

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SAYISAL TİTREŞİM MODELLERİNİN DENEYSEL
VERİLERLE GÜNCELLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mühendis Gökhan Gürbüz
503031401

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2005

Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Şubat 2006

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Kenan Yüce ŞANLITÜRK

Prof. Dr. H. Temel Belek

Doç. Dr. Ata Muğan

Şubat 2006

ÖNSÖZ

Bu yüksek lisans tez çalışmasını yöneten, değerli hocam Sn. Prof. Dr. Kenan Yüce ŞANLITÜRK'e olumlu eleştirileri ve sabrı için teşekkür ederim.

Çalışmanın her aşamasında desteğini esirgemeyen, değerli fikirleri ve eleştirileriyle katkıda bulunan Sn. Dr. Faruk BAYRAKTAR, bilgi ve birikimlerinin aktarmasının yanı sıra deneysel çalışmalarındaki katkılarından dolayı Sn. Metin GÜL ve Sn. Ergin ARSLAN başta olmak üzere tüm ARGE Titreşim Akustik Laboratuvarı çalışanlarına teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca manevi desteğini esirgemeyen Sn. Hande AÇIK'a ve tüm hayatım boyunca her daim yanımda olan, her adımında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, sevgili AİLEME teşekkürlerimi borç bilirim.

Aralık 2005

Gökhan GÜRBÜZER

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Literatür Araştırması	3
1.1.1. Doğrudan Yöntemler	4
1.1.2. Tekrarlı (Iterative) Yöntemler	6
1.1.3. Model Güncelleme Yöntemleri Üzerine Genel Değerlendirmeler	8
1.2. Amaç ve İçerik	10
2. SAYISAL MODEL	12
2.1. Sonlu Elemanlar Modeli	14
2.2. Sayısal Modelin Gerçek Yapıyla Uyumsuzlukları	16
2.2.1. Sayısal Modellemenin Pratik Sınırlarından Kaynaklanan Uyumsuzluklar	16
2.2.2. Sayısal Modeldeki Sayısal Değerlerden Kaynaklanan Uyumsuzluklar	17
3. DENEYSEL MODEL	18
3.1. FTF Ölçümü	19
3.2. Deneysel Modal Analiz	25
3.3. Model Güncelleme için Uygun Deneysel Model	28
4. DENEYSEL VE SAYISAL MODELİN KARŞILAŞTIRILMASI	33
4.1. Frekansların Karşılaştırılması	34
4.2. Mod Şekillerinin karşılaştırılması	35
4.2.1. Mod Şekillerinin Görsel Olarak Karşılaştırılması	36
4.2.2. Mod Şekillerinin Matematiksel Araçlarla Karşılaştırılması	36
4.3. Frekans Tepki Fonksiyonlarının Karşılaştırılması	44
4.3.1. FTF'lerin Görsel Olarak Karşılaştırılması	45
4.3.2. FTF'lerin Matematiksel Araçlar Kullanılarak Sayısal Olarak karşılaştırılması	46
4.4. Model Güncelleme için Uygun Sayısal Model	47

5. MODEL GÜNCELLEME YÖNTEMLERİ	51
5.1. Doğrudan Yöntemler	51
5.1.1. Berman Yöntemi	51
5.1.2. Özdeğer Kısıt Yöntemi	53
5.1.3. Hata Matrisi Yöntemi	56
5.1.4. Frekans Tepki Fonksiyonu ile Güncelleme Yöntemi	61
5.2. Tekrarlı Yöntemler	64
5.2.1. Minimum Varyans Yöntemi	64
5.2.2. Ortogonalite Şartını Kullanan Yöntemler	67
5.2.3. Kontrol Yöntemlerine Dayalı Güncelleme	67
5.2.4. Duyarlılık Yöntemi	68
5.3. Model Güncelleme	77
6. DUYARLILIK YÖNTEMİ İLE MODEL GÜNCELLEME	80
6.1. Güncelleme Eşitliğinin Kurulması	81
6.2. Tekil Değer Ayrıştırması	86
6.3. Etkin Bağımsızlık Dağılımı	87
6.4. Program Geliştirilmesi	93
7. UYGULAMALAR	96
7.1. Sayısal Uygulamalar	97
7.1.1. Y Plaka	97
7.1.2. L plaka	102
7.1.3. Patlatmalı Plaka	106
7.1.4. Çözümün Tekillliği	115
7.2. Deneysel Uygulamalar	116
7.2.1. L plaka	116
7.2.2. Patlatmalı Plaka	120
8. GENEL DEĞERLENDİRİLME VE GELECEK ÇALIŞMALAR İÇİN ÖNERİLER	136
8.1. Genel Değerlendirme	136
8.2. Gelecek Çalışmalar için Öneriler	139
KAYNAKLAR	140
ÖZGEÇMİŞ	144

KISALTMALAR

FTF	: Frekans Tepki Fonksiyonu
MGK	: Modal Güvence Kriteri
Öznel MGK	: Öznel Modal Güvence Kriteri
MÖÇ	: Modal Ölçek Çarpanı
SEM	: Sonlu Elemanlar Modeli
FTGK	: Frekans Tepki Güvence Kriteri
FAGK	: Frekans Alanı Güvence Kriteri
KMGK	: Koordinat Modal Güvence Kriteri
TGTÇ	: Tek Giriş Tek Çıkış
ÇGÇÇ	: Çoklu Girdi Çoklu Çıktı
TGÇÇ	: Tek Giriş Çoklu Çıkış
ESİİ	: Eşdeğer Sistem İndirgeme İşlemi

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Yaygın kullanıma Sahip Eleman Tipleri	14
Tablo 4.1. Frekans Karşılaştırılması ve Frekans Farkları	34
Tablo 4.2. MGK Matrisi	38
Tablo 7.1. Y plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları	98
Tablo 7.2. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları.....	98
Tablo 7.3. L plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları.....	102
Tablo 7.4. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları.....	103
Tablo 7.5. L plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları.....	107
Tablo 7.6. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları.....	108
Tablo 7.7. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları.....	111
Tablo 7.8. Patlatmalı plaka sayısal modellerinin güncellenebilir parametre sayıları	122
Tablo 7.9. Güncelleme öncesi değerleri değiştirilen parametrelerin eski ve yeni değerleri	132

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Sayısal Modelin Kullanıldığı Ürün Tasarım Süreci	3
Şekil 2.1 : Sayısal Hesap Yönü [44]	16
Şekil 3.1 : Deneysel Hesap Yönü [44]	19
Şekil.3.2 : Sarcı kullanıldığı durumda FTF ölçüm Sisteminin Temel Elemanları [44]	21
Şekil 3.3 : Çekiç kullanıldığı durumda FTF ölçüm Sisteminin Temel Elemanları .	21
Şekil 3.4 : Deneysel modelin sınanma adımları	32
Şekil 4.1 : Frekans Karşılaştırması	35
Şekil 4.2 : MGK'nın iki boyutlu ve üç boyutlu grafikte gösterimi	38
Şekil 4.3 : Deneysel model için Öznel MGK	40
Şekil 4.4 : Serbestlik derecesinin MGK ve Öznel MGK'ya etkisi	40
Şekil 4.5 : Frekans Ölçeklendirilmiş MGK	43
Şekil 4.6 : KMG'nın serbestlik derecesine göre gösterimi	44
Şekil 4.7 : MGK ve KMGK arasındaki ilişki	44
Şekil 4.8 : FTF'lerin görsel olarak karşılaştırılması	45
Şekil 4.9 : FAGK ve FTGK arasındaki ilişki	47
Şekil 4.10 : Sayısal Modelin Sınanma adımları	50
Şekil 5.1 : Duyarlılık yöntemi için akış şeması [1]	73
Şekil 5.2 : Sayısal model güncellemede belirlenmesi gereken başlıklar	78
Şekil 6.1 : Model güncelleme için tez kapsamında oluşturulan akış şeması	81
Şekil 6.2 : Güncelleme eşitliğinin çözülmesi ve artım değerlerinin hesaplanması .	92
Şekil 6.3 : Model güncelleme için yazılmış olan programların akış şeması	95
Şekil 7.1 : Y plaka sayısal modeli	97
Şekil 7.2 : Y plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	99
Şekil 7.3 : Y plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	99
Şekil 7.4 : Y plaka yakınsama grafiği	100
Şekil 7.5 : Y plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	100
Şekil 7.6 : Y plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	101
Şekil 7.7 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması	101
Şekil 7.8 : L plaka Sayısal modeli	102
Şekil 7.9 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	103
Şekil 7.10 : L plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	104
Şekil 7.11 : L plaka yakınsama grafiği	104
Şekil 7.12 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	105
Şekil 7.13 : L plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	105
Şekil 7.15 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması	106
Şekil 7.16 : Patlatmalı plaka sayısal modeli	107
Şekil 7.17 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	108

Şekil 7.18 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	108
Şekil 7.19 : Patlatmalı plaka yakınsama grafiği	109
Şekil 7.20 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	109
Şekil 7.21 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	110
Şekil 7.22 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması	110
Şekil 7.23 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	112
Şekil 7.24 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	112
Şekil 7.25 : Patlatmalı plaka yakınsama grafiği	113
Şekil 7.26 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması	113
Şekil 7.27 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	114
Şekil 7.28 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması	114
Şekil 7.29 : L plaka ve L plakanın deneysel modeli.....	117
Şekil 7.30 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması.....	118
Şekil 7.31 : L plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	118
Şekil 7.32 : L plaka yakınsama grafiği	119
Şekil 7.33 : L plaka güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması.....	119
Şekil 7.34 : L plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	120
Şekil 7.35 : Patlatmalı plaka ve patlatmalı plakanın deneysel modeli	121
Şekil 7.36 : Hazırlanan patlatmalı plaka sayısal modelleri ve sayısal model numaraları	121
Şekil 7.37 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	123
Şekil 7.38 : Patlatmalı plaka (1) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	123
Şekil 7.39 : Patlatmalı plaka (1) yakınsama grafiği.....	124
Şekil 7.40 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması	124
Şekil 7.41 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	125
Şekil 7.42 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	126
Şekil 7.43 : Patlatmalı plaka (2) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	126
Şekil 7.44 : Patlatmalı plaka (2) yakınsama grafiği.....	127
Şekil 7.45 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması	127
Şekil 7.46 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	128
Şekil 7.47 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	129
Şekil 7.48 : Patlatmalı plaka (3) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	129
Şekil 7.49 : Patlatmalı plaka (3) yakınsama grafiği.....	130
Şekil 7.50 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması	130
Şekil 7.51 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	131
Şekil 7.52 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması	132
Şekil 7.53 : Patlatmalı plaka (3) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması	133
Şekil 7.54 : Patlatmalı plaka (3) yakınsama grafiği.....	133
Şekil 7.55 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması	134

Şekil 7.56 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması	134
Şekil 7.57 : Güncelleme sonuçlarının karşılaştırılması	135
Şekil 8.1 : Model güncelleme uygulamaları için önerilen akış şeması.....	138

SEMBOL LİSTESİ

$[K]$	: Katılık matrisi
$[K_s]$	: Sayısal katılık matrisi
$[K_D]$	: Deneysel elastik matrisi
$[M]$	: Kütle matrisi
$[M_s]$	: Sayısal kütle matrisi
$[M_D]$	: Deneysel kütle matrisi
$[M_G]$	: Güncellenmiş sayısal kütle matrisi
$[C]$	: Sönüm matrisi
$\{F\}$	: Kuvvet vektörü
λ_r	: r . özdeğer
$[\lambda]$	: Özdeğer matrisi
$[\psi]$	: Özvektör
$\{\psi\}$	: Özvektör matrisi
$\{\psi\}_r$	: r . özvektör
$[\psi_s]$	: Sayısal özvektör matrisi
$[\psi_D]$	: Deneyesel özvektör matrisi
$\{\phi\}_r$	: r . normalize özvektör
$[\phi]$	: Normalize özvektör matrisi
$[\phi_s]$	: Sayısal normalize özvektör matrisi
$[\phi_D]$	: Deneysel normalize özvektör matrisi
η	: Sönüm katsayısı
$\alpha(\omega)$	: Frekans Tepki Fonksiyonu (FTF)
$H(\omega)$	: FTF matrisi
$J(P)$	: Amaç fonksiyonu
$[Z]$	: Dinamik katılık
$[Z(\omega)]$	: Dinamik katılık
$\{f_i\}$	: i . adımı için bulunan sayısal model sonuçları
$\{f_D\}$	: Deneysel model sonuçları
$\{P_i\}$	: i . adımdaki bulunan parametre değerleri
$\{P_D\}$	: Gerçek parametre değerler
m	: Güncellenen parametre sayısı
M	: Serbestlik derecesi

n	: Mod Sayısı
L	: Frekans noktası sayısı
$\{P\}$	: Güncellenen parametre vektörü
$\{\Delta P\}$	: Güncellenen parametrelerdeki değişim vektörü
ω_r	: r . Doğal frekans
$(\omega_r)_s$	: r . Sayısal doğal frekans
$(\omega_r)_D$	: r . Deneysel doğal frekans
j	: Sanal operatör $\sqrt{-1}$
$[]^*$	: Karmaşık sayının eşteği
$[]^T$	: Matrisin transpozu
$[]^{-1}$	: Matrisin tersi
$[]^+$	: Kare olmayan matrisin genelleştirilmiş tersi

SAYISAL TİTREŞİM MODELLERİNİN DENEYSEL VERİLERLE GÜNCELLENMESİ

ÖZET

Gelişen bilgisayar teknolojisi ile birlikte tasarım sürecinde sayısal modellerin kullanım alanı yaygınlaşmakta ve sayısal modellerden beklentiler artmaktadır. Sayısal modeller tasarım, tasarımda yapılan değişikliklerin sınanması ve optimizasyon gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Sayısal model sonuçları, yapılan kabullere bağlı olarak yapıyı temsil etmektedir. Yanlış yapılan kabullerin sonucunda sayısal modelin sonuçları gerçekten uzak olabilmektedir. Bu çalışmanın amacı, yapıyı temsil eden bir deneysel model kullanarak, sayısal modelin sonuçlarını gerçek yapıya yaklaştırmaktır. Sayısal model sonuçlarının deneysel veriler kullanarak gerçek yapıya yaklaştırması literatürde “Sayısal Model Güncelleme” olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmada, model güncelleme için uygun deneysel ve sayısal modeller tanıtılmış ve sayısal modeldeki yanlış kabullerin kaynakları açıklanmıştır. Literatürdeki güncelleme yöntemleri incelenerek, çalışma kapsamına uygun olan duyarlılık tabanlı bir yöntem seçilmiştir. Model Güncelleme sürecinde, parametre sayısının denklem sayısından fazla olduğu durumlarda; mevcut denklemlerle güncellenebilecek parametrelerin seçimi için “Etkin Bağımsızlık Dağılımı” kullanılmıştır. Duyarlılık yöntemi ile model güncelleme yapılabilmesi için Matlab ortamında bir program yazılmış, bu program bir ticari sonlu elemanlar yazılımında oluşturulmuş olan sayısal modellerin güncellenmesinde kullanılmıştır.

Program kullanılarak yapılan model güncelleme uygulamaları iki aşamada gerçekleştirilmiştir: İlk aşamada sayısal modeldeki hata oranlarının bilindiği “sayısal uygulamalar” yapılmıştır. İkinci aşamada ise sayısal uygulamaların sonuçları kullanılarak sayısal modeldeki hata oranının bilinmediği “Deneysel Uygulamalar” yapılmıştır. Sayısal ve deneysel uygulamalarda model güncelleme sonuçlarının tekiliği, çözümün fiziksel anlamlılığı ve sayısal modelin yeterliliği ile ilgili sonuçlar elde edilmiştir. Uygulama sonuçları kullanılarak sayısal model güncellenmenin, uygulanabilirliği değerlendirilmiştir.

UPDATING OF NUMERICAL MODELS BY USING EXPERIMENTAL MODELS

SUMMARY

Recent developments in computer technology are constantly increasing the share of numerical models in design processes. Furthermore, more sophisticated numerical models are being developed and higher levels of accuracy are expected from these models. Numerical models, especially finite element models, are widely used for design, structural modification and optimization purposes in industry. It is known that the accuracy of a numerical model depends on various assumptions made on model parameters. Wrong assumptions about the model parameters lead to incorrect numerical models and the results obtained from such models cannot represent dynamic behavior of structures correctly. The aim of this thesis is to improve the accuracy of the numerical models for structures by modifying these models using experimental data. This process is called “Model Updating”.

In this thesis, the properties expected from both numerical and experimental models for modal updating purposes are summarized. Also, the possible sources of incorrect assumptions during numerical modeling are explained. A detailed literature survey on model updating is conducted; the advantages and disadvantages of these methods are identified. Then, a sensitivity-based model updating approach is selected for further research and applications. In cases where number of updating parameters is greater than number of available equations, ‘Effective Independence Distribution’ is used to determine best parameters for solving by current equations. Using sensitivity-based approach, a model updating routine is developed in Matlab environment for improving the accuracy of the numerical models. This routine is designed to update numerical models that are created using a commercial Finite Element Software. The assessment of the performance of the model updating routine is done in two steps.

In the so-called ‘Numerical Applications’ step, the errors in the numerical models are already known at the beginning and the aim is to assess the performance of the technique to identify these known errors. In the second step, the method is applied for real structures where the errors are unknowns to be determined and corrected. Results of numerical and experimental applications indicate information about singularity of solution, physical meaning of results and sufficiency of numerical model. Results of applications are combined to evaluate applicability of modal updating.

1. GİRİŞ

Gelişen teknoloji daha hızlı, daha hafif, daha hassas, daha verimli, ürünlerin üretilmesine olanak sağlamaktadır. Yeni olanaklar şüphesiz ürünlerden beklentilerin de değişmesine yol açmaktadır, özellikle yüksek hızda çalışan ve hafif parçalardan beklentileri artırmıştır. Bu durum yapıların titreşim davranışlarının belirlenmesinin ve istenen çalışma koşulu için daha uygun titreşim davranışı olan yapıların geliştirilmesinin önemini artırmaktadır.

Ürün tasarımında genellikle ilk tasarım, üründen beklenenleri tam olarak karşılamamaktadır. Üründen beklenenler dahilinde yapılan ilk tasarımın bu beklentileri hangi oranda karşıladığı sınınanarak tasarım adım adım geliştirilmektedir. Beklentileri istenilen oranda karşılayabilir bir tasarım elde edilene kadar deneme ve geliştirme işi devam etmektedir. Günümüzde yapıdan beklentilerin artmakta oluşu, yapılan tasarım değişikliklerinin niteliğini daha ayrıntılı hesap yönüne kaydırmakla beraber, yapılabilecek değişiklik sayısını da artırmaktadır. Aynı zamanda günümüz rekabet koşullarında üreticiler ürün geliştirme süreçlerini hızlandırmayı ve ürünün satış bedeline de önemli katkısı olan ürün geliştirme maliyetlerini azaltmayı amaçlamaktadırlar.

Yapıların titreşim davranışlarının geliştirilmesi adımı, yapının titreşim davranışı farklı tasarım seçenekleriyle değiştirilebilmektedir. Mevcut seçenekler yapı hakkındaki bilgi ve hesaplarla değerlendirildikten sonra yapılması kararlaştırılan her değişiklik prototip haline getirilmektedir. Ürün tasarım çevrimi bu prototipin deneysel çalışma ile titreşim modelinin oluşturulması, sınılanması ve iyileştirmelerin yapılması şeklinde olmaktadır.

Bu işlemlerin her iyileştirme adımı yapıyor olması ürün tasarımının süresinin uzatmakta ve prototip sayısının artışına bağlı olarak da maliyetler artmaktadır. Buna ek olarak, yapının farklı sınır şartlarında sınılanmasıyla ilgili zorlukların oluşması gibi olumsuz sonuçlar doğurmaktadır.

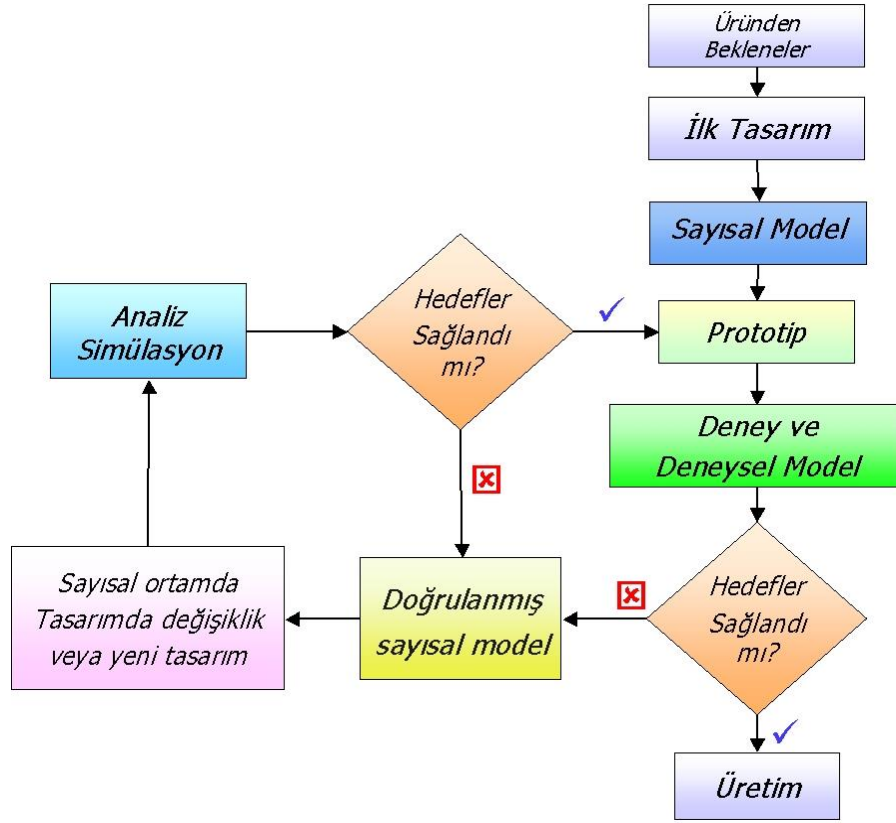
Gelişen bilgisayar teknolojisi ve geliştirilen matematiksel yöntemler ürün tasarım sürecinde oluşan bu zorlukların azaltılması için sayısal modelleme imkanını ortaya

koymuştur. Sayısal modelleme, tasarlanan parçanın modelinin tamamen bilgisayar ortamında oluşturulmasına ve sınanmasına olanak sağlamaktadır. Sayısal modelin kullanıldığı ürün tasarım sürecinin akış şeması şekil 1.1’de verilmiştir.

Tasarım değişiklerinin bilgisayar ortamında yapılması üretilmesi gereken prototip sayısını azaltmakta ve daha çok tasarım değişikliğinin daha aza maliyetle, daha kısa süre de denenmesine olanak sağlamaktadır. Ancak, oluşturulan sayısal modellerin çoğu zaman gerçek yapıyı bire bir temsil etmediği bilinmektedir. Sayısal modelleme, doğası gereği yapıyı pek çok varsayımlar sonucu yaklaşık olarak temsil etmektedir. Bu durum oluşturulan sayısal modellerin önemli hatalar içermesine sebep olmaktadır. Hatta oluşan bu hatalar sayısal modelin gerçek yapının dinamik davranışını temsil etmesine engel olacak seviyelerde olabilmektedir. Hata miktarı sayısal model oluşturulurken yapılan kabullere, gerçek yapıdaki süreksizliklere ve düzensizliklere bağlıdır. Sayısal model ile ürün tasarımı sürecinin başarısı, sayısal modelin gerçek yapıyı temsil etme oranına bağlıdır. Sayısal model kullanılarak başarılı bir ürün tasarım (veya ürün geliştirme) süreci sonucunda ulaşılan tasarım prototip olarak üretilmeli ve deneysel ölçümlerle sayısal modelin güvenilirliği sınanmalıdır. Sayısal modelin, deneysel model ile karşılaştırılması için,

- FTF’lerin üst üste konması,
- Mod şekillerinin karşılaştırılması,
- Modal Güvence Kriteri (MGK)

yöntemlerinden bir veya birkaçı kullanılabilir. Bu karşılaştırma sonucunda sayısal model gerçek yapıyı bire bir temsil edebildiği sonucuna varılırsa, sayısal model *Doğru Sayısal Model* olarak adlandırılır. Karşılaştırmaların sonucunda sayısal modelin gerçek yapıyı temsil etmekte yetersiz olduğu sonucuna da varılabilir. Genellikle pratik uygulamalarda bilinmeyen değerlerin kabul edilmesine bağlı olarak, sayısal model yetersiz olarak değerlendirilmektedir. Bu durumda deneysel verilerden hareketle sayısal model düzeltilmeli ve gerçek yapıyı temsil edebilen güncel bir model haline getirilmelidir. Sayısal modelin düzeltilmesi için gerekli olan bilgi deneysel modelden temin edilmektedir. Deneysel titreşim verileriyle güncellenmiş olan doğru sayısal model ömür, dinamik yükler altındaki davranış, dinamik yük belirlenmesi, optimizasyon gibi analizlerde de kullanılabilir.



Şekil 1.1 : Sayısal Modelin Kullanıldığı Ürün Tasarım Süreci

Bu tezin kapsamı gerçek yapıyı belirli bir oranda temsil edebilen bir sayısal modelin,

- Deneysel model kullanılarak sınanması,
- Güncellenmesi
- Doğru sayısal modele mümkün olan en yakın sayısal modelin kurulması

aşamalarından oluşmaktadır.

1.1. Literatür Araştırması

Sayısal modelleme yöntemlerinin kullanımının yaygınlaşması ile birlikte, yapının analiz edilmesi ve tasarımın geliştirilmesi çalışmaları deneysel ve sayısal modelleme olarak iki paralel sürece ayrılmıştır. Yapıyı temsil eden doğru bir sayısal modelin oluşturulması ürün tasarımı için önemli avantajlar getirmektedir. Ancak, deneysel modeldeki verilerle sayısal modeldeki veriler birbirlerine doğrudan aktarılamamaktadır. Bu nedenle sayısal modelin değiştirilerek veya düzeltilerek deneysel modeli taklit edebilecek şekle getirilmesi gerekmektedir. Sayısal modelin deneysel verilerle değiştirilmesi veya düzeltilmesi “Model Güncelleme” (Model Uptading) olarak adlandırılmaktadır.

Sayısal modelin güncellenmesi literatürde her yapı için farklı bir çözüm bulmak yerine bütün yapılar için geçerli olan bir yöntem arayışı şeklinde incelenmiştir. Model güncelleme için geliştirilen yöntemler güncelleme problemini çözüm şekline göre iki grupta toplanabilir. Doğrudan yöntemler (Direct Methods) ve Tekrarlı Yöntemler (Iterative methods).

1.1.1. Doğrudan Yöntemler

Doğrudan yöntemlerin çoğu 70'lerin sonu ve 80'lerin başında geliştirilmiştir. Bu yöntemler avantajları sebebiyle halen kullanılmakta ve geliştirilmektedir. Doğrudan yöntemler sayısal modelin verilerinin deneysel modelin verileri ile tamamlanması prensibine dayanmaktadır. Sayısal modelin sistem matrislerini doğrudan deneysel modelin matrislerinin kullanılmasıyla güncellenmektedir. Doğrudan yöntemlerde güncelleme eşitliği tek seferde çözülmekte ve sonuca ulaşılmaktadır. Yöntemlerin uygulanmasında deneysel model ile, sayısal model arasındaki serbestlik derecesi farkına bağlı olumsuzluklar bulunmaktadır. Ölçüm sistemlerinin gelişime bağlı olarak bu yöntemlerin bazı olumsuz yanları giderilebilmektedir [1-3].

Lagrange çarpanları yöntemleri:

Lagrange çarpanları yönteminde deneysel kütle ve katılık matrislerinin doğru olduğu kabul edilir. Sayısal kütle ve katılık matrisleri lagrange çarpanları yardımıyla oluşturulmuş kısıt denklemleri yardımıyla elde edilir [3].

Kenigdbuch ve Halevi [4] yine kütle ve katılık matrislerini doğru kabul etmişlerdir, ancak optimizasyon kriteri olarak kütle matrisi yerine ağırlıklandırma matrisi kullanmıştır. Bu değişiklik hata konumlarındaki hakkındaki ön bilgi ve mühendislik tecrübesi güncelleme sürecine dahil edilebilmiştir [3].

Cesar [5] güncellenmiş kütle ve katılık matrislerinin fiziksel anlamlılığını artırmak için, farklı amaç ve kısıt denklemleri kullanmıştır. Kısıt denklemlerinin oluşturulmasında kütle merkezinin yeri, toplam kütle ve atalet momenti gibi yapının fiziksel özelliklerinden yararlanmıştır [3].

Fuh ve Chen [6] sayısal modelin doğrusal olmayan sönümlü (non-proportional damping) kabulü altında güncellenebilmesi için temel bir yöntem geliştirmiştir [7].

Hata matrisi yöntemi:

Sidhu ve Ewins [9] tarafından 80'lerin sonunda geliştirilen yöntem sayısal kütle ve katılık matrislerinde hata olduğunu kabul eder ve bu matrisleri doğrudan

güncellemeyi amaçlar. Hata matrisi yöntemi birici mertebeden bir yaklaşımdır ve sadece küçük hatalar için doğru kabul edilebilir [8].

Lieven ve Ewins [10] Geliştirilmiş Hata Matrisini ortaya koydular.. Bu yöntemde Tek Değer Ayırıştırması (Singular Value Decomposion) kullanılmakta ve sistem matrislerine ihtiyaç duyulmamaktadır [7].

Brown [11] Geliştirilmiş hata konumlandırma yöntemine daha fazla denklem yazabilmek için seçilmiş olan vektörlerin iz düşümlerini de eklemiştir, ancak yöntemin temel denklemleri çok büyük bir değişikliğe uğramamıştır. Brown ayrıca hata konumlandırmaya dayalı bir önerme daha yapmıştır. Yöntemin bu şekli kütle ve katılık matrisindeki hataları bulabilmektedir ama bulunan hatanın hangi matrise ait olduğunu ayıramamaktadır [1].

Matris karıştırma yöntemleri:

Bu yöntemde Sayısal özvektörler deneysel özvektörlerle karıştırılarak güncelleme yapılır. Matris karıştırma yöntemi Ross [12] ve Thoren [13] tarafından ortaya konmuştur, Cesar ve Link [14] tarafından geliştirilmiştir. Yöntemin temeli yapının bütün serbestlik derecelerinde ölçüm yapılması durumunda, yapının kütle ve katılık matrislerinin doğrudan elde edilebilmesi prensibine dayanmaktadır. Bu yaklaşım uygulamada iki temel sorunla karşılaşmaktadır. İlk olarak genellikle ölçülmüş olan mod sayısı serbestlik derecesinden azdır. İkinci olarak da yapıdan sadece sınırlı sayıdaki noktadan ölçüm alınabilmektedir. Ancak karşılaşılan bu güçlükler sayısal modelin kütle ve katılık matrislerinin kullanılmasıyla aşılabılır [7]. Cesar ve Link deneysel modeldeki mod Şekillerinin sayısal modeldeki serbestlik dereceleri ile tamamlanabileceğini kabul ettiler ve ölçülmemiş deneysel modları da sayısal modelden aldılar [7]. Bu yöntemle yapılan güncelleme sonucunda güncellenen sayısal modelin mod Şekilleri ile deneysel mod Şekilleri temsil edebilmesine rağmen kütle ve katılık matrisleri aşırı değişmektedir. Aşırı değişmiş kütle ve katılık matrisleri yapının toplam kütle, kütle dağılımı gibi fiziksel özelliklerini temsil edememektedir [3].

Kontrol yöntemine dayalı güncelleme (özyapı eşlemesi yöntemleri):

Bu yöntem kontrol teorisinden yararlanılarak oluşturulmuştur. Eğer sadece özdeğerler kullanıldıysa yöntem kutup yerleştirilmesi (pole placement) adı verilmektedir. Moore [15] geri besleme teorisini kullanarak farklı özdeğerler için eşzamanlı özdeğer ve özvektör eşlemesi için gerek ve yeter şartlarını belirlemiştir. Anry ve Chung [16] mekanik bir sistemin parametrelerini belirleme (parameter

identification) yöntemi ilk kullananlardır. Genellikle güncellenen modelin kütle ve katılık matrisleri kısıt denklemleri kullanılmadığı sürece simetrik olmamaktadır. Inman ve Minas [17] güncellenen matrislerin simetrikliğinden emin olmak için tekrarlı bir yöntem ortaya koymuştur [7].

Shulz ve Inman [18] bu yöntemi yapının fiziksel özellikleriyle ilgili olan kısıtlar altında uyguladılar. Ziaei Rad ve İmregün [19] Shulz ve Inman yöntemini büyük sistemlerde kullanabilmek için bir optimizasyon yaklaşımı (quadratic linear optimisation) geliştirdiler [7].

Kontrol yöntemine dayalı yöntemlerin uygulamasında bazı kısıtlar bulunmaktadır. Deneysel ölçümler sayısal modelin tüm serbestlik derecelerinde yapılmalıdır ve güncellenmiş matrislerin simetrisini sağlayabilmek için özel bir çaba gerekmektedir [3].

Kuvvet dengesine dayalı yöntemler:

Berger, Chaquin ve Ohayon [20], sayısal kütle matrisinin doğru olduğu varsayımıyla, kuvvet dengesinden yararlanmıştır. Yöntem hata konumlandırması için ölçülmüş mod şekillerini ve sayısal modeldeki matrisleri kullanır. Bulunan artan vektörünün tekrarlı çözülmesiyle güncelleme yapılır. Link kuvvet artanın (force residual) (sonuç hatası) minimizasyonunu ağırlıklandırılmış bayesian yaklaşımıyla veya en küçük kareler yöntemiyle çözmektedir [8].

Benzer bir yaklaşım Fisette ve diğerleri [21] tarafından önerilmiş, sonra yaklaşım doğrudan bir yöntem elde etmek amacıyla İbrahim ve diğerleri tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntem Özdeğer Kısıt Yöntemi (Eigen Dynamic Constrained Method) veya iki tepki yöntemi (Two-response method) olarak adlandırılmaktadır. Ancak yöntem uygulamada sınırlı başarıya sahiptir [8].

1.1.2. Tekrarlı (Iterative) Yöntemler

Bütün model güncelleme yöntemlerinde olduğu gibi tekrarlı yöntemlerin amacında sayısal model ile deneysel model arasındaki uyumu artırmaktır. Bu uyum genellikle sayısal model ile deneysel modelin özdeğerlerinin farkının karesini kullanan bir fark fonksiyonun oluşturulmasıyla belirlenir. Bu fark fonksiyonun doğası gereği tekrarlı çözüm gerektirmektedir. Tekrarlı yöntemler güncellenecek değişkenler için geniş seçim olanaklarının yanında başlangıçta seçilen parametrelerin ağırlıklandırılabilmesine de olanak sağlarlar. Parametrelerin ağırlıklandırılabilmesi

bu yöntemlere avantaj ve esneklik kazandırır. Ancak doğru ağırlıklandırma değerlerinin belirlenmesi mühendislik bakış açısı ve tecrübe gerektirmektedir [2].

Duyarlılık yöntemleri (fark fonksiyonu yöntemleri):

Model Güncelleme üzerine yapılan ilk yayınlarda Collins ve diğerleri [22] istatistik yöntemlerini model güncelleme yöntemi olarak kullanmışlardır. Sayısal modelde belirlenen parametreler, ölçülmüş olan modal değerlere ulaşılan kadar minimizasyon işlemine devam edilmekteydi. Bu yöntem daha sonra geliştirilerek duyarlılık analizine bağlı bir yöntemle dönüştürülmüştür. Yöntem deneysel modeldeki özellikleri sayısal modeldeki parametreleri değiştirerek taklit etmeyi amaçlamaktadır [8]. Duyarlılık yöntemleri temelde bilinmeyen bir fonksiyonun Taylor serisine açılımı ve ikinci mertebeden terimlerin ihmal edilebileceği kabulüne dayanır. Birinci mertebeden türev ifadelerine duyarlılıklar denir ve yöntem bu duyarlılıkların bir matris şekline getirilerek kullanır.

Fox ve Kapoor [23] sayısal özdeğerlerin sayısal modeldeki güncellenen değerlere göre birinci mertebeden türevlerini hesaplamıştır. Ayrıca özvektörlerin de birinci merteben türevleri için yöntem önermişlerdir. Lim [24] özvektörlerin birinci mertebeden türevlerinin hesaplanması için yalnız düşük frekanslardaki modlar için geçerli bir yöntem önermiştir. Benzer şekilde özvektörlerin birinci mertebeden türevlerinin hesaplanması için Chu & Rudisil [25], Ojalvo [26], Tan ve Andrew [27] yöntemler önermişlerdir. Duyarlılık matrisi ölçüm sayısı ile güncellenen değerlerin sayısının birbirine eşit olmadığı durumlarda kare matrisi olmamaktadır ve bu durumda güncelleme denkleminde bu matrisin tersi alınamamaktadır. Chen ve Garba [28] bu sorunla ilgilenmiş ve çözüm olarak güncellenen parametrelerin normu minimize etme şartını da yeni bir kısıt denklemi olarak önermişlerdir. Benzer Şekilde Hart ve Yao [29], Ojalvo ve diğerleri [30] tek değer ayırıştırma yöntemini kare olmayan duyarlılık matrisinin tersinin alınması için kullandılar. Natke [31] yöntemle güncellenen parametreleri ağırlıklandıran bir terim eklemiştir [7].

Duyarlılık yöntemini birçok araştırmacı farklı bilinmeyenleri güncellemek için kullanmıştır. Thomas [32], Dascotte ve Vanhonacker [33] sayısal modelin kütle ve katılık matrislerinin güncellenmesinde kullanmışlardır. Dascotte [34] sayısal ve deneysel verilerin birleştirilmesinin göreceli önemini bir uygulama üzerinde değerlendirmiştir. Yapının fiziksel özellikleri de güncellenen parametreler olarak değerlendirilmiştir. Wie [35] atalet momentlerini güncellenen parametreler olarak seçmiş ve basit bir 3 boyutlu çubuk örneğini güncellemiştir. Ancak güncellemiş olan

eleman matrisleri fiziksel olarak anlamsız şekilde güncellenmişlerdir. Duyarlılık yönteminin temelinde yatan Taylor serisinin açılımındaki kabulden kaynaklanan hataları azaltmak için Kuo ve Wanda [36] ikinci merteben terimleri de kullanmışlardır. Ayrıca Ojalvo ve Pilon [37] ikinci mertebeden özdeğer duyarlılıklarını kütle ve katılık matrislerini güncellemekte kullanmışlardır [7].

Minimum varyans yöntemi:

Minimum varyans yöntemleri hem deneysel hem de sayısal modelde hata olduğunu kabul etmekte ve bu hataları matrislerin varyansı olarak ifade etmektedir. Minimum varyans yöntemi ağırlıklandırma her adımda değiştiği bir fark yöntemidir. Colins ve Young [38] minimum varyans yöntemini, deneysel ölçümlerin istatistiksel olarak birbirinden bağımsız olduğu kabulü ile ortaya koymuşlardır. Ancak, bu kabul yalnızca ilk çözüm adımında doğrudur. Sayısal parametreler, deneysel verilerle güncellendiğinden ilk adımdan sonra istatistiksel olarak bağımsızlık durumu ortadan kalmaktadır [2].

Lindholm ve diğerleri [39] bayesian yaklaşımını kullanmışlardır. Güncellenen parametreler hakkındaki ilk yaklaşık bilgiler ve deneysel verilerdeki hata tahminleri çözüm sürecine eklenerek, çözüm süreci daha dengeli hale getirmişlerdir. Daha dengeli çözüm sürecine bağlı olarak, güncelleme sonuçlarının kalitesi iyileşmiştir [3].

Firswell [40] sayısal modeldeki belirsizlikleri ve ölçümlerdeki paraziti hesaba dahil eden ve her çözüm adımında değişen bir ilişkilendirme matrisi önermiştir. Bu matris bir sonraki adımdaki güncelleme sonuçlarının elde edilmesinde kullanılmaktadır [2].

1.1.3. Model Güncelleme Yöntemleri Üzerine Genel Değerlendirmeler

Literatür araştırması sırasında dikkat çeken belirgin konu, yöntemlerin sınıflandırılması konusundaki farklılıklardır. [1], [3] ve [7] numaralı kaynaklar yöntemleri güncelleme probleminin çözüm yöntemine göre, yani doğrudan yöntemler ve tekrarlı yöntemler olarak sınıflandırmaktadır. [8] numaralı kaynak ise yöntemleri kullandığı verinin alanına göre, yani modal alanı yöntemleri ve frekans alanı yöntemleri olarak ayırmaktadır. Kaynak [2] ise her iki şekilde de sınıflandırmıştır. Ayrıca aynı yöntem farklı kaynaklarda değişik isimlerle anılmaktadır.

Doğrudan yöntemlerin avantajları, tekrarlı çözüm gerektirmediklerinden ıraksama oluşmamaktadır ve her adımda sayısal modelin tekrarlı çözümünü

gerektirmemektedirler. Ancak doğrudan yöntemler, sayısal model ile deneysel modelin serbestlik derecelerinin aynı olmasını gerektirmektedir. Bu problem mod açılım yöntemleriyle çözülebilmektedir, ancak bu seferde deneysel modele belli olmayan bir oranda hata eklenmektedir. [2] numaralı kaynak mod açılımı yerine sayısal modelin serbestlik derecesinin deneysel modelin serbestlik derecesine indirgenebileceğini, ancak bu durum da hata konumlandırmanın çok zor olduğunu vurgulamıştır. Doğrudan yöntemler ayrıca doğrudan sistem matrislerini güncellemeye çalıştıklarından, güncelleme sonucu ortaya çıkan matris fiziksel olarak anlamsız olabilmektedir.

Tekrarlı yöntemler doğrudan yöntemlere oranla daha büyük hesap yükü getirmektedir. Bu yöntemler her adımda tekrar sayısal modelin çözümlenmesini gerektirmektedir. Buna ek olarak yakınsama her koşulda garanti edilememektedir. Bu olumsuzluklarına rağmen tekrarlı yöntemler güncellenmiş olan modelin sistem matrislerinin anlamlı olmasını sağlamaktadır. Ağırlıklandırma ile de mühendislik tecrübesi güncelleme sürecine eklenebilmektedir.

Güncellenecek parametrelerin seçimi için [41] numaralı kaynak güncellenebilecek sayısal model parametrelerini aşağıdaki şekilde sıralamaktadır:

- Sistem matrislerinin bağımsız elemanları
- Yapının (sayısal modelin) farklı yerlerini temsil eden alt sistem matrisleri
- Sayısal modelin malzeme, geometrik büyüklükler gibi fiziksel özellikleri

Bu seçenekler arasından sistem matrislerinin bağımsız elemanlarının veya bu matrislerin alt matrislerinin güncellenmesi için sistem matrislerinin tekrar oluşturulmasına gerek kalmadığını belirtmektedir. Bu seçeneklerin güncellenmesinin sonlu elemanlar yazılımına ihtiyaç duyulmamasından ötürü daha kolay olduğunu belirtmektedir.

Güncellemenin yapılacağı alan olarak modal alan daha uygun gözükmektedir. Frekans alanında güncelleme yapılabilmesi için deneysel modeldeki frekans tepki fonksiyonlarının (FTF) parazitsiz ve çok kaliteli olması gerekmekte, ancak istenilen kalitede FTF'leri elde etmek uygulamalarda sorun yaratabilmektedir. Buna karşın modal alanda özdeğerler ve özvektörler daha kesin olarak elde edilebilmektedir. Modern ölçüm olanaklarıyla özellikle özdeğerler oldukça başarılı belirlenebilmektedir.

1.2. Amaç ve İçerik

Günümüzde bilgisayarların hesaplama kapasitelerindeki artış ve deneysel donanımlardaki iyileşmelerin sonucu olarak sayısal modellerden beklentiler artmaktadır. Sayısal modeller artık yapısal analizlerin vazgeçilmez bir unsuru haline gelmektedir. Bu beklentilerin artışı daha doğru sayısal model ihtiyacını ortaya koymakta ve sayısal model güncelleme yöntemlerine olan gereksinimi artırmaktadır. Bu tezin kapsamında sayısal model güncelleme yöntemlerinin araştırılması ve incelenen yöntemler arasından seçilen bir yöntemle sayısal model güncellenmenin uygulanabilirliğinin ortaya konması bulunmaktadır. Bu amaca ulaşmak için literatürdeki sayısal model güncelleme yöntemleri incelenmiştir ve aralarından Duyarlılık yöntemi seçilerek bu yöntemle sayısal model güncelleme çalışmaları yapılmıştır. Yöntemin uygulanması için Matlab ortamında bir program yazılmıştır. Yazılan program sayısal model analiz yazılımı olarak Ansys kullanılmaktadır. Program deneysel verileri ile sayısal model sonuçlarını kıyaslayarak duyarlılık yöntemi ile model güncellenme yapmaktadır.

Tezin ilk bölümünde amaç, literatür araştırması ve literatür araştırmasının değerlendirilmesine yer verilmiştir.

İkinci bölümde sayısal model tanıtılmıştır. Sayısal modeldeki hata kaynakları tanıtılmıştır. Model güncelleme için yeterli sayısal modelin tanımı yapılarak güncelleme için sayısal modelden beklenenler belirtilmiştir.

Üçüncü bölümde deneysel model tanıtılmıştır. Model güncelleme için yeterli deneysel modelin tanımı yapılarak güncelleme için yeterli deneysel model belirtilmiştir.

Dördüncü bölümde sayısal ve deneysel modelin karşılaştırma yöntemleri açıklanmıştır. Model güncelleme için yeterli sayısal modelin tanımı yapılarak güncelleme için sayısal modelden beklenenler belirtilmiştir.

Beşinci bölümde literatür araştırmasında incelenen model güncelleme yöntemleri tanıtılmıştır.

Altıncı bölümde sayısal model güncelleme için seçilen duyarlılık yönteminin tez kapsamında nasıl uygulandığı açıklanmıştır. Duyarlılık yönteminin uygulanması için yazılan program tanıtılmıştır.

Yedinci bölümde yazılan programın sınanması ve yöntemin uygulamalarına yer verilmiştir.

Sekizinci bölümde sonuçların değerlendirilmesi ve gelecek çalışmalar için öneriler belirtilmiştir.

2. Sayısal Model

Sayısal model yapının bilgisayar ortamında hazırlanmış bir modelidir. Tez kapsamında titreşim analizleri için oluşturulan sayısal model tanıtılmış ve güncelleme uygulamalarında kullanılmıştır. Titreşim davranışının belirlenmesi sırasında yapı sürekli sistem olarak değil, ayırık sistem olarak modellenir. Ayırık sistem olarak modellemenin sonucunda yapının yay ve kütle özellikleri de kaçınılmaz olarak matrislerle temsil edilir.

Günümüze titreşim modellerinin oluşturulması için sonlu elemanlar yöntemi yoğun olarak kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi sayesinde yapının geometrisi ne kadar karmaşık olursa olsun uygun sonlu elemanlarla titreşim modelleri oluşturulabilmektedir. Sonlu elemanlar yönteminde yapı Şekil fonksiyonları bilinen basit elemanlara bölünür ve yapının davranışı bu elemanların toplam davranışı olarak belirlenir. Bu elemanların sınır noktaları düğüm noktaları (node) ile belirlenmiştir. Komşu elemanlar aynı düğüm noktalarını paylaşırlar. Böylece bir elemandaki tepki komşu elemanlara da aktarılabilir ve yapı genelinde sürekli bir tepki elde edilebilir. Elemanların düğüm noktaları bilinen polinomik eğriler ve yüzeylerle bağlanmıştır. Günümüzde yoğun kullanılan eleman tiplerinde, elemanın içsel yer değiştirmelerini düğüm noktalarına bağlamak için de aynı polinomik ifadeler kullanılır. Bu işlem genellikle şekil fonksiyonu etkileşimi (interpolation) olarak adlandırılır [2].

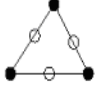
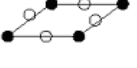
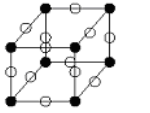
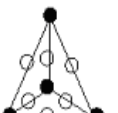
Sonlu elemanlar yönteminin matematiksel formülleri elemana bağlı bir Rayleigh-Ritz işleminin varyasyonlar hesabı ve şekil fonksiyonu etkileşimi (interpolation) ile oluşturulabilir. Aynı zaman da sonlu elemanlar formülleri Galerkin yaklaşımı kullanılarak diferansiyel denklemlerden doğrudan elde edilebilir. [2].

Sonlu elemanlar yönteminde yapının davranışı sonlu elemanların şekil değişiklikleri ve bu değişikliklerin elemanlar arasında aktarılması ile hesaplanmaktadır. Bu etkiler elemanların ortak düğüm noktaları üzerinden iletilmektedir. Bu durum kaçınılmaz olarak yapılan çözümün elemanın tanımlanma şekli kadar, düğüm noktasının da tanımlanma şekline bağlı olması sonucunu doğurmaktadır. İdeal durumda, düğüm noktalarının bütün temel eksenler yönünde hareket edebiliyor olması gerekir. Bazı

eleman tiplerinde dönmeler ihmal edildiğinden, düğüm noktaları da sadece temel koordinat sisteminde (oxyz) hareket edebilecek şekilde tanımlanır. Bu tanımlama çözümün gerçek duruma yaklaşmasını etkilemektedir. Bu durum elemanların düğüm noktalarının serbestlik dereceleriyle anılmasına yol açmaktadır. Serbestlik derecesi herhangi bir zamanda bir sistemin bütün parçalarının konumlarının tamamen belli olması için gerekli birbirinden bağımsız en az koordinat sayısıdır [41].

Sonlu elemanlar sınıflara ayrılırken düğüm noktası sayısı , düğüm noktalarının serbestlik derecesi ve elemanın oluşturulduğu polinomların mertebesi ile anılır. Bu tanımlamada dikkat edilmesi gereken nokta düğüm noktası sayısı ile polinom mertebesinin birbirinden bağımsız oluşudur. Örneğin sadece iki düğüm noktası olan çubuk elemanlar genellikle Euler-Bernoulli ve Timoshenko çubuk formülleri kullanılarak hazırlanmaktadır. Dolayısıyla hem doğrusal yönde hem de açısız yönde hareket edebilmektedirler. Bu tip çubuk elemanlar iki düğüm noktalı ve kübik mertebeli elemanlardır [43]. Tablo 2.1’de yaygın kullanıma sahip eleman tipleri verilmiştir.

Tablo 2.1. Yaygın kullanıma Sahip Eleman Tipleri

Tip	Düğüm Noktası Sayısı ve Serbestlik Derecesi	Mertebe	Şekil
Çubuk	2 Düğüm Noktasında 6 SD	Kübik	
Üçgen Kabuk	3 Düğüm Noktasında 6 SD	Doğrusal Dörgen	
	6 Düğüm Noktasında 6 SD		
Dörtgen Kabuk	4 Düğüm Noktasında 5 SD	Doğrusal Dörgen	
	8 Düğüm Noktasında 5 SD		
Hexahedron Katı	8 Düğüm Noktasında 3 SD	Doğrusal Dörgen	
	20 Düğüm Noktasında 3 SD		
Tetrahedron Katı	4 Düğüm Noktasında 3 SD	Doğrusal Dörgen	
	10 Düğüm Noktasında 3 SD		

2.1. Sonlu Elemanlar Modeli

Sonlu elemanların bir yapının geometrik şekline uygun olarak bir araya getirilmiş şekline Sonlu Elemanlar Modeli (SEM) denir. Oluşturulmuş sonlu elemanlar modeline bağlı olarak yapının katılık matrisi ($[K]$), kütle matrisi ($[M]$) ve sönüm matrisi ($[C]$) oluşturulmaktadır. Bu matrisler sonlu elemanlar modelinin bir sonucudur ve gerçek yapının yay ve kütle özelliklerini temsil etmekte kullanılmaktadır. Oluşturulan matrisler kare matrisler olup ve boyutları sonlu elemanlar modelinin oluşturulmasında kullanılan düğüm noktalarının toplam serbestlik derecesine eşittir. Yapının katılık, kütle ve sönüm matrisleri (Sistem matrisleri) ile tanımlanması Uzaysal Model olarak adlandırılmaktadır. Katılık, kütle ve sönüm matrisleri kullanılarak oluşturulmuş hareket denklemi Eşitlik (2.1)'de verilmiştir.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (2.1)$$

Eşitlik (2.1)'de verilmiş olan hareket denkleminin özdeğer problemine dönüştürülmesi ve problemin çözümü ile özdeğerler (λ) ve özvektör matrisi ($[\phi]$) hesaplanabilmektedir. Özdeğer problemi Eşitlik (2.2)'de verilmiştir.

$$([K] - [\lambda][M])[\phi] = [0] \quad (2.2)$$

Özdeğerler ise doğal frekansların karelerini göstermektedir. Özdeğer matrisinin her bir sütunu özvektör olarak adlandırılmaktadır ve sütun numarasına karşılık gelen doğal frekanstaki titreşim biçimini göstermektedir.

