

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MOTOR ASKI SİSTEMİ MODELLENMESİ ,DENEYSEL ÖLÇÜMLERLE
DOĞRULANMASI VE OPTİMİZASYONU**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Uğur KAŞIKCIOĞLU**

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği

Programı : Makine Dinamiği, Titreşim ve Akustik

HAZİRAN 2010

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MOTOR ASKI SİSTEMİ MODELLENMESİ ,DENEYSEL ÖLÇÜMLERLE
DOĞRULANMASI VE OPTİMİZASYONU**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Uğur KAŞIKCIOĞLU
503071414**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Mayıs 2010

Tezin Savunulduğu Tarih : 07 Haziran 2010

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ata MUĞAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Haluk EROL (İTÜ)
Prof. Dr. Zahit Mecitoğlu (İTÜ)**

HAZİRAN 2010

ÖNSÖZ

Bu çalışma sırasında benden yardımlarını esirgemeyen, bilgi, düşünce ve görüşlerinden sıkça faydalandığım değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ata Muğan'a, tezin yapılması sırasında sağladığı imkânlardan dolayı Ford Otosan A.Ş.'ye, çalışmam sırasında bana verdikleri destek dolayısıyla yöneticilerime ve çalışma arkadaşlarıma, son ve en önemlisi olarak da hayatım boyunca bana destek olan sevgili aileme teşekkür ederim.

Haziran 2010

Uğur KAŞIKCIOĞLU

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER	v
KISALTMALAR	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
2. KONUyla İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	7
2.1 Amaç	10
3. GENEL FORMÜLASYON VE ÇÖZÜM MODELLERİ	13
3.1 Sistemin Modellenmesi	13
4. TİTREŞİM GENEL BİLGİLER.....	17
4.1 Titreşimlerin Geometrisi ve Fiziki	17
4.1.1 Giriş.....	17
4.1.2 Titreşimlerin Sebepleri.....	18
4.1.3 Titreşimlerin Sonuçları	18
4.2 Titreşimle İlgili Terimler.....	19
4.2.1 Titreşim Tanımı.....	19
4.2.2 Titreşim Sistemlerinin Elemanları	22
4.2.3 Serbestlik Derecesi.....	24
4.2.4 Genelleştirilmiş Koordinatlar.....	24
4.3 Titreşimlerin Sınıflandırılması	24
4.3.1 Serbest Titreşimler	24
4.3.2 Zorlanmış Titreşimler	25
4.4 Titreşim Analizi.....	26
4.4.1 Mühendislik Sistemlerinin Fiziki Modeli	26
4.4.2 Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Serbest Titreşimi	29
4.4.2.1 Sönümsüz Tek Serbestlik Dereceli Sistem	29
4.4.2.2 Viskoz Sönümlü Tek Serbestlik Dereceli Sistemler	33
4.4.3 Zorlanmış (Harmonik Tahrikli) Titreşimler.....	39
4.4.3.1 Sönümsüz Zorlanmış Titreşimler	41
4.4.3.2 Sönümlü Zorlanmış Titreşimler	45
4.5 Normal Mod Analizine Bakış	47
5. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN TİTREŞİMİ.....	53
5.1 Giriş.....	53
5.2 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Hareket Denklemleri.....	55
6. ALTI SERBESTLİK DERECELİ MOTOR İÇİN HAREKET DENKLEMLERİNİN HESABI.....	59
6.1 Motorun Doğal Frekanslarının Hesabı.....	59

6.2 Motorun Durum Uzay Çözümlerinin Çıkarılması.....	75
6.3 Test Verileri ile Analiz	93
7. SONUÇ.....	105
KAYNAKLAR.....	107
EKLER.....	109
EK A.1	110
EK A.2	112
EK A.3	114
EK B	117
EK C	137

KISALTMALAR

CAE	: Computer Aided Engineering
CoG	: Center of Gravity
FFT	: Fast Fourier Transform
LHS	: Left Hand Side
NVH	: Noise Vibration Harshness
RHS	: Right Hand Side
RPM	: Round Per Minute
WOT	: Wide Open Throttle
TM	: Transmission Mount

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 6.1 : Çalışmada kullanılan motor parametrelerinin sayısal değerleri	70
Çizelge 6.2 : Motor için modal sonuçların karşılaştırması	74
Çizelge 6.3 : Sistem matrisini oluşturan notasyonlar ve açıklamaları.....	75
Çizelge 6.4 : Sistem matrisini oluşturan durum değişkenleri ve türevleri.....	76
Çizelge 6.5 : Titreşim modeli giriş ve çıkış kanalları özellikleri.....	81
Çizelge 6.6 : Modele uygulanan kuvvet ve ağırlık merkezine etkisi.....	88
Çizelge 6.7 : 3WOT motor takozu yükleri.	90
Çizelge 6.8 : İterasyon (1)	100
Çizelge 6.9 : İterasyon (1) Sonucu doğal frekanslar	101
Çizelge 6.10 : İterasyon (2)	101
Çizelge 6.11 : İterasyon (2) Sonucu doğal frekanslar.....	102
Çizelge 6.12 : İterasyon (3)	103
Çizelge 6.13 : İterasyon (3) Sonucu doğal frekanslar.....	103

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Tek serbestlik dereceli model.....	1
Şekil 1.2 : Kuzey-Güney motor yerleşimi.....	3
Şekil 1.3 : Doğu-Batı motor yerleşimi.....	3
Şekil 1.4 : 3 noktalı motor askı tipi.....	4
Şekil 1.5 : Sarkaç tork yalpalama eksen sistemi(Pendulum torque roll axis system)..	4
Şekil 1.6 : Çift bağlı sarkaç sistemi (Twin tie bar pendulum system).....	5
Şekil 2.1 : Test düzeneği modeli (Wan ve diğerleri,2000).....	8
Şekil 2.2 : Titreşimlerin egzoz üzerindeki etkilerini incelediği test düzeneği (Wan ve diğerleri,2001).....	8
Şekil 2.3 : Yakıt tankı kayış testi ve CAE analizi (Qin ve diğerleri,2005).....	9
Şekil 2.4 : Sano'nun motorun rijit cisim modlarını hesaplayan programı.....	9
Şekil 2.5 : Qiang ve Xiaoxiong'nin çalışmalarında kullandıkları motor modeli.....	10
Şekil 3.1 : Rijit cisim motor modeli.....	14
Şekil 4.1 : Peryodik hareket grafiği.....	19
Şekil 4.2 : Harmonik hareket grafiği.....	19
Şekil 4.3 : Yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri arasındaki ilişki.....	21
Şekil 4.4 : Aralarında bir faz farkı bulunan iki harmonik hareket.....	21
Şekil 4.5 : Titreşim sisteminin temel büyüklükleri.....	22
Şekil 4.6 : Öteleme durumunda titreşim sisteminin elemanları.....	23
Şekil 4.7 : Dönme durumunda titreşim sisteminin elemanları.....	23
Şekil 4.8 : Serbest titreşim.....	25
Şekil 4.9 : Sönümlü zorlanmış titreşim.....	25
Şekil 4.10 : Zaman uzayında bir titreşim profili.....	27
Şekil 4.11 : Zaman uzayında ayırık (harmonik) ve toplam (harmonik olmayan) titreşimler.....	28
Şekil 4.12 : Frekans domeninde titreşim profili.....	29
Şekil 4.13 : Frekans-zaman domeni ilişkisi.....	29
Şekil 4.14 : Sönümsüz tek serbestlik dereceli sistem.....	30
Şekil 4.15 : Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem.....	33
Şekil 4.16 : Sönümlü zorlanmış titreşim modeli.....	40
Şekil 4.17 : Sönümlü zorlanmış titreşim sisteminde özel ve homojen çözüm yapıları.....	40
Şekil 4.18 : Durum 1 için kuvvet ve yerdeğişimi [16].....	43
Şekil 4.19 : Durum 2 için kuvvet ve yer değişimi [16].....	44
Şekil 4.20 : Durum 3 için yer değişimi [16].....	45
Şekil 5.1 : Motor modeli.....	53
Şekil 5.2 : Sürekli motor modeli.....	54
Şekil 5.3 : Üç serbestlik dereceli sistemin serbest cisim diyagramı.....	56
Şekil 6.1 : Analizde kullanılan motor serbestileri.....	59
Şekil 6.2 : Altı serbestlik dereceli rijit cisim motor modeli.....	61
Şekil 6.3 : Motorun şasiye bağlantı noktalarının ağırlık merkezine uzaklığı.....	61
Şekil 6.4 : Motorun MSC.Adams modeli.....	71

Şekil 6.5 : Motor MSC.Adams modeli.	71
Şekil 6.6 : Motor modeli doğrulama ekranı	72
Şekil 6.7 : Motorun ağırlık ve atalet momenti değerlerinin girişi	72
Şekil 6.8 : Elastik merkez lokasyonlarının girişi	73
Şekil 6.9 : Sol ve sağ motor takozlarının katılık değerlerinin girişi	73
Şekil 6.10 : Şanzıman takozu katılık değerlerinin girişi	73
Şekil 6.11 : Vibration menüsü.	74
Şekil 6.12 : Normal mod analizi.	74
Şekil 6.13 : Titreşim analizi giriş kanalı oluşturulması	82
Şekil 6.14 : Titreşim analizi çıkış kanalı oluşturulması	82
Şekil 6.15 : Zorlanmış titreşim analizi hazırlanışı	83
Şekil 6.16 : Adams control menüsü.	84
Şekil 6.17 : Adams'tan elde edilen durum matrisleri	84
Şekil 6.18 : CoG X deplasmanı karşılaştırması.	85
Şekil 6.19 : CoG Y deplasmanı karşılaştırması.	85
Şekil 6.20 : CoG Z deplasmanı karşılaştırması.....	85
Şekil 6.21 : CoG X dönme açısı karşılaştırması.	86
Şekil 6.22 : CoG Y dönme açısı karşılaştırması.	86
Şekil 6.23 : CoG Z dönme açısı karşılaştırması.....	86
Şekil 6.24 : Sol takoza +y yönünde uygulanan kuvvet.....	88
Şekil 6.25 : Motor ağırlık merkezine uygulanan kuvvet ve momentler.	88
Şekil 6.26 : Motor ağırlık merkezinin öteleme hareketlerinin karşılaştırması.	89
Şekil 6.27 : Motor ağırlık merkezinin dönme hareketlerinin karşılaştırması.	89
Şekil 6.28 : CoG X deplasmanı karşılaştırması.	90
Şekil 6.29 : CoG Y deplasmanı karşılaştırması.	90
Şekil 6.30 : CoG Z deplasmanı karşılaştırması.....	91
Şekil 6.31 : CoG X dönme açısı karşılaştırması.	91
Şekil 6.32 : CoG Y dönme açısı karşılaştırması.	91
Şekil 6.33 : CoG Z dönme açısı karşılaştırması.....	92
Şekil 6.34 : MSC.Adams Frekans cevabı hesaplama	92
Şekil 6.35 : Test sırasında kullanılan ekipmanlar.	93
Şekil 6.36 : Bir potansiyometreli deplasman sensörü uygulaması.	93
Şekil 6.37 : Motor üzerine yerleştirilen ivmeölçerler.	94
Şekil 6.38 : Şasi kollarını temsil eden küresel parçaları içeren model	95
Şekil 6.39 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – X	95
Şekil 6.40 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – Y	96
Şekil 6.41 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – Z.....	96
Şekil 6.42 : Sol takoza uygulanan deplasmanın FFT grafiği	97
Şekil 6.43 : Sağ takoza uygulanan deplasmanın FFT grafiği	97
Şekil 6.44 : İnsan vücudunun hassas olduğu frekans değerleri.	99
Şekil 6.45 : Geleneksel süspansiyon-damper sistemine sahip araçların farklı katılık değerlerine sahip versiyonlarının düşey ivmelenmelere karşı cevabı. .	100
Şekil 6.46 : İterasyon(1) Kinetik enerji dağılımı	101
Şekil 6.47 : İterasyon(2) Kinetik enerji dağılımı	102
Şekil 6.48 : İterasyon(3) Kinetik enerji dağılımı	103
Şekil 6.49 : Optimizasyon sonrası sağlanan iyileşme.....	104
Şekil B.1 : Frekans cevabı 1. Giriş vs 1-12. Çıkış.	117
Şekil B.2 : Frekans cevabı 2. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.....	118
Şekil B.3 : Frekans cevabı 3. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.....	119
Şekil B.4 : Frekans cevabı 4. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.....	120

Şekil B.5 : Frekans cevabı 5. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.....	121
Şekil B.6 : Frekans cevabı 6. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.....	122
Şekil B.7 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - X.....	123
Şekil B.8 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - Y.....	123
Şekil B.9 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - Z.....	124
Şekil B.10 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol Takoz X.....	124
Şekil B.11 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol Takoz X – Faz farkı.....	124
Şekil B.12 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Y.....	125
Şekil B.13 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Y - Faz farkı.....	125
Şekil B.14 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z.....	125
Şekil B.15 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Z– Faz farkı.....	126
Şekil B.16 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz X.....	126
Şekil B.17 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz X– Faz farkı.....	126
Şekil B.18 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Y.....	127
Şekil B.19 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Y– Faz farkı.....	127
Şekil B.20 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Z.....	127
Şekil B.21 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Z– Faz farkı.....	128
Şekil B.22 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X.....	128
Şekil B.23 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X–Faz farkı.....	128
Şekil B.24 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y....	129
Şekil B.25 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X– Faz farkı.....	129
Şekil B.26 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z.....	129
Şekil B.27 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z– Faz farkı.....	130
Şekil B.28 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz X.....	130
Şekil B.29 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz X– Faz farkı.....	130
Şekil B.30 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Y.....	131
Şekil B.31 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Y– Faz farkı.....	131
Şekil B.32 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z.....	131
Şekil B.33 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z–Faz farkı..	132
Şekil B.34 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz X.....	132
Şekil B.35 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz X– Faz farkı.....	132
Şekil B.36 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Y.....	133
Şekil B.37 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Y-Faz farkı.....	133
Şekil B.38 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Z.....	133
Şekil B.39 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Z-Faz farkı..	134
Şekil B.40 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X....	134
Şekil B.41 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X-Faz farkı.....	134
Şekil B.42 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y....	135
Şekil B.43 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y-Faz farkı.....	135
Şekil B.44 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z.....	135
Şekil B.45 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z-Faz farkı.....	136

MOTOR ASKI SİSTEMİ MODELLENMESİ, DENEYSEL ÖLÇÜMLERLE DOĞRULANMASI VE OPTİMİZASYONU

ÖZET

Gaz basıncı ve dengelenmemiş kuvvetlerden kaynaklanan motor titreşim kuvvetleri araçlardaki en önemli titreşim kaynaklarıdır. Ses ve titreşimin azaltılması, ATV'ler, golf arabaları, jeneratörler, takma motorlar ve motosikletler gibi küçük motorlu araçların komfor talepleri yükselmeye başladığı günden bu yana önemli bir konu olmuştur. Kauçuk motor takozları her ne kadar ses ve titreşimi azaltmada etkili bir yöntem olduysa da üreticilerin yüksek güç-hafif araç eğilimi motor askı sisteminin gelişiminin hala gerekli olduğunu göstermektedir. Fakat motor askı sisteminin belli bir araç için gerçek zamanlı simulasyon yapmadan optimize edilmesi gerçekten çok zor ve zaman alan bir işlemdir. Takozların katılık seviyelerinin önceden belirlenmesi, mühendislerin, tasarımın ilk safhalarında motor askı sistemi titreşim seviyelerini tahmin etmelerini ve üretilen parçalarının NVH anlamında yeterli bir dizayna doğru kısa zamanda geliştirebilmelerine olanak sağlamaktadır.

Bu çalışmada motor askı sistemlerinin temel dizayn kısıtlarından, modellemenin temellerinden, hesaplamalı benzetim yapabilmek için gerekli parametrelerden bahsedilmektedir. Motor askı sistemi benzetim hesaplamaları MATLAB ve MSC.Adams ile karşılaştırılmalı olarak yapılmıştır. Analiz sonuçları göstermiştir ki MATLAB ve MSC.Adams arasında çok iyi bir tutarlılık vardır. İki program da hesaplamamanın kesinliğini gerçekleştirmişlerdir. Askı sisteminin optimizasyonu yapılmış ve hedeflenen izolasyona ulaşılmıştır.

MODELING OF POWERTRAIN MOUNTS SYSTEM, VALIDATION WITH EXPERIMENTAL MEASUREMENTS AND OPTIMIZATION

SUMMARY

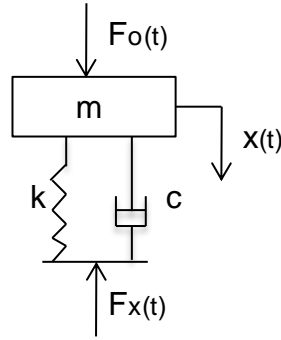
The engine excitation forces, arising from gas pressure and unbalance force, are widely considering among the main vibration sources for the road vehicles. Reduction of noise and vibration is an important issue since the demand for comfort has been increasing for small engine products such as ATVs (all-terrain vehicles), golf cars, generators, outboard motors, and motorcycles. Even though engine rubber mounting is an effective method to decrease the noise and vibration, the performance improvement of the engine mounting system is still required for tendency of light weight and higher power of the vehicle. But it is difficult and time-consuming task to optimize the rubber mount for a specific product without real-time simulation. Stiffness predictions make engineers enable to estimate the vibration level of an engine mount system quickly at the early design stage, and to improve their products for better NVH (Noise/Vibration/Harshness) design in much shorter time.

This paper describes the basic mounting design constrains, the simulation-modeling basis, inputs required to perform the computational simulation. The simulation calculation of powertrain mounting system is done respectively by MATLAB and ADAMS. The results of simulation analysis results show that there are very good consistency between MATLAB and ADAMS. The two software's calculus can realize accuracy of calculation. The optimization design of mounting system is done, and the purpose of isolation is reached.

1. GİRİŞ

Taşıt titreşimleri, ortaya çıkardıkları yük salınımları sonucu seyir dinamiği ve emniyeti üzerindeki etkilerinin yanında ivme salınımları ile de sürücü ve yolcuların konforunu etkilemektedir. Taşıtın tabi olduğu dinamik yük uyarılarının ve bu uyarıların etkilerinin objektif yöntemlerle incelenmesi mümkündür.

Motor titreşimleri taşıtın genel titreşim karakteristiğinde yoldan gelen titreşimler ile birlikte en fazla etkiye sahip olanıdır. Motor titreşimleri yüksek frekanslı, düşük genlikli titreşimlerdir [1]. Bu titreşimler Şekil 1.1' deki gibi gösterilebilir [2].



Şekil 1.1 : Tek serbestlik dereceli model

Motorlarda başlıca titreşim kaynakları gaz basınç kuvvetlerindeki değişimler ile dönen mekanizmalardan kaynaklanan balans kuvvetleri ve momentleridir. Motor asılış sistemi tasarlamak ve uygun motor takozlarını seçebilmek için bu kuvvet ve momentler hesaplanarak motor takozları seçilir; fakat gerçek hayatta motor titreşimleri idealden farklı bir davranış sergiler. Bu idealden farklı rahatsız edici kuvvetlerin karakteristiğini elde etmek için gaz varyasyonlarının, yanma sürecinin ve değişken atalet kuvvetlerinin iyi anlaşılması gerekmektedir [3,4].

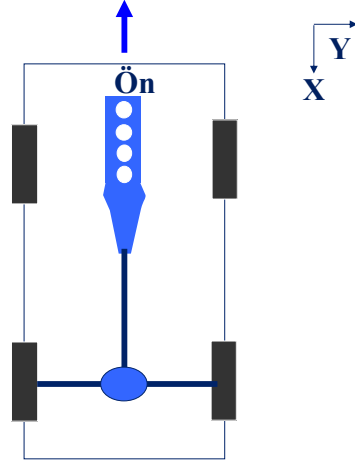
Motor titreşimlerinin araçlarda en önemli titreşim kaynağı olduğu bilinmektedir. Yanma çevrimi ve yanma sonucu kütlelerin hareket etmesiyle motor bloğunun içinde oluşan dinamik kuvvetler ve momentler motor bloklarından araç gövdesine iletilir. Bundan dolayı motor titreşimlerini karakterize etmek motor askı sistemi tasarımı için çok önemlidir. Daha önce yapılan çalışmalara göre motor titreşimleri üç grup altında incelenebilir.

- Yakıtın silindir içerisinde patlamasından kaynaklanan yanma kuvvetleri. Bu kuvvetler motor bloğunda krank eksenine paralel bir eksende momente sebep olurlar [5,6,7].
- Piston, biyel kolu, krank gibi vargel hareketi yapan ve dönen kütlelerin sebep olduğu atalet kuvvetleri ve momentleri. Atalet kuvvetleri piston eksenine paralel ve krank eksenine diktir. Atalet momentleri ise krank eksenine paralel bir eksene etki ederler. Çok silindirli motorlarda bu eylemsizlik momentleri, piston eksenine paralel ve piston eksenine diktir [6,8].
- Üçüncü kaynak sürtünme ve pompalama kayıplarıdır. Fakat bu kayıplardan kaynaklanan titreşimler diğerlerine göre daha azdır ve ihmal edilebilirler.

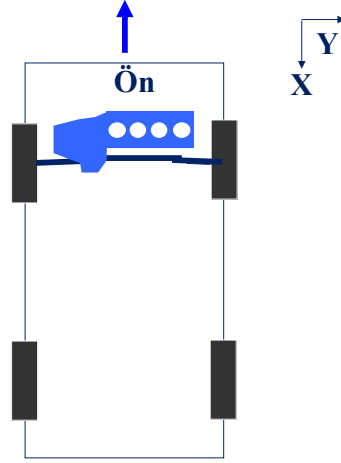
Motorun yukarıda anlatılan titreşimleri ve mekanik sistemlerin tasarımı, hesaplamaları ve üretim sürecinin oldukça uzun zaman alan ve üzerinde hassasiyetle durulan konular olması birlikte düşünüldüğünde, mekanik yapıların tasarımının oldukça zor bir işlem oluşu aşikârdır. Tasarım aşamasında da tam optimize bir sonuç alınması pek nadirdir. Günümüzde yolcu taşımada kullanılan araçlar ile ilgili ulusal çevre mevzuatları, titreşim konforu, bununla ilişkili olarak ses konforu, güvenlik ve görsel tasarım gibi konular, tasarım mühendisleri için her zaman daha da geliştirilebilecek problemleri ortaya koymuştur.

Bundan dolayı motor titreşimlerini karakterize etmek motor askı sistemi tasarımı için çok önemlidir. Motor asılış sistemi tasarlamak ve uygun motor takozlarını seçebilmek için bu kuvvet ve momentler hesaplanarak motor takozları seçilir.

Motorun araç içindeki konumu, motor askı sistemi tasarımını belirleyen öncelikli bir unsurdur. Arkadan itişli araçlarda Şekil 1.2'deki Kuzey-Güney adı verilen yerleşim, önden çekişli araçlarda ise Şekil 1.3'teki Doğu-Batı adı verilen yerleşim uygulanmaktadır.



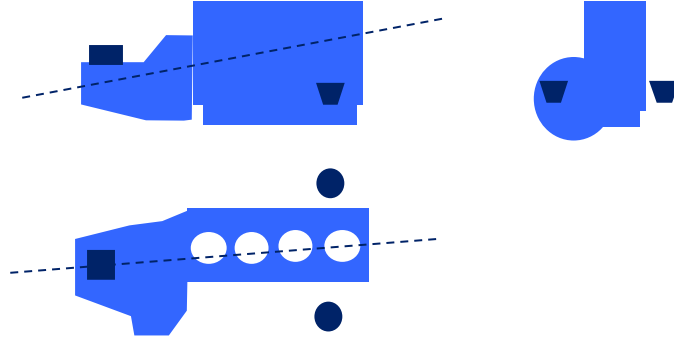
Şekil 1.2 : Kuzey-Güney motor yerleşimi.



Şekil 1.3 : Doğu-Batı motor yerleşimi.

Motor askı sistemlerinin mimarisi de birkaç farklı tipte olabilir. Bunlardan ilki genellikle arkadan itişli araçlarda kullanılan 3 Noktalı motor askı sistemleridir (Şekil 1.4). Bu tip askı sistemleri

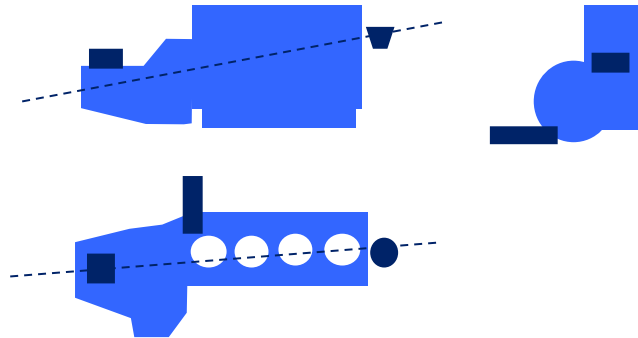
- Etkili paketlemeyi
- Yüksek seviyede sönümleme ile yunuslama (pitch), zıplama(bounce) modu eşleşmesini
- Üretim kolaylığını
- Güçlü tork ve yol yükü kontrolünü
- Aktif takoz kullanım imkanını sağlar.



Şekil 1.4 : 3 noktalı motor askı tipi.

İkinci tip motor askı sistemi olarak Sarkaç tork yalpalama eksen sistemi (Pendulum torque roll axis system) sayılabilir. Bu sistemin genel görünümü Şekil 1.5'te gösterilmektedir. Bu tip askı sistemleri

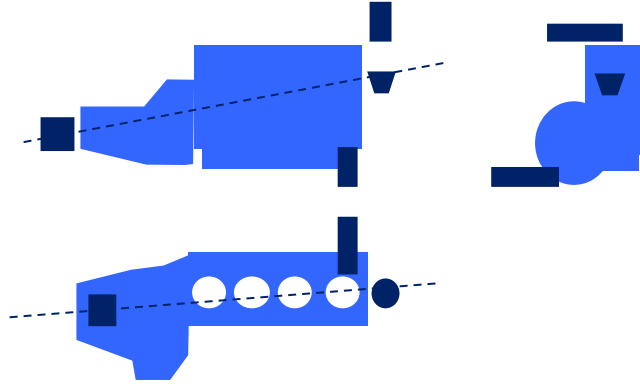
- Yalpalama(roll) modunu ayrıklaşmasını
- Rölantide katılık ayarlama(Idle tuning) yapılmasını tork etkisinden bağımsız olarak yapmayı
- Aracın Z katılığının tork etkisinden bağımsız olmasını
- Sürüş torku altında optimum araç X katılığını
- Yüksek seviyede sönümleme ile yunuslama(pitch) zıplama(bounce) modu eşleşmesini
- Üretimde daha hassas motor bindirme sağlar.



Şekil 1.5 : Sarkaç tork yalpalama eksen sistemi (Pendulum torque roll axis system).

Çift bağılı sarkaç sistemi (Twin tie bar pendulum system) de Şekil 1.6'da gösterildiği gibi bir mimariye sahiptir. Bu sistem

- Hidrolik takozların bağlantı çubukları ile korunmasını
- Rölantide katılık ayarlama (Idle tuning) yapılmasını tork etkisinden bağımsız olarak yapmayı
- Aracın Z katılığının tork etkisinden bağımsız olmasını
- Yüksek seviyede sönümleme ile yunuslama (pitch) zıplama (bounce) modu eşleşmesini
- Karşı torkta iyileşmeyi sağlar.



Şekil 1.6 : Çift bağılı sarkaç sistemi (Twin tie bar pendulum system).

Motor askı tiplerini gösteren resimlerdeki kesikli çizgi ile gösterilen eksene Tork-Dönme Ekseni (TDE) denmektedir. TDE, hiçbir şekilde bağılı olmayan rijit bir motor sisteminin (serbest rijit bir cisim) üzerine etkiyecek tork etkisiyle yalpalama (roll) hareketi yapacağı eksen olarak tanımlanır. TDE motorun sadece kütle ve atalet özellikleri ile tespit edilir. Sahip olunan motor askı sistemi mimarisi ile bir bağlantısı yoktur. Aynı zamanda Serbest-Serbest Yalpalama Ekseni (Free-Free Roll Axis) adını da almaktadır. M kütle matrisi ve KE krank ekseni olmak üzere TDE ifadesi matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir.

$$M \ddot{x}_{TDE} = f_{KE} \quad (1.1)$$

Motor askı sistemlerinde önemli diğeri bir eksen de Elastik Eksendir (EE). Ağırlığı ve ataleti olmadığı varsayılan rijit bir motorun krank eksenine uygulanan bir tork neticesinde takozların konumuna bağlı olarak etrafında döndüğü eksene Elastik Eksen denilmektedir. Bu eksen temelde takozların konumu ve açısına bağlıdır. K katılık matrisi olmak üzere elastik eksenin matematiksel ifadesi de aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{K} \bar{\mathbf{x}}_{EE} = \mathbf{f}_{KE} \quad (1.2)$$

Motorun yalpalama(roll) modunun tamamıyla ayırık olabilmesi için idealde TDE ile EE'nin çakışık eksenler olması gerekmektedir.

Mekanik bir yapının kullanıma sunulmasına kadar geçen süreç, tasarım, prototip üretimi, testler ve iyileştirilme gibi aşamaları içerir. Günümüz yapı tasarımlarının her aşamasında artık bilgisayarın kullanıldığını rahatlıkla görmekteyiz. Tasarım ve analiz gibi mühendislik çalışmalarının bilgisayar desteğinde yapılması ise, projeye üretim öncesinde hassas bir ön çalışma sunmakta ve daha sonra karşılaşılabilecek problemleri önceden hesaplayarak hem süreç hem de güvenlik anlamında kolaylıklar sağlamaktadır.

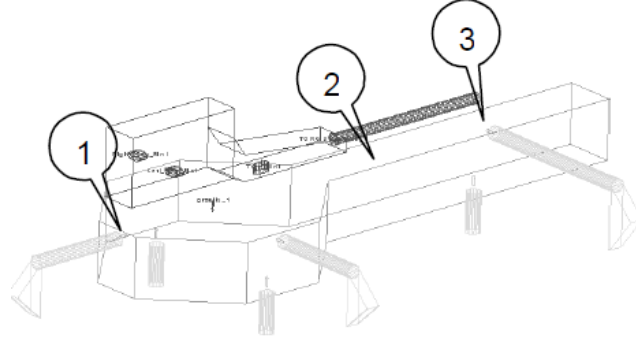
Bilgisayar üzerinde araç benzetimlerinin taşıt sektöründe kullanılmasıyla, motorlu taşıt sektöründe de bu tür ihtiyaçlar oluşmuştur. Bu gereksinimleri karşılamak amacıyla özellikle araç problemlerini analiz etmek için kullanılan Adams/Car, Carsim, VSign, Nucars, Omnisim, Gensys vb. multibody dinamik simülasyon programları hazırlanmıştır. Bu tür programların kullanılması, tasarım mühendisine gerçek çalışma şartlarında aracın dinamik davranışını inceleme imkânı verir. Bu tez içeriğinde de bir motor askı sisteminin tasarımı esnasında göz önünde bulundurulmuş ve motor titreşimleri üzerinde belirleyici rolü olan parametrelerin etkileri gözlenmiştir.

