.6. Matris Kuvvet Yöntemi ile Sabit Yüklere Göre Hesap	64
2.7. Matris Kuvvet Yöntemi ile $t=+20^{\circ}\text{C}$ Sıcaklık değişmesine Göre Hesap	72
2.8. Hiperstatik Esas Sistem ve Virtüel İş Teoreminden Faydalananarak f Kesitine Ait M Tesir Çizgisinin Çizilmesi	74
2.9. Hiperstatik Esas Sistem ve Grup Yükleme-ler Kullanılarak f Kesitine Ait M_f ve N_f Tesir Çizgisinin Çizilmesi	83
2.10. En Elverişsiz Kesit Zorlarının Hesabı ve Kesit Tahkikleri	94
BÖLÜM 3. KOLON-KİRİŞ BİRLEŞİM BÖLGESİNİN İNCELENMESİ..	103
3.1. Giriş	103
3.2. Matris Deplasman Yöntemi ile Düzlem Levha Problemi	105
3.3. Düzlem Levha Eleman Üzerine Etkiyen Değişik Yükleme Durumlarına Ait P_o Yükleme Matrislerinin Elde Edilmesi	112
3.4. Deplasmanların Bulunması	147
3.5. Düzlem Levha Elemana Ait Gerilmelerin Bulunması	147

3.6. Örnek Bir Sistem Üzerinde Sonlu Elemanlar Yönteminin Uygulanması.....	156
3.7. Elde Edilen Yükleme Terimlerinin Kontrolü	174
3.8. Betonarme Kolon-Kiriş Birleşim Bölgelerinin Sistem Davranışına Etkileri	179
BÖLÜM 4. SONUÇLAR	200
KAYNAKLAR	202
ÖZGEÇMİŞ	203



ÖZET

Bu çalışma iki ana bölümden oluşmaktadır: Kuvvet Yönteminin Etkin Kullanımı ve Kolon-Kiriş Birleşim Bölgesinin incelenmesi.

Kuvvet yönteminin Etkin Kullanımı Bölümünde, düzlemi içerisinde çeşitli yüklerin etkisinde bulunan üç açıklıklı bir düzlem çerçeve seçilmiş ve değişik yükleme durumları için kuvvet yöntemi kullanılarak statik hesap yapılmıştır. Bütün yükleme durumları için hiperstatik esas sistem kullanılmıştır. Matris kuvvet yöntemi kullanılarak sabit yükler ve sıcaklık değişmesine göre hesap tekrar edilmiştir. Virtüel iş teoremi ve grup yüklemeler ile f kesitine ait M , N tesir çizgileri çizilmiştir. Ayrıca, elde edilen kesit tesirlerinin en elverişsiz kombinasyonlarına göre kesitler donatılmışlardır.

Çalışmanın ikinci kısmında 12 serbestlik dereceli düzlem levha eleman üzerine etkiyen değişik yükleme durumlarına ait yük fonksiyonları ve yük terimleri elde edilmiştir. daha sonra bu yük terimlerinin doğruluğu sab80 ile kontrol edilmiştir. Bu çalışmaya ilave olarak düğüm noktasını temsil eden iki matematik model üzerinde çalışılmış. Buradan sonsuz rijit kısımları bulunan çubuklara ait birim deplasman sabitleri elde edilmeye çalışılmıştır.

THE EFFECTIVE USAGE OF THE FORCE METHOD-THE ANALYSIS OF FRAME BEHAVIOR AFFECTED BY BEAM-COLUMN CONNECTIONS

SUMMARY

This study consists of two major parts. First of these is the effective usage of The Force Method and the second of these is the analysis, of reinforced concrete beam-column connection, which effects frame behaviour.

In the first part, the analysis of a three-span reinforced concrete plane frame subjected to various external effects are presented. Here, the advantages of the Force Method has been explained and examplified.

The preliminary cross-sectional dimensions of the frame have been determined through the Force Method thinking the combination of dead weight and live loads :

$$1.4G + 1.6Q$$

Depending on this calculations d imensions of frame have been chosen.

In the first chapter of the first part, the structure has been analysed by the Force Method for dead weight acting on the structure. Here, firstly the axial deformations of the tie has been ignored. A statically determinate base structure has been chosen for this load case. After that the unit loadings and external loads have been affected on this structure. To make lesser the degree of static indeterminacy, it is convenient to use a properly chosen indeterminate structure as a base structure. The terms of δ_{ij} in the compatibility equations have been calculated using reduction theorem. According to the reduction theorem rotational deformations or any of the corresponding internal forces that exist in the compatibility equations can be taken from a statically determinate base structure. Because of the finucular form of the structure; at the end of this calculation it has been seen that the moments on the structure are relatively small in comparison to the axial forces.

In the second chapter of the first part, the self weight analysis of the structure for the second direction by means of the Force Method.

In the third chapter of this part the calculations for dead weight have been repeated considering the axial deformations of the tie. The compatibility equation have been solved. And then the new moment diagram has been drawn. At the end of this calculation it has been seen that the moments on the structure became bigger.

In the fourth chapter of this part the lateral loads due to earthquake have been taken account that the lateral loads have been concentrated at the nodes of the structure. Since the lateral loads on the structure are antimetric, the symmetric unknowns became zero. The compatibility equations have been written again. So the antimetric unknowns have been obtained. After writing the superposition equations, M, N, T diagrams have been drawn.

In the fifth chapter of this part, the structure has been affected by the uniform distributed snow load, P_1 . The coefficients matrix for P_1 is the same as the coefficient matrix which is obtained for dead weight. The right hand side of compatibility equation have been calculated for P_1 . Then the new unknowns have been found. The diagrams of M, N, T have been drawn for this load case.

The snow can be accumulated in the roof middle part of the structure. Hence it is necessary to consider a second snow loading, P_2 for middle part of the structure this loading is symmetric too. The right hand side of compatibility equation have been calculated in the sixth chapter of this part.

In the seventh chapter of the first part the support settlements have been considered. Since one bay one story fixed frame have been used, the term of M_w in the superposition equations is different from zero. Since the support settlements have been given as symmetric, the coefficient matrix is the same as the one for the other symmetric load cases. After calculating the right hand side of the compatibility equations the unknowns have been found for support settlements. Then the diagrams M, N, T have been drawn.

In the eighth chapter of the first part the uniform temperature changes has been considered. Since one bay one story fixed frame has been used, the term of M_w in the superposition equations is different from zero. The unknowns belong to this load case have been found. Then the diagrams M, N, T have been drawn.

In the sixth part, the structure has been reanalysed by the Matrix Force method for dead weight. Firstly redundant forces, the numbers of elements and connections have been specified. Axial deformations have been taken into account for all elements except the middle part of the structure, which is one bay one story fixed frame and considered as a subsystem. The flexibility matrices have been obtained for each element. The flexibility matrix of substructure has been easily prepared using virtual work theorem. After having prepared homogenous and partial solutions, which are belong to redundant forces and external loads, end forces have been obtained using the algorithm given in [2] for the Matrix Force Method.

In the seventh parth, the structure has been reanalysed by the Matrix Force Method for the uniform temperature changes. The way of calculation is the same as the way which has been used for dead weight.

In the eighth part, the influence lines for bending moment and axial force of section f have been obtained using virtual work theorem. A unit load has been affected on the structure at each 2 m. For each position of the unit load, the moments at section f have been found by a program called gos 411. Hence the influence lines have been checked.

In the nineth part, the influence lines for bending moment and axial force of section f obtained using group loading and statically indeterminate system.

In the tenth part, the dimensions of the critical cross-sections obtained from the preliminary analysis, have been checked using the most unsuitable loading conditions, which are some combinations of different external effects given by TS 500 . After that the reinforcements for the sections have been chosen.

In the second part in order to have better understanding of the beam-column connection regions, several attempts have been made depending on finite element solutions. After that idealisation a parametric work has been carried out to obtain global stiffness coefficients of beams with very rigid parts at the ends.

The beam-column connections especially reinforced concrete of the plane-frame have been affected by the cyclic moments and shear forces. Due to this cyclic effect of internal forces, the beam-column connection will experience very big plastic deformations even total crushing during on earthquake if they are not well confined especially by stirrups. This is a kind of behaviour which can be totally opposite of assumption. And it has to be taken into account when it is dealt with earthquake response of systems.

To reduce the amount of finite elements used in a beam-column connection, elements with higher degrees of freedom can be employed with several different type load matrix for special load cases such as third order distributed tensile and their force distribution and a concentrated load arbitrarily placed on any one of the edges of finite elements. Load matrices for each specified load case have been derived as much as in general formes.

Using the displacement function which has been given [4] some terms of stiffness matrix have been obtained once more using the following integration.

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dv$$

After that using virtual work the load matrices have been obtained for three different distributed loads [q] employing the following equations.

$$[P_0] = - \int_V [U]^T q(x) dv$$

A sample structure which present the beam-column connection has been chosen. distributed and concentrated loads have been affected on the structure. The Matrix Displacement Method has been used to solve the structure. Firstly the region has been divided into four rectangular elements. The element stiffness matrices have been found, then system stiffness matrix have been obtained by hand calculations. The element load matrices calculated for each element using the formula found before. After that the load matrix for the structure has been obtained.

The nodal displacements have been found as a solution of the following linear equation.

$$[S][d] + [P_0] = 0$$

The stress in each element has been calculated. After that the average at nodes have been calculated for the structure. Using the program called SAP80 the results have been checked.

In order to exemplify the efficiency newly developed loading matrices a set of finite element analysis have been performed by means of the famous SAP80. Equivalent results have been achieved with SAP80 for a particular example using only 27 unknown instead of 126 unknowns.

The member element stiffness coefficients effected due to the existance of rigid parts at the ends of beams have been obtained simply comparing the two kind of solutions namely the finite elements analysis of a beam loaded at the mid point by concentrated moment and simple equilibrium equations (see Fig. 3.51). Using the same mathematical models, the modulus of elasticity within the connection decreased to represent the inelastic deformation of beam-column connections and fictitious beam stiffness coefficients have been obtained parametrically.

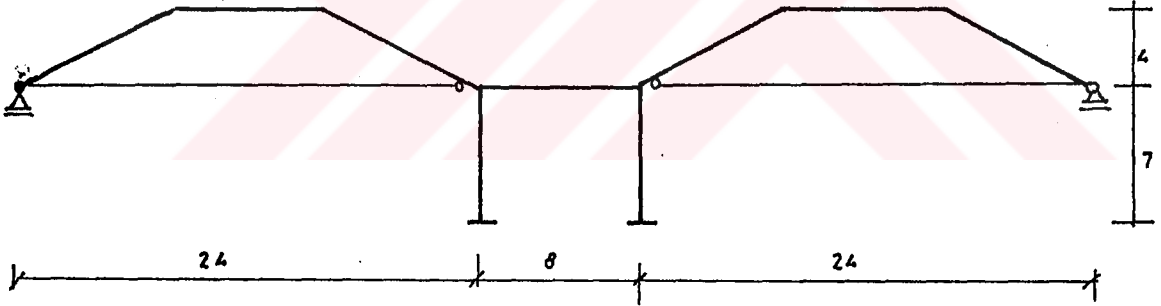
In addition to this a one story one bay frame have been analysed for lateral loads to demonstrate the influence of the decreasing rigidity of the beam-column connection on the response of the structure.

At the end of this analyses it has been concluded that the materially nonlinear beam-column connection has important the effect on the behaviour of the structures. This results coincied with behaviour of flexible framed structures observed in 13 th marchy 1992 Erzincan earthquake. The nonlinear behaviour of beam-column connections can be reflected to the design of the structures through the change of the stiffnesses of beam and column elements. Another mechanical model has also been employed especially to have the fictitious column stiffness coefficients taking in to account the nonlinear behaviour of beam to column connections.

BÖLÜM I

1. GİRİŞ

Yüksek lisans tezi olarak sunulan bu çalışma iki ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde geometrik özellikleri Şekil 1.1 de verilen tek katlı, üç açıklıklı sanayi yapısı ele alınarak önce ön boyutlandırması daha sonra değişik yükleme durumları için farklı hesap yöntemleri uygulanarak kesin statik hesabı yapılmıştır. Bu hesaplar sonucu elde edilen kesit zorlarının en elverişsiz durumları gözönüne alınarak kesit hesapları yapılmıştır.



Şekil 1.1. Hesabı İstenen Sistem

İkinci bölümde sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak kolon-kiriş birleşim bölgesi incelenmiştir. Burada 12 serbestlik dereceli bir düzlem levha ele alınarak eleman rijitlik matrisine ait bazı terimler yeniden bulunmuştur. Daha sonra düzlem levha eleman üzerine değişik şekillerde yayılı ve tekil yükler etkitilerek, bu yükleme durumlarına ait yükleme terimleri bulunmuştur. Matris deplasman yönteminin

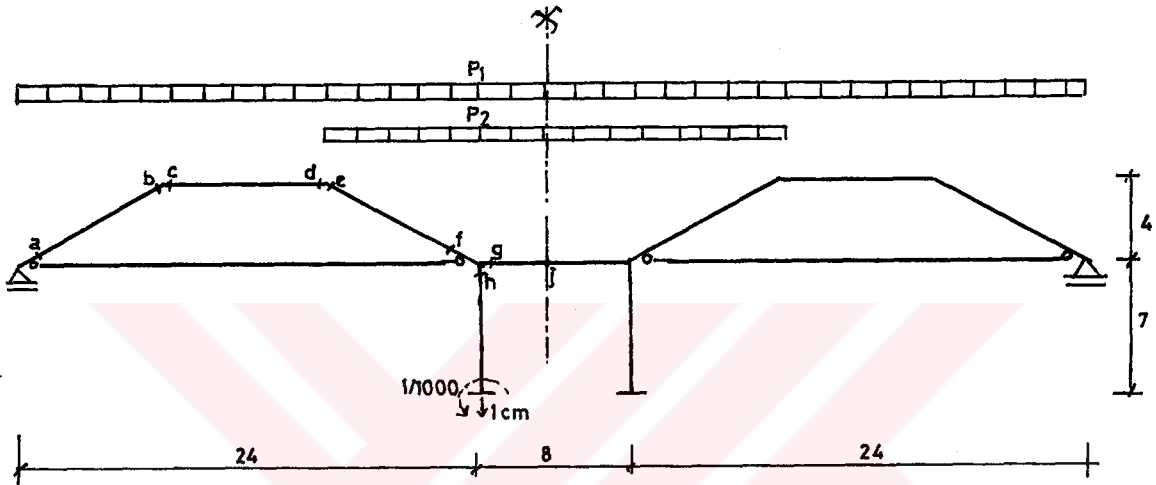
uygulanmasına yönelik olarak düğüm noktasını temsil eden örnek bir sistem seçilerek, sisteme ait sistem rijitlik matrisi, uç kuvvetler matrisi, düğüm noktası deplasmanları ve ortalama düğüm noktası gerilmeleri hesap edilmiştir.

Bu bölüme ilave olarak kolon-kiriş bölgesinin rijit alınması durumunda kolon ve kiriş rijitliklerinin ne alınması gerektiği amacına yönelik olarak parametrik bir çalışma yapılmıştır. Burada iki ayrı model ele alınarak bunlara ait denge denklemleri yazılmış, sonlu eleman çözümlerinden alınan bilinmeyenler yerine konarak iki ayrı yoldan sonsuz rijit parçalı çubuklara ait birim deplasman sabitleri elde edilmeye çalışılmıştır.



BÖLÜM II. KUVVET YÖNTEMİNİN ETKİN KULLANIMI

2.1. Seçilen Sisteme Ait Karakteristik Değerler



Şekil 2.1. Hesabı Yapılacak Sistemin Geometrik Özellikleri ve Hesap Yükleri

Hesabı Yapılacak Sistemin Geometrik Özellikleri ve Hesap Yükleri

Sistem : Betonarme BS30, BÇIII

Çerçeve Aralığı : $b = 6m$

1) Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Boyutlandırma

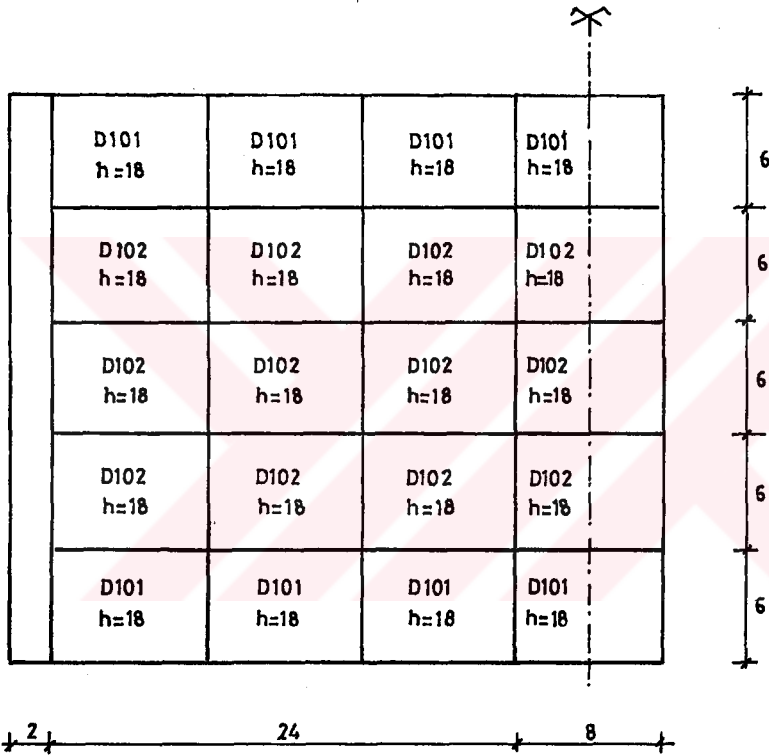
- . Sabit Yükler
- . Kar Birikmesi
- . Deprem Etkisi
- . $\pm 20^{\circ}C$ Düzgün Sıcaklık Değişimi
- . Mesnet Çökmesi

etkileri gözönünde tutulacaktır.

2) a, b, c, d, e, f, g, h, i ve j kesitlerinde Elverişsiz Etkilere Göre Kesit Hesaplarını Yapınız.

3) f Kesitindeki M, N, T Kesit Zoru Tesir Çizgilerini Çiziniz.

2.2. Döşeme Statik ve Betonarme Hesapları



Şekil 2.2. Sistem Planı

Döşemelerde $L_{uzun}/L_{kısa} = 8/6 < 2$ olduğu için, döşemeler çift doğrultuda çalışmaktadır.

$$h_f \geq \frac{L_{yn} (800 + \beta_f y_d)}{36000 + 5000m(1 + \alpha_p)}$$

Tablo 2.2. Açıklık Donatıları

Döşeme	Yön Kesit	M_d (kNm/m)	d	$K = \frac{100xd^2}{M_d}$	k_s	c/ s	$A_s = k_s \frac{M_d}{d}$	Seçilen Donatı
D101	M_{x_m}	10.07	16	254.22	0.295	0.8/10	1.856	Ø8/18
	M_{y_m}	14.26	15	157.78	0.298	1.1/10	2.833	Ø8/17
D102	M_{x_m}	8.12	16	315.27	0.294	0.7/10	1.492	Ø8/18
	M_{y_m}	12.64	15	178.00	0.297	1.0/10	2.502	Ø8/18

Tablo 2.3. Sürekli Kenarlara Ait donatılar

Mesnet	M_d	d	$K = \frac{100xd^2}{M_d}$	k_s	c/ s	$A_s = k_s \frac{M_d}{d}$	Mevcut Donatı	Ek Donatı
D101-D101	133.2	16	192.192	0.296	0.9/10	2.464	Ø8/18	—
D102-D102	107.2	16	238.805	0.295	0.8/10	1.976	Ø8/18	—
D101-D102	177.7	16	144.063	0.298	1.1/10	3.309	Ø8/34+Ø8/36	Ø8/36
D102-D102	166.3	16	153.938	0.298	1.1/10	3.097	Ø8/18	Ø8/36

Tablo 2.4. Süreksiz Kenarların Mesnet Donatıları

Mesnet	M_d	d	$K = \frac{100xd^2}{M_d}$	k_s	c/ s	$A_s = k_s \frac{M_d}{d}$	Mevcut Donatı	Ek Donatı
D101-	68.2	16	375.366	0.294	0.7/10	1.253	Ø8/36	—

2.3. Sürekli Kiriş Statik ve Betonarme Hesapları

Yük Analizi:

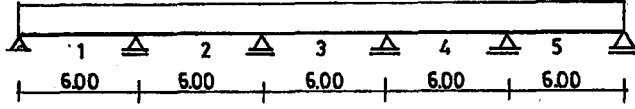
$$0.30 \times 0.42 \times 24 = g_1 = 3.02 \text{ kN/m}$$

$$2 \times 5.59 \times 6/2 = g_2 = 33.54 \text{ kN/m}$$

$$2 \times 0.75 \times 6/2 = p_2 = 4.5 \text{ kN/m}$$

Kiriş Ağırlığından Gelen:

$$p = 1.4 \times 3.02 = 4.228 \text{ kN/m}$$



Şekil 2.3. Kiriş Ağırlığına Ait Yükleme Durumu

$$M_1 = 0.0779 \times 4.228 \times 6^2 = 11.857 \text{ kNm}$$

$$M_2 = 0.0332 \times 4.228 \times 6^2 = 5.053 \text{ kNm}$$

$$M_3 = 0.0460 \times 4.228 \times 6^2 = 7.002 \text{ kNm}$$

$$M_4 = 0.0332 \times 4.228 \times 6^2 = 5.053 \text{ kNm}$$

$$M_5 = 0.0779 \times 4.228 \times 6^2 = 11.857 \text{ kNm}$$

$$B_l = 0.6053 \times 4.228 \times 6 = 15.355 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.5263 \times 4.228 \times 6 = 13.351 \text{ kN}$$

$$M_B = -0.1053 \times 4.228 \times 6^2 = -16.027 \text{ kNm}$$

$$M_C = -0.079 \times 4.228 \times 6^2 = -12.024 \text{ kNm}$$

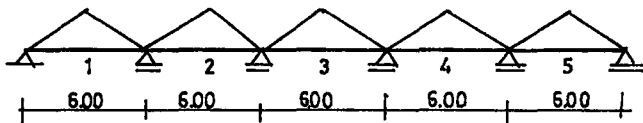
$$M_D = -0.079 \times 4.228 \times 6^2 = -12.024 \text{ kNm}$$

$$M_E = -0.1053 \times 4.228 \times 6^2 = -16.027 \text{ kNm}$$

$$V_B = B_l + B_r = 28.706 \text{ kN}$$

Döşemeden Gelen:

$$p = 2 \times 9,026 \times 6/3 = 36.104 \text{ kN/m}$$



Şekil 2.4. Döşemeye Ait Yükleme Durumu

$p = 36.104$ alınarak düzgün yayılı yüke göre hesap yapılmıştır.

$$M_1 = 0.0779 \times 36.104 \times 6^2 = 101.25 \text{ kNm}$$

$$M_2 = 0.0332 \times 36.104 \times 6^2 = 43.151 \text{ kNm}$$

$$M_3 = 0.046 \times 36.104 \times 6^2 = 59.788 \text{ kNm}$$

$$M_4 = 0.0332 \times 36.104 \times 6^2 = 43.151 \text{ kNm}$$

$$M_5 = 0.0779 \times 36.104 \times 6^2 = 101.25 \text{ kNm}$$

$$B_l = 0.6053 \times 36.104 \times 6 = 131.122 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.5263 \times 36.104 \times 6 = 114.009 \text{ kN}$$

$$M_B = -0.1053 \times 36.104 \times 6^2 = -136.863 \text{ kNm}$$

$$M_C = -0.0079 \times 36.104 \times 6^2 = -102.68 \text{ kNm}$$

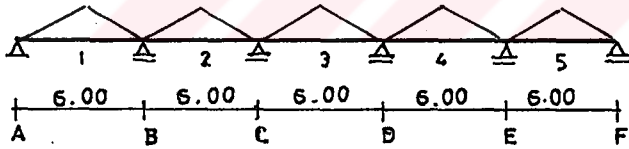
$$M_D = -0.0079 \times 36.104 \times 6^2 = -102.68 \text{ kNm}$$

$$M_E = -0.1053 \times 36.104 \times 6^2 = -136.863 \text{ kNm}$$

$$V_B = B_l + B_r = 245.131 \text{ kN}$$

Döşemeden gelen yük üçgen alınır

$$p = 2 \times 9.026 \times 6 / 2 = 54.156 \text{ kN/m}$$



Şekil 2.5. Döşemeye Ait Yükleme Durumu

$$M_1 = 0.0527 \times 54.156 \times 6^2 = 102.745 \text{ kNm}$$

$$M_2 = 0.0262 \times 54.156 \times 6^2 = 51.080 \text{ kNm}$$

$$M_3 = 0.0340 \times 54.156 \times 6^2 = 66.287 \text{ kNm}$$

$$M_4 = 0.0262 \times 54.156 \times 6^2 = 51.080 \text{ kNm}$$

$$M_5 = 0.0527 \times 54.156 \times 6^2 = 102.745 \text{ kNm}$$

$$B_l = 0.3158 \times 54.156 \times 6 = 102.615 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.2664 \times 54.156 \times 6 = 86.563 \text{ kN}$$

$$M_B = -0.0658 \times 54.156 \times 6^2 = -28.285 \text{ kNm}$$

$$M_C = -0.0493 \times 54.156 \times 6^2 = -96.116 \text{ kNm}$$

$$M_D = -0.0493 \times 54.156 \times 6^2 = -96.116 \text{ kNm}$$

$$M_E = -0.0658 \times 54.156 \times 6^2 = -128.285 \text{ kNm}$$

$$V_B = B_L + B_R = 189.178$$

Kenar Açıklıkta Betonarme Hesabı:

BS 30/BÇIII

$$M = 102.745 + 11.857 = 114.602 \text{ kNm}$$

$$b = 30 + 0.8 \times 600 / 5 = 126 \text{ cm}$$

$$\frac{h_f}{d} = \frac{18}{56} = 0.321$$

$$\frac{b}{b_v} = \frac{126}{30} = 4.266$$

$$m = \frac{11.4602 \times 10^5}{126 \times (56)^2 \times 200} = 0.0145 \quad w = 0.01495$$

$$A_s = 0.0145 \times \frac{126 \times 56}{17.4} = 6.062 \text{ cm}^2$$

seçilen donatı 3φ18

İç Açıklıkta Betonarme Hesabı:

$$M = 66.287 + 7.002 = 73.289 \text{ kNm}$$

$$b = 30 + 0.6 \times 600 / 5 = 102$$

$$\frac{h_f}{d} = 0.321$$

$$\frac{b}{b_v} = 3.4$$

$$m = \frac{7.3289 \times 10^5}{102 \times (56)^2 \times 200} = 0.0115 \quad w = 0.01165$$

$$A_s = 0.01165 \times \frac{102 \times 56}{17.4} = 3.8244 \text{ cm}^2$$

seçilen donatı $2\phi 16$

Kenar Mesnette Betonarme Hesabı:

$$M = -128.285 - 16.027 = -144.312 \text{ kNm}$$

Dikdörtgen Kesit Hesabı

$$K = \frac{30 \times 56^2}{1443.12} = 65.192 \quad k_s = 0.305$$

$$A_s = 0.305 \times \frac{1443.12}{56} = 7.859 \text{ cm}^2$$

seçilen donatı $4\phi 16$

İç Mesnette Betonarme Hesabı:

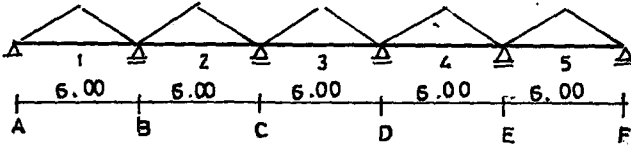
$$M_d = -96.116 - 12.024 = -108.14 \text{ kNm}$$

$$K = \frac{30 \times 56^2}{1081.4} = 86.998 \quad k_s = 0.302$$

$$A_s = 0.302 \times \frac{1081.4}{56} = 5.832 \text{ cm}^2$$

seçilen donatı $3\phi 16$

Ana çerçevenin sabit yüklere göre çözümünde kırıklı çubukların düğüm noktalarına gelen tekil yükleri bulmak için büyütülmemiş özağırlık yükü gözönüne alınırsa,

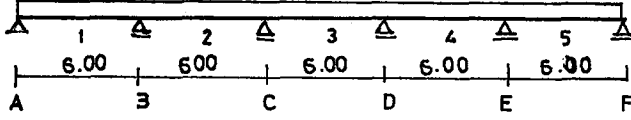


Şekil 2.6 Döşeme'ye Ait Yükleme Durumu

$$B_l = 0.3158 \times 33.54 \times 6 = 63.552 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.2664 \times 33.54 \times 6 = 53.610 \text{ kN}$$

$$V_B = B_l + B_r = 117.162 \text{ kN}$$



Şekil 2.7. Kirişe Alt Yükleme Durumu

$$B_l = 0.6053 \times 3.02 \times 6 = 10.968 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.5263 \times 3.02 \times 6 = 9.5365 \text{ kN}$$

$$V_B = B_l + B_r = 20.5045 \text{ kN}$$

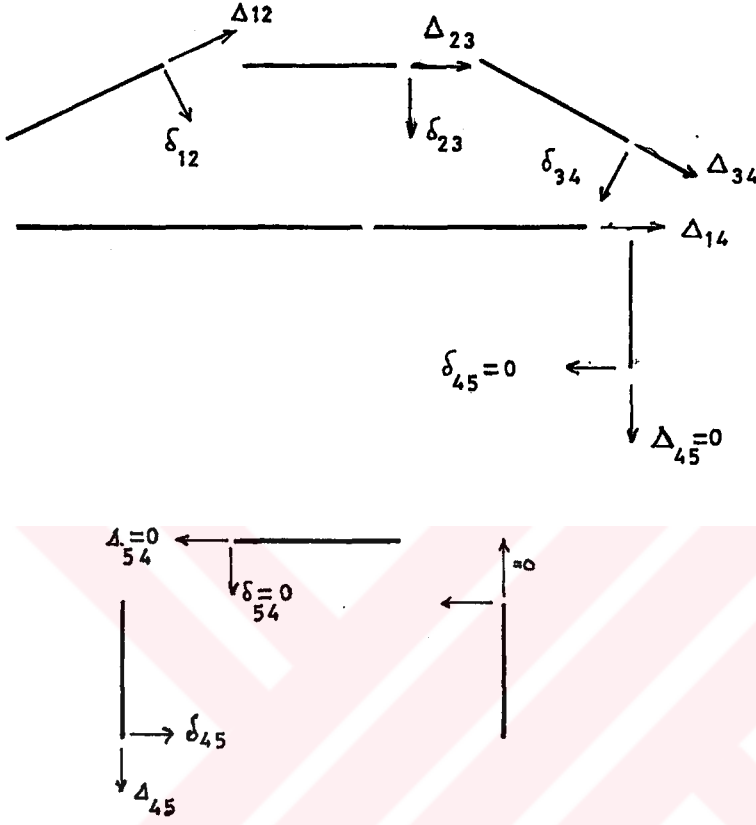
Ana Mesnete Etkitilecek Tekil Yük Değeri
 $117.162 + 20.5045 = 137.666 \text{ kN}$

2.4. Yapı Sisteminin Hesabında Kullanılan Kuvvet Yöntemi - nin Açık Yöntemi ile Karşılaştırılması ve Önboyutlan- dırma

Sistem simetrik olduğu için kuvvet yöntemine göre hesapta 7. dereceden hiperstatik sistem, hiperstatik esas sistem kullanılmak yolu ile 4. dereceye indirilmiştir. Simetrik ve antimetrik grup yüklemeleri yapılarak, simetrik ve antimetrik yükler için bağımsız denklem takımının boyutu 2×2 'ye düşürülmüştür. Ayrıca denklem takımının katsayılarının hesabında hiperstatik esas sistemin, izostatik esas sistem ile değiştirilebilmesi kolaylığından yararlanılmıştır.

Açık yöntemi kullanılırsaydı, sistem simetrik olduğu için simetrik yükler için aşağıdaki şemadan görüldüğü üzere bağımsız uç deplasmalarının sayısı 5 olacaktı. Düğüm noktalarındaki dönmelerle birlikte toplam bilinmeyen sa-

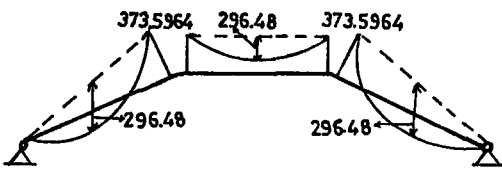
yısı 8 olurdu. Antimetrik yük durumunda δ_{54} sıfırdan farklı olacağından bilinmeyen sayısı 9 olurdu.



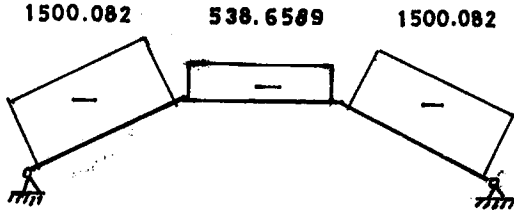
Şekil 2.8. Sisteme Ait Kapalı Süreklilik Durumu

Ön Boyutlandırma:

Önce düşey yüklerin birim değerleri için kesit tesirleri bulunup daha sonra toplam yüklerden oluşan tesirlere geçilmiştir.



Şekil 2.9. $1.4M_d + 1.6M_q$ (kNm)



Şekil 2.10 $1.4N_g + 1.6N_q$ (kN)

Kesit Tahkikleri:

a kesitinde:

$$M = 0$$

$$N = -1706.6016 \text{ kN} = -170.660 \text{ t}$$

$$m = 0$$

$$n = \frac{170.66016}{50 \times 100 \times 0.20} = 0.171$$

$$w = 0$$

b kesitinde:

$$M = -373.5964 \text{ kNm} = -37.35964 \text{ tm}$$

$$N = -1500.082 = -150.0082 \text{ t}$$

$$m = \frac{3735.964}{50 \times 100^2 \times 0.20} = 0.037$$

$$w = 0.04$$

$$n = \frac{150.0082}{50 \times 100^2 \times 0.20} = 0.15$$

$$A_s = 0.04 \times \frac{50 \times 100}{17.4} = 11.49 \text{ cm}^2$$

c kesitinde:

$$M = -373.5964 \text{ kNm} = -37.3596 \text{ tm}$$

$$N = -538.6589 \text{ kN} = -53.8658 \text{ t}$$

$$m = 0.037$$

$$n = 0.053$$

$$w = 0.08$$

$$A_s = 22.98 \text{ cm}^2$$

2.5. Yapı Sisteminin Kesin Hesapları

Yapı sisteminin hesabına başlamadan önce sisteme etkiyen yükler gözönünde bulundurularak enkesit boyutları seçilmiştir. Her yükleme durumu için kesit zorları bulunmuştur. Daha sonra TS 500'de verilen yük kombinasyonlarına göre süperpozisyon tabloları hazırlanıp bu kesitler tahkik edilip donatı hesapları yapılmıştır.

Tablo 2.5. Kesitler ve Atalet Momentleri

Kesit	Kesit Boyutları	$I (m^4)$	I_c/I
a	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
b	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
c	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
d	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
e	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
f	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
g	50/100 (Tablalı)	0.06370	1
h	50/92 (Dikdörtgen)	0.03185	2
i	50/92 (Dikdörtgen)	0.03185	2
j	50/100 (Tablalı)	0.06370	1

2.5.1. Gergilerin Uzama Şekil Değiştirmeleri Yok Sayılıp Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Sabit Yüklere Göre Hesap

Şimdiye kadar esas sistem olarak izostatik esas sistemler kullanılmıştı. Halbuki, verilen sistemde yapılan kesimler ile elde edilen herhangi bir hiperstatik sistemde esas

sistem olarak alınabilir. Bu sisteme hiperstatik esas sistem denir. Bu halde, daha önce yapılmış olan tanımlarlarda bir değişiklik olmamaktadır. Örneğin:

$x_1, x_2, \dots, x_n$: Esas sistemi elde etmek için yapılan kesimlerde kaldırılan mesnet reaksiyonlarını ve kesit tesirlerini

M_i, N_i, T_i : $x_i = 1$ yüklemesinden, yani esas sistemde $x_i = 1$ diğer x 'ler ve yükler sıfır iken, meydana gelen kesit tesirlerini

M_o, N_o, T_o : $x = 0$ yüklemesinden, yani esas sistemde yalnız dış yüklerden meydana gelen kesit tesirlerini

göstermektedir. (I,1) süperpozisyon denklemleri gene yürürlüktedir. Ancak M_o, N_o, T_o terimleri yerine yine sırasıyla

$$M_o + M_t + M_v, \quad N_o + N_t + N_v, \quad T_o + T_t + T_v$$

terimleri gelecektir. Bunun nedeni, izostatik esas sistemde sıfır olan sıcaklık değişmelerine ait M_t, N_t, T_t kesit tesirleri ile mesnet çökmelerine ait M_v, N_v, T_v kesit tesirlerinin, hiperstatik esas sistem kullanılması halinde sıfırdan farklı değer almalıdır. Buna göre, süperpozisyon denklemleri,

$$\begin{aligned} M &= M_o + M_t + M_v + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_n X_n \\ N &= N_o + N_t + N_v + N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_n X_n \\ T &= T_o + T_t + T_v + T_1 X_1 + T_2 X_2 + \dots + T_n X_n \end{aligned}$$

şeklini alır.

x bilinmeyenlerini tayin etmek için kullanılan (I,2) süreklilik denklemleri ise, hiçbir değişiklik olmadan aynen yürürlüktedir.

$$\delta_{11}x_1 + \dots + \delta_{1j}x_j + \dots + \delta_{1n}x_n + \delta_{1o} + \delta_{1t} = J_1$$

$$\delta_{i1}x_1 + \dots + \delta_{ij}x_j + \dots + \delta_{in}x_n + \delta_{io} + \delta_{it} = J_i$$

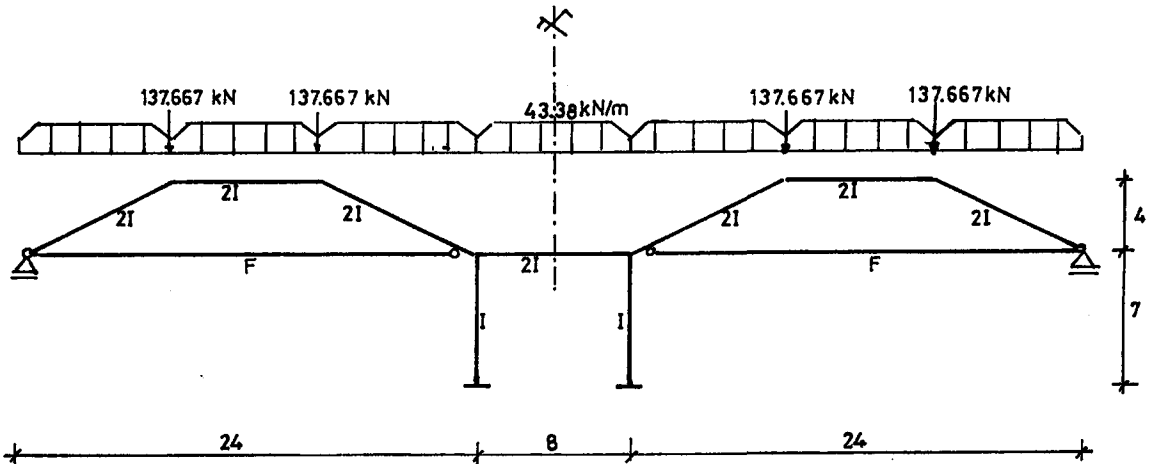
$$\delta_{n1}x_1 + \dots + \delta_{nj}x_j + \dots + \delta_{nn}x_n + \delta_{no} + \delta_{nt} = J_n$$

Kısaltma Teoremi:

İki durumdan biri yükleme, diğeri şekil değiştirme durumu olarak alınsın. Yükleme bir defa hiperstatik esas sisteme uygulanıp virtüel iş teoremi uygulanırsa dış kuvvetlerin yaptığı iş, şekil değiştirme işine eşit olacaktır. Bu şekil değiştirme işi δ_{ij} ifadesinin sağ tarafına eşittir.

Yükleme bir kerede, esas sistemde yapılmış kesimler ile elde edilen herhangi bir izostatik sisteme uygulanıp virtüel iş teoremi uygulanırsa, gene dış kuvvetlerin yaptığı iş, şekil değiştirme işine eşit olacaktır. Bu halde şekil değiştirme işi, δ_{ij} ifadesinde integral içinde bulunan terimlerden bir tanesinin izostatik bir sistemden alınması haline eşit olacaktır. Tesir çizgilerinin tayininde de bir değişiklik yoktur [1].

Şekil 2.11'de görüldüğü gibi sistem simetrik olduğundan sistemin yarısı ile hiperstatik esas sistem kullanarak hesap yapmak mümkündür.



Şekil 2.11 Sisteme Etkiyen Sabit Yükler

Çerçeve Kirişlerine Aktarılan Yükler:

$$\begin{aligned}
 \text{Kiriş öz ağırlığı} & \quad 0.82 \times 0.50 \times 24 = 9.84 \text{ kN/m} \\
 \text{Döşemeden aktarılan ölü yük} & \quad 6 \times 5.59 = 33.54 \text{ kN/m} \\
 & \quad \underline{\hspace{1.5cm}} \\
 g & = 43.38 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

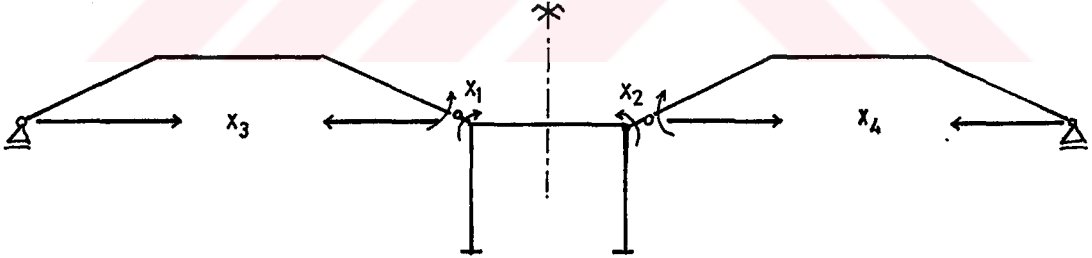
Döşemeden aktarılan yük

$$2 \times \frac{5.59 \times 6}{3} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2 \times (1.33)^2} \right] = 27.22 \text{ kN/m}$$

şeklinde düzgün yayılı yüke çevrilir.

Bu durumda $g = 9.84 + 27.22 = 37.06 \text{ kN/m}$ halini alır.

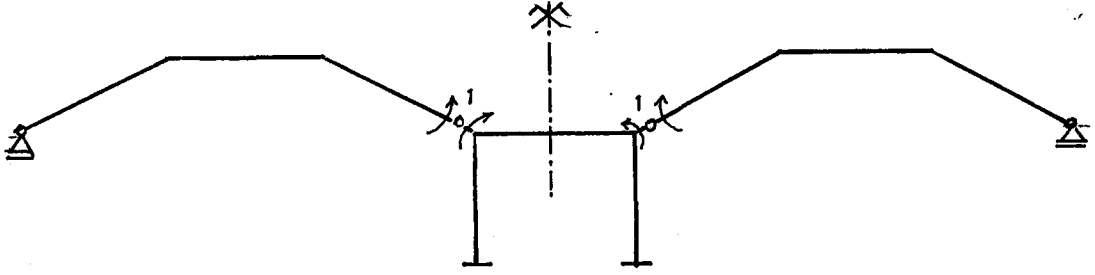
Seçilen Esas Sistem ve Kaldırılan Kesit Zorları :



Şekil 2.12 Kaldırılan Kesit Zorları

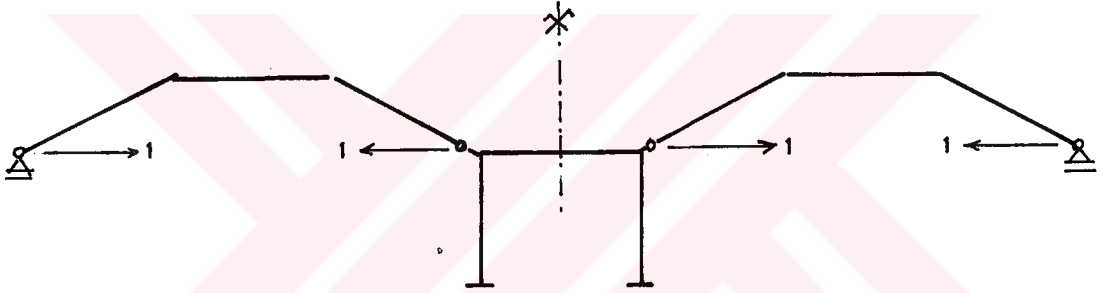
Şekil 2.12'de görüldüğü üzere simetri eksenini üzerinden geçen çerçeve hiperstatiktir. Diğer çerçeveler izostatiktir. Hiperstatik bilinmeyenler aşağıdaki gibi, simetrik ve antimetrik grup yüklemeler alınır, simetrik sabit yük durumunda antimetrik bilinmeyenler sıfır olur.

$x_1 = 1$ Yükleme : Simetrik



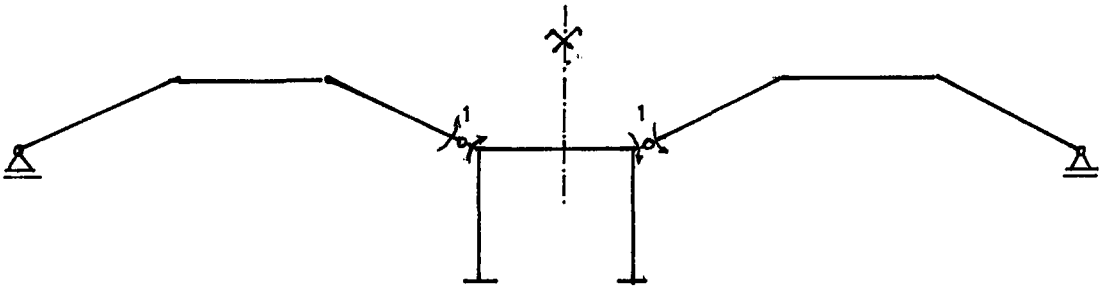
Şekil 2.13 $x_1 = 1$ Yükleme

$x_2 = 1$ Yükleme : Simetrik



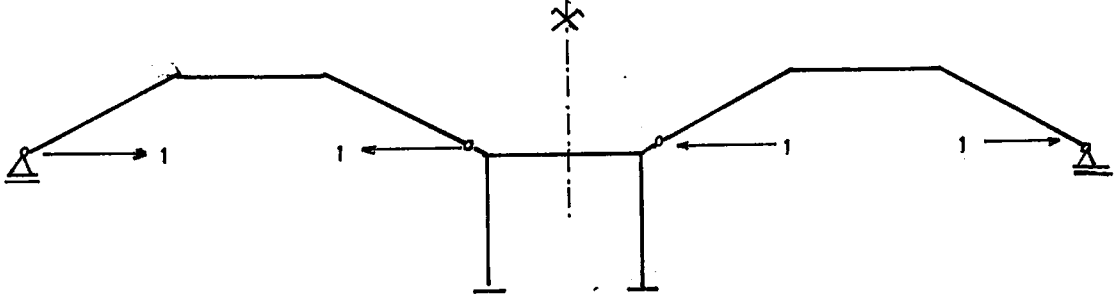
Şekil 2.14 $x_2 = 1$ Yükleme

$x_3 = 1$ Yükleme : Antimetrik



Şekil 2.15 $x_3 = 1$ Yükleme

$x_4 = 1$ Yükleme : Antimetrik



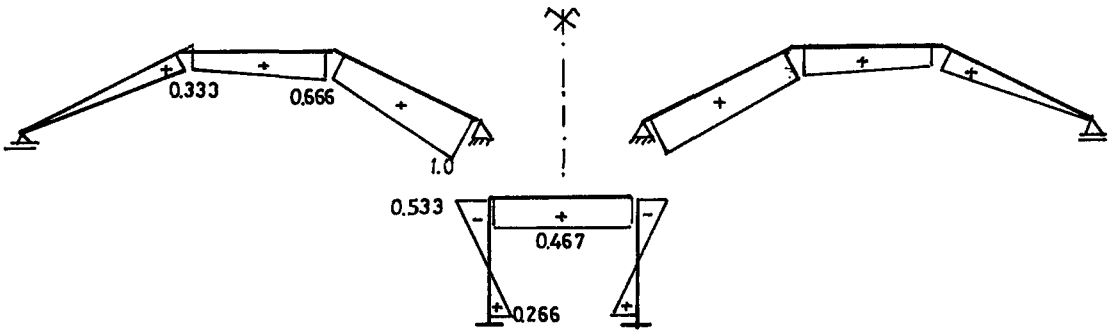
Şekil 2.16 $x_4 = 1$ Yükleme

Denklemler takımı

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 0 & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{33} & \delta_{34} \\ 0 & 0 & \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

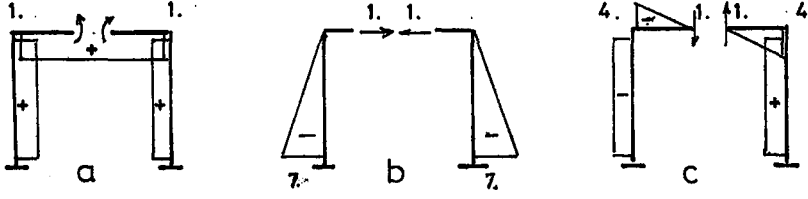
Buradan $x_3 = x_4 = 0$ olduğu görülür.

$x_1 = 1$ Yükleme : hiperstatik esas sistem



Şekil 2.17 M_1 Diyagramı

Ankastre Çerçeveye Ait Moment Diyagramı Çizimi:



Şekil 2.18 a) t_1 yüklemesi
b) t_2 yüklemesi
c) t_3 yüklemesi

t_3 yüklemesine ait diyagram antimetrik olduğu için t_3 bilinmeyi sıfırdır. Tüm çubuklarda uzama şekil değiştirmeleri yok sayılmıştır.

$$EI_c \delta_{11} = 7 \times 1^2 \times [2] + 8 \times 1^2 [1] + 7 \times 1^2 \times [2] = 36$$

$$EI_c \delta_{12} = \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) \times 1 \times [2] + \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) \times [2] = -98$$

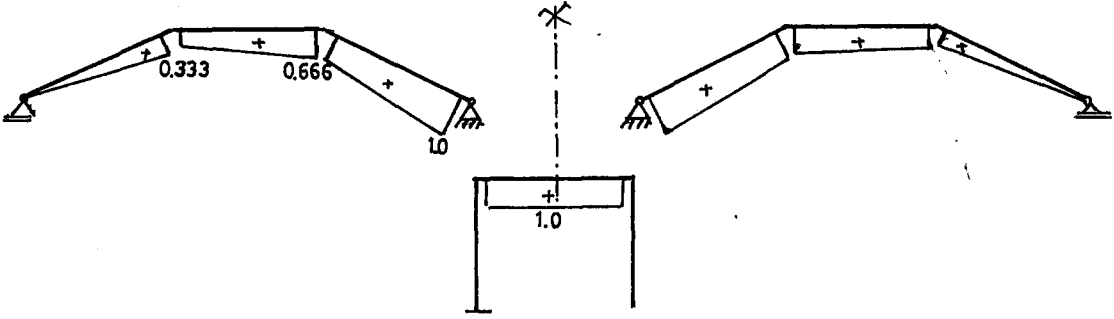
$$EI_c \delta_{22} = \frac{1}{3} \times 7 \times (-7)^2 \times [2] + \frac{1}{3} \times 7 \times (-7)^2 \times [2] = 457.333$$

$$EI_c \delta_{10} = 7 \times 1 \times (-1) \times [2] + 7 \times 1 \times (-1) \times [2] = -28$$

$$EI_c \delta_{20} = \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) \times (-1) \times [2] + \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) \times (-1) \times [2] = 98$$

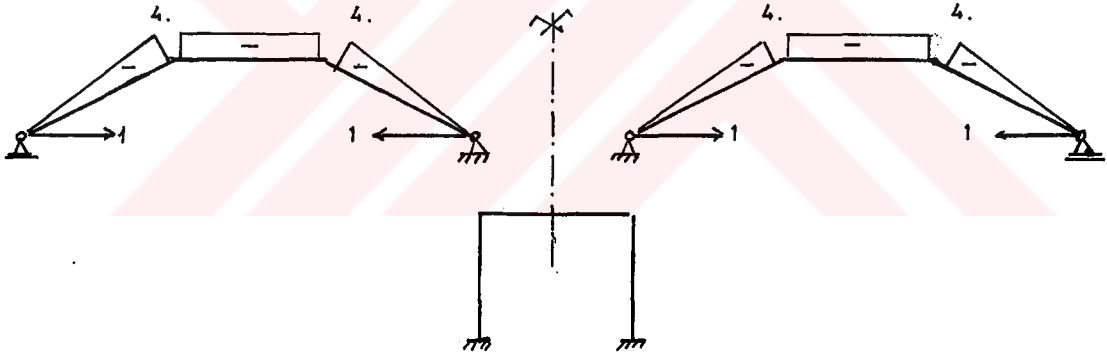
$$\begin{bmatrix} 36 & -98 \\ -98 & 457.333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ -98 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} x_1 &= 0.466 \\ x_2 &= -0.1142857 \end{aligned}$$

$x_1 = 1$ Yükleme : İzostatik esas sistem



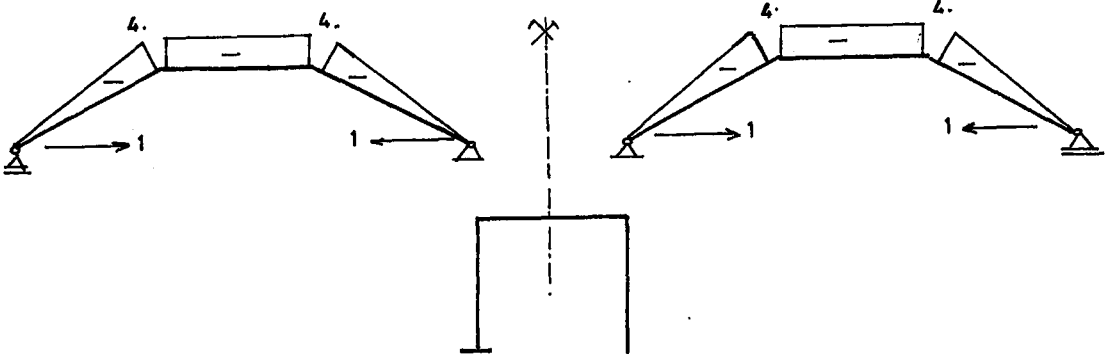
Şekil 2.19 (M_1) Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme : hiperstatik esas sistem



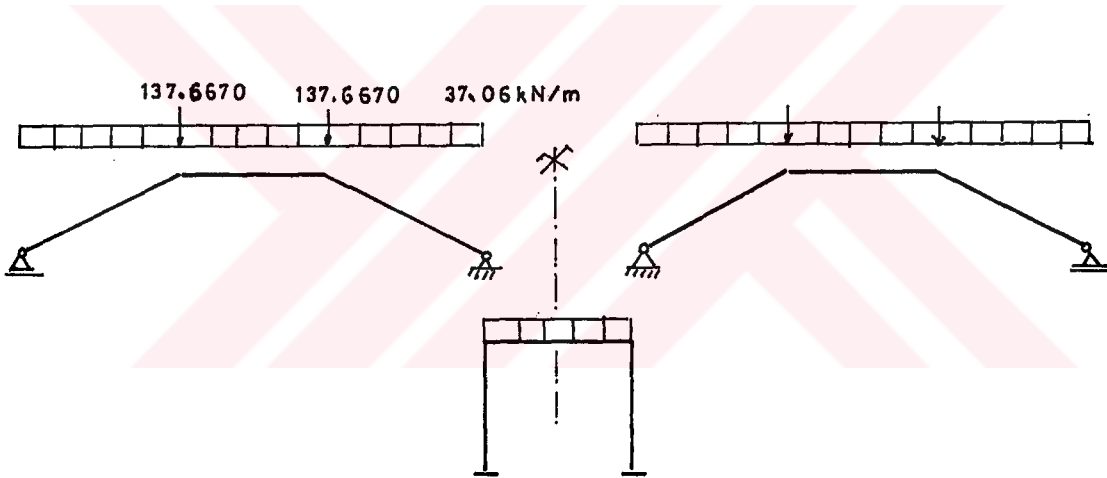
Şekil 2.20 M_2 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme : İzostatik esas sistem



Şekil 2.21 (M_2) Diyagramı

$x = 0$ Yükleme : Hipertstatik esas sistem



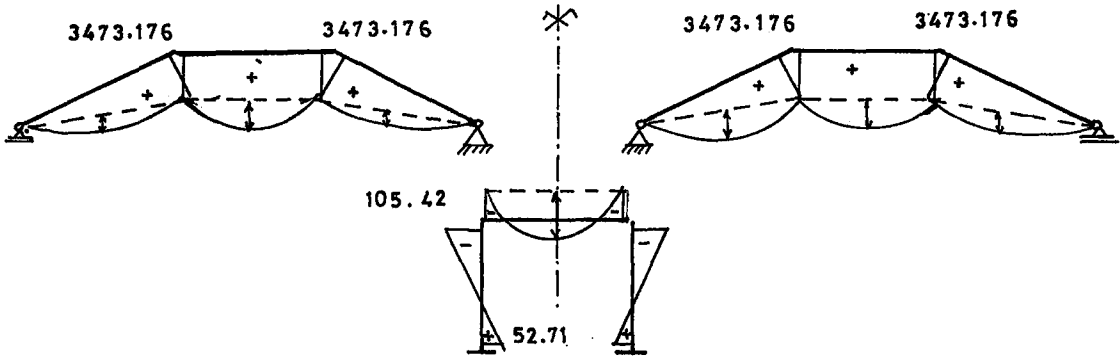
Şekil 2.22 $x = 0$ Yükleme

$$k = \frac{2I}{I} \times \frac{7}{8} = 1.75, \quad N_1 = 3.75, \quad N_2 = 11.5$$

$$M_A = M_D = \frac{37.06 \times 8^2}{12 \times 3.75} = 52.71 \text{ kNm}$$

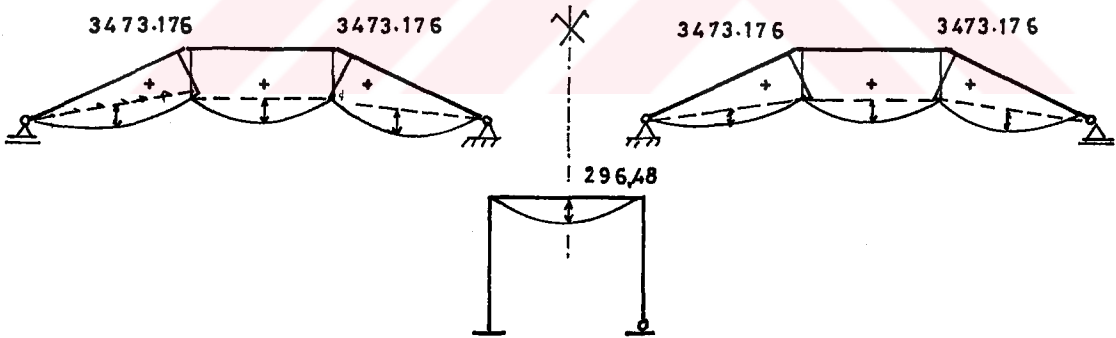
$$M_B = M_C = - \frac{37.06 \times 8^2}{6 \times 3.75} = -105.42 \text{ kNm},$$

$$\max M = \frac{37.06 \times 8^2}{8} - 105.42 = 191.06 \text{ kNm}$$



Şekil 2.23 M_0 Diyagramı

$x = 0$ Yükleme : İzostatik esas sistem

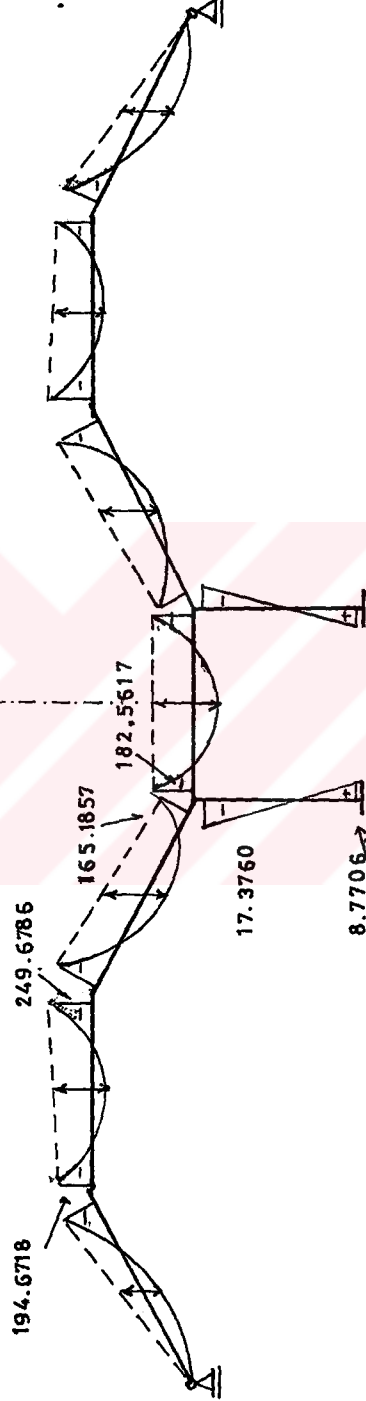


Şekil 2.24 (M_0) Diyagramı

$$EI_c \delta_{11} = 10.5578$$

$$EI_c \delta_{12} = -33.876$$

$$EI_c \delta_{22} = 223.4026$$



Şekil 2.25. Uzama Şekil Değiştirmeleri İhmal Edilerek G
Yüklemesinden Elde Edilen Moment Diyagramı

$$EI_c \delta_{10} = 32341.148$$

$$EI_c \delta_{20} = -207375.346$$

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.876 \\ -33.876 & 223.4026 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32341.1480 \\ 207375.3460 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x_1 = -165.18573 \\ x_2 = 903.21024 \end{matrix}$$

Kesit tesirleri için süperpozisyon denklemleri :

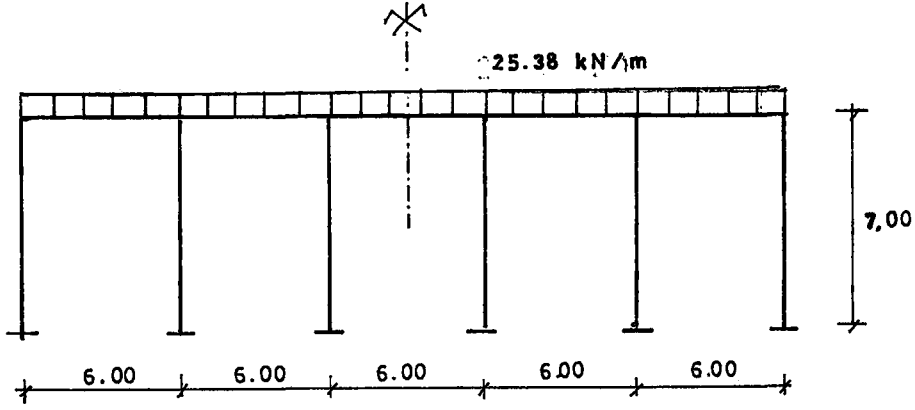
$$M = M_0 - 165.18573 \times M_1 + 903.21024 \times M_2$$

K.S.D. ile kontrol sonucunda rölatif hata % 0.02 olarak bulunmuştur.

