

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**HAREKETLİ YÜKLER ALTINDAKİ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN
DİNAMİK (MUKAVEMET) ANALİZİ**

DOKTORA TEZİ
İsmail ESEN

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği

Programı : Konstrüksiyon ve İmalat

NİSAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**HAREKETLİ YÜKLER ALTINDAKİ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN
DİNAMİK (MUKAVEMET) ANALİZİ**

**DOKTORA TEZİ
İsmail ESEN
(503952009)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Eylül 2008

Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Nisan 2009

**Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. İsmail GERDEMELİ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr.İsmail YÜKSEK (YTÜ)
Prof.Dr.C.Erdem İMRAK (İTÜ)
Prof.Dr.Mustafa ALIŞVERİŞÇİ (YTÜ)
Yrd.Doç.Dr.Vedat TEMİZ (İTÜ)**

NİSAN 2009

Eşime ve çocuklarıma,

ÖNSÖZ

Kren kirişlerinin dinamik davranışı konusunda literatürde kısıtlı çalışma bulunmaktadır. Günümüzdeki krenler genellikle düşük hızlarda çalışmalar ve tasarımları dinamik etkilerin dışında çoğunlukla statik etkiler dikkate alınarak yapılmaktadır. Günümüz koşullarında hızlı çalışan krenler ihtiyaç olmuştur. Dolayısıyla dinamik etkilerin araştırılıp kren kirişlerinin bu etkiler karşısındaki dinamik davranışlarının belirlenmesi gerekmekte ve bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır.

Tez çalışmamı yürüten hocam Yrd.Doç.Dr. İsmail GERDEMELİ'ye, yol gösterici değerlendirmelerinden dolayı Prof.Dr. İsmail YÜKSEK ve Prof.Dr. Cem İMRAK hocalarıma ve diğer tez jüri üyelerine, SAP 2000'de yardımlarını esirgemeyen Hafez KEYPOUR'a ve doktora ders ve tez çalışmalarımda emeği geçen bütün hocalarıma teşekkür ederim.

Eylül 2008

İsmail Esen

Mak.Yük.Müh.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xix
SUMMARY.....	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı.....	1
1.2 Literatür Özeti	3
1.3 Hipotez.....	5
2. TRANSPORT TEKNİĞİ VE KALDIRMA VE TAŞIMA MAKİNALARI.....	7
2.1 Dış Taşıma	8
2.2 İç Taşıma.....	9
2.3 Transport Makinalarının Sınıflandırılması	9
2.3.1 Kesikli taşıyıcılar.....	10
2.3.2 Sürekli taşıyıcılar.....	11
2.4 Kren Çeşitleri ve Konstrüksiyonu	12
2.4.1 Giriş	12
2.4.2 Krenlerin sınıflandırılması	12
2.4.2.1 Köprülü krenler.....	13
2.4.2.2 Portal krenler.....	14
2.4.2.3 Oklu krenler	16
2.4.2.4 Kablo lu krenler	18
2.4.2.5 Döner kuleli krenler.....	18
2.4.3 Tek ve çift girişli krenler	19
2.5 FEM ve DIN Normları ile Transport Sistemlerinin Projelendirilmesi.....	20
2.5.1 Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması.....	21
2.5.1.1 Sistem sınıflandırması.....	21
2.5.1.2 Kullanım sınıflandırması.....	22
2.5.1.3 Yük dağılımı.....	22
2.5.1.4 Kaldırma makinelerinin grup sınıflandırması	23
2.5.2 Yükleme tiplerinin sınıflandırılması.....	24
2.5.2.1 Yüklemenin H (ana yük) hali.....	24
2.5.2.2 Yüklemenin HZ (ana ve ek yükler) hali	24
2.5.2.3 Yüklemenin HS (ana ve özel yükler) hali.....	25
2.5.2.4 Yükseltme katsayısının “ γ_c ” seçilmesi.....	25
2.5.2.5 Kaldırma yükü katsayısının “ ψ ” seçilmesi.....	26
3. MATEMATİKSEL MODEL.....	27
3.1 Problemin Formülasyonu.....	27

3.2 Hareket Denklemi	28
3.2.1 Homojen çözüm	31
3.2.2 Kiriş üzerinde hareketli kuvvet	36
3.2.3 Problemin çözümü	38
3.2.4 İç kuvvetler	43
3.2.5 Hareketli harmonik kuvvet	44
3.3 Sonlu Elemanlar Yönteminin Tanıtılması	45
3.3.1 Giriş	45
3.3.2 Ana konsept	45
3.3.3 Tarihi arkaplan	46
3.3.4 Metodun genel uygulanabilirliği	46
3.3.5 Sonlu elemanlar metodunun mühendislik uygulamaları	47
3.3.6 Sonlu elemanlar metodunun genel açıklaması	47
3.3.7 Yapının bölümlenmesi	50
3.3.7.1 Giriş	50
3.3.7.2 Ana eleman tipleri	50
3.3.7.3 Bölümleme süreci	55
3.3.7.4 Eleman tipi	55
3.3.7.5 Eleman büyüklüğü	56
3.3.7.6 Düğümlerin yerleri	56
3.3.7.7 Eleman adedi	58
3.3.7.8 Elemanların numaralandırılması	58
3.4 Hareketli Yüklere Maruz Sistemlerin Dinamik Davranışını Belirlemede Sonlu Elemanların Kullanılması	61
3.4.1 Tek bir kuvvetin kiriş üzerinde hareket etmesi	61
3.4.1.1 Denk düğüm kuvvetlerinin belirlenmesi	61
3.4.2 İki adet hareketli kuvvete maruz kiriş	65
3.4.3 Hareketli kütle problemi	65
3.5 Nümerik İntegrasyon ile Dinamik Analiz	69
3.5.1 Newmark doğrudanintegrasyon metodu	69
3.5.2 Newmark metodunun stabilitesi	71
3.6 SAP 2000'in Tanıtılması	72
3.6.1 Giriş	72
3.6.2 Program seviyeleri ve özellikleri	72
3.6.3 SAP 2000'in bazı sonlu eleman modelleri	74
3.6.3.1 Çubuk eleman	74
3.6.3.2 Kabuk eleman	74
3.6.3.3 Katı (solid) eleman	76
4. UYGULAMA	79
4.1 İnce Tek Kirişli Sistem	79
4.2 Uygulama Sonuçları	80
4.2.1 Yerdeğiştirmelerin dinamik değişimi	82
4.2.2 İç kuvvetlerin dinamik değişimi	90
4.2.3 Kirişin titreşim frekanslarındaki değişim	93
4.2.4 Yerdeğiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü	95
4.3 Çift Kirişli Sistem	96
5. SONUÇLAR, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	105
KAYNAKLAR	111
ÖZGEÇMİŞ	115

KISALTMALAR

DET	: Discreet Element Thecnic
FEM	: Federation Europenne de la Manutention
DIN	: Deutsches Institut für Normung
HZ	: Haupt und Zusatzlasten (ana ve ek)
HS	: Haupt und Sonderlasten (ana ve özel)
M.Ö.	: Milattan Önce
CSI	: Computers and Structures Inc

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1 : Maliyet Etkin Tek Kirişli Krenler.....	20
Çizelge 2.2 : Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması için rehber çizelge.....	21
Çizelge 2.3 : Toplam kullanım süresi.....	22
Çizelge 2.4 : Yük dağılım faktörü çizelgesi	23
Çizelge 2.5 : Kaldırma makinalarının grup sınıflandırması	23
Çizelge 2.6 : Kaldırma grubuna göre yükseltme katsayısı	25
Çizelge 3.1 : Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü	38
Çizelge 3.2 : Laplace-carson integral dönüşümü	40
Çizelge 3.3 : Sonlu elemanlar yönteminin mühendislik uygulamaları.....	48
Çizelge 3.4 : Newmark doğrudan integrasyon metodunun özeti.....	71
Çizelge 4.1 : Malzeme özellikleri	80
Çizelge 4.2 : Çeşitli hızlardaki hız parametreleri.....	82
Çizelge 4.3 : Yüksüz kirişin ilk üç doğal frekansları (<i>hz</i>)	93
Çizelge 4.4 : Kütle ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin birinci doğal frekans değişimi.....	94
Çizelge 4.5 : Kütle ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin ikinci doğal frekans değişimi.....	94
Çizelge 4.6 : Kütle ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin üçüncü doğal frekans değişimi.....	94
Çizelge 4.7 : Modal periyodlar ve frekanslar.....	99

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Transport sistemlerinin tasnifi.....	12
Şekil 2.2 : Köprülü kren şeması	14
Şekil 2.3 : Köprülü kren çeşitleri	15
Şekil 2.4 : Portal krenin şeması.....	15
Şekil 2.5 : Portal kren çeşitleri	16
Şekil 2.6 : Oklu kren şeması	16
Şekil 2.7 : Oklu kren uygulamaları	17
Şekil 2.8 : Kablo lu kren şeması.....	18
Şekil 2.9 : Kuleli inşaat kreni.....	18
Şekil 2.10 : Tek ve çift kirişli köprülü kren	19
Şekil 2.11 : Yük dağılım grafikleri.....	23
Şekil 2.12 : Kaldırma yükü katsayısı.....	26
Şekil 3.1 : Tek kirişli krenin modeli.....	27
Şekil 3.2 : Hareketli osilator modeli.....	28
Şekil 3.3 : Eğilmede yerdeğiştirme	28
Şekil 3.4 : Basit mesnetli değişken yüklü kiriş	30
Şekil 3.5 : Kiriş bölümünün iç denge serbest cisim diyagramı.....	30
Şekil 3.6 : Kirişin ilk üç titreşim modları	35
Şekil 3.7 : Üzerinde v hızı ile hareket eden bir P kuvvetine maruz basit mesnetli kiriş	36
Şekil 3.8 : Bir savaş uçağının sonlu elemanlara ayrılmış hali	46
Şekil 3.9 : Bir çemberin çevresinin alt ve üst sınırları	46
Şekil 3.10 : Bir boyutlu sonlu eleman	51
Şekil 3.11 : İki boyutlu sonlu elemanlar	52
Şekil 3.12 : Dörtgen bir elemanın iki ve dört üçgen elemanla oluşturulması.....	52
Şekil 3.13 : Üç boyutlu sonlu elemanlar.....	53
Şekil 3.14 : Beş adet üçgen prizmadan oluşan dörtgen prizma eleman	54
Şekil 3.15 : Simetrik ve halka tipi elemanlar	54
Şekil 3.16 : Eğri kenarlı sonlu elemanlar.....	55
Şekil 3.17 : Orijinal yapı ve çubuk eleman ile bölümlenmesi	55
Şekil 3.18 : Üç boyutlu eleman kullanılarak sonlu eleman bölümlenmesi	56
Şekil 3.19 : Bölümlemede eleman büyüklüğü	57
Şekil 3.20 : Farklı büyüklükteki elemanlarla bölümlenme.....	57
Şekil 3.21 : Düğümlerin yerleştirilmesi.....	58
Şekil 3.22 : Eleman numaralandırması.....	59
Şekil 3.23 : Rijit çerçeve sisteminin bantlı genel rijitlik matrisi.....	60
Şekil 3.24 : Farklı düğüm numaralandırma şeması.....	61
Şekil 3.25 : P kuvvetinin etkisindeki s elemanın kuvvetleri.....	62
Şekil 3.26 : Üzerinde v hızıyla ilerleyen bir P kuvvetine maruz bir kirişin sonlu elemanlar modeli	63
Şekil 3.27 : İki adet hareketli kuvvete maruz kiriş.....	65

Şekil 3.28 : Hareketli kütle etkisindeki kiriş	67
Şekil 3.29 : İki düğümlü bir çubuk eleman	74
Şekil 3.30 : Dört düğümlü dikdörtgen kabuk (shell) eleman	75
Şekil 3.31 : Üç düğümlü üçgen kabuk eleman	75
Şekil 3.32 : Dikdörtgen kabuk elemanın bölümlleme (mesh) örnekleri	76
Şekil 3.33 : Katı (solid) eleman	77
Şekil 4.1 : Tek kirişli uygulama kreninin modeli ...	79
Şekil 4.2 : Uygulama kreninin sonlu elemanlar modeli ...	81
Şekil 4.3 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=0,5$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	83
Şekil 4.4 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=12,5$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	84
Şekil 4.5 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	84
Şekil 4.6 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=4$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	85
Şekil 4.7 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=5$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	85
Şekil 4.8 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=6,25$ m/s hızlarında kirişin yerdeğiştirmesi.	86
Şekil 4.9 : $m/M=0,2$ için değişik araba hızlarında kiriş üzerinde maksimum noktaların araba pozisyonuna göre yerdeğiştirmesi yerdeğiştirmesi.	86
Şekil 4.10 : $m/M=0,2$ için değişik araba hızlarında kiriş üzerinde maksimum yerdeğiştirmenin oluştuğu zaman esnalarında kirişin yer değiştirme şekilleri.	87
Şekil 4.11 : $m/M=0,2$ ve $v=2,5$ m/s araba hızında kiriş orta noktasında ve maksimum yer değiştirmenin oluştuğu $x=5,3$ m' deki yer değiştirmeler.	87
Şekil 4.12 : $v=6,25$ m/s, $m/M=0,2$; 0,5; 0,8 için kirişin yerdeğiştirmesi ...	88
Şekil 4.13 : $v=6,25$ m/s; $m/M=0,2$; $t=0,4$; 0,6; 0,8; 1,2 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi.	89
Şekil 4.14 : $v=1,25$ m/s; $m/M=0,2$; $t=2, 3, 4, 5$ ve 6 s zamanlarda kirişin yer değiştirmesi.	89
Şekil 4.15 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin oluştuğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) moment grafikleri ...	90
Şekil 4.16 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s hızı için $T_{v=0,01/2}$, $v=2,5$ m/s hızları için $t=2$ s ve $t=2,6$ s anlarında hareketli yük altındaki kirişin moment grafikleri	91
Şekil 4.17 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin oluştuğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) kesme kuvveti grafikleri ...	92
Şekil 4.18 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s hızı için $T_{v=0,01/2}$, $v=2,5$ m/s hızı için $t=2$ s ve $t=2,6$ s anlarında hareketli yük altındaki kirişin kesme kuvveti diyagramları ...	92
Şekil 4.19 : Titreşim modları.	93
Şekil 4.20 : Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü.	95
Şekil 4.21 : Çift kirişli bir köprülü krenin bir kirişi ve araba.	96
Şekil 4.22 : Kiriş kesit detayı.	96
Şekil 4.23 : Kren taşıyıcı sisteminin bilgisayar modeli.	97
Şekil 4.24 : Kirişler üzerinde tayin edilen şeritler	97

Şekil 4.25 : Kiriş orta noktasının zamana bağlı yer değişimi	98
Şekil 4.26 : Sistemin 1. mod titreşimi, periyod 1.12519 s	99
Şekil 4.27 : Sistemin 2.mod titreşimi, periyod 0.73759 s	100
Şekil 4.28 : Sistemin 3.mod titreşimi, periyod 0.586096 s	100
Şekil 4.29 : Sistemin 4.mod titreşimi, periyod 0.3195 s	101
Şekil 4.30 : Sistemin 5.mod titreşimi, periyod 0.271907 s	101
Şekil 4.31 : Sistemin 6.mod titreşimi, periyod 0.216336 s	101
Şekil 4.32 : Sol taraf mesnetlerinin her birinin zamana göre mesnet reaksiyonları.	102
Şekil 4.33 : Sağ taraf mesnetlerinin her birinin zamana göre mesnet reaksiyonları	103
Şekil 4.34 : Araba giriş üzerinde 2m/s hızla ilerlerken giriş taban orta noktasındaki bir alan elemanının zamana bağlı gerilme dağılımı	104

SEMBOL LİSTESİ

A	: Kesit alanı
a, b	: Sabit sayı
$a_m(t)$	: Kirişin anlık ivmelenmesi
$b_1, b_2, \dots, b_6$	: İntegrasyon sabitleri
B	: Bant genişliği
$[C]$	: Sönümleme matrisi
c_n	: n . modun sönümleme değeri
D	: Matris montajının bütün elemanları için oluşan maksimum en büyük düğüm numaraları farkı
E	: Elastisite modülü
f	: Serbestlik derecesi
f_i	: Kirişin i nci mod tabii titreşim frekansı
$\bar{f}_n(t)$	: n . modun genelleştirilmiş kuvveti
$\{F(t)\}$	: Dış kuvvet vektörü
$F_1(t), F_3(t)$	: Eleman serbest cisim kuvvetleri
$F_2(t), F_4(t)$	: Eleman serbest cisim momentleri
$H(x)$	: Heaviside birim fonksiyonu
I	: Atalet momenti
k	: Yay katsayısı
k_n	: n . modun direngenlik değeri
$[K]$	: Direngenlik matrisi
$[K]^e$	: Eleman direngenlik matrisi
L	: Kirişin uzunluğu
l	: Sonlu elamanın uzunluğu
m	: kütle
m_n	: n . modun kütle değeri
$M(x, t)$	: Zamana bağlı eğilme momenti
M_0	: Kiriş orta noktasındaki statik kuvvetin oluşturduğu eğilme momenti
$[M]$	: Kütle matrisi
$N_1, \dots, N_4$	: Şekil fonksiyonları
μ	: Kirişin birim uzunluğunun kütlesi
ρ	: Kirişin yoğunluğu
$P, p(x, t)$	: Uygulanan dış kuvvet
$P(t)$	: Harmonik dış kuvvet
$\{P\}^e$	: Eleman yük vektörü
Q	: Harmonik kuvvetin genliği
$\{\ddot{q}(t)\}$	: Kiriş sisteminin ivmelenme vektörü
$\{\dot{q}(t)\}$	: Kiriş sisteminin hız vektörü
$\{q(t)\}$	: Kiriş sisteminin yerdeğiştirme vektörü
Ω	: Harmonik kuvvetin dairesel frekansı
S	: Çemberin çevresi

S_a	: Çemberin çevresinin alt sınırı
$S_{\bar{u}}$	: Çemberin çevresinin üst sınırı
$T(x,t)$	: Zamana bağlı kesme kuvveti
T_0	: Kiriş orta noktasındaki statik kuvvetin oluşturduğu kesme kuvveti
$T_{(i)}$	: i nci mod serbest titreşim periyodu
T	: Yükün kiriş üzerinde seyahat süresi
ω	: Hareketli kuvvetin dairesel etkileme frekansı
ω_b	: Kirişin sönümleme dairesel doğal frekansı
ω_i	: Kirişin i nci mod dairesel titreşim frekansı
$\dot{\omega}_{(i)}$	: Kirişin sönümlü i nci mod dairesel titreşim frekansı
$\delta(x-vt)$	: Dirac delta fonksiyonu
V	: w fonksiyonunun fourier integral dönüşümü
v	: Kuvvetin ilerleme hızı
v_{kr}	: Kritik hız
t	: Zaman
$w(x,t)$	: Kirişin zamana bağlı yerdeğişimi
α	: Hız parametresi
γ	: Newmark integrasyon sabiti gama
γ_c	: Yükseltme katsayısı
β	: Newmark integrasyon sabiti beta
ψ	: Kirişin sönümleme parametresi, kaldırma yükü katsayısı
θ	: Kirişin sönümlemesinin logaritmik azalması
ξ	: Kuvvetin sonlu elaman üzerindeki boyutsuz konumu x/l
$x_p(t)$	: Herhangi bir t anında kuvvetin kirişin sol ucuna olan uzaklığı
x_f	: Kiriş üzerindeki iki kuvvetin arasındaki mesafe
$x_m(t)$	: Herhangi bir t anında kütlenin kirişin sol ucuna olan uzaklığı
$[\phi]$	: Modal şekil matrisi
$\{u(t)\}$	: Modal yerdeğiştirme vektörü
χ	: Kiriş sönümlemesinin logaritmik azalması
$z(t)$	: Osilatörün zamana bağlı yer değişimi
$\{\phi\}$	: Sistemin yer değiştirme vektörü

HAREKETLİ YÜKLER ALTINDAKİ KÖPRÜLÜ KREN KİRİŞLERİNİN DİNAMİK (MUKAVEMET) ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada, üzerinde hareketli yükler bulunan köprülü kren kirişlerinin dinamik davranışı incelenmiştir. Bir Berneuoelli-Euler ince kirişi ve kutu kesitli gerçeğe yakın bir çift kirişli köprülü kren kiriş sistemi incelenmiştir. Bilgisayar analizi SAP 2000 programında gerçekleştirilmiştir. Dinamik analizlerde Newmark doğrudan zaman integrasyonu metodu ve oransal sönümleme tercih edilmiştir. Yükün hareket hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin dinamik davranışı diyagramlarla verilmiştir. Kren kirişlerinin dinamik davranışı, üzerindeki hareket eden yükün hızına ve kütlesine bağlı olarak değişmektedir. Hareket eden yük kiriş sisteminin tabii titreşim frekansını değiştirmektedir. Yük kirişin farklı noktalarında iken sistem farklı titreşim yapmaktadır. Yükün hızı arttıkça maksimum yerdeğiştirmenin olduğu yer, kiriş orta noktasından ileriye gitmektedir. Hız ne kadar artarsa maksimum nokta da okadar ileriye gitmektedir. Bazı hız değerleri için maksimum yerdeğiştirme orta noktanın gerisinde de olabilmektedir. Kirişin hareketi dinamik olduğundan bazı durumlarda, yük statik olarak maksimum yer değiştirmeye oluşturacak orta noktada iken, kirişin hareketinin zıt yönde olabilmesiyle orta noktada maksimum yer değiştirmeye oluşmamaktadır. Kirişin kendi ağırlığı ve kaldırılan yükün statik etkisinden dolayı oluşan yer değiştirmelerin yanında araba ile kirişin etkileşiminden oluşan dinamik yer değiştirmeler de oluşacaktır. Toplam yer değiştirmeye sadece statik yükten dolayı oluşan yer değiştirmeden çok büyük olabilecektir. Çift kirişli köprülü kren sistemlerinin tek kirişli köprülü kren sistemlerine göre en önemli farkı kirişlerin birbirinden farklı dinamik davranış gösterebilmesidir. Çift kirişli sistemlerde iki ana kirişi birbirine bağlayan baş kirişler taşıyıcı sisteme ilave serbestlik derecesi kazandırarak sistemin dinamik davranışını değiştirmektedirler. Çift kirişli kren sistemlerinin tek kirişli kren sistemlerine göre dinamik davranış açısından daha hassas olduğu, yüksek hızlı çalışacak krenlerde çift kirişin uygun olmadığı gösterilmiştir. Kren kirişlerinin tasarımında verilen kiriş uzunluğuna göre kiriş orta noktasının yer değiştirmeye miktarının ve gerilme analizinin tasarım açısından yeterli olmadığı gösterilmiştir. Maksimum noktanın kiriş üzerinde sabit bir yerde oluşmamasından dolayı kiriş üzerinde hafif konstrüksiyon veya diğer nedenlerle oluşturulan kesit süreksizlikleri yüksek hızlarda çalışması düşünülen krenlerde risk oluşturmaktadır. Ağır şartlarda hızlı çalışacak krenlerin hizmet ömrünün belirlenmesi için tasarım aşamasında kren kiriş sisteminin dinamik davranışının hassas olarak belirlenmesi zorunludur. Kaldırılacak yükün miktarı ve arabanın hızı, taşıyıcı kiriş sisteminin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir.

DYNAMIC ANALYSIS OF OVERHEAD CRANE BEAMS UNDER MOVING LOADS

SUMMARY

In this study, dynamic behaviour of overhead crane beams is investigated. A Bernoulli-Euler thin beam and a realistic double - box girder overhead crane system are studied. Computerized analyses were carried out in SAP 2000. In dynamic analysis Newmarkdirect time integration method and proportional damping is preferred. Dynamic response of the beam is given depending on the mass ratio of the load to the mass of the beam and the velocity of the load. Dynamic response of crane beams depends on velocity and mass of moving load. Since the mass of moving load changes the natural frequency of the system, while the load moving depending on the position of the mass of load vibration of the system varies. Generally, if the velocity of the load increases, the position of the maximum response on the beam occurs far from the midpoint. The higher the velocity increases the maximum point goes forward on the beam. For some values of the velocity, the maximum response may occur before the midpoint. In some cases, due to the dynamic motion of the beam, the maximum does not occur if the motion of the beam in the opposite direction even when the load at midpoint. Besides own weight of beam and the static load, effects the interaction of the beams and carriage will create deflection too. Total deflection may be too higher than only static one. Main difference of double box - girder crane systems than single box - girder systems, crane beams can show different dynamic behavior. Head beams that connect two beams eachother give system extra degree of freedom and change dynamic behavior of double box - girder system. It is showed that in terms of dynamic behaviour, double - box girder crane systems are more sensitive than single girder ones. For high-speed cranes, single girder systems are more suitable. It is showed that carrying analysis in terms of only the midpoint deflection or midpoint stresses in engineering calculations of the beam systems is insufficient. Because maximum does not occur at a fixed point on the beam, it will create some risks to making section discontinuities due to lighter construction or other reasons. It is very important to determine dynamic behavior of beam system of overhead cranes desired to use at heavy condition. It brings out results that are more accurate to take into account the mass and velocity of the moving load and properties of carrying system in dynamic analysis.

1. GİRİŞ

“Hareketli Yükler Altındaki KöprülÜ Kren Kirişlerinin Dinamik Analizi” isimli tez çalışması kapsamında köprülÜ kren kirişlerinin dinamik davranışının belirlenmesi amaçlanmaktadır. Üzerinde hareketli yükler bulunan taşıyıcı sistemler yüz yılı aşkın bir süre araştırma konusu olmuştur. İlk çalışmalar demir yolu köprülerinin daha sonra karayolu köprülerinin dinamik davranışını araştıran bilim adamları tarafından yapılmıştır. Hızlı transport sistemleri ihtiyacı, havacılık ve uzay çalışmalarının hızlanması ve yüksek hızda talaşlı imalat araştırmaları konunun önemini daha da arttırmaktadır.

Benzer konular:

- **İnşaat Mühendisliği:** Karayolu ve demiryolu köprüleri
- **Makine Mühendisliği:** Kesme takımları (yüksek hızlı talaşlı imalat), transport tesisleri, akışkanlar mekaniği (boru içinde hızlı hareket eden su)
- **Havacılık:** Uçak kanatları (kanatlar üzerindeki hızlı hava akımı)

1.1 Tezin Amacı

Bu çalışmada üzerinde hareketli yükler bulunan köprülÜ kren kirişlerinin dinamik davranışı araştırılmıştır. Bir Berneuolli-Euler ince kirişi ve kutu kesitli gerçeğe yakın bir çift kirişli köprülÜ kren kiriş sistemi incelenmiştir. Yükün hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin dinamik davranışı grafiklerle verilmiştir.

Kirişin kendi ağırlığı ve kaldırılan yükün statik etkisinden dolayı oluşan yer değiştirmelerin yanında araba ile kirişin etkileşiminden oluşan dinamik yer değiştirmeler de oluşacaktır. Toplam yer değiştirme sadece statik yükten dolayı oluşan yer değiştirmeden çok büyük olabilecektir. Dolayısıyla kren sistemlerinin mukavemet hesaplarında tek başına statik yüklerin dikkate alınması doğru sonuçlara ulaşmak için yeterli olamayacaktır. Bu tezin bölüm iki kısmında anlatılan klasik

tarzdaki sınıflandırmalar ve yükseltme katsayıları yüksek hızlarda çalışması düşünülen kren sistemlerine uygulandığında elde edilecek çözümlerler dinamik davranışın karmaşıklığından dolayı yetersiz kalabilecektir. Basit kren sistemleri günümüzde düşük çalışma hızlarında çalıştırılmaktadır ve bu sistemlerin tasarımı ve mukavemet hesaplarında bölüm ikide bahsedilen yükseltme katsayılarıyla emniyetli çalışma elde edilebilir. Çalışma hızlarını düşük tutmakla dinamik etkiler belki minimize edebilir, fakat yüksek hızla çalışacak krenler artık ihtiyaç olmuşlardır. Dolayısıyla bunların tasarımlarında dinamik davranış açısından yeni araştırmalar şart olmuştur.

Hareket eden yükün aşağı veya yukarı hareketi esnasında oluşan yükün titreşiminin sisteme olan etkisi bu tezin araştırma konusunun dışında olduğundan incelenmemiştir. Arabanın hızının artırılması ile dinamik davranışın nasıl etkileneceği araştırılmıştır. Takip eden bölümlerde anlatılacağı üzere köprülü krenlerin taşıyıcı kiriş sistemi tek kirişli veya çift kirişlidir. Krenin çalışma ortamı, taşınacak yükün cinsi, maliyet, maksimum kaldırma yüksekliği gibi nedenlerle bir köprülü kren tek kirişli veya çift kirişli olabilir. Çift kirişli sistemde arabanın üzerinde gezindiği taşıyıcı kirişler her iki uçlarından baş kiriş olarak adlandırılan üçüncü bir kirişle birbirine bağlanmaktadır. Sistemin dinamik davranışında baş kirişin etkisi de incelenmiştir.

Bu konuda yapılan bilimsel çalışmalar genellikle üzerlerinde hareketli yükler bulunan kara yolu ve demir yolu köprülerinin dinamik davranışını inceleyen bilim adamları tarafından yapılmıştır. Köprülü kren kirişlerinin yapıları karayolu ve demir yolu köprülerinden farklıdır. Teorik olarak köprülü krenlerin ve karayolu köprülerinin dinamik davranışları benzerlik gösterse de pratikte farklılıklar vardır. Kullanım amacına göre farklı tiplerde olabilen köprülü krenler kapalı ve açık alanlarda kaldırma ve taşıma amacıyla kullanılmaktadırlar.

Küreselleşme, üretimin ve ticaretin hızlanması, rekabet ve hızlı hizmet verme ihtiyacı gibi nedenlerden dolayı krenlerin yük kaldırma ve taşıma kapasiteleri ve çalışma hızlarının artmasına gereksinim duyulmaktadır. Limanda yük boşaltan bir krenin hızı, yükü boşaltan geminin limanda kalma süresini etkileyerek liman hizmetleri maliyetlerini etkilemektedir. Ticaret gemilerinin günlük ortalama liman maliyeti onbin dolar civarındadır. Küresel rekabet ortamında bir işletmede çalışan bir krenin hızı bütün üretim süreçlerinin hızını etkilemektedir.

Gelişen teknoloji ve çağın ihtiyaçları bakımından köprülü krenler daha ağır çalışma şartlarında hizmet verebilmek için tasarlanmalıdır.

1.2 Literatür Özeti

Fryba [1], kiriş üzerinde hareket eden yüklerin etkilerini geniş bir yelpazede incelemiştir. A.V. Pesterev ve diğ. [2–11], [2–3]'de üzerinde hareketli bir yük ilerlemekte olan bir kirişin titreşim problemi ele alınarak, verilen bir hız için hareketli kuvvetin oluşturduğu maksimum yer değiştirmeleri bulmaya yarayacak bir metod geliştirmeye çalışmışlar, verilen sınır şartları için hareketli kuvvetin hızı ile yer değiştirme arasında bağımlı bir fonksiyon olduğu göstermişlerdir. Yüksek titreşim modlarının kirişin maksimum şekil değiştirmesine olan etkisini de incelemişler, titreşimin 1nci modu alınarak çeşitli hızlar için hesaplar yapmışlar ve bu hesapların oluşturduğu hatanın karmaşık hesaplarla elde edilen değerlere göre yüzde birin altında olduğunu göstermişlerdir. [4–11]'de hareketli yük, bir osilator (üzerinde kütle taşıyan bir yayın kiriş üzerindeki hareket etmesi) olarak düşünülmüş, osilatorün sabit ve değişken hızlarla hareketi, birden fazla osilator olması durumlarında kirişin dinamik titreşimleri, moment ve kesme kuvveti hesapları üzerine durmuşlardır. Lee, [12] Hareketli yük ve kiriş arasındaki etkileşim kuvvetinin hareketli yükün hızına ve kirişin esnekliğine bağlı olduğunu, bazı durumlarda bu etkileşim kuvvetinin işaretini değiştirmek üzere iken sıfır olabildiğini ve bu noktanın hareketli kütle ve kiriş arasında ayırımın başlangıcı kabul edilebileceğini bildirmektedir. Koçar ve Ştimac, [13] Hareketli yükün dinamik analizi için, üzerinde bir kuvvet ilerleyen ve 4ncü derece kısmi diferansiyel denklemlerle temsil edilen sistemin çeşitli sınır şartlarında kapalı formda nümerik olarak çözümü üzerine durmuşlardır. Kiriş orta noktasının zamana bağlı yer değiştirmesini analitik ve nümerik olarak karşılaştırmışlar sonuçların denkliliğini göstermişlerdir. Wu ve diğ. [14–15] Zamana bağlı olarak değişen yükler taşıyan sistemlerin dinamik davranışını analiz etmek için standart sonlu eleman programlarını kullanan bir teknik sunulmuşlardır. Wu, [16] Salınım yapan bir cismi kaldıran hareketli bir araba taşıyan üç boyutlu bir yapının x,y,z yönlerinde dinamik davranışını sonlu eleman ve doğrudan integrasyon metodunu kullanarak hesaplamıştır. Wilson, [17] yapısal sistemlerin statik ve dinamik analizini ve hesap yöntemlerini içeren kapsamlı bir kaynak çalışması yapmıştır. Yang ve diğ. [18]

Hareketli osilator taşıyan bir boyutlu elastik bir sistemi incelemişler, problemi bağlı yer değiştirme modeli kullanarak formülize ederek, limit durumda sonsuz osilator yay katsayısı alındığında hareketli kütle problemini elde etmişlerdir. Wayou ve diğ. [19] Yükün ataletinin ve lineersizliğin etkisini incelemek maksadıyla hareketli yükler altındaki bir Euler-Bernoulli kirişinin lineer olmayan dinamiğini incelemişlerdir. Foda ve Abduljabbar [20] üzerinde hareketli bir kütle olan basit mesnetli Bernoulli-Euler kirişinin şekil değiştirmesini belirlemek için bir dinamik Green fonksiyonu kullanmışlardır. Önerilen metot kiriş yer değiştirmesi için basit bir matris ifadesini içermektedir. Bazı nümerik örneklerle metodun basitliği ve hesap hassaslığı gösterilmiş, dinamik yer değiştirmede etkili olan çeşitli parametreler incelenmiştir. Wu [21] iki kısa ucu mesnetli ve diğer iki uzun ucu serbest olan bir dikdörtgensel plakayı bir kiriş plakası olarak adlandırarak, iki boyutlu kiriş plakasının yerini alabilecek bir boyutlu kiriş modelini üzerinde çalışmıştır. Yavari ve diğ. [22] hareketli kütle altındaki Timoshenko kirişlerinin dinamik davranışı ayırık elaman tekniği “Discreet Element Thecnic (DET)” ile incelemişlerdir. Bu teknikte elastik kiriş esnek bağlantılı rijit çubuklara bölünmüş, hareketli kütlenin tesirindeki Timoshenko kirişinin DET modeli sunulmuştur. DET modelinin sonuçları ile Euler-Bernoulli kirişleri için sonlu elamanlar yöntemiyle, Timoshenko kirişleri için ise sonlu farklar yöntemiyle elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Kiriş yer değiştirmeleri için hareketli kütlenin hızı ve kiriş kalınlığının etkisini araştırmışlardır. Renard ve Taazount, [23] Serbest ve sonsuz bir Timoshenko kirişinin şekil değişimi analitik olarak boyutsuz yer değiştirmeler ve gerilmeler açısından incelenmiştir. Kiriş, hareketli sürekli ilerleyen bir kuvvet ile yüklenmiştir. Yükün zamanı ve hızına göre geçici yer değiştirmeler ve gerilmelerin asimptotik değerleri verilmiştir. Savin, [24] Sabit hızlarda ilerleyen noktasal kuvvetlere maruz çeşitli sınır şartlarındaki zayıfça sönümlenen kirişler için dinamik büyütme faktörünün ve karakteristik cevap spektrumunun analitik ifadeleri elde etmiştir. Zhu ve Law, [25] Üniform olmayan bir Euler-Bernoulli kirişinin dinamik davranışı Hamilton prensibi ile ve özvektör ve özdeğeri ise Ritz metodu kullanılarak analiz etmişler, kirişin dinamik yer değiştirmelerini hesaplamak için yüksek hassasiyetli integrasyon metodu kullanarak, Newmark metodundan daha doğru sonuçlar verdiği göstermişlerdir. Hilal ve Zibdeh, [26] Üzerinden hareketli yükler geçen genel sınır şartlarına sahip elastik bir kirişin titreşim probleminde tek bir hareketli kuvvet etkisindeki kirişin şekil değiştirmeleri için kapalı formda çözüm elde etmişler, hareketli kuvvet, ivmelenme, yavaşlama ve

sabit hızla ilerleme, hareket tiplerinde ele alınıp, ilgili parametrelerin değişiminin kiriş yer değiştirmelerine olan etkisi araştırmışlardır. Xu ve Genin, [27] Üzerinde hareketli bir kütle olan bir elastik kirişin boyuna ve aşağı yukarı hareketini incelemek için Hamilton prensibini kullanılarak boyuna ve dikine hareketi yöneten iki lineer olmayan diferansiyel denklem oluşturmuşlar, oluşan sınır değer problemini çözmek için Perturbation tekniği ile birleştirilmiş bir sonlu farklar metodu kullanılarak dinamik sistem için boyuna harekette kütle ile kiriş arasındaki sürtünme kuvvetinin etkisinin önemli olduğu göstermişlerdir. Gbadeyan ve Oni, [28] Üzerinde çeşitli hareketli yükler olan çeşitli sınır şartlarına haiz Rayleigh kirişleri ve plakalar gibi sonlu elastik yapıların dinamik davranışları ile ilgili genelleştirilmiş sonlu integral dönüşümleri tekniği üzerine kurulmuş bir teori geliştirmişlerdir.

1.3 Hipotez

Bilgisayar modelleri köprü analizinde de kullanılabilen SAP 2000 programında geliştirilmiştir. Programda hareketli yük veya yükler, kiriş geometrisine göre tayin edilebilen yük hareket yolu veya yolları (şerit) aracılığı ile kirişe uygulanmıştır. Çerçeve elamanlar için hareketli yükler kiriş ekseninden geçen ve kirişin boyuna paralel yük yolu tanımlanarak uygulanmaktadır. Kabuk, alan ve katı elamanlar için ise kirişin üst kısmını oluşturan plakaların üzerinde yollar tayin edilerek hareketli yükler kirişe uygulanmaktadır. Program kirişin dinamik davranışını tayin etmede zaman alan fonksiyonu açısından istenilen küçüklükteki zaman aralığı için sonuçlar elde edilmesine imkân vermektedir. Bilgisayar modelinde kiriş istenilen sayıda alt elamanlara ayrılabilmekte ve titreşim zaman alan fonksiyonu çok küçük zaman aralıklarında elde edilebilmektedir. Fiziksel model olarak teorik ve pratik olmak üzere iki farklı model incelenmiştir. Birinci model olarak esnek bir Bernoulli–Euler kirişi ele alınarak, üzerinde farklı hız ve yük değerlerinde hareket eden yükler için analizler yapılmış, sonuçlar grafik olarak verilmiştir. İkinci modelde gerçek bir köprülü kren taşıyıcı sistemi olabilecek baş ve ana kirişlerden oluşan çift kirişli bir sistem incelenmiştir. Hareketli yükler taşıyan sistemlerin dinamik analizinde Newmark doğrudan zaman integrasyonu metodunun daha iyi sonuçlar verdiği bildirilmektedir [25]. Bu nedenle dinamik analiz yapılırken Newmark doğrudan zaman integrasyonu metodu ve oransal sönümleme tercih edilmiştir. Analiz sonuçları dinamik davranışın farklarını ortaya koymaktadır. Kirişin dinamik

davranışı, üzerindeki hareket eden yükün hızına ve kütlesine bağlı olarak değişmektedir. Hareket eden yük, kiriş sisteminin tabii titreşim frekansını değiştirmektedir. Yük, kirişin farklı noktalarında iken kiriş sistemi farklı titreşim yapmaktadır. Yükün hızı arttıkça maksimum yer değiştirmenin olduğu yer, kiriş orta noktasından ileriye gitmektedir. Bazı hız değerleri için maksimum nokta orta noktanın gerisinde de olabilmektedir. Yük kiriş üzerinde ilerlerken kiriş dinamik olarak titreşmektedir. Kirişin hareketi dinamik olduğundan bazı durumlarda, yük statik olarak maksimum yer değiştirme oluşturacak orta noktada iken kirişin hareketinin zıt yönde olabilmesiyle bu noktada maksimum yer değiştirme oluşmamaktadır.

Kren kirişlerinin tasarımında verilen kiriş uzunluğuna göre kiriş orta noktasının yer değiştirme miktarının tasarım açısından yeterli olamadığı gösterilmiştir. Ağır şartlarda seri çalışan krenlerin hizmet ömrünün belirlenmesi için tasarım aşamasında kren sisteminin dinamik davranışının da hassas olarak belirlenmesi zorunludur. Kaldırılacak yükün miktarı ve arabanın hızı ve taşıyıcı kiriş sisteminin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir. Çift kirişli köprülü kren sistemlerinin tek kirişli köprülü kren sistemlerine göre en önemli farkı kirişlerin birbirinden farklı dinamik davranış gösterebilmesidir. Çift kirişli sistemlerde iki ana kirişi birbirine bağlayan baş kirişler taşıyıcı sisteme ilave serbestlik derecesi kazandırarak sistemin dinamik davranışını değiştirmektedirler. Yüksek hızlı çalışacak köprülü kren sistemlerinde çift kirişli tasarım tek kirişli tasarımlara göre daha riskli olabilecektir.

2. TRANSPORT TEKNİĞİ VE KALDIRMA VE TAŞIMA MAKİNALARI

Transport tekniğı iki genel periyotta incelenir. Birisi 1900’a kadar olan devre diğeri onu takip eden devredir. Şüphesiz milattan 1500 yıl öncesine kadar malzeme taşımının ilkel gelişmeleri vardır. Ama esas itibarıyla mekanik teorilerle bu gelişmeler M.Ö.450–1900 arasında olmuştur. Mekanize anlamda malzeme iletimi konveyörün iletim alanına girme ile gelişmiştir. Bu da 1900’lardan sonra otomobil endüstrisinde yapılan gelişmelerle olmuştur. İletimde mekanizasyon 1940’a kadar devam etmiş ve ondan sonra iletim otomasyon yolu ile gerçekleşmeye başlamıştır. Bugün malzeme iletimi tamamen otomatikleşmiş bir endüstri uygulamasıdır. Burada iletim vasıtalarında olduğu kadar robotizmin gelişmesinde de bu otomasyon görülmektedir.

