

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ARAÇ RADYATÖR ASILIŞLARININ TİTREŞİM
ANALİZİ VE OPTİMİZASYONU**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Alper GÖNENÇER**

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Programı : OTOMOTİV

OCAK 2005

**ARAÇ RADYATÖR ASILIŞLARININ TİTREŞİM
ANALİZİ VE OPTİMİZASYONU**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Alper GÖNENÇER
503011190**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Aralık 2004
Tezin Savunulduğu Tarih : 27 Ocak 2005**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ali G. GÖKTAN
Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. Ahmet GÜNEY (İ.T.Ü.)
Prof. Dr. İrfan YAVAŞLIOL (Y.T.Ü.)**

OCAK 2005

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında benden yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Ali G. Gökten başta olmak üzere Sayın Prof. Dr. Ahmet Güney, Sayın Dr. Şevket Kocaaydın ve Sayın Volkan Ay'a teşekkürlerimi sunarım.

Alper Gönençer

ARALIK, 2004

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL MEKANİK TİTREŞİM BİLGİLERİ	3
2.1. Giriş	3
2.2. Zorlanmış Titreşim	4
2.2.1. Sönümsüz Zorlanmış Titreşim	4
2.2.2. Viskoz Sönümlü Zorlanmış Titreşim	6
3. ELASTİK BAĞLI RİJİT CİSMİN TİTREŞİMİ	11
3.1. Giriş	11
3.2. Koordinat Sistemi	11
3.3. Rijit Cismin Hareket Denklemleri	12
3.4. Elastomerlerin Özellikleri	13
3.5. Elastik Bağlı Rijit Cismin Hareket Denklemleri	14
4. RASLANTISAL TİTREŞİMLER	18
4.1. Giriş	18
4.2. Rastlantısal Titreşimin İstatistik Parametreleri	18
4.2.1. Olasılık Dağılımı Fonksiyonları	18
4.2.2. Ortalama Değer	19
4.2.3. Karesel Ortalama Değer	20
4.2.4. Standart Sapma	20
4.2.5. Gauss Dağılımı	21
4.3. Rastlantısal Titreşim Analizi	22
4.3.1. Fourier Serisi Dönüşümleri	22
4.3.2. Güç Spektrum Yoğunluğu	27
5. HAVA RADYATÖRÜ TİTREŞİM SİSTEMİNİN ANALİZİ	29
5.1. Hava Radyatörü Titreşim Sistemi	29

5.1.1. Hava Radyatörü	31
5.1.2. Lastik Takozlar	32
5.2. Teorik Çözüm Yaklaşımı	33
5.3. Ölçüm	34
5.4. Sistemin Modellenmesi	35
5.5. Hava Radyatörü Titreşim Analizi	36
5.5.1. z eksenî Yönündeki Titreşim Analizi	37
5.5.2. y eksenî Yönündeki Titreşim Analizi	40
5.5.3. x eksenî Yönündeki Titreşim Analizi	43
5.6. Yorumlar	46
6. TİTREŞİM SİSTEMİNİN OPTİMİZASYONU	47
6.1. z eksenî Yönünde Optimizasyon	47
6.2. y eksenî Yönünde Optimizasyon	51
6.3. x eksenî Yönünde Optimizasyon	54
7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	59
KAYNAKLAR	63
ÖZGEÇMİŞ	64

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 4.1. σ standart sapmanın katlarıyla ortalama değerden sapmaya göre S olasılıkları	21

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1	: Sönümsüz, tek serbestlik dereceli sistemde kütleyle kuvvet uygulanması.....	4
Şekil 2.2	: Sönümsüz, tek serbestlik dereceli sistemde mesnet hareketi.....	5
Şekil 2.3	: Viskoz sönümlü, tek serbestlik dereceli sistemde kütleyle kuvvet uygulanması.....	6
Şekil 2.4	: Cevap deplasmanı ile tahrik kuvveti arasındaki faz açısı.....	8
Şekil 2.5	: Viskoz sönümlü bir sistemin geçirgenliği.....	9
Şekil 2.6	: Sönümlü, tek serbestlik dereceli sistemde mesnet hareketi.....	9
Şekil 3.1	: Koordinat sistemi.....	11
Şekil 3.2	: Sönümsüz bir elastomerin oluşturduğu burulma kuvvetinin etkisi.....	14
Şekil 3.3	: Elastik bağlı rijit cisim.....	15
Şekil 4.1	: k yay sabitli, c sönüm katsayılı elastik olarak bağlanmış m kütlesi.....	18
Şekil 4.2	: a) $P(x)$ kümülatif dağılım fonksiyonu b) $p(x)$, olasılık yoğunluğu fonksiyonu.....	19
Şekil 4.3	: Ortalama Değer.....	20
Şekil 4.4	: Varyans (standart sapmanın karesi)	20
Şekil 4.5	: a) Tahrik pulsleri dizisi (p) b) İmpuls cevabı fonksiyonu $h(t)$ c) Sistem cevabı genlik x	21
Şekil 4.6	: Periyodik bir titreşimin zaman-genlik fonksiyonu ve çizgi spektrumu.....	23
Şekil 4.7	: Ayrık Fourier Dönüşümü.....	24
Şekil 4.8	: a) Entegral Fourier dönüşümü (b) ayrık Fourier dönüşümü.....	25
Şekil 4.9	: Aliasing örnekleri, f frekans, T periyot.....	26
Şekil 5.1	: Hava radyatörü ve taşıt içindeki konumu.....	29
Şekil 5.2	: Hava radyatörünün şematik olarak gösterimi.....	30
Şekil 5.3	: Fan.....	31
Şekil 5.4	: Hava radyatörü.....	31
Şekil 5.5	: Silindirik lastik takoz.....	32
Şekil 5.6	: Kuvvet - sehim eğrisi a) basma b) makaslama durumunda.....	32
Şekil 5.7	: Radyatör titreşim sistemi blok şeması.....	34
Şekil 5.8	: a) Şasi ve radyatör alt sol ivme sensörü b) üst sol ve sağ ivme sensörleri.....	35
Şekil 5.9	: Titreşim sisteminin modeli.....	36
Şekil 5.10	: z eksen yönündeki şasi a) ivme-zaman grafiği b) frekans spektrumu.....	38
Şekil 5.11	: z eksen yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	38
Şekil 5.12	: Sistemin z eksen yönündeki doğal frekansları.....	39
Şekil 5.13	: Radyatör üstsağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	39
Şekil 5.14	: Lastik takozların z eksen yönündeki sehimleri.....	40

Şekil 5.15	: y eksenini yönündeki şasi a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu.....	41
Şekil 5.16	: y eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	41
Şekil 5.17	: Sistemin y eksenini yönündeki doğal frekansı.....	42
Şekil 5.18	: Radyatör üst sağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	42
Şekil 5.19	: Lastik takozların y eksenini yönündeki sehimleri.....	43
Şekil 5.20	: x eksenini yönündeki şasi a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu.....	43
Şekil 5.21	: x eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	44
Şekil 5.22	: Sistemin x eksenini yönündeki doğal frekansları.....	44
Şekil 5.23	: Radyatör üst sağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu.	45
Şekil 5.24	: Lastik takozların x eksenini yönündeki sehimleri.....	45
Şekil 6.1	: z eksenini şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu.....	47
Şekil 6.2	: Optimizasyon sonucu, sistemin z eksenini yönündeki yeni doğal frekansı.....	48
Şekil 6.3	: z eksenini, efektif değer – sönümleme katsayıları toplamı grafiği.....	49
Şekil 6.4	: Optimizasyon sonucu z eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	49
Şekil 6.5	: $\zeta = 0,36$ iken, geçirgenlik eğrisi.....	50
Şekil 6.6	: y eksenini şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu.....	51
Şekil 6.7	: Optimizasyon sonucu, sistemin y eksenini yönündeki yeni doğal frekansı.....	52
Şekil 6.8	: y eksenini, efektif değer – sönümleme katsayıları toplamı grafiği.....	52
Şekil 6.9	: Optimizasyon sonucu y eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	53
Şekil 6.10	: $\zeta = 0,29$ iken, geçirgenlik eğrisi.....	53
Şekil 6.11	: x eksenini şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu.....	54
Şekil 6.12	: Optimizasyon sonucu, sistemin x eksenini yönündeki yeni doğal frekansı.....	55
Şekil 6.13	: x eksenini, efektif değer – sönümleme katsayıları toplamı grafiği.....	55
Şekil 6.14	: Optimizasyon sonucu x eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu.....	56
Şekil 6.15	: $\zeta = 0,51$ iken, geçirgenlik eğrisi.....	56
Şekil 6.16	: z eksenini yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği.....	57
Şekil 6.17	: y eksenini yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği.....	57
Şekil 6.18	: x eksenini yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği.....	58
Şekil 7.1	: Progresif karakter.....	59
Şekil 7.2	: Progresif karakterli lastik takoz konstrüktif önerisi.....	61

SEMBOL LİSTESİ

A, B	: katsayılar
a_0	: ortalama değer
c	: sönümlleme katsayısı
c_c	: kritik sönümlleme katsayısı
c_x, c_y, c_z	: sönümlleme katsayıları (x, y, z eksenleri yönünde)
f	: frekans
f_1	: temel frekans bileşeni
f_A	: Nyquist frekansı
f_n	: doğal frekans
f_s	: ölçüm alınma frekansı
F	: kuvvet
F_0	: tahrik kuvveti
F_T	: geçirilen kuvvet
F_x, F_y, F_z	: rijit cisme etkiyen dik kuvvetler
k	: yay sabiti
k_t	: yay sabiti (burulma)
k_x, k_y, k_z	: yay sabitleri (x, y, z eksenleri yönünde)
m	: kütle
M	: Moment
M_x, M_y, M_z	: x, y, z eksenleri çevresindeki momentler
N	: zaman fonksiyonunda ve frekans spektrumundaki ölçüm alma sayısı,
P	: olasılık dağılım fonksiyonu
p	: olasılık yoğunluğu fonksiyonu
R_d	: boyutsuz cevap faktörü
T	: geçirgenlik; zaman; zaman fonksiyonunun tekabül eden kayıt uzunluğu
T_p	: periyot
t	: zaman
u, v, w	: dik koordinatlar; uzaklık
u_0	: mesnet hareketi genliği
x, y, z	: dik koordinatlar; uzaklıklar
W_x	: güç spektrumu yoğunluğu
α, β, γ	: açılar
λ	: temel elastik eksenleri ile koordinat eksenleri arasındaki açılarının kosinüsleri
θ	: faz açısı
σ	: standart sapma
τ	: periyot
ω	: açısal frekans
ω_n	: açısal doğal frekans
ψ	: faz açısı
ζ	: sönüm çarpanı

ÖZET

Bu çalışmada bir yolcu otobüsünün hava radyatörünün titreşim analizi ve optimizasyonu yapılmıştır. Hava radyatörü taşıtın arkasında, şasiye lastik takozlarla bağlı bulunmaktadır. Sorun; hava radyatöründe, maruz kaldığı yüksek titreşim zorlanmaları sonucu lastik takozlara bağlı bulunduğu yerlere yakın noktalarda kırılmalar meydana gelmesidir. Amaçlanan ise bu titreşim zorlanmalarını uygun yay sabiti ve sönümleme katsayılı lastik takozlarla düşük seviyelere çekmektir.

Tez çalışması kapsamında taşıt yol testinde şasi ve radyatör üzerinden her üç eksen de ivme sinyalleri ölçülmüş, şasiden ölçülen ivme sinyalleri ADAMS programında oluşturulan titreşim sisteminin matematiksel modeline girilerek programın hesapladığı hava radyatörü çıkış değerleri hava radyatöründen ölçülen değerlerle mukayese edilip matematiksel modelin gerçek duruma yeter yakınsaklığı olduğu kanısına varılmıştır. Hava radyatörüne iletilen şasi titreşimleri her üç eksen de analiz edilmiş ve analiz sonucuna göre matematiksel modelde lastik takozların yay sabiti ve sönümleme katsayıları azaltılarak program maksimum titreşim izolasyonu elde edilene kadar koşturulmuştur.

Belirlenen yeni yumuşak lastik takozlarla iyi titreşim izolasyonu elde edilmesine rağmen hava radyatörü salınımlarının izin verilen limitlerin dışına çıktığı görülmüş olup salınımların limitler dahilinde tutulması için lastik takozların yeniden sertleştirilmesi gerekmekte olacak ve bu durumda elde edilen izolasyon miktarı tekrar kaybedilmesine yol açacaktır. Sonuç bölümünde hava radyatörü salınımları düşük seviyelerde tutacak hem de matematiksel model sonucu elde edilen izolasyon miktarına yakın bir miktarda titreşim izolasyonu sağlayacak uygun karakterdeki lastik takozlar için öneriler getirilmiştir.

SUMMARY

In this study, it has been worked on the vibration analysis and optimization of the air-cooler of a coach. The air-cooler is located at the rear of the vehicle and is connected to the chassis with elastomeric isolators. The faced problem is that the air-cooler body breaks down near to its isolator connection points due to the high-transmitted forces from the chassis. The aim is that to reduce these transmitted forces by using isolators, which have proper spring constants, and damping coefficients.

Three-way acceleration signals have been measured from the air-cooler body and also from the chassis during the vehicle road test. The measured chassis data has been used as an input to the mathematical model of the vibration system, which has been made by using ADAMS software. The calculated output signals have been compared with the measured signals from the air-cooler body and it has been concluded that the mathematical model is in convergence with the real situation. The transmitted vibration signals have been analyzed and accordingly, having lowering the spring constants and damping coefficients, the software has been run until the maximum isolation efficiency has been achieved.

Although having good vibration isolation with new soft isolators, it has been seen that the air-cooler body's displacements are exceeding the allowed limits. In order to hold the displacements in acceptable values, the isolators had to be hardened which will lead to loss of the obtained good isolation efficiency. In the conclusion chapter recommendations have been made for the isolators, which have proper characteristics for having isolation efficiency close to the calculation results and also having the air-coolers displacements in acceptable limits.

1. GİRİŞ

Tez çalışması kapsamında bir yolcu otobüsü hava radyatörünün titreşimi incelenmiştir. Hava radyatörü taşıtın arka tarafında şasiye lastik takozlarla bağlı bulunmaktadır. Sorun; hava radyatörünün maruz kaldığı titreşim zorlanmaları sonucu gövdesinde kırılmalar meydana gelmesidir. Deneysel yöntemlerden daha hızlı ve daha ucuz bir şekilde titreşim sisteminin ADAMS programında oluşturulan matematiksel modeli sayesinde bilgisayar ortamında yapılan simülasyonlar sonucu bu zorlanmaları mümkün olduğu kadar azaltacak uygun karakterdeki lastik takozların belirlenmesine çalışılmıştır.

İkinci bölümde mekanik titreşim ile ilgili temel bilgiler verilmiş olup incelenecek olan titreşim türü zorlanmış titreşim olduğu için viskoz sönümsüz ve sönümlü zorlanmış titreşimlere odaklanılmıştır.

Üçüncü bölümde elastik bağlı rijit cismin hareket denklemleri çıkartılmış ve elastomerle ilgili bilgiler verilmiştir. Elastik bağlı rijit cismin hareket denklemleri bölümden de görülebileceği gibi oldukça karışık ve bilgisayar yardımı olmaksızın hata yapılmadan çözülmesi oldukça güç ve zahmetli denklemlerdir.

Dördüncü bölümde hava radyatörünün de maruz kaldığı rastlantısal titreşimler hakkında detaylı bir bilgi verilmiştir. Anlık değerleri bilinmeyen titreşim türleri olan rastlantısal titreşimleri analiz edebilmek için kullanılan istatistik parametreleri ve Fourier serisi dönüşümleri hakkında bilgi verilmiştir.

Beşinci bölüm hava radyatörünün titreşim analizinin yapılmış olduğu bölümdür. Titreşim sistemini oluşturulan elemanlar hakkında detaylı bilgi verilmiş, taşıt şasisi ve hava radyatörü üstündeki noktalardan yapılan ölçümlerden ve bütün verilerin toplanarak ADAMS programında oluşturulan matematiksel modelden bahsedilmiştir. Ölçüm sonuçları ve oluşturulan matematiksel modelden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak radyatör titreşimi her üç eksen yönünde de (düşey, yanal ve taşıt gidiş yönü) analiz edilmiştir.

Altıncı bölümde matematiksel model kullanılarak titreşim optimizasyonu çalışması yapılmıştır. Titreşim analizi sonucu elde edilen bilgiler ışığında lastik takozların yay

sabiti ve sönümlleme katsayıları değıştirilerek radyatörün maruz kaldığı titreşim şiddetinin mümkün olduğu kadar azaltılması hedeflenmiştir.

Yedinci bölümde optimizasyondan elde edilen sonuçlar değerlendirilmiş ve çözüm için öneriler yapılmıştır.

2. TEMEL MEKANİK TİTREŞİM BİLGİLERİ

2.1. Giriş

Mekanik titreşim bir maddesel noktanın veya bir cismin denge konumu etrafında salınımıdır. Titreşimler mekanik sistemlerde ve yapılarda gerilme artımlarına ve enerji kayıplarına sebep olduklarından uygun bir tertiple ortadan kaldırılmaları veya mümkün olduğu kadar azaltılmaları gerekmektedir [1].

Mekanik bir titreşim, genellikle bir sistemin kararlı denge konumundan saptırılması halinde ortaya çıkar. Sistem, geriye döndürücü kuvvetlerin etkisi altında, bir yaya bağlı bir kütle halinde olduğu gibi elastik kuvvetlerin ya da sarkaçta olduğu gibi çekim kuvvetinin etkisi altında, ilk konumuna dönme eğilimini gösterir. Fakat sistem genellikle ilk konumuna belirli bir hız kazanmış olarak döneceğinden; bu hız sistemi, tekrar bu konumun dışına çıkarır. Bu olay sürekli olarak tekrarlanacağı için sistem denge konumu etrafında bu ileri geri hareketine devam eder. Hareketin bir tüm devri tamamlaması için geçen zamana titreşimin periyodu (τ) adı verilir. Birim zamandaki devir sayısına frekans (f) ve sistemin denge konumuna göre maksimum yer değiştirmesine de titreşimin genliği adı verilir [1].

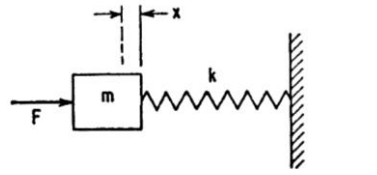
Hareketin devamı yalnız geriye döndürücü kuvvetlerle sağlanıyorsa titreşim, serbest titreşim adını alır. Sisteme periyodik bir kuvvet uygulanıyorsa ortaya çıkan hareket zorlanmış titreşim olarak tanımlanır. Sürtünmenin etkisi ihmal edilirse titreşim sönümsüz olur. Bununla birlikte, bütün titreşimler aslında bir dereceye kadar sönümlüdür. Eğer serbest bir titreşim hafif sönümlü ise, genliği yavaş yavaş azalır ve bir süre sonra hareket durur. Fakat sönüm, gerçek bir titreşime engel olacak kadar büyük de olabilir; bu durumda sistem hızlı bir şekilde ilk konumuna geri döner. Sönümlü zorlanmış titreşim, kendisini doğuran periyodik kuvvet uygulandığı sürece devam eder. Titreşimin genliği ise söndürücü kuvvetin şiddetine bağlıdır [1].

2.2. Zorlanmış Titreşim [2]

Zorlanmış titreşim, bir sistemde kütleye periyodik bir kuvvet uygulanması ya da kütlenin yay ile bağlı olduğu mesneden hareketi sonucu meydana gelen titreşime denir.

2.2.1. Sönümsüz Zorlanmış Titreşim

Kütleye Kuvvet Uygulanması:



Şekil 2.1: Sönümsüz, tek serbestlik dereceli sistemde kütleye kuvvet uygulanması

Şekil 2.1’de görüldüğü gibi; sönümsüz ve tek serbestlik dereceli bir sisteme $F = F_0 \sin \omega t$ şeklinde bir kuvvet uygulandığında hareketin diferansiyel denklemi, m cismin kütlesini, k yay sabitini ve x ise deplasmanı göstermek üzere;

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (2.1)$$

olacaktır.

Bu denklemin çözümü doğal açısal frekans $\omega_n = \sqrt{k/m}$ olmak üzere

$$x = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{F_0/k}{1 - \omega^2/\omega_n^2} \sin \omega t \quad (2.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denkleminde ilk iki terimi ω_n doğal frekansında sönümsüz bir salınım halini tanımlamaktadır.

Fiziksel sistemlerde ω_n doğal frekansında salınım sönümlenmeden dolayı gittikçe azalır ve tamamen durur. ω uyarı frekansında sürekli halde salınım:

$$x = \frac{F_0/k}{1 - \omega^2/\omega_n^2} \sin \omega t \quad (2.3)$$

olacaktır. Bu salınım sisteme F kuvveti uygulandığı sürece devam edecektir.

Mesnete iletilen kuvvet, doğrudan olarak yay sehimini ile orantılıdır; $F_t = kx$. Geçirgenliği $T = F_t / F$ olarak ifade eder ve (2.3) denklemindeki x bu denkleme yerleştirilirse:

$$T = \frac{1}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \quad (2.4)$$

eşitliği elde edilir.

Denge konumunda ve $t = 0$ zamanında, sistemin kütlesi $x = 0$ ve $\dot{x} = 0$ başlangıç şartlarına sahip ise, $t > 0$ zamanında hareket denklemi,

$$x = \frac{F_0/k}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} (\sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_n} \sin \omega_n t) \quad (2.5)$$

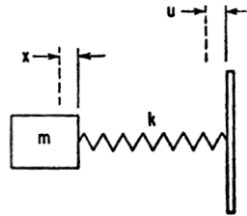
olur. t 'nin büyük değerleri için denklemin ikinci terimi fiziksel sistemin doğasında bulunan sönümlenme sebebiyle kaybolur ve (2.3) denklemi ile aynı olur.

Eğer uyarı frekansı sistemin doğal frekansı ile çakışırsa ($\omega = \omega_n$) sistem rezonansa girer. Bu durumda x şöyle ifade edilebilir:

$$x = -\frac{F_0 \omega}{2k} t \cos \omega t + \frac{F_0}{2k} \sin \omega t \quad (2.6)$$

Bu denkleme göre x genliği t zaman ile sürekli artmakta ve zaman sonsuza giderken genlik de sonsuza gitmektedir.

Mesnet Hareketi:



Şekil 2.2: Sönümsüz, tek serbestlik dereceli sistemde mesnet hareketi

Şekil 2.2’de görüldüğü gibi; sönümsüz ve tek serbestlik dereceli bir sistemin mesneti $u = u_0 \sin \omega t$ şeklinde bir deplasmana maruz bırakıldığında hareketin diferansiyel denklemi,

$$m\ddot{x} = -k(x - u_0 \sin \omega t) \quad (2.7)$$

olur. Bu denklemin çözümü $\omega_n = \sqrt{k/m}$ olmak üzere aşağıdaki gibidir:

$$x = A_1 \sin \omega_n t + B_1 \cos \omega_n t + \frac{u_0}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \sin \omega t \quad (2.8)$$

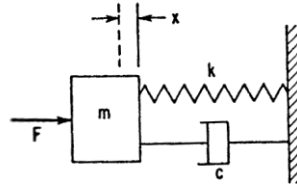
Doğal frekansta salınımı temsil eden terimler sıfır olur, genliklerin oranı geçirgenlik olarak yazılır:

$$\frac{x_0}{u_0} = T = \frac{1}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \quad (2.9)$$

Burada $x = x_0 \sin \omega t$ dir. Böylece buradan şu söylenebilir: Zorlanmış titreşimde kuvvet ve hareket geçirgenliği sayısal olarak aynıdır.

2.2.2. Viskoz Sönümlü Zorlanmış Titreşim

Kütle Kuvvet Uygulanması:



Şekil 2.3: Viskoz sönümlü, tek serbestlik dereceli sistemde kütle kuvvet uygulanması

$F = F_0 \sin \omega t$ şeklinde belirlenmiş bir F kuvvetinin Şekil 2.3'deki m kütlelerine uygulanması durumunda sönümlü ve tek serbestlik dereceli sistemin diferansiyel denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (2.10)$$

Burada c sönümleme katsayısıdır.

