

14249

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SİMETRİDEN SAPMALARIN VE İLAVE ELASTİK YAYLARIN
MAKİNA TEMELLERİNİN DAVRANIŞINA ETKİSİ

DOKTORA TEZİ

Yük. Müh. Turgut ÖZTÜRK

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 20 Haziran 1990

Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Ekim 1990

Tez Danışmanı : Prof.Dr.Kemal ÖZDEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Nahit KUMBASAR
Prof.Dr.Vedat YERLİCİ

Y. B.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

EKİM 1990

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın her safhasında değerli görüş ve katkılarıyla bana yol gösteren Sayın Hocam Prof.Dr. Kemal ÖZDEN'e teşekkürü zevkli bir görev sayarım.

Ayrıca yazıları özenle daktilo eden Sayın Güler GÜLLÜOĞLU'na teşekkür ederim.



ŞEKİL LİSTESİ

<u>Şekil No.</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No.</u>
Şekil 3.1.	Simetrik Olmayan Makina-Temel-Mesnet Sistemi	7
Şekil 3.2.	Yerdeğiştirme ve Dönmelerin Pozitif Yönleri	11
Şekil 3.3.	Katı Cîsmin Bir $N(x_n, y_n, z_n)$ Noktasının Yerdeğiştirmeleri	12
Şekil 3.4.	Katı Cismin ϕ_z Dönmesi	14
Şekil 3.5.	Katı Cismin ϕ_y Dönmesi	15
Şekil 3.6.	Katı Cismin ϕ_x Dönmesi	16
Şekil 3.7.	Mesnet Reaksiyonları ve Dış Yükler	21
Şekil 3.8.	Sistem B'den Gelen Etkiler	23
Şekil 3.9.	Dış Kuvvetler	25
Şekil 3.10.	Katı Cisim ve Mukayese Noktası	27
Şekil 3.11.	Sistemin Hareketleri	29
Şekil 6.1.	xz Simetri Düzlemi Durumunda Makina-Temel-Mesnet Sistemi	47
Şekil 8.1.	yz Simetri Düzlemi Durumunda Makina-Temel-Mesnet Sistemi	55
Şekil 9.1	xz ve yz Simetri Düzlemi Durumunda Makina-Temel-Mesnet Sistemi	58
Şekil 9.2.	ψ_x ve ψ_y Dönmeleri	64
Şekil 10.1.	x Eksenine Doğrultusunda Deprem Hareketi	71

<u>Şekil No.</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No.</u>
Şekil 10.2.	Deprem Hareketinde Yay Kuvvetleri	72
Şekil 11.1.	Makina İle Temel Arasında Yay Olan Sistem	75
Şekil 11.2.	Makina ve Temelin Kuvvetler Dengesi	76
Şekil 13.1.	Dizel Makina Temeli	83
Şekil 13.2.	Bir Doğrultuda Simetrik Olmayan Dizel Makina Temeli	90
Şekil 13.3.	Zorlanmış Titreşim Genlikleri ve Serbest Titreşim Frekanslarının Simetriden Sapma ile Değişmesi	95
Şekil 13.4.	Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi	98
Şekil 13.5.	Makinanın Oluşturduğu Kuyvet Genliğinin Değişken Olması Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi	100
Şekil 13.6.	Simetrik Cevher Kırıcı Temeli	102
Şekil 13.7.	Bir Doğrultuda Simetrik Olmayan Cevher Kırıcı Temeli	108
Şekil 13.8.	Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi	110
Şekil 13.9.	Serbest Titreşim Frekanslarının Simetriden Sapma ile Değişimi	111
Şekil 13.10.	Her İki Doğrultuda Simetrik Olmayan Cevher Kırıcı Temeli	113
Şekil 13.11.	Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi	120

<u>Şekil No.</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No.</u>
Şekil 13.12.	Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma İle Değişimi	121
Şekil 13.13.	Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma İle Değişimi	122
Şekil 13.14.	Sabit ω ve Değişken H_m Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma İle Değişimi	124
Şekil 13.15.	Sabit ω ve Değişken H_m Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma İle Değişimi	125
Şekil 13.16.	Cevher Kırıcı Temelinden Düşey Kesit	128
Şekil 13.17.	Simetrik Sistemde Deprem Hareketi	130

NOTASYON LİSTESİ

Sistem A	; Makina ve temelden oluşan katı cisim
Sistem B	; Katı cisme bağlanan elastik kısım
W	; Makina ile temelin (katı cismin) toplam ağırlığı,
M_R	; Katı cismin kütlesi
S	; Katı cismin ağırlık merkezi
O	; Sistem A'daki mesnet elemanlarının bulunduğu yatay düzlem içindeki elastik merkezi, aynı zamanda temel tabanının ağırlık merkezi
Sxyz	; S noktasından geçen eksen takımı
$Ox_Oy_Oz_O$	; O noktasından geçen eksen takımı
δ_x, δ_y, s	; S ağırlık merkezi ile O elastik merkezi arasındaki sırasıyla x, y ve z eksenleri yönündeki mesafeler
q	; Serbest titreşimlerde λ , zorlanmış titreşimlerde ω frekansıdır
λ	; Sistemin özel açısal frekansı
ω	; Makinanın çalışma frekansı, zorlanmış titreşim durumunda sistemin açısal frekansı
u_n, v_n, w_n	; Sistemin bir N noktasının sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultusundaki yerdeğiş-tirmeleri
$\phi_{xn}, \phi_{yn}, \phi_{zn}$	; Sistemin bir N noktasının sırasıyla x, y ve z eksenleri etrafındaki dönmeleri
x_n, y_n, z_n	; Sistemin bir N noktasının Sxyz eksen takımına göre koordinatları

- x_{on}, y_{on}, z_{on} ; Sistemin bir N noktasının $Ox_o y_o z_o$ eksen takımına göre koordinatları
- k_x, k_y, k_z ; Mesnet elemanlarının sırasıyle x, y, z eksenleri doğrultusunda ötelenme rijitlikleri
- d_x, d_y, d_z ; Mesnet elemanlarının sırasıyle x, y, z eksenleri etrafında dönme rijitlikleri
- k_x^b, k_y^b, k_z^b ; Sistem B'nin katı cisim ile birleştiği yerdeki sırasıyle x, y, z eksenleri doğrultularındaki, q 'ya tabi ötelenme ve dönme rijitlik sayıları
- d_x^b, d_y^b, d_z^b
- h_x^b, h_y^b
- $(\ddot{})$; Zamana göre ikinci türev
- $\text{sig}(x_n, y_n)$; Sistem B'yi oluşturan kirişin katı cisme birleşim noktası olan N'in absis ve ordinatının işaretini gösterir.
- v_{xn}^b, v_{yn}^b ; Sistem B'ye ait kirişlerin, N birleşim noktasında, xy düzlemindeki normal kuvvetleri
- v_{znx}^b, v_{zny}^b ; Sistem B'ye ait kirişlerin, N birleşim noktasında, z eksenini doğrultusunda kesme kuvvetleri
- $M_{xn}^b, M_{yn}^b, M_{zn}^b$; Sistem B elemanlarının, N birleşim noktasında, sırasıyle x, y, z eksenleri etrafındaki momentleri
- V_{xn}, V_{yn}, V_{zn} ; Mesnet yaylarının eksenler yönündeki yay kuvvetleri
- $M_{xn}^v, M_{yn}^v, M_{zn}^v$; Eksenler etrafında mesnet yaylarının momenti
- C ; Temel zemininin düşey doğrultuda yatak katsayısı
- $\vec{D}_n$; Atalet kuvveti
- $\vec{V}_n$; Yay kuvveti
- $\vec{V}_{cn}$; Temel zemini reaksiyonu

$\vec{V}_n^b$	; Sistem B'den gelen etkiler
$\vec{F}_n$	; Dış kuvvet
$\vec{M}_n$	; Dış moment
Ω	; Katı cismin hacmi
A	; Zemin ile temas eden temel taban alanı
I_{sx}, I_{sy}, I_{sz}	; Katı cismin S noktasından geçen x, y, z eksenlerine göre kütle atalet momentleri
s	; Mesnet elemanlarının bulunduğu yatay düzlemin, S den geçen yatay düzleme olan düşey mesafesi
C_x, C_y, C_z	; Temel zemininin x, y, z eksenleri doğrultusundaki yatak katsayıları ($C_x = C_{x\tau}, C_y = C_{y\tau}, C_z = C$)
$a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$	; Hareket denklemlerindeki katsayılar
H_i	; Hareket denklemlerindeki dış kuvvet ve moment katsayıları
$D_{\phi ox}, D_{\phi oy}, D_{\phi oz}$	; Mesnet elemanlarının eksenler etrafında dönme rijitlikleri
u_o, v_o, w_o	; Serbest titreşimlerde yerdeğiştirme genlikleri
$\phi_{xo}, \phi_{yo}, \phi_{zo}$	; Serbest titreşimlerde dönme genlikleri
$\Delta(\lambda)$	; Serbest titreşimlerin hareket denklemlerindeki katsayılar matrisi determinantı
u_m, v_m, w_m	; Zorlanmış titreşimlerde yerdeğiştirme genlikleri
$\phi_{xm}, \phi_{ym}, \phi_{zm}$	; Zorlanmış titreşimlerde dönme genlikleri
H_m	; Dış kuvvet ve moment genlikleri
$\Delta(\omega)$	; Zorlanmış titreşimlerin hareket denklemlerindeki katsayılar matrisi determinantı
$\lambda_z, \lambda_{z\phi}, \lambda, p$	; Serbest titreşim frekansları

λ_x, λ_y	; x ve y eksenleri doğrultusunda dönme olmadan ötelenme halindeki tabii frekanslar
ψ_x, ψ_y	; Katı cismin, O dan geçen x_0 ve y_0 eksenleri etrafındaki dönmeleri
$\lambda_{\psi x}, \lambda_{\psi y}$	; ψ_x ve ψ_y dönme hareketlerinin açısal frekansları
μ_x, μ_y	; Kütle atalet momentlerinin oranları
$\eta_z, \eta_{z\phi}$	; Frekans oranları
x_g	; Zemin seviyesinde x eksenini doğrultusundaki depremin sebep olduğu yer hareketi
u_e, v_e, w_e	; Mesnet yaylarının eksenler doğrultusundaki elastik ötelemeleri
x_i, y_i, z_i	; Temel altındaki bir i noktasının $Sxyz$ eksen takımına göre koordinatları
u_i, v_i, w_i	; i noktasının salt öteleme ve dönmeden oluşan yerdeğiştirmeleri
$\phi_{xi}, \phi_{yi}, \phi_{zi}$	; i noktasının dönmeleri
k_{ix}	; i noktasındaki mesnet yayının x eksenini doğrultusundaki rijitlik sayısı
dm	; Kütle elemanı
M_1, M_2	; Temel ve makinanın kütleleri ($M_R = M_1 + M_2$)
S_1, S_2	; Temel ve makinanın ağırlık merkezleri
u_1, u_2	; Temel ve makinanın ağırlık merkezlerinin x eksenini doğrultusunda mutlak gitmeleri
k_{sx}	; Makina ile temel arasındaki yayların x doğrultusundaki rijitliği
F_t	; Makinanın kuvveti
h_t	; Temel yüksekliği
h_2	; F_t kuvvetinin, S_1 den geçen x_1 eksenine mesafesi

$$(u_2 - u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y)$$

; Makinanın temele göre gitme miktarı

$$I_{sy1}, I_{sy2}$$

; Temel ve makinanın kendi ağırlık merkezlerinden geçen y_1 ve y_2 eksenlerine göre kütle atalet momentleri



İÇİNDEKİLER

Sayfa No.

ÖZET

SUMMARY

BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. KONU VE AMAÇ	4
BÖLÜM 3. GENEL HAREKET DENKLEMLERİNİN YAZILMASI	6
3.1. Tanımlar ve Kabuller	6
3.2. Katı Cismin Bir $N(x_n, y_n, z_n)$ Noktasının Yerdeğiştirmeleri	12
3.3. Mesnet Elemanları Rijitlik (Stiffness) Sayıları, Mesnet Reaksiyonları	19
3.4. Sistem B'den Gelen Etkiler	22
3.5. Hareket Esnasında Sisteme Etkiyen Kuvvetler	24
3.6. Genel Hareket Denklemleri	26
3.6.1. Hareket Denklemlerinde Yapılan Kısaltma ve İsimlendirmeler	32
3.6.2. Hareket Denklemlerindeki Katsayılar	34
BÖLÜM 4. SERBEST TİTREŞİMLER	42
BÖLÜM 5. ZORLANMIŞ TİTREŞİMLER	44
BÖLÜM 6. ÖZEL DURUM 1	
SİSTEM A VE SİSTEM B PLANDA XZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR	46
BÖLÜM 7. ÖZEL DURUM 2	
SİSTEM A PLANDA XZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR, SİSTEM B MEVCUT DEĞİLDİR	51
BÖLÜM 8. ÖZEL DURUM 3	
SİSTEM A VE SİSTEM B PLANDA YZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR	54
BÖLÜM 9. ÖZEL DURUM 4	
SİSTEM A PLANDA XZ VE YZ DÜZLEMLERİNE GÖRE SİMETRİKTİR, SİSTEM B MEVCUT DEĞİLDİR	57
9.1. Hareket Denklemleri	57
9.2. Serbest Titreşimler	61
9.3. Zorlanmış Titreşimler	66

BÖLÜM 10. ÖZEL DURUM 5	
SİMETRİK SİSTEMDE DEPREM ETKİSİ	71
BÖLÜM 11. ÖZEL DURUM 6	
SİMETRİK SİSTEMDE MAKİNA İLE TEMEL ARASINDA	
YAY OLMASI HALİ	75
BÖLÜM 12. ÖZEL DURUM 7	
SİMETRİK SİSTEMDE MAKİNA İLE TEMEL ARASINDA	
YAY OLMASI HALİNDE DEPREM ETKİSİ	79
BÖLÜM 13. SAYISAL UYGULAMALAR	81
13.1. Düşey Yük Yaratan Makina Temeli	81
13.1.1. Bir Doğrultuda Simetriden	
Sapmaların Titreşime Etkisi	89
13.1.2. Makinanın Çalışma Frekansının	
Değişmesi Durumunda Simetri-	
den Sapmaların Titreşime	
Etkisi	96
13.1.3. Dış Kuvvet Genliğinin Değiş-	
mesi Durumunda Simetriden	
Sapmaların Titreşime Etkisi	99
13.2. Yatay Yük Yaratan Makina Temeli	101
13.2.1. Bir Doğrultuda Simetriden	
Sapmaların Titreşime Etkisi	107
13.2.2. İki Doğrultuda Simetriden	
Sapma Hali	112
13.2.3. Makina Ağırlığının Artması-	
nın Etkisi	116
13.2.4. Makinanın Çalışma Frekansı-	
nın Değişmesi Durumunda	
Simetriden Sapmaların Titre-	
şime Etkisi	118
13.2.5. Dış Kuvvet Genliğinin Değiş-	
mesi Durumunda Simetriden	
Sapmaların Titreşime Etkisi	123
13.2.6. Simetrik Sistemde Makina	
ile Temel Arasına Konan	
Öteleme Yayının Titreşime	
Etkisi	126
13.2.7. Simetrik Sistemde Deprem	
Etkisi	130
BÖLÜM 14. SONUÇLAR	139
KAYNAKLAR	142
ÖZGEÇMİŞ	146

ÖZET

Makina temellerine statik yüklerin yanında dinamik yükler de etkimekte ve sonuçta atalet kuvvetleri oluşmaktadır. Sistemin dayanımının yanında işletme esnasında oluşacak titreşim genliklerinin sınırlandırılması, makina temellerinin boyutlandırılmasının esasını oluşturur.

Bir makina-temel-mesnet sistemi, makina ve temel (katı cisim, sistem A) ile temele bağlanan elastik kısımdan (sistem B) ve de mesnetlerden oluşmaktadır.

Makina temelleri ile ilgili mevcut yayınlarda, sistemin simetrik olduğu durum gözönüne alınmıştır. Çeşitli nedenlerle sistemin simetrisinde bozulma olabilmektedir. Bu durumun detaylı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmayan makina-temel-mesnetler sisteminin serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiştir. Ayrıca bu titreşimlerin frekans ile genliklerinin hesabı ve sınırlandırılması da incelenmiştir.

Amaca uygun olarak önce sistem tanıtılmış ve sistemin simetriden uzaklaşma nedenleri ayrıntılı olarak verilmiştir. Sonra, D'Alembert prensibi kullanılarak genel halde sistemin hareket denklemleri çıkarılmış, serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiştir. Simetrinin olmadığı genel durumdan tamamen simetrik olma durumuna kadar tüm özel durumlar genel amaç doğrultusunda birer birer incelenmiştir. Simetrik olma ve olmama durumlarında, sisteme dışarıdan eklenen elastik bir B sisteminin, tüm sistemin titreşimlerine etkisi araştırılmıştır. Bu sayede, genlikleri çok büyük olan makina temellerinin basit B sistemi şeklinde ilavelerle genliklerinin küçültülüp kabul edilebilir sınırlar içine çekilebileceği gösterilmiştir.

Konunun kolay anlaşılabilmesi için sayısal uygulamalar da yapılmıştır.

THE EFFECTS OF THE DEVIATIONS FROM THE SYMMETRY AND OF THE SUPPLEMENTARY ELASTIC SPRINGS ON THE BEHAVIOUR OF MACHINE FOUNDATIONS

SUMMARY

The loads which are applied on a machine foundation are composed of static and dynamic loads. Inertial forces and loads produced by machine are dynamic character.

The specification of the dynamic loads necessitates the investigation of the free and forced vibrations of the machine - foundation - supports system.

The basic principle of the design of a machine foundation is to assure that the amplitudes of the foundation which come into being during the operation of the machine do not pass over the permissible limits. On the other hand the foundation has to be design in a way that it should have an adequate strength to resist to the static and dynamic loads of the system.

In the literature related to that subject one can find studies dealing with the design of the machine foundations. However, most of the authors assume a machine-foundation-supports system having symmetry with respect to two vertical planes which are perpendicular to each other. In this case, the total weight of the system W passes through the centroid of base plane and through the elastic center of elements of the support.

However, in such cases when the machine can not be placed on foundation symmetrically, when the machine foundation itself is not symmetric and when the settling of supports can not be assured to be completely symmetric, deviations from the symmetry mentioned above can appear. Furthermore, similar deviations may come into being when the existing machine foundations which do not work satisfactorily have to be improved or to be strengthened. During the strengthening, the supplementary elastic parts connected with the machine foundation may not be placed symmetrically because of the form of the foundation base. This case may also cause a deviation from the symmetry of the system.

Due to reasons mentioned above, it is of practical importance to investigate the machine foundations which do not have any symmetry in detail.

The subject of this study is the investigation of the free and forced vibrations of the machine-foundation-supports system which is not symmetric with respect to the two planes that are perpendicular each other in the plan. However, the aim of the study is to calculate the frequencies and the amplitudes of those vibrations and, to show how to assure the amplitudes of the forced vibrations' within acceptable limits.

In the present study, a non-symmetric case is considered and the general equations of motion of the system are written and, free and forced vibrations are examined.

The system has, in general, six degrees of freedom and, therefore, six natural frequencies (one corresponding to each mode of vibrations). Three of them are translations along the three principal axes (x , y and z) and the other three are rotations about the three axes.

The geometrical and mechanical specifications of a non-symmetric machine-foundation-supports system are shown in Fig. 3.1 schematically.

The following assumptions related to the system used in the derivation of the governing equations of the problem.

1) The machine-foundation-supports system is not symmetric with respect to the two planes which are perpendicular each other in the plan.

2) The centroid of the base plane and the elastic center of elements of the support coincides.

3) At the system, there are only deviations from the symmetry in the horizontal plane and the deviation, δ_x and δ_y , are small.

4) The supporting elements of the system are on the same horizontal plane and they are of a distance s from the gravitational center.

5) The effect of the damping is not considered.

Sometimes the complete of the foundation mass and sometimes only any part of it may be assumed a rigid body together with the machine. In this second case, the foundation system is composed of the two subsystems.
a) Rigid body, system A, b) Elastic parts, system B.

The system B may contain the distributed or lumped masses. In general, the effect of them is small and it may be neglected (Fig. 3.1).

It is assumed that the elements of supports of the system A (rigid body) are independent from each other and without mass and are linear elastic and, they are on the same plane ($x_0 y_0$ plane). Since they are independent from each other and without mass, it is known that only the stiffness influence coefficients of the support elements will appear in the equations of motion.

However, the system B is composed of beams or frames along axis x and y and generally they may be assumed independent from each other. In the case that there is a slab between them, this part may be assumed a rigid body for the motions in the horizontal plane.

In the case that the system B is composed of the separate frames or beams as described above, it is obvious that the effect of this part to the rigid body motion will be obtained by summing the effects of separate parts which are independent from each other.

In the analysis of the frame the effects of

- a) the axial deformations,
- b) the flexural stiffness of beams about the z -axis,
- c) the torsional stiffness of beams around its own axes,

are neglected, the effect of this frame to the rigid body at the connecting points may be explained as follows :

The axial forces in the xy -plane are given in Eq. (3.1), the moment about the principal axes (x, y, z) and the shear force along the axis z are given in Eq. (3.2).

The parameter $k_{xn}^b, k_{yn}^b, k_{znx}^b, k_{zny}^b, h_{nx}^b, h_{ny}^b, d_{nx}^b, d_{ny}^b$ and d_{nz}^b in the equations are the stiffness influence coefficients at the points connecting the beams of the system B to the system A and, their subscripts indicate to the directions of rotation.

$\text{sig } x_n$ and $\text{sig } y_n$ show the signs of absis and ordinate of the connecting point of the beam N .

When the masses on the system B are not neglected, it is known that the coefficients in Eqs. (3.1) and (3.2) depend on the circular frequency q of the complete system and also the masses depends on system B. Here, the parameter q shows the circular natural frequencies λ of the system for the free vibrations and the circular frequency ω of the machine for the forced vibrations.

When the number of mass is large, it is recommended to reduce the dynamic degree of freedom of the system B.

In the connecting point N of the beams which form the the system B to the system A, if it is desired the bending moments and the shear forces around the z-axis can be considered.

In Fig. 3.1 and equations, the following notations are used

- S : the center of gravity of the rigid body,
O : the elastic center of supports of the system A in the horizontal plane, the centroid of base plane,
 W, M_R : the weight and the mass of the rigid body,
 k_x, k_y, k_z ; d_x, d_y, d_z : the stiffness influence coefficients of the support elements (translations along the three principal axes x, y, z, respectively, and rotations about them)
 u_n, v_n, w_n : translations of any point N of the system along the principal axes x, y, z, respectively (They are assumed to be positive in the directions of the axes),
 $\phi_{xn}, \phi_{yn}, \phi_{zn}$: rotations of any point N of the principal axes x, y, z, respectively (for the positive directions for rotations the right hand rule is applied),
 δ_x, δ_y, s : distances between the gravity center of the rigid body S and the elastic center O along of the x, y and z-axes, respectively (δ_x and δ_y have the negative sign in the positive area of the corresponding axes and have the positive sign in the negative area of them),

It is assumed that the translations and the rotations are very small, namely the quadratic terms such as $u^2, u.w, \dots, \phi^2, \dots$ may be neglected in comparison to the terms of $u, v, w, \dots, \phi, \dots$ and accordingly one can write $\sin \phi \cong \text{tg } \phi \cong \phi, \cos \phi \cong 1$.

Using the rule of superposition and Eq. (3.7), the translations and the rotations of the point N of the rigid body are given by Eqs. (3.8) and (3.10).

During the motion, the forces effecting to the system may be classified as follows :

1) Inertial forces : Inertial forces which are opposite to the direction of motion and are assumed to be positive along this direction and they are given in Eqs. (3.17) and (3.18).

2) Exciting forces and exciting moments : These effects are positive in the positive directions of the principal axes and in the positive rotations. They are given in Eqs. (3.19) and (3.20).

3) The reactions at the supports : These reactions are given in Eqs. (3.12), (3.13) and (3.14). Their positive directions are shown in Fig. 3.7.

4) The effects of the system B : These effects are given in Eqs. (3.15) and (3.16). Their positive directions are the same as that described for the reactions at the supports.

The general equations of motion are written by using d'Alembert's Principle. The coefficient at the equations of motion given in Eq. (3.47) and the abbreviations are stated. In these expressions, the terms having δ_x and δ_y show the effects of the deviations from the symmetry. However, the terms having the superscript (b) show the effects of system B.

By using the sinusoidal expressions for the translations, rotations and exciting forces and moments, free and forced vibrations of the system are examined.

The complete special cases are derived by considering the non-symmetric general case step by step.

When the system has the symmetry with respect to the xz-plane, the points S and O are on the same plane. The expressions of (6.1) and (6.2) are valid and Eqs. (3.47) are uncoupled into the two systems having three equations. They are given in Eqs. (6.3) and (6.4).

The complete symmetric case is presented in Chapter 9. In this case the expression of (9.1) is valid and the equations of motion are expressed in Eqs. (9.2), (9.3), (9.4) and (9.5). The natural frequencies for free vibrations are given in Eqs. (9.11), (9.12), (9.30) and (9.31). The amplitudes w_m , ϕ_{zm} , u_m , ϕ_{ym} , v_m , ϕ_{xm} of the forced vibrations are given in Eqs. (9.42), (9.43), (9.47), (9.48), (9.49) and (9.50), respectively.

The required difference between ω and the natural frequencies λ_z , λ_ϕ , λ , p for the free vibrations, and the permissible amplitudes are given by the related codes of various countries.

The translations of the system are explained for the symmetric case when an earthquake-excitation is present along one of the coordinate axis and the differences in the equations of motion are noted.

When the system is symmetric and when there are only the translational springs between the machine and foundation in one direction, the equations of motion for the machine-foundation-supports system are obtained.

Finally, a special case is examined and the system is assumed to be symmetric and the system B is not present. The equations of motion of the system are written under the assumption that there are an earthquake-excitation along the direction of the x-axis and the springs between the machine and foundation and machine permit only the translation at the direction of the x-axis.

For the clear presentation of the subject, the numerical solutions are given and their results are discussed.,

The important results obtained in the present study can be summarized as follows :

In the present literature related to the design of the machine foundations, the machine-foundation-supports system is assumed to be symmetric with respect to two planes which are perpendicular each other in plan. Due the reasons discussed above, the deviations from the symmetry of the system can appear. This facts make it necessary to investigate the non-symmetric systems in detail.

In the general case the equations of motion of the system are written and, free and forced vibrations are examined and the equation of natural frequencies are found and, the amplitudes for the forced vibrations are obtained. The effects of the deviations from the symmetry are denoted by δ_x and δ_y .

The special case are examined according to the aim of this study, separately.

Both for symmetric and non symmetric system, the effects of the system B which is joined to the main system from the outside are investigated. It is assumed that the system B composes of the elastic springs. It is shown how to reduce the amplitudes of the machine foundations when they are large and above the permissible limits by joining simple supplements such as the system B.

The symmetric system is considered and it is assumed to be subjected to an earthquake ground-motion excitation along the x-axis and the translations of the system are investigated and the differences at the equations of motion are explained.

For a symmetric system, the motion equations of the system are written when there are the springs which permit the translation only along the direction of the x-axis between the machine and foundation.

Considering the two cases mentioned above, the motion equations are written for the symmetric system without the system B.

At the numerical solutions, the effects of the deviations from the symmetry and the earthquake ground-motion excitation and the springs between the machine and foundation, on the vibrations of the system are shown.



BÖLÜM 1. GİRİŞ

Bir makina temeline etkiyen yükler, statik yükler ve dinamik yükler olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Makinanın dinamik yükleri atalet kuvvetlerini oluşturur.

Dinamik yüklerin belirtilmesi makina temeli sisteminin özel ve zorlanmış titreşimlerinin incelenmesini gerektirmektedir, [1].

Makina temellerinin boyutlandırılmasında, sistemin dayanımı yanında işletme esnasında oluşacak titreşimlerin genliklerinin belirli sınırları aşmamasının temini esastır.

Makina temellerinin boyutlandırılmasına ait yayınlarda, temel ile beraber makina ve mesnetlenme durumu planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olarak gözönüne alınmıştır. Bu halde sistemin toplam ağırlığı W , temel tabanının ağırlık merkezinden geçer, [2-21].

Ancak, makinanın temele, simetrik durumu oluşturacak şekilde yerleştirilmemesi, makina temelinin kendisinin simetrik olmaması, mesnet durumunun tam simetrik olacak şekilde temin edilememesi, zayıflamış ve yeterince görev yapamaz hale gelmiş mevcut temellerin ıslahı ve takviyesi gibi durumlarda yukarıda bahsedilen simetriden uzaklaşılabilir. Takviye esnasında makine temeline yeni bağlanan elastik kısımlar, temel yapılabacağı bölgenin plandaki şekli nedeniyle simetrik yapılamayabilir. Bu da sistemin simetrisinin bozulmasına yol açabilir, [22].

Buna göre, makina-temel-mesnetler sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmadığı durumların incelenmesi gerektiği sonucu ortaya çıkmaktadır. Çalışmada bu durum gözönüne alınmıştır.

Giriş bölümünden sonra ikinci kısımda çalışmanın konusu ve amacı açık bir şekilde belirtilmiştir. Makina-Temel-Mesnet sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmaması durumunda, sistemin özel ve zorlanmış titreşimlerinin incelenmesi çalışmanın konusunu, bu titreşimlerin peryot ve genliklerinin hesabı ile zorlanmış titreşimler durumunda titreşim genliklerinin sınırlı kalmasının nasıl temin edileceğinin gösterilmesi de çalışmanın amacını oluşturmaktadır.

Üçüncü bölümde, planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmayan bir makina-temel-mesnet sisteminin genel hareket denklemleri çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla genel bir sisteme ait tanımlar ve kabuller verilmiştir. Ayrıca rijit bir cismin herhangi bir N noktasının yerdeğiştirme ve dönmeleri incelenmiş, hareket esnasında sisteme etkiyen kuvvetler tanımlanmış ve sistemin genel hareket denklemleri katsayılar ve açık ifadeleri cinsinden verilmiştir. Katı cisme (makina+temel, sistem A) bağlanan ve elastik kısımlardan oluşan sistemin (sistem B), tüm sistemin titreşimlerine olan etkisi incelenmiştir. Simetriden uzaklaşmanın etkileri de δ_x ve δ_y 'li terimlerle ifade edilmeye çalışılmıştır.

Dördüncü bölümde genel sistemin serbest titreşimleri incelenmiştir. Yerdeğiştirme ve dönmeler için sinüzoidal ifadelerle sistemin tabii açısal frekansı için λ^2 'nin altıncı mertebeden denklemi elde edilmiştir. λ 'nın her bir değerine serbest titreşimlerin bir modu tekabül etmektedir.

Sistemin zorlanmış titreşimlerine beşinci bölümde yer verilmiştir. Yerdeğiştirme, dönme ve zorlayıcı kuvvetler için sinüzoidal ifadeler seçilerek titreşim genliklerini veren denklem çıkarılmıştır. Makinanın çalışma frekansının λ 'dan farklı ($\omega \neq \lambda$) olması gerektiğine de dikkat çekilmiştir.

Bundan sonraki bölümlerde, planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmayan ve sistem B'yi içeren sistemden, simetrik olup da sistem B'nin mevcut olmadığı sisteme kadar tüm özel durumlar birer birer incelenmiştir. Her bir özel durumda, genel hareket denklemlerinde ortadan kalkan terimler ve diğer özellikler belirtilmiş, hareket denklemleri katsayılar ve açık ifadeleri ile verilmiştir. Sistem B'nin olmadığı ve sistem A'nın (katı cisim) planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olduğu durumda (4. özel durum) sistemin, serbest titreşimler için tabii açısal frekansları ve zorlanmış titreşimler için genlikleri açık olarak verilmiştir.

Onuncu bölümde, sistem B'nin bulunmadığı simetrik halde, x eksenini doğrultusunda depremin sebep olduğu yer hareketi olması durumunda sistemin yerdeğiştirmeleri tanımlanmış, hareket denklemlerindeki değişiklikler belirtilmiştir.

Altıncı özel durumda, yine simetrik sistemde, makina ile temel arasına, sadece x eksenini doğrultusunda gitmeye müsade eden yayların konulması durumunda makina-temel-mesnetler sisteminin hareket denklemleri çıkarılmıştır.

Son özel durumda ise 5. ve 6. özel durumlar birarada gözönüne alınıp sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir.

Bu çalışma ile verilmek istenen hususlar onüçüncü bölümde sayısal uygulamalar üzerinde açıklanmaya çalışılmıştır.

Çalışmanın sonucunda ortaya çıkan sonuçlar ondördüncü bölümde özet olarak verilmiştir.

BÖLÜM 2. KONU VE AMAÇ

Bu çalışmanın konusu, makina-temel-mesnetler sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmaması durumunda, sistemin serbest ve zorlanmış titreşimlerinin incelenmesidir.

Amaç, bu titreşimlerin frekans ve genliklerinin hesabı ile zorlanmış titreşimler durumunda titreşim genliklerinin sınırlı kalmasının nasıl temin edileceğinin gösterilmesidir.

Makina-temel-mesnetler sisteminin planda simetri-den uzaklaşma nedenleri giriş bölümünde de bahsedildiği gibi şu şekilde belirtilebilir. Makina temelının kendisinin simetrik olmaması, makinanın, simetriyi oluşturacak şekilde temele yerleştirilememesi sistemin ıslah edilmesi ve takviyesi gibi durumlarda sistemin sözkonusu simetrisi bozulabilecektir. Temele yapılacak yeni elastik bağlantılarla (ileride bunlara sistem B denilecektir) sistemin titreşim genliklerinin istenilen seviyelere düşürülmesi temin edilebilir. Ancak, sözkonusu bu yeni elastik bağlantılar, temelin yapılacağı bölgenin plandaki şekli, yer darlığı gibi nedenlerle planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik yapılamayabilir. Bu durum tüm sistemin simetrisinin bozulmasına yol açmaktadır, [22].

Makina temellerinin boyutlandırılması ile ilgili yayınlarda, sistemin toplam ağırlığı W 'nin temel tabanının ağırlık merkezinden ve mesnet elemanlarının elastik merkezinden geçtiği durum yani planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olan makina-temel-mesnet sistemi gözönüne alınmıştır. Sistem B denen elastik kısım sözkonusu edilmemiştir, [2-21].

Yukarıda belirtilen nedenlerle simetrik olmayan temellerle de karşılaşıldığından, bu durumların etraflıca incelenmesi gerektiği sonucu ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada, simetrik olmayan makina-temel-mesnet sistemi incelenmiştir. Simetriden uzaklaşmanın nedenleri ve bu tip sistemlerin incelenmesinin gerekliliğinin belirtilmesinden' sonra yapılan işlemler şöylece özetlenebilir.

Konu ve amaca uygun olarak simetrik olmayan genel bir sistemin hareket denklemleri çıkarılmış, serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiştir. Özel frekans denklemi çıkarılmış ve zorlanmış titreşim çözümleri formülasyon olarak verilmiştir.

Ayrıca simetrik olmayan genel durumdan tamamen simetrik olan sistem B'siz duruma kadar tüm özel durumlar amaç doğrultusunda incelenmiştir.

Simetrik olma ve olmama durumlarında, sisteme dışarıdan eklenen elastik bir B sisteminin, asıl sistemin titreşimlerine etkisi araştırılmıştır.

Simetriden uzaklaşmayı ifade eden δ_x ve δ_y 'nin etkileri gösterilmeye çalışılmıştır.

Çalışmada yapılanların daha rahat açıklanabilmesi için sayısal çözümler de yapılmıştır. Ayrıca çalışmadan çıkan sonuçlar da sunulmuştur.

BÖLÜM 3. GENEL HAREKET DENKLEMLERİNİN YAZILMASI

Bir makina- temel sistemi, genel olarak serbestlik derecesi altı olan bir sistem olarak düşünülebilir. Bunlar sırası ile x , y ve z eksenleri doğrultularındaki ötelemeler ve bu eksenler etrafındaki dönme hareketleridir. Her serbestlik derecesi için bir tane olmak üzere toplam altı adet hareket denklemi yazıp sistemin titreşimlerini incelemek mümkün olabilmektedir, [23-29].

Bu bölümde, planda birbirine dik iki eksene göre simetrik olmayan bir makina-temel-mesnet sisteminin genel hareket denklemleri elde edilmeye çalışılmıştır.

3.1. Tanımlar Ve Kabuller

Simetrik olmayan bir makina-temel-mesnet sistemi Şekil 3.1 de şematik olarak gösterilmiştir.

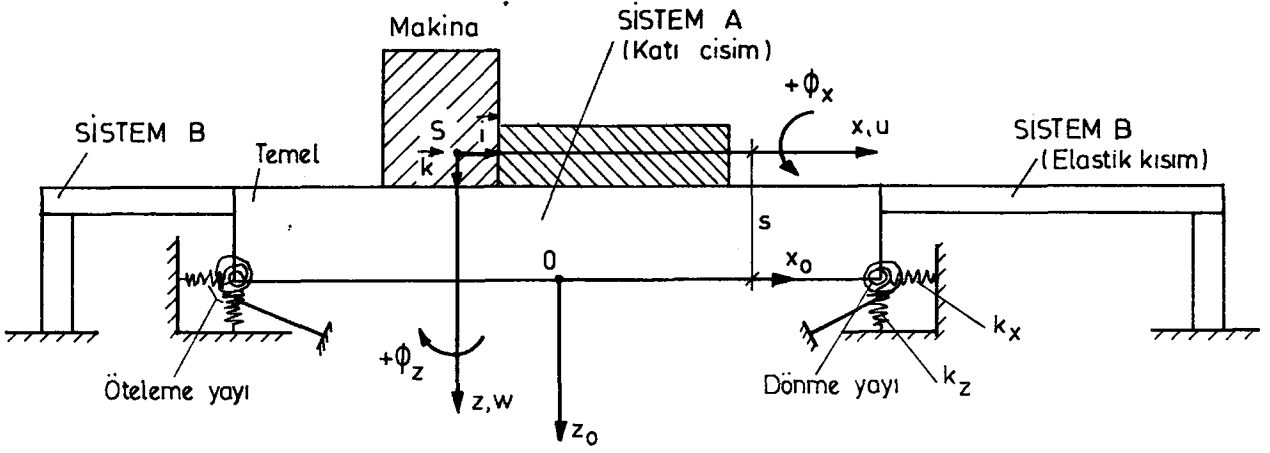
Makina-temel-mesnet sistemi ile ilgili olarak şu kabuller yapılmıştır:

Makina-temel sistemi, planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik değildir. Temel tabanının ağırlık merkezi ile mesnet elemanlarının rijitlik merkezi aynı noktadır.

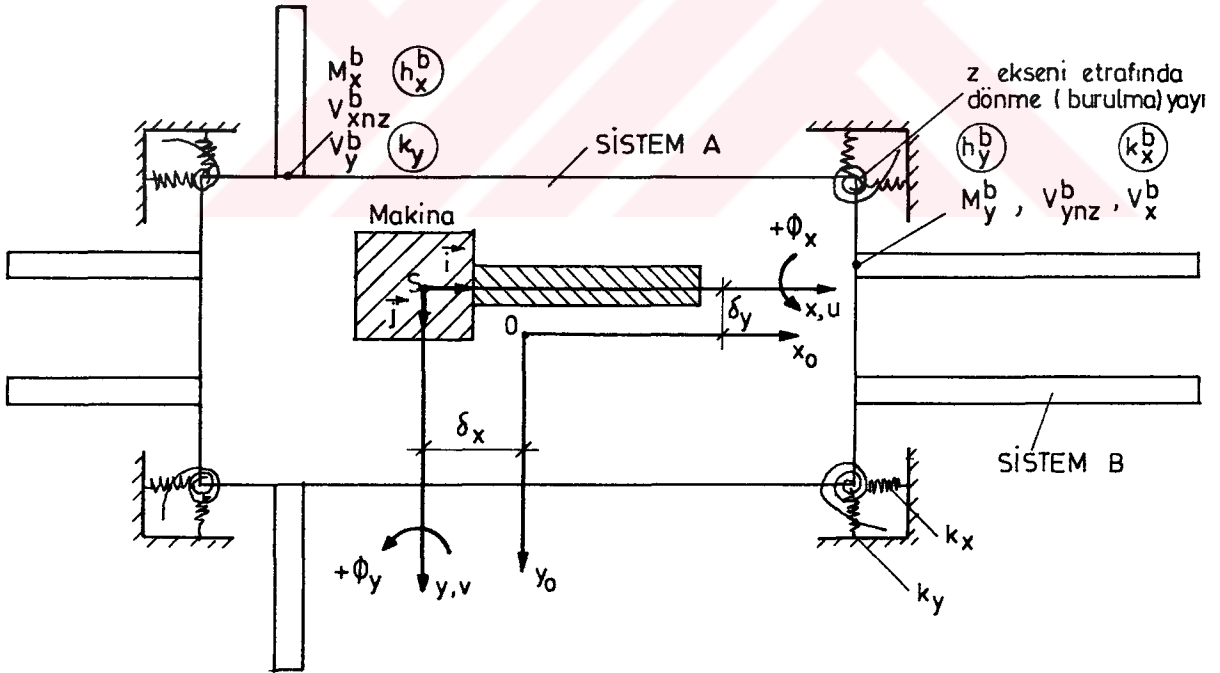
Sistemde sadece planda simetride bozulma (δ_x , δ_y) vardır ve δ_x , δ_y değerleri küçüktür.

Sistemin mesnet elemanları aynı yatay düzlemde ve sistemin ağırlık merkezinden s mesafededir.

