

YEREL OLMAYAN PLASTİSİTEDE

VARLIK VE TEKLİK TEOREMLERİ

DOKTORA TEZİ

Y.Müh. Reha ARTAN

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 3.2.1992

Tezin Savunulduğu Tarih : 8.4.1992

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Vural Cinemre

Diğer Juri Üyeleri : Prof.Dr. Sacit Tameroğlu

: Yar.Doç.Dr. Haluk Örs

NİSAN 1992

**T.C. YÜKSEKÖĞRETM KURULU
DOKÜMANТАSYON MERKEZİ**

“ÖNSÖZ

Bu çalışma süresince her konuda ilgi ve yardımlarını gördüğüm, sayın hocam Prof.Dr. Vural CİNEMRE'ye teşekkür etmeyi bir borç bilirim. Ayrıca değerli yardımlarından dolayı Doç. Dr. Burhan ALTAN'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	v
SUMMARY	vi
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. YEREL OLMAYAN PLASTİSITE TEORİSİNDE PEKLEŞMEYEN MALZEME İÇİN VARLIK VE TEKLİK TEOREMLERİ	8
2.1 Temel denklemler	8
2.2 Çeşitli uzaylar hakkında kısa bilgiler	11
2.3 Zayıf problemin tanımı	13
2.4 Zayıf çözümün tekliğinin ispatında kullanılacak temel bağıntının ispatı	13
2.5 Zayıf çözümün tekliğinin ispatı	15
2.6 Zayıf çözümün varlığının ispatında kullanılacak varsayımlar	16
2.7 Zayıf çözümün varlığının ispatı	17
BÖLÜM 3. İZOTROPIK VE KİNEMATİK PEKLEŞME OLMASI DURUMUNDA YEREL OLMAYAN HALDE PLASTİSITE PROBLEMİNİN ZAYIF ÇÖZÜMÜNÜN VARLIĞI VE TEKLİĞİ	28
3.1 Izotropik pekleşmenin tanımı ve izotropik pekleşmeye ilgili bünye denkleminin çıkarılması	28
3.2 Kinematik pekleşmenin tanımı ve kinematik pekleşmeye ilgili bünye denkleminin çıkarılması	29
3.3 Hem kinematik hem de izotropik pekleşmeyi içeren genel bünye denkleminin elde edilmesi	30
3.4 Akma yüzeyinin konveks olmasının tanımı ve konveksliğin getirdiği koşulun çıkarılması	31
3.5 Zayıf problemin tanımı	33
3.6 Zayıf çözümün tekliğinin ispatı	34
3.7 Zayıf çözümün varlığının ispatı	34

BÖLÜM 4.	YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ SÜRTÜNMELİ ZIMBA PROBLEMİNİN YEREL OLМАYAN HALDE ÇÖZÜMÜ VE ÇÖZÜMÜN YEREL HALDEKİ SONUÇLARLA KARŞILAŞTIRILMASI	42
4.1	Küçük basınç durumu	42
4.2	Orta basınç durumu	51
4.3	Büyük basınç durumu	56
BÖLÜM 5	SONUÇ	62
KAYNAKLAR		66
EK A	YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ ZIMBA	70
EK A1	Temel denklemler	70
EK A2	Çözüm yöntemi	78
EK A3	Çeşitli örneklerin çözümü	86
EK A3.1	Küçük basınç kuvveti durumu	86
EK A3.2	Orta basınç durumu	91
EK A3.3	Büyük basınç kuvveti durumu	95
EK B	YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ ZIMBA PROBLEMİNİN YEREL OLМАYAN ELASTİSİTEDE ÇÖZÜMÜ İLE İLGİLİ PRINTER ÇIKIŞLARI	101
ÖZGEÇMİŞ		133

“ÖZET

Bu çalışma 5 bölümünden oluşmaktadır. Birinci bölümde önce yerel teori ve yerel olmayan teori kısaca tanıtılmış, daha sonra "Yerel olmayan plastisite" ve "Yarım düzlemede hareketli zimba" konusunda literatürde yapılan çalışmalar dan bahsedilmiştir.

"Yerel olmayan plastisite teorisinde pekleşmeyen malzeme için varlık ve teklik teoremleri" adlı ikinci bölümde, önce plastisite teorisinin temel denklemleri verilmiş, daha sonra teoremlerin ispatı yapılarken kullanılacak olan matematik kavramlar kısaca açıklandıktan sonra yerel olma yan halde pekleşmeyen malzeme için plastisite problemi tanımlanmıştır. Bundan sonra, önce problemin çözümünün tek olduğu, daha sonra ise çözümün mevcut olduğu gösterilmiştir.

Çalışmanın "İzotropik ve kinematik pekleşme olması durumunda yerel olmayan halde plastisite probleminin zayıf çözümünün varlığı ve tekliği" adlı üçüncü bölümünde, önce kinematik pekleşme ve izotropik pekleşme ayrı ayrı tanımlanmış ve bu halleri ifade eden bünye denklemleri verilmiştir. Hem izotropik hem de kinematik pekleşmeyi birarada ifade eden genel bir bünye denlemi elde edildikten sonra, yerel olmayan halde pekleşen malzeme için plastisite probleminin tanımı verilmiş ve önce problemin çözümünün tek olduğu, daha sonra ise problemin çözümünün mevcut olduğu gösterilmiştir.

"Yarım düzlemede hareketli sürtünmeli zimba probleminin yerel olmayan halde çözümü ve çözümün yerel haldeki sonuçlarla karşılaştırılması" adlı dördüncü bölümde, zimba problemi yerel olmayan elastisitede çözülererek sonuçlar yerel problemin sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın "EkA" bölümünde yerel halde yarım düzlemede hareketli zimba probleminin çözümü ayrıntılı şekilde verilmiştir.

"EKB" adlı bölümde yerel olmayan halde hareketli zimba probleminin çözümüyle ilgili bilgisayar çıkışları verilmiştir.

SUMMARY

EXISTENCE AND UNIQUENESS THEOREMS IN NONLOCAL PLASTICITY

As the first subject of this work, "Existence and uniqueness theorems in the nonlocal theory of perfect elastoplasticity" has been handled. The stress boundary value problem can be weakly formulated as follows. A state of stress $\sigma_{ij}(t)$ is looked for such that the following conditions are satisfied :

1) In a bounded volume Ω , for every continuously differentiable vector-valued function $v_i(x)$, $i = 1, 2, 3$ the following equality should be satisfied :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}(v) dx = \int_{\partial\Omega} g_i v_i ds + \int_{\Omega} F_i v_i dx \quad (1)$$

where $\partial\Omega$ is the surface of Ω , g_i are the components of the prescribed surface forces, F_i are the components of the prescribed volume forces and

$$\varepsilon_{ij}(v) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

2) $\sigma_{ij}(t)$ should remain inside the convex flow surface $f(\sigma) = \alpha$, that is, for all times $0 \leq t \leq T$

$$f(\sigma(t)) \leq \alpha \quad (3)$$

where α is a scalar constant.

3) For all times $0 \leq t \leq T$

$$\int_0^T dt \iint \left[\alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}(x',t) [\tau_{ij}(x,t) - \sigma_{ij}(x,t)] dx dx' \right] \geq 0 \quad (4)$$

where $\tau_{ij}(x,t)$ is a symmetric smooth tensor field satisfying the first two conditions (1), (3). We assume that there exists a $c > 0$ such that

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \tau_{ij}(x,t) \tau_{kl}(x',t) dx dx' &\geq \\ c \int_{\Omega} \tau_{ij} \tau_{ij} dx ; c > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

for all τ_{ij} .

The strain tensor ϵ_{ij} is the symmetric part of the gradient of the displacement vector u_i

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (6)$$

and it is assumed to be composed of the sum of an elastic strain e_{ij} and plastic strain p_{ij} :

$$e_{ij} = e_{ij} + p_{ij} \quad (7)$$

e_{ij} is a non-local linear function of the stress σ_{ij}

$$e_{ij}(x,t) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}(x',t) dx' \quad (8)$$

where α is a smooth not increasing function of distance, a_{ijkl} are scalar constants. The third condition (4) posed in the definition of the stress boundary value problem implies the normality of the plastic strain rate \dot{p}_{ij} to convex flow surface

$$\dot{p}_{ij} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (9)$$

where λ is either zero or positive. Whenever both $f(\sigma) = 0$ and $f(\sigma) > 0$, then $\lambda > 0$ otherwise $\lambda = 0$.

The uniqueness of the solution can be shown by using the inequality (4) given in the third condition of the stress boundary value problem. We first assume that $\sigma = \sigma^1$, $\tau = \sigma^2$ where σ^1 and σ^2 are presumed to be both solutions:

$$\int_0^T dt \int_{\Omega} \int_{\Omega} \langle \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}^1(x',t) [\sigma_{ij}^2(x,t) - \sigma_{ij}^1(x,t)] dx dx' \rangle \geq 0$$

secondly we write $\tau = \sigma^1$, $\sigma = \sigma^2$ which gives

$$\int_0^T dt \iint \langle \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}^2(x',t) [\sigma_{ij}^1(x,t) - \sigma_{ij}^2(x,t)] dx dx' \rangle \geq 0$$

the sum gives

$$\int_0^T dt \int_{\Omega} \int_{\Omega} \langle \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} (\dot{\sigma}_{kl}^1(x',t) - \dot{\sigma}_{kl}^2(x',t)) [\sigma_{ij}^1(x,t) - \sigma_{ij}^2(x,t)] dx dx' \rangle \leq 0$$

this means that

$$\iint \langle \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} (\dot{\sigma}_{kl}^1(x',t) - \dot{\sigma}_{kl}^2(x',t)) [\sigma_{ij}^1(x,t) - \sigma_{ij}^2(x,t)] dx dx' \rangle \leq 0$$

then because of (5) we have $\sigma^1 = \sigma^2$.

To prove the existence we start from a statically admissible stress state $\sigma^0(t)$ which is not necessarily inside the flow surface. But we assume that it is possible to find $\gamma > 0$ such that

$$f(\sigma^0(t) + \gamma \dot{\sigma}^0(t)) \leq \alpha_0 \quad (10)$$

for all t in the process. We then follow a method similar to the one used in the book by Hlaváček et al [30] and we define a penalty functional

$$g(\sigma) = \int_{\Omega} [\langle \langle [f(\sigma) - \alpha_0]^+ \rangle \rangle^2 + 1]^{1/2} - 1 dx \quad (11)$$

where

$$[f(\sigma) - \alpha_0]^+ = \begin{cases} f(\sigma) - \alpha_0 & \text{if } f(\sigma) \geq \alpha_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

This functional is convex. As a result its Gâteaux differential satisfies the monotonicity condition:

$$Dg(\sigma, \sigma-\tau) - Dg(\tau, \sigma-\tau) \geq 0 \quad (12)$$

The Gâteaux differential of $g(\sigma)$ is

$$Dg(\sigma, \tau) = \int_{\Omega} \frac{[f(\sigma) - \alpha_0]^+ [\partial f / \partial \sigma_{ij}]}{[1 + ([f(\sigma) - \alpha_0]^+)^2]^{1/2}} \tau_{ij} dx \quad (13)$$

We then prove the existence of a statically admissible stress state $\sigma^{\varepsilon}(t)$ and a plastic strain state $p^{\varepsilon}(t)$ which satisfy the following properties

$$\epsilon_{ij}^{\varepsilon} + p_{ij}^{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

where

$$\epsilon_{ij}^{\varepsilon} = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^{\varepsilon}(x') dx' \quad (15)$$

and $u_i(x, t)$ represents the displacement vector field.

2)

$$p = \frac{1}{\varepsilon} [f - \alpha_0]^+ \frac{\partial f}{\partial \sigma} (1 + ([f(\sigma) - \alpha_0]^+)^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \lambda^{\varepsilon}(\sigma) \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} \quad (16)$$

where $f(\sigma) = \alpha_0$ is the prescribed yield condition, and the statical admissibility of $\sigma^{\varepsilon}(t)$ is given weakly by

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_{ij}^{\varepsilon} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) dx = \int_{\partial\Omega} g_i v_i ds + \int F_i v_i dx \quad (17)$$

which is satisfied for all $v(x, t)$ smooth enough. But it is to be noted that σ^{ε} is not required to comply with

the yield condition.

The space S of symmetric second order tensor fields can be written as the direct sum of two subspaces:

- 1) The subspace E of tensor fields which can be written as the symmetric part of the gradient of a vector field
- 2) The orthogonal complement S_0 of E in S .

We define the perpendicular projection operator from S to S_0 by P . Then, because $e^\varepsilon + p^\varepsilon$ is compatible with a displacement field we have

$$P(e^\varepsilon + p^\varepsilon) = 0 \quad (18)$$

or

$$Pe^\varepsilon = -P[\lambda^\varepsilon \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma}] \quad (19)$$

Now, because both $\sigma^0(t)$ and $\sigma^\varepsilon(t)$ are statically admissible states, their difference $\bar{\sigma}^\varepsilon$ corresponds to zero volume and surface forces which means that it is in S_0 . Let us use the shorthand

$$A(\sigma) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}(x') dx' \quad (20)$$

If $PA \stackrel{\text{def}}{=} B$, B has an inverse in S_0 because

$$(B\bar{\tau}, \bar{\tau}) = (PA\bar{\tau}, \bar{\tau}) = (A\bar{\tau}, \bar{\tau}) \geq c (\bar{\tau}, \bar{\tau})^2, \bar{\tau} \in S_0$$

Then if $B\bar{\sigma}^\varepsilon = \bar{a}^\varepsilon$ we have

$$\dot{a}^\varepsilon = -B\dot{\sigma}^0 - P[\lambda^\varepsilon(\sigma^0 + B^{-1}\bar{a}^\varepsilon) \frac{\partial f}{\partial \sigma}(\sigma^0 + B^{-1}\bar{a}^\varepsilon)]$$

which with the initial condition $a^\varepsilon(0) = 0$ gives an initial value problem for a system of first-order differential equations whose unique solution furnishes a^ε and because B is invertible we also obtain $\bar{\sigma}^\varepsilon$, therefore σ^ε .

The following equality and inequality

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \bar{\tau}] dt + \frac{1}{2} \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \bar{\tau}) dt = 0 ; \bar{\tau} \in S_0 \quad (21)$$

$$g[\sigma^\varepsilon(\tau)] \leq \frac{\varepsilon}{4\gamma^2} \left(\int_0^t [\sigma_0 + \gamma \dot{\sigma}_0, \sigma_0 + \gamma \dot{\sigma}_0] dt \right) \quad (22)$$

can be easily demonstrated to be valid where the inner product [,] is defined by

$$[\sigma, \tau] = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}(x', t) \tau_{ij}(x, t) dx dx' \quad (23)$$

The inequality makes clear that $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [f(\sigma^\varepsilon) - \alpha]^+ = 0$, that is, the ultimate stress state $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma^\varepsilon(t)$ is not out of the flow surface. As the last step of the demonstration we should prove that the obtained stress state satisfies the compatibility condition which was transformed above into the form

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \sigma - \tau] dt \geq 0$$

where τ is any statically admissible state with no plastic strain rate ($\dot{p}(\tau) = 0$). Since both σ^ε and τ are statically admissible, we have $\sigma^\varepsilon - \tau \in S_0$ and therefore we can use the above obtained equality (24) for any $\tau \in S_0$:

$$\begin{aligned} & \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^\varepsilon - \tau] dt + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg[\sigma^\varepsilon, \sigma^\varepsilon - \tau] dt - \\ & - \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg[\tau, \sigma^\varepsilon - \tau] dt = 0 \end{aligned}$$

where the last term is identically zero since $\dot{p}(\tau) = 0$ for the stress state τ . Using the monotonicity condition (12) we obtain

$$\int_0^t Dg[\dot{\sigma}^\varepsilon, \tau - \sigma^\varepsilon] dt \geq 0 \quad (24)$$

which proves the compatibility for all σ^ε .

In the thesis, the proof of existence is also given for hardening. In this case we consider a generalised yield function $F(\sigma, \gamma, \alpha)$ depending on two functions $\gamma(t), \alpha(t)$ characterising hardening. Therefore the existence problem is formulated weakly for the triple $\sigma(t), \gamma(t), \alpha(t)$. The state of stress should satisfy the

weak condition of statical admissibility and the triple should not leave the flow surface

$$F[\sigma(t), \gamma(t), \alpha(t)] \leq 0 \quad (25)$$

and because the existence problem to be proven is a stress boundary value problem, the triple should also satisfy a stress compatibility condition which will be called, "The fundamental variational inequality"

$$\int_0^t ([\bar{\sigma}, \bar{\sigma} - \sigma] + [\bar{\gamma}, \bar{\gamma} - \gamma] + [\bar{\alpha}, \bar{\alpha} - \alpha]) dt \geq 0 \quad (26)$$

where $\bar{\sigma}$ is statically admissible and

$$F[\bar{\sigma}, \bar{\gamma}, \bar{\alpha}] \leq 0$$

as well.

The uniqueness can be proven similarly to the perfect case and it is as easy. Here also a penalty functional formulation has been used for the proof of existence. The penalty functional chosen is

$$g(\sigma, \gamma, \alpha) = \int_{\Omega} (([F(\sigma, \gamma, \alpha)])^+)^{1/2} - 1 dx \quad (27)$$

First a triple $\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon$ has been determined which satisfy all conditions required for being a solution except $F(\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon)$ may exceed zero. Secondly it has been shown that, for $\varepsilon \rightarrow 0$ the triple approaches the solution of the boundary value problem. Using

$$e_{ij}^\varepsilon(x, t) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^\varepsilon(x', t) dx' \quad (28)$$

and

$$\dot{p}^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} D_\sigma g \quad (29)$$

the strain is obtained

$$\epsilon_{ij} = e_{ij} + p_{ij} \quad (30)$$

By the convexity assumption of yield surface the monotonocity condition has been written in the form

$$Dg(\sigma, \gamma, \alpha; \sigma-\tau, \gamma-\delta, \alpha-\beta) - Dg(\tau, \gamma, \beta; \sigma-\tau, \gamma-\delta, \alpha-\beta) \geq 0 \quad (31)$$

where the triple τ, δ, β is statically admissible. Using

any statically admissible σ^0 , σ^ε can be decomposed as

$$\sigma^\varepsilon = \sigma^0 + \bar{\sigma}^\varepsilon$$

where $\bar{\sigma}^\varepsilon$ belongs to S_0 . Let us find the nonlocal elastic strain on S_0 ; $a^\varepsilon = PR\bar{\sigma}^\varepsilon$. a^ε can be obtained from a boundary value problem of a system of first-order ordinary differential equations:

$$\dot{a}^\varepsilon = -PR\dot{\sigma}^0(t) - P \frac{1}{\varepsilon} D_\sigma g(\sigma^0 + (PR)^{-1}a^\varepsilon, \gamma, \omega); a^\varepsilon(0) = 0$$

From a^ε , we obtain $\bar{\sigma}^\varepsilon$ and consequently σ^ε and we show that for $\varepsilon \rightarrow 0$ we find the solution of the problem.

In the thesis, it is also given an example for nonlocal elastodynamic boundary value problems. It is the problem of a moving rigid punch on a nonlocal elastic half plane.

The kernel of the constitutive equation has been chosen in the form

$$a(|x-x'|) = \begin{cases} B(1 - \frac{|x'-x|}{a}), & |x'-x| < a \\ 0, & |x'-x| > a \end{cases}$$

where a is the atomic distance.

The speed of the punch is constant. The results have been obtained for three cases. In the first case both ends of the punch do not touch the plane, in the second case only one end indents the plane, in the third case both ends of the punch are immersed. There nowhere exists an infinite stress.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu çalışmada önce yerel olmayan plastisite teorisinde pekleşmeyen malzeme ve pekleşen malzeme için zayıf gerilme sınır değer probleminin çözümünün varlığı ve tekliği incelenmiş, daha sonra ise yerel olmayan elastik yarımdüzlemdede hareketli zımba problemi çözülmüş, elde edilen sonuçlar yerel teoride elde edilenlerle karşılaştırılarak, yerel olmayan teorinin yerel teoriye nazaran üstünlükleri belirtilemiştir.

Yerel olmayan teorinin ortaya konması oldukça yeni-
dir. 1960 lardan başlayarak Eringen [1],[2],[3],[4],[5],
[6],[7],[8],[9],[10]; Edelen [11],[12] ve Kunin [13],[14]
tarafından yapılan çalışmalar teorinin esaslarını kurmuş
ve Eringen pek çok elastisite problemini bu teori yardı-
miyla çözerek; (mesala Eringen [15],[16],[17],[18],[19],
[20] ye bakınız) teorinin yerel teoriye göre üstünlükleri-
ni vurgulamıştır.

Yerel olmayan teori ile bir gerilme sınır değer prob-
lemi çözülürken bir noktadaki gerilme durumunun hesabında,
o nokta komşuluğundaki noktalardaki şekil değiştirmelerin
de, o noktadaki gerilme durumuna katkısı gözönüne alınır.
Yerel olmayan teoriyi yerel teoriden ayıran temel fark bu
noktada ortaya çıkmaktadır. Buradan açıkça görüleceği gi-
bi yerel olmayan teori cismin yapısına daha uygundur.

Yerel olmayan teorinin yerel teoriye göre temel üstünlüğü, yerel teori ile çözülen problemlerde ortaya çıkan tekiliklerin, problemin yerel olmayan teori ile çözülmesi sırasında tamamen ortadan kalkmasıdır. Bu özellik literatürdeki tüm çalışmalarda açıkça görülmektedir. (mesala Eringen [15], [16],[17],[18],[19],[20] ye bakınız.) Bu çalışmada da yarı düzlemede hareketli zımba problemi yerel olmayan teori kullanılarak çözülmüş ve yerel teorinin verdiği sınırsız sonuçlar ile yerel olmayan teorinin verdiği sonlu sonuçlar aynı diyagram üzerinde çizilerek bu durum açıkça ortaya konmuştur.

Yerel olmayan plastisite teorisi ile ilgili literatürde mevcut tek yayın Eringen'indir [21]. Bu yayında önce yerel olmayan plastisite teorisinin denklik denklemleri verilmiş, bünye denklemleri çıkarılmış, termodynamığın ikinci kanununun bünye denklemleri üzerine getirdiği kısıtlamalar elde edilmiş ve akma koşulu çıkarılmıştır. Kullanılan teori isotropik cisimler için özelleştirilmiştir.

Aşağıda yerel plastisite de varlık ve teklik konularını ele alan çalışmaların kısaca içeriği tanıtılmaktadır.

Nečas' da [22] ikinci mertebe eliptik diferansiyel denklemlere ilişkin lineer olmayan varyasyonel eşitsizliklerin zayıf çözümlerinin varlığı ve düzenliliği incelenmiştir. İlk olarak gözönüne alınan sınır değer problemleri ile ilişkili varyasyonel eşitsizliklerin zayıf çözümlerinin varlığı ve tekliği incelenmiş ve bu inceleme ışığında elastisite teorisinde Signorini problemi olarak bilinen sınır değer problemine eşdeğer varyasyonel eşitsizlikler elde edilerek, bu problemlerin çözümlerinin varlığı ve tekliği gösterilmiştir. Bunun ardından ceza fonksiyonu yöntemi kullanılarak gözönüne alınan varyasyonel

eşitsizliklerin zayıf çözümlerinin, problemin verilerinin belli bazı koşulları sağlama durumunda kendilerinin ve genelleştirilmiş anlamdaki türevlerinin bazı düzenlilik özelliklerine sahip olacağı gösterilmiştir.

Johnson'da [23] Prandtl-Reuss akma kuralına uyan zaman dan bağımsız yükleme altındaki elastik ideal plastik cisimler için kuazi-statik halde gerilme ve şekil değiştirmeye problemlerinin matematik formülasyonu yapılmış ve bu problemlerin çözümlerinin varlığı ve tekliği incelenmiştir.

Gröger'de [24] malzemelerin elastik-plastik davranışlarının belirlenmesinde evrim türünden eşitsizliklerin kullanılması tartışılmış ve bu tür modellerin üç boyutlu cisimlerin kuazi-statik deformasyonlarının incelenmesinde kullanılabileceği gösterilmiştir. İlk olarak Piero'da [25] geliştirilmiş olan bünye modellerinin bir sınıfı incelenmiş ve bu modellerin bir evrim eşitsizliği yardımcı ile karakterize edilebileceği gösterilmiştir. Bunun ardından, ele alınmış olan modellerin birinden hareketle, zamana bağlı dış kuvvetler etkisindeki üç boyutlu elastik plastik bir cismin kuazi-statik durumu ile ilgili olarak iki farklı matematik problem tanımlanmıştır. Bu problemlerin ilkinde bilinmiyen olarak şekil değiştirmeye alanı aranırken, ikincisinde gerilme alanı bilinmiyen olarak seçilmektedir. Bunu izleyen bölümde çok özel bir bünye kanunu için tanımlanmış olan problemlerin iyi konmuş problemler olduğu, yani çözümlerinin varlığı ve tekliği ve ve başlangıç değerleri ile dış kuvvetlere sürekli bağlı olduğu gösterilmiştir.

Gröger'de [26], [24] de elasto-plastik cisimlerin kuazi-statik davranışları için geliştirilmiş olan matema-

matematiksel model dinamik davranışları da içerecek şekilde genişletilmiştir.

Nečas'da [27] cisimlerin, elasto-plastik davranışlarını incelemek için küçük yerdeğiştirmeler teorisinin bünüye bağıntılarına bir iç durum değişkeni sokularak ve buna bağlı olarak "genelleştirilmiş gerilme tansörü" (klasik gerilme tansörüne ek olarak) tanımlanarak elde edilen bir genelleştirilmesi ile tanımlanan gerilme sınır değer problemleri incelenmiştir. Bu genelleştirilme sırasında klasik gerilmeleri ve genelleştirilmiş gerilmeleri veren iki ayrı potansiyelin varlığı kabul edilmiş ve akma fonksiyonu hem klasik gerilmelere hem de genelleştirilmiş gerilmelere bağlı olarak alınmıştır. Bu genelleştirmeler altında ortaya çıkan gerilme sınır-değer problemlerine eşdeğer değişim ilkeleri elde edildikten sonra, elastik şekil değiştirmelerle klasik gerilmeleri lineer olarak eşlestiren bünye tansörünün bilinen simetri özelliklerine ve pozitif definit özelliğe sahip olması durumunda, gözönüne alınan sınır değer probleminin bir tek çözüme sahip olacağı gösterilmiştir. Bunu izleyen bölümde zayıf çözümlerin varlığı incelenmiş ve bu zayıf çözümlerin klasik anlamda çözümler olmasını sağlayan koşullar verilmiştir.

Gröger, Nečas'da[28] bir Hilbert uzayı üzerinde tanımlanmış bir sınıf lineer olmayan başlangıç-değer probleminin "iyi konmuş" bir problem olduğu, başka bir deyişle çözümlerin varlığı ve tekliği ispatlanmış ve problemin ve rileri üzerine konan bazı ek varsayımlar altında bu çözümlerin düzenli olduğu gösterilmiştir.

Nečas, Trávníček'deki [29] çalışma [24] deki çalışmının genelleştirilmiş bir halidir. Bu çalışmada [24] deki

çalışmadan farklı olarak yozlaşabilen bir kinematik pek-leşme kuralı kullanılmıştır.

Hlaváček et al'da [30] önce elastik-ideal plastik pek-leşmeyen malzeme için zayıf plastisite probleminin tanımı yapılmış, zayıf problemin çözümünün varlığı ve tekliği yerel halde gösterilmiştir. Sonra kinematik ve izotropik peklesme tanımları yapılmış, hem kinematik hem de izotropik peklesmeyi birarada ifade eden bir bünye denklemi verilmiş ve yerel halde zayıf plastisite problemi tanımlanmıştır. Bundan sonra problemin çözümünün varlığı ve tekliği gösterilmiştir.

Elastik yarıı düzlem üzerinde zımba problemi, yerel halde ilk defa Rus mekanikçileri tarafından kesin olarak çözülmüştür. Muskhelishvili'de [31] zımba problemi parça parça holomorf fonksiyonlar için Hilbert problemine dönüştürülmüş ve çözülmüştür. Basınç kuvvetinin şiddetine göre zımbanın iki ucu elastik düzleme değişmekte veya değiirmektedir. Eğer zimbayı yatay harekete zorlayan bir yatay kuvvet ve sürtünme de varsa, zımbanın önce bir ucu daha sonra öteki ucu zemine değer. Bu nedenle zımba probleminin çözümünde "küçük basınç kuvveti", "orta basınç kuvveti" "büyük basınç kuvveti" gibi üç aşama vardır.

Zımbanın elastik yarıı düzlem üzerinde düzgün hızla hareketi ile ilgili problem Lekhnitskii'de [32] açıklanan anizotrop elastisite ile ilgili bir yöntemle Galin'de [33] çözülmüştür. Aynı problem Radok'da [34] bağımsız olarak çözülmüştür. Suhubi'de [35] hareketli zımba ayrıntıları ile incelenmiştir. Yerel halde yarıı düzlemede hareketli zımba problemi "Yüksek lisans" çalışmada tarafından tekrar çözülmüştür. Bunun nedeni ilgili yaynlarda bazı küçük hesap hatalarının sonuçları etkilemesi dolayısı ile

literatürde kesinlikle doğru sonuçlara rastlanmamasıdır. Galin'de [33] bazı hesaplama hataları vardır ve hatta bu çalışmayı düzeltten Muskhelishvili'de [36] bile bir baskı hatası vardır. Şuhubi'de [35] bazı formüllerde unutulmuş terimler bulunmakla birlikte; elde edilen sonuçların, bu formüller hiç kullanılmadığı için kesinlikle doğru olduğunu işaret etmektedir.

Yüksek lisans çalışmamda tarafımdan çözülen problemin matematik formülasyonu yapıldığında ortaya bir tekil integral denklem çıkmaktadır. Bu integral denklemin çözümü hakkında Muskhelishvili'de [37] ve Tricomi'de [38] ayrıntılı bilgi mevcuttur.

Yerel olmayan elastisitede zimba problemi ile ilgili tek yayın [39] dur. Bu çalışmada hareketsiz zimba problemi yerel olmayan halde çözülmüştür.

Bu çalışmada önce yerel olmayan plastisitede pekleşmeyen malzeme için gerilme sınır değer probleminin matematik formülasyonu yapılmış, sonra problemin çözümünün varlığı ve tekliği incelenmiştir. Bundan sonra kinematik pekleşme ve isotropik pekleşme tanımları ayrı ayrı verilmiş hem kinematik hem de isotropik pekleşmeyi içeren genel bir bünye denklemi elde edilmiş ve yerel olmayan plastisitede pekleşen malzeme için gerilme sınır değer problemi tanımlanmış ve problemin çözümünün varlığı ve tekliği incelenmiştir.

Bu çalışmada son olarak elastik yarı düzlemede hareketli sürtünmeli zimba problemi yerel olmayan elastisitede çözülmüştür. Problemin yerel olmayan elastisitede çözümü sırasında zimbanın iki ucunun da elastik yarı düzleme degmediği "küçük basınç durumu", bir ucunun elas-

elastik yarım düzleme deðdiði, diðer ucunun deðmediði "orta basınc durumu", her iki ucunun da elastik yarım düzleme deðdiði "büyük basınc durumu" ayrıntılı olarak incelenmiş ve sonuçlar yerel teorinin verdiği sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Yerel teorinin tekilikler gösterdiği noktalarda yerel olmayan teorinin sonlu sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

BÖLÜM 2

YEREL OLMAYAN PLASTISITE TEORİSİNDE PEKLEŞMEYEN MALZEME İÇİN VARLIK VE TEKLİK TEOREMLERİ

2.1 TEMEL DENKLEMLER

Bu çalışmada önce yerel olmayan teoride plastisite probleminin tanımı verilecek, daha sonra ise bu problemin çözümünün mevcut olduğu ve tek olduğu ispat edilecektir. Temel denklemlerimiz

$$\int_{\Omega} \vec{F}(x,t) dx + \int_{\partial\Omega} \vec{g}(x,t) ds = 0 \quad (2.1)$$

$$\int_{\Omega} (\vec{r} \times \vec{F}(x,t)) dx + \int_{\partial\Omega} (\vec{r} \times \vec{g}(x,t)) ds = 0 \quad (2.2)$$

dir. Burada $\vec{F}(x,t)$ kütle kuvvetlerini gösteren bir vektör fonksiyonu, $\vec{g}(x,t)$ yüzey kuvvetlerini gösteren bir vektör fonksiyonu, \vec{r} ise yer vektöridür. (2.1) ve (2.2) denklemleri sırasıyla lineer momentumun korunumu ve açısal momentumun korunumu denklemeleridir. (2.1) denkleminde $\vec{g}(x,t)$ yerine, simetrik σ_{ij} gerilme tansörüne bağlı olarak

$$\vec{g}(x,t) = g_i \vec{i}_i = \sigma_{ji} \gamma_j \vec{i}_i \quad (2.3a)$$

yerleştirilirse

$$\int_{\Omega} F_i \vec{i}_i dx + \int_{\partial\Omega} \sigma_{ji} \gamma_j \vec{i}_i ds = 0$$

bağıntısı elde edilir. Burada γ_j ler yüzeyin normal birim vektörünün bileşenlerini göstermektedirler.

Yukarıdaki bağıntının ikinci terimine diverjans teoremi uygulanırsa

$$\int_{\Omega} (F_i + \sigma_{ji,j}) dx = 0$$

sonucu elde edilir. Dolayısıyla

$$\sigma_{ji,j}(x,t) + F_i(x,t) = 0 \quad \forall t \in (0,T) \quad (2.3b)$$

elde edilir. Bu denklem Cauchy hareket denklemidir.

Pekleşmeyen malzeme belli bir akma sınırı geçildikten sonra gerilmeyi hiç arttırmamasak bile kırılıncaya kadar uzayan malzemedir. Şekil değişim tansörü " ε " simetrik bir ikinci mertebe tansörür ve u_i yerdeğiştirme vektörü cinsinden

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir. Bu çalışmada şekil değişim tansörünün

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + p_{ij} \quad (2.5)$$

şeklinde parçalanabileceğini kabul edeceğiz. Burada e_{ij} şekil değişim tansörünün elastik parçası, p_{ij} ise şekil değişim tansörünün plastik parçasıdır ve her iki tansör de simetriktir. Akma yüzeyini belirleyen f fonksiyonunun

$$f(0) = 0; f(\sigma) > 0, \sigma \neq 0$$

şeklinde olduğunu ve f nin σ ya göre konveks olduğunu kabul ediyoruz. Ayrıca f nin

$$f \in C^2(\mathbb{R}^{\sigma}), \left| \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right| + \left| \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma \partial \tau} \right| \leq c < \infty \quad (2.6)$$

Konvekslik tanımı ; $f(\sigma) \leq \alpha$, $f(\tau) \leq \alpha$ ise

$$f((1-\lambda)\sigma + \lambda\tau) \leq \alpha \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.6a)$$

şeklindedir. Şekil değiştirmeye tansörünün elastik parçasını yerel olmayan bir bünye denklemi olarak

$$e_{ij}(x,t) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}(x',t) dx' \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edebileceğiz. $\alpha(|x-x'|)$ fonksiyonu ise x' noktasındaki gerilme durumunun x noktasındaki şekil değiştirmeye durumuna katkısını gösteren fonksiyondur, etkileşme fonksiyonu olarak adlandıracağımız bu fonksiyonun ve a_{ijkl} katsayılarının

$$a_{ijkl} \in L^{\infty}(\Omega), a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{klij} \quad (2.8)$$

($L^{\infty}(\Omega)$ uzayındaki fonksiyonlar Ω bölgesinde sınırlı kılırlar.) ve

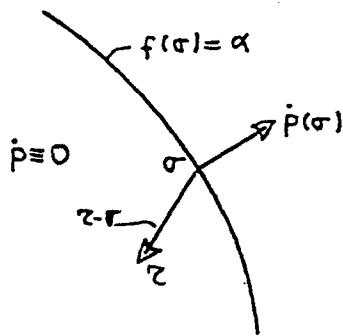
$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \tau_{ij}(x) \tau_{kl}(x') dx dx' \geq c \int_{\Omega} \tau_{ij}(x) \tau_{ij}(x) dx \quad ; \quad c > 0 \quad (2.9)$$

koşullarını sağladığını kabul ediyoruz. Çalışmanın yerel teoride yapılan çalışmalarдан temel farkı bu noktada ortaya çıkmaktadır. Yani x noktasında şekil değiştirmeye tansörünün elastik parçası hesaplanırken komşu noktalardan gelen etkiler de gözönüne alınmaktadır.

AKMA KOŞULU: Bu çalışmada plastik akışın akma yüzeyine normal ve dışarı doğru olduğunu kabul edeceğiz. Yani şekil değiştirmeye tansörünün plastik parçasının zamanına göre türevi

$$\dot{p}_{ij} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda \geq 0$$

dır.



Şekil [2.1] σ nin akma yüzeyi üzerinde τ nun akma yüzeyi içinde olması durumunda $\dot{p}(\sigma)$ ve $\tau - \sigma$ vektörleri

2.2 ÇEŞİTLİ UZAYLAR HAKKINDA KISA BİLGİLER

Gerilmelerin S uzayında olduğunu ve S uzayının $[L^2(\Omega)]^3$ yapısında olduğunu kabul edeceğiz. Buradaki iki sayısı gerilmelerin karelerinin integre edilebileceğini, 9 sayısı ise gerilme tansörünün 9 elamana sahip olduğunu göstermektedir. $C_1^0((0,T), S)$ uzayı ise kendi ve birinci türevi mevcut ve sürekli olan $t=0$ da sıfır olan S uzayı elamanlarının uzayıdır. Aynı şekilde $C_1^0((0,T), [L^2(\Omega)]^3)$ ve $C_1^0((0,T), [L^2(\partial\Omega)]^3)$ uzaylarını da tanımlıyoruz.

Tanım 2.1 $F \in C_1^0((0,T), [L^2(\Omega)]^3)$, $g \in C_1^0((0,T), [L^2(\partial\Omega)]^3)$ olsun ve her $t \in [0,T]$ için (2.1) ve (2.2) sağlanın, bu durumda

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} e_{ij}(v) dx = \int_{\partial\Omega} g_i v_i ds + \int_{\Omega} F_i v_i dx \quad (2.10)$$

bağıntısı her $v \in [W^{1,2}(\Omega)]^3$ için sağlanıyorsa; bu σ_{ij} gerilme durumu statikçe uyumludur diyeceğiz. Burada $W^{1,2}$ uzayı Sobolev uzayıdır ve C_0^1 uzayının

$$\|y\|^2 = \int_{\Omega} |y|^2 dx + \int_{\Omega} \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right|^2 dx$$

normu ile tamlanmasıyla elde edilir. Buradaki $(1,2)$ $H^{1,2}$ uzayındaki elamanların kendilerinin ve birinci türevlerinin karelerinin integre edilebileceğini göstermektedir.

$C_1^0[(0,T), S]$ uzayında iç çarpımı

$$[\tau, \sigma] = \int_0^T (\dot{\tau}(t), \dot{\sigma}(t)) dt = \int_0^T \int_{\Omega} \dot{\tau}_{ij} \dot{\sigma}_{ij} dx dt \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlıyoruz. Burada (τ, σ) , S deki iç çarpım olan

$$(\tau, \sigma) = \int_{\Omega} \tau_{ij} \sigma_{ij} dx \quad (2.12)$$

dır. (2.11) şeklinde tanımlanan bağıntının iç çarpımın bütün özelliklerini sağlayacağı açıkları. $C_1^0[(0,T), S]$ uzayını

$$\|y\|_H = \left(\int_{\Omega} \dot{y}^2 dx \right)^{1/2} = \left(\int_0^T \int_{\Omega} (\dot{y}, \dot{y}) dx dt \right)^{1/2} \quad (2.13)$$

normu ile tamlayarak H_0^1 Hilbert uzayını kuruyoruz. (2.11) ve (2.13) tanımları yardımıyla S deki elamanların norm bakımından sürekli olduklarını söyleyebiliriz. Cauchy-Schwarz eşitsizliği kullanılırsa $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq T$ olmak üzere

$$\begin{aligned} & (y(x, t_2) - y(x, t_1))^2 = \\ & \left[\int_{t_1}^{t_2} \dot{y}(x, t) dt \right]^2 \leq (t_2 - t_1) \int_{t_1}^{t_2} \dot{y}^2(x, t) dt \leq \\ & \leq (t_2 - t_1) \int_0^T \dot{y}^2(x, t) dt \end{aligned}$$

dır. Yukarıdaki bağıntıda ilk ve son terimleri Ω üzerinde integre edersek

$$\int_{\Omega} (y(x, t_1) - y(x, t_2))^2 dx \leq (t_2 - t_1) \int_{\Omega} [\int_0^T |\dot{y}|^2(x, t) dt] dx = \\ = (t_2 - t_1) \int_0^T [\int_{\Omega} (\dot{y}, \dot{y}) dx] dt$$

bağıntısı elde edilir. Yukarıdaki eşitsizliğin ilk ve son terimlerine dikkat edilirse

$$\|y(x, t_1) - y(x, t_2)\|_S \leq (t_2 - t_1)^{1/2} \|y(x, t)\|_H$$

sonucuna ulaşırız.

2.3 ZAYIF PROBLEMIN TANIMI

σ problemimizin çözümü ise;

- a) (2.7) bağıntısını sağlayacak
- b) (2.10) koşulu $\forall t \in (0, T)$ için sağlanacak.
- c) $\forall t \in (0, T)$ için $f(\sigma(t)) < \alpha_0$ koşulu Ω bölgesi üzerinde hemen hemen her yerde sağlanacak
- d) $\forall t \in (0, T)$ için

$$\int_0^T dt \iint \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \partial_{kl}(x', t) [\tau_{ij}(x, t) - \sigma_{ij}(x, t)] dx dx' \geq 0 \quad (2.14)$$

koşulu da sağlanacak. Burada τ_{ij} , (2.10) u ve (c) deki koşulu sağlayan simetrik ve düzgün bir tansör alanıdır.

2.4 ZAYIF PROBLEMIN TEKLİĞİNİN İSPATINDA KULLANILACAK TEMEL BAĞINTININ İSPATI

σ problemimizin çözümü olsun, τ ise (2.7) hariç olmak üzere, σ nın sağladığı bütün koşulları sağlayan statikçe uyumlu bir gerilme olsun. Şimdi zayıf problemin çözümünün tekliğinin ispatında kullanacağımız

$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \partial_{kl}(x') [\tau_{ij}(x) - \sigma_{ij}(x)] dx dx' \geq 0 \quad (2.15)$$

bağıntısını ispat edelim. Önce

$$\int_{\Omega} \dot{\varepsilon}_{ij}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx = 0 \quad (2.16)$$

bağıntısının doğru olduğunu gösterelim. Bunun için (2.4) bağıntısı yardımıyla $\dot{\varepsilon}_{ij}$ hesaplanır ve simetri gözönüne alınırsa (2.16) bağıntısının sol tarafı

$$\int_{\Omega} \dot{u}_{i,j}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx$$

şeklinde yazılabilir. Yada

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \dot{u}_{i,j}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx &= \int_{\Omega} [\dot{u}_i(\tau_{ij} - \sigma_{ij})]_{,j} dx - \\ &- \int_{\Omega} \dot{u}_i(\tau_{ij,j} - \sigma_{ij,j}) dx \end{aligned}$$

olur. (2.3b) bağıntısı dolayısıyla

$$\int_{\Omega} \dot{u}_i(\tau_{ij,j} - \sigma_{ij,j}) dx = 0$$

dir. Diverjans teoremi yardımıyla

$$\int_{\Omega} [\dot{u}_i(\tau_{ij} - \sigma_{ij})]_{,j} dx = \int_{\partial\Omega} \dot{u}_i(\tau_{ij} v_j - \sigma_{ij} v_j) ds$$

yazılabilir ve (2.3a) hatırlanırsa

$$\int_{\Omega} [\dot{u}_i(\tau_{ij} - \sigma_{ij})]_{,j} dx = 0$$

yazılabilir. Böylelikle (2.16) nin varlığını göstermiş olduk. (2.16) bağıntısı (2.5) yardımıyla yeniden yazılarırsa

$$\int_{\Omega} \dot{e}_{ij}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx + \int_{\Omega} \dot{p}_{ij}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx = 0$$

olur. Akma yüzeyinin konveks olduğu ve \dot{p} nin akma yüzeyine normal doğrultuda olmasının (bkz, şeki)

$$\dot{p}_{ij}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) \leq 0$$

anlamına geldiği hatırlanırsa

$$\int_{\Omega} \dot{e}_{ij}(\tau_{ij} - \sigma_{ij}) dx \geq 0$$

sonucunu buluruz. \dot{e}_{ij} (2.7) yardımıyla hesaplanır ve yukarıda yerine yerleştirilirse

$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \left\{ \alpha(|x-x'|) a_{ijkl}(x) \dot{\sigma}_{kl}(x',t) [\tau_{ij}(x) - \sigma_{ij}(x)] dx dx' \right\} \geq 0 \quad (2.17)$$

bağıntısına ulaşırız. Dolayısıyla (2.15) in ispatını yapmış olduk. Bu çalışmada başlangıç koşullarının sıfır olduğunu kabul edeceğiz. Yani

$$F(0) = g(0) = \sigma(0) = 0$$

dır.