Yüklerin bir yere taşınmasında üç temel işlem vardır; yükleme, iletim, boşaltma. Bu işlemler transport makineleri tarafından yerine getirilir. Üç işlem aynı makinenin bünyesinde toplanacağı gibi teker teker veya ikili kombinezonlar halinde bulunabilir. Bir malzeme, mal veya ürünün bir yerden başka bir yere taşınmasına kısaca “endüstriyel taşıma” denir. Bu taşıma işlevi, kaldırma ve taşıma makineleri adı verilen transport makineleri ile sağlanır.

Endüstriyel ekonomide malzeme taşımının önemi büyüktür. Düzenlenmiş bir taşıma sisteminden yoksun (fabrika, maden ocağı, atölye, liman gibi) herhangi bir endüstriyel tesis veya işletme düşünülemez. Bir ürün elde etmek maksadıyla tesis içerisine taşınacak her türlü malzemenin, iletilmesi veya üretilmiş ürünlerin ekonomik olarak taşınması, taşıma sistemlerinin doğru ve isabetli seçimine bağlıdır.

Endüstriyel faaliyetlerin tümünde, keza günlük yaşamımızın önemli bir bölümünde gerek insanların gerekse ham, yarı mamul ve mamul malların kaldırılması, bir yerden başka bir yere taşınması ve depolanması her an önümüze çıkan önemli bir problem teşkil eder. Ulusal ve uluslar arası rekabetin artması nedeniyle taşıma sistemlerinin kapasiteleri ve çalışma hızları da artmaktadır. Maliyetlerin düşürülmesi açısından taşıma sistemlerinin verimleri sürekli iyileştirilmektedir. Malların yer değiştirmesi işletme içinde olabileceği gibi işletmeler, şehirler hatta ülkeler arasında da olabilir.

Bir fabrika da ürün haline dönüştürmek üzere, işlenmemiş malzemeler veya yarı mamul malzemeleri fabrikaya kadar taşıyarak içeriye almak ve bunları ürün haline getirmek için düzenli bir halde üretim birimlerine dağıtmak ve son ürünleri depolamak ve tüketiciye ulaştırmak üzere fabrika dışına taşımak ve fabrika üretim artıklarını da uzaklaştırmak için planlanmış dış ve iç taşıma sistemlerine ihtiyaç vardır. Bu nedenle kısaca transport diye adlandırılan işler iki gruba ayrılmaktadır:

I.) Uzak mesafe transport işleri (Dış transport)

II.) Yakın mesafe transport işleri (İç transport)

Bu ayrıma rağmen ulaştırma araçlarının yüklenmesi ve boşaltılması işlerinde transport makinelerinin önemli bir rol oynaması, bantlı konveyörler veya halatlı havai hatlarla malların kilometrelerce uzaklıklara iletilmesi dikkate alındığında, yakın ve uzak mesafe transportun ne kadar iç içe olduğu ve birbirilerini tamamladıkları gerçeği ortaya çıkar.

Modern bir endüstriyel işletmede, önceden düzenlenmiş bir **dış taşıma** ve **iç taşıma** program ve uygulamaları ile sürekli üretim akımı ve üretim işlemleri arasında bir uyum gerçekleştirerek, zaman ve enerji tasarrufu sağladığından üretimin artması ve üretim kalitesinde iyileşme olur.

2.1 Dış Taşıma

İşlenecek malzemeler (ham madde) ve yarı işlenmiş ürünler ile yardımcı maddelerin fabrika, atölye gibi üretim tesislerine getirilmesi, üretim artıklarının atılması ve imal edilen son ürünlerin tesislerden çıkarılması işlevine dış taşıma denir.

Dış taşıma, karadan (kamyon, demiryolu gibi) denizden (gemilerle), havadan da (uçaklar) gibi taşıma araçları ile sağlanır ve uzun mesafeler için taşıma aracı olarak kullanılır. Bu genel taşıma araçlarına malların yüklenebilmesi ve boşaltılması için de, malın cins ve ağırlığına bağlı olarak kaldırma makineleri adı verilen bir grup transport makinelerine ihtiyaç vardır. Bu makineleri farklı tiplerde lojistik merkezlerde, havaalanlarında, demiryolu istasyonlarında ve limanlarda görebiliriz.

Uzak mesafe transport işleri ulaştırma araçları ile yapılır. Bunlar karada karayolu ve demiryolu taşıtları; denizde gemiler; havada uçak ve helikopter gibi araçlardır. Bu tür araçlarla yapılan taşıma konularımız dışında kalmaktadır.

2.2 İç Taşıma

Üretim tesisine (örneğin fabrika içerisine) alınmış olan malzeme ve malların ambarlara ve üretim birimlerine dağıtımı ve üretim sürecinde birim içi hareketlerin sağlanması son ürünler ile üretim artıklarının tesis içinde belirli yerlere taşınması gibi işlemlere iç taşıma denir. Üretim tesisi içerisinde, malzeme ve malların cinsi, ağırlığı gibi fiziksel ve mekanik özelliklerine ve ayrıca bunların kesikli ve sürekli taşınması konumlarına bağlı olarak, her türlü kaldırma ve taşıma makineleri iç taşımada kullanılır.

Yüklerin kaldırılması ve taşıma araç veya tesisleriyle (transport makineleri ile) yakın mesafelere taşınmasına yakın mesafe transport işleri denilmektedir.

2.3 Transport Makinelerinin Sınıflandırılması

Kaldırma ve taşıma makinelerinin çalışma ilkeleri, tasarım özellikleri ile taşınacak malzeme veya malların fiziksel ve kimyasal özelliklerinin büyük çeşitlilikler göstermeleri “kaldırma ve taşıma makinelerinin” genel bir sınıflandırılmasının yapılmasını hemen hemen olanaksızlaştırır.

Ağır bir parçanın kaldırılarak belirli mesafeler içerisinde taşınması veya dökme bir malın örneğin tahılın silolara doldurulması çok ayrı özellikler gösterir. Ayrıca teleferik, asansör gibi taşıyıcılarla yük ve insan taşınması da göz önüne alındığında kaldırma ve taşıma makinelerinin çeşitliliği ve bunların da sınıflandırılmasının zorluğu ortaya çıkar.

Genellikle “kaldırma ve taşıma makinelerini” çalışma ilkelerini göz önüne alarak, “Kesikli taşıyıcılar” ile “Sürekli taşıyıcılar” olarak iki büyük grupta toplamak mümkündür. “Kesikli taşıyıcılar” genellikle “kaldırma makineleri” olarak adlandırılmakta; “sürekli taşıyıcılar” ise “konveyörler” veya kısaca “taşıyıcılar” olarak adlandırılmaktadır.

Kesikli taşıyıcıları yani kaldırma makinelerini krikolar, palangalar, vinçler, krenler, asansörler ve zemin araçları olarak altı grup altında, sürekli taşıyıcıları (konveyörleri) ise, çekme elemanlı sürekli taşıyıcılar, çekme elemansız sürekli taşıyıcılar ve akışkan akımlı taşıyıcılar olarak üç grup altında sınıflandırılabilir. Farklı amaçlar için, çok değişik işlerde kullanılan kaldırma makinelerinin, büyük çeşitlilik göstermesinden

dolayı genel bir sınıflandırma yapılması hemen hemen imkânsızdır. Kaldırma ve taşıma makineleri ile yapılan işlere örnekler şunlardır:

1. Yer üstü ve altındaki doğal kaynaklarda mevcut (kömür, kum ve petrol gibi) ham maddelerin çıkarılması, taşınması, temizlenmesi, tasnifi veya istifi işlemlerinde tamamen veya kısmen transport makineleri kullanılır.
2. Endüstriyel tesislerde (kara, deniz ve hava taşıtları ile gelen) malı veya malzemeleri, “yükleme ve boşaltma” işleri,
3. Endüstriyel tesislerde, ambarlarda ve diğer işletmelerde (ham, yarı işlenmiş ve tam-işlenmiş malzemenin) taşınması ve istifi,
4. Endüstriyel işletmelerde ağır parçaların taşınması, tezgâhlara bağlanması ve işlendikten sonra tezgâhtan alınması,
5. Seri imalatla “malzeme akışının” ekonomik yarar getirecek şekilde düzenlenmesi,
6. Büyük makine ve tesislerin montaj ve demontajında (takılıp, sökülmesinde) ve revizyon ve onarılması,
7. İnşaat şantiyelerinde malzemelerin çeşitli maksatlarla taşınması,
8. Bir taşıtın onarım amacı ile “kaldırıp indirilmesi (kriko ile kaldırma),
9. Tane mal veya tozların borular içinde akışkanlarla taşınması
10. Ergitilmiş metallerin “potalar” ile taşınarak döküm yapılması,
11. İnsanların ve yüklerin asansörler, teleferikler veya çok katlı mağaza ve istasyonlarda yürüyen merdivenlerle taşınması,
12. Çeşitli konveyörler (bantlı, zincirli), elevatörler gibi taşıyıcılar ile mal ve malzemelerin taşınması,

2.3.1 Kesikli taşıyıcılar

Kesikli taşıyıcılar bir periyot (örn. bir çalışma günü) içinde devamlı çalıştırılmadan malların veya yüklerin taşınmasında ve kaldırılmasında kullanılan makinelerdir. Kesikli taşıyıcılar “kaldırma makineleri” olarak da tanımlanırlar. Bu makineler kaldırma ve taşıma işlemini tamamladıktan sonra durur ve bir sonraki işlem tekrarlanana kadar çalışmazlar.

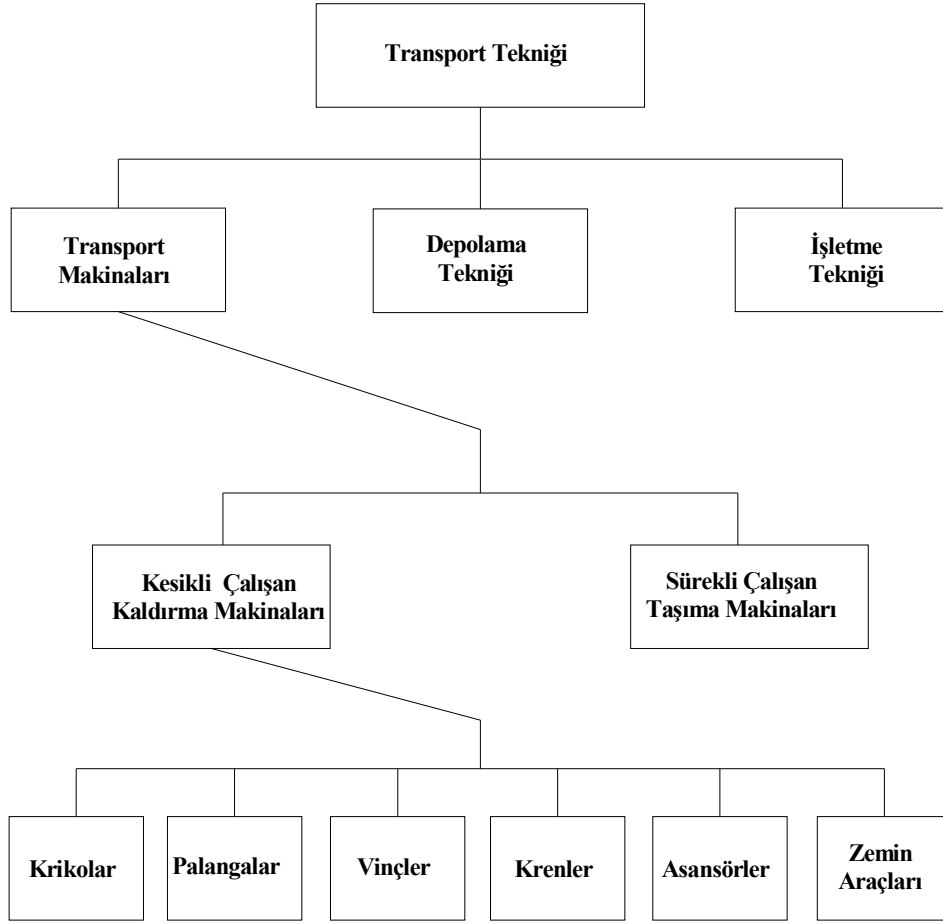
Kaldırma makinelerine ve kullanım yerlerine ait örnekler aşağıda verilmiştir.

1. Kuru yük gemilerinde yükleme-boşaltma işlerinde kullanılan “borda krenleri” (konsol krenler),
2. Konteyner taşımacılığı yapan gemilerin limanlarda yükleme-boşaltma işlerinde kullanılan “konteyner krenleri” (kombine krenler),
3. Hububat, maden cevheri benzeri dökme mal taşıyan yük gemilerinin yükleme-boşaltma işlerinde kullanılan kepçeli veya kancalı “liman krenleri” veya “kombine krenler”,
4. Tahliye sandallarının indirilmesinde kullanılan “mataforalar”,
5. Gemilerde çapanın (demirin) indirilip-kaldırılmasında kullanılan “ırgat vinçleri”,
6. Feribot ve yolcu gemilerinde kullanılan “insan asansörleri”,
7. Arabalı vapur ve feribot kapaklarının açılıp-kapanmasında kullanılan “vinç donanımları”,
8. Tersane ve doklarda gemi inşaatı ve tamirinde kullanılan “tersane krenleri” (taklı krenler),
9. Ambarlarda, antrepolarda ve büyük yük gemilerinde yüklerin istiflenmesinde kullanılan “istif makineleri” (fork-liftler),
10. Gemi manevra ve yanaştırılmasında kullanılan “kabestan kafaları”,
11. Rıhtıma yanaşamayan büyük yük gemilerinin yüklenmesi-boşaltılması işlerinde ve kurtarma işlerinde kullanılan “maçunalar” (yüzer krenler)

Taşınan kütlelerin, taşıma mesafelerinin ve taşınan malzeme cinslerinin çok farklı olması nedeniyle kaldırma ve taşıma makineleri de çok çeşitlidir. Bu nedenle, konuyu sistematik olarak inceleyebilmek için bu makineler sınıflandırılırlar. Sınıflandırma, çeşitli şekillerde yapılabilirse de, çoğunlukla çalışma prensipleri esas alınarak gerçekleştirilir. Şekil 2.1’de bu tarzda yapılan sınıflandırma görülmektedir.

2.3.2 Sürekli taşıyıcılar

Sürekli transport makineleri bir periyod içinde sürekli olarak çalışan malların ve insanların bir yerden başka bir yere kısa veya uzun mesafede naklinde kullanılan makinelerdir. Sürekli taşıyıcılar “konveyörler” adı ile de anılmaktadır. Bu makineler taşıma ve iletme işlemini tamamladıktan sonra çalışmaya devam ederler. Bazı durumlarda belli bir peryoda bağlı olmaksızın durmadan çalışırlar.



Şekil 2.1 : Transport sistemlerinin tasnifi.

2.4 Kren Çeşitleri ve Konstrüksiyonu

2.4.1 Giriş

DIN 15001'e göre krenler bir taşıma elemanına asılı olan (genellikle halata) yükü kaldıran ve çeşitli yönlerde hareket ettiren kaldırma ve taşıma makineleridir. Kren çeşitleri arasında köprülü krenler, portal krenler, döner krenler ve kablolu krenler sayılabilir[32].

2.4.2 Krenlerin sınıflandırılması

2.4.2.1 Köprülü krenler

Köprülü krenler, yükseğe yerleştirilmiş iki kren yolu arasında bir köprü konstrüksiyondan ibarettir. Yarı ağır ve ağır endüstriyle ilgili bütün fabrika, mağaza ve makine park salonlarında kullanılırlar. Kumanda, basit bir operatör kabininden

olabileceği gibi, seyyar operatör kabininden, yerden veya uzaktan da olabilir. KöprülÜ kren tarafından gerçeklenmesi gereken hareketler şunlardır (şekil 2.2):

- a) OZ eksenİ boyunca dÜşey hareket, yani kaldırma ve indirme hareketi
- b) OY eksenİ boyunca yatay hareket, köprünün öteleme hareketi
- c) OX eksenİ boyunca yatay hareket, arabanın köprü üzerinde yaptığı öteleme hareketi.

Bu duruma göre, bir köprülÜ krende aşağıdaki mekanizmaların olması öngörÜlür:

- Tamburlu kaldırma mekanizması
- Araba öteleme mekanizması
- Köprü yürütme mekanizması

Bir köprülÜ kren;

1. Taşınacak yükün maksimum'değeri, yani kaldırma kabiliyeti
2. Köprü açıklığı

İle karakterize edilir. KöprülÜ krenin asıl karakterleri bunlardır. Ama bunların yanı sıra aşağıdaki özelliklerinde dikkate alınması gerekir.

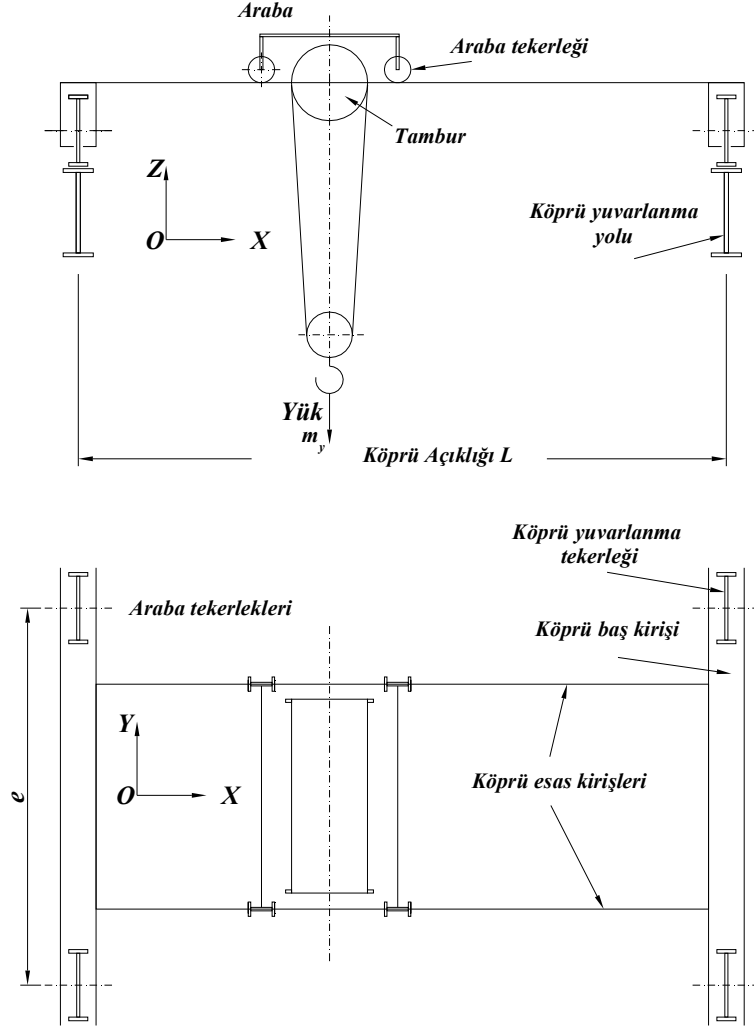
- a) Kaldırma hızı
- b) Köprü öteleme hızı
- c) Araba öteleme hızı
- d) Kaldırma yüksekliği
- e) Köprü gezinme mesafesi

Bir köprülÜ krene ait esas hesapların yapılabilmesi için bütün bu karakteristiklerin bilinmesine gerek vardır. Köprü açıklığı atölyenin boyutlarına bağlı olarak tespit edilir. m_y yükü ise verilir. Bu şartlar altında köprü tekerlekleri arasında açıklığın tayini mümkündür. e mesafesi aşağıdaki gibi alınır.

$$L \leq 10 \text{ m için } e = \left(\frac{1}{4} \text{ ila } \frac{1}{6} \right) L$$

$$L > 10 \text{ m için } e = \left(\frac{1}{5} \text{ ila } \frac{1}{6} \right) L$$

Burada, e köprü baş kirişleri üzerinde bulunan köprü tekerlekleri arasındaki açıklık, L ise köprü açıklığıdır (şekil 2.2). Tabii olarak bu değerler ampirik değerlerdir. Köprünün yanaşması açısından şartların elvermediği bazı durumlarda bu değerlerin dışına çıkılmak zorunda kalınabilir.

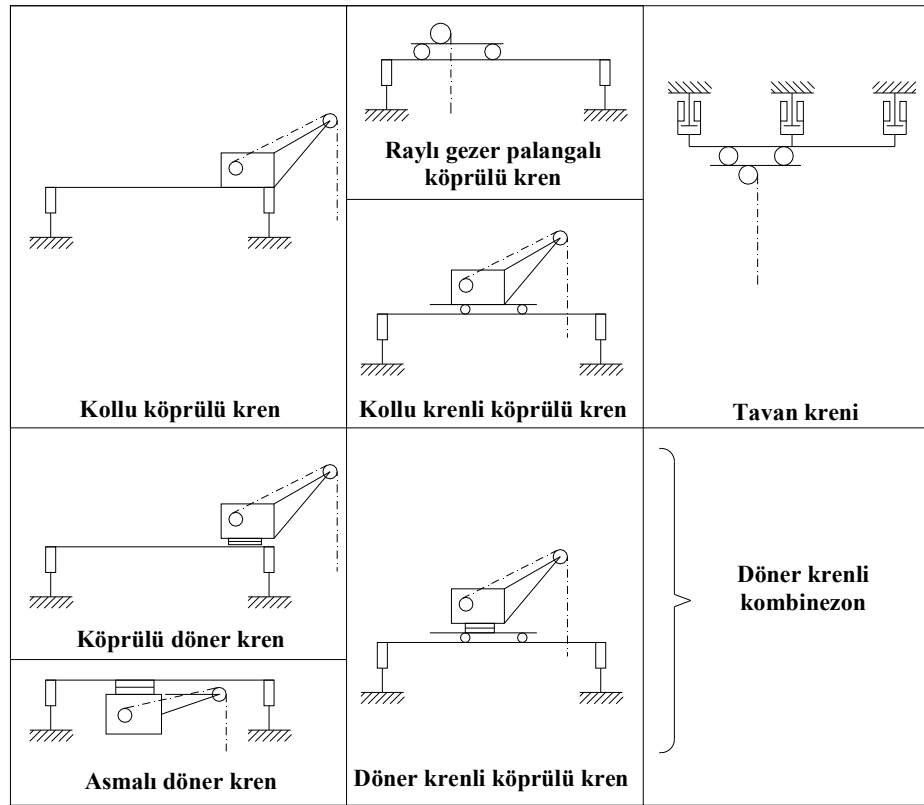


Şekil 2.2 : Köprülü kren şeması.

Özellikle, yükün uç kısımlarında bulunması halinde, köprünün yuvarlanma yolu üzerinde sıkışıp kalmasının önlenmesi amacıyla bu açıklık yeteri kadar büyük tutulmalıdır. Şekil 2.3’de çeşitli köprülü krenler topluca gösterilmiştir.

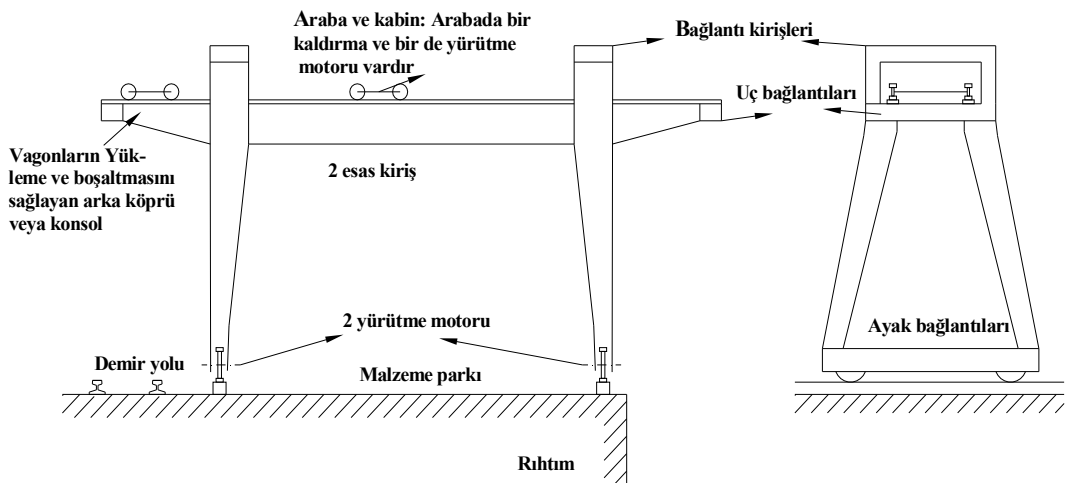
2.4.2.2 Portal krenler

Portal krenler çoğu kez “liman krenleri” veya “sehpalı krenler” olarak da anılır. Limanlarda, tersanelerde ve depolarda geniş çapta kullanma alanları bulurlar. Kafes kiriş sistemi veya levhalı kiriş sistemi kullanılması mümkündür. Genellikle raylar üzerinde hareket ettirilmelerine rağmen, küçük ve orta ağırlıkta yükler için lastik yürüme elemanlarında kullanılabilir. Bu tip krenlerin son zamanlarda imali ve kullanma alanları büyük gelişmeler göstermiştir. Taşıma kuvveti 800 tona kadar, açıklık ise 120 m’ye kadar yükselebilir (Şekil 2.4).

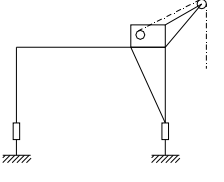
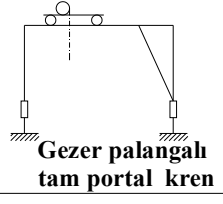
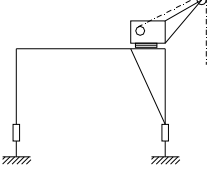
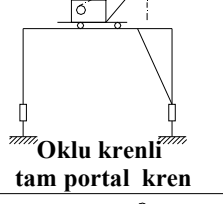
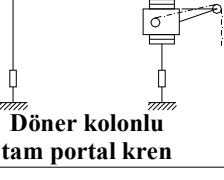
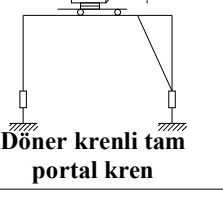


Şekil 2.3 : Köprülü kren çeşitleri.

Portal krenler, genellikle açık havada çalıştıklarından fırtınaya karşı emniyetinin sağlanması gerekir. Bu amaçla rüzgâr basıncı belli bir değeri geçtiğinde kren durur ve rayı kısıkaçlarıyla kavrar. Tahrik kaynağı olarak elektrik motorları veya çok az da olsa içten yanmalı kuvvet makineleri (benzin ve dizel motorları) kullanılır. Şekil 2.5'te portal krenlerin bir kısmı gösterilmiştir.



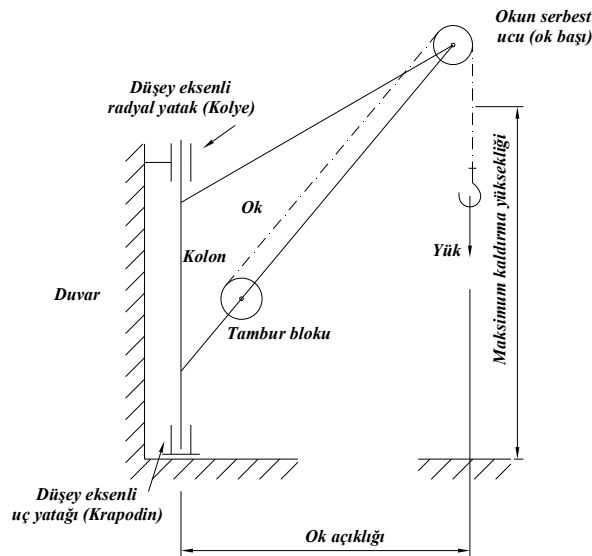
Şekil 2.4 : Portal krenin şeması.

Portal Krenler	
Boyuna hareketli	Tam portal krenler Enine ve boyuna hareketli
	
Tam portal kren	Gezer palangalı tam portal kren
	
Döner tam portal kren	Oklu krenli tam portal kren
	
Döner kolonlu tam portal kren	Döner krenli tam portal kren

Şekil 2.5 : Portal kren çeşitleri.

2.4.2.3 Oklu krenler

Oklu krenler, liman ve şantiyelerde önemli görev üstlenen ve çok kullanılan kaldırma makineleri arasındadır. Genellikle ok adı verilen kiriş, uçlarından birisi aracılığı ile düşey bir eksen etrafında dönme hareketi yapar. Kanca bloğu, okun serbest olan öteki ucu tarafından taşınır (Şekil 2.6).



Şekil 2.6 : Oklu kren şeması.

Oklu krenleri sınıflandırırken, kancanın hizmet edebildiği, erişebildiği alanı dikkate alacağız. Bu bakımdan oklu krenleri üç sınıfa ayırıyoruz:

- 1) Sabit aplik krenleri: Bu krenler, atölye içinde, bir duvara veya bir kolona tespit edilir. Okun serbest ucu, yarıçapı ok açıklığına eşit olan bir yarım daire çizebilir.
- 2) Müstakil sabit krenler: Bu krenler, bir duvar veya bir kolona tespit edilmeden kullanılır. Okun serbest ucu tam bir daire yayı çizebilir.
- 3) Hareketli veya mobil krenler: Bu tip krenler raylar veya yollar üzerinde ya da herhangi bir arazide hareket edebilen kaldırma araçlarıdır.

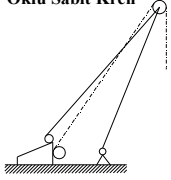
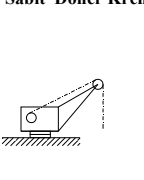
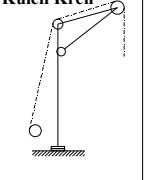
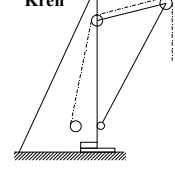
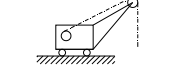
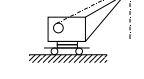
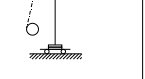
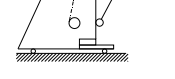
Karakteristikleri:

- a) Kaldırma kapasitesi veya kabiliyeti
- b) Ok açıklığı
- c) Kaldırma yüksekliği

Krenin sahip olduğu kabiliyetler:

- a) Kaldırma hareketi
- b) Yönelme de denilen dönme hareketi
- c) Mobil krenlerde öteleme veya yürütme hareketi
- d) Ok açıklığının değiştirilmesi hareketi

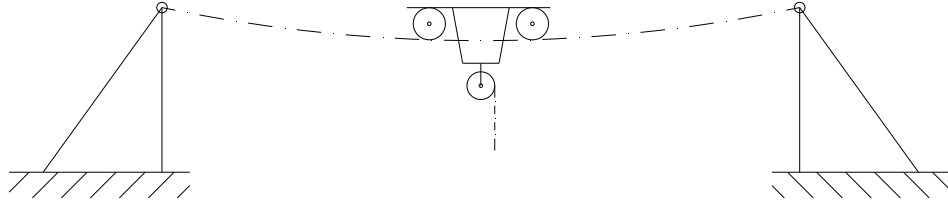
Bazı oklu kren uygulamaları Şekil 2.7’de gösterilmektedir.

Oklu Krenler ve Döner Krenler				
	Oklu Sabit Kren	Döner Krenler	Döner Kuleli Krenler	Dayaklı Krenler
Sabit				
Ray Üzerinde				

Şekil 2.7 : Oklu kren uygulamaları.

2.4.2.4 Kablolu krenler

Kablolu krenler, üzerinde arabanın hareket ettiği bir veya daha fazla tel halatlı (taşıma halatlı) krenlerdir. Şantiyelerde ve büyük depolarda çokça kullanılır. Açıklık 1000 m'ye kadar yükselebilir. Halatlar iki devrilebilir (sabit, hareketli veya dönebilir) kule arasına gerilmiştir (Şekil 2.8).

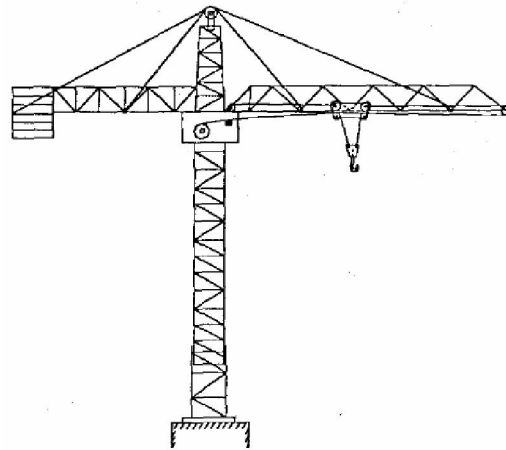


Şekil 2.8 : Kablolu kren şeması.

Taşıma halatları olarak yarı veya tam kapalı spiral halatlar kullanılır. Arabanın hareketi çekme halatı üzerinde olurken, yük de kaldırma halatına asılır. Araba çoğu kez, içinde tekerleklerin ve halat makaralarının (kaldırma halatı makaraları) yatakladığı bir kafes kiriş sisteminden ibarettir. Tekerlek adedi, tekerlek yükünün halat çekme kuvvetine oranının 1/50 değerini aşmayacak şekilde seçilmelidir.

2.4.2.5 Döner kuleli krenler

İnşaatlarda kullanılan bu döner kuleli krenler sabit ayaklı ve raylı olarakta yapılabilirler (Şekil 2.9). Döner kuleli krenlerde de dengeleme problemi ortaya çıkmaktadır.

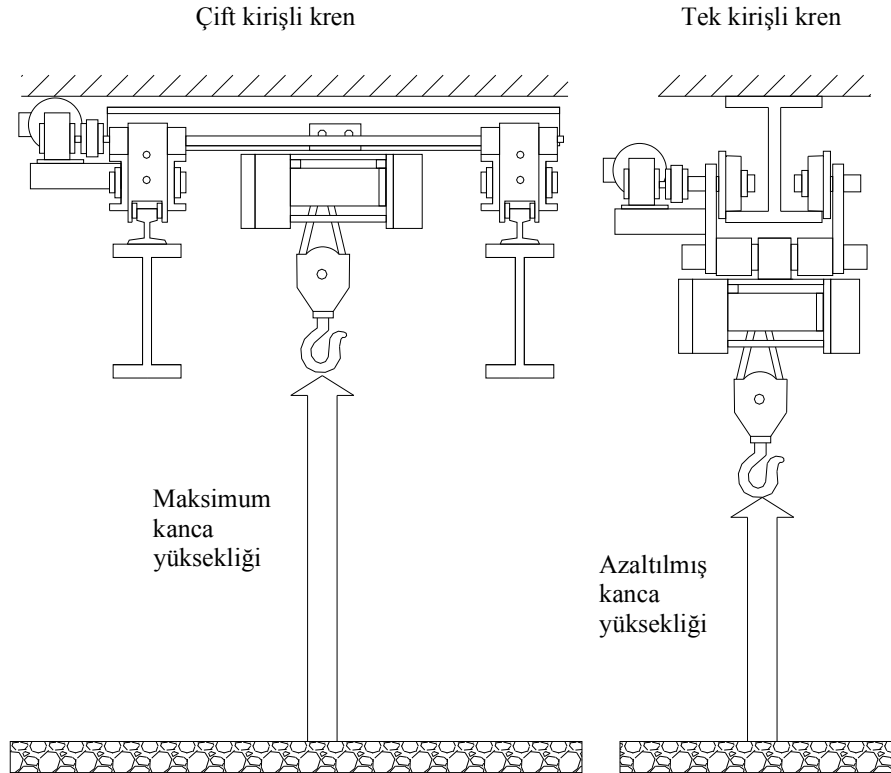


Şekil 2.9 : Kuleli inşaat kreni[32].

Bu tip krenlerde arabanın yürüdüğü kolun karşı kolunun en uç noktasına karşı ağırlık konur ve ayrıca belirlenmiş noktalardan halatlarla sabitlenir. Burada kullanılan kuleli krenlerin hesabına rüzgâr etkisi, kar kütesinin kren üzerinde dağılımı, krenin dönmesi sırasında oluşan atalet kuvvetleri hesaba katılarak dengelenmenin yapılması düşünülmelidir.

2.4.3 Tek ve çift kirişli krenler

Tek ve çift kirişli krenlerin temel farkı kancanın yerden yüksekliğidir Şekil (2.10). Kanca Yüksekliği krenin yükü yer seviyesinden ne kadar yukarıya kaldıracak olduğunu belirler. Çift kirişli krenler daha yüksek kanca yüksekliğine sahip olup, tek kirişli krene göre aynı ortamda daha yükseğe yük kaldırma avantajına sahiptirler. Çünkü çift kirişli krenlerde araba kirişlerin üzerinde ve kaldırma sistemi iki kirişin arasına yerleştirildiğinden kirişlerin yüksekliği kadar yer kazanılmış olunur. Tek kirişli krenlerde araba ve kaldırma sistemi kirişin altına yerleştirildiğinden kanca yüksekliği düşük olur. Bazı tek kirişli krenlerde araba tekerlekleri konstrüktif olarak kirişin üzerinde olsa bile kaldırma sistemi kirişin altında olmak zorundadır. Tek kirişli krenler monoray da olduğu gibi sabit kirişli veya hareketli kirişli olabilir.



Şekil 2.10 : Tek ve çift kirişli köprülü kren.

Bununla birlikte Tek kirişli krenlerin tek kirişli olmasından dolayı krenin ölü ağırlığı düşük, araba sistemi basit, montajı hızlı, taşıma ve üretim maliyeti düşüktür. Tek kirişli krenin kurulacağı tesiste kirişin hafifliğinden dolayı daha ekonomik yürüme yolu ve taşıma kolonlarına ihtiyaç duyar. Bütün krenler tek kirişli yapılamaz uygulamada kaldırma kapasitesi 100 ton un üzerinde ve köprü açıklığı 30 m olarak yapılabilmesine karşın maliyet etkin mühendislik açısından aşağıdaki çizelgedeki değerlerde yapılması uygun görülmektedir.

Çizelge 2.1 : Maliyet Etkin Tek Kirişli Krenler.

Kapasite (ton)	Maksimum Kiriş Açıklığı (m)
0-7.5	25
10	22
15	20
20	18
25	16
30	15
35	14

2.5 FEM ve DIN Normları ile Transport Sistemlerinin Projelendirilmesi

Kaldırma makineleri ve parçalarının konstrüksiyonunda, sistemin kullanım süresince istenen performansta görevini yerine getirmesi dikkate alınması gereken en önemli özelliktir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak tasarımı yapılacak olan kaldırma makinesinin ve parçalarının FEM (Federation Europenne de la Manutention) standardına göre belirlenen çalışma grubu ve süresi belirlenmelidir. FEM standardına göre kaldırma makinelerinin sınıflandırılması 3 gruba göre yapılmıştır [31]. Bunlar;

- Kaldırma makinesi bütün olarak,
- Özel ekipman ve mekanizmalar bütün olarak,
- Yapısal ve mekanik parçalar.

Bu sınıflandırma yapılırken iki kriter esas alınmıştır. Bunlar;

- Hesaba katılan parçaların toplam kullanım süresi,

- Kanca yükü, yükleme veya herhangi bir parçadaki gerilim dağılımı.

2.5.1 Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması

Çizelge 2.2’de Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması ile ilgili rehber bilgiler verilmiştir. Aynı tipteki kaldırma makineleri değişik yollarla kullanılabilirler, ancak ayırt etmek için bir gruplandırma yapmak gerekir. Bu gruplandırma yapılırken kaldırma makinesinin tipi, yükleme grubu ve kaldırma tipi kriterleri dikkate alınmalıdır.

Çizelge 2.2 : Kaldırma makinelerinin sınıflandırılması için rehber çizelge.

Referans	Kren Tipi	Kaldırma şekli	Vinç Grubu
1	El ile tahrikli vinçler		A1-A2
2	Tahrikli krenler		A1-A2
3	Güç istasyonları ve atölyeler için tahrikli ve demontaj krenleri		A2-A4
4	Depolama ve hurda taşıyıcıları	Kancalı	A5
5	Depolama ve hurda taşıyıcıları	Tutucu, magnet	A6-A8
6	Atölye krenleri		A3-A5
7	Gezer köprülü krenler	Tutucu, magnet	A6-A8
8	Kepçeli krenler		A6-A8
9	Yer altı fırın köprüsü		A8
10	Kazıyıcı kren, fırın besleme kreni		A8
11	Demir ocağı krenleri		A6-A8
12 a	Yük boşaltma ve konteynırlar için köprü	kancalı	A5-A6
12 b	krenleri Diğer köprü vinçleri		A4
13	Yük boşaltma için köprü krenleri	Tutucu, magnet	A6-A8
14	Havuz krenleri, tersane krenleri (yük boşaltmak için)	Kancalı	A3-A5
15	Dok vinçleri, yüzer veya sahil krenleri	Kancalı	A5-A6
16	Dok vinçleri, yüzer veya sahil krenleri	Tutucu, magnet	A6-A8
17	Ağır yükler için yüzer veya sahil krenleri		A2-A3
18	Güverte krenleri	Kancalı	A3-A4
19	Güverte krenleri	Tutucu, magnet	A4-A5
20	İnşaat için kule krenler		A3-A4
21	Vinçler		A2-A3
22	Tren rayında çalışan raylı krenler		A4

2.5.1.1 Sistem sınıflandırması

Kaldırma makineleri bütün olarak A1, A2,....., A8’e kadar olan sembollerle 8 grup halinde, 10 adet kullanım süresine göre ve 4 adette yük dağılımına göre sınıflandırılırlar.

2.5.1.2 Kullanım sınıflandırması

Kullanım sınıflandırmasının anlamı, kaldırma makinesinin çalışma süresi boyunca yapacağı kaldırma iş sayısıdır. Kaldırma işi bütün olarak bir dizi operasyonlar içerisinde gerçekleşir. Bunlar kaldırmanın başlaması, hareket yönü ve işlem sonudur.

Toplam kullanım süresi ise makinenin servis dışına alınıncaya kadar yapmış olduğu çalışma süresidir. Çizelge 2.3’de çalışma sürelerinin sınıflandırılması verilmiştir. Bu süre, U0, U1,..., U9’a kadar olan 10 sembole göre dizayn edilmiştir.