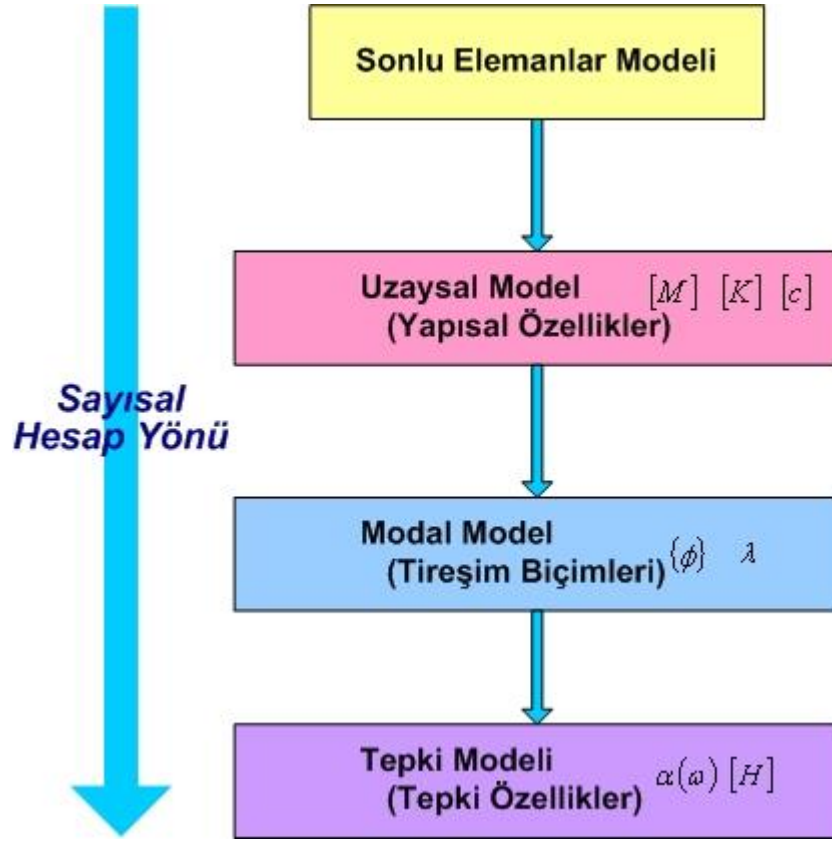
Serbestlik derecesi artığında eşitlik (2.2)'yi özdeğer problemi şeklinde doğrudan çözmek pratik olmamaktadır. Bu yüzden bir çok ticari sonlu elemanlar yazılımı tekrarlı çözüm yöntemleri ile özdeğer ve özvektörleri hesaplamaktadır. Eşitlik (2.2)'nin çözülmesi ile, yapının davranışı titreşim biçimleriyle tanımlanmış olmaktadır. Yapının doğal frekanslar ve bu frekanslardaki titreşim biçimiyle tanımlanması modal model olarak adlandırılmaktadır.

Özdeğerler ve özvektörler kullanılarak sonlu elemanlar modelinin FTF'leri elde edilebilmektedir. Özdeğer ve özvektörlere bağlı FTF formülü Eşitlik (2.3)'de verilmiştir.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\phi_{jr})(\phi_{kr})}{\lambda_r - \omega^2 + i\eta_r \lambda_r^2} \quad (2.3)$$

Eşitlik (2.3)'te $\alpha(\omega)$ FTF, $\{\phi\}$ özvektör, λ özdeğer, η sönüm katsayısıdır. Eşitlik (2.3) kullanılarak sonlu elemanlar modelinin tüm düğüm noktalarındaki tüm frekans tepki fonksiyonları oluşturulabilmektedir. Böylece yapının modeli frekans tepki fonksiyonları cinsinden tanımlanabilir. Yapının frekans tepki fonksiyonları ile tanımlanmasına Tepki Modeli adı verilmektedir.

Özetle bir yapının titreşim modeli üç farklı şekilde ifade edilebilmektedir. Bu modellerin sayısal olarak elde ediliş sıraları önce uzaysal model sonra modal model ve en son olarak da tepki modeli şeklindedir. Bu sıralama Sayısal Hesap Yönü olarak adlandırılmaktadır. Aşağıdaki şekilde sayısal hesap yönü ve modeller arasındaki ilişki gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : Sayısal Hesap Yönü [44]

Şekil 2.1’de belirtildiği gibi sayısal modelin sonuçları tamamen sonlu elemanlar modeline bağlıdır. Bir başka deyişle sayısal modelin doğruluğu sonlu elemanlar modeli oluşturulurken yapılan varsayımların doğruluğu kadar olmaktadır.

2.2. Sayısal Modelin Gerçek Yapıyla Uyumsuzlukları

Pratik uygulamalarda sayısal modelin gerçek yapıyı her zaman istenilen oranda temsil edemediği bilinmektedir. Sayısal modelin gerçek yapıyla olan uyumsuzluklarının sebepleri temelde iki başlık altına toplanabilir.

- 1) Sayısal modellemenin pratik sınırlarından kaynaklanan uyumsuzluklar
- 2) Sayısal modeldeki sayısal değerlerden kaynaklanan uyumsuzluklar

2.2.1. Sayısal Modellemenin Pratik Sınırlarından Kaynaklanan Uyumsuzluklar

Sonlu elemanlar modelinin oluşturulmasından sonra bu modelden elde edilen matrisleri kullanarak çözüm elde edilmesi büyük hesap yükü gerektirmektedir. Çözüm için gerekli olan hesap yükü matrislerin boyutuna bağlıdır. Sistem matrisler

kare matrisler olup boyutları sonlu elemanlar modelinin toplam serbestlik derecesine eşittir. Bu durum eldeki sonlu elemanlar modelinde kullanılabileceğimiz düğüm noktası miktarını eldeki hesap kapasitesi sınırlamaktadır. Sınırlı düğüm noktası sayısı ise karmaşık yapılardaki geometrik Şekillerin tamamının sonlu elemanlar modeline aktarılmasına engel olabilmektedir. Özetle sayısal modelin oluşturulması sırasında yapının tüm geometrik özellikleri gerek geometrik ayrıntıların çokluğu gerekse hesap kapasitesinin sınırları sebebiyle sonlu elemanlar modeline aktarılamayabilir. Sonlu elemanlar modeli ile ulaşılan çözümler gerçek yapıdan aktarılamayan ayrıntılar oranında farklı olmaktadır.

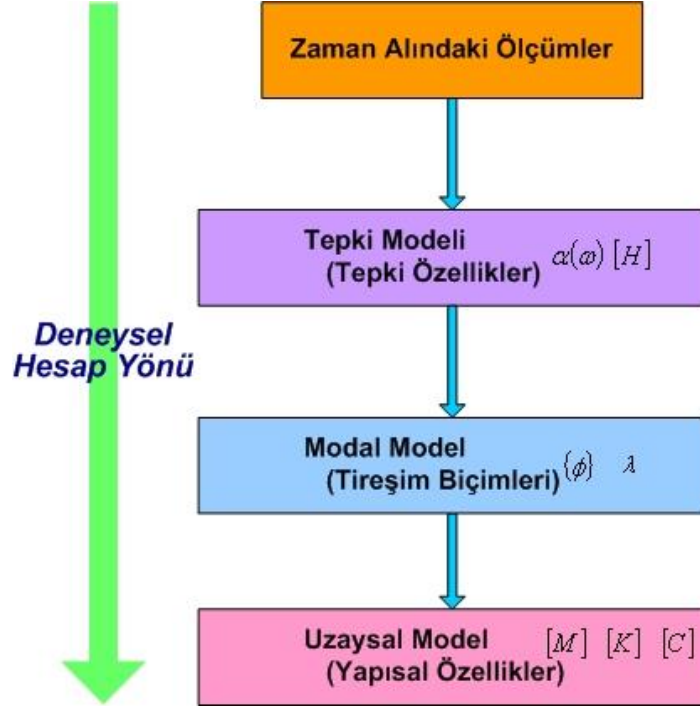
Sonlu elemanlar yönteminin uygulanmasında hesap kapasitesindeki sınırlamalar nedeniyle sonlu elemanlar modelinde basitleştirmeler yapılmaktadır. Basitleştirmeler yapının ilgilenilen frekans aralığında titreşim davranışına katkısı ihmal edilebilecek kadar az olan kısımlarının ihmal edilmesi veya daha basit elemanlarla temsil edilmesidir. Basitleştirmeler de yapı hakkındaki genel bilgiler ve mühendislik tecrübeleri kullanılmaktadır. Basitleştirmelerin titreşim davranışını değiştirmedığının kabul edilmektedir. Basitleştirme ve ihmaller titreşim davranışını önemli oranda etkilediği durumlarda model güncelleme yaklaşımı da bu hataları gidermeye yeterli olmayabilir.

2.2.2. Sayısal Modeldeki Sayısal Değerlerden Kaynaklanan Uyumsuzluklar

Sonlu elemanlar modelinde tanımlanan sabitlerin bir kısmını sayısal olarak ölçmek mümkün olmayabilir. Örneğin; birden fazla malzeme olduğu durumlarda elastisite modülü, yoğunluk, poisson oranı, vb... malzeme özelliklerini ölçmek mümkün olmayabilir. Ölçülmesi zor olan sabitlerin dışında da, ölçülebilir olmasına rağmen yanlış tanımlanmış sabitler olabilir. Örneğin; kalınlıklar veya benzer geometrik uzunluklar. Tanımlanan bu sabitlerin değerleri doğrudan oluşturulan matrisleri etkilediğinden sayısal modelin yapının titreşim davranışından belirgin şekilde sapmasına yol açmaktadır. Model güncelleme için uygun bir sayısal model kullanılarak, yanlış tanımlanmış bu sabitler güncellenebilir ve olması gereken değere kabul edilebilir ölçüde yaklaştırılabilmektedir. Model güncelleme için uygun sayısal model bölüm 4.4'te tanıtılmıştır.

3. Deneysel Model

Deneysel model yapı üzerinden belirlenmiş noktalardan alınan ölçümle yapının titreşim davranışını gösteren modeldir. Ölçümler zaman alanında alınmaktadır. Zaman alanında alınan ölçümler frekans alanına dönüştürölüp işlenerek Frekans Tepki Fonksiyonları (FTF) ve tepki modeli elde edilmektedir. Frekans tepki fonksiyonları Modal Analiz yöntemleriyle işlenerek modal alana dönüştürölmekte ve modal model elde edilmektedir. Deneysel model bu üç alandan herhangi birinde temsil edilebilmektedir. Ancak, zaman modeli henüz işlenmemiş verilerle oluşturulduğundan, diğer alanlara oranla daha az anlamlı veri barındırmaktadır. Modal model işlenerek uzaysal model de elde edilebilmektedir ancak uzaysal model ölçülen serbestlik derecelerine bağılı olduğundan uzaysal model yapı hakkında yeterli bilgi vermekte yetersiz kalmaktadır. Teoride mümkün olmasına rağmen, pratikte bütün serbestlik derecelerini ölçmek mümkün olmamaktadır. Ölçülebilen serbestlik derecelerinin sayısı yetersiz olduğundan analizlerde kullanılabilecek kalitede bir uzaysal model oluşturmak mümkün olmamaktadır. Deneysel modeldeki hesap yönü Şekil 2.1’de verilmiş olan sayısal modeldeki hesap yönünün tersidir. Önce tepki modeli sonra modal model en son olarak da uzaysal model elde edilmektedir. Deneysel hesap yönü Şekil 3.1’de verilmiştir.



Şekil 3.1 : Deneysel Hesap Yönu [44]

Deneysel modelin oluşturulması için ölçümlerin, deneysel ölçüm yöntemlerine uygun şekilde ölçümlerin alınması ve uygun modal analiz yöntemleriyle ölçüm verilerinin işlenmesi gerekmektedir.

3.1. FTF Ölçümü

Yapının titreşim davranışının belirlenmesi için yapılan ölçümlerde amaç yapının belirli sınır koşulları altında frekansa bağlı tepkilerini ölçmektir. Yapının bir kuvvete karşı verdiği frekansa bağlı tepkiler yapı için karakteristik özelliklerdir. Yapının frekansa bağlı verdiği tepkilerle ölçülen yapıya özgü olan özellikler saptanabilmektedir. Bu amaçla yapının frekans tepki fonksiyonları ölçülmektedir. FTF'ler yapının frekansa bağlı genlik dağılımı ölçülmüş olan bir tahrike karşı, yine frekansa bağlı genlik dağılımı ölçülmüş tepkisinin, oranlanmasıyla elde edilmektedir. Herhangi bir yapının FTF'lerinin ölçülerek titreşim davranışını belirlemesi için:

- yapının uygun sınır koşullarında mesnetlenmesi ve uygun bir biçimde tahrik edilmesi
- yapının uygulanan tahrik kuvveti veya kuvvetlerinin ve yapının bu tahrik kuvvetine tepkisinin ölçülmesi

- kullanılan ölçüm yöntemine göre verilerin uygun şekilde işlenmesi gerekmektedir.

İlk koşullun sağlanması için “yapı nasıl bağlanmalıdır, sönümlenmelidir veya desteklenmelidir ?” ve “nasıl tahrik edilmelidir ?” sorularının cevaplanması gerekmektedir [44].

FTF ölçümlerinde yapının sabitlemesi için üç seçenek bulunmaktadır.

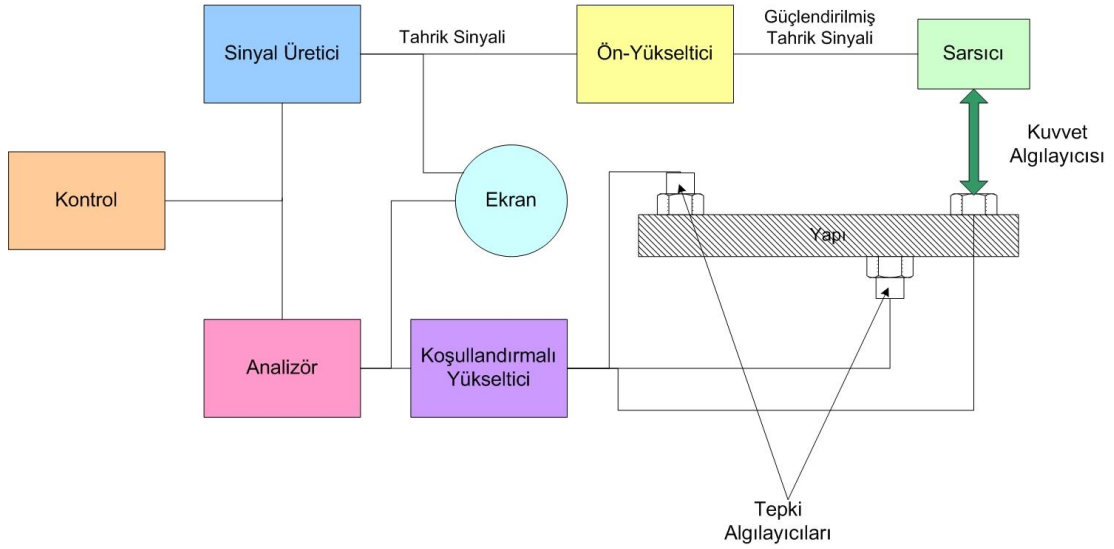
- Serbest (serbest uzay sınır şartlarına mümkün olduğunca yaklaşmak için yapının çok yumuşak yaylarla bağlanması veya asılması)
- Sabitleme (yapının belirli noktaların çok sıkı (esnek olmayan) bağlantılarla bir yere bağlanmasıdır)
- Esnek bağlantı (yapının başka bir yapıya esnek bir bağlantıyla bağlanması)

Bağlantı şekli konusundaki seçim genellikle birbiriyle çelişen bir çok farklı etmenin değerlendirilmesi sonucunda belirlenmektedir. Bağlantı şeklinin seçiminin en önemli etkisi, deneysel model ile sayısal modelin karşılaştırılması sırasında ortaya çıkmaktadır. Sayısal modelde temsil edilmesi zor bir bağlantı şekli seçildiği durumlarda, bağlantının yetersiz modellenmesine bağlı olarak karşılaştırma sonuçları anlamsız olabilmektedir. Sayısal modellemenin yetersiz olduğu durumlarda ölçümlerin tekrarlanması gerekebilmektedir. Bu olumsuz durumu engellemek için sayısal modelde temsili zor bağlantılardan kaçınılmalıdır. Serbest sınır şartları, sayısal modelde sabitleme veya esnek bağlantı sınır şartlarına oranla çok daha kolay temsil edilebilmektedir.

Yapının tahrik edilmesi ve titreşim sağlanması için genellikle sarsıcı veya çekiç kullanılmaktadır. Bir başka tahrik yöntemi ise yapının elastik şekil değiştirmiş bir konumdan serbest bırakılarak geçici gerilme kuvvetleriyle tahrik edilmesidir. Bu tahrik tiplerinin her yapı için farklı olumlu ve olumsuz yanları bulunmaktadır, en uygun tahrik şeklinin bulunması ölçüm sonuçları için oldukça önemlidir.

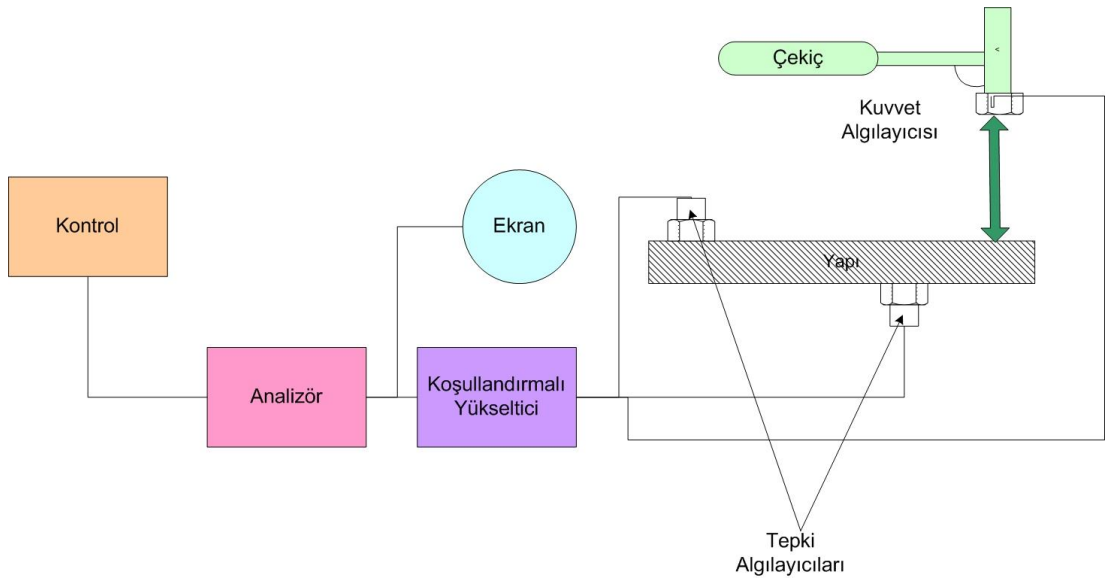
Algılayıcılar (Transducer) (kuvvet, ivme, hız vb.) etki ve tepki değerlerini ölçtüklerinden ölçümün başarısını etkileyen önemli elemanlardır. Titreşim ölçümlerinde genellikle piezoelektirik türü kuvvet ve ivme algılayıcılar kullanılmaktadır. Bu algılayıcıların ölçülmek istenen frekans ve genlik aralığına uygun seçilmesine dikkat edilmesi gerekmektedir [44].

Sarsıcı kullanılarak FTF ölçmek için gerekli olan donanım ve donanımların bağlantı şekli Şekil 1.2’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil.3.2 : Sarcı kullanıldığı durumda FTF ölçüm Sisteminin Temel Elemanları [44]

Çekiç kullanılarak FTF ölçmek için gerekli olan donanım ve donanımların bağlantı şekli Şekil 1.3'te şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.3 : Çekiç kullanıldığı durumda FTF ölçüm Sisteminin Temel Elemanları

FTF ölçümünde ilk olarak yapı belirlenen şekilde tahrik edilmeli, daha sonra bu tahrik kuvvetine karşı yapının tepkileri ölçülerek işlenmeli ve ölçümler kaydedilmelidir. Kontrol birimi, uyarma sinyalinin ne zaman uygulanacağını, tepki sinyalinin ne zaman ve nasıl ölçüleceğini denetlemektedir. Kontrol birimi ölçümü yapan kişi veya bir bilgisayardır. Özellikle tahrik olarak çekiç kullanıldığı durumlarda kontrol birimi ölçümü yapan kişi olmaktadır, ancak taramalı lazer

titreşim ölçer (Laser Scannig Vibrometer) gibi ölçüm noktasını otomatik değiştirebilen sistemlerde bir bilgisayar olmaktadır.

Sinyal üretici analizörden ve kontrol biriminden gelen isteğe göre sinyal üretmektedir. Ölçümler sırasında yapıya ve ölçümden beklenen sonuçlara bağlı olarak yapıyı değişik şekillerde uyararak gerekmektedir. Sinyal üreticiler bu gereksinimi karşılamak için farklı sinyaller üretmektedirler. Sinyal üreticinin ürettiği sinyalin genliği yapıyı uyaracak olan sarsıcıyı sürmeye yeterli olmamaktadır. Sinyal üreticinin ürettiği sinyal bir yükseltici ile güçlendirildikten sonra sarsıcıya gönderilmektedir.

Sinyal üreticinin ürettiği sinyalin ne kadar yükseltilmesi gerektiği seçilen sarsıcıya göre değişmektedir. Sarsıcılar farklı yapıları uyarmak için farklı güçlerde ve güçlerine bağlı olarak da farklı büyüklüklerde olmaktadır. Çok hafif yapıları sarsmak için kullanılan küçük sarsıcılar olduğu gibi çok ağır yapıları sarsmak içinde büyük sarsıcılar bulunmaktadır. Farklı büyüklüklerdeki sarsıcıların akım beklentileri de farklı olduğundan güçlendiriciler çıkış güçlerine göre ayrılmaktadır. Yapıyı uygun şekilde uyarmak için seçilen sarsıcıyı sürebilecek nitelikte güçlendirici seçilmelidir.

Sarsıcılar yapıyı sinyal üreticinin ürettiği sinyale bağlı olarak uyarılmaktadır. Tahrik kuvvetinin yapıya doğru ve sadece istenilen yönde iletilmesini sağlamak için itki çubukları (stringer-push rod) kullanılır. İtme çubuğunun diğer ucunda kuvvet algılayıcısı bulunmaktadır. Yapıyı istenen şekilde tahrik edilebilmesi için sarsıcının yapıyla olan bağlantısının sadece istenilen yönde kuvvet iletebilecek şekilde olmasına dikkat edilmesi gerekmektedir. Sarsıcının uygun bağlanmadığı durumlarda yapı istemeyen yönlerde de tahrik ederek yanlış FTF ölçümlerine yol açmaktadır.

Yapının sarsıcı yerine çekiç gibi geçici bir kuvvetle tahrik edildiğinde sinyal üretici, güçlendirici ve sarsıcının yerini çekiç almaktadır. Çekicinin ürettiği tahrik kuvveti sadece ani darbe şeklinde olmaktadır. Ani darbe şeklindeki tahrik kuvvetiyle geniş bir frekans aralığı tahrik edilmektedir. Tahrik edilen frekans aralığı çekiçte kullanılan uca bağlı olmaktadır. Çekiç ucunun sertliği değiştirilerek istenilen frekans aralığını uyaran tahrik oluşturulabilmektedir.

Piezo-elektrik kuvvet algılayıcıları uygulanan kuvvete bağlı olarak pico-sarj mertebesinde gerilimler üretirler. Ancak ürettikleri bu gerilim veri işleme için çok küçük kalmaktadır. Bu küçük gerilim bir koşullandırılmalı yükseltici yardımıyla istenilen değere yükseltilir. Koşullandırılmalı yükselticiler bağlanan ekipmanın birim

gerilimine bağılı olarak giriş ve çıkış gerilimleri ayarlanabilen güçlendiricilerdir. Kuvvet algılayıcılarda olduğu gibi piezo-elektirik ivme ölçerlerde koşullandırılmalı yükselticilere bağlanmalıdır.

Yükseltilmiş olan tahrik ve tepki sinyalleri bir analizörde (veya bilgisayarda) işlenmektedir. Analizör zamana bağılı olarak aldığı sinyalleri hızlı fourier dönüşümü ile frekans alanına çevirir ve oranlanarak sinayal sayısına bağılı olarak FTF veya FTF'ler hesaplanır. Hesaplanmış olan FTF'ler analizörden ekran ve kayıt birimlerine gönderilerek bir ölçüm döngüsü tamamlanmaktadır.

FTF ölçümlerinde birden fazla tahrik sinyali kullanılabilmekte ve birden fazla tepki sinyali ölçülebilmektedir. Bir ölçüm döngüsünde kaç sinyalin ölçülebileceğı ölçüm donanımına bağılıdır. Analizördeki kanal sayısına bağılı olarak istenilen sayıda sinyal alınıp işlenebilir.

Günümüzde gelişen teknoloji ölçüm döngüsündeki elemanları birleştirerek kullanılan cihaz sayısını azaltmaktadır, örneğın kendi sinyal üreticisine sahip analizörler, tümleşik güçlendiricili ivme ölçerler gibi. Gelişen teknoloji aynı zamanda daha hızlı, daha çok kanallı ve daha yüksek çözünürlüklü analizörlerin kullanıma sunulmasına olanak sağlamıştır. Böylece daha kaliteli ölçümlerin daha kısa zamanda yapılmaktadır.

FTF'lerin tahrik noktası ile ölçüm noktası arasındaki ilişki üç şekilde olmaktadır. Tek Giriş Tek Çıkış (TGTC) (Single Input Single Output – SISO) ölçümlerde etki noktaları ve ölçüm noktaları değışkendir. Değışkenlik ölçülen her FTF'nin ayrı ayrı modal analiz yapılmasını zorunlu kılmaktadır. Tek Giriş Çoklu Çıkış (TGÇÇ) (Single Input Multi Output - SIMO) ölçümlerinde FTF'ler aynı noktadan aynı tahrik edilerek farklı ölçüm noktalarından alınmaktadır. FTF'ler arasında aynı tahrik kuvvetine karşı verilen tepki ilişkisi bulunduğundan FTF'lerin modal analiz topluca yapılmaktadır. Çoklu Girdi Çoklu Çıktı (ÇGÇÇ) (Multi Input Multi Output – MIMO) ölçümlerinde birden fazla noktadan tahrik edilerek farklı ölçüm noktalardan ölçüm alınmaktadır. Bu ölçümle alınan FTF'ler arasında birden fazla tahrik kuvvetine karşı verilen tepki ilişkisi bulunduğundan bu FTF'ler de topluca modal analiz yapılmaktadır ancak modal analiz yöntemi TGÇÇ (SIMO) ölçümlere uygulananlardan farklıdır.

TGTC (SISO), TGÇÇ (SIMO) ve ÇGÇÇ (MIMO) ölçümler yapı hakkında farklı miktarlarda bilgi barındırmaktadır. Bu ölçümlerde yapının tepki modelinin FTF

matrisinin farklı yerlerini ölçülmektedir. FTF matrisinde satır indisi ölçüm noktalarını sütun indisi ise tahrik noktalarını göstermektedir.

TGTÇ (SISO) ölçümde tahrik ve ölçüm noktaları değişken olduğundan FTF matrisinin sadece bir elemanı ölçülmektedir.

$$H(\omega) = [\alpha_{ij}(\omega)] \quad (3.1)$$

TGÇÇ (SIMO) ölçümlerde tahrik noktası sabit ölçüm noktaları değişken olduğundan FTF matrisinin bir sütunu ölçülmektedir.

$$H(\omega) = \begin{bmatrix} \alpha_{i1}(\omega) \\ \alpha_{i1}(\omega) \\ M \\ \alpha_{i1}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

ÇGÇÇ (MIMO) ölçümlerde ise tahrik noktasının birden fazla oluşu ve ölçüm noktaları değişken olduğundan FTF matrisinin birden fazla sütunu ölçülmektedir.

$$H(\omega) = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\omega) & \alpha_{12}(\omega) & \Lambda & \alpha_{1j}(\omega) \\ \alpha_{21}(\omega) & \alpha_{22}(\omega) & \Lambda & \alpha_{2j}(\omega) \\ M & M & \Lambda & M \\ \alpha_{i1}(\omega) & \alpha_{i2}(\omega) & \Lambda & \alpha_{ij}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Denklem (3.1), (3.2) ve (3.3)'ten görüldüğü gibi ÇGÇÇ (MIMO) ölçümler yapı hakkında en çok bilgi barındıran ölçümlerdir. Bu ölçümlerin daha çok veri barındırmaları hem modal değerlerin çok daha kaliteli elde edilmesine olanak sağlamakta hem de eksen simetrik (axis symmetric) yapılarda frekansları birbirine çok yakın modların tanımlanması ve mod şekillerinin çıkartılmasını kolaylaştırmaktadır. Herhangi bir yapının deneysel modal analiz sırasında birden fazla yöntem kullanılabilmektedir. Modal analiz için seçilecek olan yöntem elde verilerin kalitesi ve miktarına bağlıdır. Modal analiz sonuçlarının kalitesi büyük ölçüde ölçümlerin kalitesiyle ilgilidir.

3.2. Deneysel Modal Analiz

Ölçülmüş olan FTF'ler, yapıyı frekans alanında temsil etmek için ve tepki modelini ortaya koymak için yeterli olmaktadır, ancak yapının modal alanda tanımlanabilmesi için ve modal modelinin kurulabilmesi için gerekli değerler deneysel modal analizle elde edilmektedir. Modal analiz yapının ilgilenilen frekans aralığındaki dinamik davranışının tanımlanmasıdır. Modal analizde amaç aşağıda sıralanan modal değerlerin belirlenmesidir:

- Mod frekansları (Özdeğerler)
- Modal sönümler
- Mod Şekilleri (Özvektörler)

Modal değerler yapıya özgü olan dinamik özelliklerini temsil etmektedir ve modal alanda yapının modelinin ortaya konmasına olanak sağlamaktadır. Modal değerler, yapı üzerinden alınan FTF'lerin farklı yöntemler kullanılarak işlenmesi sonucu eğri uydurularak bulunmaktadır.

Sayısal modelin oluşturulmasında da modal değerler hesaplanmaktadır ve bu değerler yardımıyla sayısal modal model kurulmaktadır. Sayısal model kullanılarak modal değerlerin bulunması sayısal modal analiz olarak adlandırılır. Ancak sayısal modelde yapılan işlem bir özdeğer probleminin çözümüdür. Öte yandan deneysel yöntemdeki modal analiz ise bir eğri uydurma işlemidir ve Deneysel Modal Analiz olarak adlandırılmaktadır. Eşitlik (2.3)'te modal değerler cinsinden FTF'lerin ifadesi görülmektedir. Sayısal modelde FTF'ler bilinmeyenler modal değerler ise bilinenlerdir. Deneysel modal analizde aynı işlemin tersi yapılmaktadır ve FTF'ler bilinenler, modal değerler ise bilinmeyenlerdir.

Deneysel modal analiz sonucunda özdeğerler (λ) ve özvektörler ($[\psi]$) elde edilmektedir. Özdeğerler tekildir ancak özvektörler tekil değildir ve özvektörlerin katları özdeğer probleminin çözümünü sağlamaktadır. Bu durumda özvektörler ortogonalite şartından hareketle normalize edilmektedir. Ortogonalite şartı Eşitlik (3.4)'te verilmiştir.

$$[\psi]^T [M] [\psi] = [m_r] \quad (3.4)$$

$$[\psi]^T [K] [\psi] = [k_r] \quad (3.5)$$

Eşitlik (3.4)ve (3.5)'te $[m_r]$ modal kütle, $[k_r]$ ise modal katılık olarak adlandırılmaktadır. r . mod için modal kütle, modal katılık ve frekans ilişkisi Eşitlik (3.6)'ta verilmiştir.

$$[\omega_r^2] = [m_r]^{-1} [k_r] \quad (3.6)$$

Özvektörlerin tekil olmayışı, modal kütle ve modal katılığın tekil olmamasına yol açmaktadır. Modal kütle yada modal katılık tekil olmadığından bu değerler kullanılarak normalizasyon yapılamamaktadır. Ancak iki değer oranı tekil bir değer olan özdeğere eşittir. Özvektörlerin tekilliğinden yararlanılarak Eşitlik (3.4) modal kütleyle bölünmekte ve normalize edilmektedir. Bu işlem kütle normalizasyonu olarak adlandırılmaktadır. Eşitlik (3.7)'de kütle normalizasyonu verilmiştir.

$$[\phi]^T [M] [\phi] = [I] \quad (3.7)$$

Eşitlik (3.7)'ye bağlı olarak Eşitlik (3.8) elde edilmektedir.

$$[\phi]^T [K] [\phi] = [\omega^2] \quad (3.8)$$

Eşitlik (3.7)ve (3.8)'de $[\phi]$, normalize özvektör matrisi olarak adlandırılmaktadır. r . Mod için özvektör matrisi ($[\psi]$) ve normaize özvektör matrisi ($[\phi]$) arasındaki ilişki Eşitlik (3.9)'da verilmiştir.

$$\{\phi\}_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r \quad (3.9)$$

Eşitlik (3.9)'a benzer şekilde Eşitlik (3.10) yazılabilmektedir.

$$[\phi] = [\psi] \left[m_r^{-1/2} \right] \quad (3.10)$$

Deneyisel modal analizde bulunan özvektörler kütle normalizasyonundan sonra kullanılmaktadır. Deneyisel modal analiz yöntemleri çok farklı gruplar altında sınıflandırılabilirler ancak genel olarak kullandıkları verilerin alanına, serbestlik derecesine , kabul şekline ve işlenen FTF fonksiyonu sayısına göre gruplandırılabilirler. Modal analiz yöntemleri kullandığı veriler

- Frekans alanında (FTF'leri kullanarak)

- Zaman alanında (Ani darbe tepki fonksiyonları veya tepki geçmişlerini (Response History) kullanarak)

olabilmektedir. Deneysel modal analizde genellikle frekans alanındaki bilgiler kullanılmaktadır, ancak zaman alanında da eğri uydurma yöntemleri bulunmaktadır. Zaman alanındaki verileri kullanan yöntemler yapının karakteristik özelliklerinden birisi olan ani darbe tepki fonksiyonunun fourier dönüşümünün FTF'ye eşit olmasından hareket etmektedir.

Modal analiz sırasında ölçülmüş olan tüm frekans aralığındaki modlar yerine sadece istenen bir frekans aralığında veriler incelenebilmektedir. İncelenen frekans aralığı sadece bir modu inceleyecek şekilde ayrılabilir ve analiz her mod için yeni bir frekans aralığıyla tekrarlanabilir. Modal analiz sırasında sadece bir modun varlığının incelenmesi veya ilgilenilen aralıktaki tüm modların incelenmesine göre

- Tek serbestlik dereceli yöntemler (SDOF)
- Çok Serbestlik dereceli yöntemler (MDOF)

olarak ayrılmaktadırlar. Tek serbestlik dereceli yöntemler her seferinde yapının bir modu analiz etmektedir ve her analizde yapıyı o mod için tek serbestlik dereceli bir sistem olarak kabul etmektedir. Çok serbestlik dereceli yöntemler ise yapının ilgilenilen frekans aralığındaki tüm modları değerlendirerek analiz etmektedir.

Frekans alanındaki veriler kullanıldığında bir FTF veya birden fazla FTF ile modal analiz yapılabilmektedir. Birden fazla FTF ile modal analiz yapıldığı durumda FTF'ler arasındaki ilişkiye göre farklı yöntemler bulunmaktadır. FTF'ler arasındaki ilişkiler uyarma noktaları ve tepkilerin ölçüldüğü noktalara bağlıdır. Yapıya uygulanan bir etki için yapının her noktada farklı bir tepkisi bulunmaktadır, bu durumun bir sonucu olarak bir noktadaki tahrik sonucunda yapının tüm noktalarından alınan FTF'ler birbirlerinden farklı olmaktadır. FTF'lerin tahrik noktası (veya uyarma noktası) ve ölçüm noktasına göre değişken olmaları FTF'lerin tahrik noktası ölçüm noktası arasındaki ilişkiye göre değerlendirilmelerini gerektirir. Modal analiz yöntemleri analiz edilen FTF sayısı ve FTF'ler arasındaki ilişkiye aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir.

- Tek TTF yöntemleri
- Çoklu FTF yöntemleri, bu yöntemler genellikle iki alt gruba ayrılmaktadır, TGÇÇ (SIMO) verilerle ilgilenen Küresel Yöntemler (Global Methods) ve ÇGÇÇ (MIMO) verilerle ilgilenen Polireferans Yöntemler (Polyreference Methods)

3.3. Model Güncelleme için Uygun Deneysel Model

Deneysel mod frekanslarının ve deneysel mod Şekillerinin kalitesi sayısal modeldeki karşılıklı modların eşlenmesinde önem kazanmaktadır. Sayısal modelin sınanmasında ve güncellenmesinde kaliteli ve yeterli bir deneysel modele ihtiyaç duyulmaktadır. Deneysel model ölçüm sonuçlarının işlenmesiyle ortaya konmaktadır, dolayısıyla ölçümlerin kalitesi deneysel modelin kalitesini doğrudan etkilemektedir. Deneysel modelin uygunluğunun değerlendirilmesi için ölçümlerin yapılma şekli değerlendirilmedi. Ölçümlerin değerlendirilmesinde yapının ölçüme hazırlanışı, donanım seçimi ve ölçümlerin güvenilirliği sınanmalıdır.

Ölçümler deneysel modelden beklenen bilgilere göre farklı sınır şartların yapılabilmektedir. Yapının bağlantıları ölçülmek istenen sınır şartlarına uygun şekilde yapılmaz. Sınır şartlarından ötürü ölçülmek istenen serbestlik dereceleri bağlı veya sınırlanmış olabilir. Yapılar genellikle sayısal modelde temsili kolay olduğu için serbest sınır şartlarında ölçülmek istenmektedir. Serbest sınır şartları, yapı yumuşak yayların üzerine bağlanarak veya yapı asılarak sağlanmaktadır, ancak yapının kütlesi ve şekli serbest durumu sağlanmasını zorlaştırabilmektedir. Yapının ölçülmek istenen serbestlik derecelerine göre hazırlandıktan sonra farklı yönlerden ve noktalardan tahrik edilerek sınır şartlarının ölçümün yapılması istenilen sınır şartlarının sağlandığından emin olunmalıdır. İstenilen sınır şartlarının sağlanamadığı durumlarda, sağlanabilen sınır şartları belirlenerek sayısal modele bu sınır şartları verilmelidir.

Yapının sınır şartları belirlendikten sonra deneysel planlama yapılmalıdır. Deneysel planlamada amaç ölçülmek istenen frekans aralığına uygun tahrik ve ölçüm noktalarını ve sayılarını belirlemektir. Deneysel planlamada henüz güncellenmemiş olan sayısal modelin kullanılmasında yarar bulunmaktadır [44]. Güncellenmemiş sayısal model yapının mod şekilleri hakkında kabaca fikir verebilmektedir. En uygun ölçüm noktaları ve tahrik noktaları, güncellenmemiş modelden çeşitli yazılımların sağladığı otomatik algoritmalar veya mühendislik tecrübesi kullanılarak belirlenebilir. Yapının ölçülmek istenen frekans aralığındaki modlarda en çok hareket eden bölgeler en iyi ölçüm noktaları olarak değerlendirilmektedir.. Güncellenmemiş sayısal modelden modlardaki durağan noktalarda (nodal point)

çıkartılabilir. Bu noktalar en kötü ölçüm noktaları olarak değerlendirilmektedir. Ölçüm noktalarında olduğu gibi güncellenmemiş sayısal model en iyi tahrik noktalarının belirlenmesinde de yardımcı olabilmektedir. Tahrik noktası olarak her hangi bir modun durağan noktaların seçilmesi durumunda bu modu o noktalardan uyarmak mümkün olmayacaktır. Ölçümler sonunda ölçülmüş frekans aralığında tanımlanabilecek mod şekilleri ölçüm noktası sayısına bağlıdır. Aynı ölçüm noktası için yüksek modların genlikleri ile alçak modların genlikleri birbirine yakın olabilmektedir. Bu durumda iki modu bu noktaları kullanarak birbirinden ayırmak mümkün olamamaktadır. Bu duruma ‘uzaysal ikiz yanılgısı’ (Spatial aliasing) denilmektedir ve ölçüm noktası sayısı arttırılarak çözülebilmektedir. Uzaysal ikiz yanılgısına engel olabilmek için deneysel hazırlık aşamasında ilgilenilen frekans aralığında ölçülmek istenen mod sayısına uygun sayıda ölçüm noktası belirlenmesi gerekmektedir. Güncellenmemiş sayısal model ölçüm noktası sayısının belirlenmesinde de kullanılabilir.

Deneysel hazırlık aşamasında güncellenmemiş sayısal model yapı hakkında fikir verebilmektedir ancak modelin yapıyı istenilen oranda temsil etmediği bilindiğinden bu modelden elde edilen sonuçlar yaklaşık olmaktadır. En iyi tahrik ve en ölçüm noktaları ölçümden önce farklı kombinasyonlar halinde denenmeli ve bu noktalar ölçülen bu deneme FTF noktalarına göre nihai olarak belirlenmelidir.

Deneysel hazırlık aşamasından sonra yapı için uygun donanım seçilmelidir. Kullanılan donanımın ölçülmek istenen frekans aralığına ve yapıya uygun olmalıdır. Eğer yapıya temas eden bir tepki algılayıcısı kullanılacaksa algılayıcı ve yapının kütle oranına dikkat edilmelidir; bu oran büyük olduğu durumlarda yapı algılayıcının kütle oranının etkisiyle değişmektedir ve ölçülen FTF’ler gerçek yapının değil, kütle eklenmiş yapının tepkisi olmaktadır. Bu oranın büyük olduğu durumlarda ölçüm noktası sabit tutularak yapı sırayla tüm ölçüm noktalarından tahrik edilmelidir veya laser hız ölçer gibi temassız bir algılayıcı kullanılmalıdır. Benzer şekilde tahrik olarak sarsıcı kullanıldığı durumlarda sarsıcının yapıyı etkileyen unsurlarına dikkat edilmelidir. Özellikle narin yapılar için bu durum önemlidir ve gerekirse sarsıcı yerine çekiç tercih edilmelidir. Sarsıcının kütlesi dışında yapıya bağlandığı itki çubuğunun da doğal frekansının ölçüm aralığında olmamasına dikkat edilmelidir. Aksi takdirde itki çubuğunun doğal frekanslarının bulunduğu aralıkta ölçümler güvenilir olmayacaktır.

Donanın seçiminden sonra yapılan seçimlerin ve ölçüm düzeneğinin genel sınamasını yapan ön hazırlık ölçümleri alınmalıdır. Bu ölçümler aşağıda verilmiştir.

- Kalibrasyon
- Tekrarlanabilirlik
- Uyarma sinyali
- Çapraz tekrarlanabilirlik (Reciprocity Check)

Kalibrasyon ölçümleri ölçüm sisteminin doğru ayarlanıp ayarlanmadığını sınamaktadır. Bilinen referans frekansların ve genliklerin doğru bir biçimde ölçülüp ölçülemediği sınanmaktadır. Bu ölçümlere örnek olarak ağırlığı bilinen bir kütlenin çekiçe tahrik edilerek, FTF kullanılarak kütlesinin hesaplanarak sağlama yapılması gösterilebilir.

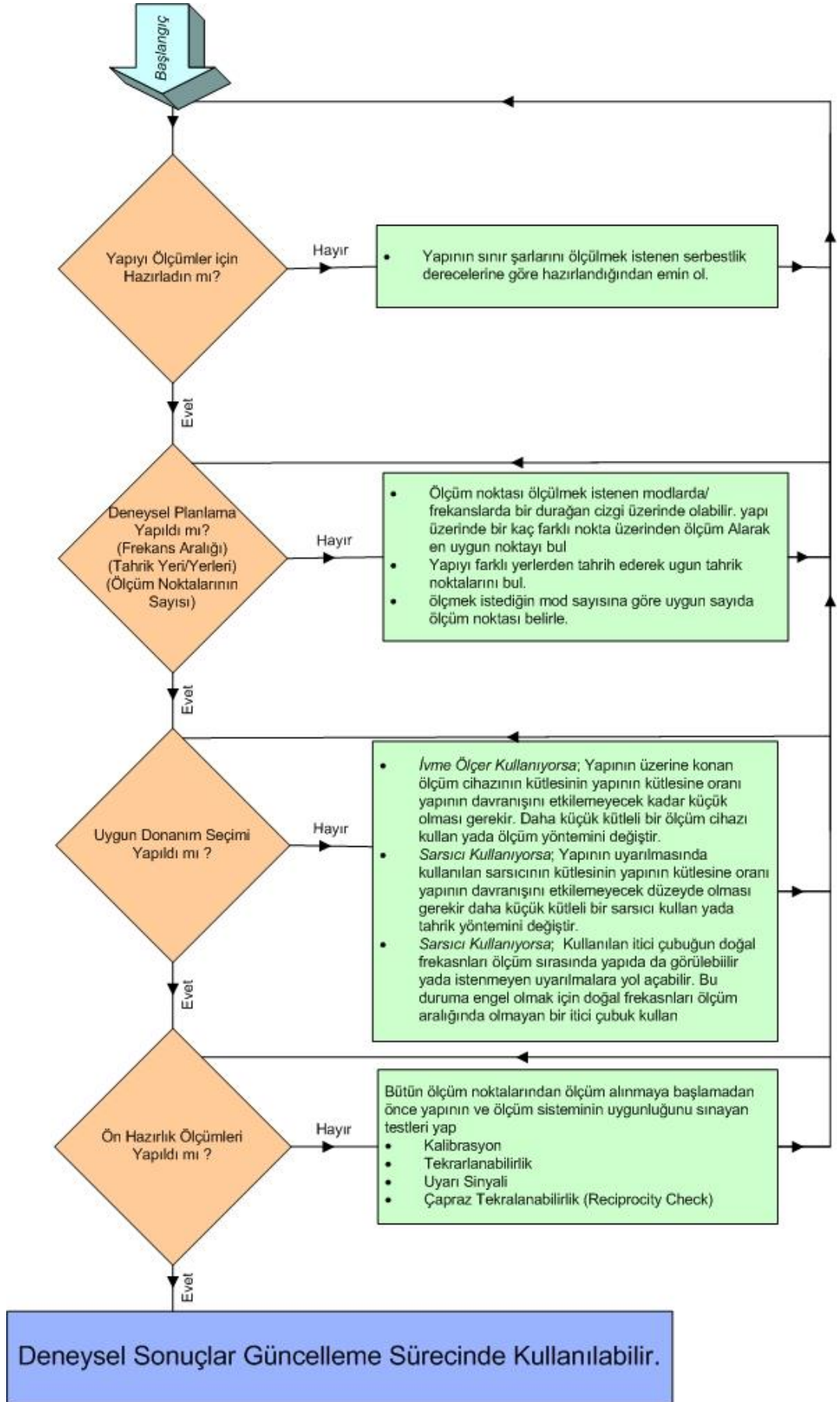
Tekrarlanabilirlik ölçümleri aynı tahrik ve ölçüm noktalarından farklı zamanlarda alınan ölçümlerin tutarlılığıdır. Bu ölçümler sistemin ne kadar değişmez olduğunu göstermektedir. Bu ölçümlerle sistemin ölçüm sonuçlarının ölçüm tarihinden bağımsız olup olmadığı sınanmaktadır.

Tahrik sinyalinin sınaması ölçümlerinde yapının seçilen uyarı noktalarından istenen şekilde tahrik edip etmediğini sınanmaktadır. Tahrik sinyalinin autospectrum dağılımına bakılarak yapının istenilen frekans atalığında başarıyla tahrik edilip edilemediğini sınanabilmektedir. Autospectrum eğrisinin tahrik edilmek istenilen frekans aralığında mümkün olduğunca yatay ve düz olması istenmektedir. Autospectrum yanında tahrik sinyalinin frekans dağılımına da bakılarak tahrik edilen frekanslar sınanabilmektedir.

Çapraz tekrarlanabilirlik ölçümleriyle yapının dinamik davranışının doğrusallığı sınanmaktadır. Bir tahrik ve ölçüm noktasından alınan FTF ile tahrik ve ölçüm noktaları yer değiştirilerek alınan FTF kıyaslanır. Yapının tam doğrusal davranması durumunda bu iki FTF'nin birbirinden farkının olmaması gerekmektedir. Ancak pratikte yapıda doğrusal olmayan özelliklerden ötürü bu iki sinyal tam olarak aynı olamamaktadır. İyi bir ölçüm için çapraz tekrarlanabilirlik ölçümlerinin büyük oranda benzemeleri beklenmektedir. Deneysel modelin sınanma adımları Şekil 3.4'te verilen akış şemasında özetlenmiştir.

Ölçümün sınanmasının yanı sıra deneysel model oluşturulduktan sonra bazı modlar istenen hassasiyette tespit edilememiş olabilir. Modlarda özellikle uzaysal ikiz yapılması ile karşılaşabilmektedir. Deneysel model mühendislik tecrübesiyle ve bölüm 4'te verilmiş olan sayısal araçlarla değerlendirilip gerekli durumlarda yetersiz

belirlenmiş modlar modelden çıkartılmalıdır. Özellikle uzaysal ikiz yanılmasına karşı deneysel model bölüm 4.2.2’de verilen Öznel MGK yardımıyla karşılaştırılarak belirlenen mod Şekillerinin yeterliliği matematiksel olarak ortaya konabilir.



Şekil 3.4 : Deneyisel modelin sınanma adımları

4. Deneysel ve Sayısal Modelin Karşılaştırılması

Sayısal ve deneysel modelin karşılaştırılması, model geçerliliğinin sağlanması işleminin ilk adımı olarak değerlendirilmektedir. Model geçerliliğinin sağlanması deneysel modeli temsil eden bir sayısal modelin oluşturulmasıdır. Model geçerliliğinin sağlanmasının ikinci adımı, deneysel model ile sayısal model arasındaki farkların bulunmasıdır. Üçüncü adım ise, bulunan farklardan hareketle düzeltmelerin yapılmasıdır. Son iki adım genellikle model güncelleme olarak tanımlanmaktadır. [44]. Modellerin karşılaştırılması model güncellemenin ilk adımı olarak değerlendirilmelidir. Karşılaştırma, hem model güncellemenin başlangıç adımında sayısal modelin yeterliliğinin sınanmasında, hem de güncelleme sırasında veya güncelleme sonunda sayısal modelde yapılan iyileştirme sonuçlarının değerlendirilmesinde kullanılmaktadır.

Sayısal model ile deneysel modelin karşılaştırılması çıktılarına göre iki gruba ayrılmaktadır. İlk gruptaki karşılaştırmalar ortaya matematiksel bir değer çıkarmayan karşılaştırmalardır. Bu karşılaştırmalar FTF'lerin karşılaştırılması, mod şekillerinin görsel benzerliklerinin karşılaştırılması ve kütlelerin karşılaştırılmasıdır. İkinci gruptaki karşılaştırmalar ise ortaya matematiksel değer çıkartan karşılaştırmalardır. İkinci grupta Modal Güvence Kriteri (MGK- MAC), Koordinat Modal Güvence Kriteri (KMGK-CMAC) , Frekans Alanı Güvence Kriteri (FAGK – FDAC) gibi matematiksel araçlar kullanılmaktadır. Her iki gruptaki karşılaştırmalar deneysel model ile sayısal modelin uyumu hakkında önemli bilgiler vermektedir, ancak sayısal model güncellenme yöntemlerinde genellikle matematiksel büyüklükler ortaya koyan ikinci gruptaki karşılaştırmalar kullanılmaktadır. Bu büyüklükler, model güncelleme sonunda ulaşılmak istenen bir amaç değeri için veya sayısal model ile deneysel modelin birbirlerine uyan modlarının eşlenmesi gibi ara adımlarda kullanılmaktadır. Birinci gruptaki karşılaştırmalar genellikle güncellenmiş sayısal modelin sonuçlarının deneysel model ile karşılaştırılmasında kullanılmaktadır.

Hem deneysel model hem de sayısal model uzaysal model, tepki modeli veya modal model ile temsil edilebilirler. Deneysel ve sayısal model bu modellerden herhangi

biri kullanılarak karşılaştırılabilir. Ancak uzaysal model kullanarak karşılaştırma yapmak diğer modellere oranla oldukça zordur. Modal modellerin karşılaştırılmasında modal değerler olan frekans ve mod şekilleri, tepki modelleri karşılaştırılmasında ise FTF'ler kullanılmaktadır.

4.1. Frekansların Karşılaştırılması

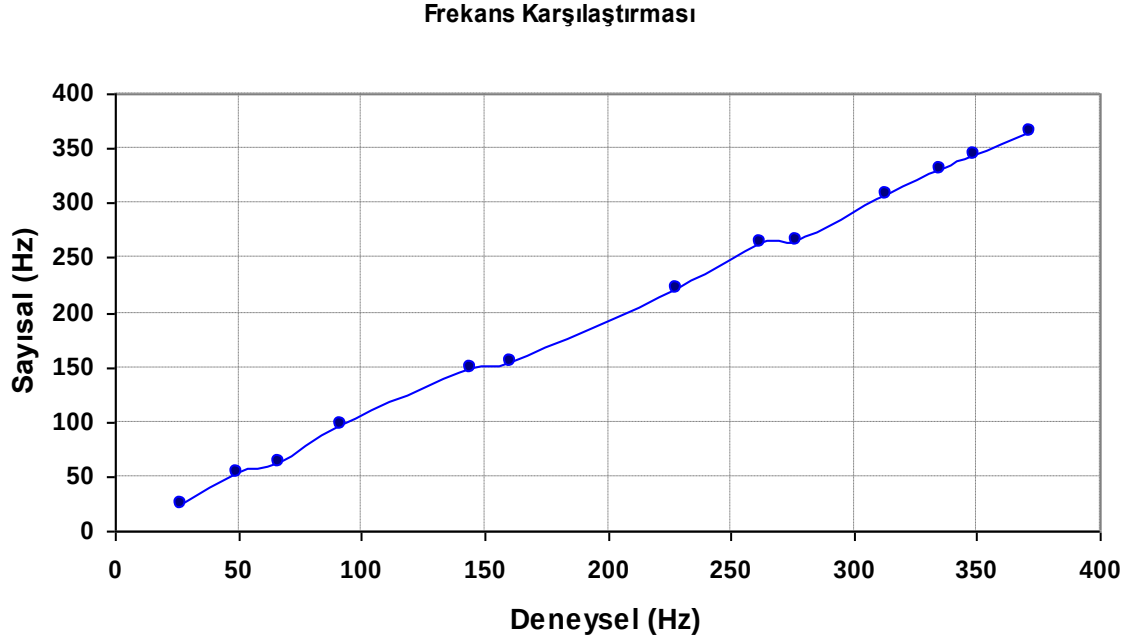
Modellerin karşılaştırılmasında temel karşılaştırma yöntemi deneysel ve sayısal doğal frekansların karşılaştırılmasıdır. Karşılaştırma genellikle deneysel ve sayısal doğal frekansların aynı sırayla karşılaştırılması şeklinde yapılmaktadır. Frekanslar arasındaki farklar sayısal modelin deneysel modeli hangi mod için ne kadar temsil edebildiği hakkında fikir vermektedir. Tablo 4.1'de bir frekans karşılaştırılması ve frekans farkı tablosu örneği verilmiştir.