2.5 ZAYIF ÇÖZÜMÜN TEKLİĞİNİN İSPATI

$$[\sigma, \tau] = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \left\{ \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}(x',t) \tau_{ij}(x,t) dx dx' \right\} \quad (2.18)$$

tanımını yapalım. (2.9) hatırlanırsa (2.18) bağıntısının iç çarpımın bütün özelliklerini sağlayacağı açıklıdır. σ_1 ve σ_2 problemimizin birbirinden farklı iki zayıf çözümü olsun, (2.17) hatırlanırsa

$$[\dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_2] \geq 0 ; [\dot{\sigma}_1, \sigma_2 - \sigma_1] \geq 0$$

yazılabilir, yukarıdaki eşitsizlikler zamana göre integrere edilirlerse

$$\int [\dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_2] dt \geq 0 ; \int [\dot{\sigma}_1, \sigma_2 - \sigma_1] dt \geq 0$$

bağıntılarına ulaşırız. Yukarıdaki eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa

$$\int [\dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_z] dt + \int [\dot{\sigma}_1, \sigma_z - \sigma_1] dt \geq 0$$

olur, her iki taraf $(-)$ ile çarpılırsa

$$- \int [\dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_z] dt - \int [\dot{\sigma}_1, \sigma_z - \sigma_1] dt \leq 0$$

bulunur ve bu ifade

$$\int [-\dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_z] dt + \int [\dot{\sigma}_1, \sigma_1 - \sigma_z] dt \leq 0$$

şeklinde yazılabilir, veya

$$\int [\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_z, \sigma_1 - \sigma_z] dt \leq 0$$

olur. Bu ifade integre edilirse

$$\frac{1}{2} [\sigma_1 - \sigma_z, \sigma_z - \sigma_1] dt \leq 0$$

sonucu elde edilir. Dolayısıyla

$$\sigma_1 = \sigma_z$$

olur.

2.6 ZAYIF ÇÖZÜMÜN VARLIĞININ İSPATINDA KULLANILACAK VARSAYIMLAR

$$\sigma^0 \in C_0^1([0, T], S) \quad (2.19)$$

$$f(\sigma^0(t)) + \gamma \dot{\sigma}^0(t) \leq \alpha_0; \gamma \geq 0 \quad (2.20)$$

koşullarını ve (2.10) u sağlayan bir σ^0 mevcut olsun. Bu durumda zayıf problemin çözümü vardır. Varlık teoreminin ispatına başlamadan önce; şekil değiştirme tansörünün plastik parçasının zamana göre türevinin

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{1}{\varepsilon} [f - \alpha_0]^+ \frac{\partial f}{\partial \sigma} (1 + ([f(\sigma)]^+)^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}; \lambda \geq 0, \varepsilon \geq 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

şeklinde ifade edilebileceğini ve

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \frac{[f(\sigma(t)) - \alpha_0]^+}{(1 + ([f(\sigma)]^+ - \alpha_0)^+)^{1/2}} \leq c \leq \infty$$

olacağını varsayıyoruz. Burada parantez üzerinde görülen $(+)$ işaretini $[f(\sigma(t)) - \alpha_0]$ yerine eğer $[f(\sigma(t)) - \alpha_0]$ pozitifse kendini aksi halde sıfır koyacağımızı göstermektedir.

2.7 ZAYIF ÇÖZÜMÜN VARLIĞININ İSPATI

Önce

$$g(\sigma) = \int_{\Omega} [(((f(\sigma) - \alpha_0)^2 + 1)^{1/2} - 1] dx \quad (2.22)$$

şeklinde bir ceza fonksiyoneli tanımlayacağız. g nin $\hat{\text{G}}\ddot{a}teaux$ türevi ise

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\lambda} g(\sigma + \lambda\tau) \Big|_{\lambda=0} &= Dg(\sigma, \tau) = \\ \int_{\Omega} \frac{[f(\sigma) - \alpha_0]^+ [\partial f / \partial \sigma_{ij}]}{[1 + ([f(\sigma) - \alpha_0]^2)^{1/2}]^{1/2}} \tau_{ij} dx &\quad (2.23) \end{aligned}$$

şeklindedir. (2.21) yardımıyla (2.23)

$$Dg(\sigma, \tau) = \varepsilon \int \dot{p}(\sigma) \tau dx \quad (2.24)$$

şeklinde yazılabilir. Şimdi $g(\sigma)$ nin konveks bir fonksiyon olduğunu gösterelim. Akma yüzeyi konveks olduğu için akma yüzeyini belirleyen $f(\sigma)$ fonksiyonu; $f(\sigma) \leq \alpha$ ve $f(\tau) \leq \alpha$ ise

$$f((1-\lambda)\sigma + \lambda\tau) \leq \alpha ; \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

bağıntısını gerçekler. (2.22) yardımıyla

$$\begin{aligned} g(\sigma) &= \int_{\Omega} [(((f(\sigma) - \alpha_0)^2 + 1)^{1/2} - 1] dx \leq \\ \int_{\Omega} [(([\alpha - \alpha_0]^2 + 1)^{1/2} - 1] dx &= B \end{aligned}$$

$$g(\tau) = \int_{\Omega} [\langle \langle [f(\tau) - \alpha_0]^+ \rangle^2 + 1 \rangle^{1/2} - 1] dx \leq$$

$$\int_{\Omega} [\langle \langle [\alpha - \alpha_0]^+ \rangle^2 + 1 \rangle^{1/2} - 1] dx = B$$

yazılabilir. $g((1-\lambda)\sigma + \lambda\tau)$ için

$$g((1-\lambda)\sigma + \lambda\tau) = \int_{\Omega} [\langle \langle [f((1-\lambda)\sigma + \lambda\tau) - \alpha_0]^+ \rangle^2 + 1 \rangle^{1/2} - 1] dx \leq$$

$$\int_{\Omega} [\langle \langle [\alpha - \alpha_0]^+ \rangle^2 + 1 \rangle^{1/2} - 1] dx = B$$

yazılabilir. Dolayısıyla $g(\sigma)$ da konveks bir fonksiyondur. Konveks $g(\sigma)$ yüzeyi için monotonluk koşulu olarak adlandıracağımız

$$Dg(\sigma, \sigma - \tau) - Dg(\tau, \sigma - \tau) \geq 0 \quad (2.25)$$

bağıntısının mevcut olduğu, mesela Rockafellar [40] da görülebilir. (sayfa 340, 31.5.2 numaralı sonuç teoremi). $f(\sigma) \leq \alpha_0$ akma yüzeyinin içinde kalan bir τ gerilmesi için (2.23) yardımıyla

$$Dg(\tau, \sigma - \tau) = 0 \quad (2.25a)$$

olduğu görülebilir. Bu durumda (2.25) bağıntısı

$$Dg(\sigma, \sigma - \tau) \geq 0 \quad (2.25b)$$

şekline girer.

$$E = \{ \varepsilon \in S ; \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), u \in [W^{1,2}(\Omega)^3] \}$$

şeklinde tanımlanan uzay olsun. Yani E uzayı gerçek sistemlere ait şekil değiştirmeye tansörlerini içeren uzaydır. S uzayı ise bütün ikinci mertebe tansörlerini içine alan uzaydır. S_0 uzayını ise

$$S_0 = E^\perp; \quad S = S_0 + E = E^\perp + E$$

şeklinde tanımlıyoruz, yani

$$\int_{\Omega} \varepsilon_{ij} \omega_{ij} dx = (\varepsilon, \omega) = 0; \quad \forall \varepsilon \in E, \quad \forall \omega \in S_0 \quad (2.26)$$

dir. (2.10) gözönüne alınırsa S_0 içindeki bütün gerilme tansörlerinin sıfır dış kuvvet ve sıfır kütle kuvvetine ait denge denklemlerini sağlayacağını söyleyebiliriz.

Yerel olmayan teoride plastisite probleminin zayıf çözümünü bulmak için şu koşulları sağlayan σ^ε ve p^ε u bulmak istiyoruz:

$$\epsilon_{ij}^\varepsilon = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^\varepsilon(x') dx' \quad (2.27)$$

$$\dot{p}^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \frac{[f(\sigma) - \alpha_0]^{+} [\partial f / \partial \sigma_{ij}]}{[1 + (|f(\sigma) - \alpha_0|^{+})^2]^{1/2}} = \lambda^\varepsilon(\sigma) \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2.28)$$

$$\epsilon^\varepsilon = \epsilon^\varepsilon + p^\varepsilon \quad (2.29)$$

$$\sigma^\varepsilon \text{ (2.10) u sağlasın} \quad (2.30)$$

bu koşulları sağlayan σ^ε nun çözüm olabilmesi için

a) $f(\sigma^\varepsilon(t)) < \alpha_0$

b) $\int_0^T dt \iint \left(\alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}^\varepsilon(x',t) [\tau_{ij}(x,t) - \sigma_{ij}^\varepsilon(x,t)] dx dx' \right) \geq 0$

Koşullarının da sağlanması gereklidir. b) de verilen koşul (2.18) yardımıyla

$$\int_0^T [\dot{\sigma}^\varepsilon, \tau - \sigma^\varepsilon] dt \geq 0$$

şeklinde de ifade edilebilir. Problemin çözümünün varlığı gösterilirken önce yukarıdaki a ve b koşulları gözönüne alınmadan σ^ε bulunacak daha sonra ε sıfıra götürüldüğünde a ve b koşullarının sağlandığı gösterilecektir.

Şimdi problemi çözmek için bir diferansiyel denklem kurmaya çalışacağız. $P; S$ uzayından S_0 uzayına dik izdüşüm operatörü olsun, yani P operatörü S uzayındaki bir elaman üzerine uygulandığında o elamanın S_0 uzayındaki parçası çıkar. Bu durumda

$$P(\dot{\varepsilon}) = P(\dot{\varepsilon}^\varepsilon + \dot{p}^\varepsilon) = 0 \quad (2.31)$$

dir. Çünkü $\dot{\varepsilon} \in E$ dir. Gerçekten

$$(\varepsilon, \omega) = 0$$

bağıntısı $\forall \omega \in S_0$ için doğrudur, yani zamana bağlı olmayan ω ler için de doğrudur, dolayısıyla

$$(\varepsilon, \omega) = 0$$

bağıntısının zamana göre türevi alınırsa

$$(\dot{\varepsilon}, \omega) = 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon} \in E$$

sonucunu buluruz. Şekil değiştirmeye tansörünün elastik parçası yerel olmayan teoride

$$\varepsilon_{ij}^\varepsilon = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^\varepsilon(x') dx'$$

şeklinde ifade ediliyordu, şimdi

$$\varepsilon_{ij}^\varepsilon = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^\varepsilon(x') dx' = R \sigma^\varepsilon$$

tanımını yapalım. Burada R operatörünü

$$R(\cdot) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} (\cdot) dx'$$

şeklinde tanımlıyoruz. (2.31) bağıntısında ε^ε yerine $R \sigma^\varepsilon$ konulursa

$$P(R \sigma^\varepsilon + \dot{p}^\varepsilon) = 0$$

olur. (2.28) hatırlanırsa

$$PR \sigma^\varepsilon = -P \lambda^\varepsilon(\sigma) \frac{\partial f(\sigma^\varepsilon)}{\partial \sigma} \quad (2.32)$$

sonucunu elde ederiz. σ^ε nu şu şekilde parçalayalım.

$$\sigma^\varepsilon = \sigma^0 + \bar{\sigma}^\varepsilon; \bar{\sigma}^\varepsilon \in S_0$$

σ^0 kabul gereği (2.10) u sağlar $\bar{\sigma}^\varepsilon$ ise

$$\int_{\Omega} \bar{\sigma}^\varepsilon \varepsilon dx = 0$$

bağıntısını sağlar, dolayısıyla σ^ε (2.10) u sağlar. Bu durumda

$$PR(\dot{\sigma}^\varepsilon) = PR(\dot{\sigma}^0 + \bar{\sigma}^\varepsilon) = PR\dot{\sigma}^0 + PR\bar{\sigma}^\varepsilon$$

olur.

$$PR\bar{\sigma}^\varepsilon = a^\varepsilon; PR=B \quad (2.33)$$

tanımı yapılırsa

$$B\bar{\sigma}^\varepsilon = a^\varepsilon \quad (2.33a)$$

olur, $\forall \tau \in S_0$ için (2.9) ve (2.12) yardımıyla (P nin bir dik izdüşüm operatörü olduğu hatırlanırsa)

$$(B\tau, \tau) = (PR\tau, \tau) = (R\tau, P^* \tau) = (R\tau, \tau)$$

$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \tau_{ij} \tau_{kl} dx dx' \geq c \int_{\Omega} \tau_{ij} \tau_{ij}; c>0 \quad (2.34)$$

elde edilir. Lax-Milgram teoremi gereğince B operatörünün S_0 da bir tersi mevcuttur. Bu durumda (2.32) ve (2.33) yardımıyla

$$B(\dot{\sigma}^0 + \bar{\sigma}^\varepsilon) = B\dot{\sigma}^0 + B\bar{\sigma}^\varepsilon = -P\lambda^\varepsilon (\sigma^0 + B^{-1}a^\varepsilon) \frac{\partial f(\sigma^0 + B^{-1}a^\varepsilon)}{\partial \sigma}$$

yazılabilir. (2.33a) hatırlanırsa bu bağıntı

$$\dot{a}^\varepsilon = -B\dot{\sigma}^0 - P [\lambda^\varepsilon (\sigma^0 + B^{-1}a^\varepsilon), \frac{\partial f(\sigma^0 + B^{-1}a^\varepsilon)}{\partial \sigma}]; a(0)=0; \quad (2.35)$$

şekline girer. Bu başlangıç değer problemi çözüleerek a^ε bulunur. (2.33) yardımıyla $\bar{\sigma}^\varepsilon$ ve dolayısıyla σ^ε bulunur, (2.27) yardımıyla e^ε , (2.28) yardımıyla p^ε ve (2.29) yardımıyla ε^ε bulunur.

$$(\dot{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = 0 \quad \tilde{\tau} \in C[(0,T), S_0]$$

olduğunu daha önce göstermiştık. Dolayısıyla

$$(\dot{e}^{\varepsilon} + \dot{p}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = (\dot{e}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) + (\dot{p}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = 0$$

olur, veya (2.24) hatırlanırsa

$$(\dot{e}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) + \frac{1}{\varepsilon} Dg(\sigma^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = 0$$

bağıntısını elde ederiz. Bu bağıntıyı zamana göre integre edersek

$$\int_0^t (\dot{e}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg(\sigma^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = 0 \quad (2.36)$$

sonucuna ulaşırız. Yerel olmayan halde şekil değiştirme tansörünün elastik parçası

$$e_{ij}^{\varepsilon}(x) = \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^{\varepsilon}(x', t) dx'$$

şeklinde ifade ediliyordu, (2.12) hatırlanırsa

$$(\dot{e}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x-x'|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}^{\varepsilon}(x') \tilde{\tau}_{ij}(x) dx dx'$$

olur veya (2.18) bağıntısı yardımıyla

$$(\dot{e}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) = [\dot{\sigma}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}]$$

elde edilir. Bu bağıntı (2.36) da yerleştirilirse

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^{\varepsilon}, \tilde{\tau}] dt + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg(\sigma^{\varepsilon}, \tilde{\tau}) dt = 0 \quad (2.37)$$

olur. Şimdi

$$\int_0^t Dg(\sigma^{\varepsilon}, \dot{\sigma}^{\varepsilon}) dt = g(\sigma^{\varepsilon})$$

olduğunu gösterelim.

$$Dg(\sigma, \tau) = \frac{d}{d\lambda} g(\sigma + \lambda\tau) \Big|_{\lambda=0}$$

olduğunu biliyoruz, dolayısıyla

$$\begin{aligned} Dg(\sigma, \dot{\sigma}) &= \frac{d}{d\lambda} g(\sigma + \lambda\dot{\sigma}) \Big|_{\lambda=0} = g'(\sigma + \lambda\dot{\sigma})\dot{\sigma} \Big|_{\lambda=0} = \\ &= g'(\sigma)\dot{\sigma} = \frac{d}{dt} g(\sigma) \end{aligned}$$

olur. Buradan

$$\int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon) dt = \int_0^t \frac{d}{dt} g(\sigma^\varepsilon) dt = g(\sigma^\varepsilon(t)) \quad (2.38)$$

bağıntısını elde ederiz.

$$\begin{aligned} \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma(\dot{\sigma}^\varepsilon - \dot{\sigma}^0) + \sigma^\varepsilon - \sigma^0) dt &= \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma\dot{\sigma}^\varepsilon) dt + \\ &+ \int_0^t [Dg(\sigma^\varepsilon, \sigma^\varepsilon - (\gamma\dot{\sigma}^0 + \sigma^0))] dt \end{aligned} \quad (2.39)$$

dir. $f(\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0) \leq \alpha_0$ olduğunu daha önce kabul etmiş-
tik. Yani $\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0$ gerilmesi akma yüzeyi içindedir.

(2.25b) hatırlanırsa

$$Dg(\sigma^\varepsilon, \sigma^\varepsilon - (\gamma\dot{\sigma}^0 + \sigma^0)) \geq 0$$

yazılabilir. Bu bağıntı zamana göre integre edilirse

$$\int_0^t [Dg(\sigma^\varepsilon, \sigma^\varepsilon - (\gamma\dot{\sigma}^0 + \sigma^0))] dt \geq 0 \quad (2.39a)$$

elde edilir.

$$\int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma\dot{\sigma}^\varepsilon) dt = \gamma \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon) dt$$

dir. (2.38) yardımıyla

$$\int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma\dot{\sigma}^\varepsilon) dt = \gamma g(\sigma^\varepsilon(t)) \quad (2.39b)$$

(2.39a) ve (2.39b) ile (2.39) a gidilirse

$$\int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma(\dot{\sigma}^\varepsilon - \dot{\sigma}^0) + (\sigma^\varepsilon - \sigma^0)) dt \geq \gamma g(\sigma^\varepsilon(t)) \quad (2.40)$$

elde edilir. (2.40) bağıntısını

$$\int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \gamma(\dot{\sigma}^\varepsilon - \dot{\sigma}^0) + (\sigma^\varepsilon - \sigma^0)) dt = \gamma \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, (\dot{\sigma}^\varepsilon - \dot{\sigma}^0)) dt +$$

$$+ \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, (\sigma^\varepsilon - \sigma^0)) dt \geq \gamma g(\sigma^\varepsilon(t)) \quad (2.40a)$$

şeklinde yazabiliriz. (2.37) bağıntısı

$$-\varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \tilde{\tau}] dt = \int_0^t Dg(\sigma^\varepsilon, \tilde{\tau}) dt ; \quad \tilde{\tau} \in C((0, T), S_0)$$

dir. Bu ifadenin (2.40a) da kullanılabilmesi için $\sigma^\varepsilon - \sigma^0$ in, S_0 in elemanı olduğunun gösterilmesi gereklidir. Gerek σ^ε ve gerekse σ^0 (2.10) denklemini sağlar, dolayısıyla $\sigma^\varepsilon - \sigma^0$ homojen denklemi sağlar, dolayısıyla $\sigma^\varepsilon - \sigma^0$ S_0 in elemanıdır. (2.37) yardımıyla (2.40a) bağıntısı

$$\begin{aligned} -\gamma \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, (\dot{\sigma}^\varepsilon - \dot{\sigma}^0)] dt - \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, (\sigma^\varepsilon - \sigma^0 - \gamma \dot{\sigma}^0)] dt = \\ -\gamma \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt - \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0 - \sigma^0 - \gamma \dot{\sigma}^0] dt \geq \gamma g(\sigma^\varepsilon(t)) \end{aligned}$$

şekline girer. Sol taraftaki ikinci integral içindeki iç çarpım ifadesi parçalanarak

$$\begin{aligned} -\varepsilon \gamma \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt - \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0] dt + \\ + \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt \geq \gamma g(\sigma^\varepsilon(t)) \quad (2.41) \end{aligned}$$

bulunur. Şimdi şöyle bir iç çarpım gözönüne alalım

$$[\alpha a \mp \frac{b}{\alpha}, \alpha a \mp \frac{b}{\alpha}] \geq 0$$

yukarıdaki eşitsizliği açarsak

$$\alpha^2[a, a] + \frac{1}{\alpha^2}[b, b] \geq |2[a, b]|$$

olur, veya

$$\frac{1}{2}\alpha^2[a, a] + \frac{1}{2}[b, b] \geq |[a, b]|$$

sonucu elde edilir. Yukarıdaki ifade de

$$\frac{\alpha^2}{z} = \gamma$$

yerleştirilirse

$$\gamma [a,a] + \frac{1}{4\gamma} [b,b] \geq |[a,b]|$$

olur. (2.41) ifadesinde sol taraftaki üçüncü terim gözönüne alınır ve yukarıdaki eşitsizlik kullanılırsa

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt \leq \gamma \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt + \frac{1}{4\gamma} \int_0^t [\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt$$

yazılabilir. (2.41) e gidilir ve bu eşitsizliğin sol tarafında bulunan

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt$$

terimi yerine bu terimden daha büyük olan

$$\gamma \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt + \frac{1}{4\gamma} \int_0^t [\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt$$

terimi yerleştirilirse

$$\begin{aligned} & -\varepsilon \gamma \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt - \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^0] dt + \gamma \varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt + \\ & + \frac{\varepsilon}{4\gamma} \int_0^t [\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt \geq \gamma g[\sigma^\varepsilon(t)] \end{aligned}$$

bağıntısına ulaşılır. Bu eşitsizlikte sol tarafta bulunan 1. ve 3. terimler birbirini götürür. 2. terim ise

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^\varepsilon] dt = \frac{1}{2} [\sigma^\varepsilon, \sigma^\varepsilon]$$

şeklinde yazılabilir. (2.21) de $\varepsilon > 0$ kabulünü de yaplığımız hatırlanırsa

$$\varepsilon \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^\varepsilon] dt \geq 0$$

olduğunu görürüz. Dolayısıyla yukarıdaki eşitsizliğin sol tarafındaki ikinci terimi atarak

$$\frac{\varepsilon}{4\gamma} \int_0^t [\sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0, \sigma^0 + \gamma \dot{\sigma}^0] dt \geq \gamma g[\sigma^\varepsilon(t)]$$

bağıntısı elde edilir. Ya da

$$\begin{aligned} g[\sigma^\varepsilon(t)] &\leq \frac{\varepsilon}{4\gamma^2} \left[\int_0^t [\sigma^0, \sigma^0] dt + 2\gamma \int_0^t [\sigma^0, \dot{\sigma}^0] dt + \right. \\ &\quad \left. + \gamma^2 \int_0^t [\dot{\sigma}^0, \dot{\sigma}^0] dt \right] \end{aligned}$$

yazılabilir. Yukarıdaki eşitsizlikte her terim sonlu büyüklüktedir. Çünkü bu terimler Hilbert uzayının elementlerinin iç çarpımlarının sonlu integralerinden ibaretirler. Dolayısıyla ε sıfıra giderken

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} g[\sigma^\varepsilon(t)] \leq 0$$

olur. (2.22) ye dikkat edilirse

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f[\sigma^\varepsilon(t)] \leq \alpha_0$$

bağıntısına ulaşırız. Böylelikle (2.35) yardımıyla bulduğumuz σ^ε çözümünün ε sıfıra giderken

$$f[\sigma^\varepsilon(t)] \leq \alpha_0$$

bağıntısını sağladığını göstermiş olduk.

Şimdi (2.35) yardımıyla bulduğumuz σ^ε çözümünde ε nu sıfıra götürerek bulduğumuz gerilmenin

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \tau - \sigma] dt \geq 0$$

koşulunu sağladığını gösterelim. Burada τ gerilmesi (2.10) u sağlayan ve akma yüzeyi içinde bir gerilmendir.

Yani $\dot{p}(\tau) = 0$ dir. (2.37) de $\tilde{\tau}$ yerine $\sigma - \tau$ koyalım (gerek σ ve gerekse τ (2.10) u sağlar, yani $\sigma - \tau; S_\sigma$ da- dır.) bu durumda

$$0 = \int_0^t [\dot{\sigma}, \sigma - \tau] dt + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg(\sigma, \sigma - \tau) dt$$

olur. (2.25b) ve (2.21) hatırlanırsa

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t Dg(\sigma, \sigma - \tau) dt \geq 0$$

dir. Bu durumda

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \sigma - \tau] dt \leq 0$$

olur. Ya da

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \tau - \sigma] dt \geq 0$$

sonucu elde edilir.

BÖLÜM 3

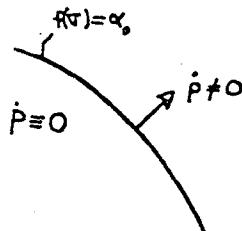
IZOTROPIK VE KINEMATİK PEKLEŞME OLMASI DURUMUNDA YEREL OLMAYAN HALDE PLASTİSİTE PROBLEMINİN ZAYIF ÇÖZÜMÜNÜN VARLIĞI VE TEKLİĞİ

3.1 İZOTROPIK PEKLEŞMENİN TANIMI VE İZOTROPIK PEKLEŞMEYLE İLGİLİ BÜNYE DENKLEMİNİN ÇIKARILMASI

Izotropik peklesme halinde gerilme belli bir değere ulaştıktan sonra akma yüzeyi de gerilme ile birlikte büyür. Şekil değiştirmeye tansörünün plastik parçasının zamanla değişiminin akma yüzeyi içinde sıfır olduğunu kabul edeceğiz. Yani

$$f(\sigma) < \alpha_0 \text{ ise } \dot{\bar{p}}(\sigma) = 0$$

dir.

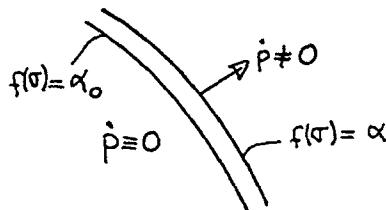


Şekil [3.1]: Izotropik peklesme halinde akma yüzeyi ve $\dot{\bar{p}}$

Öte yandan

$f(\sigma) = \alpha \geq \alpha_0$ ise $\dot{p} = \dot{\alpha} \frac{\partial f}{\partial \alpha}$

olur.



Şekil [3.2]: İzotropik pekleşme halinde akma yüzeyinin genişlemesi

Yani akma yüzeyi genişlemiştir. Burada α

$$\alpha(t) = \max \left\{ \alpha_0, \max_{\alpha < t < t'} f(\sigma(t')) \right\} \quad (3.1)$$

dir. Daha genel bir bünye denklemi olarak $F(\sigma, \alpha)$ yi söyle tanımlıyoruz.

$$F(\sigma, \alpha) = f(\sigma) - \alpha \quad F(\sigma, \alpha) \leq 0 \quad (3.2)$$

Burada \dot{p} ve $\dot{\alpha}$

$$\dot{p} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\alpha} ; \quad \dot{\alpha} = - \frac{\partial F}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \quad (3.3)$$

dir.

3.2 KİNEMATİK PEKLEŞMENİN TANIMI VE KİNEMATİK PEKLEŞMEYLE İLGİLİ BÜNYE DENKLEMİNİN ÇIKARILMASI

Kinematik pekleşme durumunda akma yüzeyi artan gerilme ile birlikte kayar. Bu durumu söyle karakterize edeceğiz. β iç durum değişkenlerinin $n \times n$ lik bir tansörü olsun ve şekil değiştirme tansörünün plastik

parçasına şöyle bağlı olsun :

$$\beta = B p \quad (3.4)$$

burada B

$$B_{ijkl} \in L^\infty(\Omega); \quad B_{ijkl} = B_{jikl}; \quad B_{ijkl} \xi_{ij} \xi_{kl} > C |\xi|^2$$

koşullarını sağlayan düzgün bir matristir. Öyle bir σ gerilmesi arıyoruz ki

$$f(\sigma - \beta) \leq \alpha_0 \quad (3.5)$$

ve

$$\dot{p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} ; \quad \lambda \geq 0 \quad (3.6)$$

olsun. Daha genel olarak $F(\sigma, \alpha)$ şeklindeki bünye denklemimizi

$$F(\sigma, \alpha) \leq 0 ; \quad \dot{p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} ; \quad \dot{\gamma} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial \gamma}; \quad \lambda \geq 0 \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlayacağız. Burada

$$\gamma = B^{-1/2} \beta ; \quad F(\sigma, \gamma) = f(\sigma - B^{1/2} \gamma) - \alpha_0$$

dir.

3.3 HEM KİNEMATİK HEM DE İZOTROPIK PEKLEŞMEYİ İÇEREN GENEL BÜNYE DEKLEMİNİN ELDE EDİLMESİ

Şimdi α yi.

$$\alpha = \max \{ \alpha_0, \max f(\sigma(t') - B^{1/2} \gamma(t')) \} \quad (3.8)$$

ile belirleyerek hem kinematik hem de izotropik pekleşmeyi birarada ifade eden bünye denklemi

$$F(\sigma, \gamma, \alpha) = f(\sigma - B^{1/2} \gamma) - \alpha \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanır. Bu denklemde $\gamma = 0$ koyunca da

kinematik peklesme durumuna geçeriz. Ayrıca bünye denklemimizin

$$F(\sigma, \gamma, \alpha) \leq 0 \quad (3.10)$$

koşulunu sağladığını da kabul ediyoruz. Akma yüzeyinin dış normalinin $(\dot{p}, -\dot{\gamma}, -\dot{\alpha})$ şeklinde olduğunu ve $\dot{p}, \dot{\gamma}, \dot{\alpha}$ nin

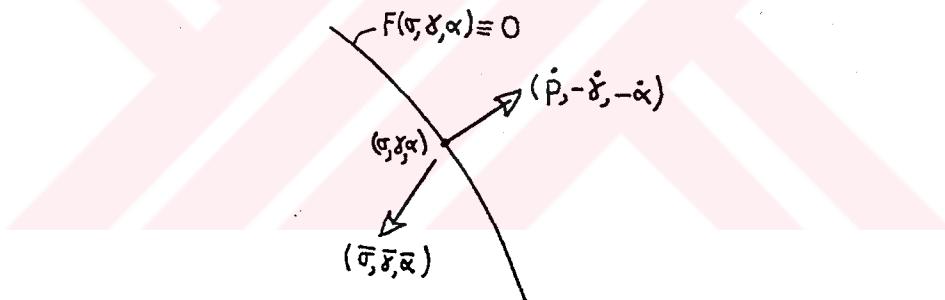
$$\dot{p} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad ; \quad \dot{\gamma} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial \gamma} \quad ; \quad \dot{\alpha} = -\lambda \frac{\partial F}{\partial \alpha} \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilebileceğini de kabul edeceğiz. Peklesme

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \gamma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \geq c > 0 \quad (3.12)$$

koşulu ile karakterize edilebilecektir.

3.4 AKMA YÜZEYİNİN KONVEKS OLMASININ TANIMI VE KONVEKSLİĞİN GETİRDİĞİ KOŞULUN ÇIKARILMASI



Şekil [3.3]: Genel halde akma yüzeyi ve yüzeyin normali

Akma yüzeyinin konveks olması koşulu

$$\dot{p}_{ij}(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}) - \dot{\gamma}_{ij}(\bar{\gamma}_{ij} - \gamma_{ij}) - \dot{\alpha}_{ij}(\bar{\alpha}_{ij} - \alpha_{ij}) \leq 0 \quad (3.13)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Burada (σ, γ, α) akma yüzeyi üzerinde, $(\bar{\sigma}, \bar{\gamma}, \bar{\alpha})$ ise akma yüzeyi içinde veya üzerindedir. Her iki gerilme de (2.10)u sağlarlar. Ancak $\bar{\sigma}$ (2.7) yi sağlamaz. (3.13) Ü Ω üzerinde integre eder ve (2.12) yi hatırlarsak

$$(\dot{p}, \bar{\sigma} - \sigma) - (\dot{\gamma}, \bar{\gamma} - \gamma) - (\dot{\alpha}, \bar{\alpha} - \alpha) \leq 0 \quad (3.14)$$

olur. İkinci bölümde ispatını yaptığımız (2.16) bağıntısı

$$\int \dot{\varepsilon} (\bar{\sigma} - \sigma) dx = 0$$

idi. Yukarıdaki bağıntıda

$$\dot{\varepsilon} = \dot{e} + \dot{p}$$

yazılırsa

$$\int_{\Omega} \dot{p} (\bar{\sigma} - \sigma) dx = - \int_{\Omega} \dot{e} (\bar{\sigma} - \sigma) dx$$

bulunur. (2.12) hatırlanırsa bu bağıntı

$$(\dot{p}, \bar{\sigma} - \sigma) = -(\dot{e}, \bar{\sigma} - \sigma) \quad (3.14a)$$

şekline girer. \dot{e} (2.7) yardımıyla hesaplanır ve yerine yazılırsa

$$(\dot{e}, \bar{\sigma} - \sigma) = \int_{\Omega} \dot{e} (\bar{\sigma} - \sigma) dx =$$

$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \alpha(|x' - x|) a_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} (\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}) dx dx'$$

olur. (2.18) hatırlanırsa

$$(\dot{e}, \bar{\sigma} - \sigma) = [\dot{\sigma}, \bar{\sigma} - \sigma]$$

bağıntısına ulaşılır. Bu sonucun (3.14a) da yerlestirilmesiyle

$$(\dot{p}, \bar{\sigma} - \sigma) = -[\dot{\sigma}, \bar{\sigma} - \sigma]$$

bağıntısına ulaşılır. Bu bağıntıyla (3.14) e gidilirse

$$[\dot{\sigma}, \bar{\sigma} - \sigma] + (\dot{\gamma}, \bar{\gamma} - \gamma) + (\dot{\alpha}, \bar{\alpha} - \alpha) \geq 0 \quad (3.15)$$

bağıntısı elde edilir.

3.5 ZAYIF PROBLEMİN TANIMI

Problemimizin çözümü σ, γ, α üçlüsüdür.

$\sigma \in H^1((0, T), S)$, $\gamma \in H^1((0, T), S)$ ve $\alpha \in H^1((0, T), L^2(\Omega))$ dır. $F \in C^1([0, T], [L^2(\Omega)]^3)$, $g \in C^1([0, T], [L^2(\partial\Omega)]^3)$ olsun, bu durumda (2.1) ve (2.2) koşulları her $t \in [0, T]$ için sağlanınsın.

Burada $H^1((0, T), S)$ uzayı $C^1((0, T), S)$ uzayının $\left(\int_0^T (\sigma, \sigma) + (\dot{\sigma}, \dot{\sigma}) dt \right)^{1/2}$ normu ile tamalanmasıyla elde edilen Hilbert uzayıdır.

σ, γ, α üçlüsü problemimizin çözümü ise

- a) σ gerilmesi (2.7) bağıntısını sağlayacak
- b) σ gerilmesi (2.10) koşulunu $\forall t \in (0, T)$ için sağlayacak
- c) $\forall t \in (0, T)$ için

$$F(\sigma, \gamma, \alpha) \leq 0 \quad (3.16a)$$

koşulu Ω bölgesi üzerinde hemen hemen her yerde sağlanacak

- d) Temel varyasyonel eşitsizlik adını vereceğimiz

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \bar{\sigma} - \sigma] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}, \bar{\gamma} - \gamma) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}, \bar{\alpha} - \alpha) dt \geq 0 \quad (3.16b)$$

koşulu da sağlanacak

- e) σ, γ, α üçlüsü bize verilen başlangıç koşullarını sağlamalıdır. Yani $\sigma(0) = \sigma$, $\gamma(0) = \gamma$, $\alpha(0) = \alpha$ olmalıdır.

3.6 ZAYIF ÇÖZÜMÜN TEKLİĞİNİN İSPATI

Problemimizin $\sigma_1, \gamma_1, \alpha_1$ ve $\sigma_2, \gamma_2, \alpha_2$ şeklinde birbirinden farklı iki zayıf çözümü olsun. Bu durumda (3.16b) eşitsizliği

$$\int_0^t [\dot{\sigma}_1, \sigma_2 - \sigma_1] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}_1, \gamma_2 - \gamma_1) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}_1, \alpha_2 - \alpha_1) dt \geq 0 \quad (3.17)$$

veya

$$\int_0^t [\dot{\sigma}_2, \sigma_1 - \sigma_2] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}_2, \gamma_1 - \gamma_2) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}_2, \alpha_1 - \alpha_2) dt \geq 0 \quad (3.18)$$

şeklinde yazılabilir. (3.17) ve (3.18) taraf tarafa çoğaltılar ve eşitsizliğin her iki yanı (-) ile çarpılırsa

$$\begin{aligned} & \int_0^t [\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_2, \sigma_1 - \sigma_2] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_2, \gamma_1 - \gamma_2) dt + \\ & + \int_0^t (\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2, \alpha_1 - \alpha_2) dt \leq 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

elde edilir, veya

$$\frac{1}{2} [\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_1 - \sigma_2] + \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_2, \gamma_1 - \gamma_2) + \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2) \leq 0$$

olur. Yukarıdaki eşitsizlikte her terim iç çarpımının regi olarak pozitif veya sıfırdır. Dolayısıyla

$$\sigma_1 = \sigma_2 ; \quad \gamma_1 = \gamma_2 ; \quad \alpha_1 = \alpha_2$$

sonucunu elde ederiz.

3.7 ZAYIF ÇÖZÜMÜN VARLIĞININ İSPATI

Yerel olmayan teoride pekleşen malzeme için plastisite probleminin tanımı daha önce yapılmıştı, burada

plastisite probleminin çözümünün mevcut olduğu gösterilecektir. Eğer (σ^0, η, β) için $F(\sigma^0 + \dot{\sigma}^0, \eta, \beta) \leq 0$ oluyor ve σ^0 (2.10) u sağlıyorsa problemin zayıf çözümü mevcuttur.

Ispatı yaparken önce (3.16a) ve (3.16b) koşulu hariç olmak üzere diğer bütün koşulları sağlayan $\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon$ nu bulacağız, daha sonra ε sıfıra götürüldüğünde

$$F(\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon) \leq 0$$

$$\int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \bar{\sigma} - \sigma^\varepsilon] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}^\varepsilon, \bar{\gamma} - \gamma^\varepsilon) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}^\varepsilon, \bar{\alpha} - \alpha^\varepsilon) dt \geq 0$$

koşullarının da sağlandığını göstereceğiz.

Şimdi aşağıdaki koşulları sağlayan sürekli türevleri mevcut $\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon, e^\varepsilon, p^\varepsilon$ fonksiyonlarını bulmaya çalışalım.

$$\sigma^\varepsilon : (2.10) \text{ bağıntısını sağlayacak} \quad (3.20)$$

$$e_{ij}^\varepsilon(x, t) = \int_{\Omega} \alpha(|x - x'|) a_{ijkl} \sigma_{kl}^\varepsilon(x', t) dx' \quad (3.21)$$

$$\dot{p}^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} D_\sigma g \quad ; \quad p^\varepsilon(0) = p_0 \in S \quad (3.22)$$

$$\dot{\gamma}^\varepsilon = - \frac{1}{\varepsilon} D_\gamma g \quad ; \quad \gamma^\varepsilon(0) = \gamma_0 \quad (3.23)$$

$$\dot{\alpha}^\varepsilon = - \frac{1}{\varepsilon} D_\alpha g \quad ; \quad \alpha^\varepsilon(0) = \alpha_0 \quad (3.24)$$

$$\sigma^\varepsilon(0) = \sigma_0 \quad (3.25)$$

burada g ceza fonksiyonelidir ve

$$g(\sigma, \gamma, \alpha) = \int_{\Omega} ([F(\sigma, \gamma, \alpha)]^+)^2 + 1)^{1/2} - 1 dx \quad (3.26)$$

şeklinde tanımlanır. $Dg(\sigma, \gamma, \alpha; \tau, \eta, \beta)$ ise

$$\begin{aligned}
 Dg(\sigma, \gamma, \alpha ; \tau, \eta, \beta) &= \int_{\Omega} \frac{[F(\sigma, \gamma, \alpha)]^+ [\partial F / \partial \sigma_{ij}]}{\langle (|F(\sigma, \gamma, \alpha)|^+)^2 + 1 \rangle^{1/2}} \tau_{ij} dx + \\
 &+ \int_{\Omega} \frac{[F(\sigma, \gamma, \alpha)]^+ [\partial F / \partial \gamma_{ij}]}{\langle (|F(\sigma, \gamma, \alpha)|^+)^2 + 1 \rangle^{1/2}} \eta_{ij} dx + \\
 &+ \int_{\Omega} \frac{[F(\sigma, \gamma, \alpha)]^+ [\partial F / \partial \alpha_{ij}]}{\langle (|F(\sigma, \gamma, \alpha)|^+)^2 + 1 \rangle^{1/2}} \beta_{ij} dx = \\
 &= (D_{\sigma} g(\sigma, \gamma, \alpha), \tau) + (D_{\gamma} g(\sigma, \gamma, \alpha), \eta) + (D_{\alpha} g(\sigma, \gamma, \alpha), \beta)
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

dir. Burada D_{σ} , D_{γ} ve D_{α} sembollerini ise σ, γ, α ya göre parça türevleri göstermektedir. 2. bölümde gösterdiğimiz monotonluk koşulu

$$Dg(\sigma, \gamma, \alpha ; \sigma-\tau, \gamma-\eta, \alpha-\beta) - Dg(\tau, \eta, \beta ; \sigma-\tau, \gamma-\eta, \alpha-\beta) \geq 0 \tag{3.28}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifade daha açık olarak

$$\begin{aligned}
 &(D_{\sigma}(\sigma, \gamma, \alpha), \sigma-\tau) + (D_{\gamma}(\sigma, \gamma, \alpha), \gamma-\eta) + (D_{\alpha}(\sigma, \gamma, \alpha), \alpha-\beta) - \\
 &- (D_{\tau}(\tau, \eta, \beta), \sigma-\tau) - (D_{\eta}(\tau, \eta, \beta), \gamma-\eta) - (D_{\beta}(\tau, \eta, \beta), \alpha-\beta) \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

şeklinde yazılabilir. Eğer (τ, η, β) akma yüzeyinin içindedeyse; yani $F(\tau, \eta, \beta) \leq 0$ ise

$$|F(\tau, \eta, \beta)|^+ = 0 \tag{3.30}$$

dir. (3.27) yardımıyla

$$Dg(\tau, \eta, \beta ; \sigma-\tau, \gamma-\eta, \alpha-\beta) = 0$$

yazılabilir. Dolayısıyla (τ, η, β) akma yüzeyi içindedeyse (3.28) de verilen monotonluk koşulu

$$Dg(\sigma, \gamma, \alpha; \sigma-\tau, \gamma-\delta, \alpha-\beta) \geq 0 \quad (3.30a)$$

şekline girer.

