

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**NON SIBSON ENTERPOLASYON YÖNTEMİYLE YEREL
GEOİT BELİRLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Aydın AYAR**

Anabilim Dalı : Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği

Programı : Geomatik Mühendisliği

OCAK 2009

**NON SIBSON ENTERPOLASYON YÖNTEMİYLE YEREL
GEOİT BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Aydın AYAR
(501071604)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29 Aralık 2008
Tezin Savunulduğu Tarih : 21 Ocak 2009

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Mustafa YANALAK (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Ersoy ARSLAN (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Uğur DOĞAN (YTÜ)

OCAK 2009

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her safhasında yardımını esirgemeyen, değerli bilgi ve görüşlerinden yararlandığım, saygı değer danışman hocam Sayın Doç.Dr. Mustafa YANALAK' a, ve desteklerini esirgemeyen bölümümüzdeki diğer tüm öğretim üyeleri ve araştırma görevlilerine, ayrıca yüksek lisans tezinin yürütülmesi sırasında her zaman yanımda olan aileme ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 2009

Aydın AYAR
Jeodezi ve Fotogrametri Müh.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
SEMBOL LİSTESİ.....	x
ÖZET.....	xi
SUMMARY.....	xiii
1. GİRİŞ	1
2. GEOİT VE GEOİT BELİRLEME YÖNTEMLERİ.....	5
2.1 Geoitin Tanımı	5
2.2 Geoit Belirleme Yöntemleri.....	6
2.3 Ortometrik ve Elipsoidal Yükseklikler.....	8
2.4 Ülkemizde Gerçekleştirilen Geoit Belirleme Çalışmaları	11
2.4.1 Ülkemizde 1991 yılından önce yapılan geoit belirleme çalışmaları	11
2.4.2 Türkiye Geoidi – 1991 (TG-91).....	11
2.4.3 GPS/Nivelman geoidi	12
2.4.4 Düzenlenmiş Türkiye Geoidi - 1999A (TG-99A).....	12
3. GPS NİVELMAN YÖNTEMİNE GÖRE GEOİT YÜKSEKLİKLERİNİN HESAPLANMASI	15
3.1 Ağırlıklı Aritmetik Ortalama ile Enterpolasyon	16
3.2 Polinomlarla Enterpolasyon.....	17
3.3 Multikvadrik Enterpolasyon	18
3.4 Üçgenler Ağında Lineer Enterpolasyon	21
3.5 Non Sibson Enterpolasyonu.....	22
3.5.1 Voronoi diyagramı ve Delaunay üçgenlemesi	22
3.5.2 Sibson enterpolasyonu	24
3.5.3 Non – Sibson enterpolasyonu	26
4. UYGULAMA	29
4.1 Çalışma Alanı.....	29
4.2 Çalışmanın Amacı	29
4.3 Çalışmada Kullanılan Yazılımlar.....	30
4.4 Enterpolasyon İşlemi	36
4.5 Referans Nokta Seçimi, Verinin İstatistiksel Doğruluğu ve Standart Sapma Hesabı	37
4.5.1 Standart sapmaların signifikant testi	38
4.5.2 Enterpolasyon sonuçları	39
4.5.2.1 74 Enterpolasyon noktası için enterpolasyon sonuçları.....	39
4.5.2.2 17 Ekstrapolasyon noktası için enterpolasyon sonuçları.....	40
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	41
KAYNAKLAR.....	43
EKLER.....	47
ÖZGEÇMİŞ.....	55

KISALTMALAR

ED50	: European Datum 1950
EGG07	: Artificial Neural Network
EGM97	: European Gravimetric Geoid 1997
GALILEO	: The European Satellite Navigation Project
GLONASS	: Global Navigation Satellite System
GPM – T1	: Tailored Global Potential Model 1
GPM2	: Global Potential Model 2
GPS	: Global Positioning System
GRS 80	: Geodetic Reference System 1980
OSU 91	: Ohio State University
TUDKA	: Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı
TUTGA - 99	: Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı 1999
TG03	: Türkiye Geoidi 2003
TG07	: Türkiye Geoidi 2007
TG76	: Türkiye Geoidi 1976
TG91	: Türkiye Geoidi 1991
TG99A	: Türkiye Geoidi 1999A
WGS84	: World Geodetic System 1984

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge A.1 : 18 Referans noktasında elipsoid ve yerel yükseklikler arasındaki N_i fark değerleri.	49
Çizelge A.2 : 91 Enterpolasyon noktasında elipsoid ve yerel yükseklikler arasındaki N_i fark değerleri	50
Çizelge A.3 : 74 Enterpolasyon noktası için enterpolasyon yöntemlerinin doğruluk ölçütleri ve istatistiksel test sonuçları	51
Çizelge A.4 : 17 Ekstrapolasyon noktası için enterpolasyon yöntemlerinin doğruluk ölçütleri ve istatistiksel test sonuçları..	52
Çizelge A.5 : 18 Referans noktası için enterpolasyon yöntemlerinin doğruluk ölçütleri ve istatistiksel test sonuçları	53

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Geoit, ortometrik ve elipsoidal yüksekliklerin geometrik ilişkisi	9
Şekil 3.1 : Üçgende lokal barisentrik koordinatlar.....	21
Şekil 3.2 : Voronoi diyagramı.....	23
Şekil 3.3 : Delaunay Üçgenlemesi	23
Şekil 3.4 : Doğal komşu noktalarının gösterimi: (a)Orijinal Voronoi diyagramı ve x noktası; (b) x noktasının 1. derece ve 2. derece Voronoi çokgenleri. ..	25
Şekil 3.5 : Non – Sibson enterpolasyonu.....	26
Şekil 4.1 : Enterpolasyon yönteminin uygulanması	31
Şekil 4.2 : Grid dosyası raporu	32
Şekil 4.3 : Grid dosyası seçimi	32
Şekil 4.4 : Enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktası için veri seçimi	33
Şekil 4.5 : Farkların çalışma sayfasına kaydedilmesi	33
Şekil 4.6 : Nokta yükseklik farklarının istatistiksel sonuçları	34
Şekil 4.7 : Tel Kafes yöntemine göre çalışma alanının 3 boyutlu görünümü.....	34
Şekil 4.8 : Kabartma yöntemine göre çalışma alanının 3 boyutlu görünümü.....	35
Şekil 4.9 : Çalışma alanının 3 boyutlu yüzey görünümü.....	35
Şekil B.1 : Çalışma Alanı ve noktaların dağılımı.....	54

SEMBOL LİSTESİ

a	:Polinom Sabiti
C_j	:Multikvadrik yüzey sabiti
f	:Serbestlik derecesi
$f1$	: $\sigma_{\Delta N_T}$ için serbestlik derecesi
$f2$	: $\sigma_{\Delta N}$ için serbestlik derecesi
$F_{\alpha, f1, f2}$	: α anlamlılık düzeyi için Fisher tablo değeri , $f1$ ve $f2$ için serbeslik derecesi
H_0	:Sıfır Hipotezi
$h_I(\mathbf{x})$	: $\mathbf{x}$ noktası ile I noktasına ilişkin voronoi çokgen kenarı arasındaki dik uzaklıktır.
m	:Referans nokta sayısı
n	:Polinom derecesi
(N)	:Ellipsoid ve yerel yükseklik arasındaki yükseklik farkı
N_i	:Referans noktalarında ellipsoid ve yerel yükseklik arasındaki yükseklik farkı
N_0	:Enterpolasyon noktalarında ellipsoid ve yerel yükseklik arasındaki yükseklik farkı
p	:Ağırlık fonksiyonu
s	:Yatay mesafe
$s_I(\mathbf{x})$	: I noktasına ilişkin voronoi çokgeninin kenarının uzunluğudur.
T	:Test değeri
(x_i, y_i)	:Referans noktası gauss-kruger projeksiyon koordinatı
(x_0, y_0)	:Enterpolasyon noktası gauss-kruger projeksiyon koordinatı
Δz_j	:Referans noktalarında yüzeyden olan yükseklik farkı.
α	:Anlamlılık düzeyi
σ_H	:Yerel yüksekliğin standart sapması
σ_h	:Ellipsoid yüksekliğin standart sapması
σ_N	:Yerel yükseklik ve ellipsoid yükseklik farklarının standart sapması
$\sigma_{\Delta N}$	:Bilinen ve enterpole edilen yükseklik farklarından elde edilen standart sapma.
$\sigma_{\Delta N_T}$	:Bilinen ve enterpole edilen yükseklik farklarından hata yayılma yasası kullanılarak elde edilen standart sapması
$\Phi_I(\mathbf{x})$	:Non Sibson enterpolasyon fonksiyonu

NON SIBSON ENTERPOLASYON YÖNTEMİYLE YEREL GEOİT BELİRLENMESİ

ÖZET

Gelişen uydu teknolojileri presizyonlu geoit belirlemeyi jeodezinin önemli ve sık karşılaşılan problemlerinden birisi haline getirmiştir. GPS ile kolay, hızlı ve duyarlı bir şekilde elde edilen üç boyutlu koordinatlar büyük ölçekli harita üretimi ve mühendislik uygulamalarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak GPS sisteminden hesaplanan elipsoidale yükseklik değerlerinin ortometrik yüksekliğe dönüştürülmesi gerekmektedir. Elipsoidale yüksekliklerin uygulamada kullanılan ortometrik yüksekliklere dönüşümü için yeterli doğrulukta geoid yüksekliklerinin bilinmesi gerekmektedir. Geoit kompleks bir yüzeydir ve matematiksel olarak kolayca tanımlanamaz.

Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde yerel GPS nivelman geoidi kullanımı ile ilgili ölçü ve hesap yöntemlerini de içermektedir.

Bu çalışmada, iller Bankası Genel Müdürlüğü ile yapılan protokol çerçevesinde İTÜ tarafından gerçekleştirilen Zonguldak GPS Ağı Projesi kapsamındaki GPS ölçmeleri değerlendirilerek ve 5 çeşit enterpolasyon yöntemiyle yükseklikler belirlenmiştir.

Bütün enterpolasyon yöntemlerinde, aynı 18 dayanak noktası kullanılmış ve 91 adet nirengi noktasının GPS yükseklikleri ile yerel yükseklikleri arasındaki farkları hesaplanmıştır. Söz konusu 91 noktanın yerel yükseklikleri farklı zamanlarda yapılan karşılıklı trigonometrik nivelman ve geometrik nivelmanla belirlenmiş olduğundan, enterpolasyonla bulunan yükseklikler, GPS/Nivelman yöntemi ile bulunan farklarla karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada enterpolasyon yöntemlerinin bu problemin çözümünde alternatif çözüm olup olmayacağı denenmeye çalışılmıştır.

Sonuç olarak, Multikvadrik ve Polinomlarla 2.Derece (9-Terimli) ve Non Sibson enterpolasyon yöntemleri, 40-50 km^2 'lik alanlar için 5cm doğrulukta yerel yükseklik dönüşümünde kullanılabilir. Enterpolasyon yöntemleri ile belirlenen geoit modellerinin sağladığı doğruluk, Zonguldak test alanında bir çok mühendislik uygulaması için gereksinim duyulacak doğruluğu sağlamaktadır ($\pm 5cm$).

DETERMINATION OF LOCAL GEOIDS USING NON SIBSON INTERPOLATION METHOD

SUMMARY

Precision geoid determination is one of the important problem of geodesy by the use of developed satellite technologies. The latitude and longitude values obtained by GPS are used directly in engineering applications and large scale map production applications, but ellipsoidal height values obtained by GPS must be transformed into orthometric heights. For the transformation from ellipsoidal heights to orthometric heights, which are used in applications, geoid heights must be known with required accuracy. Geoid is a complex surface that can not define easily by mathematical equations.

Large Scale Map and Map Information Production Regulation contains observation and calculation methods for obtaining orthometric heights by GPS. Determining the height of the geoid by GPS/Levelling method is one of these methods.

The aim of this study is to evaluate the use of interpolation methods, which are used for digital terrain modeling, in transformation of GPS ellipsoid heights to local. To test the interpolation methods used in this research, a set of GPS data collected in northern Turkey, Zonguldak, is used. The data were transformed to a local height system using 5 types of interpolation approaches.

The data set includes 109 points, whose heights are known in both GPS and local height systems. 18 of them are selected as reference points. The differences between the local and GPS heights at the remaining 91 points were re-calculated by using the differences at the 18 reference points. The interpolated (or extrapolated) differences were compared with the known differences for 91 points.

As a result, it has been shown that the multiquadric and polynomial (nine second order degree polynomial terms) and Non Sibson interpolation methods can be used for a local height transformation problem of GPS at the level of sub-decimeter accuracy for a region with an area of about 40-50km². These accuracy is enough for different applications as large scale map production and engineering applications.

1. GİRİŞ

20. yüzyılın sonlarında uydu bazlı konum belirleme sistemlerinde (GLONASS, GALILEO, özellikle GPS) meydana gelen hızlı teknolojik gelişmeler Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde de etkilerine göstermiş ve GPS (Global Positioning System) tekniği yaygın olarak kullanılır hale gelmiştir.

GPS ile kolay, hızlı ve duyarlı bir şekilde elde edilen üç boyutlu koordinatlar, büyük ölçekli harita üretimi ve coğrafi bilgi sistemi amaçlı veri toplama uygulamalarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Kılıçoğlu ve Fırat, 2003).

Arazide iki nokta arasındaki yükseklik farkı, düşey kontrol ağlarının oluşturulmasında kullanılan geleneksel nivelman yöntemleriyle belirlenmektedir. Fakat zorlu arazi şartlarının bulunduğu bölgelerde klasik nivelman yöntemlerinin uygulanması vadi, yol güzergahları gibi ulaşılabilir düşey kontrol noktaları ile sağlanmıştır. Bu da düşey kontrol ağı tasarımını olumsuz etkilemiştir (Erol B., 2007).

Günümüzde bazı ülkelerde yatay ve düşey kontrol ağları geçmişte olduğu gibi az sayıda ortak kontrol noktasıyla tasarlanmıştır. Küresel konum belirleme sistemlerinin yaygın olarak kullanılmasıyla da, ülkelerin jeodezik kontrol ağı tasarımları jeodezik altyapılarını teknolojik gelişmelere uygun olarak modernize etmelerini sağlamıştır (Erol B., 2007).

Jeodezinin temel görevlerinden biri konum bilgisinin elde edilmesi ve pratik kullanıma sunulmasıdır. Uzak ve uydu teknikleri ile ve özellikle, küresel konum belirleme sistemlerinden yararlanarak, dünyanın her yerinde sürekli olarak bir uzak zaman sisteminde doğru ve güvenilir konum bilgilerinin ekonomik olarak elde edilebilir olması, bu bilgilerin diğer konuma ilişkin bilgilerle birleştirilmesi, ekonomik değeri olan birçok sistem ve yöntemin geliştirilmesini, dolayısıyla uygulamaya sokulmasını sağlamıştır (Aksoy ve diğ., 1999).

GPS tekniği ile WGS84 referans elipsoidi sistemine dayalı olarak jeodezik üç boyutlu coğrafi koordinatlar: elipsoidal enlem, boylam ve elipsoidal yükseklikler elde edilirler. Ancak mühendislik çalışmasında elipsoidal yükseklikler yerine, geoide

göre tanımlanan ortometrik yüksekliklere (H), gereksinim duyulur. Bu nedenle, GPS tekniği ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi ihtiyacı, uygulamada sık karşılaşılan bir problemdir.

Bu dönüşümün yapılabilmesi için bölgede elipsoidal yüksekliklerin yanı sıra yerel yükseklikleri bilinen noktalara ihtiyaç vardır. Dönüşüm sonucu elde edilecek yerel yüksekliklerin doğruluğu, uygulanan algoritmanın yanında dayanak noktalarının (her iki sistemde de yüksekliği bilinen noktalar) doğruluğuna bağlıdır (Yanalak ve Baykal, 2001).