Sönümün etkisi dikkate alınmamıştır.



a) Görünüş



b) Plan

Şekil 3.1. Simetrik Olmayan Makina-Temel-Mesnet Sistemi

Makina ile beraber bazan temel kütlesinin tamamı ve bazan da ancak bir kısmı KATI CİSİM olarak kabul edilebilir. Bu ikinci durumda temel sistemi iki alt sistemden oluşmaktadır, a) katı cisimden oluşan, sistem A b) elastik kısımdan oluşan, sistem B, [22].

Sistem B, yayılı veya münferit kütleler ihtiva edebilir. 'Genelde bu kütlelerin etkisi küçüktür ve ihmal edilebilir (Şekil 1).

Sistem A'nın (katı cismin) mesnet elemanlarının birbirinden bağımsız, kütsesiz, lineer elastik oldukları ve aynı bir yatay düzlemde (Şekil 3.1 de x_0y_0 düzlemi) bulundukları kabul edilmiştir.

Birbirinden bağımsız olmaları ve kütsesiz olmaları nedeniyle hareket denklemlerine, bu mesnet elemanlarının sadece yay sabitlerinin (stiffness influence coefficients) gireceği bilinmektedir.

Sistem B ise genel olarak x ve y eksenleri doğrultusunda birbirinden bağımsız kabul edilebilen kiriş veya çerçevelerden oluşmaktadır. Bunlar arasında bir döşemenin bulunması halinde bu kısım yatay düzlem içindeki hareketler için katı cisim gibi kabul edilebilir, [30-33].

Sistem B'nin yukarıda tarif edildiği gibi ayrık çerçeve veya kirişlerden oluşması halinde bu kısmın katı cismin hareketine etkisinin, bu ayrık kısımların birbirinden bağımsız etkilerinin toplamı şeklinde olacağı açıktır.

Bu çerçevenin birleşim yerinde katı cisme etkisi,

a) boy kısalmaları,

b) kirişlerin z ekseni etrafında eğilme rijitliği,

c) kirişlerin kendi eksenî etrafında burulma rijitliği

ihmal edilirse şöyle ifade edilebilir.

(xy) düzleminde normal kuvvet

$$V_{xn}^b = u_n \cdot k_{xn}^b \quad \text{a)} \quad (3.1)$$

$$V_{yn}^b = v_n \cdot k_{yn}^b \quad \text{b)}$$

x, y ve z eksenleri etrafında moment ve z eksenî doğrultusunda kesme kuvveti

$$M_{xn}^b = h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \cdot w_n + d_{nx}^b \cdot \phi_x \quad \text{a)}$$

$$M_{yn}^b = -h_{ny}^b (\text{sig } x_n) \cdot w_n + d_{ny}^b \cdot \phi_y \quad \text{b)}$$

$$M_{zn}^b = d_{nz}^b \cdot \phi_z \quad \text{c)} \quad (3.2)$$

$$V_{znx}^b = k_{znx}^b \cdot w_n + h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \cdot \phi_x \quad \text{d)}$$

$$V_{zny}^b = k_{zny}^b \cdot w_n - h_{ny}^b (\text{sig } x_n) \cdot \phi_y \quad \text{e)}$$

Burada;

$$k_{xn}^b, k_{yn}^b, k_{znx}^b, k_{zny}^b, h_{nx}^b, h_{ny}^b, d_{nx}^b, d_{ny}^b, d_{nz}^b$$

ler B sistemi kirişlerinin sistem A ile birleşim yerlerindeki yay sabitleridir yani "stiffness influence coefficients" leridir ve bunların indisi dönmelerin aynıdır, [34-36].

$\text{sig } x_n, \text{ sig } y_n$ ler, kirişin birleşim noktası olan N'in absis ve ordinatlarının işaretini göstermektedir.

Sistem B'nin üzerindeki kütlelerin ihmal edilmemesi halinde (3.1) ve (3.2) ifadelerindeki katsayıların, bütün sistemin q açısal frekansına ve sistem B üzerindeki kütlere de tabi olduğu bilinmektedir, [22].

Buradaki q değeri, serbest titreşimlerde sistemin λ özel açısal frekansını ve zorlanmış titreşimlerde ise makinanın ω açısal frekansını göstermektedir.

Kütle sayısının çok olması halinde sistem B'nin dinamik serbestlik derecesinin azaltılması yoluna gidilmektedir, [22].

Sistem B'yi oluşturan kirişlerin katı cisim olan sistem A ile birleşim yerinde z eksenini etrafındaki eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri ihmal edilmişti, istenirse bunların da gözönüne alınabileceği açıktır.

Sisteme ait geometrik ve mekanik büyüklükler Şekil 3.1 de toplu olarak gösterilmişlerdir.

Burada;

S : Katı cismin ağırlık merkezini,

M_R : Katı cismin kütlelerini,

O : Sistem A'daki mesnet elemanlarının bulundukları yatay düzlem içindeki Elastik Merkezi'ni ve aynı zamanda temel tabanının ağırlık merkezini,

$Sxyz, O x_O y_O z_O$: S ve O 'dan geçen eksen takımlarını,

$k_x, k_y, k_z; d_x, d_y, d_z$: Mesnet elemanlarının, sırasıyla x, y, z eksenleri doğrultularında

ötelenme ve etrafında dönme rijitlik sayılarını,

λ : sistemin özel açısal frekansını,

ω : makinanın açısal frekansını,

$k_x^b, k_y^b, k_z^b; d_x^b, d_y^b, d_z^b; h_x^b, h_y^b$: sistem B'nin, katı cisim ile birleştiği yerlerdeki sırasıyla x, y, z eksenleri doğrultularında, q 'ya tabi ötelenme ve dönme rijitlik sayılarını,

u_n, v_n, w_n : sistemin bir N noktasındaki, sırasıyla x, y, z eksenleri yönünde pozitif kabul edilen yerdeğiştirmelerini,

$\phi_{xn}, \phi_{yn}, \phi_{zn}$: sistemin bir N noktasında, sırasıyla x, y ve z eksenleri etrafında sağ el kaidesine göre pozitif olarak kabul edilen dönmeleri,

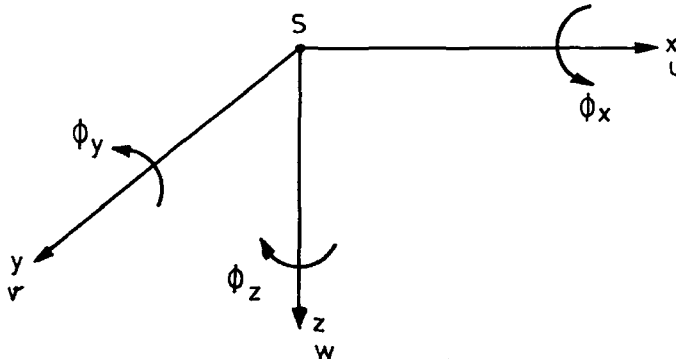
δ_x, δ_y, s : katı cismin S ağırlık merkezi ile O elastik merkezi arasındaki, sırasıyla x, y ve z eksenleri yönündeki mesafeleri (δ_x ve δ_y ilgili eksenin pozitif bölgesinde iken (-), negatif bölgesinde iken (+) işareti ile alınacaktır),

$\text{sig}(x_n \sim y_n)$: x_n veya y_n 'in işaretini

göstermektedir.

Yerdeğiştirmeler ve dönmelerin çok küçük oldukları yani $u^2, u.w, \dots, \phi^2, \dots$ gibi terimlerin, sırasıyla $u, v, w, \dots, \phi, \dots$ yanında ihmal edilebildikleri ve buna göre $\sin\phi \cong \text{tg}\phi \cong \phi, \cos\phi \cong 1$ olduğu kabul edilmiştir.

u, v, w ile ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z ' in pozitif yönleri Şekil 3.1 ve 3.2 de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Yerdeğiştirme ve Dönmelerin Pozitif Yönleri

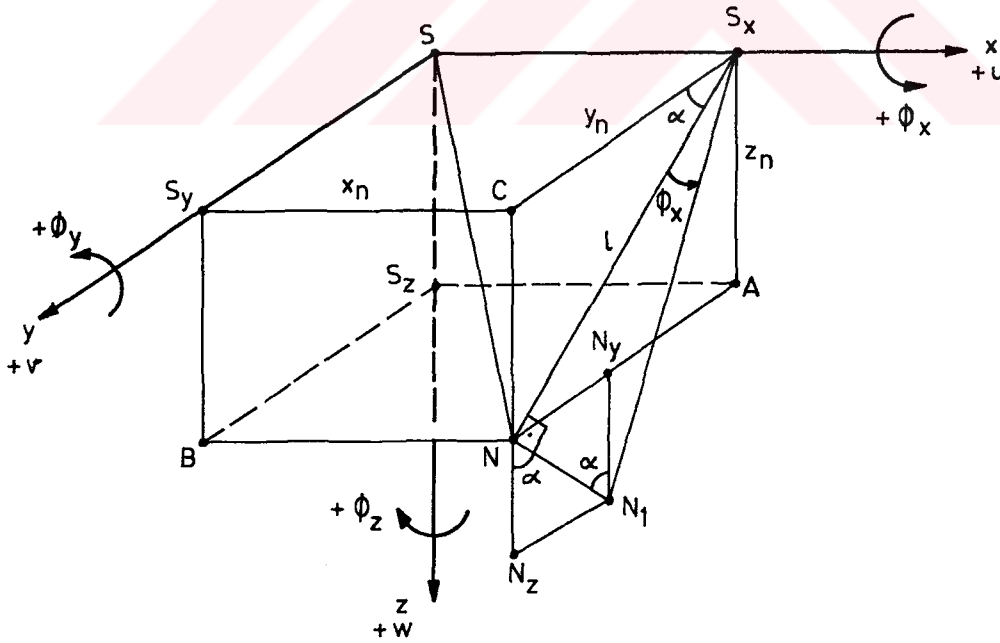
3.2. Katı Cismin Bir $N(x_n, y_n, z_n)$ Noktasının Yerdeğiştirmeleri

Yerdeğiştirmeler ve dñnmeler için yapılan kabuller sonucu N noktasının yerdeğiştirmelerinde süperpozisyon kuralının geçerli olduğu açıktır, [37,38].

Ötelemeler:

N noktası, katı cismin u, v, w ötelemelerini aynen yapar ve başka bir noktaya gelir. Ayrıca katı cismin dñnmelerinden dolayı da ötelemeler yapar.

N noktasının u_n, v_n, w_n yerdeğiştirmeleri, S noktasının u, v, w yerdeğiştirmeleri ile katı cismin eksenler etrafındaki ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z dñnmelerinden meydana gelen ilave yerdeğiştirmelerin toplamıdır.



Şekil 3.3. Katı Cismin Bir $N(x_n, y_n, z_n)$ Noktasının Yerdeğiştirmeleri

Dönmelerden meydana gelen ilave yerdeğiştirmelerin hesabı için Şekil 3.3 gözönüne alınsın. Katı cismin bir N noktası ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z dönmeleri esnasında bu noktadan eksenlere dik olarak geçirilen üç düzlemin eksenler üzerinde belirttiği sırasıyla S_x , S_y ve S_z noktaları etrafında ϕ_x , ϕ_y ve ϕ_z kadar döner. Şekilde örnek olarak x eksenini etrafında $+\phi_x$ kadar dönmeden sonra N'in geldiği N_1 noktası gösterilmiştir. $\overline{NN_1}$ 'in eksenler üzerindeki izdüşümleri ϕ_x dönmesinden meydana gelen ilave yerdeğiştirmelerdir.

Şekilden

$$\Delta u = 0 \quad , \quad \Delta v = -z_n \cdot \phi_x \quad , \quad \Delta w = y_n \cdot \phi_x$$

olduğu görülmektedir.

Benzer şekilde ϕ_y ve ϕ_z dönmelerinin meydana getirdiği ilave yerdeğiştirmeler hesaplanabilir.

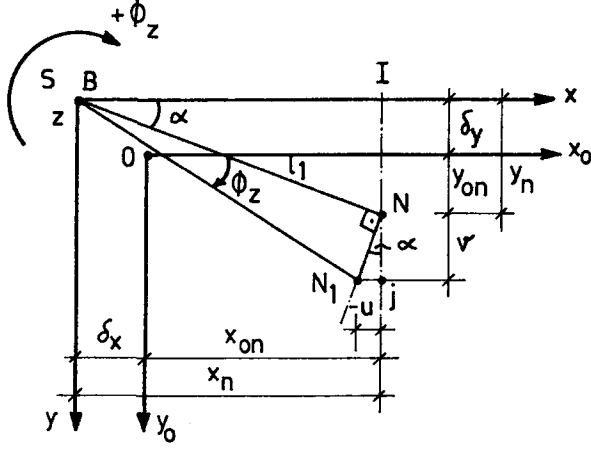
Eksenler etrafındaki dönmeler:

1^o) z Eksenini etrafında ϕ_z dönmesi:

N noktasından geçen ve xy düzlemine paralel bir düzlem gözönüne alınsın. Bu düzlemin z eksenini ile arakesiti B noktası olsun.

$$\overline{BN} = l_1$$

Katı cismin B_{xy} düzleminde z eksenini etrafında ϕ_z kadar dönmesi ile N noktası N_1 'e gelir.



Şekil 3.4. Katı Cismin ϕ_z Dönmesi

Şekilden, $\overline{NN_1} = \phi_z \cdot l_1$, $\overline{N_1J} = v$, $-\overline{N_1J} = u$ olduğu görülmektedir.

INB ve NN_1J üçgenlerinin benzerliğinden

$$\sin \alpha = \frac{y_n}{l_1} = \frac{u(\overline{N_1J})}{\overline{NN_1}}$$

$$\cos \alpha = \frac{x_n}{l_1} = \frac{v}{\overline{NN_1}}$$

yazılabilir.

Buradan

$$u = -y_n \cdot \frac{l_1 \cdot \phi_z}{l_1} = -y_n \cdot \phi_z$$

$$v = x_n \cdot \frac{l_1 \cdot \phi_z}{l_1} = x_n \cdot \phi_z \quad (3.3)$$

$$w = 0$$

bağıntıları yazılarak aranan büyüklükler bilinen ϕ_z , y_n , x_n cinsinden hesaplanmış olur.

Buradan

$$u = z_n \cdot \frac{\phi_y \cdot l}{l} = z_n \cdot \phi_y$$

$$v = 0$$

(3.4)

$$w = -x_n \cdot \frac{\phi_y \cdot l}{l} = -x_n \cdot \phi_y$$

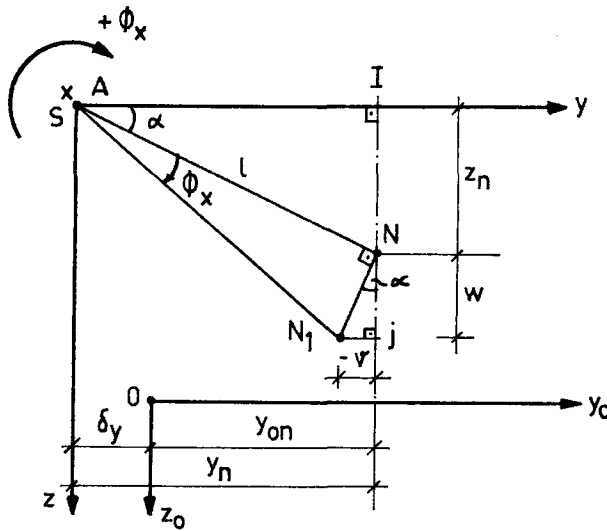
bağıntıları yazılabilir. Bu suretle aranan büyüklükler bulunmuş olur.

3°) x Eksenini etrafında ϕ_x dönmesi:

N noktasından geçen yz düzlemine paralel olan bir düzlem gözönüne alınsın. Bu düzlemin x eksenini ile arakesiti A noktası olsun.

$$\overline{AN} = l$$

Katı cisim dolayısıyla x eksenini etrafında ϕ_x kadar dönmesi sonucu N noktası N_1 'e gelir.



Şekil 3.6. Katı Cismin ϕ_x Dönmesi

Şekilden $\overline{NN_1} = \phi_x \cdot l$, $\overline{NJ} = w$, $\overline{N_1j} = -v$ olduğu görülmektedir.

INA ve NN_1J üçgenlerinin benzerliğinden

$$\sin \alpha = \frac{z_n}{l} = \frac{-v}{\overline{NN_1}}$$

$$\cos \alpha = \frac{y_n}{l} = \frac{w}{\overline{NN_1}}$$

yazılabilir.

Sonuçta

$$u = 0$$

$$v = -z_n \cdot \phi_x \quad (3.5)$$

$$w = y_n \cdot \phi_x$$

bulunur.

Öteleme ve dönme yerdeğiştirmeleri toplanarak $N(x_n, y_n, z_n)$ noktasının yerdeğiştirmeleri

$$u_n = u - y_n \cdot \phi_z + z_n \cdot \phi_y \quad a)$$

$$v_n = v + x_n \cdot \phi_z - z_n \cdot \phi_x \quad b) \quad (3.6)$$

$$w_n = w - x_n \cdot \phi_y + y_n \cdot \phi_x \quad c)$$

olarak elde edilebilir.

Bu ifadeler, S ve O dan geçen eksen takımları arasındaki

$$x_n = x_{on} + \delta_x \quad , \quad y_n = y_{on} + \delta_y \quad (3.7)$$

koordinat dönüşümü ile

$$\begin{aligned} u_n &= u - (y_{on} + \delta_y) \cdot \phi_z + z_n \cdot \phi_y \\ v_n &= v + (x_{on} + \delta_x) \cdot \phi_z - z_n \cdot \phi_x \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$w_n = w - (x_{on} + \delta_x) \cdot \phi_y + (y_{on} + \delta_y) \cdot \phi_x$$

şeklını alır.

İkinci türevler

$$\begin{aligned} \ddot{u}_n &= \ddot{u} - (y_{on} + \delta_y) \cdot \ddot{\phi}_z + z_n \cdot \ddot{\phi}_y \\ \ddot{v}_n &= \ddot{v} + (x_{on} + \delta_x) \cdot \ddot{\phi}_z - z_n \cdot \ddot{\phi}_x \\ \ddot{w}_n &= \ddot{w} - (x_{on} + \delta_x) \cdot \ddot{\phi}_y + (y_{on} + \delta_y) \cdot \ddot{\phi}_x \end{aligned} \quad (3.9)$$

olarak yazılabilir.

Simetrik durumdan uzaklaşmayı yani simetrideki bozulmayı ifade eden δ_x ve δ_y değerleri sırasıyle x_o , y_o eksenlerinin pozitif bölgelerinde iken (-), negatif bölgelerinde iken (+) işareti ile alınacaktır.

Yukarıdaki ifadelerde δ_x , δ_y değerlerinin, ilgili eksenlerin negatif bölgelerinde kaldıkları kabul edilerek (+) işareti ile alınmışlardır.

Dönmeler :

N noktası, katı cismin eksenler etrafındaki ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z dönmelerini aynen yapar. Buna göre

$$\phi_{xn} = \phi_x \quad , \quad \phi_{yn} = \phi_y \quad , \quad \phi_{zn} = \phi_z \quad (3.10)$$

olduğu kolayca söylenebilir.

İkinci türevleri

$$\ddot{\phi}_{xn} = \ddot{\phi}_x \quad , \quad \ddot{\phi}_{yn} = \ddot{\phi}_y \quad , \quad \ddot{\phi}_{zn} = \ddot{\phi}_z \quad (3.11)$$

şeklını alır.

3.3. Mesnet Elemanları Rijitlik (Stiffness) Sayıları, Mesnet Reaksiyonları

Genel olarak bir N noktasında bulunan bir mesnet elemanının üç öteleme ve üç de dönmeye karşı gelen toplam altı adet rijitlik (stiffness) sayısı vardır. Bunlar

Eksenler	x	y	z
Eksenler yönünde	k_{xn}	k_{yn}	k_{zn}
Eksenler etrafında	d_{xn}	d_{yn}	d_{zn}

olarak adlandırılabilir.

Birçok mesnet elemanında d dönme rijitlikleri ihmal edilebilir. Bazan da önemli dönme rijitliği olan yay elemanları olabilir.

Bir N noktasında münferit ayrık yaylar şeklinde bulunan mesnet elemanlarının reaksiyonları, yayların rijitlik sayıları ve $u_n, v_n, w_n, \phi_x, \phi_y, \phi_z$ yerdeğiştirme ve dönmeleri ile (3.6) eşitlikleri de kullanılarak

Eksenler yönünde yay kuvvetleri

$$V_{xn} = k_{xn} \cdot u_n = u \cdot k_{xn} - y_n \cdot \phi_z \cdot k_{xn} + z_n \cdot \phi_y \cdot k_{xn} \quad a)$$

$$V_{yn} = k_{yn} \cdot v_n = v \cdot k_{yn} + x_n \cdot \phi_z \cdot k_{yn} - z_n \cdot \phi_x \cdot k_{yn} \quad b) \quad (3.12)$$

$$V_{zn} = k_{zn} \cdot w_n = w \cdot k_{zn} - x_n \cdot \phi_y \cdot k_{zn} + y_n \cdot \phi_x \cdot k_{zn} \quad c)$$

Eksenler etrafında yay momentleri

$$M_{xn}^V = d_{xn} \cdot \phi_x, \quad M_{yn}^V = d_{yn} \cdot \phi_y, \quad M_{zn}^V = d_{zn} \cdot \phi_z \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilirler.

Bazan temel bloğunun zemine oturması halinde, zeminin harekete karşı direnci ortaya çıkar. Bu direnç

- a) x, y ve z eksenleri yönünde ötelemeye karşı gelen,
- b) temel bloğunun eksenler etrafında dönmesine karşı gelen

dirençlerden oluşmaktadır.

Temel zemininin düşey doğrultuda yatak katsayısı C, yatayda x ve y eksenleri doğrultusundaki kayma yatak katsayıları $C_{x\tau}$ ve $C_{y\tau}$ olsun. Temelin N noktasında zemine oturan bir dA temas alanının verdiği elemanter dirençler yani zemin reaksiyonları

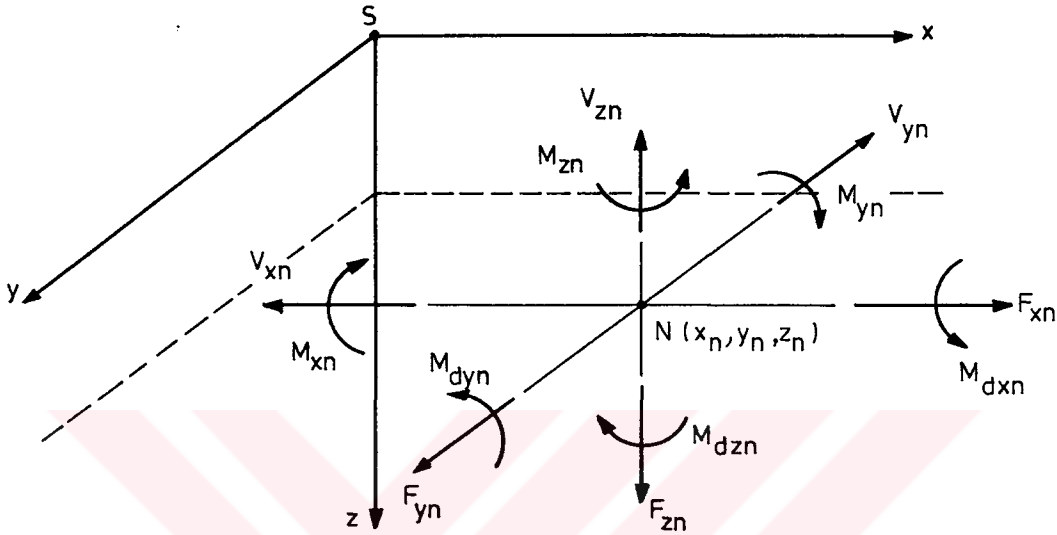
$$d(V_{xc})_n = C_{x\tau} \cdot dA \cdot u_n = (C_{x\tau} \cdot dA) \cdot u - (C_{x\tau} \cdot dA) \cdot y_n \cdot \phi_z + (C_{x\tau} \cdot dA) \cdot z_n \cdot \phi_y \quad a)$$

$$d(V_{yc})_n = C_{y\tau} \cdot dA \cdot v_n = (C_{y\tau} \cdot dA) \cdot v + (C_{y\tau} \cdot dA) \cdot x_n \cdot \phi_z - (C_{y\tau} \cdot dA) \cdot z_n \cdot \phi_x \quad b) \quad (3.14)$$

$$d(V_{zc})_n = C \cdot dA \cdot w_n = (C \cdot dA) \cdot w - (C \cdot dA) \cdot x_n \cdot \phi_y + (C \cdot dA) \cdot y_n \cdot \phi_x \quad c)$$

olarak yazılabilir. $C_x = C_{x\tau}$, $C_y = C_{y\tau}$, $C_z = C$ denilecektir.

Reaksiyonlar için pozitif yön olarak yerdeğiştirmelerin ve dönmelerin pozitif yönlerinin zıddı alınmıştır. Bunlar Şekil 3.7'de belirtilmiştir. Aynı şekilde $\vec{F}_n$ dış kuvvetinin ve $\vec{M}_{dn}$ dış momentinin pozitif yönleri de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. Mesnet Reaksiyonları ve Dış Yükler

(3.12) ve (3.13) reaksiyonları temelin kazıklara oturması halinde, (3.14) reaksiyonları ise temel tabanının zemine oturması halinde sözkonusudur.

Bazan temel kütlesi kazıklara oturmakla beraber zemine de temas eder. Bu halde her iki tür reaksiyon aynı anda mevcut demektir.

Dikkat edilecek nokta (3.12) ve (3.13) tipi reaksiyonlarda sonlu toplamların ve (3.14) tipi reaksiyonlarda temas alanı üzerinde integrasyonun sözkonusu olduğudur.

Mesnet elemanlarının rijitlik sayılarının tayini ve değişik mesnet elemanları, konu ile ilgili mevcut yayınlarda bulunabilir, [39-43].

3.4. Sistem B'den Gelen Etkiler

Katı cisimle bir N noktasında birleşen sistem B'nin bir kirişinin bu noktada katı cisme etkileri, paragraf 3.1'deki tanımlar ve (3.1), (3.2), (3.6) ve (3.10) bağıntıları ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir, [22,30,35].

xy düzlemindeki normal kuvvetler

$$V_{xn}^b = k_{xn}^b \cdot u_n = u \cdot k_{xn}^b - y_n \cdot \phi_z \cdot k_{xn}^b + z_n \cdot \phi_y \cdot k_{xn}^b \quad a) \quad (3.15)$$

$$V_{yn}^b = k_{yn}^b \cdot v_n = v \cdot k_{yn}^b + x_n \cdot \phi_z \cdot k_{yn}^b - z_n \cdot \phi_x \cdot k_{yn}^b \quad b)$$

x, y, z eksenleri etrafında moment ve z eksenine doğrultusunda kesme kuvvetleri

$$M_{xn}^b = h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \cdot w + [h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \cdot y_n + d_{nx}^b] \cdot \phi_x - h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \cdot x_n \cdot \phi_y \quad a)$$

$$M_{yn}^b = -h_{ny}^b (\text{sig } x_n) \cdot w - h_{ny}^b (\text{sig } x_n) \cdot y_n \cdot \phi_x + [h_{ny}^b (\text{sig } x_n) \cdot x_n + d_{yn}^b] \cdot \phi_y \quad b)$$

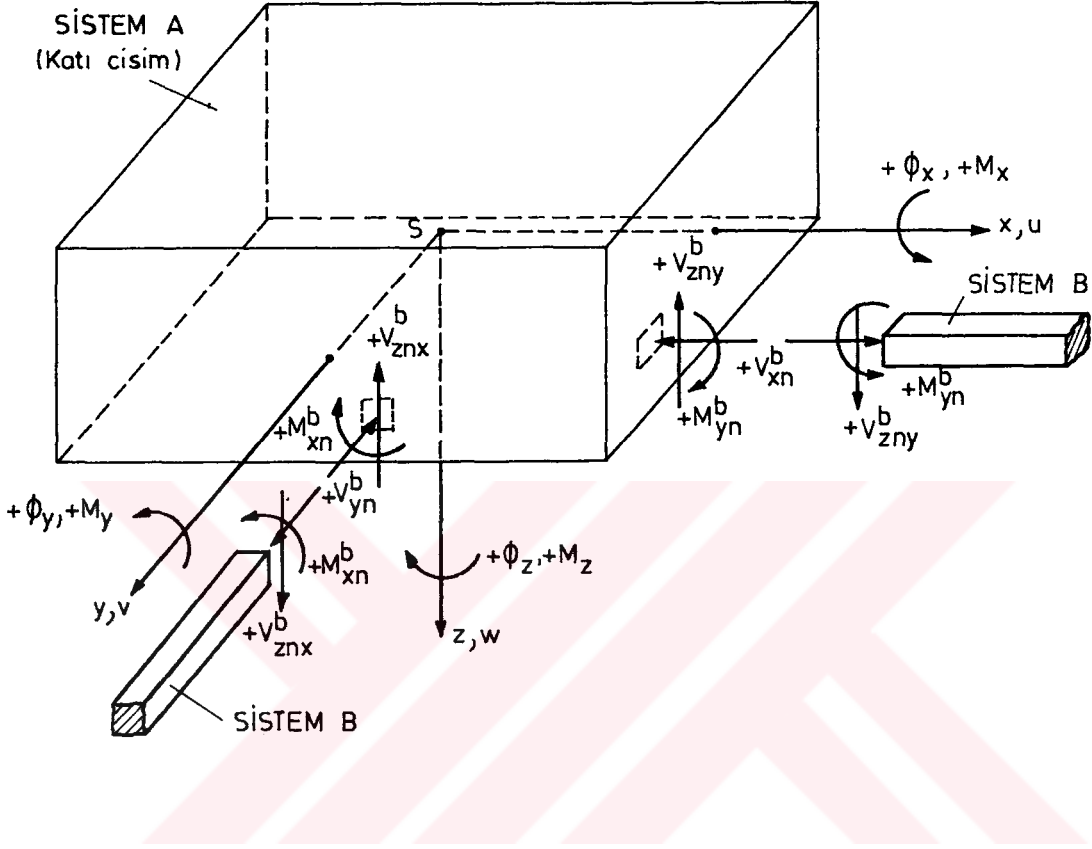
$$M_{zn}^b = d_{zn}^b \cdot \phi_z \quad c)$$

$$V_{znx}^b = k_{znx}^b \cdot w + [k_{znx}^b \cdot y_n + h_{nx}^b (\text{sig } y_n)] \cdot \phi_x - k_{znx}^b \cdot x_n \cdot \phi_y \quad d) \quad (3.16)$$

$$V_{zny}^b = k_{zny}^b \cdot w + k_{zny}^b \cdot y_n \cdot \phi_x - [k_{zny}^b \cdot x_n + h_{ny}^b (\text{sig } x_n)] \cdot \phi_y \quad e)$$

Bu etkilerin pozitif yönleri, mesnet reaksiyonlarında olduğu gibidir.

Aşağıda Şekil 3.8 de sistem B'den gelen etkilerin pozitif yönleri gösterilmiştir.



Şekil 3.8. Sistem B'den Gelen Etkiler

3.5. Hareket Esnasında Sisteme Etkiyen Kuvvetler

Sistemin bir $N(x_n, y_n, z_n)$ noktasına etkiyen kuvvetler aşağıda verilmişlerdir.

1^o) Sonsuz küçük bir (dm) kütle elemanına etkiyen $d\vec{D}_n$ Atalet kuvveti:

Hareketin zıt yönünde olan ve bu yönüyle pozitif kabul edilen bu kuvvetin, $\ddot{u}_n, \ddot{v}_n, \ddot{w}_n$ ivmeleri ile

$$d\vec{D}_n = dm (\ddot{u}_n \vec{i} + \ddot{v}_n \vec{j} + \ddot{w}_n \vec{k}) \quad (3.17)$$

ve bileşenlerinin de

$$\begin{aligned} d\vec{D}_{nx} &= dm [\ddot{u} \vec{i} - (y_{on} + \delta_y) \ddot{\phi}_z \vec{i} + z_{on} \ddot{\phi}_y \vec{i}] \\ d\vec{D}_{ny} &= dm [\ddot{v} \vec{j} + (x_{on} + \delta_x) \ddot{\phi}_z \vec{j} - z_{on} \ddot{\phi}_x \vec{j}] \\ d\vec{D}_{nz} &= dm [\ddot{w} \vec{k} - (x_{on} + \delta_x) \ddot{\phi}_y \vec{k} + (y_{on} + \delta_y) \ddot{\phi}_x \vec{k}] \end{aligned} \quad (3.18)$$

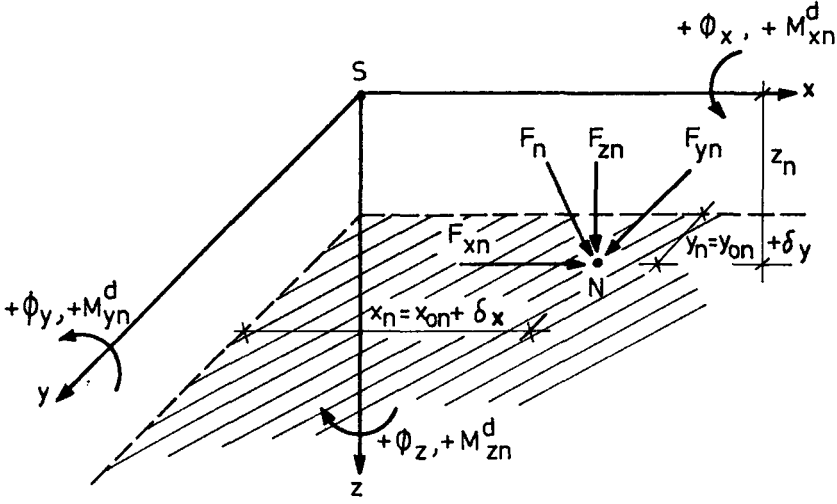
şeklinde olacağı bilinmektedir. Burada ($\ddot{\cdot}$) zamana göre ikinci mertebe türevi göstermektedir.

2^o) $\vec{F}_n$ Dış kuvveti ve $\vec{M}_n^d$ Dış momenti :

Bunlar eksenlerin ve dönmelerin pozitif yönlerinde pozitif kabul edilen bileşenleri ile

$$\begin{aligned} \vec{F}_n &= F_{nx} \vec{i} + F_{ny} \vec{j} + F_{nz} \vec{k} & a) \\ \vec{M}_n &= M_{nx} \vec{i} + M_{ny} \vec{j} + M_{nz} \vec{k} & b) \end{aligned} \quad (3.19)$$

olarak yazılabilir.



Şekil 3.9. Dış Kuvvetler

Dış kuvvet ve bileşenlerinin, koordinat takımının pozitif bölgesindeki bir N noktasına etkimesi durumunda sırasıyla x, y ve z eksenlerine göre moment, (3.7) ifadeleri de gözönünde bulundurularak

$$\Sigma (y_{on} + \delta_y) F_{zn} - \Sigma z_n \cdot F_{yn} + \Sigma M_{xn}^d \quad a)$$

$$\Sigma z_n \cdot F_{xn} - \Sigma (x_{on} + \delta_x) \cdot F_{zn} + \Sigma M_{yn}^d \quad b) \quad (3.20)$$

$$\Sigma (x_{on} + \delta_x) F_{yn} - \Sigma (y_{on} + \delta_y) F_{xn} + \Sigma M_{zn}^d \quad c)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Burada dikkat edilecek husus δ_x ve δ_y 'lerin daha önce belirtildiği gibi işaretleri ile gözönüne alınması gerektiğidir.

Hareket için sistemin düşey ağırlıklar altında statik durumda dengede olduğu konum mukayese konumu olarak alınacaktır. Bu halde sistemin W toplam ağırlığı dış kuvvetlerin içinde bulunmayacaktır. W ağırlığının, katı cismin ϕ_x ve ϕ_y dönmeleri esnasında ortaya çıkan

$$M_{xw} = \phi_x \cdot s \cdot W \quad (3.21)$$

$$M_{yw} = \phi_y \cdot s \cdot W$$

momentleri hesaba katılacaklardır. Ancak bunların değeri küçüktür, ihmal edilebilirler. Görüldüğü gibi bu momentler ϕ_x ve ϕ_y bilinmeyenlerine tabidirler, [3-7].

3°) Mesnet Reaksiyonları:

Bunlar (3.12), (3.13) ve (3.14) ifadeleri ile verilmişlerdir. Ayırık büyüklüklere ait değerlerin sonlu toplamalarının ve sürekli büyüklüklere ait değerlerin integrallerinin geleceği açıktır.

4°) Sistem B'nin Etkileri:

Bu etkiler (3.15) ve (3.16) ifadeleri ile verilmişlerdir. Evvelce de belirtildiği gibi, sistem B üzerindeki kütlelerin ihmal edilmemesi halinde bu ifadelerdeki k^b ve d^b katsayıları kütlelere ve serbest titreşimlerde sistemin λ özel açısal frekansına, zorlanmış titreşimlerde makinanın ω açısal frekansına tabidirler.

3.6. Genel Hareket Denklemleri

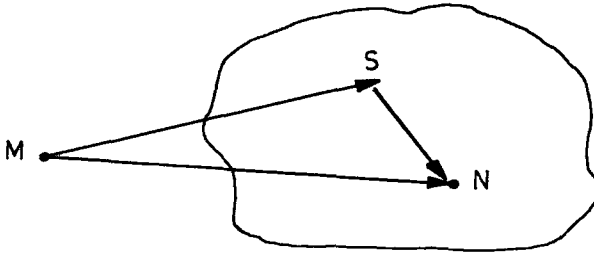
Sistemi yukarıda tariflenen şekilde iki kısma ayırıp sistem B'nin etkilerini de dış kuvvet gibi alarak ve D'Alembert prensibini kullanarak katı cisim için, dolayısıyla bütün sistem için hareket denklemlerinin aşağıdaki gibi yazılabileceği açıktır, [26-29].

Bir N noktasındaki

Dinamik kuvvet (Atalet Kuvveti)	$\vec{D}_n$
Yay kuvveti	$\vec{V}_n$
Temel zemini reaksiyonu	$\vec{V}_{cn}$
Sistem B'den gelen etkiler	$\vec{V}_n^b$
Dış kuvvet	$\vec{F}_n$
Dış moment	$\vec{M}_n$

olsun. Bunlardan dış kuvvet eksenlerin pozitif yönünde, dış moment pozitif dönmeler yönünde pozitif ve diğer kuvvetler ve momentler ise bunların zıt yönünde pozitif kabul edileceklerdir.

Hareketin nisbet edildiği mukayese sisteminin bir noktası M ve ağırlık merkezi S olsun. N ise hareket eden cismin herhangi bir noktası olsun, (Şekil 3.10).



Şekil 3.10. Katı Cisim ve Mukayese Noktası

D'Alembert prensibine göre bu kuvvetlerin dinamik denge denklemleri (izdüşüm ve moment) vektörel olarak yazılabilir, [37].

$$\int_{\Omega} d\vec{D}_n + \Sigma \vec{V}_n + \int_{\Omega} d\vec{V}_{cn} + \Sigma \vec{V}_n^b - \Sigma \vec{F}_n = 0 \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \vec{MN} \wedge d\vec{D}_n + \Sigma \vec{MN} \wedge \vec{V}_n + \int_{\Omega} \vec{MN} \wedge d\vec{V}_{cn} + \Sigma \vec{MN} \wedge \vec{V}_n^b - \Sigma \vec{MN} \wedge \vec{F}_n + \\ + \Sigma \vec{M}_n^v - \Sigma \vec{M}_n^b - \Sigma \vec{M}_n^d = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Burada S katı cismin ağırlık merkezini, Ω katı cismin hacmini, A temelin zeminle temas alanını, N katı cismin bir noktasını göstermektedir.

(3.23) nolu denklemde

$$\vec{MN} = \vec{MS} + \vec{SN} \quad (3.24)$$

olduğu gözönüne alınırsa bu denklem,

$$\begin{aligned} \vec{MN} \wedge \left(\int_{\Omega} d\vec{D}_n + \Sigma \vec{V}_n + \int_{\Omega} d\vec{V}_{cn} + \Sigma \vec{V}_n^b - \Sigma \vec{F}_n \right) + \int_{\Omega} \vec{SN} \wedge d\vec{D}_n + \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{V}_n + \\ + \int_{\Omega} \vec{SN} \wedge d\vec{V}_{cn} + \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{V}_n^b - \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{F}_n + \Sigma \vec{M}_n^v + \Sigma \vec{M}_n^b - \\ - \Sigma \vec{M}_n^d = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

şeklinde yazılabilir.

(3.22) denklemi de gözönüne alınırsa dinamik moment denge denklemi

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \vec{SN} \wedge d\vec{D}_n + \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{V}_n + \int_{\Omega} \vec{SN} \wedge d\vec{V}_{cn} + \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{V}_n^b - \Sigma \vec{SN} \wedge \vec{F}_n + \\ + \Sigma \vec{M}_n^v + \Sigma \vec{M}_n^b - \Sigma \vec{M}_n^d = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

olarak son şeklini alır.

