

ÖNSÖZ

Öncelikle danışmanı m Prof. Dr. Elburus Caferov ‘a Lisans ve Yüksek Lisans eğitimi m boyunca yardımlarından ve bana böyle bir konuda çalışma i nkanını sağladığı için teşekkür ederim

Ayrıca sevgili aileme ve arkadaşlarıma desteklerinden ve bana karşı olan güvenlerinden dolayı teşekkür etmek isterim

Haziran, 2004

Emek Akgezer

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	vi-viii
TÜRKÇE ÖZET	ix
SUMMARY	x

1. GİRİŞ	1
1.1. Helikopterin gelişimi	1
1.2. Helikopter için özel ihtiyaçlar	1
1.3. Helikopterle uçuşun prensipleri	2
1.4. Temel Helikopter kontrolü	2
1.5. Problemin ve kullanılan metodun kısaca açıklanması	4
2. DÖNEL BİR SİSTEMİN EULER DENKLEMLERİ	5
2.1. Açısal momentum ve açısal hareket denklemleri	5
2.2. Kararlılık denklemleri	9
3. HAREKET DENKLEMLERİNİN OLUŞTURULMASI	12
3.1. Denge denklemlerinin oluşturulması	12
3.2. Denge denklemlerinin hareket denklemlerine çevrilmesi	15
3.3. Hareket denklemlerinin lineerleştirilmesi	17
4. ÖRNEK HELİKOPTERİN DURUM UZAYININ OLUŞTURULMASI	20
4.1. Kararlılık türbülanslarının oluşturulması	20
4.2. Uzunlamasına uçuşta denge (Trim) durumu	22
4.3. Örnek helikopter için uzunlamasına ekseninde Durum Uzayı	23

4.4	Örnek helikopter için fiziksel parametreler	27
4.5	Uzunlamasına Transfer fonksiyonları.	31
4.6	Karakteristik denklem	33
4.6.1	Karakteristik denklemin genel çözümü	33
4.6.2	Örnek Helikopter İçin Karakteristik Denklem'in Çözümü	34
4.6.3	Örnek Helikopter için root-locus	36
4.6.4	Açık sistem cevapları	37
5.	ÖRNEK HELİ KOPTER İÇİN UZUNLAMASINA EKSENDE YUNUSLAMA KONTROL SİSTEMİ TASARIMI	38
5.1	İleri doğru uçuşa Statik Kararlılık	38
5.1.1	Ana motorun statik kararlılığı	38
5.1.1.1	Hz	38
5.1.1.2	Hücum Açısı	39
5.1.2	Gövdenin statik kararlılığı	40
5.1.3	Yatay stabilizer	40
5.2	Helikopter Otomatik uçuş kontrol sistemleri.(AFCS)	41
5.2.1	Kararlılık Arttırıcı sistemler(SAS)	41
5.2.2	Otomatik kararlılık sistemi.(ASE)	41
5.3	PD Kontrolcüsü ile Tasarım	42
5.3.1	Kapalı sistemin incelenmesi	44
5.4	Kök yerleşimi(pole placement) yöntemi	46
5.4.1	Kapalı sistemin incelenmesi	48
6.	SONUÇ	51
	KAYNAKLAR	52
	EK A	54
	EK B	59
	ÖZGEÇMİŞ	60

KI SALT MALARI N İİSTESİ

AFCS	: Otomatik uçuş kontrol sistemi
ASE	: Otomatik kararlılık sistemleri
MIMO	: Çok girişli çok çıkışlı
SISO	: Tek girişli tek çıkışlı
SAS	: Kararlılık artırıcı sistem

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 4 1 : Ana rotor için bağımsız değişkenler ve tablolardan elde edilen türevler	21
Tablo 4 2 : Kuyruk rotor için bağımsız değişkenler ve tablolardan elde edilen türevler.	22
Tablo 4 3 : Aerodinamik türevler	25
Tablo 4 4 : Kontrol türevleri	26
Tablo 4 5 : İleri doğru uçuşta ana rotor için 1. derece boyutsuz türevler	27
Tablo 4 6 : İleri doğru uçuş için ana rotor türevleri	28
Tablo 4 7 : Ana rotor fiziksel parametreler	29
Tablo 4 8 : Yatay Stabilizer fiziksel parametreler	30
Tablo 4 9 : Gövde fiziksel parametreler	30
Tablo 4 10 : Ödeğer ve sönümleme ve frekans tablosu	35

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>	
Şekil 1.1	Helikopter kontrol sistemi	3
Şekil 2.1	Helikopterde eksenlerin yerleşimi	10
Şekil 3.1	Helikopter üzerindeki elemanlara etki eden kuvvet ve momentlerin gösterimi	15
Şekil 3.2	Hareket denklemleri parametreleri	16
Şekil 4.1	Önek helikopter üstten ve yandan görünüş	31
Şekil 4.2	Açık sistem köklerinin yerleşimi	36
Şekil 4.3	Açık sistem adım cevapları	37
Şekil 5.1	Ana rotorun hıza göre statik kararlılığı	39
Şekil 5.2	Ana rotorun hücu açısına göre statik kararlılığı	40
Şekil 5.3	Mekanik hatve sistemi	42
Şekil 5.4	SSO Kontrol sistemi	43
Şekil 5.5	PD Kontrol sistemi	44
Şekil 5.6	K_p değerleri için rootlocus grafiği	45
Şekil 5.7	$K_p=3$, $K_d=2$ değerler için θ adım cevabı	46
Şekil 5.8	K kazanç matrisiyle geri besleme oluşturulmuş sistem	48
Şekil 5.9	θ Yunuslama açısı için adım cevabı	48
Şekil 5.10	Rastgele Bozuntuların Dağılımı	49
Şekil 5.11	Bozuntuya karşı sistem cevabı	49

SEMBOL LİSTESİ

A	: Durum matrisi
a_0	: Gijinin hızı
B	: Kontrol matrisi
B_1	: Saykallık yunuslanma girişi
C	: Gıkış matrisi
F	: Toplam kuvvet
G_s	: Actuator transfer fonksiyonu
g	: Yerçekimi ivmesi
h	: Açısall momentum
h_m	: Ana rotorun yalpa moment kolu
h_T	: Kuyruk rotorunun yalpa moment kolu
h_F	: Gövdenin yalpa moment kolu
h_h	: Yatay stabilitörün yalpa moment kolu
h_v	: Dkey stabilitörün yalpa moment kolu
I_{xx}	: X yönünde eylemsizlik momenti
I_{yy}	: Y yönünde eylemsizlik momenti
I_{zz}	: Z yönünde eylemsizlik momenti
l_m	: Ana rotorun yunuslanma moment kolu
K	: Kazanç matrisi
K_p	: Orantısal kazanç
K_d	: Türevsel kazanç
l_f	: Gövdenin yunuslanma moment kolu
l_v	: Dkey stabilitörün sapma moment kolu
l_h	: Yatay stabilitörün yunuslanma moment kolu
l_T	: Kuyruk rotorunun yunuslanma moment kolu
m	: Kütle
M_F	: Gövdenin yunuslanma momenti bileşeni
M_m	: Ana rotorun yunuslanma momenti bileşeni
M_T	: Kuyruk rotorunun yunuslanma momenti bileşeni
N_F	: Gövdenin sapma momenti bileşeni
N_m	: Gövdenin yunuslanma momenti bileşeni
Q_{0m}	: Kollektif yunuslanma girişi
q	: Yunuslanma açısının hızı
R_m	: Ana rotorun yalpa momenti bileşeni

r	: Pozisyon vektörü
r_g	: Pozisyon vektörü
s	: Laplace değişkeni
T	: Dış kuvvetlerin orijine uyguladığı kuvvetler
u	: İleri hız
u	: Kontrol girişi
v	: Parçacık hızı
v_g	: Parçacık sisteminin yerçekimi merkezinin hızı
v_o	: Orijinin hızı
W	: Ağırlık
w	: Düşey hız
X_m	: Ana rotanın uzunlamasına kuvvet etkisi
X_T	: Kuyruk rotanın uzunlamasına kuvvet etkisi
X_H	: Yatay stabiliteörün uzunlamasına kuvvet etkisi
X_V	: Dikey stabiliteörün uzunlamasına kuvvet etkisi
X_F	: Gövdenin uzunlamasına kuvvet etkisi
x	: Durum değişkenleri
Y_m	: Ana rotanın yanall kuvvet etkisi
Y_T	: Kuyruk rotanın yanall kuvvet etkisi
Y_V	: Dikey stabiliteörün yanall kuvvet etkisi
Y_F	: Gövdenin yanall kuvvet etkisi
Z_m	: Ana rotanın düşey kuvvet bileşeni
Z_T	: Kuyruk rotanın düşey kuvvet bileşeni
Z_H	: Yatay stabiliteörün düşey kuvvet bileşeni
Z_V	: Düşey stabiliteörün düşey kuvvet bileşeni
Z_F	: Gövdenin düşey kuvvet bileşeni
Ω	: Eksenin açısal hızı
θ	: Yunuslama açısı
ρ	: Yoğunluk
ω_n	: Doğal Frekans
ω_d	: Sönümlenme frekansı

HELİ KOPTER İÇİN YUNUSLAMA DİNAMİĞİ VE KONTROL SİSTEMİ TASARIMI

ÖZET

Bu çalışmanın amacı örnek helikopter için yunuslama kontrol sistemi tasarımıdır. Çeşitli çalışmalarda helikopter için kontrol sistemi dizaynı örnekleri verilmiş ama kontrol sistemi kazançlarının hesaplanmasına detaylıca değinilmemiştir. Bu çalışmada örnek bir helikopter için aerodinamik bilgilerden hareket edilerek helikopter eksenlerinde hareket denklemleri oluşturulmuştur. Bu amaçla ilk önce rijit bir cisim için Euler denklemleri oluşturulmuş ve küçük açı ve küçük değişimler teorisi uygulanmıştır. Bu denklemler non-lineer olduğu için Taylor serisine açarak ve birinci dereceden katsayılar dikkate alınarak lineer denklemler oluşturulmuştur ve denge konumu etrafında çözülmüştür. Bu denklemler daha sonra durum değişkenleri cinsinden ifade edilmiş ve durum uzayında dinamik bir model oluşturulmuştur. Bu amaçla MATLAB programında yazılan kararlılık türevlerini hesaplayan ve durum uzayını oluşturan bir fonksiyon kullanılmıştır. . Daha sonra helikopterin dinamik kararlılığı karakteristik denklemin çıkarılmasıyla incelenmiş yunuslama ekseninde otomatik kontrol sistemi ihtiyacı gösterilmiştir. Bu amaçla benzer çalışmalardan örnek kontrol sistemi MATLAB/Simulink programı ile oluşturulmuş ilk önce PD kontrol elemanı sistemin Tek girişli Tek çıkışlı(SISO) sisteme indirgenmesiyle uygulanmış root-locus yöntemiyle en uygun katsayılar bulunmuştur. Daha sonra alternatif bir yöntem olarak Çok girişli Çok çıkışlı(MMO) sisteme kök- yerleşimi(pole-placement) yöntemi uygulanmış, kapalı sistem cevapları ve istenen performans sağayıp sağlanmadığı incelenmiştir.

PITCHING DYNAMICS AND CONTROL SYSTEM DESIGN FOR A HELICOPTER

SUMMARY

The aim of this thesis is to design an automatic control system for an example helicopter in pitching axis. In various studies example control systems for helicopter is given but calculating of control system gains are not explained in detail. In this manner first the linearized dynamic model of an example helicopter has been obtained by applying small perturbations and small angles approach to six degrees of freedom non-linear equations of motion in example helicopter's body axes. While doing this, small perturbations from the steady state conditions has been considered and equations of motion expanded to Taylor series but only first order terms is investigated. Also for the sake of simplicity coupling between lateral and longitudinal has been ignored. As the study is focused on longitudinal axis conditions and constraints related with longitudinal axis has been implemented. Then partial derivatives of the aerodynamic forces and moments which is called stability derivatives has been implemented and overall system has been put into state space form by using custom program written in MATLAB. After obtaining the state space form it has been approached as a MIMO system which is sum of four SISO systems and a PD controller is simulated on the pitching axis by MATLAB/Simulink. After investigating of various controller gains by root locus technique most appropriate gains has been chosen. Although this gains meet some of the design criteria such as maximum overshoot and steady state error, settling time was not short enough to be considered acceptable. As an alternative approach pole placement method has been applied by finding appropriate controller gains corresponding to arbitrary appointed roots of the characteristic equation. Finally step responses of the system has been investigated and has been found that pole placement method was much successful in meeting engineering criteria in time domain design.

1. GİRİŞ

1.1 Helikopterin gelişimi

Helikopter havacılığa sabit kanatlı uçak' a göre daha geç bir giriş yapmıştır. 1920' nin sonu ve 1930' larda "autogyro" lar ile bir çok deney yapılmış ama 1940' a kadar Helikopter konusunda ciddi bir gelişme başlanmamıştır. . Kraliyet hava kuvvetlerinin Çevre dizaynı Avro tarafından lisanslandırılmış "autogyro" yu ve bazı Sikorsky hoverfly 1 ve 2 yi sınırlı hizmet ve deneysel amaçlı kullanmaya başlaması II dünya savaşından sonraki yıllara rastlar. Daha sonra İngiltere de 1953 yılında servise giren Sycamore Type 171 üretilir daha sonra aynı helikopter çift motörlü olarak 173 adıyla üretime geçmiştir. Daha sonra ordu için 192 diğer adıyla Belvedere üretilmiştir. bu üretimler Amerika' da Dragonfly, Whirlwind, Wessex ve Seaking adıyla üretilen helikopterlerin İngiliz örnekleriydi. 1960' ların sonunda ve 1970' lerin başında Westland helikopterleri üretimi Aerospatiale France ile girmiş ve Gazelle, Lynx ve Puma adlı helikopterlerin üretimini yapmıştır.

Helikopter 1960' ların sonunda ilk kez Vietnam savaşında savaş amaçlı kullanılmış ilerleyen yıllarda İngilizlerin Falkland savaşı ve daha güncel bir örnek olarak Ağır saldırı silahı Apache ve roket platformu olarak Lynx körfez savaşında görev almıştır. Helikopterin rolleri geliştikçe, buna paralel olarak daha karmaşık ve sofistike hale gelmişlerdir. Daha büyük ve daha zor görevlerin başarısı için daha çok sistemin entegre edilmesiyle daha fazla itki gücüne ve daha fazla sayıda motora ihtiyaç artmıştır.