2. KONUYLA İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR

Günümüz taşıtlarında kullanılan motorlar artan güçleri ile her geçen gün müşteri taleplerini yerine getirirken, artan güce paralel olarak yükselen motor titreşimlerini sönmölemek de sürücü ve yolcu konforu açısından motor gücü kadar önemli bir ölçüt olmaya devam etmektedir. Bu yüzden motor güçlendirme çalışmalarının yanı sıra titreşim sebebiyle oluşan etkileri en aza indirmek, günümüzde yapılan çalışmaların temel amaçlarını oluşturmaktadır. Günümüzde yapılan çalışmalarda genellikle ilk önce yol ve motor titreşim karakteristikleri üzerinde durulmuştur. Daha sonra oluşturulan tablolar ve kabullerle yolcu konforunu sağlamak için gerekli kriterler tespit edilmiştir. Motor titreşimleri için gereken hesaplamalar üzerinde durulmuştur. Genel olarak aracın güvenlik ve konfordaki katkısı diğer etkenlere göre daha yüksektir. Bunun sonucu olarak, araştırmacılar aracın dinamik davranışlarını ortaya koyan birçok çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. Yapılan araştırmalara göz atıldığında aracın düşey titreşimleri, yanal titreşimleri, dönemeçlerde araç davranışları, motor askı sistemi sebebiyle oluşan kuvvetler etkisinde aracın dinamik davranışı üzerine çalışmalar görmekteyiz.

Araç modellerinin hazırlanması işleminde MATLAB veya başka programa dillerinin kullanılabilceği gibi araç dinamiği elemanlarını kapsayan önceden tanımlı kütüphanelere sahip yazılımların da kullanılması mümkündür. Adams çoklu cisim dinamiği yazılımı temel programı Adams/View programı da bu tür bir yazılımdır. Gerdes ağır vasıtaların güvenliğini incelediği çalışmasında Adams yazılımı içerisinde hazırlanmış modelleri kullanmıştır [9].

Titreşim etkilerini en aza indirmek için yapılan geliştirme çalışmalarının büyük bir kısmını testler kapsamaktadır. Yapılan testin büyüklüğüne göre harcanması gereken zaman ve maliyet de artmaktadır. Bu yüzden de mühendisler test ortamlarını da modelleme yoluna gitmişlerdir. Wan çalışmasında çok serbestlik dereceli bir test düzeneğinde motor ve aktarma organları üzerine gelen titreşimleri yoldan toplanan ölçümleri dikkate alarak incelemiştir [10].



Şekil 2.1 : Test düzeneği modeli (Wan ve diğerleri,2000).

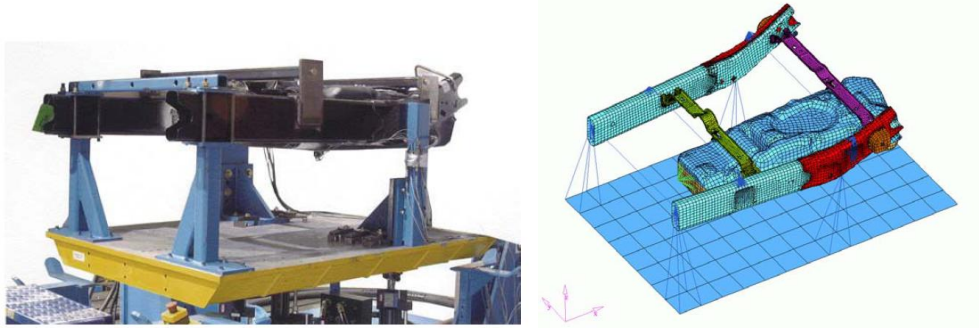
Wan yukarıda açıklanan çalışmasının bir benzerini de egzoz sistemleri için gerçekleştirmiştir [11]. You ve Young soğutma sisteminin yoldan gelen titreşimlerin etkisindeki dayanımını hesaplamak ve sonuçlarını doğrulamak için sanal ortamda oluşturulan çok serbestlik dereceli test düzeneğini kullanmışlardır [12].



Şekil 2.2 : Titreşimlerin egzoz üzerindeki etkilerini incelediği test düzeneği (Wan ve diğerleri,2001)

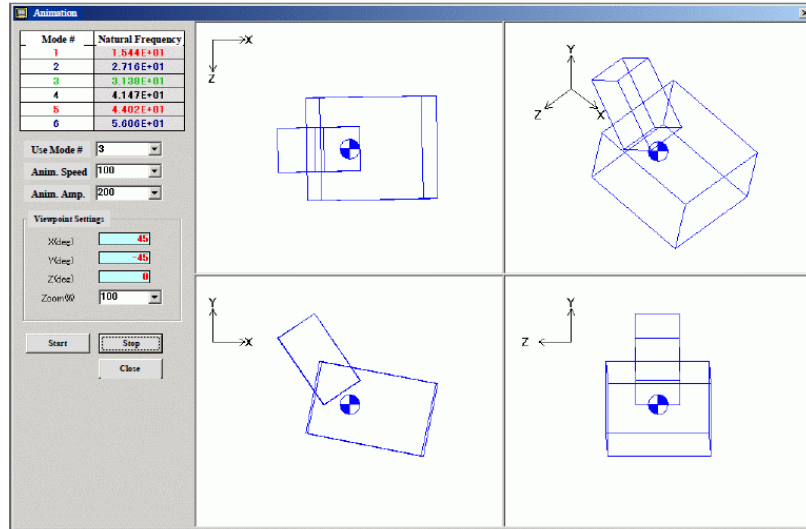
Qin ve D'Souza yakıt depolarının araçların gövdelerine bağlanmasını sağlayan depo kayışlarının yoldan gelen titreşimler sebebiyle parçaların ömür sürelerinde görecekları etkileri gözlemlemişler ve aynı zamanda test sonucunda elde ettikleri sonuçları, bilgisayar destekli analiz yolu ile iyileştirmek için çalışmalarda bulunmuşlardır [13]. Sayılan bütün bu çalışmalar, aynı test düzeneği ile farklı

sistemlere ait yapılabilecek testlerle aracın üzerine etkiyen toplam titreşimin bu sistemler üzerindeki etkisini görebilmenin mümkün olduğunu göstermektedir.



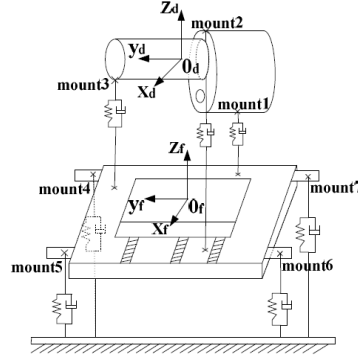
Şekil 2.3 : Yakıt tankı kayış testi ve CAE analizi (Qin ve diğerleri,2005).

Motor askı sisteminin araç titreşimine etkisini görmek için de birçok çalışma yapılmıştır. Sano altı serbestlik dereceli bir motor modeli üzerinden geliştirdiği program ile motor takozlarının titreşim karakteristiklerini incelemiştir [14]. Bu programı ile motor askı sisteminin tasarımı aşamasında yapılması gereken katılık belirleme işlemleri ile kuvvet hesaplamaları kolaylıkla gerçekleştirilmektedir.



Şekil 2.4 : Sano'nun motorun rijit cisim modlarını hesaplayan programı.

Qiang ve Xiaoxiong, yakıt Pili ile çalışacak bir araca motor askı sistemi tasarlanması konusunda yaptıkları çalışmalarında motorun rijit modlarının etkisine dikkat çekmiş ve motor modlarının birbirinden ayrı olarak gerçekleşmesini sağlayacak konfigürasyonu sağlamak için yaptıkları optimizasyon kriterleri üzerinde durmuşlardır [15].



Şekil 2.5 : Qiang ve Xiaoxiong'nin çalışmalarında kullandıkları motor modeli

2.1 Amaç

Bu çalışmada, bir aracın imalatına başlanmadan önce seçilecek olan sistem değişkenlerinin aracın daha sonradan çalışır durumdaki hareket karakteristiği üzerinde nasıl bir etkisi olduğu incelenmeye çalışılmıştır. İncelenen ana konu bir motorun titreşimlerinin analiz edilmesidir. Öncelikle aracın titreşimlerini inceleyebilmek için sistemin özelliklerini en iyi şekilde yansıtabilecek bir dinamik eşdeğer sistem modeli geliştirilmiştir. Motor ana elemanları olan yürüyen aksam ve şanzıman tek bir rijit cisim olarak kabul edilmiştir. Bununla gövde arasında yay ve sönüm elemanları ile dinamik ilişki kurulmuştur. İlk olarak modal analiz yapabilmek amacıyla motorun altı serbestlik dereceli hareket denklemleri çıkarılmış, bu denklemler matris formunda ifade edilmiştir. MATLAB programında yazılan modal analiz hesaplayıcısıyla motorun özdeğerleri ve özvektörleri hesaplanmıştır. Bu hesapların doğruluğunu kontrol edebilmek amacıyla aynı dinamik sistem MSC.Adams programında da hazırlanmış, buradan bulunan sonuçlar ile MATLAB'dan alınan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Daha sonra motora, takozlardan harmonik tahrik uygulanarak aracın davranışı incelenmiştir. Bu durum için sistemin diferansiyel eşitlikleri çıkarılmış, MATLAB programı yardımıyla oluşturulan sistem matrisleri çözülmüştür. Bunu takiben motorun öteleme ve dönme yer değiştirme

miktarları hesaplanmıştır. Titreşim ölçümlerinden elde edilen verilerin analizleri yapılarak hesaplanan titreşim modları ile karşılaştırmalar yapılarak bunların motorun doğal frekansları ile örtüşüp örtüşmediği kontrol edilmiştir. Elde edilen sayısal sonuçlar, deneysel ölçümlerle karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

3. GENEL FORMÜLASYON VE ÇÖZÜM MODELLERİ

3.1 Sistemin Modellenmesi

Konu ile ilgili çalışmalara baktığımızda taşıtlarda temel olarak şu problemler üzerinde durulmuştur;

- Motor titreşim kuvvetleri,
- Motor askı sisteminin titreşim davranışına etkisi,
- Taşıt gövdesinin titreşimleri.

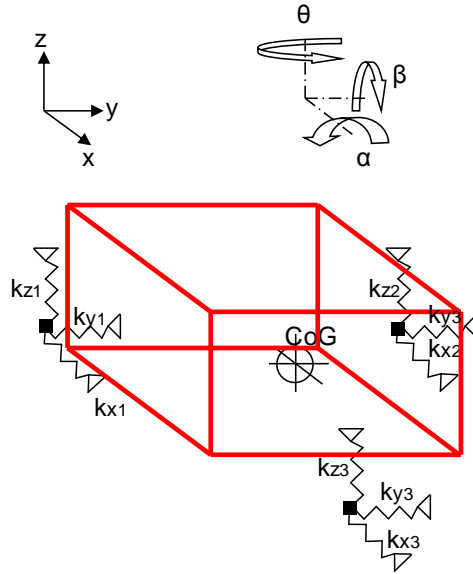
Araştırmacıların ilgilendiği bu konularda, ortak olarak aracın komple gövde titreşim karakteristikleriyle birlikte motor titreşim karakteristikleri ve süspansiyonun dinamik yapısıyla ilgili detaylı bilgiler verilmiştir. Bu konulara bakıldığında titreşim problemi, gaz basıncı ve dengelenmemiş kuvvetlerin vuku bulunduğu mevcut motor sistemleri kullanılmaya devam edildiği sürece, mühendisler bu konular üzerine yeniden hesaplar yapma zorunluluğu doğmaktadır. Ayrıca, uluslararası standartların getirdiği sınırlandırmalar da tasarımcıların çalıştıkları konularda daha da detaylara inmelerini gerekli kılmaktadır.

Aracın dinamik problemleri incelendiğinde ana sorunun motor ve yoldan gelen titreşimlerle ilgili olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu titreşimler yol düzgünsüzlükleri sebebiyle ortaya çıkmakta, temasta oldukları tekerlekler ile etkilerini araca geçirmekte ve çeşitli süspansiyon yapılarından süzülerek yolculara kadar gitmektedirler. Motor titreşimleri ise doğrudan olarak motor askı sistemi ile alakalıdır. Bu titreşim hareketleri belli bir konfor katsayısı üzerine çıktığında yolcuları rahatsız etmekte, daha da şiddetli titreşimlerde özellikle aracın rezonansa girdiği frekansa bağlı olarak hem araç üzerinde hem de yolcu üzerinde çeşitli zararlara yol açabilmektedirler. Burada bahsedilen durumlar aracın verimliliği açısından en önemli olaylardır ve genelde aracın motor ve yol titreşim karakteristiklerinin iyi analiz edilmesi ile kontrol edilebilirler.

Bu sebepten dolayı araçta yol ve motor titreşimlerini incelemek ve karakteristiklerini anlamak çok önemlidir. Bu çalışmada da motor gövdesinin titreşimlerini analiz edebilmek ve motor askı elemanlarının etkilerini hesaplayabilmek için bir dinamik eşdeğer sistem modeli kurulmuştur. Literatürde motorlu araçların dinamiği incelenirken üç ayrı tipte çözüm modeli kullanıldığını görmekteyiz.

- İdealize edilmiş rijit cisim modelleri,
- Sürekli modeller, sınır şartları ve dalga eşitliklerinin kullanılmasıyla ifade edilen modeller,
- Sonlu eleman modelleri, sürekli elemanların detaylı parametre tanımı kullanarak ifade edilen modeller.

Buradaki çalışmamızda motor sistemi rijit cisim modeli olarak ele alınıp çözümlenecektir.



Şekil 3.1 : Rijit cisim motor modeli.

Bu modellemede sistemin dinamik davranışı, rijit cismin ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre modellenmiştir. Kullanılan eksen takımı Şekil 3.1’de gösterilmiştir.

4. TİTREŞİM GENEL BİLGİLER

4.1 Titreşimlerin Geometrisi ve Fiziği

4.1.1 Giriş

Titreşim analizi açısından otomobil, vagon, metro araçları veya herhangi bir iskelete sahip yapılar titreşim sistemi olarak bilinir. Sanayi devrimleri öncesi genelde, sistemler oldukça büyük kütlelere sahip ahşap ve taş malzemeden oluşmaktaydı. Sistemlerin bu rijit özelliklerinin yanı sıra, titreşim doğurucu dış kuvvetler yok denecek kadar az idi. Özellikle ahşap malzemedeki yüksek sönümlenme kabiliyeti sistemlerde titreşimlerin oluşumuna engel oluyordu.

Son iki asır boyunca teknolojik gelişmelere paralel olarak demir ve alüminyum gibi oldukça mukavemetli ve elastik malzemelerin makina ve dinamik sistem sanayisinde kullanılması, daha hafif ve daha hızlı çalışan makinaların gelişmesine imkân verdi. Hafiflik, sistemin daha küçük kesitli olması, dolayısıyla elastik, yani kuvvet ve moment etkisi altında daha fazla deforme olabilmesi, yani titreşen sistem demektir. İşte dinamik sistemlerin bu yüksek hız ve elastiklik özelliğinden kaynaklanan titreşim potansiyeli tasarım aşamasında incelenip gerekli tedbir alınmadığı takdirde, çalışma esnasında sistem elemanlarının erken yorulmasına ve kırılmasına sebep olur.

Genelde bir makinanın titreşimlerini incelemek ve gerekli tasarım değişikliğini yaparak koruyucu tedbir almak, titreşim açısından kötü bir sistemin iyileştirilmesinden daha kolaydır. Dolayısıyla, sistemler henüz dizayn safhasında genel bir titreşim analizine tabi tutulur ve titreşimleri kabul edilebilir ölçüler içinde olabilecek şekilde tasarım yapılır. Öte yandan, imal edilmiş sistemlerin de sağlıklı bir titreşim analizi ile titreşim izolasyon ve kontrolünü yapmak mümkündür [16].

Özetlemek gerekirse, günümüzde imal edilen makinalar, yüksek hız ve elastik yapıları itibariyle oldukça fazla titreşime zorlayıcı kuvvetlere maruzdurlar. Bu kuvvetlerin frekans spektrumu, özellikle rezonans titreşimleri açısından bilinmeye değer bir husustur. Zira, zorlayıcı kuvvetlerden bir veya birkaçının frekansının sistemin doğal frekanslarıyla çakışması halinde titreşim genliği açısından tahrip edici özelliğe sahip rezonans titreşimleri meydana gelir. Dolayısıyla, rezonans titreşimleri ve istenmeyen dinamik durumla karşılaşmamak için tasarım safhasında titreşim analizi yapılmalıdır.

4.1.2 Titreşimlerin Sebepleri

Dinamik yapılardaki titreşimler, kütle atalet kuvvetleri veya dış kuvvetler ve sistemin bu dış kuvvetlere cevap verme özelliğinden kaynaklanır. Dolayısıyla çok basit bir bakışla, dış kuvvetler ve sistemin bu dış kuvvetlere cevap verme özelliği değiştirilerek sistemin titreşim özelliği değiştirilmiş olur. Uyarıcı kuvvetler, ya sistemin bağlı olduğu temelden gelen bir kuvvet veya bir dış kuvvet, dönen sistemlerde dengelenmemiş kütle, motorlarda gidip gelen kütleler, darbe, deprem v.s. gibi titreştirici özellikteki kuvvetler olabilir.

4.1.3 Titreşimlerin Sonuçları

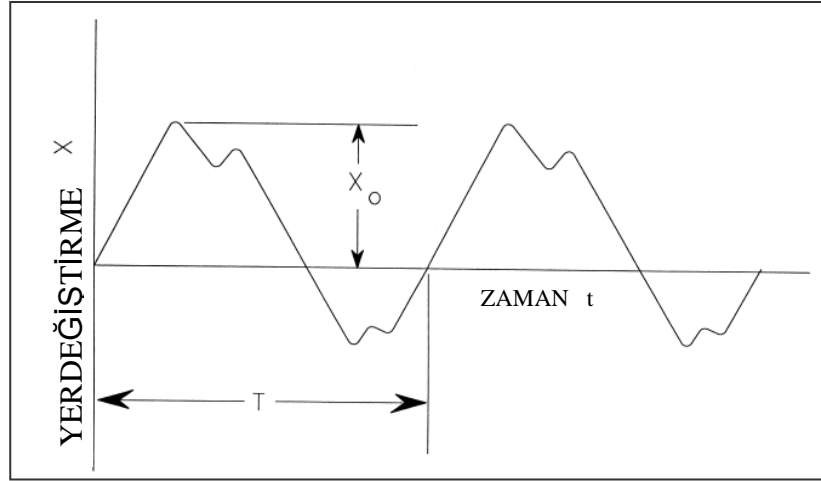
Titreşimler, vibratör, elek v.b. bazı sistemlerde faydalı olmasına rağmen, çoğunlukla istenmeyen sistem özelliği olarak bilinir. Çünkü, bir makinada titreşim, dinamik yorulma dolayısıyla dinamik gerilme ve makina ekipmanlarının daha erken hasara uğraması demektir. Titreşimlerin makinalara olan zararlarının yanısıra makinayı kullanan veya makinayla beraber çalışan insanlarda da yorulma, dikkat dağılması gibi çeşitli hastalıklar, psikolojik rahatsızlıklar, sakatlıklar ve iş kazalarına yol açmaktadır. Raylı taşıtlarda bu tür titreşimler sonucunda, aracın deray olması ile yoldan çıkıp kazalara sebep olması, tekerlek ve ray gibi ekipmanların aşınmasıyla oluşan tehlikeler ve aşırı titreşim altında yolculuk eden insanlarda oluşan rahatsızlıklar v.b. istenmeyen haller oluşmaktadır.

Sistemlerin doğal frekanslarını ve titreşim özelliklerini kontrol etmek oldukça önemlidir. Çünkü, sönüm elemanı içermeyen bir makinanın çalışma hızının kritik hızla çakıştığı rezonans durumunda genlikler sonsuza gider, gürültü ve gerilmeler artar, sistem tahrip olmaya başlar. Bu bakımdan sistemlerin doğal frekans – kritik hız analizi yapılır ve sistem tasarımı rezonans oluşturmayacak şekilde tasarlanır.

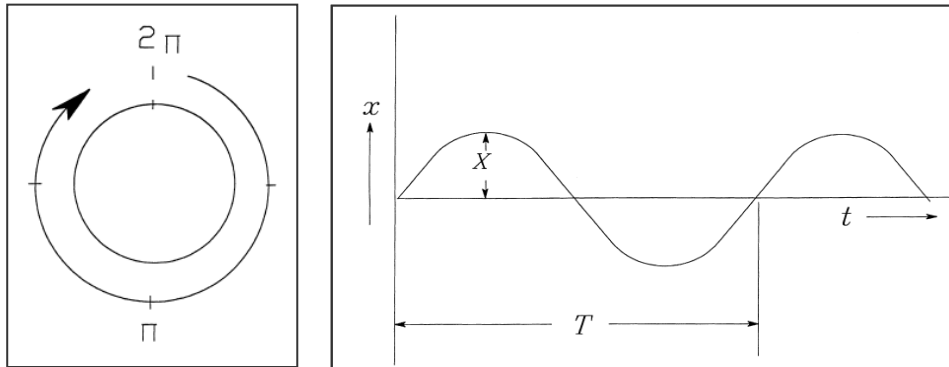
4.2 Titreşimle İlgili Terimler

4.2.1 Titreşim Tanımı

Titreşim bir tür periyodik harekettir ya da başka bir deyimle kendini belli zaman aralıklarıyla tekrarlayan harekete verilen addır. Burada bahsedilen zaman aralığına titreşimin periyodu denir. Şekil 4.1'deki çizim, periyodu T olan, X_0 maksimum yer değıştirme (genlik) değerine sahip bir titreşimin profilini göstermektedir. Periyodun tersine, $1/T$ titreşimin frekansı adı verilir. Genellikle f ile sembolize edilir ve harmonik hareketin saniyedeki çevrim adedi birimi olan Hertz (Hz) ile ifade edilmektedir.



Şekil 4.1 : Peryodik hareket grafiği.



Şekil 4.2 : Harmonik hareket grafiği.

Şekil 4.2’de gösterilen harmonik fonksiyon, periyodik hareketin en basit örneğidir. Bu tür hareketler şöyle bir eşitlikle tanımlanabilir;

$$X = X_0(\omega t) \quad (4.3)$$

bu ifadeyi oluşturan değişkenler;

X : titreşimin anlık yer değiştirme değeri (mm)

X_0 : titreşim maksimum yer değiştirme değeri, genliği (mm)

ω : hareketin tekrar sıklığı, frekansı (rad/sn)

t : zaman (sn)

Titreşimin diğer bir büyüklüğü olan açısal frekans, birimi radyan/saniyedir. Şekil 4.2’den titreşimin bir tam çevrimi $(\omega t) = 360$ derece ya da diğer bir deyişle 2π radyan süpürmesiyle oluşacağı gözükmektedir. Tam bu noktadan sonra titreşim yeni bir çevrime başlar.

$$\omega = 2\pi f \quad (4.4)$$

Harmonik harekette yer değiştirme eşitliği;

$$X = X_0 \sin(\omega t) \quad (4.5)$$

olsun.Bu ifadenin zamana göre birinci türevi bize hız eşitliğini vermektedir;

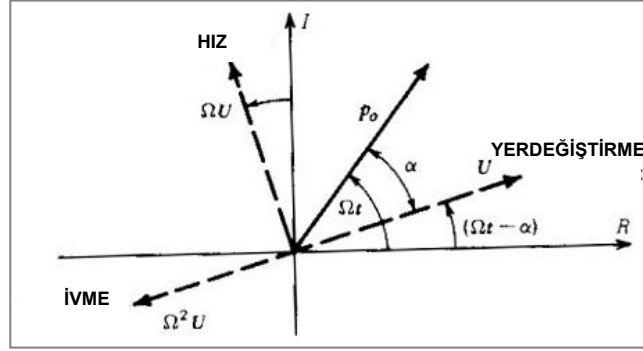
$$v = \frac{dX}{dt} = \dot{X} = \omega X_0 \cos(\omega t) \quad (4.6)$$

Bu eşitlikten, yer değiştirme harmonik ise, hızın da harmonik olduğunu görebilmekteyiz. Bunun yanında hızın maksimum değeri veya genliği ωX_0 değerine eşittir.

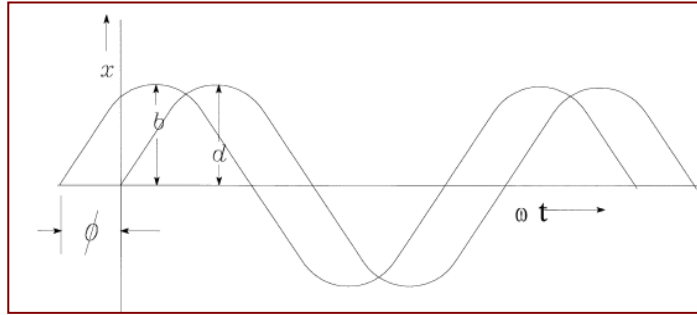
Bulunan hız eşitliğinin zamana göre birinci türevi ya da yer değiştirme eşitliğinin zamana göre ikinci türevinden harmonik hareketin ivme ifadesini elde ederiz;

$$a = \frac{d^2v}{dt^2} = \ddot{X} = -\omega^2 X_0 \sin(\omega t) \quad (4.7)$$

Bu fonksiyon da $\omega^2 X_0$ genliğine sahip harmonik bir eşitliktir.



Şekil 4.3 : Yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri arasındaki ilişki.



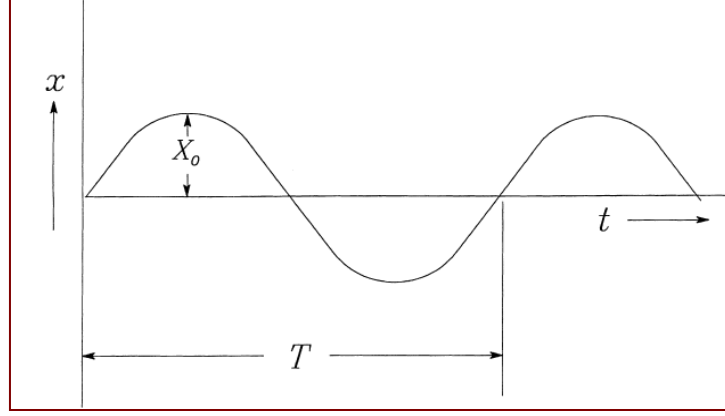
Şekil 4.4 : Aralarında bir faz farkı bulunan iki harmonik hareket.

Belli zaman aralıklarıyla tekrarlanan her hareket titreşim veya salının olarak adlandırılır. Diğer bir tanımla titreşim, bir sistemin denge konumu etrafında yapmış olduğu hareketlerdir.

Her titreşim, bir genlik ve frekans değeri ile gösterilir. Genlik, titreşen cismin denge konumundan olan maksimum yer değiştirmesidir. Bir elemanın zamana bağlı hareketi $x = X(t)$ ile gösterilirse, burada x zamana bağlı titreşimin genliğidir. Eğer bu genlik, belirli zaman aralıklarında hep eşit aralıklarla tekrarlanıyor ise;

$$x = X(t + nT) \quad n = 1,2,3, \dots \quad (4.8)$$

olmak üzere T periyodu gösterir.



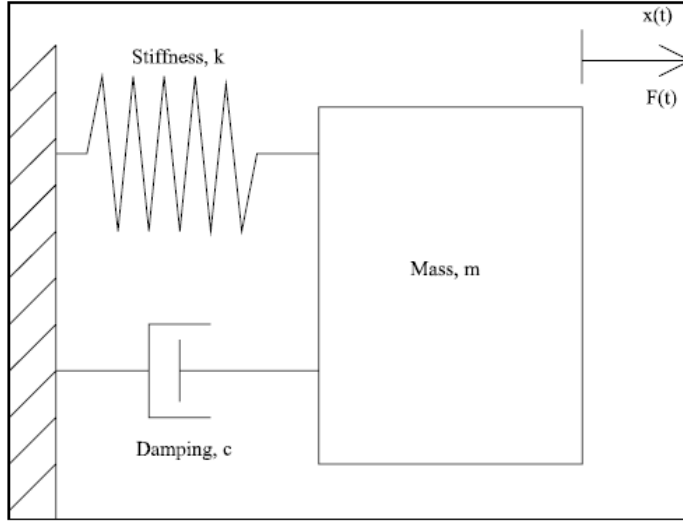
Şekil 4.5 : Titreşim sisteminin temel büyüklükleri.

4.2.2 Titreşim Sistemlerinin Elemanları

Bir titreşim sistemi genellikle, potansiyel enerji depolayan elemanlar (yay, kauçuk ve elastik elemanlar [k]), kinetik enerji depolayan elemanlar (kütle [m], kütle atalet momenti [J]) ve yavaş yavaş enerji yutan elemanlardan (damper, amortisör, daspot, sönümleyici elemanlar [c]) oluşur.

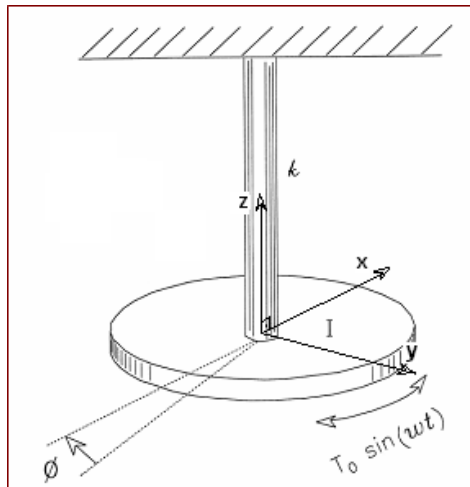
Bir sistemin titreşimi, bu sistemin potansiyel enerjisinin kinetik enerjiye, kinetik enerjisinin de potansiyel enerjiye dönüşümü ile oluşur. Eğer bu sistemde bir sönüm elemanı varsa titreşimin her periyodunda bir miktar enerji kaybı olacak ve bir müddet sonra sistemdeki titreşim sönümlenecektir.

Ötelenen bir sistemde m kütlesi, herhangi bir x konumundayken $F_y = k \cdot x$ yay kuvvetini, $F_s = c\dot{x} = c \frac{dx}{dt}$ sönüm kuvvetini ve $m\ddot{x} = m \frac{d^2x}{dt^2}$ atalet kuvvetini göstermektedir ve bu kuvvetler hareketin tersi yönündedir. Eğer zorlanmış titreşimler söz konusu ise kütleyle bir de zorlayıcı kuvvet etki eder. Burulma titreşimi yapan sistemlerde burulma yay elemanı K_b , sönüm elemanı C_b , kütleli atalet momenti J ve zorlayıcı moment $M_b(t)$ olarak temsil edilmektedir.



