

İKİ BÖLGELİ ORTAMDA İKİ BOYUTLU VE İKİ GRUPLU NÖTRON DİFÜZYON

DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE SINIR ELEMANLARI VE SONLU

ELAMANLAR YÖNTEMLERİNİN BİRLİKTE KULLANIMI

DOKTORA TEZİ

Elektrik Yük. Müh. Şükran ÇAVDAR

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 9 Mayıs 2003

Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Eylül 2003

Tez Danışmanı : Prof.Dr. H.Atilla ÖZGENER

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Alsan Meriç (İTÜ)

Prof.Dr. Sümer Şahin (GÜ)

Prof.Dr. Hasan Saygın (İTÜ)

Doç.Dr. Mehmet Şahin (GÜ)

MAYIS 2003

ÖNSÖZ

Nötron difüzyon denklemi modellediği ortamın doğası gereği, kaynak teriminden ötürü diğer mühendislik alanlarında karşılaşılan pekçok sınır değer problemine nazaran farklılık ve özgünlük göstermektedir. Son yıllarda oldukça yaygınlaşmış olan Sınır Elemanları Yöntemi (Boundary Element Method-BEM), nötron difüzyonu hesaplamalarında işlem sayısı ve zamanını azaltmış olmakla birlikte reaktör kalbinde noktasal akı değerlerinin hesaplanması zorunluluğu, yöntemin bir noktadan itibaren potansiyel avantajlarını azaltmaktadır. Buna karşın öte yanda domain hesaplamalarında kendisini kanıtlamış olan bir başka uygulamalı hesaplama yöntemi, Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM) bulunmaktadır.

Bu noktadan yola çıkan elinizdeki doktora çalışması, Sınır Elemanları Yöntemi'nin avantajlarını azaltmadan, Sonlu Elemanlar Yöntemi'nin kanıtlanmış avantajlarından yararlanarak daha efektif bir çözüm bulunabilir mi sorusunu yanıtlamaya çalışmaktadır.

İTÜ Araştırma Fonu tarafından Doktora Araştırma Projesi olarak desteklenmiş bu çalışmada, Sınır Elemanları Yöntemi ve Sonlu Elemanlar Yöntemi birlikte, iki boyutlu, iki bölgeli ve iki gruplu nötron difüzyon denklemlerine uygulanmıştır. Ele alınan ortamın, fisyon olayının gerçekleştiği reaktör kalbi ve onun etrafını iki taraftan saran yansıtıcıdan oluştuğu varsayılmıştır. Kalp hesaplarında Sonlu Elemanlar Yöntemi; yansıtıcı hesaplarında Sınır Elemanları Yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmanın konu ile ilgili çalışacaklara katkıda bulunmasını umarım.

Mayıs 2003

Şükran ÇAVDAR

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Bileşik FEM-BEM Yaklaşımının Genel Formülasyonu	3
1.1.1. Sınır Elemanları Bölgesinin Sonlu Elemanlar Bölgesine İndirgenmesi	3
1.1.2. Sonlu Elemanlar Bölgesinin Sınır Elemanları Bölgesine İndirgenmesi	5
2. NÖTRON DİFÜZYON DENKLEMİ İÇİN BİLEŞİK BEM/FEM TÜRETİMİ	6
2.1. Kalp Bölgesi İçin Sonlu Elemanlar Türetimi	6
2.1.1. İki Gruplu Nötron Difüzyon Teorisinde Yetkinlik Hesapları	6
2.1.2. İki Gruplu, İki Boyutlu Nötron Difüzyon Denklemlerinin Sonlu Elemanlar Formülasyonu	8
2.1.3. Kaynak Terimi	13
2.1.3.1 Filyon Kaynağı İterasyonu	14
2.1.3.2 Filyon Kaynağı	15
2.1.3.3 Serbest Kaynak	18
2.2. Yansıtıcı Bölgesi İçin Sınır Elemanları Türetimi	19
2.2.1. İki Gruplu Nötron Difüzyon Denklemlerinden Sınır Integral Denklemlerinin Türetilmesi	19
2.2.2. Sınır Elemanları Formülasyonu	25
2.2.3. İki boyutlu Nötron Difüzyon Denkleminin Temel Çözümü	30
2.2.4. G ve H Matrislerinin Türetimi	33
2.3. Sınır Koşullarının Uygulanması	41
2.4. FEM-BEM Kombinasyonu	42
3. UYGULAMALAR	44
3.1. Tek Gruplu, İki Bölgesi ve Sabit Kaynaklı Sistem	44
3.2. Tek Gruplu, İki Bölgesi Çoğaltıcı Ortam	47
3.3. İki Gruplu, İki Bölgesi ve Sabit Kaynaklı Sistem	50
3.4. İki Gruplu, İki Bölgesi Çoğaltıcı Ortam	52
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	57
KAYNAKLAR	59
EK A. DOĞRULAMADA KULLANILAN MODEL PROBLEMLERİN ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ	61
A.1. Tek Gruplu, İki Bölgesi ve Sabit Kaynaklı Sistem	61
A.2. Tek Gruplu, İki Bölgesi Çoğaltıcı Ortam	64
A.3. İki Gruplu, İki Bölgesi ve Sabit Kaynaklı Sistem	68
A.4. İki Gruplu, İki Bölgesi Çoğaltıcı Ortam	74

EK B. NEDPCM YAZILIMI TANITIMI	80
B.1. NEDPCM Yordamları Tanıtımı	80
B.2. NEDPCM Giriş Verileri	82
ÖZGEÇMİŞ	84

KISALTMALAR

BEM	: Sınır Elemanları Yöntemi (Boundary Element Method)
FEM	: Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method)
CM	: Bileşik Yöntem (Combined Method)
FDM	: Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Method)

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1 : Kalp ve yansıtıcı sabitleri	45
Tablo 3.2 : Kalp 2x2; yansıtıcı 2x2 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar	46
Tablo 3.3 : Kalp ortalama akı ve yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	46
Tablo 3.4 : Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	46
Tablo 3.5 : Kalp ve yansıtıcı sabitleri	47
Tablo 3.6 : Kalp 3x5; yansıtıcı 3x3 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar	47
Tablo 3.7 : FEM ve NEDPCM uygulama sonuçları karşılaştırması	49
Tablo 3.8 : Kalp ortalama akı karşılaştırması	49
Tablo 3.9 : Kalp yutulma hızı karşılaştırması	49
Tablo 3.10 : Kalp fisyon hızı karşılaştırması	49
Tablo 3.11 : Yansıtıcı ortalama akı karşılaştırması	49
Tablo 3.12 : Kalp ve yansıtıcı sabitleri	50
Tablo 3.13 : Kalp 4x5; yansıtıcı 4x5 hücreye bölündüğünde elde edilen sonuçlar	50
Tablo 3.14 : Kalp ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	52
Tablo 3.15 : Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	52
Tablo 3.16 : Kalp yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	52
Tablo 3.17 : Kalp ve yansıtıcı sabitleri	53
Tablo 3.18 : Kalp 4x2; yansıtıcı 4x4 hücreye bölündüğünde elde edilen sonuçlar	53
Tablo 3.19 : Elde edilen k_{et} değerleri ve BEM çalışması ile karşılaştırması	54
Tablo 3.20 : Kalp ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	55
Tablo 3.21 : Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	55
Tablo 3.22 : Kalp yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	55
Tablo 3.23 : Kalp fisyon hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması	56
Tablo B.1 : Nedpcm yordamı giriş verileri	82
Tablo B.2 : InputFem yordamı giriş verileri	82
Tablo B.3 : InputBem yordamı giriş verileri	82
Tablo B.4 : RnodeFem yordamı giriş verileri	83
Tablo B.5 : RelemFem yordamı giriş verileri	83
Tablo B.6 : lbcFem yordamı giriş verileri	83
Tablo B.7 : VbcFem yordamı giriş verileri	83

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Bileşik BEM-FEM için genel bir geometri	3
Şekil 2.1 : Yerel ve global numaralandırma	12
Şekil 2.2 : Nötron difüzyon denklemi için genel bir geometri	20
Şekil 2.3 : Lineer elemanlar	27
Şekil 2.4 : İç nod kuplajlarının geometrik gösterilimi	34
Şekil 2.5 : İç nod kuplajlarının geometrik gösterilimi	41
Şekil 3.1 : İki yandan yansıtıcı ile çevrilmiş kritik sistemin dörtte bir parçası	44
Şekil 3.2 : Kalp 2x2; yansıtıcı 2x2 hücreye bölündüğünde eleman numaralandırması	45
Şekil 3.3 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması	45
Şekil 3.4 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması	46
Şekil 3.5 : Kalp 3x5; yansıtıcı 3x3 hücreye bölündüğünde eleman numaralandırması	47
Şekil 3.6 : Kalp 10x10; yansıtıcı 10x10 hücre, arayüz akıları karşılaştırması	48
Şekil 3.7 : Kalp 10x10; yansıtıcı 10x10 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması	49
Şekil 3.8 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması	51
Şekil 3.9 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması	51
Şekil 3.10 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması	54
Şekil 3.11 : Kalp 16x20; yansıtıcı 16x20 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması	54

SEMBOL LİSTESİ

$\Phi_g(\vec{r})$ (1/cm ² sn)	: g. grup nötron akısı
$\vec{J}_g(\vec{r})$	: g. grup nötron akımı
$\delta_g(\vec{r})$	: g. grup hızlı ve termal nötron akıları arasındaki ağırlaştırılmış fark
$\Delta_g(\vec{r})$	: Hızlı ve termal nötron akımları arasındaki ağırlaştırılmış fark
$D_g(\vec{r})$ (cm)	: g. grup difüzyon sabiti
L_g (cm ²)	: g. grup difüzyon uzunluğu
$\Sigma_{r,g}(\vec{r})$ (cm ⁻¹)	: g. grup çıkartma tesir kesiti
$\Sigma_{a,g}(\vec{r})$ (cm ⁻¹)	: g. grup yutma tesir kesiti
$\Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r})$ (cm ⁻¹)	: g'. gruptan g. gruba saçılma tesir kesiti
$\nu \Sigma_{f,g}(\vec{r})$ (cm ⁻¹)	: g. grup fisyon verim tesir kesiti
χ_g	: g. grup fisyon spectrum kesri
K_g	: g. grup difüzyon uzunluğunun tersi
S_g	: g. grup kaynak terimi
k_{etk}	: Etkin çoğaltma katsayısı
k_{∞}	: Sonsuz ortam çoğaltma katsayısı
ν_g	: g grup fisyon başına yayınlanan nötron sayısı
$\Psi_m(\vec{r})$	: Lagrange şekil fonksiyonu
K_0, I_0, J_0, J_1	: Bessel fonksiyonları
P_n	: Bessel fonksiyonları açılımındaki katsayılar
$G_g(\vec{r}, \vec{\rho})$	: Sonsuz ortam Green fonksiyonu
w_f (joule/fisyon)	: Fisyon başına açığa çıkan enerji
P_f (watt/cm)	: Reaktör ısı gücü
G	: Elemanları temel çözüm integralinden oluşan sınır elemanları katsayılar matrisi
H	: Elemanları temel çözüm türevi integralinden oluşan sınır elemanları katsayılar matrisi
K	: Sonlu elemanlar katsayılar matrisi

İKİ BÖLGELİ ORTAMDA İKİ BOYUTLU VE İKİ GRUPLU NÖTRON DİFÜZYON DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE SINIR ELEMANLARI VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMLERİNİN BİRLİKTE KULLANIMI

ÖZET

Bu çalışma, Sınır Elemanları Yöntemi (Boundary Element Method-BEM) ve Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM)'ni birlikte, iki boyutlu, iki bölgeli ve iki gruplu nötron difüzyon denklemlerine uygulamak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Ele alınan ortamın, fisyon olayının gerçekleştiği reaktör kalbi ve onun etrafını iki taraftan saran yansıtıcıdan oluştuğu varsayılmıştır. Kalp hesaplarında Sonlu Elemanlar Yöntemi; yansıtıcı hesaplarında Lineer Sınır Elemanları kullanılmıştır. Elde edilen denklem sistemleri sınır ve arayüz koşulları kullanılarak genel sistem denklemlerine dönüştürülmüştür.

Çalışmanın ilk bölümünde, Bileşik Yöntem (Combine Method-CM)'in genel kavramları hakkında bilgi verilmektedir. Ardından gelen ikinci bölümün ilk başlığında, kalp bölgesi için bir sonlu elemanlar formülasyonu geliştirilmektedir. Bu başlıktaki inceleme, serbest kaynak ve fisyon kaynağı olması durumları için ayrı ayrı yapılmıştır.

İkinci bölümün ikinci başlığında ise, yansıtıcı bölgesinde geçerli nötron difüzyon denklemleri sınır integral denklemlerine dönüştürülmektedir. Bu işlem sırasında termal grup denklemlerinde, termal akı yerine, hızlı ve termal grup akılarının ağırlaştırılmış bir farkı değişken olarak kullanılmaktadır. Ardından, elde edilen eşdeğer sınır integral denklemlerine lineer sınır elemanları yöntemi uygulanmaktadır.

Her iki bölge için yapılan işlemlerde, kalp ve yansıtıcı arayüzündeki akı ve akım değerleri bilinmeyen olarak kalmaktadır. İkinci bölümün üçüncü başlığında bu bilinmeyenlere arayüz koşulları uygulanarak melez yöntem gerçekleştirilmektedir. Böylece, her iki bölge için ayrı ayrı çözümü gereken denklem sistemleri, çözülmesi gereken tek bir denklem sistemine indirgenmektedir.

Gerçekleştirilen formülasyonlara uygun olarak NEDPCM yazılımı geliştirilmiştir. Yazılımın doğrulanması, yazılımdan elde edilen sonuçların ele alınan problemlerin analitik çözümleri ile Mathematica 4.0 ve Microsoft Excel 2000 kullanılarak geliştirilmiş olan iki ayrı yazılımdan elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile yapılmıştır. Analitik sonuçlar ile NEDPCM uygulama sonuçlarının karşılaştırması üçüncü bölümde verilmektedir.

NEDPCM, Microsoft Developer Studio bileşenlerinden biri olan ve Fortran 90'ı baz alan Microsoft Power Station 4.0 kullanılarak geliştirilmiş ve tüm testler IntelPentium III-500MHz işlemcili kişisel bilgisayarda W2K altında yapılmıştır. Yazılımda kullanılan değişkenlerin tablosu ve yazılım listesi EK.B'de verilmiştir.

THE MUTUAL USE OF THE BOUNDARY AND FINITE ELEMENT METHODS IN THE SOLUTION OF THE TWO-DIMENSIONAL, TWO-GROUP NEUTRON DIFFUSION EQUATIONS IN MEDIA CONSISTING OF TWO REGIONS

SUMMARY

In this work, the mutual application of both the Boundary Element Method (BEM) and the Finite Element Method (FEM) to the solution of two-dimensional, two group diffusion equations in media consisting of two homogeneous regions is intended. The medium for which the solution is sought is assumed to consist of the reactor core where the fission chain reactions take place and the surrounding moderator. The finite element method is utilized for the discretization of the reactor core while the boundary element method is utilized for reflector discretization.

In the first section of this work, a general discussion of the Combine Method (CM) is presented. In the first subsection of the second section, a finite element formulation for the core region is developed. The cases for the external source and the fission source are separately presented.

In the second subsection of the second section, the neutron diffusion equations valid in the reflector region are transformed into boundary integral equations. During this process instead of the thermal flux a weighted difference of fast and thermal fluxes is used in the thermal group equations as the dependent variable. Then the linear boundary element method is applied to the developed equivalent boundary integral equations.

As a result of the developments for both regions the flux and current values at the core reflector interface remain as unknowns. In the third subsection of the second section the application of the interface conditions to these unknowns and subsequent development of the hybrid method is presented. Consequently the equations obtained for the two separate regions is reduced to a single set of equations.

Consistently with the developed formulations, the software NEDPCM has been developed. The validation of the developed software is carried out by the comparison of the numerical results produced by NEDPCM with the analytical results of the problems considered and cross-comparison with the results of two different softwares written using MATHEMATICA 4.0 and Microsoft EXCEL 2000. The comparison of the numerical results obtained by NEDPCM with analytical ones is given in the third section.

NEDPCM is developed using Microsoft Power Station 4.0 which is a software based on FORTRAN 90 and is one of the components of Microsoft Developer Studio. All runs are made in a personal computer with IntelPentium III-500MHz processor under W2K. A table of the variables used in the software and the source listing of the software are given in Appendix B.

1. GİRİŞ

Diferansiyel denklemlerle modellenen, ancak düzgün olmayan geometrilere sahip problemlerin çözümünde sayısal yöntemleri kullanmak zorunlu olmaktadır. Sayısal yöntemler, sözkonusu diferansiyel denklemde matematiksel herhangi bir değişiklik yapılmadan iki farklı noktadan temellendirilmektedirler. İlki, diferansiyel operatörlere o bölgede bir dizi noktada geçerli olan yerel cebirsel operatörlerle yaklaşım yapmaktır. Diğeri ise geometrinin kendisinde değişiklik yapmaktır.

Yaygın olarak kullanılan yöntemlerden, birinci noktadan temellenen Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Method-FDM) her türlü diferansiyel denkleme uygulanabilmekte; ancak düzgün olmayan geometrilere etkin olmamaktadır.

Sözkonusu geometrinin sonlu sayıda altparçaya bölünmesine dayanan ve sınır koşullarına uygun yaklaşım fonksiyonları kullanan Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM) ise düzgün olmayan geometrilere rahatlıkla uygulanabilmektedir. Buna ek olarak yöntemin avantajlarından bir diğeri sınır koşullarının uygulanmasındaki kolaylıktır. Bu nedenle kullanım alanı oldukça yaygındır.

Sonlu Elemanlar Yöntemi'nde elemanlar arasındaki süreklilik düğüm noktaları ile sağlanmaktadır. Yöntemin bir diğeri dezavantajı da, geometride yapılacak herhangi bir değişikliğin elemanların yeniden tanımlanmasını gerektirmesinden ötürü yöntemin bazı uygulamalarda yavaş kalmasıdır. Yine, özellikle üç boyutlu problemlerde çok fazla sayıda eleman oluşturulması gerektiğinden, problemin çözümü için gereken zaman artmaktadır.

Sonlu Elemanlar Yöntemi, sözkonusu denklemin kendine ek olması durumunda varyasyonel yaklaşım kullanılarak formüle edilir. Varyasyonel yaklaşımda, sözkonusu kendine ek denklemi sınır koşulları altında çözme problemi, çözümü istenen denklemin fonksiyoneli seçilmiş bir uzayda minimize eden fonksiyonun aranmasına dönüşür. Fonksiyonun minimumunu veren fonksiyon, aynı zamanda diferansiyel denklemi sınır koşulları ile sağlayan fonksiyondur. Kendine ek olmayan diferansiyel denklemlerin çözümünde ise ağırlaştırılmış kalıntılar yöntemi kullanılır.

Her iki Sonlu Elemanlar yaklaşımı kullanıldığında da ortaya çıkan katsayılar matrisi simetrik, pozitif kesin ve yarı bant genişlikli bir matristir [1-6].

Sınır koşullarına uygun yaklaşım fonksiyonları kullanan FEM'in tersine, sınır koşullarına uygun olmayan, ancak türetilmiş olan denklemlere uygun temel çözümleri kullanan başka bir sayısal tekniğin, Sınır Elemanları Yöntemi'nin kullanıldığı alanlar son yirmi yıldır yaygınlaşmaktadır. Eliptik, parabolic, hiperbolik kısmi diferansiyel denklemlere ve özdeğer problemlerine uygulanabilen BEM, ısı dağılımı, ısı gerilme, akışkanlar mekaniği, şekil optimizasyonu, difüzyon denklemleri gibi birçok alanda kullanılmaktadır.

Kısmi diferansiyel denklemlerin, ters formülasyonla sınır integral denklemine dönüştürülmesine dayanan BEM, bu adla ilk kez 1977'de kullanılmıştır. Hemen ertesi yıl bir de konferans düzenlenmiştir.

1903 yılında Fredholm daha sonra 'Fredholm tipi integral denklemi' adıyla anılacak olan bazı denklemlerin çözümlerine rağmen, sınır integral denklem teknikleri, uzun zaman yaklaşık çözüm yöntemleriyle ilgisi olmayan , matematikçi ve fizikçilerin alanında kalan bir analitik yöntem olarak düşünülmüştür. Teknikler Avrupa'da Muskhelishvili, Mikhlin, Kupradze ve Smirnov gibi rus araştırmacıların çalışmaları sonucu tanınmasına rağmen, mühendislik alanında kullanımı yaygınlaşmıştır. Bu çalışmalardan bazılarının önceli integral denklemlerini Laplace tipi problemlerin çözümüne uygulayan Kellogg'dur.

1960'ların başında, bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler sonucunda, sınır integral denklemlerine dayanan BEM geliştirilmeye başlanmıştır. Problemin fiziksel değişkenlerinin bilinmeyen olmadığı Dolaylı Sınır Elemanları Yöntemi (IBEM) formülasyonunu Laplace tipi denklemlere uygulayan Hess ve Smith, genel empedans koşullu elektrik mühendisliği problemlerine uygulayan Harrington ilk kez kullanmışlardır. Bunlardan başka, 1960'lar ve 70'ler boyunca Jaswon (1963), Symm(1963), Massonet(1965) ve daha başkalarının çalışmalarına da rastlanmaktadır.

Integral denklemlerinin, özgün diferansiyel denklemin tekil çözümü olarak yazıldığı Dolaysız Sınır Elemanları Yöntemi (DBEM) formülasyonu'nu kullanan çalışmalarda da Kupradze, Cruze, Rizzo, shaw gibi adalara rastlanmaktadır. Dolaysız yöntem mühendisler ve fizikçiler arasında en çok kullanılan yöntemdir.

Dayandığı matematiksel kavramlar yaklaşık yüz yıldır bilinen, ancak son yirmi yılda yaygınlaşan Sınır Elemanları Yöntemi (Boundary Element Method-BEM), türetilmiş

olan denklemlere uygun, ancak sınır koşullarına uygun olmayan temel çözümleri kullanmaktadır [7-12].

Mühendislik problemlerinde yaygın olarak kullanılan iki yöntemin; Sınır Elemanları Yöntemi ve Sonlu Elemanlar Yöntemi'nin, herbirinin avantajlarından yararlanmak, son yıllarda araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Bu amaçla, araştırmacılar çeşitli mühendislik problemlerinin çözümünde bu iki yöntemi kombine ederek kullanılmaktadırlar [9-10, 13-21].

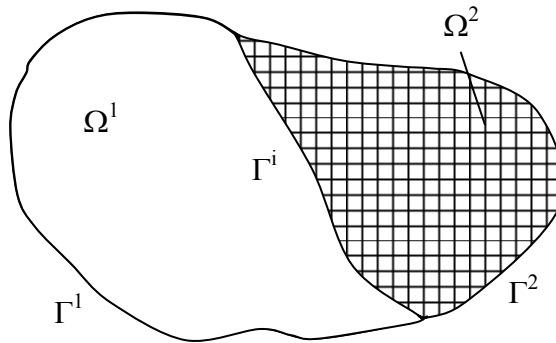
1.1 Bileşik FEM-BEM Yaklaşımının Genel Formülasyonu

Literatür tarandığında BEM ve FEM birlikteliğinin pek çok biçimde uygulandığı ve pek çok isimle anıldığı görülür: Hybrid, Mixed, Coupled, Combined, Integrated literatürde genel olarak kullanılan adlandırmalardır. Bunların arasında Coupled Method ve Combined Method adlandırması daha yaygın olarak kullanılmaktadır. [8-21] 1977'de Zienkiewicz, Kelly, Bettles ve 1979'da Brebbia ve Georgiou [14-15] tarafından ortaya konulan yaklaşımlar yaygın olarak geleneksel yöntem (Conventional Combined Method) olarak adlandırılmaktadır.

Geleneksel olarak adlandırılabilen yöntemde iki tür yaklaşım yapılmaktadır. Bunlardan ilki sonlu elemanlar bölgesinin sınır elemanları bölgesine indirgenmesine; diğeri ise sınır elemanları bölgesinin sonlu elemanlar bölgesine indirgenmesine dayanmaktadır. İzleyen başlıklar bu yaklaşımların temel varsayımlarını açıklamaktadır.

1.1.1 Sınır Elemanları Bölgesinin Sonlu Elemanlar Bölgesine İndirgenmesi

Bu yaklaşımda sınır elemanları bölgesinden elde edilen denklem sistemi, sonlu elemanlar bölgesinden elde edilen denklem sistemine benzer hale getirilmekte ve sonuçta tek bir global katsayılar matrisi elde edilmektedir.



Şekil 1.1 Bileşik BEM-FEM için genel bir geometri

Şekil 1.1 bu tür bir yaklaşım için genel bir gösterilim sunmaktadır. Söz konusu bölgenin Ω^1 bölgesine BEM uygulandığı, Ω^2 bölgesine FEM uygulandığı varsayılmaktadır.

Gerekli formülasyon ve ayrıklaştırmalar yapıldıktan sonra sınır elemanları tarafından,

$$\underline{\underline{H}}^1 \underline{\underline{U}}^1 = \underline{\underline{G}}^1 \underline{\underline{Q}}^1 \quad (1.1)$$

ve sonlu elemanlar tarafından,

$$\underline{\underline{K}}^2 \underline{\underline{U}}^2 = \underline{\underline{F}}^2 \quad (1.2)$$

denklem sistemleri elde edilir. Denklemlerde U potansiyel değişkenini, Q da onun türevini ifade etmektedir. (1.1) denklemi,

$$\underline{\underline{G}}^{-1} \underline{\underline{H}}^1 \underline{\underline{U}}^1 = \underline{\underline{Q}}^1 \quad (1.3)$$

biçiminde yeniden yazılır. FEM tarafından gelen sağ taraf vektörü,

$$\underline{\underline{F}}^2 = \underline{\underline{M}}^2 \underline{\underline{Q}}^1 \quad (1.4)$$

biçiminde yazılmasını sağlayacak uygun interpolasyon fonksiyonları kullanılarak yeniden yazılır. (1.3) bağıntısı (1.4) içine yerleştirilirse,

$$\underline{\underline{M}}^2 (\underline{\underline{G}}^{-1} \underline{\underline{H}}^1) \underline{\underline{U}}^1 = \underline{\underline{F}}^2 \quad (1.5)$$

elde edilecektir. Bu durumda (1.5),

$$\underline{\underline{K}}^1 = \underline{\underline{M}}^2 (\underline{\underline{G}}^{-1} \underline{\underline{H}}^1) \quad (1.6)$$

tanımı kullanılarak,

$$\underline{\underline{K}}^1 \underline{\underline{U}}^1 = \underline{\underline{F}}^2 \quad (1.7)$$

biçiminde yazılabilir. $\underline{\underline{K}}^1$ sınır elemanları bölgesinden elde edilen, genellikle asimetric katsayılar matrisidir. Elde edilen bu matris sonlu elemanlar tarafından gelen $\underline{\underline{K}}^2$ katsayılar matrisi ile birleştirilerek global katsayılar matrisi elde edilir ve çözüm;

$$\underline{\underline{A}} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{F}} \quad (1.8)$$

denklem sisteminin çözümüne dönüşmüş olur [8-11,13-15].

1.1.2 Sonlu Elemanlar Bölgesinin Sınır Elemanları Bölgesine İndirgenmesi

Bu yöntem ilk kez 1979'da Brebbia ve Georgiou tarafından sunulmuş olan yaklaşımdır [14].

Yine Şekil 1.1'deki gösterilim gözönünde bulundurularak, BEM bölgesi için elde edilen denklemler, arayüz ayrılarak matris notasyonu ile yazılacak olursa;

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}^1 & \underline{\underline{H}}_i^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}}^1 \\ \underline{\underline{U}}_i^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}^1 & \underline{\underline{G}}_i^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}^1 \\ \underline{\underline{Q}}_i^1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

ve 2. bölge, yani FEM bölgesi için elde edilen denklemler, yine arayüz ayrı tutularak matris notasyonu ile yazılacak olursa;

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}^2 & \underline{\underline{K}}_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}}^2 \\ \underline{\underline{U}}_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}^2 & \underline{\underline{M}}_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}^2 \\ \underline{\underline{Q}}_i^2 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

elde edilecektir. Denklemlerde U potansiyel değişkenini, Q da onun türevini ifade etmektedir. $\underline{\underline{U}}_i$ ve $\underline{\underline{Q}}_i$ vektörleri de BEM-FEM bölgeleri arayüzündeki, sırasıyla potansiyel ve onun türevini içermektedirler.

