

**ÖĞÜTMEDE KIRILMA HIZI PARAMETRESİNİN
DENEYSEL HESABI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
M. d. M. h. Hakan Arslan GİRAY**

Anabilim Dalı : MADEN MÜHENDİSLİĞİ

Program : CEVHER & KÖMÜR HAZIRLAMA VE DEĞERLENDİRME

ŞUBAT 2006

**ÖĞÜTMEDE KIRILMA HIZI PARAMETRESİNİN
DENEYSEL HESABI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ma d. Mih. Hakan Arslan G RAY

(505021101)

Date of submission : 19 Aralık 2005

Date of defence examination : 02 Şubat 2006

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ali Ayhan SİRKECİ

Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Mehmet S. ÇELİK

Doç. Dr. Şafak G. ÖZKAN

ŞUBAT 2006

ÖNSÖZ

Bu çalışmada cam numunesi üzerinde öğütmedeki kırılma hızı parametresi incelenmiştir.

Yüksek lisans tezi m in hazırlanmasında ve öğrenim süresince her türlü i nkamı sağlayan İstanbul Teknik Üniversitesi Maden Fakültesi Maden Mühendisliği Bölüm Başkanı Sayın Prof. Dr. Güven ÖNAL'a, Maden Mühendisliği Bölümü Cevher ve Kömür Hazırlama Anabilim Dalı Başkanı Sayın Prof. Dr. Neşet ACARKAN'a, tezi m esnasında gerek bilgi, gerekse anlayışıyla beni destekleyen tez danışmanı m Sayın Doç. Dr. A. Ayhan SİRKEÇ'i ye, tezi m in her aşamasında yardı mlarından dolayı, Sayın Yrd. Doç. Dr. Ali m GÜL, Araş. Gör. Ozan Kökkılıç'a, Araş. Gör. Fırat BURAT'a ve öğrenim hayatı m boyunca em eği geç miş olan bütün hocaları m, çalışmaları m sırasında ve çalışmaları m dışında yardı mlarını esirge meyen arkadaşları m Maden Müh. Yıldız AYKAÇ'a teşekkürleri m sunarım

Tezi m i n t a m a m l a n m a s ı esnasında bana duydukları güven, hoşgör ü ve desteklerinden ötür ü SARI TAŞ PASLANMAZ ÇELİK A Ş Genel M id. Yrd.'sı Güray TEZER'e Fb. M id.' ü Serhat AYDOĞAN' a Stok Sevkiyat M id.' ü Mustafa ÖZBEK'e, Ü etim Şefi A Sait KARA' ya, Bakım Sorumlusu Cengiz ERALP'e ve mesai arkadaşları m teşekkürler ederi m

Bu çalışmanı m gerçekteş tiril m esinde kullanılan cam numunelerini sağ lanmasında gösterdikleri özveri ve yardı mlarından dolayı Türkiye Şiş e ve Cam Fabrikaları A Ş Araştırma ve Teknoloji Genel M idür Yardı m cısı Doç. Dr. Yıldırım Teoman ile Araştırma ve Mühendislik Grubu M idür Yardı m cısı Gülçin Albayrak'a en derin teşekkürleri m sunarım

Ayrıca bugünlere gel m em i sağlayan anne m Hülya GİRAY'a, kardeşi m Başak GİRAY'a ve anneanne m Fitnat TOPUZOĞLU' na teşekkürleri m borç biliri m

Şubat 2006

Maden Müh. Hakan Arslan GİRAY

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
TABLO LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
SEMBOL LİSTESİ	vi
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
1. GİRİŞ VE AMAÇ	1
2. ÖĞÜTMEDE MODELLEME	3
2.1. Öğütme Modelleri	4
2.1.1. Matris Model	5
2.1.2. Kinetik Model	7
2.1.3. Mikemmel Karışım Modeli	14
2.1.4. Çok Bölümlü Model	16
2.2. Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi	17
2.2.1. Doğrudan Belirleme Yöntemi	18
2.2.1.1. Tek Tane Boyut Fraksiyonunda Hazırlanmış Besleme Malzemesinin Kullanımı	19
2.2.1.2. Tüm Boyut Dağılımına Sahip Besleme Malzemesini Bir Fraksiyonu Yerine Farklı Bir Malzemenin Kullanıldığı Yöntemler	23
2.2.1.3. Nükleer Aktivasyon Analiz Tekniği	24
2.2.2. Doğrudan Olmayan Belirleme Yöntemi (Geri Hesaplama)	25
2.2.2.1. Doğrudan Tahmin Yöntemiyle S ve B değerlerinin Belirlenmesi	25
2.2.2.2. Optimizasyon Yöntemleri	28
2.2.3. Doğrudan ve Doğrudan Olmayan Hesaplama Yöntemleri Bir Arada Kullanılmasıyla Belirleme Yöntemi	29
2.3. Kırılma Hızı ve Dağılım Parametrelerinin Tasarım ve İşletme Şartlarıyla Değişimi	30
2.3.1. Kırılma Hızı Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleriyle Değişimi	30
2.3.1.1. Kırılma Hızının Tane Boyutu ile Değişimi	30
2.3.1.2. Kırılma Hızının Değirmen Dönüş Hızı ile Değişimi	31
2.3.1.3. Kırılma Hızının Değirmen Geometrisi ile Değişimi	32
2.3.1.4. Kırılma Hızının Öğütücü Otamı ile Değişimi	34
2.3.1.5. Kırılma Hızının Bilya ve Malzeme Dolurma Oranı ile Değişimi	35
2.3.2. Kırılma Dağılım Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleriyle Değişimi	37
2.3.2.1. Kırılma Dağılımının Tane Boyutu ile Değişimi	37
2.3.2.2. Kırılma Dağılımının Bilya Çapı ile Değişimi	38
2.3.2.3. Kırılma Dağılımının Değirmen Parametreleri ile Değişimi	39
3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	40

3.1. Yapılan Çalışmalar	40
3.2. Cam Numunesinin Alınışı	40
3.3. Tüm Fraksiyonların Birlikte Yapıldığı Öğütme Deneyleri.	45
3.3.1. Tüm Fraksiyon Deney Sonuçlarının Grafikselsel Gösterimi	46
3.4. Tek Fraksiyon Öğütme Deneyleri.	49
3.4.1. Tek Fraksiyon Deney Sonuçlarının Grafikselsel Gösterimi	50
3.5. Deney Sonuçlarının İrdelenmesi	53
4. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER	57
 KAYNAKLAR	 58
 EKLER	 61
EK I	61
TÜMFRAKSİYON ÖĞÜTMELERİ SONUCUNDA ELDE EDİLEN BOYUT DAĞILI MTABLÖLARI	61
 EK II	 70
TEK FRAKSİYON ÖĞÜTMELERİ SONUCUNDA ELDE EDİLEN BOYUT DAĞILI MTABLÖLARI	70
 ÖZGEÇMİŞ	 77

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 2.1. Boyut küçültme işleminin kütle denkliği.....	6
Tablo 3.1. Cam kompozisyonlarının kimyasal analiz sonuçları.....	40
Tablo 3.2. Düz cama ait elek analiz sonuçları.....	42
Tablo 3.3. Renkli cama ait elek analiz sonuçları.....	43
Tablo 3.4. Öğütmeye beslenecek cam miktarının fraksiyonlara göre miktarları.	44
Tablo 3.5. 15 saniyelik karışım malzemesi ve tek fraksiyonda beslenen malzeme hız hesapları.....	54
Tablo 3.6. Kuvars, kaolen ve K-feldspat üzerinde yapılan tek fraksiyon öğütme deneyler sonucunda elde edilen kırılma hızı değerleri.....	55

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 2.1. Birikimli boyut dağılım verilerinin log-log grafiği.....	9
Şekil 2.2. Birinci derece kırılma hızının gösterimi.....	11
Şekil 2.3. Belirli bir boyuttaki malzemenin kırılarak daha alt tane boyutlarına geçen malzeme fraksiyonunun gösterimi.....	12
Şekil 2.4. Birincil kırılma dağılım fonksiyonunun bar grafik olarak gösterimi..	13
Şekil 2.5. İri beslemenin artmasıyla çok bölmeli modeldeki boşaltım oranının değişimi.....	16
Şekil 2.6. İri beslemenin artmasıyla çok bölmeli modeldeki kırılma hızının değişimi.....	17
Şekil 2.7. Çok bölmeli model yapısının sistemi.....	17
Şekil 2.8. 0.91 m. çapında 1.52 m. boyunda bir bilyalı değirmende kullanılan üç farklı astar tipi.....	33
Şekil 2.9. Üç astar tipi için parça boyutuna karşılık özgül kırılma hızları.....	34
Şekil 2.10. Laboratuvar ölçekli bilyalı değirmende kırılma hızının değişimi.....	36
Şekil 2.11. Kırılma dağılım fonksiyonlarının tane boyutu ile değişimi.....	38
Şekil 3.1. Cam Numunesinin Kırma Akım Şeması.....	41
Şekil 3.2. Düz cama ait elek altı eğrisi.....	42
Şekil 3.3. Renkli cama ait elek altı eğrisi.....	43
Şekil 3.4. -2,83 +2,00 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği.....	46
Şekil 3.5. -2,00 +1,41 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hız grafiği.....	46
Şekil 3.6. -1,41 +1,00 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hız grafiği.....	47
Şekil 3.7. -1,00 +0,710 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hız grafiği.....	47
Şekil 3.9. -0,710 +0,500 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hız grafiği.....	48
Şekil 3.9. -0,500 +0,355 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hız grafiği.....	48
Şekil 3.10. -2,83 +2,00 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	50
Şekil 3.11. -2,00 +1,41 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	50
Şekil 3.12. -1,41 +1,00 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	51
Şekil 3.13. -1,00 +0,710 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	51
Şekil 3.14. -0,710 +0,500 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	52
Şekil 3.15. -0,500 +0,355 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği	52

Şekil 3.16. 15 s. sonundaki karışım malzeme hızı ve tek fraksiyon 60 s. öğütme hızı karşılaştırılması.....	54
Şekil 3.17. Kuvars, kaolen ve k-feldspata ait özgül kırılma hızı grafiği	55

SEMBOL LİSTESİ

S	: Tane boyutu aralığındaki malzemenin birim kütlelerinin birim zamanda kırılma hızı
w	: i tane boyutu aralığındaki malzeme fraksiyonu
W	: Değirmende öğütülen malzemenin toplam ağırlığı
S_1	: 1. boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı
d	: Her bir boyut fraksiyonu için tanımlanan boşalma hızı
D	: Değirmenin çapı
L	: Değirmenin boyu
δ	: Eleme hatası
R	: i tane boyu aralığının alt sınırının üstünde kalan birikimli elek üstü
G, H, J	: Polinom katsayısı
F_i	: Belirli boyutta daha incelerin üretimi için sıfırıncı derece hız sabiti
S_1	: En iri fraksiyonun kırılma hızı
B	: Kırılma fonksiyonu
S	: Seçimli fonksiyon
x	: Tane boyutu
d	: El yaçağı
μ	: Düzeltme faktörü
Λ	: Tane boyutunun büyümesiyle kırılma hızının azalmasını gösteren pozitif değere sahip bir parametre
m_p	: Motor gücü
Φ	: Kritik hız
J	: El ya dolurma oranı
U	: Malzeme dolurma oranı
N	: Kritik hız
x_m	: Kırılma hızının maksimum olduğu noktadaki tane boyutu
$S_{1,k}$	: i tane boyut aralığındaki malzemenin k çapından oluşan bilyalarla öğütülmesi ile elde edilen özgül kırılma hızı
M_k	: k çapındaki bilyaların ağırlık yüzdesi
Φ	: Kesişme değeri
β	: Besleme boyutunun altındaki fraksiyonların ne kadar hızla bir alt boyuta indirildiğini gösterir.

ÖĞÜTMEDE KIRILMA HIZI PARAMETRESİNİN DENEYSEL HESABI

ÖZET

Bu çalışmada, farklı iki renkte fakat aynı kimyasal özellikte iki cam numunesi kullanılmış ve laboratuvar ölçekli değirmende kırılma hızı parametreleri incelenmiştir. Bu çalışmalarda, renkli fraksiyon her seferinde sadece bir fraksiyona renkli eklenmiş diğer fraksiyonlarda renksiz kullanılmıştır. Bu karışımların kırılma hızı ve dağılım fonksiyonları belirlenerek, değişimleri araştırılmıştır.

Öğütme modellerinden biri olan kinetik model kullanılarak hız hesaplamaları yapılmış ve grafiksel olarak ifade edilmiştir. Öncelikle her bir fraksiyon tek tek öğütülerek kesikli öğütme uygulanmıştır. Tek fraksiyonların yapıldığı deneylerde 60 saniyelik öğütme hızları dikkate alınmıştır. Diğer öğütme deneylerinde fraksiyonlar karıştırılarak öğütülmüştür. Bu öğütme deneylerinde de sadece 15 saniyelik kırılma hızları dikkate alınmıştır. Karışım cam numunesinin 15 saniyelik öğütme hızlarında diğer öğütme hızlarına göre farklılıklar ortaya çıkmıştır. Bu farklar da malzemenin kırılma karakteristiğinden meydana gelmiştir.

Tek bir fraksiyonda yapılan öğütme deneyleri sonucunda boyut aralığı arttıkça hızın azaldığı tespit edilmiştir. Karışım malzemesinde ise değişimler görülmüştür. Bu değişimlerde camın kırılma yapısına ve farklı boyutlardaki malzemenin birbirlerinin kırılmasını etkilediği gözlenmiştir.

Sonuç olarak elde edilen veriler karşılaştırılarak kırılma hızı parametresinin hangi boyutta nasıl değiştiği incelenmiştir.

Tüm fraksiyonlar ve tek fraksiyonların öğütme deneyleri bize göstermiştir ki, özgül kırılma hızları iki farklı durumda çok büyük farklılıklar ortaya çıkarmıştır. Bu nedenden dolayı öğütme modelleri yapılırken kırılma hızı parametrelerinin değerlerinin bulunmasında, tüm fraksiyonların kullanıldığı gerçek durumlar göz önünde tutularak değerlendirme yapılmalıdır. Böylece bu modellerde daha gerçeğe yakın sonuçlar çıkacaktır.

AN EXPERIMENTAL METHOD FOR THE CALCULATION OF THE SPECIFIC RATE OF BREAKAGE PARAMETER IN GRINDING

SUMMARY

In this study, two different color but same chemical properties of glasses sample had been used and specific rate of breakage had been investigated by the laboratories scale of the mill. In this studying colored fraction every time put inside the only one fraction has been added and the other fractions have been used without colored sample. The specific rate of breakage and the distribution functions of the mixtures were determined and the changes had been investigated.

As a part of the all grinding modeling of the kinetic model was used for the rate of breakage and it was shown the graphical expression. Before all else, each fractions were carried out to discontinuous grinding one by one and single fractions specific rate of breakage had been to take note of the 60 seconds. After all fractions were mixed and grinded 15 second grindings of the mixed glass samples to come out a little differences than the other grindings. This differences results from the material characteristics.

Result of the single fraction of the grinding experiments, which is the increase of the materials size were effected of the breakage rate and decrease the breakage rate. Mixed material had been shown us to be a differences. This differences that, type of the glass breaking and different size of the materials to interact to the other materials were observed.

As a result of to get the datas were compared and how was the effected of the breakage rate parameter of the fraction was investigated.

All fractions and single fractions of the grinding had been shown us that, specific rate of breakage had been burn out a big differences at the two different conditions. Because of these grinding modelling was doing and finding of the specific rate of breakage parameters, that all fractions must be used for the real conditions and also must be an evaluation. In this way to this situation very similar results will be burn out in the modelling systems.

1. GİRİŞ ve AMAÇ

Bilyalı değir neler çok uzun bir süredir farklı cevher hazırlama endüstrilerinde kullanılmaktadır. Bununla beraber, kırılmanın temel mekanizmaları bugün bile tam olarak anlaşılmamıştır. İlk kırılma teorileri enerji girdisi ve boyut küçültme arasındaki basit bir ampirik ilişki temelinde dayanmaktaydı. Bu model denklemleri, kırılma kinetiğinin ve bilyalı öğütmedeki bazı diğer alt proseslerin göz ardı edilmelerinden dolayı, ticari anlamdaki ölçek büyütmelerinde önemli ölçüde tasarım hatalarına yol açmışlardır. Zaten çok verimli olmayan öğütme işlemini böylece daha da düşük verimli olmuştur. Son yıllarda bu hataları ortadan kaldırmak ve öğütme işlemini daha verimli kılmak için değirnendeki kırılma kinetiği temellerine dayanan modeller geliştirilmeye başlanmıştır.

Bu model denklemleri kırılma proseslerini iki fonksiyon ile tanımlanmaktadır. Bunlardan kırılma hızı fonksiyonu, her bir boyut aralığındaki parçaların oransal kırılma hızlarını verir. Diğer bir fonksiyon olan kırılma dağılım fonksiyonu ise birincil kırılma olaylarından elde edilen parçaların kırılma dağılımlarını vermektedir. Bu iki fonksiyon deneysel olarak ölçülebilmektedir. Bu değerlerin öğütme devrelerinin simülasyonunun yapılmasında ve proses kontrolünde kullanılmasıyla daha verimli öğütme devreleri tasarlanabilmektedir.

Herbst ve Ark (1981) tarafından belirtildiğine göre, Birleşik Devletler Enerji Bakanlığı tarafından yayınlanmış “Comminution and Energy Consumption” adlı raporda ufalaanma cihazları tasarımı ile %3-16, sınıflandırma cihazları tasarımı ile %0-12, proses kontrolü ile %0, öğütme yardımcı cihazları tasarımıyla %3-6 oranında iyileştirme yapılabilir. Burada iyileştirme den bahsedilen konu, enerji tüketimi ve maliyetlerin aşağı çekilmesi dir. [1].

Yukarıdaki oranların herbiri tek başına az gibi görülmese de toplam boyut küçültme işlemleriyle sağlanacak iyileştirmenin %27-47 civarında olması mümkündür. Bu alanda harcanan enerji miktarı göz önüne alınırsa yapılacak küçük bir iyileştirmenin ne kadar büyük tasarruflar sağlayacağı açıktır.

Öğütme proseslerinde çeşitli kırılma hızı ölçüm yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden söz etmek gerekirse, butezde de kullanılan yöntemlerden biri olan tek tane boyut fraksiyonunda hazırlanmış olan besleme malzemesinin kullanılmasıdır. Bu yöntemde farklı sürelerdeki ve boyut aralıklarındaki malzemelerin kontrollü olarak kırılma hızları incelenebilmektedir. Diğer bir yöntemde ise besleme malzemesi olarak tüm boyut fraksiyonunun kullanılması ve içlerinden herhangi bir fraksiyona, farklı bir kimyasal veya izleyici konularak yapılan belirleme şeklidir. Bu yöntemde teziinde kullandım. Bu yöntemlerin kullanılmasının nedeni beslenen malzemenin takip edilmesinin kolaylığı ve hız hesaplarının basite indirgenmiş olmasından kaynaklanmaktadır. Bir başka metotta ise öğütülen her bir fraksiyon malzemesi radyoaktif olarak işaretlenmiş ve bu sayede öğütme hızları takip edilmiştir. Bunun yanı sıra bazı yöntemler vardır ki, bu yöntemlerde nükleer aktivasyon enerjisi kullanılmakta fakat bu da her seferinde besleme malzemesine uygulanmak zorunda olduğu ve uygulamanın zorluğundan dolayı pek tercih edilmemektedir.

Bu çalışmada cam numunesi üzerinde yapılan öğütme sonuçlarında kırılma hızı fonksiyonu incelenmiştir. Camüzerinde yapılan bu çalışmalarda farklı iki renkte cam kullanılmıştır. İki farklı renk camın kullanılmasının nedeni eleme sonunda elde edilen boyut dağılımında, her boyut aralığına hangi oranlarda camın geçtiğinin XRF analizi sonucunda tesbit edilebilmesidir. Böylece öğütmedeki kırılma hızı parametresi bulunabilmektedir.

Bu tip çalışmalara az da olsa rastlanmaktadır. Yapılan diğer çalışmalarda her bir fraksiyon tek tek ele alınarak öğütülmüş ve öğütme hızları hesaplanmıştır.

.

2. ÖĞÜTMEDE MODELLEME

Kırma ve Öğütme ile gerçekleştirilen boyut küçültme, mineral, metalurji, kimya ve seramik endüstrilerinde kullanılan önemli bir işlemdir. Öğütme prosesi işletmenin en önemli yatırımlarını yaptığı proseslerdir. Aynı zamanda bu prosesin harcadığı güç de bir o kadar fazladır. Bir yaklaşımla yapmak gerekirse işletmenin enerji sarfıyatının yaklaşık %45-60 arasındaki kısmı bu proste harcanır ve aynı zamanda bu durum çok fazla bir mali külfet getirir. Bu sebepten dolayı kırma hızının hesabını yapabilen birçok zaman ve maliyet kaybını engellemektedir.

Kırma hızı ve dağılım fonksiyonlarının tesis ölçekli verilerle belirlenmeye çalışmak oldukça zahmetli bir işlemdir. Bunun nedeni, bu fonksiyonların değirmende kalış süresi ve değirmen ürününün tane boyut dağılımının belirlenmesi zorunluluğundandır. Laboratuvar ölçekli çalışmalarda öğütme koşulları istenen değerlerde sabit tutulabilmekte ve değirmende kalış süresi ve ürün boyut dağılımını belirleme zorunluluğu da ortadan kalkmaktadır.

Büyük miktarlarda enerji sarfıyatına neden olan öğütmenin modellenmesi uzun yıllardan beri yoğun çalışmaların devam ettiği bir alan olmuştur. Yaklaşımlarda kullanılan matematiksel hesaplamaların zorluğu modellenmenin bir dönem kadar akademik uğraş olarak kalmasına neden olmuştur. Hızlı ve sağlıklı veri alınmasını sağlayan ölçme kontrol sistemlerinin ortaya çıkması ve daha hızlı ve daha yüksek kapasitelerde bilgisayarların ucuzlaması modelleme alanında çok önemli gelişmelerin başlanmasına neden olmuştur.

Genel olarak modelleri üç grupta sınıflandırmak mümkündür. Bunlardan ilki ve belki de en etkin olanı teorik modeldir. Bu modeller fiziksel ve kimyasal yasalara uygun olarak bilimsel bir yapı üzerine kurulan modellerdir. En etkili model tipi olmasına karşılıklı işlemlerin karışıklığı nedeniyle fazla kullanılmamıştır.

İkinci grup modeller ise olay bazlı modellerdir. Bu modeller oldukça güçlüdür. Prosesi gerçekçi bir şekilde ifade ederler ve ekstrapolasyona uygundurlar. Bu

gruptaki modeller simülasyon için yararlı genel algoritmalar olarak son 30 yılda en yaygın kullanılan modellerdir. Bu tür modellerde parametre değerleri ve besleme tane boyutu bilindiğinde ürün tane boyutu hesaplanabilmektedir[5].

Üçüncü grup modeller ise ampirik özelliğe sahiptirler. Bu gruptaki modellerde prosesin doğasını tanıtmadan daha çok matematiksel olarak ifade edilmesi modeli meydana getirir. Öğütme yasalarını bu gruba sokmak mümkündür.

Bir öğütme devresinde maksimum verimliliği elde etmek için yapılan çalışmalarda ortaya çıkabilecek problemlerle üç aşamada karşılaşmaktadır[6].

- Öğütme işleminden sonra gerçekleştirilecek cevher hazırlama işlemlerinin tipi, sayısı ve boyutlarına uygun, optimum boyut küçültme akısmasının seçildiği tasarımı
- Devre çalışırken çalışma parametrelerinin doğru değerlerinin seçilmesini gerektirdiği işletimi
- Besleme malzemesinin özelliklerinde veya devrenin mekanik işleyişinde meydana gelen bir değişimin üründe istenmeyen özelliklere neden olduğu sürekli proses aşması.

Bunlardan ilk ikisi birçok olasılıktan en iyisinin seçilmesine imkan tanıyan optimizasyon, diğeri ise otomatik kontrol ile ilgilidir.

2.1. Öğütme Modelleri

Öğütme işlemi sırasında çok yüksek düzeyde enerji harcanması maliyetin de buna paralel olarak artmasını sağlamaktadır. Bu nedenle optimum düzeyde enerji kullanımını sağlamak ve prosesin verimliliğini artırmak amacıyla, öğütme devrelerinin optimizasyonunu oluşturmak için bir çok araştırmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar sırasında klasik enerji-boyut küçültme ilişkileri temelinde dayanan ampirik modeller ile birlikte kırılma kinetikleri temelinde dayanan teorik ve yarı ampirik modeller önermişlerdir[8]. Bond kuramının yaklaşık 40 yıldan beri değirmen seçiminde önemli bir tasarım aracı olduğu kabul edilmektedir[6,7]. Bununla birlikte bu ilişkilerin ampirik yapıda olmaları normal işletim koşullarında kullanılmalarına önemli sınırlamalar getirmiştir[9,10,11].

Daha sonraki yıllarda enerji-tane boyut küçültme ilişkilerinden hareketle oluşturulan modellere alternatif olarak, değirmenin içinde oluşan mikro düzeydeki farklı kırılma olaylarının incelenmesi temeline dayanarak modeller oluşturulmaya başlanmıştır.