Çizelge 2.3 : Toplam kullanım süresi.

Sembol	Toplam kullanım (n_{maks} maksimum kaldırma sayısı)
U0	$n_{maks} \leq 16000$
U1	$16000 < n_{maks} \leq 32000$
U2	$32000 < n_{maks} \leq 63000$
U3	$63000 < n_{maks} \leq 125000$
U4	$125000 < n_{maks} \leq 250000$
U5	$250000 < n_{maks} \leq 500000$
U6	$500000 < n_{maks} \leq 1000000$
U7	$1000000 < n_{maks} \leq 2000000$
U8	$2000000 < n_{maks} \leq 4000000$
U9	$4000000 < n_{maks}$

2.5.1.3 Yük dağılımı

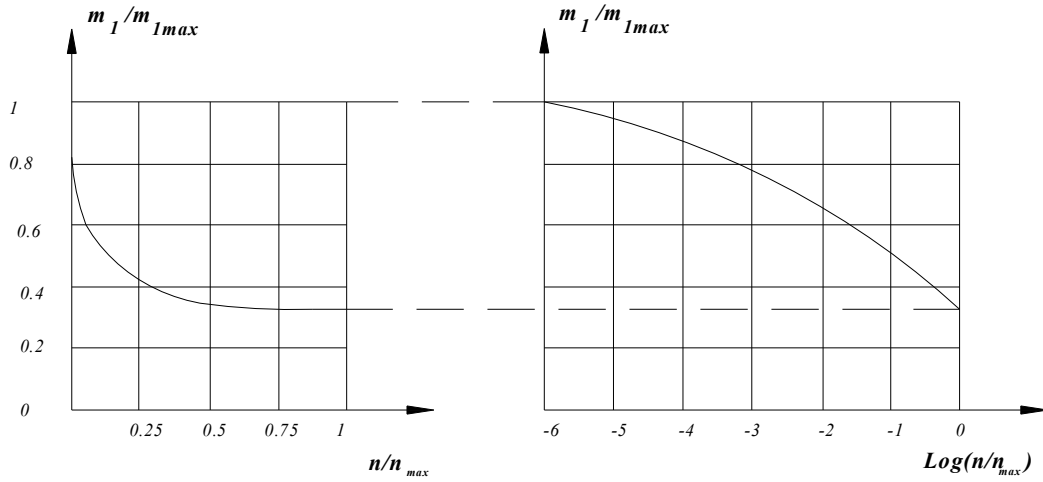
Yük dağılımı, kaldırma makinasının toplam kullanım süresince kaldırdığı yüklerin toplamı $y=f(x)$ dağılım fonksiyonu ile ifade edilir. Burada x ($0 \leq x \leq 1$) süresi ve y ($0 \leq y \leq 1$) aralığındaki Şekil 2.11’de yük dağılım grafikleri görülmektedir. Burada y değeri kaldırılan emniyetli çalışma yükü oranını, x değeri ise toplam kullanım süresini belirtmektedir.

Burada m_i = yükleri, m_{imax} = emniyetli çalışma yükünü, n = gerçek kaldırma sayısını, n_{max} = toplam kaldırma süresince toplanan kaldırma sayısını temsil etmektedir

Her bir dağılım, k_p dağılım faktörü ile hesaplanır. Burada k_p yaklaşık olarak;

$$k_p = (m_{i1} / m_{imax})^3 \cdot n_1 / n_{max} + (m_{i2} / m_{imax})^3 \cdot n_2 / n_{max} + \dots + (m_{ir} / m_{imax})^3 \cdot n_r / n_{max}$$

$$k_p = \sum (m_{ii} / m_{imax})^3 \cdot n_i / n_{max} \text{ olarak bulunur.}$$



Şekil 2.11 : Yük dağılım grafikleri.

Yük dağılımına göre kaldırma makinası, Çizelge 2.4'te görülen ve Q1, Q2, Q3, Q4 ile tanımlanan 4 dağılım sınıfından birine yerleştirilir [31].

Çizelge 2.4 : Yük dağılım faktörü çizelgesi

Sembol	k_p yük dağılım faktörü
Q1	$k_p \leq 0.125$
Q2	$0.125 < k_p \leq 0.250$
Q3	$0.250 < k_p \leq 0.500$
Q4	$0.500 < k_p \leq 1.000$

2.5.1.4 Kaldırma makinelerinin grup sınıflandırması

Kaldırma makinaları Çizelge 2.5'te gösterildiği gibi A1 ile A8 arasında 8 grup halinde sınıflandırılmıştır.

Çizelge 2.5 : Kaldırma makinalarının grup sınıflandırması.

Yük dağılım sınıfı	Kullanım Sınıflandırması									
	U0	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
Q1	A1	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q2	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8
Q3	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8
Q4	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8	A8

2.5.2 Yükleme tiplerinin sınıflandırılması

Bir kaldırma makinesinin konstrüksiyonunda ilk olarak yapılacak işlem yükleme tipinin belirlenmesidir[33]. DIN 15018 standardına göre yükleme 3 grupta incelenmektedir. Bunlar;

- 1- Yüklemenin H (ana yük) hali
- 2- Yüklemenin HZ (ana ve ek yükler) hali
- 3- Yüklemenin HS (ana ve özel yükler) hali

2.5.2.1 Yüklemenin H (ana yük) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin H hali “ ana yük ” anlamına gelen “Hauptlast” kelimesinin ilk harfi olarak isimlendirilmiştir. Yapılan hesaplarda sadece ana yükten ileri gelen kuvvetler dikkate alınmış ve hesaplar buna göre yapılmış demektir. Genel olarak ana yük, işletmede vince ait olan sabit ve hareketli parçalar ile yükün kaldırması için gerekli elemanların kütleleridir. Bu kütle değerleri yerçekimi ivmesi, " Kaldırma yükü katsayısı ψ " ve " yükseltme katsayısı γ " ile çarpılarak büyütülürler.

Ana yük denilince anlaşılması gereken kısımlar ve kuvvetler;

- Kaldırma makinesinin öz ağırlığının kuvveti (Kiriş, araba, kanca, travers, çelik halatlar, kepçe ve magnetler... vb.),
- Kaldırma yükü kuvveti,
- Tahrik ivmesi ve frenlemesinden kaynaklanan kütle kuvvetleri,
- Yük darbeleri sonucu oluşan kuvvet,
- Platform öz ağırlığından ileri gelen kuvvet.

2.5.2.2 Yüklemenin HZ (ana ve ek yükler) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin HZ hali “ana ve ek ” yükler anlamına gelen “ Haupt und Zusatzlasten ” ifadesinin ilk harfleri olarak isimlendirilmiştir. Yani yapılan hesaplarda ana yükten ileri gelen kuvvetlerin yanında ek yüklerde dikkate alınmış ve hesaplar bunlarla yapılmış demektir.

Ek yük denilince anlaşılması gereken kuvvetler;

- Rüzgar kuvveti,
- Kasılmadan ve çarpık hareketlerden ileri gelen kuvvetler,
- Isıdan ileri gelen kuvvetler,
- Kar yükünden ileri gelen kuvvetler,
- Merdivenler, raflar ve korkulukların yük ağırlığından ileri gelen kuvvetler.

2.5.2.3 Yüklemenin HS (ana ve özel yükler) hali

DIN 15018 standardına göre yüklemenin HS hali “ana ve özel ” yükler anlamına gelen “ Haupt und Sonderlasten ” ifadesinin ilk harfleri olarak isimlendirilmiştir. Yani yapılan hesaplarda ana yükten ileri gelen kuvvetlerin yanında özel yüklerde dikkate alınmış ve hesaplar bunlarla yapılmış demektir.

Özel yük denilince anlaşılması gereken kuvvetler;

- Kaldırma makinesini işletmeye alırken kullanılan kontrol yüklerinden ileri gelen kuvvetler,
- Tampon kuvvetleri,
- İki araba veya iki vinç beraberce bir rayda çalışıyorlarsa, bunların çarpışma kuvveti.

2.5.2.4 Yükseltme katsayısının “ γ_c ” seçilmesi

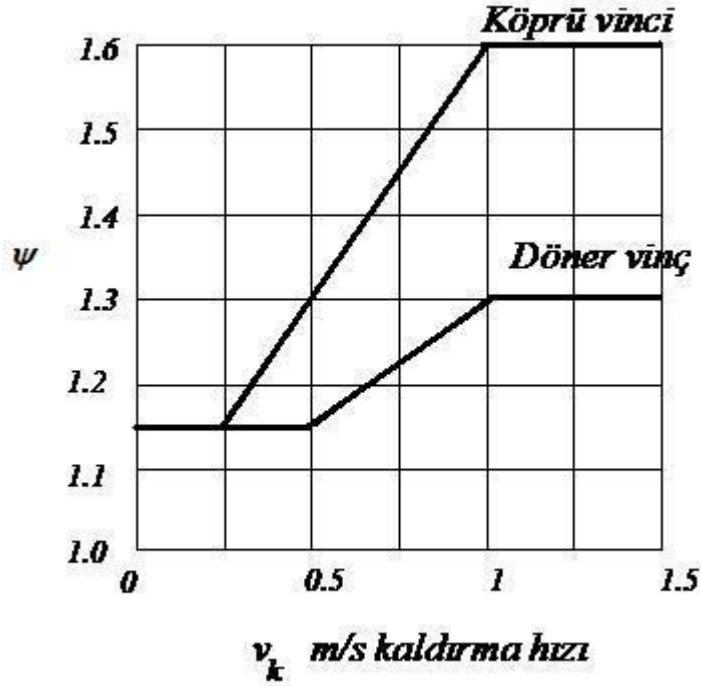
Kaldırma makinesinin çalışma tipine göre FEM ve DIN standartlarına uygun olarak çeşitli çizelgeler oluşturulmuştur. Yükseltme katsayısının kaldırma grubuna göre seçimi Çizelge 2.6’da görülmektedir.

Çizelge 2.6 : Kaldırma grubuna göre yükseltme katsayısı.

Kaldırma Grubu	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Yükseltme katsayısı (γ_c)	1.00	1,02	1,05	1,08	1,11	1,14	1,17	1,2

2.5.2.5 Kaldırma yükü katsayısının “ ψ ” seçilmesi

Kaldırma yükü katsayısı kaldırma makinesinin (kren veya vincin) kaldırma hızıyla ilgili tayin edilmiş bir katsayıdır. Kaldırma yükü katsayısı “ ψ ” 1.15 değerinden daha küçük seçilemez. Şekil 2.12’de kaldırma yük katsayısının kaldırma hızına göre değişimi görülmektedir.

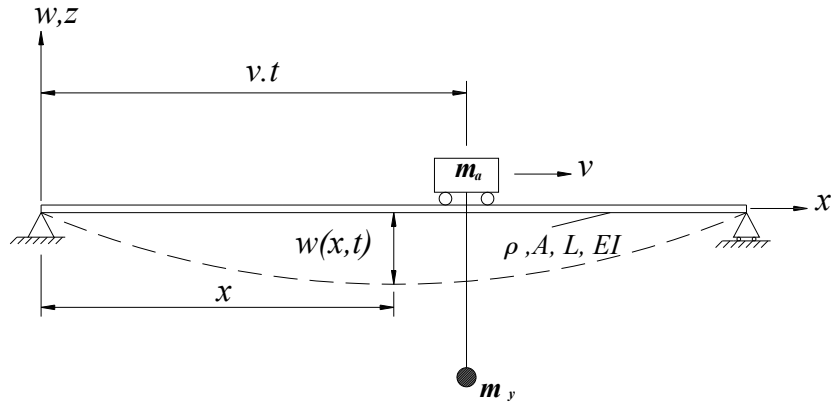


Şekil 2.12 : Kaldırma yükü katsayısı.

3. MATEMATİKSEL MODEL

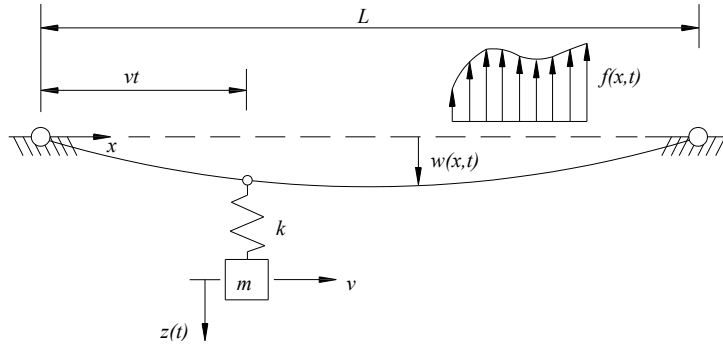
3.1 Problemin Formülasyonu

Üzerinde hareketli yük bulunan tek kirişli bir köprülü kren sistemi Şekil 3.1'deki gibidir. Köprülü kren kirişleri kiriş yürüme yolu üzerinde yürüyen tekerlekler üzerinde olduğundan dolayı basit mesnetli kiriş olarak analiz edilirler. Sistem kısaca taşıyıcı kiriş, kiriş üzerinde yürüyen bir araba ve arabaya bağlı halatların taşıdığı yükten oluşur. Genellikle köprülü kren kirişlerinin kesit ebatları boyuna göre küçük olduğundan bu kirişler Bernoulli-Euler kirişi (ince kiriş) olarak adlandırılırlar. Kiriş kesitinin döner ataleti ve kayma çökmesi dikkate alınmamaktadır. Araba üzerindeki yürütme ve kaldırma sistemi ile birlikte m_a kütlesine sahiptir. Arabadaki kaldırma sistemine bağlı halat veya halatların ucuna bağlı bir m_y yükü bulunmaktadır.



Şekil 3.1 : Tek kirişli krenin modeli.

Gerçekte halatlar ne kadar rijit olsalar da belirli bir esnekliğe sahiptirler. Bu durumda kren sistemi Şekil 3.2 deki gibi modellenebilir. Literatürde bu tip modellere hareketli osilator modeli denilmektedir[2-11,18]. Bu sistemde hareketli yük veya kütle yay katsayısı k olan bir yay ile kirişe bağlanmıştır. Yaya asılı hareketli kütlenin zamana bağlı yer değiştirmesi $z(t)$ fonksiyonuyla ifade edilebilir. Hareketli bir osilatör taşıyan bir kiriş sisteminde k yay katsayısının sonsuza gitmesi halinde hareketli osilatör probleminin hareketli kütle problemine dönüştüğü bildirilmektedir[18].

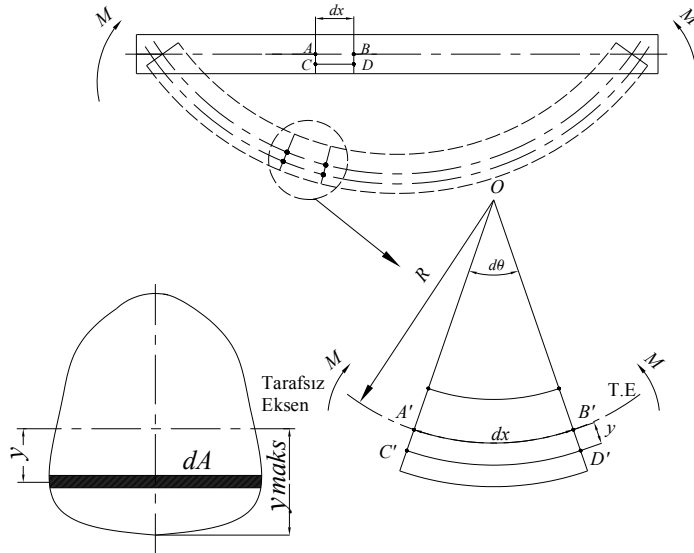


Şekil 3.2 : Hareketli osilator modeli.

Yükü kaldıran halatların dinamik davranışları ve yükün titreşimi bu çalışmanın kapsamında olmadığından kaldırılan yük doğrudan arabanın yüküne ilave edilerek kren kirişlerinin dinamik davranışı üzerinde çalışılacaktır.

3.2 Hareket Denklemi

Hareket denklemini elde etmek için sadece eğilme etkisindeki bir kirişi ele alalım (Şekil 3.3). Eğilme etkisindeki kirişte kesitin üst kısmında basma gerilmesinden dolayı kısılma, alt kısmında çekme gerilmesinden dolayı uzama olmaktadır. Bu kısılma ve uzamanın arasında boyuna yer değiştirmenin sıfır olduğu bir nokta olmalıdır. Bu noktadan geçen doğruya tarafsız eksen denmektedir.



Şekil 3.3 : Eğilmede yerdeğiştirme.

Kiriş üzerinde dx aralığında tarafsız eksen üzerinde olan AB ve y uzaklığındaki CD doğrularını inceleyelim. Eğilme etkisiyle CD uzayarak C'D' olur AB tarafsız

eksende olduğu için aynı uzunlukta $A'B'$ olur. $A'B'$ eğrisinin yarıçapı R dir. Küçük açılar için,

$AB=A'B'=CD=dx=Rd\theta$ yazılabilir. y mesafesindeki $C'D'$ de aşağıdaki gibidir.

$$C'D' = (R + y)d\theta,$$

Birim uzama ε_x aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir.

$$\varepsilon_x = \frac{C'D' - CD}{CD}$$

$$\varepsilon_x = \frac{(R+y)d\theta - Rd\theta}{Rd\theta}$$

Sadeleştirmeden sonra,

$$\varepsilon_x = \frac{y}{R} \quad (3.1)$$

Elde edilir ve

$$R = \frac{dx}{d\theta} \text{ olduğundan,}$$

$$\varepsilon_x = y \frac{d\theta}{dx} \quad (3.2)$$

Denklem (3.2) elde edilir. Kiriş kesitinin dönmesi, yani eğimi,

$$\text{Eğim} = \theta, \text{ çok küçük açılar için; } \text{Eğim} = \tan\theta \cong \theta = \frac{dw}{dx}$$

Yazılabilir. Burada, dw enine yer değiştirme, denklem (3.2)'de $d\theta$ yerine konursa,

$$\varepsilon_x = y \frac{d}{dx} \left(\frac{dw}{dx} \right) = y \frac{d^2w}{dx^2} \text{ Olur.}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = \frac{My}{I} \text{ bilinen eşitlikleriyle denklem (3.2) yeniden yazılır. Burada}$$

σ çekme gerilmesi, E Elastisite modülü I Atalet momentidir.

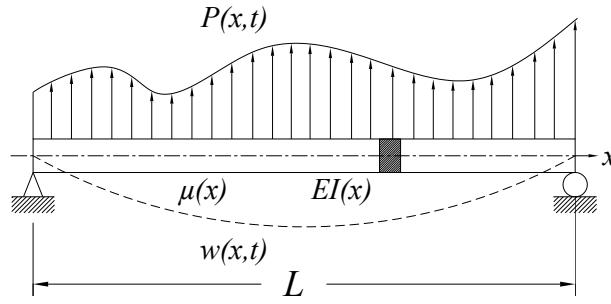
$$\varepsilon_x = \frac{My}{EI} = y \frac{d^2 w}{dx^2}$$

Buradan eşitliğin her iki tarafındaki y ler gider, dolayısıyla moment ifadesi aşağıdaki denklem (3.3) şeklinde elde edilir.

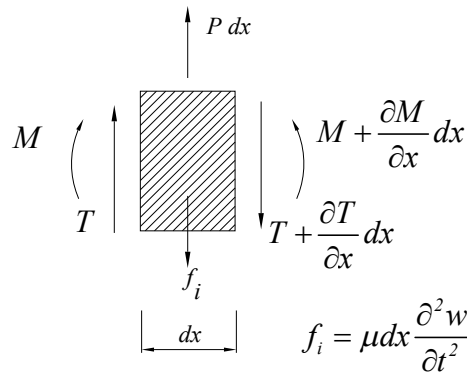
$$M = EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.3)$$

Denklem (3.3) kirişin enine yer değiştirmesi ile moment arasındaki ilişkiyi ifade eder.

Şekil 3.4'deki üzerinde zamana bağlı değişken $P(x,t)$ yükü bulunan $\mu(x)$ birim kütleli $EI(x)$ rijitliğindeki basit mesnetli bir kirişi ele alalım. Kirişin tarama ile gösterilen kısmının serbest cisim diyagramı Şekil 3.5'te görülmektedir.



Şekil 3.4 : Basit mesnetli değişken yüklü kiriş.



Şekil 3.5 : Kiriş bölümünün iç denge serbest cisim diyagramı

Kesme kuvvetindeki değişim,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = P(x,t) - \mu(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

Denklem (3.4) şeklinde yazılabilir. Burada, $w(x,t)$ verilen nokta ve zamandaki kirişin dikey yer değiştirmesidir. Kesme kuvveti ile moment arasındaki bilinen ilişki denklem (3.5) de verilmiştir. Denklem (3.3)'den moment ifadesi denklem (3.6) gibi yazılır.

$$T(x) = \frac{\partial M(x)}{\partial x} \quad (3.5)$$

$$M = EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.6)$$

Denklem (3.5) ve (3.6)'dan aşağıdaki kesme kuvveti eşitliği elde edilir.

$$T = EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad (3.7)$$

Kesme kuvvetindeki değişim $\partial T / \partial x$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \quad (3.8)$$

Denklem (3.8) denklem (3.4)' te yerine konulup düzenlemeden sonra aşağıdaki denklem (3.9) elde edilir.

$$EI(x) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = P(x,t) - \mu(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Yükün kiriş üzerinde düzgün dağıldığını ve kiriş boyunca katılığın değişmediğini yani kesitin sabit olduğunu kabul edersek denklem aşağıdaki gibi basitleştirilebilir.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = P(x,t) \quad (3.10)$$

Denklem (3.10) üzerinde $P(x,t)$ yükü bulunan sönümsüz kirişin kısmı diferansiyel hareket denklemi olup kiriş boyutuna ve zamana bağlı değişkenlere sahiptir.

3.2.1 Homojen çözüm

Denklem (3.10)'un homojen çözümünden doğal frekansları ve titreşim mod şekillerini elde ederiz. Homojen çözüm için denklemde dış kuvvet sıfır yapılır.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.11)$$

Kirişin davranışının zamana bağlı bir fonksiyon ile ve kiriş üzerindeki pozisyona bağlı diğer bir fonksiyonun ürünü olduğunu kabul edersek ki denklem (3.12) şeklinde ifade edilir.

$$w(x,t) = G(x)Q(t) \quad (3.12)$$

Bu metot değişkenlerin ayrımı olarak adlandırılır ve denklem (3.10) gibi kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. Bu yeni ifadenin x ve t ye göre türevlendirilip denklem (3.10) yerine konması ile denklem(3.13) elde edilir.

$$EIG'''(x)Q(t) + G(x)\ddot{Q}(t) = 0 \quad (3.13)$$

Burada (') zamana göre türevi, (') x 'e göre türevi ifade eder. Denklem (3.13) yeniden aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$EI \frac{G'''(x)}{\mu G(x)} = -\frac{\ddot{Q}(t)}{Q(t)} \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'ün sol tarafı değişken x 'e, sağ tarafı ise zamana bağlıdır. Eğer iki değişkene bağlı iki eşitlik birbirine eşitse bu eşitliklerin her biri bir sabit sayıya eşit olmak zorundadır. Buna ayırma sabiti denir. Bu da,

$$EI \frac{G'''(x)}{\mu G(x)} = -\frac{\ddot{Q}(t)}{Q(t)} = \omega_j^2 \quad (3.15)$$

Sistemin öz frekansının karesine eşittir. Denklem (3.15)'ten biri x 'e biri t 'ye bağlı iki adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$G'''(x) - \frac{\mu \omega_i^2}{EI} G(x) = 0 \quad (3.16)$$

$$-\ddot{Q}(t) + \omega_i^2 Q(t) = 0 \quad (3.17)$$

Elde edilen bu iki adi diferansiyel denklemin, basit mesnetli kiriş için uç noktalarda yer değiştirmeler ve momentlerin sıfır sınır şartları ile çözümüyle kirişin dairesel

titreşim frekansları ve titreşim mod şekilleri elde edilir. Basitlik olması için aşağıdaki eşitliği yazalım.

$$a^2 = \frac{EI}{\mu} \quad (3.18)$$

Yeni diferansiyel denklemimiz

$$G'''(x) - \frac{\omega_j^2}{a^2} G(x) = 0 \quad (3.19)$$

Şeklinde olur. Çözümü,

$$G(x) = Ae^{rx} \quad (3.20)$$

Şeklinde kabul edelim,

Denklem (3.19)'un karakteristik denklemi denklem (3.21)'deki gibidir.

$$r^4 - \frac{\omega_j^2}{a^2} = 0 \quad (3.21)$$

Karakteristik denklemin kökleri

$$r_1 = \sqrt{\omega/a}, r_2 = -\sqrt{\omega/a}, r_3 = i\sqrt{\omega/a}, r_4 = -i\sqrt{\omega/a}$$

O halde genel çözüm'denklem (3.22) gibidir.

$$G(x) = A_1 e^{r_1 x} + A_2 e^{r_2 x} + A_3 e^{r_3 x} + A_4 e^{r_4 x} \quad (3.22)$$

Yukarıdaki denklem (3.22) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$G(x) = C_1 \cosh \sqrt{\omega/a} x + C_2 \sinh \sqrt{\omega/a} x + C_3 \cos \sqrt{\omega/a} x + C_4 \sin \sqrt{\omega/a} x \quad (3.23)$$

Basit mesnetli bir kiriş için sınır şartları kirişin uç noktalarında yer değiştirme ve moment sıfırdır.

$$G(0) = 0, G(L) = 0, G''(0) = 0, G''(L) = 0$$

$G(0)=0$ İçin denklem (3.23)'ten $C_1+C_3=0$ olur. İkinci türev alınıp denklem (3.23)'te yerine konularak,

$$G''(0)=0 \text{ İse } C_1-C_3=0$$

Dolayısıyla $C_1=C_3=0$ olur.

$$G(L)=0 \text{ İçin}$$

$$C_2 \sinh\sqrt{\omega/a} L + C_4 \sin\sqrt{\omega/a} L =0 \quad (3.24)$$

$$G''(L)=0 \text{ İçin}$$

$$\omega/a C_2 \sinh\sqrt{\omega/a} L - C_4 \sin\sqrt{\omega/a} L =0 \quad (3.25)$$

Denklemler (3.24) ve (3.25) toplandığında

$$\begin{aligned} C_2 \sinh\sqrt{\omega/a} L + C_4 \sin\sqrt{\omega/a} L &=0 \\ \omega/a C_2 \sinh\sqrt{\omega/a} L - C_4 \sin\sqrt{\omega/a} L &=0 \end{aligned}$$

$$C_2 \sinh\sqrt{\omega/a} L + 0 = 0 \text{ Elde edilir. Dolayısıyla,}$$

$$C_2=0 \text{ Ve}$$

$$G(L) = C_4 \sin\sqrt{\omega/a} L =0 \quad (3.26)$$

Denklem (3.26)'da C_4 sıfır olamaz dolayısıyla $\sin\sqrt{\omega/a} L=0$ olmalıdır. Buradan,

$$\sqrt{\omega/a} L = j\pi, j=1,2,3,\dots \text{ Değerlerinde eşitlik sıfır olur.}$$

$$\sin j\pi=0, \quad j=1,2,3,\dots \quad (3.27)$$

$$\sqrt{\omega/a} L = j\pi \text{ ise,}$$

$$\omega_j = \frac{j^2 \pi^2}{L^2} a \text{ dır.}$$

Denklem (3.18)'den a yerine konursa kirişin dairesel frekansı ω_j ve titreşim mod şekli $G_j(x)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

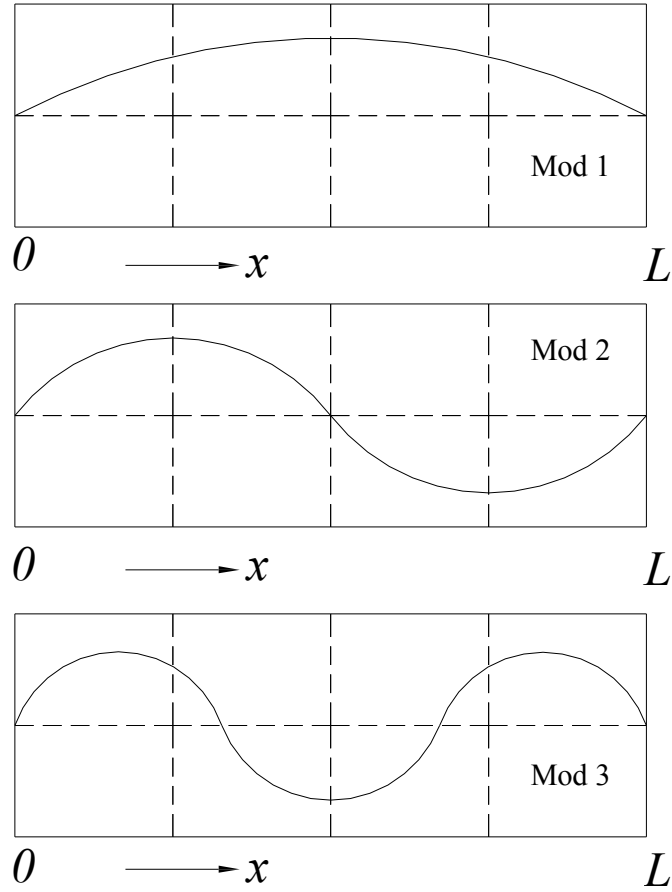
$$\omega_j^2 = \frac{j^4 \pi^4 EI}{\mu L^4}, \quad j=1,2,3,\dots \quad (3.28)$$

$$G_j(x) = C \sin(j\pi x), \quad j=1,2,3,\dots \quad (3.29)$$

Basit mesnetli kirişin doğal titreşim frekansları denklem (3.28)'den aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2 \pi}{2L^2} \left(\frac{EI}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.30)$$

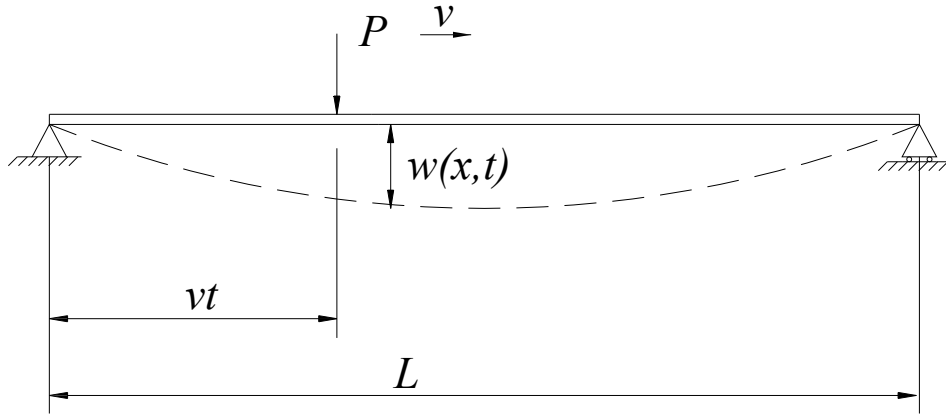
Denklem (3.29) bize titreşim mod şekillerini verir (Şekil 3.6). Şekilde basit mesnetli bir kirişin ilk üç titreşim modu görülmektedir.



Şekil 3.6 : Kirişin ilk üç titreşim modları.

3.2.2 Kiriş üzerinde hareketli kuvvet

Bir tek kirişli köprül krenin kirişi, üzerine hareketli bir P kuvveti bulunan basit mesnetli Bernoulli-Euler kirişi olarak ele alınsın (Şekil 3.7). Sistemin modellenmesinde aşağıda verilen kabuller yapılmıştır.



Şekil 3.7 : Üzerinde v hızı ile hareket eden bir P kuvvetine maruz basit mesnetli kiriş.

- 1) Kirişin davranışı, küçük yer değiştirmeler ve Hooke Kanunu çerçevesinde Bernoulli-Euler diferansiyel eşitliği ile belirlenir. Kiriş sabit kesitli ve sabit birim kütlelidir.
- 2) Hareketli yükün kütlesi kirişin kütlesine oranla küçüktür, bu nedenle yükün sadece yerçekimi etkisi dikkate alınmıştır.
- 3) Yük kirişin sol ucundan sağ ucuna doğru sabit hızla ilerlemektedir.
- 4) Kirişin titreşim sönümlemesi titreşim hızına orantılıdır.
- 5) Hesaplama basit mesnetli kiriş için yapılmış olup, başlangıçta uç noktalarda yer değiştirme ve moment sıfır, kuvvetin harekete başlamasından önce kiriş hareketsizdir (yer değiştirme ve hız sıfır).
- 6) Yük arabaya kütesiz ve rijit bir çubukla bağlanmıştır.
- 7) Kiriş üzerindeki toplam yük noktasal yük olup, arabanın ve kaldırılan yükün toplamına eşittir.

Sistemin hareketini yöneten kısmi diferansiyel denklem, denklem (3.9)'da verilen hareket denkleminde titreşim sönümlemesini temsil eden ifadenin eklenmesi ve hareketli dış kuvvetin yerleştirilmesi ile denklem (3.31)'deki gibi elde edilir[1].

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = P\delta(x-vt), \quad (3.31)$$

Burada, E Young modülü, I atalet momenti, μ birim uzunluğun kütlesi, x kiriş eksen koordinatı, t zaman, $w(x,t)$ kirişin enine yer değiştirmesi, ω_b kirişin sönümlenme dairesel frekansı, P uygulanan dış kuvvet, $\delta(x-vt)$ Dirac-delta fonksiyonudur.

Basit mesnetli bir kiriş için sınır şartları;

$$w(0,t) = 0,$$

$$w(L,t) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0, x=0 \quad \text{ve} \quad x=L \quad \text{noktalarında} \quad (3.32)$$

Başlangıç şartları ise,

$$w(x,0) = \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0, \quad t=0 \quad \text{da} \quad (3.33)$$

Mekanikte Dirac delta fonksiyonu $x=0$ noktasında etki eden birim konsantre kuvvet olarak düşünülebilir[1]. Dirac (darbe veya delta) fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\delta(x) = \frac{dH(x)}{dx} \quad (3.34)$$

Burada $H(x)$ Heaviside birim fonksiyonu olup, aşağıdaki gibi belirlenir.

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

Dirac (darbe veya delta) fonksiyonu kiriş üzerindeki hareketli kuvveti aşağıdaki gibi temsil eder [1].

$$p(x,t) = \delta(x)P \quad (3.36)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1 \quad (3.37)$$

a, b, η sabit sayılar ve a, b aralığında $f(x)$ sürekli bir fonksiyon olmak üzere, dirac fonksiyonunun aşağıdaki ilişkileri mevcuttur.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) f(x) dx = f(a) \quad (3.38)$$

$$\int_a^b \delta(x-\eta) f(x) dx = \begin{cases} 0, & \eta < a < b \\ f(\eta), & a < \eta < b \\ 0, & a < b < \eta \end{cases} \quad (3.39)$$

3.2.3 Problemin çözümü

Denklem (3.31)'in çözümü için denklemin her terimi $\sin j\pi x/L$ ile çarpılır ve x 'e göre 0 ve L aralığında integral alınır. Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü kuralını kullanarak aşağıdaki eşitlikler yazılır. Çizelge 3.1'de bazı fonksiyonların Fourier sinüs sonlu integral dönüşümleri verilmiştir.

$$V(j, t) = \int_0^L w(x, t) \sin \frac{j\pi x}{L} dx, j = 1, 2, 3, \dots \quad (3.40)$$

$$w(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{\infty} V(j, t) \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (3.41)$$

Burada $V(j, t)$, orijinal $w(x, t)$ nin dönüşümüdür.

Çizelge 3.1 : Fourier sinüs sonlu integral dönüşümü.

Orijinal	Dönüşüm	Denklemler No
$f(x) = \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{\infty} F(j) \sin \frac{j\pi x}{L}$	$F(j) = \int_0^L f(x) \sin \frac{j\pi x}{L}$	(d1)
$\frac{d^4 f(x)}{dx^4}, (f(0) = f(L) = f''(0) = f''(L) = 0)$ için	$\frac{j^4 \pi^4}{L^4} F(j)$	(d2)
$a f(x)$	$a F(j)$	(d3)
$\delta(x-a)$	$\sin \frac{j\pi a}{L}$	(d4)

(3.31)'deki sınır şartları, (3.38)'deki Dirac fonksiyonunun özellikleri kullanılıp, Çizelge 3.1'deki denklem (d1)'den (d4)'e kadar dönüşümler yapılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\frac{j^4 \pi^4}{L^4} EI V(j, t) + \mu \ddot{V}(j, t) + 2\mu\omega_b \dot{V}(j, t) = P \sin \frac{j\pi vt}{L} \quad (3.42)$$

Basit mesnetli bir kirişin j-nci mod titreşiminin dairesel frekansı denklem (3.28)'den ve kirişin doğal frekansı denklem (3.30)'dan aşağıdaki gibidir.

$$\omega_j^2 = \frac{j^4 \pi^4}{L^4} \frac{EI}{\mu}, \quad f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2 \pi}{2L^2} \left(\frac{EI}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Hareketli yükün kirişi etkileme frekansı,

$$\omega = \frac{\pi v}{L} \quad (3.43)$$

Yukarıdaki özellikler kullanılarak denklem (3.42) aşağıdaki şekilde düzenlenir.

$$\ddot{V}(j, t) + 2\mu\omega_b \dot{V}(j, t) + \omega_{(j)}^2 V(j, t) = \frac{P}{\mu} \sin j\omega t \quad (3.44)$$

Denklem (3.44)'ü çözmek için Laplace-Carson integral dönüşüm metodunu kullanarak eşitliği e^{-pt} ile çarpıp, her terimi t ye göre sıfırdan sonsuza kadar integral alınıp p ile çarpılır. (p kompleks düzlemde bir değişkendir). Çizelge 3.2'de bazı Laplace-Carson integral dönüşümleri verilmiştir.

$$V^*(j, p) = p \int_0^\infty V(j, t) e^{-pt} dt,$$

$$V(j, t) = \frac{1}{2} \int_{a_0 - i\infty}^{a_0 + i\infty} e^{pt} \frac{V^*(j, p)}{p} dp \quad (3.45)$$

Burada, $i^2 = -1$ kompleks sayısı. Denklem (3.45)'in ikinci eşitliğindeki a_0 integralin, kompleks değişken $e^{tp} V(j, p) / p$ 'nin fonksiyonunun bütün tekil değerlerinin sağ tarafında kalan imajiner eksene paralel düz bir çizgi boyunca alındığını ifade eder. (Bu nedenle bütün tekilliklerin gerçek argümanı a_0 'dan küçüktür).

Çizelge 3.2 : Laplace-carson integral dönüşümü.

Dönüşüm	Orijinal	Denklem No
$F(p) = p \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt,$	$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{F(p)}{p} e^{tp} dp$	(d5)
a	a	(d6)
$\sum_j^n a_j F_j(p)$	$\sum_j^n a_j f_j(t)$	(d7)
$p^n F(p) - p^n f(0_+) -$ $p^{n-1} \frac{df(0_+)}{dt} - ..$ $.. - p \frac{d^{n-1} f(0_+)}{dt^{n-1}}$	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	(d8)
$\frac{p}{p^2 + a^2}$	$\frac{1}{a} \sin at$	(d9)
$\frac{p}{(p^2 + c^2)[(p+a)^2 + b^2]}$	$\frac{1}{(a^2 + b^2 - c^2)^2 + 4a^2 c^2} \left[\frac{a^2 + b^2 - c^2}{c} \sin ct - \frac{b^2 - a^2 - c^2}{b} e^{-at} \sin bt - 2a(\cos ct - e^{-at} \cos bt) \right]$	(d10)
$\frac{p}{(p^2 + a^2)(p^2 + b^2)}$	$\frac{1}{ab(a^2 - b^2)} (a \sin bt - b \sin at)$	(d11)

Denklem (3.44)'ü denklem (3.45) Laplace-Carson integral dönüşümü ve başlangıç şartları denklem (3.33) ve Çizelge 3.2'deki dönüşümler (d5) den (d10)'a kadar kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$p^2 V^*(j, p) + 2\omega_b p V^*(j, p) + \omega_{(j)}^2 V^*(j, p) = \frac{Pj\omega}{\mu} \frac{p}{p^2 + j^2 \omega^2} \quad (3.46)$$

Denklem (3.46)'dan $V^*(j, p)$ çekilerek aşağıdaki dönüşmüş çözüm elde edilir.

$$V^*(j, p) = \frac{pj\omega}{\mu} \frac{p}{p^2 + j^2 \omega^2} \frac{1}{p^2 + 2\omega_b p + \omega_{(j)}^2} \quad (3.47)$$

Kompleks'değişkenli fonksiyon olan denklem (3.47)'nin kutuplarının pozisyonuna bağlı olarak bazı farklı durumlar arasında ayırım yapılabilmesi için aşağıdaki iki boyutsuz parametreyi verelim.

Hız parametresi,

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_{(1)}} = \frac{v}{2f_{(1)}L} = \frac{T_{(1)}}{2T} = \frac{vL}{\pi} \left(\frac{\mu}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{v}{v_{kr}} \quad (3.48)$$

Sönümleme parametresi,

$$\psi = \frac{\omega_b}{\omega_{(1)}} = \frac{\omega_b L^2}{\pi^2} \left(\frac{\mu}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\chi}{2\pi} \quad (3.49)$$

Birinci serbest titreşimin periyodu, $T_{(1)} = 1 / f_{(1)}$

Kuvvetin kiriş üzerinden geçiş süresi, $T = L / v$

$$\text{Kritik hız, } v_{kr} = 2f_{(1)}L = \frac{\pi}{L} \left(\frac{EI}{\mu} \right)^{1/2} \quad (3.50)$$

Kiriş sönümlemesinin logaritmik azalması, $\chi = \omega_b / f_{(1)}$

Hafif sönümlemeli bir kirişin dairesel frekansı,

$$\omega_{(j)}'^2 = \omega_{(j)}^2 - \omega_b^2 \quad (3.51)$$

Ağır sönümlü kirişin ki ise,

$$\omega_{(j)}'^2 = \omega_b^2 - \omega_{(j)}^2 \quad (3.52)$$

Hafif sönümleme durumunda denklem (3.47)'nin dört kutubu,

$ij\omega, -ij\omega, -\omega_b + i\omega_{(j)}', -\omega_b - i\omega_{(j)}'$, burada $\omega_{(j)}'$ denklem (3.51)'te verilmişti.

