İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR POLAR GRİD ANTEN DİZİSİYLE DOA KESTİRİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ Serdar Özgür ATA (504961031)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :19 Ocak 2010Tezin Savunulduğu Tarih :19 Şubat 2010

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Cevdet IŞIK (İTÜ) Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Özcan Kalenderli (İTÜ) Yrd. Doç. Dr. Mesut Kartal (İTÜ)

ŞUBAT 2010

ii

Tek ve gerçek kahramanım babama

iv

ÖNSÖZ

Tez çalışmalarım sırasında gösterdiği anlayış ve verdiği destekten dolayı değerli hocam Doç. Dr. Cevdet Işık'a teşekkürlerimi sunarım. Yılları kapsayan uzun bir aradan sonra tekrar masanın başına oturup bu tezi hazırlamaya beni ikna ve teşvik eden sevgili eşim Lütfiye'ye ve her konuda her zaman koşulsuz yanımda olan aileme sonsuz teşekkür ederim.

Şubat 2010

Serdar Özgür ATA Elektronik ve Haberleşme Müh.

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	. vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
ÖZET	. xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 DOA Kestirim Problemine Yaklaşımlar	1
1.2 Tez Kapsamı	4
1.3 Tez Plan1	4
2. TEMEL KAVRAMLAR	7
2.1 Elektromagnetik Dalga Yayılımı	7
2.2 Antenler	. 10
2.2.1 Işıma diyagramı	. 10
2.2.2 Işıma demetleri	. 11
2.2.3 Antenlerin alan bölgeleri	. 12
2.2.4 Işıma güç yoğunluğu	. 15
2.2.5 Işıma şiddeti	. 16
2.2.6 Yönlülük	. 17
2.2.7 Anten kazancı	. 17
2.2.8 Anten verimi	. 18
2.2.9 Yarı-güç hüzme genişliği	. 18
2.2.10 Hüzme verimi	. 18
3. ANTEN DİZİLERİ	. 19
3.1 Donanım Modülü	. 19
3.2 Yazılım Modülü	. 21
3.3 Tek Boyutta Faz Farkı Modeli	. 21
3.4 Düzgün Doğrusal Dizilim (ULA)	. 24
3.5 Düzgün Dikdörtgensel Dizilim (URA)	. 25
3.6 Düzgün Dairesel Dizilim (UCA)	. 28
3.7 Dar Bantlı İşaretler	. 31
4. DOA KESTİRİM YÖNTEMLERİ	. 35
4.1 DOA Kestirimi Probleminde İşaret Modeli	. 35
4.2 Korelasyon Matrisi ve Altuzaylar	. 36
4.3 MUSIC Algoritması ile DOA Kestirimi	. 40
4.4 MUSIC Algoritmasının Gerçek Uygulamalardaki Şekli	. 41
4.5 Dizi Geometrileri için Yönlendirme Matrisleri	. 42
4.5.1 ULA için yönlendirme matrisi	. 42
4.5.2 URA için yönlendirme matrisi	. 43
4.5.3 UCA için yönlendirme matrisi	. 44

5. POLAR GRİD ANTEN DİZİLERİ	45
5.1 Polar Grid Anten Dizisi Geometrisi	45
5.2 Polar Grid Anten Dizisi için DOA Probleminin Tanımı	46
5.3 Polar Grid Anten Dizisinin Yönlendirme Matrisi	49
6. POLAR GRİD ANTEN DİZİLERİNDE MUSIC ALGORİTMASI İLE D	OA
KESTİRİMİ VE BENZETİMLERİ	51
6.1 ULA Geometrileri için DOA Kestirim Benzetimleri	52
6.2 UCA Geometrileri için DOA Kestirim Benzetimleri	55
6.3 Polar Grid Dizilimler için DOA Kestirim Benzetimleri	57
6.3.1 DOA kestiriminde polar grid geometrinin etkisi	57
6.3.2 Polar grid dizilimlerinin performans analizi	62
6.3.3 Açı çözünürlüğüne ve SNR değerlerine göre performans analizi	62
6.3.4 İşaret sayısına göre performans analizi	64
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	69
EKLER	73
ÖZGEÇMİŞ	75

KISALTMALAR

: Additive White Gaussian Noise			
: DeModülatör			
: Deterministic Maximum Likelihood			
: Direction of Arrival			
: Estimation Signal Parameter via a Rotational Invariant Technique			
: Eigen Value Decomposition			
: First Null BeamWidth			
: Half-Power BeamWidth			
: Iterative Quadratic Maximum Likelihood			
: Low Frequency			
: Low Noise Amplifier			
: MUltiple SIgnal Classification			
: Radio Frequency			
: Root Mean Square Error			
: Stochastic Maximum Likelihood			
: Signal-to-Noise Ratio			
: Uniform Linear Array			
: Uniform Rectangular Array			
: Uniform Circular Array			
: Weighted Subspace Fitting			

ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Çizelge 1.1 : Rastgele dizilimli anten dizilerine uygulanan kestirim yöntemleri....... 3 **Çizelge 1.2 :** Doğrusal dizilimli anten dizilerine uygulanan kestirim yöntemleri....... 3

xii

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Şekil 2.1 : Küresel koordinat sistemi	7
Şekil 2.2 : Antenlerin analizi için koordinat sistemi	11
Şekil 2.3 : Her yönlü anten ışıma diyagramı	12
Şekil 2.4 : Bir anten örüntüsünün (a) ışıma demetleri ve hüzme genişliği ile (b) bu	J
demetlere karşı düşen güç örüntüleri	13
Şekil 2.5 : Anten alan bölgeleri	14
Şekil 2.6 : Bir parabolid anten için antenden farklı uzaklıklardaki reaktif ışıma	
örüntüleri	15
Şekil 3.1 : Bir anten dizisi donanım modülü	20
Şekil 3.2 : Eşdüzlemsel antenler ile doğrusal dizilim	20
Şekil 3.3 : Yazılım modülü bloğu	21
Şekil 3.4 : Tek boyutta faz farkı modeli	22
Şekil 3.5 : Düzgün doğrusal anten dızılımı (ULA)	25
Şekil 3.6 : Düzgün dikdörtgensel anten dizilimi (URA)	26
Şekil 3.7 : Düzgün dairesel anten dizilimi (UCA)	29
Sekil 5.1 : Polar grid anten dizilimi geometrisi.	45
Şekil 5.2 : <i>h</i> -numaralı dalresel dizilimde antenier arasındaki konum ilişkisi	46
Sekii 5.5 : Kelerans sanal dalga duzlemi geometrisi	4/
değerleri	52
Sekil 6.2 • 5° acı cözünürlüğü için hesanlanan RMSE değerleri	53
Sekil 6.3 : 10° acı cözünürlüğü icin hesaplanan RMSE değerleri	53
Sekil 6.4 : 20° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri	
Sekil 6.5 : 5° acı cözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri	55
Sekil 6.6 : 10° acı cözünürlüğü icin hesaplanan RMSE değerleri	
Sekil 6.7 : 20° acı cözünürlüğü icin hesanlanan RMSE değerleri	56
Sekil 6.8 : Senaryo 1 için P_{MISIC} grafiği	
Sekil 6.9 : Senarvo 2 icin Pravice grafiği	59
Sekil 6.10 : Senarvo 3 icin P. arma grafiği	60
Sekil 6.11 : Senaryo 4 icin P_{music} grafiği (SNR = 20dB)	61
Sekil 6 12 · Senaryo 4 icin P grafiši (SNR = 5dB)	61
Set $(12 \cdot 5^\circ)$ and a similar in the matrix of the matri	01
Sekil 0.15 : 5 açı çozununugu için KMSE degenen.	05
Şekii 0.14 : 10 açı çozunurlugu için KIVISE degerleri Sekii 0.14 : 10 açı çozunurlugu için KIVISE degerleri	05
Şekil 6.15 : 20° açı çözünürlüğü ıçın RMSE değerleri	64
Şekil 6.16 : (a) 1 ışaret, (b) 2 ışaret, (c) 3 işaret, (d) 4 işaret için P_{MUSIC} grafiği	65
Şekil 6.17 : (a) 5 işaret ve (b) 6 işaret için P_{MUSIC} grafiği	66

BİR POLAR GRİD ANTEN DİZİSİYLE DOA KESTİRİMİ

ÖZET

Kaynak işaretlerin geliş doğrultusu (Direction of Arrival - DOA) kestirimi problemi radar, sonar ve telsiz haberleşme gibi pek çok uygulama alanında çözümü üzerinde yoğun çalışılan önemli bir araştırma konusudur. Bu tez kapsamında öncelikle elektromagnetik dalga yayılımı bağıntılarından yola çıkılarak bir dalganın yayılım hız ve doğrultu bilgisini taşıyan vektör tanımlanmıştır. Bu vektör ile kaynak işaretlerinin alıcı anten dizileri üzerinde, ilgili dizi geometrisine bağlı olarak alacağı faz farklarının belirlenmesi ve dolayısıyla alınan işaretle kaynak işaretleri arasındaki bağıntıları içeren yönlendirme matrislerinin türetilmesi mümkün olmuştur.

Bu tezde DOA kestirimi probleminde işaret alt uzaylarının ayrıştırılmasına dayalı MUSIC (Multiple SIgnal Classification) algoritması temel alınarak dar bantlı kaynak işaretleri için çeşitli anten dizilim geometrileri incelenmiş, mevcut düzgün doğrusal dizilim (Uniform Linear Array - ULA) ve düzgün dairesel dizilim (Uniform circular Array - UCA) geometrilerine alternatif olarak eş merkezli dairesel dizilimleri içeren polar grid anten dizi geometrisi önerilmiştir. Bu geometriye ait yönlendirme matrisi özgün bir çalışma olarak ortaya konmuş, dizilimin DOA kestirimi problemini çözme performansı benzetimlerle irdelenmiştir.

Çeşitli geometriler üzerinde yapılan karşılaştırmalı benzetimlerle dizi geometrilerindeki çeşitli parametrelerin DOA kestirimi başarımına olan etkileri incelenmiştir. Bu tez çalışması ile polar grid dizilimin ULA ve UCA dizilimlerine göre daha yüksek açı çözünürlüğü sağladığı ancak maliyet arttırıcı bir etken olarak polar grid dizilimlerle DOA kestiriminde yüksek işlem gücü gerektiren daha karmaşık algoritmaların kullanılmasını gerektiği sonucuna varılmıştır.

xvi

DOA ESTIMATION BY A POLAR GRID ANTENNA ARRAY

SUMMARY

The problem of estimating the direction of arrival (DOA) of source signals is a vital research interest in various application areas including radar, sonar and wireless communication technologies with vast amount of effort invested to its solution. In the scope of this thesis, a vector that possesses the information on the speed of propagation and the direction of a wave which are derived from the electromagnetic propagation formulation is defined. Using this vector, it could be possible to determine the phase difference terms of the source signals related to the geometry of the array and therefore to derive the steering matrices which include the phase-difference relationships between the received and source signals.

In this thesis, the MUSIC (Multiple SIgnal Classification) algorithm, which depends on the separation of signal subspaces, has been employed in the estimation of DOA problem and various antenna array geometries have been analyzed in case of narrowband source signals. As an alternative to the well-known geometries of uniform linear array (ULA) and uniform circular array (UCA), polar grid antenna arrays including concentric circular arrays have been proposed. The steering matrix of this geometry has been defined as an original contribution and the performance analysis of the array in DOA-estimation problem has been investigated by simulations.

Through comparative simulations on several antenna geometries, the role of various parameters is analyzed in DOA estimation performance. In this thesis, we conclude that polar grid geometries provide higher angle resolution compared to the ULA and UCA geometries, however as a cost-increasing effect, more complex algorithms and higher computational power are needed to estimate DOA of the source signals in polar grid antenna arrays.

1. GİRİŞ

İşaretlerin geliş doğrultularının (DOA) doğru bir şekilde kestirimi haberleşme ve radar sistemlerinde geniş uygulama alanları bulmuştur. Radar ve sonar verilerinden yola çıkılarak kaynak işaretlerin yeri ve DOA'larının belirlenmesi gerçek uygulamalarda çözülmesi gereken önemli bir problem olarak karşımıza çıkar. Bu tür parametre kestirimleri pek çok mühendislik uygulaması için geliştirilen sistemlerin performansını arttırmak amacıyla kullanılmaktadır [1, 2].

DOA kestirimi radar uygulamalarında hedefleri ayrıştırmada kullanılırken haberleşme uygulamalarında alıcıda uzaysal çeşitlilik sağlayarak, çok sayıda kullanıcının aynı anda haberleşme olanaklarını arttırır. Örneğin savunma sistemlerinde olası tehditlerin yönünün belirlenmesi veya ticari bir uygulamaya örnek olarak cep telefonu ile yapılan bir acil çağrı isteğinin hangi yönden geldiğinin belirlenmesi acil yardım ekiplerinin olay yerine yönlendirilmesi konusunda yaşamsal önem taşıyacaktır [3].

1.1 DOA Kestirim Problemine Yaklaşımlar

Sabit konumlu tek bir anten içeren bir sistem ile DOA kestirimi pek çok kısıtlamayı beraberinde getirir. Sistemin çözünürlüğü kullanılan antenin ana demetinin hüzme genişliği ile sınırlı olacaktır. Ayrıca antenlerin fiziksel açıklığını artırarak gelen işaretlerin açılarının kestiriminde iyileştirme yapmak her zaman doğru bir seçenek olmayabilir. Hava aracı antenleri veya füze takip sistemleri gibi uygulamalarda sistemin fiziksel büyüklüğü üzerindeki kısıtlamalar nedeniyle bu tip sistemlerde göreli olarak geniş ana demet hüzme genişliği kullanılır ve bunun sonucu olarak çözünürlükleri de zayıf olur. Ayrıca anten ana demetine birden fazla işaret gelecek olursa bu işaretlerin ayrıştırılması da zor olacaktır [4, 5].

Haberleşme ve radar uygulamaları gibi alanlarda tek algılayıcı kullanmak yerine uzun zamandır çoklu alıcı sistemleri yer bulmaktadır. Çoklu dizilimlerin tek antenli duruma göre pek çok avantajları vardır. Bunlardan biri alıcılarda ölçülen işaretlerin birlikte işlenmesiyle işaret gürültü oranının (SNR) artırılmasına imkan tanımasıdır. İkincisi anten dizilerinde alınan ve iletilen işaretlerin yönlendirilebilmesi ve çoklu işaretlerin ayrıştırılabilmesidir. Özellikle pasif radar uygulamaları gibi gözlenen işaret kaynaklarının yerinin belirlenmeye çalışıldığı uygulamalar için anten dizilerinin kullanılması kaçınılmazdır.

Tek antenli sistemlerin taşıdığı dezavantajlara karşın ortaya konulan çok antenli dizi geometrilerinin kullanıldığı sistemler model-tabanlı ve öz-değerlere ayrışım (Eigen-Value Decomposition - EVD) tabanlı kestirim teknikleri gibi işaret işleme tekniklerinin kullanılması ile DOA kestiriminde çözünürlüğü oldukça artırmıştır [6].

DOA kestirimi için literatürde çok sayıda kestirim yöntemi bulunmaktadır [7-9]. Bunların içinde en bilinen ve nispeten düşük işlem karmaşıklığına sahip olan yöntem işaret alt uzaylarının ayrıştırılmasına dayalı *işaret altuzayı* yöntemidir. Bu yöntemle problemin çözümünde dizi elemanlarının algıladığı elektromagnetik dalga işaretlerinin antenler üzerinde dizi geometrisinin neden olduğu faz farkları esas alınır. Gelen işaretlerin çoğunlukla dar bantlı işaretler olduğu varsayılır. Günümüzde geniş bantlı işaretlerin de ele alındığı durumlara özgü algoritmalar geliştirilmeye çalışılmaktadır [6].

DOA kestirimi için model parametrelerinin elde edilmesini amaçlayan model-tabanlı kestirim tekniğinde en küçük ortalama kareler (Least Mean Square - LMS) ve örnek matris tersi (Sample Matrix Inversion - SMI) işaret işleme algoritmaları kullanılır [7].

DOA kestiriminde yaygın olarak kullanılan MUSIC algoritmasının çıkış noktası olan öz-analiz kestirim tekniği ise gelen işaretlerin zamansal ortalamalarının alınması esasına dayanır. Zamansal ortalama yaklaşımı işaret korelasyon matrisini kestirebilmek için çok sayıda örnek almayı gerektirse de bazı radar sistemlerinde işlemsel kolaylık açısında tek bir örnekleme ile kestirilmiş korelasyonu elde etmek tercih edilir [8, 9].