Mekanistik yaklaşım olağanüstü bir doğası olan matematik modellerin oluşturulmasını gerektirmiştir. Öyleki verilen çalışma şartları altında bir sistemde egeyen olan gerilme olaylarının yelpazesini bir araya getirmektedir. Uygun bir şekilde tanımlanan her bir olayın ortalaması değirmenin tüm kırılma özelliklerini karakterize ettiğini göz önünde bulundurmaktadır. Böylece aktarılan ortalama değirmenin performansını analiz etmek için belirli bir boyut veya boyut fraksiyonundaki tanelerin gerilimlerini ayırt etmeyi gerektirmektedir. Bunun yerine, değirmendeki öğütme ortamının ortalaması verildiğinde tek bir parametrenin o boyutun kırılmaya karşı direncini ifade ettiği farz edilir. Bu boyut fraksiyonundaki ortalama olaylar için kırılma ürün boyut dağılımını teşkil eden böyle bir parametrenin ve buna bağlı özelliklerin izolasyonu simülasyon hakkında kesin ve detaylı bilgi verebilen fiziksel olarak anlamlı ve tanımlayıcı denklemlerin formüle edilmesi ne izin verir.

Mekanistik modellerin temelini oluşturan temel fikri ilk öneren Epstein (1948)'dir. Ufalama birimi mişlemini tekrarlı kırılma olayları olarak düşünüp kırılma olayını iki temel fonksiyona bağlı olan bir istatistiksel model olarak tanımlamıştır[9, 12].

- $P_n(y)$, kırılma işleminin n.i adında y boyutlu bir parçanın kırılma olasılığı
- $F(x, y)$, y boyutlu birim bir kütlemin kırılmasıyla ortaya çıkan bu tane boyutuna eşit veya bu tane boyutundan daha küçük boyutlu parçaların ağırlıkça birikimi dağılımıdır.

Epstein'in modeli, değirmenin içerisindeki malzemelerin taşınım mekanizmalarını içermektedir. Epstein'in bu konudaki çalışmasından sonra öğütme devrelerinin optimizasyonunda matematiksel modeller yaygın olarak kullanılmaya başlanmış. Bu amaçla dört tip matematiksel model geliştirilmiştir. Bunlar matris model, kinetik model, nükleer karışım modeli ve çok bölümlü model olarak adlandırılır[6].

2.1.1. Matris Model

Broadbend ve Calcott (1956) tane boyutuna bağlı malzeme taşınım mekanizmalarını da içeren, Epstein tarafından önerilen sınıflandırma fonksiyonu ile tanımlanan

kırılma kavramını bir matris olarak düşünmüşler ve bunu kömürün öğütülmesinde kullanmışlardır[5,6].

Matris model mantığı, kırılma olaylarının ard arda gerçekleşmesi esasına dayanmaktadır. Bir önceki öğütme aşamasının ürünü bir sonraki adımda beslenmektedir. Bir boyut küçültme işlemi sırasında tüm boyut aralığındaki parçalar kırılma olasılığına sahiptirler ve kırılma ürünleri bu boyut aralığına ve daha küçük boyut aralıklarına düşebilir. Sonuçta bir öğütme işleminin kütle denkliği Tablo 2.1'deki gibi yazılabilir.

Tablo 2.1. Boyut Küçültme İşleminin Kütle Denkliği

Boyut Aralığı	Besleme	Ürün						
1	f_1	$p_{1,1}$	0	0	-	-	0	0
2	f_2	$p_{2,1}$	$p_{2,2}$	0	-	-	0	0
3	f_3	$p_{3,1}$	$p_{3,2}$	$p_{3,3}$	-	-	0	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-
n	f_n	$p_{n,1}$	$p_{n,2}$	$p_{n,3}$	-	-	$p_{n,n}$	0
n+1	f_{n+1}	$p_{n+1,1}$	$p_{n+1,2}$	$p_{n+1,3}$	-	-	$p_{n+1,n}$	$p_{n+1,n+1}$

Üründeki elementler aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$P_{i,j} = x_{i,j} f_i \quad (2.1)$$

Burada i , ortaya çıkan öğedeki boyut aralığını, j , gelen beslemenin boyut aralığını ve $x_{i,f}$ ise üründeki i . boyut aralığına düşen beslemedeki j . boyut aralığındaki tanelerin kütle fraksiyonunu gösterir. Sonuç olarak basit bir matris denklemi $p = x f$ şeklinde yazılabilir. Bu denklem kırılan ve kırılmadan geçen tanelerin oluşturduğu ürün gerçeğini göz önünde bulundurarak genişletilebilir. Eğer S_1 kırılma için seçilen en geniş boyut aralığındaki parçaların oranı ise, o zaman kırılan boyut aralığındaki parçaların kütlesi $(S_1 f_1)$ 'dir. Benzer şekilde n , i boyut aralığındaki kırılmış parçaların kütlesi $(S_n f_n)$ 'dir. Eğer S olarak gösterilen sınıflandırma öğeleri bir diyagonal matris olarak yazılırsa, kırılmış parçalar $(S f)$ fonksiyonu olarak gösterilebilir. Geriye kalan kısım kırılma işlemine uğramadan geçecek ve n boyut aralığı için kırılmadan kalan fraksiyon $[(1-S_n) * f_n]$ olacaktır. Kırılma işlemine uğramadan geçen parçaların toplam kütlesi $(I-S) * f$ olarak gösterilecektir[9, 11].

Bu durumda kırılma işlemi için denklem B ve S fonksiyonunu göz önüne alarak aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir.

$$P = B S f (I-S) \cdot f \quad (2.2)$$

2.1.2 Kinetik Model

Kinetik modelde ufalama birimi işlemi bir hız süreci olarak ele alınmıştır. Bu modeli ilk olarak ileri süren Roberts (1950)'dir [13]. Roberts birim kütle başına değirmenin çektiği güç ile elek üstündeki malzemenin değişim hızı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Daha sonra Bowditch (1960) Roberts'ın çalışmasını geliştirmiş ve bir bilyalı değirmendeki iri malzemenin kırılma hızının, değirmende bulunan iri malzeme konsantrasyonu ile orantılı olduğunu göstermiştir [41]. Bir bilyalı değirmendeki belirli bir boyuttaki parçaların öğütülmesi birinci derece hız süreci olarak kabul edilir. Arbiter ve Bahrany (1960) kuvarsın öğütülmesinin birinci derece hız sürecine uyduğunu fakat diğerlerinin buna uymadığını göstermişlerdir [6, 14].

Biriki m bazlı kinetik modelde öğütme sadece kırılma hız fonksiyonu ile ifade edilmekte, kırılma dağılım fonksiyonu hesaba katılmamaktadır. Deneysel çalışmalarla elde edilebilecek bu parametrenin tesiste de doğrudan kullanılabilceği ileri sürülmüştür [15]. Değirmen içerisinde malzeme taşınımını açıklamak için basit ve duyarlı bir taşınım modelinin de seçilmesi gerekmektedir. Randolph ve Ranjan (1977), Smith ve Guerin (1979) kapalı devre bilyalı değirmen koşullarında mükemmel karışım varsayımının yeterli bir yaklaşım olacağını belirtmişlerdir [16-17]. 1971'de Furuya, ideal bir sınıflandırıcı yardımıyla %450'den büyük devreden yüklerde piston akış varsayımının ufalama işlemlerinin benzetiminde daha uygun olduğunu açıklamıştır [18].

Bass 1954 yılında basit durumlarda analitik olarak çözülebilen kesikli öğütme eşitliklerini formüle etmek için birinci dereceden öğütme kavramını kullanmıştır. Tane boyut dağılımlarını matematiksel olarak sürekli biçimde ifade etmekte karşılaşılan güçlükler nedeniyle fraksiyon esasına dayanan kesikli öğütme eşitliği önerilmiştir. Fraksiyon esaslı kesikli öğütme eşitliğini formüle etmedeki amaç laboratuvar ölçekli kesikli öğütme deneyleri ile kırılma-dağılım ve kırılma-hız fonksiyonları gibi kırılma parametrelerini belirleyebilmektir. Bu kırılma parametreleri, sürekli çalışan bir değirmenin performansını belirleyebilmek için değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonu ile bir arada

kullanılmaktadır[5, 6, 8, 10, 19, 20, 21]. Öğütmenin kinetik modellenmesi, sürekli fonksiyonlar ve kesikli dağılımlar ile ifade edilmektedir. Sürekli ve kesikli dağılım modelleri sırasıyla dağıtılmış ve belirtilmiş parametre modelleri olarak adlandırılabilir. Bu modeller arasındaki farklılıklar, tane kırılna kinetiğinin doğrusal veya doğrusal olmayan, tane değirmen taşıma hızının birleştirilmiş veya dağıtılmış olarak tanımlanmasında kullanılan eşitliklerin farklı olmasından kaynaklanmaktadır[6, 9].

Doğrusal kırılma kinetikleri, belirli bir tane kırılna hızının ve birincil kırılma sonucu ortaya çıkan tane boyut dağılımının değirmen içerisindeki ortamdan etkilenmediği durumlarda geçerli olmaktadır. Bilgili değirmenlerde, öğütme koşullarında genel olarak doğrusal kırılma kinetikleri gözlenmesine rağmen bazı aktarılan ortamlarda çalışan değirmenlerde doğrusallıktan belirgin bir sapma gözlenmektedir. Dağıtılmış parametre modelleri değirmen boyunca tane taşınmasını tanımlayan ayrıntılı modellerin kullanımını gerektirmektedir. Birleştirilmiş parametre modellerinde ise ayrıntılı tane taşınma modelleri yerine malzeme taşınma niteleyen kalış zamanı dağılımları kullanılmaktadır. Bu model sadece kırılma kinetiklerinin doğrusal ve malzeme taşınmasının tane boyutundan bağımsız olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Dağıtılmış parametre modellerinde belirli bir tane boyutundaki malzeme için değirmen içerisinde herhangi bir konumda kırılma parametrelerinin değişimi tanımlanabilmektedir.

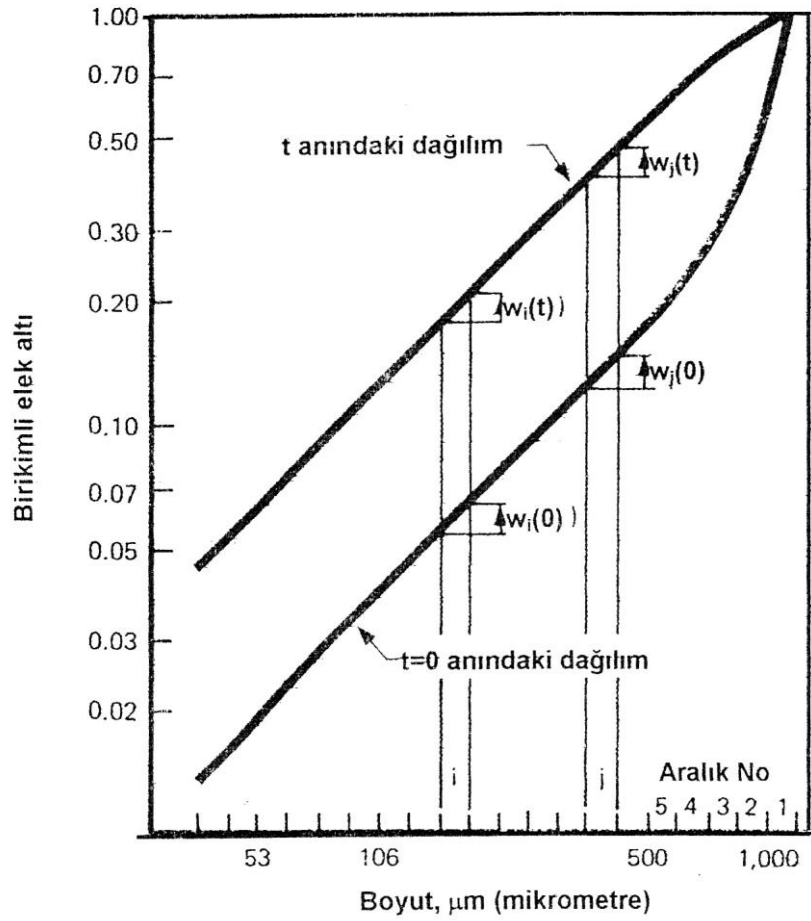
Genelde dağıtılmış parametre modellerinin çözümü ve formülasyonu çok karmaşıktır. Birleştirilmiş parametre modelleri ise değirmen ya da devrenin besleme ve ürün özellikleri arasında basit ilişkiler kurar.

Tanemana deneysel olarak oluşturulan Bond modelinin aksine, doğrusal birleştirilmiş parametre modeli fiziksel anlam olan, tane boyutu ile boyut fraksiyonu arasında kurulan kütle denliğinden türetilmiştir. Bu tür modeller ile laboratuvar ölçekli değirmenlerde kesikli, sürekli, açık ve kapalı devre olarak öğütme deneylerinden elde edilen ürünün tane boyut dağılımları doğru bir şekilde hesaplanabilmektedir. Bu nedenle değirmen benzetiminde bu modeller yaygın olarak kullanılmaktadır[8, 10, 19, 22, 23, 24].

Doğrusal birleştirilmiş parametre modelinde, değirmen iri tane boyutunda malzemenin kırılarak ince tane boyutunda ürünün olduğu bir reaktör olarak

düşünülmektedir. Bu durumda değir nene belli bir boyutta veya bir boyut aralığı nda beslenen mal zemeni de reaktan olarak tanı mla mak mümkündür. Beslemenin boyut dağılı mı grafiksel olarak ifade edilebilir. Bu yöntem Şekil 2.1’de gösterildi ğ i bi birikimli % ağırlık miktarının elek boyutuna karşı, logaritmik öl çekli gösterimiyle elde edilir. Gaudin-Schumann eğrisi olarak isimlendirilen grafiksel tanı mla ma yönteminde bilhassa ince boyutlar daha iyi tanı mlanır.

Belirli tane boyutu dağılı mına sahip besleme mal zesinde her tane boyutu aralığı ndaki mal zemenin kırıl ma hızları birbirinden farklı dı maktadır[25, 26].



Şekil 2.1. Birikimli Boyut Dağılı m Verilerinin log-log Eksen Sisteminde Gösterimi (t öğüt me zamanıdır.)

Genellikle değir nendeki mal zeme $\sqrt{2}$ veya $^4\sqrt{2}$ elek serisi ile tanı mlanan birçok tane boyut aralıklarına böl ünmekte, en iri tane boyut aralığı 1, ikinci tane boyut aralığı 2, en ince tane boyut aralığı da n ile gösterilmektedir. Değir nede etkin bir şekilde kırıl ma oldu ğ u zaman belirli bir tane boyutu aralığı nda olan mal zemenin kırıl ması genellikle birinci derece öğüt me kuramına uymaktadır. Birinci derece ifadesi

reaksiyonun yavaşlamadan devam etmesi anlamını taşır. Reaksiyonun yavaşlaması durumunda ikinci, üçüncü derece reaksiyon hızları olur.

Öğütme işleminde birinci derece öğütme hipotezini daha iyi anlamak için, içine W miktarında numune konulmuş basit bir değirmeni dikkate alalım. Buradaki malzemenin boyut dağılımı Şekil 3.1’de gösterildiği gibi $\sqrt{2}$ veya $\sqrt[4]{2}$ geometrik eleksilerlerinden ve sırasıyla 1, 2, 3, ..., j, ..., i, ... boyut aralıklarında tanımlandığını düşünelim. Bu besleme malzemesi bir seri artan zaman aralıklarında öğütüldüğünde, bunların öğütülme hızları genellikle birinci derece öğütme kinetiklerine uyacaktır. Buna göre;

i. tane boyut aralığının kırılma hızı $= S_i \cdot W_i$ Wdur.

Burada S_i , tane boyut aralığındaki malzemenin birim kütlesinin birim zamanda kırılma hızı; W_i , i tane boyut aralığındaki malzeme fraksiyonu ve W ise değirmende öğütülen malzemenin toplam ağırlığıdır.

Eğer başlangıç beslemesinin tamamı 1 boyut aralığı ile tanımlanan üst boyut aralığında yani en iri boyut fraksiyonunda ise; kırılmayla 1. boyut aralığının kaybolma hızı $w_1(t)$ W ile orantılı olacaktır. Toplam kütle, W sabit olduğundan;

$$\frac{dw_1(t)}{dt} = -S_1 w_1(t) \quad (2.3)$$

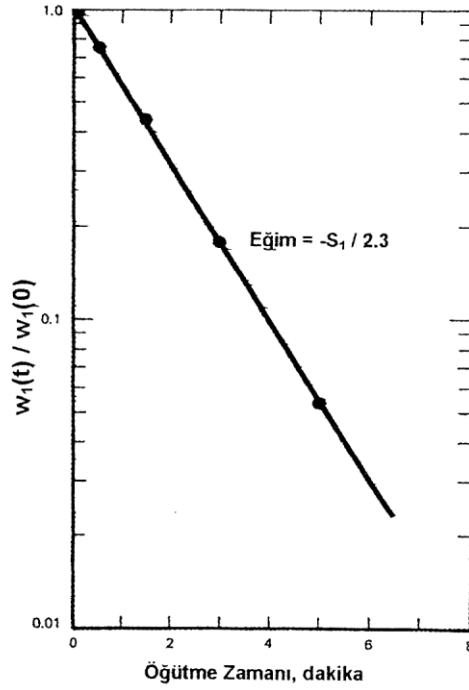
Burada S_1 özgül kırılma hızı olarak adlandırılır ve oransal olarak sabit ise ve zamanla değişmiyorsa,

$$w_1(t) = w_1(0) \exp(-S_1 t) \quad (2.4)$$

yani,

$$\log[w_1(t)] = \log[w_1(0)] - S_1 t / 2.3 \quad (2.5)$$

eşitliği elde edilir. Bu birinci derece öğütme kinetiği olarak bilinmektedir. Burada, $w_1(0)$ ve $w_1(t)$ öğütmenin başlangıcındaki ve t anındaki 1. boyut aralığında bulunan malzemenin yüzdesini; S_1 1. boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızını ve t ise zamanı göstermektedir. Şekil 2.2’de gösterildiği gibi.

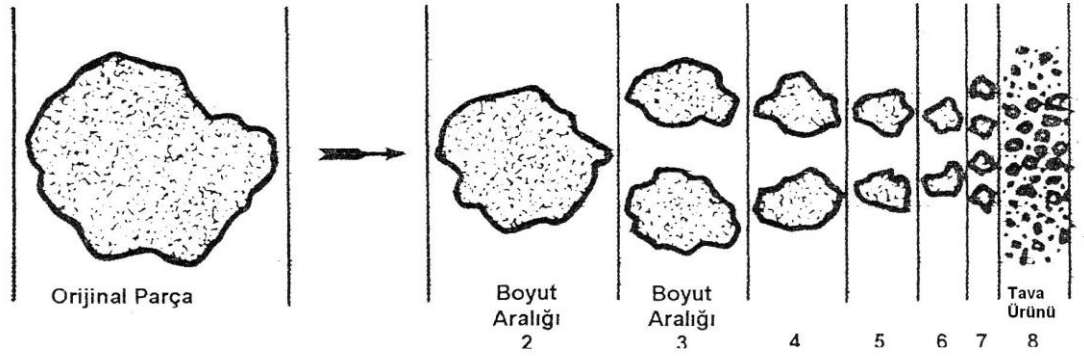


Şekil 2.2 Birinci Derece Kırılma Hızının Gösterimi

Değirnen koşulları veya malzemenin özelliklerinden dolayı bazı malzemeler için birinci derece öğütme kinetiğinden sapmalar olabilmektedir. Bunun iki nedeni olabilir. Birincisi, öğütme zamanı arttıkça değirnende biriken ince malzemelerin yastıklanma yaparak iri malzemelerin kırılmasını engellemesidir. genellikle ince kuru öğütmede ve viskozitesi yüksek yaş öğütmede görülmektedir, bu olaya orta metkisi denilmektedir. İkincisi ise, öğütülecek malzeme tane boyunun bilya çapından çok büyük olması durumunda normal olmayan kırılma bölgesinde oluşan sapmalardır. Bu durumda iri taneler bilyalar tarafından kavranamakta ve malzemenin bir miktarı nispeten daha zayıf, bir miktarı da daha dayanıklı gibi davranmaktadır [26,27,28].

Belirli bir tane boyutundaki malzeme kırıldığında Şekil 2.3’de gösterildiği gibi ürün olarak adlandırılan daha küçük tane boyutlarına parçalanır. Bu kırılmış malzemenin tane boyut dağılımını tanımlamada kullanılan fonksiyon, kırılma dağılım fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Taneler değirnen içerisinde ilk anda oluşan kırma kuvvetiyle parçalara ayrılırlar. Bu şekilde ilk kırma oluşur ve değirnen içerisinde parçalanmış tanelerin karışımından meydana gelen bir ürün oluşur. Kırılmış taneler kırılma yarımlarıyla karışacağından bu malzemenin yeniden öğütme işlemine girmeden tane boyut dağılımı belirlenebildiğinde bu birincil kırılma dağılım fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Buradaki birincil terim ürünün tek bir kırılma olayı ile üretildiği

anlamına gelmektedir. Bu terim sadece kırılmış parçaların yığın içerisine tekrar karışmadan önce oluşan kırılma olayları sonucu üretildiğini ifade etmektedir[26].

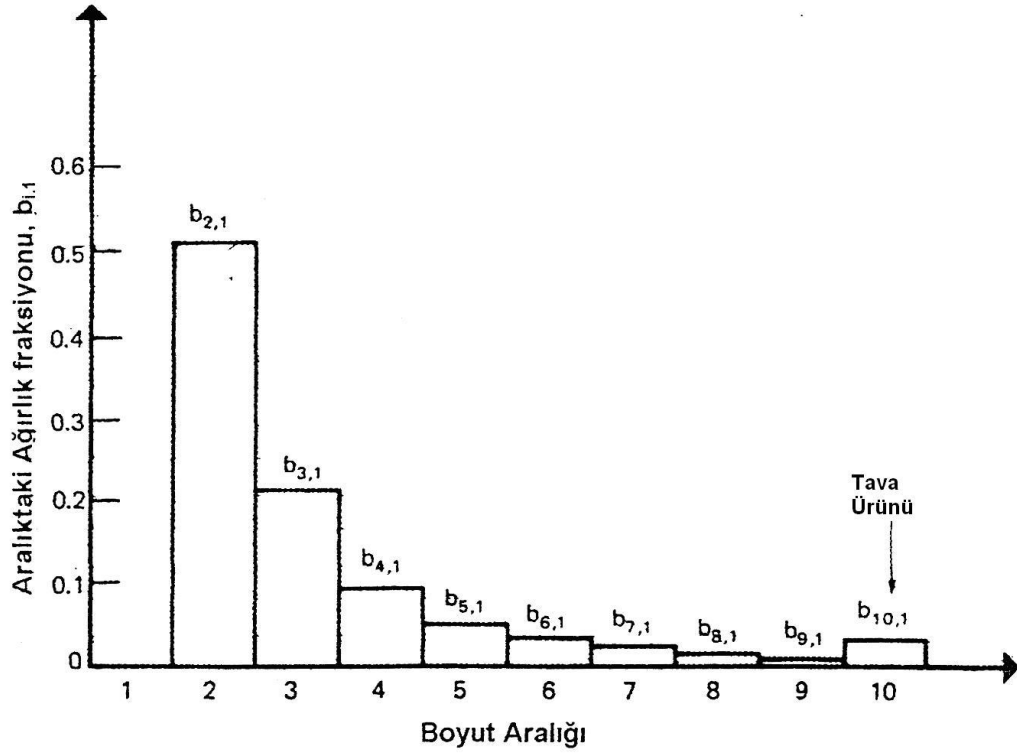


Şekil 2.3 Belirli Bir Boyuttaki Malzemenin Kırılarak Daha Alt Tane Boyutlarına Geçen Malzeme Fraksiyonunun Gösterimi.

Kırılma dağılım fonksiyonu iki ayrı sembole tanımlanmaktadır. Birincisi, 1. tane boyu aralığındaki malzemenin kırılması ile i tane boyu aralığında oluşan malzemenin ağırlıkça yüzdesinin $b_{i,1}$ şeklinde tanımlanmasıdır. Tüm tane boyut fraksiyonundaki malzemenin kırılmasını tanımlamak için j boyut aralığındaki malzeme kırıldığında elde edilen ürün içerisindeki i boyut aralığındaki malzemenin ağırlık fraksiyonu $b_{i,j}$ matrisi ile gösterilir. Malzemenin tamamı bütün boyutların toplamı eşit olduğundan,

$$\sum_{i=n}^{j+1} b_{i,j} = 1 \quad (2.6)$$

Toplamdaki n son elek altı olarak tanımlanır. Genel olarak $b_{i,j}$ matrisi, bütün boyutların kırılmasıyla oluşan i boyutlarının toplamıyla elde edilir[1]. Şekil 2.4’de birincil kırılma dağılım fonksiyonunun tipik bir grafiği gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Brincil Kırılma Dağılım Fonksiyonunun Bar Grafik Olarak Gösterimi

İkinci ise, 1. tane boyutu aralığındaki malzemenin kırılması ile i tane boyutu aralığına geçen malzemenin birikimli kütle fraksiyonunu ifade eden $B_{i,1}$ semboldür. İlgili tüm tane boyutu aralıklarını ifade edebilmek için $B_{i,j}$ matrisi kullanılmaktadır ve aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır.

$$B_{i,j} = b_{i,j} + b_{i-1,j} + \dots + b_{1,j} \quad (2.7)$$

Eğer $B_{i,j}$ biliniyorsa

$$b_{i,j} = B_{i,j} - B_{i+1,j} \quad (2.8)$$

$B_{i,j}$ değerleri, 0,5 veya 1 dakikaki gibi kısa süreli öğütme testleriyle elde edilirler.