$p^2 + 2\omega_b p + \omega_{(j)}^2 = (p + \omega_b)^2 + \omega_{(j)}'^2$ Olduğundan orijinal $V(j,t)$, Çizelge 3.2 denklem (d10) yardımıyla hesaplanabilir.

Böylece denklem (3.40) denklem (3.41)'de de yerine konulup ters Fourier dönüşümü yapıлып, $t \leq T$ için bazı hesaplama ve düzenlemelerden sonra aşağıdaki denklem elde edilir. Elde edilen denklem kirişin zamana bağlı yer değişiminin genel ifadesi olup, bazı özel durumlar açısından değerlendirilerek özel denklemler elde edilebilir.

$$w(x,t) = \frac{2PL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2 [j^2 (j^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \psi^2]} \left[j^2 (j^2 - \alpha^2) \sin j\omega t - \frac{j\alpha [j^2 (j^2 - \alpha^2) - 2\psi^2]}{(j^4 - \psi^2)^{1/2}} e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t - 2j\alpha\psi (\cos j\omega t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t) \right] \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (3.53)$$

Denklemler (3.53) ve (3.47)'yi α ve ψ parametrelerinin bazı özel değerleri için inceleyelim. Statik durum ($\alpha=0$). Denklem (3.53)'te ($\alpha=0$) yerine konularak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$w(x,t) = \frac{2PL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^4} \sin \frac{j\pi x}{L} \sin j\omega t \quad (3.54)$$

Denklem (3.54) P kuvveti $v.t$ noktasında iken kiriş üzerindeki x noktasının statik yer değiştirmesini ifade eder.

Sönümsüz durum ($\psi=0$)

$$\alpha \neq j, \psi = 0$$

Bu durum için denklem (3.53) te $\psi=0$ veya denklem (3.47)' da $\omega_b=0$ denklem (d11) yardımıyla, kısaca denklem (3.32)'deki basit mesnetli kiriş sınır ve başlangıç şartları ve sönümsüz titreşim durumu için kirişin zamana bağlı yer değişimi aşağıdaki gibidir.

$$w(x,t) = \frac{2PL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \frac{1}{j^2 (j^2 - \alpha^2)} \left(\sin j\omega t - \frac{\alpha}{j} \sin \omega_{(j)} t \right), \quad 0 \leq x, vt \leq L \quad (3.55)$$

Denklem (3.43)'den yükün kirişi etkileme frekansı $\omega = \pi v / L$ ve denklem (3.28)den basit mesnetli kirişin dairesel titreşim frekansları $\omega_j^2 = j^4 \pi^4 EI / L^4 \mu$ dir. Hız parametresi $\alpha = \omega / \omega_{(j)}$ denklem (3.48).

Denklem (3.31)'in çözümü için [20]'de dinamik bir Green fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$w(x,u) = \frac{2MgL^3}{\pi^4 EI} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2 (j^2 - \alpha^2)} \sin \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \sin \left(\frac{j\pi u}{L} \right), \quad 0 \leq x, u \leq L \quad (3.56)$$

Burada, M hareketli yükün kütlesi, u arabanın koordinatı, x kiriş eksen koordinatıdır.

$$\alpha = \frac{vL}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{EI}} \quad (3.56a)$$

Denklem (3.56), kütle kiriş üzerinde u noktasında iken x noktasında oluşan yer değiştirmeyi göstermektedir. Burada α hız parametresidir. Denklemler (3.55) ve (3.56) yer değiştirmelerin zorlanmış kısımlarının farklı temsilleridir. Bu iki ifadenin denkliği nümerik olarak kanıtlanmıştır [20].

3.2.4 İç kuvvetler

Kiriş kesitlerinin dönmesi yani eğimi,

$$\theta = \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \quad (3.57)$$

Eğilme momenti,

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.58)$$

Kesme kuvveti,

$$T(x,t) = -EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \quad (3.59)$$

Kiriş orta noktasındaki P statik kuvvetinin oluşturduğu eğilme momenti ve kesme kuvveti aşağıdaki gibi yazarak,

$$M_0 = \frac{PL}{4} \quad \text{ve} \quad T_0 = P \quad (3.60)$$

Eğilme momenti,

$$M(x,t) = M_0 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{8j^2}{\pi^2} \sin \frac{j\pi x}{L} \frac{1}{j^2 [j^2(j^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\psi^2]} \left[j^2(j^2 - \alpha^2) \sin j\omega t - \frac{j\alpha [j^2(j^2 - \alpha^2) - 2\psi^2]}{(j^4 - \psi^2)^{1/2}} e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t - 2j\alpha\psi (\cos j\omega t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t) \right] \quad (3.61)$$

Sönümsüz halde eğilme momenti,

$$M(x,t) = M_0 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{i^2(1-\alpha^2/j^2)} \left(\sin j\omega t - \frac{\alpha}{j} \sin \omega_{(j)} t \right) \sin \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \quad (3.62)$$

Kesme kuvveti,

$$T(x,t) = T_0 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2j^3}{\pi} \cos \frac{j\pi x}{L} \frac{1}{j^2 [j^2(j^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\psi^2]} \left[j^2(j^2 - \alpha^2) \sin j\omega t - \frac{j\alpha [j^2(j^2 - \alpha^2) - 2\psi^2]}{(j^4 - \psi^2)^{1/2}} e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t - 2j\alpha\psi (\cos j\omega t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t) \right] \quad (3.63)$$

Sönümsüz halde kesme kuvveti,

$$T(x,t) = P \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{1}{j(1-\alpha^2/j^2)} \left(\sin j\omega t - \frac{\alpha}{j} \sin \omega_{(j)} t \right) \cos \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \quad (3.64)$$

3.2.5 Hareketli harmonik kuvvet

Kiriş üzerinde hareket eden kuvvet harmonik değişen bir kuvvet olabilir. Burada kuvvetin tamamen harmonik değiştiği durum incelenmiştir. Bazı durumlarda kuvvetin sabit bir değeri ve bu değer üzerinde birde harmonik değişen kısmı da bulunabilir. Hareketli harmonik kuvvet aşağıdaki gibi verilsin,

$$P(t) = Q \sin \Omega t \quad (3.65)$$

Burada Q harmonik kuvvetin genliği, Ω dairesel frekansıdır. Kirişin titreşimi aşağıdaki eşitlik tarafından belirlenmektedir.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = \delta(x-vt) Q \sin \Omega t \quad (3.66)$$

$$r_1 = \Omega + i\omega;$$

$$(3.67)$$

$$r_2 = \Omega - i\omega$$

[1]' de verilen prosedür izlenerek $t \leq T$ için denklem (3.66) denklem (3.67) yardımıyla gerekli düzenlemelerden sonra aşağıdaki gibi çözülerek denklem (3.68) elde edilir.

$$\begin{aligned}
w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Q}{\mu L} \left\{ \frac{1}{(\omega_{(j)}^2 - r_2^2)^2 + 4\omega_b^2 r_2^2} \left[(\omega_{(j)}^2 - r_2^2) \cos r_2 t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t \right] + \right. \\
\left. 2\omega_b r_2 \sin r_2 t - \frac{\omega_b}{\omega'_{(j)}} (\omega_{(j)}^2 + r_2^2) e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t \right] - \frac{1}{(\omega_{(j)}^2 - r_2^2)^2 + 4\omega_b^2 r_2^2} \left[(\omega_{(j)}^2 - r_2^2) \right. \\
\left. (\cos r_1 t - e^{-\omega_b t} \cos \omega'_{(j)} t) + 2\omega_b r_1 \sin r_1 t - \frac{\omega_b}{\omega'_{(j)}} (\omega_{(j)}^2 + r_1^2) e^{-\omega_b t} \sin \omega'_{(j)} t \right] \Big\} \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (3.68)
\end{aligned}$$

3.3 Sonlu Elemanlar Yönteminin Tanıtılması

3.3.1 Giriş

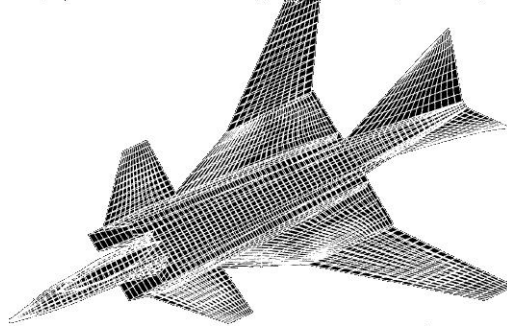
Sonlu elemanlar yöntemi karmaşık mühendislik problemlerinin çözümünde kullanılabilen nümerik bir methodur. Metot ilk olarak 1956 yılında havacılık yapılarının analizi için geliştirilmiştir. Bu tarihten sonra on yıl içinde bu metodun farklı türdeki uygulamalı bilim ve mühendislik problemlerinin çözümü için taşıdığı potansiyeller fark edildi. Yıllar geçtikçe sonlu elemanlar yöntemi o kadar geliştirildi ki günümüzde geniş bir çeşitlilikteki mühendislik problemlerinin etkili çözümünde kullanılabilecek en iyi metotlardan birisi haline gelmiştir. Bu metodun popüler olmasının en önemli nedenlerinden birisi bilgisayar programı olarak geliştirilmesi ve geliştirilen bu programların sadece giriş verilerini değiştirerek herhangi bir diğer probleme uygulanabilmesidir [29].

3.3.2 Ana konsept

Sonlu elemanlar metodunun ana fikri karışık problemlerin çözümünü bulmak için problemi daha basit olanı ile değiştirmektir. Gerçek problem daha basit olanı ile değiştirildiğinden tam çözüm yerine yaklaşık çözüm elde edilebilecektir. Pek çok pratik problemlerin tam hatta yaklaşık çözümünde, var olan matematik araçları yeterli olamamaktadır. Sonlu elemanlar yönteminde yaklaşık çözümler daha fazla hesaplama çabası ile geliştirilerek tam çözüme yaklaşılabılır.

Sonlu elemanlar yönteminde, çözüm bölgesinin pek çok küçük, birbirine bağlı sonlu eleman olarak adlandırılan alt bölgelerden oluştuğu kabul edilir. Şekil 3.8 bir savaş uçağının sonlu elemanlara bölünmüş modelini göstermektedir. Bu yöntem ile çok karmaşık görünen sistemler modellenebilir. Günümüzde sonlu elemanlar yöntemi pekçok mühendislik alanında kullanılmaktadır. Bu yöntem mühendislere çok büyük

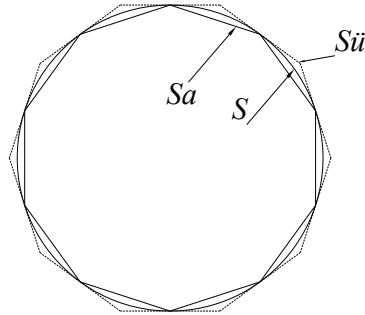
ve kompleks sistemlerinin statik ve dinamik analizini yapmada büyük kolaylık sağlamaktadır.



Şekil 3.8 : Bir savaş uçağının sonlu elemanlara ayrılmış hali [29].

3.3.3 Tarihi arkaplan

Sonlu elemanlar adı yeni verilmiş olmasına rağmen sonlu elemanların kavramının tarihi yüz yıllar geriye gitmektedir. Örneğin eski matematikçiler bir çemberin çevresini, düz çok kenarlı Şekil 3.9’da görülen poligon yaklaşımıyla bulmuşlardır.



Şekil 3.9 : Bir çemberin çevresinin alt ve üst sınırları.

Günümüz tanımlaması açısından, poligonun her bir kenarı bir sonlu eleman olarak adlandırılabilir. Çemberin içine giren ve dışını içine alan poligon yaklaşımıyla, S çevresi için alt sınır S_a , üst sınır $S_{\bar{u}}$, elde edilebilir. Poligonun kenar sayısı artırıldıkça yaklaşık olarak bulunan değerler gerçek değere yaklaşacaktır.

3.3.4 Metodun genel uygulanabilirliği

Metot mekanikte yoğun olarak kullanılmasının yanında ısı transferi, akışkanlar mekaniği, elektrik ve manyetik alan gibi ek çok diğer mühendislik problemlerine de başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Bu uygulamalar matematikçileri sonlu elemanlar metodunu karmaşık sınır değer problemlerinin çözümünde kullanmaya

yöneltmiştir. Metot geliştirilerek adi ve kısmi diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünde de kullanılır hale gelmiştir.

3.3.5 Sonlu elemanlar metodunun mühendislik uygulamaları

Daha önce bahsedildiği üzere sonlu elemanlar yöntemi ilk önce havacılık araçlarının analizi için geliştirilmesine rağmen, metodun teorisinin doğası onu mühendislikteki geniş çeşitlilik arz eden sınır değer problemlerine uygulanabilir yapmıştır. Sınır değer problemi, bağlı değişkenler veya bunların türevleri üzerinde önceden belirlenen sınır şartlarına bağlı olarak bir bütün yapının bir bölgesinde aranan çözüm olarak adlandırılabilir[29].

Çizelge 3.3'de sonlu elemanlar yönteminin sınır değer problemlerinde kullanılan özellikli uygulamaları üç ana kategoride görünmektedir.

Bunlar (1) eşitlik veya zamandan bağımsız problemler. (2) Özdeğer problemleri. (3) Geçici zamana bağlı problemler.

Eşitlik (denge) problemlerinde, eğer katı mekaniği problemi ise, yer değiştirme veya gerilme dağılımını, ısı transferi problemi ise sıcaklık veya ısı dağılımını, akışkanlar mekaniği problemi ise, basınç ve hız dağılımını bulmamız gerekir.

Özdeğer problemlerinde de zaman açık bir şekilde ortaya çıkmaz. Bunlar denge problemlerinin uzantıları olarak değerlendirilebilir ki bu problemlerde eşitliklere ilaveten belirli parametrelerin kritik değerleri belirlenmektedir.

Bu problemlerde, eğer problemimiz katı mekaniği ya da yapısal bir problem ise doğal frekansları veya burkulma yüklerini ve mod şekillerini, akışkanlar mekaniği ise laminar akımın stabilitesini ve bir elektrik devre probleminin rezonans karakteristiklerini bulmaya ihtiyacımız vardır.

Geçici, zamana bağlı problemlerde, katı mekaniğinde zamana bağlı değişen kuvvet etkisinde sistemin davranışını bulmaya ihtiyacımız vardır. Sistemin davranışı da zamana bağlı olacağından titreşim örneğinde olduğu gibi sonuçlar zaman alan fonksiyonu olarak elde edilmelidir.

3.3.6 Sonlu elemanlar metodunun genel açıklaması

Sonlu elemanlar yönteminde katı, sıvı veya gaz gibi madde yapıları veya sistemler sonlu eleman olarak adlandırılan alt bölümlerin montajı olarak temsil edilirler. Bu

elemanlar düğüm’denen bazı özel noktalarla birbirine bağlanmaktadır. Bu düğümler genellikle takip eden elemanların bağlandığı eleman sınırlarında oluşturulur.

Çizelge 3.3 : Sonlu elemanlar yönteminin mühendislik uygulamaları.

Alan	Eşitlik (denge) problemleri	Özdeğer problemleri	Geçici, zamana bağlı problemler
İnşaat mühendisliği	Kiriş, çerçeve, çatı, köprü, kabuk yapıların,... Statik analizi	Sistemlerin doğal frekansları ve mod şekilleri, stabiliteleleri	Gerilme dalgalarının yayılımı, periyodik olmayan yüklere göre sistemlerin davranışları
Havacılık Araçları	Uçak gövde ve kanatlarının, roketlerin, uzay araçlarının, füze sistemlerinin,... Statik analizi,	Uçakların, roket yapılarının, uzay araçlarının doğal frekansları ve stabiliteleleri	Rastgele yüklere karşı uçak yapısının davranışı, periyodik olmayan yüklere karşı dinamik davranışları.
Isı Transferi	Katı ve sıvıların düzgün hal sıcaklık dağılımları		Raket nozullarında, içten yanmalı motorlarda, türbin kanatlarında, binalarda ki geçici ısı akışı
Geo mekanik	Yer altı açıklıkları, kayaç birleşmeleri, yapı ve temel toprağı etkileşimi problemleri, toprakta , barajlarda, tabakalı yığınlarda, makine temellerinde gerilme analizi	Baraj sistemlerinin ve toprak yapı etkileşim problemlerinin doğal frekansları	Zamana bağlı toprak yapı etkileşim problemleri, toprakta ve kayada geçici su yayılımı, toprakta ve kayada gerilme dalgası yayılımı
Hidrodinamik	Potansiyel akış, yüzey akışı, sınır tabaka akımları, viskoz akışlar, transonik aerodinamik problemler, hidrolik sistemlerin ve barajların analizi	Sığ göl, limanların doğal periyot ve modları, sıvıların esnek ve rijit kablardaki çalkalanması	Düzgün olmayan akış ve dalga yayılımı analizi, hafif gaz dinamiği, manyetik-hidrodinamik akış
Nükleer Mühendislik	Nükleer basınçlı kapların ve yapıların analizi, Reaktör bileşenlerinin sıcaklık dağılımı	Reaktör bileşenlerinin doğal frekansları ve stabiliteleleri	Reaktör bileşenlerinin dinamik yüklere karşı davranışları, düzgün olmayan sıcaklık değişimleri, reaktör bileşenlerinin termal ve visco elastik analizi
Biyomedikal Mühendislik	Eklemlerin, kemiklerin, dişlerin gerilme analizi, Protezlerin yük taşıma kapasiteleri, kalp kapakçıklarının mekaniği		Kafatasının darbe analizi, Anatomik sistemlerin dinamik analizi
Makine Mühendisliği	Gerilme yığılması problemleri, basınçlı kapların, pistonların, dişlilerin gerilme analizi	Makine elemanlarının, kırılganların, dişlilerin doğal frekansları	Dinamik yükler etkisinde çatlak ve kırılma problemleri, dinamik gerilme ve şekil değiştirme analizleri
Elektrik makineleri ve elektro manyetik	Senkronize ve indükleme makinelerinin analizi, edic akımı ve elektrik kayıpları		Motor, selenoid sistemlerin geçici davranışları

Bir sürekli katıdaki yer değiştirme, gerilme, sıcaklık, basınç ve hız gibi alan değişkenlerinin gerçek değişimi bilinemediği için, bu alan değişkenlerinin bir sonlu elemandaki değişimini yaklaşık olarak basit bir fonksiyonla belirlenebileceğini kabul ediyoruz. İnterpolasyon modelleri olarakta adlandırılan bu yakınlaştırma fonksiyonları düğüm noktalarında alan değişkenlerinin değerleri açısından belirlenirler. Denge eşitlikleri gibi alan eşitlikleri bütün sistem için yazıldığında, yeni bilinmeyenler alan değişkeninin düğüm’değerleri olacaktır. Genellikle matris

eşitliği formunda olan alan eşitliklerinin çözümü ile alan değişkeninin düğüm'değerleri bilinecektir. Bunlar bilindiğinde yakınlaştırma fonksiyonları alan değişkenini bütün elemanların montajı olan sistem boyunca belirleyecektir.

Genel sürekli katı problemlerinin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü daima düzenli adım adım giden bir prosesi takip eder. Statik yapısal problemler açısından bu adım-adım prosedür aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1.Adım: Yapının Bölümlendirilmesi

Sonlu elemanlar yöntemindeki ilk adım yapının veya çözüm bölgesinin elemanlardan oluşan alt bölümlere ayrılmasıdır. Sistem uygun sonlu elemanlarla modelleneceğinden eleman sayısı, eleman tipi, eleman büyüklüğü, elemanların sistem içindeki konumları gibi kararların belirlenmesi gerekir.

2.Adım: Uygun interpolasyon veya yer değiştirme modelinin seçimi

Belirli yük şartları altındaki karmaşık sistemlerin yer değiştirmesi tam olarak tahmin edilemediği için, bilinmeyen çözümü yaklaşık olarak bulmak için bir eleman içinde bir uygun çözüm kabul ediyoruz. Kabul edilen çözüm hesaplama açısından basit olmak zorunluluğuyla birlikte belirli yakınsama (sınır şartları vs.) ihtiyaçlarını da sağlamalıdır. Genellikle çözüm veya interpolasyon modeli bir polinom formunda alınır.

3.Adım: Eleman katılık matrisleri ve yük vektörlerinin elde edilmesi.

Kabul edilen yer değiştirme modelinden her elemanın eleman katılık matrisi $[K]^e$ ve yük vektörü $\{P\}^e$, denge şartlarından veya uygun değişik prensiplerle elde edilir.

4.Adım: Genel denge eşitliklerini elde etmek için eleman eşitliklerinin montajı

Sistem pek çok sonlu elamandan oluşturulduğu için, her bir eleman katılık matrisleri ve eleman yük vektörleri uygun bir mantık çerçevesinde montajlanarak sistemin genel denge eşitliği aşağıdaki gibi formülize edilebilir.

$$[\tilde{K}]\{\tilde{\phi}\} = \{\tilde{P}\} \quad (3.69)$$

Burada, $[\tilde{K}]$ sistemin genel katılık matrisi, $\{\tilde{\phi}\}$ sistemin düğüm yer değiştirme vektörü, $\{\tilde{P}\}$ sistemin düğüm kuvvet vektörüdür.

5.Adım: Bilinmeyen düğüm yer değiştirmelerinin bulunması

Genel denge eşitliği problemin sınır şartları açısından modifiye edilmek zorundadır.

Sınır şartları uygulandıktan sonra denge eşitliği aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[K]\{\phi\} = \{P\} \quad (3.70)$$

Lineer problemler için $\{\phi\}$ vektörü kolaylıkla elde edilebilir. Lineer olmayan problemler için bu vektörün elde edilmesi pek çok adımda elde edilmek zorundadır. Bu adımların her birinde katılık matrisi $[K]$ ve yük vektörü $\{P\}$ modifiyeye ihtiyaç duyacaktır.

6.Adım: Eleman birim uzamaları ve gerilmelerin hesabı

Bilinen düğüm yer değiştirmelerinden $\{\phi\}$, gerektiğinde eleman birim uzamaları ve gerilmeleri bilinen katı ve yapısal mekanik eşitliklerinden hesaplanabilir.

3.3.7 Yapının bölümlenmesi

3.3.7.1 Giriş

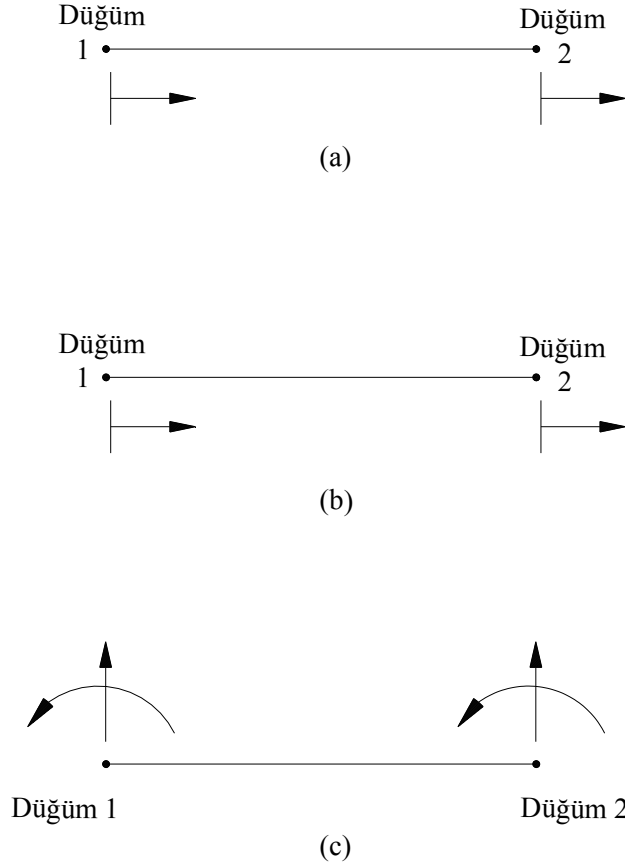
Sonlu elemanlar analizinin ilk adımı karmaşık yapının sonlu eleman denilen düzgün ve daha küçük alt bölümlere bölünmesidir. Bu bir bakıma sonsuz serbestlik dereceli bir sistemi sonlu serbestlik dereceli bir sistemle değiştirmeye benzemektedir. Bir sistemi sonlu elemanlara ayırmak için geniş çeşitlilikte metotlar kullanılabilir. Bir sistemi bölümlenmede kullanılan farklı metotlar farklı hesaplama süresi ve hatta farklı sonuçlar ortaya çıkarabilmektedir. Etkili bölümlenme işi iyi bir mühendislik tecrübesini ve bilgisini gerektirir. Karmaşık geometrili büyük sistemlerin el ile analizi çok çaba ve zaman gerektirmektedir.

Karmaşık sistemlerin analizini kolaylaştıran bilgisayar yazılımlarının geliştirilmiş olması modelleme ve analiz zamanını kısaltmıştır.

3.3.7.2 Ana eleman tipleri

Eleman şekilleri, adedi, boyutları ve konfigürasyonları öyle özenle seçilmelidir ki, ana sistem mümkün olduğunca iyi temsil edilmeli ve harcanacak hesaplama caba ve zamanını gereksiz arttırmamasın. Çoğunlukla seçilecek elemanın tipini ana sistemin geometrisi ve sistemi tanımlayacak bağımsız koordinatların sayısı belirler. Eğer geometri, malzeme özellikleri ve problemin alan değişkeni tek boyutta

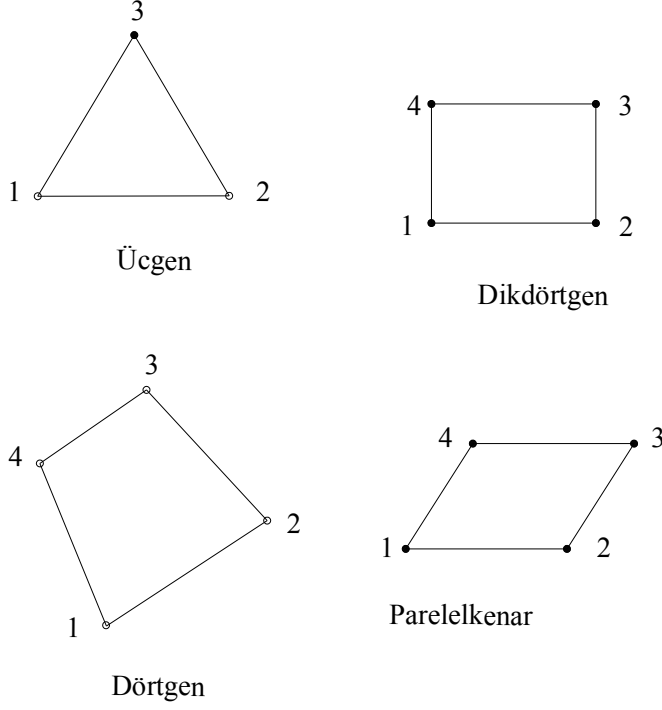
tanımlanabiliyorsa, Şekil 3.10 (a)'da görülen tek boyutlu çubuk elemanı kullanabiliriz. Örneğin aksenal kuvvet etkisindeki bir çubuğu, bir boru içindeki akışın basınç dağılımını veya bir çubuktaki sıcaklık dağılımını problemlerinde bu elemanlar kullanılabilir. Bu elemanların bir kesit alanı olmasına rağmen genellikle çubuk (line) veya çerçeve (frame) eleman olarak Şekil 3.10 (b) deki gibi gösterilir. Bazı durumlarda elemanın kesit alanı değişken olabilir.



Şekil 3.10 : Bir boyutlu sonlu eleman; (a) tek boyutlu çubuk eleman, (b) çerçeve eleman, (c) iki serbestlik dereceli çubuk eleman.

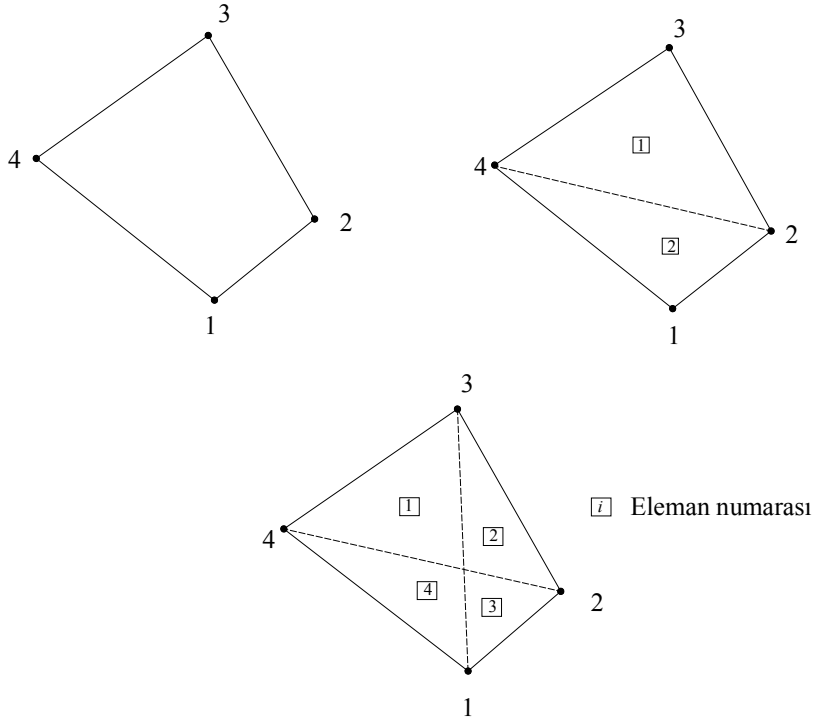
Basit bir analiz için tek boyutlu elemanlar iki ucunda iki düğümü olduğu kabul edilir. Kiriş analizlerinde alan değişkeninin değerleri enine yerdeğiştirme ve bunun türevi olan eğim ile her düğümde iki serbestlik derecelidir (Şekil 3.10 (c)). Düğümlerde burulma yer değıştirmesi olduğunda serbestlik derecesi üç olur. Burada serbestlik derecesini alan değışkeninin sayısı tayin eder.

Problemin konfigürasyonu ve diğer detayları iki bağımsız koordinatta tanımlanabiliyorsa, Şekil 3.11'de görülen iki boyutlu elemanlar kullanılabilir.



Şekil 3.11 : İki boyutlu sonlu elemanlar.

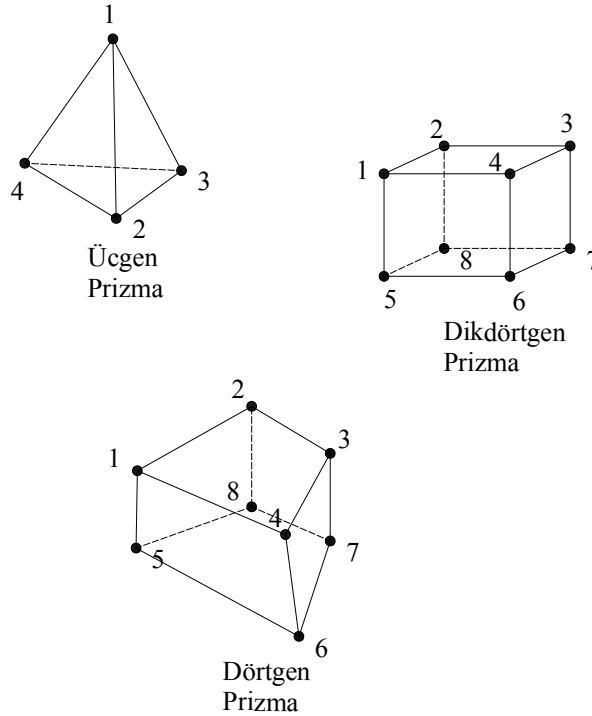
İki boyutlu analiz için kullanılan üçgen eleman temel elemandır. Şekil 3.12’de görüleceği üzere bir dörtgen eleman (özel durumlarda dikdörtgen ve paralelkenar eleman şekilleri) iki ya da dört üçgen elemanın birleşimiyle elde edilebilir.



Şekil 3.12 : Dörtgen bir elemanın iki ve dört üçgen elemanla oluşturulması.

Bazı durumlarda dikdörtgen ve paralelkenar dörtgen elemanın kullanımı avantajlar sağlamaktadır. Plakaların eğilme analizi için her düğümde birden fazla serbestlik derecesi (enine yer değiştirmeler ve bunların türevleri) kullanılır.

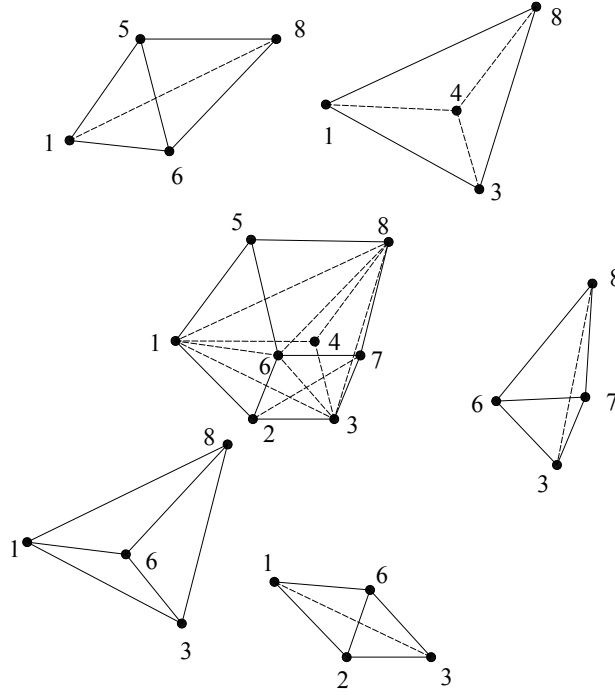
Eğer bir yapının geometrisi, malzeme özellikleri ve diğer parametreleri üç bağımsız boyutta tanımlanabiliyorsa, bu yapı Şekil 3.13'te görülen üç boyutlu elemanlarla modellenir. Bu elemanlar üçgen prizma, dikdörtgen prizma ve dörtgen prizmadır. Bir yapının üç boyutlu modellenmesinde yapının geometrisi gereği bu elemanların hepsi birlikte de kullanılabilir. Eleman büyüklüğünün analizin hassasiyeti açısından risk oluşturmayacağı oranda elemanlar büyük seçilebilir. Genellikle kritik noktalarda eleman boyutu küçük ve sayısının çok olması arzu edilir.



Şekil 3.13 : Üç boyutlu sonlu elemanlar.

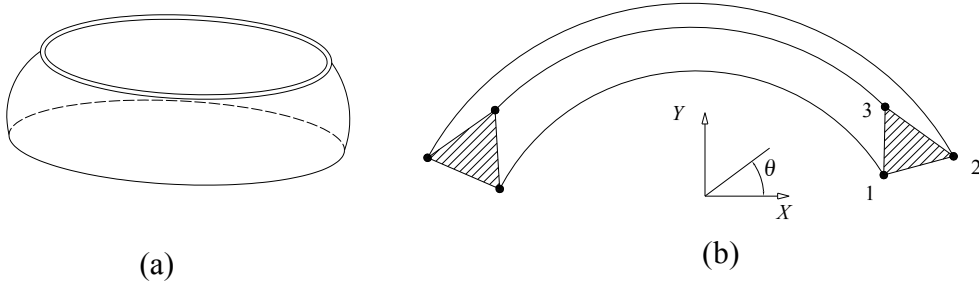
İki boyutlu elemanda olduğu gibi temel üç boyutlu eleman üçgen prizma şeklindeki elemandır. Şekil 3.14'te görülen ve kullanım avantajları olan bir dörtgen prizma eleman beş adet üçgen prizma elemandan oluşturulabilir.

Üç boyutlu olan bazı problemler bir ve ya iki bağımsız koordinatla tanımlanabilirler. Bu tip problemler simetrik veya halka tipi elemanlar ile modellenebilir (Şekil 3.15). Eksenel simetriye sahip olan pistonlar, tanklar, valfler, vb. problemler bu kategoriye girmektedir. Şekil 3.15 (a) tek boyutlu simetrik kabuk elemanı Şekil 3.15 (b) iki boyutlu halka elemanı göstermektedir.



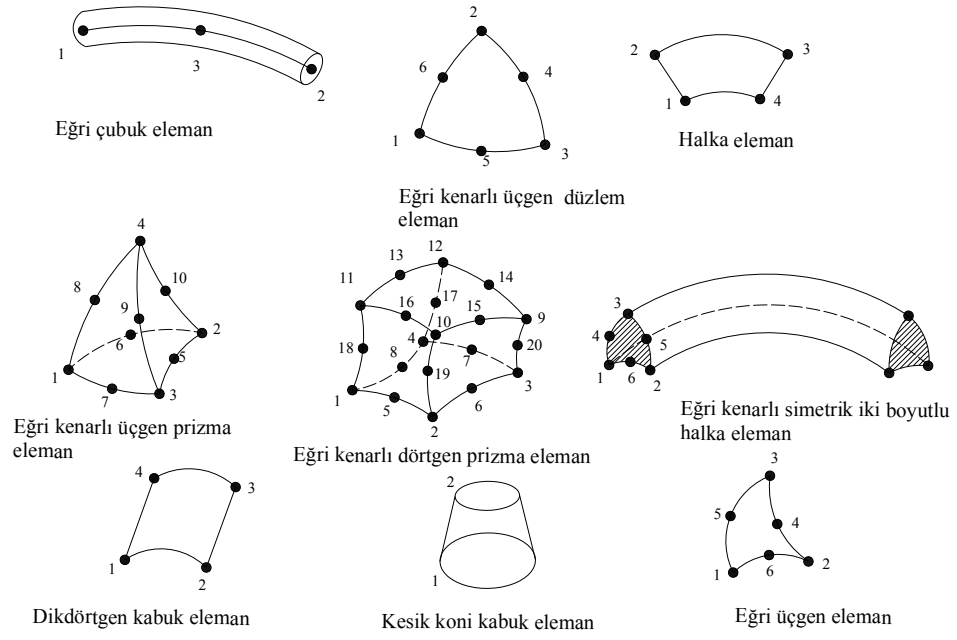
Şekil 3.14 : Beş adet üçgen prizmadan oluşan dörtgen prizma eleman.

Mühendislik açısından büyük kolaylıklar sağlayan simetrik ve halka tipi elemanlar geometrinin elverdiği oranda çok büyük yapıların modellenmesinde de kullanılarak gerek modelleme zamanından ve gerekse analiz zamanından büyük tasarruflar sağlayabilirler.



Şekil 3.15 : Simetrik ve halka tipi elemanlar; (a) tek boyutlu simetrik kabuk eleman, (b) iki boyutlu halka eleman.

Eğri geometriye sahip problemlerin modellenmesinde eğri kenarlı sonlu elemanların kullanılması faydalıdır. Eğri kenarlara sahip sonlu elemanlar Şekil 3.16’da görülmektedir. Orta düğümlerin eklenmesiyle eğri kenarların modellenmesi mümkün hale gelmektedir. Düz kenarlı sonlu elemanlar lineer elemanlar olarak, eğri kenarlı elemanlar ise yüksek dereceli elemanlar olarak adlandırılırlar.



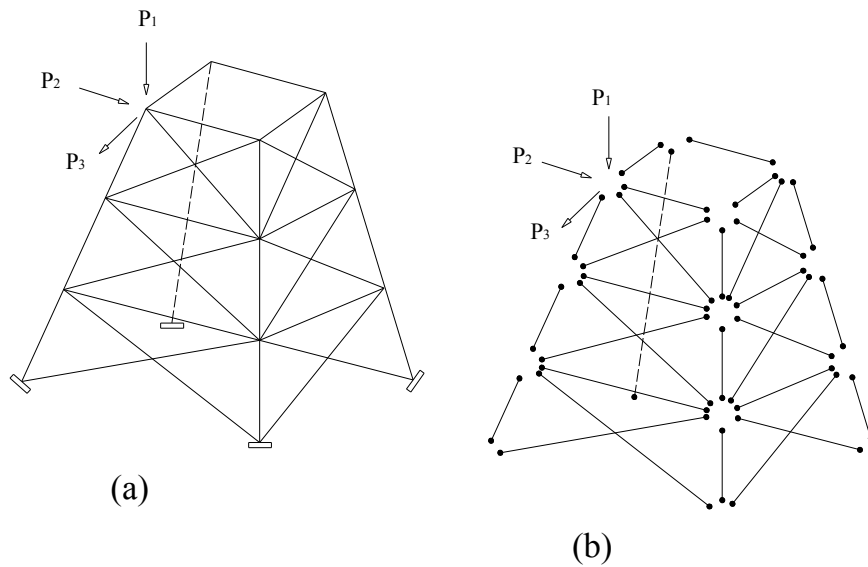
Şekil 3.16 : Eğri kenarlı sonlu elemanlar.

3.3.7.3 Bölümleme süreci

Bölümleme sürecinde aşağıda verilen farkı konular dikkate alınmalıdır.

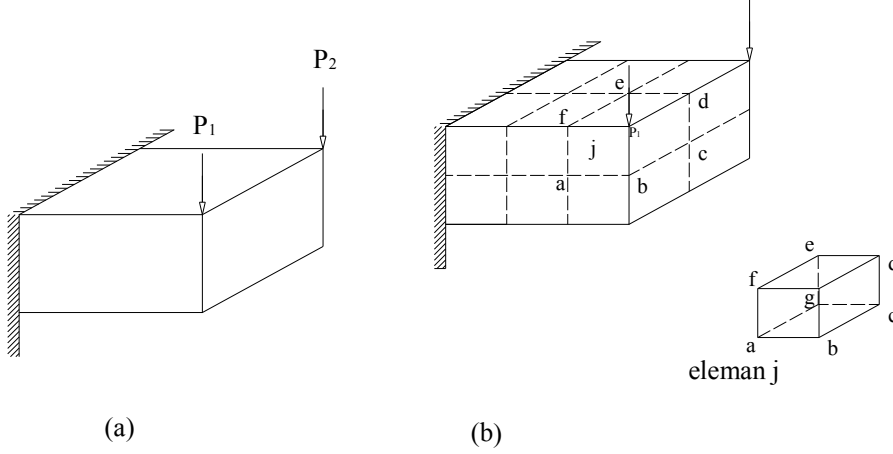
3.3.7.4 Eleman tipi

Seçilen eleman tipi fiziksel probleme uygun olmalıdır. Örneğin şekil 3.17 (a)'da verilen baskı çubuklarının analizini içeren sistem için sonlu eleman idealizasyonu açık şekilde çubuk elemanla olacaktır (Şekil 3.17 (b)).



Şekil 3.17 : Orijinal yapı ve çubuk eleman ile bölümlenmesi.