Sönümlü zorlanmış titreşim sisteminde doğal frekansta salınımı içeren terimler hızlı bir şekilde kaybolur, bu yüzden bu sistemlerde sürekli haldeki salınım göz önünde tutulur. Kütleye etkiyen ω frekanslı kuvvetin oluşturduğu titreşim hareketinde sönümleme katsayısı c sıfırdan büyük olduğunda kuvvet ile kuvvetin oluşturduğu

hareketin arasındaki faz farkı meydana gelir. Buna göre x deplasmanı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$x = R \sin(\omega t - \theta) = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t \quad (2.11)$$

(2.11) denkleminde x (2.10) denklemde yerine konulduğunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{x}{F_o / k} = \frac{\sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + (2\zeta \omega / \omega_n)^2}} = R_d \sin(\omega t - \theta) \quad (2.12)$$

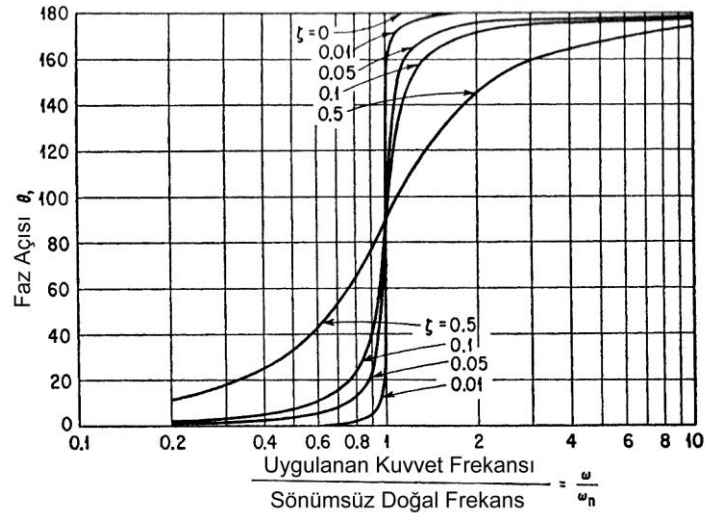
burada faz açısı $\theta = \tan^{-1}(\frac{2\zeta \omega / \omega_n}{1 - \omega^2 / \omega_n^2})$ dir.

R_d boyutsuz cevap faktörü olarak adlandırılır. Titreşim hareketi sonucu oluşan deplasmanın, F kuvvetinin statik şekilde uygulandığı durumdaki yay sehimine oranını tanımlar. Çok düşük frekanslarda R_d yaklaşık olarak 1'dir ve frekans ω_n 'e çok yakinken maksimum yapar ve ω çok büyük değerlerinde sıfıra yaklaşır. Bu frekans koşullarında deplasman cevabı şöyle ifade edilir;

$$\begin{aligned} x &\cong \left(\frac{F_o}{k}\right) \sin \omega t & [\omega \ll \omega_n] \\ x &= \frac{F_o}{2k\zeta} \sin\left(\omega_n t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{F_o \cos(\omega t)}{c \omega_n} & [\omega = \omega_n] \\ x &\cong \frac{\omega_n^2 F_o}{\omega^2 k} \sin(\omega t + \pi) = \frac{F_o}{m \omega^2} \sin \omega t & [\omega \gg \omega_n] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Yukarıdaki üç frekans durumuna istinaden, titreşim sistemi sırasıyla; yay kontrollü, damper kontrollü, kütle kontrollü titreşim sistemi olarak adlandırılır.

Bir serbestlik dereceli viskoz sönümlü sistemde uygulanan kuvvet ile sistem deplasman cevabı arasındaki faz açısı θ eğrileri Şekil 2.4'de gösterilmiştir. Faz açısı $180^\circ - 360^\circ$ arası bir değer alamaz, şayet bu damperin sisteme enerji vermesi anlamına gelmektedir.



Şekil 2.4: Cevap deplasmanı ile tahrik kuvveti arasındaki faz açısı

Kuvvet Geçirgenliği:

Sistemin mesnetine iletilen kuvvet

$$F_T = c\dot{x} + kx \text{ dir.} \quad (2.14)$$

$c\dot{x}$ ve kx kuvvetleri arasında 90° bir faz farkı olduğundan geçirilen F_T kuvvetinin şiddeti aşağıdaki gibi yazılır:

$$|F_T| = \sqrt{c^2 \dot{x}^2 + k^2 x^2} \quad (2.15)$$

Geçirgenlik T , geçirilen kuvvet F_T 'nin tahrik kuvveti F_0 'a oranı olarak ifade edilebilir:

$$\frac{F_T}{F_0} = T \sin(\omega t - \psi) \quad (2.16)$$

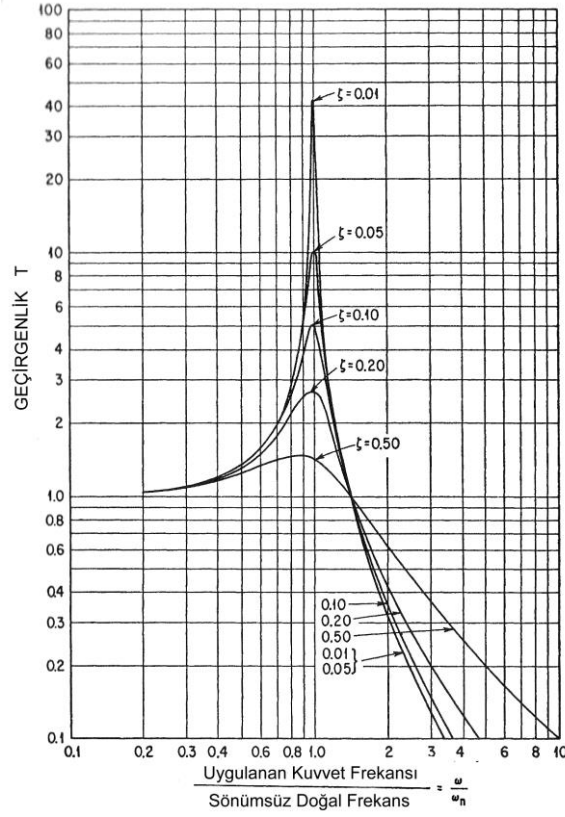
burada

$$T = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}} \quad (2.17)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{2\zeta(\omega / \omega_n)^3}{1 - \omega^2 / \omega_n^2 + 4\zeta^2 \omega^2 / \omega_n^2} \quad (2.18)$$

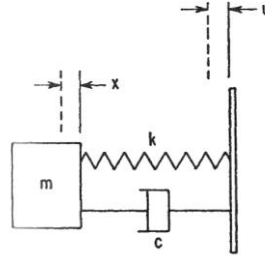
olarak ifade edilir.

Şekil 2.5’de geçirgenlik T çeşitli sönüm çarpanı değerleri ζ ve ω/ω_n frekans oranlarının bir fonksiyonu olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.5: Viskoz sönümlü bir sistemin geçirgenliği.

Mesnet Hareketi:



Şekil 2.6: Sönümlü, tek serbestlik dereceli sistemde mesnet hareketi

Şekil 2.6’da görüldüğü gibi; sönümlü ve tek serbestlik dereceli bir sistemin mesneti $u(t)$ şeklinde bir deplasmana maruz bırakıldığında hareketin diferansiyel denklemi:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{u}) + k(x - u) = 0 \quad (2.19)$$

olmaktadır.

Mesnet hareketini, zamana bağılı sinüs fonksiyonu olarak $u = u_0 \sin \omega t$ gibi düşünülürse, sürekli halde, doğal frekans ω_n salınımları sönümleneceğinden, m kütleinin x deplasmanı şöyle yazılır:

$$x = Tu_0 \sin(\omega t - \psi) \quad (2.20)$$

(2.17) denklemindeki T ve ψ terimleri (2.18) denklemleri ile tanımlanmıştır ve hareket geçirgenliği T sayısal olarak (2.17) denklemindeki kuvvet geçirgenliği T 'ye eşittir.

3. ELASTİK BAĞLI RİJİT CİSMİN TİTREŞİMİ [2]

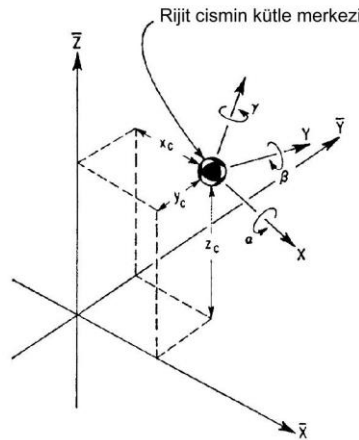
3.1. Giriş

Bu bölümde, kütsüz ve lineer elastomerlere bağı bir rijit cismin genel hareket denklemleri çıkarılacaktır. Bu denklemler, rijit cismin geometrik şeklinden ve elastomerlerin bağlanma yerlerinden bağıımız olarak bütün haller için geçerli kabul edilebilirler.

3.2. Koordinat Sistemi

Rijit cismin hareketi sabit bir referans koordinat sistemine göre tanımlanır. Referans koordinat sistemi ise kartezyen koordinatlar $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ile temsil edilir. Rijit cisme ait koordinat sistemi X, Y, Z ile tanımlanır; bu koordinat sisteminin orijini rijit cismin kütle merkezidir.

Cismin hareketleri, cismin koordinat eksenlerinin, referans koordinat sisteminin eksenlerine göre deplasmanları olarak ifade edilir. Şekil 3.1'de, cismin kütle merkezinin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre düzlemsel ötelenme hareketi sırasıyla x_c, y_c, z_c deplasmanları olarak tanımlanmıştır. Cismin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre dönme hareketi sırasıyla α, β, γ açıları ile tanımlanmıştır.



Şekil 3.1: Koordinat sistemi

Rijit cismin sadece küçük düzlemsel ötelenme ve dönme hareketi yapacağını kabul edersek, dönme hareketi komütatif (cismin son pozisyonunun dönme bileşenlerinin uygulanma sırasından bağımsız olması) olur, cisim eksenine ve referans eksenine göre dönme açıları da eşit olur. Bu sebepten, cisim üzerindeki bir b noktasının (X, Y, Z eksenlerine göre koordinatları sırasıyla b_x, b_y, b_z) deplasmanı, cismin kütle merkezinin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenine göre deplasmanı ve cismin dönme hareketinin teğetsel bileşenlerinin toplamına eşittir:

$$\begin{aligned}x_b &= x_c + b_z\beta - b_y\gamma \\y_b &= y_c - b_z\alpha + b_x\gamma \\z_b &= z_c - b_x\beta + b_y\alpha\end{aligned}\tag{3.1}$$

3.3. Rijit Cismin Hareket Denklemleri

Rijit cismin düzlemsel ötelenme hareket denklemlerini yazarsak;

$$\begin{aligned}m\ddot{x}_c &= F_x \\m\ddot{y}_c &= F_y \\m\ddot{z}_c &= F_z\end{aligned}\tag{3.2}$$

Burada m cismin kütlesini; $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre F_x, F_y, F_z cisme etkiyen kuvvetlerin toplamını ve $\ddot{x}_c, \ddot{y}_c, \ddot{z}_c$ cismin ağırlık merkezinin ivmelerini göstermektedir.

Rijit cismin dönme hareketi denklemlerini yazarsak;

$$\begin{aligned}I_{xx}\ddot{\alpha} - I_{xy}\ddot{\beta} - I_{xz}\ddot{\gamma} &= M_x \\-I_{xy}\ddot{\alpha} + I_{yy}\ddot{\beta} - I_{yz}\ddot{\gamma} &= M_y \\-I_{xz}\ddot{\alpha} - I_{yz}\ddot{\beta} + I_{zz}\ddot{\gamma} &= M_z\end{aligned}\tag{3.3}$$

burada X, Y, Z eksenlerine göre; açısal ivmeler $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}$ ve cisme etkiyen açısal momentlerin toplamaları ve M_x, M_y, M_z 'dir. $I_{xx}, I_{xy}, \dots$ çarpım atalet momentleridir.

3.4. Elastomerlerin Özellikleri

Elastomerler iki cismi birbirine elastiki olarak bağlayan üç-boyutlu elemanlar olarak düşünülebilir. Eğer elastomerin bir ucu, herhangi bir yönde, diğerine göre izafi bir hareket yaparsa, elastomer bu harekete direnç gösterir. Elastomerin lineer olduğunu varsayılmaktadır; elastomerin kütsüz olduğunu, izafi harekete karşı gösterdiği direnç kuvvetinin; yer değiştirme ile doğru orantılı olarak değişen yay kuvvetinden ve hız ile doğru orantılı olarak değişen sönümleme kuvvetinden oluştuğu varsayılmaktadır.

Tek serbestlik dereceli sistemlerde veya hareket yönlerinde sınırlandırmalar olan sistemlerde, elastomerler izin verilen bir yönde çalışmak durumundadırlar ve elastomerin özellikleri de bu yönde karşı kuvvete göre belirlenir. Böyle bir sınırlandırmanın yokluğunda elastomere uygulanan bir kuvvet genellikle başka bir yöne de harekete sebebiyet verir. Sınırlandırılmamış bir sistemde, herhangi bir ekseninde uygulanan kuvvetler sonucu oluşan sapmalar eğer kuvvetlerin uygulanma eksenini ile paralel ise bu eksenlere elastomerin temel elastik eksenleri denir. Simetri eksenleri temel elastik eksenlerdir.

Rijit cisimler bağlı bulunduğu elastomerlerin özelliklerine ve yerlerine bağlı olarak oluşan titreşim modlarında hareket ederler. Örnek olarak eğer bir rijit cisim X ekseninde statik bir x deplasmanında yer değiştirir ise, bu harekete elastomer, doğrultusu yine X ekseninde olan bir $k_{xx}x$ kuvveti ile karşı gelir; yay sabitinin ilk indeks'i elastomer tarafında meydana gelen kuvvetin yönünü, ikinci indeks'i ise sapma yönünü göstermektedir. Eğer X yönü elastomerin temel elastik eksenini değil ve eğer rijit cisim X yönünde statik x deplasmanı ile yer değiştirmiş ise ve y yönünde hareket mümkün değil ise, cisim bu durumda Y yönünde $k_{yx}x$ kuvvetinin etkisi altında kalır.

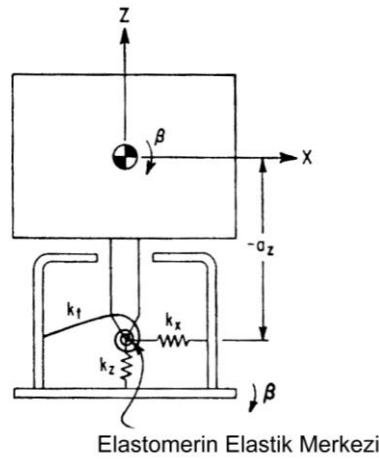
Koordinat eksenini yönlerindeki yay sabitleri (1) temel yay sabitleri ve (2) elastomerin temel elastik eksenleri ve koordinat eksenleri arasındaki açı ile tanımlanabilirler. Bu yüzden görsel olarak elastomerin temel elastik eksenlerine paralel birbirlerine dik üç adet ideal yayın kombinasyonu olarak tanımlanabilir. Aynı şekilde elastomerin sönümleme özellikleri de elastomerin temel elastik eksenlerin yönünde birbirlerine dik üç adet ideal viskoz damperlerin kombinasyonu olarak tanımlanabilir. Bu

durumda cismin $\dot{x}$ hızı ile X yönündeki yer değiştirmesinden yine doğrultusu X yönünde olan $c_{xx} \dot{x}$ kuvveti ve Y yönünde $c_{yx} \dot{x}$ kuvveti oluşur.

Temel elastik eksenlerin kesiştiği noktaya elastomerin elastik merkezi denir. Elastomerin elastik merkezi, rijit cismin hareket denklemlerinin oluşturulmasında referans alınan teorik bir noktadır.

Genellikle, elastomerin rijit cisme “küresel mafsallarla” bağlı olduğu kabulü yapılır. Yani elastomerin rijit cisme herhangi bir moment uygulamadığı varsayılır. Bu kabulün yapılmadığı hallerde elastomeri tanımlayan temel elastik eksenler doğrultusundaki yaylar ve damperlerin yanında, burulma yayları ve damperlerinin de hesaba katılması gerekmektedir.

Burulma hesaplarda genellikle ihmal edilebilir. Şekil 3.2’de, cismin β ve elastomerin β açısı ile dönmesinden; k_t , β yönünde burulma yay sabiti olmak üzere $(k_t + a_z^2 k_x)(\beta - \beta)$ açısız momenti oluşur. Burulma yay sabiti k_t genellikle $a_z^2 k_x$ değerinden çok daha küçük olduğundan ihmal edilebilmektedir.

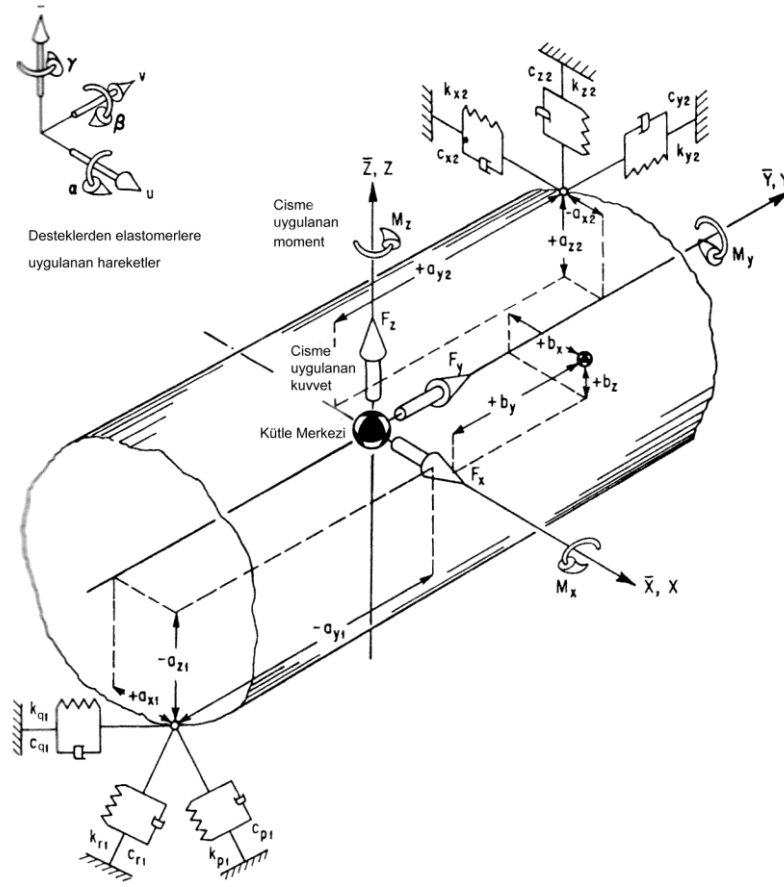


Şekil 3.2: Sönümsüz bir elastomerin oluşturduğu burulma kuvvetinin etkisi

3.5 Elastik Bağlı Rijit Cismin Hareket Denklemleri

Rijit cismin hareket denklemleri (3.2) ve (3.3) denklemleri ile verilmiş olup, burada F ’ler ve M ’ler cisme direkt olarak veya elastomerler üzerinde etki eden kuvvetleri ve momentleri göstermektedir. Şekil 3.3 bir rijit cismin hareketsiz bir konumundaki halini göstermektedir. Referans koordinat eksenleri $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ve cismin koordinat eksenlerinin orijinleri cismin ağırlık merkezindedir. Şekilde gösterilen (2) numaraları elastomeri tanımlayan yay ve damper kombinasyonları $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ referans eksenine

paraleldir. (1) numaralı elastomerin temel eksenleri ise $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenin paralel olmayan bir şekilde rijit cisme bağlanmıştır.



Şekil 3.3: Elastik bağlı rijit cisim

Cismin ağırlık merkezinin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre düzlemsel ötelenme deplasmanları sırasıyla x_c, y_c, z_c olarak tanımlanmıştır. Cismin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre dönmesi sırasıyla α, β, γ açıları ile tanımlanmıştır. Her bir elastomerin bir ucu rijit cisme diğer ucu ise mesnetlere bağlanmıştır. Mesnetlerin $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre düzlemsel deplasmanları sırasıyla u, v, w olarak tanımlanmıştır ve yine $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ eksenlerine göre dönme hareketleri sırasıyla α, β, γ açıları ile tanımlanmıştır. Elastomerler rijit cisme elastik merkezlerinden bağlanmış olup, bağlantı noktasının cismin ağırlık merkezine uzaklıkları a_x, a_y, a_z olarak gösterilmiştir.

Rijit cismin ağırlık merkezinden x_c kadar bir doğrusal hareket yaptığını ve başka hiçbir hareket yapmadığını düşünülürse ve viskoz damperlerin etkilerini de ihmal edilirse; sistemde şöyle kuvvetler ve momentler oluşur:

X yönünde $-k_{xx}(x_c - u)$ kuvveti, Z eksenini etrafında bir $k_{xx}(x_c - u)a_y$ momenti ve Y eksenini etrafında bir $-k_{xx}(x_c - u)a_z$ momenti. Bunlara ek olarak bağlı yay kuvveti Y yönünde $-k_{yy}(y_c - v)$ ve Z yönünde $-k_{zz}(z_c - w)$ kuvvetlerini oluşturur. Bu kuvvetlerin momentleri de X eksenini etrafında $k_{xy}(x_c - u)a_z$; Z eksenini etrafında $-k_{xy}(x_c - u)a_x$; Y eksenini etrafında $k_{xz}(x_c - u)a_x$; ve X eksenini etrafında $-k_{xz}(x_c - u)a_y$ momentleridir. Rijit cismin üç yönde düzlemsel ötelenme ve dönme hareketi yaptığını ve cisme bağlanmış herhangi bir sayıda elastomerleri de göz önüne alarak rijit cismin hareket denklemini aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$m\ddot{x}_c + \Sigma k_{xx}(x_c - u) + \Sigma k_{xy}(y_c - v) + \Sigma k_{xz}(z_c - w) + \Sigma(k_{xz}a_y - k_{xy}a_z)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xx}a_z - k_{xz}a_x)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{xy}a_x - k_{xx}a_y)(\gamma - \gamma) = F_x \quad (3.4a)$$

$$I_{xx}\ddot{\alpha} - I_{xy}\ddot{\beta} - I_{xz}\ddot{\gamma} + \Sigma(k_{xz}a_y - k_{xy}a_z)(x_c - u) + \Sigma(k_{yz}a_y - k_{yy}a_z)(y_c - v) + \Sigma(k_{zz}a_y - k_{yz}a_z)(z_c - w) + \Sigma(k_{yy}a_z^2 + k_{zz}a_y^2 - 2k_{yz}a_ya_z)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xz}a_ya_z + k_{yz}a_xa_z - k_{zz}a_xa_y - k_{xy}a_z^2)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{xy}a_ya_z + k_{yz}a_xa_y - k_{yy}a_xa_z - k_{xz}a_y^2)(\gamma - \gamma) = M_x \quad (3.4b)$$

$$m\ddot{y}_c + \Sigma k_{xy}(x_c - u) + \Sigma k_{yy}(y_c - v) + \Sigma k_{yz}(z_c - w) + \Sigma(k_{yz}a_y - k_{yy}a_z)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xy}a_z - k_{yz}a_x)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{yy}a_x - k_{xy}a_y)(\gamma - \gamma) = F_y \quad (3.4c)$$

$$I_{yy}\ddot{\beta} - I_{xy}\ddot{\alpha} - I_{yz}\ddot{\gamma} + \Sigma(k_{xx}a_z - k_{xz}a_x)(x_c - u) + \Sigma(k_{xy}a_z - k_{yz}a_x)(y_c - v) + \Sigma(k_{xz}a_z - k_{zz}a_x)(z_c - w) + \Sigma(k_{xz}a_ya_z + k_{yz}a_xa_z - k_{zz}a_xa_y - k_{xy}a_z^2)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xx}a_z^2 + k_{zz}a_x^2 - 2k_{xz}a_xa_z)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{xy}a_xa_z + k_{xz}a_xa_y - k_{xx}a_ya_z - k_{yz}a_x^2)(\gamma - \gamma) = M_y \quad (3.4d)$$

$$m\ddot{z}_c + \Sigma k_{xz}(x_c - u) + \Sigma k_{yz}(y_c - v) + \Sigma k_{zz}(z_c - w) + \Sigma(k_{zz}a_y - k_{yz}a_z)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xz}a_z - k_{zz}a_x)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{yz}a_x - k_{xz}a_y)(\gamma - \gamma) = F_z \quad (3.4e)$$

$$I_{zz}\ddot{\gamma} - I_{xz}\ddot{\alpha} - I_{yz}\ddot{\beta} + \Sigma(k_{xy}a_x - k_{xx}a_y)(x_c - u) + \Sigma(k_{yy}a_x - k_{xy}a_y)(y_c - v) + \Sigma(k_{yz}a_x - k_{xz}a_y)(z_c - w) + \Sigma(k_{xy}a_ya_z + k_{yz}a_xa_y - k_{yy}a_xa_z - k_{xz}a_y^2)(\alpha - \alpha) + \Sigma(k_{xy}a_xa_z + k_{xz}a_xa_y - k_{xx}a_ya_z - k_{yz}a_x^2)(\beta - \beta) + \Sigma(k_{xx}a_y^2 + k_{yy}a_x^2 - 2k_{xy}a_xa_y)(\gamma - \gamma) = M_z \quad (3.4f)$$

Bu denklemlerde yay sabitleri şöyle tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= k_p \lambda_{xp}^2 + k_q \lambda_{xq}^2 + k_r \lambda_{xr}^2 \\
k_{yy} &= k_p \lambda_{yp}^2 + k_q \lambda_{yq}^2 + k_r \lambda_{yr}^2 \\
k_{zz} &= k_p \lambda_{zp}^2 + k_q \lambda_{zq}^2 + k_r \lambda_{zr}^2 \\
k_{xy} &= k_p \lambda_{xp} \lambda_{yp} + k_q \lambda_{xq} \lambda_{yq} + k_r \lambda_{xr} \lambda_{yr} \\
k_{xz} &= k_p \lambda_{xp} \lambda_{zp} + k_q \lambda_{xq} \lambda_{zq} + k_r \lambda_{xr} \lambda_{zr} \\
k_{yz} &= k_p \lambda_{yp} \lambda_{zp} + k_q \lambda_{yq} \lambda_{zq} + k_r \lambda_{yr} \lambda_{zr}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

(3.5) denkleminde λ 'lar elastomerlerin temel elastik eksenleri ile koordinat eksenleri arasındaki açıların kosinüsleridir.