Kesikli öğütmede tane boyutu ile ağırlık arasındaki kütle denkleğinin kurulmasında kullanılan tanımlar aşağıdaki şekilde sıralanabilir[26].

1. Kırılarak daha küçük tane boyutlarına giden j tane boyutundaki malzemenin kaybolma miktarı $= \sum w_j(t) W$
2. j tane boyutundaki malzemenin kırılmasıyla üretilen i tane boyutundaki malzeme miktarı $= b_{i,j} \sum w_j(t) W$

3. Daha küçük tane boyutlarına kırılan i tane boyutundaki malzemenin kaybolma miktarı $= S_i w_i(t) W$
4. Üretilen net i tane iriliğindeki malzeme miktarı, tüm daha büyük tane iriliğine sahip malzemelerden üretilen malzemelerin toplam miktarı ile kırılarak bu tane boylarından kaybolan malzeme miktarının farkına eşittir.

Simgesel olarak, bu nihai denge aşağıdaki şekilde gösterilir;

$$\frac{d[w_i(t)W]}{dt} = -S_i w_i(t)W + \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t)W \quad \text{veya}$$

$$\frac{dW_i(t)}{dt} = -S w_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ i > j}}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t), \quad n \geq i \geq j \geq 1 \quad (2.9)$$

Burada n elektoralığı sayısıdır.

Bu diferansiyel denklem mükemmel karışımı kesikli öğütme için tane iriliği ve ağırlığı denkleğinin temelini oluşturmaktadır. Burada öğütme işlemi n tane diferansiyel denklem ile tanımlanmaktadır. Genelde bu denklemler sayısal hesaplamayla çözülmektedir. Fakat, S değerleri öğütme zamanından bağımsız ise, bu eşitliklerin bilinen bir besleme tane boyutu dağılımından başlamak şartı ile analitik olarak çözümü mümkündür.

2.1.3 Mükemmel Karışım Modeli

Bağımsız olarak üretilmesine karşılık, mükemmel karışım modeli (Whiten, 1976) birinci derece hız kinetiğine oldukça benzerdir ve özel bir durumu olarak düşünülebilir [29]. Burada değirmende meydana gelen olayların değirmenin içerisindeki malzeme ile ilgili olduğunu kabul etmektedir. Birinci derece hız kinetiğindeki bir çok karışıklık karışımının göz önünde tutulmamasından kaynaklanmaktadır. Mükemmel karışım değirmenin bu karışıklıkları ortadan kaldırdığı varsayılakta ve standart bir kırılma fonksiyonu ile, kırılmanın değirmenden çıkan malzeme miktarına oranını gösteren ve bilyalı değirmenin performansını tanımlayan başka bir fonksiyon kullanılmaktadır.

Aynı malzeme dengesiyle başlarsak;

Besleme + Kırılarak bu boyuta geçen malzeme = Ürün + Kırılarak bu boyuttan çıkan taneler

Bununla beraber; Whiten kırıldıktan sonra aynı boyut fraksiyonunda kalabilen orijinal malzemenin bir bölümünün aynı boyut aralığında kalabileceği kabulünü yapmakta ve görünüm (appearance) fonksiyonu için a_j ve kırılma hızı için r_j teriminoljisi kullanmaktadır.

Değirmen mükemmel karışımı olduğundan değirmen içindeki boyut dağılımı ile ürün arasındaki ilişki her bir boyut fraksiyonu için tanımlanan boşalma hızı, d ile sağlanmaktadır. s ise öğütücü ortamın içeriğini göstermektedir.

$$p_i = d s_i \text{ veya } s_i = p_i / d \quad (2.10)$$

her boyut fraksiyonu etrafında ki denge eşitliği;

$$f_i + \sum_{j=1}^i a_{ij} r_j s_j = p_i + r_i s_i \quad (2.11)$$

$$f_i + \sum_{j=1}^i \left[\frac{a_{ij} r_j p_j}{d_j} \right] = p_i + \frac{r_i p_i}{d_i} \quad (2.12)$$

burada deşarj hızı, r_i/d bir seri gerçek besleme ve ürün ölçümlerinden her boyut fraksiyonu için hesaplanabilir.

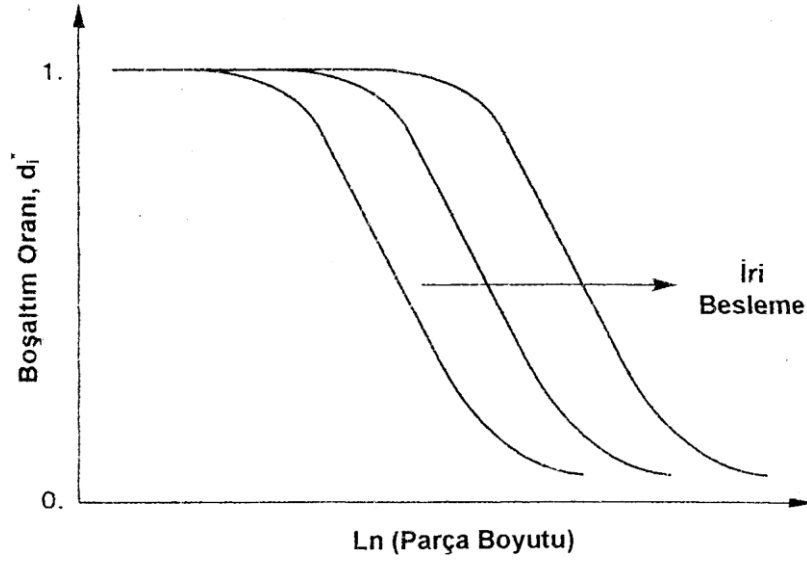
Kalış zamanındaki, d , değişimleri için temel bir düzeltme, d^* , değirmen hacmi ve hacimsel besleme oranına, Q dayanarak ölçeklendirilir.

$$d_i^* = \left(\frac{D^2 L}{4Q} \right) d_i \quad (2.13)$$

Burada, D ve L değirmenin çapı ve boyudur ve en iri boyuttan başlayarak (r/d^*) 'i hesaplamak çok basittir.

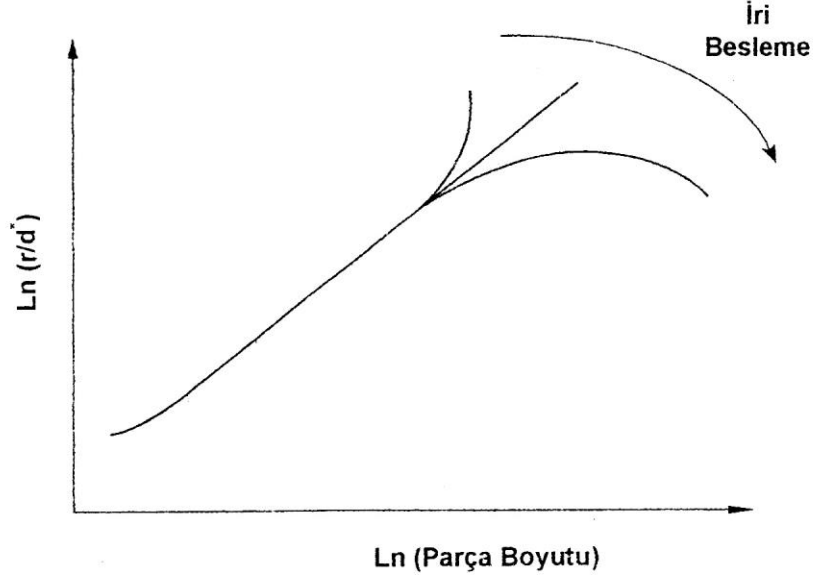
2.1.4 Çok Böl meli Model

Boşaltma içeri ğindeki -2 mm boyutlu mal ze menin çok az ol du ğu bilyalı de ğir menler için Mike mmel Karışım Modeli işlemindeki de ğişiklikleri çok iyi tanımlamaz. Pratikte Şekil 2.5 ve 2.6'da gösteril di ği gibi boşaltı moranı ve kırılma hızı eğrilerinin her ikisinde bilyalı de ğir men beslemesindeki artan iri mal ze ne miktarına ba ğlı oldukları bulunmuştur. Tahminin doğrulu ğunu artırmak için, Kavetsky ve Whiten (1982), de ğir men böl ümler arasında ileri geri karışma izi n veren bir seri mükemmel karışmış böl ümler olarak düşünmüşlerdir [30].



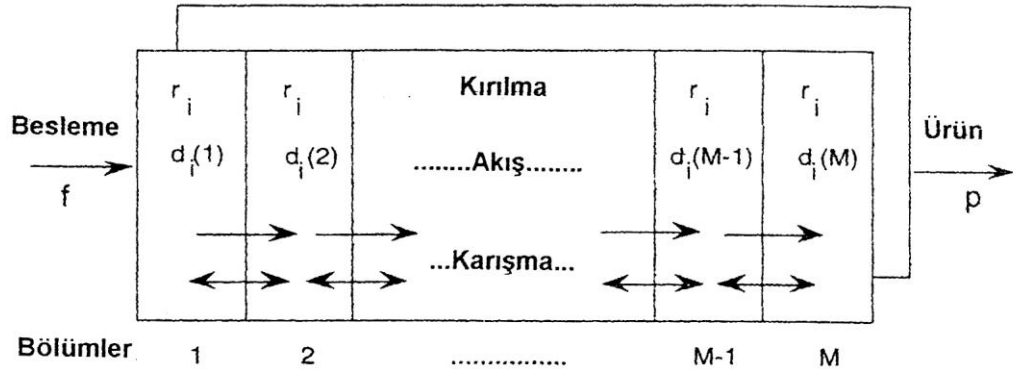
Şekil 2.5 İri Beslemenin Artmasıyla Çok Böl meli Modeldeki Boşaltım Oranının De ği şimi

Her dilimsabit kırılma hızını, r_i , kullanır. Ancak, boşaltma fonksiyonunun, d_i şekli sabit iken, sistematik olarak Şekil 2.5'te gösterdi ği gibi ölçeklenebilir.



Şekil 2.6 İri Beslemenin Artmasıyla Çok Bölmeli Modeldeki Kırılma Hızının Değişimi

Her bir bölümdeki içeriği göz önünde bulundurarak, besleme boyutuna bazı değişkenler eklenir; ki bunlar, besleme oranı ve boyutundaki değişikliklerle iri değer men boşaltımının makul, gerçekçi tahminlerini sağlar. Şekil 2.7, M değeri bölümler arasındaki karışım faktörü olarak ifade edilmiştir.



Şekil 2.7. Çok Bölmeli Model Yapısının Sistemi

2.2 Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Kırılma hızı ve dağılım fonksiyonlarının ntesisi ölçekli verilerle belirlenmeye çalışmak oldukça zahmetli bir işlemdir, çoğu zaman pek de mümkün olmaktadır[26]. Bunun nedeni, bu fonksiyonların değirmende kalış süresi ve değirmen ürününün tane

boyut dağılımının belirlenmesi zorunluluğundandır. Tesis bazında öğütme koşullarının sık sık değişmesi malzemelerin değirmende kalış süreleriyle ürünlerin tane boyut dağılımlarını değiştirir. Laboratuvar ölçekli çalışmalarda öğütme koşulları istenen değerlerde sabit tutulabilir ve değirmende kalış süresi ve ürün boyut dağılımı belirlene zorunluluğu da ortadan kalkmaktadır. Laboratuvar çalışmalarında elde edilen kırılma hız ve dağılım fonksiyonları daha güvenilir sonuçlar vermektedir. Bunların en büyük dezavantajları, bu sonuçları tesis bazına uydurabilirlik için ölçek büyütme çalışması gerektirirlerdir[26].

Kırılma hızı ve dağılım fonksiyonlarının deneysel olarak belirlenmesi üç grup altında toplanabilir.

- Tek tane boyut aralığında hazırlanan besleme malzemesinin zamanı karşı kesikli olarak öğütülmesiyle doğrudan belirlene yöntemi,
- Çok az sayıda kesikli öğütme deney sonuçlarından geriye doğru hesaplama yoluyla doğrudan olma belirlene yöntemi,
- Yukarıdaki her iki yöntemin bir arada kullanılmasıyla belirlene yöntemi,

İlk yöntem çok fazla deneysel çalışma gerektirmektedir ve oldukça zahmetli bir yöntemdir. İkinci yöntemde deneysel çalışmaya harcanan zaman azalmakta fakat sonuçların güvenilirliği birinci yöntem kadar olmamaktadır.

2.2.1 Doğrudan Belirlene Yöntemi

Doğrudan belirlene yöntemleri de kendi içerisinde üçe ayrılır.

- Tek tane fraksiyonunda hazırlanmış besleme malzemesinin kullanımı
- Tüm boyut fraksiyonunun besleme malzemesi olarak kullanılması fakat bir boyut fraksiyonun yerine:
 - Farklı bir kimyasal bileşime sahip malzemenin kullanılması (kalsit ortamının içerisine kuvars'ın yerleştirilmesi)
 - Radyoaktif izleyicinin kullanılması;
- Tüm boyut fraksiyonunun besleme malzemesi olarak kullanılması fakat içinden birkaç fraksiyonun eş zamanlı olarak sürekli nükleer aktivasyon analiz tekniği ile işaretlenmesi yöntemi ile belirlenmesi yöntemleridir.

Bu dört yöntemde doğrusal kırılma durumlarında sonuç vermektedir, fakat doğrusal olmayan durumlarda sadece 2a ve 3 no'lu yöntemler geçerli olmaktadır. Fakat deneyse güçlüklerden dolayı pek fazla kullanılmamaktadırlar.

2.2.1.1. Tek Tane Boyut Fraksiyonunda Hazırlanmış Besleme Malzemesinin Kullanım

Doğrudan kırılma hız değerlerinin belirlenmesi için bir dizi tektane boyut aralığında hazırlanan malzemenin değişen sürelerde kesikli olarak öğütülmesi ve her öğütme dilimi sonunda elek üstünde kalan miktarın belirlenmesinden ibarettir.

Malzeme uygun kırıcılar yardımıyla kırılarak kullanılacak değirmen ve şarj malzemesinin boyutuna bağlı olarak belirlenen tane boyutunda başlayarak $\sqrt{2}$ veya $\sqrt[4]{2}$ elek serilerinde tektane boyut aralıklarında besleme malzemesi olarak hazırlanır.

Hazırlanan tek tane boyut aralığındaki malzemenin yaklaşık olarak %90'ından fazlası bu boyut aralığında olmalıdır. Bu tek tane boyut aralığındaki malzemeler değirmende artan sürelerde öğütülürler. Değirmen küçük boyutta ise değirmendeki malzemenin tamamı boşaltılır ve elek analizi yapılır. Eğer değirmen boyutu büyük ise değirmendeki malzemeden uygun şekilde örnek alınarak elek analizi yapılır. Bu malzeme değirmene tekrar beslenerek öğütme ye devam edilir. Malzeme özellikleri dikate alınarak bir elek analizi yöntemi belirlenmelidir.

Kesikli öğütme deneylerinde sadece özgül kırılma hızı değerleri belirlenecekse sadece en üst tane boyutu aralığındaki malzeme miktarını belirlemek yeterli olmaktadır. Fakat genellikle kırılma dağılım fonksiyonlarında belirlenmesi gerektiğinden kısa öğütme süreleri sonunda bütün tane boyut aralıklarında elek analizi yapılmalıdır.

Öğütme süreleri yaklaşık olarak her bir öğütme periyodu sonunda en üst tane boyutu eleğinin üstünde kalan miktarı sırasıyla %80, %50, %10 ve %5'i oranlarında olacak şekilde seçilmelidir.

Belirlenen sürelerde öğütme deneyleri gerçekleştirildikten ve ürünü tane boyut dağılımı belirlendikten sonra, x ekseninin öğütme sürelerini ve y ekseninde en üst elek te kalan malzeme fraksiyonunun logaritması gösterdiği grafik çizilir. Eğer sonuçlar birinci derece öğütme kinetiğine uyuyorsa çizilen grafik bir doğru verecektir. Bu doğrunun

eğilimi o tane boyutunun kırılma hızını verir. Kırılma dağılımlarının hesaplanması biraz daha karmaşıktır ve aşağıda anlatılan yöntemlerle belirlenmektedir.

a) Austin ve Luckie Yöntemi [31]

Austin ve Luckie (1971/72a), tek tane boyut aralığında olan bir beslemenin birinci kırılmasından elde edilen tane boyu dağılımlarının belirlenmesi için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde eleme süresince malzemenin kırılmasından dolayı oluşan hatanın düzeltilmesi için bir eleme düzeltme faktörünün kullanımı gerekmektedir [31]. Bu durumda başlangıçta

1. tane boyut aralığındaki malzeme fraksiyonu,

$$w_1(0) = 1 - \delta$$

$w_2(0) = \delta$ dur. δ eleme hatası olarak kullanılmaktadır.

1. tane boyut aralığının dışına kırılan malzeme fraksiyonu ise;

$$= w_1(0) - w_1(t)$$

$$= 1 - \delta - w_1(t) = \Delta w$$

$$= P_2(t) - P_1(0)$$

2. tane boyut aralığına gelen malzeme fraksiyonu ise;

$$= w_2(t) - \delta$$

Böylece $b_{2,1}$ birinci tane boyut aralığından kırılarak, ikinci tane boyut aralığına gelen malzeme fraksiyonu olarak adlandırılabilir.

$$b_{2,1} = \frac{w_2(t) - \delta}{\Delta w}$$

2., 3., ..., n Tane boyut aralıklarından kırılmanın oluşmadığı varsayılarak

$$w_3(0) = w_3(0) = 0 \dots \dots = 0$$

$$b_{3,1} = \frac{w_3(t)}{\Delta w} \text{ vb}$$

$$b_{i,1} = \frac{w_i(t)}{\Delta w}$$

Kırılma dağılımını birikimli olarak gösterirsek

$$B_{1,1} = 1$$

$$B_{2,1} = 1$$

$$B_{3,1} = \frac{P_3(t)}{\Delta w}$$

Genel olarak

$$B_{i,1} = \frac{P_i(t)}{[P_2(t) - P_2(0)]} \text{ veya } \frac{P_1(t)}{1 - \delta - w_i(t)} \quad (2.14)$$

Yazılabılır. Bu yöntemi n dezavantajı kısa öğütme sürelerinde yapılan deneylerden elde edilen sonuçların doğru olarak belirlenmesinin zor olmasıdır [26, 31].

b) Austin ve Luckie Yöntemi III

Austin ve Luckie (1971/72a), yine tek tane boyut aralığındaki malzemenin birincil kırılmasından elde edilen tane boyu dağılımlarını kullanarak B değerlerinin belirlenmesi için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu yöntemde öğütme süresinin tekrar kırılma olmayacak şekilde sınırlı tutulması zorunluluğunu ortadan kaldırmıştır [31, 32].

Austin ve Luckie, Ş B_j'nin sadece i'nin bir fonksiyonu olduğunu varsaydıktan sonra kesikli öğütme denekleminin çözümünden B değerlerinin hesaplanabileceğini göstermişlerdir. Fiziksel olarak bu i boyutundan daha altlara kırılma hızı sadece i boyutundan daha büyük malzemelerin oransal miktarına bağlıdır.

Burada, i, i boyut aralığının ortalama boyutu değil aralığın üst boyutudur.

$$1 - P_i(t) = [1 - P_i(0)] \exp[-S B_{i,j} t], \quad j < i \quad (2.15)$$

Bunu herşeyden önce üst boyut fraksiyonundaki beslemenin kısa öğütme zamanı için uygularsak,

$$1 - P_1(t) \approx [1 - P_1(0)] \exp(-B_{1,1} S_1 t)$$

Zaman 0 olduğunda başlangıç dağılımının (1-δ) olduğunu farz edelim Böylece P₂(0) = δ'dir.

$$1 - P_2(t) = (1 - \delta) \exp(-S_1 t)$$

$$-S_1(t) = \ln[(1 - P_2(t))/(1 - \delta)]$$

$$-B_{i,1}S_1t \approx \ln[(1-P_i(t))/(1-P_i(0))]$$

$$B_{i,1} = \frac{\log[(1-P_i(0))/(1-P_i(t))]}{\log[(1-P_2(0))/(1-P_2(t))]} \quad i > 1 \quad (2.16)$$

1. tane boyu genel olarak j ile gösterilirse;

$$B_{i,j} = \frac{\log[(1-P_i(0))/(1-P_i(t))]}{\log[(1-P_{j+1}(0))/(1-P_{j+1}(t))]} \quad i \leq j \quad (2.17)$$

Austin ve Bhatia (1971/72) klinker için eşitlik 2.18'i kullanılarak açıklayıcı bir örnek vermişlerdir[33].

BII yöntemi özellikle bilyalı değirmenler için oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Çünkü Ş. B_j'nin i'nin bir fonksiyonu olduğuna dair yapılan varsayım genellikle geçerli olmaktadır. BI yöntemi çok kısa öğütme süreleri için oldukça iyi sonuçlar verirken, BII yöntemi başlangıç tane boyunun yaklaşık %30'unun kırıldığı öğütme süreleri için geçerli olmaktadır. Özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimini ifade eden denklemdeki α parametresi ile kırılma dağılım fonksiyonunun tane boyu ile değişimini ifade eden denklemdeki γ parametresi arasındaki fark ne kadar büyük ise yapılan varsayımın belirli bir öğütme derecesine uygulanabilirliği o kadar azalmaktadır. Bu yüzden daha doğru sonuçlar elde etmek için başlangıç malzemesinin %20'sinin kırıldığı öğütme sürelerinde B değerleri belirlenmelidir.

c) Kapur'un Modifiye Edilmiş GH Yöntemi

B değerlerinin belirlenmesi amacıyla kullanılan BI ve BII yöntemleri kısa öğütme süreleri için geçerli olmaktadır. Değirmen malzemesinin harekete geçirilmesi için belli bir süre gerekmektedir. Bu gecikmeden dolayı öğütme süresi gerçek değerinden düşük olmaktadır. Ayrıca kısa öğütme sürelerinin sonunda elde edilen türündeki ince malzeme miktarı az olmakta ve bunların tane boyut miktarlarının belirlenmesinde çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadır. Ayrıca literatürde birinci derece öğütme kinetiğine uymayan bir çok öğütme deneyleri gözlenmiştir. BI ve BII yöntemlerinin bu dezavantajlarından dolayı Kapur (1982) tekrar kırılma olması ve belirli öğütme sistemlerine uygulanması sınırlamasını ortadan kaldıran yeni bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemkesikli öğütme denkleminin çözümünün dayanmaktadır[34].

$$\ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i t + \frac{H_i}{2!} t^2 + \frac{J_i}{3!} + \dots \quad (2.18)$$

Burada R_i , i tane boyut aralığının alt sınırının üstünde kalan birikimli ele üstü ve G_i , $H_i, \dots$ ise polinom katsayılarıdır.

Polinomda ilk iki terimden sonraki terimler ihmal edilebilir miktardır. Bu durumda;

$$\ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i t + \frac{H_i}{2!} t^2 \quad (2.19)$$

olmaktadır.

Tek tane boyut aralığında olan besleme için

$$R_i(0) = 1, \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Ve böylece

$$G_1 = -S_1, \quad G_2 = -S_1 B_{1,1}$$

Buradan besleme tane boyunun birikimli kırılma fonksiyonu,

$$B_{i,1} = \frac{G_i}{G_1} \quad (2.20)$$

Eşitliğinden hesaplanmaktadır. $(1/t) \ln [R_i(t) / R_i(0)]$ terimin zamanı karşı grafiği çizildiğinde elde edilen doğruların y eksenini kestiği noktalar G_i , bu doğruların eğimini H^2 'yi vermektedir. Tek tane boyut aralığında besleme malzemesi için eğimler sıfırdır. Ayrıca Kapur (1982), BI ve BII yöntemlerinin özel bir durumu olan modifiye edilmiş Kapur-GH yöntemi nin sadece özel durumları olduğunu ileri sürmüştür [34].

2.2.1.2 Tüm Boyut Dağılımına Sahip Besleme Malzemesini Bir Fraksiyonu Yerine Farklı Bir Malzemenin Kullandığı Yöntemler

a) Farklı Kimyasal Bileşime Sahip Malzeme Kullanılması

Açık devrede sürekli yaş öğütme koşullarında, Kelsall (1965) tüm tane boyut dağılımına sahip kalsit örneğinin bir fraksiyonunun yerine kuvars kullanarak öğütme deneyleri yapılmış deney sonunda kalsit'i çözerek kuvars'ın tane boyut dağılımını belirlemiştir. Öğütmenin sürekli olması nedeniyle, değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonunu da kullanarak Reid çözümü ile öğütme eşitliğinden kırılma parametrelerini belirlemiştir. Kuvars'ın 590 mikron ve altı boyutları için deneysel olarak bulunan boyut dağılımlarıyla hesaplanmış boyut dağılımları arasında oldukça iyi uyum görülürken 833 mikron ve üstü boyutları için bu uyumda sapmalar

görülmektedir. Sonraki çalışmalardaki x boyutuna karşılık çizilen S değerinin 833 mikronunda bir maksimum yaptığı görülmüştür[26].