Tablo 4.1. Frekans Karşılaştırılması ve Frekans Farkları

Mod no	Deneysel Mod Frekansları (Hz)	Sayısal Mod Frekansları (Hz)	Frekans Farkı (Hz)	Frekans Farkı (%)
1	27	26	1	4,92
2	49	53	-4	-6,98
3	67	63	3	4,81
4	91	98	-7	-6,83
5	144,17	149,37	-5	-3,48
6	160,86	154,39	6	4,19
7	227,82	222,86	5	2,23
8	262,12	263,41	-1	-0,49
9	276,49	266,28	10	3,83
10	313,14	307,82	5	1,73
11	335,37	330,72	5	1,41
12	348,91	344,98	4	1,14
13	371,85	365,81	6	1,65

Tablo 4.1'teki örnekte görüldüğü gibi frekans farkları her mod için farklı olmaktadır. Sayısal model, frekans farkının az olduğu 1. ve 8. modlarda yapıyı daha başarılı temsil etmektedir. Deneysel model frekanslarıyla sayısal model frekanslarının karşılıklı çizdirilmesiyle hem temsil yeteneği hem de sayısal modeldeki hata kaynakları hakkında fikir edinilmektedir. [44].

Şekil 4.1'de bir frekans karşılaştırılması örneği grafik olarak verilmiştir. Yatay eksen deneysel doğal frekansları, dikey eksen ise sayısal doğal frekansları göstermektedir.



Şekil 4.1 : Frekans Karşılaştırması

Doğru sayısal modelde sayısal ve deneysel frekansların birbirine eşit olması gerektiğinden Şekil 4.1 'deki grafiğin $y=x$ doğrultusunda olması beklenmektedir. Şekil 4.1 ,Tablo 4.1'deki bilgilere ek olarak sayısal modelin yapının frekanslarını temsil etmekteki genel durumunu vermektedir. Grafiğin $y=x$ doğrultusundan ne kadar uzak olduğu görsel hale getirilebilmektedir.

Frekans karşılaştırmasının ve frekans farklarının deneysel modelin ve sayısal modelin frekans sırasına göre yapılması sayısal model ile deneysel modelin modlarının farklı sırada bulunduğu durumlarda sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Frekans karşılaştırmasından önce deneysel modelin ve sayısal modelin yeterli düzeyde uyan modlarının belirlenmesi ve karşılaştırmanın bu sıraya göre yapılması tavsiye edilmektedir.

4.2. Mod Şekillerinin karşılaştırılması

Mod Şekillerinin karşılaştırılması iki Şekilde yapılabilmektedir.

- Mod şekillerinin benzerliklerinin görsel olarak karşılaştırılması
- Mod şekillerinin matematiksel araçlar kullanılarak sayısal olarak karşılaştırılması

Gelişen teknoloji ve modal analiz yöntemleri uygun ölçüm verilerinden mod şekillerinin oldukça hassas olarak elde edilebilmesine olanak sağlamaktadır. Bu

olanaklara bağılı olarak modların karşılaştırılmasında görsel yöntemlerle birlikte matematiksel araçlar da etkin kullanılmaktadır.

4.2.1. Mod Şekillerinin Görsel Olarak Karşılaştırılması

Mod şekillerinin benzerliklerinin görsel olarak karşılaştırılmasında hem deneysel modelin hem de sayısal modelin mod şekilleri mühendislik tecrübesi kullanılarak görsel olarak karşılaştırılmaktadır. Genellikle mod şekilleri hareketleri animasyon haline getirilerek karşılaştırılmaktadır. Animasyonlar modelin şekil değişikliği olmadığı durumundan başlatılmaktadır böylece sayısal ve deneysel modelin Şekil değişiklikleri yer ve yön olarak karşılaştırılabilmektedir. Mod şekillerinin bu yöntemle karşılaştırılması görsel olduğundan mühendislik tecrübesi ve yapı hakkındaki bilgi karşılaştırmada önemli rol oynamaktadır. Bu yöntemin deneysel ve sayısal modları iyi bilinen yapılarının hızlı bir biçimde frekans karşılaştırmasının yapılmasında kullanılması tavsiye edilmektedir.

Modların görsel karşılaştırılması karmaşık yapılarda farklı kişilerin farklı modları birbirine eşlemesine yol açabilmektedir. Sayısal modeller genellikle altı yönde serbestlik derecesi bulunmaktadır. Ancak deneysel modeller bazı yönlerdeki FTF'lerin ölçülmemesi veya ölçülememesine bağılı olarak farklı noktalarda farklı yönlerde serbestlik derecelerine sahip olmaktadır. Yönlerdeki bu farklılıklar yüksek modlarda deneysel modelin modlarının sayısal modelin aynı modundan biraz farklı görünmesine yol açabilmektedir. Bu olumsuz durumu gidermek için sayısal modelin serbestlik dereceleri deneysel modelin serbestlik derecelerine indirgenebilir ancak modların görsel karşılaştırılmasının hız avantajının kaybedilmesi sonucuna ulaşılmaktadır. Bu olumsuzluklarla karşılaşılmaması için modal güvence kriterlerinin kullanılması tavsiye edilmektedir.

4.2.2. Mod Şekillerinin Matematiksel Araçlarla Karşılaştırılması

Mod şekillerinin karşılaştırılmasında yaygın olarak iki matematiksel araç kullanılmaktadır.

- Modal Ölçek Çarpanı (Modal Scale Factor)
- Modal Güvence Kriteri (Modal Assurance Criteria)

Modal Ölçek Çarpanı ve Modal Güvence Kriteri iki vektörü karşılaştırmak için geliştirilmiş matematiksel araçlardır. Her iki araçta $[\psi_D]$ ve $[\psi_S]$ matrislerinin boyutlarının aynı olduğunu kabul etmektedir.

Modal Ölçek Çarpanı (MÖÇ) Eşitlik (4.1)'de verilmektedir.

$$MÖÇ(D/S) = \frac{\sum_{r=1}^n [\psi_D]_r \cdot [\psi_S]_r^*}{\sum_{r=1}^n [\psi_S]_r \cdot [\psi_S]_r^*} \quad (4.1)$$

Eşitlik (4.1)'de $[\psi_D]_r$, r .deneysel özvektör matrisini, $[\psi_S]_r$, r .sayısal özvektör matrisini, n mod sayısını göstermektedir [45].

Modal Ölçek Çarpanı iki vektörün oranının en küçük kareler yaklaşımına göre hesaplamaktadır. Bu oran bir eğim değeridir ve vektörlerin aynı olduğu durumda vektörler uzayda üst üste durduklarından eğim değerinin 1 olmaktadır. MÖD eğim değeridir ve vektörlerin uyumu hakkında bilgi vermemektedir.

Mod Şekillerinin karşılaştırılması için Modal Güvence Kriteri geliştirilmiştir. Modal Güvence Kriterinin (MGK) ifadesi Eşitlik (4.2)'de verilmektedir.

$$MGK(D,S) = \frac{|\{\psi_D\}^T \{\psi_S\}|^2}{(\{\psi_D\}^T \{\psi_D\}) \cdot (\{\psi_S\}^T \{\psi_S\})} \quad (4.2)$$

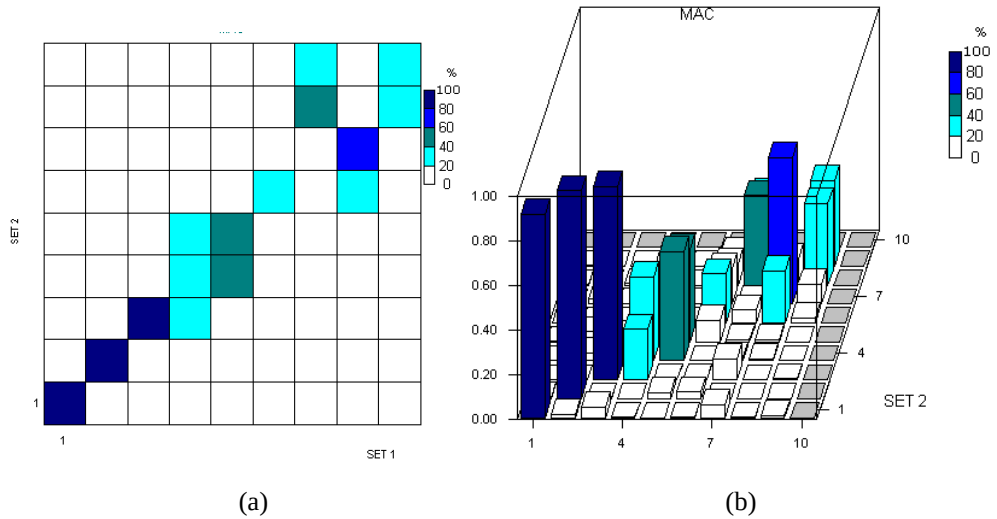
Modal güvence kriteri uzaydaki iki vektörün büyüklüklerini oranlanarak birbirleri üzerine olan iz düşümlerini hesaplamaktadır. Karşılaştırılmakta olan iki grup vektörden, her birinin diğer gruptaki tüm vektörlerle karşılaştırarak bir matris oluşturur. iki vektörün birbirleri üzerine iz düşümleri en fazla 1 olabildiğinden MGK matrisinin elemanlarının en büyük değeri de 1 olmaktadır. MGK matrisi için örnek değerler Tablo 4.2'de verilmiştir. MGK matrisinin değerleri incelenerek uyumlu olan deneysel ve sayısal modlar tespit edilebilir. 1 değerine daha yakın olan değerler daha çok, 1 den uzak olan değerler ise daha az uyuma işaret etmektedir. Genlikte 0,8 veya %80'nin üstündeki değerler iyi uyum sağlayan modlar, 0,2 veya %20'nin altındaki değerler ise ihmal edilebilir değerler olarak kabul edilmektedir. Kabul edilen uyum değerleri uygulamaya göre değişmektedir. Deneysel ve sayısal modelin MGK hesaplamasında kullanılan serbestlik derecelerine bağlı olarak MGK değerleri değerlendirilmelidir.

Tablo 4.2. MGK Matrisi

Sayısal Mod Numaraları	Deneyisel Mod Numaraları									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,95	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0,98	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,94	0,13	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0,18	0,44	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0,16	0,56	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0,19	0	0,13	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0,74	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0,55	0	0,15	0
9	0	0	0	0	0	0	0,75	0	0,11	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tablo 4.2’ de örnek MGK sonuçları için sayısal modelin 1., 2., ve 3. modlarının deneysel modelin sırasıyla 1., 2., ve 3. modlarıyla iyi uyum sağladığı görülmektedir. 4. moddan itibaren uyumun bozulduğu görülmektedir.

MGK matrisinin değerlerinin matrisinin değerlerinin incelenmesinde matrisin grafiksel gösterimi daha çok tercih edilmektedir. Şekil 4.2’de MGK iki boyutlu ve üç boyutlu grafikte gösterilmiştir.



(a)

(b)

(a) MGK’nın iki boyutlu grafikte gösterimi

(b) MGK’nın üç boyutlu grafikte gösterimi

Şekil 4.2 : MGK’nın iki boyutlu ve üç boyutlu grafikte gösterimi

Doğru bir sayısal model ile deneysel modelin karşılaştırılmasında diyagonal üzerine tam uyum gösteren bir sıralama olmalıdır. İdeal durumda bütün diyagonal değerlerinin 1, diğer bütün değerlerin sıfır olması beklenir. Ancak pratik uygulamalarda aşağıdaki sebeplerden dolayı diyagonal dışındaki değerler sıfırdan farklı olabilmektedir.

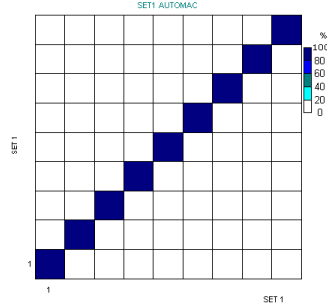
- Yapının doğrusal olmayan davranışları (Non-linearities of structure)
- Ölçümlerden kaynaklanan parazitler
- Ölçülmüş olan verilerin yetersiz modal analizi
- MGK hesabı için seçilen serbestlik derecelerinin modları temsil etmekteki yetersizliği [44]

MGK mod eşlemesinin görecelilikten uzak ve matematiksel olarak yapılmasına olanak sağladığından özellikle otomatik sayısal modal güncelleme uygulamalarında ve güncelleme sonuçlarının irdelenmesinde yaygın olarak kullanılan bir araçtır. Sonuçların istenilen şekilde ve doğru olarak elde edilebilmesi için, farklı araçlar kullanılarak ön hazırlık yapılması gerekebilmektedir. MGK ile modellerin doğru olarak karşılaştırılabilmesi için, sayısal ve deneysel modellerin karşılıklı serbestlik derecelerinin eşlenmesi gerekmektedir. Deneysel model ve sayısal modellerin farklı yazılımlar yardımıyla hazırlanması sonucunda, deneysel model ile sayısal modeller uzayda birbirlerine göre farklı konumlarda bulunabilmektedir. Bu durumda modellerin doğru karşılaştırılabilmesi için deneysel veya sayısal modele ait özvektörlerinin uzayda çevrilerek diğer model ile aynı konuma ve eksen takımına getirilmesi gerekmektedir.

MGK hesaplanmasında, karşılaştırılan serbestlik derecesi sayısının sonuçlara doğrudan etkisi bulunmaktadır. Mod şeklinin temsil edilmesinde uzaysal ikiz yanılması (Spatial aliasing) olması durumunda, eldeki veriler karşılaştırılan modu temsil etmekte yetersiz kalmaktadır. Bu durumda, MGK doğru sonuçlara ulaşamamaktadır. Mod şeklinin yeterli sayıda serbestlik derecesiyle temsil edilebilmesi için: Deneysel ölçüm hazırlığı sırasında, ilgilenilen frekans aralığındaki mod şeklinin karmaşıklığına bağlı olarak ölçüm noktası sayısı belirlenmelidir.

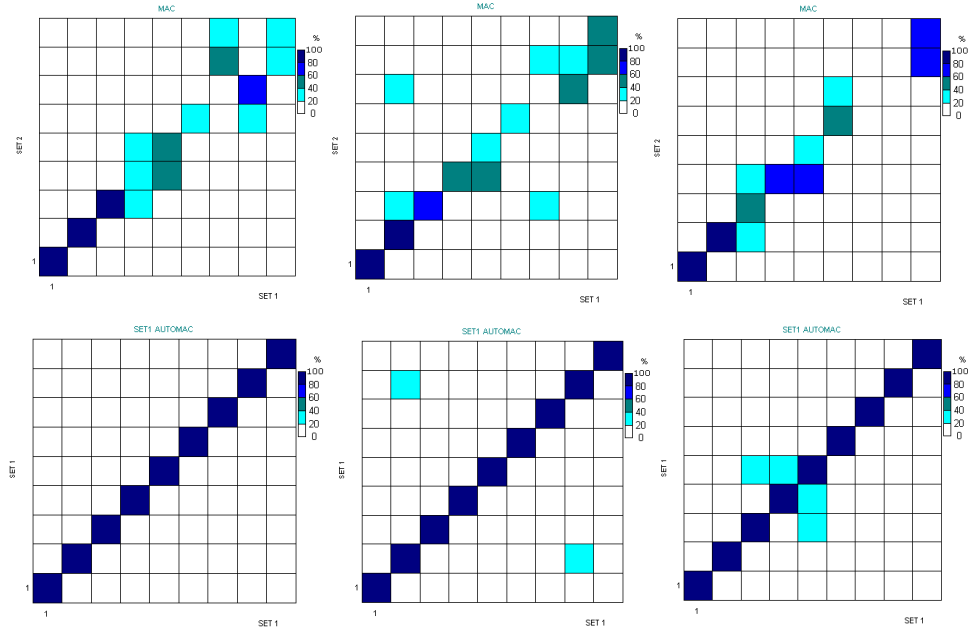
MGK sonucunun serbestlik derecesine bağlı oluşu, eldeki modelin kendi kendisi ile karşılaştırılarak uzaysal ikiz yanılmasının sınanmasına olanak sağlamaktadır. Modelin MGK kullanarak kendisi ile karşılaştırılmasına Öznel MGK (AutoMAC) olarak adlandırılmaktadır. Modelin içerdiği bütün modlar için serbestlik derecesi yeterli olduğu durumda, Öznel MGK sonucunun diyagonal üzerine tam uyum

göstererek sıralanmaktadır. Şekil 4.4'te, Şekil 4.2'de verilen MGK karşılaştırmasında, kullanılan deneysel modelin öznel MGK grafiği gösterilmiştir.



Şekil 4.3 : Deneysel model için Öznel MGK

Öznel MGK, deneysel modelin temsil yeteneğinin sınanmasında kullanılmaktadır. Bu kullanımına ek olarak, ölçümlerin hazırlık aşamasında güncellenmemiş sayısal model üzerinden ölçülmesi düşünülen serbestlik dereceleri alınarak düşünülen ölçüm noktası sayısının yeterli olup olmadığı hakkında bilgi edinilebilmektedir. Şekil 4.4'te deneysel modelin serbestlik derecesinin azalmasının MGK ve Öznel MGK üzerindeki etkisi görülmektedir.



- (a) 88 serbestlik derecesiyle hesaplanmış MGK deneysel model Öznel MGK
(b) 64 serbestlik derecesiyle hesaplanmış MGK deneysel model Öznel MGK
(c) 24 serbestlik derecesiyle hesaplanmış MGK deneysel model Öznel MGK

Şekil 4.4 : Serbestlik derecesinin MGK ve Öznel MGK'ya etkisi

Şekil 4.5'te görüldüğü gibi modeldeki serbestlik derecesinin azalmasına bağlı olarak ikiz yanılması oluşmakta ve karşılaştırma sonuçları olumsuz etkilenmektedir.

MGK hesaplanmasına modların ortogonal olup olmadıklarının da kontrolü eklenebilir. Ortogonalite şartının kontrolü MGK denkleminde yapının sistem matrislerinin eklenmesiyle sağlanmaktadır, ancak deneysel modelde yapının sistem matrislerinin eksik oluşu ortogonalitenin kontrolünü zorlaştırmaktadır. MGK değerlerinin modların karşılaştırılmasında yeterli olmasına rağmen bazı özel durumlarda özellikle otomatik karşılaştırma süreçlerinde ortogonalite şartının da MGK içinde kontrol edilmesi istenmektedir. Ortogonalite kontrolünün eklenmiş olduğu MGK 'ya Normalize Edilmiş Çapraz Ortogonalite (Normalised Cross Orthogonality- NCO) adı verilmektedir. Normalize Edilmiş Çapraz Ortogonalite (NÇO) Eşitlik (4.3)'te verilmektedir.

$$NÇO(X, Y) = \frac{|\{\psi_X\}^T [W] \{\psi_Y\}|^2}{(\{\psi_X\}^T [W] \{\psi_X\}) \cdot (\{\psi_Y\}^T [W] \{\psi_Y\})} \quad (4.3)$$

Eşitlik (4.4)'te $[W]$ matrisi ağırlıklandırma matrisidir ve kütle veya katılık matrislerinden biridir. NÇO'nun uygulanmasında temel zorluk sayısal modelden eksiksiz kütle ve katılık matrislerinin elde edilebildiği durumlarda bile bu matrislerin karşılaştırmada kullanılan serbestlik derecelerine indirgenmesidir. Kütle matrisinin doğrudan kullanılabileceği durumlarda Guyan tipi veya benzer bir yaklaşımla matris indirgenebilmektedir. Bu yöntem dışında uygulanması daha kolay olan Eşdeğer Sistem İndirgeme İşlemi (System Equivalent Reduction Expansin Process) tabanlı bir yöntem de kullanılabilir. Eşdeğer Sistem İndirgeme İşlemi (ESİİ) yardımıyla sanki kütle matrisinin (pseudo-mass matrix) hesaplanması Eşitlik (4.4)'te verilmiştir.

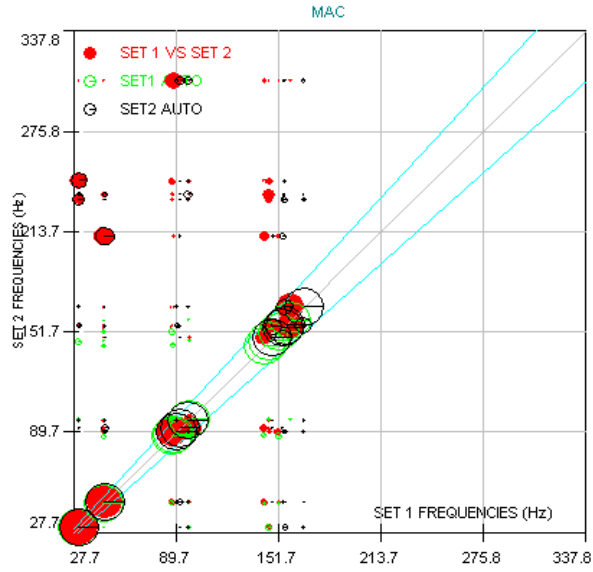
$$[M^R] = [\psi]^{+T} [\psi]^+ \quad (4.4)$$

Eşitlik (4.5)'te verilen ifade NÇO hesaplanmasına ağırlıklandırma matrisi olarak eklenebilmektedir, Eşitlik (4.5)'in ağırlıklandırma olarak eklendiğinde ifade ESİİ Çapraz Ortogonalite (SEREP-Cross-Orthogonality) olarak adlandırılmaktadır. ESİİ Çapraz Ortogonalite (SÇO) Eşitlik (4.5)'da verilmiştir [44].

$$SÇO(X, Y) = \frac{|\{\psi_X\}^T [\psi]^{+T} [\psi]^+ \{\psi_Y\}|^2}{(\{\psi_X\}^T [\psi]^{+T} [\psi]^+ \{\psi_X\}) \cdot (\{\psi_Y\}^T [\psi]^{+T} [\psi]^+ \{\psi_Y\})} \quad (4.5)$$

NÇO ve SÇO daha az kullanılan MGK değerleridir. Genellikle hesaplaması daha hızlı olan ve modellerin karşılaştırılmasında yeterli bilgi barındıran MGK kullanılmaktadır.

Sayısal ve deneysel modellerin karşılaştırılmasında MGK grafiklerinin yanında frekans karşılaştırmasının da önemli olması frekans karşılaştırmasının ve MGK karşılaştırmasının tek bir çizim üzerinde gösterilmesi beklentisini ortaya çıkarmaktadır. Bu grafikte Öznel MGK'nın da bulunmasının karşılaştırmadan yararlı olacağından hareketle Frekans Ölçeklendirilmiş MGK (Frequency Scaled MAC) grafikleri oluşturulmuştur [43]. Frekans ölçeklendirilmiş MGK grafiklerinde mod numaralarını gösteren eksen takımları frekans değerleriyle değiştirilmiştir. Her frekanstaki mod şeklinin diğerleri ile uyumu ise yarı çapı MGK değeri olan bir daire ile ifade edilmektedir. Frekans ölçeklendirilmiş MGK grafiklerinde dairenin yeri ile frekans uyumu dairenin çapı ile de mod uyumu temsil edilmektedir. Sayısal ve deneysel modelin uyumunun yanında hem sayısal hem de deneysel modelin Öznel MGK değerleri farklı renklerdeki dairelerle gösterilmektedir. Şekil 4.5'te Şekil 4.2'de verilen örnek MGK grafiğinin frekans ölçeklendirilmiş MGK grafiği verilmiştir. Şekil 4.5'te sayısal model ile deneysel MKG değerleri kırmızı renkle, deneysel modelin Öznel MGK değerleri yeşil renkle, sayısal modelin Öznel MGK değerleri gri renkle gösterilmektedir. Frekans Ölçeklendirilmiş MGK grafikleri ile gösterim şekli normal MGK grafik ile gösterim kadar yaygın kullanılmamaktadır.

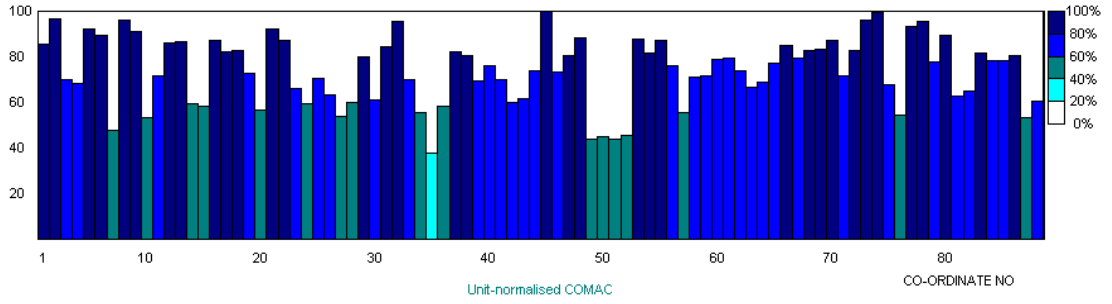


Şekil 4.5 : Frekans Ölçeklendirilmiş MGK

MGK deneysel model ile sayısal modelin uyuşan modlarını göstermektedir, ancak karşılaştırmada kullanılan serbestlik derecelerinin uyuma katkısını göstermemektedir. Seçilen serbestlik derecelerinin MGK sonuçlarına etkisini, incelemek için Koordinat Modal Güvence Kriteri (Coordinate Modal Assurance Criteria) aracı geliştirilmiştir. Koordinat Modal Güvence Kriteri (KMGK) mod şekli matrisinin yatay vektörlerini kullanarak serbestlik derecelerinin birbiri üzerine olan iz düşümlerini hesaplamaktadır. i . serbestlik derecesi için KMGK Eşitlik (4.6)'de verilmiştir.

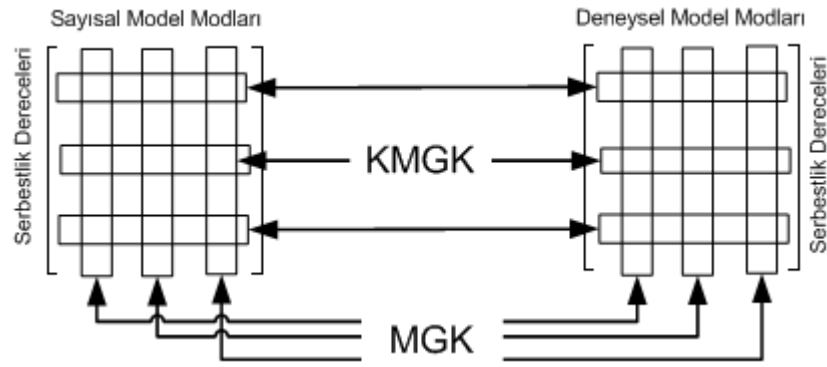
$$KMGK(i) = \frac{\sum_{i=1}^L |[\psi_D]_i \cdot [\psi_S]_i|^2}{\sum_{i=1}^L ([\psi_D]_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^L ([\psi_S]_i)^2} \quad (4.6)$$

KMG değeri sıfırla 1 arasında olmaktadır. KMGK değerinin 1 olması serbeslik derecesinin kullanılan modlar için sayısal ve deneysel modelde oldukça iyi uyum sağladığını göstermektedir. KMGK kullanılarak sayısal modelin serbeslik derecelerine göre temsil yeteneği gösterilmektedir. KMGK sonuçları kullanılarak sayısal modelin yetersiz modellenmiş bölgeleri hakkında fikir edinilmesine karşın, KMGK bir hata konumlandırma yöntemi değildir. KMGK sonuçları genellikle serbestlik derecesine göre sütun grafikleri olarak verilmektedir. Şekil 4.6'da Şekil 4.2'de verilen MKG sonuçlarının 9 mod için KMGK grafiği verilmiştir.



Şekil 4.6 : KMG'nın serbestlik derecesine göre gösterimi

MGK ile KMG arasındaki matematiksel ilişki Şekil 4.7'de mod şekli matrisi üzerinde görsel olarak verilmiştir.



Şekil 4.7 : MGK ve KMGK arasındaki ilişki

4.3. Frekans Tepki Fonksiyonlarının Karşılaştırılması

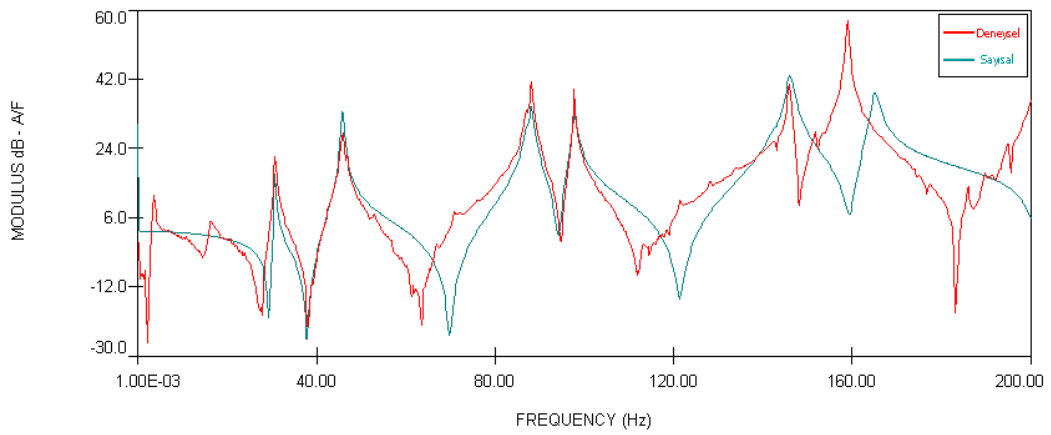
FTF'lerin karşılaştırılması iki şekilde yapılabilmektedir.

- FTF'lerin görsel olarak karşılaştırılması
- FTF'lerin matematiksel araçlar kullanılarak sayısal olarak karşılaştırılması

Deneysel modelin FTF'leri modal analiz gerekmeden doğrudan kullanılabilir. Sayısal modelin FTF'leri ise sayısal modal analiz sonuçları işlendikten sonra ortaya çıkmaktadır. Deneysel FTF'ler yapının sönümü hakkında önemli veriler barındırdığından sönüm davranışının iyi modellenmesi istenen sayısal modellerde FTF karşılaştırması yararlı olmaktadır. Çoğu durumda yapının sönümünün sayısal modele eklenememesi veya yetersiz eklenmesi FTF karşılaştırılmasında problem olmaktadır. Sayısal FTF'lerin sönümlü olarak oluşturulmasındaki güçlükler yaygın olarak FTF'lerin görsel yöntemle karşılaştırılmasına yol açmaktadır.

4.3.1. FTF'lerin Görsel Olarak Karşılaştırılması

Sayısal modelin FTF'leri yaklaşık veya varsayılan sönüm değerleriyle elde edildikten sonra deneysel modelin FTF'leri ile aynı frekans aralığında karşılaştırılabilirler [44]. FTF'ler üst üste konarak eğrilerin tepe ve çukur noktaları gibi genel karakteristikleri karşılaştırılmaktadır. Görsel karşılaştırma ile sayısal modelin yapıyı temsil edebildiği frekans aralığı ve sayısal FTF'deki sönüm değeri hakkında bilgi edinilmektedir. Şekil 4.8'de FTF'lerin görsel olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bu grafikte deneysel FTF kırmızı ,sayısal FTF ise yeşil renk ile gösterilmektedir.



Şekil 4.8 : FTF'lerin görsel olarak karşılaştırılması

FTF'lerin görsel olarak karşılaştırılmasında genlikler arası farkların daha iyi görülebilmesi için genellikle genlik eksenini logaritmik olarak gösterilmektedir. Şekil 4.8'de verilen karşılaştırmada sayısal modelin yapıyı 0-140 Hz aralığında başarılı, bu aralığın dışında ise başarısız olarak temsil ettiği görülmektedir. FTF'lerin tepe noktaları incelendiğinde sayısal FTF'deki sönüm değerinin gerçek yapınıninkine yakın olduğu görülmektedir.

Sekil 4.8'de sayısal ve deneysel FTF'lerin anti rezonans noktalarında farklı olduğu görülmektedir. Bu farklılık sayısal FTF'lerin oluşturulmasında kullanılan mod sayısından kaynaklanmaktadır. Anti rezonans noktalarının üst üste düşmesi için genellikle FTF oluşturulmak istenen aralıktaki mod sayısının 3 katı kadar mod sayısının sayısal modelde bulunması gerekmektedir.

4.3.2. FTF'lerin Matematiksel Araçlar Kullanılarak Sayısal Olarak arşılaştırılması

MGK ve KMG araçlarına benzer araçlar FTF'lerin sayısal olarak karşılaştırılması için de geliştirilmiştir. Tipik bir deneysel modelde en azından FTF matrisinin bir satır veya sütunu ölçülmüş olmaktadır. Bu matris kullanılarak büyük miktardaki deneysel ve sayısal veri birbiriyle karşılaştırılarak FTFlerin uyumu hakkında genel bir sonuç elde etmek mümkündür. Bu noktadan hareketle FTF'ler için MGK benzeri bir yöntem olan Frekans Alanı Güvence Kriteri (Frequency Domain Assurance Criterion) geliştirilmiştir. Frekans Alanı Güvence Kriteri (FAGK) Eşitlik 4.7'de verilmiştir.

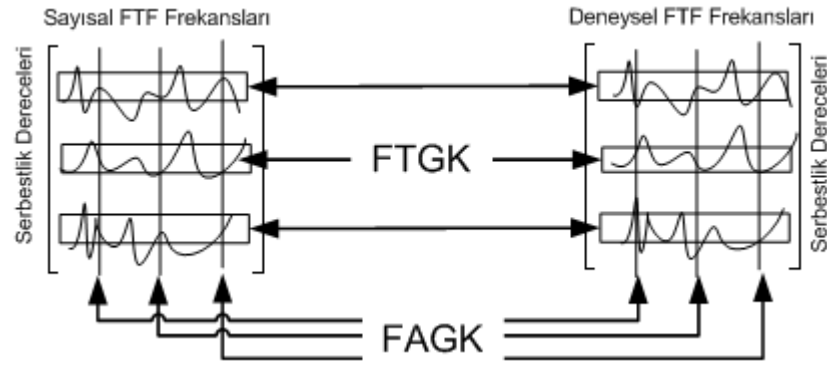
$$FAGK(D(\omega_j), S(\omega_j))_k = \frac{\left| \{H_D(\omega_i)\}_k^T \{H_S(\omega_i)\}_k \right|^2}{\left(\{H_D(\omega_i)\}_k^T \{H_D(\omega_i)\}_k \right) \left(\{H_S(\omega_i)\}_k^T \{H_S(\omega_i)\}_k \right)} \quad (4.7)$$

FAGK sonuçları MGK sonuçları gibi grafiklerle gösterilmektedir ancak FAGK sonuçları boyutları FTF'lerde bulunan frekans noktası sayısı olan bir matris olduğundan oldukça yoğun grafiklerdir. FTF'ler frekansa bağlı olarak topluca karşılaştırılabildiği gibi serbestlik derecesine göre karşılıklı olarak da karşılaştırılabilmektedir. Serbestlik derecesine göre karşılaştırmak için Frekans Tepki Güvence Kriteri (Frequency Responce Assurance Criterion) geliştirilmiştir. Frekans Tepki Güvence Kriteri (FTGK) Eşitlik 4.8'de verilmiştir.

$$FTGK(j)_k = \frac{\sum_{i=1}^L \left| \left({}_X H_{jk}(\omega_i) \right) \left({}_Y H_{jk}^*(\omega_i) \right) \right|^2}{\sum_{i=1}^L \left| \left({}_X H_{jk}(\omega_i) \right) \right|^2 \cdot \sum_{i=1}^L \left| \left({}_Y H_{jk}^*(\omega_i) \right) \right|^2} \quad (4.8)$$

Eşitlik 4.8'de l frekans noktası sayısını, alt indis k ise FTF'lerin serbestlik derecelerini (FTF matrisindeki yerinin satır veya sütun numarası) göstermektedir. FAGK ve FTGK arasındaki matematiksel ilişki Şekil 4.9'da FTF matrisinin bir sütunu üzerinde görsel olarak verilmiştir

Deneysel FTFlerin tepe noktalarının ölçüm şekline bağlı olarak az da olsa yer değiştirmesi, deneysel FTF'lerdeki parazit ve sayısal FTF'lerdeki sönüm değeri gibi belirsizlikler sebebiyle bu araçlar yaygın olarak kullanılmamaktadır.



Şekil 4.9 : FAGK ve FTGK arasındaki ilişki

4.4. Model Güncelleme için Uygun Sayısal Model

Sayısal modelin güncelleme için uygun olup olmadığı güncelleme sürecinden önce sınanmalıdır. Sayısal model, yapıyı bire bir temsil eden doğru sayısal model olmasa da güncelleme öncesinde yapıyı gerek fiziksel değerler olarak gerekse matematiksel olarak bir miktar temsil edebilmekte olmalıdır. Güncellemeye başlamadan önce sayısal model sınanarak bu ön koşulları sağladığından emin olunmalıdır.

Sayısal modelin hem oluşturulma aşamasında sınanmalıdır hem de oluşturulduktan sonra deneysel model ile uyumu sınanmalıdır.

Sayısal modelin oluşturulması sırasında sınanması:

Sayısal modelde tanımlanan malzeme özellikleri yapının bilinen malzeme özelliklerinden çok farklı olmamalıdır. Gerçek yapının malzeme özellikleri kaynaklardan araştırılarak kullanılabilir. Yapının üretimi sırasında presleme, dövme, talaşlı imalat, kaynak gibi üretim yöntemlerinden ötürü malzeme özellikleri değişebilir. Bu malzeme özellikleri ölçülebildiği durumlarda ölçülmüş değerler kullanılmalı, ölçülemediği yerlerde ise mühendislik tecrübesi kullanılmadır. Özellikle elastite modülü ve yoğunluk sayısal modelin ulaşacağı frekans değerlerinin doğrudan etkilediğinden bu değerler olabildiğince gerçek değere yakın girilmelidir.

Sayısal modelin toplam kütlesi ile yapının gerçek kütlesi arasında mümkün olduğunca fark olmamalıdır. Sayısal modelin kütlesi sayısal modelin ulaşacağı frekans sonuçlarını doğrudan etkilemektedir. Sayısal modelin kütlesinin yanlış olması sayısal modelin kütle matrisinin de fiziksel olarak anlamsız olduğu anlamına gelmektedir. Sayısal modelin başlangıçta yapıyı fiziksel olarak temsil etmekte yetersiz oluşu güncelleme sonunda ortaya çıkacak olan güncellenmiş modelin de yapıyı fiziksel olarak yetersiz temsil etmesine yol açabilir.

Sayısal modelin yapının sınır şartlarını da temsil edebilmesi gerekmektedir. Deneysel model sonucunda ortaya çıkan sonuç yapının deneyin gerçekleştirildiği sınır şartlarındaki titreşim davranışdır. Sayısal modelin deneysel modeli doğru bir biçimde temsil edebilmesi için sayısal modelin de deneysel model ile aynı sınır şartlarında oluşturulması gerekmektedir. Güncellenecek sayısal modelin oluşturulmasından önce deneysel model için düşünülen sınır şartları değerlendirilmeli ve güncellenecek sayısal modeldeki serbestlik dereceleri deneysel modelin planlanan sınır şartlarına göre belirlenmelidir.

Güncellenecek sayısal modelin deneysel model ile uyumu sınanması:

Güncellenecek olan sayısal model güncelleme sonucunda gerçek yapıyı temsil edebilecek nitelikte olmalıdır. Sayısal modelin yeterliliğinin sınanmasında doğal frekanslar (özdeğerler), mod Şekilleri (özvektörler), Frekans Tepki Fonksiyonları veya MGK kullanılabilir. Sınamanın sonucunun yeterli veya yetersiz oluşu güncelleme sonucunda sayısal modelden beklenenlere bağlıdır. Güncellenmiş olan sayısal modelden beklenenler, frekansa aralığına göre ve kullanım alanına (statik analiz, ömür analizi, modal analiz vb...) göre değişmektedir. Her sayısal modelin ön koşulları, güncelleme sonucunda o sayısal modelden beklenenlere göre belirlenmelidir ve sayısal modelin güncelleme sonunda deneysel modeli istenen oranda temsil edebileceğinden emin olunmalıdır.

Sayısal modelin deneysel model ile uyumunun sınanması sırasında bu uyuma sayısal modelin kurulmasında kabul edilen değerlerin katkısının bilinmesi ön koşulların belirlenmesinde yararlı olmaktadır. Sayısal modelin oluşturulmasında kullanılan eleman tiplerinin düğüm noktası sayısı, serbestlik derecesi, gerilme etkilerinin modellenmesi gibi özellikleri farklı eleman tiplerinin farkı sonuçlara varmasına yol açmaktadır. Eleman tiplerinin etkisin yanı sıra kullanılan eleman boyutunun, eğer kabuk eleman kullanılıyorsa eleman uzunluğu kalınlık oranı gibi sayısal model özellikleri de sonucu etkilemektedir. Sonlu elemanlar modelindeki eleman tiplerinin deneysel model ile sayısal model arasında uyuma katkısını görmek için eleman büyüklüğü değiştirilmeden eleman tipini değiştirip ortaya çıkan yeni sayısal modelin uyumu sınanmalıdır. Yine benzer şekilde eleman tipi değiştirilmeden eleman büyüklüğü değiştirilerek yeni sınamalar yapılmalıdır. Bu sınamaların sonucunda sayısal modelin oluşturulmasında kullanılacak ideal eleman tipi ve boyuta karar verilmelidir. Ancak kullanılacak olan eleman tipinin ve boyutunun eldeki hesap kapasitesiyle sınırlı olması genellikle en ideal eleman tipini ve boyutunu kullanmaya

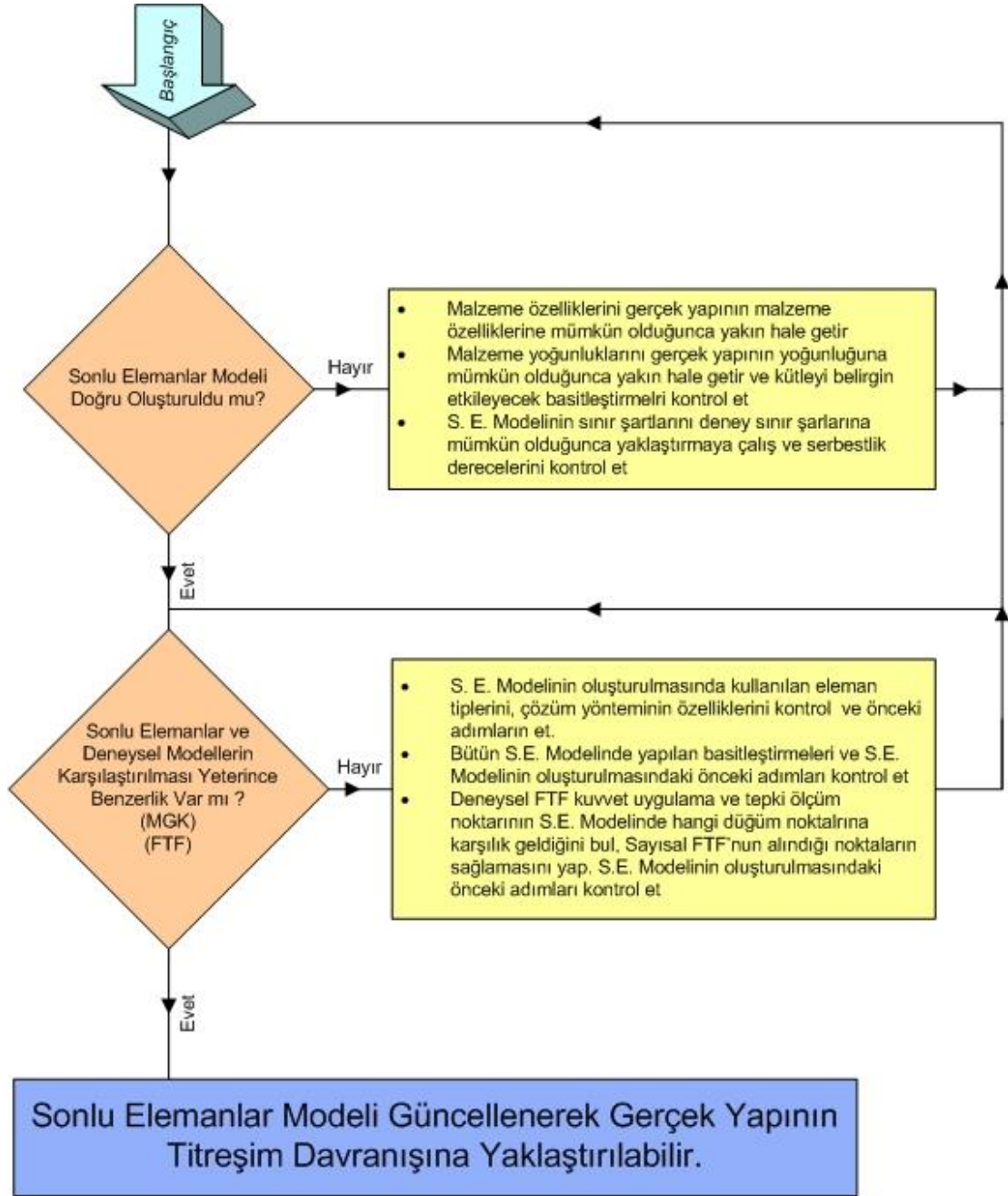
olanak vermeyebilir. Bu durumda eleman tipi ve boyutundan kaynaklanan hata dahilinde güncellenmiş olan sayısal modelden beklentiler azaltılmadık. Çünkü bu hatanın model güncelleme sürecinde düzeltilmesi mümkün olmayacak ve güncelleme sonunda hata, başta oluşan bu hatadan daha az olamayacaktır.

Sayısal modelde yapılan basitleştirmeler de sayısal modelin farklı sonuçlara varmasında etkili olmaktadır. Yapılan basitleştirmelerin de sonuçları ne kadar etkilediği sınanmalıdır. Basitleştirmelerin değiştirilmesiyle sayısal model ile deneysel modelin güncelleme başındaki uyumu iyileştirilebilir. Eldeki hesap kapasitesi basitleştirmeleri zorunlu kılabilir. Bu durumda yine güncelleme sonucunda sayısal modelden beklentiler azaltılmalıdır.

Sayısal modelin sınanmasında deneysel model ile karşılaştırmak için seçilen düğüm noktaları ve ölçüm yönleri kontrol edilmelidir. Genellikle sayısal model ile deneysel modelin karşılıklı düğüm noktalarının ve ölçüm noktalarının bulunması için yazılımlar kullanılmaktadır. Sayısal model ile geometrik koordinatlarıyla deneysel model koordinatları arasında birim farklılıkları veya küçük boyut farklılıkları olduğunda eşleme çok başarılı olmayabilir. Benzer şekilde sayısal modelin koordinatlarıyla, deneysel model koordinatları farklı düzlemlerde bulunabilir. Bu durumda basit çevirme işlemleri kullanılmaktadır, ancak eşlemenin her zaman sağlanması yararlıdır. Eşleme genellikle MGK sınavında önem kazanmaktadır. Yanlış seçilmiş düğüm noktaları ve yönler daha iyi bir model daha yetersiz veya yetersiz bir modeli yeterli gösterebilmektedir.

Sayısal modelin sınanma adımları Şekil 4.1’de verilen akış şemasında özetlenmiştir. Şekil 4.1’de verilen akış şeması Şekil 3.4’te verilmiş olan deneysel modelin sınanma adımları akış diyagramının devamıdır.

Sayısal modelin güncellenebilirliğinin sınanmasında en büyük pay güncellenmiş olan sayısal modelden beklenenlerdir. Güncellenmiş sayısal modelden beklentiler ve elde sınırlar göz önünde bulundurularak sayısal modelin sağlaması gereken ön şartlar belirlenmelidir. Böylece güncelleme probleminin çözümünün hangi ortanda mümkün olduğunu ve güncelleme sürecinin başarılı olma şartları belirlenebilir.



Şekil 4.10 : Sayısal Modelin Sınama adımları

5. Model Güncelleme Yöntemleri

Sayısal modelin güncellenmesi ve doğru modelin elde edilmesi bir çok araştırmacının ilgisini çekmiş ve bu alanda farklı yaklaşımlarla yöntemler geliştirilmiştir. Sayısal modeli güncellemek için öncelikle bir yöntem seçilmeli ve çalışmalar bu yöntemin gereksinimleri doğrultusunda sürdürülmelidir. Sayısal model güncelleme yöntemleri deneysel modelin her zaman gerçek yapıyı kusursuz temsil etmekte olduğu ortak kabulü ile geliştirilmiştir. Literatürde araştırmasında matematiksel ifadelerine ulaşılmış yöntemler aşağıda verilmiştir.

- Doğrudan Yöntemler
 - Berman yöntemi
 - Özdeğer Kısıt Yöntemi
 - Hata matrisi yöntemi
- Tekrarlı Yöntemler
 - Minimum Varyans Yöntemi
 - Ortogonalite şartını kullanan yöntemler
 - Kontrol yöntemlerine dayalı güncelleme
 - Duyarlılık yöntemi

Tez kapsamında, bu yöntemlerin olumlu ve olumsuz yönleri incelenerek, eldeki sayısal ve deneysel olanaklara uygun yöntem seçilmiştir.

5.1. Doğrudan Yöntemler

5.1.1. Berman Yöntemi

Bu yöntemde sayısal modelin kütle $[M]$ ve katılık $[K]$ matrislerindeki değerlerin hatalı veya eksik olduğu kabul edilir ve doğrudan sayısal modelin kütle $[M]$ ve katılık $[K]$ matrislerini değiştirmektedir. Fark fonksiyonu olarak ise ağırlıklandırılmış öklid normlarının farkı kullanmaktadır. Fark fonksiyonu kısıt denklemlerine bağlı bir minimum bulma problemi olarak ele alınmaktadır.

Yöntem Brauch tarafından ortaya konan yöntemin geliştirilmiştir. Brauch yönteminde kütle matrisinin doğru olduğu kabul edilerek katılık matrisi güncellenmektedir. Berman yönteminde önce kütle matrisi güncellenmekte sonra bu yeni kütle matrisi kullanılarak katılık matrisi güncellenmektedir. Yöntemin temelini oluşturan önce kütle matrisini sonrada katılık matrisini güncelleme fikrinin hata oranını aşırı artırmaya eğilimi olduğunu belirtmek gerekir. Çünkü güncellenen kütle matrisi sayısal modelin doğası gereği deneyselle bire bir aynı olmayacaktır ve bir miktar hata olacaktır, bu hatanın üzerine birde katılık matrisinin hatası eklenince sonuç beklenenden uzak olabilmektedir.

Bu güncelleme yöntemdeki minimize edilecek hedef fonksiyonu Eşitlik (5.1) de verilmiştir. Eşitlik (5.2)'de verilmiş olan hedef fonksiyonu için kısıtlar Eşitlik (5.2)'de verilmiştir.

$$\varepsilon = \left\| [M_s]^{-1/2} ([M_G] - [M_s]) [M_s]^{-1/2} \right\| \quad (5.1)$$

$$[M_G] = [M_G]^T \quad [\phi_D]^T [M_G] [\phi_D] = [I] \quad (5.2)$$

Bu minimum bulma problemi Lagrange Çarpanları Yöntemiyle kolaylıkla çözülebilmektedir. Lagrange çarpanları eklenmiş haldeki hedef fonksiyonu Eşitlik (5.3)'te verilmiştir.

$$\psi = \varepsilon + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} ([\phi]^T [M_G] [\phi] - [I]) \quad (5.3)$$

Eşitlik (5.3)'te $[M_G]$ teriminin her elamanına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Eşitlik (5.2) kullanılarak ε ve katılık eşitliğini minimum yapan λ_{ij} değerleri elde edilmektedir.

$$[M_G] = [M_s] + [M_s] [\phi_D] [m_a]^{-1} ([I] - [m_a]) [m_a]^{-1} [\phi_D]^T [M_s] \quad (5.4)$$

Eşitlik (5.4)'te $[m_a] = [\phi_D]^T [M_s] [\phi_D]$ olarak ifade edilmektedir. Kütle matrisindeki benzer olarak katılık matrisi için hedef fonksiyonu Eşitlik (5.5)'teki gibi tanımlanabilmektedir.

$$\varepsilon = \left\| [K_s]^{-1/2} ([K_G] - [K_s]) [K_s]^{-1/2} \right\| \quad (5.5)$$

Eşitlik (5.5) için kısıt denklemleri Eşitlik (5.6)'da verilmiştir.

$$[K_G][\phi_D] = [M_G][\phi_D][\omega_D^2] \quad [\phi_D]^T [K_G][\phi_D] = [\omega_D^2] \quad [K_G] = [K_G]^T \quad (5.6)$$

Yukarıda belitilen işlem sırası sonucunda katılık matrisi Eşitlik (5.7)'deki gibi yazılabilmektedir.

$$[K_G] = [K_s] + ([\Delta] + [\Delta]^T) \quad (5.7)$$

Eşitlik (5.7)'deki $[\Delta]$ ifadesinin açılımı Eşitlik (5.8)'de verilmiştir.

$$[\Delta] = \frac{1}{2} [M_G][\phi_D] \left([\phi_D]^T [K_D][\phi_D] + [\omega_D^2][\phi_D]^T [M_D] - [K_s][\phi_D][\phi_D]^T [K_G] \right) \quad (5.8)$$

Bu Yöntem iterasyon veya özdeğer analizi gerektirmemektedir, çünkü güncellenen model eşitliklere göre doğru özvektörler ve özdeğerleri içermektedir. Ancak Berman yöntemiyle güncellenen kütle matrisi yapının sınır şartlarını temsil etmekte yetersiz kalmaktadır çünkü yöntem sınır şartları için herhangi bir kısıt içermemektedir. Yöntemin doğasında bulunan güncellenmiş kütle matrisini kullanarak güncellenen katılık matrisinin doğru olma ihtimali bulunmamaktadır, zaten sonuçta da doğru çıkmamaktadır. Buna bağlı olarak yapıyı temsil eden ancak fiziksel olarak anlamsız bir model ortaya çıkmaktadır. Bu anlamsızlık modelin deney verileri dışındaki özelliklerini tartışılır hale getirmektedir ki, bu özelliklerin güncellenmeden önceki modelden de kötü olduğu bilinmektedir. Doğal olarak bir modelden yapının özelliklerini daha derinlemesine incelemelerde de uygun şekilde temsil etmesi beklenir, yani model yapıyı yalnızca dinamik özellikleri bakımından temsil etmenin yanı sıra gerilme analizi, ömür analizi gibi analizler içinde yeteri düzeyde temsil edebilmelidir. Bu Yöntemin bir başka eksikliği ise teorik ve deneysel mod şekilleri arasındaki uyumsuzluktur. Bu sorunu aşmak için çeşitli açılım yöntemleri geliştirilmiş olsa da henüz her durum için tatmin edici sonuçlar alınabilen bir yöntem geliştirilememiştir [1].