(3.4) hareket denklemi, cismin hareketinden dolayı oluşan elastomer damper kuvvetleri ve momentlerini içermemektedir. Eklenmesi halinde örnek olarak (3.4a) denklemi aşağıdaki halini alır.

$$\begin{aligned}
m_c \ddot{x} + \sum c_{xx} (\dot{x} - \dot{u}) + \sum k_{xx} (x - u) + \dots \\
+ \sum (c_{xz} a_y - c_{xy} a_z) (\dot{x} - \dot{u}) + (k_{xz} a_y - k_{xy} a_z) (x - u) + \dots = F_x
\end{aligned}$$

burada

$$\begin{aligned}
c_{xx} &= c_p \lambda_{xp}^2 + c_q \lambda_{xq}^2 + c_r \lambda_{xr}^2 \\
c_{xy} &= c_p \lambda_{xp} \lambda_{yp} + c_q \lambda_{xq} \lambda_{yq} + c_r \lambda_{xr} \lambda_{yr}
\end{aligned}$$

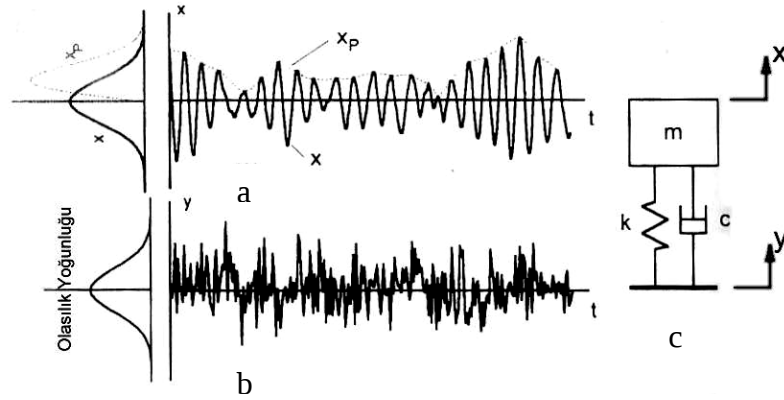
Yukarıda çıkartılmış olan elastik bağlı rijit cismin hareket denklemlerinin elle hesaplanması oldukça zordur. Günümüzde hesaplaması çok uzun zaman alacak bu denklemleri birkaç saniyede hesaplayabilen bilgisayar programlarından yararlanılmaktadır.

4. RASLANTISAL TİTREŞİMLER

4.1. Giriş

Rastlantısal titreşimler anlık değerleri belirlenemeyen titreşim türleridir. Türbülanslı akışlardan, depremden veya bir taşıtın pürüzlü yolda hareketinden oluşan titreşimler örnek gösterilebilir. Anlık titreşim değerinin saptanamamasına rağmen rastlantısal titreşimlerin istatistiksel olarak tanımlanması mümkündür.

Rastlantısal titreşim sistemine örnek olarak Şekil 4.1’de kütlesinin mesnetine elastik bağlı olduğu bir sistem görülmektedir (c) ve mesnet türbülanslı bir akışa maruz bırakılmaktadır. Bu durumdaki kütlenin (a) ve mesnetin (b) ivme - zaman grafikleri de gösterilmiştir.



Şekil 4.1: k yay sabitli, c sönüm katsayılı elastik olarak bağlanmış m kütlesi.

4.2. Rastlantısal Titreşimin İstatistik Parametreleri

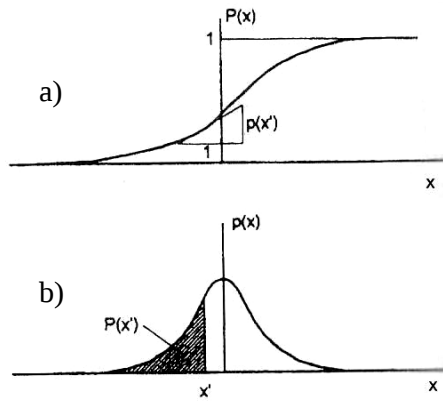
4.2.1. Olasılık Dağılımı Fonksiyonları [2]

Rastlantısal titreşimin belli başlı istatistikî parametresi titreşim genliği $x(t)$ 'yi zamanın fonksiyonu olarak gösteren olasılık dağılımıdır. Genel olarak x ivme, hız, deplasman gibi büyüklükleri göstermektedir. Şekil 4.1’den de görüldüğü gibi x ’in genlik dağılımı $p(x)$ olasılık yoğunluğu fonksiyonu olarak gösterilmiştir. $p(x)$ fonksiyonu tek bir $x_i(t_1)$ genliğinin x ve $x + \Delta t$ arasında bir değer almasının olasılığının fonksiyonudur. Olasılık yoğunluğu şöyle ifade edilir:

$$p(x, t_1) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{\text{Prob}[x \leq x_i(t_1) < x + \Delta t]}{\Delta x} \quad (4.1)$$

Alternatif olarak genlik dağılımının ikinci tanımlaması ise kümülatif (olasılık) dağılımı fonksiyonu $P(x)$ ile yapılabilir. $P(x)$ fonksiyonu $x_i(t_1)$ genliğinin x 'e eşit veya x 'den daha küçük olma olasılığıdır. Kümülatif dağılım şöyle ifade edilir:

$$P(x, t_1) \equiv \text{Prob}[x_i(t_1) \leq x] = \int_{-\infty}^x p(x', t_1) dx' \quad (4.2)$$



Şekil 4.2: a) $P(x)$ kümülatif dağılım fonksiyonu b) $p(x)$, olasılık yoğunluğu fonksiyonu

Dolayısıyla olasılık yoğunluğu ve kümülatif dağılım fonksiyonları Şekil 4.2'den de görüleceği gibi birbirleri ile bağıntılı fonksiyonlardır. Çoğu rastlantısal fonksiyon için kümülatif fonksiyon sürekli ve türevi alınabilir fonksiyondur, bu sebepten dolayı (4.2) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$p(x, t_1) = \frac{d}{dx} P(x, t_1) \quad (4.3)$$

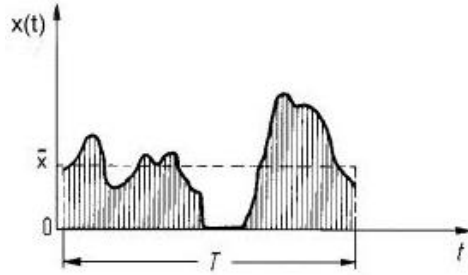
4.2.2. Ortalama Değer [3]

x 'in t_1 zamanında, ortalama değeri $\overline{x(t_1)}$ bütün ölçülen $x_i(t_1)$ değerlerinin aritmetik ortalaması ile bulunur;

$$\overline{x(t_1)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_1) \quad (4.4)$$

Rastlantısal titreşim $0 \leq t \leq T$ zaman aralığında stasyonere ise ortalama değer aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\bar{x} \cong \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (4.5)$$



Şekil 4.3: Ortalama Değer

4.2.3. Karesel Ortalama Değer [3]

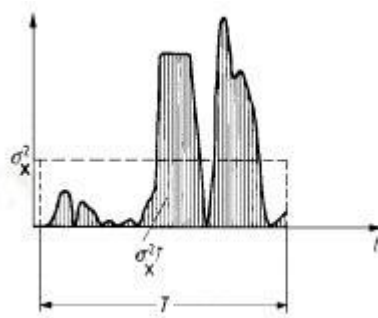
Rastlantısal titreşim $0 \leq t \leq T$ zaman aralığında stasyonere ise karesel ortalama değeri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\overline{x^2} \cong \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (4.6)$$

4.2.4. Standart Sapma [3]

Standart sapma $x(t)$ 'nin ortalama değeri üzerindeki salınımını gösterir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt} = \sqrt{(\overline{x^2}) - (\bar{x})^2} \quad (4.7)$$



Şekil 4.4: Varyans (standart sapmanın karesi)

Rastlantısal fonksiyonun dağılımı bir Gauss çan eğrisi şeklini gösteriyorsa, Tablo 4.1'deki değerlere göre $x(t)$ titreşim büyüklüğünün $\bar{x} + n\sigma_x$ ile $\bar{x} - n\sigma_x$ arasında kalma olasılığı $(1-S)$, dışında kalma ihtimali de S kadardır.

Tablo 4.1 : σ standart sapmanın katlarıyla ortalama değerden sapmaya göre S olasılıkları.

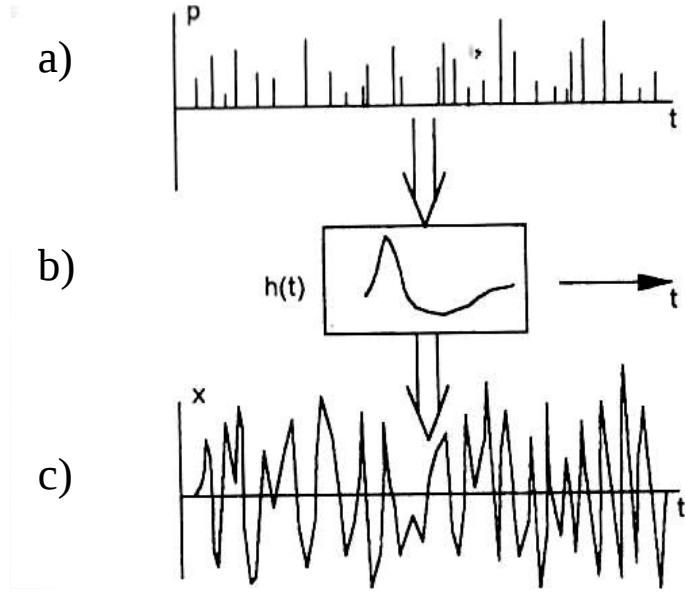
N	1	2	2.58	3	3.29
S	% 31.7	% 4.6	% 1	% 0.3	% 0.1
1-S	% 68.3	% 95.4	% 99	% 99.7	% 99.9

4.2.5. Gauss Dağılımı [2]

Gauss çan eğrisi dağılımı rastlantısal titreşim analizinde çok sık karşılaşılan bir dağılımdır. Gauss olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle ifade edilir:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(x-\bar{x})/\sigma]^2} \quad (4.8)$$

Değişik genliklerde ve değişik zaman aralıklarında sisteme verilen ardışık pulsların oluşturduğu rastlantısal titreşim çok sık karşılaşılan bir titreşim modelidir (Şekil 4.5).



Şekil 4.5: a) Tahrik pulsları dizisi (p) b) İmpuls cevabı fonksiyonu $h(t)$ (C) Sistem cevabı genlik x

Şekil 4.5'deki model örnek olarak bir türbülanslı akışın sınırındaki basınç pulslarını gösteren bir model olabilir. Sistemin böyle bir tahrike karşı cevabı, her bir pulsa verdiği cevapları toplamı olarak düşünülebilir. Sistemin tek bir pulsa verdiği cevap impulse cevabı $h(t)$ olarak nitelendirilmektedir, böylelikle sistemin ardışık pulslara verdiği cevap, doğru genliklerde ölçeklenmiş impulse cevaplarının toplamı olarak tanımlanmaktadır. Eğer impuls cevapları pulsların uygulandığı ortalama zaman aralıklarından daha uzun bir sürede gerçekleşiyorsa sistem cevabı Gauss dağılımına sahip olacaktır.

4.3. Rastlantısal Titreşim Analizi

Rastlantısal titreşimlerin tam bir biçimde matematiksel fonksiyonlar halinde yazılamamasından dolayı istatistikî terimlerle tanımlanmaktadırlar. Bu istatistikî tanımlama üç yolla yapılmaktadır:

- a. Bağımsız eksenli genlik olan olasılık fonksiyonlarıyla
- b. Bağımsız eksenli zaman olan korelasyon fonksiyonlarıyla
- c. Bağımsız eksenli frekans olan olasılık spektrum yoğunluğu fonksiyonlarıyla

Bu tez kapsamında yukarıda bahsedilen yöntemlerden sadece “spektrum yoğunluğu” yöntemi hakkında bilgi verilecektir.

4.3.1. Fourier Serisi Dönüşümleri [2]

Titreşimlerin frekans ekseninde tanımlanması çok sık kullanılan bir yöntemdir. Fourier dönüşümleri hem teorik tanımlamalar hem de titreşim analiz algoritmaları için önemli bir rol oynamaktadır. Fourier serisi bütün fiziksel sinyallerin uygun frekanslarda sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına ayrılabilceğini göstermektedir.

Bir $x(t)$ rastlantısal titreşimin Fourier serisi dönüşümü şöyle tanımlanabilir:

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_0^T x(t) \cos(2\pi ft) dt - j \int_0^T x(t) \sin(2\pi ft) dt \quad (4.9)$$

Periyodik titreşimler, rastlantısal fonksiyonlardan farklı olarak belli bir T_p zamanından sonra kendilerini tekrar eden titreşimler olup şöyle ifade edilebilirler:

$$x(t) = x(t + iT_p) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.10)$$

burada T_p titreşimin periyodudur. Periyodik titreşimler sinüs fonksiyonlarının toplanmasından oluşan Fourier serisine açılabilirler;

$$x(t) = a_0 + \sum_k a_k \sin(2\pi k f_1 t + \theta_k) \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (4.11)$$

burada a_0 ortalama değer; $k f_1$, k’inci frekans bileşeni (harmonik), a_k ve θ_k ise sırasıyla periyodik titreşimin k’inci frekans bileşenine bağlı sırasıyla genlik ve faz

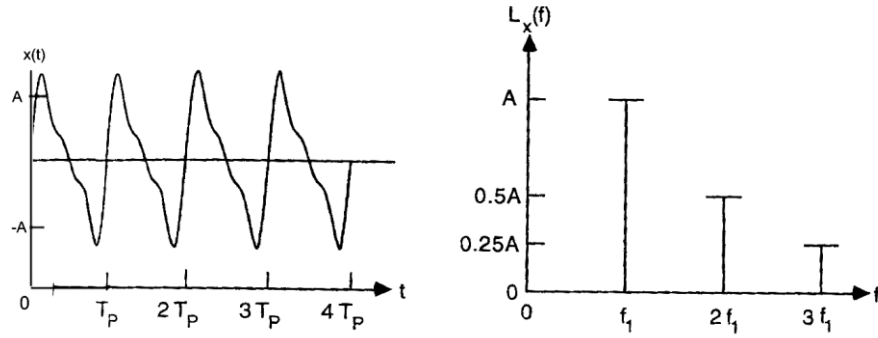
açısıdır. $k=1$ bileşeni periyodik fonksiyonun temel frekans bileşeni olarak nitelendirilmektedir;

$$f_1 = 1/T_p \quad (4.12)$$

(4.11) denklemindeki frekans bileşeninin büyüklüğü aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$L_x(f) = \frac{2|X(f, T_p)|}{T_p} \quad 0 < f \quad (4.13)$$

burada $X(f, T_p)$, $T = T_p$ titreşimin periyodu olmak üzere (4.9) denkleminde ifade edilmişti. $L_x(f)$ büyüklüğünün frekans ekseninde çizimine çizgi spektrumu denir. Şekil 4.6'da üç harmonik bileşenli bir periyodik titreşim zaman ekseninde ve çizgi spektrumunda gösterilmiştir.

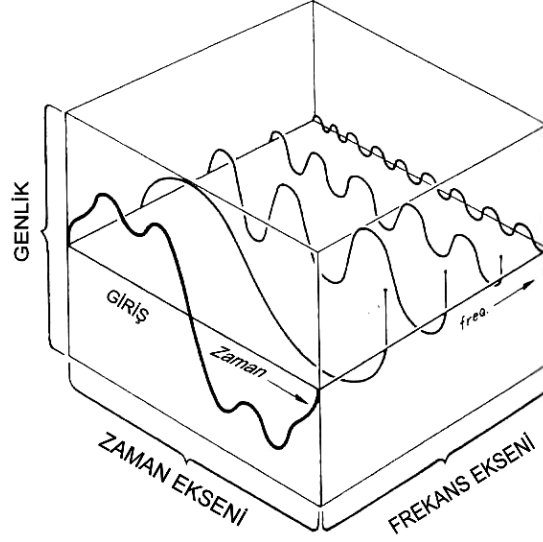


Şekil 4.6: Periyodik bir titreşimin zaman-genlik fonksiyonu ve çizgi spektrumu

Ayrık Fourier Dönüşümü [2]:

Eğer frekans seçimi belirlenmiş bir frekans seti ile sınırlandırılırsa, ayrık Fourier dönüşümü her bir belirlenmiş frekansta her bir sinüs ve kosinüs terimlerinin miktarını tanımlar.

Ayrık Fourier dönüşümünün reel bölümü her bir kosinüs teriminin miktarını, imajiner bölümü ise her bir sinüs teriminin miktarını tanımlamaktadır. Şekil 4.7'de, bir sinyalin sinüs fonksiyonların toplamından oluşması grafiksel olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.7: Ayrık Fourier Dönüşümü

Ölçümlerden elde edilen dijital verilerin işlenilip frekans eksenli fonksiyonların elde edilmesinde ayrık Fourier dönüşümü algoritması kullanılmaktadır. Entegral Fourier dönüşümünde ölçüm verilerinin değerlendirilebilmesi için verilerin kesintisiz olmaları lazımdır. Fakat gerçek ölçümlerde bunun sağlanması mümkün değildir, ölçümlerin limitli bir zaman boyunca ve belli zaman aralıkları ile alınmaları söz konusudur.

Dijital bir ölçümü $x(t) = x(n\Delta t)$ şeklinde ifade etmek mümkündür, buna göre ayrık Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$X(m\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \exp[-j2\pi m\Delta f n\Delta t] \quad m = 0,1,2,\dots,(N-1) \quad (4.14)$$

Hızlı Fourier Dönüşümü [2]:

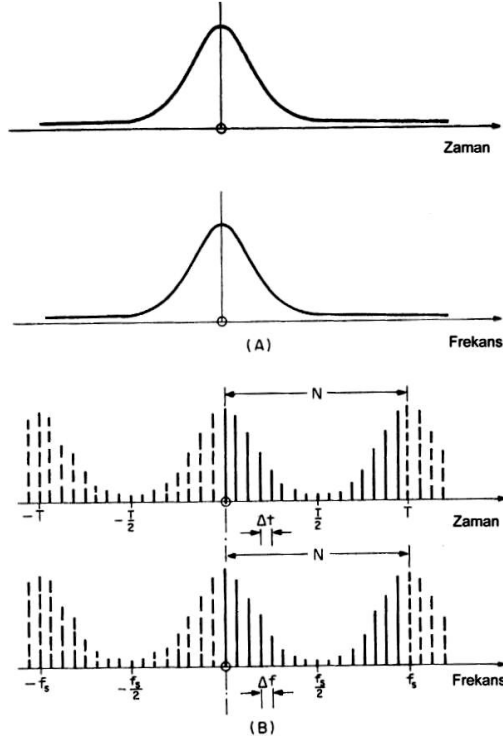
Çoğu analiz programları veri bloklarının spektrumlarını hesaplamak için hızlı Fourier dönüşümü algoritmasını kullanırlar. Hızlı Fourier dönüşümü algoritması ayrık Fourier dönüşümü hesaplamalarında kullanılan başarılı bir algoritmadır. Daha önce de anlatıldığı gibi ayrık Fourier dönüşümü, bir entegral Fourier dönüşümün ayrık ve sonlu yaklaşımıdır. Hızlı Fourier dönüşümü algoritması yukarıda verilen (4.14) denkleminin aşağıdaki versiyonlarını kullanmaktadır:

$$X(m) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \exp[-j2\pi m\Delta f n\Delta t] \quad (4.15)$$

$$x(n) = \Delta f \sum_{m=0}^{N-1} x(m\Delta f) \exp[j2\pi m\Delta f n\Delta t] \quad (4.16)$$

Bu denklemler N ayırık $m\Delta f$ frekanslarının $X(m)$ spektrum değerlerini ve N ayırık $n\Delta t$ zaman noktalarının $x(n)$ zaman serilerini vermektedir. Fourier dönüşüm denklemleri sürekli fonksiyonların sonsuz entegralleri iken, ayırık Fourier dönüşüm denklemleri aynı özelliklere sahip sonlu toplamlardır. Dönüştürülen fonksiyon dönele bir birim vektörü $\exp[\pm j2\pi m\Delta f n\Delta t]$ ile çarpılmaktadır. Dönele birim vektörü (zaman parametresi her bir artışı için n için ayırık sıçramalarla) frekans parametresi m 'e orantılı olarak dönmektedir.

Şekil 4.8 ayırık Fourier dönüşümünün, entegral Fourier dönüşümünden farkını grafiksel olarak göstermektedir.



Şekil 4.8: a) Entegral Fourier dönüşümü (b) ayırık Fourier dönüşümü.

Spektrum sadece ayırık $m\Delta f$ frekanslarında mevcut olduğundan, zaman fonksiyonu dolaylı olarak periyodik olmaktadır. Periyot aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$T = N\Delta t = 1/\Delta f \quad (4.17)$$

burada N = zaman fonksiyonunda ve frekans spektrumundaki ölçüm alma sayısı,

$T =$ zaman fonksiyonunun tekabül eden kayıt uzunluğu,

$\Delta t =$ ölçüm alma aralığı,

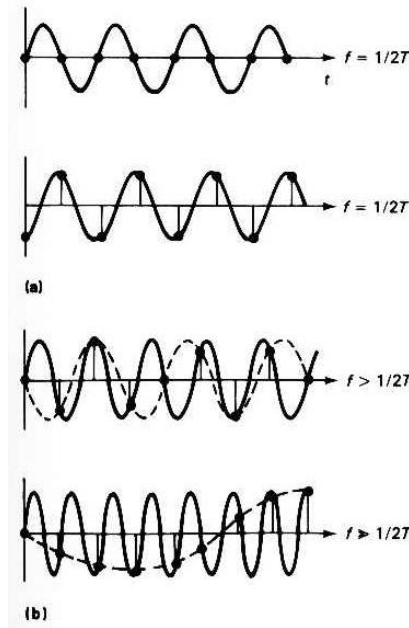
$\Delta f =$ frekans aralığıdır ($\Delta f = 1/T$)

Zaman sinyalinin ayrık ölçüm alınması spektrumun periyodik olacağı anlamında gelmektedir. Bu periyot, ölçüm alınma frekansı f_s 'e eşittir.

$$f_s = N\Delta f = 1/\Delta t \quad (4.18)$$

Bir titreşimden alınan ölçümlerin anlamlı olabilmesi için, ölçüm alma frekansının ilgilenilen en yüksek frekansın iki katından fazla olması lazımdır. Minimum ölçüm alma frekansına tekabül eden sinyal frekansına Nyquist frekansı f_A denir;

$$f_A = \frac{1}{2\Delta t} \quad (4.19)$$



Şekil 4.9: Aliasing örnekleri, f frekans, T periyot

Ölçüm alma frekansının ilgilenilen frekansın iki katından daha fazla olması gerekliliğinin sebebi aliasing problemini engellemektir. Şekil 4.9a'dan da görüleceği gibi eğer ölçüm alma sıklığı ilgilenilen en yüksek frekansın tam iki katına eşit ise, anlamı bir bilgi elde edilemeyecektir. Ölçüm alma zamanda kaydırılsa bile, orijinal analog dalga'nın genliği doğru olarak belirlenemez [4].