$N(x_n, y_n, z_n)$ noktasındaki bir

$$\vec{C} = C_x \vec{i} + C_y \vec{j} + C_z \vec{k} \quad (3.27)$$

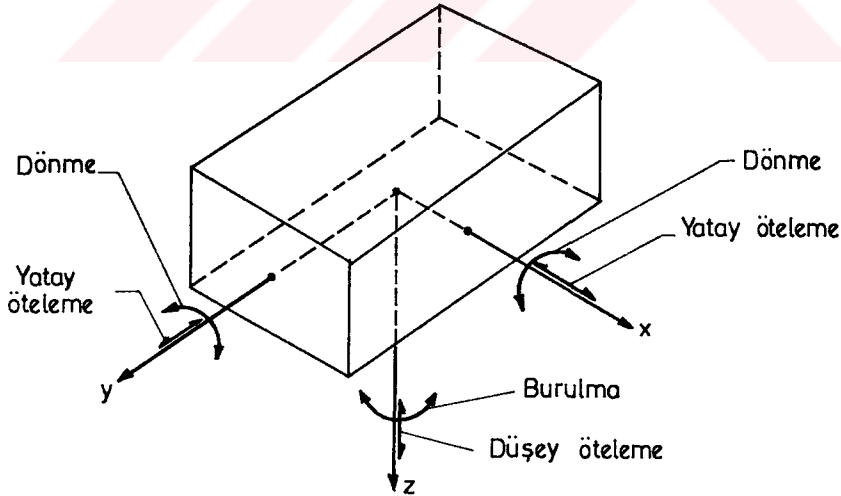
vektörünün S noktasına göre momentinin yani $\vec{SN} \wedge \vec{C}$ 'nin

$$\vec{SN} \wedge \vec{C} = (y_n C_z - z_n C_y) \vec{i} + (z_n C_x - x_n C_z) \vec{j} + (x_n C_y - y_n C_x) \vec{k} \quad (3.28)$$

olduğu açıktır.

Buna göre, (3.22) ve (3.26) denklemlerindeki büyüklüklerin (3.12), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.19) ve (3.21) ifadeleri ile verilen bileşenleri kullanılarak bu iki vektörel denklem yerine 6 tane aşağıdaki skaler denklem yazılabilir.

Sistemin S ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre genel hareket denklemleri:



Şekil 3.11. Sistemin Hareketleri

x Ekseninde izdüşüm denklemi

$$\int_{\Omega} \ddot{u}_n dm + \Sigma V_{xn} + C_x \int_A u_n dA + \Sigma V_{xn}^b = \Sigma F_{xn} = P_x \quad a)$$

y Ekseninde izdüşüm denklemi

$$\int_{\Omega} \ddot{v}_n dm + \Sigma V_{yn} + C_y \int_A v_n dA + \Sigma V_{yn}^b = \Sigma F_{yn} = P_y \quad b)$$

z Ekseninde izdüşüm denklemi

$$\int_{\Omega} \ddot{w}_n dm + \Sigma V_{zn} + C_z \int_A w_n dA + \Sigma (V_{znx}^b + V_{zny}^b) = \Sigma F_{zn} = P_z \quad c)$$

x Eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \ddot{w}_n (y_{on} + \delta_y) dm - \int_{\Omega} \ddot{v}_n \cdot z_n \cdot dm + \Sigma (y_{on} + \delta_y) \cdot V_{zn} - \Sigma z_n \cdot V_{yn} + \\ & + C_z \int_A (y_{on} + \delta_y) w_n \cdot dA - C_y \int_A z_n \cdot v_n dA + \Sigma (y_{on} + \delta_y) [V_{znx}^b + V_{zny}^b] - \\ & - \Sigma z_n \cdot V_{yn}^b + \Sigma M_{xn}^v + \Sigma M_{xn}^b = \Sigma (y_{on} + \delta_y) F_{zn} - \Sigma z_n \cdot F_{yn} + \Sigma M_{xn}^d \quad d) \end{aligned}$$

y Eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \ddot{u}_n \cdot z_n dm - \int_{\Omega} \ddot{w}_n (x_{on} + \delta_x) dm + \Sigma z_n \cdot V_{xn} - \Sigma (x_{on} + \delta_x) V_{zn} + \\ & + C_x \int_A z_n \cdot u_n dA - C_z \int_A (x_{on} + \delta_x) w_n dA + \Sigma z_n \cdot V_{xn}^b - \\ & - \Sigma (x_{on} + \delta_x) [V_{znx}^b + V_{zny}^b] + \Sigma M_{yn}^v + \Sigma M_{yn}^b = \Sigma z_n \cdot F_{xn} - \\ & - \Sigma (x_{on} + \delta_x) \cdot F_{zn} + \Sigma M_{yn}^d \quad e) \end{aligned}$$

(3.29)

z Eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \ddot{v}_n(x_{on} + \delta_x) dm - \int_{\Omega} \ddot{u}_n(y_{on} + \delta_y) dm + \Sigma(x_{on} + \delta_x) V_{yn} - \\
 & - \Sigma(y_{on} + \delta_y) V_{xn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) v_n dA - C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) \cdot u_n \cdot dA + \\
 & + \Sigma(x_{on} + \delta_x) V_{yn}^b - \Sigma(y_{on} + \delta_y) V_{xn}^b + \Sigma M_{zn}^v + \Sigma M_{zn}^b = \Sigma(x_{on} + \delta_x) F_{yn} - \\
 & - \Sigma(y_{on} + \delta_y) F_{xn} + \Sigma M_{zn}^d \quad f)
 \end{aligned}$$

(3.6), (3.10), (3.12), (3.13), (3.14), (3.15) ve (3.16) ifadeleri ile yukarıdaki hareket denklemlerine gidilsin ve denklemlerde aşağıdaki hususlar gözönünde bulundursun.

1^o) Sxyz eksen takımı, makina-temel sisteminden oluşan katı cismin ağırlık merkezinden geçtiğinden

$$\int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x) dm = 0 \quad , \quad \int_{\Omega} (y_{on} + \delta_y) dm = 0 \quad , \quad \int_{\Omega} z_n dm = 0$$

dir. δ_x ve δ_y işareti ile alınacaktır.

(3.30)

2^o) Katı cismin kütlesi ile zeminle temas eden temel taban alanı şöyledir.

$$\int_{\Omega} dm = M_R \quad , \quad \int_A dA = A \quad (3.31)$$

3^o) Katı cismin S ağırlık merkezinden geçen x, y ve z eksenlerine göre kütle atalet momentleri sırasıyla I_{sx} , I_{sy} ve I_{sz} olsun. Bunlar

$$\int_{\Omega} [(y_{on} + \delta_y)^2 + z_n^2] dm = I_{sx}$$

$$\int_{\Omega} [z_n^2 + (x_{on} + \delta_x)^2] dm = I_{sy} \quad (3.32)$$

$$\int_{\Omega} [(y_{on} + \delta_y)^2 + (x_{on} + \delta_x)^2] dm = I_{sz}$$

dir.

4^o) Mesnet elemanlarının, S'den s mesafede aynı bir yatay düzlemde olmaları sebebiyle z_n ordinatları s'e eşittir.

$$z_n \text{ (mesnet elemanı)} = s \quad (3.33)$$

5^o) Mesnet elemanlarının bulunduğu bu yatay düzlemde öyle bir 0 noktası bulunabilir ki bu noktadan x ve y eksenlerine paralel olarak alınan $0x_0y_0$ eksen takımında

$$\sum x_{on} k_{yn} + C_y \int_A x_{on} \cdot dA = 0 \quad , \quad \sum y_{on} k_{xn} + C_x \int_A y_{on} dA = 0 \quad (3.34)$$

olur. Bu 0 noktasına mesnet elemanlarının elastik merkezi denir. 0 noktasının Sxyz eksen takımındaki koordinatları

$$x = \delta_x \quad , \quad y = \delta_y \quad , \quad z = z_n = s \quad (3.35)$$

olsun. Bu halde Sxyz ve $0x_0y_0z_0$ eksen takımlarının koordinatları arasında

$$x_n = x_{on} + \delta_x \quad , \quad y_n = y_{on} + \delta_y \quad , \quad z_n = s \quad (3.36)$$

bağıntıları yazılabilir.

3.6.1. Hareket denklemlerinde yapılan kısaltma ve isimlendirmeler

İşlemlerin kısaltması ve sadeliği açısından aşağıdaki kısaltma ve isimlendirmelerin yapılması uygun olmaktadır.

1⁰) Yay Katsayıları

$$\Sigma k_{xn} = K_x \quad , \quad \Sigma k_{yn} = K_y \quad , \quad \Sigma k_{zn} = K_z \quad (3.37)$$

2⁰) (3.34), (3.35) ve (3.36) ifadeleri ile,

$$\Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{yn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) dA = \delta_x (K_y + C_y A) = \delta_x K_{ya} \quad (3.38)$$

$$\Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{xn} + C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) dA = \delta_y (K_x + C_x A) = \delta_y K_{xa} \quad (3.39)$$

3⁰) (3.33) ve (3.37) bağıntıları ile,

$$\Sigma z_n k_{xn} + C_x \int_A z_n dA = z_n (K_x + C_x A) = s \cdot K_{xa} \quad (3.40)$$

$$\Sigma z_n k_{yn} + C_y \int_A z_n dA = z_n (K_y + C_y A) = s \cdot K_{ya} \quad (3.41)$$

$$\Sigma z_n^2 k_{yn} = s^2 K_y \quad , \quad \Sigma z_n^2 k_{xn} = s^2 K_x \quad , \quad \int_A z_n^2 dA = S^2_A \quad (3.42)$$

4⁰) (3.33), (3.38) ve (3.39) ile,

$$\begin{aligned} \Sigma (x_{on} + \delta_x) z_n k_{yn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) z_n dA &= \delta_x \cdot z_n (K_y + C_y A) = \\ &= \delta_x \cdot s \cdot K_{ya} \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \Sigma (y_{on} + \delta_y) z_n k_{xn} + C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) z_n dA &= \delta_y \cdot z_n (K_x + C_x A) = \\ &= \delta_y \cdot s \cdot K_{xa} \end{aligned} \quad (3.44)$$

5⁰) (3.40) bağıntısı ile,

$$\Sigma k_{zn} + C_z \int_A dA = K_z + C_z A = K_{za} \quad (3.45)$$

6^o) Sistem B'den gelen rijitlikler ise,

$$\Sigma k_{xn}^b = K_x^b, \quad \Sigma k_{yn}^b = K_y^b, \quad \Sigma k_{zn}^b = K_z^b \quad (3.46)$$

3.6.2. Hareket denklemlerindeki katsayılar

Genel hareket denklemleri, katsayılar, ötelemeler ve dönmeler ile bunların ikinci türevleri, dış yükler cinsinden,

x, y, z eksenlerinde izdüşüm denklemleri

$$a_1 \ddot{u} + a_2 u + a_3 \phi_y + a_4 \phi_z = H_1 \quad a)$$

$$b_1 \ddot{v} + b_2 v + b_3 \phi_x + b_4 \phi_z = H_2 \quad b)$$

$$c_1 \ddot{w} + c_2 w + c_3 \phi_x + c_4 \phi_y = H_3 \quad c)$$

bu eksenlere göre moment denklemleri (3.47)

$$d_1 \cdot v + d_2 w + d_3 \ddot{\phi}_x + d_4 \phi_x + d_5 \ddot{\phi}_y + d_6 \phi_y + d_7 \ddot{\phi}_z + d_8 \phi_z = H_4 \quad d)$$

$$e_1 u + e_2 w + e_3 \ddot{\phi}_x + e_4 \phi_x + e_5 \ddot{\phi}_y + e_6 \phi_y + e_7 \ddot{\phi}_z + e_8 \phi_z = H_5 \quad e)$$

$$f_1 u + f_2 v + f_3 \ddot{\phi}_x + f_4 \phi_x + f_5 \ddot{\phi}_y + f_6 \phi_y + f_7 \ddot{\phi}_z + f_8 \phi_z = H_6 \quad f)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu denklemlerdeki katsayıların açık ve kısaltılmış ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$a_1 = \int_{\Omega} dm = M_R$$

$$a_2 = \Sigma k_{xn} + C_x \int_A dA + \Sigma k_{xn}^b = K_{xa} + K_x^b$$

$$a_3 = \Sigma z_n k_{xn} + C_x \int_A z_n dA + \Sigma z_n k_{xn}^b = s \cdot K_{xa} + \Sigma z_n k_{xn}^b$$

$$\begin{aligned} a_4 &= - \left[\Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{xn} + C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) dA + \Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{xn}^b \right] \\ &= - \left[\Sigma y_{on} k_{xn}^b + \delta_y (K_{xa} + K_x^b) \right] \end{aligned}$$

$$b_1 = a_1 = M_R$$

$$b_2 = \Sigma k_{yn} + C_y \int_A dA + \Sigma k_{yn}^b = K_{ya} + K_y^b$$

$$b_3 = - \left[\Sigma z_n k_{yn} + C_y \int_A z_n dA + \Sigma z_n k_{yn}^b \right] = - \left[s \cdot K_{ya} + \Sigma z_n k_{yn}^b \right]$$

$$\begin{aligned} b_4 &= \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{yn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) dA + \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{yn}^b \\ &= \Sigma x_{on} k_{yn}^b + \delta_x (K_{ya} + K_y^b) \end{aligned}$$

$$c_1 = a_1 = b_1 = M_R$$

$$c_2 = \Sigma k_{zn} + C_z \int_A dA + \Sigma k_{znx}^b + \Sigma k_{zny}^b = K_{za} + \Sigma k_{znx}^b + \Sigma k_{zny}^b$$

$$\begin{aligned} c_3 &= \Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{zn} + C_z \int_A (y_{on} + \delta_y) dA + \Sigma \left[(y_{on} + \delta_y) k_{znx}^b + \right. \\ &\quad \left. + h_{nx}^b (\text{sig } y_n) \right] + \Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{zny}^b \end{aligned}$$

$$= \Sigma y_{on} k_{zn} + C_z \int_A y_{on} dA + \Sigma y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma h_{nx}^b (\text{sig } y_n) +$$

$$+ \delta_y \left[K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b) \right]$$

$$\begin{aligned}
c_4 &= - \left\{ \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{zn} + C_z \int_A (x_{on} + \delta_x) dA + \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{znx}^b + \right. \\
&\quad \left. + \Sigma [(x_{on} + \delta_x) k_{zny}^b + h_{ny}^b (\text{sig } x_n)] \right\} \\
&= - \left\{ \Sigma x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \Sigma x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma h_{ny}^b (\text{sig } x_n) + \right. \\
&\quad \left. + \delta_x [K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b)] \right\}
\end{aligned}$$

$$d_1 = - \left[\Sigma z_n k_{yn} + C_y \int_A z_n dA + \Sigma z_n k_{yn}^b \right] = - (s \cdot K_{ya} + \Sigma z_n k_{yn}^b)$$

$$\begin{aligned}
d_2 = c_3 &= \Sigma y_{on} k_{zn} + C_z \int_A y_{on} dA + \Sigma y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma h_{nx}^b (\text{sig } y_n) + \\
&\quad + \delta_y [K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_3 &= \int_{\Omega} (y_{on} + \delta_y)^2 dm + \int_{\Omega} z_n^2 dm = I_{sx} = I_{sox} + 2\delta_y \int_{\Omega} y_{on} dm + \\
&\quad + \delta_y^2 \cdot M_R
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_4 &= \Sigma (y_{on} + \delta_y)^2 k_{zn} + \Sigma z_n^2 k_{yn} + C_y \int_A z_n^2 dA + C_z \int_A (y_{on} + \delta_y)^2 dA + \\
&\quad + \Sigma (y_{on} + \delta_y)^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma (y_{on} + \delta_y) h_{nx}^b (\text{sig } y_n) + \\
&\quad + \Sigma z_n^2 k_{yn}^b + \Sigma d_{nx} + \Sigma (y_{on} + \delta_y) h_{nx}^b (\text{sig } y_n) + \Sigma d_{nx}^b - z_n \cdot W \\
&= D_{\phi ox} + \Sigma y_{on}^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma z_n^2 k_{yn}^b + 2 \cdot \Sigma y_{on} h_{nx}^b (\text{sig } y_n) + \\
&\quad + \Sigma d_{nx}^b + 2\delta_y [\Sigma y_{on} \cdot k_{zn} + C_z \int_A y_{on} dA + \Sigma y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \\
&\quad + \Sigma h_{nx}^b (\text{sig } y_n)] + \delta_y^2 [K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_5 &= - \int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) dm = - \int_{\Omega} x_{on} y_{on} dm - \\
&\quad - \delta_y \int_{\Omega} x_{on} dm - \delta_x \int_{\Omega} y_{on} dm - \delta_x \delta_y \cdot M_R
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_6 = & -\left[\Sigma (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) k_{zn} + C_z \int_A (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) dA + \right. \\
& + \Sigma (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) k_{znx}^b + \Sigma (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) k_{zny}^b + \\
& \left. + \Sigma (y_{on} + \delta_y) h_{ny}^b (sigx_n) + \Sigma (x_{on} + \delta_x) h_{nx}^b (sigy_n) \right] \\
= & - \left\{ \Sigma x_{on} y_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} y_{on} dA + \Sigma x_{on} y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right. \\
& + \Sigma y_{on} h_{ny}^b (sigx_n) + \Sigma x_{on} h_{nx}^b (sigy_n) + \delta_x \left[\Sigma y_{on} k_{zn} + \right. \\
& + C_z \int_A y_{on} dA + \Sigma y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma h_{nx}^b (sigy_n) \left. \right] + \\
& + \delta_y \left[\Sigma x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \Sigma x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right. \\
& \left. + \Sigma h_{ny}^b (sigx_n) \right] + \delta_x \delta_y \left[K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b) \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$d_7 = - \int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x) z_n dm = - \int_{\Omega} x_{on} z_n dm$$

$$\begin{aligned}
d_8 = & - \left[\Sigma (x_{on} + \delta_x) z_n k_{yn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) z_n dA + \right. \\
& \left. + \Sigma (x_{on} + \delta_x) z_n \cdot k_{yn}^b \right] \\
= & - \left[\Sigma x_{on} z_n k_{yn}^b + \delta_x \cdot (s \cdot K_{ya} + \Sigma z_n k_{yn}^b) \right]
\end{aligned}$$

$$e_1 = \Sigma z_n k_{xn} + C_x \int_A z_n dA + \Sigma z_n k_{xn}^b = s \cdot K_{xa} + \Sigma z_n k_{xn}^b$$

$$\begin{aligned}
e_2 = c_4 = & - \left\{ \Sigma x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \Sigma x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right. \\
& \left. + \Sigma h_{ny}^b (sigx_n) + \delta_x \left[K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$e_3 = d_5 = - \int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) dm = - \int_{\Omega} x_{on} y_{on} dm -$$

$$- \delta_y \int_{\Omega} x_{on} dm - \delta_x \int_{\Omega} y_{on} dm - \delta_x \delta_y M_R$$

$$e_4 = - \left\{ \Sigma (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) k_{zn} + C_z \int_A (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) dA + \right.$$

$$+ \Sigma (x_{on} + \delta_x) (y_{on} + \delta_y) (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma (x_{on} + \delta_x) h_{nx}^b (\text{sig} y_n) +$$

$$\left. + \Sigma (y_{on} + \delta_y) h_{ny}^b (\text{sig} x_n) \right\}$$

$$= - \left\{ \Sigma x_{on} y_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} y_{on} dA + \Sigma x_{on} y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right.$$

$$+ \Sigma x_{on} h_{nx}^b (\text{sig} y_n) + \Sigma y_{on} h_{ny}^b (\text{sig} x_n) + \delta_x \left[\Sigma y_{on} \cdot k_{zn} + \right.$$

$$+ C_z \int_A y_{on} dA + \Sigma y_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma h_{nx}^b (\text{sig} y_n) \left. \right] +$$

$$+ \delta_y \left[\Sigma x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \Sigma x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right.$$

$$\left. + \Sigma h_{ny}^b (\text{sig} x_n) \right] + \delta_x \delta_y \left[K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b) \right] \left. \right\}$$

$$e_5 = \int_{\Omega} z_n^2 dm + \int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x)^2 dm = I_{sy} = I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 M_R$$

$$e_6 = \Sigma z_n^2 k_{xn} + \Sigma (x_{on} + \delta_x)^2 k_{zn} + C_x \int_A z_n^2 dA + C_z \int_A (x_{on} + \delta_x)^2 dA +$$

$$+ \Sigma z_n^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \Sigma z_n^2 k_{xn}^b + \Sigma (x_{on} + \delta_x) h_{ny}^b (\text{sig} x_n) + \Sigma d_{yn} +$$

$$+ \Sigma (x_{on} + \delta_x) h_{ny}^b (\text{sig} x_n) + \Sigma d_{ny}^b - z_n \cdot W$$

$$= D_{\phi oy} + \Sigma z_n^2 k_{xn}^b + \Sigma x_{on}^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + 2 \cdot \Sigma x_{on} h_{ny}^b (\text{sig} x_n) +$$

$$+ \Sigma d_{ny}^b + 2 \cdot \delta_x \cdot \left[\Sigma x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \Sigma x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right.$$

$$\left. + \Sigma h_{ny}^b (\text{sig} x_n) \right] + \delta_x^2 \left[K_{za} + \Sigma (k_{znx}^b + k_{zny}^b) \right]$$

$$e_7 = - \int_{\Omega} (y_{on} + \delta_y) z_n dm = - \int_{\Omega} y_{on} z_n dm$$

$$\begin{aligned} e_8 &= - \left[\Sigma (y_{on} + \delta_y) z_n k_{xn} + C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) z_n dA + \right. \\ &\quad \left. + \Sigma (y_{on} + \delta_y) z_n k_{xn}^b \right] \\ &= - \left[\Sigma y_{on} z_n k_{xn}^b + \delta_y (s \cdot K_{xa} + \Sigma z_n k_{xn}^b) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= - \left[\Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{xn} + C_x \int_A (y_{on} + \delta_y) dA + \Sigma (y_{on} + \delta_y) k_{xn}^b \right] \\ &= - \left[\Sigma y_{on} k_{xn}^b + \delta_y (K_{xa} + K_x^b) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{yn} + C_y \int_A (x_{on} + \delta_x) dA + \Sigma (x_{on} + \delta_x) k_{yn}^b \\ &= \Sigma x_{on} k_{yn}^b + \delta_x (K_{ya} + K_y^b) \end{aligned}$$

$$f_3 = d_7 = - \int_{\Omega} x_{on} z_n dm$$

$$f_4 = d_8 = - \left[\Sigma x_{on} \cdot z_n \cdot k_{yn}^b + \delta_x (s \cdot K_{ya} + \Sigma z_n k_{yn}^b) \right]$$

$$f_5 = e_7 = - \int_{\Omega} y_{on} z_n dm$$

$$f_6 = e_8 = - \left[\Sigma y_{on} z_n k_{xn}^b + \delta_y (s \cdot K_{xa} + \Sigma z_n k_{xn}^b) \right]$$

$$\begin{aligned} f_7 &= \int_{\Omega} (x_{on} + \delta_x)^2 dm + \int_{\Omega} (y_{on} + \delta_y)^2 dm = I_{sz} = I_{soz} + \\ &\quad + 2 \delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R + 2 \delta_y \int_{\Omega} y_{on} dm + \delta_y^2 \cdot M_R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_8 &= \Sigma (x_{on} + \delta_x)^2 k_{yn} + \Sigma (y_{on} + \delta_y)^2 k_{xn} + C_Y \int_A (x_{on} + \delta_x)^2 dA + \\
&\quad + C_X \int_A (y_{on} + \delta_y)^2 dA + \Sigma (x_{on} + \delta_x)^2 k_{yn}^b + \Sigma (y_{on} + \delta_y)^2 k_{xn}^b + \Sigma d_{zn}^b + \Sigma d_{zn}^b \\
&= D_{\phi oz} + \Sigma x_{on}^2 k_{yn}^b + \Sigma y_{on}^2 k_{xn}^b + \Sigma d_{zn}^b + 2\delta_x (\Sigma x_{on} k_{yn}^b) + \\
&\quad + \delta_x^2 (K_{ya} + K_y^b) + 2\delta_y (\Sigma y_{on} k_{xn}^b) + \delta_y^2 (K_{xa} + K_x^b)
\end{aligned}$$

Ayrıca bu katsayılarda,

$$I_{sox} = \int_{\Omega} (y_{on}^2 + z_n^2) dm \quad , \quad I_{soy} = \int_{\Omega} (z_n^2 + x_{on}^2) dm \quad ,$$

$$I_{soz} = \int_{\Omega} (x_{on}^2 + y_{on}^2) dm$$

$$D_{\phi ox} = \Sigma y_{on}^2 k_{zn} + C_Z \int_A y_{on}^2 dA + s^2 \cdot K_{ya} + \Sigma d_{xn} - s \cdot W$$

$$D_{\phi oy} = \Sigma x_{on}^2 k_{zn} + C_Z \int_A x_{on}^2 dA + s^2 \cdot K_{xa} + \Sigma d_{yn} - s \cdot W$$

$$D_{\phi oz} = \Sigma x_{on}^2 k_{yn} + \Sigma y_{on}^2 k_{xn} + C_Y \int_A x_{on}^2 dA + C_X \int_A y_{on}^2 dA + \Sigma d_{zn}$$

dır. Dış yük katsayıları ise,

$$H_1 = \Sigma F_{xn} = P_x$$

$$H_2 = \Sigma F_{yn} = P_y$$

$$H_3 = \Sigma F_{zn} = P_z$$

$$\begin{aligned}
H_4 &= \Sigma (y_{on} + \delta_y) F_{zn} - \Sigma z_n \cdot F_{yn} + \Sigma M_{xn}^d = \Sigma y_{on} F_{zn} - \Sigma z_n F_{yn} + \\
&\quad + \Sigma M_{xn}^d + \delta_y \cdot \Sigma F_{zn}
\end{aligned}$$

$$H_5 = \sum z_n F_{xn} - \sum (x_{on} + \delta_x) F_{zn} + \sum M_{yn}^d = \sum z_n F_{xn} - \sum x_{on} F_{zn} + \sum M_{yn}^d - \delta_x \cdot \sum F_{zn}$$

$$H_6 = \sum (x_{on} + \delta_x) F_{yn} - \sum (y_{on} + \delta_y) F_{xn} + \sum M_{zn}^d$$

$$= \sum x_{on} \cdot F_{yn} - \sum y_{on} \cdot F_{xn} + \sum M_{zn}^d + \delta_x \sum F_{yn} - \delta_y \sum F_{xn}$$

şeklindedir.

Bu katsayılardaki δ_x ve δ_y 'li terimler, makina-temel-mesnet sisteminde planda birbirine dik iki düzleme göre simetriden uzaklaşmanın etkilerini göstermektedir.

$D_{\phi ox}$ ve $D_{\phi oy}$ 'lerin açık ifadelerinden görüldüğü gibi W ağırlığının momenti denklemin sol tarafında hesaba katılmış fakat $\sum M_{xn}^d$ ve $\sum M_{yn}^d$ dış momentleri aynı notasyonla gösterilmiştir.

BÖLÜM 4. SERBEST TİTREŞİMLER

Bu bölümde, makina-temel-mesnet sisteminin serbest titreşimleri, tabii frekansları ve modları incelenecektir.

Eksenler doğrultusundaki yerdeğiştirmeler ve eksenler etrafındaki dönmeler için

$$u = u_0 \cos \lambda t \quad , \quad v = v_0 \cos \lambda t \quad , \quad w = w_0 \cos \lambda t \quad (4.1)$$

$$\phi_x = \phi_{x0} \cos \lambda t \quad , \quad \phi_y = \phi_{y0} \cos \lambda t \quad , \quad \phi_z = \phi_{z0} \cos \lambda t$$

şeklinde sinüzoidal ifadeler elde edilsin. Bunların zamana göre ikinci türevleri

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= -\lambda^2 u_0 \cos \lambda t \quad , \quad \ddot{v} = -\lambda^2 v_0 \cos \lambda t \quad , \quad \ddot{w} = -\lambda^2 w_0 \cos \lambda t \\ \ddot{\phi}_x &= -\lambda^2 \phi_{x0} \cos \lambda t \quad , \quad \ddot{\phi}_y = -\lambda^2 \phi_{y0} \cos \lambda t \quad , \quad \ddot{\phi}_z = -\lambda^2 \phi_{z0} \cos \lambda t \end{aligned} \quad (4.2)$$

olarak yazılabilir. Görüldüğü gibi bunlarda da $(\cos \lambda t)$ terimi vardır.

Bunlarla, (3.47) denklem takımının sağ tarafını sıfır alarak ve katsayılarda q 'ya tabi terimlerde q yerine λ yazılarak elde edilen serbest titreşim denklemlerine gidilirse u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_{x0} , ϕ_{y0} ve ϕ_{z0} için aşağıdaki homogen denklem takımının elde edilebileceği kolayca görülebilir.

$$\begin{aligned} u_0 (a_2 - \lambda^2 a_1) + \phi_{y0} \cdot a_3 + \phi_{z0} \cdot a_4 &= 0 \\ v_0 (b_2 - \lambda^2 b_1) + \phi_{x0} \cdot b_3 + \phi_{z0} \cdot b_4 &= 0 \\ w_0 (c_2 - \lambda^2 c_1) + \phi_{x0} \cdot c_3 + \phi_{y0} \cdot c_4 &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$v_o d_1 + w_o d_2 + \phi_{xo} (d_4 - \lambda^2 d_3) + \phi_{yo} (d_6 - \lambda^2 d_5) + \phi_{zo} (d_8 - \lambda^2 d_7) = 0$$

$$u_o e_1 + w_o e_2 + \phi_{xo} (e_4 - \lambda^2 e_3) + \phi_{yo} (e_6 - \lambda^2 e_5) + \phi_{zo} (e_8 - \lambda^2 e_7) = 0 \quad (4.3)$$

$$u_o f_1 + v_o f_2 + \phi_{xo} (f_4 - \lambda^2 f_3) + \phi_{yo} (f_6 - \lambda^2 f_5) + \phi_{zo} (f_8 - \lambda^2 f_7) = 0$$

Bu denklem takımında, sıfırdan farklı bir çözüm elde edebilmek için katsayılar matrisi determinantının sıfır olması gerektiği bilinmektedir.

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} (a_2 - \lambda^2 a_1) & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_4 \\ 0 & (b_2 - \lambda^2 b_1) & 0 & b_3 & 0 & b_4 \\ 0 & 0 & (c_2 - \lambda^2 c_1) & c_3 & c_4 & 0 \\ 0 & d_1 & d_2 & (d_4 - \lambda^2 d_3) & (d_6 - \lambda^2 d_5) & (d_8 - \lambda^2 d_7) \\ e_1 & 0 & e_2 & (e_4 - \lambda^2 e_3) & (e_6 - \lambda^2 e_5) & (e_8 - \lambda^2 e_7) \\ f_1 & f_2 & 0 & (f_4 - \lambda^2 f_3) & (f_6 - \lambda^2 f_5) & (f_8 - \lambda^2 f_7) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.4)$$

Katsayılar matrisinin determinantının hesabında λ^2 'ye göre altıncı mertebeden bir denklem elde edilir. Bu denklemin köklerinin tamamı reeldir. Sistemin tabii açısal frekansları olan bu altı adet katlı kök büyüklük sırasına göre $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ olarak sıralanabilir.

λ 'nın her bir değerine serbest titreşimlerin bir modunun tekabül edeceği bilinmektedir, [1].

Sistem B üzerinde kütleler bulunması halinde, (4.4) denklemini λ^2 için altıncı dereceden daha yüksek mertebede bir denklem olur. Çünkü bu halde $a_1, b_1, c_1, d_3, d_5, d_7, e_3, e_5, e_7, f_3, f_5, f_7$ katsayıları dışındaki tüm katsayılar $q = \lambda'$ 'ya tabi olacaklardır.

BÖLÜM 5. ZORLANMIŞ TİTREŞİMLER

Bu bölümde makina-temel-mesnet sisteminin zorlanmış titreşimleri ele alınacaktır.

Makina sabit bir ω açısal frekansı ile çalıştığında, kısa bir süre sonra serbest titreşimlerin kaybolduğu ve $\omega \neq \lambda$ olmak üzere bütün sistemin ω açısal frekansı ile kararlı bir durumda titreştiği bilinmektedir, [1-21].

(3.47) denklem takımının sağ tarafı genel olarak

$$H_i = H_m \cdot f(t) \quad , \quad f(t) = (\cos \omega t \text{ veya } \sin \omega t) \quad (5.1)$$
$$(i = 1, 2, 3, \dots, 6)$$

şeklindedir. Katsayılarda q yerine ω yazılmıştır.

Bu şartlar altında sistemin çözümü, $u_m, v_m, w_m, \phi_{xm}, \phi_{ym}, \phi_{zm}$ 'ler tayini gereken titreşim genlikleri olmak üzere

$$u = u_m \cdot f(t) \quad , \quad v = v_m \cdot f(t) \quad , \quad w = w_m \cdot f(t) \quad (5.2)$$

$$\phi_x = \phi_{xm} \cdot f(t), \quad \phi_y = \phi_{ym} \cdot f(t), \quad \phi_z = \phi_{zm} \cdot f(t)$$

şeklindedir. Ancak bazan $H_j = H_{jm} \cdot \cos \omega t$ iken $H_k = H_{km} \cdot \sin \omega t$ şeklinde olabilir. Bu durumda çözüm, bir defa $(\sin \omega t)$ li terimleri ve bir defa da $(\cos \omega t)$ li terimleri sıfıra eşit almakla elde edilen iki çözümün süperpozisyonu ile elde edilir.

(5.1) ve (5.2) ifadeleri ile (3.47) genel hareket denklemlerine gidilir ve q yerine ω yazılırsa $u_m, v_m, w_m, \phi_{xm}, \phi_{ym}, \phi_{zm}$ bilinmeyenleri için, matris formunda yazılmış aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{bmatrix}
 (a_2 - \omega^2 a_1) & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_4 \\
 0 & (b_2 - \omega^2 b_1) & 0 & b_3 & 0 & b_4 \\
 0 & 0 & (c_2 - \omega^2 c_1) & c_3 & c_4 & 0 \\
 0 & d_1 & d_2 & (d_4 - \omega^2 d_3) & (d_6 - \omega^2 d_5) & (d_8 - \omega^2 d_7) \\
 e_1 & 0 & e_2 & (e_4 - \omega^2 e_3) & (e_6 - \omega^2 e_5) & (e_8 - \omega^2 e_7) \\
 f_1 & f_2 & 0 & (f_4 - \omega^2 f_3) & (f_6 - \omega^2 f_5) & (f_8 - \omega^2 f_7)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_m \\
 v_m \\
 w_m \\
 \phi_{xm} \\
 \phi_{ym} \\
 \phi_{zm}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 H_{1m} \\
 H_{2m} \\
 H_{3m} \\
 H_{4m} \\
 H_{5m} \\
 H_{6m}
 \end{bmatrix}
 \quad (5.3)$$

Bilinmeyenlerin hesabı için (5.3) denklem takımının katsayılar matrisinin determinantının sıfırdan farklı yani $\Delta(\omega) \neq 0$ olması gerekir. Halbuki bu determinant, (4.4) ifadesinde serbest titreşimler için elde edilen katsayılar matrisi determinantında, görülen her yerde λ yerine ω 'nın yazılması ile elde edilen $\Delta(\omega)$ determinantının aynıdır. Buna göre $\omega \neq \lambda$ olmalıdır. Bu husus zaten başlangıçta kabul edilmiştir.

(5.3) cebrik denkleminin çözümü aranılan

$$u_m, v_m, w_m, \phi_{xm}, \phi_{ym}, \phi_{zm} \quad (5.4)$$

genlikleridir.

Gerek ω 'nın λ dan en az ne kadar uzak olması gerektiği ve gerekse genlikler için kabul edilebilir en büyük değerler çeşitli ülkelerin ilgili yönetmeliklerinde verilmiştir, [44-48].

BÖLÜM 6. ÖZEL DURUM 1

SİSTEM A VE SİSTEM B PLANDA XZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR

Bundan önceki bölümlerde makina-temel-mesnet sisteminin planda birbirine dik iki eksene göre simetrik olmadığı düşünülüp genel hareket denklemleri elde edilmiş, sistemin serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiştir. Oysa birçok durumda sistemin planda bir simetri düzlemi bulunabilmektedir. Böyle bir durumda denklemlerin kısalmasından başka, altı denklemlili olan sistem üçer denklemlili iki sisteme ayrılabilir.

Bu bölümde, makina-temel-mesnet sisteminin (sistem A ve sistem B) planda xz düzlemine göre simetrik olduğu durum incelenecektir. Böyle bir sistem geometrik ve mekanik büyüklükleri ile Şekil 6.1 de gösterilmiştir.

Burada;

S_{xyz} : Makina-temel sisteminin ağırlık merkezinden geçen eksen takımı,

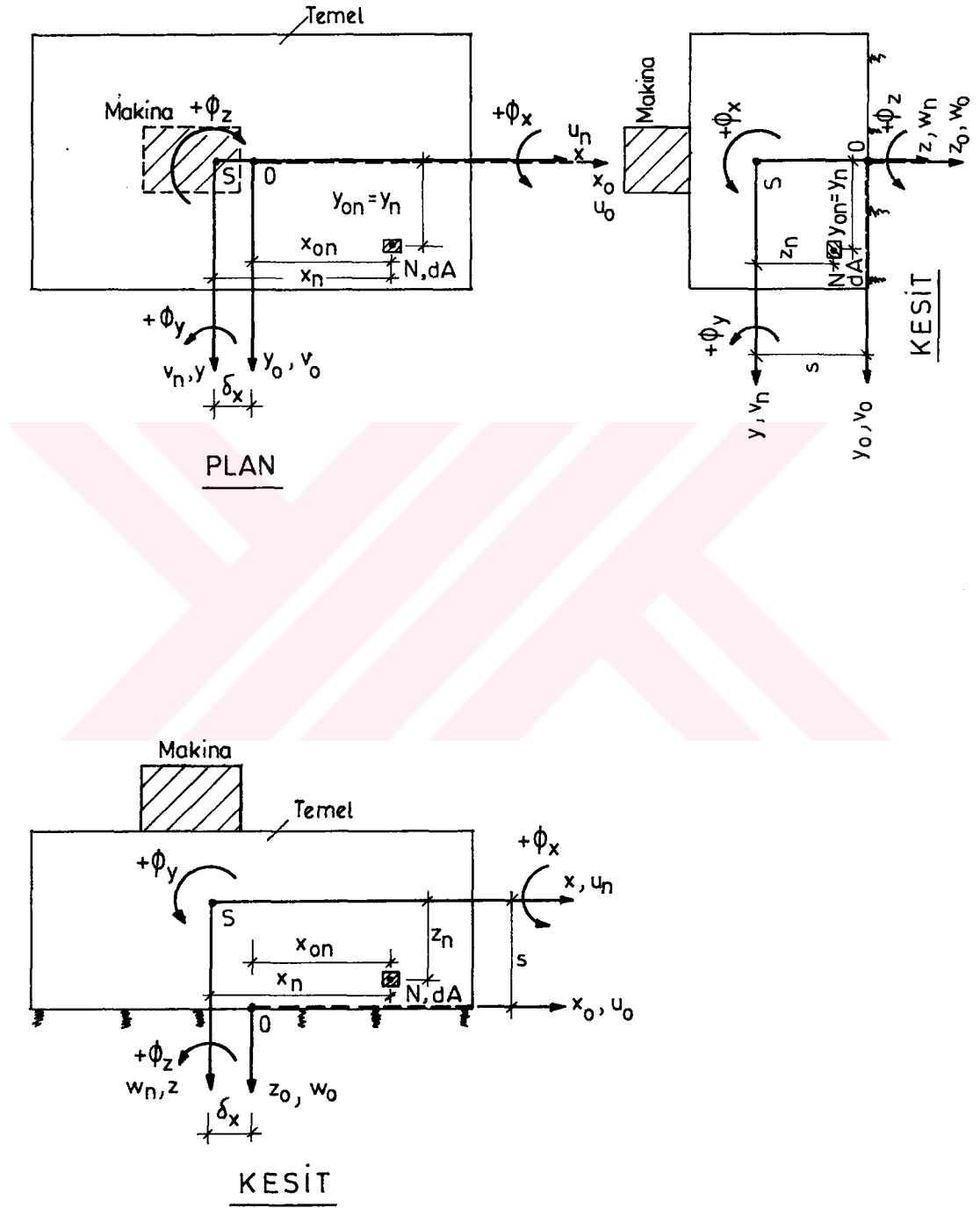
$O_{x_0}y_0z_0$: Sistem A'daki mesnet elemanlarının bulunduğu yatay düzlem içindeki elastik merkezinden geçen eksen takımı

dır.

Bu durumda S ve O noktaları aynı xz düşey düzlemi içindedir ve y eksenini doğrultusunda simetride bir bozulma yoktur. Buna göre,

$$\delta_y = 0 \quad \text{ve} \quad y_{on} = y_n \quad (6.1)$$

olacağı açıktır.



Şekil 6.1. xz Simetri Düzlemi Durumunda Makina-Temel-Mesnet Sistemi

xz düşey düzleminin sistemin simetri düzlemi olması nedeniyle (3.47) genel hareket denklemlerinde

$$a_4 = c_3 = d_2 = d_5 = d_6 = e_3 = e_4 = e_7 = e_8 = f_1 = f_5 = f_6 = 0 \quad (6.2)$$

olduğu ve (3.47) nin üç denklemlili iki sisteme ayrıldığı kolayca görülebilmektedir.

Bu denklem sistemleri katsayılar ve açık ifadeleriyle aşağıda verilmişlerdir.