Şekil 4.6 : Öteleme durumunda titreşim sisteminin elemanları

Benzer şekilde, m kütleli ve J kütlelesel atalet momentli bir diskin, K_b burulma yay sabitli bir çubuk ile bağlı olduğu farz edelim. Bu durumda, disk θ kadar açısal sapma yaparsa sisteme $K_b\theta$ kadarlık yay momenti, $J\ddot{\theta} = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$ atalet momenti ve eğer sistemde sönüm elemanı var ise $c_b\dot{\theta} = c_b \frac{d\theta}{dt}$ sönüm momenti etkileyecektir. Yine bu momentler, hareketin tersi yönünde olacaktır. Eğer sistem zorlanmış titreşim yapıyorsa zorlayıcı bir $M_b(t)$ momenti de sisteme etkileyecektir.



Şekil 4.7 : Dönme durumunda titreşim sisteminin elemanları.

4.2.3 Serbestlik Derecesi

Hareket halindeki bir sistemi ve sistem elemanlarının durum ve konumlarını belirleyen parametrelere koordinat denir. Bir sistemin serbestlik derecesi, herhangi bir zamanda bu sistemin bütün parçalarının konumlarının tamamen belirli olması için gerekli birbirinden bağımsız minimum koordinat sayısıdır.

Şekil 4.6 ve 4.7'deki modeller tek serbestlik dereceli sistemlere örnektir. Disk örneğini incelersek, bu diskin hareketi ya θ açısı ile ya da kartezyen koordinatlarda x-y koordinatlarının verilmesi ile tanımlanabilir. Eğer bu sistemin hareketi x-y koordinatları ile tanımlanıyorsa bu iki koordinatın birbirinden bağımsız olmadığına dikkat edilmelidir. x ve y koordinatları arasında,

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (4.9)$$

bağıntısı vardır. Bu sebeple diskin hareketi, x ve y koordinatlarından herhangi biri ile tanımlanabilir. Bir sistemin hareketini tanımlamak için gerekli olan herhangi bir parametreye genelleştirilmiş koordinatlar denir.

4.2.4 Genelleştirilmiş Koordinatlar

Bir önceki başlık altında serbestlik derecesi açıklanırken, sistemin konumunu tanımlamak için verilmesi gerekli birbirinden bağımsız değişkenlerin sayısı ifadesi kullanılmıştı. Bahsedilen bu değişkenlere aynı zamanda “genelleştirilmiş koordinatlar” adı verilmektedir. Bir sistemin birbirinden bağımsız genelleştirilmiş koordinat sayısı, o sistemin serbestlik derecesine eşittir. Genelleştirilmiş koordinatların kartezyen koordinat olması şart değildir, silindirik koordinatlarda tanımlı mutlak veya izafi bir açı da olabilmektedir.

4.3 Titreşimlerin Sınıflandırılması

4.3.1 Serbest Titreşimler

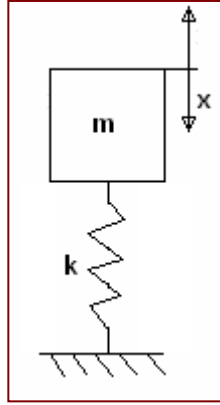
Eğer bir sistem dışarıdan sürekli bir zorlayıcı etki olmaksızın başlangıçtaki denge konumunun bozulması ile kendi kendine titreşim yapıyorsa bu hareket, serbest titreşim olarak adlandırılır. Şekil 4.7'de basit bir düşey titreşim modeli gösterilmektedir. Serbest titreşim durumunda sistemin titreşim frekansı, sistemin ω_n doğal frekansına eşittir.

Sistemlerin doğal frekansları, elastiklik ve kütle özelliklerine bağlı olup dışarıdan etkilerle değişmez. Zorlayıcı kuvvetin herhangi bir etkisi yoktur. Ancak sönüm elemanının çok az bir etkisi olabilmektedir.

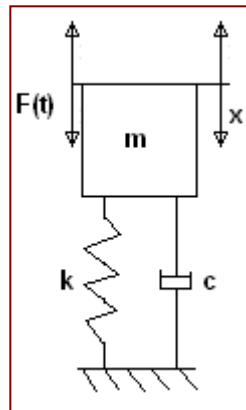
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.10)$$

4.3.2 Zorlanmış Titreşimler

Eğer bir sistem dışarıdan tahrik eden zorlayıcı bir etki (kuvvet veya moment) altında titreşiyorsa, bu titreşim hareketi zorlanmış titreşim olarak adlandırılır. Şekil 4.8’de basit bir model gösterilmiştir. Raylı taşıtlara baktığımızda, araç sürüş anında raylar ile aks arasındaki titreşim buna örnek verilebilir.



Şekil 4.8 : Serbest titreşim



Şekil 4.9 : Sönümlü zorlanmış titreşim

4.4 Titreşim Analizi

Genel olarak mühendislik sistemlerini, oldukça karmaşık yapılarıyla aynen olduğu gibi incelemeye tabi tutmak oldukça zordur. Bir sistemin bütün elemanlarını özellikleriyle incelemek imkansız denebilecek kadar kolay olmayan bir iş olduğundan çoğu zaman sistemlerin bizim için gerekli ve önemli olan hayati parametrelerini hesaplar ve boyutlandırırız. Mühendislik açısından önemli olan da, bir sistemin titreşimlerini tamamen yok etmek değil, sistemi tehlikesiz ve zararsız hale getirmektir. İşte bu nedenle, mühendisler herhangi bir sistemi incelerken mutlaka belirli ölçülerde o sistemi idealize ederler. Yani sistemin bir modelini çıkarıp o model üzerinde çalışırlar. Genelde mühendislik sistemlerinin titreşim analizi yapılırken, o sistemin ilk önce bir fiziki modeli çıkarılır. Daha sonra bu fiziki modelden matematik bir model elde edilir. Çözümler de, bu matematik modele göre yapılır.

4.4.1 Mühendislik Sistemlerinin Fiziki Modeli

Matematik Modelleme;

Birçok sistem, benzeyen veya farklı özelliklere sahip elemanlardan oluşan kompleks hareketlerinden ve deformasyonlarından dolayı bir takım kuvvetlere maruzdur. Gerek dış kuvvetler ve gerekse elemanlar arası etkileşimden doğan iç kuvvetler sistem ve sistemi oluşturan elemanların titreşimini meydana getirir. Şu halde denilebilir ki eğer bir sisteme etki eden kuvvetler statik ve dinamik olarak dengede ise sistemde dengede olup titreşim doğurmaz.

Aksi durumda sistem titreşim etkisindedir. Sistemin bütün önemli özelliklerini içine alan matematik model, sistem davranışını belirleyen denklemlerin çıkarılabilmesi için gereklidir.

Diferansiyel Denklemlerin Çıkarılması;

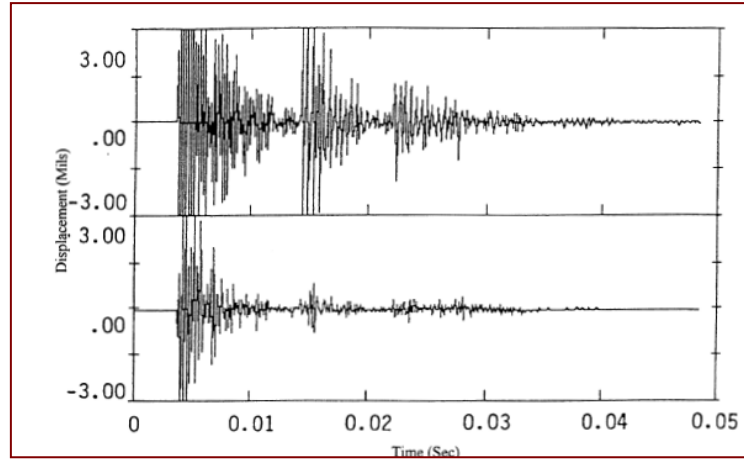
Matematik modelleme yapıldıktan sonra dinamik prensiplerin kullanılarak titreşimin karakterini yöneten diferansiyel denklemlerin elde edilmesi gerekir. Ayrık sistemler için bu denklemler genellikle adi diferansiyel denklemler şeklinde, sürekli sistemler için ise kısmi türevli diferansiyel denklemler olarak formüle edilir.

Hareket Denklemlerinin Bulunması;

Matematik modelden elde edilmiş diferansiyel denklemlerin uygun metodlarla çözümüyle sistemin genel davranışını belirleyen hareket denklemleri elde edilir. Bu çözümler, zaman uzayında olabildiği gibi, yapılan titreşim analizinin maksadına bağlı olarak, frekans uzayında da olabilmektedir. Bu şekilde, titreşim sisteminin cevabı elde edilir.

Gerçek hayatta titreşim problemlerinin çözülebilmesi için karmaşık makina verilerinin toplanması gerekmektedir. Çalışan bir makina parçası incelendiğinde, önceki sayfada yer alan basit teorik titreşim eğrileri yerini çok daha kompleks titreşim davranışlarına bırakır. Bu karmaşıklığın sebebi titreşimin çok fazla kaynaktan oluşmasıdır.

Herbir kaynak kendi hareket karakteristiğini ortaya çıkarmaktadır, fakat bu hareketler birbirlerine eklenerek tek bir kompozit titreşim profili ortaya çıkartmaktadır. Bu hareket profilleri iki ayrı formatta incelenebilmektedir; bunlar frekans boyutu ve zaman boyutudur.

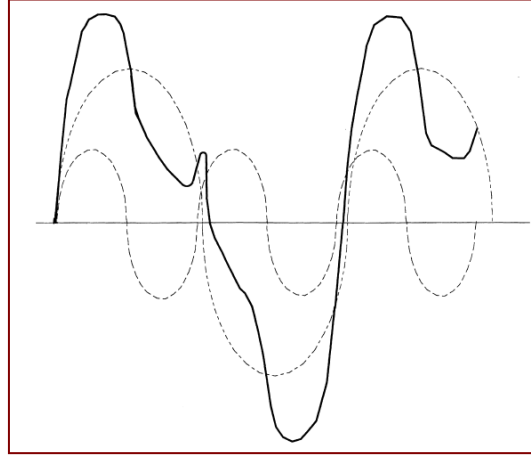


Şekil 4.10 : Zaman uzayında bir titreşim profili.

Zaman Uzayında Analiz: Titreşim verilerinde genliğine karşılık zaman şeklinde şekiller çizilir. Buna basit örnekler Şekil 4.10'da gösterilmektedir. Bu tip titreşim verilerinin karmaşıklığını görmek için, çalışan bir makinadan alınmış veriye bakılabilir. Zaman boyutunda hareket eğrilerinin çizimi, tüm doğrusal ve harmonik çalışan mekanizmalar için gereklidir. Çalışma şartlarındaki değişimleri analiz etmek için zaman uzayını kullanmak çok faydalıdır, fakat zaman uzayı verilerini kullanmak çok da kolay değildir. Çünkü, örnek olarak herhangi bir andaki deplasman, titreşime neden olan tüm kaynaklardan gelen bilgiler birbirlerine eklenerek hesaplanmaktadır.

Bu sebeple herhangi bir titreşim kaynağının toplam deplasmandaki katkısının ne olduğunu bulmak çok zordur.

Fransız fizik ve matematikçisi Jean Fourier zaman boyutundaki titreşim davranışı gibi harmonik olmayan hareket fonksiyonlarının aslında birden fazla basit harmonik hareketin üst üste matematiksel olarak toplanmasından meydana geldiğini söylemektedir.

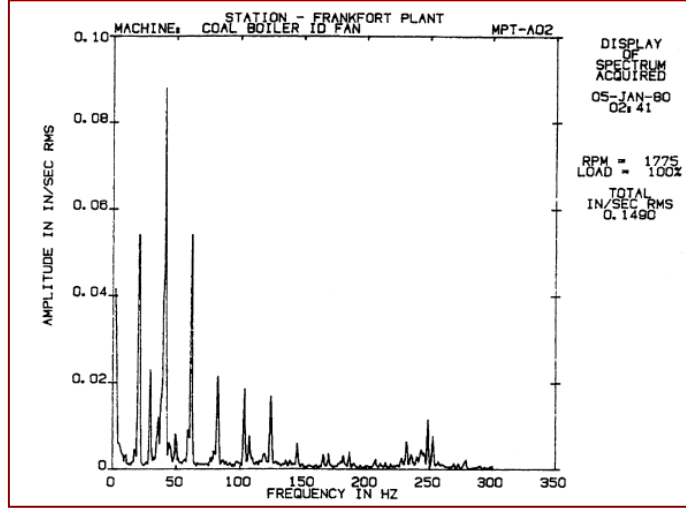


Şekil 4.11 : Zaman uzayında ayırık (harmonik) ve toplam (harmonik olmayan) titreşimler.

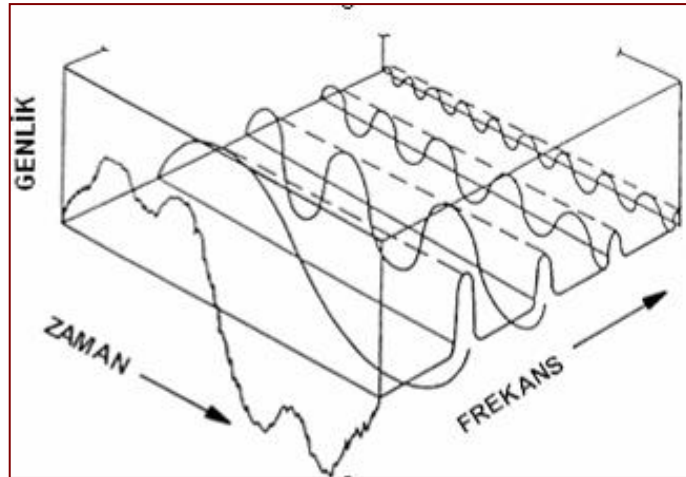
Şekil 4.11’de gösterilen kesikli çizgiler, bir araya gelerek toplam hareket karakteristiğini belirleyen ayırık harmonik hareket bileşenlerini göstermektedir

Frekans Uzayı: Pratik bir bakış açısıyla basit harmonik titreşim fonksiyonları dönen veya hareketli parçaların açısal frekanslarıyla ilişkilidir. Bu frekansları bulmak makinanın çalışma şartlarının analiz edilmesinde ilk adımı oluşturur.

Frekans uzayı verileri, Fast Fourier Transform (FFT) denilen matematik çözüm yöntemiyle hesaplanan zaman uzayındaki verilerin dönüşümü ile elde edilir. Karmaşık bir makina spektrumunu oluşturan her bir titreşim elemanını ayırık olarak tepe değerleri ile göstermede FFT kullanılır. Frekans uzayında y eksenini gözlendiren titreşim elemanının birim zamandaki yer değiştirmesi olabilir. Buna karşılık, zaman uzayında y eksenini hareketi oluşturan tüm titreşim elemanlarının hızlarının toplamını gösterir. Frekans uzayında bir titreşim eğrisi Şekil 4.12’de gösterilmiştir.



Şekil 4.12 : Frekans domeninde titreşim profili



Şekil 4.13 : Frekans-zaman domeni ilişkisi

4.4.2 Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Serbest Titreşimi

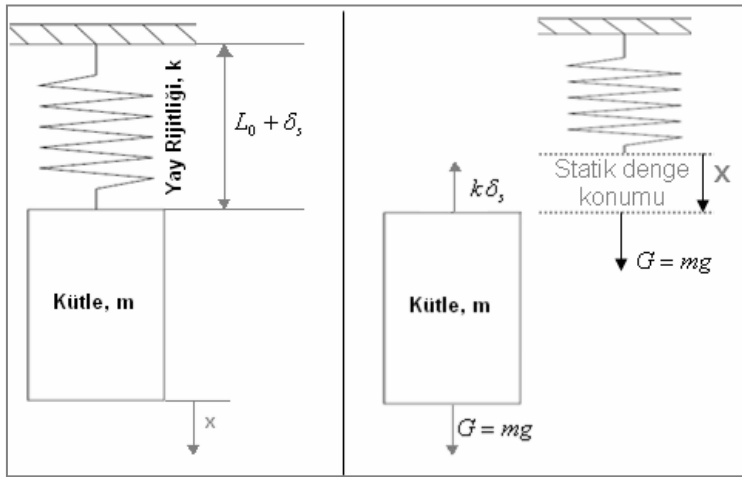
Titreşim sistemlerini zorlanma durumu ve sönüm özelliklerine göre dört gruba ayırarak incelemek mümkündür.

4.4.2.1 Sönümsüz Tek Serbestlik Dereceli Sistem

Şekil 4.14'te gösterilen kütle-yay sistemi mümkün olabilecek en basit bir titreşim sistemini göstermektedir. Bu sistem, tek serbestlik dereceli bir sistemdir. Çünkü,

sistemin kütlesinin konumu, herhangi bir anda sadece x koordinatının verilmesi ile belirlenebilir. Sisteme dışarıdan etki eden herhangi bir zorlayıcı kuvvet olmadığı için, sistem eğer denge konumunu bir anlık bozduracak bir etki ile karşılaşırsa serbest titreşim yapacaktır. Sistemde enerji yutan bir eleman olmadığı için titreşimin genlikleri zaman ile değişmez sabit kalır. Bu yüzden, bu tür sistemler sönümsüz sistem olarak adlandırılmaktadır. Titreşim genlikleri zamanla azalan titreşimlere ise sönümlü sistem denmektedir. Sönümlü ve sönümsüz tek serbestlik dereceli sistemlerin serbest titreşimini bilmek, daha karmaşık sistemlerin titreşimlerini anlamada büyük kolaylıklar sağlayacaktır.

Sönümsüz ve dış kuvvet etkisi olmayan tek serbestlik dereceli sistem, titreşim sistemlerinin anlaşılma bakımından en basit şeklidir. Böyle bir sistemi açıklayan örnek Şekil 4.14'te gösterilmektedir.



Şekil 4.14 : Sönümsüz tek serbestlik dereceli sistem

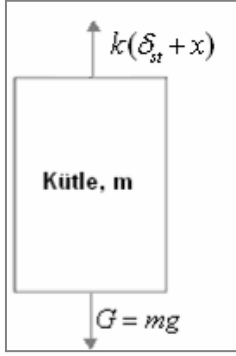
Statik denge konumu için : $\sum F_{st} = 0$

$G = mg = k\delta_s$ denkleminde

$\frac{k}{m} = \frac{g}{\delta_{st}} = \omega_n^2$ elde edilir ve

$$\omega_n = \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \right) = \left(\sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \right) \quad (4.11)$$

Burada ω_n sistemin doğal frekansdır. Newton'un 2.kanununu uyguladığımızda,



$$\sum F = ma \Rightarrow m \ddot{x} = -k(x + \delta_{st}) + G$$

$k\delta_{st} = G$ olduğundan dolayı (statik denge şartı) ;

(4.12)

$m \ddot{x} + kx = 0$ bulunur.

(4.10) denklemindeki statik denge konumundan uzaklık olan $x(t)$ zamanın fonksiyonu olarak yazdığımızda, eşitlik,

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.13)$$

halini alır. Bu denklem m ile bölüldüğünde eşitliğin yeni hali;

$$\ddot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0 \quad (4.14)$$

olarak elde edilir. Sistemin anlaşılmasını sağlayan (4.11) ve(4.12) denklemleri sabit katsayılı diferansiyel denklemlerdir. Bunların çözümünde,

$$x(t) = Ae^{st} \quad (4.15)$$

olduğu kabul edilsin. Bu ifade ve ikinci türevi (4.12) denkleminde yerine konular, bulunan eşitlik Ae^{st} ile bölünürse,

$$s^2 + \omega_n^2 = 0 \quad (4.16)$$

karakteristik denklemi elde edilir. Bu denklemin köklerine özdeğerler denilir.

$$s_{1,2} = \pm i\omega_n \quad (4.17)$$

Burada bulunan kompleks eşlenik köklerde $i = \sqrt{-1}$ 'e eşittir. (4.12) denkleminin genel çözümü,

$$x(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t} \quad (4.18)$$

Burada A_1 ve A_2 başlangıç şartlarından hesaplanması gereken integrasyon sabitleridir. Bu denklemin çözümü için $(e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t)$ eşitliğinden faydalanırsak (4.16) ifadesi,

$$x(t) = B_1 \cos \omega_n t + B_2 \sin \omega_n t \quad (4.19)$$

biçiminde ifade edilebilir. Buradaki B_1 ve B_2 integrasyon sabitlerini hesaplayabilmek için sistemin başlangıç şartlarından yararlanır. Yani $t = 0$ anında, $x(0) = x_0$ ve $\dot{x}(0) = v_0$ olarak kabul edilirse, son durumda hareket denklemini;

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{x_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (4.20)$$

olarak elde edilir.

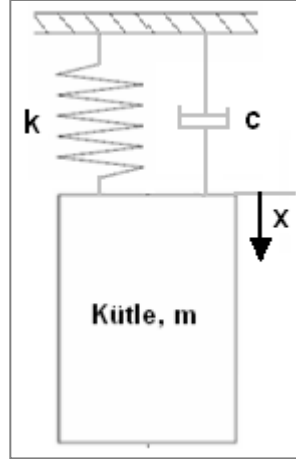
$$x(t) = \frac{\sqrt{\omega_n^2 x_0^2 + \dot{x}_0^2}}{\omega_n} \cos(\omega_n t - \tan^{-1} \frac{\dot{x}_0}{\omega_n x_0}) \quad (4.21)$$

Bu eşitlikten ileride kullanılacak bazı çıkarımlar yapabiliriz. Bahsedilen sönümsüz tek serbestlik dereceli sistemin frekans cevabı 3 fiziksel parametreye bağlıdır. Bunlar sırasıyla; sistemin doğal frekansı ω_n , sistem başlangıç hızı v_0 ve sistem başlangıç yerdeğiştirmesi x_0 olarak sıralanır. Doğal frekans ifadesinden de anlaşılacağı gibi sistemin doğal frekansı \sqrt{m} ile ters orantılı, buna karşın \sqrt{k} ile doğru orantılı olarak değişmektedir. Kütle veya yay katsayısındaki değişim titreşimin frekansını doğrudan etkilemektedir.

Diğer bir çıkarım ise, faz açısı ve maksimum genlik değerleri de aynı zamanda doğal frekansın birer fonksiyonudur. Kütlenin artması ile titreşimin maksimum genlik değeri doğal frekansın azalmasına bağlı olarak azalmaktadır.

Yay katsayısının artışıyla sistemin doğal frekansı artmakta, bu da maksimum genlik değerinde artışa sebep olmaktadır.

4.4.2.2 Viskoz Sönümlü Tek Serbestlik Dereceli Sistemler



Şekil 4.15 : Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem

Basit bir gösterimle Şekil 4.15’de sönümlü tek serbestlik dereceli bir sistem oluşturulmuştur. Bu tipte sistemlerin hareket denklemleri genel olarak aşağıdaki diferansiyel denklem ile ifade edilir.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.22)$$

Burada, m kütle, c viskoz sönüm katsayısı ve k yay katsayısını ifade etmektedir. (4.20) eşitliği kütle m ile bölümdüğünde, bu denklem;

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = 0 \quad (4.23)$$

haline dönüşür. (4.21) denkleminde yer alan ω_n sönümsüz durum doğal frekansını, ξ viskoz sönüm oranını göstermektedir.

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (4.24)$$

Bu hareket denkleminin çözülmesi için, diferansiyel denklem çözümünün aşağıdaki şekilde olacağı kabul edilirse,

$$x(t) = Ae^{st} \quad (4.25)$$

(4.23) ifadesi ve türevleri (4.21) denkleminde yerine konulur, bulunan eşitlik Ae^{st} ile bölünürse;

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (4.26)$$

karakteristik denklemini elde edilir. Bu denklemin birbirinden farklı iki reel kökü vardır. Bunlar şu şekildedir:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (4.27)$$

Bu sebeple;

$$x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (4.28)$$

şeklinde bir diferansiyel denklem çözümü olacaktır. A_i katsayıları başlangıç şartlarından hesaplanan sabitlerdir. (4.24) karakteristik denkleminde $\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n$ ve

$\frac{k}{m} = \omega_n^2$ değişiklikleri yapıldıktan sonra çözüldüğünde;

$$s_{1,2} = \left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \omega_n \quad (4.29)$$

denklemin kökleri elde edilir. Bu kökler (4.26) ifadesinde yerine konulduğunda, aşağıdaki frekans cevabı denklemini elde edilir.

$$x(t) = A_1 e^{\left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_n t} + A_2 e^{\left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_n t} \quad (4.30)$$

Eğer $\xi = 0$ ise, sistem bir önceki başlık altında açıklandığı gibi sönümsüz serbest titreşim yapacaktır. Diğer titreşim halleri ξ 'nin alacağı değerlere göre üç duruma ayrılır. Bunlar; $\xi < 1$ durumunda zayıf sönümlü, $\xi = 1$ durumunda kritik sönümlü ve $\xi > 1$ durumunda aşırı sönümlü sistemler olarak adlandırılırlar.

1. Durum : Zayıf sönümlü sistem ($\xi < 1$)

Kritik altı sönümlü sistemler de denen bu durumda, $(\xi^2 - 1)$ negatif olur. Bu durumda,

$$s_1 = \left(\xi + i\sqrt{\xi^2 - 1} \right) \omega_n \quad (4.31)$$

$$s_2 = \left(\xi - i\sqrt{\xi^2 - 1} \right) \omega_n \quad (4.32)$$

olur. Sistemin bir çift eşlenik kompleks kökü olduğundan, çözüm bu sefer farklı bir şekilde olacaktır.

$$x(t) = A_1 e^{\left(-\xi + i\sqrt{1-\xi^2}\right)\omega_n t} + A_2 e^{\left(-\xi - i\sqrt{1-\xi^2}\right)\omega_n t} \quad (4.33)$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(A_1 e^{\left(i\sqrt{1-\xi^2}\right)\omega_n t} + A_2 e^{\left(-i\sqrt{1-\xi^2}\right)\omega_n t} \right) \quad (4.34)$$

Burada parantez içinde bulunan üstel ifadeyi, trigonometrik eşitliğini kullanarak açarsak,

yeni denklem şu şekilde gelir:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[(A_1 + A_2) \cos\left(\sqrt{1-\xi^2} \omega_n t\right) + i(A_1 - A_2) \sin\left(\sqrt{1-\xi^2} \omega_n t\right) \right] \quad (4.35)$$

Bulunan bu eşitlik daha toplu olarak:

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin \left(\sqrt{1-\xi^2} \omega_n t + \phi \right) \quad (4.36)$$

biçiminde ifade edilir. Burada buluna A ve ϕ bilinmeyenleri, başlangıç şartlarının kullanılması ile hesaplanır. Başlangıç şartları olarak, $x(t=0) = x_0$ ve $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ kabulü ile,

$$B_1 = A_1 + A_2 = x_0 \quad (4.37)$$

$$B_2 = A_1 - A_2 = \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (4.38)$$

olarak bulunur.

Bu ifadeler yardımıyla (4.34) denklemindeki A ve ϕ bilinmeyenleri şu şekilde ifade edilebilir;

$$A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (4.39)$$

$$\phi = \tan^{-1} (B_2 / B_1) \quad (4.40)$$

Ayrıca sönümlü sistemin doğal frekansı da;

$$\omega_d = \sqrt{1-\xi^2} \omega_n \quad (4.41)$$

ifadesiyle sistemin doğal frekansına bağlıdır. Son durumda zayıf sönümlü sistemin frekans cevabı aşağıdaki formda elde edilir.

$$x(t) = \frac{\left(x_0 + \xi\omega_n x_0 \right) + \left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \right)}{\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \right)^2} e^{(-\xi\omega_n t)} \sin \left[\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \right) t + \tan^{-1} \left(\frac{x_0 \omega_n \sqrt{1-\xi^2}}{v_0 + \xi\omega_n x_0} \right) \right] \quad (4.42)$$

Bulunan bu ifade görünüşte çok karışık olmasına rağmen sadece ω_n , v_0 , ξ ve x_0 değişkenlerine bağlıdır. Daha evvel sönümsüz sistem için bulunan frekans cevabı ifadesi (4.19) ile çok benzeşmektedir. Farklılık elbetteki sönüm ile ilgili büyüklüklerden oluşmaktadır. Denklemden bulunan büyüklüklerin birbirlerini nasıl etkilediği sönümsüz sistemde anlatılmıştı. Burada hesaba ω_d sönümlü sistem doğal frekansının girdiğini görmekteyiz.

2.Durum : Kritik sönümlü sistem ($\xi = 1$)

$ms^2 + cs + k = 0$ karakteristik denkleminin kökleri:

$$s_1 = s_2 = -\omega_n \quad (4.43)$$

şeklinde katlı kökler olduğundan dolayı $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0$ diferansiyel denkleminin çözümü:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\omega_n t} \quad (4.44)$$

şeklinde olacaktır. Başlangıç şartları olarak, $x(t=0) = x_0$ ve $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ kabulü ile,

$$A_1 = x_0 \quad (4.45)$$

$$A_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0 \quad (4.46)$$

olarak bulunur ve çözüm:

$$x(t) = \left[x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t \right] e^{-\omega_n t} \quad (4.47)$$

3.Durum : Aşırı sönümlü sistem ($\xi > 1$)

Daha evvel hesaplanan $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0$ (1.1) ifadesinin karakteristik denklemini olan $ms^2 + cs + k = 0$ denkleminin kökleri, (4.27)'deki gibi $s_{1,2} = \left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \omega_n$ olarak bulunmuştu. $\xi > 1 \Rightarrow \sqrt{\xi^2 - 1} > 0$ olmaktadır. Buradan bulunan kökler, reel ve ayırık olduğundan dolayı hareket denkleminin çözümü;

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(A_1 e^{\left(\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}\right)} + A_2 e^{\left(-\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}\right)} \right) \quad (4.48)$$

olarak bulunur.

Burada bulunan A_1 ve A_2 bilinmeyenleri kabul edilecek bir başlangıç şartlarının kullanılması ile hesaplanır. Başlangıç şartları olarak, $x(t=0) = x_0$ ve $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ kabulü ile,

$$A_1 = \frac{-\dot{x}_0 + (-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (4.49)$$

$$A_2 = \frac{\dot{x}_0 + (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (4.50)$$

şeklinde hesaplanır. (4.46) eşitliği görülüyor ki, azalan üstel bir fonksiyon olması nedeniyle sistem denge sınırlarında titreşim yapmak yerine kısa sürede başlangıç şartlarına dönmektedir. Bu hareket, periyodik olmayan bir hareket olup harmonik değildir. Eğer sistemde sönüm yok ise, bu sistem sonsuza kadar titreşecektir. Sönüm olması durumunda, sönüm katsayısına bağlı olarak ya aşırı, ya zayıf veya kritik bir durumda sistem titreşimleri zamanla sönümlenecek ve sistem belirli bir zaman sonra duracaktır.