5.1.2. Özdeğer Kısıt Yöntemi

Doğru sayısal modelin yapının sınır şartlarını da temsil etmesi gerektiği fikirden hareketle, özdeğer kısıt yöntemi kütle ve katılık matrislerinin değerlerini doğrudan

güncellemek yerine, bu matrislerin elamanlarına sınır şartlarını da temsil eden katsayılar getirmektedir. Böylece model güncellendiğinde gerçek yapının sınır şartlarını da temsil edebilmektedir. Çözüm sonucunda ortaya düzeltme katsayıları elemanlarla çarpılarak güncellenmiş parametreler elde edilmektedir.

İbrahim tarafından geliştirilen yöntem aslında özdeğer kısıtları altında sistem matrisinin alt matrislerinin (sub-matrices) değişkenler olarak kullanıldığı bir yöntemdir. Çözüm sonucunda bulunan özdeğer vektörünün kütle normalizasyonu denklemini sağlaması gerekliliği kısıt denklemi olarak kabul edilmektedir ve kısıt denklemi sayesinde çözüm tekil hale getirilmektedir.

Kütle normalizasyonu eşitliklerine göre r. mod için Eşitlik (5.9) ve (5.10) yazılabilmektedir.

$$-\lambda_{Dr} [M_G] \{\phi_D\}_r + [K_G] \{\phi_D\}_r = \{0\} \quad (5.9)$$

$$[\phi_D]^T [M_G] [\phi_D] = [I] \quad (5.10)$$

Güncellenmiş kütle ve katılık matrisleri için ise Eşitlik (5.11) ve (5.12) verilmektedir.

$$[M_G] = \sum_{j=1}^{L_1} a_j [M]_j \quad (5.11)$$

$$[K_G] = \sum_{j=1}^{L_2} b_j [K]_j \quad (5.12)$$

Eşitlik (5.11) ve (5.12)'de a_j ve b_j düzeltme katsayılarıdır. $[M]_j$ ve $[K]_j$ ise sistemin aşağıdaki şekilde tanımlanmış matrislerinden biridir.

- Alt eleman matrisleri
- Sonlu eleman matrisleri
- Makro eleman matrisleri

Eşitlik (5.11) ve (5.12), Eşitlik (5.9)'da yerine konulduğunda N adet Eşitlik elde edilmektedir. N adet eşitliğin genel gösterimi Eşitlik (5.13)'te verilmiştir.

$$\left[-\lambda_{Dr} [M]_1 \{\phi_D\}_r \Lambda - \lambda_{Dr} [M]_{L_1} \{\phi_D\}_r [K]_1 \{\phi_D\}_r K [K]_{L_2} \{\phi_D\}_r \right] \begin{Bmatrix} a_1 \\ M \\ a_{L_1} \\ b_1 \\ M \\ a_{L_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M \\ M \\ M \\ M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

(5.13) eşitliğine benzer şekilde, Eşitlikleri (5.10), (5.11) ve (5.12) kullanılarak Eşitlik (5.14) elde edilmektedir.

$$\left[\{\phi_D\}_r^T [M]_1 \{\phi_D\}_r \Lambda \quad \{\phi_D\}_r^T [M]_{L_1} \{\phi_D\}_r \quad 0 \Lambda \quad 0 \right] \begin{Bmatrix} a_1 \\ M \\ a_{L_1} \\ b \\ M \\ b_{L_2} \end{Bmatrix} = 1 \quad (5.14)$$

Eşitlik (5.13) ve (5.14) birleştirildiğinde Eşitlik (5.15) elde edilmektedir.

$$\left[\begin{array}{ccccc} -\lambda_{Dr} [M]_1 \{\phi_D\}_r \Lambda & -\lambda_{Dr} [M]_{L_1} \{\phi_D\}_r & [K]_1 \{\phi_D\}_r K & [K]_{L_2} \{\phi_D\}_r & \\ \{\phi_D\}_r^T [M]_1 \{\phi_D\}_r \Lambda & \{\phi_D\}_r^T [M]_{L_1} \{\phi_D\}_r & 0 & \Lambda & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} a_1 \\ M \\ a_{L_1} \\ b_1 \\ M \\ a_{L_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M \\ M \\ M \\ M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

N adet eşitlikten elde edilen a_j ve b_j düzeltme katsayıları $[A_r]$ matrisinde birleştirilerek, güncellenen parametre olan $\{P\}$ ile çarpılarak , güncellenmiş parametre değerler elde edilmektedir. Bu çarpım Eşitlik (5.16)'da verilmiştir.

$$[A_r]_{(N+1) \times (L_1+L_2)} \{P\}_{(L_1+L_2) \times 1} = \{P_G\}_{(N+1) \times 1} \quad (5.16)$$

n adet mod için elde $n(N+1)$ doğrusal Eşitlik olmaktadır. n adet mod için şekli için Eşitlik (5.17)'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} [A_1] \\ [A_2] \\ \vdots \\ M \\ [A_n] \end{bmatrix} \{P\} = \begin{bmatrix} \{P_{G_1}\} \\ \{P_{G_2}\} \\ \vdots \\ M \\ \{P_{G_n}\} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Eğer $n(N+1)$ bilinmeyenlerin sayısı olan L_1+L_2 den büyükse problem lineer bağımlı olmaktadır ve Tekil Değer Ayrıştırması (Singular Value Decomposition) kullanılarak bilinmeyen vektörü $\{P\}$ çözülebilir. $\{P\}$ vektörünün elemanları düzeltme katsayılarıdır.

Bu Yöntem tekrarlı çözüm (iterasyon) veya özdeğer analizi gerektirmez ve güncellenen model sistemin bağlantı özelliklerini de taşımaktadır. Ancak diğer doğrudan yöntemlerde olduğu gibi mod açılımı oldukça önemlidir. Uygulamada deneysel ve sayısal modlar arasındaki serbestlik derecesi farkı büyük olmaktadır. Ölçülen serbestlik derecesi sayısı çoğu zaman sayısal modeldeki serbestlik derecesi sayısından oldukça küçüktür. Bu durumda deneysel verilerin sayısının mod açılımıyla artırılmasını gerektirmektedir, ki buda yapının gerçek davranışını temsil eden verilerin saptırılması demektir [1].

5.1.3. Hata Matrisi Yöntemi

Hata matrisi yönteminin (Error matrix method) oluşturulmasında amaç sadece sayısal modellemenin yanlış veya eksik olduğu yerlerde güncelleme yapılmasıdır. Başka bir deyişle modelde yanlış modellemiş bölgelerin konumlandırılması amaçlanmaktadır. Beklendiği gibi sınırlı sayıda deneysel veri ile sayısal modelin tümünü güncellenmesi sonucunda, güncellenmiş modelin gerçek yapıyı fiziksel olarak temsil etmekten yoksun alabilmektedir. Öncelikle bir hata konumlaması yapmak ve bu hatalı bölgeleri güncellemek bu olumsuz durumu engellemek için etkin bir uygulamadır, ancak yöntemin pratik uygulamalarda güvenilir sonuç vermesi için geliştirilmesi gerekmektedir.

Hata matrisi yöntemi sayısal modelin temel hatalarını konumlandırmak amacıyla gerçek katılık matrisi ile teorik katılık matrisi arasındaki farkı katılık hata matrisi $[\Delta K]$ olarak tanımlanmaktadır. Katılık hata matrisi Eşitlik (5.18)'de verilmiştir.

$$[\Delta K] = [K_D] - [K_S] \quad (5.18)$$

Eğer $[\Delta K]$ öklid normuna göre ikinci merteben kabul edilirse, hata matrisi verildiği şekilde $[K_D]^{-1}$ açılımındaki 2. ve daha yüksek mertebeli terimleri ihmal edilebilmektedir. 2. ve daha yüksek mertebeden terimlerin ihmal edildiği $[K_D]^{-1}$ açılımı Eşitlik (5.19)'da verilmiştir.

$$[\Delta K] \cong [K_S] \left([K_S]^{-1} - [K_D]^{-1} \right) [K_S] \quad (5.19)$$

$[K_D]^{-1}$ ve $[K_S]^{-1}$ n adet deneysel modun ve kullanılan deneysel modlara karşılık gelen sayısal modların kullanılmasıyla çözülebilmektedir. Bu çözüm sonucu Eşitlik (5.20)'da verilmiştir.

$$[\Delta K] \cong [K_S] \left([\phi_S][\lambda_S][\phi_S]^T - [\phi_D][\lambda_D][\phi_D]^T \right) [K_S] \quad (5.20)$$

Eşitlik (5.50)'de $[\phi_S]$ ve $[\phi_D]$ $N \times n$ boyutlu, $[\lambda_S]$ ve $[\lambda_D]$ ise $n \times n$ boyutlu matrislerdir.

Benzer şekilde bir kütle hata matrisi de tanımlanabilmektedir. Kütle hata matrisi Eşitlik (5.21)'de verilmiştir.

$$[\Delta M] \cong [M_S] \left([\phi_S][\phi_S]^T - [\phi_D][\phi_D]^T \right) [M_S] \quad (5.21)$$

Bu yöntem yay özelliklerinin modellenmesindeki hataları bulmak için kütle matrisinin $[M_S]$ doğru olduğu varsayımına, veya kütle özelliklerinin modellenmesindeki hataları bulmak için katılık matrisinin $[K_S]$ doğru olduğu varsayımını gerektirmemektedir. Bu durum yöntemin kullanılabilirliğini artırmaktadır.

Doğrudan yöntemler için bu olumlu özelliğinin yanında hata matrisi yönteminin bazı olumsuz özellikleri bulunmaktadır. Yöntem deneysel modelde belirlenmiş modların yeterli olmadığı durumlarda başarılı sonuçlar verememektedir. Ayrıca yöntem $[\Delta K]$ ve $[\Delta M]$ hata matrislerinin değerleri küçük olmadığı durumlarda uygulanamamaktadır çünkü $[K_D]^{-1}$ ve $[M_D]^{-1}$ matrislerinin açılımındaki 2. ve daha yüksek merteben terimler ihmal edilebileceği varsayımına dayanmaktadır. Bu olumsuzluklara ek olarak deneysel model ile sayısal modelin serbestlik dereceleri sayılarının mod açılımı kullanılarak eşlenmesi gerekmektedir. Mod açılımı ise deneysel modelin gerçek yapının davranışından uzaklaşmasına yol açmaktadır.

Hata matrisi yönteminin belirtilen bu olumsuzluklarının giderilmesi için çalışmalar yapılmıştır. Çalışmaların genel amacı hata matrisi yöntemini daha az sayıda deneysel modelde belirlenmiş mod ile doğru sonuçlar vermesini sağlamaktır. Daha doğru sonuçların elde etmek için mod şekli matrisiyle hata matrisinin çarpımı kullanılmaktadır. Hata matrisi ile mod şekli matrisinin çarpımı Eşitlik (5.22)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 [\Delta K][\phi_D] &= [K_D][\phi_D] - [K_S][\phi_S] \\
 &= [M_D][\phi_D][\lambda_D] - [K_D][\phi_D] \\
 &= ([M_D] + [\Delta M])[\phi_D][\lambda_D] - [K_S][\phi_D]
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Eşitlik (5.22)'nin her iki tarafı $[\phi_D]^T$ ile çarpılarak Eşitlik (5.23) elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
 [\Delta K]([\phi_D][\phi_D]^T) &= [\Delta M]([\phi_D][\lambda_D][\phi_D]^T) \\
 &= [M_S]([\phi_D][\lambda_D][\phi_D]^T) - [K_S]([\phi_D][\phi_D]^T)
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Eşitlik (5.53)'ten hata matrisinin doğrudan elde edilememesine rağmen, eşitliğin sağ tarafı yapı hakkında bilgileri içermektedir. Eşitlik (5.23)'ün sağ tarafı kullanılarak sayısal modelde modellenmiş noktalar gösterilebilmektedir.

Hata matrisi yönteminden farklı olarak bu geliştirilmiş hata matrisi yöntemde $[\Delta K]$ ve $[\Delta M]$ için herhangi bir varsayım yoktur ve hata konumlandırma çok sınırlı sayıdaki deneysel modla da mümkün olmaktadır. Ancak pratik olmasına rağmen geliştirilmiş yöntem hala sayısal modeldeki bütün noktaların deneysel modelde de ölçülmüş olmasını veya mod açılımı gerektirmektedir. Bu durum günümüzdeki çok serbestlik dereceli sayısal modelleri için ciddi bir olumsuzluktur [1,45].

Yöntem bir adım daha geliştirilmiş ve duyarlılık değerleri de çözüme eklenmiştir. Zhang hata matrisi yöntemi ile sayısal modeldeki baskın hata bölgelerini tespit ettikten sonra tekrarlı çözümle güncellemeyi yapmıştır. Duyarlılık matrisinin durumunu çözüm ve yakınsamanın sağlanması için daha iyi hale getirmek için özdeğer farkları ve duyarlılık matrisinin aynı özdeğerlere ait sütunları özdeğerlere bölünmüştür. Eşitliği tekrarlı olarak çözmek yerine iki hata konumlandırma yöntemi önermektedir [1].

1. Yöntem:

$\{\Delta P\}$ vektörünün büyük olan değere sahip bir elemanı ya baskın bir hata bölgesini veya bu elemanın az olan duyarlılık değerini göstermektedir. Bu noktadan hareketle duyarlılık katsayısı tanımlanmaktadır. Eşitlik (5.24), j inci eleman için tanımlanan duyarlılık katsayısı gösterilmektedir.

$$e_j = \frac{\|[\Delta_j]\|}{\|[\Delta]\|} \quad (5.24)$$

Bu Eşitlikte $[\Delta_j] = [S_j] \Delta P_j$ olarak tanımlanmaktadır. $[S_j]$ ise duyarlılık matrisinin j.inci elemanıdır. Eğer, hem ΔP_j , hem de e_j büyükse baskın bir hataya işaret etmektedir. Ancak eğer ΔP_j büyük ve e_j küçük olduğunda değerin ait olduğu j. eleman yanlış modellenmiş olarak değerlendirilememektedir [1].

2. Yöntem:

İkinci bir Yöntem ise belirli bir δ boyutunda hatayı minimize eden alt uzaya en iyi yaklaşıklığı elde etmeye çalışmaktır.

$$E = \|(A) - [S]^\delta \{\Delta P\}^\delta\| \quad (5.25)$$

Eşitlik (5.25)'te $[S]^\delta$, $[S]$ matrisinin bir alt matrisi, $(\Delta P)^\delta$ ise (ΔP) vektörünün uygun bir alt vektörüdür. Artan boyutların alt uzaylarından elde edilen hataların analizi baskın hata olması muhtemel yerlerin seçimine olanak sağlamaktadır

Hata matrisi yönteminin aksine Geliştirilmiş hata matrisi yöntemi mod açılımı gerektirmemektedir. Geliştirilmiş yöntemin ilk olarak hata bölgelerini konumlandırmak ve ardından sayısal modelin yalnızca hata konumlandırma sırasında ile seçilmiş elemanlarını güncellemek toplam hesaplama zamanından kazanç sağlamaktadır. Ancak önerilen yöntemlerin bazı olumsuzlukları bulunmaktadır. Duyarlılık katsayısı modellenmiş bölgelerden bağımsızdır. Diğer bir deyişle, eğer sayısal model verilmişse, her elemanın duyarlılık katsayısı modelleme hatalarından bağımsız bir sabittir. Eğer modellenmemiş bölgenin duyarlılığı düşükse birinci yöntem hatalı bölgeleri konumlandıramamaktadır. Bu durum yanlış bölgelerin güncellenmesi gibi istenmeyen bir duruma yol açmaktadır

Hata matrisi yöntemi için Zhang'ın yaptığı geliştirmenin dışında da geliştirmeler mevcuttur. Geliştirilmiş hata matrisi yöntemlerine örnek olarak, katılık hata matrisinin Eşitlik (5.25)'da verilen Şekilde tanımladığı yöntem gösterilebilir.

$$[\Delta K] = \left([\phi_D][\lambda_D]^{-1}[\phi_D]^T \right)^+ - \left([\phi_S][\lambda_S]^{-1}[\phi_S]^T \right)^+ \quad (5.26)$$

Hata matrisi yönteminin bu geliştirilmiş şeklinde tanımlanan katılık hata matrisinin çözülebilmesi için farkı oluşturan matris parçaların ayrı ayrı terslerinin alınması gerekmektedir. Yöntem matris çarpımlarının terslerini hesaplamak için Tekil Değer Ayrıştırması (TDA-SVD) tekniğini kullanmaktadır. Eşitlik (5.26)'da geliştirilmiş yöntemin sayısal veya deneysel modelin katılık matrislerine ihtiyaç duyulmadığı görülmektedir. Sonlu elemanlar programlarının birçoğunun istenen çözüme ulaşmak için sayısal modelin katılık matrisinin tamamını oluşturmadığından yöntemin katılık matrisinden bağımsız oluşu, uygulanabilirlik açısından olumludur, ancak yöntemde kütle hata matrisi için bu durum tersidir.

Gauker hata konumlandırma yöntemini geliştirmek için ortogonalite koşulunu da kullanarak biraz daha farklı bir hata matrisi tanımını ortaya koymuştur. Gaumker tarafından ortaya konan hata matrisi tanımlar Eşitlik (5.27) ve (5.28)'de verilmiştir.

$$[\Delta K] = \left[[I] - [K_S] \sum_{r=1}^n \left(\{\phi_D\}_r (\omega_D)_r^2 \{\phi_D\}_r^T - \{\phi_S\}_r (\omega_S)_r^2 \{\phi_S\}_r^T \right) \right]^{-1} [K_S] - [K_S] \quad (5.27)$$

$$[\Delta M] = \left[[I] - [M_S] \sum_{r=1}^n \left(\{\phi_D\}_r \{\phi_D\}_r^T - \{\phi_S\}_r \{\phi_S\}_r^T \right) \right]^{-1} [M_S] - [M_S] \quad (5.28)$$

Eşitlik (5.28) ve (5.29)'de verilmiş olan hata matrisi tanımları uygulama için hayli karmaşıktır. Özellikle toplam sembollerinin içinde kalan kısımların tek tek hesaplanması ardından hesaplanan bu kısımların katılık ve kütle matrisleriyle çarpılması büyük sayısal modeller için kolay uygulanabilir olmamaktadır.

Brown hata matrisi yöntemini geliştirmek için matrisin sıfıra eşit olmayan değerlerini kullanarak hata tanımını ortaya koymuştur. Brown tarafından ortaya konan hata tanımı Eşitlik (5.59)'da verilmiştir.

$$[\Delta] = 0,5 \left(2[M_S][\phi_D][\lambda_D]^{-1}[\phi_D]^T[M_S] - [K_S][\phi_D][\phi_D]^T[M_S] - [M_S][\phi_D][\phi_D]^T[K_S] \right) \quad (5.29)$$

Eşitlik (5.29)'da $[\Delta]$ matrisinin büyük değerdeki elemanları hata konumlarını göstermektedir. Hata matrisi bu şekilde tanımlandınca hata konumlarını bulabilmekte ancak hatanın katılık mı yoksa kütle matrisinde mi olduğunu ayıramamaktadır. Bu durum pratik anlamda uygulanabilir olmaktan uzaktır [1].

Hata matrisi yöntemleri genel olarak modelin güncellenmesinde çok başarılı sonuçlar verememektedir. Buna karşın hata matrisi yöntemleri sayısal modeldeki hatalı modellenmiş olma ihtimali olan elemanları tespit edebilmektedir. Bu özelliği yüzünden hata matrisi yöntemleri genellikle güncellemenin nerede yapılacağını belirlemek için ön süreç olarak kullanılmaktadırlar [1,45].

5.1.4. Frekans Tepki Fonksiyonu ile Güncelleme Yöntemi

Deneysel model ile sayısal modelin karşılaştırmanın etkili yöntemlerinden biri sayısal ve deneysel Frekans Tepki Fonksiyonlarını karşılaştırmaktır. Sayısal ve deneysel modelin denk gelen noktalarından alınan FTF'lerin karşılaştırılması sayısal modelin yapıyı ne kadar temsil edebildiği hakkında bilgi vermekte oluşu FTF'ler ile güncelleme yönteminin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. FTF'ler hem sayısal hem de deneysel model hakkında çok miktarda bilgi barındırmaktadırlar. Bu bilginin işleniş şekline göre bu yöntemin farklı uygulamaları bulunmaktadır.

FTF ile doğrudan güncelleme:

Eşitlik (5.30)'da genel bir matris eşitliği verilmiştir.

$$[[A] + [F]]_{N \times N}^{-1} = [A]_{N \times N}^{-1} - [[A] + [F]]_{N \times N}^{-1} [F]_{N \times N} [A]_{N \times N}^{-1} \quad (5.30)$$

Eşitlik (5.30)'daki elemanlar Eşitlik (5.31)'de verilen elemanlarla yer değiştirilmektedir.

$$[B_D(\omega)] = [B_S(\omega)] + [\Delta B(\omega)]$$

$$[A] = [B_S(\omega)]$$

$$[A] + [R] = [B_S(\omega)] \quad (5.31)$$

Hem $[A]$ hem de $[A + R]$ matrislerinin tekil olmadığını kabul edildiğinde yer değiştirmiş durum Eşitlik (5.32)'de verilmiştir.

$$[B_D(\omega)]_{N \times N}^{-1} = [B_S(\omega)]_{N \times N}^{-1} - [B_D(\omega)]_{N \times N}^{-1} [[B_D(\omega)] - [B_S(\omega)]]_{N \times N} [B_S(\omega)]_{N \times N}^{-1} \quad (5.32)$$

Eşitlik (5.32) sayısal modeldeki hatalardan ve eksik modellemelerden bağımsız olarak sayısal model ve deneysel model için doğrudur, ancak Eşitlik (5.32)'un doğru olmadığı bir tek durum doğal frekanslardır. Doğal frekanslarında $[B_s(\omega)]$ ve/veya $[B_D(\omega)]$ matrisleri tekildir. Eşitlik (5.32) daha uygun bir biçimde ifade edilişi Eşitlik (5.33)'da verilmiştir.

$$[\alpha_D(\omega)]_{N \times N} [[B_D(\omega)] - [B_S(\omega)]]_{N \times N} [\alpha_S(\omega)]_{N \times N} = [\alpha_D(\omega)]_{N \times N} - [\alpha_S(\omega)]_{N \times N} \quad (5.33)$$

Eşitlik (5.33) düzenlenirse ve her iki tarafın i . sütunu alınacak olursa sırasıyla Eşitlik (5.34) ve (5.35) elde edilmektedir.

$$[\alpha_D(\omega)]_{N \times N} [\Delta B(\omega)]_{N \times N} [\alpha_S(\omega)]_{N \times N} = [\alpha_D(\omega)]_{N \times N} - [\alpha_S(\omega)]_{N \times N} \quad (5.34)$$

$$[\alpha_D(\omega)]_{N \times N} [\Delta B(\omega)]_{N \times N} \{\alpha_S(\omega)_i\}_{N \times 1} = \{\alpha_S(\omega)_i\}_{N \times 1} - \{\alpha_D(\omega)_i\}_{N \times 1} \quad (5.35)$$

Eşitlik (5.35) kütle ve katılık matrislerin kullanılarak ifade edilişi Eşitlik (5.36)'ve verilmiştir.

$$[\alpha_D(\omega)]_{N \times N} [[\Delta K] - \lambda[\Delta M]]_{N \times N} \{\alpha_S(\omega)_i\}_{N \times 1} = \{\alpha_S(\omega)_i - \alpha_D(\omega)_i\}_{N \times 1} \quad (5.36)$$

Sistem matrislerinin simetrik olmasından hareketle Eşitlik (5.36)'ten Eşitlik (5.37) elde edilebilmektedir.

$$[D(\omega)]_{N \times N(N+1)} \{P\}_{N(N+1)} = \{\Delta \alpha(\omega)\}_N \quad (5.37)$$

Eşitlik (5.34)'te $[D(\omega)]$ matrisi ve $\{\Delta \alpha(\omega)\}$ vektörü sayısal ve deneysel FTF cinsinden bilinen değerlerdir. $\{P\}$ vektörünün elemanları ise bilinmeyenlerdir. Bu bilinmeyen değerler sayısal kütle ve katılık matrislerindeki hataları göstermektedir. Eşitlik (5.34) birden fazla tahrik frekansı için yazıldığında bilinmeyenden fazla eşitlik içeren bir denklem sistemi elde edilebilmektedir ve $\{P\}$ vektörü ω 'dan bağımsız olarak çözülebilmektedir. Birden fazla tahrik frekansı için yazılmış olan durum Eşitlik (5.38)'te verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} [D(\omega_1)] \\ [D(\omega_2)] \\ [D(\omega_3)] \\ \vdots \\ M \end{bmatrix} \{P\} = \begin{bmatrix} [\Delta\alpha(\omega_1)] \\ [\Delta\alpha(\omega_2)] \\ [\Delta\alpha(\omega_3)] \\ \vdots \\ M \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

N serbestlik dereceli bir sistemi ele alındığında kütle ve katılık matrisleri simetrikse en fazla $N(N+1)$ bilinmeyen olabilmektedir. FTF matrisinin bir sütunun tamamını ölçüldüğünü kabul ederse frekans noktası için N tane Eşitlik olacaktır. Bu yüzden çözüm koşulu $N(N+1)$ bilinmeyen olması durumunda, FTF matrisinin herhangi bir sütununda N+1 adet frekans noktasında ölçülmüş nokta olmasıdır. İlgilenen frekans aralığında N+1'den fazla frekans noktası olduğu halinde bilinmeyen sayısından fazla değer olacaktır ki buda p-değerlerinin en küçük kareler yöntemiyle çözülebilmesi anlamına gelmektedir.

Tepki denkleminin hatalarını minimize etme yöntemi:

FTF ile güncelleme yönteminin bu şekli Eşitlik (5.39)'te verilmiş olan temel hareket denkleminde dayanmaktadır.

$$([K_G] - \lambda[M_G])\{u_D(\omega)\}_r = \{F_D(\omega)\} \quad (5.39)$$

Yöntem aslında kuvvet dengeleme yöntemleri ile aynıdır, ancak kullanılan veri farklıdır. Bu yöntem uygulaması farklı uygulama şekilleri ortaya konmuştur.

Sayısal modele ait sisteme matrisleri hakkında bir ön bilgiye sahip olmadan FTF'leri kullanmak sayısal model güncellenme uygulamasından çok bir yapısal tanımlama uygulamasıdır. Yapısal tanımlama yöntemlerinden biri Mottershead tarafından ortaya konan frekans filtrelemeye dayanan bir en küçük kareler çözümüdür. Bu yöntem indirgenmiş sayısal modellere güncelleme amacıyla uygulanmıştır.

Friswell ve Penny, Mottershead yöntemini geliştirerek Taylor açılımına dayanan bir hata eşitliği algoritması geliştirdiler. Yöntemlerinde sayısal modelin güncellenmiş sistem matrislerinin Taylor açılımı kullanılmaktadır. Yöntem sayısal model ile deneysel model arasındaki serbestlik derecesi uyumsuzluğunu sıfırıncı mertebeden modal dönüşüm yöntemi olarak adlandırılan dinamik indirgeme yöntemiyle aşmaktadır. Bu geliştirmede güncellenebilecek parametre sayısı çok sınırlı kalmaktadır.

Conti ve Donley sayısal modeli güncellemek için deneysel ve sayısal tepkiler arasındaki farkın minimum değerini bulan bir yöntem geliştirdiler. Sayısal model ile

deneysel model arasındaki serbestlik derecesi uyumsuzluğunu gidermek için sayısal modeli indirgeyen bir teknik geliştirdiler.

Frekans tepki fonksiyonu ile güncelleme yönteminin olumlu özellikleri birbirine çok yakın modlarda sorun çıkmaması, FTF yapı hakkında çok miktarda bilgi barındırmasıdır. Ancak yöntemin uygulanmasını zorlaştıran özelliklerinin sayısı fazladır. Ölçüm noktalarının çok iyi belirlenmesi gerekmektedir. Sayısal model ile deneysel model arasındaki serbestlik derecesi uyumsuzluğunun giderilmesi için, deneysel modeldeki eksik FTF sayısal modeldekilerle değiştirilmektedir. Bu durum serbestlik dereceleri arası uyumsuzluğun miktarını çok önemli kılmaktadır. Deneysel FTF'ler sönümlü olduğundan yakınsama sağlanamaması yüksek olasılıktır. Bu olumsuz durumdan kaçınmak için az sönümlü sistemlerde FTF sanal kısmı sıfıra eşitlenir. Ancak bu uygulama sönümün çok durumlarda uygulanamamaktadır.

Deneysel FTF'lerde parazit miktarının artışı ve sanal kısmının büyümesi yakınsama sürecini dengesizleştirmektedir. Bu yöntemle yapılan bazı uygulamalarda tatmin edici sonuçlar alınsa da bazı basit yapılarıdaki sonuçlar tatmin edici değildir. Bunun sebebi FTF ile güncelleme sürecinde diğer güncelleme yöntemlerine nazaran deneysel verilerin kalitesi çok daha ön plandadır. Bu durumda serbestlik derecesinin artışıyla, giderek daha zor kontrol altında tutulabilen bir ölçüm kalitesi sorununu getirmektedir. Bu olumsuzluk yöntemin büyük serbestlik dereceli sayısal modellere uygulanmasını zorlaştırmaktadır [44].

5.2. Tekrarlı Yöntemler

5.2.1. Minimum Varyans Yöntemi

Deneysel model teoride yapının davranışını tam olarak temsil eden ve ölçümlerdeki parazitten etkilenmemiş kesin doğru model olarak kabul edilmektedir. Her ne kadar bu kabul sayısal modellerin güncellenmesinde genel bir kabul olsa da deneysel modelin yapılan ölçümlerin kalitesinden etkilendiği ve tekrarlanabilirliğine bağlı olarak her ölçümde bir miktar değiştiği bilinmektedir. Buna ek olarak aynı koşullarda üretilmiş parçaların titreşim davranışları arasında da bir miktar fark olmaktadır. Sonlu elemanlar modeli bu tip farklılıkların olmadığı kabul edilerek oluşturulmaktadır. Minimum varyans yöntemi hem sayısal modelde hem de deneysel modelde bu tip hataların olduğunu kabul ederek çözüme ulaşmaya amaçlamaktadır.

Yöntem modellerdeki bu hataların varyans cinsinden ifade edilebileceğini kabul etmektedir ve varyansları minimum olan güncelleme parametrelerini aramaktadır [8]. Yöntemin çözüm süreci tekrarlıdır. Güncelleme sürecindeki i. adımı için güncellenen parametreler, $\{P_i\}$ olarak kabul edilmektedir ve güncellenen parametrelerden oluşturulan matrisin varyansı da $E[P_i \cdot P_i^T] = [V_i]$ olarak kabul edilmektedir. Yöntemin temelinde her bir adımda güncellenen parametreler varyansının minimum değerinin hesaplanması bulunmaktadır. Bu yöntemde her adımda hesaplanan değerler bir sonraki adımdaki parametrelerin güncellenecek değerleri olarak kullanılmaktadır.

Çözüm sürecinin i. adımı için bulunan sayısal model sonuçları $\{f_i\}$ ile gerçek değerler $\{f_D\}$ arasındaki farkın küçük olduğu kabul edilirse, Eşitlik (5.40)'ye ulaşılmaktadır.

$$\{f_D\} - \{f_i\} = [S] \cdot (\{P\} - \{P_i\}) \quad (5.40)$$

Eşitlik (5.40)'ta $[S]$ matrisi, $\{f\}$ çözüm değerlerinin güncellenen değerlere göre duyarlılık matrisidir. Eşitlik (5.40)'a bağlı olarak Eşitlik (5.41)'de verildiği gibi bir sonraki adımın sonucu bir önceki adım cinsinden yazılabilmektedir.

$$\{P_{i+1}\} - \{P_i\} = [T] \cdot (\{f_D\} - \{f_i\}) \quad (5.41)$$

Eşitlik (5.41) kullanarak i. adım için varyans ifadesini yazılabilmektedir. i. adım için varyans ifadesi Eşitlik (5.42)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} [V_i] &= E[P_{i+1} \cdot P_{i+1}^T] \\ &= [V_i] + ([D_i] - [V_i][S_i]^T)^T [T]^T + [T]([D_i]^T - [V_i][S_i]) + [T][V_{zi}][T]^T \end{aligned} \quad (5.42)$$

Eşitlik (5.42)'de varyans ifadesinde $[D_i] = E[P_i \cdot \varepsilon^T]$ şeklinde tanımlanmaktadır. $\{\varepsilon\}$ deneysel verilerdeki parazit olup $[D_i]$ ifadesiyle güncelleme sürecine dahil edilmiştir. Eşitlik (5.42)'de varyans ifadesindeki $[V_{zi}]$ ise çözüm hatasının varyansıdır. Çözüm hatasının varyansı Eşitlik (5.43)'te verilmiştir.

$$[V_{zi}] = E[(\{f_D\} - \{f_i\}) \cdot (\{f_D\} - \{f_i\})^T] \quad (5.43)$$

i . adım için yazılan çözüm ifadesinin varyasını minimum değeri hesaplandığında elde edilen $[T]$ matrisi Eşitlik (5.44)'te verilmiştir.

$$[T] = ([V_i][S_i]^T - [D_i]) \cdot [V_{zi}]^{-1} \quad (5.44)$$

$[T]$ matrisinin Eşitlik (5.42)'de yerine konulmasıyla bulunan $\{P_{i+1}\}$ ifadesi Eşitlik (5.45)'te verilmiştir.

$$\{P_{i+1}\} = \{P_i\} + ([V_i][S_i]^T - [D_i])[V_{zi}]^{-1}(\{f_D\} - \{f_i\}) \quad (5.45)$$

Güncellenen parametrelerle deneysel hata arasında ilişki bulunmadığı durumda $\{P_{i+1}\}$ ifadesi Eşitlik (5.46)'da verilmiştir.

$$\{P_{i+1}\} = \{P_i\} + ([V_i][S_i]^T)[S_i][V_i][S_i]^T + [V_i]^{-1}(\{f_D\} - \{f_i\}) \quad (5.46)$$

Deneysel verilerdeki hata ile güncellenen parametreler arasında bir ilişki bulunmaması yalnızca ilk adımda mümkün olmaktadır, çünkü sadece ilk adımda deneysel hatalarla güncellenen parametreler istatistiksel olarak bağımsız olmaktadır.

Minimum varyans yönteminin en büyük avantajı güncelleme sürecinde deneysel verilerin yanında güncellenecek parametreler hakkındaki bilgiyi de kullanmasıdır [45].

Friswell yönteme sonlu elemanlar modelindeki kesin olmayan değerleri ve deneysel modeldeki paraziti de kullanarak bir yöntem geliştirmiştir. Güncellenen parametreler Eşitlik (5.47)'de verilen minimum ve maksimum probleminin çözümünden elde edilmektedir [45].

$$\min_p \left(\max \left\{ \|(S + \partial S)P - (f + \partial f)\|_2 : \|\partial S\|_2 \leq \eta_{Duy}, \|\partial f\|_2 \leq \eta_Z \right\} \right) \quad (5.47)$$

Yöntemde deneysel modeldeki ve sayısal modeldeki hatalar kabul edilen değerlerdir. Güncellenen parametreler bu kabuller altında minimum varyansı olan değerler olarak hesaplanmaktadır. Bu kabullere ek olarak yöntemde kullanılan duyarlılık matrisi de bir kabul matrisidir ve kabul sonucunda yöntem tekrarlı bir yöntem olmaktadır. Sonuçta bu kabuller altında çözümün minimum varyansı olan değerlere yakınsayacağı ümit edilmektedir [8].

5.2.2. Ortogonalite Şartını Kullanan Yöntemler

Ortogonalite şartını kullanan yöntemler özvektörlerin ortogonalite şartı temel alınarak geliştirilmektedir. Yöntemler ortogonalite şartını düzenleyip Eşitlik (5.48)'a ulaşmayı amaçlamaktadırlar.

$$[A]\{b\} = \{B\} \quad (5.48)$$

Eşitlik (5.60)'de $\{b\}$ vektörü güncellenmiş olan katılık ve kütle matrisi değerlerini göstermektedir, $\{B\}$ vektörü ise 0 ve 1 değerlerinden oluşan bir değer vektörüdür. $[A]$ matrisi ise aşağıda gösterildiği şekilde deneysel modelin özvektörleri ile oluşturulmaktadır. $[A]$ matrisi Eşitlik (5.49)'de verilmiştir.

$$[A] = \begin{bmatrix} \phi_{11}^2 & 2\phi_{11}\phi_{21} & 2\phi_{11}\phi_{31} & \Lambda & \phi_{n1}^2 \\ \phi_{11}\phi_{12} & \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{22}\phi_{11} & \phi_{12}\phi_{31} + \phi_{22}\phi_{11} & \Lambda & \phi_{n1}\phi_{n2} \\ M & M & M & M & M \\ \phi_{1m}^2 & 2\phi_{1m}\phi_{2m} & \Lambda & \Lambda & \phi_{nm}^2 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

Eşitlik (5.60) en küçük kareler yöntemi kullanılarak $\{b\}$ çözüm vektörü elde edilmektedir. Bu yöntem çözüm için, sadece sayısal modelin sınır şartlarına ihtiyaç duymaktadır ve güncelleme sonucunda sayısal modelin sistem matrislerini hesaplamaktadır. Yöntemin uygulanabilmesi için eskizsiz özvektörler gerekmektedir. Genelde sayısal modeldeki serbestlik derecesi ile deneysel modeldeki serbestlik derecesi arasında fark olmaktadır. Buda yöntemin uygulanabilirliği azaltmaktadır [45].

5.2.3. Kontrol Yöntemlerine Dayalı Güncelleme

Kontrol yöntemlerine dayalı güncellemede, özyapı eşlemesi ve kutup konumlama gibi kontrol yöntemleri sayısal model güncellemeye uygulanmaktadır. Yöntemde güncellenmiş katılık ve sönüm matrisleri Eşitlik (5.50) ve (5.51)'te verilmiştir.

$$[K_G] = [K_S] - [R][G][T_x] \quad (5.50)$$

$$[c_G] = [c_S] - [R][G][T_x^*] \quad (5.51)$$

Eşitlik (5.50) ve (5.51)'te $[R]$ sabit katsayı geri besleme matrisi, $[T_x]$ yer değiştirmeleri dönüştüren matris (Sayısal serbestlik dereceleriyle deneysel serbestlik

derecelerini bağlayan matris), $[T_x^\bullet]$ hız verilerini dönüştüren matris (Sayısal serbestlik dereceleriyle deneysel serbestlik derecelerini bağlayan matris), $[G]$ ise kapalı çevrim kazanç matrisi olarak tanımlanmaktadır. $[R][G]$ ifadesi Eşitlik (5.52)'te verilmiştir.

$$[R][G] = -\left[[M_s][\phi_d][\lambda_d^2] + [c_s][\phi_d][\lambda_d] + [K_s][\phi_d] \right] \left[[\lambda_d][\phi_d][\lambda_d] + [x][\phi_d] \right]^{-1} \quad (5.52)$$

Yöntemde kazanç matrisi tekrarlı olarak çözülmektedir ve başlangıç değerleri olarak $[B]$ ve $[x]$ 'in güncellenmeden önceki değerlerini kabul edilmektedir. Burada amaç fonksiyonu simetrik olarak güncellenmiş bir sayısal modele ulaşmaktır. Amaç fonksiyonu Eşitlik (5.53)'te verilmiştir.

$$J = \left\| [R][G][\lambda] + [\lambda]^T [G]^T [R]^T \right\| + \left\| [R][G][x] + [x]^T [G]^T [R]^T \right\| \quad (5.53)$$

Bu yöntemin uygulanabilmesi için deneysel modeldeki serbestlik derecelerini sayısal modele indirgeyen dönüşüm matrisleri oluşturulmuştur. Böylece mod açılımına gerek kalmamıştır. Yöntemin Eşitlik (5.53)'te verilmiş olan amaç fonksiyonu yer değiştirme değerlerini ve hız değerlerini türev terimlerini içermektedir. Amaç fonksiyonu türev terimlerini içerdiğinden, fonksiyonun oluşturulması göreceli olarak zordur ve uygulaması pratik olmamaktadır [45].

5.2.4. Duyarlılık Yöntemi

Bu yöntemin yapının dinamik davranışı, yapının fiziksel bir özelliğinin değerine göre değişmektedir. Yapının davranışı bir fonksiyon, yapının seçilmiş bir özelliği ise bir değişken olarak düşünülebilir. Örnek olarak; mesnetlenmiş bir çubuğun ilk doğal frekansının çubuğun uzunluğuna göre değişimi fonksiyon olarak ifade edilebilmektedir. Eldeki bu fonksiyonu Taylor serisi ile her hangi bir noktadaki fonksiyon değerine bağlı olarak ifade edilebilmektedir. Taylor serisinin bu özelliği duyarlılık yöntemin temelini oluşturmaktadır. Fark fonksiyonu olarak seçilen yapı davranışında istenen değişim alınmakta (mevcut yapı davranışı ile istenen yapı davranışı arasındaki fark) ve bu fark sıfıra eşitlenmeye çalışılmaktadır. Bu değişim duyarlılık olarak tanımlanmaktadır.

Sayısal modelin güncellenebilmesi için duyarlılık değeri sayısal modelin titreşim davranışını gösteren özvektör, özdeğerlere veya FTF'ye göre tanımlanmaktadır. Duyarlılığı hesaplanacak değerler sayısal modelin herhangi bir özelliği olabilmektedir. Bu özellikler $[K]$ ve $[M]$ matrislerinin elemanları, makro elemanlar, sayısal modelin geometrik boyutları, tanımlanmış olan malzeme özellikleri gibi değerlerden biri olabilmektedir.

Fark fonksiyonun ifade edilmesi için yapının sadece istenen özelliklerinin kullanılabilmesi, istenmeyen veya ölçülmemiş serbestlik derecelerinin güncelleme sürecine dahil edilmesini zorunluluğunu ortadan kaldırarak mod açılımını gereksiz kılmaktadır. Bu yöntemin pratik anlamda uygulanabilirliğini artırmaktadır.

Duyarlılık yönteminde modal alan verileri kullanılarak hem de frekans alanın verileri kullanılabilir. Modal alan verilerinin kullanımı, frekansa alanın verilerinin kullanımı ayrı başlıklar halinde verilmiştir.

Modal alan verileri ile (özvektör veya özdeğer) duyarlılık yöntemi:

Duyarlılık yöntemi güncellenen parametrelerin başlangıç değerleri olarak sayısal modelin değerlerini kabul etmektedir ve deneysel model ile sayısal model arasındaki farkları kullanarak bu parametreleri güncellemektedir. $f_i(P_j), (i=1,2,K,n), m$ adet P_i değişkeni olan tanımlanmış fonksiyonlar olarak kabul edelim. P_i 'nin tüm değerlerini barındıran vektöre $\{P\}$ vektörü olarak tanımlanırsa, bu vektöre komşu olan $f_i(P_0)$ fonksiyonlarını Taylor serisine açarak ifade edilebilmektedir. $f_i(P)$ fonksiyonun $f_i(P_0)$ komşu nokta yakınındaki Taylor serisi açılımı Eşitlik (5.54)'de verilmiştir.

$$f_i(P) = f_i(P_0) + \sum_{j=1}^L \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \Delta P_j + \sum_{j=1}^L \sum_{k=1}^L \frac{\partial^2 f_i}{\partial P_j \partial P_k} \Delta P_j \Delta P_k + \Lambda \quad (5.54)$$

ΔP^2 ve daha büyük mertebeden olan terimleri göz ardı edilirse Eşitlik (5.54) Eşitlik (5.55) şeklini almaktadır.

$$f_i(P) = f_i(P_0) + \sum_{j=1}^L \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \Delta P_j \quad (5.55)$$

Eşitlik (5.55) matris şeklinde düzenlenecek olursa Eşitlik (5.56) elde edilmektedir.

$$\begin{Bmatrix} f_1(P) - f_1(P_0) \\ f_2(P) - f_2(P_0) \\ \vdots \\ f_n(P) - f_n(P_0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial P_1} & \frac{\partial f_1}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial f_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial P_1} & \frac{\partial f_2}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial f_2}{\partial P_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial P_1} & \frac{\partial f_n}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial f_n}{\partial P_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_L \end{Bmatrix} \quad (5.56)$$

Eşitlik (5.56)'de P değerleri bilinmeyen parametre değerleri, P_0 değerleri ise bir önceki adımda kullanılan parametre değerlerdir. Eğer güncellenmiş olan katılık ve kütle matrislerinin Eşitlik (5.57)'i ve (5.58)'yi sağlaması gerektirdiği değerlendirilecek olursa bilinmeyenlerin sayısı $m_1 + m_2$ adet olmaktadır.

$$[M_G] = \sum_{j=1}^{L_1} a_j [M]_j \quad (5.57)$$

$$[K_G] = \sum_{j=1}^{L_2} b_j [K]_j \quad (5.58)$$

Uygulamada $f_i(P)$ fonksiyonu deneysel modelin modal değerlerini göstermektedir. $f_i(P_0)$ ise sayısal modelde bu parametrelere karşılık gelen model değerleri göstermektedir. Eşitlik (5.56), modal değerler için Eşitlik (5.59)'deki şekilde yazılabilmektedir.

$$\begin{Bmatrix} \Delta \lambda_1 \\ \{\Delta \phi\}_1 \\ \vdots \\ \Delta \lambda_n \\ \{\Delta \phi\}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_{s1}}{\partial a_1} & \Lambda & \frac{\partial \lambda_{s1}}{\partial a_{m_1}} & \frac{\partial \lambda_{s1}}{\partial b_1} & \Lambda & \frac{\partial \lambda_{s1}}{\partial b_{m_2}} \\ \frac{\partial \{\phi_s\}_1}{\partial a_1} & \Lambda & \frac{\partial \{\phi_s\}_1}{\partial a_{m_1}} & \frac{\partial \{\phi_s\}_1}{\partial b_1} & \Lambda & \frac{\partial \{\phi_s\}_1}{\partial b_{m_2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \lambda_{sn}}{\partial a_1} & \Lambda & \frac{\partial \lambda_{sn}}{\partial a_{m_1}} & \frac{\partial \lambda_{sn}}{\partial b_1} & \Lambda & \frac{\partial \lambda_{sn}}{\partial b_{m_2}} \\ \frac{\partial \{\phi_s\}_n}{\partial a_1} & \Lambda & \frac{\partial \{\phi_s\}_n}{\partial a_{m_1}} & \frac{\partial \{\phi_s\}_n}{\partial b_1} & \Lambda & \frac{\partial \{\phi_s\}_n}{\partial b_{m_2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta a_1 \\ \vdots \\ \Delta a_{m_1} \\ \Delta b_1 \\ \vdots \\ \Delta b_{m_2} \end{Bmatrix} \quad (5.59)$$

Eşitlik (5.59)'in kapalı şekli Eşitlik (5.60)'de verilmiştir.

$$\{\Delta\}_{n(N+1) \times 1} = [S]_{n(SD+1) \times (m_1+m_2)} \{\Delta P\}_{(m_1+m_2) \times 1} \quad (5.60)$$

Eşitlik (5.60) de $[S]$ matrisi duyarlılık matrisi olarak adlandırılmaktadır. Duyarlılık matrisinin her değeri, bir değişkenin modal değer duyarlılıkları olarak adlandırmaktadır. Özdeğer duyarlılıkları Eşitlik (5.61)'te verilmiştir.

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} = \{\phi\}_r^T \frac{\partial [K]}{\partial P_i} \{\phi\}_r - \lambda_r \{\phi\}_r^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \{\phi\}_r \quad (5.61)$$

Özvektör duyarlılıkları Eşitlik (5.62)'te verilmiştir.

$$\frac{\partial \{\phi\}_r}{\partial P_i} = \sum_{i=1}^N g_i \{\phi\}_i \quad (5.62)$$

$$g_i = \begin{cases} \frac{\{\phi\}_i^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \right) \{\phi\}_r}{\lambda_r - \lambda_j} & r \neq i \\ -\frac{1}{2} \{\phi\}_i^T \left(\frac{\partial [M]}{\partial P_i} \right) \{\phi\}_r & r = i \end{cases}$$

Ölçülmüş mod sayısı (n) , $\left(\frac{m_1 + m_2}{n + 1} \right)$ ifadesinden büyük ise (5.24) eşitliği çözülebilir hale gelmektedir ve bilinmeyen vektörünün $(\{\Delta P\})$ eşitliği her iki tarafının $[S]^+$ ile çarpılmasıyla hesaplanabilmektedir. Eşitlik (5.60)'nin $[S]^+$ ile çarpılmış durumu Eşitlik (5.63)'te verilmiştir.

$$\{\Delta P\} = [S]^+ \{\Delta\} \quad (5.63)$$

Eşitlik (5.63)'te $^+$ işareti Moore-Penrose genelleştirilmiş tersini (Moore-Penrose generalised inverse) ifade etmektedir. Eşitlik (5.63) çözülerek güncellenen parametrelerdeki değişim hesaplanmaktadır. Hesaplanmış olan bu değişim değerleri bir önceki adımda kullanılan parametrelere eklenerek güncellenmiş parametreler bulunmaktadır. Güncellenmiş parametre vektörü Eşitlik (5.64)'te verilmiştir.

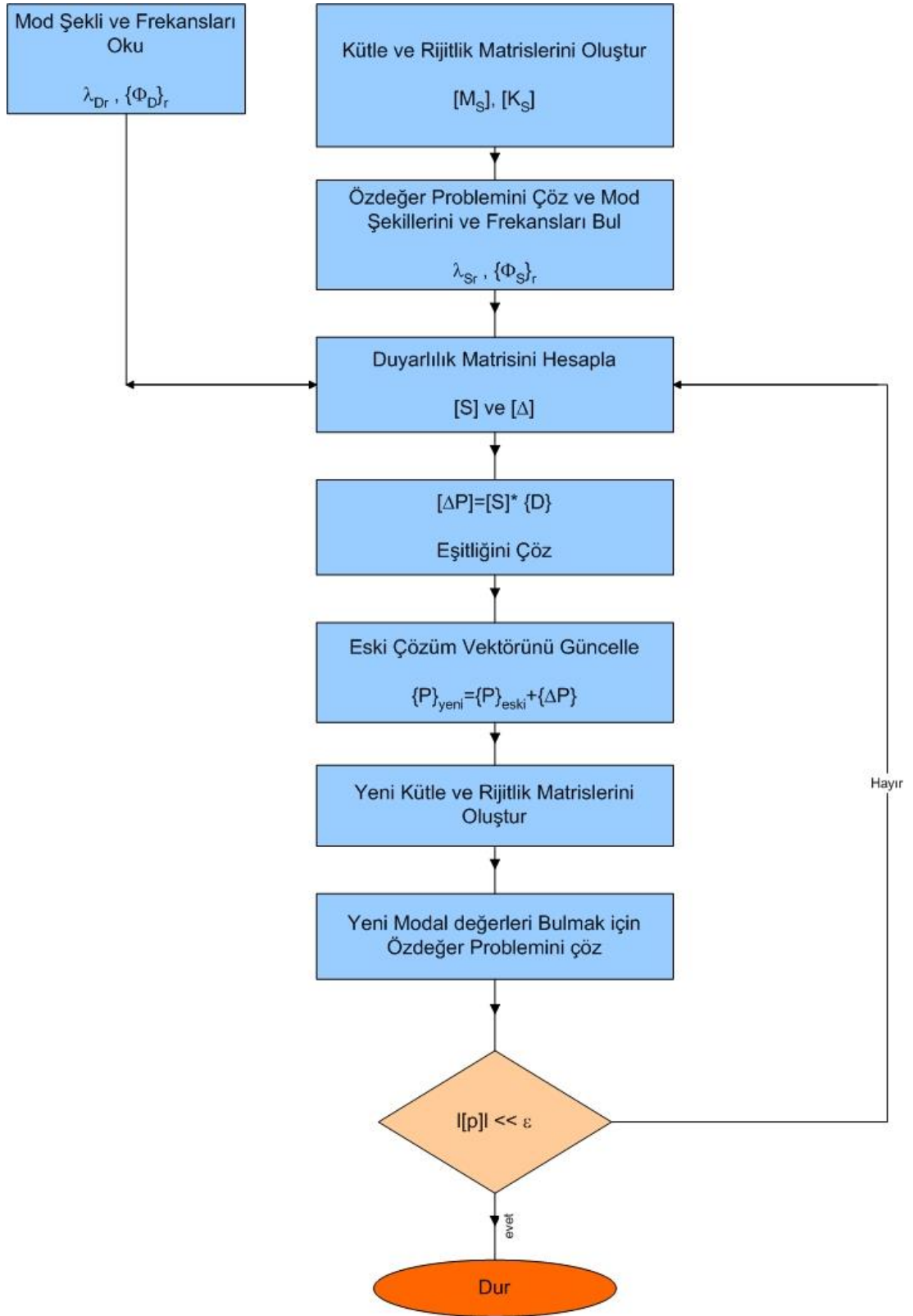
$$\{P\}_{yeni} = \{P\}_{eski} + \{\Delta P\} \quad (5.64)$$

Yöntemin Eşitlik (5.55)'te verilmiş olan yaklaşıklık kabulünün üzerine kurulmuş olmasından ötürü Eşitlik (5.64) belirli bir yakınsamaya ulaşınca kadar matrisleri

tekrar oluşturularak hesaplanmaktadır. Yöntemin akış şeması Şekil (5.1)'de gösterilmektedir.