P operatörü S uzayından S_o uzayına dik izdüşüm olsun, S uzayını

$$S = E + S_o$$

şeklinde E , S_o uzaylarının doğrudan toplamına parçalayalım. E , S , S_o uzayları hakkında ayrıntılı bilgi 2. bölümde bulunabilir. (2.31) bağıntısı hatırlanırsa

$$P(R\dot{\sigma}^E + \dot{p}^E) = 0 \quad (3.31)$$

yazılabilir. σ^E gerilmesini ise

$$\sigma^E(t) = \sigma^0(t) + \bar{\sigma}^E(t); \bar{\sigma}^E(t) \in S_o \quad (3.32)$$

şeklinde parçalayalım, $\bar{\sigma}^E(t)$ gerilmesinin S_o uzayında olması demek (2.10) denklemini sıfır dış kuvvet ve sıfır kütle kuvveti için sağlaması demektir. (3.32) den

$$\bar{\sigma}^E(t) - \sigma^0(t) \in S_o$$

olduğu kolaylıkla görülebilir. Yani $\sigma^E(t) - \sigma^0(t)$ gerilmesi (2.10) denklemini sıfır dış kuvvet ve sıfır kütle kuvveti halinde sağlar. Dolayısıyla $\sigma^0(t)$ (2.10) denklemini denklemini sağlar.

$$PR \bar{\sigma}^E = a^E \quad (3.33)$$

tanımını yapalım. (3.31) de σ^E yerine (3.32) deki değerini koyarsak

$$PR \dot{\sigma}^0(t) + PR \dot{\bar{\sigma}}^E(t) + P \dot{p}^E = 0$$

olur. (3.22) ve (3.33) yardımıyla

$$\dot{a}^E = -PR \dot{\sigma}^0(t) - P \frac{1}{\varepsilon} D_{\sigma} g(\sigma^E, \gamma, \alpha) \quad (3.34)$$

yazılabilir. PR operatörünün S_o da sınırlı bir tersinin

olduğu daha önce gösterilmişti, dolayısıyla

$$D_{\sigma} g(\sigma^{\varepsilon}, \gamma, \alpha) = D_{\sigma} g(\sigma^0 + \bar{\sigma}^{\varepsilon}, \gamma, \alpha)$$

veya (3.33) ü de kullanarak

$$D_{\sigma} g(\sigma^{\varepsilon}, \gamma, \alpha) = D_{\sigma} g(\sigma^0 + (PR)^{-1} a^{\varepsilon}, \gamma, \alpha) \quad (3.35)$$

yazılabilir. (3.35) yardımıyla (3.34)

$$\dot{a}^{\varepsilon} = -PR \dot{\sigma}^0(t) - P \frac{1}{\varepsilon} D_{\sigma} g(\sigma^0 + (PR)^{-1} a^{\varepsilon}, \gamma, \alpha) \quad (3.36)$$

şeklinde yazılabilir. \dot{a}^{ε} nun başlangıçtaki değerinin
 $a(0) = 0$

olduğunu kabul ediyoruz. (3.36), (3.23), (3.24) tekrar
yazılırsa

$$\dot{a}^{\varepsilon} = -PR \dot{\sigma}^0(t) - P \frac{1}{\varepsilon} D_{\sigma} g(\sigma^0 + (PR)^{-1} a^{\varepsilon}, \gamma, \alpha); a^{\varepsilon}(0) = 0$$

$$\dot{\gamma}^{\varepsilon} = - \frac{1}{\varepsilon} D_{\gamma} g; \gamma^{\varepsilon}(0) = \gamma_0$$

$$\dot{\alpha}^{\varepsilon} = - \frac{1}{\varepsilon} D_{\alpha} g; \alpha^{\varepsilon}(0) = \alpha_0$$

şeklinde birinci mertebeden bir diferansiyel denklem takımı elde edilir. Bu diferansiyel denklem takımının çözümü vardır ve tektir. Bu diferansiyel denklem takımı çözülürse a^{ε} , γ^{ε} , α^{ε} bulunur. (3.33) yardımıyla $\bar{\sigma}^{\varepsilon}$ (3.32) yardımıyla σ^{ε} , (3.21) ve (3.22) yardımıyla e^{ε} ve p^{ε} bulunur. (3.23) bağıntısının her iki tarafı γ ile çarpılır ve zamana göre integre edilirse;

$$\int_0^t (\dot{\gamma}^{\varepsilon}, \gamma) dt + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t (D_{\gamma} g, \gamma) dt = 0 \quad (3.37)$$

olur. Benzer işlem (3.24) e yapılrsa

$$\int_0^t (\dot{\alpha}^\varepsilon, \alpha) dt + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t (D_\alpha g, \alpha) dt = 0 \quad (3.38)$$

bağıntısı elde edilir. (2.37), (3.37) ve (3.38) yardımıyla

$$\begin{aligned} & \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \tilde{\tau}] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}^\varepsilon, \gamma) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}^\varepsilon, \alpha) dt \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t [(D_\sigma g, \tilde{\tau}) + (D_\gamma g, \gamma) + (D_\alpha g, \alpha)] dt = 0 \quad (3.39) \end{aligned}$$

elde edilir. (3.39) yardımıyla

$$\begin{aligned} & \int_0^t [(D_\sigma g, \tilde{\tau}) + (D_\gamma g, \gamma) + (D_\alpha g, \alpha)] dt = \\ & \int_0^t [(D_\sigma g, \dot{\sigma}^\varepsilon + \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \dot{\gamma}^\varepsilon + \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \dot{\alpha}^\varepsilon + \alpha^\varepsilon - \beta)] dt \quad (3.39a) \end{aligned}$$

yazılabilir. Yukarıdaki eşitliğin sol tarafından sağ tarafına τ, γ, α yerine

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} &= \dot{\sigma}^\varepsilon + \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0 \\ \gamma &= \dot{\gamma}^\varepsilon + \gamma^\varepsilon - \eta \quad (3.39b) \\ \alpha &= \dot{\alpha}^\varepsilon + \alpha^\varepsilon - \beta \end{aligned}$$

konularak geçilmiştir. (3.39a) ifadesi açılırsa

$$\begin{aligned} & \int_0^t [(D_\sigma g, \dot{\sigma}^\varepsilon + \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \dot{\gamma}^\varepsilon + \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \dot{\alpha}^\varepsilon + \alpha^\varepsilon - \beta)] dt = \\ & = \int_0^t [(D_\sigma g, \dot{\sigma}^\varepsilon) + (D_\gamma g, \dot{\gamma}^\varepsilon) + (D_\alpha g, \dot{\alpha}^\varepsilon)] dt + \\ & + \int_0^t [(D_\sigma g, \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \alpha^\varepsilon - \beta)] dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^t \frac{d}{dt} g(\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon) dt + \\
&+ \int_0^t [(D_\sigma g, \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \alpha^\varepsilon - \beta)] dt = \\
&= g(\sigma^\varepsilon(t), \gamma^\varepsilon(t), \alpha^\varepsilon(t)) - g(\sigma^\varepsilon(0), \gamma^\varepsilon(0), \alpha^\varepsilon(0)) + \\
&+ \int_0^t [(D_\sigma g, \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \alpha^\varepsilon - \beta)] dt \quad (3.40)
\end{aligned}$$

bağıntısı elde edilir.

$$g(\sigma^\varepsilon(0), \gamma^\varepsilon(0), \alpha^\varepsilon(0)) = 0 \quad (3.41)$$

kabulünü yapıyoruz. $(\sigma^0 + \dot{\sigma}^0, \eta, \beta)$ ının akma yüzeyi içinde olduğunu, hipotez olarak kabul etmiştık. Yani

$$F(\sigma^0 + \dot{\sigma}^0, \eta, \beta) \leq 0$$

dır. Akma yüzeyi içindeki (τ, η, β) üçlüsü için (3.29) da verilen monotonluk koşulunun (3.30a) şeklinde ifade edileceği daha önce gösterilmiştir. Yani

$$\int_0^t [(D_\sigma g, \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \alpha^\varepsilon - \beta)] dt \geq 0$$

dır. Bu durumda (3.40) bağıntısı yardımıyla

$$\begin{aligned}
&\int_0^t [(D_\sigma g, \dot{\sigma}^\varepsilon + \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (D_\gamma g, \dot{\gamma}^\varepsilon + \gamma^\varepsilon - \eta) + (D_\alpha g, \dot{\alpha}^\varepsilon + \alpha^\varepsilon - \beta)] dt \geq \\
&\geq g(\sigma^\varepsilon(t), \gamma^\varepsilon(t), \alpha^\varepsilon(t)) \quad (3.42)
\end{aligned}$$

elde edilir. (3.39) yardımıyla

$$\begin{aligned}
&\varepsilon \int_0^t [(\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon + \sigma^\varepsilon - \dot{\sigma}^0 - \sigma^0) + (\dot{\gamma}^\varepsilon, \dot{\gamma}^\varepsilon + \gamma^\varepsilon - \eta) + (\dot{\alpha}^\varepsilon, \dot{\alpha}^\varepsilon + \alpha^\varepsilon - \beta)] dt \geq \\
&\geq g(\sigma^\varepsilon(t), \gamma^\varepsilon(t), \alpha^\varepsilon(t)) \quad (3.43)
\end{aligned}$$

yazılabilir. Bu ifade açılırsa

$$\begin{aligned}
 & \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^\varepsilon] dt + \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \sigma^\varepsilon] dt - \int_0^t [\dot{\sigma}^\varepsilon, \dot{\sigma}^0] dt - \\
 & - \int_0^t [\dot{\sigma}^0, \sigma^0] dt + \int_0^t [\dot{\gamma}^\varepsilon, \dot{\gamma}^\varepsilon] dt + \int_0^t [\dot{\gamma}^\varepsilon, \gamma^\varepsilon] dt - \\
 & - \int_0^t [\dot{\gamma}^\varepsilon, \eta] dt + \int_0^t [\dot{\alpha}^\varepsilon, \dot{\alpha}^\varepsilon] dt + \int_0^t [\dot{\alpha}^\varepsilon, \alpha] dt - \\
 & \int_0^t [\dot{\alpha}^\varepsilon, \beta] dt + \frac{1}{\varepsilon} g(\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon) \leq 0 \tag{3.44}
 \end{aligned}$$

olur. Yukarıdaki eşitsizlikte iç çarpımların içindeki bütün elamanlar Hilbert uzayının elamanlarıdır, dolayısıyla bütün iç çarpımlar sonludur. Bunların sıfırdan t ye kadar integralleri de sonludur. Bu sayıların toplamı (3.44) eşitsizliğinin sağ tarafına geçirilirse

$$g(\sigma^\varepsilon, \gamma^\varepsilon, \alpha^\varepsilon) \leq c \varepsilon \tag{3.45}$$

elde edilir. Bu eşitsizlikte ε sıfıra götürülürse

$$g(\sigma, \gamma, \alpha) \leq 0 \tag{3.46}$$

olur. (3.26) hatırlanırsa

$$F(\sigma(t), \gamma(t), \alpha(t)) \leq 0 \tag{3.47}$$

sonucu elde edilir. (3.39) da $\tilde{\tau}$, γ , α yerine

$$\tilde{\tau} = \sigma - \tau$$

$$\gamma = \gamma - \eta$$

$$\alpha = \alpha - \beta$$

yazılırsa

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \sigma - \tau] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}, \gamma - \eta) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}, \alpha - \beta) dt + \\ + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t [(\mathcal{D}_\sigma g, \sigma - \tau) + (\mathcal{D}_\alpha g, \gamma - \eta) + (\mathcal{D}_\alpha g, \alpha - \beta)] dt = 0$$

olur. Buradaki (τ, η, β) üçlüsü

$$F(\tau, \eta, \beta) \leq 0$$

bağıntısını sağlayan bir üçlündür. (3.30a) hatırlanırsa

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t [(\mathcal{D}_\sigma g, \sigma - \tau) + (\mathcal{D}_\alpha g, \gamma - \eta) + (\mathcal{D}_\alpha g, \alpha - \beta)] dt \geq 0$$

olur. Dolayısıyla

$$\int_0^t [\dot{\sigma}, \sigma - \tau] dt + \int_0^t (\dot{\gamma}, \gamma - \eta) dt + \int_0^t (\dot{\alpha}, \alpha - \beta) dt \leq 0$$

dir.

BÖLÜM 4

YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ SÜRTÜNMELİ ZIMBA PROBLEMINİN YEREL OLМАYAN HALDE ÇÖZÜMÜ VE ÇÖZÜMÜN YEREL HALDEKİ SONUCLARLA KARSILAŞTIRILMASI

Ek A da elastik yarımdüzlem üzerinde değişmez hızla sağdan sola doğru hareket eden sürtünmeli rıjıt zimba altındaki normal gerilmeler, yerel teori yardımıyla, zimbanın iki ucunun da elastik düzleme değmediği "Küçük Basınç Durumu" için, zimbanın bir ucunun elastik düzleme değmediği öteki ucunun tamamen zemine gömüldüğü "Orta Basınç Durumu" için, zimbanın iki ucunun da tamamen zemine gömüldüğü "Büyük Basınç Durumu" için, ayrı ayrı hesaplanmıştır.

4.1 KÜÇÜK BASINÇ DURUMU

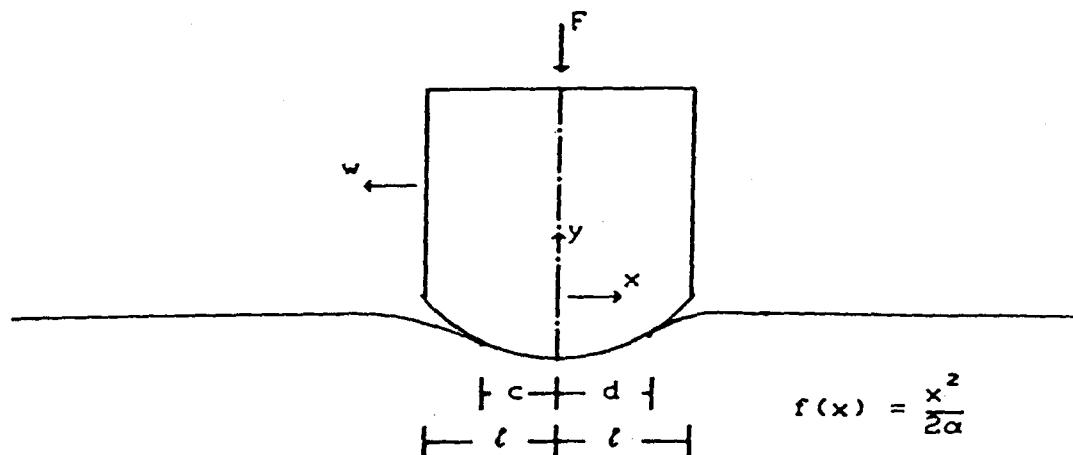
Ek A da zimbanın iki ucunun da elastik düzleme değmediği küçük basınç durumu için zimba altındaki yerel gerilmeler

$$\phi(x) = - \frac{p}{\alpha(1+k^2q^2)\sin(\pi\delta)} \left[\frac{d-x}{c+x} \right]^\delta (c+x) \quad (4.1)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Yerel gerilmelerin sonsuzda sıfıra gitmesi için

$$\int_{-c}^d \frac{t \left[\frac{c+t}{d-t} \right]^\delta}{c+t} dt = 0 \quad (4.2)$$

olması gereği Ek A da açıklanmıştır.



Şekil [4.1] Küçük basınc durumu halinde parabolik zimba

(4.1) de

F : Basınc kuvveti

d : Zimbanın arka ucunun yarı düzleme batan kısmının boyu

c : Zimbanın ön ucunun yarı düzleme batan kısmının boyu

$$\delta = \frac{1}{\pi} \arctan(-1/kq) \quad (4.3)$$

$$p = - \frac{2E}{(1+\nu)m^2} \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{-1/2} \left[\left(1 - \frac{1}{2} m^2\right) - \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{1/2} (1-m^2)^{1/2} \right] \quad (4.4)$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} p = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \quad (4.5)$$

$$q = \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{-1/2} \frac{\left[1 - \frac{1}{2} m^2 - \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{1/2} (1-m^2)^{1/2}\right]}{-\frac{1}{2} m^2} \quad (4.6)$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} q = -\frac{1-2\nu}{2-2\nu} \quad (4.7)$$

$$c_2 = (\mu/\rho)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$m = w/c_2$$

ρ : Kütle yoğunluğu

k : Sürtünme katsayısı

w : Zımbanın hızı

μ : Kayma modülü

ν : Poisson oranı

dır.

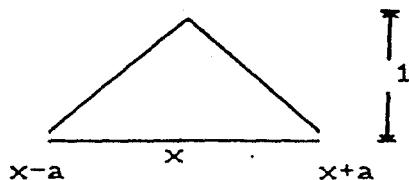
Yerel olmayan halde $\sigma(x)$ gerilmesi

$$\sigma(x) = \int \alpha(|x-x'|) \phi(x') dx' \quad (4.9)$$

dir. Burada $\alpha(|x-x'|)$ etkileşme fonksiyonudur ve x noktasına komşu noktalardan gelen etkileri gösterir, bu çalışmada etkileşme fonksiyonu olarak

$$\alpha(|x-x'|) = \begin{cases} B(1 - \frac{|x'-x|}{a}), & |x'-x| < a \\ 0, & |x'-x| > a \end{cases} \quad (4.10)$$

kullanılacaktır. (4.10) da "a" ile atomik mesafe gösterilmektedir.



Sekil [4.2] Etkileşme fonksiyonunun grafik gösterimi

Atomik mesafe

$$a = 4 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

olarak alınacaktır. (4.1) ve (4.10) un (4.9) da yerles-
tirilmesiyle yerel olmayan gerilmeler için

$$\sigma(x) = - \frac{p}{\alpha(1+k^2q^2)\sin(\pi\delta)} \int_{x-a}^{x+a} B \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) \left[\frac{d-x'}{c+x'}\right]^\delta (c+x') dx' \quad (4.11)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıdaki c , d , B katsayıları şu koşullar yardımıyla bulunacaktır :

$$a) \int_{-c}^{+d} \alpha(|x-x'|) dx' = 1 \quad (4.12)$$

b) Sonsuzdaki gerilmelerin sıfır olması koşulu

$$c) \int_{-c}^{+d} \sigma(x') dx' = -F \quad (\text{Gerilmelerin bileşkesinin basınç kuvvetine eşit olması koşulu})$$

Şimdi (4.12) koşulu yardımıyla B katsayısını hesaplayalım. (4.12) koşulu

$$I = B \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) dx' = B \int_{x-a}^{x+a} dx' - B \int_{x-a}^{x+a} \frac{|x'-x|}{a} dx' = 1$$

şeklinde ifade edilebilir. Yukarıdaki birinci integral kolaylıkla

$$\int_{x-a}^{x+a} dx' = x' \Big|_{x-a}^{x+a} = x+a-x+a = 2a$$

olarak hesaplanır. İkinci integral ise

$$\int_{x-a}^{x+a} \frac{|x'-x|}{a} dx' = \int_{x-a}^x \frac{(x-x')}{a} dx' + \int_x^{x+a} \frac{(x'-x)}{a} dx'$$

şeklinde parçalanır ve her integral ayrı ayrı

$$\int_{x-a}^x \frac{(x-x')}{a} dx' = -\frac{1}{2a} (x-x')^2 \Big|_{x-a}^x = \frac{1}{2} a$$

$$\int_x^{x+a} \frac{(x'-x)}{a} dx' = \frac{1}{2a} (x'-x)^2 \Big|_x^{x+a} = \frac{1}{2} a$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla

$$B(2a-a) = 1$$

bağıntısı elde edilir. Buradan B katsayısı

$$B = \frac{1}{a}$$

olarak elde edilir. (4.9) bağıntısına dikkat edilirse bir nokta civarındaki yerel gerilmeler sıfıra gidiyorsa yerel olmayan gerilmelerin de sıfıra gideceği kolaylıkla görülebilir. Dolayısıyla yerel olmayan gerilmelerin sonuzda sıfıra gitmesi için (4.2) bağıntısı sağlanmalıdır. (4.2) deki integral Ek A da hesaplanmış ve

$$\int_{-c}^d \frac{t \left[\frac{c+t}{d-t} \right]^\delta}{(c+t)} dt = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} ((\delta-1)c + \delta d)$$

sonucu elde edilmiştir. İntegralin değerinin sıfıra eşitlenmesiyle c, d arasında

$$\frac{1-\delta}{\delta} c = d \quad (4.13)$$

bağıntısı elde edilir. (4.3) de tanımlanan δ sayısının daima sıfırın yarım arasında kaldığı hatırlanır ve (4.13) gözönüne alınırsa daima $c < d$ olduğu hemen görülebilir. Buradan şu önemli sonuca varıyoruz; F basınç kuvveti arttırıldıkça zımba yarım düzleme gittikçe daha çok batacaktır, "Küçük Basınç Durumu" diye adlandırdığımız zımbanın her iki ucunun da zemine tamamen gömülmediği durumdan başlayarak F basınç basınç kuvvetini gittikçe arttırsak ilk önce $d=1$ olacaktır. Zımbanın arka ucunun zemine tamamen gömülüdüğü ön ucunun ise henüz zemine gömülmediği bu durum "Orta Basınç Durumu" olarak adlandırılacaktır. F basınç kuvveti dahada arttırılırsa zımbanın her iki ucunun da tamamen zemine gömülüdüğü "Büyük Basınç Durumu" haline geçilir.

$$\int_{-c}^d \sigma(x') dx' = -F$$

bağıntısında (4.9) yerleştirilirse

$$\frac{B p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} < \int_{-c}^d \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) \left[\frac{d-x'}{c+x'}\right]^\delta (c+x') dx' dx = -F \quad (4.14)$$

elde edilir. Hesabın bundan sonraki bölümü nümerik hesap ve bilgisayar yardımıyla yapılacaktır. Küçük basınç durumu için hesap yapmaya başlamadan önce orta basınç durumuna geçmek için gerekli $F/\mu l^2$ değerini hesaplayacağız. Orta basınç durumuna geçildiği anda $d=\ell$ olacaktır.

$$\ell = 20\text{cm}, E = 1000000\text{N/cm}^2, \nu = 0.3,$$

$$m = 0.5, k = 0.6, a = 0.0000004\text{cm}$$

olarak seçilirse (4.3), (4.4), (4.6) bağıntıları yardımıyla

$$p/E = 0.4399, q = -0.336, \delta = 0.4367$$

olarak hesaplanır. (4.13) yardımıyla $d=\ell=20\text{cm}$ olduğunda $c = 15.505\text{cm}$ olarak hesaplanır.

$$I_1 = \int_{-c}^d \int_{x-a}^{x+a} \left[\frac{d-x'}{c+x'}\right]^\delta (c+x') dx' dx \quad (4.15)$$

$$I_2 = \int_{-c}^d \int_{x-a}^{x+a} \left[\frac{|x'-x|}{a}\right] \left[\frac{d-x'}{c+x'}\right]^\delta (c+x') dx' dx \quad (4.16)$$

tanımları ile (4.14) bağıntısına gidilirse

$$-\frac{1}{a} \frac{1}{1+k^2 q^2} \frac{p}{\alpha \sin(\pi\delta)} (I_1 - I_2) = -F \quad (4.17)$$

bağıntısı elde edilir. I_1 ve I_2 nümerik integrasyonla

$$I_1 = 0.39735523406493239897167886 \times 10^{-4}$$

$$I_2 = 0.19867761422221250842908781 \times 10^{-4}$$

olarak bulunur. I_1 ve I_2 nin bu değerleriyle (4.17) ye gidilirse, orta basınç durumuna geçmek için gerekli F

kuvveti

$$\frac{F\alpha}{\mu t^2} = 1.3925$$

olur. Aynı değer Ek A da (Ek A3.9) yardımıyla hesaplanırsa

$$\frac{F\alpha}{\mu t^2} = 1.3925$$

bulunur. Hesabın bundan sonraki bölümünde

$$\frac{F\alpha}{\mu t^2} = 1$$

için zımba altındaki gerilmeler hesaplanacaktır.

c değeri bilindiği zaman (4.13) yardımıyla d de bel- li olur. Çeşitli c değerleri için I1 ve I2 hesaplanıp, (4.17 ye gidilerek $\frac{F\alpha}{\mu t^2}$ değerleri hesaplanmış ve hangi c değeri için

$$\frac{F\alpha}{\mu t^2} = 1$$

olacağı araştırılmıştır. Bu hesaplarla ilgili printer çıkışları Ek B de verilmiştir.

$$c = 13.1391 \text{cm}$$

$$d = 16.9480 \text{cm}$$

değerleri için

$$\frac{F\alpha}{\mu t^2} = 1$$

olduğu görülmüştür. Ek A da (Ek A3.6), (Ek A3.7) (Ek A3.8), yardımıyla aynı "c" ve "d" değerleri için $F\alpha/\mu t^2 = 1$ olduğu görülebilir.

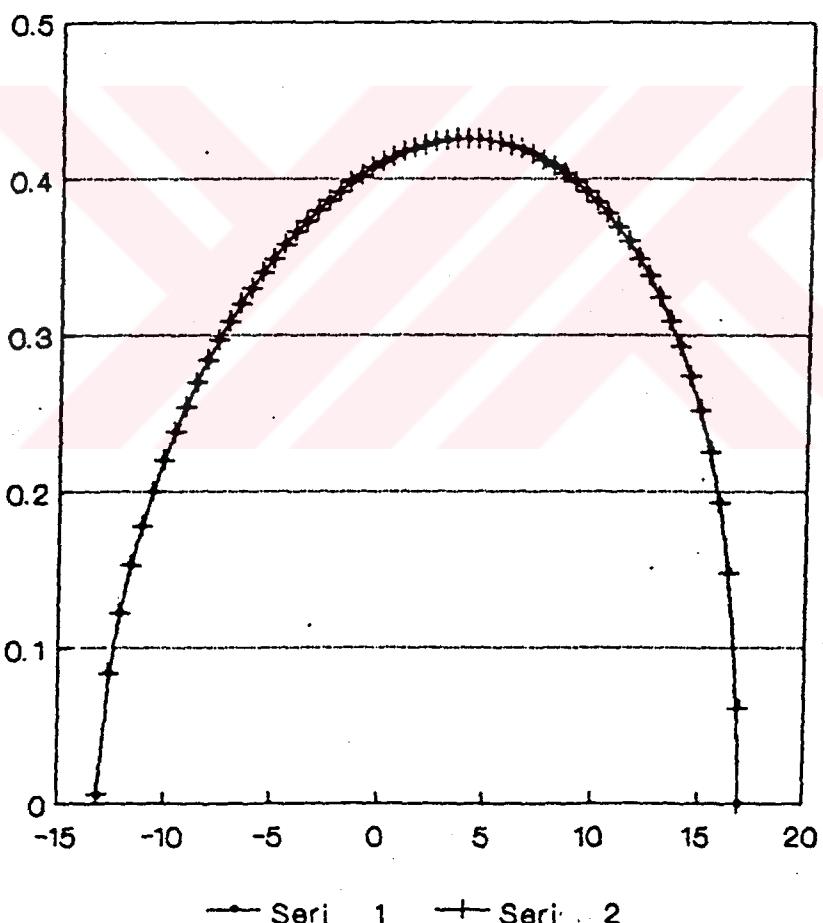
c ve d nin bu değerleri (4.11) de yerleştirilerek yerel olmayan durumdaki gerilmeler hesaplanmış, yerel durumdaki gerilmeler de (4.1) yardımıyla hesaplanmış,

yerel ve yerel olmayan durumdaki gerilmeler ek B de yan yana bastırılmıştır. "Küçük Basınç Durumu" halinde yerel ve yerel olmayan gerilmelerin üst üste bastırıldığı diyagram aşağıda verilmiştir.

Küçük basınç durumu halinde yerel teori ve yerel olmayan teori yardımıyla hesaplanan gerilmeler tamamen çakışmaktadır.

KÜÇÜK BASINÇ DURUMU

YEREL VE YEREL OLMAZ GERİLMELER



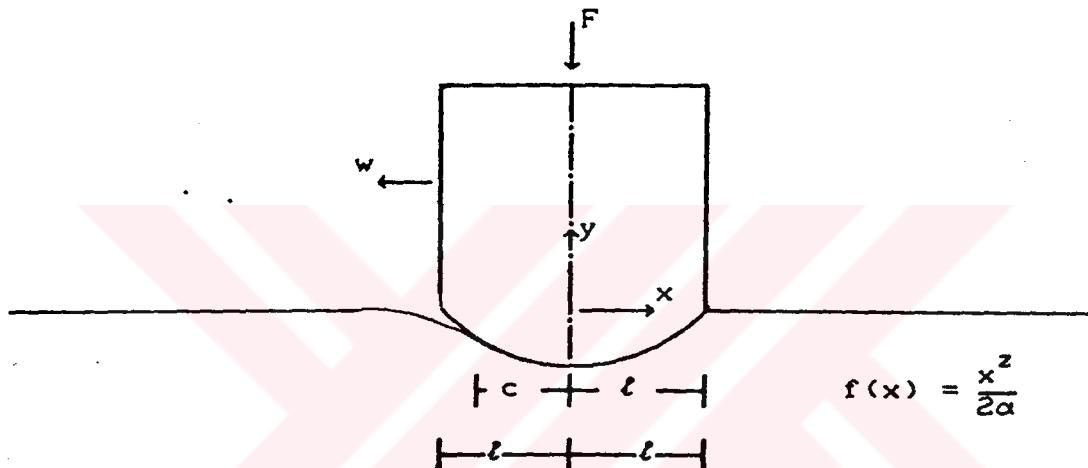
Şekil [4.3] Küçük basınç durumunda yerel ve yerel olmayan gerilmeler

4.2 ORTA BASINÇ DURUMU

Ek A da zımbanın arka ucunun tamamen zemine gömülüdüğü, ön ucunun ise kısmen dışarıda kaldığı orta basınç durumu için; yerel halde zımba altındaki normal gerilmeler

$$\phi(x) = \frac{p}{\alpha} (x - (l+c)(1-\delta)) \sin(\pi\delta) \left(\frac{c+x}{l-x}\right)^{1-\delta} \quad (4.18)$$

Şeklinde hesaplanmıştır.



Şekil [4.4] Orta basınç durumu halinde parabolik zımba

Yerel olmayan durumda $\sigma(x)$ gerilmesi

$$\sigma(x) = \int \alpha(|x'-x|) \phi(x') dx' \quad (4.19)$$

olarak hesaplanır. $\alpha(|x'-x|)$ olarak küçük basınç durumunu incelerken kullandığımız etkileşme fonksiyonunu kullanırsak $\sigma(x)$ gerilmesi

$$A_1 = \frac{p}{\alpha} \sin(\pi\delta) ; A_2 = \frac{p}{\alpha} (1+c)(1-\delta) \sin(\pi\delta)$$

tanımlarıyla

$$\sigma(x) = \frac{1}{a} \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) (A_1 \left(\frac{c+x'}{1-x'}\right)^{1-\delta} - A_2 \left(\frac{c+x'}{1-x'}\right)^{1-\delta}) dx' \quad (4.20)$$

olur. (4.20) bağıntısındaki c sabiti gerilmelerin bileşkesinin eksi işaretle basınç kuvvetine eşit olması koşulu yardımıyla bulunacaktır. Bu koşul

$$\int_{-c}^{+l} \sigma(x) dx = -F \quad (4.21)$$

şeklinde yazılabilir. (4.20) ifadesi (4.21) de yerleştirilirse

$$\int_{-c}^{+l} \left(\frac{1}{a} \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) (A_1 \left(\frac{c+x'}{1-x'}\right)^{1-\delta} - A_2 \left(\frac{c+x'}{1-x'}\right)^{1-\delta}) dx' \right) dx = -F \quad (4.22)$$

olur. Büyük basınç durumuna geçildiği anda $c=l$ olacaktır.

$$\nu = 0.3 ; m = 0.5 ; k = 0.6$$

$$l = 20\text{cm} ; E = 1000000\text{N/cm}^2 ; a = 0.00000004\text{cm}$$

olarak seçilirse

$$\frac{P}{E} = 0.4399 ; q = -0.336 ; \delta = 0.4367$$

olur. Büyük basınç durumuna geçmek için gerekli F kuvvetini bulmak için; (4.22) ifadesinde $c = l$ yerleştirilir ve (4.22) ifadesindeki iki katlı integral nümerik olarak hesaplanırsa

$$\frac{Fa}{\mu l^2} = 0.227134287157984088721334 D + 01$$

olur. Bu değer Ek A da (Ek A3.15) yardımıyla hesaplanan değerle tamamen çakışmaktadır. Hesabın bundan sonraki bölümünde basınç kuvvetinin belli bir değeri için zımba altındaki gerilmeler hesaplanacaktır.

$$\frac{F\alpha}{\mu l^2} = 1.5$$

için zımba altındaki gerilmeler bulunacaktır. Çeşitli c değerleri için (4.22) yardımıyla basınç kuvveti hesaplanmış ve $c = 16.11\text{cm}$ için, (Ek B de çeşitli c değerleri için $F\alpha/\mu l^2$ değerleri mevcuttur. $F\alpha/\mu l^2 = 1.5$ a karşı gelen "c" değeri ek B de 16.11 cm olarak bulunmuştur.)

$$\frac{F\alpha}{\mu l^2} = 1.5$$

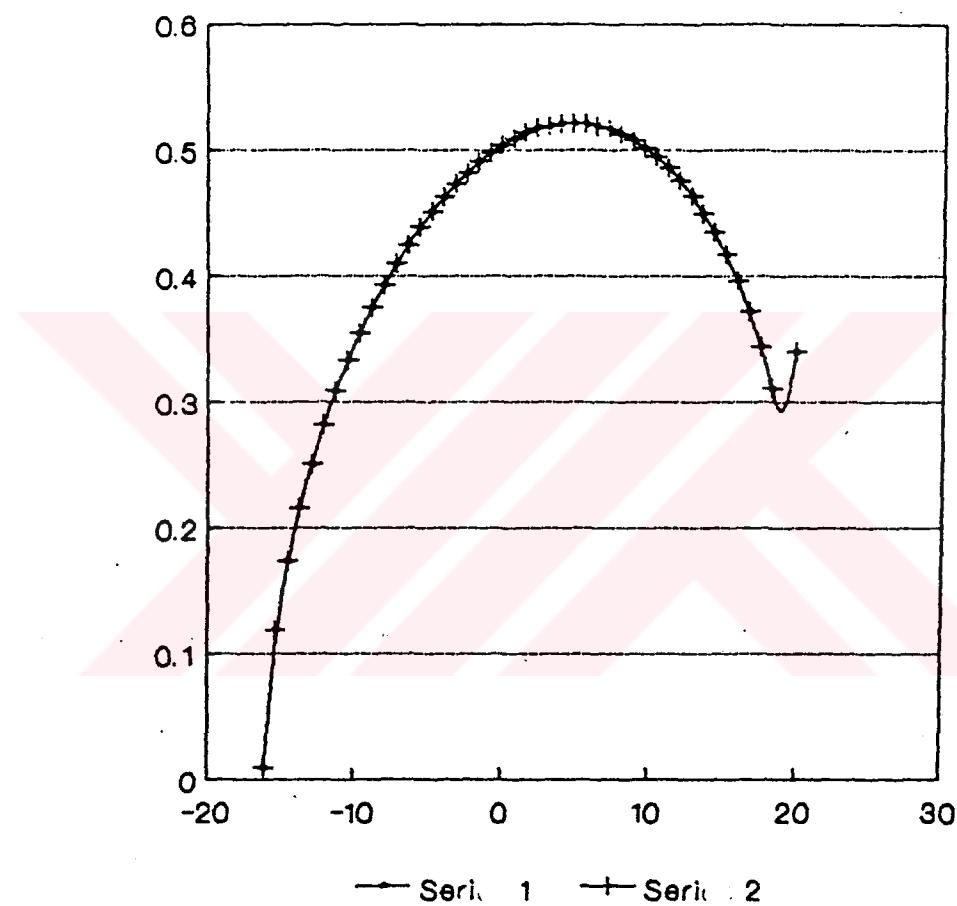
olduğu görülmüştür. c nin bu değeri ile (4.20) bağıntısına gidilmiş ve gerilmelerin $(1+\nu)\beta/E$ ile çarpılmış hesaplanmıştır. ($\beta=\alpha/l$) Yerel durumda gerilmelerin de $(1+\nu)\beta/E$ çarpılmış (4.18) yardımıyla hesaplanmış, yerel ve yerel olmayan gerilmeler ek B de yanyana bastırılmıştır. +20 sınırı haricinde yerel ve yerel olmayan gerilmelerin tamamen çakışlığı gözlenmiştir.

Yerel teori ile hesaplanan gerilmelerin sonsuza gittiği +20 sınırı civarında yerel olmayan teori yardımıyla hesaplanan gerilmeler ise sonlu kalmaktadır.

Orta basınç durumunda yerel ve yerel olmayan gerilmelerin birarada çizdirildiği diyagramlar arkadadadır.

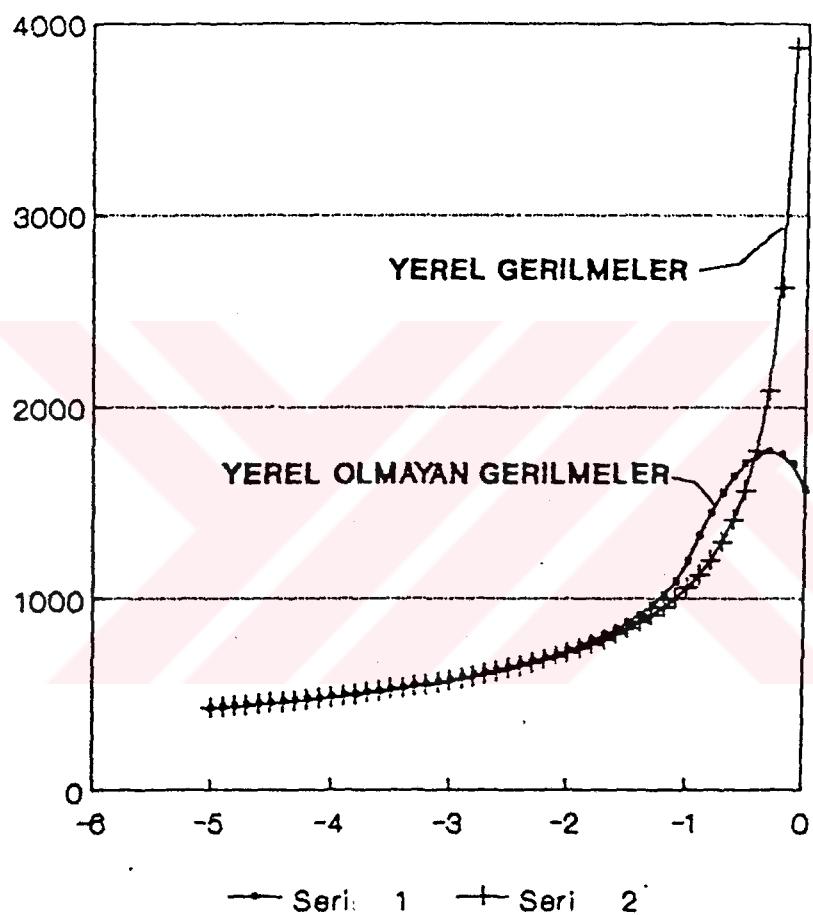
ORTA BASINÇ DURUMU

-16.10 İLE +19.9 ARASINDA
YEREL VE YEREL OLMAYAN GERİLMELER



Şekil [4.5] Orta basınç durumunda -16.10 ile +19.9 arasında yerel ve yerel olmayan gerilmeler

ORTA BASINÇ DURUMU +20 SINIRINDAKI GERİLMELER



YATAYDA BIR BİRİM BİR ATOM MESAFESİDIR

Şekil [4.6] Orta basınç durumunda +20 sınırındaki yerel
ve yerel olmayan gerilmeler

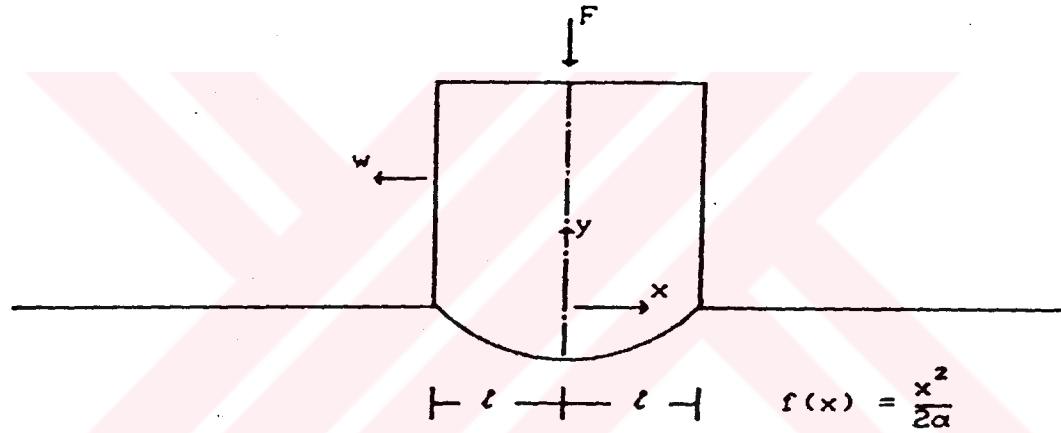
4.3 BÜYÜK BASINÇ DURUMU

Bu durum için gerilme hali ek A da hesaplanmış ve

$$\phi(x) = - \frac{2\delta l (\frac{l-x}{l+x})^\delta p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} - (\frac{l-x}{l+x})^\delta \frac{px}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} +$$

$$+ \frac{Q_0 (\frac{l-x}{l+x})^\delta}{\pi(l-x)(1+k^2 q^2)^{1/2}} \quad (4.23)$$

bağıntısı elde edilmiştir.