2.5.2. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Y Doğrultusunda Sabit Yüklere Göre Hesap

Yük Analizi :

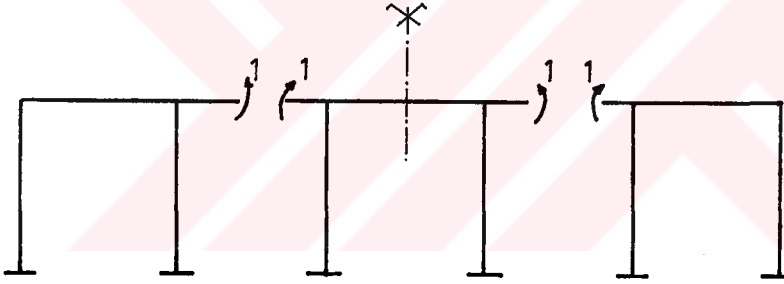
Kiriş öz ağırlığı	:	$0.30 \times 0.42 \times 24 = 3.02 \text{ kN/m}$
Döşemeden aktarılan ölü yük	:	$2 \times 55.9 \times 6 / 3 = 22.36 \text{ kN/m}$
		$\begin{array}{r} + \\ \hline 25.38 \text{ kN/m} \end{array}$



Şekil 2.26 Y Doğrultusunda Çözülecek Sistem

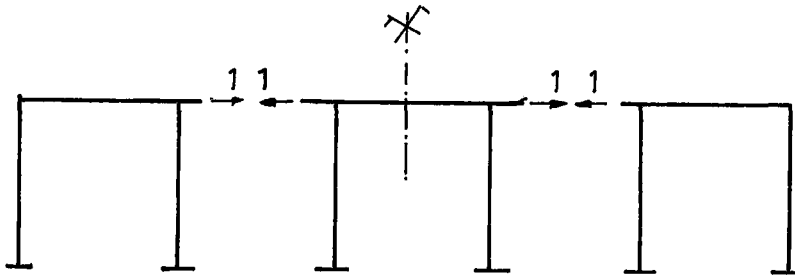
Seçilen Hiperstatik Esas Sistem ve Hiperstatik Bilinmeyenler :

$x_1 = 1$ Yükleme : Simetrik



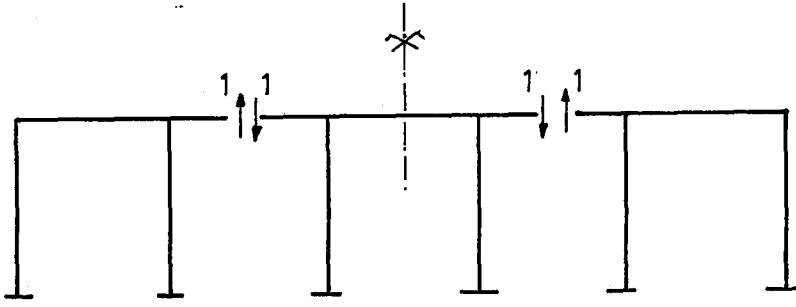
Şekil 2.27 $x_1 = 1$ Yükleme

$x_2 = 1$ Yükleme : Simetrik



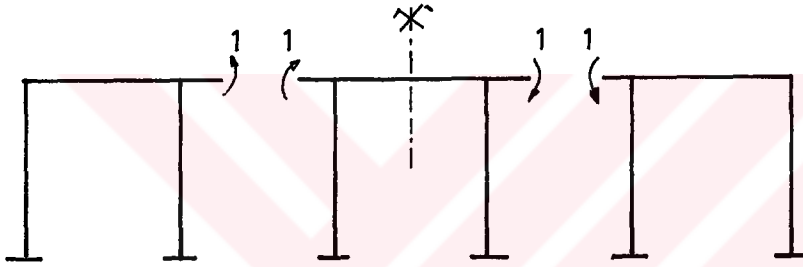
Şekil 2.28 $x_2 = 1$ Yükleme

$x_3 = 1$ Yükleme : Simetrik



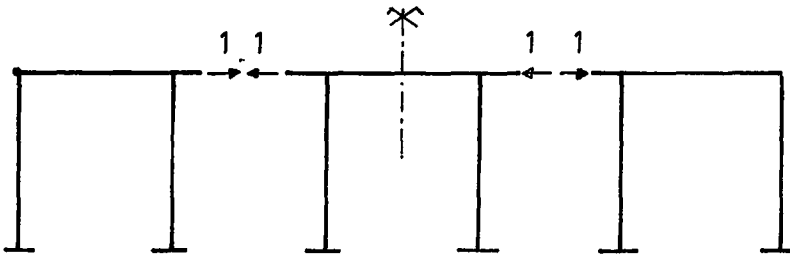
Şekil 2.29 $x_3 = 1$ Yükleme

$x_4 = 1$ Yükleme : Antimetrik



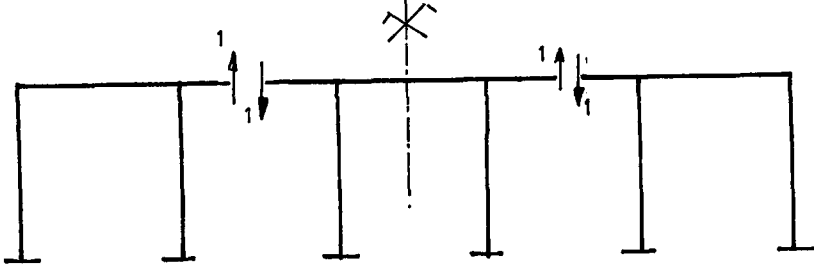
Şekil 2.30 $x_4 = 1$ Yükleme

$x_5 = 1$ Yükleme : Antimetrik



Şekil 2.31 $x_5 = 1$ Yükleme

$x_6 = 1$ Yüklemesi : Antimetrik



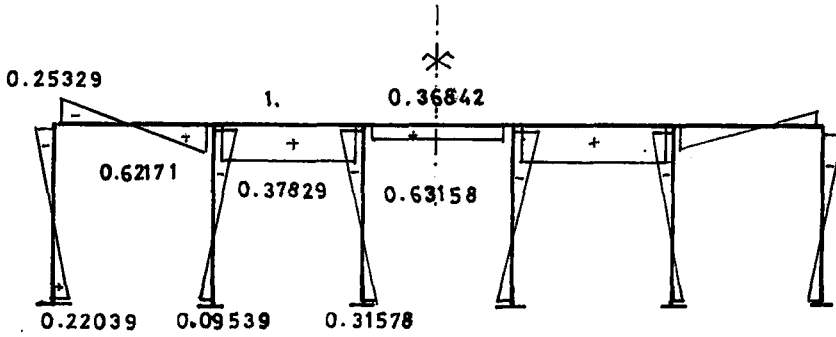
Şekil 2.32 $x_6 = 1$ Yüklemesi

Denklem Takımı

$$\begin{bmatrix}
 \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & 0 & 0 & 0 \\
 \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & 0 & 0 & 0 \\
 \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \delta_{44} & \delta_{45} & \delta_{46} \\
 0 & 0 & 0 & \delta_{54} & \delta_{55} & \delta_{56} \\
 0 & 0 & 0 & \delta_{64} & \delta_{65} & \delta_{67}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3 \\
 x_4 \\
 x_5 \\
 x_6
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \delta_{10} \\
 \delta_{20} \\
 \delta_{30} \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

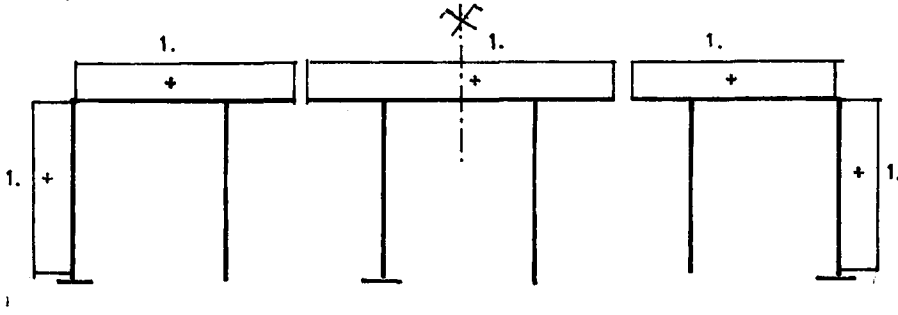
Buradan $x_4 = x_5 = x_6 = 0$ olduğu görülür.

$x_1 = 1$ Yüklemesi : Hiperstatik Esas Sistem



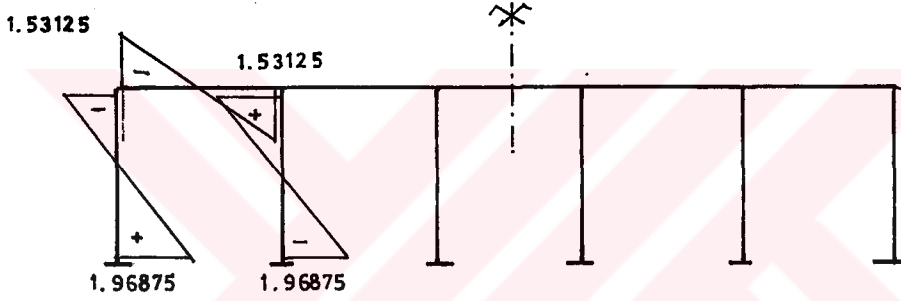
Şekil 2.33 M_1 Diyagramı

$x_1 = 1$ Yükleme : İzostatik Esas Sistem



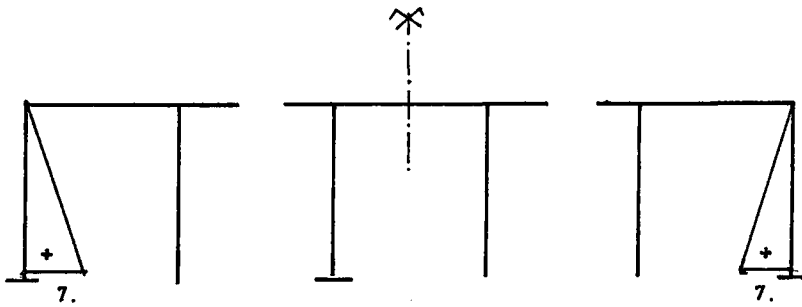
Şekil 2.34 (M_1) Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme : Hiperstatik Esas Sistem



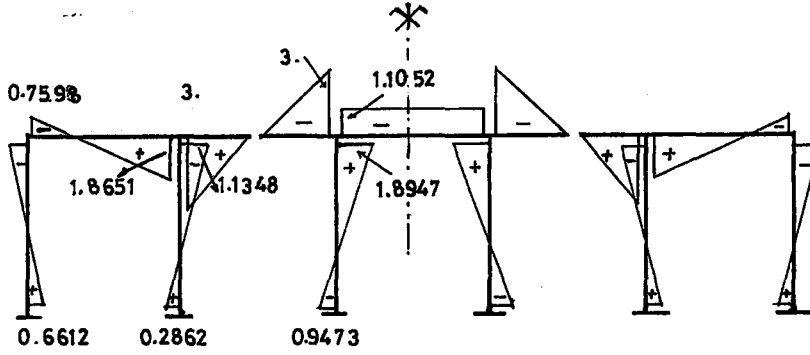
Şekil 2.35 M_2 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme : İzostatik Esas Sistem



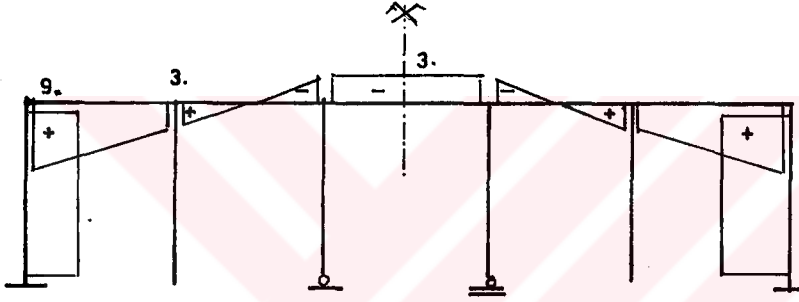
Şekil 2.36 (M_2) Diyagramı

$x_3 =$ Yüklemesi : Hiperstatik Esas Sistem



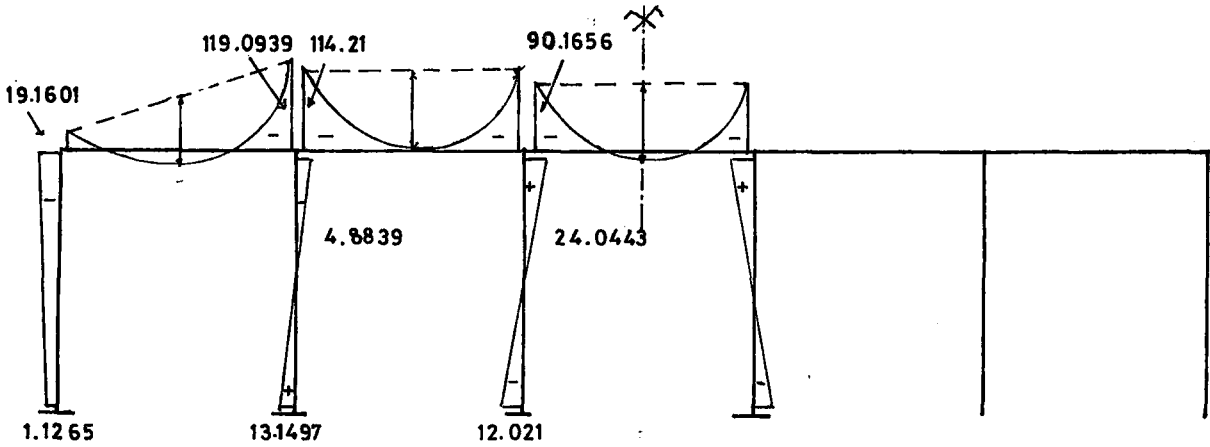
Şekil 2.37 M_3 Diyagramı

$x_3 = 1$ Yüklemesi : İzostatik Esas Sistemi



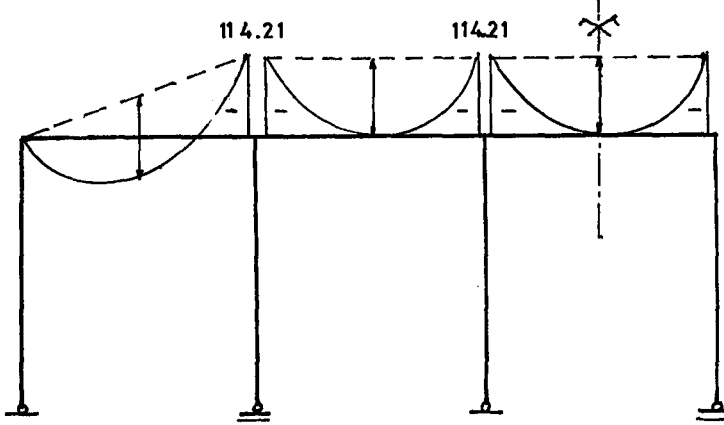
Şekil 2.38 (M_3) Diyagramı

$x = 0$ Yüklemesi : Hiperstatik Esas Sistem



Şekil 2.39 M_0 Diyagramı

x= 0 Yüklemesi : İzostatik Esas Sistem



Şekil 2.40 (M_0) Diyagramı

Denklemler Takımı :

$$\begin{bmatrix} 8.09537 & 1.53125 & -0.34545 \\ 1.53125 & 19.651041 & 4.59375 \\ -0.34545 & 4.59375 & 36.85869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 299.4219 \\ 174.87365 \\ -39.4395 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8.09537 & 1.53125 & -0.34545 \\ 0 & 19.3614036 & 4.659092 \\ 0 & 0 & 35.722793 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 299.4219 \\ 118.2376 \\ -5.511488 \end{bmatrix}$$

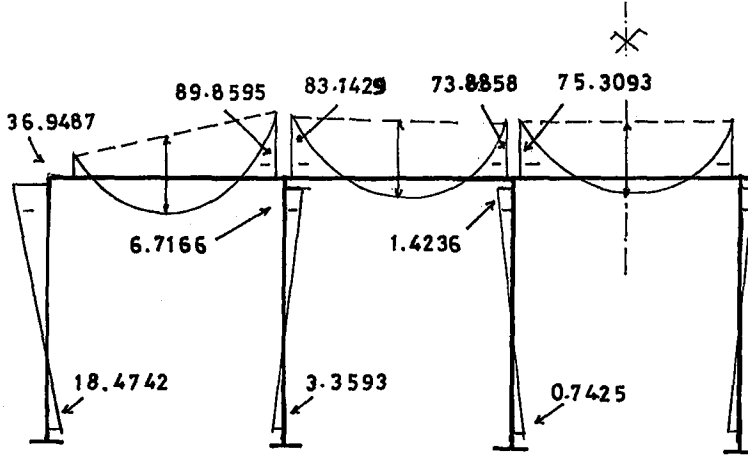
$$x_1 = 35.6956224$$

$$x_2 = 6.4781396$$

$$x_3 = -1.5428492$$

Süperpozisyon Denklemi :

$$M = M_0 + 35.6956224 \times M_1 + 6.478139 \times M_2 - 1.5428492 \times M_3$$



Şekil 2.41 Sabit Yüklere Ait M Diyagramı

K.S.D. ile kontrol sonucunda rölatif hata 0.000013 bulunmuştur.

2.5.3. Gergilerin Uzama Şekil Değiştirmeleri Gözönüne Alınıp Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Sabit Yüklere Göre Hesap

Yeni Denklem Takımının Kurulması :

Birinci adım olarak profil alanı 90cm^2 seçilirse

$$EI_c \delta_{11} = 10.5578$$

$$EI_c \delta_{12} = -33.876$$

$$EI_c \delta_{22} = 223.4026 + 24 \times 1^2 \times \left[\frac{0.0637}{0.009} \right] = 393.259266$$

$$EI_c \delta_{10} = 32341.148$$

$$EI_c \delta_{z0} = -207375.346$$

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.876 \\ -33.876 & 393.2692266 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32341.148 \\ 207375.346 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -1895.08401$$

$$x_2 = 364.0698431$$

Gergideki uzama şekil değiştirmelerinin gözönüne alınması ile gerginin uzadığı f düğüm noktasının döndüğü anlaşılmaktadır.

Gergi olarak alınan profil alanı 180cm^2 alınırsa,

$$EI_c \delta_{z2} = 223.4026 + 24 \times 1^2 \times \left[\frac{0.0637}{0.018} \right] = 308.3359$$

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.876 \\ -33.876 & 393.2692266 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32341.148 \\ 207375.346 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -1398.1110$$

$$x_2 = 518.956484$$

Kesit tesirleri için süperpozisyon denklemleri :

$$M = M_o - 1398.111 \times M_1 + 518.956484 \times M_2$$

$$N = N_o - 1398.111 \times N_1 + 518.956484 \times N_2$$

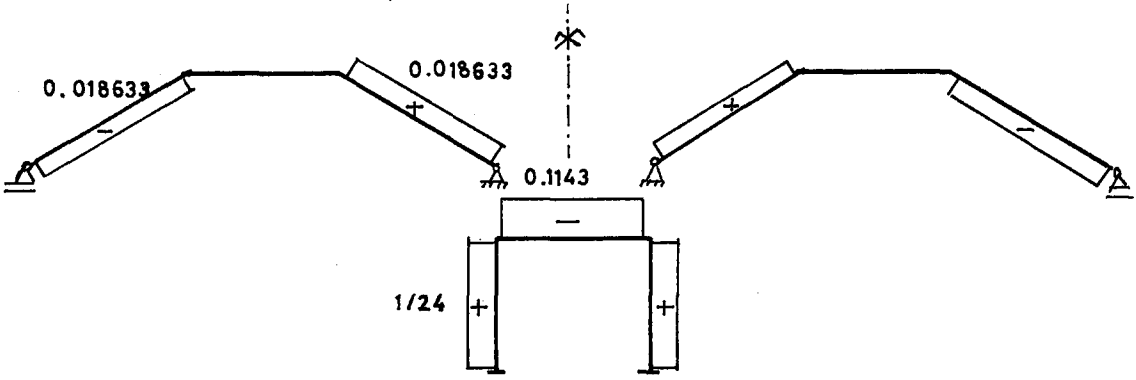
$$T = T_o - 1398.111 \times T_1 + 518.956484 \times T_2$$

halini alır.

K.S.D. ile kontrol sonucu rölatif hata % 0.044 olarak bulunmuştur.

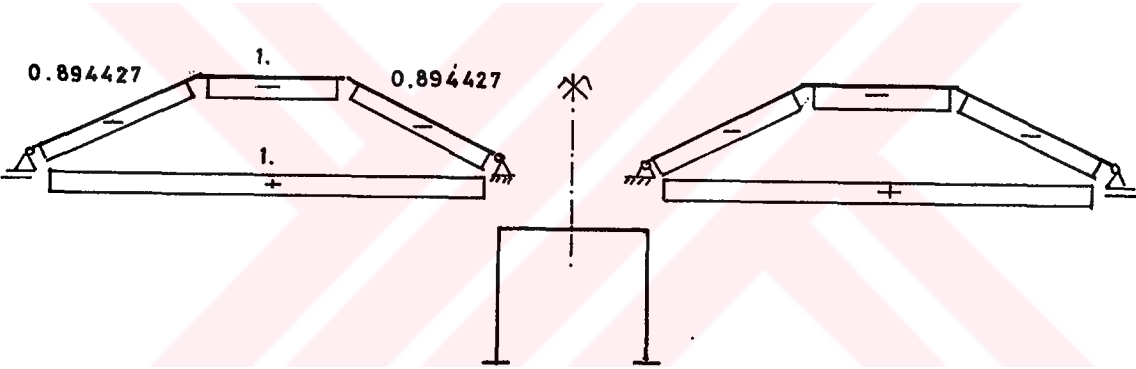
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



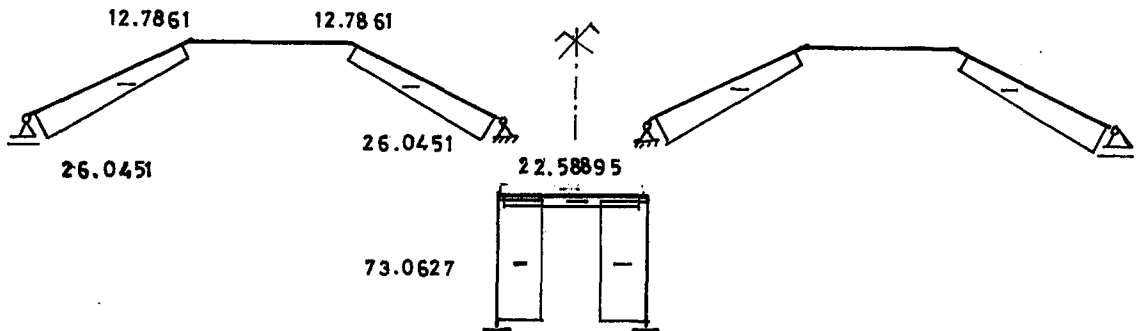
Şekil 2.42 N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.43 N_2 Diyagramı

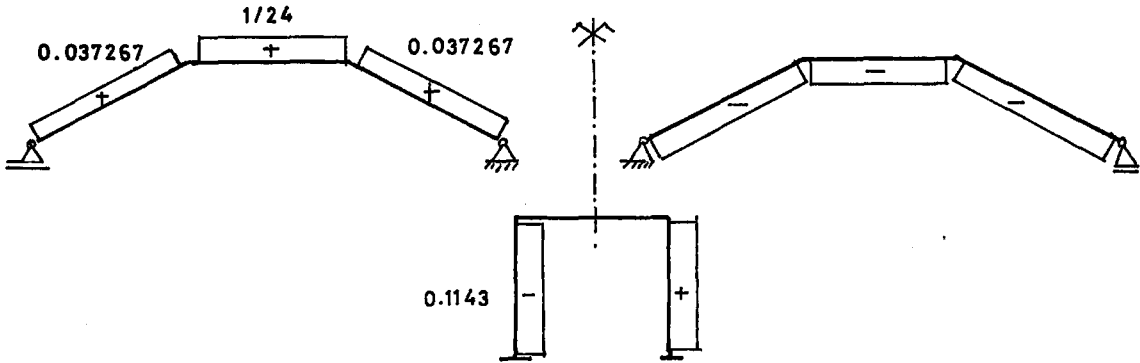
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.44 N_0 Diyagramı

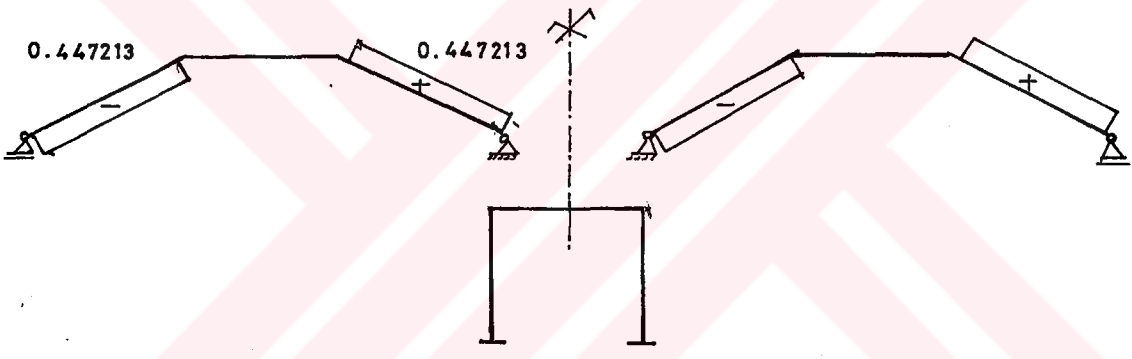
Kesme Kuvveti Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



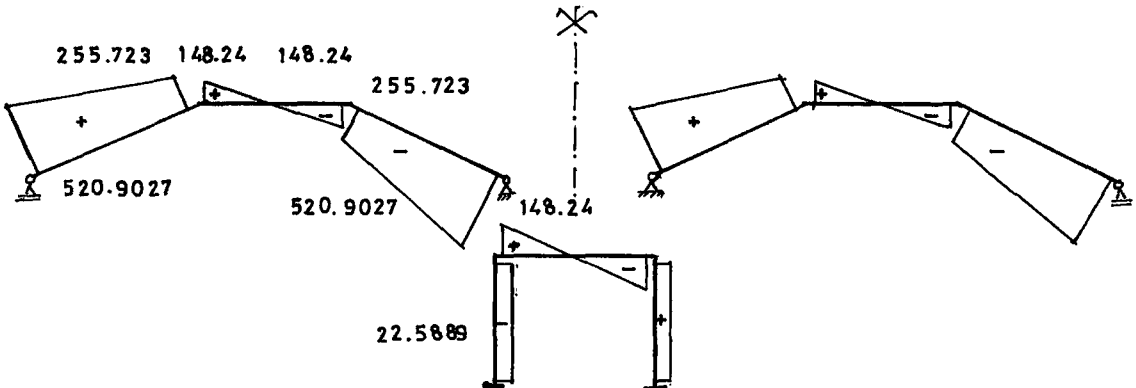
Şekil 2.45 T_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :

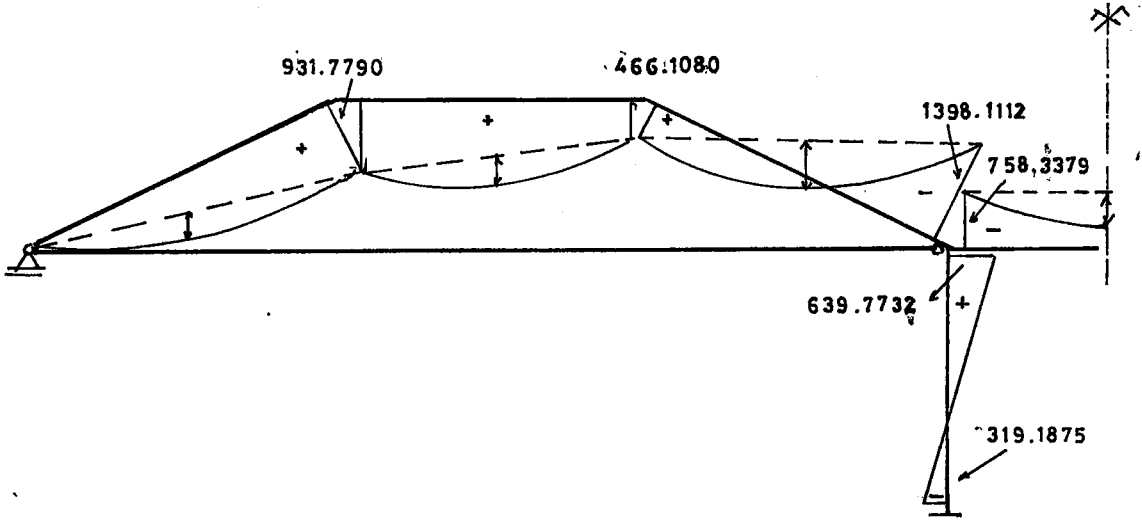


Şekil 2.46 T_2 Yükleme

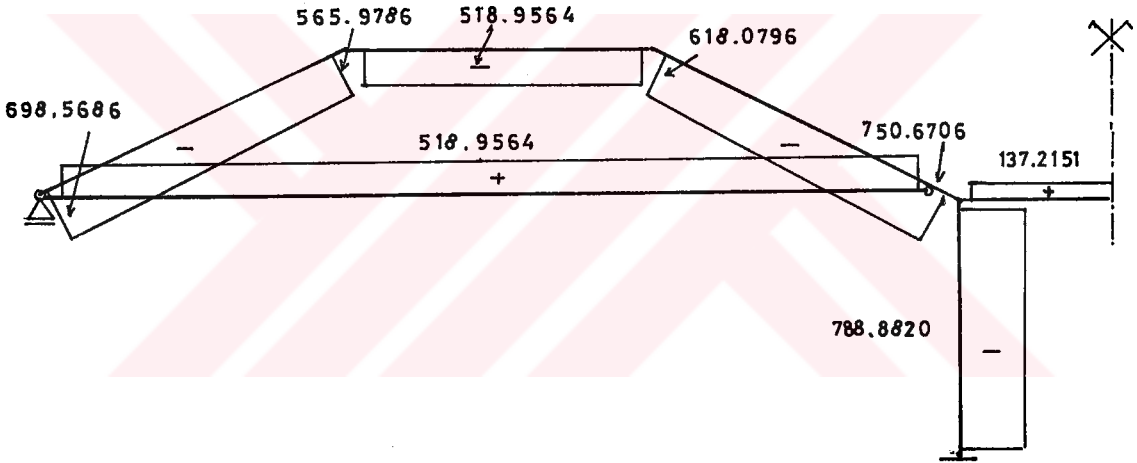
$x = 0$ Yükleme :



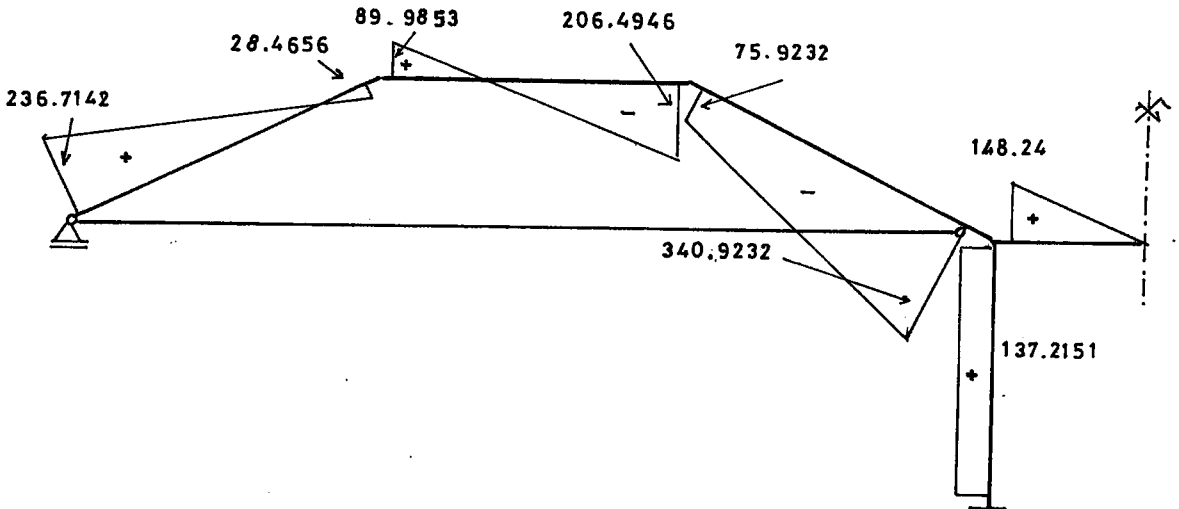
Şekil 2.47 T_0 Diyagramı



Şekil 2.48 G Yüklemesine Ait Moment Diyagramı



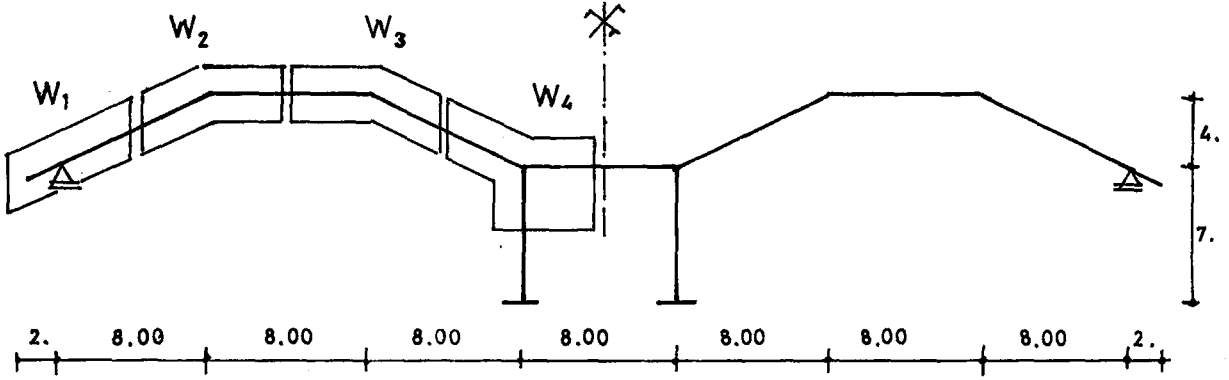
Şekil 2.49 G Yüklemesine Ait Normal Kuvvet Diyagramı



Şekil 2.50 G Yüklemesine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

2.5.4. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Deprem Etkisine Göre Hesap

Kabul: Deprem esnasında döşeme üstünde kar yığılması yoktur.



Şekil 2.51 Sisteme Ait Düğüm Noktası Ağırlıkları

G_1 'in Hesabı :

Döşeme Yükleri	: $5.59 \times (2 + 4.472) \times 6$	= 217.071 kN
Ana Kiriş Ağırlığı	: $(2 + 4.472) \times (1 - 0.18) \times 0.5 \times 24$	= 63.684 kN
Tali Kiriş Ağırlığı	: $6 \times (0.60 - 0.18) \times 0.30 \times 24$	= 18.144 kN
Gerginin Ağırlığı	: 1.41×4	= 5.64 kN

$$G_1 = 304.539 \text{ kN}$$

G_2 'in Hesabı :

Döşeme Yükleri	: $5.59 \times (4.472 + 4) \times 6$	= 284.151 kN
Ana Kiriş Ağırlığı	: $(4.472 + 4) \times (1 - 0.18) \times 0.5 \times 24$	= 83.364 kN
Tali Kiriş Ağırlığı	: $6 \times (0.60 - 0.18) \times 0.30 \times 24$	= 18.144 kN
Gerginin Ağırlığı	: 1.41×8	= 11.28 kN

$$G_2 = 396.939 \text{ kN}$$

G_3 'ün Hesabı :

Döşeme Yükleri	: $5.59 \times (4 + 4.472) \times 6$	= 284.151 kN
Ana Kiriş Ağırlığı	: $(4.472 + 4) \times (1 - 0.18) \times 0.5 \times 24$	= 83.364 kN

$$\begin{aligned} \text{Tali Kiriş Ağırlığı: } 6 \times (0.60 - 0.18) \times 0.30 \times 24 &= 18.144 \text{ kN} \\ \text{Gerginin Ağırlığı} &: 1.41 \times 8 &= 11.28 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\quad}{\quad} \\ G_3 = 396.939 \text{ kN}$$

G₄'ün Hesabı :

$$\begin{aligned} \text{Döşeme Yükleri} &: 5.59 \times (4.472 + 4) \times 6 &= 284.151 \text{ kN} \\ \text{Ana Kiriş Ağırlığı} &: (4.472 + 4) \times (1 - 0.18) \times 0.5 \times 24 &= 83.364 \text{ kN} \\ \text{Tali Kiriş Ağırlığı: } 6 \times (0.60 - 0.18) \times 0.30 \times 24 &= 18.144 \text{ kN} \\ \text{Kolon Ağırlığı} &: &= 22.68 \text{ kN} \\ \text{Gerginin Ağırlığı} &: 1.41 \times 4 &= 5.64 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\quad}{\quad} \\ G_4 = 406.419 \text{ kN}$$

Hareketli Yükler :

$$Q_1 = (2 + 4.472) \times 6 \times 0.75 = 29.124 \text{ kN}$$

$$Q_2 = (4 + 4.472) \times 6 \times 0.75 = 38.124 \text{ kN}$$

$$Q_3 = (4 + 4.472) \times 6 \times 0.75 = 38.124 \text{ kN}$$

$$Q_4 = (4.472 + 4) \times 6 \times 0.75 = 38.124 \text{ kN}$$

$$W_1 = G_1 + Q_1 = 333.663 \text{ kN}$$

$$W_2 = G_2 + Q_2 = 435.063 \text{ kN}$$

$$W_3 = G_3 + Q_3 = 435.063 \text{ kN}$$

$$W_4 = G_4 + Q_4 = 444.543 \text{ kN}$$

$$ZW = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 1648.332 \text{ kN}$$

$$F = C.W = 0.1 \times 1648.332 = 164.8332 \text{ kN}$$

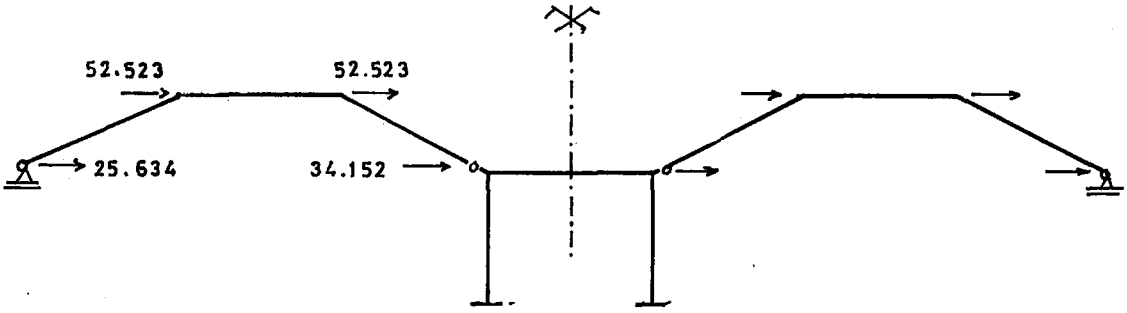
Tablo 2.6 Düğüm Noktalarından Etkiyen Deprem Yükleri

i	W _i	h _i	W _i × h _i	F _i
1	333.663	7	2335.641	25.634
2	435.063	11	4785.693	52.523
3	435.063	11	4785.693	52.523
4	444.543	7	3111.801	34.152

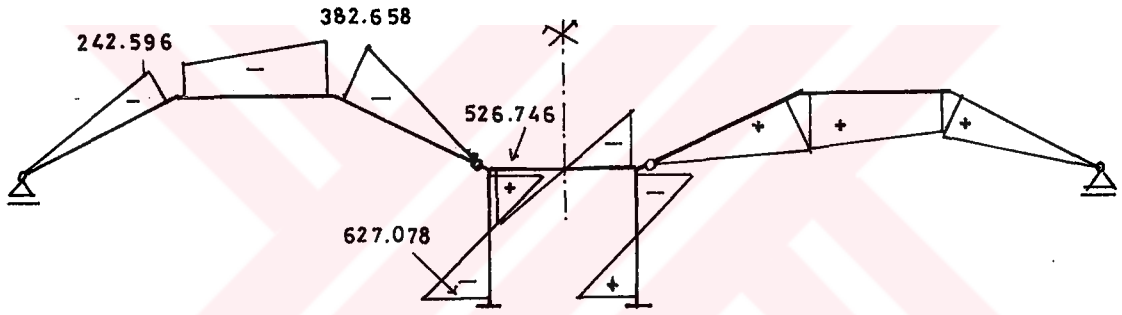
$$F_i = F \times \frac{W_i \times h_i}{\sum W_i \times h_i}$$

$$\sum W_i h_i = 15018.828$$

$x=0$ Yüklemesi :



Şekil 2.52 $x=0$ Yüklemesi

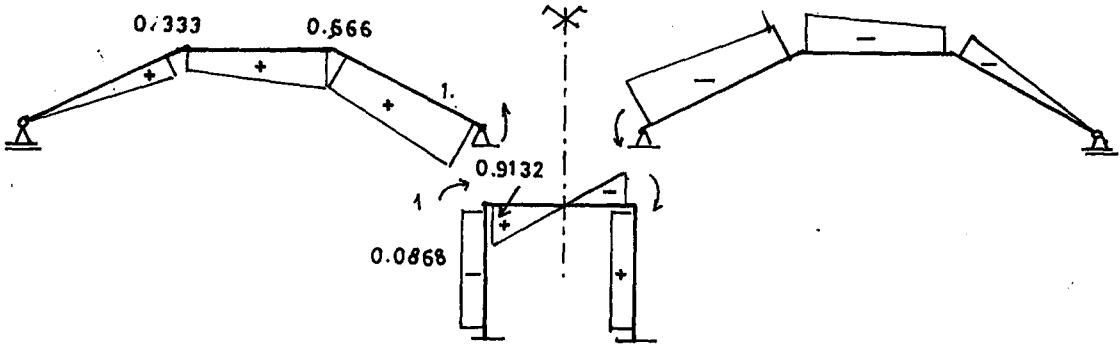


Şekil 2.53 M_0 Diyagramı

Deprem yüklemesi için denklem takımı şu hale gelir

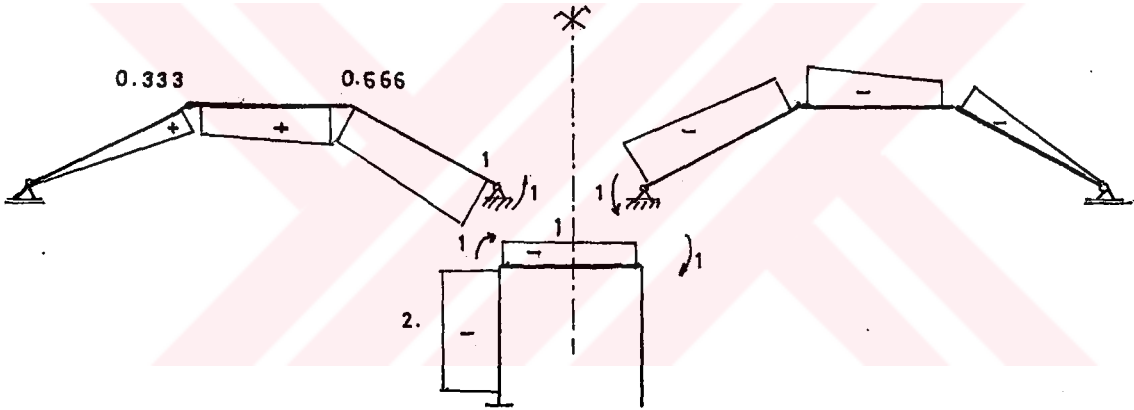
$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 0 & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{33} & \delta_{34} \\ 0 & 0 & \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta_{30} \\ \delta_{40} \end{bmatrix} \quad x_1 = x_2 = 0$$

$x_3 = 1$ Yüklemesi : Hiperstatik Esas Sistem



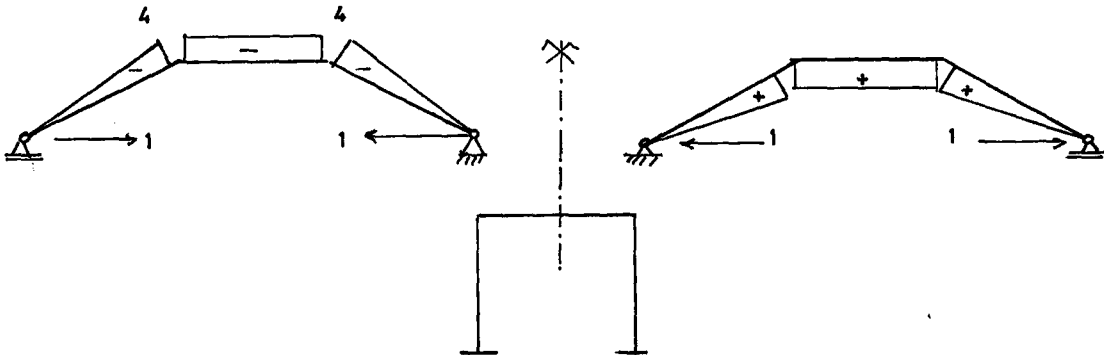
Şekil 2.54 M_3 Diyagramı

$x_3 = 1$ Yüklemesi : İzostatik Esas Sistem



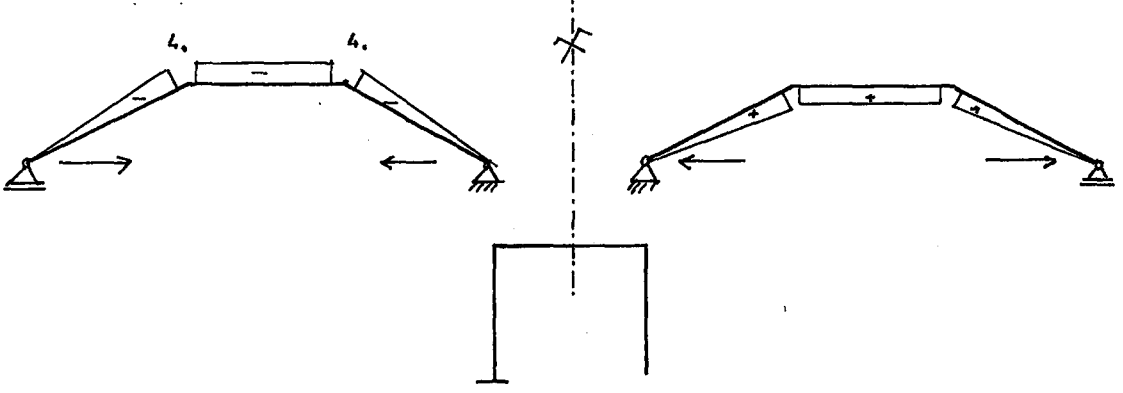
Şekil 2.55 (M_3) Diyagramı

$x_4 = 1$ Yüklemesi : Hiperstatik Esas Sistem



Şekil 2.56 M_4 Diyagramı

$x_4 = 1$ Yüklemesi : İzostatik Esas Sistem



Şekil 2.57 (M_4) Diyagramı

$$\begin{bmatrix} 19.81 & -67.752072 \\ -67.752072 & 616.672 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4298.17296 \\ -34920.908 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = 37.319917$$

$$x_4 = -52.527770$$

Süperpozisyon denklemleri :

$$M = M_o + 37.319917 \times M_3 - 52.52777 \times M_4$$

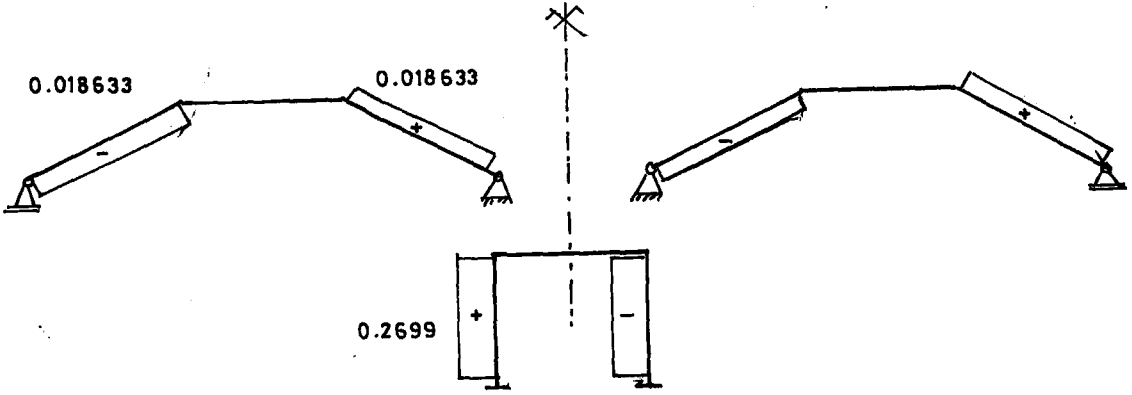
$$N = N_o + 37.319917 \times N_3 - 52.52777 \times N_4$$

$$T = T_o + 37.319917 \times T_3 - 52.52777 \times T_4$$

K.S.D. kontrolü sonucu rölatif hata 0.0011 olarak bulunmuştur.