Geoit karmaşık bir yüzeydir ve matematiksel olarak tam anlamıyla tanımlanamamaktadır. 1872 yılında Listing tarafından Geoit kavramının kullanılmasından sonra, bu şeklin belirlenmesi jeodezinin önde gelen çalışma alanlarından birisi olmuştur (Aksoy ve Güneş, 1990). Bir referans yüzeyi olarak yükseklik sistemlerinde kullanılacak bir geoide güncel teknolojiyi kullanan herkesin ihtiyacı vardır; çünkü geoit, yüksek presizyonlu jeodezik koordinatlar ile uydularla elde edilen konumlar arasındaki doğal bağıdır. Bu nedenle uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında geoit önemli bir altyapıdır (Aksoy ve diğ., 1999). Geoit modelleri yerel, bölgesel veya küresel alanlar için geliştirilebilir. Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir (Ayan ve Deniz, 2000).

Global geoit modelleri (Global Jeopotansiyel Modeller EGM96, OSU91 vb.), jeodezik uygulamaların genelinde gereksinimi karşılayamadıkları halde (ülkemizde doğrulukları 0.5 m veya daha azdır), yerel geoit modelleri (TG03, TG07, EGG07 vb.) hesaplandıkları bölge için geçerli olup jeodezik uygulamalarda gereksinimi karşılayabilirler. Ülke genelinde çalışmalar Türkiye geoidinin homojen bir doğruluğa sahip olmadığını ortaya koymakta olup, test edilmesi gerektiği görülmektedir (Erol B., 2007).

Bu çerçevede bu çalışmanın amacı günümüz jeodezik uygulamalarının en yaygın karşılaşılan problemlerinden biri olan yerel alanlarda geoidin hassas bir şekilde belirlenmesi için uygulanabilir yöntemlerden bazılarını karşılaştırmak ve en uygun sonucu veren yöntem veya yöntemleri araştırmaktır. GPS ölçmelerinin yüksek presizyonu ve GPS' in yaygın olarak kullanılması, bu ölçmelerden elde edilen

elipsoidal yüksekliklerin uygulamada kullanılabilmesi için geoit yüksekliğinin presizyonlu bir şekilde belirlenmesini gerektirmektedir. Bunun nedeni elipsoidal yükseklikler ile ortometrik yükseklikler arasındaki dönüşümün geoit yüksekliği ile yapılabilmesidir. Geoit yüksekliğinin en önemli uygulamalarından birisi elipsoidal yüksekliklerden (h), ortometrik yüksekliklerin (H) elde edilmesidir. Ortometrik yükseklik (H) değeri $H = h - N$ eşitliği ile hesaplanmaktadır. Bu eşitlikteki N değeri ondülasyon değeri veya Geoit yüksekliği olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışma 5 bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm Giriş bölümüdür; tezin amacı, kapsamı anlatılmakta ve yapılan çalışmalar özetlenmektedir. 2. bölümde Geoit belirlemenin önemi ve amacı anlatılmış, geoit belirleme yöntemleri sınıflandırılarak kısaca açıklanmıştır. 3. bölümde ülkemizdeki geoit belirleme çalışmaları özetlenmiştir. 4. bölümde uygulamada kullanılan veriler, yazılımlar ve yöntemler hakkında bilgi ve oluşturulan geoit modellerinden hesaplanan enterpolasyon hesap ve sonuçları sunulmuş, sonuçlar yorumlanmıştır. 5. bölüm, Sonuç ve Öneriler bölümüdür. Bu bölümde hesaplamalardan elde edilen sonuçlar ve sonraki çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

2. GEOİT VE GEOİT BELİRLEME YÖNTEMLERİ

2.1 Geoitin Tanımı

Geoit karmaşık bir yüzeydir ve matematiksel olarak tam olarak ifade edilememektedir. Yeryuvarının yaklaşık şeklinin 1872 yılında Listing tarafından tanımlanması ve Geoit olarak adlandırmasından sonra, bu şeklin belirlenmesi jeodezinin önde gelen çalışma alanlarından birisi olmuştur (Aksoy ve Güneş, 1990).

Jeodezide düşey kontrol ağırları için geoidin referans yüzeyi olarak kabul edilmesi ve uydularla yapılan ölçmelerde hesaplamaların bir elipsoit yüzeyinde yapılması, geoit belirlemeyi jeodezinin önemli problemlerinden biri haline getirmiştir. Geoit belirleme, jeodezinin önemini kaybetmeyen güncel konularından birisidir. Gelişen uydu teknikleri geoit belirlemenin önemini daha da arttırmıştır. Bunun nedeni, geoit yüksekliğinin uydulardan elde edilen elipsoidal yükseklikler ile nivelman ölçmeleri sonucu elde edilen ortometrik yükseklikler arasında doğal bir bağ olmasındandır (Aksoy ve diğ., 1999).

Bruns, jeodezinin temel görevlerinden biri olan geoidin belirlenmesini nivo yüzeylerinin belirlenmesi şeklinde genelleştirerek,

$$W = \text{Sabit} \quad (2.1)$$

ifadesi ile, potansiyeli sabit olan noktaların geometrik yeri olarak nivo yüzeyleri kümesini göstermiş, jeodezik ölçülerin üzerine indirgeneceği yüzey olarak geoidin potansiyelini W_0 ile göstererek diğer yüzeyleri de bu yüzeye göre,

$$W = W_0 + \Delta W \quad (2.2)$$

$$W = W_0 + \int g dn \quad (2.3)$$

ile ifade etmiştir. Böylece yeryuvarının şekli, Gauss'un tanımından başka fiziksel bir büyüklük olan potansiyele bağlı olarak tanımlanmıştır (Ayan ve Deniz, 2000). Bu tanıma göre geoit, kısmen katı yeryüzü içinden geçen bir nivo yüzeyidir, bu yüzeyin

eğriliği yoğunluğun ani olarak değiştiği yerlerde süreksizlik gösterir. Bu nedenle de geoit analitik bir yüzey değildir. Geoit potansiyel ve yükseklikler için iyi bir referans yüzeyidir (Grafarend, 1994).

2.2 Geoit Belirleme Yöntemleri

Yükseklik sistemlerinde referans yüzeyi olarak kullanılacak bir geoide güncel uydu teknolojisini kullanan herkesin ihtiyacı vardır; çünkü geoit, yüksek presizyonlu jeodezik koordinatlar ile uydularla elde edilen konumlar arasındaki doğal bağıdır. Bu nedenle uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında geoit önemli bir altyapıdır (Aksoy ve diğ., 1999).

Geoit belirleme, jeodezide uydu teknolojilerinin sivil kullanımda yaygınlaşması ile önemli ve yaygın bir problem haline gelmiştir. Uydularla yapılan jeodezik ölçmelerde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise Geoidle ilgilidir. Bu iki yüzey çakışmaz ve iki yüzey arasındaki farka Geoit ondülasyonu veya Geoit yüksekliği denir ve N ile gösterilir (Grafarend, 1994).

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, Geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir (Yılmaz, 2005). GPS tekniğinin jeodezik amaçlar için kullanılmasında üç boyutlu coğrafi koordinatlar: elipsoidal enlem (φ), elipsoidal boylam (λ), ve elipsoidal yükseklikler (h), sistemin referans elipsoidi WGS84'e dayalı olarak elde edilirler. Ancak çoğu mühendislik çalışmasında elipsoidal yükseklikler yerine, geoite göre tanımlanan ortometrik yüksekliklere (H), gereksinim duyulur. Bu nedenle, GPS tekniği ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere en optimal biçimde dönüştürülmesi, uygulamada üstesinden gelinmesi gereken bir problemdir (Erol ve Çelik, 2005).

Geoit belirleme yöntemlerini sınıflandırabilmek için, öncelikle gravite alanının global spektral davranışının tanımlanması gerekir. Bu amaçla Tscherning ve Rapp (1974) tarafından önerilen "anomali dereceli varyans modeli" kullanılabilir. Modele göre, global gravite alanının küresel harmonik açılımı ile elde edilecek gravite anomalileri ve geoit yüksekliklerinin karesel ortalama hataları hesaplanmaktadır.

Global gravite alanının spektral davranışı, yani küresel harmonik açılım dereceleri (uzun, orta, kısa ve ultra kısa dalga) ile bu derecelere karşılık gelen gravite anomalilerinin ve geoit yüksekliklerinin karesel ortalama hataları arasındaki bağıntılar, geoit belirlemeden beklenen doğruluklar ile bu doğruluklara ulaşabilmek için gereken verilerin sıklığı ve doğruluğu arasında doğrudan bir ilişki kurulabilir (Yılmaz, 2005).

Geoit belirleme yöntemleri, eldeki mevcut verilere ve kullanılan modellere göre sınıflandırılabilir. Geoit belirleme yöntemleri, kullanılan veriler ve modeller dikkate alınarak aşağıda sınıflandırılmıştır; (Sjöberg, 1994).

- 1- Astro-jeodezik yöntemle Geoit belirleme
- 2- Gravite değerlerine göre Geoit belirleme
 - a- Stokes fonksiyonu ile
 - b- Hızlı fourier transformasyonu ile
 - i- Bir boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (1d-fft)
 - ii- İki boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (2d-fft)
- 3- Sayısal yoğunluk yöntemine göre Geoit belirleme
- 4- Jeopotansiyel yaklaşımı ile Geoit belirleme
- 5- Kombine yöntemle Geoit belirleme (remove - restore)
- 6- GPS/nivelman Yöntemine göre Geoit belirleme
 - a- Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon
 - b- Polinomlarla enterpolasyon
 - c- Multikvadrik enterpolasyon
 - d- Üçgenler ağında lineer enterpolasyon
 - e- Sibson enterpolasyonu
 - f- Non - Sibson enterpolasyonu
 - g- Geoistatistik enterpolasyon yöntemleri ile Geoit belirleme
 - h- Kolakasyonla modelleme ile Geoit belirleme

i- Sonlu elemanlar yardımı ile Geoit belirleme

j- Bulanık mantık ile Geoit belirleme

Fiziksel yeryüzü gibi düzgün olmayan yüzeylerin matematiksel olarak ifadesinde zorluklar vardır. Geoidin tam olarak ifade edilebilmesi için yüzeydeki tüm noktaların tanımlı olması gerekir ki bu da pratik olarak mümkün değildir. Uygulamada, yüzeyler örnekleme dayanak noktaları yardımıyla modellenir. Özellikle GPS uygulamalarının artması konumsal bilginin modellenmesini ve ara değer enterpolasyonunu gerekli kılmıştır.

Enterpolasyon yöntemi sayısal modelin doğruluğunu etkileyen önemli bir etkidir. Bu çalışmanın konusu GPS/Nivelman yöntemine göre geoit belirleme ile sınırlı olduğu için gravite verilerini gerektiren diğer yöntemlere değinilmeyecek, sadece GPS/Nivelman yöntemine göre geoit belirleme yöntemleri anlatılacaktır.

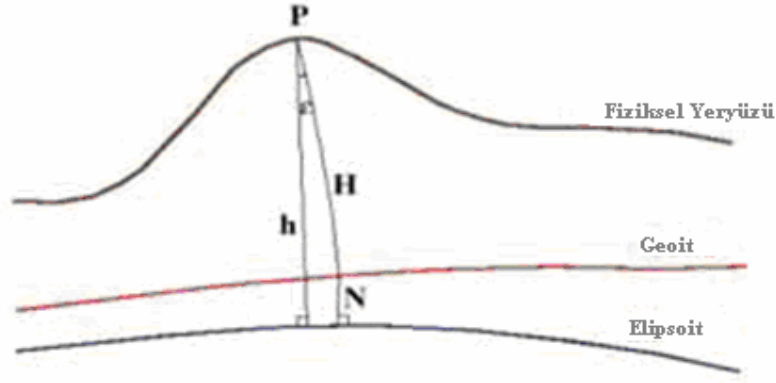
2.3 Ortometrik ve Elipsoidal Yükseklikler

Düşey kontrol ağları, gravite ile ilişkili yükseklik ağları ya da modern uydu teknikleri yardımıyla belli bir başlangıç yüzeyine göre yeryüzündeki nokta yüksekliklerinin belirlenmesine olanak sağlar (Üstün ve Demirel, 2003). Ulusal ya da bölgesel bir yükseklik sistemi oluşturulurken, pratik açıdan üç temel ilke gözetilir:

- İdeal anlamda geoide karşılık gelmesi ve doğada erişebilir olması nedeniyle başlangıç yüzeyi (düşey datum) olarak ortalama deniz düzeyinin seçilmesi,
- Nokta yüksekliklerinin tek anlamlı daha kesin bir ifadeyle, bir nokta için farklı yollardan gidilerek hesaplanan yükseklik değerlerinin aynı olması,
- Pratiğe elverişli olması açısından yeryuvarının gravite alanı ile ilişkili bir yükseklik türünün seçilmesi.

Doğada elde edilebilen çekül doğrultusu yükseklik tanımı için oldukça uygundur. Başlangıç yüzeyi ile yeryüzü noktası arasında kalan çekül eğrisinin uzunluğu geometrik gereksinimleri karşılayacak niteliktedir (Üstün ve Demirel, 2003).

Jeodezide elipsoidal ve ortometrik yükseklikler yaygın olarak kullanılan iki yüksekliktir. Bir yükseklik sisteminden diğerine geçiş iki yükseklik arasındaki fark olan geoit yüksekliği değerinin presizyonlu bir şekilde belirlenmesi ile mümkündür.



Şekil 2.1 : Geoit, ortometrik ve elipsoidal yüksekliklerin geometrik ilişkisi

Şekil 2.1' de P noktasının, GPS ölçülerinden elde edilen elipsoidal yüksekliği (h), geoitten itibaren yüksekliği ise ortometrik yüksekliktir (H). GPS ile belirlenen elipsoidal yükseklik ile nivelmanla belirlenen ortometrik yükseklik arasında

$$H = h - N \quad (2.4)$$

bağıntısı vardır, eşitlikte GPS ölçüleri sonucunda noktaların ortometrik yüksekliklerini belirleyebilmek için N geoit yüksekliğinin bilinmesi gerekir. Noktaların hem elipsoidal hem de nivelman yükseklikleri biliniyorsa buradan

$$N = h - H \quad (2.5)$$

formülü ile geoit yükseklikleri bulunur. Bir bölgede çalışma alanına dağılmış yeterli yoğunlukta ve sayıda noktada geoit yükseklikleri bilinirse bölge için geoit belirlenebilir.

Nivelman tekniği ile elde edilen nokta yükseklikleri, çok kabaca “ortalama deniz seviyesi” olarak adlandırılabilen bir referans yüzeyinden itibaren noktaya kadar çekül doğrusu boyunca olan mesafe olarak tanımlanabilir. Tekniğin uygulanması ile iki yeryüzü noktasında gerçekleştirilen mira okumaları arasındaki farktan bu iki nokta arasındaki yükseklik farkı elde edilir ve bu farklar ile gravite ölçülerine dayalı düzeltmeler kullanılarak nokta ortometrik yükseklikleri hesaplanır. Ortometrik yükseklikler topografik gradienti ve lokal gravite değişimlerini de yansıtır.

Geoit, ortometrik yüksekliklerin datumu, ortalama durgun okyanus yüzeyine yakınsayan bir yüzeydir. Bu yüzeyden itibaren olan ortometrik yükseklikler ile referans elipsoit yüzeyinden itibaren tanımlanan elipsoidal yükseklikler arasındaki ilişki eşitlik (2.4) ile ifade edilir ve **Şekil 2.1'** de gösterildiği gibidir. Çalışmaların

birçoğunda düşeyden sapma, ε , çok küçük bir değer olması nedeniyle ihmal edilir (Erol ve Çelik, 2005).