4.4.3 Zorlanmış (Harmonik Tahrikli) Titreşimler

Herhangi bir dış kuvvetin sistemi titreştirmek üzere etki etmesi halinde oluşan titreşimlere zorlanmış titreşimler denir. Bu tür titreşimleri oluşturan kuvvete zorlayıcı kuvvet denmektedir. Mekanik sistemlerde, titreşim doğuran çok çeşitli zorlayıcı kuvvetler vardır. Bu kuvvetler, ayrı ayrı titreşim oluşturdıkları gibi birkaçı beraber de sisteme etki edebilmektedir. Örneğin, ray düzgünsüzlüğü olan bir demiryolu hattında viraj dönme esnasında seyahat eden bir tren tekerleklerine yoldan gelen düşey darbelerle titreşim hareketi yaparken, aynı zamanda jeneratörün çalışma titreşimlerine de maruz kalacaktır. Dahası, merkezkaç kuvvetler etkisinde de yatay titreşim hareketleri oluşacaktır. Genelde, sisteme etki ederek titreşim oluşturan dış kuvvetleri üç ayrı grupta sınıflandırmak mümkündür:

- 1- Zorlayıcı dış kuvvetler,
- 2- Dengelenmemiş kütlelerin oluşturduğu kuvvetler,
- 3- Zeminden gelen kuvvetler,

Dinamik sistemler genellikle, bu zorlayıcı veya uyarıcı diye adlandırılan dış etkilere maruzdurlar. Eğer, bu dış etki harmonik ise sistemin bu harmonik zorlamaya cevabı da harmonik olacaktır. Burada sistemin doğal frekansı, zorlayıcı dış kuvvetin frekansı ile çakışırsa, sistemin titreşimlerinin genlikleri sistemi tahrip edecek derecede büyük boyutlara ulaşır ki bu olaya rezonans denmektedir.

Diferansiyel Denklemlerin Çıkarılması;

$F(t)$ zorlayıcı kuvvetin etkisi altındaki sistemin (Şekil 4.16) hareketinin diferansiyel denklemi için, Newton'un İkinci Kanunu'nu uygularsak,

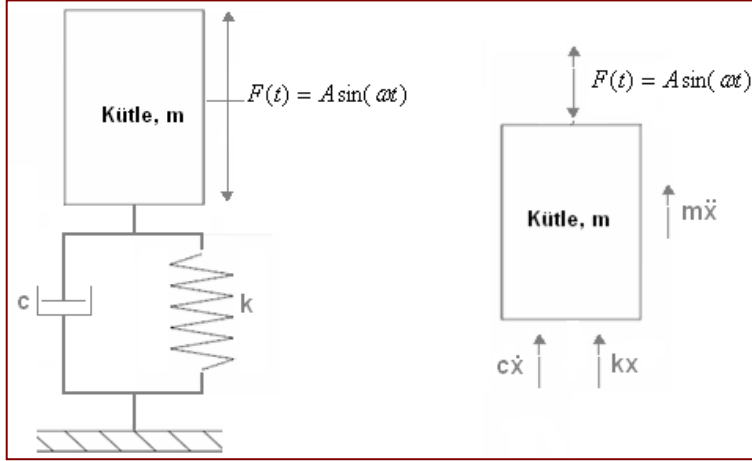
$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = A\sin(\omega t) \quad (4.51)$$

şeklinde olur.

Bu denklem homojen olmadığından, genel çözüm $x(t)$, homojen çözüm $x_h(t)$ ve özel çözümün $x_o(t)$ toplamı şeklinde olur. Burada bahsedilen homojen çözüm $x_h(t)$,

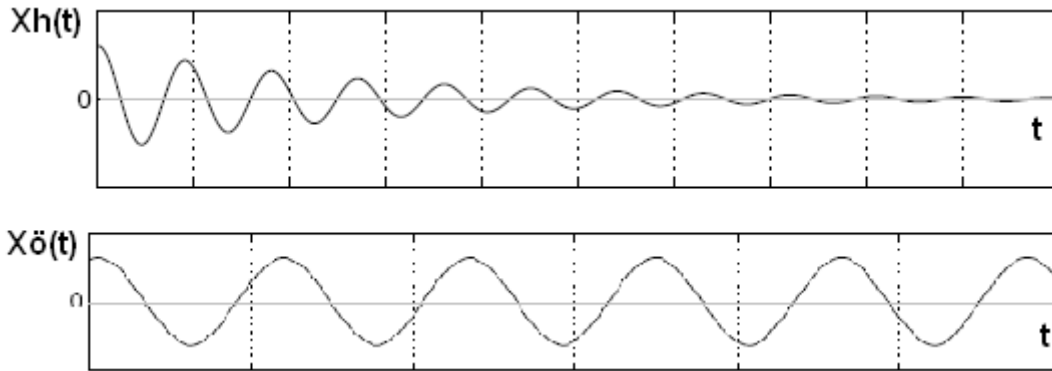
$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.52)$$

homojen diferansiyel denkleminin çözümüdür. Bu çözüm kütle için serbest titreşimlerini ifade etmektedir. Bu serbest titreşimler, ihtimal dahilindeki bütün başlangıç şartları için sönüm oranının alacağı değerlere göre zaman içinde kaybolurlar.



Şekil 4.16 : Sönümlü zorlanmış titreşim modeli

Bu sebeple, (4.49) denkleminin çözümü olan $x_p(t)$, sürekli titreşimleri ifade eder. Sürekli titreşim hareketi, zorlayıcı kuvvet var olduğu sürece vardır. Homojen çözümden $x_h(t)$ kaynaklanan titreşimler ise birkaç periyod sonra sönümlenmektedir. Çünkü, serbest titreşim yapan bir sistemde sönüm elemanı varsa bu titreşimler sönümden dolayı zamanla yok olacaktır. Titreşimlerin sönümden dolayı zamanla kaybolan kısmına geçici titreşimler denmektedir.



Şekil 4.17 : Sönümlü zorlanmış titreşim sisteminde özel ve homojen çözüm yapıları

4.4.3.1 Sönümsüz Zorlanmış Titreşimler

Bundan önceki bölümlerde tek serbestlik dereceli sistemlerin serbest titreşim durum anlatılmıştı. Şimdi böyle bir sisteme dışardan zorlayıcı bir kuvvet etkimesi durumunda sistemin cevabının nasıl değiştiği anlatılmaya çalışılacaktır. En genel halde sisteme etkiyen dış kuvvet harmonik olarak,

$$F(t) = F_0 \cos(\omega t) \quad (4.53)$$

kabul edelim. Burada ω tahrik veya sürüş frekansı olarak adlandırılır. Bu durumda sönümsüz sistemin hareketinin diferansiyel denklemi Newton'un İkinci Kanun'u uygulandığı zaman,

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad (4.54)$$

olarak elde edilmektedir. Bu diferansiyel denklemin homojen çözümü,

$$x_h(t) = A_1 \sin(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t) \quad (4.55)$$

olup burada ω_n sistemin doğal frekansıdır. Uyarıcı dış kuvvet $F(t)$, harmonik olduğundan, diferansiyel denklemin özel çözümü $x_p(t)$ de harmonik ve aynı ω frekansına sahip olacaktır. Yani,

$$x_p(t) = X \cos(\omega t) \quad (4.56)$$

Burada X bir sabit olup, $x_p(t)$ nin maksimum genliğini ifade etmektedir. (4.54) denkleminin, (4.52) denkleminde aşağıdaki türevleri ile yerine yazılırsa,

$$x_{\delta}(t) = X \cos(\omega t)$$

$$\dot{x}_{\delta}(t) = -\omega X \sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}_{\delta}(t) = -\omega^2 X \cos(\omega t)$$

(4.54) denkleminin maksimum genlik değeri,

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2} \quad (4.57)$$

olarak elde edilecek, dolayısıyla genel çözüm,

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t) + \frac{F_0}{k - m\omega^2} \cos(\omega t) \quad (4.58)$$

olarak bulunacaktır. (4.56) denklemindeki A_1 ve A_2 katsayıları, başlangıç şartları ifade edildiği takdirde bulunabilir. Başlangıç şartları olarak, $x(t=0) = x_0$ ve $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ kabulü ile,

$$A_1 = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \quad (4.59)$$

$$A_2 = x_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2} \quad (4.60)$$

olarak elde edilir.

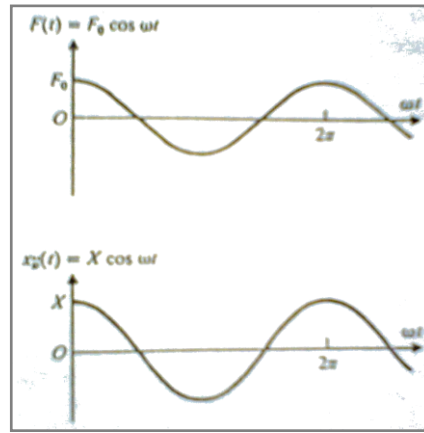
Bulunan A_1 ve A_2 katsayıları (4.56) denkleminde yerlerine yazıldığında sönümsüz zorlanmış titreşim sisteminin frekans cevabı aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir.

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + \left(x_0 - \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \cos(\omega_n t) + \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \cos(\omega t) \quad (4.61)$$

Bulunan bu diferansiyel denklemde $f_0 = F_0 / m$ ifadesine eşittir. Burada frekans cevabını tanımlayan temel parametreler sistem doğal frekansı ω_n ve tahrik frekansı ω olarak gözükmele birlikte, daha da doğrusu bu iki parametrenin birbirlerine oranı ω / ω_n nın büyüklüğüdür. (4.59) nolu frekans cevabını ifade eden diferansiyel denklem incelendiğinde, sistem cevabı için üç farklı durum olabileceği görülmektedir.

1. Durum : $0 < \omega / \omega_n < 1$ ise,

Denklem (4.55)'in paydası pozitif olmakta ve denklem (4.54) ile verilen dış kuvvete karşılık sistem cevabı değişmemektedir. Sistemin harmonik cevabı $x_{\ddot{o}}(t)$, Şekil 4.18'de gösterilen dış kuvvet ile aynı fazdadır.



Şekil 4.18 : Durum 1 için kuvvet ve yerdeğişimi [16]

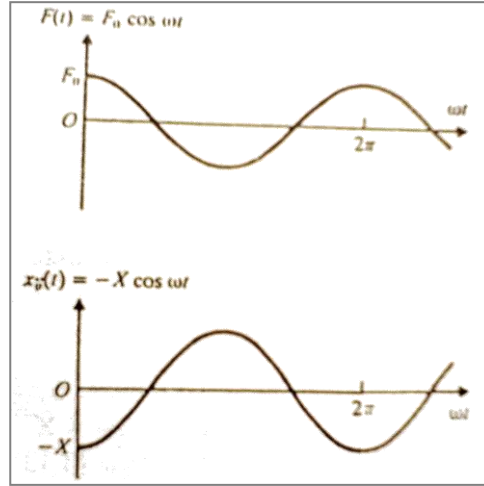
2. Durum : $1 < \omega / \omega_n$ ise,

Denklem (4.59)'un paydası negatif olmakta ve sürekli rejim halinin çözümü,

$$x_{\ddot{o}}(t) = -X \cos(\omega t) \quad (4.62)$$

biçiminde yazılır.

Bu durumda $F(t)$ ve $x_{\ddot{o}}(t)$ nin zamanla değişimi Şekil 4.19'daki eğrilerdeki gibi olmaktadır. $F(t)$ ve $x_{\ddot{o}}(t)$ zıt işaretli ifadeler olduklarından dolayı sistem cevabı ile zorlayıcı dış kuvvet arasında 180° faz farkı oluşmaktadır.



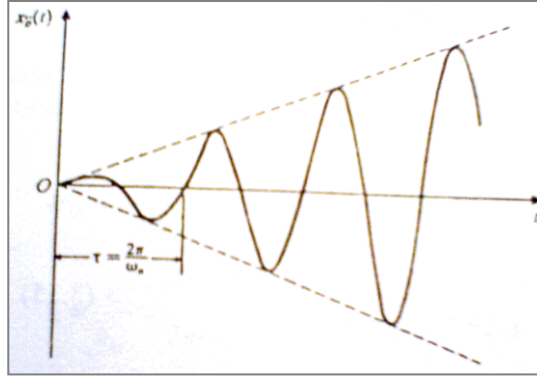
Şekil 4.19 : Durum 2 için kuvvet ve yer değişimi [16].

3. Durum : $\omega / \omega_n = 1$ ise,

Denklem (4.55) ile verilen X genliği sonsuz olmaktadır. Burada zorlayıcı kuvvetin frekansının, sistemin doğal frekansına eşit olması halinde oluşan rezonans olayı ifade edilmektedir. Bu durumda (4.59) nolu ifadenin 3.terimi frekans cevabı için özel çözüm olarak geçerli bir çözüm olmamaktadır. Bunun yerine özel çözüm olarak,

$$x_{\ddot{o}}(t) = \frac{f_0}{2\omega_n} t \cdot \sin(\omega_n t) \quad (4.63)$$

denklemleri kullanılmaktadır. Bu terim rezonans probleminin temelini oluşturmaktadır. Gerçek sistemlerde malzemelerin belli bir akma gerilme değerleri vardır. Rezonans durumunda oluşan yüksek genliklerde malzemeler akma değerlerinin üzerinde gerilmelere maruz kalmakta ve bu durum sistemde hasarlara yol açmaktadır.



Şekil 4.20 : Durum 3 için yer değişimi [16]

4.4.3.2 Sönümlü Zorlanmış Titreşimler

Harmonik Zorlayıcı Kuvvet ile Titreşim:

Zorlayıcı kuvvetin tipi $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ ise, sistem yine sönümsüz haldeki gibi harmonik bir hareket yapacaktır. Fakat, zorlayıcı dış kuvvet ile titreşim hareketi arasında belirli bir faz farkı oluştuğu görülmektedir. Newton Kanunu'na göre, dış bir kuvvet etkisi altındaki tek serbestlik dereceli sönümlü bir sistemin hareketinin diferansiyel denklemi,

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f_0 \cos(\omega t) \quad (4.64)$$

şeklinde olacaktır. Bu eşitliğin homojen çözümü,

$$x_h(t) = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_d t + \theta) \quad (4.65)$$

olarak ifade edilebilir. Bu denklemde yer alan ω_d sönümlü sistemin doğal frekansını gösterir ve $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ ifadesi ile gösterilir. Ayrıca A ve θ sabitleri başlangıç şartlarına bağlı olarak hesaplanır.

Dış kuvvetin özel çözümüne bakarsak, (4.62) nolu denklemin özel çözümünün de $x_o(t)$ harmonik olması gerektiğinden dolayı,

$$x_o(t) = X \sin(\omega t - \phi) \quad (4.66)$$

biçiminde bir çözüm önerilir. Bu denklemde, X ve ϕ tespit edilmesi gereken sabit sayılardır. Burada, X titreşimlerin genliğini ve ϕ faz açısını göstermektedir. (4.64) nolu denklem, (4.62) de yerine yazıldıktan sonra, trigonometrik birkaç işlemlerin ardından genlik ifadesi,

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(m\omega^2 - F_0)^2 + (c\omega)^2}} \quad (4.67)$$

elde edilir. Bulunan bu eşitlik kütle m ile bölünür, $f = F_0/m$ ve $\xi = c/2m\omega_n$ ifadeleri denkleme yerleştirildiği zaman aşağıdaki şekilde yeni bir genlik denklemini elde edilir;

$$X = \frac{f}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}} \quad (4.68)$$

faz farkını ifade eden denklem ise,

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (4.69)$$

olarak bulunur.

Sistemin toplam frekans cevabı $x(t) = x_h(t) + x_o(t)$ biçiminde homojen çözüm ile özel çözümün toplamına eşittir.

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_d t + \theta) + X \sin(\omega t - \phi) \quad (4.70)$$

4.5 Normal Mod Analizine Bakış

Doğal frekanslar ve özvektörler için hareket denkleminin çözümünde, hareket denkleminin özel indirgenmiş haline ihtiyaç vardır. Eğer sistemde sönüm ve herhangi bir dış kuvvet yoksa, hareket eşitliği matris şeklinde;

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (4.71)$$

olarak ifade edilir. Burada yer alan değişkenler,

[M] = kütle matrisi

[K] = katılık matrisi

(4.69) ifadesi sönümsüz serbest titreşim hareketi yapan bir sistemin denklemini göstermektedir. Bu denklemi çözebilmek için aşağıdaki şekilde bir harmonik çözüm kabul edilir:

$$\{u\} = \{\phi\} \sin \omega t \quad (4.72)$$

Burada:

$\{\phi\}$ = özvektör veya mod şekli

ω = doğal frekans

olarak ifade edilir.

Bu harmonik hareket şekli, probleme sayısal çözüm sağlamasının yanında aynı zamanda fiziksel bir öneme de sahiptir. Çözümün harmonik biçimi, titreşim hareketi yapan sistemin tüm serbestlik derecelerinin senkronize biçimde ilerlemesi anlamına gelir. Yapı konfigürasyonundaki değişimler, hareket süresince oluşan ve devam eden sistem temel şeklini değiştirmez. Sadece titreşim hareketinin genliği değiştirilebilir.

Eğer çözüm olarak kabul edilen harmonik ifadenin (4.70) türevleri alınıp, hareket denkleminde yerlerine yazılırsa ;

$$-\omega^2 [M] \{\phi\} \sin \omega t + [K] \{\phi\} \sin \omega t = 0 \quad (4.73)$$

Yukarıdaki ifade elde edilir. Bu ifade sadeleştirildiğinde şu eşitliğe ulaşılır;

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\phi\} = 0 \quad (4.74)$$

Bu eşitlik hareket özdenklemini olarak ifade edilir. Bu denklem, özvektörlerin homojen cebirsel eşitliklerinden oluşur, özdeğer probleminin temellerini oluşturur. Bir özdeğer probleminin en temel şekli şu şekilde ifade edilir.

$$[A - \lambda I]x = 0 \quad (4.75)$$

Bu ifade içinde;

A = kare matris

λ = özdeğer

I = birim matris

x = özvektör olarak tanımlanır.

Yapısal analizlerde, özdenklemler içerisinde bulunan kütle ve katılık matrisi, fiziksel olarak sistemin doğal frekansı ve sistem özvektörleri ile ilişkilidir. Sonuç olarak, sistem özdenklemleri K, M ve ω büyüklüklerine bağlı olarak (4.72)'deki gibi ifade edilir. Özdeğer hesabı yapılırken ω^2 yerine λ ile ifade edilebilmektedir.

(4.72) için mümkün olabilecek 2 ayrı çözüm vardır:

1. Eğer $\det([K] - \omega^2[M]) \neq 0$ ise, tek çözüm;

$$\{\phi\} = 0 \quad (4.76)$$

Bu çözüm denklemin sıfır çözümdür. Sistemde herhangi bir hareket olmadığını gösterir. (Yukarıda geçen "det" ifadesi bir matrisin determinanı anlamına gelmektedir.)

2. Eğer $\det([K] - \omega^2[M]) = 0$ durumu sıfır olmayan bir çözüme $\{\phi\} \neq 0$ sahiptir.

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi\} = 0 \quad (4.77)$$

Bu durumda, bilinen matematik özdeğer problemi aşağıdaki denklemin çözümünden elde edilecek olan kökleri hesaplamaya getirilir.

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (4.78)$$

Ya da

$$\det([K] - \lambda[M]) = 0 \quad (4.79)$$

Yukarıdaki (4.77) ifadesinde daha evvel de açıklandığı gibi, $\lambda = \omega^2$ her bir özdeğere karşılık gelen ve (4.75) ifadesini sağlayan bir özvektör vardır. Sonuçta (4.75) ifadesi yeniden şu şekilde yazılabilir;

$$(K - \omega_i^2 M)\{\phi_i\} = 0 \quad i = 1, 2, 3... \quad (4.80)$$

Her bir özdeğer ve özvektör, sistemin serbest titreşim modlarından birini ifade eder.

Örneğin, i-nci özdeğer λ_i , i.nci doğal frekans ile ilgilidir.

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (4.81)$$

Burada ;

$$f_i = \text{i.nci doğal frekans}$$

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$$

Özdeğer ve özvektörlerin sayısı, ilgili kütlenin serbestlik derecesine bağlıdır. Birçok dinamik analizde kullanılması faydalı olan, bir takım doğal frekans ve mode şekil karakteristikleri vardır. İlk olarak, doğrusal elastik bir yapı serbest titreşim veya zorlanmış bir titreşim yaparken, verilen herhangi bir andaki şekil değiştirmesi onun normal modlarının doğrusal bir kombinasyonudur.

$$\{u\} = \sum_i (\phi_i) \xi_i \quad (4.82)$$

Burada,

$\{u\}$ = yer değiştirme vektörü

$\{\phi_i\}$ = i.nci mod şekli

ξ_i = i.nci modal yer değiştirme

İkinci olarak, eğer kütle matrisi $[M]$ ve katılık matrisi $[K]$, simetrik ve reel ise aşağıdaki matematik eşitlikleri elde edilir.

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = 0 \quad \text{eğer } i \neq j \quad (4.83)$$

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} = m_j = \text{j.inci genelleştirilmiş kütle} \quad (4.84)$$

ve

$$\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\} = 0 \quad \text{eğer } i \neq j \quad (4.85)$$

$$\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\} = k_j = \text{j-inci genelleştirilmiş rijitlik} = \omega^2 m_j \quad (4.86)$$

Aynı zamanda (4.81) ve (4.83) eşitliklerinden aşağıdaki Rayleigh eşitliği elde edilir.

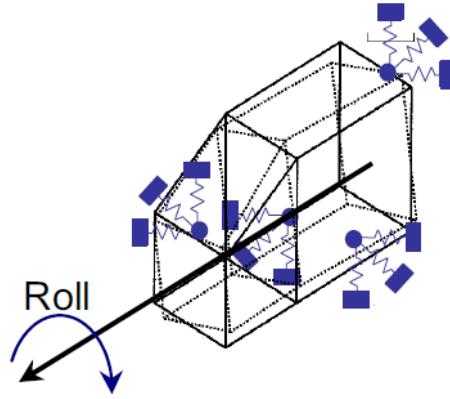
$$\omega_j^2 = \frac{\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\}}{\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}} \quad (4.87)$$

(4.81) ve (4.83) ifadeleri, normal mod analizinde ortogonallik özelliği olarak bilinir. Fiziksel olarak, modların ortogonallığı herbir mod şeklinin kendine has olduğunu ve bir mod şeklinin diğer herhangi bir modun doğrusal mod kombinasyonundan elde edilemeyeceğini ifade eder. Buna ek olarak, bir sistemin doğal modu genelleştirilmiş kütle ve genelleştirilmiş katılık matrisleri ile de ifade edilebilmektedir. Eğer bir sistemin serbestlikleri uzayda tamamıyla kısıtlanmamışsa, bu sistem tamamen veya sistemin bir parçası rijit cisim hareketi yapacaktır.

5. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLERİN TİTREŞİMİ

5.1 Giriş

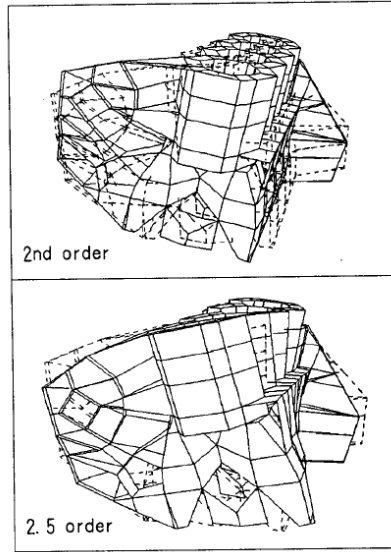
Çevremizdeki mekanik yapılara baktığımızda, genelde mühendislik sistemlerinin birbirlerine elastik elemanlarla bağlı rijit sistemlerden oluştuğunu görmekteyiz. Örnek vermek gerekirse, Şekil 5.1’de gösterilen basitleştirilmiş bir motor modelinde olduğu gibi. Diğer taraftan, bazı sistemler mevcuttur ki kütlelerin belirli bir elastisitesi olduğu gibi yay elemanının da kütlesi hesaba katılır. Bu durumda buradaki gibi iki farklı yapıdaki sistemi, aynı çözüm yöntemleriyle incelemek mümkün olmayabilir. Bununla beraber ayrı karakterde olan sistemleri aynı metodlarla çözmek mümkün olup, sistemlerin karakterlerine bağlı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.



Şekil 5.1 : Motor modeli.

Sistemlerin belirli bölgelerinde kısmi çözümler ve incelemeler yapmak, daha detaylı ve hassas hesaplamalar yapabilmek açısından ve de belki de en önemlisi kısa sürede sonuca varmak için bilgisayarda mühendislik programları kullanmak bir zorunluluk olabilir. Bazen de çok büyük kompleks sistemleri parçalara ayırıp incelemek daha basit ve kullanışlı olur. Bu tür benzer durumlarda kütesiz elemanlar olarak kabul edilen yay ve benzeri elemanlar kullanarak sistemin birbirine bağlı rijit elemanlardan oluşan matematiksel modelleri çıkarılıp, çözümler bunlara göre yapılır. Matematik formülasyonu ve bilgisayar kullanımı açısından çok kolay olan bu modelleme “ayrık sistem modeli” olarak tanımlanır.(Şekil 5.1). Bu şekilde sistem, aslında tek bir yapı gibi görünse de çok serbestlik dereceli sisteme dönüşmüş olur.

Diğer bir bakış açısıyla, alternatif bir inceleme tarzı olarak, sistem olduğu gibi matematik diferansiyel ifadelerle elastisite teorisine göre çözülür ki, buna da “sürekli sistem modeli” denmektedir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2 : Sürekli motor modeli

Ayrık sistem modeli ile sürekli sistem modelini karşılaştırdığımızda sürekli sistem daha kesin ve daha az hatalı sonuç verdiği görülmektedir. Fakat, ayrık sistem modeli de uygulama açısından daha pratik ve kolaydır.

Bu tez içeriğinde incelenen motor modeli de ayrı sistem olarak ele alınmıştır. Motor sistemi üzerinde Lagrange prensibi kullanılarak serbest titreşim, doğal frekans ve zorlanmış titreşim analizleri yapılmıştır. Bu analizler yapılırken kolaylık sağlaması açısından aşağıdaki sistematik prensipler takip edilmiştir.

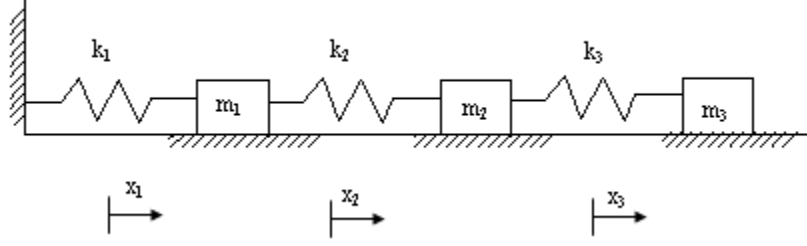
- 1- Sistemin birbirine elastik elemanlarla bağlı rijit kütlelerden oluşan modeli çıkartılır.
- 2- Sistemin statik denge konumu belirlenir.
- 3- Sistem geometrisini belirlemek ve dinamik analizde ihtiyaç duyulan sistem dinamiklerini belirlemek için koordinat sayısı ve bunların pozitif yönü tayin edilir.
- 4- Herhangi bir t anındaki doğrusal ve açısal yer değişim durumunda kütlelere etki eden kuvvetler ve momentler belirlenir.
- 5- Kütlelere ait doğrusal ve açısal koordinatlar genelleştirilmiş koordinatlarda yazılarak koordinat sayısının serbestlik derecesi ile eşitliği sağlanır.
- 6- Uygun görülen matematiksel çözüm metodu kullanılarak, dinamik sistemin diferansiyel denklem sistemi ve dolayısıyla hareket denklemleri elde edilir.

5.2 Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Hareket Denklemleri

Çok serbestlik dereceli bir sistem, serbestlik derecesi kadar diferansiyel denklem ile ifade edilir. Farz edelim ki n serbestlik derecesine sahip bir sistem varsa, bu sistemin n adet doğal frekansı vardır. Her bir doğal frekansta sistem belli bir mod şekline sahiptir. Gelecek başlıklarda, çok serbestlik dereceli sistemlerin doğal frekanslarının dolayısıyla kritik hızlarının bulunması, mod şekilleri ve zorlanmış titreşimlerin cevapları incelenecektir.

Çok Serbestlik Dereceli Sönümsüz Sistemlerin Hareket Denklemleri:

Örnek olarak Şekil 5.3'teki üç serbestlik derecesine sahip sistem için Lagrange yöntemiyle çözüm yapılmıştır. Bunun için öncelikle kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri oluşturmalıdır.



Şekil 5.3 : Üç serbestlik dereceli sistemin serbest cisim diyagramı

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{x}_3^2 \quad (5.1)$$

$$V = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (x_3 - x_2)^2 \quad (5.2)$$

(2)

Lagrange Denklemlerini (5.1) ve (5.2) ifadeleri ile oluşturulur,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial x_1} \right) = m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 x_2 + k_2 x_1 = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial x_2} \right) = m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + k_3 (x_2 - x_3) = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial x_3} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial x_3} \right) = m_3 \ddot{x}_3 + k_3 x_3 - k_3 x_2 = 0 \quad (5.5)$$

Hareket denklemlerinden kütle ve rijitlik matrisleri kolaylıkla elde edilir.

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.7)$$

Öz frekansların elde edilmesi için (5.6) ve (5.7) ifadelerinde verilen kütle ve rijitlik matrisleri, (5.8) ifadesinde yerlerine konulur,

$$|\mathbf{K} - w^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (5.8)$$

$w^2 = \lambda$ kullanılırsa,

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \lambda m_1 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 - \lambda m_2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 - \lambda m_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.9)$$

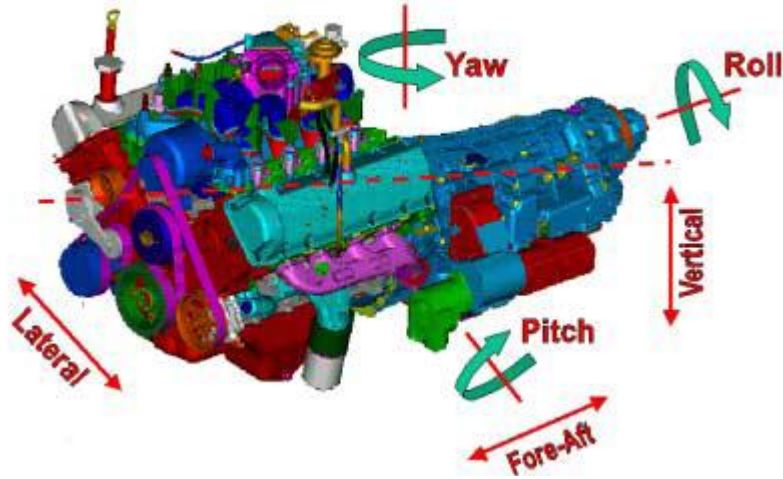
elde edilir. Bu ifadeden kütle ve rijitlik matrislerinin sayısal değerleri girilerek çözülecek λ ve karekökü olan w sistemin doğal frekanslarını verecektir.