Dar bantlı işaretler için her iki kestirim tekniğinde yüksek çözünürlük elde edilmesinin yanısıra, kestirimi yapılacak hedef işaretleri sayısının anten dizisindeki alıcı sayısından küçük olduğu durumlarda her iki teknik de hedef işaretleri sayısını kestirebilme başarısını gösterir. Anten dizileri geniş bantlı işaretlerin söz konusu olduğu durumlarda çok sayıda işaret varsa DOA kestiriminde kimi zaman zorluklar yaşar. Bu durum özellikle kaynak işaretlerin birbirlerine göre oldukça dar bantlarla ayrıldığı senaryolar için söz konusu olur.

Genellikle DOA kestirim algoritmaları donanımsal olarak gerçeklenmeden önce kullanılacak algoritmayı doğrulamak için kapsamlı bilgisayar simülasyonlarına başvurulmaktadır. Literatürde DOA kestirim problemi için kullanılan yöntem ve algoritma çeşitliliğine değinmek ve teknikleri genel özellikleri itibarıyla karşılaştırmak amacıyla Çizelge 1.1 ve Çizelge 1.2 verilmiştir [2].

Yöntem	Faz uyumlu işaretler	İstatistiksel performans	Hesaplama yöntemi
Capon	Yok	Zayıf	1-Boyutlu tarama
MUSIC	Yok	İyi	EVD, 1-Boyutlu tarama
Min-Norm	Yok	İyi	EVD, 1-Boyutlu tarama
DML	Var	İyi	<i>M</i> -Boyutlu tarama
SML	Var	Verimli	<i>M</i> -Boyutlu tarama
WSF	Var	Verimli	EVD, <i>M</i> -Boyutlu tarama

Cizelge 1.1 : Rastgele dizilimli anten dizilerine uygulanan kestirim yöntemleri [2].

Çizelge 1.2 : ULA anten dizilerine uygulanan kestirim yöntemleri [2].

Yöntem	Faz uyumlu işaretler	İstatistiksel performans	Hesaplama yöntemi
Root-Music	Var	İyi	EVD, polinomsal
ESPRIT	Var	İyi	EVD
IQML	Var	İyi	İteratif
Root-WSF	Var	Verimli	EVD, En küçük kareler

Capon, MUSIC ve Min-Norm gibi DOA kestirim yöntemlerinde kaynak işaretlerinin faz uyumlu işaretler olma zorunluluğu yoktur [2]. Rastgele en büyük olabilirlik (Stochastic Maximum Likelihood - SML) [7], ağırlıklandırılmış altuzay uyumu (Weighted Subspace Fitting - WSF) [10] ve kök-WSF (Root-WSF) [10] yöntemleri istatistiksel performans olarak verimli yöntemler olmakla beraber işlem karmaşıklığı açısından en yoğun olanlarıdır. Kök-MUSIC (Root-MUSIC) [11], ESPRIT [12,13] ve iteratif karesel en büyük olabilirlik (Iterative Quadratic Maximum Likelihood – IQML) [14] yöntemleri ise sadece düzgün doğrusal dizilimli geometrilerde kullanılabilme dezavantajını taşırlar.

1.2 Tez Kapsamı

Tezin kapsamında öncelikle düzgün doğrusal dizilim (Uniform Linear Array - ULA), düzgün dikdörtgensel dizilim (Uniform Rectangular Array – URA) ve düzgün dairesel dizilimli (Uniform Circular Array - UCA) antenler için DOA kestirim problemi incelenmekte ve polar grid dizilime sahip geometrilerde DOA kestirim probleminin çözümü olan giriş-çıkış ilişkisinin matris-vektör gösterimi özgün bir katkı olarak ortaya konulmaktadır. Elde edilen bu çözüm MUSIC algoritmasına uygulanarak dizilim geometrisinin DOA kestirim başarısı çözünürlük, işaret sayısı ve işaret gürültü oranı (SNR) parametreleri üzerinden RMSE değerleri hesaplanarak analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre polar grid dizilimin diğer dizilimlerle karşılaştırılması yapılmıştır.

1.3 Tez Planı

Tez kapsamında Bölüm 2'de temel kavramlar üzerinde durulmakta, elektromagnetik dalga yayılımı ve anten teorisine ait temel bilgiler verilmektedir.

Bölüm 3 içerisinde DOA problemi çözümüne yönelik üç çeşit anten dizilimi geometrisi (ULA, URA, UCA) ve bu geometrilerden kaynaklanan faz farkı hesaplamalarına detaylı yer verilmektedir. Bölüm 3'ün sonunda DOA kestiriminde sıkça kullanılan dar bantlı işaret modeli detaylandırılmaktadır.

Bölüm 4 işaret altuzay ayrıştırma yöntemi ve DOA kestirimi problemini bu yönteme dayanarak çözen MUSIC algoritmasının açıklanmasına ve teorik çıkarımlara ayrılmıştır. Ayrıca farklı dizilim geometrileri için yönlendirme matrisleri tanımlanmıştır.

Bölüm 5'te ULA, URA ve UCA'ya alternatif yeni bir dizilim olarak polar grid anten dizilim geometrisi önerilmiş ve bu dizilimin geometrik yapısı incelenmiştir. Bu geometri üzerinde DOA problemi tanımlanırken, polar grid anten dizisinin yönlendirme matrisi üretilmiştir.

Bölüm 6 farklı anten dizilimlerinde MUSIC algoritması ile DOA kestirimi probleminin karşılaştırmalı benzetimlerini içeren bölümdür. Bu benzetimlerle anten dizilerinin ve önerilen polar grid anten diziliminin performans analizi yapılmıştır.

Sonuçlar ve bu tezde irdelenen konularla ilgili gelecek çalışmalara Bölüm 7'de yer verilmiştir.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde DOA problemine uygulamak üzere elektromagnetik dalga yayılım modeli verilmekte ve antenlerle ilgili temel kavramlar açıklanmaktadır.

Tez içerisindeki metinlerde ve verilen bağıntılarda koyu yazılmış küçük harflerin vektörleri, koyu yazılmış büyük harflerin ise matrisleri işaret ettiğine dikkat edilmelidir.

2.1 Elektromagnetik Dalga Yayılımı

Elektromagnetik dalgaların taşıyıcı olduğu kablosuz iletişim uygulamalarında anten ve/veya anten dizilerince alınan işaretler zamanın yanı sıra anten dizisinin konumuna bağlı olarak uzaysal koordinatların da parametresi olduğu fonksiyonlarca ifade edilir. Böylece 3-boyutlu uzayla birlikte zamanın da 4. boyut olarak görüleceği bir işarete, s(x, y, z, t) fonksiyonunu karşı düşürebiliriz.



Şekil 2.1 : Küresel koordinat sistemi.

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi küresel koordinat sisteminde bir v vektörünün x-ydüzlemi üzerindeki izdüşümünün x-ekseni ile y-ekseni yönünde yaptığı açı azimut açısı ϕ , vektörün z-ekseni ile yaptığı açı ise yükseklik açısı θ olarak tanımlanır. Bu koordinat sistemi için aşağıdaki bağıntılar geçerlidir.

$$r = \sqrt{x^{2} + y^{2} + z^{2}}$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$
(2.1)

Burada (x, y, z) uzaysal konum bilgisi **r** konum vektörü ile ifade edilmekte ve s(x, y, z, t) işareti $s(\mathbf{r}, t)$ olarak gösterilebilmektedir.

Zamanın ve uzaysal konumun bir fonksiyonu olarak yayılan bir elektromagnetik dalganın dalga denklemi Maxwell denklemlerinden yola çıkarak

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
(2.2)

şeklinde elde edilir. Burada \vec{E} elektromagnetik alan vektörünü, *c* ise elektromagnetik dalganın yayılım hızını gösterir. Eşitlik (2.2)'de görülen ∇^2 Laplacian operatörü

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
(2.3)

olarak tanımlanır. (2.2) ve (2.3) bağıntılarından yola çıkarak skaler dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$
(2.4)

şeklini alır. (2.4)'ün bir çözümü

$$s(x, y, z, t) = A \exp(j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z))$$
(2.5)

ile gösterilen kompleks üstel bir ifadedir. Burada *A* kompleks bir sabit iken, **k** konum vektörünün bileşenleri k_x, k_y ve k_z ile elektromagnetik dalganın açısal frekansı ω gerçel sabitler olup $\omega \ge 0$ dır. (2.5) bağıntısı (2.4)'e uygulandığında

$$k_x^2 s(x, y, z, t) + k_y^2 s(x, y, z, t) + k_z^2 s(x, y, z, t) = \frac{\omega^2 s(x, y, z, t)}{c^2}$$
(2.6)

olur ve buradan da sabitler arasında

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$
(2.7)

bağıntısı elde edilir. (2.7) sağlandığı sürece (2.5) formundaki işaretler (2.4) dalga denkleminin çözümleri olacaktır.

Dalga denkleminin (2.5) formundaki çözümü monokromatik düzlem dalga olarak adlandırılır. Monokromatik oluş s(x, y, z, t) işaretinin tek frekanslı olduğu anlamına gelip işaretin zaman eksenindeki bileşenini vurgular. s(x, y, z, t) işaretinin vektörel gösterimi

$$s(x, y, z, t) = A \exp(j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))$$
(2.8)

ve buradan hareketle uzay-zaman gösterimi Fourier dönüşümü cinsinden

$$s(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp(j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})) d\omega$$
(2.9)

olur. İşaretin bir T periyodu süresinde kat edeceği yol elektromagnetik dalganın dalga boyu λ 'ya eşit olacaktır. Dalga boyunun yayılım hızı c ve periyot cinsinden ifadesi

$$\lambda = cT = c\frac{2\pi}{\omega}$$

olacaktır. (2.7)'nin bir diğer ifadesi $|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c}$ olduğundan $\lambda = \frac{2\pi}{|\mathbf{k}|}$ olur ve böylece (2.9)'daki faz terimi

$$j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = j\omega(t - \mathbf{a} \cdot \mathbf{r})$$
(2.10)

biçiminde yazılabilir. Buradaki α vektörü yayılımın yönünü ve hızını ifade eden vektördür. (2.7) ve (2.10)'nun yardımıyla ve Şekil 2.1'de verilen koordinat sistemi temel alınarak α vektörü dalganın azimut ve yükseklik açıları ile yayılım hızı cinsinden

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{c} (\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta)$$
(2.11)

şeklinde ifade edilir. (2.11)'den kolayca görüleceği üzere bir kez α vektörü belirlenirse, dalganın yayılım yönü ve hızını kestirmek mümkün olacaktır. Böylece (2.9)'da $\alpha = \frac{\mathbf{k}}{\omega}$ eşitliği kullanıldığında $s(\mathbf{r},t)$ 'nin yeni ifadesi

$$s(\mathbf{r},t) = s(t - \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp(j\omega(t - \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{r})) d\omega$$
(2.12)

olur.

2.2 Antenler

Antenler elektromagnetik dalgaların alınmasını ya da yayılmasını, böylelikle serbest uzay ile iletim hatları arasındaki geçişe imkan tanıyan elemanlardır. Antenler aynı zamanda sistemlerde yayılacak enerjiyi istenen yönde arttıran istemeyen yönde ise bastırabilen bir yapıya sahiptir. Dolayısıyla sadece elektromagnetik enerjiyi alan ya da yayan değil, uygun şekilde tasarlandığında aynı zamanda ona yön de verebilen bir yapıya sahiptir. Bu gerekleri sağlamak üzere tel anten, açıklık antenleri, mikro-şerit yama antenleri, dizi antenleri, yansıtıcı antenler ya da lens antenler gibi değişik fiziksel formlarda antenler üretilmektedir.

Bu bölümde anten teorisinin temel kavramları incelenmekte, bu kapsam gereği ışıma örüntüsü (radiation pattern) ve bununla ilişkili antenlere ait ana, yan ve arka demetlerin tanımı yapılmaktadır. Ayrıca elektromagnetik dalgaların yayılımına ilişkin güç yoğunlukları, ışıma şiddeti, yönlülük, anten kazancı, hüzme genişlikleri, bant genişliği, polarizasyon, anten yayılım verimi tanımlanmaktadır.

2.2.1 Işıma diyagramı

Işıma diyagramı bir antenin ışıma özelliklerinin uzaysal koordinatların bir fonksiyonu olarak ifade edilmesidir. Şekil 2.2'de antenlerin analizi için temel alınacak koorinat sistemi verilmektedir [15]. Işıma diyagramı daha çok uzak alan ışıma özellikleriyle ilişkili oluşturulur.

Antenler ışıma yönlerinin çeşitlerine göre gruplandırılabilirler. Antenlerin yönlülük özelliklerini karşılaştırmak üzere ideal, kayıpsız ve tüm yönlere eşit ışıma yapan izotropik antenler referans olarak tanımlanır. Buna göre tanımlanan yönlü (directional) anten diğer yönlere oranla bir yönde daha etkin bir şekilde elektromagnetik ışıma yapabilen ya da dalgaları alabilen anten çeşitidir. Maksimum yönlülüğü yarım-dalga dipolden görece büyük olan antenler bu grupta sınıflandırılırlar.



Şekil 2.2 : Antenlerin analizi için koordinat sistemi [15].

Bir diğer ışıma tipi olarak her yönlü (omnidirectional) antenler bulunmaktadır. Şekil 2.3'te örnek bir her yönlü antenin ışıma diyagramı görülmektedir. Bu durumda antenler genel olarak bir yönde (örneğin yükseklik açısında) yönlü iken, diğer yönde (aynı örnek için azimutta) yönsüz bir ışıma ile her yönde ışıma yapabilir.

2.2.2 Işıma demetleri

Bir ışıma diyagramında ana, yan ve arka demetler (main, side, back lobes) olmak üzere farklı ışıma şiddetlerine sahip bölgeler gözlenebilir.



Şekil 2.3 : Her yönlü anten ışıma diyagramı [15].

Şekil 2.4a'da çeşitli ışıma demetlerine sahip simetrik üç boyutlu bir ışıma diyagramına yer verilmiştir. Aynı ışıma etkisi sadece θ açısına bağlı olarak da gösterilebilir.

Ana demet en yüksek ışımanın yönündeki demettir. Şekil 2.4a'da $\theta = 0^{\circ}$ yönündeki demet olarak görülmektedir. Ana demet dışındaki tüm demetler küçük (minor) demetler olarak adlandırılır. Bu tip demetlerden ana demete yakın ve onunla aynı yarıküreye ait olan demetlere yan demet, ana demetle 180° civarında açı yapan demetlere ise arka demet denir. Küçük demetler genellikle istenmeyen yönlerde oluşan ışınlar olarak varsayılır ve çoğu kez değerleri minimize edilmeye çalışılır.

2.2.3 Antenlerin alan bölgeleri

Antenleri çevreleyen bölge genellikle Şekil 2.5'te gösterildiği gibi üç kısma ayrılır. En içteki çevre "reaktif yakın alan" olarak adlandırılan ve çoğu anten tipi için anten yüzeyinden $R < 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$ yarıçapı içinde kalan bölgedir. Bu ifadede *D* antenin en büyük boyutudur ve $D > \lambda$ bağıntısı sağlanmalıdır.

Kısa dipol anten için bu sınır yaklaşık olarak anten yüzeyinden $\frac{\lambda}{2\pi}$ mesafe uzaklıkta olacak şekilde varsayılır.



Şekil 2.4 : Bir anten örüntüsünün (a) ışıma demetleri ve hüzme genişliği ile (b) bu demetlere karşı düşen güç örüntüleri [15].

Reaktif yakın alandan hemen sonra "ışıyan yakın alan" (Frensel) bölgesi yer alır. Artık bu bölgede ışıma alanı öne çıkmıştır ve açısal alan dağılımı antene olan uzaklığa yakından bağlıdır. Eğer antenin en büyük boyutu D dalga boyuna göre küçükse ışıyan yakın alan bölgesi oluşmayabilir. En büyük faz hatası olarak $\frac{\pi}{8}$ kabul

edilirse bu bölge için en dış yarıçap $R = \frac{2D^2}{\lambda}$ 'ya karşılık gelir.

Üçüncü bölge olan "uzak alan" bölgesi artık açısal alan dağılımının anten uzaklığından bağımsız olduğu ve anten yüzeyinden itibaren $R > \frac{2D^2}{\lambda}$ uzaklığından sonra başlayan bölgedir.

Her üç alandaki bağıl ışıma gücünü karşılaştırmak için ışımada gerçekleşen değişim merkezden uzaklığın ölçütü olan radyal uzaklığın bir fonksiyonu olarak parabolik yansıtıcı bir anten için Şekil 2.6'teki gibi oluşturulmuştur [15].





Şekil 2.5 : Anten alan bölgeleri.

