

56017

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR GEMİ KİRİŞİNİN SERBEST TİTREŞİMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. FUAT KARA

Tezin Enstiüye Verildiği Tarih : 13 Kasım 1996

Tezin Savunulduğu Tarih : 27 Kasım 1996

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Y. Müh. & BİL. Dr.

M. Cengiz DÖKMECİ

Diğer Jüri Üyeleri : Doc. Dr. Zahit MECİTOĞLU

Doc. Dr. Serdar BEJİ

KASIM 1996

ÖNSÖZ

Bu çalışmada yardımlarını hiç bir zaman benden esirgemeyen , mühendislik kelimesinin ne anlama geldiğini bana öğreten , yaşamım boyunca daima kendisinden ilham alacağım hocam **Prof. Dr. Y. Müh. & Bil. Dr. M. Cengiz Dökmeci**'ye ve aile fertlerimin herbirine ayrı ayrı teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	iv
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
BÖLÜM 1 : GİRİŞ	1
1.1 Titreşim	1
1.2 Gemi Titreşimi	3
1.3 Konu ile ilgili Yapılan Çalışmalar	6
1.4 Çözüm Yöntemi	8
BÖLÜM 2 : TEMEL DENKLEMLER	9
2.1 Genel Teori	9
2.2 Timoshenko Kirişi	13
2.3 Kayma Sabitleri	22
2.3.1 Dikdörtgen En Kesit için Kayma Sabitinin Hesaplanması	22
2.3.2 İnce Cıdarlı En Kesitler için Kayma Sabitinin Hesaplanması	23
BÖLÜM 3 : EĞİLME TİTREŞİMLERİ	26
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	31
KAYNAKLAR	32
ÖZGEÇMİŞ	36

SEMBOL LİSTESİ

A	: En Kesit Alanı
a_1, a_2, a_3	: Sabit
B_1, B_2, B_3	: Sabit
b	: Genişlik
d	: Derinlik
E	: Elastisite modülü
F_x, F_y, F_z	: Eleman üzerine etkiyen kuvvet bileşenleri
$f(z)$	: Sınır şartlarına bağlı olan polinom bir fonksiyon
G	: Kayma modülü
h	: Uzunluk
I	: Atalet momenti
I_x, I_y	: Atelet momenti bileşenleri
K	: Kayma sabiti
L	: Uzunluk
M	: Eğilme momenti
n_x, n_y, n_z	: Birim normal vektör bileşenleri
p	: Birim uzunluğa etkiyen toplam eğilme yükü
Q	: Kesme kuvveti
s	: Yay uzunluğu
t	: Zaman
U	: Toplam yerdeğiştirme miktarı
u_x, u_y, u_z	: Yerdeğiştirme bileşenleri
V_{app}	: Yaklaşık fonksiyon
V_n	: Mod şekli
v_x, v_y	: Artık yerdeğiştirmeler

W_n	: Mod şekli
w	: Kiriş merkezindeki yerdeğiştirme
w_n	: Frekansa bağlı sabit
ω_n	: Frekans
x	: Apsis
y	: Ordinatt
χ	: Sınır şartlarını sağlayan harmonik fonksiyon
ϵ_R	: Bölgedeki hata fonksiyonu
ϕ_i	: Ağırlık fonksiyonu
ϕ	: Dönme miktarı
λ	: Bir sabit
ν	: Poisson oranı
ρ	: Yoğunluk
$\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}$	: Gerilme bileşenleri

ÖZET

Gemi ve uçak yapısı olarak gözönüne alınabilen Timoshenko kirişinin çözümü Galerkin yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Timoshenko kirişi , değişken kesite sahip olup kayma etkisinide gözönünde bulundurmaktadır. Kayma etkisi , eğer kirişin uzunluk-derinlik oranı oldukça küçük ise , genellikle çok önemlidir. Kirişin iki uçuda ankestre bağlı olduğunda , Timoshenko kirişinin öz değeri , uniform bir kirişin öz değeri ile tamamen aynıdır. Thomson'un analitik çözümü , hem Euler-Bernoulli kirişinin hem de Timoshenko kirişinin analitik çözümü ile karşılaştırılmıştır.



FREE VIBRATION OF A SHIP BEAM

SUMMARY

The subject of vibration deals with the oscillatory of bodies. All bodies possessing mass and elasticity are capable of vibration. Most machine and engineering structures experience vibration in differing degrees, and their design generally requires consideration for their oscillatory behavior.

Oscillatory systems can be broadly characterized as linear or non-linear. For linear systems the principle of superposition holds, and mathematical techniques available for their treatment are well-developed. In contrast, techniques for non-linear systems are less known and difficult to apply. Some knowledge of nonlinear systems is desirable since all system tend to become nonlinear with increasing amplitude of oscillation.

The time elapsed while the motion repeats itself is called period. The number of complete cycles in a unit of time is designated as the frequency of vibration. The peak value of the motion is called the amplitude. Vibration of linear systems fall into two general classes: free and forced. The system under free vibration vibrates at one or more of its natural frequencies which are the dynamical system. When the frequency of the exciting force coincides with one of natural frequencies of system, a condition of resonance is encountered, and dangerously large amplitudes may result. Consequently, the calculation of natural frequencies is of interest in all types of vibrating systems. Vibrating systems are all more or less subject to damping because energy is dissipated by friction and other resistance.

The primary objectives of the control of vibration in ships are to achieve acceptable environmental conditions for ship personnel and passengers, and to

obtain conditions to meet operational requirements. Greater speed, increased power, reduced structural weight, and slimmer lines of ships have created many problems that must be solved in order to achieve acceptable conditions. Machinery and equipment can be affected by excessive vibration, either through maloperations or failure. On passenger ships, passengers and crew may find excessive vibration uncomfortable and fatiguing; vibration can reduce efficiency of lookouts and of personnel at other duty stations on naval ships. Steady-state vibration usually does not affect the strength of ships, although transient vibration may.

Naval ships and commercial ships that might be requisitioned for service in times of national emergency must be able to withstand shocks generated by air blasts and underwater explosions in order to minimize damage or maloperation of shipboard machinery and equipment.

The equations of Timoshenko's beam theory are derived by integration of the equations of three-dimensional elasticity theory. A new formula for the shear coefficient comes out of the derivation.

The Galerkin method is used to perform the free flexural vibration of the Timoshenko beam, which may simulate ship hull, aircraft structure. The Timoshenko beam has variable cross section and includes the effect of shear deformation, which is usually important if span-depth ratio of the beam is relatively small. When the ends completely fixed, the eigenvalues of the Timoshenko beam are the same as those of uniform beams. For the clamped-clamped beam analytical solution is compared to that handled both Euler-Bernoulli and the Timoshenko beams.

In the analysis of the ship hull vibration, The first mathematical treatment of the flexural vibrations of a ship hull was modelled as a Euler-Bernoulli beam that has constant variable cross section. Nowadays, The Timoshenko beam having

variable cross section and including rotary inertia and shear deformation has been widely used to represent the structural behaviour of the hull [9,10,11,12,13].

Accurate determinations of the lower modes of the ship hull vibrations can be made by modeling the hull as a one-dimensional beam. For higher modes of vibration, however, one-dimensional beam model is inadequate because distortions of the hull occur. For higher modes of vibration, the ship hull has to be regarded as a complicated three-dimensional shell structure.

Charpie and Burroughs [14] studied the Timoshenko mode that include the effects of shear deformation, rotary inertia, and centerline extensibility is compared to other theoretical models and experimental results. The equation of motion is solved by an extension of the classic the Galerkin method in the [14]. Finite element formulation for thin-walled beams with arbitrary cross sections has been developed by Chen and Blandford [15] based on Timoshenko's and Vlasov's beam theories. The elements consider both the warping effect and the shear deformations caused by the bending moments and bimoment in [15]. A parametric study of the vertical free vibrations of a ship hull is presented by Chen and Bertran [16]. All the effects of the rotary inertia of mass, shear distortion, trust force, shear lag and various damping compenants are taken into account in analysis in [16]. An analytical procedure to estimate both the natural frequencies and mode shapes of thin-walled members is presented in [17]. An analytical solution of a pantoon flexural vibration and vibration of its substructure is presented in [18].

A recent extensive investigation of free flexural vibration of non-uniform beams is made by Abrate [19] using the Ritz method with Euler-Bernoulli beam having variable cross section. In the present work the free flexural vibration of the ship beam is studied by using the Galerkin method. Influence from shear

deformation on the ship beam is investigated. The analytical solution taken Thomson [20] and Abrate [19] is compared with the present results, and the displacements are expanded in a series of polynomial approximation functions that can satisfy boundary conditions at $x = 0$ and $x = L$, respectively.

Under the class of the method of weighted residuals (MWR), a wide variety of approximate techniques, such as the Collocation, the Galerkin, the Subdomain methods and method of least squares, method of moments are included. All the MWR assume trial solutions usually in a polynomial form with undetermined coefficients. Each method uses a different approach to evaluate the coefficients through minimization of the error in a weighted form. Comparative studies and representative applications can be found in the [6,7,8].