1. Denklem Sistemi:

x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$a_1 \ddot{u} + a_2 \dot{u} + a_3 \phi_y = H_1$$

$$M_R \ddot{u} + (K_{xa} + K_x^b) \cdot u + (s \cdot K_{xa} + \sum z_n k_{xn}^b) \cdot \phi_y = \sum F_{xn} \quad a)$$

z eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$c_1 \ddot{w} + c_2 \dot{w} + c_3 \phi_y = H_3$$

$$M_R \cdot \ddot{w} + (K_{za} + \sum k_{znx}^b + \sum k_{zny}^b) \cdot w - \left[\sum x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} \cdot dA + \right.$$

$$+ \sum x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \sum h_{ny}^b (\sin x_n) +$$

$$\left. + \delta_x (K_{za} + \sum k_{znx}^b + \sum k_{zny}^b) \right] \cdot \phi_y = \sum F_{zn} \quad b)$$

(6.3)

y eksenine göre moment denklemi

$$e_1 u + e_2 w + e_5 \ddot{\phi}_y + e_6 \dot{\phi}_y = H_5$$

$$\begin{aligned} & (s \cdot K_{xa} + \sum z_n \cdot k_{xn}^b) \cdot u - \left[\sum x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \sum x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right. \\ & + \sum h_{ny}^b (\text{sig} x_n) + \delta_x (K_{za} + \sum k_{znx}^b + \sum k_{zny}^b) \left. \right] \cdot w + \left[I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} \cdot dm + \right. \\ & + \delta_x^2 \cdot M_R \left. \right] \cdot \dot{\phi}_y + \left\{ D_{\phi oy} + \sum z_n^2 k_{xn}^b + \sum x_{on}^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \right. \\ & + 2 \cdot \sum x_{on} \cdot h_{ny}^b (\text{sig} x_n) + \sum d_{ny}^b + 2\delta_x \left[\sum x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA + \right. \\ & + \sum x_{on} (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \sum h_{ny}^b (\text{sig} x_n) \left. \right] + \delta_x^2 \cdot (K_{za} + \sum k_{znx}^b + \sum k_{zny}^b) \left. \right\} \phi_y = \\ & = \sum z_n F_{xn} - \sum x_{on} F_{zn} + \sum M_{yn}^d - \delta_x \cdot \sum F_{zn} \end{aligned} \quad c)$$

2. Denklem Sistemi:

y eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$b_1 \cdot \ddot{v} + b_2 v + b_3 \phi_x + b_4 \phi_z = H_2$$

$$\begin{aligned} & M_R \cdot \ddot{v} + (K_{ya} + K_y^b) \cdot v - (s \cdot K_{ya} + \sum z_n \cdot k_{yn}^b) \cdot \phi_x + \\ & + \left[\sum x_{on} k_{yn}^b + \delta_x (K_{ya} + K_y^b) \right] \cdot \phi_z = \sum F_{yn} \end{aligned} \quad a)$$

x eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned}
 d_1 v + d_3 \ddot{\phi}_x + d_4 \dot{\phi}_x + d_7 \ddot{\phi}_z + d_8 \dot{\phi}_z &= H_4 \\
 -(s \cdot K_{ya} + \sum z_n \cdot k_{yn}^b) \cdot v + I_{sx} \cdot \ddot{\phi}_x + [D_{\phi ox} + \sum y_n^2 (k_{znx}^b + k_{zny}^b) + \\
 + \sum z_n^2 k_{yn}^b + 2 \cdot \sum y_n h_{nx}^b (sig y_n) + \sum d_{nx}^b] \cdot \dot{\phi}_x - \left(\int_{\Omega} x_{on} z_n dm \right) \cdot \ddot{\phi}_z - \\
 - \left[\sum x_{on} z_n k_{yn}^b + \delta_x (s \cdot K_{ya} + \sum z_n k_{yn}^b) \right] \cdot \dot{\phi}_z &= \sum y_{on} F_{zn} - \sum z_n F_{yn} + \sum M_{xn}^d
 \end{aligned}$$

b)

(6.4)

z eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned}
 f_2 \cdot v + f_3 \cdot \ddot{\phi}_x + f_4 \cdot \dot{\phi}_x + f_7 \cdot \ddot{\phi}_z + f_8 \cdot \dot{\phi}_z &= H_6 \\
 \left[\sum x_{on} \cdot k_{yn}^b + \delta_x (K_{ya} + K_y^b) \right] \cdot v - \left(\int_{\Omega} x_{on} z_n dm \right) \cdot \ddot{\phi}_x - \left[\sum x_{on} z_n k_{yn}^b + \right. \\
 + \delta_x (s \cdot K_{ya} + \sum z_n k_{yn}^b) \left. \right] \cdot \dot{\phi}_x + (I_{soz} + 2 \delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R) \cdot \ddot{\phi}_z + \\
 + [D_{\phi oz} + \sum x_{on}^2 k_{yn}^b + \sum y_{on}^2 k_{xn}^b + \sum d_{nz}^b + 2 \delta_x \cdot \sum x_{on} \cdot k_{yn}^b + \\
 + \delta_x^2 (K_{ya} + K_y^b)] \cdot \dot{\phi}_z &= \sum x_{on} F_{yn} - \sum y_{on} F_{xn} + \sum M_{zn}^d + \delta_x \cdot \sum F_{yn}
 \end{aligned}$$

c)

Denklem sistemlerindeki δ_x 'li terimlerin, makina-temel-mesnet sisteminde, planda x eksenini doğrultusunda simetriden uzaklaşmanın etkilerini gösterdiği bilinmektedir.

Gerek serbest titreşimler için tabii açısal frekanslar ve gerekse zorlanmış titreşimler için genlikler her iki denklem sistemi için ayrı ayrı hesaplanırlar.

BÖLÜM 7. ÖZEL DURUM 2

SİSTEM A PLANDA XZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR,
SİSTEM B MEVCUT DEĞİLDİR

Makina-temel-mesnet sisteminin planda xz düzlemine göre simetrik olduğu ve sistem B'nin bulunmadığı özel durum gözönüne alınacaktır. Bölüm 6 da belirtilen özellikler aynen geçerlidir. Ayrıca hareket denklemlerinde sistem B ile ilgili olup üzerinde (b) indisi olan tüm terimler ortadan kalkacaktır.

Bunlara ilave olarak, makina temeli ve mesnetler için,

- 1⁰) Makina temelinin tabanı tam bir simetriyi haizdir,
- 2⁰) Temel tabanındaki mesnetlenme tamamen simetrik-tir ve k_{zn} 'ler birbirine eşittir,

kabulleri yapılırsa

$$\sum x_{on} k_{zn} + C_z \int_A x_{on} dA = 0 \quad a) \quad (7.1)$$

$$\sum y_{on} k_{zn} + C_z \int_A y_{on} dA = 0 \quad b)$$

olur.

Bu durumda üç denklemlili iki sisteme ayrılabilen hareket denklemleri oldukça sadeleşip aşağıdaki şekli alırlar.

1. Denklem Sistemi:

x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot \ddot{u} + K_{xa} \cdot u + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_y = \sum F_{xn} \quad a)$$

z eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot \ddot{w} + K_{za} \cdot w - \delta_x K_{za} \cdot \phi_y = \Sigma F_{zn} \quad \text{b)}$$

(7.2)

y eksenine göre moment denklemi

$$s \cdot K'_{xa} \cdot u - \delta_x \cdot K_{za} \cdot w + (I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} \cdot dm + \delta_x^2 \cdot M_R) \cdot \ddot{\phi}_y +$$

$$+ (D_{\phi oy} + \delta_x^2 \cdot K_{za}) \cdot \phi_y = \Sigma z_n F_{xn} - \Sigma x_{on} F_{zn} + \Sigma M_{yn}^d - \delta_x \cdot \Sigma F_{zn} \quad \text{c)}$$

2. Denklem Sistemi:

y eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot \ddot{v} + K_{ya} \cdot v - s \cdot K_{ya} \cdot \phi_x + \delta_x \cdot K_{ya} \cdot \phi_z = \Sigma F_{yn} \quad \text{a)}$$

x eksenine göre moment denklemi

$$-s \cdot K_{ya} \cdot v + I_{sx} \cdot \ddot{\phi}_x + D_{\phi ox} \cdot \phi_x - \left(\int_{\Omega} x_{on} z_n \cdot dm \right) \cdot \ddot{\phi}_z - \delta_x \cdot s \cdot K_{ya} \cdot \phi_z =$$

$$= \Sigma y_{on} F_{zn} - \Sigma z_n F_{yn} + \Sigma M_{xn}^d \quad \text{b)}$$

(7.3)

z eksenine göre moment denklemi

$$\delta_x \cdot K_{ya} \cdot v - \left(\int_{\Omega} x_{on} z_n \cdot dm \right) \cdot \ddot{\phi}_x - \delta_x \cdot s \cdot K_{ya} \cdot \phi_x + (I_{soz} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} \cdot dm +$$

$$+ \delta_x^2 \cdot M_R) \cdot \ddot{\phi}_z + (D_{\phi oz} + \delta_x^2 \cdot K_{ya}) \cdot \phi_z = \Sigma x_{on} F_{yn} - \Sigma y_{on} F_{xn} + \Sigma M_{zn}^d +$$

$$+ \delta_x \cdot \Sigma F_{yn} \quad \text{c)}$$

Yine, denklem sistemlerindeki δ_x 'li terimler x eksenini doğrultusunda simetrideki bozulmanın etkilerini göstermektedir.

Serbest titreşimler için tabii açısal frekanslar ve zorlanmış titreşimler için genlikler her iki denklem sistemi için ayrı ayrı hesaplanırlar.



BÖLÜM 8. ÖZEL DURUM 3

SİSTEM A VE SİSTEM B PLANDA YZ DÜZLEMİNE GÖRE SİMETRİKTİR

Bu bölümde, sistem A ve sistem B den oluşan makina-temel-mesnet sisteminin planda yz düzlemine göre simetrik olması durumu gözönüne alınacaktır. Böyle bir sistem Şekil 8.1 de şematik olarak gösterilmiştir.

Bu durumda, daha önce belirtilmiş olan S ve O merkezleri aynı yz düşey düzlemi içindedir ve x eksenini doğrultusunda simetride bir bozulma yoktur. Buna göre

$$\delta_x = 0 \quad \text{ve} \quad x_{on} = x_n \quad (8.1)$$

olduğu kolayca söylenebilir.

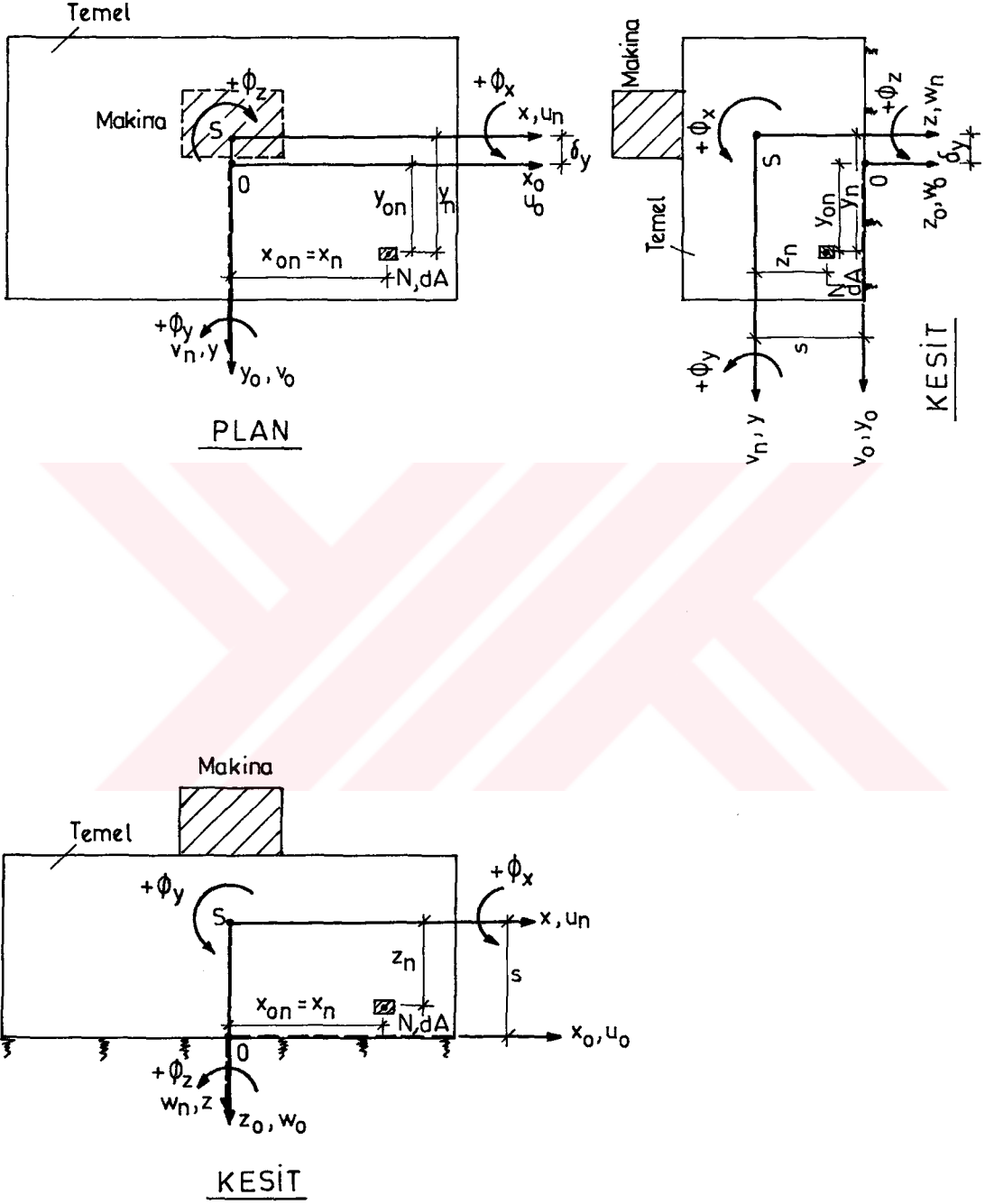
yz düzleminin simetri düzlemi olması durumunda, genel hal için verilmiş (3.47) hareket denklemlerinde

$$b_4 = c_4 = d_5 = d_6 = d_7 = d_8 = e_2 = e_3 = e_4 = f_2 = f_3 = f_4 = 0 \quad (8.2)$$

olmakta ve yine hareket denklemleri üçer denklemlilikli iki sisteme ayrılabilir.

Daha önce verilmiş olan (6.3) ve (6.4) ifadelerinde, x eksenini ile ilgili değerler yerine y eksenini ile ilgili değerlerin konulması ile hareket denklemleri kolayca elde edilebilirler.

Ayrıca sistem B'nin olmaması ve (7.1) ifadelerinin geçerli olması durumunda, benzer bir yolla, (7.2) ve (7.3)



Şekil 8.1. yz Simetri Düzlemi Durumunda Makina-Temel-Mesnet Sistemi

gibi hareket denklemleri oldukça sade bir şekilde yazılabilirler.

Bu ifadelerde bulunacak δ_y 'li terimler y eksenini doğrultusunda simetriden uzaklaşmanın etkilerini gösterecektir.

Tabii frekanslar ve genlikler her iki denklem sistemi için ayrı ayrı hesaplanacaktır.



BÖLÜM 9. ÖZEL DURUM 4

SİSTEM A PLANDA XZ VE YZ DÜZLEMLERİNE GÖRE
SİMETRİKTİR, SİSTEM B MEVCUT DEĞİLDİR

Sistem B'nin mevcut olmadığı ve sadece katı cisimden oluşan makina-temel-mesnet sisteminin, planda birbirine dik xz ve yz düzlemlerine göre simetrik olması durumunda hareket denklemleri ile serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenecektir.

Şekil 9.1 de inceleme konusu olan sistem şematik olarak gösterilmiştir.

Mevcut yayınların pek çoğunda geniş bir şekilde bulunabilen bu bölüm burada özet olarak verilmeye çalışılacaktır, [2-21].

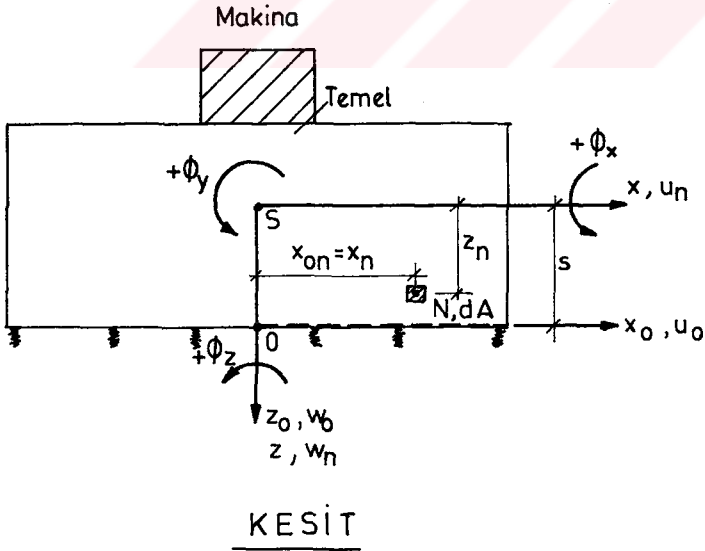
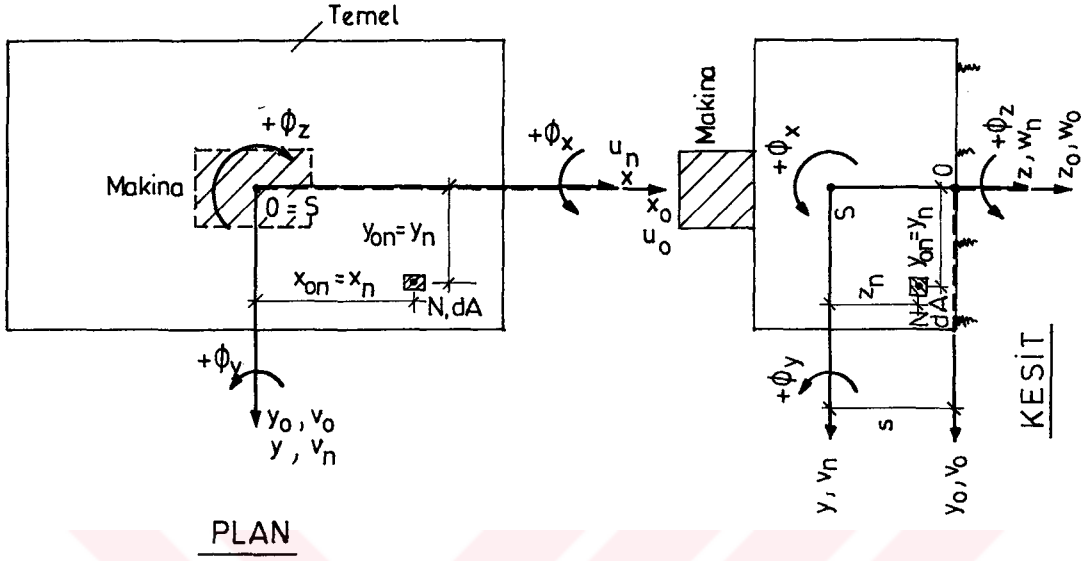
9.1. Hareket Denklemleri

Sistemde planda tam bir simetri olduğundan S ve O merkezleri aynı düşey çizgi üzerinde bulunmaktadır. (6.1), (6.2), (7.1) (8.1), (8.2) ifadeleri aynen geçerli olup sistem B ile ilgili terimler bulunmamaktadır. Ayrıca bu özel durumda

$$d_7 = f_3 = - \int_{\Omega} x_{on} z_n dm = 0 \quad (9.1)$$

olmaktadır.

Sistemin planda xz ve yz düzlemlerine göre simetrik olması halinde, (3.47) genel hareket denklemleri, birbirinden ayrı iki denklem ile ikişer denklemlilik iki sisteme



Şekil 9.1. xz ve yz Simetri Düzlemi Durumunda
Makina-Temel-Mesnet Sistemi

ayrılmaktadır. Hareket denklemleri katsayılar ve açık ifadeleri ile aşağıda verilmiştir.

z eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$c_1 \ddot{w} + c_2 w = H_3 \quad (9.2)$$

$$M_R \ddot{w} + K_{za} \cdot w = \sum F_{zn}$$

z eksenine göre moment denklemi

$$f_7 \ddot{\phi}_z + f_8 \phi_z = H_6 \quad (9.3)$$

$$I_{soz} \ddot{\phi}_z + D_{\phi oz} \phi_z = \sum x_{on} F_{yn} - \sum y_{on} F_{xn} + \sum M_{zn}^d$$

x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$a_1 \ddot{u} + a_2 u + a_3 \phi_y = H_1$$

$$M_R \ddot{u} + K_{xa} \cdot u + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_y = \sum F_{xn} \quad a)$$

y eksenine göre moment denklemi (9.4)

$$e_1 u + e_5 \ddot{\phi}_y + e_6 \phi_y = H_5$$

$$s \cdot K_{xa} \cdot u + I_{soy} \ddot{\phi}_y + D_{\phi oy} \phi_y = \sum z_n F_{xn} - \sum x_{on} F_{zn} + \sum M_{yn}^d \quad b)$$

y eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$b_1 \ddot{v} + b_2 v + b_3 \phi_x = H_2$$

$$M_R \ddot{v} + K_{ya} \cdot v - s \cdot K_{ya} \cdot \phi_x = \sum F_{yn} \quad a)$$

x eksenine göre moment denklemi (9.5)

$$d_1 v + d_3 \ddot{\phi}_x + d_4 \phi_x = H_4$$

$$-s \cdot K_{ya} \cdot v + I_{sox} \cdot \ddot{\phi}_x + D_{\phi ox} \cdot \phi_x = \sum y_{on} \cdot F_{zn} - \sum z_n F_{yn} + \sum M_{xn}^d \quad b)$$

Bu denklemler sistem B'nin bulunmaması halinde, planda birbirine dik iki düşey düzleme göre simetrik bir sistemin bilinen denklemlerinin aynıdır. Ancak sistem B'nin bulunması halinde

$$a_2, a_3, b_2, b_3, c_2, d_1, d_4, e_1, e_6, f_8$$

katsayıları serbest titreşimlerde λ ve zorlanmış titreşimlerde ω 'ya tabi oldukları için verilen hareket denklemleri artık bilinen denklem ve sistemlerden farklıdırlar.

9.2. Serbest Titreşimler

(9.2), (9.3) denklemleri ve (9.4), (9.5) denklem sistemlerinin ikinci tarafı sıfır alınır ve yerdeğiştirme-ler ile dönmeler için

$$w = w_o \cdot \cos \lambda_z t \quad a)$$

$$\phi_z = \phi_{zo} \cdot \cos \lambda_{z\phi} \cdot t \quad b)$$

(9.6)

$$u = u_o \cdot \cos \lambda t, \quad \phi_y = \phi_{yo} \cdot \cos \lambda t \quad c)$$

$$v = v_o \cdot \cos p t, \quad \phi_x = \phi_{xo} \cdot \cos p t \quad d)$$

şeklinde sinüzoidal ifadeler ile $q, \lambda_z, \lambda_{z\phi}, \lambda$ ve p tabii açısal frekansları için

$$-w_o \cdot M_R \cdot \lambda_z^2 + w_o \cdot K_{za} = 0 \quad (9.7)$$

$$-\phi_{zo} \cdot I_{soz} \cdot \lambda_{z\phi}^2 + \phi_{zo} \cdot D_{\phi oz} = 0 \quad (9.8)$$

$$(K_{xa} - \lambda^2 M_R) \cdot u_o + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_{yo} = 0 \quad a)$$

(9.9)

$$s \cdot K_{xa} \cdot u_o + (D_{\phi oy} - \lambda^2 \cdot I_{soy}) \cdot \phi_{yo} = 0 \quad b)$$

$$(K_{ya} - p^2 \cdot M_R) \cdot v_o - s \cdot K_{ya} \cdot \phi_{xo} = 0 \quad a)$$

(9.10)

$$-s \cdot K_{ya} \cdot v_o + (D_{\phi ox} - p^2 \cdot I_{sox}) \cdot \phi_{xo} = 0 \quad b)$$

bağıntıları elde edilir.

(9.7) ve (9.8) denklemlerinden λ_z ve $\lambda_{z\phi}$ tabii açısal frekansları

$$\lambda_z^2 = K_{za}/M_R \quad , \quad \lambda_z = \sqrt{K_{za}/M_R} \quad (9.11)$$

$$\lambda_{z\phi}^2 = D_{\phi oz}/I_{soz} \quad , \quad \lambda_{z\phi} = \sqrt{D_{\phi oz}/I_{soz}} \quad (9.12)$$

şeklinde hesaplanabilirler.

(9.9) ve (9.10) denklem sistemlerinden u_o , ϕ_{yo} ve v_o , ϕ_{xo} için sıfırdan farklı bir çözüm bulabilmek için bu denklemlerin katsayılar matrisi determinantının sıfır olması gerekmektedir.

(9.9) denklem sistemine ait katsayılar matrisi determinantının sıfıra eşitlenmesinden λ için

$$\Delta(\lambda) = (K_{xa} - \lambda^2 \cdot M_R)(D_{\phi oy} - \lambda^2 \cdot I_{soy}) - s^2 \cdot K_{xa}^2 = 0 \quad (9.13)$$

ve (9.10) dan p için

$$\Delta(p) = (K_{ya} - p^2 \cdot M_R)(D_{\phi ox} - p^2 \cdot I_{sox}) - s^2 \cdot K_{ya}^2 = 0 \quad (9.14)$$

denklemleri bulunur.

Bu denklemler bilinmeyenlere göre tanzim edilirse

$$(M_R \cdot I_{soy}) \lambda^4 - (D_{\phi oy} \cdot M_R + K_{xa} \cdot I_{soy}) \lambda^2 + K_{xa} \cdot D_{\phi oy} - s^2 \cdot K_{xa}^2 = 0 \quad (9.15)$$

$$(M_R \cdot I_{sox}) p^4 - (D_{\phi ox} \cdot M_R + K_{ya} \cdot I_{sox}) p^2 + K_{ya} \cdot D_{\phi ox} - s^2 \cdot K_{ya}^2 = 0 \quad (9.16)$$

denklemleri elde edilir.

Burada

$$K_{xa}/M_R = \lambda_x^2 \quad , \quad K_{ya}/M_R = \lambda_y^2 \quad (9.15)$$

isimlendirmesi yapılsın. Bunların, sırasıyla x ve y eksenleri doğrultusunda dönme olmadan ötelenme halindeki tabii frekanslar oldukları açıktır.

λ ve p'ye göre düzenlenmiş denklemlerde bazı terimler açık olarak yazılırsa

$$\begin{aligned} (D_{\phi oy} \cdot M_R + K_{xa} \cdot I_{soy}) &= M_R \cdot D'_{\phi oy} + s^2 \cdot K_{xa} \cdot M_R + K_{xa} \cdot I_{soy} \quad a) \\ (D_{\phi ox} \cdot M_R + K_{ya} \cdot I_{sox}) &= M_R \cdot D'_{\phi ox} + s^2 \cdot K_{ya} \cdot M_R + K_{ya} \cdot I_{sox} \quad b) \end{aligned} \quad (9.16)$$

ve

$$\begin{aligned} K_{xa} \cdot D_{\phi oy} &= K_{xa} \cdot D'_{\phi oy} + s^2 \cdot K_{xa}^2 \quad a) \\ K_{ya} \cdot D_{\phi ox} &= K_{ya} \cdot D'_{\phi ox} + s^2 \cdot K_{ya}^2 \quad b) \end{aligned} \quad (9.17)$$

oldukları görülür. Buradan

$$\begin{aligned} D_{\phi oy} &= D'_{\phi oy} + s^2 \cdot K_{xa} \quad a) \\ D_{\phi ox} &= D'_{\phi ox} + s^2 \cdot K_{ya} \quad b) \end{aligned} \quad (9.18)$$

olduğu açıkça görülmektedir. $D_{\phi oy}$ ve $D_{\phi ox}$ daha önce belirtilmiştir.

(9.15) ve (9.16) denklemleri tekrar yazılırlarsa aşağıdaki şekli alırlar.

$$(M_R I_{soy}) \lambda^4 - (M_R \cdot D'_{\phi oy} + K_{xa} \cdot I'_{soy}) \cdot \lambda^2 + K_{xa} \cdot D'_{\phi oy} = 0 \quad (9.19)$$

$$(M_R I_{sox}) p^4 - (M_R \cdot D'_{\phi ox} + K_{ya} \cdot I'_{sox}) \cdot p^2 + K_{ya} \cdot D'_{\phi ox} = 0 \quad (9.20)$$

Burada

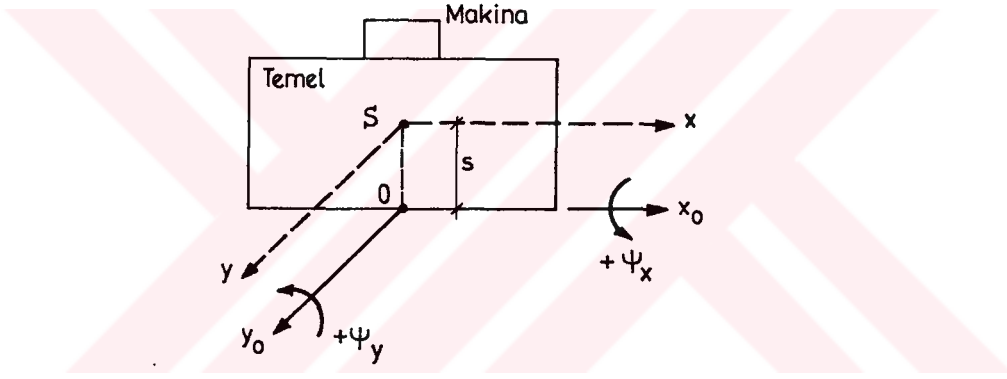
$$I'_{soy} = I_{soy} + s^2 \cdot M_R \quad a)$$

(9.21)

$$I'_{sox} = I_{sox} + s^2 \cdot M_R \quad b)$$

dır. I'_{soy} ve I'_{sox} daha önce belirtilmiştir.

Şimdi sistemin, S ağırlık merkezinin düşeyinde olan 0 elastik merkezinden geçen ve sırasıyla x ve y eksenlerine paralel x_0 ve y_0 eksenleri etrafındaki dönme hareketlerini gözönüne alalım (Şekil 9.2).



Şekil 9.2. ψ_x ve ψ_y Dönmeleri

x_0 ve y_0 eksenleri etrafındaki dönmeler sırasıyla ψ_x ve ψ_y olsun. Bu eksenlere göre sistemin eylemsizlik momentleri I'_{sox} ve I'_{soy} iken hareket denklemlerinin

$$I'_{sox} \cdot \ddot{\psi}_x + D'_{\phi ox} \cdot \dot{\psi}_x = 0 \quad (9.22)$$

$$I'_{soy} \cdot \ddot{\psi}_y + D'_{\phi oy} \cdot \dot{\psi}_y = 0 \quad (9.23)$$

oldukları bilinmektedir.

Bu hareketlerin açısal frekansları

$$\lambda_{\psi x}^2 = D'_{\phi ox} / I'_{sox} \quad (9.24)$$

$$\lambda_{\psi y}^2 = D'_{\phi oy} / I'_{soy} \quad (9.25)$$

dir.

Diğer taraftan

$$I_{so} / I'_{so} = \mu \quad (9.26)$$

denirse

$$I'_{soy} = I_{soy} / \mu_y, \quad I'_{sox} = I_{sox} / \mu_x \quad (9.27)$$

olarak yazılabilir.

(9.15), (9.21), (9.24) ve (9.25) bağıntılarını göz-önüne alarak (9.19) ve (9.20) denklemlerinin her iki tarafı sırası ile $M_R \cdot I_{soy}$ ve $M_R \cdot I_{sox}$ ile bölünsün.

Bu durumda aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\lambda^4 - \left(\frac{\lambda_{\psi y}^2 + \lambda_x^2}{\mu_y} \right) \cdot \lambda^2 + \frac{\lambda_{\psi y}^2 \cdot \lambda_x^2}{\mu_y} = 0 \quad (9.28)$$

$$p^4 - \left(\frac{\lambda_{\psi x}^2 + \lambda_y^2}{\mu_x} \right) \cdot p^2 + \frac{\lambda_{\psi x}^2 \cdot \lambda_y^2}{\mu_x} = 0 \quad (9.29)$$

λ_x^2 ve λ_y^2 değerleri (9.15) ile ve $\lambda_{\psi x}^2$, $\lambda_{\psi y}^2$ ler sırasıyla (9.24) ve (9.25) ile belirlidirler.

λ^2 ve p^2 ,

$$\lambda^2 = \frac{1}{2\mu_y} \left[(\lambda_{\psi y}^2 + \lambda_x^2) \pm \sqrt{(\lambda_{\psi y}^2 + \lambda_x^2)^2 - 4\mu_y \cdot \lambda_{\psi y}^2 \cdot \lambda_x^2} \right] \quad (9.30)$$

$$p^2 = \frac{1}{2\mu_x} \left[(\lambda_{\psi x}^2 + \lambda_y^2) \pm \sqrt{(\lambda_{\psi x}^2 + \lambda_y^2)^2 - 4\mu_x \cdot \lambda_{\psi x}^2 \cdot \lambda_y^2} \right] \quad (9.31)$$

şeklindedir.

Bunların karekökü alınarak λ 'lar ve p 'ler bulunur.

Böylece serbest titreşimler durumunda tabii açısal frekanslar elde edilmiş olmaktadır.

9.3. Zorlanmış Titreşimler

Makinanın sabit bir ω açısal frekansı ile çalışmasından kısa bir müddet sonra serbest titreşimlerin kaybolduğu ve $\omega \neq \lambda$ olmak üzere bütün sistemin bu ω açısal frekansı ile kararlı bir durumda titreştiği daha önceki bölümlerde belirtilmişti.

(9.2), (9.3) denklemleri ile (9.4), (9.5) denklem sistemlerinin ikinci tarafı, daha önce (5.1) ifadesi ile belirtildiği gibi alınır ve ayrıca yerdeğiştirmeler ve dönmeler için (5.2) şeklinde sinüzoidal ifadeler ile, bilinmeyen

$$u_m', v_m', w_m', \phi_{xm}', \phi_{ym}', \phi_{zm} \quad (9.32)$$

genlikleri için aşağıdaki

$$-w_m' \cdot M_R \cdot \omega^2 + w_m' \cdot K_{za} = H_{3m} \quad (9.33)$$

$$-\dot{\phi}_{zm} \cdot I_{soz} \cdot \omega^2 + \phi_{zm} \cdot D_{\phi oz} = H_{6m} \quad (9.34)$$

denklemleri ile matris formunda yazılmış olan

$$\begin{bmatrix} (K_{xa} - \omega^2 M_R) & s \cdot K_{xa} \\ s \cdot K_{xa} & (D_{\phi oy} - \omega^2 \cdot I_{soy}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_m \\ \phi_{ym} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1m} \\ H_{5m} \end{bmatrix} \quad (9.35)$$

ve

$$\begin{bmatrix} (K_{ya} - \omega^2 M_R) & -s \cdot K_{ya} \\ -s \cdot K_{ya} & (D_{\phi ox} - \omega^2 \cdot I_{sox}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_m \\ \phi_{xm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2m} \\ H_{4m} \end{bmatrix} \quad (9.36)$$

denklem sistemleri elde edilir. Bunlarda λ yerine ω değeri alınmıştır. H_{im} 'lerin dış kuvvetlerin genliği olduğu bilinmektedir.

(9.33) ve (9.34) denklemlerinden, düşey yerdeğiştirme genliği w_m ve düşey eksen etrafında dönme genliği ϕ_{zm} ,

$$w_m = H_{3m} / (K_{za} - \omega^2 M_R) \quad (9.37)$$

$$\phi_{zm} = H_{6m} / (D_{\phi oz} - \omega^2 \cdot I_{soz}) \quad (9.38)$$

şeklinde hesaplanabilir. (9.11) ve (9.12) ifadeleri ile bu genlikler

$$w_m = \frac{H_{3m}}{K_{za}} \cdot \frac{1}{(1 - \omega^2 / \lambda_z^2)} \quad (9.39)$$

$$\phi_{zm} = \frac{H_{6m}}{D_{\phi oz}} \cdot \frac{1}{(1 - \omega^2 / \lambda_{z\phi}^2)} \quad (9.40)$$

şeklinde yazılabilir.

Ayrıca, λ_z ve $\lambda_{z\phi}$ serbest titreşim frekansları olmak üzere

$$\eta_z = \frac{\omega}{\lambda_z}, \quad \eta_{z\phi} = \frac{\omega}{\lambda_{z\phi}} \quad (9.41)$$

frekans oranları gözönüne alınırsa w_m ve ϕ_{zm} genlikleri için

$$w_m = \frac{H_{3m}}{K_{za}} \cdot \frac{1}{1 - \eta_z^2} \quad (9.42)$$

$$\phi_{zm} = \frac{H_{6m}}{D_{\phi oz}} \cdot \frac{1}{1 - \eta_{z\phi}^2} \quad (9.43)$$

ifadeleri elde edilir. Rezonans olmaması için (9.41) ile verilen frekans oranlarının 1'den farklı olması gerektiği bilinmektedir.

(9.35) ve (9.36) denklem sistemlerinden u_m , ϕ_{ym} ve v_m , ϕ_{xm} genliklerine sıfırdan farklı bir çözüm bulabilmek için bu denklemlerin katsayılar matrisi determinantının sıfırdan farklı yani $\Delta(\omega) \neq 0$ olması gerekmektedir.

Bu determinantlar yazılmak istenirse sırasıyla

$$\Delta_1(\omega) = (K_{xa} - \omega^2 M_R) (D_{\phi oy} - \omega^2 I_{soy}) - s^2 K_{xa}^2 \neq 0 \quad (9.44)$$

$$\Delta_2(\omega) = (K_{ya} - \omega^2 M_R) (D_{\phi ox} - \omega^2 I_{sox}) - s^2 K_{ya}^2 \neq 0 \quad (9.45)$$

elde edilir. Bu determinant ifadeleri, serbest titreşimler için bulunmuş olan (9.13) ve (9.14) ifadeleri ile tamamen aynıdır. Sadece λ ve p tabii frekansları yerine makinanın ve dolayısıyla sistemin ω açısal frekansı konulmuştur.

Görülüyor ki çözüm olabilmesi için

$$\omega \neq \lambda_z, \quad \omega \neq \lambda_{z\phi}, \quad \omega \neq \lambda, \quad \omega \neq p \quad (9.46)$$

olmalıdır.

Serbest titreşimler için daha önce verilen ifadelerde tabii açısal frekanslar yerine ω yazılarak benzer eşitlikler elde edilebilir.

Sonuç olarak u_m , ϕ_{ym} ve v_m , ϕ_{xm} genlikleri için aşağıdaki ifadeler bulunabilir.

$$u_m = \frac{1}{f_1(\omega^2)} [H_{1m} (D_{\phi oy} - \omega^2 I_{soy}) - H_{5m} \cdot s \cdot K_{xa}] \quad (9.47)$$

$$\phi_{ym} = \frac{1}{f_1(\omega^2)} [H_{5m} (K_{xa} - \omega^2 M_R) - H_{1m} \cdot s \cdot K_{xa}] \quad (9.48)$$

$$v_m = \frac{1}{f_2(\omega^2)} [H_{2m} (D_{\phi ox} - \omega^2 I_{sox}) + H_{4m} \cdot s \cdot K_{ya}] \quad (9.49)$$

$$\phi_{xm} = \frac{1}{f_2(\omega^2)} [H_{4m} (K_{ya} - \omega^2 M_R) + H_{2m} \cdot s \cdot K_{ya}] \quad (9.50)$$

Bu bağıntılardaki $f_1(\omega^2)$ ve $f_2(\omega^2)$ ifadeleri (9.44) ve (9.45) determinantlarının λ_1 , λ_2 ve p_1 , p_2 cinsinden yazılmışı olup

$$f_1(\omega^2) = M_R \cdot I_{soy} (\lambda_1^2 - \omega^2) \cdot (\lambda_2^2 - \omega^2) \quad (9.51)$$

$$f_2(\omega^2) = M_R \cdot I_{sox} (p_1^2 - \omega^2) \cdot (p_2^2 - \omega^2) \quad (9.52)$$

şeklindedir.

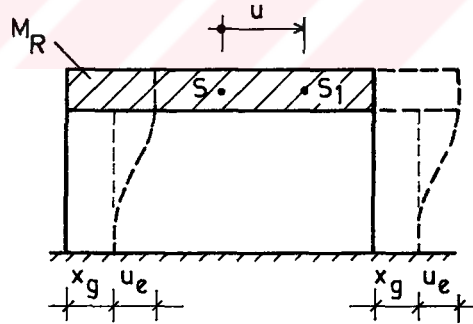
Gerek ω 'nın λ_z , $\lambda_{z\phi}$, λ ve p 'den ne kadar uzak olması gerektiği ve gerekse genlikler için kabul edilebilir en büyük değerler çeşitli ülkelerin ilgili yönetmeliklerinde verilmiştir, [44-48].

SİMETRİK SİSTEMDE DEPREM ETKİSİ

Sistem planda xz ve yz düzlemlerine göre simetriktir ve sistem B mevcut değildir. Böyle simetrik bir sisteme x eksenini doğrultusunda deprem etkimesi durumu gözönüne alınacaktır.

Depremin etkisi ile sistemde atalet kuvvetleri oluşacaktır. Yine altı serbestlik dereceli bir sistem söz-konusudur.

Depremin sebep olduğu yatay yer hareketi zemin seviyesinde x_g yerdeğiştirmesi ile gösterilecektir (Şekil 10.1), [24, 49].



Şekil 10.1. x Ekseni Doğrultusunda Deprem Hareketi

Makina-temel sisteminin S ağırlık merkezinin u , v , w mutlak gitmeleri, mesnet yaylarının elastik ötelemeleri (u_e , v_e , w_e) ve yer hareketi cinsinden

$$u = u_e + x_q, \quad v = v_e, \quad w = w_e \quad (10.1)$$

olarak yazılır.