Şekil 2.6'da görüldüğü gibi -25dB'nin altındaki bölgeler ve ışımadaki ilk sıfır bölgesi hariç her üç bölgedeki ışıma benzer sonuçlar üretmiştir.



Şekil 2.6 : Bir parabolid anten için antenden farklı uzaklıklardaki reaktif ışıma örüntüleri [15].

2.2.4 Işıma güç yoğunluğu

Bir elektromagnetik dalganın gücünü betimlemek için anlık Poynting vektörü

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \mathbf{X} \mathcal{H}$$
 (2.13)

olarak tanımlanır. Burada anlık Poynting vektörü \mathcal{W} birimi W/m^2 iken, \mathcal{E} anlık elektrik alan şiddetini (V/m) ve \mathcal{H} anlık magnetik alan şiddetini (A/m) simgelemektedir.

Kapalı bir yüzeyin içinden geçen toplam gücü hesaplamak için Poynting vektörünün normal bileşeninin yüzey üzerinde integralini almak gerekir. Buna göre toplam anlık güç

$$\mathcal{P} = \oiint_{S} \quad \mathcal{W} \cdot d\mathbf{s} = \oiint_{S} \quad \mathcal{W} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, da \tag{2.14}$$

olur ve birimi Watt'dır. Burada $\hat{\mathbf{n}}$ yüzeye dik olan birim vektörü simgeler ve integral kapalı yüzey alanı boyunca hesaplanır. Eğer elektrik ve magnetik alan ifadelerindeki zaman değişimleri

$$\mathcal{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}) = \operatorname{Re}[\mathbf{E}(x, y, z)e^{j\omega t}]$$
$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}) = \operatorname{Re}[\mathbf{H}(x, y, z)e^{j\omega t}]$$

şeklinde oluşuyorsa bu durumda antenden ışıyan ortalama güç

$$P_{ort} = \frac{1}{2} \oint_{S} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^{*}) d\mathbf{s}$$
(2.15)

ifadesini alır.

İdeal bir durum olarak kabul edilen izotropik bir ışıma kaynağından yayılan toplam güç tüm uzayda simetrik bir dağılıma sahip olacağı için küresel kooordinatlarda sadece kaynaktan uzaklığı simgeleyen *r* değişkenine bağlı olacak ve

$$P_{i_{sima}} = \oiint_{s} \mathbf{W}_{0} \, d\mathbf{s} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} [\hat{\mathbf{a}}_{r} W_{0}(r)] \cdot [\hat{\mathbf{a}}_{r} r^{2} \sin\theta \, d\theta \, d\phi] = 4\pi r^{2} W_{0}$$
(2.16)

değerini alacaktır. Bu durumda ışıma güç yoğunluğu

$$\mathbf{W}_{0} = \hat{\mathbf{a}}_{r} W_{0} = \hat{\mathbf{a}}_{r} \left(\frac{P_{i s m a}}{4 \pi r^{2}}\right) \quad (W/m^{2})$$
(2.17)

olur ve r yarıçaplı küre üzerinde düzgün dağılıma sahiptir.

2.2.5 Işıma şiddeti

Işıma şiddeti bir antenin birim uzaysal açı başına (solid angle) ürettiği güç olarak tanımlanır. Işıma şiddeti bir uzak alan parametresidir ve ışıma yoğunluğu ile uzaklığın karesinin çarpımı şeklinde hesaplanır.

$$U = r^2 W_{i_{\text{suma}}} \tag{2.18}$$

Denklemde U birimi W/birim uzaysal açı olan ışıma şiddetini, $W_{işima}$ ise birimi W/m² olan ışıma yoğunluğunu simgelemektedir.

Işıma şiddetinin tam bir uzaysal açının ifadesi olan 4π üzerinden integrali toplam gücü verir. Buna göre toplam ışıma gücü

$$P_{i_{sima}} = \bigoplus_{\Omega} U \, d\Omega = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$
(2.19)

olarak ifade edilir. (2.19)'da $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$ uzaysal açı elemanını simgeler. Katı açı olarak da adlandırılan uzaysal açının birimi *steradyan*'dır ve iki boyutta tanımlanan radyan açı tanımının üç boyuta genelleştirilmiş halidir.

2.2.6 Yönlülük

Bir antenin yönlülüğü (directivity) verilen bir yöndeki ışıma şiddeti ile tüm yönler üzerinde ortalaması alınmış ışıma şiddetinin oranı olarak tanımlanmıştır. Burada ortalama ışıma şiddeti, antenin ışıdığı toplam gücün 4π 'ye bölünmesiyle elde edilmektedir. Buna göre yönlülük

$$D = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{isima}}$$
(2.20)

olarak ifade edilir. Eşitlikte U ışıma şiddeti ve $P_{işuma}$ toplam ışınan güçtür. U_0 ise izotropik kaynağın ışıma şiddetidir. Eğer belirli bir yön verilmediyse bu durumda en büyük ışımanın olduğu yön olan maksimum yönlülük hesaplanır ve

$$D_{maks} = \frac{4\pi U_{maks}}{P_{lsuma}}$$
(2.21)

halini alır. Yönlülüğü belirten D değişkeni birimsizdir. İzotropik bir kaynak için her yönde $U = U_{maks}$ olacağı için D yönlülüğü 1'e eşit olur.

2.2.7 Anten kazancı

Belirtilen bir yönde bir antenin kazancı

$$Kazan \varsigma = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{giris}}$$
(2.22)

şeklinde tanımlanır. Burada $U(\theta, \phi)$ verilen bir (θ, ϕ) doğrultusundaki ışıma şiddetini gösterir. Kayıpsız ve izotropik olarak ışıyan bir antenin ışıma şiddeti antenin aldığı gücün 4π 'ye bölünmesiyle elde edilmektedir. Burada anten kazancı bu iki değerin oranlanması ile hesaplanır. Anten kazancı için yön verilmediğinde en büyük ışımanın olduğu yön esas alınır.

2.2.8 Anten verimi

Toplam anten verimi antenin giriş terminalleri ve yapısı dikkate alındığında olabilecek tüm kayıpları hesaba katan bir katsayı olarak hesaplanır ve

$$verim = e = \frac{P_{isima}}{P_{isima} + P_k}$$
(2.23)

şeklinde olur. İfadede P_k antende kaybolan gücü simgeler. Kayıpsız bir durumda anten verimi 1'e eşittir

2.2.9 Yarı-güç hüzme genişliği

Yarı-güç hüzme genişliği (Half-Power BeamWidth - HPBW) bir hüzmenin en büyük değerinin olduğu düzlemde ışıma şiddetinin en büyük değerinin yarısına düştüğü doğrultudaki vektörler arasındaki açı değeridir. Şekil 2.4'te örnek bir ışıma diyagramı üstünde gösterilmektedir.

Bir anten için hüzme genişliği antenin çözünürlüğüne ilişkin önemli bir parametredir. Genel olarak bir antenin çözünürlük yeteneği antenin ilk-sıfır bant genişliğinin (First Null BeamWidth - FNBW) yarısına eşit kabul edilir ve bu değer yaklaşık olarak yarıgüç hüzme genişliğine eşit kabul edilebilir. Bir anten açısal uzaklık cinsinden bu genişlikten daha büyük farka sahip iki kaynağı ya da radar hedefini birbirinden ayırdedebilir.

2.2.10 Hüzme verimi

Bir alıcı ya da verici durumundaki anten için hüzme verimi bir θ konik açısından ışıyan/alınan gücün antenden ışıyan/alınan güce oranı olarak

$$HV = \frac{P_{\theta}}{P_{Toplam}}$$
(2.24)

şeklinde tanımlanır.

Eğer θ açısı güç diyagramında ilk-sıfır ya da en küçük noktaların arası olarak seçilirse, bu durumda hüzme verimi ana demetteki gücün toplam güce oranını verir.
3. ANTEN DİZİLERİ

Anten dizileri uzayda değişik noktalara yerleştirilmiş çok sayıda antenin oluşturduğu sistemlerdir. Çoklu anten sistemlerinin tek antenli sistemlere göre iki temel avantajı vardır. Birincisi, işaret gürültü oranı (SNR) ile kullanılan anten elemanı sayısı arasında doğrusal bir ilişki vardır ve bunun sonucu olarak *M* adet anten elemanı içeren bir sistemde SNR tek antenli bir sisteme göre *M* katına çıkabilir. İkinci olarak çoklu anten dizileri ile iletilen veya alınan işaret hüzmelerinde yönlendirme yapılabilir ve bu sayede çok sayıda kaynak işaretini ayırdetmek mümkün olur.

Anten dizileri ile DOA kestirimi probleminde anten dizisi sistemi temel iki ana modülden meydana gelecektir. Bunlar kaynak işaretlerini yakalayıp onları düşük frekanslı (Low Frequency - LF) temel bant işaretlere dönüştüren donanım modülü ve LF işaretlerin kompleks zarflarını sezip işaret DOA kestirimini yapacak olan yazılım modülüdür.

Bu bölümde donanım ve yazılım modülleri kısaca ele alınıp, anten dizilerinde tek boyutta faz farkı modeli ve ULA geometrisi açıklanmıştır. Ardından faz farklarının iki boyutta hesaplanmasına imkan tanıyan URA ve UCA ile DOA kestirimi için yönlendirme vektörleri oluşturulmuştur. Son olarak dar bantlı kaynak işaretleri için geliştirilen işaret altuzayı modeli tanımlanmış, anten dizilerinde alınan işaretlerin korelasyon matrisi oluşturulmuştur.

3.1 Donanım Modülü

M adet eşdüzlemsel (coplanar) anten elemanından oluşan bir donanım modülü Şekil 3.1'de görülmektedir. Modülün girişine gelen radyo frekans (RF) işaretleri antenlerde elektriksel işaretlere dönüştürülür ve ardından düşük gürültü kuvvetlendiricilerinden (Low Noise Amplifier - LNA) geçirilerek kuvvetlendirilir. Kuvvetlendirilmiş işaretler demodülatör bloğunda (DM) LF temel bant işaretlere indirgenir.

Modülde M adet eşdüzlemsel anten birbirine göre d uzaklığa yerleştirilmiştir. İlk antendeki ϕ_1 referans fazdır ve gelen herhangi bir RF_i işareti ikinci antende ϕ_1 'in $\Delta \phi$ kadar gecikmişi olan ϕ_2 fazı ile bir işaret oluşturacaktır. Şekil 3.2'de anten diziliminin geometrik ayrıntısı verilmiştir.



Şekil 3.1 : Bir anten dizisi donanım modülü.



Şekil 3.2 : Eşdüzlemsel antenler ile doğrusal dizilim.

Ard arda gelen iki anten arasındaki faz farkı olan $\Delta \phi_i$ bu geometride

$$\Delta \phi_i = \frac{2\pi \, d \sin \phi_i}{\lambda} \tag{3.1}$$

şeklinde olacaktır. Eşitlikte görülen ϕ_i gelen RF işaretinin antenin normali ile yaptığı açıdır.

3.2 Yazılım Modülü



Şekil 3.3 : Yazılım modülü bloğu.

Girişine gelen LF işaretlerden, işaretlerin DOA kestirimini yapacak olan yazılım bloğu kestirim algoritmasının koşturulduğu bloktur (Şekil 3.3). Kalibrasyon katı donanım modülünden kaynaklanan gürültü işaretlerinin bastırılması için kullanılır [13]. DOA algoritması farklı anten dizi geometrileri için Bölüm 4'te detaylı olarak anlatılacaktır.

3.3 Tek Boyutta Faz Farkı Modeli

DOA kestirimi için günümüz uygulamalarında donanım modülü içerisinde kullanılan başlıca anten dizilimleri ULA, URA ve UCA'dır. Bölüm 3.1'de eşdüzlemsel antenler için değinilen dizilim geometrileri genellenerek tüm anten dizileri için bir faz farkı modeli oluşturulabilir. Dizilim geometrisinden bağımsız olarak kaynaktan gelen işaretler dizilimdeki tüm algılayıcılarda eş zamanlı olarak belirli bir faz farkı ile örneklenir.

Tek bir kaynak işaretinin olduğu P = 1 durumu için anten-işaret konum geometrisi ele alındığında Şekil 3.4'teki gibi tek boyutlu doğrusal bir hat üzerinde aynı işaretin farklı anten elemanlarına belirli faz farkları ile ulaştığı gözlemlenir.



Şekil 3.4 : Tek boyutta faz farkı modeli.

Eşitlik (3.1)'de çok kaynaklı durum için verilmiş olan bu faz farkı $\Delta \phi$ tek bir kaynak işareti için anten elemanları arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak

$$\Delta \phi = \frac{2\pi \, d \sin \phi}{\lambda} \tag{3.2}$$

şeklinde ifade edilir. Burada *d* antenler arası mesafe, λ işaretin dalga boyu, ϕ işaretin dikey eksen ile yaptığı açı olmak üzere (3.2) ifadesinden yola çıkılarak işaretin geliş doğrultusunu ifade eden ϕ açısı

$$\phi = \arcsin(\frac{\lambda \Delta \phi}{2\pi d}) \tag{3.3}$$

olarak hesaplanır. Böyle bir bir anten dizisinde *m*-numaralı antene gelen fazı kaymış kaynak işareti $s_m(t)$

$$s_m(t) = u(t)\exp(-j(\omega t + \phi_m))$$
(3.4)

bağıntısı ile genlik fonksiyonu u(t), *m*-numaralı antendeki fazı ϕ_m ve frekansı ω olarak ifade edilir. İsotropik antenlerin kullanıldığı ve antenler arası kuplaj etkisinin olmadığı ideal durum için (3.4) ifadesi *m*-numaralı anten elemanının aldığı gürültülü işarete uyarlandığında

$$x_m(t) = u(t)\exp(-j(\omega t + \phi_m)) + n_m(t)$$
(3.5)

formu elde edilir ve bu da

$$x_m(t) = s(t)\exp(-j\Delta\phi_m) + n_m(t)$$
(3.6)

eşitliğini verir. (3.6) tüm anten dizisi için yazılırsa

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(t) \\ s(t)e^{-j\Delta\phi_2} \\ \vdots \\ s(t)e^{-j\Delta\phi_M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1\\e^{-j\Delta\phi_2}\\.\\.\\e^{-j\Delta\phi_M}\end{bmatrix}s(t)+\begin{bmatrix}n_1(t)\\n_2(t)\\.\\.\\n_M(t)\end{bmatrix}$$

olur. Böylece M anten elemanlı tek kaynak işareti içeren sistem için

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\Delta \phi) s(t) + \mathbf{n}(t)$$
(3.7)

formundaki vektörel gösterime ulaşılır.

Kaynak işaret sayısı P > 1 durumu için anten dizisindeki *m*-numaralı antenin referans antene göre konum vektörü \mathbf{r}_m olarak adlandırıldığında, bu antenin üzerinde ölçülen toplam işaret gelen tüm işaretlerin bir bileşimi olarak

$$x_{m}(t) = \sum_{i=0}^{P-1} s_{i}(t - \boldsymbol{\alpha}_{i} \cdot \mathbf{r}_{m}) + n_{m}(t)$$
(3.8)

olur. $s_i(t)$ *i*-numaralı kaynak işaret, $\boldsymbol{\alpha}_i$ *i*-numaralı işaretin geliş doğrultu vektörü ve $n_m(t)$ anten elemanı üzerinde ölçülen gürültü bileşenidir. Eşitlikten de anlaşılacağı üzere bu tip bir modellemede kestirimde bulunulacak sistem parametreleri işaret

kaynaklarının sayısı *P*, gelen kaynak işaretleri $s_i(t)$, azimut açıları $\phi_i \in [0, 2\pi]$ ve yükseklik açıları $\theta_i \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 'nin bir fonksiyonu olan $\boldsymbol{\alpha}_i$ vektörü, yani işaretin geliş doğrultusudur (DOA). Böyle bir sistem için (3.7) ile verilen vektörel gösterim (3.9)'daki matris formuna dönüşür.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\Delta\phi)\,\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \tag{3.9}$$

Bundan sonraki üç bölümde (Bölüm 3.4, Bölüm 3.5 ve Bölüm 3.6) sırasıyla üç farklı geometrik dizilim için anten dizi elemanlarınca alınan işaretler gelen s(t) işaretleriyle ilişkilendirilerek cebirsel gösterimleri çıkarılacaktır.