The Galerkin method [7] is used to study the free flexural vibration of the ship beam.

$$GL = \int_{\epsilon_R} \phi_i(x) dx$$

where ϵ_R is the error function over the domain and $\phi_i(x)$ is the approximation function that are taken to be polynomials satisfying the boundary conditions at $x = 0$ and $x = L$, respectively.

GOVERNING EQUATION

The free flexural motion of the Timoshenko beam [18] that we will take as a ship beam is governed by

$$\partial^2 / \partial x^2 (EI(x) \partial^2 w / \partial x^2) - \rho EI(x) / (KG) \partial^4 w / (\partial x^2 \partial t^2) + \rho A(x) \partial^2 w / \partial t^2 = 0 \quad (1)$$

which we should like to transform to

$$EI \partial^4 (\psi w) / \partial x^4 - \rho EI / (KG) \partial^4 (\psi w) / \partial x^2 \partial t^2 + \rho A \partial^2 (\psi w) / \partial t^2 = 0 \quad (2)$$

where ψ is a suitable function of x . The equation of motion for a ship beam can be transformed into equation of motion for a uniform beam by the change of variable $v = \psi w$ in equation (2). For free vibration, the general solution for mode n is

$$v(x,t) = V_n(x) \sin w_n(t) \quad (3)$$

with the mode shapes

$$V_n(x) = B_1 \cos \gamma_n x + B_2 \sin \gamma_n x + B_3 \cosh \eta_n x + B_4 \sinh \eta_n x \quad (4)$$

$$\gamma_n = ((\beta_n^4 + \alpha_n^4 / 4)^{1/2} + \alpha_n^2 / 2)^{1/2}, \quad \eta_n = ((\beta_n^4 + \alpha_n^4 / 4)^{1/2} - \alpha_n^2 / 2)^{1/2} \quad (5)$$

where the constant B_1, B_2, B_3, B_4 are to be determined from the boundary conditions. when equation (2) is possible, analytical solution for the ship beam will be obtained, and we shall show that clamped-clamped beams have the same eigenvalues regardless of variable cross section. Expanding equation (1) and (2) gives

$$E(I''w'' + 2I'w''' + Iw'''' - \rho EI(x)/(KG) \partial^4 w / (\partial x^2 \partial t^2) + \rho A(x) \partial^2 w / \partial t^2 = 0 \quad (6)$$

$$EI(\psi''''w + 4\psi'''w' + 6\psi''w'' + 4\psi'w''' + \psi w'''' - \rho EI(x)/(KG)$$

$$\partial^4(\psi w)/(\partial x^2 \partial t^2) + \rho A \partial^2(\psi w)/\partial t^2 = 0 \quad (7)$$

where a prime denotes differentiation with respect to x . Comparing equation (6) and (7) indicates that, in order to match the left-hand sides, $\psi'''' = \psi''' = 0$, which implies that

$$\psi = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (8)$$

Matching the terms on the left-hand side of equation (6) and (7) gives

$$6\psi'' / I'' = 4\psi' / (2I') = \psi / I \quad (9)$$

To satisfy equation (9) for ships [21,22], we take

$$\begin{aligned} A &= A_0 (1 - \lambda x^2), & I(x) &= I_0 (1 - \lambda x^2) \\ \psi_1 &= 1 - \lambda x^2, & \psi_2 &= \lambda x^2 + \lambda^2 x^4 - 2 \end{aligned} \quad (10)$$

where λ is a positive constant and A and I are the cross sectional area and the moment of inertia. when the properties of the beam vary according to equation (10), the equation of motion for a uniform beam (2) by the change of variable $v = \psi w$

It is evident that Euler-Bernoulli equation is a special case of the Timoshenko beam equation (2) including shear deformation.

$$EI \partial^4 w / \partial x^4 + \rho A \partial^2 w / \partial t^2 = 0 \quad (11)$$

using equation (2), an extensive investigation is made by Abrate [20].

FLEXURAL MOTION

For a clamped-clamped beam , the bondary condition

$$w(0,t) = \partial w(0,t) / \partial x = w(L,t) = \partial w(L,t) / \partial x = 0 \quad (12)$$

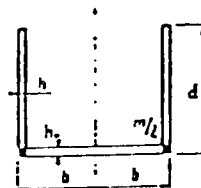
yields

$$v(0,t) = \partial v(0,t) / \partial x = v(L,t) = \partial v(L,t) / \partial x = 0 \quad (13)$$

Therefore , after transformation , the ship beams with properties varying as in equation (10) will have the same governing differential equation and the same boundary conditions as the uniform beam with the same A and I. This implies that the natural frequencies of such clamped-clamped beams will always be the same regardless of paremeter λ .

The mode shapes of the ship beam will then be given by $W_n(x) = V_n(x) / (1 - \lambda x^2)$ or $W_n(x) = V_n(x) / (\lambda x^2 + \lambda^2 x^4 - 2)$, in terms of V_n , the mode shape of the uniform beam (4).

Therefore , while eigenvalues are independent of the paremeter λ , the mode shape of the ship beams are effected by it. For the Timoshenko beam , crossection is given [23]



where h and h_1 are thickness, b is width, d is height. for the varying thickness in fig. 1. we select parabolically because of the parabolically changing of the area and moment of inertia. And we take

$$h(x) = 4/L^2 (h_1 - h_0)x^2 - 4/L (h_1 - h_0)x + h_1 \quad (14)$$

For the application of the Timoshenko beam we take dimension from [1]

$$\begin{aligned} L &= 500 \text{ ft} & h_1 &= 12.5 \text{ mm} \\ b &= 60 \text{ ft} & h &= 12 \text{ mm} \\ d &= 32 \text{ ft} & \nu &= 0.3 \end{aligned} \quad (15)$$

using equation (29), (11), (12), (16), [23] and the Galerkin method we take

I	(12)	(2)	[20]
1	22.44994432	22.44994432	22.4
2	22.43946758	22.42997306	

A shear deformation beam in the form of the Timoshenko beam has been presented for analyzing the flexural free vibration of the ship beam. The Timoshenko beam is used to show the effect of the variable cross section and shear deformation on the flexural free vibration of the ship beam. Comparison between the Timoshenko beam and Euler-Bernoulli beam is made.

The ship beam has been shown to allow transformation of the equation of motion into the equation of motion for uniform beam. For uniform beam, the

natural frequency of the ship beam is shown to be always equal to the natural frequency of a uniform beam.



BÖLÜM 1: GİRİŞ

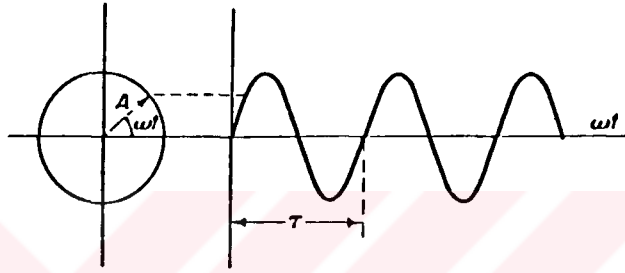
1.1 TİTREŞİM

Titreşimin konusu , cisimlerin salınım hareketi ile ilgilidir. Kütlesi olan bütün elastik cisimler titreşim yapma özelliğine sahiptir. Çok sayıda makina ve mühendislik yapıları , farklı derecelerde titreşime maruz kalırlar ve bu yapıların dizaynı genellikle , salınım hareketlerinin incelenmesini gerektirirler.

Salınımlı sistemler , lineer veya non-lineer olarak karakterize edilirler. lineer sistemler için , superpozisyon ilkeleri uygulanabilir ve lineer sistemlerin çözümü için geliştirilmiş olan birtakım matematiksel teknikler vardır. Fakat , non-lineer sistemlerin çözümü için gerekli olan teknikler , Lineer sistemlerdeki kadar gelişmemiştir ve uygulaması ise zordur. Gerçekte bütün sistemler , salınım genliğinin artırılması ile non-lineer bir yapıya dönüşmeye elverişlidir.

Titreşimde gerekli olan terminolojinin tanımlanması için , harmonik hareket olarak bilinen salınımın basit formu gözönüne alınır. Böyle bir hareket Şekil 1'de gösterildiği gibi dönen bir vektörle tarif edilebilir. Bu hareket , kendini eşit zaman aralığında tekrarlayan $A \cos \omega t$ veya $A \sin \omega t$ gibi trigonometrik fonksiyonların sonucudur. Hareket kendini tekrar ederken (geçen zamana periyod adı verilir) zaman geçer , devir süresince tamamlanan hareket devir olarak bilinir ve birim zaman içerisindeki toplam devir sayısı , titreşimin frekansı olarak bilinir. Hareketin en büyük değeri A olupgenlik olarak adlandırılır.

Lineer sistemlerin titreşimi genel olarak iki grupta toplanabilir, Serbest ve zorlanmış. Bir sistem kendi bünyesi içerisindeki kuvvetin hareketlerinden dolayı titreşmesi halinde , serbest titreşim hali meydana gelir. Bu durumda sistemi etkileyen dış kuvvetten söz edilmez. Serbest titreşim halindeki bir sistem bir veya daha fazla kendi doğal frekansı (dinamik sistemin kendi özelliğidir) ile titrer.