Şekil 4.9b’de ölçüm alma sıklığı ilgilenilen frekansın çok altındadır. Her iki durumda da noktaların oluşturduğu eğriler değişik ikinci bir dalga formunun oluşturulabileceğini göstermektedir. Bir spektrum analiz programı bu verileri işlediği takdirde, orijinal verilerde bulunmayan spektrum çizgileri meydana gelecektir [4].

4.3.2. Güç Spektrum Yoğunluğu [2]

Bir $x(t)$ rastlantısal değişkenin frekans içeriği güç spektrum yoğunluğu $W_x(f)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$W_x(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\overline{x^2_{\Delta f}}}{\Delta f} \quad (4.20)$$

burada Δf ideal bir dar-bant filtresinin bant genişliğidir. Yukarıdaki ifadeye göre, tüm frekans değerlerindeki güç spektrum bileşenlerinin toplamı x ’in karesel ortalama değerlerin toplamına eşit olmak zorundadır. Böylece aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\overline{x^2} = \int_0^\infty W_x(f) df \quad (4.21)$$

Güç terimi, titreşim yapan bir sistemdeki dinamik gücün titreşim genliklerinin karesine orantılı olduğu için kullanılmaktadır.

$x(t)$ ’nin sonlu bir zamanda ($0 \leq t \leq T$) (4.14) denkleminde tanımlanan Fourier serisi ile gösterilmesi de güç spektrum yoğunluğuna ikincil bir yaklaşımdır; $f_n = n/T$ olmak üzere,

$$x(t) = \bar{x} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi f_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi f_n t) \quad (4.22)$$

Fourier serisinin katsayıları da aşağıdaki denklemlerden bulunur:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(2\pi f_n t) dt \quad (4.23)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(2\pi f_n t) dt \quad (4.24)$$

Fourier serisi ile güç spektrum yoğunluğu arasındaki bağlantıyı $\overline{x^2}$ 'yi (4.6) denkleminde çekerek bulunursa;

$$\overline{x^2} = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \bar{x} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(2\pi f_n t) + B_n \sin(2\pi f_n t)] \right\} \times \left\{ \bar{x} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m \cos(2\pi f_m t) + B_m \sin(2\pi f_m t)] \right\} dt \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \overline{x^2} &= \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ (\bar{x})^2 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^2 \cos^2(2\pi f_n t) + B_n^2 \sin^2(2\pi f_n t)] \right\} dt \\ &= (\bar{x})^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} [A_n^2 + B_n^2] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bu serideki her terim karesel ortalama değerin bir bileşenini tanımlar. Böylece güç spektrum yoğunluğu yaklaşık olarak

$$W_x(f_n) \cong \frac{T}{2} (A_n^2 + B_n^2) \text{ olur.} \quad (4.27)$$

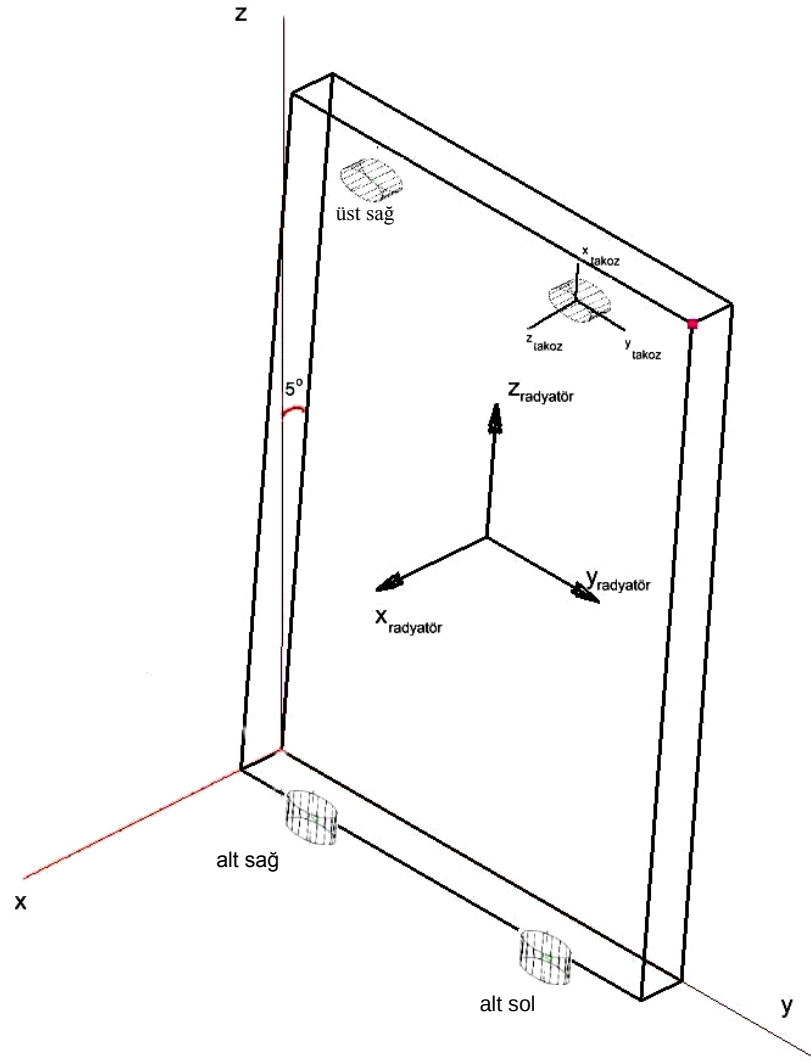
5. HAVA RADYATÖRÜ TİTREŞİM SİSTEMİNİN ANALİZİ

Bu bölümde analizi yapılan titreşim sistemi bir yolcu otobüsünün hava radyatörüdür. Şasiden iletilen, içinden geçen hava akımlarının ve arka tarafında bulunan fandan kaynaklanan hava akımının sebep olduğu rastlantısal titreşimler sonucu radyatör lastik takozlara bağlantı yerlerine yakın noktalarından kısa zamanda kırılmaktadır. Yapılan çalışmanın amacı radyatör gövdesinin maruz kaldığı titreşimlerin analizi ve uygun yay sabiti ve sönümleme katsayısına sahip olan lastik takoz bağlantı elemanları ile titreşim zorlanmalarının azaltılması ve böylece kırılmalarının önlenmesidir.

5.1. Hava Radyatörü Titreşim Sistemi



Şekil 5.1: Hava radyatörü ve taşıt içindeki konumu



Şekil 5.2: Hava radyatörünün şematik olarak gösterimi

Hava radyatörü, taşıtın sol arka bölümünde, şasiye iki tanesi alt bölümünde ve diğer ikisi de üst bölümünde olmak üzere dört adet lastik takozla (+ x eksenine göre, alt sol ve sağ, üst sol ve sağ) bağlı bulunmaktadır (Şekil 5.1 ve Şekil 5.2). Alt sağ takoz $z_{radyatör}$ eksenine göre alt sol lastik takozla göre simetrik konumdadır. Alt sol ve sağ lastik takozun z_{takoz} basma eksenini $z_{radyatör}$ eksenine paralel ve üst sol ve sağ lastik takozların basma eksenleri ise $x_{radyatör}$ eksenine paralel olarak bağlı bulunmaktadır (Şekil 5.2).

Radyatörün $z_{radyatör}$ eksenini ile z eksenini 5° 'lik bir açı yapmaktadırlar. Radyatörün arkasında bir fan bulunmaktadır (Şekil 5.3).



Şekil 5.3: Fan

5.1.1. Hava Radyatörü

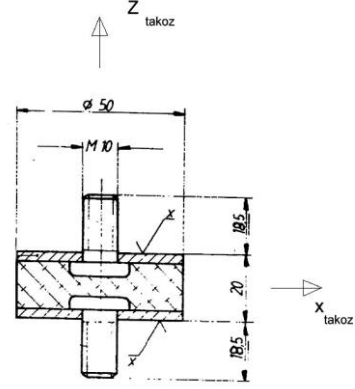
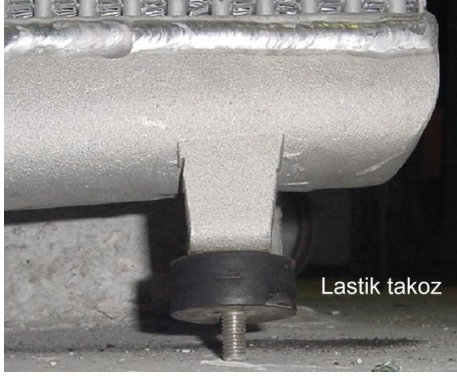
Hava radyatörü motora giren havayı soğutmak için kullanılmaktadır. Hava, yüksek basınçta radyatörün içine üst kısmından girmekte ve boylu boyunca uzanan hava kanallarından geçip alt tarafından sıcaklığı azalmış bir şekilde motor emme manifolduna girmektedir (Şekil 5.4).



Şekil 5.4: Hava radyatörü

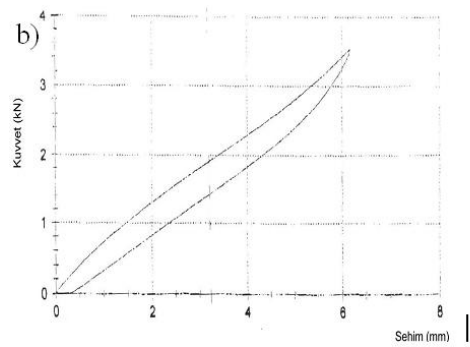
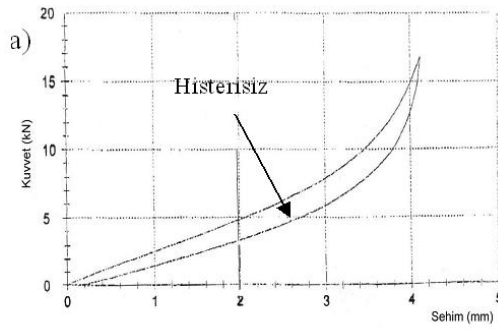
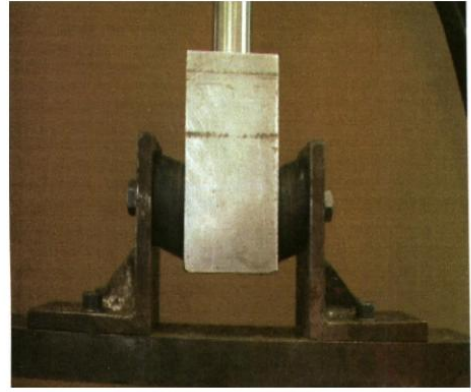
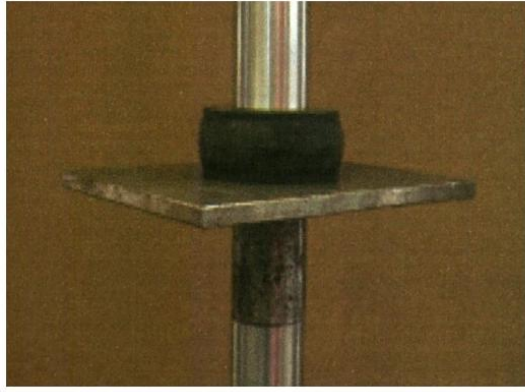
Hava radyatörünün kütlesi $m_r = 21,8$ kg'dir. Ağırlık merkezi ise yaklaşık olarak geometri merkezindedir.

5.1.2. Lastik Takozlar



Şekil 5.5: Silindirik lastik takoz

Hava radyatörünü şasiye bağlayan silindirik lastik takoz Şekil 5.5’de gösterilmiştir. Lastik takozlar 3. bölümde de anlatılmış olduğu gibi her üç ekseninde hem yay hem de sönümleme elemanı olarak çalışan elastik elemanlardır. Yay sabitleri ve sönümleme katsayıları maruz kaldıkları kuvvetin miktarına ve frekansına, çalışma ortamının sıcaklığına vb. gibi parametrelere bağlı olarak değişmektedir. Şekil 5.6a ve Şekil 5.6b’de sistemde bağlı bulunan lastik takozların üretici firmasından alınan dinamik durumdaki kuvvet - sehim eğrileri gösterilmektedir.



Şekil 5.6: Kuvvet - sehim eğrisi a) basma b) makaslama durumunda

Basma yönündeki kuvvet-sehim eğrisinden de görülebileceği gibi eğrinin eğimi olan yay sabiti basma durumunda 0 – 7,5 kN aralığında uygulanan kuvvet altında sabit bir değerde kalmakta fakat 7,5 kN’dan sonraki uygulama kuvvetlerinde yay sabiti değeri artmaya başlamaktadır. Makaslama durumunda ise lastik takozun yay sabitinin yüksek sehimlerde bile nispeten değişmediği söylenebilir.

5.5 bölümünde yapılmış olan titreşim analizinden de görüleceği gibi basma ve makaslama lastik takozlarda her üç ekseninde de 1 mm’den fazla sehim oluşmamaktadır. Buna göre aşağıdaki yay sabiti değerleri değişmez kabul edilebilir:

$$\text{Basma yönünde} \quad k_{ztakoz} = 2500 \text{ N/mm}$$

$$\text{Makaslama yönünde} \quad k_{xtakoz} = k_{ytakoz} = 770 \text{ N/mm}$$

Değerlerden de anlaşılacağı gibi lastik takozlar oldukça serttir. Yaklaşık bir hesap yapılırsa; z eksenindeki dört adet lastik takozun yay sabitlerinin toplamı $2k_{ztakoz} + 2k_{xtakoz} = 6540 \text{ N/mm}$ ve radyatörün z eksen yönündeki ağırlığının $m_r \cdot g \cdot \sin 85^\circ = 213,1 \text{ N}$ olduğunu göz önüne alınırsa statik durumda radyatörün ağırlığı ile oluşacak sehim 0,033 mm gibi oldukça küçük bir değerde olacaktır.

Üretici firmadan alınan sönümleme katsayıları ise aşağıdaki gibidir.

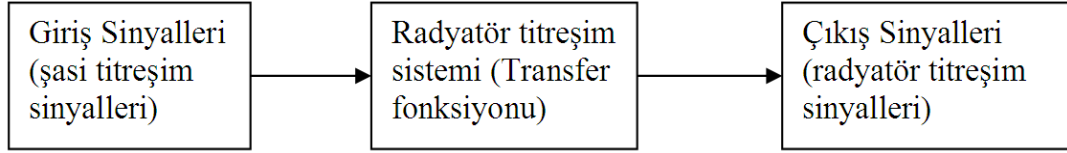
$$\text{Basma yönünde} \quad c_{ztakoz} = 17 \text{ Ns/mm}$$

$$\text{Makaslama yönünde} \quad c_{xtakoz} = c_{ytakoz} = 4 \text{ Ns/mm}$$

5.2. Teorik Çözüm Yaklaşımı

Fanın oluşturduğu hava akımı ve radyatörün içinden geçen hava akımı ihmal edilirse radyatör titreşimini oluşturan başlıca olgu rastlantısal şasi titreşimleridir. Şasi titreşimleri lastik takozlar üzerinden radyatöre iletilmektedir. Radyatörü bu titreşimlerden izole etmek için düşük yay sabitli ve sönümleme katsayılı lastik takozlar kullanılmalıdır [5]. Bu durumu Şekil 2.5’deki geçirgenlik eğrisinden daha iyi anlamak mümkündür. Kuvvet ya da hareket geçirgenliğini azaltmak için sistemin her bir eksen yönündeki doğal frekansının o eksen yönündeki şasiden iletilen kuvvetin veya ivme genliğinin frekansından mümkün olduğu kadar düşük tutulması gerekmektedir, başka bir deyişle tahrik frekansı ve doğal frekans oranı mümkün olduğu kadar yüksek olması lazımdır. Bu da düşük yay sabitli “yumuşak” elastomerlerin kullanılması ile mümkün olacaktır; $\omega_n = \sqrt{k/m}$ eşitliği hatırlanacak

olursa yay sabiti k 'nın azalırse sistem doğal frekansı da azalacaktır. Fakat elastomerin çok yumuşaması radyatör salınımlarının aynı ölçüde artmasına sebebiyet verecektir ki salınımların sınırlanması zorunludur. Dolayısıyla kullanılacak olan elastomerlerin bu iki durumun göz önüne alınarak seçilmesi gerekmektedir.



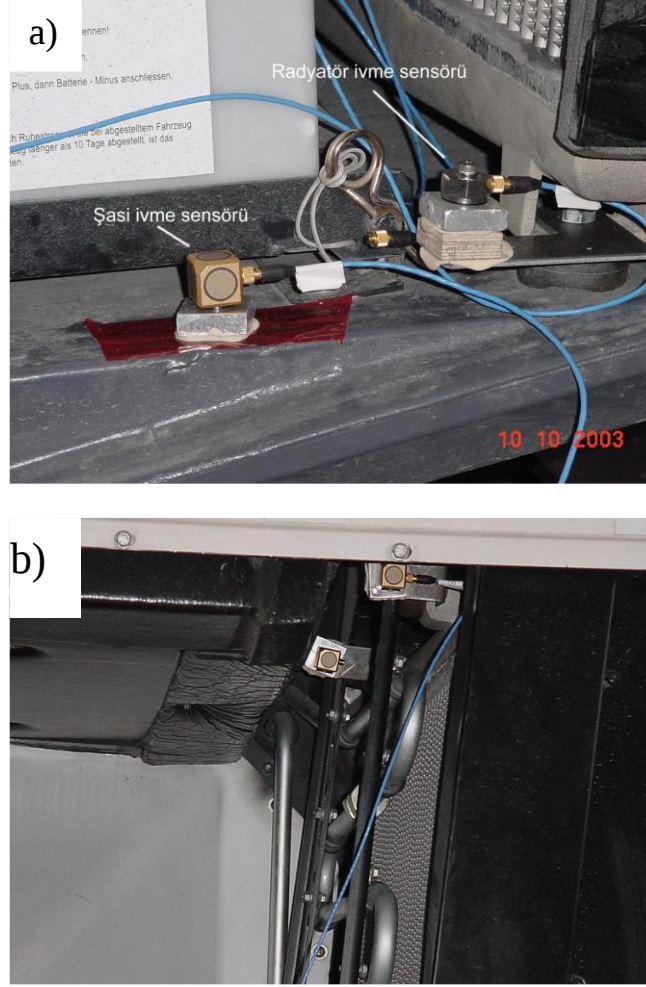
Şekil 5.7: Radyatör titreşim sistemi blok şeması

Şekil 5.7’de sistemin blok şeması gösterilmektedir. Sistemin çıkış değerlerini belirleyebilmek için giriş sinyallerine ve transfer fonksiyonunun bilinmesine gerek vardır. Transfer fonksiyonu elastik bağlı rijit cisim denklemlerinden oluşmaktadır. Sistemin giriş sinyalleri rastlantısal titreşim sinyalleri olacaktır, sistem cevabının belirlenmesi için giriş sinyallerinin ölçümle saptanması gerekir. Giriş ve çıkış sinyallerinin analizi ve karşılaştırılması genliklerin frekans spektrumunda incelenmesi ile mümkün olacaktır. Genlik – frekans eğrisi altında kalan alan olan efektif değer titreşim şiddetinin bir ölçüsüdür. Çıkış sinyallerinin efektif değerinin giriş sinyalleri efektif değerine oranı sistem geçirgenliği olarak söylenebilir; çıkış sinyalleri efektif değeri ne kadar azaltılırsa radyatörün şasiden izolasyonu o ölçüde artacaktır.

5.3. Ölçüm

Hava radyatörünün titreşimini analiz edebilmek için hava radyatörü ve şasi üzerinden ivme verileri alınmıştır. Elde edilen ivme verileri daha sonra titreşim sisteminin modelinde kullanılmıştır.

İvme ölçümleri ivme sensörleri tarafından yapılmaktadır (Şekil 5.8a ve Şekil 5.8b). Kullanılmış olan ivme sensörleri her üç ekseninde (x,y,z) ivme verisi toplayabilmektedirler. Ölçümde kullanılan dört adet ivme sensörlerinden bir tanesi şasi üzerindeki radyatöre yakın bir noktaya, diğer üç tanesi de radyatör üzerinde alt sol, üst sol ve sağ lastik takozlarının hemen arkasına radyatör tarafına konulmuştur. Böylece titreşim sisteminin giriş sinyalleri olan şasi titreşim sinyalleri ve radyatör çıkış titreşim sinyalleri aynı anda ölçülebilmektedir.

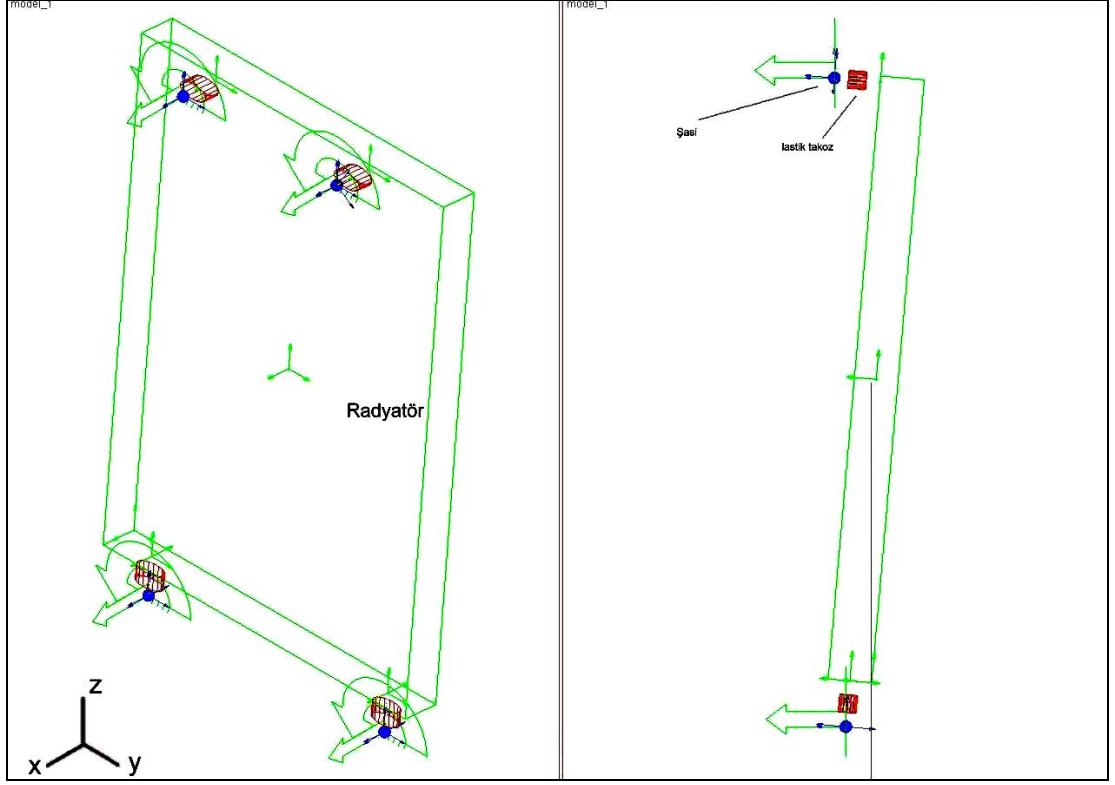


Şekil 5.8: a) Şasi ve radyatör alt sol ivme sensörü b) üst sol ve sağ ivme sensörleri

Ölçüm, pürüzlülüğü düşük bir yolda taşıt sürdürülürken her ivme sensöründen saniyede 200 kere (200 Hz'de) üç yönlü ivme verisi toplanmak üzere üçer dakikalık zaman aralıkları ile birçok kez tekrarlanmıştır. Titreşim analizinin yapıldığı 5.5 bölümünden de görülebileceği gibi ilgilenilen en yüksek frekans 50 Hz'dir, dolayısı ile 200 Hz'de yapılan veri toplama aliasing problemine sebebiyet vermeyecektir. Modelleme aşamasında bu ölçümlerden sadece bir tanesi kullanılmıştır.

5.4. Sistemin Modellenmesi

Sistemin matematiksel modeli MDI ADAMS 11.0 programının Adams/view modülünde yapılmıştır. Yapılan model Şekil 5.9'de görülebilmektedir. Radyatör geometrisi modelde basit bir şekilde dikdörtgenler prizması olarak tanımlanmıştır. Ağırlık merkezi geometri merkezinde tanımlanmıştır. Radyatör modelde rijit cisim olarak algılanmaktadır; herhangi bir pozisyonda üzerindeki noktaların birbirlerine olan mesafeleri değişmemektedir. Kütlesi olan 21,8 kg modele girilmiştir.