1.2 Helikopter için özel ihtiyaçlar

Sabit kanatlı Hava araçlarına kıyasla helikopterin farklı doğası hava aracı sistemlerinde de özel ihtiyaçları doğurmuştur. Diğer bütün prensiplerin uygulanmasının yanında Helikopterin yatay iniş kalkış özellikleri yapısal anlamda

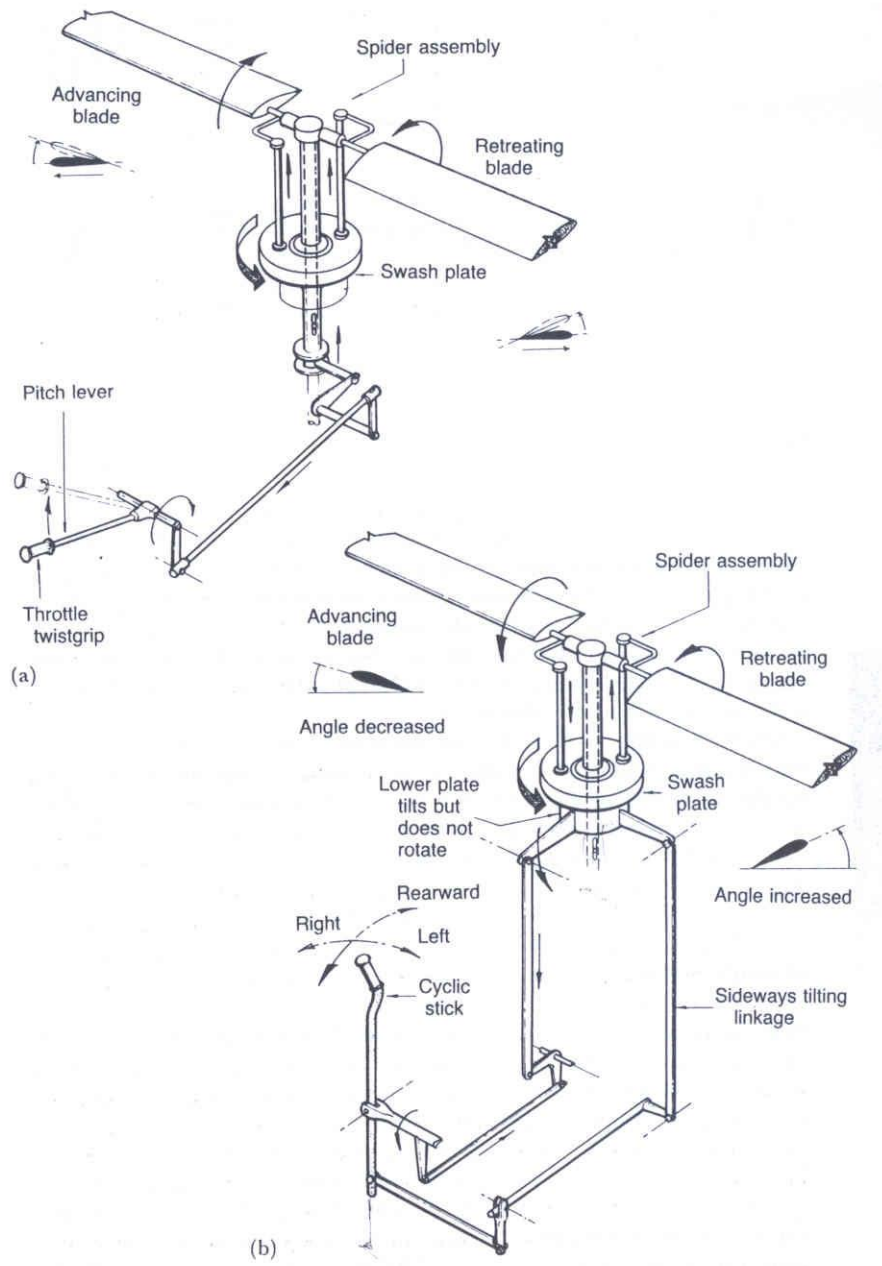
farklılıklar yaratır. Yatay iniş kalkış yüksek güç ağırlık oranı gerektirmektedir. Bir hava uzay aracını kontrol edilebilir dikey kalkış yapabilmesi için iniş ağırlık oranının 1.25 e 1 gibi yüksek oranda kabul edilir. Bu oran diğer bütün aktarma kayıpları dikkate alındıktan sonra uygulanır. Böylece tamamen farklı yapısından dolayı helikopterin kontrolü sabit kanatlı hava araçlarına kıyasla çok farklıdır. Bunu yanında askı(hover) ve kapalı alanlara iniş gibi değişik özelliklerinden dolayı gereksinimleri de farklıdır. Bu da ot o-hover için otopilot modları gibi özel sistemleri beraberinde getirir. Bunun yanında askı pozisyonunda vinç sistemi yada deniz üzerinde hareketli platformlara iniş gereksinimleri özel navigasyon sistemlerine ihtiyacı artırır.

1.3 Helikopterle uçuşun prensipleri

Sabit kanatlı sistemde kaldırma kuvveti kanat profilinin üzerinden geçen havanın etkisiyle oluşurken helikopterde paller ağırlığı karşılayan kaldırma kuvvetini oluşturur. Genellikle tek rotorlu olmasına rağmen gövdenin arkasına yerleştirilen tandem adıyla anılan çift rotorlu türleri de vardır. Paller sayısı 2 ile 6 arasında değişir. Bu arada ana rotor tarafından üretilen kaldırma kuvveti helikoptere fazladan karışıklık ekler. Çünkü helikopterin rotoru bir yöne dönerken oluşan Newton'un üçüncü kanunu kuvveti de gövdeyi ters yöne itmeye çalışacaktır. Bu etki kuyruğa yerleştirilen kuyruk rotorunda oluşturulan yatay itki kuvvetiyle dengelenir.

1.4 Temel Helikopter kontrolü

Helikopterde uzunlamasına ve yanal yönde hareket rotorun uygun yöne eğilmesiyle sağlanır. Bu da rotorun saykılık(cyclic) [9] hat ve kontrolü ile mümkün olur. Pilot kontrol kolunu ileri itmesiyle rotor ileri doğru eğilir böylece oluşan kaldırma kuvvetine ileriye doğru bir bileşim eklenir böylece helikopter istenen hareketi yapmış olur. Aynı şekilde kontrol kolunun geriye çekilmesiyle rotor geriye doğru eğilir böylece helikopter geriye doğru hareket etmeye başlayacaktır. Şekil 1.1'de Bu hareketinin kontrolünü yapan sistemin şekli verilmiştir.



Şekil 1.1 Helikopter kontrol sistemi

Kontrol kolunun sağ yada sola eğilmesi ise aynı şekilde Helikopterin eğilen yöne doğru hareketin böylece yalpa hareketini sağlayacaktır. Dönme hareketi ise sabit kanatlı hava araçlarında olduğu gibi pedallarla sağlanmaktadır. Sağ taraftaki pedal kuyruk motorunun sağ tarafına doğru oluşturduğu itmeyi arttıracak ve helikopter sağa dönecektir sol tarafa dönerken ise tamtersi yönde bir itki uygulanır.

Dik key hareket ise bütün pallerin yunuslanma açısının arttırılmasıyla ve azaltılması ile böylece toplam itkinin arttırılması ve azaltılmasıyla elde edilir. Burada pallerin

yunuslama açısının değışiminin pallerin üzerine etki eden sürüklenme kuvvetini de artması yada azaltılması sonucunu da doğuracaktır. Bu yüzden oluşacak sürüklenme kuvveti değışimine karşılık verecek rotor hızını kontrol edecek bir sistemle beraber kullanılmaktadır. Pallerin yunuslama açıları kollektif(collective)[9] kontrol çubuğunun hareketiyle sağlanır. Motor kuvveti ve tork çubuğun sonundaki bir elcik ile sağlanır.

Bu yüzden açıkça görülmektedir ki helikopterin uçurulması yunuslama ve yalpa kontrolleri ile beraber dönme ve dikey hareketi de kapsayan karmaşık bir işlemdir. Genel olarak helikopter sabit kanatlı hava araçlarından daha kararsız bir yapı sergiler. Bunun dışında helikopter kontrollerinin ikincil etkileri görece olarak daha fazla önemlidir ve pilot tarafından sürekli düzeltilmelidir. Bu da helikopterin operasyonunun sabit kanatlı hava araçlarına kıyasla özellikle bozuntunun çok olduğu ve türbülanslı durumlarda daha zor olduğu sonucunu doğurur. Bu nedenle pilotun yükünü hafifletmek için bazı gelişmiş helikopterlerde otomatik kararlılık ve çok modlu otomatik sistemleri uygulanmaktadır. [1, 2, 5]

1.5 Problemin ve kullanılan metodun kısaca açıklanması

Yukarıdaki sebepler helikopter için kararlılık arttırıcı ve kontrol arttırıcı sistemleri zorunlu kılmaktadır. Bazı çalışmalarda[10, 11, 12, 14] ancak daha küçük ölçekli sistemler için kontrol sistemi dizaynı örnekleri verilmiştir. Çeşitli çalışmalarda ise [2, 3, 5, 13, 15] helikopter için kontrol sistemi dizaynı örnekleri verilmiş ama kontrol sistemi kazançlarının hesaplanması na detaylıca değinilmemiştir. Bu çalışmada örnek bir helikopter için [1] aerodinamik bilgilerden hareket edilerek helikopter eksenlerinde hareket denklemleri oluşturulmuştur. Bu amaçla ilk önce rijit bir cisim için Euler denklemleri oluşturulmuş ve küçük açı ve küçük değışimler teorisi uygulanmıştır. Bu denklemler non-lineer olduğu için Taylor serisine açarak ve birinci dereceden katsayılar dikkate alınarak lineer denklemler oluşturulmuştur ve denge konumu etrafında çözülmüştür. Bu denklemler daha sonra durumdeğişkenleri cinsinden ifade edilmiş ve durum uzayında dinamik bir model oluşturulmuştur. Bu amaçla MATLAB programında yazılan kararlılık türevlerini hesaplayan ve durum uzayını oluşturan bir fonksiyon kullanılmıştır. Daha sonra helikopterin dinamik kararlılığı karakteristik denklemin çıkarılmasıyla inceleniş yunuslama ekseninde otomatik

kontrol sistemi ihtiyacı gösterilmiştir. Bu amaçla benzer çalışmalardan[5, 3] örnek kontrol sistemi MATLAB/Simulink programı ile oluşturulmuş ilk önce PD kontrol elemanı sistemin Tek girişli Tek çıkışlı(SISO) sistem indirgenmesiyle uygulanmış root-locus yöntemiyle en uygun katsayılar bulunmuştur. Daha sonra alternatif bir yöntem olarak Çok girişli Çok çıkışlı(MMO) sistem kök-yerleşimi(pole-placement) yöntemi uygulanmış, kapalı sistem cevapları ve istenen performansı sağlayıp sağlamadığı incelenmiştir.

2 DÖNEL BİR SİSTEMİN EULER DENKLEMLERİ

2.1 Açısal momentum ve açısal hareket denklemleri

Açısal momentum ve açısal hareket denklemlerini gövdeyi oluşturan partiküllerin oluşturduğu sistemin göreceli açısal momentumunu (h) ile ifade edersek,

$$h = \sum r \times (m v_r) \quad (2.1.1)$$

Burada ' r ', ' m ' kütleliindeki partikülün pozisyon konvektörünü ve v_{rel} de partikülün orijine göre hızıdır. Bütün sistemi içi topladığımızda,

$$dh/dt = \sum (dr/dt) \times (m v_{rel}) + \sum r \times (m dv_{rel}/dt) \quad (2.1.2)$$

Eğer v parçacığın kesin hızı ve v_0 da orijinin hızı ise,

$$v_{rel} = dr/dt = v - v_0 \quad (2.1.3)$$

$$\text{ve} \quad dv_{rel}/dt = dv/dt - dv_0/dt \quad (2.1.4)$$

$$(dr/dt) \times v_{rel} = (dr/dt) \times (d_r/d_t) \quad (2.1.5)$$

olduğundan, 2.1.2 denkleminin ilk ifadesi sıfırdır bu yüzden,

$$dh/dt = \sum r \times (mdv/dt) - \sum r \times (mdv_0/dt) \quad (2.1.6)$$

Ancak $mdv/dt = F$ olduğundan burada F parçacık üzerine etkileyen toplam kuvvettir.

$$\sum r \times (mdv/dt) = \sum r \times F = T \text{ 'dır.} \quad (2.1.7)$$

T dış kuvvetlerin orijine göre uyguladığı moment dir. Ayrıca dv_0/dt bütün sistemdeki parçacıklar için sabit olduğundan,

$$\sum r \times (mdv_0/dt) = Mr_g \times a_0 \quad (2.1.8)$$

Σmr orijine göre sistemin kütleli moment, m sistemin toplam kütlesi, yerçekimi merkezinin r_g pozisyon vektörü ve a_0 'da orijinin hızlanması olduğunda,

$$dh/dt = T - Mr_g \times a_0 \quad (2.1.9)$$

yazabiliriz. Eğer kati açısal momentum tanımlarsak alternatif bir formül elde edebiliriz.

$$H = \Sigma r \times (mv) \quad (2.1.10)$$

burada yukarıda olduğu gibi v parçacığın kati hızıdır. Yukarıdaki ne benzer bir düzenleme yaparsak,

$$dH/dt = T - v_0 \times Mv_g \quad (2.1.11)$$

formülü elde ederiz. Burada v_g parçacık sisteminin yerçekimi merkezinin hızıdır. Şimdi 2.1.9 ve 2.1.11 genel vektör denklemlerini seçilen referans çerçevesinin her bir parçası için açarsak, denklemler 2.1.1 ve 2.1.2'den

$$H = h + \Sigma r \times mv_0 = h + Mr_g \times v_0 \quad (2.1.12)$$

formülü elde ederiz. Bundan sonraki uygulamalar için hareketli cisim için sabit eksenler seçmeliyiz, böylece cismin eylemsizlik özellikleri zamana göre sabit kalacaktır. Parçacık hızı v_r 'yi şu şekilde yazılabiliriz,

$$v_r = \Omega \times r \quad (2.1.13)$$

Burada Ω cismin ve eksenlerin açısal hızıdır. Böylece 2.1.1'den

$$h = \Sigma r \times (m\Omega \times r) = \Sigma m\Omega(r.r) - \Sigma mr(\Omega.r) \quad (2.1.14)$$

Aşağıda tanımları yapacak olursak,

$$r = xi + yj + zk \quad (2.1.15)$$

$$\Omega = \omega_1 i + \omega_2 j + \omega_3 k \quad (2.1.16)$$

olarak ifade edilebilir. Burada i, j, k cismi üzerindeki sabit ortogonal birim vektörlerdir. Ayrıca,

$$h = h_1 i + h_2 j + h_3 k \quad (2.1.17)$$

olarak ifade edilebilmektedir. 2.1.14 denklemini açarsak açısal momentumun unsurları,

$$h_1 = A\varpi_1 - F\varpi_2 - E\varpi_3$$

$$h_2 = B\varpi_2 - D\varpi_3 - F\varpi_1 \quad (2.1.18)$$

$$h_3 = C\varpi_3 - E\varpi_1 - D\varpi_2$$

denklemi ile verilmiştir. Burada A, B, C, D, E, F eylemsizlik moment ve ürünleridir ve şu şekilde ifade edilebilirler,

$$\begin{aligned} A &= \Sigma m(y^2 + z^2) & B &= \Sigma m(x^2 + z^2) & C &= \Sigma m(x^2 + y^2) \\ D &= \Sigma myz & E &= \Sigma mxz & F &= \Sigma mxy \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

2.1.18 i matris formunda ifade edersek eğer,

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi_1 \\ \varpi_2 \\ \varpi_3 \end{bmatrix} \quad (2.1.20)$$

Buradaki kare matris genellikle eylemsizlik tensörü olarak ifade edilir. Eylemsizlik tensörü açısal hız vektörünü açısal momentum vektörüne çeviren operatör olarak kabul edilebilir.

Her zaman eylemsizlik ürünleri D, E, F 'nin yok olacağı bir eksen takım seçmek mümkündür. Bu eksenler 'principal eksenleri' olarak adlandırılır.

$$h = A\varpi_1 i + B\varpi_2 j + C\varpi_3 k \quad (2.1.21)$$

Eğer eksenlerin orijini yerçekimi merkezinde ya da sabit ise,

$$dh/dt = dH/dt = T \quad (2.1.22)$$

ifadesini bulabiliriz. Her iki şekilde de $r_g \times a_0 = 0$ ve $v_0 = 0$ ya da $v_g = v_0$ olduğu için $v_0 \times v_g = 0$ genel olarak eksenler hareket edeceği için,

$$dh/dt = \partial h/\partial t + \Omega \times h \quad (2.1.23)$$

Sabit nokta etrafında dönen özel durum ve prensip eksenlerinin hareketini düşünersek denklem 2.1.8, 2.1.9 ve 2.1.10 dan,

$$A\dot{\omega}_1 - (B - C)\omega_2\omega_3 = L \quad (2.1.24)$$

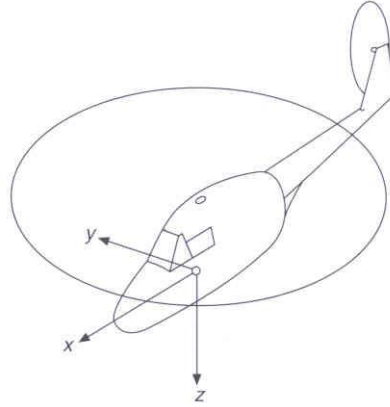
$$B\dot{\omega}_2 - (C - A)\omega_3\omega_1 = M \quad (2.1.25)$$

$$C\dot{\omega}_3 - (A - B)\omega_1\omega_2 = N \quad (2.1.26)$$

Denklemleri elde edilir. Burada L, M, N tork T'nin unsurlarıdır. 2.1.24, 2.1.25 ve 2.1.26 Eulerin dinamik denklemleri olarak bilinir ve devirli formlarından dolayı kolayca hatırlanabilir.[2]

2.2 Kararlılık denklemleri

2.1. de çıkarılmış olduğumuz teorik denklemler, helikopter için kararlılık denklemlerinin elde edilmesinde kullanılabilir[2]. Orijini helikopterin yerçekimini merkezinde olacak şekilde bir ortogonal eksen takımını kabul ederiz. Burada helikopterinde sabit kanatlı hava araçlarında olduğu gibi uzunlamasına simetrik olduğu kabul edilir. Eksenler x ve z' nin uzunlamasına düzlemde y' nin de sancak tarafına olacak şekilde seçilir.