Şekil 1

Dış kuvvetlerin uyarması ile meydana gelen titreşimler zorlanmış titreşimler olarak adlandırılırlar. Uyarıcı kuvvetin harmonik olması halinde , zorlanmış titreşim hareket frekanslarında meydana gelir. Bu hal sistemin doğal frekansından bağımsız olan gelisigüzel bir andır. Zorlanmış titreşimin frekansı ile sistemin doğal frekanslarından birisi üst üste binerse rezonans hali ile karşılaşılır. Bu durum tehlikeli ve büyük olan genliklere sebebiyet verir. Sonuç olarak , doğal frekansların hesaplanması titreşim yapan tüm sistemler için gereklidir.

Titreşim yapan sistemlerin tümü az veya çok miktarda sönüme maruz kalırlar. Çünkü enerji sürtünme veya diğer engellemelerle yaydırılır. Serbest titreşimde , hareket zamanla kaybolur. Çünkü dış enerji gereksinimi karşılanmaz ve

bu hal sönüm olarak bilinir. Diğer taraftan zorlanmış titreşim sabit genlikte sürekli olabilirler. Çünkü gerekli olan enerji dış kuvvet tarafından karşılanır.

1.2 GEMİ TİTREŞİMİ

Gemideki titreşimi kontrol etmenin temel amacı, gemi personeli ve yolcuları için çevresel şartların kabul edilebilirliğinin sağlanması ve zorunlu operasyonlarda karşılaşılan şartları belirlenmesidir. Daha fazla hız, güç artımı, yapı ağırlığının azaltılması ve geminin daha ince yapısı bir çok problemlere neden olur. Bu problemler kabul edilebilir şartların sağlanması için çözüme ulaştırılmalıdır. Makina ve gemi yapısı aşırı titreşimden etkilenebilir. Kararlı haldeki titreşim genellikle geminin mukavemetini etkilemez.

Gemi gövdesinin kararlı titreşimi bir çok yoldan meydana gelebilir.

1) Sevk sistemi vasıtasıyla ;özellikle herbir pervane kanadının gemi gövdesine yakın geçişleri sırasında , gemi gövdesindeki değişik basınç alan hareketleri vasıtasıyla. Bu hal pervane kanadının frekanslarında periyodik hareketlere neden olur.

2) Dengesiz pervaneler, şaft ve makina vasıtasıyla.

3) Gemi gövdesindeki hidrodinamik kuvvet ve geminin hareket halinde iken varolan yardımcılar vasıtasıyla.

Zor dönüşler ve geri manevra, düz çalışma (free-route) halindeki titreşim genliğinden daha fazla olmasına neden olur. Zor dönüşler ve geri manevra aynı zamanda pervane kanadı ve şaftının hareket frekansından bağımsız olan gemi gövdesinin normal modunun harekete geçmesine neden olur. Örneğin yardımcılar, dümen, destekleyiciler ve deniz altındaki yüzeyler genellikle aşırı titreşime maruz

kalırlar ve bunlar gemi bünyesindeki aşırı titreşimin kaynağı olarak göz önüne alınabilirler. Fairwaterın iz kenarlarının Karman girdabından kurtulmasından dolayı, Fairwaterlar titreşim kaynağı olarak davranabilirler. Periskoplar benzer kaynak gibi davranabilirler. Bu haller genişletildiğinde ve denizaltının deniz dibine daldırılması halinde gemi bünyesindeki bu etkiler ihmal edilebilir. Özel şartlar altında dümenler aşırı titreşimlere neden olabilir. Lokal yapılar, makinalar veya ekipmanların kararlı titreşimleri;

1) Bünye titreşimi,

2) Dengesiz makina veya ekipmanlardan meydana gelebilir.

Hareket kuvvetleri küçük olabilir fakat eğer hareket halindeki rezonans frekansı kuvvet frekansı ile üst üste gelirse, yerel yapılarda aşırı titreşim meydana getirirler. Bunun sonucu olarak bünye titreşimlerinin genliği küçük olurken yerel elamanların titreşim genliği büyük olur.

Dalgalı bir denizde yol alan bir gemi rijit cisim hareketi (bu harekette geminin parçaları arasında göreceli hareket olmaz) halinde dalgalara cevap vermektedir. Bu hal doğrudur ; gemi suda durgun halde de olsa hareket halinde de olsa genlik ve frekansa göre gemi bünyesinin vereceği cevap geminin hızı, boyutları, formu, boyutları ve ağırlık merkezinin yerine ve gemi yüzeyine vuran dalgaların formuna, yüksekliğine, uzunluğuna, düzenliliğine (uniform) ve sıklığına bağlıdır. Eğer deniz dalgalı değilse, katı cisim hareketi meydana gelmez. eğer dalga hareketinin periyodu ki bu periyod her bir dalga için aynı olmak zorunda değildir, geminin katı cisim hareketinin özel bir doğal periyoduna yakın veya üst üste çakışıyorsa, büyük genlikli titreşimler meydana gelebilir. Genellikle, bir gemi katı cisim olarak gözönüne alındığında kompleks bir harekete sahiptir ; bunlar üç yerdeğiştirme ve üç dönme hareketidir. Bir geminin su altındaki katı cisim hareketi düzenli olmaz. Çünkü bu hareket denizin durumuna bağlıdır. Denizin düzensiz

olması yerine dalga yüksekliğinin düzenli olması halinde birbirine en yakın periyodik hareketler meydana gelir.

Dalgalı denizde, gemi ekipmanlarının toplam hareketi, ani hareketlerin ortaya çıkmasına yardımcı olur. Temel bünye frekanslarında bünyenin dik hali meydana gelir. Eğer yanal hal asılırsa bu durum çeşitli zararlara ve gemi çerçevesinin burkulmasına neden olur. Bazı gemilerde uygun deniz halinde gemi bünyesinin temel doğal frekansının hareketinden doğan titreşim genliği, pervanenin neden olduğu titreşim genliğinden çok daha büyüktür. Geminin dalıp-çıkma hareketi sırasında, gemi bünyesi geçiçi olarak titreşime maruz kalır. Aynı zamanda geçiçi titreşim, bir geminin baş tarafa yakın dik dalgaların çarpması sonucu da meydana gelir. Dalıp-çıkmadan hemen sonra, gemi bünyesindeki geçiçi titreşim, bünyenin serbest titreşimine çok benzer bir yapı taşıyabilir. Bu halde bünyenin diğer hareketlerle karmasık hale sokulmaması gerekir. Sıkça, bünyenin çok sayıda normal mod titreşimi mevcuttur. Bunlar eğilme modları, burulma modları veya bunların bileşimi. Ancak, genellikle sadece bir tane önemli genlik modu gözönüne alınır. Bu mod genellikle temel yani ilk moddur fakat sıkça ikinci ve daha yüksek modlarda gözönünde bulundurulur. İkinci ve daha yüksek modlar, temel (ilk) modla karşılaştırıldığında zayıf kalırlar [1].

1.3 KONU İLE YAPILAN ÇALIŞMALAR

Gemi kirişi ince cidarlı bir eleman olup , kullanım amacı malzeme deki maliyeti ve geminin ölü ağırlığını minimuma indirmektir.

Gemi ve uçak yapısı olarak gözönüne alınabilen Timoshenko kirişi serbest eğilme titreşimi için Galerkin yöntemi ile birlikte kullanıldı. Timoshenko kirişi

değişken en keside sahip olup kayma ve dönme etkisini de içerir. Eğer bir kirişte uzunluk-derinlik oranı küçük olursa, kayma etkisi büyük önem kazanır yani etkisi büyük olur. Bir kirişin iki uçunun ankestre olması halinde, Timoshenko kirişinin 'özdeğeri ile Euler-Bernouli kirişinin özdeğeri birbirine eşittir.

Gemi bünyesi titreşim analizinde, gemi bünyesinin eğilme titreşiminin ilk matematiksel analizi, sabit en keside sahip olan Euler-Bernoulli kirişi gözönüne alınarak modellenmiştir [9]. Fakat günümüzde değişken kesitli ve kayma ve dönme etkisini içeren Timoshenko kirişi, gemi bünyesinin yapısal hareketlerini göstermek amacıyla yaygın bir biçimde kullanılmaktadır [10,11,12,13].

Küçük modlarda gemi bünyesi titreşimlerinin tam olarak saptanması, gemi bünyesinin bir boyutlu kiriş modellemesi yapılarak elde edilebilir. Ancak yüksek dereceden titreşimler için, bir boyutlu kiriş modellemesi yeterli olmaz çünkü gemi bünyesinde eğilmeler meydana gelir. Bundan dolayı , gemi bünyesi , üç boyutlu kabuk yapı olarak gözönüne alınmalı.