3.4 Düzgün Doğrusal Dizilim (ULA)

Düzgün doğrusal anten dizisinin modeli Şekil 3.5'te verildiği gibi M adet nokta kaynaklı eş antenin bir doğru üzerinde birbirinden d eşit uzaklıkta yerleştirilmesi ile oluşturulur. Düzgün doğrusal dizilimlerde yükseklik açısı tespit edilemezken, azimut açısı değişkendir [17]. Her bir anten elemanında oluşan işaret

$$x_{m}(t) = \sum_{i=1}^{P} s_{i}(t) e^{-j\Delta\phi_{i}} + n_{i}(t)$$
(3.10)

olur. Bu eşitlik (3.9)'a uygulandığında **A** matrisinin $A_{mi} = e^{-j\Delta\phi_i}$ şeklindeki eleman değerlerinde yer alan faz bileşenleri

$$\Delta \phi_i = (m-1)(\frac{\omega_0 d}{c}) \sin \phi_i \tag{3.11}$$

olur. Burada *d* anten elemanları arasındaki uzaklık, *c* elektromagnetik dalganın hızı ve ω_0 işaretin merkez açısal frekansıdır.



Şekil 3.5 : Düzgün doğrusal anten dizilimi (ULA).

ULA uygulanışındaki kolaylıktan dolayı yaygın kullanıma sahiptir.

3.5 Düzgün Dikdörtgensel Dizilim (URA)

Özellikle karasal mobil iletişim gibi uygulamalarda kaynak ve alıcıların konumsal karakteristiklerinin haberleşme üzerindeki etkilerini yüksek doğrulukla modellemek için alıcı sistemin açısal çözünürlüğünün daha yüksek olması gerekmektedir. Bunun yanı sıra kaynak işaretlerinin DOA'larının kestirimininde değişen kaynak-alıcı arası mesafeyle birlikte kestirimin sürekli bir şekilde yenilenmesi gerekmektedir. Bu gereksinimler doğrultusunda ULA'ya bir alternatif olarak URA önerilmiştir.

Bir URA geometrisi Şekil 3.6'da görülmektedir. Dizilimdeki $M = M1 \ge M2$ adet anten elemanı x-y düzlemi üzerine yerleştirilmiştir. İki anten arası mesafe x-ekseni doğrultusunda d_x ve y-ekseni doğrultusunda d_y 'dir. Uygulamada bu mesafeler $\frac{\lambda}{2}$ olacak şekilde seçilir. Gelen işaret sayısı P < M olacak şekilde $m_1 = m_2 = 1$ numaralı referans anten elemanına gelen *i*-numaralı işaret $s_i(t)$ 'nin anten düzleminde izdüşümünün x-ekseni ile yaptığı açı ϕ_i ve z-ekseni ile yaptığı açı θ_i 'dir. İşaretin anten düzlemine geliş doğrultusunun tüm antenler için aynı olduğu varsayılır, çünkü gelen her bir işaret düzlem dalgadır dolayısıyla DOA'larının tüm anten elemanlarına göre değişmemektedir [18].

Şekil 3.6'dan hareketle anten dizisinin *i*-numaralı sütununa karşılık gelen diziden alınan işaretin vektörü

$$\mathbf{x}_{i}(t) = \begin{bmatrix} x_{1,i}(t) & x_{2,i}(t) & \cdots & x_{M1,i}(t) \end{bmatrix}$$
(3.12)

için tüm diziden alınan işaretin vektörü

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) & \mathbf{x}_2(t) & \cdots & \mathbf{x}_{M2}(t) \end{bmatrix}^T$$
(3.13)

olur.



Şekil 3.6 : Düzgün dikdörtgensel anten dizilimi (URA).

Herhangi bir işaretin geometrik dizilim üzerindeki yön vektörünü bulmak için öncelikle o işaretin sütun dizileri üzerindeki $\mathbf{a}_{y}(\theta,\phi)$ yön vektörü ile satır dizileri üzerindeki $\mathbf{a}_{x}(\theta,\phi)$ yön vektörünün belirlenmesi gerekir [19]. Sisteme gelen *i*numaralı işaret için bu vektörler

$$\mathbf{a}_{y}(\theta_{i},\phi_{i}) = \begin{bmatrix} 1, & \beta_{y}(\theta_{i},\phi_{i}), & \cdots, & \beta^{M2-1}{}_{y}(\theta_{i},\phi_{i}) \end{bmatrix}^{T}$$

$$\beta_{y}(\theta_{i},\phi_{i}) = \exp\left(j\frac{2\pi d_{y}}{\lambda}\sin\theta_{i}\sin\phi_{i}\right)$$

$$\mathbf{a}_{x}(\theta_{i},\phi_{i}) = \begin{bmatrix} 1, & \beta_{x}(\theta_{i},\phi_{i}), & \cdots, & \beta^{M1-1}{}_{x}(\theta_{i},\phi_{i}) \end{bmatrix}^{T}$$

$$\beta_{x}(\theta_{i},\phi_{i}) = \exp\left(j\frac{2\pi d_{x}}{\lambda}\sin\theta_{i}\cos\phi_{i}\right)$$
(3.14)

bağıntıları ile tanımlanır ve bağıntılardan *i*-numaralı işaretin tüm dizilim geometrisi üzerindeki $\mathbf{a}_{xy}(\theta_i, \phi_i)$ yön vektörü $\mathbf{a}_y(\theta_i, \phi_i)$ ve $\mathbf{a}_x(\theta_i, \phi_i)$ vektörlerinin Kronecker çarpımı olan [19, 20]

$$\mathbf{a}_{xy}(\theta_i, \phi_i) = \mathbf{a}_y(\theta_i, \phi_i) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_i, \phi_i) \qquad i = 1, \cdots, P$$
(3.15)

formuna eşit olacaktır. $\mathbf{a}_x \in \mathfrak{R}^{M1x1}$ ve $\mathbf{a}_y \in \mathfrak{R}^{M2x1}$ için bu iki vektörün Kronecker çarpımı $\mathbf{a}_y \otimes \mathbf{a}_x \in \mathfrak{R}^{(M1 \times M2) \times 1}$ olur. Böylece (3.15)'in açık ifadesi

$$\mathbf{a}_{xy}(\theta_{i},\phi_{i}) = \begin{bmatrix} \beta_{y}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \mathbf{a}_{x}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \beta_{y}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{1}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \vdots \\ \beta_{y}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \beta_{y}^{1}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \vdots \\ \beta_{y}^{1}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{M-1}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \vdots \\ \beta_{y}^{M2-1}(\theta_{i},\phi_{i}) \mathbf{a}_{x}(\theta_{i},\phi_{i}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{y}^{M2-1}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \vdots \\ \beta_{y}^{M2-1}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{0}(\theta_{i},\phi_{i}) \\ \vdots \\ \beta_{y}^{M2-1}(\theta_{i},\phi_{i}) \beta_{x}^{1}(\theta_{i},\phi_{i}) \end{bmatrix}_{M2\times M1}$$
(3.16)

elde edilir. (3.16)'da *i*-numaralı işaret için verilen yön vektörleri gelen *P* adet kaynak işaretleri için yazılarak oluşturulan yönlendirme matrisi

$$\mathbf{A}(\theta,\phi) = \left[\mathbf{a}_{xy}(\theta_1,\phi_1),\dots,\mathbf{a}_{xy}(\theta_P,\phi_P)\right]$$
(3.17)

ile URA dizilimli bir sistemin çıkışı

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \phi)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$
(3.18)

şeklinde elde edilir.

3.6 Düzgün Dairesel Dizilim (UCA)

Düzgün dairesel dizilimler 360° azimut ve 90° yükseklik açısı kestirimi yapabilme kapasitesi ve DOA kestirimlerinde daha az anten elemanına ihtiyaç duyması ile alternatif dizilimlere karşı üstünlük sağlar.

Şekil 3.7'de UCA formu görülmektedir. *M* antenli dizilimde $m \in [0, M-1]$, gelen işaretin yükseklik açısı $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ve azimut açısı $\phi \in [0, 2\pi]$ olmak üzere *m*numaralı anten elemanı *x*-ekseni ile $\gamma_m = 2\pi \frac{m}{M}$ açısını yapacak şekilde konumlandırılmıştır. Şekil 3.7'te görüldüğü gibi düzgün dairesel anten dizisinde her bir anten elemanının konum vektörü $\mathbf{r_m} = [x_m, y_m, z_m] = [r \sin(\phi_m), r \cos(\phi_m), 0]$ ve her bir kaynak işaretinin yayılma doğrultusu (2.11) bağıntısı kullanılarak $\boldsymbol{\alpha_i} = \frac{1}{c} [x_i, y_i, z_i]$ ile ifade edilir. DOA'sı (θ_i, ϕ_i) olan *i*-numaralı kaynak işaretinin *m*-numaralı antende ölçülen elektrik alanı

$$E(\mathbf{r}_{\mathbf{m}},t) = s_i(t)\exp(j\omega(t-\alpha_i,\mathbf{r}_{\mathbf{m}}))$$
(3.19)

için referans anten elemanına göre *m*-numaralı anten elemanı üzerindeki faz kaymasının kartezyen koordinatlardaki ifadesini bulmak üzere



Şekil 3.7 : Düzgün dairesel anten dizilimi (UCA).

$$\boldsymbol{\alpha}_{i} \cdot \mathbf{r}_{m} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \cos \phi_{i} \sin \theta_{i} \\ \sin \phi_{i} \sin \theta_{i} \\ \cos \theta_{i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cos \gamma_{m} \\ r \sin \gamma_{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \frac{1}{c} \begin{bmatrix} r \cos \phi_{i} \sin \theta_{i} \cos \gamma_{m} + r \sin \phi_{i} \sin \theta_{i} \sin \gamma_{m} \end{bmatrix}$$
$$= \frac{r}{c} \sin \theta_{i} \begin{bmatrix} \cos \phi_{i} \cos \gamma_{m} + \sin \phi_{i} \sin \gamma_{m} \end{bmatrix}$$
$$= \frac{r}{c} \sin \theta_{i} \cos(\phi_{i} - \gamma_{m})$$
(3.20)

hesaplanır. *m*-numaralı antenden alınan işaretlerin orijine göre olan kompleks zarfları arasındaki faz farkı da

$$\Delta \phi_{m,i} = \omega(\boldsymbol{\alpha}_i \cdot \mathbf{r}_m)$$

= $\frac{2\pi}{\lambda} r \sin(\theta_i) \cos(\phi_i - \gamma_m)$ (3.21)

olarak elde edilir [21]. Yükseklik açısı $\theta_i = 90^{\circ}$ varsayıldığında (3.19) eşitliği

$$\Delta \phi_{m,i} = \frac{2\pi}{\lambda} r \cos(\phi_i - \gamma_m)$$
(3.22)

eşitliğine dönüşür. Pratik uygulamalarda işaretler örneklenmeden önce temel bant işaretlere indirgenirler ve böylece işaretin taşıyıcı bileşeni olan $e^{j\omega t}$ olmaksızın çıkış işareti

$$x_m(t) = a_m(\theta, \phi)s(t)$$

formunda modellenir. M elemanlı bir dairesel dizilim için çıkış vektörü

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta, \phi) \mathbf{s}(t)$$

olacaktır. Çıkış vektöründe görülen $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ vektörü yönlendirme (steering) vektörü olarak adlandırılır ve $\theta = 90^{\circ}$ için *i*-numaralı kaynak işaretine ait ifadesi (3.23)'te verildiği şekilde olur.

$$\mathbf{a}_{i} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}r\cos(\phi_{i}-\gamma_{0})} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}r\cos(\phi_{i}-\gamma_{M-1})} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.23)

P adet farklı işaretin *M* antenli doğrusal bir sisteme farklı doğrultularla geldiği durumu dikkate aldığımızda, $(\theta_1, \phi_1), ..., (\theta_P, \phi_P)$ DOA'ları ve $s_i(t)$ *i*-numaralı temel bant işareti olmak üzere anten dizisinin çıkış işareti vektörü

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{P} \mathbf{a}(\theta_i, \phi_i) s_i(t)$$
(3.24)

olur. $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ vektörlerinin sütunlarını oluşturduğu yönlendirme matrisi $\mathbf{A}(\theta, \phi)$ ve işaret dalga formlarının vektörü $\mathbf{s}(t)$ 'nin aşağıdaki tanımları

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1) & \cdots & \mathbf{a}(\theta_P, \phi_P) \end{bmatrix}_{MxP}$$
$$\mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_P(t) \end{bmatrix}$$

doğrultusunda dizi giriş-çıkış ilişkisi (3.25)'teki gibi olacaktır.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \phi)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$
(3.25)

3.7 Dar Bantlı İşaretler

Tek kaynaktan uyarılan bir anten dizisi için dizideki *m*-numaralı anten elemanının çıkış işareti

$$x_m(t) = h_m(t) * s (t - \tau_m) + n_m(t)$$
(3.26)

şeklinde modellenebilir. Burada $h_m(t)$ *m*-numaralı anten elemanının darbe yanıtı olup τ_m işaretim gecikmesini temsil eder. (3.10) bağıntısı ile verilen model $h_m(t) = \delta(t)$ özel durumuna karşı gelmektedir. Uygulamalarda kaynak işareti s(t)bir temel bant işareti olan b(t)'nin modüle edilmiş hali olarak gözlenir. Eğer s(t)gerçel değerli bir işaret ise bu durumda s(t)'nin güç spektral yoğunluğu $\omega = 0$ etrafında simetrik olur. $x_m(t)$ 'nin frekans bölgesindeki gösterimi

$$X_m(\omega) = H_m(\omega) [B(\omega - \omega_c) + B(\omega + \omega_c)] e^{-j\omega\tau_m} + N_m(\omega)$$
(3.27)

şeklinde ifade edilir. $x_m(t)$ 'den elde edilen demodüle işaret $\tilde{x}_m(t)$

$$\widetilde{x}_m(t) = x_m(t)e^{-j\omega_c t}$$

olarak hesaplanabilir. Bu işaretin Fourier dönüşümü (3.28) eşitliğinde verilmiştir.

$$\widetilde{X}_{m}(\omega) = H_{m}(\omega + \omega_{c}) [B(\omega) + B(\omega + 2\omega_{c})] e^{-j(\omega + \omega_{c})\tau_{m}} + N(\omega + \omega_{c})$$
(3.28)

İşaretin $B(\omega + 2\omega_c)$ bileşeninin filtrelenmesi ile geriye kalan işaret bileşeni

$$\widetilde{X}_{m}(\omega) = H_{m}(\omega + \omega_{c})B(\omega)e^{-j(\omega + \omega_{c})\tau_{m}} + N_{m}(\omega + \omega_{c})$$
(3.29)

için antenin frekans yanıtı olan $H(\omega + \omega_c)$ 'nin ω_c civarında sabit kaldığı varsayımı altında

$$H(\omega + \omega_c) \cong H(\omega_c) \tag{3.30}$$

olacak ve böylece demodüle edilmiş işaretin frekans bölgesindeki ifadesi

$$\widetilde{X}_{m}(\omega) \cong H_{m}(\omega_{c})B(\omega)e^{-j\omega_{c}(1+\frac{\omega}{\omega_{c}})\tau_{m}} + N_{m}(\omega+\omega_{c})$$
(3.31)

olarak elde edilecektir. Bu ifade *m*-numaralı anten elemanınca alınan kaynak işaretinin frekans bölgesi karşılığı olup $B(\omega)$ 'nin bant genişliği $2\Delta\omega$ ve $\Delta\omega/\omega_c \ll 1$ için dar bantlı bir işarete karşı düşer [4, 14]. Dar bantlılık varsayımı altında

$$\widetilde{X}_{m}(\omega) = H_{m}(\omega_{c})B(\omega)e^{-j\omega_{c}\tau_{m}} + N_{m}(\omega + \omega_{c})$$
(3.32)

olur ve (3.32)'nin ters Fourier dönüşümü ile anten elemanı üzerinde alınan dar bantlı demodüle işaret

$$\widetilde{x}_m(t) = H_m(\omega_c)b(t)e^{-j\omega_c\tau_m} + \widetilde{n}_m(t)$$
(3.33)

olarak elde edilir.

Ulaşılan sonuçlar doğrultusunda sistemin bilinen vektörel çıkış modeli olan $\mathbf{x}(t) = \mathbf{As}(t) + \mathbf{n}(t)$ ifadesinde yer alan bileşenleri açık ifadeleri ile yazarsak

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \widetilde{x}_{0}(t) & \widetilde{x}_{1}(t) & \dots & \widetilde{x}_{M-1}(t) \end{bmatrix}^{T}$$
$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} \widetilde{n}_{0}(t) & \widetilde{n}_{1}(t) & \dots & \widetilde{n}_{M-1}(t) \end{bmatrix}^{T}$$
$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_{c}\tau_{0}} & e^{-j\omega_{c}\tau_{1}} & \dots & e^{-j\omega_{c}\tau_{M-1}} \end{bmatrix}^{T}$$
$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{0} & \dots & \mathbf{a}_{P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0}(t) \\ \ddots \\ \vdots \\ s_{P-1}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(t)$$
(3.34)

olur. İfadede bulunan $M \times P$ boyutlu **A** matrisi dizilimin yölendirme matrisidir ve geliş doğrultusu vektörlerinin ilişkisiz olduğu varsayımı altında tüm-rank (full-rank) bir matristir.