Elipsoidal yükseklikler tamamıyla geometrik büyüklükler iken ortometrik yükseklikler yer gravite alanına bağlı fiziksel büyüklüklerdir. Her ülke kendi yükseklik sistemine ve referans elipsoidine sahiptir ancak yine de ortometrik yükseklikler ile GPS yükseklikleri arasındaki ilişki eşitlik (2.4) ile ifade edilen temel bağıntıya uyar. Türkiye'nin de bölgesel yükseklik datumu Antalya'da kurulmuş mareograf istasyonundan çıkış almıştır ve ülke düşey kontrol ağı ile ifade edilir. Günümüzde uygulamalarda kullanılan nokta yükseklik türleri genellikle Helmert Ortometrik Yükseklikleridir (Erol ve Çelik, 2005).

GPS ile elde edilen elipsoidal yüksekliğin jeodezi ve mühendislik uygulamalarında kullanılabilmesi için bölgenin yükseklik datumunda tanımlanmış ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. Ortometrik yüksekliklerin elde edildiği nivelman ölçmeleri sağladığı yüksek doğruluğun yanı sıra zaman ve iş gücü gerektiren oldukça zahmetli bir ölçme tekniği olması nedeniyle, elipsoidal yüksekliklerden (h) ortometrik yüksekliklerin (H) elde edilmesini sağlayacak presizyonlu geoit modellerinin hesaplanması ve kullanılması günümüzde pratik jeodezik uygulamalar açısından daha önemli hale gelmiştir. GPS ölçülerinden elde edilen elipsoidal yüksekliklerden geoit yükseklikleri çıkarılarak ortometrik yüksekliklerin hesaplanması gerekmektedir. Böylece Geoidi belli olan ülkeler ve bölgelerde GPS ölçüleri nivelman yükünü de ortadan kaldırmaktadır.

Sadece gravimetrik yöntem uygulanarak belirlenen geoit modellerinin mutlak doğrulukları yukarıda sözü edilen amaçlar için yeterli olmamaktadır. Günümüzde uygulamaların geneline bakıldığında gereksinimi karşılayacak yüksek doğrulukta geoit modellerinin elde edilmesinde farklı veri gruplarının katkı verdiği hesap tekniklerinin uygulandığı böylelikle daha doğru geoit modellerinin hesaplandığı görülmektedir. Özellikle GPS tekniğinin uygulamalara yönelik pratik bir çözüm olarak gündeme getirdiği, jeodezik nivelman ihtiyacını karşılayabilecek bir Geoit modelinin ± 5 cm lik bir mutlak doğruluğa sahip olması gerekmektedir (Anonim, 2005).

Ülkemizde GPS ile bulunan elipsoit yüksekliğinden Helmert ortometrik yüksekliklere dönüşüm için Türkiye Geoiti (TG99A) veya yerel GPS nivelman

geoidi kullanılarak GPS nivelmanı uygulanır. TG99A'nın proje alanında kontrolü iyileştirilmesi için 200 km^2 'ye kadar en az dört nokta ve buna ek olarak her 200 km^2 ye bir nokta olacak şekilde uygun dağılmış noktalar belirlenir. Yerel GPS nivelman geoidinin oluşturulması ve kullanılmasında ise en az nokta yoğunluğu; 20 km^2 'ye kadar 6 nokta ve bundan sonraki her 15 km^2 'ye 1 nokta olmalıdır. İstatistik güven düzeyi $1-\alpha=0.95$ alınmalı, uyuşum doğruluğu (σ) $\pm 5 \text{ cm}$ 'den daha iyi olmalıdır (Anonim, 2005).

2.4 Ülkemizde Gerçekleştirilen Geoit Belirleme Çalışmaları

2.4.1 Ülkemizde 1991 yılından önce yapılan geoit belirleme çalışmaları

Ülkemizde Geoit belirleme ile ilgili olarak yapılan ilk çalışmalar 1976 yılında başlamış olup halen devam etmektedir. (Ayan, 1976, 1978) ve (Gürkan, 1977) tarafından yapılan ilk çalışmalarda ülke I. Derece nirengi ağının Laplace noktalarında hesaplanan (106 nokta) ED50 datumundaki astro-jeodezik çekül sapmalarından yararlanılarak astro-jeodezik Geoiti (TG-76) belirlenmiştir (Ayan, 1976, 1978). Daha sonra özellikle uydu teknolojilerinin gelişmesiyle Güney Batı Anadolu Doppler Geoiti hesaplanmıştır (Ayhan ve diğ., 1987).

2.4.2 Türkiye Geoidi – 1991 (TG-1991)

1991 yılında gravite, topografya ve global jeopotansiyel model kullanılarak En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) yöntemi ile tüm Türkiye için hesaplanan gravimetrik geoit (TG-91); Türkiye' de ilk kez çok sık heterojen veri kullanılarak hesaplanan ve topografya ile gravitenin kısa ve çok kısa dalga boylu etkilerini de içeren bir geoit modeli olması nedeniyle önemlidir (Ayhan, 1992, 1993).

TG-91; yer potansiyel modeli (GPM2-T1), topoğrafik yükseklikler ve nokta gravite ölçülerinin remove-restore tekniği kullanılarak EKKK yöntemiyle değerlendirilmesi ile GRS-80 elipsoidine göre belirlenmiştir (Ayhan, 1992, 1993).

TG-91 ile yapılan uygulamalarda bu geoidin GPS/Nivelman geoit yüksekliklerine göre kayık ve eğimli olduğu, yerel farklılıklar gösterdiği belirlenmiştir (Yıldırım, 2000).

2.4.3 GPS/Nivelman geoidi

TG91 kullanılarak elde edilen ortometrik yüksekliklerle, Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA)’na dayalı olarak geometrik nivelman ölçümü ile hesaplanan ortometrik yükseklikler birbiri ile uyumlu değildir. Aralarında birkaç metreye varan farklar bulunmaktadır. Bu nedenle GPS elipsoit yüksekliği ve TG91 geoit yüksekliğinden elde edilen ortometrik yüksekliklerin ulusal yükseklik sistemi (TUDKA) ile uyumlu olması için aralarındaki farklar modellendirilmelidir. Bu maksatla GPS/Nivelman geoit yükseklikleri belirlenmiştir.

GPS/nivelman geoit yüksekliklerini belirlemek için; Türkiye içinde uygun dağılımda, geoidin hızlı değiştiği bölgelerde daha sık olmak üzere, 197 TUTGA-99 (Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı -1999) noktası seçilmiş ve geometrik nivelman ölçüleriyle Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı-1999 (TUDKA-99)’na bağlanmıştır. Böylece söz konusu 197 noktanın TUTGA-99 koordinat sisteminde elipsoit yükseklikleri ile TUDKA-99 datumunda ortometrik yükseklikleri belirlenmiş ve Türkiye GPS/Nivelman geoiti belirlenmiştir (Kılıçoğlu ve Fırat, 2003).

2.4.4 Düzenlenmiş Türkiye Geodi – 1999A (TG-99A)

TG-91 ile GPS/Nivelman Geoidinin birleştirilmesi, GPS/Nivelman geoit yüksekliği bilinen noktalarda, TG-91 geoit yükseklikleri ile GPS/Nivelman geoit yükseklikleri arasındaki farkların hesaplanarak bu farkların modellendirilmesi ve herhangi bir noktada farkların enterpolasyonu esasına dayanmaktadır.

Ülkemizde farklı yöntemler ile geoit belirleme çalışmaları yapılmış olup, bunlardan sonuncusu “Güncellenmiş Türkiye Geoidi (TG-99A)”dır. TG-99A, TUTGA-99A (Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı -1999) ve TUDKA-99 (Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı-1999) ile uyumlu bir geoittir.

Ülkemizde, GPS ölçüleri ile belirlenen elipsoid yüksekliklerin TUDKA datumundaki ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi amacıyla, Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği’nde farklı yöntemler önerilmekte olup, geometrik nivelman ölçmesini gerektirmemesi nedeniyle en pratik ve en ekonomik olan yöntem “TG-99A’nın doğrudan kullanılması” yöntemidir (Gürdal ve Seylan, 2005). TG-99A’nın duyarlılık ve doğruluğuna yönelik olarak Ayhan ve diğ. (2002) ve Kılıçoğlu (2004) tarafından ülke geneli için 122 GPS/Nivelman noktası kullanılarak çalışmalar

yapılmış; ayrıca Kılıçoğlu ve Fırat (2003) tarafından da bölgesel olarak araştırmalar yapılmıştır. TG-99A ile sağlanan geoit bilgisinin harita çalışmalarından beklenen doğruluğu karşılaması gerektiği değerlendirilmekte ve GPS yöntemi ile hesaplanan elipsoid yüksekliklerinin ortometrik yüksekliğe dönüşümü için kullanılabileceği önerilmektedir.

Ülkemizde bölgesel geoit modeli olarak TG99A kullanılmaktadır. Son olarak Türkiye geoidinin yeni versiyonu olarak TG03 hesaplanmış ve kullanıma sunulmuştur, ancak bu modelin kullanıldığı ve uygulamada test edildiği proje sayısı çok fazla olmadığından ve ilgili yönetmelik maddelerinde bölgesel geoit modeli olarak TG99A modeli referans gösterilmektedir (Erol ve Çelik, 2005).

3. GPS NİVELMAN YÖNTEMİNE GÖRE GEOİT YÜKSEKLİKLERİNİN HESAPLANMASI

Klasik anlamda ortometrik yükseklikler nivelman ölçülerine getirilen gravimetrik düzeltmeler ile hesaplanır. Geometrik nivelman ve trigonometrik nivelmanın yoğun zaman ve işgücü gerektiren yükseklik belirleme yöntemleri olması nedeniyle günümüzde birçok uygulamada ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde en uygun çözüm olarak değerlendirilemezler. GPS ölçmelerine konu olan çalışma alanında gereken doğruluğu sağlayacak bir geoit modelinin varlığı, $N = h - H$ temel bağıntısı ile ifade edildiği gibi, GPS yüksekliklerinden (elipsoidal yükseklik) ortometrik yüksekliklerin hesaplanmasına olanak sağlar (GPS/Geoit Nivelmanı). Geoit yüzeyi ile GPS referans elipsoidi arasındaki fark Geoit yüksekliği (N) ile ifade edilir (Erol ve Çelik, 2005).

Günümüzde GPS nivelmanı kullanımı oldukça yaygınlaşmıştır. BÖHNBÜY' nde de yüksekliklerin GPS nivelmanı yardımıyla belirlenmesi konusundaki esaslar belirtilmektedir. Bu nedenle GPS ile duyarlı yükseklik belirleme konusu son zamanların en önemli araştırma alanlarından birini oluşturmaktadır. Bu yöneme göre belirlenmiş geoit yükseklikleri değişik hesap yöntemleri için veri olarak kullanılabilir (Hastaoğlu ve Şanlı, 2005).

GPS nivelmanını veri olarak kullanan yöntemlerden enterpolasyon yöntemleri yardımıyla, bilinen değerlerden yararlanarak bilinmeyen değerlerin belirlenmesi sağlanır. Böylece, ölçme noktalarındaki ölçme büyüklükleri yardımıyla ölçme yapılmamış noktalardaki olası ölçme büyüklüklerinin kestirilebilmektedir.

(x_i, y_i) düzlem dik koordinatları bilinen dayanak noktalarındaki bilinen $z_i(N_i)$ fonksiyonel bağımlılık değeri yardımıyla, sadece (x_0, y_0) düzlem dik koordinatları bilinen enterpolasyon noktalarındaki $z_0(N_0)$ fonksiyonel bağımlılık değeri enterpole edilmektedir. Uygulanan enterpolasyon aslında bir yüzey uydurma problemidir (Yanalak ve Baykal, 2001). Dayanak noktalarını gereğince temsil eden bir yüzeyin belirlenmesi, enterpolasyon büyüklüklerinin hesaplanabilmesi anlamına gelir.

Konum koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasındaki kestirim değeri, yüzeyin o noktadaki yükseklik değerine eşit olur ($N = z$). N değerleri birbirine paralel ve z olarak kabul edilirse yeni bir koordinat sistemi tanımlanmış olur (Yanalak, 1997). Yüzeyin belirlenmesinde kullanılacak yaklaşımlara bağlı olarak değişik enterpolasyon yöntemleri türetilmiştir (Yanalak ve Baykal, 2001).

3.1 Ağırlıklı Aritmetik Ortalama ile Enterpolasyon

Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon yönteminde, enterpolasyon noktasının yüksekliği çevresinde bulunan dayanak noktalarının yüksekliklerinden ağırlıklı ortalama ile hesaplanır. Bir dayanak noktasının yüksekliğinin ağırlığı o noktanın enterpolasyon noktasına olan uzaklığının bir fonksiyonudur. Bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = \sum_{i=1}^m p_i * z_i / \sum_{i=1}^m p_i \quad (3.1)$$

eşitliği ile bulunur.

Ağırlık fonksiyonu olarak (x_i, y_i) herhangi bir dayanak noktasının (x_0, y_0) yüksekliği belirlenecek enterpolasyon noktasının düzlem koordinatları olduğuna göre,

$$P_i = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^k = (s_i^2)^k, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, 3 \quad (3.2)$$

eşitliği kullanılabileceği gibi,

$$p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 3, 4, 5 \quad (3.3)$$

Şeklindeki Gauss fonksiyonu da kullanılabilir (Güler, 1978, 1985).

Bu yöntemde k değeri büyüdükçe yeni noktadaki geoit ondülasyonu, komşu noktaların geoit ondülasyonundan daha fazla etkilenir, yani ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon, en yakın komşuluklu enterpolasyon problemine dönüşür.

Küçük bir kuvvet için ağırlıklar, dayanak noktaları arasında daha düzgün bir şekilde dağılır, daha büyük kuvvet için yakın dayanak noktaları ortalama ağırlığın daha büyük bir kesri olarak verilir (Soycan, 2002). Aşağıdaki ağırlık değerleri ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon problemi çözümünde kullanılabilir (Yanalak ve İnce, 1997).

$$p_i = 1/s_i \quad (3.4)$$

$$p_i = 1/s_i^2 \quad (3.5)$$

$$p_i = e^{(-s_i^2/k^2)} \quad k = 3 \quad (3.6)$$

$$p_i = e^{(-s_i^2/k^2)} \quad k = 4 \quad (3.7)$$

3.2 Polinomlarla Enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyon, yüzey modellemede en yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntemin ana fikri çalışılan bölgenin tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Dayanak noktalarının x, y, z koordinatlarından yararlanılarak fonksiyon katsayıları belirlenir. Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla tanımlanır.

$$z = (x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (3.8)$$

Burada,

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayılarını

n : Yüzeyin derecesi

i, j : (x, y) koordinatlarının üssü olan pozitif tamsayıları göstermektedir (Erkanlı, 1986).

(3.8) formülünde $n = 2$ alındığında k sırasıyla 0, 1 ve 2 değerlerini alır. k değerine karşılık i, j çiftinin alabileceği değerler,

$$k = 0 \Rightarrow (i = 0, j = 0)$$

$$k = 1 \Rightarrow (i = 0, j = 1)(i = 1, j = 0)$$

$k = 2 \Rightarrow (i = 2, j = 0)(i = 1, j = 1)(i = 0, j = 2)$ ve 2. derece polinomun açık matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \quad (3.9)$$

olur.

Görüldüğü gibi 2. derece polinomun belirlenmesi için 6 katsayının hesaplanması gerekmektedir. (x, y, z) koordinatları bilinen 6 dayanak noktası ile bu problem çözülebilir. Diğer bir deyişle 6 dayanak noktalı bir yüzey 2. derece bir yüzeyle tam olarak ifade edilebilir. Oluşturulacak yüzey dayanak noktalarından geçecektir. 6'dan fazla dayanak noktası olması durumunda, çözüm için yeterli sayıdan fazla denklem oluşacağı için katsayılar, En Küçük Kareler yöntemine göre dengelemeyle bulunur. Bu durumda yüzey dayanak noktalarından geçmez.

m, dayanak noktası sayısını göstermek üzere, 2. derece polinomun düzeltme denklemleri $L = 1, 2, \dots, m$ için

$$\Delta z_L = a_{00} + a_{01}y_L + a_{10}x_L + a_{20}x_L^2 + a_{11}x_Ly_L + a_{02}y_L^2 - z_L \quad (3.10)$$

olur.

$$\sum_{L=1}^m \Delta z_L^2 = \min \quad (3.11)$$

koşulundan yararlanarak dengelenmiş yüzeyin katsayıları belirlenir, n. derece bir polinom kullanılması durumunda polinomdaki katsayıların (bilinmeyenlerin) sayısı artar. Yapılacak işlem sırasında bir değişiklik olmaz. Oluşturulacak düzeltme denklemleri genel olarak,

$$\Delta z_L = z(x_L, y_L) - z_L \quad L = 1, 2, \dots, m \quad (3.12)$$

şeklindedir. (3.11) koşulundan yola çıkarak kurulan normal denklem takımının çözümü, bilinmeyenleri (katsayıları) verir. Yüksekliği istenen bir noktanın (x_0, y_0) koordinatları polinomda yerine konulduğunda o noktanın z_0 yüksekliği bulunabillir.