Şekil 2.1 Helikopterde eksenlerin yerleşimi

Helikopterin hareket denklemleri rijit cisim kabulüyle,

$$F = m dv / dt \quad (2.2.1)$$

$$T = dh / dt \quad (2.2.2)$$

olarak elde edilmektedir. Burada ‘F’ helikoptere uygulanan toplam dış kuvvet ‘m’ kütle ve de ‘T’ de toplam momenttir. Öncelikle düzgün bir uçuş olduğunu yani kayma hareketinin olmadığını başka bir deyişle x, y, z doğrultusundaki kuvvetlerin sırasıyla U, Q, W olduğu kabul edilir. Uçuş sırasında oluşan bozuntular u, v, w ile ifade edilebilir, böylece hız vektörü v şu şekilde ifade edilir,

$$v = (U + u)i + vj + (W + w)k \quad (2.2.3)$$

Burada bozuntuların asıl hızlara göre göreceli olarak küçük olduğu kabulü yapılır. Düzgün uçuşta helikopterin açısal hız şu şekilde ifade edilir,

$$\Omega = pi + qj + rk \quad (2.2.4)$$

Böylece X, Y, Z, F kuvvetinin bileşenleri olmak üzere kuvvet denklemleri 2.2.1 ‘den şu şekilde ifade edilir.

$$m[u + q(W + w) - vr] = X \quad (2.2.5)$$

$$m[v + r(U + u) - p(W + w)] = Y \quad (2.2.6)$$

$$m[\cancel{v} + p\cancel{v} - q(U + u)] = Z \quad (2.2.7)$$

Açısal momentum denklemleri 2.2.2 şu şekilde yazılabilir,

$$T = \partial h / \partial t + \Omega \times h \quad (2.2.8)$$

Momentumun bileşenleri 2.1.18 denkleme göre,

$$h_1 = Ap - Eq - Er$$

$$h_2 = Bq - Dr - Fp \quad (2.2.9)$$

$$h_3 = Cr - Ep - Dq$$

$T = Li + Mj + Nk$ ile denklem 2.2.8 in açılmasıyla,

$$\cancel{A}p - (B - C)qr + D(r^2 - q^2) - E(pq + \cancel{r}q) + F(pr - \cancel{q}r) = L \quad (2.2.10)$$

$$\cancel{B}q - (C - A)rp + E(p^2 - r^2) - F(qr + \cancel{p}r) + D(qp - \cancel{r}q) = M \quad (2.2.11)$$

$$\cancel{C}r - (A - B)pq + F(q^2 - p^2) - D(rp + \cancel{q}r) + E(rq - \cancel{p}q) = N \quad (2.2.12)$$

elde edilir 2.2.5 , 2.2.7 ve 2.2.10. ve 2.2.12 denklemleri bozuntu bileşenlerini karelerinin ve çarpımlarını ihmal edilebilir kadar küçük olacak şekilde kabul ile daha da basitleştirilebilir. Buna paralel olarak D, F eylemsizlik ürünleri helikopterin simetri eksenine olduğu kabul üyle yok olurlar, böylece 3 eksen için kuvvet ve moment denklemleri şu şekilde basitleştirilebilir,

$$\cancel{m}u + qW = X \quad (2.2.13)$$

$$\cancel{m}v + rU - pW = Y \quad (2.2.14)$$

$$\cancel{m}w - qU = Z \quad (2.2.15)$$

$$\cancel{A}p - E\cancel{r} = L \quad (2.2.16)$$

$$\cancel{B}q - M = M \quad (2.2.17)$$

$$C_{\alpha} - E_{\alpha} = N$$

(2.2.18)

Eğer rüzgar eksenleri seçilir, X eksenleri uçuş yönüne paralel seçilirse $w=0$ olur
2.2.13, 2.2.14 içinde W bulunan terimler düşer.

3 HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARTILMASI

3.1 Denge Denklemlerinin Oluşturulması

Helikopter dinamikleri çözülürken her palin yaptığı hareket bağımsız olarak yaptığı hareketin göz önüne alınması dinamik analiz açısından çok daha fazla karmaşıklığa neden olacaktır. Bu yüzden bir kaç özel durum dışında rotor tek bir cisim ve davranışı tekniş gibi farz edilir[2]. Dinamik analize geçmeden önce uçuş dinamikleri ve dinamik kararlılığın klasik biçimde ele alınabilmesi için benzer çalışmalarındaki kabullerin yapılması gerekir.

- 1) Düz uçuşta rotorun hareketleri anlık durumlarının bir dizisi gibi düşünülür. Örnek olarak helikopterin ivmelenmesi roturun üzerinde etki uyandırmayacak kadar küçük kabul edilir. Dönen bir palin doğal frekansı roturun açısal frekansı ile aynı olacak şekilde 2. Derece bir sistem olarak farz edilir. Oluşan bozuntuların frekansının palin üzerinde sabit bir kuvvet oluşturduğu kabulüne uyacak kadar küçük olduğu kabul edilmiştir. Bu yüzden roturun hıza ve açısal hızlara anlık cevap verdiği kabul edilir.
- 2) Rotorun açısal hızı motor tarafından kontrol edildiği ve düzgün uçuşta torkda oluşacak değişimler az olduğundan sabittir.
- 3) Sabit kanatlı hava araçlarında olduğu gibi yanlanması ve uzunlaşma hareketleri birbirinden bağımsızdır.

Bir önceki bölümde X, Y, Z, L, M, N ile ifade edilen helikopterin üzerinde etki eden aerodinamik moment ve kuvvetler Şekil 3.1’ de gösterilmiştir. Bu kuvvetler ana rotor, kuyruk rotoru yatay ve düşey dengeleyicilerin her biri için ayrılmıştır.

Uzunlaşma kuvvet

$$X_M + X_T + X_H + X_V + X_F = W \cdot \sin \Theta \quad (3.1)$$

Yanlamasına kuvvet

$$Y_M + Y_T + Y_V + Y_F = -W \cdot \sin \Phi \quad (3.2)$$

Düşey kuvvet

$$Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F = -W \cdot \cos \Theta \quad (3.3)$$

Yalpa momenti

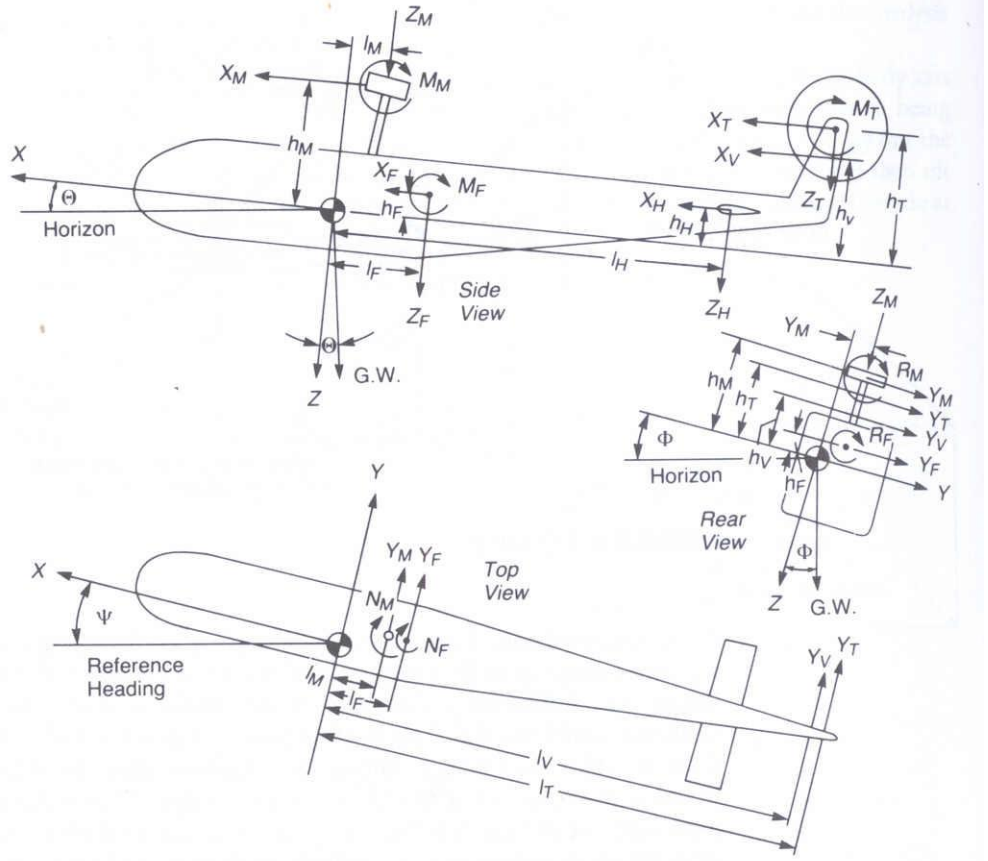
$$R_M + Y_M h_M + Z_M y_M + Y_T h_T + Y_F h_F + R_F = 0 \quad (3.4)$$

Yunuslama momenti

$$\begin{aligned} M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T - X_T h_T + Z_T l_T - X_H h_H + Z_H l_H \\ - X_V h_V + M_F + Z_F l_F - X_F h_F = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Sapma momenti

$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = 0 \quad (3.6)$$



Şekil 3.1 Helikopter üzerindeki elemanlara etki eden kuvvet ve momentlerin gösterimi

3.2 Denge denklemlerinin hareket denklemlerine çevrilmesi

Yukarıda çalıştığımız denge denklemleri (3.1-3.7) açısal ve lineer hızlanmaların ve hızların kombinasyonlarının eylemsizlik etkileriyle ilişkilendirilen kuvvet ve momentlerle ifade edilmesiyle hareket denklemleri haline getirilebilir.

$$X_M + X_T + X_H + X_V + X_F = W \cdot \sin \Theta + m(\ddot{x} + \dot{\Theta} \dot{y}) \quad (3.7)$$

$$Y_M + Y_T + Y_H + Y_V + Y_F = -W \cdot \sin \Phi + m(\ddot{y} + \dot{\Phi} \dot{x}) \quad (3.8)$$

$$Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F = -W \cdot \cos \Theta + m(\ddot{z} + \dot{\Theta} \dot{z}) \quad (3.9)$$

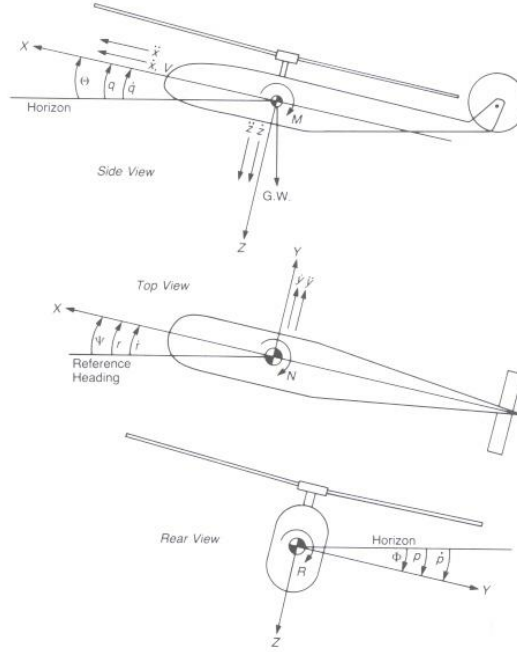
$$R_M + Y_M h_M + Z_M y_M + Y_T h_T + Y_V h_V + R_F = I_{xx} \ddot{\Phi} - q r (I_{yy} - I_{zz}) \quad (3.10)$$

$$M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T - X_T h_T + Z_T l_T - X_H h_H + Z_H l_H - X_V h_V + M_F$$

$$+ Z_F l_F - X_F h_F = I_{yy} \dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx}) \quad (3.11)$$

$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = I_{zz} \dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy}) \quad (3.12)$$

Aşağıda, Hareket denklemleri parametreleri Şekil 3.2 de belirtilmiştir.



Şekil 3.2 Hareket denklemleri parametreleri

Burada pallerden her birinin çırpma (flapping) hareketinin zaman sabitinin rotorun çeyrek ya da yarımdönüşü arasında ortaya çıktığı kabulü yapılmıştır. Bu hızlı cevap quasi-static kabulünün yapılmasına olanak sağlar. Böylece helikopterin üstündeki rotor üzerinde oluşan uçuş durumları ve giriş değerine karşı anında kuvvet ve momentlerle karşılık veren bir sistem olarak değerlendirilebilir.

Quasi-static kabulünden sonra 6 adet hareket denklemi, helikopterin genel uçuşunu tasvir etmek için bilgisayar da ya da uçuş simülatörü kullanmak suretiyle mükemmel ve yakın olarak uygulanabilir. Böylece uçuşun herhangi bir anında aerodinamik değerleri uçuş durum değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak hesaplanabilir.

Bilgisayar ortamında kullanılacaksa bile hareket denklemleri lineer parçalı diferansiyel küçük bozuntular denklemleri haline getirilerek ve çok dereceli yayda nper ağırlık sistemine benzetilerek çözülebilir. Lineer diferansiyel denklemleriyle analiz yöntemi dinamik sistemin durumundaki değişimlerini, bağımsız değişkenlerdeki lineer değişimlerin süper pozisyonu ile elde edilebileceği kabulüne dayanır. Bir hava aracındaki gibi bir sistemde lineerite sadece bağımsız değişkenlerdeki küçük değişimler için geçerlidir. Ama deneylerle bu yaklaşımın kullanışlı bir netot için yeterli bir kabul olduğunu göstermiştir. [1]

3.3 Hareket denklemlerinin lineerleştirilmesi

Örnek olarak uzunlamasına kuvvet denklemini kullanırsak (3.7) bir önceki bölümde bulunan sol taraftaki aerodinamik terimleri tek bir X terimi altında toplanır. Sağ tarafa küçük açı kabulü uygulanır

$$X = W \cdot \Theta + m(\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z}) \quad (3.13)$$

Dikkat edilmelidir ki analizde cismi müzerindeki eksenlerdeki lineer yer değiştirmeler, X, Y, Z ile ifade edilmiştir. Bu eksenler karşılık gelen hızlar u, v, w ile ifade edilmiştir. Bunun sebebi cismin üzerine et kileyen kuvvet ve momentler, hızlar ve ivmelerin bir fonksiyonu olmasıdır. Şimdi sol taraftaki terimi kararlılık değişkenleri ve uygun serbestlik dereceli ve 4 giriş değerlerinin çarpımı cinsinden yazmak mümkündür. Burada terimlerin denge değerlerinden farkları temsil ettiği ve sadece Taylor serisinin ilk terimleri, diğer terimler ihmal edilerek kullanılmıştır.

$$X = X_u u + X_v v + X_w w + X_q q + X_p p + X_r r + X_{\theta_{0M}} \theta_{0M} + X_{\theta_{0T}} \theta_{0T} + X_{A_1} A_1 + X_{B_1} B_1 \quad (3.14)$$

Sağ taraftaki değişkenlerin çarpımları şeklinde yazarsak,

$$W \cdot \Theta + m(\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z}) = W \cdot \Theta + m(\ddot{x} - \bar{y} - \bar{z} + \ddot{q} + \ddot{q}) \quad (3.15)$$

Burada üst çizgi denge durumundaki değişiklikleri ifade etmiştir. Bu çalışmada helikopterin düz uçuş durumunda olduğu için aşağıdaki hızlar '0' kabul edilir.

$$\bar{q} = \bar{p} = \bar{r} = \bar{j} = 0 \quad (3.16)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{V}} \quad (3.17)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{V}} \alpha_{body} \quad (3.18)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{V}} \bar{\Theta} \quad (3.19)$$

Dikey kuvvetler için ağırlık serbestlik derecesinin bir fonksiyonu olmadığı için ihmal edebiliriz

X ekseninde kararlılık türevleri,

$$\begin{aligned} X, -m\ddot{x} + X_U u + X_v v + X_w w + (X_q - m\bar{V}\bar{\Theta})q - W\bar{\Theta} \\ + X_p p + X_r r = -X_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - X_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - X_{A_1} A_1 - X_{B_1} B_1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Y ekseninde kararlılık türevleri,

$$\begin{aligned} Y, Y_u u - m\ddot{y} + Y_v v + Y_w w + Y_q q + (Y_p + m\bar{V}\bar{\Theta})p + W\Phi \\ + (Y_r - m\bar{V})r = -Y_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - Y_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - Y_{A_1} A_1 - Y_{B_1} B_1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Z ekseninde kararlılık türevleri,

$$\begin{aligned} Z, Z_U u + Z_v v + (Z_{\mathbf{x}} - W)\ddot{z} + Z_w w + (Z_q + W\bar{V})q + Z_p p + Z_r r \\ = -Z_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - Z_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - Z_{A_1} A_1 - Z_{B_1} B_1 \end{aligned} \quad (3.22)$$

X ekseninde moment türevleri,

$$R, R_U u + R_v v + R_w w + R_q q - I_{xx} \ddot{\phi} + R_p p + R_r r$$

$$= -R_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - R_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - R_{A_1} A_1 - R_{B_1} B_1 \quad (3.23)$$

Y ekseninde moment türevleri,

$$\begin{aligned} M, M_U u + M_v v + M_w w - I_{yy} \dot{\phi} + M_q q + M_p p + M_r r \\ = -M_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - M_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - M_{A_1} A_1 - M_{B_1} B_1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Z ekseninde moment türevleri,

$$\begin{aligned} N, N_U u + N_v v + N_w w + N_q q + N_p p - I_{zz} \dot{\psi} + N_r r \\ = -N_{\theta_{0M}} \theta_{0M} - N_{\theta_{0T}} \theta_{0T} - N_{A_1} A_1 - N_{B_1} B_1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Burada giriş değişkenleri, ana motor kollektif hatve kuyruk motoru, kollektif hatve ana motor, saykılık(cyclic) hatve denklemin sağ tarafında durum uzayı analizinin yapılması için toplanmıştır.