Şekil 5.9: Titreşim sisteminin modeli

Modeldeki lastik takozlar üç yönde hem ideal yay hem de ideal sönümleme elemanı gibi çalışan bağlantı elemanlarıdır. Lastik takozlara üreticiden alınan, her üç eksen de yay sabiti ve sönümleme katsayıları değerleri girilmiştir.

Küresel elemanlar ise radyatörün bağlandığı taşıt şasisini temsil etmektedir. Ölçümden alınan, şasinin 3 yönlü ivme – zaman verileri her bir kürenin hareketi olarak tanımlanmıştır.

5.5. Hava Radyatörü Titreşim Analizi

Titreşim analizi için taşıt şasisinden alınan ivme - zaman verilerinin 45 saniyelik bölümü giriş sinyali olarak modeldeki temsili taşıt şasine tanımlanmış ve program koşturulmuştur. Program, yaptığı hesaplamada, radyatörün kütlesi, geometrisi, lastik takozların yay sabitleri, sönümleme katsayıları, radyatöre bağlantı yerleri vb. gibi kendisine tanıtılan değerleri kullanarak 3. bölümde anlatılan elastik bağlı rijit cismin hareket denklemlerini çözmektedir. İlk çözümden elde ettiği sonuçları, yeniden, hareket denklemlerinde giriş verileri olarak kullanmakta ve denklemleri iterasyonla çözmektedir. Radyatörün hareketlerinin 45 saniyelik bölümünün simüle edildiği

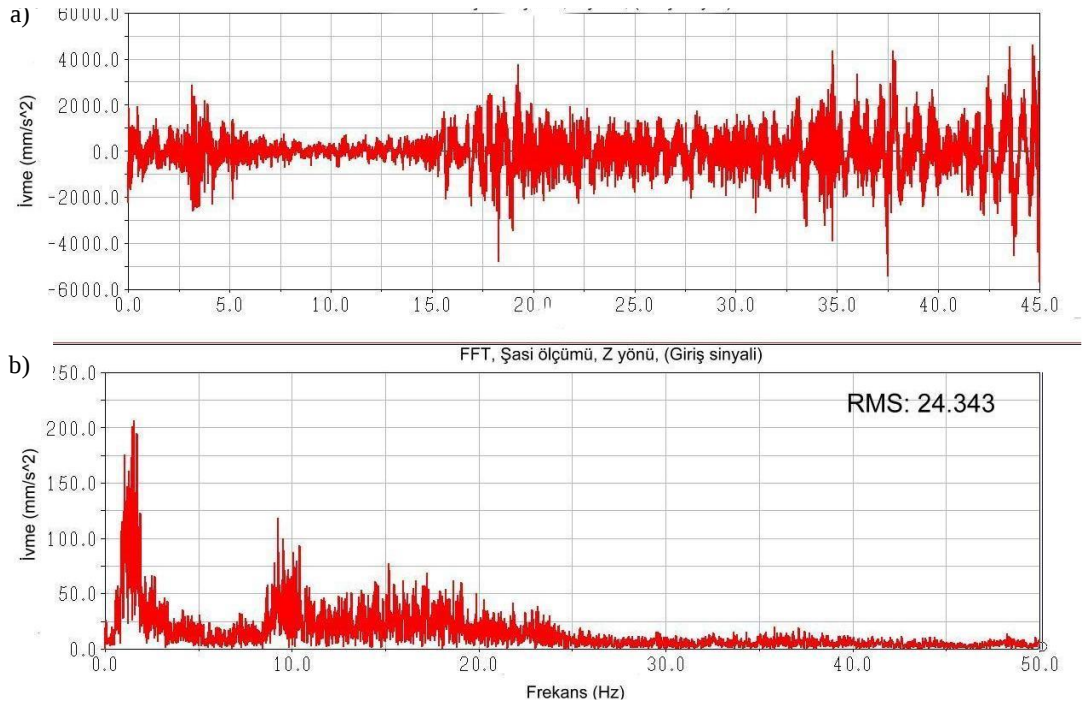
koşturmada, programa saniyede 200 ivme veri girişı olduğu göz önüne alınırsa programın hesaplama esnasında 9000 iterasyon yaptığını söylenebilir.

5.5.1, 5.5.2 ve 5.5.3 bölümlerinde sırası ile z, y, ve x eksenleri yönlerinde şasiden ölçülen giriş sinyalleri, programın hesapladığı radyatörün üst sağ lastik takoz bağlantısındaki çıkış sinyalleri ve bu sinyalleri gerçek ölçümle karşılaştırmak için üst sağ lastik takozlara bağlantı yerlerinde ölçülen çıkış sinyalleri gösterilmiştir. İncelemeler 0 – 50 Hz frekans aralığında yapılmıştır. İvme - zaman grafikleri karşılaştırma açısından kullanılamayacağı için ivme genlikleri frekans spektrumunda incelenmiştir. İvme – zaman eğrilerinden ivme - frekans eğrilerine geçiş hızlı Fourier dönüşümü ile yapılmıştır.

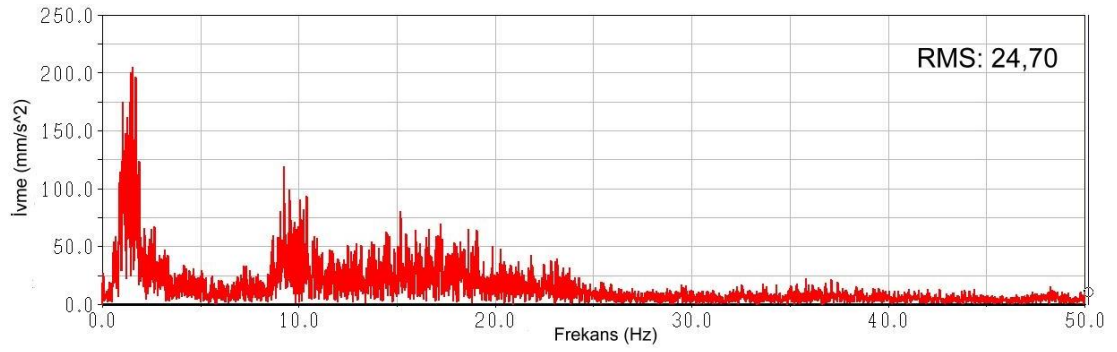
Modelden ve gerçek ölçümlerden elde edilen ivme genliklerinin frekans spektrumu birbirleri ile karşılaştırıldığında x eksenini yönünde yapılan analizde bir takım uyumsuzluklar olduğu görülmüştür; gerçek ölçümlerde titreşim sisteminin x eksenini yönünde 36,5 Hz de görünen bağılı moddaki doğal frekanslarından biri kurulan modelde 40 – 41 Hz civarlarında çıkmaktaydı. Lastik takozların basma yönü yay sabitleri 250 N/mm kadar arttırılarak modelde kurulan titreşim sisteminin x eksenini yönündeki doğal frekansı 36,5 Hz'e çekilmiştir. Her üç eksen yönünde de yeni yay sabitleri kullanılarak hesaplamalar yaptırılmıştır.

5.5.1. z eksenini Yönündeki Titreşim Analizi

Şekil 5.10a'da şasinin z eksenini yönünde titreşiminin ivme - zaman grafiğı gösterilmiştir. Ölçülmüş olan ivme değerleri $\pm 6 \text{ m/s}^2$ arasında değişmektedir. İvme genlikleri frekans spektrumunda incelendiğinde (Şekil 5.10b) 1,5 Hz'de bir pik yapmak üzere 1 – 2 Hz ve 9 – 20 Hz arası bölgelerde şasi titreşim genliklerin belirgin bir biçimde yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Özellikle taşıt gövdesi doğal frekansı olarak belirtilebilen 1,5 Hz'de genliklerin yüksek değerlere ulaştığı gözükmeştir [6]. 9 – 20 Hz bölgesi ise taşıt akslarının doğal frekans bölgesidir [6]. 20 Hz'den yüksek frekanslarda genlikler düşük seyretmektedir. Titreşimin şiddetinin bir ölçüsü olarak nitelenen ve eğrinin altında kalan alanın karekökü olan, efektif değer (RMS) $24,343 \text{ mm/s}^{5/2}$ olarak bulunmuştur.

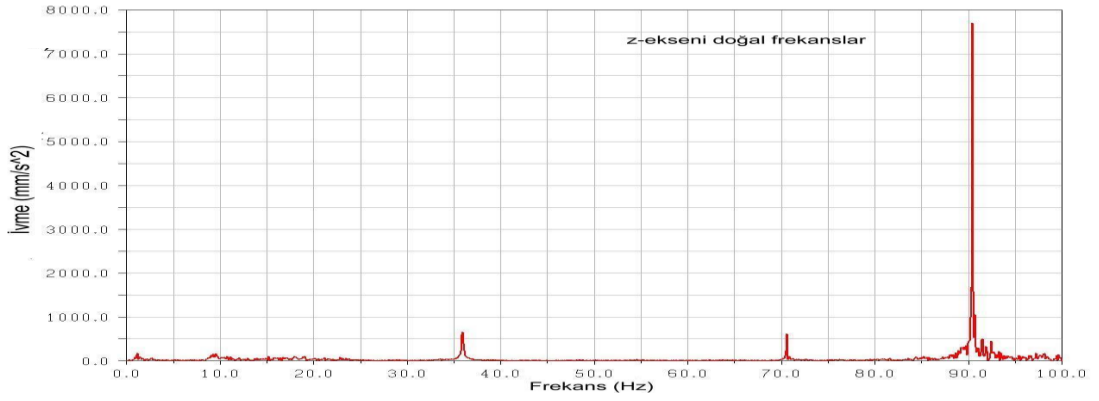


Şekil 5.10 : z eksenini yönündeki şasi a) ivme - zaman grafiği, b) frekans spektrumu



Şekil 5.11 : z eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

Şekil 5.11 ise Adams programının yaptığı titreşim hesabıyla elde edilen radyatörün üst sağ lastik takoz bağlantı noktasının z eksenini yönünde yaptığı titreşimin ivme genliklerinin frekans spektrumuna açılmış halidir. Açıkça görülebileceği gibi programın hesapladığı noktadaki çıkış sinyallerindeki dağılım şasi giriş sinyallerindeki dağılımına büyük ölçüde benzeşmektedir. z eksenini yönünde titreşim sisteminin transfer fonksiyonunun 1'e eşit olduğu söylenebilir, yani radyatör şasiye katı bağımlı gibi hareket etmektedir. Hesaplanan çıkış sinyallerinin efektif değeri $24,70 \text{ mm/s}^{5/2}$ bulunmuştur ve bu değer ölçülen giriş sinyallerinkine oldukça yakındır.

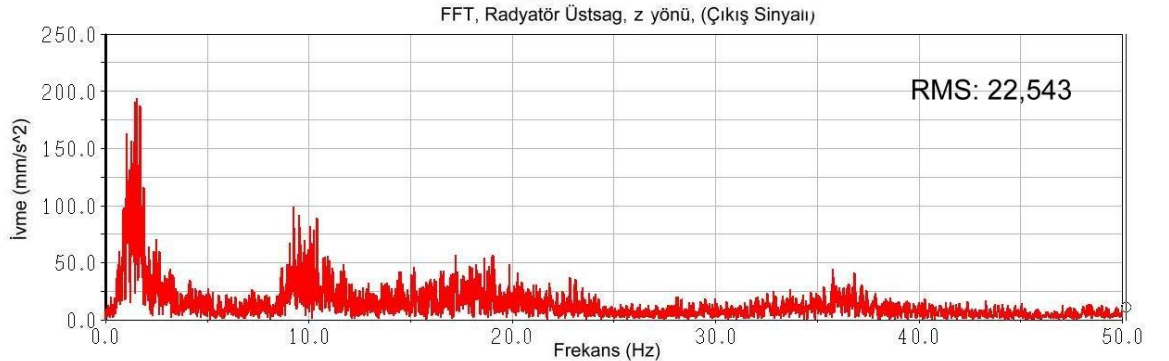


Şekil 5.12 : Sistemin z eksenindeki doğal frekansları

Sistemin 0 – 100 Hz aralığında doğal frekansları Şekil 5.12’de görülebilmektedir. Doğal frekansları bulabilmek için lastik takozların sönümleme katsayıları 0 Ns/mm olarak girilmiş ve böylece programa sistemde sönüm olmaması durumu simüle ettirilmiştir. Titreşim sisteminin z ekseninde 36,5 Hz, 70 Hz, 90,5 Hz frekansları ile 0–100 Hz arası bağlı modda üç doğal frekansının olduğu görülmektedir.

Sistemde lastik takozlarının bağlantı yerlerinin konumları ve üst lastik takozlarla alt lastik takozların z ve x eksenindeki yay sabitlerinin aynı olmamasının sonucu olarak sistemin bağlı modlarda hareket ettiğini göstermektedir; radyatör bir ekseninde öteleme veya dönme hareketi yaparken başka diğer bir ekseninde öteleme veya dönme hareketine sebebiyet vermektedir.

Şekil 5.13’de radyatör üst sağ noktasından ölçülen ivme genlikleri frekans spektrumunda gözükmemektedir. Görsel olarak ivme - frekans eğrisi ve efektif değerinden de anlaşılacağı gibi programın hesapladığı çıkış değerleri ile ölçülen çıkış değerleri büyük ölçüde birbirileri ile örtüşmektedir.



Şekil 5.13: Radyatör üst sağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu

Radyatöre gelen titreşimin lastik takozlar tarafında izole edilmediğini söyleyebilmek mümkündür; radyatör şasiye katı bağlı gibi hareket etmektedir.

Radyatörün küçük dönme hareketleri ihmal edilirse büyük lastik takozlardaki sehimler aynı olacaktır. Lastik takozların z eksen yönündeki sehim – zaman grafiği Şekil 5.14’de gösterilmiştir. Grafikten statik durumda ($t = 0$) radyatör ağırlığının lastik takozlarda oluşturduğu sehim yeni yay sabitleri ile -0,030 mm’ye düştüğü gözükmemektedir. Hesaplanacak olursa:

$$\frac{m_r g \sin 85}{2k_{ztakoz} + 2k_{xtakoz}} = \frac{21,8.9,81.\sin 85}{2.2750 + 2.770} = 0,0302 \text{ mm} \text{ değeri bulunur.}$$

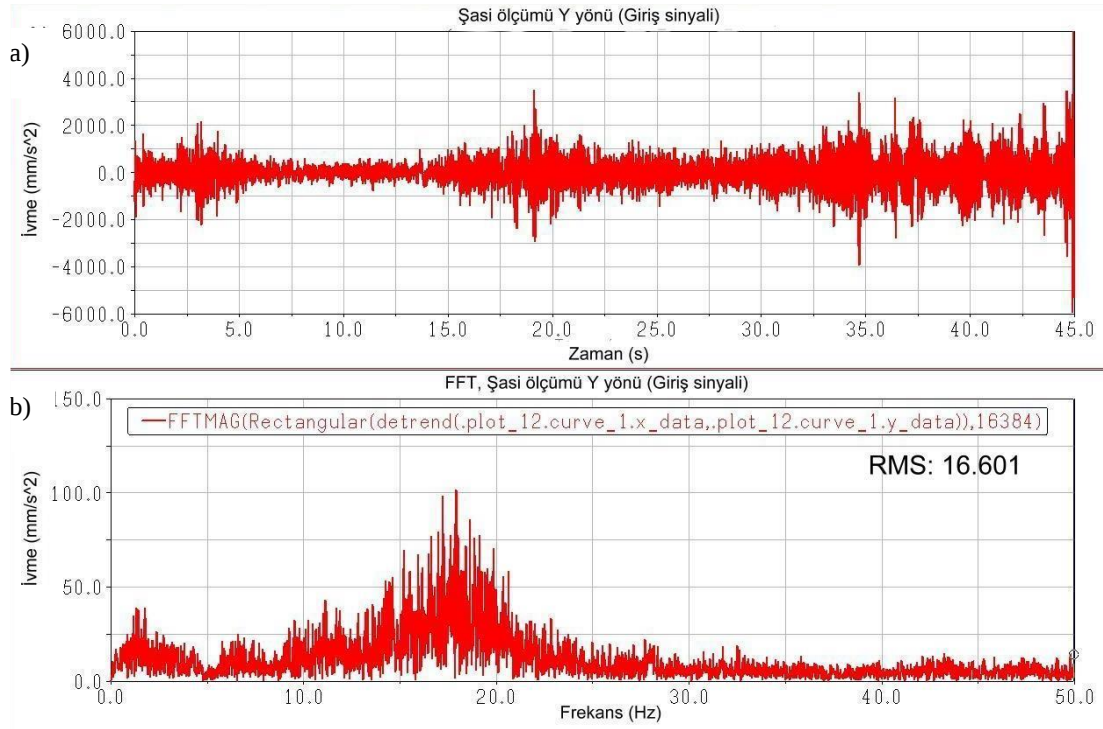
0 – 45 saniye arasında sehimler $-0,030 \pm 0,015$ mm değerleri arasında değişmektedir.



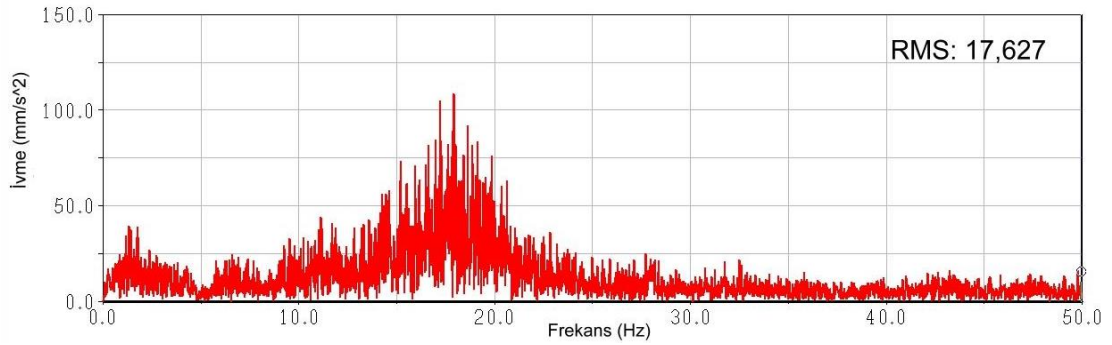
Şekil 5.14: Lastik takozların z eksen yönündeki sehimleri

5.5.2. y eksen Yönündeki Titreşim Analizi

Şekil 5.15a’da şasinin y eksen yönündeki ivme - zaman grafiği gösterilmiştir. İvme genlikleri frekans spektrumunda incelendiğinde (Şekil 5.15b) 17 Hz frekansında bir pik yapmak üzere 10 – 25 Hz frekanslarında şasi genliklerin belirgin bir biçimde arttığını gözlemlenmektedir. 25 Hz’den yüksek frekanslarda ise genlikler düşük seyretmektedir. Eğrinin efektif değeri $16,601 \text{ mm/s}^{5/2}$ olarak bulunmuştur. Bu eksenindeki şasi titreşiminin şiddetinin z eksen yönündekine göre daha az olduğunu söylenebilir

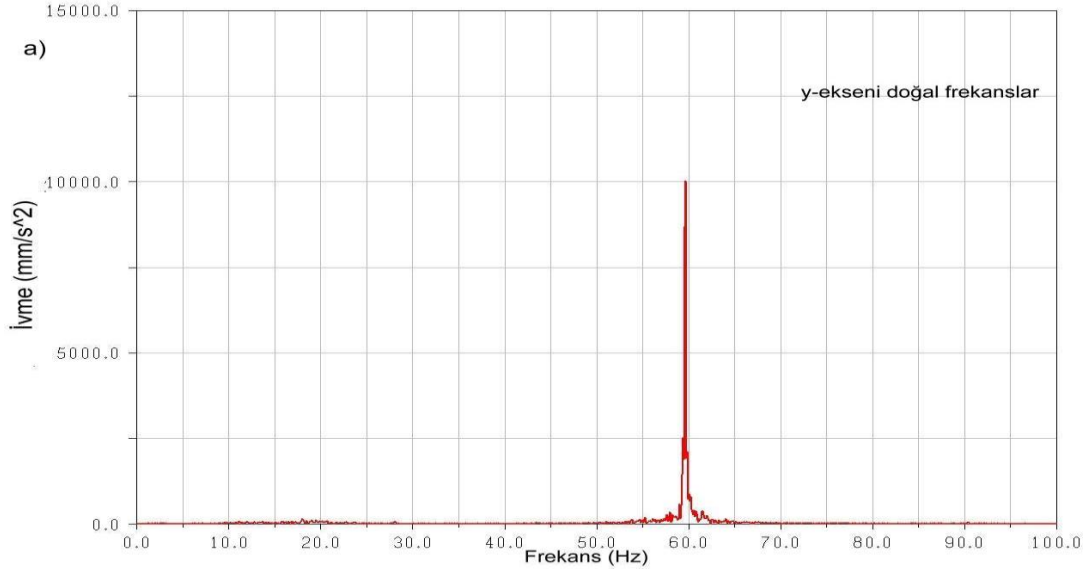


Şekil 5.15: y eksenı yönündeki şasi a) ivme-zaman grafiğı, b) frekans spektrumu



Şekil 5.16: y eksenı yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

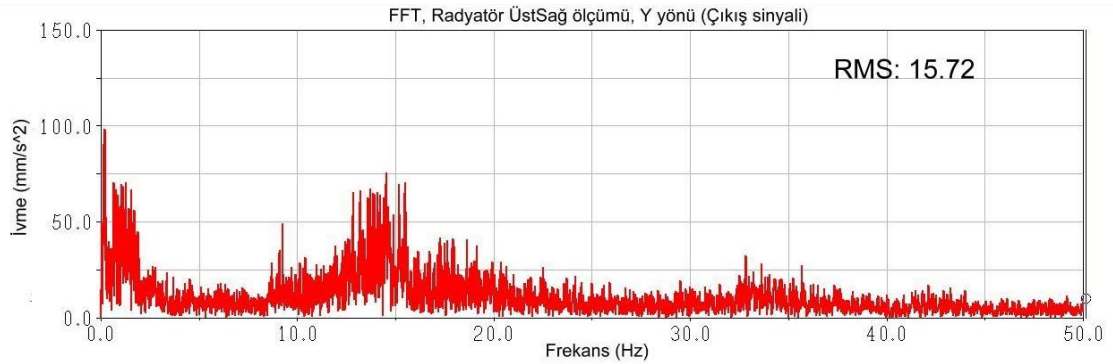
Şekil 5.16 ise programın yaptığı titreşim hesabıyla elde edilen radyatörün üst sağ lastik takoz bağlantı noktasının y eksenı yönünde yaptığı titreşimin frekans spektrumuna açılmış halidir. Açıkça görülebileceğı gibi programın hesapladığı üst sağ lastik takoz bağlantı noktasındaki çıkış sinyallerindeki dağılım şasi giriş sinyallerindeki dağılıma bu eksen yönünde de büyük ölçüde benzeşmektedir; transfer fonksiyonunun 1'e eşit olduğu söylenebilir. Hesaplanan çıkış sinyallerinin efektif değeri $17,627 \text{ mm/s}^{5/2}$ bulunmuştur ve bu değer ölçülen giriş sinyallerinkine oldukça yakındır.



Şekil 5.17: Sistemin y eksenli yönündeki doğal frekansı

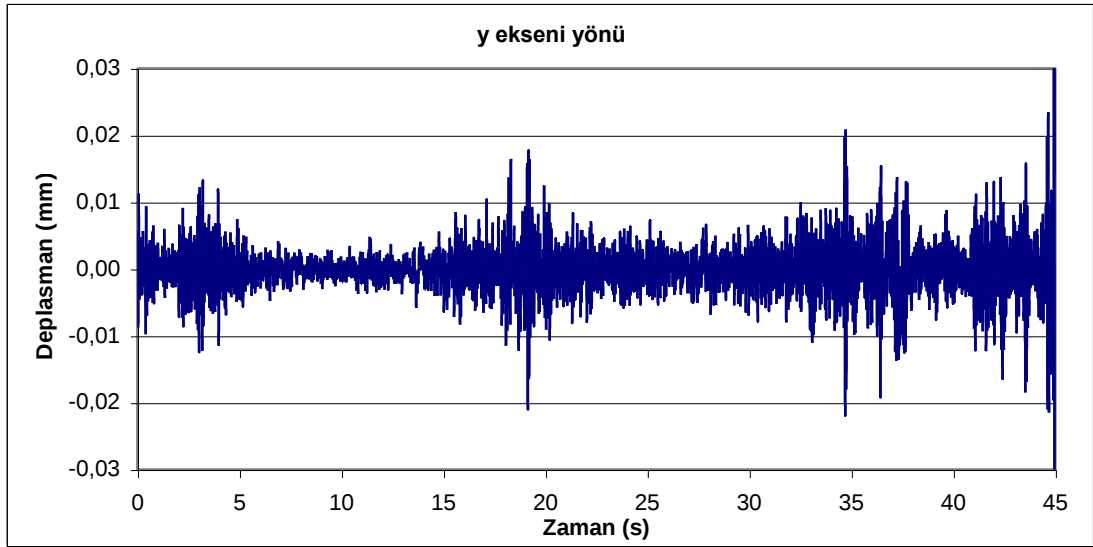
Titreşim sisteminin y ekseninde 0 – 100 Hz arası bölgede 60 Hz frekansında arası bir doğal frekansı bulunmaktadır (Şekil 5.17).