6. ALTI SERBESTLİK DERECELİ MOTOR İÇİN HAREKET DENKLEMLERİNİN HESABI

6.1 Motorun Doğal Frekanslarının Hesabı

Motor doğal frekansları hesaplanırken, Şekil 6.2’de gösterilen altı serbestlik derecesine sahip motor modelinden faydalanılacaktır. Motor, üç noktadan takozlarla şasiye bağlıdır. Modelde bu üç bağlantı noktası yay ve sönüm elemanları ile temsil edilmiştir. Model çizimi üzerinde bir motorun dinamik davranışına etki eden temel büyüklükler verilmiştir. Bu büyüklüklerin sayısal değerleri dört silindri bir motorun gerçek verilerinden alınmıştır [17].

Burada incelenmesi istenilen konu, motorun temel titreşim özelliklerinin hesaplanmasıdır. Analizin için öncelikle Şekil 6.2’deki sistem kurgulanmıştır. Sistem her üç eksen doğrultusunda öteleme ve bu eksenler etrafında da dönme olacak şekilde serbesttir. Üzerinde çalışılan altı serbestlik derecesi Şekil 6.1’de de ayrıntılı olarak yer almaktadır.



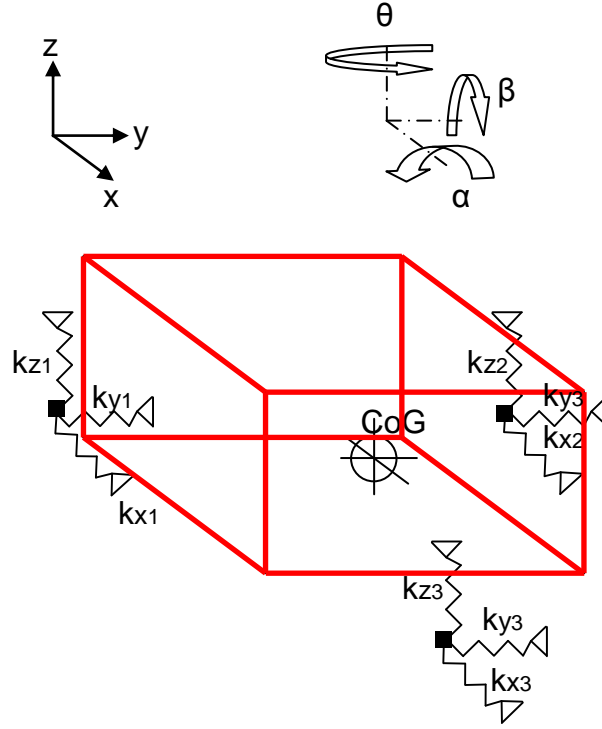
Şekil 6.1 : Analizde kullanılan motor serbestleri

Motor sistemi rijit cisim modeli olarak göz önüne alınmıştır. Motor gövdesi, gövde üstü parçalar ve şanzıman sistemdeki rijit cisim oluşturmuş, bu kütle şasiye yay ve sönüm elemanları ile bağlanmış bir şekilde modellenmiştir. Motor eğilme hareketi yapmayan rijit cisim olarak kabul edilmiştir. Motor ile şasi arasında tek tipte yay-sönüm elemanı kullanılmıştır. Bütün yay ve sönüm elemanlarının doğrusal karakterli olduğu varsayılmıştır.

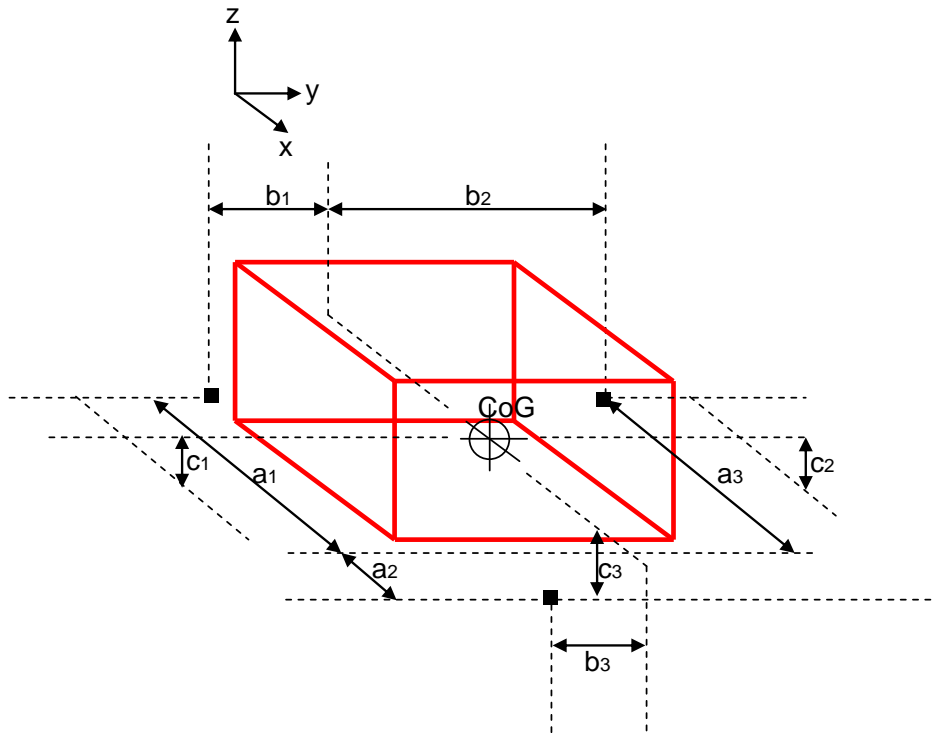
Motor modelinin altı adet diferansiyel denklemi çıkarılmıştır. Sistemin hareketlerinin diferansiyel denklemleri çıkarılırken kütlelerin her serbestlik derecesinde kinetik ve potansiyel enerjilerinin kullanılmasını esas alan Lagrange Yöntemi kullanılmıştır [18]. Bu çıkarılan denklemler ikinci dereceden diferansiyel denklemlerdir. Bulunan altı adet ikinci dereceden diferansiyel denklemden kütle ve rijitlik olmak üzere iki ayrı matris şeklinde yazılmıştır. Bu matrisler, denklemlerin çözümü için MATLAB programında tanımlanmıştır. Kullanılan programın içeriği de bölüm içerisinde verilmiştir.

Hazırlanan bu MATLAB programı ile motor ve takozlardan oluşan sistemin doğal frekansları hesaplanmıştır. Hesaplanan doğal frekansların doğruluğunun ispatlanabilmesi için ise gerçek bir test düzeneği yerine MSC.Adams dinamik analiz programı kullanılmıştır. Kısaca, Şekil 6.2 'deki motor modeli MSC.Adams programında da oluşturulmuş ve doğal frekans analizi yapılmıştır. Analizin sonunda, MATLAB ve MSC.Adams programlarından hesaplanan sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Altı Serbestlik Dereceli Motorun Hareket Diferansiyel Denklemlerinin Çıkarılması;



Şekil 6.2 : Altı serbestlik dereceli rijit cisim motor modeli.



Şekil 6.3 : Motorun şasiye bağlantı noktalarının ağırlık merkezine uzaklığı.

Toplam Kinetik Enerji:

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}J_z \dot{\theta}^2 + J_{xy} \dot{\alpha} \dot{\beta} + J_{xz} \dot{\alpha} \dot{\theta} + J_{yz} \dot{\beta} \dot{\theta} \quad (6.1)$$

Burada J_{xy}, J_{xz}, J_{yz} değerleri sıfıra yakın olduklarından denklemlerde ihmal edilmişlerdir.

Toplam Potansiyel Enerji:

$$V = \frac{1}{2}kx_1(x + b_1\theta - c_1\beta)^2 + \frac{1}{2}kx_2(x - b_2\theta - c_2\beta)^2 + \frac{1}{2}kx_3(x - b_3\theta - c_3\beta)^2 +$$

$$\frac{1}{2}ky_1(y + c_1\alpha - a_1\theta)^2 + \frac{1}{2}ky_2(y + c_2\alpha - a_2\theta)^2 + \frac{1}{2}ky_3(y + c_3\alpha + a_3\theta)^2 + \quad (6.2)$$

$$\frac{1}{2}kz_1(z + a_1\beta - b_1\alpha)^2 + \frac{1}{2}kz_2(z + a_2\beta + b_2\alpha)^2 + \frac{1}{2}kz_3(z - a_3\beta + b_3\alpha)^2$$

Toplam Enerji (6.1) ve (6.2) yardımıyla şu şekilde elde edilir.

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}J_z \dot{\theta}^2 +$$

$$\frac{1}{2}kx_1(x + b_1\theta - c_1\beta)^2 + \frac{1}{2}kx_2(x - b_2\theta - c_2\beta)^2 + \frac{1}{2}kx_3(x - b_3\theta - c_3\beta)^2 +$$

$$\frac{1}{2}ky_1(y + c_1\alpha - a_1\theta)^2 + \frac{1}{2}ky_2(y + c_2\alpha - a_2\theta)^2 + \frac{1}{2}ky_3(y + c_3\alpha + a_3\theta)^2 +$$

$$\frac{1}{2}kz_1(z + a_1\beta - b_1\alpha)^2 + \frac{1}{2}kz_2(z + a_2\beta + b_2\alpha)^2 + \frac{1}{2}kz_3(z - a_3\beta + b_3\alpha)^2 \quad (6.3)$$

Parantez içindeki ifadeler dağıtılarak çözüme başlanır.

$$\begin{aligned}
E = & \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}J_z \dot{\theta}^2 \\
& + \frac{1}{2}kx_1(x + b_1\theta - c_1\beta)(x + b_1\theta - c_1\beta) \\
& + \frac{1}{2}kx_2(x - b_2\theta - c_2\beta)(x - b_2\theta - c_2\beta) \\
& + \frac{1}{2}kx_3(x - b_3\theta - c_3\beta)(x - b_3\theta - c_3\beta) \\
& + \frac{1}{2}ky_1(y + c_1\alpha - a_1\theta)(y + c_1\alpha - a_1\theta) \\
& + \frac{1}{2}ky_2(y + c_2\alpha - a_2\theta)(y + c_2\alpha - a_2\theta) \\
& + \frac{1}{2}ky_3(y + c_3\alpha + a_3\theta)(y + c_3\alpha + a_3\theta) \\
& + \frac{1}{2}kz_1(z + a_1\beta - b_1\alpha)(z + a_1\beta - b_1\alpha) \\
& + \frac{1}{2}kz_2(z + a_2\beta + b_2\alpha)(z + a_2\beta + b_2\alpha) \\
& + \frac{1}{2}kz_3(z - a_3\beta + b_3\alpha)(z - a_3\beta + b_3\alpha)
\end{aligned} \tag{6.4}$$

$$\begin{aligned}
E = & \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}J_z \dot{\theta}^2 \\
& + \frac{1}{2}kx_1 \left[(x + b_1\theta - c_1\beta) + b_1\theta(x + b_1\theta - c_1\beta) - c_1\beta(x + b_1\theta - c_1\beta) \right] \\
& + \frac{1}{2}kx_2 \left[(x - b_2\theta - c_2\beta) - b_2\theta(x - b_2\theta - c_2\beta) - c_2\beta(x - b_2\theta - c_2\beta) \right] \\
& + \frac{1}{2}kx_3 \left[(x - b_3\theta - c_3\beta) - b_3\theta(x - b_3\theta - c_3\beta) - c_3\beta(x - b_3\theta - c_3\beta) \right]
\end{aligned} \tag{6.5}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} k y_1 \left[(y + c_1 \alpha - a_1 \theta) + c_1 \alpha (y + c_1 \alpha - a_1 \theta) - a_1 \theta (y + c_1 \alpha - a_1 \theta) \right] \\
& + \frac{1}{2} k y_2 \left[(y + c_2 \alpha - a_2 \theta) + c_2 \alpha (y + c_2 \alpha - a_2 \theta) - a_2 \theta (y + c_2 \alpha - a_2 \theta) \right] \\
& + \frac{1}{2} k y_3 \left[(y + c_3 \alpha + a_3 \theta) + c_3 \alpha (y + c_3 \alpha + a_3 \theta) + a_3 \theta (y + c_3 \alpha + a_3 \theta) \right]
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Devam

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} k z_1 \left[(z + a_1 \beta - b_1 \alpha) + a_1 \beta (z + a_1 \beta - b_1 \alpha) - b_1 \alpha (z + a_1 \beta - b_1 \alpha) \right] \\
& + \frac{1}{2} k z_2 \left[(z + a_2 \beta + b_2 \alpha) + a_2 \beta (z + a_2 \beta + b_2 \alpha) + b_2 \alpha (z + a_2 \beta + b_2 \alpha) \right] \\
& + \frac{1}{2} k z_3 \left[(z - a_3 \beta + b_3 \alpha) - a_3 \beta (z - a_3 \beta + b_3 \alpha) + b_3 \alpha (z - a_3 \beta + b_3 \alpha) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_z \dot{\theta}^2 \\
& + \frac{1}{2} k x_1 \left[x^2 + b_1 \theta x - c_1 \beta x + (b_1 \theta x + b_1^2 \theta^2 - b_1 c_1 \beta \theta) + (-c_1 \beta x - b_1 c_1 \beta \theta + c_1^2 \beta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k x_2 \left[x^2 - b_2 \theta x - c_2 \beta x + (-b_2 \theta x + b_2^2 \theta^2 + b_2 c_2 \beta \theta) + (-c_2 \beta x + b_2 c_2 \beta \theta + c_2^2 \beta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k x_3 \left[x^2 - b_3 \theta x - c_3 \beta x + (-b_3 \theta x + b_3^2 \theta^2 + b_3 c_3 \beta \theta) + (-c_3 \beta x + b_3 c_3 \beta \theta + c_3^2 \beta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k y_1 \left[y^2 + c_1 \alpha y - a_1 \theta y + (c_1 \alpha y + c_1^2 \alpha^2 - a_1 c_1 \alpha \theta) + (-a_1 \theta y - a_1 c_1 \alpha \theta + a_1^2 \theta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k y_2 \left[y^2 + c_2 \alpha y - a_2 \theta y + (c_2 \alpha y + c_2^2 \alpha^2 - a_2 c_2 \alpha \theta) + (-a_2 \theta y - a_2 c_2 \alpha \theta + a_2^2 \theta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k y_3 \left[y^2 + c_3 \alpha y + a_3 \theta y + (c_3 \alpha y + c_3^2 \alpha^2 + a_3 c_3 \alpha \theta) + (a_3 \theta y + a_3 c_3 \alpha \theta + a_3^2 \theta^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k z_1 \left[z^2 + a_1 \beta z - b_1 \alpha z + (a_1 \beta z + a_1^2 \beta^2 - a_1 b_1 \alpha \beta) + (-b_1 \alpha z - a_1 b_1 \alpha \beta + b_1^2 \alpha^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k z_2 \left[z^2 + a_2 \beta z + b_2 \alpha z + (a_2 \beta z + a_2^2 \beta^2 + a_2 b_2 \alpha \beta) + (b_2 \alpha z + a_2 b_2 \alpha \beta + b_2^2 \alpha^2) \right] \\
& + \frac{1}{2} k z_3 \left[z^2 - a_3 \beta z + b_3 \alpha z + (-a_3 \beta z + a_3^2 \beta^2 - a_3 b_3 \alpha \beta) + (b_3 \alpha z - a_3 b_3 \alpha \beta + b_3^2 \alpha^2) \right]
\end{aligned} \tag{6.6}$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}J_z \dot{\theta}^2 \\
&+ \frac{1}{2}x^2 [kx_1 + kx_2 + kx_3] + \theta x [kx_1b_1 - kx_2b_2 - kx_3b_3] + \beta x [kx_1c_1 - kx_2c_2 - kx_3c_3] \\
&+ \frac{1}{2}\theta^2 [kx_1b_1^2 + kx_2b_2^2 + kx_3b_3^2] + \beta\theta [kx_1b_1c_1 + kx_2b_2c_2 + kx_3b_3c_3] \\
&+ \frac{1}{2}\beta^2 [kx_1c_1^2 + kx_2c_2^2 + kx_3c_3^2] \\
&+ \frac{1}{2}y^2 [ky_1 + ky_2 + ky_3] + \alpha y [ky_1c_1 + ky_2c_2 + ky_3c_3] + \theta y [ky_1a_1 - ky_2a_2 + ky_3a_3] \\
&+ \frac{1}{2}\alpha^2 [ky_1c_1^2 + ky_2c_2^2 + ky_3c_3^2] + \alpha\theta [ky_1a_1c_1 - ky_2a_2c_2 + ky_3a_3c_3] \\
&+ \frac{1}{2}\theta^2 [ky_1a_1^2 + ky_2a_2^2 + ky_3a_3^2] \\
&+ \frac{1}{2}z^2 [kz_1 + kz_2 + kz_3] + \beta z [kz_1a_1 + kz_2a_2 - kz_3a_3] + \alpha z [kz_1b_1 + kz_2b_2 + kz_3b_3] \\
&+ \frac{1}{2}\beta^2 [kz_1a_1^2 + kz_2a_2^2 + kz_3a_3^2] + \alpha\beta [kz_1a_1b_1 + kz_2a_2b_2 - kz_3a_3b_3] \\
&+ \frac{1}{2}\alpha^2 [kz_1b_1^2 + kz_2b_2^2 + kz_3b_3^2]
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Enerjinin korunumundan $\frac{d}{dt} E = 0$ eşitliği yukarıdaki denklemlere uygulanırsa;

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} E &= m(\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}) + J_x \dot{\alpha}\ddot{\alpha} + J_y \dot{\beta}\ddot{\beta} + J_z \dot{\theta}\ddot{\theta} \\
&+ [kx_1 + kx_2 + kx_3] \dot{x} + [kx_1b_1 - kx_2b_2 - kx_3b_3] (\dot{\theta}x + \theta\dot{x}) \\
&+ [kx_1c_1 - kx_2c_2 - kx_3c_3] (\dot{\beta}x + \beta\dot{x}) + [kx_1b_1^2 + kx_2b_2^2 + kx_3b_3^2] \dot{\theta} \\
&+ [kx_1b_1c_1 + kx_2b_2c_2 + kx_3b_3c_3] (\dot{\beta}\theta + \beta\dot{\theta}) + [kx_1c_1^2 + kx_2c_2^2 + kx_3c_3^2] \dot{\beta}
\end{aligned} \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[k_{y_1} + k_{y_2} + k_{y_3} \right] \dot{y} + \left[k_{y_1}c_1 + k_{y_2}c_2 + k_{y_3}c_3 \right] \left(\dot{\alpha} y + \alpha \dot{y} \right) \\
& + \left[k_{y_1}a_1 - k_{y_2}a_2 + k_{y_3}a_3 \right] \left(\dot{\theta} y + \theta \dot{y} \right) + \left[k_{y_1}c_1^2 + k_{y_2}c_2^2 + k_{y_3}c_3^2 \right] \dot{\alpha} \alpha \\
& + \left[k_{y_1}a_1c_1 - k_{y_2}a_2c_2 + k_{y_3}a_3c_3 \right] \left(\dot{\alpha} \theta + \alpha \dot{\theta} \right) + \left[k_{y_1}a_1^2 + k_{y_2}a_2^2 + k_{y_3}a_3^2 \right] \dot{\theta} \theta \quad (6.8)
\end{aligned}$$

Devam

$$\begin{aligned}
& + \left[k_{z_1} + k_{z_2} + k_{z_3} \right] \dot{z} + \left[k_{z_1}a_1 + k_{z_2}a_2 - k_{z_3}z_3 \right] \left(\dot{\beta} z + \beta \dot{z} \right) \\
& + \left[k_{z_1}b_1 + k_{z_2}b_2 + k_{z_3}b_3 \right] \left(\dot{\alpha} z + \alpha \dot{z} \right) + \left[k_{z_1}a_1^2 + k_{z_2}a_2^2 + k_{z_3}a_3^2 \right] \dot{\beta} \beta \\
& + \left[k_{z_1}a_1b_1 + k_{z_2}a_2b_2 - k_{z_3}a_3b_3 \right] \left(\dot{\alpha} \beta + \alpha \dot{\beta} \right) + \left[k_{z_1}b_1^2 + k_{z_2}b_2^2 + k_{z_3}b_3^2 \right] \dot{\alpha} \alpha = 0
\end{aligned}$$

Genelleştirilmiş koordinatlara göre denklemler ayrıldığında altı tane hareket denklemini ortaya çıkmıştır.

$$\begin{aligned}
& m \ddot{x} x + \left[k_{x_1} + k_{x_2} + k_{x_3} \right] \dot{x} x + \left[k_{x_1}b_1 - k_{x_2}b_2 - k_{x_3}b_3 \right] \dot{\theta} x \\
& + \left[k_{x_1}c_1 - k_{x_2}c_2 - k_{x_3}c_3 \right] \dot{\beta} x = 0 \\
& m \ddot{y} y + \left[k_{y_1} + k_{y_2} + k_{y_3} \right] \dot{y} y + \left[k_{y_1}c_1 + k_{y_2}c_2 + k_{y_3}c_3 \right] \dot{\alpha} y \\
& + \left[k_{y_1}a_1 - k_{y_2}a_2 + k_{y_3}a_3 \right] \dot{\theta} y = 0 \quad (6.9) \\
& m \ddot{z} z + \left[k_{z_1} + k_{z_2} + k_{z_3} \right] \dot{z} z + \left[k_{z_1}a_1 + k_{z_2}a_2 - k_{z_3}z_3 \right] \dot{\beta} z \\
& + \left[k_{z_1}b_1 + k_{z_2}b_2 + k_{z_3}b_3 \right] \dot{\alpha} z = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& J_x \ddot{\alpha} + [ky_1c_1 + ky_2c_2 + ky_3c_3] \dot{\alpha} \dot{y} + [y_1c_1^2 + ky_2c_2^2 + ky_3c_3^2] \dot{\alpha} \dot{\alpha} \\
& + [ky_1a_1c_1 - ky_2a_2c_2 + ky_3a_3c_3] \dot{\alpha} \dot{\theta} + [kz_1b_1 + kz_2b_2 + kz_3b_3] \dot{\alpha} \dot{z} \\
& + [kz_1a_1b_1 + kz_2a_2b_2 - kz_3a_3b_3] \dot{\alpha} \dot{\beta} + [z_1b_1^2 + kz_2b_2^2 + kz_3b_3^2] \dot{\alpha} \dot{\alpha} = 0 \\
& J_y \ddot{\beta} + [kx_1c_1 - kx_2c_2 - kx_3c_3] \dot{\beta} \dot{x} + [kx_1b_1c_1 + kx_2b_2c_2 + kx_3b_3c_3] \dot{\beta} \dot{\theta} \\
& [x_1c_1^2 + kx_2c_2^2 + kx_3c_3^2] \dot{\beta} \dot{\beta} + [kz_1a_1 + kz_2a_2 - kz_3a_3] \dot{\beta} \dot{z} \\
& + [z_1a_1^2 + kz_2a_2^2 + kz_3a_3^2] \dot{\beta} \dot{\beta} + [kz_1a_1b_1 + kz_2a_2b_2 - kz_3a_3b_3] \dot{\alpha} \dot{\beta} = 0 \\
& J_z \ddot{\theta} + [kx_1b_1 - kx_2b_2 - kx_3b_3] \dot{\theta} \dot{x} + [x_1b_1^2 + kx_2b_2^2 + kx_3b_3^2] \dot{\theta} \dot{\theta} + \\
& [kx_1b_1c_1 + kx_2b_2c_2 + kx_3b_3c_3] \dot{\theta} \dot{\beta} + [ky_1a_1 - ky_2a_2 + ky_3a_3] \dot{\theta} \dot{y} \\
& [ky_1a_1c_1 - ky_2a_2c_2 + ky_3a_3c_3] \dot{\alpha} \dot{\theta} + [y_1a_1^2 + ky_2a_2^2 + ky_3a_3^2] \dot{\theta} \dot{\theta}
\end{aligned} \tag{6.9}$$

Devam

Hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$m \ddot{x} + [x_1 + kx_2 + kx_3] \dot{x} + [kx_1b_1 - kx_2b_2 - kx_3b_3] \dot{\theta} + [kx_1c_1 - kx_2c_2 - kx_3c_3] \dot{\beta} = 0 \tag{6.10}$$

$$m \ddot{y} + [y_1 + ky_2 + ky_3] \dot{y} + [ky_1c_1 + ky_2c_2 + ky_3c_3] \dot{\alpha} + [ky_1a_1 - ky_2a_2 + ky_3a_3] \dot{\theta} = 0 \tag{6.11}$$

$$m \ddot{z} + [z_1 + kz_2 + kz_3] \dot{z} + [kz_1a_1 + kz_2a_2 - kz_3a_3] \dot{\beta} + [kz_1b_1 + kz_2b_2 + kz_3b_3] \dot{\alpha} = 0 \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned}
& J_x \ddot{\alpha} + \begin{bmatrix} y_1 c_1^2 + k y_2 c_2^2 + k y_3 c_3^2 + k z_1 b_1^2 + k z_2 b_2^2 + k z_3 b_3^2 \end{bmatrix} \alpha \\
& + \begin{bmatrix} k y_1 c_1 + k y_2 c_2 + k y_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{y} + \begin{bmatrix} k y_1 a_1 c_1 - k y_2 a_2 c_2 + k y_3 a_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{\theta} \\
& + \begin{bmatrix} k z_1 b_1 + k z_2 b_2 + k z_3 b_3 \end{bmatrix} \bar{z} + \begin{bmatrix} k z_1 a_1 b_1 + k z_2 a_2 b_2 - k z_3 a_3 b_3 \end{bmatrix} \bar{\beta} = 0
\end{aligned} \tag{6.13}$$

$$\begin{aligned}
& J_y \ddot{\beta} + \begin{bmatrix} x_1 c_1^2 + k x_2 c_2^2 + k x_3 c_3^2 + k z_1 a_1^2 + k z_2 a_2^2 + k z_3 a_3^2 \end{bmatrix} \beta \\
& + \begin{bmatrix} k x_1 c_1 - k x_2 c_2 - k x_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} k x_1 b_1 c_1 + k x_2 b_2 c_2 + k x_3 b_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{\theta} \\
& + \begin{bmatrix} k z_1 a_1 + k z_2 a_2 - k z_3 a_3 \end{bmatrix} \bar{z} + \begin{bmatrix} k z_1 a_1 b_1 + k z_2 a_2 b_2 - k z_3 a_3 b_3 \end{bmatrix} \bar{\alpha} = 0
\end{aligned} \tag{6.14}$$

$$\begin{aligned}
& J_z \ddot{\theta} + \begin{bmatrix} x_1 b_1^2 + k x_2 b_2^2 + k x_3 b_3^2 + k y_1 a_1^2 + k y_2 a_2^2 + k y_3 a_3^2 \end{bmatrix} \theta + \\
& \begin{bmatrix} k x_1 b_1 - k x_2 b_2 - k x_3 b_3 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} k x_1 b_1 c_1 + k x_2 b_2 c_2 + k x_3 b_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{\beta} \\
& + \begin{bmatrix} k y_1 a_1 - k y_2 a_2 + k y_3 a_3 \end{bmatrix} \bar{y} + \begin{bmatrix} k y_1 a_1 c_1 - k y_2 a_2 c_2 + k y_3 a_3 c_3 \end{bmatrix} \bar{\alpha} = 0
\end{aligned} \tag{6.15}$$

Yukarıda oluşturulan diferansiyel denklemler, matris şeklindeki aşağıdaki genel hareket denklemine yerleştirilmiştir.

$$\mathbf{M} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ x \\ \ddot{y} \\ y \\ \ddot{z} \\ z \\ \ddot{\alpha} \\ \alpha \\ \ddot{\beta} \\ \beta \\ \ddot{\theta} \\ \theta \end{Bmatrix} + \mathbf{K} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{6.16}$$

Kütle ve rijitlik matrisleri yukarıda bulunan hareket denklemlerinden faydalanılarak aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur. Görüldüğü üzere iki matris de simetri özelliğini sağlamaktadır.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & m & 0 & 0 & 0 \\ & & & J_x & 0 & 0 \\ & & & & J_y & 0 \\ & & & & & J_z \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k\alpha_1 + k\alpha_2 + k\alpha_3 & 0 & 0 & 0 \\ & k\gamma_1 + k\gamma_2 + k\gamma_3 & 0 & k\gamma_1 c_1 + k\gamma_2 c_2 + k\gamma_3 c_3 \\ & & k\zeta_1 + k\zeta_2 + k\zeta_3 & -k\zeta_1 b_1 + k\zeta_2 b_2 + k\zeta_3 b_3 \\ & & & \left(k\gamma_1 c_1^2 + k\gamma_2 c_2^2 + k\gamma_3 c_3^2 \right) \\ & & & \left(+ k\zeta_1 b_1^2 + k\zeta_2 b_2^2 + k\zeta_3 b_3^2 \right) \\ \\ -k\alpha_1 c_1 - k\alpha_2 c_2 - k\alpha_3 c_3 & k\alpha_1 b_1 - k\alpha_2 b_2 - k\alpha_3 b_3 \\ & 0 & -k\gamma_1 a_1 - k\gamma_2 a_2 + k\gamma_3 a_3 \\ k\zeta_1 a_1 + k\zeta_2 a_2 - k\zeta_3 a_3 & & 0 \\ -k\zeta_1 a_1 b_1 + k\zeta_2 a_2 b_2 - k\zeta_3 a_3 b_3 & -k\gamma_1 a_1 c_1 - k\gamma_2 a_2 c_2 + k\gamma_3 a_3 c_3 \\ \left(k\alpha_1 c_1^2 + k\alpha_2 c_2^2 + k\alpha_3 c_3^2 \right) & -k\alpha_1 b_1 c_1 + k\alpha_2 b_2 c_2 + k\alpha_3 b_3 c_3 \\ \left(+ k\zeta_1 a_1^2 + k\zeta_2 a_2^2 + k\zeta_3 a_3^2 \right) & \left(k\alpha_1 b_1^2 + k\alpha_2 b_2^2 + k\alpha_3 b_3^2 \right) \\ & \left(+ k\gamma_1 a_1^2 + k\gamma_2 a_2^2 + k\gamma_3 a_3^2 \right) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Bu bölümde incelenen motorun doğal frekanslarının hesaplanmasında MATLAB programında yazılan kod kullanılmıştır. Motor parametreleri Transit araçlarda kullanılan Puma tipi motorun özelliklerinden alınmıştır [17]. Burada yapacağımız analiz de dâhil olmak üzere gelecek bölümlerdeki analizlerde de bu parametreler kullanılacaktır. Motor takozu elastik merkezi, bilgisayar destekli analizlerde modelleme yapılırken, parçanın işlevini yerine getirdiği çalışma noktası olarak kabul edilen lokasyondur. Motorun ağırlık merkezi olarak orijin yani (0,0,0) noktası seçilmiştir. Eğer elastik merkezler araç koordinatlarına göre verilmişse ağırlık merkezinin orijin olduğu göz önünde bulundurularak yeni konum koordinatları hesaplanmalıdır.