Bu tezde dar bantlı işaret modeli kullanılmaktadır. Her bir geliş doğrultusu tek bir doğrultu vektörü ile gösterildiğinden *rank-1* özelliği dar bantlı işaretler için sağlanacaktır. *Rank-1* özelliği bize anten çıkış işareti vektörlerinin korelasyon

matrisinin rankının sistemdeki ilişkisiz işaret sayısına eşit olduğunu söyler. Ortam gürültüsünün olmadığı durumlar için x(t) 'nin korelasyon matrisi

$$\mathbf{R}_{xx} = E[x(t)x^{H}(t)]$$
$$= \mathbf{A}E[s(t)s^{H}(t)]\mathbf{A}^{H}$$
(3.35)

olup, **A** $M \times P$ tüm-rank bir matristir. s(t)'nin korelasyon matrisinin de tüm-rank olduğu varsayımı yapıldığında **R**_{xx} de $M \times M$ boyutlu rankı M'ye eşit bir matris olacaktır. Böylece M-boyutlu alınan işaret uzayı P-boyutlu kaynak işaretleri altuzayı ve (M - P)-boyutlu gürültü altuzayı şeklinde ikiye ayrılabilir.

 $\frac{\Delta \omega}{\omega_c} \ll 1$ 'nin geçerli olmadığı durumlar için s(t) işareti geniş bantlı bir işaret

olacaktır. Geniş bantlı işaretler (3.30)'da ifade edilen yaklaşıklığı sağlamayacağından alıcı sisteminin çıkışı aynı vektörel forma indirgenemeyecektir. Bununla birlikte dar bantlı işaretler için geliştirilen bu yöntem kullanılarak geniş bant işaretlerin incelenmesi yine de mümkün olabilir. Bu amaçla geliştirilmiş bir yaklaşım olarak geniş bant işaretin kapsadığı frekans bandı çok sayıda dar bant işaretin toplamı olarak değerlendirilir ve analizde her bir dar bant işaret ayrı ayrı ele alınarak geniş bantlı işaret modellenmeye çalışılır. Doğal olarak bu tip bir yaklaşımda yapılacak kabuller DOA hakkında bilgi içeren kimi frekansların analiz dışı kalmasına ve dolayısı ile yapılan kestirimlerde hata oranının artmasına neden olacaktır [6].

4. DOA KESTİRİM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde DOA kestirim problemi ve kestirimin işaret altuzay ayrıştırması tekniği ile gerçekleştirilmesi incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle işaret uzayının cebirsel ifadeleri ile veri modeli oluşturulmuş, ardından anten dizilerince alınan işaretlerin korelasyon matrisi üzerinden tanımlanan işaret altuzayları belirlenmiş ve DOA problemi temel alınarak işaret ve gürültü altuzayları ayrıştırılmıştır.

MUSIC algoritması ile DOA kestirimi için DOA değerlerinde tepe noktaları üreten MUSIC yerel spekturumu tanımlanmış ve gerçek uygulamalarda kullanılacak olan korelasyon matrisi kestirimine yer verilmiştir.

4.1 DOA Kestirimi Probleminde İşaret Modeli

M adet dizi elemanınca ölçülen $\mathbf{x}(t)$ işareti *P* adet $\mathbf{s}(t)$ kaynak işareti ve onlara eklenen gürültünün doğrusal bir birleşimi olarak

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \tag{4.1}$$

şeklinde Bölüm 3'te modellenmişti. Farklı DOA'larla gelen s(t) işaretleri P boyutlu

$$\mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_P(t) \end{bmatrix}$$

vektörü ile ve sütunları yönlendirme vektörlerinden oluşan $M \times P$ boyutlu $\mathbf{A}(\theta, \phi)$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\phi}_1) & \cdots & \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_P, \boldsymbol{\phi}_P) \end{bmatrix}_{MxP}$$

matrisi olarak ifade edilmektedir. Notasyonda kolaylık sağlaması açısından (θ, ϕ) açı parametrelerini belirtmek gerekli olmadıkça $\mathbf{A}(\theta, \phi)$ matrisi \mathbf{A} ile gösterilecektir. Burada gelen işaretlerin oluşturduğu $\mathbf{s}(t)$ vektörünün elemanları referans bir koordinat sistemine göre fazı ilerleyen kompleks işaretlerdir. Eşitlik (4.1)'de görülen gürültü bileşeni işaretin yayıldığı ortam boyunca oluşan gürültü ile alıcılardaki devre elemanlarında oluşan gürültünün toplamı olacaktır. Dolayısıyla $\mathbf{x}(t)$ vektörü ve **A** matrisinin elemanları kompleks değerler alacaktır.

A matrisinin a_{ij} elemanı anten dizisindeki *i*-numaralı eleman ile onun anten dizisindeki koordinat sisteminin referansına olan bağıl uzaklığıyla ilintilidir ve *j*-numaralı işaretten o antene gelen işaret bileşenine cevabını oluşturur. Dolayısıyla A matrisinin *i*-numaralı sütunu bir bütün olarak *j*-numaralı işarete ilişkin antenler üzerindeki varış açısı bilgisini içerir. Her bir satır vektörü ise sistemdeki antenlerden birine ulaşan işaret bileşenlerinin doğrusal kombinasyonlardaki işaret ağırlıklarını verir.

(4.1) eşitliği gözlemlendiğinde çıkarılacak bir diğer sonuç ise $\mathbf{x}(t)$ vektöründen gürültü vektörü $\mathbf{n}(t)$ çıkarıldığında

$$(\mathbf{x}(t) - \mathbf{n}(t)) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \tag{4.2}$$

kalan sonucun A matrisinin sütunlarının (yönlendirme vektörlerinin) bir doğrusal kombinasyonunu oluşturduğudur.

Sonuç olarak gürültünün olmadığı bir ortamda M boyutlu $\mathbf{x}(t)$ vektörü \mathbf{A} matrisinin P adet sütun vektörünün gerdiği uzay içerisinde ifade edilebilen bir vektör olacaktır. Bu gözlem DOA kestiriminde sıklıkla kullanılan MUSIC algoritmasının oluşturulmasında işaretlerin dahil oldukları altuzayların belirlenmesini sağlar.

4.2 Korelasyon Matrisi ve Altuzaylar

Anten dizisinde gözlemlenen $\mathbf{x}(t)$ vektörünün $M \times M$ boyutundaki korelasyon matrisini oluşturmak işaretin ve gürültünün ait olduğu altuzayları kestirebilme ve ayırdedebilme imkanını sağlaması açısından önemlidir. Korelasyon matrisi gürültüsüz ortamlar için (3.34)'te verilmişti. Bu ifadeye gürültü bileşeni eklendiğinde ve istatistiksel beklenen değer işlevi $E[\cdot]$ ile gösterilmek üzere **A** matrisinin pozitif tanımlı bir matris ve elemanlarının anten dizisi geometrisine bağlı değerler olacağı dikkate alınarak $\mathbf{x}(t)$ 'nin korelasyon matrisi \mathbf{R}_{xx}

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^{H}(t)]$$

= $\mathbf{A}E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^{H}(t)]\mathbf{A}^{H} + E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^{H}(t)]$ (4.3)

şeklinde olacaktır. Kaynak işaretlerinin korelasyon matrisi \mathbf{R}_{ss}

$$\mathbf{R}_{ss} = E\left[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^{H}(t)\right]$$
(4.4)

ile gösterilirken, gürültünün korelasyon matrisi \mathbf{R}_{nn}

$$\mathbf{R}_{\mathbf{nn}} = E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^{H}(t)]$$

= $\sigma^{2}\mathbf{I}$ (4.5)

olarak kabul edilebilir. Buna göre

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{s}}\mathbf{A}^{H} + \sigma^{2}\mathbf{I}$$
(4.6)

bağıntısı elde edilir. Anten dizisindeki tüm elemanlar için gürültü varyansının sabit ve σ^2 'ye eşit olduğu ve ayrıca tüm elemanların gürültü açısından birbirleriyle ilişkisiz olduğu varsayılmaktadır.

R_{ss} matrisi ise

$$\mathbf{R}_{ss} = \begin{bmatrix} E[|s_1(t)|^2] & 0 & \dots & 0\\ 0 & E[|s_2(t)|^2] & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & E[|s_P(t)|^2] \end{bmatrix}$$
(4.7)

formunda modellenmektedir. Kaynak işaretleri birbiri ile ilişkisiz olacağından \mathbf{R}_{ss} tekil bir matris değildir ve rankı *P*'ye eşittir.

Benzer şekilde $M \ge M$ boyutundaki $\mathbf{AR}_{ss} \mathbf{A}^{H}$ çarpım ifadesinin rankı da P'ye eşittir ve bu nedenle (M - P) tane öz vektörü 0 değerli öz değerlere karşılık gelir. $M - P < i \le M$ olmak üzere ve \mathbf{q}_{i} bu koşulu sağlayan bir öz vektör ise

$$\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i} = 0 \tag{4.8}$$

eşitliği sağlanır. (4.8) eşitliği soldan \mathbf{q}^{H_i} ile çarpılırsa

$$(\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i})^{H}\mathbf{R}_{ss}(\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i}) = 0$$
(4.9)

ifadesine varılır. Bu eşitliğin doğrudan gözlemlenen bir sonucu pozitif tanımlı A matrisinin sütunları ile \mathbf{q}_i vektörlerinin ortogonal olduğu ve çarpımlarının

$$\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i}=\mathbf{0} \tag{4.10}$$

eşitliğini sağladığıdır. Bu sonuç MUSIC algoritmasının temelini teşkil edecektir. Ancak gerçek uygulamalarda kaynak işaretlerinin korelasyon matrisi \mathbf{R}_{ss} mevcut olmadığıdan \mathbf{R}_{xx} 'in elde edilmesi yoluna gidilir ve \mathbf{R}_{xx} 'in öz vektörleri kullanılarak sütunlarını \mathbf{q}_i vektörlerinin oluşturduğu \mathbf{Q} matrisinin kestirimi yapılır. $1 \le i < P$ koşuluyla \mathbf{q}_i vektörü $\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H$ 'nin bir öz vektörü ve λ_i bu öz vektöre katşı düşen öz değer ise

$$\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i} = \lambda_{i}\mathbf{q}_{i} \tag{4.11}$$

olacağından

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\mathbf{q}_{i} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^{H}\mathbf{q}_{i} + \sigma^{2}\mathbf{I}\mathbf{q}_{i}$$

= $(\lambda_{i} + \sigma^{2})\mathbf{q}_{i}$ (4.12)

olur. Dolayısıyla $\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^{H}$ 'nin herhangi bir λ_{i} öz değeri $(\lambda_{i} + \sigma^{2})$ ilişkisi ile \mathbf{R}_{xx} 'in de öz değeri olur. Bu sayede $R_{ss} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\mathbf{Q}^{H}$ öz değer ayrıştırması temel alınarak \mathbf{R}_{xx} benzer bir ayrıştırmaya tabi tutulursa

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} + \sigma^{2} \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{Q}^{H}$$

$$= \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \lambda_{1} + \sigma^{2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{2} + \sigma^{2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{p} + \sigma^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \sigma^{2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \sigma^{2} \end{bmatrix} \mathbf{Q}^{H}$$
(4.13)

elde edilir. Böylece sütunları öz vektörlerden oluşan \mathbf{Q} matrisi, P tane kaynak işaretin öz değerine karşı düşen P sütunlu \mathbf{Q}_s matrisi ile gürültü öz değerleri olan σ^2 'ye karşı düşen M - P sütunlu \mathbf{Q}_n matrislerine ayrılabilir. \mathbf{Q}_n matrisi $M \times (M - P)$ boyutundadır ve \mathbf{R}_{ss} 'nin 0 değerli öz değerlerine karşılık gelen öz vektörlerin oluşturduğu matrisle aynı matristir.

Anlatılanlar ışığında şu önemli sonuçlara varmaktayız.

- *i*-numaralı işaretin öz değeri $\lambda_i + \sigma^2 = M |s_i(t)|^2 + \sigma^2$ olmaktadır.
- \mathbf{R}_{xx} 'in en küçük öz değerleri gürültü öz değerleridir ve hepsi de σ^2 'ye eşittir.
- Q matrisi ortogonal olduğundanQ_s ⊥ Q_n olur dolayısıyla tüm gürültü öz vektörleri kaynak işaretlerin yönlendirme vektörlerine diktir.

Eşitlik (4.13)'te köşegeni öz değerlere karşılık gelen $\mathbf{\Lambda} + \sigma^2 \mathbf{I}$ matrisi oluşturulurken $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq ... \geq \lambda_M \geq 0$ olarak alınır ve öz vektörler ilgili öz değerlere karşılık gelecek şekilde **Q** matrisinin sütunlarına yerleştirilir. **A** 'nın yer aldığı uzaya dik olan herhangi bir vektör, \mathbf{R}_{xx} 'in öz değeri σ^2 olan bir öz vektörüdür ve dolayısıyla gürültü altuzayına ait bir vektördür.

Bu şekilde öz vektör ve onlara karşı gelen öz değer çiftlerini gürültü uzayına ait olanlar ve işaret uzaylarına ait olanlar şekilde iki gruba ayırabiliriz. Bu ayrıştırma öz değerlerin sıralı dizildiği varsayımı altında, öz değerleri

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_p$$

olan öz vektörlerin işaret altuzayını ve öz değerleri

$$\lambda_{P+1} \geq \lambda_{P+2} \geq \lambda_{P+3} \quad ... \geq \lambda_M = \sigma^2$$

olan öz vektörlerin ise gürültü altuzayını oluşturacağı şekilde yapılır. Bu durumda

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{Q}_{s} \mathbf{\Lambda}_{s} \mathbf{Q}_{s}^{H} + \mathbf{Q}_{N} \mathbf{\Lambda}_{N} \mathbf{Q}_{N}^{H}$$
(4.14)

olarak yazılabilir ve $\Lambda_N = \sigma^2 \mathbf{I}$ olur.

Tüm gürültü öz vektörleri **A**'nın yönlendirme vektörlerinin gerdiği uzaya dik olacaklarından, \mathbf{Q}_s 'nin sütunları gürültü uzayına dik altuzayı gerecektir. Bu iki altuzay birlikte $M \times M$ 'lik uzayı oluşturur.

4.3 MUSIC Algoritması ile DOA Kestirimi

Gürültü altuzaylarında yer alan gürültü öz vektörleri A matrisinin sütunlarına dik olduklarından

$$\mathbf{Q}_n^H \mathbf{a}(\theta, \phi) = 0$$

eşitliği gerçek işaret doğrultu açılarından oluşan

$$\theta, \phi \in \left\{ (\theta_1, \phi_1) \quad (\theta_2, \phi_2) \quad \dots \quad \dots \quad (\theta_P, \phi_P) \right\}$$

değerleri için sağlanmaktadır. Bu bağıntı DOA kestiriminin temelini teşkil eder.

MUSIC yerel izgesi

$$P_{MUSIC}(\theta,\phi) = \frac{\mathbf{a}^{H}(\theta,\phi)\mathbf{a}(\theta,\phi)}{\mathbf{a}^{H}(\theta,\phi)\mathbf{Q}_{N}\mathbf{Q}_{N}^{H}\mathbf{a}(\theta,\phi)}$$
(4.15)

olarak tanımlandığında gerçek (θ, ϕ) değerleri için (4.15) denklemindeki payda ifadesi sıfıra eşit olacak ve $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ değeri sonsuza gidecektir.

Pratik MUSIC algoritması uygulamasında gürültü altuzayı olarak öz değerleri $[\lambda_p \dots \lambda_{M-1}]$ olan $\{\mathbf{v}_p, \dots, \mathbf{v}_{M-1}\}$ öz vektörlerinin

$$\mathbf{Q}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_P & \dots & \mathbf{v}_{M-1} \end{bmatrix}$$

matrisi kullanılırsa, bu durumda DOA kestirimi olan $(\hat{\theta}, \hat{\phi})$ de

$$(\hat{\theta}, \hat{\phi}) = \underset{(\theta, \phi)}{\operatorname{arg\,max}} \frac{\mathbf{a}^{H}(\theta, \phi) \, \mathbf{a}(\theta, \phi)}{\mathbf{a}^{H}(\theta, \phi) \mathbf{Q}_{n} \, \mathbf{Q}_{n}^{H} \, \mathbf{a}(\theta, \phi)}$$
(4.16)

şeklinde belirlenir. Bu durum Bölüm 4.4'te ayrıntılı ele alınacaktır.