Bu yöntemin uygulanması sırasında, uygulamaları yapan kişiler tarafından bazı kabuller yapılması gerekmektedir. Kişiye bağlı kabullerin yapılmasında doğru olmayacağından dolayı da bu uygulamaya pek kullanılmamaktadır.

b) Radyoaktif İzleyici Kullanılması

1962 yılında Gardner ve Austin radyoaktif izleyici kullanılması tekniği ile kırılma fonksiyonlarını başarılı bir şekilde belirleyebilmişlerdir[19]. Bu çalışmada ısıtılmış farklı boyut fraksiyonundaki malzemeleri Hardgrove makinesinde kesikli olarak öğütmişlerdir. Bu yöntemde belirli periyotlarda değirmen çıkışından örnek olmak suretiyle numunenin kırılma fonksiyonları belirlenmiştir. Çok deneysel çalışmaya gerektirmesi ve değirmen koşullarındaki değişimlerden dolayı değerlerin sabit koşullarda belirlenmesini engellemesi yöntemin dezavantajı olarak gösterilebilir. Gardner ve Sukanjanajtee (1972), sürekli sistemlerde değirmende kalış süresi dağılımını belirlemek amacıyla bu yöntemi kullanmışlardır[35].

Son çalışmalar, radyoaktif izleyici kullanılarak kırılma parametrelerinin ve değirmende kalış süresi dağılımının belirlenmesi uygulamasının daha çok yayılacağı sonucunu göstermektedir[26].

2.2.1.3 Nükleer Aktivasyon Analiz Tekniği

Snow ve Melloy (1972), belirli ve farklı dalga boylarında gamma ışının enerjisi piklerini oluşturan ve diğerlerinin ayırt edici piklerini etkilememek için yeterli derecede alçak seviyede sesi bulunan etiketler tespit etmişlerdir. Bir kesikli öğütme testinde aynı anda 6 besleme boyut fraksiyonunun incelenmesini sağlayan 6 malzeme listelenmişlerdir.

Radyoaktif izleyiciler için tarif edilen yöntem benzer kırılma fonksiyonları bulmuşlardır. Bu metodun olağanüstü güvenlik önlemleri gerektirmesi nedeniyle yaygın bir şekilde kullanılması pek mümkün değildir ve Snow ve Melloy'un dışında başkaları tarafından uygulandığına dair bir kanıt yoktur ve bu yöntem dayalı kırılma fonksiyonu verisi bulunmamaktadır.

2.2.2. Doğrudan Olmayan Belirleme Yöntemi (Geri Hesaplama)

İki ana grup altında geri hesaplama yöntemi tanımlanabilir. Bunlar doğrudan tahmin ve dene-yanılma veya optimizasyon olarak gruplanabilir. Bu iki grupta kırılma hız ve dağılım fonksiyonlarının birlikte veya ayrı ayrı kullanılarak hesaplama yapılmasına göre alt gruplara ayrılabilir. Geriye doğru hesaplama yöntemlerinin, elde edilen bütün verileri kullanılması, sınırlı sayıda veriyle de kullanılarak deneysel çalışma zamanını azaltması, tesis bazında sürekli verilere de uygulanabilirliği en büyük avantajları olarak gösterilebilir. En büyük dezavantajı ise verileri önerilen model varsayımlarına uymaya zorlanması ve bazı varsayımlar doğru olmadığında sonuçlara ulaşmanın güçleşmesidir [26].

2.2.2.1. Doğrudan Tahmin Yöntemiyle S ve B Değerlerini Belirlenmesi

a) S ve B Fonksiyonlarının Birlikte Belirlenmesi

Herbst ve Fuerstenau (1968) kırılma dağılım fonksiyonunun normalize olduğunu varsayarak ve Reid çözümlerine benzer bir kesikli öğütme eşitliği kullanılarak, tektane boyut aralığındaki besleme malzemeleri için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bunun üzerine aşağıdaki eşitliği göstermişlerdir [10, 26].

$$S_j B_{i,j} \approx F_i = \frac{d}{dt} [M_i(t)] \quad (2.21)$$

$M(t)$, aynı zamanda farklı literatürde $w(t)$ olarak tasvir edilir, zamana karşı grafiği çizildiğinde, elde edilen doğrunun başlangıç eğimi bize her bir tane boyut aralığındaki F_i değerlerini verir. F_i , belirli boyutta daha incelerin üretimi için sıfırıncı derece hız sabiti olarak adlandırılır.

1. tane boyutu aralığındaki malzeme için x ekseninin zamanı, logaritmik y ekseninin de belirli öğütme süreleri sonunda 1. tane boyutu aralığının elek üstünde kalan miktarını, $w(t)$, gösterdiği grafik çizgisinden elde edilen doğrunun eğimi en iri fraksiyonun kırılma hızını, S_1 , verir. Daha sonra aşağıdaki eşitlik yardımıyla S_j değeri belirlenir.

$$S_j = S_1 \left(\frac{\sqrt{x_j x_{j+1}}}{\sqrt{x_1 x_2}} \right)^\alpha \quad (2.22)$$

α değeri F_i değerlerinin tane boyutuna karşı logaritmik olarak çizilen grafiğin eğiminden ve S_1 ise en üst tane boyutunun $M(t)$ değerlerinin zamanına karşı yarı logaritmik olarak çizilen grafiğin eğiminden belirlenmektedir. Böylece

$$B_{i,j} = \frac{F_i}{S_j} \quad (2.23)$$

Eşitliğinden birincil kırılma dağılım fonksiyonları hesaplanmaktadır.

Daha sonraki çalışmalar yöntemin her zaman doğru olduğunu göstermiştir. Fakat bu yöntem kırılma dağılım fonksiyonunun belirlenmesi için çok fazla deneysel çalışmaya gerektirmediği ilk yöntemdir [5, 8].

b) S ve B fonksiyonlarının Ayrı Ayrı Belirlenmesi

Austin ve Luckie (1971/72a), BII yöntemi olarak adlandırılan ve özgül kırılma hızının kabaca belirlenmiş değerlerinin bilinmesini gerektiren yöntemi geliştirmişlerdir [31].

Yöntemin temeli bilinen S değerlerini kullanılarak B değerlerini geriye doğru hesaplamaktır. Fakat hesaplama işlemi ilk iki tane boyut aralığından sonra oldukça uzamakta ve bilgisayar programına ihtiyaç göstermektedir.

1. tane boyut aralığı için i tane boyutundan küçük boyutlardaki malzeme oranı,

$$\begin{aligned} &= B_{i,1} [w(0) - w(t)] \quad i \geq 1 \text{ için} \\ &= B_{i,1} \Delta w \end{aligned} \quad (2.24)$$

2. tane boyut aralığı için i tane boyutundan küçük boyutlardaki malzeme oranı,

$$\begin{aligned} &B_{i,2} \int_0^t S_2 w_2(t) dt \\ &= B_{i,2} \Delta_2 \quad i > 2 \text{ için} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Burada Δ_2

$$\Delta_2 = \frac{w_2(t) - w_2(0)(1-A)^r}{A + (1-A)^r - 1} [1 - (1-A)^r r A] + [1 - (1-A)^r w_2(0)] \quad (2.26)$$

$$A = \frac{\Delta w}{w_1(0)} \quad (2.27)$$

$$r = S_2 / t \ln[1/(1 - \Delta w / w_1(0))] \quad (2.28)$$

eşitlikleri hesaplanabilir.

Benzer şekilde Reid çözümü üçüncü ve daha üst tane boyut aralıklarına uygulanarak bu matematiksel olarak kontrol edilemez hale gelmektedir. Bu yüzden basit doğrusal ortalama hız kullanılmaktadır. Aslında j malzemesinin kırılmasıyla i boyutundan daha alt boyutlara geçen oransal miktar;

$$\approx \frac{1}{2} B_{i,j} S_j t [w_j(0) + w_j(t)] \quad i > j \geq 3 \text{ için}$$

Öğütne esnasında üretilen 3. boyut aralığının üst boyutunun altına düşen oransal miktar 1 ve 2 boyut aralıklarından katılımlı toplamdır. Bu nedenle;

$$P_3(t) - P_3(0) = B_{3,1} \Delta w + \Delta_2$$

veya

$$B_{3,1} = [P_3(t) - P_3(0) - \Delta_2] / \Delta w \quad (2.29)$$

Benzer şekilde,

$$P_4(t) - P_4(0) \approx B_{4,1} \Delta w + B_{4,2} \Delta_2 + S_3 t [w_3(0) + w_3(t)] / 2$$

Eğer b normalize edilebilir ise, $B_{i,j} = B_{-j,i}$ 'dır. Eğer normalize edilemezse, kısa öğütne sürelerinde tek boyut fraksiyon yönteminin yaklaşımı için kullanılabilir. Çünkü $P_4(t)$ değeri $B_{4,1}$ tarafından etkin olunur ve $B_{4,2} = B_{3,1}$ 'deki hata göz ardı edilir.

$$B_{4,1} \approx \frac{P_i(t) - P_i(0)}{\Delta w} - B_{3,1} \frac{\Delta_2}{\Delta w} - \frac{S_3 t [w_3(0) + w_3(t)]}{2 \Delta w} \quad (2.30)$$

Burada $B_{3,1}$ Eşitlik 2.30'dan elde edilir. Genel de,

$$B_{i,1} \approx \frac{P_i(t) - P_i(0)}{\Delta w} - B_{i-1,1} \frac{\Delta_2}{\Delta w} - \sum_{k=i-1}^3 \frac{B_{i-k+1,1} S_k t [w_k(0) + w_k(t)]}{2 \Delta w} \quad (2.31)$$

Burada çözümü $i = 4$ ten başlatılır.

2.2.2.2 Optimizeasyon Yöntemleri

a) S ve B Fonksiyonlarının Birlikte Belirlenmesi

1976 yılında Cutting tek bir geçiş fonksiyonunda birleştirilmiş kırılma hız ve dağılım parametre değerlerini kullandığı bir optimizeasyon tekniğinin örneğini vermiş ve bunu kesikli olarak çubuklu değirmende yaş olarak öğütülen kırılmış curufa uygulamıştır. Geçiş fonksiyonu basit matris bir gibi ifade edilebilir ve fonksiyonun şekli düzenli olarak bölünmüş zaman aralıklarında ürün boyut dağılımlarında oluşacak değişimleri göz önünde bulunduracak şekilde seçilmiştir [36].

Hataların normal olarak dağıtıldığını kabul eden en küçük kareler yöntemini birleştiren bir minimizeasyon fonksiyonu ölçülen ile hesaplanan sonuçların birbiri ile karşılaştırılmasını sağlamaktadır. Çok fazla sayıda deneme yapılma işlemi gerektirdiğinden pek fazla rağbet görmüştür.

b) Reid Çözümü Kullanılarak S ve B Fonksiyonlarının Ayrı Ayrı Belirlenmesi

Klimpel ve Austin (1970, 1977), parametre değerlerindeki sapmalara duyarlı analizleri içeren laboratuvar çaplı kesikli öğütme deney verilerinin kullanıldığı bir yöntem geliştirmişlerdir. Kesikli öğütme eşitliklerinin çözümünde kullanılan S ve B fonksiyonlarının hatalı olması durumunda bile deneysel olarak bulunan tane boyut dağılımları ileri doğru hesaplama ile, ölçülen ile hesaplanan değerler arasında iyi bir uyum verebilmektedir [25]. Oysa geriye doğru hesaplama yönteminde ölçülen ürün tane boyut dağılımlarındaki küçük hatalar, S ve B değerlerinde büyük hatalara neden olabilir. Eğer zamana karşılık yapılan öğütme testlerinden elde edilen sonuçlar birinci derece öğütme kinetiğine uymazsa bile sonuçların buna uyduğunu varsayarak ileri doğru hesaplama yöntemiyle oldukça iyi sonuçlar elde edilebilir, fakat geriye doğru hesaplama yöntemiyle aynı başarı elde edilemez [26].

Sonuç olarak Klimpel ve Austin yöntemlerinde parametre sayısının azaltılması için S ve B'nin tane boyutuna ilişkin fonksiyonlarında bazı basitleştirici varsayımlar yapılmıştır. Bunlar;

$$S_i = a_T \left[\frac{x_i}{x_1} \right]^\alpha \quad n \geq i \geq 1 \quad (2.32)$$

Ve eğer S değerlerinden biri maksimuma ulaşıyorsa,

$$S_i = a_T \left[\frac{x_i}{x_1} \right]^\alpha \frac{1}{1 + \left[\frac{x_i}{\mu} \right]^\Lambda} \quad (2.33)$$

$$B_{i,1} = \Phi_1 \left[\frac{x_{i-1}}{x_1} \right]^\gamma + (1 - \Phi_1) \left[\frac{x_{i-1}}{x_1} \right]^\beta \quad (2.34)$$

Ve eğer B değerleri normalize edilebilir değilse,

$$B_{i,j} = \Phi_1 \left[\frac{x_{i-1}}{x_j} \right]^\gamma + (1 - \Phi_j) \left[\frac{x_{i-1}}{x_j} \right]^\beta \quad \Phi_j = \Phi_1 \left[\frac{x_j}{x_1} \right]^{-\delta} \quad (2.35)$$

Fonksiyonları kullanılır.

Kırılma parametrelerinin tane boyu ile değişimini gösteren fonksiyonlar ve Reid çözümü kullanılarak hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları arasındaki farkların kareleri toplamını minimum olacak şekilde parametre değerleri belirlenebilir[26].

2.2.3 Doğrudan ve Doğrudan Olmayan Hesaplama Yöntemleri Bir Arada Kullanılmasıyla Belirleme Yöntemi

Gardner ve Sukanjanatee (1972), kırılma fonksiyonlarının belirlenmesinde doğrudan ve doğrudan olmayan yöntemlerin bir arada kullanılabileceği bir yöntem önermişlerdir[35].

Bu yöntemde belirli bir boyut dağılımı içeren değirmen beslemesinin en üst boyutu radyoaktif izleyici ile işaretlenir. Numune en üst tane boyutunun yaklaşık %10'unu öğütecek şekilde belirli bir süre öğütücü ortamda bekletilir. Daha sonra dağılım fonksiyonunun $B_{i,1}$ belirlenmesinde kullanılmak üzere izli malzemenin boyut dağılımı belirlenir.

Yukarıda kullanılan malzeme ile aynı tane boyut dağılımına sahip besleme malzemesi hazırlanır. Fakat bu kez 5'nci boyut aralığı radyoaktif izleyici ile işaretlenir. Malzeme artan zaman aralıklarında öğütülür. Ürün tane boyut ve izli tane boyut dağılımları belirlenir. B değerlerinin normalize yani başlangıç boyutundan bağımsız olduğu varsayılarak geriye doğru hesaplama yöntemiyle S değerleri belirlenir. İşlem 9'ncü boyut aralığı içi tekrarlanır.

Bu yöntemde, deneysel çaba oldukça azalır, geri hesaplama sadece sınırlı sayıda boyut aralıklarına uygulandığından sonuçların doğruluk derecesi yüksektir. Üstelik izleyici yöntemi 4. ve 9. aralıklar vb. için geri hesaplanmış değerlerde kontrol etmek yeterlidir.

Moreira ve arkadaşları (1972), Reid çözümü kullanarak bir bilyalı değirmende hematit cevherinin ufalanması için sistemin uygulamasını vermişlerdir ve kırılma faksiyonunun değerlendirilmesinde doğal olan birleştirme hatalarını değerlendirerek için Monte Carlo yöntemini kullanmışlardır[37].

2.3. Kırılma Hızı ve Dağılım Parametrelerinin Tasarım ve İşletme Şartlarıyla Değişimi

2.3.1. Kırılma Hızı Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleriyle Değişimi

2.3.1.1. Kırılma Hızının Tane Boyutu ile Değişimi

Yapılan araştırmalar göstermiştir ki, tek bir çaptan oluşan bilyaların öğütücü ortam olarak kullanılmasıyla özgül kırılma hızıyla tane boyutu arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir;

$$S_1 = a_T (x/x_0)^\alpha \quad x \ll d \quad (2.36)$$

Burada a_T değirmen koşullarına bağlı bir parametreyken α malzemeden malzemeye değişiklik gösteren karakteristik bir parametredir. x ve d sırasıyla tane boyutu ve bilyaçaplarıdır, x_0 ise 1000 mikrondur. Çatlak teorisine göre tanelerin boyutları küçüldükçe dayanımları artmaktadır. Çünkü büyük boyutlarda görülen Griffith çatlakları tane boyutu küçüldükçe ortadan kalkmaktadır. Bununla birlikte, geometrik etki nedeniyle, iri tanelere oranla küçük tanelerin bilyalar tarafından kavranmaları zor olmaktadır. Böylece tane boyutu küçüldükçe kırılma olayı zorlaşmaktadır. İri tane boyutunda malzeme başlangıçta hızlı daha sonra yavaşlayan bir hızda birinci derece öğütme kinetiğinden sapmaktadır. Öğütmenin başlangıcındaki özgül kırılma hızı tane boyutu ile artarken belirli bir tane boyutundan sonra yavaşlamaya başlar. Bunun iki nedeni olabilir. Tane boyutu bilyalara oranla iri olup bilyalar tarafından sıkıştırılmaları güçleşir. Oluşan inceler yastıklama etkisi yaparak iri boyutların kırılmasını engeller. Birinci derece öğütme kinetiğine uyan ince malzemelerin kırılması normal kırılma birinci derece öğütme kinetiğine

uyumayan kırılma ise normal olmayan kırılma bölgesi olarak adlandırılmaktadır. Normal olmayan kırılma bölgesinde malzemenin %95'ini kırma için gerekli zaman ortalama etkin özgül kırılma hızı olarak adlandırılmaktadır. Tane boyutunun büyümesiyle bilyaların sahip olduğu enerjinin tanelerin verimli bir şekilde kırılmasına yetmesiyle özgül kırılma hızının düşmeye başlaması öğütmede doğrudan verimsizlik olarak adlandırılır. Bilyaların aktarma enerjisi ile etkin bir şekilde kırılmayan taneler öğütme için büyük kabul edilirler. Bununla birlikte büyük taneler arzu edilen ürün kalitesinde ve miktarında azalmaya sebep olarak çekme ve aşındırma ile ince ürün oluşturabilirler.

Özgül kırılma hızının belirli bir tane boyutu değerinden sonra düşmeye başladığını ifade etmek için, özgül kırılma hızı ile tane boyutu arasındaki ilişkiyi ifade eden eşitlik q düzeltme faktörü ile çarpmak gerekmektedir.

$$S_1 = a_T x^a Q \quad (2.37)$$

Q ince taneler için 1 değerini alırken, tane boyutu büyüdükçe bu değer küçülmeaktadır. Q 'nin aşağıdaki duruma uyduğu bulunmuştur.

$$Q_i = \frac{1}{1 + (x_i / \mu)^\Lambda} \quad \Lambda \geq 0 \quad (2.38)$$

Burada μ düzeltme faktörünün 0,5 olduğu tane boyutu olup öğütme şartlarıyla değişmektedir. Λ ise tane boyutunun büyümesiyle kırılma hızının azalmasını gösteren pozitif değere sahip bir parametredir. Λ değerinin büyümesiyle kırılma hızı değeri düşmektedir. Λ malzeme özellikleri, μ ise değirmen işletme koşullarıyla değişen parametrelerdir.

Özgül kırılma hızının maksimum olduğu tane boyutu malzeme özellikleri ile değişir. Malzeme sertliği azaldıkça, özgül kırılma hızının maksimum olduğu tane boyutu değeri büyür [1, 5, 8, 26].

2.3.1.2 Kırılma Hızının Değirmen Dönüş Hızı ile Değişimi

Değirmeni döndürmek için gereken net güç, kritik hız fraksiyonu ile artmakta belirli bir kritik hız fraksiyonundan sonra artmakta belirli bir kritik hız fraksiyonundan sonra azalmaya başlamaktadır. Normal olarak özgül kırılma hızı da dönüş hızına bağlı olarak motor gücünün değişimine benzer olarak değişecektir. Net güç değerinde ulaşılan en büyük değer, değirmen çapına, astar türüne, bilya çapının

değirmen çapına oranına ve bilya ile malzeme doldurma oranlarına bağlı olarak değişmektedir. Genelde bilya doldurma oranının, J, %40 olduğu büyük ölçekli değirmenlerde kritik hızın %70-75'inde, diğer koşullarda kritik hızın %70-85'inde maksimum güç tüketim değerine ulaşılmaktadır. Maksimum güç tüketiminin sağlandığı değirmen dönüş sınır değerleri arasında özgül kırılma hızı değirmen dönüş hızı ile çok az değişmektedir. Araştırmalar sonucunda normal kırılma koşullarında, değirmen dönüş hızı ile özgül kırılma hız değerlerinin değişiminin aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebileceği bulunmuştur.

$$m_p, S_i \propto (\Phi_c - 0.1) \left(\frac{1}{1 + \exp[15.7(\Phi_c - 0.94)]} \right), \quad 0.4 < \Phi < 0.9 \quad (2.39)$$

Burada m_p , motor gücü Φ_c , kritik hızdır.

2.3.1.3 Kırılma Hızının Değirmen Geometrisi ile Değişimi

- **Değirmen çapı ile değişim:** Málghan ve Fuerstenau (1976), Austin ve arkadaşları (1982), aynı doldurma oranlarında kırılma hızının değirmen çapıyla değişimini aşağıdaki eşitlikle ifade etmişlerdir.

$$S_i \propto D^f \quad (2.40)$$

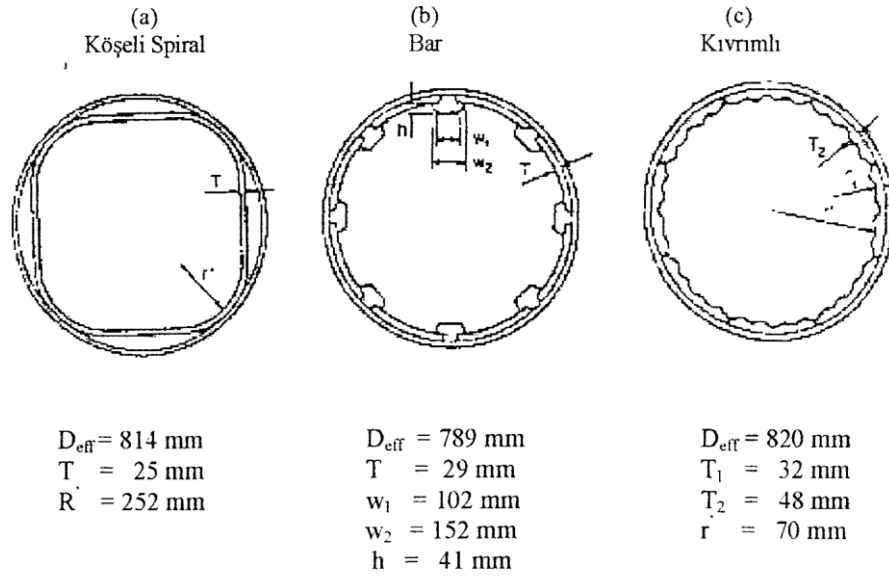
Burada D değirmen çapıdır. Değirmen çapının 3,81 m'den küçük olması durumunda n değeri yaklaşık olarak 0,5, büyük olması durumunda ise yaklaşık olarak 0,3 olmaktadır.

- **Değirmen boyu ile değişim:** Sürekli işletme koşullarında, değirmen boyunca kırılma hız değerlerinin önemli bir ölçüde değişmediği görülmektedir.
- **Astar şekli ile değişim:** Farklı astar şekline sahip değirmenlerde bilya ve malzeme hareket mekanizması tam olarak anlaşılmadığı için astar tipleri ile kırılma hızının değişimi arasındaki ilişkiye açıklık getirilememiştir. Ancak besleme bölgesinde iri bilyaların boşaltma kısmında küçük çapta bilyaların toplanmasını sağlayan astar tiplerinde kırılma hızının daha yüksek olduğu bilinmektedir[5].