Şekil [4.7] Büyük basınç durumu halinde parabolik zımba

Yerel olmayan gerilmeler

$$\sigma(x) = \int \alpha(|x' - x|) \phi(x') dx'$$

şeklinde yazılıyordu, bu durumda küçük ve orta basınç hallerinde kullandığımız etkileşme fonksiyonuyla yerel olmayan hal için gerilme ifadesi

$$\sigma(x) = \frac{1}{a} \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x' - x|}{a}\right) \phi(x') dx' = - \frac{2\delta l (\frac{l-x'}{l+x'})^\delta p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} -$$

$$-\left(\frac{\ell-x'}{\ell+x'}\right)^{\delta} \frac{px'}{\alpha(1+k^2q^2)\sin(\pi\delta)} + \frac{Q_o \left(\frac{\ell-x'}{\ell+x'}\right)^{\delta}}{\pi(\ell-x')(1+k^2q^2)^{1/2}} dx' \\ (4.24)$$

şekline girer. Normal gerilmelerin toplamının basınc kuvvetine eksi işaretle eşit olması koşulunu yazarsak

$$\int_{-20}^{+20} \sigma(x) dx = \frac{1}{a} \int_{-20}^{+20} \int_{x-a}^{x+a} \left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right) \left(-\frac{2\delta \left(\frac{1-x'}{1+x'}\right)^{\delta} p}{\alpha(1+k^2q^2)\sin(\pi\delta)} - \right. \\ \left. - \left(\frac{1-x'}{1+x'}\right)^{\delta} \frac{px'}{\alpha(1+k^2q^2)\sin(\pi\delta)} + \frac{Q_o \left(\frac{1-x'}{1+x'}\right)^{\delta}}{\pi(1-x')(1+k^2q^2)^{1/2}}\right) dx' dx = -F \\ (4.25)$$

olur. Buradaki Q_o katsayısı tatonmanla hesaplanacaktır. Yani çeşitli Q_o değerleri için yukarıdaki integral hesaplanacak ve seçilen F değerine ulaşılınca kadar hesaba devam edilecektir. (4.25) bağıntısının her iki yani $\alpha/\mu l^2$ ile çarpılır ve (Önceki; v, m, k, l, E, a değerleri kullanılarak)

$$UK = Q_o \alpha = -40500000$$

yerleştirilirse

$$\frac{Fa}{\mu l^2} = 0.398 D + 01 \cong 4$$

olarak bulunur. EK A da (EK A4.4) yardımıyla

$$Q_o \alpha = -40452290$$

için $Fa/\mu l^2 = 4$ olarak bulunur. Hesabın bundan sonraki bölümünde

$$\frac{Fa}{\mu l^2} = 4$$

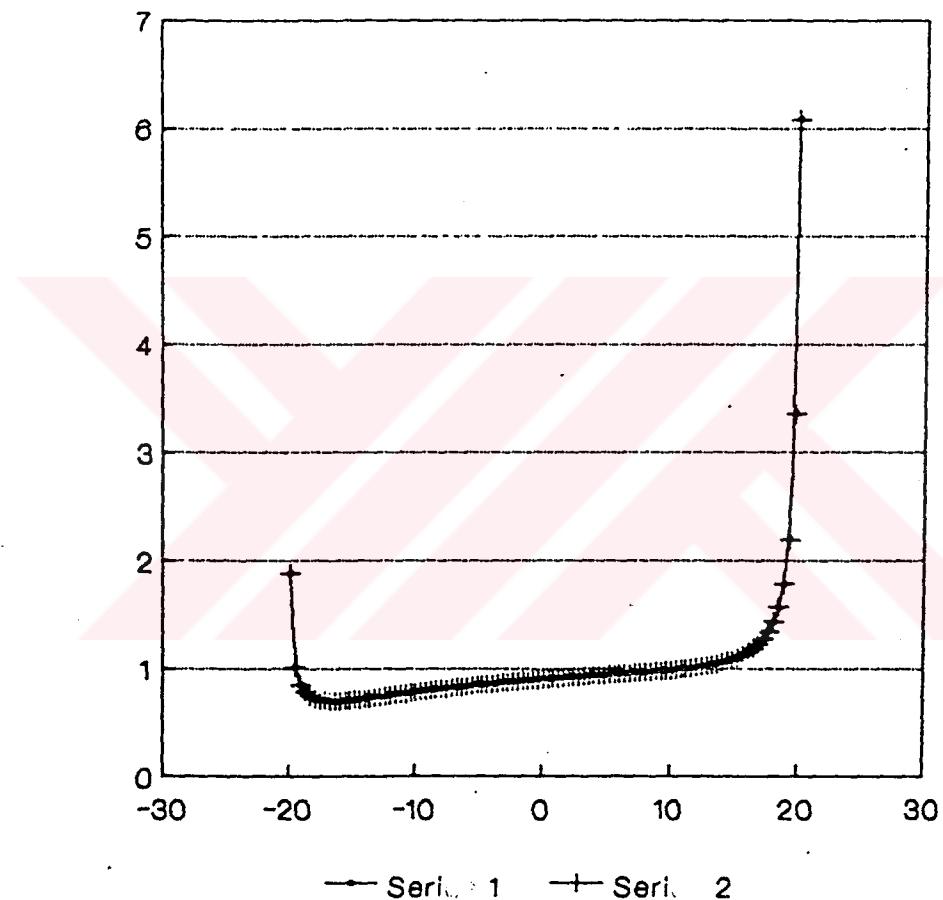
için zimba altındaki gerilmeler hesaplanacaktır. Gerilmelerin $(1+v)\beta/E$ ile çarpılmış $(\beta=\alpha/\ell)$ olmak üzere (4.24) ün her iki yani $(1+v)\beta/E$ ile çarpılarak

hesaplanmıştır. Benzer işlem (4.23) de yapılarak yerel gerilmelerin $(1+\nu)\beta/E$ ile çarpılmış da hesaplanmıştır. Ek B de yerel ve yerel olmayan gerilmeler yanyana bastırılmıştır. Büyük basınç durumu halinde yerel ve yerel olmayan gerilmelerin -20 ve +20 sınırları haricinde tamamen çakıştığı gözlenmiştir. Büyük basınç durumu halinde -20 sınırı civarında; +20 sınırı civarında; ve -19.9 ile +19.9 arasındaki yerel ve yerel olmayan gerilmelerin üst üste çizdirildiği diyagramlar aşağıda verilmiştir.

Diyagramların incelenmesinden de açıkça görüleceği gibi yerel teori ile hesaplanan gerilmelerin sonsuza gittiği -20 ve +20 sınırları civarında yerel olmayan teori ile hesaplanan gerilmeler sonlu kalmaktadır. Yerel teori ile hesaplanan gerilmelerin bir tekilik göstermediği -19.9 ile +19.9 arasındaki yerel ve yerel olmayan gerilmeler tamamen çakışmaktadır.

BÜYÜK BASINÇ DURUMU

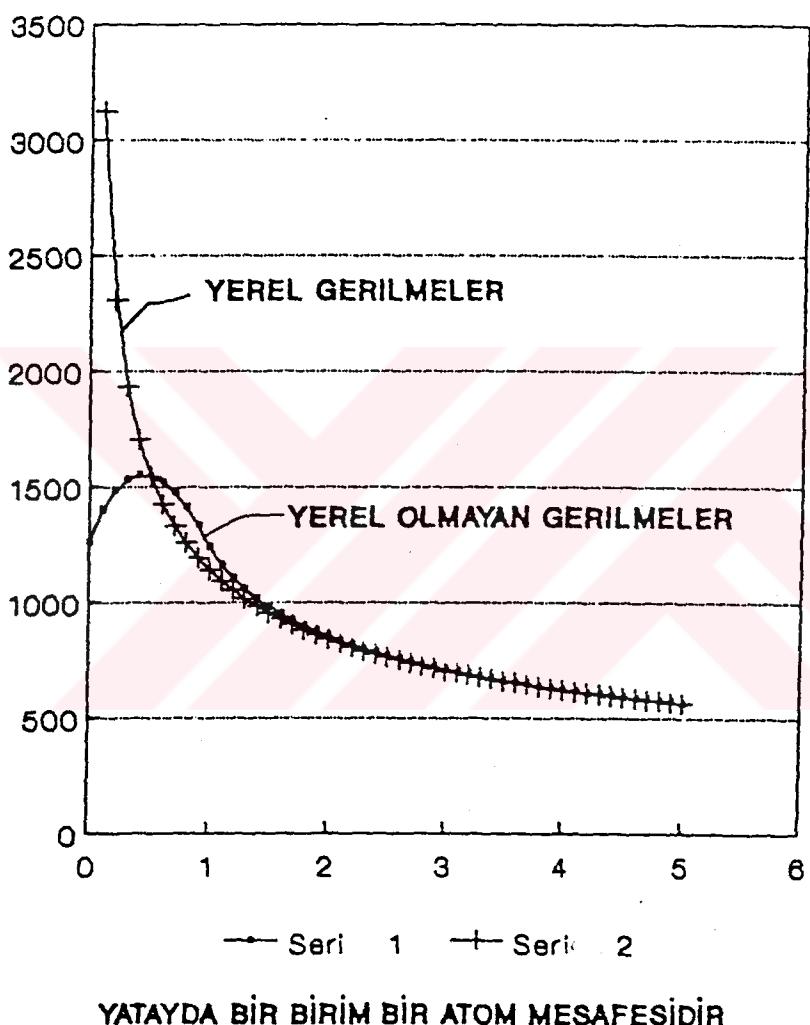
-19.9 İLE +19.9 ARASINDAKI
YEREL VE YEREL OLMAYAN GERİLMELER



Şekil [4.8] Büyük basınç durumunda -19.9 ile +19.9 arasında yerel ve yerel olmayan gerilmeler

BÜYÜK BASINÇ DURUMU

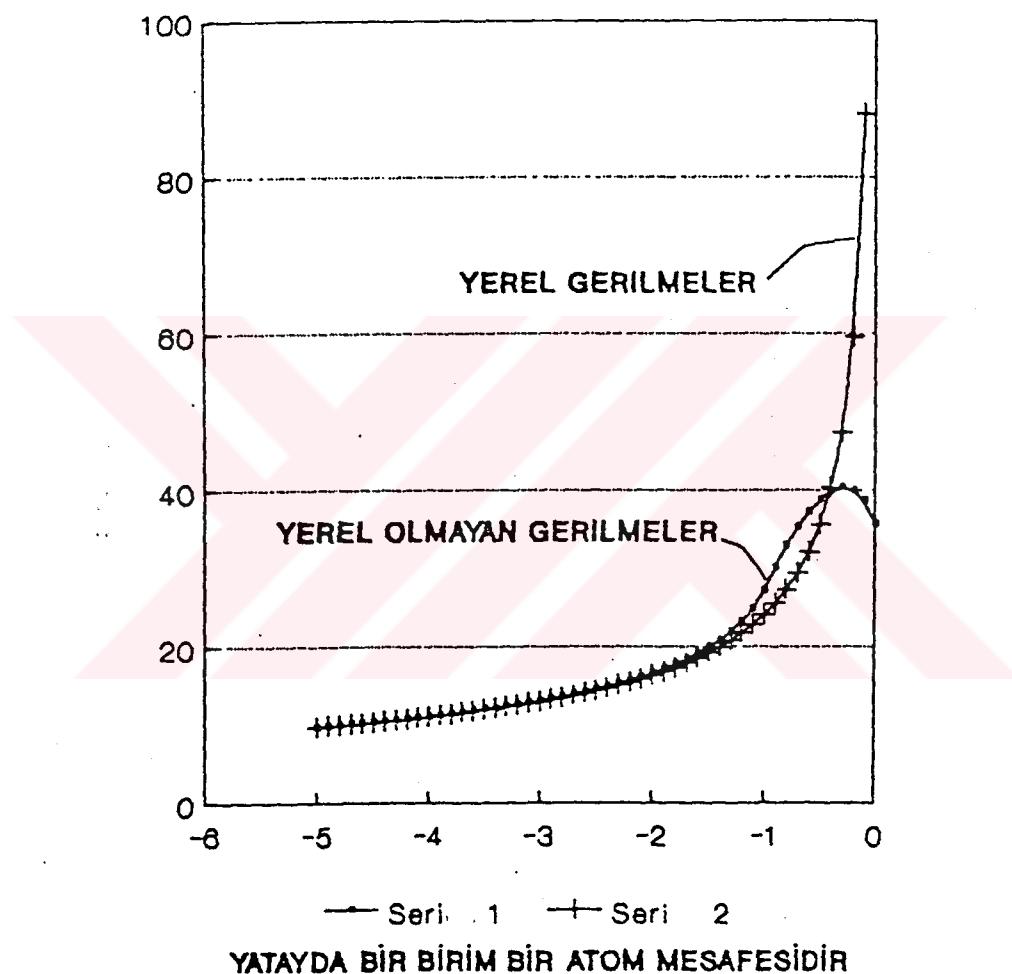
-20 SINIRINDAKI GERİLMELER



Şekil [4.9] Büyük basınç durumunda -20 sınırındaki yerel ve yerel olmayan gerilmeler

BUYUK BASINC DURUMU

+20 SINIRINDA GERILMELER



Şekil [4.10] Büyük basınç durumunda +20 sınırındaki yerel ve yerel olmayan gerilmeler

BÖLÜM 5

SONUÇ

Bu çalışmada ilk olarak yerel olmayan plastisitenin bünye denklemleri elde edilmiştir. Yerel olmayan plastiçitede ilk adım Eringen [21] tarafından atılmıştır. Eringen bu çalışmasında da diğer çalışmalarında olduğu gibi termomekanik yöntemi, daha açık sözlerle termodinamikten kaynaklanan kısıtlamaları kullanarak yerel olmayan plastisite için bünye denklemi elde etmiştir. Bu çalışmada ise Eringen'den farklı olarak fenomenolojik yol izlenmiş ve bu avantajdan yararlanarak pekleşmeyen, izotropik pekleşen ve kinematik pekleşen elasto-plastik malzemelere ait bünye denklemleri, plastisite teorisindeki geleneğe bağlı kalınıp gerilmeler serbest bünye değişkeni seçilerek elde edilmiştir. Plastik şekil değiştirmelerin yerel formdaki bir bünye bağıntısı ile elde edildiği bu çalışmada elastik şekil değiştirmeler yerel olmayan bir bünye bağıntısı ile ifade edilmektedir.

Bu çalışmanın ana bölümlerinden ikincisi, birinci bölümde elde edilmiş olan bünye denklemleri kullanılarak tanımlanan gerilme sınır değer problemlerinin çözümlerinin varlığını ve tekliğini göstermeye ayrılmıştır.

Bilindiği gibi bir matematik probleminin "iyi tanımlanmış" olması Hadamard [41] tarafından, gözönüne alınan problemin çözümlerinin var olması, tek olması ve

kararlı olması biçiminde tanımlanmıştır. Mantıksal bir baza oturan bu tanımlama ile öngörülen üç koşuldan birinin sağlanmaması durumunda, fiziksel olarak anlamlı bazı problemler hariç, söz konusu problemin çözümünden söz etme olanağı kalmamaktadır. Bu yüzdendir ki diğer pozitif bilim dallarında olduğu gibi mekanikte de ele alınan problemlerin çözümlerinin varlığı, tekliği ve kararlılığı konusundaki çalışmalar önemli bir önceliğe sahiptir. Mekanığın pür analize en yakın olduğu konuları oluşturan bu tür çalışmalar mekanikçilerden ziyade matematikçilerin ilgisini çekmekteyse de bu çalışmalar bir grup fiziksel olayı açıklamak üzere oluşturulan teorilerin sınırları, problemlerin verilerinin uygunluğu ve çözümlerin kalitatif özellikleri hakkında öngörüm olanağı sağlar.

Yerel olmayan plastisite teorisi oldukça yenisidir ve bilgimiz dahilinde bu teoride ortaya çıkan sınır değer problemlerinin çözümlerinin varlığı veya tekliği konusunda herhangi bir çalışma yoktur. Bu bakımdan bu çalışmanın temel bölümlerinden ikisini oluşturan pekleşmenin, izotropik pekleşen ve kinematik olarak pekleşen malzemeler için, gözönüne alınan sınır değer problemlerinin çözümlerinin varlığı ve tekliği için ayrı ayrı verilmiş olan teoremler literatürde ilk olarak yer almaktadır. Gözönüne alınan sınır değer problemlerinin tek olduğunu göstermek için kullanılan teknik, şekil değiştirmenin elastik parçasının cisimde depoladığı elastik enerji ile plastik deformasyon sırasında harcanan enerjilerin toplamının pozitif olmasına dayanmaktadır. Klasik plastisite teorisinde kullanılan bu teknik yerel olmayan plastisiteye doğrudan uygulanabilmektedir.

Bu çalışmada gözönüne alınan sınır değer problemlerinin çözümü varlığını göstermek için fonksiyonel analizden yararlanılmıştır. Bilindiği gibi mekanikte modern varlık ispatları, fonksiyonel analizin temel teoremlerinden biri olan Lineer Fonksiyonellerinin Gösterim Teoremine dayanan Lax-Milgram teoremini kullanarak gerçekleştiriletmektedir. Serbest bünye değişkeni olarak gerilmelerin seçildiği bu çalışmada da gözönüne alınan sınır değer problemlerinin çözümü varlığı için temel hareket noktasını Lax-Milgram teoremi oluşturmaktadır. Bu tür problemlerin çözüm uzayı tanımlandıktan sonra bu problemlere ait zayıf çözümler ele alınmıştır. Bu zayıf çözümlerin varlığını göstermek üzere Gâteaux diferansiyeli şekil değiştirme hızı tansörünün plastik parçası olan bir ceza fonksiyoneli seçilmiştir. Bunun ardından yardımcı bir diferansiyel denklem gözönüne alınmış ve varlığı bilinen bir başlangıç sınır değer probleminin çözümü yardımı ile, yerel olmayan plastisitenin söz konusu olan sınır değer problemlerinin çözümüne kurulabileceği gösterilmiştir. Bu formalizm her iki malzeme için ayrı ayrı uygulanmıştır.

Bu çalışmada son olarak elastik zemin üzerinde sabit hızla hareket eden rijit sürtünmeli zimba problemi yerel olmayan elastisite teorisiyle çözülmüştür. Literatürde bu problem hiç ele alınmamıştır. Aynı problemin yerel halde çözümü ek A da mevcuttur. Zimbanın iki ucunun da elastik düzleme degmediği "Küçük basınc durumu" halinde yerel teorinin verdiği sonuçlar ile yerel olmayan teorinin verdiği sonuçlar tamamen çakışmaktadır. Bu durum küçük basınc durumu halinde yerel ve yerel olmayan gerilmelerin üst üste çizdirildiği şekil [4.3] den görülebilir. Zimbanın arka ucunun zemine

tamamen gömülüdüğü, ön ucunun ise elastik zemine deðmediði "orta basıñç durumu" halinde yerel teori ile hesaplanan gerilmeler ile yerel olmayan teoriden hesaplanan gerilmeler, arka uçtaki gerilmeler hariç tamamen çakışmaktadır (bkz. şekil 4.5). Yerel teori ile hesaplanan gerilmelerin sonsuza gittiði arka uçtaki gerilmeler ise yerel olmayan teori ile sonlu deðerde elde edilmektedir (bkz şekil 4.6). Bu durum yerel olmayan teorinin yerel teoriye nazaran üstünlüğünü açıkça ortaya koymaktadır. Aynı durum zimbanın iki ucunun da elastik düzleme deðdiği "büyük basıñç durumunda" zimbanın ön ve arka uçlarındaki gerilmelerin hesabında da ortaya çíkmaktadır. (bkz şekil 4.9 ve 4.10). Yerel teori ile hesaplanan gerilmelerin hızla büyüðüğü ön ve arka uçlar dışında yerel teori ve yerel olmayan teori ile hesaplanan gerilmeler tamamen çakışmaktadır.

Gerek orta basıñç durumunda arka uçtaki yerel olmayan gerilmeler ve gerekse büyük basıñç durumunda ön ve arka uçtaki yerel olmayan gerilmeler sınırdan 0.3 atom mesafesi kadar içerisinde sonlu bir maksimuma ulaştıktan sonra zimba uçlarında sınırlı kalmaktadırlar.

KAYNAKLAR

- [1] Eringen, A.C., "Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves", Int. J. Engng. Sci., vol. 10 pp. 425-435, 1972
- [2] Eringen, A.C., "On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves ", J. Appl. Phys., vol. 54, pp. 4703-4710, 1983
- [3] Eringen, A.C., "Polar and nonlocal theories of continua and applications", Boğaziçi university publications, 1974
- [4] Eringen, A.C., "Nonlocal continuum mechanics and some applications", Lectures given at NATO Advanced studies Institute on nonlinear equations in physics and mathematics, Istanbul, August 1977
- [5] Eringen A.C., "Continuum mechanics at atomic scale", Crystal Lattice Defects, vol. 7, pp. 109-130, 1977
- [6] Eringen A.C. "Relation between nonlocal elasticity and lattice dynamics", Crystal Lattice Dynamics, vol. 7, pp. 51-57 , 1977
- [7] Eringen, A.C., "On continuous distributions of dislocations in nonlocal elasticity", J. Appl. Phys. vol. 56, pp. 2675-2680, 1984
- [8] Eringen, A.C., "Theory of nonlocal elasticity and some applications", Res. Mechanica vol. 21, pp. 313-342, 1987
- [9] Eringen, A.C., "On bridging the gap between macroscopic and microscopic physics", Recent advances in engineering science, vol. 6, pp. 1-18 , 1975
- [10] Eringen, A.C., "On nonlocal continuum thermodynamics" , Modern developments in thermodynamics, edited by B. Gal-Or, John Wiley & Sons. 1974

- [11] Edelen, D.G.B., "Nonlocal variational mechanics", I to VII, Int. J. Engng. Sci., vol. 7, pp. 269-285, 287-293, 373-389, 391-399, 401-411, 677-688, 843-847, 1969
- [12] Edelen, D.G.B., "Nonlocal field theories", Continuum Physics (Ed. A.C. Eringen), vol. 4, part II, pp. 75-204 Academic Press, Newyork, 1976
- [13] Kunin, I.A., "The theory of elastic media with microstructure and the theory of dislocations" Mechanics of generalized continua (Proceedings of IUTAM symp. 1967), ed. by Kröner, Springer-Verlag, 1968
- [14] Kunin, I.A., "Elastic media with microstructure" I, II. Springer-Verlag, 1983
- [15] Eringen, A.C., Speziale C.G. and KIM, B.S. "Crack-tip problem in nonlocal elasticity", J. Mech. Phys. Solids, vol. 25, pp. 339-355, 1975
- [16] Eringen, A.C., "Stress concentration at the tip of crack", Mechanics Research Communications, vol. 1, pp. 233-237, 1974
- [17] Eringen, A.C., "State of stress in the neighbourhood of a sharp crack tip", Transactions of the twenty-second conference of army mathematicians, pp. 1-18, 1977
- [18] Eringen, A.C. "Interaction of a dislocation with a crack", J. Appl. Phys. vol. 54, pp. 6811-6817, 1983
- [19] Eringen, A.C., "Screw dislocation in nonlocal elasticity" J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 10, pp. 671-678, 1977
- [20] Eringen, A.C., "Edge dislocation in nonlocal elasticity", Int. J. Engng Sci., 1977, Vol. 15, pp. 177-183
- [21] Eringen, A.C., "On nonlocal plasticity", J. Engng. Sci., vol. 19, pp. 1461-1474, 1981
- [22] Nečas, J., "On regularity of solutions to nonlinear variational inequalities for second order elliptic systems", Rend. di Matematica, 2, vol. 8, ser. VI, 481-498, 1975

- [23] Johnson, J., "Existence theorems for plasticity problems", *J. Math. pures et appl.* vol 55, pp. 431-444 1976
- [24] Gröger, K., "Zur Theorie des dynamischen Verhaltens quasi-statischen von elastisch-plastischen Körpern", *ZAMM*, vol. 58, pp. 81-88, 1978
- [25] Piero, G.D., "On a mathematical theory of elastic plastic materials", *Archiwum Mechaniki Stosowanej* 272, pp. 253-271, Warszawa, 1975
- [26] Gröger, K., "Zur Theorie des dynamischen Verhaltens von elastisch-plastischen Körpern", *ZAMM*, vol. 58, pp. 483-487, 1978
- [27] Nečas, J., Trávníček, L., "Variational inequalities of elasto-plasticity with internal state variables", *Abh. Akad. Wiss. DDR, Abt. Mathematik, GN*, pp. 195-204, 1978
- [28] Gröger, K., and Nečas, J. "On a class of nonlinear initial value problems in Hilbert spaces", *Math. Nachr.*, vol. 93, pp. 21-31, 1979
- [29] Nečas, J., Trávníček, L., "Evolutionary variational inequalities and applications in plasticity", *Apl. mat.* vol 25, pp. 241-254, 1980
- [30] Hlaváček et al., "Solution of variational inequalities in mechanics", Springer-Verlag, 1988
- [31] Muskhelishvili, N.I., "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity", Noordhoff, Groningen, 1953
- [32] Lekhnitskii, S.G., "Theory of elasticity of an anisotropic elastic body", Holden Day, 1950
- [33] Galin, L.A., "Contact problems in the theory of elasticity", North Carolina State College, 1961
- [34] Radok, J.R.M., "On the solution of problems of dynamic plane elasticity", *Quart. Appl. Math.* vol. 14, pp. 289-298, 1956

- [35] Suhubi, E.S., "Moving punch on an elastic half space" Bulletin of the technical university, vol. 25, pp. 72-110, 1972
- [36] Muskhelishvili, N.I., "Einige Grundaufgaben zur mathematischen Elastizitätstheorie", Carl Hanser Verlag, München, 1971
- [37] Muskhelishvili, N.I., "Singular integral equations", Noordhoff, Groningen, 1953
- [38] Tricomi, F.G., "Integral equations", Interscience, Newyork, 1957
- [39] Eringen, A.C., Balta, F., "Penetration of a half space by a rectangular cylinder", J. Appl. Mech. vol. 46, pp 587-591, 1979
- [40] Rockafellar, R.T., "Convex Analysis", Princeton University Press, 1970
- [41] Hadamard, J., "Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations", Yale University Press 1923

EK A

YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ ZİMBA

EK A1. TEMEL DENKLEMLER

Bu bölümde elastik yarım düzlem üzerinde değişmez hızla hareket eden sürtünmeli rıjıt zimba altındaki gerilmeler hesaplanmıştır. Zimbanın elastik yarım düzlem üzerinde sağdan sola doğru hareket ettiği varsayılmıştır.

x, y uzaysal eksen takımında elastik yarım düzlemin eksenlere paralel yerdeğiştirmelerini u, v ile gösterelim. Elastik düzlemin Lamé değişmezleri λ, μ ; kütle yoğunluğu ρ olduğuna göre, düzlemsel bir hareket için Navier hareket denklemleri

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial y_1} \right) + \mu \Delta u - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

(Ek A1.1)

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial y_1} \right) + \mu \Delta v - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

olarak yazılabilir. (Ek A1.1) denklemlerini μ ile böler ve Δ operatörü yerine

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2}$$

koyarsak denklemler şu şekli alır.

$$\frac{(\lambda+\mu)}{\mu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial y_1} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{Ek A1.2})$$

$$\frac{(\lambda+\mu)}{\mu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial y_1} + \frac{\partial^2 v}{\partial y_1^2} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y_1^2} - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

şimdi u ve v ye

$$u = - \frac{\lambda+\mu}{\mu} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_1 \partial y_1}; v = \frac{\lambda+2\mu}{\mu} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y_1^2} - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial t^2} \quad (\text{Ek A1.3})$$

şeklinde bağlı bir θ değişkeni tanımlıyoruz. Bu durumda (Ek A1.2) denklemlerinin birincisi özdeş olarak sağlanır. İkincisinden de

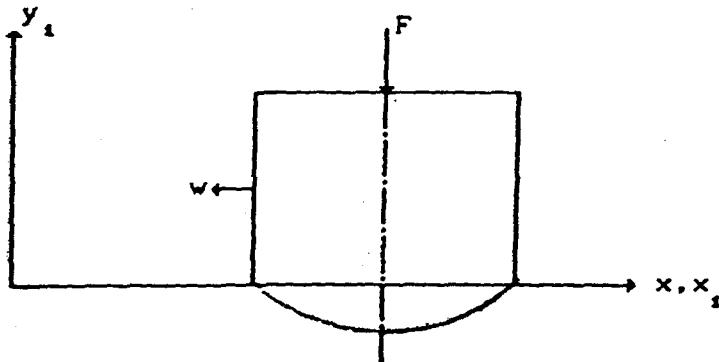
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} - \frac{\rho}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \theta^*(x, y, t) = 0$$

(Ek A1.4)

denklemi elde edilir.

$$c_1 = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho} \right)^{1/2}; c_2 = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{Ek A1.5})$$

ile enine ve boyuna dalga yayılma hızlarını tanımlayalım. Zımbanın hızı w olduğuna göre zımba ile birlikte hareket eden x, y koordinat sistemi ile hareketsiz x_1, y_1 koordinat sistemi arasındaki ilişki



$$x = x_1 - wt; y = y_1 \quad (\text{Ek A1.6})$$

dır. x, y koordinat takımında gerilimeler zamana bağlı olmayacaktır ve yeni tanımlanan sadece x ve y nin fonksiyonları

nu bir θ ile, θ^* arasında

$$\theta^*(x, y, t) = \theta(x, y) = \theta[x_1 - wt, y] \quad (\text{Ek A1.7})$$

bağıntıları sağlanacaktır. Bu nedenle θ ve θ^* in türevleri arasında

$$\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y_1^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial t^2} = w^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (\text{Ek A1.8})$$

ilişkileri vardır. (Ek A1.8) bağıntıları (Ek A1.4) de yerlestirilirse

$$[(1 - \frac{w^2}{c_1^2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}] [(1 - \frac{w^2}{c_2^2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}] \theta(x, y) = 0 \quad (\text{Ek A1.9})$$

olur. (Ek A1.8) (Ek A1.3) de yerlestirilirse

$$u(x, y) = - \frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} \quad (\text{Ek A1.10})$$

$$v(x, y) = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\mu} - \frac{w^2}{c_2^2} \right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$

sonuçları elde edilir. Gerilme bileşenleri

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \sigma_y &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{Ek A1.11}) \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

dir. (Ek A1.10) denklemleri (Ek A1.11) de yerlestirilirse

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (-\lambda - 2\mu - \lambda \frac{w^2}{c_2^2}) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2} + \lambda \frac{\partial^3 \theta}{\partial y^3} \\ \sigma_y &= [3\lambda + 4\mu - (\lambda + 2\mu) \frac{w^2}{c_2^2}] \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^3 \theta}{\partial y^3} \end{aligned}$$

$$\tau_{xy} = (\lambda + 2\mu - \mu \frac{w^2}{c_z^2}) \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^3} - \lambda \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2}$$

(Ek A1.12)

denklemleri edilir. (Ek A1.12) denklemlerinde kısalığı sağlamak amacıyla

$$a = -\frac{\lambda+\mu}{\mu}; b = \frac{\lambda+2\mu}{\mu} - \frac{w^2}{c_z^2}; c = -(\lambda+2\mu)-\lambda \frac{w^2}{c_z^2}$$

$$d = \lambda; f = (3\lambda+4\mu) - (\lambda+2\mu) \frac{w^2}{c_z^2} \quad (\text{Ek A1.13})$$

$$g = \lambda + 2\mu; l = \lambda + 2\mu - \mu \frac{w^2}{c_z^2}; h = -\lambda$$

tanımları yapılarak (Ek A1.10) ve (Ek A1.12) bağıntılarına gidilirse

$$u = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y}; v = b \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}; \sigma_x = c \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2} + d \frac{\partial^3 \theta}{\partial y^3}$$

$$\sigma_y = f \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^2 \partial y} + g \frac{\partial^3 \theta}{\partial y^3}; \tau_{xy} = l \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^3} + h \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial y^2}$$

(Ek A1.14)

sonuçları bulunur.

$$L_1 = (1 - \frac{w^2}{c_1^2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; L_2 = (1 - \frac{w^2}{c_2^2}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

olarak tanımlanan operatörler değişmeli olduğundan yani

$$L_1 L_2 = L_2 L_1$$

olduğundan

$$L_1 \theta_1 = 0; L_2 \theta_2 = 0$$

denklemlerini gerçekleyen θ_1 ve θ_2 fonksiyonlarının

$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

toplamı

$$L_1 L_2 \theta = 0 \quad (\text{Ek A1.15})$$

denklemi gerçekler. $w < c_2 < c_1$ olması halinde L_1, L_2 operatörleri eliptik operatörlerdir.

$$k_1^2 = 1 - \frac{w^2}{c_2^2}; \quad k_2^2 = 1 - \frac{w^2}{c_1^2}; \quad m = \frac{w}{c_2} \quad (\text{Ek A1.16})$$

tanımları yapılarak (Ek A1.9) bağıntılara gidilirse

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{k_2^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \theta = 0 \quad (\text{Ek A1.17})$$

bağıntısı elde edilir. Şimdi Z_1 ve Z_2 gibi iki karmaşık değişken tanımlayalım.

$$Z_1 = x + i k_1 y \quad ; Z_2 = x + i k_2 y$$

olsun. Bu durumda

$$x = \frac{Z + \bar{Z}}{2}; \quad y = \frac{1}{2ik_1} (Z_1 - \bar{Z}_1)$$

olur. Eski ve yeni değişkenlere göre türevler arasında

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial Z_1} + \frac{\partial}{\partial \bar{Z}_1} \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2}{\partial Z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z_1 \partial \bar{Z}_1} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{Z}_1^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial Z_1} \frac{\partial Z_1}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \bar{Z}_1} \frac{\partial \bar{Z}_1}{\partial y} = ik_1 \left(\frac{\partial}{\partial Z_1} - \frac{\partial}{\partial \bar{Z}_1} \right) \\ \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} &= - \left(\frac{\partial^2}{\partial Z_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial Z_1 \partial \bar{Z}_1} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{Z}_1^2} \right) \end{aligned}$$

bağıntıları bulunduğundan

$$L_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2}{\partial Z_1 \partial \bar{Z}_1}$$

dir. Aynı şekilde

$$L_z = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{k_z^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial \bar{z}_1}$$

dir. Bu durumda (Ek A1.17) denklemi

$$\frac{\partial^4 \theta}{\partial z_1 \partial \bar{z}_1 \partial z_2 \partial \bar{z}_2} = 0 \quad (\text{Ek A1.18})$$

şekline girer. Bundan dolayı bu denklemin gerçek değerli olan bir çözümü

$$\theta = \phi(z_1) + \overline{\phi(\bar{z}_1)} + \Psi(z_2) + \overline{\Psi(\bar{z}_2)} \quad (\text{Ek A1.19})$$

olarak yazılabilir.

$$\phi'' = \varphi; \quad \Psi'' = \psi$$

tanımlarını yaptıktan sonra, (Ek A1.19) u (Ek A1.14) de yerine koyarak

$$\begin{aligned} u &= a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} = i a (k_1 [\varphi(z_1) - \overline{\varphi(\bar{z}_1)}] + k_2 [\psi(z_2) - \overline{\psi(\bar{z}_2)}]) \\ v &= (b - k_1^2) [\varphi(z_1) + \overline{\varphi(\bar{z}_1)}] + (b - k_2^2) [\psi(z_2) + \overline{\psi(\bar{z}_2)}] \\ \sigma_x &= i ((ck_1 - dk_1^3) \varphi'(z_1) - (ck_1 - dk_1^3) \overline{\varphi'(\bar{z}_1)} + (ck_2 - dk_2^3) \psi'(z_2) + (ck_2 - dk_2^3) \overline{\psi'(\bar{z}_2)}) \\ \sigma(y) &= i ((fk_1 - gk_1^3) \varphi'(z_1) + (-fk_1 + gk_1^3) \overline{\varphi'(\bar{z}_1)} + (fk_2 - gk_2^3) \psi'(z_2) + (-fk_2 + gk_2^3) \overline{\psi'(\bar{z}_2)}) \\ \tau_{xy} &= (-hk_1^2 + 1) \varphi'(z_1) + (-hk_1^2 + 1) \overline{\varphi'(\bar{z}_1)} + (-hk_2^2 + 1) \psi'(z_2) + (-hk_2^2 + 1) \overline{\psi'(\bar{z}_2)} \end{aligned} \quad (\text{Ek A1.20})$$

bağıntıları elde edilir.

$$\begin{aligned} ak_1 &= A; \quad ak_2 = B; \quad b - k_1^2 = C; \quad b - k_2^2 = D \\ ck_1 - dk_1^3 &= K; \quad ck_2 - dk_2^3 = F; \quad fk_1 - gk_1^3 = G \\ fk_2 - gk_2^3 &= H; \quad -hk_1^2 + 1 = M; \quad -hk_2^2 + 1 = N \end{aligned} \quad (\text{Ek A1.21})$$

tanımları yapılarsa

$$\begin{aligned} u &= i[A\varphi(z_1) - A\bar{\varphi}(\bar{z}_1) + B\psi(z_2) - B\bar{\psi}(\bar{z}_2)] \\ v &= C\varphi(z_1) + C\bar{\varphi}(\bar{z}_1) + D\psi(z_2) + D\bar{\psi}(\bar{z}_2) \\ \sigma_x &= i(K\varphi'(z_1) - K\bar{\varphi}'(\bar{z}_1) + F\psi'(z_2) - F\bar{\psi}'(\bar{z}_2)) \\ \sigma_y &= i(G\varphi'(z_1) - G\bar{\varphi}'(\bar{z}_1) + H\psi'(z_2) - H\bar{\psi}'(\bar{z}_2)) \\ \tau_{xy} &= M\varphi'(z_1) - M\bar{\varphi}'(\bar{z}_1) + N\psi'(z_2) + N\bar{\psi}'(\bar{z}_2) \end{aligned}$$

(Ek A1.22)

sonuçları bulunur. Burada A,B,C,D,K,F,G,H,M,N reel sayılardır. Şimdi yarisonsuz düzlem sınırlındaki çizgi boyunca değişmez w hızıyla hareket eden $p(x)$ normal ve $t(x)$ teğetsel yüklerini gözönüne alalım. Burada Cauchy integrallerinin aşağıdaki özelliklerini kullanacağız. Eğer $f(z_1)$ alt yarı düzlemede analitik bir fonksiyonsa ve z_1 noktası da alt yarı düzlemede ise

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\xi_1)}{\xi_1 - z_1} d\xi_1 = -f(z_1); z_1 \in S^-$$

(Ek A1.23)

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\xi_1)}{\xi_1 - \bar{z}_1} d\xi_1 = 0 \quad z_1 \in S^-$$

dır. (Ek A1.23) denklemlerinin ikincisinin eşleniği alınırsa

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{f}(\bar{\xi}_1)}{\bar{\xi}_1 - z_1} d\bar{\xi}_1 = 0 \quad z_1 \in S^-$$

bulunur. Reel eksen üzerine gidildiğinde

$$\bar{\xi} = \xi$$

olacağından

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{f}(\xi)}{\xi - z_1} d\xi = 0$$

bağıntısı elde edilir. (Ek A1.21) ve (Ek A1.22) denklemlerinden faydalananarak

$$N \sigma_y - iH\tau_{xy} = (iGN - iHM)\varphi'(z_1) + \\ + (-iGN-iHM)\bar{\varphi}'(\bar{z}_1) + (-iGN-iHN)\psi'(\bar{z}_2) \quad (\text{Ek A1.24})$$

elde edilir. (Ek A1.23) denklemlerinden faydalananarak

$$\varphi'(z_1) = \frac{1}{GN-MH} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N(\sigma_y)}{\xi - z_1} \frac{y=0}{y=0} e^{-iH(\tau_{xy})} d\xi \quad (\text{Ek A1.25})$$

bulunur. (Ek A1.21) ve (Ek A1.22) denklemlerinden faydalananarak

$$M\sigma_y - iG\tau_{xy} = (-iGM-iGM)\bar{\varphi}'(\bar{z}_1) + (iHM-iGN)\psi'(z_2) + \\ + (iMH-iGN)\bar{\psi}'(z_2) \quad (\text{Ek A1.26})$$

bulunur. (Ek A1.23) denklemleri kullanılırsa buradan da

$$\psi'(z_2) = \frac{-1}{GN-MH} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{M(\sigma_y)}{\xi - z_2} \frac{y=0}{y=0} e^{-iG(\tau_{xy})} d\xi \quad (\text{Ek A1.27})$$

bulunur. Elastik cisimdeki gerilmeler (Ek A1.21) formüllerinde $\varphi'(z_1)$ ve $\psi'(z_2)$ nin yerleştirilmesiyle bulunur.

(Ek A1.22) bağıntılarında v nin x e göre türevini alırsak

$$\frac{\partial v}{\partial x} = C \varphi'(z_1) + C \bar{\varphi}'(\bar{z}_1) D \psi'(z_2) + D \bar{\psi}'(\bar{z}_2) \quad (\text{Ek A1.28})$$

cıkar. Bundan dolayı

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 2 \operatorname{Re} [C \varphi'(z_1) + D \psi'(z_2)] \quad (\text{Ek A1.29})$$

dir. (Ek A1.25) ve (Ek A1.27) bağıntıları (Ek A1.29) da yerleştirilirse

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{CN-DM}{GN-MH} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\sigma_y)}{\xi - z_1} d\xi + \frac{DG-CH}{GN-MH} \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\tau_{xy})}{\xi - z_2} d\xi \right] \quad (\text{Ek A1.30})$$

olur. y sıfıra giderken hem z_1 hem de z_2 nin x e gideceği ni hatırlayarak (Ek A1.30) denklemine Plemelj formülleri nin tatbik edilmesiyle

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_{y=0} = \frac{CN-DM}{GN-MH} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\sigma_y)}{\xi - x} d\xi + \frac{DG-CH}{GN-MH} (\tau_{xy})_{y=0} \quad (\text{Ek A1.31})$$

cıkar.

$$P = \frac{GN - MH}{CN - DM}$$

(Ek A1.32)

$$q = \frac{DG - CH}{CN - DM}$$

tanımları yapılarsa

$$P = - \frac{2E}{(1+\nu)m^2} \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{-1/2} \left\langle \left[1 - \frac{1}{2} m^2\right]^2 - \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{1/2} (1-m^2)^{1/2} \right\rangle ; \lim_{m \rightarrow 0} P = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$$

(Ek A1.33)

$$q = \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{-1/2} \frac{\left(1 - \frac{1}{2} m^2 - \left(1 - \frac{1-2\nu}{2-2\nu} m^2\right)^{1/2} (1-m^2)^{1/2}\right)}{-\frac{1}{2} m^2} \\ \lim_{m \rightarrow 0} q = - \frac{1-2\nu}{2-2\nu}$$

olur. Sürtünmeli harekette k sürtünme katsayısı olmak üzere

$$\tau_{xy} = k\sigma_y$$

olduğu hatırlanırsa

$$\pi p f'(x) = \pi k q(\sigma_y)_{y=0} + \int \frac{(y)_{y=0}}{\xi-x} d\xi \quad (\text{Ek A1.34})$$

bağıntısı bulunur. Böylece bir tekil integral denklem elde etmiş oluyoruz. Bu denklemin çözümü ile zimba altındaki normal gerilmeler bulunur. Elastik yarımdüzlemin üst sınırında zimba altında olmayan noktalarda $\sigma_y = 0$

olduğundan ve kayma gerilmesi, sürtünme katsayısı ile normal gerilmenin çarpımına eşit olduğundan (Ek A1.25), (Ek A1.27) bağıntıları ile $\varphi'(z_1)$ ve $\psi'(z_2)$ hesaplanabilir. $\varphi'(z_1)$ ve $\psi'(z_2)$ bilinince (Ek A1.22) bağıntıları ile problemin bütün bilinmiyenlerinin yarımdüzlem içinde her noktadaki değerlerini bulabiliyoruz. Şimdi bu denklemin çözümüne geçeceğiz.

EK A2. ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu bölümde birinci bölümde elde ettiğimiz tekil integral denklemi çözeceğiz.

$$a(x)\phi(x) - \lambda \int \frac{\phi(y)}{y-x} dy = f(x) \quad (\text{Ek A2.1})$$

tekil integral denklemini ele alalım.

$$F(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{\phi(t)}{t-z} dt \quad (\text{Ek A2.2})$$

tanımını yapalım. (Ek A2.2) ye Plemelj formüllerinin tatbik edilmesiyle

$$F^+(x) - F^-(x) = 2i\phi(x)$$

$$F^+(x) + F^-(x) = \frac{2}{\pi} \int \frac{\phi(t)}{t-x} dt = 2F(x) \quad (\text{Ek A2.3})$$

çıkar (Ek A2.3) bağıntılarından

$$\phi(x) = \frac{F^+(x) - F^-(x)}{2i} \quad (\text{Ek A2.4})$$

$$\int \frac{\phi(t)}{t-x} dt = \frac{\pi}{2} [F^+(x) + F^-(x)]$$

bağıntıları elde edilir. (Ek A2.4) bağıntıları (Ek A2.1) de yerleştirilirse

$$a(x) \left(\frac{F^+(x) - F^-(x)}{2i} \right) - \lambda \frac{\pi}{2} (F^+(x) + F^-(x)) = f(x) \quad (\text{Ek A2.5})$$

bulunur. (Ek A2.5) düzenlenirse

$$[a(x) - \lambda i\pi]F^+(x) - [a(x) + \lambda i\pi]F^-(x) = 2if(x) \quad (\text{Ek A2.6})$$

sonucuna varılır. $x_0(z)$ tek değerli bir fonksiyon, $x(z)$ ise homojen denklemin çözümü olmak üzere

$$F(z) = x(z)\psi(z) \quad (\text{Ek A2.7})$$

$$x(z) = x_0(z)e^{G(z)}$$

tanımlarını yapalım. Bu durumda

$$F^+(x) = x_0(x)e^{G^+(x)}\psi^+(x) \quad (\text{Ek A2.8})$$

$$F^-(x) = x_0(x)e^{G^-(x)}\psi^-(x)$$

olur. $x(z)$ homojen denklemin çözümü olduğuna göre

$$[a(x) - \lambda i\pi]x^+(x) - [a(x) + \lambda i\pi]x^-(x) = 0 \quad (\text{Ek A2.9})$$

dir. (Ek A2.7) denklemlerinin ikincisinden faydalananarak

$$[a(x) - \lambda i\pi]e^{G^+(x)} - [a(x) + \lambda i\pi]e^{G^-(x)} = 0 \quad (\text{Ek A2.10})$$

elde edilir. (Ek A2.10) dan

$$\frac{e^{G^+(x)}}{e^{G^-(x)}} = \frac{a + \lambda i\pi}{a - \lambda i\pi} \quad (\text{Ek A2.11})$$

bulunur.

$$a(x) + \lambda i\pi = (a^2 + \lambda^2 \pi^2)e^{i\arctan(\lambda\pi/a)} \quad (\text{Ek A2.12})$$

$$a(x) - \lambda i\pi = (a^2 - \lambda^2 \pi^2)e^{-i\arctan(\lambda\pi/a)}$$

yazılabilir. (Ek A2.12) bağıntıları (Ek A2.11) de yerleştirilir ve (Ek A2.11) in her iki tarafının logaritması alınırsa

$$G^+(x) - G^-(x) = 2i\arctan(\lambda\pi/a) \quad (\text{Ek A2.13})$$

bulunur. (Ek A2.3) bağıntılarından faydalananarak

$$G(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{\arctan(\lambda\pi/a)}{t-z} dt \quad (\text{Ek A2.14})$$

bulunur. (Ek A2.8) bağıntılarından faydalananarak (Ek A2.6) bağıntısı

$$X_o(x) [a(x) - \lambda i\pi]e^{G^+(x)} \psi^+(x) - \\ X_o(x) [a(x) + \lambda i\pi]e^{G^-(x)} \psi^-(x) = 2if(x) \quad (\text{Ek A2.15})$$

şeklinde yazılabilir.

$$G^+(x) = G(x) + i\arctan(\lambda\pi/a)$$

dir. Buradan

$$e^{G^+(x)} = e^{G(x)} e^{i\arctan(\lambda\pi/a)} \quad (\text{Ek A2.16})$$

elde edilir.

$$e^{i\arctan(\lambda\pi/a)} = \frac{a}{(a^2 + \lambda^2 \pi^2)} + \frac{i\lambda\pi}{(a^2 + \lambda^2 \pi^2)} \quad (\text{Ek A2.17})$$

dir. Dolayısıyla

$$e^{G^+(x)} = e^{G(x)} \frac{a+i\lambda\pi}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} \quad (\text{Ek A2.18})$$

dir. (Ek 2.18) ile (Ek 2.15) denklemine gidilirse

$$\frac{[a-i\lambda\pi][a+i\lambda\pi]\psi^+(x)-[a+i\lambda\pi][a-i\lambda\pi]\psi^-(x)}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} x_0(x)e^{G(x)} = 2if(x) \quad (\text{Ek A2.19})$$

bulunur. (Ek A2.19) bağıntısından faydalananarak

$$\psi^+(x)-\psi^-(x) = \frac{2if(x)e^{-G(x)}}{x_0(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} \quad (\text{Ek A2.20})$$

yazılabilir. (Ek A2.3) bağıntılarından faydalananarak

$$\psi(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{f(t)e^{-G(t)}}{(x_0(t)(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}(t-z))} dt + R(z) \quad (\text{Ek A2.21})$$

elde edilir. Burada $R(z)$ tek değerli bir fonksiyondur.