Duyarlılık yöntemi mod açılımı gerektirmemektedir. Eşitlik (5.59)'un değerleri hesaplanıyorken serbestlik dereceleri sayısal modelden alınabilir ve ölçülmemiş olan serbestlik derecelerinin olmadığı kabul edilebilmektedir. Eğer yakınsama sağlanabilirse güncellenmiş modelin bağlantı özelliklerini temsil ettiğinden fiziksel olarak anlamlı olmaktadır. Doğal olarak burada ilk sayısal modelin gerçek yapının sınır şartlarını yeteri kadar temsil ettiğini kabul edilmektedir. Ancak bu yöntem özdinamik problemin ve duyarlılık matrisinin tekrarlanan çözümü sebebiyle geniş hesaplama olanakları gerektirmektedir. Buna ek olarak hatanın küçük olmadığı durumlarda yakınsama sağlanamayabilmektedir.

Duyarlılık yöntemi hatalı modellenmiş parametreler yerine en duyarlı parametreleri güncellemektedir. Bu olumsuzluğun önüne geçmek için ilk olarak yanlış modellenmiş parametrelerin belirlenip bunlar için bir güncelleme sürecine gidilmesi önerilmektedir. Bu parametrelerin veya bölgelerin belirlenebilmesi için Helen ve Janter MGK ve uzaysal-MGK (spatial-MAC) değerlerini kullanmaktadır. MGK değerinin duyarlılığını da çözüm sürecine ekleyen uygulamalar mevcuttur[1,45].



Şekil 5.1 : Duyarlılık yöntemi için akış şeması [1]

Frekans Alan Verileri ile (FTF) Duyarlılık Yöntemi:

Duyarlılık yönteminin bu şekilde model güncelleme için deneysel modelin tepki modeli verileri kullanılmaktadır ve duyarlılıklar sayısal modelin FTF'lerine göre hesaplanmaktadır. FTF'ler kullanıldığında yöntemin temel denklemi değişmese de duyarlılıkların hesaplanması değişmektedir. Sonlu elemanlar modelinin FTF duyarlılıkları Eşitlik (5.65)'da verilmiştir.

$$\frac{\partial[H]}{\partial P} = -[H] \cdot \frac{\partial[Z]}{\partial P} \cdot [H] \quad (5.65)$$

Eşitlik (5.65)'teki $[Z]$ ifadesi Eşitlik (5.66)'da verilmiştir

$$[Z(\omega)] = [H(\omega)]^{-1} = -\omega^2[M] + j\omega[C] + [K]. \quad (5.66)$$

Frekans alanı verilerine göre duyarlılık yönteminde iki çeşit fark fonksiyonu tanımlanabilmektedir. İlk fark fonksiyonu doğrudan deneysel FTF ile sayısal FTF'nin farkına dayanmaktadır ($\{\mathcal{E}\} = \{H_s\} - \{H_D\}$). Bu farka fonksiyonuna genelde “Tepki Hatası” adı verilmektedir. Tepki hatasına dayalı fark fonksiyonu Eşitlik (5.67)'de verilmiştir.

$$J(P) = (\{H_D\} - \{H_s\})^T (\{H_D\} - \{H_s\}) \quad (5.67)$$

İkinci fark fonksiyonu ise kuvvet dengelenmiş artana dayanmaktadır ($\{\mathcal{E}\} = [Z_s]\{H_D\} - \{I\}$). Bu artana “Eşitlik Farkı” adı verilmektedir. Eşitlik farkına dayalı fark fonksiyonu Eşitlik (5.68)'de verilmiştir.

$$J(P) = ([B_s] \cdot \{H_D\} - \{I\})^T ([Z_s] \cdot \{H_D\} - \{I\}) \quad (5.68)$$

Frekans tepki fonksiyonun her hangi bir değişkene göre duyarlılığı, eşitlik (5.69)'te verildiği şekilde yazılabilmektedir.

$$[H_s] \cong [H_s]_i + \frac{\partial\{H\}}{\partial P} \cdot \partial P \quad (5.69)$$

Dinamik katılığın da her hangi bir değişkene göre duyarlılığı, eşitlik (5.70)'te verildiği şekilde yazılabilmektedir.

$$[Z_s] \cong [Z_s]_i + \frac{\partial[Z]}{\partial P} \cdot \partial P \quad (5.70)$$

Fark fonksiyonlarının türevleri alınıp sıfıra eşitlenirse ilde edilen iki en uygun (optimum) çözüm, Eşitlik (5.71) ve (5.72)'da verilmiştir.

$$\partial P = \left(\left\{ \frac{\partial H}{\partial P} \right\}^T \left\{ \frac{\partial H}{\partial P} \right\} \right)^{-1} \left\{ \frac{\partial H}{\partial P} \right\}^T (\{H_D\} - \{H_s\}_i) \quad (5.71)$$

$$\partial P = \left(\{H_D\}^T \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right]^T \left[\frac{\partial Z}{\partial P} \right] \{H_D\} \right)^{-1} \{H_D\}^T \left[\frac{\partial B}{\partial P} \right]^T (\{I\} - [B_s]_i \{H_D\}) \quad (5.72)$$

Eşitlik (5.71) ve (5.72)'de i alt indisi i . adımı (İterasyonu) göstermektedir.

Çözüm yöntemi olarak iki fark fonksiyonun da kendilerine özgü avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır. Yöntemin FTF fonksiyonun duyarlılığının doğrudan kullanıldığı şeklinde, sayısal veri ile deneysel verini kıyaslanması doğrudan yapılmaktadır, ancak FTF sayısal modeldeki parametrelere göre doğrusal değişmemektedir. Bu durum genel minimum yerine yerel minimum bulunmasına yol açmaktadır. FTF'nin sayısal modeldeki parametrelere göre doğrusal değişmemesi çözüm sürecinin dengesini de olumsuz etkilemektedir. Bu dengesizlik yakınsamanın garanti olmaması sonucuna yol açmaktadır.

Yöntemin fark fonksiyonuna dinamik katılığın eklendiği şeklinin avantajı ise dinamik katılığın güncellenen parametrelere göre doğrusal değişiyor olmasıdır. Bu durum yakınsamanın garantilenmesine olanak sağlamaktadır. Yöntemin bu şeklinin çözüm süreci FTF fonksiyonun duyarlılığının doğrudan kullanıldığı şekline göre, çok daha dengeli olmaktadır. Ancak $(\{I\} - [Z_s]_i \{H_D\})$ hesaplanması sonucu çıkan değerler $[Z_s]$ matrisi ve $\{H_D\}$ vektörünün değerlerine oranla çok küçük olmaktadır. Buna bağlı olarak yöntem FTF'lerdeki parazitlere karşı oldukça hassastır, ki buda yakınsama sağlanamamasına yol açabilmektedir.

Lammens frekans alanı verileri ile duyarlılık yöntemi için yeni bir FTF farkı şekli olan dolaylı FTF farkını geliştirmiştir. Dolaylı FTF farkı Eşitlik (5.73)'te verilmiştir.

$$\{\mathcal{E}\} = [H_s] ([Z_s] \cdot \{H_D\} - \{I\}) \quad (5.73)$$

Farkın öncekilerle aynı şekilde tanımlanmış olmasına karşın, en uygun çözüm elde etmek için fark fonksiyonunda dinamik katılığında duyarlılığı kullanılmaktadır.

Dinamik katılığında duyarlılığının kullanıldığı fark fonksiyonu Eşitlik (5.74)'de verilmiştir.

$$J(P) = ([H_s]_i \cdot ([Z_s] \cdot \{H_D\} - \{I\}))^T ([H_s] \cdot ([Z_s] \cdot \{H_D\} - \{I\})) \quad (5.74)$$

Eşitlik (5.74)'te verilmiş olan fark fonksiyonun türevi alınıp ve sıfıra eşitlendiğinde elde edilen çözüm Eşitlik (5.75)'te verilmiştir.

$$\partial P = \left([H_s]_i \frac{\partial [Z_s]_i}{\partial P} \{H_D\} \right)^+ (\{H_s\}_i - \{H_D\}) \quad (5.75)$$

Eşitlik (5.36)'da $^+$ işareti matrisin sanki-tersini (pseudo-inverse) göstermektedir. Güncellenmenin yukarıdaki eşitliğe göre yapılması dinamik katılık farkından kaynaklanan avantajların yanı sıra, eşitlikte $(\{I\} - [Z_s]_i \{H_D\})$ yerine $(\{H_s\}_i - \{H_D\})$ yazılması çözüm sürecinin sayısal durumunu çok daha iyi bir noktaya getirmektedir. $\partial H / \partial p$ ifadesinin hesaplanmasında sadece sayısal modelin $[H_s]$ matrisinin kullanılmasının yerine, hem deneysel modelin $\{H_D\}$ vektörü hem de sayısal modelin $[H_s]$ matrisinin kullanılması çözümün yakınsamasına olumlu etkiye bulunmaktadır.

Lammens önerdiği yöntemi bir motor gövdesinin sayısal modelinin güncellenmesinde kullanmıştır. Sayısal modelin oldukça derişik olmasına ve deneysel modele ait FTF'lerin parazitli olmasına rağmen güncellenmiş model deneysel model ile uyumludur. Ancak güncelleme için farklı frekanslar seçildiğinde farklı sonuçlara ulaşılmaktadır ki buda çözümün tekil olmadığını göstermektedir.

Sayısal modelin güncellenmesinin FTF verileri kullanılarak yapılmasının en büyük avantajı sönümünde hesaplanabilmesidir. Özdeğer ve özvektörlerin sönüm değerine duyarlılıklarının FTF sönüm değerine göre duyarlılığından daha azdır. Bu durum sönüm değerinin güncellenmesi çalışmalarında ağırlıklı olarak FTF kullanılmasına yol açmaktadır.

Frekans alanı verileri ile duyarlılık yöntemi sönümün güncellenebilmesi açısından önemli olsa da, FTF kullanılmasından kaynaklanan olumsuzlukları bulunmaktadır. Teoride FTF'ler yapının bütün titreşim davranışı hakkında bilgi barındırırlar ve hatta deneysel modelin mod şekli ve frekans bilgisi de bu FTF'lerin işlenmesiyle elde edilmektedir. Ancak uygulamada FTF'lerin kullanılması sırasında dikkat edilmesi

gerekmektedir. Yakın rezonans noktalarındaki verilerin kullanılması gerekir, çünkü bu noktalarda bir fazla modun etkisi görülmektedir buda sönüm etkisini bariz artırmaktadır. Benzer Şekilde anti-rezonans noktaları da seçilmemelidir. Anti-rezonans noktaları her FTF de farklı olduğundan birbiriyle tutarsız veriler karşılaştırılacaktır. Deneysel ve Sayısal modelin serbestlik dereceleri arasındaki uyumsuzluk sorunun FTF'ler üzerinden daha çok nokta seçilmesiyle aşılabileceği düşünülse de, uygulamalarda yetersiz sonuçlara ulaşılmıştır.

5.3. Model Güncelleme

Sayısal model güncelleme bir fark belirleme ve bu farkı minimize etme işlemi olarak tanımlanabilir. Fark deneysel model ve sayısal model arasında belirlenmektedir ve bu fark belirlenen bir matematiksel yöntemle minimize edilmektedir. Model güncelleme bu tanım ışığında üç ayaklı bir işlem olarak değerlendirilebilir. İlk ayak deneysel model hakkındaki bilgi (amacın tanımlanması), ikinci ayak sayısal model hakkındaki bilgi (eldeki modelin yeterliliği) ve üçüncü ayak ise sayısal model güncelleme yöntemidir. Model güncellenmenin başarısı bu ayaklarda alınan kararlara bağlıdır.

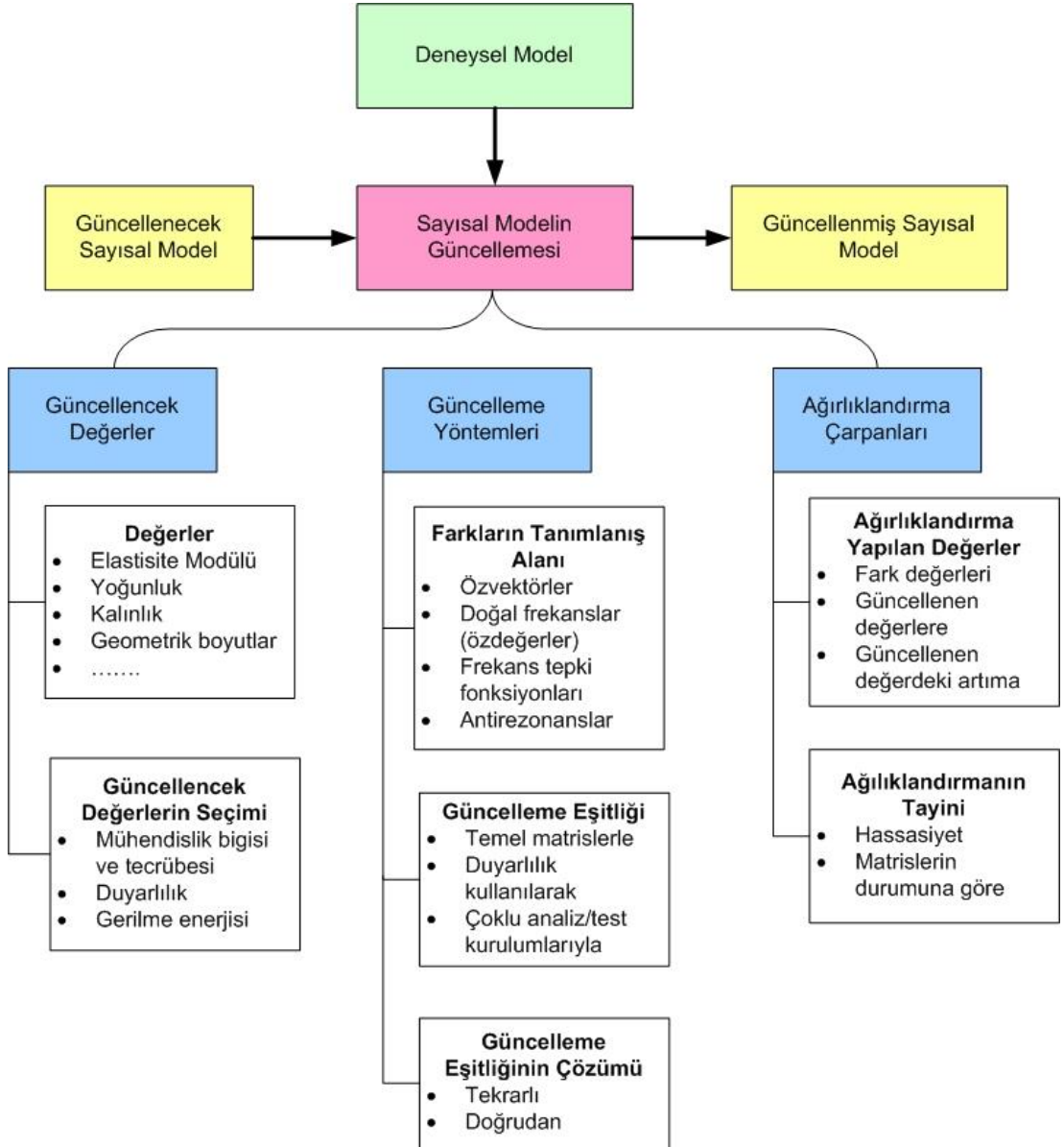
Sayısal model ve deneysel model hakkındaki bilgi güncellenmiş olan sayısal modelden beklenenleri belirlemektedir. Model güncelleme uygulamalarında deneysel model kusursuz olarak kabul edilmektedir. Güncelleme sonunda ulaşılmak istenen yapının davranışı, deneysel modelin bu davranışı temsil edebildiği oranda tanımlanmıştır. Sayısal modelin ise deneysel modeli temsil edebilecek unsurlara sahip olması gerekmektedir. Güncelleme sırasında sayısal modelde olmayan unsura bağlı olan hata güncellenemeyecektir ve hata güncelleme sonunda sıfır olamayacaktır. Model güncellemeden önce deneysel model ve sayısal model hakkındaki bilgi paralel olarak değerlendirilmeli ve güncelleme sonucundaki beklentiler bu modellerin yeterliliğine göre belirlenmelidir. Başka bir deyişle model güncellenmeden bir mucize beklenmemelidir. Model güncelleme yöntemleri matematiksel fark eşitliklerinin tanımlanması ve çözülmesi işlemleridir. Yeterli miktarda veri olduğunda bu matematiksel farklar doğru olarak belirlenebilmekte ve çözülebilmektedir.

Model güncelleme işlemi bir matematiksel çözüm olduğundan model güncelleme genellikle otomatik bilgisayar programları ile yapılmaktadır [45]. Bu tez kapsamında model güncelleme için seçilen yöntemin matematiksel hesaplarını otomatik olarak

yapan bir program oluşturulması da amaçlanmaktadır. Model güncelleme yönteminin belirlenmesi için karar verilmesi gereken üç temel konu bulunmaktadır.

- Sayısal modelde güncellenecek parametreler
- Model güncelleme yönteminin matematiksel özellikleri
- Ağırlıklandırma Çarpanları

Bu konular, alt başlıkları ve seçenekleri Şekil 6.1’de gösterilmiştir.



Şekil 5.2 : Sayısal model güncellemede belirlenmesi gereken başlıklar

Sayısal modelde güncellenebilecek olan parametreler:

Model güncellemede sayısal modelin herhangi bir özelliği güncellenebilmektedir. Güncellenecek olan parametrelerin seçimi her uygulamada farklılık göstermektedir,

ancak yöntem seçimi için sayısal modelin hangi özellikleri arasından seçim yapılmasında yarar bulunmaktadır.

Model güncelleme yönteminin matematiksel özellikleri:

Model güncelleme matematiksel bir fark bulma ve farkın minimize edilmesi işlemi olduğundan verilerin tanımlandığı alan sonucu doğrudan etkilemektedir. Sayısal ve deneysel model verilerin en kaliteli olduğu alanda temsil edilmelidir. Model güncelleme uygulamalarında hem frekans alanında hem de modal alanda yapılmış başarılı model güncelleme çalışmaları bulunmaktadır ancak literatür araştırmasında zaman alanda bir uygulama örneğine rastlanmamıştır.

Ağırlıklandırma Çarpanları:

Model güncellemede seçilen güncelleme parametrelerindeki değişim miktarları ağırlıklandırılabilir. Ağırlıklandırma yapı hakkındaki bilginin veya sayısal modeldeki hata beklentisinin güncelleme sürecine dahil edilmesidir. Güncellenen parametreler arsından bazılarındaki hata beklentisine bağlı olarak bu parametreler için hesaplanan değişim, değerleri bir katsayı ile çarpılarak veya sınırlandırılarak beklenti güncelleme sürecine dahil edilmektedir.

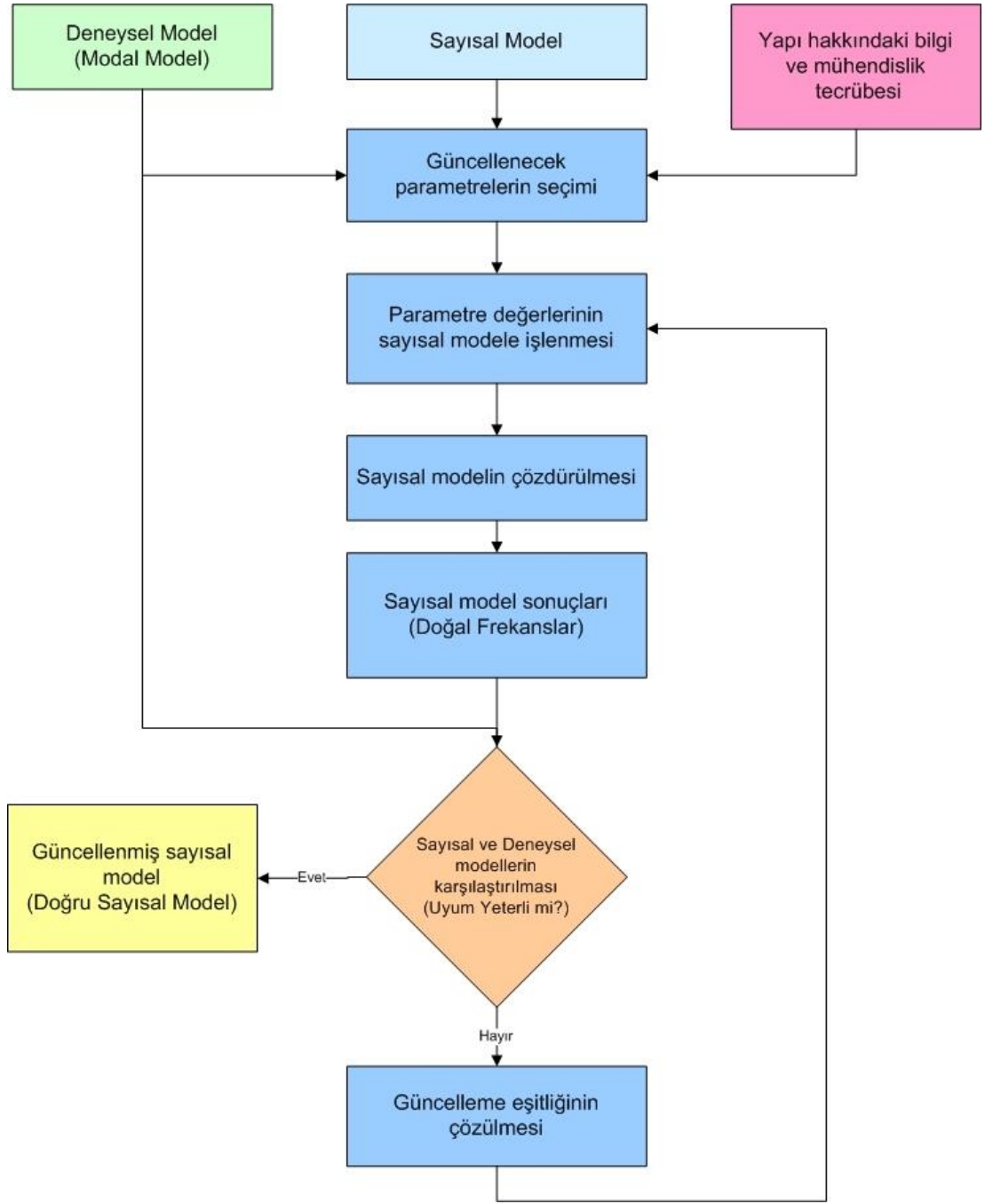
6. Duyarlılık Yöntemi ile Model Güncelleme

Tez kapsamında Güncellenecek parametreler olarak sayısal modelde varsa kabuk elemanların kalınlık değerleri ve temel malzeme özellikleri olan elastisite modülü, yoğunluk, poisson oranı olarak belirlenmiştir. Tez kapsamındaki uygulamalarda belirlenen bu özellikler arasından güncellenecek parametrelerin seçimi ise yapı hakkındaki bilgi, sayısal model hakkındaki bilgi ve mühendislik tecrübesiyle kullanılarak yapılmaktadır. Modal verilerinin daha büyük bir kesinlikle belirlenebilmesinden ötürü modal alan verileri tercih edilmiştir. Modal alan verilerinden de doğal frekanslar modeller arası farkın tanımlanmasında tercih edilmiştir.

Literatür araştırmasında incelenmiş yöntemler arasından, duyarlılık yöntemi tercih edilmiştir. Duyarlılık yöntemi hem malzeme özellikleri ve kalınlıkların, modal verilere göre değerlendirilebildiğinden tercih edilmiştir. Duyarlılık yönteminin seçilmesiyle güncelleme tekrarlı çözüm (iteratif) gerektiren bir süreç olmaktadır. Model güncelleme güncellenmiş modelden beklenenler karşılanana kadar çözüm tekrarlanmaktadır.

Bu tez kapsamında herhangi bir ağırlıklandırma kullanılmamıştır. Bütün güncellenen parametrelerin aynı ağırlığa sahip olduğu kabul edilmiştir.

Model güncelleme için tez kapsamında oluşturulan akış şeması Şekil 6.2’de verilmiştir.



Şekil 6.1 : Model güncelleme için tez kapsamında oluşturulan akış şeması

6.1. Güncelleme Eşitliğinin Kurulması

Bu bölümde bölüm 5.3'te tanıtılmış olan duyarlılık yönteminin tez kapsamında nasıl uygulandığı açıklanmaktadır. Duyarlılık yöntemi temelde bilinmeyen bir fonksiyonun, fonksiyonun bilinmeyen bir nokta civarında taylor serisine açılımına dayanmaktadır. Taylor serisinin açıldığı iki noktanın birbirine yakın olduğu durumda ikinci ve daha yüksek mertebeden terimler ihmal edilebilmekte Eşitlik (5.20) elde

edilmektedir. Eşitlik (5.20)'nin matris formundaki ifadesi ise Eşitlik (5.23)'te görülmektedir. Literatürde deneysel doğal frekansların en iyi ihtimalle %1, deneysel mod Şekillerinin de %10 hassasiyetle elde edilebildiği belirtilmektedir [8,41]. Doğal frekansların, özvektörlere oranla daha kesin elde edilmesi sebebiyle doğal frekanslar kullanılmıştır. Doğal frekanslar kullanıldığı durumda güncelleme eşitliği Eşitlik (6.1)'de verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \vdots \\ \Delta\omega_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_m \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

Eşitlik (6.1)'de ω_s sayısal modelin doğal frekanslarını, $\Delta\omega_1$ deneysel modelin doğal frekansları ile sayısal modelin doğal frekanslarının farkını, ΔP ise güncellenen parametrelerdeki değişim miktarını göstermektedir. Eşitlik (6.1)'de $\frac{\partial(\omega_s)}{\partial p}$ duyarlılık ifadesinin hesaplanmasında Eşitlik (5.25) kullanılabilir. Eşitlik (5.25)'in kullanılması için sayısal modele ait özvektörleri ile kütle ve katılık matrislerinin seçilmiş olan güncelleme parametrelerine göre türevlerinin alınması gerekmektedir. Kütle ve katılık matrislerinin sayısal modelleme yazılımından alınması ve bu büyük matrislerin türevlerinin hesaplanması büyük bir hesap yükü getirmektedir. Bu işlemin eldeki hesap olanaklarını zorlamsından ötürü daha pratik bir türev alma işlemi olan sonlu farklar yöntemi tercih edilmiştir. Tez kapsamında kullanılan sonlu farklar yöntemine sayısal modelin doğal frekansının duyarlılık ifadesi Eşitlik (6.2)'de verilmiştir.

$$\frac{\partial(\omega_s)}{\partial P} = \frac{\omega_{s(P+q)} - \omega_{s(P)}}{\left(P + q/P\right) - 1} \quad (6.2)$$

Eşitlik (6.2)'de q türevin hesaplanabilmesi için güncelleme parametrelerine verilmiş olan sonlu fark, $\omega_{s(P)}$ güncellenen P değerini ilk durumundaki doğal frekans, $\omega_{s(P+q)}$ ise P değerine q sonlu farkının eklendiği durumundaki doğal frekanstır. Eşitlik (6.2)'deki Şekilde duyarlılık değerinin hesaplanmasında güncellenen

parametrelerin ilk durumu için ve sonlu fark eklenmiş durumu için sayısal modelin çözdürülmesi gerekmektedir. Tez kapsamında q sonlu farkı güncellenen parametrelerin %0.01 olarak kabul edilmiştir. Eşitlik (6.2)'ye göre duyarlılıkların hesaplandığında duyarlılıkların birimi Hz olmaktadır.

Güncelleme parametreleri arasında yoğunluk veya kalınlık değerlerinin olması durumunda, güncellenmiş sayısal modelin kütlesi ilk sayısal modelin kütlesinden farklı olabilmektedir. Bu istenmeyen duruma engel olmak için, tez kapsamında model güncellemeye yapının kütlesi de bir kısıt denklemi olarak eklenmiştir. Eşitlik (6.1)'e kütle duyarlılıkları ve kütle farkları da eklenmiştir. Ancak duyarlılıkların Eşitlik (6.1)'e göre hesaplandığı durumda kütle duyarlılıklarının birimi kg veya kullanılan birime göre gr olmaktadır. Bu olumsuz durum normalize duyarlılıklar ve normalize farklar kullanılarak giderilmiştir. Böylece farklı türden duyarlılıklar çözüm sürecine doğrudan katılabilmektedir. Kütle duyarlılıkları elastite modülü ve poisson oranları için beklendiği gibi 0 olmaktadır. Kütle duyarlılıklarının eklendiği ve normalize duyarlılıklar kullanıldığı durumdaki güncelleme eşitliği Eşitlik (6.3)'te verilmiştir.

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta\omega_1 / (\omega_s)_1 \\ \Delta\omega_2 / (\omega_s)_2 \\ \Delta\omega_3 / (\omega_s)_3 \\ \Delta m / m_s \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_2} & \frac{\partial(\omega_s)_{n1}}{\partial P_m} \\ \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_2} & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_m} \\ \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_2} & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_m} \\ \frac{\partial(m_s)_n}{\partial P_1} & \frac{\partial(m_s)_n}{\partial P_2} & \frac{\partial(m_s)_n}{\partial P_m} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ M \\ \Delta P_m \end{array} \right\} \quad (6.3)$$

Eşitlik (6.2)'de m_s sayısal modelin kütlesi, Δm ise yapının ile sayısal modelin kütlelerinin farkıdır.

Model güncelleme sayısal ve deneysel modellerin seçilmiş modları ile yapılmaktadır. Modların seçimi güncellemeyi yapan kişi tarafından belirlenebilir veya modların seçilmesi için bir algoritma kullanılabilir. Seçilmiş olan sayısal model modlarının deneysel modeldeki sıralarının da belirlenmesi gerekmektedir. Tez kapsamında mod seçimi ve karşılıklı mod sıraların belirlenmesi için MGK

kullanılmıştır. Frekans farkları eşik değerinin üzerindeki MGK'lara karşılık gelen deneysel ve sayısal mod frekansları kullanılarak hesaplanmıştır. MGK eşik değeri uygulamaya bağlı olmakla birlikte genellikle 0,6 (veya %60) değeri kullanılmıştır. Mod seçimi her adımda tekrar yapılmaktadır. Güncellenme sırasında sayısal modelin modlarının sırası değişebilmektedir. MGK ile her adımda karşılaştırma yapılması olası sıralama değişikliklerinde frekans farklarının yanlış hesaplanmasını engellenmektedir.

Duyarlılık matrisinin satır sayısı sayısal modeldeki mod sayısı kadardır, ancak mod eşelemesinde eşlenmeyen sayısal modlar için denklem yazılamamaktadır. Duyarlılık matrisinin eşlenmemiş olan modlara karşılık gelen satırları silinmekte ve hesaba dahil edilmemektedir.

Frekans farklarının ve duyarlılıkların hesaplanmasıyla Eşitlik (6.5)'te bilinmeyenler olan atım katsayıları hesaplanabilmektedir. Eşitlik (6.5)'in kapalı hali Eşitlik (6.6)'da verilmiştir.

$$\{\Delta\omega\}_n = [S]_{n \times m} \{\Delta P\}_m \quad (6.6)$$

Eşitlik (6.6)'nın çözülmesi için duyarlılık matrisinin tersinin alınarak frekans farklarıyla çarpılması gerekmektedir. Eşlenmiş olan mod sayısı olan n ile güncellenen parametrelerin sayısı olan m birbirinden bağımsız iki değerdir. Bu durumda duyarlılık matrisi her uygulamada kare matris olmamakta ve tersi alınamamaktadır. Eşitlik (6.6)'nın her durumda çözülebilmesi için iki durum bulunmaktadır. Eşlenmiş olan mod sayısının güncellenen parametrelerden fazla olması durumu ve güncellenen parametrelerin eşlenen mod sayısından fazla olması durumu.

Eşitlik (6.6)'in eşlenmiş olan mod sayısının güncellenen parametrelerden fazla olması durumundaki kareler çözümü Eşitlik (6.7)'de verilmiştir.

$$\{\Delta P\} = \left[[S]^T [S] \right]^{-1} [S]^T \{\Delta\omega\} \quad (6.7)$$

Eşitlik (6.7)'de verilmiş olan çözüm ifadesinin ağırlıklandırılmış hali Eşitlik (6.8)'de verilmiştir.

Eşitlik (6.8) de $[W]$ matrisi diyagonal ağırlandırma matrisidir. Bu matris güncellenen parametreler için belirlenmiş olan ağırlıklandırma değerlerini barındırmaktadır.

$$\{\Delta P\} = [S]^T [W] [S]^T [W] [S]]^{-1} \{\Delta \omega\} \quad (6.8)$$

Eşitlik (6.6)'in güncellenen parametrelerin eşlenen mod sayısından fazla olması durumundaki çözümü Eşitlik (6.9)'da verilmiştir.

$$\{\Delta P\} = [S]^T [[S]^T [S]]^{-1} \{\Delta \omega\} \quad (6.9)$$

Eşitlik (6.9)'da verilmiş olan çözüm ifadesinin ağırlıklandırılmış hali Eşitlik (6.10)'da verilmiştir.

$$\{\Delta P\} = [W]^{-1} [S]^T [[S]^T [W]^{-1} [S]]^{-1} \{\Delta \omega\} \quad (6.10)$$

Eşitlik (6.8) için $[S]^T [W] [S]$ ve Eşitlik (6.10) için ifadelerinin rankının bilinmeyenlerin sayısı olan m 'ye eşit veya daha büyük olması durumunda çözülebilmektedir. Rankın m 'den küçük olması güncellemede kullanılan değerlerin sayısal model üzerindeki etkisinin benzer olması veya deneysel modelin bu değerlerin etkisiyle ilgili bilgi barındırmadığı anlamına gelmektedir. Ancak uygulamalarda rankın küçük çıkması genellikle $[S]^T [W] [S]$ veya $[S]^T [W]^{-1} [S]$ matrisinin istikrarsız (ill-conditioned) olmasından kaynaklanmaktadır. Duyarlılık yöntemiyle güncellemede matrisin istikrarsız olması sıkça karşılaşılan bir durumdur. İstikrarsız matrislerde matris elemanları orantısızdır yani bazı diğerler diğerlerine göre çok büyük veya çok küçük olmaktadır. Bu tip matrisler lineer bağımlı olmasa bile sonuçlar lineer bağımlı çıkabilmektedir. Benzer Şekilde bu orantısızlık denklem çözümlerinde matematiksel istikrarsızlıklara da yol açarak duyarlılık matrisindeki küçük değişimlerin sonuçlarda büyük farklılar yaratmaktadır. İstikrar sayısı durum sayısı (Conditioning number) ile belirlenmektedir. Durum katsayısı Eşitlik (6.11)'de verilmiştir.

$$\kappa = \frac{\sigma_1}{\sigma_n} \quad (6.11)$$

Eşitlik (6.11)'de κ durum sayısı, σ_1 Tekil Değer Ayırıştırmasında (Singular value decomposition) elde edilen en büyük tek değer (singular value), σ_n ise en küçük

değerdir [8]. $\log(\kappa) \geq$ hesap hassasiyeti olduğu durumda matris istikrarsız olarak değerlendirilmektedir [46].

6.2. Tekil Değer Ayrıştırması

Tek değer ayrışması istikrarsız matrislerin ve problemlerin incelenmesinde en etkili araçtır [8]. Herhangi bir $[A]$ matrisi için tek değer ayrıştırması Eşitlik (6.12)'de verilmiştir.

$$[A]_{N \times M} = [U]_{N \times N} [\Sigma]_{N \times M} [V]_{M \times M}^T \quad (6.12)$$

Eşitlik (6.12)'de $[U]$ matrisi sol ortogonal matris, $[V]$ matrisi sağ ortogonal matris, $[\Sigma]$ ise tekil değer matrisidir. Tekil değer matrisinde N adet tekil değer bulunmaktadır. $[A]$ matrisinin rankı $[\Sigma]$ matrisinde 0 olmayan tekil değerler sayısı kadardır. $[\Sigma]$ matrisinin açık şekli Eşitlik (6.13)'te verilmiştir.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \Lambda & & 0 \\ & O & & & \\ M & & \sigma_i & & M \\ & & & O & \\ 0 & & \Lambda & & \sigma_N \\ 0 & \Lambda & 0 & \Lambda & 0 \\ M & M & M & M & M \\ 0 & \Lambda & 0 & \Lambda & 0 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Eşitlik (6.13)'te σ tek değerleri göstermektedir. Belirlenmiş olan toleranstan daha küçük olan tek değerler 0 olarak kabul edilmektedir.

Tekil değer ayrışmasıyla kare olmayan matrislerin de tersleri alınabilmektedir. Tek değer ayrıştırmasına göre herhangi bir $[A]$ matrisinin tersi Eşitlik (6.14)'te verilmiştir.

$$[A]_{M \times N}^+ = [V]_{M \times M} [\Sigma]_{M \times N}^{-1} [U]_{N \times N}^T \quad (6.14)$$

Bu tez kapsamında Eşitlik (6.6)'nın çözülmesi için duyarlılık matrisinin tersi Eşitlik (6.7) ve (6.9)'da verilmiş olan Moore-Penrose genelleştirilmiş tersi yerine Eşitlik (6.14)'te verilmiş olan tekil değer ayrıştırmasıyla hesaplanmıştır. Güncelleme

adımlarında eşlenmiş olan mod sayısı kadar denklem yazılmasına rağmen, bu denklemler her zaman lineer bağımsız olmamaktadır. Tekil değer ayrıştırmasının kullanılması duyarlılık matrisinin tersinin alınması sırasındaki çözülebilir denklem sayısının da hesaplanmasını sağlamaktadır. Duyarlılık matrisinin tersi alındıktan sonra Eşitlik (6.15)'te verildiği gibi artım değerleri hesaplanmaktadır.

$$\{\Delta P\} = [S]^+ \{\Delta \omega\} \quad (6.15)$$

İstikrarsız duyarlılık matrislerine engel olmak için satır ve sütun dengeleme işlemleri yapılmaktadır. Satır ve sütun dengelemelerinde amaç matrisin elemanları arasındaki farkların azaltılmasıdır. Tez kapsamında duyarlılık matrisinin satır ve sütun toplamalar aynı olacak şekilde katsayılarla çarpılmaktadır. Duyarlılık matrisinin dengelenmesi yazılmış olan denklemlerin katsayılarını değiştirdiğinden frekans farkı değerleri duyarlılık matrisinin satır dengeleme katsayıları ile çarpılmaktadır. Benzer şekilde çözüm sonucunda bulunan artım değerleri de duyarlılık matrisinin sütun katsayılarıyla çarpılmaktadır.

Güncelleme için doğal frekans duyarlılıklarının kullanılması güncellenebilecek parametre sayısının deneysel modeldeki mod sayısı ile sınırlı kalmasına yol açmaktadır. Bu durum zaman zaman güncellenmek istenen parametre sayısının az denklem sayısı olması veya denklem sayısının güncelleme süreci içinde azalması sonucunda istenen parametrelerin güncellenememesine yol açmaktadır. Bu olumsuzlukların giderilmesi için güncellenen parametreler arsında çözüme en çok katkısı olan parametrelerin seçimi için bir araca ihtiyaç duyulmuştur. Tez kapsamında aslında en iyi ölçüm noktalarının seçimi için bir yöntem olan Etkin Bağımsızlık Dağılımından (Effective Independence Distribution) yararlanılmıştır.

6.3. Etkin Bağımsızlık Dağılımı

Etkin bağımsızlık dağılımı en iyi ölçüm noktalarının hesaplanmasında kullanılan bir yöntemdir. Yöntemin temelinde mod şekillerinin temsil edilmesi için gerekli en az serbestlik derecesinin bulunması vardır. Yöntem uzaysal olarak bağımsız olan serbestlik derecelerini bulmaktadır [45]. Yöntem Fisher bilgi matrisinden (Fisher information matrix) hareketle serbestlik derecelerini sayısal modelden seçilmektedir. n adet mod için ölçüm cihazının tepkisi $\{u\}_M$ Eşitlik (6.16)'da verilmiştir.

$$\{u\}_M = [\phi]_{M \times n} \{q\}_n + \{v\}_M \quad (6.16)$$

Eşitlik (6.16)'da M alt indisi sayısal modelin serbestlik derecesi sayısını, $\{q\}_n$ ilgilenilmekte olan m adet mod için mod dağılım vektörünü (Mode partition vektor), $\{v\}_M$ ise ölçümlerdeki paraziti göstermektedir. Ölçümlerde parazitin ortalaması sıfır olan bir rasgele dağılımı olduğu kabul edildiğinde $\{q\}_n$ matrisi Eşitlik (6.17)'de verildiği şekilde hesaplanabilmektedir.

$$\{\hat{q}\}_n = [\phi]_{n \times M}^+ \{u\}_M \quad (6.17)$$

Eşitlik (6.17)'de $^+$ işareti matrisin genelleştirilmiş tersini göstermektedir. Beklenen hata dağılımı matrisi (Estimated error covariance matrix) Eşitlik (6.18)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} P &= E[(\{q\} - \{\hat{q}\})(\{q\} - \{\hat{q}\})^T] \\ &= \left[[\phi]_{n \times M}^T [R]^{-1} [\phi]_{M \times n} \right]^{-1} \\ &= [Q]^{-1} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Eşitlik (6.18)'de $[R]$ ölçümdeki hata dağılımının yayılımı matrisidir (covariance intensity matrix) matrisidir, $[Q]$ ise Fisher bilgi matrisidir. $[R]$ matrisi parazitin algılayıcılara eşit dağılıma sahip olduğu durumda basitleştirilerek $[R] = a^2 [I]$ şeklinde yazılabilmektedir. Bu basitleştirme sonunda $[Q]$ matrisinin ifadesi Eşitlik (6.19)'da verilmiştir.

$$[Q] = \frac{1}{a^2} [\phi]_{M \times n}^T [\phi]_{M \times n} \quad (6.19)$$

$\{q\}_n$ vektörünün en iyi kabulü $[P]$ matrisinin minimum değerinin hesaplanmasını gerektirmektedir ki, bu durum $[Q]$ matrisinin en büyük değerinin hesaplanmasıdır.

Eşitlik (6.20) de her bir serbestlik derecesinin mod şekline katkısını göstermekte olan $[G]$ bilgi matrisi verilmiştir.

$$[G] = [\phi]_{n \times M}^T [\phi]_{M \times n} \quad (6.20)$$

Eklenen veya çıkartılan serbestlik derecelerinin katkıları bilgi matrisinin değiştirmektedir. İlk durumda sayısal modelin bütün serbestlik dereceleri işleme dahil edilmesi ve sayısal modelin serbestlik dereceleri lineer bağımsız olduğundan $[G]$ matrisinin rankı n 'dir.

m adet modan azı değerlendirildiğinde bazı serbestlik dereceleri $[G]$ bilgi matrisinin rankını etkilememektedir. Bu rankı etkilemeyen serbestlik dereceleri mod şekli matrisinden çıkartılabilmektedir.

$[G]$ bilgi matrisinin özdeğer problemi Eşitlik (6.21)'de verilmiştir.

$$([G]_{n \times n} - [\lambda][I])[\psi] = 0 \quad (6.20)$$

Eşitlik (6.20)'de $[\lambda]$ ve $[\psi]$ sırasıyla $[G]$ matrisinin özdeğer ve özvektör matrisleridir. $[G]$ matrisi pozitif ve simetrik olduğundan $[\psi]$ matrisinin vektörleri n boyutlu uzayda n adet ortogonal olarak değerlendirilebilmektedir. $[\psi]$ matrisine ait ortogonalite özellikleri Eşitlik (6.21)'de verilmiştir.

$$[\psi]^T [G] [\psi] = [\lambda] \quad [\psi]^T [\psi] = [I] \quad (6.21)$$

$[\phi][\psi]$ çarpımı, $[\psi]$ matrisinin vektörleri tarafından temsil edilen n boyutlu uzaya $[\phi]$ mod şekli matrisinin iz düşümü olarak değerlendirilmektedir. $[\phi][\psi]$ çarpımının her elemanının karesi alındığında serbestlik derecelerinin, modlara olan katkısı elde edilmektedir. Bu matrisin elemanlarının elemanın karşılık geldiği modun frekansının tersi ile ağırlıklandırıldığında, n boyutlu uzayda eşit öneme sahip elemanlar elde edilmektedir. Bu elemanlar bir serbestlik derecesi için toplandığında bu serbestlik derecelerinin ilgilenilen modlara olan katkısı bulunmaktadır. Bu vektör Etkin bağımsızlık dağılım vektörü (Effective Independence distribution vektor) olarak adlandırılmaktadır ve $\{E_d\}$ ile gösterilmektedir. $\{E_d\}$ vektöründeki en büyük eleman $[G]$ matrisinin rankına olan katkısı en büyük olan serbestlik derecesini göstermektedir. Benzer şekilde en küçük eleman da en az katkısı olan serbestlik derecesini göstermektedir [45].

$\{E_d\}$ matrisinin en küçük elemanına karşılık gelen serbestlik derecesinin mod şekli vektöründen çıkartılması, $[G]$ matrisinin rankını diğer serbestlik derecelerinin çıkartılmasına oranla daha az etkileyecektir. Serbestlik derecesi çıkartıldıktan sonra

$[G]$ matrisinin değerlerinin değişimine bağlı olarak $\{E_d\}$ vektörünün değerleri ve dolayısıyla serbestlik derecelerinin katkı sıralaması da değişecektir. Sıralama değişimine bağlı olarak çıkarılan her serbestlik derecesinden sonra $\{E_d\}$ tekrar hesaplanmalıdır. Tekrar hesaplama ve serbestlik derecesi çıkartma işlemi $[G]$ matrisinin rankı n küçük olana kadar devam etmektedir. Rankı n 'den küçük yapan serbestlik derecesi çıkartılmamaktadır.

$\{E_d\}$ etkin bağımsızlık dağılım vektörü ikinci bir yöntemle, göreceli olarak daha hızlı hesaplanabilmektedir. Eşitlik (6.21) ve (6.20) kullanılarak Eşitlik (6.22) yazılabilmektedir.

$$[G]_{n \times n}^{-1} = [\psi]_{n \times n}^T [\lambda]_{n \times n}^{-1} [\psi]_{n \times n} \quad (6.22)$$

Eşitlik (6.22) kullanılarak Eşitlik (6.23) yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} [E]_{M \times M} &= [\phi]_{n \times n} [G]_{n \times n}^{-1} [\phi]_{n \times n}^T \\ &= [\phi]_{M \times n} \left([\phi]_{n \times M}^T [\phi]_{M \times n} \right) [\phi]_{n \times M}^T \end{aligned} \quad (6.23)$$

$[E]$ matrisinin diyagonal terimlerinin karesi $\{E_d\}$ etkin bağımsızlık dağılım vektörünü vermektedir.

En iyi ölçüm noktalarının bulunması için kullanılmakta olan bu yöntem tez kapsamında, güncellenen parametreler arasından bir öncelik sıralaması yapılması için kullanılmıştır. Güncellenen parametrelerin sayısı olan m eşlenen mod sayısından fazla olduğunda bilinmeyen sayısı eldeki denklem sayısından fazla olmaktadır. Eldeki çözülebilir denklem sayısı duyarlılık matrisinin rankına eşittir. Denklemler bilinmeyen sayısı azaltılarak çözülebilir. MGK'da eşlenen modlara bağlı olarak seçilmiş olan bazı güncelleme parametreleri için duyarlılık matrisinde yeterli bilgi olmayabilir. Bu durum güncellenmek istenen parametrelerin eşlenmiş olan modu etkilememesi veya az etkilemesinden kaynaklanmaktadır. Güncellenmenin bu parametrelerle yapılması durumunda hem fark istenen oranda azaltılamamış olmakta hem de güncellenmiş olan parametrelerin fiziksel olarak anlamsız olma ihtimali artmaktadır. Bu olumsuz durumun oluşmamasını engellemek Güncellenen parametrelerden hangilerinin duyarlılık matrisine en çok katkısı olduğu bulunarak eşlenen modlara bağlı olarak hangi parametrelerin güncellenebileceği bulunmaktadır.

Tez kapsamında serbestlik dereceleri yerine güncellenen parametreler kullanılmaktadır. Duyarlılık matrisinin transpozu alınarak güncellenen her bir parametrenin duyarlılık değerleri, matrisin sütunları yerine satırlarında sıralanmıştır. Eşitlik (6.23)'te duyarlılık matrisinin transpozunun kullanıldığındaki şekli Eşitlik (6.24)'te verilmiştir.

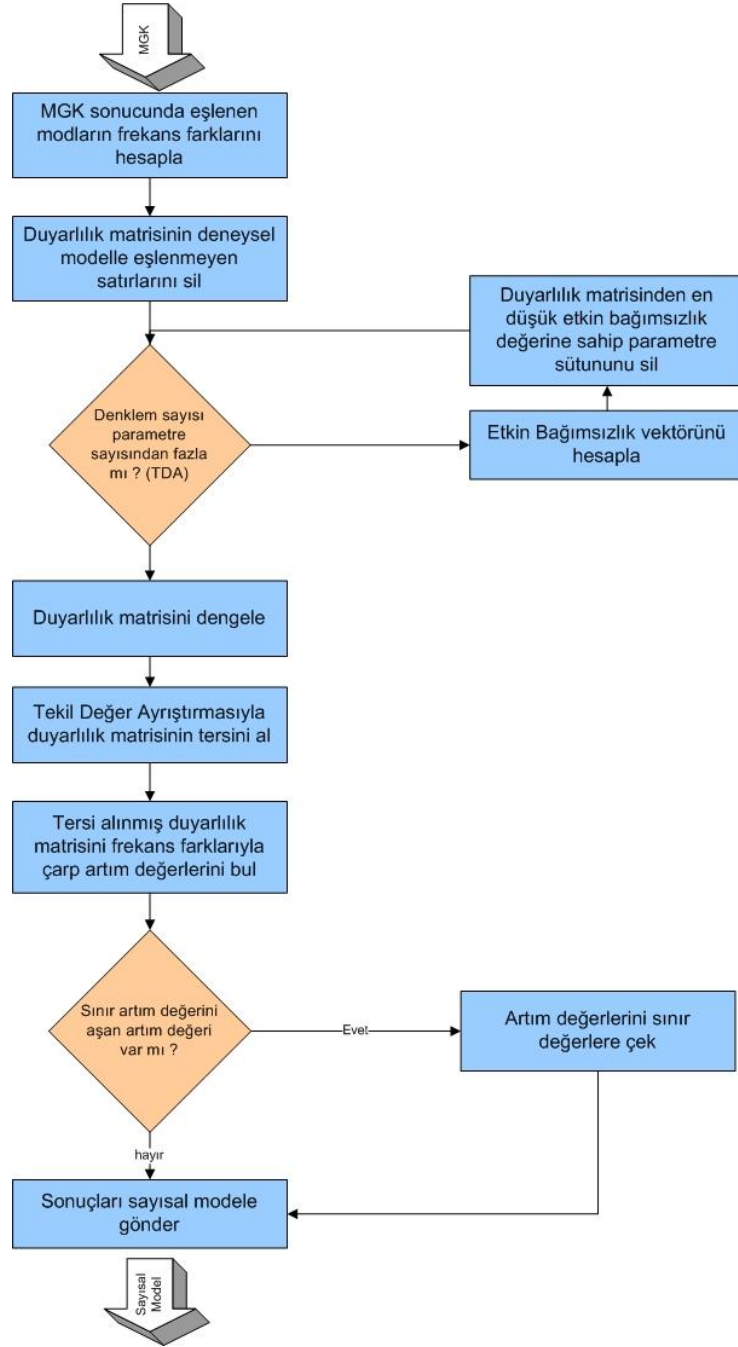
$$[E]_{m \times m} = [S]_{m \times n}^T ([S]_{n \times m} [S]_{m \times n}^T) [S]_{n \times m} \quad (6.24)$$

Etkin bağımsızlık dağılım vektörü vektörünün en küçük değerine karşılık gelen güncelleme parametresine ait sütun duyarlılık matrisinden çıkartılıp hesap tekrarlanmaktadır. Bu işlem duyarlılık matrisinin rankı ile güncellenen parametre sayısı aynı olana tekrarlanmaktadır. Her çözüm adımında sıralama o adımdaki duyarlılık matrisine göre baştan yapılmaktadır. Etkin bağımsızlık dağılım vektörünün hesaplanmasında dengelenmemiş duyarlılık matrisi, güncelleme parametrelerinin hesaplanmasında ise dengelenmiş duyarlılık matrisi kullanılmaktadır.