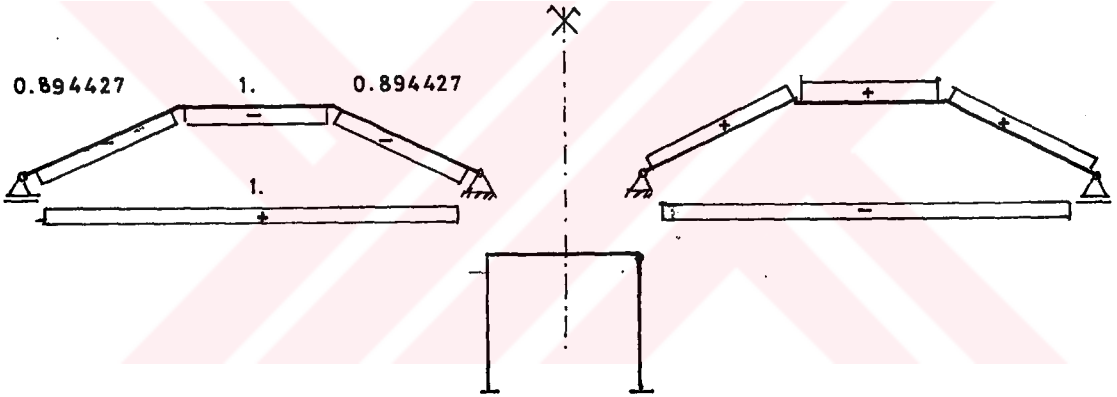
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_3 = 1$ Yükleme :



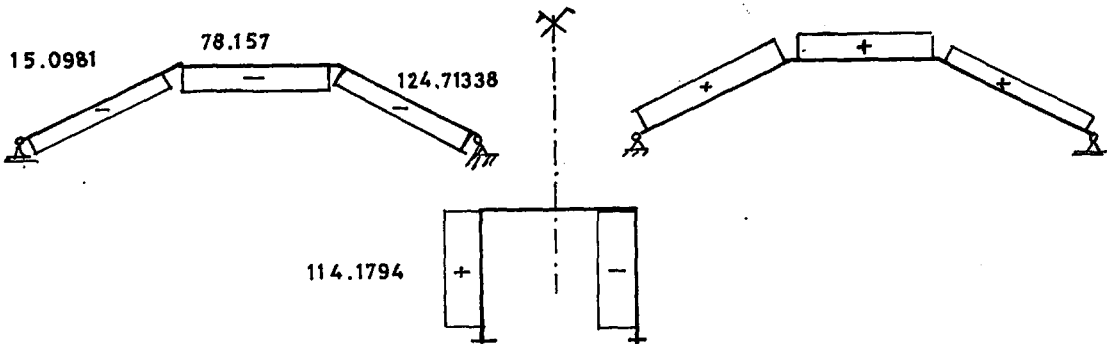
Şekil 2.58 N_3 Diyagramı

$x_4 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.59 N_4 Diyagramı

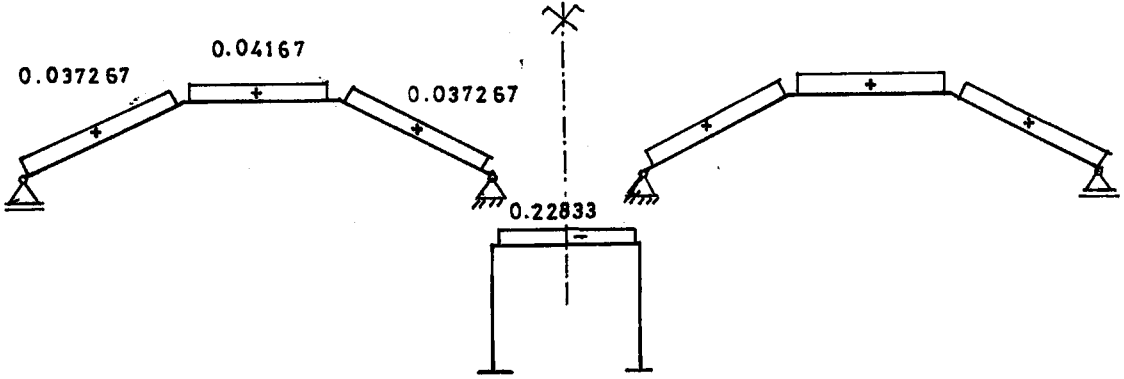
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.60 N_0 Diyagramı

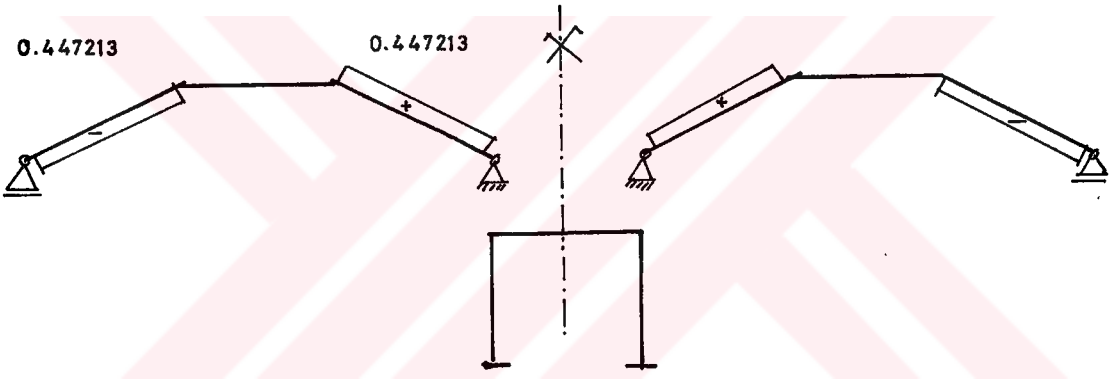
Kesme Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_3 = 1$ Yükleme :



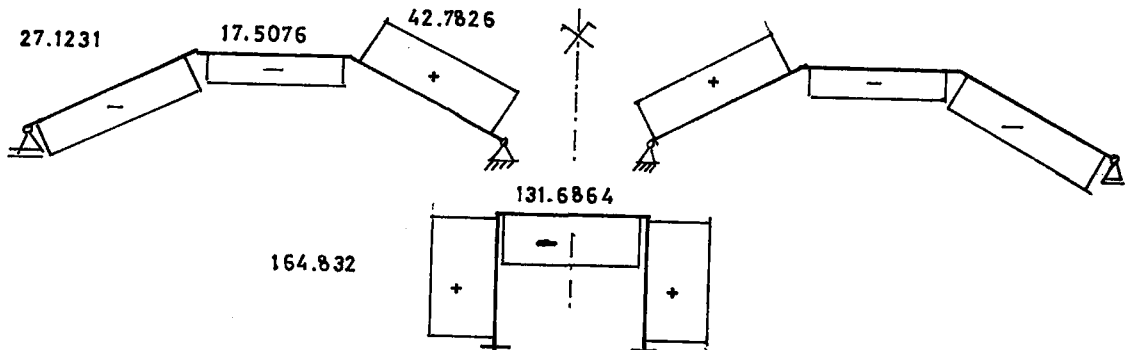
Şekil 2.61 T_3 Diyagramı

$x_4 = 1$ Yükleme :

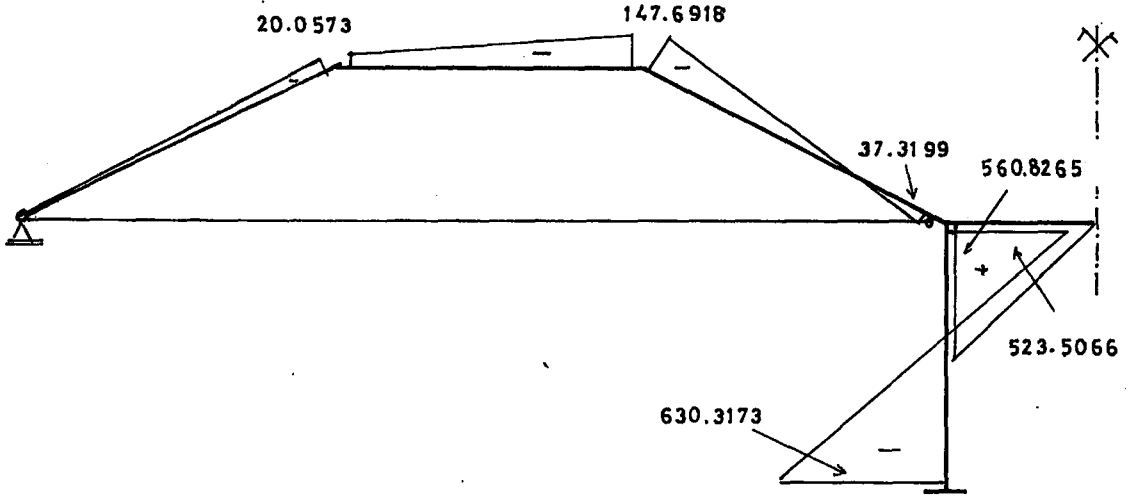


Şekil 2.62 T_4 Diyagramı

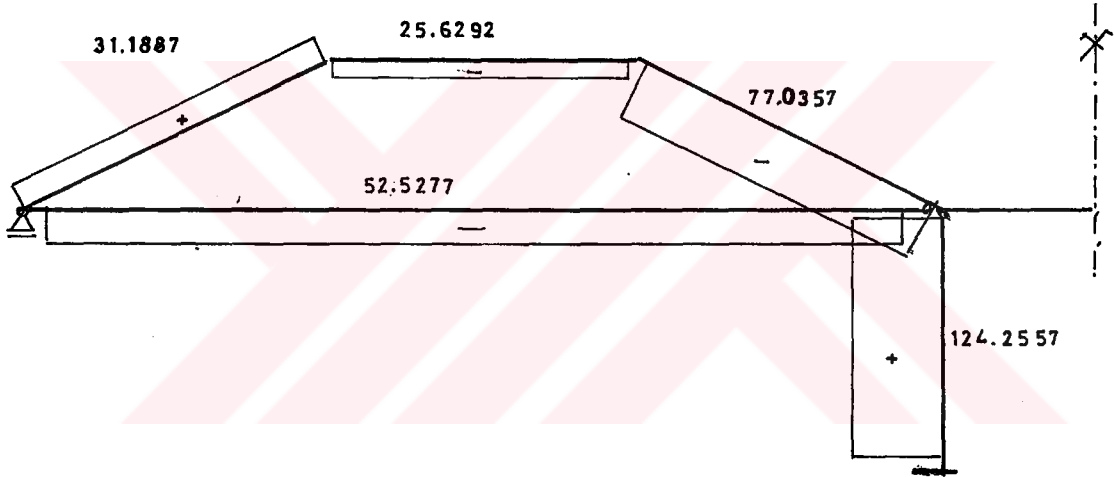
$x = 0$ Yükleme :



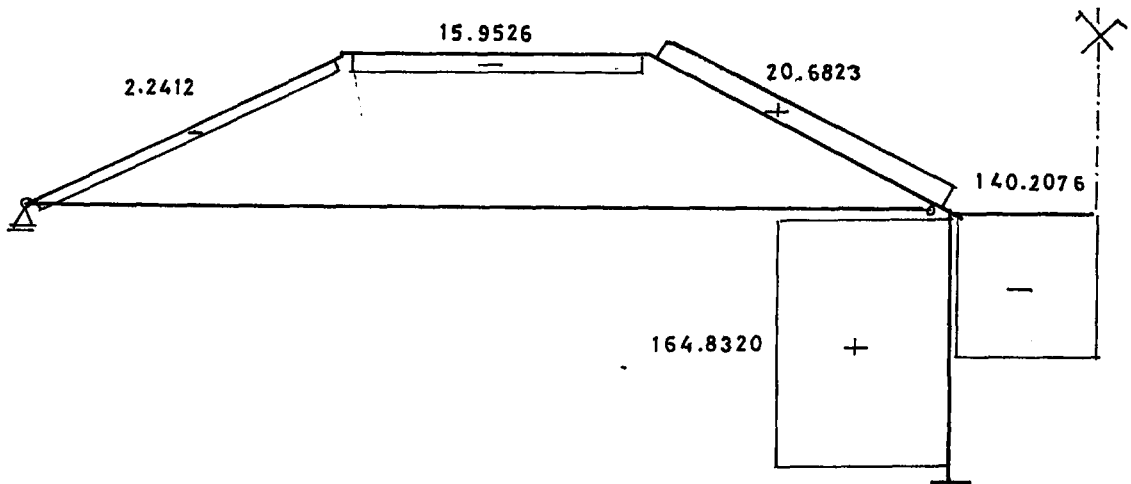
Şekil 2.63 T_0 Diyagramı



Şekil 2.64 E Yüklemesine Ait Moment Diyagramı



Şekil 2.65 E Yüklemesine Ait Normal Kuvvet Diyagramı



Şekil 2.66 E Yüklemesine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

2.5.5. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Düzgün Yayılı Kar Etkisine, P_1 , Göre Hesap:

Yük Analizi :

Tali kirişten aktarılan yük : $0.75 \times 6 = 4.5 \text{ kN/m}$

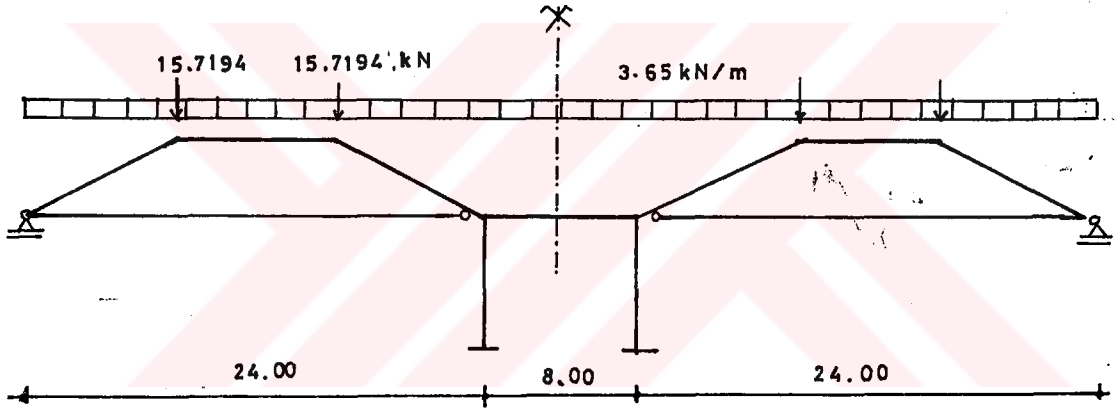
$$B_l = 0.3158 \times 4.5 \times 6 = 8.5266 \text{ kN}$$

$$B_r = 0.2664 \times 4.5 \times 6 = 7.1928 \text{ kN}$$

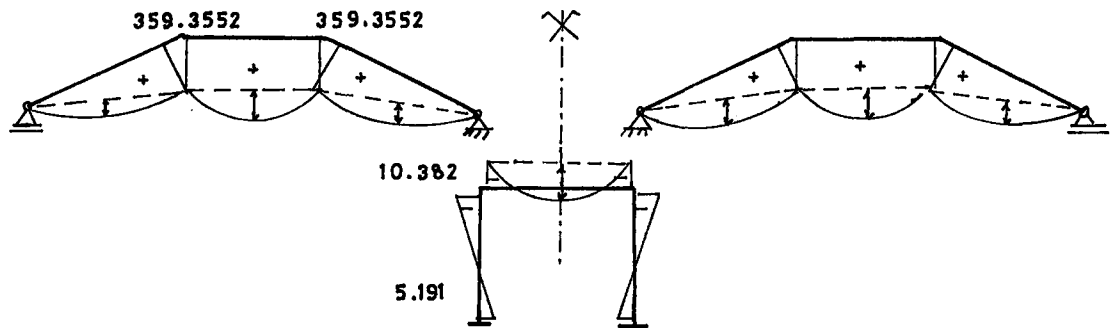
$$V_B = 15.7194 \text{ kN}$$

Döşemeden aktarılan yük :

$$2 \times \frac{0.75 \times 6}{3} \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2 \times 1.33^2} \right) = 3.650 \text{ kN/m}$$



Şekil 2.67 Sisteme Etkiyen Düzgün Yayılı Kar Etkisi



Şekil 2.68 M_0 Diyagramı

Denklemler Takımı:

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.876 \\ -33.876 & 308.3359 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3331.6140 \\ 21389.6002 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -143.593861$$

$$x_2 = 53.594838$$

Süperpozisyon Denklemleri :

$$M = M_o - 143.593861 \times M_1 + 53.594838 \times M_2$$

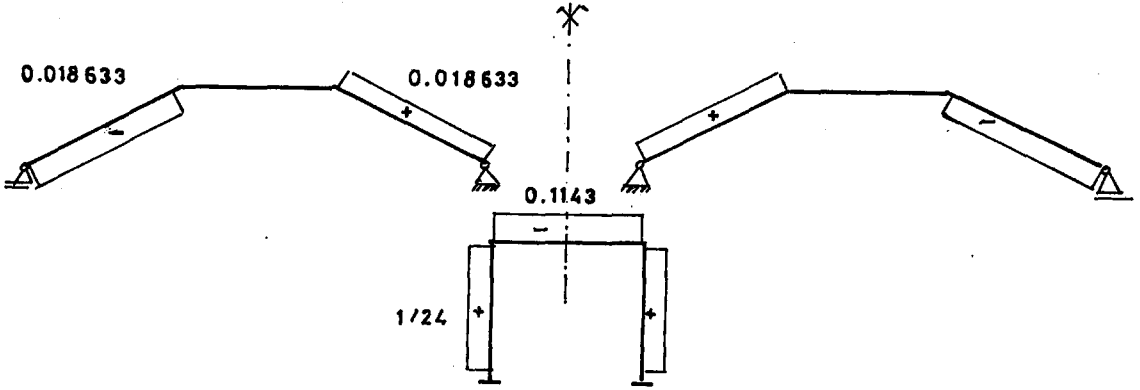
$$N = N_o - 143.593861 \times N_1 + 53.594838 \times N_2$$

$$T = T_o - 143.593861 \times T_1 + 53.594838 \times T_2$$

K.S.D. kontrolü sonucu rölatif hata 0.0005 olarak bulunmuştur.

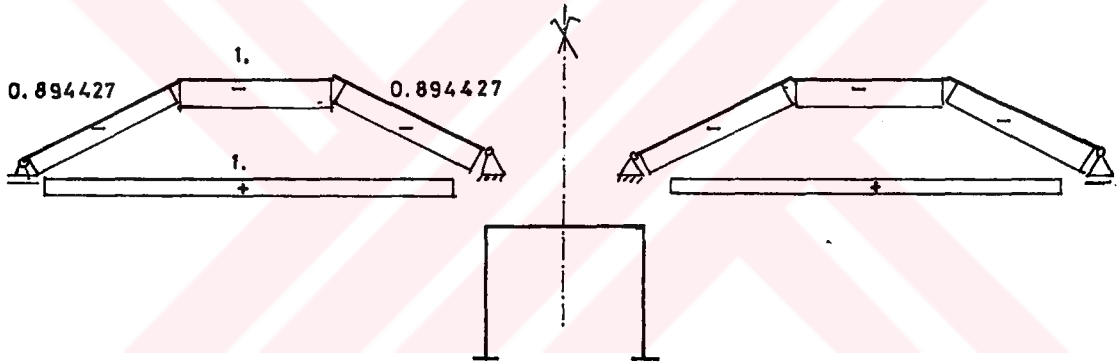
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



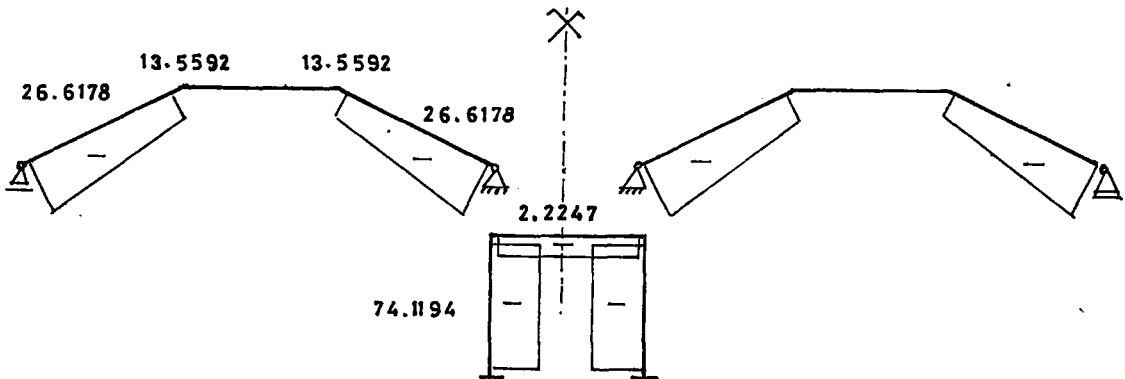
Şekil 2.69 N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.70 N_2 Yükleme

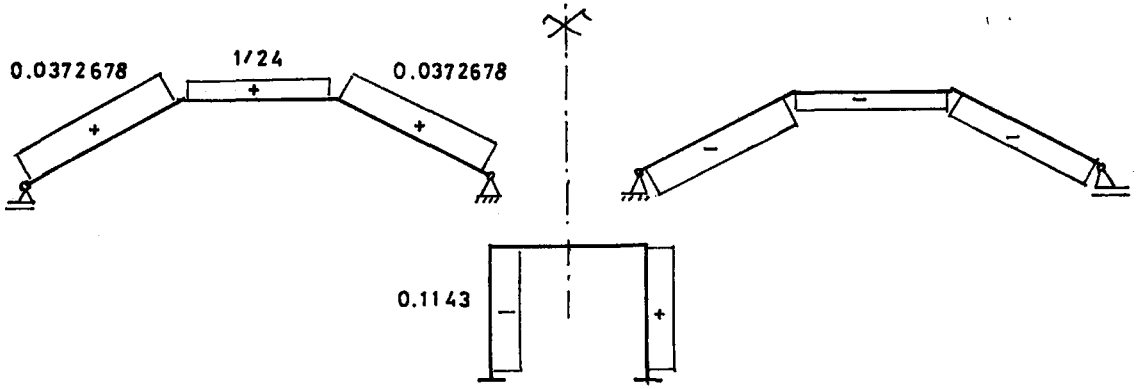
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.71 N_0 Diyagramı

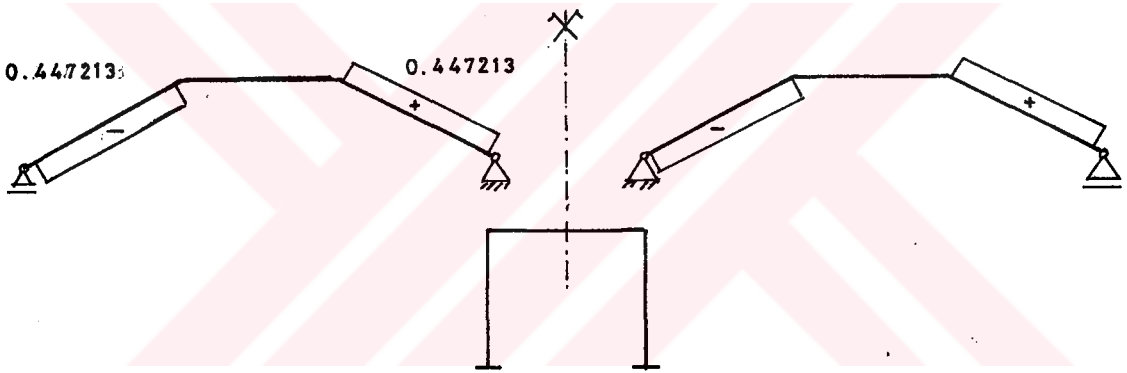
Kesme Kuvveti Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



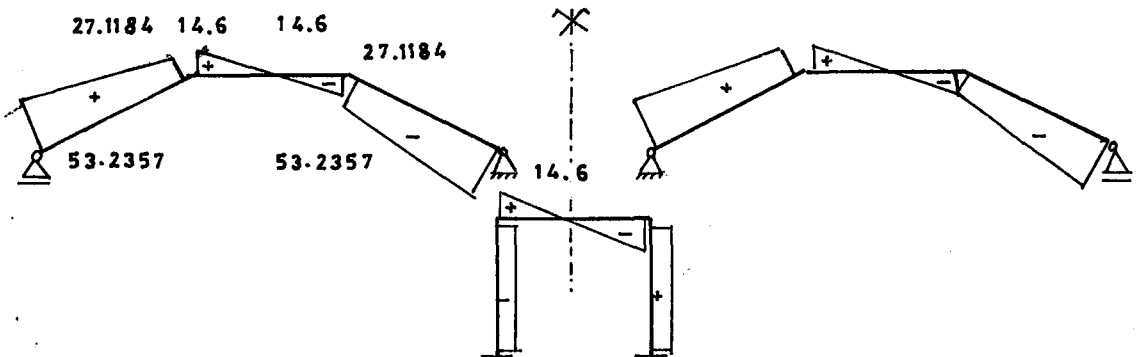
Şekil 2.72 T_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :

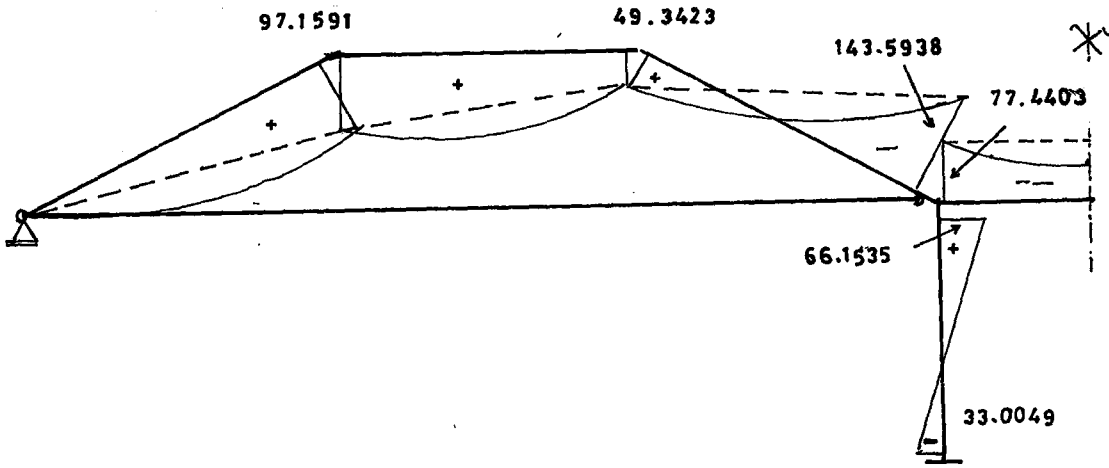


Şekil 2.73 T_2 Yükleme

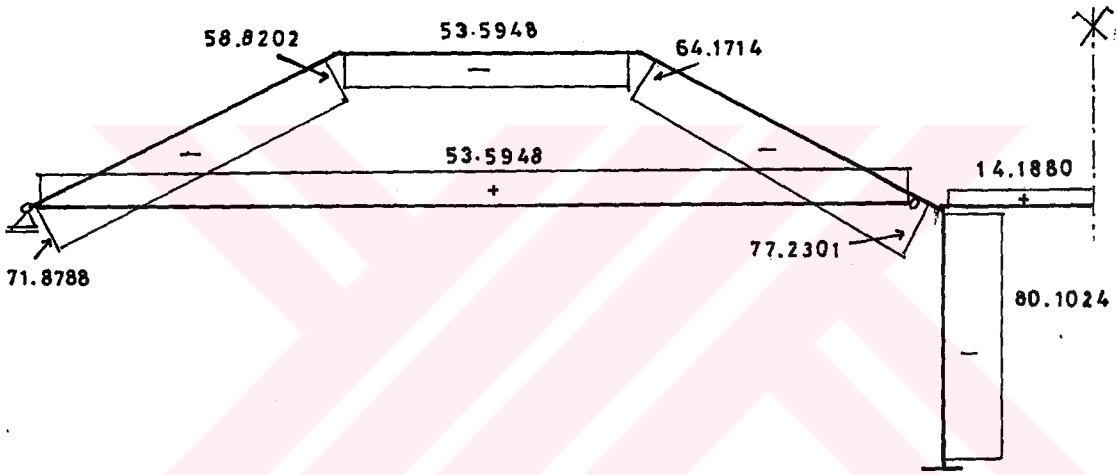
$x = 0$ Yükleme :



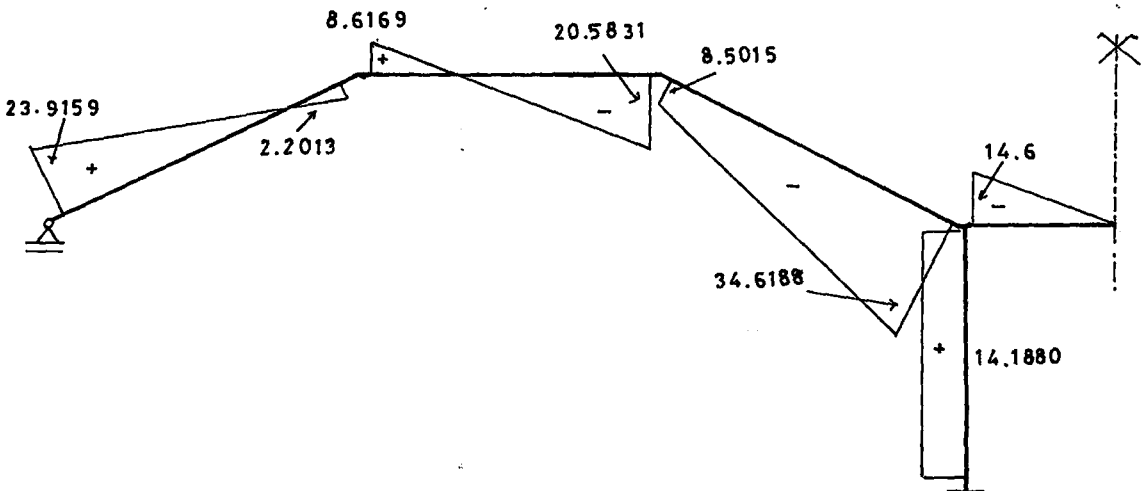
Şekil 2.74 T_0 Diyagramı



Şekil 2.75 P_1 Yüklemesine Ait Moment Diyagramı



Şekil 2.76 P_1 Yüklemesine Ait Normal Kuvvet Diyagramı

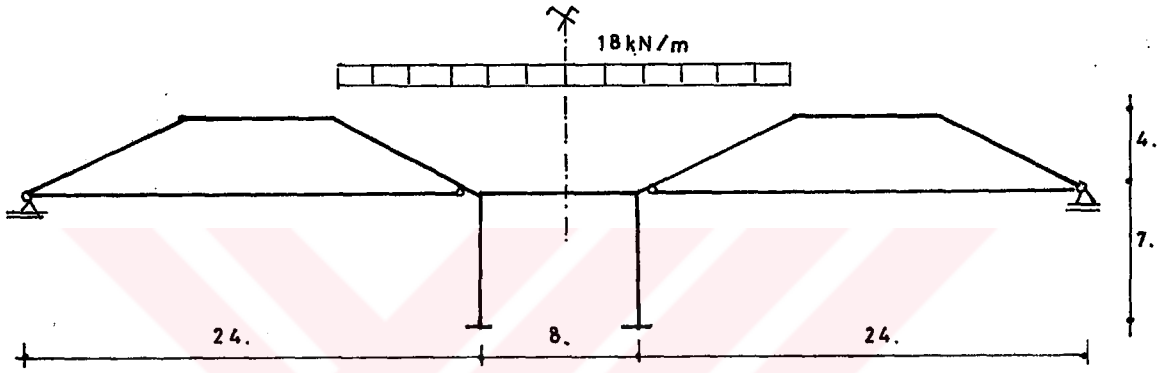


Şekil 2.77 P_1 Yüklemesine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

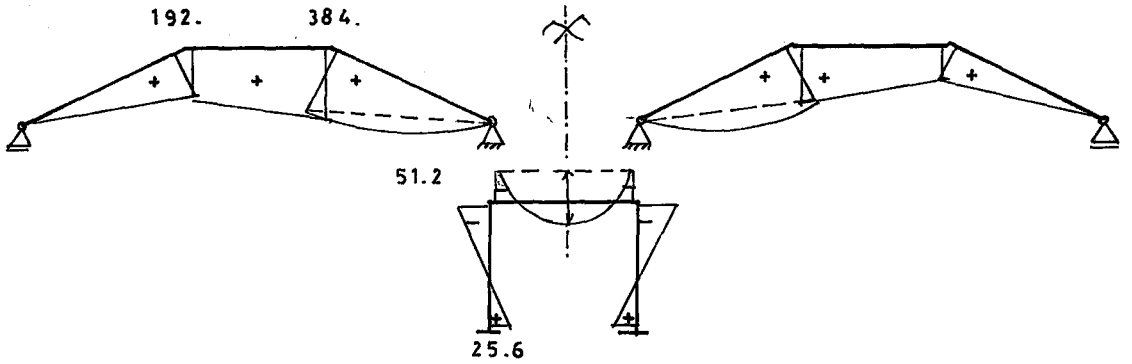
2.5.6. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Orta Bölümde Kar Birikmesine, P_2 , Göre Hesap :

TS 498'e göre : Yapının çatı düzeni gereğince karın birikebileceği kısımlarda 150 kgf/m^3 yoğunlukta karla dolacağı gözönüne alınacaktır.

$$P_2 = 2 \times 0.15 \times 6 = 1.8 \text{ t/m} = 18 \text{ kN/m}$$



Şekil 2.78 Kar Birikmesi Etkisine Ait Yükleme



Şekil 2.79 M_0 Diyagramı

Denklemler Takımı :

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.876 \\ -33.876 & 308.3359 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3613.3944 \\ 17802.2400 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -242.470331$$

$$x_2 = -31.0969757$$

Süperpozisyon denklemleri :

$$M = M_o - 242.470331 \times M_1 + 31.0969757 \times M_2$$

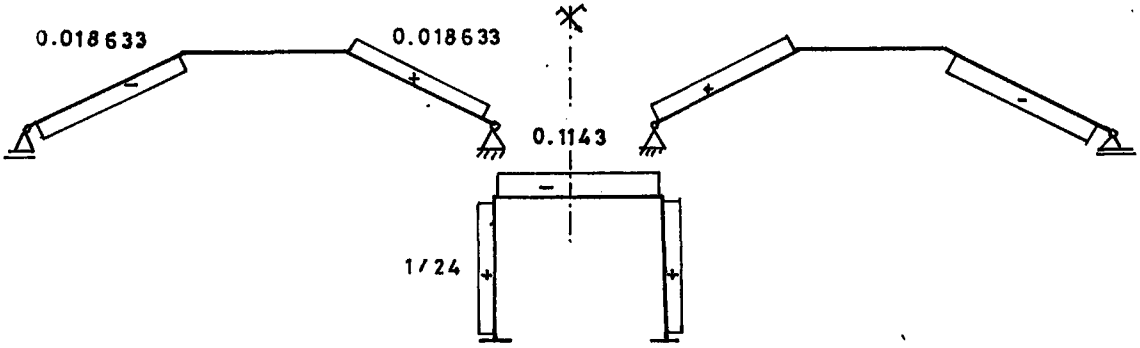
$$N = N_o - 242.470331 \times N_1 + 31.0969757 \times N_2$$

$$T = T_o - 242.470331 \times T_1 + 31.0969757 \times T_2$$

K.S.D. ile kontrol sonucu rölatif hata 0.0014 olarak bulunmuştur.

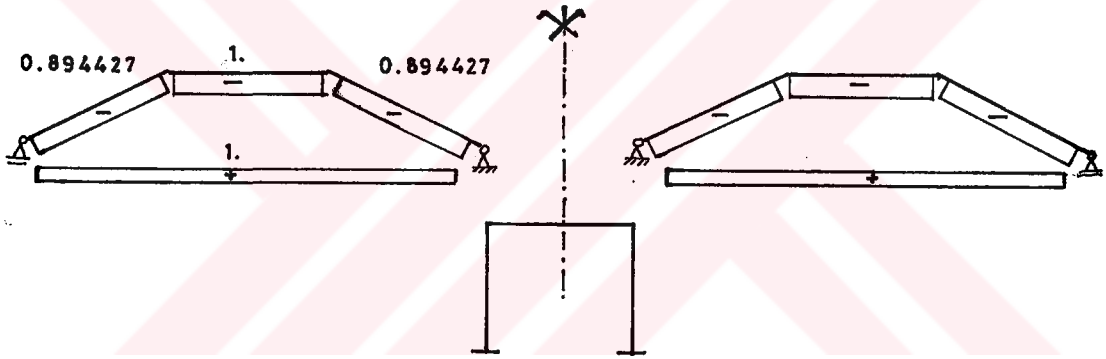
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



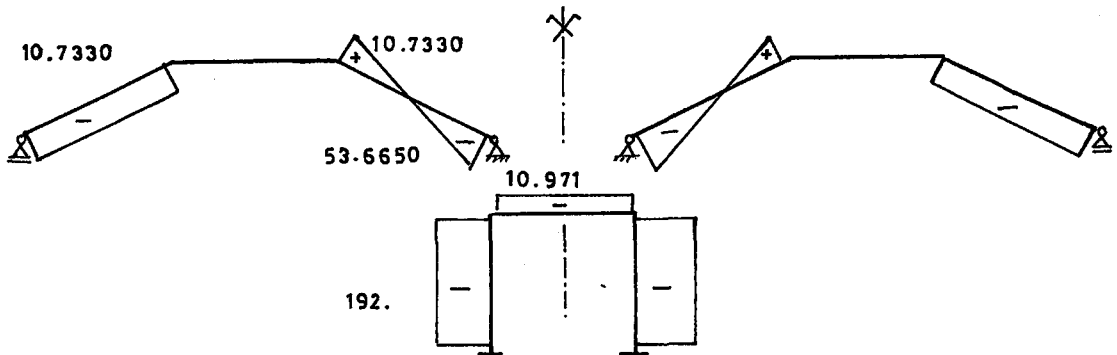
Şekil 2.80 N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.81 N_2 Yükleme

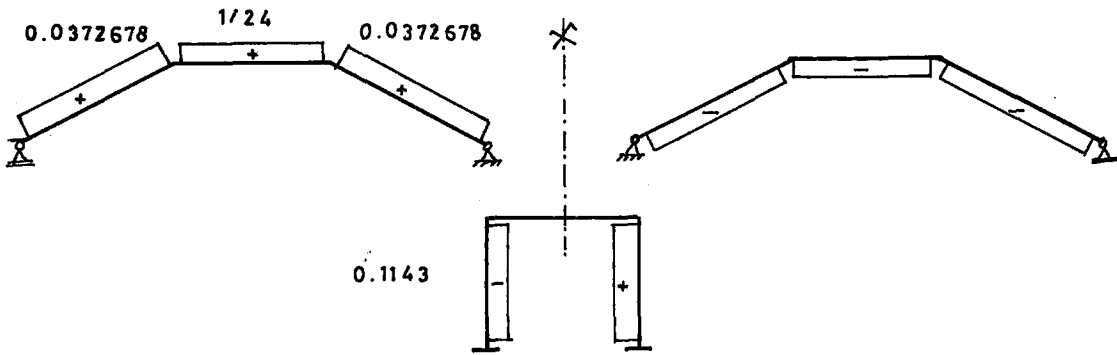
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.82 N_0 Diyagramı

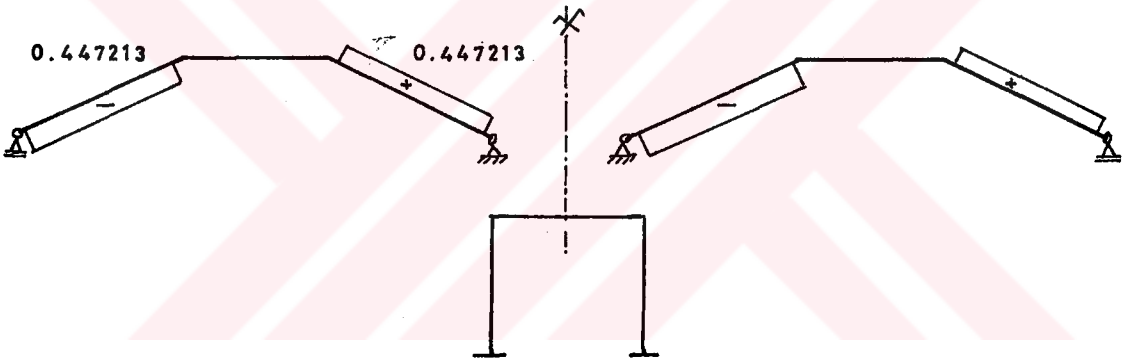
Kesme Kuvveti Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yüklemesi :



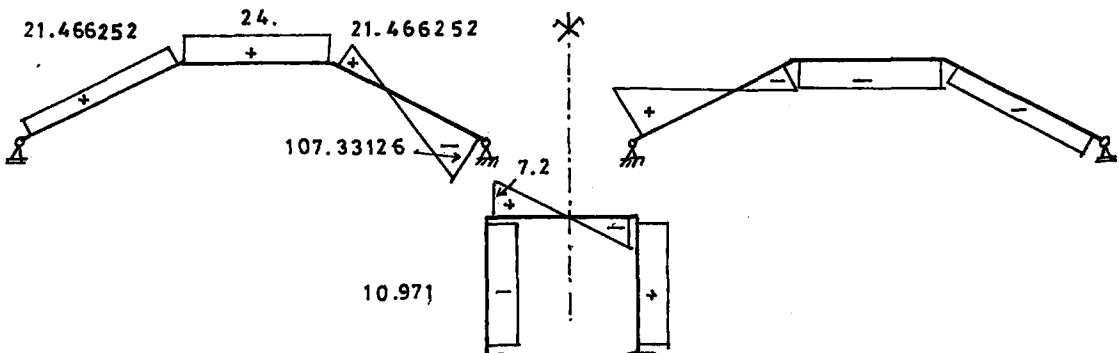
Şekil 2.83 T_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme : :

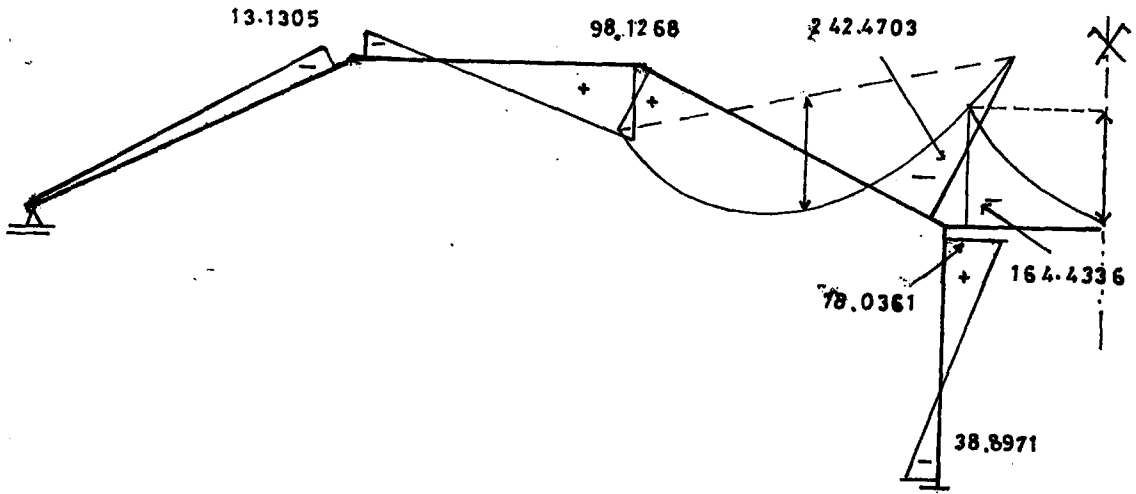


Şekil 2.84 T_2 Yüklemesi

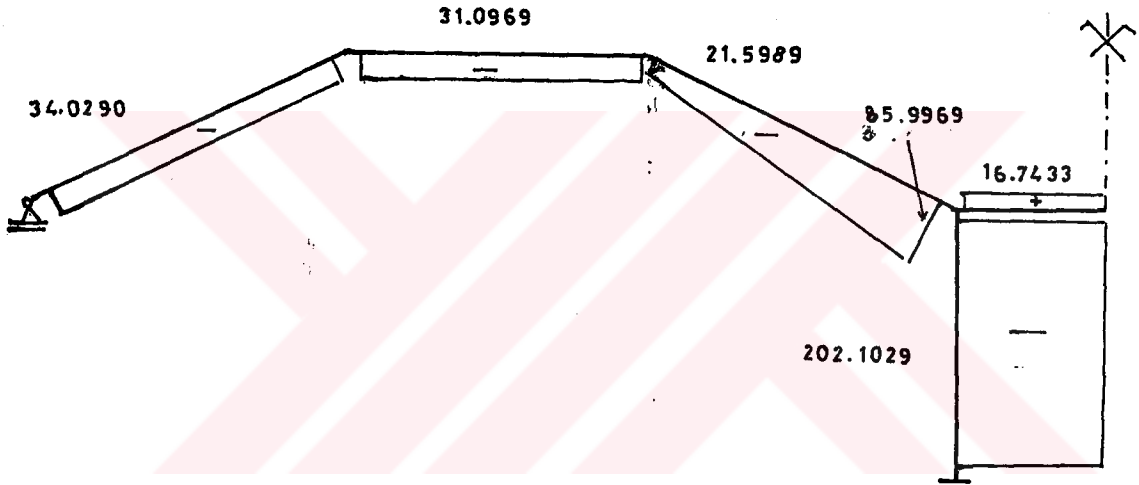
x= 0 Yüklemesi :



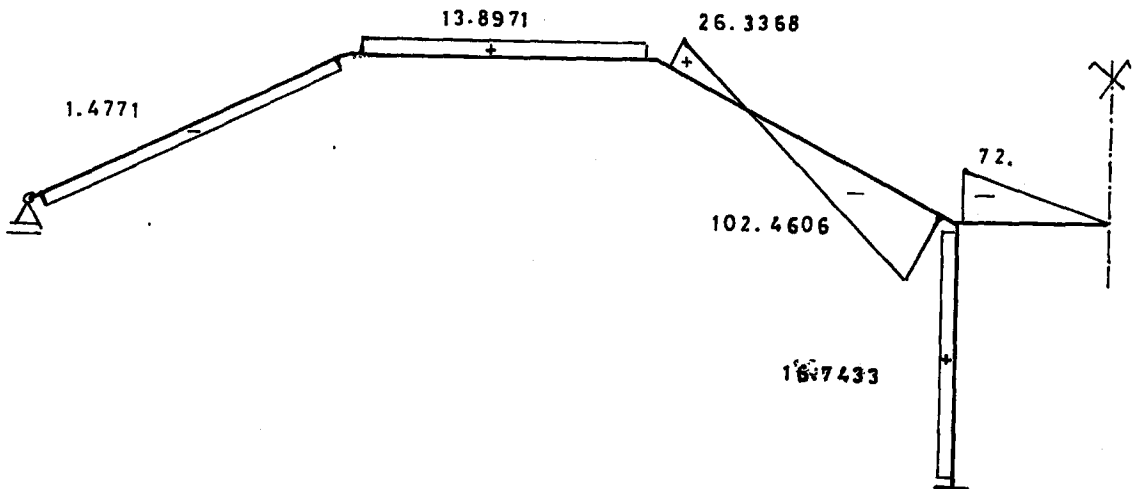
Şekil 2.85 T_o Diyagramı



Şekil 2.86 P_2 Yüklemesine Ait Moment Diyagramı

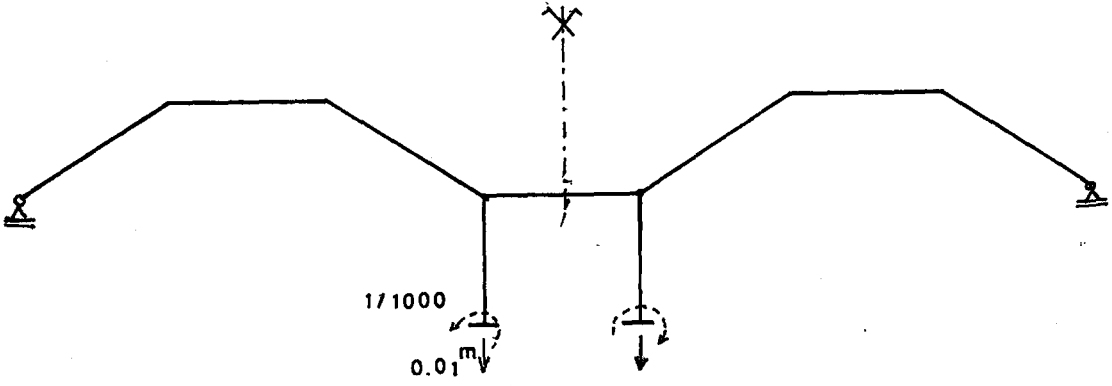


Şekil 2.87 P_2 Yüklemesine Ait Normal Kuvvet Diyagramı

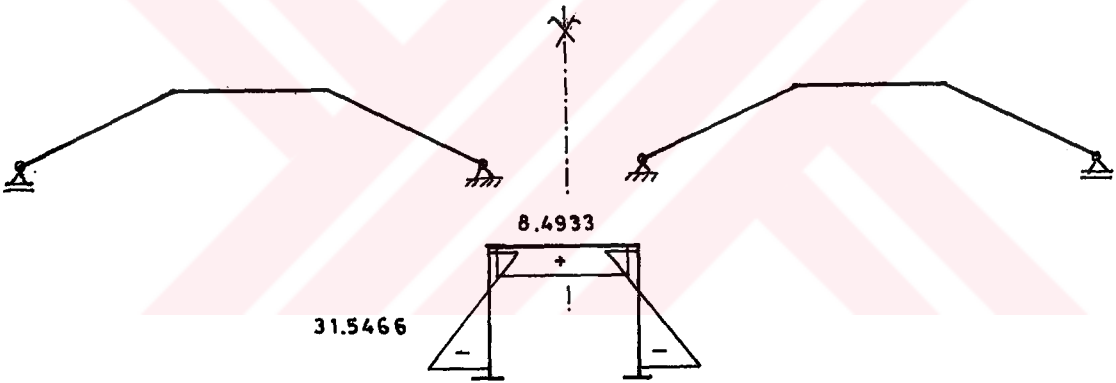


Şekil 2.88 P_2 Yüklemesine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

2.5.7. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Mesnet Çökmelerine Göre Hesap :



Şekil 2.89 Sisteme Ait Mesnet Çökmeleri



Şekil 2.90 M_0 Diyagramı

Denklemler Takımı

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.8760 \\ -33.8760 & 308.335933 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.118493 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 2.7967616$$

$$x_2 = 0.3072723$$

Süperpozisyon denklemleri :

$$M = M_v + 2.7967616 \times M_1 + 0.3072723 \times M_2$$

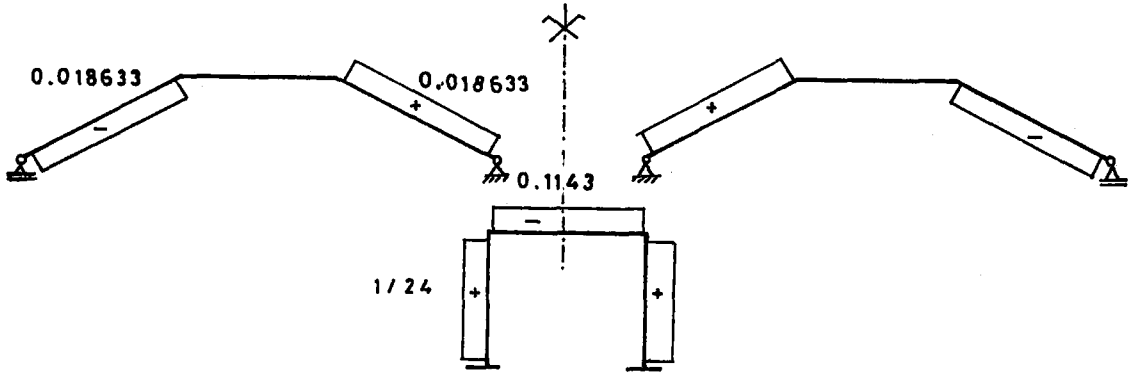
$$N = N_v + 2.7967616 \times N_1 + 0.3072723 \times N_2$$

$$T = T_v + 2.7967616 \times T_1 + 0.3072723 \times T_2$$

K.S.D. ile kontrol sonucu rölatif hata 0.00055 olarak bulunmuştur.

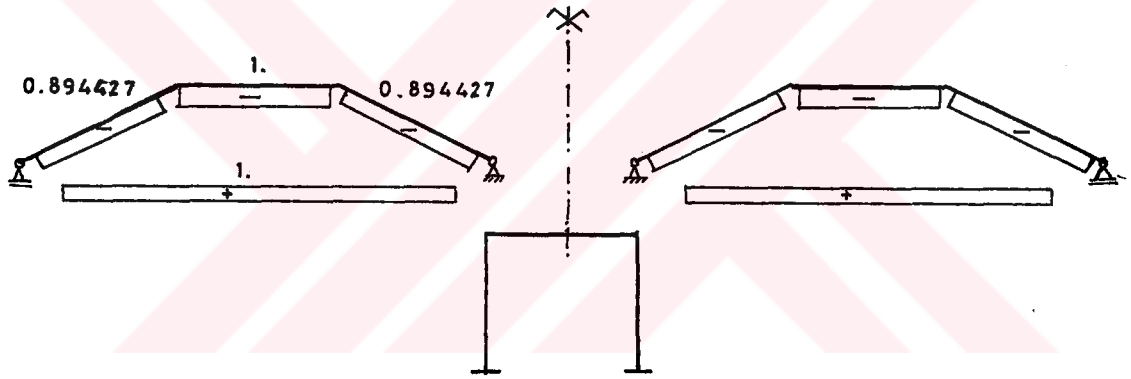
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



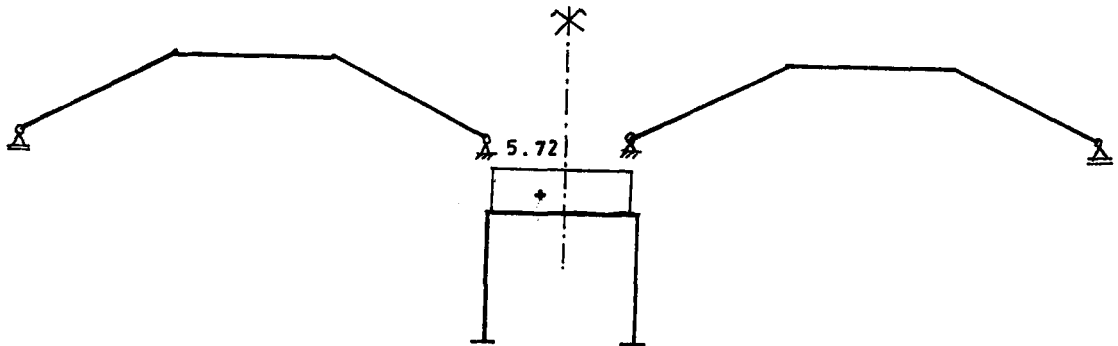
Şekil 2.91, N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.92 N_2 Yükleme

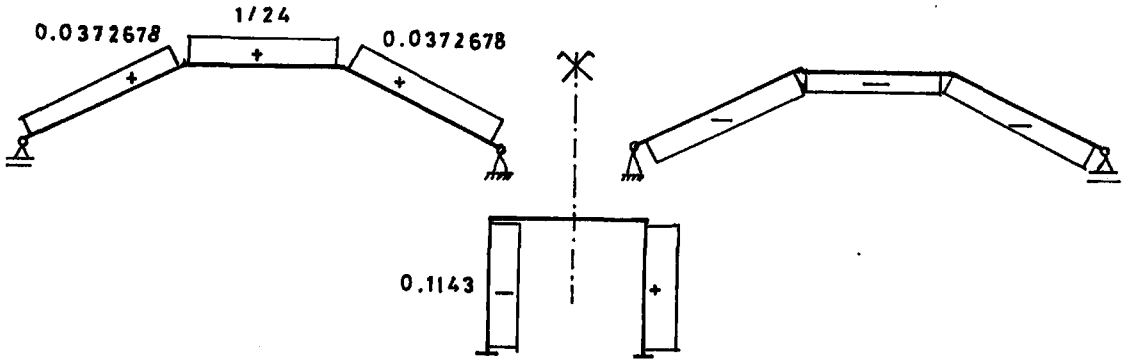
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.93 N_0 Diyagramı

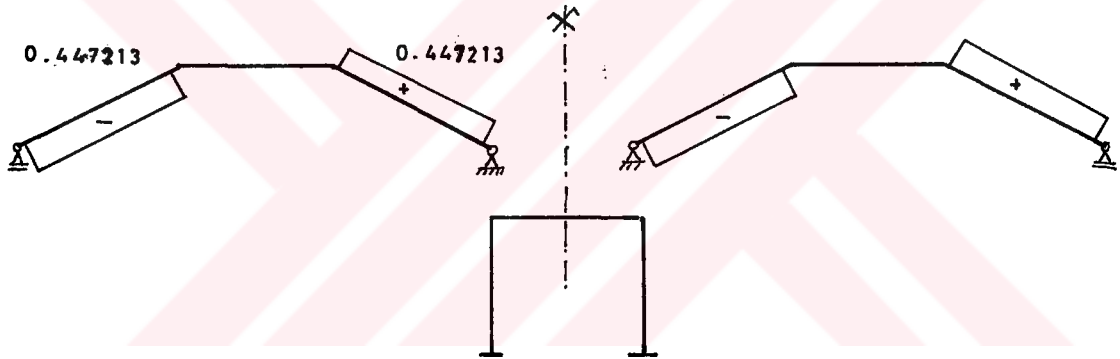
Kesme Kuvveti Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



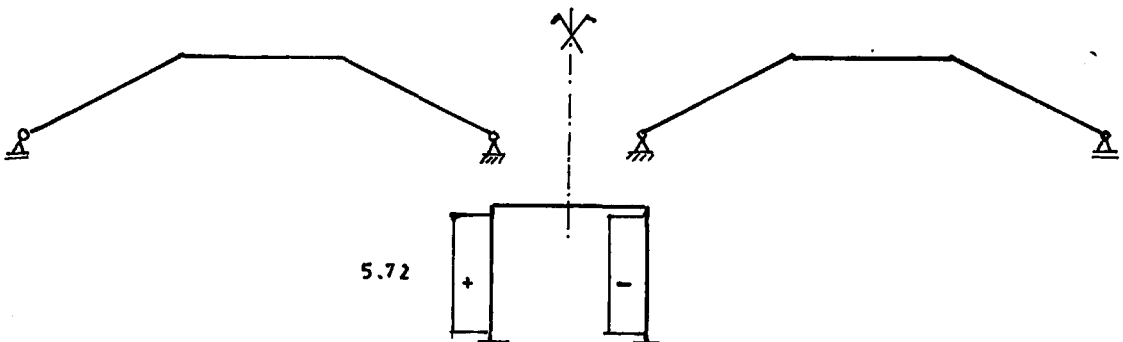
Şekil 2.94 T_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :

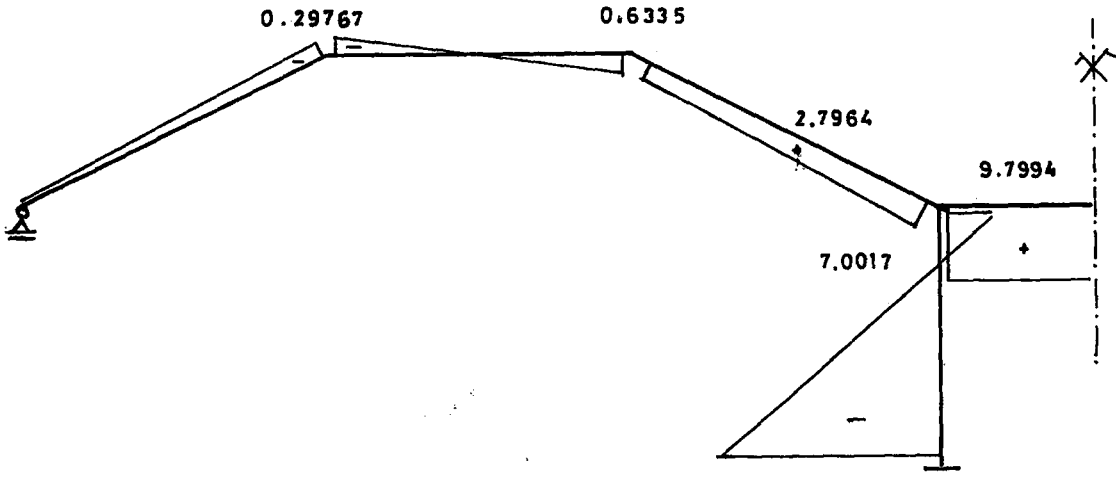


Şekil 2.95 T_2 Diyagramı

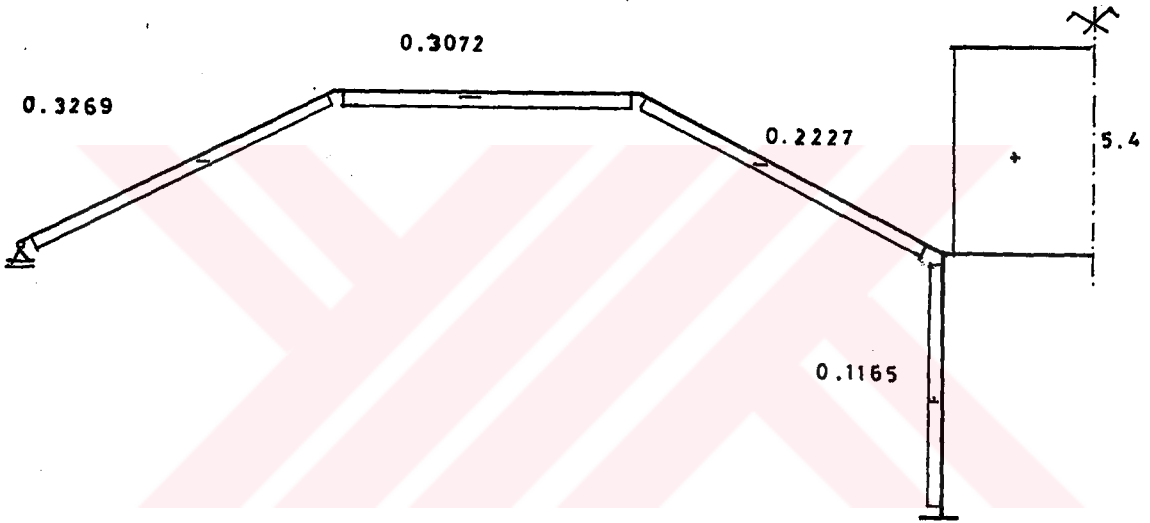
$x = 0$ Yükleme :



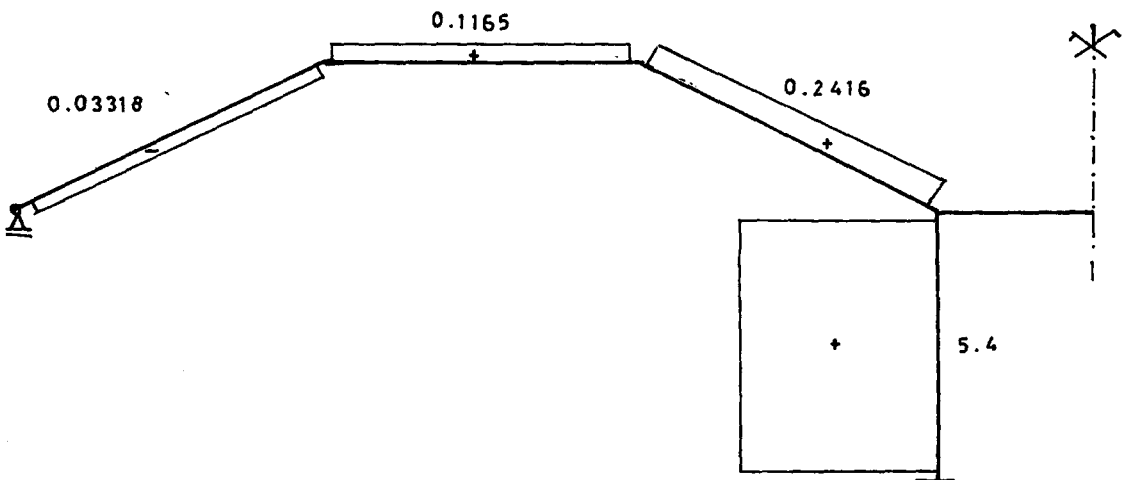
Şekil 2.96 $T_0 = T_v$ Diyagramı



Şekil 2.97 Mesnet Çökmelerine Moment Diyagramı

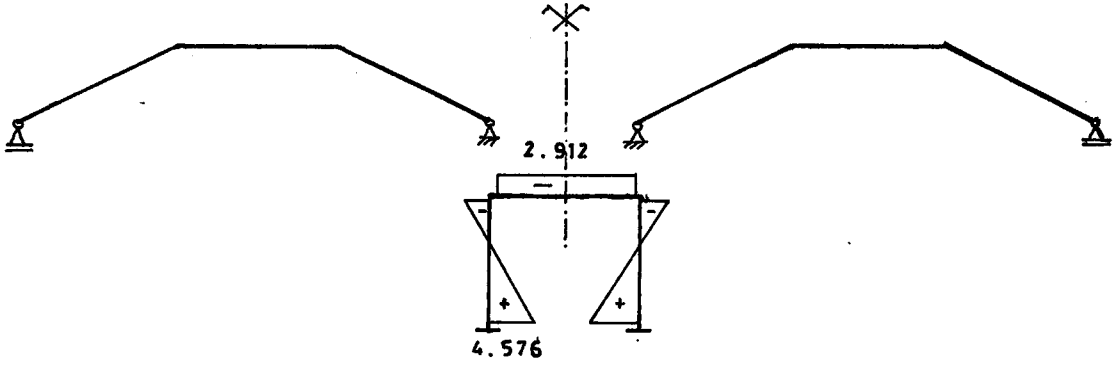


Şekil 2.98 Mesnet Çökmelerine Ait Normal Kuvvet Diyagramı



Şekil 2.99 Mesnet Çökmelerine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

2.5.8. Hiperstatik Esas Sistem Kullanarak Sıcaklık Değişmesine Göre Hesap :



Şekil 2.100 M_0 Diyagramı

Denklem Takımı

$$\begin{bmatrix} 10.5578 & -33.8760 \\ -33.8760 & 309.335933 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.217789 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 0.617002157$$

$$x_2 = 0.067788288$$

Süperpozisyon denklemleri :

$$M = M_t + 0.617002157 \times M_1 + 0.067788288 \times M_2$$

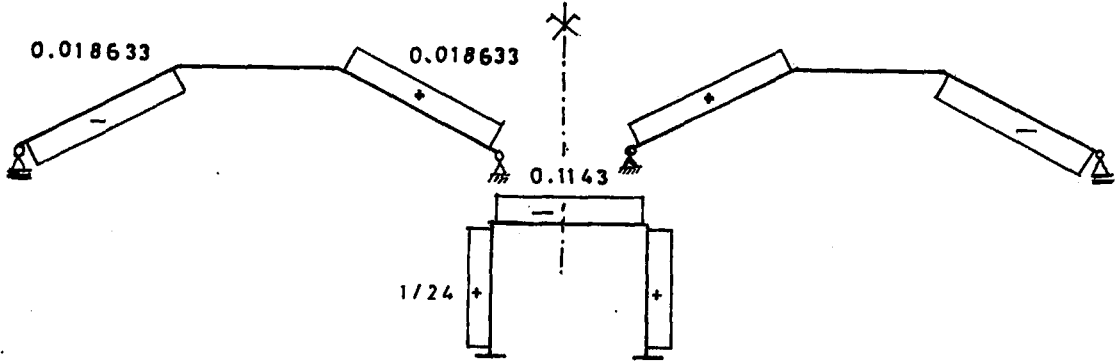
$$N = N_t + 0.617002157 \times N_1 + 0.067788288 \times N_2$$

$$T = T_t + 0.617002157 \times T_1 + 0.067788288 \times T_2$$

K.S.D. ile kontrol sonucu rölatif hata 0.00027 olarak bulunmuştur.