Benzer tarzda Şekil 3.18 (a)'da görülen kısa ankastre kirişin gerilme analizi için sonlu eleman bölümlenmesi Şekil 3.18(b)'de görülen üç boyutlu sonlu eleman kullanılarak yapılabilir. Bazı durumlarda bölümlenmede kullanılacak eleman tipi geometriden doğrudan açık bir şekilde görünecek tarzda değildir. Öyle durumlar karşımıza çıkar ki farklı eleman tiplerini bir model üzerinde kullanabiliriz.



Şekil 3.18 : Üç boyutlu eleman kullanılarak sonlu eleman bölümlenmesi.

3.3.7.5 Eleman büyüklüğü

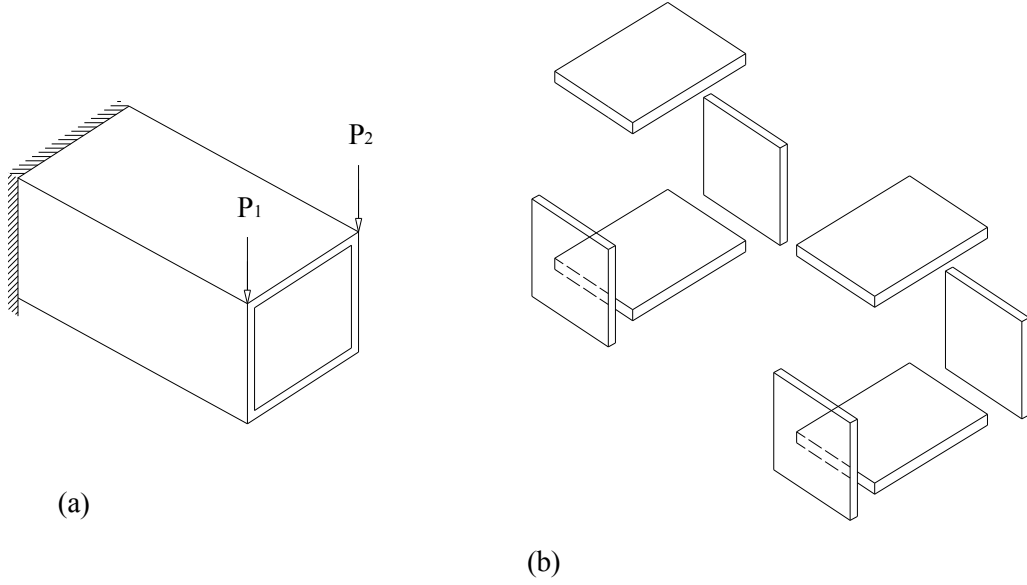
Eleman büyüklüğü çözümün gerçek değerlere yaklaşmasını etkilemektedir bu sebeple dikkatli seçilmelidir. Eleman büyüklüklerinin küçük olması çözümün daha hassas olmasını sağlar. Bununla birlikte küçük boyutlu eleman kullanımı hesaplama zamanını arttıracaktır. Bazı durumlarda bir yapı için farklı büyüklükteki elemanlar birlikte kullanılabilir. Şekil 3.19 (a)'da görülen kutu kirişin gerilme analizi için şekil 3.19 (b)'de görülen hemen hemen aynı büyüklükteki elemanlar kullanılabilir. Bununla birlikte Şekil 3.20 (a)'da görülen delikli bir pleytin gerilme analizi için farklı büyüklükteki elemanlar kullanılmak zorundadır.

Sonlu eleman çözümünü etkileyen bir başka karakteristik, elemanın en büyük boyutunun en küçük boyutuna olan boyut oranıdır. Elemanın boyut oranının bire yakın olması genellikle daha iyi sonuç vermektedir [29].

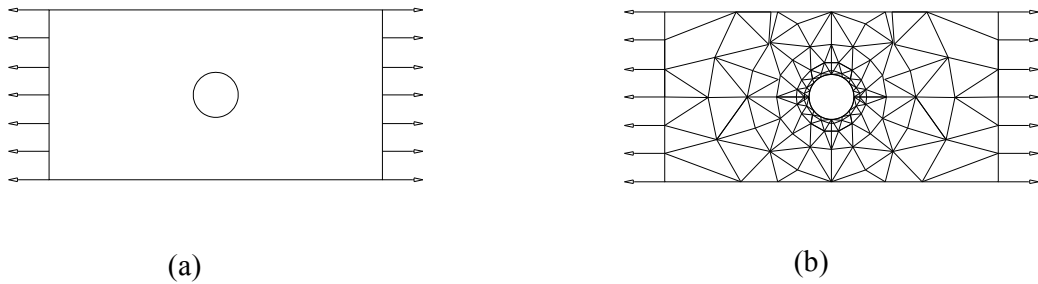
3.3.7.6 Düğümlerin yerleri

Sonlu elemanlar yönteminde düğüm noktalarının yerleştirilmesi başlı başına tecrübe gerektiren bir konudur. Bu yöntemde dış kuvvetler ancak düğüm noktalarına etki ettirelebildiğinden dış kuvvet uygulanan yerlere mutlaka düğüm konmalıdır.

Münkün olduğu kadar düğümleri düzgün dağıtmak analiz kolaylığı açısından önemlidir. Bir sistemin geometrisinde, malzeme özelliklerinde ve yükleme durumunda ani değişiklikler yok ise bu sistem eşit alt bölümlere bölünebilir. Böylece düğümler düzgün dağıtılabilir.

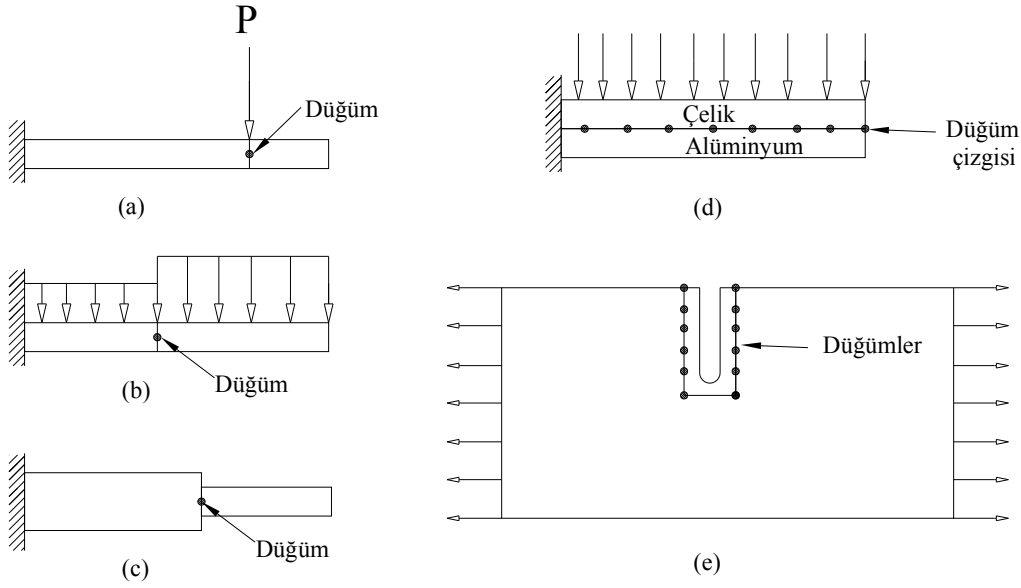


Şekil 3.19 : Bölümlemede eleman büyüklüğü.



Şekil 3.20 : Farklı büyüklükteki elemanlarla bölümleme.

Diğer taraftan problemde herhangi bir süreksizlik var ise örneğin düğüm noktaları Şekil 3.21 (a)'da düğüm noktası kiriş üzerindeki P kuvvetinin olduğu yerde, Şekil 3.21 (b)'de kiriş üzerindeki yük dağılımının değiştiği yerde, Şekil 3.21 (c)'de kirişin kesit değişikliği olduğu yerde, Şekil 3.21 (d)'de kirişi oluşturan farklı malzemelerin birleşme hattında, Şekil 3.21 (e)'de yüklü bir plakanın üzerindeki çatlağın kenar hattında olmalıdır.



Şekil 3.21 : Düğümlerin yerleştirilmesi.

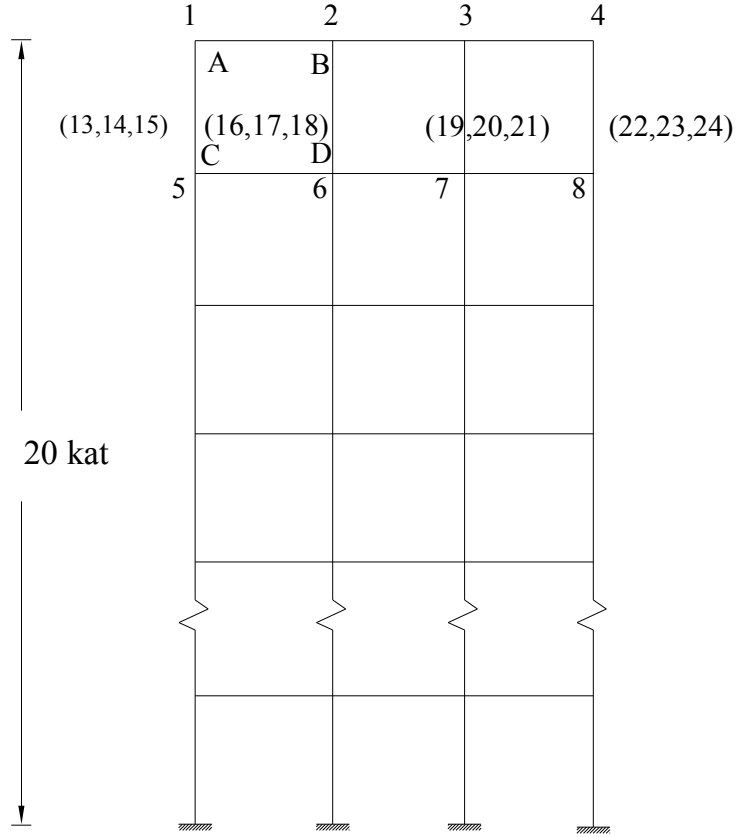
3.3.7.7 Eleman adedi

Bir sistemi bölümlenmede seçilen elemanların adedi yapılacak analizin hassasiyetiyle ilişkilidir. Eleman sayısındaki artış verilen bir problem için genellikle sonucun hassasiyetini iyileştirmesine rağmen, öyle bir eşik eleman sayısı vardır ki eleman sayısı bu eşik değerin üzerinde ne kadar arttırılsa arttırılsın hassasiyette önemli bir iyileşme elde edilemez. Eleman sayısının çokluğu sistemin serbestlik derecesini arttırarak, işlem yapılan matrislerin boyutları çok büyüyecek ve bilgisayar hafızası yetersiz kalabilecektir.

3.3.7.8 Elemanların numaralandırılması

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan eşitliklerdeki matrisler bantlı yani matrisin elemanları bant denilen bir genişlikte matris içinde sol üst köşeden sağ alt köşeye doğru yerleşir. Matrislerin bu bantlı olma özelliği pratikteki büyük problemlerin çözümünü mümkün hale getirmektedir. Katılık matrisinde olduğu gibi kullanılan matrislerin çoğu simetrik olduğundan çözüm yapılırken matrisin tamamı yerine simetrik olan yarı kısmı bilgisayar hafızasında tutularak hesaplama kolaylığı sağlanır. Genel karakteristik matrisin bant genişliği düğüm numaralandırma şeması ve düğümlerdeki serbestlik derecesi ne bağlıdır. Eğer bant genişliği minimize edilebilirse hafıza ihtiyaçları ve çözüm zamanı da minimize edilmiş olur. Düğümlerdeki serbestlik derecesi problemin doğası gereği azaltılamayabilir.

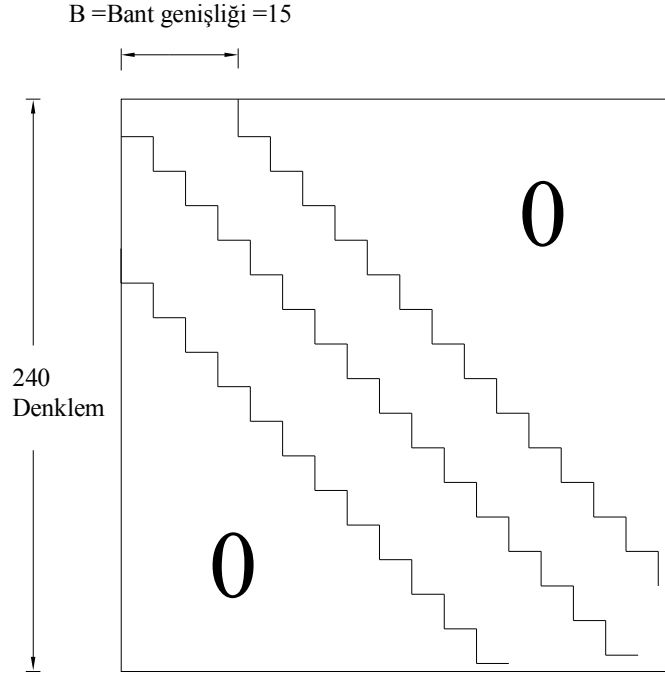
Uygun bir düğüm numaralandırma şeması kullanılarak bant genişliği azaltılabilir. Şekil 3.22'deki üç bölmeli 20 katlı çerçeve elemanlı elemanları rijit bağlı bir sistemi ele alırsak her düğümde üç serbestlik derecesi olduğunu kabul edersek, sonuç eşitliğinde 240 tane bilinmeyen vardır. Eğer tüm sistemin katılık matrisi bilgisayarda saklanacak ise, $240^2=57.600$ yere ihtiyaç olacaktır.



Şekil 3.22 : Eleman numaralandırması.

Genel katılık matrisinin bant (yarım bant) genişliği 15 dir ve böylece üst yarım bant için hafıza yeri sayısı $15 \times 240 = 3600$ dür. Sınır şartlarını düğüm serbest dereceliklerine uyguladığımızda, açıkça görülür ki 1 yönündeki birim yer değiştirme A, B, C düğümlerine reaksiyon kuvvetlerinin bağlanması gerektirecektir. Böylece genel rijitlik matrisinin (Şekil 3.23) sıfırdan farklı terimleri 15 pozisyonla sınırlanır. Bu bant genişliğini (B) şu şekilde ifade edilir. Bant genişliği (B) = (bir elemanın uç noktalarının arasındaki serbestlik derecesinin maksimum farkı +1).

Bant genişliğini hesaplama metodu için Şekil 3.22'de verilen rijit bağlı çerçeveyi ele alalım. Düğüm 1(A düğümü) hariç Bu ifade bürün sonlu eleman uygulamaları için aşağıdaki gibi genelleştirilebilir.



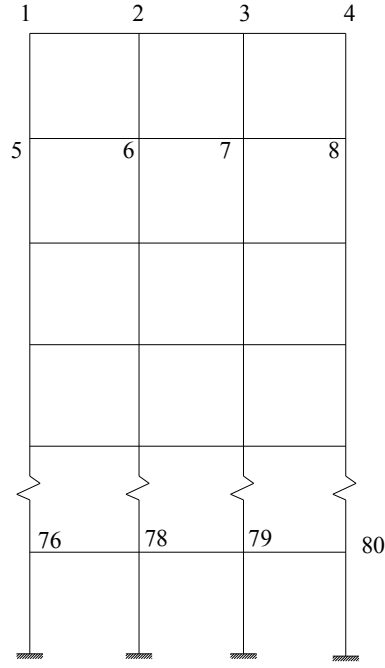
Şekil 3.23 : Rijit çerçeve sisteminin bantlı genel rijitlik matrisi.

Bant genişliği,

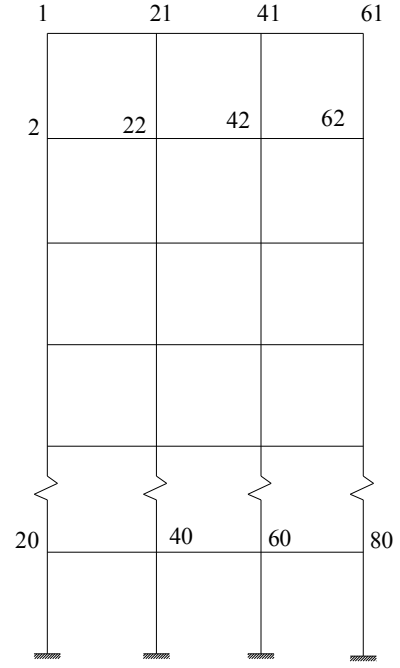
$$(B) = (D + I).f \quad (3.71)$$

Burada D matris montajının bütün elemanları için oluşan maksimum en büyük düğüm numaraları farkı ve f her düğümdeki serbestlik derecesi adedi. Yukarıdaki eşitlikten bant genişliğini minimize etmek için D 'nin minimize edilmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Böylece sistemin kısa olan kenarı boyunca yapılacak bir numaralandırma ile daha kısa bant genişliği elde edilebilir. Bu Şekil (3.24)'de açıkça görülmektedir. Burada kısa kenar boyunca numaralandırma yapıldığında $B=15$ ($D=4$), oysa uzun kenar boyunca numaralandırma yapılsaydı $B=63$ ($D=20$) bant genişliği oluşacaktır.

Sonlu elemanlar analizi bu aşamalardan sonra aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır. Sistem yukarıdaki görüşler çerçevesinde bölümlendirildikten sonra şekil fonksiyonları belirlenir. Daha sonra her bir elemanın rijitlik matrisi, kuvvet vektörleri tayin edilir. Dinamik analiz yapılıyorsa eleman kütle matrisleri de belirlenir. Eleman matrislerinden bütün sistemin rijitlik matrisi, kuvvet vektörü, yer değiştirme vektörü elde edilir. Sınır şartları uygulandıktan sonra işlem yapılarak statik analiz için yer değiştirme vektörü elde edilir. Elde edilen bu yer değiştirme vektörü ana eşitlikte yerine konularak eleman iç kuvvetleri elde edilir.



(a) Kısa kenar boyunca düğüm numaralandırma



(b) Uzun kenar boyunca düğüm numaralandırma

Şekil 3.24 : Farklı düğüm numaralandırma şeması.

Tezin konusu sonlu elemanlar yöntemi olmadığından ve burada verilen bilgiler sadece yöntemin kabaca tanıtılması amacıyla verildiğinden konuyu burada bırakıp tezin konusunu ilgilendiren kısımları hakkında bilgi vermeye çalışacağız.

3.4 Hareketli Yüklere Maruz Sistemlerin Dinamik Davranışını Belirlemede

Sonlu Elemanlar Yönteminin Kullanılması

3.4.1 Tek bir kuvvetin kiriş üzerinde hareket etmesi

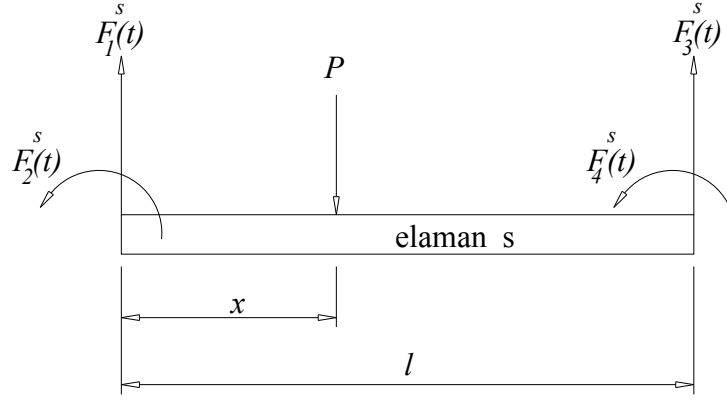
3.4.1.1 Denk düğüm kuvvetlerinin belirlenmesi

Çok serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi temsil edilebilir [14,15].

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.72)$$

Burada $[M]$ genel kütle, $[C]$ sönümlleme, $[K]$ direngenlik matrisleridir. $\{\ddot{q}(t)\}$, $\{\dot{q}(t)\}$, $\{q(t)\}$ sırasıyla bütün sistemin ivmelenme, hız ve yer değiştirme

vektörleridir. $\{F(t)\}$ ise dış kuvvet vektörüdür. Şekil 3.25’de üzerinde x mesafesinde P kuvveti bulunan l uzunluğunda çubuk tipi bir sonlu elemanın serbest cisim diyagramı görünmektedir. Elemanın uç noktalarında düğüm kuvvetleri (kesme kuvveti ve moment) bulunmaktadır.



Şekil 3.25 : P kuvvetinin etkisindeki s elemanın kuvvetleri.

Bir kiriş bir P kuvvetine maruz kaldığında kuvvetin uygulandığı elemanın düğümleri hariç bütün düğüm kuvvetleri sıfırdır.

$$\{F(t)\} = \{000 \dots F_1^s(t) F_2^s(t) F_3^s(t) F_4^s(t) \dots 000\} \quad (3.73)$$

Burada, $F_i^s(t), (i = 1-4)$, düğüm kuvvetleridir.

$$\{F^s(t)\} = [F_1^s(t) F_2^s(t) F_3^s(t) F_4^s(t)]^T = P \{N\} \quad (3.74)$$

$$\{N\} = [N_1 N_2 N_3 N_4]^T \quad (3.75)$$

N_i ($i = 1-4$)’e kadar şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidirler[14].

$$N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (3.76)$$

$$N_2 = (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad (3.77)$$

$$N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (3.78)$$

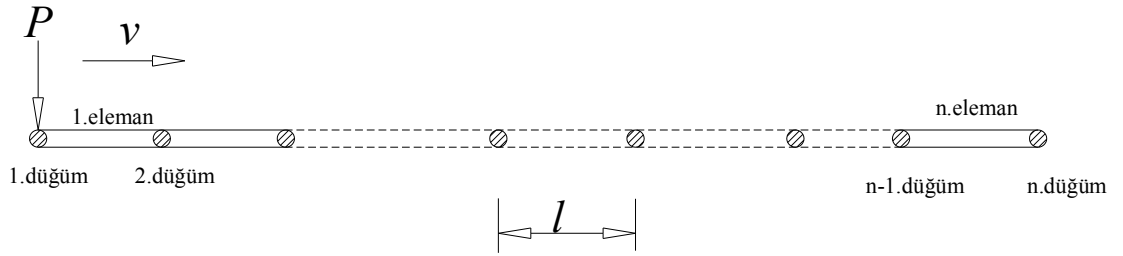
$$N_4 = (-\xi^2 + \xi^3)l \quad (3.79)$$

Burada,

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (3.80)$$

Şekil 3.25'den görüleceği üzere l elaman uzunluğu ve x , elaman üzerinde P kuvvetinin uygulandığı noktanın sol uca olan mesafesidir.

Hareketli yükü sisteme uygulamak için kuvvetler ve momentler zamanın fonksiyonu olarak bütün sistemin sonlu elamanlar modelindeki düğüm noktalarına uygulanır. Şekil 3.26'da görüldüğü üzere P kuvveti n düğümlü ve $n-1$ elamanlı kiriş üzerinde v hızı ile 1nci düğümünden n .düğüme ilerlemektedir. Δt zaman aralığında j adet zaman adımı ele alalım ve toplam zaman t_{max} ,



Şekil 3.26 : Üzerinde v hızıyla ilerleyen bir P kuvvetine maruz bir kirişin sonlu elamanlar modeli.

$$t_{max} = j \Delta t \quad (3.81)$$

Her zaman adımında kirişin her düğümü ne ait kuvvet ve moment bilgilerini içeren kuvvet ve moment vektörleri:

$$[F]_{j+1}^i = [F_{t=0}^i \ F_{t=\Delta t}^i \ F_{t=2\Delta t}^i \ \dots \ F_{t=j\Delta t}^i]_{j+1}^i \quad i=1 \text{ den } n \text{ kadar} \quad (3.82)$$

$$[M]_{j+1}^i = [M_{t=0}^i \ M_{t=\Delta t}^i \ M_{t=2\Delta t}^i \ \dots \ M_{t=j\Delta t}^i]_{j+1}^i \quad i=1 \text{ den } n \text{ kadar} \quad (3.83)$$

Burada, i düğüm numarasını temsil etmektedir. Şekil 3.26'da görüldüğü üzere $t=0$ anında P kuvveti 1nci düğümün üzerindedir.

$$F_{t=0}^1 = P, \ F_{t=0}^i = 0, \ i=2 \text{ den } n \text{ kadar ve } M_{t=0}^i = 0, \ i=1 \text{ den } n \text{ kadar} \quad (3.84)$$

Herhangi bir $t = r\Delta t$ ($r=1$ den j kadar) anında kirişin sol ucuna göre kuvvetin pozisyonu aşağıda verilmiştir.

$$x_p(t) = vr\Delta t \quad (3.85)$$

Herhangi bir t anında uygulanan kuvvet şu şekilde bulunur.

$$s = (\text{tamdeğer} \frac{x_p(t)}{l}) + 1 \quad (3.86)$$

s . elamanın $s=1$ den $s=n-1$ e kadar, iki düğümü s ve $s+1$ dir. Böylece P kuvveti s . Elemanın ($s=1$ den $s=n-1$ e) kadar, herhangi bir $t = r\Delta t$ ($r =1$ den j kadar) anında üzerinde iken aşağıdaki düğüm kuvveti ve momenti bağıntıları oluşturulur.

$$F_{t=r\Delta t}^s = PN_1 \quad (3.87)$$

$$F_{t=r\Delta t}^{s+1} = PN_3 \quad (3.88)$$

$$F_{t=r\Delta t}^i = 0 \quad (s \text{ ve } s+1 \text{ hariç } i=1 \text{ den } n \text{ e kadar}) \quad (3.89)$$

$$M_{t=r\Delta t}^s = PN_2 \quad (3.90)$$

$$M_{t=r\Delta t}^{s+1} = PN_4 \quad (3.91)$$

$$M_{t=r\Delta t}^i = 0 \quad (s \text{ ve } s+1 \text{ hariç } i=1 \text{ den } n \text{ e kadar}) \quad (3.92)$$

Denklem (3.80) , lokal x yerine genel $x_p(t)$ açısından yazılabilir:

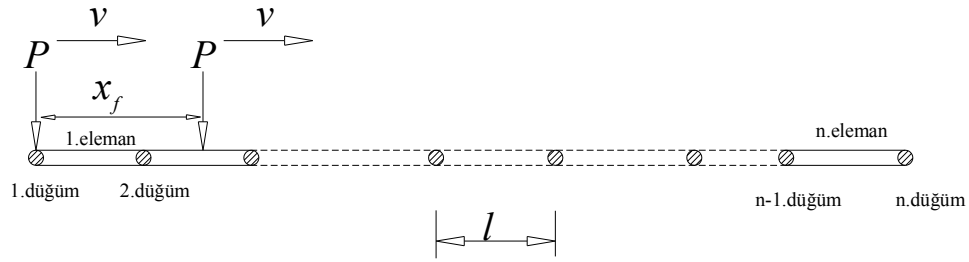
$$\xi = \frac{x_p(t) - (s-1)l}{l} \quad (3.93)$$

ξ tamsayı olduğunda beklendiği gibi tek bir düğüm kuvveti vardır. Çünkü ξ tamsayı olduğunda P kuvveti bir düğümle çakışmaktadır.

Böylece hareketli bir kuvvete maruz kirişin her düğümü için zamana bağlı kuvvet ve moment fonksiyonları belirlenmiştir. Yukarıda verilen prosedür çubuk (bar) elaman içindir. Diğer elaman tipleri içinde aynı prensip uygulanabilir. Fakat şekil fonksiyonları elaman tipine uygun olmalıdır.

3.4.2 İki adet hareketli kuvvete maruz kiriş

Şekil 3.27’de görüldüğü üzere iki adet kuvvet v hızıyla kirişin bir ucundan diğer ucuna ilerlemektedir. Birinci hareketli kuvvetle ilgili kuvvet ve moment vektörleri bölüm 3.4.1.1’teki formüllerle yapılır. İkinci kuvvetin katkısını hesaplamak için denklemler (3.85), (3.86) ve (3.93) küçük değişikliklere ihtiyaç duyarlar, şöyle ki; [14]



Şekil 3.27 : İki adet hareketli kuvvete maruz kiriş.

$$x(t) = vr\Delta t + x_f \quad (3.94)$$

İkinci kuvvetin genel pozisyonu $x(t)$ birinci kuvvetin genel pozisyonu $x_p(t)$ artı iki kuvvet arasındaki mesafe x_f . Üzerinde kuvvet olan elaman,

$$s = (\text{tamdeğer} \frac{vr\Delta t + x_f}{l}) + l \quad (3.95)$$

Sonuç olarak $x_p(t)$ nin doğru ifadesi denklem (3.80)’de yerine konularak

$$\xi = \frac{vr\Delta t + x_f - (s - l)l}{l} \quad (3.96)$$

İki kuvvetin birlikte her düğüme olan etkisi eklenerek genel kuvvet ve moment vektörleri elde edilebilir.

3.4.3 Hareketli kütle problemi

Konvansiyonel normal mod analizi prosedürlerine göre her hangi bir düğümdeki yer değiştirme aşağıdaki gibidir [15].

$$\{q(t)\} = [\phi]\{u(t)\} \quad (3.97)$$

Burada $\{u(t)\}$ modal yer değiştirme vektörü, $[\phi]$ mod şekil matrisi olup, N adet bağımsız modal vektörlerden oluşur.

$$[\phi] = [\{\phi_1\} \ \{\phi_2\} \dots \{\phi_N\}] \quad (3.98)$$

Denklem (3.97)'nin zamana göre birinci ve ikinci türevlerini alırsak,

$$\{\dot{q}(t)\} = [\phi] \{\dot{u}(t)\} \quad (3.99)$$

$$\{\ddot{q}(t)\} = [\phi] \{\ddot{u}(t)\} \quad (3.100)$$

Denklem (3.97), (3.99) ve (3.100) bütün sistemin hareket denklemi olan denklem (3.72)'de yerine konulup, oransal sönümleme kabulüyle normal mod analizi yapılırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$m_n \ddot{u}_n(t) + c_n \dot{u}_n(t) + k_n u_n(t) = \bar{f}_n(t) \quad (3.101)$$

$$m_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \quad (3.102)$$

$$c_n = \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} \quad (3.103)$$

$$k_n = \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} \quad (3.104)$$

$$\bar{f}_n(t) = \{\phi_n\}^T [F(t)] \quad (3.105)$$

Burada m_n , c_n , k_n n . modun kütle, sönümleme ve direngenlik değerleri, $\bar{f}_n(t)$ n . modun genelleştirilmiş kuvvetidir.

Düğümler s ve $s+1$ arasındaki noktanın dikey ivmelenmesi lineer interpolasyon ile

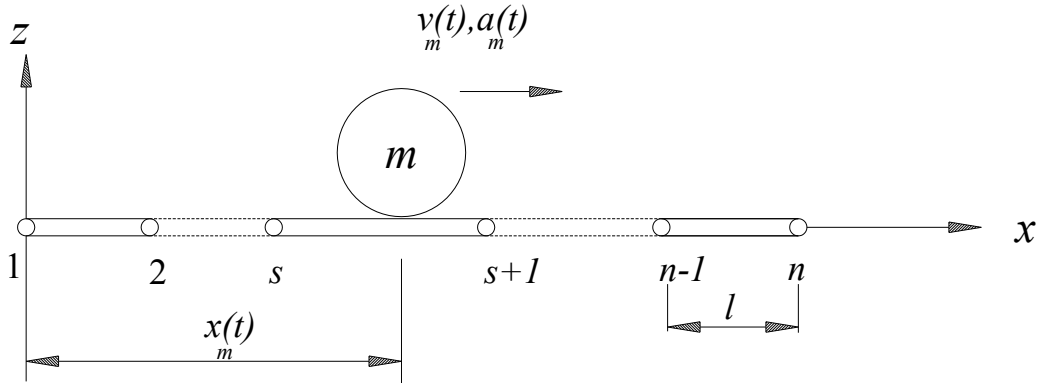
$$a_m(t) = a_s(t) + \frac{(x_m(t) - (s-1)l)(a_{s+1}(t) - a_s(t))}{l} \quad (3.106)$$

Burada, $a_s(t)$ denklem (3.100) de verilen $\{\ddot{q}(t)\}$ nin $(3(s-1)+2)$ nci elamanı, $a_{s+1}(t)$ ise $(3s+2)$ nci elamanıdır.

Hareketli kütle ve hareketli yük arasındaki fark hareketli yük formülünde kütlenin ivmelenmesi ihmal edilmesidir. Bu yüzden hareketli yük formülünde kütlenin ivmelenmesi ilave edilerek hareketli kütle formülü elde edilir. Bölümler 3.3.1. ve 3.3.2 de denklemler (3.72) ve (3.93) hareketli bir yüke maruz sistemin anlık denk düğüm kuvvetini hesaplamada kullanılmıştı. Hareketli bir kütle etkisindeki sistemin anlık düğüm kuvvetlerini belirlemek için ivmelenme etkisi denklem (3.74)'te denklem (3.107) ile dâhil edilmelidir.

$$P(t) = m(g + a_m(t)) \quad (3.107)$$

Şekil 3.28'de görülen sistemin hareketli kütle için anlık dış kuvvet vektörünü belirlemek için $n-1$ düğüm, n elemandan oluşan ve 1nci elemanından n elemanına v_m hızıyla ilerleyen kütleden oluşturulan bir model ele alalım. Herhangi bir t anında kirişin her bir düğümü için kuvvet ve moment vektörleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.28 : Hareketli kütle etkisindeki kiriş.

$$\{F_i\} = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ \dots F_n]^T, \quad i=1 \text{ den } n \text{ e kadar} \quad (3.108)$$

$$\{M_i\} = [M_1 \ M_2 \ M_3 \ \dots M_n]^T, \quad i=1 \text{ den } n \text{ e kadar} \quad (3.109)$$

Hareketli kütlenin $t=0$ anında 1nci düğümde durgun olduğu kabulü ile aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$F_1 = mg, \quad F_i = 0 \quad i=2 \text{ den } n \text{ e kadar}, \quad M_i = 0 \quad i=1 \text{ den } n \text{ e kadar} \quad (3.110)$$

Her hangi bir $t(t \neq 0)$ anında hareketli kütlenin pozisyonu $x_m(t)$ aşağıdaki denklem (3.111) den bulunabilir.

$$s = (\text{tamdeğer kısmı } \frac{x_m(t)}{l}) + 1 \quad (3.111)$$

Kirişin s nci elemanın düğümleri s ve $s+1$ dir. Hareketli kütle s nci elaman üzerinde iken aşağıdaki düğüm kuvvet ve momentleri oluşturulur.

$$F_s = m(g + a_m(t))N_1 \quad (3.112)$$

$$F_{s+1} = m(g + a_m(t))N_3 \quad (3.113)$$

$$F_i = 0 \quad i=1 \text{ den } n \text{ e kadar } (i=s, s+1 \text{ hariç}) \quad (3.114)$$

$$M_s = m(g + a_m(t))N_2 \quad (3.115)$$

$$M_{s+1} = m(g + a_m(t))N_4 \quad (3.116)$$

$$M_i = 0 \quad i=1 \text{ den } n \text{ e kadar } (i=s, s+1 \text{ hariç}) \quad (3.117)$$

N_1, N_2, N_3, N_4 denklemler (3.76) - (3.79)'da verilen şekil fonksiyonlarıdır. Denklem (3.80) lokal x yerine global $x_m(t)$ olarak aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$\xi = \frac{x_m(t) - (s-1)l}{l} \quad (3.118)$$

Her düğümdeki anlık kuvvet ve moment vektörleri belirlendiğinden sistemin genel dış kuvvet vektörü aşağıdaki gibi olur.

$$\{F(t)\} = [F_1 \ M_1 \ F_2 \ M_2 \ \dots \ F_n \ M_n]^T \quad (3.119)$$

Kirişin s nci elemanın s ve $s+1$ nci düğümleri arasındaki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi lineer interpolasyonla aşağıdaki gibi bulunur.

$$w_m(t) = w_s(t) + \frac{(x_m(t) - (s-1)l)(w_{s+1}(t) - w_s(t))}{l} \quad (3.120)$$

Burada $w_s(t)$ ve $w_{s+1}(t)$ denklem (3.100)'de verilen $\{\ddot{q}(t)\}$ 'nin $(3(s-1)+1)$ ve $(3s+1)$ nci elemanlarıdır. $[M]$ genel kütle, $[C]$ sönümleme, $[K]$ direngenlik matrislerinin bulunuşu [16]'dan takip edilebilir.

3.5 Nümerik İntegrasyon ile Dinamik Analiz.

Yapısal sistemlerin dinamik davranışını belirlemede kullanılan en genel yaklaşım dinamik denge eşitliklerinin doğrudan integrasyonu metodunun kullanılmasıdır. Bu yöntem dinamik denge eşitliğinin zamanın sıfır olduğu an için belirlendikten sonra zaman içindeki ayrı noktalar için de sağlanması girişimini içermektedir. Methodların çoğu eşit zaman aralıklarını kullanır. Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, ..., $N\Delta t$. Bütün metotlar genelde ya kesin ya da kesin olamayan metotlar olarak sınıflandırılabilir.

Kesin metotlar her zaman adımında lineer eşitliklerin çözümünü gerektirmez. Genellikle bu metotlar diferansiyel eşitlikleri “ t ” zamanında, “ $t+\Delta t$ ” zamanındaki çözümü tahmin etmek için kullanılır. Pek çok katı elemanlı gerçek sistemlerde stabil bir çözüm için çok küçük zaman adımı gereklidir. Bu yüzden kesin metotlar zaman adımının büyüklüğü açısından şartlı olarak stabildir.

Kesin olmayan metotlar “ $t-\Delta t$ ” zamanındaki çözüm bulunduktan sonra “ t ” zamanı için diferansiyel eşitlikleri sağlamaya çalışırlar. Bu metotlar her zaman adımı için lineer eşitliklerin çözümünü gerektirir. Bununla birlikte büyük zaman adımları kullanılabilir. Bu metotlar şartlı veya şartsız olarak stabil olabilir [17].

3.5.1 Newmark doğrudan integrasyon metodu

1959’da Newmark [17] dinamik problemlerin çözümü için bir grup integrasyon metodunu sundu. Bu zamandan beri Newmark Metodu pek çok pratik mühendislik yapılarının dinamik analizine uygulanmıştır. Bu metot bazı araştırmacılar tarafından geliştirilip modifiye de edilmiş ve geliştirilmiştir. Newmark doğrudan integrasyon metodu sonlu elemanlar yöntemiyle birlikte kullanılmakta olup metod hakkında temel bilgiler aşağıda açıklanacaktır. Metodun uygulanmasında başlangıç hesaplamaları ve herbir zaman adımı hesaplamaları olarak iki aşama mevcuttur. Çizelge 3.4’te bu aşamalar verilmektedir.

Sistemin hareket denklemi (3.72)’de verildiği üzere aşağıdaki kısa şekilde yazılabilir.

$$M \ddot{q}_t + C \dot{q}_t + K q_t = F_t \quad (3.121)$$

Taylor serileri kullanılarak aşağıdaki bağıntılar elde edilir [17].

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{q}_{t-\Delta t} + \dots \quad (3.122)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{q}_{t-\Delta t} + \dots \quad (3.123)$$

Newmark bu serileri aşağıdaki gibi kesmiştir [17].

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^3 \ddot{q} \quad (3.124)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{q} \quad (3.125)$$

Eğer zaman adımı içinde ivmelenmenin lineer olduğu kabul edilirse aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\ddot{q} = \frac{(\ddot{q}_t - \ddot{q}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \quad (3.126)$$

Denklem (3.126), denklem (3.124)'te yerine konulursa, Newmark eşitlikleri aşağıdaki standart formda elde edilir.

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{q}_t \quad (3.127)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t \ddot{q}_t \quad (3.128)$$

Newmark, denklemler (3.121), (3.127), (3.128) 'i iteratif olarak her zaman adımı için yapısal sistemin her yer değiştirme serbestlik derecesi için kullanır. $\ddot{q}_t$ terimi denklem (3.121) den, eşitliğin kütleyle bölünmesiyle elde edilir.

Wilson 1962'de [17], (3.127) ve (3.128) eşitliklerini direngenlik, kütle oransal sönümleme ilave ederek matris formatında elde etti. Böylece denklemler (3.127) ve (3.128) eşitlikleri aşağıdaki formda yeniden yazılır.

$$\ddot{q}_t = b_1(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t} \quad (3.129)$$

$$\dot{q}_t = b_4(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t} \quad (3.130)$$

Burada $b_1, \dots, b_6$ Çizelge 3.4'te verilmiştir.

Çizelge 3.4 : Newmark doğrudan integrasyon metodunun özeti.

I. Başlangıç hesaplamaları	1.1. statik direngenlik $\mathbf{K}$, kütle $\mathbf{M}$, sönümleme $\mathbf{C}$ matrislerini oluştur.
	1.2. integrasyon parametrelerini β ve γ belirle.
	1.3. integrasyon sabitlerini hesapla.
	$b_1 = \frac{I}{\beta \Delta t^2}$, $b_2 = \frac{I}{\beta \Delta t}$, $b_3 = \beta - \frac{I}{2}$, $b_4 = \gamma \Delta t b_1$, $b_5 = I + \gamma \Delta t b_2$, $b_6 = \Delta t (I + \gamma b_3 - \gamma)$
	1.4. efektif direngenlik matrisini oluştur. $\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$
	1.5. efektif direngenlik matrisini üçgenleştir. $\bar{K} = LDL^T$
II. Her zaman adımı için $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$	1.6. $q_0, \dot{q}_0, \ddot{q}_0$ başlangıç şartlarını belirle.
	A. efektif yük vektörünü hesapla $\bar{F}_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}) + C(b_4 q_{t-\Delta t} - b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t})$
	B. t zamanı için düğüm yerdeğiştirme vektörünü hesapla. $LDL^T q_t = \bar{F}_t$
	C. t zamanı için düğüm hızlarını ve ivmelerini hesapla $\dot{q}_t = b_4 (q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}$ $\ddot{q}_t = b_1 (q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}$
	D. $t = t + \Delta t$ için II.a adıma git.