Duyarlılık matrisinin eşlenmiş olan mod sayısına göre düzenlenmesinden sonra tekil değer ayrıştırmasıyla duyarlılık matrisinin tersi alınmakta ve fark vektörü ile çarpılarak güncellenen parametrelerdeki değişim miktarı hesaplanmaktadır. Hesaplanan değerler yapının frekans fonksiyonunun birinci mertebeden türevleri ile hesaplanmaktadır. Hem güncellenen parametrelere göre yapının frekans fonksiyonunun yerel türevinin değişiyor olmasından hem de ikinci merteben türevlerin ihmal edilmiş olmasından ötürü hesaplanmış olan parametre değerleri sayısal modele doğrudan aktarılmamaktadır. Hesaplanmış olan değerler bu hatalara bağlı olarak olması gerekenden daha büyük olabilmektedir. Hesaplanan değerlerin büyük olması sayısal modelin aşırı derecede değişmesine yol açabilmektedir. Güncelleme adımlarının birinde sayısal modelin aşırı derecede değiştirilmesi MGK'nın çok değişmesine yol açmaktadır ve bir sonraki adımda eşlenen mod sayısını azaltabilmektedir. Bu duruma ek olarak çok sayıda parametrenin güncellendiği durumlarda hesaplanan değerler küçük de olsa güncellenen parametre sayısına bağlı olarak sayısal modeldeki değişiklik aşırı olmaktadır. Sayısal modeldeki aşırı değişimlere engel olmak için hesaplanmış olan değerler sınırlandırılmaktadır. Tez kapsamında sınırlandırma değeri olarak genellikle %20 kullanılmıştır. Ancak güncellenen parametre sayısının çok olduğu durumlarda %10'a kadar düşürülmüştür. Sınırlandırma değeri yakınsama sürecini geciktirmekte ve çözüme ulaşmak için gerekli adım sayısını artırmaktadır.

Sınırlama değeri kullanıldığında yakınsamanın gecikmesine rağmen güncelleme süreci daha dengeli olmaktadır.

Güncelleme eşitliğinin çözülmesi ve artım değerlerinin hesaplanması için oluşturulan akış şeması Şekil 6.3'te verilmiştir. Şekil 6.3'te verilmiş olan akış şeması aynı zamanda Şekil 6.2'de verilmiş olan model güncelleme akış şemasının güncelleme eşitliğinin çözülmesi kutucuğunun açık şeklidir.



Şekil 6.2 : Güncelleme eşitliğinin çözülmesi ve artım değerlerinin hesaplanması

6.4. Program Geliştirilmesi

Şekil 6.2 verilmiş olan model güncelleme döngüsünün ve 6.3'te verilmiş olan güncelleme eşitliğinin çözülmesi döngüsünün oluşturulabilmesi için model güncelleme program geliştirilmiştir. Model güncelleme programı deneysel ve sayısal modellerin karşılaştırılması, güncelleme eşitliğinin kurularak artım değerlerinin sayısal modele aktarılması için yazılmıştır. Program önceden hazırlanmış bir deneysel model ve sayısal modele ihtiyaç duymaktadır.

Programın yazılmasından önce sayısal model ve deneysel modelin hazırlanacağı yazılımlar belirlenmiştir. Sayısal model ve sayısal modelin çözümü için Ansys yazılımı, deneysel modelin oluşturulması için ise Icats yazılımı tercih edilmiştir. Icats aynı zamanda sayısal ve deneysel modelin uzayda birbirlerine konumlarının ayarlanarak sayısal modelin düğüm noktaları ile deneysel modelin ölçüm noktalarının eşlemesi için bir program da içermektedir. Tez kapsamında sayısal modelin düğüm noktalarının ve deneysel modelin ölçüm noktalarının eşlenmesi için bu yazılım ve yazılımın çıktı dosyası kullanılmıştır.

Sayısal modelin hazırlandığı Ansys yazılımı ticari sonlu elemanlar programları arasında en sık kullanılan yazılımlardan birisidir. Ansys sonlu elemanlar yöntemi ile statik, dinamik, akustik, modal vb.. analizler yapabilmektedir. Ansys yazılımı ADPL (Ansys Parametric Design Language) adı verilen kendi programlama dili ile programlanabilmekte ve istenilen analizler veya değişiklikleri, arabirime ihtiyaç olmadan yapılabilmektedir. Ansys hem programlanabilirliği hem de ADPL hakkındaki geniş yardım bilgileri sebebiyle tercih edilmiştir. Tez kapsamında Ansys için istenen parametreler için duyarlılıkları hesaplayan ve güncelleme sonuçları ile sayısal modeli çözdüren programlar yazılmıştır.

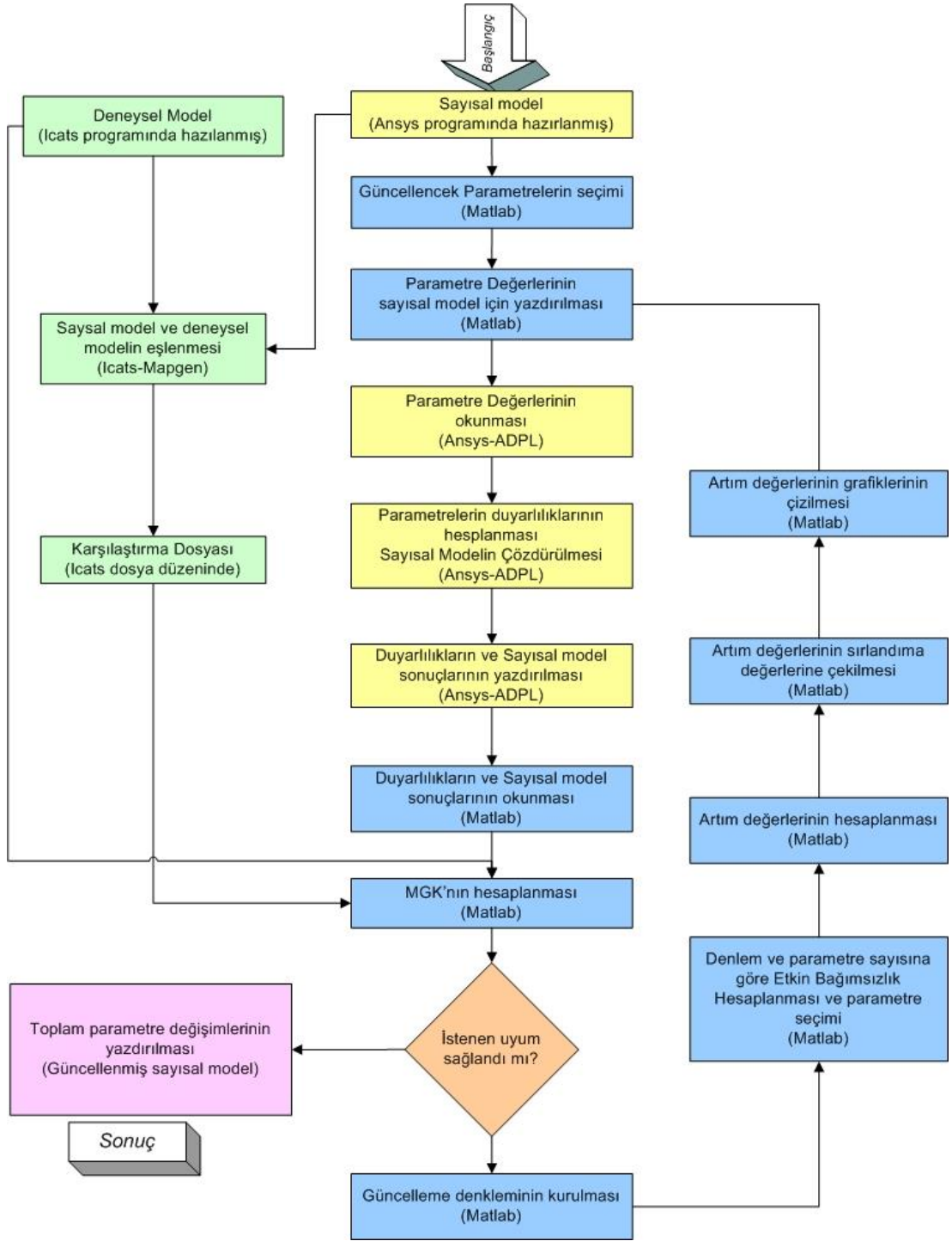
Deneysel modelin hazırlandığı Icats bir modal analiz yazılımıdır. Program etkin modal aracı olmasının yanı sıra deneysel model ile sayısal modeli karşılaştıran MGK, KMGK vb... temel araçlara da sahiptir.

Güncelleme programı Matlab ortamında yazılmıştır. Sayısal modelin çözümlenmesi için ise ticari sonlu elemanlar yazılımından yararlanılmıştır. Icats deneysel modeli kolay okunabilen yazı düzenlerinde kaydetmekte olduğundan tercih edilmiştir. MGK programı yazılırken icats programındaki MGK sonuçları ile sınanmıştır.

Model güncelleme programı ise Matlab ortamında yazılmıştır. Matlab matrislerle işlem yapmak için tasarlanmış matematiksel programlama ve hesap yazılımıdır.

Matlab barındırdığı matematiksel araçlar kütüphanesi ile temel matris işlemleri ve TDA, rank gibi daha karmaşık matematiksel işlemlerin yapılmasında büyük kolaylık sağlamaktadır. Sayısal ve deneysel modellerin karşılaştırılması, model güncelleme eşitliğinin oluşturulması, çözülmesi işlemleri Matlab ortamında programlanmıştır.

Model güncelleme için yazılmış olan programları ve programların birbirleriyle ilişkisini gösteren akış şeması Şekil 6.4'te verilmiştir. Şekil 6.4'te mavi ile gösterilmiş programlar matlab ortamında yazılmıştır, sarı ile gösterilmiş programlar ise Ansys-ADPL ortamında yazılmıştır.



Şekil 6.3 : Model güncelleme için yazılmış olan programların akış şeması

7. Uygulamalar

Tez kapsamında duyarlılık yöntemiyle model güncellenmenin uygulanabilirliğinin sınanması amacıyla uygulamalar yapılmıştır. Yapılan uygulamalar güncellenen parametrelerdeki hatanın bilindiği ve güncellenen parametrelerdeki hatanın bilinmediği uygulamalar olarak ikiye ayrılmıştır.

- Sayısal uygulamalar; güncellenen parametrelerdeki hatanın bilindiği uygulamalardır.
- Deneysel uygulamalar; güncellenen parametrelerdeki hatanın bilinmediği uygulamalardır.

Sayısal uygulamalarda, eldeki mevcut sayısal model doğru sayısal model olarak kabul edilmiştir ve bu sayısal modeldeki bazı parametreler değiştirilmiştir. Parametrelerin değiştirilmesiyle oluşturulan yeni sayısal modelde değiştirilmiş olan parametreler güncellenmiştir. Sayısal uygulamalarda amaç, programın aksıysan yanlarını tespit etmek bu aksaklıkları giderilmesi ve programın istenen şekilde güncelleme yapabilmesi için gerekli şartları ortaya konmasıdır. Bunun yanı sıra programın bilinen bir hatayı ne kadar güncelleyebildiği de ortaya çıkmaktadır. Çözümün tekil olma durumu da sayısal uygulamalarda incelenmiştir.

Deneysel uygulamalar gerçek model güncelleme uygulamalarıdır. Sayısal modelin, güncellenerek deneysel modeli temsil edebileceği kabulü ile, sayısal modelde seçilmiş olan parametreler deneysel modeldeki verilerle güncellenmektedir. Deneysel uygulamalarda parametrelerdeki hata bilinmemektedir. Deneysel uygulamalarda amaç güncellenen değerleri en uygun şekilde ayarlayarak, sayısal modeldeki toplam hatayı en küçük değerine ulaşılmasıdır.

Uygulamaların değerlendirilmesi için sayısal modelle deneysel modelin güncelleme öncesindeki uyumları ve güncelleme sonrasındaki uyumları verilmiştir. Modellerin uyumları MGK ve frekans farkı grafikleriyle gösterilmiştir. Güncelleme sürecinde kullanılmamasına rağmen, FTF grafikleri de modellerin uyumunu göstermek üzere verilmiştir.

7.1. Sayısal Uygulamalar

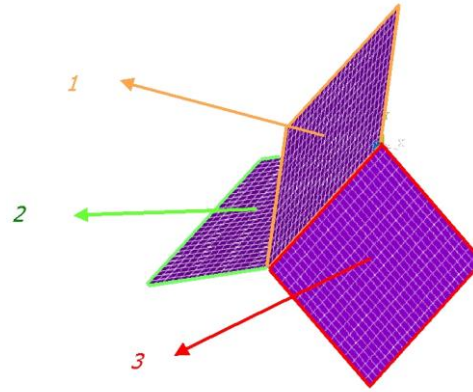
Sayısal uygulamalarda üç yapı üzerinde çalışılmıştır

- Y plaka
- L plaka
- Patlatmalı plaka

Y plaka sadece sayısal model olarak hazırlanmış ve sadece programın sınanması için kullanılmıştır. L plaka ve Patlatmalı plaka ise gerçek yapılardır, sayısal uygulamalardan sonra bu yapıların deneysel modelleri kullanılarak sayısal modelleri güncellenmiştir.

7.1.1. Y Plaka

Y plaka üç farklı malzemeden oluşmuş bir yapı olarak tasarlanmıştır. Y plaka sayısal modelinde güncellenebilir 3 elatisite modülü, 3 yoğunluk 3 poisson oranı ve 3 kalınlık parametresi bulunmaktadır. Malzeme özellikleri ve kalınlıklar programın bir programın farklı sayısal değerlerle sınanabilmesi için birbirinden farklı seçilmiştir. Sayısal model rijit cisim modları dahil olmak üzere 20 mod ile modellenmiştir. Y plaka sayısal modeli Şekil 7.1’te verilmiştir.



Şekil 7.1 : Y plaka sayısal modeli

Şekilde 7.1’de Y plakanın malzeme ve kalınlıklarla ayrılmış olduğu bölgeler de verilmiştir. Bu bölgelerin malzeme ve kalınlık değerleri Tablo 7.1’de sunulmuştur.

Tablo 7.1. Y plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları

Bölge	Elastisite Modülü (Gpa)	Yoğunluk (Kg/m ³)	Poisson Oranı	Kalınlık (mm)
1	6,70E+09	1580	0,25	1
2	1,00E+10	2500	0,26	2
3	1,00E+10	1200	0,26	3

Y plaka sayısal modelinin gerçek bir yapı olmadığından, kullanılan malzeme özellikleri ve kalınlıklar kabul edilen değerlerdir. Güncelleme parametreleri Tablo 7.1’de verilmiş olan malzeme özellikleri arasından seçilmiştir ve bu parametrelerde bilinen hata oranları ile yeni değerler tanımlanmış ve hatalar güncellenmiştir.

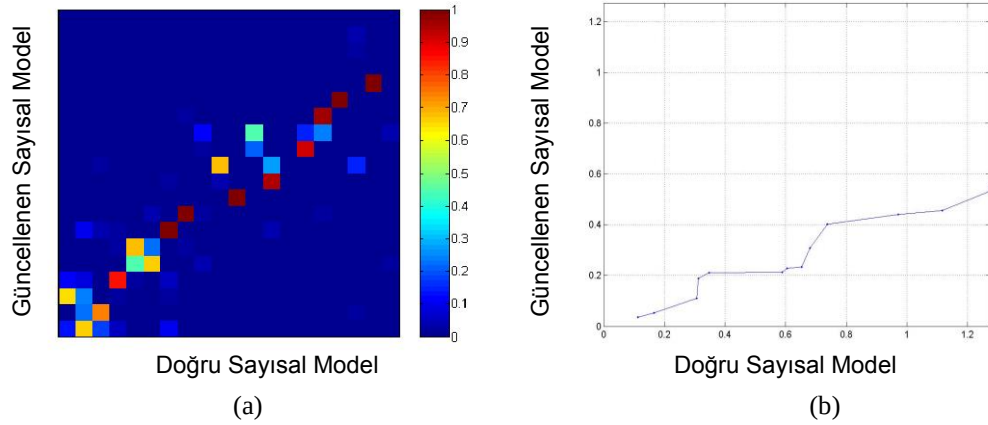
Üç elastisite modülünde tanımlanmış hatanın güncellenmesi:

Bu uygulamada Tablo 7.1’de verilmiş olan elastisite modüllerinin her birinde hata tanımlanmış ve güncelleme yapılmıştır. Tanımlanan hata oranları Tablo 7.2’de verilmiştir. Tablo 7.2’de verilen değerler dışındaki değerlerde hata olmadığı kabul edilmiştir ve güncellenmemiştir.

Tablo 7.2. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları

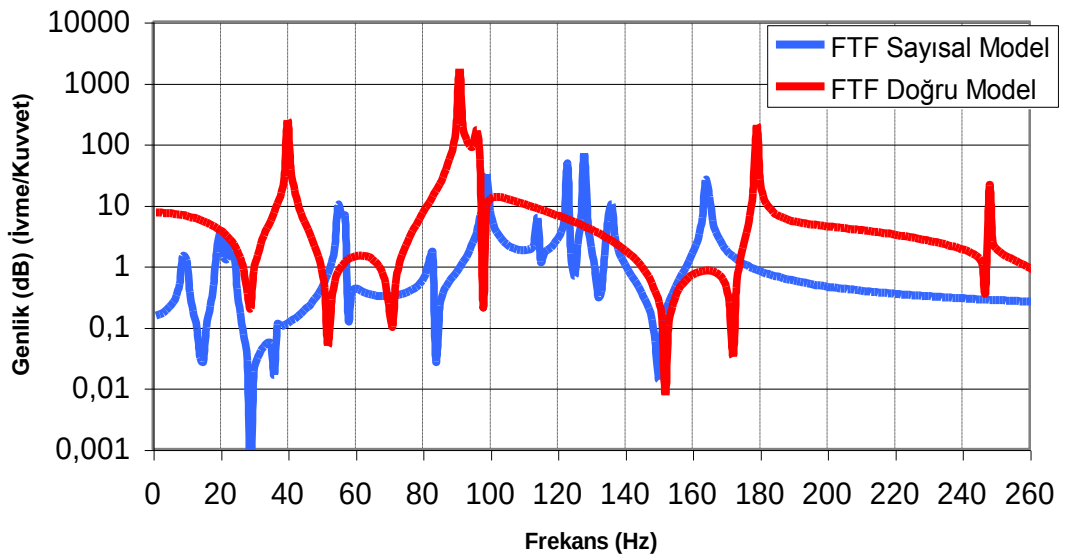
Güncellenenler	Doğru sayısal model	Güncellenen sayısal	% Hata
1. Bölge Elastite	6,70E+09	6,70E+18	-90%
2.Bölge Elastite	1,00E+10	1,00E+11	90%
3. Bölge Elastite	1,00E+10	1,00E+09	-90%

Tablo 7.2 verilen değerlerle oluşturulan hatalı sayısal model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.1’de, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.2’de verilmiştir. Verilmiş olan MGK ve frekans uyumu grafiklerinde yatay eksen doğru sayısal modeli, dikey eksen ise güncellenen sayısal modeli göstermektedir.



(a) Y plaka güncelleme öncesi MGK
(b) Y plaka güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

Şekil 7.2 : Y plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



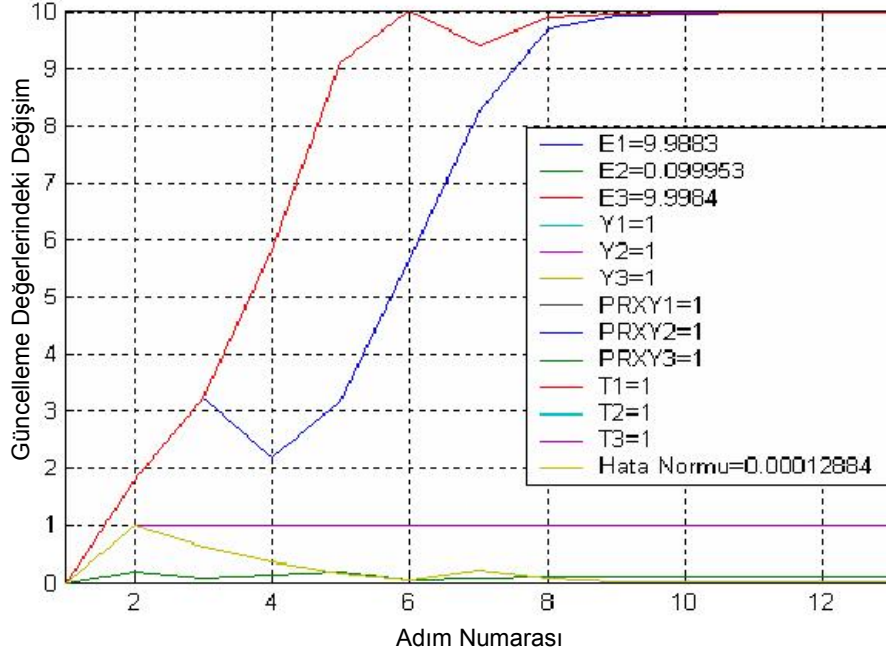
Şekil 7.3 : Y plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

Güncelleme programı kullanılarak 3 elastisite modülü için yapılan uygulamada 13 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Yakınsama kriteri olarak tez kapsamında eşlenen frekansların karelerinin toplamının kare kökü değerlendirilmiştir ve hata normu olarak adlandırılmıştır. Hata normu Eşitlik (7.1)'de verilmiştir.

$$Hata\ Normu = \sqrt{((\omega_D)_1 - (\omega_s)_1)^2 + ((\omega_D)_2 - (\omega_s)_2)^2 + \dots + ((\omega_D)_n - (\omega_s)_n)^2} \quad (7.1)$$

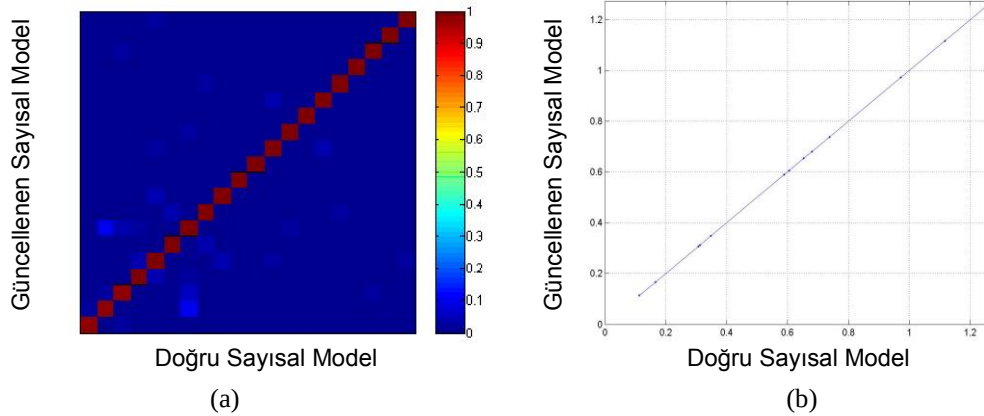
Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.4'te verilmiştir. Yakınsama grafikleri güncelleme sürecinde

parametrelerdeki değişim miktarını göstermektedir. Farklı parametrelerin aynı grafik üzerinden gösterilebilmesi için sadece parametrelerin değişim miktarları gösterilmektedir. Hata normunun değişimin önceki adımlara göre çok azaldığı durumda yakınsama sağlanmış olarak değerlendirilmektedir. Şekil 7.4'te yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir.



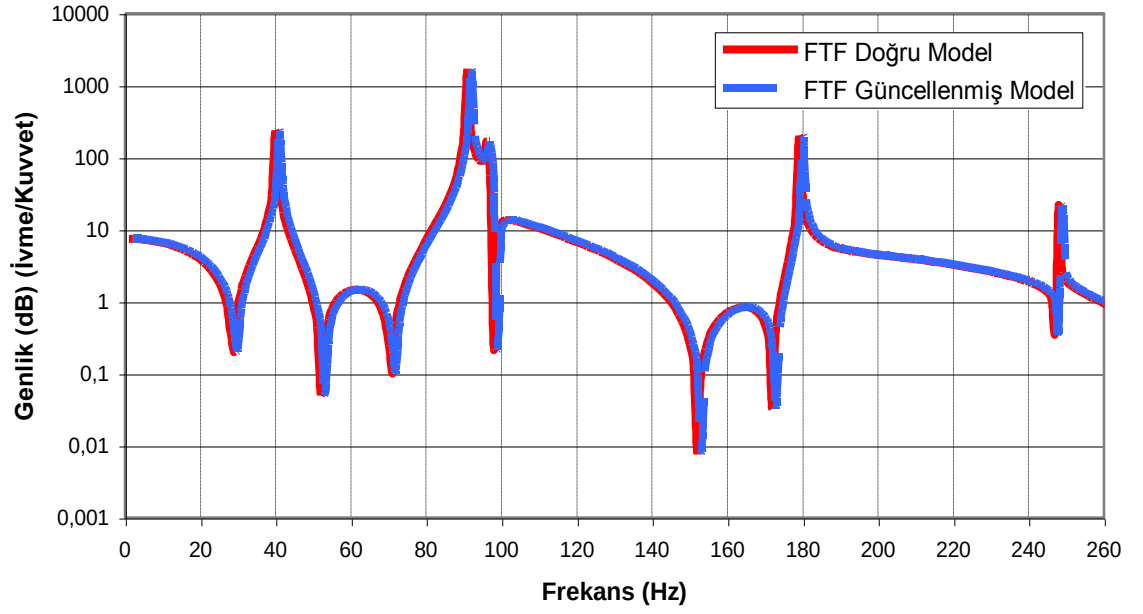
Şekil 7.4 : Y plaka yakınsama grafiği

Güncelleme sonunda MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.5'te, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.6'da verilmiştir



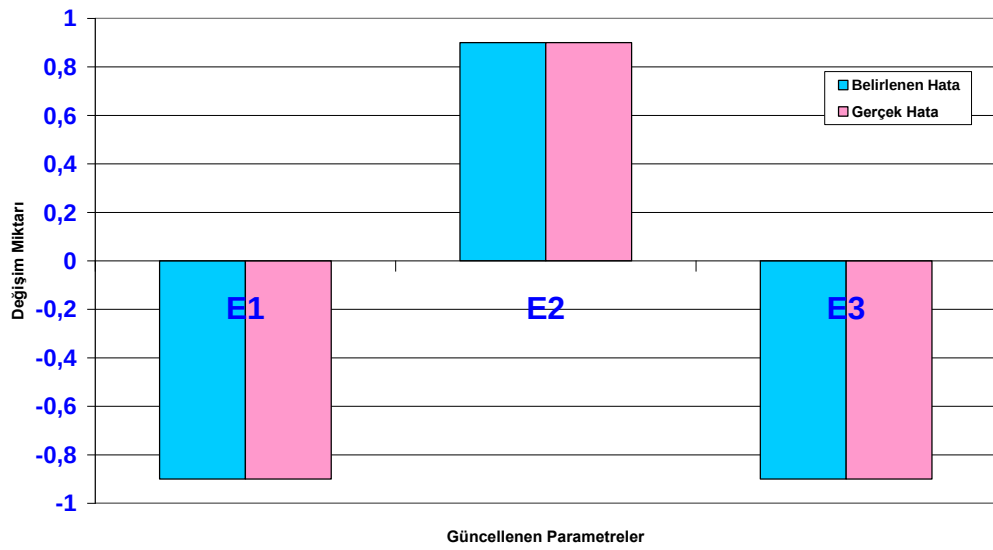
- (a) Y plaka güncelleme sonunda MGK
(b) Y plaka güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.5 : Y plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.6 : Y plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncellemenin sonunda hatalı sayısal model ile doğru sayısal model arasında, değerlendirilen frekans aralığı için uyum sağlanmıştır. Güncelleme sonunda MGK, frekans karşılaştırması ve FTF karşılaştırma sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır ve sayısal modelde tanımlanan hata düzeltilmiştir. Şekil 7.7’de tanımlanan hata ile programın güncelleme sonunda bulunduğu hata değerleri karşılaştırılmıştır.

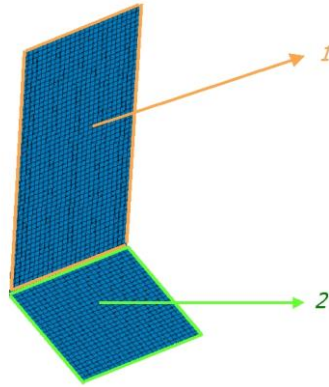


Şekil 7.7 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması

Şekil 7.7’de elastite modülü “E” harfi ile gösterilmektedir. Parametreler bölge numarasıyla beraber gösterilmiştir. Şekil 7.7’de görüldüğü sayısal gibi modelde tanımlanan hata miktarı bulunmuş ve her bir parametre için başarılı bir şekilde düzeltilmiştir. Bu sayısal uygulamada güncelleme programı sayısal modeli başarıyla güncellemiştir.

7.1.2. L plaka

L plaka gerçek bir yapıdır. Dikdörtgen bir plakanın dik açıyla bükülmesiyle imal edilmiştir. İmalat şekline bağlı olarak L plaka sayısal modeli tek malzemeli ve iki kalınlıklı olarak modellenmiştir. L plaka sayısal modelinin güncellenebilir 1 elastite modülü, 1 yoğunluk, 1 poisson oranı ve 2 kalınlık parametresi bulunmaktadır. Sayısal model rijit cisim modları dahil olmak üzere 20 mod ile modellenmiştir L plaka sayısal modeli ve L plakanın kalınlıklarla ayrıldığı bölgeler Şekil 7.18’de verilmiştir.



Şekil 7.8 : L plaka Sayısal modeli

L plakanın sayısal uygulamalar için kalınlığı her yerde da aynı kabul edilmiştir. L plaka sayısal modelinin Şekil 7.8’de gösterilmiş olan bölgelerine ait malzeme ve kalınlık değerleri Tablo 7.3’te verilmiştir.

Tablo 7.3. L plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları

Bölge	Elastisite Modülü (N/mm ²)	Yoğunluk (Kg/mm ³)	Poisson Oranı	Kalınlık (mm)
1	2,03E+08	7,81E-06	0,3	3
2	2,03E+08	7,81E-06	0,3	3

L plaka malzemesi çelik olduğundan, modellemede çeliğe yakın malzeme özellikleri kullanılmıştır. Güncelleme parametreleri Tablo 7.3’de verilmiş olan malzeme özellikleri arasından seçilmiştir. Bu parametrelerde bilinen hata oranları ile yeni değerler tanımlanmış ve hatalı sayısal model güncellenmiştir.

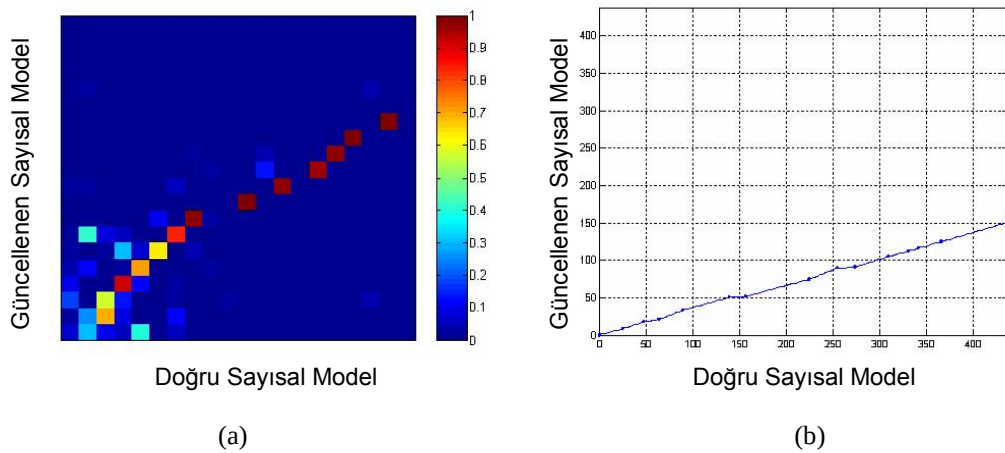
Elastisite modülü, yoğunluk ve poisson oranındaki hatanın güncellenmesi:

Bu uygulamada Tablo 7.3’de verilmiş olan elastisite modülünde 90%, yoğunlukta 12%, poisson oranında 90% hata tanımlanmış, kalınlıklarda hata tanımlanmamıştır. Ancak kalınlıklarda güncellenen parametrelerin arasına katılarak güncelleme yapılmıştır. Tanımlanan hata oranları Tablo 7.4’de verilmiştir. Tablo 7.4’de verilen değerler dışındaki değerlerde hata olmadığı kabul edilmiştir ve güncellenmemiştir.

Tablo 7.4. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları

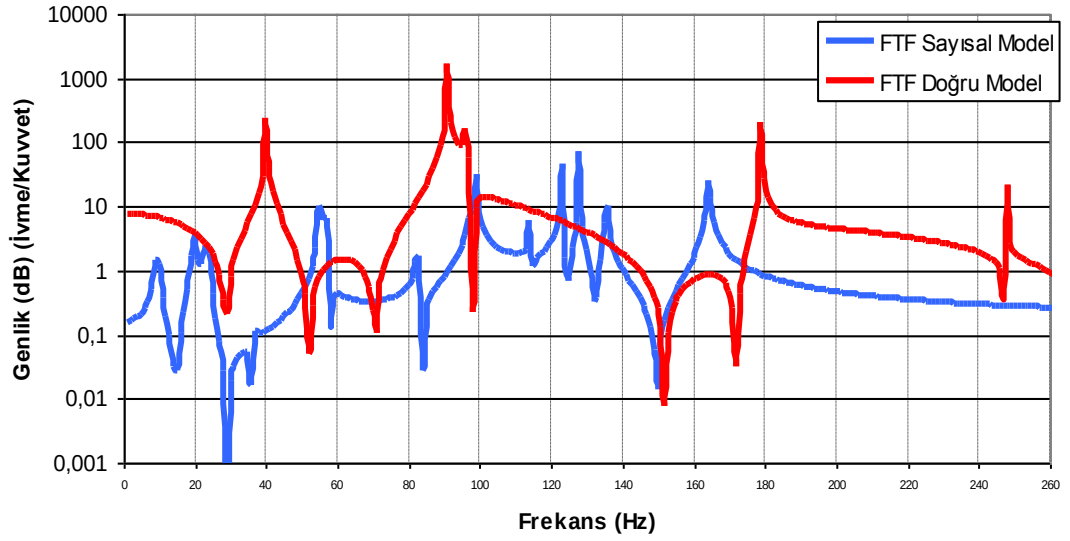
Güncellenenler	Doğru sayısal model	Güncellenen sayısal	% Hata
Elastisite	2,03E+08	2,03E+07	90%
Yoğunluk			

Tablo 7.4 verilen değerlerle oluşturulan hatalı sayısal model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.9’da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.10’da verilmiştir.



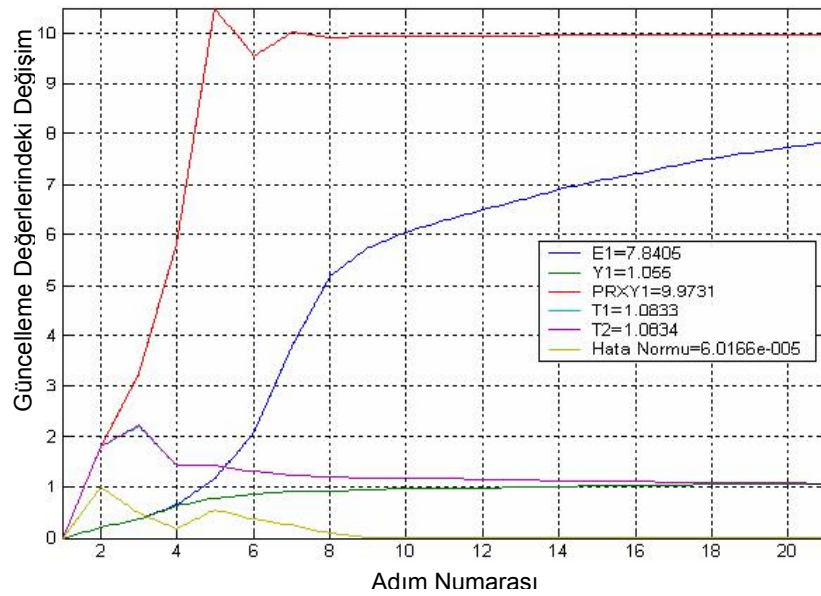
- (a) L plaka güncelleme öncesi MGK
- (b) L plaka güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

Şekil 7.9 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



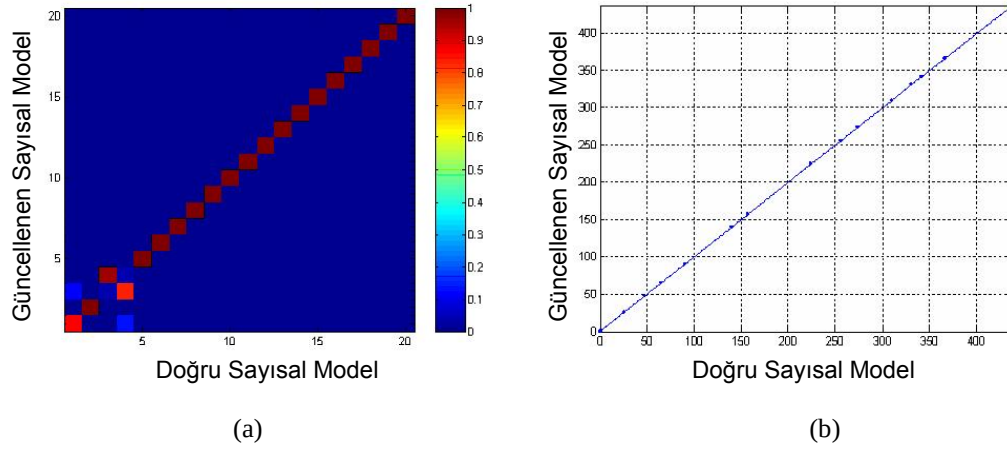
Şekil 7.10 : L plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

Güncelleme programı kullanılarak elastisite modülü, yoğunluk, poisson oranı ve 2 kalınlık için yapılan uygulamada 21 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.11’de verilmiştir. Şekil 7.11’de yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir.



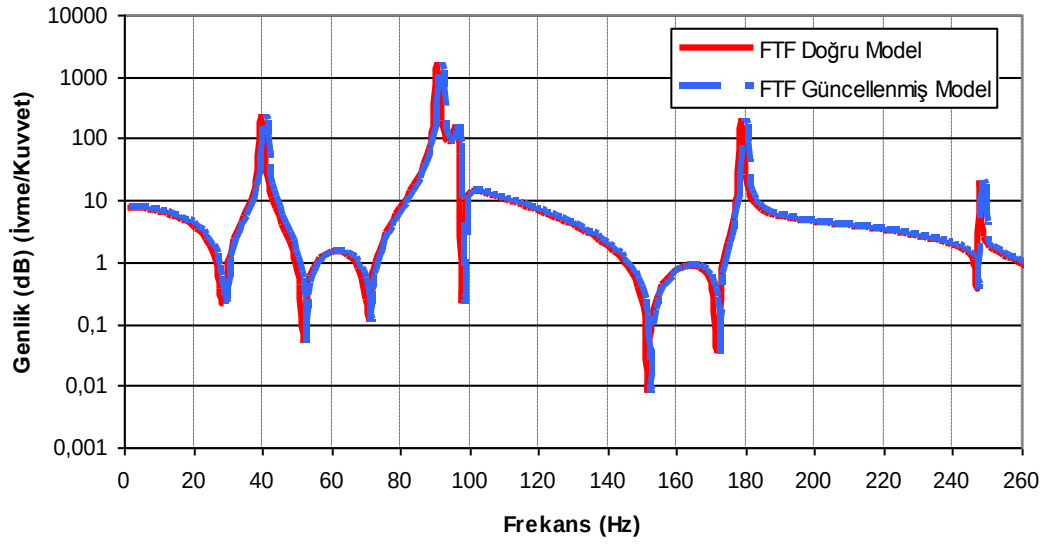
Şekil 7.11 : L plaka yakınsama grafiği

Güncellenmiş model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.12’de, FTF karşılaştırma grafiği, ise Şekil 7.13’te verilmiştir.



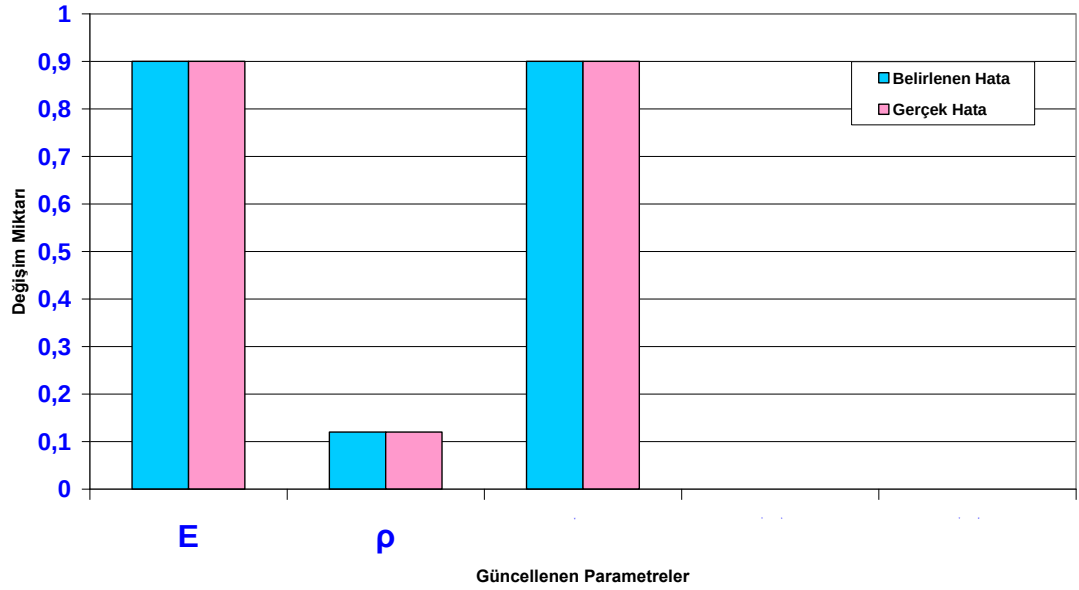
(a) L plaka güncelleme sonunda MGK
(b) L plaka güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.12 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.13 : L plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncellemenin sonunda hatalı sayısal model ile doğru sayısal model arasında, değerlendirilen frekans aralığı için uyum sağlanmıştır. Güncelleme sonunda MGK, frekans karşılaştırması ve FTF karşılaştırma sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır ve sayısal modeldeki hata düzeltilmiştir. Şekil 7.14'te tanımlanan hata ile programın güncelleme sonunda bulunduğu hata değerleri karşılaştırılmıştır



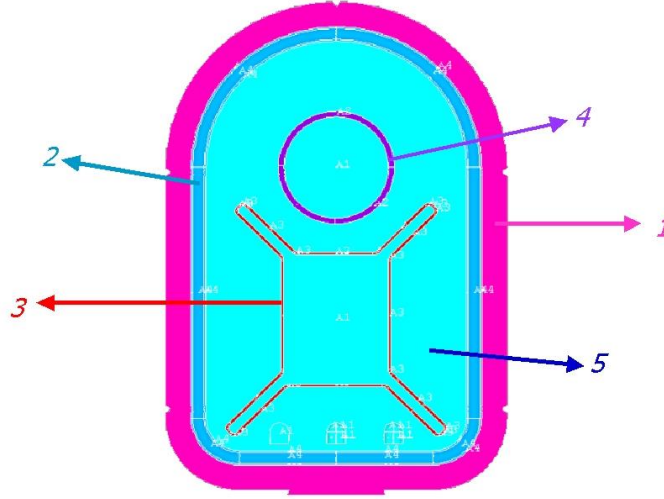
Şekil 7.14 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması

Şekil 7.18’de elastite modülü “E” harfi, yoğunluk “ ρ ” harfi, poisson oranı “ γ ” harfi, kalınlıklar ise “T” harfi ile gösterilmektedir. Parametreler bölge numarasıyla beraber gösterilmiştir. Sayısal modelde tanımlanan hata miktarı bulunmuş ve her bir parametre için başarılı bir şekilde düzeltilmiştir. Bu uygulamada hata tanımlanmamış parametreler de doğru güncellenmiştir. Bu sayısal uygulamada hatasız olan parametrelerin deneysel modelde yeterli bilgi olduğu durumda doğru olarak güncellenebileceği sonucuna varılmıştır.

7.1.3. Patlatmalı Plaka

Patlatmalı plaka çamaşır makinalarında, makinanın arkasında bulunan servis kapağı olarak kullanılmaktadır. Plastik şekil verme yöntemiyle imal edilmiştir. Patlatmaların plastik şekil verme ile imal edilmesi sırasında, patlatma bölgelerinde malzeme özellikleri ve kalınlıklar bir miktar değişmektedir. Patlatmaların uygun şekilde modellenebilmesi için, sayısal model her patlatma farklı bir malzeme ve kalınlığa sahip olan bölgelere ayrılmıştır. Patlatmalı plaka sayısal modelinin güncellenebilir 5 elastite modülü, 5 yoğunluk, 5 poisson oranı ve 5 kalınlık parametresi bulunmaktadır. Sayısal model, rijit cisim modları dahil olmak üzere 20 mod ile modellenmiştir. Önceki sayısal uygulamalarda, doğru sayısal modelin mod sayısı güncellenen sayısal modelin mod sayısına eşit kabul edilmiştir. Deneysel uygulamalarda, deneysel modeldeki mod sayısının sayısal modeldekinden daha az olmasına bağlı olarak yapı hakkında daha az bilgi bulunmaktadır. Model güncelleme

sürecinin mod sayısından nasıl etkilendiğini görmek amacıyla, patlatmalı plaka sayısal uygulamalarında doğru sayısal modeldeki mod sayısı azaltılarak 9'a indirilmiştir. Patlatmalı plaka sayısal modeli ve patlatmalı plakanın malzeme ve kalınlıklarla ayrılmış olduğu bölgeleri Şekil 7.15'te verilmiştir.



Şekil 7.15 : Patlatmalı plaka sayısal modeli

Patlamalı plakanın sayısal uygulamalar için malzeme özellikleri ve kalınlıklar her bölgede aynı kabul edilmiştir. L plaka sayısal modelinin Şekil 7.10'da gösterilmiş olan bölgelerine ait malzeme ve kalınlık değerleri Tablo 7.5'te verilmiştir.

Tablo 7.5. L plaka bölgelerinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları

Bölge	Elastite Modülü (N/mm ²)	Yoğunluk (Kg/mm ³)	Poisson Oranı	Kalınlık (mm)
1	1,58E+08	7,08E-06	0,29	0,95
2	1,58E+08	7,08E-06	0,29	0,95
3	1,58E+08	7,08E-06	0,29	0,95
4	1,58E+08	7,08E-06	0,29	0,95
5	1,58E+08	7,08E-06	0,29	0,95

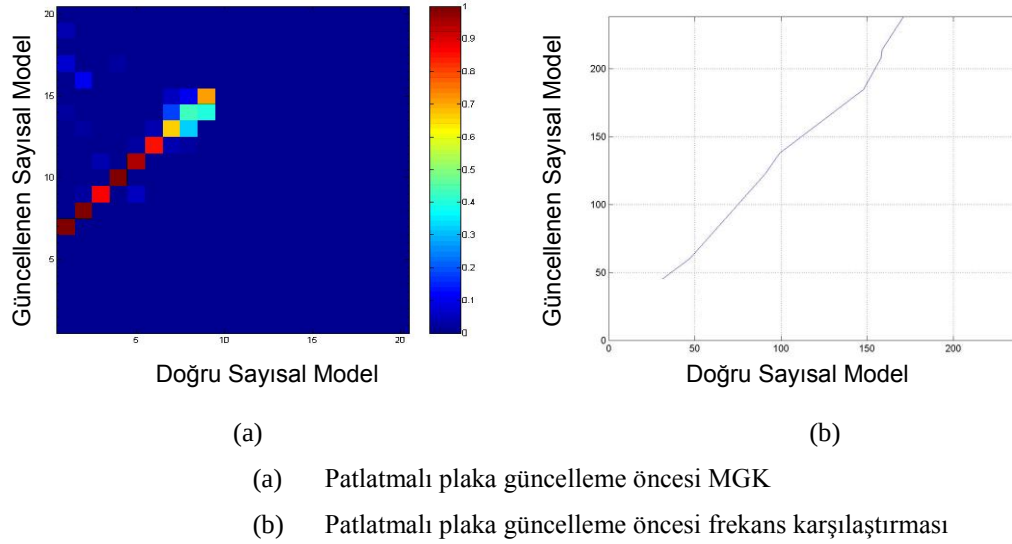
Kalınlıklardaki hatanın güncellenmesi:

Bu uygulamada Tablo 7.5'de verilmiş olan kalınlıklarda -16% ile 59% arasında hata tanımlanmamıştır. Tanımlanan hata oranları Tablo 7.6'ta verilmiştir. Tablo 7.6'da verilen değerler dışındaki değerlerde hata olmadığı kabul edilmiştir ve güncellenmemiştir.

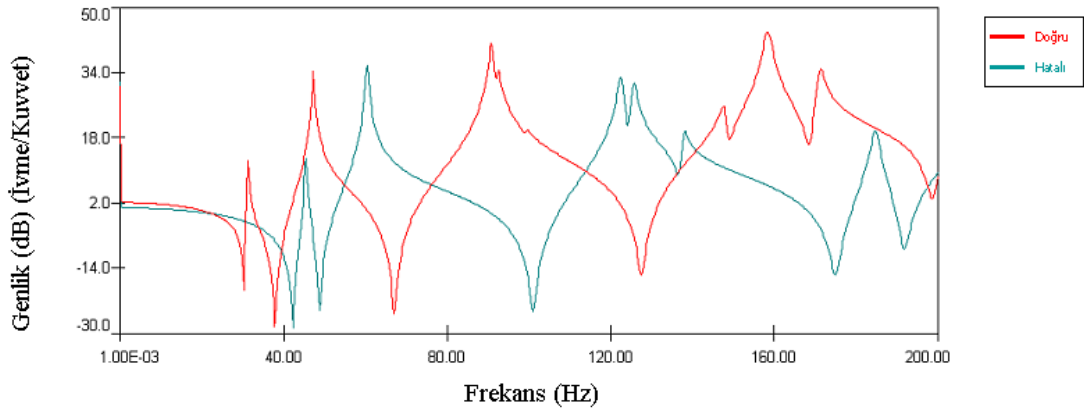
Tablo 7.6. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları

Güncellenenler	Doğru sayısal model Değerleri	Güncellenen sayısal model Değerleri	% Hata
1 nolu Kalınlıkta	0,95	0,50	48%
2 nolu Kalınlıkta	0,95	1,20	26%
3 nolu Kalınlıkta	0,95	0,80	-16%
4 nolu Kalınlıkta	0,95	0,60	59%
5 nolu Kalınlıkta	0,95	1,50	-56%

Tablo 7.6 verilen değerlerle oluşturulan hatalı sayısal model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.16’da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.17’de verilmiştir.