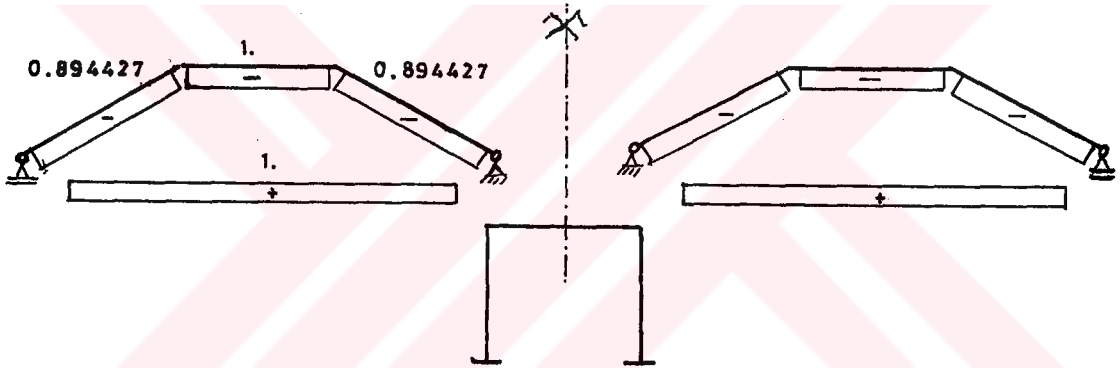
Normal Kuvvet Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



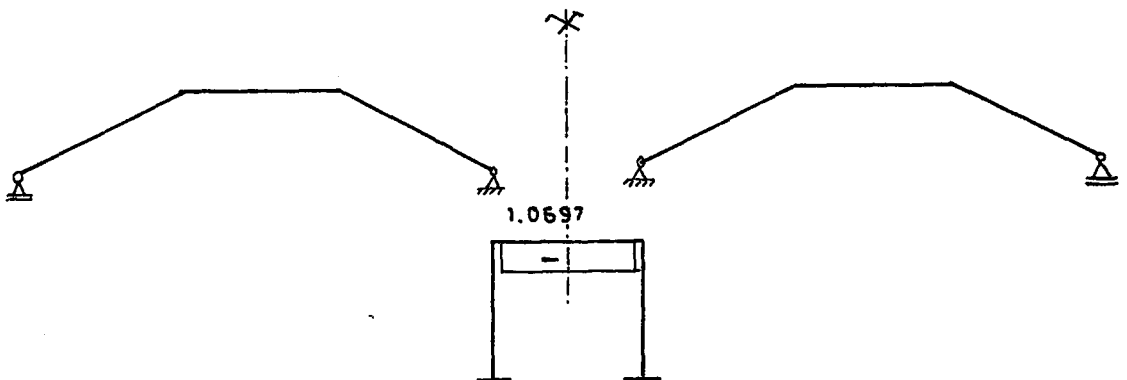
Şekil 2.101 N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.102 N_2 Yükleme

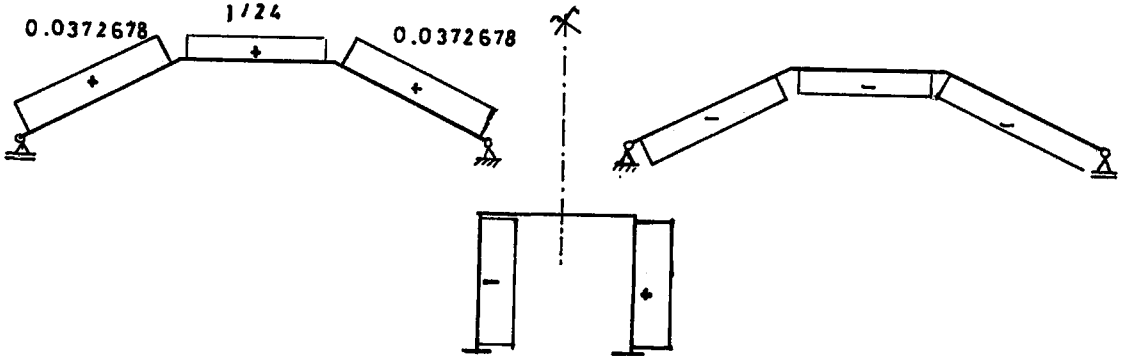
$x = 0$ Yükleme :



Şekil 2.103 $N_o = N_t$ Diyagramı

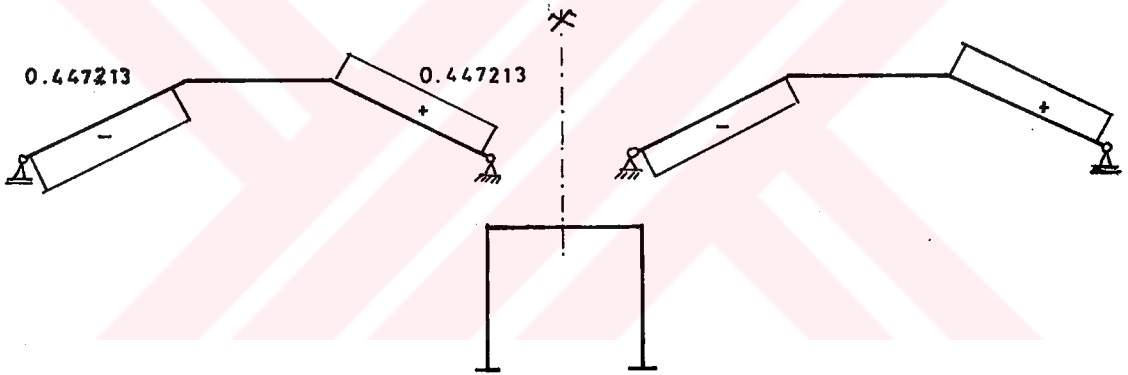
Kesme Kuvveti Diyagramının Tayini :

$x_1 = 1$ Yükleme :



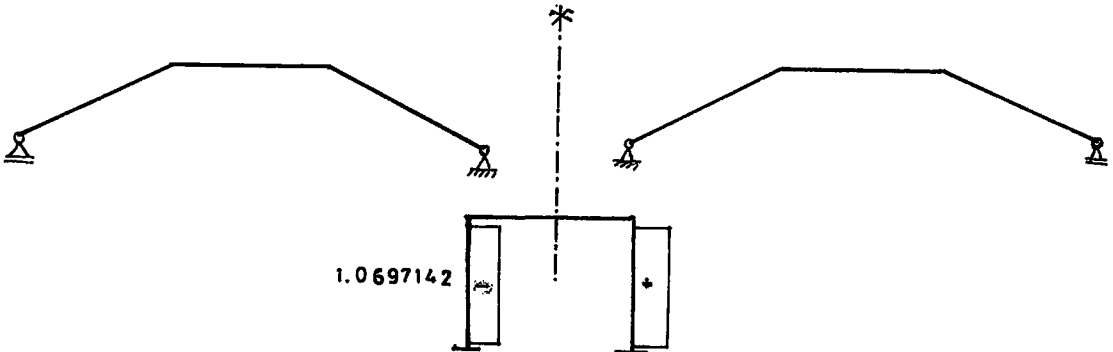
Şekil 2.104 T_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :

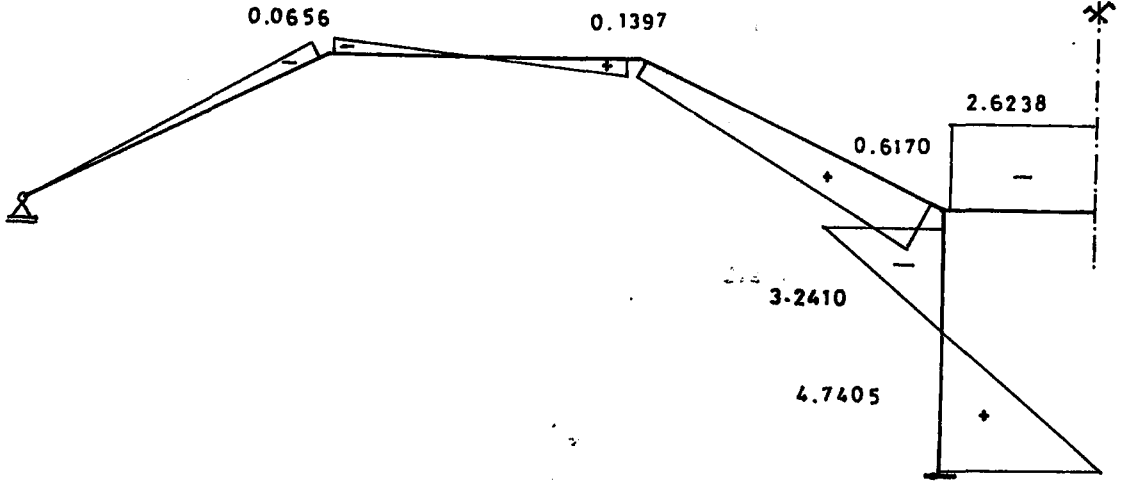


Şekil 2.105 T_2 Diyagramı

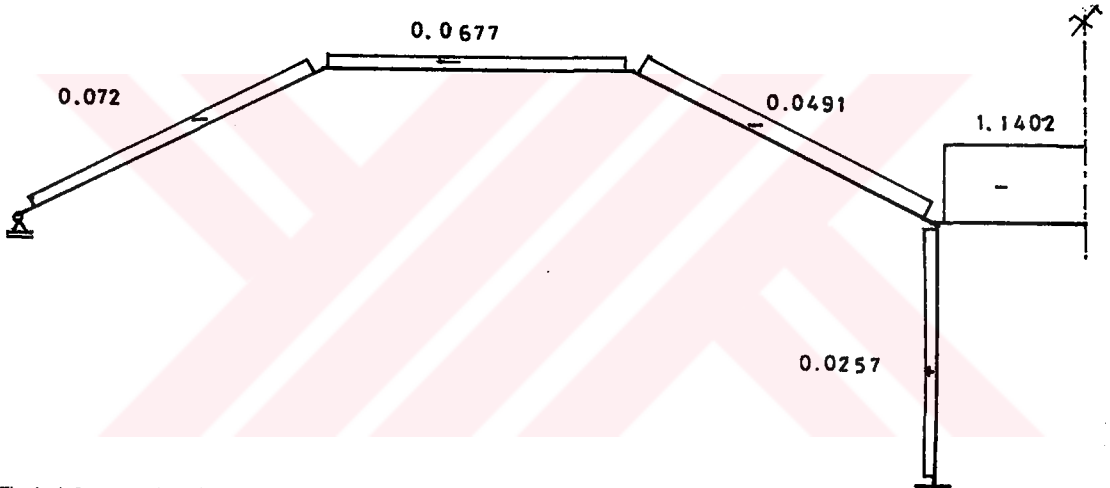
$x = 0$ Yükleme :



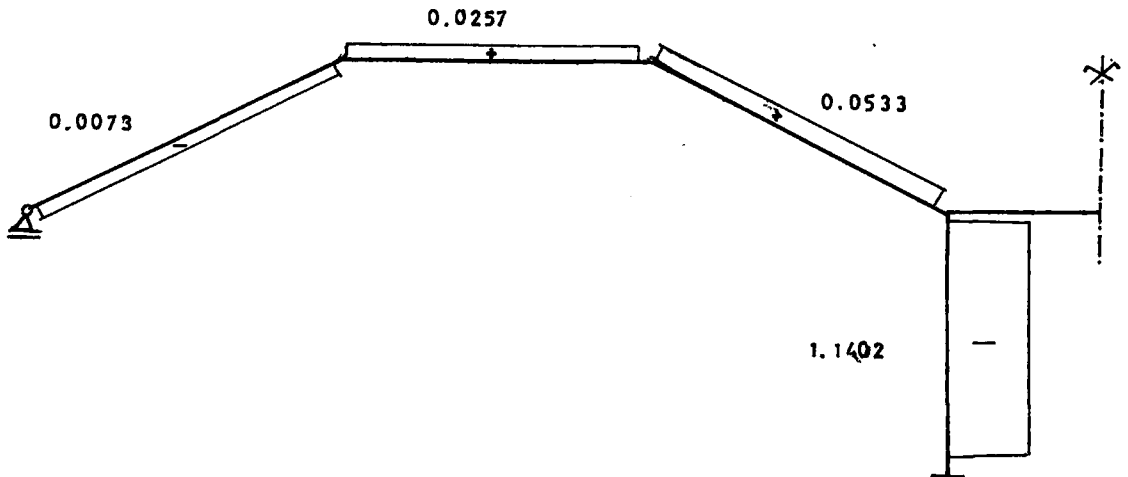
Şekil 2.106 $T_0 = T_t$ Diyagramı



Şekil 2.107 Sıcaklık Değişmesine Ait Moment Diyagramı



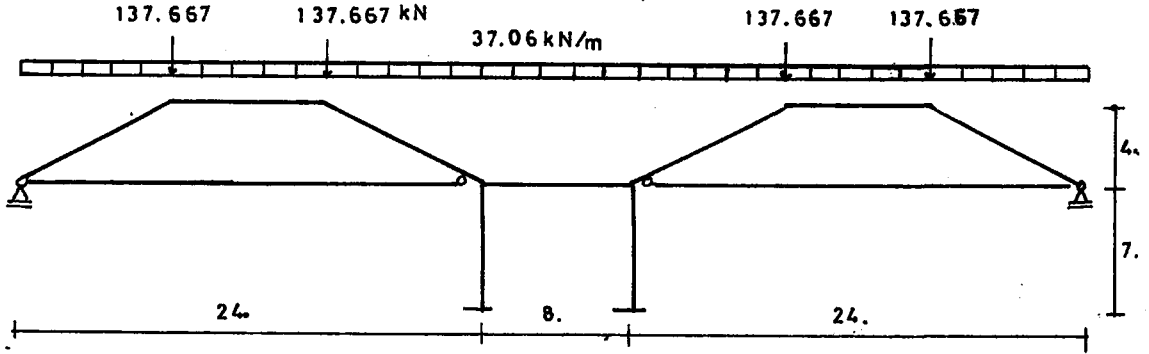
Şekil 2.108 Sıcaklık Değişmesine Ait Normal Kuvvet Diyagramı



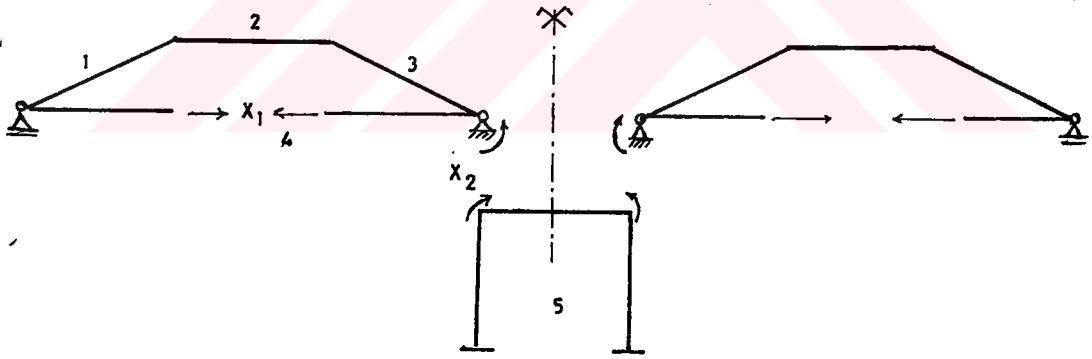
Şekil 2.109 Sıcaklık Değişmesine Ait Kesme Kuvvet Diyagramı

2.6. Matris Kuvvet Yöntemi ile Sabit Yüklere Göre Hesap :

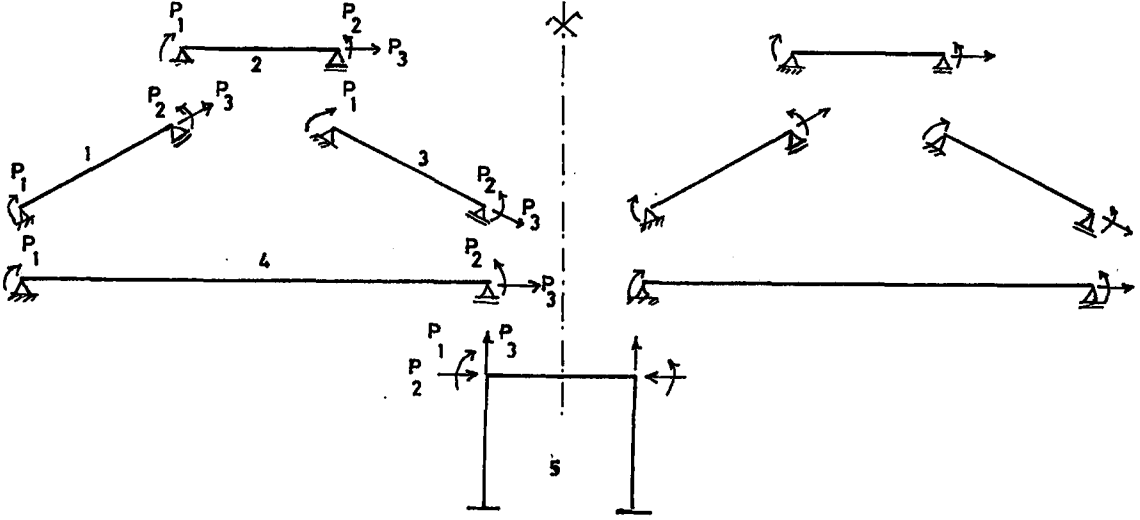
Hiperstatik Bilinmeyenler, Eleman ve Düğüm Noktası Numaraları, Çubuk Yönleri ve Bağımsız Uç Kuvvetleri :



Şekil 110 Sabit Yüklere Göre Hesapta Gözönüne Alınacak Yüklər



Şekil 2.111 a) Hiperstatik Bilinmeyenler,



Şekil 2.111.b) Çubuk Yönleri ve Bağımsız uç kuvvetleri

5 elemanında uzama şekil değiştirmelerini ihmal ettiğimizden dolayı P_2 ve P_3 sıfır alınacaktır.

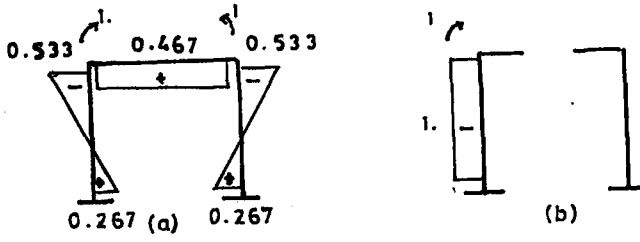
$[f]_i$ fleksibilite Matrislerinin Bulunması ve $[f]$ Matrisinin Kurulması :

$$[f]_i = \begin{bmatrix} 1/3EI & 1/6EI & 0 \\ 1/6EI & 1/3EI & 0 \\ 0 & 0 & 1/EF \end{bmatrix}$$

Eleman	$I (m^4)$	$F (m^2)$
1	0.0637	0.6728
2	0.0637	0.6728
3	0.0637	0.6728
4	0	0.018

5 no'lu Eleman İçin :

x_2 hiperstatik bilinmeyeninin olduğu noktadaki dönmeyi, f_{11} , virtüel iş teoreminden yararlanarak bulacağız [2].



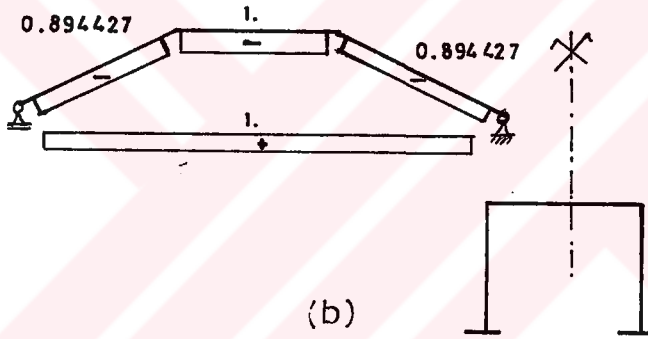
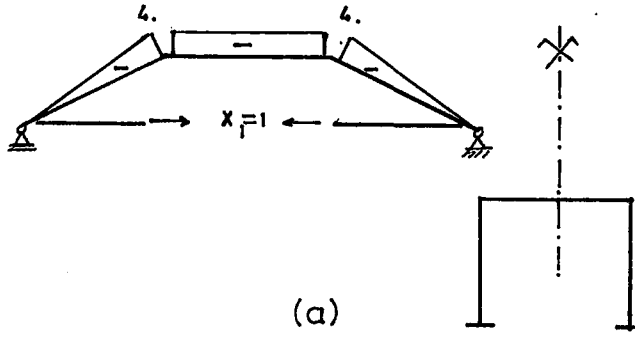
Şekil 2.112 a) Hiperstatik
b) İzostatik Esas Sistemlere Ait Moment
Diyagramları

$$f_{11} = \int M_1 \times (M_1) \frac{d_s}{EI} = \frac{1}{2} \times 7 \times (-1) \times (0.267 - 0.533) \times \frac{1}{63700} = 1.4615 \times 10^{-5}$$

$$[f] = 10^{-5} \begin{bmatrix} 2.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.665 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.093 & 1.047 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.047 & 2.093 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.595 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.34 & 1.17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.17 & 2.34 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.665 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 66.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.4615 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[Px]; Homojen Çözümlerinin Bulunması ve [Px] Matrisinin Kurulması:

$x_1 = 1$ Yükleme

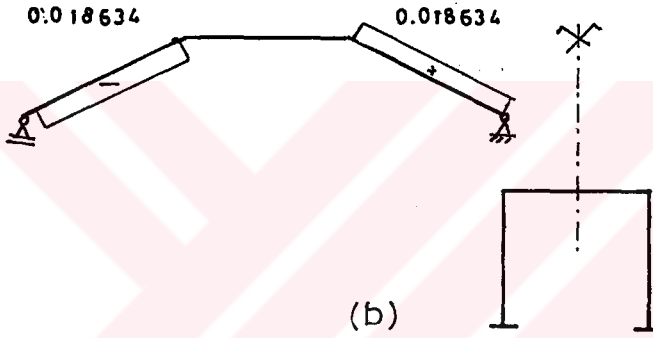
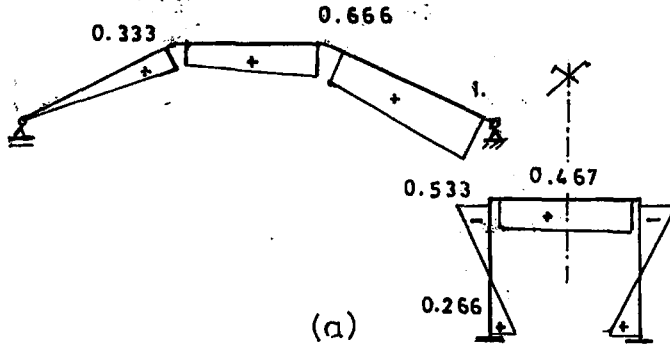


Şekil 2.113. a) $x_1 = 1$ Yüklemesine Ait M_1 Diyagramı

b) $x_1 = 1$ Yüklemesine Ait N_1 Diyagramı

$$[P_{x_1}] = \begin{bmatrix} -4. \\ -0.894427 \\ -4. \\ -4. \\ -1. \\ -4. \\ 0. \\ -0.894427 \\ 1. \\ 0. \end{bmatrix}$$

$x_2 = 1$ Yüklemesi :

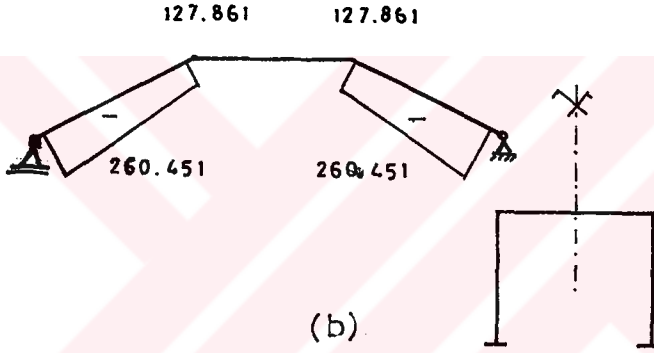
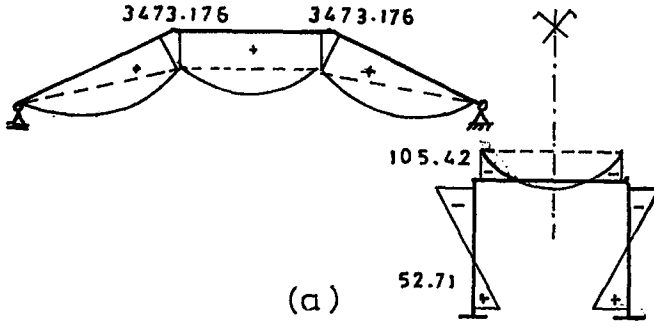


Şekil 2.114. a) $x_2 = 1$ Yüklemesine Ait M_2 Diyagramı

b) $x_2 = 1$ Yüklemesine Ait N_2 Diyagramı

$$[P_{x_2}] = \begin{bmatrix} 0.333 \\ -0.018634 \\ \hline 0.333 \\ 0.666 \\ 0. \\ \hline 0.666 \\ 1. \\ \hline 0.018634 \\ 0. \\ \hline 1. \end{bmatrix}$$

$[Pq]_i$ Özel Çözümlerinin Bulunması ve $[Pq]$ Matrisinin Kurulması :



Şekil 2.115. a) $x = 0$ Yüklemesine Ait M_0 Diyagramı
b) $x = 0$ Yüklemesine Ait N_0 Diyagramı

$$[P_q] = \begin{bmatrix} 3473.176 \\ -127.861 \\ 3473.176 \\ 3473.176 \\ 0. \\ 3473.176 \\ 0. \\ -260.451 \\ 0. \\ 0. \end{bmatrix}$$

Tablo 2.7 Sabit Yüklere İçin Matris Kuvvet Yöntemine Ait Algoritma

		x_1		x_2											
		512.2162		-1419.525											
		a	b	c		1	2	01	02	1'	2'	01'	02'		
		[f]				$[Px]_1$	$[Px]_2$	$[Pq]$	$[V_0]$	$[f]$	$[Px]$	$[f]$	$[Pq]$	$[f][Pq]+[V_0]$	$[P]$
1	P_2	2.34	0	0	-4	0.333		3473.176	693.82	-9.36	0.7792	8127.2318	8821.0518	951.609	
	P_3	0	0.665	0	-0.894427	-0.018634		-127.861	35.25	-0.595	-0.01239	-85.0275	-49.7775	-431.689	
	P_1	2.093	1.047	0	-4	0.333		3473.176	620.57	-12.56	1.39427	10905.772	11526.342	951.609	
2	P_2	1.047	2.093	0	-4	0.666		3473.176	620.57	-12.56	1.74258	10905.772	11526.342	478.907	
	P_3	0	0	0.595	-1	0	0	0	0	-0.595	0	0	0	-512.2162	
	P_1	2.34	1.17	0	-4	0.666		3473.176	693.82	-9.36	2.72844	8127.2321	8821.0518	478.907	
3	P_2	1.17	2.34	0	0	1	0	0	693.82	-4.68	3.11922	4063.616	4757.436	-1419.525	
	P_3	0	0	0.665	-0.894427	0.018634		-260.451	-35.25	-0.595	0.01239	-173.2	-208.45	-745.042	
	P_1	66.667	0	0	1	0	0	0	0	66.667	0	0	0	512.2162	
4	P_1	1.4615	0	0	0	1	0	0	289.615	0	1.4615	0	289.615	-1419.525	
		$\times 10^{-5}$						$\times 10^{-5}$			$\times 10^{-5}$			$\times 10^{-5}$	

$$\begin{bmatrix} 243.68636 & -26.57796 \\ -26.57808 & 8.28264 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 162548.184 \\ -25371.1407 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 512.2163$$

$$x_2 = -1419.5250$$

$[V_o]_i$ Eleman Yükleme Matrislerinin Bulunması ve $[V_o]$ Yükleme Matrisinin Kurulması :

1 Elemanı :

$$V_{10} = V_{20} = \frac{37.06 \times 8^3}{24 \times 127400 \times \cos 26.56} = 693.82 \times 10^{-5}$$

$$V_{30} = \frac{37.06 \times 8^2}{2} \times \frac{\sin 26.56 \times \cos 26.56}{1345600} = 35.25 \times 10^{-5}$$

2 Elemanı :

$$V_{10} = V_{20} = \frac{37.06 \times 8^3}{24 \times 127400} = 620.57 \times 10^{-5}, \quad V_{30} = 0$$

3 Elemanı :

$$V_{10} = V_{20} = \frac{37.06 \times 8^3}{24 \times 127400 \times \cos 333.43} = 693.82 \times 10^{-5}$$

$$V_{30} = \frac{37.06 \times 8^2}{2} \times \frac{\sin 333.43 \times \cos 333.43}{1345600} = -35.25 \times 10^{-5}$$

4 Elemanı :

$$V_{10} = V_{20} = V_{30} = 0$$

5 Elemanı :

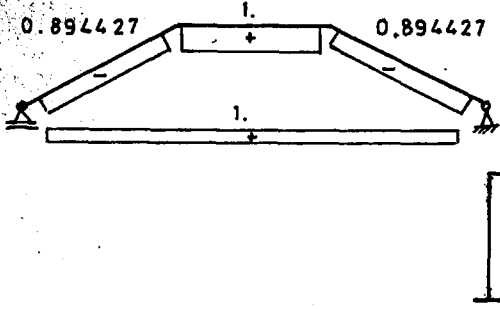
$$V_{10} = \int (M_1) M_o \frac{ds}{EI} = \frac{1}{2} \times 7 \times (-1) \times (52.71 - 105.42) \times \frac{1}{63700} =$$

$$= 289.615 \times 10^{-5}$$

$$V_{20} = V_{30} = 0$$

2.7. Matris Kuvvet Yöntemi İle $t = +20^\circ\text{C}$ Sıcaklık Değişmesine Göre Hesap

$x_1 = 1$ Yükleme :

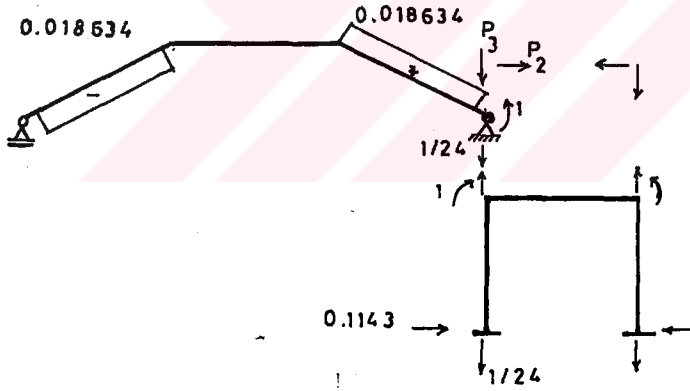


$[Px_1] =$

-4.0
-0.894427
-4.
-4.
-1.
-4.
0.
-0.894427
1.
0.
0.
0.

Şekil 2.116 N_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme :



$[Px_2] =$

0.333
-0.018634
0.333
0.666
0.
0.666
1.
0.018634
0.
1.
-0.1143
1/24

Şekil 2.117. N_2 Diyagramı

5 No'lu elemanda $[V_o]_t$ matrisinin bulunuşu :

P_1 doğrultusundaki bileşen : 0

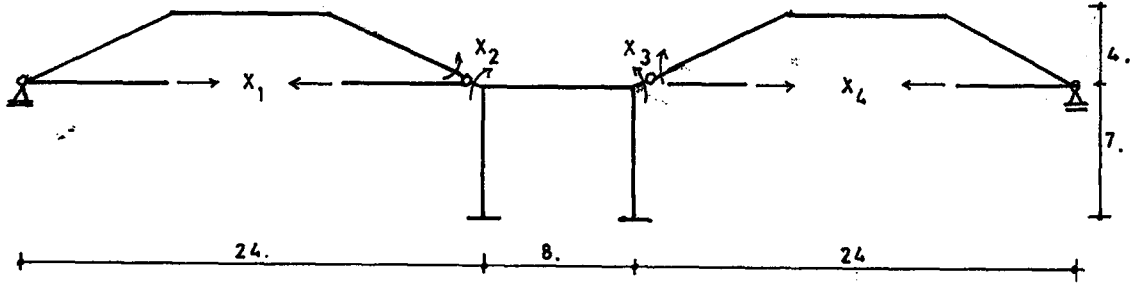
P_2 doğrultusundaki bileşen : $20 \times 10^{-5} \times 8/2 = 80 \times 10^{-5}$

P_3 doğrultusundaki bileşen : $20 \times 10^{-5} \times 7 = 140 \times 10^{-5}$

$$[V_o]_5 = \begin{bmatrix} 0. \\ 80. \\ 140. \end{bmatrix} \times 10^{-5}$$

2.8. Hiperstatik Esas Sistem ve Vrtüel İş Teoreminden
Faydalanarak f Kesitine Ait M Tesir Çizgisinin
Çizilmesi

Seçilen Esas Sistem ve Kaldırılan Kesit Zorları :



Şekil 2.118 Esas Sistem ve Kaldırılan Kesit Zorları

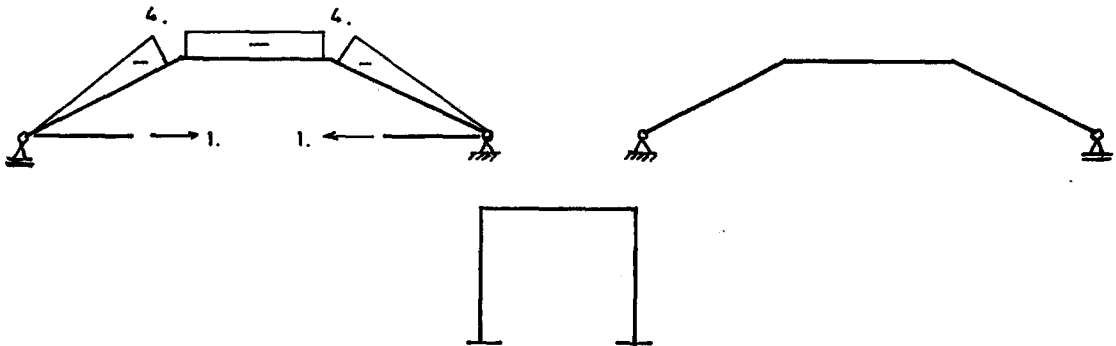
f Kesitine ait tesir çizgisi :

$$M_f = (M_o)_f + (M_1)_f \cdot X_1 + (M_2)_f \cdot X_2 + (M_3)_f \cdot X_3 + (M_4)_f \cdot X_4$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 t.ç t.ç t.ç t.ç t.ç t.ç t.ç
 Katsayı Katsayı Katsayı Katsayı

$$(M_o)_f = 0$$

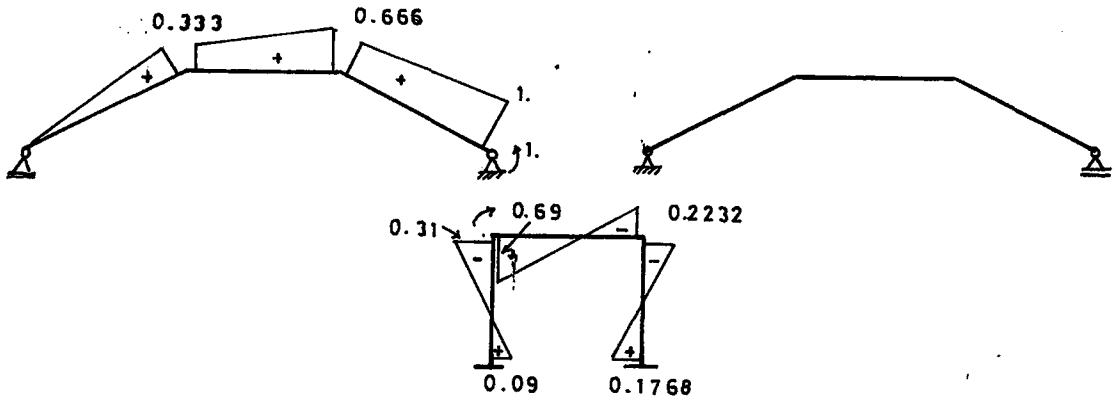
$x_1 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.119 M_1 Diyagramı

$$(M_1)_f = 0$$

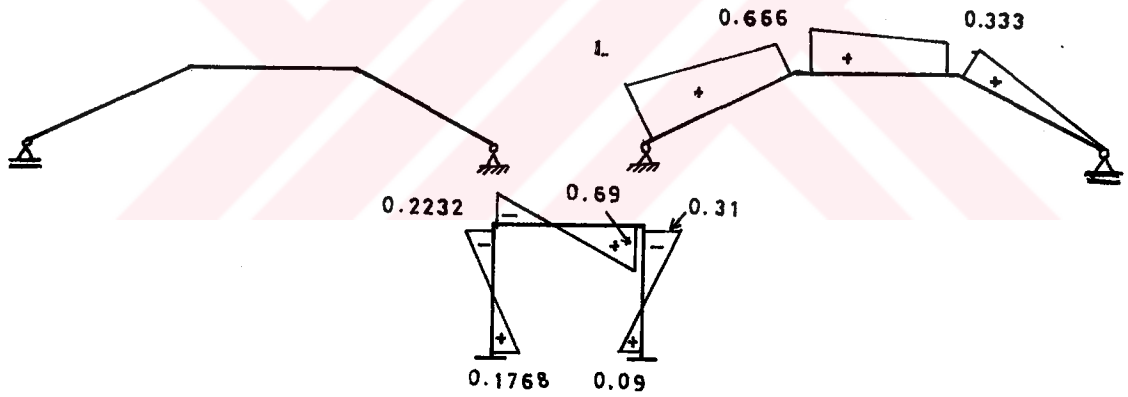
$x_2 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.120 M_2 Diyagramı

$$(M_2)_f = 1$$

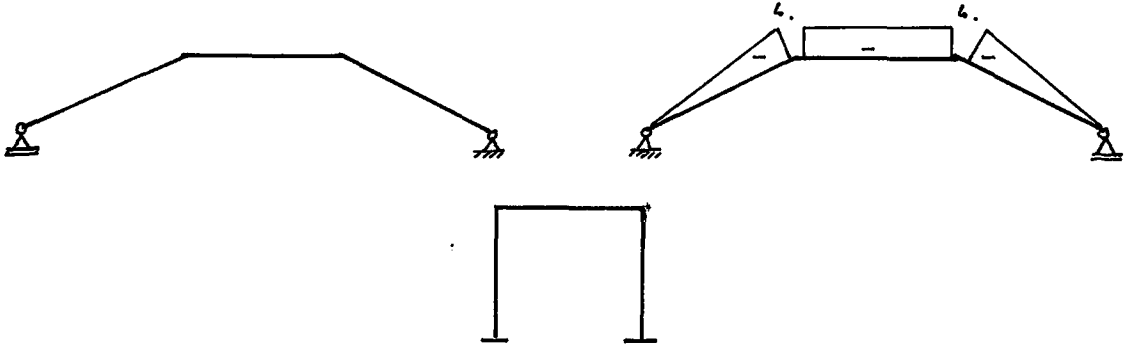
$x_3 = 1$ Yükleme :



Şekil 2.121 M_3 Diyagramı

$$(M_3)_f = 0$$

$x_4 = 1$ Yüklemesi :



Şekil 2.122 M_4 Diyagramı

$$(M_4)_f = 0$$

$$EI_c \delta_{11} = 308.336$$

$$EI_c \delta_{12} = -33.87607$$

$$EI_c \delta_{22} = 10.231842$$

$$EI_c \delta_{23} = 0.324638$$

$$EI_c \delta_{33} = 10.231842$$

$$EI_c \delta_{34} = -33.87607$$

$$EI_c \delta_{44} = 308.336$$

[δ] Matrisi :

$$[\delta] = \begin{bmatrix} 308.336 & -33.87607 & 0 & 0 \\ -33.87607 & 10.23184 & 0.32463 & 0 \\ 0 & 0.32463 & -10.23184 & -33.87607 \\ 0 & 0 & -33.87607 & 308.336 \end{bmatrix}$$

$[\beta] = [\delta]^{-1}$ Matrisi :

$$[\beta] = \begin{bmatrix} 51.02047 & 169.18870 & -8.437075 & -0.9269594 \\ 169.18869 & 1539.9356 & -76.79327 & -8.437075 \\ -8.437075 & -76.79327 & 1539.9356 & 169.1887 \\ -0.9269594 & -8.437075 & 169.1887 & 51.02047 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

$\bar{M}(\zeta)$ Diyagramının Çizilmesi :

$$M_f = (M_o)_f + (M_1)_f \cdot X_1 + (M_2)_f \cdot X_2 + (M_3)_f \cdot X_3 + (M_4)_f \cdot X_4$$

$M_f = X_2$ olduğu görülür.

X_2 tesir çizgisinin çiziminde virtüel işteoremini kullanacağız.

Genel anlamda denge denklemi $[\delta] \cdot [x] + [\delta_o] = 0$ dır.

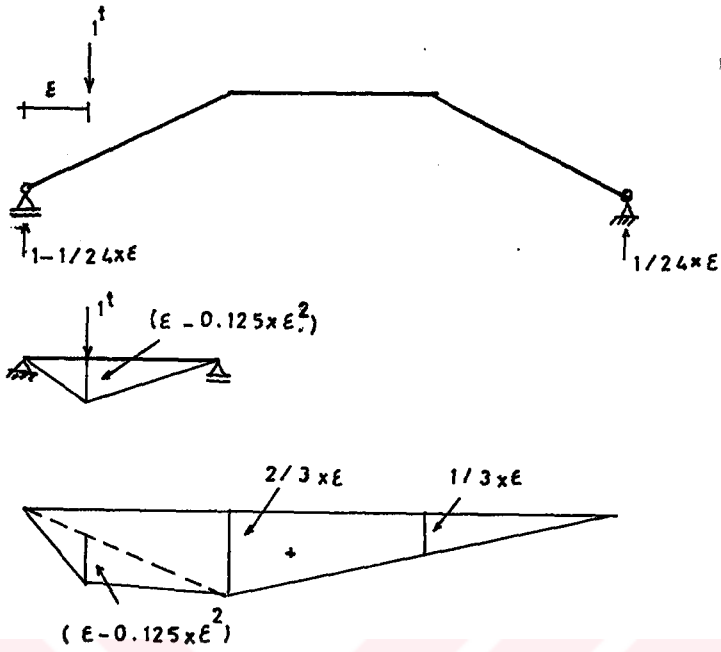
$$[X] = -[\delta]^{-1} \cdot [\delta_o] = -[\beta][\delta_o]$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta_{21}\delta_{o1} - \beta_{22}\delta_{o2} - \beta_{23}\delta_{o3} - \beta_{24}\delta_{o4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = (-\beta_{21}\delta_{o1} - \beta_{22}\delta_{o2} - \beta_{23}\delta_{o3} - \beta_{24}\delta_{o4})$$

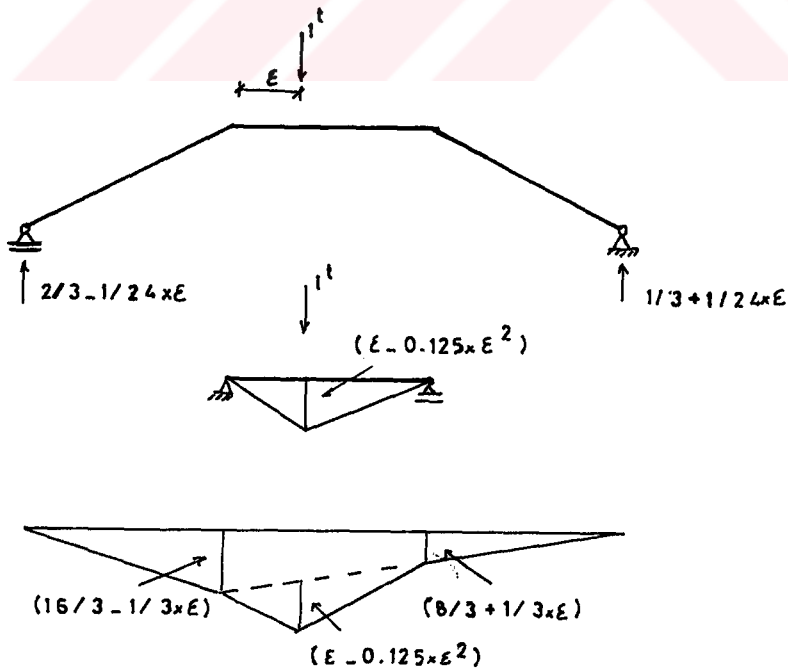
δ_{oi} : $X_i = 1$ 'den dolayı 1 ton altındaki düşey deplasman (elastik eğri)

1^t a-b arasında iken :



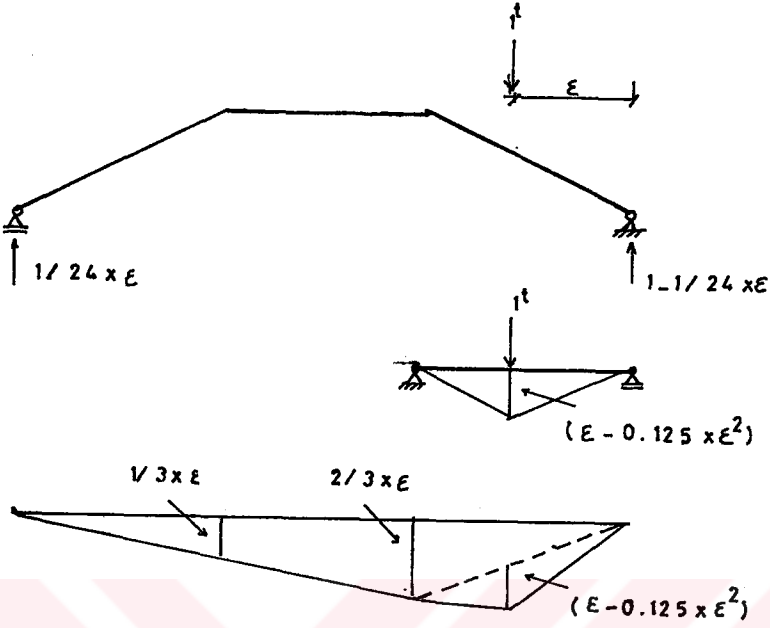
Şekil 2.123 1^t a-b arasında iken $M_0(\epsilon)$ Diyagramı

1^t c-d arasında iken :



Şekil 2.124 1^t c-d arasında iken $M_0(\epsilon)$ Diyagramı

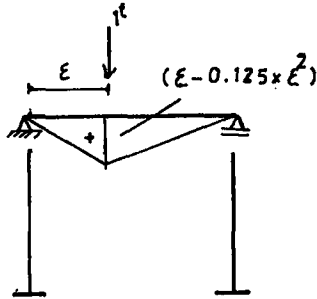
1^{kN} e-f arasında iken :



Şekil 2.125 1^t e-f arasında iken $M_o(\epsilon)$

1^{kN} g-j arasında iken :

1^{kN} luk kuvvet hiperstatik esas sistem üzerine gelmiştir. Dolayısıyla 1^{kN} 'dan oluşan $M_o(\epsilon)$ tesirleri kısaltma teoreminde yararlanılarak izostatik esas sistemden alınabilir [1].