Gemi kirişinin titreşimi bir çok bilim adamı tarafından ele alınmıştır. Bunlardan, kirişin eksenin esnekliğini, dönme ve kayma etkilerini içeren Timoshenko kirişi ile çalışan Charpie ve Burroughs [14], kendi değerlerini diğer teorik ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada hareket denklemleri Galerkin yöntemi ile çözülmüştür. Chen ve Blandford [15] tarafından geliştirilen keyfi en kesitli ince cidarlı kirişler için sonlu eleman formülünün temeli Timoshenko ve Vlasov teorisine dayanmaktadır. Yani gözönüne alınan eleman eğilme momenti ve momomen çiftinin neden olduğu kayma etkisini ve çarpılma etkisini hesaba katmaktadır. Bir gemi bünyesinin serbest eğilme titreşimini parametrik olarak

inceleyen Chen ve Bertran [16], gemi bünyesi üzerinde var olabilecek tüm etkileri hesaba katmışlardır. Bu etkiler, dönme, kayma, çekme kuvveti, kayma seridi ve değişik sönüm bileşenleridir. İnce cidarlı elemanların mod şekilleri ve doğal frekanslarının tahmini için analitik bir yöntem Ohga [17] tarafından verilmiştir. Bir dubanın eğilme titreşimi ve alt yapılarının titreşimi Senjanovik ve Fan [18] tarafından sunulmuştur.

Değişken kesitli kirişler üzerine son zamanlarda geniş bir çalışma Abrate [19] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, değişken keşitli Euler-Bernoulli kirişi Ritz yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Biz bu çalışmayı referans alarak bir gemi kirişinin çözümünü Galerkin yöntemini kullanarak hem Timoshenko hem de Euler-Bernoulli kirişini gözönüne alarak çözeceğiz. Fakat biz gemi üzerindeki tüm etkilerden sadece kayma etkisini hesaba katacağız. Elde edilen sonuçlar hem Thomson [20] hem de Abrate [19] 'ın elde ettikleri analitik sonuçlarla karşılaştıracğız. Galerkin yönteminde kullanacağımız foksiyon polinom olup kirişin hem ucunda hem de sonunda sınır şartlarını sağlamaktadır.

1.4 TEZ KONUSU VE ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Değişken en kesite sahip gemi kirişinin yüksek dereceden titreşimini bulmak için Timoshenko kirişi olarak gözönüne alınmış ve Timoshenko kirişinde var olan kayma ve dönme etkilerinden sadece kayma etkisi hesaplama için kullanılmıştır.

Ağırlıklı artıklar metodu adı altında aşağıdaki yöntemleri toplamak mümkündür: Kollokasyon yöntemi, Galerkin yöntemi, alt bölge yöntemi, en küçük kareler yöntemi ve moment yöntemi. Ağırlıklı artıklar yöntemlerinin tümü katsayısı

belli olmayan polinom formunda bir deneme fonksiyonun var olduğunu kabul eder. Her yöntem bölge içerisindeki hata fonksiyonunu minimum ederek katsayının değerini bulmak için değişik yaklaşım kullanır [6,7,8]. Çalışmada bu yöntemlerden Galerkin yöntemi kullanıldı.

Gemi kirisinin serbest eğilme titreşimine Galerkin yöntemi [7] kullanılarak yaklaşılmaya çalışılacaktır. Genel olarak Galerkin yöntemi ,

$$GL = \int \epsilon_R \phi_i(x) dx$$

ϵ_R bölge üzerindeki hata fonksiyonu , $\phi_i(x)$ $x=0$ ve $x=L$ 'de sınır şartlarını sağlayan ve polinom şeklindeki yaklaşık fonksiyondur.

BÖLÜM 2 : TEMEL DENKLEMLER

2.1 GENEL TEORİ

Gemi kirişi olarak gözönüne alınacak olan Timoshenko kirişi [18]'nin eğilme hareketi şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\partial^2/\partial x^2(EI(x)\partial^2 w/\partial x^2) - \rho EI(x)/(KG)\partial^4 w/(\partial x^2 \partial t^2) + \rho A(x)\partial^2 w/\partial t^2 = 0 \quad (2.1.1)$$

burada x absis , E elastisite modülü , I atelet modülü , w dik doğrultudaki çökme miktarı , ρ kütle yoğunluğu , K kayma sabiti , G kayma modülü , t zaman , A en kesit alanı. (2.1.1) denkleminde değişken değiştirme uygulanırsa;

$$EI \partial^4(\phi w) / \partial x^4 - \rho EI / (KG) \partial^4(\phi w) / \partial x^2 \partial t^2 + \rho A \partial^2(\phi w) / \partial t^2 = 0 \quad (2.1.2)$$

ϕ x 'e uygun bir fonksiyondur.

Denklemin (2.1.2)'de $v = \phi w$ değişken dönüşümü yapılarak , bir gemi kirişi için geçerli olan hareket denklemi , uniform kiriş için geçerli olan hareket denkleminde transfer edilebilir. Serbest eğilme titreşimi için , n modlu bir eleman için genel çözüm;

$$v(x,t) = V_n(x) \sin w_n(t) \quad (2.1.3)$$

şeklinde bir ifade seçilerek elde edilebilir. (2.1.2) denkleminin mod şekli için , (2.1.3) denklemini (2.1.2) denkleminde yerine yazarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\partial^4 v / \partial x^4 + \rho L^2 w_n^2 / (KG) \partial^2 v / \partial x^2 - \rho A L^4 w_n^2 / (EI) v = 0 \quad (2.1.4)$$

L kiriş elemanın uzunluğu ve

$$\alpha_n^2 = \rho L^2 w_n^2 / (KG) , \quad \beta_n^4 = \rho A L^4 w_n^2 / (EI) , \quad d / dx = D \quad (2.1.5)$$

(2.1.5) denklemini (2.1.4) denkleminde yerine yazılırsa ,

$$(D^4 + \alpha_n D^2 - \beta_n^4) v = 0 , \quad D^2 = C \quad (2.1.6)$$

$$(C^2 + \alpha_n^2 C - \beta_n^4) v = 0 \quad (2.1.7)$$

$$C_1 = -\alpha_n^2 / 2 + (\beta_n^4 + \alpha_n^4)^{1/2} , \quad C_2 = -\alpha_n^2 / 2 - (\beta_n^4 + \alpha_n^4)^{1/2} \quad (2.1.8)$$

$$D_{2,4} = + i((\beta_n^4 + \alpha_n^4)^{1/2} + \alpha_n^2 / 2)^{1/2} , D_{1,3} = + ((\beta_n^4 + \alpha_n^4)^{1/2} - \alpha_n^2 / 2)^{1/2} \quad (2.1.9)$$

ifadeleri elde edilir. Bu durumda (2.1.2) diferansiyel denkleminin genel çözümü ,

$$V_n(x) = B_1 \cos \gamma_n x + B_2 \sin \gamma_n x + B_3 e^{\eta_n x} + B_4 e^{-\eta_n x} \quad (2.1.10)$$

olarak elde edilir. $e^x = \cosh x + \sinh x$, $e^{-x} = \cosh x - \sinh x$ ifadelerininide kullanarak mod şekli için genel çözüm aşağıdaki gibidir.

$$V_n(x) = B_1 \cos \gamma_n x + B_2 \sin \gamma_n x + B_3 \cosh \eta_n x + B_4 \sinh \eta_n x \quad (2.1.11)$$

$$\gamma_n = ((\beta_n^4 + \alpha_n^4 / 4)^{1/2} + \alpha_n^2 / 2)^{1/2}, \eta_n = ((\beta_n^4 + \alpha_n^4 / 4)^{1/2} - \alpha_n^2 / 2)^{1/2} \quad (2.1.12)$$

buradaki B_1, B_2, B_3, B_4 sabitleri sınır şartlarından elde edilecek olan sabitlerdir.

(2.1.2) denkleminin çözümü mümkün olması halinde , gemi kirişi için yaklaşık çözümü elde etmek mümkün olacaktır ve iki tarafı ankastre olan bir kiriş , değişken kesitli olmasına rağmen , eigenvalue değerinin en kesiti uniform olan bir kiriş ile aynı olduğunu göstermek mümkündür. (2.1.1) ve (2.1.2) denklemleri detaylı şekilde yazılırsa ,

$$E(I''''w'' + 2I'w''' + Iw'''') - \rho EI(x) / (KG) \partial^4 w / (\partial x^2 \partial t^2) + \rho A(x) \partial^2 w / \partial t^2 = 0 \quad (2.1.13)$$

$$EI(\psi''''w + 4\psi'''w' + 6\psi''w'' + 4\psi'w''' + \psi w'''') - \rho EI(x) / (KG) \partial^4 (\psi w) / (\partial x^2 \partial t^2) + \rho A \partial^2 (\psi w) / \partial t^2 = 0 \quad (2.1.14)$$

burada üsteller x 'e göre türevi temsil etmektedir. (2.1.13) denklemleri ile (2.1.14) denklemleri karşılaştırıldığında iki denklemin sol taraflarının birbirine eşit olması için , $\psi'''' = \psi''' = 0$ olması gerekmektedir. Bunun anlamı ,

$$\psi = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (2.1.15)$$

şeklinde bir denklemin ortaya çıkması anlamına gelmektedir. (2.1.13) ve (2.1.14) denklemlerinin sol taraflarının birleştirilmesi ile aşağıdaki denklem elde edilir.

$$6\psi'' / I'' = 4\psi' / (2I') = \psi / I \quad (2.1.16)$$

gemiler [21,22] için en kesit alanı ve atalet momenti aşağıdaki gibi seçilirse ,

$$A = A_0 (1 - \lambda x^2) , \quad I(x) = I_0 (1 - \lambda x^2) \quad (2.1.17)$$

(2.1.16) denkleminin alacağı form aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\psi_1 = 1 - \lambda x^2 , \quad \psi_2 = \lambda x^2 + \lambda^2 x^4 - 2 \quad (2.1.18)$$

λ pozitif bir sabit ve A_0 ve I_0 en kesit alanı ve atalet momentidir.