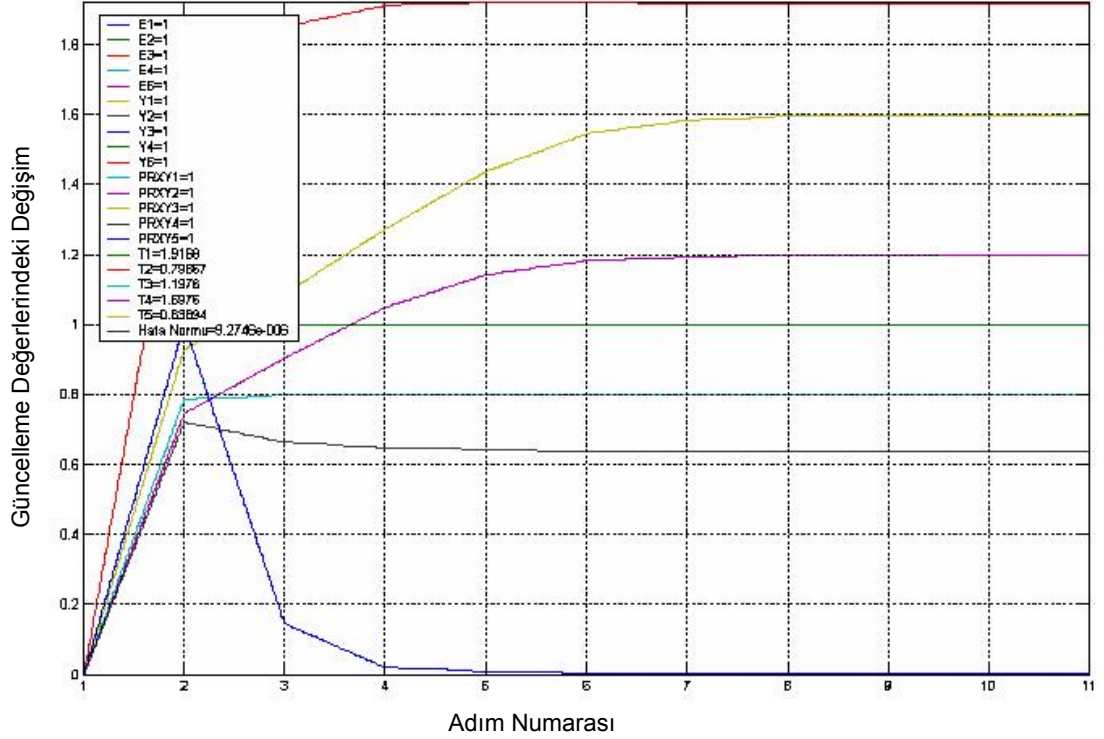
Şekil 7.16 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.17 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

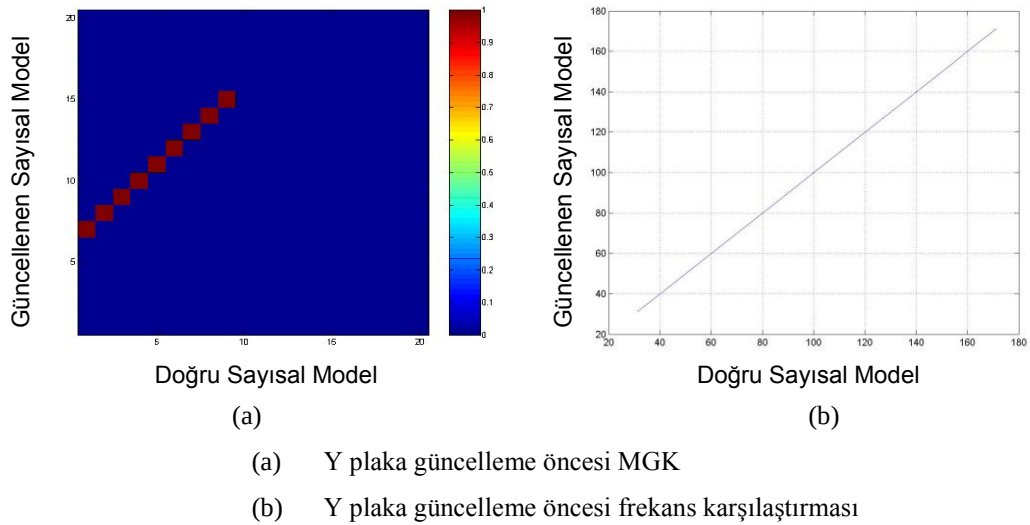
Güncelleme programı kullanılarak 5 kalınlık parametresiyle yapılan uygulamada 11 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına

göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.18’de verilmiştir. Şekil 7.18’de yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir

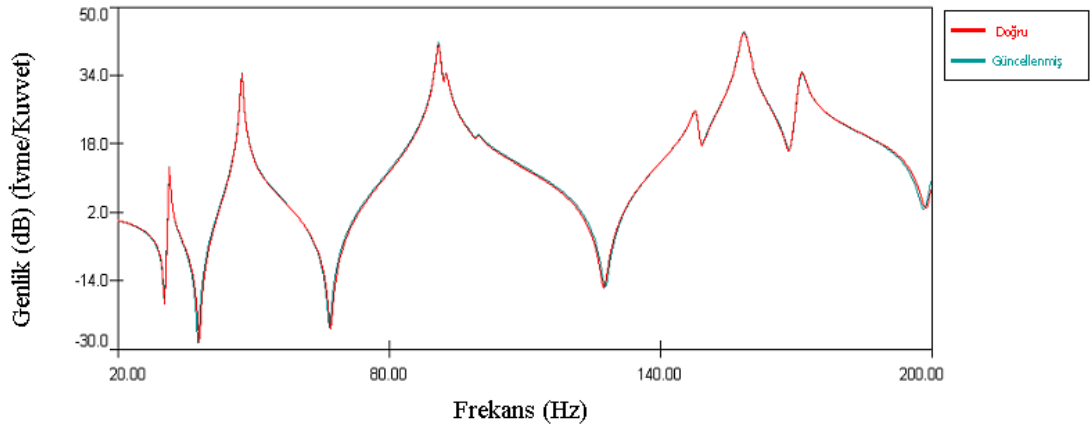


Şekil 7.18 : Patlatmalı plaka yakınsama grafiği

Güncellenmiş model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.19’da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.20’de verilmiştir.

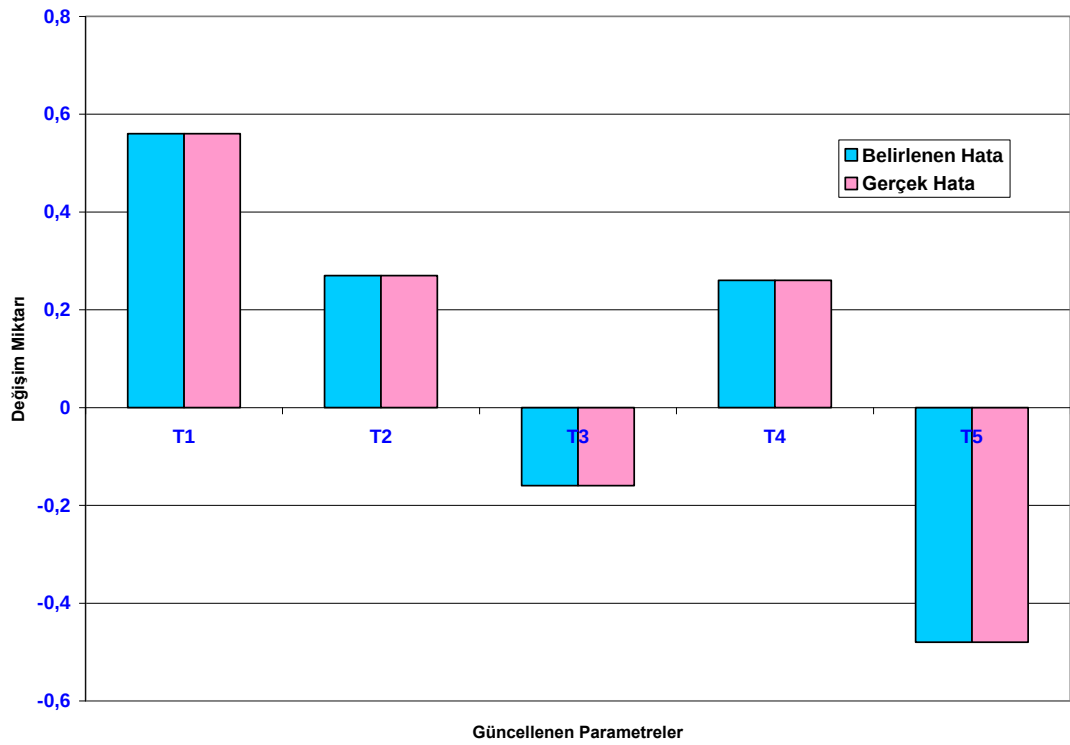


Şekil 7.19 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.20 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncellemenin sonunda hatalı sayısal model ile doğru sayısal model arasında, değerlendirilen frekans aralığı için uyum sağlanmıştır. Güncelleme sonunda MGK, frekans karşılaştırması ve FTF karşılaştırma sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır ve sayısal modeldeki hata düzeltilmiştir. Şekil 7.21’de tanımlanan hata ile programın güncelleme sonunda bulunduğu hata değerleri karşılaştırılmıştır.



Şekil 7.21 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması

Şekil 7.21’de kalınlıklar “T” harfi ile gösterilmektedir. Parametreler bölge numarasıyla beraber gösterilmiştir. Sayısal modelde tanımlanan hata miktarı bulunmuş ve her bir parametredeki başarılı bir şekilde düzeltilmiştir. Uygulama

sonunda güncellenen parametre sayısından fazla mod eşlendiği durumda başarılı model güncelleme yapılabileceği sonucuna varılmıştır.

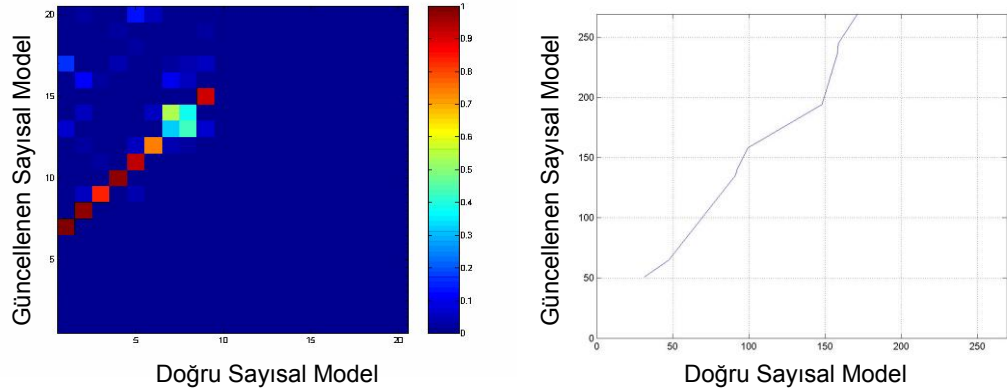
Elastisite, yoğunluk, poisson oranı ve kalınlıklardaki hatanın güncellenmesi:

Bu uygulamada Tablo 7.5’de verilmiş tüm malzeme özelliklerinde ve kalınlıklarda 10% ile 110% arasında hata tanımlanmamıştır. Bu uygulamada doğru modelin 9 modu kullanılarak 20 parametre güncellenmiştir. Etkin bağımsızlık dağılımı kullanılarak güncelleme yapılmıştır. bu sayısal çalışmada eşlenen mod sayısından fazla parametre olduğu durumda güncellenmenin nasıl yapılabileceği incelenmiştir. Bu uygulamada toplam 20 parametre için tanımlanan hata oranları Tablo 7.7’de verilmiştir.

Tablo 7.7. Güncellenen parametreler ve tanımlanan hata miktarları

Güncellenenler	Doğru sayısal model Değerleri	Güncellenen sayısal model Değerleri	% Hata
1 nolu Elastisite	1,58E+08	2,00E+08	26%
2 nolu Elastisite	1,58E+08	1,00E+08	-37%
3 nolu Elastisite	1,58E+08	3,00E+08	90%
4 nolu Elastisite	1,58E+08	9,00E+07	-43%
5 nolu Elastisite	1,58E+08	1,10E+08	-30%
1 nolu Yoğunluk	7,08E-06	3,00E-06	-58%
2 nolu Yoğunluk	7,08E-06	4,00E-06	-43%
3 nolu Yoğunluk	7,08E-06	1,50E-05	112%
4 nolu Yoğunluk	7,08E-06	1,00E-05	41%
5 nolu Yoğunluk	7,08E-06	5,00E-06	-29%
1 nolu Poisson Oranı	0,29	0,36	24%
2 nolu Poisson Oranı	0,29	0,11	-62%
3 nolu Poisson Oranı	0,29	0,26	-10%
4 nolu Poisson Oranı	0,29	0,20	-31%
5 nolu Poisson Oranı	0,29	0,21	-28%
1 nolu Kalınlık	0,95	0,50	-47%
2 nolu Kalınlık	0,95	1,20	26%
3 nolu Kalınlık	0,95	0,80	-16%
4 nolu Kalınlık	0,95	0,60	-37%
5 nolu Kalınlık	0,95	1,50	58%

Tablo 7.7’de verilen değerlerle oluşturulan hatalı sayısal modelin doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.22’de, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.23’te verilmiştir. Verilmiş olan MGK ve frekans uyumu grafiklerinde yatay eksen doğru sayısal modeli, düşey eksen ise güncellenen sayısal modeli göstermektedir.



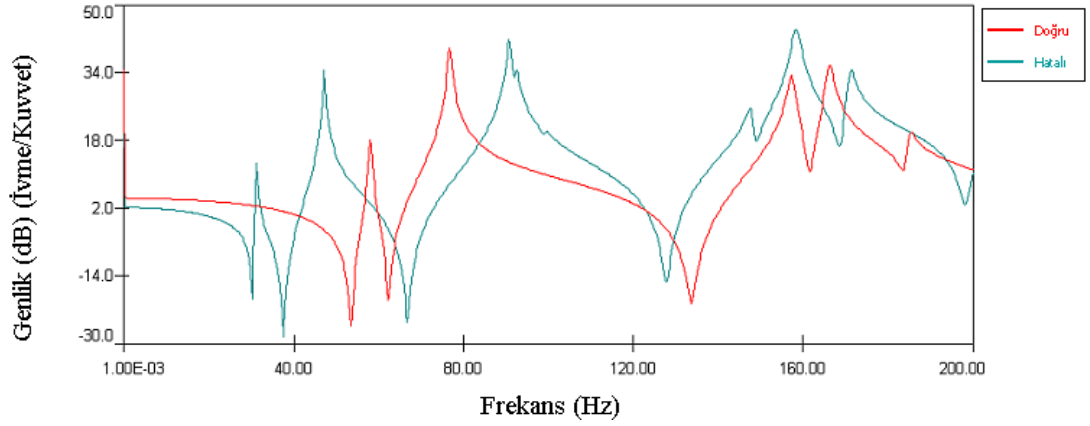
(a)

(b)

(a) Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK

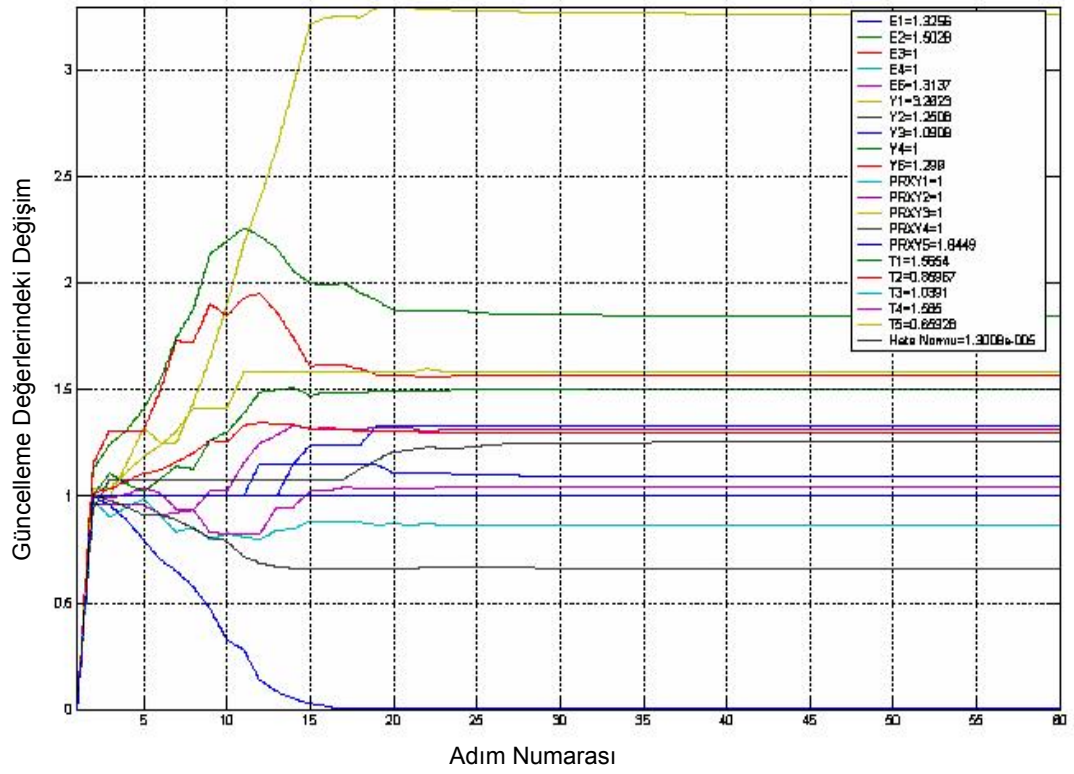
(b) Patlatmalı plaka güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

Şekil 7.22 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



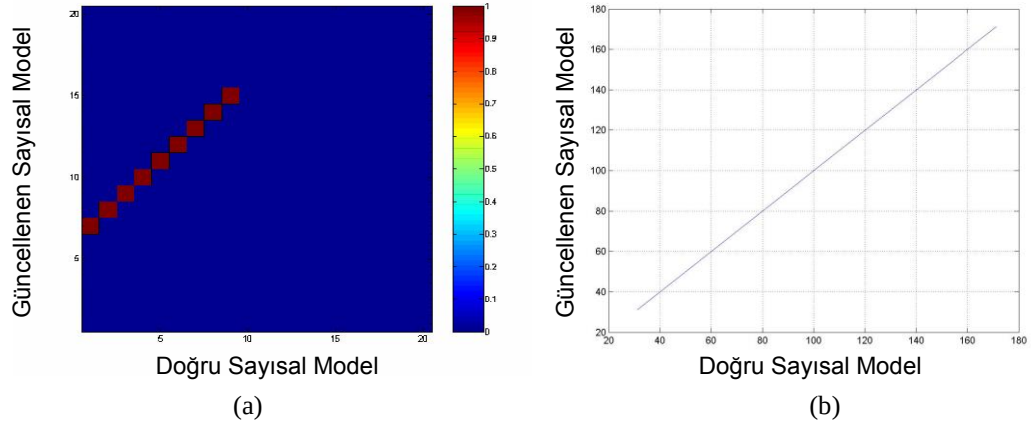
Şekil 7.23 : Patlatmalı plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

Güncelleme programı kullanılarak 20 parametre ile yapılan uygulamada 35 adım sonunda istenen yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.24'te verilmiştir. Şekil 7.24'te yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir.



Şekil 7.24 : Patlatmalı plaka yakınsama grafiği

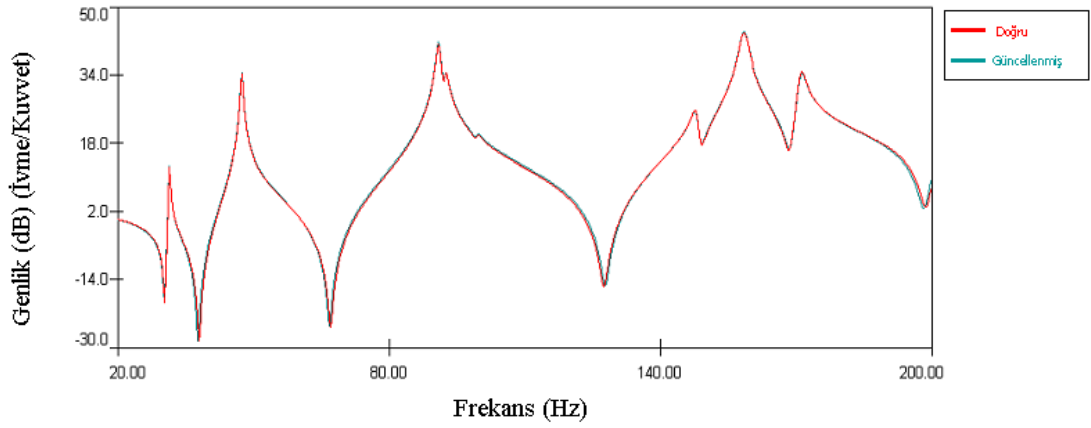
Güncellenmiş model ile doğru sayısal modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.25'te FTF karşılaştırma grafiği, ise Şekil 7.26'da verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka güncelleme sonunda MGK

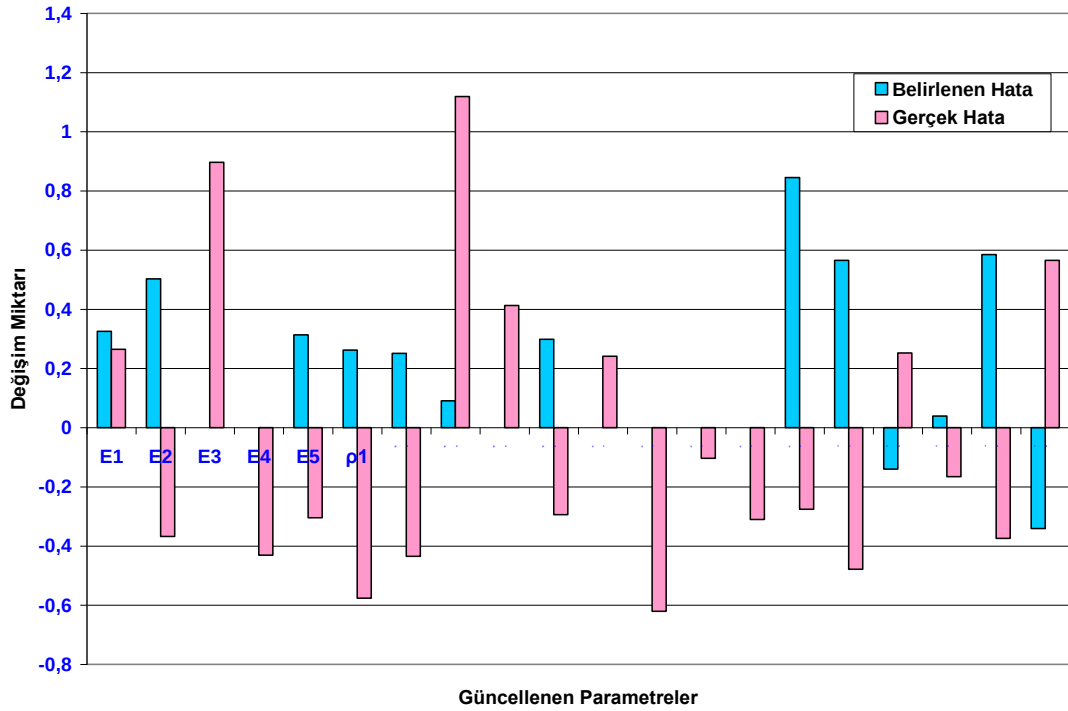
(b) Patlatmalı plaka güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.25 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.26 : Patlatmalı plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncellemenin sonunda program hatalı sayısal model ile doğru sayısal model arasında, değerlendirilen frekans aralığı için uyum sağlanmıştır. Güncelleme sonunda MGK, frekans karşılaştırması ve FTF karşılaştırma sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır ve sayısal modeldeki hata düzeltilmiştir. Şekil 7.27’de tanımlanan hata ile programın güncelleme sonunda bulunduğu hata değerleri karşılaştırılmıştır.



Şekil 7.27 : Sayısal modeldeki hata ile güncelleme sonunda bulunan hatanın karşılaştırılması

Şekil 7.27’de elastite modülü “E” harfi, yoğunluk “ ρ ” harfi, poisson oranı “ γ ” harfi, kalınlıklar ise “T” harfi ile gösterilmektedir. Parametreler bölge numarasıyla beraber gösterilmiştir. Şekil 7.25 ve 7.26’te görüldüğü gibi sayısal modeldeki toplam hata

düzeltilmiştir, ancak Şekil 7.27’de görüldüğü gibi parametreler için bulunan hata tanımlanan hatadan farklıdır. Doğru sayısal model aynı parametrelere farklı değerler verilerek elde edilmiştir. Bu sonuç çözümün tekil olmadığını ve aynı parametrelerle birden fazla sonuçla doğru model elde edilebileceğini göstermektedir.

7.1.4. Çözümün Tekilliği

Eşlenen frekans sayısının parametre sayısından az olduğu durumda güncelleme programı etkin bağımsızlık dağılımını kullanarak duyarlılık matrisinin rankına en çok katkısı olan parametreleri seçmektedir. Bu seçimle model güncelleme başarılı bir şekilde tamamlanabilmektedir, ancak denklem sayısının parametre sayısından az olduğundan birden fazla matematiksel çözüm ortaya çıkmaktadır. Eşitlik (6.1) değerlendirildiğinde eşlenen frekans sayısı olan n parametre sayısı olan m den küçük olduğu durumda bir çok çözüm seçeneği bulunmaktadır.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \vdots \\ \Delta\omega_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_2}{\partial P_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_1} & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_2} & \Lambda & \frac{\partial(\omega_s)_n}{\partial P_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_m \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

$m - n$ parametrenin değeri sıfıra eşitlenmesiyle n parametre için çözüm bir çözüm bulunabilmektedir. Bu çözümü elde etmek için m ’nin $m - n$ ’li kombinasyonu kadar seçenek bulunmaktadır. Bu çözümün dışında parametrelerin sıfır çözümü dışında da sonsuz çözümü bulunmaktadır. Tez kapsamında kullanılan etkin bağımsızlık yöntemiyle bulunan çözüm bu iki çözümden herhangi biri olabilmektedir.

İdeal durumda bütün çözümler doğru sayısal modele ulaşmaktadır. Bu çözümler yapının parametrelerinin değerleri olmadılarından bu çözüm fiziksel olarak anlamsız olabilmektedir. İdeal durumda sonsuz sayıdaki çözümden bir tanesi yapının gerçek parametre değerleri olmaktadır, ancak ulaşılan çözümün bu çözüm olup olmadığının irdelenmesi gerekmektedir. Gerçek yapının parametre değerlerinden çok uzak olan sonuçlar, gerçek yapıyı temsil etmedikleri için fiziksel olarak anlamsızdırlar. Bu durumda model güncelleme uygulamalarından sonra sonuçların fiziksel anlamlılığı yapı hakkındaki bilgi yardımıyla sınanmalıdır.

7.2. Deneysel Uygulamalar

Güncelleme programı sınıandıktan sonra deneysel modeller kullanılarak model güncelleme uygulamaları yapılmıştır. Deneysel uygulamalarda iki yapı üzerinde çalışılmıştır.

- L plaka
- Patlatmalı plaka

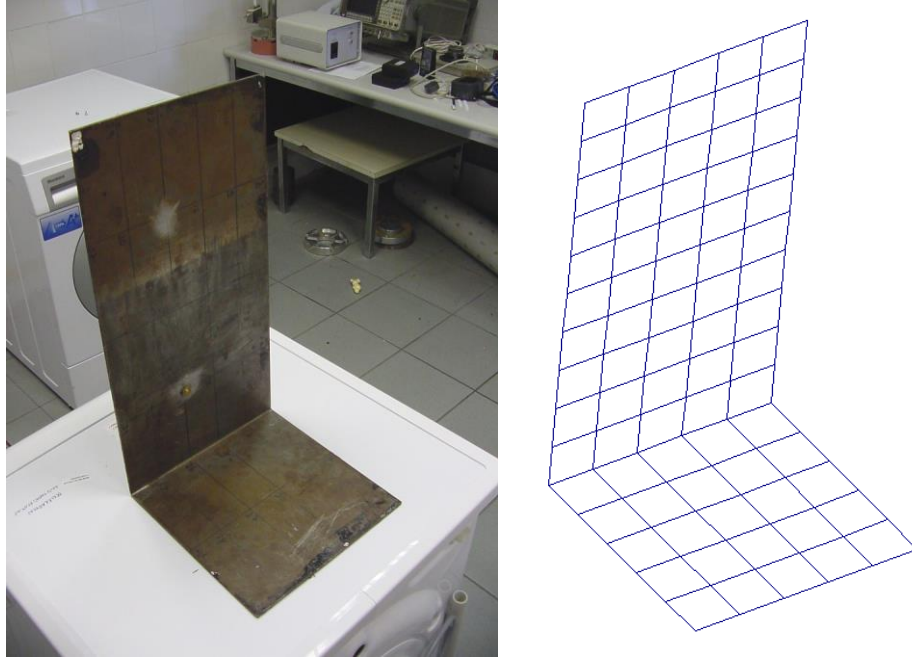
Yapıların deneysel modellerinin hazırlanmasında tahrik ve kuvvet ölçümü için modal çekiç, tepki ölçümü için bir ivme ölçer kullanılmıştır. L plaka uygulamasında tahrik noktası sabit tutulmuş ve sırayla tüm ölçüm noktalardan tepki alınmıştır (TGÇÇ). Patlatmalı plaka uygulamasında ise tepki noktası sabit tutulmuş ve sırayla tüm ölçüm noktalardan yapı tahrik edilmiştir (ÇGTÇ). Deneysel modellerin hazırlanmasında kullanılan donanım aşağıda verilmiştir.

- B&K 2035 analizör
- B&K 4393 ivme ölçer
- B&K 2635 koşullandırılmalı güçlendirici (ivme ölçerler için)
- Evdenco 3202-10 modal çekiç

Deneysel modal analiz Icat's yazılımında yapılmıştır. Deneysel modelin hazırlanması için Şekil 3.4'de verilmiş olan "Deneysel modelin sına adımları" akış şemasından yararlanılmıştır. Sayısal modeller ise Şekil 4.11'de verilmiş olan "Sayısal modelin sına adımları" akış şemasından yararlanılarak sınaştır.

7.2.1. L plaka

L plakanın deneysel modeli 97 serbestlik derecesi kullanılarak oluşturulmuştur. Deneysel modal analiz sonunda yapının 0-400 Hz aralığında 13 mod tespit edilmiştir. Model güncelleme için bulunan 13 mod kullanılmıştır. Yapının toplam ağırlığı 4,380 kg olarak belirlenmiştir. L plaka ve L plakanın deneysel modeli Şekil 7.28'de verilmiştir.



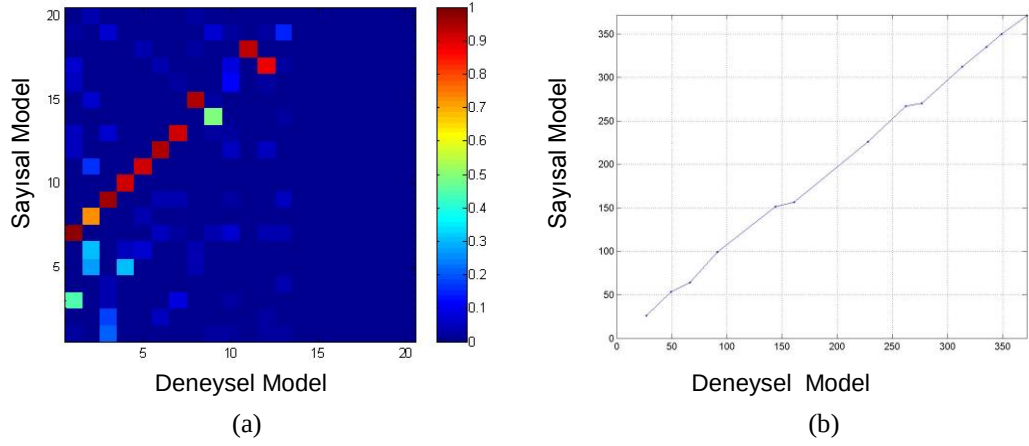
Şekil 7.28 : L plaka ve L plakanın deneysel modeli

Sayısal L plaka uygulamasında kullanılan sayısal model, deneysel uygulamada da kullanılmıştır. L plaka sayısal modelinin malzeme özellikleri ve kalınlıkları Tablo 7.3'te verilmiştir.

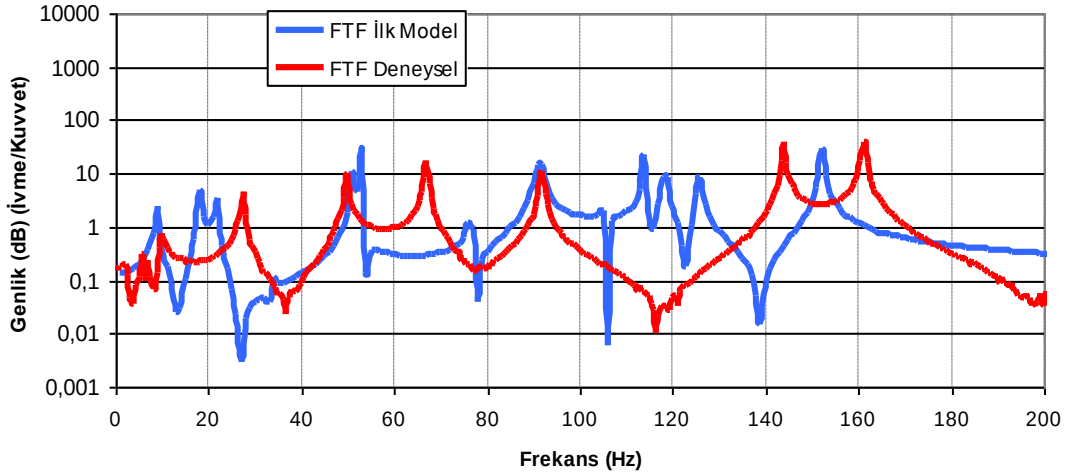
Elastisite modülü, poisson oranı ve kalınlıkların güncellenmesi:

Sayısal model incelenerek yapının malzeme özelliklerinden elastisite modülü, poisson oranı ve kalınlıklarının güncellenmemesine karar verilmiştir. Sayısal model ile gerçek yapının toplam kütlelerinin çok yakın olduğundan yoğunluk güncellenmemiştir.

Güncellenmemiş sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.28'de, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.29'da verilmiştir. Verilmiş olan MGK ve frekans uyumu grafiklerinde yatay eksen deneysel modeli, dikey eksen ise sayısal modeli göstermektedir.

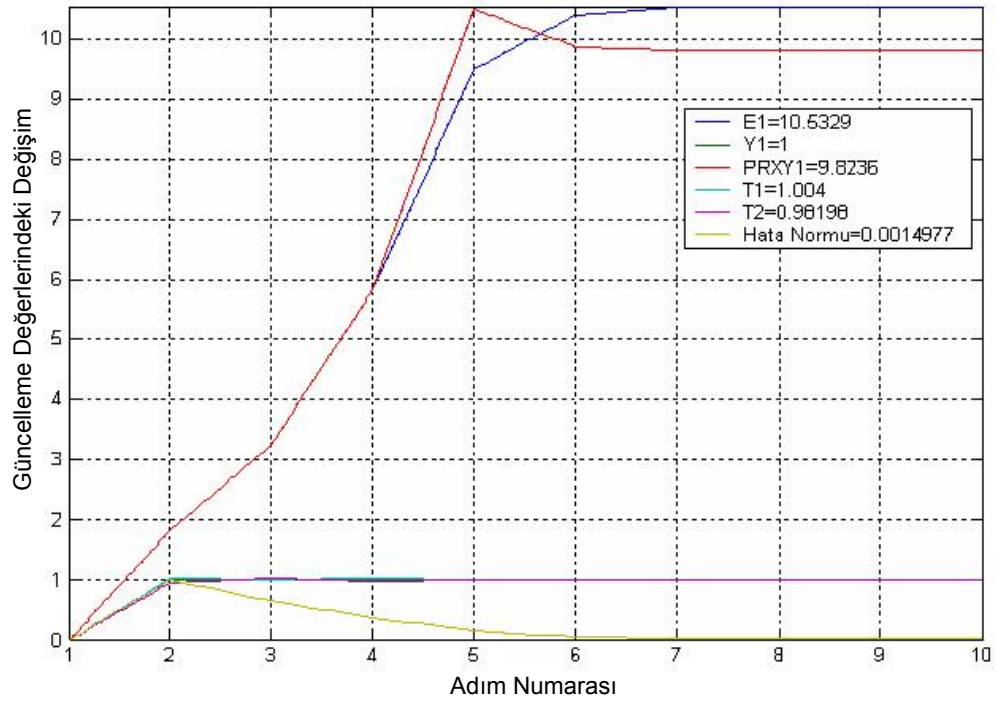


Şekil 7.29 : L plaka güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



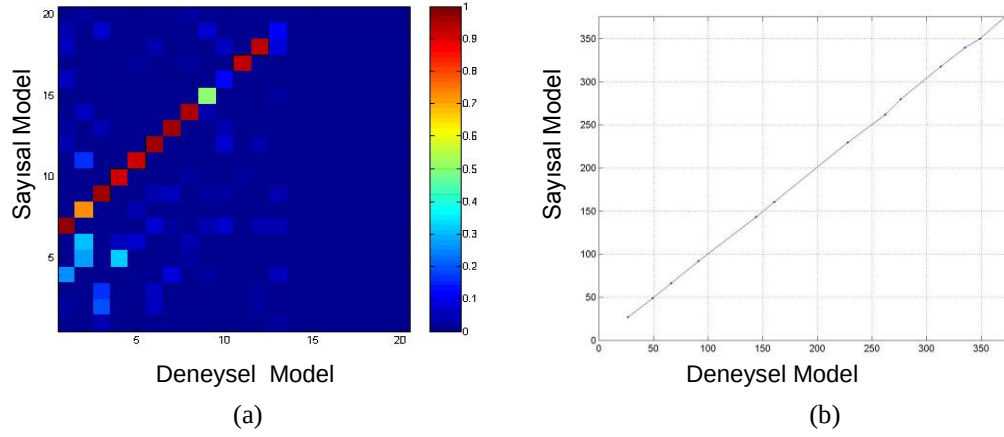
Sayısal ve deneysel modellerin mod Şekilleri ilk 7 mod için uyum göstermektedir. Ancak FTF karşılaştırmasında özellikle doğal frekanslardaki önemli farklılıklar nedeniyle FTF'ler ciddi farklılıklar göstermektedir.

Güncelleme programı kullanılarak elastite modülü, yoğunluk ve 2 kalınlık için yapılan uygulamada 10 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.30'da verilmiştir. Şekil 7.30'da yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir.



Şekil 7.31 : L plaka yakınsama grafiği

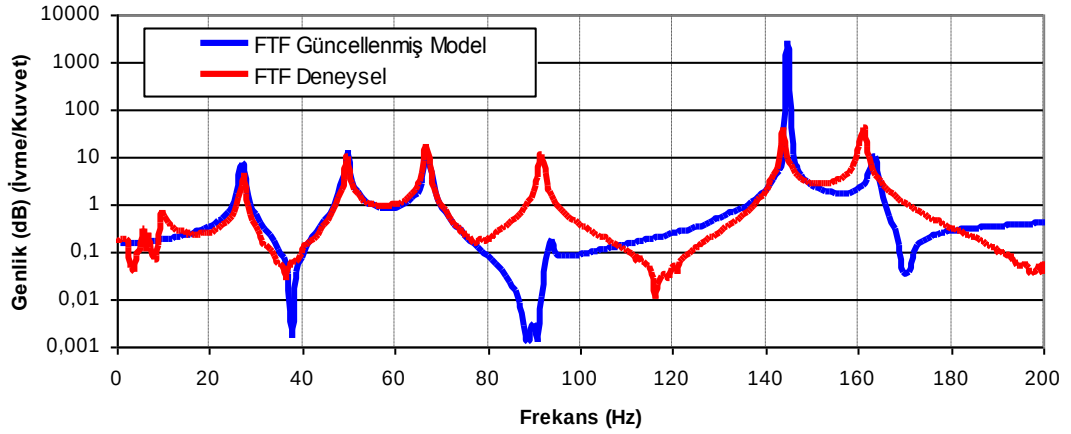
Güncellenmiş model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.31’de, FTF karşılaştırma grafiği, ise Şekil 7.32’de verilmiştir.



(a) L plaka güncelleme sonunda MGK

(b) L plaka güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.32 : L plaka güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması

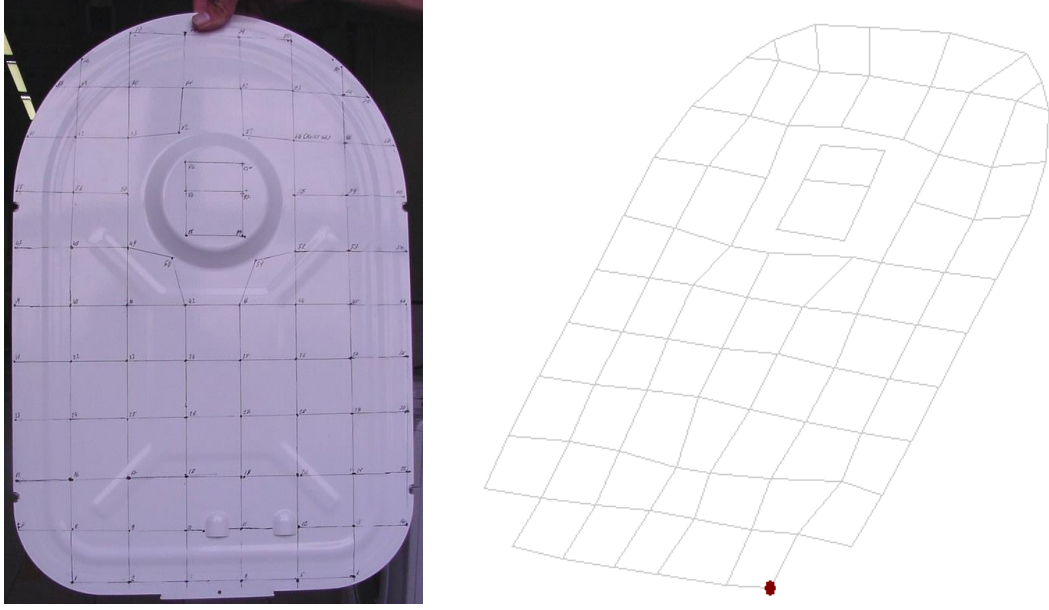


Şekil 7.33 : L plaka güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncelleme sonunda sayısal model ile deneysel model arasındaki uyum artmıştır. Güncelleme öncesinde de eşlenememiş olan 8. ve 9. modlar dışındaki tüm modlar eşlenmiştir. Güncelleme sonunda frekans farkları azaltılmış ve FTF'ler arasında belirgin bir uyum elde edilmiştir. FTF karşılaştırıldığında güncellenmiş sayısal model 0-200 HZ aralığında yapıyı başarıyla temsil ettiği görülmektedir. Bu uygulamanın sonucu başarılı olarak değerlendirilmiştir.

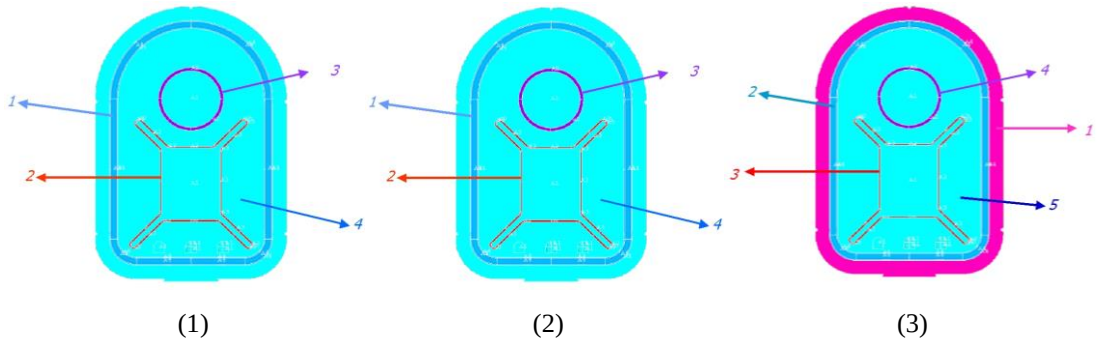
7.2.2. Patlatmalı Plaka

Patlatmalı plakanın deneysel modeli 88 serbestlik derecesi kullanılarak oluşturulmuştur. Deneysel modal analiz sonunda yapının 0-200 Hz arasında 9 modu tespit edilmiştir. Model güncelleme için bulunan 9 mod kullanılmıştır. Yapının toplam ağırlığı 1,214 kg olarak belirlenmiştir. Patlatmalı plaka ve patlatmalı plakanın deneysel modeli Şekil 7.34'te verilmiştir.



Şekil 7.34 : Patlatmalı plaka ve patlatmalı plakanın deneysel modeli

Deneysel patlatmalı plaka uygulaması. farklı sayısal modeller hazırlanarak sayısal modeldeki güncellenebilir parametre sayısının artmasının güncelleme sonuçlarına etkisi değerlendirilmiştir. Uygulama için sayısal uygulamalarda kullanılan sayısal modele ek olarak serbestlik derecesi aynı sadece güncellenebilir parametre sayıları farklı 2 adet daha sayısal model hazırlanmıştır. Sayısal modeller parametre sayılarına göre büyükten küçüğe doğru numaralandırılmıştır. Şekil 7.35'te hazırlanan patlatmalı plaka sayısal modellerin bölündüğü alanlar ve sayısal model numaraları gösterilmiştir.



Şekil 7.35 : Hazırlanan patlatmalı plaka sayısal modelleri ve sayısal model numaraları

Sayısal uygulamalarda (3) numaralı sayısal model kullanılmıştır. Patlatmalı plaka sayısal modellerinin güncellenebilir parametre sayıları Tablo 7.8'de verilmiştir.

Tablo 7.8. Patlatmalı plaka sayısal modellerinin güncellenebilir parametre sayıları

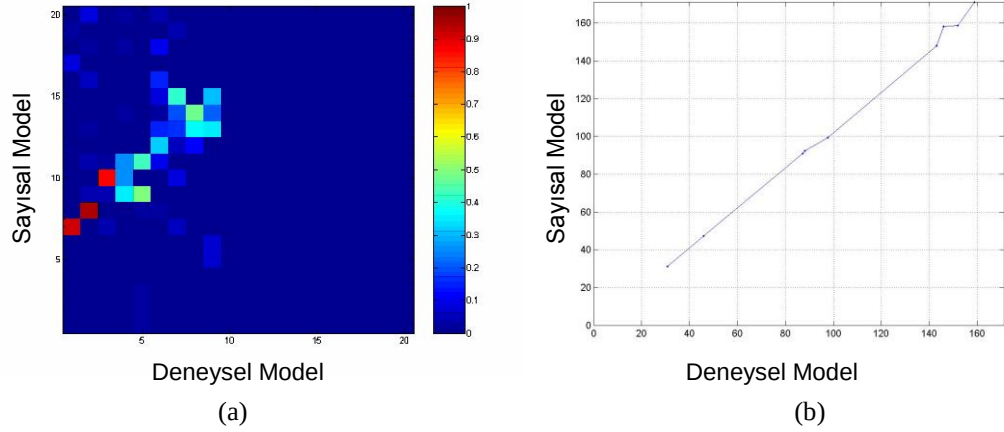
Sıyisal model	Güncellenebilir Parametre Sayısı				
	Elastite Modülü	Yoğunluk	Poisson Oranı	Kalınlık	Toplam
1	4	4	4	1	13
2	4	4	4	4	16
3	5	5	5	5	20

Patlatmalı sayısal model 1, 4 malzemeyle modellenmiş ve bütün plaka için bir kalınlık tanımlanmıştır. Bütün yapı için bir kalınlık tanımlanmış olması patlatma bölgelerinde plastik şekil verme sırasında oluşan incelmelerin tam olarak modellenmesine engel olmaktadır. Patlatmalı sayısal model 2’de malzeme sayısı değiştirilmemiş ve kalınlık sayısı patlamaların daha iyi modellenmesi için 4’e çıkarılmıştır. Patlatmalı sayısal model 3’te 5 malzeme ve 5 kalınlık kullanılarak plastik şekil verme işlemi sonunda oluşan malzeme ve kalınlık değişikliklerinin daha iyi modellenmesi amaçlanmıştır. Patlatmalı plaka sayısal modelleri kullanılarak sayısal modelin güncellenebilir parametre sayısının model güncelleme sürecine katkısının incelenmesi amaçlanmıştır.

Patlatmalı plaka deneysel uygulamalarında, sayısal modellerin malzeme özellikleri ve kalınlıkları bütün bölgelerde aynı kabul edilmiştir. Malzeme özellikleri ve kalınlıklar Tablo 7.5’te sayısal patlatmalı plaka uygulamasında verilmiştir.

4 elastisite modülü, 4 yoğunluk, 4 poisson oranın ve 1 kalınlıkla güncelleme:

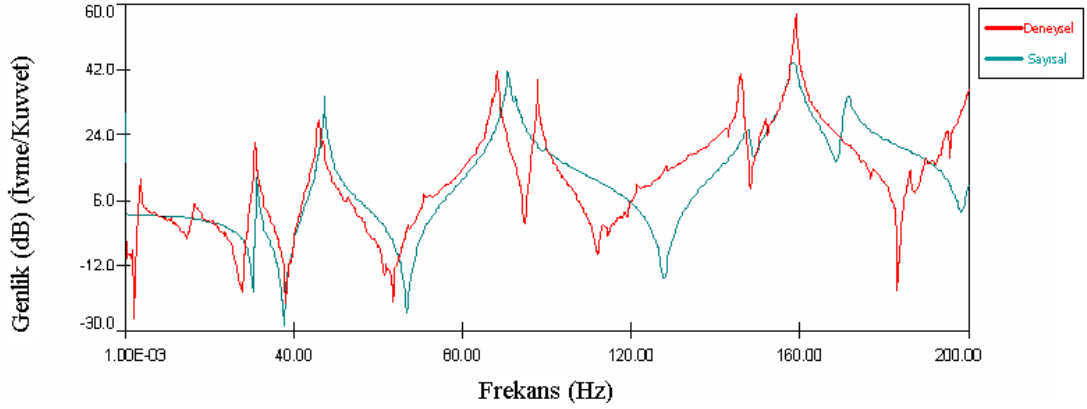
Patlatmalı plaka (1) sayısal modelinin tüm güncellenebilir parametreleri güncellenmiştir. 4 elastisite modülü, 4 yoğunluk, 4 poisson oranı ve 1 kalınlık olmak üzere toplam 13 parametre güncellenmiştir. Güncellenmemiş patlatmalı plaka (1) sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.36’da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.37’de verilmiştir. Verilmiş olan MGK ve frekans uyumu grafiklerinde yatay eksen Deneysel sayısal modeli, dikey eksen ise sayısal modeli göstermektedir.



(a) Patlatmalı plaka (1) güncelleme öncesi MGK

(b) Patlatmalı plaka (1) güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

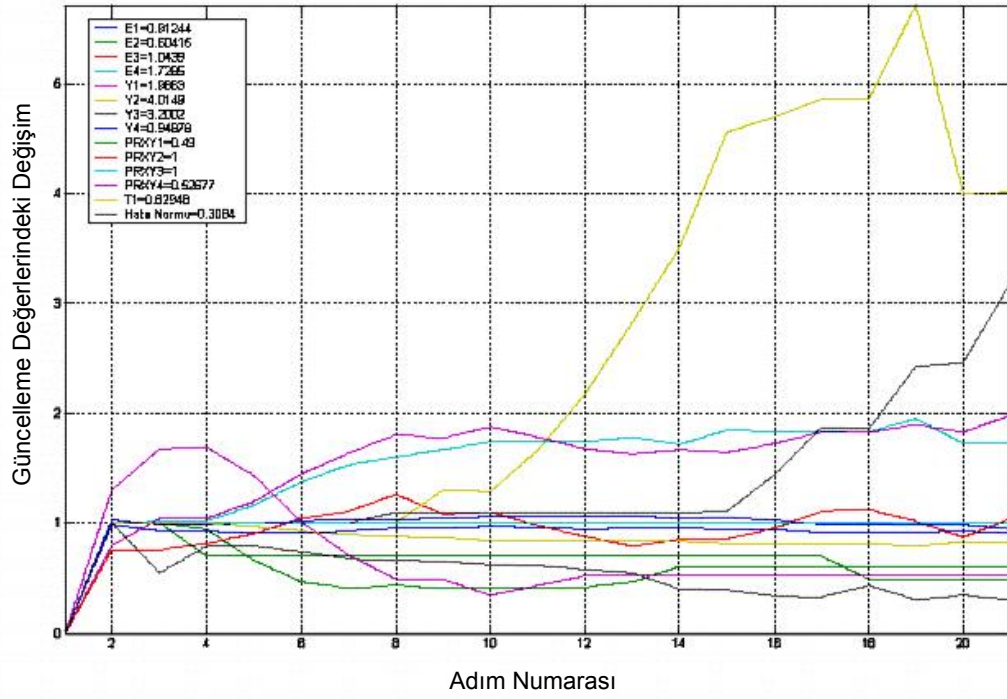
Şekil 7.36 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.37 : Patlatmalı plaka (1) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

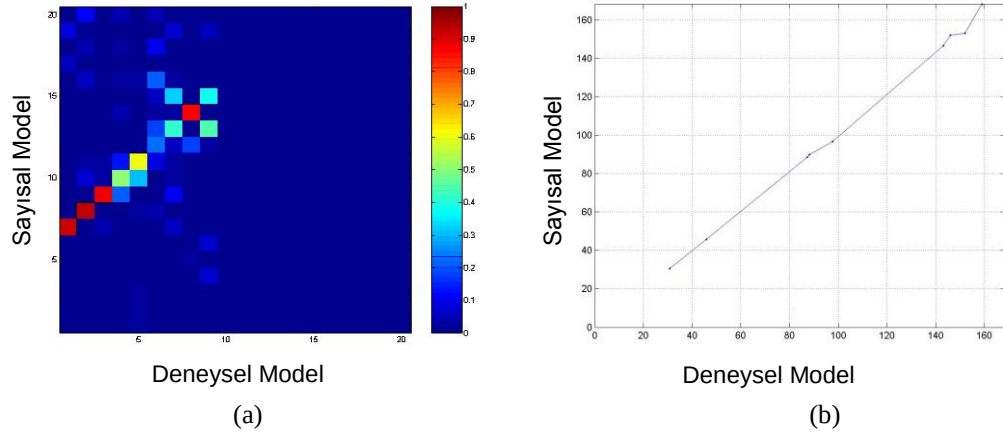
Sayısal ve deneysel modellerin mod Şekilleri ilk 3 mod için uyum göstermektedir. Deneysel modelin 3. modu sayısal modelin 4. moduna eşlenmektedir. FTF karşılaştırmasında yine ilk mod için uyum görülmektedir. Ancak deneysel modelin 4. modu ile sayısal modelin 3. moduna eşlenmesinden ötürü 3. modun frekans farkı büyük olmaktadır.

Güncelleme programı kullanılarak 13 parametre için yapılan uygulamada 21 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.38’de verilmiştir. Şekil 7.38’de yatay eksen adım sayısını düşen eksen ise toplam parametre değişimini göstermektedir.