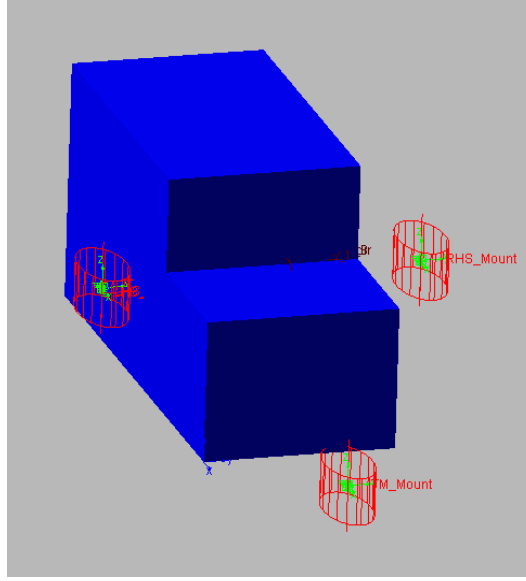
Çizelge 6.1 : Çalışmada kullanılan motor parametrelerinin sayısal değerleri

m		Motor ağırlığı	302.5 kg		
		X	Y	Z	
Motor Atalet Momenti – J [kgm ²]		27.1	25.57	8.586	
Katılık değerleri [N/m]	Sol Motor takozu	105000	105000	160000	
	Sağ Motor takozu	105000	105000	160000	
	Şanzıman Motor	33000	75000	223000	
Elastik merkezi [m]	Sol Motor takozu	-0.1447	-0.3168	-0.1062	
	Sol Motor takozu	-0.1447	0.3482	-0.0964	
	Şanzıman Motor	0.4643	0.02635	-0.3393	

Bu parametrelere göre MATLAB’te oluşturulan model için yazılan program Ek A’da verilmiştir.

MSC.Adams İle Modelleme;

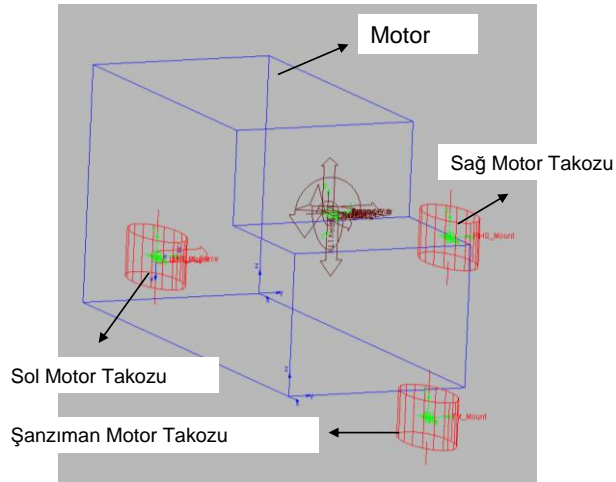
Motor modeli MSC.Adams programında aşağıda detayları verildiği şekilde yapılmıştır. Bu program modal analiz çözümü için kullanılmış, MATLAB ile hazırlanmış olan programdan alınan öz değer sonuçları ile karşılaştırma yapılmıştır.



Şekil 6.4 : Motorun MSC.Adams modeli.

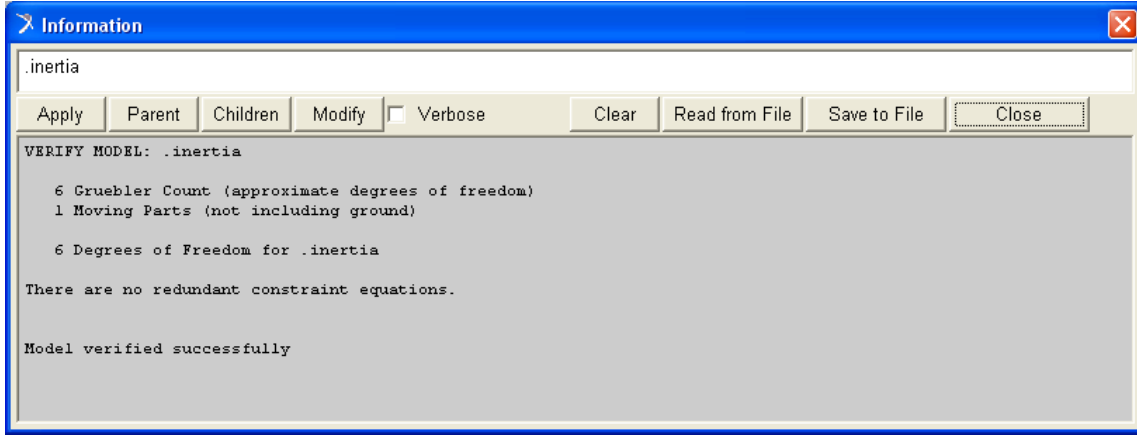
Çalışmanın başında Şekil 6.2’de kurulan rijit cisim motor modeli Adams programında Şekil 6.4’te gösterildiği gibi modellenmiştir. Her iki program ile oluşturulan modellerin birim sistemlerinin aynı olması bakımından MSC Adams’ta model oluşturmaya MKS birim sistemi seçilerek başlanmıştır.

Şekil 6.4’te gösterilen modelde bushing (burç) elemanları motor takozlarının yerine kullanılmıştır. Burçlar elastik merkez lokasyonlarına yerleştirilmiştir. Burç elemanlar motor takozlarının katılık değerlerini içermektedir. Sönüm değeri olarak sıfır seçilmiştir. Çünkü motorun doğal frekanslarının hesabı için kütle ve katılık değerleri yeterli olmaktadır. MSC Adams programında geometrinin boyutları sadece temas elemanları kullanıldığı durumlarda gereklidir. Bu nedenle Şekil 6.4 ve Şekil 6.5’te motoru temsil eden geometriler sadece görsel kolaylık sağlamaktadır.



Şekil 6.5 : Motor MSC.Adams modeli.

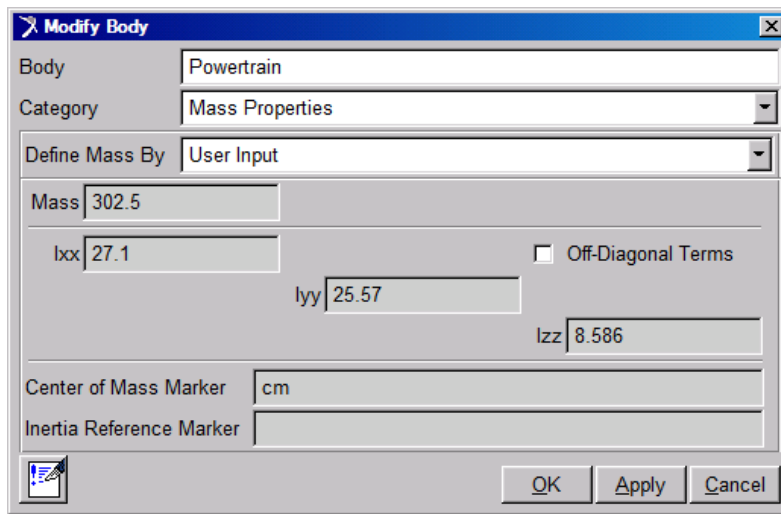
Kullanılan burç elemanlar modelin hiçbir serbestlik derecesini kısıtlamamaktadır. Bu yüzden de model altı serbestlik derecesinin hepsine sahiptir denilebilir. Tüm model, altı serbestlik derecesini sağladığı Adams programının model doğrulama ekranından Şekil 6.6’da görülebilir.



Şekil 6.6 : Motor modeli doğrulama ekranı

Modelde yer alan kütle, yay ve sönüm elemanı gibi parametrelerin sayısal değerleri de Çizelge 6.1’deki veriler kullanılarak Adams programına girilmiştir.

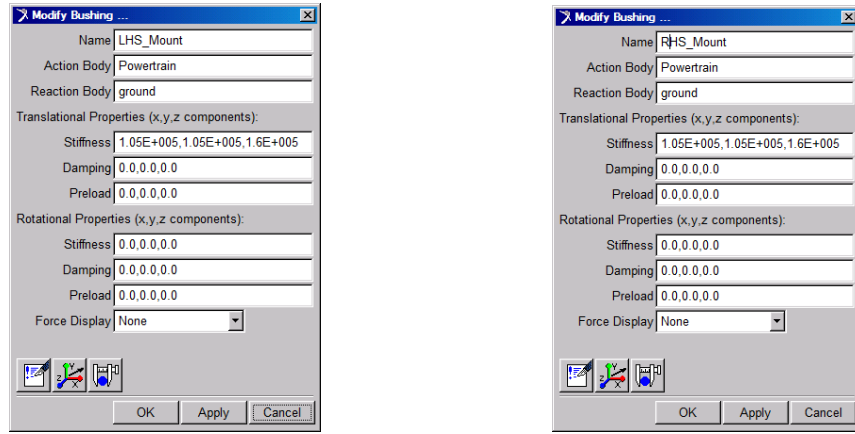
Aşağıda verilen Şekil 6.7 ile Şekil 6.10 arasındaki beş adet şekil Adams programında kütle, konum ve katılık değerlerinin nasıl girildiğini göstermektedir. Şekil 6.9 ve Şekil 6.10’da da görüldüğü üzere takozların dönme katılık, öteleme ve dönme sönüm katsayıları sıfır seçilmiştir. Bunun sebebi öteleme sönüm değerlerinin modal analizi etkilememesi, dönme katılık ve sönüm değerlerinin de pratikte de kullanılmamasıdır.



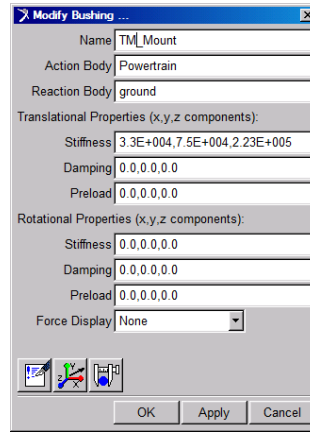
Şekil 6.7 : Motorun ağırlık ve atalet momenti değerlerinin girişi

	Loc_X	Loc_Y	Loc_Z
POINT_3	-0.1447	-0.3168	-0.1062
POINT_3_2	-0.1447	0.3482	-9.64E-002
POINT_3_3	0.4643	2.635E-002	-0.3393

Şekil 6.8 : Elastik merkez lokasyonlarının girişi

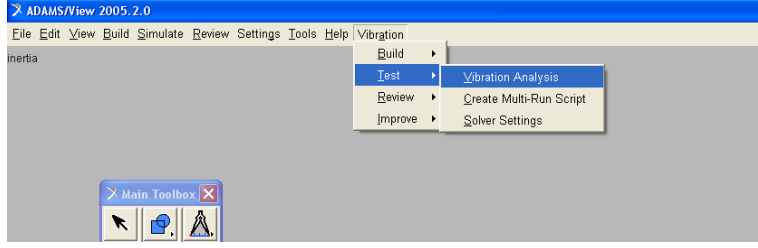


Şekil 6.9 : Sol ve sağ motor takozlarının katılık değerlerinin girişi



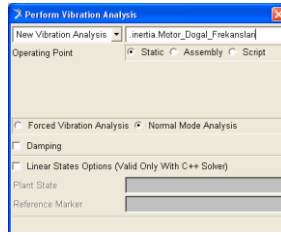
Şekil 6.10 : Şanzıman takozu katılık değerlerinin girişi

Tüm bu bahsedilen aşamalar Adams programında yapıldıktan sonra, motor modeli modal analize hazır hale gelmektedir. Adams'ta modal analiz yapmak için programa Vibration eklentisi çağırılmıştır ve Şekil 6.11'de görülen menüden Test > Vibration Analysis seçilmiştir.



Şekil 6.11 : Vibration menüsü.

Şekil 6.12'deki analiz ekranında “Normal Modes Analysis” seçilmiş, sönüm katsayıları kullanılmadığı için etkisi göz ardı etmek adına analizın “Damping” seçeneği seçilmemiştir.



Şekil 6.12 : Normal mod analizi.

Motor modeli anlatıldığı biçimde hem MSC.Adams hem de MATLAB programları yardımı ile modellenmiş ve modal çözümü yapılmıştır. Sistemin bu iki program yardımı ile bulunan öz frekansları elde edilmiştir ve Çizelge 6.2’de karşılaştırılmıştır. Her iki programdan elde edilen öz frekans değerleri aynıdır. Bu sonuçtan yola çıkarak modeller arasındaki korelasyon sağlanmıştır denilebilir.

Çizelge 6.2 : Motor için modal sonuçların karşılaştırması

	<i>Frekans Değerleri (Hz)</i>	
	MATLAB	MSC.ADAMS
1.Mod	4.128	4.12795
2.Mod	4.201	4.20119
3.Mod	6.009	6.00851
4.Mod	6.883	6.88338
5.Mod	8.512	8.51185
6.Mod	11.49	11.4883

6.2 Motorun Durum Uzay Çözümlerinin Çıkarılması

Denklem 6.10'dan Denklem 6.15'e kadar elde edilmiş altı adet eşitlik, ikinci dereceden diferansiyel denklemdir. Geçici sistem cevabını çözebilmek için altı serbestlik derecesinin de başlangıç şartlarındaki yer değiştirme ve hız büyüklüklerine ihtiyaç duyulur.

Durum uzayı çözümlerinde, sistem matrisini oluşturabilmek için bahsedilen altı adet ikinci dereceden diferansiyel denklem birinci dereceden on iki adet diferansiyel eşitliğe dönüştürülür. Bu dönüştürme işlemi [9] no'lu kaynakta anlatıldığı gibi kolaylık açısından yeni notasyonlar tanımlanarak yapılmıştır.

Çizelge 6.3 : Sistem matrisini oluşturan notasyonlar ve açıklamaları

<i>Notasyon</i>	<i>Tanım</i>		<i>Notasyon</i>	<i>Tanım</i>
x	Gövde X ekseninde konum		$\dot{x} = X$	Gövde X ekseninde hız
y	Gövde Y ekseninde konum		$\dot{y} = Y$	Gövde Y ekseninde hız
z	Gövde Z ekseninde konum		$\dot{z} = Z$	Gövde Z ekseninde hız
α	Gövde X eksenini etrafında açısal konum		$\dot{\alpha} = A$	Gövde X eksenini etrafında açısal hız
β	Gövde Y eksenini etrafında açısal konum		$\dot{\beta} = B$	Gövde Y eksenini etrafında açısal hız
θ	Gövde Z eksenini etrafında açısal konum		$\dot{\theta} = \Theta$	Gövde Z eksenini etrafında açısal hız

Çıkarılan bu notasyonları kullanarak, bahsedilen durum değişkenleri ve bunların birinci türevleri arasında aşağıdaki ilişkiyi çıkarabiliriz.

Çizelge 6.4 : Sistem matrisini oluşturan durum değişkenleri ve türevleri

$\dot{x} = X$	$\ddot{x} = \dot{X}$
$\dot{y} = Y$	$\ddot{y} = \dot{Y}$
$\dot{z} = Z$	$\ddot{z} = \dot{Z}$
$\dot{\alpha} = A$	$\ddot{\alpha} = \dot{A}$
$\dot{\beta} = B$	$\ddot{\beta} = \dot{B}$
$\dot{\theta} = \Theta$	$\ddot{\theta} = \dot{\Theta}$

Bu on iki durum ifadesini önceden hesapladığımız ikinci derece denklemlere yerleştirirsek aşağıdaki eşitlikleri elde ederiz.

$\begin{aligned} \dot{x} &= X \\ \dot{y} &= Y \\ \dot{z} &= Z \\ \dot{\alpha} &= A \\ \dot{\beta} &= B \\ \dot{\theta} &= \Theta \end{aligned}$ $\begin{aligned} \dot{X} &= -\left[kx_1 + kx_2 + kx_3\right] \frac{x}{m} - \left[kx_1b_1 - kx_2b_2 - kx_3b_3\right] \frac{\theta}{m} - \left[kx_1c_1 - kx_2c_2 - kx_3c_3\right] \frac{\beta}{m} \\ \dot{Y} &= -\left[ky_1 + ky_2 + ky_3\right] \frac{y}{m} - \left[ky_1c_1 + ky_2c_2 + ky_3c_3\right] \frac{\alpha}{m} - \left[ky_1a_1 - ky_2a_2 + ky_3a_3\right] \frac{\theta}{m} \\ \dot{Z} &= -\left[kz_1 + kz_2 + kz_3\right] \frac{z}{m} - \left[kz_1a_1 + kz_2a_2 - kz_3z_3\right] \frac{\beta}{m} - \left[kz_1b_1 + kz_2b_2 + kz_3b_3\right] \frac{\alpha}{m} \end{aligned}$	(6.19)
---	---------------

$\begin{aligned} \dot{A} = & - \left[k_{y_1} c_1^2 + k_{y_2} c_2^2 + k_{y_3} c_3^2 + k_{z_1} b_1^2 + k_{z_2} b_2^2 + k_{z_3} b_3^2 \right] \frac{\overline{\alpha}}{J_x} \\ & - \left[k_{y_1} c_1 + k_{y_2} c_2 + k_{y_3} c_3 \right] \frac{\overline{y}}{J_x} - \left[k_{y_1} a_1 c_1 - k_{y_2} a_2 c_2 + k_{y_3} a_3 c_3 \right] \frac{\overline{\theta}}{J_x} \\ & - \left[k_{z_1} b_1 + k_{z_2} b_2 + k_{z_3} b_3 \right] \frac{\overline{z}}{J_x} - \left[k_{z_1} a_1 b_1 + k_{z_2} a_2 b_2 - k_{z_3} a_3 b_3 \right] \frac{\overline{\beta}}{J_x} \\ \\ \dot{B} = & - \left[k_{x_1} c_1^2 + k_{x_2} c_2^2 + k_{x_3} c_3^2 + k_{z_1} a_1^2 + k_{z_2} a_2^2 + k_{z_3} a_3^2 \right] \frac{\overline{\beta}}{J_y} \\ & - \left[k_{x_1} c_1 - k_{x_2} c_2 - k_{x_3} c_3 \right] \frac{\overline{x}}{J_y} - \left[k_{x_1} b_1 c_1 + k_{x_2} b_2 c_2 + k_{x_3} b_3 c_3 \right] \frac{\overline{\theta}}{J_y} \\ & - \left[k_{z_1} a_1 + k_{z_2} a_2 - k_{z_3} a_3 \right] \frac{\overline{z}}{J_y} - \left[k_{z_1} a_1 b_1 + k_{z_2} a_2 b_2 - k_{z_3} a_3 b_3 \right] \frac{\overline{\alpha}}{J_y} \\ \\ \dot{\Theta} = & - \left[k_{x_1} b_1^2 + k_{x_2} b_2^2 + k_{x_3} b_3^2 + k_{y_1} a_1^2 + k_{y_2} a_2^2 + k_{y_3} a_3^2 \right] \frac{\overline{\theta}}{J_z} \\ & - \left[k_{x_1} b_1 - k_{x_2} b_2 - k_{x_3} b_3 \right] \frac{\overline{x}}{J_z} - \left[k_{x_1} b_1 c_1 + k_{x_2} b_2 c_2 + k_{x_3} b_3 c_3 \right] \frac{\overline{\beta}}{J_z} \\ & - \left[k_{y_1} a_1 - k_{y_2} a_2 + k_{y_3} a_3 \right] \frac{\overline{y}}{J_z} - \left[k_{y_1} a_1 c_1 - k_{y_2} a_2 c_2 + k_{y_3} a_3 c_3 \right] \frac{\overline{\alpha}}{J_z} \end{aligned}$	(6.20)
--	--------

Oluşturulan bu denklemleri matris formunda;

$$\dot{X} = AX + BU \tag{6.21}$$

$$Y = CX + DU$$

durum uzayı ifadesi şeklinde yazarsak, aşağıdaki matris eşitliklerini elde ederiz.

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ A \\ B \\ \Theta \\ \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \dot{A} \\ \dot{B} \\ \dot{\Theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{[kx_1+kx_2+kx_3]}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{[ky_1+ky_2+ky_3]}{m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{[kz_1+kz_2+kz_3]}{m} \\ 0 & -\frac{[ky_1c_1+ky_2c_2+ky_3c_3]}{J_x} & \frac{[kz_1b_1-kz_2b_2-kz_3b_3]}{J_x} \\ \frac{[kx_1c_1+kx_2c_2+kx_3c_3]}{J_y} & 0 & \frac{[-kx_2a_2-kz_2a_2+kz_3a_3]}{J_y} \\ \frac{[-kx_1b_1+kx_2b_2+kx_3b_3]}{J_z} & \frac{[ky_1a_1+ky_2a_2-ky_3a_3]}{J_z} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{[kx_1c_1+kx_2c_2+kx_3c_3]}{m} & \frac{[-kx_1b_1+kx_2b_2+kx_3b_3]}{m} \\ -\frac{[ky_1c_1+ky_2c_2+ky_3c_3]}{m} & 0 & \frac{[ky_1a_1+ky_2a_2-ky_3a_3]}{m} \\ \frac{[kz_1b_1-kz_2b_2-kz_3b_3]}{m} & -\frac{[kz_1a_1+kz_2a_2-kz_3a_3]}{m} & 0 \\ -\frac{[ky_1c_1^2+ky_2c_2^2+ky_3c_3^2+kz_1b_1^2+kz_2b_2^2+kz_3b_3^2]}{J_x} & \frac{[kz_1a_1b_1-kz_2a_2b_2+kz_3a_3b_3]}{J_x} & \frac{[ky_1a_1c_1+ky_2a_2c_2-ky_3a_3c_3]}{J_x} \\ \frac{[kx_1a_1b_1-kx_2a_2b_2-kx_3a_3b_3]}{J_y} & -\frac{[kx_1c_1^2+kx_2c_2^2+kx_3c_3^2+kz_1a_1^2+kz_2a_2^2+kz_3a_3^2]}{J_y} & \frac{[kx_1b_1c_1-kx_2b_2c_2-kx_3b_3c_3]}{J_y} \\ \frac{[ky_1a_1c_1+ky_2a_2c_2-ky_3a_3c_3]}{J_z} & \frac{[kx_1b_1c_1-kx_2b_2c_2-kx_3b_3c_3]}{J_z} & -\frac{[kx_1b_1^2+kx_2b_2^2+kx_3b_3^2+ky_1a_1^2+ky_2a_2^2+ky_3a_3^2]}{J_z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \theta \\ X \\ Y \\ Z \\ A \\ B \\ \Theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_z} & 0 \end{bmatrix} [U]$$

(6.22)

$$Y = \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix} U \quad (6.23)$$

$\dot{X} = AX + BU$ ve $Y = CX + DU$ ifadelerinin matris yapısına baktığımızda şu şekilde kısa bir gösterimle ifade edilebileceği açıktır. Bu matrisin içeriğindeki alt matrislerin düzeni MATLAB programı yazarken büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{6 \times 6} & \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{6 \times 6} \\ \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{6 \times 6} KM^{-1} & -CM^{-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{6 \times 6} \\ \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{6 \times 6} M^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$C = \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{12 \times 12}$$

$$D = \begin{bmatrix} \Theta \\ B \\ A \\ Z \\ Y \\ X \end{bmatrix}_{12 \times 12}$$

Buradaki sistemin hareketlerini ifade eden durum uzayı eşitliğini tanımlayacak olursak: A matrisine sistem matrisi, B matrisine sistem giriş matrisi ve skaler olan U 'ya ise giriş vektörü, C'ye çıkış matrisi ve D'ye sabit matris denilmektedir. Sütun vektörü olan x sistem durum vektörünü içermektedir.

Geçici zaman çözümüne ulaşmak için yazılacak MATLAB kodunda dikkat edilmesi gereken husus, matrislerin satır ve sütun sayılarının birbirleri ile uyumlu olmasının sağlanmasıdır. Aksi takdirde program çözüm yapamamaktadır.

Bu doğrultuda yapılması gereken, giriş matrisi B'yi oluşturmadan önce zaman matrisi T oluşturmaktır. Sistemin zaman cevabı 1 ya da 10 s için alınmıştır. Örnekleme zamanı olarak da 0.01 s seçilmiştir. Bu bilgiler doğrultusunda T zaman matrisi oluşturulmuştur. U giriş matrisi oluşturulurken, T matrisinin satır sayısı ile aynı satır sayısına ve sistemin serbestlik derecesi ile de aynı sütun sayısına sahip olması sağlanmalıdır.

Bu çalışmada sönüm elemanları kullanılmamıştır. Bu yüzden (6.23) ifadesinde

$-CM^{-1}$ yerine sıfır matrisi kullanılmıştır. Sadece sabit kuvvet altında sistemin cevabını bulabilmek adına Rayleigh Sönüm oranı kullanılmıştır.

Rayleigh Sönüm Oranı:

Yapısal analizlerde viskozite, hıza bağlı sönüm katsayılarının doğru değerlerini tahmin etmek birçok yapı için çok zordur. Viskoz sönüm özellikleri ölçülebilen sonsuz sayıda sönüm elemanına sahip yapıların sayısı çok azdır. Birçok durumda, yapı içinde meydana gelen ve bilinmeyen doğrusal olmayan enerji dağılımı ile ilgili yaklaşım yapmak için modal sönüm oranları kullanılır. Sönümün, genellikle bir yapının dinamik cevabının simülasyonu için oluşturulan matematik modellerde kullanılan diğer bir formu da orantılı sönüm oranlarıdır. Bu sönüm şekline Rayleigh Sönümü denir. Hem modal sönüm hem de Rayleigh Sönümü, gerçek yapının fiziksel özelliklerinden sönüm matrisi oluşturma ihtiyacından kurtulmak için kullanılır [19].

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.25)$$

Denklem 6.24'te C sönüm matrisi, M kütle matrisi ve K katılık matrisidir. α ve β sabitleri de Rayleigh sönümü için seçilmesi gereken katsayılardır.

MSC.Adams programında kullanılan sönüm katsayısı sadece katılık matrisini referans aldığı için bu çalışmada, $\alpha = 0$ ve $\beta = 0.015$ seçilmiştir. Sönüm elemanlarının kullanılacağı ileriki hesaplamalarda bu katsayılar dikkate alınacaktır.

Bu nontaya kadar anlatılan normal mod analiz için yazılan MATLAB Programı Ek A.2’de yer almaktadır.

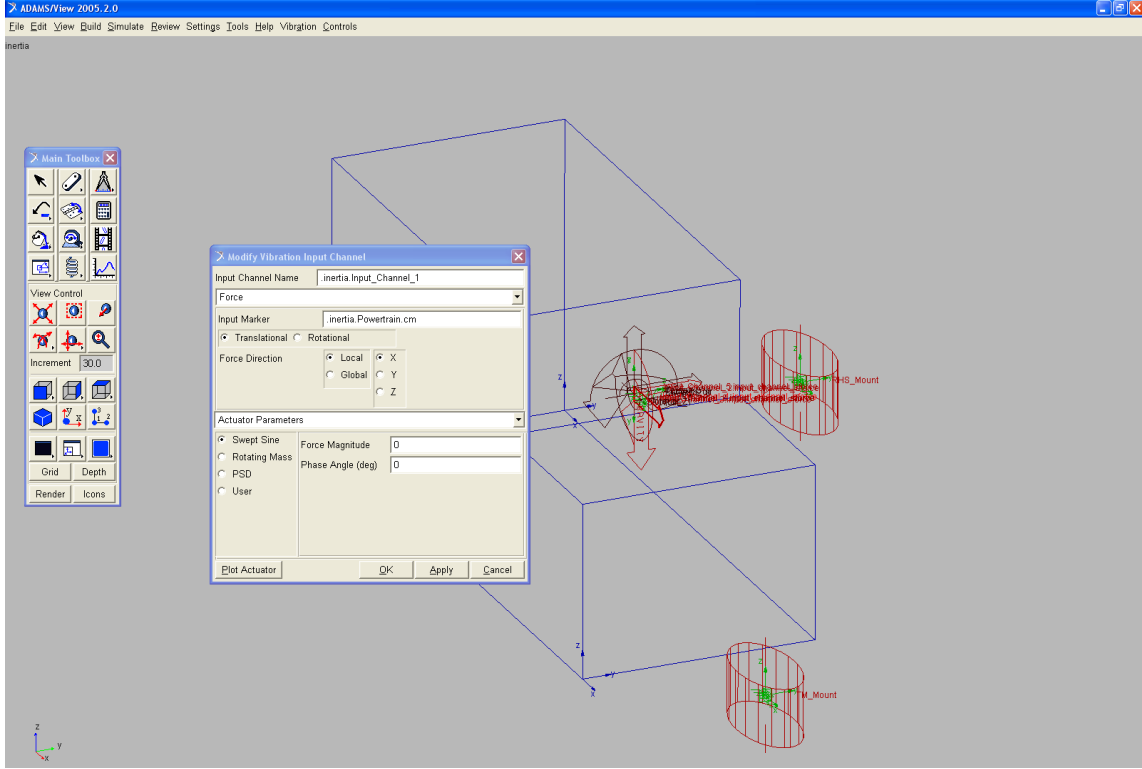
MSC.Adams ile Durum Matrislerinin Elde Edilmesi:

Sistemin hareket denklemleri çıkartılırken 6 giriş 12 çıkışa göre matrisler oluşturulmuştu. Bu bilgiye dayanarak sistemin MSC Adams programında durum matrislerinin elde edilmesi için giriş ve çıkış kanalları tanımlanmıştır.