Arayüz sınır koşulları,

$$\underline{\underline{Q}}_i^1 = -\underline{\underline{Q}}_i^2 = \underline{\underline{Q}}_i \quad (1.11)$$

$$\underline{\underline{U}}_i^1 = \underline{\underline{U}}_i^2 = \underline{\underline{U}}_i \quad (1.12)$$

biçimindedir. Bu koşullar her iki denkleme de uygulanırsa;

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}^1 & \underline{\underline{H}}_i^1 & -\underline{\underline{G}}_i^1 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{K}}_i^2 & \underline{\underline{M}}_i^2 & \underline{\underline{K}}_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}}^1 \\ \underline{\underline{U}}_i \\ \underline{\underline{Q}}_i \\ \underline{\underline{U}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}^1 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{M}}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}^1 \\ \underline{\underline{Q}}^2 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

denklemler sistemi elde edilir. Denklemin sağ tarafı değerleri belli sınır koşullarından ötürü bilinmektedir. Dolayısıyla bu durumda çözüm;

$$\underline{\underline{A}} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{F}} \quad (1.14)$$

biçiminde bir sistemin çözümüne indirgenmiş olur.

Elinizdeki çalışmada, geliştirilen formülasyon ve bilgisayar programında bu yaklaşım baz alınmıştır.

2. NÖTRON DİFÜZYON DENKLEMİ İÇİN BİLEŞİK BEM/FEM TÜRETİMİ

Türetim kalp ve yansıtıcıdan oluşan bir sistemde, reaktör kalbi için FEM, kalp etrafındaki yansıtıcı için BEM kullanılarak, iki boyutlu iki gruplu nötron difüzyon denklemi için yapılmıştır.

Bu bölümde sırasıyla kalp için sonlu elemanlar türetimi ve ardından yansıtıcı için sınır elemanları türetimi yapılacaktır.

2.1 Kalp Bölgesi İçin Sonlu Elemanlar Türetimi

Bu başlık altında kalp bölgesinde sonlu elemanlar türetimi yapılacaktır. Ardından yetkinlik hesaplamaları ve sınır koşullarının uygulanmasından sözedilecektir.

2.1.1 İki Gruplu Nötron Difüzyon Teorisinde Yetkinlik Hesapları

Kalp bölgesi için zamandan bağımsız iki boyutlu, iki gruplu nötron difüzyon denklemleri;

$$K_1^2 = \frac{1}{L_1^2} = \frac{\Sigma_{r1}}{D_1} \text{ olmak üzere,} \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) - K_1^2 \Phi_1(\vec{r}) = -\frac{S_1(\vec{r})}{D_1}, \quad \vec{r} \in V \quad (2.2)$$

ve

$$K_2^2 = \frac{1}{L_2^2} = \frac{\Sigma_{a2}}{D_2} \text{ olmak üzere,} \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) - K_2^2 \Phi_2(\vec{r}) = -\frac{S_2}{D_2}, \quad \vec{r} \in V \quad (2.4)$$

biçimindedir. Bu denklemlerde;

D_1 : 1. grup difüzyon sabiti,

D_2 : 2. grup difüzyon sabiti,

Σ_{r1} : 1. grup çıkartma tesir kesiti,

Σ_{a2} : 2. grup yutma tesir kesiti,

S_1 : 1. grup kaynak terimi,

S_2 : 2. grup kaynak terimidir.

(2.2) ve (2.3) denklemlerinde tanımlanan diferansiyel denklemler, 2.1.3.1 bölümünde ayrıntıları ile anlatılacak olan yollar izlendikten sonra, matris notasyonu ile yazılacak olurlarsa;

$$\underline{M}\Phi = \frac{1}{k_{et}} \underline{F}\Phi \quad (2.5)$$

biçimini almaktadırlar. Bu denklem bir özdeğer-özfonksiyon problemi tanımlamaktadır. Difüzyon teorisi çerçevesinde (2.5) denklemini sağlayan pek çok özdeğer bulunabilir. Ancak, nötron difüzyon denkleminin çözümündeki amaç, en büyük özdeğere karşılık gelen özvektör negatif olmayan akı olduğundan, en büyük özdeğere karşılık gelen etkin çoğaltma katsayısı (k_{et}) ve buna karşılık gelen nötron akısının bulunmasıdır.

(2.5) denklemindeki yetkinlik-özdeğer problemini çözmek için, 2.1.3.1 bölümünde açıklanacak olan, reaktör teorisinde fisyon kaynağı iterasyonu olarak adlandırılan güç iterasyonu yöntemi kullanılır. Fisyon kaynağı iterasyonunun yakınsarlığı çeşitli kaynaklarda bulunabilir [22, 23].

Fisyon kaynağı iterasyonu sırasında (2.5) denkleminin yansıtıcı ve boşluk sınır koşulları altında defalarca çözülmesi gerekmektedir. Gerçekçi nükleer sistemlerde bu denklemin analitik çözümü olanaksızdır. Bu nedenle sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmada Sonlu Elemanlar yöntemi kullanılırken, varyasyonel prensip değil Galerkin yöntemi kullanılacaktır.

İki boyutlu geometride, elemanlar eğrisel kenarlara da sahip olabilen üçgen ve dörtgenler olarak seçilebilmektedirler. Her eleman üzerinde, seçilen polinom derecesi ile uyumlu sayıda düğüm noktası tanımlanmaktadır. Bu çalışmada, üçgen ve dörtgen elemanlar kullanılacaktır.

Eğrisel kenarlı elemanların kullanılabilmesinden ötürü, eleman matrisleri ve kaynak vektörleri hesaplarında yer alan integrasyonların alınması oldukça güçtür. İntegrasyonların genel geometride yapılması, her integrasyonda integral sınırlarında değişiklik yapılmasını gerektirdiğinden güçtür. Bu nedenle, hesaplamalar koordinat dönüşümüyle yapılmaktadır. Bu koordinat dönüşümünde örnek bir eleman alınır ve

hesaplamalar bu eleman üzerinde yapılır. Örnek eleman ile yapay gerçek elemanlar arasındaki tersi alınabilir dönüşüm ile de hesaplamalar gerçek elemana aktarılır [3].

Bu çalışmada, örnek eleman üzerindeki integraller sayısal olarak, Gauss-Legendre karelemesi kullanılarak hesaplanmıştır [24].

2.1.2 İki Gruplu, İki Boyutlu Nötron Difüzyon Denklemlerinin Sonlu Elemanlar Formülasyonu

V^c hacmine ve S_V^c parçasında sıfır içeri yönlü akım sınır koşulunun; S_r^c parçasında yansıtıcı sınır koşulunun ve S_i parçasında arayüz sınır koşullarının geçerli olduğu S^c dış yüzeyine sahip bir nükleer sistem için, (2.2) ve (2.4) denklemleri, fonksiyon ve türevleri üzerindeki koşulları zayıflatmak için, bir $w(\vec{r})$ test fonksiyonu ile çarpılıp sözkonusu hacim üzerinden integre edilirlerse;

$$\begin{aligned} \int_{V^c} \nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV - K_1^2 \int_{V^c} \Phi_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV \\ = -\frac{1}{D_1} \int_{V^c} S_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV, \quad \vec{r} \in V^c \end{aligned} \quad (2.6)$$

ve

$$\begin{aligned} \int_{V^c} \nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV - K_2^2 \int_{V^c} \Phi_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV \\ = -\frac{1}{D_2} \int_{V^c} S_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV, \quad \vec{r} \in V^c \end{aligned} \quad (2.7)$$

elde edilir. Bu denklemlerdeki ilk integrallere Gauss özdeşliği uygulanırsa;

$$\int_{V^c} \nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV = \int_{S^c} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} w_1(\vec{r}) dS - \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_1(\vec{r}) dV \quad (2.8)$$

$$\int_{V^c} \nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV = \int_{S^c} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} w_2(\vec{r}) dS - \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_2(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_2(\vec{r}) dV \quad (2.9)$$

elde edilir. Bu özdeşlikler, (2.6) ve (2.7) denklemlerindeki yerlerine yerleştirilirlerse;

$$\begin{aligned} \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_1(\vec{r}) dV + K_1^2 \int_{V^c} \Phi_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV \\ = \frac{1}{D_1} \int_{V^c} S_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV + \int_{S^c} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} w_1(\vec{r}) dS \end{aligned} \quad (2.10)$$

ve

$$\begin{aligned}
& \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_2(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_2(\vec{r}) dV + K_2^2 \int_{V^c} \Phi_1(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV \\
& = \frac{1}{D_2} \int_{V^c} S_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV + \int_{S^c} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} w_2(\vec{r}) dS
\end{aligned} \tag{2.11}$$

elde edilir. Sınır koşulu olarak sıfır içeri yönlü akım kullanılacağı için,

$$J(\vec{r}) = -D \frac{\partial \Phi}{\partial n} \tag{2.12}$$

bağıntısı kullanılarak denklemler tekrar yazılacak olurlarsa,

$$\begin{aligned}
& \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_1(\vec{r}) dV + K_1^2 \int_{V^c} \Phi_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV \\
& = \frac{1}{D_1} \int_{V^c} S_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dV - \frac{1}{D_1} \int_{S^c} J_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}) dS
\end{aligned} \tag{2.13}$$

ve

$$\begin{aligned}
& \int_{V^c} \vec{\nabla} \Phi_2(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} w_2(\vec{r}) dV + K_2^2 \int_{V^c} \Phi_1(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV \\
& = \frac{1}{D_2} \int_{V^c} S_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV - \frac{1}{D_2} \int_{S^c} J_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dS
\end{aligned} \tag{2.14}$$

elde edilir.

Sistemin, V_l hacmi ile Γ yüzeyine sahip L adet eleman ve Z adedi S_i arayüzü üzerinde olmak üzere, N adet düğüm noktasına sahip bir sonlu elemanlar ızgarasından oluştuğu varsayılmaktadır. Bu ızgarada, S_i arayüzeyinde yüzeyi olan P adet eleman olduğu ve bu elemanların yüzeyinin $\Gamma = \Gamma_r + \Gamma_i$ biçiminde ayrıştırıldığı kabul edilmektedir. Buna göre sistem hacmi de;

$$V^c = \sum_{l=1}^L v_l \tag{2.15}$$

olacaktır.

$\Psi(\vec{r})$, kendine ait düğüm noktasında 1 ve diğer tüm düğüm noktalarda 0 değerini alan Lagrange interpolasyon polinomları olmak üzere, M adet düğüm noktasına sahip l . eleman için;

$$\Phi_h^l(\vec{r}) = \sum_{j=1}^M \Phi_j \Psi_j^l(\vec{r}) \tag{2.16}$$

$$J_h^l(\vec{r}) = \sum_{j=1}^M J_j \Psi_j^l(\vec{r}) \quad (2.17)$$

$$w_h^l(\vec{r}) = \sum_{k=1}^M w_k \Psi_k^l(\vec{r}) \quad (2.18)$$

$$S_h^l(\vec{r}) = \sum_{j=1}^M S_j \Psi_j^l(\vec{r}) \quad (2.19)$$

tanımları yapılmaktadır. Yapılan bu tanımlara dayanarak arayüzde sınırı olmayan l. eleman için, (2.13) ve (2.14) denklemleri birlikte yazılırlarsa;

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M \Phi_j^g \int_{v_l} (\vec{\nabla} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \vec{\nabla} \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) + K_g^2 \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r})) dV \\ &= \frac{1}{D_g} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M S_j^g \int_{v_l} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) dV \\ & - \frac{1}{D_g} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M J_j^g \int_{\Gamma} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \quad g = 1,2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

ve yine aynı denklemler arayüzde yüzeyi olan l. eleman için arayüz üzerindeki integral ayrılarak birlikte yazılırlarsa;

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^M w_k^{g,l} \sum_{j=1}^M \Phi_j^g \int_{v_l} (\vec{\nabla} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \vec{\nabla} \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) + K_g^2 \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r})) dV \\ &= \frac{1}{D_g} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M S_j^g \int_{v_l} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) dV \\ & - \frac{1}{D_g} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \Gamma_l}}^M J_j^g \int_{\Gamma_l} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \\ & - \frac{1}{D_g} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \Gamma_r}}^M J_j^g \int_{\Gamma_r} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \quad g = 1,2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

denklemleri elde edilir. (2.20) ve (2.21) denklemleri üzerinde tekrar;

$$k_{kj}^{g,l} = \int_{v_l} (\vec{\nabla} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \vec{\nabla} \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) + K_g^2 \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r})) dV \quad g = 1,2$$

$$f_{kj}^{g,l} = \frac{1}{D_g} \int_{v_l} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) dV \quad g = 1,2$$

$$r_{kj}^{g,l} = \frac{1}{D_g} \int_{\Gamma} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \quad g = 1,2$$

$$m_{kj}^{g,i} = \frac{1}{D_g} \int_{\Gamma_i} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \quad g = 1,2$$

$$p_{kj}^{g,l,r} = \frac{1}{D_g} \int_{\Gamma_r} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_j^{g,l}(\vec{r}) d\Gamma \quad g = 1,2$$

tanımları yapılmaktadır. Bu tanımlara göre (2.20) denklemi ;

$$\sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M \Phi_j^g k_{kj}^{g,l} = \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M S_j^g f_{kj}^{g,l} - \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M J_j^g r_{kj}^{g,l} \quad (2.22)$$

ve (2.21) denklemi;

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M \Phi_j^g k_{kj}^{g,l} &= \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{j=1}^M S_j^g f_{kj}^{g,l} - \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \Gamma_r}}^M J_j^g p_{kj}^{g,l,r} \\ &\quad - \sum_{k=1}^M w_k^g \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \Gamma_i}}^M J_j^g m_{kj}^{g,i} \end{aligned} \quad (2.23)$$

biçimini almaktadır. Elde edilen bu denklemler matris notasyonu ile yazılacak olurlarsa;

$$\underline{w}_g^T \underline{K}_g^l \underline{\Phi}_g^l = \underline{w}_g^T \underline{F}_g^l \underline{S}_g^l - \underline{w}_g^T \underline{R}_g^l \underline{J}_g^l \quad g = 1,2 \quad (2.24)$$

ve

$$\underline{w}_g^T \underline{K}_g^l \underline{\Phi}_g^l = \underline{w}_g^T \underline{F}_g^l \underline{S}_g^l - \underline{w}_g^T \underline{P}_g^{l,r} \underline{J}_g^l - \underline{w}_g^T \underline{M}_g^{l,i} \underline{J}_g^l \quad g = 1,2 \quad (2.25)$$

Bu denklemlerdeki $\underline{K}_g^l, \underline{F}_g^l, \underline{R}_g^l, \underline{P}_g^l$ matrisleri $M \times M$ ve $\underline{\Phi}_g^l, \underline{S}_g^l, \underline{J}_g^l, \underline{w}_g^l$ vektörleri de $M \times 1$ boyutundadırlar.

Her bir eleman matrisi hesaplandıktan sonra, bu matrisler toplanılarak sistem katsayılar matrisinin oluşturulması gerekmektedir. Ancak, eleman içi düğüm noktalarının numaralandırılması, global numaralandırmalarından farklıdır. Şekil 2.1, 4 elemandan oluşan bir örnek sistem için numaralandırmanın nasıl yapılacağını göstermektedir.

Şekilden görüldüğü gibi elemanlar için yerel ve global numaralandırma farklıdır. Örneğin, 4. elemanın 2 numaralı düğüm noktası global numaralandırmada 6. düğüm noktasıdır.

	4	3
3	4	
	1	2
1	2	

7	8	9
3	4	
4	5	6
1	2	3

4. elemanın yerel numarandırılması 4. elemanın global numarandırılması

Şekil 2.1 Yerel ve global numaralandırma

Yerel ve global numaralandırma arasındaki farktan ötürü, eleman matrislerinden ve vektörlerinden, sistem matris ve vektörleri oluşturulurken, Boole matrisi kullanılmalıdır. Örneğin, $M \times 1$ boyutundaki $\underline{\Phi}_g^l$ eleman akı vektörü ile $N \times 1$ boyutundaki $\underline{\Phi}_g^c$ sistem akı vektörü arasındaki uygunluğu, aşağıdaki gibi J Boole matrisi sağlar:

$$\underline{\Phi}_g^l = \underline{J}^l \underline{\Phi}_g^c, \quad g=1,2 \quad (2.26)$$

$$\underline{J}_g^l = \underline{J}^l \underline{J}_g^c, \quad g=1,2 \quad (2.27)$$

$$\underline{S}_g^l = \underline{J}^l \underline{S}_g^c, \quad g=1,2 \quad (2.28)$$

$$\underline{w}_g^l = \underline{J}^l \underline{w}_g^c, \quad g=1,2 \quad (2.29)$$

Özdeşliklerdeki $\underline{J}^l$ Boole matrisi, $M \times N$ boyutunda dikdörtgensel bir matristir. Matris elemanları ise, elemanın ait olduğu düğüm noktalarında 1, diğerlerinde 0 değerini alırlar.

(2.26), (2.27), (2.28), (2.29) bağıntıları kullanılarak (2.24) ve (2.25) denklemleri, tüm sistem için yazılırlarsa;

$$\sum_{l=1}^L \underline{w}_g^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{K}_g^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_g^c = \sum_{l=1}^L \underline{w}_g^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{F}_g^l \underline{J}^l \underline{S}_g^c - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S^c}}^L \underline{w}_g^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{R}_g^l \underline{J}^l \underline{J}_g^c \\ - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^L \underline{w}_g^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{M}_g^l \underline{J}^l \underline{J}_g^c \quad g=1,2 \quad (2.30)$$

elde edilir. Bu denklem üzerinde;

$$\underline{\underline{K}}_g^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{K}_g^l \underline{J}^l \quad g=1,2 \quad (2.31)$$

$$\underline{\underline{F}}_g^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{F}_g^l \underline{J}^l \quad g=1,2 \quad (2.32)$$

$$\underline{\underline{R}}_g^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{R}_g^l \underline{J}^l \quad g=1,2 \quad (2.33)$$

$$\underline{\underline{M}}_g^{c,i} = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{M}_g^l \underline{J}^l \quad g=1,2 \quad (2.34)$$

ve

$$\underline{\underline{N}}_g^c = \underline{\underline{F}}_g^c \underline{\underline{S}}_g^c \quad g=1,2 \quad (2.35)$$

tanımları yapılacak olursa, arayüzdeki akı değerleri de ayrı bir vektörde toplanarak elde edilen sistem:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_g^c & \underline{\underline{K}}_g^{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^c \\ \underline{\Phi}_g^{c,i} \end{bmatrix} = \underline{\underline{N}}_g^c - \begin{bmatrix} \underline{\underline{L}}_g^c & \underline{\underline{M}}_g^{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_g^c \\ \underline{J}_g^{c,i} \end{bmatrix} \quad g=1,2 \quad (2.36)$$

olacaktır. Bu sistemde $\underline{\underline{K}}_g^c$ ve $\underline{\underline{F}}_g$ matrisleri NxN, $\underline{\underline{R}}_g^c$ matrisleri Nx(N-Z), $\underline{\underline{M}}_g^{c,i}$ matrisleri NxZ, $\underline{\Phi}_g^c$ vektörleri Nx1, $\underline{J}_g^c$ vektörleri (N-Z)x1 ve $\underline{J}_g^{c,i}$ vektörleri Zx1; $\underline{\underline{N}}_g^c$ vektörleri Nx1 boyutundadırlar.

2.2.5 bölümünde bu denklem sistemine,sınır elemanları bölgesinden gelen denklem sistemi ile birlikte sınır ve arayüz koşullarının uygulanması incelenecektir.

2.1.3 Kaynak Terimi

Sonlu Elemanlar Yöntemi'ninin difüzyon denklemlerine uygulanması sırasında kaynak vektörü hesapları yığılmış kaynak ve uyumlu kaynak yaklaşımı kullanılarak yapılmaktadır. Bu çalışmada kaynak terimi içindeki akıların eleman içindeki dağılımının bir polinom olduğu varsayıldığı uyumlu kaynak yaklaşımı kullanılmaktadır.

Bölüm 2.1.2'deki (2.6) ve (2.7) denklemlerindeki kaynak terimleri,

$$Q_1 = \frac{1}{D_1} \int_{V^c} S_1(\vec{r}) w_1(\vec{r}), \quad (2.37)$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} \int_{V^c} S_2(\vec{r}) w_2(\vec{r}), \quad (2.38)$$

olarak tanımlanabilir. Bu tanımlardaki $S_1(\vec{r})$ ve $S_2(\vec{r})$ terimleri sistemde fisil malzeme olup olmamasına göre farklılaşmaktadır.

2.1.3.1 Fisyon Kaynağı İterasyonu

Bu bölümde genel gösterilimiyle fisyon kaynağı iterasyonundan sözedilmektedir. Eğer sistemde fisil malzeme varsa (2.2) ve (2.4) denklemleri;

$$\nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) - K_1^2 \Phi_1(\vec{r}) = -\frac{\chi_1}{k_{et}} [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2(\vec{r})] \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) - K_2^2 \Phi_2(\vec{r}) = & -\Sigma_{s2 \leftarrow 1}(\vec{r}) \Phi_1(\vec{r}) \\ & -\frac{\chi_2}{k_{et}} [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2(\vec{r})] \end{aligned} \quad (2.40)$$

biçimindedir. Denklemler, matris notasyonu ile yazılırsa;

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} -\nabla^2 + K_1^2 & 0 \\ -\frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} & -\nabla^2 + K_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

ve

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \frac{\chi_1}{D_1} v_1 \Sigma_{f1} & \frac{\chi_1}{D_1} v_2 \Sigma_{f2} \\ \frac{\chi_2}{D_2} v_1 \Sigma_{f1} & \frac{\chi_2}{D_2} v_2 \Sigma_{f2} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

olmak üzere;

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}} = \frac{1}{k_{et}} \underline{\underline{F}} \underline{\underline{\Phi}} \quad (2.43)$$

biçimindedir. Bu denklem bir özdeğer-özfonksiyon tanımlamaktadır. (2.43) denklemindeki eşitliği sağlayan birçok özdeğer bulunabilir. Ancak, bulunabilecek bu özdeğerler içerisinde en büyük olana karşı düşen özvektör non-negatif akı vektörü olduğundan, bulunması gereken en büyük özdeğerdir. En büyük özdeğer ise, reaktör teorisinde fisyon kaynağı iterasyonu olarak adlandırılan güç iterasyonu yöntemi ile bulunmaktadır [22-23].

Fisyon kaynağı iterasyonu;

$$\underline{S}^{(n)}(\vec{r}) = \underline{F}\underline{\Phi}^{(n)}(\vec{r}) \quad (2.44)$$

$$\underline{M}\underline{\Phi}^{(n+1)}(\vec{r}) = \frac{1}{k_{et}} \underline{S}^{(n)}(\vec{r}) \quad (2.45)$$

biçiminde ifade edilmektedir. İlk $k^{(0)}$ ve $\underline{\Phi}^{(0)}$ için öngörü yapıldıktan sonra, $n=1,2,3,\dots$ olmak üzere, $k^{(n)}$ ve $\underline{\Phi}^{(n)}$ kullanılarak $\underline{\Phi}^{(n+1)}$ bulunmaktadır. Ardından,

$$\underline{S}^{(n+1)}(\vec{r}) = \underline{F}\underline{\Phi}^{(n+1)}(\vec{r}) \quad (2.46)$$

fisyon kaynağı vektörü ve bu çalışma için iki boyutlu olarak belirlenen $\underline{v}^T = [1 \ 1]$ vektörü kullanılarak;

$$k^{(n+1)} = k^{(n)} \left[\frac{\underline{v}^T \int_V \underline{S}^{(n+1)}(\vec{r}) dV}{\underline{v}^T \int_V \underline{S}^{(n)}(\vec{r}) dV} \right] \quad (2.47)$$

hesaplanmaktadır. İterasyon,

$$\left| \frac{k^{(n+1)} - k^{(n)}}{k^{(n+1)}} \right| < \varepsilon \quad (2.48)$$

yakınsama koşulu gerçekleşinceye kadar sürdürülmektedir.

2.1.3.2 Fisyon Kaynağı

Sistemde fisil malzeme varsa, $S_1(\vec{r})$ ve $S_2(\vec{r})$ terimleri iterasyon notasyonu ile;

$$S_1^{(n)}(\vec{r}) = \frac{\chi_1}{k_{et}^{(n)}} [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2^{(n)}(\vec{r})] \quad (2.49)$$

$$S_2^{(n)}(\vec{r}) = \Sigma_{s2 \leftarrow 1}(\vec{r}) \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) + \frac{\chi_2}{k_{et}^{(n)}} [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2^{(n)}(\vec{r})] \quad (2.50)$$

biçimindedirler. Buna göre, (2.37) ve (2.38) denklemleri;

$$Q_1^{(n)}(\vec{r}) = \frac{\chi_1}{k_{et}^{(n)} D_{1 \ v^c}} \int [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2^{(n)}(\vec{r})] w_1(\vec{r}) dV \quad (2.51)$$

$$Q_2^{(n)}(\vec{r}) = \frac{1}{D_2} \int_{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}} \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) w_2(\vec{r}) dV + \frac{\chi_2}{k_{et}^{(n)} D_2} \int_{V^c} [v_1 \Sigma_{f1}(\vec{r}) \Phi_1^{(n)}(\vec{r}) + v_2 \Sigma_{f2}(\vec{r}) \Phi_2^{(n)}(\vec{r})] w_2(\vec{r}) dV \quad (2.52)$$

biçimine dönüşecektir. Bu kaynak terimleri, saçılma ve fisyon terimlerini içermektedir. Sistem L adet homojen elemandan oluştuğuna göre, l. eleman için saçılma ve fisyon tesir kesitleri sabit alınarak ve Bölüm 2.1 'deki (2.16) ve (2.18) tanımlamaları kullanılarak eleman kaynak vektörleri bileşenleri yazılırsa;

$$Q_1^{l,(n)}(\vec{r}) = \frac{\chi_1 v_1 \Sigma_{f1}}{k_{et}^{(n)} D_1} \sum_{k=1}^M w_k^1 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} \int_{V^l} \Psi_k^{1,l}(\vec{r}) \Psi_i^{1,l}(\vec{r}) dV + \frac{\chi_1 v_2 \Sigma_{f2}}{k_{et}^{(n)} D_1} \sum_{k=1}^M w_k^1 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{2,(n)} \int_{V^l} \Psi_k^{1,l}(\vec{r}) \Psi_i^{2,l}(\vec{r}) dV \quad (2.53)$$

$$Q_2^{l,(n)}(\vec{r}) = \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} \int_{V^l} \Psi_k^{2,l}(\vec{r}) \Psi_i^{1,l}(\vec{r}) dV + \frac{\chi_2 v_1 \Sigma_{f1}}{k_{et}^{(n)} D_2} \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} \int_{V^l} \Psi_k^{2,l}(\vec{r}) \Psi_i^{1,l}(\vec{r}) dV + \frac{\chi_2 v_2 \Sigma_{f2}}{k_{et}^{(n)} D_2} \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{2,(n)} \int_{V^l} \Psi_k^{2,l}(\vec{r}) \Psi_i^{2,l}(\vec{r}) dV \quad (2.54)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler üzerinde tekrar;

$$h_{ki}^{g,l} = \frac{\chi_g v_g \Sigma_{fg}}{D_g} \int_{V^l} \Psi_k^{g,l}(\vec{r}) \Psi_i^{g,l}(\vec{r}) dV \quad g=1,2 \quad (2.55)$$

$$g_{ki}^{2,l} = \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \int_{V^l} \Psi_k^{2,l}(\vec{r}) \Psi_i^{1,l}(\vec{r}) dV \quad g=1,2 \quad (2.56)$$

$$z_{ki}^{2,l} = \frac{\chi_2 v_1 \Sigma_{f1}}{D_2} \int_{V^l} \Psi_k^{2,l}(\vec{r}) \Psi_i^{1,l}(\vec{r}) dV \quad g=1,2 \quad (2.57)$$

$$t_{ki}^{1,l} = \frac{\chi_1 v_2 \Sigma_{f2}}{D_1} \int_{V^l} \Psi_k^{1,l}(\vec{r}) \Psi_i^{2,l}(\vec{r}) dV \quad g=1,2 \quad (2.58)$$

tanımları yapılmaktadır. Bu tanımlara göre (2.53)

$$Q_1^{l,(n)}(\vec{r}) = \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{k=1}^M w_k^1 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} h_{ki}^{1,l} + \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{k=1}^M w_k^1 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{2,(n)} t_{ki}^{1,l} \quad (2.59)$$

ve (2.54);

$$Q_2^{l(n)}(\vec{r}) = \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} g_{ki}^{2,l} + \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{1,(n)} z_{ki}^{2,l} + \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{k=1}^M w_k^2 \sum_{i=1}^M \Phi_i^{2,(n)} h_{ki}^{2,l} \quad (2.60)$$

biçimini almaktadır. Elde edilen bu denklemler matris notasyonu ile yazılacak olursa (2.59):

$$\underline{Q}_1^{l(n)} = \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \left(\underline{w}_1^l \underline{H}_1^l \underline{\Phi}_1^{l(n)} + \underline{w}_1^l \underline{T}_1^l \underline{\Phi}_2^{l(n)} \right) \quad (2.61)$$

ve (2.61):

$$\underline{Q}_2^{l(n)} = \underline{w}_2^l \underline{G}_2^l \underline{\Phi}_1^{l(n)} + \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \left(\underline{w}_2^l \underline{Z}_2^l \underline{\Phi}_1^{l(n)} + \underline{w}_2^l \underline{H}_2^l \underline{\Phi}_2^{l(n)} \right) \quad (2.62)$$

Bu denklemlerdeki $\underline{H}_1^l, \underline{T}_1^l, \underline{H}_2^l, \underline{Z}_2^l, \underline{G}_2^l$ matrisleri $M \times M$; $\underline{\Phi}_1^l, \underline{\Phi}_2^l$ vektörleri $M \times 1$ ve $\underline{Q}_1^l, \underline{Q}_2^l$ 1×1 boyutundadırlar.