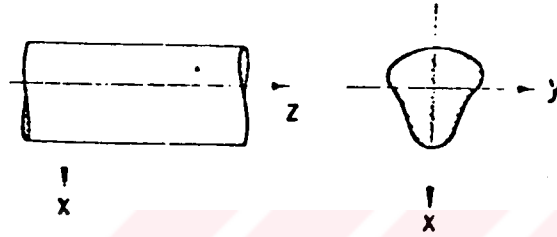
Euler-Bernoulli denklemi , kayma deformasyonlarını içeren Timoshenko kiriş denkleminin (2.1.1) özel bir hali olduğu kolaylıkla görülebilir.

$$EI \partial^4 w / \partial x^4 + \rho A \partial^2 w / \partial t^2 = 0 \quad (2.1.19)$$

Abrate [19] (2.1.19) denklemini kullanarak ayrıntılı bir çalışma yapmıştır.

2.2 TİMOSHENKO KİRİŞİ

Burada Timoshenko kiriş teorisinin denklemlerini üç boyutlu elastisite teorisi integre edilerek türetilenektir [2]. Bu işlemin sonucu olarak birkaç formül ortaya çıkacaktır.



Şekil 2.2.1

Biz şekil 3.1 de gösterilen uniform kiriş inceliyeceğiz. Bu şekilde z-ekseni enine kesitin merkezsel çizgisile üst üste düşmektedir. Burulmadan dolayı gelen çökmelerden kurtulmak için en kesidin ve uygulanan kuvvetin , kirişin çökme yüzeyi olan x-z düzlemine göre simetrik olduğunu kabul edeceğiz. Kiriş bünye kuvvetlerinin (F_x , F_y) ve kesme kuvvetlerin (T_x , T_y) etkisindedir. Bu bu kuvvetler kesid üzerine dik olarak uygulanmaktadır. Kolaylık olması için bünye ve kesme kuvvetlerinin z-bileşenin sıfır olduğunu kabul ediyoruz. Kiriş denklemlerindeki temel nicelik dik doğrultudaki çökme miktarıdır (W). Bu miktar kesin bir açıklama gerektirir. Çünkü en kesit alanının tüm noktaları ve küçük uzamaları eğilmeye uğrayan en kesid alanı , en kesidin her yerinde aynı yerdeğiştirmeye maruz kalmaz. Bizim gözönüne aldığımız yerdeğiştirme merkezin yerdeğiştirmesidir. Ve biz bu yerdeğiştirmeyi şu şekilde ifade ediyoruz.

$$W = (1/A) \iint u_x dx dy \quad (2.2.1)$$

Burada A en kesit alanı, u_x kirişin üzerindeki bir noktanın yerdeğiştirmesinin x bileşeni ve integrasyon en kesit alanı üzerinde alınmaktadır.

X doğrultusundaki kuvvetlere göre bir kiriş elemanın denge denklemi,

$$\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \sigma_{xy} / \partial y + \partial \sigma_{xz} / \partial z + F_x = \rho \partial^2 u_x / \partial t^2 \quad (2.2.2)$$

Burada σ_{xx} ve diğerleri gerilme bileşenleri, ρ yoğunluktur. En kesit alanı üzerine (2.2.2) denkleminin integrasyonu,

$$\iint (\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \sigma_{xy} / \partial y + F_x) dx dy + \partial / \partial z \iint \sigma_{xz} dx dy = \rho \partial^2 / \partial t^2 \iint u_x dx dy \quad (2.2.3)$$

bize bu denklemi verir. Ve

$$Q = \iint \sigma_{xz} dx dy \quad (2.2.4)$$

olarak seçiyoruz. Q en kesit üzerine etki eden toplam kesme kuvvetidir.

$$p = \iint (\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \sigma_{xy} / \partial y + F_x) dx dy \quad (2.2.5)$$

p değerini bu şekilde alıp Diverjans teoremi ile değişken dönüşümü yapılması halinde

$$p = \int (n_x \sigma_{xx} + n_y \sigma_{xy}) ds + \iint F_x dx dy \quad (2.2.6)$$

$$p = \int T_x ds + \iint F_x dx dy$$

ifadesi elde edilir. Burada n_x , n_y enkesit alanının sınırları için birim normal vektörlerinin bileşenleri ve ds sınırdaki yay elemanıdır. (2.2.6) denkleminde bilindiği gibi p değeri , birim uzunluğa uygulanan toplam eğilme yüküdür. p ifadesinden de yararlanarak (2.2.3) denklemini şu biçimde yazmak mümkündür.

$$\partial Q / \partial z + p = \rho A \partial^2 W / \partial t^2 \quad (2.2.7)$$

Bu denklem Timoshenko kiriş teorisinin ilk denklemdir.

Timoshenko kiriş teorisinin denklemleri aynı zamanda Φ değeri içermektedir. Dönme adı verilen bu değeri şu şekilde ifade edilir.

$$\Phi = (1/ I) \iint x u_x dx dy \quad (2.2.8)$$

Burada I y eksenine etrafındaki atalet momenti ve u_x kiriş elemanın yerdeğiştirmesinin z bileşenidir. Φ tarafsız eksen etrafında en kesit alanın dönmesi olarak yorumlanır. Eğer kiriş eğilmeye maruz kaldığında en kesit alanı düzlem olarak kalırsa , u_x x eksenine ile orantılı ve Φ her bir en kesit alanının dönme açısına tam olarak eşit olur. Gerçekte her bir en kesit alanı dönme ile birlikte çarpılmaya da maruz kalır. Eğer Φ çarpılan en kesit alanının pozisyonu ile hemen hemen üst üste düşen yüzeyin eğilme açısına eşit olursa , en kesit alanının dönme açısı olarak gözönüne alınabilir.

Kirişin moment- denge denklemlerinin çıkarılması için , z doğrultusundaki kuvvetlere göre kiriş elemanın denge denklemleri ile başlanacaktır.

$$\partial \sigma_{xz} / \partial x + \partial \sigma_{yz} / \partial y + \partial \tau_z / \partial z = \rho \partial^2 u_z / \partial t^2 \quad (2.2.9)$$

(2.2.9) denklemi x ile çarpılıp en kesit alanı üzerinde integre edilirse ,

$$\iint x (\partial \sigma_{xz} / \partial x + \partial \sigma_{yz} / \partial y) dx dy + \partial / \partial z \iint x \sigma_{zz} dx dy = \rho \partial^2 / \partial t^2 \iint x u_x dx dy \quad (2.2.10)$$

ve

$$M = \iint x \sigma_{xz} dx dy \quad (2.2.11)$$

M kirişin herhangi bir kesitine etkiyen eğilme momentidir. Kısmi integrasyonun ve Diverjans teoreminin uygulanması halinde şu denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \iint x (\partial \sigma_{xz} / \partial x + \partial \sigma_{yz} / \partial y) dx dy &= \iint (\partial (x \sigma_{xz}) / \partial x + \partial (x \sigma_{yz}) / \partial y - \sigma_{zz}) dx dy \\ &= \int x (n_x \sigma_{xz} + n_y \sigma_{yz}) ds - \iint \sigma_{zz} dx dy \\ &= -Q \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Yüzeydeki kesme kuvvetinin z bileşenin alınmamasının sonucu olarak çizgisel integral kaybolur. Böylece (2.2.10) denklemi şu formu alır.

$$\partial M / \partial z - Q = \rho I \partial^2 \Phi / \partial t^2 \quad (2.2.13)$$

(2.2.13) deklemini Timoshenko kiriş teorisinin ikinci denklemdir.