Yüzeyin derecesi arttıkça gereksinim duyulan dayanak nokta sayısı da artmaktadır. Bu da dayanak noktalarının yeterli sayıda olmaması durumunda büyük hatalara neden olur. Polinom derecesi arttıkça elde edilecek doğruluğun da artacağı anlamına gelmez. Derecenin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar oluşur. Yüzeyde oluşan ani iniip çıkımlar gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine neden olur (İnal ve diğ. , 2002).

3.3 Multikvadrik Enterpolasyon

İlk olarak Hardy tarafından dağınık ölçülmüş topoğrafik yüzeylerin temsilinde kullanılmıştır. Multiquadratik yöntemde amaç çalışma alanını tek bir fonksiyonla

tanımlanmasıdır. Analitik bir çözümleme tekniğidir. Tekniğin uygulanabilmesi için öncelikle bir trend yüzeyin kontrol noktaları kullanılarak geçirilmesi gerekir (Yılmaz, 2005). Trend yüzeyi olarak birinci ya da ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Leberl, 1973). Bugüne kadar çeşitli jeodezik problemlerin çözümünde kullanılan yöntem, Hardy (1971) tarafından önerilmiştir (İnal, 1996). Bu yöntemde tüm arazi için tek bir analitik enterpolasyon denklemi kullanılır (Hardy, 1971).

Trend yüzeyi olarak n. dereceden bir polinom alınması durumunda, bölüm 3.2' de açıklandığı şekilde $z(x_j, y_j)$ polinomunun katsayıları ve dayanak noktalarındaki Δz_j ; artık yükseklik değerleri hesaplanır (polinom katsayılarının sayısı dayanak noktalarının sayısından az olmalıdır).

$$\Delta z_j = z_j - z(x_j, y_j) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.13)$$

$$\sum_{j=1}^m C_j [Q(x_j, y_j, x, y)] = \Delta z \quad (3.14)$$

genel ifadesi ile verilen multikuadrik yüzey, m sayıda aynı türden Q yüzeyinin toplamından oluşur. C_j , katsayıları her bir Q yüzeyinin eğimini ve işaretini belirler ve Δz , artık yükseklik değerleri yardımıyla hesaplanır. Literatürde, her bir Q yüzeyinin simetri eksenini bir dayanak noktasından geçecek şekilde aşağıdaki multikuadrik yüzeyler önerilmiştir (Hardy 1971):

- İki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı (k, sabit bir katsayıdır),

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k]^{1/2} = \Delta z \quad (3.15)$$

- Dairesel paraboloid serilerinin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + k] = \Delta z \quad (3.16)$$

- Dairesel dik konilerin toplamı,

$$\sum_{j=1}^m C_j [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2]^{1/2} = \Delta z \quad (3.17)$$

C_j katsayılarının belirlenmesinde, dayanak noktalarının bilinen $(x_j, y_j, \Delta z_j)$ değerlerinden yararlanılır. Multikvadrik yüzey olarak dairesel dik konilerin seçildiği kabulü ve herhangi iki dayanak noktası için,

$$\left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]^{1/2} = a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.18)$$

kısaltması ile (3.17) eşitliği,

$$\sum_{j=1}^m C_j a_{ij} = \Delta z_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.19)$$

şeklini alır.

(3.19) bağıntısından,

$$\begin{aligned} C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + C_3 a_{13} + \dots + C_m a_{1m} &= \Delta z_1 \\ C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + C_3 a_{23} + \dots + C_m a_{2m} &= \Delta z_2 \\ C_1 a_{31} + C_2 a_{32} + C_3 a_{33} + \dots + C_m a_{3m} &= \Delta z_3 \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + C_3 a_{m3} + \dots + C_m a_{mm} = \Delta z_m$$

denklem sistemi elde edilir. Bilinmeyen C_j , katsayıları,

$$A \cdot c = \Delta z \quad (3.21)$$

şeklinde belirlenir. A matrisinin simetrik ve köşegen elemanlarının 0 olduğu göz önüne alınırsa işlemler daha kolaylaşacaktır. C_j katsayılarının belirlenmesi ile multikvadrik yüzey oluşmuş demektir. (x_0, y_0) koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının yüksekliği,

$$z_0 = z(x_0, y_0) + \Delta z_0 = z(x_0, y_0) + \sum_{j=1}^m C_j \left[(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 \right]^{1/2} \quad (3.22)$$

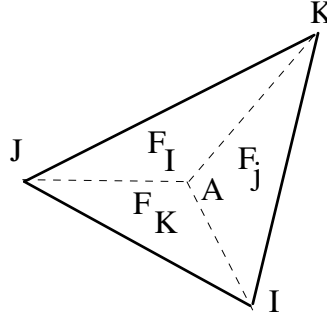
eşitliği ile hesaplanır. Dayanak nokta sayısı arttıkça yöntemin hesap yükü artar. Bu yük özellikle C_j katsayıları belirlenirken alınacak invers işleminden kaynaklanmaktadır. Yöntem hakkında temel kaynak olarak Hardy (1971, 1972, 1975 ve 1990) verilebilir.

3.4 Üçgenler Ağında Lineer Enterpolasyon

Üçgenler ağında yaygın olarak kullanılan enterpolasyon yöntemi, lineer enterpolasyondur. Her bir üçgen eğik düzlem olarak kabul edilir (Watson ve Philip, 1984). Yüksekliği enterpole edilecek noktalar, içine düştüğü üçgenlerde lineer enterpolasyon uygulanarak tanımlanır. Bir eğik düzlemin,

$$z = a_{00} + a_{10} x + a_{01} y \quad (3.23)$$

şeklinde ifade edildiği düşünülürse, her bir üçgen için a_{00}, a_{10} ve a_{01} katsayıları üçgene ait 3 köşe noktası için yazılacak 3 denklemlle belirlenir. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın x_0, y_0 koordinatları (3.23)'da yerine konulduğunda z_0 değeri elde edilir. Üçgen elemanlarda yapılan lineer enterpolasyon, aslında ağırlıklı ortalamadan farklı bir işlem değildir. Üçgenin 3 köşe noktasına ait z değerlerinin ağırlıklı ortalaması alınmaktadır. Herhangi bir köşe noktasına ait z değerinin ağırlığı ise enterpolasyon noktasının o köşeye göre lokal barisentrik koordinatıdır. Barisentrik koordinatlar Şekil 3.1' de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Üçgende lokal barisentrik koordinatlar

Şekil 3.1' de I, J, K noktaları üçgenin 3 köşe noktasını göstermektedir. A enterpolasyon noktasının 3 köşeye göre 3 ayrı lokal barisentrik koordinatı vardır. Bu 3 koordinatın toplamı 1'dir. A noktasının köşe noktalarına birleştirilmesiyle elde edilen 3 alt üçgenin alanlarının IJK üçgeninin alanına bölünmesiyle lokal barisentrik koordinatlar elde edilir. Alt üçgenlerin alanları F_I, F_J, F_K ile, toplam alan F ile gösterilirse, A noktasının lokal barisentrik koordinatları,

$$P_I = F_I / F, \quad P_J = F_J / F, \quad P_K = F_K / F \quad (3.24)$$

olur. Lokal barisentrik koordinatlar noktaların kartezyen dik koordinatları ile ifade edilirse,

$$\begin{aligned}
P_I &= ((x_J - x_A)(y_K - y_A) - (x_K - x_A)(y_J - y_A)) / B \\
P_J &= ((x_K - x_A)(y_I - y_A) - (x_I - x_A)(y_K - y_A)) / B \\
P_K &= ((x_I - x_A)(y_J - y_A) - (x_J - x_A)(y_I - y_A)) / B \\
B &= (x_J - x_I)(y_K - y_I) - (x_K - x_I)(y_J - y_I)
\end{aligned} \tag{3.25}$$

yazılabilir. Enterpolasyon noktasının z_0 değeri,

$$z_0 = P_I z_I + P_J z_J + P_K z_K \tag{3.26}$$

şeklinde belirlenir.

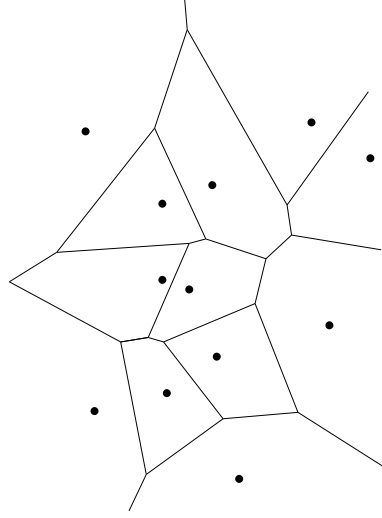
3.5 Non Sibson Enterpolasyonu

Non Sibson enterpolasyon yönteminin daha kolay anlaşılabilmesi için Sibson enterpolasyon yöntemine değinilmesi gerekmektedir. Bu nedenle bu bölümde öncelikle Sibson enterpolasyon yöntemine yer verilmiş, yöntem Voronoi Diyagramı ve Delaunay Üçgenlemesi ile birlikte açıklanmıştır.

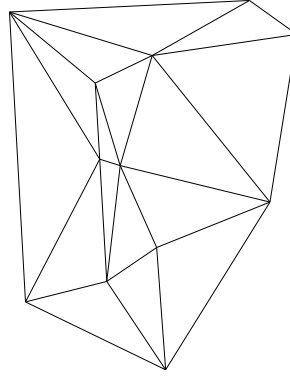
3.5.1 Voronoi diyagramı ve Delaunay üçgenlemesi

Delaunay üçgenlemesi hesaplamalı geometride oldukça önemli bir yer tutmaktadır. Bu üçgenlemenin önemini anlayabilmek için geometrik olarak eşleniği sayılabilecek Voronoi diyagramının tanımlanması gerekir. Voronoi diyagramı literatürde Dirichlet, Thiessen veya Wigner-Seitz diyagramı olarak da anılmaktadır (Sukumar ve diğ. , 2001), (Watson ve Philip, 1984). Düzlemde yer alan sonlu nokta kümesine ait herhangi bir noktaya, kümedeki diğer noktalardan daha yakın konumda bulunan düzlem noktalarının geometrik yerine o noktanın Voronoi Çokgeni (poligonu) denilmektedir. Kümedeki tüm noktaların Voronoi çokgenlerinin birleşimi, o kümenin Voronoi diyagramını oluşturur.

Şekil 3.2'de bir veri kümesi ve ona ait Voronoi diyagramı görülmektedir. Bu diyagram en yakın nokta problemleri için kullanılan kesin bir yapıdır. Bir noktanın Voronoi çokgeni herhangi bir noktayı, kendisine en yakın konumdaki komşu noktalardan ayırmaktadır. Çokgenin kenarları, nokta ile komşu noktaları birleştiren doğru parçalarının kenar orta dikmelerinden oluşmakta, her nokta kendisine ait komşu noktalar ile birleştirildiğinde Delaunay üçgenlemesi elde edilmektedir. **Şekil 3.3'**de Voronoi diyagramı verilmiş olan kümenin Delaunay üçgenleri görülmektedir.



Şekil 3.2: Voronoi Diyagramı



Şekil 3.3: Delaunay Üçgenlemesi

Delaunay üçgenlemesine ait bazı önemli özellikler şunlardır:

- Tek anlamlıdır. Başlangıç noktasından bağımsızdır.
- Oluşan üçgenler en olası eşkenar üçgenlerdir (eşaçılık özelliği). Çok dar açılı üçgenlerin oluşumu, dolayısıyla, birbirlerine uzak olan ve direkt ilişkisi bulunmayan noktalar arasında doğrusal bir ilişki kurulması engellenmektedir.
- Üçgenlerin çevrel çemberi içerisinde bir başka nokta yer almamaktadır(çevrel çember özelliği).
- Veri kümesinin dışbükey çerçevesi üçgenlemede yer almaktadır. Bir nokta kümesinin dışbükey çerçevesi o kümeyi içine alan en küçük çokgendir.

e. Dayanak noktaları kümesinde birbirine en yakın konumda bulunan nokta çiftinin oluşturduğu doğru parçası üçgenlemede yer almaktadır.

f. Her bir noktayı kendisine en yakın nokta ile birleştiren doğru parçası bir üçgen kenarını oluşturmaktadır (Worboys, 2000), (Yanalak, 1997).

Delaunay Üçgenlemesi bilinen birçok CAD programında kullanılan bir üçgenleme yöntemidir. Sayısal arazi modellemesinde yaygın olarak kullanılması nedeniyle mesleki programlarda da kullanılan üçgenleme yöntemidir.

3.5.2 Sibson enterpolasyonu

Sibson enterpolasyonu, voronoi diyagramı, doğal komşu ve doğal komşu koordinatları kavramları ile daha kolay açıklanabilmektedir. Komşu voronoi çokgenine ait iki nokta birbirinin doğal komşusu olarak adlandırılmaktadır. Örneğin **Şekil 3.4'** te görülen bir nolu noktanın doğal komşuları 6, 7, 2, 3, 4 numaralı noktalardır. Delaunay üçgenleme ve voronoi diyagramları, düzensiz dağılmış noktalardan doğal komşu enterpolasyonu ile düzgün geometrik yüzeyler elde etmek için kullanılır (Yanalak, 2004). Doğal komşu koordinatları Sibson enterpolasyonunda enterpolasyon fonksiyonu olarak kullanılır.

$\mathcal{R}^2$, Euclidean uzayında $\mathbf{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ noktalar kümesi olsun. $\mathbf{N}$ kümesinin voronoi diyagramı yüzeyin T_I şeklinde kapalı alt bölümlere ayrılmış halidir. Burada her bir T_I bölmesi bir n_I noktası ile ilişkilidir ve bu T_I içindeki herhangi bir başka nokta n_I ye diğer noktalardan daha yakındır. T_I bölgeleri n_I noktalarının voronoi çokgenleridir. 7 noktadan oluşan $\mathbf{N}$ kümesi için voronoi diyagramı ve x noktasının doğal komşu noktalarının düzlem üzerinde konumu görülmektedir (**Şekil 3.4**).