Her bir eleman hesapları yapıldıktan sonra sistem matrislerinin oluşturulması gerekmektedir. Bölüm 2.1'deki (2.26), (2.29) tanımları kullanılarak;

$$\underline{Q}_1^{(n)} = \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{l=1}^L \left(\underline{w}_1^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{H}_1^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_1^{(n),c} + \underline{w}_1^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{T}_1^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_2^{(n),c} \right) \quad (2.63)$$

$$\underline{Q}_2^{(n)} = \sum_{l=1}^L \underline{w}_2^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{G}_2^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_1^{(n),c} + \frac{1}{k_{et}^{(n)}} \sum_{l=1}^L \left(\underline{w}_2^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{Z}_2^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_1^{(n),c} + \underline{w}_2^{cT} \underline{J}^{lT} \underline{H}_2^l \underline{J}^l \underline{\Phi}_2^{(n),c} \right) \quad (2.64)$$

yazılır. Eşitlikler üzerinde tekrar,

$$\underline{H}_1^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{H}_1^l \underline{J}^l \quad (2.65)$$

$$\underline{H}_2^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{H}_2^l \underline{J}^l \quad (2.66)$$

$$\underline{T}_1^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{T}_1^l \underline{J}^l \quad (2.67)$$

$$\underline{G}_2^c = \sum_{l=1}^L \underline{J}^{lT} \underline{G}_2^l \underline{J}^l \quad (2.68)$$

$$\underline{\underline{Z}}_2^c = \sum_{l=1}^L \underline{\underline{J}}^l{}^T \underline{\underline{Z}}_2^l \quad (2.69)$$

tanımları yapılacak olursa elde edilen sistem:

$$\underline{\underline{Q}}_1^{(n),c} = \frac{1}{\underline{\underline{k}}_{et}^{(n)}} \left(\underline{\underline{H}}_1 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \underline{\underline{T}}_1 \underline{\underline{J}}^l \underline{\underline{\Phi}}_2^{(n),c} \right) \quad (2.70)$$

$$\underline{\underline{Q}}_2^{(n),c} = \underline{\underline{G}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \frac{1}{\underline{\underline{k}}_{et}^{(n)}} \left(\underline{\underline{Z}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \underline{\underline{H}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_2^{(n),c} \right) \quad (2.71)$$

olacaktır. Elde edilen bu sistem, işlevsel olarak Bölüm 2.1'deki (2.36) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk terime denktir. Buna göre;

$$\underline{\underline{N}}_1^{(n),c} = \frac{1}{\underline{\underline{k}}_{et}^{(n)}} \left(\underline{\underline{H}}_1 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \underline{\underline{T}}_1 \underline{\underline{\Phi}}_2^{(n),c} \right) \quad (2.72)$$

$$\underline{\underline{N}}_2^{(n),c} = \underline{\underline{G}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \frac{1}{\underline{\underline{k}}_{et}^{(n)}} \left(\underline{\underline{Z}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \underline{\underline{H}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_2^{(n),c} \right) \quad (2.73)$$

$\underline{\underline{N}}_1^c$, $\underline{\underline{N}}_2^c$, $\underline{\underline{\Phi}}_1^c$, $\underline{\underline{\Phi}}_2^c$ vektörleri Nx1 ve $\underline{\underline{H}}_1$, $\underline{\underline{H}}_2$, $\underline{\underline{T}}_1$, $\underline{\underline{G}}_2$, $\underline{\underline{Z}}_2$ matrisleri NxN boyutundadırlar.

Bu çalışmada fisyonunda termal nötron yayımlanmadığı varsayılarak $\chi_2 = 0$ alınmıştır. Dolayısıyla, (2.73) denklemindeki,

$$\frac{1}{\underline{\underline{k}}_{et}^{(n)}} \left(\underline{\underline{Z}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_1^{(n),c} + \underline{\underline{H}}_2 \underline{\underline{\Phi}}_2^{(n),c} \right)$$

terimi bu çalışmada dikkate alınmamıştır. Ancak, geliştirilen kod bu terimin varsayılmasına da uygundur.

2.1.3.3 Serbest Kaynak

Sistemde fisil malzeme yoksa, $S_1(\vec{r})$ ve $S_2(\vec{r})$ terimleri birer dış kaynak olmaktadır. Bu durumda, fisyon kaynağı iterasyonu yapılmamaktadır.

Dış kaynak durumunda, $\underline{\underline{N}}_g^c$ vektörleri sabit kaynak değeri ile hesaplanmaktadır.

2.2 Yansıtıcı Bölgesi İçin Sınır Elemanları Türetimi

Bu bölümde yansıtıcı bölgesi için Lineer Sonlu elemanlar türetimi yapılacaktır.

2.2.1 İki Gruplu Nötron Difüzyon Denklemlerinden Sınır İntegral Denklemlerinin Türetilmesi

Yansıtıcı bölgesi için zamandan bağımsız iki gruplu nötron difüzyon denklemleri;

$$\chi_1^2 = \frac{1}{L_1^2} = \frac{\Sigma_{a1}}{D_1} \text{ olmak üzere,} \quad (2.74)$$

$$\nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) - \chi_1^2 \Phi_1(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in V \quad (2.75)$$

ve

$$\chi_2^2 = \frac{1}{L_2^2} = \frac{\Sigma_{a2}}{D_2} \text{ olmak üzere,} \quad (2.76)$$

$$\nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) - \chi_2^2 \Phi_2(\vec{r}) = -\frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \Phi_1(\vec{r}), \quad \vec{r} \in V \quad (2.77)$$

biçimindedir. Bu denklemlerde;

D_1 : 1. grup difüzyon sabiti,

D_2 : 2. grup difüzyon sabiti,

Σ_{a1} : 1. grup yutma tesir kesiti,

Σ_{a2} : 2. grup yutma tesir kesiti,

$\Sigma_{s2 \leftarrow 1}$: Yansıtıcı içinde 1. Gruptan 2. gruba saçılma tesir kesitidir.

Şekil 2.2'de genel bir geometri ile gösterilen, V^r hacimli sözkonusu bu nükleer sistemin dış yüzeyinin, S_v^r yüzeyinde boşluk sınır koşulunun, S_r^r yüzeyinde yansıtıcı sınır koşulunun ve S_i yüzeyinde arayüz koşulunun geçerli olduğu kabul edilerek, $S^r = S_v^r + S_r^r + S_i^r$ biçiminde ayrıştığı varsayılmaktadır.

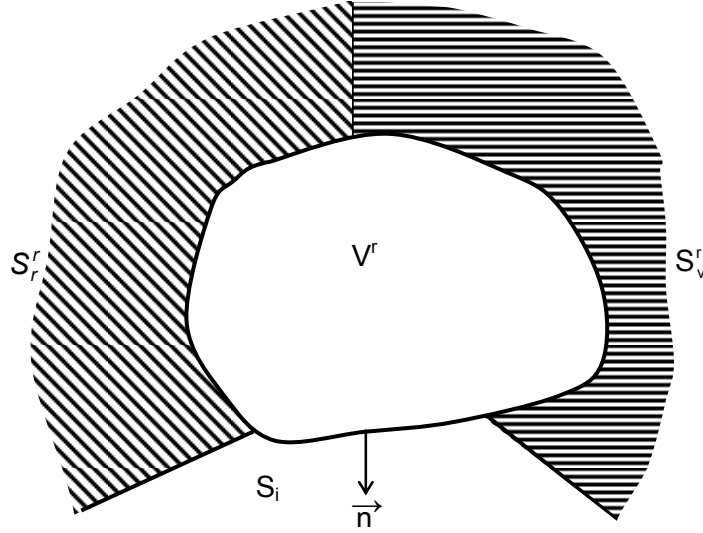
İki gruplu nötron difüzyon denklemlerinin eşdeğer sınır integral denklemleri, bu tür sistemlerin genel çözümü olan sonsuz ortam Green Fonksiyonu denklemlerinin çözümü kullanılarak elde edilmektedir.

Sonsuz ortam Green Fonksiyonu denklemleri;

$$\nabla^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) - \chi_1^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) = -\delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \quad (2.78)$$

$$\nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) - \chi_2^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) = -\delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \quad (2.79)$$

biçimindedirler.



Şekil 2.2 Nötron difüzyon denklemi için genel bir geometri

(2.75) ve (2.77) denklemleri $G_1(\vec{r}, \vec{\rho})$ ve $G_2(\vec{r}, \vec{\rho})$ fonksiyonları ile çarpılıp V^r hacmi üzerinden integre edilirler:

$$\int_{V^r} [\nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) - \chi_1^2 \Phi_1(\vec{r})] G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = 0 \quad (2.80)$$

$$\int_{V^r} \left[\nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) - \chi_2^2 \Phi_2(\vec{r}) + \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \Phi_1(\vec{r}) \right] G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = 0 \quad (2.81)$$

Birinci Green özdeşliği, (2.80) ve (2.81) denklemlerinde, eşitliklerin sol yanındaki ilk terimlere uygulanırsa;

$$\int_{V^r} \nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = \int_{S^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS - \int_{V^r} \vec{\nabla} \Phi_1(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \quad (2.82)$$

$$\int_{V^r} \nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = \int_{S^r} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS - \int_{V^r} \vec{\nabla} \Phi_2(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \quad (2.83)$$

denklemleri elde edilmektedir. Yine, birinci Green özdeşliği (2.82) ve (2.83) denklemlerinin sağ tarafındaki ikinci terimlere uygulanırsa,

$$\int_{V^r} \vec{\nabla} \Phi_1(\vec{r}) \vec{\nabla} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = \int_{s^r} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{V^r} \nabla^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV \quad (2.84)$$

$$\int_{V^r} \vec{\nabla} \Phi_2(\vec{r}) \vec{\nabla} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV = \int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{V^r} \nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_2(\vec{r}) dV \quad (2.85)$$

denklemleri elde edilmektedir. (2.84) ve (2.85) denklemleri, (2.82) ve (2.83) denklemlerine yerleştirilir:

$$\begin{aligned} \int_{V^r} \nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dV &= \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\ &- \int_{s^r} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \int_{V^r} \nabla^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV \end{aligned} \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \int_{V^r} \nabla^2 \Phi_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV &= \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\ &- \int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS + \int_{V^r} \nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_2(\vec{r}) dV \end{aligned} \quad (2.87)$$

ve ardından, (2.75) ve (2.77) denklemleri (2.86) ve (2.87) denklemleri kullanılarak yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \int_{V^r} [\nabla^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) - \chi_1^2 G_1(\vec{r}, \vec{\rho})] \Phi_1(\vec{r}) dV &= \int_{s^r} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS \\ &- \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \int_{V^r} [\nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) - \chi_2^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho})] \Phi_2(\vec{r}) dV &= - \int_{V^r} \frac{\sum_{s_2 \leftarrow 1} D_2}{D_2} \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \\ &+ \int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS \\ &- \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \end{aligned} \quad (2.89)$$

denklemleri elde edilmektedir.

Arayüz ayrı tutularak, (2.78) ve (2.79) denklemleri (2.88) ve (2.89) denklemlerine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned} - \int_{V^r} \delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV &= \int_{s^r_f + s^r_v} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{s^r_f + s^r_v} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\ &+ \int_{s_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{s_i} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \end{aligned} \quad (2.90)$$

$$\begin{aligned}
-\int_{V^r} \delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \Phi_2(\vec{r}) dV &= -\int_{V^r} \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV}{D_2} \\
&+ \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \quad (2.91) \\
&+ \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_i} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS
\end{aligned}$$

denklemleri elde edilmektedir. (2.90) ve (2.91) denklemlerinde eşitliğin solundaki terimler;

$$\int_V \delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \Phi(\vec{r}) dV = \begin{cases} \Phi(\vec{\rho}) & \vec{\rho} \in V \wedge \vec{\rho} \notin S \\ c \Phi(\vec{\rho}) & \vec{\rho} \in S \end{cases} \quad (2.92)$$

biçimde genelleştirilmektedirler. Burada $c = \frac{\theta(\vec{\rho})}{2\pi}$, dir. $\theta(\vec{\rho})$, $\vec{\rho}$ noktasında kapsanan iç açının radyan cinsinden ifadesidir [8].

(2.93) kullanıldığında (2.90) ve (2.91) denklemleri, sistem yüzeyindeki bir nokta için;

$$\begin{aligned}
c \Phi_1(\vec{\rho}) + \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS + \\
\int_{S_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{S_i} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS = 0 \quad (2.93)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c \Phi_2(\vec{\rho}) + \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\
+ \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_i} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS = \int_{V^r} \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV}{D_2} \quad (2.94)
\end{aligned}$$

Bu denklemler üzerinde,

$$I = \int_{V^r} \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV}{D_2} \quad (2.95)$$

tanımı yapılabilir. (2.79) denklemini kullanılarak elde edilen

$$\begin{aligned}
\nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) - \chi_2^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) &= -\delta(\vec{r} - \vec{\rho}) \\
G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) &= \frac{1}{\chi_2^2} [\nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) + \delta(\vec{r} - \vec{\rho})] \quad (2.96)
\end{aligned}$$

eşitliği, (2.95) tanımına yerleştirilirse,

$$\begin{aligned}
I &= \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \int_{V^r} [\nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) + \delta(\vec{r} - \vec{\rho})] \Phi_1(\vec{r}) dV \\
&= \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \left[\int_{V^r} \nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV + C \Phi_1(\vec{r}) \right]
\end{aligned} \tag{2.97}$$

elde edilecektir.

(2.97) denkleminin sağ tarafındaki ilk terim, Green özdeşliği kullanıldığında,

$$\begin{aligned}
\int_{V^r} \nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV &= \int_{V^r} \nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \\
&+ \int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS \\
&- \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS
\end{aligned} \tag{2.98}$$

haline gelmektedir. (2.75) denkleminde elde edilen,

$$\nabla^2 \Phi_1(\vec{r}) = \chi_1^2 \Phi_1(\vec{r}) \tag{2.99}$$

sonucu (2.98)'e yerleştirilirse,

$$\begin{aligned}
\int_{V^r} \nabla^2 G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi_1(\vec{r}) dV &= \int_{V^r} \chi_1^2 \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \\
&+ \int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS \\
&- \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS
\end{aligned} \tag{2.100}$$

ve bu sonuç da (2.97) denkleminde yerleştirilirse;

$$\begin{aligned}
I &= c \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \Phi_1(\vec{\rho}) + \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \int_{V^r} \chi_1^2 \Phi_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dV \\
&+ \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \left[\int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right] \\
I \left[1 - \frac{\chi_1^2}{\chi_2^2} \right] &= c \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \Phi_1(\vec{\rho}) \\
&+ \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2} \left[\int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right] \\
I &= c \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \Phi_1(\vec{\rho}) \\
&+ \frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \left[\int_{s^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{s^r} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right]
\end{aligned} \tag{2.101}$$

olarak elde edilecektir. Bu sonuç, arayüz ayrı tutularak denklem (2.94)'e yerleştirilirse,

$$\begin{aligned}
& c \Phi_2(\vec{\rho}) + \int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\
& + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS - \int_{S_i} \frac{\partial \Phi_2(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\
& = c \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \Phi_1(\vec{\rho}) \\
& + \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \left[\int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right. \\
& \left. + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS - \int_{S_i} \frac{\partial \Phi_1(\vec{r})}{\partial n} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right]
\end{aligned} \tag{2.102}$$

elde edilir. Uygulanacak sınır ve arayüz koşullarından ötürü (2.12) tanımı gözönünde bulundurularak (2.93) ve (2.102) denklemleri yeniden yazılacak olursa;

$$\begin{aligned}
& c \Phi_1(\vec{\rho}) + \int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_f^f + S_v^f} J_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS + \\
& \int_{S_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_i} J_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{\rho}) dS = 0
\end{aligned} \tag{2.103}$$

$$\begin{aligned}
& c \Phi_2(\vec{\rho}) + \int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_f^f + S_v^f} J_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\
& + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_i} J_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \\
& = c \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \Phi_1(\vec{\rho}) \\
& + \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2} \left[\int_{S_f^f + S_v^f} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_f^f + S_v^f} J_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right. \\
& \left. + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_i} J_1(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{\rho}) dS \right]
\end{aligned} \tag{2.104}$$

denklemleri elde edilecektir. (2.104) denklemi üzerinde;

$$s_{12} = \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_2} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2}, \tag{2.105}$$

$$r_{12} = \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1} 1}{D_1} \frac{1}{\chi_2^2 - \chi_1^2}, \tag{2.106}$$

$$\delta_2(\vec{r}) = \Phi_2(\vec{r}) - s_{12} \Phi_1(\vec{r}), \quad (2.107)$$

$$\Delta_2(\vec{r}) = J_2(\vec{r}) - r_{12} J_1(\vec{r}), \quad (2.108)$$

tanımları yapılmaktadır. Bu durumda (2.102) denklemi,

$$\begin{aligned} c\delta(\vec{p}) + \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \delta_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_f^r + S_v^r} \Delta_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{p}) dS \\ + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \delta_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_i} \Delta_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{p}) dS = 0 \end{aligned} \quad (2.109)$$

biçimini almaktadır.

2.2.2 Sınır Elemanları Formülasyonu

Önceki bölümde, yansıtıcı bölgesi için iki gruplu nötron difüzyon denklemlerinden her iki grup için sırasıyla,

$$\begin{aligned} c\Phi_1(\vec{p}) + \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_f^r + S_v^r} J_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{p}) dS \\ + \int_{S_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \Phi_1(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_1} \int_{S_i} J_1(\vec{r}) G_1(\vec{r}, \vec{p}) dS = 0 \end{aligned} \quad (2.110)$$

$$\begin{aligned} c\delta(\vec{p}) + \int_{S_f^r + S_v^r} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \delta_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_f^r + S_v^r} \Delta_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{p}) dS \\ + \int_{S_i} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{p})}{\partial n} \delta_2(\vec{r}) dS + \frac{1}{D_2} \int_{S_i} \Delta_2(\vec{r}) G_2(\vec{r}, \vec{p}) dS = 0 \end{aligned} \quad (2.111)$$

biçimindeki sınır integral denklemleri elde edilmişti. Bu denklemlerin geçerli olduğu varsayılan, söz konusu sistemin yüzeyinin, P tanesi kalp ve yansıtıcı bölgesinin ara yüzeyinde olan, N tane lineer elemana bölündüğü ve Z adet düğüm noktasının S_i arayüzeyi üzerinde olduğu varsayılmaktadır. Herbir elemanın uç noktaları, lineer elemanın düğüm noktalarıdır. Elde edilen sınır integral denklemleri birinci ve ikinci gruplar için sırasıyla, sistem yüzeyindeki j. düğüm noktası için yazılırlarsa;

$$\begin{aligned} c\Phi_1(\vec{p}_j) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_f^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{p}_j)}{\partial n} dS \right) \Phi_1(\vec{r}_l) + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_f^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_i} G_1(\vec{r}, \vec{p}_j) dS \right) J_1(\vec{r}_l) \\ + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_i}}^N \left(\int_{S_i} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{p}_j)}{\partial n} dS \right) \Phi_1(\vec{r}_l) + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_i}}^N \left(\int_{S_i} G_1(\vec{r}, \vec{p}_j) dS \right) J_1(\vec{r}_l) = 0 \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned}
& c \delta(\bar{\rho}_j) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\bar{r}, \bar{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) \delta_2(\bar{r}_l) + \frac{1}{D_2} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\bar{r}, \bar{\rho}_j) dS \right) \Delta_2(\bar{r}_l) \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\bar{r}, \bar{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) \delta_2(\bar{r}_l) + \frac{1}{D_2} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\bar{r}, \bar{\rho}_j) dS \right) \Delta_2(\bar{r}_l) = 0
\end{aligned} \tag{2.113}$$

Lineer sınır elemanları yönteminde $\delta(\bar{r})$, $\Delta(\bar{r})$, $\Phi(\bar{r})$ ve $J(\bar{r})$ fonksiyonları, elemanlar içinde lineer değişen fonksiyonlar olarak varsayılırlar. $\Psi_a(\bar{r})$ ve $\Psi_b(\bar{r})$ kendine ait nodda 1 ve diğer tüm nodlarda 0 değerini alan Lagrange interpolasyon polinomları;

$$\Psi_a(\bar{r}) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \tag{2.114}$$

ve

$$\Psi_b(\bar{r}) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \tag{2.115}$$

olmak üzere, elemanlar içinde lineer değişen bu fonksiyonlar;

$$\Phi(\bar{r}) = \Psi_a(\bar{r})\Phi_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})\Phi_b(\bar{r}) \tag{2.116}$$

$$J(\bar{r}) = \Psi_a(\bar{r})J_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})J_b(\bar{r}) \tag{2.117}$$

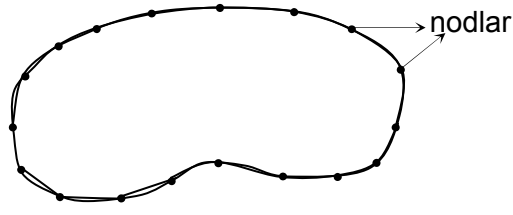
$$\delta(\bar{r}) = \Psi_a(\bar{r})\delta_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})\delta_b(\bar{r}) \tag{2.118}$$

$$\Delta(\bar{r}) = \Psi_a(\bar{r})\Delta_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})\Delta_b(\bar{r}) \tag{2.119}$$

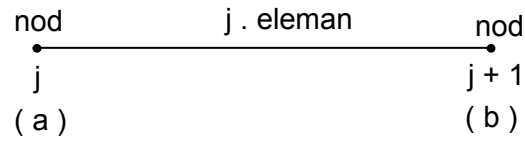
olarak yazılabilirler. Lagrange interpolasyon fonksiyonları Şekil 2.3'de gösterilmektedirler.

Bu tanımlar (2.112) ve (2.113) denklemlerine yerleştirilirse her iki grup için sırasıyla,

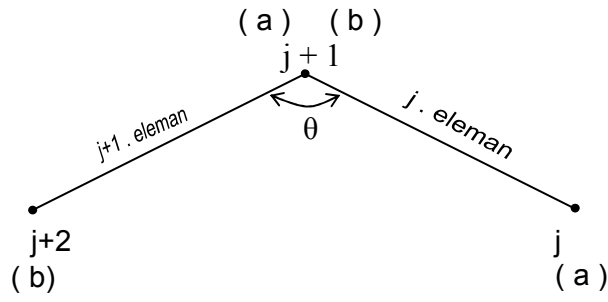
$$\begin{aligned}
& C[\Psi_a(\bar{\rho}_j)\Phi_a(\bar{\rho}_j) + \Psi_b(\bar{\rho}_j)\Phi_b(\bar{\rho}_j)] \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\bar{r}, \bar{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) [\Psi_a(\bar{r})\Phi_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})\Phi_b(\bar{r})] \\
& + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\bar{r}, \bar{\rho}_j) dS \right) [\Psi_a(\bar{r})J_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})J_b(\bar{r})] \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\bar{r}, \bar{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) [\Psi_a(\bar{r})\Phi_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})\Phi_b(\bar{r})] \\
& + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\bar{r}, \bar{\rho}_j) dS \right) [\Psi_a(\bar{r})J_a(\bar{r}) + \Psi_b(\bar{r})J_b(\bar{r})] = 0
\end{aligned} \tag{2.120}$$



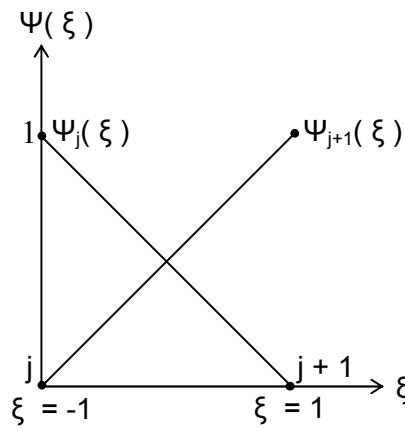
a-) Lineer elemanlar



b-) Lineer eleman gösterilimi



c-) Elemanların kesişme noktası



d-) Lagrange interpolasyon fonksiyonları

Şekil 2.3 Lineer elemanlar

$$\begin{aligned}
& C[\Psi_a(\vec{\rho}_j)\delta_a(\vec{\rho}_j) + \Psi_b(\vec{\rho}_j)\delta_b(\vec{\rho}_j)] \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) [\Psi_a(\vec{r})\delta_a(\vec{r}) + \Psi_b(\vec{r})\delta_b(\vec{r})] \\
& + \frac{1}{D_2} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) dS \right) [\Psi_a(\vec{r})\Delta_a(\vec{r}) + \Psi_b(\vec{r})\Delta_b(\vec{r})] \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} dS \right) [\Psi_a(\vec{r})\delta_a(\vec{r}) + \Psi_b(\vec{r})\delta_b(\vec{r})] \\
& + \frac{1}{D_2} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) dS \right) [\Psi_a(\vec{r})\Delta_a(\vec{r}) + \Psi_b(\vec{r})\Delta_b(\vec{r})] = 0
\end{aligned} \tag{2.121}$$

ve bu denklemler yeniden düzenlenirlerse,

$$\begin{aligned}
& c[\Psi_a(\vec{\rho}_j)\Phi_a(\vec{\rho}_j) + \Psi_b(\vec{\rho}_j)\Phi_b(\vec{\rho}_j)] + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \Phi_a(\vec{r}) \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \Phi_b(\vec{r}) + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_a(\vec{r}) dS \right) J_a(\vec{r}) \\
& + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_b(\vec{r}) dS \right) J_b(\vec{r}) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \Phi_a(\vec{r}) \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \Phi_b(\vec{r}) + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_a(\vec{r}) dS \right) J_a(\vec{r}) \\
& + \frac{1}{D_1} \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_1(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_b(\vec{r}) dS \right) J_b(\vec{r}) = 0
\end{aligned} \tag{2.122}$$

$$\begin{aligned}
& c[\Psi_a(\vec{\rho}_j)\delta_a(\vec{\rho}_j) + \Psi_b(\vec{\rho}_j)\delta_b(\vec{\rho}_j)] + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \delta_a(\vec{r}) \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \delta_b(\vec{r}) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \frac{\partial \delta_a(\vec{r})}{\partial n} \\
& - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l^r + S_v^r}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \frac{\partial \delta_b(\vec{r})}{\partial n} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \delta_a(\vec{r}) \\
& + \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} \frac{\partial G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \delta_b(\vec{r}) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_a(\vec{r}) dS \right) \frac{\partial \delta_a(\vec{r})}{\partial n} \\
& - \sum_{\substack{l=1 \\ l \in S_l}}^N \left(\int_{S_l} G_2(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_b(\vec{r}) dS \right) \frac{\partial \delta_b(\vec{r})}{\partial n} = 0
\end{aligned} \tag{2.123}$$

denklemleri elde edilmektedir. Bu denklemler üzerinde,

$$g_{j,l}^{g,k} = \frac{1}{D_g} \int_{S_l} G_g(\vec{r}, \vec{p}_j) \Psi_k(\vec{r}_l) dS \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad \vec{r}_l \in S_v \vee S_i \quad (2.124)$$

$$\tilde{h}_{j,l}^{g,k} = \int_{S_l} \frac{\partial G_k(\vec{r}, \vec{p}_j)}{\partial n} \Psi_k(\vec{r}_l) dS \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad \vec{r}_l \in S_v \vee S_i \quad (2.125)$$

ve

$$J_l^k = J_k(\vec{r}), \quad k=a,b \quad (2.126)$$

$$\Phi_l^k = \Phi_k(\vec{r}), \quad k=a,b \quad (2.127)$$

$$\delta_l^k = \delta_k(\vec{r}), \quad k=a,b \quad (2.128)$$

$$\Delta_l^k = \Delta_k(\vec{r}), \quad k=a,b \quad (2.129)$$

$$\Psi_j^k = \Psi_k(\vec{r}) \quad k=a,b \quad (2.130)$$

tanımları yapılırsa;

$$\sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_r} (c \Psi_j^a \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{1,a}) \Phi_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_r} (c \Psi_j^b \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{1,b}) \Phi_l^b + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_v} g_{jl}^{1,a} J_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_v} g_{jl}^{1,b} J_l^b \quad (2.131)$$

$$\sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} (c \Psi_j^a \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{1,a}) \Phi_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} (c \Psi_j^b \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{1,b}) \Phi_l^b + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} g_{jl}^{1,a} J_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} g_{jl}^{1,b} J_l^b = 0$$

$$\sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_r} (c \Psi_j^a \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{2,a}) \delta_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_r} (c \Psi_j^b \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{2,b}) \delta_l^b + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_v} g_{jl}^{2,a} \Delta_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_v} g_{jl}^{2,b} \Delta_l^b \quad (2.132)$$

$$\sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} (c \Psi_j^a \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{2,a}) \delta_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} (c \Psi_j^b \delta_{jl} + \tilde{h}_{jl}^{2,b}) \delta_l^b + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} g_{jl}^{2,a} \Delta_l^a + \sum_{l=1}^N \sum_{i \in S_i} g_{jl}^{2,b} \Delta_l^b = 0$$

elde edilen bu denklemlerde, $l=1$ olduğunda $l-1=N$ olarak seçilmek üzere,

$$g_{j,l}^g = (g_{j,l-1}^{g,b} + g_{j,l}^{g,a}) \quad g = 1,2 \quad \vec{r}_l \in S_r \vee S_i \quad (2.133)$$

$$h_{j,l}^g = c \delta_{jl} + \tilde{h}_{j,l-1}^{g,b} + \tilde{h}_{j,l}^{g,a} \quad g = 1,2 \quad \vec{r}_l \in S_r \vee S_i \quad (2.134)$$

tanımları yapılarak denklem (2.131) ve (2.132) denklemleri matris notasyonu ile yazılırsa;

$$\underline{\underline{H}}_1^r \underline{\underline{\Phi}}_1^r + \underline{\underline{H}}_1^{r,i} \underline{\underline{\Phi}}_1^{r,i} + \underline{\underline{G}}_1^r \underline{\underline{J}}_1^r + \underline{\underline{G}}_1^{r,i} \underline{\underline{J}}_1^{r,i} = 0 \quad (2.135)$$

⇒

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}_1^r & \underline{\underline{H}}_1^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Phi}}_1^r \\ \underline{\underline{\Phi}}_1^{r,i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}_1^r & \underline{\underline{G}}_1^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{J}}_1^r \\ \underline{\underline{J}}_1^{r,i} \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

$$\underline{\underline{H}}_2^r \underline{\underline{\delta}}_2^r + \underline{\underline{H}}_2^{r,i} \underline{\underline{\delta}}_2^{r,i} + \underline{\underline{G}}_2^r \underline{\underline{\Delta}}_2^r + \underline{\underline{G}}_2^{r,i} \underline{\underline{\Delta}}_2^{r,i} = 0 \quad (2.137)$$

gösterilimi benzer kılmak için $\underline{\underline{\Phi}}_2 = \underline{\underline{\delta}}_2$ ve $\underline{\underline{J}}_2 = \underline{\underline{\Delta}}_2$ kabul ederek;

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}_2^r & \underline{\underline{H}}_2^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Phi}}_2^r \\ \underline{\underline{\Phi}}_2^{r,i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}_2^r & \underline{\underline{G}}_2^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{J}}_2^r \\ \underline{\underline{J}}_2^{r,i} \end{bmatrix} \quad (2.138)$$

elde edilir.