Denklemler (3.129) ve (3.130) denklem (3.121)'de yerine konursa, sistemin dinamik eşitliği t anında bilinmeyen q_t düğüm yer değiştirmeleri açısından aşağıdaki gibi yazılır.

$$(b_1 M + b_4 C + K) q_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}) + C(b_4 q_{t-\Delta t} - b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}) \quad (3.131)$$

3.5.2 Newmark metodunun stabilitesi

Sıfır sönümleme için aşağıdaki durumlarda, Newmark metodu şartlı olarak stabildir,

$$\gamma \geq \frac{I}{2}, \quad \beta \leq \frac{I}{2} \quad \text{ve} \quad \Delta t \leq \frac{I}{f_{\max} \sqrt{\frac{\gamma}{2} - \beta}} \quad (3.132)$$

Burada $f_{\max}$ sistemin maksimum titreşim frekansıdır. Aşağıdaki durumda Newmark metodu şartsız olarak stabildir.

$$2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2} \quad (3.133)$$

Bununla birlikte γ , $\frac{1}{2}$ den büyük olduğunda hatalar oluşur. Bu hatalar nümerik sönümleme ve periyot uzamasıdır. Büyük çok serbestlik dereceli sistemler için denklem (3.132)'de verilen zaman adımı büyüklüğünün limiti aşağıdaki gibi daha kullanışlı şekilde yazılabilir.

$$\frac{\Delta t}{T_{min}} \leq \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{2} - \beta}} \quad (3.134)$$

Gerçek büyük sistemlerin bilgisayar modelleri, zaman integrasyon adımından küçük olan pek çok periyotları içermektedir. Bu yüzden her zaman adımı için şartsız olan nümerik integrasyon metodunun seçilmesi esastır[17].

3.6 SAP 2000'in Tanıtılması

3.6.1 Giriş

SAP2000, SAP bilgisayar programı serilerinin en son sürümüdür. SAP, ilk olarak 25 yıl önce California-Berkeley Üniversitesi'nde geliştirilmiş bir sonlu eleman analiz programıdır. SAP2000, SAP serisi bilgisayar programlarının en ilerisi ve en kullanıcı dostu olan versiyonudur. SAP2000 'nin 1996 da yapılan ilk versiyonu, SAP serileri içerisinde tamamı Windows uyumlu olan ilk sürümüydü. Bu özellik sınırsız kullanım ve üretim özelliğine sahip olan çok güçlü bir ara-yüze olanak tanır. Modelin oluşturulması ve geliştirilmesi, analizin yapılması, boyutlamanın kontrolü ve optimizasyonu ile çıktıları baskıya hazırlama bu tek ara yüzle yapılabilmektedir. Tek bir yapısal model birçok farklı tipteki hesaplama ve boyutlama işleminde kullanılabilir [30].

3.6.2 Program seviyeleri ve özellikleri

SAP2000'nin en güncel bu sürümü, aynı grafik kullanıcı ara-yüzünü paylaşan üç ayrı paket halinde sunulmaktadır: SAP2000 Basic, SAP2000 PLUS ve SAP2000 Advanced. Bütün bu programlar en gelişmiş özelliklerle donatılmıştır. Bunlardan bazıları: Hızlı denklem çözücü, kuvvet ve yer değiştirme yükü, prizmatik olmayan

ubuk nesneleri, sadece çekmeye çalışan çaprazlar, art - germeli tendonlar, çok hassas kabuk nesneleri, Eigen ve Ritz modal analizi, simetrik olmayan yapılar için çok sayıda koordinat sistemleri, birçok farklı düğüm noktası şartı (bağımlılığı) atama seçeneği, bağımsız tanımlanmış sonlu nesne modellerinin birleştirilmesi, tam çiftli 6x6 yay rijitliği ve aynı işlemde birden çok dinamik analizin kombine edilebilmesi veya zarflanabilmesidir. SAP2000 PLUS programa bunlara sınırsız kapasiteyi de katar; Yük katarları analizi özellikleri, sonlu eleman tekniğinin tamamını, etkin frekans alanında analiz (hem düzgün doğrusal ve hem g-spektral-yoğunluğu tipleri) ve zaman alanında analizi (time-history) seçenekleridir. SAP2000 Advanced versiyonu PLUS ın kapasitesini çubuk nesnelerinde, fiber mafsallarda, kablo (halat) davranışında, non-linear kabuk elemanlarında ve geometrik nonlinearitede kullanılmak üzere (*boşluklar (gap), kancalar (hook), izolatörler, damperler, çoklu-linear plastik mafsallar* gibi) linear olmayan bağlantı nesneleri ile çoklu-linear plastik mafsallar ekleyerek artırır. Ayrıca malzeme ve geometrik etkilerden kaynaklanabilecek nonlinearlik özelliğini dikkate alan Statik hesap teknikleri (Statik Non-linear Hesaplama) ki bunlar; Statik İtme Analizi, modal süperpozisyon ve doğrudan-entegrasyon yöntemi kullanılarak Zaman Alanında Hesaplama, burkulma analizi, frekans etki alanında hesaplama (hem “düzenli hal” hem’de “g-spektrum-yoğunluğu” tiplerinde) .

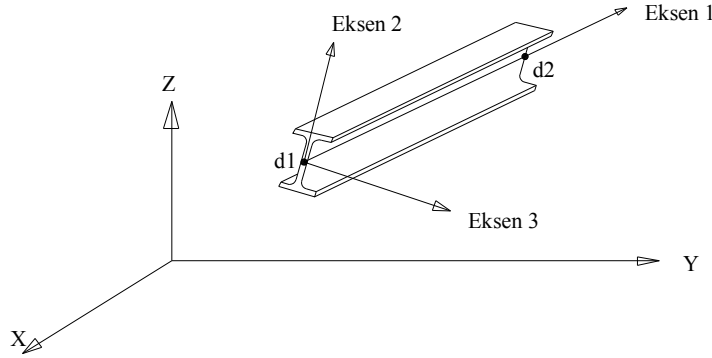
Yukarıda saydığımız tüm bu program özellikleri hem tasarım, hem’de hesaplama aşamasında, elik, betonarme, alüminyum ve soğuk çekme (ince cidarlı) profillerden oluşan yapıların aynı ara yüzde ve tamamen birbirleriyle uyumlu şekilde kullanılmasına ve bu entegre binaların boyutlandırılmasına olanak tanır. elik ve Alüminyum ubuk nesneleri için boyutlama ve iteratif optimizasyon sağlanmaktadır. Nesneler boyutlama amaçlarına göre sınıflandırılabilirler ve nesnenin üzerine tıklanarak o nesne için detaylı boyutlama sonuç bilgileri görülebilir. Programda birçok yerel ve uluslararası boyutlama yönetmeliklerinin en son durumları mevcuttur. Modelleme bilgileri, analiz sonuçları ve tasarım sonuçları gibi tüm SAP2000 verileri izelge veri yapısında incelenebilir. Bu izelge yapısındaki veriler ara yüz içerisinde düzenlenip görüntülenebildiği gibi, Microsoft Access veritabanı formatına, Microsoft Excel hesap izelgesuna veya düz metin biçimine dönüştürülebilir.

Export edilen bilgileri raporlar oluşturmak veya özel hesaplamalar yapmak için kullanabiliriz. Bu çizelge verileri SAP2000 dışında yeniden düzenlenmiş ya da yeniden oluşturulmuş modelleri SAP2000 içine çağırabilmek amacıyla da kullanılabilir. Bu Import ve Export yetenekleri diğer çok bilinen boyutlama ve çizim programlarından veri alma veya gönderme konusunda da rahatlıkla kullanılabilir[30].

3.6.3 SAP2000'in bazı sonlu eleman modelleri

3.6.3.1 Çubuk eleman

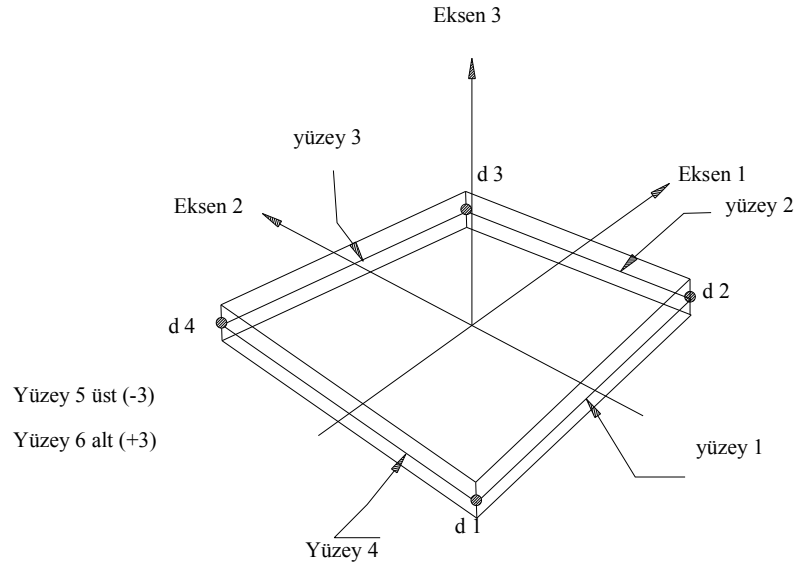
Kare, dikdörtgen, dairesel, L, I, H vb. düzgün sürekli kesitlerden oluşan sistemlerin sonlu eleman modellemesinde kullanılırlar. Şekil 3.29'da SAP 2000'de kullanılan bir çubuk eleman görünmektedir. İki düğüm'den oluşan bir çubuk elemana atanan kesit özellikleri modellemeye kolaylık ve hız kazandırmaktadır. Kesme kuvvetleri, moment ve yerdeğiştirme hesaplarında çabuk sonuç almada kullanılırlar. Çubuk elemanın, gerilme analizi hesapları amacıyla kullanılması sonradan ilave hesapların yapılmasını gerektirir.



Şekil 3.29 : İki düğümlü bir çubuk eleman.

3.6.3.2 Kabuk eleman

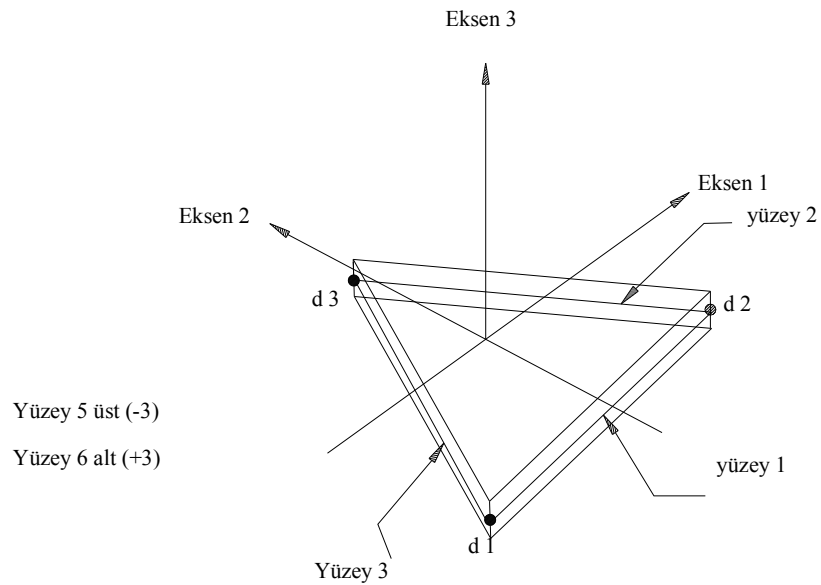
Kabuk eleman, üç boyutlu sistemlerin kabuk, membran ve plaka davranışlarını modellemeye kullanılır. Şekil 3.30'da dört düğümlü dikdörtgen Şekil 3.31'de üç düğümlü üçgen kabuk elemanlar görünmektedir. Kabuk elemanlar bir çeşit alan elemanı olup düzlem gerilme, birim uzama ve simetrik katı davranışlarının modellemesinde kullanılırlar.



Şekil 3.30 : Dört düğümlü dikdörtgen kabuk (shell) eleman.

Aşağıdaki sistemler kabuk elemanlarla modellenebilirler:

- Tank ve kubbe gibi üç boyutlu sistemler
- Plakalardan oluşan sistemler
- Membran sistemler



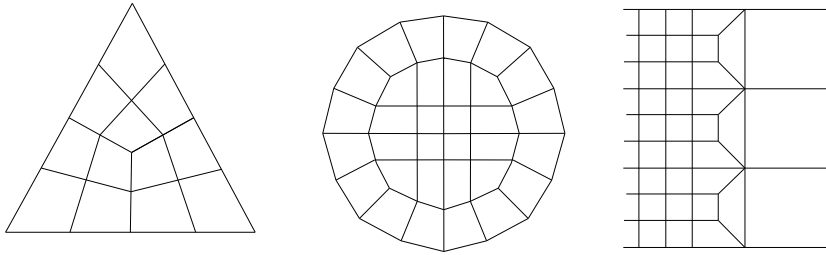
Şekil 3.31 : Üç düğümlü üçgen kabuk eleman.

Dinamik analiz yapılırken kabuk elemanın kütlesi düğüm noktalarına topaklanmış kütleler olarak hesaplanır. Eleman içinde düğüm noktaları haricinde kütle olmadığı düşünülür.

Kabuk elemanlarda düğüm noktaları yerleştirilirken aşağıdaki geometrik şartlara uyulmalıdır:

- Kabuk elemanın her köşesinin iç açısı 180 dereceden küçük olmalıdır. Bu açılar 90 dereceye ne kadar yakın olursa en iyi sonuçlar elde edilebilir. En azından 45 ile 135 derece aralığında olmalıdır.
- Bir kabuk elemanın boy ve en oranı çok büyük olmamalıdır. Üçgen eleman için en uzun kenarın en kısa kenara olan oranı dörtgen elemanda köşegenlerin oranı bire yakın olduğunda en iyi sonuçlar alınır. Boy ve en oranı 10'u geçmemelidir.
- Elemanların arasındaki açısal dönüklük 30 dereceden az olmalıdır. Hiçbir durumda 45 derecenin üzerine çıkmak doğru değildir.

Yeterince eleman sayısı ile bölümlendirme yapılmasıyla bu şartlar sağlanabilir. Şekil 3.32'de kabuk elemanın bölümlendirme örnekleri görülmektedir.



Üçgen bölge Dairesel bölge Eleman geçişi

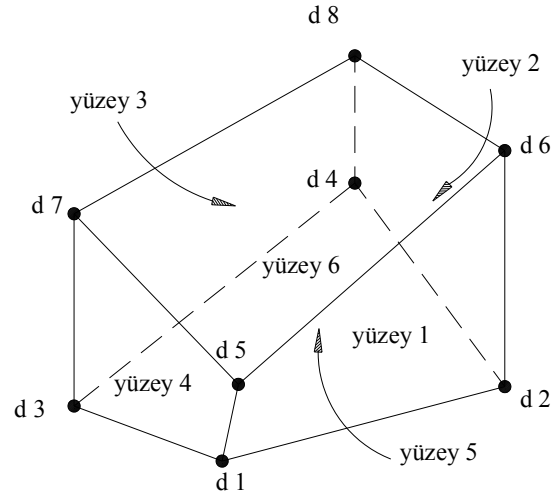
Şekil 3.32 : Dikdörtgen kabuk elemanın bölümlendirme (mesh) örnekleri.

3.6.3.3 Katı (solid) eleman

Üç boyutlu sistemlerin ve katıların modellenmesinde kullanılan katı elemanlar sekiz düğümlü altı yüzeyli elemanlardır. Şekil 3.33'te bir katı eleman görülmektedir.

Bu elemanların oluşturulmasında aşağıdaki geometrik şartlara uyulmalıdır:

- Yüzeylerin her bir köşelerinin iç açıları 180 dereceden küçük olmalıdır. En iyi sonuçlar 90 dereceye yakın açılarda elde edilir, en azından 45 ile 135 derece arasında seçilmelidir.
- Elemanın en uzun boyutunun en kısa boyutuna olan oranı bire yakın olmalıdır. Bu oran hiçbir şekilde 10'un üzerine çıkmamalıdır [30].

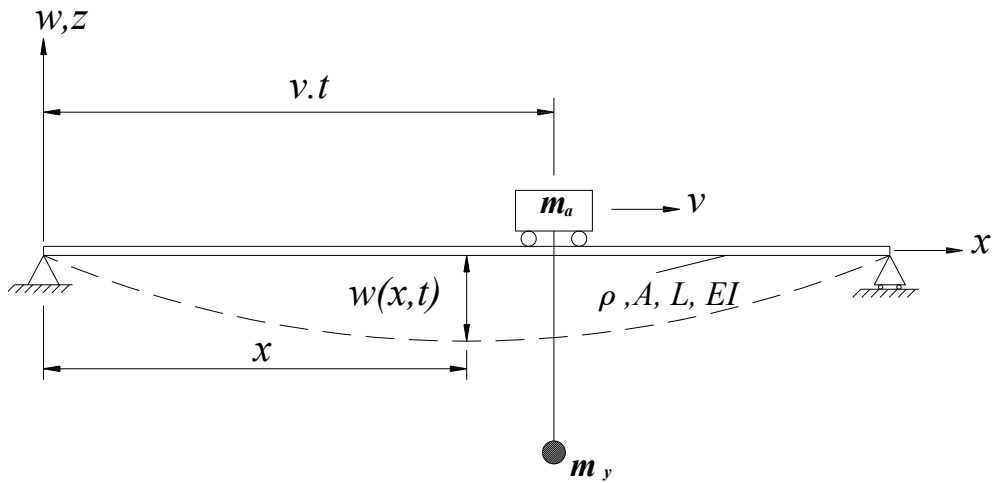


Şekil 3.33 : Katı (solid) eleman.

4. UYGULAMA

4.1 İnce Tek Kirişli Sistem

Sistemin dinamik davranışının incelenmesi amacıyla sonuçların belirgin olarak alınabildiği ince kesitli esnek bir Bernoulli - Euler kirişi seçilmiştir. Kiriş kesitinin kayma yer değiştirmesi ve kesidin dönmesinin dinamik davranışa olan etkisi dikkate alınmamaktadır. Üzerinde hareketli bir araba ve bu arabanın kaldırdığı yük Şekil 4.1’de görüldüğü gibi modellenmiştir. Kiriş üzerine hareket eden arabanın hızının kiriş sisteminin dinamik davranışına olan etkisini araştırmak için kiriş üzerinde araba $v=0.5, 1.25, 2.5, 4, 5$ ve 6.25 m/s hızlar ile hareket ettirilmiştir. Araba $t=0$ anında kirişin sol ucunda ve $t=L/v$ zamanında kirişin diğer ucuna ulaşmaktadır. Burada L/v arabanın seyahat süresidir. Basit mesnetli olarak seçilen kiriş başlangıçta şekil değiştirmemiştir ve herhangi bir titreşim yapmamaktadır. Kaldırılan yük arabaya kütlesiz rijit bir çubukla bağlanmıştır. Kaldırılan yük herhangi bir titreşim ve salınım yapmamaktadır. Arabanın toplam kütlesi kendi kütlesi ve kaldırılan yükün kütlesinin toplamından oluşmaktadır. Uygulama için seçilen kirişin özellikleri Çizelge 4.1’de verilmiştir. Şekil 4.1’de w, z düşey eksen, x kiriş ekseni, t zaman, v arabanın hızı, $v.t$ araba koordinatı, m_a arabanın kütlesi, m_y kaldırılan yükün kütlesi, $w(x, t)$ kirişin zamana bağlı enine yer değiştirmesidir.



Şekil 4.1 : Tek kirişli uygulama kreninin modeli.

Çizelge 4.1 : Malzeme özellikleri.

ρ	8000 kg/m ³
E	2,117 x 10 ¹¹ N/m ²
L	10 m
A	16 x 10 ⁻⁴ m ²
I	2,133 x 10 ⁻⁷ m ⁴
G	9,81 m/s ²
ρAL	128 kg
μ	12,8 kg/m

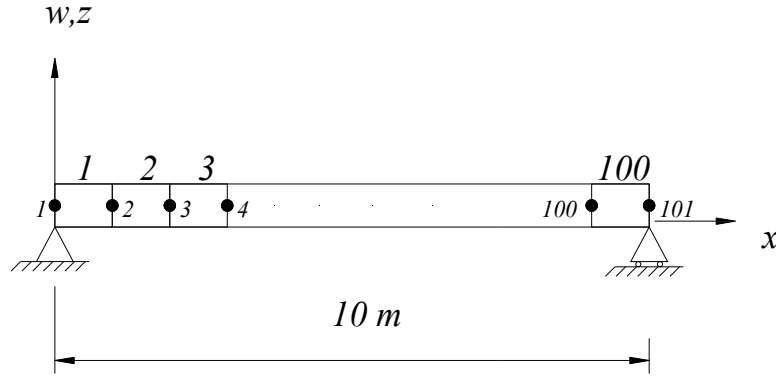
Burada ρ yoğunluk, E Elastisite modülü, L kirişin uzunluğu, A kesit alanı, I atalet momenti, g yerçekimi ivmesi, ρAL kirişin ağırlığı, μ birim uzunluğun kütlesidir.

4.2 Uygulama Sonuçları

Analiz sonuçlarına göre, dinamik yer değiştirmelerde maksimum yer değiştirme her zaman kiriş orta noktasında meydana gelmediğinden dolayı grafikler zaman alan fonksiyonu içinde maksimum yer değiştirmenin olduğu kiriş noktasının yer değişimi olarak verilmiştir. Bütün analizlerde zaman alan fonksiyonu 400 adet zaman diliminde incelenmiştir. $v.t/L$ arabanın kiriş üzerindeki pozisyonunu göstermekte olup, $t=0$ da araba kirişin başlangıç noktasında, $t=L/v$ anında ise diğer ucundadır. 400 adımlık zaman diliminde her adımda ($t/400$) elde edilen veriler Excel ortamına aktarılarak maksimum yer değiştirmenin olduğu zaman adımı tespit edilmiştir. Bir zaman adımı için, kirişin sonlu elemanlar modelinde her düğüm için oluşan yer değiştirmeler hesaplanarak maksimum yer değiştirmenin hangi düğümde olduğu veriler incelenerek tespit edilmiştir. Şekil 4.2’de kirişin sonlu elemanlara bölünmüş durumu görülmektedir. Kiriş üzerindeki düğümler 0,1 m ara ile düzgün dağıtıldığından hangi düğümün mesafe olarak kiriş üzerinde nereye tekabül ettiği aşağıdaki formülle hesaplanabilmektedir.

$$x = (n_x - 1) \frac{L}{n - 1} \quad (4.1)$$

x maksimum yer değıştirmenin oluştuğu noktanın kirişin sol ucundan olan uzaklığı, n toplam düğüm sayısı, n_x maksimum yer değıştirmenin oluştuğu düğüm numarasıdır. x tespit edildikten sonra v ilerleme hızı ile maksimum yer değıştirmenin oluştuğu zaman adımı çarpılarak arabanın o anda kiriş üzerinde hangi noktada olduğu tespit edildi. Her hız durumunda v ve L sabit t değışken olduğundan $v.t/L$ sadece arabanın bulunduğu noktayı değil, aynı zamanda zamanı da temsil etmektedir.



şekil 4.2 : Uygulama kreninin sonlu elemanlar modeli.

Hız arttıkça arabanın seyahat süresi kısalmaktadır. Zaman alan fonksiyonu grafiğinde farklı hızların sonuçlarını aynı grafikte gösterebilmek ve farklılıkların incelenebilmesi amacıyla yatay eksen değışkeni t yerine arabanın kiriş üzerindeki pozisyonunu gösteren $v.t/L$ olarak alınmıştır. Yer değıştirme, moment ve kesme kuvveti diyagramlarında kirişin kendi ağırlılığının oluşturduğu yer değıştirmeler gösterilmemiştir.

Kritik hız ve hız parametreleri denklemler (3.50) , ve (3.48)'de verildiği üzere,

$$v_{kr} = 2f_{(1)}L = \frac{\pi}{L} \left(\frac{EI}{\mu} \right)^{1/2}, \alpha = \frac{v}{v_{kr}}, \alpha = \frac{vL}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{EI}},$$

Çizelge 4.1'deki değerler kullanılarak kritik hız:

$v_{kr} = 18,6 \text{ m/s}$ olarak hesaplanır. Yukarıdaki formülden anlaşılacağı üzere kritik hız kirişin geometrisiyle ilgilidir. Kritik hız kirişin fiziksel özelliklerine bağlı olduğundan her farklı kiriş için farklı kritik hız değeri vardır. Hız parametresi arabanın hızının kirişin kritik hızına olan oranıdır. Bu oran bire yaklaştıkça kirişin dinamik yer değıştirmesi anormal büyümektedir.

Arabanın v hızına göre α hız parametresinin değerleri izelge 4.2’ de verilmiştir.

Çizelge 4.2 : Çeşitli hızlardaki hız parametreleri.

$v \text{ (m/s)}$	α
0.5	0.027
1.25	0.067
2.5	0.134
4	0.215
5	0.268
6.25	0.335

Kirişin kütlesi izelge 4.1’den $M=128 \text{ kg}$ dır.

Yükün kütlesinin kiriş kütlesine olan oranı, $m/M=0.2$ alalım. Kiriş üzerindeki hareketli toplam yükün kütlesi arabanın kütlesi ile kaldırılan yükün kütlesinin toplamıdır. $m = m_a + m_y$,

$$m = \frac{128}{5} = 25.6 \text{ kg Olur.}$$

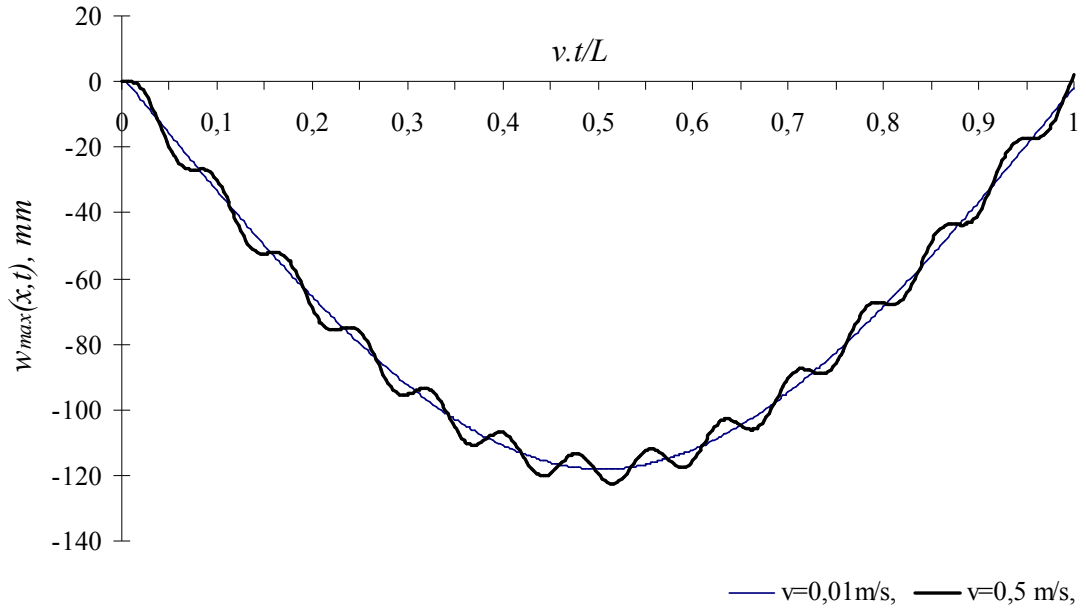
4.2.1 Yer değiştirmelerin dinamik değişimi

Üzerinde hareket eden yükün etkisiyle yükün hızına bağlı olarak kirişin yer değiştirmesi artmakta ve yer değiştirme şekli değişmektedir. şekil 4.3’te $m/M=0,2$ için $v=0,01 \text{ m/s}$, $v=0,5 \text{ m/s}$ hızlarında kirişin yer değiştirme grafiği görölmektedir. Araba hızının $v=0,01 \text{ m/s}$ ’değerinde oluşan dinamik yer değiştirme yük kirişin orta noktasında iken kirişin orta noktasında oluşturduğu statik yer değiştirmeye çok yakındır.

$$w_{statik} = \frac{PL^3}{48EI} = 118,149 \text{ mm} ; w_{dinamik_{v=0,01 \text{ m/s}}} = 118,150 \text{ mm}$$

Araba hızının $v=0.01 \text{ m/s}$ seçilmesiyle elde edilen dinamik yer değiştirme grafikten de anlaşılacağı üzere statik yer değiştirme eğrisi gibi düzgün ve simetriktir. Bu nedenle sonucun statik çözümle hemen hemen aynı olmasından dolayı diğer

hızlardaki yer değiştirmeler ile karşılaştırma yapılması için statik yer değiştirme olarak değerlendirilecektir. Buradan hızın sıfıra yaklaşmasıyla çözümlün statik çözüme gittiği anlaşılır ki buda yapılan modellemenin ve analizin gerçeğe uygunluğunu ortaya koymaktadır. Analiz sonucunda maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası $x=5$ m’de araba pozisyonu $v.t=5$ m’de olduğu zamanda oluşmaktadır.

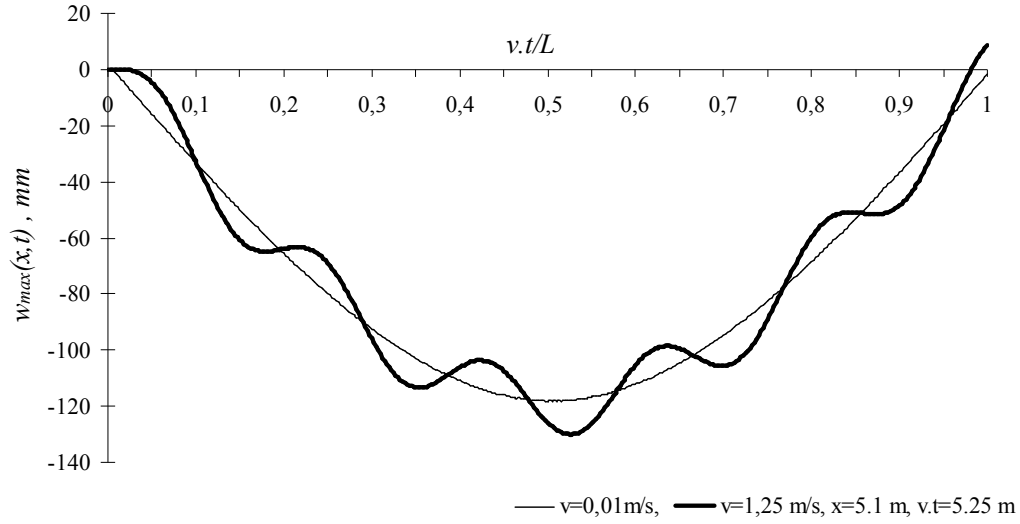


şekil 4.3 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=0,5$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi.

Hızın $v=0,5$ m/sn değerinde ise maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası $x=5$ m’ de, araba $v.t=5,15$ m’ de iken oluşmaktadır. Arabanın kiriş üzerinde ilerlemesinden dolayı kiriş titreşime geçmekte ve yer değiştirme eğrisi statik yer değiştirme eğrisinin etrafında salınım yapmaktadır. Bu hız değerinde titreşime rağmen eğrinin kiriş orta noktasından geçen düşey doğruya simetrik olduğu görülmektedir.

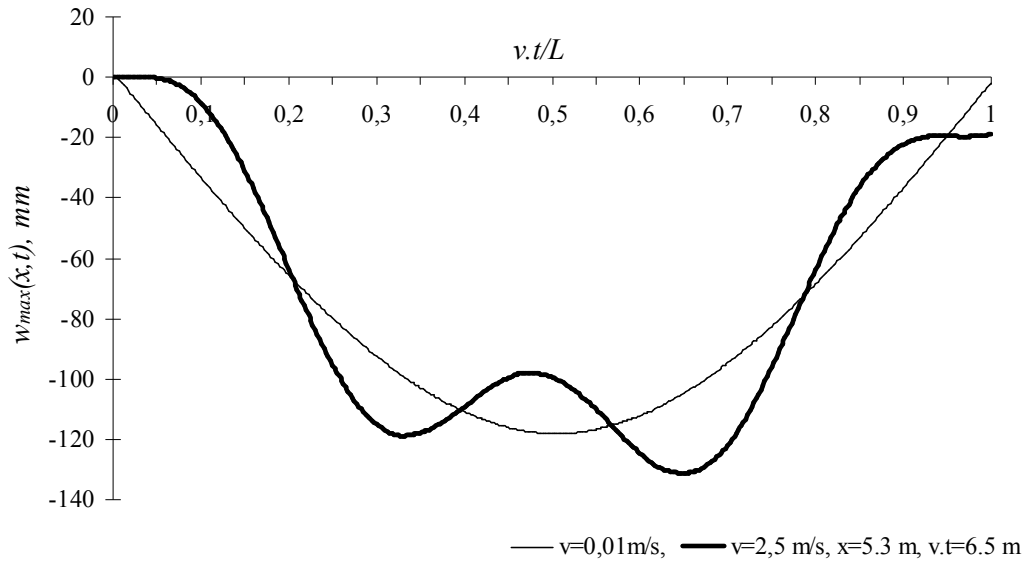
şekil 4.4’te $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=1,25$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi grafiği verilmiştir. Hızın artmasıyla kirişin titreşim genliğinin arttığı görülmektedir. Arabanın $v=1,25$ m/s hızında maksimum yer değiştirme $x=5,1$ m’ de, araba $v.t=5,25$ m’ de iken oluşmaktadır.

şekil 4.5’te $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirme yer değiştirme grafiği verilmiştir. Kiriş üzerindeki arabanın $v=2,5$ m/s hızında oluşan maksimum yer değiştirme $x= 5,3$ m’ de araba $v.t=6,5$ m’de iken oluşmaktadır.



Şekil 4.4 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=1,25$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi.

Grafiğe dikkat edilirse araba $v.t=4.5$ m civarında iken buradaki yer değiştirme araba $v.t=3$ m’ de iken oluşan yer değiştirme değerinden küçük ve araba ortada iken oluşan yer değiştirme statik yer değiştirme değerinden küçüktür. Bunun nedeni kirişin hareketinin dinamik olması ve bu hız değeri için araba orta noktadan geçerken kiriş hareketinin yukarı doğru olmasıdır.

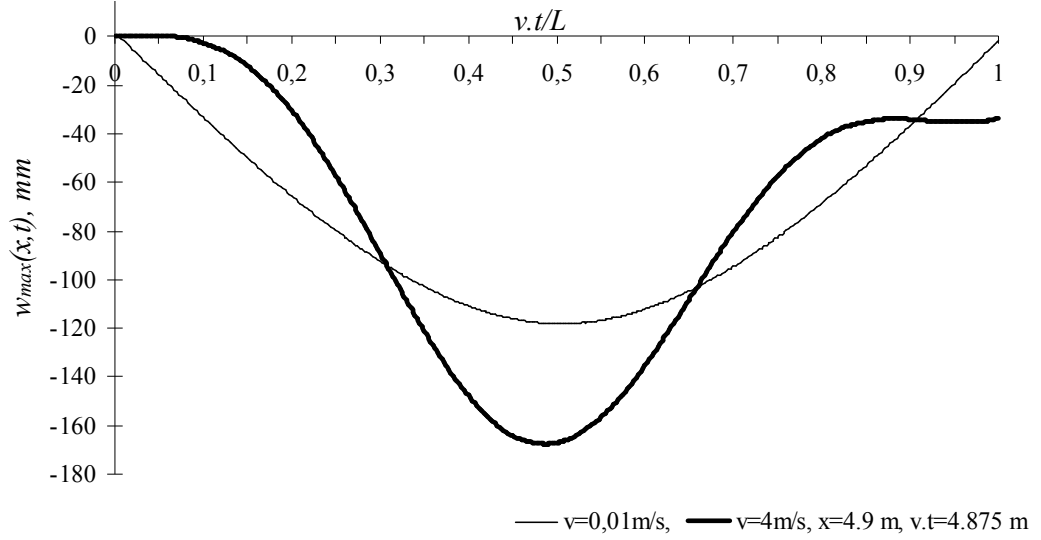


Şekil 4.5 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi.

Şekil 4.6 $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=4$ m/s hızlarında kirişin yer değiştirmesi verilmiştir. Araba hızının $v=4$ m/s’değerinde maksimum yer değiştirme $x=4,9$ m’ de araba $v.t= 4,875$ m’ de iken oluşmaktadır. Buradan anlaşılmaktadır ki, kiriş üzerinde oluşan maksimum yer değiştirme sadece orta noktada veya ilerisinde değil gerisinde

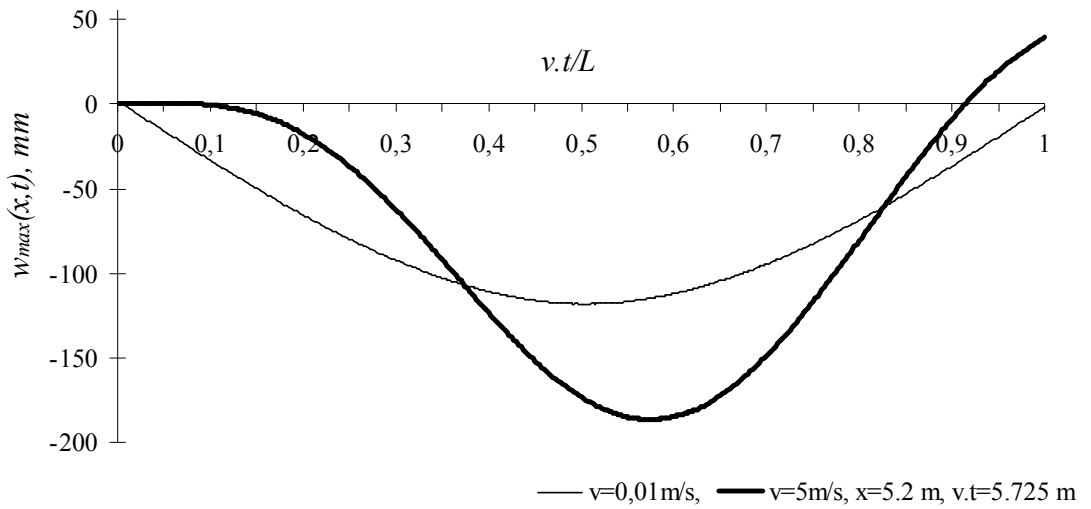
de oluşabilmektedir. Bu hızda oluşan maksimum dinamik yer değıştirmenin yük kirişin ortasında durgun iken oluşan statik yer değıştirmeye oranı,

$$\frac{w_{dinamik}}{w_{statik}} = 1,42 \text{ dir.}$$



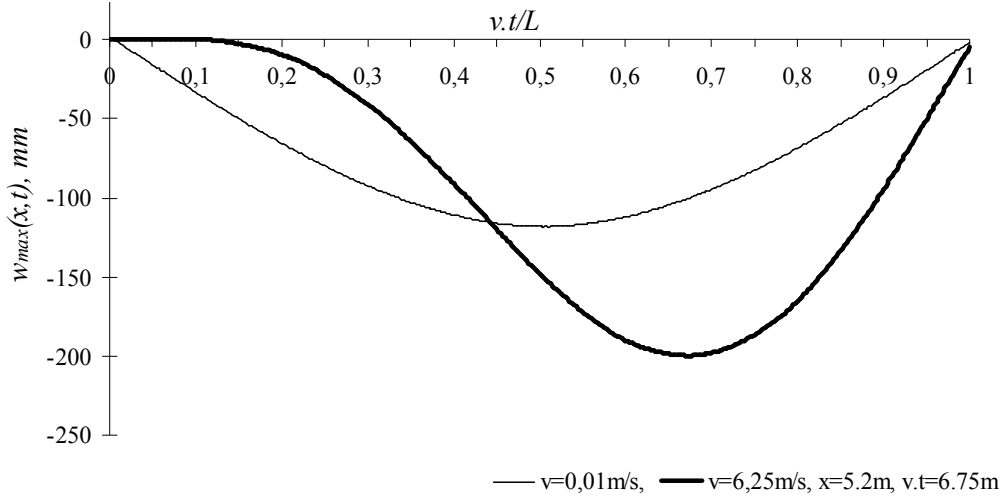
Şekil 4.6 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=4$ m/s hızlarında kirişin yer değıştirmesi.

Şekil 4.7’de $m/M=0.2$ için $v=0,01$ m/s, $v=5$ m/s hızlarında kirişin yer değıştirmesi görülmektedir. Maksimum yer değıştirme $x=5,2$ m’de, araba $v.t=5,725$ m’de iken oluşmaktadır. Araba hızının artmasıyla dinamik yer değıştirme statik yer değıştirmeye göre 1,58 kat artmıştır.



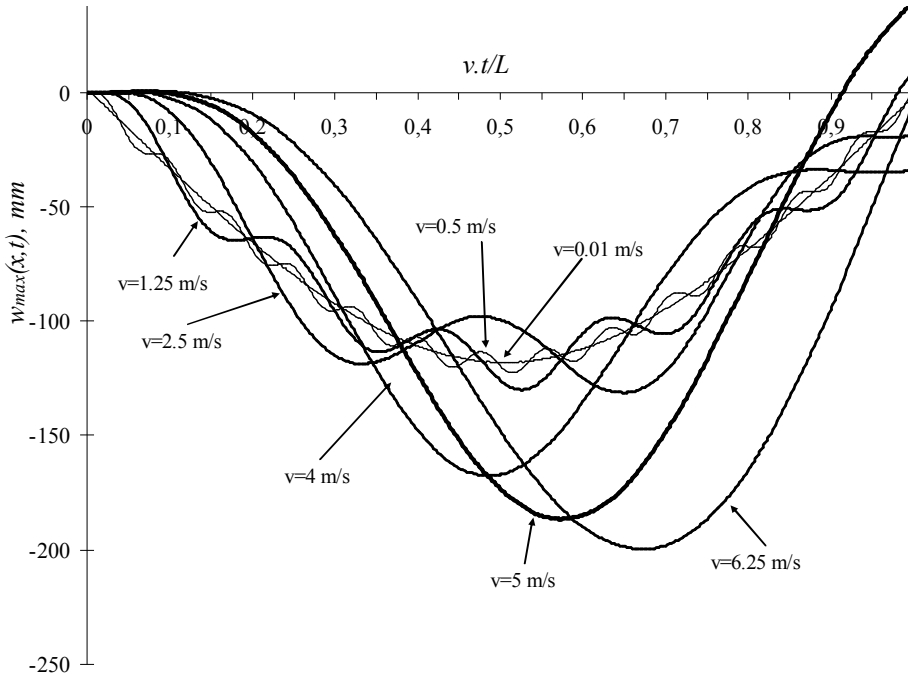
Şekil 4.7 : $m/M=0.2$ için $v=0,01$ m/s, $v=5$ m/s hızlarında kirişin yer değıştirmesi.