Temel altında bir $i(x_i, y_i, z_i)$ noktasının salt ötelemeden ve dönmeden oluşan yerdeğiştirmeleri

$$u_i = u_e + x_g - y_i \cdot \phi_z + z_i \cdot \phi_y \quad a)$$

$$v_i = v_e + x_i \cdot \phi_z - z_i \cdot \phi_x \quad b) \quad (10.2)$$

$$w_i = w_e - x_i \cdot \phi_y + y_i \cdot \phi_x \quad c)$$

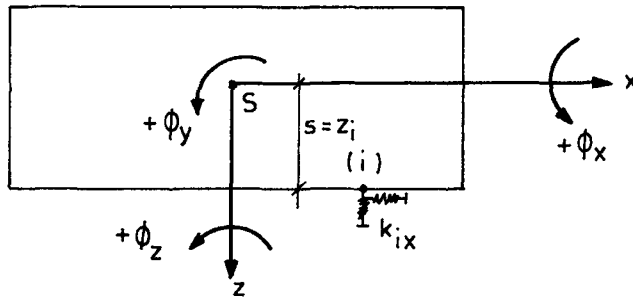
ve dönmeleri

$$\phi_{xi} = \phi_x, \quad \phi_{yi} = \phi_y, \quad \phi_{zi} = \phi_z \quad (10.3)$$

şeklindedir.

Daha önce Bölüm 9 da yazılmış olan hareket denklemlerinden sadece, x eksenini doğrultusundaki izdüşüm denklemi ile y eksenine göre moment denklemi değişecektir.

Çünkü x eksenini doğrultusundaki ötelemede hesaba giren yay kuvvetleri artık, temel altı için şu şekilde yazılmalıdır.



Şekil 10.2. Deprem Hareketinde Yay Kuvvetleri

Temel altındaki bir i noktasında bulunan, k_{ix} rijitlikli yayın x eksenini doğrultusundaki elastik ötelemesi, (10.2) yardımı ile

$$u_{ie} = u_i - x_g = u_e - y_i \cdot \phi_z + s \cdot \phi_y \quad (10.4)$$

ve yay kuvveti

$$\begin{aligned} \text{Yay kuvveti} &= k_{ix} \cdot u_{ie} \\ &= k_{ix} \cdot u_e - k_{ix} \cdot y_i \cdot \phi_z + k_{ix} \cdot s \cdot \phi_y \end{aligned} \quad (10.5)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Diğer doğrultularda $y_g = 0$, $z_g = 0$ olduğundan

$$v_{ie} = v_i \quad , \quad w_{ie} = w_i \quad (10.6)$$

dir ve bir değişiklik olmaz.

Yay kuvvetlerinin y eksenine göre momentleri

$$s(k_{ix} \cdot u_e - k_{ix} \cdot y_i \cdot \phi_z + k_{ix} \cdot s \cdot \phi_y) \quad (10.7)$$

dir.

x eksenine paralel atalet kuvvetleri ise, yerdeğiştirmenin ikinci türevi ile

$$\begin{aligned} dm \cdot \ddot{u}_n &= dm (\ddot{u}_e - y_n \cdot \ddot{\phi}_z + z_n \cdot \ddot{\phi}_y) \\ &= dm (\ddot{u}_e - y_n \cdot \ddot{\phi}_z + z_n \cdot \ddot{\phi}_y) + dm \cdot \ddot{x}_g \end{aligned} \quad (10.8)$$

olarak yazılabilir.

Diğer hareket denklemlerinde bir değişiklik olmaz.

Tüm hareket denklemleri, gerekli kısaltmalar da yapıldıktan sonra aşağıdaki şekilde yazılabilir.

z ekseni doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot \ddot{w} + K_{za} \cdot w = \Sigma F_{zn} \quad (10.9)$$

z eksenine göre moment denklemi

$$I_{sz} \cdot \ddot{\phi}_z + D_{\phi z} \cdot \phi_z = \Sigma x_n F_{yn} - \Sigma y_n F_{xn} + \Sigma M_{zn}^d \quad (10.10)$$

x ekseni doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot (\ddot{u}_e + \ddot{x}_g) + K_{xa} \cdot u_e + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_y = \Sigma F_{xn}$$

$$M_R \cdot \ddot{u}_e + K_{xa} \cdot u_e + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_y = \Sigma F_{xn} - M_R \cdot \ddot{x}_g \quad a)$$

y eksenine göre moment denklemi (10.11)

$$-s \cdot K_{xa} \cdot u_e + I_{sy} \cdot \ddot{\phi}_y + D_{\phi y} \cdot \phi_y = \Sigma z_n F_{xn} - \Sigma x_n F_{zn} + \Sigma M_{yn}^d \quad b)$$

y ekseni doğrultusunda izdüşüm denklemi

$$M_R \cdot \ddot{v} + K_{ya} \cdot v - s \cdot K_{ya} \cdot \phi_x = \Sigma F_{yn} \quad a)$$

x eksenine göre moment denklemi (10.12)

$$-s \cdot K_{ya} \cdot v + I_{sx} \cdot \ddot{\phi}_x + D_{\phi x} \cdot \phi_x = \Sigma y_n F_{zn} - \Sigma z_n F_{yn} + \Sigma M_{xn}^d \quad b)$$

Dikkat edilirse, x ekseni doğrultusunda izdüşüm denkleminde, $(-M_R \cdot \ddot{x}_g)$ ifadesi bir dış yük gibi denkleme girmiştir. Deprem hareketinin her iki yönde olabileceğine dikkat edilmelidir.

Depremlı durumda da hareketlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerinin incelenebileceği ve genel olarak diğer doğrultulardaki depremlerin de gözönüne alınabileceği açıktır.

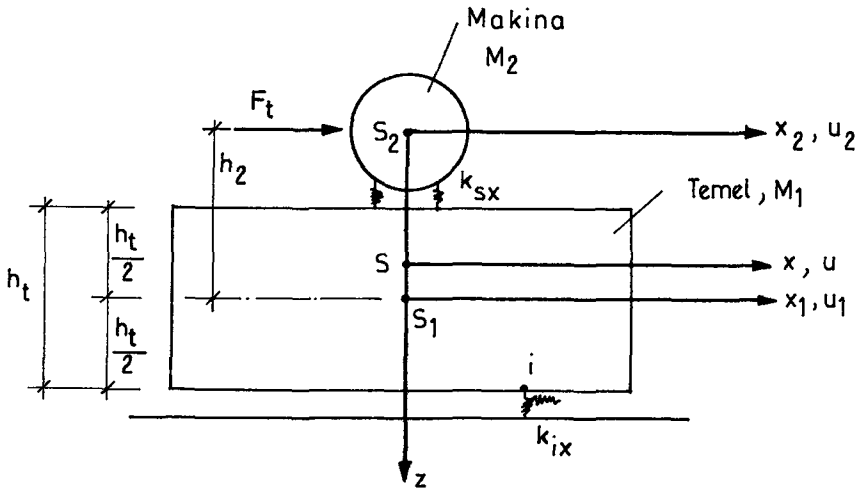
BÖLÜM 11. ÖZEL DURUM 6

SİMETRİK SİSTEMDE MAKİNA İLE TEMEL ARASINDA YAY OLMASI HALİ

Makinanın çalışması durumunda oluşturduğu titreşimleri temele aktarmadan önce kontrol altına almak uygun bir çözüm olmaktadır, [50-52]. Bu amaçla makina ile temel arasına çeşitli özellikte yaylar konulmaktadır. Bu durumda sistemin serbestlik derecesinin artacağı ve genel durumda oniki serbestlik dereceli sistem olacağı bilinmektedir.

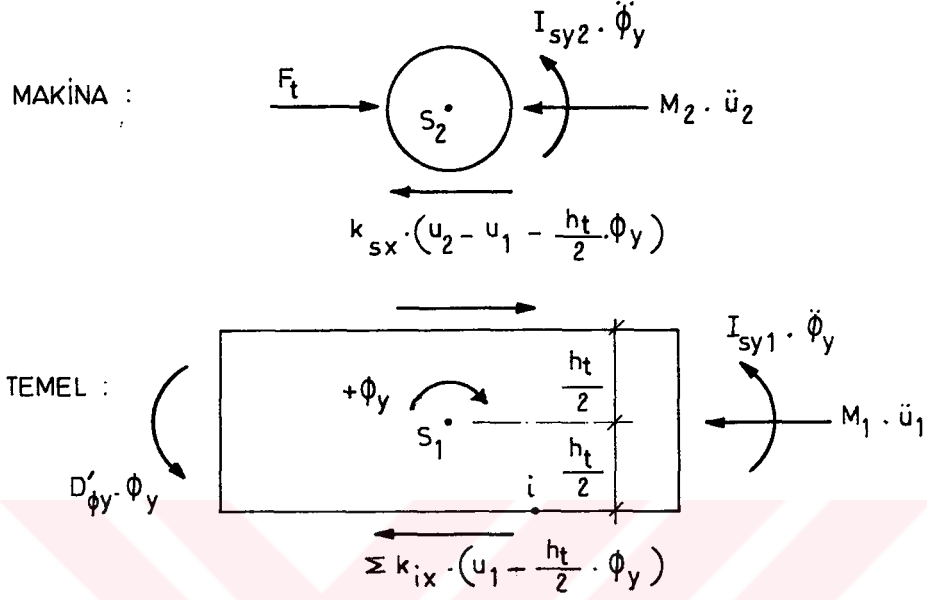
Bu bölümde, planda birbirine dik xz ve yz düzlemlerine göre simetrik olan ve sistem B'nin mevcut olmadığı bir makina-temel-mesnetler sistemi gözönüne alınacaktır. Ayrıca makina ile temel arasında, düşey yerdeğiştirmesi ihmal edilebilen, sadece x doğrultusunda gitmeye müsaade eden ve bu doğrultuda rijitliği k_{sx} olan yay bulunmaktadır. Diğer hareketler yoktur. Artık sistem yedi serbestlik dereceli bir sistemdir.

Böyle bir sistem Şekil 11.1 de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 11.1 Makina ile Temel Arasında Yay Olan Sistem

Böyle bir sistemde, depremsiz durumda makina ve temelin ayrı ayrı kuvvetler dengesini inceleyelim.



Şekil 11.2. Makina ve Temelin Kuvvetler Dengesi

Burada,

- | | |
|------------|--|
| M_1, M_2 | : Temel ve makinanın kütleleri ($M_R = M_1 + M_2$), |
| S_1, S_2 | : Temel ve makinanın ağırlık merkezleri, |
| S | : Makina-temel sisteminin ağırlık merkezi, |
| u_1, u_2 | : Temel ve makinanın ağırlık merkezlerinin mutlak gitmeleri, |
| u | : Makina-temel sisteminin ağırlık merkezinin mutlak gitmesi, |
| k_{sx} | : Makina ile temel arasındaki yayların x doğrultusundaki rijitliği, |
| k_{ix} | : Temelin altında bir i noktasındaki yayların x doğrultusundaki rijitliği, |

- F_t : Makinanın kuvveti,
 $(u_2 - u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y)$: Makinanın temele göre gitme miktarı,
 I_{sy1}, I_{sy2} : Temel ve makinanın kendi ağırlık merkezlerinden geçen y_1 ve y_2 eksenlerine göre kütle atalet momentleri,
 h_t : Temel yüksekliği,
 h_2 : F_t kuvvetinin S_1 den geçen x_1 eksenine mesafesi

dir.

Bölüm 9 da verilen hareket denklemlerinden sadece, x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi ve y eksenine göre moment denklemi değişecektir.

x eksenini doğrultusundaki izdüşüm denklemi makina ve temel için ayrı ayrı yazılacaktır. Moment denklemi ise, makina ile temeli ayırmadan, temelin ağırlık merkezi olan S_1 'den geçen y_1 eksenine göre yazılacaktır.

Makina ile temel arasındaki yay, x doğrultusundaki gitmenin haricinde diğer hareketlere müsaade etmediğinden yukarıda adı geçen hareket denklemlerinin dışındaki denklemlerde bir değişiklik olmayacaktır.

Burada sadece değişen hareket denklemleri verilecektir.

x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

Makina için :

$$M_2 \cdot \ddot{u}_2 + k_{sx} \cdot (u_2 - u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = F_t \quad (11.1)$$

Temel için :

$$M_1 \cdot \ddot{u}_1 + \Sigma k_{ix} \cdot (u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) - k_{sx} (u_2 - u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = 0 \quad (11.2)$$

y eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned} -\Sigma k_{ix} (u_1 - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) \cdot \frac{h_t}{2} + I_{sy1} \cdot \ddot{\phi}_y + I_{sy2} \cdot \ddot{\phi}_y + M_2 \cdot \ddot{u}_2 \cdot h_2 + D'_{\phi y} \cdot \phi_y = \\ = F_t \cdot h_2 \quad (11.3) \end{aligned}$$

Sistemin serbest ve zorlanmış titreşimlerinin incelenebileceği ve makina ile temel arasında genel olarak tüm hareketlere müsaade eden yayların bulunduğu durumun yani oniki serbestlik dereceli sistemin gözönüne alınabileceği bilinmektedir.

BÖLÜM 12. ÖZEL DURUM 7

SİMETRİK SİSTEMDE MAKİNA İLE TEMEL ARASINDA YAY OLMASI HALİNDE DEPREM ETKİSİ

10 ve 11 nci Bölümlerin bir arada düşünülmesi söz-konusudur. Yine sistem simetriktir, sistem B mevcut değildir, makina ile temel arasında sadece x doğrultusunda gitmeye müsaade eden k_{sx} rijitlikli yay vardır ve de x eksenini doğrultusunda deprem etkisi gözönüne alınacaktır.

Sistemimiz yine yedi serbestlik dereceli bir sistemdir.

x eksenini doğrultusunda temel ve makinanın elastik ötelemeleri, ağırlık merkezlerinin mutlak gitmeleri ve x_g yer hareketi cinsinden

$$u_{1e} = u_1 - x_g \quad a) \quad (12.1)$$

$$u_{2e} = u_2 - x_g \quad b)$$

şeklinde yazılabilir.

(11.1), (11.2) ve (11.3) hareket denklemlerine gidilirse, değişen hareket denklemleri aşağıdaki şekli alırlar.

x eksenini doğrultusunda izdüşüm denklemi

Makina için,

$$M_2(\ddot{u}_{2e} + \ddot{x}_g) + k_{sx}(u_{2e} - u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = F_t$$
$$M_2 \cdot \ddot{u}_{2e} + k_{sx}(u_{2e} - u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = F_t - M_2 \cdot \ddot{x}_g \quad (12.2)$$

Temel için,

$$M_1(\ddot{u}_1 + \ddot{x}_g) + \Sigma k_{ix}(u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) - k_{sx} \cdot (u_{2e} - u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = 0$$

$$M_1 \cdot \ddot{u}_1 + \Sigma k_{ix}(u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) - k_{sx}(u_{2e} - u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) = -M_1 \cdot \ddot{x}_g$$

(12.3)

y eksenine göre moment denklemi

$$\begin{aligned} & -\Sigma k_{ix}(u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) \cdot \frac{h_t}{2} + I_{sy1} \cdot \ddot{\phi}_y + M_2(\ddot{u}_{2e} + \ddot{x}_g) \cdot h_2 + \\ & + I_{sy2} \cdot \ddot{\phi}_y + D'_{\phi y} \cdot \phi_y = F_t \cdot h_2 \\ & -\Sigma k_{ix}(u_{1e} - \frac{h_t}{2} \cdot \phi_y) \cdot \frac{h_t}{2} + I_{sy1} \cdot \ddot{\phi}_y + I_{sy2} \cdot \ddot{\phi}_y + M_2 \cdot \ddot{u}_{2e} \cdot h_2 + \\ & + D'_{\phi y} \cdot \phi_y = F_t \cdot h_2 - M_2 \cdot \ddot{x}_g \cdot h_2 \end{aligned} \quad (12.4)$$

Dikkat edilirse, (12.2) denkleminde $(-M_2 \cdot \ddot{x}_g)$, (12.3) denkleminde $(-M_1 \cdot \ddot{x}_g)$ ve (12.4) denkleminde de $(-M_2 \cdot \ddot{x}_g \cdot h_2)$ ifadeleri bir dış yük gibi denklemlere girmiştir. Depremin her iki yönde olabileceği unutulmamalıdır.

Sistemin serbest ve zorlanmış titreşimlerinin bilinen tarzda incelenebileceği ayrıca, depremin ve makina ile temel arasındaki yayların en genel durumunun gözönüne alınabileceği açıktır.

BÖLÜM 13. SAYISAL UYGULAMALAR

13.1. Düşey Yük Yaratan Makina Temeli

Düşey doğrultuda dinamik yük yaratan, dört silindirli dizel bir makina için uygun bir temel yapılacaktır. Öngörülen temel Şekil 13.1 de gösterilmiştir.

Veriler:

Makinanın ağırlığı ve kütlesi	$W_1 = 40 \text{ kN}, M_1 = 4,08 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Motorun ağırlığı ve kütlesi	$W_2 = 20 \text{ kN}, M_2 = 2,04 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Temelin ağırlığı ve kütlesi	$W_3 = 594 \text{ kN}, M_3 = 60,55 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Sistemin ağırlığı ve kütlesi	$W = 654 \text{ kN}, M_R = 66,67 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Makinanın çalışma hızı	$\omega = 125,66 \text{ s}^{-1}$
Harmonik olan düşey zorlayıcı kuvvetin genliği	$P_z = \pm 15 \text{ kN}$
Temel üst seviyesinde müade edilen genlik	$0,04 \text{ mm}$
Zemin cinsi	katı kil

Müade edilen genlik çok küçük olduğundan, temel blokunun altına yaylardan oluşan mesnet elemanları konulacaktır. Yaylar rijit bir tabana yerleştirilir ve temel bloku bunların üzerine oturtulur (Şekil 13.1).

Zemin sert ve yayların oturduğu taban küçük ve rijit olduğundan, hesaplarda zemin etkisinin önemi yoktur. Rijit bir tabana oturan yaylara mesnetli temel sisteminin serbest titreşim frekansları ve zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanacaktır.

1) Sistemin Ağırlık Merkezinin Tayini :

Sistemimiz xz düzlemine göre simetriktir. Ağırlık merkezinin tayini için bir $B\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ koordinat sistemi seçelim (Şekil 13.1).

$$\bar{x} = \frac{\sum W_i \bar{x}_i}{\sum W_i} = \frac{40 \times 3,50 + 20 \times 1,50 + 594 \times 2,75}{654} = 2,757 \text{ m.}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum W_i \bar{z}_i}{\sum W_i} = \frac{40 \times 2,55 + 20 \times 2,55 + 594 \times 0,75}{654} = 0,906 \text{ m.}$$

Sistemin ağırlık merkezinden geçen koordinat takımı $Sxyz$ olsun.

2) Kütle Atalet Momentleri :

Sistemin ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre kütle atalet momentleri

$$I_{sox} = 4,08(1,644)^2 + 2,04(1,344)^2 + 60,55 \left[\frac{1}{12} (3,00^2 + 1,50^2) + (0,156)^2 \right] \\ = 72,95 \text{ kN.m.s}^2$$

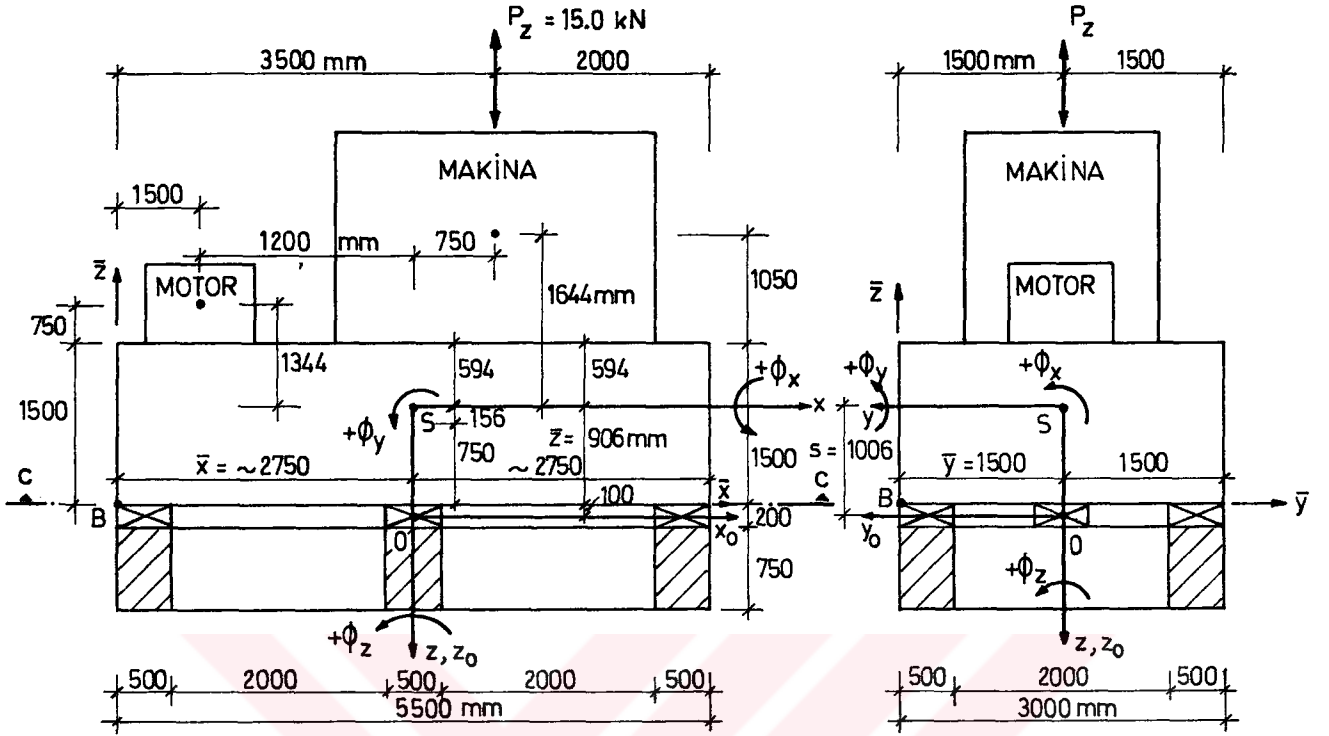
$$I_{soy} = 4,08(1,644)^2 + 2,04(1,344)^2 + 60,55 \left[\frac{1}{12} (5,50^2 + 1,50^2) + (0,156)^2 \right] \\ = 180,20 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I_{soz} = 4,08(0,75)^2 + 2,04(1,25)^2 + 60,55 \left[\frac{1}{12} (3,00^2 + 5,50^2) + 0 \right] \\ = 203,54 \text{ kN.m.s}^2$$

3) Mesnet Elemanlarının Elastik Merkezinin Yeri :

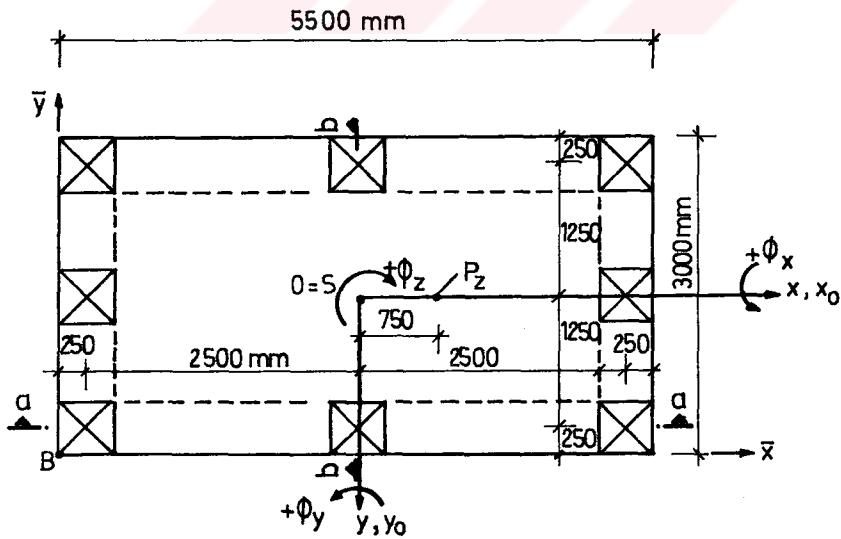
Temelin oturduğu yaylar, planda her iki eksene göre simetrik ve yay rijitlikleri de eşit olduğundan O elastik merkezi temel tabanının merkezindedir.

O ve S merkezleri aynı düşey çizgi üzerindedir.



a-a Kesiti

b-b Kesiti



Plan , c-c Kesiti

Şekil 13.1. Dizel Makina Temeli

Bölüm 9 da belirtilen özel durum sözkonusudur.
Sistem B mevcut değildir.

$$s = 0,906 + 0,20/2 = 1,006 \text{ m} , \quad \delta_x = 0 , \quad \delta_y = 0$$

4) Hareket Denklemlerindeki Katsayıların Hesabı :

Mesnet elemanı olarak sadece yaylar sözkonusu olduğundan zemin ile ilgili terimler ortadan kalkar.

Mesnet elemanları, her biri 9 adet spiral yaydan ibaret olan 8 adet yay kutusundan oluşmaktadır. Bir yay kutusu ve tüm mesnet elemanları için öteleme rijitlikleri

$$k_{xn} = 1269 \text{ kN/m} , \quad K_x = K_{xa} = \Sigma k_{xn} = 8 \times 1269 = 10152 \text{ kN/m}$$

$$k_{yn} = 1269 \text{ kN/m} , \quad K_y = K_{ya} = \Sigma k_{yn} = 8 \times 1269 = 10152 \text{ kN/m}$$

$$k_{zn} = 1735,2 \text{ kN/m} , \quad K_z = K_{za} = \Sigma k_{zn} = 8 \times 1735,2 = 13881,6 \text{ kN/m}$$

şeklinde belirlenmiştir. Dönme rijitlikleri ise ihmal edilmiştir.

$$d_{nx} = d_{ny} = d_{nz} = 0$$

$$\begin{aligned} D_{\phi ox} &= \Sigma y_{on}^2 k_{zn} + s^2 \cdot K_{ya} - s \cdot W \\ &= 3 \times 1,25^2 \times 1735,2 \times 2 + 1,006 \times 10152 - 1,006 \times 654 = 25883,8 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{\phi oy} &= \Sigma x_{on}^2 k_{zn} + s^2 \cdot K_{xa} - s \cdot W \\ &= 3 \times 2,50^2 \times 1735,2 \times 2 + 1,006 \times 10152 - 1,006 \times 654 = 74686,3 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{\phi oz} &= \Sigma x_{on}^2 k_{yn} + \Sigma y_{on}^2 k_{xn} \\ &= 3 \times 2,50^2 \times 1269 \times 2 + 3 \times 1,25^2 \times 1269 \times 2 = 59484,4 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

5) Serbest Titreşim Frekansları :

Daha önce verilmiş olan (9.7), (9.8), (9.9) ve (9.10) hareket denklemleri aynen geçerlidir.

Düşey titreşim ve düşey eksen etrafında dönme hareketi için tabii açısal frekanslar (9.11) ve (9.12) ile

$$\lambda_z = \sqrt{K_{za}/M_R} = \sqrt{13881,6/66,67} = 14,43 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_z = \sqrt{D_{\phi oz}/I_{soz}} = \sqrt{59484,4/203,54} = 17,10 \text{ s}^{-1}$$

şeklinde hesaplanır.

x ve y eksenleri doğrultusunda sadece öteleme halinde tabii açısal frekanslar (9.15) ile

$$\lambda_x^2 = K_{xa}/M_R = 10152/66,67 = 152,27 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_y^2 = K_{ya}/M_R = 10152/66,67 = 152,27 \text{ s}^{-2}$$

olarak bulunur.

Sırasıyle (9.18) ve (9.19) dan

$$D'_{\phi oy} = D_{\phi oy} - s^2 \cdot K_{xa} = 74686,3 - 1,006 \times 10152 = 64412,1 \text{ kN.m}$$

$$D'_{\phi ox} = D_{\phi ox} - s^2 \cdot K_{ya} = 25883,8 - 1,006 \times 10152 = 15609,6 \text{ kN.m}$$

$$I'_{soy} = I_{soy} + s^2 \cdot M_R = 180,2 + 1,006 \times 66,67 = 247,7 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I'_{sox} = I_{sox} + s^2 \cdot M_R = 7295 + 1,006 \times 66,67 = 140,4 \text{ kN.m.s}^2$$

elde edilir.

O'dan geçen x_0 ve y_0 eksenleri etrafında dönme hareketlerinin açısal frekansları (9.24) ve (9.25) ifadelerinden

$$\lambda_{\psi x}^2 = D'_{\phi ox} / I'_{sox} = 15609,6 / 140,4 = 111,18 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_{\psi x} = 10,54 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{\psi y}^2 = D'_{\phi oy} / I'_{soy} = 64412,1 / 247,7 = 260,04 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_{\psi y} = 16,13 \text{ s}^{-1}$$

olarak hesaplanır.

(9.27) ile kütle atalet momentlerinin oranları

$$\mu_x = I_{sox} / I'_{sox} = 72,95 / 140,4 = 0,52$$

$$\mu_y = I_{soy} / I'_{soy} = 180,2 / 247,7 = 0,728$$

dir.

Öteleme ve dönme hareketleri için frekans denklemleri (9.28) ve (9.29) ile

$$\lambda^4 - \left(\frac{\lambda_{\psi y}^2 + \lambda_{\psi x}^2}{\mu_y} \right) \cdot \lambda^2 + \frac{\lambda_{\psi y}^2 \cdot \lambda_{\psi x}^2}{\mu_y} = 0$$

$$\lambda^4 - \left(\frac{260,04 + 152,27}{0,728} \right) \cdot \lambda^2 + \frac{260,04 \cdot 152,27}{0,728} = 0$$

$$\lambda^4 - 566,36 \cdot \lambda^2 + 54390,51 = 0$$

ve

$$p^4 - \left(\frac{\lambda_{\psi x}^2 + \lambda_{\psi y}^2}{\mu_x} \right) \cdot p^2 + \frac{\lambda_{\psi x}^2 \cdot \lambda_{\psi y}^2}{\mu_x} = 0$$

$$p^4 - \left(\frac{111,18 + 152,27}{0,52} \right) \cdot p^2 + \frac{111,18 \cdot 152,27}{0,52} = 0$$

$$p^2 - 506,63 \cdot p^2 + 32556,5 = 0$$

şeklinde elde edilir. Frekanslar (9.30) ve (9.31) ifadeleri ile bulunmak istenirse

$$\lambda^2 = \frac{1}{2 \times 0,728} \left[(260,04 + 152,27)^{\pm} \pm \sqrt{(260,04 + 152,27)^2 - 4 \times 0,728 \times 260,04 \times 152,27} \right]$$

$$\lambda^2 = 443,79 \text{ s}^{-2} \quad ; \quad 122,55 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_1 = 21,07 \text{ s}^{-1} \quad \text{ve} \quad \lambda_2 = 11,07 \text{ s}^{-1}$$

$$p^2 = \frac{1}{2 \times 0,52} \left[(111,18 + 152,27)^{\pm} \pm \sqrt{(111,18 + 152,27)^2 - 4 \times 111,18 \times 152,27 \times 0,52} \right]$$

$$p^2 = 431,10 \text{ s}^{-2} \quad ; \quad 7552 \text{ s}^{-2}$$

$$p_1 = 20,76 \text{ s}^{-1} \quad \text{ve} \quad p_2 = 8,69 \text{ s}^{-1}$$

olarak elde edilir. Bu şekilde tüm serbest titreşim frekansları hesaplanmış olmaktadır. Bu frekansların, makinenin çalışma frekansına göre çok küçük oldukları ve rezonans durumunun söz konusu olmadığı görülmektedir.

6) Zorlanmış Titreşim Genlikleri :

xz düşey düzleminde olup S ve O'dan geçmeyen düşey harmonik zorlayıcı kuvvet vardır. (9.33), (9.34), (9.35) ve (9.36) ile verilen hareket denklemlerinin ikinci tarafları

$$H_{3m} = 15,0 \text{ kN} \quad , \quad H_{5m} = -0,75 \times 15,0 = -11,25 \text{ kN.m}$$

$$H_{1m} = H_{2m} = H_{4m} = H_{6m} = 0$$

şeklindedir.

Buna göre ϕ_{zm} , v_m ve ϕ_{xm} genlikleri sıfırdır.

Düşey genlik (9.37) ile

$$w_m = H_{3m} / (K_{za} - \omega^2 \cdot M_R) = 15 / (13881,6 - 125,66 \times 66,67)$$

$$= -0,0000144 \text{ m} = -0,0144 \text{ mm} < 0,04 \text{ mm (Müsade Edilen)}$$

olarak hesaplanır.

(9.51) ile

$$\begin{aligned} f_1(\omega^2) &= M_R \cdot I_{soy} (\lambda_1^2 - \omega^2) (\lambda_2^2 - \omega^2) \\ &= 66,67 \times 180,2 (443,79 - 125,66) (122,55 - 125,66) \\ &= 28887 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

ve yatay genlik (9.47) ile

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{1}{f_1(\omega^2)} [H_{1m}(D_{\phi oy} - \omega^2 \cdot I_{soy}) - H_{5m}(s \cdot K_{xa})] \\ &= \frac{1}{28887 \cdot 10^8} [0 + 11,25 (1,006 \times 10152)] = 3,977 \cdot 10^{-8} \text{ m} \end{aligned}$$

y ekseninde etrafında dönme genliği ise (9.48) ile

$$\begin{aligned} \phi_{ym} &= \frac{1}{f_1(\omega^2)} [H_{5m}(K_{xa} - \omega^2 \cdot M_R) - H_{1m} \cdot s \cdot K_{xa}] \\ &= \frac{1}{28887 \cdot 10^8} [-11,25 (10152 - 125,66 \times 66,67) - 0] \\ &= -0,406 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Çok küçük olan u_m değeri ihmal edilerek, temelin üst yüzündeki toplam yatay genlik

$$u_{m,t} = u_m + (h_t - s) \cdot \phi_{ym} = 0 + (1,50 - 1,006) \cdot (-0,406 \cdot 10^{-5})$$

$$= -0,002 \text{ mm} < 0,04 \text{ mm} \quad (\text{Müsade Edilen})$$

olarak hesaplanır.

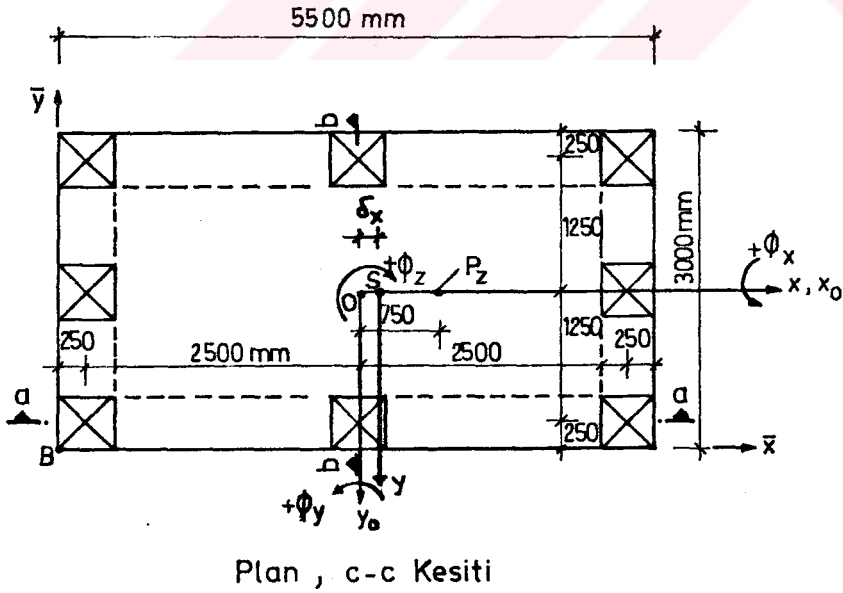
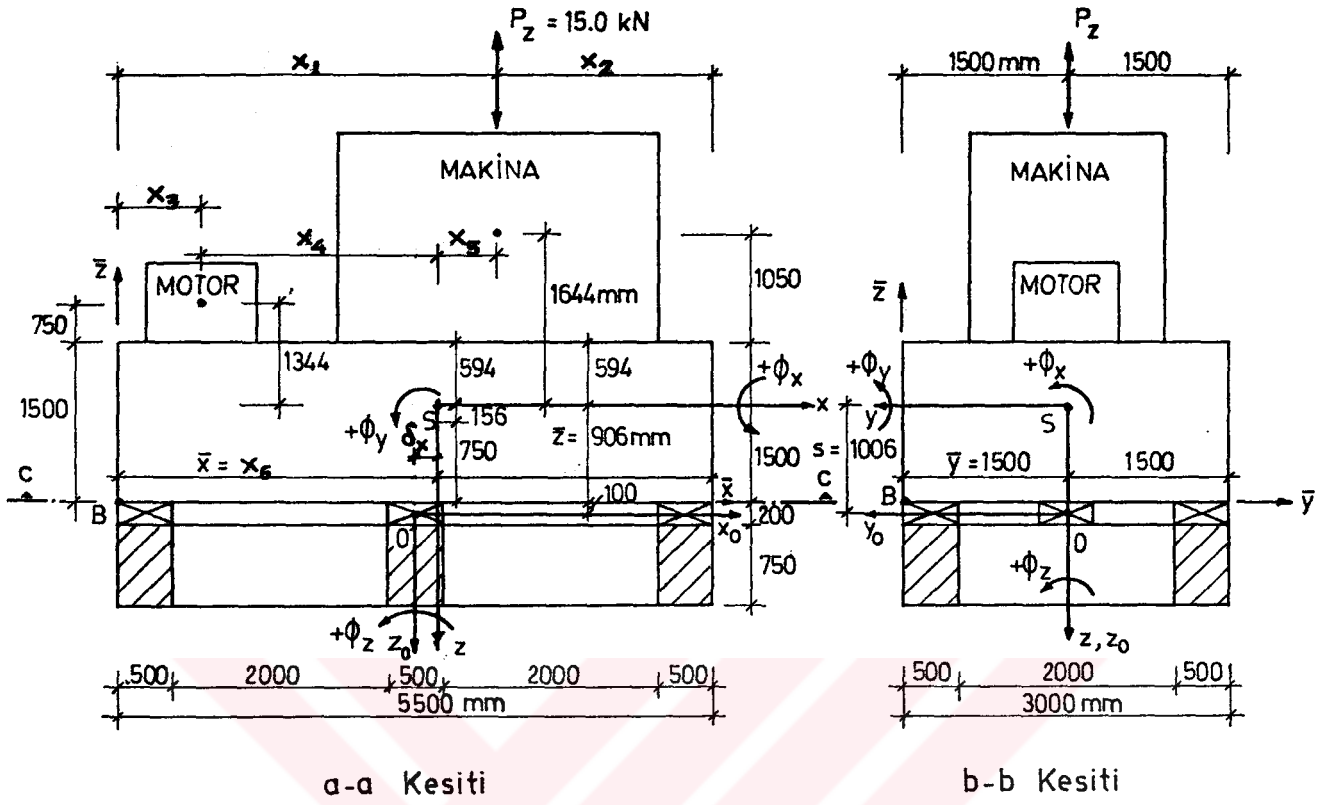
Hesaplanan genliklerin, müsade edilen genlikten küçük olduğu gösterilmiştir.

13.1.1. Bir Doğrultuda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

Simetriden sapmaların sistemin titreşimine etkileri araştırılacaktır. Makina ile motor sisteminin hatalı olarak yerleştirildiği düşünülüp aralarındaki mesafe sabit kalacak şekilde x ekseninin pozitif yönünde ötelenektedir. Bu esnada temel ile mesnetler sabit kaldığından tüm sistemin simetrisinde x eksenini doğrultusunda bir bozulma olacaktır, (Şekil 13.2).

Bu durumda Bölüm 7 de belirtilen 2. özel durum söz konusudur. Hareket denklemleri (7.2) ve (7.3) deki gibi üç denklemlili iki sisteme ayrılabilir. Serbest titreşim frekansları ve zorlanmış titreşim genlikleri her iki denklem sistemi için ayrı ayrı hesaplanacaktır.

Serbest titreşimler için hareket denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.



Şekil 13.2. Bir Doğrultuda Simetrik Olmayan Dizel Makina Temeli

1. Denklem Sistemi

$(K_{xa} - \lambda^2 \cdot M_R)$	0	$s \cdot K_{xa}$	u_o	0
0	$(K_{za} - \lambda^2 \cdot M_R)$	$-\delta_x \cdot K_{za}$	w_o	0
$s \cdot K_{xa}$	$-\delta_x \cdot K_{za}$	$(D_{\phi_{oy}} + \delta_x^2 \cdot K_{za}) - \lambda^2 (I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R)$	ϕ_{yo}	0

2. Denklem Sistemi

$(K_{ya} - p^2 \cdot M_R)$	$-s \cdot K_{ya}$	$\delta_x \cdot K_{ya}$	v_o	0
$-s \cdot k_{ya}$	$(D_{\phi_{ox}} - p^2 \cdot I_{sox})$	$(\delta_x \cdot s \cdot K_{ya} - p^2 \int_{\Omega} x_{on} z dm)$	ϕ_{xo}	0
$\delta_x \cdot K_{ya}$	$(\delta_x \cdot s \cdot K_{ya} - p^2 \int_{\Omega} x_{on} z dm)$	$(D_{\phi_{oz}} + \delta_x^2 \cdot K_{ya}) - p^2 (I_{soz} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R)$	ϕ_{zo}	0

Makinanın ötelenmeleri ve bunlara karşılık gelen simetriden sapmalar aşağıda tablo halinde verilmiştir; Birinci durum, simetriden sapmanın olmadığı simetrik durumu göstermektedir.