(2.136) ve (2.138) denklem sistemlerinde $\underline{\underline{H}}^r$ ve $\underline{\underline{G}}^r$ matrisleri (N-Z)x(N-Z) boyutunda; $\underline{\underline{H}}^{r,i}$ ve $\underline{\underline{G}}^{r,i}$ matrisleri ZxZ boyutunda; $\underline{\underline{\Phi}}^r$ ve $\underline{\underline{J}}^r$ vektörleri (N-Z)x1 boyutunda; $\underline{\underline{\Phi}}^{r,i}$ ve $\underline{\underline{J}}^{r,i}$ vektörleri Zx1 boyutundadırlar [7, 25-32].

Sınır koşullarının uygulanması 2.2.5 bölümünde incelenecektir.

2.2.3 İki Boyutlu Nötron Difüzyon Denkleminin Temel Çözümü

Birbiçim bir sistemin temel çözümü sonsuz ortam Green fonksiyonu temel çözümüdür. Bu bölümde II.2.3 ve II.2.4 denklemleri her iki grup için;

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{\zeta}) - \chi^2 G(\vec{r}, \vec{\zeta}) = -\delta(\vec{r} - \vec{\zeta}) \quad (2.139)$$

biçiminde genelleştirilmektedir. Burada, $\vec{\rho}$ iki düğüm noktası arasındaki uzaklık olmak üzere;

$$\begin{aligned} \vec{\zeta} &= \vec{\rho} \\ \zeta_1 &= \zeta \cdot \cos \vartheta \\ \zeta_2 &= \zeta \cdot \sin \vartheta \end{aligned} \quad (2.140)$$

olduğu kabul edilmektedir. Bu durumda r, bir düğüm noktasından belli uzaklıktaki noktaları ifade etmektedir:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \sqrt{(x - \zeta_1)^2 + (y - \zeta_2)^2} \Rightarrow \\ \nabla^2 G(\vec{r}) - \chi^2 G(\vec{r}) &= -\delta(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.141)$$

Dirac Delta fonksiyonunun özelliğinden ötürü denklemin çözümü $\vec{r} = 0$ ve $\vec{r} \neq 0$ durumları için ayrı ayrı incelenecektir. $\vec{\zeta}$ noktasını merkez alan, yarıçapı r olan sonsuz uzunlukta bir silindir için;

$$\begin{aligned}\vec{r} \neq 0 &\Rightarrow \\ \nabla^2 G(\vec{r}) - \chi^2 G(\vec{r}) &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dG(\vec{r})}{dr} \right] - \chi^2 G(\vec{r}) &= 0\end{aligned}\tag{2.142}$$

denkleminin çözümü, 0. mertebe modifiye Bessel fonksiyonudur ve

$$G(\vec{r}) = AK_0(\chi r) + CI_0(\chi r)\tag{2.143}$$

biçimindedir. Ancak;

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} I_0(\chi r) = \infty$$

olacağından, sonlu bir çözüm için $C=0$ olmalıdır. Bu durumda çözüm:

$$G(\vec{r}) = AK_0(\chi r)\tag{2.144}$$

olacaktır.

$\vec{r} = 0$ durumunun incelenebilmesi için $\vec{r} = 0$ çevresinde yarıçapı ε olan –iki boyutta- dairesel bir hacim elemanı seçilmektedir. Bu elemanın çevresi $S=2\pi\varepsilon$ olacaktır. $\vec{r} = 0$ için (2.141) denkleminin hacim integrali alınırsa;

$$-\int_V \delta(\vec{r}) dV = -1\tag{2.145}$$

olmak üzere,

$$\int_V \nabla^2 G(\vec{r}) dV - \chi^2 \int_V G(\vec{r}) dV = -\int_V \delta(\vec{r}) dV\tag{2.146}$$

denklemini elde edilmektedir. (2.146) denklemin Gauss Teoremi uygulanırsa,

$$\int_V \nabla^2 G(\vec{r}) dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} G(\vec{r}) dV = \int_S \frac{\partial G(\vec{r})}{\partial n} dS\tag{2.147}$$

ve ardından, çember üzerinde herhangi bir noktanın normal vektörü ile yarıçap vektörü aynı doğrultuda olduğundan, $\vec{r} = \vec{n}$ ve $\vec{\varepsilon} = \vec{r}$ alınabilir. Bu durumda, (2.147) eşitliği;

$$\int_s \frac{\partial G(\vec{r})}{\partial n} dS = \frac{\partial G(\vec{r})}{\partial r} 2\pi r \quad (2.148)$$

biçimini almaktadır. V çok küçük bir hacim olduğundan (2.146) denklemindeki ikinci terim,

$$\int_V G(\vec{r}) dV = 0 \quad (2.149)$$

olmaktadır. (2.145) ve (2.148) kullanıldığında (2.146) denklemi;

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\vec{r})}{\partial r} 2\pi r &= -1 \Rightarrow \\ G(\vec{r}) &= -\frac{1}{2\pi} \int \frac{dr}{r} = -\frac{1}{2\pi} \ln r \end{aligned} \quad (2.150)$$

biçimini almaktadır. Her iki durumda elde edilen çözümlerin $\vec{r} \rightarrow 0$ için limiti alınırsa;

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow 0} AK_0(\chi r) = \lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[-\frac{1}{2\pi} \ln r \right] \quad (2.151)$$

ve

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[AK_0(\chi r) + \frac{1}{2\pi} \ln r \right] = 0 \quad (2.152)$$

olmalıdır. Bilinen

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow 0} K_0(\chi r) = -[\ln(\chi r) - 0.11593] \quad (2.153)$$

eşitliği kullanıldığında, (2.152) eşitliği;

$$\begin{aligned} \lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[-A(\ln(\chi r) - 0.11593) + \frac{1}{2\pi} \ln r \right] &= \\ \lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[-A(\ln \chi + \ln r - 0.11593) + \frac{1}{2\pi} \ln r \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.154)$$

olmaktadır. Buna göre, $\vec{r} \rightarrow 0$ için (2.154) eşitliğinde “ $-\ln r$ ” dışındaki tüm terimlerin limiti sıfır olduğundan,

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[-A \ln r + \frac{1}{2\pi} \ln r \right] = \lim_{\vec{r} \rightarrow 0} \left[\left(-A + \frac{1}{2\pi} \right) \ln r \right] = 0 \quad (2.155)$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2\pi}$$

olmalıdır ve bu durumda

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} K_o(\chi r) \quad (2.156)$$

olarak elde edilmektedir.

2.2.4 G ve H Matrislerinin Türetimi

(2.125) ve (2.126) tanımlarında yer alan g_{jl} , $\tilde{h}_{jl}$ integrallerinin hesabı $j = l$ ve $j \neq l$ durumları için ayrı ayrı, sayısal integrasyon kullanılarak hesaplanacaktır.

$$g_{jl}^{g,k} = \int_{S_i} G_g(\vec{r}, \vec{\rho}_j) \Psi_k(\vec{r}) dS \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad \vec{r} \in S_v \cup S_i$$

$$\tilde{h}_{jl}^{g,k} = \int_{S_i} \frac{\partial G_g(\vec{r}, \vec{\rho}_j)}{\partial n} \Psi_k(\vec{r}) dS \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad \vec{r} \in S_v \cup S_i$$

olarak tanımlanmıştı. Sonsuz ortam Green fonksiyonları ise 2.2.3 bölümünde;

$$G_g(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} K_o(\chi_g r) \quad g = 1,2$$

biçiminde hesaplanmıştı. Buna göre, Şekil 2.4 gözönüne tutularak,

$$g_{jl}^{k,g} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\Delta^j} K_o(\chi_g r) \Psi_k(\Gamma) d\Gamma \quad k = a,b \quad g = 1,2 \quad (2.157)$$

biçiminde ifade edilmektedir.

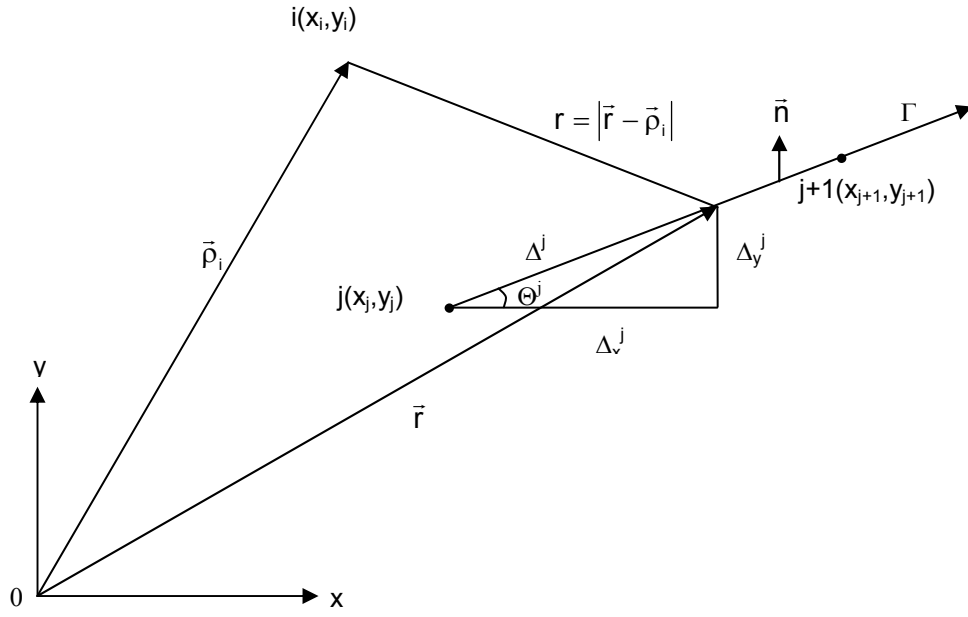
Şekil 2.4'teki i. düğüm noktası ve j. sınır elemanının j ve j+1 numaralı düğüm noktaları gösterilmektedir.

Bu şekle göre, $i \neq j$ durumu için r'nin kartezyen koordinatlardaki ifadesi ve eleman uzunlukları sırasıyla;

$$r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (2.158)$$

$$\Delta^j = \sqrt{(\Delta_x^j)^2 + (\Delta_y^j)^2} \quad (2.159)$$

olarak elde edilmektedir. Eleman uzunlukları tanımındaki Δ_x^j ve Δ_y^j , düğüm noktalarının koordinatları cinsinden;



Şekil 2.4 İç nod kuplajlarının geometrik gösterilimi

$$\begin{aligned}\Delta_x^j &= x_{j+1} - x_j \\ \Delta_y^j &= y_{j+1} - y_j\end{aligned}\tag{2.160}$$

r 'nin tanımındaki x ve y değerleri ise Γ cinsinden;

$$\begin{aligned}x &= x_j + \Gamma \frac{\Delta_x^j}{\Delta^j} \\ y &= y_j + \Gamma \frac{\Delta_y^j}{\Delta^j}\end{aligned}\tag{2.161}$$

biçiminde ifade edilmektedirler.

Söz konusu integraller sayısal integrasyon yöntemi ile hesaplanacağından, Γ eksenini yerine $-1, +1$ aralığında tanımlı,

$$s = \frac{2}{\Delta^j} \Gamma - 1\tag{2.162}$$

ile ifadelendirilen yeni bir s eksenini varsayılmaktadır. Bu ekseninde g_{ij} matris elemanları;

$$\begin{aligned}r_m &= \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2} \\ x_m &= \bar{x}_j + s \frac{\Delta_x^j}{2}, \quad y_m = \bar{y}_j + s \frac{\Delta_y^j}{2} \\ \bar{x}_j &= \frac{x_j + x_{j+1}}{2}, \quad \bar{y}_j = \frac{y_j + y_{j+1}}{2}\end{aligned}\tag{2.163}$$

olmak üzere,

$$g_{ij}^{k,g} = \frac{\Delta^j}{4\pi} \sum_{m=1}^M \Psi_k(s_m) w_m K_o(\chi r_m) \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.164)$$

sayısal integrasyon bağıntısıyla hesaplanabilirler. Bağıntıdaki s_m , seçilen sayısal integrasyon noktalarının koordinatları, w_m ise bu noktalara karşılık gelen ağırlıklardır. $\Psi(s_m)$ Lagrange şekil fonksiyonları, j ve $j+1$ numaralı düğüm noktalarında;

$$I_1 + I_2 = \chi \Delta^j \int_0^1 I_o(\chi \Delta^j s) \ln\left(\frac{1}{s}\right) \Psi_k(\Delta^j s) ds \\ - \frac{\chi \Delta^j}{2} \ln\left(\frac{\chi \Delta^j}{2}\right) \int_{-1}^1 I_o\left[\frac{\chi \Delta^j}{2}(s+1)\right] \Psi_k\left[\frac{\Delta^j}{2}(s+1)\right] ds \quad (2.165)$$

biçimindedirler.

$i = j$ durumu için g_{ii} matris elemanları, $r = \Gamma$ alınarak ve $s = \chi_g \Gamma$ değişken dönüşümü yapılarak;

$$g_{ii}^{k,g} = \frac{1}{2\pi\chi} \int_0^{\chi_g \Delta^i} K_o(s) \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) ds \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.166)$$

olarak ifade edilirler. İfadedeki Bessel fonksiyonu için polinom yaklaşımı, $0 \leq s \leq 2$ için;

$$K_o(s) = \ln 2 \cdot I_o(s) + \ln\left(\frac{1}{s}\right) I_o(s) + \sum_{n=1}^N P_n \left(\frac{s}{2}\right)^{2(n-1)} \quad (2.167)$$

kullanılır ve $\chi_g \Delta^i \leq 2$ durumu gözönüne alınırsa;

$$g_{ii}^{k,g} = \frac{1}{2\pi\chi_g} \left[\ln 2 \int_0^{\chi_g \Delta^i} I_o(s) \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) ds + \int_0^{\chi_g \Delta^i} I_o(s) \ln\left(\frac{1}{s}\right) \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) ds \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^N P_n \int_0^{\chi_g \Delta^i} \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) \left(\frac{s}{2}\right)^{2(n-1)} ds \right] \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.168)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadedeki birinci ve ikinci integraller sayısal integrasyon yöntemi ile hesaplanacağından yine değişken dönüşümü gerekmektedir. Önce,

$$s' = \frac{2s}{\chi_g \Delta^i} - 1 \quad (2.169)$$

dönüşümünü kullanılarak, (2.167) ifadesindeki ilk integral ele alınır:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \ln 2 \int_0^{\chi_g \Delta^i} I_o(s) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds \\
&= \frac{\ln 2 \chi_g \Delta^i}{2} \int_{-1}^1 I_o \left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2} (s'+1) \right) \Psi_k \left(\frac{\Delta^i}{2} (s'+1) \right) ds'
\end{aligned} \tag{2.170}$$

elde edilir. Şimdi de,

$$s' = \frac{s}{\chi_g \Delta^i} \tag{2.171}$$

dönüşümünü kullanılarak, (2.167) ifadesindeki ikinci integral ele alınırsa:

$$\begin{aligned}
I_2 &= \int_0^{\chi_g \Delta^i} I_o(s) \ln \left(\frac{1}{s} \right) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds = \chi_g \Delta^i \int_0^1 I_o(\chi_g \Delta^i s') \ln \left(\frac{1}{\chi_g \Delta^i s'} \right) \Psi_k(\Delta^i s') ds' \\
&= \chi_g \Delta^i \int_0^1 I_o(\chi_g \Delta^i s') \ln \left(\frac{1}{s'} \right) \Psi_k(\Delta^i s') ds' - \chi_g \Delta^i \int_0^1 I_o(\chi_g \Delta^i s') \ln(\chi_g \Delta^i) \Psi_k(\Delta^i s') ds'
\end{aligned} \tag{2.172}$$

elde edilir. Ardından, bu ifadedeki birinci integrale $s' = s$ dönüşümü; ikinci integrale,

$$s' = \frac{s+1}{2} \tag{2.173}$$

dönüşümü uygulanırsa;

$$\begin{aligned}
I_2 &= \chi_g \Delta^i \int_0^1 I_o(\chi_g \Delta^i s) \ln \left(\frac{1}{s} \right) \Psi_k(\Delta^i s) ds \\
&\quad - \frac{\chi_g \Delta^i}{2} \ln(\chi_g \Delta^i) \int_{-1}^1 I_o \left[\frac{\chi_g \Delta^i}{2} (s+1) \right] \Psi_k \left[\frac{\Delta^i}{2} (s+1) \right] ds
\end{aligned} \tag{2.174}$$

ifadesine ulaşılır.

I_1 ve I_2 integralleri toplanırsa;

$$\begin{aligned}
I_1 + I_2 &= \chi \Delta^i \int_0^1 I_o(\chi \Delta^i s) \ln \left(\frac{1}{s} \right) \Psi_k(\Delta^i s) ds \\
&\quad - \frac{\chi \Delta^i}{2} \ln \left(\frac{\chi \Delta^i}{2} \right) \int_{-1}^1 I_o \left[\frac{\chi \Delta^i}{2} (s+1) \right] \Psi_k \left[\frac{\Delta^i}{2} (s+1) \right] ds
\end{aligned} \tag{2.175}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade (2.167) ifadesine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned}
g_{ii}^{k,g} = & \frac{1}{2\pi\chi_g} \left[\chi_g \Delta^i \int_0^1 I_0(\chi_g \Delta^i s) \ln\left(\frac{1}{s}\right) \Psi_k(\Delta^i s) ds \right. \\
& - \frac{\chi_g \Delta^i}{2} \ln\left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2}\right) \int_{-1}^1 \left[\frac{\chi_g \Delta^i}{2} (s+1) \right] \Psi_k\left[\frac{\Delta^i}{2} (s+1)\right] ds \\
& \left. + \sum_{n=1}^N P_n \int_0^{\chi_g \Delta^i} \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) \left(\frac{s}{2}\right)^{2(n-1)} ds \right] \quad k = a, b \quad g = 1, 2
\end{aligned} \quad (2.176)$$

elde edilir. (2.176) denklemindeki son integral analitik olarak saptanabilir. Bu amaçla;

$$s' = \frac{s}{\chi_g \Delta^i} \quad (2.177)$$

dönüşümü yapılarak

$$\begin{aligned}
I_3 &= \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^{\chi_g \Delta^i} \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) \left(\frac{s}{2}\right)^{2(n-1)} ds \\
&= \chi_g \Delta^i \left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2}\right)^{2(n-1)} P_n \int_0^1 (s')^{2(n-1)} \Psi_k(s' \Delta^i) ds'
\end{aligned} \quad (2.178)$$

elde edilebilir. Bu integral sonlu eleman şekil fonksiyonları $\Psi_1(s)=(1-s)$ ve $\Psi_2(s)=(1-s)$ alınarak analitik olarak hesaplanırsa:

$$I_3 = \begin{cases} 2 \sum_{n=1}^7 P_n \left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2}\right)^{2n-1} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) & k = 1 \\ 2 \sum_{n=1}^7 P_n \left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2}\right)^{2n-1} \Delta^i \frac{1}{2n} & k = 2 \end{cases} \quad (2.179)$$

elde edilir. (2.176) denklemindeki ilk integral için L^* noktalı logaritmik Gauss karelemesi, ikinci integral için L noktalı Gauss-Legendre [24] karelemesi kullanılırsa;

$$\begin{aligned}
g_{ii}^k = & \frac{1}{2\pi\chi_g} \left[\chi_g \Delta^i \sum_{l=1}^{L^*} w_l^* I_0(\chi_g \Delta^i s^*) \Psi_k(\Delta^i s_l^*) \right. \\
& \left. - \frac{\chi_g \Delta^i}{2} \ln\left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2}\right) \sum_{l=1}^L w_l I_0\left(\frac{\chi_g \Delta^i}{2} (s_l + 1)\right) \Psi_k(s_l) + I_3 \right]
\end{aligned} \quad (2.180)$$

bulunur. Burada s_l^* logaritmik Gauss karelemesine ait integrasyon noktaları ve w_l^* ise bu noktadaki ağırlıklardır. s_l ve w_l ise Gauss-Legendre karelemesi ağırlıkları ve integrasyon noktalarıdır.

Geri dönölüp, (2.166) ifadesi, $\chi_g \Delta_i > 2$ durumu için incelenirse;

$$g_{ii}^{k,g} = \frac{1}{2\pi\chi_g} \left[\int_0^2 K_o(s) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds + \int_2^{\chi_g \Delta_i} K_o(s) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds \right] \quad (2.181)$$

şeklinde yazılabilir. İfadedeki ilk integral ele alınır ve Bessel fonksiyonu için yine (2.167) kullanılırsa:

$$J_1 = \int_0^2 I_o(s) \ln \left(\frac{1}{s} \right) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds + \ln 2 \int_0^2 I_o(s) \Psi_k \left(\frac{s}{\chi_g} \right) ds \\ + \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^2 \left(\frac{s}{2} \right)^{2(n-1)} \Psi_k(s) ds \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.182)$$

J_1 ifadesindeki birinci ve üçüncü integrale $s=2s'$; ikinci integrale $s=s'+1$ dönüşümü uygulanırsa,

$$J_1 = 2 \int_0^1 \ln \left(\frac{1}{2s'} \right) I_o(2s') \Psi_k \left(\frac{2s'}{\chi_g} \right) ds' + \ln 2 \int_{-1}^1 I_o(s'+1) \Psi_k \left(\frac{s'+1}{\chi_g} \right) ds' \\ + 2 \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^1 (s')^{2(n-1)} \Psi_k(2s') ds' \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.183)$$

biçimini alır. Öte yandan bu ifadedeki ilk integral düzenlenirse;

$$J_1 = 2 \int_0^1 \ln \left(\frac{1}{s'} \right) I_o(2s') \Psi_k \left(\frac{2s'}{\chi_g} \right) ds' - 2 \ln 2 \int_0^1 I_o(s') \Psi_k \left(\frac{2s'}{\chi_g} \right) ds' \\ + \ln 2 \int_{-1}^1 I_o(s'+1) \Psi_k \left(\frac{s'+1}{\chi_g} \right) ds' + 2 \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^1 (s')^{2(n-1)} \Psi_k(2s') ds' \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.184)$$

bulunur. Bu denklemdeki ikinci integrale $s' = \frac{1}{2}(s''+1)$ dönüşümü uygulanırsa, bu integralin denklemdeki üçüncü integralin negatifi olduğu görülür ve böylece:

$$J_1 = 2 \int_0^1 \ln \left(\frac{1}{s'} \right) I_o(2s') \Psi_k \left(\frac{2s'}{\chi_g} \right) ds' \\ + 2 \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^1 (s')^{2(n-1)} \Psi_k(2s') ds' \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.185)$$

bağıntısı bulunur.

J_1 bağıntısındaki ilk integral logaritmik Gauss karelemesi ile hesaplanabilir. Bu kareleme uygulanırsa,

$$J_1 = 2 \sum_{l=1}^{L^*} w_l^* I_o(2s_l^*) \Psi_k(s_l^*) + 2 \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^1 (s')^{2(n-1)} \Psi_k(2s') ds' \quad k = a, b \quad g = 1, 2 \quad (2.186)$$

ifadesi elde edilir. Daha önceki gibi son integral, $\Psi_k(s)$ 'nin j ve $j+1$ numaralı düğüm noktalarında aldığı değerler açık olarak yazılır ve integrasyonlar analitik olarak hesaplanırsa;

$$a_k = \sum_{n=1}^7 P_n \int_0^2 \left(\frac{s}{2}\right)^{2(n-1)} \Psi_k(s) ds = \begin{cases} \sum_{n=1}^7 P_n \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) = -0,490065776 & k = 1 \\ \sum_{n=1}^7 P_n \frac{1}{2n} = -0,279658528 & k = 2 \end{cases} \quad (2.187)$$

değeri elde edilir.