Şekil 5.18’de radyatör üst sağ ivme sensöründen elde edilen ivme genliklerinin frekans spektrumu gözükmemektedir. Eğrilerden anlaşılacağı üzere şasi giriş ve hesaplanan çıkış sinyallerinde 17 Hz’de görülen pik burada 15 Hz bölgesine kaymıştır. 0 – 1 Hz arasında ise hesaplama sonucu ortaya çıkmayan yüksek genlikler görülmektedir, bu genliklere radyatöre etki eden ve hesaplamalara katılmayan yüksek basınçtaki hava akımlarının sebebiyet verdiği söylenebilir.



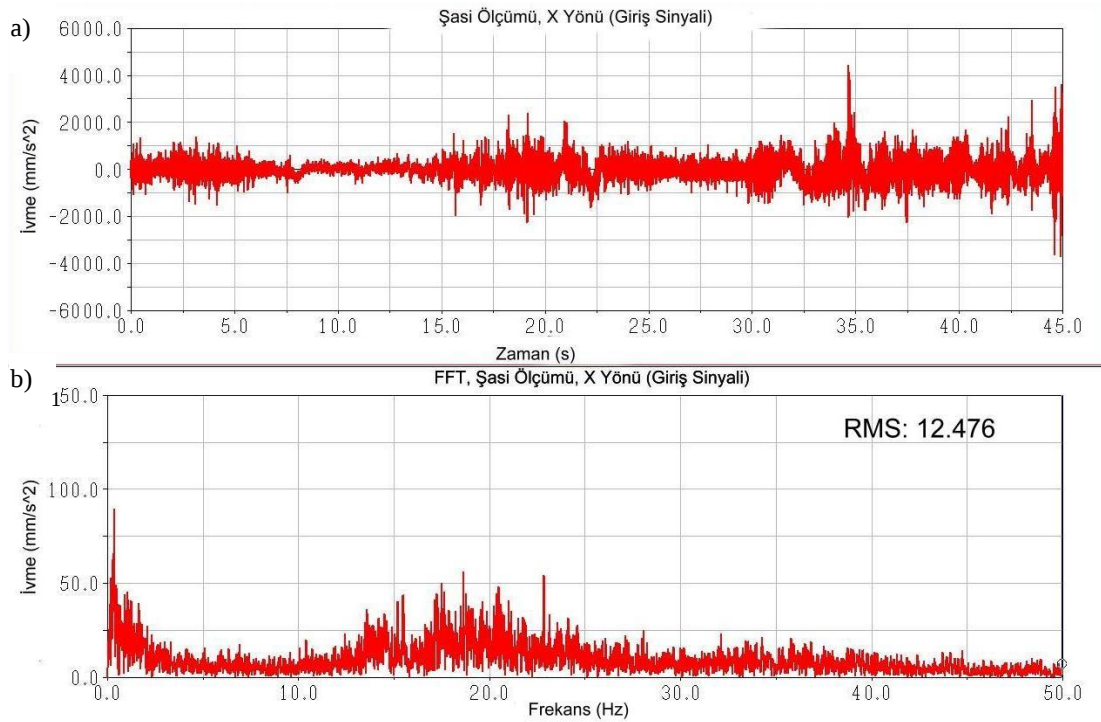
Şekil 5.18: Radyatör üst sağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu

Lastik takozların y eksenli yönündeki sehim – zaman grafiği Şekil 5.19’da gösterilmiştir. 0 – 45 saniye arasında sehimler $\pm 0,030$ mm değerleri arasında değişmektedir. Statik durumda radyatörün ağırlığının y eksenli yönünde bileşkesi olmadığından statik durumda lastik takozlarda sehim oluşmamaktadır.



Şekil 5.19: Lastik takozların y eksenı yönündeki sehimleri

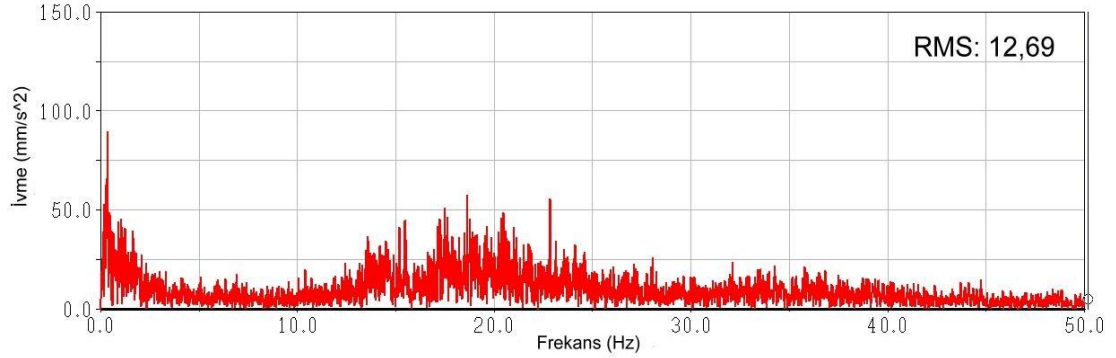
5.5.3. x eksenı Yönündeki Titreşim Analizi



Şekil 5.20: x eksenı yönündeki şasi a) ivme-zaman grafiğı, b) frekans spektrumu

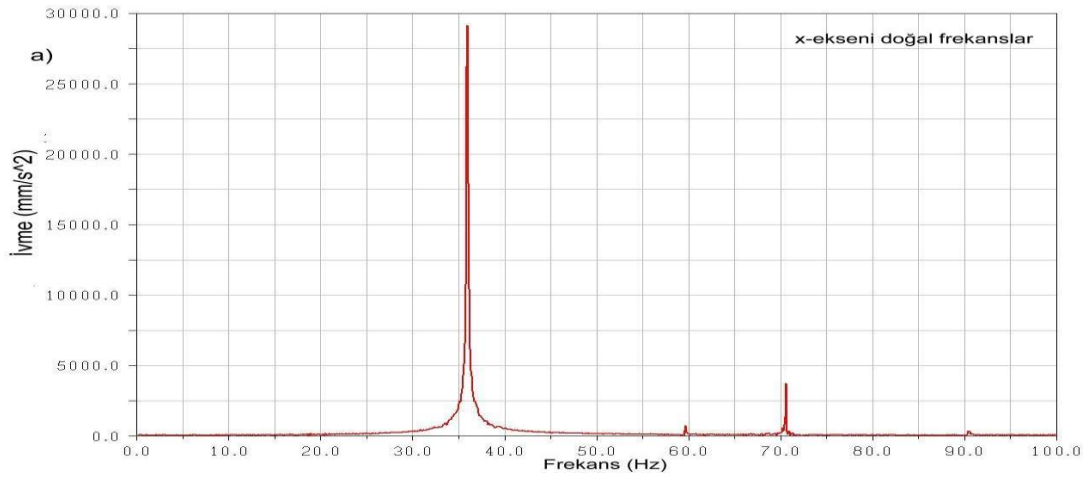
Şekil 5.20a'da şasinin x eksenı yönündeki ivme - zaman grafiğı gösterilmiştir. Titreşim frekans spektrumunda incelendiğinde (Şekil 5.21b) 0 – 1 Hz ve 13 – 25 Hz bölgesi civarında şasi titreşim genliklerin diğer bölgelere göre yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Eğrinin efektif değeri $12,476 \text{ mm/s}^{5/2}$ olarak bulunmuştur. Bu

eksenindeki şasi titreşiminin şiddetinin y ve z eksen yönlerindeki titreşim şiddetine göre daha az olduğunu söyleyebiliriz.



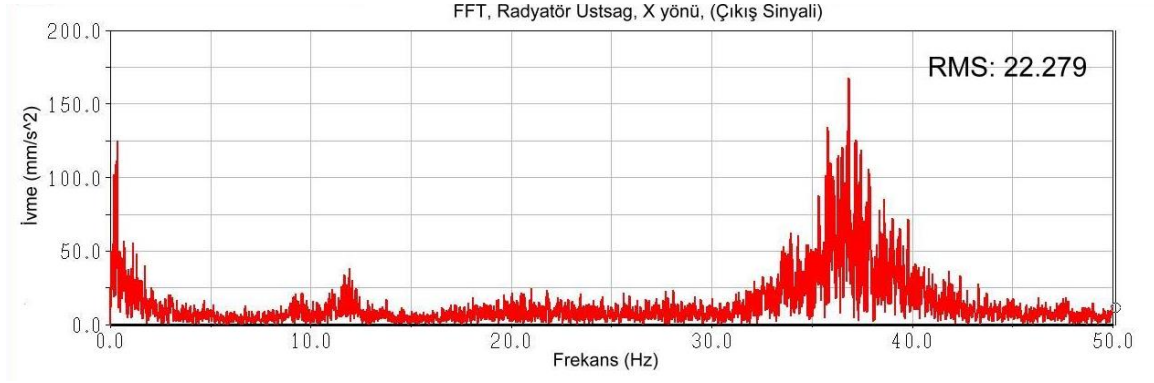
Şekil 5.21: x eksen yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

Şekil 5.21 ise yapılan titreşim hesabından elde edilen radyatörün üst sağ lastik takoz bağlantı noktasının x eksen yönündeki ivme genliklerinin frekans spektrumudur. Açıkça görülebileceği gibi programın hesapladığı çıkış sinyallerindeki dağılım şasi giriş sinyallerindeki dağılıma bu eksen de büyük ölçüde benzeşmektedir. Sistemin bu eksen yönünde de transfer fonksiyonunun 1'e eşit olduğu söylenebilir. Hesaplanan çıkış sinyallerinin efektif değeri $12,69 \text{ mm/s}^{5/2}$ bulunmuştur ve bu değer ölçülen giriş sinyallerinkine oldukça yakındır.



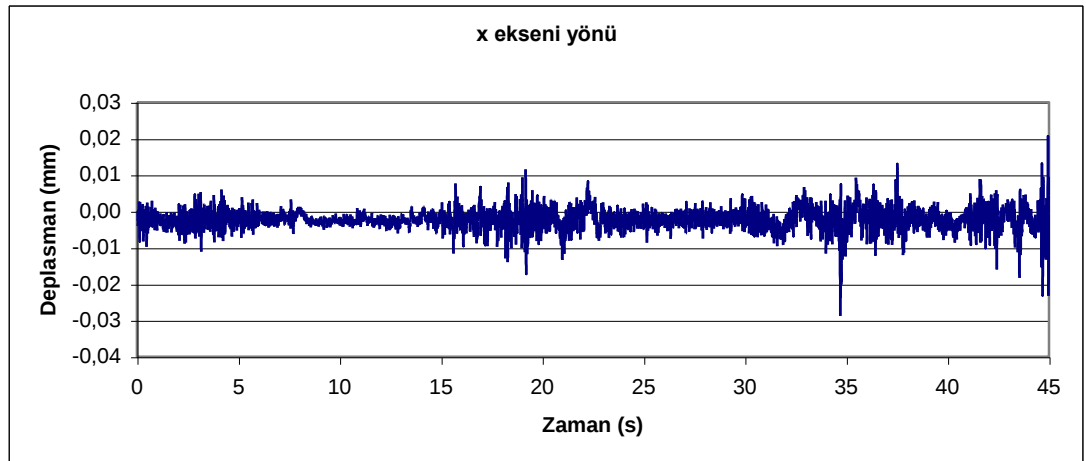
Şekil 5.22: Sistemin x eksen yönündeki doğal frekansları

Şekil 5.22'de sistemin x eksen yönündeki 0 – 100 Hz aralığındaki doğal frekansları gösterilmiştir. Sistemin 36,5 Hz, 60 Hz ve 70,5, 90,5 Hz'de bağlı modda dört doğal frekansı bulunmaktadır.



Şekil 5.23: Radyatör üst sağ noktasındaki ivme genliklerinin frekans spektrumu

Şekil 5.23’de radyatör üst sağ ivme sensöründen elde edilen ivme sinyallerinin frekans spektrumu görülmektedir. Eğriden de görülebileceği titreşim genliklerinde 36,5 Hz’de bir pik yapmak üzere 30 – 45 Hz bölgesinde belirgin biçimde bir artış görülmektedir. Artışın sebebi radyatör içindeki yüksek basınçta hareket eden hava akımlarının ve fandan kaynaklanan hava akımlarının oluşturduğu x eksen yönündeki titreşim kuvvetleri frekanslarının sistemin x eksen yönündeki 36,5 Hz doğal frekansı ile çakışması ve bundan dolayı genliklerin ani bir şekilde yükselmesi olarak yorumlanabilir. Programın hesapladığı ivme - frekans eğrisinde bu genlik artışının görülmemesinin sebebi, radyatör içinde hareket eden hava akımı ve fanın oluşturduğu hava akımının yarattığı titreşim kuvvetlerinin hesaba katılmaması olarak açıklanabilir.



Şekil 5.24: Lastik takozların x eksen yönündeki sehimleri

Lastik takozların x eksen yönündeki sehimleri Şekil 5.24’de gösterilmiştir. Statik durumda ($t = 0$) radyatör ağırlığının lastik takozlarda oluşturduğu x eksen yönünde

sehim -0,002 mm olarak gözükmeaktadır. 0 – 45 saniye arasında sehimler $-0.002 \pm 0,003$ mm değerleri arasında değişmektedir.

5.6. Yorumlar

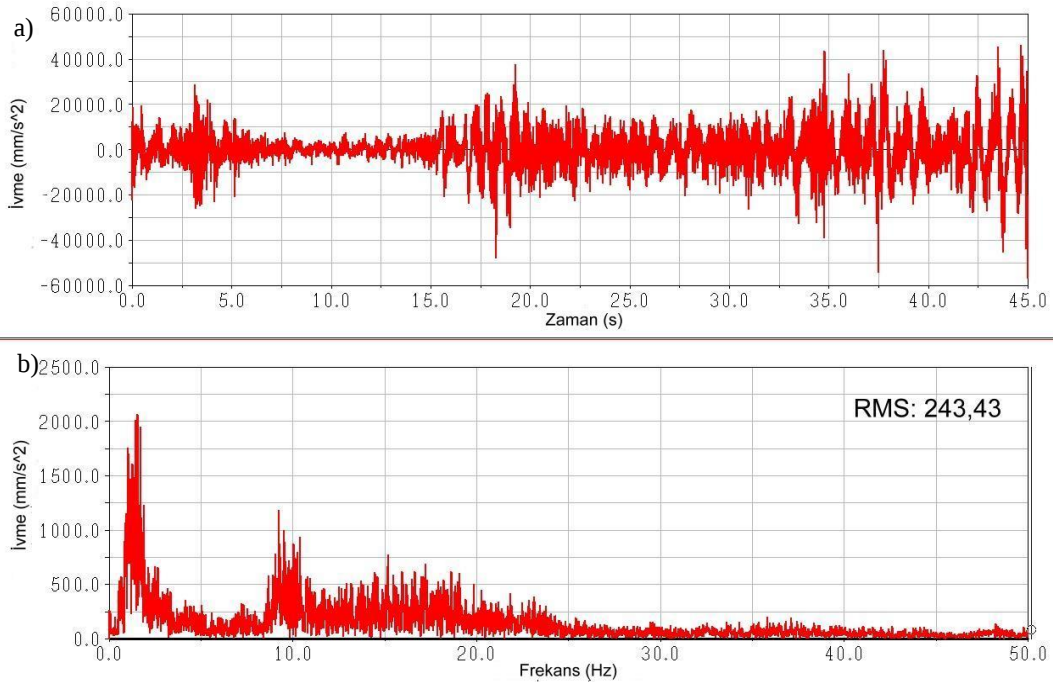
Şekil 2.5'deki geçirgenlik eğrisine bakıldığında; sistemde her üç yönde de geçirgenliğin 1'in altı değerlere çekilebilmesi, başka bir deyişle titreşim izolasyonun sağlanabilmesi için sistemin üç yöndeki doğal frekanslarının şasi titreşim genliklerinin yoğun olduğu frekans bölgelerinin önüne ve düşük ivme genliğine sahip bölgelerde olması gerekirdi. Bu sayede doğal frekans bölgesinden sonraki frekanslardaki genliklerinin miktarlarını azaltmak mümkün olacaktı. Sistemde kullanılan lastik takozların yay sabitlerinin çok yüksek değerlerde olması sistemin doğal frekanslarının da izole edilmesi gereken genlik frekansların sonrasında yer almasına sebebiyet vermektedir. Lastik takozlar şasiden gelen titreşimleri izole etmeden direkt olarak radyatöre iletmektedirler; başka bir deyişle radyatör şasiye her üç yönde katı bağlı gibi hareket etmektedir.

6. TİTREŞİM SİSTEMİNİN OPTİMİZASYONU

Şasi titreşimlerinin radyatöre iletilmesini sınırlandırmak için radyatörü şasi titreşimlerinden mümkün olduğunca izole etmek gerekmektedir. Lastik takozların bağlantı yerleri değiştirilmeden, seçilecek uygun yay sabiti ve sönümleme katsayısına sahip lastik takozlarla izolasyon belirli bir ölçüde sağlanabilir.

6.1, 6.2, ve 6.3 bölümlerinde titreşim sisteminin izolasyonu sırası ile z, y ve x eksen yönlerinde ayrı ayrı ele alınmıştır. Radyatörün maruz kalabileceği en yüksek ivme genliklerini canlandırabilmek için her eksen de şasi ivme genlikleri ölçülen genliklerin 10 katına çıkartılmıştır. Taşıtlarda z eksen yönündeki şasi ivme genlikleri 6 – 8 g mertebelerine kadar çıkabilmektedir [7], diğer eksenler de ise artış z ekseninde olduğu kadar fazla olmayacaktır. Yeni durumda radyatöre etkiyen hava akımlarının yarattığı titreşim etkisi şasi genliklerinin yanında çok küçük değer de kalacaktır.

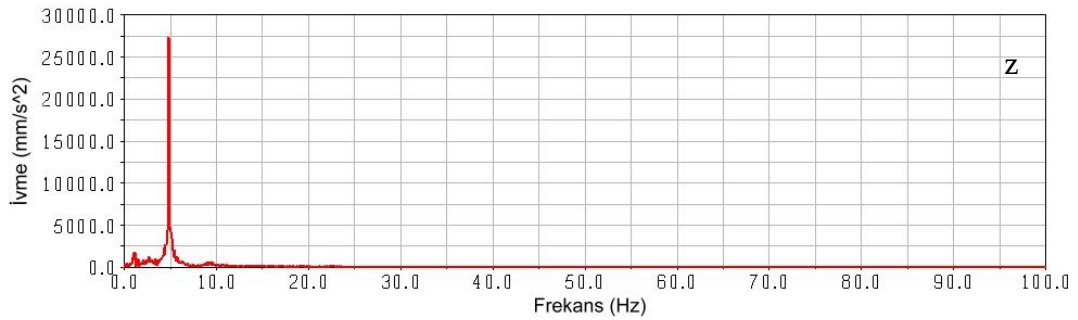
6.1. z eksen Yönünde Optimizasyon



Şekil 6.1: z eksen şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu

Şekil 6.1a'da ölçülen ivme genliklerinin 10 katına çıkarıldığı yeni durumda şasi sinyallerinin z eksenini yönünde ivme - zaman grafiği ve Şekil 6.1b'de ise ivme genlikleri frekans spektrumu gösterilmiştir.

Daha önce bahsedildiği gibi sistemin z eksenini yönünde 36,5 Hz, 70,5 Hz ve 90 Hz'de olmak üzere 0 – 100 Hz aralığında bağlı modda üç doğal frekansı bulunmakta idi. Sistemde titreşim izolasyonunun olabilmesi için doğal frekanslarının genliklerinin yoğun olduğu frekans bölgelerinin önüne ve düşük genliğine sahip bölgelere çekilmesi gerekmektedir. Geçirgenlik eğrisinden de görüleceği gibi geçirgenlik, sönümleme katsayısından bağımsız olarak uygulanan ivmenin frekansının doğal frekansa oranı $f / f_n = \sqrt{2}$ iken azalmaya başlamakta ve oran arttıkça daha düşük seviyelere gelmektedir. Rezonans bölgesinin öncesinde ise geçirgenlik her zaman 1'den büyük fakat f / f_n oranı küçüldükçe 1'e doğru yaklaşmaktadır. Bu sebepten doğal frekansın mümkün olduğunca 9 - 20 Hz bölgesine çekilmesi aynı zamanda da 1,5 Hz'de maksimum genliğe ulaşan yüksek genlikli 1 - 2 Hz bölgesinden de mümkün olduğu kadar da sonraya konulması lazımdır. Yay sabitlerini düşürülerek, bu eksen yönündeki lastik takozların yay sabitlerine aynı değerler verilerek ve sönümleme katsayılarını sabit tutularak yaptırılan hesaplatmalarda ivme - frekans eğrisi efektif değeri doğal frekansın 5 Hz olduğu anda en alt seviyeye düşmüştür.

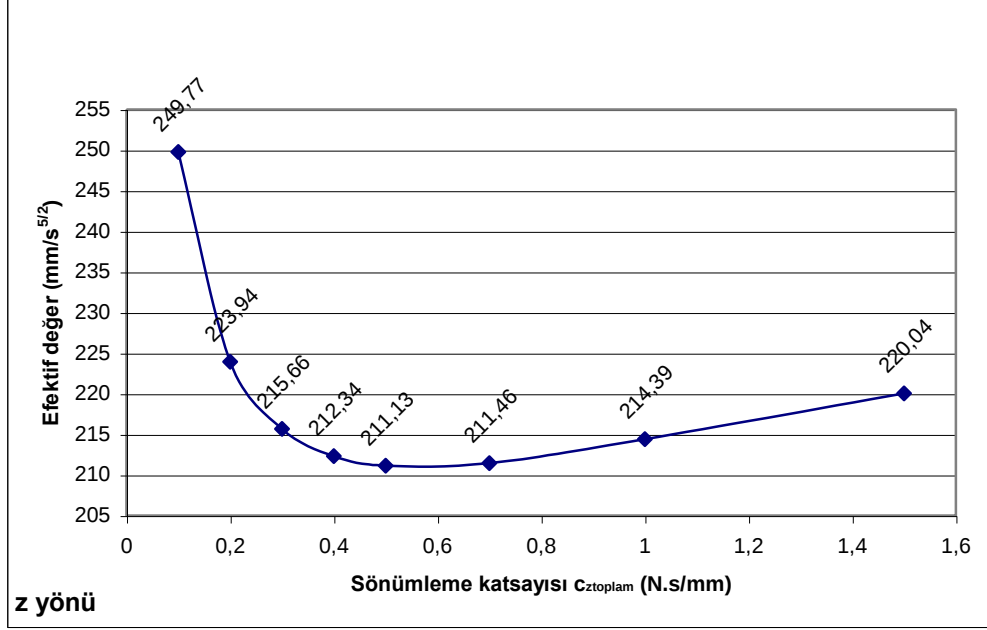


Şekil 6.2: Optimizasyon sonucu, sistemin z eksenini yönündeki yeni doğal frekansı

Şekil 6.2'de sistemin z eksenini yönündeki 0 – 100 Hz aralığındaki doğal frekansı gösterilmektedir. Doğal frekansı 5 Hz'e çekebilmek için her lastik takozun z eksenini yönündeki yay sabitlerine 5 N/mm değeri verilmiştir.