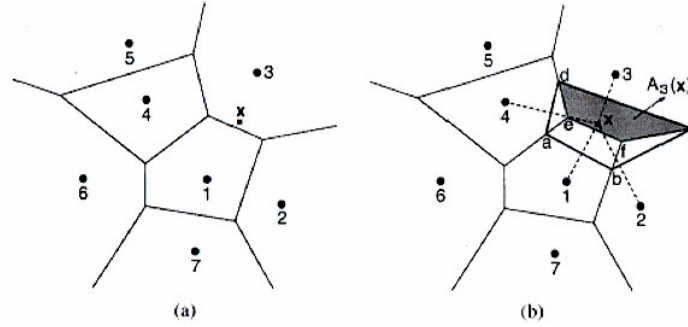
Şekil 3.4'de $A(x)$: T_x voronoi hücresi içerisinde bir alan olsun, x noktasının doğal komşu koordinatı I doğal komşu noktalarının $A_I(x)$ (I=1-4) alanlarının x noktasının toplam voronoi hücre alanına bölümüyle elde edilir.

$$\Phi_I(\mathbf{x}) = \frac{A_I(\mathbf{x})}{A(\mathbf{x})} \quad (3.27)$$

I ,1'den n' e ve $A(\mathbf{x}) = \sum_{J=1}^n A_J(\mathbf{x})$ 'dir. **Şekil 3.4 (b)**'de gösterilen ikinci derece hücreler dört bölge (Kapalı poligonlar abfe, bcf, cdef, aed) ve bölgelerin

birleşiminden oluşan (Kapalı abcd) 1. dereceli Voronoi çokgenidir. **Şekil 3.4**'de $\Phi_3(\mathbf{x})$ şekil fonksiyonu:

$$\Phi_3(\mathbf{x}) = \frac{A_3(\mathbf{x})}{A(\mathbf{x})} \quad (3.28)$$



Şekil 3.4: Doğal komşuların gösterimi: **(a)** Orijinal Voronoi diyagramı ve x; **(b)** x noktasının 1.derece ve 2.derece Voronoi çokgenleri

Eğer x noktası herhangi bir nokta ile çakışırsa ($\mathbf{x}=\mathbf{x}_I$), $\Phi_I(\mathbf{x}) = 1$, ve tüm Sibson şekil fonksiyonları sıfırdır (3.29).

$$0 \leq \Phi_I(\mathbf{x}) \leq 1 \quad \text{ve} \quad \sum_{I=1}^n \Phi_I(\mathbf{x}) = 1 \quad (3.29)$$

Sibson Şekil fonksiyonu yerel koordinat özelliklerini denklemleriyle sağlar;

$$\mathbf{x} = \sum_{I=1}^n \Phi_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}_I \quad (3.30)$$

Doğal komşu enterpolasyonu öncelikli olarak veri enterpolasyonunda ve jeofiziksel olayların modellenmesinde kullanılır. z fonksiyonu matematiksel olarak (3.31)'de ki şekliyle ifade edilir.

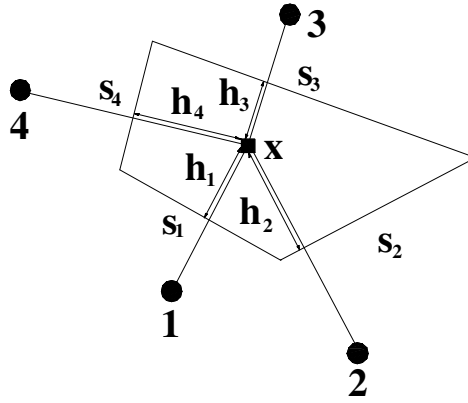
$$z(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^n \Phi_I(\mathbf{x}) \cdot z_I \quad (3.31)$$

$\mathbf{z}_I$ ($I=1,2, n$) doğal komşu noktalarının düğüm değerlerinin vektörleri (yükseklik, mesafe, Geoit yüksekliği, vb.) ve $\Phi_I(\mathbf{x})$ **Şekil 3.5**'te tanımlanan sibson şekil fonksiyonlarıdır.

3.5.3 Non Sibson enterpolasyonu

Şekil 3.4 (b)'de x noktasının (Voronoi diyagramı kavramı düşünülerek), 4 doğal komşu noktaya sahip olduğu görülmektedir. $s_I(\mathbf{x})$, $\mathbb{R}^2$ düzleminde I noktasına ilişkin voronoi çokgeninin kenarının uzunluğudur. $h_I(\mathbf{x})$ ise x noktası ile I noktasına ilişkin voronoi çokgen kenarı arasındaki dik uzaklıktır. **Şekil 3.5.** Non sibson şekil fonksiyonu $\Phi_I(\mathbf{x})$, (3.32) eşitliği ile tanımlanır.

$$\Phi_I = \frac{\alpha_I(\mathbf{x})}{\sum_{J=1}^n \alpha_J(\mathbf{x})}, \quad \alpha_J(\mathbf{x}) = \frac{s_J(\mathbf{x})}{h_J(\mathbf{x})} \quad (3.32)$$



Şekil 3.5: Non-Sibson enterpolasyonu

$\Phi_I(\mathbf{x})$ non sibson enterpolasyon fonksiyonu $\mathbf{x} = (x, y)$ noktası ve keyfi sayıda doğal komşu enterpolasyon noktasıyla (3.33), (3.34), (3.35) denklemleriyle açıklanır. $\mathbf{x}_m = (x_m, y_m)$ ve $\mathbf{x}_n = (x_n, y_n)$ ' in x noktası için iki doğal komşu olması halinde, $n = m + 1$ veya $n = m - 1$ şeklinde yazılabilir. **Şekil 3.5**'deki nokta diziliş yönünden farklı olarak noktaların yönleri saat yönünün pozitif yön olduğu düşünülerek s_m / h_m eşitliği değeri hesaplanır;

$$\alpha_m = s_m / h_m = |r_m - l_m| \quad (3.33)$$

$$r_m = \frac{(x_m - x_{m+1})(x_{m+1} - x) + (y_m - y_{m+1})(y_{m+1} - y)}{(x_m - x)(y_{m+1} - y) - (x_{m+1} - x)(y_m - y)} \quad (3.34)$$

$$l_m = \frac{(x_m - x_{m-1})(x_{m-1} - x) + (y_m - y_{m-1})(y_{m-1} - y)}{(x_m - x)(y_{m-1} - y) - (x_{m-1} - x)(y_m - y)} \quad (3.35)$$

Yukarıdaki eşitlikler bütün komşu noktalar için uygulanıp, non sibson fonksiyonu denklem **(3.31)**'de uygulanarak noktaların (yükseklik, mesafe, geoit yüksekliği, vb.) hesaplanabilir (Yanalak, 2003).

4. UYGULAMA

4.1 Çalışma Alanı

Bu çalışmada, İller Bankası Genel Müdürlüğü ile yapılan protokol çerçevesinde İTÜ tarafından gerçekleştirilen Zonguldak GPS Ağı Projesi kapsamında, İstanbul'dan 300 km uzaklıkta bulunan Zonguldak iline ait GPS ölçümleri kullanılmıştır. Çalışma alanında, noktalar arasında maksimum yükseklik farkı 500m olup, kıyı şeridi 18 km uzunluk ve 3 km genişliktedir (**Şekil B.1.**).

4.2 Çalışmanın Amacı

20. yüzyıl sonlarındaki hızlı teknolojik gelişmeler Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde de etkilerini göstermiş ve GPS tekniği yaygın olarak kullanılır hale gelmiştir. GPS ağındaki, bilinen noktaların yatay konum doğruluklarının yüksek olması durumunda, koordinatları belirlenecek olan noktaların yatay konum doğruluğu santimetrenin altına inebilmektedir. Buna karşılık üçüncü boyutun belirlenmesinde bu doğruluğa ulaşamamaktadır. GPS ile elde edilen yüksekliklerin elipsoidal (WGS-84) yükseklikler olmasına karşın, uygulamada yerel yükseklik sistemleri kullanılmaktadır.

GPS ile yapılan ölçmeler sonucunda, bazlara ilişkin üç boyutlu koordinat farkları (dx , dy ve dz) ölçülür. Bu değerler, Yermerkezli Kartezyen Koordinat Sisteminin bileşenleridir. GPS ağındaki tüm bazların birlikte dengelenmesiyle noktaların kartezyen koordinatları (X , Y , Z) ya da elipsoidal koordinatları (ϕ , λ , h) elde edilir. Burada elde edilen yükseklikler (h), GRS80 elipsoidine göre hesaplanmış elipsoidal yüksekliklerdir. Bu elipsoidal yüksekliklerden noktaların başka bir sistemdeki yüksekliklerinin hesaplanabilmesi için, çalışma alanında düzenli olarak dağılmış, her sistemde de yükseklikleri bilinen ortak noktalara ihtiyaç vardır (Ayan, ve diğ, 1996).

GPS ölçmelerinden, ortometrik yüksekliklerin ya da bir yerel sistemdeki yüksekliklerin hesaplanabilmesi için çok çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Her yöntemin de kendine göre güçlü ve zayıf yönleri bulunmaktadır. Genellikle, tüm yöntemlerde rastlanan problem, her iki sistemde de yüksekliği bilinen noktaların az

sayıda olması ve bu noktalardaki ondülasyonların (N) yeterli doğrulukta bilinmemesidir. GPS ile elipsoidal yükseklikler, rölatif olarak yaklaşık $\pm (0.2\text{cm} + 0.01-0.1\text{ppm})$ doğrulukla elde edilebilir (Fiedler, 1992). Başarılı bir dönüşüm için ortak noktalardaki ondülasyonların da yaklaşık aynı doğrulukta olması istenir. Bu da ortak noktaların yerel sistemdeki yüksekliklerinin (H) aynı doğrulukla elde edilmiş olması demektir. Yerel sistemlerde bu doğruluğa ulaşmak genellikle pek mümkün olamamaktadır. Sonuç olarak GPS ile yüksekliklerin bulunmasında iki önemli unsur başarılı sonuçlar alınmasında rol oynar. Bunlar;

1. Dönüşümde kullanılan enterpolasyon yönteminin ve sonuçta hesaplanan yüzeyin, o bölgeye uygun olması ve iyi sonuçlar vermesi,
2. Dönüşümde kullanılacak ortak noktaların GPS ile bulunan elipsoidal yüksekliklerinin yanı sıra, yerel sistemdeki yüksekliklerinin de yüksek bir doğrulukla bilinmesidir.

Elipsoidal yüksekliklerden bir yerel sisteme dönüşümün genel bağıntısı (2.4)' den aşağıdaki gibidir:

$$h = H + N \quad (4.1)$$

Bu çalışmada, İller Bankası Genel Müdürlüğü ile yapılan protokol çerçevesinde İTÜ tarafından gerçekleştirilen Zonguldak GPS Ağı Projesi kapsamındaki GPS ölçmeleri değerlendirilerek ve 5 çeşit enterpolasyon yöntemiyle yükseklikler belirlenmiştir.

Bütün enterpolasyon yöntemlerinde, aynı 18 dayanak noktası kullanılmış ve 91 adet nirengi noktasının GPS yükseklikleri ile yerel yükseklikleri arasındaki farkları hesaplanmıştır. Söz konusu 91 noktanın yerel yükseklikleri farklı zamanlarda yapılan karşılıklı trigonometrik ve geometrik nivelmanla belirlenmiş olduğundan, enterpolasyonla bulunan yükseklikler, GPS/Nivelman yöntemi ile bulunan farklarla karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada enterpolasyon yöntemlerinin bu problemin çözümünde alternatif çözüm olup olmayacağı denenmeye çalışılmıştır.

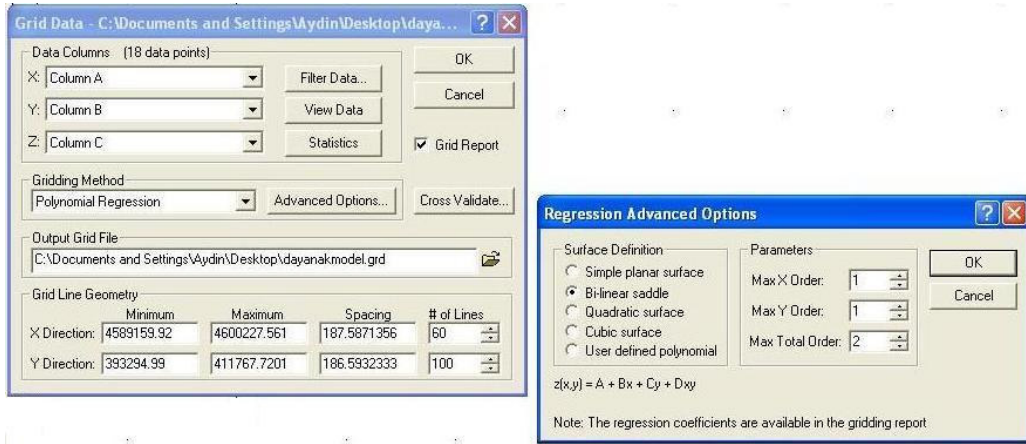
4.3 Çalışmada Kullanılan Yazılımlar

Arazi yüzeyi üzerinde konumu ve yükseklikleri bilinen dayanak noktalarına bağlı olarak, arazi ile ilgili çalışmalara altlık oluşturacak biçimde arazinin topoğrafik durumunu gösteren yeni noktalar sayısal yöntemlerle üretilebilir. Ölçme

noktalarındaki ölçme büyüklükleri yardımıyla ölçme yapılmamış noktalardaki olası ölçme büyüklükleri enterpolasyon yöntemleri ile kestirilebilir.

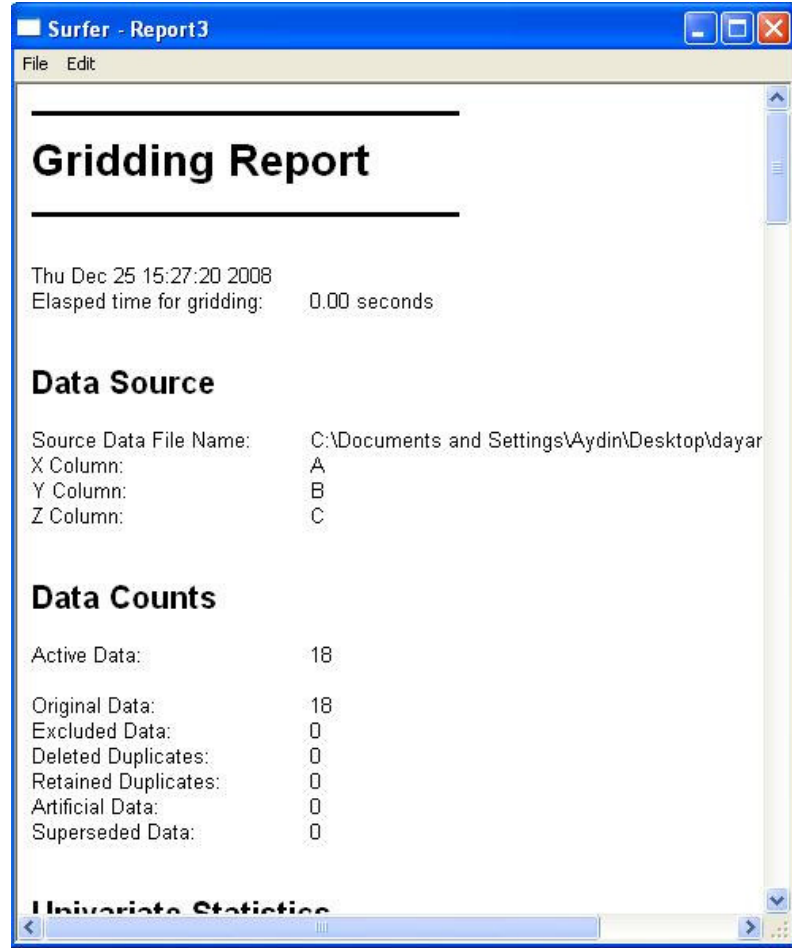
Bu çalışmada geoit belirleme çalışmaları sırasında ilk olarak Surfer 8.0 yazılımı kullanılarak tanımlanmış enterposyon teknikleriyle dayanak noktalarından elde edilen geoit yükseklikleri ile enterpolasyon ve extrapolasyon noktalarında GPS/Nivelman yöntemleriyle belirlenen geoit yükseklikleri karşılaştırılmıştır. Surfer yazılımında bulunmayan Ağırlıklı Ortalama (Delaunay Komşuları), Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$) $k=3$ ve Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$) $k=4$ enterpolasyon yöntemleri için ise Excel ve Basic yazılımlarından faydalanılmış, Non Sibson enterpolasyonu yöntemiyle geoit yüksekliklerinin belirlenmesinde ise Netcad 5.0 programında 18 dayanak noktası her bir enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktası ile ayrı ayrı üçgenlenmiş ve geoit yüksekliği belirlenmek istenen noktaların komşu noktaları tespit edilip Excel programında geoit yüksekliklerine ulaşılmıştır.