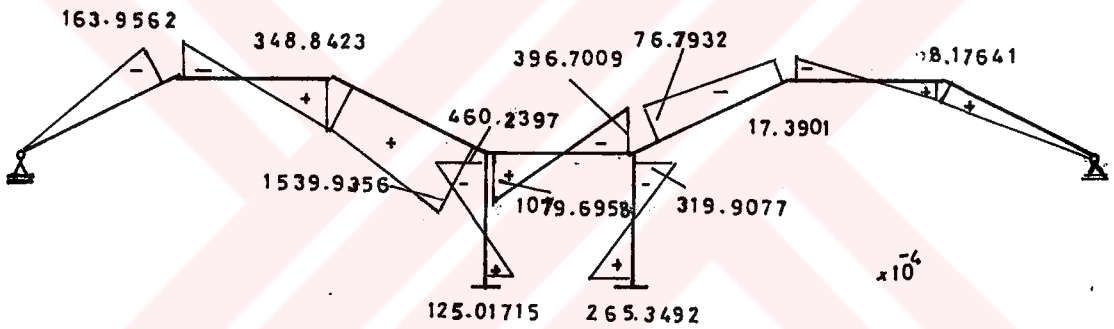
Şekil 2.126 1^t g-j arasında iken $M_o(\epsilon)$

$$M_f = x_2 = - \int \left(\frac{\beta_{21}}{EI_c} M_1 + \frac{\beta_{22}}{EI_c} M_2 + \frac{\beta_{23}}{EI_c} M_3 + \frac{\beta_{24}}{EI_c} M_4 \right) M_o(\epsilon) d\epsilon$$

$$\left(\frac{\beta_{21}}{EI_c} M_1 + \frac{\beta_{22}}{EI_c} M_2 + \frac{\beta_{23}}{EI_c} M_3 + \frac{\beta_{24}}{EI_c} M_4 \right) \text{ Diyagramının Çizilmesi :}$$

$$\frac{\beta_{21}}{EI_c} = 169.1887 \times 10^{-4}, \frac{\beta_{22}}{EI_c} = 1539.9356 \times 10^{-4},$$

$$\frac{\beta_{23}}{EI_c} = -76.79327 \times 10^{-4}, \frac{\beta_{24}}{EI_c} = -8.437075 \times 10^{-4},$$



Şekil 2.127 $\left(\frac{\beta_{21}}{EI_c} M_1 + \frac{\beta_{22}}{EI_c} M_2 + \frac{\beta_{23}}{EI_c} M_3 + \frac{\beta_{24}}{EI_c} M_4 \right)$ Diyagramı

x_2 Tesir Çizgisinin Çizilmesi :

1 kN a-b arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-797.3895\epsilon - 3.818813 \epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-8334.341626 - 1530.600394\epsilon - 81.9781118\epsilon^2 + 10.68325935\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-7655.554631\epsilon + 860.823782\epsilon^2 - 27.742498\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN g-h arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-2350.253732\varepsilon + 539.846\varepsilon^2 - 30.758142\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN i-j arasında iken x_2 :

$$x_2 = [381.765942\varepsilon - 42.927374\varepsilon^2 + 1.383458\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

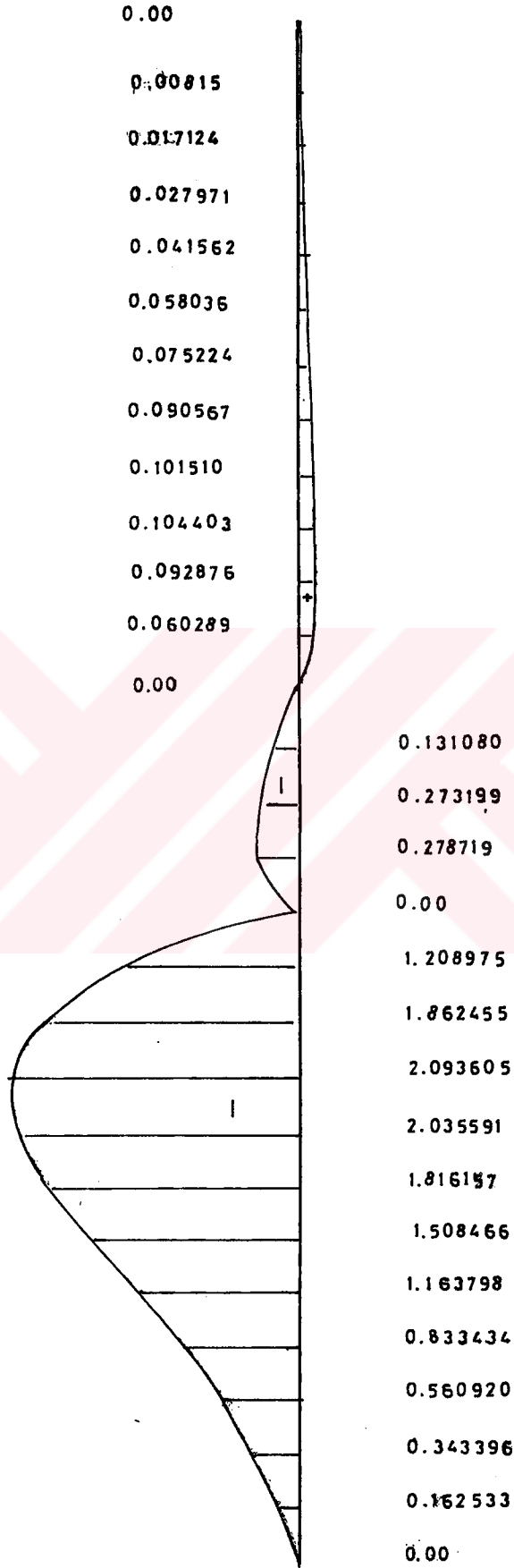
1 kN k-l arasında iken x_2 :

$$x_2 = [1015.10542 - 39.448247\varepsilon - 8.697989\varepsilon^2 + 0.532751\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN m-n arasında iken x_2 :

$$x_2 = [39.7640627\varepsilon + 0.190435875\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$





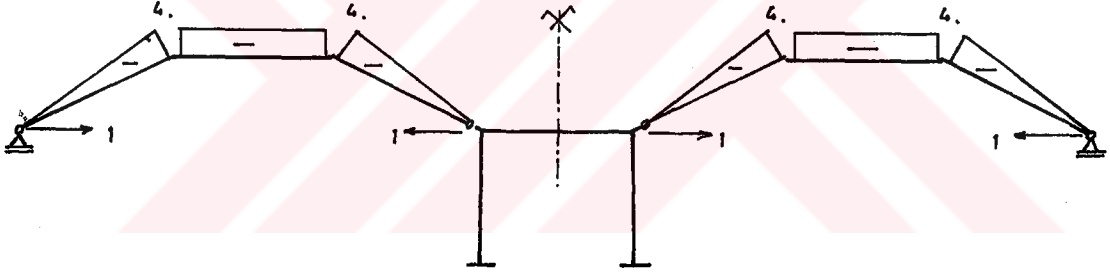
Şekil 2.128. M_f Tesir Çizgisi Diyagramı

2.9. Hiperstatik Esas Sistem ve Grup Yükleme Kulllanılarak f Kesitine Ait M,N Tesir Çizgilerinin Çizilmesi

Tesir çizgilerinde hiperstatik esas sistem ve grup yükleme kullanılması ile bazı avantajlar elde edilir. Esas sistemin hiperstatik olması ile bilinmeyen sayısı azalmaktadır. Moment diyagramının ise dallanması önlenebilmektedir.

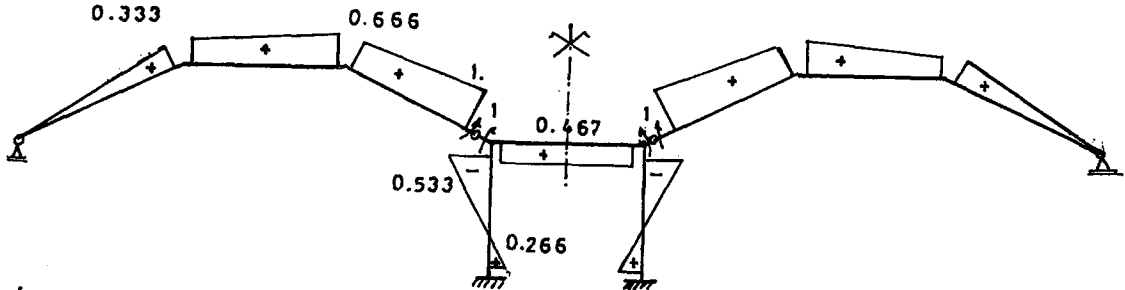
Tesir çizgilerinde grup yükleme kullanılması ile β matrisi parçalara ayrılmaktadır. Süperpozisyona giren diyagram sayısı azalmaktadır. Ayrıca x_i yüklemeleri simetrik ve antimetrik olduğu için M_i diyagramlarının parametrik çarpımları kısalmaktadır [1].

$x_1 = 1$ Yükleme



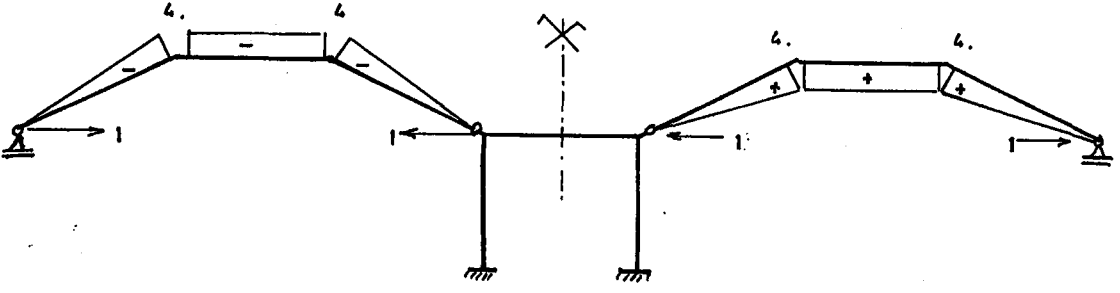
Şekil 2.129 M_1 Diyagramı

$x_2 = 1$ Yükleme



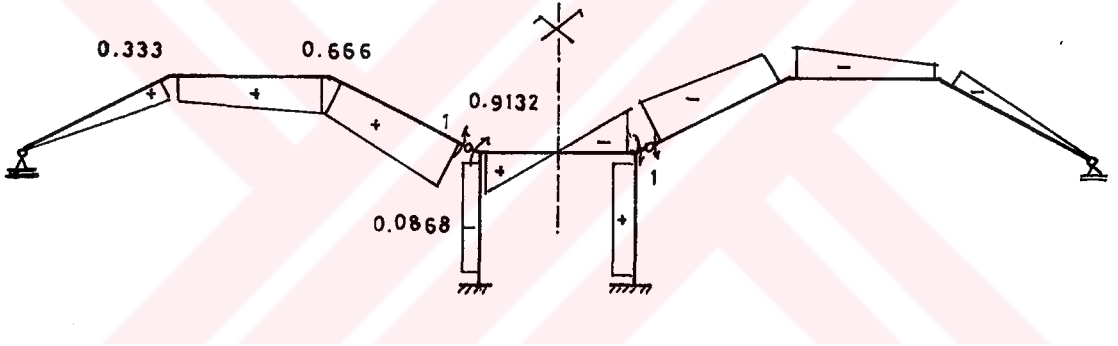
Şekil 2.130 M_2 Diyagramı

$x_3 = 1$ Yüklemesi



Şekil 2.131 M_3 Diyagramı

$x_4 = 1$ Yüklemesi



Şekil 2.132 M_4 Diyagramı

$[\delta]$ Matrisi :

$$[\delta] = \begin{bmatrix} 616.672 & -67.75207 & 0 & 0 \\ -67.75207 & 21.1156 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 616.672 & -67.75207 \\ 0 & 0 & -67.75207 & 19.8143 \end{bmatrix}$$

$[\beta]$ Matrisi

$$[\beta] = \begin{bmatrix} 25.045023 & 80.360125 & 0 & 0 \\ 80.360125 & 731.42913 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25.97377 & 88.813472 \\ 0 & 0 & 88.813472 & 808.37058 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

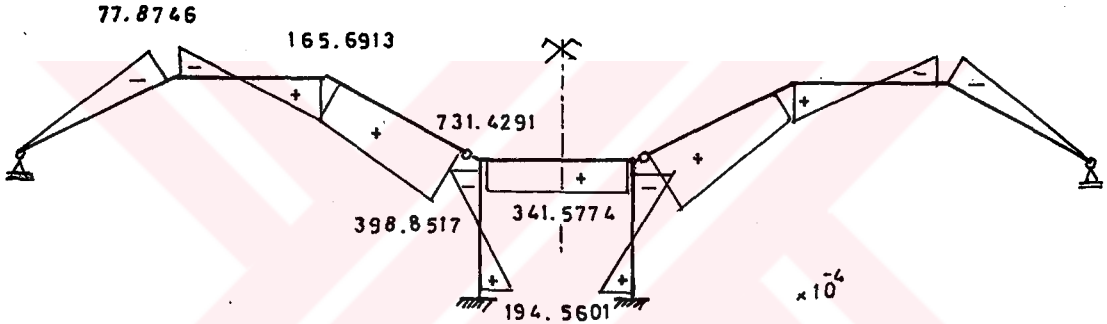
$$M_f = M_{of} + M_{1f} \cdot X_1 + M_{2f} \cdot X_2 + M_{3f} \cdot X_3 + M_{4f} \cdot X_4$$

$$M_{of} = 0, M_{if} = 0, M_{zf} = 1, M_{sf} = 0, M_{4f} = 1$$

Buradan, $M_f = x_2 + x_4$ olduğu anlaşılır. Bu durumda öncelikli olarak x_2 ve x_4 yüklemlerine ait tesir çizgilerinin çizilmesi gerekmektedir.

x_2 Tesir Çizgisinin Bulunması

$$\frac{\beta_{21}}{EI_c} xM_1 + \frac{\beta_{22}}{EI_c} xM_2 = 80.360125 \times 10^{-4} xM_1 + 731.42913 \times 10^{-4} xM_2$$



Şekil 2.133 $\left(\frac{\beta_{21}}{EI_c} xM_1 + \frac{\beta_{22}}{EI_c} xM_2 \right)$ Diyagramı

1 kN a-b arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-378.741324\epsilon - 1.813829\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-3958.614137 - 726.996578\epsilon - 38.937261\epsilon^2 + 5.074269\epsilon^2 + 5.074269\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_2 :

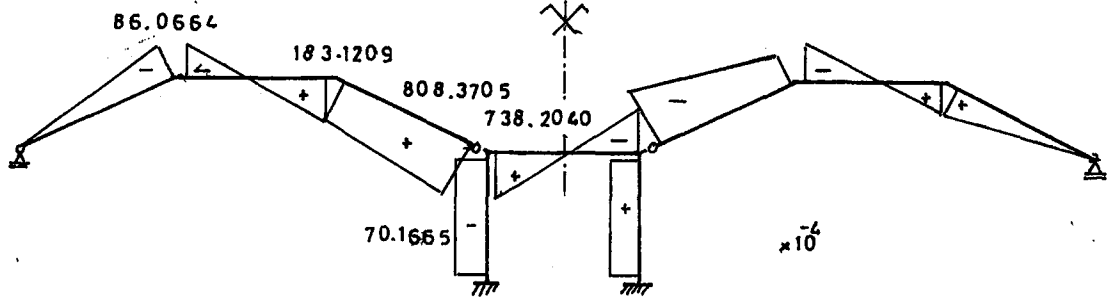
$$x_2 = [-3636.190037\epsilon + 408.868292\epsilon^2 - 13.176953\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN g-h arasında iken x_2 :

$$x_2 = [-1366.3096\epsilon + 170.7887\epsilon^2] \times 10^{-4}$$

x_4 Tesir Çizgisinin Bulunması :

$$\frac{\beta_{43}}{EI_c} xM_3 + \frac{\beta_{44}}{EI_c} xM_4 = (88.813472xM_3 + 808.37058xM_4) \times 10^{-4}$$



Şekil 2.134 $\left(\frac{\beta_{43}}{EI_c} xM_3 + \frac{\beta_{44}}{EI_c} xM_4 \right)$ Diyagramı

1 kN a-b arasında iken x_4 :

$$x_4 = [-2.00463185\varepsilon^3 - 418.582378\varepsilon] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_4 :

$$x_4 = [-4375.033815 - 803.471445\varepsilon - 43.033238\varepsilon^2 + 5.608048\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_4 :

$$x_4 = [-4018.692872\varepsilon + 451.878502\varepsilon^2 - 14.5630808\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN g-h arasında iken x_4 :

$$x_4 = [-984.271767\varepsilon + 369.10145\varepsilon^2 - 30.758377\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN i-j arasında iken x_4 :

$$x_4 = [4018.69281\varepsilon - 451.878501\varepsilon^2 + 14.563081\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN k-l arasında iken x_4 :

$$x_4 = [10685.6071 - 415.253851\varepsilon - 91.560252\varepsilon^2 + 5.608048\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN m-n arasında iken x_4 :

$$x_4 = [418.58235\varepsilon + 2.004632\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

$M_f = x_2 + x_4$ Tesir Çizgisi :

1 kN a-b arasında iken x_2 :

$$M_f = [-797.323702\varepsilon - 3.81846085\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_2 :

$$M_f = [-8333.647952 - 1530.468023\varepsilon - 81.970499\varepsilon^2 + 10.682317\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_2 :

$$M_f = [-7654.882909\varepsilon + 860.746794\varepsilon^2 - 27.7400338\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN g-h arasında iken x_2 :

$$M_f = [-2350.581367\varepsilon + 539.89015\varepsilon^2 - 30.758377\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN i-j arasında iken x_2 :

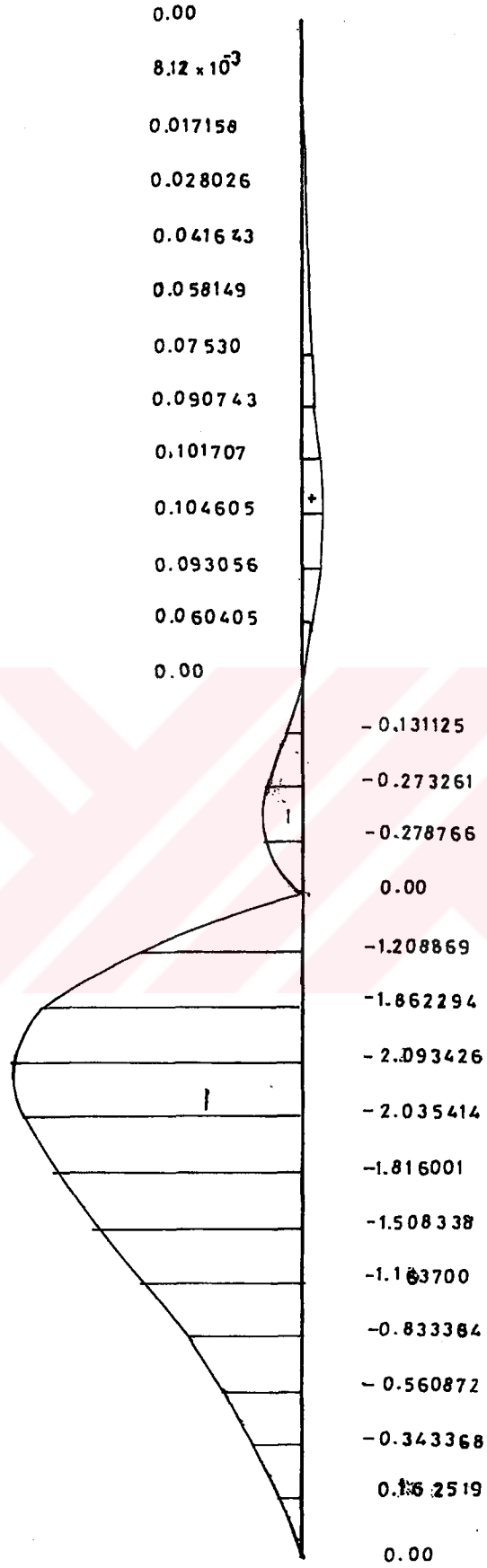
$$M_f = [382.502773\varepsilon - 43.010301\varepsilon^2 + 1.386128\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN k-l arasında iken x_2 :

$$M_f = [1017.06136 - 39.520745\varepsilon - 8.715057\varepsilon^2 + 0.533779\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN m-n arasında iken x_2 :

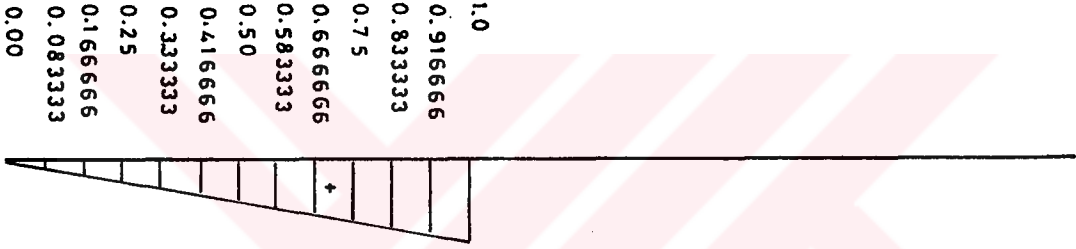
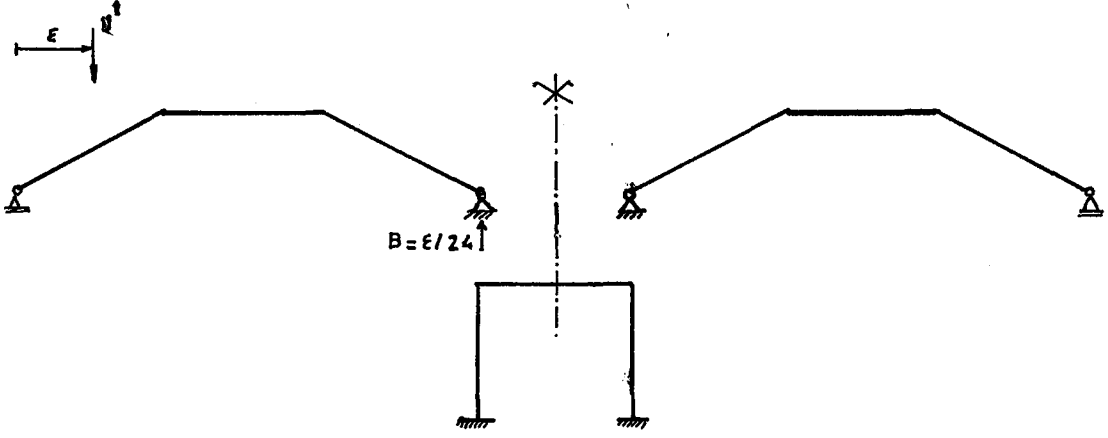
$$M_f = [39.841026\varepsilon + 0.190803\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$



Şekil 2.135. M_f Tesir Çizgisi Diyagramı

f Kesitine Ait Normal Kuvvet Tesir Çizgisinin Çizilmesi :

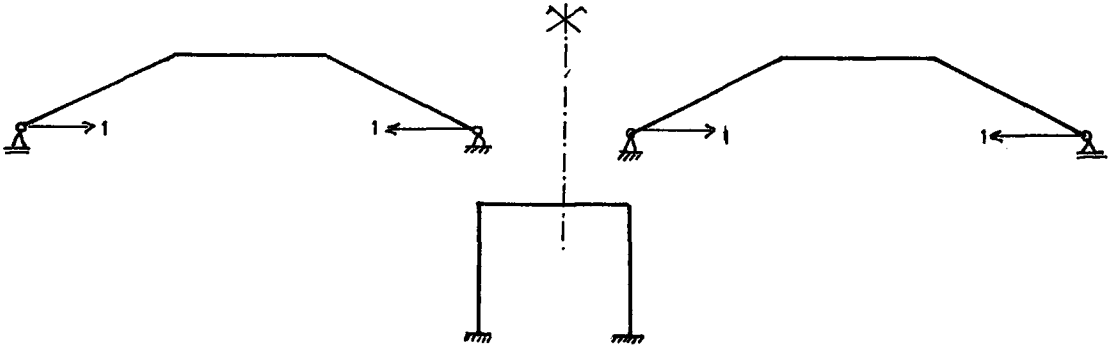
$$N_f = N_{of} + N_{1f} \cdot X_1 + N_{2f} \cdot X_2 + N_{3f} \cdot X_3 + N_{4f} \cdot X_4$$



Şekil 2.136 B mesnet tepkisi tesir çizgisi

$$N_{of} = B \times \sin \alpha = -B \times 0.4472$$

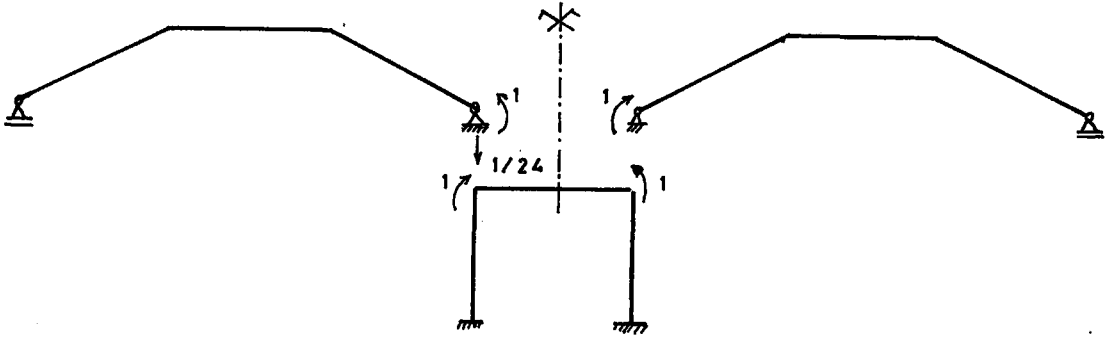
$x_1 = 1$ Yükleme



Şekil 2.137. $x_1 = 1$ Yükleme

$$N_{1f} = -1 \times \cos \alpha = -0.894427$$

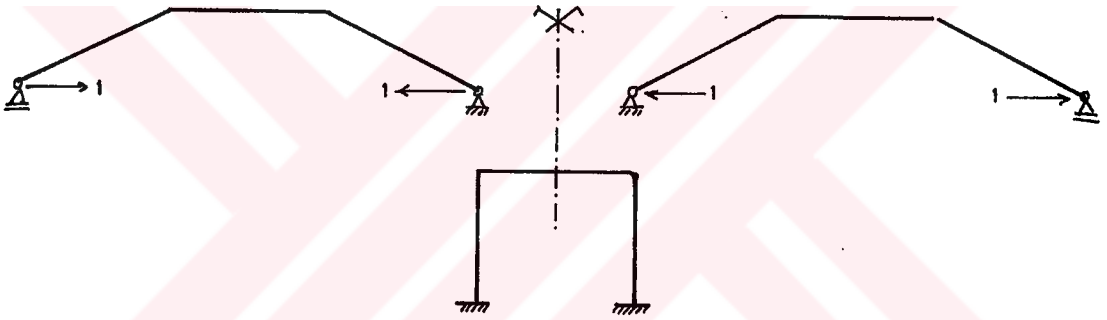
$x_2 = 1$ Yüklemesi :



Şekil 2.138. $x_2 = 1$ Yüklemesi

$$N_{2f} = 1/24 \times \sin \alpha = 0.018534$$

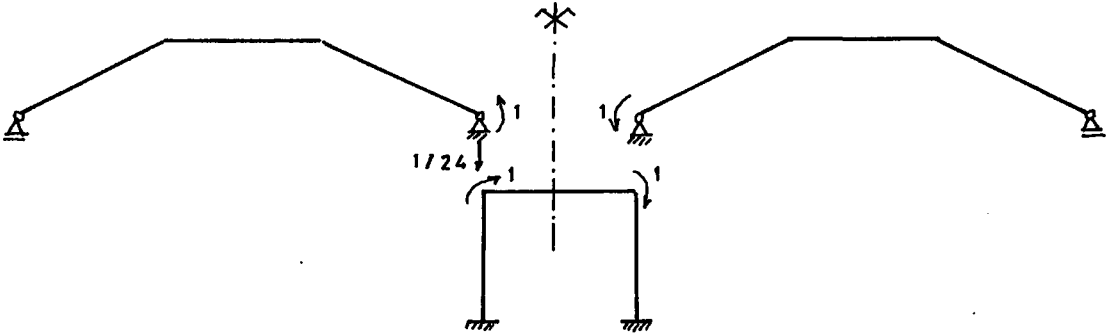
$x_3 = 1$ Yüklemesi



Şekil 2.139. $x_3 = 1$ yüklemesi

$$N_{3f} = -0.894427$$

$x_4 = 1$ Yüklemesi :



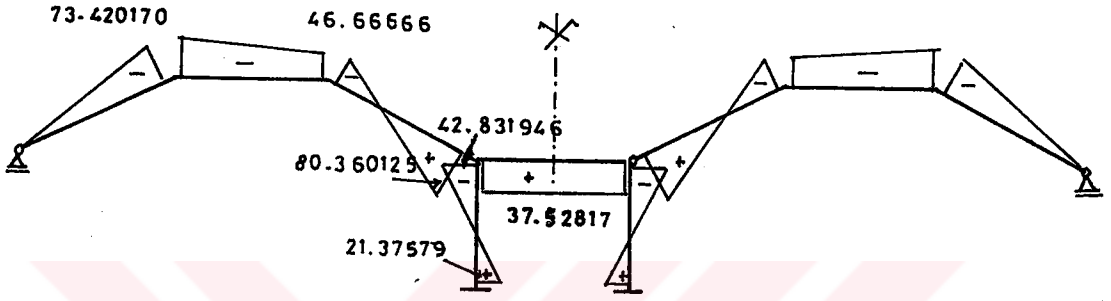
Şekil 2.140 $x_4 = 1$ Yüklemesi

$$N_{4f} = 1/24 \times \sin \alpha = 0.01834$$

x_1 Yüklemesine Alt Tesir Çizgisinin Çizilmesi :

$$x_1 = - \int \left(\frac{\beta_{11}}{EI_c} \times M_1 + \frac{\beta_{12}}{EI_c} \times M_2 \right) \times M_0(\zeta) ds$$

$$x_1 = - \int (25.045023 \times M_1 + 80.360125 \times M_2) \times 10^{-4} \times M_0(\zeta) ds$$



Şekil 2.141 $\left(\frac{\beta_{11}}{EI_c} \times M_1 + \frac{\beta_{12}}{EI_c} \times M_2 \right)$ Diyagramı

1 kN a-b arasında iken x_1 :

$$x_1 = [507.91862\epsilon - 1.710078\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_1 :

$$x_1 = [3187.79188 + 179.584095\epsilon - 36.709955\epsilon^2 + 0.557496\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_1 :

$$x_1 = [150.031567\epsilon + 44.92126\epsilon^2 - 2.958510\epsilon^2 - 2.958510\epsilon^3] \times 10^{-4}$$

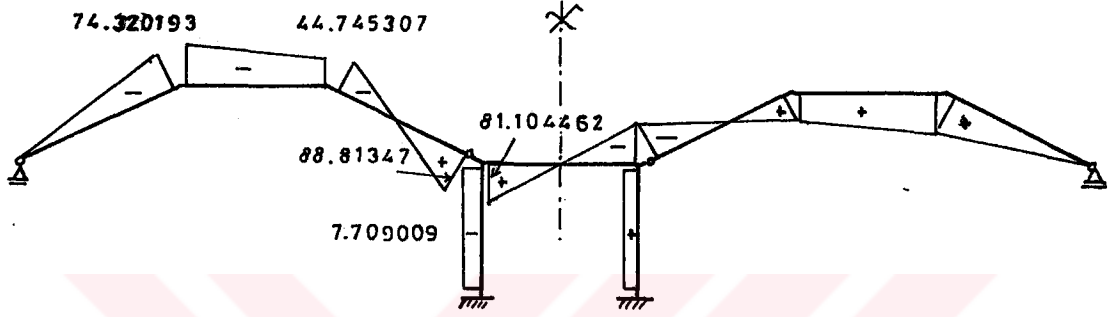
1 kN g-h arasında iken x_1 :

$$x_1 = [-50.112712\epsilon + 18.764089\epsilon^2] \times 10^{-4}$$

x_3 Yüklemesine Ait Tesir Çizgisinin Çizilmesi :

$$x_3 = - \int \left(\frac{\beta_{33}}{EI_c} \times M_3 + \frac{\beta_{34}}{EI_c} \times M_4 \right) \times M_0(\varepsilon) ds$$

$$x_3 = - \int (25.097377 \times M_3 + 88.813472 \times M_4) \times 10^{-4} \times M_0(\varepsilon) ds$$



Şekil 2.142 $\left(\frac{\beta_{33}}{EI_c} \times M_3 + \frac{\beta_{34}}{EI_c} \times M_4 \right)$ Diyagramı

1 kN a-b arasında iken x_3 :

$$x_3 = [503.541420\varepsilon - 1.731041\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN c-d arasında iken x_3 :

$$x_3 = [3142.041160 + 171.181929\varepsilon - 37.159966\varepsilon^2 + 0.616141\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

1 kN e-f arasında iken x_3 :

$$x_3 = [108.007049\varepsilon + 49.646675\varepsilon^2 - 3.110801\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

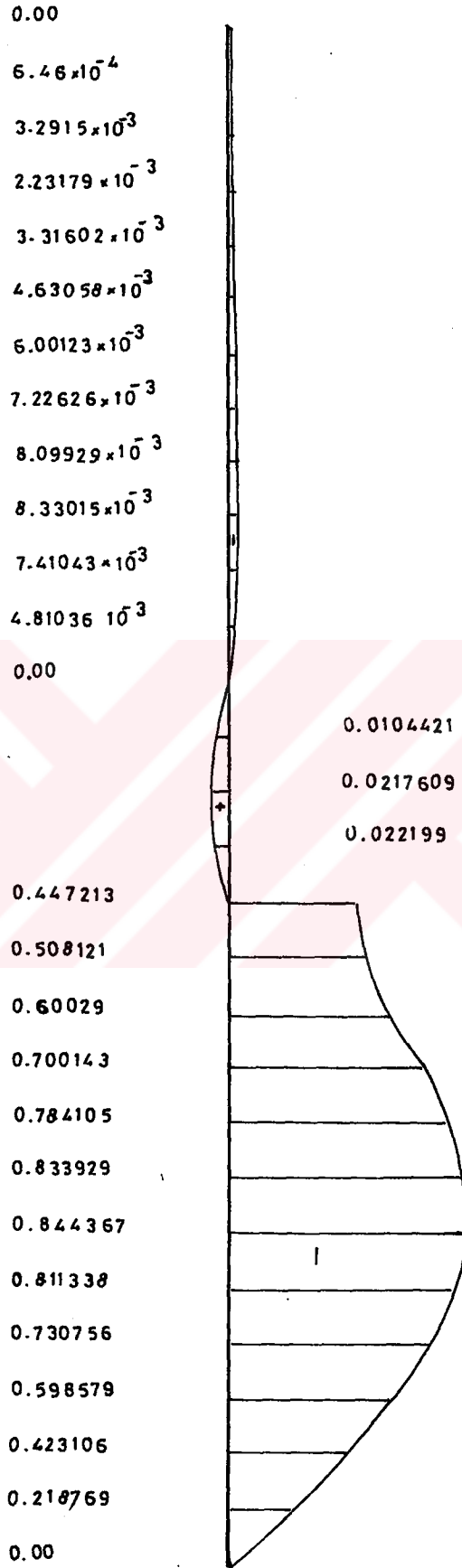
1 kN g-h arasında iken x_3 :

$$x_3 = [-108.139256\varepsilon + 40.552170\varepsilon^2 - 3.379339\varepsilon^3] \times 10^{-4}$$

f Kesitine Ait Normal Kuvvet Tesir Çizgisi

$$N_f = N_{of} - 0.894427 X_1 + 0.018634 X_2 - 0.894427 X_3 + 0.018634 X_4$$

olarak elde edilir.



Şekil 2.143. N_f Tesir Çizgisiz Diyagramı

2.10. En Elverişsiz Kesit Zorlarının Hesabı ve Kesit Tahkikleri

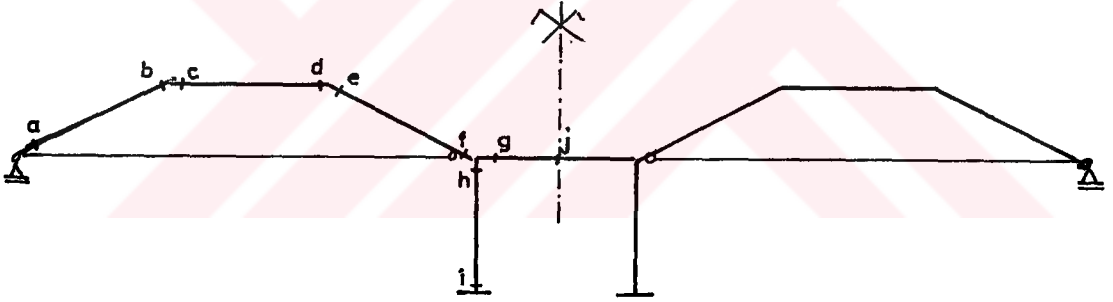
Bu bölümde, 2.4'de belirlenen kesitlerinin yeterlilikleri, önceki bölümlerde elde edilen kesit zorlarının en elverişsiz durumlarına göre taşıma gücü yöntemi gözönünde bulundurularak incelenmiştir. Bu inceleme yapılırken aşağıdaki süperpozisyon bağıntıları dikkate alınmıştır, [T.S 500].

$$(I) 1.4G + 1.6P$$

$$(II) 1.0G + 1.2P + 1.2T$$

$$(III) 1.0G + 1.0P + 1.0W$$

Hesap yapılan kesitler aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 2.144 Hesabı Yapılacak Kesitler

f, g, h Kesitlerinde Kesit Tahkikleri :

Malzeme : BS 30/BÇ III

$$f_{cd} = 20 \text{ N/mm}^2 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{yd}/f_{cd} = 17.4$$

Tablo 2.9. Kritik Kesitlerde Farklı Yüklemelere Ait İç Kuvvetler

Kesit	G	P ₁ Düzgün kar yükü	P ₂ Kar Yığılması	P=P ₁ +P ₂ Elverişsiz ilave yük	E Soldan Deprem yükü	E Sağdan Deprem yükü	T (+20°C) Düzgün Sıcaklık	T (+20°C) Düzgün Sıcaklık	T Mesnet çökmesi
a	M	0	0	0	0	0	0	0	0
	N	-698.5686	-34.0290	-105.9078	31.1887	31.1887	-0.0721	0.0721	-0.3269
	T	236.7142	-1.4770	22.4389	-2.2412	2.2412	-0.0073	0.0073	-0.0331
b	M	931.7790	-13.1305	84.0285	-20.0573	-20.0573	-0.0656	0.0656	-0.2977
	N	-565.9786	-34.0290	-92.8492	31.1887	31.1887	-0.0721	0.0721	-0.3269
	T	-28.4656	-1.4770	-3.6783	-2.2412	2.2412	-0.0073	0.0073	-0.0331
c	M	931.7790	-13.1305	84.0285	-20.0573	-20.0573	-0.0656	0.0656	-0.2977
	N	-518.9564	-31.0969	-84.6917	-25.6292	25.6292	-0.0677	0.0677	-0.3072
	T	-89.9853	13.8970	22.5139	-15.9526	15.9526	0.0257	-0.0257	0.1165
d	M	466.1080	98.1268	147.6918	-147.6918	147.6918	0.1397	-0.1397	0.6335
	N	-518.9564	-31.0969	-84.6917	-25.6292	25.6292	-0.0677	0.0677	-0.3072
	T	-206.4946	13.897	-6.6861	-15.9526	15.9526	0.0257	-0.0257	0.1165
e	M	466.1080	98.1268	147.6918	-147.6918	147.6918	0.1397	-0.1397	0.6335
	N	-618.0796	-21.5989	-85.7703	-77.0357	77.0357	-0.0491	0.0491	-0.2227
	T	-75.9232	26.3368	17.8353	20.6823	-20.6823	0.0533	-0.0533	0.2416

Tablo 2.9. Devamı

	G	P ₁	P ₂	P	E	E	T	T	T
f	M	-398.1111	-143.5938	-242.4703	-386.0641	37.3199	-37.3199	0.6170	-0.6170
	N	-750.6706	-77.2301	-85.9969	-163.2270	-77.0357	77.0357	-0.0491	0.0491
	T	-340.9232	-34.6188	-102.4606	-137.0794	20.6823	-20.6823	0.0533	-0.0533
g	M	-758.3379	-77.4403	-164.4336	-241.8739	560.8265	-560.8265	-2.6238	2.6238
	N	137.2150	14.1880	16.7433	30.9313	0	0	-1.1402	1.1402
	T	148.2400	-14.6000	-72.	-86.6	-140.2076	140.2076	0	0
h	M	639.7732	66.1535	78.0360	144.1895	523.5066	-523.5066	-3.2410	3.2410
	N	-788.8820	-80.1024	202.1029	-282.2053	124.2557	-124.2557	0.0257	-0.0257
	T	137.2151	14.1881	16.7433	30.9314	164.8320	-164.8320	-1.1402	1.1402
i	M	-319.1875	-33.0049	-38.8971	-71.9020	-630.3173	630.3173	4.7405	-4.7405
	N	-788.8820	-80.1024	-202.1029	-282.2053	124.2557	-124.2557	0.0257	-0.0257
	T	-137.0854	14.1881	16.7433	30.9314	164.8320	-164.8320	-1.1402	1.1402
j	M	-461.8579	-48.2403	20.4336	-27.8067	0	0	-2.6238	2.6238
	N	137.2150	14.1880	16.7433	30.9313	0	0	-1.1402	1.1402
	T	0	0	0	0	140.2076	-140.2076	0	0

Tablo 2.10. Kritik Kesitlerde Süperpozisyon Sonucu Elde Edilen İç Kuvvetler

		1.4 G			1.G + 1.2 P ₁			1G			1G		
		+1.6 P ₁	+1.6 P	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1P ₁ + 1E	+1P ₁ - 1E	+1P ₁ + 1E
a	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	N	-1093.0021	-1147.4485	-784.9096	-784.7366	-785.2154	-825.7444	-825.5713	-826.0502	-739.2587	-801.6361	-773.2877	-835.6651
	T	369.6653	414.6449	265.4045	265.4220	265.3735	263.6321	263.6011	258.3889	258.3889	262.8713	256.9119	261.3943
b	M	1459.9450	1438.9362	1048.2911	1048.4485	1048.0125	1032.5344	1032.6918	1032.2559	1008.8807	1048.9953	995.7502	1035.8648
	N	-886.4823	-940.9287	-636.6493	636.4762	-636.9551	-677.4841	-677.3110	-677.7899	-593.6101	-655.9875	-627.6391	-690.0165
	T	-43.3739	-45.7371	-31.1159	-31.0983	-31.1468	-38.8883	-32.8707	-32.9192	-32.9081	-28.4157	-34.3851	-29.9027
c	M	1459.9450	1438.9362	1048.2911	1048.4485	1048.0125	1032.5344	1032.6918	1032.2559	1008.8807	1048.9953	995.7502	1035.8648
	N	-812.2906	-862.0456	-583.3514	-583.1889	-583.6388	-620.6676	-620.5051	-620.9551	-598.1804	-546.9220	-629.2773	-578.0189
	T	139.7664	162.0016	100.3564	100.2947	100.4653	117.0328	116.9711	117.1417	82.6496	114.5548	96.5466	128.4518
d	M	731.4988	888.5017	525.4864	525.1511	526.0789	643.2385	642.9032	643.8311	367.7585	663.1421	465.8853	761.2689
	N	-812.2906	-862.0456	-583.3514	-583.1889	-563.6388	-620.6676	-620.5051	-620.9551	-598.1804	-546.9220	-629.2773	-578.0189
	T	-322.0254	299.7902	-231.1634	-231.2251	-231.0545	-214.4870	-214.5486	-214.3781	-243.0303	-211.1251	-229.1333	-197.2281
e	M	731.4988	888.5017	525.4864	525.1511	526.0789	643.2385	642.9032	643.8311	367.7585	663.1421	465.8853	761.2689
	N	-967.9856	-1002.5439	695.1442	695.0263	-695.3525	-721.0628	-720.9646	-721.2712	-759.2867	-605.2153	-780.8856	-626.8142
	T	-135.0795	-77.756	-86.0610	-86.1889	-85.8351	-54.4568	-54.5847	-54.2309	-63.7424	-105.	-37.4056	-78.7702

Tablo 2.10. Devami

	1.4 G			1.G + 1.2 P ₁			1G			1G		
	+1.6 P ₁	+1.6 P	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1.2 T	+1P ₁ + 1E	+1P ₁ - 1E	+1P ₁ + 1E
f	M	-2187.1056	-2575.0581	-1569.6832	-1571.1640	-1567.0676	-1860.6476	-1862.1284	-1858.0319	-1504.3850	-1579.0248	-1746.8553
	N	-1174.5070	-1312.1020	-843.4056	-843.2878	-843.6139	-946.6019	-946.4841	-946.8102	-904.9364	-750.8650	-990.9333
	T	-532.6825	-696.6195	-382.4018	-382.5297	-382.1758	-505.3545	-505.4824	-505.1285	-354.8597	-396.2243	-457.3203
g	M	-1185.5775	-1448.6713	-845.4148	-848.1177	-839.5069	-1051.7351	-1405.4380	-1036.8273	-274.9517	-1396.6047	-439.3853
	N	214.8018	241.5910	152.8723	155.6088	160.7209	172.9643	175.7008	180.8129	151.4030	151.4030	168.1463
	T	184.176	68.976	130.72	130.72	130.72	44.32	44.32	44.32	-6.5676	273.8476	-78.5676
h	M	1001.5281	1126.3856	715.2682	723.0466	727.5594	808.9114	816.6898	821.2026	1229.4333	182.4201	1307.4693
	N	-1232.5986	-1555.9632	-884.9740	-885.0357	-884.8651	-1127.4975	-1127.5592	-1127.3885	-744.7287	-993.2401	-946.8316
	T	214.8021	241.5913	152.8725	155.6090	160.7208	172.9645	175.7010	180.8127	316.2352	-13.4288	332.9785
i	M	-499.6703	-561.9057	-353.1047	-364.4819	-395.7543	-399.7813	-397.0448	-442.4308	-982.5097	278.1249	-1021.4068
	N	-1232.5986	-1555.9632	-884.9740	-885.0357	-884.8651	-1127.4975	-1127.5592	-1127.3885	-744.7287	-993.2401	-946.8316
	T	214.8021	241.5913	152.8725	155.6030	160.7208	172.9645	175.7010	180.8127	316.2352	-13.4288	332.9785
j	M	-723.7855	691.0917	-552.8948	-516.5977	-507.9869	-498.3745	-492.0773	-483.4666	-510.0982	-510.0982	-489.6646
	N	214.8018	241.5910	152.8723	155.6088	160.7209	172.9643	170.7008	180.8129	151.4030	151.4030	168.1463
	T	0	0	0	0	0	0	0	0	140.2076	-140.2076	140.2076

f Kesitinde : (50/100) Tablalı

$$1.4G + 1.6P_1$$

$$M = -2187.1056 \text{ kNm} = -218.71056 \text{ tm}$$

$$N = -1174.5070 \text{ kN} = -117.4507 \text{ t}$$

$$m = 0.218$$

$$n = 0.117$$

$$w = 0.20$$

$$A_{s1} = 54.47 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = 3.0/10$$

$$1.4G + 1.6P$$

$$M = -2575.0581 \text{ kNm} = -257.5058 \text{ tm}$$

$$N = -1312.1020 \text{ kN} = -131.2102 \text{ t}$$

$$m = 0.257$$

$$n = 0.131$$

$$w = 0.28$$

$$A_{s1} = 80.46 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c1}/\varepsilon_{s1} = -3.5/10$$

$$1.G + 1.2P + 1.2T$$

$$M = -1862.1284 \text{ kNm} = -186.2128 \text{ tm}$$

$$N = -946.4841 \text{ kN} = -94.6484 \text{ t}$$

$$m = 0.186$$

$$n = 0.094$$

$$w = 0.20$$

$$A_{s1} = 54.47 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -3.0/10$$

$$1.G + 1P + 1E$$

$$M = -1821.4951 \text{ kNm} = -182.1495 \text{ tm}$$

$$N = -836.8619 \text{ kN} = -83.6811 \text{ t}$$

$$m = 0.182$$

$$n = 0.083$$

$$w = 0.20$$

$$A_{s1} = 57.47 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -3.0/10$$

Seçilen donatı $8\phi 36$ (81.43 cm^2)

$$\rho = 2 \times 81.43 / 50 \times 100 = 0.032 < 0.04$$

g Kesitinde : (50/100) Tablalı

$$1.4G + 1.6P_1$$

$$M = -1185.5775 \text{ kNm} = -118.5577 \text{ tm}$$

$$N = 214.8018 \text{ kN} = 21.4801 \text{ t}$$

$$m = 0.118$$

$$n = -0.021$$

$$w = 0.12$$

$$A_{s1} = 34.48 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10.$$

$$1.4G + 1.6P$$

$$M = -1448.6713 \text{ kNm} = -144.8671 \text{ t}$$

$$N = 241.5910 \text{ kN} = 24.1591 \text{ t}$$

$$m = 0.144$$

$$n = -0.024$$

$$w = 0.20$$

$$A_{s1} = 54.47 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10$$

$$1.G + 1.2P + 1.2T$$

$$M = -1051.7351 \text{ kNm} = -105.1735 \text{ tm}$$

$$N = -172.9643 \text{ kN} = 17.2964 \text{ t}$$

$$m = 0.105$$

$$n = -0.017$$

$$w = 0.18$$

$$A_{s1} = 51.72 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10$$

$$1.G + 1P + E$$

$$M = -1561.0383 \text{ kNm} = -156.1038 \text{ tm}$$

$$N = -168.1463 \text{ kN} = -16.8146 \text{ t}$$

$$m = 0.156$$

$$n = -0.016$$

$$w = 0.20$$

$$A_{s1} = 57.47 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10$$

Seçilen donatı 6 ϕ 36 (61.07 cm²)

h Kesitinde : (50/91.45) Dikdörtgen

$$1.4G + 1.6P_1$$

$$M = -1001.5281 \text{ kNm} = 100.1528 \text{ tm}$$

$$N = -1232.5986 \text{ kN} = -123.2598 \text{ t}$$

$$m = 0.1$$

$$n = 0.123$$

$$w = 0.09$$

$$A_{s1} = 23.65 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10.$$

$$1.4G + 1.6P$$

$$M = 1126.3856 \text{ kNm} = 112.6385 \text{ t}$$

$$N = -1555.9632 \text{ kN} = -155.5963 \text{ t}$$

$$m = 0.112$$

$$n = 0.155$$

$$w = 0.08$$

$$A_{s1} = 21.02 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -3.0/10$$

$$1.G + 1.2P + 1.2T$$

$$M = 821.2026 \text{ kNm} = 82.1202 \text{ tm}$$

$$N = -1127.3885 \text{ kN} = -112.7388 \text{ t}$$

$$m = 0.082$$

$$n = 0.112$$

$$w = 0.05$$

$$A_{s1} = 13.13 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -2.0/10$$

$$1.G + 1P + 1E$$

$$M = 1307.469 \text{ kNm} = 130.7469 \text{ tm}$$

$$N = -946.8316 \text{ kN} = -94.6831 \text{ t}$$

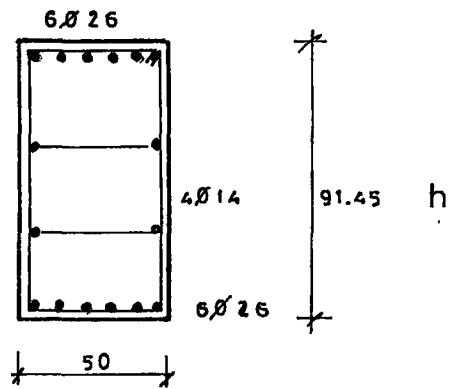
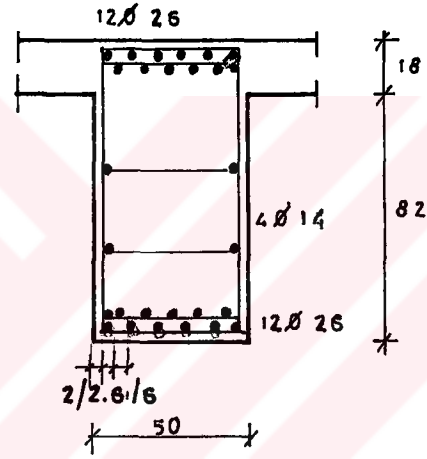
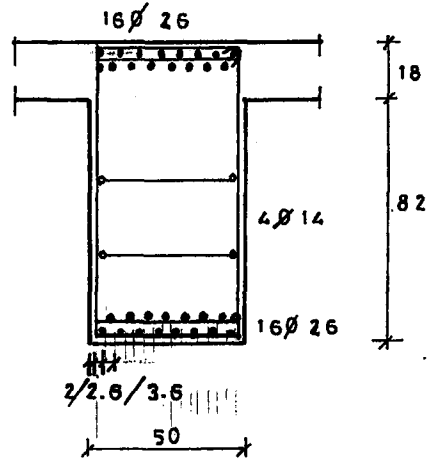
$$m = 0.131$$

$$n = 0.094$$

$$w = 0.12$$

$$A_{s1} = 31.53 \text{ cm}^2, \quad \varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1} = -3.0/10$$

Seçilen donatı $4\phi 32$ (32.17 cm^2)



Şekil 2.145. Kesitlere Ait Donatıların Gösterimi

BÖLÜM III

KOLON-KİRİŞ BİRLEŞİM BÖLGELERİNİN SİSTEM DAVRANIŞINA ETKİLERİ

3.1. Giriş

Yatay yüklerin etkisindeki çubuk sistemlerin mekanik modelleri kurulurken elemanların birbirlerine yük aktardıkları varsayılır. Gerçekte yük aktarımı düğüm noktası adı verilen belirli noktalardan yada elemanların birbirlerine bağlanmaları sonlu bölgeler aracılığı ile olmaktadır. Düzlem çerçeve sistemlerde düğüm noktaları moment ve kesme kuvvetleri etkisindedir. Bu etkiler düğüm noktası üzerinde yayılı basınç gerilmeleri veya tekil çekme kuvvetleri tarzında yada yayılı kayma gerilmeleri şeklinde olmaktadır. Yalnız düğüm noktası bir sistem olarak dışarı çıkarılıp bu gerilmeler dış yük olarak etkitildiğinde düğüm noktası içinde deformasyon ve gerilme durumlarının ne şekilde olacağı incelenebilir.

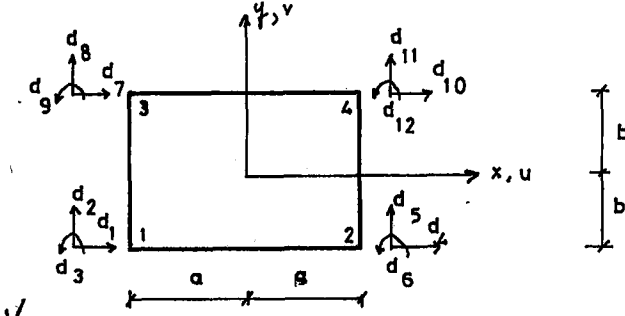
Kolon kiriş birleşim bölgelerinin sonsuz rijit sayılabilmesi için en önemli koşulun bu bölgedeki malzemenin lineer olma sınırını aşmaması olduğu söylenebilir. İki yönlü yükler etkisinde kalıp beton gibi basınç ve çekme altında farklı özellikler gösteren bir malzemenin kolon-kiriş bölgesinde yer alması olayı karıştırmakta, sistem davranışını bölgesel veya bütünüyle etkileyebilmektedir. Uygun biçimde boyutlandırılıp donatılmamış bulunan kolon-kiriş birleşim bölgelerinin deprem sonrası tümüyle dağılması, önce bölgesel sonra toptan göçmelere neden olabilmektedir. Böyle bir uç durumda mekanik modele sonsuz rijit olarak giren eleman uçlarındaki bölümlerin rijitlikleri en

az düzeye inmiş olmaktadır. Mekanik modele genellikle bir bölge girmeyen ve çubuk uçlarındaki rijit parçalarla temsil edilme alışkanlığı olan kolon-kiriş birleşim bölgesinin sistem davranışına olan etkilerinin mertebesini saptamak olayı etkileyen parametreleri belirlemek bu çalışmanın konusunu oluşturmaktadır.



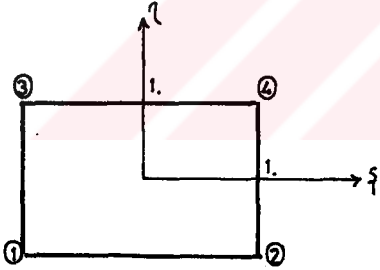
3.2. Matris Deplasman Yöntemi İle Düzlem Levha Problemi

Kullanılan levha eleman şu şekilde tarif edilmiştir.