4. ÖRNEK HELİ KOPTER İÇİN DURUM UZAYI NIN OLUŞTURULMASI

4.1 Kararlılık türevlerini n el de edil mesi

Kararlılık türevleri bir çok yoldan elde edilebilir. Bunların en doğrusu ve aynı zamanda en pahalısı bir bilgisayar program yardımıyla değişkenlerin değerlerinin denge durumundan başlanarak aerodinamik kuvvet ve momentlerin kontrol ve durum değişkenlerine göre iteratif olarak çözülmesi ve her adımi için yeni değerlere ulaşılmasıdır. Kararlılık türevlerini hesaplayan ve durum uzayını oluşturan program bu çalışmanın sonunda belirtilmiştir. Bu gün birçok helikopter firmasında bu iş için daha gelişmiş bilgisayar programları kullanılmaktadır. Bu programlar herhangi bir anda ana ve kuyruk rotorunu analiz edecek bir algoritma kullanarak analizi yapmaktadır. Daha detaylı bilgi [1]'den elde edilebilir.

Bu çalışmada, yukarıda bahsedilen bilgisayar programına temel teşkil eden çıkarımlar ve grafikler [1] de geniş olarak işlenmiştir. Bu çalışmanın sonunda da örnekler belirtilmiştir. Hareket denklemlerinden durum uzayına geçerken kuvvetler için kararlılık türevleri, kütle ve moment değişkenleri eylemsizlik momentine bölünerek gerekli boyutsuzlaştırma yapılmıştır. Böylece denklemler daha kompakt hale getirilmiş ve iki değişik araç arasında kıyası imkan sağlanmıştır.

3 tane bağımsız değişken $\mu, \theta_{0_{\theta_1, -5}}, \lambda'$ sırasıyla hız parametresi (tip speed ratio), Kollektif hat ve pal konisine giren akı m hızı (inflow ratio with respect to path plane) için ana rotor ve kuyruk rotoru için değerleri 115 knotta ($\mu = 0.3$) uçan bir helikopter için hesaplanmış

$$\partial \text{Bağımlı Değişken} / \partial \text{Bağımsız Değişken}$$

şeklinde tablo 4.1 ve tablo 4.2 de belirtilmiştir. Ek A ' de gösterildiği gibi rotor türevlerinin C_T / σ göre değişimi çizildiğinden ve orta ölçekli değişken olarak kabul

edilmiştir. Aynı şekilde türevlerin elde edilmesi de gösterilmiştir. Aşağıda kullanılan bağımsız ve bağımlı değişkenlerin tablosu verilmiştir.

Tablo 4.1 Ana rotor için bağımsız değişkenler ve tablolardan elde edilen türevler

	Bağımlı Değişken		Ana Rotor				
Bağımsız Değişken	Ana rotor (Denge)	Kuyruk rotoru (Denge)	C_T / σ	C_H / σ ($a_{1s} = 0$)	C_q / σ	a_{1s} (rad)	b_{1s} (rad)
μ	0.30	0.30	-0.140	0.008	-0.005	0.33	-0.05
$\theta_{0_{\theta 1} = -5^\circ}$	13.5°	7.1°	0.46	-0.04	0.052	1.1	-0.25
λ'	-0.023	0.0051	0.79	-0.07	0.010	1.2	0.59

Tablo 4.2 Kuyruk rotörü için bağımsız değişkenler tablolarından elde edilen değişkenler

	Kuyruk Rotörü				
Bağımsız Değişken	C_T / σ	C_H / σ ($a_{1_s} = 0$)	C_q / σ	a_{1_s} (rad)	a_{1_s} (rad)
μ	-0.70	0.004	-0.001	0.12	-0.02
$\theta_{0_{\theta 1} = -5^\circ}$	0.659	0.001	0.005	0.60	12
λ'	1.04	-0.002	-0.026	0.70	17

4.2 Uzunlamasına uçuşta denge (Trim) durumu

Herhangi bir hava aracı ancak yunuslanma yuvarlanma ve dönme eksenlerinin hepsindeki momentler 0'a eşit olduğunda denge durumunda denebilir. Bu yüzden denge gerekli ama yeterli değildir. Bunun dışında aracın sabit bir hızda herhangi bir ekseninde dönme hareketi de denge durumu olarak kabul edilebilir. Bu çalışmada ise denge durumu aracın her üç ekseninde açısal hızının 0 olduğu kabul edilmiştir. Pilotlar için ise denge durumundan kasıt aracın kontrol aksamının bırakılmasıyla denge durumunun korunmasıdır ki bu da sıfır moment yanında sıfır kontrol kuvveti demektir. Denge halinde hareket denklemlerimiz şu 3 denkleme indirgenebilir.

$$X_M = W \sin \Theta$$

$$Z_M + Z_H + Z_F = -W \cos \Theta \quad (4.1)$$

$$M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T + Z_H l_H + Z_F l_F = 0$$

Analiz için seçilen 3 değişken Θ, T_M, a_{1s} sırasıyla yunuslama açısı, rotor itkisi, uzunlamasına çırpma. Bu üç değişken cinsinden denklemler

$$-T_M(i_m + a_{1s}) = W\Theta$$

$$-T_M + T_M\left(\frac{D_V}{W}\right) + T_M\left(\frac{D_V}{W}\right)_F = W\Theta \quad (4.2)$$

$$\left(\frac{dM_M}{da_{1s}}\right)a_{1s} + T_M(i_M + a_{1s})h_M - T_M l_M + Q_T + T_M\left(\frac{D_V}{W}\right)_H l_M + T_M\left(\frac{D_V}{W}\right)_F l_F = 0$$

Bu denklemlerin çözümü [1] den şu şekilde alınmıştır.

$$T_M = 9337.8, \Theta = -0.9^\circ, a_{1s} = -1.1^\circ \quad (4.3)$$

4.3 Örnek Helikopter için uzunlamasına ekseninde Durum Uzayı

2. Bölümde örnek helikopter için hareket denklemlerini küçük bozuntular ve küçük açı yaklaşımın kullanarak denge konumu etrafında çözülmüştür. Bu bölümde hareket denklemlerinde uçuş şartlarını, denge değerlerini ve kararlılık katsayılarını yerleştirerek helikopter için yunuslama ekseninde durum uzayını oluşturabiliriz. Durum uzayını oluştururken Yunuslama düzlemini analiz ettiğimiz için ilgili denklemleri (3.20), (3.21), (3.24) dikkate alınarak

Durum uzayı:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4.4)$$

Burada,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & \frac{X_q}{m} & -g \\ \frac{Z_u}{m} & \frac{Z_w}{m} & \frac{Z_q}{m} & 0 \\ \frac{M_u}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} Z_u}{I_{yy} m} & \frac{M_w}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} Z_w}{I_{yy} m} & \frac{M_q}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} Z_q}{I_{yy} m} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{X_{\theta om}}{m} & \frac{X_{B1}}{m} \\ \frac{Z_{\theta om}}{m} & \frac{Z_{B1}}{m} \\ \frac{M_{\theta om}}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} Z_{\theta om}}{I_{yy} m} & \frac{M_{B1}}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} Z_{B1}}{I_{yy} m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Burada $\frac{W}{m} = g$, yer çekimi ivmesi olarak ifade edilmiştir ayrıca $q = \phi$ ve M_{ω} düşey ivmenin momente etkisi 0'a yakın kabul edilir. Bununla ilgili terimler de düşer.

Durum değişkenleri ve kontrol girişleri

$$x = [u \quad w \quad q \quad \theta] \quad (46)$$

$$u = \begin{bmatrix} \theta_{om} \\ B_1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

burada θ_{om} kolektif yunuslama girişi

B_1 saykılık yunuslama giriştir.

Aerodinamik katsayıların bulunmasında aşağıdaki metod izlenmiştir. Bağımsız değişkenler, Atmosfer ve Örnek helikopter için fiziksel parametreler yerleştirilerek 1. Derece türevler oluşturulur. Diğer türevler NACA12 kanat profili için kullanılan grafiklerden elde edilir. Bu grafikler ek 2 de verilmiştir. Daha sonra bu değerler ana türev denklemlerinde konularak ana türevler elde edilmiştir. Bu çalışmada değerlerin hesaplanması için MATLAB ortamında “longderivate” adıyla bir bilgisayar programı yazılmıştır. Program Ek B de mevcuttur. Programın girişine bağımsız değişkenler uygulandığında program durum uzayı, giriş çıkış transfer fonksiyonlarını ve özdeğerleri vermektedir. Aynı programatmosfer ve fiziksel parametreler aynı olmak koşuluyla farklı uçuş şartlarını simüle etmek ve mühendislik parametrelerine ulaşmak için kullanılabilir. Aşağıda uzunlamasına dinamikler için kullanılan türevlerin fiziksel anlamları tablo halinde belirtilmiştir. [3]

Tablo4.3 Aerodinamik türevler

Türev	Genel Gösterimi	Fiziksel Anlam
X_u, Z_u, M_u	$\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right), \left(\frac{\partial Z}{\partial u}\right), \left(\frac{\partial M}{\partial u}\right)$	İleri hızdan kaynaklanan ileri kuvvet, düşey kuvvet ve yunuslama momenti
X_w, Z_w, M_w	$\left(\frac{\partial X}{\partial w}\right), \left(\frac{\partial Z}{\partial w}\right), \left(\frac{\partial M}{\partial w}\right)$	Düşey hızdan kaynaklanan ileri kuvvet, düşey kuvvet ve yunuslama momenti
X_q, Z_q, M_q	$\left(\frac{\partial X}{\partial q}\right), \left(\frac{\partial Z}{\partial q}\right), \left(\frac{\partial M}{\partial q}\right)$	Yunuslama hızından kaynaklanan ileri kuvvet, düşey kuvvet ve yunuslama momenti

Tablo 4.4 Kontrol türevleri

Türev	Genel Gösterim	Fiziksel Anlam
$X_{\theta_{0m}}, Z_{\theta_{0m}}, M_{\theta_{0m}}$	$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta_{0m}}\right), \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_{0m}}\right), \left(\frac{\partial M}{\partial \theta_{0m}}\right)$	kollektif yunuslama girişinden kaynaklanan ileri kuvvet, düşey kuvvet ve yunuslama momenti
X_{B1}, Z_{B1}, M_{B1}	$\left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right), \left(\frac{\partial Z}{\partial B_1}\right), \left(\frac{\partial M}{\partial B_1}\right)$	Saykılık yunuslama girişinden kaynaklanan ileri kuvvet, düşey kuvvet ve yunuslama momenti

Tablo 4.5 İleri doğru uçuştaki ana rotayı için 1. derece boyutsuz türevler

Türev	Denkle m
$\frac{\partial \lambda'}{\partial \alpha}$	$\frac{1}{\Omega} \left[\frac{1}{\alpha_{TPP}} - \frac{\sigma}{2\mu} \left(\frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \mu} - \frac{C_T}{\mu} \right) \right]$
$\frac{\partial \lambda'}{\partial \beta}$	$\frac{1}{\Omega R \left(1 + \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\sigma}{2\mu} \right)}$
$\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1s}}, \frac{\partial C_Y / \sigma}{\partial b_{1s}}$	$\overline{C_T} / \sigma + \frac{a}{8} \lambda'$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial q}$	$-\frac{16}{\gamma \Omega \left(1 - \frac{e}{R} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu^2}{2} \right)} - \frac{12 \frac{e}{R}}{\gamma \Omega \left(1 - \frac{e}{R} \right)^3 \left(1 - \frac{\mu^4}{4} \right)}$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial p}$	$\frac{1}{\Omega \left(1 - \frac{\mu^2}{2} \right)} - \frac{192 \frac{e}{R}}{\gamma^2 \Omega \left(1 - \frac{e}{R} \right)^5 \left(1 - \frac{\mu^4}{4} \right)}$
$\frac{\partial a_{1s}}{\partial B_1}$	$-\frac{\left(1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right)}{1 - \frac{\mu^2}{2}}$
$\frac{dM}{da_{1s}}, \frac{dR}{db_{1s}}$	$\frac{\frac{3}{4} \frac{e}{R} A_b \rho R (\Omega R)^2 a}{\gamma}$

Tablo 4 6 İleri doğru uçuş için ana rotor türevleri

$\left(\frac{\partial X}{\partial \&}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \left\{ \left[\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial \mu} + \frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \mu} + (\overline{a_{1_s}} + i_M) \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \mu} \right] \frac{\partial \mu}{\partial \&} \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial \lambda'} + \frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \lambda'} + (\overline{a_{1_s}} + i_M) \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \right] \frac{\partial \lambda'}{\partial \&} \right\}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial \&}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \left[\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial \lambda'} + \overline{C_T} / \sigma \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \lambda'} + (\overline{a_{1_s}} + i_M) \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \right] \frac{\partial \lambda'}{\partial \&}$
$\left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial q} - \left(\frac{\partial X}{\partial \&}\right)_M h_M$
$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta_0}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \left[\frac{\partial C_H / \sigma}{\partial \theta_0} + \frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \theta_0} + (\overline{a_{1_s}} + i_M) \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0} \right]$
$\left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_H / \sigma}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial B_1}$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \&}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \left[\frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \mu} + \frac{\partial \mu}{\partial \&} + \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \&} \right]$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \&}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \&}$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial B_1}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial a_{1_s}} \frac{\partial a_{1_s}}{\partial B_1}$
$\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M$	$- \rho A_b (\Omega R)^2 \frac{\partial C_T / \sigma}{\partial \theta_0}$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \&}\right)_M$	$\left(\frac{dM}{da_{1_s}}\right)_M \left[\frac{\partial a_{1_s}}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial \&} + \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \lambda'} \frac{\partial \lambda'}{\partial \&} \right] - \left(\frac{\partial X}{\partial \&}\right)_M h_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \&}\right)_M l_m$

$\left(\frac{\partial M}{\partial \mathfrak{Z}}\right)_M$	$\left(\frac{dM}{da_{1_s}}\right)_M \frac{\partial a_{1_s}}{\partial \mu} \frac{\partial \lambda'}{\partial \mathfrak{Z}} - \left(\frac{\partial X}{\partial \mathfrak{Z}}\right)_M h_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \mathfrak{Z}}\right)_M l_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial q}\right)_M$	$\left(\frac{dM}{da_{1_s}}\right)_M \left(\frac{\partial a_{1_s}}{\partial q}\right) - \left(\frac{\partial X}{\partial q}\right)_M h_M$
$\left(\frac{\partial M}{\partial \theta_0}\right)_M$	$\left(\frac{dM}{da_{1_s}}\right)_M \left(\frac{\partial a_{1_s}}{\partial \theta_0}\right) - \left(\frac{\partial X}{\partial \theta_0}\right)_M h_M + \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta_0}\right)_M l_M$
$\left(\frac{dM}{dB_1}\right)_M$	$\left(\frac{dM}{da_{1_s}}\right)_M \left(\frac{\partial a_{1_s}}{\partial B_1}\right) - \left(\frac{\partial X}{\partial B_1}\right)_M h_M$

4.4 Örnek helikopter için fiziksel parametreler

Örnek helikopter için geometrik parametreler [1] den alınmıştır.