4.4 MUSIC Algoritmasının Gerçek Uygulamalardaki Şekli

DOA kestirimi problemi *M* adet antenden oluşan belirli bir anten dizilimi için elde edilen sonlu bir veri kümesi ile gelen işaretlerin doğrultularının belirlenmesi problemidir. Bölüm 4.2 ve Bölüm 4.3'te antenlerde alınan işaretlerin korelasyon matrisinden faydalanarak işaretleri altuzaylarına ayırma ve altuzayların birbirlerine dik olmasından yola çıkılarak MUSIC yerel spektrumunun nasıl türetildiği anlatılmıştı. Ancak gerçek bir uygulamada \mathbf{R}_{xx} korelasyon matrisinin kestiriminin yapılması zorunludur. Bu zorunlu kestirim anten dizilerinde ölçülen $\mathbf{x}(t)$ işaretlerinin örneklenmesi ile elde edilen çok sayıda veri bloğunun ortalamasının alınmasıyla gerçekleştirilebilir. Buna göre pratikte \mathbf{R}_{xx} korelasyon matrisinin bir kestirimi $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ olmak üzere

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \mathbf{X}_{i} \mathbf{X}_{i}^{H}$$
(4.17)

şeklinde hesaplanabilir. Bu durumda $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ 'in spektral ayrıştırılmış gösterimi de

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \hat{\mathbf{Q}}_s \hat{\mathbf{\Lambda}}_s \hat{\mathbf{Q}}_s^H + \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{\Lambda}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^H$$
(4.18)

olacaktır.

Eşitlik (4.17)'de görülen \mathbf{X}_i alınan işaretlerin *i*-numaralı örnek kümesidir. Alınan bu verinin Gauss dağılımı gösterdiği varsayıldığında $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ asimtotik olarak gerçek \mathbf{R}_{xx} korelasyon matrisine yakınsayacaktır. (4.6) ve (4.18) eşitliklerinden

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{M} (\mathbf{A}\hat{\mathbf{R}}_{ss}\mathbf{A}^{H} + \hat{\mathbf{R}}_{nn})$$
(4.19)

için gerçek uygulamalarda \mathbf{R}_{xx} yerine yakınsağı olan $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ 'in kullanılması beraberinde gürültü öz değerlerinin σ^2 'ye eşit ve aynı değerde olmaması problemini getirir. Bu durumda özellikle düşük SNR değerleri söz konusu ise kaynak işaretlerine karşı düşen öz değerler $\lambda_i + \sigma^2$ (i = 1, ..., P) ile gürültü işaretlerine karşı düşen öz değerler olan σ^2 arasında belirgin bir fark olmayacaktır. Eğer kaynak işareti sayısı Pönceden bilinmiyorsa hangi öz değerlerin σ^2 'ye eşit olduğu bilinemeyecek dolayısıyla kaynak işareti sayısı kestirimi hatalı olabilecektir. Bununla birlikte kaynak işareti sayısının bilindiği varsayıldığında pratikteki bir MUSIC uygulaması aşağıda sıralandığı şeklinde dört adımda gerçeklenir.

- 1. (4.18)'de ifade edilen korelasyon matrisi kestirilir ve bu matrisin öz değer ayrıştırımı $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ yapılır.
- Q'nun gürültü altuzayına karşı düşen M − P tane en küçük öz değerini elde etmek için Q_n elde edilir.
- 3. (4.15) ile verilen MUSIC fonksiyonu $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ hesaplanır.
- 4. Elde edilen $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ grafiğinde *P* adet en yüksek tepe değerini veren (θ, ϕ) değerleri kaynak işaretlerinin DOA'larıdır.

Bu yaklaşım altuzaylara ayrıştırmaya dayalı kestirim algoritmalarının pratik uygulamalarının temelini teşkil eder. Literatürde altuzaylara ayrıştırma temelli MUSIC ve benzeri çeşitli teknikler DOA probleminin çözümünde kullanılmıştır [16, 21].

4.5 Dizi Geometrileri için Yönlendirme Matrisleri

Takip eden bölümlerde tez kapsamında incelenen geometrik dizilerin MUSIC algoritmasında kullanılacak yönlendirme matrislerinin tanımları verilmiştir.

4.5.1 ULA için yönlendirme matrisi

Yönlendirme matrisi **A**'yı oluşturan $\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)$ vektörleri ULA geometrisi için dizi elemanları arasındaki gecikme zamanları cinsinden

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\phi}_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\omega_0 \tau_1} & e^{-j\omega_0 \tau_2} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{M-1}} \end{bmatrix}^T$$

ile ifade edilir. Burada $\Delta \phi_m = \omega_0 \tau_m$ *m*-numaralı anten elemanı için oluşan faz farkıdır. Elemanlar arası uzaklık $d = \frac{\lambda}{2}$ olacak şekilde seçildiğinde dizi vektörü

$$\mathbf{a}(\phi_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\pi\sin\phi_i} & e^{-j\pi2\sin\phi_i} & \dots & e^{-j\pi(M-1)\sin\phi_i} \end{bmatrix}^T$$
(4.20)

şeklini alır. Bu bağıntıdan P tane kaynak işareti için yönlendirme matrisi A

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j\pi\sin\phi_1} & e^{-j\pi\sin\phi_2} & \cdots & e^{-j\pi\sin\phi_p} \\ e^{-j\pi2\sin\phi_1} & e^{-j\pi2\sin\phi_2} & \cdots & e^{-j\pi2\sin\phi_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j\pi(M-1)\sin\phi_1} & e^{-j\pi(M-1)\sin\phi_2} & \cdots & e^{-j\pi(M-1)\sin\phi_p} \end{bmatrix}$$
(4.21)

olarak elde edilir.

4.5.2 URA için yönlendirme matrisi

Eşitlik (3.16)'da verilen URA geometrisine ait yönlendirme matrisi $\mathbf{A}(\theta, \phi)$ 'nin $\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)$ sütun vektörleri $d_y = d_x = \frac{\lambda}{2}$ seçildiğinde tüm $\beta_x^{m_i}(\theta_i, \phi_i)$ $m_1 = 1, ..., M1$ ve $\beta_y^{m_2}(\theta_i, \phi_i)$ $m_2 = 1, ..., M2$ değerleri için $\beta_y(\theta_i, \phi_i) = \exp(j\pi \sin \phi_i \sin \theta_i)$ $\beta_x(\theta_i, \phi_i) = \exp(j\pi \cos \phi_i \sin \theta_i)$ (4.22) $\beta_y(\theta_i, \phi_i) \beta_x(\theta_i, \phi_i) = \exp(j\pi \sin \theta_i (\sin \phi_i + \cos \phi_i))$

olacaktır. Buradan düzleme gelen i-numaralı işaretin yönlendirme vektörü

$$\mathbf{a}_{xy}(\theta_i, \phi_i) = \begin{bmatrix} \exp(j\pi \sin \theta_i (\sin \phi_i + \cos \phi_i)) \\ \vdots \\ \exp(j\pi \sin \theta_i (\sin \phi_i + \cos \phi_i)) \end{bmatrix}_{M2 \times M1}$$
(4.23)

biçiminde elde edilir. (3.17) bağıntısı ile verilen ve sütunlarının $\mathbf{a}_{xy}(\theta_i, \phi_i)$ vektörlerinin oluşturduğu sistemin yönlendirme matrisi de

$$\mathbf{A}(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} \exp(j\pi\sin\theta_1(\sin\phi_1 + \cos\phi_1)) & \cdots & \exp(j\pi\sin\theta_P(\sin\phi_P + \cos\phi_P)) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(j\pi\sin\theta_1(\sin\phi_1 + \cos\phi_1)) & \cdots & \exp(j\pi\sin\theta_P(\sin\phi_P + \cos\phi_P)) \end{bmatrix}$$
(4.24)

olur. *P* adet kaynak işareti ve $(M1 \times M2)$ adet anten elemanı içeren bir URA geometrisinde sistemin **A** yönlendirme matrisi $(M1 \times M2) \times P$ boyutludur. Bu sistemin çıkış ifadesi ise

$$\mathbf{X}_{(M1 \times M2)} = \mathbf{A}_{(M1 \times M2) \times P} \, \mathbf{S}_{P \times 1} + \mathbf{N}_{(M \times M2) \times 1} \tag{4.25}$$

biçiminde elde edilir.

4.5.3 UCA için yönlendirme matrisi

UCA geometrisinde *i*-numaralı kaynak işaretinin $\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)$ cevap vektörü

$$\mathbf{a}(\theta_{i},\phi_{i}) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\sin\theta_{i}\cos\phi_{i}} \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\frac{1}{M}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\frac{2}{M}2\pi)} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\frac{M-1}{M}2\pi)} \end{bmatrix}$$
(4.26)

formunda olduğundan sistemin **A** yönlendirme matrisi de $\theta_i = 90^{\circ}$ için

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos\phi_1} & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos\phi_2} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos\phi_p} \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_1 - \frac{1}{M}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_2 - \frac{1}{M}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_p - \frac{1}{M}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_1 - \frac{2}{M}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_2 - \frac{2}{M}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_p - \frac{2}{M}2\pi)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_1 - \frac{M-1}{M}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_2 - \frac{M-1}{M}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r}{\lambda}\cos(\phi_p - \frac{M-1}{M}2\pi)} \end{bmatrix}$$
(4.27)

olacaktır.

5. POLAR GRİD ANTEN DİZİLERİ

Çok halkalı dairesel diziler ya da eş merkezli dairesel diziler (Concentric Circular Array - CCA) olarak da adlandırılan polar grid anten dizi geometrisi UCA'ya bir alternatif olarak düşünülmüştür [22, 23]. Bu tezde temel yaklaşımımız UCA ile karşılaştırıldığında polar grid dizilimin aynı yarıçap içerisinde kalarak daha fazla anten sayısı ile DOA kestiriminde yapılan hatayı azaltmak ve böylece sistemin tutarlılığını arttırmak doğrultusundadır.

5.1 Polar Grid Anten Dizisi Geometrisi

İç içe düzgün dairesel anten dizilimlerinden oluşan polar grid anten dizi geometrisi Şekil 5.1'de görülmektedir. Geometride H tane dairesel dizilim ve her bir dairede K_h adet anten elemanı bulunmaktadır.



Şekil 5.1 : Polar grid anten dizilimi geometrisi.

Geometriyi oluşturan her bir UCA dizilimi farklı anten elemanı sayısı dolayısıyla farklı UCA geometrilerine sahip olabilir. *h*-numaralı daire üzerinde yer alan k_h -numaralı anten elemanının konumu kartezyen koordinat sisteminde dairelerin merkezi orijin olarak kabul edildiğinde

$$\mathbf{r}_{h} = (r_{h}\cos\phi_{k_{h}}, r_{h}\sin\phi_{k_{h}})$$
(5.1)

olur. Burada r_h h-numaralı dairenin yarıçapı iken ϕ_{k_h}

$$\phi_{k_h} = 2\pi \frac{k_h}{K_h} \qquad \qquad k_h = 0, 1, \dots, K_h - 1 \\ h = 1, 2, \dots, H$$
(5.2)

daire üzerinde yer alan iki komşu eleman arasındaki açıdır. Dizi elemanları arasındaki konum ilişkisi Şekil 5-2'de gösterilmiştir.



Şekil 5.2 : *h*-numaralı dairesel dizilimde antenler arasındaki konum ilişkisi.

Sisteme gelen işaretler içinde en küçük dalga boyu λ_{\min} için düzgün polar grid geometride dairesel dizilimler arası mesafe $\frac{\lambda_{\min}}{2}$ seçilir. Buna göre *m*-numaralı dairenin yarıçapı

$$r_h = \frac{\lambda_{\min}}{4\sin(\pi/K_h)}$$
(5.3)

şeklinde hesaplanır.

5.2 Polar Grid Anten Dizisi için DOA Probleminin Tanımı

Eşitlik (5.3) ile verilen yarıçap değerinin dalga boyuna göre normalize değeri

$$\widetilde{r}_h = \frac{r_h}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{4\sin(\pi/K_h)}$$
(5.4)

olmak üzere k_h -numaralı anten ile geometrik dizilimin orijini arasındaki faz farkı

$$\Delta \psi_{k_h} = \frac{2\pi \widetilde{r}_h \varsigma \sin \theta \cos(\phi - \phi_{k_h})}{4 \sin(\pi/K_h)}$$
(5.5)

olacaktır. (5.5)'te görülen θ ve ϕ açıları Şekil 5.3'te görülen yükseklik ve azimuth açılarıdır. Eşitlikteki ζ , f_s örnekleme frekansının sisteme gelen f_{max} maksimum işaret frekansına oranı olup [24, 25]

$$\varsigma = \frac{f_s}{f_{\text{max}}}$$
(5.6)

ile tanımlanmıştır.



Şekil 5.3 : Referans sanal dalga düzlemi geometrisi.

$$\hat{r}_h = \tilde{r}_h \cdot \varsigma \tag{5.7}$$

tanımı için (5.5)' teki faz farkı ifadesi

$$\Delta \psi_{k_h} = \exp(j\omega \hat{r}_h \sin \theta \cos(\phi - \phi_{k_h}))$$
(5.8)

haline dönüşür.

Bu faz farkından hareketle azimut ve yükseklik açıları ile antenlerin konum vektörleri cinsinden *h*-numaralı dairesel diziliminde *i*-numaralı kaynak işareti için yönlendirme vektörü

$$\mathbf{a}_{h}(\theta_{i},\phi_{i}) = \begin{bmatrix} \exp(j\omega\hat{r}_{h}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\phi_{0})) \\ \exp(j\omega\hat{r}_{h}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\phi_{1})) \\ \vdots \\ \vdots \\ \exp(j\omega\hat{r}_{h}\sin\theta_{i}\cos(\phi_{i}-\phi_{K_{h}-1})) \end{bmatrix}$$
(5.9)

olacaktır. Yükseklik açısı $\theta_i = 90^\circ$ iken eşitlik (5.9)'dan yola çıkarak *h*-numaralı dairesel dizilimin yönlendirme matrisi de

$$\mathbf{A}_{h}(\phi_{i}) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos\phi_{1}} & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos\phi_{2}} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos\phi_{p}} \\ e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{h}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{h}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{h}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{2}{K_{h}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{2}{K_{h}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{2}{K_{h}}2\pi)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{K_{h}-1}{K_{h}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{K_{h}-1}{K_{h}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{h}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{K_{h}-1}{K_{h}}2\pi)} \end{bmatrix}$$
(5.10)

şeklinde olur.

Bu tezde öne süreleceği üzere bir kaynak işaretin yönlendirme vektörü o işaretin yayılım vektörü α ile üzerine düştüğü antenin uzaysal konum vektörü \mathbf{r} 'nin çarpımına eşit olmasından hareketle bir polar grid dizilim için dizilimin merkezi referans alındığında tüm dizilimin yönlendirme matrisi dizilimi oluşturan alt UCA dizilimlerinin yönlendirme matrisleri cinsinden

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_H \end{bmatrix}$$
(5.11)

şeklinde tanımlanacaktır. Bu modelleme tezin özgün değerini taşıyan modeldir.

P adet kaynak işareti ve $M = (K_1 + K_2 + \dots + K_H)$ adet anten elemanı olmak üzere sistemin

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$

şeklindeki çıkış modelinde **A** matrisi yine $M \times P$ boyutlu bir matris olarak kalacaktır. Bu matrisin açık ifadesi Bölüm 5.3'te türetilecektir.

5.3 Polar Grid Anten Dizisinin Yönlendirme Matrisi

Eşitlik (5.9) ve (5.10)'un (5.11)'e uygulanmasıyla polar grid sistemin yönlendirme matrisi sistemdeki her bir dairesel dizilimin yönlendirme matrislerini oluşturan yönlendirme vektörleri cinsinden

$$\mathbf{A}(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{o}(\theta_{1},\phi_{1}) & \mathbf{a}_{o}(\theta_{2},\phi_{2}) & \cdots & \mathbf{a}_{0}(\theta_{P},\phi_{P}) \\ \mathbf{a}_{1}(\theta_{1},\phi_{1}) & \mathbf{a}_{1}(\theta_{2},\phi_{2}) & \cdots & \mathbf{a}_{1}(\theta_{P},\phi_{P}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{H}(\theta_{1},\phi_{1}) & \mathbf{a}_{H}(\theta_{2},\phi_{2}) & \cdots & \mathbf{a}_{H}(\theta_{P},\phi_{P}) \end{bmatrix}$$
(5.12)

formunda yazılabilir. Yönlendirme vektörlerinin açık ifadelerinde $\theta_i = 90^\circ$ alındığında (5.13)'teki ifadeye ulaşılır.