Enterpolasyon yöntemleri uygulanırken dayanak noktalarının bilinen konum ve yükseklik bilgileri “Gridding Method” başlığı altındaki yöntemler yardımıyla grid dosyasına dönüştürülmüştür (Şekil 4.1).



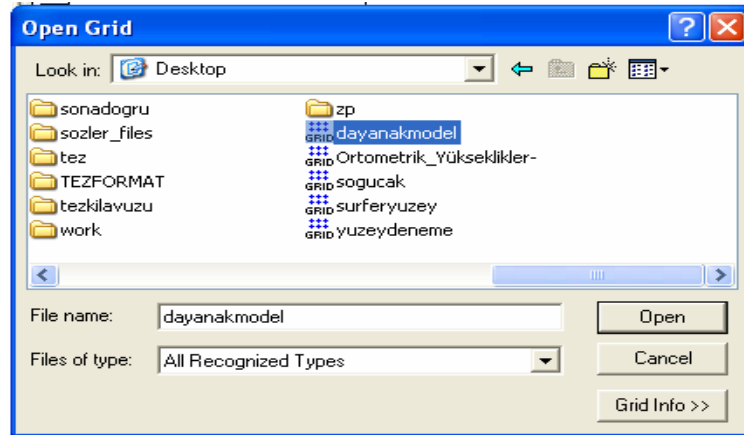
Şekil 4.1 : Enterpolasyon Yönteminin Uygulanması

Sonrasında kullanılan yöntem, nokta sayısı vb. hakkında istatistiksel raporlar elde edilmiştir (Şekil 4.2).



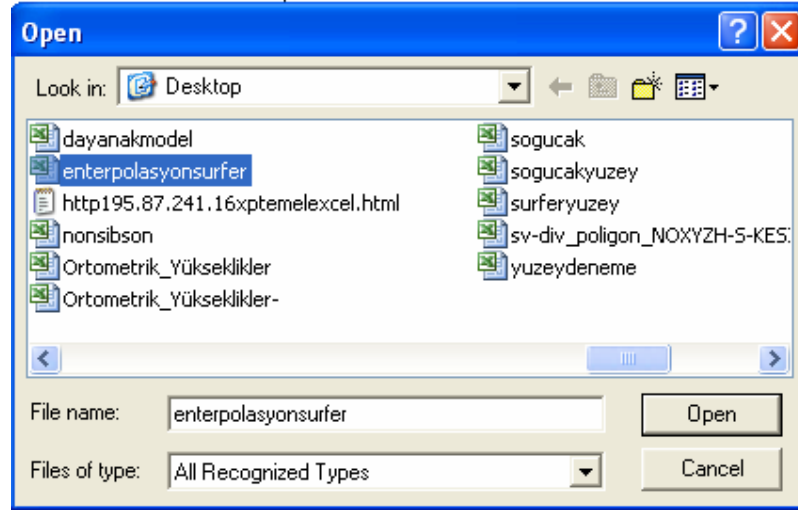
Şekil 4.2 : Grid dosyası raporu

Enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktalarındaki bilinen ve enterpole edilen geoit yüksekliklerinin farklarının bulunması amacıyla ilk olarak dayanak noktalarından enterpolasyon yöntemleri ile oluşturulan grid dosyası seçilmiştir (Şekil 4.3).



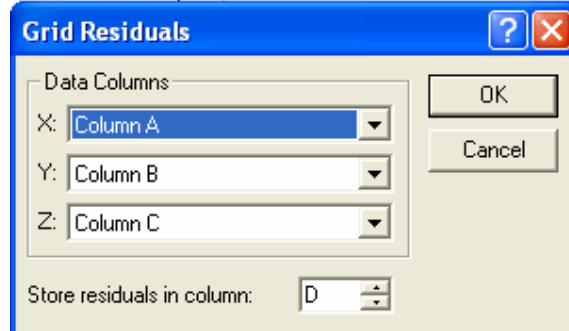
Şekil 4.3 : Grid Dosyası Seçimi

Daha sonra GPS/Nivelman yöntemi ile geoit yükseklikleri elde edilen enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktalarının konum ve geoit yüksekliklerine ilişkin dosya seçilmiştir (Şekil 4.4).



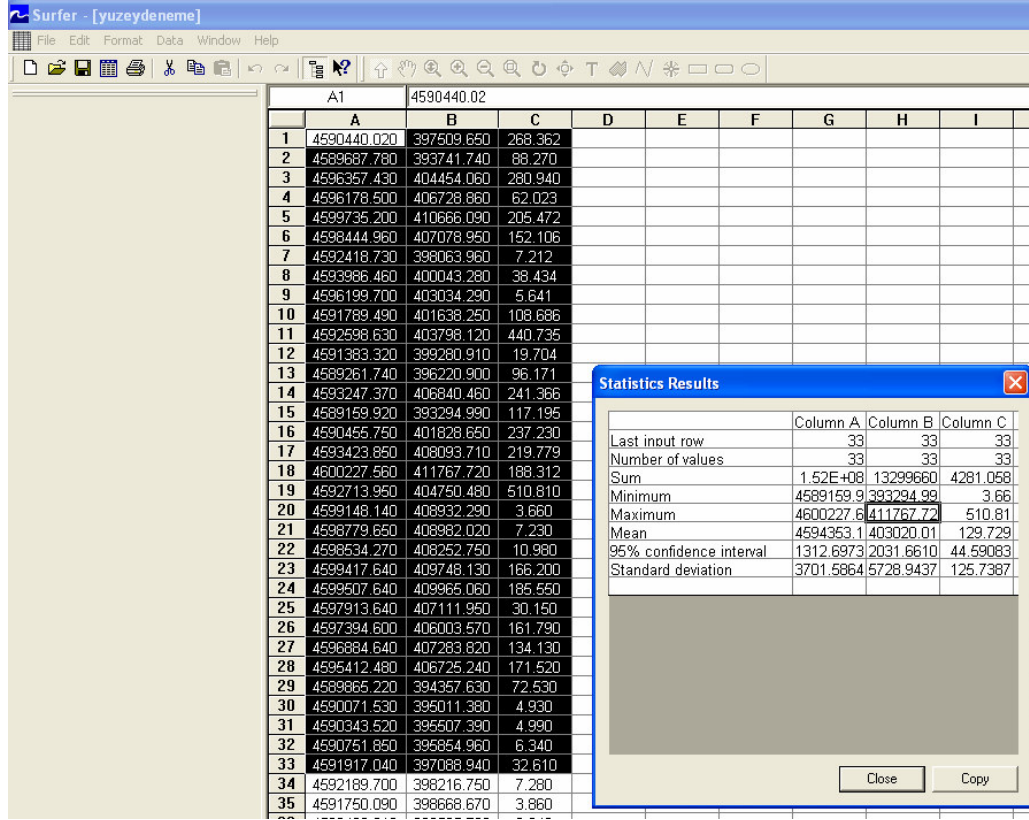
Şekil 4.4 : Enterpolasyon ve Ekstrapolasyon Noktası Veri Seçimi

Enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktalarının bilinen ve hesaplanan geoit yükseklikleri arasındaki farklar istenen çalışma sayfasına aktarılmıştır (Şekil 4.5).



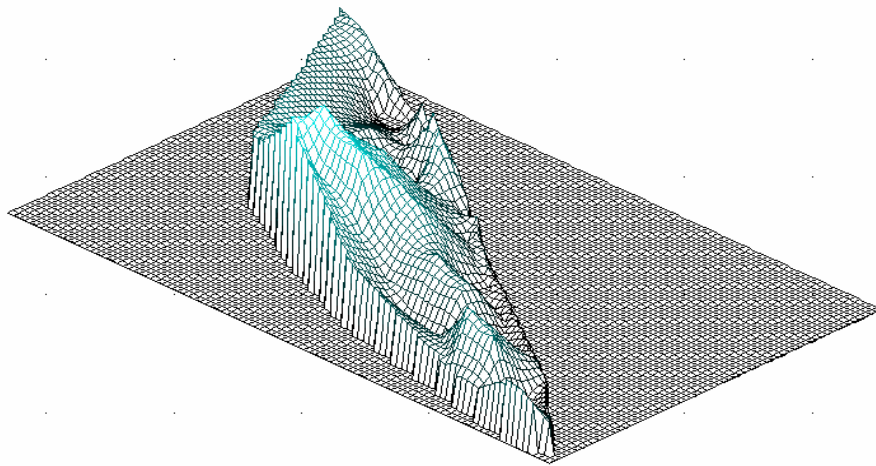
Şekil 4.5 : Farkların Çalışma Sayfasına Kaydedilmesi

Elde edilen farklarla ilgili istenen istatistiksel sonuçlar elde edilmiştir (Şekil 4.6).



Şekil 4.6 : Nokta Yükseklik Farklarının İstatistiksel Sonuçları

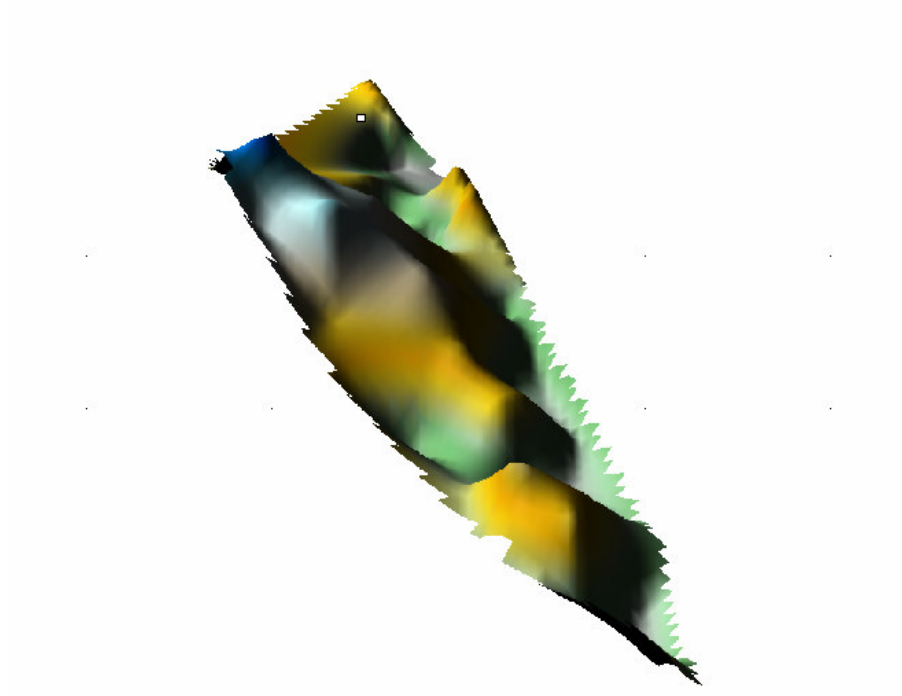
Surfer 8.0 yazılımı kullanılarak oluşturulan yüzeyin tel kafes, 3 boyutlu yüzey haritası, kabartma haritası, düzlem haritası ve görüntü haritaları Şekil 4.7, Şekil 4.8. ve Şekil 4.9' de verilmektedir.



Şekil 4.7 : Tel Kafes yöntemine göre çalışma alanının 3 boyutlu görünümü



Şekil 4.8 : Kabartma yöntemine göre çalışma alanının 3 boyutlu görünümü



Şekil 4.9 : Çalışma alanının 3 boyutlu yüzey görünümü

4.4 Enterpolasyon İşlemi

Enterpolasyon, belirli bir konumdaki bilinmeyen fonksiyonel bağımlılık değerinin civar konumlardaki bilinen fonksiyonel bağımlılık değerlerinden yararlanarak belirlenmesi işlemidir. Jeodeziye daha yatkın bir tanımlama yapmak gerekirse, ölçme noktalarındaki ölçme büyüklükleri yardımıyla ölçme yapılmamış noktalardaki olası ölçme büyüklüklerinin kestirimidir.

Dayanak noktalarını gereğince temsil eden bir yüzeyin belirlenmesi, enterpolasyon büyüklüklerinin hesaplanabilmesi anlamına gelir. Yüzeyin belirlenmesinde kullanılacak yaklaşımlara bağlı olarak değişik enterpolasyon yöntemleri türetilmiştir. Çalışmamızda kullanılan yöntemler şunlardır:

- Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon (4 ayrı ağırlık modeli kullanılmıştır)
- Polinomlarla (1.ve2.derece) enterpolasyon
- Multikvadrik enterpolasyon
- Üçgenler Ağında Lineer Enterpolasyon
- Non sibson enterpolasyonu

Uygulanan Enterpolasyon Yöntemleri:

5 farklı enterpolasyon yaklaşımıyla, verilerle 12 enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır.

1) Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon :Ağırlıklı ortalama yöntemini kullanan 5 enterpolasyon uygulanmıştır. Bütün referans noktaları için, 4 ağırlık fonksiyonu ($p_i = 1/s_i$, $p_i = 1/s_i^2$, $p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$, $p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$) uygulanmış, Delaunay Komşuları yaklaşımında ise ($p_i = 1/s_i^2$) ağırlık fonksiyonu kullanılmıştır.

2) Polinomlarla enterpolasyon: Polinomlarla enterpolasyonda 1. derece polinomlar sırasıyla (3 ve 4 terimli) ve 2. derece polinomlar sırasıyla (6 ve 4 terim) kullanılmıştır.

3) Multikvadrik enterpolasyon: Dairesel dik koni kullanılarak bir enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır.

4) Üçgenler Ağında Lineer Enterpolasyon: Delaunay Üçgenleme kullanılarak enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır.

5) Non sibson enterpolasyonu: Doğal komşular kullanılarak enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır.

4.5 Referans Nokta Seçimi, Verinin İstatistiksel Doğruluğu ve Standart Sapma Hesabı

Bu çalışmada eşitlik (4.2) kullanılarak hesaplanan, 109 geoit yüksekliği (N) değeri kullanılmıştır. Çizelge A.1’ de gösterilen 18 N_i değeri dayanak noktası olarak seçilmiştir. Dayanak noktası seçiminde noktaların çalışma alanında olabildiğince homojen dağılmış olmaları ve kalan noktaların yüksekliklerinin enterpolasyonla bulunabilmelerine olanak sağlayacak konumda olmalarına dikkat edilmiştir. Enterpolasyon nokta sayısının ekstrapolasyon nokta sayısından fazla olması tercih edilmiştir. Kalan 91 noktadaki N_0 değerleri 5 farklı yaklaşımla dayanak noktalarındaki N_i değerlerine (i=1,2,...18) bağlı olarak enterpole (ve ya extrapolate) edilmiştir. N_0 değerleri daha önceden trigonometrik ve geometrik nivelmanla belirlendiğinden (Çizelge A.2), enterpole edilmiş N_0 değerleri, bilinen değerlerle karşılaştırılmıştır.

Herhangi bir noktanın yerel yüksekliğinin standart sapması (referans ve ya enterpolasyon ve ya ekstrapolasyon noktası) için $\sigma_H=20\text{mm}$, herhangi bir noktanın ellipsoid yüksekliği (referans, enterpolasyon ve ya ekstrapolasyon noktası) için standart sapması $\sigma_h=3\text{mm}$ olarak bilinmektedir. Bilinen eşitliği ile tanımlanan Geoit ondülasyonu:

$$N = h - H \quad (4.2)$$

(4.2) eşitliği kullanılarak, N değerinin standart sapması (4.3)’ de görüldüğü gibi hesaplanabilir.

$$\sigma_N = (\sigma_H^2 + \sigma_h^2)^{1/2} = 20.2\text{mm}. \quad (4.3)$$

Bilinen ve enterpole edilen (ve ya extrapolate edilen) N değerlerinin farklarının, standart sapması (4.4)’de sunulmuştur.

$$\Delta N = N_i - N_0, \quad \sigma_{\Delta N T} = (\sigma_{N_i}^2 + \sigma_{N_0}^2)^{1/2} \quad (4.4)$$

$\sigma_{N_i} = \sigma_{N_0} = 20.2\text{mm}$ ve σ_{N_0} herhangi bir enterpolasyon yöntemi için hata yayılma yasası uygulanarak hesaplanmıştır. Bu çalışma için standart sapmalar $\sigma_{\Delta N T}$ bütün enterpolasyon yöntemleri için ayrı ayrı hesaplanarak **Çizelge A.3 ve A.4'** te gösterilmiştir. Eğer GPS ve **Çizelge A.2'** de verilen trigonometrik nivelman ölçme sonuçları birlikte değerlendirilirse, enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktalarının standart sapmaları klasik standart sapma tanımından elde edilir.

$$\sigma_{\Delta N} = \left(\frac{[\Delta N \cdot \Delta N]}{f} \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

Yöntemlerin hesaplanan $\sigma_{\Delta N}$ değerleri **Çizelge A.3, A.4 ve A.5'** te görülmektedir.