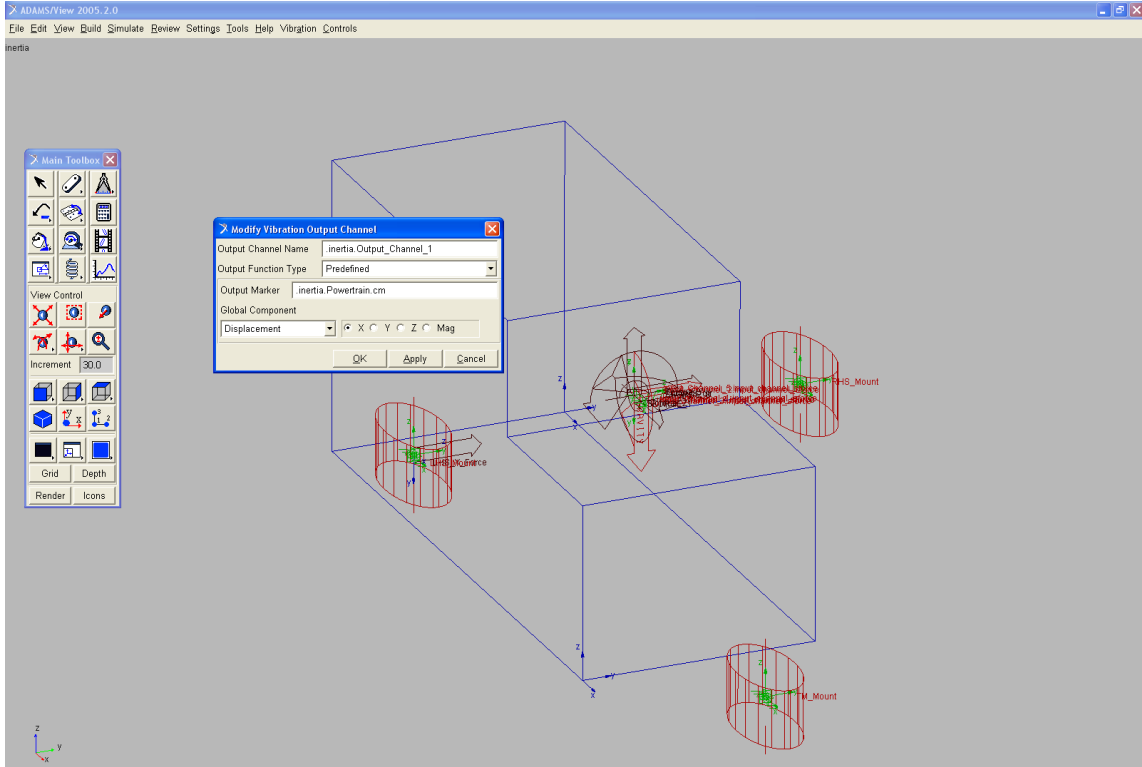
Çizelge 6.5’te görüldüğü üzere motorun ağırlık merkezinde 6 adet giriş 12 adet de çıkış kanalı tanımlanmıştır. Burada yine MATLAB modeli ile paralelliği bozmamak adına kanalların özellikleri aşağıdaki çizelge göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Giriş sinyali sinüs sinyali şeklinde seçilmiştir.

Çizelge 6.5 : Titreşim modeli giriş ve çıkış kanalları özellikleri

Kanal #	Giriş	Kanal Tipi	Çıkış	Kanal Tipi
1	X öteleme	Kuvvet	X öteleme	Deplasman
2	Y öteleme	Kuvvet	Y öteleme	Deplasman
3	Z öteleme	Kuvvet	Z öteleme	Deplasman
4	X dönme	Moment	X dönme	Dönme Açısı
5	Y dönme	Moment	Y dönme	Dönme Açısı
6	Z dönme	Moment	Z dönme	Dönme Açısı
7	-	-	X öteleme	Hız
8	-	-	Y öteleme	Hız
9	-	-	Z öteleme	Hız
10	-	-	X dönme	Dönme hızı
11	-	-	Y dönme	Dönme hızı
12	-	-	Z dönme	Dönme hızı

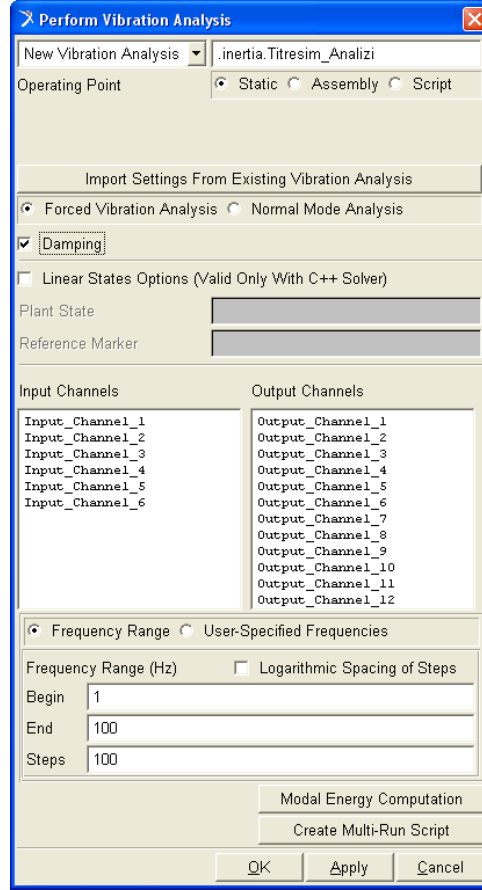


Şekil 6.13 : Titreşim analizi giriş kanalı oluşturulması



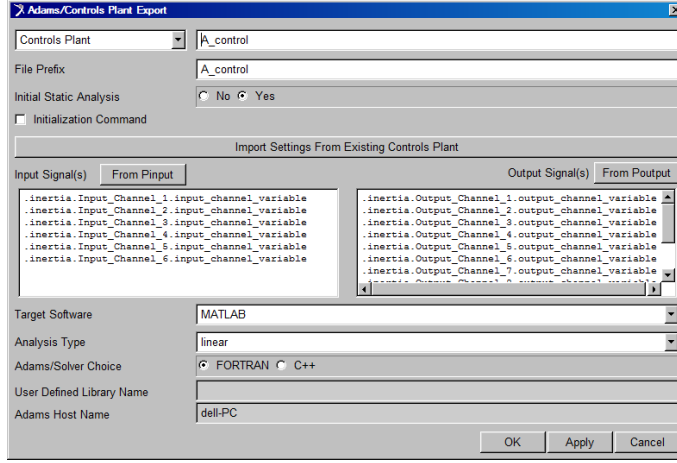
Şekil 6.14 : Titreşim analizi çıkış kanalı oluşturulması

Kanallar oluşturulduktan sonra Şekil 6.11'deki gibi "Vibration" menüsünden "Vibration Analysis" seçilir. Bu sefer "Forced Vibration Analysis" kısmı seçilmiştir. Şekil 6.15'teki şekilde giriş ve çıkış kanal listelerine oluşturulan kanallar tanımlanarak analiz koşturulur.

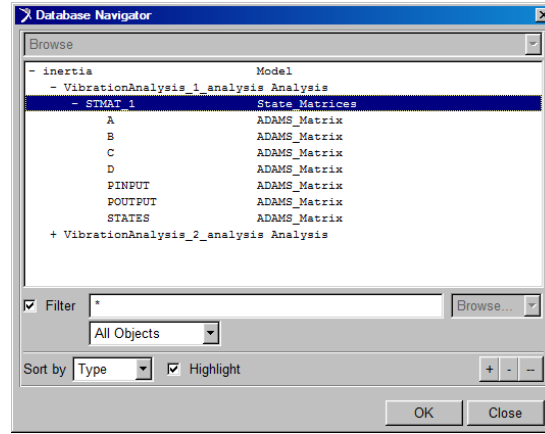


Şekil 6.15 : Zorlanmış titreşim analizi hazırlanışı

Bu analiz sonucu elde edilen değişkenler kullanılarak, MSC Adams'ın "Control" modülünde bir "control plant" kurulmuştur. Bu işlemlerin amacı, MSC.Adams programının kullandığı durum matrisleri elde etmektir.



Şekil 6.16 : Adams control menüsü.

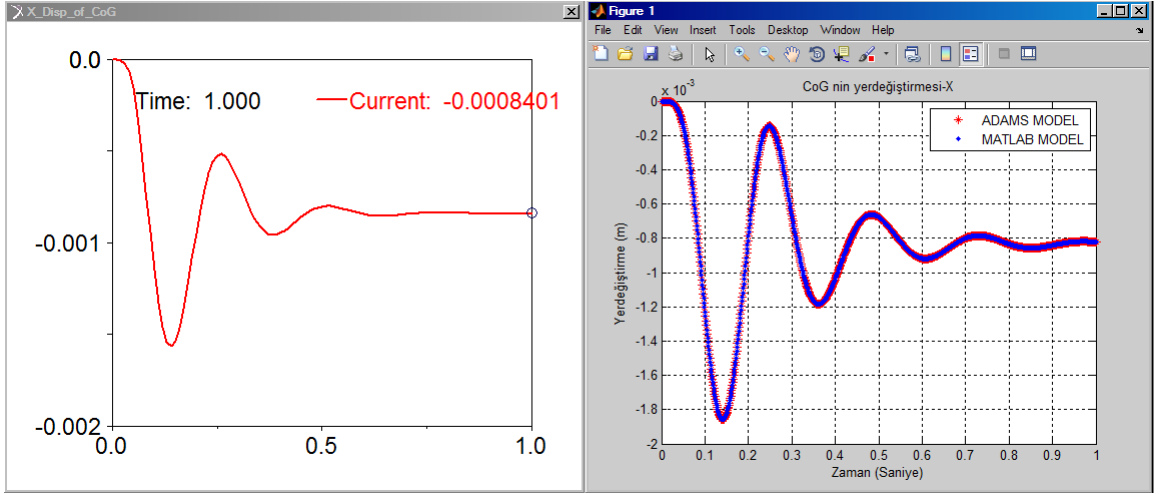


Şekil 6.17 : Adams'tan elde edilen durum matrisleri

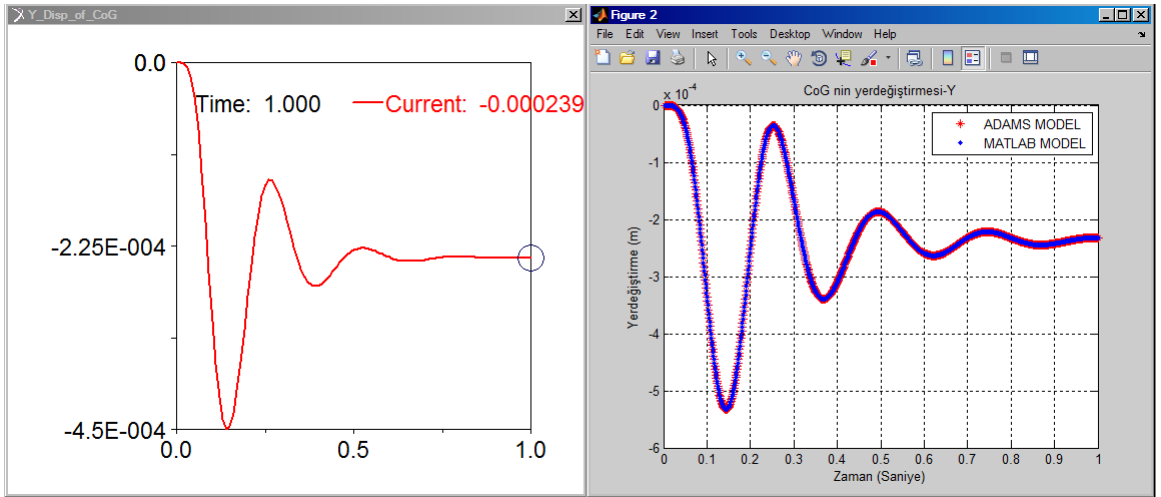
MATLAB'te oluşturulan kodda elle hesaplanan durum matrisleri ile birlikte Adams ile elde edilen matrisler de yazılarak farklı senaryolar için sonuçlar karşılaştırılmıştır. MSC.Adams'ta elde edilen matrisleri MATLAB kodu kullanılarak karşılaştırmanın amacı sonuçların arasındaki ilişkinin daha sağlıklı bir şekilde tek şekilde görülmesi sağlanarak sonuçların analiz edilmek istenmesidir.

Senaryo 1: Sadece Motor Ağırlığı etkisi altında :

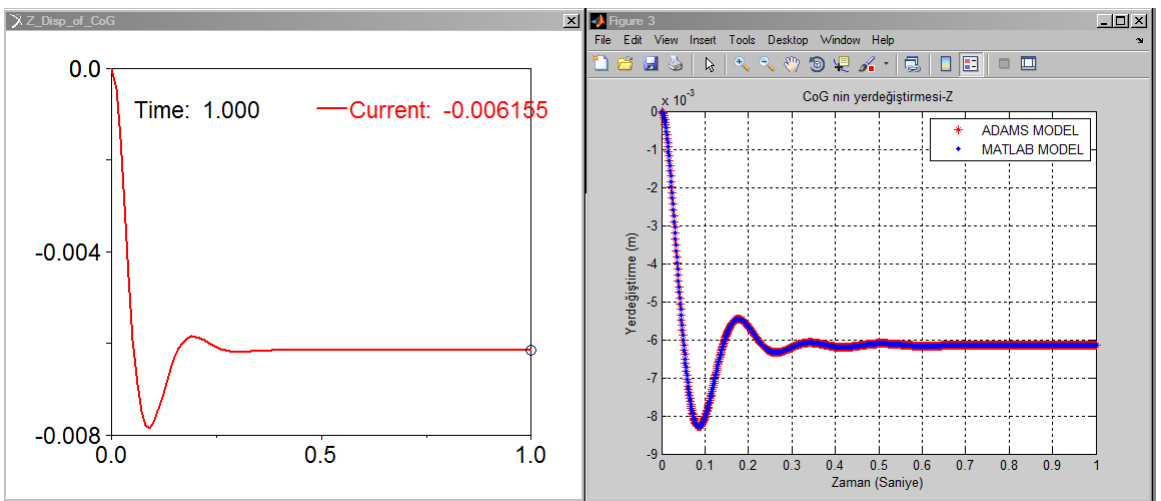
İlk senaryo olarak sadece motorun ağırlığı göz önüne alınmıştır. Analiz sonucu olarak MSC.Adams ve MATLAB'ten elde edilen motorun ağırlık merkezinin x,y,z öteleme ve dönme hareketlerinin grafikleri karşılaştırılmıştır.



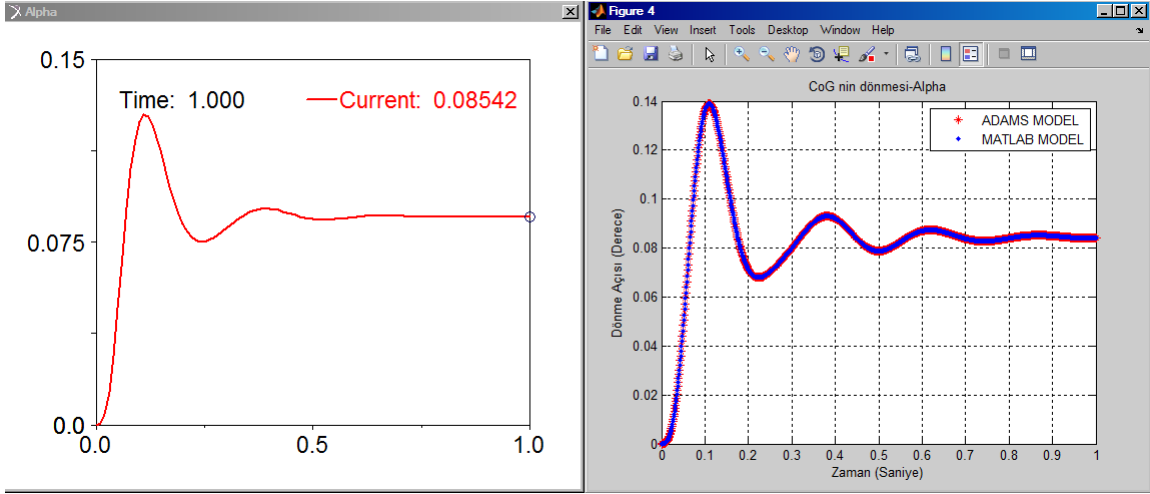
Şekil 6.18 : CoG X deplasmanı karşılaştırması.



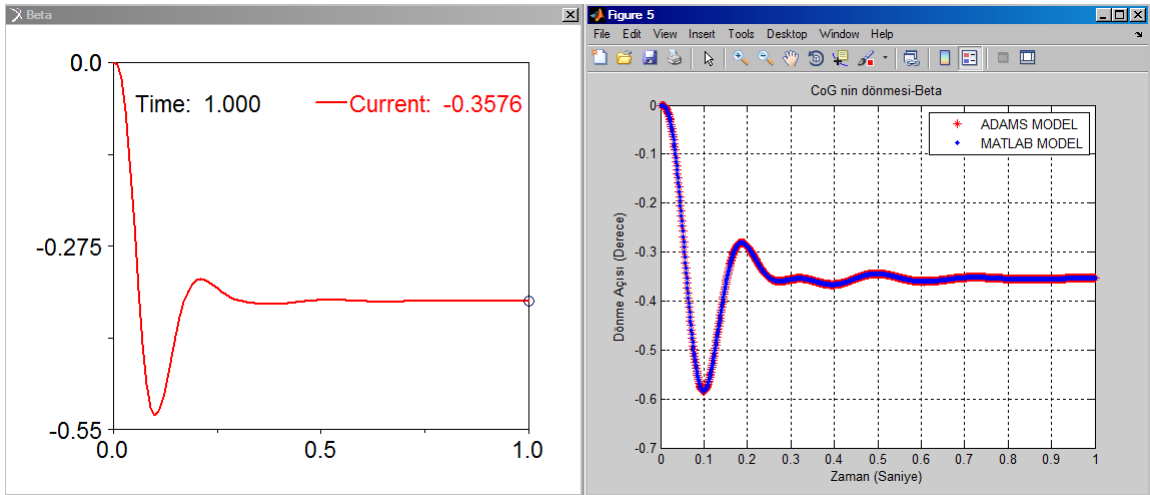
Şekil 6.19 : CoG Y deplasmanı karşılaştırması.



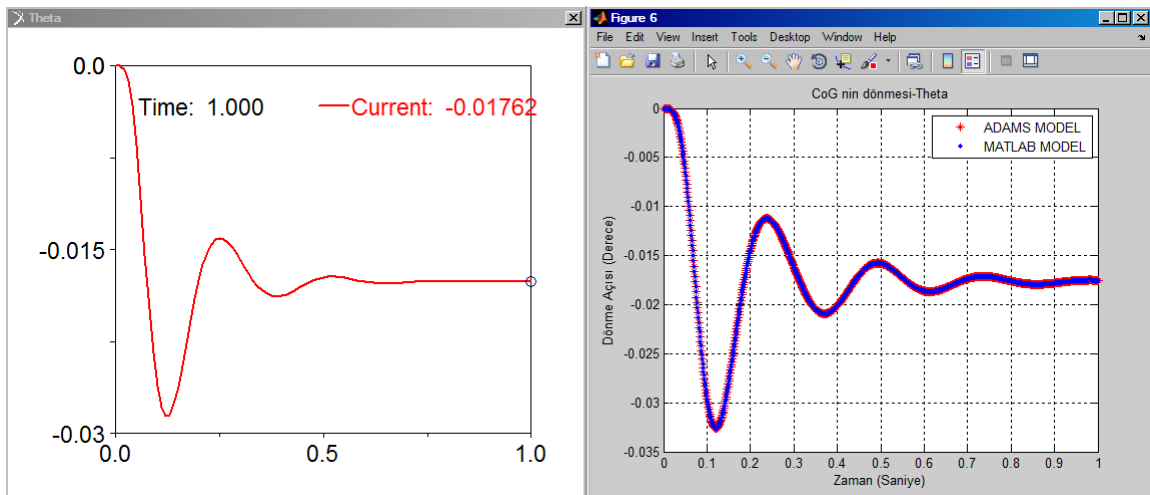
Şekil 6.20 : CoG Z deplasmanı karşılaştırması.



Şekil 6.21 : CoG X dönme açısı karşılaştırması.



Şekil 6.22 : CoG Y dönme açısı karşılaştırması.



Şekil 6.23 : CoG Z dönme açısı karşılaştırması.

Yukarıdaki grafiklerden de görüldüğü üzere motor önce kendi ağırlığı ile $-z$ yönünde salınım yaparak geçici rejim cevabını oluşturmakta ve daha sonra da salınımını tamamlayarak kararlı hale geçmektedir.

Motor Üstüne Etkiyen Kuvvetlerin Hesabı:

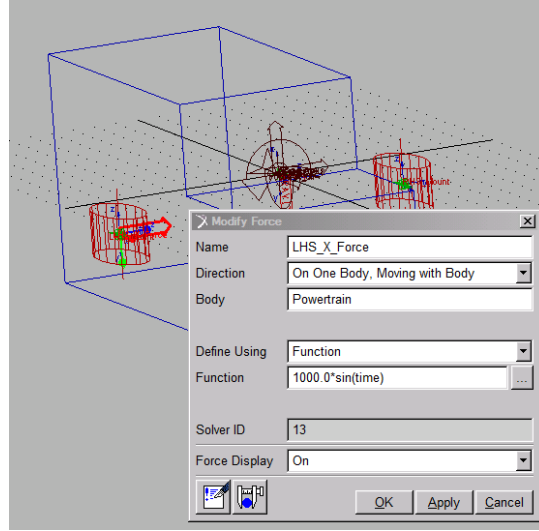
MATLAB programı ile yapılan modellemede motor kütlesinin nokta kütle olarak kabul edilmesinden dolayı, yazılan kodda giriş için hesaplanacak değerlerin motorun ağırlık merkezine dönüştürülmüş hallerinin kullanılmasını gerektirmektedir.

Testlerde genellikle ölçümler motor takozlarının üzerinden alınır. Bu ölçüm verileri bilgisayar analizlerinde elastik merkezlere uygulanır. Bu çalışmada kullanılan modelde kuvvetler ağırlık merkezine uygulanmaktadır. Bu takdirde motor takozlarına gelen yüklerin motorun ağırlık merkezine olan etkisinin hesaplanarak, MATLAB modelinde kullanılması gerekmektedir.

Örnek olarak sol motor takozuna $+y$ yönünde uygulanacak bir kuvvet, motorun ağırlık merkezine bu kuvvetle aynı büyüklük ve yönde bir kuvvet ile x ve z etrafında iki moment vektörü oluşturacağı aşikârdır. Diğer bir anlatımla, motorun ilgilenilen konfigürasyonunda her bir kuvvet vektörü, aynı yönde bir kuvvet vektörü ile diğer koordinatlar etrafında iki moment vektörü oluşturacak şekilde motorun ağırlık merkezine etkirler. Bu bilgiler dâhilinde ağırlık merkezine giriş olacak U matrisi Ek A.3'teki şekilde MATLAB koduna eklenir.

MSC.Adams İle Kuvvetlerin Hesabı:

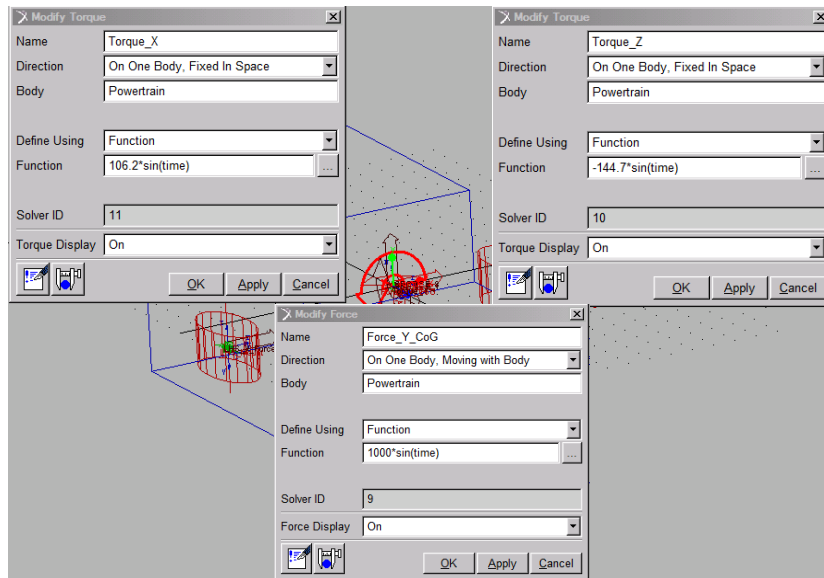
MSC.Adams ile kuvvet hesabı yapmaya gerek yoktur. Çünkü modelde istenilen herhangi bir noktaya kuvvet elemanı yaratmak mümkünür ve bu kuvvetin ağırlık merkezine etkileri otomatik olarak program tarafından hesaplanmaktadır. Yukarıda yazılan programın doğruluğunu kanıtlamak adına MSC.Adams'ta bir deneme analizi yapılmıştır. İlk olarak modelde sol takozun bulunduğu noktaya $+y$ yönünde 1000 N'luk sinüzoidal bir kuvvet uygulanmıştır (Şekil 6.24) ve motorun öteleme ve dönme hareketleri grafikleri çıkarılmıştır. Daha sonra MATLAB'te bu kuvvetin ağırlık merkezine tork ve moment olarak hesaplanan etkisi MSC.Adams modelinde bu defa ağırlık merkezine uygulanmış ve sonuçları bir öncekilerle karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonuçlarına bakıldığında MATLAB kodu doğrudur ve kullanılabilir.



Şekil 6.24 : Sol takoza +y yönünde uygulanan kuvvet.

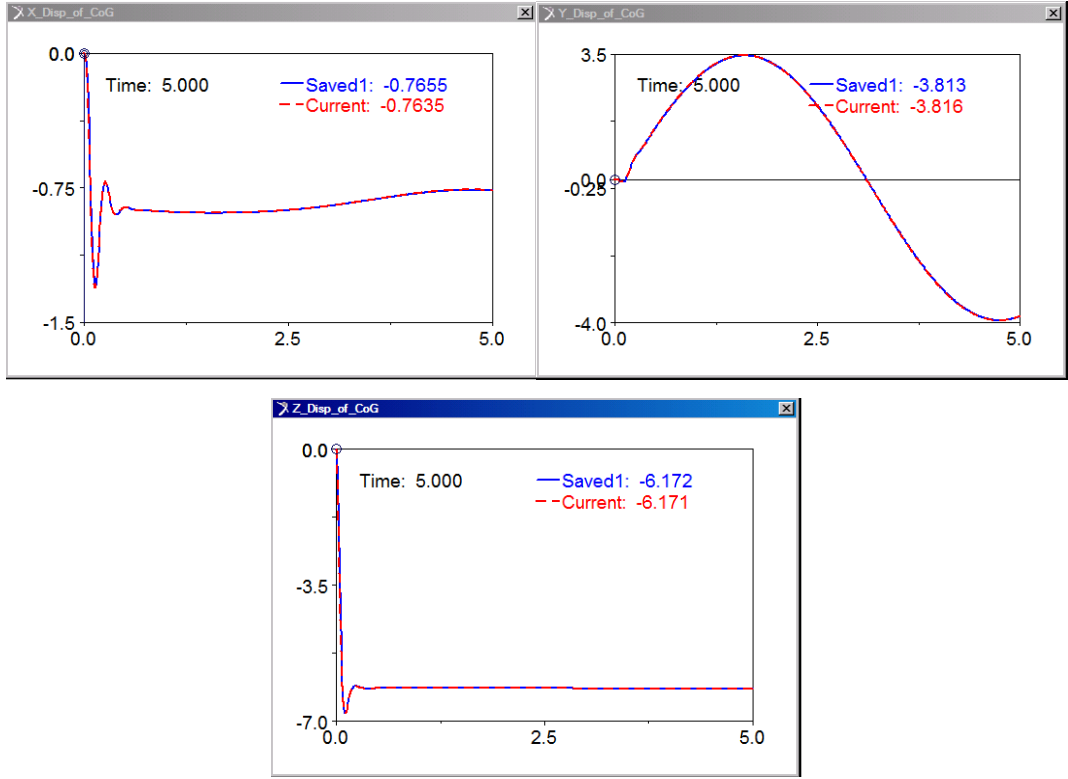
Çizelge 6.6 : Modele uygulanan kuvvet ve ağırlık merkezine etkisi

Uygulama eksenini ve konumu	Uygulanan Kuvvet
Sol Takoz konumu +y yönünde	1000 N
Ağırlık Merkezine Etki Eden Kuvvet	Ağırlık Merkezine Etki Eden Moment
$F_y=1000$ N	$M_x=106.2$ Nm $M_y=0$ Nm $M_z=-144.7$ Nm

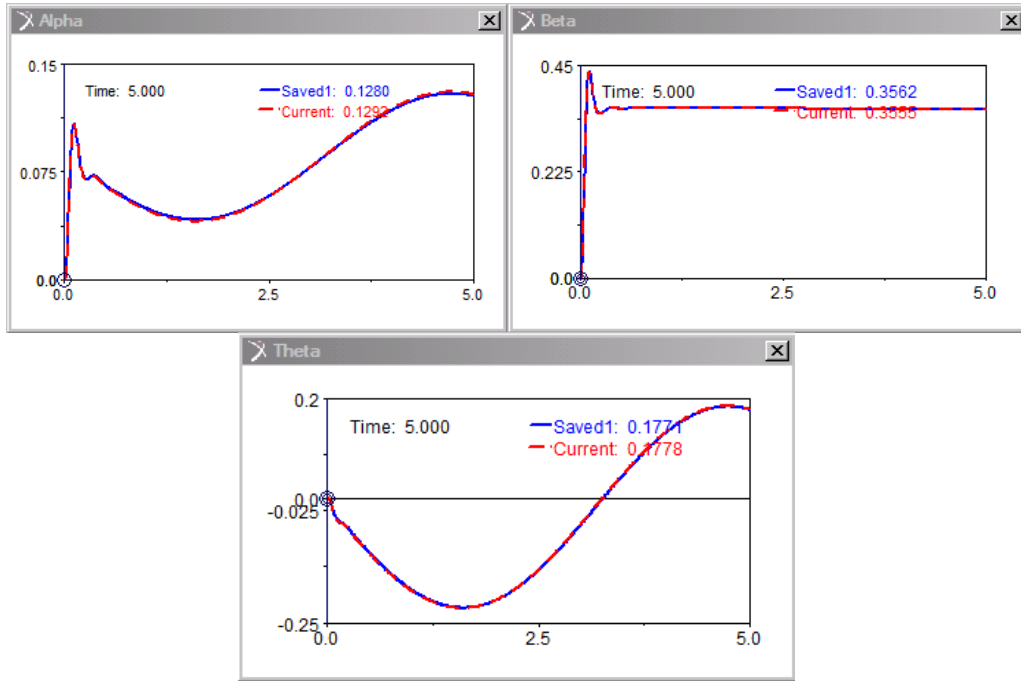


Şekil 6.25 : Motor ağırlık merkezine uygulanan kuvvet ve momentler.

Sadece sol takoz konumundan uygulanan ve hesaplanan ağırlık merkezine etkien kuvvet ve momentler ile alınan sonuçların karşılaştırmasında bakıldığında kullanılan yöntem doğrudur.



Şekil 6.26 : Motor ağırlık merkezinin öteleme hareketlerinin karşılaştırması.