W , Φ ve kayma deformasyonu arasındaki ilişkinin çıkartılması için, v_x , v_z yerdeğiştirmeleri şu şekilde tanımlanır.

$$u_x = W + v_z, \quad u_z = U + x\Phi + v_x \quad (2.2.14)$$

burada U değeri,

$$U = (1/A) \iint u_x dx dy$$

bu ifade z doğrultusunda en kesit alanın yerdeğiştirmesidir. (2.2.14) denkleminde şu ifade elde edilir.

$$\iint v dx dy = \iint v_z dx dy = \iint x v_x dx dy = 0 \quad (2.2.16)$$

v_z yerdeğiştirmesi gerçekte en kesit alanın çarpılmasını ifade eder. Bu durumda gerilme-yerdeğiştirme bağıntısı şu şekilde yazılabilir.

$$\partial u_x / \partial z + \partial u_z / \partial x = \partial \sigma_{xz} / G \quad (2.2.17)$$

bu ifadeyi şu şekilde ifade etmek de mümkündür.

$$\partial W / \partial z + \Phi = \sigma_{xz} / G - \partial v_z / \partial x - \partial v_x / \partial z \quad (2.2.18)$$

(2.2.16) denlemi gözönüne alınarak , (2.2.18) deklemini en kesit alanı üzerine uygulanırsa;

$$\partial W / \partial z + \Phi = 1 / AG \iint (\sigma_{xz} - G \partial v_z / \partial x) dx dy \quad (2.2.19)$$

elde edilir. Moment ve kirişin eğriliği arasındaki bağlantı için gerilme-yerdeğiştirme arasındaki ilişki gözönünde bulundurulur. Buna göre ;

$$E \partial u_z / \partial z = \sigma_{zz} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (2.2.20)$$

E Young modülü , ν Poisson oranıdır. (2.2.20) deklemini x ile çarpılıp en kesit alanı üzerinde integre edilirse ;

$$E \partial / \partial z \iint x u_z dx dy = \iint x \sigma_{zz} dx dy - \nu \iint x (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) dx dy$$

veya

$$EI \partial \Phi / \partial z = M - \nu \iint x (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) dx dy \quad (2.2.21)$$

denklemleri elde edilir. Şimdiye kadar elde edilen denklemleri toplayabilmek için , kiriş elemanın aşağıdaki dört denklemi sağlaması gerekmektedir.

$$\partial Q / \partial z + p = \rho A \partial^2 W / \partial t^2 \quad (2.2.22a)$$

$$\partial M / \partial z - Q = \rho I \partial^2 \Phi / \partial t^2 \quad (2.2.22b)$$

$$EI \partial \Phi / \partial z = M - \nu \iint x (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) dx dy \quad (2.2.22c)$$

$$\partial W / \partial z + \Phi = 1/AG \iint (\sigma_{xz} - G \partial v_z / \partial x) dx dy \quad (2.2.22d)$$

şimdiye kadar , elastisitenin lineer teorisinden öte bir yaklaşım yapılmadı. Ancak , (2.2.22) denklemlerini kullanabilmek için kiriş elemanı içerisinde var olan gerilme ve yerdeğiştirme hakkında iki kabulün yapılması gerekmektedir.

İlk kabul (2.2.22c) denklemi ile ilgilidir. Moment ve eğrilik arasında bir ilişki kurmak için idda edilen σ_{xx} , σ_{yy} gerilmeleri σ_{zz} gerilmesinin yanında ihmal edilecek kadar küçüktür. Bu kabulün sonucu olarak da (2.2.22c) denklemindeki son terim ihmal edilebilir. (2.2.22c) denkleminde geriye kalan ise aşağıdaki gibidir.

$$EI \partial \Phi / \partial z = M \quad (2.2.23)$$

İkinci kabul kayma gerilmesinin dağılımı ve (2.2.22d) denklemi ile ilgilidir. Uniform bir kirişde kayma gerilmeleri için matematik olarak kesin çözüm , iki yükleme haliyle bilinmektedir. Bunlar uç noktasında tekil yüke maruz konsol kiriş ve uniform olarak yüklenmiş kiriştir. Kayma gerilmesinin uniform ve konsol kiriş üzerindeki dağılımı tamamıyla aynıdır. Her iki yükleme biçiminde de σ_{xz} , σ_{yz} ve u_z yerdeğiştirmesi aşağıdaki şekilde verilir [2].

$$\sigma_{xz} = - Q / (2(1+\nu)I) (\partial \chi / \partial x + \nu x^2 / 2 + (2 - \nu) y^2 / 2)$$

$$\sigma_{yz} = - Q / (2(1+\nu)I) (\partial \chi / \partial y + (2 + \nu) xy) \quad (2.2.24)$$

$$u_z = x f(z) - Q / EI (\chi + xy^2)$$

$\chi(x,y)$ sınır şartlarını sağlayan harmonik bir fonsiyondur. ve şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\partial \chi / \partial n = -n_x (vx^2/2 + (2-\nu)y^2/2) - n_y (2 + \nu)xy \quad (2.2.25)$$

bu denklem en kesit alanın sınırları üzerinde yazılır. (2.2.24) denklemindeki $f(z)$ fonsiyonu polinom şeklinde olup kesin formu kirişin sınır şartlarına bağlıdır. Yalnız bizim çözümümüz için fonsiyonun formu gerekli değildir.

Kabul ediliyorki (2.2.24) denkleminde verilen kayma gerilmeleri ve yerdeğiştirmelerden yararlanarak aşağıdaki ifade bulunur.

$$v_z = Q/EI(-\chi - xy^2 + 1/A \iint (\chi + xy^2) dx dy + x / I \iint x(\chi + xy^2) dx dy) \quad (2.2.26)$$

(2.2.22d) denkleminde yararlanarak aşağıdaki ifadeyi yazmak mümkündür.

$$\iint (\sigma_{xz} - G \partial u_z / \partial x) dx dy = Q / (2(1+\nu)I) (\nu(I_x - I_y) / 2 - A / I \iint x(\chi + xy^2) dx dy) \quad (2.2.27)$$

burada

$$I_x = \iint y^2 dx dy \quad (2.2.28)$$

ifadesi x eksenine etrafındaki en kesit alanının atalet momentidir. (2.2.27) denklemini (2.2.22d) denkleminde yerine koyarsak;

$$\partial W / \partial z + \Phi = Q / KAG \quad (2.2.29)$$

burada kayma sabiti olarak tanımlanan K değerini aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkündür.

$$K = (2(1+\nu)I) / (\nu(I_x - I_y)/2 - A/I \iint x(\chi + xy^2) dx dy) \quad (2.2.30)$$

Ve bu değer kayma sabiti olarak bilinmektedir. Timoshenko kiriş teorisi denklemlerini son hal olarak aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür.

$$\partial Q / \partial z + p = \rho A \partial^2 W / \partial t^2$$

$$\partial M / \partial z - Q = \rho I \partial^2 \Phi / \partial t^2$$

$$EI \partial \Phi / \partial z = M$$

$$\partial W / \partial z + \Phi = Q / KAG$$

2.3 KAYMA SABİTLERİ

2.3.1 Dikdörtgen Bir Kesit için Kayma Sabitinin Hesaplanması

Dikdörtgen bir kesit için χ ifadesi [2] tarafından aşağıdaki şekilde verilmektedir.

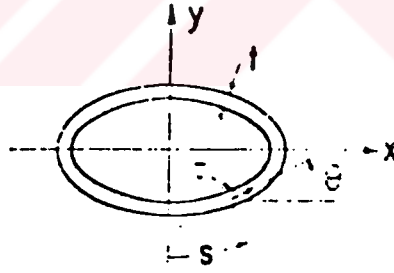
$$\chi = \left(- \left(1+\nu \right) \frac{a^2+vb^2}{3} x + \left(2+\nu \right) \frac{x^3-3xy^2}{6+4vb^3} \right) / \Pi^3 \sum (-1)^n \sinh(n\Pi x/b) / (n^3 \cosh(n\Pi a/b) \cos(n\Pi y/b))$$

burada x-eksenine paralel kenarın uzunluğu 2a ve y-eksenine paralel kenarın uzunluğu 2b olarak alınmaktadır. χ değeri (2.2.30) dekleminde yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$K=10(1+\nu) / (12 + 11\nu)$$

2.3.2 İnce Cidarlı Kesitlerde Kayma Sabiti

Eğer cidarın kalınlığına bağlı olarak bazı basit kabuller yapılırsa , kayma gerilmesi ve çarpılması hesaplanabilir. Şekil 3.2'yi gözönüne alıyoruz. s kesit boyunca yay uzunluğu , θ kesite teğet olan kayma açısı , t kesitin değişebilen kalınlığıdır. Şekil 3.2'de gösterilen ince cidarlı kesitteki kayma gerilmesi τ 'nın kesit üzerinde uniform olarak dağıldığını kabul ediyoruz. Kayma gerilmesi τ , bilinen yöntemlerle direct olarak hesaplanabilir. Çarpılma yerdeğiştirmesini elde etmek için bu ifadeyi şu şekilde yazmak kolaylık sağlayacaktır.