Tablo 4.7 Ana rotor fiziksel parametreler

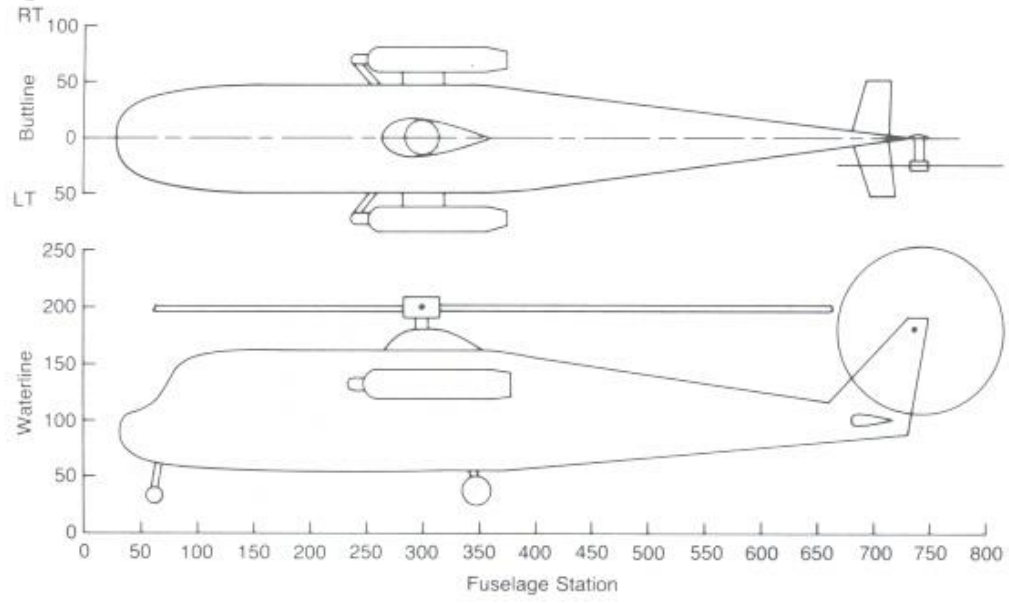
Çap, R	9 m		Pal Alanı	22.296 m ²
Disk Alanı, A	262.62 m ²		Kanat Profili	NACA 0012
Pal uçuş hızı, ΩR	198 m/s		Burulma θ ₁	-10°
Kord	0.6095 m		Çarpma eylemsizlik momenti I _b	3891.2034 kg m ²
Pal sayısı	4		Lock numarası γ	8.1
Rijitlik σ	0.085		Mafsal Açıklık Oranı $\frac{e}{R}$	0.05

Tablo 4 8 Yatay Stabilizer fiziksel parametreler

Alan A_H	6.48 m ²		Moment kolu l_M	10.0584 m
Geniřlik b_H	5.04 m		Kanat Profili	NACA 0012
Açıklık Oranı	6.82		Yer çekimi Merkezi nden yükseklik	0.4572 m

Tablo 4 9 Gövde fiziksel parametreler

Uzunluk L_F	17.37 m		Wetted alan S_{w_f}	63.172 m ²
Geniřlik W_F	2.4384m		Hacim V_F	130.18m ³
Yükseklik H_F	3.048 m		Yer çekimi Merkezi nden yükseklik	0.1524 m
Eylemsizlik momenti I_{yy}	54232.8 kg m ²		Ağırlık W	9060kg



Şekil 4.1 Örnek helikopter üstten ve yandan görünüş

4.5 Uzunlamasına Transfer fonksiyonları

Yukarıda Açıklanan netot ile aerodinamik türevlerin oluşturulması ve bağımsız değişkenlerin MATLAB ile yazılan “longderivate” programına girilmesiyle aşağıdaki durumuzayı elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.03269 & -0.01368 & 6.292 & -32.21 \\ 0.07869 & -0.4643 & 193.9 & 0 \\ 0.007875 & -0.0025 & -1.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -10.85 & 29.95 \\ -178.5 & 109.3 \\ 8.175 & -9.106 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{0m} \\ B_1 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{0m} \\ B_1 \end{bmatrix}$$

(4.8)

Yukarıda bulunan durumuzayı MATLAB programında “tf” fonksiyonu kullanılarak transfer fonksiyonlarını şu şekilde elde edilmiştir.

Kollektif kanalı;

$$\frac{u(s)}{\theta_{0m}(s)} = \frac{-10.85s^3 + 29.86s^2 - 268.1s - 136.6}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.9)$$

$$\frac{w(s)}{\theta_{0m}(s)} = \frac{-178.5s^3 + 1266s^2 + 36.44s - 66}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.10)$$

$$\frac{q(s)}{\theta_{0m}(s)} = \frac{8.175s^3 + 4.424s^2 + 0.1292s + 1.187 \cdot 10^{-17}}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.11)$$

$$\frac{\theta(s)}{\theta_{0m}(s)} = \frac{8.175s^2 + 4.424s + 0.1292}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.12)$$

Saykılık kanalı;

$$\frac{u(s)}{B_1(s)} = \frac{29.95s^3 + 7.534s^2 + 325.3s + 145}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.13)$$

$$\frac{w(s)}{B_1(s)} = \frac{109.3s^3 - 1568s^2 - 11.53s + 50.8}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.14)$$

$$\frac{q(s)}{B_1(s)} = \frac{-9.106s^3 - 4.563s^2 - 0.0651s - 8.563 \cdot 10^{-17}}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.15)$$

$$\frac{\theta(s)}{B_1(s)} = \frac{-9.106s^2 - 4.563s - 0.0651}{s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114} \quad (4.16)$$

4.5 Karakteristik denklem

Transfer fonksiyonlarının paydası incelenerek herhangi bir sistemin kararlılık analizi yapılabilir aşağıda ilk önce helikopterler için genel hal daha sonra örnek helikopter için incelenmiştir

4.5.1 Karakteristik denklemin genel çözümü

İleri doğru uçuşta karakteristik denklem 4 köke ayrılabilir. Fakat sabit kanatlı hava araçlarında olduğu gibi genelleştirmek kolay değildir. Uçakta karakteristik denklem iki çift kompleks köke ayrılır. Bunlardan kısa periyotlu ve yüksek sönümlenmelidir geri uzun periyotlu ve hafif sönümlenmelidir (phugoid). Helikopter için ise durum farklıdır karakteristik denklem bir uçuş durumunda iki çift kompleks kök bir diğerinde 2 gerçekte ve 2 kompleks kök ve bir diğerinde 4 tane gerçekte köke ayrılabilir. Bunun nedeni Aerodinamik türevlerin uçuş sahası içinde çok büyük değişiklikler göstermeleridir. Uzunlamasına harekette $M_{\dot{w}}$ en büyük etkiyi gösterirken M_q , $M_{\dot{u}}$ ve $Z_{\dot{w}}$ den sonuçlara etki eden türevlerdir. Bu bakımdan aynı olmasa da uçak için geçerli uzun ve kısa modları andıran hareketleri yaparlar. [3]

Durum uzayının 4. Dereceden Laplace fonksiyonu oluşturulduğunda ve aerodinamik değişkenler uygun olarak yerleştirildiğinde denklem sayısal olarak çözülebilir. Helikopterler için genel olarak karakteristik denklemin şu şekilde ifade edilebilir.

$$(T_1s + 1)(T_2s + 1)(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2) = 0 \quad (4.17)$$

- 1) Dikey hız modu: $(T_1s + 1)$ ile belirtilen yatay hız modu kararlı aşırı sönümlenmelidir hareketi ifade eder. Hareket hızı ve yunuslama açısına bağlı değildir ve 1-2 saniye arasında zaman sabitine sahiptir.
- 2) Yatay Hız modu: $(T_2s + 1)$ ile belirtilen X yönündeki hız modu kararlı aşırı sönümlenmelidir durumu işaretler. Hareket yunuslama açısına ve yunuslama hızına kısıtlıdır. 0.5 saniye gibi düşük bir zaman sabitine bağlıdır.

3) Yunuslama salını m: genellikle $(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2)$ ile ifade edilir. Yunuslama osilasyonu hıza ve uçuş şartlarına bağlıdır. Hızın yükselmesi osilasyonu da arttıracaktır.

Bu denklemler helikopterin uçuş sırasında ki hareketini incelemek için gereklidir. Yalnız aerodinamik türevler değiştiğinde karakteristik denklemin de değişeceği, bunun için farklı uçuş durumlarında farklı denklemlerin çözülmesi gerektiği unutulmamalıdır. Buradaki dinamik modlar uzun ve kısa olarak ikiye ayrılabilir. Uzun modlar helikopterin dinamik kararlılığını açıklarken kısa modlar helikopterin pilotun uyguladığı girişlere verdiği cevaplar olarak değerlendirilir

4.5.2 Örnek Helikopter İçin Karakteristik Denklemin Çözümü

Durum uzayının çözülmesiyle örnek helikopter için yunuslama düzlemindeki karakteristik denkle m şu şekilde bulunmuştur.

$$s^4 + 2.247s^3 + 1.321s^2 + 0.297s + 0.1114 = 0 \quad (4.18)$$

denkle m çözülerek aşağıdaki özdeğer tablosu ve mühendislik parametreleri oluşturulmuştur. Bu çalışmada örnek helikopter için yatay stabilizer alanı orijinal kaynaktaki [1] da tavsiye edildiği gibi 4 kat kadar büyütülmüştür. Böylece yatay stabilizer kararlılığı pozitif etkisi artırılmıştır.

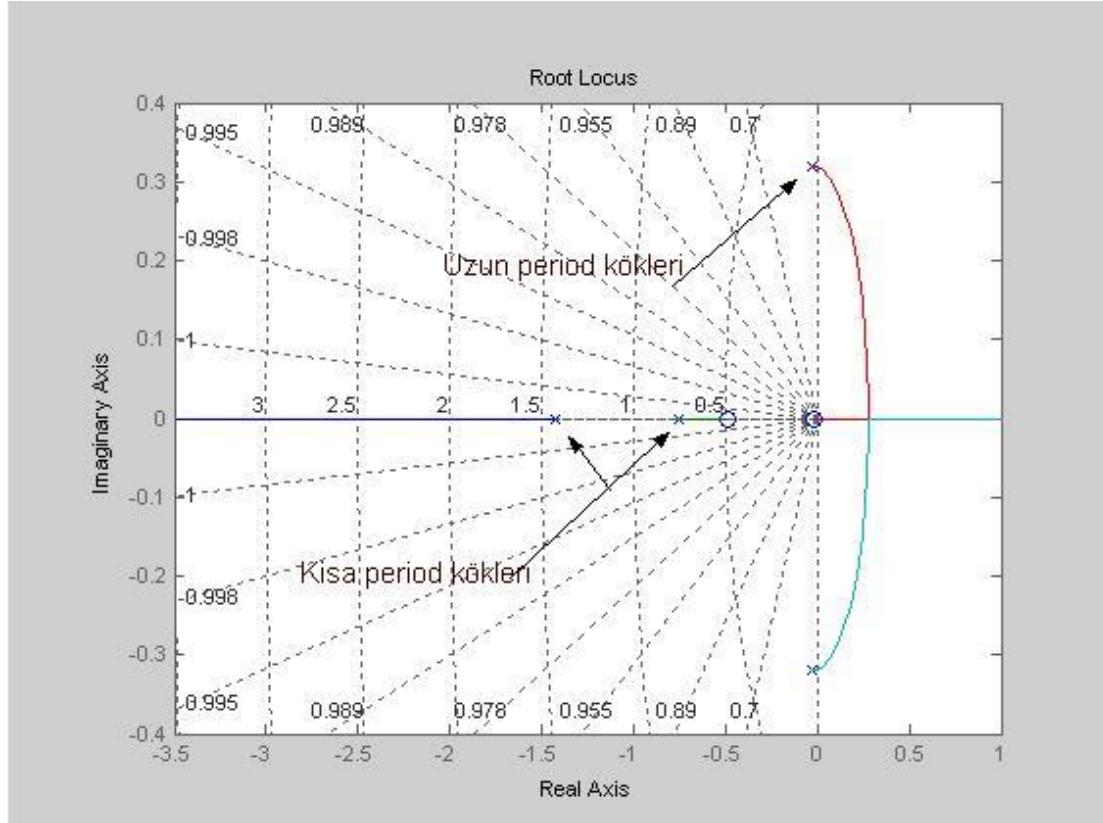
Tablo 4.10 Özdeğer ve sönümleme ve frekans tablosu

Mod	Re $(\zeta\omega_n)$	Im (ω_d)	Sönümleme (ζ)	Zaman Sabit	Frek (rad/sec) (ω_n)
Dikey Hz	-1.4306	0	1	0.69	1.4306
Yatay Hz	-0.7506	0	1	1.332	-0.7506
Yunuslama Salınımı	-0.0329	$\pm 0.3204i$	0.102	30.395	0.322

Tablo 4.9 dan görüldüğü gibi özdeğerler 2 kararlı birinci dereceden cevaba işaret ederken bir de ikinci dereceden yüksek dereceli moda işaret etmektedir. Bu çalışmada Yüksek osilasyonlu yunuslama modunun kontrolü için kontrol sistemi tasarımı yapılmıştır.

4.5.3 Örnek Heli kopter için root-locus

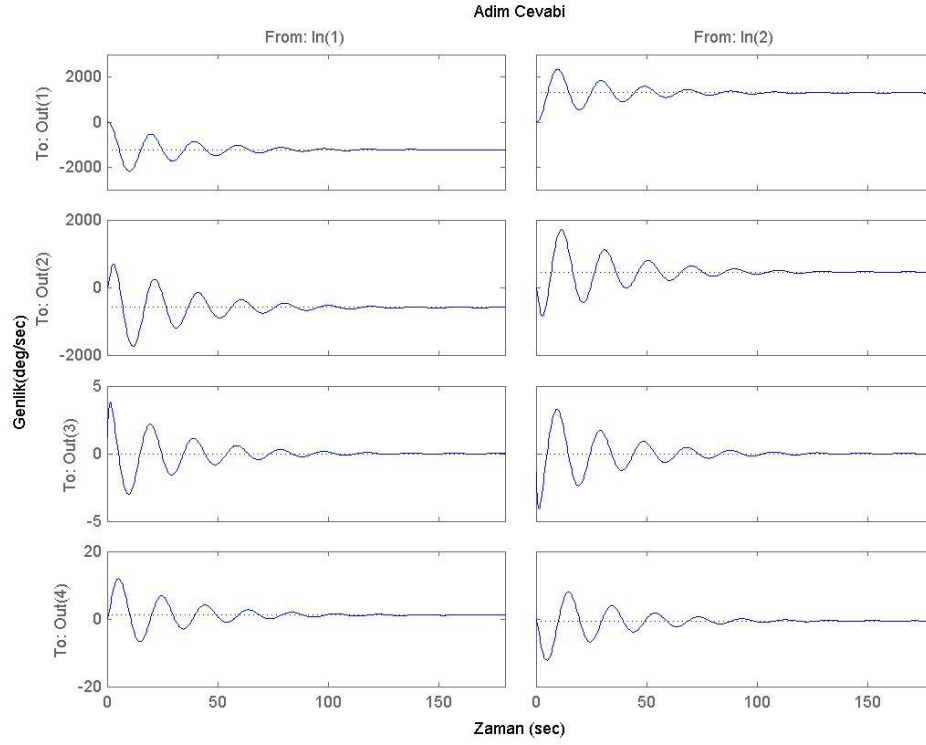
Aşağıda açık sistemin köklerinin düzlemde yerleşimi (root-locus) verilmiştir.



Şekil 4.2 Açık sistem köklerinin yerleşimi

Açıkça görüldüğü gibi yunuslanma ekseninde yüksek osilasyona sebep olan kökler düzlemin kararlı sol tarafında fakat neredeyse sanal eksenin üzerindedir.