(2.181)'deki ikinci terime

$$s' = \frac{\chi_g \Delta^j - 2}{2} (s'+1) + 2 \quad (2.188)$$

dönüşümü uygulanırsa;

$$J_2 = \int_2^{\chi_g \Delta^i} K_o(s) \Psi_k\left(\frac{s}{\chi_g}\right) ds = \frac{\chi_g \Delta^i - 2}{2} \int_{-1}^1 K_o\left[\frac{\chi_g \Delta^i - 2}{2} (s'+1) + 2\right] \Psi_k\left[\frac{\chi_g \Delta^i - 2}{2\chi_g} (s'+1) + \frac{2}{\chi_g}\right] ds' \quad (2.189)$$

elde edilir. Bu ifadeye Gauss-Legendre karelemesi uygulanırsa,

$$J_2 = \frac{\chi_g \Delta^i - 2}{2} \sum_{l=1}^L w_l K_o\left[\frac{(\chi_g \Delta^i - 2)s_l + (\chi_g \Delta^i + 2)}{2}\right] \Psi_k(s_l) \quad (2.190)$$

elde edilir. J_1 ve J_2 için bulunan bu ifadeler (2.181)'daki yerlerine yerleştirilirse;

$$g_{ii}^{k,g} = \frac{1}{2\pi\chi_g} \left[2 \sum_{l=1}^{L^*} w_l^* I_o(2s_l^*) \Psi_k(s_l^*) + a_k + \frac{\chi_g \Delta^i - 2}{2} \sum_{l=1}^L w_l \Psi_k(s_l) K_o\left[\frac{(\chi_g \Delta^i - 2)s_l + (\chi_g \Delta^i + 2)}{2}\right] \right] \quad (2.191)$$

elde edilir. G matrisi elemanlarından sonra H matrisi elemanları da hesaplanmalıdır:

$$\tilde{h}_{ij}^{g,k} = \int_{S_i} \frac{\partial G_g(\vec{r}, \vec{\rho}_i)}{\partial n} \Psi_k(\vec{r}_j) dS \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad \vec{r}_j \in S_v \vee S_i \quad (2.192)$$

$$\tilde{h}_{ij}^{g,k} = \int_{S_i} \frac{\partial G_g(\vec{r}, \vec{\rho}_i)}{\partial n} \Psi_k(\Gamma) d\Gamma \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad (2.193)$$

(2.193) tanımına $\frac{d}{dn} = \frac{d}{dr} \cdot \frac{dr}{dn}$ kuralı uygulanınca;

$$\tilde{h}_{ij}^{g,k} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta^j} \frac{d}{dr} [K_0(\chi_g r)] \frac{dr}{dn} \Psi_k(\Gamma) d\Gamma \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad (2.194)$$

elde edilir. Öte yandan Şekil 2.5 göz önüne alınırsa;

$$\frac{d}{dn} = \cos \theta_{ij} = \frac{d_{ij}}{r} \quad (2.195)$$

olduğu görülür. Bu denklikteki d_{ij} ifadesinin açık gösterilimi şu biçimdedir:

$$d_{ij} = \begin{cases} \frac{|mx_j + y_j - y_i - mx_i|}{\sqrt{m^2 + 1}} & x_j \neq x_{j+1} \\ |x_i - x_j| & x_j = x_{j+1} \end{cases} \quad (2.196)$$

$$m = \frac{\Delta_y^j}{\Delta_x^j} = \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} \text{ bağıntısına göre düğüm noktaları koordinatları cinsinden}$$

hesaplanır.

$$\frac{d}{dr} [K_0(\chi_g r)] = -\chi_g K_1(\chi_g r) \quad (2.197)$$

ifadesi (2.194) eşitliğine yerleştirilir ve yine sayısal integrasyon uygulayabilmek için

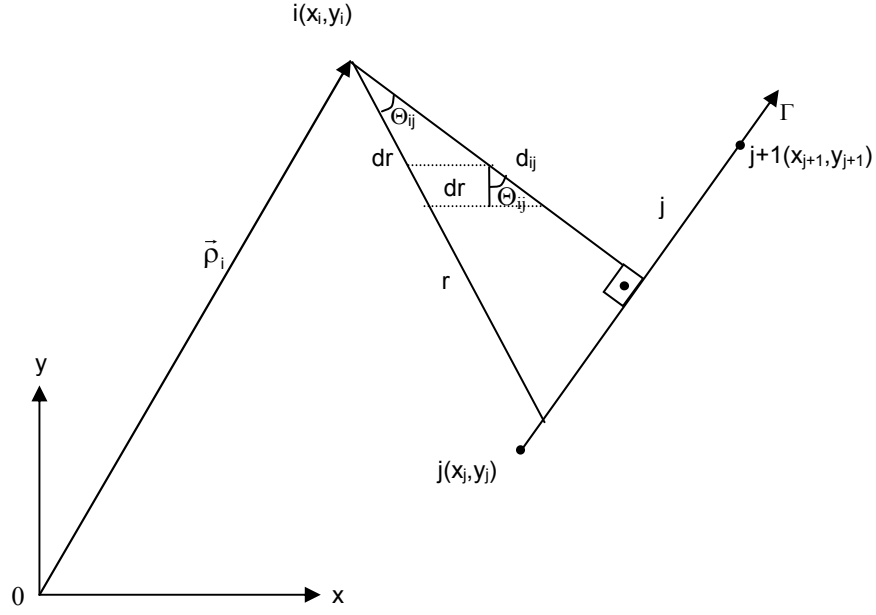
$$s' = \frac{2}{\Delta^j} \Gamma - 1 \quad (2.198)$$

dönüşümü kullanılırsa,

$$\tilde{h}_{ij}^{g,k} = -\frac{\chi_g \Delta^j}{4\pi} d_{ij} \int_{-1}^1 \frac{K_1(\chi_g r)}{r} \Psi_k(s) ds \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad (2.199)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeye Gauss-Legendre karelemesi uygulandığında:

$$\tilde{h}_{ij}^{g,k} = -\frac{\chi_g \Delta^j}{4\pi} d_{ij} \sum_{m=1}^M w_{mj} \Psi_k(s_m) \frac{K_1(\chi_g r_m)}{r_m} \quad g = 1,2 \quad k = a,b \quad (2.200)$$



Şekil 2.5 İç nod kuplajlarının geometrik gösterilimi

denklemleri elde edilir. Burada sm Gauss karelemesi koordinatlarıdır. r_m ise:

$$\begin{aligned} r_m &= \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2} \\ x_m &= \bar{x}_j + s \frac{\Delta x_j}{2}, \quad y_m = \bar{y}_j + s \frac{\Delta y_j}{2} \\ \bar{x}_j &= \frac{x_j + x_{j+1}}{2}, \quad \bar{y}_j = \frac{y_j + y_{j+1}}{2} \end{aligned} \quad (2.201)$$

$i=j$ olduğunda $\frac{dr}{dn} = \cos 90^\circ = 0$ olduğundan $\tilde{h}_{ij}^{g,k} = 0$ olacaktır.

2.3 Sınır Koşullarının Uygulanması

Kalp bölgesinde ve yansıtıcı bölgesi denklemleri elde edildikten sonra sınır koşullarından faydalanılarak matrisler yeniden düzenlenmelidir. 2.1.2 bölümünde, (2.36) denklem sistemi

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_g^c & \underline{K}_{g,i}^{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^c \\ \underline{\Phi}_g^{c,i} \end{bmatrix} = \underline{N}_g^c - \begin{bmatrix} \underline{R}_g^c & \underline{M}_{g,i}^{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_g^c \\ \underline{J}_g^{c,i} \end{bmatrix} \quad g=1,2$$

olarak elde edilmişti. Yansıtıcı tarafında ise denklem sistemi,

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_g^r & \underline{H}_{g,i}^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^r \\ \underline{\Phi}_g^{r,i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{G}_g^r & \underline{G}_{g,i}^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_g^r \\ \underline{J}_g^{r,i} \end{bmatrix} \quad g=1,2$$

olarak elde edilmişti. Bu çalışmada yansıtıcı sınırında akım sıfır, boşluk sınırında ise sıfır içeri yönlü akım sınır koşulu kullanıldığı için,

$$J(\vec{r}) = J^+(\vec{r}) - J^-(\vec{r}) \quad (2.202)$$

$$J^-(\vec{r}) = \frac{\Phi(\vec{r})}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi(\vec{r})}{\partial n} \quad (2.203)$$

$$J^+(\vec{r}) = \frac{\Phi(\vec{r})}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi(\vec{r})}{\partial n} \quad (2.204)$$

biçiminde tanımlıdır. Sıfır içeri yönlü akım sınır koşulundan,

$$\bar{J}^-(\vec{r}) = \frac{\Phi(\vec{r})}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi(\vec{r})}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Phi(\vec{r})}{\partial n} = -\frac{1}{2D} \Phi(\vec{r}) \quad \vec{r} \in S_v \quad (2.205)$$

elde edilecektir. Buna göre,

$$J(\vec{r}) = -D \frac{\partial \Phi(\vec{r})}{\partial n} = \frac{\Phi(\vec{r})}{2} \quad \vec{r} \in S_v \quad (2.206)$$

olarak elde edilir. Yansıtıcı sınır koşulunun geçerli olduğu sınırdaki ise akım sıfır olacaktır:

$$J(\vec{r}) = 0 \quad \vec{r} \in S_r \quad (2.207)$$

Buna göre, sırasıyla kalp ve yansıtıcı için denklem sistemleri,

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_g^c + \frac{1}{2} \underline{R}_g^c & \underline{K}_g^{c,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^c \\ \underline{\Phi}_g^{c,i} \end{bmatrix} = \underline{N}_g^c - \underline{M}_g^{c,i} \underline{J}_g^{c,i} \quad g=1,2 \quad (2.208)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_g^r + \frac{1}{2} \underline{G}_g^r & \underline{H}_g^{r,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^r \\ \underline{\Phi}_g^{r,i} \end{bmatrix} = -\underline{G}_g^{r,i} \underline{J}_g^{r,i} \quad g=1,2 \quad (2.209)$$

olarak yeniden düzenlenebileceklerdir.

2.4 FEM-BEM Kombinasyonu

Kalp ve yansıtıcı bölgesi arayüzü S_i yüzeyinde geçerli olan sınır koşulları akının ve akımın eşitliğidir:

$$\underline{\Phi}_g^{c,i} = \underline{\Phi}_g^{r,i} = \underline{\Phi}_g^i \quad (2.210)$$

$$\underline{J}_g^{c,i} = -\underline{J}_g^{r,i} = \underline{J}_g^i \quad (2.211)$$

Bu koşullara dayanarak 2.3 bölümündeki (2.208) ve (2.209) denklemleri yeniden ve birarada yazılırlarsa;

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_g^r + \frac{1}{2} \underline{G}_g^r & \underline{H}_g^{r,i} & \underline{G}_g^{r,i} & 0 \\ 0 & \underline{K}_g^{c,i} & -\underline{M}_g^{c,i} & \underline{K}_g^c + \frac{1}{2} \underline{R}_g^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_g^r \\ \underline{\Phi}_g^i \\ \underline{J}_g^i \\ \underline{\Phi}_g^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}_g^c \end{bmatrix} \quad g=1,2 \quad (2.212)$$

olarak elde edilecektir. Bu durumda denklem sisteminin çözümü,

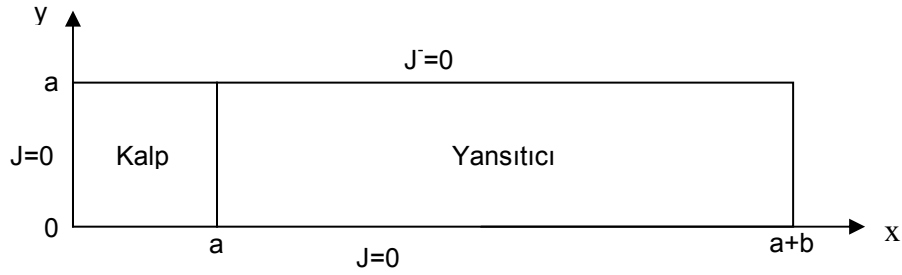
$$\underline{A}_g \underline{x}_g = \underline{F}_g \quad g = 1,2 \quad (2.213)$$

denklem sisteminin çözümüne dönüşmüş olur. Bu çalışmada Crout ayrışım yöntemi kullanılmıştır [33].

3. UYGULAMALAR

Bu bölümde, 2. bölümde geliştirilmiş olan formülasyona uygun olarak yazılmış olan NEDPCM yazılımından elde edilen sonuçlar incelenecektir. Bu bölümde incelenen modellerin analitik çözümleri EK A'da verilmiştir.

Uygulama için Şekil 3.1'de dörtte birlik bölümü görülen $2a$ kalınlığında kalp ve onu iki yandan saran b kalınlığında yansıtıcı reaktör modeli esas alınmıştır. Boşluk sınırlarında sıfır içeri yönlü akım sınır koşulu kullanılmıştır.



Şekil 3.1 İki yandan yansıtıcı ile çevrilmiş sistemin dörtte bir parçası

Izgara inceldikçe elde edilen noktasal akılar çoğaldığı için akı değerleri her bir uygulama için sadece en kaba ızgara için tablo halinde, en ince ızgara için grafiklerle verilmiştir.

3.1 Tek Gruplu, İki Bölge ve Sabit Kaynaklı Sistem

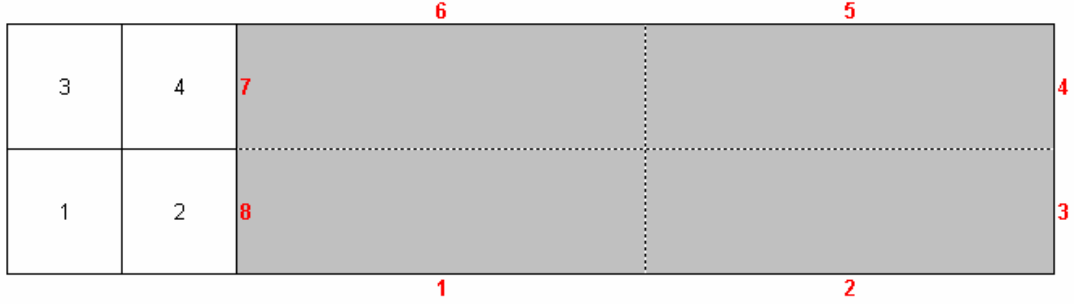
Bu uygulamada sadece reaktör kalbinde sabit bir kaynak olduğu, ortamda fisil malzeme olmadığı ve her iki bölge için de tek enerji grubu olduğu varsayılmıştır. $a=4.86$ cm, $b=20$ cm olarak alınmıştır. Bu uygulamada analitik hesaplamalar sonucu kalp ortalama akısı $6.83531(\text{cm}^{-2}\text{sn}^{-1})$ ve yutulma hızı $2.31961(\text{cm}^{-3}\text{sn}^{-1})$; yansıtıcı ortalama akısı $1.16954(\text{cm}^{-2}\text{sn}^{-1})$ olarak elde edilmiştir.

Uygulama sabitleri Tablo 3.1'de verilmektedir.

Tablo 3.1 Kalp ve yansıtıcı sabitleri

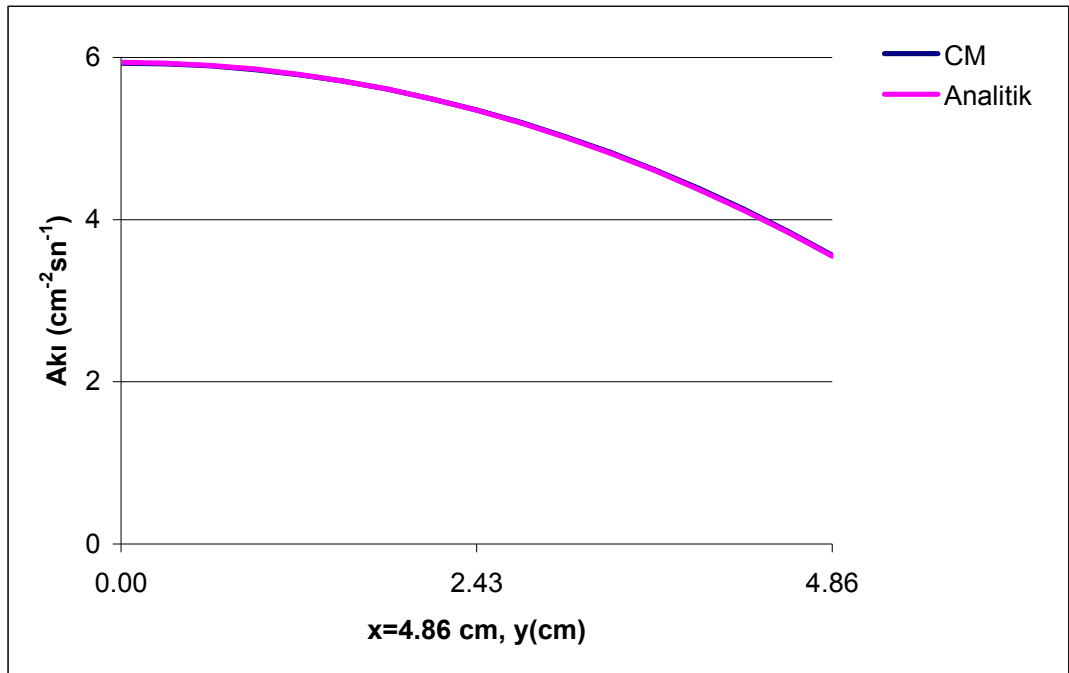
	Kalp	Yansıtıcı
D	1.77764	1.77764
Σ_a	0.0143676	0.0143676
S	1	0

Bu uygulama için eleman numaralandırması Şekil 3.2'de verilmektedir.

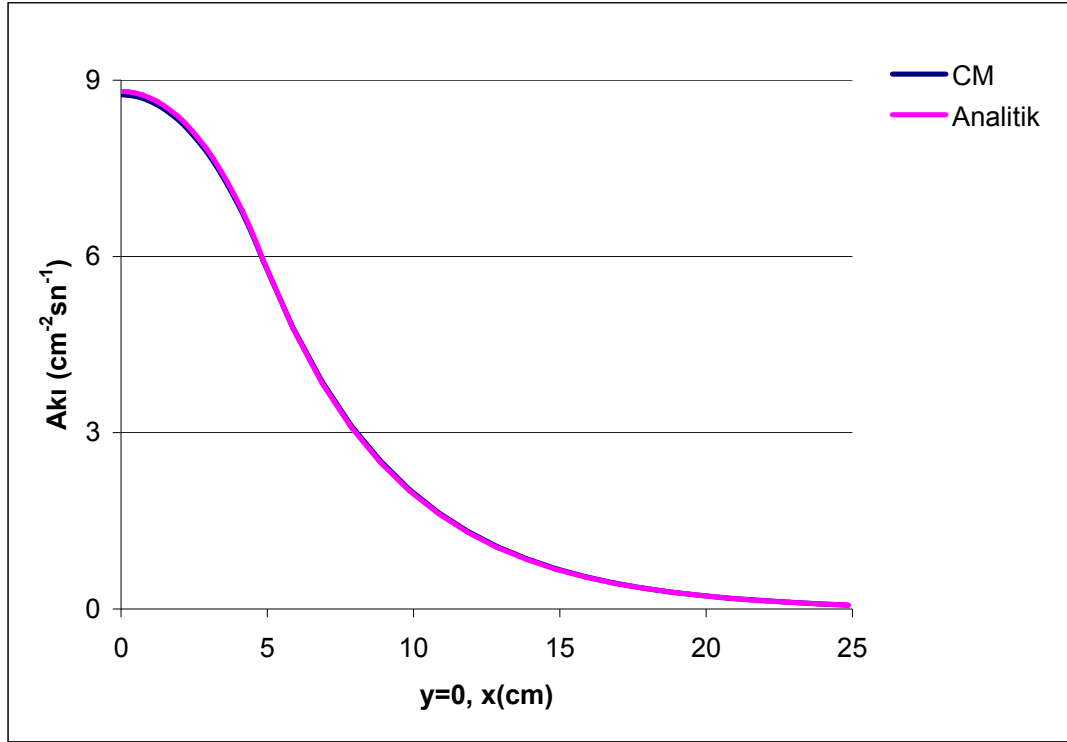


Şekil 3.2 Kalp 2x2; yansıtıcı 2x2 hücreye bölündüğünde eleman numaralandırması

Elde edilen akı değerleri Tablo 3.2'de, akı değerleri ve yutulma hızlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırması Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'de sunulmaktadır. Akı değerlerinin arayüzde ve $y=0$ eksenini boyunca analitik sonuçlar ile karşılaştırması ise Şekil 3.3 ile Şekil 3.4'te verilmektedir.



Şekil 3.3 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması



Şekil 3.4 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması

Tablo 3.2 Kalp 2x2; yansıtıcı 2x2 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar

Nod	Kalp Akıları	Yansıtıcı Akıları
1	8.815830	5.840430
2	8.131190	0.541144
3	5.840430	0.010475
4	8.006400	0.036560
5	7.369460	0.004126
6	5.383900	0.262817
7	5.378890	3.435680
8	4.981990	5.383900
9	3.435680	-

Tablo 3.3 Kalp ortalama akı ve yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Akı	Yutulma Hızı	Ortalama Akı Hatası	Yutulma Hızı Hatası
2X2	2X2	6.622227	2.247299	% 3.12	% 3.12
4x5	4x5	6.811014	2.311365	% 0.36	% 0.36
8x10	8x10	6.836157	2.319898	% 0.01	% 0.01
16x20	16x20	6.840244	2.321284	% 0.07	% 0.07

Tablo 3.4 Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Akı	Ortalama Akı Hatası
2X2	2X2	1.506363	28.80%
4x5	4x5	1.233545	5.47%
8x10	8x10	1.185939	1.40%
16x20	16x20	1.172666	0.27%

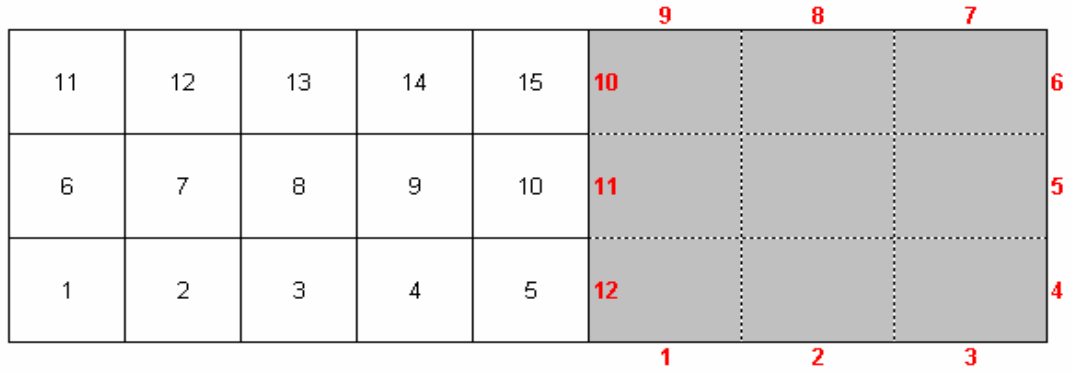
3.2 Tek Gruplu, İki Bölge Çoğaltıcı Ortam

Bu uygulamada sadece reaktör kalbinde fisil malzeme olduğu ve her iki bölge için de tek enerji grubu olduğu varsayılmıştır. $a=22.5$ cm, $b=20$ cm ve sistem ısı gücü $P=4000$ Wt/cm olarak alınmıştır. Analitik k_{et} değeri 1.361958625 olarak bulunmuştur. Bu uygulamada elde edilen sonuçlar FEM kullanan bir çalışma [6] ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Analitik hesaplamalar sonucu kalp ortalama akısı $2.67493E+13$ ($\text{cm}^{-2}\text{sn}^{-1}$) ve yansıtıcı ortalama akısı $6.33803E+12$ ($\text{cm}^{-2}\text{sn}^{-1}$) olarak elde edilmiştir. Uygulama sabitleri Tablo 3.5'de verilmektedir.

Tablo 3.5 Kalp ve yansıtıcı sabitleri

	Kalp	Yansıtıcı
D	0.87	0.87
Σ_r	0.01122	0.0033
$v\Sigma_f$	0.0230452	0
Σ_f	0.00921808	0

Bu uygulama için eleman numaralandırması Şekil 3.5'de; elde edilen k_{et} ve akı değerleri Tablo 3.6'da sunulmuştur.



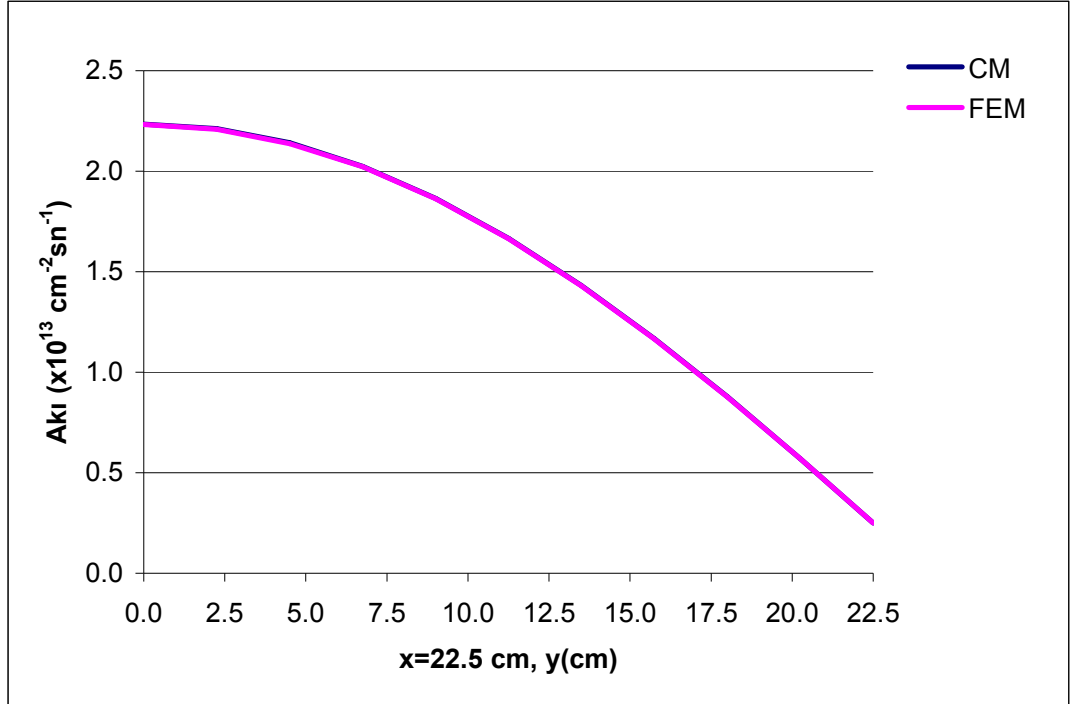
Şekil 3.5 Kalp 3x5; yansıtıcı 3x3 hücreye bölündüğünde eleman numaralandırması

Tablo 3.6 Kalp 3x5; yansıtıcı 3x3 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar

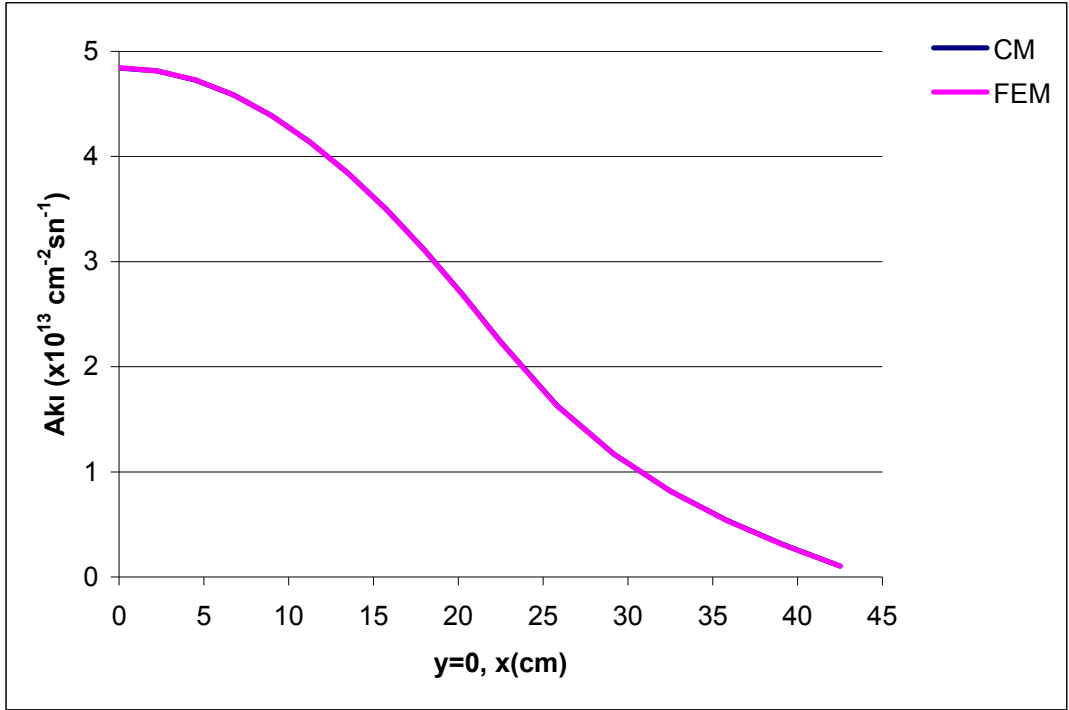
	$k_{et}=1.354105$	k_{et} Hata: %0.58
Nod	Kalp Akıları	Yansıtıcı Akıları
1	$4.95E+13$	$2.26E+13$
2	$4.84E+13$	$1.18E+13$
3	$4.49E+13$	$5.40E+12$
4	$3.92E+13$	$1.04E+12$
5	$3.17E+13$	$9.35E+11$
6	$2.26E+13$	$5.92E+11$
7	$4.38E+13$	$1.14E+11$
8	$4.28E+13$	$5.94E+11$
9	$3.97E+13$	$1.29E+12$
10	$3.47E+13$	$2.52E+12$
11	$2.80E+13$	$1.28E+13$
12	$2.01E+13$	$2.01E+13$

13	2.79E+13	-
14	2.72E+13	-
15	2.53E+13	-
16	2.21E+13	-
17	1.79E+13	-
18	1.28E+13	-
19	5.55E+12	-
20	5.42E+12	-
21	5.03E+12	-
22	4.39E+12	-
23	3.55E+12	-
24	2.52E+12	-

Akı değerlerinin arayüzde ve $y=0$ eksenı boyunca FEM yazılımı sonuçları ile karşılaştırması Şekil 3.6 ile Şekil 3.7’de verilmektedir. Bu uygulamada k_{et} , akı, fisyon ve yutulma hızı için FEM yazılımı ve NEDPCM yazılımından elde edilen sonuçlar Tablo 3.7, Tablo 3.8, Tablo 3.9, Tablo 3.10 ve Tablo 3.11’de karşılaştırılmaktadır.