4.5.1 Standart sapmaların significant testi

($\sigma_{\Delta N T}$ ve $\sigma_{\Delta N}$) iki istatistiksel varyans eşit olduğunda, F-testi uygulanır. Sıfır hipotezi ise (4.6)'daki şekliyle ifade edilir,

$$H_0: \{ \sigma_{\Delta N T} = \sigma_{\Delta N} \} \quad (4.6)$$

Test değeri T Sıfır hipotezin anlamlılığını test etmek için kullanılır.

$$T = \frac{\sigma_{\Delta N}^2}{\sigma_{\Delta N T}^2} \quad (\sigma_{\Delta N} \geq \sigma_{\Delta N T}) \quad (4.7)$$

T - değeri Fisher dağılım tablosundan alınan ($\alpha = 0.01$) güven aralığındaki $F_{\alpha, f1, f2}$ değerleri ile karşılaştırılmıştır. Burada $f1$, $\sigma_{\Delta N}$ 'in serbestlik derecesi ve $f2$ ise $\sigma_{\Delta N T}$ 'nin serbestlik derecesidir. Karşılaştırmaya göre iki durum söz konusudur.

İlk durumda eğer $T \leq F$, Sıfır Hipotezi H_0 kabul edilir. Enterpolasyon yöntemleri için, Sıfır hipotezinin kabul edilmesi ΔN değerlerinde enterpolasyon yönteminden kaynaklanan önemli bir hatanın olmadığını gösterir. Başka bir deyişle, ΔN değerleri sadece veri hatalarının sonucudur.

İkinci durumda eğer $T > F$, Sıfır Hipotezi H_0 kabul edilmez. Sıfır hipotezinin kabul edilmemesi ΔN değerlerinde enterpolasyon yönteminden kaynaklanan önemli bir

hatanın olduğu anlamına gelir. Başka bir deyişle, enterpolasyon yöntemi ΔN değerlerinin hesaplanmasında veri hatalarıyla birlikte önemli bir faktördür.

4.5.2 Enterpolasyon sonuçları

Çalışmanın sonuçları **Çizelge A.3, A.4 ve A.5'** de özetlenmiştir. **Çizelge A.3'** de $\sigma_{\Delta N T}$ standart sapma, $\sigma_{\Delta N}$ standart sapma değeri, T test değeri, F tablo değeri, ortalama ΔN değerleri ve $3 * \sigma_{\Delta N}$ 'den büyük olan hataların sayısı yer almaktadır. $3 * \sigma_{\Delta N}$ değerinden büyük olan hataların kullanılmasındaki amaç verilerin ve enterpolasyon yönteminin hatalarının etkilerini gözlemlemektir. $3 * \sigma_{\Delta N}$ istatistiksel literatürde hata sınırı olarak kullanıldığı için kriter olarak seçilmiştir. Yukarıda sözü edilen değerler, 17 ekstrapolasyon noktası için ise **Çizelge A.4'**de yer almaktadır. **Çizelge A.4'** de 18 referans noktasındaki farklar enterpolasyon yöntemleri tekrar kullanılarak bilinen farklarla karşılaştırılmıştır. **Çizelge A.5'**te 18 referans noktası için farklı yöntemlerle hesaplanan doğruluk ölçütleri yer almaktadır. 7 yöntem referans noktalarında bilinen değerleri vermekte ve dolayısıyla hepsinde standart sapma değeri sıfır olmaktadır.

İki kritere bağlı olarak enterpolasyon yöntemlerinin kullanılmasına karar verilebilir. İlk kritere göre sıfır hipotezi kabul eden yöntemleri kullanmak Sıfır hipotezi kabul etmeyenlerini kullanmaktan daha uygundur. İkinci kriterde ise $3 * \sigma_{\Delta N}$ değeri üzerinde daha az hataya sahip olan yöntem daha uygundur. Bu iki kriter dikkate alındığında, enterpolasyon ve ekstrapolasyon noktaları için değerlendirmeler ayrı ayrı yapılabilir.

4.5.2.1 74 Enterpolasyon noktası için enterpolasyon sonuçları

Sıfır hipotezi kriter olarak kabul edilip, test verileriyle enterpolasyon yöntemleri uygulandığında Multikvadrik, Polinomlarla (2.Derece 9-Terimli) yöntemleri ve Non Sibson enterpolasyonu yöntemlerinin diğer enterpolasyon yöntemlerinden daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. 3 yöntemde de $3 * \sigma_{\Delta N}$ değerinden fazla olan değer sayısı eşittir. Sıfır hipotezi reddeden yöntemler $3 * \sigma_{\Delta N}$ değerinden fazla olan değer sayısı artış sırasına göre **Çizelge A.3'**te sıralanmıştır.

4.5.2.2 17 Ekstrapolasyon noktası için enterpolasyon sonuçları

Bu çalışmada Multikvadrik enterpolasyon, Sıfır hipotezi kriterine uygunluğu nedeniyle en iyi sonuç veren yöntem olmuştur. Yöntemin $3*\sigma_{\Delta N}$ değerinden fazla değer sayısı bulunmamaktadır. Sıfır hipotezi reddeden yöntemler, $3*\sigma_{\Delta N}$ değerinden fazla olan değer sayısı artış sırasına göre **Çizelge A.4'** te sıralanmıştır. Ekstrapolasyon noktaları, çalışma ağı dışında yer aldığı için üçgenler ağında lineer enterpolasyon yöntemi ve non sibson ekstrapolasyon noktaları için anlamlı sonuç vermemiştir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yükseklik, geoit ondülasyonu, gravite değeri ve benzeri yer ile ilgili fiziksel konuma bağlı bilgilerdir ve fiziksel yeryüzü düzenli bir yüzey olmadığı için noktadan noktaya farklılık gösterirler. Her noktada ölçme yapmak ideal, fakat pratikte mümkün olmayan bir yoldur. Bu nedenle ölçme yapılmamış noktalardaki ara değerlerin hesabı gerekmektedir. GPS ölçmelerine konu olan çalışma alanında gereken doğruluğu sağlayacak bir geoit modelinin varlığı, $N = h - H$ temel bağıntısı ile ifade edildiği gibi, enterpolasyon yöntemleri ile de sağlanabilir.

GPS/Nivelman nokta yoğunluğunun çok olduğu, araziye karakterize edecek homojen dağılımda nivelman noktası elde etmenin elverişli olduğu çalışmalarda TG99A geoit modelinin iyileştirilerek kullanılması yerine yerel GPS/Nivelman geoidinin hesaplanması ve kullanılması söz konusu olabilir. Bu durumda noktaların geoit yüksekliği değerleri en az üç noktadan uygun bir enterpolasyon tekniği ile hesaplanır. GPS uygulamalarının yaygın olması yerel geoit modellerini ve ondülasyon değerlerinin enterpolasyonunu uygulanabilirliğini artırmaktadır.

Gerçekleştirilen çalışmada, lokal test alanında GPS yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde kullanılacak geoit modeli, Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğinde de önerilen yaklaşım ile hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçların mühendislik hizmetlerine yönelik çalışmalara ve büyük ölçekli harita üretim çalışmalarına katkısı değerlendirilmiştir.

Enterpolasyon yöntemleri ile belirlenen geoit modellerinin sağladığı doğruluk, Zonguldak test alanında bir çok mühendislik uygulaması için gereksinim duyulacak doğruluğu sağlamaktadır (± 5 cm). Fakat, Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$) $k=3$, Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-s_i^2/k^2)}$) $k=4$ ve Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/s_i$) enterpolasyon yöntemlerinde ise (± 13 cm dolaylarında) gereken doğruluk sağlanamamaktadır. Bu doğruluk küçük ölçekli harita üretim çalışmaları için yeterli olmakta ancak mühendislik projeleri ve büyük ölçekli harita üretimi için yetersiz kalmaktadır.

Bölgede GPS/nivelman noktalarının yoğunluğu 54 km^2 'ye 18 nokta ile BÖHHBÜY'ye verilen ölçütlere göre yeterlidir.

Yönetmeliğe bakıldığında Yerel GPS nivelman geoidinin oluşturulması ve kullanılmasında ise en az nokta yoğunluğu; 20 km^2 'ye kadar 6 nokta ve bundan sonraki her 15 km^2 'ye 1 nokta olmalıdır. İstatistik güven düzeyi $1-\alpha=0.95$ alınmalı, uyuşum doğruluğu (σ) $\pm 5 \text{ cm}$ 'den daha iyi olmalıdır (Anonim, 2005). Multikvadrik ve Polinomlarla 2.Derece (9-Terimli) ve Non Sibson enterpolasyon yöntemleri, $40\text{-}50 \text{ km}^2$ lik alanlar için 5 cm doğrulukta yerel yükseklik dönüşümünde kullanılabilir. Ayrıca, Multikvadrik enterpolasyon yöntemi ekstrapolasyon noktaları için $\pm 4.6 \text{ cm}$ doğrulukla enterpolasyon noktalarında elde edilen doğruluğa benzer sonuçlar vermektedir **Çizelge A.3** ve **A.4**. Daha yüksek doğrulukta sonuçlar elde edebilmek için veri hataları en aza indirilmeye çalışılmalıdır.

GPS/nivelman geoidinin hesabında, referans noktalarının yoğunluğu ve dağılımı için, çalışma alanının topoğrafik yapısı da göz önünde bulundurularak, yönetmelikte konuyla ilgili tanımlanan maddeler doğrultusunda Non Sibson enterpolasyon yöntemi de diğer enterpolasyon yöntemleriyle birlikte uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Aksoy A., ve Güneş İ.H.,** 1990. Jeodezi I Ders Notları, İ.T.Ü. Matbaası, Gümüşsuyu, İstanbul.
- Aksoy A., Ayan T., Çelik R.N., Demirel H., Deniz R., Gürkan O.,** 1999. Güncel gelişmeler ışığında mekansal bilgi sistemleri için jeodezik altyapı ve problemleri, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, Eğitim dizisi, İstanbul.
- Ayan, T.,** 1976. Astrogeodatische Geoidberechnung für das Gebiet der Türkei, *Doktora Tezi*, University of Karlsruhe University, Almanya.
- Ayan, T.,** 1978. Türkiye geoidi, *Harita Dergisi*, **85**, 5-17.
- Ayan, T., Baykal, O., Aksoy A., Deniz, R., Baz, I., Arslan, E., Şahin M., Coşkun, M. Z., İnce, C. D., Üstüntaş, T.,** 1996. Zonguldak GPS Ağı Projesi Raporu, İTÜ İnşaat Fak., Haziran 1996.
- Ayan, T., ve Deniz, R,** 2000. Fiziksel Jeodezi Ders Notu, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul.
- Ayhan, M.E., Bank, E., Lenk, O., ve Şeker, H.A.,** 1987. South western Anatolia (Aegean region) Doppler Geoid, Bolletino di Geod. e Sc. Affini Anno XLVI, No:4, 293-308.
- Ayhan, M.E.,** 1992. Türkiye jeoidi -1991 (TG-91), *Harita Dergisi*, **108**, 1-17, Ankara.
- Ayhan, M.E.,** 1993. Geoid determination in Turkey (TG-91), Bull. Geoid., **167(1)**, 10-22.
- Ayhan, M.E., Lenk, O., Demir, C., Kihçoğlu, A., Kahveci, M., Türkezer, A., Ocak, M., Açıkgoz, M., Yıldırım, A., Aktuğ, B., Şengün, Y.S., Kurt, A.İ., Fırat, O., Cingöz, A., Gürdal, M.A., Yıldız, H., Ata, M., Beyazıt, N., Çağlar, Y., Özerkan, A.,** 2002. Türkiye ulusal temel GPS ağı-1999A (TUTGA-99A), *Harita Dergisi*, Özel Sayı **16**, Ankara.
- Erkanlı, Y.,** 1986. Koordinatlandırılmış modelde ve alanda enterpolasyon, kollakasyon yöntemlerinin uygulanması ve neticeleri, *Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi*, Ankara, **56-57**.
- Erol, B., ve Çelik, R.N.,** 2005. Presizyonlu lokal geoit modeli belirlenmesinde örnek bir inceleme -GPS/Nivelman ve geoit yüksekliklerinin entegrasyonu, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, *10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, Ankara. 28 Mart - 1 Nisan.
- Erol, B.,** 2007. Jeodezik Uygulamalar İçin Lokal Geoitler Üzerine Araştırmalar, *Doktora Tezi* , İTÜ, İstanbul.

- Fiedler, J.,** 1992. Orthometric Heights From GPS, *Journal of Surveying Engineering*, 118, 3.
- Grafarend, E.W.,** 1994. What is geoid ?, *Geoid and its geophysical interpretations*, Eds. Petr Vanicek and Nikolas T.Christou, Chapter 1, CRC press, Boca Raton, FL, USA.
- Güler, A.,** 1978. Sayısal arazi modellerinde enterpolasyon yöntemi, *Harita Dergisi*, **85**, 53-71.
- Güler, A.,** 1985. Sayısal arazi modellerinde iki enterpolasyon yöntemi ile denemeler, *Harita ve Kadastro Müh. Dergisi*, **52-53**, 98-113.
- Gürdal ve Seylan,** 2005. Büyük ölçekli çalışmalarda güncellenmiş Türkiye Jeoidinin (TG99A) doğrudan kullanılabilirliğinin araştırılması, 10. Kurultayı, HKMO, Ankara. Mart 2005.
- Gürkan O.,** 1977. Topoğrafik-İzostatik Çekül Sapması (Kavram ve İlgili İntegral Formülleri) , Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Hardy, R.L.,** 1971. Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **76**, No.8, pp.1905-1915.
- Hardy, R.L.,** 1972 Analytical Topographic Surfaces By Spatial Intersection, *P.E.R.S.*, Vol. **38**, No.5, pp. 452-458.
- Hardy, R.L.,** 1975. Research Results in The Application of Multiquadric Equations to Surveying and Mapping Problems, *Surveying and Mapping*, Vol. **35**, pp.321-332, December.
- Hardy, R.L.,** 1990. Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method: 20 Years of Discovery 1968-1988, *Computers Math. Applic.*, Vol. **19**, No.8/9, pp.163-208.
- Hastaoğlu, K. ve Şanlı, D.U.,** 2005 GPS Düşey Konum Duyarlığını Etkileyen Faktörler: GPS Nivelmanı Ve Yerel GPS Jeoidi Çalışmalarına Yönelik Çıkarımlar, *Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, Mühendislik Ölçmeleri STB Komisyonu 2. Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu*, İstanbul, 23-25 Kasım 2005, **466-476**.
- İnal, C.,** 1996. Yerel jeoit geçirilerek GPS sonuçlarından yüksekliklerin belirlenmesi, *S.Ü. Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, Konya, **11**, 15-21.
- İnal, C., Turgut, B., ve Yiğit, C.,** 2002. Lokal alanlarda jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması, *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu*, Konya, 16-18 Ekim 2002, **97-106**.
- Kılıçoğlu, A., ve Fırat, O.,** 2003. Büyük Ölçekli Harita üretiminde GPS ile ortometrik yükseklik belirlemeye yönelik jeoit modelleme ve uygulamalar, *TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı*, Konya, 24-26 Eylül 2003, **27-34**.