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos\phi_{1}} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos\phi_{2}} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos\phi_{p}} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{2}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{2}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{2}{K_{1}}2\pi)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{K_{1}-1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{K_{1}-1}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{K_{1}-1}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{K_{1}-1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos\phi_{2}} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos\phi_{p}-\frac{K_{1}-1}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{K_{1}-1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos\phi_{p}-\frac{K_{1}-1}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{K_{2}-1}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{K_{2}-1}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{2}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{2}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{1}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{2}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{p}-\frac{1}{K_{1}}2\pi)} \\ e^{j\frac{2\pi r_{1}}{\lambda}\cos(\phi_{$$

(5.13)

6. POLAR GRİD ANTEN DİZİLERİNDE MUSIC ALGORİTMASI İLE DOA KESTİRİMİ VE BENZETİMLERİ

Bu tezde polar grid anten dizileri ile DOA kestirim problemi formüle edilmiş, MUSIC algoritmasına dayalı DOA çözümleri bulunmuştur. Bu bölümde örnek senaryolar üstünde farklı anten dizilimleri için karşılaştırmalı benzetimler gerçekleştirilecektir. Benzetimler MUSIC algoritması kullanılarak yapılmakta olup dizi geometrisi, anten sayısı ve işaret gürültü oranı gibi parametrelere göre benzetim sonuçları çıkarılmakta; sonuçlar arası karşılaştırmalar ile doğrusal ve dairesel dizilimlere polar grid geometrinin DOA kestirim göre performansi değerlendirilmektedir. Polar grid dizilimin başarımını değerlendirmek için öncelikle ULA ve UCA dizilimleri için benzetim sonuçlarına yer verilmektedir.

Bu bölümde sunulan benzetimlerde polar grid dizilimin benzetim sonuçları üzerindeki etkisini doğrudan görebilmek amacı ile tüm benzetimlerdeki gürültü ve kaynak işareti koşulları kontrollü bir şekilde değiştirilmiştir. Oluşturulan gürültü eklenir beyaz Gauss gürültüsü (Additive White Gaussian Noise - AWGN) olarak üretilmiştir. Benzetimler üç kaynak işareti $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ olacak şekilde gerçekleştirilmiş ve her benzetimde kaynak işaretleri ile gürültü işareti n(t)'nin her biri için 4096 örnek değer üretilmiştir. Kaynak işaretleri ile SNR = 10dB için örnek bir gürültü işaretinin grafiği için Şekil 6.1'de verilmektedir.

Anten dizilerinde MUSIC algoritmasının performansını analiz etmek için rastlantısal olarak değişen gürültü etkileri altında algoritma tekrarlanmaktadır. Bu kapsamda Monte-Carlo denemeleri gerçekleştirilmiş, her seferinde aynı SNR değeri için eklenir beyaz Gauss gürültüsü birbirinden bağımsız olarak türetilmiştir. Bu denemeler farklı anten geometrileri üzerinde 5dB, 10dB, 15dB ve 20dB olmak üzere dört farklı SNR değeri ile işaretler arası 5°, 10° ve 20°'lik açı çözünürlüklerinde gerçekleştirilmektedir. Her bir senaryoda başarım değerlendirmesi için karesel ortalama değer hatası (Root Mean Square Error - RMSE) grafikleri türetilmektedir.

Farklı SNR değerleri için RMSE değeri "derece" cinsinden

$$RMSE = \frac{1}{T} \sum_{r=1}^{T} \left(\frac{1}{P} \sum_{1}^{P} \left| e_{p} \right|^{2} \right)^{1/2}$$
(6.1)

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada *P* kaynak işareti sayısını *T* ise Monte-Carlo denemeleri sayısını temsil eder. Hata değeri olan e_p MUSIC yerel izgesi $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ 'nin elde edilen grafiğinde DOA'lara karşı düşen tepe değerleri ile gerçek DOA değerleri arasındaki fark alınarak hesaplanmıştır.



Şekil 6.1 : SNR = 10dB için kaynak işaretleri ve gürültünün örnek değerleri.

6.1 ULA Geometrileri için DOA Kestirim Benzetimleri

Bir ULA geometrisi üzerinde gözlenen ve aralarında 5° açı farkı olan üç kaynak işareti için hesaplanan RMSE değerleri Şekil 6.2'de verilmiştir. İşaret DOA'larının kestiriminde 20dB SNR değeri için 20 antenli dizilim en yüksek başarı performansını göstermiştir.



Şekil 6.2 : 5° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.



Şekil 6.3 : 10° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.

Kaynak işaretleri arasındaki açı farkı 10°'ye çıkarılarak yapılan Monte-Carlo benzetimlerinde ise Şekil 6.3'te verilen RMSE değerlerine ulaşılmıştır. Beklenildiği üzere açı farkının artması yapılan kestirim hatalarının düşmesine neden olmuştur.



Şekil 6.4 : 20° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.

Aralarında 20° açı farkı olan üç kaynak işaretinin DOA'larının 20 antenli bir ULA dizisiyle kestiriminde ise artık çok yüksek başarımlara ulaşılmıştır (Şekil 6.4).

Yapılan hata analizlerinden varılan sonuçta SNR değerleri arttıkça DOA kestirimdeki başarının da arttığı gözlenmiştir. Yine dizilimdeki anten sayısının artması kestirim hatalarının azaltılmasını sağlamış ve kaynak işaretleri sayısına göre yeterince büyük anten sayılarında ULA dizilimlerinin DOA kestiriminde oldukça etkili olduğu gözlenmiştir.

DOA kestiriminde azimut açılarının belirlemede ULA dizilimleri yüksek performans göstermekle beraber bu dizilim geometrileriyle yükseklik açısı kestirimi yapmak mümkün değildir. DOA kestirimini gerek azimut gerekse yükseklik açılarına bağlı olarak kestirebilmek amacıyla UCA ve polar grid gibi iki boyutlu dizilimlere ihtiyaç vardır.
6.2 UCA Geometrileri için DOA Kestirim Benzetimleri

UCA geometrisi ile yapılan benzetimlerde kaynak işaretlerine ait azimut ve yükseklik açılarının kestirimleri yapılmaktadır. ULA benzetimlerindeki senaryolara paralel olarak aralarında 5°, 10° ve 20° açı farkı olan üç kaynak işaret kullanılmaktadır. Benzetimlerde SNR ve anten sayısılarına göre DOA kestirimine ait RMSE değerlerindeki değişimler hesaplanmıştır. Bu hesaplamalardan elde edilen sonuçlara göre 5° açı farkı için gözlenen RMSE değerleri Şekil 6.5'te verilmiştir.



Şekil 6.5 : 5° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.

Dizilimlerde anten sayısını arttırmak kestirimlerde yapılan hataların oranını azaltmaktadır. Gözlenen bir diğer sonuç ise düşük SNR değerlerinde yapılan kestirimlerde ölçülen hataların değeri yükseltmektedir.

Aynı benzetim senaryosu 10° ve 20°'lik açı farkları için tekrarlandığında elde edilen sonuçlar sırası ile Şekil 6.6 ve Şekil 6.7'de verilmektedir. ULA dizilimlerinde olduğu gibi UCA dizilimlerinde de kaynak işaretlerinin doğrultuları arasındaki açı farklarının artması kestirim hatalarının azalmasını sağlamaktadır.



Şekil 6.6 : 10° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.



Şekil 6.7 : 20° açı çözünürlüğü için hesaplanan RMSE değerleri.

6.3 Polar Grid Dizilimler için DOA Kestirim Benzetimleri

Önceki bölümlerde ULA ve UCA için ele alınan senaryolar bu bölümde özgün bir çalışma olarak polar grid anten dizilim yapısına uygulanarak incelenmiş, ayrıca bu geometriye özgü benzetim senaryoları ile DOA kestirim başarımları analiz edilmiştir.

6.3.1 DOA kestiriminde polar grid geometrinin etkisi

Bu bölümde çeşitli benzetim senaryolarıyla farklı SNR değerleri ve anten dizilim geometrileri için yükseklik ve azimut açılarının kestirimlerini barındıran $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ yerel izge grafikleri türetilmiştir. Kestirimi yapılan DOA'ların gerçek DOA değerleri ile olan karşılaştırılmaları yapılarak her bir senaryo için incelenen parametreye göre kestirimdeki doğruluk değerlendirilmiştir. Benzetim senaryolarında kaynak işaretlerinin yükseklik açıları olarak $\theta_1 = 35^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 55^\circ$ değerleri kullanılmıştır.

Senaryo 1 :

Bu senaryoda parametre değerleri olarak kaynak işaretlerinin yükseklik ve azimut açıları ile işaret gürültü oranları

$(\theta_1, \phi_1) = (35^\circ, 40^\circ)$	$SNR_1 = 20dB$
$(\theta_2, \phi_2) = (45^\circ, 50^\circ)$	$SNR_2 = 20dB$
$(\theta_3, \phi_3) = (55^\circ, 60^\circ)$	$SNR_3 = 20dB$

olarak seçilmiştir. Geometride içiçe iki dairesel dizilim kullanılmıştır ve her bir dizilimde 10 adet anten elamanına yer verilmiştir. Birinci dairesel dizilimde komşu iki anten arası mesafe $d = \frac{\lambda}{2}$ dolayısı ile $r_0 = 0.8090\lambda$, ikinci dizilimde $d = \frac{\lambda}{4}$ dolayısı ile $r_1 = 0.4045\lambda$ olarak belirlenmiştir. Benzetimin P_{MUSIC} yerel spektrum grafiği Şekil 6.8'de verilmiştir. Gelen işaretler arası açı farkı 10° olup bu değer yeterince fazla olduğundan ve SNR değerleri de yüksek seçildiği için $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ spekturumunda işaretlerin DOA'larına ait keskin tepe değerleri elde edilmiştir.



Şekil 6.8 : Senaryo 1 için P_{MUSIC} grafiği.

Senaryo 2 :

Bu senaryoda *Senaryo 1*'den farklı olarak kaynak işareti $s_1(t)$ için SNR₁ =10dB olarak seçilmiş ve böylelikle uzak mesafede olan ya da düşük güçte ışıyan bir kaynak işareti modellenmiştir. Buna göre parametre değerleri

$$\begin{array}{ll} (\theta_1, \phi_1) = (35^\circ, 40^\circ) & \text{SNR}_1 = 10 \text{dB} & H = 2, K_1 = K_2 = 10 \\ (\theta_2, \phi_2) = (45^\circ, 50^\circ) & \text{SNR}_2 = 20 \text{dB} & r_0 = 0.8090 \lambda \\ (\theta_3, \phi_3) = (55^\circ, 60^\circ) & \text{SNR}_3 = 20 \text{dB} & r_1 = 0.4045 \lambda \end{array}$$

olur. Şekil 6.9'da görüldüğü gibi SNR değeri azaldıkça işarete ait $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ yerel izge grafiğinde karşı düşen tepe değerinin genliği de küçülmekte dolayısıyla işaret sayısının kestirim olasılığı düşmektedir.



Şekil 6.9 : Senaryo 2 için P_{MUSIC} grafiği.

Senaryo 3 :

Bu senaryoda *Senaryo 1*'den farklı olarak kaynak işaretleri için SNR değerleri 5dB'ye indirilmiş böylelikle yüksek gürültülü bir ortam için aynı açı farkları korunarak benzetim tekrarlanmıştır. Bu senaryoda parametre değerleri aşağıdaki gibidir.

$(\theta_1, \phi_1) = (35^\circ, 40^\circ)$	$SNR_1 = 5dB$	$H = 2, K_1 = K_2 = 10$
$(\theta_2, \phi_2) = (45^\circ, 50^\circ)$	$SNR_2 = 5dB$	$r_0 = 0.8090\lambda$
$(\theta_3, \phi_3) = (55^\circ, 60^\circ)$	$SNR_3 = 5dB$	$r_1 = 0.4045\lambda$

Şekil 6.10'da görüldüğü gibi SNR değeri düşük sistemlerde gelen işaretler için $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ yerel izge grafiği oldukça bozulmuş ve DOA kestirim hata olasılığı çok artmıştır.



Şekil 6.10 : Senaryo 3 için P_{MUSIC} grafiği.

Senaryo 4 :

Bu senaryoda işaretler arasındaki geliş açısının azaltılmasının algoritma başarımına etkisini incelemek üzere kaynak işaretlerinin 2°'lik açısal farklarla birbirine çok yakın doğrultulardan geldiği durum analizi yapılmıştır. SNR 20dB olarak seçilmiştir.

$(\theta_1, \phi_1) = (35^\circ, 38^\circ)$	$SNR_1 = 20dB$	$H = 2, K_1 = K_2 = 10$
$(\theta_2, \phi_2) = (45^\circ, 40^\circ)$	$SNR_2 = 20dB$	$r_0 = 0.8090\lambda$
$(\theta_{3}, \phi_{3}) = (55^{\circ}, 42^{\circ})$	$SNR_3 = 20dB$	$r_1 = 0.4045\lambda$

parametre değerleri için Şekil 6.11'de görüldüğü gibi SNR değeri yeterince yüksek ise yüksek çözünürlük değerleri elde etmek mümkün olmuştur. Ancak Şekil 6.12'da görüldüğü üzere senaryo SNR = 5dB için tekrarlandığında kaynak işaretlerinin kestiriminin yapılması mümkün olmamaktadır.



Şekil 6.11 : Senaryo 4 için P_{MUSIC} grafiği (SNR = 20dB).



Şekil 6.12 : Senaryo 4 için P_{MUSIC} grafiği (SNR = 5dB).

6.3.2 Polar grid dizilimlerinin performans analizi

Bu bölümde farklı SNR, açı çözünürlüğü ve anten sayısı parametrelerine göre yapılan MUSIC algoritması benzetimleriyle polar grid dizilimlerde DOA kestirim başarımı incelenmiştir. Senaryolarda rastlantısal olarak değişen gürültü etkileri altında algoritma tekrarlanmıştır. Bu kapsamda Monte-Carlo denemeleri gerçekleştirilmiş ve benzetimin her adımında aynı SNR değeri için AWGN birbirinden bağımsız olarak türetilmiştir. Senaryolarda 7, 10 ve 20 antenli dizilimler kullanılmış ve her dizilim için 5, 10, 15 ve 20 dB SNR değerleri için DOA kestiriminde yapılan hataların RMSE değerleri hesaplanmıştır. 7 antenli geometri 3 ve 4 antenli iki halkadan oluşan bir dizilime sahiptir. 10 antenli dizilimde 6 ve 4 antenli, 20 antenli senaryo içinse 10 antenli iki halka kullanılmıştır.

Bölüm 6.3.3'te üç kaynak işareti için, işaretler arasındaki açı farkları 5°, 10° ve 20° olacak şekilde benzetimler tekrarlanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bölüm 6.3.4'te ise polar grid dizilimin kaynak işaretleri sayısı parametresine göre performansı analiz edilmiştir.

6.3.3 Açı çözünürlüğüne ve SNR değerlerine göre performans analizi

Sabit bir SNR değeri için açı çözünürlüğüne göre RMSE değerlerinin değişimini daha detaylı incelemek üzere deney sayısı her bir açı değeri için 10 kez olacak şekilde dört farklı SNR değeri için benzetimler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 6.13, Şekil 6.14 ve Şekil 6.15'te verilmektedir.

Şekillerden görüldüğü üzere anten sayısının artması kestirimde yapılan hatanın azalması sonucunu doğurmuştur.

Paralel olarak kaynak işaretleri arasındaki geliş açı farklarının artması kestirim başarısında pozitif etki sağlamaktadır.

SNR değerlerinin artması ise RMSE değerinin azalması sonucunu doğurmuştur ki bu sonuç Bölüm 6.3.1'de sunulan benzetim sonuçları ile uyumludur.



Şekil 6.13 : 5° açı çözünürlüğü için RMSE değerleri.



Şekil 6.14 : 10° açı çözünürlüğü için RMSE değerleri.



Şekil 6.15 : 20° açı çözünürlüğü için RMSE değerleri.

6.3.4 İşaret sayısına göre performans analizi

Kaynak işaretlerinin sayısına göre polar grid dizilim ile DOA kestirim başarımını analiz etmek üzere 7 antenli dizilimde altı farklı senaryo için benzetimler yapılmıştır. İşaret sayıları sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 olmak üzere elde edilen $P_{MUSIC}(\theta, \phi)$ yerel izge grafikleri incelenmiştir.