(Ek A2.8) bağıntılarından faydalananarak

$$F^+(x)-F^-(x) = x_0(e^{G^+(x)}\psi^+(x)-e^{G^-(x)}\psi^-(x)) \quad (\text{Ek A2.22})$$

bulunur. $e^{G^+(x)}$, $\psi^+(x)$, $e^{G^-(x)}$, $\psi^-(x)$ Plemelj formülleri

yardımı ile hesaplanır ve (Ek A2.22) de yerleştirilirse

$$\begin{aligned} F^+(x)-F^-(x) &= x_0(e^{G(x)} \frac{a+i\lambda\pi}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} [\psi_0(x) + \frac{if(x)e^{-G(x)}}{x_0(x)(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} + \\ &+ R(x)] - e^{-G(x)} \frac{a-i\lambda\pi}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} [\psi_0(x) - \frac{if(x)e^{-G(x)}}{x_0(x)(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} + R(x)]) = \\ &= 2i\phi(x) \end{aligned} \quad (\text{Ek A2.23})$$

sonucuna varılır. (Ek A2.23) açılır ve düzenlenirse

$$\phi(x) = \frac{x_0(x)e^{G(x)}\lambda\pi\psi_0(x)}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} + \frac{a f(x)}{(a^2+\lambda^2\pi^2)} + \frac{x_0(x)e^{G(x)}\lambda\pi R(x)}{(a^2+\lambda^2\pi^2)}$$

(Ek A2.24)

bulunur.

$$\psi_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{f(t)e^{-G(t)}}{x_0(t)(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}(t-x)} dt \quad (\text{Ek A2.25})$$

tanımını yapalım. (Ek A2.14) bağıntısı kullanılarak

$$e^{G(x)} = e^{\frac{1}{\pi}\arctan(\lambda\pi/a)} \int_{-l}^{+l} \frac{dt}{t-x} \quad (\text{Ek A2.26})$$

bulunur.

$$\frac{1}{\pi} \arctan(\lambda\pi/a) = \delta \quad (\text{Ek A2.27})$$

tanımı yapılırsa

$$e^{G(x)} = e^{\delta \int_{-l}^{+l} \frac{dt}{t-x}} = e^{\delta \ln \frac{1-x}{1+x}} = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^\delta \quad (\text{Ek A2.28})$$

elde edilir. (Ek A2.25), (Ek A2.24) de yerleştirilirse

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{a f(x)}{a^2+\lambda^2\pi^2} + \frac{x_0(x)e^{G(x)}\lambda}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} \int_{-l}^{+l} \frac{f(t)e^{-G(t)}}{x_0(t)(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}(t-x)} dt + \\ &\quad + \frac{x_0(x)e^{G(x)}R(x)}{(a^2+\lambda^2\pi^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{Ek A2.29})$$

sonucuna varılır. Birinci bölümün sonunda elde ettiğimiz tekil integral denklem ile bu denklem karşılaştırılırsa

$$a = kqp ; \lambda = -1 ; f(x) = \pi p f'(x) \quad (\text{Ek A2.30})$$

olduğu görülür. (Ek A2.30) bağıntıları (Ek A2.29) da yerleştirilerek, zimba altındaki normal gerilmelerin dağılımını için

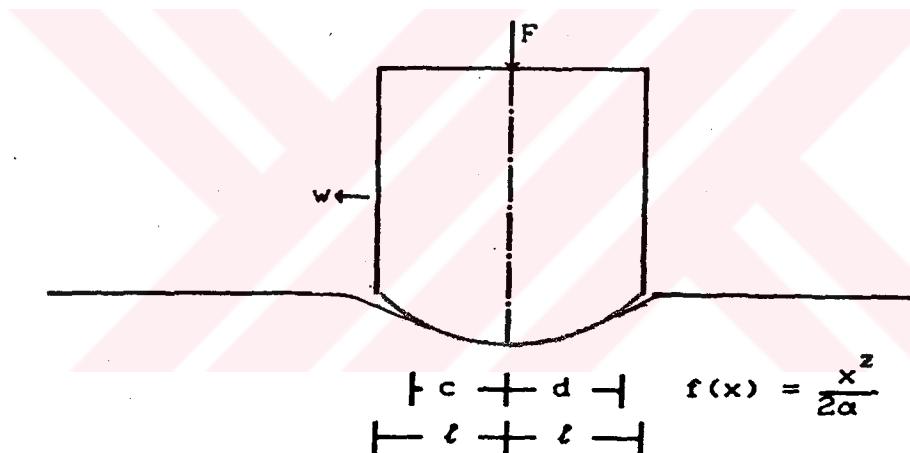
$$\phi(x) = \frac{kqpf'(x)}{1+k^2q^2} - \frac{x_0(x)e^{G(x)}}{(1+k^2q^2)\pi^2} \int \frac{\pi pf'(t)e^{-G(t)}}{x_0(t)(t-x)} dt + \\ + x_0(x)RC(x) e^{G(x)}$$

(Ek A231)

sonucu elde edilir.

$x_0(x)$ in seçimi: $x_0(x)$ herhangi bir rasyonel fonksiyon olarak seçilebilir. Burada üç durumu ayırt etmek gereklidir.

I.) Zimbanın iki ucunun da elastik düzleme değmediği küçük basınç kuvveti durumu:



Şekil [Ek A2.1] Küçük basınç durumu halinde parabolik zimbah

Bu durumda C ve D noktalarındaki gerilmeler sonlu kalacaktır. Öte yandan

$$\phi(x) = \frac{kqpf'(x)}{1+k^2q^2} - \frac{x_0(x)e^{G(x)}}{(1+k^2q^2)\pi^2} \int \frac{\pi pf'(t)e^{-G(t)}}{x_0(t)(t-x)} dt + \\ + x_0(x)RC(x) e^{G(x)}$$

İfadelerinin bu durumda C ve D noktalarında sonlu kalması ve sonsuzda da sıfır olması gerekecektir. İfadenin C ve

D noktalarında sonlu gerilme vermesi için

$$\lim_{\substack{x \rightarrow c \\ x \rightarrow d}} x_o(x) e^{G(x)}$$

sonlu kalmalıdır. Daha önce

$$e^{G(x)} = \left(\frac{d-x}{c+x}\right)^{\delta}$$

olarak bulunmuştur. Bu durumda $x_o(x)$ i öyle seçmek gereklidir.

$$x_o(x) e^{G(x)}$$

Hem $x=-c$ de hem de $x = +d$ de sonlu kalsın. Apaçık olarak basit seçimini

$$x_o(x) = c+x$$

olduğu görülmektedir. Burada δ nin sıfır ile yarım arasında bir sayı olduğunu unutmamak gereklidir. Gerilmenin sonsuzda sıfır olması için herşeyden önce $R(x)=0$ olmalıdır. Fakat bu yetmez çünkü ikinci terimde katsayı, x sonsuza giderken sonsuza gitmektedir. İntegralin sonsuzda $\frac{1}{x}$ mertebesinden olan terimi sıfır olmalıdır. Bu amaçla

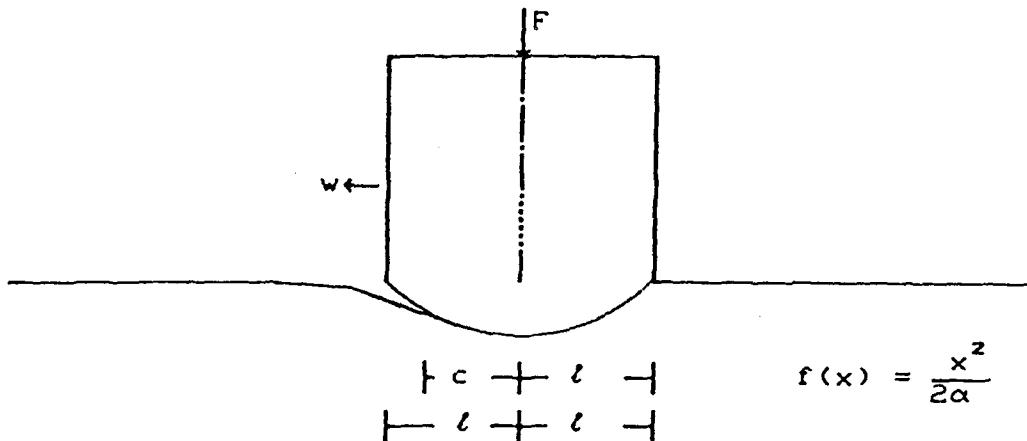
$$\frac{1}{t-x} = -\frac{1}{x} \left(1 - \frac{t}{x}\right)^{-1} = -\frac{1}{x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{x^n}$$

açılımından faydalananarak

$$\int_{-c}^{+d} \frac{f'(t) e^{-G(t)}}{x_o(t)} dt = 0$$

olması gerektiğini söyleyebiliriz.

2.) Zımbanın arka ucunda gerilmenin sonsuz ön ucunda sınırlı olduğu orta basınç durumu :



Şekil [Ek A2.2] Orta basınç durumu halinde parabolik zimba

Bu durumda $x_0(x)$ fonksiyonu yeniden seçilerek gerilmenin arka ucta sonsuz onde sınırlı olması sağlanmalıdır. Bunu sağlayacak en basit bir fonksiyon

$$x_0(x) = \frac{c+x}{l-x}$$

olabilir.

$$e^{G(x)} = \left(\frac{l-x}{c+x} \right)^{\delta}$$

dir.

3.) Zimbanın iki ucundaki gerilmelerin de sınırsız olduğu büyük basınç durumu : Bu durumda $\phi(x)$ fonksiyonu hem $x = l$ de hem de $x = -l$ de sınırsız gerilme verecek şekilde $x_0(x)$ in seçimi gereklidir. Bu ise

$$x_0(x) = \frac{1}{l-x}$$

seçimi ile mümkün olur.

$$e^{G(x)} = \left(\frac{l-x}{l+x} \right)^{\delta}$$

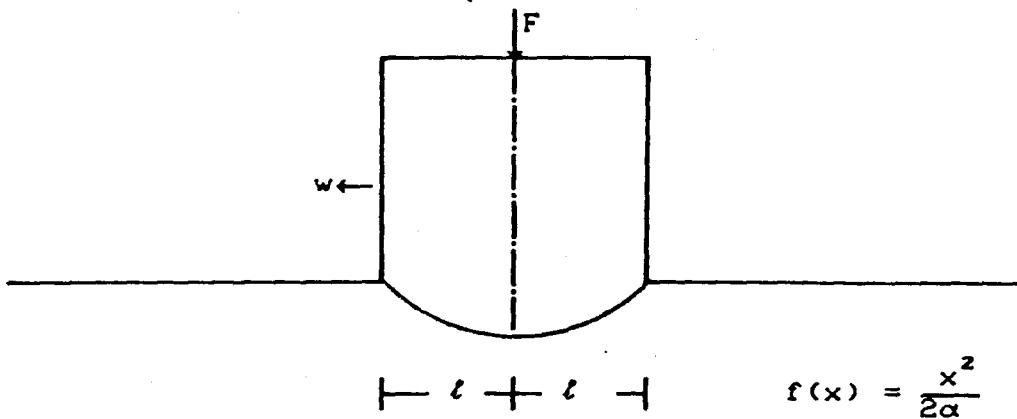
dir. Burada $x(x)$ sonsuzda sıfıra gittiğinden $R(x) = 0$ alınması gereksiz ve yanlış olur. Çünkü

$$\int_{-l}^{+l} \phi(x) dx = -F$$

olmalıdır, ve bu eşitliği sağlamak için;

$$R(x) = Q_0 = \text{değişmez}$$

seçilmesi ve Q_0 in uygunluğu sağlayacak şekilde belirtilemesi gereklidir.



$$f(x) = \frac{x^2}{2\alpha}$$

Şekil [Ek A2.3] Büyük basınç durumu halinde parabolik zimba

Ek A3. ÇEŞİTLİ ÖRNEKLERİN ÇÖZÜMÜ

Ek A3.1 KÜÇÜK BASINÇ KUVVETİ DURUMU

İkinci bölümde $x_0(x)$ ve $R(x)$ in bu hal için

$$x_0(x) = x+c ; R(x) = 0$$

şeklinde seçilmesi sonucuna varılmıştır. $x_0(x)$ ve $R(x)$ in bu değerleri ile (Ek A2.31) denklemine gidilirse

$$\phi(x) = \frac{kqpx}{\alpha(1+k^2q^2)} - \left(\frac{d-x}{c+x}\right)^{\delta} \frac{(c+x)\pi p}{(1+k^2q^2)\pi^2} \int \frac{f'(t) \left(\frac{c+t}{d-t}\right)^{\delta}}{(c+t)(t-x)} dt$$

(Ek A3.1)

elde edilir. Bu bağıntıda parabolik zimba için

$$f(x) = \frac{x^2}{2\alpha}$$

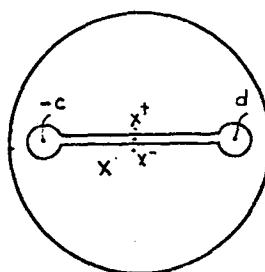
$$f'(x) = \frac{x}{\alpha}$$

yerleştirilir ve düzenlenirse

$$\phi(x) = \frac{kqpx}{\alpha(1+k^2q^2)} - \left(\frac{d-x}{c+x}\right)^{\delta} \frac{(c+x)p}{(1+k^2q^2)\alpha\pi} \int_{-c}^{+d} \frac{t^{\left(\frac{c+t}{d-t}\right)^{\delta}}}{(c+t)(t-x)} dt$$

(Ek A3.2)

sonucuna varılır. Şimdi bu bölgede karşımıza çıkan integrali hesaplayalım. Integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağız.



x noktası cd kesiminin içinde kaldığından sonucu Plemelj formülleri yardımı ile elde edeceğiz.

$$I = \int_{-c}^{+d} t^{\left(\frac{c+t}{d-t}\right)^{\delta}} \frac{1}{c+t} \frac{dt}{t-x}$$

dir. Önce x in cd kesimi üzerinde olduğunu varsayıyalım

$$I_+(x) - e^{2i\pi\delta} I_-(x) + \int_C t^{\left(\frac{c+t}{d-t}\right)^{\delta}} \frac{1}{c+t} \frac{dt}{t-x} = 2\pi i x \left(\frac{c+x}{d-x}\right)^{\delta} \frac{1}{x+c}$$

yazılabilir.

$$\phi(z)|_M = e^{i\pi\delta} z(z-x)^{-1} (z+c)^{\delta} (z-d)^{-\delta} (z+c)^{-1} =$$

$$\frac{1}{z} e^{i\pi\delta} (1 + \frac{\delta c}{z} + \dots) (1 + \frac{\delta t}{z} \dots) (1 + \frac{c}{z} + \dots) (1 + \frac{x}{z} + \dots)$$

dir. Bu nedenle

$$\int_{-c}^{+d} t^{\left(\frac{c+t}{d-t}\right)^{\delta}} \frac{1}{c+t} \frac{dt}{t-x} = 2\pi i e^{i\pi\delta}$$

olacağı açıklır. Bu durumda

$$(1 - e^{2i\pi\delta}) I_+(x) + 2\pi i e^{i\pi\delta} = 2\pi i x \left(\frac{c+x}{d-x}\right)^{\delta} \frac{1}{x+c}$$

dır. ve benzer şekilde kesimin altındaki x için

$$(1 - e^{2i\pi\delta}) I_-(x) + 2\pi i e^{i\pi\delta} = 2\pi i x \left(\frac{c+x}{d-x}\right)^\delta \frac{1}{x+c}$$

elde edilir. Bu iki bağıntı taraf tarafa toplanır ve Plemelj formüllerinden faydalananarak

$$I = \frac{\pi}{\sin \pi\delta} - x \left(\frac{c+x}{d-x}\right)^\delta \frac{1}{x+c} \frac{\pi}{\tan \pi\delta}$$

bulunur. Bu sonuç (Ek A3.2) de yerlestirilirse

$$\phi(x) = \frac{kqp\alpha x}{\alpha(1+k^2q^2)} - \left(\frac{d-x}{c+x}\right)^\delta \frac{(c+x)p}{(1+k^2q^2)\alpha \sin(\pi\delta)} + \frac{px}{(1+k^2q^2)\alpha \tan(\pi\delta)}$$

elde edilir.

$$\tan(\pi\delta) = -\frac{1}{kq}$$

olduğu hatırlanırsa

$$\phi(x) = -\left(\frac{d-x}{c+x}\right)^\delta \frac{(c+x)p}{(1+k^2q^2)\alpha \sin(\pi\delta)} \quad (\text{Ek A3.3})$$

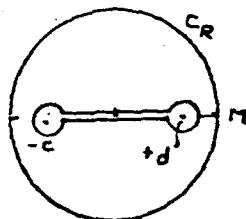
sonucuna varılır. Normal gerilmelerin toplamı mutlak değerce basınç kuvvetine eşit olacağından

$$\phi(x) = \int_{-c}^{+d} \phi(x) dx = -F \quad (\text{Ek A3.4})$$

bağıntısını yazalım. Şimdi burada karşımıza çıkan integrali hesaplayalım. Yani

$$I = \int_{-c}^{+d} \left(\frac{d-x}{c+x}\right)^\delta (c+x) dx$$

integralini hesaplayalım. Integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplanacaktır.



Bu durumda

$$(1-e^{2i\pi\delta})I + \int_{C_R} \left(\frac{d-z}{c+z}\right)^\delta (c+z) dz = 0$$

olur.

$$\rho(z)|_M = e^{-i\pi\delta}(x-d)^\delta(x+c)^{-\delta}(x+c) = (1 - \frac{d}{x})^\delta(1 + \frac{c}{x})^{-\delta}(1 + \frac{c}{x})e^{-i\pi\delta}$$

dir. Buradan $\frac{1}{x}$ in katsayısı hesaplanır ve

$$\int_{C_R} \left(\frac{d-z}{c+z}\right)^\delta (c+z) dz = 2\pi i e^{-i\pi\delta} \left\langle (c+d)^2 \frac{\delta}{z} (\delta-1) \right\rangle$$

sonucu elde edilir. Böylece

$$(1-e^{2i\pi\delta})I = -2\pi i e^{-i\pi\delta} \left\langle (c+d)^2 \frac{\delta}{z} (\delta-1) \right\rangle$$

olur. Bu ifadenin düzenlenmesiyle

$$I = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} (c+d)^2 \frac{\delta}{z} (1-\delta)$$

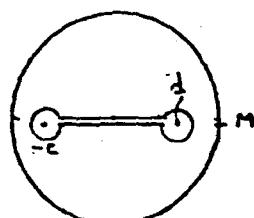
elde edilir. Integralin bu değeriyle (Ek A3.4) e gidilirse

$$-F = -\frac{p\pi}{\alpha} (c+d)^2 \frac{\delta}{z} (1-\delta) \quad (\text{Ek A3.5})$$

sonucuna varılır. İkinci bölümde

$$\int_{-c}^{+d} \frac{t(t+c)^{\delta-1}}{(d-t)^\delta} dt = 0.$$

olması gerektiğini söylemiştim. Şimdi bu integrali hesaplayıp sıfıra eşitliyelim. İntegrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağız.



Şekildeki çevre üzerinde

$$(1 - e^{2i\pi\delta})I + \int_{C_R} \frac{z(z+c)^{\delta-1}}{(d-z)^\delta} dz = 0$$

olacaktır. Bu durumda

$$\rho(z)|_M = z(z+c)^{\delta-1}(z-d)^\delta e^{i\pi\delta} = (1+\frac{c}{z})^{\delta-1}(1-\frac{d}{z})^{-\delta} e^{i\pi\delta}$$

olacaktır. Buradan $\frac{1}{z}$ in katsayısı hesaplanır ve C_R üzerindeki integral

$$\int_{C_R} \frac{z(z+c)^{\delta-1}}{(d-z)^\delta} dz = 2\pi i ((\delta-1)c + \delta d) e^{i\pi\delta}$$

olur. Böylece

$$(1 - e^{2i\pi\delta})I = - 2\pi i ((\delta-1)c + \delta d) e^{i\pi\delta}$$

olur. Buradan

$$I = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} ((\delta-1)c + \delta d)$$

çıkar. İntegralin değeri sıfıra eşitlenirse

$$(\delta-1)c = - \delta d \quad (\text{Ek A3.6})$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifade düzenlenirse

$$(c+d)^2 = \frac{c^2}{\delta^2}$$

olur. Bu sonuc (Ek A3.5) te yerleştirilirse

$$F = \frac{P\pi}{\alpha} \frac{c^2}{\delta^2} \frac{\delta}{2} (1-\delta)$$

bulunur. Bu bağıntıdan c çekilirse

$$c = \left(\frac{2Fa\delta}{P\pi(1-\delta)} \right)^{1/2} \quad (\text{Ek A3.7})$$

elde edilir. (Ek A3.6) denkleminin her iki yanının karesi alındıktan sonra elde edilen ifadede (Ek A3.7) yerleştirilirse

$$d = \left(\frac{2Fa(1-\delta)}{P\pi\delta} \right)^{1/2} \quad (\text{Ek A3.8})$$

olur. $0 < \delta < 1/2$ olduğundan $d > c$ dir. Basınç arttırılırsa $d = l$ olduğunda arka uçtaki gerilmeler sınırsız artar, bölece orta basınç durumuna geçmek için gerekli F kuvveti (Ek A3.8) de $d = l$ konularak

$$F = \frac{p\pi\delta l^2}{2\alpha(1-\delta)} \quad (\text{Ek A3.9})$$

elde edilir.

Ek A3.2 ORTA BASINÇ DURUMU

İkinci bölümde $x_o(x)$ ve $R(x)$ in bu hal için

$$x_o(x) = \frac{c+x}{l-x}; R(x) = 0$$

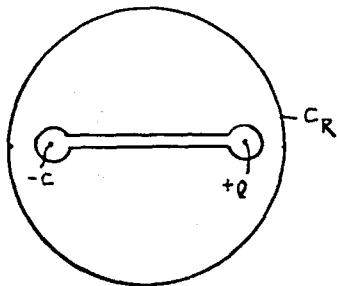
şeklinde seçilmesi gerektiği sonucuna varılmıştı. $x_o(x)$ $R(x)$ in bu değerleri ile (Ek A2.31) denklemine gidilirse parabolik zimba için

$$\phi(x) = \frac{kqp x}{1+k^2 q^2} - \left(\frac{c+x}{l-x}\right)^{1-\delta} \frac{p}{\pi(1+k^2 q^2)\alpha} \int_{-c}^{+l} t \left(\frac{l-t}{c+t}\right)^{1-\delta} \frac{dt}{(t-x)} \quad (\text{Ek A3.10})$$

bağıntısı elde edilir. Şimdi (Ek A3.10) da ortaya çıkan integrali hesaplayalım

$$I = \int_{-c}^{+l} t \left(\frac{l-t}{c+t}\right)^{1-\delta} \frac{dt}{(t-x)}$$

integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağız.



x noktası cd kesiminin içinde kaldığından sonucu Plemelj formülleri yardımıyla elde edeceğiz. Önce x in cd kesimi üzerinde olduğunu varsayıyalım. Bu durumda

$$\langle 1 - e^{-2i\pi\delta} \rangle I_+(x) + \int_{C_R} t \left(\frac{\ell-t}{c+t} \right)^{1-\delta} \frac{dt}{(t-x)} = 2\pi i x \left(\frac{\ell-x}{c+x} \right)^{1-\delta}$$

yazılabilir.

$$\phi(z) \Big|_M = e^{-i\pi(1-\delta)} (z-\ell)^{1-\delta} (z+c)^{\delta-1} \left(1 - \frac{x}{z}\right)^{-1} z^{-1} =$$

$$= -e^{i\pi\delta} - \langle (1-\delta)\ell + (\delta-1)c + x \rangle \frac{e^{i\pi\delta}}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right)$$

dolayısıyla

$$\int_{C_R} t \left(\frac{\ell-t}{c+t} \right)^{1-\delta} \frac{dt}{(t-x)} = -2\pi i \langle (1-\delta)\ell + (\delta-1)c + x \rangle e^{i\pi\delta}$$

olur. Bu sonuç yukarıda yerleştirilirse

$$\begin{aligned} \langle 1 - e^{-2i\pi\delta} \rangle I_+(x) - 2\pi i \langle (1-\delta)\ell + (\delta-1)c + x \rangle e^{i\pi\delta} &= \\ &= 2\pi i x \left(\frac{\ell-x}{c+x} \right)^{1-\delta} \end{aligned}$$

elde edilir. Benzer şekilde kesimin altındaki x için

$$\begin{aligned} \langle 1 - e^{-2i\pi\delta} \rangle I_-(x) - 2\pi i \langle -(1-\delta)\ell + (\delta-1)c + x \rangle e^{i\pi\delta} &= \\ &= 2\pi i x \left(\frac{\ell-x}{c+x} \right)^{1-\delta} e^{2i\pi\delta} \end{aligned}$$

olur. Bu iki bağıntıyı taraf tarafa toplar ve Plemelj formüllerinden faydalansak

$$I = -\frac{\pi}{\tan(\pi\delta)} \times \left(\frac{\ell-x}{c+x} \right)^{1-\delta} - \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} \langle -(1-\delta)\ell + (\delta-1)c + x \rangle$$

olur. Bu sonuç (Ek A3.10) da yerleştirilir ve

$$\tan(\pi\delta) = -\frac{1}{kq} \quad (\text{Ek A3.11})$$

olduğunu hatırlarsak zimba altındaki gerilmeler için

$$\phi(x) = -\frac{p \langle (\ell+c)(1-\delta) - x \rangle}{\alpha} \sin(\pi\delta) \left(\frac{c+x}{\ell-x} \right)^{1-\delta} \quad (\text{Ek A3.12})$$

ifadesi elde edilir. (Ek A3.12) daki c sabiti normal gerilmelerin toplamının mutlak değerde basınç kuvvetine

eşit olması koşulundan bulunacaktır.

$$\int_{-l}^{+c} \phi(x) dx = -F$$

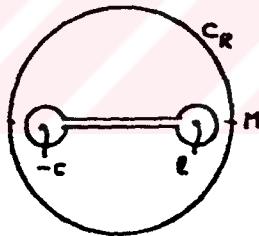
bağıntısında (Ek A3.12) yerleştirerek

$$\begin{aligned} -F &= -\frac{p \sin(\pi\delta)}{\alpha} (l+c) (1-\delta) \int_{-c}^{+l} \left(\frac{c+x}{l-x}\right)^{1-\delta} dx + \\ &\quad + \frac{p \sin(\pi\delta)}{\alpha} \int_{-c}^{+l} \left(\frac{c+x}{l-x}\right)^{1-\delta} x dx \end{aligned} \quad (\text{Ek A3.13})$$

bağıntısını yazalım. Şimdi burada karşımıza çıkan integralleri hesaplayalım.

$$I = \int_{-c}^{+l} \left(\frac{c+x}{l-x}\right)^{1-\delta} dx$$

yukarıdaki integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağız.



Bu çevre üzerinde

$$(1-e^{2i\pi(1-\delta)}) I + \int_{C_R} \left(\frac{c+z}{l-z}\right)^{1-\delta} dz = 0$$

olur.

$$\begin{aligned} \phi(z)|_M &= e^{i\pi(1-\delta)} (c+z)^{1-\delta} (z-l)^{\delta-1} = \\ &= -(1+(1-\delta)\frac{c}{z}+\dots)(1-(\delta-1)\frac{l}{z}+\dots)e^{-i\pi\delta} = \\ &= e^{-i\pi\delta} - ((1-\delta)c + (1-\delta)l)e^{-i\pi\delta} \frac{1}{z} + o(1/z^2), \end{aligned}$$

dir. Dolayısıyla

$$\int_{C_R} \left(\frac{c+z}{z-\ell}\right)^{1-\delta} dz = -2\pi i ((1-\delta)(c+\ell)) e^{-i\pi\delta}$$

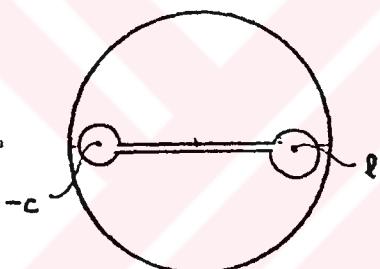
olur. Bu sonucun yukarıda yerleştirilmesiyle

$$I = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} (1-\delta)(c+\ell)$$

elde edilir. Şimdi

$$I = \int_{-c}^{+\ell} \left(\frac{c+x}{\ell-x}\right)^{1-\delta} x dx$$

integralini hesaplayalım. Bu integrali şekildeki çevre üzerinde hesaplayacağız.



Bu çevre üzerinde

$$I - e^{2i\pi(1-\delta)} I + \int_{C_R} \left(\frac{c+z}{z-\ell}\right) z dz = 0$$

olur.

$$\phi(z)|_M = (c+z)^{1-\delta} (\ell-z)^{\delta-1} z e^{i\pi(1-\delta)} = -(1+\frac{c}{z})^{1-\delta} (1-\frac{\ell}{z})^{\delta-1} z e^{-i\pi\delta}$$

dir. Buradan $\frac{1}{z}$ in katsayısının

$$-((1-\delta)z c \ell - \frac{(1-\delta)\delta}{2} c^2 z + \frac{(\delta-1)(\delta-2)}{2} \ell^2) e^{-i\pi\delta}$$

olduğu görülebilir. Dolayısıyla

$$\int_{\mathbb{R}} \left(\frac{c+z}{\ell-z} \right) z dz = -((1-\delta)^2 c \ell - \frac{(1-\delta)\delta}{2} c^2 + \frac{(\delta-1)(\delta-2)}{2} \ell^2) 2\pi i e^{-in\delta}$$

olur. Bu sonuç yukarıda yerleştirilir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$I = \frac{\pi}{\sin(n\delta)} ((1-\delta)^2 c \ell - \frac{(1-\delta)\delta}{2} c^2 + \frac{(\delta-1)(\delta-2)}{2} \ell^2)$$

elde edilir. Hesapladığımız integraler (Ek A3.13) de yerleştirilirse

$$(2-\delta)c^2 + 2\ell(1-\delta)c - \delta\ell^2 - \frac{2F\alpha}{pn(1-\delta)} = 0$$

bulunur, bu denklemin köklerinden pozitif olan

$$c = \frac{-\ell(1-\delta) + (\ell^2 + (2-\delta) \frac{2F\alpha}{pn(1-\delta)})^{1/2}}{2-\delta} \quad (\text{Ek A3.14})$$

dır. $c = \ell$ olduğunda büyük basınç durumuna geçilecektir. Yukarıdaki bağıntıda c yerine ℓ konularak büyük basınç durumuna geçmek için gerekli F kuvveti

$$F = \frac{2\ell^2(1-\delta)^2 pn}{\alpha} \quad (\text{Ek A3.15})$$

olarak elde edilir. F belli ise (Ek A3.14) yardımıyla c bulunur ve (Ek A3.12) yardımıyla orta basınç durumu için zimba altındaki gerilmeler hesaplanır.

Ek A3.3 BÜYÜK BASINÇ DURUMU

İkinci bölümde $x_o(x)$ ve $R(x)$ in bu hal için

$$x_o(x) = \frac{1}{\ell-x}; R(x) = Q_o$$

seçilmesi gerekiği sonucuna varılmıştır. $x_o(x)$ ve $R(x)$ in bu değerleriyle (Ek A2.31) denklemine gidilirse parabolik zimba için

$$\phi(x) = \frac{kqp\ell}{\alpha(1+k^2q^2)} - \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta \frac{p}{\pi\alpha(1+k^2q^2)} \int_{-\ell}^{+\ell} t \left(\frac{\ell+t}{\ell-t} \right)^\delta \frac{dt}{t-x} +$$

$$+ \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta \frac{Q_0}{\ell-x} \frac{1}{\pi(1+k^2 q^2)} \quad (\text{Ek A4.1})$$

sonucuna varılır. Şimdi bu bağıntıdaki integrali hesaplayalım.

$$I = \int_{-\ell}^{\ell} t \left(\frac{\ell+t}{\ell-t} \right)^\delta \frac{dt}{t-x}$$

Bu integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağınız. x noktası dallanma kesimi içinde kaldığından sonucu Plemelj formülleri yardımı ile elde edeceğiz. Önce x in dallanma kesimi üzerinde olduğunu varsayıyalım. Bu durumda

$$(1-e^{2i\pi\delta})I_+ + \int_{C_R} z \left(\frac{\ell+z}{\ell-z} \right)^\delta \frac{dz}{z-x} = 2\pi i \left(\frac{\ell+z}{\ell-z} \right)^\delta z$$

olur.

$$\begin{aligned} \phi(z) \Big|_M &= e^{i\pi\delta} z(z+\ell)^\delta (z-\ell)^{-\delta} (z-x)^{-1} = \\ &= (1 + \frac{\delta\ell}{z} + \dots)(1 + \frac{\delta\ell}{z} + \dots)(1 + \frac{x}{z} + \dots)e^{i\pi\delta} = \\ &= e^{i\pi\delta} + (2\delta\ell+x)e^{i\pi\delta} \frac{1}{z} + O(\frac{1}{z}) \end{aligned}$$

dir. Dolayısıyla

$$\int_{C_R} z \left(\frac{\ell+z}{\ell-z} \right)^\delta \frac{dz}{z-x} = 2\pi i (2\delta\ell+x)e^{i\pi\delta}$$

bulunur. Bu sonuç yukarıda yerleştirilirse

$$(1-e^{2i\pi\delta})I_+ + 2\pi i (2\delta\ell+x)e^{i\pi\delta} = 2\pi i \left(\frac{\ell+x}{\ell-x} \right)^\delta x$$

elde edilir. Aynı şekilde kesimin altındaki x için

$$(1-e^{2i\pi\delta})I_- + 2\pi i (2\delta\ell+x)e^{i\pi\delta} = 2\pi i \left(\frac{\ell+x}{\ell-x} \right)^\delta x e^{i\pi\delta}$$

yazılabilir. Bu iki bağıntı taraf tarafına toplanır ve Plemelj formüllerinden faydalananırsa

$$I = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)} (2\delta\ell+x) - \frac{\pi}{\tan(\pi\delta)} \left(\frac{\ell+x}{\ell-x} \right)^\delta x$$

bulunur. Bu sonuç (Ek4.1) de yerleştirilirse

$$\phi(x) = - \frac{2\delta \ell (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin \pi \delta} - (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta \frac{px}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi \delta)} +$$

$$+ \frac{Q_0 (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta}{\pi(\ell-x)(1+k^2 q^2)^{1/2}} \quad (\text{Ek A4.2})$$

elde edilir. Bu denklemde Q_0 sabitini belirlemek için normal gerilmelerin toplamının mutlak değerce basınc kuvvetine eşit olması sonucunu kullanacağız.

$$\int_{-\ell}^{+\ell} \phi(x) dx = -F$$

(Ek A4.2) yukarıda yerleştirilirse

$$- \frac{2\delta \ell p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin \pi \delta} \int_{-\ell}^{+\ell} (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta dx -$$

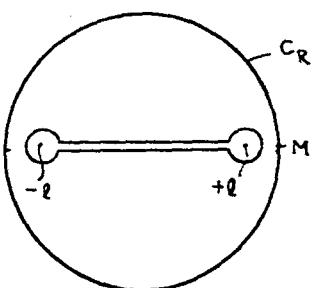
$$- \frac{p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi \delta) - \ell} \int_{-\ell}^{+\ell} (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta \times dx + \frac{Q_0}{\pi(1+k^2 q^2)^{1/2} - \ell} \int_{-\ell}^{+\ell} (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta \frac{dx}{\ell-x}$$

$$\quad (\text{Ek A4.3})$$

olur. Şimdi bu bağıntıdaki integralleri hesaplayalım.

$$I = \int_{-\ell}^{+\ell} (\frac{\ell-x}{\ell+x})^\delta \times dx$$

integrali şekilde görülen çevre üzerinde hesaplayacağız.



Bu çevre üzerinde

$$(1-e^{-2i\pi\delta})I + \int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta z dz = 0$$

olur.

$$\rho(z)|_M = z^\delta \left(1 - \frac{\ell}{z}\right)^\delta z^{-\delta} \left(1 + \frac{\ell}{z}\right)^{-\delta} z e^{-i\pi\delta}$$

buradan z^{-1} in katsayısının $2\delta^2\ell^2$ olduğu görülebilir.

Dolayısıyla

$$\int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta z dz = 4\pi i \delta^2 \ell^2 e^{-i\pi\delta}$$

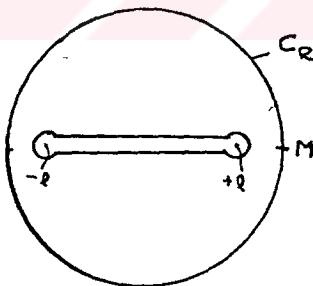
olur. Bu sonuç yukarıda yerleştirilirse I nin değeri

$$I = -2\pi \frac{\delta^2 \ell^2}{\sin(\pi\delta)}$$

olarak bulunur. Şimdi (Ek A4.3) deki diğer integrali hesaplayalım.

$$I = \int_{-\ell}^{+\ell} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta dz$$

integralini şekilde görülen çevre üzerinde hesaplanacaktır.



şekildeki çevre üzerinde

$$(1-e^{-2i\pi\delta})I + \int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta dz = 0$$

olur.

$$\rho(z)|_M = (\ell-z)^\delta (\ell+z)^{-\delta} e^{-i\pi\delta}$$

dır. Bu açılımdan $\frac{1}{z}$ in katsayısının $-2\delta l$ olduğu hemen görülebilir. Dolayısıyla

$$\int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta dz = 4\pi i \delta l e^{-i\pi\delta}$$

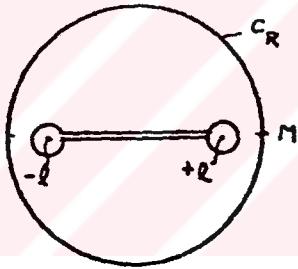
olur. Bu bağıntı yukarıda yerleştirilir ve gerekli düzenlemeler yapılınrsa

$$I = \frac{2\pi\delta l}{\sin(\pi\delta)}$$

bulunur. (Ek 4.3) bağıntısındaki diğer bir integral ise

$$I = \int_{-\ell}^{\ell} \left(\frac{\ell-x}{\ell+x}\right)^\delta \frac{dx}{x}$$

dır.



Şekildeki çevre üzerinde

$$(1-e^{-2i\pi(\delta-1)})I + \int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta \frac{dz}{z} = 0$$

yazılabilir.

$$\rho(z)|_M = (z-1)^{\delta-1} (z+1)^{-\delta} e^{-i\pi(\delta-1)}$$

bu açılımda z^{-1} in katsayısının 1 olduğu kolaylıkla görülebilir. Dolayısıyla

$$\int_{C_R} \left(\frac{\ell-z}{\ell+z}\right)^\delta \frac{dz}{z} = 2\pi i e^{-i\pi\delta}$$

dır. Bu bağıntı yukarıda yerleştirilir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$I = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)}$$

bulunur. Bu sonuçları (Ek A4.3) de yerleştirirsek

$$-F = - \frac{2\delta l p}{\alpha \sin(\pi\delta)(1+k^2 q^2)} \frac{2\pi\delta l}{\sin(\pi\delta)} + \frac{2p\pi\delta^2 l^2}{\alpha \sin^2(\pi\delta)(1+k^2 q^2)} +$$

$$\frac{Q_0 \pi}{(1+k^2 q^2)^{1/2} \pi \sin(\pi\delta)} \quad (\text{Ek A4.4})$$

elde edilir. Bu bağıntıdan Q_0 çekilirse

$$Q_0 = < \frac{2p\pi\delta^2 l^2}{(1+k^2 q^2)\alpha \sin(\pi\delta)} - F > (1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)$$

elde edilir. Q_0 ı (Ek 4.3) de yerleştirir ve bu denklemi düzenlersek

$$\phi(x) = - \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta \frac{px}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} - \frac{2\delta l \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta p}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} +$$

$$+ \frac{2p\delta^2 l^2}{\alpha(1+k^2 q^2) \sin(\pi\delta)} \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta \frac{1}{\ell-x} - F \left(\frac{\ell-x}{\ell+x} \right)^\delta \frac{1}{\pi(\ell-x)} \sin(\pi\delta) \quad (\text{Ek A4.5})$$

sonucuna varılır.