Şekil 4.8 ‘de $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=6,25$ m/s hızlarında kirişin yer değıştirmesi grafiğı verilmiştir. Arabanın $v=6,25$ m/s hızında maksimum yer değıştirme $x=5,2$ m’ de, araba kiriş üzerinde $v.t= 6,75$ m’de iken oluşmaktadır.



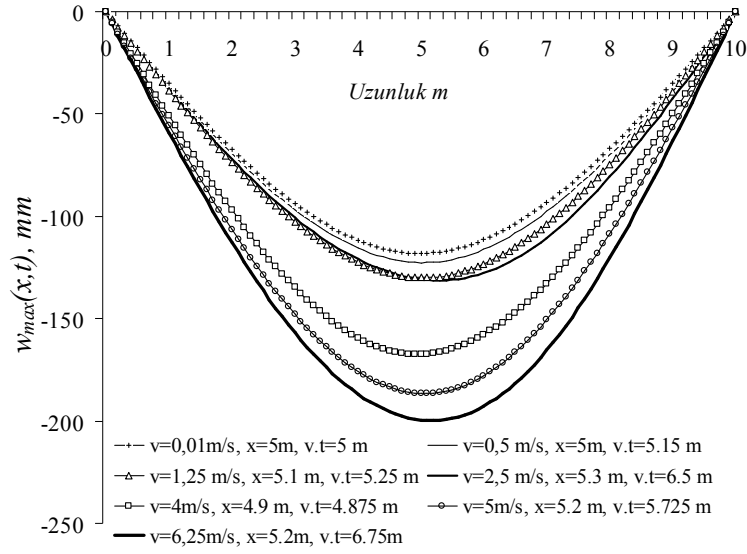
Şekil 4.8 : $m/M=0,2$ için $v=0,01$ m/s, $v=6,25$ m/s hızlarında kirişin yer değıştirmesi.

Şekil 4.9’da çeşitli hızlardaki yer değıştirmeleri toplu olarak göstermektedir. Dinamik yer değıştirmenin hıza bağılı olarak değışimini açık bir şekilde izah etmekte olup, ref. [20] de verilen grafikler (3-5)’e karakteristik olarak benzemektedir.



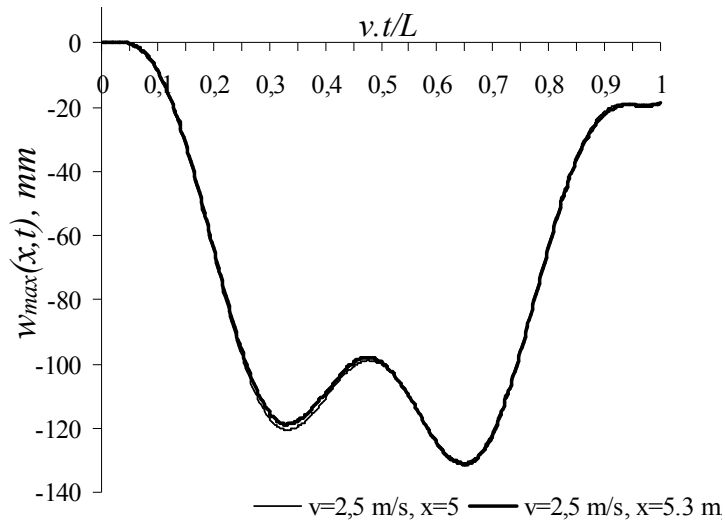
Şekil 4.9 : $m/M=0,2$ için değışik araba hızlarında kiriş üzerinde maksimum yer değıştirmenin oluştuğı noktaların araba pozisyonuna göre yer değıştirmesi.

Şekil 4.10'da $m/M=0,2$ için değişik araba hızlarında maksimum yer değiştirmenin olduğu zaman esnalarındaki kirişin anlık yer değiştirme şekilleri verilmektedir.



Şekil 4.10 : $m/M=0,2$ için değişik araba hızlarında maksimum yer değiştirmenin olduğu zaman esnalarındaki kirişin yer değiştirme şekilleri.

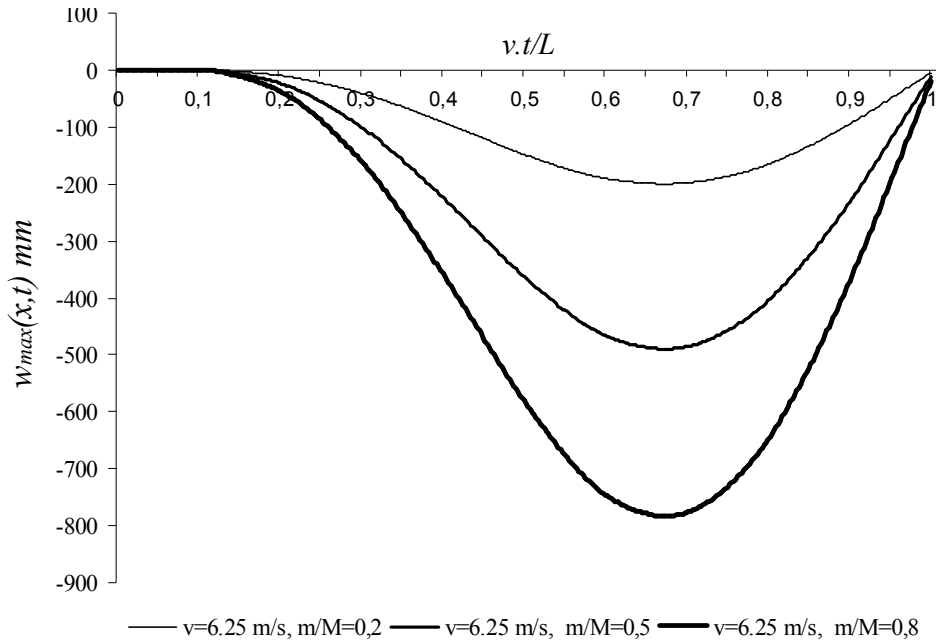
Şekilden görüldüğü üzere hız artışıyla kirişin dinamik yer değiştirmesi artmaktadır. Hızın farklı değerlerindeki yer değiştirme eğrisinin simetrik olmadığı bazı hız değerlerinde sola yatık, bazılarında ise sağa yatık olduğu görülmektedir. Şekil 4.11'de $m/M=0,2$ için $v=2,5$ m/s araba hızında kirişin orta noktasında ve maksimum yer değiştirmenin olduğu $x=5,3$ m'deki dinamik yer değiştirmeler verilmiştir.



Şekil 4.11 : $m/M=0,2$ için $v=2,5$ m/s araba hızında kiriş orta noktasında ve maksimum yer değiştirmenin olduğu $x=5,3$ m'deki yer değiştirmeler.

Şekil 4.11’de $v=2,5$ m/s hızda $x=5,3$ m’deki yer değiştirme $=131,25$ mm iken $x=5$ m ($L/2$) de $130,7$ mm dir. Dinamik yer değiştirmede maksimum yer değiştirme statik yer değiştirmedeki gibi kirişin orta noktasında oluşmadığı anlaşılmaktadır. Kiriş sisteminin özellikleri ve arabanın ilerleme hızına bağlı olarak kiriş uzunluğunun büyük bir kısmı maksimum zorlanmayla karşılaşabilmekte olup, bu durumun tasarımlarda dikkate alınması gerekir.

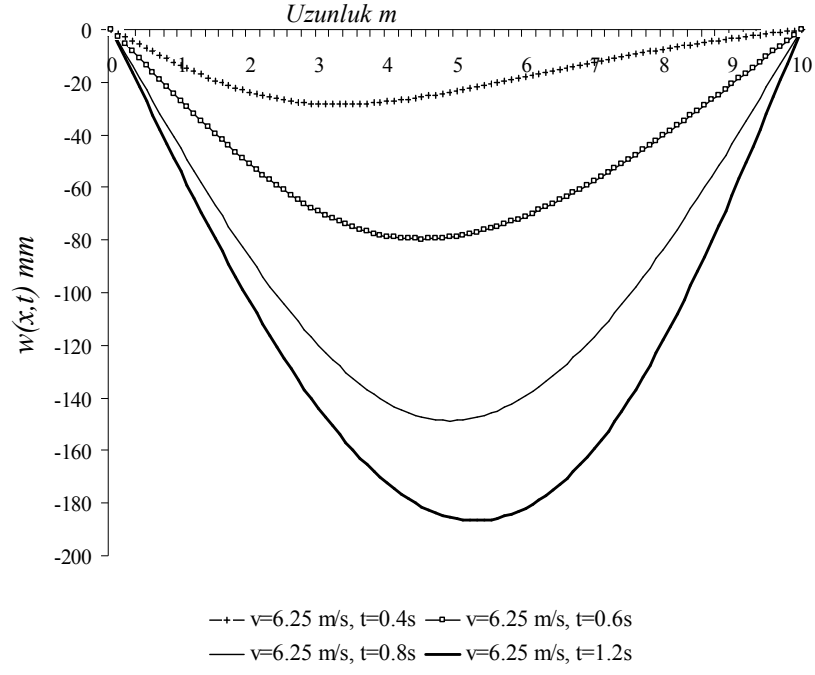
Şekil 4.12’de $v=6,25$ m/s, $m/M=0,2$; $0,5$; $0,8$ için kirişin yer değiştirmesi gösterilmektedir. m/M oranının artmasıyla artan yükte beklendiği gibi yer değiştirme miktarları artmaktadır. Krenlerde kütle oranının genellikle bire yakın olduğu bilinmektedir. Artan kütlenin kiriş sisteminin doğal titreşim frekansını değiştirdiğinden daha önce bahsedilmişti. Hızın yükselmesiyle yüksek hızın kirişin dinamik yer değiştirmesindeki etkisi kütle oranının artmasının etkisinden daha çok olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.



Şekil 4.12 : $v=6,25$ m/s, $m/M=0,2$; $0,5$; $0,8$ için kirişin yer değiştirmesi.

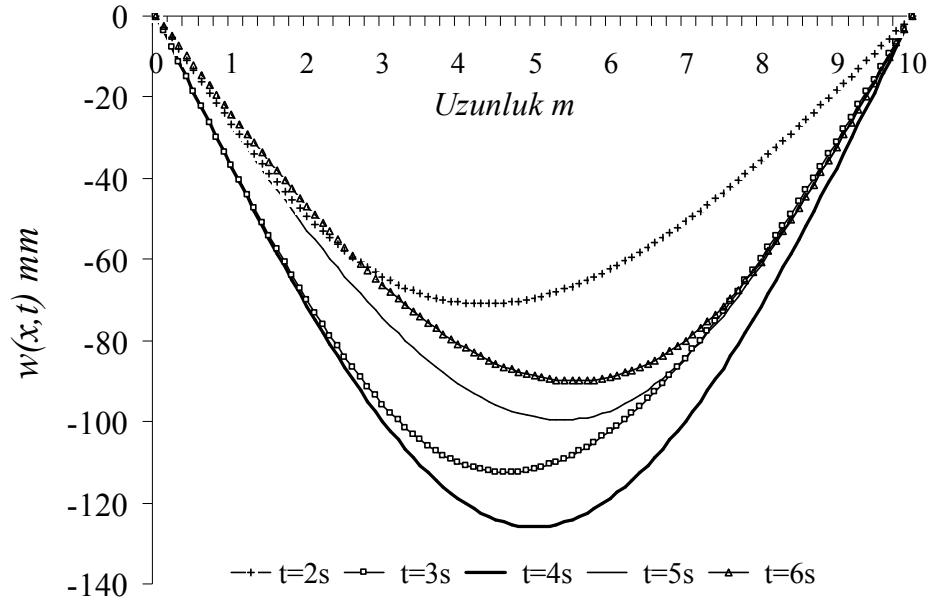
Şekil 4.13’ te $v=6,25$ m/s hızla ilerleyen arabanın çeşitli zamanlarda kirişte oluşturduğu dinamik yer değiştirmeler görülmektedir. Arabanın kiriş üzerindeki seyahat süresi,

$$T = \frac{L}{v} = \frac{10}{6,25} = 1,6 \text{ s dir.}$$



Şekil 4.13 : $v=6,25 \text{ m/s}$; $m/M=0,2$; $t=0,4$; $0,6$; $0,8$; $1,2 \text{ s}$ zamanlarında kirişin yer değiştirmesi.

Dolayısıyla araba $0,8 \text{ s}$ 'de orta noktadan geçmektedir ve bu zamanda oluşan yer değiştirme, grafikte görüldüğü gibi $t=1,2 \text{ s}$ 'de yani arabanın kirişin $3L/4$ üne ulaştığı andaki yer değiştirmeden küçüktür. Şekil 4.14'te $v=1,25 \text{ m/s}$; $m/M=0,2$; $t=2, 3, 4, 5$ ve 6 s zamanlarda kirişin yer değiştirmesi verilmiştir. Bu hızda arabanın seyahat süresi 8 s dir.

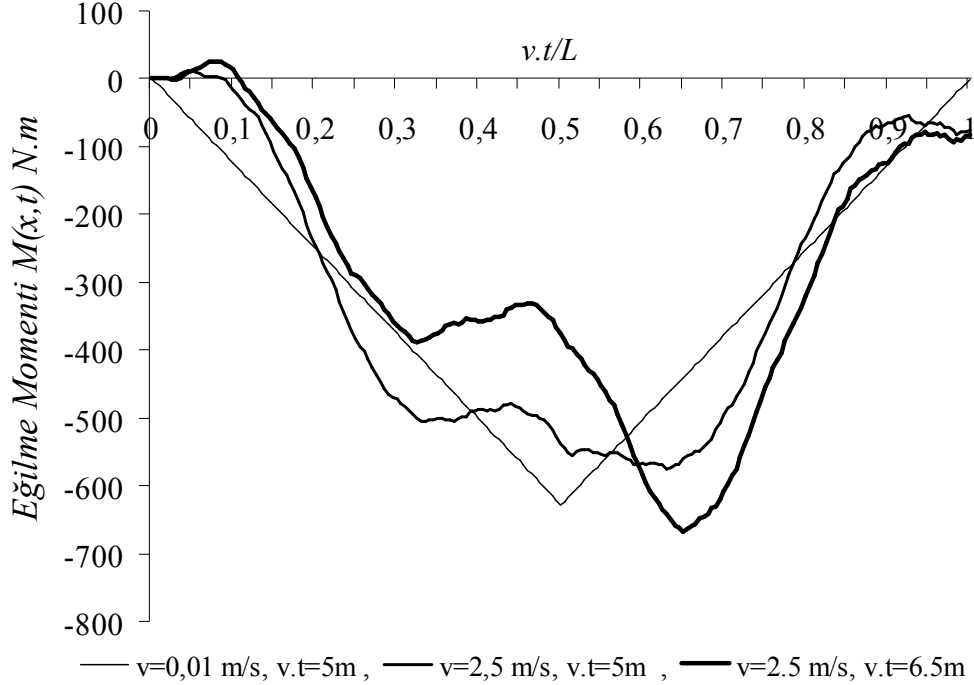


Şekil 4.14 : $v=1,25 \text{ m/s}$; $m/M=0,2$; $t=2, 3, 4, 5$ ve 6 s zamanlarında kirişin yer değiştirmesi.

Şekil 4.14'te Şekil 4.13'ün tersine araba $t=4$ s, $L/2$ de iken oluşan yer değiştirme, araba $t=6$ s, $3L/4$ de ki yer değiştirmeden büyüktür. Yüksek hızlarda oluşan maksimum yer değiştirme arabanın kirişin uç kısmına yaklaşması anında oluşmaktadır. Hız çok artarsa maksimum yer değiştirme arabanın uç kısma o kadar çok yakın mesafede olduğu zamanda oluşmaktadır. Bunun nedeni araba yüksek hızda ilerlerken kiriş tam bir titreşim bile yapacak zamanı bulamamasıdır. Düşük araba hızlarında ise kirişin birden çok titreşim yapacak zamanı bulunmaktadır.

4.2.2 İç kuvvetlerin dinamik değişimi

Yükün kiriş üzerinde hareketinden dolayı kiriş iç kuvvetleri de (moment ve kesme kuvveti) dinamik değişim göstermektedir. Şekil 4.15'te $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin olduğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) moment grafikleri verilmiştir. Şekil 4.15'te $v=0,01$ m/s hızı için verilen grafik yük kirişin orta noktasında iken oluşan statik moment değerine çok yakın olduğu için, statik moment değeri olarak alınmıştır.

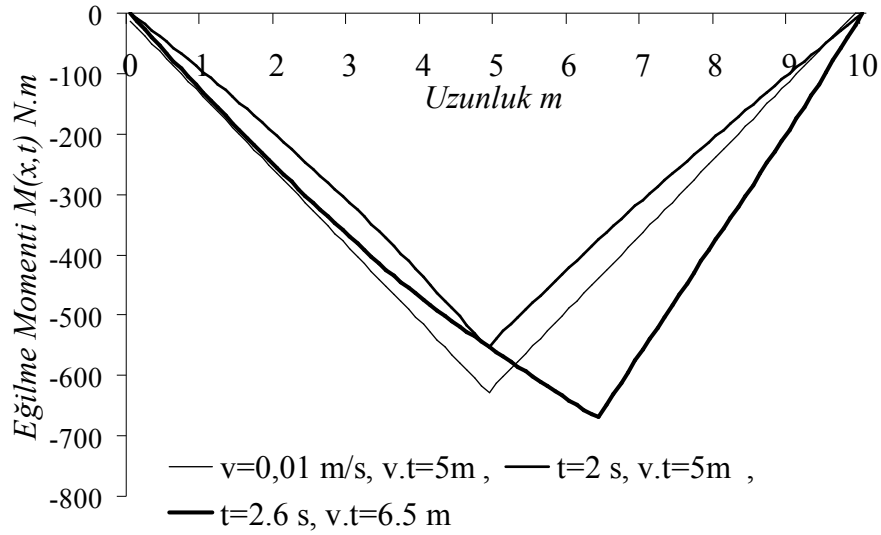


Şekil 4.15 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin olduğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) moment grafikleri.

Denklem (3.60)'tan,

$M_0 = \frac{PL}{4} = \frac{mgL}{4} = \frac{25,6.9,81.10}{4} = 627,84 Nm$ dir. $v=0,01$ m/s için orta noktadaki dinamik moment 628,1 Nm dir. Hızın sıfıra yaklaşmasıyla statik çözüme yaklaşılabacağı beklenen bir durumdur.

Şekil 4.16, Şekil 4.15'te verilen sistemin anlık moment diyagramı olup, kiriş üzerindeki moment değişimini daha net göstermektedir.



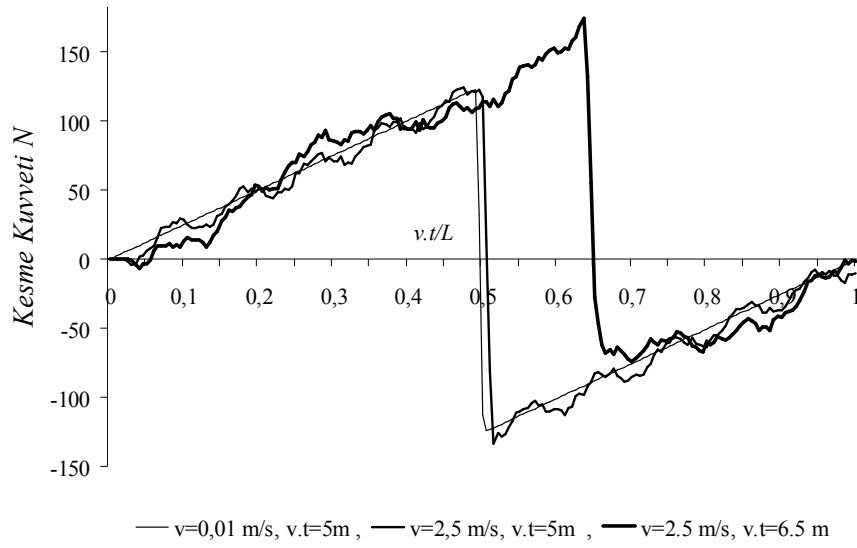
Şekil 4.16 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s hızı için $T_{v=0,01}/2$, $v=2,5$ m/s hızları için $t=2s$ ve $t=2,6$ s anlarında hareketli yük altındaki kirişin moment diyagramları.

Şekil 4.5 de $v = 2,5$ m /s hız için yer değiştirme grafiği verilmişti. Şekil 4.15' deki moment grafiğinde benzer şekilde burada maksimum moment, araba $v.t=6,5$ m' ye ulaştığı anda oluşmaktadır. Araba kiriş orta noktasından geçerken oluşan dinamik moment değeri arabanın kirişin ortasında durgun bulunduğu statik moment değerinden de küçüktür.

Şekil 4.17'de $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin oluştuğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) kesme kuvveti grafikleri verilmiştir. Arabanın kirişe temas ettiği noktada kesme kuvvetindeki işaret değişikliği görülmektedir. Farklı zamanlarda araba kiriş üzerinde farklı noktalarda bulunmaktadır. Elde edilen bu sonuç yapılan modellemenin gerçeğe uygulugunu ortaya koymaktadır.

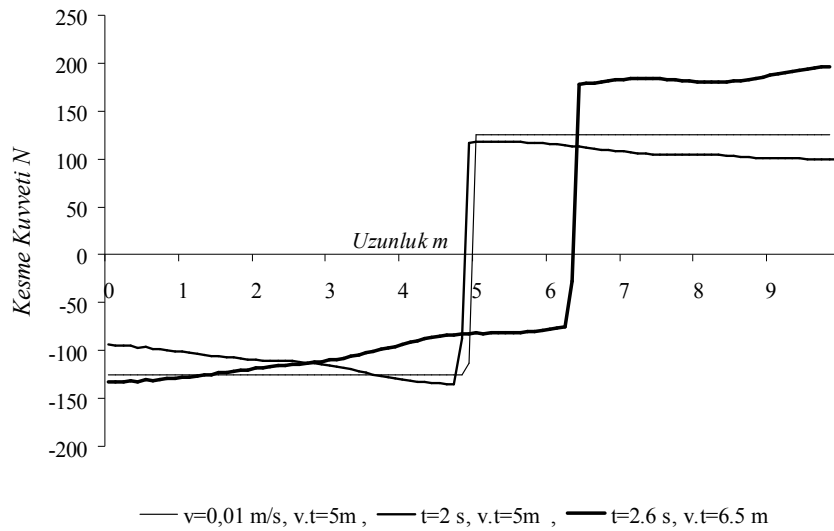
Şekil 4.18'te $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s hızı için $T_{v=0,01}/2$, $v=2,5$ m/s hızı için $t=2s$ ve $t=2,6$ s anlarında hareketli yük altındaki kirişin kesme kuvveti diyagramları verilmiştir. Arabanın kiriş üzerinde ilerlemesiyle kesme kuvvetinin nasıl değiştiği

görülmektedir. Kesme kuvvetinin değişimi statik kesme kuvveti diyagramında olduğu gibi düzgün değildir.



Şekil 4.17 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, $v=2,5$ m/s hızları için $v.t=5$ m kiriş orta noktasının ve maksimum momentin olduğu $v.t=6,5$ m nin araba pozisyonuna göre (zamana bağlı) kesme kuvveti grafikleri.

Kirişin hareketinin dinamik olması kesme kuvvetinin de dinamik olarak değişimi sonucunu ortaya çıkarmaktadır. Benzer şekilde hızın sıfıra yaklaştırıldığı durumda kesme kuvveti diyagramı, araba kirişin orta noktasında iken oluşacak statik kesme diyagramına yakınsadığı görülmektedir.



Şekil 4.18 : $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s hızı için $T_{v=0,01}/2$, $v=2,5$ m/s hızı için $t=2$ s ve $t=2,6$ s anlarında hareketli yük altındaki kirişin kesme kuvveti diyagramları.

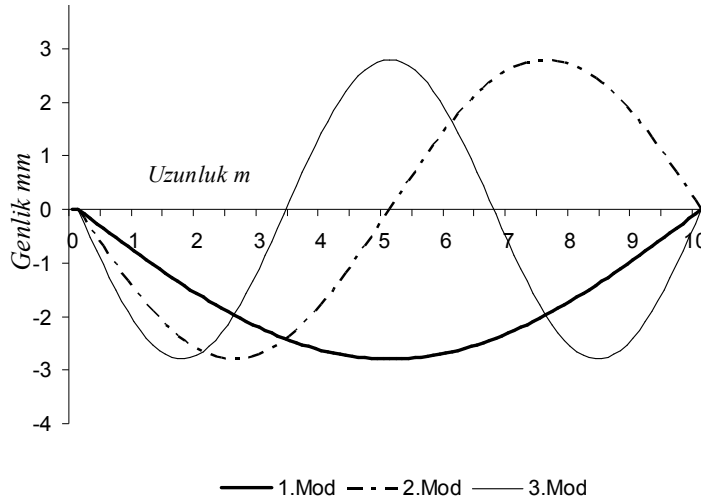
4.2.3 Kirişin titreşimin frekanslarındaki değişim

Kiriş üzerindeki yükün yer değiştirmesi kiriş sisteminin doğal titreşim frekanslarını değiştirmektedir. Yüksüz kirişin ilk üç doğal titreşim frekansları Çizelge 4.3'te verilmiştir. Çizelgeden anlaşılabacağı üzere birinci titreşim periyodu bir saniyenin üzerindedir. Titreşimin periyodunun $1/f$ olduğu hatırlanmalıdır.

Çizelge 4.3 : Yüksüz kirişin ilk üç doğal frekansları (hz).

$f_1 (1/s)$	$f_2 (1/s)$	$f_3 (1/s)$
0,93303	3,7319	8,3959

Şekil 4.19'da yüksüz kirişin ilk üç titreşim modları görünmektedir. Bilindiği üzere kiriş sistemi sonsuz sayıda titreşim moduna sahiptir. Kiriş sistemini araba ile yüklediğimizde arabanın kiriş üzerindeki pozisyonuna göre doğal titreşim frekansları değişecektir. Sisteme ilave edilen kütle sistemin doğal titreşim frekansını düşürmektedir.



Şekil 4.19 : Titreşim modları.

Çizelge 4.4'de kütle ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin birinci doğal frekansı değişimi verilmiştir. Yüksüz kirişin birinci doğal titreşim frekansı 0,93303 (hz) iken kiriş araba ile yüklendiğinde m/M oranı 0.2 ve araba kirişin orta noktasında geldiğinde birinci doğal titreşim frekansı 0,78808 (hz)'e, araba kütesinin artmasıyla yani m/M oranının 0.8 olması durumunda birinci doğal titreşim frekansı 0,57703 (hz)'e düşmektedir.

Kren sistemlerinde kaldırılan yükün kütlesinin kiriş kütlesine yakın olduğu düşünülürse doğal titreşim frekanslarındaki bu değişim daha fazla önem kazanmaktadır.

Çizelge 4.4 : Kütleye ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin birinci doğal frekansı değişimi.

Arabanın Pozisyonu	Durgun kütle, f_1 (Hz)		
	Kütle oranı m/M		
	0,2	0,5	0,8
0,25 L	0,84995	0,75547	0,68528
0,5 L	0,78808	0,65853	0,57703
0,75 L	0,84995	0,75547	0,68528

Arabanın kiriş üzerinde 0,25 L ve 0,75 L de olduğu zamanlarda titreşim frekansları birbirine eşit olmaktadır. Sistemin simetrisinin bu sonucu doğrulacağı açıktır. Çizelgeler 4.5 ve 4.6’da sırasıyla araba pozisyonu ve kütle oranına göre ikinci ve üçüncü doğal titreşim frekanslarının değişimi görülmektedir.

Çizelge 4.5 : Kütleye ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin ikinci doğal frekansı değişimi.

Arabanın pozisyonu	Durgun kütle, f_2 (Hz)		
	Kütle oranı m/M		
	0,2	0,5	0,8
0,25 L	3,2229	2,8797	2,7104
0,5 L	3,7319	3,7319	3,7319
0,75 L	3,2229	2,8797	2,7104

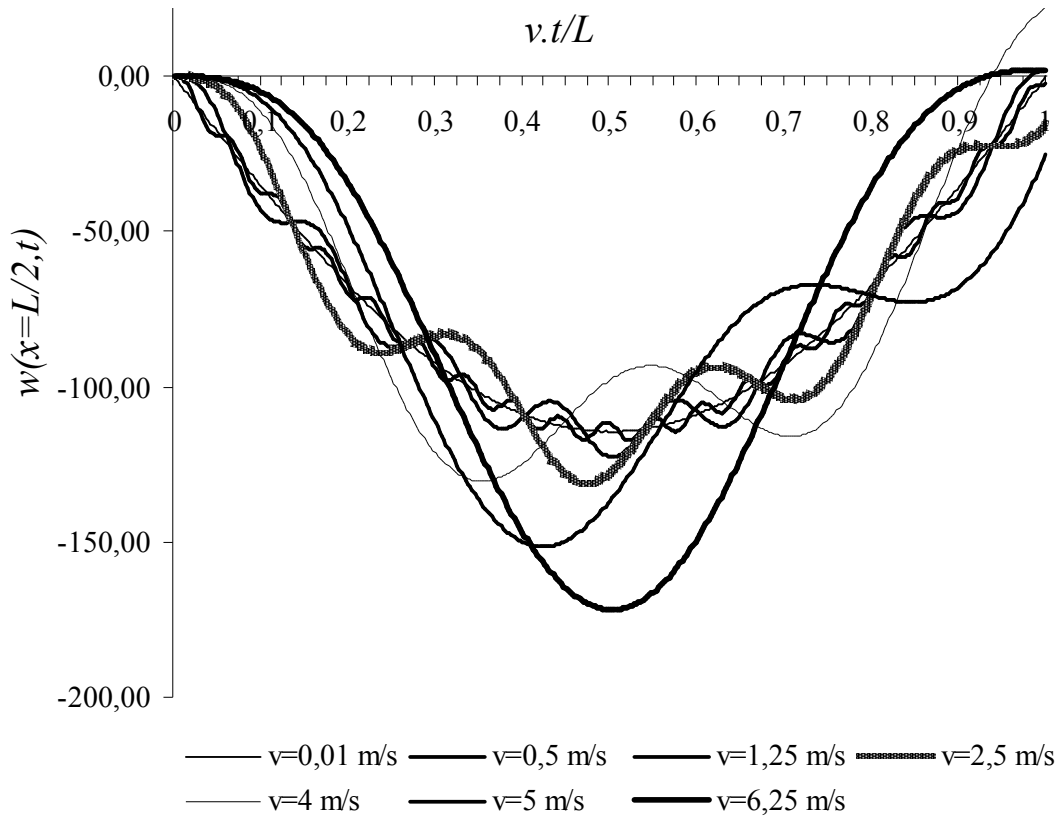
Araba kiriş üzerinde hareket ettikçe yani pozisyonu değiştikçe kiriş sisteminin titreşim frekansı sürekli değişecektir. Bu değişim nedeniyle sistemin titreşim frekansında sabit bir değer olamayacağı açıktır.

Çizelge 4.6 : Kütleye ve araba pozisyonuna göre yüklü kirişin üçüncü doğal frekansı değişimi

Arabanın Pozisyonu	Durgun kütle, f_3 (Hz)		
	Kütle oranı m/M		
	0,2	0,5	0,8
0,25 L	7,9295	7,7034	7,6096
0,5 L	7,3701	6,7879	6,5244
0,75 L	7,9295	7,7034	7,6096

4.2.4 Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü

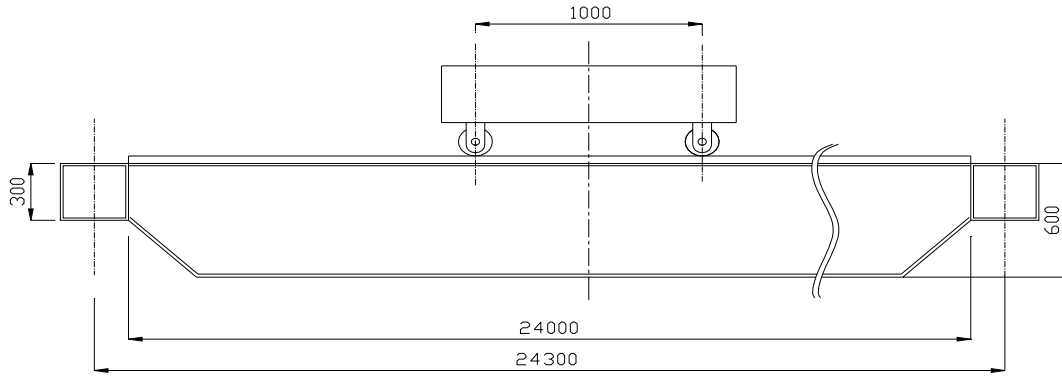
Hareketli yük taşıyan sistemlerde bazen hızlı sonuç almaya ihtiyaç duyulabilir. Denklem (3.53)'te verilen yer değiştirme denklemi sönümsüz durum sönümleme parametresi ($\psi = 0$) ve hız parametreleri $\alpha \neq j$ ($j=1, 2, 3, \dots$) olması durumunda basit mesnetli bir kiriş için zamana bağlı yer değiştirme denklemi denklem (3.55)'te verildiği gibidir. Bu denklemin analitik çözümü nispeten basit bilgisayar yazılımlarıyla elde edilebilir. şekil 4.20'de Çizelge 4.1'de verilen kirişin yaklaşık analitik yer değiştirme çözümü verilmiştir. şekil 4.9'da nümerik çözüm verilmişti. Analitik hesaplamalarda yapılan formülasyonlar ne kadar özen gösterilse bile kompleks sistemlerin doğru modellenmesi bazı açılardan imkansızdır. Dolayısıyla sistemin dinamik davranışı hakkında fikir vermesiyle birlikte elde edilen çözümler yaklaşık çözümlerdir ve bu çözümler gerçek modelleme çözümlerinden sapabilmektedir. Bu nedenle kompleks ve hassas sistemlerin analizinde analitik çözümlerle çok doğru sonuçlar elde edilemez. Yaklaşık çözümde hareketli yükün ve kirişin kütesinin atalet etkisi ihmal edildiğinden şekilden görüleceği üzere titreşim tarzları nümerik çözüme göre biraz farklı ve genlikleri düşüktür.



şekil 4.20 : Yer değiştirmelerin yaklaşık analitik çözümü.

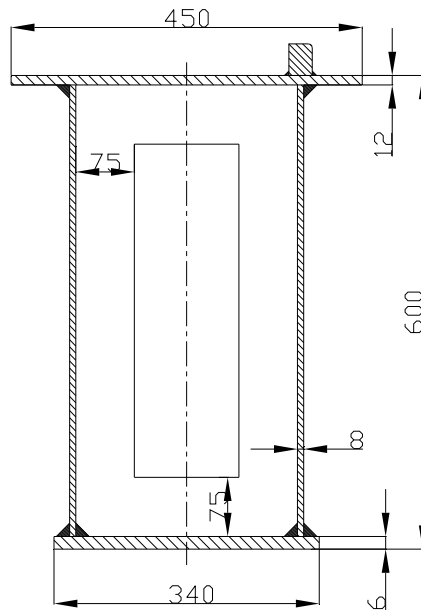
4.3 Çift Kirişli Sistem

200 KN kapasiteli çift kirişli bir kren ikinci uygulama için seçilmiştir. Kutu kesitli olarak tasarlanan taşıyıcı kirişler 24m boyundadır. Köprü kirişlerini taşıyan tekerleklerin eksen açıklığı 24.3 m dir. Şekil 4.21’de seçilen krenin bir kirişi ve üzerindeki araba görünmektedir. Çift kirişli krenlerin kirişlerini birbirine her iki uçlarında bağlayan iki adet baş kiriş bulunmaktadır.



Şekil 4.21 : Çift kirişli bir köprülü krenin bir kirişi ve araba.

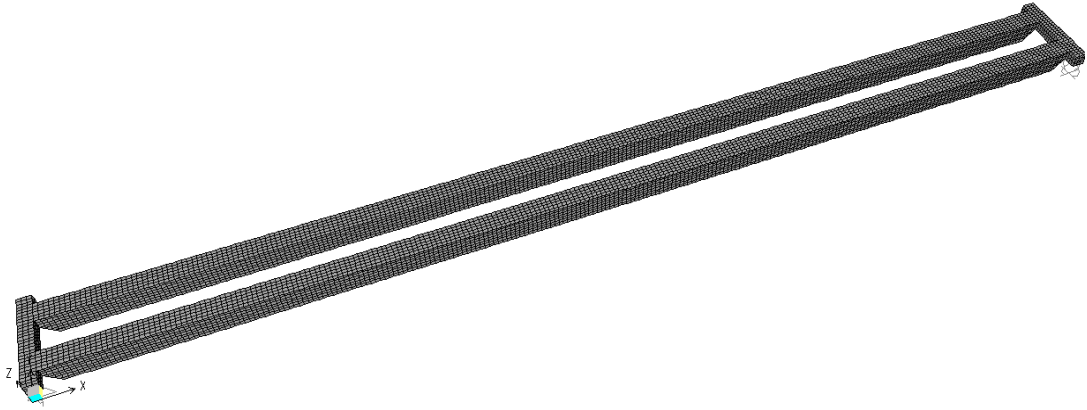
Şekil 4.22’te görüldüğü üzere kiriş, 8 mm kalınlığında yan, 12 mm kalınlığında üst, 16 mm kalınlığında taban plakalar ve 8 mm kalınlığında iç kısmı hafiflik ve konstrüksiyon gerekçesiyle boşaltılmış burulma plakalarından oluşmaktadır.



Şekil 4.22 : Kiriş kesit detayı.

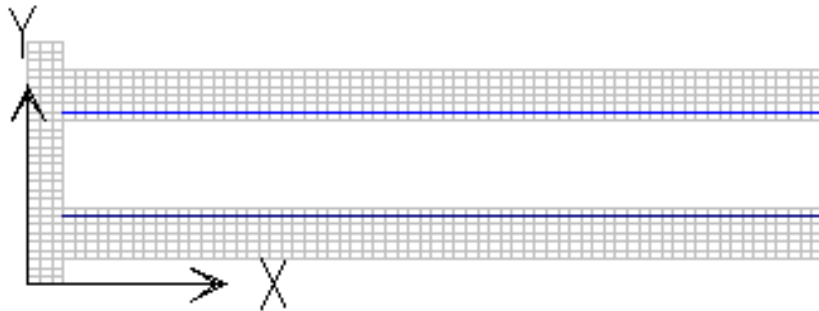
Araba tekerlek eksenleri arası mesafeler bir kiriş boyunca 1000 mm, kirişler arasında 900 mm dir. Arabanın üzerinde gezdiği raylar kirişin üst plakasına, yan plakanın dik orta ekseninde monte edilmiştir.

Çift kirişli köprülü krenin taşıyıcı sistemi ve sonlu elamanlar modeli Şekil 4.23’de verilmiştir. Kiriş plakaları kabuk elaman olarak modellenmiş olup, plakalar kiriş boyunca 0,6 m’de bir olmak üzere yan kenar kalınlığında olan burulma plakaları ile birleştirilmiştir. Araba, 24 m lik ana kirişler üzerinde ana kirişin baş kirişlere bağlandığı noktalar arasında hareketlendirilmiştir.



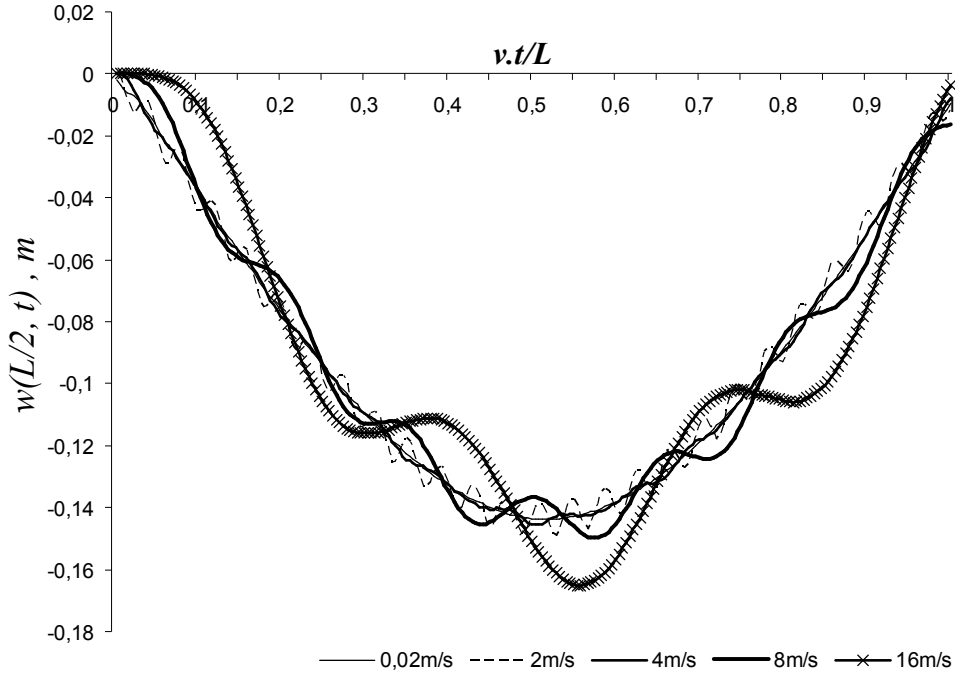
Şekil 4.23 : Kren taşıyıcı sisteminin bilgisayar modeli.

Dört tekerlekli olan tek araba, iki tekerlekli iki araba olarak modellenerek programda tayin edilen iki çizgisel şerit üzerinde yürütülmüştür. Şeritlerin biri birinci kiriş üzerindeki ray eksenini, diğeri de ikinci kiriş üzerindeki ray eksenini olarak tayin edilmiştir. Şekil 4.24’te şeritler görünmektedir. Hareketli yük olan arabanın hızı 0,02; 2; 4; 8; 16 m/s alınarak analizler yapılmış olup, kiriş orta noktasının zamana bağlı yer değişimi grafiği şekil 4.25’de verilmiştir.



Şekil 4.24 : Kirişler üzerinde tayin edilen şeritler.

Kiriş üzerindeki hareketli yükün hızı arttıkça kirişlerin yer değiştirmesi de artmaktadır. Kirişlerin dinamik yer değiştirmesi statik yer değiştirmeden farklıdır. Önceki uygulamada olduğu gibi zaman eksenini $v.t/L$ parametresiyle temsil edilmiştir. Çünkü araba $t=0$ anında kirişin solucunda $t=L/v$ anında ise kirişin sağ ucundadır.