Geometri içiçe iki dairesel dizilimden oluşmaktadır. Birinci dairesel dizilimde 3 anten kullanılmış ve komşu iki anten arası mesafe $d = \frac{\lambda}{2}$ seçilerek yarıçap $r_0 = 0.1443\lambda$ olarak belirlenmiştir. İkinci dairesel dizilim $d = \frac{\lambda}{4}$ aralıklara yerleştirilmiş 4 anten içermektedir ve yarıçapı $r_1 = 0.3536\lambda$ 'dır. Benzetimler 20dB SNR değerleri için yapılmıştır. Benzetimlerde yükseklik açısı kestirilmesine rağmen şekillerde daha açık olması için sadece azimut açısı gösterilmiştir. Tek kaynak işaretinin yer aldığı benzetimde işaretin geliş doğrultu açısı $(\theta_1, \phi_1) = (90^\circ, 5^\circ)$ olarak seçilmiştir. Benzetim sonucunda elde edilen P_{MUSIC} izge grafiği Şekil 6.16(a)'da verilmektedir.



Şekil 6.16 : (a)1, (b) 2 (c) 3 ve (d) 4 kaynak işaretli durumlar için P_{MUSIC} grafiği.

Kaynak işaretlerinin sayısı 2 olduğunda Şekil 6.16b'de görüldüğü gibi DOA kestiriminde başarı sağlanmıştır. Bu senaryoda işaretlerin doğrultu açıları $(\theta_1, \phi_1) = (90^\circ, -15^\circ)$ ve $(\theta_2, \phi_2) = (90^\circ, 15^\circ)$ olarak seçilmiştir.

İşaret geliş doğrultularının

$$(\theta_1, \phi_1) = (90^\circ, -35^\circ), \ (\theta_2, \phi_2) = (90^\circ, 5^\circ) \text{ ve } (\theta_3, \phi_3) = (90^\circ, 35^\circ)$$

olarak seçildiği durumda Şekil 6.16c'deki sonuç elde edilmiştir. Grafikten görüldüğü üzere 7 antenli bir polar grid dizilimde 3 kaynak işaretinin kestirimi doğrulukla yapılabilmektedir.

Kaynak işaetlerinin sayısı 4'e çıkarıldığında ve işaret doğrultuları

$$(\theta_1, \phi_1) = (90^\circ, -45^\circ), \quad (\theta_3, \phi_3) = (90^\circ, 15^\circ), (\theta_2, \phi_2) = (90^\circ, -15^\circ), \quad (\theta_4, \phi_4) = (90^\circ, 45^\circ),$$

seçildiğinde 7 antenli dizilim kaynak işaretlerin sayısını başarıyla tespit edebilmektedir. Ancak Şekil 6.16d'den görüldüğü gibi P_{MUSIC} izgesinde işaret DOA'larına karşı gelen tepe değerlerinin genlikleri oldukça küçülmüştür. Dolayısı ile SNR değerinin küçük olacağı gürültülü ortamlarda 4 kaynak işaretinin doğrulukla kestirimi yapılamayabilir.



Şekil 6.17 : (a)5 işaret ve (b) 6 işaret için P_{MUSIC} grafiği.

Kaynak işaretlerinin sayısının 5 ve 6 olduğu durumlar içinse Şekil 6.17a ve Şekil 6.17b ile verilen P_{MUSIC} izge grafiklerinde görüldüğü üzere artık 7 antenli bir dizilimle tüm işaretlerin kestirimi yapılamamaktadır.

Bu senaryolarda 5 kaynak işaretli durum için işaret doğrultuları

$$\begin{aligned} (\theta_1, \phi_1) &= (90^\circ, -65^\circ), \quad (\theta_4, \phi_4) &= (90^\circ, 35^\circ), \\ (\theta_2, \phi_2) &= (90^\circ, -35^\circ), \quad (\theta_5, \phi_5) &= (90^\circ, 65^\circ), \\ (\theta_3, \phi_3) &= (90^\circ, 5^\circ), \end{aligned}$$

olarak benzetim yapıldığında izge grafiğinde kaynak işaretlerinin DOA'sı $(90^\circ, -5^\circ)$ doğrultusunda da tepe değer oluşmuştur. Yine bu doğrultuda oluşan tepe değerinin genliğinin $(\theta_1, \phi_1) = (90^\circ, -65^\circ)$ doğrultusunda bulunan gerçek kaynak işaretinin tepe genliğine göre büyük olması nedeniyle hem gelen kaynak işaretlerinin sayısında hem de en az bir tanesinin DOA kestiriminde hata yapılmaktadır.

Kaynak işaretlerinin sayısının 6 ve doğrultularının

$$\begin{aligned} &(\theta_1,\phi_1) = (90^\circ, -75^\circ), \quad (\theta_4,\phi_4) = (90^\circ, 15^\circ), \\ &(\theta_2,\phi_2) = (90^\circ, -45^\circ), \quad (\theta_5,\phi_5) = (90^\circ, 45^\circ), \\ &(\theta_3,\phi_3) = (90^\circ, -15^\circ), \quad (\theta_6,\phi_6) = (90^\circ, 75^\circ), \end{aligned}$$

olması durumunda ise artık sadece $(\theta_2, \phi_2) = (90^\circ, -45^\circ)$ doğrultusundaki işaret için sağlıklı bir kestirimden söz edilebilmektedir. SNR değerlerinin 20dB nin altında olduğu durumlarda ise diğer işaretlerin kestirimi yapılamayabilecektir.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde öncelikle üç boyutlu uzayda elektromanyetik dalgaların yayılımı ve temel anten teorisi incelenmiş ve bir elektromanyetik dalga işaretinin yayılım vektörü çıkarılmıştır. Ardından kaynak işaretlerinin dar bantlı olması varsayımı altında bir anten dizisinde farklı anten elemanları üzerindeki işaret örnekleri arasında oluşan faz farkları antenlerin konum vektörleri ve işaretin geliş doğrultusu cinsinden elde edilmiştir. Tezin kapsamında literatürde yer almakta olan ULA ve UCA dizilimlerine yeni bir alternatif olarak polar grid dizilimlerin DOA kestirimde kullanılması öne sürülmüştür.

Kaynak işaretlerin DOA'larının kestiriminde kullanılmak üzere antenlerde gözlenen işaretlere ait kovaryans matrisi belirlenmiş, bu matristen öz değer-ayrıştırma yöntemi kullanılarak işaret ve gürültü altuzaylarına ait öz vektörler türetilmiştir. Elde edilen bu öz değer vektörlerinin MUSIC yerel spektrumuna uygulanması ile anten sayısının kaynak işaretlerinden çok olduğu durumlar için DOA kestirimini yapılmıştır.

Bu tezde MUSIC algoritmasıyla DOA kestirimine özgün bir yaklaşım geliştirilerek polar grid anten dizilim yapısının yönlendirme matrisi oluşturulmuş, çeşitli senaryolar üzerinde bu dizilim yapısının klasik ULA ve UCA geometrileri ile anten sayısı, işaret gürültü oranı ve sistemin açı çözünürlüğü parametreleri açısından performansı karşılaştırılmıştır.

Varılan matematiksel modelin doğruluğunu sınamak amacı ile MUSIC kullanarak DOA kestirimini yapan bir benzetim algoritması MATLAB programı ile geliştirilmiştir. Bu algoritmanın çeşitli senaryolar için koşturulması sonucunda önerilen polar grid dizilimleri ile DOA kestirimine dair şu sonuçlara varılmıştır:

- SNR değeri arttıkça kestirimlerde yapılan hata oranları düşmektedir.
- Kaynak işaretlerinin geliş doğrultuları arasındaki fark büyüdükçe hata oranları düşmektedir.

- Dizilimde kullanılan anten sayısının artması kestirimde yapılan hatayı azaltmaktadır.
- ULA ile sadece azimut açısı kestirimi yapılabilmekte iken UCA ve polar grid dizilimler ile yükseklik açısı kestirimi de yapılabilmektedir.
- Polar grid dizilimler yüksek açı çözünürlüklerinde ULA'ya göre daha başarılı kestirim sonuçları vermektedir.
- Polar grid dizilimler ile yapılan kestirimlerde RMSE değerleri göz önüne alındığında UCA dizilimlerine kıyasla daha düşük hata değerlerine ulaşılabilmektedir ancak baskın bir performans artımı gözlenememiştir. Ancak polar grid dizilimlerde aynı anten sayısıyla fiziksel olarak daha küçük bir yarı çap içerisinde kalarak en az UCA kadar başarılı DOA kestirimleri yapılabilmektedir. Bu da mobil ortamlardaki uygulamalar için elde edilecek alan kazanımı nedeniyle UCA'ya karşın önemli bir avantaj sağlamaktadır.
- Polar grid dizilimler getirdiği çok boyutluluk nedeni ile daha karmaşık hesaplama adımları içermektedir. Dizilim geometrisine ait çok fazla sayıda senaryo türetmek mümkündür. Bu yüzden optimum çözümü bulmak zorlaşmaktadır. Bunun getirdiği bir sonuç olarak DOA kestirimi için polar grid anten dizilimi tasarımında ULA ve UCA'ya nazaran çok daha fazla işlem adımı gerekmekte dolayısı ile benzetimlerin sonuçlarının alınması uzun sürebilmektedir.

Gelecek çalışmalar DOA problemine ilişkin parametreleri daha yüksek doğrulukla kestirmeyi sağlamak için anten geometrilerinin çeşitli optimizasyon algoritmaları ile belirlenmesi doğrultusunda gerçekleşebilir. Böylelikle daha düşük SNR değerlerinde DOA kestirimlerinin daha yüksek başarımla gerçekleştirilmesine ya da birbirine daha yakın açılardaki kaynak işaretlerinin ayrıştırılmasına imkan sağlanabilecektir. Ayrıca bir diğer gelecek çalışma yönü geniş bantlı işaretlerde DOA kestiriminin polar grid anten dizilimi ile yapılmasını sağlamak olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **S. Chandran**, 2006: "Advances in direction-of-arrival estimation" Artech House, USA.
- [2] H. Krim and M. Viberg, 1996: "Two decades of array signal processing research, The parametric approach," *IEEE Signal Proc. Mag.*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, July.
- [3] M. Grice, J. Rodenkirch, A. Yakovlev, H.K. Hwang, Z. Aliyazicioglu and A. Lee, 2007: "Direction of arrival estimation using advanced signal processing" Recent Advances in Space Technologies, 3rd International Conference, July.
- [4] P. S. Naidu, 2001: "Sensor array signal processing," CRC Press, USA.
- [5] W. Wirth, 2001: "Radar techniques using array antennas" *The Institution of Electrical Engineers, Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series*, no.10, Dec.
- [6] Y. S. Yoon, 2004: "Direction-of-arrival estimation of wideband sources using sensor arrays," PhD Thesis, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, July.
- [7] H. Chen and M. Suzuki, 2007: "On non-uniqueness of stochastic ML estimation of DOA and its best solution," International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, pp. 372 - 375, Nov.
- [8] **R. Schmidt,** 1986: "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Tran. Antennas and Propagation*, vol. **34**, pp. 276-280, Mar.
- [9] G. N. Karabıyık ve C. Işık, 2006: "MUSIC algoritması ile DOA Kestirimi için düzgün aralıklı dairesel anten dizisi optimizasyonu," URSI, Türkiye Ulusal Komitesi 3.URSI Ulusal Bilimsel Kongresi, Hacettepe Üniv., Ankara, s. 508-510, 6-8 Eylül.
- [10] Z. Tian, 2003: "Beamspace Iterative Quadratic WSF for DOA Estimation," *IEEE Signal Proc. Letters*, vol. 10, no. 6, pp. 176-179, June.
- [11] B.D. Rao and K.V.S. Hari, 1989: "Performance Analysis of Root-Music," *IEEE Tran. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 12, pp. 1939-1949, Dec.
- [12] N. Yuen and B. Friedlander, 1998: "Performance Analysis of Higher Order ESPRIT for Localization of Near-Field Sources", *IEEE Tran. Signal Processing*, vol.46, pp. 709-719, Mar.
- [13] A. Abdallah, S.A. Chabine, M. Rammal, G. Neveux, P. Vaudont and M. Campovecchio, 2006: "A smart antenna simulation for (DOA) estimation using MUSIC and ESPRIT algorithms", 23rd National Radio Science Conference, Menoufya Univ., Egypt, Mar.

- [14] J. Li, P. Stoica and Z. Liu, 1997: "Comparative study of IQML and mode for direction-of-arrival estimation," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP*, vol. 5, pp. 3509.
- [15] C.A. Balanis, 2005: "Antenna theory, analysis and design 3rd Ed.", John Wiley & Sons. Inc, Hoboken, New Jersey.
- [16] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, 1993: "Array signal processing", Prentice Hall, USA.
- [17] T. Wang, L. Yang, J. Lei and S. Yang, 2006: "A modified MUSIC to estimate DOA of the coherent narrowband sources based on UCA," *International Conference on Communication Technology*, Dec.
- [18] S. Sekizawa, 1998: "Estimation of arrival directions using MUSIC algorithm with a planar array," *IEEE 1998 International Conference on Universal Personal Communications*, vol. 1, pp. 555-559.
- [19] Z. Ye and C. Liu, 2008: "2-D DOA Estimation in the Presence of Mutual Coupling", *IEEE Tran. Antennas and Propagations*, vol. 56, no. 10, pp. 3150-3158, Oct.
- [20] A. J. Laub, 2004: "Matrix Analysis for Scientists and Engineers" SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [21] M.B. Güldoğan, 2006: "A novel array signal processing technique for multipath channel parameter estimation" MSc. Thesis, The Institute of Engineering ans Sciences of Bilkent University, July.
- [22] R. Fallahi and M.Roshandel, 2007: "Effect of mutual coupling and configuration of concentric circular array antenna on the signal-tointerference performance in CDMA systems", *Progress In Electromagnetics Research, PIER* vol. 76, pp. 427–447.
- [23] Elio D. Di Claudio, 2005: "Asymptotically perfect wideband focusing of multiring circular arrays", *IEEE Tran. Signal Processing*, vol. 53, no. 10, pp. 3661-3673, Oct.
- [24] S. C. Chan and H. H. Chen, 2007: "Uniform concentric circular arrays with frequency-invariant characteristic – Theory, design, adaptive beamforming and DOA estimation", *IEEE Tran. Signal Processing*, vol. 55, no. 1, pp. 165-177, Jan.
- [25] S. C. Chan, H. H. Chen and K. L. Ho, 2007: "Adaptive beamforming using frequency-invariant uniform concentric circular arrays", *IEEE Tran. Circuits and systems-I: Regular Papers*, vol. 54, no. 9, pp. 1938-1949, Sep.

EKLER

EK A.1 : Program Kaynak Kodları

Bölüm 6'da sonuçlarına yer verilen benzetimlerin MATLAB programında geliştirilen algoritmalarına ait kaynak kodlar CD ortamında ekli olarak verilmiştir. CD içerisinde bulunan kodlar yedi ayrı dosya içerisinde toplanmıştır. Bunlar:

siggen.m	: Kaynak ve gürültü işaretlerinin üretildiği kaynak kod dosyası.
ula.m	: ULA geometrisine ait benzetimlerin yapıldığı kaynak kod dosyası.
uca.m pg.m	 : UCA geometrisine ait benzetimlerin yapıldığı kaynak kod dosyası. : Polar grid geometrisiye ait benzetimlerin yapıldığı kaynak kod dosyası.
ulamonte.m	 dosyası. ULA geometrisine ait Monte Carlo benzetimlerinin yapıldığı kaynak kod dosyası.
ucamonte.m	: UCA geometrisine ait Monte Carlo benzetimlerinin yapıldığı kaynak kod dosyası.
pgmonte.m	: Polar grid geometrisine ait Monte Carlo benzetimlerinin yapıldığı kaynak kod dosyası.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Serdar Özgür ATA

Doğum Yeri ve Tarihi: Sivas 20/04/1973

Lisans Üniversite: İstanbul Teknik Üniversitesi – Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü.

Lisans programından 1996 yılında mezun olmuştur. Aynı yıl İTÜ Vakfı Savunma Araştırmaları Merkezi İTÜV-SAM'da çalışmaya başlamış, 1998 yılında girdiği Netaş - Nortel Networks şirketinde üç yıl süre ile DECT-FRA ve SDH sistemlerinin geliştirilmesinde Ar-Ge mühendisi olarak görev almıştır. Serdar Özgür Ata 2002 yılından beri TÜBİTAK - UEKAE Ulusal Elektronik ve Kriptoloji Araştırma Enstitüsü'nde fiber optik ve kriptografik cihazların gömülü sistemler ile gerçeklenmesi konusunda uzman araştırmacı olarak çalışmaktadır