4.5.4 Açık sistem Cevapları



Şekil 4.3 Açık sistem adım cevapları

Şekil 4.3 de Kontrolsüz sistemin adım cevapları verilmiştir. Açıkça kompleks köklerin etkisi görülebilir. Saykılık girişi'nin yunuslamaya etkisi 2 girişi'nin 4 çıkışından cevaptan görüldüğü gibi maksimum overshoot'u %100 olurken zamanı ise 80 saniye gibi yüksek bir değerdedir.

5. ÖRNEK HELİ KOPTERİ İÇİN UZUNLAMASINA EKSENDE YUNUSLAMA KONTROL SİSTEMİ TASARI M

5.1 İleri doğru uçuşta statik kararlılık

Statik kararlılık çoğu denge durumu birbirini etkilediği için önemli bir rol oynar. Örneklemek gerekirse yönsel dengedeki herhangi bir bozuntu kuyruk motorundaki itkiyi değiştirecek ve bu da kuvvetten doğan uzunlamasına eksenindeki momenti değiştirecektir. Uzunlamasına eksenindeki oluşabilecek değişim ise şu şekilde açıklanabilir: OY ekseninde dönme hareketi yapan bir helikopterin uzunlamasına eksenindeki dengesi bozuntuya uğradığında ana rotorun hücum açısı değişecek bu değişim itkinin değişmesine bağlı olarak da dengenin bozulmasına sebep olacaktır. Bu bozuntuların gerektirdiği dengeleme işlemlerinin pilot tarafından yapılması gerektiği düşünülürse helikopterin kullanımının sabit kanatlı hava aracına göre daha kompleks olacağı barizdir.

Statik kararlılık için 3 faktör gözden geçirilmelidir.

1. Ana motorun statik kararlılığı
2. Gövdenin statik kararlılığı
3. Yatay stabilizerin kararlılığı

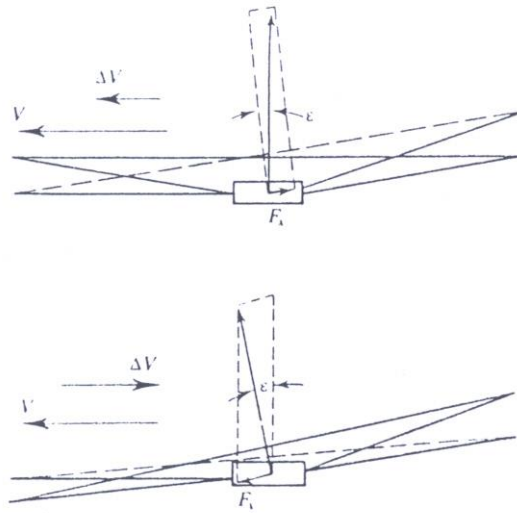
5.1.1 Ana motorun statik kararlılığı

5.1.1.1 Hz

Şekil 5.1 de deniz seviyesinde ve v hızıyla uçan bir helikopterin ve rotorun basit bir halde gösterildiğini düşünelim. Helikopterin yatay hızında ΔV kadar bir artma

olduğunda Buna bağlı olarak palleri nçirpma hareketinde bir artma olacaktır. Böylece rotor e gibi bir açıyla geriye eğilecektir. Bu da uçuş yönünün tersi yönünde F_x kuvveti nin oluşması n neden olur. Böylece rotorun hızı düşer ve rotorun ileriye doğru olan itkisi düşer.

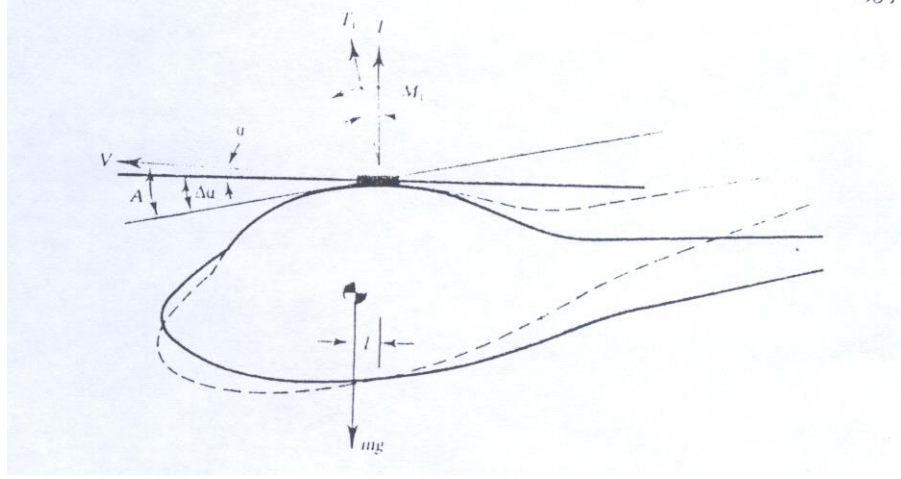
Aynı şekilde helikopter düz uçuştayken hızın ΔV kadar azaltılması rotorun öne doğru eğilmesi ne böylece uçuş yönünde bir F_x kuvveti nin oluşması na sebep olacaktır. Bu da yatay hızın artmasına helikopterin denge durumuna ulaşması n neden olacaktır. Buna bağlı olarak hızdaki değişimlere göre ana motor statik olarak dengede denilir.



Şekil 5.1 Ana rotorun hızı göre statik kararlılığı

5.1.1.2 Hücüm Açısı

Şekil 5.2 de düz seviyede uçan bir helikopter örnek verilmiştir. Hücüm açısını α m kabul edersek ana motordan gelen itkinin 0 olması gerektiği için itki ağırlık merkezinden geçmelidir. Düşey yönde bir akımın etkisiyle helikopterin burnunu indirdiğini kabul edelim böylece hücum açısı da $\Delta\alpha$ a kadar azalacaktır. İtki vektörü de öne doğru bozulacaktır ve M kadar bozuntu oluşturan bir moment oluşturacaktır. Bunun yanında ana rotorun hücum açısı arttığında itki vektörü arkaya eğilecek ana rotorun hücum açısı daha da artacaktır. Buna göre gövdenin hücum açısına göre ana rotor statik olarak kararsızdır denebilir. Aski durumunda ise helikopter durum değişimlerine göre kararlıdır.



Şekil 5.2 Ana rotorun hücum açısına göre statik kararlılığı

5.1.2 Gövdenin Statik Kararlılığı

Gövdenin statik kararlılığa etkisi kaldırma ve sürüklenme kuvvetlerinin yerleşimine bağlı olarak kararlılığı artırıcı yada azaltıcı olabilir.

5.1.3 Yatay stabilizer

Yatay stabilizer statik kararlılığı artırıcı bir rol oynar. Bu yüzden ana rotorun kararlılığını arttırmak için büyüklüğü dolayısıyla oluşturduğu moment artırılabilir. moment hızla doğru orantılı olarak artar.

Statik kararlılığa en büyük etkiyi ana motor yapmaktadır bunun yanında gövdenin etkisi de ihmal edilememelidir. Gövdenin arkasına konacak bir kanat uzunlamasına ekseninde statik kararlılığı arttıracaktır. Bunun yanında kararsızlık hızı n arttırılması ve hücum açısının azaltılmasıyla elde edilebilir. Negatif hücum açılarında kuyruk ve kuyruk kanadı statik kararlılık göstermektedir. [5]

5.2 Helikopter otomatik uçuş kontrol sistemleri(AFCS)

Helikopterler için kullanılan otomatik uçuş kontrol sistemlerinin(AFCS) başlıca iki görevi başlangıçta kararsız olan sistemi dış bozuntulara rağmen denge durumunda ve fazla kompleks olmayan manevralar yaparken kararlılığı sağlayarak pilotun üzerindeki yükü azaltmak ve sisteme girilen komutu sağlamaktır. Bunun yanında kontroller üzerinde sınırlı bir etkiye izin verilebilir. Zira kontrol ancak helikopterin kaldırma ve yönelme hareketini sağlayan rotor ile sağlanabilir. AFCS' nin kullanılması ile bile tamamen pilotun dışında olan otomatik bir işlemancak birkaç dakika için uygundur.

5.2.1 Kararlılık Arttırıcı sistemler(SAS)

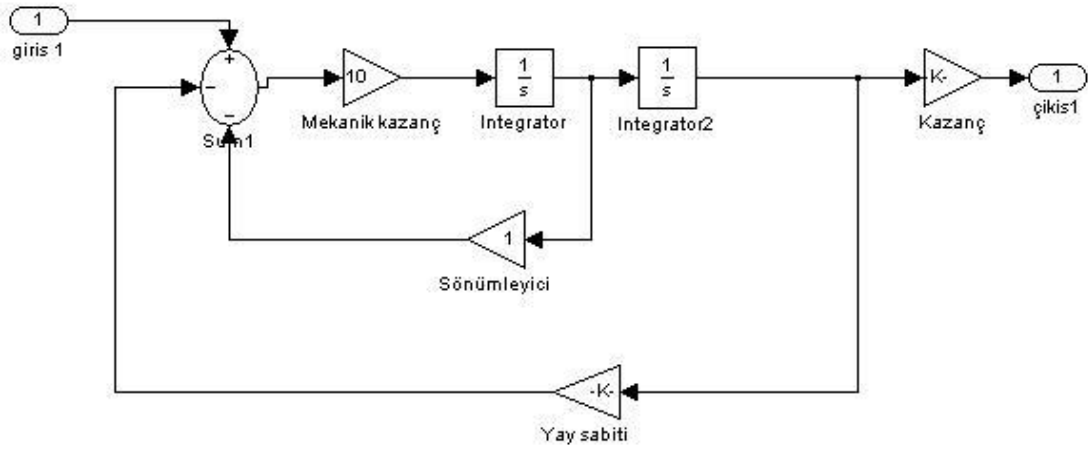
Kararlılık arttırıcı sistemler helikopteri bulunduğu denge durumunda oluşan bozuntulara karşı jiroskoptan gelen ölçümü geri besleme olarak kullanır. Buradan gelen sinyal aktuator ile tabla assemblesi (swash plate)'ne giriş olarak uygulanır. Geri besleme kanalı üzerinde jiroskop kanalına paralel bir geciktirici integrator(leaky integrator) bulunur. Geciktirici integrator helikoptere uygulanan açıya orantılı olarak sinyal üretir. Bu sinyal helikopterin tekrar denge durumuna gelmesini sağlar. Eğer helikopter düzeltme sinyaline cevap vermez yada pilot yeni durumu giriş olarak kullanmışsa uzun vadede giriş sönümlenir ve yeni giriş yeni denge durumu olarak kabul edilir.

5.2.2 Otomatik kararlılık sistemi.(ASE)

Otomatik kararlılık sistemi istenen istenen örnek olarak yunuslama ve yalpa sağlanması için kullanılır durum değişkenleri jiroskop tarafından ölçülür ve hızları türev alınarak hesaplanır. Gerekli ölçeklendirilmeden sonra saykılık kolundan ve yerçekimi merkezi dengeleme sisteminden gelen sinyal ile birleştirilir. Saykılık kolundaki sensor jiroskop sinyalini sıfırlayarak sistemin girişe karşı sinyal üretmesini engeller.

5.3 PD Kontrolcüsü ile Tasarım

Helikopter uçuşunda pilotun kullandığı hat ve kontrol sistemi bir hayli önemlidir. Şekil 5.3 de pilotun uyguladığı girişi mekanik olarak ifade eden bir sistemin MATLAB/ Simulink blok diyagramı ile belirtilmiştir. Örnek kontrol sistemi [5] dan elde edilmiştir



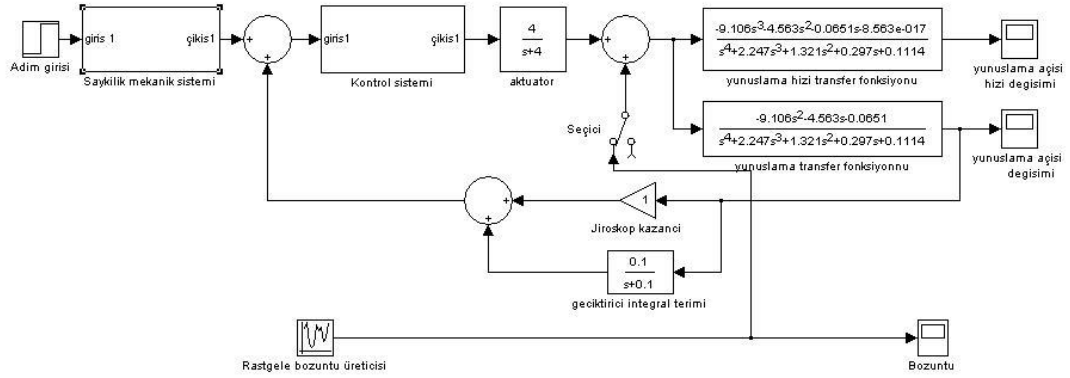
Şekil 5.3 Mekanik hat ve sistemi

Burada geri besleme yayı önceden yüklenebilir ve sertliği hızın fonksiyonu olarak kabul edilebilir. Böylece geri besleme sisteminin pilot tarafından algılanışı sabit olacaktır. Bunun yanında sistem bir ön filtre gibi çalışacak aşırı değişimleri sönmeyecektir.

Bu çalışmada ise kullanılan yunuslama kontrol sisteminin MATLAB/ Simulink gösterimi Şekil 5.4 de gösterilmiştir. Burada ki sistem gürbüz ve ağırlık merkezine bağlı düzeltme sinyallerine ihtiyaç duymaktadır. Bunun nedeni servonun girişi ancak hız değişkeninde değişme var ise sinyal uygulanacaktır hız jiroskobuna paralel gözüken “geciktirici integrasyon” elemanı paralel besleme ile faz-gecikmesini sağlamaktadır.

Bir bozuntu olduğunda burada ki “geciktirici integrasyon” elemanı helikopterin denge durumundan uzaklaştığı açının şiddetine orantılı olarak bir sinyal üretir. Kontrol sistemi tablası üzerine bu açısal bozuntuyu 0’ a indirmeye çalışır. Eğer helikopter bu düzeltme hareketine karşılık vermez ise yada bu yeni durumda

pilotun kontrolü dahilinde tutuluyorsa entegre edilmiş sinyali 5T süresiince 0'a düşer ve bu yeni durum denge durumu olarak kabul edilir. Kontrol sistemi oluşturulurken helikopter dinamiklerinin (MMO) ifadesinden sistemin Yunuslama açısıyla ilgili transfer fonksiyonları çıkartılarak (SISO) sistem oluşturulur [6]. Yeni kontrol sistemi Şekil 5.4 de gösterilmiştir.



Şekil 5.4 SISO Kontrol sistemi

PD kontrol elemanı PID kontrolcüsünün özel bir halidir. Yani PID de kullanılan oransal (proportional) ve türevsel (derivate) kontrol kısımlarını kullanır.

PD için transfer fonksiyonu

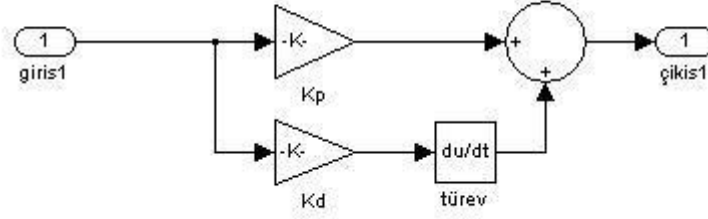
$$G_c(s) = K_p + K_d(s) \quad (5.1)$$

Şeklinde tanımlanır.

Bunun için sisteme uygulanan kontrol sinyali

$$U(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (5.2)$$

Şeklinde tanımlanır. Yukarıdaki sisteme uygulanan PD kontrol sisteminin MATLAB/ Simulink gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 5.5 PD kontrol sistemi

PD kontrolcüsünün Başlıca Görevleri

1. Sönümlemeyi artırır
2. Yükselme zamanını ve durma zamanını azaltır
3. Bant genişliğini artırır
4. Kazanç marjını ve faz marjını iyileştirir
5. Yüksek frekanslarda gürültü oluşturabilir
6. Uygulanırken nispeten yüksek kapasitöre ihtiyaç duyar
7. Kararsız yada az kararlı sistemlerde etkili olmayabilir.