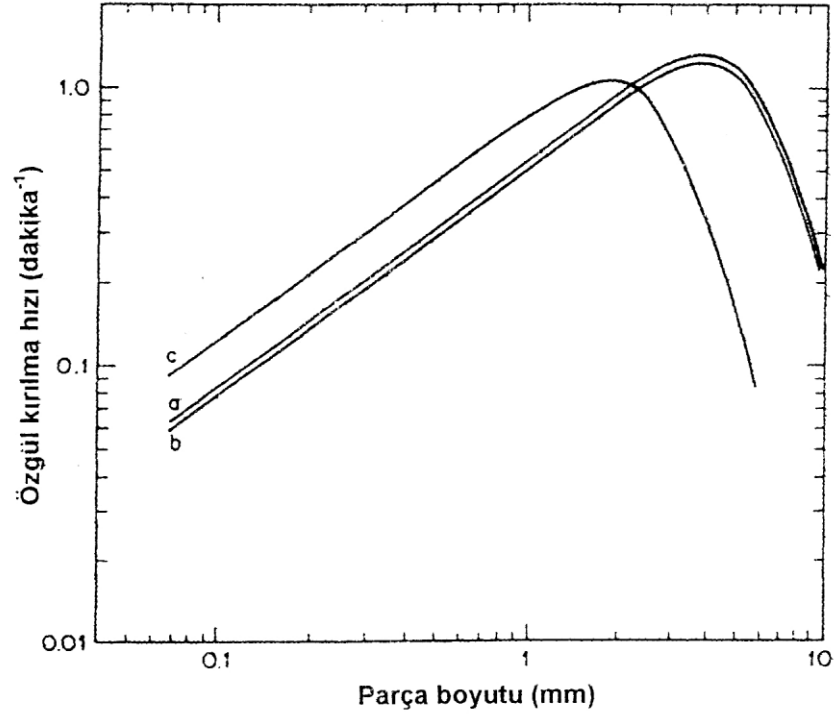
Rogers ve arkadaşları (1982) tarafından yapılan bir çalışmada, aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi üç farklı astar şekli kuvarsın yaşı olarak öğütülmesi için bir laboratuvar ölçekli bilyalı değirmene uygulanmıştır. Öğütme şartları her üç astar

tipi için sabit tutulmuştur. Burada bilya doldurma oranı, J , 0,2 malzeme doldurma oranı, U 1,0 ve kritik hız, $N_{0,7}$ olarak bulunmuştur[38].

Astar tiplerinin özgül kırılma hızlarına olan etkileri Şekil 2.9'da verilmiştir. Burada beklendiği gibi c astar tipi küçük parça boyutları için en yüksek kırılma hızı değerini verirken daha büyük parça boyutları için en düşük kırılma hızı değerlerini vermiştir. Fakat şaşırtıcı olarak a ve b astar tipleri de aynı sonuçları vermiştir. Bunun nedeni Rogers ve arkadaşlarına göre her iki astar tipindeki bilya hareket şeklinin birbirinin aynısı olmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.8 0.91 m Çapında 1.52 m Boyunda Bir Bilyalı Değirmende Kullanılan Üç Farklı Astar Tipi



Şekil 2.9. Üç Astar Tipi İçin Parça Boyutuna Karşılık Özgül Kırılma Hızları

2.3.1.4 Kırılma Hızının Öğütücü Ortam ile Değişimi

▪ **Bilya çapı ile değişim :** Değirnenin birim hacmi ndeki bilya sayısı $1/d^3$ ile orantılı olarak arttığından, birim zamanda bilya-bilya çarpışma hızı bilya çapının küçülmesi ile artar. Böylece ince tane boyutundaki malzenenin, küçük çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi durumunda kırılma hızı daha yüksek bir değere sahip olmaktadır. Austin ve arkadaşlarının (1982) yaptıkları çalışmalar. Sonucunda değirnen koşullarına bağlı parametre, a , ile bilya çapı, d , arasında aşağıdaki ilişki aşağıda verilmiştir[39].

$$a \propto 1/d^{\xi_2} \quad (2.41)$$

Austin ve arkadaşları (1976), ξ_2 değerinin yaklaşık 1 olduğunu, Kelsall ve arkadaşları (1967/68) ise yaş öğütme esnasında ξ_2 değerinin yaklaşık olarak 1,5 olduğunu göstermişlerdir[34, 38].

İri tane boyutundaki malzemelerin büyük bilya çapları ile daha verimli öğütülükleri bilinen bir gerçektir. Bilya çapı büyüdükçe iri tane boyutundaki malzenenin öğütülme verimi artmaktadır. Bu ilişkiyi şekilde ifade etmek mümkündür.

$$x_m \propto d^2 \quad (2.42)$$

Burada x_m kırılma hızının maksimum olduğu noktadaki tane boyutu ve disperse bilya çapıdır. A ve x_m malzeme ve değirmen işletme koşullarına bağlı değişkenlerdir. A değeri malzeme sertliği ile çok fazla değişirken, x_m değeri pek fazla değişmemektedir. x_m değeri iri tanelerin dayanımının yanında, tanelerin bilyalar arasında tutulma geometrisine bağlıdır. Aslında bu değer, malzeme özellikleri ile fazla değişkilğe uğramaz.

Farklı çaplarda bilyalardan oluşan bilya yükü için normal kırılma bölgesinde, her bir çaptaki bilyanın özgül kırılma hızı aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilmektedir.

$$\bar{S}_i = \sum_k S_{i,k} M_k \quad (2.43)$$

Burada S_i i tane boyut aralığındaki malzemeyi farklı çaplarda bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi ile elde edilen ortalama özgül kırılma hızı, $S_{i,k}$ i tane boyut aralığındaki malzemeyi k çapından oluşan bilyalarla öğütülmesi ile elde edilen özgül kırılma hızı ve M_k ise k çapındaki bilyaların ağırlık yüzdesidir.

▪ **Bilya yoğunluğu ile değişim:** Seebach (1969), kuru öğütme koşullarında çimento klinkeri üzerinde yaptığı çalışmalarda bilya yoğunluğu ile kırılma hızı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuştur. Değirmenin çektiği güç de bilya yoğunluğu ile doğrudan orantılıdır. Yoğunluğu düşük bilyalardan oluşan öğütücü ortama gerçekleştirilen öğütme koşullarında değirmenin çektiği güç düşmekte ve kapasite azalmaktadır. Bununla beraber, Austin ve arkadaşları (1982) ise yaptıkları çalışmalar sonucunda ilişkiyi tamolarak doğrusal olduğunu gözlemlemişlerdir. Bu nedenle her farklı bilya malzemesi için özgül kırılma hızı deneysel olarak belirlenmelidir[26].

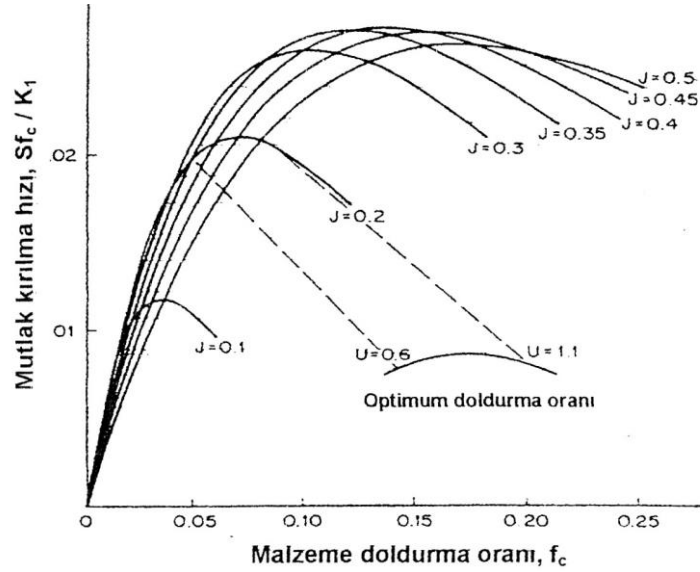
▪ **Bilya sertliği ile değişim:** Rose ve Sullivan (1958), belirli bir değerin üzerinde olmak koşuluyla bilya sertliğinin değirmen kapasitesi üzerinde etkili olduğunu göstermişlerdir.

2.3.1.5 Kırılma Hızının Bilya ve Malzeme Dolurma Oranı ile Değişimi

Kırılma hızı değerleri doğrudan değirmenin malzemeyi kırma kabiliyetine endeksli dir. Bununla birlikte yapılacak testler malzeme dolurma oranının f_c değişimiyle değerlendirilecekse, işleme tabi tutulan malzeme miktarının bilinmesi yararlı olacaktır. Böylece mutlak kırılma hızının S_W veya S_{f_c} ile karşılaştırılması yararlı olacaktır.

f_c 'nin bir mizanında ve bir midedir malzeme hacminde kırılan malzemenin hacmi olarak tanımlanmasının fiziksel bir anlamı vardır. Az malzeme doldurulması durumunda enerjinin büyük bir kısmı bilyaların çarpması ile harcanmakta ve böylece Sf_c düşmektedir. Değirmen tarafından çekilen güç malzemenin az veya çok olmasıyla hemen hemen değişmemektedir. Böylece azalan Sf_c değeri, öğütmenin enerji kullanımı açısından verimsizliğini göstermektedir. Malzeme dolurma oranının düşmesi ile α değeri düşmekte malzemenin öğütülebilirliği artmakta, böylece çok miktarda ince malzeme oluşmaktadır. Malzeme ile bilya dolurma miktarları arasındaki oran U ($U = f_c/0.4J$) ile tanımlanır ve normal α ve B_{ij} değerleri, bilyalar arası boşluğun %20-30'dan fazla olduğu durumlarda elde edilir[26].

Fazla malzeme dolurma oranlarında da malzeme yastıklanarak etkiyi yaparak düşük Sf_c değerine sahip olur. Bu durumda değirmenin içerisinde oluşan malzeme birikmesinden dolayı birinci derece kinetikten sapma meydana gelir. Şekil 2.10'da bilya dolurma oranı, J ve malzeme dolurma oranı f_c 'nin fonksiyonu olarak mutlak kırılma hızının değişimini göstermektedir.



Şekil 2.10. Laboratuvar Öçekli Bilyalı Değirmende Kırılma Hızının Değişimi

Yukarıdaki şekil incelendiğinde düşük malzeme dolurma oranlarında düşük kırılma hız değerleri elde edildiği görülmektedir. Malzeme miktarının artmasıyla bilyalar arasındaki çarpışma boşlukları dolurulur ve böylece yüksek kırılma hızı değerleri elde edilir. Bu değerden sonra artan malzeme miktarı ile mutlak kırılma hızı bir süre sabit değerde kalır. Bilyalar arası boşlukların malzeme ile dolmasıyla yastıklanarak etkiyi

gözlennmeye başladığı malzeme doldurma oranı değerinden itibaren kırılma hızı düşmeye başlar.

Malzeme doldurma oranının kırılma hızı üzerine etkisini incelemek üzere yapılan çalışmalarda düşük malzeme doldurma oranlarında kırılma hızının değerindeki malzeme miktarının karekökü, doymuş malzeme doldurma oranlarında değerindeki malzemenin kütlesi ile ters orantılı olduğu gözlemlenmiştir.

Shoji ve arkadaşları (1979), sabit bilya doldurma oranlarında laboratuvar ölçekli değerlenlerde yaptıkları çalışmalarda kırılma hızlarının aşağıdaki eşitlikle orantılı olduklarını ifade etmişlerdir.

$$S(f_c) \propto a \propto (280e^{-4.1U} + e^{-0.8U}) \quad 0,3 \leq U \leq 2 \quad (2.44)$$

Daha sonraki çalışmalarda normal malzeme doldurma oranlarında, değişik bilya yüklenme miktarlarının etkisini de içeren ampirik bir ifade geliştirmişlerdir.

$$S(f_c, J) \propto a \propto \frac{1}{1 + 6.6J^{2.3}} \exp[-cU] \quad 0,5 \leq U \leq 1,5 \quad 0,2 \leq J \leq 0,6 \quad (2.45)$$

Burada c, kuru öğütme koşullarında 1,2, yaş öğütme koşullarında 1,32 değerini alan bir sabittir. Maksimum kırılma hızı için optimum bilya ve malzeme doldurma oranı, U 0,6 ile 1,1 arasındadır. Bununla birlikte değerlenler bu sınırların maksimum değerlerinde çalıştırılırlar. Bu şekilde az malzeme miktarında oluşacak bilya aşınmaları önlenmiştir.

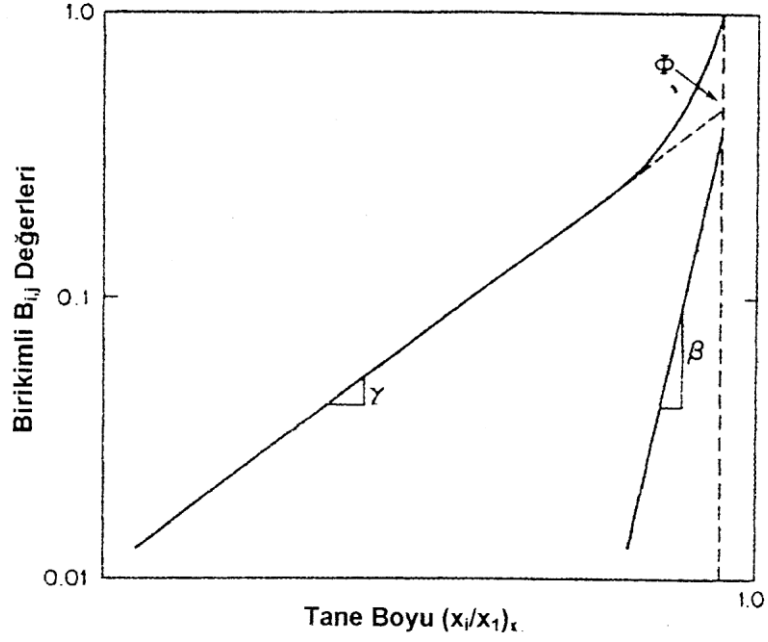
2.3.2. Kırılma Dağılım Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleriyle Değişimi

2.3.2.1. Kırılma Dağılımının Tane Boyutu ile Değişimi

Kırılma dağılım değerlerinin tane boyutu ile değişimi, normalize edilebilen yani başlangıç boyutundan bağımsız kırılma dağılım değerleri için

$$B_{i,j} = \Phi \left(\frac{x_{i,1}}{x_1} \right)^\gamma + (1 - \Phi) \left(\frac{x_{i-1}}{x_1} \right)^\beta, \quad i > 1 \quad (2.46)$$

Burada Φ , γ ve β değerleri Şekil 2.11'deki kırılma dağılımının $B_{i,j}$, tane boyutunu gösteren grafikten elde edilirler ve malzemenin kırılma dağılımını belirleyen karakteristiklerdir.



Şekil 2.11. Kırılma Dağılım Fonksiyonlarının Tane Boyutu ile Değişimi

γ değeri, 0,5-1 arasında olup boyut dağılımının eğimi ile ilgili bir faktördür. γ değerinin büyük veya küçük olması ince malzeme miktarının az veya çok olduğunu belirtmektedir. β değeri 2,5-5 arasında olup, Φ kesişme değeri 0,5-1 arasında değişir. β ve Φ değerleri besleme boyutunun altındaki fraksiyonların ne kadar hızla bir alt boyuta indirildiğini göstermektedir. Özellikle değirmenden alınan ürünün boyut dağılımı γ değerine oldukça duyarlıdır. Büyük boyutlar farklı kırılma dağılım değerlerine sahiptir. Bunun nedeni ortalama kırılma hareketinde aşındırma ve çentmenin daha etkili olmasıdır [27].

Normalize edilemeyen yani başlangıç boyutuna bağlı kırılma dağılım değerleri ise aşağıdaki eşitlik ile ifade edilmektedir [27].

$$B_{i,j} = \Phi_j \left(\frac{x_{i,1}}{x_1} \right)^\gamma + (1 - \Phi_j) \left(\frac{x_{i-1}}{x_1} \right)^\beta, \quad 0 \leq \Phi_j \leq 1 \quad (2.47)$$

$$\Phi_j = \Phi \left[\frac{x_j}{x_1} \right]^{-\delta}, \quad (2.48)$$

2.3.2.2 Kırılma Dağılımının Bilya Çapı ile Değişimi

Kelsall ve arkadaşları (1967/68), yaptıkları çalışmalar sonucunda bilya çapı ile kırılma dağılım fonksiyonu değerlerinin değişmediği sonucuna varmışlardır. Ancak

Austin ve arkadaşları (1982b) tarafından yapılan ayrıntılı çalışmalar sonunda bilya çapı ile kırılma dağılım fonksiyonu değerlerinin sistematik bir şekilde değiştiği görülmüştür. Büyük çaplı bilyaların çarpışması sonucu oluşan yüksek darbe kuvveti daha fazla ince, düşük γ ve yüksek Φ değerlerinin oluşmasına neden olmaktadır. Bilya çapının büyümesi ile kırılma hızı azalırken, oluşan ince malzeme miktarı artmaktadır[39].

Değişik çaplı bilyalardan oluşan bilya karışımı için kırılma dağılım fonksiyonu değerleri aşağıdaki eşitlikten hesaplanabilmektedir.

$$\overline{B}_{j,j} = \sum m_k S_{j,k} B_{i,j,k} / \overline{S}_j \quad (2.49)$$

Burada $B_{j,j,k}$ J tane boyutundaki malzemenin k çapında bilya ile kırılması sonucu i tane boyutunda oluşan malzemenin birikimli kırılma dağılım fonksiyonudur.

2.3.2.3 Kırılma Dağılımının Değirmen Parametreleri ile Değişimi

Araştırmalar sonucunda kırılma dağılım fonksiyonunun aşağıdaki parametrelerden bağımsız olduğu bulunmuştur.

Değirmen çapı	Malgham ve Fuerstenau, 1976
Bilya yoğunluğu	Kelsall ve arkadaşları, 1973
Bilya dolurma oranı	Malgham ve Fuerstenau, 1976 Herbst ve Fuerstenau, 1972
Malzeme dolurma oranı	Shoji ve arkadaşları, 1980 Kelsall ve arkadaşları, 1968/69 Mika ve arkadaşları, 1967
Değirmen dönüş hızı	Austin ve arkadaşları, 1984

Herbst ve Fuerstenau (1972), kritik hızın altında olmak koşulu ile değirmen dönüş hızının artması sonucu elde edilen ürünün daha iri birincil kırılma dağılımına sahip olduğunu, Austin ve arkadaşları (1984) ise maksimum güç tüketiminin sağlandığı değirmen dönüş hızlarında kırılma dağılım değerlerinin değişmediğini belirtmişlerdir[22, 27].

Aynı malzemenin yaş ve kuru öğütülmesi durumunda elde edilen kırılma dağılım değerleri çok az değişmektedir. Değirmendeki kaldırıcı geometrisi ve öğütücü ortam şekli de kırılma dağılım değerlerini etkilemektedir.

3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

3.1. Yapılan Çalışmalar

Bu çalışmada Şişecam'dan alınan iki farklı renkteki cam numunesi kullanılmış ve öncelikli olarak bu numunelerin kırılma boyut aralıkları tesbit edilmiştir. Elde edilen bu iki farklı renkteki aynı kimyasal özelliği taşıyan cam numuneleri sırasıyla en üst boyut fraksiyonundan başlamak üzere en alt boyut fraksiyonuna doğru sadece bir fraksiyona renkli cam konarak 500'er gramlık karışımlar oluşturularak karıştırılmıştır. Elde edilen bu besleme malzemesi, 15, 30, 60, 120'şer saniyelik sürelerde öğütmeleretabittutulmuştur. Yapılan öğütmeleer sonucunda öğütülmüş cam numunesi 15'er dakika, rotapla eleme işleminetabittutulularak boyut fraksiyonlarına ayrılmıştır.

Farklı sürelerde yapılan kesikli öğütmeleer sonucunda elde edilen fraksiyonlarda XRF ile analiz yapılarak sadece renkli camda bulunan manganiçeriğitakip edilmiştir. Bu şekilde toplanan veriler sonucunda üst boyutta kalan malzeme miktarına ulaşılmış ve böylece cam numunesinin kırılma hızı deneysel olarak tesbit edilmiştir.

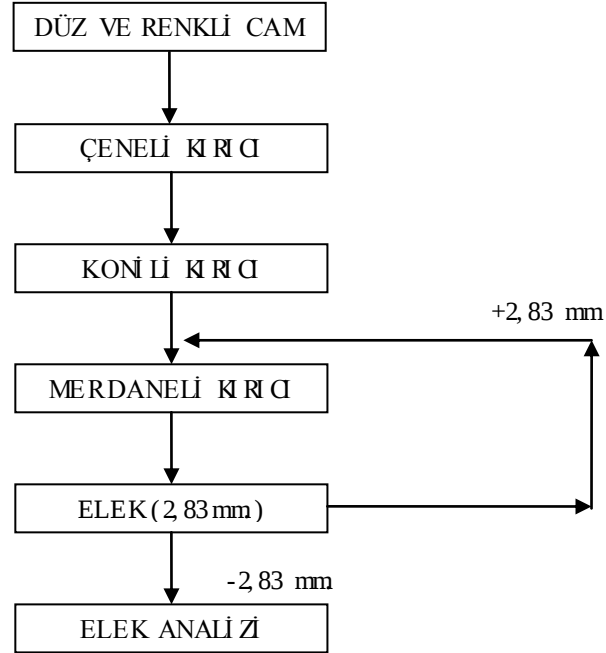
3.2. Cam Numunesinin Alınışı:

Şişecamtarafından gönderilen defolu cam numuneleri, yaklaşık olarak 22,3 kg düz cam ve 16,5 kg'lık renkli camdan oluşmaktadır. Gönderilen cam numuneleri ebat olarak büyük olduğundan öncelikle tek tek kırılarak kırıcıya beslenecek boyuta getirilmiştir. Tablo 3.1'de Şişecamtarafından yapılan kimyasal analiz sonuçları görülmektedir.

Tablo 3.1. Cam Kompozisyonlarının Kimyasal Analiz Sonuçları.

	SiO ₂ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	Fe ₂ O ₃ (%)	TiO ₂ (%)	CaO (%)	MgO (%)	Na ₂ O (%)	K ₂ O (%)	MnO (%)	CoO (ppm)
PB Auberğine	70,6	1,55	0,026	0,050	8,55	3,45	14,5	0,35	0,6	10
PE Renksiz	71,6	1,5	0,022	0,050	8,50	3,47	14,5	0,05	-	2,1

Şekil 3.1’de düz ve renkli camın kırma ve boyut küçültme işlemleri bir akışması ile ifade edilmektedir.

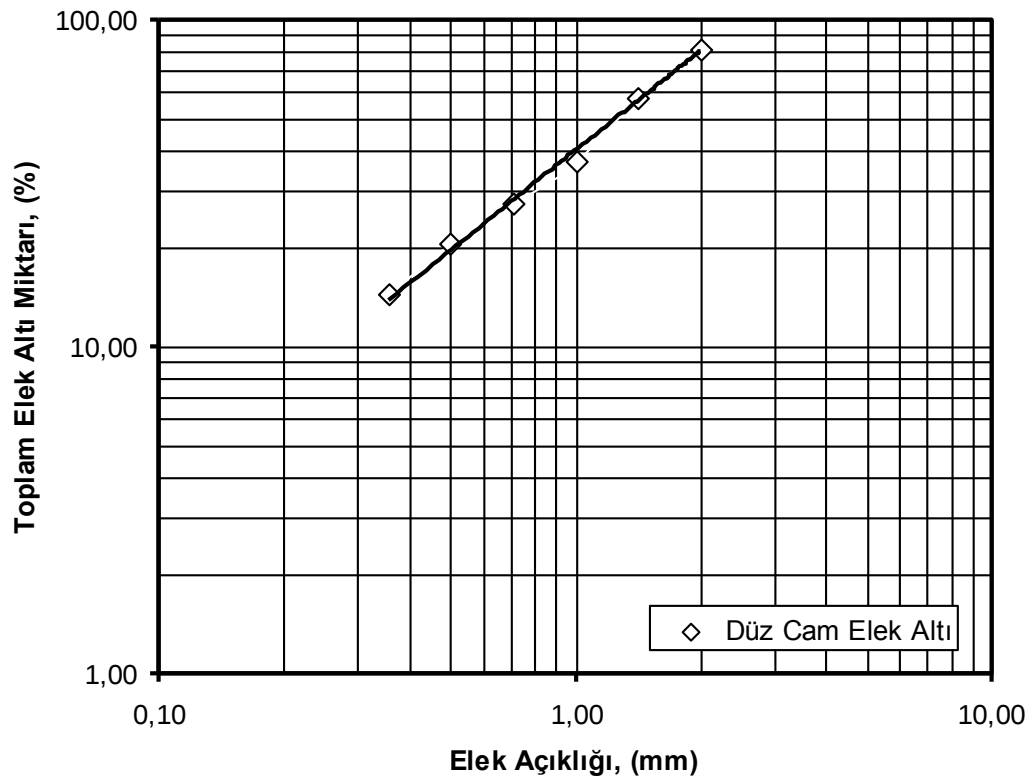


Şekil 3.1. Cam Numunesinin Kırma Akışması

Yapılan kırma eleme işlemleri sonucunda boyuta göre sınıflandırma yapılmış ve hem düz cam hem de renkli cam malzemesi için elek altı eğrileri log-log eksen sisteminde gösterilmiştir. Bu elek altı eğrilerinden her iki malzemenin de aynı kırılma özelliği göstermesi beklenmektedir. Yapılan bu işlemler sonucunda her iki cam mörneğinin benzer kırılma özelliklerine sahip oldukları görülmüştür. Düz cama ve renkli cama yapılan kırma eleme işlemi sonunda elde edilen elek altı değerleri Tablo 3.2 ve Tablo 3.3’de ve bu değerlere ait grafikler Şekil 3.2 ve 3.3’te gösterilmiştir..