Şekil 3.6 Kalp 10x10, yansıtıcı 10x10 hücre, arayüz akıları karşılaştırması



Şekil 3.7 Kalp 10x10, yansıtıcı 10x10 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması

Tablo 3.7 FEM ve NEDPCM uygulama sonuçları karşılaştırması

Kalp	Yansıtıcı	CM k_{et}	CM Hata	FEM k_{et}	FEM Hata
3x5	3x3	1.354105	0.58%	1.35397124	% 0.59
5x5	5x3	1.358929	0.22%	1.35795876	% 0.29
6x10	6x6	1.360011	0.14%	1.35996356	% 0.15
10x10	10x6	1.361227	0.05%	1.36095509	% 0.07

Tablo 3.8 Kalp ortalama akı karşılaştırması

Analitik	CM	CM Hata	FEM	FEM Hata
2.67493E+13	2.67494E+13	% 0.001	2.67493E+13	% 0.000

Tablo 3.9 Kalp yutulma hızı karşılaştırması

Analitik	CM	CM Hata	FEM	FEM Hata
1.51939E+14	1.51940E+14	% 0.001	1.51939E+14	% 0.000

Tablo 3.10 Kalb fisyon hızı karşılaştırması

Analitik	CM	CM Hata	FEM	FEM Hata
1.24830E+14	1.24830E+14	% 0.000	1.24830E+14	% 0.000

Tablo 3.11 Yansıtıcı ortalama akı karşılaştırması

Kalp	Yansıtıcı	CM	CM Hata	FEM	FEM Hata
3x5	3x3	6.47408E+12	% 2.147	6.45055E+12	% 1.775
5x5	5x3	6.53696E+12	% 3.139	6.46759E+12	% 2.044
6x10	6x6	6.37137E+12	% 0.526	6.36583E+12	% 0.439
10x10	10x6	6.38864E+12	% 0.799	6.37008E+12	% 0.506

3.3 İki Gruplu, İki Bölge ve Sabit Kaynaklı Sistem

Bu uygulamada her iki bölgede de iki enerji grubu olduğu; sadece reaktör kalbinde her iki grup için $1 \text{ cm}^{-2} \text{ sn}^{-1}$ değerinde birer sabit kaynak bulunduğu ve ortamda fisil malzeme olmadığı varsayılmıştır. $a=4.86 \text{ cm}$, $b=20 \text{ cm}$ olarak alınmıştır.

Uygulama sabitleri Tablo 3.12'de ve elde edilen akı değerleri Tablo 3.13'de sunulmuştur.

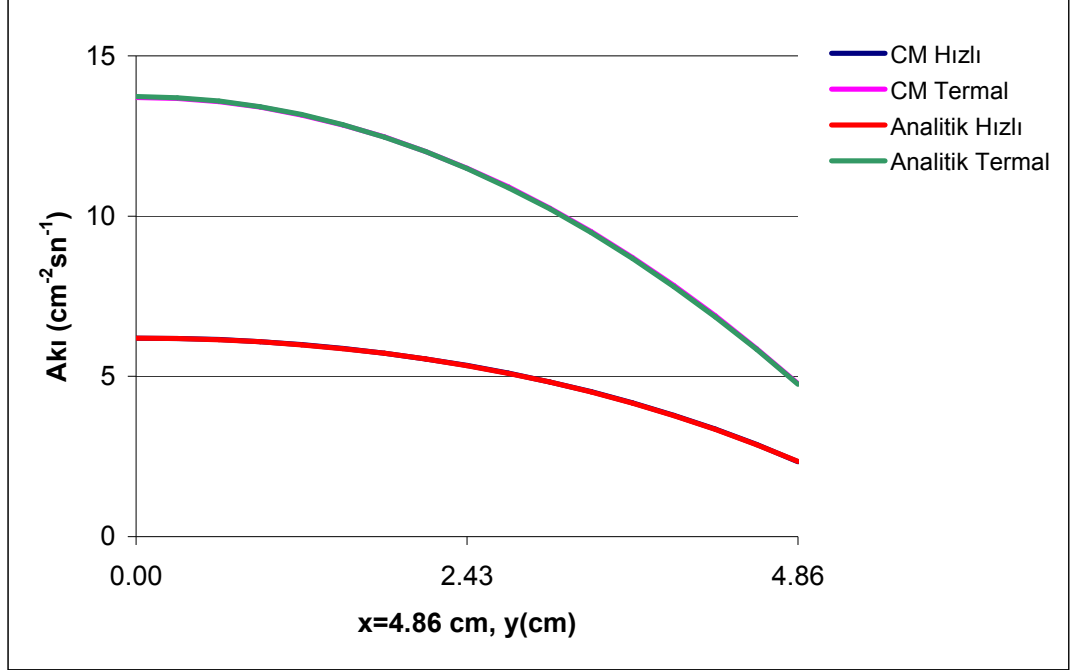
Tablo 3.12 Kalp ve yansıtıcı sabitleri

	Kalp	Yansıtıcı
D	0.6450	0.6450
Σ_{r1}	0.0494	0.0494
Σ_{r2}	0.0197	0.0197
Σ_{r1+2}	0.0490	0.0490

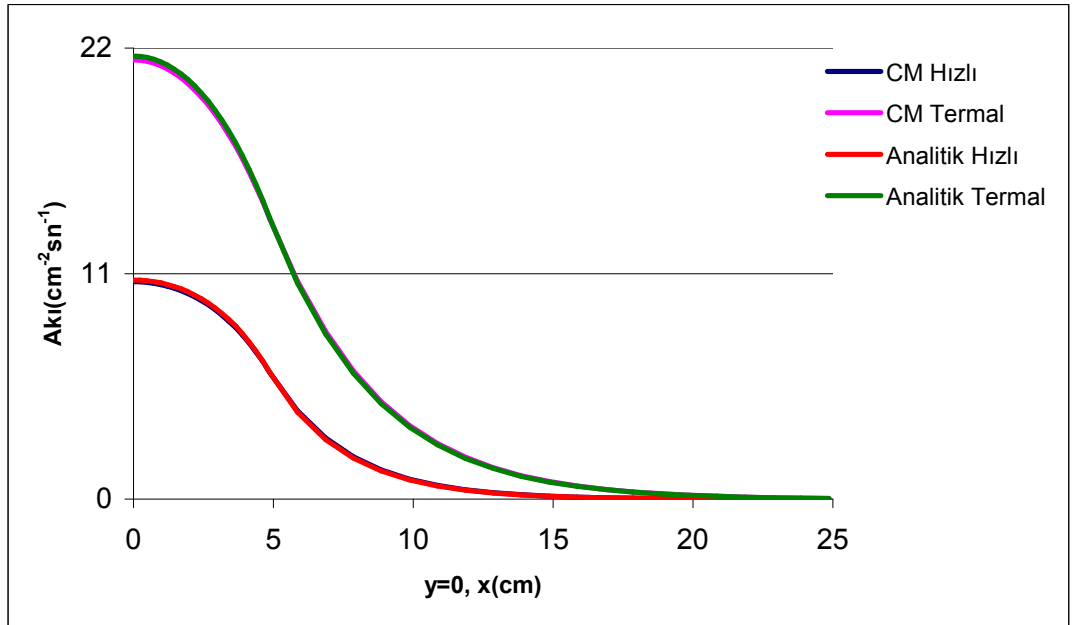
Tablo 3.13 Kalp 4x5; yansıtıcı 4x5 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar

Nod	Kalp Akıları		Yansıtıcı Akıları	
	Hızlı	Termal	Hızlı	Termal
1	10.681900	21.494100	6.199040	13.620000
2	10.540500	21.206700	1.397660	4.634610
3	10.099300	20.331200	0.302238	1.452530
4	9.305210	18.829000	0.064241	0.432019
5	8.065130	16.638600	0.013235	0.119413
6	6.199040	13.620000	0.001648	0.017446
7	10.348600	20.674700	0.001994	0.020367
8	10.212800	20.399300	0.001705	0.017590
9	9.787850	19.559600	0.001214	0.012584
10	9.020850	18.116300	0.000472	0.005146
11	7.819390	16.008900	0.003953	0.036561
12	6.076510	13.208300	0.018942	0.131317
13	9.292660	18.179600	0.089107	0.440539
14	9.173820	17.940700	0.383440	1.377860
15	8.800100	17.209800	2.269050	4.641220
16	8.117580	15.943800	4.189560	8.685900
17	7.033570	14.079100	5.400770	11.527200
18	5.400770	11.527200	6.076510	13.208300
19	7.338040	13.903200	-	-
20	7.248680	13.725300	-	-
21	6.965600	13.178000	-	-
22	6.439400	12.218400	-	-
23	5.566240	10.757800	-	-
24	4.189560	8.685900	-	-
25	4.167570	7.688750	-	-
26	4.119220	7.592950	-	-
27	3.965440	7.297480	-	-
28	3.676230	6.774900	-	-
29	3.187670	5.968010	-	-
30	2.269050	4.641220	-	-

Akı değerlerinin arayüzde ve $y=0$ eksenı boyunca analitik sonuçlar ile karşılaştırması Şekil 3.8 ile Şekil 3.9'da verilmektedir.



Şekil 3.8 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması



Şekil 3.9 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, $y=0$ boyunca akı karşılaştırması

Bu uygulama için elde edilen NEDPCM yazılımı sonuçları Tablo 3.14’de, Tablo 3.15 ve Tablo 3.16’da analitik sonuçlar ile karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır.

Tablo 3.14 Kalp ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Hızlı Akı	Ortalama Termal Akı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		7.513168	14.920575	-	
4x5	4x5	7.490883	14.820345	% 0.30	% 0.67
8x10	8x10	7.525357	14.930841	% 0.16	% 0.07
8x10	8x20	7.52129874	14.9284081	% 0.11	%0.05
16x10	16x10	7.533885	14.952965	% 0.28	% 0.22
16x10	16x20	7.529244	14.949717	% 0.21	% 0.20
16x20	16x20	7.530997	14.952956	% 0.24	% 0.22

Tablo 3.15 Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Hızlı Akı	Ortalama Termal Akı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		0.65898	1.95224	-	
4x5	4x5	0.777711	2.094908	% 18.02	% 7.31
8x10	8x10	0.688016	1.985079	% 4.41	% 1.68
8x10	8x20	0.662078	1.950161	% 0.47	% 0.11
16x10	16x10	0.689688	1.989847	% 4.66	% 1.93
16x10	16x20	0.663583	1.954873	% 0.70	% 0.13
16x20	16x20	0.663151	1.954095	% 0.63	% 0.10

Tablo 3.16 Kalp yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Hızlı Akı Yutulma Hızı	Termal Akı Yutulma Hızı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		0.070983	6.942635	-	
4x5	4x5	0.070773	6.895997	% 0.30	% 0.67
8x10	8x10	0.071098	6.947412	% 0.16	% 0.07
8x10	8x20	0.071060	6.946280	% 0.11	% 0.05
16x10	16x10	0.071179	6.957706	% 0.28	% 0.22
16x10	16x20	0.071135	6.956195	% 0.21	% 0.20
16x20	16x20	0.071152	6.957702	% 0.24	% 0.22

3.4 İki Gruplu, İki Bölge Çoğaltıcı Ortam

Bu uygulamada sadece reaktör kalbinde fisil malzeme olduğu ve her iki bölge için de iki enerji grubu olduğu varsayılmıştır. $a=4.86$ cm, $b=20$ cm; sistem ısı gücü $P=4000$ Wt/cm ve $\chi_1=1$, $\chi_2=0$ olarak alınmıştır. Analitik k_{et} değeri 1 olarak bulunmuştur. Bu uygulamada elde edilen sonuçlar BEM kullanan bir çalışma [25] ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Uygulama sabitleri Tablo 3.17’de verilmektedir.

Tablo 3.17 Kalp ve yansıtıcı sabitleri

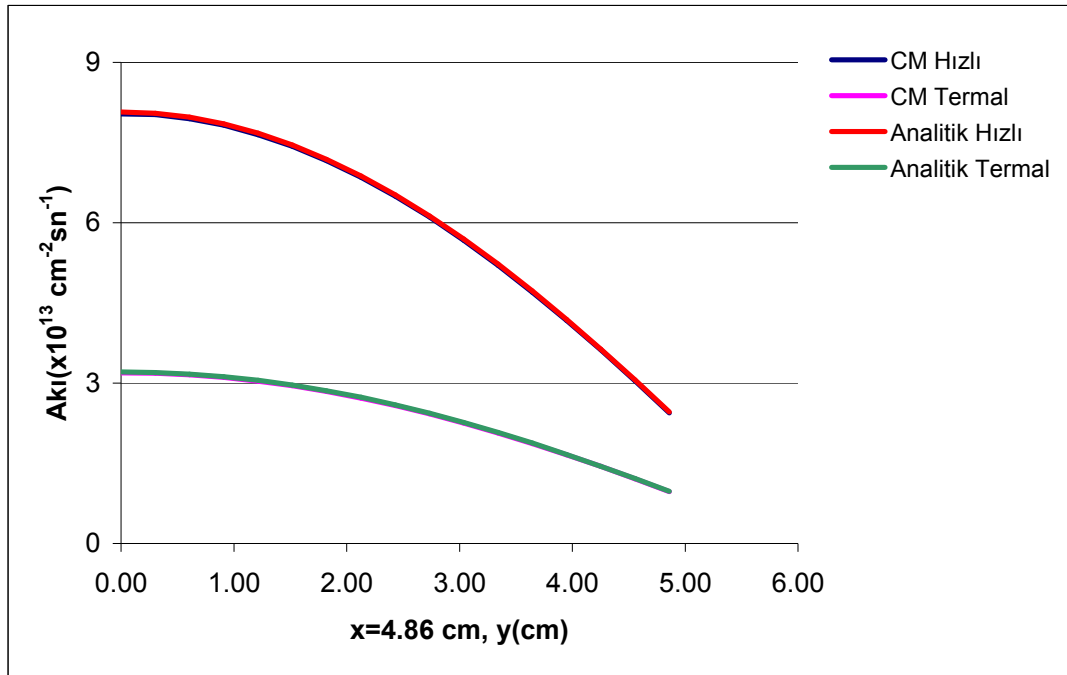
	Kalp	Yansıtıcı
D	0.6165356	0. 6165356
Σ_{r1}	0.080117	0.01021
Σ_{r2}	0.11484	0.00267
$v \Sigma_{f1}$	0.0815	0
$v \Sigma_{f2}$	0.17843	0
Σ_{f1}	0.03252	0
Σ_{f2}	0.071372	0
$\Sigma_{s1 \leftarrow 2}$	0.063567	0.01005

Elde edilen akı değerleri Tablo 3.18’de sunulmaktadır.

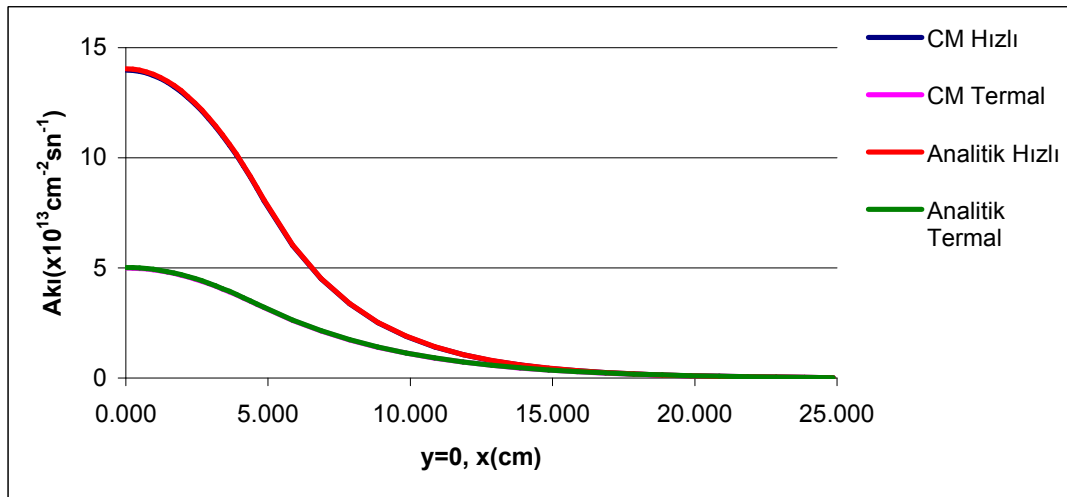
Tablo 3.18 Kalp 4x2; yansıtıcı 4x4 hücreye bölündüğünde elde edilen akılar

Nod	Kalp Akıları		Yansıtıcı Akıları	
	Hızlı	Termal	Hızlı	Termal
1	1.44E+14	5.11E+13	8.20E+13	3.19E+13
2	1.28E+14	4.59E+13	1.84E+13	1.07E+13
3	8.20E+13	3.19E+13	4.01E+12	3.08E+12
4	1.37E+14	4.86E+13	8.05E+11	7.31E+11
5	1.22E+14	4.36E+13	6.20E+10	1.95E+10
6	7.90E+13	3.07E+13	9.41E+10	7.53E+10
7	1.17E+14	4.13E+13	8.29E+10	7.11E+10
8	1.04E+14	3.70E+13	5.79E+10	4.80E+10
9	6.71E+13	2.61E+13	1.67E+10	1.75E+09
10	8.45E+13	2.99E+13	2.36E+11	2.22E+11
11	7.51E+13	2.68E+13	1.17E+12	9.17E+11
12	4.82E+13	1.88E+13	5.12E+12	3.13E+12
13	4.40E+13	1.56E+13	2.45E+13	9.60E+12
14	3.92E+13	1.40E+13	4.82E+13	1.88E+13
15	2.45E+13	9.60E+12	6.71E+13	2.61E+13
16	-	-	7.90E+13	3.07E+13

Akı değerlerinin arayüzde ve y=0 eksenı boyunca analitik sonuçlar ile karşılaştırması Şekil 3.10 ile Şekil 3.11’de verilmektedir.



Şekil 3.10 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, arayüz akıları karşılaştırması



Şekil 3.11 Kalp 16x20, yansıtıcı 16x20 hücre, y=0 boyunca akı karşılaştırması

Elde edilen k_{et} değerlerinin BEM yazılımı sonuçları ile karşılaştırması Tablo 3.19'da verilmektedir.

Tablo 3.19 Elde edilen k_{et} değerleri ve BEM çalışması ile karşılaştırılması

Kalb	Yansıtıcı	k_{et}	BEM	BEM Hata	CM Hata
4x2	4x4	0.990357	-	-	% 0.96
4x4	4x4	0.991850	-	-	% 0.81
4x5	4x5	0.994541	0.97826	% 2.17	% 0.55
8x4	8x10	0.998094	-	-	% 0.19
8x4	8x20	0.998002	-	-	% 0.20
8x4	8x40	0.997955	-	-	% 0.20
8x8	8x10	0.998827	-	-	% 0.12

8x8	8x20	0.998737	-	-	% 0.13
8x8	8x40	0.998690	-	-	% 0.13
8x10	8x10	0.998915	0.99288	% 0.71	% 0.11
8x10	8x20	0.998825	-	-	% 0.12
8x10	8x40	0.998778	-	-	% 0.12
16x10	16x10	0.999767	-	-	% 0.02
16x10	16x20	0.999766	-	-	% 0.02
16x20	16x20	0.999766	0.99781	% 0.22	% 0.02

Elde edilen akı değerleri, yutulma ve fisyon hızlarının analitik sonuçlar ile karşılaştırması Tablo 3.20, Tablo 3.21, Tablo 3.22 ve Tablo 3.23'de sunulmaktadır.

Tablo 3.20 Kalp ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Hızlı Akı	Ortalama Termal Akı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		9.0292E+13	3.2908E+13	-	
4x5	4x5	9.0484E+13	3.2820E+13	% 0.21	% 0.27
8x10	8x10	9.0337E+13	3.2887E+13	% 0.05	% 0.06
8x10	8x20	9.0322E+13	3.2894E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x10	9.0320E+13	3.2895E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x20	9.0304E+13	3.2902E+13	% 0.01	% 0.02
16x20	16x20	9.0303E+13	3.2903E+13	% 0.01	% 0.02

Tablo 3.21 Yansıtıcı ortalama akı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Ortalama Hızlı Akı	Ortalama Termal Akı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		1.0430E+13	5.5748E+12	-	
4x5	4x5	1.1547E+13	5.7062E+12	% 10.71	% 2.36
8x10	8x10	1.0729E+13	5.6127E+12	% 2.87	% 0.68
8x10	8x20	1.0503E+13	5.5814E+12	% 0.70	% 0.12
16x10	16x10	1.0741E+13	5.6183E+12	% 2.98	% 0.78
16x10	16x20	1.0515E+13	5.5878E+12	% 0.81	% 0.23
16x20	16x20	1.0508E+13	5.5855E+12	% 0.75	% 0.19

Tablo 3.22 Kalp yutulma hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Hızlı Akı Yutulma Hızı	Termal Akı Yutulma Hızı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		3.5296E+13	8.9262E+13	-	
4x5	4x5	3.5371E+13	8.9025E+13	% 0.21	% 0.27
8x10	8x10	3.5313E+13	8.9206E+13	% 0.05	% 0.06
8x10	8x20	3.5307E+13	8.9225E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x10	3.5306E+13	8.9227E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x20	3.5300E+13	8.9247E+13	% 0.01	% 0.02
16x20	16x20	3.5300E+13	8.9248E+13	% 0.01	% 0.02

Tablo 3.23 Kalp fisyon hızı analitik değerleri ile NEDPCM uygulaması sonuçlarının karşılaştırılması

Kalp	Yansıtıcı	Hızlı Akı Fisyon Hızı	Termal Akı Fisyon Hızı	Hızlı Akı Hata	Termal Akı Hata
Analitik		6.9354E+13	5.5475E+13	-	
4x5	4x5	6.9502E+13	5.5328E+13	% 0.21	% 0.27
8x10	8x10	6.9389E+13	5.5441E+13	% 0.05	% 0.06
8x10	8x20	6.9377E+13	5.5452E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x10	6.9375E+13	5.5454E+13	% 0.03	% 0.04
16x10	16x20	6.9364E+13	5.5466E+13	% 0.01	% 0.02
16x20	16x20	6.9363E+13	5.5467E+13	% 0.01	% 0.02

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bileşik Yöntem'in nötron difüzyonuna uygulanmasındaki amaç, hem FEM'in hem de BEM'in avantajlı yönlerini birarada kullanarak saf BEM ya da saf FEM uygulamalarından daha etkin bir yöntem oluşturulup oluşturulamayacağını araştırılmasıydı. Daha önce yapılan bazı çalışmalar, fisyon kaynağının bulunduğu bölgelerde FEM'in aynı ızgarayla (daha fazla bilinmeyen çıkartmak pahasına da olsa), BEM'e göre daha duyarlı sonuç verebileceği olasılığını ortaya koyuyordu. Ayrıca bu tür bölgelerde fisyon kaynağı hesabı için zaten bir iç ızgara girilmesi gereği BEM'in "iç ızgarasızlık" avantajını bir ölçüde yitirmesine yol açıyordu. Öte yandan fisyon kaynağı içermeyen bölgeler için ise hem iç ızgara gerektirmeyen hem de bilinmeyen sayısını çok azaltan BEM ideal görünüyordu. Bu bulgular ışığında bir fisyon kaynağı içeren (reaktör kalbi) ile bir de fisyon kaynağı içermeyen (yansıtıcı) bölgeden oluşan iki bölgeyi bir nükleer reaktör modelinde kalbe FEM, yansıtıcıya BEM uygulaması ümit vaadederek gözüküyordu.

Yapılan uygulamalar sonucunda, geliştirilen Bileşik Yöntem formülasyonunun uyarlandığı NEDPCM yazılımının sayısal sonuçlarının, ele alınan problemlerin analitik sonuçlarına yakınsadığı gözlenmiştir. Dört değişik problem tipi için yapılan karşılaştırmalar ile geliştirilen yöntem doğrulanmıştır. Tablo 3.7'de görüldüğü gibi aynı problemin saf lineer FEM ile çözümü ile hemen hemen aynı (hatta biraz daha az hatalı) sonuçları verdiği gözlemlenmiştir. Yine, Tablo 3.19'da da görüldüğü gibi yöntemin, aynı problemin saf BEM ile çözümünden elde edilen sonuçlara göre daha az hata içeren sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu gözlemler, başlangıçta Bileşik Yöntem konusundaki beklentilerimizin büyük ölçüde doğrulandığını göstermektedir.

Ele alınan çalışma bir prototip çalışma olduğu için iki boyutlu ve kartezyen geometride iki gruplu, iki bölgeyi nötron difüzyon denkleminde uygulanmıştır. Ancak, yöntemin çok gruplu ve çok bölgeyi nötron difüzyon denklemlerine çeşitli geometrilerde uygulanabilir olduğu kanısındayım. Ayrıca, yöntem nötron difüzyon denkleminde FEM ve BEM bölgeleri için lineer eleman yerine sabit ve kuadratik elemanlar alınarak da uygulanabilir. Bu tür uygulamaların ileride yapılacak araştırmalarda ele alınmasında yarar vardır. Bu araştırmada lineer sistem çözümü için dolaysız bir yöntem olan Crout yöntemi kullanılmış, lineer sistem çözümünde FEM'in simetrik ve bant genişlikli seyrek matris yapısından yeterince

yararlanılmamıştır. Lineer sistem çözümünde daha optimal yöntemlerin geliştirilerek kullanılması da gelecekte bu konuda yapılabilecek bir araştırma önerisi oluşturur.

KAYNAKLAR

- [1] **Zienkiewicz, O.C.**,1975. Methode der Finiten Elemente, Carl Hanser Verlag, Wien.
- [2] **Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L.**, c1989-1991. The Finite Element Method, McGraw-Hill, London-New York.
- [3] **Becker, E.B., Carey, G.F., Oden J. T.**, 1981. Finite Elements, P.Hall, London.
- [4] **Ackrod, R.T.**, 1997. Finite element Methods for Particle Transport , Research Studies Press LTD, England.
- [5] **Özgener, B.**, 1988. Sonlu elemanlar Yönteminin Üç boyutlu Çok Gruplu Difüzyon Denklemlerine Uygulanması, *Doktora Tezi*, İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, İstanbul.
- [6] **Kabadayı, Y.**,1994. Nötron Difüzyon Hesapları İçin Bir Genel Geometri Sonlu Elemanlar Yöntemi, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, İstanbul.
- [7] **Çavdar, Ş.**, 1995. İki Boyutlu İki Gruplu Nötron Difüzyon Denkleminin Çözümünde Sınır Elemanları Yönteminin Kullanılması, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, İstanbul.
- [8] **Brebbia, C.A., Dominguez, J.**, 1989. Boundary Elements An Introductory Course, Computational Mechanics Publications, UK.
- [9] **Brebbia, C.A., Telles, J.C.F., Wrobel, L.C.**, 1984. Boundary Element Techniques, Springer Verlag, Berlin.
- [10] **Ramachandran, P.A.**, 1994. Boundary Element Methods in Transport Phenomena, Computational Mechanics Publications, Southampton.
- [11] **Banerjee, P.K.**, c1994. The Boundary Element Methods In Engineering, McGraw-Hill, UK.
- [12] **Becker, A.A.**, 1992. The Boundary Element Method In Engineering, McGraw-Hill, UK.
- [13] **Beer, G., Watson, J.O.**, c1992. Introduction To Finite And Boundary Element Methods For Engineers, John Wiley, Chichester.
- [14] **Brebbia, C.A. and Georgiou, P.**, 1979. Combination of Boundary and Finite Elements in Elastostatics, *Appl. Math. Modell.*, **3** (2), 212-220.
- [15] **Zienkiewicz, O.C., Kelly D.W., Bettles P.**,1977. The Coupling Of Finite Element Method and Boundary Solution Procedures, *Int. Jou. Num. Meth. Eng.*, **11**, 335-375.
- [16] **Liolios, A., Pitilakis, Yeroyianni, M.**, 1998. A BEM-FEM Convolutional Approach to the Unilateral Contact Problem of Seismic Soil-Pipeline Interaction, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **22**, 77-81.
- [17] **Elleithy, W.M., Al-Gahtani**, 2000. An Overlapping Domain Decomposition Approach for Coupling The Finite and Boundary Element Methods, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **24**, 391-398.