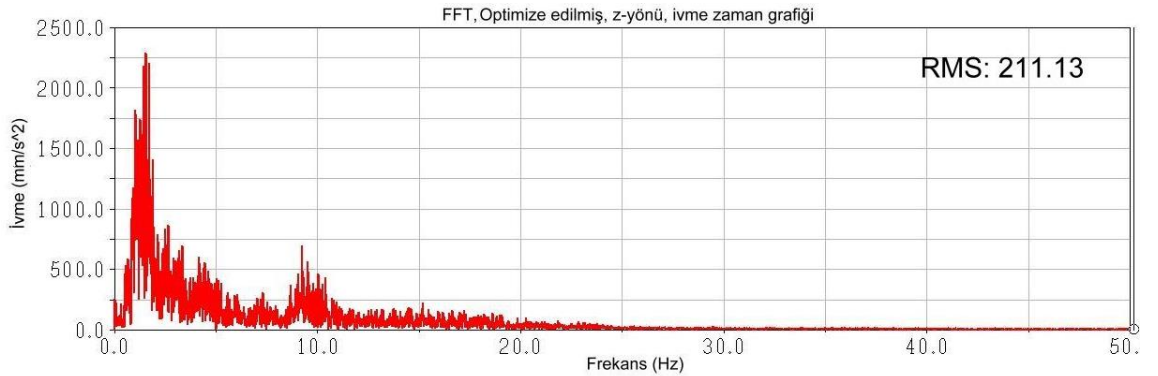
Optimum sönümleme katsayısının bulunabilmesi için sistemin lastik takoz yay sabitleri 5 N/mm'de tutularak çeşitli sönümleme katsayılarındaki ivme - frekans

eğrisinin efektif değerleri hesaplatılmıştır. Şekil 6.3’de efektif değer – sönümleme katsayısı eğrisi gösterilmiştir. Eğriden de anlaşılacağı gibi lastik takozların sönümleme katsayılarının toplamı $c_{ztoplam} = 0,5$ Ns/mm değerine eşit olduğunda efektif değeri minimuma düşmektedir.



Şekil 6.3: z eksenini, efektif değer – sönümleme katsayıları toplamı grafiği

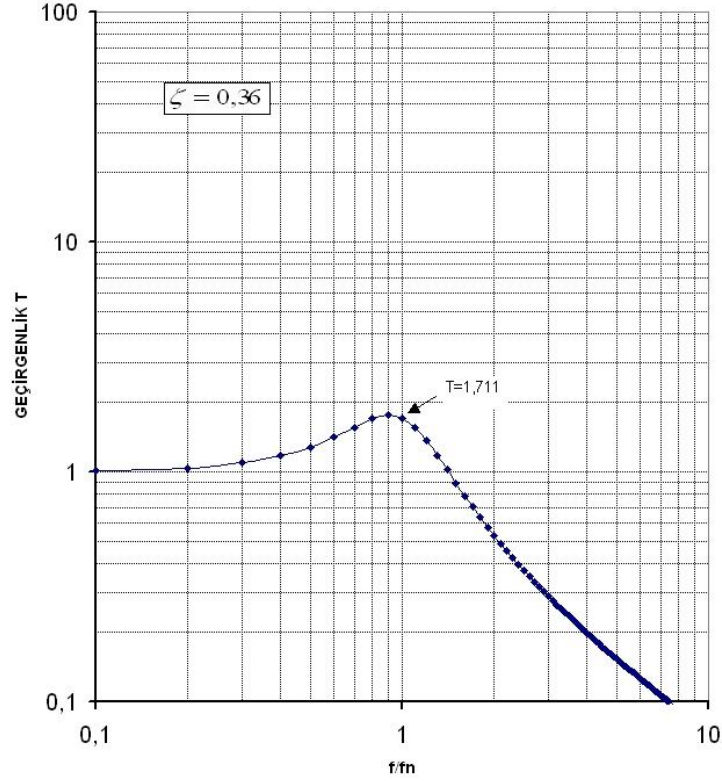
Yeni değerlerle z eksenini yönündeki titreşim genliklerinin frekans spektrumu 6.4’de gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi şasi titreşimlerinde (Şekil 6.1b) 9 – 20 Hz arası bölgesinde yüksek seyreden genliklerin radyatöre iletimi büyük ölçüde azaltılabilmektedir. 20 Hz bölgesinden sonra ise genlikler çok düşük seviyelere inmiştir.



Şekil 6.4: Optimizasyon sonucu z eksenini yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

Şekil 6.1’de 5 Hz frekansında $2350 - 2400$ mm/s² olan genlikler, doğal frekansın bu bölgeye taşınması ile 1,7 katına, $4000 - 4100$ mm/s² değerlerine çıkmıştır; başka bir

deyişle 5 Hz rezonans bölgesinde geçirgenlik 1,7 olarak hesaplanmıştır. Programın bulduğu bu sonucun sağlamasını yapacak olursak; (2.17) denkleminde $\zeta = c / c_c = \frac{c}{2m_r 2\pi f_n} = \frac{0,5}{1,369} = 0,36$ ve $\omega / \omega_n = 1$ değerleri yazılırsa geçirgenlik programın hesapladığı değer $T = 1,71$ olarak bulunur. Şekil 6.5’de $f / f_n = 0,1...10$ oranlarındaki geçirgenlik değerleri de gösterilmiştir.

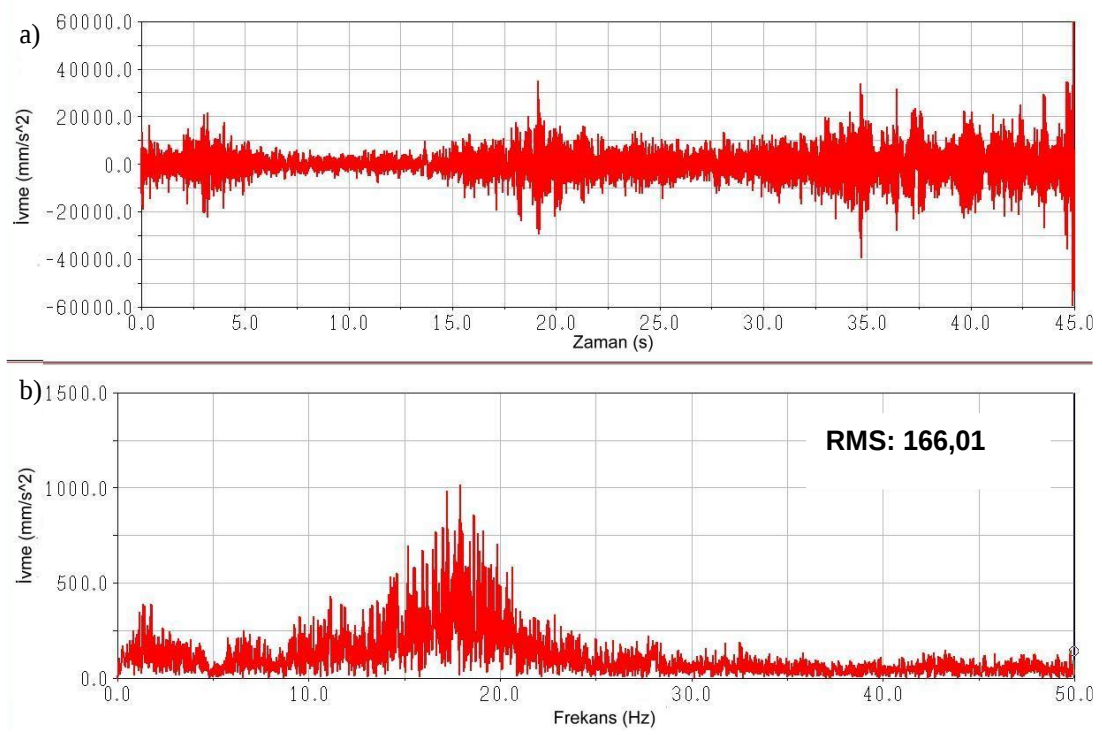


Şekil 6.5: $\zeta = 0,36$ iken, geçirgenlik eğrisi

1,5 Hz frekansındaki pik ($f / f_n = 0,3$) %9 kadar artmıştır. $5\sqrt{2}$ Hz ($f / f_n = \sqrt{2}$) frekansından başlayarak daha sonraki frekanslara doğru geçirgenlik ve dolayısı ile genlikler de büyük ölçüde azalmıştır.

Yeni durumdaki efektif değer 211,13 mm/s^{5/2} olmuştur, giriş sinyallerinin efektif değerinin 243,43 mm/s^{5/2} olduğu göz önüne alınırsa toplamda 0 – 50 Hz arası frekanslarda radyatöre titreşim şiddetinin % 87’si iletilmiştir. Titreşim izolasyonunun %13 gibi az bir değerde olması 1,5 Hz pikli 1 – 2 Hz arası frekansta seyreden yüksek genlikli bölgenin önüne doğal frekansın çekilememesinden kaynaklanmaktadır.

6.2. y eksenı Yönünde Optimizasyon



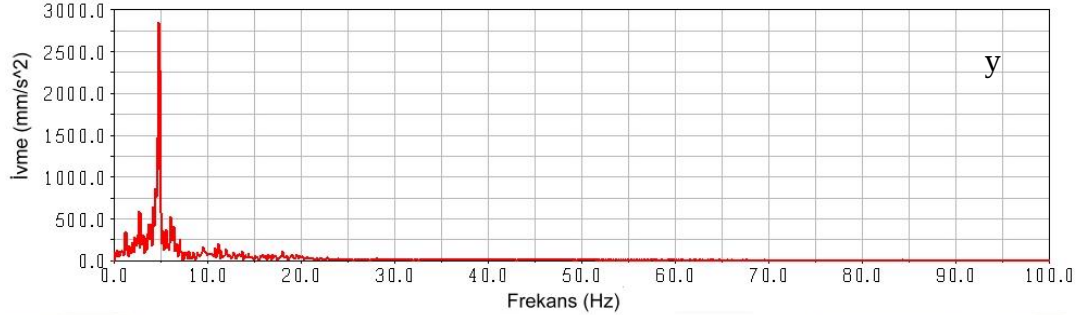
Şekil 6.6: y eksenı şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiğı, b) frekans spektrumu

Şekil 6.6a'da ölçülen ivme genliklerinin 10 katına çıkarıldığı yeni durumda şasi sinyallerinin ivme - zaman grafiğı ve Şekil 6.6b'de ise ivme - frekans grafiğı gösterilmiştir.

Daha önce bahsedildiğı gibi sistemin y eksenı yönünde 60 Hz'de olmak üzere 0 – 100 Hz aralığında bir tane doğal frekansı bulunmakta idi. Doğal frekansın yüksek ivme genliğine sahip bölgelerden sonra olması titreşim izolasyonunu mümkün kılıyordu.

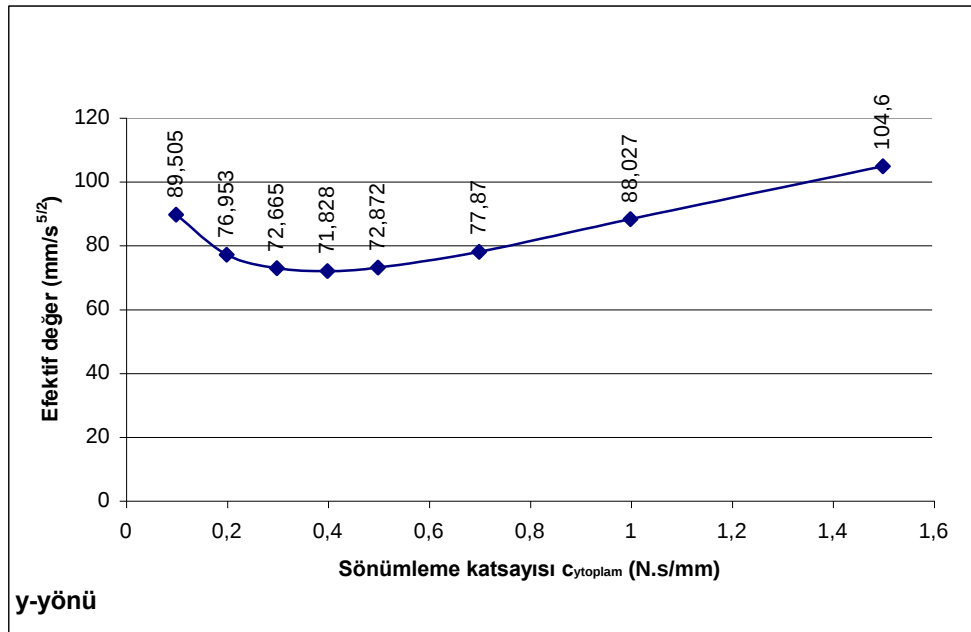
Lastik takozların y eksenı yönündeki yay sabiti değeri düşürölerek sistemin doğal frekansı düşük genlikli 5 Hz frekansı bölgesine çekilmiştir. Bu sayede efektif değerde oldukça iyi bir azalma kaydedilmiştir. Doğal frekansı daha düşük frekanslara çekmek efektif değeri daha da azaltabilirdi; fakat lastik takozların daha fazla yumuşatılması ve Şekil 5.17'den de göröllebileceğı gibi 0 - 1 Hz frekansındaki, hesaplar sonucu çıkmamış fakat ölçümden tespit edilmiş yüksek genlikli bölgeye yaklaştırılması istenmemiştir.

Şekil 6.7’de sistemin y eksenı yönündeki yeni doğal frekansı gösterilmektedir. Doğal frekansı 5 Hz’e çekebilmek için her lastik takozun bu eksen yönünde de yay sabitlerine 5 N/mm değeri verilmiştir.



Şekil 6.7: Optimizasyon sonucu, sistemin y eksenı yönündeki yeni doğal frekansı

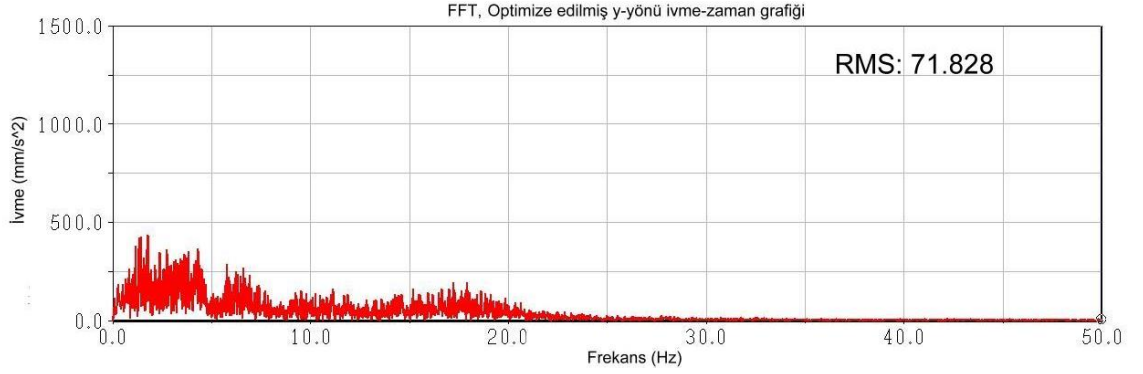
Optimum sönümleme katsayısının bulunabilmesi için sistemin lastik takoz yay sabitleri 5 N/mm’de tutularak çeşitli sönümleme katsayılarındaki ivme - frekans eğrisinin efektif değeri hesaplatılmıştır. Şekil 6.8’de efektif değeri – toplam sönümleme katsayısı eğrisi gösterilmiştir. Lastik takozların y eksenı yönündeki sönümleme katsayılarının toplamı 0,4 Ns/mm değerine eşit olduğunda efektif değeri minimuma düşmektedir.



Şekil 6.8: y eksenı, efektif değeri – sönümleme katsayıları toplamı grafiğı

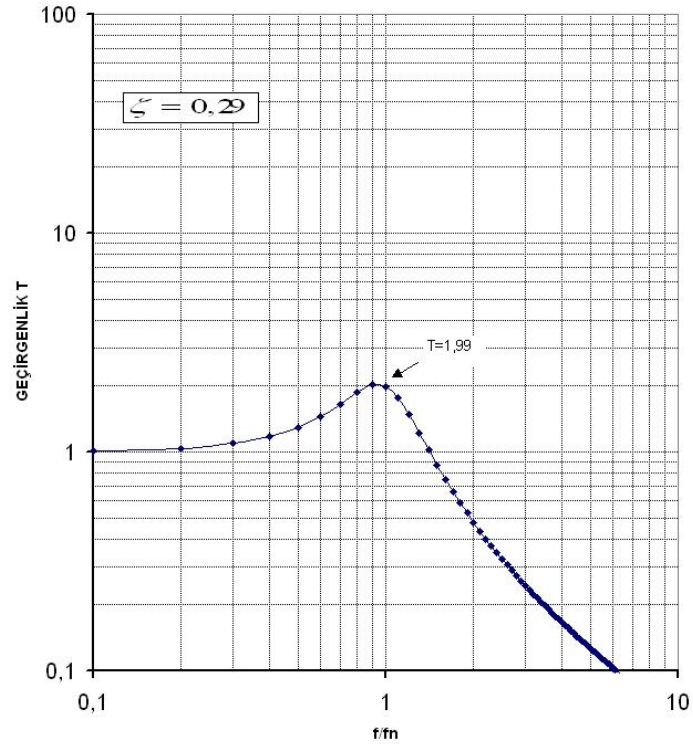
Yeni değeriyle y eksenı yönündeki ivme genliklerinin frekans spektrumuna açılmış hali Şekil 6.9’da gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi şasiden titreşimlerinde

(Şekil 6.6b) 10 – 25 Hz arası bölgesinde yüksek seyreden genlikler radyatöre iletimi büyük ölçüde azaltılabilmektedir. 20 Hz bölgesinden sonra ise genlikler nispeten çok düşük seviyelere inmiştir.



Şekil 6.9: Optimizasyon sonucu y eksenı yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

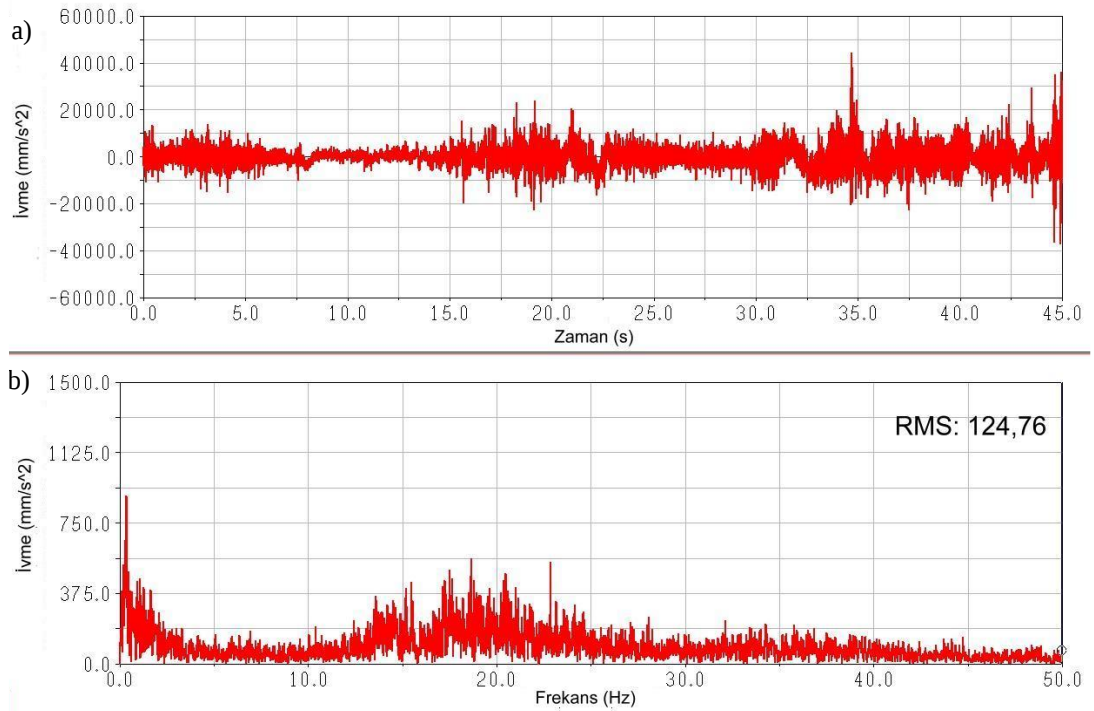
Şekil 6.10'da $\zeta = c / c_c = \frac{c}{2m_r 2\pi f_n} = \frac{0,4}{1,369} = 0,29$ iken $f / f_n = 0,1...10$ oranlarındaki geçirgenlik değeri gösterilmiştir.



Şekil 6.10: $\zeta = 0,29$ iken, geçirgenlik eğrisi

Yeni durumdaki efektif değeri 71,828 mm/s^{5/2} olmuştur, giriş sinyallerinin efektif değeri 166,01 mm/s^{5/2} olduğu göz önüne alınırsa toplamda radyatöre şasi titreşim şiddetinin sadece % 44'ü iletilmiştir.

6.3. x eksenı Yönünde Optimizasyon



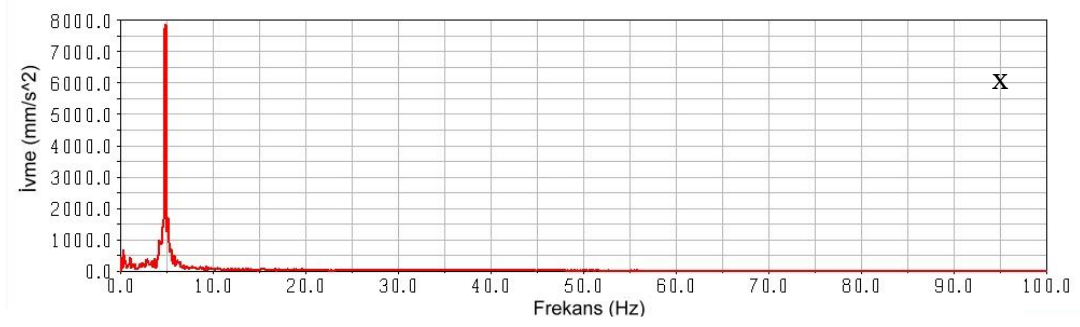
Şekil 6.11: x eksenı şasi ölçülen sinyalleri x 10 a) ivme-zaman grafiği, b) frekans spektrumu

Şekil 6.11a'da ölçülen ivme genliklerinin 10 katına çıkarıldığı yeni durumda şasi sinyallerinin ivme - zaman grafiği ve Şekil 6.11b'de ise ivme genlikleri frekans spektrumunda gösterilmiştir.

Daha önce bahsedildiği gibi sistemin x eksenı yönünde 36,5 Hz, 60 Hz, 70,5 Hz, 90 Hz olmak üzere 0 – 100 Hz aralığında bağlı modda dört doğal frekansı bulunmaktadır.

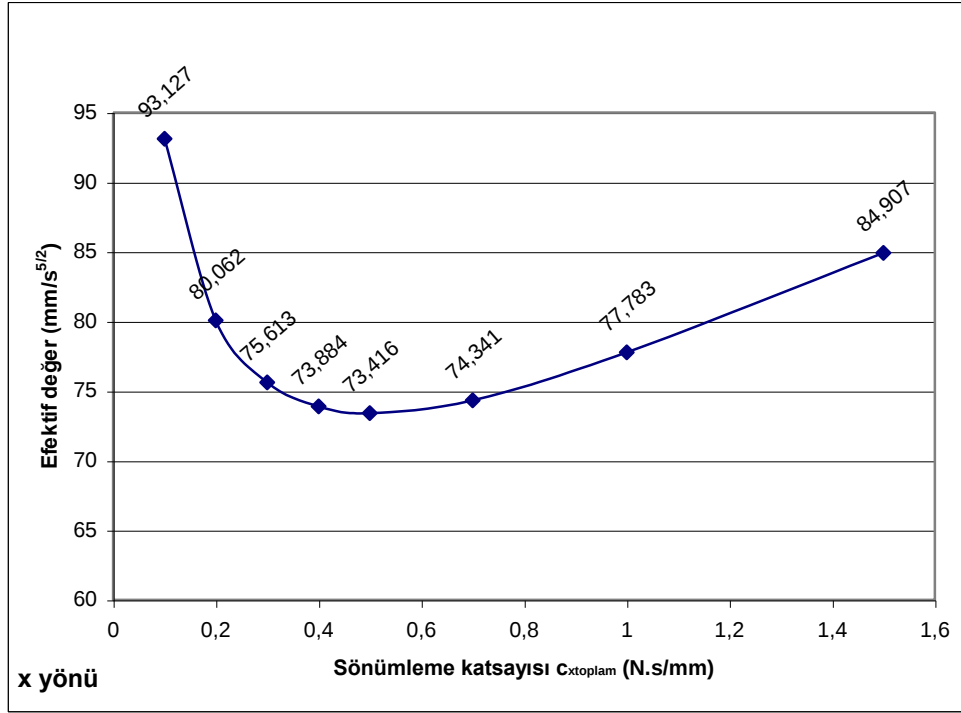
Lastik takozların x eksenı yönündeki yay sabiti değerleri düşürölerek sistemin doğal frekansı düşük genlikli 5 Hz frekansı bölgesine çekilmiştir. Bu sayede efektif değerde oldukça iyi bir azalma kaydedilmiştir. Doğal frekansı daha düşük frekanslara çekmek efektif değerı daha da azaltabilirdi; fakat lastik takozların daha fazla yumuşatılması ve Şekil 6.11b'den de görölubileceği gibi 0 – 1 Hz frekansındaki şasiden ölçölümüş olan yüksek genlikli bölgeye yaklaştırılması istenmemiştir.