Şekil 3.1. Kullanılan Levha Elemanın Gösterimi

Hesaplara kolaylık getirebilmek için boyutsuz eksen takımı kullanılırsa levha eleman aşağıdaki gibi olur. [3,4]



$$(1) \quad \xi_0 = -1, \quad \eta_0 = -1$$

$$(2) \quad \xi_0 = 1, \quad \eta_0 = -1$$

$$(3) \quad \xi_0 = -1, \quad \eta_0 = 1$$

$$(4) \quad \xi_0 = 1, \quad \eta_0 = 1$$

Şekil 3.2. Boyutsuz Eksen Takımında Levha Elemanın Gösterimi

Genel Şekil Fonksiyonları: $[u] = [A] [A_d]^{-1}$

$$u = 1 \quad u = \frac{1}{4} (1 + \xi_0 \xi) \left[1 + \frac{\eta_0 \eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$v = 0 \quad v = \frac{\epsilon}{16} \eta_0 \xi_0 (\xi^2 - 1) (\xi \xi_0 + 1)$$

$$\theta = 0 \quad \theta = \frac{1}{2} \left[-\frac{3}{16b} (2 + \xi_0 \xi) + \frac{3}{13b} \xi^2 + \frac{3}{16b} \eta^2 (1 + \xi_0 \xi) \right]$$

$$u = 0 \quad u = \frac{1}{16\epsilon} \xi_0 \eta_0 (\eta^2 - 1) (\eta \eta_0 + 1)$$

$$v = 1 \quad v = \frac{1}{4} (1 + \eta_0 \eta) \left[1 + \frac{\xi_0 \xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\theta = 0 \quad \theta = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{16a} (2 + \eta_0 \eta) - \frac{3}{16a} \eta^2 - \frac{3}{16a} \xi^2 (1 + \eta_0 \eta) \right]$$

$$u = 0 \quad u = \frac{b}{8} \eta_0 (1 - \eta^2) (1 + \eta_0 \eta) (1 + \xi_0 \xi)$$

$$v = 0 \quad v = -\frac{a}{8} \xi_0 (1 - \xi^2) (1 + \xi_0 \xi) (1 + \eta_0 \eta)$$

$$\theta = 1 \quad \theta = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{8} (-2 + \xi_0 \xi + \eta_0 \eta + 4 \xi_0 \eta_0 \xi \eta) - \frac{3}{8} [\eta^2 (1 - \xi_0 \xi) + \xi^2 (1 - \eta_0 \eta)] \right\}$$

Deformasyon Matrisi:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad [\partial][u] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$$u = 1 \quad \epsilon_{x1} = \frac{\xi_0}{4a} \left[1 + \frac{\eta_0 \eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$v = 0 \quad \epsilon_{y1} = 0$$

$$\theta = 0 \quad \gamma_{xy1} = \frac{\eta_0}{16b} (1 + \xi_0 \xi) (5 - 3\eta^2) + \frac{\eta_0 \xi_0}{16b} (3\xi^2 \xi_0 + 2\xi - \xi_0)$$

$$u = 0 \quad \varepsilon_{x2} = 0$$

$$v = 1 \quad \varepsilon_{y2} = \frac{\eta_0}{4b} \left\{ \left(1 + \frac{\xi_0 \xi}{4} \right) (5 - \xi^2) \right\}$$

$$\theta = 0 \quad \gamma_{xy2} = \frac{\eta_0 \xi_0}{16a} (3\eta^2 \eta_0 + 2\eta - \eta_0) + \frac{\xi_0}{16a} (1 + \eta_0 \eta) (5 - 3\xi^2)$$

$$u = 0 \quad \varepsilon_{x3} = \frac{b}{8a} \xi_0 \eta_0 (1 - \eta^2) (1 + \eta_0 \eta)$$

$$v = 0 \quad \varepsilon_{y3} = -\frac{a}{8b} \xi_0 \eta_0 (1 - \xi^2) (1 + \xi_0 \xi)$$

$$\theta = 1 \quad \gamma_{xy3} = \frac{\eta_0}{8} (1 + \xi_0 \xi) (\eta_0 - 2\eta - 3\eta_0 \eta^2) - \frac{\xi_0}{8} (1 + \eta_0 \eta) (\xi_0 - 2\xi - 3\xi_0 \xi^2)$$

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x1} & \varepsilon_{x2} & \varepsilon_{x3} & \varepsilon_{x1} & \varepsilon_{x2} & \varepsilon_{x3} & \varepsilon_{x1} & \varepsilon_{x2} & \varepsilon_{x3} & \varepsilon_{x1} & \varepsilon_{x2} & \varepsilon_{x3} \\ \varepsilon_{y1} & \varepsilon_{y2} & \varepsilon_{y3} & \varepsilon_{y1} & \varepsilon_{y2} & \varepsilon_{y3} & \varepsilon_{y1} & \varepsilon_{y2} & \varepsilon_{y3} & \varepsilon_{y1} & \varepsilon_{y2} & \varepsilon_{y3} \\ \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} \end{bmatrix}$$

$$\xi_0 = -1, \eta_0 = -1 \quad \xi_0 = 1, \eta_0 = -1 \quad \xi_0 = -1, \eta_0 = 1 \quad \xi_0 = 1, \eta_0 = 1$$

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dv$$

$$\begin{bmatrix}
 \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} \\
 \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} \\
 \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3} & \gamma_{xy1} & \gamma_{xy2} & \gamma_{xy3}
 \end{bmatrix}$$

[B]

3x12

$$\frac{E}{1-\nu^2} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

[D]

3x3

$$\begin{bmatrix}
 \epsilon_{x1} & \epsilon_{y1} & \gamma_{xy1} \\
 \epsilon_{x2} & \epsilon_{y2} & \gamma_{xy2} \\
 \epsilon_{x3} & \epsilon_{y3} & \gamma_{xy3} \\
 \epsilon_{x1} & \epsilon_{y1} & \gamma_{xy1} \\
 \epsilon_{x2} & \epsilon_{y2} & \gamma_{xy2} \\
 \epsilon_{x3} & \epsilon_{y3} & \gamma_{xy3} \\
 \epsilon_{x1} & \epsilon_{y1} & \gamma_{xy3} \\
 \epsilon_{x2} & \epsilon_{y2} & \gamma_{xy3} \\
 \epsilon_{x3} & \epsilon_{y3} & \gamma_{xy3} \\
 \epsilon_{x1} & \epsilon_{y1} & \gamma_{xy1} \\
 \epsilon_{x2} & \epsilon_{y2} & \gamma_{xy2} \\
 \epsilon_{x3} & \epsilon_{y3} & \gamma_{xy3}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a & b & c
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 k_{11} & k_{12} \\
 k_{12_1} & k_{12_2}
 \end{bmatrix}$$

[B]^T [B]^T[D] [K]

k₁₁₂ k_{12_1} k_{12_2}

12x3 12x3 12x12

$$\epsilon_{x1} = -\frac{1}{4a} \left[1 - \frac{y}{4b} \left(5 - \frac{y^2}{b^2} \right) \right]$$

$$\epsilon_{y1} = 0$$

$$\gamma_{xy1} = \frac{1}{16b} \left[-4 + 7 \frac{x}{a} - 3 \frac{yx^2}{ab^2} + 3 \frac{y^2}{b^2} - 3 \frac{x^2}{a^2} \right]$$

$$a = \epsilon_{x1}$$

$$b = \nu \epsilon_{x1}$$

$$c = \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy1}$$

$$k_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} \int_t^a \int_{-a}^b \int_{-b}^b \left[\epsilon_{x1}^2 + \frac{1-\nu}{2} \gamma_{xy1}^2 \right] dy dx dt$$

$$\begin{aligned} k_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} \{ & \int_t^a \int_{-a}^b \int_{-b}^b \left[\frac{1}{16a^2} \left(1 - 1.25 \left(\frac{y}{b} \right) + 1.5625 \left(\frac{y^2}{b^2} \right) + 0.5 \left(\frac{y^3}{b^3} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 0.625 \left(\frac{y^4}{b^4} \right) + 0.0625 \left(\frac{y^6}{b^6} \right) \right) \right] dy dx dt + \int_t^a \int_{-a}^b \int_{-b}^b \frac{1}{256b^2} \left[16 - 56 \frac{x}{a} + \right. \\ & + 66 \frac{xy^2}{ab^2} - 24 \frac{y^2}{b^2} + 73 \frac{x^2}{a^2} - 60 \frac{xy^2}{a^2b^2} - 42 \frac{x^3}{a^3} + 9 \frac{x^2y^4}{a^2b^4} - 18 \frac{xy^4}{ab^4} + \\ & \left. + 18 \frac{x^3y^3}{a^3b^2} + 9 \frac{y^4}{b^4} + 9 \frac{x^4}{a^4} \right] dy dx dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} \{ & \left[\frac{1}{4} \frac{b}{a} + \frac{3.125}{24} \frac{b}{a} - \frac{1.25}{40} \frac{b}{a} + \frac{0.125}{56} \frac{b}{a} \right] + \frac{1-\nu}{2} \left[\frac{39.2}{256} \frac{a}{b} \right. \\ & \left. + \frac{73.0666}{256} \frac{a}{b} + 7.2 \frac{a}{b} \right] \} t \end{aligned}$$

$$k_{11} = \frac{Et}{1-\nu^2} \left[\frac{59}{168} \frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{2} \frac{119.466}{256} \frac{a}{b} \right]$$

$$k_{14} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{59}{168} \frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{12b} \right]$$

$$k_{17} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{25}{168} \frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{2} \frac{7}{15} \frac{a}{b} \right]$$

$$k_{110} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{25}{168} \frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{12b} \right]$$

$$k_{112} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\nu}{4} + \frac{1-\nu}{2} \frac{9}{40} \right] = k_{21}$$

$$k_{15} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\nu}{4} - \frac{1-\nu}{2} \frac{9}{40} \right] = -k_{24}$$

$$k_{18} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{\nu}{4} + \frac{1-\nu}{2} \frac{9}{40} \right] = -k_{27}$$

$$k_{111} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{\nu}{4} - \frac{1-\nu}{2} \frac{9}{40} \right] = k_{2,10}$$

$$k_{13} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{43}{420} \frac{b^2}{a} + \frac{\nu a}{12} - \frac{1-\nu}{a} \frac{11a}{60} \right] = k_{31}$$

$$k_{16} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{43}{420} \frac{b^2}{a} - \frac{\nu a}{12} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{12} \right] = k_{34}$$

$$k_{19} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{27}{420} \frac{b^2}{a} - \frac{\nu a}{12} - \frac{1-\nu}{2} \frac{11a}{b} \right] = -k_{37}$$

$$k_{112} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{27}{420} \frac{b^2}{a} + \frac{\nu a}{12} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{12} \right] = -k_{310}$$

$$k_{22} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{59}{168} \frac{a}{b} + \frac{1-\nu}{2} \frac{7}{15} \frac{b}{a} \right]$$

$$k_{25} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{25}{168} \frac{a}{b} - \frac{1-\nu}{2} \frac{7}{15} \frac{b}{a} \right]$$

$$k_{28} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{59}{168} \frac{a}{b} + \frac{1-\nu}{2} \frac{b}{12a} \right]$$

$$k_{2_{11}} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{25}{168} \frac{a}{b} - \frac{1-\nu}{2} \frac{b}{12a} \right]$$

$$k_{23} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{43}{420} \frac{a^2}{b} - \frac{\nu b}{12} + \frac{1-\nu}{2} \frac{11b}{60} \right] = k_{32}$$

$$k_{26} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{27}{420} \frac{a^2}{b} + \frac{\nu b}{12} + \frac{1-\nu}{2} \frac{11b}{60} \right] = -k_{35}$$

$$k_{29} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{43}{420} \frac{a^2}{b} + \frac{\nu b}{12} - \frac{1-\nu}{2} \frac{b}{12} \right] = k_{38}$$

$$k_{2_{12}} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{27}{420} \frac{a^2}{b} - \frac{\nu b}{12} - \frac{1-\nu}{2} \frac{b}{12} \right] = -k_{3_{11}}$$

$$k_{33} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{4}{105} \left(\frac{b^3}{a} + \frac{a^3}{b} \right) - \frac{\nu ab}{18} + \frac{1-\nu}{2} \frac{3ab}{10} \right]$$

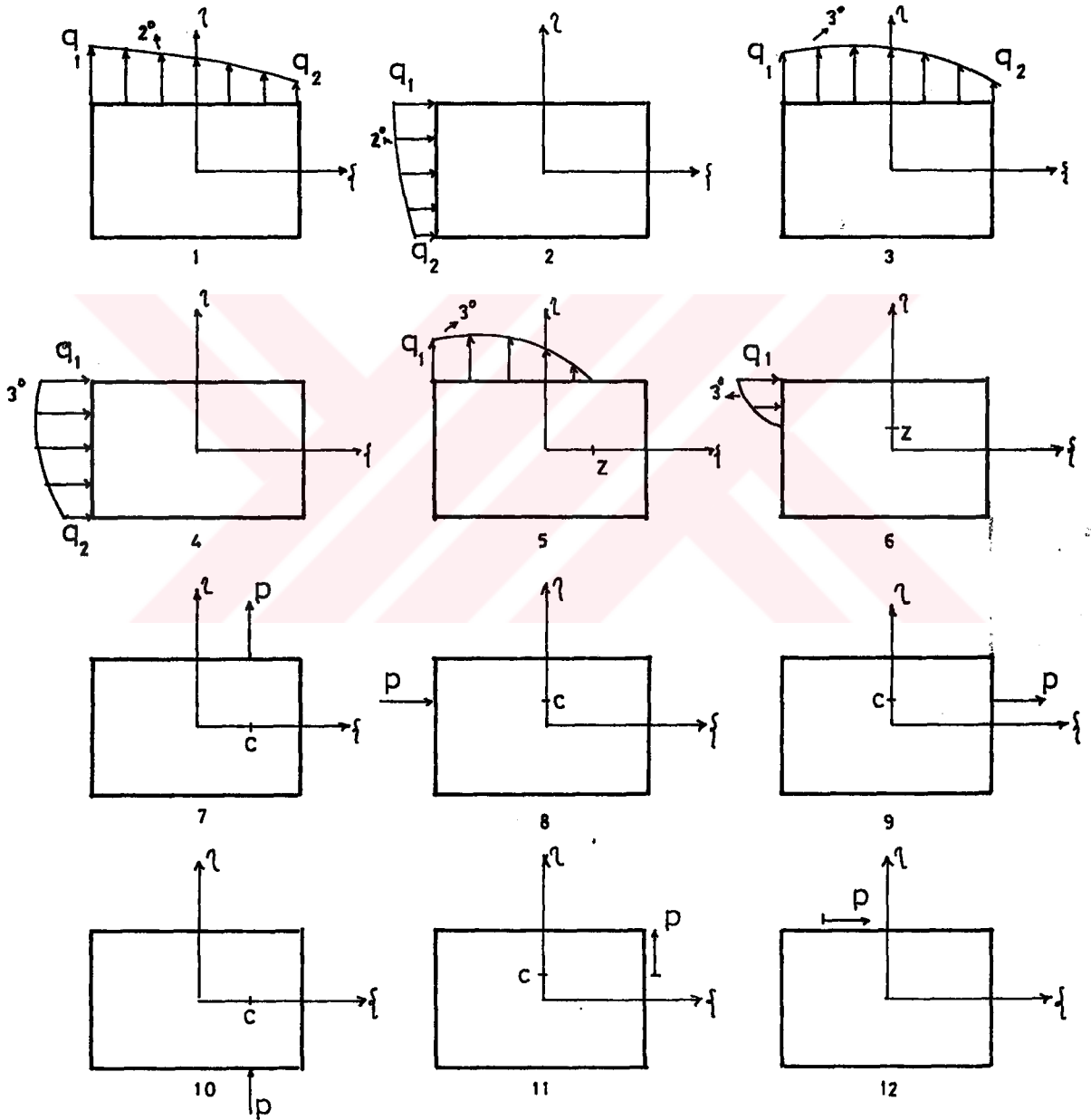
$$k_{36} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{4}{105} \frac{b^3}{a} - \frac{a^3}{35b} + \frac{\nu ab}{18} + \frac{1-\nu}{2} \frac{ab}{10} \right]$$

$$k_{39} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[-\frac{b^3}{35a} - \frac{4a^3}{105b} + \frac{\nu ab}{18} + \frac{1-\nu}{2} \frac{ab}{10} \right]$$

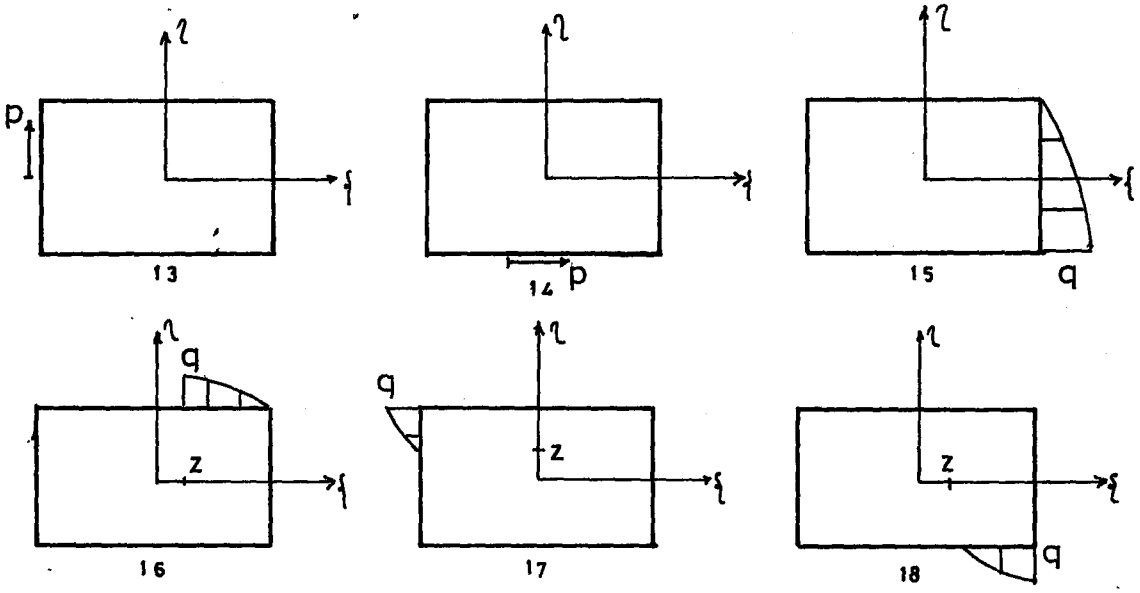
$$k_{3_{12}} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{35} \left(\frac{b^3}{a} + \frac{a^3}{b} \right) - \frac{\nu ab}{18} - \frac{1-\nu}{2} \frac{ab}{10} \right]$$

3.3. Düzlem Levha Eleman Üzerine Etkiyen Değişik Yükleme Durumlarına Ait $[P_0]$ Yükleme Matrislerinin Elde Edilmesi

Hesaplar aşağıdaki yükleme durumlarına göre yapılmıştır.



Şekil 3.3. Levha Eleman Etkiyen Yükleme Tipleri



Şekil 3.3. (Devam)

Yukarıdaki yükleme durumlarından oluşan yükleme terimlerini, bu yük durumlarının her birinin üzerinde bulunduğu kenar üzerindeki şekil fonksiyonunda yaptığı işi hesaplayarak elde edeceğiz. Yükleme matrisini veren formül $[P_0] = - \int_V [A_d]^{-1T} [A]^T [q] dv$ şeklindedir. $[A][A_d]^{-1} = [u]$, buradan yükleme matrisinin şekil fonksiyonlarına bağlı olduğu görülmektedir. 12 yükleme teriminden herhangi biri, bulunduğu köşenin koordinatları ile yükün üzerinde bulunduğu kenarın eksen takımındaki yeri gözönüne alınarak elde edilen şekil fonksiyonu ile $[q]$ yük değerlerinin çarpımlarının o kenar üzerindeki integrasyonudur.

1 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levha elemanın $\eta = 1$ kenarında 2^0 parabol şeklinde tam yayıllı yük söz konusudur. Yük fonksiyonu,

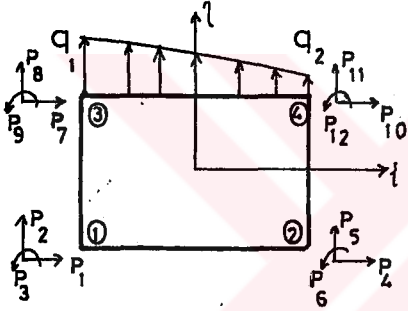
$$q(\xi) = \left(\frac{q_2 - q_1}{4}\right) \xi^2 + \left(\frac{q_2 - q_1}{2}\right) \xi + \frac{3q_1 + q_2}{4} \quad \text{dür.}$$

Sınır şartları:

$$\xi = -1 \quad ; \quad q'(\xi) = 0$$

$$\xi = -1 \quad ; \quad q(\xi) = q_1$$

$$\xi = 1 \quad ; \quad q(\xi) = q_2$$

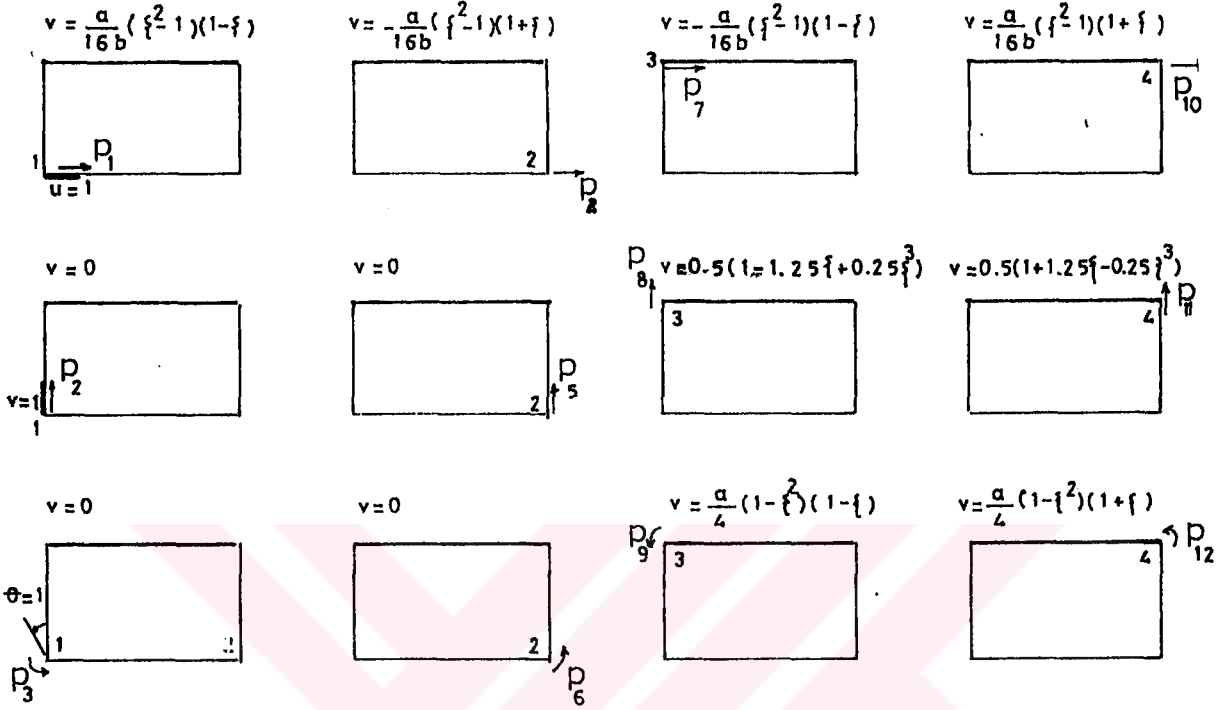


$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \\ p_9 \\ p_{10} \\ p_{11} \\ p_{12} \end{bmatrix} = \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \\ t_9 \\ t_{10} \\ t_{11} \\ t_{12} \end{bmatrix} * [q(\xi)] d\xi$$

[U]^T

Şekil 3.4. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarında 2.° Parabol Yük

$\eta = 1$ kenarı üzerinde uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan deplasman fonksiyonlar :



Şekil 3.5. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarındaki v Deplasman Fonksiyonları

$$t_1 = \frac{\epsilon}{16} (\xi^2 - 1) (1 - \xi)$$

$$p_1 = \frac{a}{b \cdot 16} \left[\frac{1}{15} \cdot (q_2 - q_1) \right]$$

$$t_2 = 0$$

$$- \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \Big|_{\xi a}$$

$$t_3 = 0$$

$$p_2 = p_3 = 0$$

$$t_4 = - \frac{\epsilon}{16} (\xi^2 - 1) (1 + \xi)$$

$$p_4 = - \frac{a}{b \cdot 16} \left[- \frac{3}{15} \cdot (q_2 - q_1) - \right]$$

$$t_5 = 0$$

$$- \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \Big|_{\xi a}$$

$$t_6 = 0$$

$$p_5 = p_6 = 0$$

$$t_7 = -\frac{\varepsilon}{16} (\xi^2 - 1) (1 - \xi)$$

$$p_7 = -p_1$$

$$t_8 = 0.5 (1 - 1.25\xi + 0.25\xi^3)$$

$$p_8 = 0.5 \left[-0.2 \times (q_2 - q_1) + 2 \times \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] \times a$$

$$t_9 = \frac{a}{4} \times (1 - \xi^2) (1 - \xi)$$

$$p_9 = \frac{a}{4} \left[\frac{-1}{15} \times (q_2 - q_1) + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] \times a$$

$$t_{10} = \frac{\varepsilon}{16} (\xi^2 - 1) (1 - \xi)$$

$$p_{10} = -p_4$$

$$t_{11} = 0.5 \times (1 + 1.25\xi - 0.25\xi^3)$$

$$p_{11} = 0.5 \left[\frac{8}{15} \times (q_2 - q_1) + 2 \times \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] \times a$$

$$t_{12} = -\frac{a}{4} (1 - \xi^2) (1 + \xi)$$

$$p_{12} = -\frac{a}{4} \left[\frac{3}{15} \times (q_2 - q_1) + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] \times a$$

2 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levha elemanın $\xi = -1$ kenarında 2° parabol şeklinde tam yayıllı yük söz konusudur.

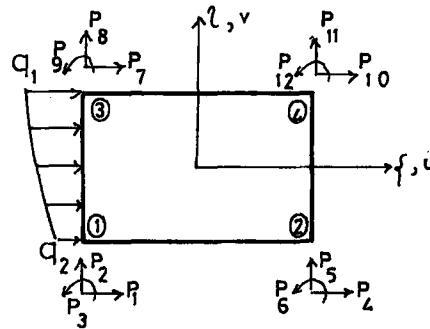
$$q(\eta) = \left(\frac{q_2 - q_1}{4} \right) \eta^2 + \left(\frac{q_1 - q_2}{2} \right) \eta + \left(-\frac{3q_1 + q_2}{4} \right)$$

Sınır şartları:

$$\eta = 1 \quad ; \quad q'(\eta) = 0$$

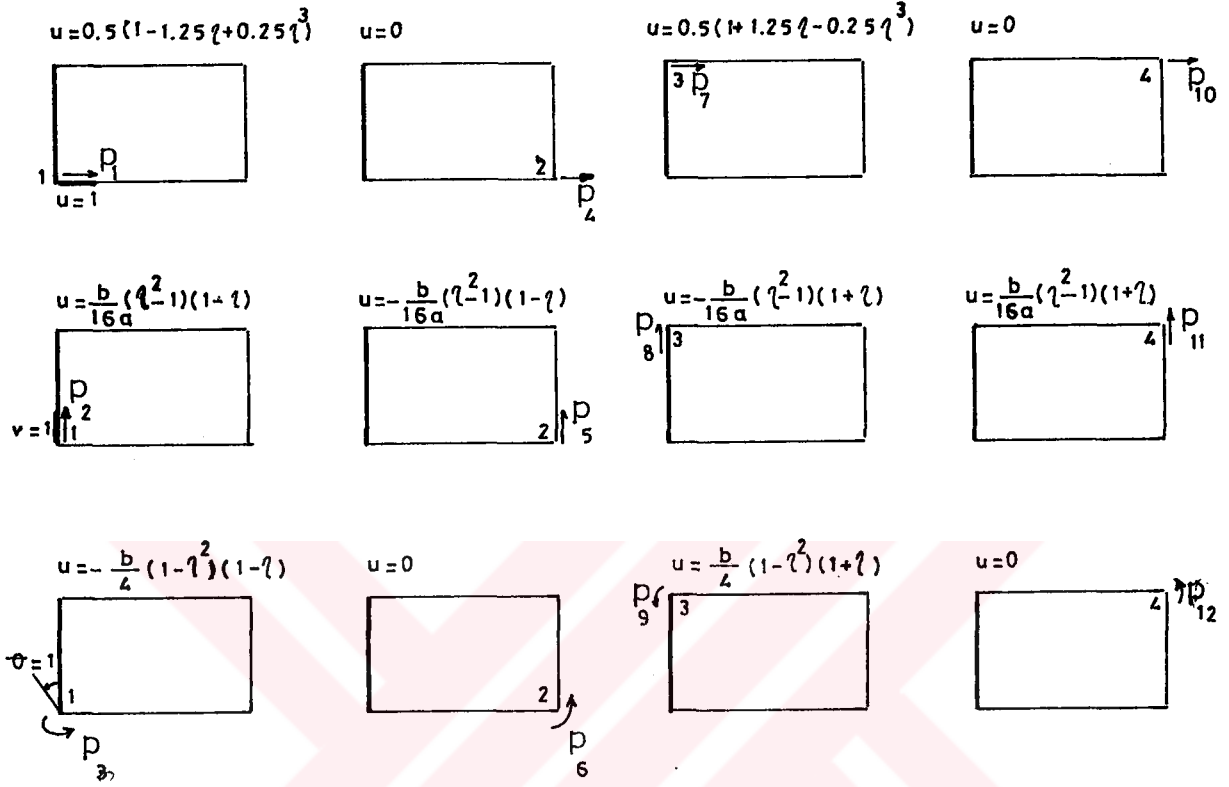
$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = q_1$$

$$\eta = -1 \quad ; \quad q(\eta) = q_2$$



Şekil 3.6. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarında 2° Parabol Yük

$\xi = -1$ kenarı üzerinde uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan u deplasman fonksiyonları :



Şekil 3.7. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarındaki u Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = 0.5x \left[-8/15x(q_1 - q_2) + 2 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] * b$$

$$p_2 = \frac{b}{16a} \left[3/15 * (q_1 - q_2) - 4/3 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] * b$$

$$p_3 = - \frac{b}{4} * \left[-3/15 * (q_1 - q_2) + 4/3 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4} \right) \right] * b$$

$$p_4 = 0$$

$$p_5 = -p_2$$

$$p_6 = 0$$

$$p_7 = 0.5 * [0.2 * (q_1 - q_2) + 2 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4}\right)] * b$$

$$p_8 = -\frac{b}{16a} \left[-1/15 * (q_1 - q_2) - 4/3 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4}\right) \right] * b$$

$$p_9 = \frac{b}{4} \left[1/15 * (q_1 - q_2) + 4/3 * \left(\frac{3q_1 + q_2}{4}\right) \right] * b$$

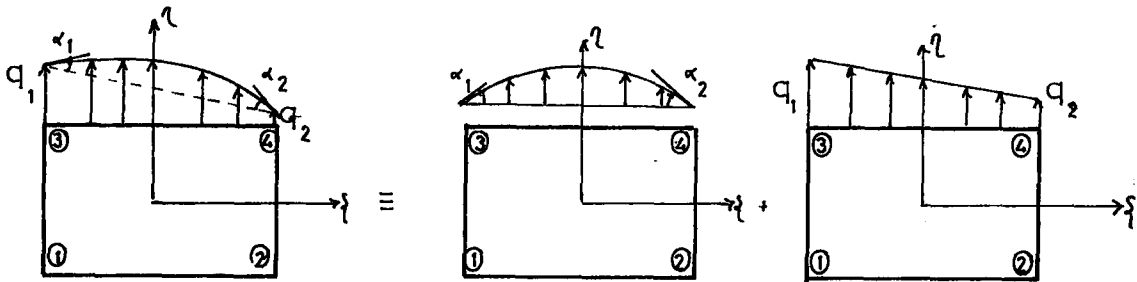
$$p_{10} = 0$$

$$p_{11} = -p_8$$

$$p_{12} = 0$$

3 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levhanın $\eta = 1$ kenarında yamuk+ 3. parabol şeklinde tam yayılı yük söz konusudur. Yük terimleri, bu iki yükün ayrı ayrı şekil fonksiyonları üzerinde integrasyonlarının süperpozisyonu ile bulunmuştur.



Şekil 3.8. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarında 3.° Yayılı Yük

$$q(\xi) = \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) \xi^3 + \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4}\right) \xi^2 - \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) \xi + \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}\right)$$

Sınır şartları:

$$\xi = -1 \quad ; \quad q(\xi) = 0$$

$$\xi = 1 \quad ; \quad q(\xi) = 0$$

$$\xi = -1 \quad ; \quad q'(\xi) = \alpha_1$$

$$\xi = 1 \quad ; \quad q'(\xi) = \alpha_2$$

Yamuk yük:

$$q(\xi) = \left(\frac{q_2 - q_1}{2}\right) \xi - \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)$$

Sınır şartları:

$$\xi = -1 \quad ; \quad q(\xi) = q_1$$

$$\xi = 1 \quad ; \quad q(\xi) = q_2$$

Yüklemeler:

$$p_1 = \frac{a}{16\pi b} \left[0.2666\pi \left(\frac{q_2 - q_1}{2}\right) - 1.3333\pi \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) - 0.1523816\pi \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) + 1.0666\pi \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4}\right) \right] \pi a$$

$$p_2 = 0$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = -\frac{a}{16\pi b} \left[-0.2666\pi \left(\frac{q_2 - q_1}{2}\right) - 1.3333\pi \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) + 0.1523816\pi \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) + 1.0666\pi \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4}\right) \right] \pi a$$

$$p_5 = p_6 = 0$$

$$p_7 = -p_1$$

$$p_8 = 0.5 \left[-0.7333 \left(\frac{q_2 - q_1}{2} \right) + 2 \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) + 0.3047623 \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4} \right) - 1.3333 \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4} \right) \right] \text{ ka}$$

$$p_9 = \frac{a}{4} \left[-0.2666 \left(\frac{q_2 - q_1}{2} \right) + 1.3333 \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) + 0.1523816 \left(\frac{\alpha_2 + \alpha_1}{4} \right) - 1.0666 \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4} \right) \right] \text{ ka}$$

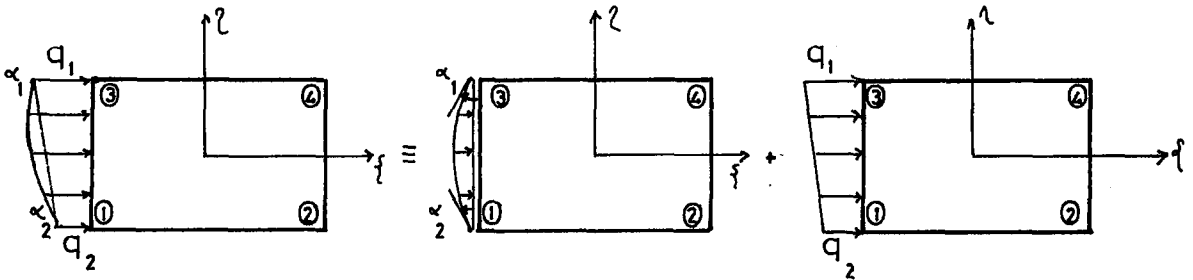
$$p_{10} = -p_4$$

$$p_{11} = 0.5 \left[0.7333 \left(\frac{q_2 - q_1}{2} \right) + 2 \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) - 0.3047623 \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4} \right) - 1.3333 \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4} \right) \right] \text{ ka}$$

$$p_{12} = -\frac{a}{4} \left[0.2666 \left(\frac{q_2 - q_1}{2} \right) + 1.3333 \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) - 0.1523816 \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4} \right) - 1.0666 \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4} \right) \right] \text{ ka}$$

4 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levhanın $\xi = -1$ kenarında yamuk-3^o parabol şeklinde tam yayılı yük söz konusudur. Yük terimleri bu yükün ayrı ayrı bu kenardaki şekil fonksiyonları üzerinde integrasyonlarının süperpozisyonu ile bulunmuştur.



Şekil 3.9. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarında 3^o Yayılı Yük

3^o Parabol Yük:

$$q(\eta) = \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right)\eta^3 + \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}\right)\eta^2 - \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right)\eta + \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{4}\right)$$

Sınır Şartları:

$$\eta = -1 \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

$$\eta = -1 \quad ; \quad q'(\eta) = \alpha_2$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad q'(\eta) = \alpha_1$$

Yamuk Yük:

$$q(\eta) = \left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right)\eta + \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)$$

Sınır şartları:

$$\eta = -1 \quad ; \quad q(\eta) = q_2$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = q_1$$

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = 0.5 \times \left[-0.73333 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) + 2 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) + 0.3047623 \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) - \right. \\ \left. -1.3333 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}\right) \right] \times b$$

$$p_2 = \frac{b}{16 \times a} \left[0.2566 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) - 1.333 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) - 0.1523816 \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) - \right. \\ \left. -1.0666 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}\right) \right] \times b$$

$$p_3 = -\frac{b}{4} \times \left[-0.2666 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) - 1.333 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) + 0.1523816 \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4}\right) - \right. \\ \left. -1.066 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}\right) \right] \times b$$

$$p_4 = 0$$

$$p_5 = -p_2$$

$$p_6 = 0$$

$$p_7 = 0.5 \times \left[0.7333 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2} \right) + 2 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) - 0.3047623 \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4} \right) - 1.3333 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4} \right) \right] \times b$$

$$p_8 = - \frac{b}{16 \times a} \times \left[-0.266 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2} \right) - 1.333 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) + 0.1523816 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4} \right) + 1.0666 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4} \right) \right] \times b$$

$$p_9 = \frac{b}{4} \times \left[0.2666 \times \left(\frac{q_1 - q_2}{2} \right) + 1.3333 \times \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) - 0.1523816 \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{4} \right) - 1.0666 \times \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4} \right) \right] \times b$$

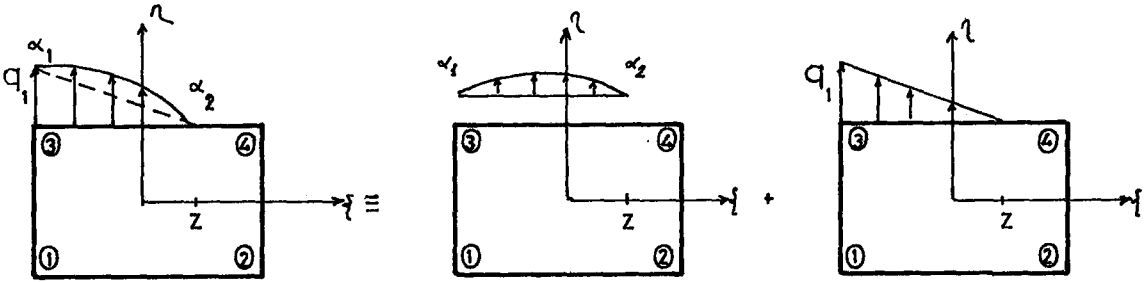
$$p_{10} = 0$$

$$p_{11} = -p_8$$

$$p_{12} = 0$$

5 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levhanın $\eta = 1$ kenarında, üçgen -3° parabol kısmi. yayılı yük söz konusudur. Yük terimleri bu yükün kenardaki şekil fonksiyonları üzerinde ayrı ayrı integrasyonlarının süperpozisyonu ile bulunmuştur.



Şekil 3.10. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarında Kısmi 3^o Yayıllı Yük

3^o. Parabol Yük:

$$\begin{aligned}
 q(\xi) = & \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \xi^3 + \left[\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \xi^2 + \\
 & + \left[\frac{(\alpha_1 z + \alpha_2)}{1+z} - \frac{3\alpha(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \xi + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} (-0.5 - 1.5z) \right. \\
 & \left. + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(z+1)} \right]
 \end{aligned}$$

Sınır şart ları:

$$\xi = -1 \quad ; \quad q(\xi) = 0$$

$$\xi = z \quad ; \quad q(\xi) = 0$$

$$\xi = -1 \quad ; \quad q'(\xi) = \alpha_1$$

$$\xi = z \quad ; \quad q'(\xi) = \alpha_2$$

Üçgen Yük:

$$q(\xi) = - \frac{q_1}{z+1} \xi + \frac{q_1}{z+1} z$$

Sınır şartları:

$$\xi = -1 \quad ; \quad q(\xi) = q_1$$

$$\xi = z \quad ; \quad q(\xi) = 0$$

Yükleme Terimleri:

$$\begin{aligned} p_1 = & \frac{a}{16b} \times \left\{ -\frac{q_1}{z+1} \times \left[-\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0.383333 \right] + \frac{q_1 \cdot z}{z+1} \times \left[\frac{z^4}{4} + \right. \right. \\ & + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - z - 0.916 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[-\frac{z^7}{7} + \frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \right. \\ & + 0.140476 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_2 + \alpha_1)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[-\frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right. \\ & - \frac{z^3}{3} - 0.2166 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{z+1} - \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[-\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \right. \\ & - \frac{z^2}{2} + 0.383333 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \right. \\ & + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(z+1)} \left. \right] \times \left[-\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - z - 0.9166 \right] \} \times a \end{aligned}$$

$$p_2 = 0$$

$$p_3 = 0$$

$$\begin{aligned} p_4 = & -\frac{a}{16b} \times \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0.1166 \right] + \frac{q_1 z}{z+1} \left[\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \right. \right. \\ & - \frac{z^2}{2} - z - 0.416 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[\frac{z^7}{7} + \frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \right. \\ & + 0.0261904 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[\frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{z^3}{3} - 0.05] + \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{z+1} - \frac{3\kappa(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \right. \\
& \left. - \frac{z^2}{2} + 0.1166 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(1+z)} \right] \kappa \\
& \kappa \left[\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} - z - 0.4166 \right] \} \kappa a
\end{aligned}$$

$$p_5 = 0$$

$$p_6 = 0$$

$$p_7 = -p_1$$

$$\begin{aligned}
p_8 = & 0.5\kappa \left\{ -\frac{q_1}{z+1} \left[\frac{z^2}{2} - 1.25 \frac{z^3}{3} + 0.25 \frac{z^5}{5} - 0.8666 \right] + \frac{q_1 z}{z+1} \left[z - 1.25 \frac{z^2}{2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 0.25 \frac{z^4}{4} + 1.5625 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^4}{4} - 1.25\kappa \frac{z^5}{5} + 0.25\kappa \frac{z^7}{7} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 0.464285 \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\kappa(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^3}{3} - 1.25\kappa \frac{z^4}{4} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 0.25\kappa \frac{z^6}{6} + 0.604166 \right] + \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{1+z} - \frac{3\kappa(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^2}{2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 1.25\kappa \frac{z^3}{3} + 0.25\kappa \frac{z^5}{5} - 0.8666 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(1+z)} \right] \kappa \left[z - 1.25 \frac{z^2}{2} + 0.25\kappa \frac{z^4}{4} + 1.5625 \right] \right\} \kappa a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_9 = & \frac{a}{4} \kappa \left\{ -\frac{q_1}{z+1} \left[\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.383333 \right] + \frac{q_1 z}{z+1} \left[\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{z^2}{2} + z - 0.916666 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^7}{7} - \frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 0.140476 \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \kappa \left[\frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{z^3}{3} + 0.2166] + \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{1+z} + \frac{3\alpha(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \times \left[\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \right. \\
& - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.3833] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \right. \\
& \left. + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(1+z)} \right] \times \left[\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + z + 0.9166 \right] \} \times a
\end{aligned}$$

$$p_{10} = -p_4$$

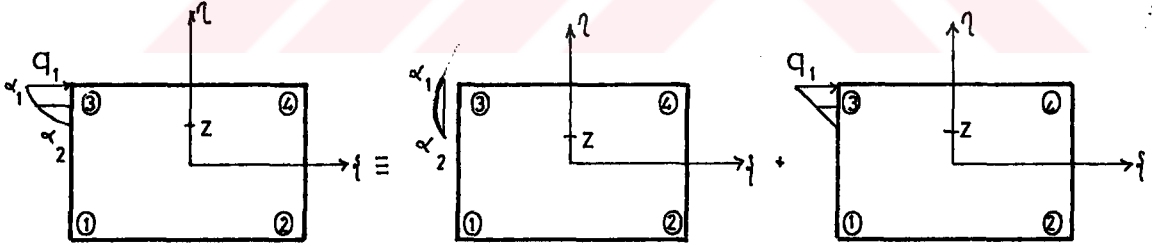
$$\begin{aligned}
p_{11} = & 0.5 \times \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[\frac{z^2}{2} + 1.25 \frac{z^3}{3} - 0.25 \frac{z^5}{5} - 0.1333 \right] + \frac{q_1 z}{z+1} \left[z + \right. \right. \\
& + 1.25 \frac{z^2}{2} - 0.25 \frac{z^4}{4} + 0.4375] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[\frac{z^4}{4} + 1.25 \frac{z^5}{5} - \right. \\
& - 0.25 \frac{z^7}{7} - 0.0357142] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[\frac{z^3}{3} + \right. \\
& + 1.25 \frac{z^4}{4} - 0.25 \frac{z^6}{6} + 0.0625] + \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{1+z} - \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[\frac{z^2}{2} + \right. \\
& + 1.25 \frac{z^3}{3} - 0.25 \frac{z^5}{5} - 0.1333] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \right. \\
& \left. + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(1+z)} \right] \left[z + 1.25 \frac{z^2}{2} - 0.25 \frac{z^4}{4} + 0.4375 \right] \} \times a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{12} = & -\frac{a}{4} \times \left\{ -\frac{q_1}{z+1} \left[-\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.1166 \right] + \frac{q_1 z}{z-1} \left[-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \right. \right. \\
& + \frac{z^2}{2} + z + 0.4166] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[-\frac{z^7}{7} - \frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.0261904] + \left[\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2\pi(z+1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[-\frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \right. \\
& + \frac{z^3}{3} + 0.05] \pi \left[\frac{\alpha_1 z + \alpha_2}{1+z} - \frac{3\pi(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)z}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} \right] \left[-\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \right. \\
& + \frac{z^2}{2} - 0.1166] \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z+1)(-0.5 - 1.5z)}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1} + \frac{\alpha_1(1+2z) + \alpha_2}{2(1+z)} \right] \\
& \left[-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} + z + 0.4166 \right] \} \pi a
\end{aligned}$$

6 Nolu Yükleme Durumu:

Düzlem levhanın $\xi = -1$ kenarında, üçgen -3° parabol kısmi yayılı yük söz konusudur. Yük terimleri bu yükün kenardaki şekil fonksiyonları üzerinde ayrı ayrı integrasyonlarının süperpozisyonu ile bulunmuştur.



Şekil 3.11. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarında 3° Yayılı Yük

3° Parabol Yük:

$$\begin{aligned}
q(\eta) = & \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \eta^3 + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \eta^2 + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \right. \\
& + \left. \frac{3\pi(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \eta + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right]
\end{aligned}$$

Sınır Şartları:

$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

$$\eta = z \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad q'(\eta) = \alpha_1$$

$$\eta = z \quad ; \quad q'(\eta) = \alpha_2$$

Üçgen Yük:

$$q(\eta) = -\frac{q_1}{z-1} \eta + \frac{q_1}{z-1} z$$

Sınır şartları:

$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = q_1$$

$$\eta = z \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

Yükleme Terimleri:

$$\begin{aligned} p_1 = & 0.5 \times \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[-\frac{z^2}{2} + 1.25 \frac{z^3}{3} - 0.25 \frac{z^5}{5} + 0.1333 \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[-z + \right. \right. \\ & + 1.25 \frac{z^2}{2} - 0.25 \frac{z^4}{4} + 0.4375 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^4}{4} + \right. \\ & + 1.25 \frac{z^5}{5} - 0.25 \frac{z^7}{7} + 0.0357142 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \\ & \left[-\frac{z^3}{3} + 1.25 \frac{z^4}{4} - 0.25 \frac{z^6}{6} + 0.0625 \right] + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \\ & \left[-\frac{z^2}{2} + 1.25 \frac{z^3}{3} - 0.25 \frac{z^5}{5} + 0.1333 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] \left[-z + 1.25 \frac{z^2}{2} - 0.25 \frac{z^4}{4} + 0.4375 \right] \} \times b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_2 = & \frac{b}{16a} \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.1166 \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \right. \right. \\
& - \frac{z^2}{2} + z - 0.4166 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^7}{7} - \frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right. \\
& - 0.0261904 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \right. \\
& - 0.05 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3\alpha(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - \right. \\
& - 0.1166 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] \left[\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \right. \\
& - \frac{z^2}{2} + z - 0.4166 \left. \right] \} \times b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_3 = & -\frac{b}{4} \times \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[-\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0.1166 \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[-\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \right. \right. \\
& + \frac{z^2}{2} - z + 0.4166 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^7}{7} + \frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \right. \\
& + 0.0261904 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right. \\
& - \frac{z^3}{3} + 0.05 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3\alpha(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \right. \\
& - \frac{z^2}{2} + 0.1166 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] \times
\end{aligned}$$

$$*\left[-\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - z + 0.416\bar{6}\right] \} * b$$

$$p_4 = 0$$

$$p_5 = -p_2$$

$$p_6 = 0$$

$$\begin{aligned} p_7 = & 0.5 * \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[-\frac{z^2}{2} - 1.25 \frac{z^3}{3} + 0.25 \frac{z^5}{5} + 0.866\bar{6} \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[-z - \right. \right. \\ & - 1.25 \frac{z^2}{2} + 0.25 \frac{z^4}{4} + 1.5625 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^4}{4} - 1.25 \frac{z^5}{5} \right. \\ & + 0.25 \frac{z^7}{7} + 0.4642857 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] * \left[-\frac{z^3}{3} - \right. \\ & - 1.25 \frac{z^4}{4} + 0.25 \frac{z^6}{6} + 0.604166 \left. \right] + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \\ & \left[-\frac{z^2}{2} - 1.25 \frac{z^3}{3} + 0.25 \frac{z^5}{5} + 0.866\bar{6} \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] * \left[-z - 1.25 \frac{z^2}{2} + 0.25 \frac{z^4}{4} + 1.5625 \right] \} * b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_8 = & -\frac{b}{16a} \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[-\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.3833 \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[-\frac{z^4}{4} - \right. \right. \\ & - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} + z - 0.9166 \left. \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[-\frac{z^7}{7} - \frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.140476] + \left[\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \left\{ \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right\} \right] \left[-\frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} + \right. \\
& \left. - \frac{z^3}{3} - 0.2166 \right] + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \\
& \left[-\frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{5} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} - 0.3833 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \right. \\
& \left. + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] \left[-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + \frac{z^2}{2} + z - 0.9166 \right] \} * b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_9 = & \frac{b}{4} \left\{ -\frac{q_1}{z-1} \left[\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0.3833 \right] + \frac{q_1}{z-1} z \left[\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \right. \right. \\
& \left. - \frac{z^2}{2} - z + 0.9166 \right] + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^7}{7} + \frac{z^6}{6} - \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} + 0.140476 \right] + \\
& + \left[\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2(z-1)} - \frac{3}{2} \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z^2 - 1)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^6}{6} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0.2166 \right] + \\
& + \left[\frac{\alpha_1 z - \alpha_2}{z-1} + \frac{3(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)z}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} \right] \left[\frac{z^5}{5} + \frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{3} + 0.3833 \right] + \\
& + \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(z-1)(-1.5z + 0.5)}{z^3 - 3z^2 + 3z - 1} + \frac{\alpha_1(1-2z) + \alpha_2}{2(z-1)} \right] \left[\frac{z^4}{4} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} - \right. \\
& \left. - z + 0.9166 \right] \} * b
\end{aligned}$$

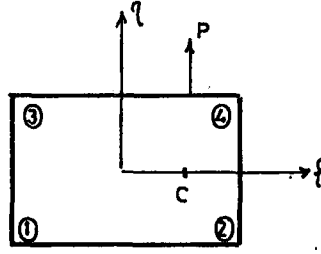
$$p_{10} = 0$$

$$p_{11} = -p_8$$

$$p_{12} = 0$$

7 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\eta = 1$ kenarına η doğrultusunda tekil p kuvveti etki etmektedir. Yükleme terimleri bu kenar üzerinde tekil kuvvetin etkidiği noktadaki şekil fonksiyonu ordinatı ile p kuvvetin şiddetini çarparak elde edilmiştir.



$$p_i = v_i(c) \times p$$

Şekil 3.12. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarında Tekil Yük

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = \frac{a}{16b} (c^2 - 1) (1 - c) \times p$$

$$p_2 = 0$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = -\frac{a}{16b} (c^2 - 1) (1 + c) \times p$$

$$p_5 = 0$$

$$p_6 = 0$$

$$p_7 = -p_1$$

$$p_8 = 0.5 \times [1 - 1.25c + 0.25c^3] \times p$$

$$p_9 = \frac{a}{4} \times (1 - c^2) (1 - c) \times p$$

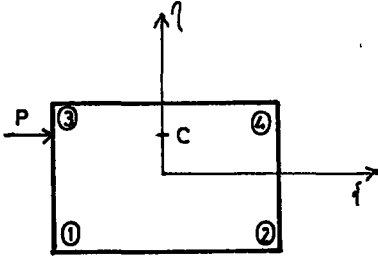
$$p_{10} = -p_4$$

$$p_{11} = 0.5 \times [1 + 1.25c - 0.25c^3] \times p$$

$$p_{12} = -\frac{a}{4} (1 - c^2) \times (1 + c) \times p$$

8 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\xi = -1$ kenarına ξ doğrultusunda tekil kuvvet etki etmektedir.



$$p_i = u_i(c) \times p$$

Şekil 3.13. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarında Tekil Yük Yükleme Terimleri

$$p_1 = 0,5 \times [1 - 1,25 \times c + 0,25 \times c^3] \times p$$

$$p_2 = \frac{b}{16a} \times (c^2 - 1) \times (1 - c) \times p$$

$$p_3 = - \frac{b}{4} \times (1 - c^2) \times (1 - c) \times p$$

$$p_4 = 0$$

$$p_5 = -p_2$$

$$p_6 = 0$$

$$p_7 = 0,5 \times [1 + 1,25 \times c - 0,25 \times c^3] \times p$$

$$p_8 = - \frac{b}{16a} \times (c^2 - 1) \times (1 + c) \times p$$

$$p_9 = \frac{b}{4} \times (1 - c^2) \times (1 + c) \times p$$

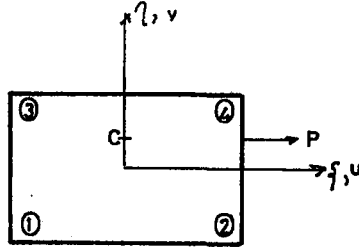
$$p_{10} = 0$$

$$p_{11} = -p_8$$

$$p_{12} = 0$$

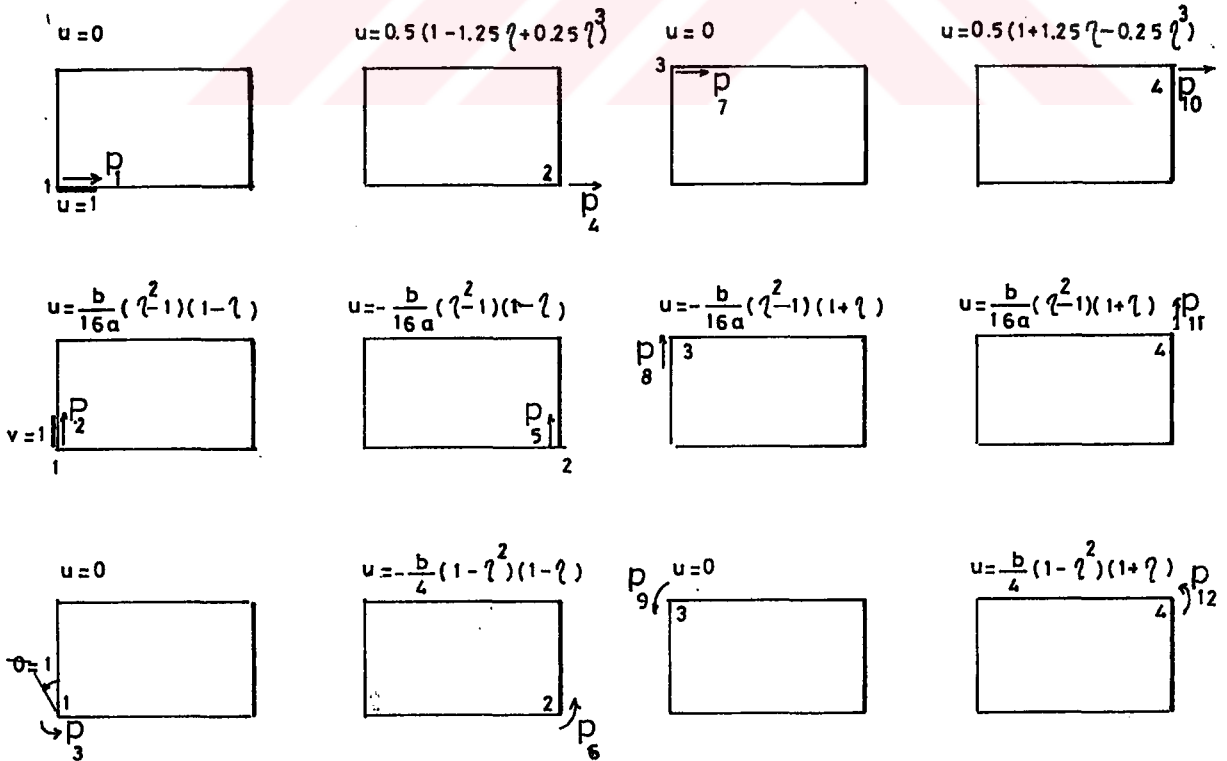
9 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\xi = 1$ kenarına ξ doğrultusunda tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.14. Levha Elemanın $\xi = 1$ Kenarında Tekil Yük

$\xi = 1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan u fonksiyonları:



Şekil 3.15. Levha Elemanın $\xi = 1$ Kenarındaki u Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = \frac{b}{16a} (c^2 - 1) (1 - c) * p$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = 0.5 * [1 - 1.25c + 0.25c^3] * p$$

$$p_5 = -p_2$$

$$p_6 = -\frac{b}{4} * (1 - c^2) * (1 - c) * p$$

$$p_7 = 0$$

$$p_8 = -\frac{b}{16a} (c^2 - 1) (1 + c) * p$$

$$p_9 = 0$$

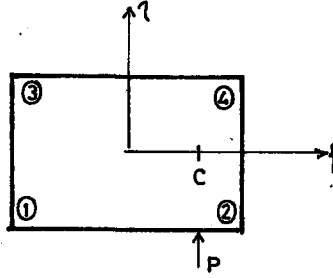
$$p_{10} = 0.5 * [1 + 1.25c - 0.25c^3] * p$$

$$p_{11} = -p_8$$

$$p_{12} = \frac{b}{4} * (1 - c^2) (1 + c) * p$$

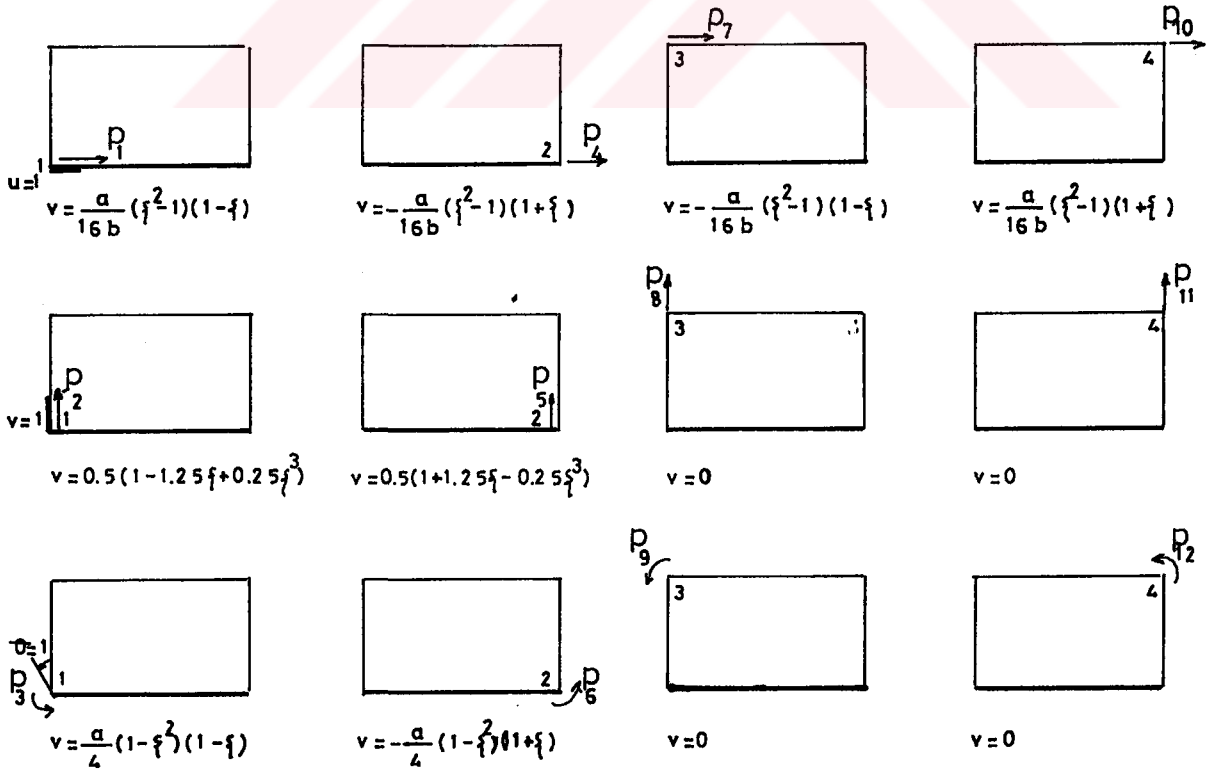
10 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\eta = -1$ kenarına η doğrultusunda tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.16. Levha Elemanın $\eta = -1$ Kenarında Tekil Yük