EK B

YARIM DÜZLEMDE HAREKETLİ ZIMBA PROBLEMINİN YEREL OLMAYAN ELASTISİTEDE ÇÖZÜMÜ İLE İLGİLİ PRINTER ÇIKIŞLARI

C = 13.139000
ART = 0.00010000
DE = 0.4367000
A = 0.0000000
R = 1.2899000
S1 = 400.00000000
S2 = 10.0000000

KUÇUK BASINCA DURUMUNDA ÇEŞİTLİ C DEĞERLERİNE KARŞI GELEN
F=ALF/(MU=L=L) DEĞERLERİ

C0.13139000000000000000000000D+02
D0.1694799610000000000000000D+02
I1=0.14270567348773784879553?46D-04
I2=0.28541134372180819018750030D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.99998319124708673109683251D+00
C0.1313910000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271010943810093915246016D-04
I2=0.28542020279312564450800598D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000142485024663371911268D+01
C0.1313920000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271227825475062319450863D-04
I2=0.2854245584678124318877152D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000295094337635810915017D+01
C0.1313930000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271412126037071395742739D-04
I2=0.28542824449675738298793789D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.1000042420736858320040693D+01
C0.1313940000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271579589237653551233317D-04
I2=0.28543159377109685236277600D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.1000054158B154256081263197D+01
C0.1313950000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271734495406849169832796D-04
I2=0.28543473198141847702870807D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000651537692561591686593D+01
C0.1313960000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14271886009263194283874867D-04
I2=0.28543772218360359563577753D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000756307874725320127006D+01
C0.1313970000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14272029965581060924326621D-04
I2=0.28544060171385251288358656D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000857196049017615021765D+01
C0.1313980000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14272169619811375937192659D-04
I2=0.28544339439756901844595172D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10000955642192880718891188D+01
C0.1313990000000000000000000000D+02
D0.16947996100000000000000000D+02
I1=0.14272305733873143936124246D-04
I2=0.28544611668536171814638e50D-04
F=ALF/(MU=L=L)=0.10001050421884676963517634D+01

C = 13.139000
 ART = 0.00010000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000000
 R = 1.2899000
 S1 = 400.00000000
 S2 = 10.0000000

KÜCÜK BASINCA DURUMUNDA ÇEŞİTLİ C DEĞERLERİNE KARŞI GELEN
 F*ALFA/(MU*L*L) DEĞERLERİ

C0.131390000000000000000000D+02
 D0.1694799610000000000000000D+02
 I1=0.14270567348773704879553746D-04
 I2=0.28541134372180819018750039D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.99998319124709673109683251D+00
 C0.131391000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14271010043810093915246016D-04
 I2=0.28542020279312564450800598D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000142485024603371911268D+01
 C0.131392000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14271227825475062319450863D-04
 I2=0.28542455846781243188771520D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000295094337635810915017D+01
 C0.131393000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14271412126037071395742739D-04
 I2=0.28542824449675738298793789D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000424240736858320040693D+01
 C0.131394000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14271579589237653551233317D-04
 I2=0.2854315937710960523627700D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000541588154256081263197D+01
 C0.131395000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.1427173649540684916983279D-04
 I2=0.28543473190141847702870807D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000451537692561591686593D+01
 C0.131396000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14271886009263194203874847D-04
 I2=0.28543772218360359563577753D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000756307074725320127006D+01
 C0.131397000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14272029985581060924326321D-04
 I2=0.28544060171385251288358656D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000857196049017615021765D+01
 C0.131398000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14272169619611375937192659D-04
 I2=0.28544339439756901844595172D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10000955042192080718891188D+01
 C0.131399000000000000000000D+02
 D0.169479961000000000000000D+02
 I1=0.14272305733873143936124269D-04
 I2=0.28544611668536171814638650D-04
 F*ALF/(MU*L*L)=0.10001050421884676963517034D+01

C = 13.1390000
 D = 16.9480000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000004
 R = 1.2899000
 S2 = 10.0000000

KÜCÜK BASINÇ DURUHUNDA -13.139+A İLE -13.139 ARASINDAKİ GERİLMELER
 GERİLMELER (1+MU)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME

 KOORDİNAT -0.13138999960000000D+02
 YOG= -0.8223757597246513882907D-05
 KOORDİNAT -0.131389999640000000D+02
 YOG= -0.7711460843071758299395D-05
 KOORDİNAT -0.131389999680000000D+02
 YOG= -0.7171044328425408350578D-05
 KOORDİNAT -0.131389999720000000D+02
 YOG= -0.6524481361593128855745D-05
 KOORDİNAT -0.131389999760000000D+02
 YOG= -0.5903978325539539073174D-05
 KOORDİNAT -0.131389999800000000D+02
 YOG= -0.5265763274465830050397D-05
 KOORDİNAT -0.131389999840000000D+02
 YOG= -0.4599893072630111428159D-05
 KOORDİNAT -0.131389999880000000D+02
 YOG= -0.3954057432532726686105D-05
 KOORDİNAT -0.131389999920000000D+02
 YOG= -0.3311770710653022610152D-05
 KOORDİNAT -0.131389999960000000D+02
 YOG= -0.2692202162239668994007D-05
 KOORDİNAT -0.131390000000000000D+02
 YOG= -0.2121418916613203415179D-05

 C = 13.1390000
 D = 16.9480000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000004
 R = 1.2899000
 S2 = 10.0000000

KÜCÜK BASINÇ DURUHUNDA 16.948-A İLE 16.948 ARASINDAKİ GERİLMELER
 GERİLMELER (1+MU)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME

 KOORDİNAT 0.16947999960000000D+02
 YOG= -0.1092669260029884907639D-03
 KOORDİNAT 0.169479999640000000D+02
 YOG= -0.1037338504935220570757D-03
 KOORDİNAT 0.169479999680000000D+02
 YOG= -0.9767578759283181234292D-04
 KOORDİNAT 0.169479999720000000D+02
 YOG= -0.900102799168361153174D-04
 KOORDİNAT 0.169479999760000000D+02
 YOG= -0.8253430401103699965817D-04
 KOORDİNAT 0.169479999800000000D+02
 YOG= -0.7462020762223985455473D-04
 KOORDİNAT 0.169479999840000000D+02
 YOG= -0.6611053983191286713631D-04
 KOORDİNAT 0.169479999880000000D+02
 YOG= -0.5766766883793394501082D-04
 KOORDİNAT 0.169479999920000000D+02
 YOG= -0.4903385014737983427840D-04.
 KOORDİNAT 0.169479999960000000D+02
 YOG= -0.4045097660735709435207D-04
 KOORDİNAT 0.169480000000000000D+02
 YOG= -0.3231563953341461845383D-04

C = 13.1390000
D = 16.9480000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
R = 1.2899000
S2 = 10.0000000
BA = -13.1350000
ART = 0.1000000

KÜCÜK BASINÇ DURUMUNDA GERİLMELER

GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR

YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME

YG = YEREL GERİLME

KOORDİNAT= -0.13135000000000000000D+02
YOG= -0.5526303066669404873423D-02 YG = -0.6266046390869476956374D-02
KOORDİNAT= -0.13035000000000000000D+02
YOG= -0.3458260396667775594034D-01 YG = -0.3476554941872923674724D-01
KOORDİNAT= -0.12935000000000000000D+02
YOG= -0.5047122908588378680113D-01 YG = -0.5060458634028377171939D-01
KOORDİNAT= -0.12835000000000000000D+02
YOG= -0.6309517797944920182540D-01 YG = -0.6320464136794885079673D-01
KOORDİNAT= -0.12735000000000000000D+02
YOG= -0.7394864787293843952613D-01 YG = -0.7404302759885670170534D-01
KOORDİNAT= -0.12635000000000000000D+02
YOG= -0.8363628185565186596186D-01 YG = -0.8371987046277481362945D-01
KOORDİNAT= -0.12535000000000000000D+02
YOG= -0.9247652856253021665233D-01 YG = -0.9255181183146614084580D-01
KOORDİNAT= -0.12435000000000000000D+02
YOG= -0.1008622706976914552467D+00 YG = -0.1007308471768132662368D+00
KOORDİNAT= -0.12335000000000000000D+02
YOG= -0.1083211375791800284759D+00 YG = -0.1083841107037322485229D+00
KOORDİNAT= -0.12235000000000000000D+02
YOG= -0.1155429312897191205764D+00 YG = -0.1156011027471374126842D+00
KOORDİNAT= -0.12135000000000000000D+02
YOG= -0.1223937671770152035171D+00 YG = -0.1224477424612386580758D+00
KOORDİNAT= -0.12035000000000000000D+02
YOG= -0.1289240488202864436982D+00 YG = -0.1289742993699362964532D+00
KOORDİNAT= -0.11935000000000000000D+02
YOG= -0.135173280673092222963D+00 YG = -0.1352201826536905649245D+00
KOORDİNAT= -0.11835000000000000000D+02
YOG= -0.1411731305236626184327D+00 YG = -0.1412169901899841691797D+00
KOORDİNAT= -0.11735000000000000000D+02
YOG= -0.1469494633904988618234D+00 YG = -0.146905343186709276761D+00
KOORDİNAT= -0.11635000000000000000D+02
YOG= -0.1525237407805650500099D+00 YG = -0.1525322359557436169204D+00
KOORDİNAT= -0.11535000000000000000D+02
YOG= -0.1579140122490566428856D+00 YG = -0.1579501127753665633683D+00
KOORDİNAT= -0.11435000000000000000D+02
YOG= -0.163135635983858299675D+00 YG = -0.1631694975089073865197D+00
KOORDİNAT= -0.11335000000000000000D+02
YOG= -0.1682018139767723348917D+00 YG = -0.1682335715257359287473D+00
KOORDİNAT= -0.11235000000000000000D+02
YOG= -0.1731239970901470074045D+00 YG = -0.1731537687681451144345D+00
KOORDİNAT= -0.11135000000000000000D+02
YOG= -0.1779121967997272408084D+00 YG = -0.1779400866718755883237D+00
KOORDİNAT= -0.11035000000000000000D+02
YOG= -0.1825752286845854284611D+00 YG = -0.1826013290476264213512D+00
KOORDİNAT= -0.10935000000000000000D+02
YOG= -0.1871209951316838445799D+00 YG = -0.1871452983281099250003D+00
KOORDİNAT= -0.10835000000000000000D+02
YOG= -0.1915561896647070138426D+00 YG = -0.1915789495478157286139D+00
KOORDİNAT= -0.10735000000000000000D+02
YOG= -0.1958873218689011269303D+00 YG = -0.1959085149979973065233D+00
KOORDİNAT= -0.10635000000000000000D+02
YOG= -0.2001199195012192878673D+00 YG = -0.2001396061257012778973D+00
KOORDİNAT= -0.10535000000000000000D+02
YOG= -0.2042590626949368582038D+00 YG = -0.2042772975714139811633D+00

KOORDiNAT= -0.104350000000000000D+02
 YOG= -0.2083093639640799358129D+00 YG = -0.2083261970401160520755D+00
 KOORDiNAT= -0.103350000000000000D+02
 YOG= -0.2122750268378851684620D+00 YG = -0.2122905038282250926132D+00
 KOORDiNAT= -0.102350000000000000D+02
 YOG= -0.2161598953108357290030D+00 YG = -0.2161740581832245330174D+00
 KOORDiNAT= -0.101350000000000000D+02
 YOG= -0.2199674958130816067434D+00 YG = -0.2199803832174689556827D+00
 KOORDiNAT= -0.100350000000000000D+02
 YOG= -0.2237010730435065074374D+00 YG = -0.2237127206521486970523D+00
 KOORDiNAT= -0.993500000000000000D+01
 YOG= -0.227363620731427566811D+00 YG = -0.2273740615598841121751D+00
 KOORDiNAT= -0.983500000000000000D+01
 YOG= -0.2309579081803332383209D+00 YG = -0.2309671728524068511344D+00
 KOORDiNAT= -0.973500000000000000D+01
 YOG= -0.2344865032820148726046D+00 YG = -0.2344946202631621782875D+00
 KOORDiNAT= -0.963500000000000000D+01
 YOG= -0.2379517925602199053052D+00 YG = -0.2379587883617622470812D+00
 KOORDiNAT= -0.953500000000000000D+01
 YOG= -0.2413559987009760091001D+00 YG = -0.2413618980594891942137D+00
 KOORDiNAT= -0.943500000000000000D+01
 YOG= -0.2447011959456650813976D+00 YG = -0.2447060219811674329207D+00
 KOORDiNAT= -0.933500000000000000D+01
 YOG= -0.2479893236580292133139D+00 YG = -0.2479930980139763336925D+00
 KOORDiNAT= -0.923500000000000000D+01
 YOG= -0.2512221983240015280215D+00 YG = -0.2512249412916016022081D+00
 KOORDiNAT= -0.913500000000000000D+01
 YOG= -0.2544015242008641145127D+00 YG = -0.2544032548298248212424D+00
 KOORDiNAT= -0.903500000000000000D+01
 YOG= -0.2575289027976693710058D+00 YG = -0.2575296389951576332098D+00
 KOORDiNAT= -0.893500000000000000D+01
 YOG= -0.2606058413405204127424D+00 YG = -0.2606055999598446561518D+00
 KOORDiNAT= -0.883500000000000000D+01
 YOG= -0.2636337693529484603180D+00 YG = -0.2636325572732483342912D+00
 KOORDiNAT= -0.873500000000000000D+01
 YOG= -0.2666140004622789555259D+00 YG = -0.2666118506603206262111D+00
 KOORDiNAT= -0.863500000000000000D+01
 YOG= -0.2695478285267792730314D+00 YG = -0.269547461417983334244D+00
 KOORDiNAT= -0.853500000000000000D+01
 YOG= -0.272436443164924347815D+00 YG = -0.2724324415573274647695D+00
 KOORDiNAT= -0.843500000000000000D+01
 YOG= -0.2752809797568207349342D+00 YG = -0.2752760715614468635223D+00
 KOORDiNAT= -0.833500000000000000D+01
 YOG= -0.2780825149783091005128D+00 YG = -0.2780767121528578236487D+00
 KOORDiNAT= -0.823500000000000000D+01
 YOG= -0.2808420709202098053178D+00 YG = -0.2808353847893651723376D+00
 KOORDiNAT= -0.813500000000000000D+01
 YOG= -0.2835606188383353393181D+00 YG = -0.2835530601340461176579D+00
 KOORDiNAT= -0.803500000000000000D+01
 YOG= -0.2862390825740632360444D+00 YG = -0.2862306614723828133134D+00
 KOORDiNAT= -0.793500000000000000D+01
 YOG= -0.2888783416802775230875D+00 YG = -0.2888690678351172251863D+00
 KOORDiNAT= -0.783500000000000000D+01
 YOG= -0.2914792342832095490455D+00 YG = -0.2914691168573165694880D+00
 KOORDiNAT= -0.773500000000000000D+01
 YOG= -0.2940425597070280742141D+00 YG = -0.2940316074004624664969D+00
 KOORDiNAT= -0.763500000000000000D+01
 YOG= -0.2965690808848512134329D+00 YG = -0.2965573019612045915518D+00
 KOORDiNAT= -0.753500000000000000D+01
 YOG= -0.2990595265771023683838D+00 YG = -0.2990469288876733496164D+00
 KOORDiNAT= -0.743500000000000000D+01
 YOG= -0.3015145934157447499139D+00 YG = -0.3015011844218621403303D+00
 KOORDiNAT= -0.733500000000000000D+01
 YOG= -0.3039349477908510630925D+00 YG = -0.3039207345845148118423D+00
 KOORDiNAT= -0.723500000000000000D+01
 YOG= -0.3063212275941516460521D+00 YG = -0.3063062169171432438731D+00
 KOORDiNAT= -0.713500000000000000D+01
 YOG= -0.3086749438326181772014D+00 YG = -0.3086582420942160806342D+00

KOORDINAT= -0.7035000000000000D+01
 YOG= -0.3109939821237492420769D+00 YG = -0.3109773954171707576280D+00
 KOORDiNAT= -0.4935000000000000D+01
 YOG= -0.3132816040830017152303D+00 YG = -0.3132642382006803083641D+00
 KOORDiNAT= -0.6835000000000000D+01
 YOG= -0.3155374486127352662463D+00 YG = -0.3155193090605312661033D+00
 KOORDiNAT= -0.6735000000000000D+01
 YOG= -0.3177620331010869415690D+00 YG = -0.3177431251115198521119D+00
 KOORDiNAT= -0.6635000000000000D+01
 YOG= -0.3199558545383521504667D+00 YG = -0.3199361830829341644091D+00
 KOORDiNAT= -0.6535000000000000D+01
 YOG= -0.322119390557703304328D+00 YG = -0.3220989603584459580093D+00
 KOORDiNAT= -0.6435000000000000D+01
 YOG= -0.3242531004064159361888D+00 YG = -0.3242319159465748359417D+00
 KOORDiNAT= -0.6335000000000000D+01
 YOG= -0.3263574258531827385017D+00 YG = -0.3263354913872997480721D+00
 KOORDiNAT= -0.6235000000000000D+01
 YOG= -0.3284327920365727361441D+00 YG = -0.3284101115998686589795D+00
 KOORDiNAT= -0.6135000000000000D+01
 YOG= -0.3304796082592224871211D+00 YG = -0.3304561856763893240276D+00
 KOORDiNAT= -0.6035000000000000D+01
 YOG= -0.3324982687319286308975D+00 YG = -0.3324741076253655797034D+00
 KOORDiNAT= -0.5935000000000000D+01
 YOG= -0.3344891532714349465112D+00 YG = -0.3344642570689685743323D+00
 KOORDiNAT= -0.5835000000000000D+01
 YOG= -0.3364526279553703956396D+00 YG = -0.3364269998974958634098D+00
 KOORDiNAT= -0.5735000000000000D+01
 YOG= -0.338389045737491038487D+00 YG = -0.3383626888841688477341D+00
 KOORDiNAT= -0.5635000000000000D+01
 YOG= -0.3402987470261122710675D+00 YG = -0.3402716642631467810087D+00
 KOORDiNAT= -0.5535000000000000D+01
 YOG= -0.3421820602283506910493D+00 YG = -0.3421542542733901387498D+00
 KOORDiNAT= -0.5435000000000000D+01
 YOG= -0.3440393022626159344278D+00 YG = -0.3440107756707845615610D+00
 KOORDiNAT= -0.5335000000000000D+01
 YOG= -0.3458707790415387077339D+00 YG = -0.3458415342107362635365D+00
 KOORDiNAT= -0.5235000000000000D+01
 YOG= -0.3476787859273825515797D+00 YG = -0.3476468251032684440173D+00
 KOORDiNAT= -0.5135000000000000D+01
 YOG= -0.3494576081618008674747D+00 YG = -0.3494269334424838432391D+00
 KOORDiNAT= -0.5035000000000000D+01
 YOG= -0.3512135212716574835881D+00 YG = -0.3511821346121093611073D+00
 KOORDiNAT= -0.4935000000000000D+01
 YOG= -0.3529447914524925108169D+00 YG = -0.3529126946687030411169D+00
 KOORDiNAT= -0.4835000000000000D+01
 YOG= -0.354651675931091707612D+00 YG = -0.3546188707039803160131D+00
 KOORDiNAT= -0.4735000000000000D+01
 YOG= -0.3563344233085050292626D+00 YG = -0.3563009111876039833677D+00
 KOORDiNAT= -0.4635000000000000D+01
 YOG= -0.3579932738847573843473D+00 YG = -0.3579590562916798310614D+00
 KOORDiNAT= -0.4535000000000000D+01
 YOG= -0.3596284599664008868725D+00 YG = -0.3595935381981061890589D+00
 KOORDiNAT= -0.4435000000000000D+01
 YOG= -0.3612402061579721968831D+00 YG = -0.3612045813898400757343D+00
 KOORDiNAT= -0.4335000000000000D+01
 YOG= -0.3628287296383401191627D+00 YG = -0.3627924029270642589903D+00
 KOORDiNAT= -0.4235000000000000D+01
 YOG= -0.3643942404228567842205D+00 YG = -0.3643572127091677719061D+00
 KOORDiNAT= -0.4135000000000000D+01
 YOG= -0.3659369416121598296998D+00 YG = -0.3658992137233865900612D+00
 KOORDiNAT= -0.4035000000000000D+01
 YOG= -0.3674570296284125177931D+00 YG = -0.3674186022808907380853D+00
 KOORDiNAT= -0.3935000000000000D+01
 YOG= -0.3689546944397131170341D+00 YG = -0.3689155682410485486581D+00
 KOORDiNAT= -0.3835000000000000D+01
 YOG= -0.3704301197733537394451D+00 YG = -0.3703902952245477012159D+00
 KOORDiNAT= -0.3735000000000000D+01
 YOG= -0.3718834833185617301731D+00 YG = -0.3718429608160056181743D+00

KOORDINAT= -0.3635000000000000D+01
YOG= -0.3733149569193133033257D+00 YG = -0.3732737367566584318882D+00
KOORDiNAT= -0.3535000000000000D+01
YOG= -0.3747247067577690763756D+00 YG = -0.3746827891276777297527D+00
KOORDiNAT= -0.3435000000000000D+01
YOG= -0.3761128935288441819954D+00 YG = -0.3760702785246273438776D+00
KOORDiNAT= -0.3335000000000000D+01
YOG= -0.3774796726063914645421D+00 YG = -0.3774363602235383097418D+00
KOORDiNAT= -0.3235000000000000D+01
YOG= -0.3788251942014446581365D+00 YG = -0.3787811843390485351042D+00
KOORDiNAT= -0.3135000000000000D+01
YOG= -0.3801496035129391766494D+00 YG = -0.3801048959750244786178D+00
KOORDiNAT= -0.3035000000000000D+01
YOG= -0.3814530408713010256178D+00 YG = -0.3814076353680550400174D+00
KOORDiNAT= -0.2935000000000000D+01
YOG= -0.3827356418752691931763D+00 YG = -0.3826895380241827316173D+00
KOORDiNAT= -0.2835000000000000D+01
YOG= -0.383997537522935289686D+00 YG = -0.3839507348492138718024D+00
KOORDiNAT= -0.2735000000000000D+01
YOG= -0.3852388543328284289371D+00 YG = -0.3851913522729278676089D+00
KOORDiNAT= -0.2635000000000000D+01
YOG= -0.3864597144688224754363D+00 YG = -0.3864115123674855010759D+00
KOORDiNAT= -0.2535000000000000D+01
YOG= -0.3876602358466854138117D+00 YG = -0.3876113329603173804593D+00
KOORDiNAT= -0.2435000000000000D+01
YOG= -0.3888405322449963667865D+00 YG = -0.3887909277417562511039D+00
KOORDiNAT= -0.2335000000000000D+01
YOG= -0.3900007134072008948086D+00 YG = -0.3899504063676605799791D+00
KOORDiNAT= -0.2235000000000000D+01
YOG= -0.3911408851395293108610D+00 YG = -0.3910898745572616396143D+00
KOORDiNAT= -0.2135000000000000D+01
YOG= -0.3922611494043544670366D+00 YG = -0.3922094341864521364158D+00
KOORDiNAT= -0.2035000000000000D+01
YOG= -0.3933616044091939695332D+00 YG = -0.3933091833767211772917D+00
KOORDiNAT= -0.1935000000000000D+01
YOG= -0.3944423446915493773135D+00 YG = -0.3943892165799279759006D+00
KOORDiNAT= -0.1835000000000000D+01
YOG= -0.39550346119763320825D+00 YG = -0.3954496246590951003124D+00
KOORDiNAT= -0.1735000000000000D+01
YOG= -0.3965450413700646934385D+00 YG = -0.3964904949653911974765D+00
KOORDiNAT= -0.1635000000000000D+01
YOG= -0.3975671691999615579259D+00 YG = -0.3975119114114829415285D+00
KOORDiNAT= -0.1535000000000000D+01
YOG= -0.3985699253181324735613D+00 YG = -0.3985139545412663920124D+00
KOORDiNAT= -0.1435000000000000D+01
YOG= -0.399533870509571755789D+00 YG = -0.3994967015965389679227D+00
KOORDiNAT= -0.1335000000000000D+01
YOG= -0.4005176284858197216802D+00 YG = -0.4004602265800448011691D+00
KOORDiNAT= -0.1235000000000000D+01
YOG= -0.4014627205313089563581D+00 YG = -0.4014046003157182890494D+00
KOORDiNAT= -0.1135000000000000D+01
YOG= -0.4023887309744337473521D+00 YG = -0.4023298905058231830584D+00
KOORDiNAT= -0.1035000000000000D+01
YOG= -0.4032957245349633791993D+00 YG = -0.4032361617852374971192D+00
KOORDiNAT= -0.9350000000000000D+00
YOG= -0.4041837829169968279536D+00 YG = -0.4041234757729678609101D+00
KOORDiNAT= -0.8350000000000000D+00
YOG= -0.4050529048578583485594D+00 YG = -0.4049918911209906544752D+00
KOORDiNAT= -0.7350000000000000D+00
YOG= -0.4059032061744108552919D+00 YG = -0.4058414635605113120110D+00
KOORDiNAT= -0.6350000000000000D+00
YOG= -0.4067347198068729412828D+00 YG = -0.4066722459457275507811D+00
KOORDiNAT= -0.5350000000000000D+00
YOG= -0.4075474958602200423690D+00 YG = -0.4074842882951769424720D+00
KOORDiNAT= -0.4350000000000000D+00
YOG= -0.4083415816432451818782D+00 YG = -0.4082776378307441775412D+00
KOORDiNAT= -0.3350000000000000D+00
YOG= -0.4091179217053499165422D+00 YG = -0.4090523390143985582667D+00

KOORDINAT= -0.235000000000000000D+00
YOG= -0.4098738578711315208905D+00 YG = -0.4098084335827276746784D+00
KOORDINAT= -0.135000000000000000D+00
YOG= -0.4106121292728280808551D+00 YG = -0.4105459605793288519985D+00
KOORDINAT= -0.350000000000000000D-01
YOG= -0.411331872380679006789D+00 YG = -0.4112649563851157923841D+00
KOORDINAT= 0.350000000000000000D-01
YOG= -0.4120331210312544453616D+00 YG = -0.4119654547465938524828D+00
KOORDINAT= 0.165000000000000000D+00
YOG= -0.4127159064538034295435D+00 YG = -0.4126474868021535873191D+00
KOORDINAT= 0.265000000000000000D+00
YOG= -0.4133802572946666095422D+00 YG = -0.4133110811064285369509D+00
KOORDINAT= 0.365000000000000000D+00
YOG= -0.4140261996397963256006D+00 YG = -0.4139562636527597225691D+00
KOORDINAT= 0.465000000000000000D+00
YOG= -0.4146537570354230644187D+00 YG = -0.4145830578938059413850D+00
KOORDINAT= 0.565000000000000000D+00
YOG= -0.4152629505069042564762D+00 YG = -0.4151914847603356935371D+00
KOORDINAT= 0.665000000000000000D+00
YOG= -0.4158537985757881778933D+00 YG = -0.4157815626782334287053D+00
KOORDINAT= 0.765000000000000000D+00
YOG= -0.4164263172751226825102D+00 YG = -0.4163533075837497550644D+00
KOORDINAT= 0.865000000000000000D+00
YOG= -0.4169805201630355368932D+00 YG = -0.4169067329370222990184D+00
KOORDINAT= 0.965000000000000000D+00
YOG= -0.4175164183346102599082D+00 YG = -0.4174418497338910316546D+00
KOORDINAT= 0.106500000000000000D+01
YOG= -0.4180340204320785705721D+00 YG = -0.4179586665160290782586D+00
KOORDINAT= 0.116500000000000000D+01
YOG= -0.4185333326533478146427D+00 YG = -0.4184571893794072920941D+00
KOORDINAT= 0.126500000000000000D+01
YOG= -0.4190143587588790637250D+00 YG = -0.4189374219811081948379D+00
KOORDINAT= 0.136500000000000000D+01
YOG= -0.4194771000769289526814D+00 YG = -0.4193993655445022557032D+00
KOORDINAT= 0.146500000000000000D+01
YOG= -0.4199215555071657342093D+00 YG = -0.4198430188627968917492D+00
KOORDINAT= 0.156500000000000000D+01
YOG= -0.4203477215226674761559D+00 YG = -0.4202683783009660157072D+00
KOORDINAT= 0.166500000000000000D+01
YOG= -0.4207555921703078002027D+00 YG = -0.420675437796065427586D+00
KOORDINAT= 0.176500000000000000D+01
YOG= -0.4211451590695320528231D+00 YG = -0.4210641888559368351837D+00
KOORDINAT= 0.186500000000000000D+01
YOG= -0.4215164114095243038607D+00 YG = -0.4214346205563007893817D+00
KOORDINAT= 0.196500000000000000D+01
YOG= -0.4218693359447630776961D+00 YG = -0.4217867195362363257283D+00
KOORDINAT= 0.206500000000000000D+01
YOG= -0.4222039169889612298345D+00 YG = -0.4221204699920426073845D+00
KOORDINAT= 0.216500000000000000D+01
YOG= -0.4225201364073828809073D+00 YG = -0.422435853669475359031BD+00
KOORDINAT= 0.226500000000000000D+01
YOG= -0.4228179736075278035753D+00 YG = -0.4227328498543483598718D+00
KOORDINAT= 0.236500000000000000D+01
YOG= -0.4230974055281711186227D+00 YG = -0.4230114353614877193126D+00
KOORDINAT= 0.246500000000000000D+01
YOG= -0.4233584066267435875375D+00 YG = -0.4232715845220240842329D+00
KOORDINAT= 0.256500000000000000D+01
YOG= -0.4236009488650351828490D+00 YG = -0.4235132691690053145769D+00
KOORDINAT= 0.266500000000000000D+01
YOG= -0.4238250016932019670685D+00 YG = -0.4237364586213095070666D+00
KOORDINAT= 0.276500000000000000D+01
YOG= -0.4240305320320536086866D+00 YG = -0.4239411196658355374413D+00
KOORDINAT= 0.286500000000000000D+01
YOG= -0.4242175042535961015475D+00 YG = -0.4241272165379455220319D+00
KOORDINAT= 0.296500000000000000D+01
YOG= -0.4243858801598014240158D+00 YG = -0.4242947109001307616020D+00
KOORDINAT= 0.306500000000000000D+01
YOG= -0.4245356189595729683559D+00 YG = -0.4244435618188698158825D+00

KOORDINAT= 0.3165000000000000000D+01
 YOG= -0.4246666772438725800098D+00 YG = -0.4245737257395443574073D+00
 KOORDINAT= 0.3265000000000000000D+01
 YOG= -0.4247790089589719319745D+00 YG = -0.4246851564600753590824D+00
 KOORDINAT= 0.3365000000000000000D+01
 YOG= -0.424872565377880118137D+00 YG = -0.4247778051011389719087D+00
 KOORDINAT= 0.3465000000000000000D+01
 YOG= -0.42494729506925835B1110D+00 YG = -0.4248516200764181375129D+00
 KOORDINAT= 0.3565000000000000000D+01
 YOG= -0.42500314386570993B9869D+00 YG = -0.4249065470593425441796D+00
 KOORDINAT= 0.3665000000000000000D+01
 YOG= -0.4250400548281699067176D+00 YG = -0.4249425289483659639192D+00
 KOORDINAT= 0.3765000000000000000D+01
 YOG= -0.4250579582095644379440D+00 YG = -0.4249595058300262901377D+00
 KOORDINAT= 0.3865000000000000000D+01
 YOG= -0.4250568214157471662065D+00 YG = -0.4249574149398297183967D+00
 KOORDINAT= 0.3965000000000000000D+01
 YOG= -0.4250365489642949196215D+00 YG = -0.4249361906208964635286D+00
 KOORDINAT= 0.4065000000000000000D+01
 YOG= -0.4249970824410042276332D+00 YG = -0.4248957642803011711504D+00
 KOORDINAT= 0.4165000000000000000D+01
 YOG= -0.4249383504540176422775D+00 YG = -0.4248360643430367456588D+00
 KOORDINAT= 0.4265000000000000000D+01
 YOG= -0.424860278585042856548D+00 YG = -0.4247570162035256643865D+00
 KOORDINAT= 0.4365000000000000000D+01
 YOG= -0.4247627893408141696385D+00 YG = -0.4246585421745979619746D+00
 KOORDINAT= 0.4465000000000000000D+01
 YOG= -0.424645B020950207184303D+00 YG = -0.4245405614338499322557D+00
 KOORDINAT= 0.4565000000000000000D+01
 YOG= -0.4245092330367605403289D+00 YG = -0.4244029899672921878604D+00
 KOORDINAT= 0.4665000000000000000D+01
 YOG= -0.4243529951092738215597D+00 YG = -0.4242457405101900197957D+00
 KOORDINAT= 0.4765000000000000000D+01
 YOG= -0.4241769979485427303025D+00 YG = -0.4240687224849929883462D+00
 KOORDINAT= 0.4865000000000000000D+01
 YOG= -0.4239811478184188995766D+00 YG = -0.4238718419362443291310D+00
 KOORDINAT= 0.4965000000000000000D+01
 YOG= -0.42376534754262437B1029D+00 YG = -0.4236550014623540485294D+00
 KOORDINAT= 0.5065000000000000000D+01
 YOG= -0.4235294964335033713734D+00 YG = -0.4234181001441124835655D+00
 KOORDINAT= 0.5165000000000000000D+01
 YOG= -0.4232734902173946115884D+00 YG = -0.4231610334698135831639D+00
 KOORDINAT= 0.5265000000000000000D+01
 YOG= -0.4229972209564862631787D+00 YG = -0.4228836932568491986054D+00
 KOORDINAT= 0.5365000000000000000D+01
 YOG= -0.4227005769670068561540D+00 YG = -0.4225859675696272166395D+00
 KOORDINAT= 0.5465000000000000000D+01
 YOG= -0.422383442733596B055726D+00 YG = -0.4222677406336573918853D+00
 KOORDINAT= 0.5565000000000000000D+01
 YOG= -0.4220456988196955820856D+00 YG = -0.4219288927456391957035D+00
 KOORDINAT= 0.5665000000000000000D+01
 YOG= -0.4216872217737695025522D+00 YG = -0.4215693001793758531559D+00
 KOORDINAT= 0.5765000000000000000D+01
 YOG= -0.4213078840311943643384D+00 YG = -0.4211888350873279408768D+00
 KOORDINAT= 0.5865000000000000000D+01
 YOG= -0.4209075538115957013409D+00 YG = -0.4207873653976084155742D+00
 KOORDINAT= 0.5965000000000000000D+01
 YOG= -0.4204860950114372389522D+00 YG = -0.4203647547062086800341D+00
 KOORDINAT= 0.6065000000000000000D+01
 YOG= -0.4200433670916351092838D+00 YG = -0.4199208621642322107091D+00
 KOORDINAT= 0.6165000000000000000D+01
 YOG= -0.4195792249599614919824D+00 YG = -0.4194555423598983027893D+00
 KOORDINAT= 0.6265000000000000000D+01
 YOG= -0.4190935188479864991837D+00 YG = -0.4189686451950635638847D+00
 KOORDINAT= 0.6365000000000000000D+01
 YOG= -0.4185860941822912485419D+00 YG = -0.4184600157559928285639D+00
 KOORDINAT= 0.6465000000000000000D+01
 YOG= -0.4180567914496680819442D+00 YG = -0.4179294941780940885123D+00

KOORDiNAT= 0.6565000000000000000D+01
 YOG= -0.4175054460560056979305D+00 YG = -0.4173769155043137448360D+00
 KOORDiNAT= 0.6665000000000000000D+01
 YOG= -0.4169318881785374731047D+00 YG = -0.4168021095368688894527D+00
 KOORDiNAT= 0.6765000000000000000D+01
 YOG= -0.4163359426111103427728D+00 YG = -0.4162049006819723016449D+00
 KOORDiNAT= 0.6865000000000000000D+01
 YOG= -0.4157174286021091743251D+00 YG = -0.4155851077871832835130D+00
 KOORDiNAT= 0.6965000000000000000D+01
 YOG= -0.4150761596846474678451D+00 YG = -0.4149425439709932226544D+00
 KOORDiNAT= 0.7065000000000000000D+01
 YOG= -0.4144119434986093139652D+00 YG = -0.414277016444228717779BD+00
 KOORDiNAT= 0.7165000000000000000D+01
 YOG= -0.4137245816040996721615D+00 YG = -0.4135883263228270750586D+00
 KOORDiNAT= 0.7265000000000000000D+01
 YOG= -0.4130138692858300312540D+00 YG = -0.4128762684315088062694D+00
 KOORDiNAT= 0.7365000000000000000D+01
 YOG= -0.4122795953479341886463D+00 YG = -0.4121406310978392436861D+00
 KOORDiNAT= 0.7465000000000000000D+01
 YOG= -0.4115215418986740277297D+00 YG = -0.4113811959361363214202D+00
 KOORDiNAT= 0.7565000000000000000D+01
 YOG= -0.4107394841244575548764D+00 YG = -0.4105977376206437279142D+00
 KOORDiNAT= 0.7665000000000000000D+01
 YOG= -0.4099331900525508262273D+00 YG = -0.4097900236473477551444D+00
 KOORDiNAT= 0.7765000000000000000D+01
 YOG= -0.4091024203018214717363D+00 YG = -0.4089578140837719763965D+00
 KOORDiNAT= 0.7865000000000000000D+01
 YOG= -0.4082469278208040023944D+00 YG = -0.4081008613060360665232D+00
 KOORDiNAT= 0.7965000000000000000D+01
 YOG= -0.4073664576123256266449D+00 YG = -0.4072189097224132940932D+00
 KOORDiNAT= 0.8065000000000000000D+01
 YOG= -0.4064697464438755279526D+00 YG = -0.4063116954825650850273D+00
 KOORDiNAT= 0.8165000000000000000D+01
 YOG= -0.4055295225428400511495D+00 YG = -0.4053789461715701626317D+00
 KOORDiNAT= 0.8265000000000000000D+01
 YOG= -0.404572505275605490419D+00 YG = -0.4044203804877996440907D+00
 KOORDiNAT= 0.8365000000000000000D+01
 YOG= -0.4035894048098992405087D+00 YG = -0.4034357079036176018923D+00
 KOORDiNAT= 0.8465000000000000000D+01
 YOG= -0.4025799217581207575441D+00 YG = -0.40242462830780B4061193D+00
 KOORDiNAT= 0.8565000000000000000D+01
 YOG= -0.4015437468024124777516D+00 YG = -0.4013868316285470110333D+00
 KOORDiNAT= 0.8665000000000000000D+01
 YOG= -0.4004805602982745447632D+00 YG = -0.4003219974356355248843D+00
 KOORDiNAT= 0.8765000000000000000D+01
 YOG= -0.3993900318565098844235D+00 YG = -0.3992297945206281110470D+00
 KOORDiNAT= 0.8865000000000000000D+01
 YOG= -0.3982718199016346497807D+00 YG = -0.3981098804533556240839D+00
 KOORDiNAT= 0.8965000000000000000D+01
 YOG= -0.3971255712052093892314D+00 YG = -0.3969619011132403936593D+00
 KOORDiNAT= 0.9065000000000000000D+01
 YOG= -0.3959569203923597279073D+00 YG = -0.3957854901936591297697D+00
 KOORDiNAT= 0.9165000000000000000D+01
 YOG= -0.3947474894196112471282D+00 YG = -0.3945802686774666977677D+00
 KOORDiNAT= 0.9265000000000000000D+01
 YOG= -0.393514887022051530769D+00 YG = -0.3933458442816345059054D+00
 KOORDiNAT= 0.9365000000000000000D+01
 YOG= -0.3922527081272876834778D+00 YG = -0.3920818108687818066771D+00
 KOORDiNAT= 0.9465000000000000000D+01
 YOG= -0.3909605332347752526836D+00 YG = -0.3907877478231864521251D+00
 KOORDiNAT= 0.9565000000000000000D+01
 YOG= -0.389379277562870989972D+00 YG = -0.3894632193886492932161D+00
 KOORDiNAT= 0.9665000000000000000D+01
 YOG= -0.3882844413163054339757D+00 YG = -0.3881077739653531032912D+00
 KOORDiNAT= 0.9765000000000000000D+01
 YOG= -0.3868996070082672680882D+00 YG = -0.3867209433625989966122D+00
 KOORDiNAT= 0.9865000000000000000D+01
 YOG= -0.3854829406036093287460D+00 YG = -0.3853022420040183097715D+00.