Makina ile motorun en fazla ötelendiği 7. durum için hesaplar verilecektir.

Hareket denklemlerindeki katsayıların hesabı

$$s \cdot K_{xa} = s \cdot K_{ya} = 1,006 \times 10152 = 10212,9 \text{ kN}$$

$$-\delta_x \cdot K_{za} = -0,07 \times 13881,6 = -971,7 \text{ kN}$$

Durum No.	Makinanın Ötelenmesi (m)	x_1 (m)	x_2 (m)	x_3 (m)	x_4 (m)	x_5 (m)	$\bar{x}=x_6$ (m)	δ_x (m)
1	0	3,50	2,00	1,50	1,25	0,75	2,75	0
2	0,10	3,60	1,90	1,60	1,17	0,83	2,77	0,02
3	0,20	3,70	1,80	1,70	1,08	0,92	2,78	0,03
4	0,30	3,80	1,70	1,80	0,99	1,01	2,79	0,04
5	0,40	3,90	1,60	1,90	0,90	1,10	2,80	0,05
6	0,50	4,00	1,50	2,00	0,81	1,19	2,81	0,06
7	0,60	4,10	1,40	2,10	0,72	1,28	2,82	0,07

$$D_{\phi_{oy}} + \delta_x^2 \cdot K_{za} = 74686,3 + (0,07)^2 \cdot 13881,6 = 74754,3 \text{ kN.m}$$

$$I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R = 185,68 + 2 \times 0,07 \cdot (4,08 \times 1,35 + 2,04 \times 0,65) + (0,07)^2 \cdot 66,67 = 185,68 + 0,96 + 0,33 = 186,97 \text{ kN.m.s}^2$$

$$\delta_x \cdot K_{ya} = 0,07 \times 10152 = 710,6 \text{ kN}$$

$$\delta_x \cdot s \cdot K_{ya} = 0,07 \times 1,006 \times 10152 = 714,9 \text{ kN.m}$$

$$\int_{\Omega} x_{on} z_n dm = 4,08 \times 1,35 \times 1,644 + 2,04 \times 0,65 \times 1,344 = 10,84 \text{ kN.m.s}^2$$

$$D_{\phi_{oz}} + \delta_x^2 \cdot K_{ya} = 59484,4 + (0,07)^2 \times 10152 = 59534,14 \text{ kN.m}$$

$$I_{soz} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R = 203,54 + 0,96 + 0,33 = 204,83 \text{ kN.m.s}^2$$

$$H_{1m} = 0$$

$$H_{3m} = P_z = 15 \text{ kN}$$

$$H_{5m} = -1,35 \times 15 - (-0,07) \times 15 = -19,2 \text{ kN.m}$$

$$H_{2m} = 0$$

$$H_{4m} = H_{6m} = 0$$

Bilinen değerlerle serbest titreşim denklemlerine gidilirse 1. denklem sistemi için

$(10152-\lambda^2.66,67)$	0	10212,9	u_o	=	0
0	$(13881,6-\lambda^2.66,67)$	-971,7	w_o		0
10212,9	-971,7	$(74754,3-\lambda^2.186,97)$	ϕ_{yo}		0

2. denklem sistemi için

$(10152-p^2.66,67)$	-10152	710,6	v_o	=	0
-10152	$(25883,8-p^2.72,95)$	$(714,9-p^2.10,84)$	ϕ_{xo}		0
710,6	$(714,9-p^2.10,84)$	$(59534,14-p^2.204,83)$	ϕ_{zo}		0

elde edilir. Bu denklem sistemlerinin çözümü ile serbest titreşim frekansları

$$\lambda_1 = 20,743 \text{ s}^{-1}, \quad \lambda_2 = 14,422 \text{ s}^{-1}, \quad \lambda_3 = 11,048 \text{ s}^{-1}$$

$$p_1 = 21,04 \text{ s}^{-1}, \quad p_2 = 17,08 \text{ s}^{-1}, \quad p_3 = 8,74 \text{ s}^{-1}$$

olarak bulunur.

Serbest titreşim denklemlerinde λ ve p yerine makinanın çalışma frekansı $\omega = 125,66 \text{ s}^{-1}$ konularak zorlanmış titreşimlere ait hareket denklemleri elde edilir.

1. Denklem Sistemi

-1042596,6	0	10212,9	u_m	=	0
0	-1038866,7	-971,7	w_m		15,0
10212,9	-971,7	-2877583,4	ϕ_{ym}		-19,2

2. Denklem Sistemi

-1042596,6	-10152	.710,6	v_m	$=$	0
-10152	-1126028,47	-170453,42	ϕ_{xm}		0
710,6	-170453,42	-3174820,78	ϕ_{zm}		0

Denklem sistemlerinin çözümünden zorlanmış titreşim genlikleri

$$u_m = 6,54 \cdot 10^{-8} \text{ m} , \quad w_m = -1,445 \cdot 10^{-5} \text{ m} , \quad \phi_{ym} = 6,68 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$v_m = \phi_{xm} = \phi_{zm} = 0$$

olarak elde edilir.

Temelin üst yüzündeki toplam yatay genlik

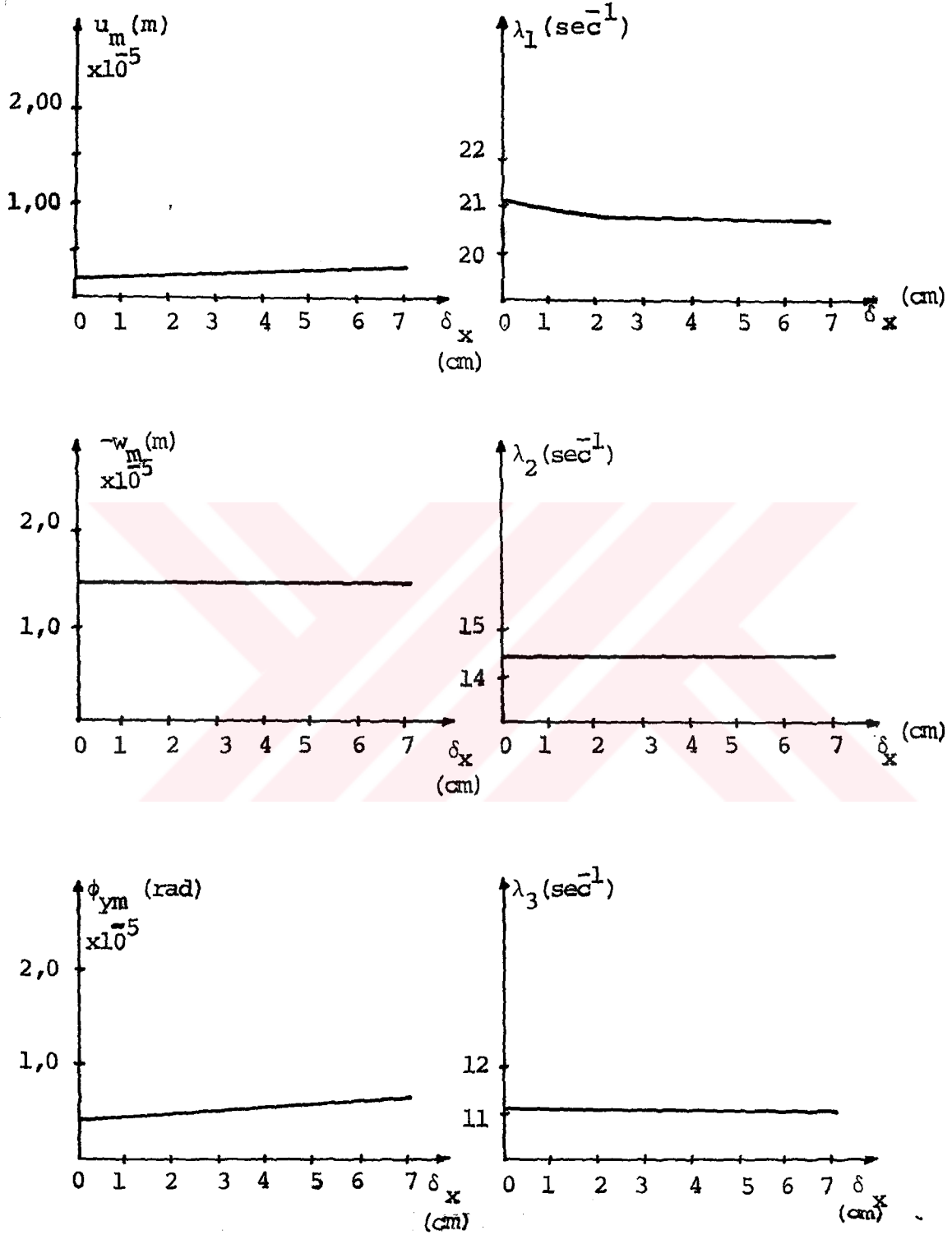
$$\begin{aligned} u_{m,t} &= 6,54 \cdot 10^{-8} + (1,50 - 1,006) (-6,68 \cdot 10^{-6}) \\ &= 3,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,0034 \text{ mm} < 0,04 \text{ mm} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

Görüldüğü gibi hesaplanan en büyük genlik, müsaade edilen genlikten küçüktür.

Bütün durumlar için hesaplar yapıp simetriden sapma ile zorlanmış titreşim genlikleri ve serbest titreşim frekansları arasındaki değişim Şekil 13.3 de diyagramlar halinde verilmiştir.

Bu diyagramların incelenmesinden görüleceği gibi, düşey doğrultuda dinamik yük yaratan bir makina için öngörülen böyle bir temelde, simetriden sapmaların sistemin titreşimlerine bir etkisi olmadığı söylenebilir.



Şekil 13.3. Zorlanmış Titreşim Genlikleri ve Serbest Titreşim Frekanslarının Simetriden Sapma ile Değişimi

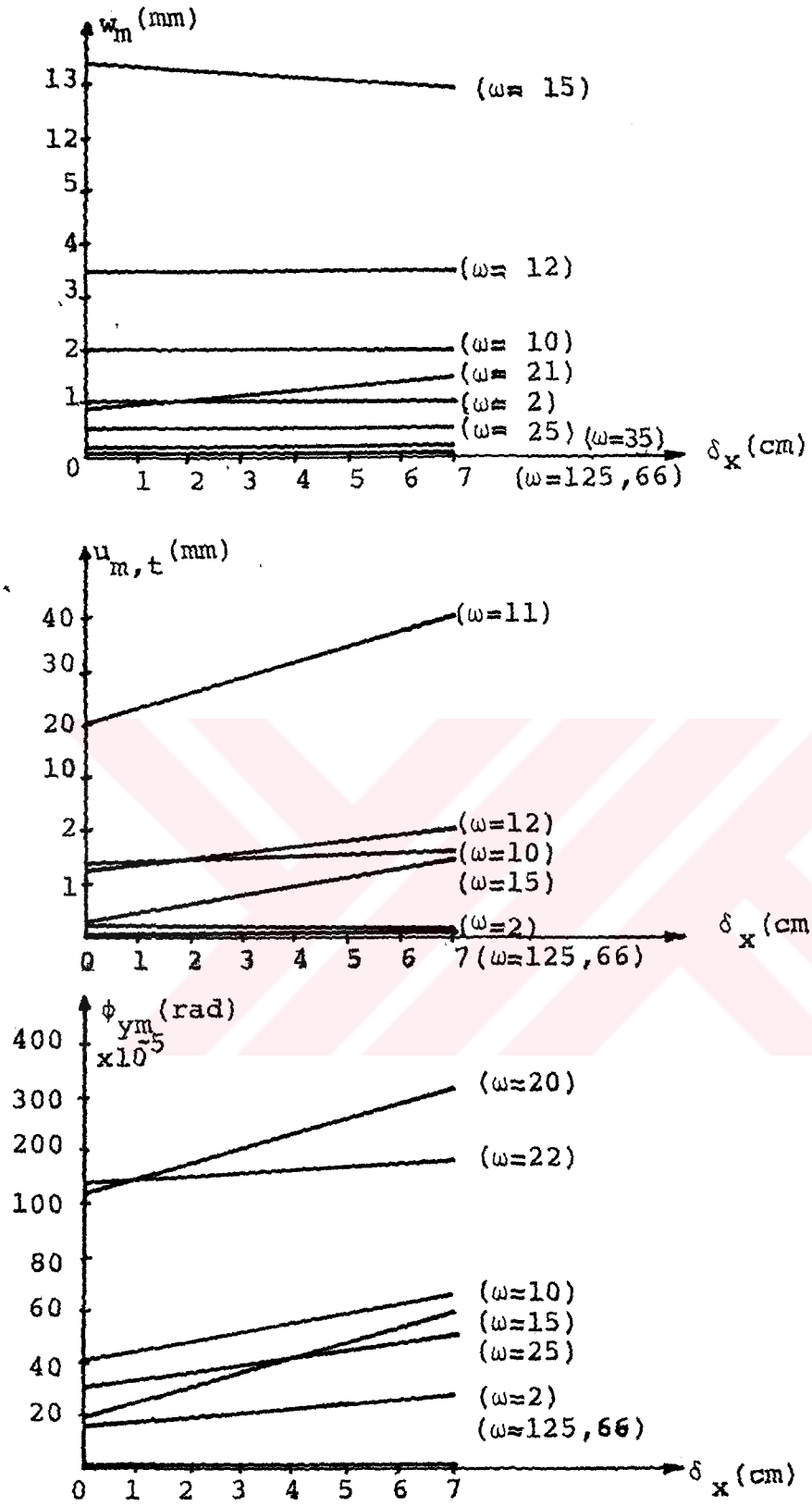
13.1.2. Makinanın Çalışma Frekansının Değişmesi Durumunda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

Simetrik durumda ve x eksenini doğrultusundaki bütün simetriden sapma durumlarında, makinanın oluşturduğu kuvvetin genliği sabit tutulup sadece makinanın çalışma frekansı değiştirilerek sistemin zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanmıştır. Temel üstündeki $u_{m,t}$ genliği de elde edilmiştir. Serbest titreşim frekanslarında bir değişiklik olmayacağı bilinmektedir.

Simetrik duruma ve en büyük simetriden sapmanın olduğu 7. duruma ait zorlanmış titreşim genlikleri tablo halinde verilmiştir. Şekil 13.4 de ise, makinanın oluşturduğu kuvvet genliğinin sabit, makinanın çalışma frekansının değişik değerler alması durumunda, bir doğrultuda simetriden sapma ile zorlanmış titreşim genlikleri arasındaki ilişki diyagramları halinde verilmiştir.

Bu diyagramların incelenmesinden, w_m genliğinde önemli bir değişim olmadığı buna karşılık $u_{m,t}$ ve ϕ_{ym} genliklerinde, simetriden sapma ile bir artış olduğu anlaşılmaktadır. Zorlanmış titreşim frekansı ile serbest titreşim frekansının birbirine yaklaştığı yerlerde bu artışlar fazla olmaktadır.

ω (s ⁻¹)	Simetrik Durum			7. Durum $\delta_x = 0,07$ m		
	W_m (mm)	$10^{-5} \times \phi_{ym}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)	W_m (mm)	$10^{-5} \times \phi_{ym}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)
2	1,10	-17,23	-0,26	1,08	-29	0,16
5	1,23	-18,88	-0,32	1,20	-31	0,23
10	2,08	-40,85	-1,40	2,00	-66	1,61
11	2,58	-378,31	-20,40	2,04	-921	40,70
12	3,50	7,79	5,55	3,53	11	-2,01
15	-13,40	-19,66	0,32	-12,90	-59	-1,52
20	-1,17	-123,54	0,15	-1,70	-321	-3,57
21	-0,97	-1968,29	0,72	-1,53	899	9,21
22	-0,82	138,29	0,04	-0,91	182	1,74
25	-0,54	31,46	0,054	-0,56	51	0,41
30	-0,33	12,77	0,037	-0,33	21	0,15
35	-0,22	7,55	0,027	-0,22	13	0,08
40	-0,16	5,13	0,02	-0,16	8,70	0,05
60	-0,066	1,90	0,009	-0,006	3,20	0,02
80	-0,036	1,01	0,005	-0,036	1,70	0,01
100	-0,023	0,63	0,003	-0,023	1,10	0,01
120	-0,016	0,43	0,002	-0,016	0,70	0,004
125,66	-0,014	0,39	0,002	-0,014	0,70	0,0034
140	-0,012	0,32	0,002	-0,012	0,50	0,003
160	-0,009	0,24	0,001	-0,009	0,40	0,002



Şekil 13.4. Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi

13.1.3. Dış Kuvvet Genliğinin Değişmesi Durumunda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

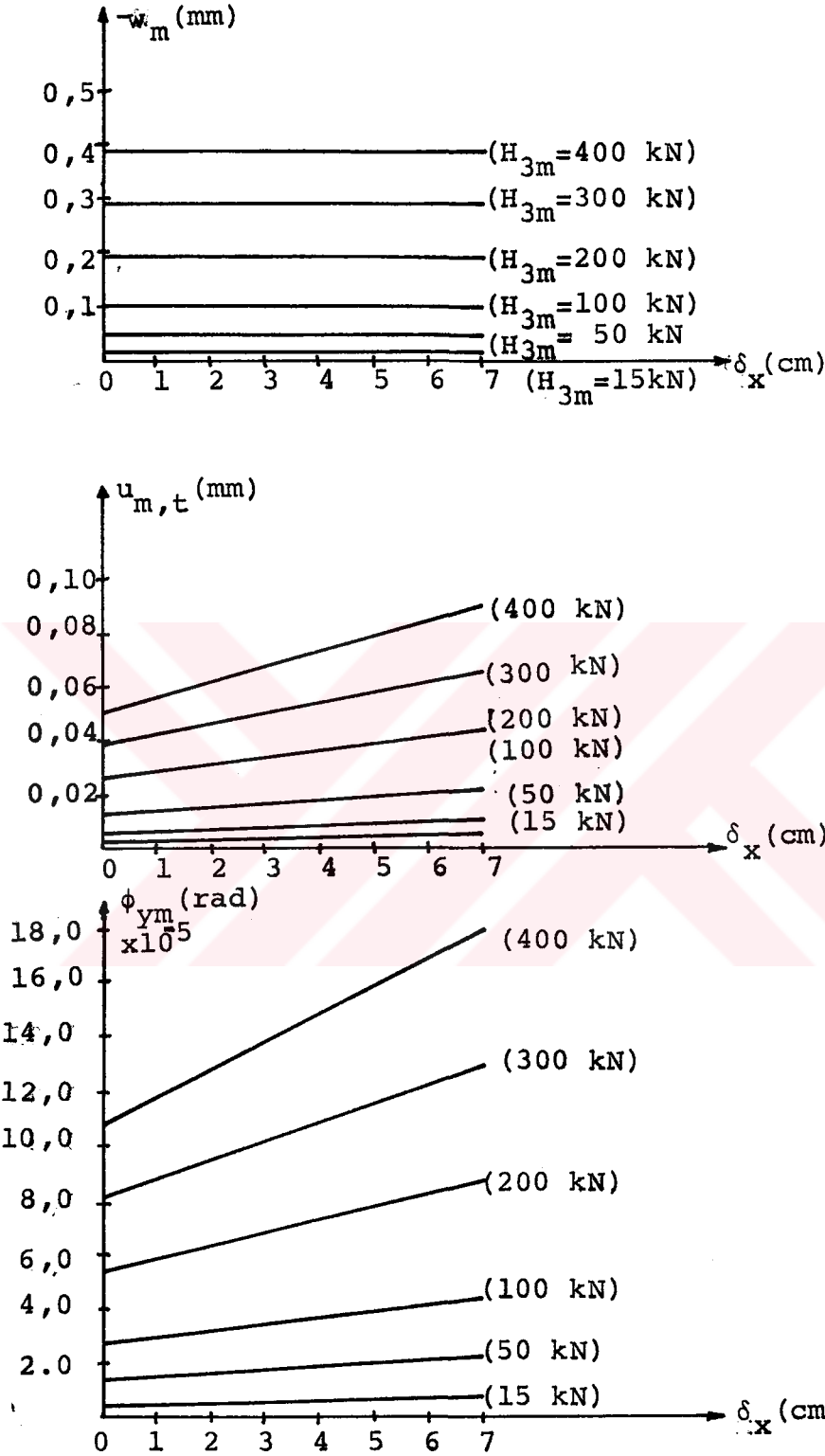
Bu bölümde, simetrik durumda ve x eksenini doğrultusundaki bütün simetriden sapma durumlarında, makinanın çalışma frekansı sabit tutulup sadece makinanın oluşturduğu kuvvetin genliği değiştirilerek sistemin zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanmıştır.

Sistemin serbest titreşim frekanslarında bir değişiklik olmayacaktır.

Simetrik durum ile 7. duruma ait sonuçlar aşağıda tablo halinde verilmişlerdir.

H_{3m} = P_{zm} (kN)	Simetrik Durum			7. Durum $\delta_x = 0,07$ m		
	w_m (mm)	$10^{-5} \times \phi_{ym}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)	w_m (mm)	$10^{-5} \times \phi_{ym}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)
15	-0,014	0,41	0,002	-0,014	0,67	-0,0034
50	-0,048	1,35	0,0065	-0,048	2,20	-0,011
100	-0,096	2,71	0,0131	-0,096	4,40	-0,022
200	-0,193	5,41	0,0262	-0,192	8,80	-0,044
300	-0,289	8,12	0,0393	-0,290	13,0	-0,066
400	-0,385	10,83	0,0524	-0,390	18,0	-0,091

Makinanın çalışma frekansının $\omega = 125,66 \text{ s}^{-1}$ olarak sabit kaldığı ve makinanın oluşturduğu kuvvet genliğinin değiştiği durumda, bir doğrultuda simetriden sapma (δ_x) ile zorlanmış titreşim genlikleri arasındaki ilişki Şekil 13.5 de diyagramlar halinde verilmiştir. Bu diyagramlardan, w_m genliğinde değişim olmadığı, $u_{m,t}$ ve ϕ_{ym} genliklerinde önemli sayılabilecek artışların olduğu görülmektedir.



Şekil 13.5. Makinanın Oluşturduğu Kuvvet Genliğinin Değişken Olması Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi

13.2. Yatay Yük Yaratan Makina Temeli

Yatayda her bir doğrultuda dinamik yük yaratan bir cevher kırıcı için uygun bir temel yapılacaktır. Öngörülen temel sistemi Şekil 13.6 da gösterilmiştir.

Veriler:

Makina için	$W_m = 500 \text{ kN}$	$M_m = 51,0 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Temel için	$W_t = 2778,14 \text{ kN}$	$M_t = 283,19 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Sistem için	$W = 3278,14 \text{ kN}$	$M_R = 334,19 \text{ kN.s}^2/\text{m}$
Makinanın çalışma hızı	$\omega = 20,96 \text{ s}^{-1}$	

Harmonik olan yatay zorlayıcı kuvvetin genliği $P_H = 36 \text{ kN}$

Temel üst seviyesinde müsaade edilen genlik $0,60 \text{ mm}$.

Kazıklara oturması planlanan sistemin serbest titreşim frekansları ve zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanacaktır.

1) Sistemin Ağırlık Merkezinin Tayini

Makina-temel sistemi planda xz ve yz düzlemlerine göre simetriktir. Seçilen bir $B\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ koordinat takımına göre sistemin S ağırlık merkezinin koordinatları

$$\bar{x} = 4,80/2 = 2,40 \text{ m}$$

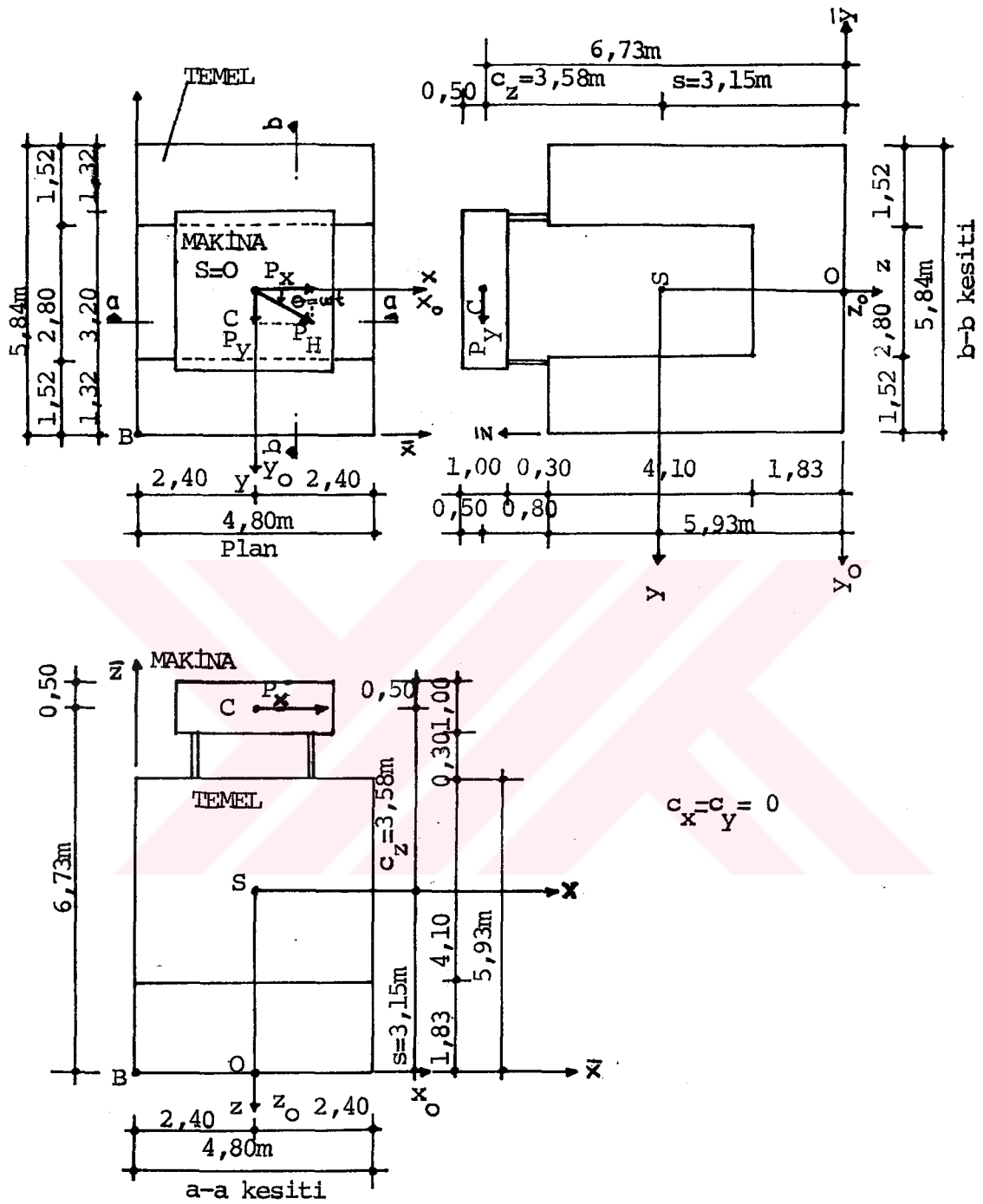
$$\bar{y} = 5,84/2 = 2,92 \text{ m}$$

$$\bar{z} = 3,15 \text{ m.}$$

olarak hesaplanır. $\delta_x = \delta_y = 0$ dır.

2) Kütle Atalet Momentleri

Sistemin S ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre kütle atalet momentleri



Şekil 13.6. Simetrik Cevher Kırıcı Temeli

$$I_{sox} = 51 \left[\frac{1}{12} (3,20^2 + 1,0^2) + (3,58^2 + 0) \right] + 423,62 \left[\frac{1}{12} (5,84^2 + 5,93^2) + \left(\frac{5,93}{2} - 3,15 \right)^2 + 0 \right] - 140,43 \left[\frac{1}{12} (2,80^2 + 4,10^2) + \left(\frac{4,10}{2} + 1,83 - 3,15 \right)^2 + 0 \right] = 2797,97 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I_{soy} = 51 \left[\frac{1}{12} (3,20^2 + 1,0^2) + (3,58^2 + 0) \right] + 423,62 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 5,93^2) + \left(\frac{5,93}{2} - 3,15 \right)^2 + 0 \right] - 140,43 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 4,10^2) + \left(\frac{4,10}{2} + 1,83 - 3,15 \right)^2 \right] = 2229,46 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I_{soz} = 51 \left[\frac{1}{12} (3,20^2 + 3,20^2) + 0 \right] + 423,62 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 5,84^2) + 0 \right] - 140,43 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 2,80^2) + 0 \right] = 1743 \text{ kN.m.s}^2$$

dir.

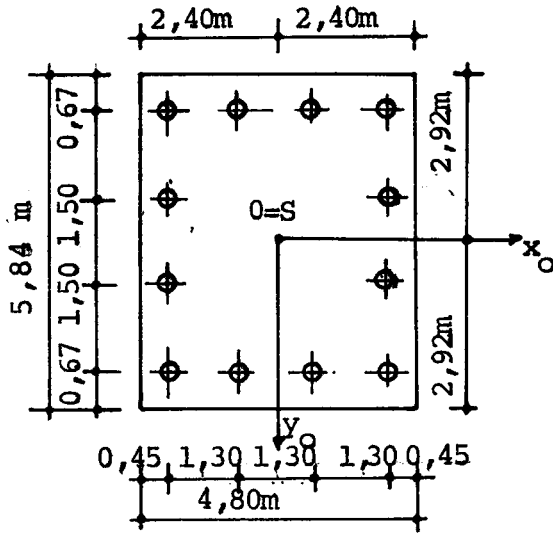
3) Mesnet Elemanlarının Elastik Merkezinin Yeri

Temelin oturduğu kazıklar, planda her iki eksene göre simetrik ve yay rijitlikleri de eşit olduğundan O elastik merkezi temel tabanının merkezindedir.

O ve S merkezleri aynı düşey çizgi üzerindedir.

Bölüm 9 da belirtilen özel durum sözkonusudur. Sistem B mevcut değildir.

$$s = 3,15 \text{ m} \quad , \quad \delta_x = \delta_y = 0$$



Temel, toplam 12 adet kazık üzerine oturmaktadır.

Beher kazık için:

$$k_x = k_y = 5000 \text{ kN/m}$$

$$k_z = 43000 \text{ kN/m}$$

4) Hareket Denklemlerindeki Katsayıların Hesabı

$$K_x = K_{xa} = \sum k_{xn} = 12 \times 5000 = 60.000 \text{ kN/m}$$

$$K_y = K_{ya} = \sum k_{yn} = 12 \times 5000 = 60.000 \text{ kN/m}$$

$$K_z = K_{za} = \sum k_{zn} = 12 \times 43000 = 516.000 \text{ kN/m}$$

$$d_{nx} = d_{ny} = d_{nz} = 0 \quad (\text{ihmal edildi})$$

$$D_{\phi ox} = \sum y_{on}^2 k_{zn} + s^2 K_{ya} - s \cdot W$$

$$= (8 \times 2,25 + 4 \times 0,75) \cdot 43000 + 3,15 \times 60.000 - 3,15 \times 3278,14 =$$

$$= 2423280 \text{ kN.m}$$

$$D_{\phi oy} = \sum x_{on}^2 k_{zn} + s^2 K_{xa} - s \cdot W$$

$$= (8 \times 1,95 + 4 \times 0,65) \times 43000 + 3,15 \times 60000 - 3,15 \times 3278,14 =$$

$$= 1965760 \text{ kN.m}$$

$$D_{\phi oz} = \Sigma x_{on}^2 \cdot k_{yn} + \Sigma y_{on}^2 \cdot k_{xn}$$

$$= (8 \times 1,95 + 4 \times 0,65) \times 5000 + (8 \times 2,25 + 4 \times 0,75) \times 5000 = 374300 \text{ kN.m}$$

5) Serbest Titreşimler

Bölüm 9 daki denklemler yardımı ile tabii açısal frekanslar hesaplanacaktır.

$$\lambda_z = \sqrt{516000/334,19} = 39,294 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_{z\phi} = \sqrt{374300/1743} = 14,654 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_x^2 = 60000/334,19 = 179,54 \text{ s}^{-2} = \lambda_y^2$$

$$D'_{\phi oy} = 1965760 - 3,15 \times 60000 = 1370410 \text{ kN.m}$$

$$D'_{\phi ox} = 2423280 - 3,15 \times 60000 = 1827930 \text{ kN.m}$$

$$I'_{soy} = 2229,46 + 3,15 \times 334,19 = 5545,46 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I'_{sox} = 2797,97 + 3,15 \times 334,19 = 6113,97 \text{ kN.m.s}^2$$

$$\lambda_{\psi x}^2 = 1827930/6113,97 = 298,98 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_{\psi y}^2 = 1370410/5545,46 = 247,12 \text{ s}^{-2}$$

$$\mu_x = 2797,97/6113,97 = 0,4576$$

$$\mu_y = 2229/46/5545,46 = 0,4020$$

$$(9.28) \text{ den } \lambda^4 - \left(\frac{247,12 + 179,54}{0,4020} \right) \lambda^2 + \left(\frac{247,12 \times 179,54}{0,4020} \right) = 0$$

$$\lambda_1 = 30,733 \text{ s}^{-1}, \quad \lambda_2 = 10,81 \text{ s}^{-1}$$

$$(9.29) \text{ dan } p^4 - \left(\frac{298,98 + 179,54}{0,4576} \right) p^2 + \left(\frac{298,98 \times 179,54}{0,4576} \right) = 0$$

$$p_1 = 30,297 \text{ s}^{-1}, \quad p_2 = 11,305 \text{ s}^{-1}$$

olarak elde edilir. Bu frekansların, makinanın çalışma frekansından uzak olduğu ve dolayısıyla rezonans durumunun söz konusu olmadığı görülmektedir.

6) Zorlanmış Titreşimler

Makinanın eksantrisitesinden doğan yatay kuvvetin tatbik noktası C dir. Bu noktanın, sistemin ağırlık merkezi olan S noktasına göre koordinatları c_x , c_y , c_z dir (Şekil 13.6).

Burada $c_x = c_y = 0$, $c_z = 3,58$ m. dir.

C noktasında düşey eksen etrafında $\omega = 20,96$ s⁻¹ açısal hızı ile dönen P_H kuvveti bilinmektedir. Buna göre

$$P_x = P_H \cdot \cos \omega t \quad , \quad P_y = P_H \cdot \sin \omega t \quad ,$$

$$P_z = 0 \quad , \quad P_H = 36 \text{ kN}$$

olur. Dış momentler, şekilden

$$M_x = c_z \cdot P_H \cdot \sin \omega t = 3,58 \times 36 \sin \omega t = 128,88 \text{ kN.m}$$

$$M_y = -c_z \cdot P_H \cdot \cos \omega t = -3,58 \times 36 \cos \omega t = -128,88 \text{ kN.m}$$

$$M_z = -c_{x,y} \cdot P_H \cdot \sin \omega t = 0$$

olarak ifade edilebilir.

(9.37) ve (9.38) den $w_m = \phi_{zm} = 0$ dir.

(9.47) den (9.52) ye kadar olan ifadeler yardımı ile

$$u_m = -49,3 \cdot 10^{-5} \text{ m} = -0,493 \text{ mm}$$

$$\phi_{ym} = -3,61 \times 10^{-5} \text{ rad.}$$

$$v_m = -48,3 \times 10^{-5} \text{ m} = -0,483 \text{ mm}$$

$$\phi_{xm} = 3,15 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

olarak hesaplanır. Temel üstündeki genlikler ise

$$\begin{aligned} u_{m,t} &= -49,3 \times 10^{-5} + (5,93 - 3,15)(-3,61 \times 10^{-5}) \\ &= -59,3 \times 10^{-5} \text{ m} = -0,593 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm (müsade edilen)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{m,t} &= -48,3 \times 10^{-5} + (2,78)(3,15 \times 10^{-5}) \\ &= -39,6 \times 10^{-5} \text{ m} = -0,396 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm} \end{aligned}$$

şeklinde bulunur.

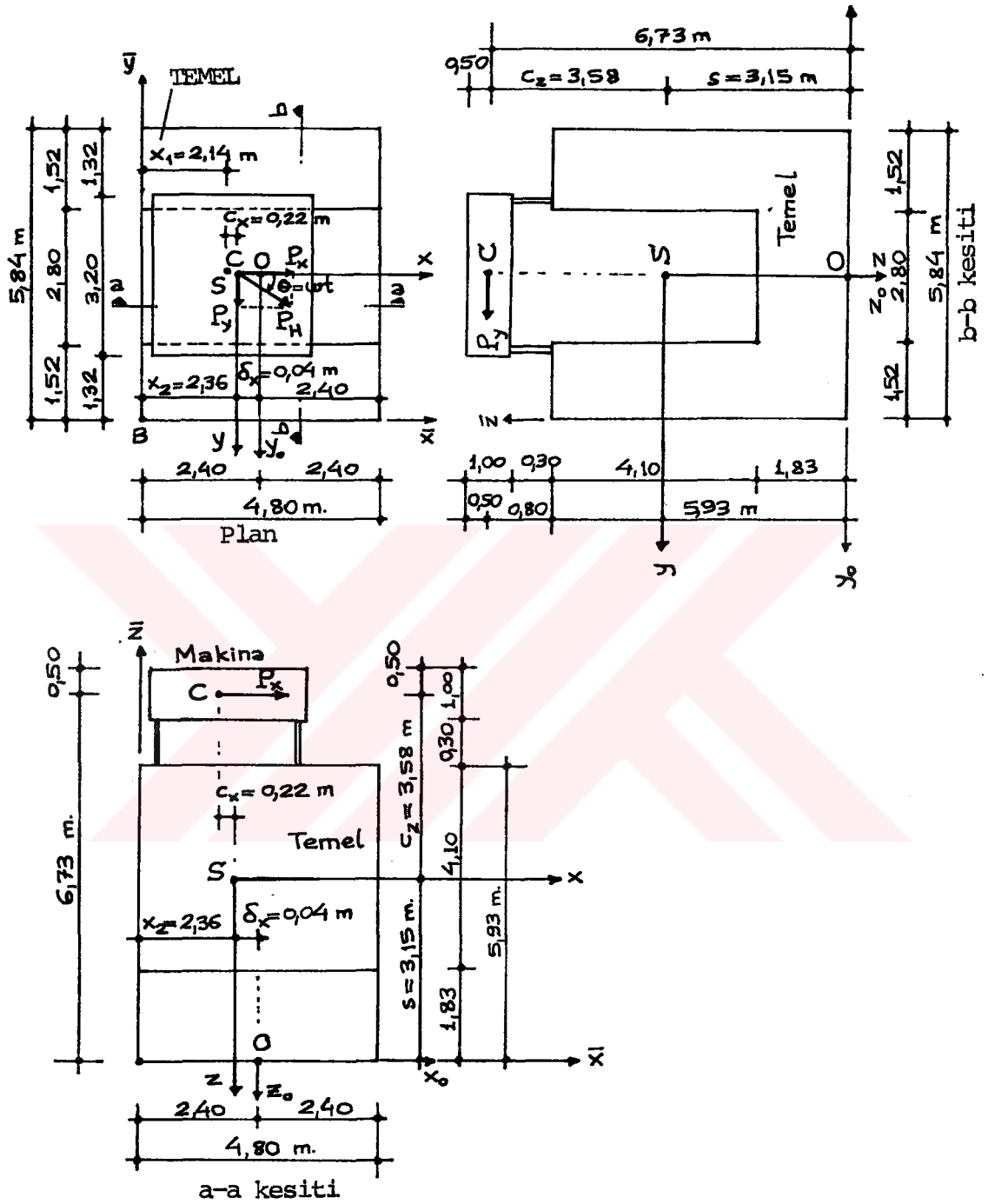
Görüldüğü gibi hesaplanan genlikler, müsade edilen genlikten daha küçüktür ve epeyce yakındır.

13.2.1. Bir Doğrultuda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

Makinanın hatalı yerleştirilmesinden dolayı simetriden sapma olduğu gözönüne alınmış ve bunun, sistemin titreşimine etkisi araştırılmıştır. Bu amaca uygun olarak makina x ekseninin negatif yönünde öteleneyecektir. Temel ile mesnetler sabit kaldığından sistemin simetrisinde x eksenini doğrultusunda simetriden sapma olacaktır (Şekil 13.7).

Bölüm 7 de belirtildiği gibi sistem xz düzlemine göre simetriktir ve sistem B mevcut değildir. (7.2) ve (7.3) hareket denklemleri geçerlidir.