- Kılıçoğlu, A.,** 2004. Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi (TG-99A). <http://www.hgk.mil.tr/>, (akademik çalışmalar/ bildiriler/ jeodezi).
- Leberl, F.,** 1973. Interpolation in a Square Grid DTM, *ITC Journal*. Vol. **5**, pp.756-807.
- Sibson, R.,** 1977. Locally Equiangular Triangulations. *Comput. J.(UK)*, **21(3)**, 243–245.
- Sibson, R.,** 1980. A Vector Identity for The Drichlet Tessellation, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **87**, 151-155.
- Sjöberg, L. E.,** 1994. Techniques for geoid determination, *Geoid and its geophysical interpretations*, Eds. Petr Vanicek and Nikolas T.Christou, Chapter 2, CRC pres, Boca Raton, FL, USA.
- Soycan, M.,** 2002. Jeoit yüksekliklerinin GPS ve hassas trigonometrik nivelman ölçüleri ile belirlenmesi, *Doktora Tezi*, Y.T.Ü., İstanbul.
- Sukumar, N., Moran, B., Semenov, A., and Belikov, V.V.,** 2001. Natural Neighbour Galerkin Methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **50**, 1-27.
- Tscherning, C.C., and Rapp, R.H.,** 1974. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by degree-variance models. Report No. **208**, Department of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus, USA.
- Üstün, A., ve Demirel, H.,** 2003. Düşey kontrol açısından GPS/Nivelman kontrol noktalarının önemi, *TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı*, Konya, 24-26 Eylül 2003, **35-43**.
- Watson, D.F. and Philip, G.M.,** 1984. Triangle Based Interpolation, *Mathematical Geology*, **16, 8**, 779-795.
- Worboys, M.F.,** 2000. GIS: A Computing Perspective, Taylor & Francis Ltd.
- Yanalak, M.,** 1997. Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü., İstanbul.
- Yanalak, M., ve İnce, C.,** 1997. GPS ile elde edilen elipsoid yüksekliklerinin yerel yükseklik sistemine dönüştürülmesi, *VI. Harita Kurultayı*. Ankara, 03-07 Mart 1996.
- Yanalak, M. and Baykal, O.,** 2001. Transformation of Ellipsoid Heights to Local Levelling Heights, *J. Surv. Engng.*, ASCE, **127(3)**, 90-103.
- Yanalak, M.,** 2003. Effect of Gridding Method on DTM Profile Data Based on Scattered Data, *J. Computing in Civil Engng.*, ASCE, **17(1)**.
- Yanalak, M.,** 2004. Sibson (Natural Neighbour) and Non-Sibsonian Interpolation for Digital Elevation Model (DEM), *Survey Review*, **37 (291)**, pp. 360-376.
- Yıldırım A.,** 2000. Türkiye Mutlak Jeoidinin (TG-2000) Belirlenmesi, HGK İç Rapor No: JEOF-NIV-1-02, Ankara.

- Yılmaz M.**, 2005. İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü, İstanbul.
- Anonim 1.** BÖHHÜY., 2005. Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği. Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, Ankara.

EKLER

**EK A. : ZONGULDAK ALANINA İLİŞKİN NOKTA
YÜKSEKLİK DEĞERLERİ VE DOĞRULUK
ÖLÇÜTLERİNE AİT ÇİZELGELER**

EK B. : HARİTA

Çizelge A.1 :18 Referans Noktalasında Ellipsoid ve Yerel Yükseklikler arasındaki N_i fark değerleri.

<i>No</i>	<i>H</i> (m)	<i>h</i> (m)	<i>N=h-H</i>
4	268.362	301.388	33.026
6	88.270	121.205	32.935
25	280.940	313.296	32.356
631	62.023	94.520	32.497
2002	205.472	237.597	32.125
4004	152.106	184.306	32.200
652	7.212	39.996	32.784
657	38.434	71.039	32.605
666	5.641	37.975	32.334
676	108.686	141.663	32.977
693	440.735	473.734	32.999
702	19.704	52.617	32.913
711	96.171	129.368	33.197
726	241.366	274.457	33.091
558	117.195	150.257	33.062
537	237.230	270.321	33.091
508	219.779	252.718	32.939
521	188.312	220.423	32.111

Çizelge A.2 : 91 Enterpolasyon Noktasında Ellipsoid ve Yerel Yükseklikler arasındaki N_i fark değerleri.

No	$N_i(m)$	No	$N_i(m)$	No	$N_i(m)$	No	$N_i(m)$
2	33.038	663	32.458	698	32.906	427	32.826
562	32.195	667	32.339	699	32.945	1557	32.182
563	32.252	668	32.337	700	32.785	560	32.137
564	32.280	670	32.329	701	32.890	561	32.148
567	32.159	671	32.362	703	33.017	565	32.115
574	32.172	672	32.323	704	32.905	566	32.146
576	32.285	675	33.027	705	32.867	569	32.092
577	32.287	677	32.975	706	32.983	570	32.134
578	32.327	679	32.961	707	33.042	571	32.183
638	32.662	680	32.831	708	33.169	575	32.118
641	32.977	681	32.742	712	33.002	645	32.690
642	32.960	682	32.759	713	32.335	646	32.683
643	32.934	683	32.822	714	32.407	673	32.281
644	32.867	684	33.123	715	32.387	674	32.208
647	32.747	686	32.643	716	32.490	709	33.163
649	32.742	687	32.808	717	32.405	710	33.150
650	32.857	688	32.719	718	32.636	730	33.231
653	32.738	689	32.819	719	32.527		
655	32.594	690	32.850	721	32.675		
656	32.603	691	32.990	723	32.397		
658	32.515	692	33.093	724	32.683		
659	32.579	694	33.048	725	33.022		
660	32.551	695	32.597	727	33.064		
661	32.602	696	32.674	731	32.880		
662	32.565	697	32.909				

Çizelge A.3 :74 Enterpolasyon Noktası için Enterpolasyon Yöntemlerinin Doğruluk Ölçütleri ve İstatistiksel Test Sonuçları.

Enterpolasyon Yöntemi	$\sigma_{\Delta NT}$ (cm)	$\sigma_{\Delta N}$ (cm)	$T = \frac{\sigma_{\Delta N}^2}{\sigma_{\Delta NT}^2}$	$F_{\alpha, f1, f2}$	$T \leq F$	Sonuç Sıfır Hipotez H_0 :	ΔN (cm) Ort.	$3 * \sigma_{\Delta N}$ Değerinden fazla olan değer sayısı
Multikvadrik Enterpolasyon	± 2.8	± 4.5	2.58	2.82	Evet	Geçerli	3.7	5
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (9-Terimli)	± 2.6	± 4.8	3.41	4.46	Evet	Geçerli	3.8	5
Non Sibson Enterpolasyon	± 2.4	± 4.1	2.91	2.92	Evet	Geçerli	3.4	5
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (4-Terimli)	± 2.4	± 4.7	3.84	3.17	Hayır	Geçersiz	3.6	7
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (6-Terimli)	± 2.5	± 5.1	4.16	3.52	Hayır	Geçersiz	4.2	7
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (3-Terimli)	± 2.3	± 4.9	4.54	3.03	Hayır	Geçersiz	3.7	8
Üçgenler Ağında Enterpolasyon	± 2.3	± 4.2	3.33	3.03	Hayır	Geçersiz	3.4	9
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/s_i^2$)	± 2.8	± 8.1	8.37	2.82	Hayır	Geçersiz	6.6	26
Ağırlıklı Ortalama (Delaunay Komşuları)	± 2.2	± 7.5	11.62	2.92	Hayır	Geçersiz	5.8	26
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=3$	± 2.7	± 10.2	14.27	2.82	Hayır	Geçersiz	8.1	29
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=4$	± 2.6	± 13.5	26.96	2.82	Hayır	Geçersiz	11.2	44
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/s_i$)	± 2.4	± 15.4	41.1	2.82	Hayır	Geçersiz	12.7	49

Çizelge A.4 : 17 Ekstrapolasyon Noktası için Enterpolasyon Yöntemlerinin Doğruluk Ölçütleri ve İstatistiksel Test Sonuçları.

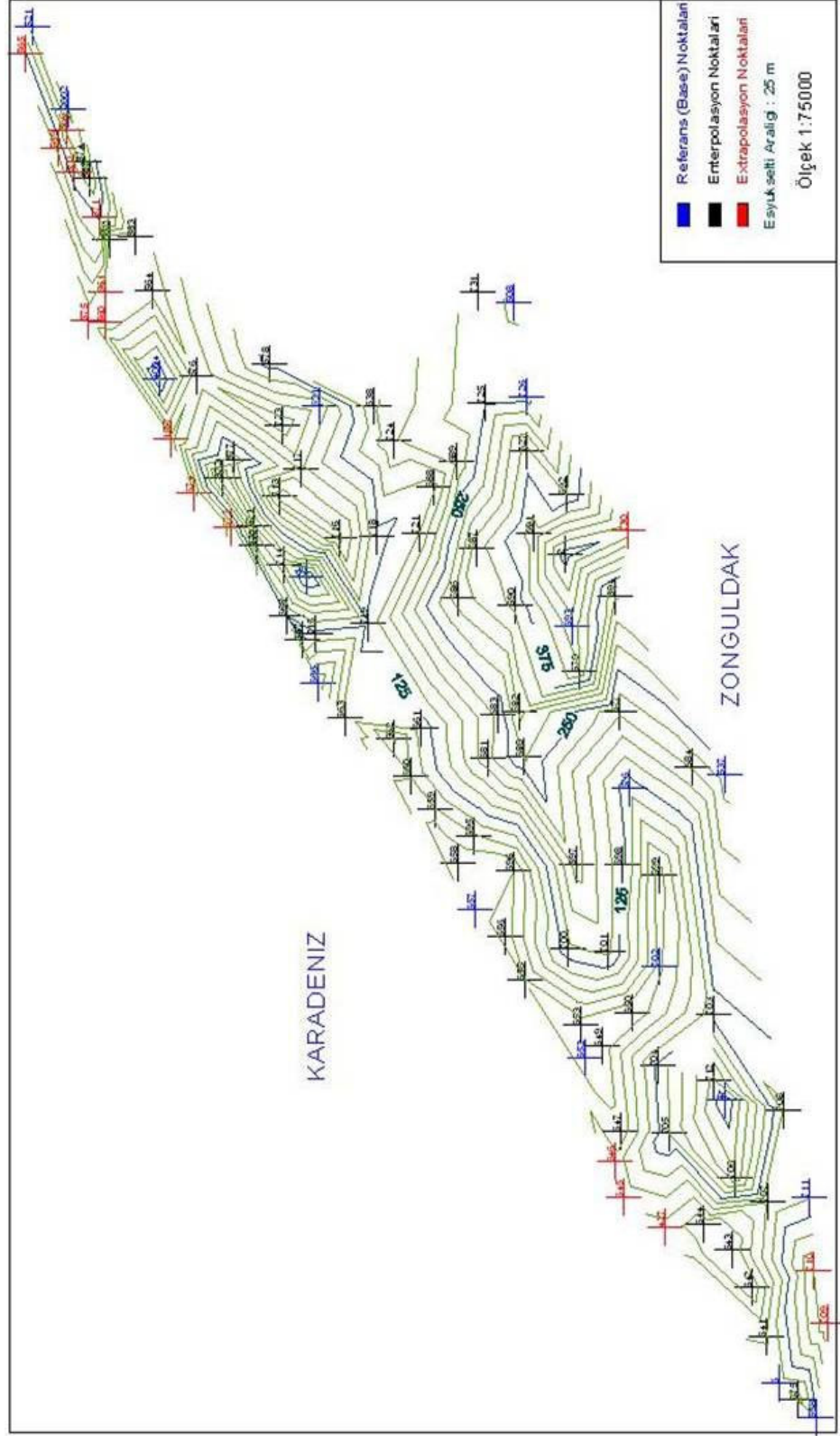
Enterpolasyon Yöntemi	$\sigma_{\Delta NT}$ (cm)	$\sigma_{\Delta N}$ (cm)	$T = \frac{\sigma_{\Delta N}^2}{\sigma_{\Delta N_i}^2}$	F_{α, f_1, f_2}	$T \leq F$	Sonuç Sıfır Hipotez H_0 :	ΔN (cm) Ort.	$3 * \sigma_{\Delta N}$ Değerinden fazla olan değer sayısı
Multiküadratik Enterpolasyon	± 2.8	± 4.6	2.70	3.25	Evet	Geçerli	3.6	0
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (3-termli)	± 2.3	± 4.8	4.36	3.46	Hayır	Geçersiz	3.2	1
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (4-termli)	± 2.4	± 4.6	3.67	3.60	Hayır	Geçersiz	3.6	1
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (9-Termli)	± 2.6	± 6.7	6.64	4.90	Hayır	Geçersiz	5.7	2
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (6-Termli)	± 2.5	± 7.9	9.99	3.95	Hayır	Geçersiz	6.7	3
Ağırlıklı Ortalama (Delaunay Komşuları)	± 2.2	± 11.5	27.32	3.35	Hayır	Geçersiz	9.4	5
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/s_i^2$)	± 2.8	± 16.8	36.00	3.25	Hayır	Geçersiz	14.1	11
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=3$	± 2.7	± 15.5	32.96	3.25	Hayır	Geçersiz	12.3	11
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=4$	± 2.6	± 19.0	53.40	3.25	Hayır	Geçersiz	16.5	13
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/s_i$)	± 2.4	± 29.1	147.01	3.25	Hayır	Geçersiz	26.6	16
Üçgenler Ağında Enterpolasyon	*	*	*	*	*	*	*	*
Non Sibson Enterpolasyon	*	*	*	*	*	*	*	*

* Ekstrapolasyon noktalarının üçgenler ağına dışında yer almaları nedeniyle yöntem sonuç vermemiştir.

Çizelge A.5 : 18 Referans Noktası için Enterpolasyon Yöntemlerinin Doğruluk Ölçütleri.

Enterpolasyon Yöntemi	Standart Sapma $\sigma_{\Delta N}$ (cm)	Max.H ata (cm)	Oralama (cm)	$3 \cdot \sigma_{\Delta N}$ Değerinden fazla olan değer sayısı
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/\varepsilon_i$)*	0	0	0	0
Ağırlıklı Ortalama ($p = 1/\varepsilon_i^2$)*	0	0	0	0
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=3$ *	0	0	0	0
Ağırlıklı Ortalama ($p_i = e^{(-i^2/k^2)}$) $k=4$ *	0	0	0	0
Ağırlıklı Ortalama (Delaunay Köşüları)*	0	0	0	0
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (3-termli)	± 5.2	14.2	3.8	1
Polinomlarla 1. Derece Enterpolasyon (4-termli)	± 5.0	12.0	3.8	2
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (6-Termli)	± 4.9	11.3	3.8	1
Polinomlarla 2.Derece Enterpolasyon (9-Termli)	± 4.8	11.3	3.8	1
Multikvadrik Enterpolasyon *	0	0	0	0
Üçgenler Ağında Enterpolasyon *	0	0	0	0
Non Sibson Enterpolasyon *	0	0	0	0

* Yöntemler referans noktalarında bulunan değerler vermiştir.



ŞEKİL B.1 : Çalışma alanı ve noktaların dağılımı

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Aydın AYAR
Doğum Yeri ve Tarihi: Polatlı / ANKARA 1983
Adres: Beşiktaş / İSTANBUL
Lisans Üniversite: İ.T.Ü Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Bölümü

1983 Yılında Polatlı' da doğdu. İlk öğrenimini Polatlı B.H.N Mıhçıoğlu İlköğretim Okulu'nda, Orta öğrenimini ANKARA Polatlı Anadolu Lisesi' nde tamamladı. 2007 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümünden mezun oldu ve İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Geomatik Müh. Programı) Yüksek Lisans Eğitimi' ne başladı.