KOORDINAT= 0.998500000000000000D+01
 YOG= -0.3840339397098745353345D+00 YG = -0.3838511660815424330578D+00
 KOORDiNAT= 0.100650000000000000D+02
 YOG= -0.3825520828738416441098D+00 YG = -0.3823671926540633843155D+00
 KOOKDiNAT= 0.101650000000000000D+02
 YOG= -0.3810368286252547002696D+00 YG = -0.3808497786863297419437D+00
 KOORDiNAT= 0.102650000000000000D+02
 YOG= -0.3794876144563010150954D+00 YG = -0.3792983600231910253979D+00
 KOORDiNAT= 0.103650000000000000D+02
 YOG= -0.3779038557315100115564D+00 YG = -0.3777123502938231605029D+00
 KOORDiNAT= 0.104650000000000000D+02
 YOG= -0.3762849445222141384767D+00 YG = -0.3760911397400319106511D+00
 KOORDiNAT= 0.105650000000000000D+02
 YOG= -0.3746302483591198941849D+00 YG = -0.3744340939621327663155D+00
 KOORDiNAT= 0.106650000000000000D+02
 YOG= -0.3729391088958734898355D+00 YG = -0.3727405525752363351715D+00
 KOORDiNAT= 0.107650000000000000D+02
 YOG= -0.3712108404757422128330D+00 YG = -0.3710098277680180465255D+00
 KOORDiNAT= 0.108650000000000000D+02
 YOG= -0.3694447285928580244476D+00 YG = -0.3692412027552087508639D+00
 KOORDiNAT= 0.109650000000000000D+02
 YOG= -0.3676400282379714958404D+00 YG = -0.3674339301140955602488D+00
 KOORDiNAT= 0.110650000000000000D+02
 YOG= -0.3657959621187269469142D+00 YG = -0.3655872299942549537084D+00
 KOORDiNAT= 0.111650000000000000D+02
 YOG= -0.3639117187418762658820D+00 YG = -0.3637002881885352165726D+00
 KOORDiNAT= 0.112650000000000000D+02
 YOG= -0.3619864503446191414299D+00 YG = -0.3617722540519422319129D+00
 KOORDiNAT= 0.113650000000000000D+02
 YOG= -0.3600192706601677086524D+00 YG = -0.3598022382535375743943D+00
 KOORDiNAT= 0.114650000000000000D+02
 YOG= -0.3580092525010562087713D+00 YG = -0.3577893103447027331054D+00
 KOORDiNAT= 0.115650000000000000D+02
 YOG= -0.3559554251417186593512D+00 YG = -0.3557324961251251565048D+00
 KOORDiNAT= 0.116650000000000000D+02
 YOG= -0.3538567714796013939287D+00 YG = -0.3536307747855818309717D+00
 KOORDiNAT= 0.117650000000000000D+02
 YOG= -0.3517122249514973599268D+00 YG = -0.3514830758039883678911D+00
 KOORDiNAT= 0.118650000000000000D+02
 YOG= -0.3495266681788315725428D+00 YG = -0.3492882755681916588592D+00
 KOORDiNAT= 0.119650000000000000D+02
 YOG= -0.3472809193122282783123D+00 YG = -0.3470451936955473426450D+00
 KOORDiNAT= 0.120650000000000000D+02
 YOG= -0.3449917480417740507225D+00 YG = -0.3447525890153623945029D+00
 KOORDiNAT= 0.121650000000000000D+02
 YOG= -0.342651851234861098591D+00 YG = -0.3424091551757056667017D+00
 KOORDiNAT= 0.122650000000000000D+02
 YOG= -0.3402598581582922156879D+00 YG = -0.3400135158307841493731D+00
 KOORDiNAT= 0.123650000000000000D+02
 YOG= -0.3378143232350956664328D+00 YG = -0.3375642193589162319558D+00
 KOORDiNAT= 0.124650000000000000D+02
 YOG= -0.3353137202798767230419D+00 YG = -0.3350597330539433574001D+00
 KOORDiNAT= 0.125650000000000000D+02
 YOG= -0.3327564361462764565013D+00 YG = -0.3324984367245114102416D+00
 KOORDiNAT= 0.126650000000000000D+02
 YOG= -0.3301407637162443599700D+00 YG = -0.3298786156257829595517D+00
 KOOKDiNAT= 0.127650000000000000D+02
 YOG= -0.3274648941380178272010D+00 YG = -0.3271984526365170917228D+00
 KOORDiNAT= 0.128650000000000000D+02
 YOG= -0.3247269082201840031260D+00 YG = -0.32445601958071328301.3D+00
 KOOKDiNAT= 0.129650000000000000D+02
 YOG= -0.3219247688619129604148D+00 YG = -0.3216492675767124476243D+00
 KOORDiNAT= 0.130650000000000000D+02
 YOG= -0.3190563003858998341314D+00 YG = -0.3187760162772265275978D+00
 KOORDiNAT= 0.131650000000000000D+02
 YOG= -0.3161191986160513385236D+00 YG = -0.3158339418405345068275D+00
 KOORDiNAT= 0.132650000000000000D+02
 YOG= -0.3131109875146445255011D+00 YG = -0.3128205634451671648119D+00

KOORDINAT= 0.1336500000000000D+02
 YOG= -0.3100290341604948130336D+00 YG = -0.3097332281267071827179D+00
 KOORDINAT= 0.1346500000000000D+02
 YOG= -0.3068705098094284825153D+00 YG = -0.3065690936744609743868D+00
 KOORDINAT= 0.1356500000000000D+02
 YOG= -0.3036323807293158668568D+00 YG = -0.3033251092759332767804D+00
 KOORDINAT= 0.1366500000000000D+02
 YOG= -0.3003113844418416114558D+00 YG = -0.2999979935359646372239D+00
 KOORDINAT= 0.1376500000000000D+02
 YOG= -0.2969040049291649341125D+00 YG = -0.2965842094221142010182D+00
 KOORDINAT= 0.1386500000000000D+02
 YOG= -0.2934064442718732467645D+00 YG = -0.2930799355945172591083D+00
 KOORDINAT= 0.1396500000000000D+02
 YOG= -0.2898145900701903510159D+00 YG = -0.2894810334619469806899D+00
 KOORDINAT= 0.1406500000000000D+02
 YOG= -0.2861239778566918041992D+00 YG = -0.2857830091594338997900D+00
 KOORDINAT= 0.1416500000000000D+02
 YOG= -0.2823297475270286966893D+00 YG = -0.2819809694575636936942D+00
 KOORDINAT= 0.1426500000000000D+02
 YOG= -0.2784265925835433437916D+00 YG = -0.2780695703773704113659D+00
 KOORDINAT= 0.1436500000000000D+02
 YOG= -0.2744087006890919353021D+00 YG = -0.2746429569810785616424D+00
 KOORDINAT= 0.1446500000000000D+02
 YOG= -0.2702696836427618604446D+00 YG = -0.2698946924151378394822D+00
 KOORDINAT= 0.1456500000000000D+02
 YOG= -0.26600249438475B6531987D+00 YG = -0.2656176737664807291198D+00
 KOORDINAT= 0.1466500000000000D+02
 YOG= -0.2615993279713237006101D+00 YG = -0.2612040316112869096676D+00
 KOORDINAT= 0.1476500000000000D+02
 YOG= -0.2570515025705657063866D+00 YG = -0.2566450092244001415293D+00
 KOORDINAT= 0.1486500000000000D+02
 YOG= -0.2523493153276268087070D+00 YG = -0.2519308161852943096170D+00
 KOORDINAT= 0.1496500000000000D+02
 YOG= -0.2474818363022935881129D+00 YG = -0.2470504494286358833002D+00
 KOORDINAT= 0.1506500000000000D+02
 YOG= -0.2424368413997516061606D+00 YG = -0.2419914724433690284674D+00
 KOORDINAT= 0.1516500000000000D+02
 YOG= -0.2372002420010573025509D+00 YG = -0.2367397400190579416759D+00
 KOORDINAT= 0.1526500000000000D+02
 YOG= -0.2317560443985106760864D+00 YG = -0.2312790511998874910797D+00
 KOORDINAT= 0.1536500000000000D+02
 YOG= -0.2260857654329020209384D+00 YG = -0.2255967061882639581525D+00
 KOORDINAT= 0.1546500000000000D+02
 YOG= -0.2201679007509995209391D+00 YG = -0.2196529326310378355264D+00
 KOORDINAT= 0.1556500000000000D+02
 YOG= -0.2139771869212694727060D+00 YG = -0.2134401310085528465883D+00
 KOORDINAT= 0.1566500000000000D+02
 YOG= -0.2074836149629988524736D+00 YG = -0.2069218642804294828062D+00
 KOORDINAT= 0.1576500000000000D+02
 YOG= -0.2006510848282011455437D+00 YG = -0.2000614774126354955754D+00
 KOORDINAT= 0.1586500000000000D+02
 YOG= -0.1934355273435552316587D+00 YG = -0.1928141666813471367747D+00
 KOORDINAT= 0.1596500000000000D+02
 YOG= -0.1857822116108692221513D+00 YG = -0.1851242051404539243566D+00
 KOORDINAT= 0.1606500000000000D+02
 YOG= -0.177621760780925138265D+00 YG = -0.1769208257739131608049D+00
 KOORDINAT= 0.1616500000000000D+02
 YOG= -0.16886402980489B8136320D+00 YG = -0.1681118742827081500736D+00
 KOORDINAT= 0.1626500000000000D+02
 YOG= -0.159388255036545452900436D+00 YG = -0.1585735545875537191801D+00
 KOORDINAT= 0.1636500000000000D+02
 YOG= -0.1490262695247442426136D+00 YG = -0.1481328642474978376263D+00
 KOORDINAT= 0.1646500000000000D+02
 YOG= -0.1375317127508229713681D+00 YG = -0.1365351527508938532741D+00
 KOORDINAT= 0.1656500000000000D+02
 YOG= -0.1245176798594904875915D+00 YG = -0.1233778061972178381450D+00
 KOORDINAT= 0.1666500000000000D+02
 YOG= -0.1093113995551385174253D+00 YG = -0.1079535183008816144455D+00

KOORDINAT= 0.137650000000000D+02
YOG= -0.9053200907498619533900D-01 YG= -0.8878412380974974820823D-01
KOORDINAT= 0.16865000000000000D+02
YOG= -0.6421964251068178417842D-01 YG= -0.6144125312378253378330D-01

C = 20.000000
D = 20.000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
S1 = 10000.0000000
S2 = 10.0000000
ART = 2.0000000

ORTA BASINC DURUHUNDA C = 20 İÇİN F*ALFA/(HUL*L) NİN HESABI

F*ALFA/(HUL*L) = 0.227134287157984088721334D+01

C = 16.1100000
D = 20.0000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
S1 = 10000.0000000
S2 = 10.0000000
ART = 2.0000000

ORTA BASINC DURUHUNDA C = 16.11 İÇİN F*ALFA/(NU*L*L) NİN DEĞERİ

F*ALFA/(NU*L*L) = -0.150185564138344541851944D+01

C = 16.1100000
D = 20.0000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
R = 1.2899000
S2 = 100.0000000

ORTA BASINC DURUHUNDA 20-A İLE 20 ARASINDAKİ GERİLMELER
GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE CARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
YOG = YEREL OLmayAN GERİLME
YG = YEREL GERİLME

KOORDINAT= 0.19999999600000000D+02
YOG= -0.1193159441750915351959D+04 YG= -0.1058636367960137484669D+04
KOORDINAT= 0.19999999600000000D+02
YOG= -0.1327108989804452343989D+04 YG= -0.1123367871556595607322D+04
KOORDINAT= 0.19999999600000000D+02
YOG= -0.1446643482198540928974D+04 YG= -0.1200428256718066366903D+04
KOORDINAT= 0.19999999720000000D+02
YOG= -0.1550423547287019482235D+04 YG= -0.1294204985104960415054D+04
KOORDINAT= 0.19999999760000000D+02
YOG= -0.1637081593119378025537D+04 YG= -0.1411608256425701481895D+04
KOORDINAT= 0.19999999800000000D+02
YOG= -0.1704293630547055772468D+04 YG= -0.1564288961503259596275D+04
KOORDINAT= 0.19999999840000000D+02
YOG= -0.1749529666128649651581D+04 YG= -0.1773807087890142846856D+04
KOORDINAT= 0.19999999880000000D+02
YOG= -0.1768755601489108266945D+04 YG= -0.2085856231553109189262D+04
KOORDINAT= 0.19999999920000000D+02
YOG= -0.1756175202563662145117D+04 YG= -0.2621057644149166554358D+04
KOORDINAT= 0.19999999960000000D+02
YOG= -0.1700710066480664298011D+04 YG= -0.3872993461953845002086D+04
KOORDINAT= 0.20000000000000000D+02
YOG= -0.1569112219319287010891D+04 YG= SONSUZ

C = 16.110000
 D = 20.000000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000004
 R = 1.2899000
 S2 = 100.000000

 ORTA BASINCA DURUMUNDA 20-S-A İLE 20-A ARASINDAKI GERİLMELER
 GERİLMELER (1+NÜ) *BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME
 YG = YEREL GERİLME

 KOORDİNAT= 0.1999999800000000D+02
 YOG= -0.4288503216169315947082D+03 YG= -0.4275798286242355032652D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999804000000D+02
 YOG= -0.4338122812258680655727D+03 YG= -0.4324735541049331594821D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999808000000D+02
 YOG= -0.4389381260225616016442D+03 YG= -0.4375259466770823010266D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999812000000D+02
 YOG= -0.4442369938366957721001D+03 YG= -0.4427456202464909479950D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999816900000D+02
 YOG= -0.4497187524554249686150D+03 YG= -0.4481418528757458193860D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999820000000D+02
 YOG= -0.4553940766655633154769D+03 YG= -0.4537246538152433581591D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999824000000D+02
 YOG= -0.4612745355340571377316D+03 YG= -0.4595048389686524832078D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999828000000D+02
 YOG= -0.4673726915863470686909D+03 YG= -0.4654941160738691206376D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999832000000D+02
 YOG= -0.4737022138631095855661D+03 YG= -0.4717051811109578285889D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999836000000D+02
 YOG= -0.4802780072295449066024D+03 YG= -0.4781518277186069645082D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999840000000D+02
 YOG= -0.4871163607969817224851D+03 YG= -0.4848490717620946083746D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999844000000D+02
 YOG= -0.4942351189190019184997D+03 YG= -0.4918132935550727411769D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999848000000D+02
 YOG= -0.5016538789762036420904D+03 YG= -0.4990624008020079235337D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999852000000D+02
 YOG= -0.5093942211082729589384D+03 YG= -0.5066160158946671303472D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999856000000D+02
 YOG= -0.5174799762467338040160D+03 YG= -0.5144956919840914672697D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999860000000D+02
 YOG= -0.5259375403239234034289D+03 YG= -0.5227251631906882191735D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999864000000D+02
 YOG= -0.534796244488371920591D+03 YG= -0.531330635501760777007D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999868000000D+02
 YOG= -0.5440887936878188116718D+03 YG= -0.5403411263973533584670D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999872000000D+02
 YOG= -0.5538517892881959000611D+03 YG= -0.5497888631334030187138D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999876000000D+02
 YOG= -0.5641263557601302998645D+03 YG= -0.5597097520173870402891D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999880000000D+02
 YOG= -0.5749308972818976491933D+03 YG= -0.5701439340999478419689D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999884000000D+02
 YOG= -0.5864020179528318363359D+03 YG= -0.5811364466997109797406D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999888000000D+02
 YOG= -0.5985156500230034827486D+03 YG= -0.5927380153846688622305D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999892000000D+02
 YOG= -0.6113684493713662145405D+03 YG= -0.6050060078782638597865D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999896000000D+02
 YOG= -0.6250395382953790995354D+03 YG= -0.6180055904396451464805D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999900000000D+02
 YOG= -0.6396207054303771378204D+03 YG= -0.6318111394340840530081D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999904000000D+02
 YOG= -0.6552192159099438152463D+03 YG= -0.6465079772801524128716D+03
 KOORDİNAT= 0.1999999908000000D+02
 YOG= -0.6719614491809671318429D+03 YG= -0.6621945245088559630614D+03

KOORDINAT= 0.19999999912000000D+02
 YOG= -0.6899976796434250003527D+03 YG= -0.6789849909142649594252D+03
 KOORDINAT= 0.199999999160000000D+02
 YOG= -0.7095084678900569350180D+03 YG= -0.6970127726373173960215D+03
 KOORDINAT= 0.199999999200000000D+02
 YOG= -0.730713375917563656583D+03 YG= -0.7164347844772069290821D+03
 KOORDINAT= 0.199999999240000000D+02
 YOG= -0.7538831291880632407574D+03 YG= -0.7374370470268487135250D+03
 KOORDINAT= 0.199999999280000000D+02
 YOG= -0.7793570603561741410201D+03 YG= -0.7602419810128210209180D+03
 KOORDINAT= 0.199999999320000000D+02
 YOG= -0.8075689707325533601617D+03 YG= -0.7851180601052144568737D+03
 KOORDINAT= 0.199999999360000000D+02
 YOG= -0.8398070740993919323113D+03 YG= -0.8123927774709141230848D+03
 KOORDINAT= 0.199999999400000000D+02
 YOG= -0.874678993077753580070D+03 YG= -0.8424703566200414226523D+03
 KOORDINAT= 0.199999999440000000D+02
 YOG= -0.9154250776568990003603D+03 YG= -0.8758563990025507199779D+03
 KOORDINAT= 0.199999999480000000D+02
 YOG= -0.962935972480936432577D+03 YG= -0.9131929170674864175403D+03
 KOORDINAT= 0.199999999520000000D+02
 YOG= -0.1019836182343292674472D+04 YG= -0.9553093397637194555325D+03
 KOORDINAT= 0.199999999560000000D+02
 YOG= -0.109115580589030946998D+04 YG= -0.1003298851287337784257D+04
 KOORDINAT= 0.199999999600000000D+02
 YOG= -0.1193159441750915351959D+04 YG= -0.1058636367960137484669D+04

C = 16.110000
 D = 20.000000
 DE = 0.436700
 A = 0.0000004
 R = 1.289900
 S2 = 100.000000

ORTA BASINÇ DURUMUNDA -16.11+A İLE -16.11 ARASINDAKİ GERİLMELER
 GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLМАYAN GERİLME
 YG = YEREL GERİLME

KOORDINAT= -0.161099999600000000D+02
 YOG= -0.8996096559779135849513D-05 YG= -0.9218455695770218231784D-05
 KOORDINAT= -0.161099999640000000D+02
 YOG= -0.841036949185433996043D-05 YG= -0.8687263174943325176819D-05
 KOORDINAT= -0.161099999680000000D+02
 YOG= -0.778291751360640715679D-05 YG= -0.8129592230430587100687D-05
 KOORDINAT= -0.161099999720000000D+02
 YOG= -0.7120719172061291052375D-05 YG= -0.7540530462977253649386D-05
 KOORDINAT= -0.161099999760000000D+02
 YOG= -0.6432872088072069924524D-05 YG= -0.6913385464851226133270D-05
 KOORDINAT= -0.161099999800000000D+02
 YOG= -0.5726276365147374020730D-05 YG= -0.6238612001183990911993D-05
 KOORDINAT= -0.161099999840000000D+02
 YOG= -0.5011149009841144999867D-05 YG= -0.5501721039280642939937D-05
 KOORDINAT= -0.161099999880000000D+02
 YOG= -0.4297291178080253590225D-05 YG= -0.4678650193604342045098D-05
 KOORDINAT= -0.161099999920000000D+02
 YOG= -0.3597133238379671119537D-05 YG= -0.3723302907850063098295D-05
 KOORDINAT= -0.161099999960000000D+02
 YOG= -0.2924981430062229851402D-05 YG= -0.2519754172189195685015D-05
 KOORDINAT= -0.161100090900000000D+02
 YOG= -0.230092107881601185846BD-05 YG= -0.0000000000000000000000D+00

C = 16.110000
 D = 20.000000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000004
 R = 1.2899000
 S2 = 100.0000000
 BA = -16.1000000
 ART = 0.2000000

 ORTA BASINÇ DURUMUNDA -16.10 İLE 19.9 ARASINDAKİ GERİLMELER
 GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME
 YG = YEREL GERİLME

 KOORDİNAT = -0.1610000000000000D+02
 YOG= -0.1012200989385063148811D-01 YG= -0.101220098935293135804D-01
 KOORDİNAT = -0.1590000000000000D+02
 YOG= -0.5611015583651119468921D-01 YG= -0.5611015636882041486156D-01
 KOORDİNAT = -0.1570000000000000D+02
 YOG= -0.8159805999060434505149D-01 YG= -0.8159806076900945426090D-01
 KOORDİNAT = -0.1550000000000000D+02
 YOG= -0.1018198910193579159430D+00 YG= -0.1018198919960894231240D+00
 KOORDİNAT = -0.1530000000000000D+02
 YOG= -0.1191675001356540871475D+00 YG= -0.1191675012852114577522D+00
 KOORDİNAT = -0.1510000000000000D+02
 YOG= -0.1346134673263500170059D+00 YG= -0.1346134686322360022943D+00
 KOORDİNAT = -0.1490000000000000D+02
 YOG= -0.1486714083019608966463D+00 YG= -0.1486714097524082354830D+00
 KOORDİNAT = -0.1470000000000000D+02
 YOG= -0.1616530129912273240489D+00 YG= -0.1616530145773254873133D+00
 KOORDİNAT = -0.1450000000000000D+02
 YOG= -0.1737648354819184135566D+00 YG= -0.1737648371966417117968D+00
 KOORDİNAT = -0.1430000000000000D+02
 YOG= -0.1851523928573252288142D+00 YG= -0.1851523946949705462962D+00
 KOORDİNAT = -0.1410000000000000D+02
 YOG= -0.1959229350455914501250D+00 YG= -0.1959229370014269573164D+00
 KOORDİNAT = -0.1390000000000000D+02
 YOG= -0.2061583016948058216863D+00 YG= -0.2061583037648385240940D+00
 KOORDİNAT = -0.1370000000000000D+02
 YOG= -0.2159226886191806314429D+00 YG= -0.2159226907999955307858D+00
 KOORDİNAT = -0.1350000000000000D+02
 YOG= -0.2252675941698550734981D+00 YG= -0.2252675964584998295637D+00
 KOORDİNAT = -0.1330000000000000D+02
 YOG= -0.2342351068625931911075D+00 YG= -0.2342351092564929548768D+00
 KOORDİNAT = -0.1310000000000000D+02
 YOG= -0.2428601687699097874808D+00 YG= -0.2428601712668027578316D+00
 KOORDİNAT = -0.1290000000000000D+02
 YOG= -0.2511721804829081526895D+00 YG= -0.2511721830807957946239D+00
 KOORDİNAT = -0.1270000000000000D+02
 YOG= -0.2591961681821704411226D+00 YG= -0.2591961708792783414631D+00
 KOORDİNAT = -0.1250000000000000D+02
 YOG= -0.2669536509076547848673D+00 YG= -0.2669536537024013954870D+00
 KOORDİNAT = -0.1230000000000000D+02
 YOG= -0.2744632973469598097210D+00 YG= -0.2744633002379311512437D+00
 KOORDİNAT = -0.1210000000000000D+02
 YOG= -0.2817414315678383555617D+00 YG= -0.2817414345537673011051D+00
 KOORDİNAT = -0.1190000000000000D+02
 YOG= -0.2888024282217183859289D+00 YG= -0.2888024313014675166956D+00
 KOORDİNAT = -0.1170000000000000D+02
 YOG= -0.2956590254670762437075D+00 YG= -0.2956590286396235272955D+00
 KOORDİNAT = -0.1150000000000000D+02
 YOG= -0.3023225756904224629340D+00 YG= -0.3023225789548491890974D+00
 KOORDİNAT = -0.1130000000000000D+02
 YOG= -0.3088032485464016833770D+00 YG= -0.3088032519018822247492D+00
 KOORDİNAT = -0.1110000000000000D+02
 YOG= -0.3151101969865437788099D+00 YG= -0.3151102004323368415155D+00
 KOORDİNAT = -0.1090000000000000D+02
 YOG= -0.3212516942287108709036D+00 YG= -0.3212516977641519724835D+00

KOORDiNAT= -0.107000000000000000D+02
 YOG= -0.3272352476714903401641D+00 YG= -0.3272352512959853069012D+00
 KOORDiNAT= -0.105000000000000000D+02
 YOG= -0.3330676943413312641966D+00 YG= -0.3330676980543505816333D+00
 KOORDiNAT= -0.103000000000000000D+02
 YOG= -0.3387552814164212713547D+00 YG= -0.3387552852174951539677D+00
 KOORDiNAT= -0.101000000000000000D+02
 YOG= -0.3443037345926798773225D+00 YG= -0.3443037384813939483875D+00
 KOORDiNAT= -0.990000000000000000D+01
 YOG= -0.349718316469864909422D+00 YG= -0.3497183204458564014397D+00
 KOORDiNAT= -0.970000000000000000D+01
 YOG= -0.3550038766880418430542D+00 YG= -0.3550038807509962474104D+00
 KOORDiNAT= -0.950000000000000000D+01
 YOG= -0.3601648952000435323476D+00 YG= -0.3601648993496916314141D+00
 KOORDiNAT= -0.930000000000000000D+01
 YOG= -0.3652055197979011943871D+00 YG= -0.3652055240340164326490D+00
 KOORDiNAT= -0.910000000000000000D+01
 YOG= -0.3701295988016104726445D+00 YG= -0.3701296031240066183230D+00
 KOORDiNAT= -0.890000000000000000D+01
 YOG= -0.3749407096531326467853D+00 YG= -0.3749407140616617100916D+00
 KOORDiNAT= -0.870000000000000000D+01
 YOG= -0.3796421840269548919080D+00 YG= -0.3796421885215052688936D+00
 KOORDiNAT= -0.850000000000000000D+01
 YOG= -0.3842371299631782050124D+00 YG= -0.3842371345436730209113D+00
 KOORDiNAT= -0.830000000000000000D+01
 YOG= -0.3887284514441906871419D+00 YG= -0.3887284561105863168724D+00
 KOORDiNAT= -0.810000000000000000D+01
 YOG= -0.3931188657671284858569D+00 YG= -0.3931188705194132325074D+00
 KOORDiNAT= -0.790000000000000000D+01
 YOG= -0.3974109190081661263035D+00 YG= -0.3974109238463590411206D+00
 KOORDiNAT= -0.770000000000000000D+01
 YOG= -0.4016069998286195503493D+00 YG= -0.4016070047527693798613D+00
 KOORDiNAT= -0.750000000000000000D+01
 YOG= -0.4057093518348747805658D+00 YG= -0.4057093568450590285845D+00
 KOORDiNAT= -0.730000000000000000D+01
 YOG= -0.4097200846726975525207D+00 YG= -0.4097200897690216461749D+00
 KOORDiNAT= -0.710000000000000000D+01
 YOG= -0.4136411840102948597957D+00 YG= -0.4136411891928914102584D+00
 KOORDiNAT= -0.690000000000000000D+01
 YOG= -0.4174745205426066802792D+00 YG= -0.4174745258116348300018D+00
 KOORDiNAT= -0.670000000000000000D+01
 YOG= -0.4212218581309237344021D+00 YG= -0.4212218634865685836999D+00
 KOORDiNAT= -0.650000000000000000D+01
 YOG= -0.4248848611764293578308D+00 YG= -0.4248848666189014645550D+00
 KOORDiNAT= -0.630000000000000000D+01
 YOG= -0.4284651013131470216347D+00 YG= -0.42846510684268196B4386D+00
 KOORDiNAT= -0.610000000000000000D+01
 YOG= -0.4319640634946325851346D+00 YG= -0.4319640691114906095202D+00
 KOORDiNAT= -0.590000000000000000D+01
 YOG= -0.4353831515392512358329D+00 YG= -0.4353831572437169187542D+00
 KOORDiNAT= -0.570000000000000000D+01
 YOG= -0.4387236931907532781701D+00 YG= -0.4387236989831352874913D+00
 KOORDiNAT= -0.550000000000000000D+01
 YOG= -0.4419869447438891743284D+00 YG= -0.4419869506245200598987D+00
 KOORDiNAT= -0.530000000000000000D+01
 YOG= -0.4451740952788003586620D+00 YG= -0.4451741012480363961762D+00
 KOORDiNAT= -0.510000000000000000D+01
 YOG= -0.4482862705427378107036D+00 YG= -0.4482862766009588918829D+00
 KOORDiNAT= -0.490000000000000000D+01
 YOG= -0.4513245365131703074798D+00 YG= -0.4513245426607798744387D+00
 KOORDiNAT= -0.470000000000000000D+01
 YOG= -0.4542899026724447163631D+00 YG= -0.4542899089098697383104D+00
 KOORDiNAT= -0.450000000000000000D+01
 YOG= -0.4571833259207647662457D+00 YG= -0.457183313484557569552D+00
 KOORDiNAT= -0.430000000000000000D+01
 YOG= -0.4600057088512896187090D+00 YG= -0.4600057152697206934169D+00
 KOORDiNAT= -0.410000000000000000D+01
 YOG= -0.4627579413085579932139D+00 YG= -0.4627579178182269638345D+00

KOORDiNAT= -0.390000000000000000D+01
 YOG= -0.4654407437491658912028D+00 YG= -0.4654407503505943989540D+00
 KOORDiNAT= -0.370000000000000000D+01
 YOG= -0.4680549739216223636793D+00 YG= -0.4680549806153560483991D+00
 KOORDiNAT= -0.350000000000000000D+01
 YOG= -0.4706013279805411365550D+00 YG= -0.4706013347671498421571D+00
 KOORDiNAT= -0.330000000000000000D+01
 YOG= -0.4730804923487646303952D+00 YG= -0.4730804992288426461471D+00
 KOORDiNAT= -0.310000000000000000D+01
 YOG= -0.4754931154396339941709D+00 YG= -0.4754931224138003314238D+00
 KOORDiNAT= -0.290000000000000000D+01
 YOG= -0.4778398092503911105429D+00 YG= -0.4778398163192898150435D+00
 KOORDiNAT= -0.270000000000000000D+01
 YOG= -0.4801211508366062918643D+00 YG= -0.480121158000906791571D+00
 KOORDiNAT= -0.250000000000000000D+01
 YOG= -0.48233768367865515067848D+00 YG= -0.482337690936948995458BD+00
 KOORDiNAT= -0.230000000000000000D+01
 YOG= -0.4844899189335687358113D+00 YG= -0.4844899262907845927210D+00
 KOORDiNAT= -0.210000000000000000D+01
 YOG= -0.4865783366237037192140D+00 YG= -0.4865783440784859654301D+00
 KOORDiNAT= -0.190000000000000000D+01
 YOG= -0.4886033866951758950653D+00 YG= -0.4886033942482996869597D+00
 KOORDiNAT= -0.170000000000000000D+01
 YOG= -0.4905654900256261370844D+00 YG= -0.4905654976778942977756D+00
 KOORDiNAT= -0.150000000000000000D+01
 YOG= -0.4924650393425166353002D+00 YG= -0.4924650470947602249194D+00
 KOORDiNAT= -0.130000000000000000D+01
 YOG= -0.4943024000715446201408D+00 YG= -0.4943024079246235459291D+00
 KOORDiNAT= -0.110000000000000000D+01
 YOG= -0.4960779111174672242574D+00 YG= -0.4960779190722708916383D+00
 KOORDiNAT= -0.900000000000000000D+00
 YOG= -0.4977918855813129997024D+00 YG= -0.4977918936387610056158D+00
 KOORDiNAT= -0.700000000000000000D+00
 YOG= -0.4994446114175715279242D+00 YG= -0.4994446195786143978507D+00
 KOORDiNAT= -0.500000000000000000D+00
 YOG= -0.50103633520346018240969D+00 YG= -0.5010363603002217943518D+00
 KOORDiNAT= -0.300000000000000000D+00
 YOG= -0.5025673468411789949257D+00 YG= -0.502567355212390841956BD+00
 KOORDiNAT= -0.100000000000000000D+00
 YOG= -0.5040378117418034431759D+00 YG= -0.5040378202196553617639D+00
 KOORDiNAT= -0.100000000000000000D+00
 YOG= -0.5054479395831247807786D+00 YG= -0.5054479481686993132074D+00
 KOORDiNAT= -0.300000000000000000D+00
 YOG= -0.5067979005535807979374D+00 YG= -0.5067979092479958163851D+00
 KOORDiNAT= -0.500000000000000000D+00
 YOG= -0.5080878425381179013471D+00 YG= -0.5080878513425276459370D+00
 KOORDiNAT= -0.700000000000000000D+00
 YOG= -0.5093178914296411861036D+00 YG= -0.5093179003452373612592D+00
 KOORDiNAT= -0.900000000000000000D+00
 YOG= -0.5104881513986377580614D+00 YG= -0.5104881604266506900240D+00
 KOORDiNAT= -0.110000000000000000D+01
 YOG= -0.5115987051222242712411D+00 YG= -0.5115987142639241298431D+00
 KOORDiNAT= -0.130000000000000000D+01
 YOG= -0.5126496139736872376682D+00 YG= -0.5126496232303853256876D+00
 KOORDiNAT= -0.150000000000000000D+01
 YOG= -0.5136409181734109854600D+00 YG= -0.5136409275464610991709D+00
 KOORDiNAT= -0.170000000000000000D+01
 YOG= -0.5145726369019217768456D+00 YG= -0.5145726463927216416384D+00
 KOORDiNAT= -0.190000000000000000D+01
 YOG= -0.5154447683756162356325D+00 YG= -0.5154447779856090208963D+00
 KOORDiNAT= -0.210000000000000000D+01
 YOG= -0.5162572898855866339678D+00 YG= -0.5162572996162625517544D+00
 KOORDiNAT= -0.230000000000000000D+01
 YOG= -0.5170101577998035724618D+00 YG= -0.5170101676527015648050D+00
 KOORDiNAT= -0.250000000000000000D+01
 YOG= -0.5177033075287670237850D+00 YG= -0.5177033175054765439348D+00
 KOORDiNAT= -0.270000000000000000D+01
 YOG= -0.5183366534545884989902D+00 YG= -0.5183366635567513922376D+00

KOORDINAT= 0.2900000000000000D+01
 YOG= -0.5189100888233191598862D+00 YG= -0.5189100990526316501057D+00
 KOORDiNAT= 0.31000000000000000000D+01
 YOG= -0.5194234856001899699833D+00 YG= -0.5194234959584047585126D+00
 KOORDiNAT= 0.33000000000000000000D+01
 YOG= -0.5198766942872793772714D+00 YG= -0.5198767047762078612804D+00
 KOORDiNAT= 0.35000000000000000000D+01
 YOG= -0.5202695437929704650359D+00 YG= -0.5202695543244850831199D+00
 KOORDiNAT= 0.37000000000000000000D+01
 YOG= -0.5206018497224018747189D+00 YG= -0.5206018514784385880829D+00
 KOORDiNAT= 0.39000000000000000000D+01
 YOG= -0.5208733699779539395631D+00 YG= -0.5208733808705148578605D+00
 KOORDiNAT= 0.41000000000000000000D+01
 YOG= -0.5210838935186421577947D+00 YG= -0.5210839045497983194363D+00
 KOORDiNAT= 0.43000000000000000000D+01
 YOG= -0.5212331504271131000791D+00 YG= -0.5212331615990074176618D+00
 KOORDiNAT= 0.45000000000000000000D+01
 YOG= -0.5213208563927517260457D+00 YG= -0.5213208677076021084548D+00
 KOORDiNAT= 0.47000000000000000000D+01
 YOG= -0.5213467032392124181532D+00 YG= -0.5213467146993150818925D+00
 KOORDiNAT= 0.49000000000000000000D+01
 YOG= -0.5213103584044772509544D+00 YG= -0.5213103700122102343529D+00
 KOORDiNAT= 0.51000000000000000000D+01
 YOG= -0.5212114643713223868407D+00 YG= -0.5212114761291492819906D+00
 KOORDiNAT= 0.53000000000000000000D+01
 YOG= -0.5210496380458351549199D+00 YG= -0.5210496499563090735305D+00
 KOORDiNAT= 0.55000000000000000000D+01
 YOG= -0.5208244700813682752988D+00 YG= -0.5208244821471360661150D+00
 KOORDiNAT= 0.57000000000000000000D+01
 YOG= -0.5205355241450415752559D+00 YG= -0.5205355363688483123121D+00
 KOORDiNAT= 0.59000000000000000000D+01
 YOG= -0.5201823361236029055692D+00 YG= -0.5201823485082966683412D+00
 KOORDiNAT= 0.61000000000000000000D+01
 YOG= -0.5197644132651360293823D+00 YG= -0.5197644258136729978836D+00
 KOORDiNAT= 0.63000000000000000000D+01
 YOG= -0.5192812332527509336846D+00 YG= -0.5192812459682008237599D+00
 KOORDiNAT= 0.65000000000000000000D+01
 YOG= -0.5187322432060078577324D+00 YG= -0.5187322560915597242476D+00
 KOORDiNAT= 0.67000000000000000000D+01
 YOG= -0.5181168586054064871609D+00 YG= -0.5181168716643749255156D+00
 KOORDiNAT= 0.69000000000000000000D+01
 YOG= -0.5174344621348119030308D+00 YG= -0.5174344753706436824555D+00
 KOORDiNAT= 0.71000000000000000000D+01
 YOG= -0.5166844024361841428746D+00 YG= -0.5166844158524653083701D+00
 KOORDiNAT= 0.73000000000000000000D+01
 YOG= -0.5158659927704231558386D+00 YG= -0.5158660663708866394023D+00
 KOORDiNAT= 0.75000000000000000000D+01
 YOG= -0.5149785095775293464828D+00 YG= -0.5149785233660631325252D+00
 KOORDiNAT= 0.77000000000000000000D+01
 YOG= -0.5140211909286048308756D+00 YG= -0.5140212049092607254913D+00
 KOORDiNAT= 0.79000000000000000000D+01
 YOG= -0.5129932348614740852795D+00 YG= -0.5129932490384771444039D+00
 KOORDiNAT= 0.81000000000000000000D+01
 YOG= -0.5118937975908759100822D+00 YG= -0.5118938119686345876039D+00
 KOORDiNAT= 0.83000000000000000000D+01
 YOG= -0.5107219915832614090871D+00 YG= -0.5107220061663784928005D+00
 KOORDiNAT= 0.85000000000000000000D+01
 YOG= -0.5094768834852134578587D+00 YG= -0.5094768982784978688517D+00
 KOORDiNAT= 0.87000000000000000000D+01
 YOG= -0.5081574918933687694156D+00 YG= -0.5081575069018483092177D+00
 KOORDiNAT= 0.89000000000000000000D+01
 YOG= -0.5067627849524591899304D+00 YG= -0.5067628001813943296657D+00
 KOORDiNAT= 0.91000000000000000000D+01
 YOG= -0.5052916777666771865851D+00 YG= -0.5052916932215760036588D+00
 KOORDiNAT= 0.93000000000000000000D+01
 YOG= -0.5037430296079921060798D+00 YG= -0.5037430452946264867985D+00
 KOORDiNAT= 0.95000000000000000000D+01
 YOG= -0.5021156409032763643000D+00 YG= -0.5021156568276994055415D+00

KOORDINAT= 0.9700000000000000D+01
 YOG= -0.5004082499801187257565D+00 YG= -0.5004082661486846856672D+00
 KOORDINAT= 0.9900000000000000D+01
 YOG= -0.4986195295489759789516D+00 YG= -0.4986195459683599460271D+00
 KOORDINAT= 0.1010000000000000D+02
 YOG= -0.4967480828968110672311D+00 YG= -0.4967480995740325394505D+00
 KOORDINAT= 0.1030000000000000D+02
 YOG= -0.4947924397645466354151D+00 YG= -0.4947924567069942268786D+00
 KOORDINAT= 0.1050000000000000D+02
 YOG= -0.4927510518774839042763D+00 YG= -0.4927510690929426266533D+00
 KOORDINAT= 0.1070000000000000D+02
 YOG= -0.4906222880942472423071D+00 YG= -0.4906223055909284430870D+00
 KOORDINAT= 0.1090000000000000D+02
 YOG= -0.4884044291357568727075D+00 YG= -0.4884044469223311526595D+00
 KOORDINAT= 0.1110000000000000D+02
 YOG= -0.4860956618511396093741D+00 YG= -0.4860956799367730888673D+00
 KOORDINAT= 0.1130000000000000D+02
 YOG= -0.4836940729722847655287D+00 YG= -0.4836940913666791247662D+00
 KOORDINAT= 0.1150000000000000D+02
 YOG= -0.4811976423028534000813D+00 YG= -0.4811976610162901835070D+00
 KOORDINAT= 0.1170000000000000D+02
 YOG= -0.4786042352808564028611D+00 YG= -0.4786042543242461550086D+00
 KOORDINAT= 0.1190000000000000D+02
 YOG= -0.4759115948463208507392D+00 YG= -0.4759116142312577420883D+00
 KOORDINAT= 0.1210000000000000D+02
 YOG= -0.4731173325369421617790D+00 YG= -0.4731173522757648718546D+00
 KOORDINAT= 0.1230000000000000D+02
 YOG= -0.4702189187248369483674D+00 YG= -0.4702189388306967031821D+00
 KOORDINAT= 0.1250000000000000D+02
 YOG= -0.4672136718964222559691D+00 YG= -0.4672136923833590727978D+00
 KOORDINAT= 0.1270000000000000D+02
 YOG= -0.4640987468648977204934D+00 YG= -0.4640987477479261009325D+00
 KOORDINAT= 0.1290000000000000D+02
 YOG= -0.4608711217906440285282D+00 YG= -0.4608711430858495685163D+00
 KOORDINAT= 0.1310000000000000D+02
 YOG= -0.4575275838689311889387D+00 YG= -0.4575276055935798517102D+00
 KOORDINAT= 0.1330000000000000D+02
 YOG= -0.4540647135265424593081D+00 YG= -0.4540647356992045966891D+00
 KOORDINAT= 0.1350000000000000D+02
 YOG= -0.4504788669492183902316D+00 YG= -0.4504788895899100155252D+00
 KOORDINAT= 0.1370000000000000D+02
 YOG= -0.4467661567402836963930D+00 YG= -0.4467661798706280295000D+00
 KOORDINAT= 0.1390000000000000D+02
 YOG= -0.4429224304877168570340D+00 YG= -0.4429224541311298071475D+00
 KOORDINAT= 0.1410000000000000D+02
 YOG= -0.4389432469928820145495D+00 YG= -0.4389432711747860744193D+00
 KOORDINAT= 0.1430000000000000D+02
 YOG= -0.4348238498903526564313D+00 YG= -0.4348238746384247036799D+00
 KOORDINAT= 0.1450000000000000D+02
 YOG= -0.4305591383668195989267D+00 YG= -0.4305591437112793990518D+00
 KOORDINAT= 0.1470000000000000D+02
 YOG= -0.4261436346715713500904D+00 YG= -0.4261436606455192299474D+00
 KOORDINAT= 0.1490000000000000D+02
 YOG= -0.4215714481074227754713D+00 YG= -0.4215714747472370752467D+00
 KOORDINAT= 0.1510000000000000D+02
 YOG= -0.4168362352090537684586D+00 YG= -0.4168362625548615298143D+00
 KOORDINAT= 0.1530000000000000D+02
 YOG= -0.4119311558715545971644D+00 YG= -0.4119311839677926302336D+00
 KOORDINAT= 0.1550000000000000D+02
 YOG= -0.4068488253118253565797D+00 YG= -0.4068488542079138008087D+00
 KOORDINAT= 0.1570000000000000D+02
 YOG= -0.4015812619724797133761D+00 YG= -0.4015812917236368789349D+00
 KOORDINAT= 0.1590000000000000D+02
 YOG= -0.3961198318833725544456D+00 YG= -0.3961198625516089473244D+00
 KOORDINAT= 0.1610000000000000D+02
 YOG= -0.3904551906988357729763D+00 YG= -0.3904552223541778185735D+00
 KOORDINAT= 0.1630000000000000D+02
 YOG= -0.3845772258302633272280D+00 YG= -0.3845772585522750149320D+00

KOORDiNAT= 0.165000000000000000D+02
 YOG= -0.3784750031386450708431D+00 YG= -0.3784750370183410096148D+00
 KOORDiNAT= 0.167000000000000000D+02
 YOG= -0.3721367261416464813151D+00 YG= -0.3721367612839265576166D+00
 KOORDiNAT= 0.169000000000000000D+02
 YOG= -0.365549721691722900552D+00 YG= -0.3655497582229624875921D+00
 KOORDiNAT= 0.171000000000000000D+02
 YOG= -0.3587004765928740557811D+00 YG= -0.3587005146472403181159D+00
 KOORDiNAT= 0.173000000000000000D+02
 YOG= -0.3515747681006831013354D+00 YG= -0.3515748078523128595459D+00
 KOORDiNAT= 0.175000000000000000D+02
 YOG= -0.3441579652903991676195D+00 YG= -0.3441580069430489334238D+00
 KOORDiNAT= 0.177060000000000000D+02
 YOG= -0.3364356410841185544659D+00 YG= -0.3364356848859614413104D+00
 KOORDiNAT= 0.179000000000000000D+02
 YOG= -0.3283947569109072344007D+00 YG= -0.3283948031692868132856D+00
 KOORDiNAT= 0.181000000000000000D+02
 YOG= -0.3200259271412491672823D+00 YG= -0.3200259762443650656354D+00
 KOORDiNAT= 0.183000000000000000D+02
 YOG= -0.3113277886236460685835D+00 YG= -0.3113278410736019339909D+00
 KOORDiNAT= 0.185000000000000000D+02
 YOG= -0.3023156621639850570425D+00 YG= -0.3023157186294076857036D+00
 KOORDiNAT= 0.187000000000000000D+02
 YOG= -0.2930394944035473453372D+00 YG= -0.2930395558090353264669D+00
 KOORDiNAT= 0.189000000000000000D+02
 YOG= -0.2836234789532159581726D+00 YG= -0.2836235466346332994913D+00
 KOORDiNAT= 0.191000000000000000D+02
 YOG= -0.2743618464563922416183D+00 YG= -0.2743619224810886858777D+00
 KOORDiNAT= 0.193000000000000000D+02
 YOG= -0.265982748454950958226D+00 YG= -0.2659828363210684805959D+00
 KOORDiNAT= 0.195000000000000000D+02
 YOG= -0.2605355535522230061934D+00 YG= -0.2605356600923518382772D+00
 KOORDiNAT= 0.197000000000000000D+02
 YOG= -0.2656001853407026469091D+00 YG= -0.2656003278524809025228D+00
 KOORDiNAT= 0.199000000000000000D+02
 YOG= -0.3402992493511937647149D+00 YG= -0.3402995147968775676640D+00


```
*****
C = 20.0000000
D = 20.0000000
DE = 0.43670000
A = 0.00000040
R = 1.28990000
S1 = 39999.00000
S2 = 10.0000000
*****
```

UK = -40500000
F*ALFA/(MUL*L) NİN DEĞERİ

```
*****
F*ALFA/(MUL*L) = -0.397918270863830337203640D+01
*****
```

```
*****
C = 20.0000000
D = 20.0000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
R = 1.2899000
S2 = 100.0000000
*****
```

BÜYÜK BASINÇ DURUMUNDA -20 İLE -20+A ARASINDAKİ GERİLMELER
GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK ROYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME
YG = YEREL GERİLME

```
*****
KOORDINAT= -0.199999999600000000D+02
YOG= -0.1241804825093525586927D+04 YG= -0.1142672780491034123139D+04
KOORDINAT= -0.199999999640000000D+02
YOG= -0.1335250216506234878254D+04 YG= -0.1198476513435336001723D+04
KOORDINAT= -0.199999999680000000D+02
YOG= -0.1413646234872751983965D+04 YG= -0.1259628516741633253201D+04
KOORDINAT= -0.199999999720000000D+02
YOG= -0.1475886924172409432827D+04 YG= -0.1335265312049413551490D+04
KOORDINAT= -0.199999999760000000D+02
YOG= -0.1520925471097647929647D+04 YG= -0.1428246700800079265451D+04
KOORDINAT= -0.199999999800000000D+02
YOG= -0.1546863616731856228457D+04 YG= -0.1546613081776981864661D+04
KOORDINAT= -0.199999999840000000D+02
YOG= -0.1551798495703055078248D+04 YG= -0.1704913232619089354202D+04
KOORDINAT= -0.199999999380000000D+02
YOG= -0.153266476733646562146D+04 YG= -0.1933138754462639690148D+04
KOORDINAT= -0.199999999920000000D+02
YOG= -0.1485296551834077081172D+04 YG= -0.2307608233395666430106D+04
KOORDINAT= -0.199999999600000000D+02
YOG= -0.1401995087658499483865D+04 YG= -0.3123358809108953369384D+04
KOORDINAT= -0.200000000000000000D+02
YOG= -0.1262240884266825764436D+04 YG= SONSUZ
*****
```

```
*****
C = 20.0000000
D = 20.0000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
R = 1.2899000
S2 = 100.0000000
*****
```

BÜYÜK BASINÇ DURUMUNDA -20+A İLE -20+A ARASINDAKİ GERİLMELER
GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK ROYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
YOG = YEREL OLMAYAN GERİLME
YG = YEREL GERİLME

```
*****
KOORDINAT= -0.199999998000000000D+02
YOG= -0.5679796171082708748085D+03 YG= -0.5658244340873623557653D+03
KOORDINAT= -0.199999998040000000D+02
YOG= -0.5730632722486775336863D+03 YG= -0.5708385181405848513543D+03
KOORDINAT= -0.199999998080000000D+02
YOG= -0.5783008875620828042238D+03 YG= -0.5760018117426830656665D+03
*****
```