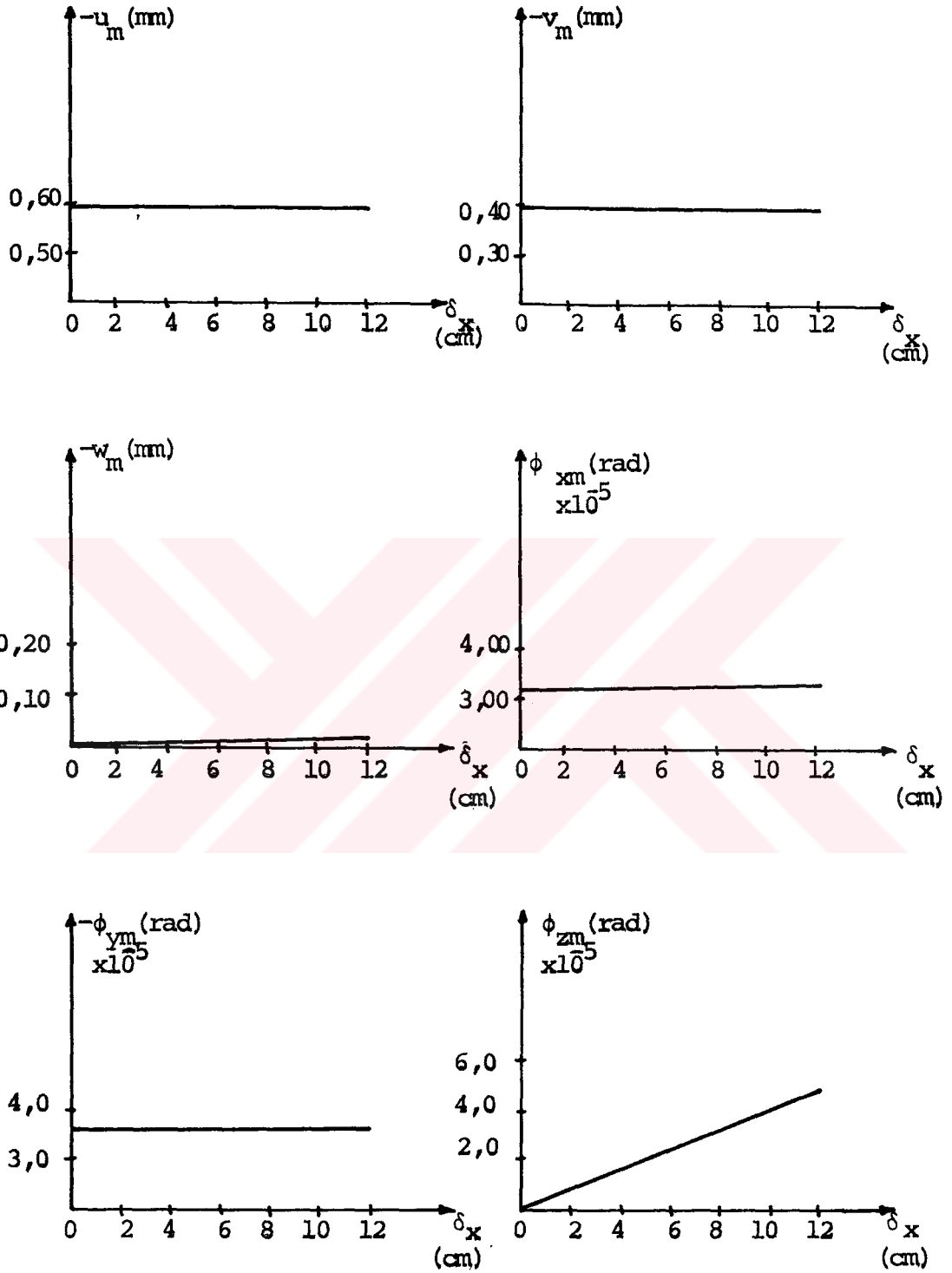
Makinanın ötelenmeleri ve bunlara karşılık gelen simetriden sapmalar aşağıda tablo halinde verilmiştir. Birinci durum simetrik sistemdir.



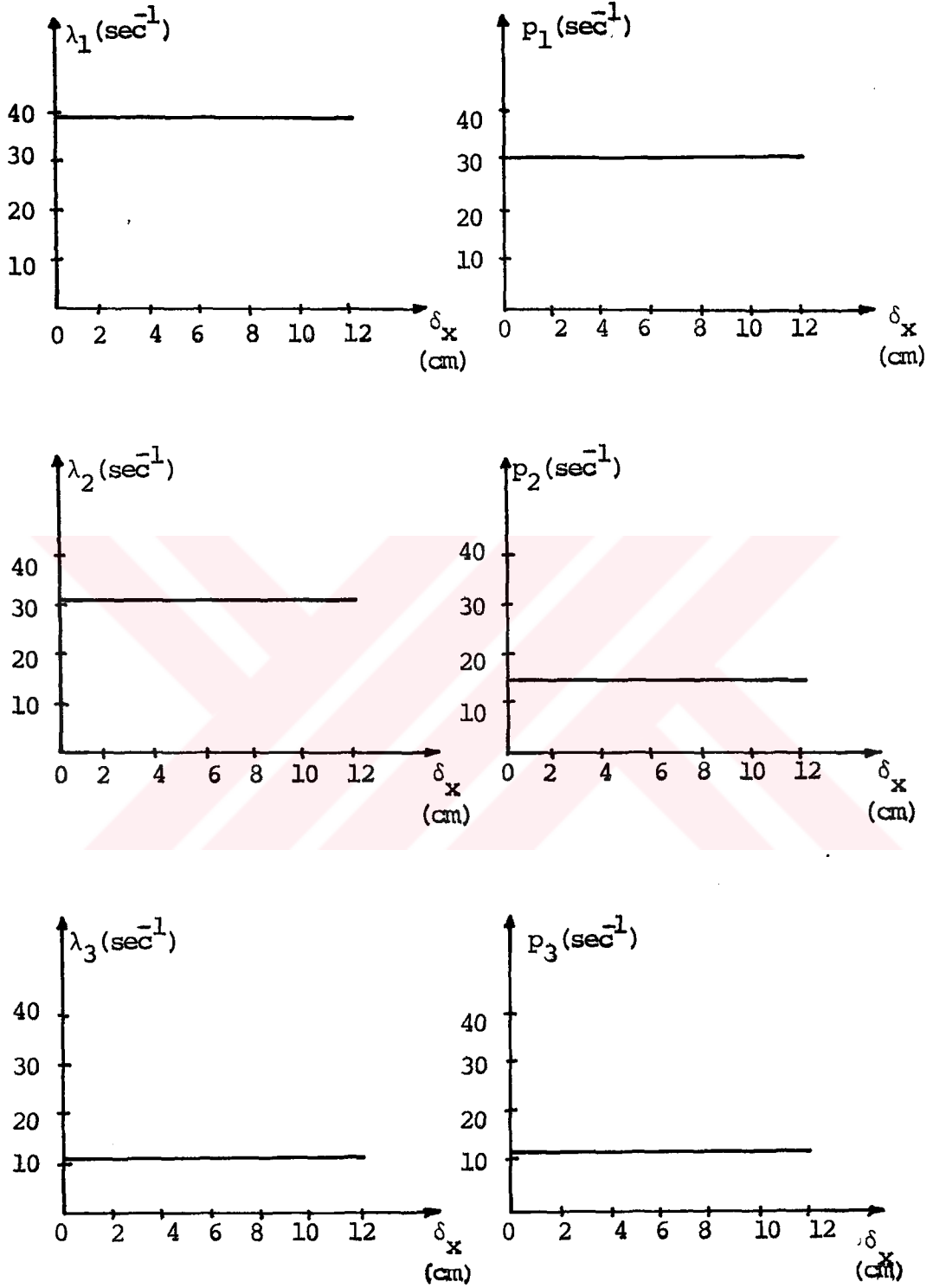
Şekil 13.7. Bir Doğrultuda Simetrik Olmayan Cevher Kırıcı Temeli

Durum No.	Makinanın Ötelenmesi (m)	x_1 (m)	x_2 (m)	c_x (m)	δ_x (m)
1	0	2,40	2,40	0	0
2	0,13	2,27	2,38	0,11	0,02
3	0,26	2,14	2,36	0,22	0,04
4	0,39	2,01	2,34	0,38	0,06
5	0,52	1,88	2,32	0,44	0,08
6	0,66	1,74	2,30	0,56	0,10
7	0,79	1,61	2,28	0,67	0,12

Yapılan hesaplar sonucunda, simetriden sapmalar ile zorlanmış titreşim genlikleri ve serbest titreşim frekansları arasındaki ilişkiler Şekil 13.8 ve 13.9 da diyagramlar şeklinde verilmiştir. Simetriden sapmanın bir etkisi olmadığı sadece ϕ_{zm} genliğinin oluşmasına neden olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 13.8. Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi



Şekil 13.9. Serbest Titreşim Frekanslarının Simetriden Sapma ile Değişimi

13.2.2. İki Doğrultuda Simetriden Sapma Hali

Makina, x ve y eksenlerinin negatif yönlerinde temel köşesine kadar ötelenenecektir. Böylece her iki doğrultuda sistemin simetrisi bozulacak ve Bölüm 3 de belirtilen genel durum ortaya çıkacaktır. Artık $\delta_x \neq 0$, $\delta_y \neq 0$ dır, (Şekil 13.10).

Temelin diğer tüm özellikleri aynıdır.

$$\delta_x = 0,12 \text{ m} , \quad \delta_y = 0,20 \text{ m} , \quad c_x = 0,67 \text{ m} , \quad c_y = 1,10 \text{ m} ,$$

$$c_z = 3,58 \text{ m}$$

$B\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ eksen takımına göre sistemin S ağırlık merkezinin koordinatları $\bar{x} = 2,28 \text{ m}$, $\bar{y} = 3,12 \text{ m}$, $\bar{z} = 3,15 \text{ m}$. dir.

(3.47) hareket denklemlerindeki katsayıların hesabı

$$H_{1m} = H_{2m} = 36 \text{ kN} , \quad H_{3m} = 0$$

$$H_{4m} = 3,58 \times 36 = 128,88 \text{ kN.m}$$

$$H_{5m} = -3,58 \times 36 = -128,88 \text{ kN.m}$$

$$H_{6m} = 36 \times 1,10 - 36 \times 0,67 = 15,48 \text{ kN.m}$$

$$a_1 = b_1 = c_1 = M_R = 334,19 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

$$a_2 = K_{xa} = 60000 \text{ kN/m}$$

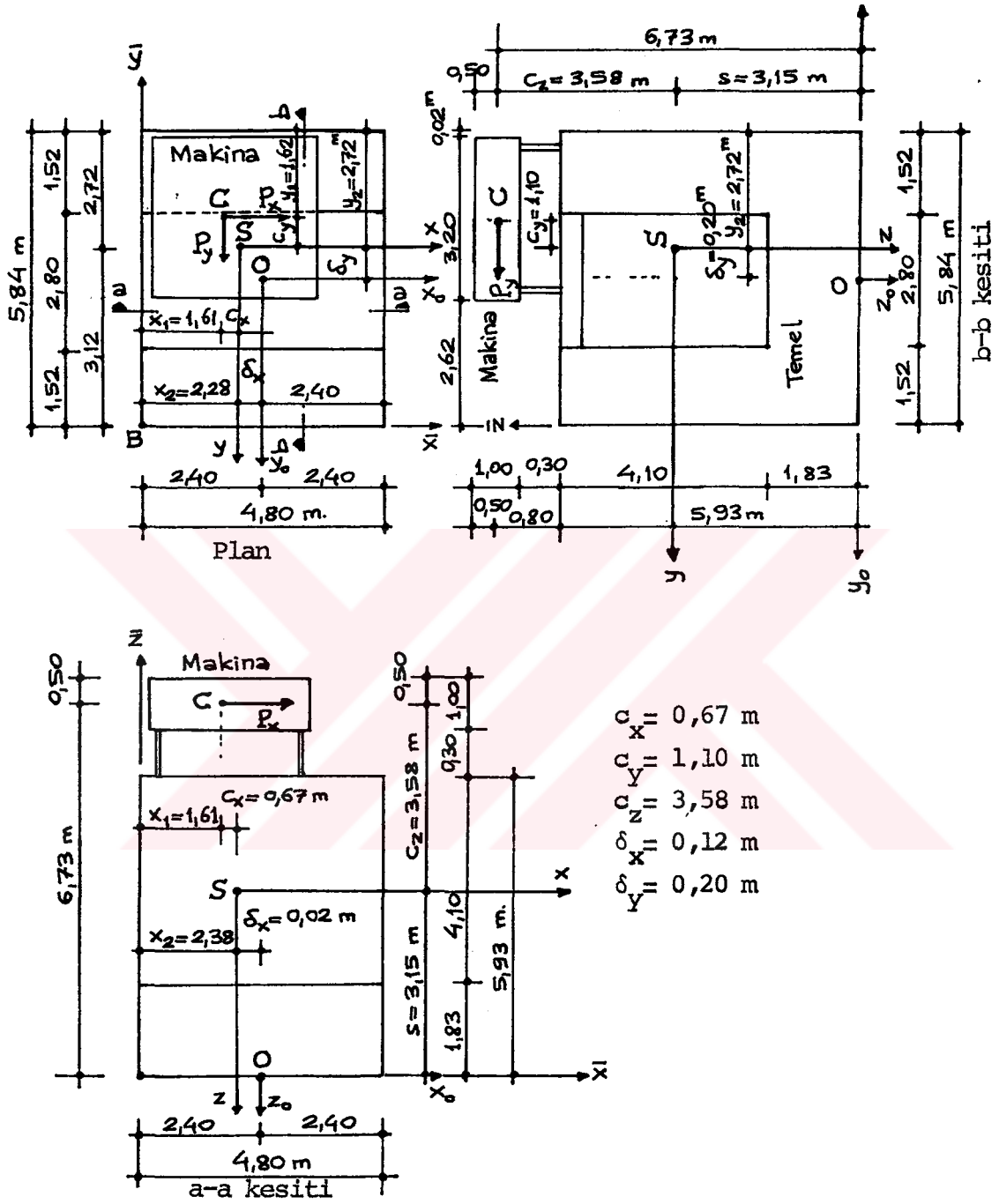
$$a_3 = s.K_{xa} = 3,15 \times 60000 = 189000 \text{ kN}$$

$$a_4 = -\delta_y.K_{xa} = -0,20 \times 60000 = -12000 \text{ kN}$$

$$b_2 = K_{ya} = 60000 \text{ kN/m}$$

$$b_3 = -s.K_{ya} = -3,15 \times 60000 = -189000 \text{ kN}$$

$$b_4 = \delta_x.K_{ya} = 0,12 \times 60000 = 7200 \text{ kN}$$



Şekil 13.10. Her İki Doğrultuda Simetrik Olmayan Cevher Kırıcı Temeli

$$c_2 = K_{za} = 516000 \text{ kN/m}$$

$$c_3 = \delta_y \cdot K_{za} = 0,20 \times 516000 = 103200 \text{ kN}$$

$$c_4 = -\delta_x \cdot K_{za} = -0,12 \times 516000 = -61920 \text{ kN}$$

$$d_1 = -s \cdot K_{ya} = -189000 \text{ kN}$$

$$d_2 = \delta_y \cdot K_{za} = 103200 \text{ kN}$$

$$d_3 = I_{sox} + 2\delta_y \int_{\Omega} y_{on} dm + \delta_y^2 M_R$$

$$= 2797,97 + 2 \times 0,20 (51,0 \times 1,30) + 0,20 \times 334,19 = 2844 \text{ kN.m.s}^2$$

$$d_4 = D_{\phi ox} + \delta_y^2 \cdot K_{za} = 2423280 + 0,20 \times 516000 = 2443920 \text{ kN.m}$$

$$d_5 = - \int_{\Omega} x_{on} y_{on} dm - \delta_y \int_{\Omega} x_{on} dm - \delta_x \int_{\Omega} y_{on} dm - \delta_x \delta_y \cdot M_R$$

$$= -51 \times 0,79 \times 1,30 - 0,20 \times 51 \times 0,79 - 0,12 \times 51 \times 1,30 - 0,12 \times 0,20 \times 334,19$$

$$= -76,40 \text{ kN.m.s}^2$$

$$d_6 = -\delta_x \delta_y \cdot K_{za} = -0,12 \times 0,20 \times 516000 = -12380 \text{ kN.m}$$

$$d_7 = - \int_{\Omega} x_{on} z_n dm = -51 \times 0,79 \times 3,58 = -144,20 \text{ kN.m.s}^2$$

$$d_8 = -\delta_x \cdot s \cdot K_{ya} = -0,12 \times 3,15 \times 60000 = -22680 \text{ kN.m}$$

$$e_1 = s \cdot K_{xa} = 189000 \text{ kN}$$

$$e_2 = -\delta_x \cdot K_{za} = -61920 \text{ kN}$$

$$e_3 = d_5 = -76,4 \text{ kN.m.s}^2$$

$$e_4 = d_6 = -12380 \text{ kN.m}$$

$$e_5 = I_{soy} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 M_R$$

$$= 2229,46 + 2 \times 0,12 (51 \times 0,79) + 0,12 \times 334,19 = 2243,94 \text{ kN.m.s}^2$$

$$e_6 = D_{\phi oy} + \delta_x^2 \cdot K_{za} = 1965760 + 0,12 \times 516000 = 1973190 \text{ kN.m}$$

$$e_7 = - \int_{\Omega} y_{on} z_n dm = -51 \times 1,30 \times 3,58 = -237,4 \text{ kN.m.s}^2$$

$$e_8 = -\delta_y \cdot s \cdot K_{xa} = -0,20 \times 3,15 \times 60000 = -37800 \text{ kN.m}$$

$$f_1 = -\delta_y \cdot K_{xa} = -12000 \text{ kN}$$

$$f_2 = \delta_x \cdot K_{ya} = 7200 \text{ kN}$$

$$f_3 = d_7 = -144,20 \text{ kN.m.s}^2$$

$$f_4 = d_8 = -22680 \text{ kN.m}$$

$$f_5 = e_7 = -237,40 \text{ kN.m.s}^2$$

$$f_6 = e_8 = -37800 \text{ kN.m}$$

$$\begin{aligned} f_7 &= I_{soz} + 2\delta_x \int_{\Omega} x_{on} dm + \delta_x^2 \cdot M_R + 2\delta_y \int_{\Omega} y_{on} dm + \delta_y^2 \cdot M_R \\ &= 1743 + 2 \times 0,12 (51 \times 0,79) + 0,12 \times 334,19 + 2 \times 0,20 (51 \times 1,30) + \\ &\quad + 0,20 \times 334,19 \\ &= 1797,40 \text{ kN.m.s}^2 \\ f_8 &= D_{\phi oz} + \delta_x^2 \cdot K_{ya} + \delta_y^2 \cdot K_{xa} = 374300 + 0,12 \times 60000 + 0,20 \times 60000 \\ &= 377560 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Serbest Titreşimler

Bulunan katsayılarla (4.4) determinantı teşkil edilir ve çözülürse serbest titreşim frekansları

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 40,08 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_2 = 38,34 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_3 = 30,50 \text{ s}^{-1} \\ \lambda_4 &= 18,41 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_5 = 11,29 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_6 = 10,90 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

elde edilir. λ_4 frekansı, makinanın çalışma frekansına nisbeten yakındır.

Zorlanmış Titreşimler

(5.3) denklemi teşkil edilir ve çözülürse zorlanmış titreşim genlikleri elde edilir.

$$\begin{aligned} u_m &= -0,000489 \text{ m} \\ v_m &= -0,000490 \text{ m} \\ w_m &= -0,000015 \text{ m} = -0,015 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm} \\ \phi_{xm} &= 3,3 \times 10^{-5} \text{ rad.} \\ \phi_{ym} &= -3,6 \times 10^{-5} \text{ rad} \\ \phi_{zm} &= -3,4 \times 10^{-5} \text{ rad} \end{aligned}$$

Temel üstündeki genlikler

$$u_{m,t} = -0,000489 + (5,93 - 3,15) (-3,6 \times 10^{-5}) = -0,00059 \text{ m}$$

$$= -0,59 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm} \quad (\text{müsade edilen genlik})$$

$$v_{m,t} = -0,00049 + (2,78) (3,3 \times 10^{-5}) = -0,0004 \text{ m}$$

$$= -0,40 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm}$$

Görüldüğü gibi, hesaplanan genlikler müsade edilen değerden daha küçüktür.

Simetrik duruma ait genliklere çok yakın değerler bulunmuştur. Sadece x eksenini doğrultusunda simetriden sapma durumunda da genlikler buradaki değerlere yakındır.

13.2.3. Makina Ağırlığının Artmasının Etkisi

Simetrik ve iki doğrultuda simetriden sapma durumlarında makinanın ağırlığı iki katına çıkarılıp bu durumun titreşime etkisi araştırılacaktır.

$$W_m = 1000 \text{ kN} \quad , \quad W = 3778,14 \text{ kN}$$

$$M_m = 102 \text{ kN.s}^2/\text{m} \quad , \quad M_R = 385,19 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

1) Simetrik Durum

Şekil 13.6 daki durum söz konusudur. $\delta_x = \delta_y = 0$ dır.

$$\bar{x} = 2,40 \text{ m} \quad , \quad \bar{y} = 2,92 \text{ m} \quad , \quad \bar{z} = 3,63 \text{ m} = s$$

$$c_x = c_y = 0 \quad , \quad c_z = 3,10 \text{ m}$$

$$I_{sox} = 3499,4 \quad ; \quad I_{soy} = 2930,9 \quad ; \quad I_{soz} = 1830 \text{ kN.m.s}^2$$

$$H_{4m} = 111,6 \text{ kN.m} \quad , \quad H_{5m} = -111,6 \text{ kN.m}$$

Serbest titreşim frekansları

$$\lambda_z = 36,6 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \lambda_{z\phi} = 14,3 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_1 = 27,25 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \lambda_2 = 9,17 \text{ s}^{-1}$$

$$p_1 = 27,42 \text{ s}^{-1} \quad , \quad p_2 = 9,83 \text{ s}^{-1}$$

zorlanmış titreşim genlikleri

$$w_m = \phi_{zm} = 0$$

$$u_{m,t} = -0,483 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm}$$

$$v_{m,t} = -0,321 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm}$$

$$\phi_{ym} = -3,58 \times 10^{-5} \text{ rad} \quad , \quad \phi_{xm} = 3,01 \times 10^{-5} \text{ rad.}$$

Makina ağırlığının iki katına çıkması ile genlikler azalmıştır.

2) İki Doğrultuda Simetriden Sapma Hali

Şekil 13.10 daki durum sözkonusudur. $\delta_x \neq 0$, $\delta_y \neq 0$ dır.

$$\bar{x} = 2,19 \text{ m} \quad , \quad \bar{y} = 3,26 \text{ m} \quad , \quad \bar{z} = 3,63 \text{ m} = s$$

$$\delta_x = 0,21 \text{ m} \quad , \quad \delta_y = 0,34 \text{ m} \quad , \quad x_2 = 2,19 \text{ m} \quad , \quad y_2 = 2,58 \text{ m}$$

$$c_x = 0,58 \text{ m} \quad , \quad c_y = 0,96 \text{ m} \quad , \quad c_z = 3,10 \text{ m}$$

$$I_{sox} = 3499,4 \quad , \quad I_{soy} = 2930,9 \quad , \quad I_{soz} = 1830 \text{ kN.m.s}^2$$

$$H_{4m} = 111,6 \text{ kN.m} \quad , \quad H_{5m} = -111,6 \text{ kN.m} \quad , \quad H_{6m} = 13,68 \text{ kN.m}$$

Zorlanmış titreşim genlikleri

$$u_{m,t} = -0,49 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm (müsade edilen)}$$

$$v_{m,t} = -0,32 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm}$$

$$w_m = -0,03 \text{ mm}$$

$$\phi_{xm} = 3,6 \cdot 10^{-5} \quad , \quad \phi_{ym} = -3,9 \cdot 10^{-5} \quad , \quad \phi_{zm} = -2,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad.}$$

Makina ağırlığının iki katına çıkması ile $u_{m,t}$ ve $v_{m,t}$ genlikleri azalmış, diğerleri ise az da olsa artmıştır. w_m genliği ise iki katına çıkmıştır.

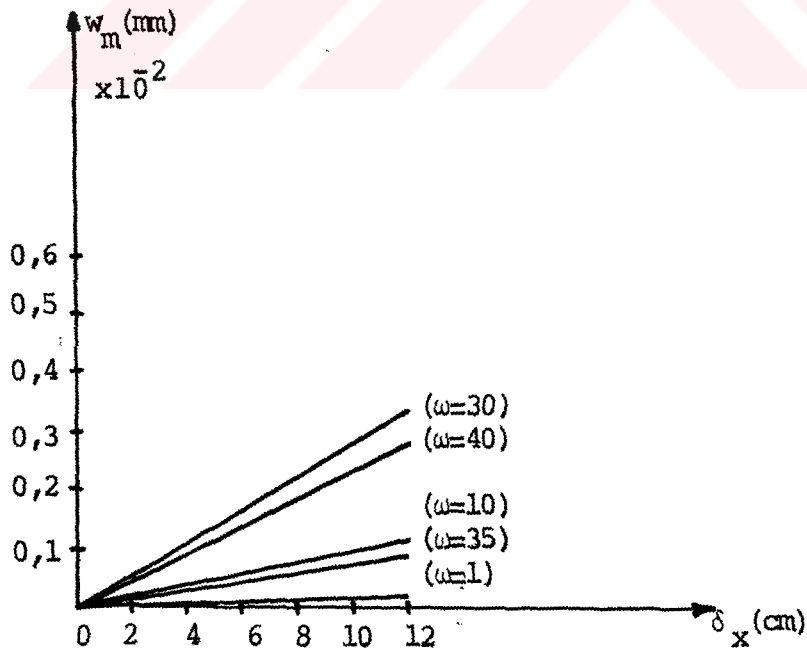
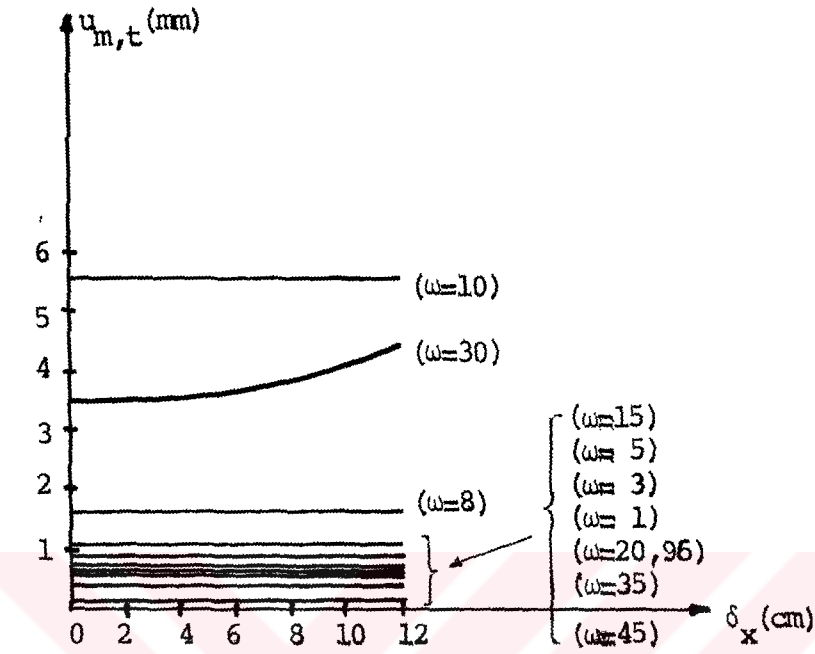
13.2.4. Makinanın Çalışma Frekansının Değişmesi Durumunda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

Simetrik durumda ve x eksenı doğrultusunda simetriden sapma durumlarında, makinanın oluşturduğu kuvvetin genliği sabit tutulup sadece makinanın çalışma frekansı değiştirilerek sistemin zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanmıştır. Serbest titreşim frekanslarında bir değişiklik olmayacaktır.

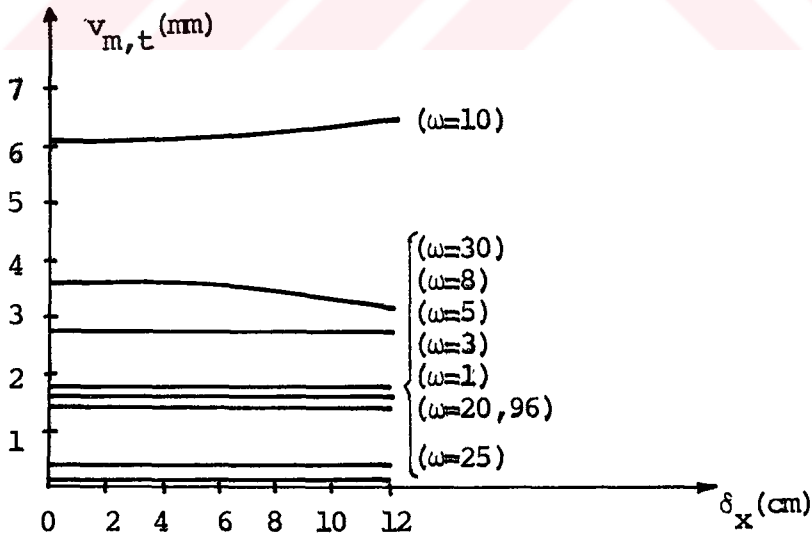
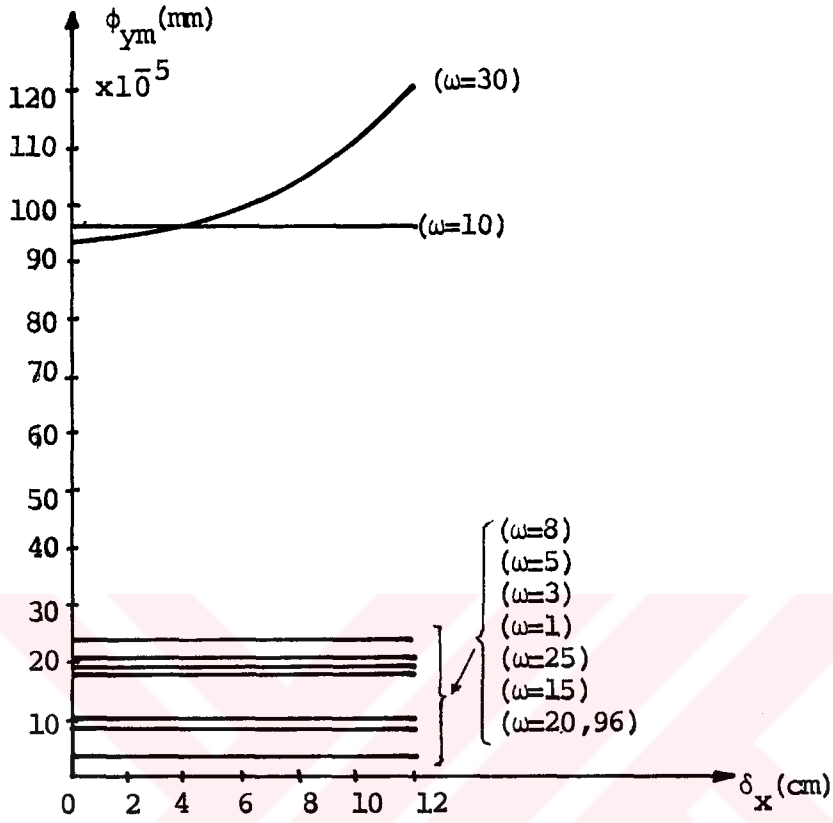
Simetrik duruma ve 7. duruma ($\delta_x = 0,12 \text{ m}$) ait sonuçlar tablo halinde verilmiştir. Ayrıca, simetriden sapmaya bağlı olarak titreşim genliklerinin değişimi diyagramlar halinde verilmiştir (Şekil 13.11, 13.12 ve 13.13).

Bu diyagramların incelenmesinden, w_m ve ϕ_{zm} genliklerinin simetriden sapma ile ortaya çıktığı ve artış gösterdiği, diğer genliklerde önemli bir artışın olmadığı anlaşılmaktadır. ω 'nın serbest titreşim frekansına yaklaştığı durumda değişim daha fazladır.

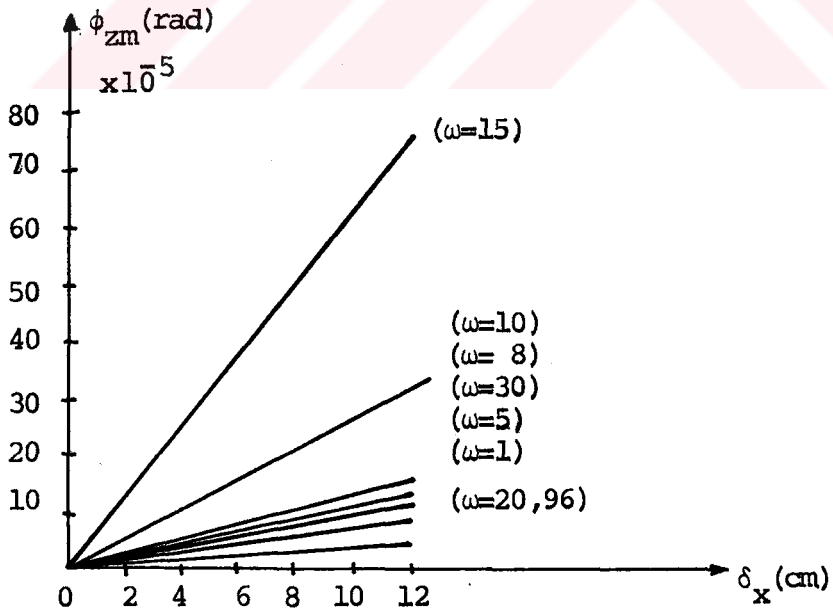
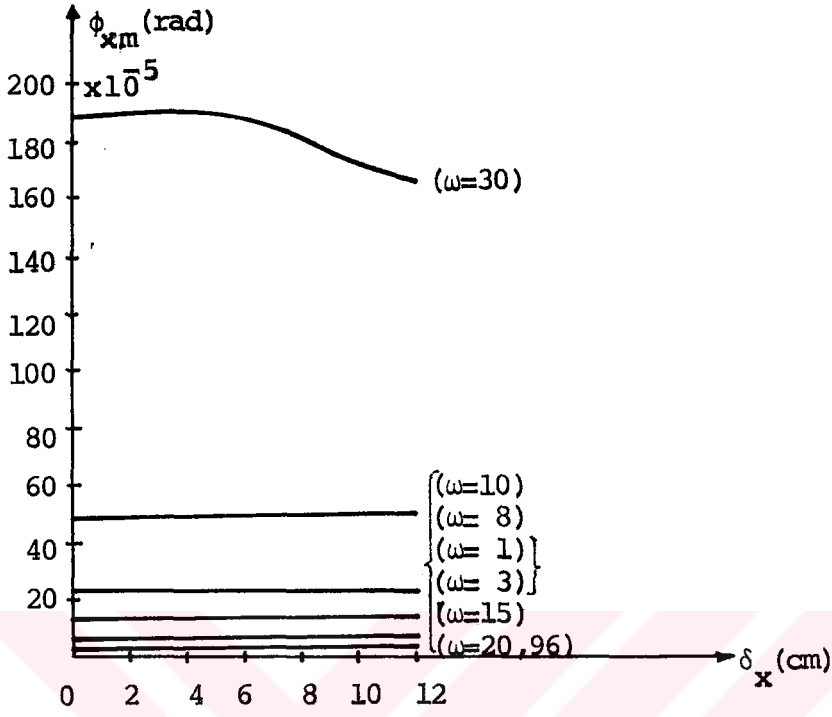
ω (s ⁻¹)	Simetrik Durum				7. Durum $\delta_x = 0,12 \text{ m}$					
	$u_{m,t}$ (mm)	$v_{m,t}$ (mm)	ϕ_{xm} $\times 10^{-5}$ (rad)	ϕ_{ym} $\times 10^{-5}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)	$v_{m,t}$ (mm)	ϕ_{xm} $\times 10^{-5}$ (rad)	ϕ_{ym} $\times 10^{-5}$ (rad)	w_m (mm)	ϕ_{zm} $\times 10^{-5}$ (rad)
1	0,67	1,40	13,33	-17,80	0,67	1,43	14	-18	-0,02	-9,3
3	0,73	1,49	14,01	-18,82	0,73	1,51	14	-19	-0,023	-9,8
5	0,89	1,71	15,68	-21,39	0,90	1,74	16	-21	-0,026	-11
8	1,65	2,71	23,13	-33,97	1,65	2,77	24	-34	-0,043	-16
10	5,53	6,11	48,12	-95,46	5,55	6,46	51	-97	-0,12	-12
15	-1,10	-1,63	-7,69	8,36	-1,10	-1,45	-3,0	8,4	0,012	76
20,96	-0,593	-0,396	3,145	-3,613	-0,595	-0,391	-3,32	-3,64	-0,006	4,86
25	-0,66	-0,10	9,09	-10,24	-0,65	-0,101	9,3	-10	-0,021	2,1
30	-3,48	3,59	187,2	-93,33	-4,43	3,14	165	-120	0,34	-14
35	0,44	-0,37	-12,13	16,50	0,40	-0,40	-13	15	0,09	3,0
40	0,16	-0,21	-5,79	7,51	0,20	-0,22	-6	8,6	-0,28	1,5
45	0,09	-0,15	-3,70	4,73	0,09	-0,161	-4	4,7	-0,018	1,1
50	0,06	-0,11	-2,65	3,37	0,06	-0,123	-3	3,4	-0,0065	0,8
55	0,04	-0,09	-2,03	2,57	0,04	-0,09	-2,1	2,6	-0,0032	0,7
60	0,03	-0,07	-1,61	2,04	0,03	-0,07	-1,6	2,0	-0,0018	0,5



Şekil 13.11. Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi



Şekil 13.12. Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi



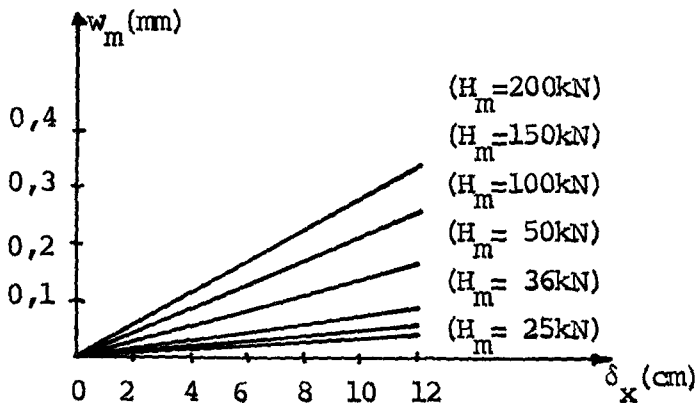
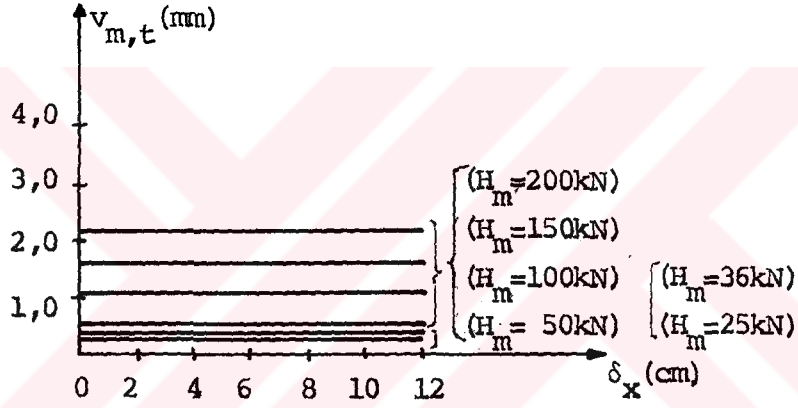
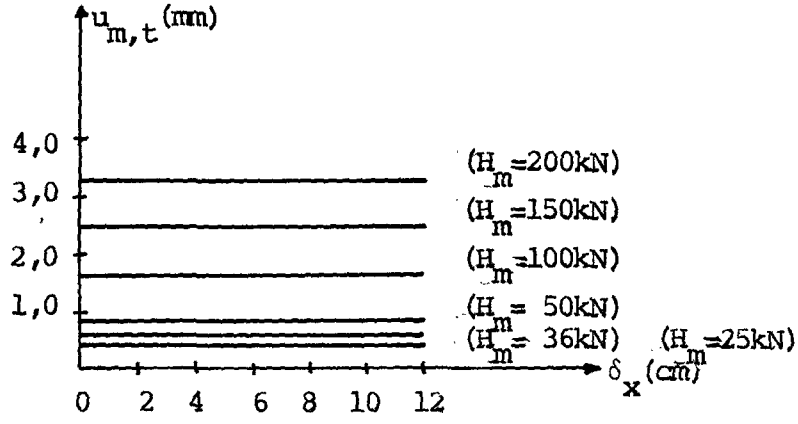
Şekil 13.13. Sabit H_m ve Değişken ω Durumunda Zorlanmış
Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma
ile Değişimi

13.2.5. Dış Kuvvet Genliğinin Değişmesi Durumunda Simetriden Sapmaların Titreşime Etkisi

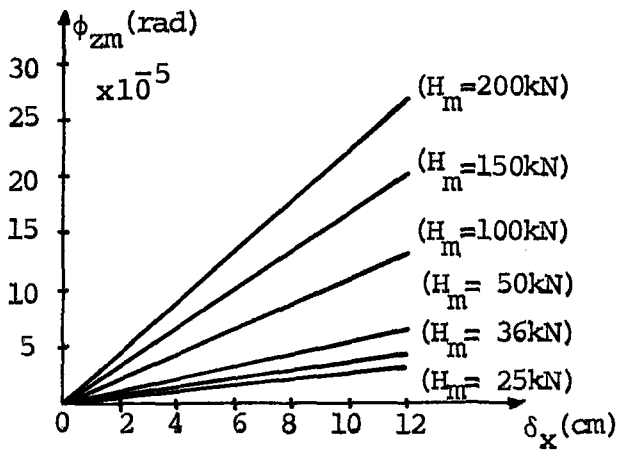
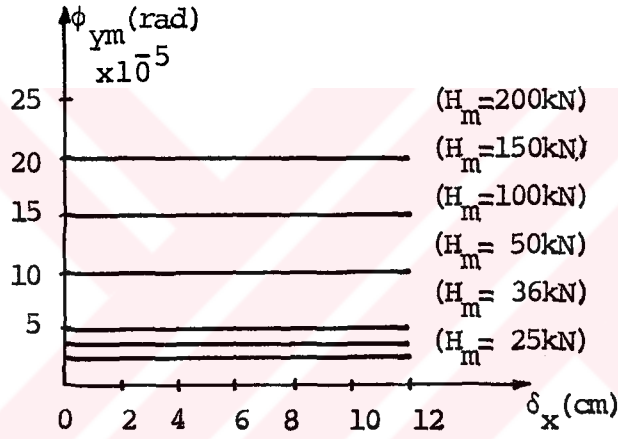
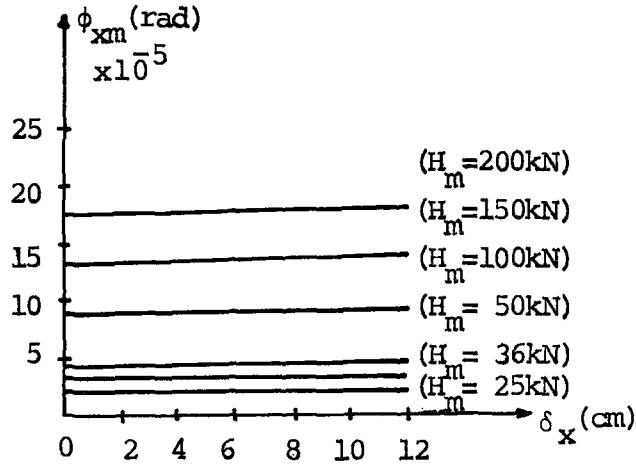
Simetrik sistemde ve x eksenini doğrultusunda simetriden sapma durumlarında, makinanın çalışma frekansı sabit tutulup sadece makinanın oluşturduğu kuvvetin genliği değiştirilerek sistemin zorlanmış titreşim genlikleri hesaplanmıştır. Simetrik durum ile 7. duruma ait sonuçlar tablo halinde verilmiştir.