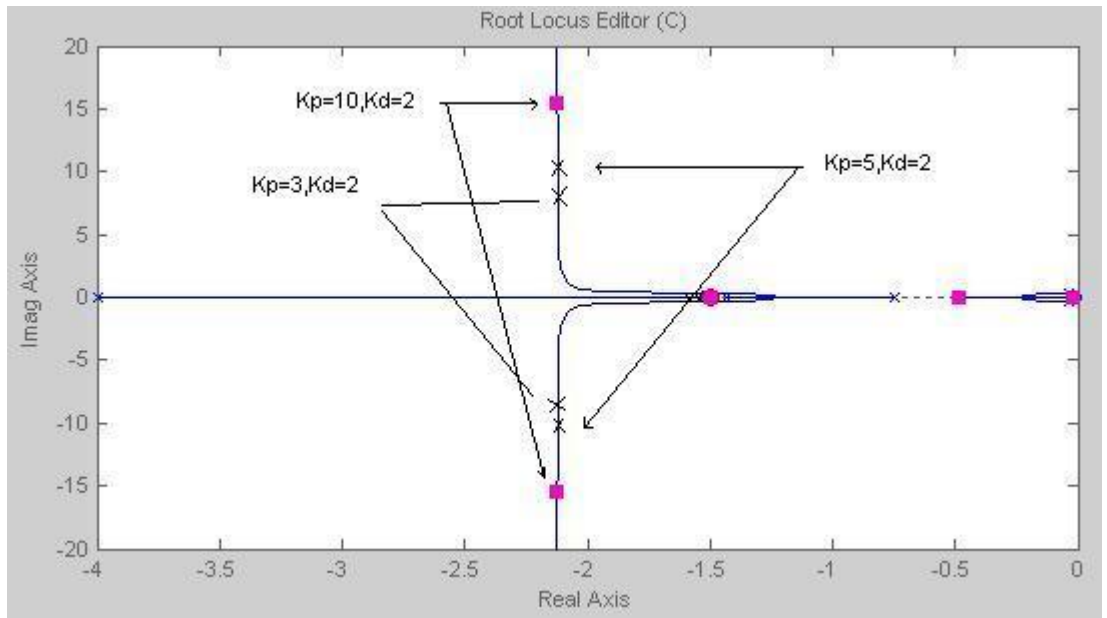
5.3.1 Kapalı sistemin incelenmesi

Sistemimizde Saykılık hatve nin tabla assemblesine olan bağlantısı aktuator ile sağlanmıştır. Aktuator birinci dereceden bir sistem olarak benzer çalışmalarından örnek alınmıştır.[7,5]

$$G_s = \frac{4}{s + 4} \quad (5.3)$$

Geri besleme kanalı nın üzerindeki kazanç $V \text{ rad}^{-1}$ cinsinden jiroskop duyarlılığını k_j olarak ifade etmektedir. Seçilen jiroskopun bant genişliği ve sönümlenmesini cevabının gecikmeye neden olabilecek kadar uygun olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu amaçla sistemi mizde yunuslama açısının ölçümü için jiroskop duyarlılığı $k_j = 1$ kabul edilmiştir.

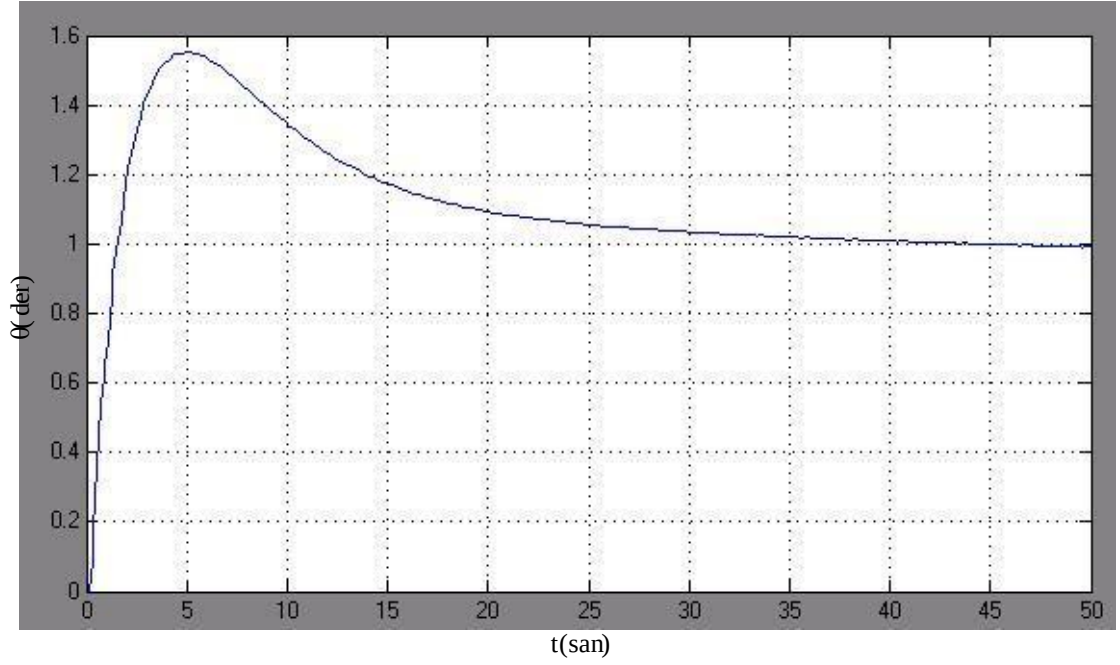
Şekil 5.6’da kapalı sistemin MATLAB ile elde edilmiş farklı K_p değerleri için root-locus grafiği verilmiştir.



Şekil 5.6 Kapalı sistemi için root-locus grafiği

Şekil 5.6’ dan da görüldüğü üzere K_p değeri arttırıldığında iki sanal kök gerçek eksen den uzaklaşmakta dolayısıyla sönümlenmeyi azaltarak sistemin doğal frekansı nı arttır maktadır.

Şekil 5.7 de ise yunuslama açısının $K_p = 3$, $K_d = 2$ için adı mcevabı görülmektedir. Sistem kararlı hale gelmekte ama oturma zamanı 50 saniye gibi çok yüksek bir değerdedir. bunun nedeni PD kontrolcusunun Helikopter gibi az sönümlenmeli yada kararsız sistemlerde sisteme $-K_p/K_d$ de eklediği 0’ın sistemi yeterince sönümlenecek etkiyi göstermemesidir.



Şekil 5.7 $K_p = 3$, $K_d = 2$ değerler için θ adı mcevabı

5.4 Kök yerleşimi (pole-placement) yöntemi

bir önceki yaklaşı mda PD kontrol cusunun ot ur ma za ma n n bir hayli yüksek ol duğu gözlemlenmişti. Bunun nedeni PDPI gibi kontrol elemanlarının sistemi n büt ün köklerini bağı msız olarak kontrol edememeleri zira her birinde sadece 2 parametrenin bulunmasıdır. Bu yüzden MMO kök yerleşimi yani sistemin köklerinin keyfi olarak yerleştirilmesi ve buna uygun geri besleme kazançlarının elde edilmesi yöntemi uygulanmıştır. Kök yerleşimi metodunun uygulanabilmesi için sistemin gerektirdiği şartlar şu şekilde incelenmiştir.

Sistem durum denkle mi tanı m

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (5.4)$$

burada $x(t)$ $n \times 1$ durum vektörü $u(t)$ skalar giriş vektörüdür. Geri besleme kontrolü

$$u(t) = -Kx(t) + r(t) \quad (5.5)$$

Burada K $1 \times n$ geri besleme elemanlarından oluşmuştur. 5.3'ü 5.2' de yerleştirirsek Durum denklemini

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A - BK)x(t) + Br(t) \quad (5.6)$$

Şeklini alır

Eğer $[A \ B]$ tamamen kontrol edilebilirse $(A + BK)$ nın özdeğerleri keyfi olarak oluşturulabilir [4]. 5.6 de belirtilen sistemi için kontrol edilebilirliğe gerek şart ise 5.7 de belirtilen $n \times n$ kontrol matrisinin rankının n 'e eşit olmasıdır. [4,8]

$$S = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (5.7)$$

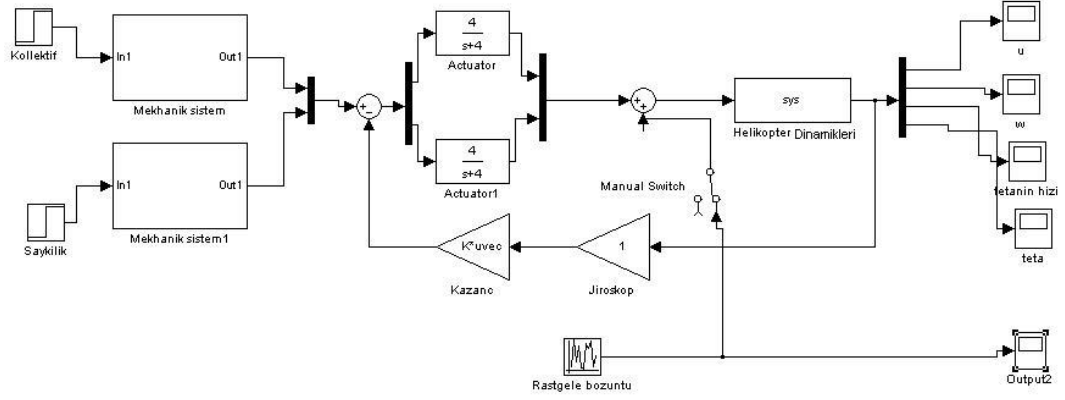
MATLAB programında Örnek helikopter için durum uzayı A B matrisleri için "ctrb" komutuyla sistemin kontrol edilebilir olduğu ortaya çıkmıştır. Sistemin geri besleme kazanç matrisinin bulunması için yeni sistemin kökleri

$$R = [-1.04, -1 + 0.5i, -1 - 0.5i, -2] \quad (5.8)$$

olarak seçilmiş. Tekrar MATLAB programında "place" komutu çalıştırılarak geri besleme kazanç matrisi aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

$$K = \begin{bmatrix} 0.0295 & -0.0038 & -2.7588 & -2.5948 \\ 0.0333 & -0.0024 & -2.6633 & -3.1222 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

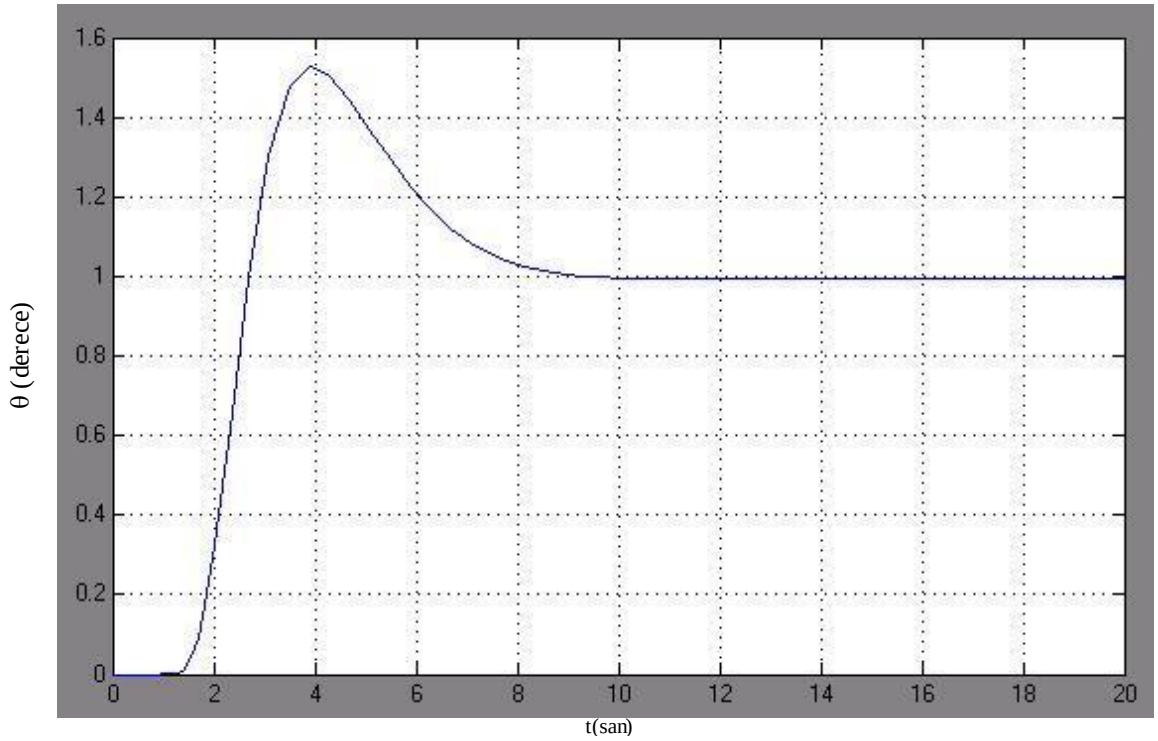
Kazanç matrisi sisteme MATLAB/Simulink ile uygulanmıştır. Şekil 5.8 bu sistemi göstermektedir.



Şekil 5.8 K kazanç matrisiyle geri besleme oluşturulmuş sistem

5.4.1 Kapalı sistemin incelenmesi

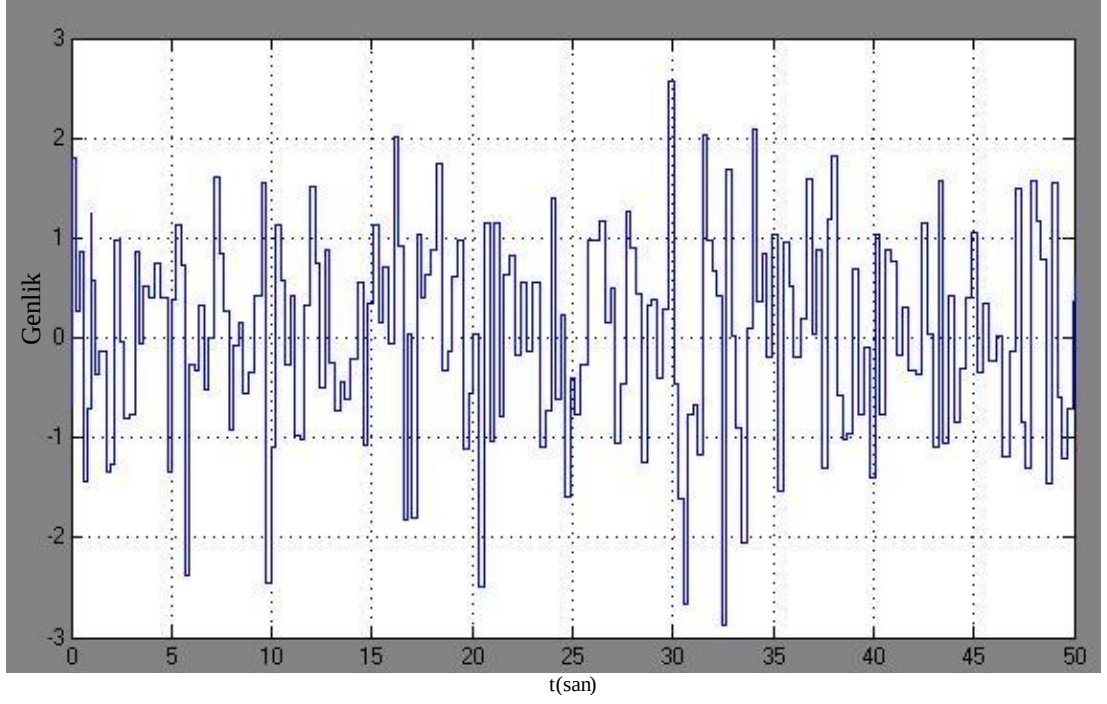
Şekil 5.9 de yunuslanma açısı girişi için sistemin adı mcevabı verilmiştir.