- [18] **Kamiya, N., Iwase H., Kita E.**, 1996. Parallel computing For the Combination Method Of BEM And FEM, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **24**, 391-398.
- [19] **Lee, C., Royster L.H., Ciskowski, R.D.**, 1995. Formulation For An FE And BE Coupled Problem And Its Application To the Earmuff-Earcanal System, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **16**, 305-315.
- [20] **Li, Z.C., Bui, T.D.**, 1992. Coupling Techniques In Boundary-Combined Methods, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **10**, 75-85.
- [21] **Rudolphi, T.J.**, 1985. Nonhomogeneous Potential And Elasticity Problems By Combined Boundary And finite Elements, Advanced topics In Boundary Element Analysis, The American Society Of Mechanical Engineer, AMD-**Vol 72**, 113-131.
- [22] **WachPress, E. L.**, 1966. Iterative Solution Of Elliptic Systems, Prentice Hall, USA.
- [23] **Varga, S. R.**, 1962. Matrix Iterative Anaysis, Prentice Hall, USA.
- [24] **Stroud, A. H., Secrest, D.**, 1966. Gaussian Quadrature Formulas, Prentice-Hall, USA.
- [25] **Ozgener, H.A., Ozgener, B.**, 2001. A Multi-Region Boundary Element Method For Multigroup Neutron Diffusion Calculations, *Ann. of Nuc.En.*, **28**, 585-616.
- [26] **Ozgener, H.A., Ozgener, B.**, 1993. The Solution Of The Criticality Eigenvalue Problems In The Application Of The Boundary Element Method To The Neutron Diffusion Equation, *Annals of Nuclear Energy*, **20(7)**, 503-518.
- [27] **Ozgener, B.**, 1997. A Boundary Integral Equation For Boundary Element Applications In Multigroup Neutron Diffusion Theory, *Annals of Nuclear Energy*, **25(6)**, 347-357.
- [28] **Itagaki, M., Brebbia, C.A.**, 1991. Space-Dependent Core/Reflector Boundary Conditions Generated By The Boundary element Method For Pressurized Water Reactors, *Annals of Nuclear Energy*, **107**, 246-264.
- [29] **Maiani, M., Montagnini, B.**, 1996. A Boundary Element Response Matrix Methods For The Multigroup Neutron Diffusion Equations, *Annals of Nuclear Energy*, **26**, 1341-1369.
- [30] **Itagaki, M.**, 1985. Boundary Element Methods Applied to Two Dimensional Neutron Diffusion Problems, *Journal Of Nuclear Science And Technology*, **22(6)**, 565-583.
- [31] **Çavdar, Ş., Özgener H.A.**, 2001. Application Of The Constant Boundary Element Method To The Two Group-Two Dimensional Neutron Diffusion Equation, *F.Ü. Fen ve Müh. Bilimleri Dergisi*, **13(1)**, 339-344.
- [32] **Ozgener, B., Özgener H.A.**, 2000. Gaussian Quadrature For Singular Integrals In BEM Applications To The 2D Modified Helmholtz Equation, *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **24**, 259-269.
- [33] **Burden, R.L., Faires J.D.**, 1985. Numerical Anaysis, PWS Publishers.

EK A. DOĞRULAMADA KULLANILAN MODEL PROBLEMLERİN ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

Bu bölümde 2a kenar uzunluğuna sahip kare şeklinde bir reaktör kalbi ve x eksenini boyunca iki taraftan onu saran b kalınlığında yansıtıcıdan oluşmuş bir sistemin, dörtte birlik kısmı için sırasıyla, tek enerji gruplu sabit kaynaklı; iki enerji gruplu sabit kaynaklı; tek enerji gruplu çoğaltıcı ortam ve iki enerji gruplu çoğaltıcı ortam analitik çözümleri yer almaktadır.

EK A.1 Tek Gruplu, İki Bölge ve Sabit Kaynaklı Sistem

Analitik çözümü olanaklı kılmak için her iki bölge difüzyon sabiti eşit alınmıştır. Problemi modelleyen diferansiyel denklemler, S sabit kaynak olmak üzere;

$$\chi_c^2 = \frac{1}{(L^c)^2} = \frac{\sum_a^c}{D} \quad (A.1)$$

ve

$$\chi_r^2 = \frac{1}{(L^r)^2} = \frac{\sum_a^r}{D} \quad (A.2)$$

olmak üzere,

$$\frac{\partial^2 \Phi^c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^c(x, y)}{\partial y^2} - \chi_c^2 \Phi^c(x, y) = -\frac{S}{D} \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^r(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^r(x, y)}{\partial y^2} - \chi_r^2 \Phi^r(x, y) = 0 \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (A.4)$$

biçimindedirler. Sınır koşulları;

$$\left. \frac{\partial \Phi^c(x, y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \Phi^c(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (A.5)$$

$$\frac{1}{4} \Phi^c(x, a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^c(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0 \quad (A.6)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi^r(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (A.7)$$

$$\frac{1}{4} \Phi^r(x, a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^r(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a} = \frac{1}{4} \Phi^r(a+b, y) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^r(x, y)}{\partial x} \right|_{x=a+b} = 0 \quad (A.8)$$

ve iki bölge arasındaki arayüz koşulları da;

$$\Phi^c(a^-, y) = \Phi^r(a^+, y) \quad (A.9)$$

$$-D \frac{\partial \Phi^c(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^-} = -D \frac{\partial \Phi^r(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^+} \quad (A.10)$$

biçimindedir.

(A.3) denkleminin çözüm önerisi,

$$\Phi^c(x, y) = \Psi(x, y) + p(y) \quad (A.11)$$

biçimindedir. Bu öneri (A.3)'de yerine yerleştirilirse,

$$\frac{\partial^2 \Psi^c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^c(x, y)}{\partial y^2} - \chi_c^2 \Psi^c(x, y) = 0 \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.12)$$

$$\frac{\partial^2 p(y)}{\partial y^2} - \chi_c^2 p(y) = -\frac{S}{D} = q_0 \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.13)$$

biçiminde iki denklem elde edilir. (A.13) denkleminin çözümü (A.5) sınır koşullarından ilki uygulandıktan sonra,

$$p(y) = B \cosh(\chi_c y) - \frac{q_0}{\chi_c^2} \quad (A.14)$$

olarak elde edilir. (A.14) denkleminde (A.6) koşulu uygulanırsa;

$$B = \frac{q_0}{\chi_c^2} \frac{1}{\cosh(\chi_c a) + 2D\chi_c \sinh(\chi_c a)} \quad (A.15)$$

olarak elde edilir. (A.12) denkleminin çözümü ise,

$$\Psi^c(x, y) = X(x)Y(y) \quad (A.16)$$

ayrıklaştırması ve (A.5) sınır koşulları uygulandıktan sonra,

$$\chi_c^2 = \beta^2 - \gamma^2 \quad (A.17)$$

olmak üzere,

$$\Psi^c(x, y) = A \cosh(\beta x) \cos(\gamma y) \quad (A.18)$$

biçimindedir. Bu durumda kalp bölgesi akı dağılımı,

$$\xi = \frac{1}{\cosh(\chi_c a) + 2D\chi_c \sinh(\chi_c a)} \quad (A.19)$$

olmak üzere,

$$\Phi^c(x, y) = A \cosh(\beta x) \cos(\gamma y) + \frac{S}{\chi_c^2 D} (1 - \xi \cosh(\chi_c y)) \quad (A.20)$$

biçiminde olacaktır.

Yansıtıcı bölgesi için yine,

$$\Phi^r(x, y) = X(x)Y(y) \quad (A.21)$$

ayrıklaştırması ve (A.7) sınır koşulu uygulaması ile,

$$\chi_r^2 = \alpha^2 - \gamma^2 \quad (A.22)$$

ve

$$t = \frac{\sinh(\alpha(a+b)) + 2D\alpha \cosh(\alpha(a+b))}{\cosh(\alpha(a+b)) + 2D\alpha \sinh(\alpha(a+b))} \quad (A.23)$$

olmak üzere akı dağılımı,

$$\Phi^r(x, y) = B(\sinh(\alpha x) - t \cosh(\alpha x)) \cos(\gamma y) \quad (A.24)$$

olarak elde edilecektir. Bu denkleme (A.8) sınır koşullarından ilki uygulanacak olursa;

$$\gamma \tan(\gamma a) = \frac{1}{2D} \quad (A.25)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem çözüldüğünde γ , dolayısıyla α ve β değerleri de bulunmuş olacaktır.

(A.9) arayüz koşulu (A.20) ve (A.24) denklemlerine uygulanırsa;

$$B = A \frac{\cosh(\beta a)}{\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)} + \frac{S}{D\chi_c^2} \frac{1 - \xi \cosh(\chi_c y)}{\cos(\gamma y)} \frac{1}{\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)} \quad (A.26)$$

ve (A.10) koşulu uygulanırsa,

$$\eta = \frac{\cosh(\alpha a) - t \sinh(\alpha a)}{\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)} \quad (A.27)$$

olmak üzere,

$$A = \frac{\alpha \eta}{\beta \sinh(\beta a) - \alpha \eta \cosh(\beta a)} \frac{1 - \xi \cosh(\chi_c y)}{\cos(\gamma y)} \frac{S}{D\chi_c^2} \quad (A.28)$$

olarak elde edilecektir.

Kalp bölgesi ortalama akısı, V sistem dörtte birlik hacmi olmak üzere,

$$\bar{\Phi}_c = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi^c(x, y) dx dy \quad (A.29)$$

ve kalp yutulma reaksiyon hızı,

$$R_{a,c} = \int_0^a \int_0^a \sum_a^c \Phi^c(x,y) dx dy \quad (A.30)$$

olarak verilmektedir.

EK A.2 Tek Gruplu, İki Bölgeli Çoğaltıcı Ortam

Bu sistemde, analitik çözümü olanaklı kılmak için her iki bölge difüzyon sabiti eşit alınmıştır:

$$(L^c)^2 = \frac{D}{\sum_a^c} \quad (A.31)$$

ve

$$B_m^2 = \frac{\frac{1}{k_{et}} \frac{\sum_f^c}{\sum_a^c} - 1}{(L^c)^2} \quad (A.32)$$

olmak üzere, kalp bölgesini modelleyen diferansiyel denklem ve sınır koşulları,

$$\frac{\partial^2 \Phi^c(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^c(x,y)}{\partial y^2} + B_m^2 \Phi^c(x,y) = 0 \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.33)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi^c(x,y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \Phi^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (A.34)$$

$$\frac{1}{4} \Phi^c(x,a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0 \quad (A.35)$$

biçimindedir. Yansıtıcı bölgesini modelleyen diferansiyel denklem ve sınır koşulları ise,

$$(L^r)^2 = \frac{D}{\sum_a^r} \quad (A.36)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^r(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^r(x,y)}{\partial y^2} - \frac{1}{(L^r)^2} \Phi^r(x,y) = 0 \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (A.37)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi^r(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (A.38)$$

$$\frac{1}{4} \Phi^r(x,a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^r(x,y)}{\partial y} \right|_{y=a} = \frac{1}{4} \Phi^r(a+b,y) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi^r(x,y)}{\partial x} \right|_{x=a+b} = 0 \quad (A.39)$$

ve iki bölge arasındaki arayüz koşulları da,

$$\Phi^c(a^-, y) = \Phi^r(a^+, y) \quad (A.40)$$

$$-D \frac{\partial \Phi^c(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^-} = -D \frac{\partial \Phi^r(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^+} \quad (A.41)$$

biçimindedir.

(A.33) denkleminin analitik çözümünü bulmak için;

$$\Phi^c(x, y) = X(x)Y(y) \quad (A.42)$$

olduğu varsayılmaktadır. (A.42) varsayımı (A.33) denklemine yerleştirilirse,

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -B_x^2 \quad (A.43)$$

$$\frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -B_y^2 \quad (A.44)$$

$$B_m^2 = B_x^2 + B_y^2 \quad (A.45)$$

elde edilir. Bu denklemlerin çözüm önerilerine (A.34)'deki yansıtıcı sınır koşulları uygulanırsa,

$$X(x) = A_x \cos(B_x x) \quad (A.46)$$

$$Y(y) = A_y \cos(B_y y) \quad (A.47)$$

sonuçları elde edilecektir. Elde edilen bu sonuçlar (A.42) denklemine yerleştirilirse,

$$\Phi^c(x, y) = A \cos(B_x x) \cos(B_y y) \quad (A.48)$$

ve (A.35) sınır koşulu kullanılırsa,

$$\tan(B_y a) = \frac{1}{2DB_y} \quad (A.49)$$

elde edilir. Bu denklem sayısal olarak çözülerek B_y bulunabilir.

Yine (A.37) denkleminin analitik çözümünü bulmak için;

$$\Phi^r(x, y) = X(x)Y(y) \quad (A.50)$$

olduğu varsayılmaktadır. (A.50) varsayımı (A.37) denklemine yerleştirilirse,

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = \alpha^2 \quad (A.51)$$

$$\frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -B_y^2 \quad (A.52)$$

$$\frac{1}{(L^r)^2} = \alpha^2 - B_y^2 \quad (A.53)$$

ve B_y bilindiğine göre,

$$\alpha = \left(\frac{1}{(L^r)^2} + B_y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (A.54)$$

olarak elde edilir. (A.51) ve (A.52) denklemlerinin çözüm önerileri, (A.52) çözüm önerisine (A.38) yansıtıcı sınır koşulu uygulanarak,

$$X(x) = E_x \cosh(\alpha x) + F_x \sinh(\alpha x) \quad (A.55)$$

$$Y(y) = E_y \cos(B_y y) \quad (A.56)$$

biçimindedirler. Buna göre (A.50),

$$\Phi^r(x, y) = [E \cosh(\alpha x) + F \sinh(\alpha x)] \cos(B_y y) \quad (A.57)$$

olarak elde edilir. (A.57)'ye (A.39) sınır koşullarından ikincisi uygulanırsa,

$$t = \frac{\sinh(\alpha(a+b)) + 2D\alpha \cosh(\alpha(a+b))}{\cosh(\alpha(a+b)) + 2D\alpha \sinh(\alpha(a+b))} \quad (A.58)$$

olmak üzere katsayılar arasında,

$$E = -t.F$$

bağıntısı elde edilir ve (A.57) denklemi

$$\Phi^r(x, y) = F[\sinh(\alpha x) - t \cosh(\alpha x)] \cos(B_y y) \quad (A.59)$$

biçimine dönüşür. (A.48) ve (A.59) bağıntılarına (A.40) ve (A.41) arayüz koşulları uygulanırsa,

$$A \cos(B_x a) = F[\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)] \quad (A.60)$$

ve

$$-AB_x \sin(B_x a) = F\alpha[\cosh(\alpha a) - t \sinh(\alpha a)] \quad (A.61)$$

elde edilir. (A.61), (A.60)'a bölünürse,

$$B_x \tan(B_x a) = -\alpha \frac{\cosh(\alpha a) - t \sinh(\alpha a)}{\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)} \quad (A.62)$$

elde edilecektir. Bu bağıntı yardımıyla da B_x , (A.45) dolayısıyla da B_m bulunmuş olur. Bu durumda (A.32) bağıntısı yeniden düzenlenirse,

$$k_{et} = \frac{v \sum_f^c}{\sum_a^c} \frac{1}{1 + (L^c)^2 B_m^2} \quad (A.63)$$

yardımla k_{et} bulunur.

(A.48) denklemindeki A katsayısı, P reaktör ısıl gücünü, w_f fisyon başına açığa çıkan enerjiyi göstermek üzere,

$$A = \frac{P}{w_f \sum_f^c \left[\int_0^a \cos(B_x x) dx \right] \left[\int_0^a \cos(B_y y) dy \right]} = \frac{PB_x B_y}{w_f \sum_f^c \sin(B_x a) \sin(B_y a)} \quad (A.64)$$

ifadesi kullanılarak elde edilecektir.

(A.59) ifadesindeki F katsayısı da (A.60) kullanılarak,

$$F = A \frac{\cos(B_x a)}{\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)} \quad (A.65)$$

elde edilebilir.

Böylece mutlak akı dağılımları,

$$\Phi^c(x, y) = \frac{PB_x B_y}{w_f \sum_f^c \sin(B_x a) \sin(B_y a)} \cos(B_x x) \cos(B_y y) \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.66)$$

$$\Phi^r(x, y) = \frac{PB_x B_y}{w_f \sum_f^c \tan(B_x a) \sin(B_y a) [\sinh(\alpha a) - t \cosh(\alpha a)]} \cdot [\sinh(\alpha x) - t \cosh(\alpha x)] \cos(B_y y) \quad a \leq x \leq a + b, 0 \leq y \leq a \quad (A.67)$$

olarak elde edilecektir.

Kalp bölgesi ortalama akısı, V sistem dörtte birlik hacmi olmak üzere,

$$\bar{\Phi}_c = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi^c(x, y) dx dy \quad (A.68)$$

ve kalp yutulma reaksiyon hızı,

$$R_{a,c} = \int_0^a \int_0^a \sum_a^c \Phi^c(x, y) dx dy \quad (A.69)$$

ve kalp fisyon hızı,

$$R_{f,c} = \int_0^a \int_0^a \sum_f^c \Phi^c(x, y) dx dy \quad (A.70)$$

olarak verilmektedir.

EK A.3 İki Gruplu, İki Bölge ve Sabit Kaynaklı Sistem

Bu sistemde, analitik çözümü olanaklı kılmak için her iki bölge ve grup için difüzyon sabiti eşit alınmıştır. Kalp bölgesini modelleyen denklemler ve sınır koşulları;

$$\chi_{1,c}^2 = \frac{1}{L_{1,c}^2} = \frac{\Sigma_{a,1}^c}{D}; \quad \chi_{2,c}^2 = \frac{1}{L_{2,c}^2} = \frac{\Sigma_{a,2}^c}{D} \quad (A.71)$$

olmak üzere,

$$\frac{\partial^2 \Phi_1^c(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1^c(x,y)}{\partial y^2} - \chi_{1,c}^2 \Phi_1^c(x,y) = -\frac{S_1}{D} \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_2^c(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2^c(x,y)}{\partial y^2} - \chi_{2,c}^2 \Phi_2^c(x,y) \\ = -\frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}^c \Phi_1^c(x,y)}{D} - \frac{S_2}{D} \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.73)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.74)$$

$$\frac{1}{4} \Phi_g^c(x,a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.75)$$

ve yansıtıcı bölgesini modelleyen diferansiyel denklem ve sınır koşulları,

$$\chi_{1,r}^2 = \frac{1}{L_{1,r}^2} = \frac{\Sigma_{a,1}^r}{D}; \quad \chi_{2,r}^2 = \frac{1}{L_{2,r}^2} = \frac{\Sigma_{a,2}^r}{D} \quad (A.76)$$

olmak üzere,

$$\frac{\partial^2 \Phi_1^r(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1^r(x,y)}{\partial y^2} - \chi_{1,r}^2 \Phi_1^r(x,y) = 0 \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (A.77)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_2^r(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2^r(x,y)}{\partial y^2} - \chi_{2,r}^2 \Phi_2^r(x,y) \\ = -\frac{\Sigma_{s2 \leftarrow 1}^r \Phi_1^r(x,y)}{D} \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.78)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_g^r(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.79)$$

$$\frac{1}{4} \Phi_g^r(a+b,y) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^r(x,y)}{\partial x} \right|_{x=a+b} = \frac{1}{4} \Phi_g^r(x,a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^r(x,y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.80)$$

ve iki bölge arasındaki arayüz koşulları da,

$$\Phi_g^c(a^-, y) = \Phi_g^r(a^+, y), \quad g = 1, 2 \quad (A.81)$$

$$-D \frac{\partial \Phi_g^c(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^-} = -D \frac{\partial \Phi_g^r(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=a^+}, \quad g = 1, 2 \quad (A.82)$$

biçimindedir.

(A.72) ve (A.73) denklemlerinin çözüm önerileri,

$$\Phi_1^c(x, y) = \Psi_1^c(x, y) + p_1^c(y) \quad (A.83)$$

$$\Phi_2^c(x, y) = \Psi_2^c(x, y) + p_2^c(y) \quad (A.84)$$

biçimindedir. (A.83) önerisi (A.72)'de yerine yerleştirilirse,

$$\frac{\partial^2 \Psi_1^c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1^c(x, y)}{\partial y^2} - \chi_{1,c}^2 \Psi_1^c(x, y) = 0 \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.85)$$

$$\frac{\partial^2 p_1(y)}{\partial y^2} - \chi_{1,c}^2 p_1(y) = -\frac{S_1}{D} = q_1 \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.86)$$

ve (A.84) önerisi (A.73)'de yerine yerleştirilirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi_2^c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2^c(x, y)}{\partial y^2} - \chi_{2,c}^2 \Psi_2^c(x, y) \\ = -\frac{\sum_{s,2 \leftarrow 1}^c}{D} \Psi_1^c(x, y) \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.87)$$

$$\frac{\partial^2 p_2(y)}{\partial y^2} - \chi_{2,c}^2 p_2(y) = -\frac{\sum_{s,2 \leftarrow 1}^c}{D} p_1(y) - \frac{S_2}{D} \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \quad (A.88)$$

denklemleri elde edilir. (A.86) denkleminin çözümü (A.74) sınır koşullarından ilki uygulandıktan sonra,

$$p_1(y) = B \cosh(\chi_{1,c} y) - \frac{q_1}{\chi_{1,c}^2} \quad (A.89)$$

olarak elde edilir. Bu denkleme (A.75) sınır koşulu uygulanırsa B katsayısı,

$$B = \frac{q_1}{\chi_{1,c}^2} \frac{1}{\cosh(\chi_{1,c} a) + 2D\chi_{1,c} \sinh(\chi_{1,c} a)} \quad (A.90)$$

olarak elde edilir.

(A.85) denkleminin çözümü ise,

$$\Psi_1^c(x, y) = X_1^c(x) Y_1^c(y) \quad (A.91)$$

ayrıklaştırması ve (A.74) sınır koşulları uygulandıktan sonra,

$$\chi_{1,c}^2 = \beta^2 - \gamma^2 \quad (\text{A.92})$$

olmak üzere,

$$\Psi_1^c(x, y) = A \cosh(\beta x) \cos(\gamma y) \quad (\text{A.93})$$

biçimindedir. Bu durumda kalp akı dağılımı,

$$\xi = \frac{1}{\cosh(\chi_{1,c} a) + 2D\chi_{1,c} \sinh(\chi_{1,c} a)} \quad (\text{A.94})$$

olmak üzere;

$$\Phi_1^c(x, y) = A \cosh(\beta x) \cos(\gamma y) + \frac{q_1}{\chi_{1,c}^2} (\xi \cosh(\chi_{1,c} y) - 1) \quad (\text{A.95})$$

olarak elde edilecektir.

(A.88) denkleminin çözümü ise sınır koşulları uygulandıktan sonra,

$$s_{12}^c = \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1}^c}{D(\chi_{1,c}^2 - \chi_{2,c}^2)} \quad (\text{A.96})$$

$$\rho = \frac{\sum_{s2 \leftarrow 1}^c}{D^2 \chi_{2,c}^2} \frac{S_1}{\chi_{1,c}^2} + \frac{S_2}{D \chi_{2,c}^2} \quad (\text{A.97})$$

olmak üzere,

$$p_2(y) = E \cosh(\chi_{2,c} y) - s_{12}^c B \cosh(\chi_{1,c} y) + \rho \quad (\text{A.98})$$

biçimindedir. Bu bağıntıya (A.75) sınır koşulu uygulanırsa E katsayısı,

$$\lambda = \frac{1}{\cosh(\chi_{2,c} a) + 2D\chi_{2,c} \sinh(\chi_{2,c} a)} \quad (\text{A.99})$$

olmak üzere,

$$E = s_{12}^c \lambda \xi^{-1} B - \rho \lambda \quad (\text{A.100})$$

olarak elde edilmektedir. Buna göre, (A.90) bağıntısı kullanılarak,

$$p_2(y) = -s_{12}^c \frac{S_1}{D \chi_{1,c}^2} (\lambda \cosh(\chi_{2,c} y) - \xi \cosh(\chi_{1,c} y)) + \rho (1 - \lambda \cosh(\chi_{2,c} y)) \quad (\text{A.101})$$

denklemini elde edilir.

(A.87) denkleminin çözümünün,

$$\Psi_2^c(x, y) = X_2^c(x) \cos(\gamma y) \quad (\text{A.102})$$

biçiminde olduğu varsayılmaktadır. Bu varsayım (A.87)'ye yerleştirilirse,

$$\eta^2 = \gamma^2 + \chi_{2,c}^2 \quad (\text{A.103})$$

olmak üzere,

$$\frac{d^2 X_2^c(x)}{dx^2} - \eta^2 X_2^c(x) = -\frac{\sum_{s2 \leftarrow 1}^c A \cosh(\beta x)}{D} \quad (\text{A.104})$$

denklemini elde edilecektir. Bu denklemin çözümü,

$$X_2^c(x) = F \cosh(\eta x) + F' \sinh(\eta x) - s_{12}^c A \cosh(\beta x) \quad (\text{A.105})$$

biçimindedir. Bu çözüme (A.74) sınır koşullarından ilki uygulanırsa (A.105) denklemini,

$$X_2^c(x) = F \cosh(\eta x) - s_{12}^c A \cosh(\beta x) \quad (\text{A.106})$$

olarak elde edilir. Buna göre,

$$\Psi_2^c(x, y) = [F \cosh(\eta x) - s_{12}^c A \cosh(\beta x)] \cos(\gamma y) \quad (\text{A.107})$$

olarak elde edilir. Bu durumda kalp ikinci grup akı dağılımı,

$$\begin{aligned} \Phi_2^c(x) = & \cos(\gamma y) [F \cosh(\eta x) - s_{12}^c A \cosh(\beta x)] \\ & - s_{12}^c \frac{S_1}{\chi_{1,c}^2 D} (\lambda \cosh(\chi_{2,c} y) - \xi \cosh(\chi_{1,c} y)) + \rho(1 - \lambda \cosh(\chi_{2,c} y)) \end{aligned} \quad (\text{A.108})$$

biçiminde olacaktır. ξ katsayısı (A.94) bağıntısıyla bilinmektedir.

(A.77) ve (A.78) yansıtıcı bölgesi denklemlerinin çözümü için yine,

$$\Phi_1^r(x, y) = X_1^r(x) \cos(\gamma y) \quad (\text{A.109})$$

$$\Phi_2^r(x, y) = X_2^r(x) \cos(\gamma y) \quad (\text{A.110})$$

varsayımları yapılır. (A.109) varsayımı (A.77)'ye yerleştirilirse,

$$\zeta^2 = \gamma^2 + \chi_{1,r}^2 = \gamma^2 + \frac{\sum_{a,1}^r}{D} \quad (\text{A.111})$$

olmak üzere,

$$\frac{d^2 X_1^r(x)}{dx^2} - \zeta^2 X_1^r(x) = 0 \quad (\text{A.112})$$

elde edilecektir. (A.112)'nin çözümü,

$$X_1^r(x) = E' \cosh(\zeta x) + E \sinh(\zeta x) \quad (\text{A.113})$$

olarak elde edilecektir. (A.110) varsayımı da (A.78)'e yerleştirilecek olursa,

$$\mu^2 = \gamma^2 + \chi_{2,r}^2 = \gamma^2 + \frac{\sum_{a,2}^r}{D} \quad (\text{A.114})$$

olmak üzere

$$\frac{d^2 X_2^r(x)}{dx^2} - \mu^2 X_2^r(x) = -\frac{\sum_{s=2 \leftarrow 1}^r X_1^r(x)}{D} \quad (\text{A.115})$$

biçimindedir. (A.115)'in çözümü,

$$s_{12}^r = \frac{\sum_{s,2 \leftarrow 1}^r}{D(\chi_{1,r}^2 - \chi_{2,r}^2)} \quad (\text{A.116})$$

olmak üzere,

$$X_2^r(x) = F' \cosh(\mu x) + F \sinh(\mu x) - s_{12}^r (E' \cosh(\zeta x) + E \sinh(\zeta x)) \quad (\text{A.117})$$

biçimindedir. (A.113) ve (A.117) çözümlerine (A.80) sınır koşullarından ilki uygulanacak olursa,

$$t_1 = \frac{\cosh(\zeta(a+b)) + 2D\zeta \sinh(\zeta(a+b))}{\sinh(\zeta(a+b)) + 2D\zeta \cosh(\zeta(a+b))} \quad (\text{A.118})$$

$$t_2 = \frac{\cosh(\mu(a+b)) + 2D\mu \sinh(\mu(a+b))}{\sinh(\mu(a+b)) + 2D\mu \cosh(\mu(a+b))} \quad (\text{A.119})$$

ve

$$E = -t_1 E' \quad (\text{A.120})$$

$$F = -t_2 F' \quad (\text{A.121})$$

olmak üzere çözüm,

$$X_1^r(x) = E' (\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) \quad (\text{A.122})$$

$$X_2^r(x) = F' (\cosh(\mu x) - t_2 \sinh(\mu x)) - s_{12}^r E' (\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) \quad (\text{A.123})$$

biçiminde elde edilecektir. Böylece ikinci bölge içindeki akı dağılımları,

$$\Phi_1^r(x, y) = E' (\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) \cos(\gamma y) \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (\text{A.124})$$

$$\Phi_2^r(x, y) = [F' (\cosh(\mu x) - t_2 \sinh(\mu x)) - E' s_{12}^r (\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x))] \cos(\gamma y) \quad (\text{A.125})$$

olarak elde edilecektir.