H_{1m} H_{2m} (kN)	Simetrik Durum				7. Durum $\delta_x = 0,12 \text{ m}$					
	$u_{m,t}$ (mm)	$v_{m,t}$ (mm)	ϕ_{xm} $\times 10^{-5}$ (rad)	ϕ_{ym} $\times 10^{-5}$ (rad)	$u_{m,t}$ (mm)	$v_{m,t}$ (mm)	ϕ_{xm} $\times 10^{-5}$ (rad)	ϕ_{ym} $\times 10^{-5}$ (rad)	w_m (mm)	ϕ_{zm} $\times 10^{-5}$ (rad)
25	-0,412	-0,275	2,18	-2,50	-0,413	-0,271	2,30	-2,50	-0,0042	3,40
36	-0,593	-0,396	3,145	-3,61	-0,595	-0,391	3,32	-3,64	-0,0061	4,86
50	-0,835	-0,55	4,37	-5,02	-0,828	-0,543	4,61	-5,10	-0,0085	6,80
100	-1,65	-1,10	8,74	-10,04	-1,65	-1,08	9,20	-10	-0,017	13,50
150	-2,47	-1,65	13,11	-15,05	-2,48	-1,63	13,80	-15	-0,026	20,25
200	-3,30	-2,20	17,47	-20,07	-3,30	-2,17	18,40	-20	-0,034	27,0

Makinanın çalışma frekansının $\omega = 20,96 \text{ s}^{-1}$ olarak sabit kaldığı ve makinanın oluşturduğu kuvvet genliğinin değiştiği durumda, sistemin zorlanmış titreşim genliklerinin, bir doğrultuda simetriden sapma ile değişimleri Şekil 13.14 ve 13.15 de diyagramlar halinde verilmiştir. Bu diyagramlar incelendiğinde simetriden sapmanın titreşim genliklerine bir etkisi olmadığı görülmektedir. Fakat, simetriden sapma ile ortaya çıkan w_m ve ϕ_{zm} genliklerinde δ_x ile orantılı olarak bir artış olmaktadır.



Şekil 13.14. Sabit ω ve Değişken H_m Durumunda Zorlanmış
Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma
ile Değişimi



Şekil 13.15. Sabit ω ve Değişken H_m Durumunda Zorlanmış Titreşim Genliklerinin Simetriden Sapma ile Değişimi

13.2.6. Simetrik Sistemde Makina İle Temel Arasına Konan Öteleme Yayının Titreşime Etkisi

Simetrik durumdaki ceyher kırıcı temelinde makinanın oluşturduğu kuvvet genliğinin 36 kN dan 50 KN luk bir değere çıktığını ve diğer tüm özelliklerin aynı kaldığını düşünelim.

Zorlanmış titreşim genlikleri paragraf 13.2 deki gibi hesaplanırsa

$$w_m = \phi_{zm} = 0$$

$$\phi_{xm} = 4,37 \times 10^{-5} \text{ rad.} , \quad \phi_{ym} = -5,02 \times 10^{-5} \text{ rad.}$$

$$u_{m,t} = -0,825 \text{ mm} > 0,60 \text{ mm (Müsade edilen)}$$

$$v_{m,t} = -0,55 \text{ mm} < 0,60$$

elde edilir. Görüldüğü gibi x eksenini doğrultusundaki $u_{m,t}$ temel üst genliği müsaade edilen değeri aşmaktadır.

Bu durumda makinanın oluşturacağı zararlı titreşimlerin temele ve çevreye ulaşmasını önlemek gerekmektedir. Bu amaçla, makinanın altına, temele oturduğu dört noktada, x eksenini doğrultusunda öteleme yayı olarak çalışacak elastomerler konulacak ve elastomerlerin diğer hareketleri önlenektir.

Artık Bölüm 11 de verilen durum sözkonusudur. Yedi serbestlik dereceli sistemde, x eksenini doğrultusunda öteleme ve y eksenine göre moment denklemi değişmiş ve (11.1), (11.2), (11.3) deki şekli almıştır. Burada sadece bu hareketler incelenecektir.

Hareket denklemlerini matris formunda yazarsak, serbest titreşimler için

$(k_{sx} - \lambda^2 M_2)$	$-k_{sx}$	$-k_{sx} \cdot \frac{h_t}{2}$	u_{20}	0
$-k_{sx}$	$(k_{sx} + \Sigma k_{ix} - \lambda^2 M_1)$	$(k_{sx} - \Sigma k_{ix}) \cdot \frac{h_t}{2}$	u_{10}	0
$-\lambda^2 M_2 h_2$	$-\Sigma k_{ix} \cdot \frac{h_t}{2}$	$[D'_{\phi\phi y} + \Sigma k_{ix} (\frac{h_t}{2})^2 - \lambda^2 (I_{sy1} + I_{sy2})]$	ϕ_{y0}	0

şeklini alır.

Seçilen elastomer 200 mm çaplı ve 43 mm kalınlıklıdır.



Toplam dört adet elastomerin taşıyabileceği düşey yük

$$4 \times 250 = 1000 \text{ kN.}$$

dur.

Dört adet elastomer için öteleme yay katsayısı

$$k_{sx} = 4 \times 1460 = 5840 \text{ kN/m}$$

olup elastomerler için maksimum yatay öteleme 38,7 mm. dir.

Kazıklar için

$$\Sigma k_{ix} = K_{xa} = 60000 \text{ kN/m} , \quad \Sigma k_{iz} = K_{za} = 516000 \text{ kN/m}$$

Sadece temelin ağırlık merkezi S_1 'in tayini

$$\bar{x}_1 = 2,40 \text{ m}$$

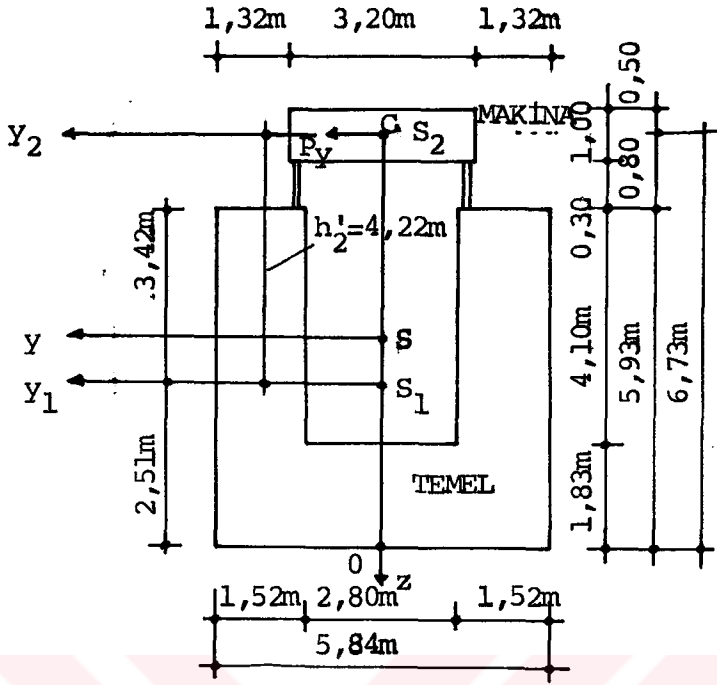
$$h'_2 = 4,22 \text{ m}$$

$$\bar{y}_1 = 2,92 \text{ m}$$

$$M_1 = M_t = 283,19 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

$$\bar{z}_1 = 2,51 \text{ m}$$

$$M_2 = M_m = 51,0 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$



Şekil 13.16. Cevher Kırıcı Temelinden Düşey Kesit

Temel ve makinanın kendi ağırlık merkezlerinden geçen eksenlere göre kütle atalet momentleri

$$I_{sx1} = 423,62 \left[\frac{1}{12} (5,84^2 + 5,93^2) \right] - 140,43 \left[\frac{1}{12} (2,80^2 + 4,10^2) \right] = 2156,9 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I_{sy1} = 423,62 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 5,93^2) \right] - 140,43 \left[\frac{1}{12} (4,80^2 + 4,10^2) \right] = 1588,4 \text{ kN.m.s}^2$$

$$I_{sx2} = I_{sy2} = 51,0 \left[\frac{1}{12} (3,20^2 + 1,0^2) \right] = 47,77 \text{ kN.m.s}^2$$

$$\begin{aligned} D'_{\phi y} &= \sum x_{on}^2 k_{zn} - s.W \\ &= (8 \times 1,95^2 + 4 \times 0,65^2) 43000 - 2,51 \times 3278,14 = 1372500 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$F_t = H_{lm} = 50 \text{ kN}$$

$$F_t \cdot h_2 = 50 \times 3,58 = 179 \text{ kN.m}$$

Bu değerler ile serbest titreşim denklemlerine gidelim.

$(5840-\lambda^2.51)$	-5840	-19972,8	u_{20}	0
-5840	$(65840-\lambda^2.283,19)$	-130627,2	u_{10}	0
$-215,22\lambda^2$	-150600	$(1750506-\lambda^2.1636,17)$	ϕ_{y0}	0

Bu sistemin çözümü ile serbest titreşim frekansları

$$\lambda_1 = 14,09 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_2 = 9,78 \text{ s}^{-1} , \quad \lambda_3 = 32,73 \text{ s}^{-1}$$

olarak elde edilir.

Serbest titreşim denklemlerinde λ yerine $\omega = 20,96 \text{ s}^{-1}$ konulması ile zorlanmış titreşime ait hareket denklemleri yazılabilir.

-16565,4	-5840	-19972,8	u_{2m}	50
-5840	-58571,5	-130627,2	u_{1m}	0
-94551	-150600	1031701,2	ϕ_{ym}	179

Denklem sistemi çözülerek zorlanmış titreşim genlikleri

$$u_{2m} = -3,107 \text{ mm} , \quad u_{1m} = 0,421 \text{ mm} , \quad \phi_{ym} = -5.10^{-5} \text{ rad.}$$

şeklinde bulunur. Temel üstündeki genlik ise

$$u_{1m,t} = 0,000421 + (5,93 - 2,51)(-0,00005) = 0,00025 \text{ m}$$

dir.

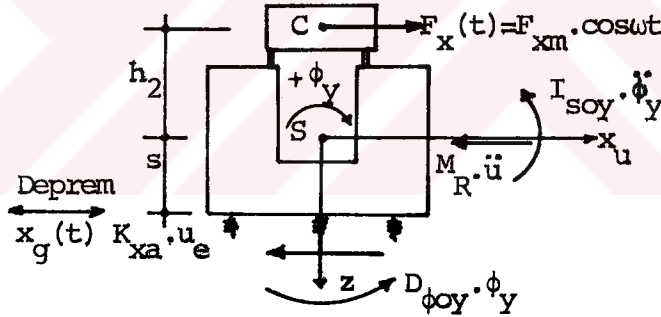
$$u_{2m} = -3,107, \text{ mm} < 38,7 \text{ mm} \quad (\text{Müşade edilen})$$

$$u_{1m,t} = 0,25 \text{ mm} < 0,60 \text{ mm} \quad (\text{Müşade edilen})$$

Görüldüğü gibi, elastomerin kullanılması ile makinanın genliği artmış, temel üstündeki genlik ise epeyce azalmış ve müşade edilen genliğin altına inmiştir.

13.2.7. Simetrik Sistemde Deprem Etkisi

Simetrik durumda makina ω açısal frekansı ile çalışırken x eksenini doğrultusundaki depremin sebep olduğu yatay yer hareketinin sistemin titreşimine etkisi araştırılacaktır.



Şekil 13.17. Simetrik Sistemde Deprem Hareketi

Hareket denklemlerimiz (10,11) den

$$M_R \cdot \ddot{u}_e + K_{xa} \cdot u_e + s \cdot K_{xa} \cdot \phi_y = F_{xm} \cdot \cos \omega t - M_R \cdot \ddot{x}_g(t) \quad \text{a)} \quad (13,1)$$

$$-s \cdot K_{xa} \cdot u_e + I_{soy} \cdot \ddot{\phi}_y + D_{\phi_{oy}} \cdot \phi_y = h_2 \cdot F_{xm} \cdot \cos \omega t \quad \text{b)}$$

şeklinde dir. İkinci tarafında kesin olarak tanımlayamadığımız $\ddot{x}_g(t)$ deprem ivmesi olan bu denklemleri genel integrasyon

yöntemiyle çözüp bulacağımız u_e ve ϕ_y fonksiyonlarının maksimum değerlerini elde etmek istiyoruz.

(13.1b) den u_e çekilir ve bilinen değerler yerine konursa

$$u_e = (I_{soy} \cdot \ddot{\phi}_y + D_{\phi oy} \cdot \dot{\phi}_y - h_2 \cdot F_{xm} \cdot \cos \omega t) / (s \cdot K_{xa})$$

$$= 0,0118 \cdot \ddot{\phi}_y + 10,4008 \cdot \dot{\phi}_y - 0,00068 \cdot \cos \omega t \quad (13.2)$$

elde edilir. (13.2) ifadesi ve bunun ikinci türevi ile (13.1a) denkleminde gidilir ve bilinen değerler yerlerine konursa

$$0,3942 \ddot{\phi}_y + 418,362 \cdot \ddot{\phi}_y + 81305,08 \cdot \phi_y = 7,691 \cdot \cos \omega t - 33,419 \cdot \ddot{x}_g(t)$$

$$(13.3)$$

denklemini teşkil edilir. Bu dördüncü dereceden bir polinomdur. (****) zamana göre dördüncü türevi göstermektedir.

1) İkinci Tarafsız Denklemin Çözümü

(13.3) ifadesinde ikinci tarafın sıfır alınması ile

$$0,3942 \cdot \ddot{\phi}_y + 418,362 \cdot \ddot{\phi}_y + 81305,08 \cdot \phi_y = 0 \quad (13.4)$$

ikinci tarafsız denklemini elde edilir. $\phi_y = e^{rt}$ ile karakteristik denklem

$$0,3942 r^4 + 418,362 r^2 + 81305,08 = 0 \quad (13.5)$$

şeklini alır. Denklemin kökleri

$$r_{1,2} = \pm \beta_1 i = \pm 28,374 i \quad , \quad r_{2,3} = \pm \beta_2 i = \pm 16,006 i$$

$$(13.6)$$

olarak hesaplanır. β_1 ve β_2 sistemin serbest titreşim frekanslarıdır.

İkinci taraflı denklemin çözümü

$$\phi_{yh} = A_1 \cdot \cos \beta_1 t + A_2 \cdot \sin \beta_1 t + A_3 \cdot \cos \beta_2 t + A_4 \cdot \sin \beta_2 t \quad (13.7)$$

şeklindedir. Dört adet sabit vardır.

2) İkinci Taraflı Denklemin Çözümü

(13.3) hareket denkleminin ikinci tarafını, makinanın oluşturduğu kuvvet ve depremden oluşan kuvvet olarak ayırmak ve çözümleri ayrı ayrı yapıp toplamak uygun olacaktır.

2a) Makinanın Oluşturduğu Kuvvet İçin Özel Çözüm

Hareket denklemi

$$0,3942 \cdot \phi_Y''' + 418,362 \cdot \phi_Y'' + 81305,08 \cdot \phi_Y = 7,691 \cdot \cos \omega t \quad (13.8)$$

şeklini alır. Çözüm $A \cdot \cos \omega t$ şeklinde tahmin edilir ve türevleri alınıp denkleme gidilirse

$$\phi_{Yöl} = -2,91 \cdot 10^{-4} \cdot \cos \omega t \quad (13.9)$$

elde edilir.

2b) Deprem Kuvveti İçin Özel Çözüm

Hareket denklemi

$$0,3942 \cdot \phi_Y''' + 418,362 \cdot \phi_Y'' + 81305,08 \cdot \phi_Y = -33,419 \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (13.10)$$

şeklini alır. Bu denklemin çözümü sabitin değişimi yöntemi ile yapılacaktır.

(13.7) çözümündeki A_1, A_2, A_3, A_4 sabitleri artık değişkendir, Bunların elde edilmesi için elimizde dört adet denklem vardır. Bunlar matris formunda

$\cos\beta_1 t$	$\sin\beta_1 t$	$\cos\beta_2 t$	$\sin\beta_2 t$	A'_1	0
$-\beta_1 \sin\beta_1 t$	$\beta_1 \cos\beta_1 t$	$-\beta_2 \sin\beta_2 t$	$\beta_2 \cos\beta_2 t$	A'_2	0
$-\beta_1^2 \cos\beta_1 t$	$-\beta_1^2 \sin\beta_1 t$	$-\beta_2^2 \cos\beta_2 t$	$-\beta_2^2 \sin\beta_2 t$	A'_3	0
$\beta_1^3 \sin\beta_1 t$	$-\beta_1^3 \cos\beta_1 t$	$\beta_2^3 \sin\beta_2 t$	$-\beta_2^3 \cos\beta_2 t$	A'_4	$-84,777\ddot{x}_g(t)$

(13.11)

şeklinde yazılabilir. Burada kare matrisin determinanı

$$W = \beta_1 \beta_2^5 - 2\beta_1^3 \beta_2^3 + \beta_1^5 \beta_2 = 136\ 828\ 613,4 \quad (13.12)$$

dir. Kare matris ve ikinci taraf ile diğer determinantlar hesaplanırsa

$$W_1 = -744\ 813,42 \ddot{x}_g(t) \sin\beta_1 t \quad a)$$

$$W_2 = 744\ 813,42 \ddot{x}_g(t) \cos\beta_1 t \quad b)$$

$$W_3 = 1320\ 339 \ddot{x}_g(t) \sin\beta_2 t \quad c)$$

$$W_4 = -1320\ 339 \ddot{x}_g(t) \cos\beta_2 t \quad d)$$

(13.13)

elde edilir. A' ler Cramer Kuralı ile bulunduktan sonra

$$A_1 = \int_0^t A'_1 dt + E_1 = \int_0^t \frac{W_1}{W} dt + E_1 = -5,443 \cdot 10^{-3} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin\beta_1 \tau d\tau + E_1 \quad (13.14)$$

$$A_2 = \int_0^t A'_2 dt + E_2 = \int_0^t \frac{W_2}{W} dt + E_2 = 5,443 \cdot 10^{-3} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos\beta_1 \tau d\tau + E_2 \quad (13.15)$$

$$A_3 = \int_0^t A_3' dt + E_3 = \int_0^t \frac{W_3}{W} dt + E_3 = 9,65,10^3 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_2 d\tau + E_3 \quad (13.16)$$

$$A_4 = \int_0^t A_4' dt + E_4 = \int_0^t \frac{W_4}{W} dt + E_4 = -9,65,10^3 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \beta_2 d\tau + E_4 \quad (13.17)$$

olarak hesaplanır. Bunlar (13.7) de yerine konur ve (13.9) daki $\phi_{yöl}$ çözümü ile toplanırsa ikinci taraflı denklemin genel çözümü elde edilir.

$$\begin{aligned} \phi_y = & E_1 \cdot \cos \beta_1 t + E_2 \cdot \sin \beta_1 t + E_3 \cdot \cos \beta_2 t + E_4 \cdot \sin \beta_2 t - 2,91 \cdot 10^4 \cos \omega t \\ & + 5,443 \cdot 10^3 \left[-\cos \beta_1 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_1 \tau d\tau + \sin \beta_1 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \beta_1 \tau d\tau \right] \\ & + 9,65 \cdot 10^3 \left[\cos \beta_2 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_2 \tau d\tau - \sin \beta_2 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \beta_2 \tau d\tau \right] \end{aligned} \quad (13.18)$$

Bu çözümün birinci ve ikinci türevleri teşkil edilir ve (13.2) ifadesine gidilirse u_e için

$$\begin{aligned} u_e = & 19,9E_1 \cdot \cos \beta_1 t + 19,9E_2 \cdot \sin \beta_1 t + 13,424E_3 \cdot \cos \beta_2 t + 13,424E_4 \cdot \sin \beta_2 t + \\ & + 0,1269 \cdot \cos \omega t + 4,903 \cdot 10^3 \left[-\cos \beta_1 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_1 \tau d\tau + \sin \beta_1 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \beta_1 \tau d\tau \right] \\ & + 71,2 \cdot 10^3 \left[\cos \beta_2 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_2 \tau d\tau - \sin \beta_2 t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \beta_2 \tau d\tau \right] \end{aligned} \quad (13.19)$$

elde edilir. Dört adet sabit başlangıç şartlarından elde edilecektir.

3) Sabitlerin Tayini

Deprem olduğu anda makinanın çalıştığı kabul edilecektir. Başlangıç şartları, paragraf 13.2 ile

$$\begin{aligned} t=0 \quad \text{için} \quad u_e &= -49,3 \cdot 10^5 \text{ m} \\ \dot{u}_e &= 0 \\ \phi_y &= -3,61 \cdot 10^5 \text{ rad.} \\ \dot{\phi}_y &= 0 \end{aligned} \quad (13.20)$$

şeklindedir. u_e ve ϕ_y nin türevleri alınır ve şartlar uygulanırsa

$$19,9E_1 + 13,424E_2 = -0,12695$$

$$564,643E_2 + 214,865E_4 = 0$$

$$E_1 + E_3 = 2,549 \cdot 10^{-4}$$

$$28,374E_2 + 16,006E_4 = 0$$

(13,21)

denklemleri ve bunların çözümünden

$$E_1 = -0,02014 \quad , \quad E_3 = 0,02039 \quad , \quad E_2 = E_4 = 0 \quad (13,22)$$

sabitleri elde edilir. Bulunan bu sabitler ile (13,18) ve (13,19) ifadelerine gidilir ve

$$\sin\beta(t-\tau) = \sin\beta t \cdot \cos\beta\tau - \cos\beta t \cdot \sin\beta\tau \quad (13,23)$$

olduğu gözönünde tutulursa genel çözümler şu şekilde elde edilir.

4) Genel Çözümler

$$u_e = -0,40079 \cos\beta_1 t + 0,27372 \cos\beta_2 t + 0,1269 \cos\omega t$$

$$- 0,0049 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot \sin\beta_1(t-\tau) d\tau - 0,00712 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin\beta_2(t-\tau) d\tau$$

(13,24)

$$\phi_y = -0,02014 \cdot \cos\beta_1 t + 0,02039 \cdot \cos\beta_2 t - 2,91 \cdot 10^{-4} \cdot \cos\omega t$$

$$+ 0,00544 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot \sin\beta_1(t-\tau) d\tau - 0,00965 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin\beta_2(t-\tau) d\tau$$

(13,25)

Deprem ivmesi biliniirse integralle bilinen yöntemlerle hesaplanıp genel çözümler elde edilebilir.

5) Yaklaşık Çözüm

Genel çözümlerin maksimum değerlerini bulmaya çalışalım.

5a) maks $u_e = \text{maks} (u_{e1} + u_{e2} + u_{e3})$ hesabı

$$u_{e1} = -0,40079 \cos \beta_1 t + 0,27372 \cos \beta_2 t + 0,1269 \cos \omega t \quad (13.26)$$

$$t = 0 \text{ için } \text{maks } u_{e1} = -49,3 \cdot 10^{-5} \text{ m} = -0,493 \text{ mm}$$

$$u_{e2} = 0,0049 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_1 (t-\tau) d\tau \quad (13.27)$$

Bu değer in maksimum olması için integral içindeki ifadenin maksimum olması gerekir. Yani

$$S_v = \left[\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_1 (t-\tau) d\tau \right]_{\text{maks}} \quad (13.28)$$

olmalıdır. Buradan $D = 1/\beta^* = 0,0049$ ile

$$\text{maks } u_{e2} = S_d = D \cdot S_v \quad (13.29)$$

yazılabilir. Şekil olarak ivmenin zamana göre integrali gibi olduğundan S_v ye $x_g(t)$ zemin hareketinin yalancı hız cevabı denir ve S_{pv} ile gösterilir.

Basit harmonik bir harekette a ivmesinin maksimum değeri ile v hızı ve u yerdeğiştirmesinin maksimum değerleri arasında bilinen

$$a_{\text{maks}} = \beta \cdot v_{\text{maks}} = \beta^2 \cdot u_{\text{maks}} \quad (13.30)$$

bağıntısına benzer olarak burada verilen hareketin yalancı spektral ivmesi olarak

$$S_{pa} = S_{pv}/D = S_d/D^2 \quad (13,31)$$

şeklinde tarifli S_{pa} değeri alınabilir.

Elde yeterince deprem kayıtları olmayınca $a_{maks} = \max \ddot{x}_g(t)$ tahmin ve takdir edilerek mevcut ivme spektrumlarından faydalanılabilir. Burada K.Takada tarafın-
dan verilen ivme spektrumlarından faydalanılacaktır.

$$\text{Yapının periyodu } T_1 = 2\pi/\beta_1 = 0,221 \text{ s.}$$

$$a_{maks} = 0,30 \text{ g} = 0,30 \times 9,81 = 2,943 \text{ m/s}^2$$

$$\text{İvme spektrumundan } S_{pa} = 4,5 a_{maks} = 13,244 \text{ m/s}^2$$

$$S_d = \max u_{e2} = D^2 \cdot S_{pa} = (0,0049)^2 \cdot 13,244 = 3,18 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,318 \text{ mm}$$

$$u_{e3} = -0,00712 \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \beta_2(t-\tau) d\tau$$

Bunun maksimum değeri de u_{e2} ye benzer olarak hesaplanabilir.

$$T_2 = 2\pi/\beta_2 = 0,393 \text{ s.}, \quad a_{maks} = 2,943 \text{ m/s}^2$$

$$S_{pa} = 5,5 a_{maks} = 16,187 \text{ m/s}^2$$

$$S_d = \max u_{e3} = (-0,00712)^2 \cdot 16,187 = 8,21 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,821 \text{ mm}$$

Bu değerlerin hepsinin aynı anda maksimum olmadığı gözönünde bulundurularak

$$\max u_e = [\max u_{e1}^2 + \max u_{e2}^2 + \max u_{e3}^2]^{1/2}$$

yazılabilir. Değerler yerine konulursa

$$\max u_e = [(-0,493)^2 + (0,318)^2 + (0,821)^2]^{1/2} = 1,01 \text{ mm} \leq 0,60 \text{ mm}$$

elde edilir. Görüldüğü gibi müsaade edilen genlik değeri aşılmaktadır.

$$\text{maks } u_e / \text{maks } u_{e1} = 1,01 / 0,493 = 2,05$$

dir.

Benzer şekilde maks ϕ_y için

$$\text{maks } \phi_y = [(-3,61 \cdot 10^{-5})^2 + (3,92 \cdot 10^{-4})^2 + (1,51 \cdot 10^{-3})^2]^{1/2} = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\text{maks } \phi_y / \text{maks } \phi_{y1} = 1,56 \cdot 10^{-3} / 3,61 \cdot 10^{-5} = 43$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi deprem etkileri, makinanın oluşturduğu kuvvetlerden daha büyük titreşim genlikleri oluşturmakta ve müade edilen genliklerin aşılmasına sebep olmaktadır.

Başlangıç şartları yazılırken makinanın çalışmadığı durum dahi gözönüne alınabilir.

Yay kuvvetinin maksimum değeri K_{xa} (maks u_e) olarak bulunabilir. Kazık başlarında çatlama olabileceği ve yeni rijitliklerle hesapların tekrarlanıp kontrol edilmesinin gerekebileceği gözönünde bulundurulmalıdır.

Makina temellerinde ve çevresinde zararlı titreşimlere karşı gerekli önlemler alınmalıdır.

BÖLÜM 14. SONUÇLAR

Bu çalışmada, makina-temel-mesnetler sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmaması durumunda, sistemin serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiş, ayrıca bu titreşimlerin frekans ve genliklerinin hesabı ile zorlanmış titreşimler durumunda titreşim genliklerinin sınırlı kalmasının nasıl temin edileceği gösterilmek istenmiştir.

Ortaya çıkan önemli hususlar aşağıda özetlenmiştir.

1) Makina temellerinin boyutlandırılması ile ilgili yayınlarda, temel ile beraber makina ve mesnetlenme durumu planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olarak göz-önüne alınmıştır. Bu durumda sistemin ağırlık merkezi, temel tabanının ağırlık merkezi ve mesnet elemanlarının elastik merkezi aynı düşey çizgi üzerindedir.

Ancak aşağıda belirtilen nedenlerle simetri bozulabilmektedir. Buna göre, makina-temel-mesnetler sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olmadığı durumların incelenmesi gerektiği sonucu ortaya çıkmaktadır.

2) Makina temellerinde simetriden uzaklaşma nedenleri incelenmiştir. Simetriyi oluşturacak şekilde makinanın temele yerleştirilememesi, temelin kendisinin simetrik olmaması, mesnet durumunun tam simetrik olacak şekilde temin edilememesi, zayıflamış ve yeterince görev yapamaz hale gelmiş mevcut temellerin ıslahı ve takviyesi gibi durumlarda sözkonusu simetriden uzaklaşılabilir. Takviye esnasında makina temeline yeni bağlanan elastik kısımlar, temelin yapılacağı bölgenin plandaki şekli nedeniyle simetrik yapılamayabilir. Bu durum da sistemin simetrisinin bozulmasına yol açabilir.

3) Dışarıdan eklenen elastik kısımları olan ve planda her iki doğrultuda da simetrisi olmayan genel bir sistem gözönüne alınıp hareket denklemleri çıkarılmıştır. Sistemin serbest ve zorlanmış titreşimleri incelenmiş, özel frekans denklemi çıkarılmış ve zorlanmış titreşim genlikleri formülasyon olarak verilmiştir.

Simetriden uzaklaşmanın etkileri δ_x ve δ_y 'li terimler ile gösterilmeye çalışılmıştır.

4) Sistem B'li olup simetrik olmayan en genel durumdan, tamamen simetrik olan sistem B'siz duruma kadar tüm özel durumlar amaç doğrultusunda kademe kademe incelenmiştir.

5) Makina-temel-mesnetler sisteminin planda birbirine dik iki düzleme göre simetrik olma ve olmama durumlarında, sisteme dışarıdan eklenen ve elastik yaylardan oluştuğu kabul edilen bir B sisteminin, sistemin titreşimlerine etkisi araştırılmıştır.

Bu sayede genlikleri aşırı büyük olan makina temellerinin basit B sistemi şeklinde ilavelerle genliklerinin küçültülüp kabul edilebilir sınırlar içine çekilebileceği gösterilmiştir.

6) Simetrik halde, bir doğrultuda deprem olması durumunda sistemin yerdeğiştirmeleri tanımlanmış, hareket denklemlerindeki değişiklikler belirtilmiştir.

Yine sistem simetrik iken, makina ile temel arasına, sadece bir doğrultuda gitmeye müsade eden yay konulması durumunda makina-temel-mesnetler sisteminin hareket denklemleri çıkarılmıştır.

Simetrik sistemde x eksenini yönünde deprem olması ve ayrıca, makina ile temel arasına sadece x eksenini doğrultusunda gitmeye müsade eden yay konulması durumunda sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir.

7) Konu ile ilgili sayısal uygulamalar yapılmıştır.

Simetriden uzaklaşmanın etkisini göstermek üzere, planda simetriden uzaklaşma doğrultusundaki temel kütlesi boyutunun çeşitli oranları kadar simetriden uzaklaşma alınarak (makina bu doğrultuda kaydırılarak temin edilmiştir) özel frekanslar ve genlikler hesaplanmış, bunların δ_x 'e göre değişimleri diyagramlarla gösterilmiştir. δ_x 'in mevcudiyeti nedeni ile rezonans oluşabilmektedir.

Ayrıca depremin ve makina ile temel arasına konan yayların sistemin titreşimine etkisi gösterilmiştir.



KAYNAKLAR

- [1] ÖZDEN, K., Yapı Dinamiği Ders Notları (Yayınlanmamış).
- [2] PRAKASH, S., PURI, V.K., Machine Foundations, Wiley, 1987.
- [3] RAUSCH, E., Maschinenfundamente und andere dynamisch beanspruchte Baukonstruktionen, Kommissionsverlag: VDI-Verlag GmbH., Düsseldorf, 1959.
- [4] LIPINSKI, J., Fundamente und Tragkonstruktionen für Maschinen, Bauverlag GMBH Wiesbaden, 1972.
- [5] BARKAN, D.D., Dynamics of Bases and Foundations, Mc Graw-Hill Co., 1962.
- [6] MAJOR, A., Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines, Collet's, London, 1962.
- [7] SRINIVASULU, P., VAIDYANATHAN, C.V., Handbook of Machine Foundations, Tata Mc Graw-Hill Co., New Delhi, 1976.
- [8] ARYA, S.C., O'NEILL, M.W., PINCUS, G., Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines, Gulf Publishing Company, 1979.
- [9] WINTERKORN, H.F., FANG, H.Y., Foundation Engineering Handbook, Van Nostrand Reinhold Company.
- [10] BOWLES, J.E., Foundation Analysis and Design, 4th Edition, Mc Graw-Hill Co., 1984.
- [11] GAZETAS, G., Analysis of machine foundation Vibrations: state of the art, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1983, Vol. 2, No. 1.
- [12] ARYA, S.C., DREWYER, R.P., PINCUS, G., Foundation Design for Vibrating Machines, Hydrocarbon Processing, November, 1975.
- [13] LEE, J.P., CHOKSHI, N.C., Foundation Design for Rotating Fans, Hydrocarbon Processing, October 1978.

- [14] SALLENBACH, H.G., Stepwise Solution to Vibrating Equipment Foundation Design, Hydrocarbon Processing, March 1980.
- [15] ARYA, S.C., DREWYER, R.P., PINCUS, G., Foundation Design for Reciprocating Compressors, Hydrocarbon Processing, May 1977.
- [16] DEMİR, H., Makina Temelleri, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi I. Betonarme Yapılar Semineri, İstanbul, Ekim 1986.
- [17] ALPMAN, B., Dinamik Metodların Makine Temellerine Tatbiki ve Çözölmüş Problemler, İ.T.Ü. İnşaat Fakölteı Matbaası, 1966.
- [18] ÖZKAN, M.Y., Makina Temellerinin Projelendirme Esasları, T.M.M.O.B. Ankara Şubesi Yayını, 1983/1.
- [19] ÖZKAN, M.Y., İNADA, M., Makina Temellerinin Bileşik Devrilme ve Yatay Ötelenme Hareketi, T.M.M.O.B. Türkiye Mühendislik Haberleri, Şubat 1985.
- [20] KAHYAOĞLU, Ö., Makina Temelleri (Örneklerle), Maya Matbaacılık, Ankara, 1978.
- [21] ARMAY, T., Makina Temellerinin Hesabı, İstanbul, 1957.
- [22] ÖZDEN, K., ÖZÜDOĞRU, K., Ereğli Demir ve Çelik Fabrikaları Cevher Kırıcı İçin Temel Tadilatı Tasarımı Hakkında Teknik Rapor, İ.T.Ü. İnşaat Fakölteı, Ekim 1984.
- [23] CRAIG, R.R., Structural Dynamics, John Wiley and Sons, 1981.
- [24] CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., Dynamics of Structures, Mc Graw-Hill Co., 1975.
- [25] BIGGS, J.M., Introduction to Structural Dynamics, Mc Graw-Hill Co., 1964.
- [26] LALANNE, M., BERTHIER, P., HAGOPIAN, J. (NELSON, F.C), Mechanical Vibrations for Engineers, John Wiley and Sons, 1983.
- [27] TSE, F.S., MORSE, I.E., HINKLE, R.T., Mechanical Vibrations Theory and Applications, Second Edition, Allyn and Bacon, Inc., 1978.
- [28] MEIROVITCH, L., Elements of Vibration Analysis, Second Edition, Mc Graw-Hill Co., 1986.
- [29] THOMSON, W.T., Theory of Vibration with Applications, Second Edition, Prentice-Hall, Inc., 1981.

- [30] ARPACI, M.A., Dinamik Absorberlerle Titreşim Kontrolu (Doktora Tezi), İ.T.Ü. Makina Fakültesi, İstanbul, 1983.
- [31] ASLANTÜRK, S., Plak Biçimli Dinamik Titreşim Absorberlerinin Titreşim Kontrolunda Kullanılması, İ.T.Ü. Makina Fakültesi Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1984.
- [32] KULLUKÇU, A., Dairesel Plak Biçimli Titreşim Absorberlerinin Panel Titreşimlerine Uygulanması, İ.T.Ü. Makina Fakültesi Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1987.
- [33] TUNCER, S., Harmonik Kuvvetler Etkisindeki Çerçeve Tipi Makina Temellerinin Dinamik Analizi, İ.T.Ü. Makina Fakültesi Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1985.
- [34] HAHN, J. (Çev. ÇETMELİ, E.), Mütemadi Kirişler, Çerçeveler ve Plaklar, Çağlayan Basımevi, İstanbul, 1972.
- [35] ÇAKIROĞLU, A., Hiperstatik Sistemlerin Hesap Metodları, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 977, İstanbul, 1974.
- [36] ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E., ÖZMEN, G., Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt I, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 813, İstanbul, 1970.
- [37] WOLF, K. (Çev. ÖZBEK, T.), Rijit Cisimler Mekaniği, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 567, İstanbul, 1964.
- [38] ŞUHUBİ, E.S., Rijit Cisimler Dinamiği, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 1175, İstanbul, 1981.
- [39] ÖZAYDIN, K., Zemin Dinamiği, Deprem Mühendisliği Türk Milli Komitesi Yayınları No. 1, İstanbul, 1982.
- [40] EGGERT, H., GROTE, J., KAUSCHKE, W., Lager im Bauwesen Band I : Entwurf Berechnung Vorschriften, Verlag Von Wilhelm Ernst and Sohn, 1974.
- [41] RICHART, F.E., WOODS, R.D., HALL, J.R., Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Inc., 1970.
- [42] GASCH, R., MAURER, J., SARFELD, W., Soil Influence on Unbalance Response and Stability of a simple Rotor-Foundation System, Journal of Sound and Vibration 1984, 93/4, 549-566.

- [43] MC NEILL, R.L., Machine Foundations, The State-of-the-Art, 7th Int. Conf. SMFE - 1969.
- [44] DIN 4024 Stützkonstruktionen für rotierende Maschinen [vorzugsweise Tischfundamente für Dampfturbinen].
- [45] DIN 4025 Fundamente für Amboß-(Schabotte-) Hämmer. Richtlinien für die Konstruktion, Berechnung und Ausführung.
- [46] DIN 4150 Erschütterungsschutz im Bauwesen, in Neubearbeitung.
- [47] BSI, CP 2012, Code of Practice for Foundations for Machinery, Part 1, August 1974.
- [48] API STANDARD 610, Centrifugal Pumps for General Refinery Services, Sixth Edition, January 1981.
- [49] ERDİK, M., YÜZÜGÜLLÜ, Ö., Deprem Mühendisliği Açısından Yapı Dinamiğine Giriş, Deprem Araştırma Enstitüsü Başkanlığı, Ankara, 1980.
- [50] CHEN, H.M., MALANOSKI, S.B., Fan/Foundation Interaction-A Simplified Calculation Procedure, Journal of Engineering for Power, October 1981, Vol 103.
- [51] MARTZ, J.W., PFAHLER, R.R., How to Troubleshoot Large Industrial Fans, Hydrocarbon Processing, June 1975.
- [52] SOHRE, J.S., Turbomachinery Problems : Causes and Cures, Hydrocarbon Processing, December 1977.

ÖZGEÇMİŞ

Turgut ÖZTÜRK 1959 yılında İstanbul-Üsküdü' da doğdu. Aynı ilde ilköğrenimini Uluğbey İlkokulunda, ortaöğrenimini Yeni Sağmalcılar Ortaokulunda ve Sağmalcılar Lisesinde tamamladı. 1976 yılında girdiği İ.D.M.M.A. İnşaat Fakültesini 1980 yılında bitirdi. 1980-81 arası bir yıl süre ile İ.T.Ü. Yabancı Diller Okulu'na devam edip sertifika aldı. 1981 yılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Programı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı ve üç yarıyıl sonra 1983 yılında mezun oldu.

Aynı yıl Mart-Temmuz 1983 te kısa dönem olarak askerliğini yapan Turgut ÖZTÜRK, askerlik dönüşü İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Yapı Anabilim Dalı Betonarme Çalışma Gurubu'nda Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı ve halen aynı yerde çalışmalarını sürdürmektedir.

Turgut ÖZTÜRK evli ve bir çocuk babasıdır.