Tablo 3.2 Düz Cam ait Elek Analiz Sonuçları

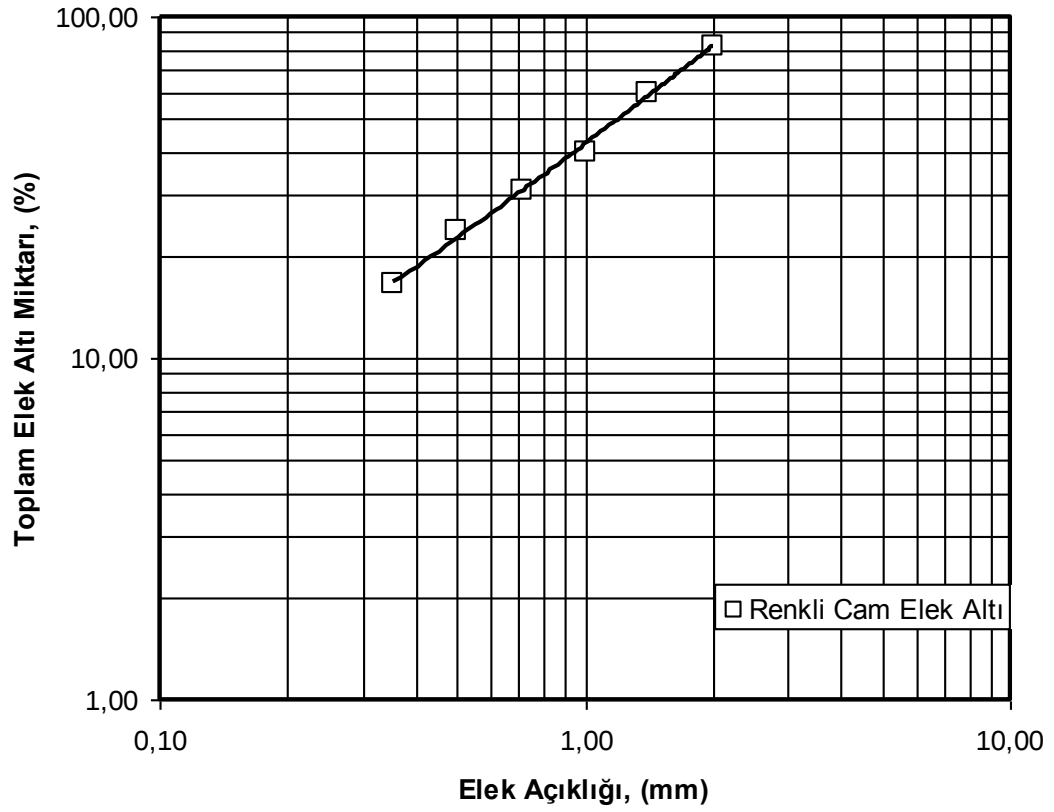
Elek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Elek Üstü (%)	Toplam Elek Altı (%)
-2,83 +2,00	19,24	19,24	100,00
-2,00 +1,41	23,22	42,46	80,76
-1,41 +1,00	20,58	63,04	57,54
-1,00 +0,710	9,29	72,33	36,96
-0,710 -0,500	6,88	79,21	27,67
-0,500 +0,355	6,30	85,51	20,79
-0,355	14,49	100,00	14,49
TOPLAM	100,00		



Şekil 3.2 Düz Cam Ait Elek Altı Eğrisi

Tablo 3.3 Renkli Cam Ait Hek Analiz Sonuçları

Elek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Elek Üstü (%)	Toplam Elek Altı (%)
-2,83 +2,00	18,21	18,21	100,00
-2,00 +1,41	21,98	40,19	81,79
-1,41 +1,00	19,55	59,73	59,81
-1,00 +0,710	9,47	69,20	40,27
-0,710 -0,500	7,32	76,52	30,80
-0,500 +0,355	7,08	83,60	23,48
-0,355	16,40	100,00	16,40
TOPLAM	100,00		



Şekil 3.3 Renkli Cam Ait Hek Altı Eğrisi

Tablo 3.4 Öğüt meye Beslenecek Cam Numunesinin Fraksiyonlara Göre Miktarları

El ek Açıklığı (mm)	M i k t a r (%)	Top l a m El ek Ü s t ü (%)	Top l a m El ek A t ı (%)	Öğüt me Nu m u n e s i F r a k s i y o n l a r ı (g)
-2,83 +2,00	22,50	22,50	100,00	112,50
-2,00 +1,41	27,15	49,65	77,50	135,75
-1,41 +1,00	24,07	73,72	50,35	120,35
-1,00 +0,710	10,87	84,59	26,28	54,35
-0,710 +0,5	8,04	92,63	15,41	40,20
-0,5 +0,355	7,37	100,00	7,37	36,85
TOPLAM	100,00			500,00

Tablo 3.4’deki verilerin ışığında 500’er granlık numuneler hazırlanmıştır. Bu numuneler, sırasıyla ilk fraksiyondan başlamak üzere renkli cam konmuş ve diğer fraksiyonlara düz cam konmuştur. Aynı şekilde renkli cam her seferinde bir alt fraksiyona konarak 15, 30, 60, 120 saniyelik öğüt me sürelerine tabi tutulmuştur. Öğüt me prosesi kuru olarak uygulanmıştır. Öğüt me süresince hep aynı sayıda ve iki farklı ölçüde paslanmaz çelik bilyalar kullanılmıştır. Çapı 44,45 mm olan bilyalardan 7 adet, çapları 29,72 mm olan bilyalardan 14 adet kullanılmıştır. Toplam bilya şarjı 4 kg’dır. Kullanılan değirmen ise, iç çapı 19,5 cm derinliği 17,5 cm olan laboratuvar ölçekli bir değirmendir. Değirmenin devir sayısı ise 72 d/dak olarak tesbit edilmiştir. Değirmenin kritik dönüş hızı $K=420/\sqrt{D}$ ’den $K=95$ olarak bulunmuştur. Kullanılan değirmenin dönüş hızının kritik dönüş hızına oranı ise $72/95$ ’ten $\%75$ olarak tespit edilmiştir. Öğüt me prosesiinden geçen malzeme her defasında 15 dakika süreyle rotapta elenmiştir.

0,355 mm’lik kısımtava ürünü olduğu için bu fraksiyonda kırılma hızının bulunmasına gerek yoktur. Bu nedenden dolayı izleyen deneylerde bu fraksiyon devre dışı bırakılarak çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

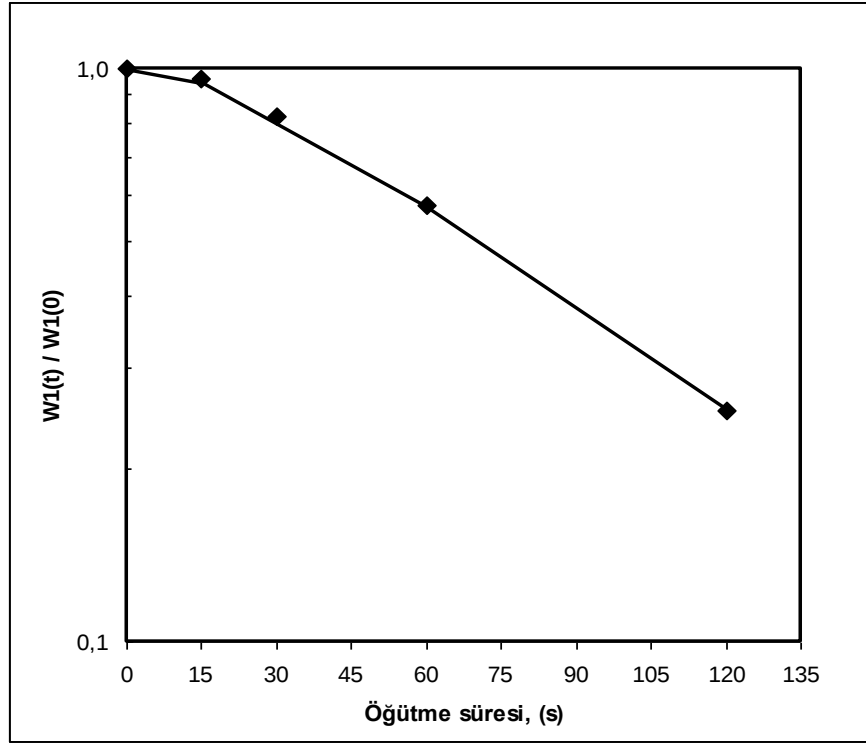
3.3 Tüm Fraksiyonların Birlikte Yapıldığı Öğtne Deneyleri.

Tüm fraksiyonların birlikte öğütülmesi işleminde, kullanılan altı fraksiyondan sadece bir tanesi renkli cam fraksiyonu ile değiştirilmiş ve sırasıyla ilk fraksiyondan son fraksiyona kadar bu işlem tekrarlanmıştır. Öğtne sonucu ilk fraksiyona kalan malzeme miktarını bulurken, üstten herhangi bir malzeme gelmediği için, doğrudan o boyutta kalan malzeme miktarı tartılarak hesaplanmıştır. Ara fraksiyonlar için bu değer doğrudan tartılarak bulunamayacağı için renkli cam içindeki mangan analizi yapılarak o boyuttaki öğütülen malzeme miktarı hesaplanabilmektedir. Ek I'deki Tablo 1'den Tablo 24'e kadar olan kısımda üst boyutta kalan malzeme miktarı dört farklı sürede ve sırasıyla en üst fraksiyondan en alt fraksiyona doğru gösterilmektedir.

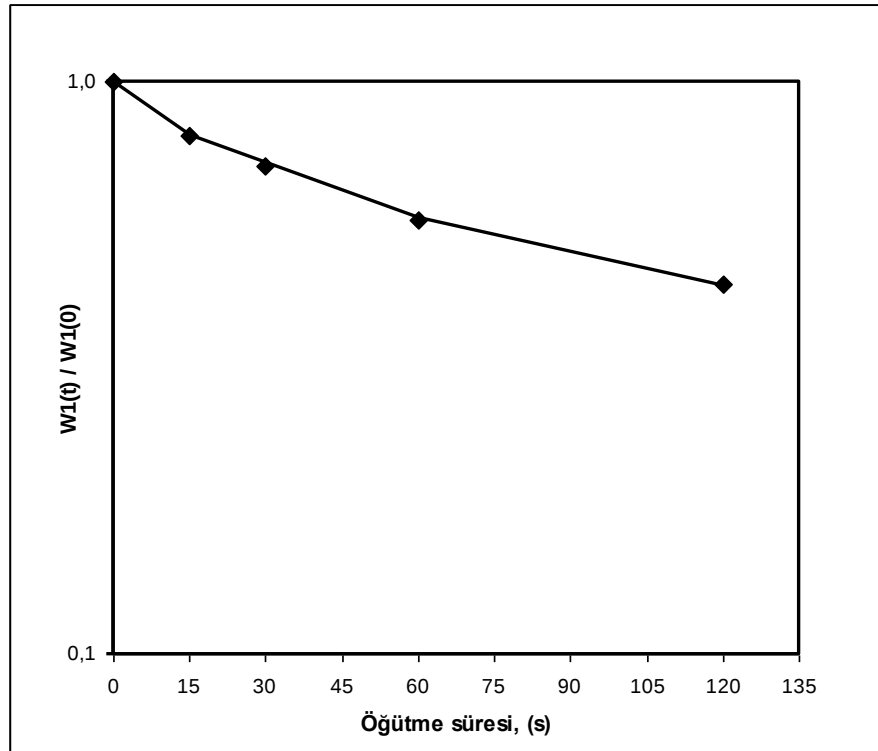
Aşağıdaki tablolarda gösterilen ve kalan malzeme miktarı olarak ifade edilen değer o boyutta kalan ve kırılmaayan malzeme miktarını ifade etmektedir. Örneđiñ, Ek I'deki Tablo 1'de %96,04'lk değer o boyutta kalan ve kırılmaayan malzeme miktarını göstermekte olup geriye kalan %3,96'lık miktar ise kırılarak alt boyutlara geçen kısımdır.

Ek I'de verilen tabloların ışığında şekil 3.4'ten 3.9' a kadar olan kırılma hızını gösteren şekiller çizilmiştir. şekillerde y ekseninde gösterilen $W_1(t)$ değer i malzemenin t süre sonundaki kırılma % miktarını göstermektedir. $W_1(0)$ ise malzemenin kırılmadan önceki % miktarını ifade etmektedir. şekiller çizilirken dört farklı süre sonunda elde edilen değerler kırılmadan önceki değerlere oranlanmış böylece özgül kırılma hızları hesaplanmıştır. Ayrıca 120 saniyeye kadar yapılan öğtne deneylerinde, özgül kırılma hızı grafiklerinin 1 değerinden gememesiinden dolayı hız hesaplarında yalnızca 15 saniyelik değerler göz önüne alınmıştır.

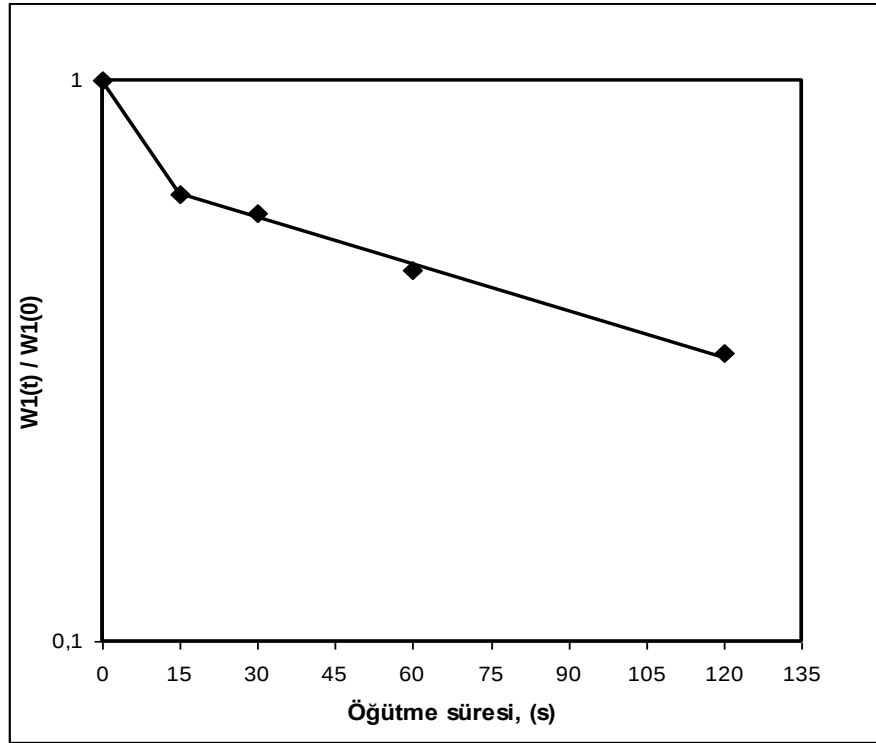
3.3.1. Tüm Fraksiyon Deney Sonuçları'nın Grafikselleştirilmesi



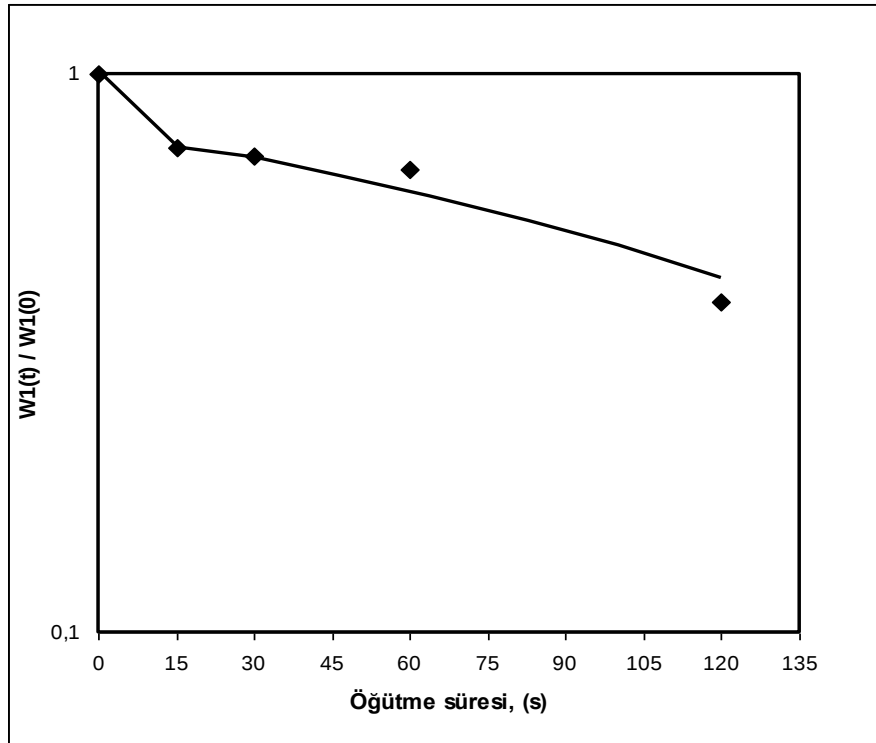
Şekil 3.4 -2,83 +2,00 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği



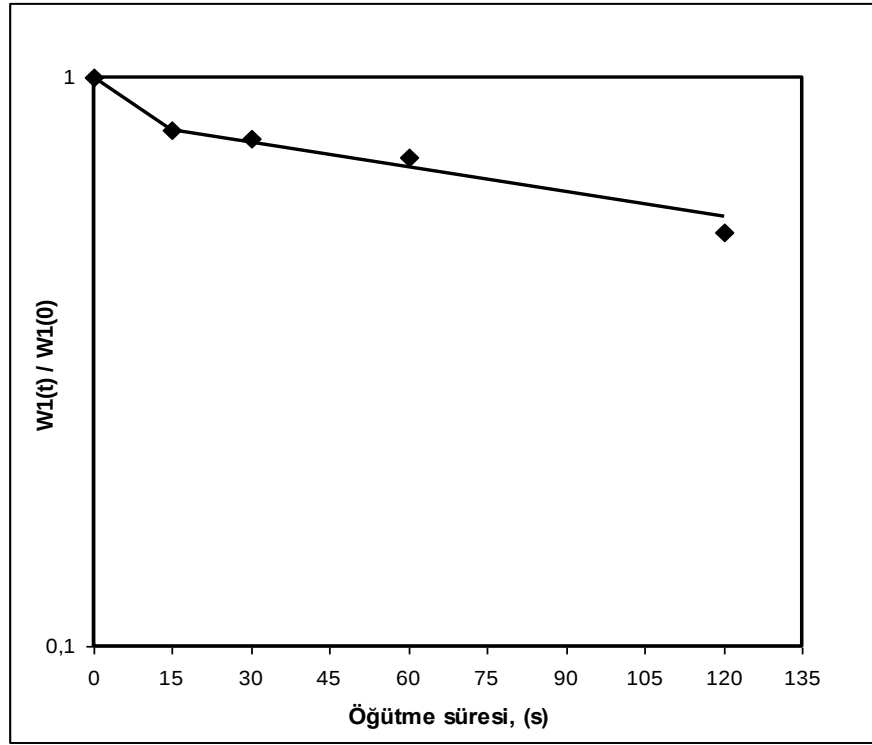
Şekil 3.5 -2,00 +1,41 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği



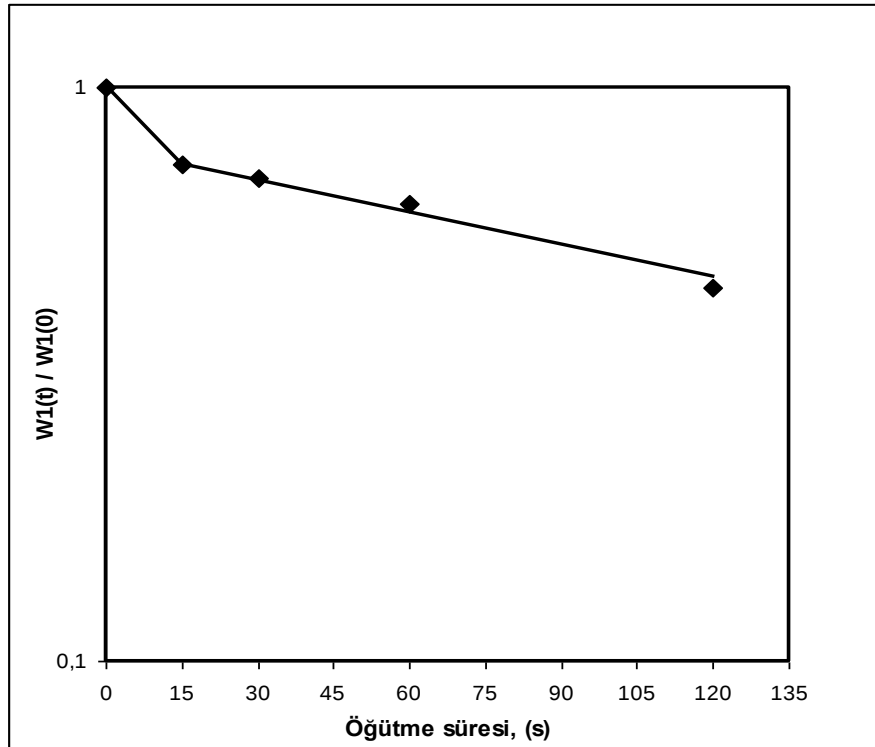
Şekil 3.6 -1,41 +1,00 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3.7 -1,00 +0,710 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3.8 -0,710 +0,500 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3.9 -0,500 +0,355 boyut aralığına renkli fraksiyon beslenen malzemenin kırılma hızı grafiği

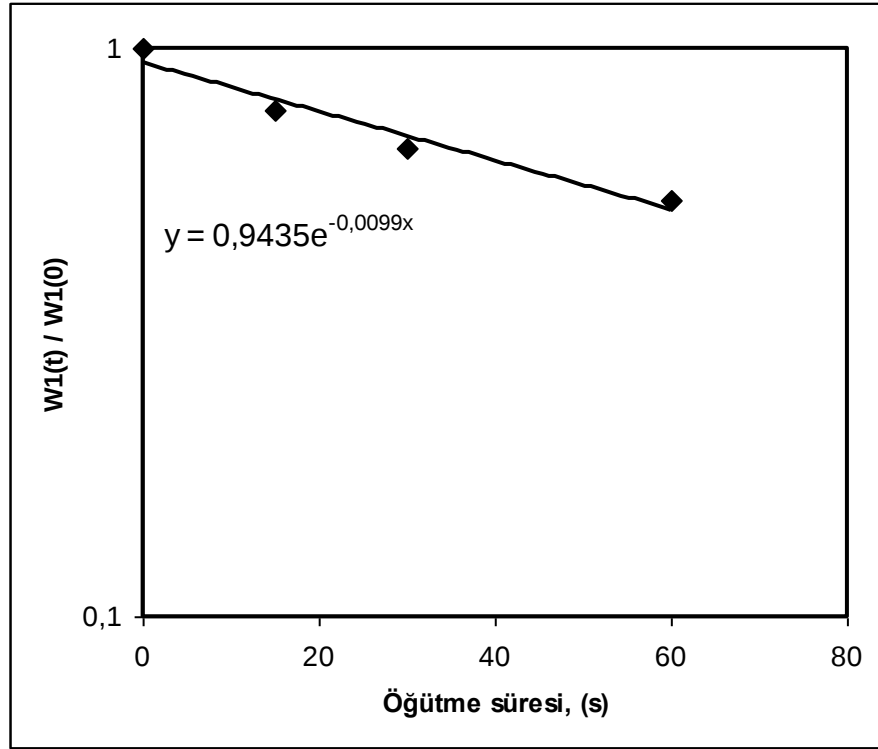
3.4 Tek Fraksiyon Öğütme Deneyleri

Tek fraksiyon öğütme deneylerinde tüm fraksiyonlara göre en önemli fark, hazırlanan öğütme numunelerinin karışım malzemesi hazırlanmadan sadece bir tek fraksiyonun öğütülmesi i baret oluşudur. Ek II'deki Tablo 25'den 42'ye kadar olan bölümde bütün fraksiyonlar ayrı ayrı ve üç farklı sürede öğütülmüştür. Böylece her bir boyuttaki malzemenin süreye bağlı özgül kırılma hızları doğrudan tartım yoluyla hesaplanmıştır.