Şekil 4.25 : Kiriş orta noktasının zamana bağlı yer değişimi.

Denklem (3.50)'den kritik hız formülü, $v_{kr} = \pi / L(EI / \mu)^{1/2}$ dir. Kiriş açıklığının artmasının kritik hızı düşürerek düşük hızlarda rezonans riskini artıracakı açıktır. Çizelge 4.7'de yüksüz çift kirişli sistemin analiz sonucunda elde edilen ilk on iki titreşim modları, titreşim periyotları, doğal ve dairesel titreşim frekansları ve özdeğerleri verilmiştir. Çizelge 4.7'den de görüleceği üzere titreşim modlarının frekanslarının tek kirişli sistemde olduğu gibi birbirinden ayrışılır bir tarzda hızla artmamaktadır. Denklemler (3.28) ve (3.30)'dan basit mesnetli bir kirişin dairesel ve doğal titreşim frekansları,

$$\omega_j^2 = \frac{j^4 \pi^4}{L^4} \frac{EI}{\mu}; f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2 \pi}{2L^2} \left(\frac{EI}{\mu} \right)^{1/2} (j=1,2,3,...) \text{ idi.}$$

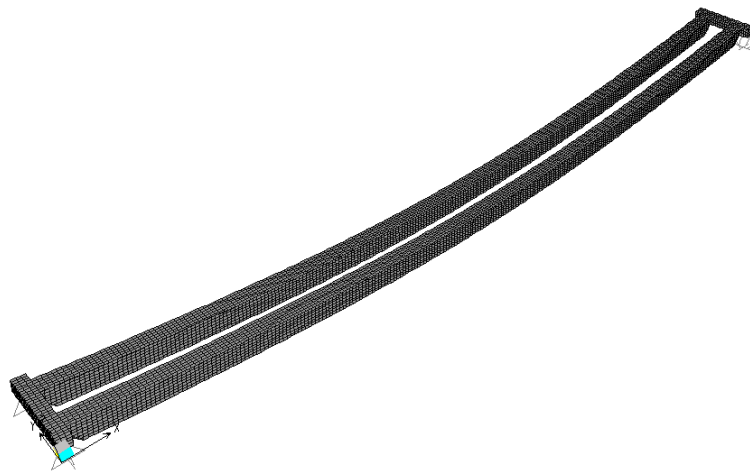
Çift kirişli sistem tek kirişli sistemden tamamen farklıdır ve tek kirişli sistemlerde olduğu gibi dairesel ve doğal titreşim frekanslarını yukarıdaki formüllere uymaz.

Daha karmaşık hesapların yapılmasını gerektirir. Ana taşıyıcı kirişleri birbirine bağlayan baş kirişler sisteme ilave serbestlik dereceleri kazandırarak sistemin titreşim karakteristiklerini değiştirmektedir. Bu tür sistemlerin dinamik analizinde bilgisayar destekli sonlu elemanlar analizi daha hızlı ve güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Çizelge 4.7 : Modal periyodlar ve frekanslar.

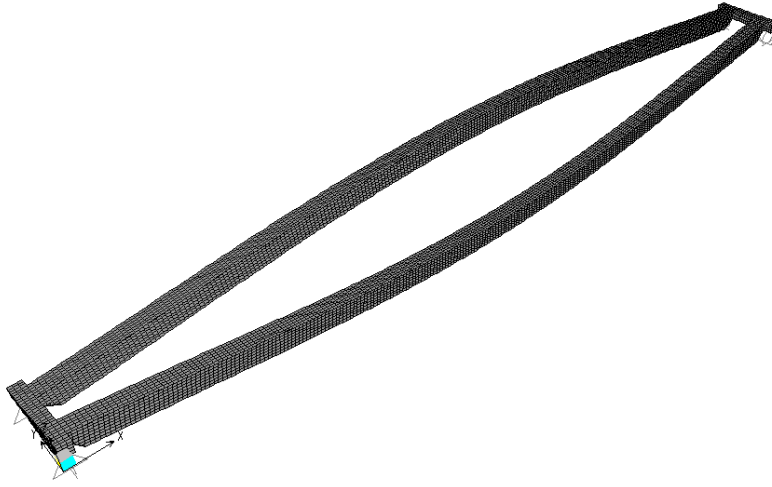
Analiz	Mod	Modlar	Periyot	Frekans	Dairesel Frekans		Özdeğer
					s	1/s	
MODAL	Mod	1	1,12519	0,88874	5,5841	rad/s	31,182
MODAL	Mod	2	0,737593	1,3558	8,5185	rad/s	72,565
MODAL	Mod	3	0,586096	1,7062	10,72	rad/s	114,93
MODAL	Mod	4	0,31952	3,1297	19,664	rad/s	386,69
MODAL	Mod	5	0,271907	3,6777	23,108	rad/s	533,97
MODAL	Mod	6	0,216936	4,6097	28,963	rad/s	838,88
MODAL	Mod	7	0,198224	5,0448	31,697	rad/s	1004,7
MODAL	Mod	8	0,171783	5,8213	36,576	rad/s	1337,8
MODAL	Mod	9	0,115754	8,639	54,28	rad/s	2946,4
MODAL	Mod	10	0,103606	9,6519	60,645	rad/s	3677,8
MODAL	Mod	11	0,073768	13,556	85,174	rad/s	7254,7
MODAL	Mod	12	0,06754	14,806	93,029	rad/s	8654,3

Şekil 4.26’da çift kirişli sistemin 1. mod titreşim şekli ve periyodu verilmiştir. Bu moda kirişlerin ikisi de aynı yönde 1,12519 s’lik periyodlarla titreşim yapmaktadırlar. Bu mod titreşim şekli tek kirişli sistemin titreşimine benzemektedir.



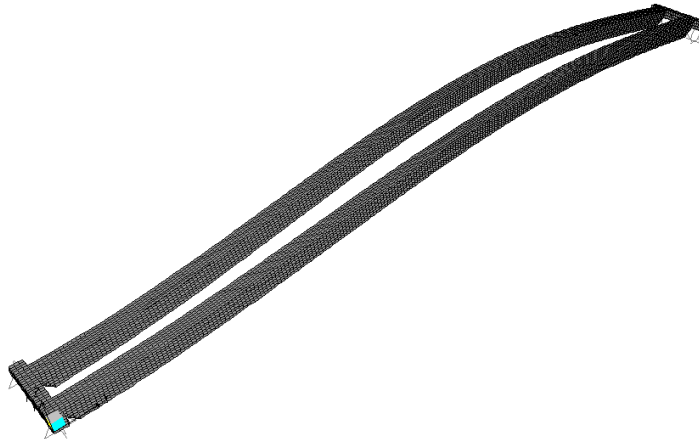
Şekil 4.26 : Sistemin 1. mod titreşimi, periyod 1,12519 s.

Şekil 4.27’de çift kirişli sistemin 2. mod titreşim şekli ve periyodu verilmiştir. 2. modda kirişlerin biri aşağıya doğru diğeri ise yukarı doğru 0,73759 s’lik periyotlarla 1. mod titreşim periyoduna yakın olarak titreşim yapmaktadırlar. Bu titreşim modunda iki kirişi birbirine bağlayan baş kiriş burulma titreşimi yapmaktadır. Literatürde baş kirişin dinamiğinden pek bahsedilmemektedir. Burulmaya maruz kalan baş kirişlerin mukavemet özellikleri de tasarım aşamasında yeterince incelenmelidir. Baş kirişlerin geometrik özellikleri ana kirişlerin titreşimini de etkileyeceğinden önemsenmelidir.



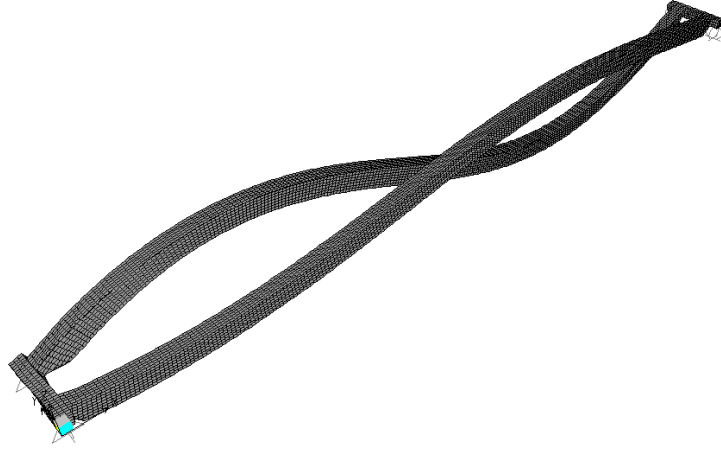
Şekil 4.27 : Sistemin 2.mod titreşimi, periyod 0,73759 s.

Şekil 4.28’de çift kirişli sistemin 3. mod titreşim şekli ve periyodu (0,586096 s) görünmektedir. Bu modtaki titreşim şekli tek kirişli sistemin 2. mod titreşim şekline benzemektedir.



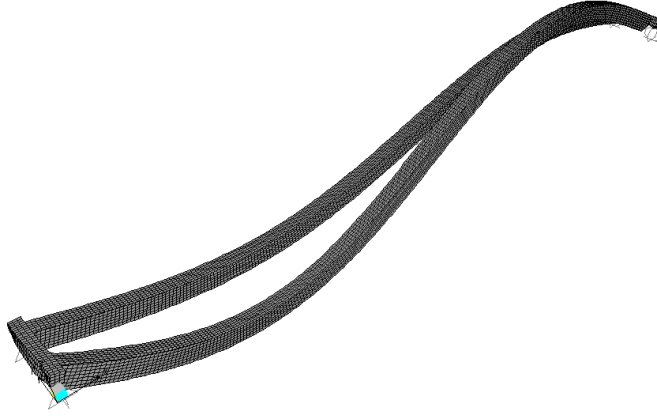
Şekil 4.28 : Sistemin 3.mod titreşim şekli, periyod 0,586096 s.

Şekil 4.29’da 4. mod titreşim şekli ve periyodu (0,3195 s) görünmektedir.

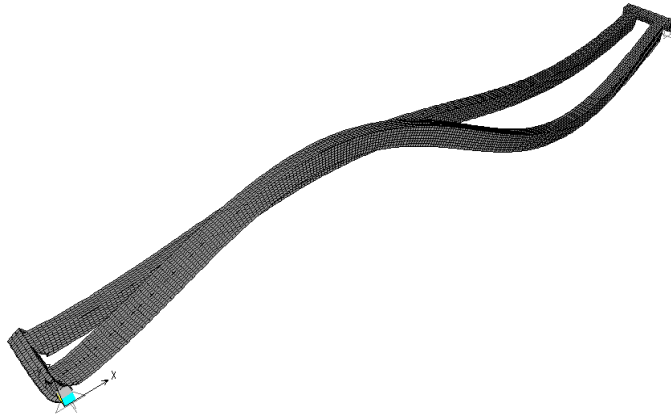


Şekil 4.29 : Sistemin 4.mod titreşimi, periyod 0,3195s.

Şekil 4.30’da 5.mod, Şekil 4.31’de 6. mod titreşim şekilleri görünmektedir.



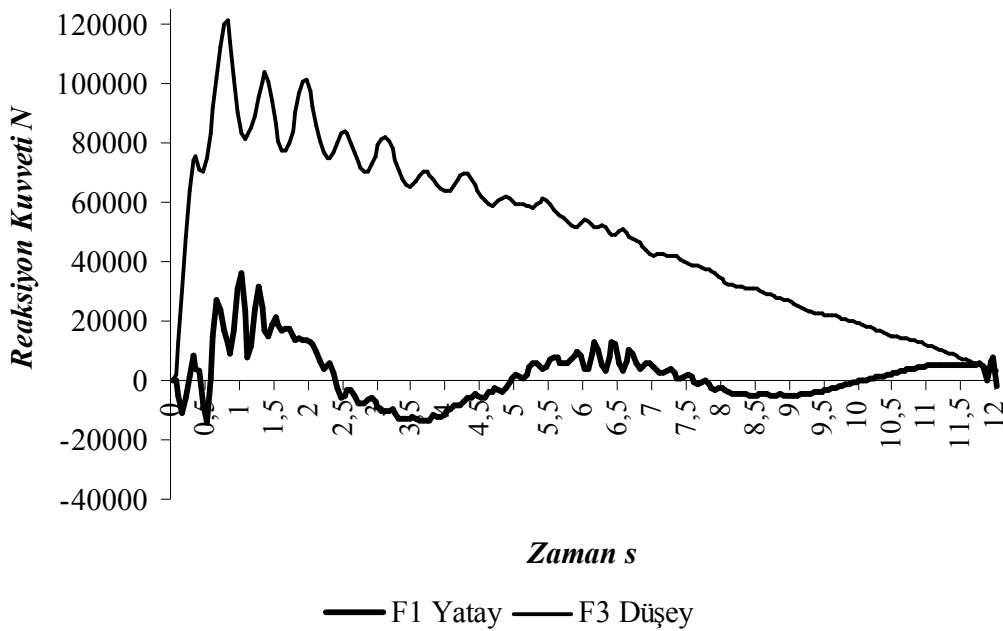
Şekil 4.30 : Sistemin 5.mod titreşimi, periyod 0,271907 s.



Şekil 4.31 : Sistemin 6.mod titreşimi, periyod 0,216336 s.

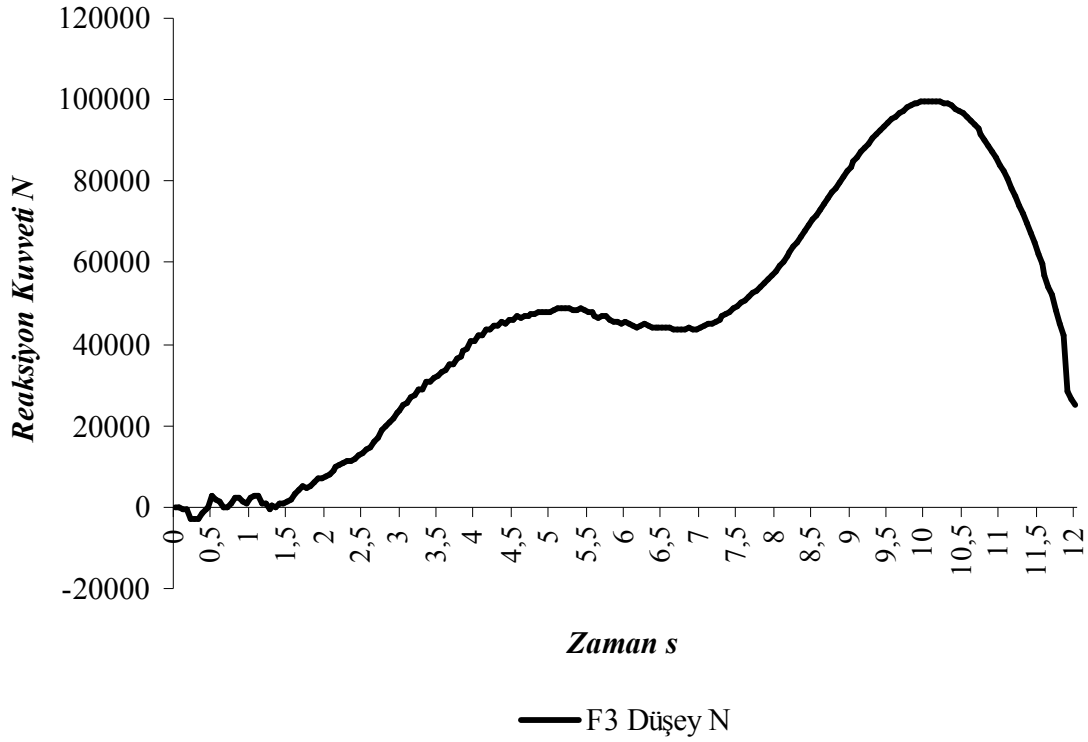
Şekiller 4.26 – 4.31 çift kirişli sistemin tek kirişli sisteme göre dinamik davranışının farklarını ortaya koymaktadırlar. Bu farkın ana nedeni iki kirişi birbirine bağlayan baş kirişin varlığıdır. Baş kirişin varlığı nedeniyle taşıyıcı sistemin dinamik hassasiyeti arttığından yüksek hızlarda hareketli yük taşıyacak kren sistemlerinde çift kiriş sistemi tek kiriş sistemine göre daha riskli olabilecektir. Kirişlerin farklı hareketi arabanın kirişler üzerindeki stabilitesini tek kirişe göre daha düşük hızlarda bozabilecektir.

Mesnet reaksiyonlarının zamana bağlı değişimini elde etmek için 200 KN luk toplam yüklü arabanın kiriş üzerindeki 2m/s hızla hareketinin zaman alan (Time history) analizi 0,05 saniyelik 240 adet zaman adımı, oransal sönümlleme ve doğrudan zaman integrasyonu Newmark metodu ile ($\gamma = 0.5$, $\beta = 0.25$) yapılmıştır. Araba hızı 2 m/s olduğundan arabanın seyahat süresi 12 saniyedir. Zamanın $t=0$ da araba kirişin sol ucunda $t=12$ s’de araba kirişin sağ ucuna ulaşmaktadır. Her 1 saniye 20 adıma bölünmüştür. Çift kirişli sistemin sonlu elemanlar modelinde mesnetlere tekabül eden düğüm kuvvetleri analiz sonucunda elde edilmiştir. Mesnetler sol ve sağ tarafta ikişer adettir. Şekil 4.32’de sol taraf mesnetlerinin her birinin zamana bağlı dinamik reaksiyon kuvvetleri görünmektedir. Arabanın kiriş üzerindeki hareketiyle mesnetler de dinamik zorlanmaya maruz kalmaktadırlar. Mesnetlerde düşey eksenindeki zorlanmaların yanında yatay ekseninde de zorlanma oluşmaktadır.



Şekil 4.32 : Sol taraf mesnetlerinin her birinin zamana göre mesnet reaksiyonları.

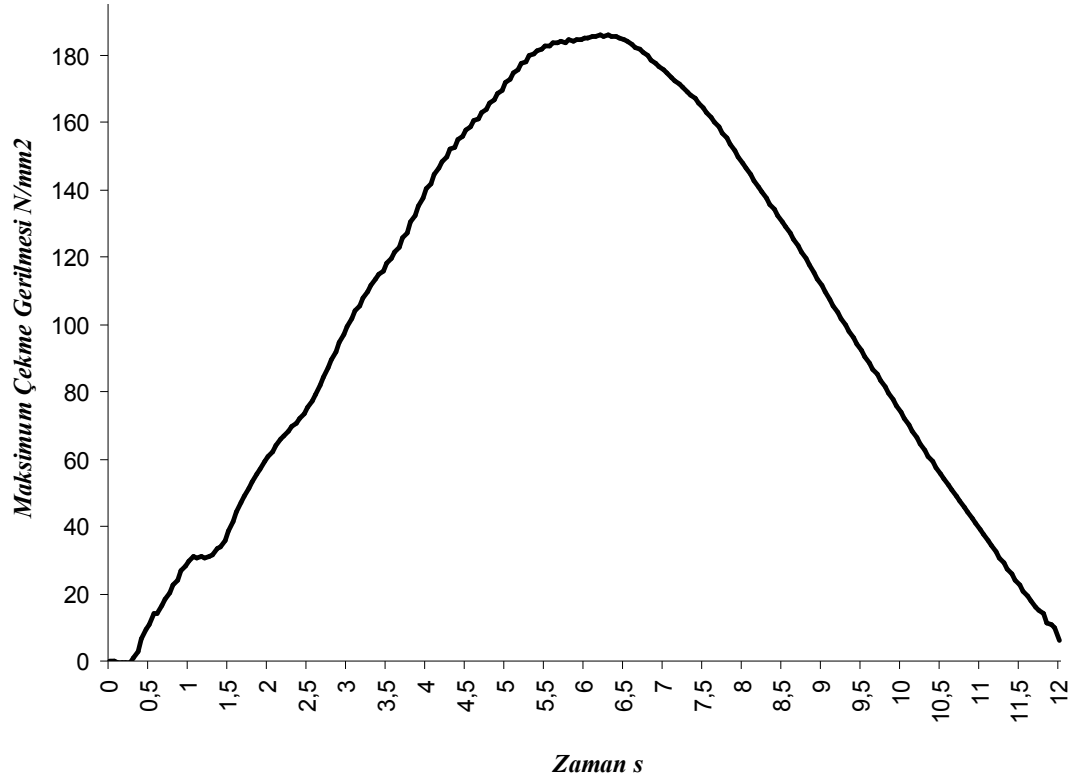
Şekil 4.33'te sağ taraftaki mesnetlerin dinamik reaksiyon kuvvetleri verilmiştir. Analiz sınır şartlarına göre sağ taraf mesnetleri kayar mesnet olarak atandığından reaksiyon kuvvetinin yatay bileşeni oluşmamaktadır.



Şekil 4.33 : Sağ taraf mesnetlerinin her birinin zamana göre mesnet reaksiyonları.

Düşey yöndeki toplam reaksiyon kuvvetinin yüklenen yüke göre yaklaşık %25 daha fazla olduğu görülmektedir. Bu farkın nedeni araba kiriş üzerinde ilerlerken kiriş sisteminin dinamik olarak hareket etmesi sonucunda mesnetlere ilave atalet kuvvetlerinin uygulanmasıdır. Analiz sonucunda kirişin kendi ağırlığının etkisi dikkate alınmamıştır. Kirişin kendi ağırlığının etkisi dikkate alınacak olursa artışın daha da fazla olacağı beklenebilir.

Şekil 4.34'te araba kiriş üzerinde 2m/s hızla ilerlerken kiriş taban orta noktasındaki bir alan elamanının zamana bağlı gerilme dağılımı verilmiştir. Arabanın kiriş üzerindeki hareketinden ve kirişin dinamik titreşiminden dolayı kiriş üzerinde oluşan gerilmeler de dinamik özellik göstermektedir. Bu hızda kiriş sistemi araba ortada iken daha az zorlanmakta araba ortayı geçtiği 13m'de iken daha fazla zorlanmaktadır. Arabanın ilerleme hızı arttıkça Şekil 4.34'deki grafik simetrisi daha da bozularak sağa doğru yaslanacaktır.



Şekil 4.34 : Araba kiriş üzerinde 2m/s hızla ilerlerken kiriş taban orta noktasındaki bir alan elamanının zamana bağlı gerilme dağılımı.

Özellikle yüksek hızda çalışması düşünülen kren kirişlerinin bütün boyu zorlanma açısından risk altında olduğundan bu sistemler çalışma senaryolarına göre dinamik davranış açısından yeterince incelenmelidir.

5. SONUÇLAR, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bilgisayar modeli köprü analizinde de kullanılan SAP2000 programında geliştirilmiştir. Hareketli yük veya yükler, kiriş geometrisine göre tayin edilebilen yük hareket yolu veya yolları (şerit) aracılığı ile kirişe uygulanabilmektedir. Çerçeve (frame) elamanlar için hareketli yükler, kiriş ekseninden geçen ve kirişin boyuna paralel yük yolu tanımlanarak uygulanmakta, kabuk (shell) , alan (area) ve katı (solid) elamanlar için ise hareketli yükler, kirişin üst kısmını oluşturan plakaların üzerinde yollar tayin edilerek uygulanabilmektedir. Program kirişin dinamik davranışını tayin etmede zaman alan fonksiyonu açısından istenilen küçüklükteki zaman aralığı için sonuçlar elde edilmesine imkân vermektedir. Bilgisayar modelinde kiriş istenilen sayıda alt elamanlara ayrılabilen ve titreşim zaman alan fonksiyonu çok küçük zaman aralıklarında elde edilebilmektedir. Analitik çözümlerde atlanan küçük zaman aralıklarında titreşimin anlık değerleri bazen incelenememektedir.

Fiziksel model olarak teorik ve pratik olmak üzere iki farklı model incelenmiştir. Birinci model olarak esnek bir Bernoulli – Euler kirişi seçilerek farklı hız ve yükte analizler yapılarak sonuçlar grafik olarak verilmiştir. İkinci modelde gerçek bir köprülü kren taşıyıcı sistemi olabilecek baş ve ana kirişlerden oluşan çift kirişli bir sistem modellenmiştir. Analiz sonuçları dinamik davranışın farklarını ortaya koymaktadır.

Kirişin dinamik davranışı, üzerindeki hareket eden yükün hızına ve kütlesine bağlı olarak değişmektedir. Hareket eden yük, kiriş sisteminin tabii titreşim frekansını değiştirmektedir. Yük, kirişin farklı noktalarında iken kiriş sistemi farklı titreşim yapmaktadır. Yükün hızının ve kiriş kütlesine olan oranının farklı değerleri için kirişin davranışı grafiklerle verilmiştir. Yükün hızı arttıkça maksimum yer değiştirmenin olduğu yer, kiriş orta noktasından ileriye gitmektedir. Bazı hız değerleri için maksimum nokta orta noktanın gerisinde de olabilmektedir. Yük kiriş üzerinde ilerlerken kiriş dinamik olarak titreşmektedir. Kirişin hareketi dinamik olduğundan bazı durumlarda, yük statik olarak maksimum yer değiştirme oluşturacak

orta noktada iken kirişin hareketinin zıt yönde olabilmesiyle bu noktada maksimum yer değiştirme oluşmamaktadır. Kren kirişlerinin tasarımında verilen kiriş uzunluğuna göre kiriş orta noktasının yer değiştirme miktarının tasarım açısından yeterli olamadığı gösterilmiştir. Ağır şartlarda seri çalışan krenlerin hizmet ömrünün belirlenmesi için tasarım esnasında kren sisteminin dinamik davranışının da hassas olarak belirlenmesi zorunludur. Kaldırılacak yükün miktarı ve arabanın hızı ve taşıyıcı sistemin dinamik özellikleri dikkate alınarak yapılacak hesapların daha doğru olacağı gösterilmiştir.

Arabanın $v=0,01$ m/s hızında oluşan yer değiştirme, yük kirişin orta noktasında iken kirişin orta noktasında oluşturduğu statik yer değiştirmeye çok yakındır. $w_{statik} = 118,149mm$, $w_{dinamik_{v=0,01m/s}} = 118,150mm$. Hızın $v=0,5$ m/sn değerinde ise maksimum yer değiştirme kirişin orta noktası $x=5$ m’de, araba $v.t=5,15$ m’de iken oluşmaktadır (Şekil 4.3). Arabanın kiriş üzerinde ilerlemesinden dolayı kiriş titreşime geçmekte ve yer değiştirme eğrisi statik yer değiştirme eğrisinin etrafında salınım yapmaktadır. Hızın artmasıyla kirişin titreşim genliğinin arttığı görülmektedir. $v=1,25$ m/s hızında maksimum yer değiştirme $x=5,1$ m’de araba $v.t=5,25$ m’de iken oluşmaktadır (Şekil 4.4). $v=2,5$ m/s hızda maksimum yer değiştirme $x= 5,3$ m’de araba $v.t=6,5$ m’de iken oluşmaktadır. Araba $v.t =4,5$ m civarında iken buradaki yer değiştirme araba $v.t=3$ m’ de iken oluşan yer değiştirme değerinden küçüktür. (Şekil 4.5) Bu hızda araba ortada iken oluşan dinamik yer değiştirme statik yer değiştirme değerinden küçüktür. Bunun nedeni kirişin hareketinin dinamik olması ve bu hız değeri için araba orta noktadan geçerken kiriş hareketinin yukarı doğru olmasıdır. $v=4$ m/s hız değerinde maksimum yer değiştirme $x=4,9$ m’de araba $v.t= 4,875$ m’de iken oluşmaktadır (Şekil 4.6). Buradan anlaşılmaktadır ki, kiriş üzerinde oluşan maksimum yer değiştirme sadece orta noktada veya ilerisinde değil gerisinde de oluşabilmektedir. $v=5$ m/s hızda maksimum yer değiştirme $x=5,2$ m’de, araba $v.t=5,725$ m’de iken oluşmaktadır. Araba hızının artmasıyla dinamik yer değiştirme statik yer değiştirmeye göre 1,58 kat artmıştır (Şekil 4.7). $v=6,25$ m/s araba hızında maksimum yer değiştirme $x=5,2$ m’de, araba $v.t= 6,75$ m’de iken oluşmaktadır (Şekil 4.8). Hız artışıyla kirişin dinamik yer değiştirmesi artmaktadır. Hızın farklı değerlerindeki yer değiştirme eğrisinin simetrik olmadığı bazı hız değerlerinde sola yatık, bazılarında ise sağa yatık olduğu görülmektedir (Şekil 4.10). m/M oranının artmasıyla artan yüklerle beklendiği

gibi yer değiştirme miktarları artmaktadır. Kirişin yer değiştirme şekli kütle oranından çok yükün hızına bağlı olarak değişmektedir (şekil 4.12).

$v=6,25$ m/s; $m/M=0,2$; araba 0,8 sn de orta noktadan geçmektedir ve bu zamanda oluşan yer değiştirme, $t=1,2$ s’de yani arabanın kirişin $3L/4$ ne ulaştığı andaki yer değiştirmeden kttr (şekil 4.13). $v=1,25$ m/s; $m/M=0,2$; toplam 8 saniyelik araba seyahati sresinde araba $t=4$ s, $L/2$ de iken oluşan yer değiştirme, araba $t=6$ s, $3L/4$ de ki yer değiştirmeden byttr (şekil 4.14). Yüksek hızlarda oluşan maksimum yer değiştirme arabanın kirişin uç kısmına yaklaşması anında oluşmaktadır. Hız çok artarsa maksimum yer değiştirme arabanın uç kısma o kadar çok yakın mesafede olduğu zamanda oluşmaktadır. Bunun nedeni araba yüksek hızda ilerlerken kiriş tam bir titreşim bile yapacak zamanı bulamamaktadır. Düşük araba hızlarında ise kirişin birden çok titreşim yapacak zamanı bulunmaktadır. $m/M=0,2$, $v=0,01$ m/s, hızı için dinamik moment yk kirişin orta noktasında iken oluşan statik moment değerine çok yakındır. $M_0 = \frac{PL}{4} = \frac{mgL}{4} = 627,84 Nm$ dir. $v=0,01$ m/s için

orta noktadaki dinamik moment $628,1 Nm$ dir. Hızın sıfıra yaklaşmasıyla statik çözüme yaklaşılacağı beklenen bir durumdur. $v = 2,5$ m /s hız için maksimum moment, araba $v.t=6,5 m'$ ye ulaştığı anda oluşmaktadır (şekil 4.15). Araba kiriş orta noktasından geçerken oluşan moment değeri statik moment değerinden kttr. Arabanın kirişe temas ettiği noktada kesme kuvvetinde işaret değişikliği görülmektedir. Elde edilen bu sonuç yapılan modellenmenin gerçeğe uygululuğunu ortaya koymaktadır.

İkinci uygulamada 200 KN kapasiteli 24m uzunluğunda kutu profilli taşıyıcı kirişleri olan ve köprü tekerlek eksenleri arası 24,3 m olan bir çift kirişli köprülü krenin taşıyıcı sistemi incelenmiştir. Kiriş plakaları kabuk elaman olarak modellenmiş olup, plakalar kiriş boyunca 0,6 m’de bir olmak üzere kutu profili yan kenar kalınlığında olan burulma plakaları ile birleştirilmiştir. Hareketli yük olan arabanın hızı 2 m/s alınmıştır. Araba 24 m lik ana kirişler üzerinde ana kirişin baş kirişe bağlandığı noktalar arasında hareketlendirilmiştir. 4 tekerlekli olan tek araba iki tekerlekli iki araba olarak modellenerek programda tayin edilen iki çizgisel şerit üzerinde yrtlmştır. şeritlerin biri birinci kiriş üzerindeki ray eksenini, diğeri de ikinci kiriş üzerindeki ray eksenini olarak tayin edilmiştir.

Çift kirişli sistemin tek kirişli sisteme göre dinamik davranışının farklarını ortaya koyulmuştur. Bu farkın ana nedeni iki kirişi birbirine bağlayan baş kirişin varlığıdır. Baş kirişin varlığı nedeniyle taşıyıcı sistemin dinamik hassasiyeti arttığından yüksek hızlarda hareketli yük taşıyacak kren sistemlerinde çift kiriş sistemi tek kiriş sistemine göre daha riskli olabilecektir.

Sistemin 1. mod titreşim periyodu: 1,12519 s, 2.mod titreşim periyodu: 0,737593 s, 3.mod titreşim periyodu: 0,586096 s, 4.mod titreşim periyodu: 0,31952 s , 5.mod titreşim periyodu: 0,271907 ve 6.mod titreşim periyodu: 0,216936 dır. Şekiller (4.26–31) Kiriş sisteminin 2. mod titreşimi dikkate değerdir. (Şekil 4.27). 1. mod titreşim periyoduna yakın olarak 2. mod titreşiminde kirişlerin biri aşağı yöne diğeri ise aynı anda yukarı yöne titreşim yapmaktadırlar. Bunun nedeni iki kirişin baş kiriş ile birbirine bağlanması ve baş kirişin sisteme ilave serbestlik derecesi kazandırmasındandır. Dolayısıyla ana taşıyıcı kirişlerin dinamik davranışında baş kirişlerinin de katkısı önemslenmelidir. Baş kiriş tasarımı düzgün ve simetrik olmalıdır. Özellikle baş kirişlerin içersine konabilecek burulma plakaları, ana kiriş eksenleri ve baş kiriş eksenlerine göre simetrik olmalıdır. Simetri bozulduğunda baş kirişin ana kirişlere bağlandığı kısımlarda farklı burulma ve çökme yer değiştirmeleri ana kirişlerin farklı titreşmesine sebep olabilecektir. Aksi durumda ana kirişler ne kadar bir birinin aynı olursa olsun baş kirişten farklı tahrik alacaklarından farklı titreşime zorlanacaklardır. Kirişlerin farklı hareketi arabanın kirişler üzerindeki stabilitesini bozabilecektir.

Hareketli yüklemde araba ortada iken oluşan düşey yöndeki mesnet reaksiyonları statik yüklemdeki mesnet reaksiyonlarından farklıdır (Şekil 4.32 ve 4.33). Araba ana kiriş üzerinde ilerlerken düşey mesnet reaksiyonları toplamı 250 KN dur. Hâlbuki arabanın toplam yükü 200 KN olarak tayin edilmişti. Düşey yöndeki reaksiyon kuvvetinde yaklaşık %25 oranında bir artış olmuştur. Bu farkın nedeni araba kiriş üzerinde ilerlerken kiriş sisteminin dinamik olarak hareket etmesi ve mesnetlere ilave atalet kuvvetleri uygulamasıdır. Arabanın kiriş üzerindeki hareketinin oluşturduğu etki incelendiğinden analiz sonuçlarında kirişin kendi ağırlığının etkisi dikkate alınmamıştır.

Kiriş sistemi araba ortada iken daha az zorlanmakta araba ortayı geçtiği 13 m’de iken daha fazla zorlanmaktadır (Şekil 4.34). Hâlbuki statik hesaplar genellikle orta

noktanın zorlanması temel alınarak yapılmaktadır. Buradan anlaşıldığı üzere dinamik zorlanma her zaman orta noktada oluşmamaktadır. Kiriş üzerinde oluşturulabilecek konstrüktif kesit süreksizlikleri, örneğin hafif konstrüksiyon ihtiyacından dolayı tasarlanabilecek boşluklar dinamik zorlanmada maksimum gerilmelerin olduğu noktaya denk gelebilir ve sistem statik olarak stabil görünürken dinamik yüklemeye zarar görebilir. Özellikle yüksek hızda çalışan kren sistemleri çalışma senaryolarına göre dinamik davranış açısından yeterince incelenmelidir.

Bu çalışma hareketli yükler altındaki köprülü kren kirişlerinin dinamik davranışının belirlenmesinde gelecek çalışmalar için bir temel teşkil edecektir. Kiriş üzerinde ilerleyen arabanın ani hızlanması, fren yapması ve kaldırılan yükün titreşmesinin kirişin dinamik davranışına olan etkilerinin araştırılması konu üzerine gelecekte yapılması gerekebilecek araştırma konuları olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Fryba, L.**, 1999. *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*. Groningen: Noordhoff International.
- [2] **Pesterev, A.V., Yang, B., Bergman, L.A., Tan, C.A.**, 2003. Revisiting the moving force problem, *Journal of Sound and Vibration*, **261**, 75–91.
- [3] **Pesterev, A.V., Bergman, L.A.**, 1998. A contribution to the moving mass problem, *Journal of Vibration and Acoustics*, **120**, 824-826.
- [5] **Yang, B., Tan, C. A., Bergman, L.A.**, 1998. On The Problem of A Distributed Parameter System Carrying a Moving Oscillator, *Book Chapter: Dynamics and Control of Disturbed Systems*, Cambridge University Pres, pp 69-94.
- [6] **Pesterev, A. V., Tan, C. A., Bergman, L.A.**, 2001. A New Method for Calculating Bending Moment and Shear Force in Moving Load Problems, *Journal of Applied Mechanics*, **68**, 252-259.
- [7] **Pesterev, A.V., Bergman, L.A., Tan, C.A. Tan, Tsao, T.C., Yang, B.**, 2003. On Asymptotics of the Solution of the Moving Oscillator Problem, *Journal of Sound and Vibration*, **260**, 519–536.
- [8] **Pesterev, A.V., Bergman, L.A.**, 2000. An Improved Series Expansion of the Solution to the Moving Oscillator Problem, *Journal of Vibration and Acoustics Transactions of the ASME*, **122**, 54-61.
- [9] **Pesterev, A.V., Bergman, L.A.**, 1998. Response of non-conservative continuous system to a moving concentrated load, *Journal of Applied Mechanics*, **June**, 436-444,
- [10] **Pesterev, A.V., Yang, B., Bergman, L.A., Tan, C.A.**, 2000. Response and Stress Calculations of an Elastic Continuum Carrying Multiple Moving Oscillators, *Proceedings of the International Conference on Advances in Structural Dynamics, Hong Kong, Dec 13-15*, **1**, 545 - 552.
- [11] **Pesterev, A.V., Bergman, L.A.**, 1997. Vibration of Elastic Continuum Carrying Accelerating Oscillator, *Journal of Engineering Mechanics*, August.
- [12] **Lee, U.**, 1998. Separation between the flexible structure and the moving mass sliding on it, *Journal of Sound and Vibration*, **209**, 5, 867-877
- [13] **Kožar, I. and Štimac, I.**, 2003. *Dynamic analysis of loads moving over structures*, *4th International Congress of Croatian Society of Mechanics*, September, 18-20, Bizovac, Croatia
- [14] **Wu, J.J., Whittaker, A.R. and Cartmell, M.P.**, 2000. The use of finite element techniques for calculating the dynamic response of structures to moving loads, *Computers and Structures*, **78** , 789-799.

- [15] **Wu, J.J., Whittaker, A.R. and Cartmell, M.P.**, 2001. Dynamic responses of structures to moving bodies using combined finite element and analytical methods, *International Journal of Mechanical Sciences*, **43**, 2555–2579
- [16] **Wu, J.J.**, 2004. Dynamic responses of a three-dimensional framework due to a moving carriage hoisting a swinging object, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, **59**, 1679–1702
- [17] **Wilson, E.L.**, 2002. *Static and dynamic analysis of structures*, Chapter 20: “Dynamic analysis by numerical integration”, Computers and Structures Inc.
- [18] **Yang, B., Tan, C.A. and Bergman, L.A.**, 2000. Direct numerical procedure for solution of moving oscillator problems, *Journal Of Engineering Mechanics*, **May**, 462-469.
- [19] **Wayou, A.N.Y, Tchoukuegno, R. and Wofo, P.**, 2004. Non-linear dynamics of an elastic beam under moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, **273**, 1101–1108.
- [20] **Foda, M.A. and Abduljabbar, Z.**, 1998. A dynamic green function formulation for the response of a beam structure to a moving mass, *Journal of Sound and Vibration*, **210**,3, 295-306.
- [21] **Wu, J.J.**, 2003, Use of equivalent beam models for the dynamic analyses of beamplates under moving force, *Computers and Structures* **81**, 2749–2766.
- [22] **Yavari, A., Nouri, M. and Mofid, M.**, 2002. Discreet element analysis of dynamic response of timoshenko beams under moving mass, *Advances in Engineering Software*, **33**, 143-153.
- [23] **Renard, J. and Taazount, M.**, 2002. Transient responses of beams and plates subject to travelling load. Miscellaneous results, *European Journal of Mechanics A/Solids*, **21**, 301–322.
- [24] **Savin, E.**, 2001. Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, **248**, 2, 267-288.
- [25] **Zhu, X.Q. and Law, S.S.**, 2001. Precise Time-Step Integration For The Dynamic Response Of A Continuous Beam Under Moving Loads, *journal of Sound and Vibration*, **240**, 5, 962-970.
- [26] **Abu Hilal, M. and Zibdeh, H.S.**, 2000. Vibration Analysis Of Beams With General Boundary Conditions Traversed by a Moving Force, *Journal of Sound and Vibration* , **229**, 2, 377-388.
- [27] **Xu., X., Xu, W. and Genin, J.**, 1997. A Non-Linear Moving Mass Problem, *Journal of Sound and Vibration*, **204**, 3, 495-504.
- [28] **Gbadeyan, J.A. and Oni, S.T.**, 1995. Dynamic Behaviour of Beams and Rectangular Plates Under Moving Loads, *Journal of Sound and Vibration*, **182**, 5, 677-695.
- [29] **Singresu S. Rao**, 2004. *The Finite Element Method in Engineering*, Elsevier Science & Technology Boks, USA

- [30] **CSI Analysis Reference Manual**, 2005. *Computers and Structures Inc.*, Berkeley, California, USA
- [31] **F.E.M.**, 1998 Rules For Desing of Hoisting Appliances, Booklets 2 and 3, *Federation de la Manutention*, Paris
- [32] **Öztepe H.**, 1999 *Transport Tekniği- Kaldırma ve Taşıma Makinaları*, İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul
- [33] **Kutay M.G.**, 1993 *Gezer Köprü Vinç Dolu Kiriş Hesapları*, Almanya

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad : İsmail ESEN

Doğum Yeri ve Tarihi : Torul 1971

Lisans Üniversite : İ.T.Ü. Sakarya Müh. Fakültesi, Makine Mühendisliği - 1991

Yüksek Lisans Üniversite : İ.T.Ü. Fen Bil. Enstitüsü, Makine Mühendisliği Konstrüksiyon Programı - 1994