$\eta = -1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan ve fonksiyonları



Şekil 3.17. Levha Elemanın $\eta = -1$ Kenarında v Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = \frac{a}{16b} (c^2 - 1) (1 - c) * p$$

$$p_2 = 0.5 * [1 - 1.25c + 0.25c^3] * p$$

$$p_3 = \frac{a * (1 - c^2)}{4} (1 - c) * p$$

$$p_4 = - \frac{a}{16b} (c^2 - 1) (1 + c) * p$$

$$p_5 = 0.5 * [1 + 1.25c - 0.25c^3] * p$$

$$p_6 = - \frac{a * (1 - c^2)}{4} (1 + c) * p$$

$$p_7 = -p_1$$

$$p_8 = 0$$

$$p_9 = 0$$

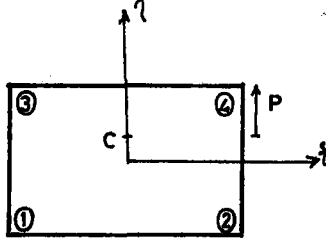
$$p_{10} = -p_4$$

$$p_{11} = 0$$

$$p_{12} = 0$$

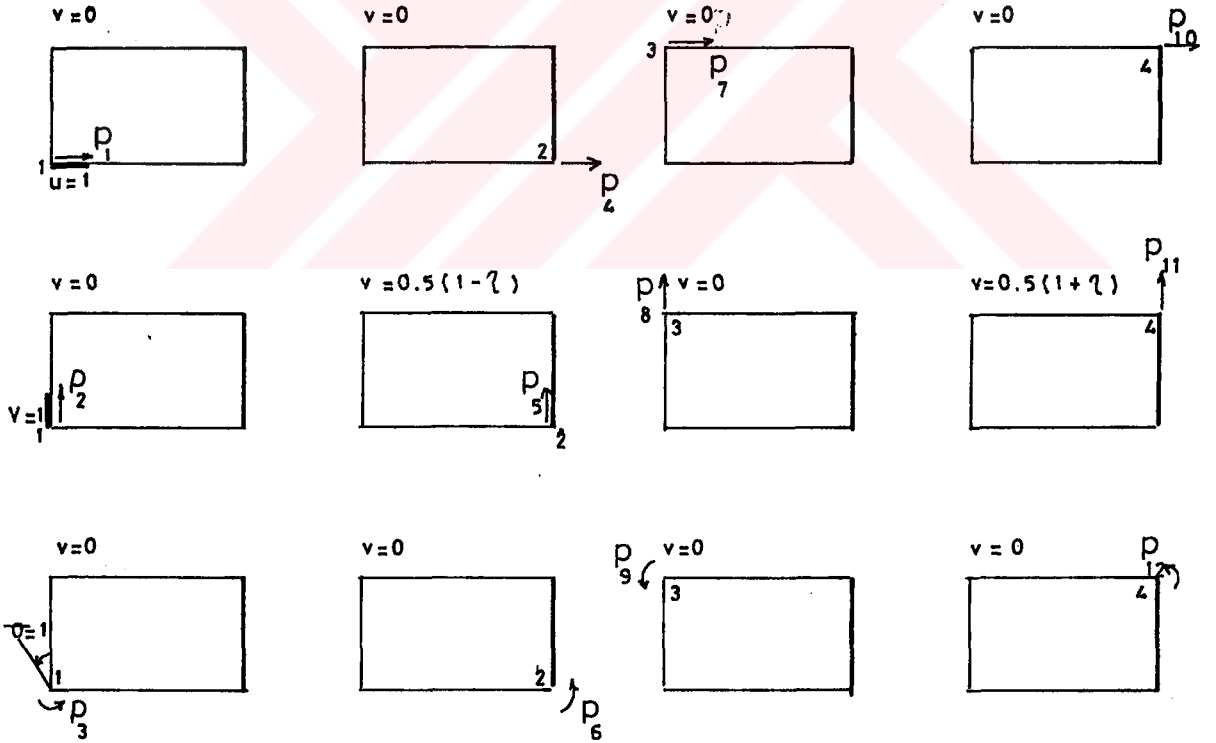
11 Nolu Yükleme:

Düzlem levha'nın $\xi=1$ Kenarına η doğrultusunda kayma tarzında tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.18. Levha Elemanın $\xi=1$ Kenarında Tekil Kayma Kuvveti

$\xi=1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan v fonksiyonları:



Şekil 3.19. Levha Elemanın $\xi=1$ Kenarındaki v Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

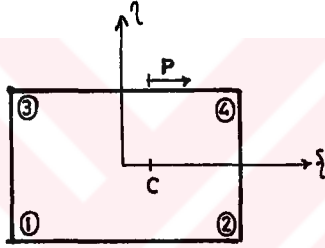
$$P_1=P_2=P_3=P_4=P_6=P_7=P_8=P_9=P_{10}=P_{12}=0$$

$$P_5=0,5 \times (1-c) \times p$$

$$P_{11}=0,5 \times (1+c) \times p$$

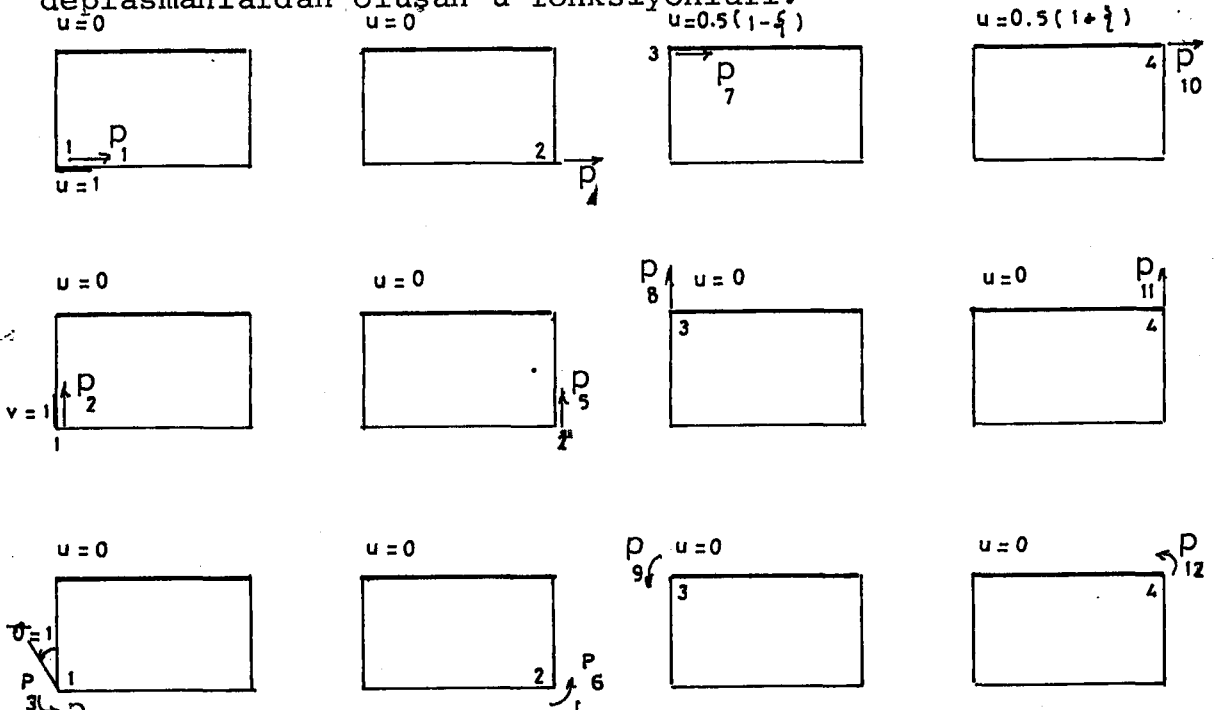
12 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\eta=1$ kenarına ξ doğrultusunda kayma tarzında tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.20. Levha Elemanın $\eta=1$ Kenarında Tekil Kayma Kuvveti

$\eta=1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan u fonksiyonları:



Şekil 3.21. Levha Elemanın $\eta=1$ Kenarındaki u Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

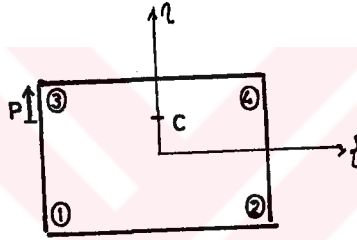
$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = P_8 = P_9 = P_{11} = P_{12} = 0$$

$$P_7 = 0,5 \times (1 - c) \times p$$

$$P_{10} = 0,5 \times (1 + c) \times p$$

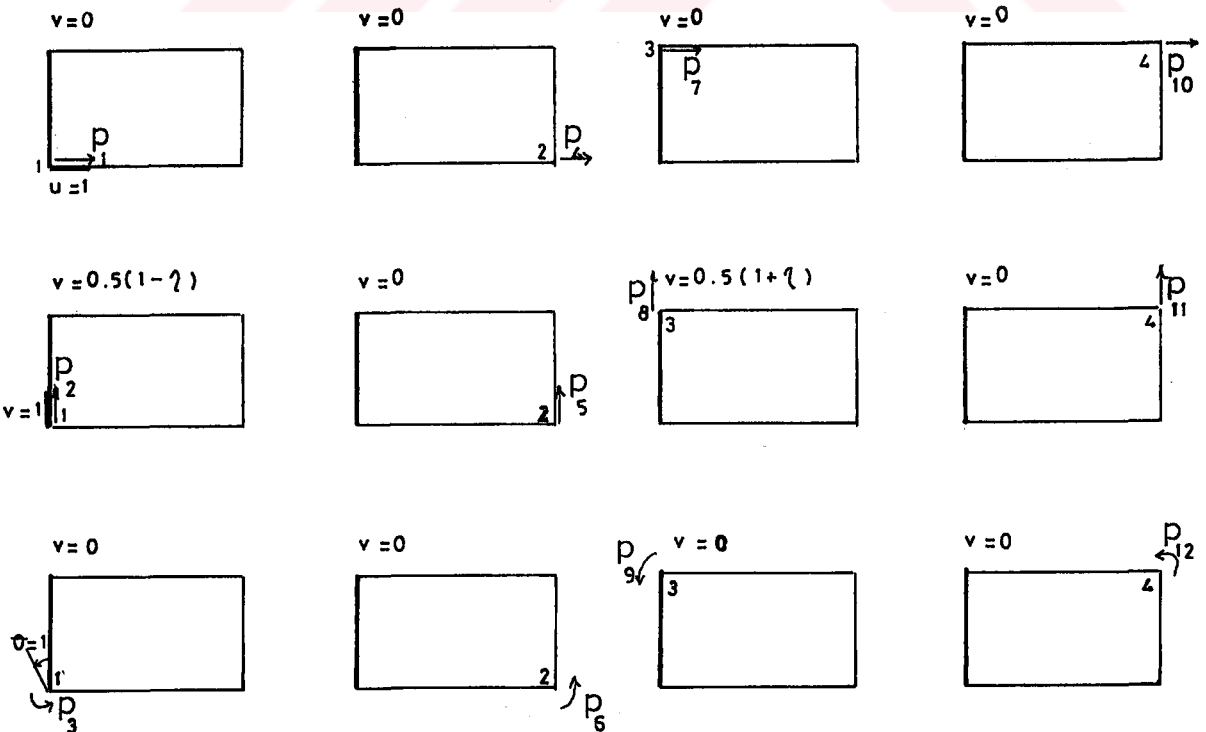
13 Nolu Yüklem:

Düzlem levhanın $\xi = -1$ kenarına η doğrultusunda kayma tarzında tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.22. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarında Tekil Kayma Kuvveti

$\xi = -1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan v fonksiyonları:



Şekil 3.23. Levha Elemanın $\xi = -1$ Kenarındaki v Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

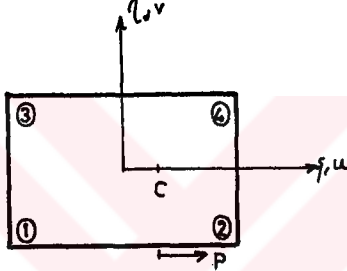
$$P_1 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = P_7 = P_9 = P_{10} = P_{11} = P_{12} = 0$$

$$P_2 = 0,5 \times (1 - c) \times p$$

$$P_8 = 0,5 \times (1 + c) \times p$$

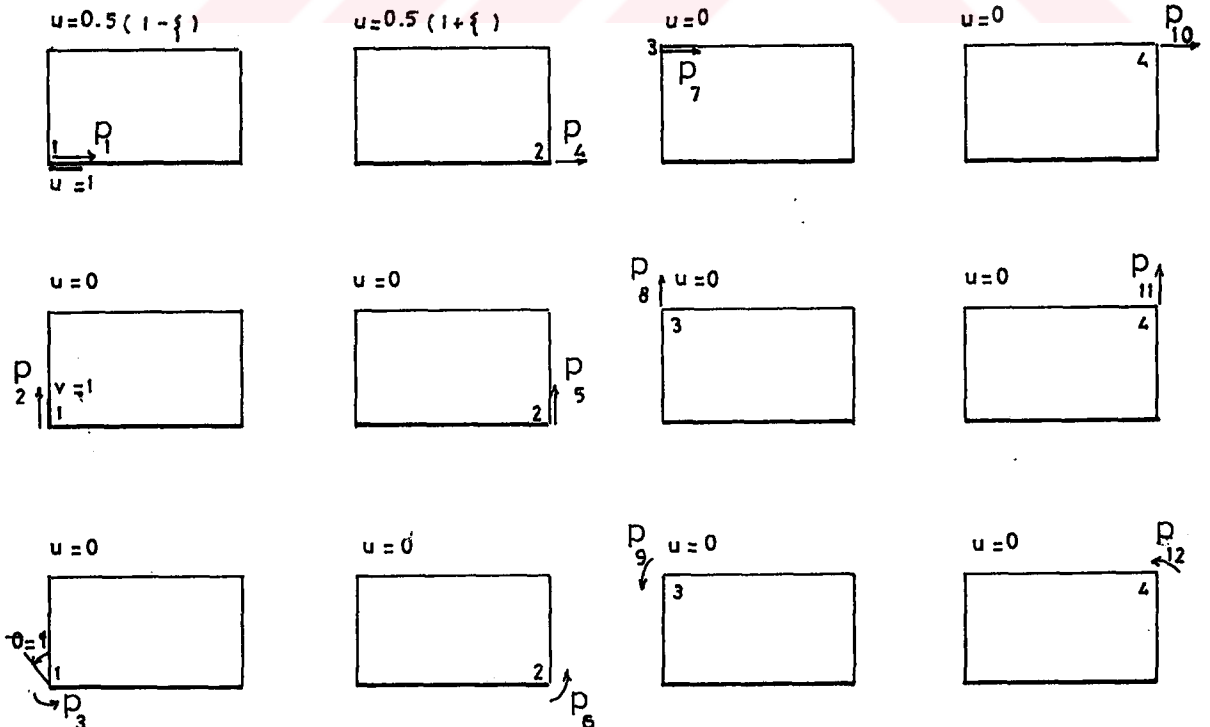
14 Nolu Yüklem:

Düzlem levha'nın $\eta = -1$ kenarına ξ doğrultusunda kayma tarzında tekil kuvvet etki etmektedir.



Şekil 3.24. Levha Elemanın $\eta = -1$ Kenarında Tekil Kayma Kuvveti

$\eta = -1$ kenarında uç kuvvetler doğrultusundaki birim deplasmanlardan oluşan u fonksiyonları



Şekil 3.25. Levha Elemanın $\eta = -1$ Kenarındaki u Deplasman Fonksiyonları

Yükleme Terimleri:

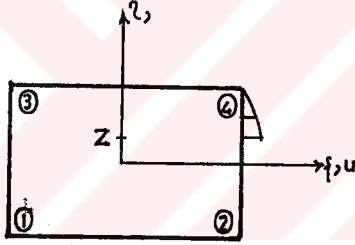
$$p_1 = 0,5\pi(1-c)\pi p$$

$$p_2 = p_3 = p_5 = p_6 = p_7 = p_8 = p_9 = p_{10} = p_{11} = p_{12} = 0$$

$$p_4 = 0,5\pi(1+c)\pi p$$

15 Nolu Yüklem:

$\xi = 1$ Kenarına doğrultusunda 2^o parabol şeklinde yayılı kayma kuvveti etki etmektedir.



Şekil 3.26. Levha Elemanın $\xi = 1$ kenarında 2^o parabol yayılı kesma kuvveti

$$q(\eta) = \frac{q}{(z-1)^2} \eta^2 + \frac{2qz}{(z-1)^2} \eta + \frac{(1-2z)q}{(z-1)^2}$$

Sınır şartları:

$$\eta = 1 \quad ; \quad q(\eta) = 0$$

$$\eta = z \quad ; \quad q(\eta) = q$$

$$\eta = z \quad ; \quad q'(\eta) = 0$$

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0$$

$$p_5 = 0,5\pi \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,08\bar{3} \right) + \frac{2qz}{(z-1)^2} \left(\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,16\bar{6} \right) + \frac{(1-2z)q}{(z-1)^2} \left(\frac{z^2}{2} - z + 0,5 \right) \right] b$$

$$p_6 = p_7 = p_8 = p_9 = p_{10} = p_{12} = 0$$

$$p_{11} = 0,5\pi \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,58\bar{3} \right) + \frac{2qz}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,83\bar{3} \right) + \frac{(1-2z)q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 1,5 \right) \right] b$$

16 Nolu Yükleme:

Düzlem levhanın $\eta=1$ kenarı'na koyma tarzında 2°. parabol yayıllı yük etki etmektedir.

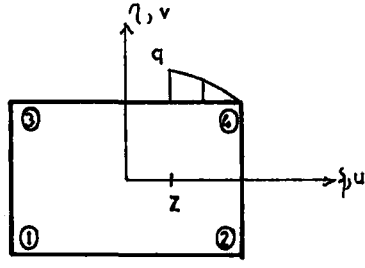
$$q(\xi) = -\frac{q}{(z-1)^2} \xi^2 + \frac{2qz}{(z-1)^2} \xi - \frac{q(2z-1)}{(z-1)^2}$$

Sınır şartları:

$$\xi = 1; \quad q(\xi) = 0$$

$$\xi = z; \quad q(\xi) = q$$

$$\xi = z; \quad q'(\xi) = 0$$



Şekil 3.27. Levha Elemanın $\eta = 1$ Kenarında 2^o parabol yayılı kesme kuvveti

Yükleme Terimleri:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 0$$

$$P_7 = 0,5 \left[- \frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,08\bar{3} \right) + \frac{2qz}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,16\bar{6} \right) - \frac{q(2z-1)}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 0,5 \right) \right] \times a$$

$$P_8 = P_9 = 0$$

$$P_{10} = 0,5 \left[- \frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,58\bar{3} \right) + \frac{2qz}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,83\bar{3} \right) + \frac{(1-2z) \times q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 1,5 \right) \right] \times a$$

$$P_{11} = P_{12} = 0$$

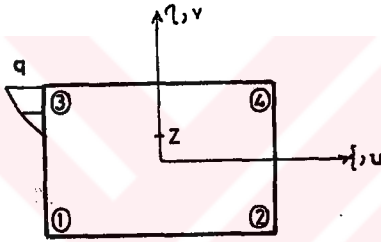
17 Nolu Yükleme:

Düzlem levha'nın $\xi = -1$ koyma tarzında 2 derece parabol yayılı yük etki etmektedir.

$$q(\eta) = -\frac{q}{(z-1)^2} \eta^2 + \frac{2q}{(z-1)^2} \eta + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2}$$

Sınır Şartları:

$$\begin{aligned} \eta = 1 & ; q(\eta) = q \\ \eta = z & ; q(\eta) = 0 \\ \eta = 1 & ; q'(\eta) = 0 \end{aligned}$$



Şekil 3.28. Levha Elemanın $\xi = -1$ kenarında 2 parabol yayılı kuvveti

Yükleme Terimleri:

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = 0,5\pi \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,08\bar{3} \right) + \frac{2q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,16\bar{6} \right) + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 0,5 \right) \right] \pi b$$

$$p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = p_7 = 0$$

$$p_8 = 0,5\pi \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,58\bar{3} \right) + \frac{2q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,83\bar{3} \right) + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 1,5 \right) \right] \pi b$$

$$p_9 = p_{10} = p_{11} = p_{12} = 0$$

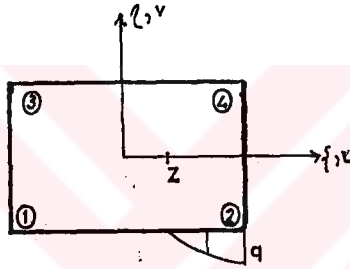
18 Nolu Yükleme:

Düzlem levha'nın $\eta=-1$ kayma tarzında 2. derece parabol yayılı yük etki etmektedir.

$$q(\xi) = -\frac{q}{(z-1)^2} \xi^2 + \frac{2q}{(z-1)^2} \xi + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2}$$

Sınır Şartları:

$$\begin{aligned} \xi=1 & ; q(\xi) = q \\ \xi=-1 & ; q'(\xi) = 0 \\ \xi=z & , q''(\xi) = 0 \end{aligned}$$



Şekil 3.29. Levha Elemanın $\eta = -1$ Kenarında 2 parabol yayılı kesme kuvveti

Yükleme Terimleri:

$$P_1 = 0,5 \times \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,08\bar{3} \right) + \frac{2q}{(z-1)^2} \left(\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,16\bar{6} \right) + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2} \left(\frac{z^2}{2} - z + 0,5 \right) \right] \times a$$

$$P_2 = P_3 = 0$$

$$P_4 = 0,5 \times \left[-\frac{q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^4}{4} - \frac{z^3}{3} + 0,58\bar{3} \right) + \frac{2q}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2} + 0,83\bar{3} \right) + \frac{q(z^2-2z)}{(z-1)^2} \left(-\frac{z^2}{2} - z + 1,5 \right) \right] \times a$$

$$P_5 = P_6 = P_7 = P_8 = P_9 = P_{10} = P_{11} = P_{12} = 0$$

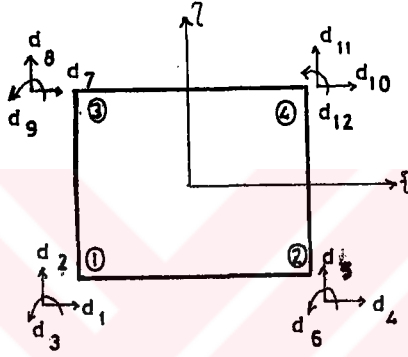
3. 4. Deplasmanların Bulunması:

Herhangi bir sisteme ait Deplasmanlar $[s] [d] - [p_0] = [q]$ linear denklem takımının çözümü olarak bulunur

3.5. Düzlem Levha Elemana Ait Gerilmelerin Bulunması

İç kuvvet matrisi uç deplasmanlara bağlı olarak şu şekilde ifade edilir.

$$[\sigma] = [D] [\epsilon] = [D] [\partial A] [A_d]^{-1} [d]$$



Şekil 3.30. Gerilme Hesabına Konu Olan Düzlem Levha

$$[\sigma] = [D] [B] [d]$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12} \end{bmatrix}_{12 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} & \epsilon_{x1} & \epsilon_{x2} & \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} & \epsilon_{y1} & \epsilon_{y2} & \epsilon_{y3} \\ \epsilon_{xy1} & \epsilon_{xy2} & \epsilon_{xy3} & \epsilon_{xy1} & \epsilon_{xy2} & \epsilon_{xy3} & \epsilon_{xy1} & \epsilon_{xy2} & \epsilon_{xy3} & \epsilon_{xy1} & \epsilon_{xy2} & \epsilon_{xy3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{E}{1-\nu^2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_1 & 10 & a_1 & 11 & a_1 & 12 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_2 & 10 & a_2 & 11 & a_2 & 12 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_3 & 10 & a_3 & 10 & a_3 & 11 & a_3 & 12 \end{bmatrix}_{3 \times 12}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

[B] Deformasyon Matrisi Elemanlarının Bulunması:

$$u = 1 \quad \epsilon_{x1} = \frac{\xi_0}{4a} \left[1 + \frac{\eta_0 \eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$v = 0 \quad \epsilon_{y1} = 0$$

$$\theta = 0 \quad \gamma_{xy1} = \frac{\eta_0}{16b} (1 + \xi_0 \xi) (5 - 3\eta^2) + \frac{\eta_0 \xi_0}{16b} (3\xi^2 \xi_0 + 2\xi - \xi_0)$$

$$u = 0 \quad \epsilon_{x2} = 0$$

$$v = 1 \quad \epsilon_{y2} = \frac{\eta_0}{4b} \left[1 + \frac{\xi_0 \xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\theta = 0 \quad \gamma_{xy2} = \frac{\eta_0 \xi_0}{16a} (3\eta^2 \eta_0 + 2\eta - \eta_0) + \frac{\xi_0}{16a} (1 + \eta_0 \eta) (5 - 3\xi^2)$$

$$u = 0 \quad \epsilon_{x3} = \frac{b}{8a} \xi_0 \eta_0 (1 - \eta^2) (1 + \eta_0 \eta)$$

$$v = 0 \quad \epsilon_{y3} = -\frac{a}{8b} \xi_0 \eta_0 (1 - \xi^2) (1 + \xi_0 \xi)$$

$$\theta = 1 \quad \epsilon_{xy3} = \frac{\eta_0}{8} (1 + \xi_0 \xi) (\eta_0 - 2\eta - 3\eta_0 \eta^2) - \frac{\eta_0}{8} (1 + \eta_0 \eta) (\xi_0 - 2\xi - 3\xi_0 \xi^2)$$

1 Düşüm Noktası $\xi_0 = -1$, $\eta_0 = -1$

$$\epsilon_{x1} = -\frac{1}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$\epsilon_{y1} = 0$$

$$\gamma_{xy1} = \frac{1}{16b} [-4 + 7\xi - 3\xi^2 + 3\eta^2 - \xi\eta^2]$$

$$\epsilon_{x2} = 0$$

$$\epsilon_{y2} = -\frac{1}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\epsilon_{xy2} = \frac{1}{16a} [-4 + 7\eta - 3\eta^2 + 3\xi^2 - 3\eta\xi^2]$$

$$\epsilon_{x3} = \frac{b}{8a} (1 - \eta^2) (1 - \eta)$$

$$\epsilon_{y3} = -\frac{a}{8b} (1 - \xi^2) (1 - \xi)$$

$$\gamma_{xy3} = \frac{1}{8} [3\eta - 3\xi - 3\eta^2 + 3\xi^2 + 3\xi\eta^2 - 3\eta\xi^2]$$

2 Noktası $\xi_0 = 1, \eta_0 = -1$

$$\epsilon_{x1} = \frac{1}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$\epsilon_{y1} = 0$$

$$\gamma_{xy1} = - \frac{1}{16b} [4 + 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 - 3\xi\eta^2]$$

$$\epsilon_{x2} = 0$$

$$\epsilon_{y2} = - \frac{1}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\gamma_{xy2} = \frac{1}{16a} [4 - 7\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2 - 3\eta\xi^2]$$

$$\epsilon_{x3} = - \frac{b}{8a} (1 - \eta^2) (1 - \eta)$$

$$\epsilon_{y3} = \frac{a}{8b} (1 - \xi^2) (1 + \xi)$$

$$\gamma_{xy3} = - \frac{1}{8} [-3\eta - 3\xi + 3\eta^2 - 3\xi^2 + 3\xi\eta^2 + 3\eta\xi^2]$$

3 Noktası $\xi_0 = -1, \eta_0 = 1$

$$\epsilon_{x1} = - \frac{1}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$\epsilon_{y1} = 0$$

$$\gamma_{xy1} = \frac{1}{16b} [4 - 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 + 3\xi\eta^2]$$

$$\epsilon_{x2} = 0$$

$$\epsilon_{y2} = \frac{1}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\gamma_{xy2} = - \frac{1}{16a} \left[4 + 7\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2 - 3\eta\xi^2 \right]$$

$$\epsilon_{x3} = - \frac{b}{8a} (1 - \eta^2) (1 + \eta)$$

$$\epsilon_{y3} = \frac{a}{8b} (1 - \xi^2) (1 - \xi)$$

$$\gamma_{xy3} = \frac{1}{8} \left[-3\xi - 3\eta + 3\xi^2 - 3\eta^2 + 3\xi\eta^2 + 3\eta\xi^2 \right]$$

$$4 \text{ Noktası } \xi_0 = 1, \eta_0 = 1$$

$$\epsilon_{x1} = \frac{1}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$\epsilon_{y1} = 0$$

$$\gamma_{xy1} = \frac{1}{16b} \left[4 + 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 - 3\xi\eta^2 \right]$$

$$\epsilon_{x2} = 0$$

$$\epsilon_{y2} = \frac{1}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$\gamma_{xy2} = \frac{1}{16a} \left[4 + 7\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2 - 3\eta\xi^2 \right]$$

$$\epsilon_{x3} = \frac{b}{8a} (1-\eta^2) (1+\eta)$$

$$\epsilon_{y3} = -\frac{a}{8b} (1-\xi^2) (1+\xi)$$

$$\gamma_{xy3} = \frac{1}{8} [-3\eta + 3\xi - 3\eta^2 + 3\xi^2 - 3\xi\eta^2 + 3\eta\xi^2]$$

$[A] = [D] [B]$ Matrisinin Elemanları

$$a_{11} = -\frac{1}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{12} = -\frac{\nu}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{13} = \frac{b}{8a} (1-\eta^2) (1-\eta) - \frac{\nu a}{8b} (1-\xi^2) (1-\xi)$$

$$a_{14} = \frac{1}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{15} = -\frac{\nu}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{16} = -\frac{b}{8a} (1-\eta^2) (1-\eta) + \frac{\nu a}{8b} (1-\xi^2) (1+\xi)$$

$$a_{17} = -\frac{1}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{18} = \frac{\nu}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{19} = -\frac{b}{8a} (1-\eta^2) (1+\eta) + \frac{va}{8b} (1-\xi^2) (1-\xi)$$

$$a_{110} = \frac{1}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{111} = \frac{v}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{112} = \frac{b}{8a} (1-\eta^2) (1+\eta) - \frac{va}{8b} (1-\xi^2) (1+\xi)$$

$$a_{21} = -\frac{v}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{22} = -\frac{1}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{23} = \frac{vb}{8a} (1-\eta^2) (1-\eta) - \frac{a}{8b} (1-\xi^2) (1-\xi)$$

$$a_{24} = \frac{v}{4a} \left[1 - \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{25} = -\frac{1}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{26} = -\frac{vb}{8a} (1-\eta^2) (1-\eta) + \frac{a}{8b} (1-\xi^2) (1+\xi)$$

$$a_{27} = -\frac{v}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5-\eta^2) \right]$$

$$a_{28} = \frac{1}{4b} \left[1 - \frac{\xi}{4} (5-\xi^2) \right]$$

$$a_{29} = -\frac{vb}{8a} (1-\eta^2) (1+\eta) + \frac{a}{8b} (1-\xi^2) (1-\xi)$$

$$a_{210} = \frac{\nu}{4a} \left[1 + \frac{\eta}{4} (5 - \eta^2) \right]$$

$$a_{211} = \frac{1}{4b} \left[1 + \frac{\xi}{4} (5 - \xi^2) \right]$$

$$a_{212} = \frac{\nu b}{8a} (1 - \eta^2) (1 + \eta) - \frac{a}{8b} (1 - \xi^2) (1 + \xi)$$

$$a_{31} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{16b} \left[-4 + 7\xi - 3\xi\eta^2 + 3\eta^2 - 3\xi^2 \right]$$

$$a_{32} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{16a} \left[-4 + 7\eta - 3\eta^2 + 3\xi^2 - 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{33} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{8} \left[3\eta - 3\xi - 3\eta^2 + 3\xi^2 + 3\xi\eta^2 - 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{34} = \frac{1 - \nu}{2} \left(-\frac{1}{16b} \right) \left[4 + 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 - 3\xi\eta^2 \right]$$

$$a_{35} = \frac{1 - \nu}{2} \left(-\frac{1}{16a} \right) \left[4 - 7\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2 + 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{36} = \frac{1 - \nu}{2} \left(-\frac{1}{8} \right) \left[-3\eta - 3\xi + 3\eta^2 - 3\xi^2 + 3\xi\eta^2 + 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{37} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{16b} \left[4 - 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 + 3\xi\eta^2 \right]$$

$$a_{38} = \frac{1 - \nu}{2} \left(-\frac{1}{16a} \right) \left[4 + 7\eta + 3\eta^2 - 3\xi^2 - 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{39} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{8} \left[-3\xi - 3\eta + 3\xi^2 - 3\eta^2 + 3\xi\eta^2 + 3\eta\xi^2 \right]$$

$$a_{310} = \frac{1 - \nu}{2} \frac{1}{16b} \left[4 + 7\xi + 3\xi^2 - 3\eta^2 - 3\xi\eta^2 \right]$$

$$a_{311} = \frac{1-\nu}{2} \frac{1}{16a} [4+7\eta+3\eta^2-3\xi^2-3\eta\xi^2]$$

$$a_{312} = \frac{1-\nu}{2} \frac{1}{8} [-3\eta+3\xi-3\eta^2+3\xi^2-3\xi\eta^2+3\eta\xi^2]$$

O halde bir düzlem levhaya ait gerilmeler

$$\sigma_x = a_{11} d_1 + a_{12} d_2 + a_{13} d_3 + a_{14} d_4 + a_{15} d_5 + a_{16} d_6 + a_{17} d_7 +$$

$$a_{18} d_8 + a_{19} d_9 + a_{110} d_{10} + a_{111} d_{11} + a_{112} d_{12}$$

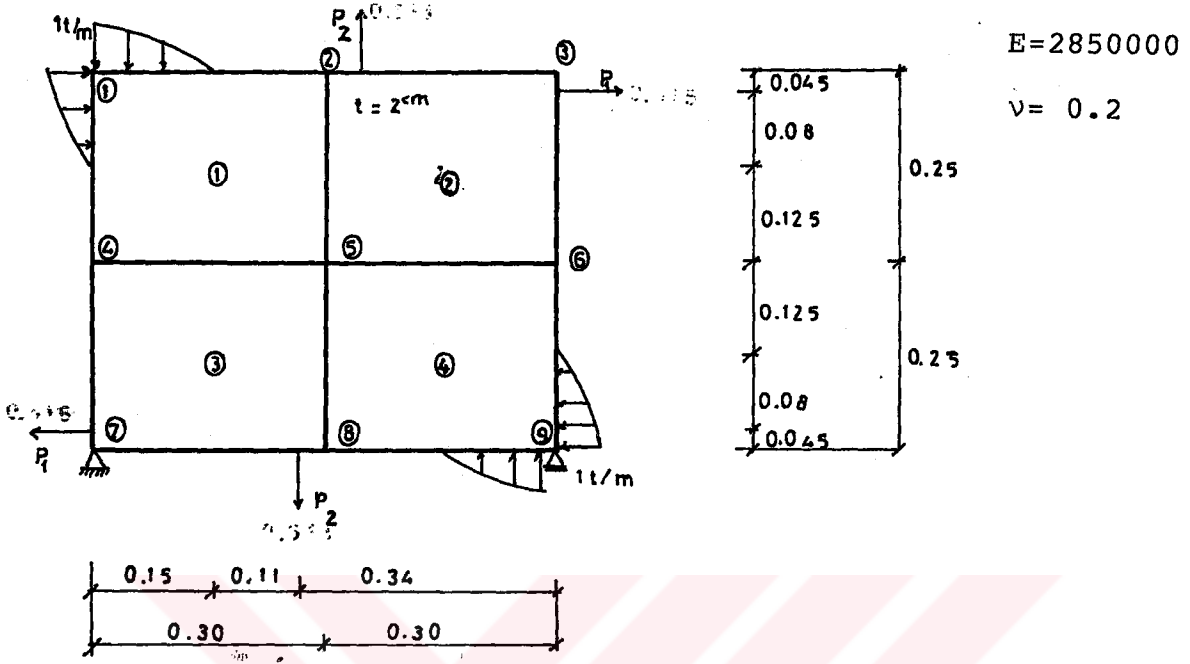
$$\sigma_y = a_{21} d_1 + a_{22} d_2 + a_{23} d_3 + a_{24} d_4 + a_{25} d_5 + a_{26} d_6 + a_{27} d_7 +$$

$$+ a_{28} d_8 + a_{29} d_9 + a_{210} d_{10} + a_{211} d_{11} + a_{212} d_{12}$$

$$\tau = a_{31} d_1 + a_{32} d_2 + a_{33} d_3 + a_{34} d_4 + a_{35} d_5 + a_{36} d_6 + a_{37} d_7 +$$

$$+ a_{38} d_8 + a_{39} d_9 + a_{310} d_{10} + a_{311} d_{11} + a_{312} d_{12}$$

3.6. Örnek Bir Sistem Üzerinde Sonlu Elemanlar Yönteminin Uygulanması



Şekil 3.31. Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Çözülecek Sistem

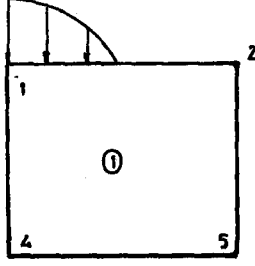
Sistem Rijitlik Matrisinin Bulunması

Şekil 3.31. de görülen sistemin 1, 2, 3, 4 elemanının birim deplasman matrisleri bulundu. Elemanlar benzer olduğu için bir tanesinin bulunması yeterlidir. Sistem rijitlik matrisi 1, 2, 3, 4 elemanlarına ait eleman rijitlik matrislerinin aynı numaralı satır ve kolonlarının toplanması ile bulunmuştur.

$$[K]_1 = \begin{bmatrix} [k]_{11} & [k]_{12} & [k]_{14} & [k]_{15} \\ & [k]_{22} & [k]_{24} & [k]_{25} \\ & & [k]_{44} & [k]_{45} \\ & & & [k]_{55} \end{bmatrix} \quad [K]_2 = \begin{bmatrix} [k]_{22} & [k]_{23} & [k]_{25} & [k]_{26} \\ & [k]_{33} & [k]_{35} & [k]_{36} \\ & & [k]_{55} & [k]_{56} \\ & & & [k]_{66} \end{bmatrix}$$

$$[K]_3 = \begin{bmatrix} [k]_{44} & [k]_{45} & [k]_{47} & [k]_{48} \\ & [k]_{55} & [k]_{57} & [k]_{58} \\ & & [k]_{77} & [k]_{78} \\ & & & [k]_{88} \end{bmatrix} \quad [K]_4 = \begin{bmatrix} [k]_{55} & [k]_{56} & [k]_{58} & [k]_{59} \\ & [k]_{66} & [k]_{68} & [k]_{69} \\ & & [k]_{88} & [k]_{89} \\ & & & [k]_{99} \end{bmatrix}$$

Sisteme Ait Yükleme Matrisinin Bulunması:

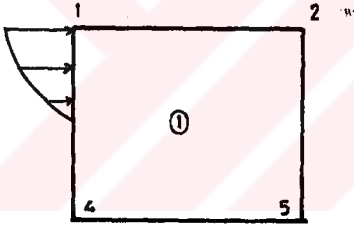


Şekil 3.32. 1 Nolu Eleman Üzerindeki Düşey Yayılı Yük Durumu

3° parabol yük fonksiyonu : $q(\xi) = -(3\xi^3 + 4\xi^2 + \xi)$

Üçgen Yükün Fonksiyonu : $q(\xi) = (-\xi)(-1)$

1 Nolu eleman üzerinde $\xi = -1$ kenarındaki kısmi yük ele alınır'sa

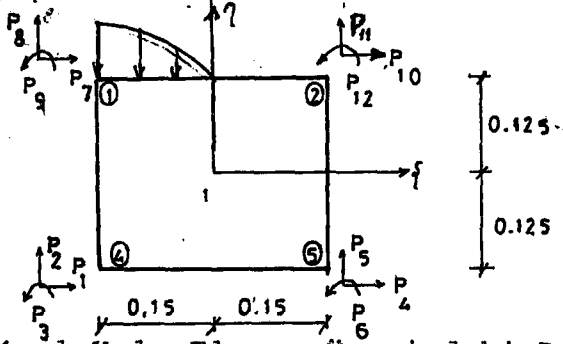


Şekil 3.33. 1 Nolu Eleman Üzerindeki Yatay Yayılı Yük Durumu

3° parabol yük fonksiyonu : $q(\eta) = 3\eta^3 - 4\eta^2 + \eta$

Üçgen yükün fonksiyonu : $q(\eta) = \eta$

Elemanlara Ait Yükleme Terimlerinin Bulunması:



Şekil 3.34. 1 Nolu Eleman Üzerindeki Birinci Yükleme

Yükleme Terimlerinin Hesabı:

$$P_1 = - \left[\frac{a}{16b} * [-1 * (0.383) + 3 * (0.140476) + 4 * (-0.216) + 1 * (0.383)] \right] * 0.15 = 5.0089 * 10^{-3}$$

$$P_2 = P_3 = 0$$

$$P_4 = - \left[- \frac{a}{16b} * [-1 * (0.116) + 3 * (0.0261904) + 4 * (-0.05) + 1 * (0.116)] \right] * 0.15 = -1.36607 * 10^{-3}$$

$$P_5 = P_6 = 0$$

$$P_7 = -P_1 = -5.0089 * 10^{-3}$$

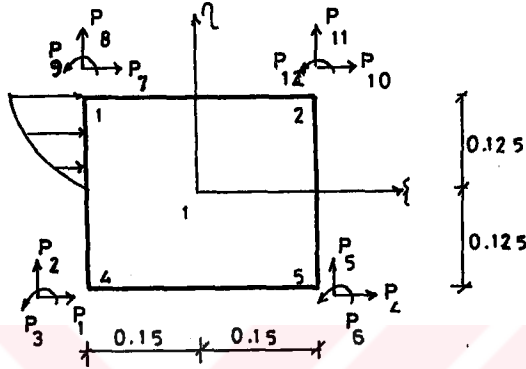
$$P_8 = - \left[0.5 * [-1 * (-0.866) + 3 * (-0.464285) + 4 * (0.604166) + 1 * (-0.866)] \right] * 0.15 = -0.0767856$$

$$P_9 = - \left[\frac{a}{4} * [-1 * (-0.383) + 3 * (-0.140476) + 4 * (0.216) + 1 * (-0.383)] \right] * 0.15 = -2.5044 * 10^{-3}$$

$$P_{10} = -P_4 = 1.36607 * 10^{-3}$$

$$P_{11} = -[0.5 * [-1 * (-0.133) + 3 * (-0.0357142) + 4 * (0.0625) + 1 * (-0.133)]] * 0.15 = 0.0107143$$

$$P_{12} = -\left[-\frac{a}{4} * [-1 * (-0.166) + 3 * (-0.0261904) + 4 * 0.05 + 1 * (-0.116)]\right] * 0.15 = 6.83037 * 10^{-4}$$



Şekil 3.35. 1 Nolu Eleman Üzerindeki İkinci Yükleme

Yükleme Terimlerinin Hesabı:

$$P_1 = 0.5 * [1 * (0.133) + 3 * (0.0357142) - 4 * (0.0625) + 1 * (0.133)] * 0.125 = 7.738075 * 10^{-3}$$

$$P_2 = \frac{b}{16a} * [1 * (-0.116) + 3 * (-0.0261904) - 4 * (0.05) + 1 * (-0.116)] * 0.125 = -7.285448 * 10^{-4}$$

$$P_3 = -\frac{b}{4} * [1 * (0.116) + 3 * (0.0261904) - 4 * (0.05) + 1 * (0.116)] * 0.125 = -4.371269 * 10^{-4}$$

$$P_4 = 0$$

$$P_5 = -P_2 = 7.285448 * 10^{-4}$$

$$P_6 = 0$$

$$P_7 = 0.5 * [1(0.866) + 3(0.4642857) - 4(0.604166) + 1(0.866)]$$

$$*0.125 = 0.0443454$$

$$P_8 = - \frac{b}{16a} [1(-0.383) + 3(-0.140476) - 4(-0.216) + 1(-0.383)] *$$

$$*0.125 = 2.092625 * 10^{-3}$$

$$P_9 = \frac{b}{4} [1(0.383) + 3(0.14076) - 4(0.216) + 1(0.383)] *$$

$$*0.125 = 1.255575 * 10^{-3}$$

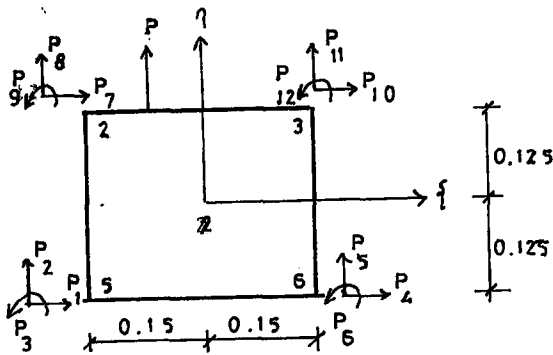
$$P_{10} = 0$$

$$P_{11} = -P_8 = -2.092625 * 10^{-3}$$

$$P_{12} = 0$$

$$P = 0.0875$$

$$c = -0.733$$



Şekil 3.36. 2 Nolu Eleman Üzerindeki Birinci Yükleme

Yükleme Terimlerinin Hesabı:

$$P_1 = \frac{a}{16b} ((-0.73\bar{3})^2 - 1) (1 - (-0.73\bar{3})) * 0.0875 = -5.25777 * 10^{-3}$$

$$P_2 = P_3 = 0$$

$$P_4 = - \frac{a}{16b} ((-0.73\bar{3})^2 - 1) (1 + (-0.73\bar{3})) * 0.0875 = 8.08\bar{8} * 10^{-4}$$

$$P_5 = P_6 = 0$$

$$P_7 = -P_1 = 5.25777 * 10^{-3}$$

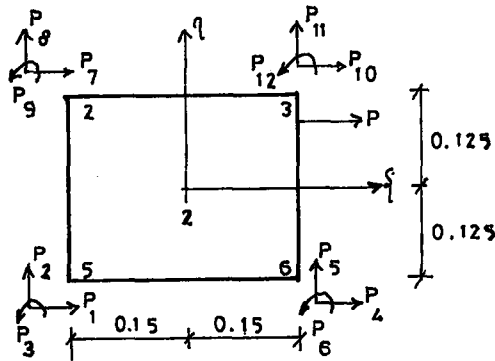
$$P_8 = 0.5 * (1 - 1.25 * (-0.73\bar{3}) + 0.25 * (-0.73\bar{3})^3) * 0.0875 = 0.0795407$$

$$P_9 = \frac{a}{4} * (1 - (-0.73\bar{3})^2) (1 - (-0.73\bar{3})) * 0.0875 = 2.628885$$

$$P_{10} = -P_4 = -8.08\bar{8} * 10^{-4}$$

$$P_{11} = 0.5 * [1 + 1.25 * (-0.73\bar{3}) - 0.25 * (-0.73\bar{3})^3] * 0.0875 = 7.959255 * 10^{-3}$$

$$P_{12} = - \frac{a}{4} * (1 - (-0.73\bar{3})^2) (1 + (-0.73\bar{3})) * 0.0875 = -4.044\bar{4} * 10^{-4}$$



$$P = 0.05208\bar{3}$$

$$C = 0.64$$

Şekil 3.37. 2 Nolu Eleman Üzerindeki İkinci Yüklem

Yükleme Terimlerinin Hesabı:

$$P_1 = 0$$

$$P_2 = \frac{b}{16a} (0.64^2 - 1) (1 - 0.64) * 0.052083 = -5.765625 * 10^{-4}$$

$$P_3 = 0$$

$$P_4 = 0.5 * [1 - 1.25 * 0.64 + 0.25 * 0.64^3] * 0.052083 = 6.915 * 10^{-3}$$

$$P_5 = -P_2 = 5.765625 * 10^{-4}$$

$$P_6 = -\frac{b}{4} * (1 - 0.64^2) (1 - 0.64) * 0.052083 = -3.459375 * 10^{-4}$$

$$P_7 = 0$$

$$P_8 = -\frac{b}{16a} (0.64^2 - 1) (1 + 0.64) * 0.052083 = 2.626562 * 10^{-3}$$

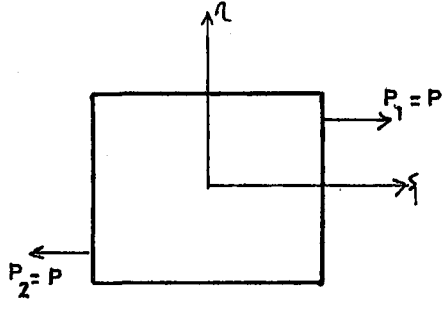
$$P_9 = 0$$

$$P_{10} = 0.5 * [1 + 1.25 * 0.64 - 0.25 * 0.64^3] * 0.052083 = 0.0451683$$

$$P_{11} = -P_8 = -2.626562 * 10^{-3}$$

$$P_{12} = \frac{b}{4} * (1 - 0.64^2) (1 + 0.64) * 0.052083 = 1.5759375 * 10^{-3}$$

3 ve 4 No'lu elemanlara ait yüklem terimlerine 1 ve 2 Nolu elemanlardan elde edilen yüklem terimlerinden faydalanarak ve aşağıdaki dönüşümleri kullanarak geçmek mümkündür.



Şekil 3.38 Karşılıklı Kenarlara Ait Yükleme Terimleri Arasındaki Dönüşüm

P_1 'den P_2 'ye Geçiş:

$$P_1 = -P_{10}$$

$$P_7 = -P_4$$

$$P_2 = -P_{11}$$

$$P_8 = -P_5$$

$$P_3 = P_{12}$$

$$P_9 = P_6$$

$$P_4 = -P_7$$

$$P_{10} = -P_1$$

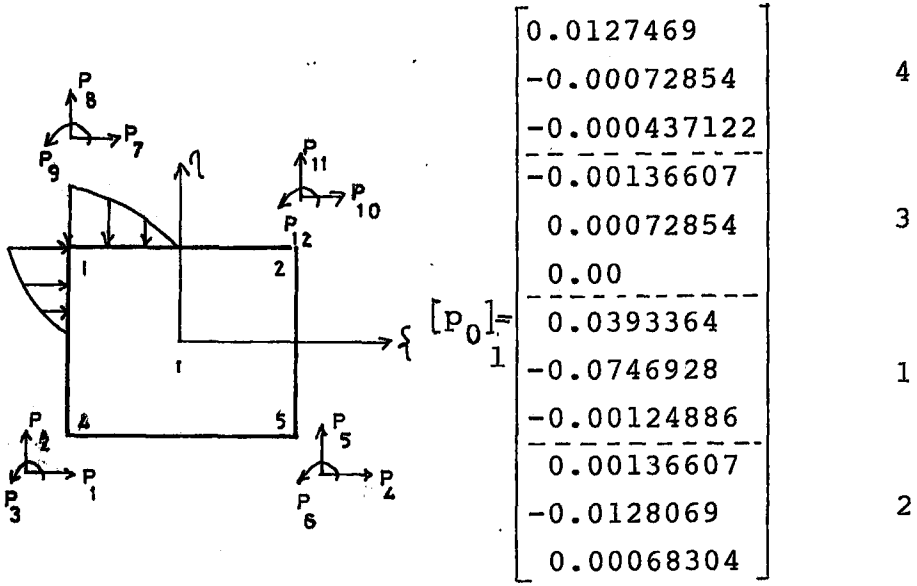
$$P_5 = -P_8$$

$$P_{11} = -P_2$$

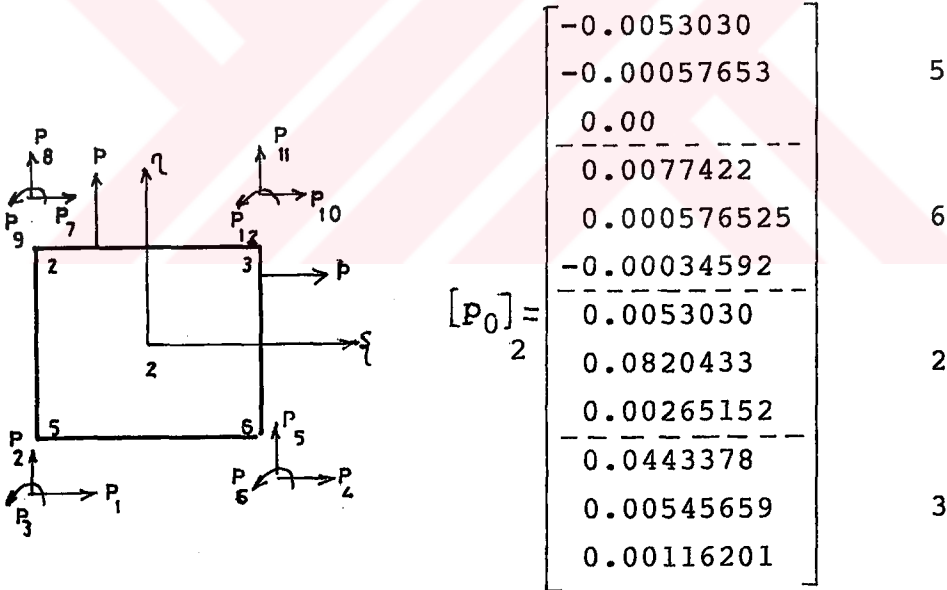
$$P_6 = P_9$$

$$P_{12} = P_3$$

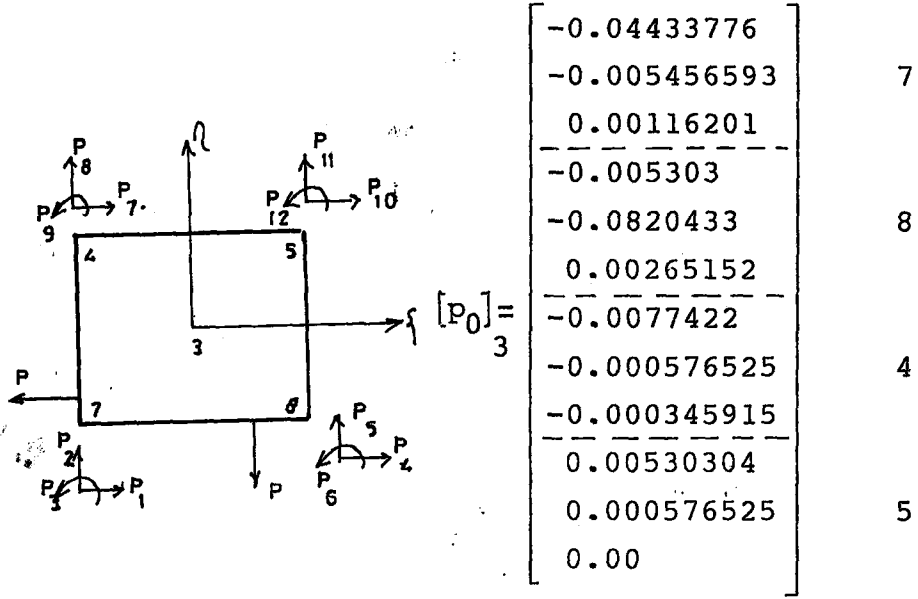
Eleman Yükleme Matrislerinin Gösterimi:



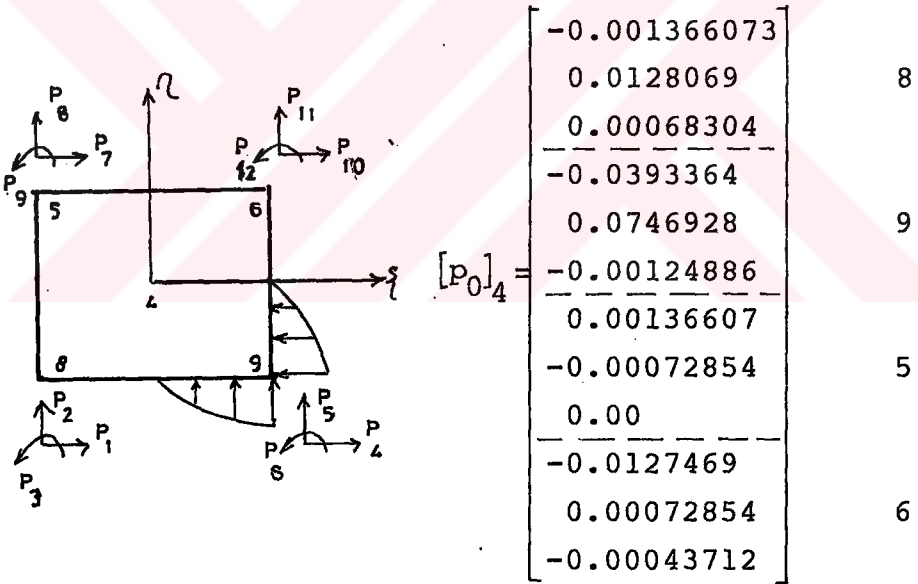
Şekil 3.39. 1 Nolu Elemana Ait Yükleme



Şekil 3.40. 2 Nolu Elemana Ait Yükleme



Şekil 3.41. 3 Nolu Elemana Ait Yükleme



Şekil 3.42. 4 Nolu Elemana Ait Yükleme

Sisteme Ait Yükleme Matrisi:

$$[P_o] =$$

0.0393364	
-0.0746928	
-0.00124886	

$6.66907 \cdot 10^{-3}$	2
0.0692364	
$3.33456 \cdot 10^{-3}$	

0.0443378	
0.00545659	3
0.00116201	

$5.0047 \cdot 10^{-3}$	
$-1.305065 \cdot 10^{-3}$	4
$-7.83037 \cdot 10^{-4}$	

0.00	
0.00	5
0.00	

$-5.0047 \cdot 10^{-3}$	
$1.305065 \cdot 10^{-3}$	6
$-7.8304 \cdot 10^{-4}$	

-0.04433776	
-0.005456593	7
0.00116201	

$-6.669073 \cdot 10^{-3}$	
-0.0692364	8
$3.33456 \cdot 10^{-3}$	

-0.0393364	
0.0746928	9
-0.00124886	

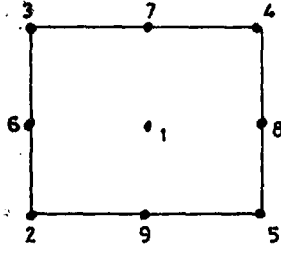
Örnek Sisteme Deplasmanların Bulunması:

Örnek sisteme ait düğüm noktası deplasmanları, $[S][d] + [P_0] = [q]$ lineer denklem takımının çözümü olarak elde edilir. Yukarıdaki sisteme ait deplasmanları bilgisayar sonucu olarak alıp kontrol edeceğiz.