Şekil 3.2

$$\psi = -\chi - xy^2 \quad (2.3.2.1)$$

(3.24) deklemini bu durumda şu hale gelecektir.

$$u_z = xf(z) + (Q / EI) \psi \quad (2.3.2.2)$$

ince cidarlı bir kesit için ψ sadece s nın fonsiyonu olaçağında şu ifadeyi yazmak mümkün olaçaktır.

$$\tau = \sigma_{xz} \cos\theta + \sigma_{yz} \sin\theta \quad (2.3.2.3)$$

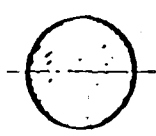
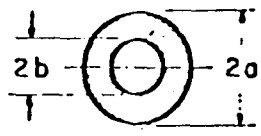
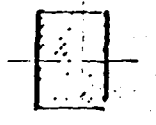
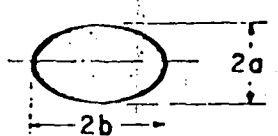
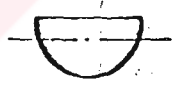
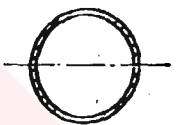
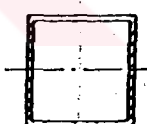
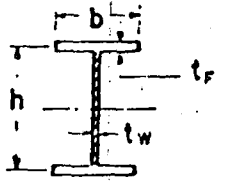
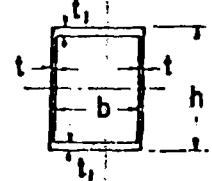
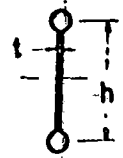
ve (2.3.2.1) deklemini (2.2.24) denkleminde yerine yazıp (2.3.2.3) denkleminde gözönünde bulundurursak aşağıdaki deklemini elde ederiz.

$$d\psi/ds = ((2(1+\nu)I)/Q)\tau + \nu/2((x^2-y^2)\cos\theta + 2xy \sin\theta) \quad (2.3.2.4)$$

(2.3.2.4) denkleminin integrasyonu ψ değerini verir. İnce cidarlı bir eleman için kayma sabiti (2.3.2.1) denkleminin gözönünde bulundurulması ile (2.2.30) denkleminde elde edilir ve bu sabiti şu şekilde yazmak mümkündür.

$$K = (2(1 + \nu) I) / (\nu(I_x - I_y) / 2 + A / I) \int x\psi tds \quad (2.3.2.5)$$

İnce cidarlı kesitler için kayma sabiti değerleri toplu olarak Tablo 3.1'de verilmiştir. Gemi bünyesinin doğal frekansının hesaplanmasında kayma sabitinin etkisi çok önemlidir öyle ki 3'üncü modda dahi eğer kayma sabiti ihmal edilirse , doğal frekansın hesaplanmasında %20'lik bir hata ortaya çıkabilir [3]. Timoshenko

<u>CIRCLE</u> $K = \frac{6(1-\nu^2)}{7+6\nu}$	
<u>HOLLOW CIRCLE</u> $K = \frac{6(1+\nu)(1+m^2)^2}{(7+5\nu)(1+m^2)^2 + (20+12\nu)m^2}$ WHERE $m = b/a$	
<u>RECTANGLE</u> $K = \frac{10(1+\nu)}{12+1\nu}$	
<u>ELLIPSE</u> $K = \frac{12(1+\nu)(3a^2+b^2)}{(40+37\nu)a^4 + (16+10\nu)a^2b^2 + \nu b^4}$ a MAY BE EITHER > OR < b	
<u>SEMICIRCLE</u> $K = \frac{1-\nu}{1.305+1.2\nu}$	
<u>THIN-WALLED ROUND TUBE</u> $K = \frac{2(1-\nu)}{4-3\nu}$	
<u>THIN-WALLED SQUARE TUBE</u> $K = \frac{20(1-\nu)}{48+39\nu}$	
<u>THIN-WALLED I-SECTION</u> $K = \frac{10(1+\nu)(1+3m^2)}{(12+72m+150m^2+90m^3) + \nu(11+66m+135m^2+90m^3) + 30m^2(m^2+m^4) + 5\nu m^2(8\pi+3\pi^2)}$ WHERE $m = 2b^2/r^2/t$, $n = b/h$	
<u>THIN-WALLED BOX SECTION</u> $K = \frac{10(1+\nu)(1+3m^2)}{(12+72m+150m^2+90m^3) + \nu(11+66m+135m^2+90m^3) + 16m^2((3+\nu)m+3\pi^2)}$ WHERE $m = b^2/t$, $n = b/h$	
<u>SPAR-AND-WEB SECTION</u> $K = \frac{10(1+\nu)(1+3m^2)}{(12+72m+150m^2+90m^3) + \nu(11+66m+135m^2+90m^3)}$ WHERE $m = 2A_s/r^2$, $A_s = \text{AREA OF ONE SPAR}$	
<u>THIN-WALLED T-SECTION</u> $K = \frac{10(1+\nu)(1+4m^2)}{(12+72m+150m^2+90m^3) + \nu(11+66m+135m^2+90m^3) + 30m^2(m^2+m^4) + 5\nu m^2(4\pi+5\pi^2+m^2)}$ WHERE $m = b^2/t$, $n = b/h$	

kirisinin kayma sabitlerinin değişik yaklasımı [4] ve gemi üzerine uygulamalarını kaynak [5]'den elde etmek mümkündür.



BÖLÜM 3 : EĞİLME TİTREŞİMİ

İki tarafı ankastre olan bir kiriş için sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$w(0,t) = \partial w(0,t) / \partial x = w(L,t) = \partial w(L,t) / \partial x = 0 \quad (3.1)$$

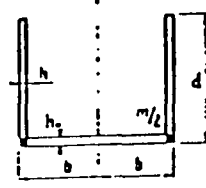
$v = \psi w$ değişken dönüşümü kullanılacak olursa ,

$$v(0,t) = \partial v(0,t) / \partial x = v(L,t) = \partial v(L,t) / \partial x = 0 \quad (3.2)$$

Sonuç olarak , denklem (2.1.17) ve (2.1.18) olduğu gibi değişebilen özelliklere sahip gemi kirişi , aynı A ve I 'lı uniform kirişteki gibi aynı sınır şartlarına ve aynı diferansiyel denkleme sahip olacaktır. Bunun anlamı iki tarafı ankastre mesnetli bir kirişin doğal frekansı , λ parametresine rağmen uniform bir kirişin doğal frekansı ile her zaman aynı olacaktır.

Bir gemi kirişin mod şekli , V_n ifadesine göre $W_n(x) = V_n(x) / (1 - \lambda x^2)$ veya $W_n(x) = V_n(x) / (\lambda x^2 + \lambda^2 x^4 - 2)$ şeklinde olacaktır. Sonuç olarak , öz değeri λ parametresinden bağımsız olmasına rağmen , gemi kirişinin mod şekli λ parametresinden etkilenmektedir.

Timoshenko kirişi için en kesit alanı [23] aşağıdaki gibi verilmektedir.



Şekil 3.1

h ve h_1 kalınlık, b genişlik, d yüksekliktir. Şekil 3.1'deki değişme özelliğine sahip kalınlık için, en kesit ve atalet momentinin parabolik olarak değişmesinden dolayı, kalınlığında parabolik olarak değiştiğini kabul ediyoruz. Bu kabul altında kalınlığın değişimi,

$$h(x) = 4 / L^2 (h_1 - h_0)x^2 - 4 / L (h_1 - h_0)x + h_1 \quad (3.3)$$

Timoshenko kirişinin uygulaması için gerekli boyutlar [1]'den alınmıştır. Bu boyutlar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} L &= 500 \text{ ft} & h_1 &= 12.5 \text{ mm} \\ b &= 60 \text{ ft} & h &= 12 \text{ mm} \\ d &= 32 \text{ ft} & \nu &= 0.3 \end{aligned} \quad (3.4)$$

L uzunluk, ν poisson oranıdır. Değişken kesitli Timoshenko kirişinin Galerkin yöntemi ile çözümü aşağıdaki şekildedir.