(A.124) denkleminde (A.80) sınır koşullarından ikincisi uygulanırsa;

$$\gamma \tan(\gamma a) = \frac{1}{2D} \quad (\text{A.126})$$

denklemini elde edilir. Bu denklem çözülerek γ , dolayısıyla β , η , μ de bulunmuş olur.

(A.95), (A.108) ve (A.124), (A.125) denklemlerine (A.81) ve (A.82) arayüz koşulları uygulanırsa katsayılar,

$$\varepsilon = \frac{1}{\cosh(\zeta a) - t_1 \sinh(\zeta a)} \quad (\text{A.127})$$

olmak üzere,

$$E' = A\varepsilon \cosh(\beta a) + \varepsilon \frac{q_1}{\chi_{1c}^2} \frac{\xi \cosh(\chi_{1c} y) - 1}{\cos(\gamma y)} \quad (\text{A.128})$$

ve

$$\varphi = \frac{\sinh(\zeta a) - t_1 \cosh(\zeta a)}{\cosh(\zeta a) - t_1 \sinh(\zeta a)} \quad (\text{A.129})$$

$$\sigma = \frac{1}{\varphi \zeta \cosh(\beta a) - \beta \sinh(\beta a)} \quad (\text{A.130})$$

olmak üzere,

$$A = -\sigma \zeta \varphi \frac{q_1}{\chi_{1c}^2} \frac{\xi \cosh(\chi_{1c} y) - 1}{\cos(\gamma y)} \quad (\text{A.131})$$

ve

$$\begin{aligned} F = F' & \frac{\cosh(\mu a) - t_2 \sinh(\mu a)}{\cosh(\eta a)} + s_{12}^c A \frac{\cosh(\beta a)}{\cosh(\eta a)} \\ & - s_{12}^r E' \frac{\cosh(\zeta a) - t_1 \sinh(\zeta a)}{\cosh(\eta a)} \\ & + s_{12}^c \frac{S_1}{\chi_{1c}^2 D} \left(\frac{\lambda \cosh(\chi_{2c} y) - \xi \cosh(\chi_{1c} y)}{\cos(\gamma y) \cosh(\eta a)} \right) \\ & - \rho \left(\frac{1 - \lambda \cosh(\chi_{2c} y)}{\cos(\gamma y) \cosh(\eta a)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.132})$$

ve

$$\vartheta = \sinh(\mu a) - t_2 \cosh(\mu a) \quad (\text{A.133})$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} F' = & \frac{As_{12}^c \beta \sinh(\beta a) - E' s_{12}^r \zeta (\sinh(\zeta a) - t_1 \cosh(\zeta a))}{\eta (\cosh(\mu a) - t_2 \sinh(\mu a)) \tanh(\eta a) - \mu \vartheta} \\ & - \frac{\eta \tanh(\eta a)}{\eta (\cosh(\mu a) - t_2 \sinh(\mu a)) \tanh(\eta a) - \mu \vartheta} \left[s_{12}^c A \cosh(\beta a) \right. \\ & - s_{12}^r E' (\cosh(\zeta a) - t_1 \sinh(\zeta a)) \\ & \left. + s_{12}^c \frac{S_1}{\chi_{1c}^2 D} \left(\frac{\lambda \cosh(\chi_{2c} y) - \xi \cosh(\chi_{1c} y)}{\cos(\gamma y)} \right) - \rho \left(\frac{1 - \lambda \cosh(\chi_{2c} y)}{\cos(\gamma y)} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.134})$$

olarak bulunurlar.

Kalp bölgesi ortalama akıları, V sistem dörtte birlik hacmi olmak üzere,

$$\bar{\Phi}_{1,c} = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi_1^c(x,y) dx dy \quad (A.135)$$

$$\bar{\Phi}_{2,c} = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi_2^c(x,y) dx dy \quad (A.136)$$

ve kalp yutulma reaksiyon hızları,

$$R_{a,1,c} = \int_0^a \int_0^a \sum_{a,1}^c \Phi_1^c(x,y) dx dy \quad (A.137)$$

$$R_{a,2,c} = \int_0^a \int_0^a \sum_{a,2}^c \Phi_2^c(x,y) dx dy \quad (A.138)$$

olarak verilmektedir.

EK A.4 İki Gruplu, İki Bölgeli Çoğaltıcı Ortam

Yine analitik çözümü olanaklı kılmak için her iki bölge ve grup için difüzyon sabiti eşit alınmıştır. Kalp bölgesini modelleyen denklemler ve sınır koşulları;

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial^2 \Phi_1^c(x,y)}{\partial x^2} - D \frac{\partial^2 \Phi_1^c(x,y)}{\partial y^2} + (\sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c) \Phi_1^c(x,y) \\ = v_2 \sum_{f,2}^c \Phi_2^c(x,y) \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.139)$$

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial^2 \Phi_2^c(x,y)}{\partial x^2} - D \frac{\partial^2 \Phi_2^c(x,y)}{\partial y^2} + \sum_{a,2}^c \Phi_2^c(x,y) \\ = \sum_{s1 \leftarrow 1}^c \Phi_1^c(x,y) \quad 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.140)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.141)$$

$$\frac{1}{4} \Phi_g^c(x,a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^c(x,y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0, \quad g = 1,2 \quad (A.142)$$

ve yansıtıcı bölgesini modelleyen diferansiyel denklem ve sınır koşulları,

$$-D \frac{\partial^2 \Phi_1^r(x,y)}{\partial x^2} - D \frac{\partial^2 \Phi_1^r(x,y)}{\partial y^2} + \sum_{r,1}^r \Phi_1^r(x,y) = 0 \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (A.143)$$

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial^2 \Phi_2^r(x,y)}{\partial x^2} - D \frac{\partial^2 \Phi_2^r(x,y)}{\partial y^2} + \sum_{a,2}^r \Phi_2^r(x,y) \\ = \sum_{s1 \leftarrow 1}^r \Phi_1^r(x,y) \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (A.144)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_g^r(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad g = 1, 2 \quad (\text{A.145})$$

$$\frac{1}{4} \Phi_g^r(a+b, y) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^r(x, y)}{\partial x} \right|_{x=a+b} = \frac{1}{4} \Phi_g^r(x, a) + \frac{D}{2} \left. \frac{\partial \Phi_g^r(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a} = 0, \quad g = 1, 2 \quad (\text{A.146})$$

biçimindedir. İki bölge arasındaki arayüz koşulları da,

$$\Phi_g^c(a^-, y) = \Phi_g^r(a^+, y), \quad g = 1, 2 \quad (\text{A.147})$$

$$-D \left. \frac{\partial \Phi_g^c(x, y)}{\partial x} \right|_{x=a^-} = -D \left. \frac{\partial \Phi_g^r(x, y)}{\partial x} \right|_{x=a^+}, \quad g = 1, 2 \quad (\text{A.148})$$

biçimindedir.

(A.139) ve (A.140) denklemlerinin analitik çözümlerini bulmak için, çözümlerin

$$\Phi_1^c(x, y) = X_1^c(x) \cos(By) \quad (\text{A.149})$$

$$\Phi_2^c(x, y) = X_2^c(x) \cos(By) \quad (\text{A.150})$$

biçiminde olduğu varsayılır ve bu varsayımlar (A.139) denklemine yerleştirilirse,

$$X_2^c(x) = -\frac{D}{v_2 \sum_{f,2}^c} \frac{d^2 X_1^c(x)}{dx^2} + \frac{DB^2 + \sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c}{v_2 \sum_{f,2}^c} X_1^c(x) \quad (\text{A.151})$$

elde edilir. Elde edilen bu sonuç (A.140) denklemine yerleştirilirse,

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 X_1^c(x)}{dx^4} - \frac{2DB^2 + \sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c + \sum_{a,2}^c}{D} \frac{d^2 X_1^c(x)}{dx^2} + \\ & \frac{(DB^2 + \sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c)(DB^2 + \sum_{a,2}^c) - v_2 \sum_{f,2}^c \sum_{s2 \leftarrow 1}^c}{D^2} X_1^c(x) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.152})$$

biçiminde dördüncü dereceden bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklem,

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \mu^2 \right) \left(\frac{d^2}{dx^2} - \lambda^2 \right) X_1^c(x) = 0 \quad (\text{A.153})$$

biçiminde faktörize edilebilir. Burada,

$$\mu^2 = -B^2 - \frac{1}{2} \frac{\sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c + \sum_{a,2}^c}{D} + \left[\left(\frac{\sum_{a,2}^c - \sum_{r,1}^c + v_1 \sum_{f,1}^c}{2D} \right)^2 + \frac{v_2 \sum_{f,2}^c \sum_{s2 \leftarrow 1}^c}{D^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.154})$$

$$\lambda^2 = B^2 + \frac{1}{2} \frac{\sum_{r,1}^c - v_1 \sum_{f,1}^c + \sum_{a,2}^c}{D} + \left[\left(\frac{\sum_{a,2}^c - \sum_{r,1}^c + v_1 \sum_{f,1}^c}{2D} \right)^2 + \frac{v_2 \sum_{f,2}^c \sum_{s2 \leftarrow 1}^c}{D^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.155})$$

olarak tanımlanmaktadır. (A.153) faktörizasyonuna göre,

$$X_1^c(x) = A \cos(\mu x) + C \cosh(\lambda x) + E \sin(\mu x) + F \sinh(\lambda x) \quad (\text{A.156})$$

olmalıdır, ancak yansıtıcı sınır koşulları uygulandığında,

$$X_1^c(x) = A \cos(\mu x) + C \cosh(\lambda x) \quad (\text{A.157})$$

olarak elde edilecektir. (A.157) sonucu (A.151)'de yerine yerleştirilirse,

$$X_2^c(x) = AS_1 \cos(\mu x) + CS_2 \cosh(\lambda x) \quad (\text{A.158})$$

elde edilecektir. Burada

$$S_1 = \frac{D(\mu^2 + B^2) + \sum_{r,1}^c -v_1 \sum_{f,1}^c}{v_2 \sum_{f,2}^c} \quad (\text{A.159})$$

$$S_2 = \frac{D(-\lambda^2 + B^2) + \sum_{r,1}^c -v_1 \sum_{f,1}^c}{v_2 \sum_{f,2}^c} \quad (\text{A.160})$$

olarak tanımlanmaktadır. Elde edilen bu sonuçlara göre kalp bölgesi içindeki akı dağılımı,

$$\Phi_1^c(x, y) = \cos(By) [A \cos(\mu x) + C \cosh(\lambda x)], \quad 0 \leq x \leq a \quad (\text{A.161})$$

$$\Phi_2^c(x, y) = \cos(By) [AS_1 \cos(\mu x) + CS_2 \cosh(\lambda x)], \quad 0 \leq x \leq a \quad (\text{A.162})$$

olarak elde edilmektedir.

Yansıtıcı bölgesi akı dağılımını elde etmek için ise yine,

$$\Phi_1^r(x, y) = X_1^r(x) \cos(By) \quad (\text{A.163})$$

$$\Phi_2^r(x, y) = X_2^r(x) \cos(By) \quad (\text{A.164})$$

olduğu varsayılır. (A.163) varsayımı (A.143)'a yerleştirilirse,

$$\zeta^2 = B^2 + \frac{\sum_{r,1}^r}{D} \quad (\text{A.165})$$

olmak üzere,

$$\frac{d^2 X_1^r(x)}{dx^2} - \zeta^2 X_1^r(x) = 0 \quad (\text{A.166})$$

elde edilecektir. (A.166)'nın çözümü,

$$X_1^r(x) = E \cosh(\zeta x) + F \sinh(\zeta x) \quad (\text{A.167})$$

olarak elde edilecektir. (A.164) varsayımı da (A.144)'e yerleştirilecek olursa,

$$\eta^2 = B^2 + \frac{\sum_{a,1}^r}{D} \quad (\text{A.168})$$

olmak üzere

$$\frac{d^2 X_2^r(x)}{dx^2} - \eta^2 X_2^r(x) = -\frac{\sum_{s,2 \leftarrow 1}^r}{D} X_1^r(x) \quad (\text{A.169})$$

biçimindedir. (A.169)'un çözümü,

$$S_3 = \frac{\sum_{s,2 \leftarrow 1}^r}{\sum_{a,2}^r - \sum_{r,1}^r} \quad (\text{A.170})$$

olmak üzere,

$$X_2^r(x) = S_3 (E \cosh(\zeta x) + F \sinh(\zeta x)) + E' \cosh(\eta x) + F' \sinh(\eta x) \quad (\text{A.171})$$

biçimindedir. (A.167) ve (A.171) çözümlerine (A.146) sınır koşullarından ilki uygulanacak olursa,

$$t_1 = \frac{\cosh(\zeta(a+b)) + 2D\zeta \sinh(\zeta(a+b))}{\sinh(\zeta(a+b)) + 2D\zeta \cosh(\zeta(a+b))} \quad (\text{A.172})$$

$$t_2 = \frac{\cosh(\eta(a+b)) + 2D\eta \sinh(\eta(a+b))}{\sinh(\eta(a+b)) + 2D\eta \cosh(\zeta(a+b))} \quad (\text{A.173})$$

ve

$$F = -t_1 E \quad (\text{A.174})$$

$$F' = -t_2 E' \quad (\text{A.175})$$

olmak üzere çözüm,

$$X_1^r(x) = E(\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) \quad (\text{A.176})$$

$$X_2^r(x) = ES_3(\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) + E'(\cosh(\eta x) - t_2 \sinh(\eta x)) \quad (\text{A.177})$$

biçiminde elde edilecektir. Böylece ikinci bölge içindeki akı dağılımları,

$$\Phi_1^r(x, y) = E(\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) \cos(By) \quad a \leq x \leq a+b, 0 \leq y \leq a \quad (\text{A.178})$$

$$\Phi_2^r(x, y) = ES_3(\cosh(\zeta x) - t_1 \sinh(\zeta x)) + E'(\cosh(\eta x) - t_2 \sinh(\eta x)) \cos(By) \quad (\text{A.179})$$

olarak elde edilecektir.

Bölgeler içindeki akı dağılımlarını veren (A.161), (A.162), (A.178) ve (A.179) denklemleri (A.142) ve (A.146) koşullarını sağlamalıdır. Bu durumda;

$$\tan(Ba) = \frac{1}{2DB} \quad (\text{A.180})$$

denklemini elde edilir. Bu denklem sayısal olarak çözülerek B değeri elde edilebilir.

(A.161), (A.162), (A.178) ve (A.179) denklemlerine (A.147) ve (A.148) süreklilik koşulları uygulanırsa,

$$\begin{bmatrix} \cos(\mu a) & \cosh(\lambda a) & t_1 \sinh(\zeta a) - \cosh(\zeta a) & 0 \\ -\mu \sin(\mu a) & \lambda \sinh(\lambda a) & \zeta [t_1 \cosh(\zeta a) - \sinh(\zeta a)] & 0 \\ S_1 \cos(\mu a) & S_2 \cosh(\lambda a) & S_3 [t_1 \sinh(\zeta a) - \cosh(\zeta a)] & t_2 \sinh(\eta a) - \cosh(\eta a) \\ -S_1 \sin(\mu a) & S_2 \lambda \sinh(\lambda a) & S_3 \zeta [t_1 \cosh(\zeta a) - \sinh(\zeta a)] & \eta [t_2 \cosh(\eta a) - \sinh(\eta a)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \\ E \\ E' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.181})$$

homojen lineer sistemi elde edilir. Bu denklemin sıfırdan başka çözümünün olabilmesi için, katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşit olması gerekir. Determinant açılır, sıfıra eşitlenir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, sistemi yetkin kılacak birinci bölge kenar uzunluğunun bulunması için elde edilen bu denklemin ve (A.180) denkleminin çözümü gerekmektedir. Bir ilk B öngörüsü yapıldıktan sonra,

$$a = \frac{1}{B} \tan^{-1} \left(\frac{1}{2DB} \right) \quad (\text{A.182})$$

bağıntısı yardımıyla bir a öngörüsü yapılır. Bulunan bu değer (A.180) sisteminde yerine konur. Bu şekilde denklemi sağlayacak a değeri bulunana kadar ardışık B değerleri atanır.

Sistemin yetkinliğini sağlayacak kenar uzunluğu bulunduktan sonra,

$$\xi = \cosh(\zeta a) - t_1 \sinh(\zeta a) \quad (\text{A.183})$$

$$\beta = \sinh(\zeta a) - t_1 \cosh(\zeta a) \quad (\text{A.184})$$

$$\theta = \mu \tan(\mu a) - \lambda \tanh(\lambda a) \quad (\text{A.185})$$

$$\phi = \cosh(\eta a) - t_2 \sinh(\eta a) \quad (\text{A.186})$$

olmak üzere,

$$C = \frac{\cos(\mu a)}{\cosh(\lambda a)} \frac{\zeta \beta + \xi \mu \tan(\mu a)}{\xi(\theta + \mu \tan(\mu a)) - \zeta \beta} A \quad (\text{A.187})$$

$$E = \frac{\theta \cos(\mu a)}{\xi(\theta + \mu \tan(\mu a)) - \zeta \beta} A \quad (\text{A.188})$$

$$E' = \frac{\cos(\mu a)}{\phi} \left(S_1 + \frac{1}{\xi(\theta + \mu \tan(\mu a)) - \zeta \beta} (S_2(\zeta \beta + \xi \mu \tan(\mu a)) - S_3 \xi \theta) \right) A \quad (\text{A.189})$$

$$A = \frac{PB}{w_f \sin(Ba) \left((\Sigma_{f,1}^c + S_1 \Sigma_{f,2}^c) \frac{\sin(\mu a)}{\mu} + \frac{C}{A} (\Sigma_{f,1}^c + S_2 \Sigma_{f,2}^c) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \right)} \quad (A.190)$$

olmak üzere katsayılar bulunur.

Kalp bölgesi ortalama akıları, V sistem dörtte birlik hacmi olmak üzere,

$$\bar{\Phi}_1^c = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi_1^c(x, y) dx dy \quad (A.191)$$

$$\bar{\Phi}_2^c = \frac{1}{V} \int_0^a \int_0^a \Phi_2^c(x, y) dx dy \quad (A.192)$$

ve kalp yutulma reaksiyon hızları,

$$R_{a,1}^c = \int_0^a \int_0^a \Sigma_{a,1}^c \Phi_1^c(x, y) dx dy \quad (A.193)$$

$$R_{a,2}^c = \int_0^a \int_0^a \Sigma_{a,2}^c \Phi_2^c(x, y) dx dy \quad (A.194)$$

ve kalp fisyon reaksiyon hızları:

$$R_{f,1}^c = \int_0^a \int_0^a \Sigma_{f,1}^c \Phi_1^c(x, y) dx dy \quad (A.195)$$

$$R_{f,2}^c = \int_0^a \int_0^a \Sigma_{f,2}^c \Phi_2^c(x, y) dx dy \quad (A.196)$$

EK B. NEDPCM YAZILIMI TANITIMI

NEDPCM İki boyutlu, iki gruplu nötron difüzyon denklemini kalp ve yansıtıcıdan oluşan iki bölge için dışa kaynak ve yetkinlik problemlerini çözmektedir.

Microsoft Windows 2000 işletim isteminde, Microsoft Power Station 4.0 üzerinde Fortran 90 dilini esas alarak geliştirilmiştir. Malzeme yapısı ile ilgili veriler InputFem ve InputBemL altprogramları tarafından bir veri dosyasından okunmaktadır. Sonlu elemanların ve sonlu elemanların geometrik yerleri, sırasıyla RnodeFem, RelemFem ve RnodeBemL altprogramları tarafından bir veri soyasından okunmaktadır.

EK B. 1 NEDPCM Yordamları Tanıtımı

Nedpcm	: Ana modül. Programın akışını kontrol etmekte, dış verilerin hangi dosyalardan okunacağını belirlemekte ve dizi boyutlandırmalarını yapmaktadır.
Modul	: Veri tipi public olan değişkenleri tanımlayan ve boyutlandıran modüldür.
SetintBemL	: Sınır elemanları için sayısal integrasyon sabitlerini okuyan modüldür.
InputBemL	: Yansıtıcı bölgesinin malzeme yapısına ilişkin verileri okuyan modüldür.
InputFem	: Kalp bölgesinin malzeme yapısına ilişkin verileri okuyan modüldür.
SkinpFem	: Serbest kaynak verilerini okuyan modüldür.
SetintFem	: Sonlu elemanlar için sayısal integrasyon sabitlerini okuyan modüldür.
RnodeFem	: Kalp bölgesinin nod yerleşimine ilişkin verileri okuyan ve oluşturan modüldür.
RelemFem	: Kalp bölgesinin eleman yerleşimine ilişkin verileri okuyan ve oluşturan modüldür.
IbcFem	: Sonlu elemanlar bölgesi için arayüz bilgilerini okuyan ve oluşturan modüldür.
VbcFem	: Sonlu elemanlar bölgesi için boşluk sınırı bilgilerini okuyan ve oluşturan modüldür.
GhmatBemL	: Sınır elemanları katsayılar matrisini oluşturan modüldür.
ExtinBemL	: Sınır elemanları H ve G katsayılar matrislerinin off-diagonal elemanlarını hesaplayan modüldür.
LocinBemL	: Sınır elemanları G katsayılar matrisinin diagonal elemanlarını hesaplayan modüldür.
FormA	: Sonlu Elemanlar katsayılar ve kaynak matrislerini oluşturan modüldür.

ElemFem	: Sonlu Elemanlar katsayılar ve kaynak matrislerinin eleman integrallerini alan modüldür.
AssembFem	: Sonlu Elemanlar eleman matrislerini toplayarak katsayılar matrisini oluşturan modüldür.
ZerolncomingFluxFem	: Kalp bölgesi için sıfır içeri yönlü akım sınır koşullarını uygulayan modüldür.
BcIntFem	: Sonlu Elemanlar bölgesinde sıfır içeri yönlü akım sınır koşullarını uygulayarak gerekli integralleri hesaplayan modüldür.
AssembnFem	: Sonlu Elemanlar BcIntFem altprogramında hesaplanan eleman integrallerini toplayarak katsayılar matrisine ekleyen modüldür.
InterfaceCndFem	: Kalp bölgesi için arayüz sınır koşullarını uygulayan modüldür.
IcIntenFem	: Sonlu Elemanlar bölgesinde arayüz sınır koşullarını uygulayarak gerekli integralleri hesaplayan modüldür.
AssembmFem	: Sonlu Elemanlar IcIntenFem altprogramında hesaplanan eleman integrallerini toplayarak $K_g^{i,c}$ matrisinde toplayan modüldür.
Combine	: Sonlu elemanlar ve sınır elemanları denkleme sistemlerini birleştirerek global system matrisini hesaplayan modüldür.
Crout	: Combine modülünde oluşturulan glb matrisine LU decomposition'u uygulayan modüldür.
FisyonMatrisi	: Fisyon kaynak matrislerini oluşturan matristir.
SaçılmaMatrisi	: Saçılma kaynak matrislerini oluşturan matristir.
SerbestKaynak	: Sistemde serbest kaynak varsa serbest kaynak matrisini oluşturan modüldür.
Fkaynagi	: Fisyon kaynağını oluşturan modüldür.
Skaynagi	: Saçılma kaynağını oluşturan modüldür.
Skaynak	: Serbest kaynağı oluşturan modüldür.
AkiHesabi	: Akı ve akım değerlerini hesaplayan modülüdr.
MutlakAki	: Mutlaka akı değerlerini oluşturan modüldür.
Output	: Serbest kaynak için akı değerlerini bir dosyaya yazan modüldür.
ReactionV	: Mutlak akı dağılımlarını kullanarak, her bölge için ortalama akıları ve reaksiyon hızlarını hesaplayan modüldür.
Function	: Bessel fonksiyonlarını hesaplayan modüldür.

EK B. 2 NEDPCM Giriş Verileri

Bu bölümde, NEDPCM yordamlarında kullanılan değişkenler tanıtılmaktadır.

Tablo B.1 Nedpcm yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
mat	Malzeme sayısı
nodef	FEM tarafındaki node sayısı
nelemb	FEM tarafındaki eleman sayısı
nhbw	Yarı bant genişliği
nfisor	0 / fisil malzeme yok; 1 / fisil malzeme var
netsor	0 / dış kaynak yok; 1 / dış kaynak var
nvc	Boşluk sınırında kaç adet eleman olduğu
nic	Arayüz sınırında kaç adet eleman olduğu
nty	Eleman tipi
itmax	Maksimum iterasyon sayısı
eps	Fisyon kaynağı iterasyonu için yakınsama parametresi
engen1	İlk k_{etk} öngörüsü
finor	Fisyon ormalizasyon parametresi

Tablo B.2 InputFem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
dfsbt	Kalp difüzyon sabiti
rems	Kalp çıkartma tesir kesiti
absorb	Kalp yutma tesir kesiti
scats	Kalp saçılma tesir kesiti
fiss	Kalp fisyon tesir kesiti
sigf	Kalp fisyon verim tesir kesiti
fspec	Fisyon spektrumu

Tablo B.3 InputBem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
n	Sınır elemanı sayısı
ng	Enerji grubu sayısı
dif	Yansıtıcı difüzyon sabiti
difl	Yansıtıcı difüzyon uzunluğu
scat	yansıtıcı saçılma tesir kesiti
angle	Komşu sınır elemanlar arasındaki açı
kode	0/boşluk sınır koşulu; 1/yansıtıcı sınır koşulu; 2/arayüz koşulu
nodeb	Yansıtıcı bölgesindeki iç node sayısı
nelemb	Yansıtıcı bölgesindeki iç eleman sayısı

Tablo B.4 RnodeFem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
nrec	Kayıt sayısı
n1	İlgili kayıttaki ilk nodun numarası
num	Oluşturulacak nod sayısı
inc	İlgili kayıttaki ilk nod numaralarının kaçar arttığı
x1	İlgili kayıttaki ilk nodun x koordinatı
y1	İlgili kayıttaki ilk nodun y koordinatı
xn	İlgili kayıttaki son nodun x koordinatı
yn	İlgili kayıttaki son nodun y koordinatı

Tablo B.5 RelemFem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
num	Oluşturulacak nod sayısı
inc	İlgili kayıttaki ilk nod numaralarının kaçar arttığı
nee	Elemanın geometrik tipi
node	node numaraları

Tablo B.6 lbcFem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
nrec	Kayıt sayısı
n1	İlgili kayıttaki ilk elemanın global numarası
num	İlgili kayıttaki kaç eleman olduğu
inc	İlgili kayıttaki eleman numaralarının kaçar arttığı
ns	Kaçıncı kenarda sınır koşulu uygulandığı

Tablo B.7 VbcFem yordamı giriş verileri

Değişken	Açıklama
nrec	Kayıt sayısı
n1	İlgili kayıttaki ilk elemanın global numarası
num	İlgili kayıttaki kaç eleman olduğu
inc	İlgili kayıttaki eleman numaralarının kaçar arttığı
ns	Kaçıncı kenarda sınır koşulu uygulandığı

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında Sinop'ta doğdu. İTÜ Elektrik Elektronik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü'nde Lisans öğrenimini; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü'nde yüksek lisans eğitimini tamamladı.

İTÜ Enerji Enstitüsü'nde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.