$[d] =$

0.4093943*10 ⁵	
-0.588518*10 ⁵	1
0.189583*10 ⁻⁴	
0.408412*10 ⁻⁵	
-0.975550*10 ⁶	
0.138648*10 ⁻⁴	2
0.692922*10 ⁵	
-0.336212*10 ⁻⁵	3
-0.200335*10 ⁻⁴	
0.456818*10 ⁻⁵	
-0.256433*10 ⁵	4
-0.899143*10 ⁻⁵	
0.393592*10 ⁵	
-0.231184*10 ⁻⁵	5
0.239749*10 ⁻⁵	
0.335818*10 ⁻⁵	
-0.206324*10 ⁻⁵	6
-0.899150*10 ⁻⁵	
0.00	
0.00	7
-0.335909*10 ⁻⁴	
0.365568*10 ⁵	
-0.364812*10 ⁵	8
0.155856*10 ⁻⁴	
0.283529*10 ⁵	
0.00	
0.540092*10 ⁵	9

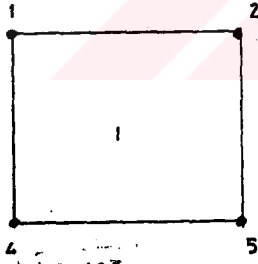
Örnek Sisteme Ait Gerilmelerin Bulunması:



Şekil 3.43. Düzlem Levha Üzerinde Gerilme Hesaplanacak Noktalar

Sisteme ait gerilmelerin hesabında düzlem levhanın 2, 3, 4, 5 noktaları gözönüne alınmıştır.

1 Nolu Düzlem Levha:



$$[d]_1 = \begin{bmatrix} 0.456818 \cdot 10^5 \\ -0.256433 \cdot 10^5 \\ -0.899143 \cdot 10^5 \\ 0.393522 \cdot 10^5 \\ -0.231184 \cdot 10^5 \\ 0.239749 \cdot 10^5 \\ 0.4093943 \cdot 10^5 \\ -0.588518 \cdot 10^5 \\ -0.189583 \cdot 10^5 \\ 0.408412 \cdot 10^5 \\ -0.975550 \cdot 10^6 \\ 0.138648 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$$

Şekil 3.44. 1 Nolu Elemana Ait Gerilme Durumu

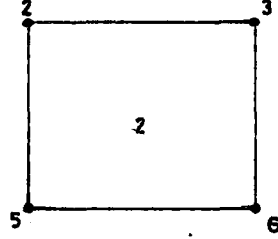
$$[\sigma]_4 = \begin{bmatrix} -14.144 \\ -40.686 \\ -1.253 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_5 = \begin{bmatrix} -3.083 \\ 14.617 \\ 1.703 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_1 = \begin{bmatrix} -7.984 \\ -39.454 \\ 17.181 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_2 = \begin{bmatrix} 3.076 \\ 15.849 \\ 20.138 \end{bmatrix}$$

2 Nolu Düzlem Levha:



$$[d]_2 = \begin{bmatrix} 0.393592 \cdot 10^5 \\ -0.231184 \cdot 10^5 \\ 0.239749 \cdot 10^5 \\ 0.335818 \cdot 10^5 \\ -0.206324 \cdot 10^5 \\ -0.899150 \cdot 10^5 \\ 0.408412 \cdot 10^5 \\ -0.975550 \cdot 10^6 \\ 0.138648 \cdot 10^4 \\ 0.692922 \cdot 10^5 \\ -0.336212 \cdot 10^5 \\ -0.200335 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Şekil 3.45. 2 Nolu Elemana Ait Gerilme Durumu

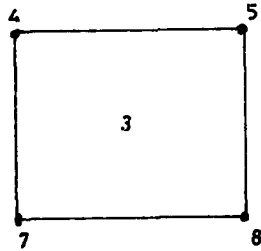
$$[\sigma]_5 = \begin{bmatrix} -2.543 \\ 14.725 \\ 1.704 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_6 = \begin{bmatrix} -8.811 \\ -16.614 \\ 17.962 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_2 = \begin{bmatrix} 31.328 \\ 21.499 \\ -8.743 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_3 = \begin{bmatrix} 25.061 \\ -9.839 \\ 7.515 \end{bmatrix}$$

3 Nolu Düzlem Levha



$$[d]_3 = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -0.335909 \cdot 10^{-4} \\ 0.365568 \cdot 10^{-5} \\ -0.364812 \cdot 10^{-5} \\ 0.155856 \cdot 10^{-4} \\ 0.456818 \cdot 10^{-5} \\ -0.256433 \cdot 10^{-5} \\ -0.899143 \cdot 10^{-5} \\ 0.393592 \cdot 10^5 \\ -0.231184 \cdot 10^5 \\ 0.239749 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

Şekil 3.46. 3 Nolu Elemana Ait Gerilme durumu

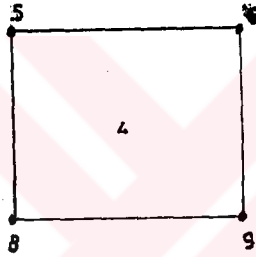
$$[\sigma]_7 = \begin{bmatrix} 30.086 \\ -23.216 \\ 7.258 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_8 = \begin{bmatrix} 39.349 \\ 23.103 \\ -13.109 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_4 = \begin{bmatrix} -12.347 \\ -31.703 \\ 22.698 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_5 = \begin{bmatrix} -3.083 \\ 14.616 \\ 2.331 \end{bmatrix}$$

4 Nolu Düzlem Levha



$$[d]_4 = \begin{bmatrix} 0.365568 \cdot 10^5 \\ -0.364812 \cdot 10^5 \\ 0.155856 \cdot 10^4 \\ 0.283529 \cdot 10^5 \\ 0.00 \\ -0.540092 \cdot 10^5 \\ 0.393592 \cdot 10^5 \\ -0.231184 \cdot 10^5 \\ 0.239749 \cdot 10^5 \\ 0.335818 \cdot 10^5 \\ -0.206324 \cdot 10^5 \\ -0.899150 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{matrix} 8 \\ 9 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

Şekil 3.47. 4 Nolu Elemana Ait Gerilme Durumu

$$[\sigma]_8 = \begin{bmatrix} -4.944 \\ 14.245 \\ 15.772 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_9 = \begin{bmatrix} -13.009 \\ -26.078 \\ 16.924 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_5 = \begin{bmatrix} -2.543 \\ 14.725 \\ 2.331 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_6 = \begin{bmatrix} -10.608 \\ -25.598 \\ 3.483 \end{bmatrix}$$

Örnek Sisteme Ait Ortalama Gerilmeler:

$$[\sigma]_1 = \begin{bmatrix} -7.984 \\ -39.454 \\ 17.181 \end{bmatrix} \quad [\sigma]_2 = \begin{bmatrix} 17.202 \\ 18.674 \\ 5.697 \end{bmatrix}$$

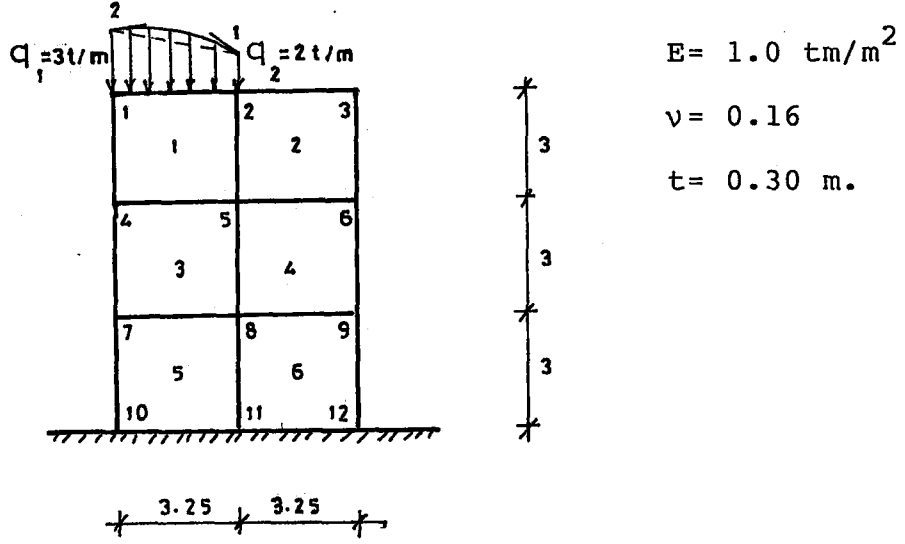
$$[\sigma]_3 = \begin{bmatrix} 25.060 \\ -9.839 \\ 7.516 \end{bmatrix} \quad [\sigma]_4 = \begin{bmatrix} -13.245 \\ -36.195 \\ 10.723 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_5 = \begin{bmatrix} -2.813 \\ 14.671 \\ 2.017 \end{bmatrix} \quad [\sigma]_6 = \begin{bmatrix} -9.709 \\ -21.106 \\ 10.722 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_7 = \begin{bmatrix} 30.085 \\ -23.216 \\ 7.258 \end{bmatrix} \quad [\sigma]_8 = \begin{bmatrix} 17.202 \\ 18.674 \\ 1.331 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma]_9 = \begin{bmatrix} -13.009 \\ -26.078 \\ 16.924 \end{bmatrix}$$

3.7. Elde Edilen Yükleme Terimlerinin Kontrolü



Şekil 3.48. Üçüncü Derece Yayılı Yükle Yüklendi Perde Sistem

Yukarıdaki yükleme onbir eşdeğer tekil yüke çevrildiğinde:

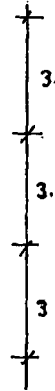
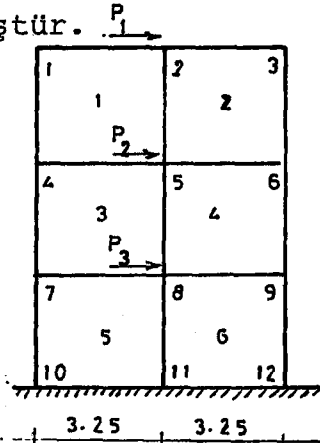
Tablo 3.1. Üçüncü Derece Yayılı Yüke Eşdeğer 11 Adet Tekil Yük

Tekil Y.	Şiddet
P_1	0.49546
P_2	1.00501
P_3	0.98713
P_4	0.92766
P_5	0.83828
P_6	0.73071
P_7	0.61663
P_8	0.50776
P_9	0.41578
P_{10}	0.35241
P_{11}	0.16483
Σ	7.04166

Tablo 3.2. Geliştirilen Program ile Sap80'in Karşılaştırılması

Karşılaştırma Parametresi	Geliştirilen Program		SAP80
	Düztün Yayılı Yık	Eşdeğer Tekil Y.	Eşdeğer Yayılı Y.
Eleman Sayısı	6	6	60
Yatay Dep. 1	-92.3049164	-92.6347351	-84.906972
Düşey Dep. 1	-98.9438477	-99.2929687	-93.727570
Yatay Dep. 6	-36.1315613	-36.1261139	-36.126512
Düşey Dep. 6	17.3666534	17.3600922	17.122123
Eleman 6 Köşe 11 Asal 6	$S_{\max} = -0.1234388$ $S_{\min} = -4.156449$	$S_{\max} = -0.1236038$ $S_{\min} = -4.156097$	$S_{\max} = -0.5797$ $S_{\min} = -3.6510$

Sap80 çözümleriyle, geliştirilen programın sonuçları arasındaki küçük farklılığın nedenini anlamak için aşağıdaki basit örnek farklı eleman sayıları için her iki programla çözülmüştür.



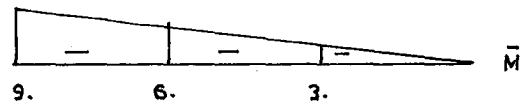
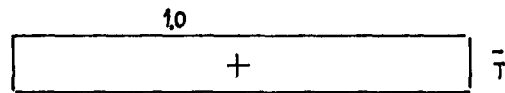
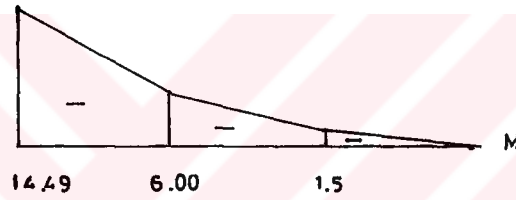
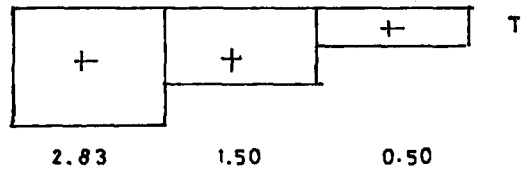
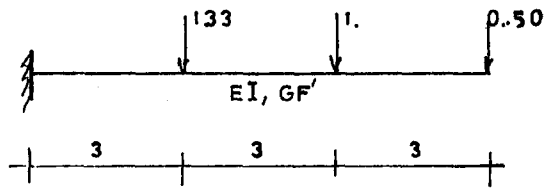
$$\begin{aligned}
 E &= 1.00 \text{ tm/m}^2 \\
 \nu &= 0.16 \\
 t &= 0.30 \text{ m} \\
 P_1 &= 0.50 \text{ ton} \\
 P_2 &= 1.00 \text{ ton} \\
 P_3 &= 1.33 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

Şekil 3.49. Düğüm Noktalarından Üç Adet Tekil Yık ile Yıklenmiş Perde Sistem

Tablo 3.3. Yeni Yüklere Göre Geliştirilen Programın Sap80 ile Karşılaştırılması

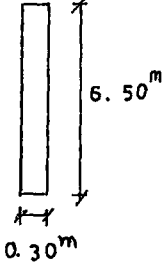
Program	Geliştirilen Program			SAP 80		
Eleman S.	6	24	96	6	24	96
Yatay Dep. 1	59.345	67.159	67.640	56.855	60.311	61.516
Yatay Dep. 4	39.085	44.108	44.561	37.065	39.921	40.856
Yatay Dep. 7	16.882	19.596	20.006	16.451	17.925	18.579
Düşey Dep. 9	-15.951	-16.969	-16.998	-14.138	-15.417	-15.757
Eleman 6	$S_{max}=2.473$	$S_{max}=2.155$	$S_{max}=1.854$	$S_{max}=1.451$	$S_{max}=1.579$	$S_{max}=1.58$
Köşe 11						
Asal Genl.	$S_{min}=-2.473$	$S_{min}=-2.15$	$S_{min}=-1.85$	$S_{min}=-1.451$	$S_{min}=-1.57$	$S_{min}=-1.5$

Yukarıdaki konsol perde kayma deformasyonlarının da dikkate alarak çubuk olarak idealleştirilip çözüldüğünde;



Şekil 3.50. Perde Sisteme Ait Çubuk Çözüm

$$\delta = \int \frac{M \cdot M}{EI} ds + \int \frac{T \cdot T}{G_F'} ds = \delta^M + \delta^T$$



$$F = 0.30 \times 6.50 = 1.95 \text{ m}^2$$

$$F' = 0.666 \times 1.95 \text{ m}^2 = 1.30$$

$$I = 0.30 \times 6.5^3 / 12 = 6.865625 \text{ m}^4$$

$$E = 1 \text{ ton/m}^2, \nu = 0.16, G = E / 2(1 + \nu) =$$

$$= 0.431 \text{ ton/m}^2$$

$$EI = 6.865625 \text{ ton/m}^2$$

$$GF' = 0.5603 \text{ ton}$$

$$\delta^M = 295.38 / EI$$

$$\delta^T = 14.49 / GF'$$

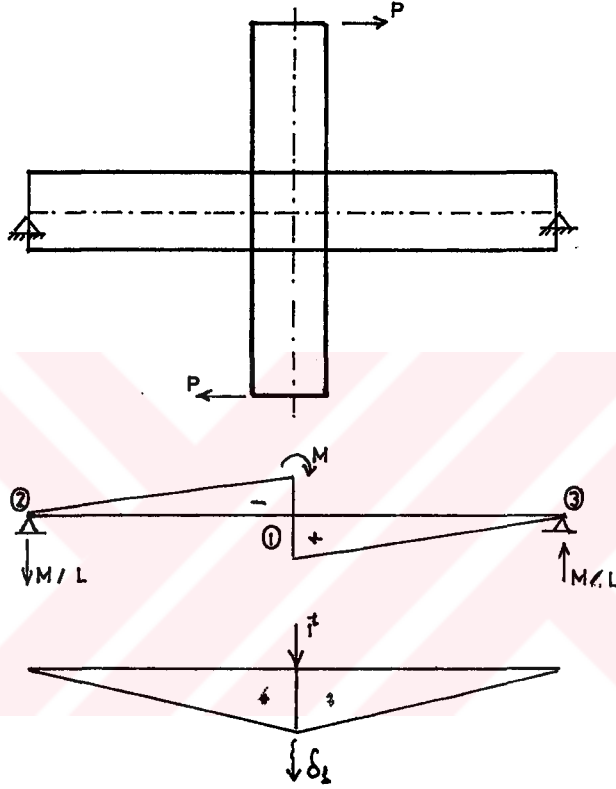
$$\delta = 295.38 / 6.865625 + 14.49 / 0.5603 =$$

$$\delta = 43.0230 + 25.86115 = 68.884 \text{ m.} \quad (\delta = 68.884 / E)$$

Bu problem, geliştirilen programla 96 eleman kullanılarak çözümlüğünde elde edilen tepe deplasmanı $\delta = 67.64 \text{ m.}$ dir. $(67.64/E)$. İki sonuç birbirine yeter derecede yakındır.

3.8. Kolon-Kiriş Birleşim Bölgelerinin Sistem Davranışına Etkileri

Birinci Model:



Şekil 3.51. Birinci Modelin Gösterimi

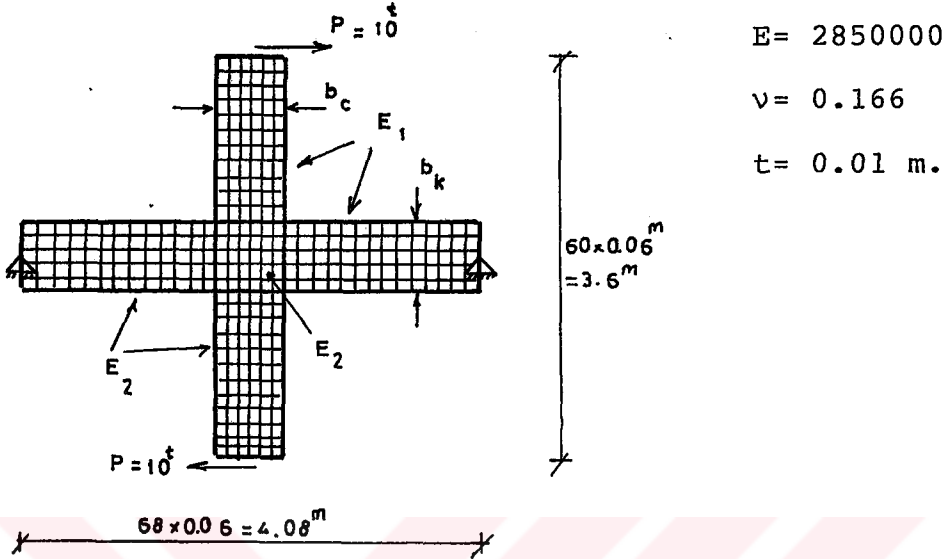
$\delta_1 = 0$, aksenal boy değişimleri yok kabul ediliyor.

$$\Sigma M_1 = 0 , (m_{i\theta i}^{12} + m_{i\theta i}^{13}) \cdot \theta_1 + M = 0$$

$$\theta_1 = - \frac{M}{(m_{i\theta i}^{12} + m_{i\theta i}^{13})} \quad \text{veya}$$

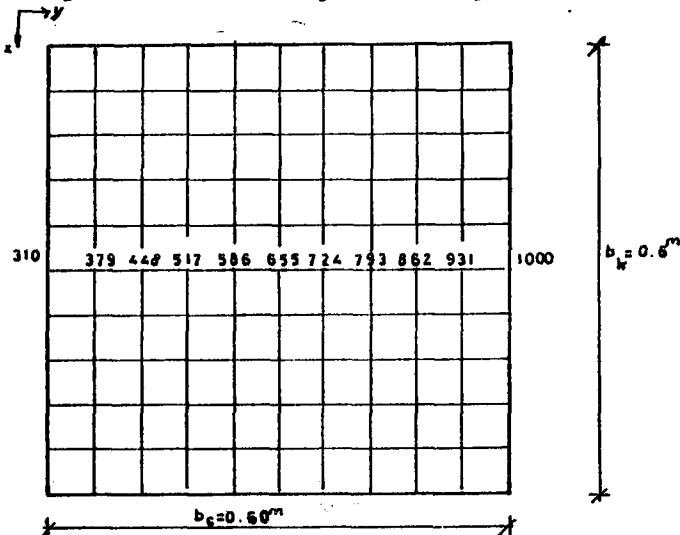
Sistem simetrik olduğundan $m_{i\theta i}^{12} = -M/2\theta_1$

Yukarıdaki modele ait boyutlar ve P kuvvetinin şiddeti seçilerek sonlu eleman çözümü yapılmıştır.



Şekil 3.52. 1. Modele Ait Sonlu Eleman Çözümünü İfade Eden Sonlu Eleman Ağı

Şekil 3.52'deki sistemdeki sonlu eleman sayısı 1180, düğüm noktası sayısı 1309 dur. sistemin serbestlik derecesi $1309 \times 3 = 3927$ dir. Bu sistemde kolon boyutları artırılarak çeşitli sonlu eleman çözümleri yapılmış ve düğüm noktası içindeki şekil değiştirmeler incelenmiştir.



Şekil 3.53. Sonlu Eleman Çözümüne Ait Düğüm Noktası İçi

1. İcra: $b_c = 60 \text{ cm}$, $E_1 = E_2 = 2850000$

Tablo 3.4. $b_c = 60 \text{ cm}$ için sonlu eleman çözümü

Düğüm Noktası	X	θ
310	-0.66052 E-2	-0.14048 E-1
379	-0.55239 E-2	-0.16995 E-1
448	-0.42659 E-2	-0.18668 E-1
517	-0.28767 E-2	-0.19846 E-1
586	0.14029 E-2	-0.20546 E-1
655	0.11152 E-3	-0.20779 E-1
724	0.16264 E-2	-0.20555 E-1
793	0.31014 E-2	-0.19866 E-1
862	0.44930 E-2	-0.18704 E-1
931	0.57551 E-2	-0.17091 E-1
1000	0.68483 E-2	-0.15159 E-1

2. İcra : $b_c = 1 \text{ m}$, $E_1 = E_2 = 2850000$

Tablo 3.5. $b_c = 1 \text{ m}$ için sonlu eleman çözümü

Düğüm Noktası	x	θ
310	-0.10186 E-1	-0.93307 E-2
379	-0.88804 E-2	-0.13198 E-1
448	-0.72373 E-2	-0.15248 E-1
517	-0.54146 E-2	-0.16416 E-1
586	-0.35058 E-2	-0.17020 E-1
655	-0.15614 E-2	-0.17226 E-1
724	0.38458 E-3	-0.17086 E-1
793	0.22991 E-2	-0.16561 E-1
862	0.41336 E-2	-0.15506 E-1
931	0.58015 E-2	-0.13657 E-1
1000	0.71642 E-2	-0.10613 E-1

3. İcra : $b_c = 2 \text{ m}$ $E_1 = E_2 = 2850000$

Tablo 3.6. $b_c = 2 \text{ m}$ için sonlu eleman çözümü

Düğüm Noktası	x	θ
310	-0.99885 E-2	-0.24505 E-2
379	-0.84772 E-2	-0.93381 E-2
448	-0.61878 E-2	-0.11055 E-1
517	-0.37290 E-2	-0.11706 E-1
586	-0.12240 E-2	-0.11982 E-1
655	0.12966 E-2	-0.12053 E-1
724	0.38190 E-2	-0.11959 E-1
793	0.63280 E-2	-0.11649 E-1
862	0.87906 E-2	-0.10929 E-1
931	0.11070 E-1	-0.90326 E-2
1000	0.12494 E-1	-0.15041 E-2

4. İcra $b_c = 3 \text{ m}$ $E_1 = E_2 = 2850000$

Tablo 3.7. $b_c = 3 \text{ m}$ için sonlu eleman çözümü

Düğüm Noktası	x	θ
310	-0.27322 E-2	0.17893 E-2
379	-0.25899 E-2	-0.17005 E-2
443	-0.19614 E-2	-0.21304 E-2
517	-0.12657 E-2	-0.22961 E-2
586	-0.54877 E-3	-0.23723 E-2
655	0.17837 E-3	-0.23951 E-2
724	0.90680 E-3	-0.23730 E-2
793	0.16274 E-2	-0.22943 E-2
862	0.23274 E-2	-0.21183 E-2
931	0.29565 E-2	-0.16562 E-2
1000	0.30618 E-2	0.21272 E-2

5. İcra : $b_c = 0.30 \text{ m}$ $E_1 = E_2 = 2850000$

Tablo 3.8. $b_c = 0.30 \text{ m}$ için sonlu eleman çözümü

Düğüm Noktası	x	θ
310	-0.86958 E-2	-0.33474 E-1
379	-0.73606 E-2	-0.37491 E-1
448	-0.59012 E-2	-0.39414 E-1
517	-0.43415 E-2	-0.40759 E-1
586	-0.27095 E-2	-0.41605 E-1
655	-0.10392 E-2	-0.41914 E-1
724	0.63204 E-3	-0.4167 E-1
793	0.22673 E-2	-0.40891 E-1
862	0.38326 E-2	-0.39639 E-1
931	0.53011 E-2	-0.38064 E-1
1000	0.66563 E-2	-0.36982 E-1

6. İcra : $b_c = 60 \text{ cm}$ $E_2 = E_1/3 = 950000$ E_2 ; Düşüm Noktası İçine Ait Elastisite Modülü

Tablo 3.9. $b_c = 0.60 \text{ m}$, $E_2 = E_1/3$ için, Sonlu eleman çözümü

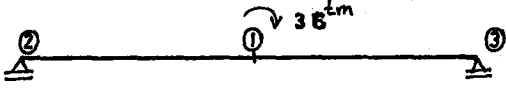
Düşüm Noktası	x	θ
310	-0.97614 E-2	-0.11501 E-1
379	-0.83221 E,2	-0.18667 E-1
448	-0.66032 E-2	-0.21431 E-1
517	-0.46795 E-2	-0.23314 E-1
586	-0.26241 E-2	-0.24427 E-1
655	-0.50551 E-3	-0.24805 E-1
724	0.16134 E-2	-0.24469 E-1
793	0.36704 E-2	-0.23405 E-1
862	0.55981 E-2	-0.21592 E-1
931	0.73261 E-2	-0.18972 E-1
1000	0.87894 E-2	-0.13119 E-1

7. İcra :

Tablo 3.10. $b_c = 60 \text{ cm}$, $E_2 = E_1/10 = 285000$ için sonlu eleman çözümü

Düşüm Noktası	x	θ
310	-0.172028 E-1	-0.48537 E-2
379	-0.144816 E-1	-0.25787 E-1
448	-0.113810 E-1	-0.29562 E-1
517	-0.8045 E-2	-0.31779 E-1
586	-0.45571 E-2	-0.33078 E-1
655	-0.99680 E-3	-0.33522 E-1
724	0.25626 E-2	-0.33141 E-1
793	0.604863 E-2	-0.31923 E-1
862	0.93847 E-2	-0.29826 E-1
931	0.124912 E-1	-0.26256 E-1
1000	0.15235 E-1	-0.63601 E-2

yukarıdaki icralardan bazılarının orta noktalarındaki dönmeler alınarak kirişlere ait birim deplasman sabitleri bulunmuştur.



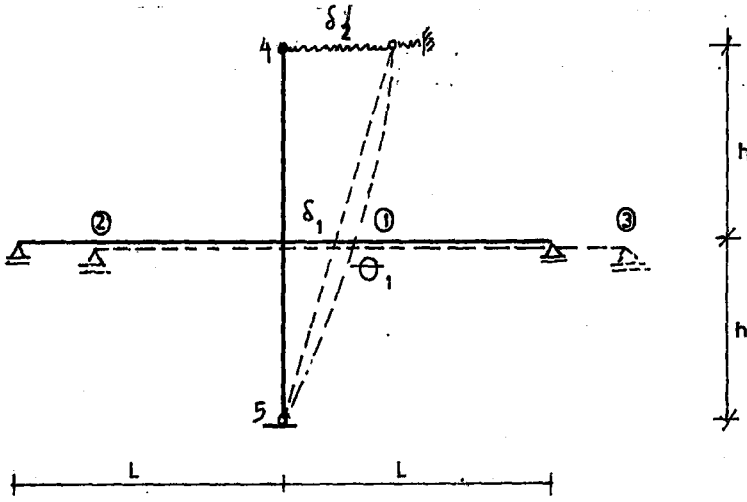
$$m_{i\theta i} = -36/2\theta_1$$

Tablo 3.11. Sonlu Eleman Çözümlerinden Bulunan Birim Deplasman Sabitleri

İcra Adı	b_c (m)	θ	 $m_{i\theta i}$	 $m_{i\theta i}$
1	0.60	-0.20779 E-1	866.2592	1732.5184
2	1.00	-0.17226 E-1	1044.9321	2089.8642
3	2.00	-0.12053 E-1	1493.4041	2986.8082
4	3.00	-0.23951 E-2	7515.3438	15030.6876
5	0.30	-0.41914 E-1	429.4507	858.9014

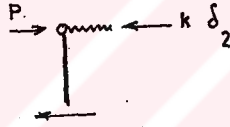
Tablo 3.5, Tablo 3.6, Tablo 3 .7, Tablo 3.8, Tablo 3.9, Tablo 3.10 daki değerlerin antimetrik çıkmayışının nedeni datayı otomatik olarak hazırlayan mesh generation programının dikdörtgen blokların kesiştiği bölgelerde, ürettiği elemanların dikdörtgenden bir miktar uzaklaşmasıdır. Bunun nedeni de bütün icralarda kiriş boyunu 4 .08 m almak istememizdir.

İkinci Model :

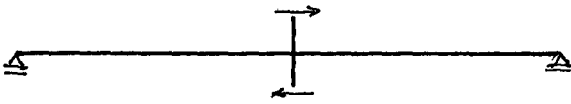


Şekil 3.54. 2. Modelin Gösterimi

Denge Denklemleri :



$$\Sigma x_2 = 0 \quad -P + k \cdot \delta_2 + t_{101}^{14} \cdot \theta_1 + t_{11}^{14} (\delta_2 - \delta_1) = 0 \quad (1)$$



$$\Sigma x_1 = 0 \quad (t_{101}^{14} - t_{101}^{15}) \cdot \theta_1 + t_{11}^{15} \cdot \delta_1 - t_{11}^{14} (\delta_2 - \delta_1) = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_1 = 0 \quad (m_{101}^{12} + m_{101}^{13} + m_{101}^{14} + m_{101}^{15}) \cdot \theta_1 + m_{11}^{15} \cdot \delta_1 + m_{11}^{14} (\delta_2 - \delta_1) = 0 \quad (3)$$

Özel Durumlar:

(1-4) ve (1-5) çubukları (Kolonlar) aynı kesitli

(2-1) ve (1-3) çubukları (Kirişler) aynı kesitli

2 Nolu denklemden $2\delta_1 = \delta_2$ (Ö1)

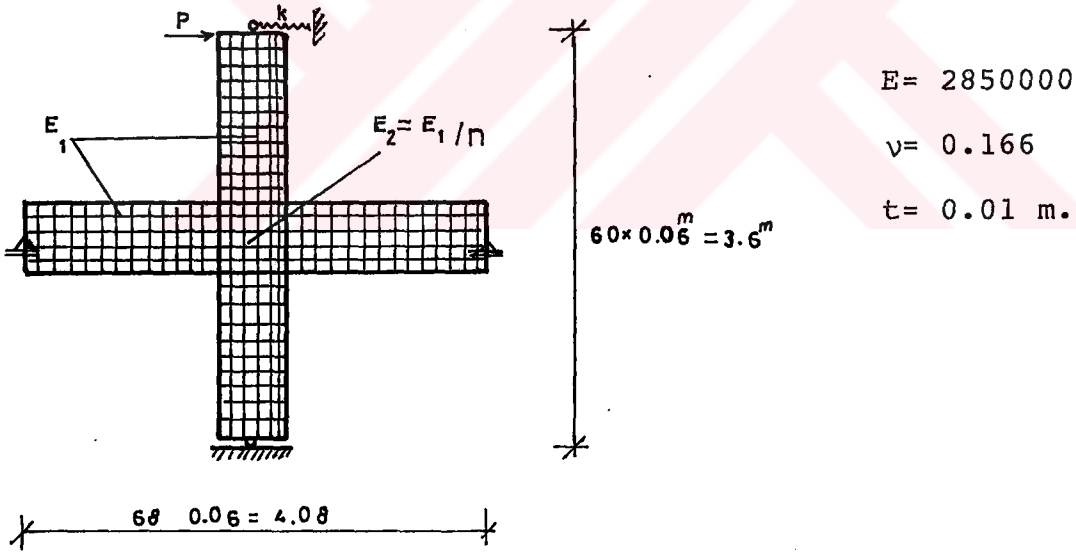
1 Nolu denklemden,

$$2k\delta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{2} * \theta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L^2} * \delta_1 = P \quad (\text{Ö2})$$

3 Nolu denklemden,

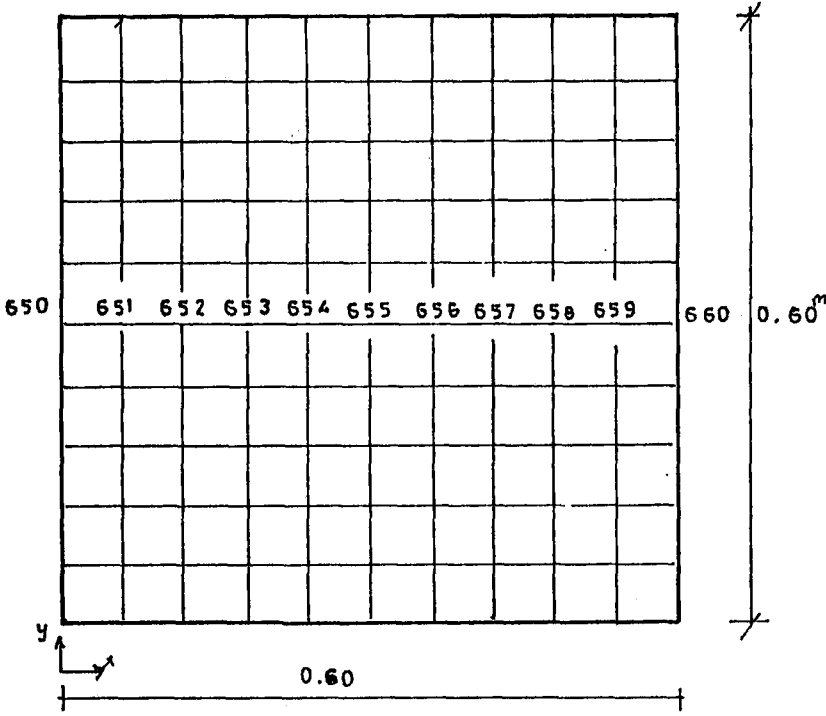
$$(m_{1\theta 1}^{12} + m_{1\theta 1}^{14}) * \theta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L} * \delta_1 = 0 \quad (\text{Ö3})$$

Şekil 3.54 deki sisteme ait sonlu eleman çözümü yapılmıştır.



Şekil 3.55 2. Modele Ait Sonlu Eleman Çözümünü İfade Eden Sonlu Eleman Ağı

Yukarıdaki modele ait $k = 1000$, $P = 10^t$ a göre $n = 1, 2, 3$ değerleri için değişik sonlu eleman çözümleri yapılmıştır.



Şekil 3.56. 2. Model İçin Sonlu Eleman Çözümüne Ait Düşüm Noktası İç

1. İcra : $n=1$

Tablo 3.12. $E_2 = E_1$ İçin Sonlu Eleman Çözümü

Düşüm Noktası	y	x
650	0.45041 E-3	0.31718 E-2
651	0.37763 E-3	0.31684 E-2
652	0.29369 E-3	0.31649 E-2
653	0.20090 E-3	0.31619 E-2
654	0.10216 E-3	0.31599 E-2
655	0.49408 E-6	0.31592 E-2
656	-0.10117 E-3	0.31599 E-2
657	-0.19990 E-3	0.31618 E-2
658	-0.29269 E-3	0.31648 E-2
659	-0.37660 E-3	0.31683 E-2
660	-0.44938 E-3	0.31716 E-2

$$1304 = \delta_2 = 0.87404 \text{ E-2}$$

$$655 = \theta_1 = -0.13628 \text{ E-2}$$

2. İcra : $n= 2$

Tablo 3.13. $E_2 = E_1/2$ için Sonlu Eleman Çözümü

Düğüm Noktası	y	x
650	0.49451 E-3	0.31478 E-2
651	0.41688 E-3	0.31422 E-2
652	0.32561 E-3	0.31363 E-2
653	0.22343 E-3	0.31312 E-2
654	0.11386 E-3	0.31277 E-2
655	0.63268 E-6	0.31265 E-2
656	-0.11260 E-3	0.31277 E-2
657	-0.22217 E-3	0.31311 E-2
658	-0.32434 E-3	0.31362 E-2
659	-0.41560 E-3	0.31421 E-2
660	-0.49321 E-3	0.31476 E-2

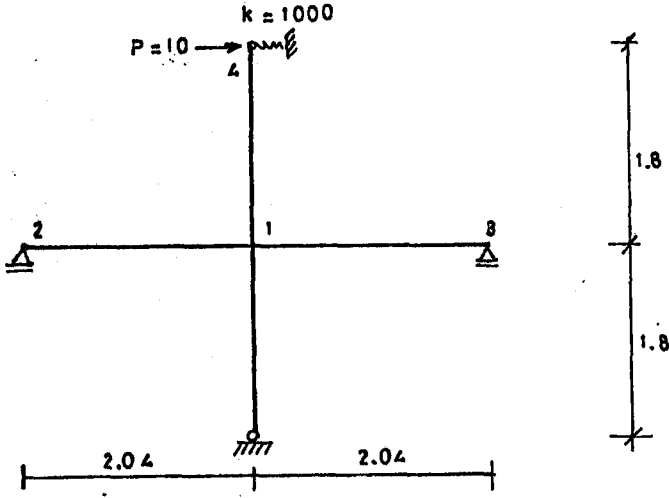
$$\begin{aligned} x \\ 1304 &= \delta_2 = 0.88509 \text{ E-2} \\ \theta \\ 655 &= \theta_1 = -0.13718 \text{ E-2} \end{aligned}$$

3. İcra : $n= 3$

Tablo 3.14. $E_2 = E_1/3$ için Sonlu Eleman Çözümü

Düğüm Noktası	y	x
650	0.53224 E-3	0.31255 E-2
651	0.44836 E-3	0.31182 E-2
652	0.34992 E-3	0.31104 E-2
653	0.2400 E-3	0.31037 E-2
654	0.12231 E-3	0.30992 E-2
655	-0.71882 E-6	0.30976 E-2
656	-0.12086 E-3	0.30991 E-2
657	-0.23857 E-3	0.31035 E-2
658	-0.34846 E-3	0.31103 E-2
659	-0.44690 E-3	0.31180 E-2
660	-0.53077 E-3	0.31252 E-2

$$\begin{aligned} x \\ 1304 &= \delta_2 = 0.89228 \text{ E-2} \\ \theta \\ 655 &= \theta_1 = -0.13790 \text{ E-2} \end{aligned}$$



Şekil 3.57. 2. Modele Ait Çerçeve Gösterimi

(1), (2), (3) denge denklemleri $m_{1\theta 1}$ cinsinden yazılırsa şu hale gelir.

$$\Sigma x_2 = 0$$

$$-P + k \cdot \delta_2 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L} \cdot \theta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L^2} \cdot (\delta_2 - \delta_1) = 0$$

$$\Sigma x_1 = 0$$

$$\left(\frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L} - \frac{m_{1\theta 1}^{15}}{L} \right) \cdot \theta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{15}}{L^2} \cdot \delta_1 - \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L^2} \cdot (\delta_2 - \delta_1) = 0$$

$$\Sigma M_1 = 0$$

$$(m_{1\theta 1}^{12} + m_{1\theta 1}^{13} + m_{1\theta 1}^{14} + m_{1\theta 1}^{15}) \cdot \theta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{15}}{L} \cdot \delta_1 + \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{L} \cdot (\delta_2 - \delta_1) = 0$$

Yukarıdaki sonlu eleman çözümlerindeki δ_1 ve δ_2 değerleri alınarak

$$1) m_{1\theta 1}^{12} = m_{1\theta 1}^{13}$$

$$2) m_{1\theta 1}^{14}$$

Bilinmeyenleri
bulunacak

Bilinmeyenleri
bulunacak

$$m_{1\theta 1}^{14} = m_{1\theta 1}^{15}$$

$$m_{1\theta 1}^{15}$$

$$\theta_1$$

$$\theta_1$$

1. Yol ile çözüm sonucu

$$m_{1\theta 1}^{14} = \frac{P - k\delta_2}{\left[\frac{\theta_1}{1.80} + \frac{\delta_2 - \delta_1}{1.80^2} \right]}$$

$$m_{1\theta 1}^{12} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ -\frac{m_{1\theta 1}^{14}}{1.80} * \delta_1 - \frac{m_{1\theta 1}^{14}}{1.80} (\delta_2 - \delta_1) - 2 m_{1\theta 1}^{14} * \theta_1 \right\}$$

2. Yol ile çözüm sonucu

$$(1) \quad m_{1\theta 1}^{14} = (P - k\delta_2) \cdot \left[\frac{\theta_1}{L} + \frac{\delta_2 - \delta_1}{L^2} \right]^{-1}$$

(2) ve (3) denklemlerinin taraf tarafa toplamından

$$m_{1\theta 1}^{15} = -\frac{L}{\delta_1} * \theta_1 * \left\{ m_{1\theta 1}^{12} + (P - k\delta_2) \left[\frac{\theta_1}{L} + \frac{(\delta_2 - \delta_1)}{L^2} \right]^{-1} \right\}$$

(2) ve (3) denklemleri taraf tarafa çıkarılırsa

$$m_{1\theta 1}^{15} = -m_{1\theta 1}^{12} - \frac{1}{L} * \frac{(P - k\delta_2)}{\theta_1} \left[\frac{\theta_1}{L} + \frac{(\delta_2 - \delta_1)}{L^2} \right]^{-1} * (\delta_2 - \delta_1)$$

Bu iki denklemin eşitliğinden 2. modele ait alt modele ait kolon rijitliği bulunur. Burada $m_{1\theta 1}^{12}$, kiriş rijitliği 1. modelden alınacaktır. Her iki yolla çözümde de δ_1 , δ_2 , sonlu eleman çözümünden alınmaktadır.

Tablo 3.15. 2. Modele Ait Sonlu Eleman Çözümlerinin Özeti

n	P(t)	k	δ_1	δ_2	θ
1	10.	1000.	0.31592 E-2	0.87404 E-2	-0.13628 E-2
2	10.	1000.	0.31265 E-2	0.88509 E-2	-0.13718 E-2
3	10.	1000.	0.30976 E-2	0.89228 E-2	-0.13790 E-2
1	10.	100.	0.14481 E-1	0.42253 E-1	-0.62519 E-2
2	10.	100.	0.15014 E-1	0.44817 E-1	-0.65958 E-2
3	10.	100.	0.15352 E-1	0.46629 E-1	-0.68413 E-2
1	10.	10000.	0.53563 E-3	0.97861 E-3	-0.23111 E-3
2	10.	10000.	0.52461 E-3	0.98069 E-3	-0.23029 E-3
3	10.	10000.	0.51627 E-3	0.98202 E-3	-0.22987 E-3

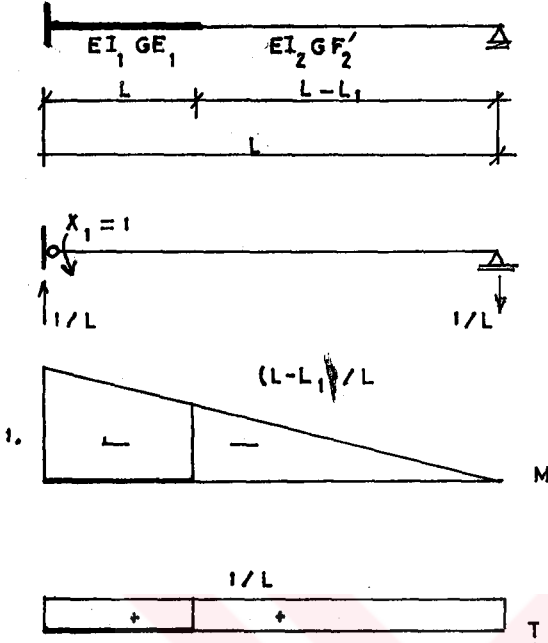
Tablo 3.16. 1. Yol Kullanılarak 2. Modele Ait Kiriş ve Kolon Rijitlikleri

k	n	(kiriş) $\frac{12}{m \theta^3}$	(kolon) $\frac{14}{m \theta^3}$
1000.	1	1019.629	1304.134
1000.	2	906.1132	1143.748
1000.	3	832.4311	1044.022
100.	1	993.7332	1132.666
100.	2	884.9012	997.1408
100.	3	814.5898	911.908
10000.	1	4526.213	25685.06
10000.	2	2753.758	15054.71
10000.	3	2092.062	11206.35

Tablo 3.17. 2. Yol Kullanılarak 2. Modele Ait Kolon Rijitlikleri

n	Model 1		θ_1	Üst kolon	Alt kolon
	θ_1	m_{101}			
1	-0.20779 E-1	866.26	-1.55108 E-3	1463.154	2058.625
2	-0.22976 E-1	783.426	-1.544107E-3	1264.201	1820.298
3	-0.24805 E-1	725.66	-1.542226E-3	1144.607	1676.096
1	-0.20779 E-1	866.26	-7.055173E-3	1241.32	1848.271
2	-0.22976 E-1	783.426	-7.364851E-3	1080.563	1645.824
3	-0.24806 E-1	725.66	-7.144714E-3	938.9508	1468.954
1	-0.20779 E-1	866.26			
2	-0.22976 E-1	783.426			
3	-0.24805 E-1	725.66			

Sonsuz Rijit Parçası Olan Çubukta Birim Deplasman Sabitleri



$$\delta_{11} = \delta_{11}^M + \delta_{11}^T$$

$$\delta_{11}^M = \frac{1}{6} * L_1 * \{ 2 + 2 * (L - L_1) / L + 2 * (L - L_1)^2 / L^2 \} * 1 / EI_1 +$$

$$+ 1/3 * (L - L_1)^3 / L^2 * 1 / EI_2$$

yalnız eğilme deformasyonları etkisi düşünülürse

$$m_{i\theta i} = x_1 = 1 / \delta_{11}^M$$

Kayma Deformasyonu Dikkate Alınırsa

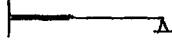
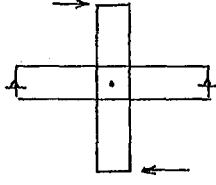
$$\delta_{11}^T = 1/L^2 * \left\{ \frac{L_1}{GE_1} + \frac{(L - L_1)}{GE_2'} \right\}$$

Tablo 3.18. Çubuk ve Sonlu Eleman Çözümlerine Ait
Kiriş Rijitlikleri

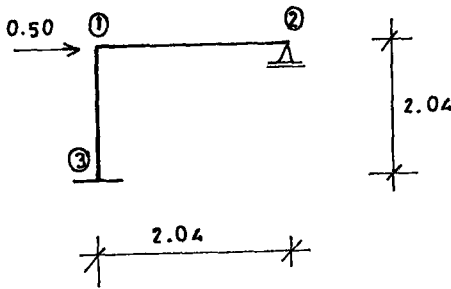
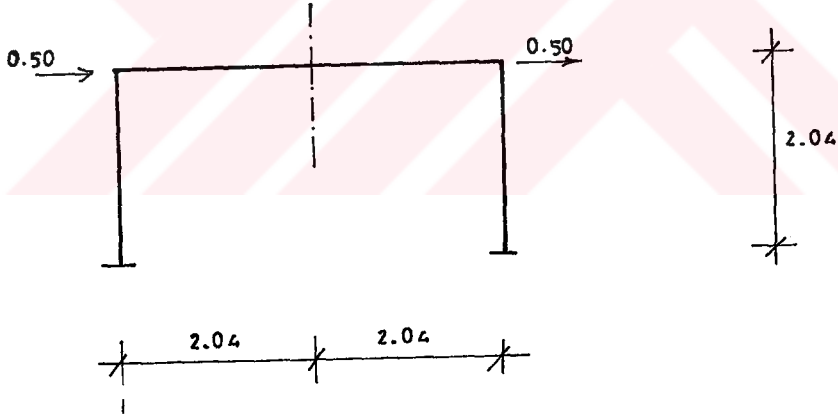
b_c	ℓ_1	EI_2	$m_{i\theta i}^M$	$m_{i\theta i}^{M+T}$	$m_{1\theta 1}^{13} = m_{1\theta 1}^{12}$		
					n=1	n=2	n=3
0.30	0.15	513	948.6654	872.192	-	-	-
0.60	0.30	513	1215.768	1101.79	866.26	783.426	725.66
1.0	0.50	513	1753.623	1543.051	-	-	-
2.0	1.0	513	5693.738	4415.217	-	-	-
3.0	1.5	513	40673.34	19610.4	-	-	-

ÖRNEK:

Tablo 3.19. Değişik Durumlara Ait Birim Deplasman Sabitleri

Düğüm Noktası İçi	$m_1 \theta_1$	Nasıl bulundu
$E = \infty$	1101.79	
$\bar{E} = E$	866.259	
$E = E/3$	725.660	
$E = E/10$	536.96	

$$E = 2850000 \text{ t/m}^2$$



Şekil 3.58. Örnek Çerçeve

Tablo 3.20. Örneğe Girecek Birim Deplasman Sabitleri

E	$m_1 \theta_1$
∞	1101.79
$E=E$	866.259
$E=E/3$	725.660
$E=E/10$	536.96

$$\text{Kolon } (0.01 \times 0.60) \quad 0.01 \times 0.60^3 / 12 = 1.8 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$E = 2850000 \text{ t/m}^2 \quad EI = 513 \text{ t/m}^2$$

$$\text{Kolonda } m_1 \theta_1 = 4EI / \ell = 4 \times 513 / 2.04 = 1005.88$$

$$m_1 \theta_j = 1005.88 / 2 = 502.94$$

$$m_{1\delta} = 6EI / \ell^2 = 6 \times 513 / (2.04)^2 = 739.62$$

$$t_{1\delta} = 12EI / \ell^3 = 12 \times 513 / (2.04)^3 = 725.12$$

Açı yöntemi denklem takımı kurulduğunda,

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \theta_1 \{ m_1 \theta_1^{12} + m_1 \theta_1^{13} \} + m_{1\delta}^{13} \cdot \delta_1 = 0$$

$$\Sigma X_1 = 0$$

$$\theta_1 \cdot t_{1\theta_1}^{13} + \delta_1 \cdot t_{1\delta}^{13} - 0.50 = 0$$

E=∞ için çözüm

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \theta_1 \{1101.79 + 1005.88\} + 739.62 \cdot \delta_1 = 0$$

$$\Sigma X_1 = 0 \quad 739.62 \cdot \theta_1 + 725.12 \cdot \delta_1 - 0.50 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2107.67 & 739.62 \\ 739.62 & 725.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2107.67 & 739.62 \\ 0 & 465.573 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.50 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \delta &= 1.0739 \text{ E-3} \\ \theta &= -3.76851 \text{ E-4} \end{aligned}$$

E= E= 866.259 için çözüm

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \theta_1 \cdot \{866.259 + 1005.88\} + 739.62 \cdot \delta_1 = 0$$

$$\Sigma X_1 = 0 \quad 739.62 \theta_1 + 725.12 \delta_1 = 0.50$$

$$\begin{bmatrix} 1872.139 & 739.62 \\ 739.62 & 725.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1872.139 & 739.62 \\ 0.0 & 432.92 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \delta &= 1.154945 \text{ E-3} \\ \theta &= -4.5628 \text{ E-4} \end{aligned}$$

E= E/3= 725.660 için çözüm:

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \theta_1 \cdot \{725.660 + 1005.88\} + 739.62 \cdot \delta_1 = 0$$

$$\Sigma X_1 = 0 \quad 739.62 \theta_1 + 725.12 \delta_1 = 0.50$$

$$\begin{bmatrix} 1731.54 & 739.62 \\ 739.62 & 725.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1731.54 & 739.62 \\ 0.0 & 409.194 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \delta &= 1.2219 \text{ E-3} \\ \theta &= -5.21929 \text{ E-4} \end{aligned}$$

E = E/10 = 536.96 için çözüm

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \theta_1 \{ 536.96 + 1005.88 \} + 739.62 \delta_1 = 0$$

$$\Sigma X = 0 \quad 739.62 \theta_1 + 725.12 \delta_1 = 0.50$$

$$\begin{bmatrix} 1542.34 & 739.62 \\ 739.62 & 725.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1542.84 & 739.62 \\ 0.00 & 370.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.50 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \delta &= 1.349327 \text{ E-3} \\ \theta &= -6.468521 \text{ E-4} \end{aligned}$$

Tablo 3.21. Örnek Çözüme Ait δ ve θ

	δ	θ
E = ∞	1.0739E-3	-3.76851E-4
E=E	1.154945E-3	-4.5628E-4
E=E/3	1.2219E-3	-5.21929E-4
E=E/10	1.349327E-3	-6.468521E-4

BÖLÜM IV

SONUÇLAR

Çalışmanın birinci bölümünde kuvvet yönteminin boyutlandırılmada etkin kullanımı denenmiş bu amaçla hiperstatik esas sistem ve kuvvet gruplarının bilinmeyen olarak seçilmesi yoluna gidilmiş sistemin simetrik olma özelliğinden de yararlanılarak çeşitli uygulamalar yapılmıştır. Bunlar arasında hiperstatik esas sistem kullanmanın tesir çizgilerinin oluşturulmasındaki etkinliği ile matris kuvvet yönteminde esas sistem olarak hiperstatik alt sistem kullanımı sayılabilir.

Çalışmanın ikinci bölümünde elde edilen sonuçlar ise aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Genellikle rijit sayılarak hesaplara yansıtılan kolon-kiriş bileşimlerinin usulüne uygun olarak boyutlandırılıp inşa edilmesi halinde deprem sırasında rijit davranmadıkları hatta bu bölgenin kiriş ve kolonların uçlarında başlayan kalıcı şekil değiştirmelerden etkilenerek bir göçme odağı haline dönüşmesi gözlenmektedir. Bu durumun hesaba yansıtılması için başlangıçta rijit sayılan kolon-kiriş uç bölgelerinin rijitliklerinin gerçeğe yakın davranışı gözönünde tutularak azaltılması gerekmektedir. Bu amaçla kolon-kiriş birleşiminin malzeme yönünden elastik ve elastik olmayan bölgelerdeki davranışının yakından incelenmesine yönelinmiştir. Gözönüne alınan iki mekanik modele sonlu eleman analizleri uygulanmış çıkan sonuçlar çubuk eleman rijitlik terimlerine yansıtılarak düğüm noktalarının rijit olmaması haline gelecek bir hesabın gerekli ilk büyüklükleri örneklenmiştir.

2. Kolon-kiriş birleşim bölgesinin daha az sayıda eleman kullanılarak gerçeğe yakın davranışının daha iyi belirlenmesi amacıyla betonarme kesitlerdeki iç kuvvet dağılımlarına karşı gelen yayılı beton basınç gerilmelerinin ve kayma gerilmelerinin sırasıyla dört parametrelili üçüncü derece eğrisi, üç parametrelili ikinci derece eğrisi ile temsil edilmesine karşılık gelen yükleme terimleri çıkartılmıştır. Sonlu eleman kenarlarının herhangi bir yerine tekil yük bulunmasına ait yükleme terimleriyle bunlar birlikte kullanılarak elastik bölgede düğüm noktası içinin davranışı üzerinde çalışılarak lineer olmayan bölgedeki davranışa geçme amacına yönelik bir hazırlık yapılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] ÇAKIROĞLU, A., ÇETMELİ, E., Yapı Statiği Cilt II, T.K.Y., (1983)
- [2] ÇAKIROĞLU, A., ÖZMEN, G., ÖZDEN, E., Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt I, İ.T.Ü., İnşaat Fakültesi Yayını, (1970).
- [3] ÇAKIROĞLU, A., ÖZMEN, G., ÖZDEN, E., Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt II, İ.T.Ü., İnşaat Fakültesi Yayını, (1970).
- [4] PALA, S., SAYGUN, A., 12 Serbestlik dereceli Dikdörtgen Levha Sonlu Elemanlar Rijitlik matrisinin Tayini

ÖZGEÇMİŞ

Alp ÖZTEN, 21.06.1967 de İstanbul'da doğdu. İlk, Orta ve Lise öğrenimini Rize'de tamamladı. 1984 yılında Rize Lisesini bitirdi. Aynı yıl İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi'nde başladığı İnşaat Mühendisliği öğrenimini 1989 yılında tamamlayarak İnşaat Mühendisi ünvanını aldı. Aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsünün açtığı Yüksek Lisans sınavını kazanarak İnşaat Anabilim Dalına bağlı Yapı Mühendisliği - Y.A.B programında öğrenimine başladı.

Alp ÖZTEN