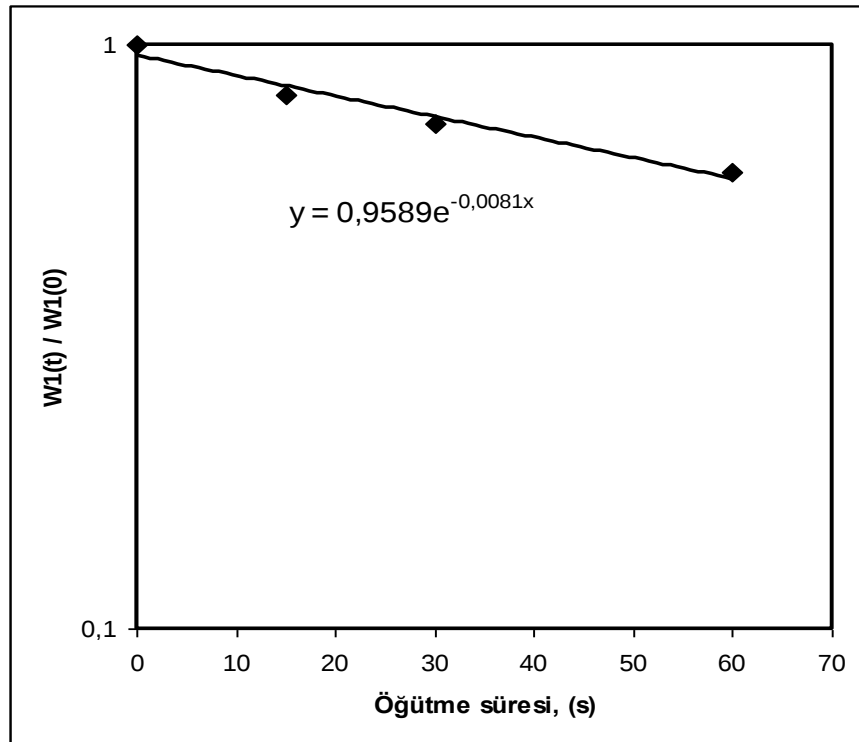
Tek boyut fraksiyonlarında özgül kırılma hızının hesaplanması tüm fraksiyona oranla daha kolay bir yöntemdir. Tek tek ele alınan fraksiyonların özgül kırılma hızlarının bulunması sadece öğütüp elek analizi ne tabi tutulması ile yeterlidir. Uygulanan üç farklı öğütme süresinin ardından elde edilen elek fraksiyonlarındaki % miktarları o boyuttaki malzemenin farklı sürelerdeki kırılma hızları hakkında bize bilgi vermektedir.

Şekil 3.10 ile 3.15 arasında verilen grafikler aşağıdaki tablolar ışığında üst boyutta kalan malzeme miktarlarına göre hesaplanan özgül kırılma hızlarını gösteren grafiklerdir. Bu grafiklerde 60 saniye sonunda elde edilen özgül kırılma hızları dikkate alınmıştır. Grafiklerde formülle gösterilen değerlerdeki e üzerindeki değer bize 60 saniye sonundaki özgül kırılma hızı değerini vermektedir. Örneğin, -2,83 +2,00 mm boyut grubunda yapılan öğütme deneyleri sonucunda çizilen grafiğin eğiminden elde edilen değere göre özgül kırılma hızı 0,0099 olarak bulunmuştur.

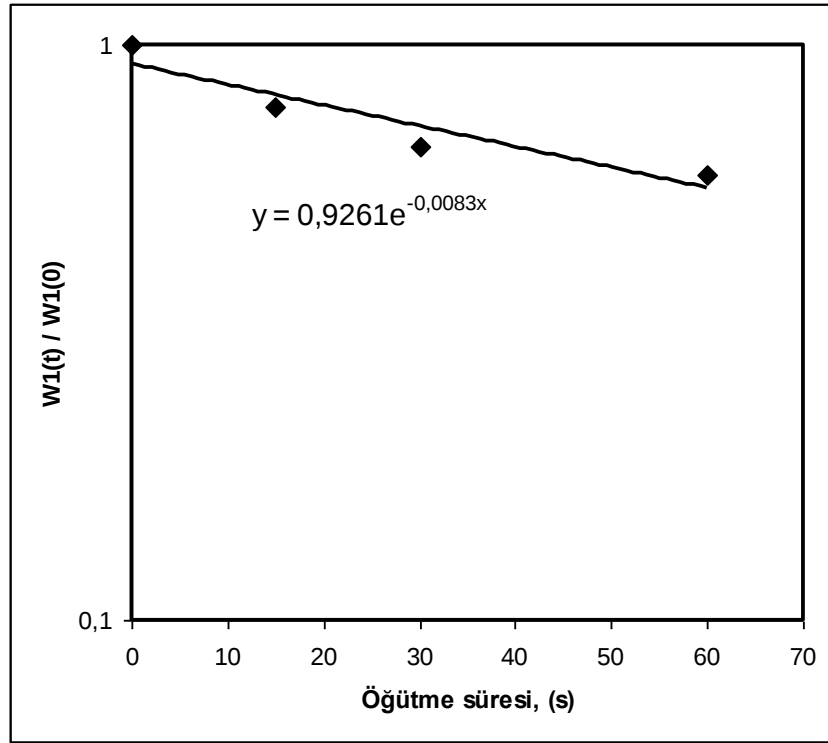
3.4.1. Tek Fraksiyon Deney Sonuçlarının Grafiksel Gösterimi



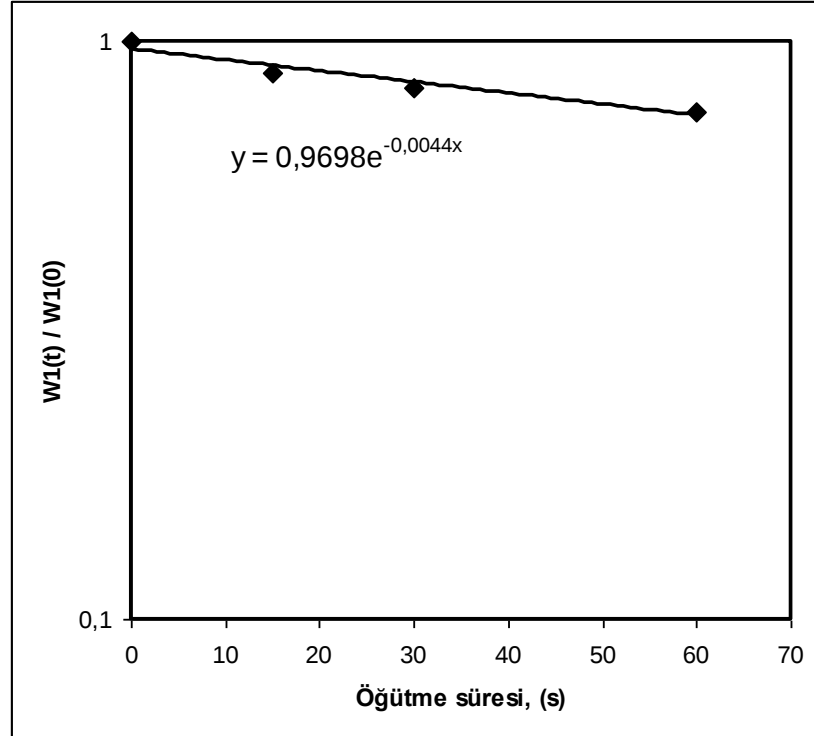
Şekil 3.10. -2,83 +2,00 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği



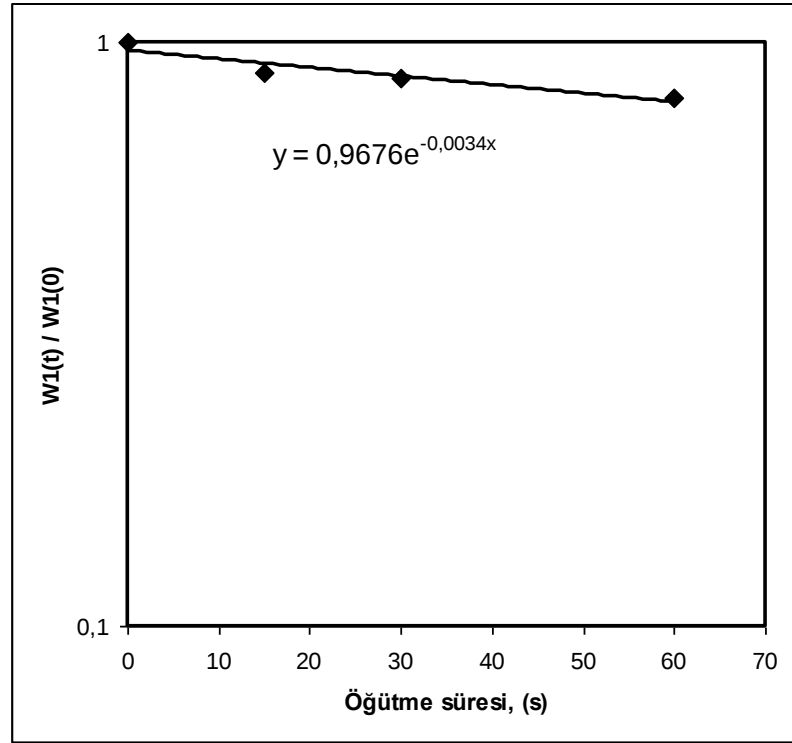
Şekil 3.11. -2,0 +1,41 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği



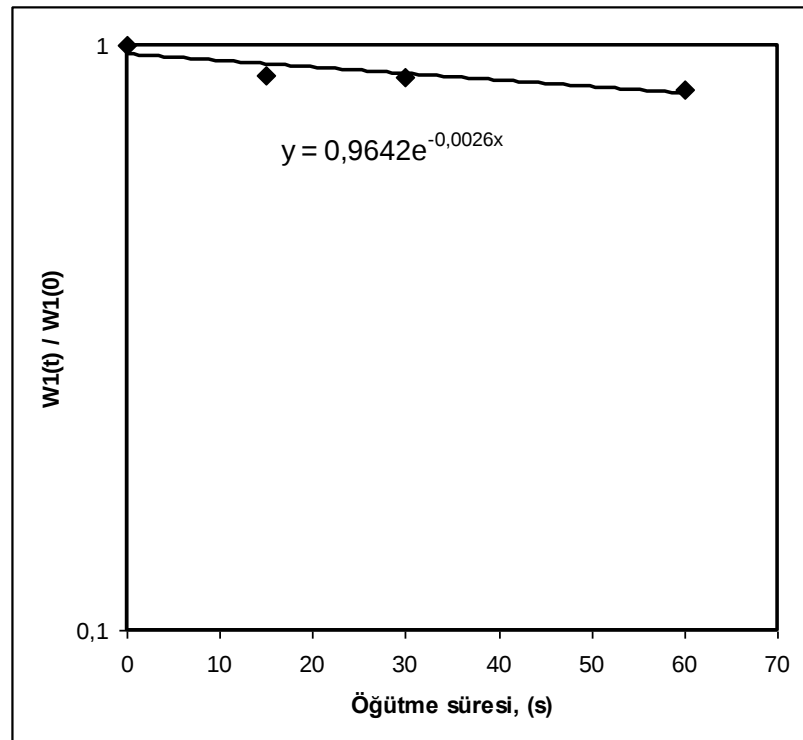
Şekil 3.12 +1,41 -1,00 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3.13 +1,00 -0,710 boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3 14 $-0,710$ $+0,500$ boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği



Şekil 3 15 $+0,500$ $-0,355$ boyut aralığındaki malzemenin kırılma hızı grafiği

Manganlı camı nı izleyici olarak tek bir fraksiyon ile yer değiştirilerek yapılan öğütme deneylerinden elde edilen kırılma hızı grafiklerinde, malzemenin ilk 15 saniyeye kadar olan kırılma hızı ile bunu izleyen sürelerde gerçekleşen kırılma hızı arasında önemli farklılıklar olduğu gözlenmektedir. Bu grafiklerdeki eğrinin eğimi özgül kırılma hızını vermektedir. Görüldüğü üzere ilk 15 saniye ile bunu izleyen süreler için farklı eğimler söz konusudur ve eğrilerin hiçbirisi 1 noktasından geçme eğilimi göstermemektedir. Diğer bir değişletüm noktalar göz önüne alın plineer bir doğru geçirildiğinde bu doğru y eksenini 1 değerinin altındaki bir değerden kesmektedir. Bu sonuca göre t(0) anında bir miktar malzeme kırılmış değektir ki bu olanaksız bir durumdur. Birinci fraksiyon hariç diğer fraksiyonlarda ilk 15 saniyede ki kırılma hızı yüksek olmakta daha sonraki sürelerde ise kırılma hızı düşmekte fakat lineer olarak devam etmektedir. Birinci fraksiyon kırıldığı zaman bu fraksiyona doğal olarak üst fraksiyondan bir besleme olmaktadır. Bu yüzden ilk fraksiyon öğütmenin başlangıcında daha yavaş ilerleyen sürelerde ise daha hızlı olarak kırılmaktadır. Alt fraksiyonlarda ise aynı durum söz konusu değildir. Bu fraksiyonlara sürekli olarak üst boyutlardan malzeme beslenmesi söz konusudur. Bu yüzden öğütmenin başlangıcında kırılma hızı yüksektir ilerleyen sürelerde ise kırılma hızı düşmekte fakat lineer olarak devam etmektedir.

Değirmen içindeki malzemenin boyut dağılımında meydana gelen sürekli değişimden dolayı kırılma hesaplanırken mümkün olan en kısa sürenin ele alınması daha gerçekçi olacaktır. Bu durum beslemenin sürekli olduğu endüstriyel uygulamalarda geçerli değildir. Beslemenin sürekli olduğu bilyalı değirmenlerde değirmen içindeki malzemenin boyut dağılımı sabittir. Tüm fraksiyonların aynı anda beslenerek yapılan bu grup deneylerde kırılma hızı yukarıda sözü edilen nedenlerden dolayı ilk 15 saniye göz önüne alınarak hesaplanmıştır.

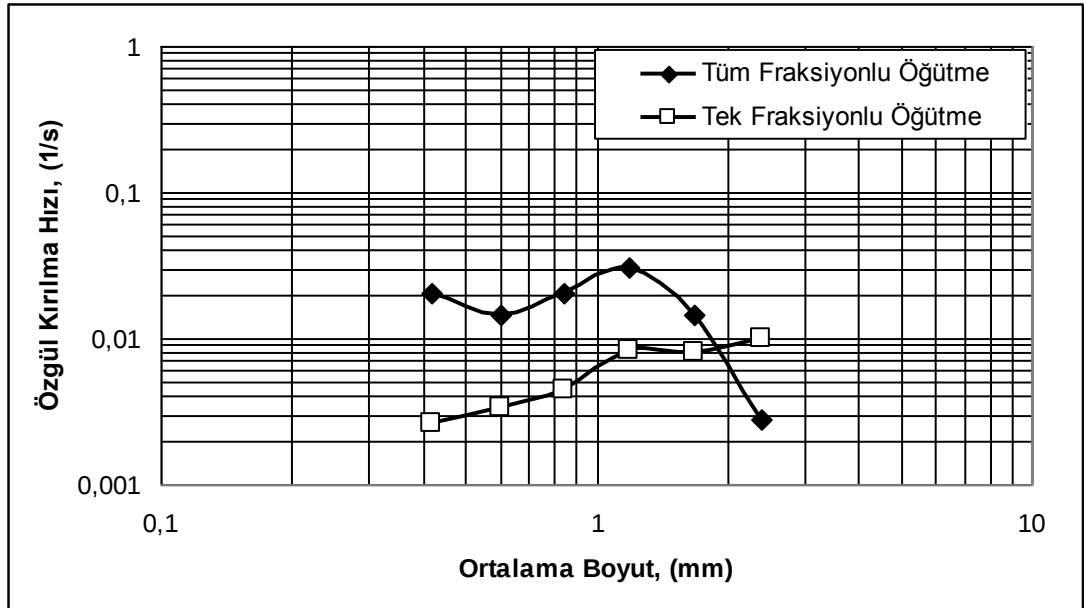
3.5 Deney Sonuçlarının İrdelenmesi

Yapılan çalışmaların ışığında elde edilen veriler toplanmış ve Tablo 3.5’de gösterildiği şekilde hız değerleri birleştirilmiştir. Buradaki karışım malzemesinin anlam her seferinde sadece bir fraksiyona renkli malzeme beslenmesini ifade etmektedir. En üst fraksiyon aralığından en alt fraksiyon aralığına kadar tüm fraksiyonlara sırasıyla renkli malzeme katılmış ve diğerleri renksiz bırakılmış ve bu şekilde öğütülmüştür. 15 saniyelik süre sonundaki hız değerleri dikkate alınmıştır.

Diğer değerler ise 500 gramlık sadece renksiz cam numunesinden ibarettir. Burada her bir fraksiyona konan 500 gramlık renksiz cam numunesi tek başına sadece o fraksiyona ait şekilde öğütülüp elek analizi netabı tutulmuştur. Buradaki hız hesapları tüm fraksiyonlar göz önünde bulundurularak Şekil 3.16'de edilmiştir.

Tablo 3.5. 15 saniyelik karışım malzemesi ve tek fraksiyonda beslenen malzeme hız hesapları

Boyut aralıkları (mm)	Geometrik Ortalama Boyut (mm)	Tüm fraksiyonların kullanıldığı durum için hız değerleri	Tek fraksiyonun kullanıldığı durum için hız değerleri
-2,83 +2,00	2,38	0,0028	0,0099
-2,00 +1,41	1,68	0,0145	0,0081
-1,41 +1,00	1,19	0,0310	0,0083
-1,00 +0,710	0,84	0,0202	0,0044
-0,710 +0,500	0,60	0,0144	0,0034
-0,500 +0,355	0,42	0,0207	0,0026



Şekil 3.16. 15 s. sonundaki karışım malzeme hızı ve tek fraksiyon 60 s. öğütme hızı karşılaştırılması.

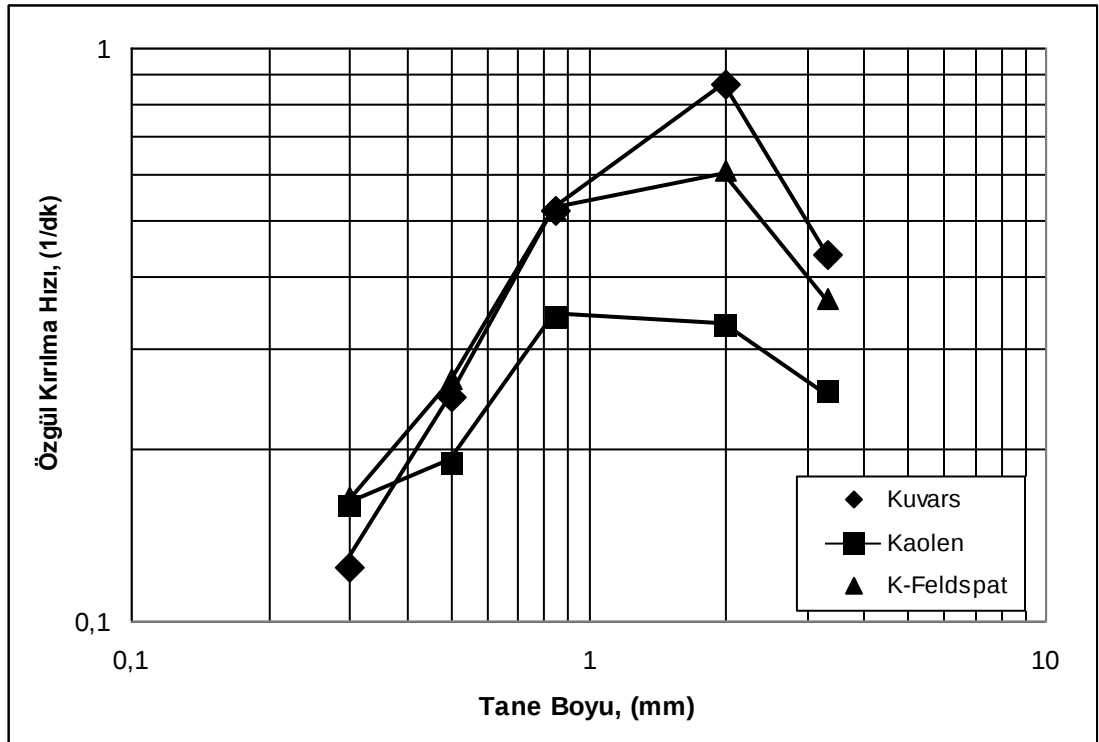
Literatürde yapılan çalışmalarda kırılma hızının bulunması için çeşitli deneysel yöntemler bulunmasına rağmen en yaygın olarak kullanılan tek fraksiyonlu beslemelerin yapıldığı ölçümlerdir. Bu yöntemde kırılma hızı ölçülecek olan malzemenin boyut fraksiyonları diğerlerine tek tek beslenerek kırılma hızı ölçümleri gerçekleştirilmektedir. Diğer deneysel yöntemler uygulaması zor olduğu için tercih

edil mektedir. Bu tez çalışmasının esasını oluşturan tüm fraksiyonlu beslemenin yanı sıra, tek fraksiyonlu beslemeler yapılarak da kırılma hızı ölçümleri yapılmıştır.

Daha önce yapılmış çalışmalarda da benzer tek fraksiyon öğütme yapılmış ve tablo 3.6'da verilen özgül kırılma hızı sonuçlarına ulaşılmıştır. Bulunan bu sonuçlar ışığında şekil 3.17'deki grafik elde edilmiştir[40].

Tablo 3.6. Kuvars, kaolen ve K-feldspat üzerinde yapılan tek fraksiyon öğütme deneyler sonucunda elde edilen kırılma hızı değerleri

Boyut aralıkları (mm)	Kuvars	Kaolen	K-Feldspat
-3,35 +2,86	0,4350	0,2518	0,3646
-2,00 +1,40	0,8629	0,3294	0,6126
-0,85 +0,60	0,5217	0,3411	0,5226
-0,500 +0,355	0,2454	0,1889	0,2647
-0,300 +0,212	0,1245	0,1596	0,1651



Şekil 3.17. Kuvars, kaolen ve k-feldspata ait özgül kırılma hızı grafiği

İpek (2003) tarafından elde edilen özgül kırılma hızı grafikleri, bu çalışmada bulunan sonuçlara göre farklılık göstermekte ise de bu farklılık en üst tane boyutunun seçiminin dolaylı kaynaklanmaktadır. Tane boyutu bilyalara kıyasla belli bir

boyutun üstüne çıktığı zaman kavranmaları güçleşmekte ve bu yüzden de en iri tane boyutlarında kırılma hızında düşüşler gözlenmektedir[40].

Tek fraksiyonlu beslemelerde elde edilen kırılma hızı davranışı tüm fraksiyonlu beslemeye göre büyük farklılıklar göstermektedir. Tek fraksiyonlu beslemelerde kırılma hızı davranışı zamana göre büyük farklılıklar göstermektedir. Tüm öğütme süreleri için elde edilen noktalardan geçen doğru y eksenini 1 noktasından kesme eğilimindedir. Bu durum özellikle ilk 3 nokta göz önüne alındığında daha belirgin olmaktadır. Tek fraksiyonlu beslemelerde de öğütme süresi arttıkça kırılma hızında bir düşüş söz konusu olmaktadır. Grafiklerde 60 saniye öğütme süreleri incelendiğinde bu noktaların doğrunun üst kısmında kaldığı yani kırılma hızının yavaşladığı gözlenmektedir. Bu durumda yine benzer bir şekilde değirmenindeki tane boyut dağılımının değişmesinden dolayı kaynaklanmaktadır. Tüm fraksiyonlu ve tek fraksiyonlu beslemeler sonunda elde edilen özgül kırılma hızı değerleri toplu olarak Tablo 3.5’de gösterilmiş olup grafiksel olarak da Şekil 3.16’da sunulmuştur. Tek fraksiyonlu öğütme devrelerinden elde edilen sonuçlar incelendiğinde özgül kırılma hızını tane boyutu ile doğru orantılı olarak arttığı görülmektedir. Literatürde özgül kırılma hızı en iri tane boyutu aralığında düşme eğilimindedir[40]. Bu çalışmada en iri boyut aralığında böyle bir düşüş gözlenmemektedir. Diğer taraftan, tüm fraksiyonların kullanılarak yapıldığı öğütme testlerinden elde edilen özgül kırılma hızı verileri büyük farklılıklar göstermektedir. Burada özgül kırılma hızı belli bir değer için bir maksimum değere ulaşmaktadır. Tüm fraksiyonlu besleme için elde edilen özgül kırılma hızı değerleri tek fraksiyonlu besleme için olan değerlerden daha yüksektir, yalnızca en iri tane boyutunda bir istisna söz konusudur.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar göstermiştir ki tek fraksiyonlu besleme yöntemi ile bulunan özgül kırılma hızları tüm fraksiyonların beslenerek yapıldığı gerçek öğütme durumundaki özgül kırılma hızlarından büyük farklılıklar gösterebilmektedir. Bu nedenden dolayı öğütme modellerinde kullanılan kırılma hızı parametrelerinin değerlerinin bulunmasında, tüm fraksiyonların kullanıldığı gerçek durumlar göz önünde tutularak bir değerlendirme yapılması kullanılan modelin gerçekçi olması bakımından büyük önem taşımaktadır.