Şekil 6.12'de sistemin x eksenı yönündeki yeni doğal frekansı gösterilmektedir. Doğal frekansı 5 Hz'e çekebilmek için her lastik takozun x eksenı yönündeki yay sabitlerine 5 N/mm değerı verilmiştir.



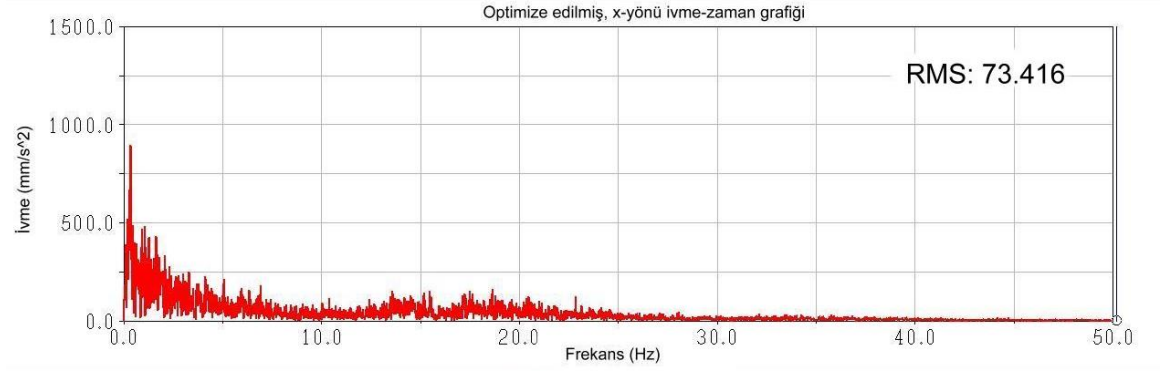
Şekil 6.12: Optimizasyon sonucu, sistemin x eksenî yönündeki yeni doğal frekansı

Optimum sönümleme katsayısının bulunabilmesi için sistemin lastik takoz yay sabitleri 5 N/mm’de tutularak çeşitli sönümleme katsayılarındaki ivme frekans eğrisinin efektif değerleri hesaplatılmıştır. Şekil 6.13’de efektif değer – sönümleme katsayısı eğrisi gösterilmiştir. Lastik takozların y eksenî yönündeki sönümleme katsayılarının toplamı 0,7 Ns/mm değerine eşit olduğunda efektif değeri minimuma düşmektedir.



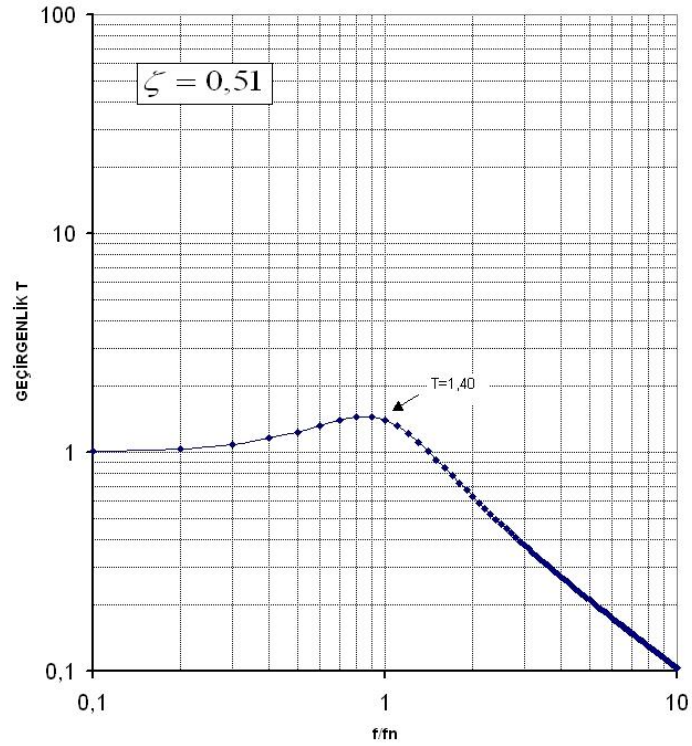
Şekil 6.13: x eksenî, efektif değer – sönümleme katsayıları toplamı grafiği

Yeni değerlerle x eksenî yönündeki titreşim genliklerinin frekans spektruma açılmış hali Şekil 6.14’de gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi şasiden titreşimlerinde (Şekil 6.11) 13 – 25 Hz arası bölgesinde yüksek seyreden genliklerin radyatöre iletimi büyük ölçüde azaltılabilmektedir.



Şekil 6.14: Optimizasyon sonucu x eksen yönündeki hesaplanan ivme genliklerinin frekans spektrumu

Şekil 6.15’de $\zeta = c / c_c = \frac{c}{2m_r 2\pi f_n} = \frac{0,7}{1,369} = 0,51$ iken $f / f_n = 0,1 \dots 10$ oranlarındaki geçirgenlik değerleri gösterilmiştir.



Şekil 6.15: $\zeta = 0,51$ iken, geçirgenlik eğrisi

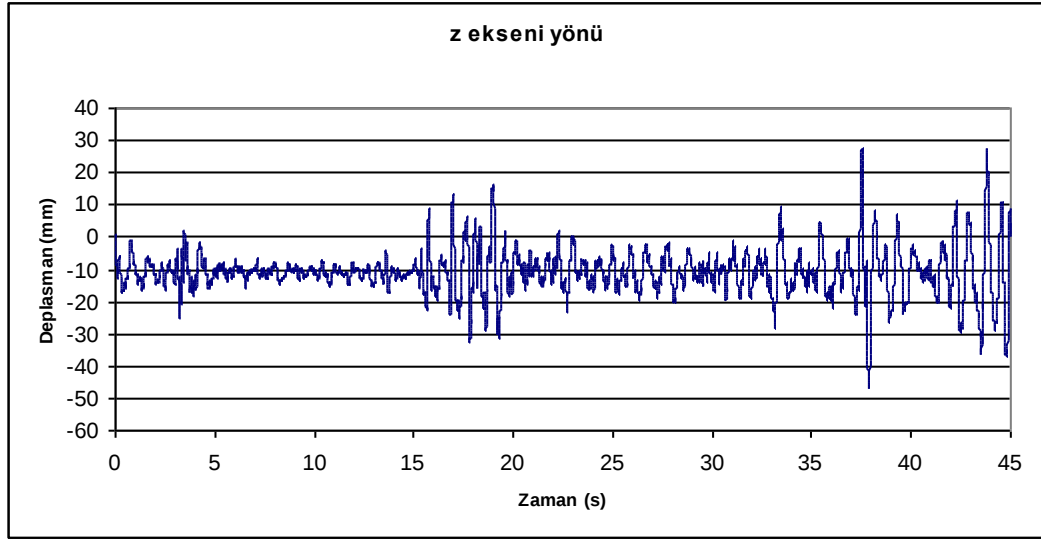
Şekil 5.22’de programda hesaba katılmayan hava akımlarının oluşturduğu 36,5 Hz frekansındaki pik noktasındaki ve civarındaki genliklerde, sistem doğal frekansının 5 Hz’e çekilmesi ile ($f / f_n = 36,5 / 5 = 7,3$ ve $T = 0,14$) % 86’lık bir azalma olacaktır.

Yeni durumdaki efektif değer 73,416 mm/s^{5/2} olmuştur, giriş sinyallerinin efektif değerinin 124,76 mm/s^{5/2} olduğu göz önüne alınırsa toplamda radyatöre şasi titreşim

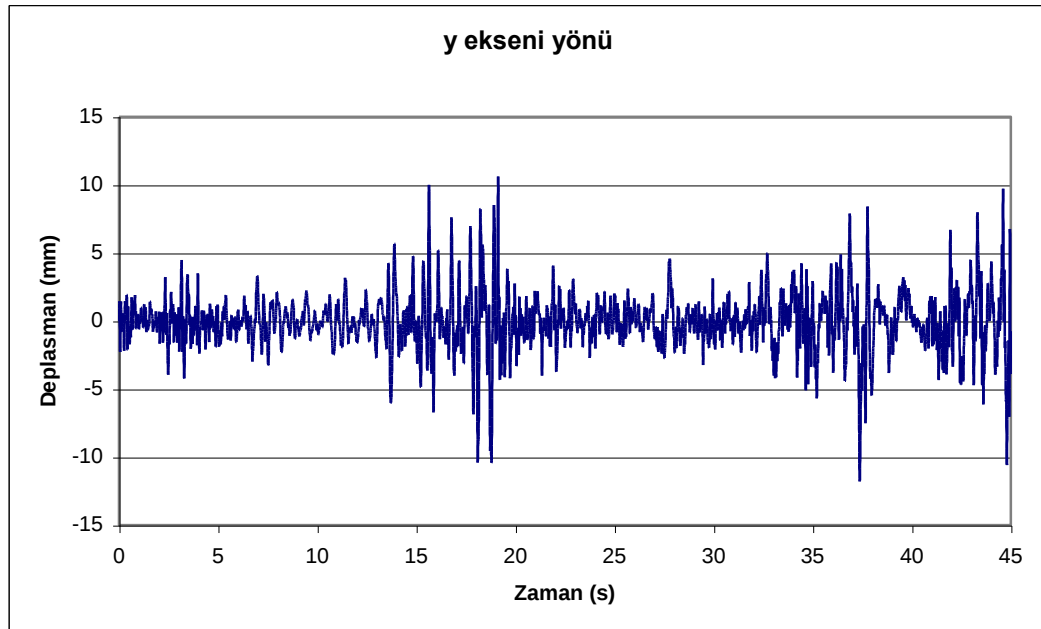
şiddetinin sadece % 59'sı iletilmektedir, başka bir deyişle 0 - 50 Hz arası toplam titreşim izolasyonu % 41 olmaktadır.

Optimizasyon Sonrası Sehimler

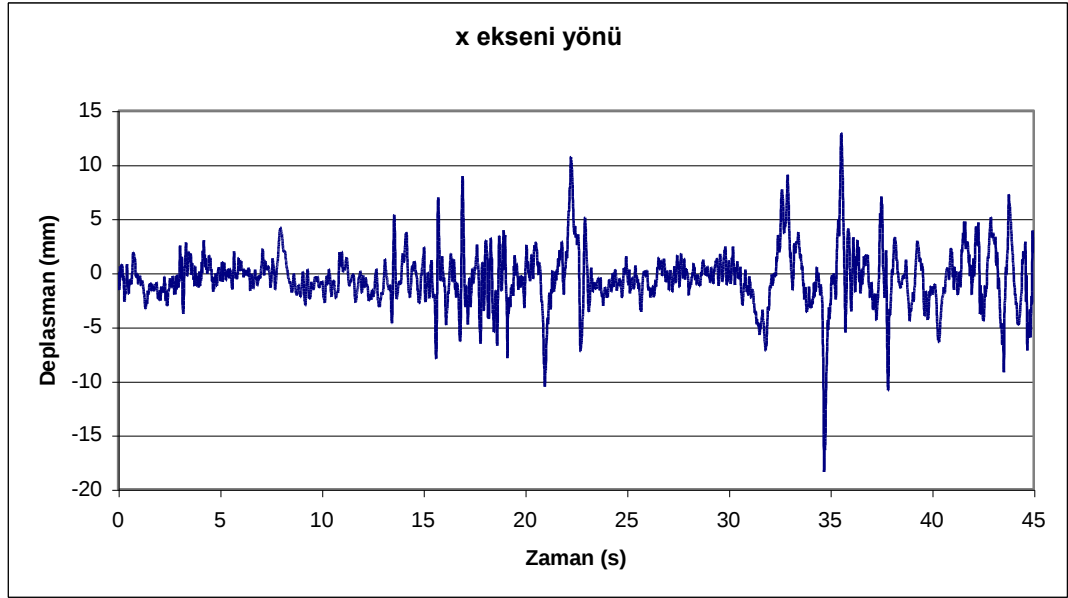
Optimizasyon sonucu yeni yay sabitleri ile lastik takozlarda oluşan z, y ve x eksenleri yönündeki sehimler sırası ile Şekil 6.16, Şekil 6.17 ve Şekil 6.18'de gösterilmiştir.



Şekil 6.16: z eksen yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği



Şekil 6.17: y eksen yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği

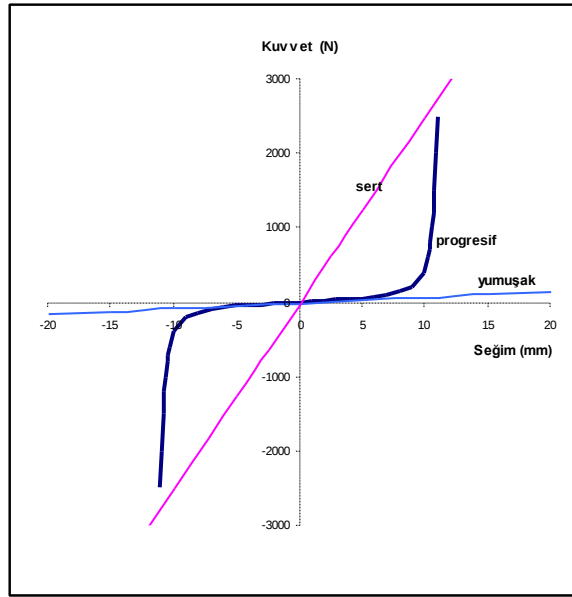


Şekil 6.18: x eksenı yönünde lastik takoz sehim-zaman grafiği

Lastik takozlardaki sehimler z eksenı yönünde statik durumda -10 mm ve dinamik durumda -10 ± 40 mm aralığında; y eksenı yönünde statik durumda 0 mm ve dinamik durumda 0 ± 15 mm aralığında; x eksenı yönünde statik durumda -0,93 ve dinamik durumda $-0,93 \pm 15$ mm aralığında değişmektedir.

7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

z, y ve x eksenleri yönlerinde yapılan optimizasyon sonucu radyatöre 0 – 50 Hz arası frekansta şasiden iletilen titreşim şiddetlerinde sırası ile % 13, % 56 ve % 41 kadar izolasyon sağlanabilmektedir. Fakat lastik takozlardaki z, y, ve x eksen yönündeki sehimler yani radyatörün salınımları yüksek mertebelere çıkmıştır. Hava radyatörünün bağlı olduğu bölge itibari ile her üç eksen yönünde ± 10 –11 mm salınımına izin verilmektedir. Daha yüksek derecedeki salınımlar hava radyatörünün şasi ve çevresindeki diğer elemanlar çarpmasına sebebiyet vermektedir. Özellikle z eksen yönündeki sehimler -10 ± 40 mm mertebelerine kadar çıkmaktadır ki bu izin verilen limitlerin oldukça üstündedir. Sehimleri düşürmek için lastik takozlar sertleştirilmesi gerekmekte olup bu da titreşimde bu yönde zaten düşük olan izolasyonu tamamen ortadan kaldıracaktır.



Şekil 7.1: Progresif karakter

Şasiden radyatöre geçirilen titreşimde izolasyonunun olabilmesi için düşük yay sabitli “yumuşak” fakat radyatörün her üç ekseninde düzlemsel ötelenme hareketini izin verilen limitlerde tutmak için yüksek yay sabitli “sert” lastik takozlara ihtiyaç vardır. O halde ± 9 – 10 mm sehime kadar yumuşak (özellikle z eksen yönünde

radlyat6r ağırlığını taşıyabilecek kadar sert) fakat ± 10 mm sehimden sonra birdenbire sertleşen progresif karakterde lastik takozlarla titreşimde belirli bir miktar izolasyon sağlanabilir. Şekil 7.1’de progresif karakterli bir lastik takozun kuvvet - sehim eğrisi gösterilmiştir.

6.1 bölümünde z eksenini yönünde yapılan optimizasyonda optimum yay sabit her lastik takoz için 5 N/mm bulunmuştu, yani z eksenini yönündeki yay sabitleri toplamı 20 N/mm olacaktır. Yaklaşık bir hesapla statik durumda radyat6r ağırlığının lastik takozlarda oluşturduğu sehim -10,65 mm olacaktır. Bu değer daha statik durumda izin verilen sehim değerinden fazladır. Burada 6rnek olarak lastik takozların z eksenini yönündeki yay sabitlerinin toplamı iki katına (40 N/mm) çıkarmak radyat6rünün statik durumdaki lastik takozlarda oluşturacağı sehimini -5,325 mm’ye indirecek ve lastik takozun aniden sertleşeceği -10 mm sehim ile arasında yaklaşık 5 mm alışma aralığı olacaktır. Yani 0 ± 10 mm sehim arasında toplam yay sabitleri 40 N/mm olan ve ± 10 mm sehimden sonra yay sabitleri yüksek değerlere ulaşan lastik takozlar kullanmak uygun olacaktır. Yay sabitlerinin iki katına çıkarılması doğal frekansı 5 Hz’den $5\sqrt{2}$ Hz’e taşıyacaktır, bu durumda optimizasyon sonucu elde edilen %13’lük titreşim izolasyonunda az bir düşüşe sebebiyet verecektir.

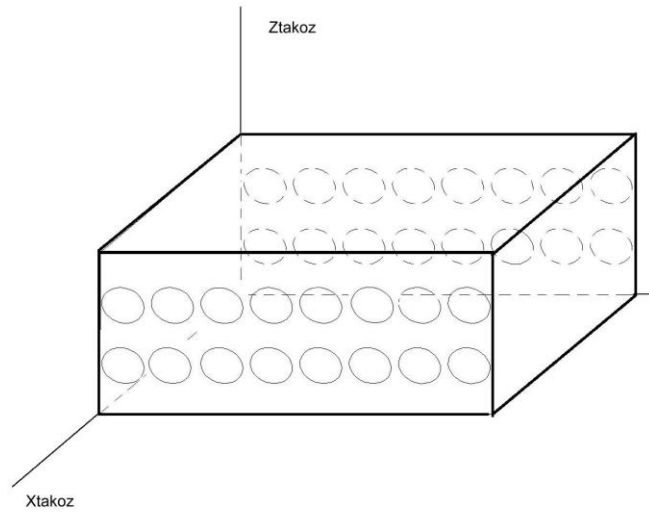
Optimizasyon aşamasında az pürüzlü bir yolda 6lülen yolcu taşıt şasisi ivme genlikleri en kötü durumu canlandırabilmek için 10 katına çıkartılmıştı. Fakat yolcu taşıtının seyri boyunca oğu zaman şasi ivme genlikleri 6lülen ivme genlikleri mertebesinde olacaktır; bu durumda z eksenini yönündeki toplam yay sabitleri 40 N/mm’ye çıkarılan lastik takozlardaki sehimler optimizasyon sonucu bulunan sehimlere göre ok daha düşük mertebelerde olacaktır; buradan radyat6rünün oğu zaman 5,325 mm – 10 mm aralığında salınım yapacağı söylenebilir. -10 mm üzeri salınıma sebebiyet veren ivme genliklerinde lastik takozların yay sabitleri ok yüksek değerlerde olacağı için radyat6rünün salınımı sınırlandırılmış olacaktır.

y eksenini yönünde lastik takozlara radyat6r ağırlık kuvvetinin bileşkesi etki etmediği için statik durumda lastik takozlarda sehim meydana gelmemektedir. Bu yönde lastik takozların toplam optimum yay sabitleri toplamı her bir lastik takozun yay sabiti 5 N/mm olmak üzere toplam 20 N/mm olarak bulunmuştu. Bu eksenindeki şasi genliklerin z eksenindekilere göre daha az olması ve lastik takozların statik durumda radyat6rünün ağırlığını taşıması, radyat6r salınımları taşıt seyrinin büyük bölümünde 0 ± 10 mm mertebeleri arasında kalmasını sağlayacaktır. 0 ± 10 mm sehim arasında

toplam yay sabitleri 20 N/mm olan ve radyatör hareketinin sınırlandırılması için ± 10 mm sehimden sonra yay sabitleri yüksek değerlere ulaşan lastik takozlar kullanmak uygun olacaktır.

x eksen yönünde yapılan optimizasyonda optimum yay sabit her lastik takoz için 5 N/mm bulunmuştu, yani x eksen yönündeki toplam yay sabiti 20 N/mm olacaktır. Yaklaşık bir hesaplama statik durumda radyatör ağırlığının lastik takozlarda oluşturduğu sehim yaklaşık -0,93 mm civarında olacaktır. Bu eksenindeki ivme genliklerinin z ve y eksenindekilere göre daha az olduğu göz önüne alındığında radyatör salınımları çoğu zaman $-0,93 \pm 10$ mm mertebeleri arasında kalacağı söylenebilir. Bu ekseninde de 0 ± 10 mm sehim arasında toplam yay sabitleri 20 N/mm olan ve ± 10 mm sehimden sonra yay sabitleri yüksek değerlere ulaşan lastik takozlar kullanmak uygun olacaktır.

y ve x eksen yönlerinde yay sabitleri progresif karakterde lastik takozların kullanılmasına alternatif olarak, progresif karakterde olmayan fakat bu eksenler yönünde daha yüksek yay sabitine sahip olan lastik takozlar kullanılabilir. Daha önce de belirtildiği gibi yapılan optimizasyon sonucu radyatör salınımları y eksen yönünde ± 15 mm ve x eksen yönünde $-0,93 \pm 15$ mm idi. Örnek olarak her bir lastik takozun bu eksenlerdeki yay sabitleri 2 katına çıkarılırsa, radyatör deplasmanları yarısına düşecek ve şasiden iletilen maksimum ivme genliklerin de bile $\pm 7,5$ mm mertebelerine düşecektir. Fakat yay sabitlerinin arttırılmasının sonucu olarak her iki eksen yönünde de titreşim izolasyonu belirli bir ölçüde azalacaktır.



Şekil 7.2: Progresif karakterli lastik takoz konstrüktif önerisi

Progresif karaktere konstrüktif açıdan bir öneri Şekil 7.2’de verilmiştir. Şekildeki lastik takoz x_{takoz} eksenine paralel olarak açılan deliklerle yay sabiti z_{takoz} ekseninde azaltılmıştır. Bu sayede lastik takoz z_{takoz} ekseninde basma kuvveti uygulandığında belli bir sehime kadar (açılmış olan delikler kapanıncaya kadar) yay sabiti az bir değerde fakat belli bir sehinden sonra ise yüksek mertebelere çıkacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Beer, F.P., Johnston, E.R.**, 1962. Vector Mechanics for Engineers: Dynamics, McGraw-Hill Inc, London.
- [2] **Harris, C.M., Piersol, A.G.**, 2002. Harris' Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill Inc, New York.
- [3] **Güney A.**, 2000. Taşıt Titreşimleri, İ.T.Ü. Matbaası, İstanbul.
- [4] **Blau, P. J.**, 1992. Friction, Lubrication and Wear Technology, ASM Handbook, Vol. 18, ASM International, Ohio.
- [5] **Dukkipati, R. V., Nagi G. N., Saravanan M. P., and Yunhe Y.**, 2001. Automotive Vehicle Engine Mounting Systems: A Survey, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **123**, 186-193.
- [6] **Mitschke, M.**, 1997. Dynamik der Kraftfahrzeuge Band B, Schwingungen, Springer-Verlag, Heidelberg.
- [7] **Göktan, A.G., Yetkin A.**, 2002. Road Load Data Estimation on Multiaxial Test Rigs for Exhaust System Vibrations, SEA Paper 2002-01-0805.

ÖZGEÇMİŞ

Alper Gönençer, 1978 yılında İstanbul’da doğdu. İlköğrenimini Kartaltepe İlkokulu’nda 1989 yılında tamamladı. Orta ve lise öğrenimini 1989–1997 yılları arasında St. Georg Avusturya Lisesi’nde tamamladı. Aynı yıl İ.T.Ü. Makina Mühendisliği’ne girdi ve bölümünü 2001’de bitirdi. Makina Ana Bilim Dalı, Otomotiv Programı’ndaki yüksek lisans öğrenimine 2001 yılında başladı.