- KOORDINAT= -0.199999998120000000D+02
 YOG= -0.5837006045884308409316D+03 YG= -0.5813220050757437671293D+03
 KOORDINAT= -0.199999998160000000D+02
 YOG= -0.5892711906346082387233D+03 YG= -0.5868073594192131612564D+03
 KOORDINAT= -0.199999998200000000D+02
 YOG= -0.5950221028301006653352D+03 YG= -0.5924667631127115679941D+03
 KOORDINAT= -0.199999998240000000D+02
 YOG= -0.6009635604804440027775D+03 YG= -0.5983097943907073379147D+03
 KOORDINAT= -0.199999998280000000D+02
 YOG= -0.6071066270341705172430D+03 YG= -0.6043467921111871651602D+03
 KOORDINAT= -0.199999998320000000D+02
 YOG= -0.6134633032284196919808D+03 YG= -0.6105889355802750503390D+03
 KOORDINAT= -0.199999998360000000D+02
 YOG= -0.620046633283457577111D+03 YG= -0.6170483348913246320199D+03
 KOORDINAT= -0.199999998400000000D+02
 YOG= -0.6268708263914096526083D+03 YG= -0.6237381334589528514149D+03
 KOORDINAT= -0.199999998440000000D+02
 YOG= -0.6339513962082150017121D+03 YG= -0.6306726247466995458317D+03
 KOORDINAT= -0.199999998480000000D+02
 YOG= -0.6413053216345285529359D+03 YG= -0.6378673855753635193202D+03
 KOORDINAT= -0.199999998520000000D+02
 YOG= -0.6489512328931285703118D+03 YG= -0.6453394288753426314445D+03
 KOORDINAT= -0.199999998560000000D+02
 YOG= -0.656909627819940475533D+03 YG= -0.6531073793333663231009D+03
 KOORDINAT= -0.199999998600000000D+02
 YOG= -0.6652031244401387312486D+03 YG= -0.6611916761114952037454D+03
 KOORDINAT= -0.199999998640000000D+02
 YOG= -0.6738567573770999029527D+03 YG= -0.6696148077228429339885D+03
 KOORDINAT= -0.199999998680000000D+02
 YOG= -0.6828983275456334927731D+03 YG= -0.6784015852849509688249D+03
 KOORDINAT= -0.199999998720000000D+02
 YOG= -0.692358817057393115277D+03 YG= -0.687579461805348238975D+03
 KOORDINAT= -0.199999998760000000D+02
 YOG= -0.7022728845188692956146D+03 YG= -0.697178906974228489386D+03
 KOORDINAT= -0.199999998800000000D+02
 YOG= -0.7126794602182424083952D+03 YG= -0.707233849266972427359D+03
 KOORDINAT= -0.199999998840000000D+02
 YOG= -0.7236224664887953550345D+03 YG= -0.7177822001589306456931D+03
 KOORDINAT= -0.199999998800000000D+02
 YOG= -0.7351513964030692068989D+03 YG= -0.7288664791414746403175D+03
 KOORDINAT= -0.199999998920000000D+02
 YOG= -0.7473238947897176552691D+03 YG= -0.7405345633520728310358D+03
 KOORDINAT= -0.199999998960000000D+02
 YOG= -0.7692041006195903324653D+03 YG= -0.7528405923168995492538D+03
 KOORDINAT= -0.199999999000000000D+02
 YOG= -0.7738673315353415942876D+03 YG= -0.7658460673528915087054D+03
 KOORDINAT= -0.199999999040000000D+02
 YOG= -0.7884007218397887805767D+03 YG= -0.7796211972351816909127D+03
 KOORDINAT= -0.199999999080000000D+02
 YOG= -0.8039062716819915821522D+03 YG= -0.7942465582615737098150D+03
 KOORDINAT= -0.199999999120000000D+02
 YOG= -0.8205044337828173885352D+03 YG= -0.8098151595924652109350D+03
 KOORDINAT= -0.199999999160000000D+02
 YOG= -0.8383388713226353485306D+03 YG= -0.8264350365233565799727D+03
 KOORDINAT= -0.199999999200000000D+02
 YOG= -0.8575828913189662408305D+03 YG= -0.8442325393652321512873D+03
 KOORDINAT= -0.199999999240000000D+02
 YOG= -0.8784483399381871047708D+03 YG= -0.8633565503284079149710D+03
 KOORDINAT= -0.199999999280000000D+02
 YOG= -0.901198231634576210077D+03 YG= -0.8839839554415852222387D+03
 KOORDINAT= -0.199999999320000000D+02
 YOG= -0.9261652612769445720848D+03 YG= -0.9063268394189824969618D+03
 KOORDINAT= -0.199999999360000000D+02
 YOG= -0.9537890315138017013359D+03 YG= -0.9366420853737030120041D+03
 KOORDINAT= -0.199999999400000000D+02
 YOG= -0.9846143082953996586551D+03 YG= -0.9572443935751950593885D+03
 KOORDINAT= -0.199999999440000000D+02

YOG= -0.1619468551130141356900D+04 YG= -0.9865242623857671822035D+03
 KOORDINAT= -0.199999999480000000D+02
 YOG= -0.1059497606237821715974D+04 YG= -0.1018973340091179981345D+04
 KOORDINAT= -0.199999999520000000D+02
 YOG= -0.1106545638414186567976D+04 YG= -0.1055221017849791957731D+04
 KOORDINAT= -0.199999999560000000D+02
 YOG= -0.1164006686432886807116D+04 YG= -0.1096088691294324384342D+04
 KOORDINAT= -0.199999996000000000D+02
 YOG= -0.1241804825093525586927D+04 YG= -0.1142672780491034123139D+04

 C = 20.000000
 D = 20.000000
 DE = 0.436700
 A = 0.0000004
 R = 1.289900
 S2 = 40.000000
 BA = -19.900000
 ART = 0.200000

 BüYÜK BASINÇ DURUMUNDA -19.9 İLE +19.9 ARASINDAKİ GERİLMELER
 GERİLMELER (1+NÜ)*BETA/E İLE ÇARPILARAK BOYUTSUZLAŞTIRILMIŞTIR
 YOG = YEREL OLMIYAN GERİLME
 YG = YEREL GERİLME

 KOORDINAT= -0.199000000000000000D+02
 YOG= -0.1882743797157307140825D+01 YG= -0.1879636451413264901501D+01
 KOORDINAT= -0.197000000000000000D+02
 YOG= -0.1218822487561005742844D+01 YG= -0.1216893808052940207609D+01
 KOORDINAT= -0.195000000000000000D+02
 YOG= -0.1017821947754396382927D+01 YG= -0.1016274506161972971683D+01
 KOORDINAT= -0.193000000000000000D+02
 YOG= -0.9154843011649551444317D+00 YG= -0.9141444949966899020905D+00
 KOORDINAT= -0.191000000000000000D+02
 YOG= -0.8531547699703757677249D+00 YG= -0.8519507692707782976749D+00
 KOORDINAT= -0.189000000000000000D+02
 YOG= -0.8115504933142965971371D+00 YG= -0.8104443209236640092956D+00
 KOORDINAT= -0.187000000000000000D+02
 YOG= -0.7822343932036722662565D+00 YG= -0.7812030553407748231594D+00
 KOORDINAT= -0.185000000000000000D+02
 YOG= -0.7608615659311817983208D+00 YG= -0.7598898741512227462100D+00
 KOORDINAT= -0.183000000000000000D+02
 YOG= -0.7449419930791187825183D+00 YG= -0.7440192842054215465082D+00
 KOORDINAT= -0.181000000000000000D+02
 YOG= -0.732935958728329074078D+00 YG= -0.7320544006067105084914D+00
 KOORDINAT= -0.179000000000000000D+02
 YOG= -0.7238355311728723020598D+00 YG= -0.7229891675720199128560D+00
 KOORDINAT= -0.177000000000000000D+02
 YOG= -0.7169509543624868607313D+00 YG= -0.7161351275358309892417D+00
 KOORDINAT= -0.175000000000000000D+02
 YOG= -0.7117931183729862985159D+00 YG= -0.711004103125889640909D+00
 KOORDINAT= -0.173000000000000000D+02
 YOG= -0.7080049351236254942351D+00 YG= -0.7072396954640750165953D+00
 KOORDINAT= -0.171000000000000000D+02
 YOG= -0.7053192834613843428016D+00 YG= -0.7045753054814220737962D+00
 KOORDINAT= -0.169000000000000000D+02
 YOG= -0.7035321824353625865838D+00 YG= -0.7028073560290574222815D+00
 KOORDINAT= -0.167000000000000000D+02
 YOG= -0.7024850893612782211628D+00 YG= -0.7017776223740335181929D+00
 KOORDINAT= -0.165000000000000000D+02
 YOG= -0.7020529757245892592602D+00 YG= -0.7013612302733171919952D+00
 KOORDINAT= -0.163000600000000000D+02
 YOG= -0.7021354523989362163328D+00 YG= -0.7014582967343512842003D+00
 KOORDINAT= -0.161000000000000000D+02
 YOG= -0.7026518073173151118543D+00 YG= -0.7019879788235449764660D+00
 KOORDINAT= -0.159000000000000000D+02
 YOG= -0.703535677841141846957D+00 YG= -0.7028841541154307114497D+00
 KOORDINAT= -0.157000000000000000D+02
 YOG= -0.7047323548302547033621D+00 YG= -0.704922310962866048222D+00

KOORDINAT= -0.155000000000000000D+02
 YOG= -0.7061962869359594020557D+00 YG= -0.7055667574527539227494D+00
 KOORDINAT= -0.153000000000000000D+02
 YOG= -0.7078892581354311396477D+00 YG= -0.7072696016713673432810D+00
 KOORDINAT= -0.151000000000000000D+02
 YOG= -0.7097789853807068322655D+00 YG= -0.7091685531113273365122D+00
 KOORDINAT= -0.149000000000000000D+02
 YOG= -0.7118380263284927885968D+00 YG= -0.7112362319152117031154D+00
 KOORDINAT= -0.147000000000000000D+02
 YOG= -0.7140429199695372045879D+00 YG= -0.7134492313210183148701D+00
 KOORDINAT= -0.145000000000000000D+02
 YOG= -0.7163735039946718321974D+00 YG= -0.7157874363741584462213D+00
 KOORDINAT= -0.143000000000000000D+02
 YOG= -0.7188123677812116747386D+00 YG= -0.7182334780000060159944D+00
 KOORDINAT= -0.141000000000000000D+02
 YOG= -0.7213444104992329228186D+00 YG= -0.7207722919938384509682D+00
 KOORDINAT= -0.139000000000000000D+02
 YOG= -0.7239564814566372293007D+00 YG= -0.7233907600902702477159D+00
 KOORDINAT= -0.137000000000000000D+02
 YOG= -0.7266370853385280517137D+00 YG= -0.7260774158005961484303D+00
 KOORDINAT= -0.135000000000000000D+02
 YOG= -0.7293761390658583217681D+00 YG= -0.7288222017682931120950D+00
 KOORDINAT= -0.133000000000000000D+02
 YOG= -0.7321647700213007150933D+00 YG= -0.7316162684102536141565D+00
 KOORDINAT= -0.131000000000000000D+02
 YOG= -0.7349951476582680003627D+00 YG= -0.7344518058750294689427D+00
 KOORDINAT= -0.129000000000000000D+02
 YOG= -0.7378603422263444795087D+00 YG= -0.7373219030634532237065D+00
 KOORDINAT= -0.127000000000000000D+02
 YOG= -0.7407542056580728347308D+00 YG= -0.7402204287661986447033D+00
 KOORDINAT= -0.125000000000000000D+02
 YOG= -0.7436712706720582887501D+00 YG= -0.7431419309809353408684D+00
 KOORDINAT= -0.123000000000000000D+02
 YOG= -0.7466066649310394822996D+00 YG= -0.7460815512539211891742D+00
 KOORDINAT= -0.121000000000000000D+02
 YOG= -0.7495560377060357111286D+00 YG= -0.7490349515021603677714D+00
 KOORDINAT= -0.119000000000000000D+02
 YOG= -0.7525154969795805492634D+00 YG= -0.7519982512532260665938D+00
 KOORDINAT= -0.117000000000000000D+02
 YOG= -0.7554815553026612665698D+00 YG= -0.7549679736207175844747D+00
 KOORDINAT= -0.115000000000000000D+02
 YOG= -0.7584510830240119163305D+00 YG= -0.7579409986367590329035D+00
 KOORDINAT= -0.113000000000000000D+02
 YOG= -0.7614212677540238602709D+00 YG= -0.7609145228060872878414D+00
 KOORDINAT= -0.111000000000000000D+02
 YOG= -0.7643895791218131121199D+00 YG= -0.7638860239421677910566D+00
 KOORDINAT= -0.109000000000000000D+02
 YOG= -0.7673537380429406756123D+00 YG= -0.7668532305044207896867D+00
 KOORDINAT= -0.107000000000000000D+02
 YOG= -0.7703116898446524996558D+00 YG= -0.7698146947847554047123D+00
 KOORDINAT= -0.105000000000000000D+02
 YOG= -0.7732615807012929006304D+00 YG= -0.7727667693971862289851D+00
 KOORDINAT= -0.103000000000000000D+02
 YOG= -0.7762017369194372535315D+00 YG= -0.7757095866110259595098D+00
 KOORDINAT= -0.101000000000000000D+02
 YOG= -0.7791306466839678460946D+00 YG= -0.7786410401396822261424D+00
 KOORDINAT= -0.990000000000000000D+01
 YOG= -0.7820469439356874960175D+00 YG= -0.7815597690563381676130D+00
 KOORDINAT= -0.970000000000000000D+01
 YOG= -0.7849493941004351737669D+00 YG= -0.7844645435570663594565D+00
 KOORDINAT= -0.950000000000000000D+01
 YOG= -0.7878368814308758725146D+00 YG= -0.7873542523330500081448D+00
 KOORDINAT= -0.930000000000000000D+01
 YOG= -0.7907083977566560451180D+00 YG= -0.7902278913480344735047D+00
 KOORDINAT= -0.910000000000000000D+01
 YOG= -0.7935630324676331019605D+00 YG= -0.7930845538460896140937D+00
 KOORDINAT= -0.890000000000000000D+01
 YOG= -0.7963999635793595725685D+00 YG= -0.7959234214391856466917D+00

KOORDINAT= -0.870000000000000000D+01
 YOG= -0.7992184497507086019164D+00 YG= -0.7987437561447484104645D+00
 KOORDINAT= -0.850000000000000000D+01
 YOG= -0.8020178231411004742231D+00 YG= -0.8015448932608965973563D+00
 KOORDINAT= -0.830000000000000000D+01
 YOG= -0.8047974830097484232848D+00 YG= -0.8043262349819909506173D+00
 KOORDINAT= -0.810000000000000000D+01
 YOG= -0.8075568899721115383770D+00 YG= -0.807087244649B6B3001542D+00
 KOORDINAT= -0.790000000000000000D+01
 YOG= -0.8102955608396736545469D+00 YG= -0.8098274417070414404527D+00
 KOORDINAT= -0.770000000000000000D+01
 YOG= -0.8130130639785494998096D+00 YG= -0.8125463968675084608425D+00
 KOORDINAT= -0.750000000000000000D+01
 YOG= -0.8157096151304933921715D+00 YG= -0.8152437281488720611937D+00
 KOORDINAT= -0.730000000000000000D+01
 YOG= -0.8183830736468513994818D+00 YG= -0.8179190970164201905863D+00
 KOORDINAT= -0.710000000000000000D+01
 YOG= -0.8210349390920219820895D+00 YG= -0.8205722050158305834451D+00
 KOORDINAT= -0.690000000000000000D+01
 YOG= -0.8236643481782124303912D+00 YG= -0.8232027907163728532278D+00
 KOORDINAT= -0.670000000000000000D+01
 YOG= -0.8262710719978161635844D+00 YG= -0.8258106269510097773716D+00
 KOORDINAT= -0.650000000000000000D+01
 YOG= -0.8288549135236879027072D+00 YG= -0.8283955183237427985679D+00
 KOORDINAT= -0.630000000000000000D+01
 YOG= -0.8314157653510432137653D+00 YG= -0.8309572989579887499741D+00
 KOORDINAT= -0.610000000000000000D+01
 YOG= -0.8339533076577264763369D+00 YG= -0.8334958304627857822475D+00
 KOORDINAT= -0.590000000000000000D+01
 YOG= -0.8364676963622368288852D+00 YG= -0.8360110000962661647843D+00
 KOORDINAT= -0.570000000000000000D+01
 YOG= -0.8389585114612259976003D+00 YG= -0.8385027191081528708596D+00
 KOORDINAT= -0.550000000000000000D+01
 YOG= -0.841425955302285596803D+00 YG= -0.8409709212450789754944D+00
 KOORDINAT= -0.530000000000000000D+01
 YOG= -0.8438698923731912516153D+00 YG= -0.8434155614043309458986D+00
 KOORDINAT= -0.510000000000000000D+01
 YOG= -0.8462902958079652241341D+00 YG= -0.8458366144232106369706D+00
 KOORDINAT= -0.490000000000000000D+01
 YOG= -0.8486871585763409973063D+00 YG= -0.8482340739926234908313D+00
 KOORDINAT= -0.470000000000000000D+01
 YOG= -0.8510604913684638128095D+00 YG= -0.8506079516847555614496D+00
 KOORDINAT= -0.450000000000000000D+01
 YOG= -0.8534103219525874242488D+00 YG= -0.852958276085819B091156D+00
 KOORDINAT= -0.430000000000000000D+01
 YOG= -0.8557366944021246803366D+00 YG= -0.8552850920258501675516D+00
 KOORDINAT= -0.410000000000000000D+01
 YOG= -0.8580396684128487770411D+00 YG= -0.8575884598984153839978D+00
 KOORDINAT= -0.390000000000000000D+01
 YOG= -0.8603193187039030313379D+00 YG= -0.8598684550639267895005D+00
 KOORDINAT= -0.370000000000000000D+01
 YOG= -0.8625757344970010093372D+00 YG= -0.8621251673309364967747D+00
 KOORDINAT= -0.350000000000000000D+01
 YOG= -0.8648090196688529199805D+00 YG= -0.8643587005104751196596D+00
 KOORDINAT= -0.330000000000000000D+01
 YOG= -0.8670192893724472121787D+00 YG= -0.86656917203906979724926D+00
 KOORDINAT= -0.310000000000000000D+01
 YOG= -0.8692066757233560715507D+00 YG= -0.8687567126666218065115D+00
 KOORDINAT= -0.290000000000000000D+01
 YOG= -0.8713713215477268718516D+00 YG= -0.8709214662058154280540D+00
 KOORDINAT= -0.270000000000000000D+01
 YOG= -0.8735133831890746810196D+00 YG= -0.8730635893401814923306D+00
 KOORDINAT= -0.250000000000000000D+01
 YOG= -0.8756330297714090664332D+00 YG= -0.8751832514883565788660D+00
 KOORDINAT= -0.230000000000000000D+01
 YOG= -0.8777304431166165280472D+00 YG= -0.8772806347224658009186D+00
 KOORDINAT= -0.210000000000000000D+01
 YOG= -0.8798058177143822610395D+00 YG= -0.8793559337389188195271D+00

KOORDINAT= -0.19000000000000000D+01
 YOG= -0.8818593607432755442031D+00 YG= -0.8814093558802485503576D+00
 KOORDINAT= -0.17000000000000000D+01
 YOG= -0.8838912921419454469006D+00 YG= -0.8834411212069437390681D+00
 KOORDINAT= -0.15000000000000000D+01
 YOG= -0.8859018447296810306405D+00 YG= -0.8854514626185334176190D+00
 KOORDINAT= -0.13000000000000000D+01
 YOG= -0.8878912643758858306812D+00 YG= -0.8874406260234762527116D+00
 KOORDINAT= -0.11000000000000000D+01
 YOG= -0.8898598102183029779768D+00 YG= -0.8894088705576937922240D+00
 KOORDINAT= -0.90000000000000000D+00
 YOG= -0.8918077549301075426245D+00 YG= -0.8913564688518662812971D+00
 KOORDINAT= -0.70000000000000000D+00
 YOG= -0.8937353850332591056506D+00 YG= -0.8932837073478856106062D+00
 KOORDINAT= -0.50000000000000000D+00
 YOG= -0.8956430012797826687019D+00 YG= -0.895190886651345429507D+00
 KOORDINAT= -0.30000000000000000D+00
 YOG= -0.8975309190389222093759D+00 YG= -0.8970783220175370546203D+00
 KOORDINAT= -0.10000000000000000D+00
 YOG= -0.8993994687963908795609D+00 YG= -0.8989463436826038168512D+00
 KOORDINAT= 0.10000000000000000D+00
 YOG= -0.9012489966622274294949D+00 YG= -0.9007952975239819301935D+00
 KOORDINAT= 0.30000000000000000D+00
 YOG= -0.9030798649520623640930D+00 YG= -0.9026255455693114495287D+00
 KOORDINAT= 0.50000000000000000D+00
 YOG= -0.9048924528229021123859D+00 YG= -0.9044374666454955076966D+00
 KOORDINAT= 0.70000000000000000D+00
 YOG= -0.9068871569688577280710D+00 YG= -0.9062314570738085695589D+00
 KOORDINAT= 0.90000000000000000D+00
 YOG= -0.9084643923795790848312D+00 YG= -0.9080079314276012672945D+00
 KOORDINAT= 0.11000000000000000D+01
 YOG= -0.9102245931645090975732D+00 YG= -0.9097673233557132908247D+00
 KOORDINAT= 0.13000000000000000D+01
 YOG= -0.9119682134464483082270D+00 YG= -0.9115100864750810481558D+00
 KOORDINAT= 0.15000000000000000D+01
 YOG= -0.9136957283283215854040D+00 YG= -0.9132366953364276275222D+00
 KOORDINAT= 0.17000000000000000D+01
 YOG= -0.9154076349374693532036D+00 YG= -0.9149476464673526336236D+00
 KOORDINAT= 0.19000000000000000D+01
 YOG= -0.9171044535522496757571D+00 YG= -0.9166434594976027185185D+00
 KOORDINAT= 0.21000000000000000D+01
 YOG= -0.9187867288162390626428D+00 YG= -0.9183246783718044599227D+00
 KOORDINAT= 0.23000000000000000D+01
 YOG= -0.9204550310458638608880D+00 YG= -0.9199918726554844841613D+00
 KOORDINAT= 0.25000000000000000D+01
 YOG= -0.9221099576378859181100D+00 YG= -0.921645389407927370481D+00
 KOORDINAT= 0.27000000000000000D+01
 YOG= -0.9237521345838117937510D+00 YG= -0.9232866023589895211166D+00
 KOORDINAT= 0.29000000000000000D+01
 YOG= -0.9253822180990608040998D+00 YG= -0.9249154182074619761383D+00
 KOORDINAT= 0.31000000000000000D+01
 YOG= -0.92700088963756210429212D+00 YG= -0.9265327736998085033255D+00
 KOORDINAT= 0.33000000000000000D+01
 YOG= -0.9286088914646525578336D+00 YG= -0.9281393898483785462617D+00
 KOORDINAT= 0.35000000000000000D+01
 YOG= -0.9302069613098724541715D+00 YG= -0.9297360234895895027284D+00
 KOORDINAT= 0.37000000000000000D+01
 YOG= -0.9317959019241884029597D+00 YG= -0.9313234694633728979670D+00
 KOORDINAT= 0.39000000000000000D+01
 YOG= -0.9333765497418267728128D+00 YG= -0.9329025629592402116537D+00
 KOORDINAT= 0.41000000000000000D+01
 YOG= -0.9349497841475428807557D+00 YG= -0.9344741820427183948882D+00
 KOORDINAT= 0.43000000000000000D+01
 YOG= -0.9365165302022189626550D+00 YG= -0.9360392503773014193491D+00
 KOORDINAT= 0.45000000000000000D+01
 YOG= -0.938077761580967776914D+00 YG= -0.9375987401586145245150D+00
 KOORDINAT= 0.47000000000000000D+01
 YOG= -0.9396345037421860590049D+00 YG= -0.9391536752792119220110D+00

KOORDINAT= 0.49000000000000000D+01
 YOG= -0.9411978373479248509191D+00 YG= -0.94070513474434909762120+00
 KOORDINAT= 0.51000000000000000D+01
 YOG= -0.9427389019580888847315D+00 YG= -0.94225425636121324241370+00
 KOORDINAT= 0.53000000000000000D+01
 YOG= -0.9442839000233740086124D+00 YG= -0.94380224072643917737360+00
 KOORDINAT= 0.55000000000000000D+01
 YOG= -0.9458391012045340859246D+00 YG= -0.94535035553981715284700+00
 KOORDINAT= 0.57000000000000000D+01
 YOG= -0.9473908470485755120529D+00 YG= -0.9468999402737018594881D+00
 KOORDINAT= 0.59000000000000000D+01
 YOG= -0.9489455560558532229907D+00 YG= -0.9484524112338934771166D+00
 KOORDINAT= 0.61000000000000000D+01
 YOG= -0.9505047291758382590277D+00 YG= -0.950092670473330292594D+00
 KOORDINAT= 0.63000000000000000D+01
 YOG= -0.9520699557736030737626D+00 YG= -0.95157209462154510128400+00
 KOORDINAT= 0.65000000000000000D+01
 YOG= -0.9536429201138956806216D+00 YG= -0.95314257561913987443050+00
 KOORDINAT= 0.67000000000000000D+01
 YOG= -0.9552254084151272522995D+00 YG= -0.95472249350203317582100+00
 KOORDINAT= 0.69000000000000000D+01
 YOG= -0.9568193165317727423598D+00 YG= -0.9563137412675205431313D+00
 KOORDINAT= 0.71000000000000000D+01
 YOG= -0.9584266583306885924915D+00 YG= -0.9579183295054571313716D+00
 KOORDINAT= 0.73000000000000000D+01
 YOG= -0.9600495748348118356848D+00 YG= -0.9595383961378257082910D+00
 KOORDINAT= 0.75000000000000000D+01
 YOG= -0.9616903442167685859206D+00 YG= -0.9611762157951174975661D+00
 KOORDINAT= 0.77000000000000000D+01
 YOG= -0.9633513927352602259663D+00 YG= -0.9628342110390782344342D+00
 KOORDINAT= 0.79000000000000000D+01
 YOG= -0.9650353067189162019081D+00 YG= -0.9645149642767778877480D+00
 KOORDINAT= 0.81000000000000000D+01
 YOG= -0.9667448457158432104949D+00 YG= -0.9662212308628867925998D+00
 KOORDINAT= 0.83000000000000000D+01
 YOG= -0.9684829569426453169440D+00 YG= -0.9679559535897666831814D+00
 KOORDINAT= 0.85000000000000000D+01
 YOG= -0.9702527911845741522135D+00 YG= -0.9697222785068479007926D+00
 KOORDINAT= 0.87000000000000000D+01
 YOG= -0.9720577203190919526399D+00 YG= -0.9715235724513625435944D+00
 KOORDINAT= 0.89000000000000000D+01
 YOG= -0.9739013566589683295581D+00 YG= -0.9733634423603124647291D+00
 KOORDINAT= 0.91000000000000000D+01
 YOG= -0.9757875743386524262820D+00 YG= -0.9752457566291382722733D+00
 KOORDINAT= 0.93000000000000000D+01
 YOG= -0.9777205329997463822480D+00 YG= -0.9771746687666008770266D+00
 KOORDINAT= 0.95000000000000000D+01
 YOG= -0.97970470468772244388D+00 YG= -0.9791546436387981667210D+00
 KOORDINAT= 0.97000000000000000D+01
 YOG= -0.9817443999640597183254D+00 YG= -0.9811904866381019624781D+00
 KOORDINAT= 0.99000000000000000D+01
 YOG= -0.9838463066196808311897D+00 YG= -0.9832873761663575189237D+00
 KOORDINAT= 0.10100000000000000D+02
 YOG= -0.9860145197743699641827D+00 YG= -0.9854508998765080242595D+00
 KOORDINAT= 0.10300000000000000D+02
 YOG= -0.9882555855440610971734D+00 YG= -0.9876870951943550569357D+00
 KOORDINAT= 0.10500000000000000D+02
 YOG= -0.9905760458802101719580D+00 YG= -0.9900024947183218839259D+00
 KOORDINAT= 0.10700000000000000D+02
 YOG= -0.9929829896151035100527D+00 YG= -0.9924041772010010139114D+00
 KOORDINAT= 0.10900000000000000D+02
 YOG= -0.9954841099131555507988D+00 YG= -0.9948998249276090311461D+00
 KOORDINAT= 0.11100000000000000D+02
 YOG= -0.9980877690878220023888D+00 YG= -0.99749778845149687639200+00
 KOORDINAT= 0.11300000000000000D+02
 YOG= -0.1000803071912235192246D+01 YG= -0.1000207159812903875573D+01
 KOORDINAT= 0.11500000000000000D+02
 YOG= -0.1003639948754299096300D+01 YG= -0.1003037855570173712299D+01

KOORDINAT= 0.1179900000000000000D+02
 YOG= -0.1006609250111659016550D+01 YG= -0.1006000711216957760411D+01
 KOORDINAT= 0.1190000000000000000D+02
 YOG= -0.1009722854418645015620D+01 YG= -0.1009107588855263975842D+01
 KOORDINAT= 0.1210000000000000000D+02
 YOG= -0.1012993791358606119381D+01 YG= -0.1012371500355100248785D+01
 KOORDINAT= 0.1230000000000000000D+02
 YOG= -0.1016436383357099331227D+01 YG= -0.1015806748672986425925D+01
 KOORDINAT= 0.1250000000000000000D+02
 YOG= -0.1020066408474806807315D+01 YG= -0.1019429090544378202044D+01
 KOORDINAT= 0.1270000000000000000D+02
 YOG= -0.1023901288590433658456D+01 YG= -0.1023255924435635449560D+01
 KOORDINAT= 0.1290000000000000000D+02
 YOG= -0.1027960307597714615939D+01 YG= -0.1027306508474064055502D+01
 KOORDINAT= 0.1310000000000000000D+02
 YOG= -0.103226486538212786587D+01 YG= -0.1031602214114809482286D+01
 KOORDINAT= 0.1330000000000000000D+02
 YOG= -0.1036838774651291341603D+01 YG= -0.1036166822610225612907D+01
 KOORDINAT= 0.1350000000000000000D+02
 YOG= -0.1041708609346877910139D+01 YG= -0.1041026872999271639626D+01
 KOORDINAT= 0.1370000000000000000D+02
 YOG= -0.1046904115470131646093D+01 YG= -0.1046212072436280112854D+01
 KOORDINAT= 0.1390000000000000000D+02
 YOG= -0.1052458697848879340146D+01 YG= -0.1051755782371112186797D+01
 KOORDINAT= 0.1410000000000000000D+02
 YOG= -0.1058409999852957806212D+01 YG= -0.1057695597567697170941D+01
 KOORDINAT= 0.1430000000000000000D+02
 YOG= -0.1064860597589750695295D+01 YG= -0.1064074039467474408113D+01
 KOORDINAT= 0.1450000000000000000D+02
 YOG= -0.1071678836045174385012D+01 YG= -0.1070939391331024916206D+01
 KOORDINAT= 0.1470000000000000000D+02
 YOG= -0.1079099842485427471456D+01 YG= -0.1078346710432072803032D+01
 KOORDINAT= 0.1490000000000000000D+02
 YOG= -0.1087126762918097158516D+01 YG= -0.1086359063049205886201D+01
 KOORDINAT= 0.1510000000000000000D+02
 YOG= -0.1095832281552743703578D+01 YG= -0.1095049042125884325963D+01
 KOORDINAT= 0.1530000000000000000D+02
 YOG= -0.1105300502484583591429D+01 YG= -0.1104500646730603245109D+01
 KOORDINAT= 0.1550000000000000000D+02
 YOG= -0.1115629299427392156852D+01 YG= -0.1114811629020995676455D+01
 KOORDINAT= 0.1570000000000000000D+02
 YOG= -0.1126933276484304601782D+01 YG= -0.1126096451535570763858D+01
 KOORDINAT= 0.1590000000000000000D+02
 YOG= -0.1139347535569288706501D+01 YG= -0.1138490050200579544838D+01
 KOORDINAT= 0.1610000000000000000D+02
 YOG= -0.1153032521717431817897D+01 YG= -0.1152152673978357036374D+01
 KOORDINAT= 0.1630000000000000000D+02
 YOG= -0.1168180327963507133113D+01 YG= -0.1167276182398672876171D+01
 KOORDINAT= 0.1650000000000000000D+02
 YOG= -0.1185023005616860703232D+01 YG= -0.1184092346176018858194D+01
 KOORDINAT= 0.1670000000000000000D+02
 YOG= -0.120384367449735563743D+01 YG= -0.1202883944571649211627D+01
 KOORDINAT= 0.1690000000000000000D+02
 YOG= -0.1224991612780600609975D+01 YG= -0.1223999837705945648163D+01
 KOORDINAT= 0.1710000000000000000D+02
 YOG= -0.1248903116463400991056D+01 YG= -0.1247875802403268322909D+01
 KOORDINAT= 0.1730000000000000000D+02
 YOG= -0.1276130912316210420463D+01 YG= -0.1275063910508058296567D+01
 KOORDINAT= 0.1750000000000000000D+02
 YOG= -0.1307386574775727529204D+01 YG= -0.1306274897958362939109D+01
 KOORDINAT= 0.1770000000000000000D+02
 YOG= -0.1343603289382237473864D+01 YG= -0.1342440856054653758049D+01
 KOORDINAT= 0.1790000000000000000D+02
 YOG= -0.1386031521945307299410D+01 YG= -0.1384810791604691492650D+01
 KOORDINAT= 0.1810000000000000000D+02
 YOG= -0.1436389994961708474650D+01 YG= -0.1435101431624942774171D+01
 KOORDINAT= 0.1830000000000000000D+02
 YOG= -0.1497113946948638809382D+01 YG= -0.1495745201057147629615D+01

KOORDINAT= 0.185000000000000000D+02
 YOG= -0.1571784098570212125059D+01 YG= -0.1576318703575567605722D+01
 KOORDINAT= 0.187000000000000000D+02
 YOG= -0.1665914456055873820522D+01 YG= -0.1664329636061112822087D+01
 KOORDINAT= 0.189000000000000000D+02
 YOG= -0.1788514957136785436020D+01 YG= -0.1786777675936064736826D+01
 KOORDINAT= 0.191000000000000000D+02
 YOG= -0.1955519630965738979082D+01 YG= -0.1953578793286015768126D+01
 KOORDINAT= 0.193000000000000000D+02
 YOG= -0.2198423965751644916243D+01 YG= -0.2196192949890308400588D+01
 KOORDINAT= 0.195000000000000000D+02
 YOG= -0.2590997604859414428889D+01 YG= -0.2588306975631982046305D+01
 KOORDINAT= 0.197000000000000000D+02
 YOG= -0.3366132691928292632369D+01 YG= -0.3362552853765638579469D+01
 KOORDINAT= 0.199000000000000000D+02
 YOG= -0.6084512112688015572602D+01 YG= -0.6077879681588488915118D+01
 C = 20.000000
 D = 20.000000
 DE = 0.4367000
 A = 0.0000004
 R = 1.2899000
 S2 = 100.000000

 BUYUK BASINC DURUHUNDA +20-5*A ile 20-A ARASINDAKI GERILMELER
 GERILMELER (1+NÜ)*BETA/E ile CARPILAKAK BOYUTSUZLASTIRILMISTIR
 YOG = YEREL OLmayAN GERILME
 YG = YEREL GERILME

 KOORDINAT= 0.199999980000000000D+02
 YOG= -0.9767134123524579780631D+04 YG= -0.9727438119191096304482D+04
 KOORDINAT= 0.199999980400000000D+02
 YOG= -0.9880143651274522124975D+04 YG= -0.9838770449157505204862D+04
 KOORDINAT= 0.199999980800000000D+02
 YOG= -0.9996885692895846036743D+04 YG= -0.9953712456904246987781D+04
 KOORDINAT= 0.199999981200000000D+02
 YOG= -0.1011756836377346786809D+05 YG= -0.1067246010885533916885D+05
 KOORDINAT= 0.199999981600000000D+02
 YOG= -0.1024241640473978904647D+05 YG= -0.1019522448100627164900D+05
 KOORDINAT= 0.199999982000000000D+02
 YOG= -0.1037167293582383020991D+05 YG= -0.1032223328388041995484D+05
 KOORDINAT= 0.199999982400000000D+02
 YOG= -0.1050560144452903619732D+05 YG= -0.1045373257936883599401D+05
 KOORDINAT= 0.199999982800000000D+02
 YOG= -0.1064448804454756589697D+05 YG= -0.1058998071859754078828D+05
 KOORDINAT= 0.199999983200000000D+02
 YOG= -0.1078864405064706255861D+05 YG= -0.1073129053518837231082D+05
 KOORDINAT= 0.199999983600000000D+02
 YOG= -0.1093840892371196481759D+05 YG= -0.10877795183458645162265D+05
 KOORDINAT= 0.199999984000000000D+02
 YOG= -0.1109415365107112275829D+05 YG= -0.1103031422777749252192D+05
 KOORDINAT= 0.199999984400000000D+02
 YOG= -0.1125628464096399125619D+05 YG= -0.1118875036703909150307D+05
 KOORDINAT= 0.199999984800000000D+02
 YOG= -0.1142524822712267069770D+05 YG= -0.1135366765277996243825D+05
 KOORDINAT= 0.199999985200000000D+02
 YOG= -0.1169153590095939674752D+05 YG= -0.115251249455670611319D+05
 KOORDINAT= 0.199999985600000000D+02
 YOG= -0.1178569041605856638951D+05 YG= -0.1170477522671263961300D+05
 KOORDINAT= 0.199999986000000000D+02
 YOG= -0.1197831294434024085290D+05 YG= -0.1189199580065903720447D+05
 KOORDINAT= 0.199999986400000000D+02
 YOG= -0.1218007150777913600835D+05 YG= -0.1208777040279584368479D+05
 KOORDINAT= 0.199999986800000000D+02
 YOG= -0.1239171096720829432402D+05 YG= -0.1229275918100186058031D+05
 KOORDINAT= 0.199999987200000000D+02
 YOG= -0.1261406492505634662443D+05 YG= -0.1250769530557904674573D+05
 KOORDINAT= 0.199999987600000000D+02
 YOG= -0.1284806979824042781106D+05 YG= -0.1273339564527653953376D+05

KOORDINAT= 0.1999999880000000D+02
YOG= -0.13094783049928578411020D+05 YG= -0.1297077340927871140815D+05
KOORDINAT= 0.19999998840000000D+02
YOG= -0.1335540214755841047343D+05 YG= -0.1322085319689903706503D+05
KOORDINAT= 0.1999999880000000D+02
YOL= -0.1363129225846203897118D+05 YG= -0.1348478901516165046053D+05
KOORDINAT= 0.19999998920000000D+02
YOG= -0.1392401703212078304490D+05 YG= -0.1376388598017083111358D+05
KOORDINAT= 0.19999998960000000D+02
YOG= -0.1423537849249840647875D+05 YG= -0.1405962662478920056124D+05
KOORDINAT= 0.1999999900000000D+02
YOG= -0.1456746714158287812881D+05 YG= -0.1437370301177362449118D+05
KOORDINAT= 0.19999999040000000D+02
YOG= -0.1492272596127177582085D+05 YG= -0.1470805622678447951177D+05
KOORDINAT= 0.19999999080000000D+02
YOG= -0.1530403326523522013930D+05 YG= -0.1506492533754447572991D+05
KOORDINAT= 0.19999999120000000D+02
YOG= -0.1571481157880824449276D+05 YG= -0.1544690861763236614098D+05
KOORDINAT= 0.19999999160000000D+02
YOG= -0.1615917320057207189281D+05 YG= -0.1585704083014067359419D+05
KOORDINAT= 0.19999999200000000D+02
YOG= -0.1664211869278584765522D+05 YG= -0.1629889178778670188615D+05
KOORDINAT= 0.19999999240000000D+02
YOG= -0.1716981387442452818603D+05 YG= -0.1677669346027898521739D+05
KOORDINAT= 0.19999999280000000D+02
YOG= -0.1774998710505775047005D+05 YG= -0.1729550592059595702057D+05
KOORDINAT= 0.19999999320000000D+02
YOG= -0.1839251828412072503227D+05 YG= -0.1786143694646933043285D+05
KOORDINAT= 0.19999999360000000D+02
YOG= -0.1911034857816673578621D+05 YG= -0.1848193700955062326586D+05
KOORDINAT= 0.19999999400000000D+02
YOG= -0.1992096072428535711218D+05 YG= -0.1916620219727566819654D+05
KOORDINAT= 0.19999999440000000D+02
YOG= -0.2084895987904372195795D+05 YG= -0.1992573494583682828295D+05
KOORDINAT= 0.19999999480000000D+02
YOG= -0.2193102875075793699966D+05 YG= -0.2077514104249293358270D+05
KOORDINAT= 0.19999999520000000D+02
YOG= -0.2322694088653762589627D+05 YG= -0.2173329000101820896469D+05
KOORDINAT= 0.19999999560000000D+02
YOG= -0.2485125764595593819946D+05 YG= -0.2282505176866327447131D+05
KOORDINAT= 0.19999999600000000D+02
YOG= -0.2717440805104059278851D+05 YG= -0.2408398070084552712441D+05

C = 20.000000
D = 20.000000
DE = 0.4367000
A = 0.0000004
R = 1.2899000
S2 = 160.000000

BUYUK BASINC DURUMUNDA +20 ILE 20-A ARASINDAKI GERILMELER
GERILMELER (14MU)*BETA/E ILE CARPILARAK BOYUTSUZLASTIRILMISTIR
YOG = YEREL OLmayAN GERILME
YG = YEREL GERILME

KOORDINAT= 0.19999999600000000D+02
YOG= -0.2717440805104059278851D+05 YG= -0.2408398070084552712441D+05
KOORDINAT= 0.19999999640000000D+02
YOG= -0.3022513209276163277587D+05 YG= -0.2555662289546405295868D+05
KOORDINAT= 0.19999999680000000D+02
YOG= -0.3294755078845939575631D+05 YG= -0.2730974722345550690347D+05
KOORDINAT= 0.19999999720000000D+02
YOG= -0.3531115971779447820404D+05 YG= -0.2944316846408127493941D+05
KOORDINAT= 0.19999999760000000D+02
YOG= -0.3728481173751352917342D+05 YG= -0.3211409370212263305813D+05
KOORDINAT= 0.19999999800000000D+02
YOG= -0.3881557759502048963159D+05 YG= -0.3558758077311722602305D+05
KOORDINAT= 0.19999999840000000D+02
YOG= -0.3984583625363360339307D+05 YG= -0.4035411952117834476351D+05

KOORDINAT= 0.1999999988000000D+02
YOG= -0.4028371042928555621948D+05 YG= -0.4745323952238750188236D+05
KOORDINAT= 0.1999999992000000D+02
YOG= -0.3999718989485491500493D+05 YG= -0.5962907495321650116753D+05
KOORDINAT= 0.1999999996000000D+02
YOG= -0.3873396212322889733406D+05 YG= -0.8811062225962218869913D+05
KOORDINAT= 0.20000000000000000000D+02
YOG= -0.3573679880695284416159D+05 YG= SONSUZ

ÖZGECMİŞ

Reha ARTAN 1961 yılında İstanbul'da doğmuştur. İlk öğrenimini İstanbul Ataköy ilkokulunda yapmıştır. Orta öğrenimini İstanbul Ataköy ortaokulu ve Ataköy lisesinde 1978 yılında tamamlamıştır. Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesine girmiştir. 1983 yılında burayı bitirmiştir. 1983 yılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsünde Yüksek Lisans yapmaya hak kazanmıştır. 1984 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Mekanik Anabilim Dalına Araştırma Görevlisi olarak atanmıştır. 1985 yılında Yüksek Mühendis Ünvanını almıştır. Aynı yıldan beri İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Programı kapsamı içinde çalışmaktadır.