Şekil 5.9 θ Yunuslanma açısı için adı mcevabı

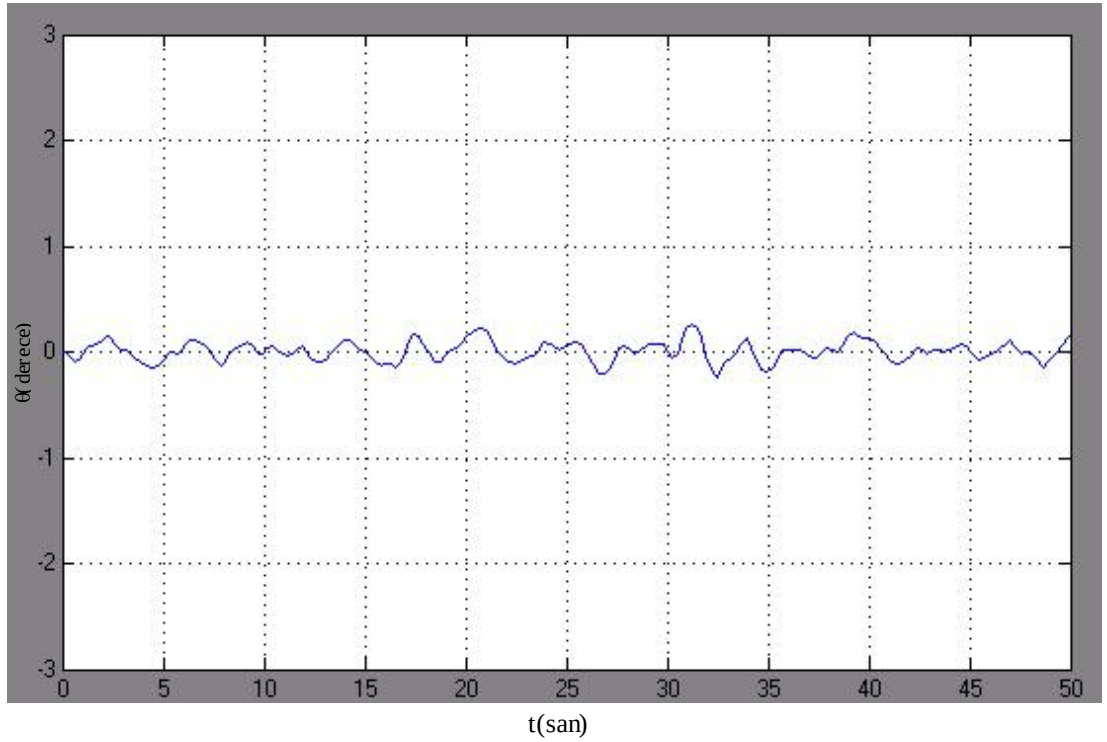
Şekil 5.9 de görüldüğü gibi sistemin adı mcevabı PD sistemin göre açıkça iyileşmiş sistemdir. Saniyede oturmuştur. Ayrıca sistemin kararlılık artırıcı sistem olarak (SAS) da incelenmiştir. Bunun için sisteme rasgele bozuntular üreten bir alt sistem

eklenmiş, giriş olarak sıfır seçilmiştir. Rasgele bozuntuların zamana göre dağılımı Şekil 5.10 da verilmiştir.



Şekil 5.10 Rasgele Bozuntuların Dağılımı

Bu bozuntulara karşı sistemin yunuslaşma cevabı ise,



Şekil 5.11 Bozuntuya karşı sistem cevabı

Şekil 5. 11 dan görüldüğü gibi sistem SAS olarak da iyi bir performans göstermiştir. Sisteme uygulanan 1 derecelik standart sapmalı rasgele bozuntulara rağmen sistemin cevabı -0.3 $+0.3$ derece sınırlarının arasında kalmıştır.

6 SONUÇ

Bu çalışmada helikopter yunuslama kontrol sistemi tasarımı amaçlanmıştır. Hareket denklemleri durumuzayı haline getirildikten sonra sistemin az sönümlemeli olduğu gözlemlenmiş, Sistem SISO sistemler bölünmüş ve yunuslama saykılık giriş sisteme kontrol elemanı olarak ilk önce PD kontrol elemanı uygulanmış, Sistemin kararlı hale gelmekle beraber dizayn kriterlerini sağlamadığı bulunmuştur. Daha sonra sisteme kök yerleştirme (pole placement) yaklaşımı uygulanmış, yeni Çok girişli Çok çıkışlı (MIMO) sistemin PD kontrolcusuna kıyasla daha iyi bir performans sağladığı bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] **Prouty, R W**, 1990. Helicopter Performance, Stability and Control., PW Engineering . Boston USA
- [2] **Bramwell, A R S**, 2001. Bramwell's Helicopter Dynamics
Butterworth-Heinemann, London UK
- [3] **Cooke, A K**, 2002 Helicopter Test and Evolution. Great Britain MPG Books LTD London UK
- [4] **Kuo, B**, 1995. Automatic Control Systems. 7. edition USA Prentice-Hall New York USA
- [5] **McLean, D**, 1990. Automatic Flight Control Systems. Prentice Hall New York USA
- [6] **Ledn, J**, 1990. Single Modelling Environment for Constructing High Fidelity Plant and controller Gains Ledn Engineering California USA
- [7] **Zengin, U**, 2003 Interconnected lateral-directional control system for F-4
Yüksek Lisans Tezi İ. T. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [8] **Caferov, E.**, 2001 Automatic Flight Control Systems Ders Notları İstanbul
Teknik Üniversitesi İstanbul. Türkiye
- [9] **Şahin, K**, 1999 Uçaklar ve Helikopterler İnkılap Ankara Türkiye
- [10] **Lozano, R, Castillo, P, Garcia, P, Dzul, A**, 2003 Robust prediction-based control for unstable delay systems: Application to the yaw control of a mini-helicopter *Automatica* **40** (2004) 603 – 612
- [11] **Avila, V J C, Brogliato, B, Dzul, A, Lozano, R**, 2003 Nonlinear modelling and control of helicopters *Automatica* **39** (2003) 1583 – 1596

- [12] **Jonathan, C MR, Buskey G I P**, 2003 Low Cost Flight Control System for a small Autonomous Helicopter IEEE International conference on Robotics and Automation Taipei, Taiwan,
- [13] **Park, D, Hong S-K**, A study on the 3-DOF attitude control of free-flying vehicle IEEE International Symposium on Industrial Electronics, v 2, 2001, p 1260-1265 China.
- [14] **Wang, Hui; Xu, Jin-Fa**, 2003 Flight dynamics model and stability augmentation design for a small-size unmanned helicopter Lab. of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing Univ. of Aero. and Astron., Nanjing 210016, China.
- [15] **Su, Yuan; Cao, Y-Hua** 2002 Dynamic stability analysis and control law design of stability augmentation system for helicopter Dept. of Flight Vehicle Design, Beijing Univ. of Aero. and Astron., Beijing 100083, China.

EK A

Örnek Helikopter için kararlılık türevlerini hesaplayan ve Durum uzayını oluşturan MATLAB programı

```
function [e, AB, sys, sys4act, sys32, sys41, sys31, sys12, sys22, sys11, sys21] =  
longderivat(e, nu, teta, del)  
  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%This function calculates Longitudinal derivatives for example helicopter for %  
%given Physical and Atmospheric conditions and evaluates state-space for mfor %  
%stability analysis %  
  
%Written by Emek Akgezer Istanbul Technical University Aeronautics and %  
%Astronautics Faculty. %  
  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
  
% Basic rotor derivatives respect to nu  
  
Ctnu = -0.140;  
Chnu = 0.008;  
a1snu = 0.33;  
b1snu = 0.05;  
  
% Basic rotor derivatives respect to teta  
Ctteta = 0.46;  
Chteta = -0.04;  
a1steta = 1.1;  
b1steta = 0.25;  
  
% Basic rotor derivatives respect to del  
Ctdel = 0.79; Chdel = -0.07; a1sdel = 1.2; b1sdel = 0.59;
```

% Atmospheric and physical parameters

ro = 0.002377; Ab = 240; omre = 650; lm = -0.5;
 hm = 7.5; a1sim = -0.0173; G = 0.086; a = 6; m = 621;
 Iyy = 40000; g = 32.206; V = 194.23; Tet a = -0.01649;

% Basic main rotor derivatives

nuu = 1/omre;
 del u = 0.000037;
 del w = 0.00138;
 del a1s = 0.3187;
 Cha1s = 0.08625 + (a/8) * del;
 a1sq = -0.1098;
 a1sBl = -1.1184;
 Ma1s = 200940;
 T = ro * Ab * (omre^2);

% Horizontal stabilizer parameters

lh = 33;
 hh = -1.5;

% Calculation of longitudinal main rotor derivatives in forward flight

Xum = T * ((Chnu + Cha1s * a1snu + a1sim * Gnu) * nuu +
 (Chdel + Cha1s * a1sdel + a1sim * Gdel) * del u);
 Xwm = -T * (Chdel + G * a1sdel + a1sim * Gdel) * del w;
 Xqm = -T * Cha1s * a1sq * (Xum) * hm;
 Xtetam = -T * (Ctet a + Cha1s * a1stet a + a1sim * Gtet a);

$$XB1\ m = -T*Cha1s*a1s\ B1;$$

$$Zu\ m = -T*(G\ nu*nuu+G\ del*\del\ u);$$

$$Zwm = -T*(G\ del*\del\ w);$$

$$Zt\ et\ a\ m = -T*(G\ t\ et\ a);$$

$$ZB1\ m = -T*(G\ del*\del\ a1s*a1s\ B1);$$

$$Mu\ m = M1s*(a1snu*nuu+a1sdel*\del\ u)-Xu\ m*hm + Zu\ m*lm;$$

$$Mwm = M1s*a1sdel*\del\ w\ Xwm*hm + Zwm*lm;$$

$$Mq\ m = M1s*a1sq-Xqm*hm;$$

$$M\ et\ a\ m = M1s*a1st\ et\ a-X\ et\ a*hm + Z\ et\ a*lm;$$

$$MB1\ m = M1s*a1s\ B1-XB1\ m*hm;$$

% Calculation of Horizontal derivatives

$$Zwh = 6.575;$$

$$Xuh = 1;$$

$$Zuh = 1;$$

$$Xwh = 1;$$

$$Zqh = Zwh*lh;$$

$$Muh = -Xuh*hh + Zuh*lh;$$

$$Mwh = -Xwh*hh + Zwh*lh;$$

$$Mqh = Zqh*lh;$$

% Fuselage derivatives

$$Xuf = -8;$$

$$Xwf = -1;$$

$$Zuf = 3;$$

$$Zwf = -19;$$

$$Muf = -80;$$

$$Mwf = 374;$$

% Calculation of total forward flight derivatives

$$X_u = X_{um} + X_{uf};$$

$$X_w = X_{wm} + X_{wh} + X_{wf};$$

$$X_q = X_{qm}$$

$$\dot{X}_{\eta a} = \dot{X}_{\eta a m}$$

$$X_{B1} = X_{B1 m}$$

$$Z_u = Z_{um} + Z_{uh} + Z_{uf};$$

$$Z_w = Z_{wm} + Z_{wh} + Z_{wf};$$

$$Z_q = Z_{qh};$$

$$\dot{Z}_{\eta a} = \dot{Z}_{\eta a m}$$

$$Z_{B1} = Z_{B1 m}$$

$$M_u = M_{um} + M_{uh} + M_{uf}$$

$$M_w = M_{wm} + M_{wh} + M_{wf}$$

$$M_q = M_{qm} + M_{qh}$$

$$\dot{M}_{\eta a} = \dot{M}_{\eta a m}$$

$$M_{B1} = M_{B1 m}$$

% Converting derivatives to state-space for m

$$A = \begin{bmatrix} X_u/m & X_w/m & (X_q - (621 * V * \text{Teta})) / m - g & Z_u/m & Z_w/m & (Z_q + m * V) / m 0 \\ M_u/I_{yy} & M_w/I_{yy} & M_q/I_{yy} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \dot{X}_{\eta a}/m & X_{B1}/m \\ \dot{Z}_{\eta a}/m & Z_{B1}/m \\ \dot{M}_{\eta a}/I_{yy} & M_{B1}/I_{yy} \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$e = \text{eig}(A);$$

$$\text{sys} = \text{ss}(A, B, C, D);$$

% Actuator transfer calculations

$$\text{num} = [0 \ 4]; \text{den} = [1 \ 4];$$

```

sysact=tf(num,den);

%Calculating transfer functions

sys42=tf(sys(4,2));

sys32=tf(sys(3,2));

sys41=tf(sys(4,1));

sys31=tf(sys(3,1));

sys12=tf(sys(1,2));

sys22=tf(sys(2,2));

sys11=tf(sys(1,1));

sys21=tf(sys(2,1));

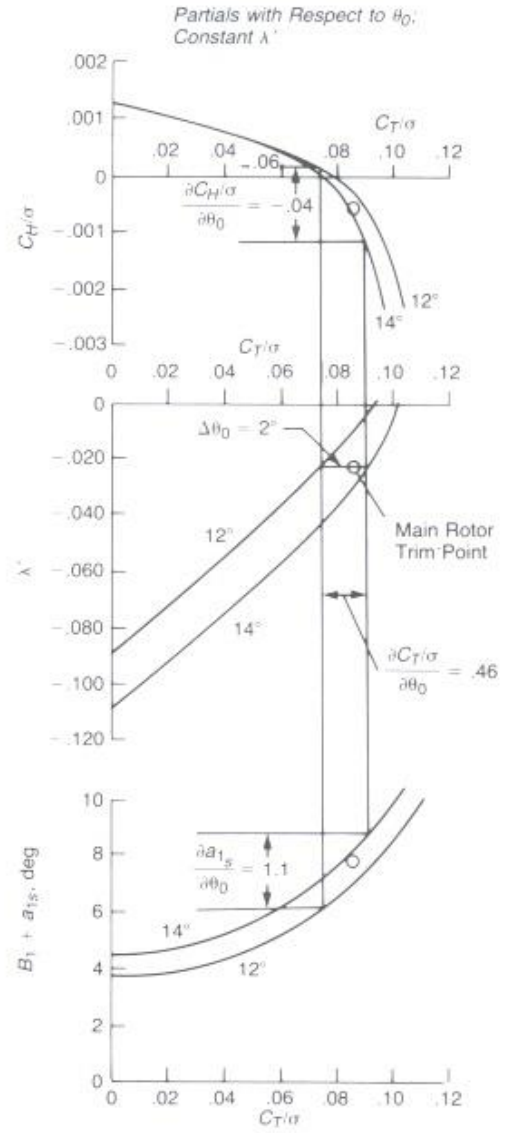
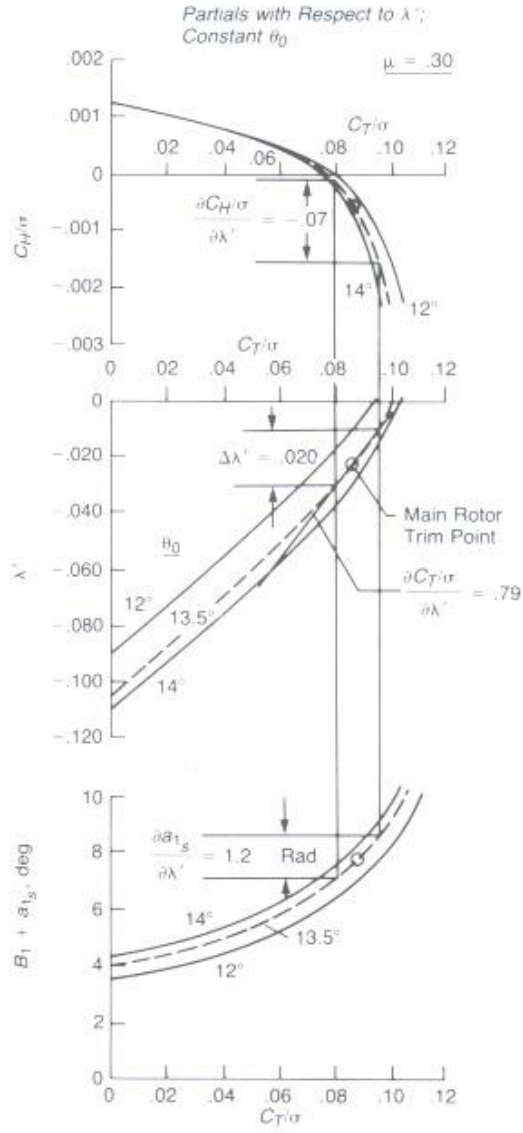
sys42act=series(sysact,sys42);

rl locus(sys42),grid

```


Ek B

Bağımlı Türevlerin karşılığını gösteren Grafik



ÖZGEÇMİŞ

Emek Akgezer 1977 yılında İstanbul’da doğmuştur. 1994 Yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak Uzay bilimleri Fakültesi Uzay mühendisliği bölümüne girmiştir. 2001 Yılında aynı bölümde yüksek lisans eğitimine başlayan Emek Akgezer iyi derecede İngilizce bilmektedir.