Şekil 7.38 : Patlatmalı plaka (1) yakınsama grafiği

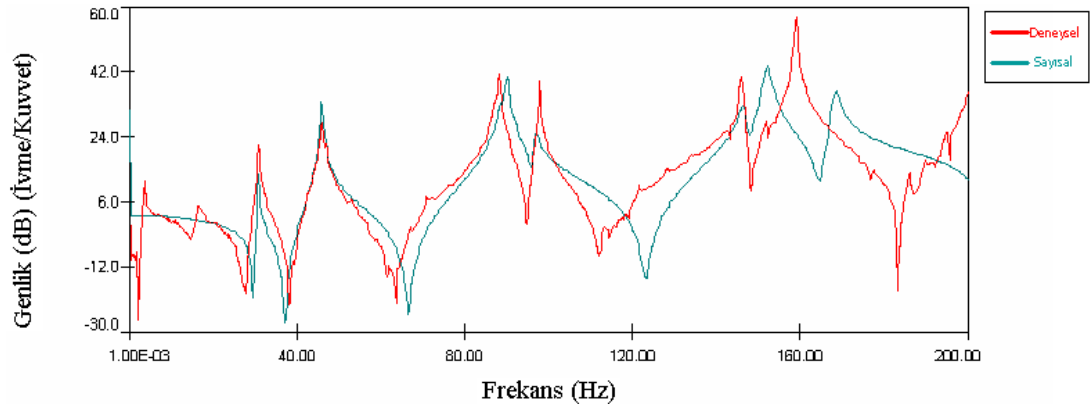
Güncellenmiş model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.39’da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.40’ta verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda MGK

(b) Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.39 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması

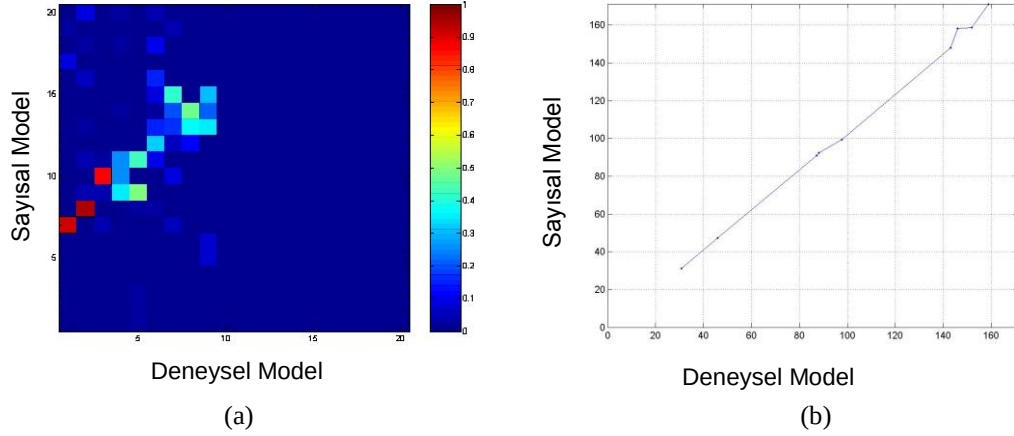


Şekil 7.40 : Patlatmalı plaka (1) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

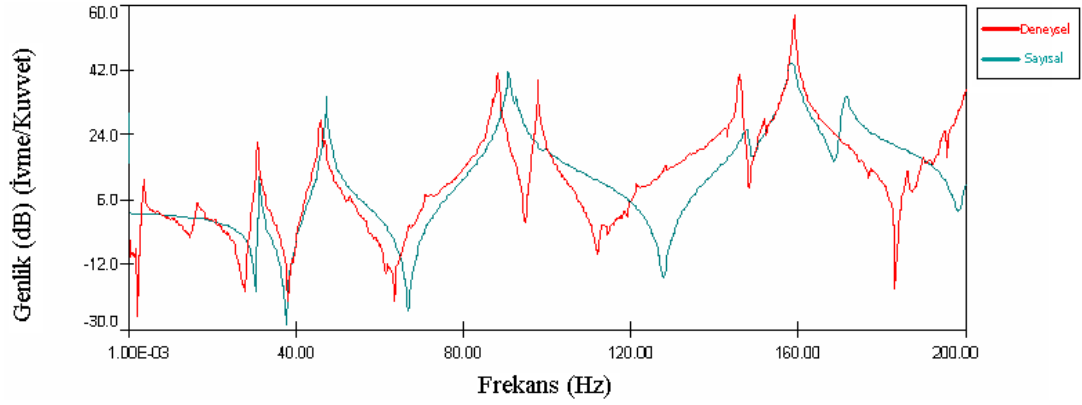
Güncelleme sonunda sayısal model ile deneysel model arasındaki uyum artmıştır. Güncelleme öncesinde de eşlenmiş olan ilk 3 mod için sıralama düzeltilmiştir. FTF'ler arası uyum da artmıştır. FTF'ler ilk üç mod için uyumludurlar, 4.,5.,6., ve 7. modlar için uyum artmıştır. Sayısal modeldeki kalınlık parametrelerini sayısının arttırılmasıyla elde edilen uyumun arttırılması amaçlanmaktadır.

4 elastisite modülü, 4 yoğunluk, 4 poisson oranın ve 4 kalınlıkla güncelleme:

Önceki uygulamanın sonuçların güncellenebilir parametre sayısına göre değişimini görmek için kalınlık parametresi sayısı arttırılmış olan patlatmalı plaka (2) sayısal modeli oluşturulmuştur. 4 elastisite modülü, 4 yoğunluk, 4 poisson oranı ve 4 kalınlık olmak üzere toplam 16 parametre güncellenmiştir. Parametre sayısının artışının etkisinin görülebilmesi için sayısal modelin malzeme kalınlık değerleri güncellenmemiş patlatmalı plaka (1) sayısal modeli ile aynı kabul edilmiştir. Güncellenmemiş patlatmalı plaka (2) sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.40'ta, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.41'de verilmiştir. Verilmiş olan MGK ve frekans uyumu grafiklerinde yatay eksen Deneysel sayısal modeli, dikey eksen ise sayısal modeli göstermektedir.

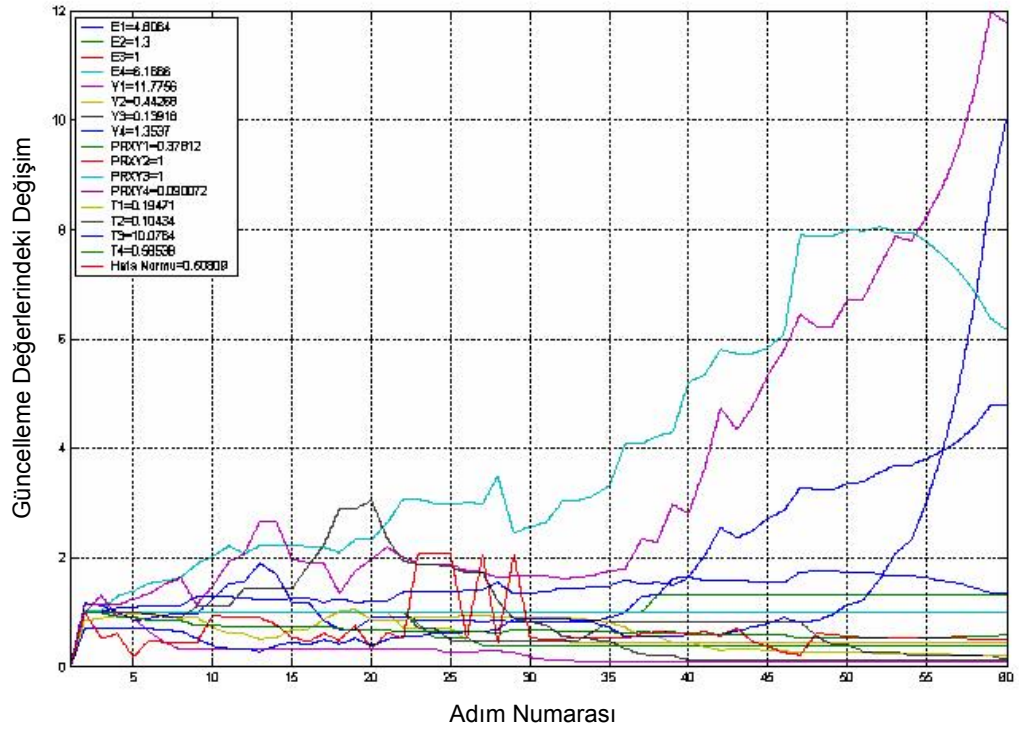


(a) Patlatmalı plaka (2) güncelleme öncesi MGK
(b) Patlatmalı plaka (2) güncelleme öncesi frekans karşılaştırması
Şekil 7.41 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



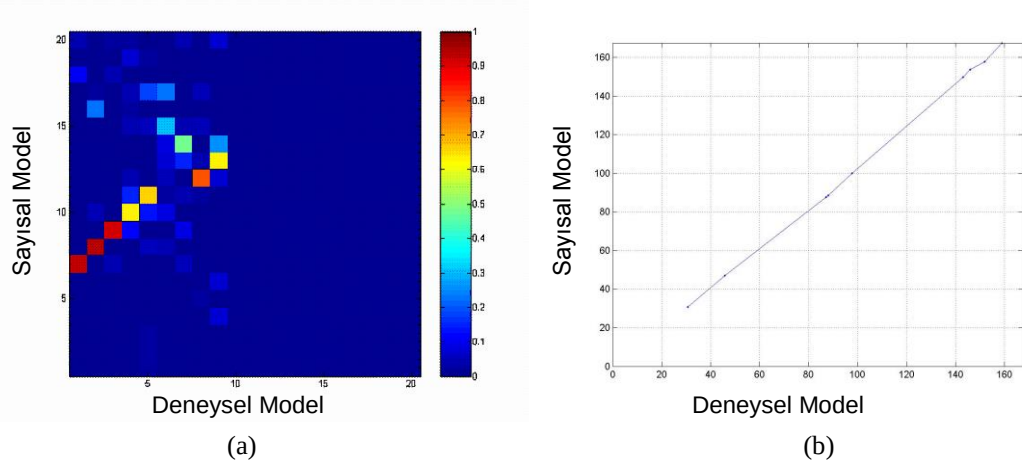
Şekil 7.42 : Patlatmalı plaka (2) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

Patlatmalı plaka (2) Sayısal modelinin malzeme özellikleri ve kalınlıklarının (1) numaralı modelle aynı olduğundan MGK, frekans karşılaştırılması ve FTF karşılaştırması sonuçları patlatmalı plaka (1) sayısal modeli ile aynı olmaktadır. Güncelleme programı kullanılarak 16 parametre için yapılan uygulamada 60 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.43'te verilmiştir.



Şekil 7.43 : Patlatmalı plaka (2) yakınsama grafiği

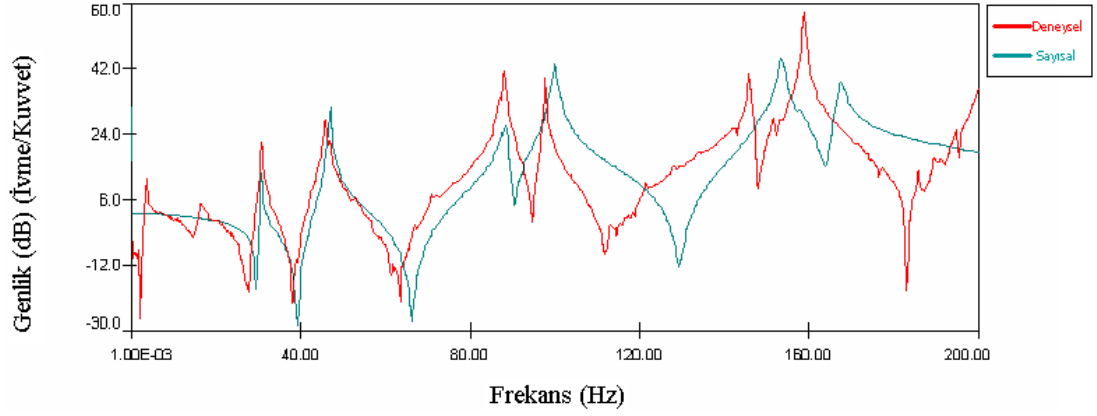
Güncellenmiş model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.44'te, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.45'te verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda MGK

(b) Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.44 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması

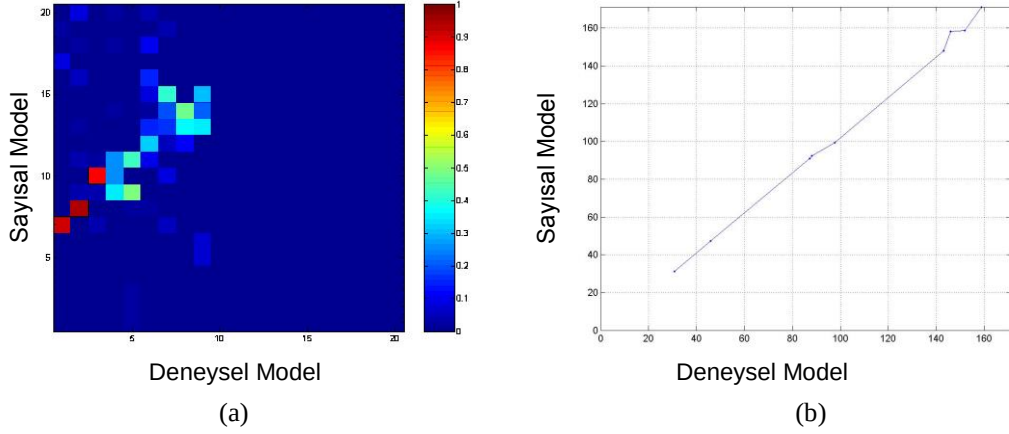


Şekil 7.45 : Patlatmalı plaka (2) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncelleme sonunda sayısal model ile deneysel model arasındaki uyum artmıştır. Güncelleme sonunda sayısal ve deneysel modellerin ilk 5 modları eşlenmiştir. FTF'lar arası uyum artmıştır. Güncelleme sonunda Eşlenen mod sayısı bir önceki modelden daha fazladır, benzer Şekilde FTF'ler 4. 5. ve 6. modların uyumu da artmıştır. Sayısal modelin yapıyı 0-50 Hz aralığında yapıyı başarıyla temsil ettiği görülmektedir. Ancak bir önceki model de olduğu gibi 7. 8. ve 9. modlarda uyum sağlanamamıştır. Bu uygulama sonunda artan parametre sayısının güncelleme sürecine olumlu katkıda bulunduğu sonucuna varılmıştır. Sayısal modelde hem malzeme özelliği hem de kalınlık parametrelerini sayısının artırılmasıyla uyumun daha da artırılması amaçlanmaktadır.

5 elastisite modülü, 5 yoğunluk, 5 poisson oranı ve 5 kalınlıkla güncelleme:

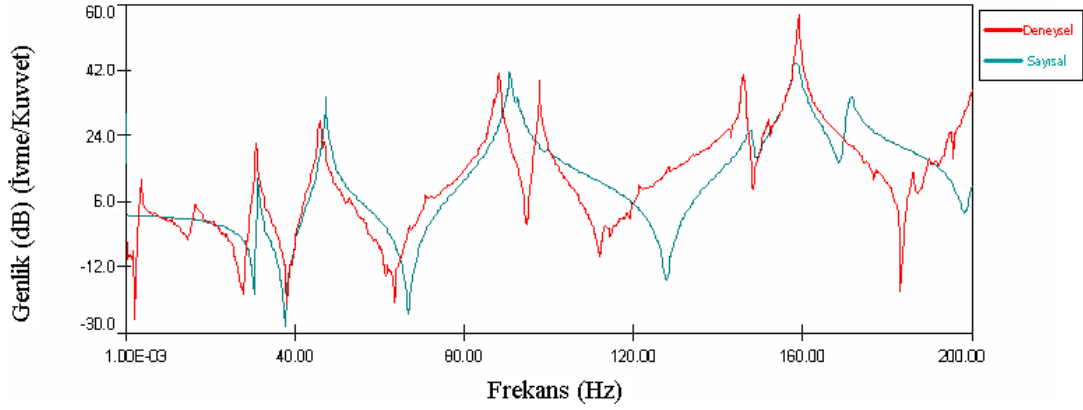
Önceki iki uygulamanın sonuçlarından yararlanılarak malzeme özelliği ve kalınlık parametresi sayısı artırılmış olan patlatmalı plaka (3) sayısal modeli oluşturulmuştur. 5 elastisite modülü, 5 yoğunluk, 5 poisson oranı ve 5 kalınlık olmak üzere toplam 20 parametre güncellenmiştir. Parametre sayısının artışının etkisinin görülebilmesi için sayısal modelin malzeme kalınlık değerleri güncellenmemiş patlatmalı plaka (1) ve (2) sayısal modeli ile aynı kabul edilmiştir. Güncellenmemiş patlatmalı plaka (3) sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.46'da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.47'de verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK

(b) Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

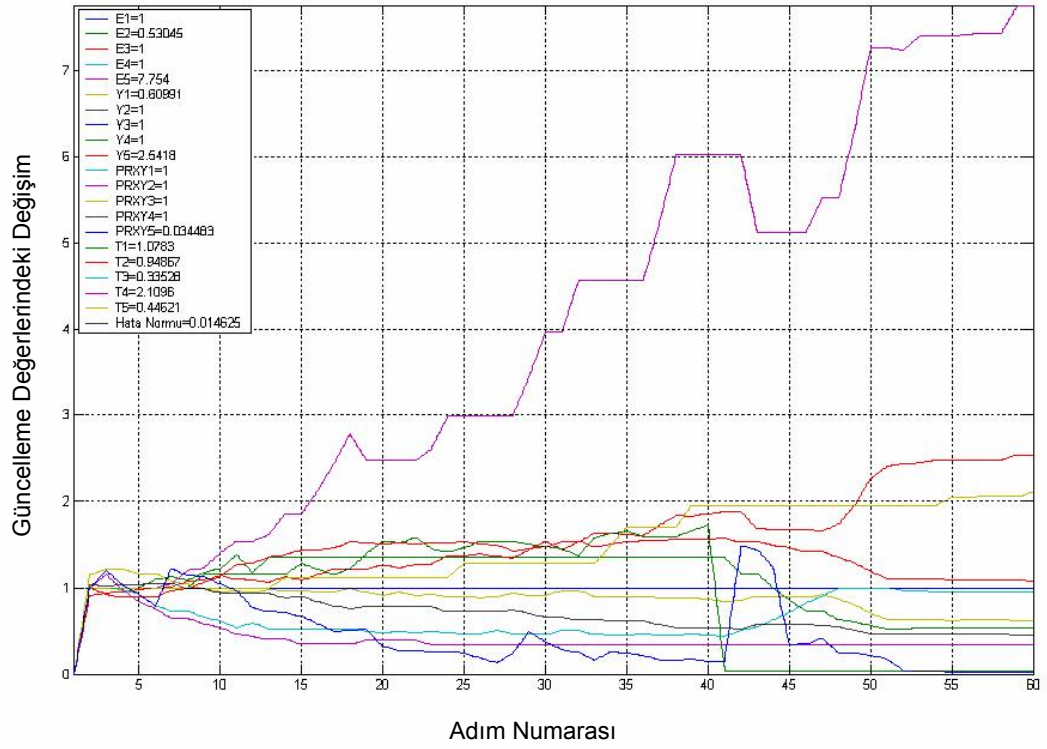
Şekil 7.46 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.47 : Patlatmalı plaka (3) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

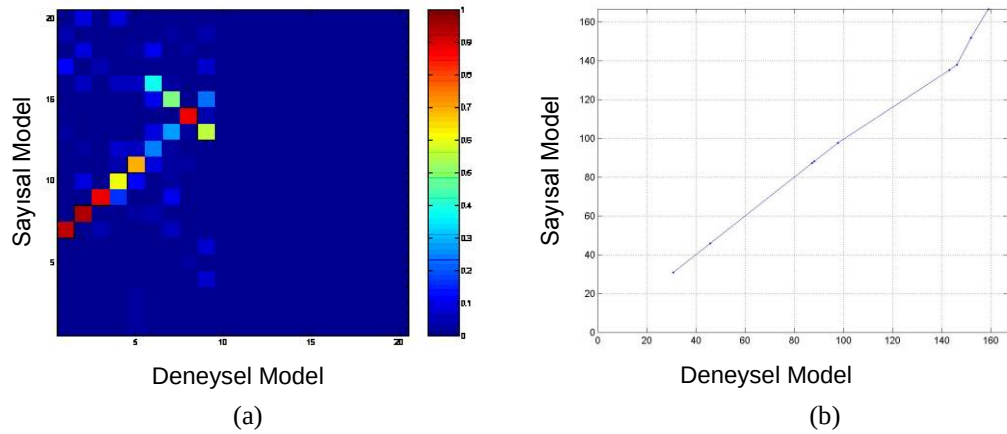
Patlatmalı plaka (3) Sayısal modelinin malzeme özellikleri ve kalınlıklarının (1) ve (2) numaralı modelle aynı olduğundan MGK , frekans karşılaştırılması ve FTF karşılaştırması sonuçları patlatmalı plaka (1) ve (2) sayısal modelleri ile aynı olmaktadır.

Güncelleme programı kullanılarak 20 parametre için yapılan uygulamada 60 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.48’de verilmiştir.



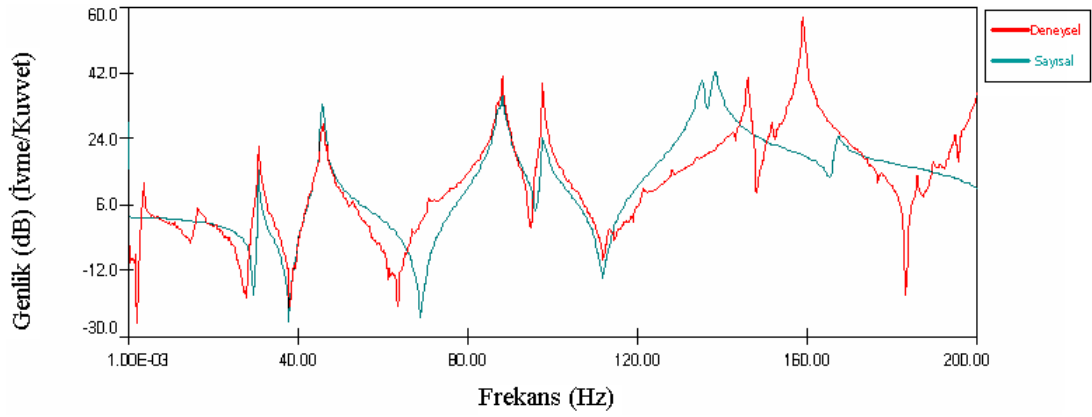
Şekil 7.48 : Patlatmalı plaka (3) yakınsama grafiği

Güncellenmiş model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.49'da, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.50'de verilmiştir.



- (a) Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK
 (b) Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.49 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.50 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncelleme sonunda sayısal ve deneysel modellerin ilk 5 modları eşlenmiştir. FTF'lar arası uyum artmıştır. Güncelleme sonunda Eşlenen mod sayısı bir önceki model ile aynıdır, ancak FTF'ler ilk 6. mod için uyumludur. Sayısal modelin yapısı 0-100 Hz aralığında yapıyı başarıyla temsil ettiği görülmektedir. Önceki iki model de olduğu gibi 7. 8. ve 9. modlarda uyum sağlanamamıştır. Bu uygulama sonunda artan parametre sayısının güncelleme sürecine olumlu katkıda bulunduğu sonucuna varılmıştır.

Sayısal modelde artan güncellenebilir parametre artışı güncelleme sonuçlarına olumlu katkıda bulursa da artan parametre sayısı çözümün tekil olma olasılığını da düşürmektedir. Bu durumda güncelleme için çok mümkün olduğunca çok parametre kullanılmalı ve güncelleme sonunda çözümün tekiliği yapı hakkındaki bilgi ile değerlendirilmelidir.

Sayısal modelin parametre değerlerinin güncelleme öncesindeki değerlerinin güncelleme sürecine katkısının incelenmesi amacıyla patlatmalı plaka sayısal modeli yeni güncelleme öncesi parametrelerle tekrar güncellenmiştir. Sayısal model olarak güncelleme sonunda deneysel modelle en iyi uyumu gösteren patlatmalı plaka (3) sayısal modeli seçilmiştir.

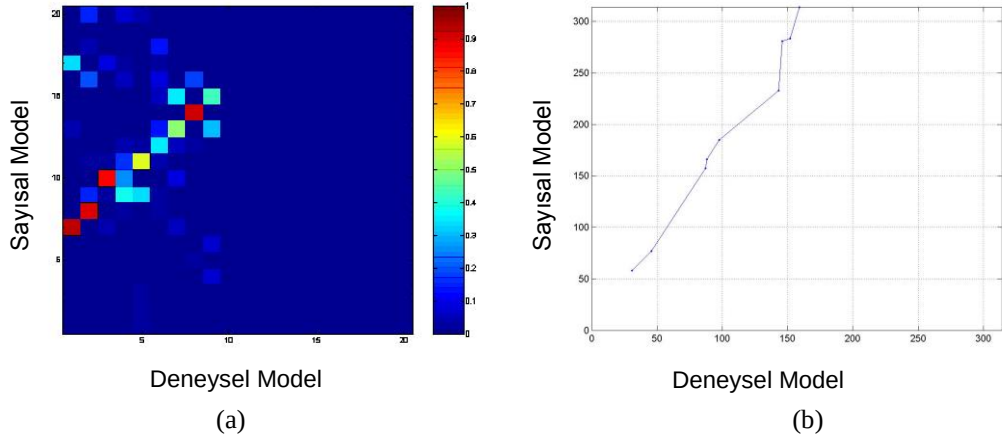
5 elastisite modülü, 5 yoğunluk, 5 poisson oranı ve 5 kalınlıkla güncelleme:

Parametre değerlerinin güncelleme sürecine etkisinin değerlendirilmesi için 5 yoğunluk ve 5 kalınlık parametrelerinin güncelleme öncesi değerleri değiştirilmiştir. Yoğunluk ve kalınlık parametreleri eşlenen mod sayısını elastisite modülü ve poisson oranına oranla daha çok etkilediği için tercih edilmiştir. 7.9'da güncelleme öncesi değerleri değiştirilen parametrelerin eski ve yeni değerleri verilmiştir.

Tablo 7.9. Güncelleme öncesi değerleri değiştirilen parametrelerin eski ve yeni değerleri

Güncellenenler	Eski Parametre Değeri	Yeni Parametre Değeri
1. Bölge Yoğunluk		
5. Bölge Kalınlık		

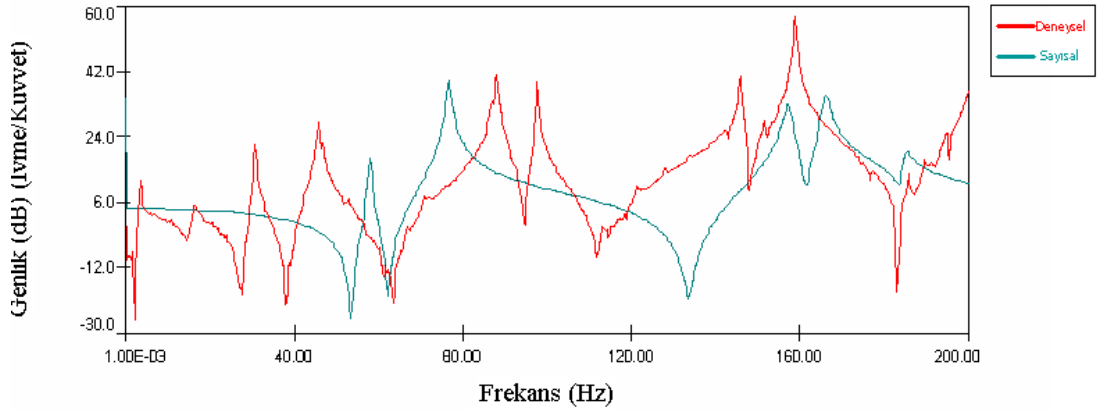
5 elastisite modülü, 5 yoğunluk, 5 poisson oranı ve 5 kalınlık olmak üzere toplam 20 parametre güncellenmiştir. Yeni parametre değerleri ile oluşturulmuş patlatmalı plaka (3) sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.51’de, FTF karşılaştırma grafiği, ise Şekil 7.52’de verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK

(b) Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi frekans karşılaştırması

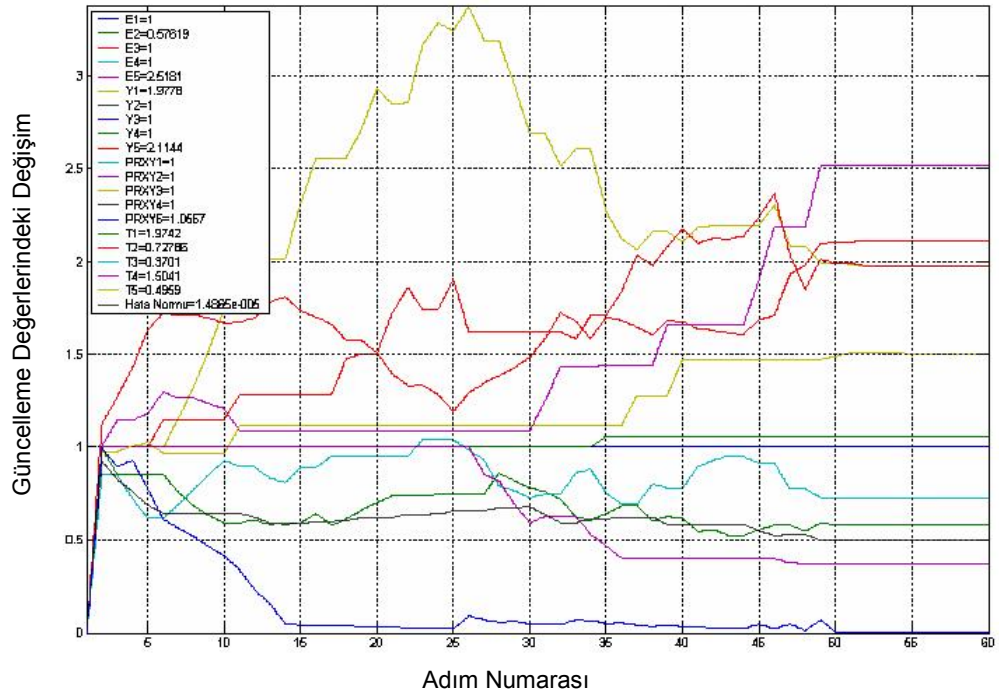
Şekil 7.51 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme öncesi MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.52 : Patlatmalı plaka (3) plaka güncelleme öncesi FTF karşılaştırması

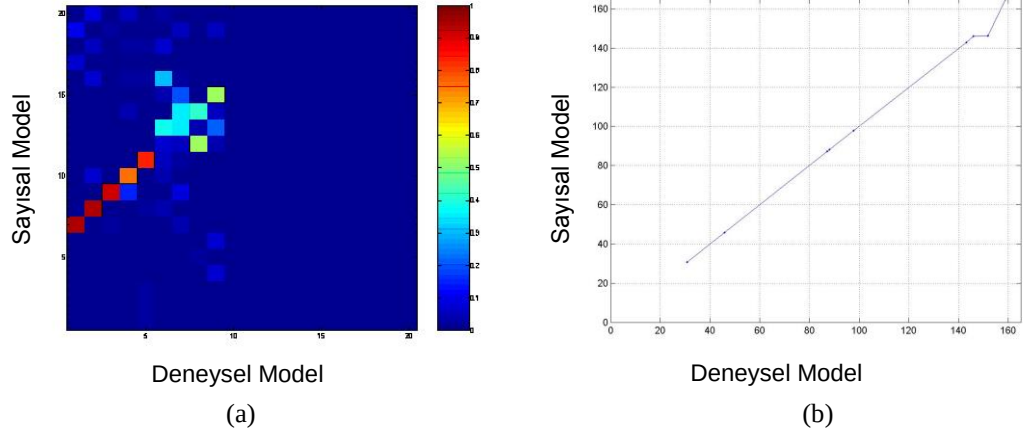
Yeni parametre değerleri ile eşlenen mod sayısı artmıştır ancak frekans farkları artmıştır. Frekans farklarının artması FTF uyumunu da kötüleştirmiştir. MGK için deneysel modelin ilk 3 ve 8. modların eşlenmektedir ancak FTF'ler bu modların eşlenmesine rağmen uyumsuzdur.

Güncelleme programı kullanılarak 20 parametre için yapılan uygulamada 60 adım sonunda yakınsama sağlanmıştır. Güncelleme parametrelerinin adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği Şekil 7.53'te verilmiştir.



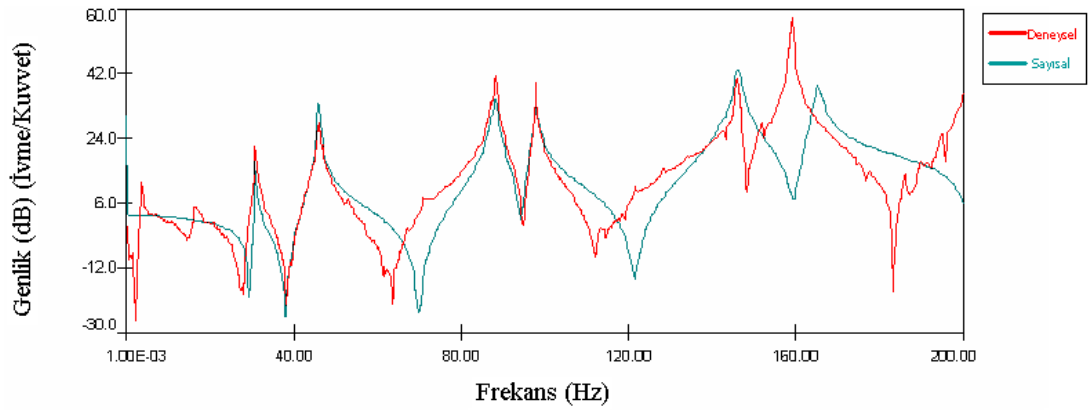
Şekil 7.53 : Patlatmalı plaka (3) yakınsama grafiği

Güncellenmiş model ile deneysel modelin uyumunu gösteren MGK, frekans karşılaştırması Şekil 7.54'te, FTF karşılaştırma grafiği ise Şekil 7.55'te verilmiştir.



(a) Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK
(b) Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda frekans karşılaştırması

Şekil 7.54 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda MGK ve frekans karşılaştırılması



Şekil 7.55 : Patlatmalı plaka (3) güncelleme sonunda FTF karşılaştırması

Güncelleme sonunda sayısal ve deneysel modellerin ilk 5 modları eşlenmiştir. FTF'ler arası uyum artmıştır. Güncelleme sonunda eşlenen mod sayısı eski parametre değerleri ile başlatılan uygulama ile aynıdır, ancak FTF'ler ilk 7 mod için uyumludur. Sayısal modelin yapıyı 0-150 Hz aralığında yapıyı başarıyla temsil ettiği görülmektedir. Önceki iki model de olduğu gibi 7. 8. ve 9. modlarda uyum sağlanamamıştır. Bu uygulama sonunda parametrelerin güncelleme öncesi değerlerinin güncelleme sonuçlarını etkilediği görülmektedir. Şekil 7.56'da eski parametre değerleri ile yapılan güncellemenin ve yeni parametre değerleri ile yapılan güncellemenin sonuçları verilmiştir.

8. Genel Değerlendirilme ve Gelecek Çalışmalar için Öneriler

8.1. Genel Değerlendirme

Tez kapsamında sayısal model güncelleme yöntemlerinin incelenerek, incelenen yöntemler arasından seçilen başarı oranı yüksek bir yaklaşımla, sayısal model güncellemenin pratikte uygulanabilirliğinin ortaya konması amaçlanmıştır. Bu amaçla model güncelleme yöntemleri incelenmiş ve duyarlılık yöntemi, izlenecek yaklaşım olarak seçilmiştir. Güncelleme sürecinde parametre sayısının, yazılabilen denklem sayısından fazla olduğu durumlarda; mevcut denklemlerle güncellenebilecek parametrelerin seçimi için “Etkin Bağımsızlık Dağılımı” kullanılmıştır. Etkin bağımsızlık dağılımının kullanılmasıyla güncelleme sürecinde sadece eldeki denklemlerle anlamlı olarak çözülebilecek parametreler güncellenmiştir. Seçilen yaklaşımın uygulanması için bir güncelleme programı yazılmış ve bu program kullanılarak model güncelleme uygulamaları yapılmıştır. Güncelleme uygulamaları sayısal ve deneysel uygulamalar olmak üzere iki aşamada yapılmıştır. Uygulama sonuçları kullanılarak sayısal model güncellemenin, uygulanabilirliği değerlendirilmiştir.

Uygulama sonuçları değerlendirildiğinde güncellenmiş model, güncellenmemiş modele oranla yapıyı daha iyi temsil ettiği gözlenmektedir. Bazı uygulamalarda güncellenmiş model yapıyı ölçülen frekans aralığının tümünde başarılı olarak temsil ederken, bazı uygulamada da ölçülen frekans aralığının yalnızca belirli bir kısmında başarılı olarak temsil etmekte olduğu görülmüştür.

Uygulama sonuçları değerlendirildiğinde aşağıdaki çıkarımlara varılmıştır:

- Hem Sayısal hem de deneysel modelde güncellenmek istenen parametre sayısından fazla eşlenebilir mod olmalıdır.
- Deneysel veriler/modlar yeterli hassasiyette olmalıdır.
- Sayısal modelin yapıyı temsil edebilecek yeterlilikte olmalıdır. (Eleman Sayısı, Basitleştirmeler ...)

- Deneysel verilere ve güncellenen parametrelere bağılı olarak birden fazla “doğru” sayısal model elde edilebilir. Bir başka deyişle çözüm tekil değildir. Çözüm eldeki denklem sayısının (eşlenen mod sayısının) parametre sayısından fazla olduğu durumlarda tekil olmaktadır. Ancak, eldeki denklem sayısının güncellenen parametre sayısından az olduğu durumlarda çözüm tekil olmamaktadır.
- Denklem sayısının parametre sayısından fazla olduğumu durumda etkin bağımsızlık dağılımının anlamlı bir sonuca ulaşılmasını sağladığı görülmüştür. Ancak, ulaşılan çözüm her zaman tekil çözüm olamamaktadır.
- Güncelleme sonunda sonuçların fiziksel anlamlılığı yapı hakkındaki bilgi yardımıyla sınanmalıdır.

Model güncelleme uygulamalarında sonuçların başarısının değerlendirilebilmesi için güncellenmiş sayısal modelden beklenenler önemlidir. Model güncelleme sonuçlarının başarısı, güncellenmiş modelden beklenenlere bağılı olarak değerlendirilebilir. Bu beklentiler, ulaşılabilme kolaylığına göre:

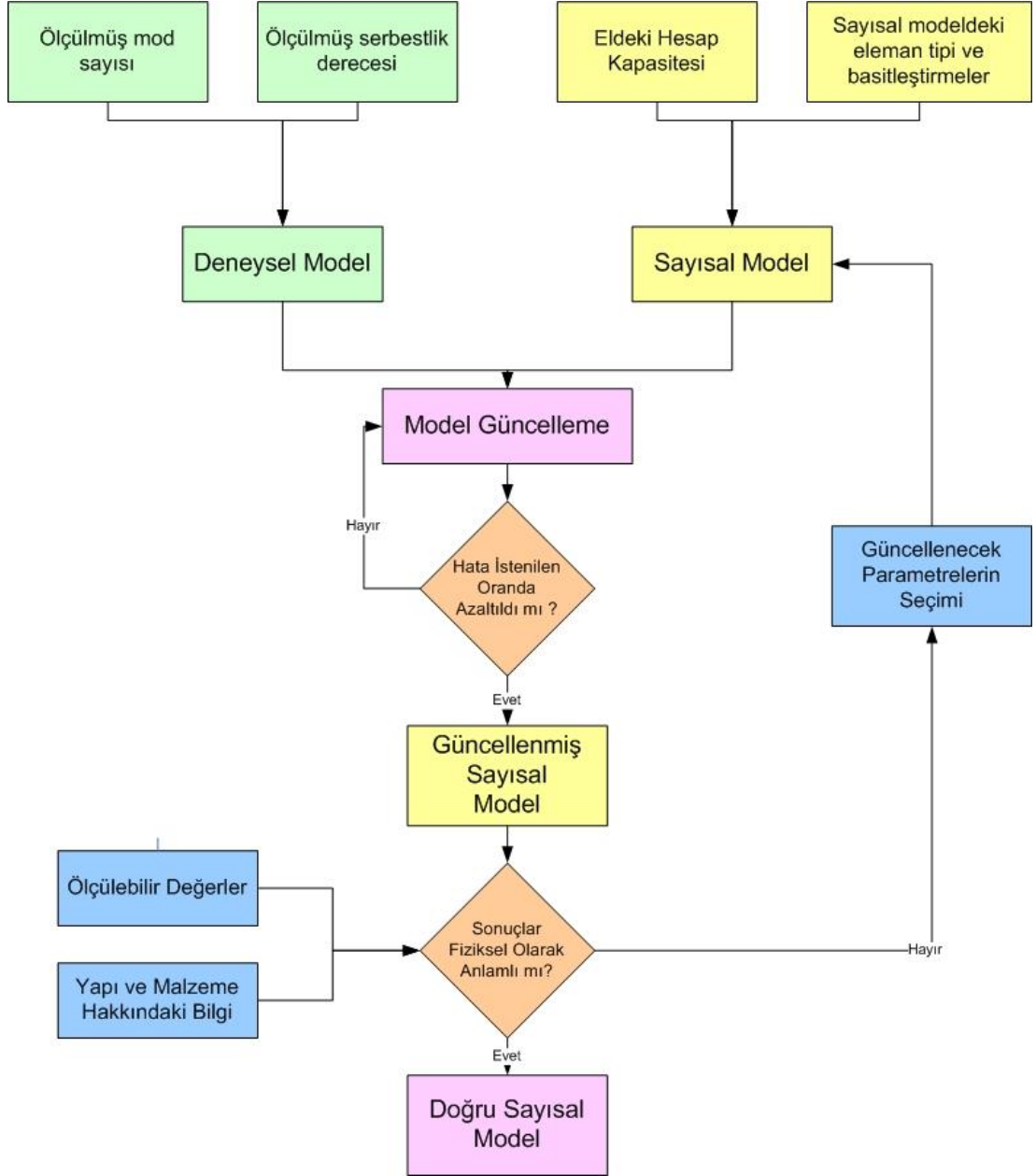
- Belli bir frekans aralığında frekans karşılaştırmasının başarılı olması
- Belli bir frekans aralığında modların eşlenmesi ve eşlenen mod frekanslarının aynı olması
- Belli bir frekans aralığında FRF karşılaştırmasının başarılı olması
- Ulaşılan çözümün tekil çözüm olması

şeklinde sıralanabilir. Beklentiler değerlendirildiğinde ulaşılan çözümün tekil olması durumunda ilk üç şık zaten sağlanacaktır. Ancak, ulaşılan çözüm tekil olması için kusursuz sayısal ve deneysel modellere ihtiyaç olmasının yanı sıra güncellenecek parametrelerin de doğru seçilmesi gerekmektedir. Hata olmayan parametrelerin güncellendiği veya hatalı parametrelerin güncellenmediği durumlarda doğru sayısal modele ulaşmak mümkün olmayacaktır. Dolayısıyla güncellenmiş sayısal modelden beklentiler,

- Sayısal modelin yeterliliği
- Deneysel modelin yeterliliği
- Güncellenecek parametrelerin seçimi

değerlendirilerek belirlenmelidir. Yetersiz modellerle ve yanlış parametre seçimlerine bağılı olarak güncelleme sonuçları başarısız olarak değerlendirilebilir. Güncellenmiş olan sayısal modelin doğru model olup olmadığı ise malzeme ve yapı hakkındaki bilgi kullanılarak sınanabilir.

Tez kapsamında elde edilen sonuçlardan elde edilen bilgiden yararlanılarak, model güncelleme uygulamalarında doğru sayısal modele ulaşılması için bir akış şeması oluşturulmuştur. Oluşturulan model güncelleme akış şeması Şekil 8.1’de verilmiştir.



Şekil 8.1 : Model güncelleme uygulamaları için önerilen akış şeması

Şekil 8.1’ de doğru sayısal modele ulaşmak için, sayısal ve deneysel modellerin yeterlilikleri, güncellenecek parametrelerin seçimi ve güncelleme sonuçlarının fiziksel anlamlılığının değerlendirilmesi aşamaları arasındaki ilişki vurgulanmaktadır.

8.2. Gelecek Çalışmalar için Öneriler

Model güncelleme, bilgisayar teknolojisi, deney ekipmanlarındaki gelişim ve ürünlerin titreşim davranışlarından beklenenlerin artmasıyla, ürün geliştirme süreçlerinin önem kazanan bir parçası haline gelmektedir. Şüphesiz ki yeni sayısal modelleme programları ve bilgisayar teknolojisindeki gelişme ile daha karmaşık sayısal modeller ortaya konmakta ve güncellenmiş modelden beklenenler artmaktadır. Model güncellemenin uygulanabilirliğini ve başarısını artırmak için yeni çalışmaların yapılması gerekmektedir.

Tez kapsamında sadece frekans duyarlılıkları kullanılmıştır. Frekans duyarlılıklarının yanında, mod şekli duyarlılıklarının da kullanılması durumunda model güncellemenin başarısının değerlendirilmesi üzerine çalışmalar yapılabilir.

Tez kapsamında sayısal modeldeki hatanın belirlenmesi için matematiksel bir yöntem kullanılmamıştır. Hata arama yöntemleri model güncellemeden önce uygulanarak sayısal modeldeki hatalı parametreler bulunabilir. Hatalı parametreler bulunarak güncellemenin başarıları artırılması üzerine çalışmalar yapılabilir.

Tez kapsamında sadece duyarlılık yöntemi kullanılmıştır. Gelecek çalışmalarda duyarlılık yönteminin yanında ve bir yöntem daha beraber kullanılarak güncelleme yapılabilir. Örneğin duyarlılık yöntemi ve FTF'lerin doğrudan güncellemede kullanıldığı yöntem beraber kullanılabilir.

Eleman tipi ve serbestlik derecesi de güncellenerek, sayısal modelin mümkün olan en ekonomik ve en doğru şekilde modellenmesi üzerine çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Jung, H.**, 1992 Structural dynamic model updating using eigensensitivity analysis, *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K.
- [2] **Friswell, M.I., and Mottershead J.E.** 1995 Finite element model updating in structural dynamics, Kluwer Academic Publishers, London
- [3] **Chen, G.**, 2001 FE Model validation for structural dynamics, *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K.
- [4] **Kenigsbuch, R. and Halevi, Y.**, 1997, Generalised reference basis model updating in structural dynamics, *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conference*, s. 1-9
- [5] **Caesar B.**, 1986, Update and identification dynamic mathematical models, *Proc. of the 4th IMAC*, s. 394-401, Los Angeles, California
- [6] **Cheni, J. C., and Garba, J. A.**, 1980, Analytical model improvement using modal test results, *AIAA Journal*, **18(6)**, s. 684-690
- [7] **Rad, S. Z.**, 1997 Methods For Updating Numerical Models in Structural Dynamics , *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K
- [8] **Visser, W. J.**, 1992 Updating Structural Dynamics Models Using Frequency Response Data, *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K.
- [9] **Sidhu, J. and Ewins, D. J.**, 1984, Correlation of Finite Element and Modal Test Studies of a Practical Structure, *2nd Int. Modal Analysis Conf.*, s. 756-762
- [10] **Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J.**, 1990, Error location and updating finite element models using singular value decomposition, *Proc. of the 8th IMAC*, s. 768-773, Kissimmee, Florida
- [11] **Zhang, Q., Wang, W., Allemang, R. J. and Brown, D. L.**, 1988 Prediction of Mass Modification for Desired Natural Frequencies, *IMAC 6*, s. 1026-1032
- [12] **Ross, R.G.**, 1971, Synthesis of sti_ness and mass matrices from experimental vibration modes, *Aeronautics and Space Engineering and Manufacturing Meeting*, s. 2627-2635
- [13] **Thoren, A. R.**, 1972, Derivation of mass and stiffness matrices from dynamic test data, *AIAA Conference*, 346

- [14] **Link., M., Weiland, M., and Bassagan, J. M.,** 1987, Direct physical matrix identification as compared to phase resonance testing: An assessment based on practical application, *Proc. of the 5th IMAC*, s. 804-811, London, England
- [15] **Moore., B. C.,** 1976, On the flexibility offered by state feedback in multivariable system beyond closed loop eigenvalue assignment, *IEEE Transactions on Automatic Control*, s. 689-692
- [16] **Andry, A. N., and Chung, J. C.,** 1983, Eigenstructure assignment for linear systems, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 19(5), s. 711-729
- [17] **Inman, D. J., and Minas., C.,** 1990, Matching finite element models to modal data, *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, s. 84-92
- [18] **Shulz, M. J., and Inman, D. J.,** 1994, Model updating using constrained eigenstructure assignment, *Journal of Sound and Vibration*, **178(1)**, 113-130.
- [19] **Ziaei Rad, S., and Imregun M.,** 1996, Use of generic elements for model updating, *Proc. of the 21st International Seminar on Modal Analysis*, s. 1895-1906, Leuven, Belgium
- [20] **Berger, H., Chaquin, J. P. and Ohayon, R.,** 1984, Finite Element Modal Adjustment Using Experimental Modal Data, *2th Int. Modal Analysis Conf.*, s. 1-5
- [21] **Fisette, E., Stavrinidis, C., Ibrahim, S.,** 1988, Error Location and Updating of Analytical Dynamic Models Using a Force Balance Method, *6th Int. Modal Analysis Conf.*, s. 1063-1070
- [22] **Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K. and Kennedy, B.,** 1974, Statistical Identification of Structures, *AIAA Journal*, Vol. **12**, 2, s. 185-190
- [23] **Fox, R. L., and Kapoor., M. P.,** 1968, Rate of change of eigenvalues and eigenvectors, *AIAA Journal*, **12(6)**, s. 2426-2429
- [24] **Lim, K. B.,** 1987, Re-examination of eigenvector derivatives, *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **10(6)**, s. 581-587
- [25] **Chu, Y., and Rudisill, C. S.,** 1975, Numerical methods for evaluating the derivatives of eigenvalues and eigenvectors, *AIAA Journal*, s. 834-837

- [26] **Ojalvo, I. U.**, 1987, Efficient computation of mode shape derivatives for large dynamic systems, *AIAA Journal*, s. 1386-1390
- [27] **Tan, R. C. E., and Andrew, A. L.**, 1989, Computing derivatives of eigenvalues and eigenvectors by simultaneous iteration, Institute of Mathematics and its Application, *Journal of Numerical Analysis*, **9(1)**, s. 111-122
- [28] **Chen, J. C., and Garba, J. A.**, 1980, Analytical model improvement using modal test results, *AIAA Journal*, **18(6)**, s. 684-690
- [29] **Hart, G. C., and Yao. J. P.**, 1977, System identification in structural dynamics, *American Society of Civil Engineers, Journal of engineering Mechanics Division*, s. 1089-1104
- [30] **Ojalvo, I. U., Ting, T., Pilon, D., and Twomey., W.**, 1989, Practical suggestions for modifying math models to correlate with actual modal test results, *Proc. of the 7th IMAC*, 347-354, Las Vegas, Nevada
- [31] **Natke, H. G.**, , 1988, Updating computational models in the frequency domain based on measured data: A survey, *Probabilistic Engineering Mechanics*, s. 28-35
- [32] **Thomas, M.**, 1986, Identification of system physical parameters from force appropriation technique, *Proc. of the 4th IMAC*, s. 1098-1103, Los Angeles, California
- [33] **Dascotte, E., and Vanhonacker, P.**, 1989, Development of an automatic model updating program, *Proc. of the 7th IMAC*, s. 596-602, Las Vegas, Nevada
- [34] **Dascotte, E.**, 1990, Practical applications of finite element tuning using experimental modal data, *Proc. of the 8th IMAC*, s. 1032-1037, Kissimmee, Florida
- [35] **Wei, J. C.**, 1989, Correction of finite element model via selected physical parameters, *Proc. of the 7th IMAC*, s. 1231-1238, Las Vegas, Nevada
- [36] **Kuo, C. P., and Wada, B. K.**, 1987, Nonlinear sensitivity coefficient and correction in system identification, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, s. 1463-1468
- [37] **Ojalvo, I. U., and Pilon., D.**, 1991, A second order iteration procedure for correlation of analysis frequencies with test data, *Proc. of the 9th IMAC*, s. 499-502, Florence, Italy

- [38] **Collins., J. D., Young J. And Keifling., L.,** 1972, Methods and applications of system identification in shock and vibration, *System identification of vibrating structures, annual meeting of ASME*, s. 45-71
- [39] **Lindholm, B.E., and West, R. L.,** 1996, A Bayesian statistics approach to updating finite element models with frequency response data (part 1: Theory), *Proceedings of IMAC 14*, s. 1451--1457
- [40] **Friswell, M. I.,** 1989, The adjustment of structural parameters using a minimum variance estimator, *Journal of mechanical systems and signal processing*, 3(2), s. 143-155
- [41] **Sas, P., Lammens, S., Heyden, Ward.,** 1999 Modal analysis theory and testing, Katholike Universiteit Lueven –Departement Werktuigkunde, Belgium
- [42] **Tahrali, N., Kaya F., Yüksek, İ., Güçlü, R.** 2000 Makina Dinamiği, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, İstanbul
- [43] **Fotsch, D. W.,** 2001 Development of valid fe models for structural dynamic design , *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K
- [44] **Ewins, D. J.,** 2000 Modal testing : Theory, practice and application, Research Studies Press Ltd., England
- [45] **Imamovic, N.,** 1998 Validation of large structural dynamics models using modal data , *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K.
- [45] **Grafe, H.,** 1999 Modal Updating of large structural dynamics models using measured response functions, *PhD Thesis*, Imperial College, London, SW7, U.K
- [46] **www.math world.com**

ÖZGEÇMİŞ

Gökhan Gürbüzer, 1980 yılında Lefkoşe, KKTC’de doğdu. 1998 yılında Ankara Cumhuriyet Lisesi’nden mezun oldu. 1999 yılında Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi’nde başladığı lisans eğitimini 2001-2003 yılları arasında Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi’nde sürdürerek 2003 yılında mezun oldu. Aynı yıl İ.T.Ü. Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustiği Programı’nda yüksek lisans öğrenimine başladı. Halen, İ.T.Ü. Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı’nda yüksek lisans öğrencisi olup, “Endüstride Uygulama Destekli Tez Programı” kapsamında Arçelik A.Ş. Araştırma ve Geliştirme Direktörlüğü’nde çalışmalarına devam etmektedir.