Euler-Bernoulli kirişine Galerkin yöntemi ile ilk yaklaşık polinom fonksiyonu için ,

$$v_{app}(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (3.5)$$

a, b, c, d, e sınır şartlarından bulunacak olan sabitlerdir. Sınır şartlarını temsil eden (3.2) denklemini kullanarak aşağıdaki yaklaşık fonksiyonu elde etmek mümkündür.)

$$v_{app}(x) = \Omega_{mn} x^{2m} (x - 1)^{2n} \quad (3.6)$$

(2.1.19) denklemini kullanarak ,

$$\varepsilon_R = 24 - \omega^4 (x^4 - 2x^3 + x^2), \quad \phi_i(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 \quad (3.7)$$

ve (3.7) denklemlerini gözönünde tutarak (2.1.19) denklemi 0 ile 1 aralığında integre edilirse aşağıdaki değer elde edilir.

$$\omega_{Galerkin} = 22.44994432 \quad (3.8)$$

$$\omega_{Thomson} = 22.4$$

ikinci yaklaşım için , yaklaşık fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür.

$$v_{app}(x) = \Omega_1 (x^4 - 2x^3 + x^2) + \Omega_2 (x^6 - 2x^5 + x^4) \quad (3.9)$$

(2.1.19) denklemi 0 ile 1 aralığında integre edilirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\omega_{\text{Galerkin}} = 22.43946758 \quad (3.10)$$

$$\omega_{\text{Thomson}} = 22.4$$

Timoshenko kirişi için Galerkin yöntemi kullanarak ilk yaklaşım için yaklaşık fonksiyon ,

$$v_{\text{app}}(x) = \Omega_1 (x^4 - 2x^3 + x^2) \quad (3.11)$$

(2.1.1) denklemi ve (2.1.19) denklemini gözönünde bulundurarak aşağıdaki denklemi yazmak mümkündür.

$$\int \{ (24x^4 - 48x^3 + 24x^2) + \rho A L^2 \omega_n^2 / (KGA) (12x^2 - 12x + 2) - \rho A L^4 \omega_n^2 / (EI) (x^8 - 4x^7 + 6x^6 - 4x^5 + x^4) \} dx = 0 \quad (3.12)$$

0 ile 1 aralığında integrasyon yapılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\omega_{\text{Timoshenko}} = 22.44994432 \quad (3.13)$$

$$\omega_{\text{Thomson}} = 22.4$$

Timoshenko kirişı için ikinci yaklaşım ,

$$v_{app}(x) = \Omega_1 (x^4 - 2x^3 + x^2) + \Omega_2 (x^6 - 2x^5 + x^4) \quad (3.14)$$

(2.1.1) ve (2.1.19) denklemleri gözönünde bulundurularak ve (2.1.19) denklemini 0 ile 1 aralığında integre ederek aşağıdaki sonuçları elde etmek mümkündür.

$$\omega_{Timoshenko} = 22.42997306 \quad (3.15)$$

$$\omega_{Thomson} = 22.4$$



SONUÇLAR

Değişken en kesite sahip olan Timoshenko kirişi formundaki kayma deformasyonunu içeren kiriş, bir gemi kirişinin serbest eğilme titreşimini incelemek için çalışılmıştır. Timoshenko kirişi, bir gemi kirişinin serbest eğilme titreşiminde değişken en kesit ve kayma deformasyonlarının etkisini göstermek amacıyla kullanılmıştır. Timoshenko kirişi ile Euler-Bernoulli kirişi arasında karşılaştırma yapıldı.

Bir gemi kirişinin, uniform bir kirişin hareket denkleminin içerisine değişken değiştirme ile transfer edilmesine müsaade edildiği gösterilmiştir. Bir gemi kirişi için, bir gemi kirişinin doğal frekansının, bir uniform kirişin doğal frekansı ile tamamen aynı olduğu gösterilmiştir.

Bir gemi bünyesi titreşiminin düşük modlarının tam olarak saptanması, gemi bünyesini tek boyutlu kiriş modellemesi yapılarak bulunabilir. Bu çalışmada bu tür bir yaklaşım yapılmıştır. Ancak, gemi bünyesinin yüksek dereceden modları için, tek boyutlu kiriş modellemesi yeterli değildir çünkü gemi bünyesinin eğilmesi hali meydana gelir. Gemi bünyesinin yüksek dereceden titreşimleri için, gemi bünyesi, üç boyutlu kabuk yapı olarak gözönüne alınması gerekir.

Yapılan incelemede sadece kayma etkisi gözönüne alınmıştır. Gerçekte, kütlelerin dönmesi, kayma eğilmesi, çekme kuvveti, kayma şeridi ve değişik sönüm bileşenlerinin gözönüne alınması gerekir.

KAYNAKLAR

- [1] HARRIS, C.M. , and CREDE C.E. , Shock and Vibration Handbook
2 , McGraw Hill, 1961.
- [2] COWPER , G.R. ,The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam
Theory, ASME J.of Appl. Mech. , 33 , 335-340
(1961).
- [3] CHALMERS , D.W. and PRICE , W.G. , On the Effective Shear
Area of Ship Sections, The Royal Institution
of Naval Architects, 245-252 (1979)
- [4] STEPHEN , N.G. , Timoshenko's Shear Coefficient from a Beam
Subjected to Gravity Loading , ASME J.of
Appl. Mech., 47(1), 121-127 (1980)
- [5] JENSEN , J.J. , On the Shear Coefficient in Timoshenko's Beam
Theory, J.of Sound and Vibr. , 87(4) , 621-635
(1983)
- [6] FINLAYSON, B.A. , and SCRIVEN, L.E., The Method of Weighted
Residual-A Review, Appl. Mech. Rev. , 19 ,
735-740 (1966).

- [7] FINLAYSON, B.A., and SCRIVEN, L.E., The Method of Weighted Residuals and its Relation to Certain Variational Principle for the Analysis of Transport Processes, Chem. Engng. Science, 20, 395-404 (1965).
- [8] FINLAYSON, B.A., and SCRIVEN, L.E., The Method of Weighted Residuals and Variational Principles, Academic Press, 1972.
- [9] JENSEN, J.J., and MADSEN, N.F., A Review of Ship Hull Vibration Part 1: Mathematical Models, ASME J. of Vibr., Acst., Strs., Relbty., 9(4), 13-22 (1977).
- [10] JENSEN, J.J., and MADSEN, N.F., A Review of Ship Hull Vibration Part 2: Modeling Physical Phenomena, ASME J. of Vibr., Acst., Strs., Relbty., 9(5), 25-38 (1977).
- [11] JENSEN, J.J., and MADSEN, N.F., A Review of Ship Hull Vibration Part 3: Method of Solution, ASME J. of Vibr., Acst., Strs., Relbty., 9(6), 19-27 (1977).
- [12] JENSEN, J.J., and MADSEN, N.F., A Review of Ship Hull Vibration Part 4: Compering of Beam Models, ASME J. of Vibr., Acst., Strs., Relbty., 9(7), 13-28 (1977).
- [13] WAGNER, H., and RAMAMURTI, V., Beam Vibration-A Review, ASME J. of Vibr., Acst., Strs., Relbty., 9(9), 17-24

(1977).

- [14] CHARPIE, J.P , and BURROUGHS, C.B., An Analytic Model for
the Free in-plane Vibration of Beam of Variable
Curvature and Depth, J.of Am. , 94(2) ,
(1993).
- [15] CHEN, H., and BLANDFORD, G.E., A Finite Element Formulation
for thin-walled Beams, Int. J. of Numer. Methods
Engng., 28, 2239-2255 (1989).
- [16] CHEN, H., and BERTRAN, I.M., A Parametric Study of the Vertical
Free Vibration of a Ship Hull , Int. Shipbuild. Progr. , 37 ,
151-153 (1990).
- [17] OHGA, M., TAKAO, H., and HARA, T., Natural Frequencies and
Mode Shapes of thin-walled Members , Comptr. Structr.
, 55(6), 971-978 (1995).
- [18] SENJANOVIC, I., and FAN, Y., On Modelling of thin-walled Girders
and Accuracy of Vibration Analysis Performed
by the Finite Element Technique Related to Ship
Structures, Compt. Structr., 34(4), 603-619 (1990)
- [19] ABRATE, S., Vibration of non-Uniform Rods and Beams, J.of Sound
and Vibr., 185(4), 703-716 (1995).

- [20] THOMSON, W.T., Theory of Vibration with Applications, Englewood Cliffs, 1988.
- [21] TIMOSHENKO, S., Vibration Problems in Engineering, D. Van Nostrand, 1937.
- [22] THORNTON, D.L., Mechanics Applied to Vibrations and Balancing , Chapman and Hall, 1942.
- [23] SENJANOVIC and FAN Y, The Bending and Shear Coefficients of Thin-Walled Girders , Thin-Walled Structures , 10 , 31-57 (1990)
- [24] ODEN, J. T. , Mechanics of Elastic Structures , McGraw Hill , 1967.
- [25] DÖKMECİ , M. C. , A General Theory of Elastic Beams , Int. J. Solids Structures , 8, 1205-1222 (1972).
- [26] DÖKMECİ , M. C., Dynamic Variational Principles for Discontinuous Elastic Fields , J. Ship Research , 23(2) ,115-122 (1979).
- [27] DÖKMECİ , M. C. , An Isothermal Theory of Anisotropic Rods , J. Engng. Math. , 9(4) , 311-322 (1975).

ÖZGEÇMİŞ

Fuat KARA , 1969 yılında Malatya'nın Arguvan ilçesi Tatkinik köyünde doğdu. İlkokulu Tatkinik köyü ilkokulunda başlayıp Malatya'nın Barboros ilkokulunda , Ortaokulu Malatya Atatürk ortaokulunda , Liseyi Malatya Lisesinde tamamladı. 1988 yılında İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi Gemi İnşaatı Mühendisliği Bölümünü kazandı. 1992 yılında Fakülte , Dönem ve Bölüm birincisi olarak “Pekiyi” derecesi ile bitirerek Gemi İnşaatı ve Gemi Makinaları Mühendisi ünvanını aldı. 1992 yılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı bölümünde yüksek lisans öğrenimine başlayarak bir yıl süreyle yüksek lisans İngilizce hazırlık kursu aldı.

Fuat KARA İngilizce bilmektedir.