4 SONUÇLAR

Kırılma hızının araştırıldığı bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

1. En iri fraksiyon, öğütmenin başlangıcında daha yavaş, ilerleyen sürelerde ise daha hızlı olarak kırılmaktadır. Alt fraksiyonlarda ise üst fraksiyonlardan sürekli olarak malzeme geldiği için öğütme hızı gittikçe düşmektedir.
2. Tek fraksiyonlu öğütme devrelerinde özgül kırılma hızının tane boyutunun büyümesiyle arttığı görülmektedir.
3. Tüm fraksiyonlar için yapılan öğütme deneylerinde tek fraksiyona kıyasla farklılıklar göze çarpmaktadır. Burada özgül kırılma hızının maksimum bir değerden geçtiği tesbit edilmiş olup, tüm fraksiyonlar için özgül kırılma hızının sadece en üst boyut haricinde hep daha yüksek olarak gerçekleştiği görülmüştür.
4. Tüm fraksiyonlar ve tek fraksiyonların kullanılarak yapılan gerçek öğütme deneyleri bize göstermiştir ki, özgül kırılma hızları iki farklı durumda çok büyük farklılıklar sergilemektedir. Bu nedenden dolayı öğütme modelleri yapılırken kırılma hızı parametrelerinin değerlerinin bulunmasında, tüm fraksiyonların kullanıldığı gerçek durumlar göz önünde tutularak değerlendirme yapılması modellerin daha gerçeğe yakın sonuçlar çıkarmasına sebep olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Teke, E.**, “Kalsit ve Baritin İnce Öğütme Kinetiğinin Analizi”, Doktora Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, 1999
- [2] **Yan, D and Eato, R.**, “Breakage Properties of Ore Blends”, Minerals Engineering Vol. 7 No. 2/3 p. 185-199, 1994
- [3] **Hoşten, C and Avşar, C.**, “Grindability of mixtures of Cement Clinker and Trass”, Cement and Concrete Research, Vol. 28, No. 11, pp 1519-1524, 1998
- [4] **Günlü, A.**, “Yüksek Fırın Curuflarının Çimento Üretiminde Kullanılmasında Öğütme ile İlgili Parametre Etkilerinin Belirlenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, 1999
- [5] **Yerlikaya, A.**, “Bilyalı Değirmenlerde Bilya Dağılımının Matematiksel Model Yardımıyla Belirlenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, 1994
- [6] **Lynch, A J., and Lees, M J.**, “Simulating and Modelling”, Mineral Processing Handbook, Weiss, (ed.) Vol, Chap. 3, Sec. 6, SME/ AIME Publ. N Y., 1985
- [7] **Rowland, C A.**, “Selection of Rod Mills, Ball Mills, Pebblemills and Regrind Mills”, Design and Installation of Comminution Circuits, SME/ AIME, pp. 393-438, 1982
- [8] **Sönmez, B.**, “Gümüş Cevherinin Kırılma Parametrelerinin Deneysel Olarak Belirlenmesi ve Öğütme Devresinin Benzeti mi”, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, 1992
- [9] **Lynch, A J.**, “Mineral Crushing and Grinding Circuits, their Simulation, Optimisation, Design and Control”, Elsevier, Amsterdam 340 p. 1977
- [10] **Herbst, J. A.**, and Fuerstenau, D W, “The Zero Order Production of Fine Sizes in Comminution and Its Implications In Simulation”, Trans. SME/ AIME, Vol. 241, pp. 538-548, 1968
- [11] **Avşar, Ç.**, “Determination of the Grindability Characteristics of Cement Clinker and Trass Mixture”, PhD Thesis, METU, 1966
- [12] **Epstein, B.**, “Logarithmic-Normal Distributions in Breakage of Solids”, Ind. Eng. Chem 40, pp 2289-2291, 1948
- [13] **Roberts, E J.**, “The Probability Theory of Wet Ball Milling and Its Applications”, Trans. SME/ AIME, 187, pp. 1267-1272, 1950
- [14] **Arbiter, N and Bhargava, U.**, “Correlation of Product Size, Capacity and Power in Tumbling Mills”, Trans. SME/ AIME, 217, pp. 245-252, 1960

- [15] **Finch, J. A, and Ramirez Castro, J.**, "Modelling Mineral Size Reduction in the Closed-Circuit Ball Mill at the Pine Point Mines Concentrator", *Int. J. of Mineral Processing* 8, pp.61-78, 1981
- [16] **Randolph, A. D, and Ranjan, R.**, "Effect of a Material-Flow Model in Prediction of Particle-Size Distribution in Opened and Closed Circuit Mill", *int. J. of Mineral Processing* 4, pp.99-110, 1977
- [17] **Smith, H. W, and Guerin, D.**, "Dynamic Modelling Simulation and Control of a Grinding Circuit", *CI M Conf. Metallurgist*, Sudbury, Aug. pp. 19-23, 1979
- [18] **Furuya, M, Nakajima, Y, and Tanaka, T.**, "Theoretical analysis of Closed Circuit Grinding System Based on Commution Kinetics", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 10, pp.449-456, 1971
- [19] **Gardner, R. P. and Austin, L. J.**, "A Chemical Engineering Treatment of Batch Grinding Part I and II", *Symposium Zerleinen*, H. Rumpf Ed., Verlag Chemie, Dusseldorf, pp. 217-248, 1962
- [20] **Reid, K. J.**, "A Solution to the Batch Grinding Equation", *Chem. Eng. Science.*, Vol. 20, pp.953-963, 1965
- [21] **Kapur, P. C.**, "Kinetics of Batch Grinding Part A Reduction of Grinding Equation, Part B An Approximate Solution to the Grinding Equation", *Trans. SME/AIME*, 247, pp. 299-303; 309-313, 1970
- [22] **Herbst, J. A and Fuerstenau, D. W.**, "Influence of Mill Speed and Ball Loading on the Parameters of the Batch Grinding Equation", *Trans. SME/AIME*, 252, pp.169-176, 1972
- [23] **Herbst, J. A and Fuerstenau, D. W.**, "Scale Up Procedure for Continuous Grinding Mill Design Population Balance Models", *Int. J. of Mineral Processing* 7, pp.1-31, 1980
- [24] **Guntz, G. D, and Fuerstenau, D. W.**, "Simulation of Locked-Cycle Grinding" *Trans. SME/AIME*, 247, pp.330-335, 1970
- [25] **Kimpel, R. R and Austin, L. G.**, "Determination of Selection for Breakage Functions in the Batch Grinding Equation by Nonlinear Optimization", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 9, No. 2, pp.230-237, 1970
- [26] **Austin, L. G, Kimpel, R. R and Luckie, P. T.**, "Process Engineering of Size Reduction Ball Milling", p.561, *SME/AIME Publ. N. Y.*, 1984
- [27] **Austin, L. G.**, "A Review Introduction to the Mathematical Description of Grinding as a Rate Process", *Powder Tech.* 5, pp.1-17, 1971/72
- [28] **Austin, L. G, Shoji, K and Bell, D.**, "Rate Equations for Nonlinear Breakage in Mills Due to Material Effects", *Powder Tech.* 31, pp.127-133, 1982
- [29] **Whiten, W. J.**, "Ball Mill Simulation Using Small Calculators", *Proceedings AusIMM* 258, pp.47-53, 1976
- [30] **Kavetsky, A and Whiten, W. J.**, "Scale Up Relations for Industrial Ball Mills", *Proceedings AusIMM* 282, pp.47-55, 1982

- [31] **Austin, L. G. and Luckie, P. T.**, “Methods for Determination of Breakage Determination Parameters”, Powder Tech., 5, pp. 215-221, 1971/72
- [32] **Teke, E., Yekeler, M., Uusoy, U., Canbazoglu, M.**, “Kinetics of Dry Grinding of Industrial Minerals: Calcine and Barite”, Int. J. of Mineral Processing 67, pp. 29-42, 2002
- [33] **Austin, L. G. and Bhatia, V. K.**, “Experimental Methods for Grinding Studies in Laboratory Mills”, Powder Tech. 5, pp. 261-266, 1971/72
- [34] **Kapur, P. C.**, “An Improved Method for Estimating the Feed Size Breakage Distribution Functions”, Powder Tech., 33, pp. 269-275, 1982
- [35] **Gardner, R. P. and Sukanjanajtee, K.**, “A Combined Tracer and Back Calculation Method for Determining Particulate Breakage Functions in Ball Milling Part I: Rationale and Description of the Proposed Method”, Powder Tech., 6, pp. 65-74, 1972
- [36] **Cutting, G. W.**, “A Practical Method for Predicting Grinding Model Parameters from Laboratory Batch Tests”, Powder Tech., 15, pp. 21-28, 1976
- [37] **Mbreira, R. M., de Castro, J. O. H. M. and Gardner, R. P.**, “A Combined Tracer and Back Calculation Method of Determining Particulate Breakage Functions in Ball Milling”, Powder Tech., 6, pp. 75-83, 1972
- [38] **Austin, L. G., Shoji, K., Bhatia, V. K., Jindal, V., Savage, K. and Klimpel, R. R.**, “Some Results on the Description of Size Reduction as a Rate Process in Various Mills”, Ind. Eng. Chem. Process Des. Devel., 15, (1), pp. 187-196, 1976
- [39] **Austin, L. G., Klimpel, R. R., Luckie, P. T. and Rogers, R. S. C.**, “Simulation of Grinding Circuits for Design”, Design and Installation of Commnuyion Grcuits, SME/ AI ME, pp. 301-324, 1982
- [40] **İpek, H.**, “Seramik Hammadde Karışımlarının Öğütülebilirlik Özelliklerinin Belirlenmesi”, Doktora Tezi, Oğangazi Üniversitesi, 2003
- [41] **Bowditch, E. K.**, “Theoretical and Experimental Studies of Kinetics of Grinding in a Ball Mill”, Trans. SME/ AI ME, 217, pp. 194-202, 1960

EKLER

EK I

TÜM FRAKSİYON ÖĞÜTMELERİ SONUCUNDA ELDE EDİLEN BOYUT DAĞILI M TABLOLARI

Tablo 1. -2,83 +2,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l n e s i sonucunda elde edilen boyut da ğ ı l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt arı (%)
-2,83 +2,00	21,61	6000	96,04
-2,00 +1,41	21,88	593	
-1,41 +1,00	18,21	122	
-1,00 +0,710	18,36	70	
-0,710 +0,5	10,04	99	
-0,5 +0,355	6,51	84	
-0,355	3,40	484	
TOPLAM	100,00		

Tablo 2. -2,00 +1,41 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l n e s i sonucunda elde edilen boyut da ğ ı l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt arı (%)
-2,83 +2,00	19,09		80,63
-2,00 +1,41	24,29	5408	
-1,41 +1,00	18,81	1341	
-1,00 +0,710	17,73	252	
-0,710 +0,5	9,43	171	
-0,5 +0,355	7,31	182	
-0,355	3,34	566	
TOPLAM	100,00		

Tablo 3 -1,41 +1,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l n e s i sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aral ı ğ (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt ar ı (%)
-2,83 +2,00	20,90		
-2,00 +1,41	22,95		
-1,41 +1,00	18,86	4823	62,97
-1,00 +0,710	17,43	2677	
-0,710 +0,5	9,92	265	
-0,5 +0,355	6,76	133	
-0,355	3,19	627	
TOPLAM	100,00		

Tablo 4 -1,00 +0,710 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l n e s i sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aral ı ğ (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt ar ı (%)
-2,83 +2,00	21,17		
-2,00 +1,41	22,36		
-1,41 +1,00	18,07		
-1,00 +0,710	18,78	2567	73,91
-0,710 +0,5	9,41	1278	
-0,5 +0,355	6,98	249	
-0,355	3,23	647	
TOPLAM	100,00		

Tablo 5 -0,710 +0,500 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l n e s i sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aral ı ğ (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt ar ı (%)
-2,83 +2,00	20,44		
-2,00 +1,41	23,01		
-1,41 +1,00	18,21		
-1,00 +0,710	17,81		
-0,710 +0,5	10,30	3792	80,93
-0,5 +0,355	6,89	942	
-0,355	3,34	400	
TOPLAM	100,00		

Tablo 6. -0,500 +0,355 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 15 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal zeme M kt arı (%)
-2,83 +2,00	21,83		
-2,00 +1,41	22,38		
-1,41 +1,00	17,87		
-1,00 +0,710	18,23		
-0,710 +0,5	9,53		
-0,5 +0,355	6,99	4645	73,38
-0,355	3,17	3033	
TOPLAM	100,00		

Tablo 7. -2,83 +2,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 30 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal zeme M kt arı (%)
-2,83 +2,00	18,61	6000	82,71
-2,00 +1,41	21,76	968	
-1,41 +1,00	18,16	348	
-1,00 +0,710	18,80	187	
-0,710 +0,5	10,68	191	
-0,5 +0,355	7,19	213	
-0,355	4,80	605	
TOPLAM	100,00		

Tablo 8. -2,00 +1,41 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 30 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal zeme M kt arı (%)
-2,83 +2,00	17,35		
-2,00 +1,41	23,04	5044	71,34
-1,41 +1,00	19,06	1407	
-1,00 +0,710	18,27	448	
-0,710 +0,5	10,25	311	
-0,5 +0,355	7,40	345	
-0,355	4,63	913	
TOPLAM	100,00		

Tablo 9. -1,41 +1,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 30 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ ı l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt arı (%)
-2,83 +2,00	17,79		
-2,00 +1,41	23,04		
-1,41 +1,00	18,94	4416	57,90
-1,00 +0,710	18,27	2775	
-0,710 +0,5	10,06	396	
-0,5 +0,355	7,38	291	
-0,355	4,53	904	
TOPLAM	100,00		

Tablo 10. -1,00 +0,710 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 30 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ ı l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt arı (%)
-2,83 +2,00	16,91		
-2,00 +1,41	22,89		
-1,41 +1,00	18,14		
-1,00 +0,710	19,95	2333	71,38
-0,710 +0,5	9,90	1368	
-0,5 +0,355	7,39	276	
-0,355	4,81	586	
TOPLAM	100,00		

Tablo 11. -0,710 +0,500 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışı m n 30 s. öğüt ü l nesi sonucunda el de edil en boyut da ğ ı l ı m

Boyut Aralığı (mm)	M kt ar (%)	Mn (ppm)	Kal an Mal ze me M kt arı (%)
-2,83 +2,00	17,73		
-2,00 +1,41	22,47		
-1,41 +1,00	18,36		
-1,00 +0,710	19,23		
-0,710 +0,5	10,43	3623	78,34
-0,5 +0,355	7,18	847	
-0,355	4,59	540	
TOPLAM	100,00		

Tablo 12 -0,500 +0,355 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 30 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalın Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	17,67		
-2,00 +1,41	22,48		
-1,41 +1,00	18,94		
-1,00 +0,710	18,58		
-0,710 +0,5	10,43		
-0,5 +0,355	7,28	4223	69,48
-0,355	4,63	2359	
TOPLAM	100,00		

Tablo 13 -2,83 +2,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalın Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	13,00	6000	57,78
-2,00 +1,41	21,00	1580	
-1,41 +1,00	17,93	562	
-1,00 +0,710	20,74	417	
-0,710 +0,5	11,35	362	
-0,5 +0,355	8,21	264	
-0,355	7,77	630	
TOPLAM	100,00		

Tablo 14 -2,00 +1,41 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalın Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	11,46		
-2,00 +1,41	21,13	4438	57,57
-1,41 +1,00	19,20	2044	
-1,00 +0,710	20,40	757	
-0,710 +0,5	11,03	539	
-0,5 +0,355	8,72	355	
-0,355	8,06	1048	
TOPLAM	100,00		

Tablo 15. -1,41 +1,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	12,63		
-2,00 +1,41	21,83		
-1,41 +1,00	18,95	3508	46,02
-1,00 +0,710	20,09	2936	
-0,710 +0,5	11,15	537	
-0,5 +0,355	7,98	544	
-0,355	7,37	940	
TOPLAM	100,00		

Tablo 16. -1,00 +0,710 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	12,02		
-2,00 +1,41	21,80		
-1,41 +1,00	19,23		
-1,00 +0,710	20,69	2122	67,31
-0,710 +0,5	10,70	1345	
-0,5 +0,355	8,19	342	
-0,355	7,37	661	
TOPLAM	100,00		

Tablo 17. -0,710 +0,500 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	12,29		
-2,00 +1,41	21,83		
-1,41 +1,00	18,68		
-1,00 +0,710	20,46		
-0,710 +0,5	11,37	3078	72,52
-0,5 +0,355	7,95	927	
-0,355	7,43	590	
TOPLAM	100,00		

Tablo 18. -0,500 +0,355 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 60 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	12,41		
-2,00 +1,41	21,51		
-1,41 +1,00	18,64		
-1,00 +0,710	20,14		
-0,710 +0,5	11,62		
-0,5 +0,355	8,06	3446	62,82
-0,355	7,61	1925	
TOPLAM	100,00		

Tablo 19. -2,83 +2,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	5,71	6000	25,38
-2,00 +1,41	16,46	2562	
-1,41 +1,00	20,43	915	
-1,00 +0,710	23,17	640	
-0,710 +0,5	12,27	470	
-0,5 +0,355	9,52	374	
-0,355	12,44	778	
TOPLAM	100,00		

Tablo 20. -2,00 +1,41 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	6,25		
-2,00 +1,41	16,44	3422	34,54
-1,41 +1,00	19,86	2464	
-1,00 +0,710	23,25	867	
-0,710 +0,5	11,88	708	
-0,5 +0,355	9,93	618	
-0,355	12,38	986	
TOPLAM	100,00		

Tablo 21. -1,41 +1,00 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	6,48		
-2,00 +1,41	16,01		
-1,41 +1,00	19,79	2504	34,31
-1,00 +0,710	23,30	2682	
-0,710 +0,5	11,91	870	
-0,5 +0,355	9,97	539	
-0,355	12,55	999	
TOPLAM	100,00		

Tablo 22 -1,00 +0,710 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	5,62		
-2,00 +1,41	16,20		
-1,41 +1,00	20,26		
-1,00 +0,710	23,50	1229	44,28
-0,710 +0,5	11,87	1164	
-0,5 +0,355	10,00	427	
-0,355	12,55	476	
TOPLAM	100,00		

Tablo 23. -0,710 +0,500 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	5,29		
-2,00 +1,41	16,40		
-1,41 +1,00	20,64		
-1,00 +0,710	23,17		
-0,710 +0,5	12,55	2276	59,19
-0,5 +0,355	9,57	936	
-0,355	12,39	325	
TOPLAM	100,00		

Tablo 24 -0,500 +0,355 boyut aralığında renkli cam kullanılarak hazırlanan karışımın 120 s. öğütülmesi sonucunda elde edilen boyut dağılımı

Boyut Aralığı (mm)	Miktar (%)	Mn (ppm)	Kalan Malzeme Miktarı (%)
-2,83 +2,00	5,63		
-2,00 +1,41	16,46		
-1,41 +1,00	20,38		
-1,00 +0,710	23,13		
-0,710 +0,5	12,53		
-0,5 +0,355	9,59	2465	53,43
-0,355	12,28	1158	
TOPLAM	100,00		

EK II

TEK FRAKSİYON ÖĞÜTMELERİ SONUCUNDA ELDE EDİLEN BOYUT DAĞILI MTABLOLARI

Tablo 25. -2,83 +2,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
- 2,83 +2,00	77,69	77,69	100,00
- 2,00 +1,41	15,10	92,79	22,31
- 1,41 +1,00	2,80	95,59	7,21
- 1,00 +0,710	1,88	97,47	4,41
- 0,710 - 0,500	0,78	98,25	2,53
- 0,500 +0,355	0,53	98,78	1,75
- 0,355	1,22	100,00	1,22
Toplam	100,00		

Tablo 26. -2,83 +2,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
- 2,83 +2,00	66,77	66,77	100,00
- 2,00 +1,41	20,06	86,84	33,23
- 1,41 +1,00	4,98	91,81	13,16
- 1,00 +0,710	3,48	95,29	8,19
- 0,710 - 0,500	1,49	96,78	4,71
- 0,500 +0,355	0,94	97,73	3,22
- 0,355	2,27	100,00	2,27
Toplam	100,00		

Tablo 27. -2,83 +2,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00	53,91	53,91	100,00
-2,00 +1,41	23,78	77,69	46,09
-1,41 +1,00	7,88	85,57	22,31
-1,00 +0,710	5,82	91,39	14,43
-0,710 -0,500	2,76	94,15	8,61
-0,500 +0,355	1,59	95,74	5,85
-0,355	4,26	100,00	4,26
Toplam	100,00		

Tablo 28. -2,00 +1,41 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41	81,73	81,73	100,00
-1,41 +1,00	12,78	94,51	18,27
-1,00 +0,710	2,73	97,24	5,49
-0,710 -0,500	1,04	98,28	2,76
-0,500 +0,355	0,46	98,74	1,72
-0,355	1,26	100,00	1,26
Toplam	100,00		

Tablo 29. -2,00 +1,41 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41	73,23	73,23	100,00
-1,41 +1,00	16,70	89,93	26,77
-1,00 +0,710	4,87	94,80	10,07
-0,710 -0,500	1,90	96,70	5,20
-0,500 +0,355	0,97	97,67	3,30
-0,355	2,33	100,00	2,33
Toplam	100,00		

Tablo 30. -2,00 +1,41 boyut aralığına beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41	60,33	60,33	100,00
-1,41 +1,00	21,40	81,72	39,67
-1,00 +0,710	8,56	90,29	18,28
-0,710 -0,500	3,43	93,72	9,71
-0,500 +0,355	1,85	95,57	6,28
-0,355	4,43	100,00	4,43
Toplam	100,00		

Tablo 31. -1,41 +1,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00	78,02	78,02	100,00
-1,00 +0,710	18,26	96,29	21,98
-0,710 -0,500	1,48	97,77	3,71
-0,500 +0,355	0,74	98,51	2,23
-0,355	1,49	100,00	1,49
Toplam	100,00		

Tablo 32. -1,41 +1,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00	66,53	66,53	100,00
-1,00 +0,710	26,86	93,39	33,47
-0,710 -0,500	2,67	96,06	6,61
-0,500 +0,355	1,26	97,32	3,94
-0,355	2,68	100,00	2,68
Toplam	100,00		

Tablo 33 -1,41 +1,00 boyut aralığına beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Aç ık ı ğ (mm)	M ık t ar (%)	Top l am El ek Ü st ü (%)	Top l am El ek Alt ı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00	59,44	59,44	100,00
-1,00 +0,710	28,53	87,97	40,56
-0,710 -0,500	4,80	92,77	12,03
-0,500 +0,355	2,33	95,10	7,23
-0,355	4,90	100,00	4,90
Top l am	100,00		

Tablo 34 -1,00 +0,710 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Aç ık ı ğ (mm)	M ık t ar (%)	Top l am El ek Ü st ü (%)	Top l am El ek Alt ı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710	88,28	88,28	100,00
-0,710 -0,500	9,06	97,34	11,72
-0,500 +0,355	1,05	98,39	2,66
-0,355	1,61	100,00	1,61
Top l am	100,00		

Tablo 35 -1,00 +0,710 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Aç ık ı ğ (mm)	M ık t ar (%)	Top l am El ek Ü st ü (%)	Top l am El ek Alt ı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710	83,35	83,35	100,00
-0,710 -0,500	11,33	94,68	16,65
-0,500 +0,355	2,04	96,72	5,32
-0,355	3,28	100,00	3,28
Top l am	100,00		

Tablo 36 -1,00 +0,710 boyut aralığına beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710	75,71	75,71	100,00
-0,710 -0,500	15,21	90,92	24,29
-0,500 +0,355	3,37	94,29	9,08
-0,355	5,71	100,00	5,71
Toplam	100,00		

Tablo 37 -0,710 +0,500 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500	88,49	88,49	100,00
-0,500 +0,355	7,21	95,70	11,51
-0,355	4,30	100,00	4,30
Toplam	100,00		

Tablo 38 -0,710 +0,500 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı

El ek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam El ek Üst ü (%)	Toplam El ek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500	86,78	86,78	100,00
-0,500 +0,355	7,47	94,25	13,22
-0,355	5,75	100,00	5,75
Toplam	100,00		

Tablo 39. -0,710 +0,500 boyut aralığına beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500	80,13	80,13	100,00
-0,500 +0,355	11,33	91,46	19,87
-0,355	8,54	100,00	8,54
Toplam	100,00		

Tablo 40. -0,500 +0,355 boyut aralığına beslenen malzemenin 15 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500			
-0,500 +0,355	89,08	89,08	100,00
-0,355	10,92	100,00	10,92
Toplam	100,00		

Tablo 41. -0,500 +0,355 boyut aralığına beslenen malzemenin 30 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı

Etek Açıklığı (mm)	Miktar (%)	Toplam Etek Üstü (%)	Toplam Etek Altı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500			
-0,500 +0,355	88,23	88,23	100,00
-0,355	11,77	100,00	11,77
Toplam	100,00		

Tablo 42 -0,500 +0,355 boyut aralığı na beslenen malzemenin 60 saniye öğütülmesi sonucu tane boyutu dağılımı.

El ek Aç ık ı ğ (mm)	M ık t ar (%)	Top l am El ek Ü st ü (%)	Top l am El ek At ı (%)
-2,83 +2,00			
-2,00 +1,41			
-1,41 +1,00			
-1,00 +0,710			
-0,710 -0,500			
-0,500 +0,355	84,03	84,03	100,00
-0,355	15,97	100,00	15,97
Top l am	100,00		

ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Eskişehir’de doğan Hakan Arslan GÖRAY, lise öğrenimini İzmir Karşıyaka Lisesi’nde tamamladıktan sonra, 1993 yılında Ankara Üniversitesi Çankırı Meslek Yüksek Okulu Endüstriyel Elektronik Programına girmiştir. 1995 yılında birincilikle mezun olarak, 1996 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Maden Mühendisliği Bölümüne girmiş ve 2000 yılında “Maden Mühendisi” ünvanı olarak mezun olmuştur. Aynı yıl askerlik görevini yerine getirmiş ve 2001 yılında terhis olmuştur. 2002 yılında İ. T. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Maden Mühendisliği Bölümünü kazanmıştır ve halen bu bölümde Yüksek Lisans Öğrenimi devam etmektedir.