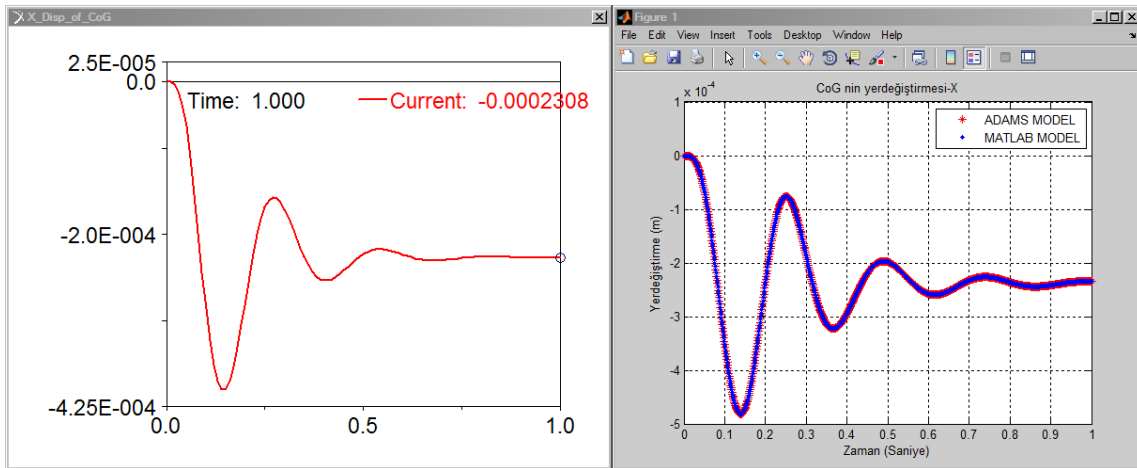
Şekil 6.27 : Motor ağırlık merkezinin dönme hareketlerinin karşılaştırması.

Senaryo 2: Titreşim kuvvetleri etkisi altında:

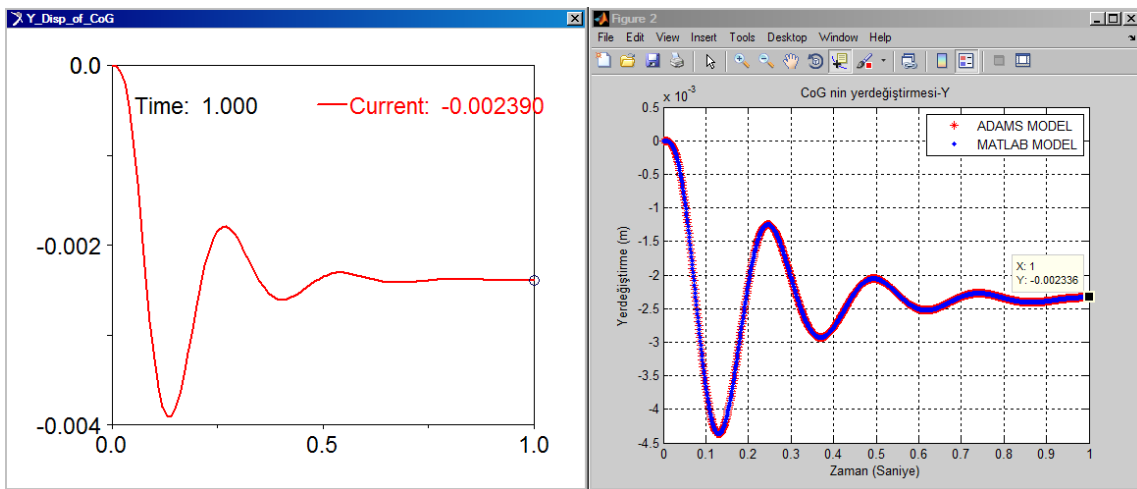
Otomotiv alanında, WOT olarak bilinen tam gaz yükleri tasarım aşamasında analizlerde kullanılır. En çok kullanılan yük 3. vites tam gaz halinde(3WOT) takozlara gelen yüklerdir. Aşağıda arkadan itişli bir transitin 3.vites tam gaz durumunda motor takozlarına gelen yükler görülmektedir. Bu yükler kullanılarak MATLAB kodunun yenilenmiş hali ile motorun ağırlık merkezinin hareketine ait grafikler elde edilmiştir. MSC.Adams'taki sonuçlar aynı grafiklere çizdirilmiştir (Şekil 6.29 – 6.34).

Çizelge 6.7 : 3WOT motor takozu yükleri.

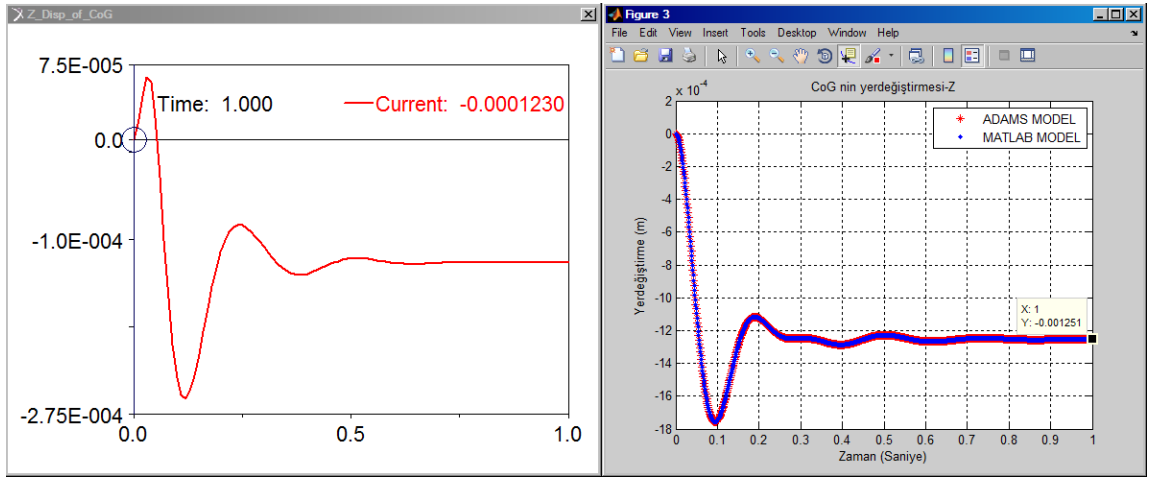
RHS [N]			LHS[N]			TM[N]		
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
3.87	-2.35	1793.27	-10.91	-5.84	349.08	7.04	8.19	745.54



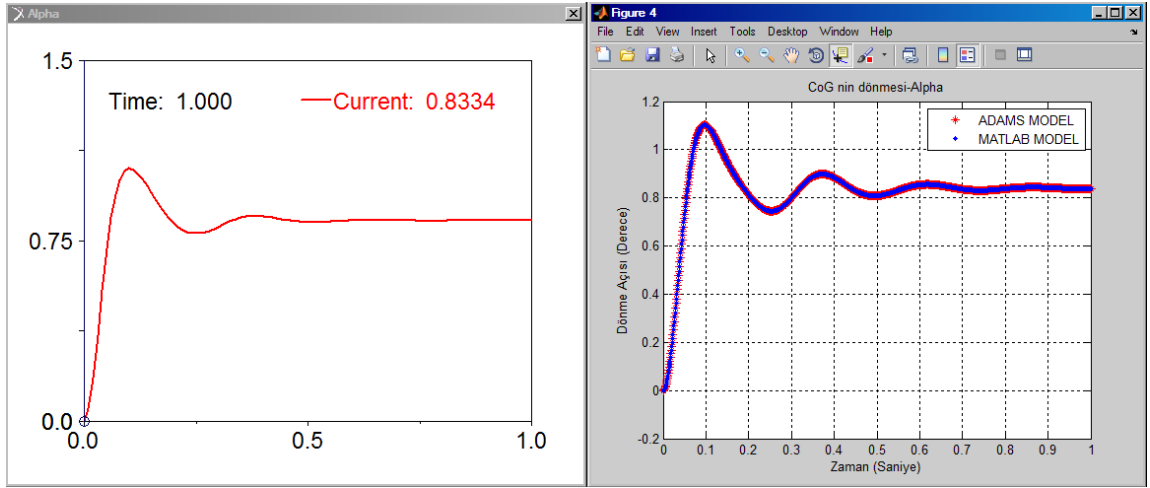
Şekil 6.28 : CoG X deplasmanı karşılaştırması.



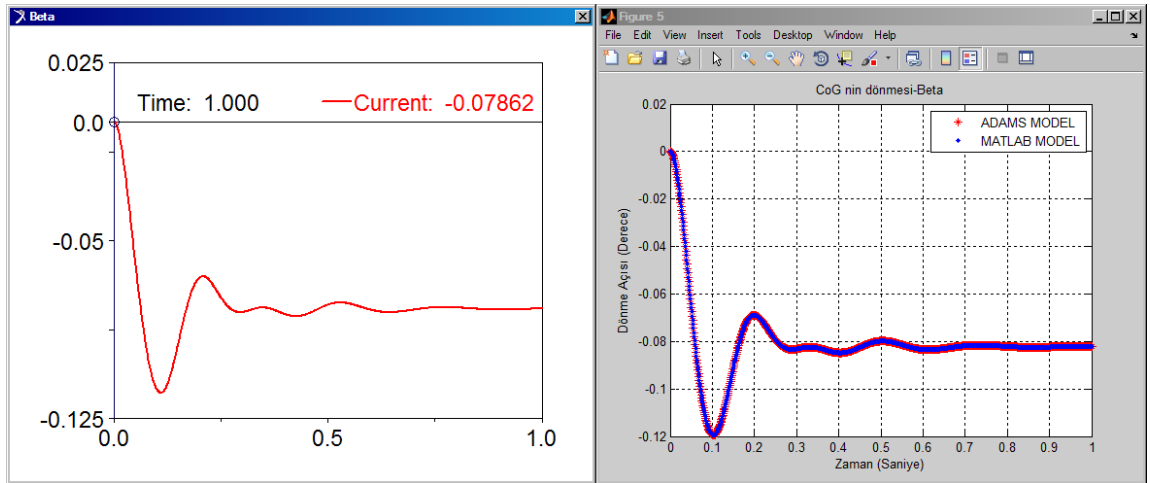
Şekil 6.29 : CoG Y deplasmanı karşılaştırması.



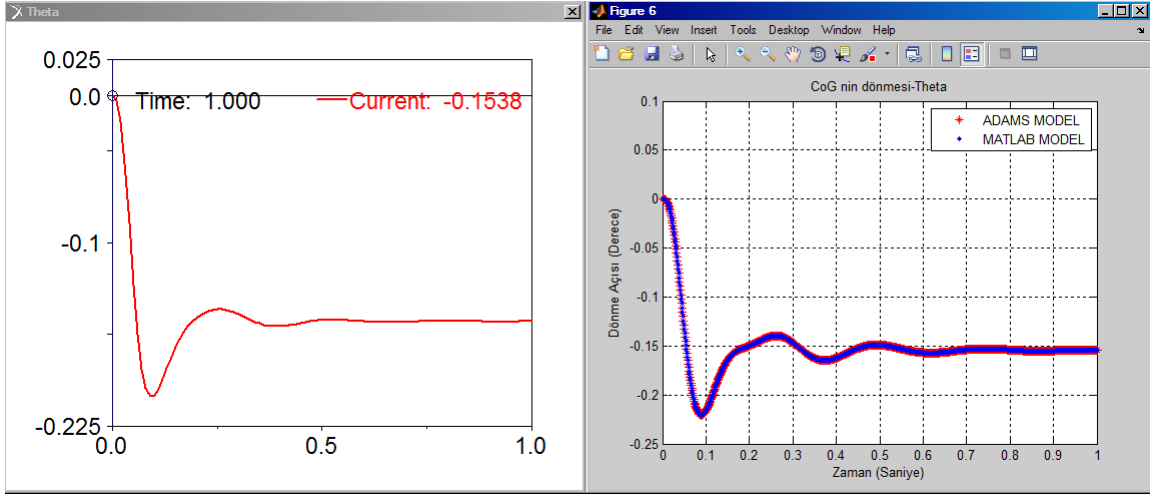
Şekil 6.30 : CoG Z deplasmanı karşılaştırması.



Şekil 6.31 : CoG X dönme açısı karşılaştırması.



Şekil 6.32 : CoG Y dönme açısı karşılaştırması.



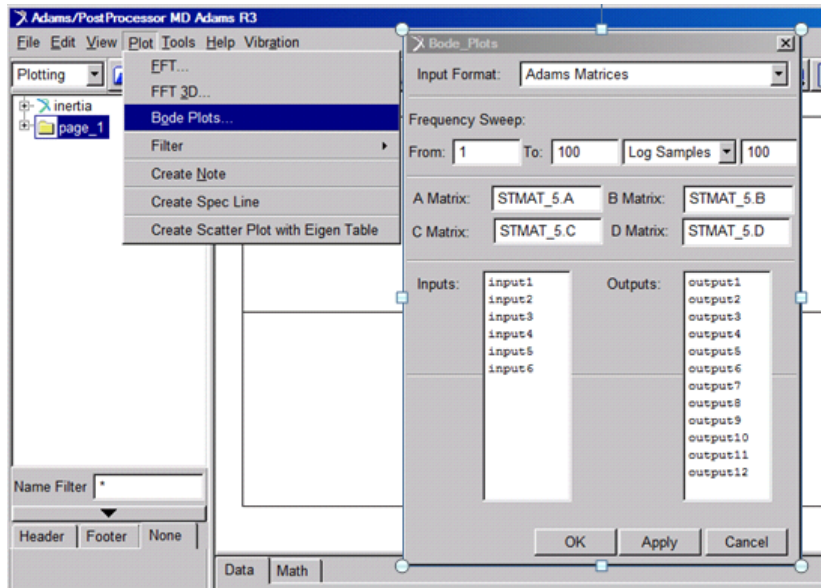
Şekil 6.33 : CoG Z dönme açısı karşılaştırması.

Frekans Cevabı:

Sistemin frekans cevabını bulmak için MATLAB’de yazılmış olan koda Ek A.4’te verildiği şekilde “bode” komutu eklenmiştir. Aynı şekilde MSC.Adams programı ile de yine sonuçlar doğrulanmıştır.

MSC.Adams İle Frekans Cevabı Hesaplanması:

Frekans cevabı hesaplamak için MSC.Adams’ın sonuç ekranında Şekil 6.35’teki “Bode Plots” seçeneği kullanılmıştır. Bu methodla programın titreşim analizi çözümü yapmak için oluşturduğu matrisler kullanılmıştır. Çıkarılan bode diagramları Ek B’de Şekil B.1-6’da bulunmaktadır.



Şekil 6.34 : MSC.Adams Frekans cevabı hesaplama

Frekans cevaplarından da görüldüğü üzere modelin modal analizinden elde edilen rezonans değerleri ile buradaki değerler birbirini tutmaktadır.

Motorun rijit cisim modları, süspansiyondan kaynaklanan düşük frekanslı titreşimler ve rolanti ateşleme frekans aralığından uzaklaşmak adına 4-12 Hz arasında beklenir [20].Kurulan motor modelin doğal frekansları bu şartı sağlamaktadır.

6.3 Test Verileri ile Analiz

Modellerin doğrulanması iki farklı program ile sağlandıktan sonra gerçek hayatta olan korelasyon tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla araç üzerinden ivme ve deplasman veri toplanmıştır. Bu ölçümler sırasında bir veri toplama cihazı, ivmeölçerler ve potansiyometreli deplasman sensörleri (Şekil 6.35) kullanılmıştır.



Şekil 6.35 : Test sırasında kullanılan ekipmanlar.

Veri toplama cihazı LMS markasının 24 kanala sahip Scadas III modelidir. İvmeölçerler PCB markalı olup özellik kağıdı Ek C’de verilmiştir. Micro-epsilon marka deplasman sensörleri de takozlar ve şasi kolları üzerinden veri toplamak için kullanılmıştır. Bu sensörlerin bir motor takozu ölçümündeki yerleşimi şekil 6.36’da yer almaktadır.



Şekil 6.36 : Bir potansiyometreli deplasman sensörü uygulaması.

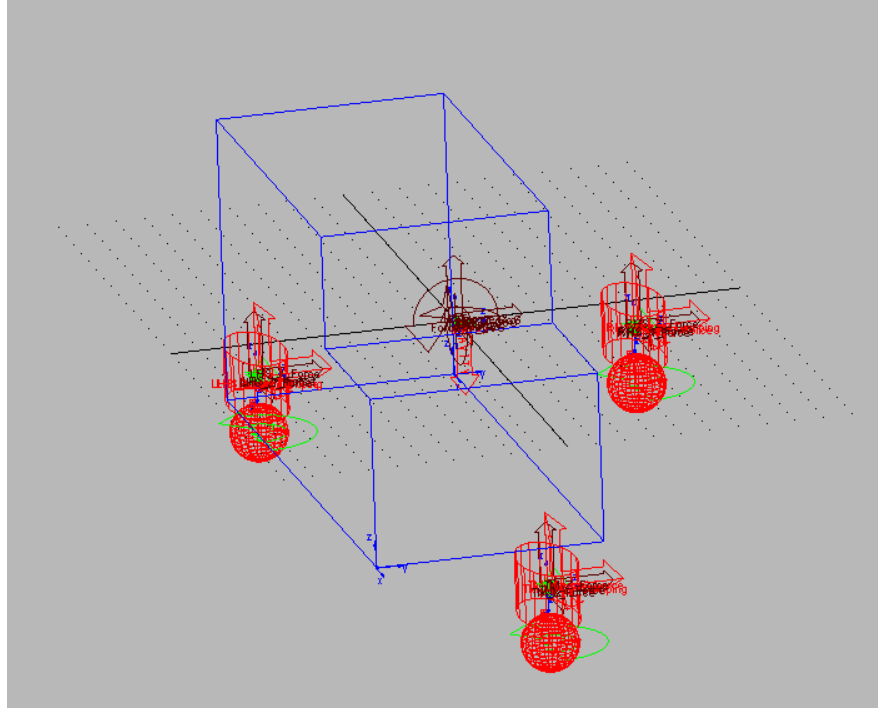
Otomotivde NVH hedefleri genelde rölanti (idle) ve 3WOT durumları göz önünde bulundurularak tutturulmaya çalışılır. Üzerinden ölçüm alınan aracın rölanti dönme hızı 800 RPM 3WOT dönme hızı ise 800RPM'den 4200 RPM'e kadardır. Rölanti ölçüm sonuçlarının FFT analizi sonucunda çıkan grafikler Şekil B.7-9'da yer almaktadır. Bu grafiklerden görüldüğü üzere tepe noktaları motorun ikinci derece titreşim frekansı olan 26 Hz'te çıkmaktadır.

Bu çalışmada rölanti ve 3WOT'da motorun aktif ve pasif denilen motor tarafı ve şasi tarafından alınmış verileri kullanılarak titreşim analizi yapılmıştır. Motor üzerinden alınan ivme verisi MSC Adams modelinde koşturularak pasif taraf sonuçları ölçülmüştür. Motora uygulanan kuvvet "g" olarak ölçülen ivme verisi ile motor kütlelerinin çarpılması ile bulunmuştur.



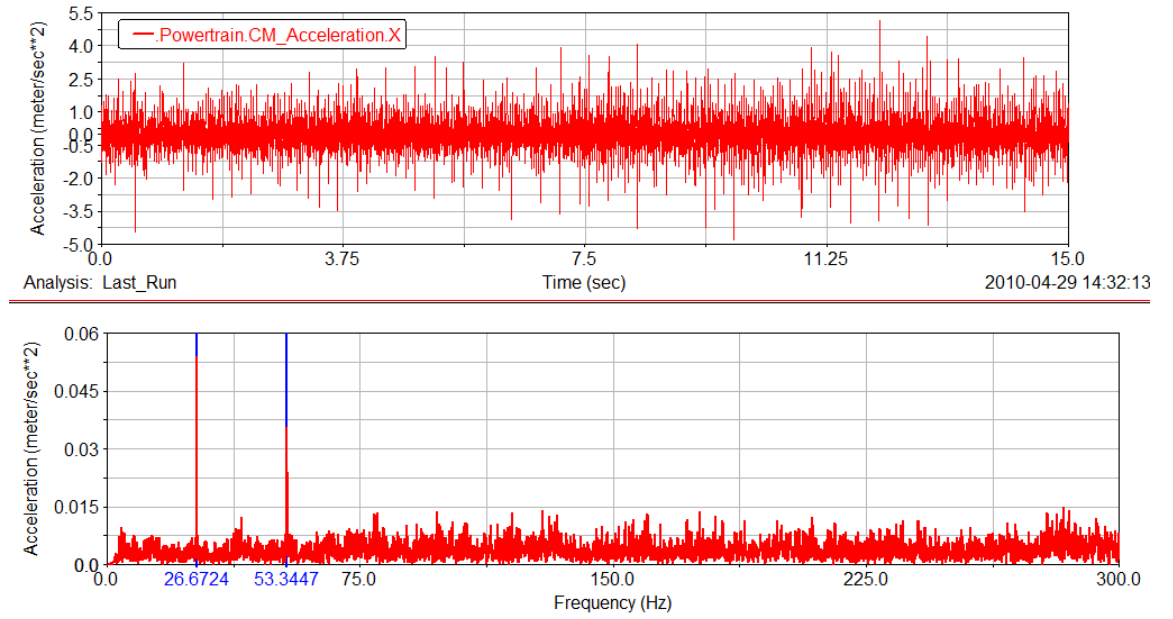
Şekil 6.37 : Motor üzerine yerleştirilen ivmeölçerler.

Aşağıdaki şekilde görülen modelde küreler şasi tarafını temsil edecek şekilde modellenmiştir ve bu parçaların üzerine pasif taraftan alınmış deplasman verisi uygulanmıştır. İki durum sonucunda da motor takozlarından alınan deplasman ölçümleri Şekil B.10-26 arasında bulunmaktadır. Bu sonuçlara bakıldığında iki sonuç arasında bir faz farkının olduğu görülmektedir. Bunun temel sebebi şasi kollarının modelde küresel bir şekilde temsili olarak yer alması ve veri uygulama noktalarının yaklaşık olarak seçilmesidir. Diğer bir sebep de gerçekte var olan cisim katılıklarının modelde yer almamasıdır. Şasi kollarını temsil eden küresel parçalar da modeldeki diğer parçalar gibi rijittir. Bu analizde MSC.Adams programında burçları temsil eden bushing elemanları kullanılmıştır.

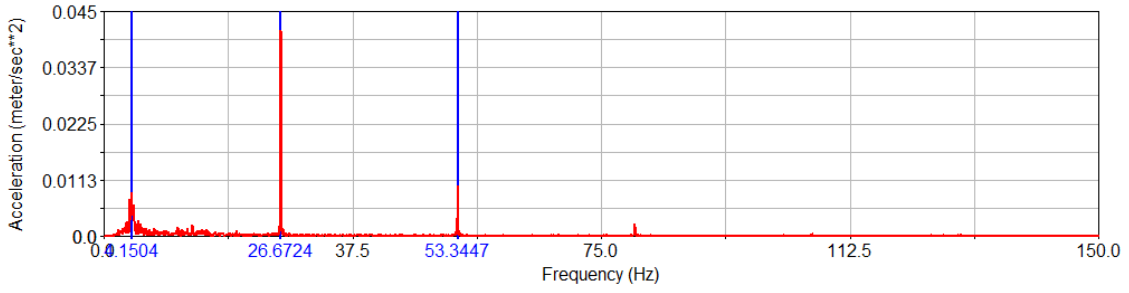
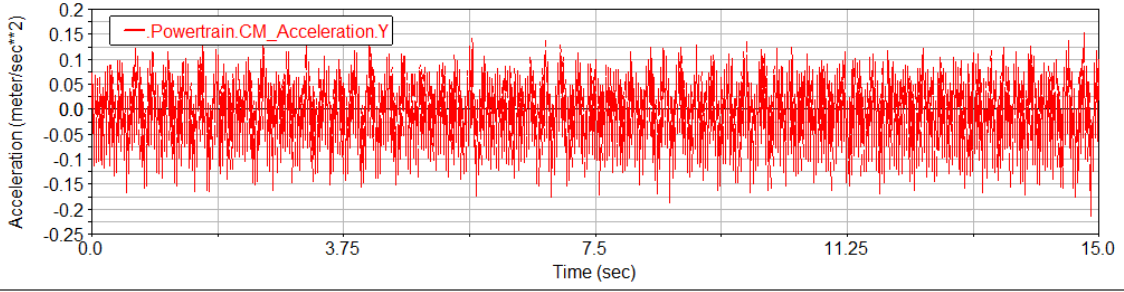


Şekil 6.38 : Şasi kollarını temsil eden küresel parçaları içeren model

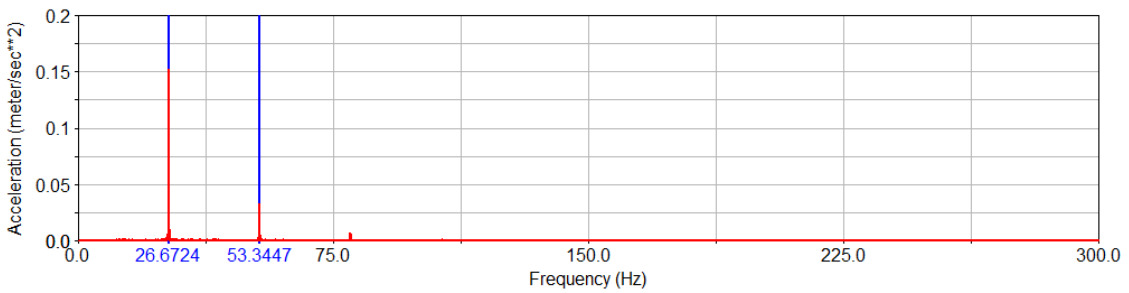
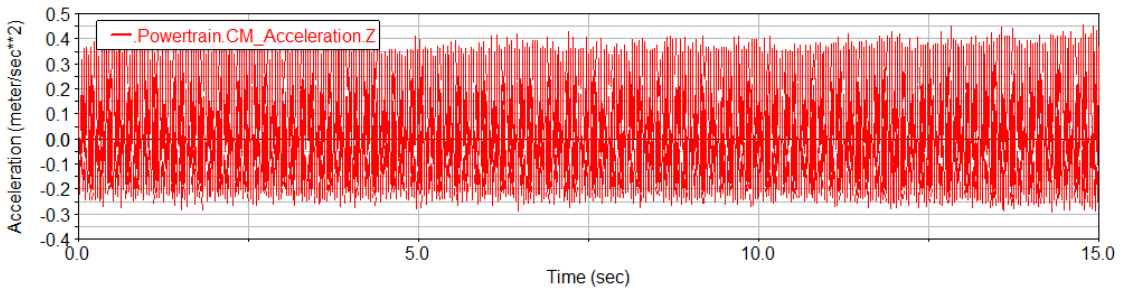
Analiz sonucunda motor parçasının ağırlık merkezinin ivme grafikleri de rölanti dönme hızını doğrular niteliktedir (Şekil 6.60 – 6.62). Öyle ki tepe noktaları, motorun ikinci derece titreşimleri olan 26 Hz’te bulunmaktadır. Y grafiğinde ayrıca 4.2 Hz’te çıkan tepe noktası motorun ikinci modunun oluşturduğu rezonanstan kaynaklanmaktadır.



Şekil 6.39 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – X



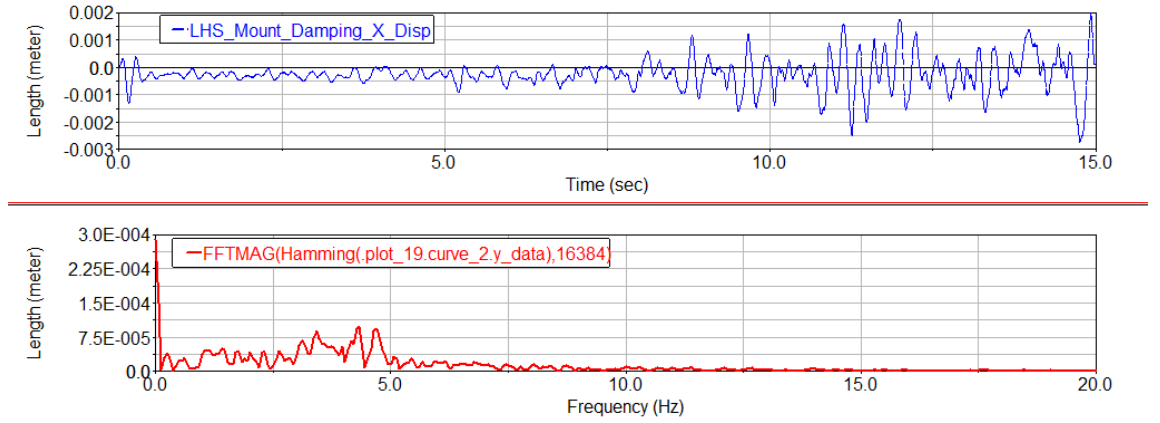
Şekil 6.40 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – Y



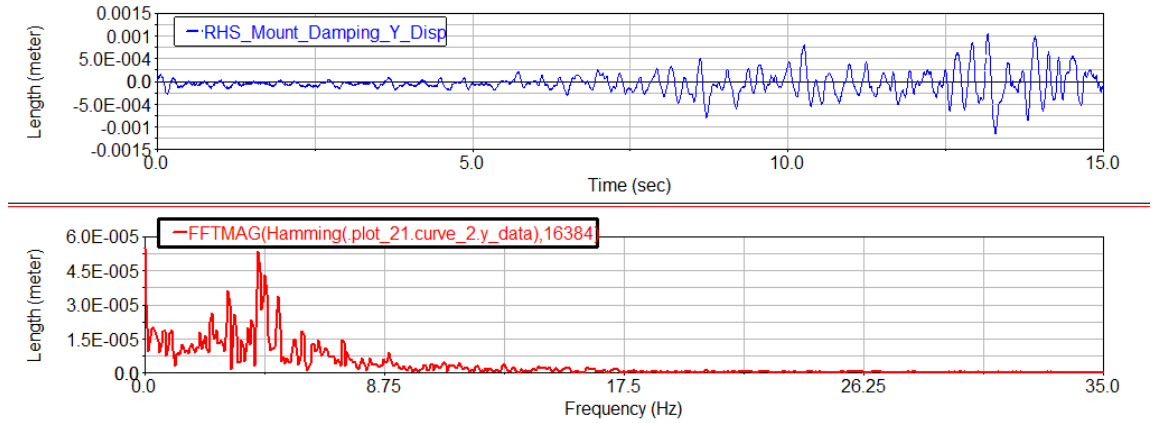
Şekil 6.41 : Motor ivme çıkışı ve FFT analizi – Z

İkinci olarak 3WOT verisi ile aynı analizler yapılmıştır. Sonuçlar Ek B'de Şekil B.28-45'te yer almaktadır.

Burada kontrol edilmesi gereken nokta, sisteme uygulanmış olan deplasman verisinin FFT analizinden elde edilecek kritik tepe noktalarının, bulunan motor rijit modları ile örtüşüp örtüşmediğidir. Bu sebeple motor takozlarına uygulanan deplasman verisinin FFT'si alınarak rijit cisim modlarına yakın olanlar tespit edilmiştir (Şekil 6.54 ve 6.55). Grafiklerden de görüldüğü üzere kritik tepe noktaları 4-5 Hz arasındadır. Yani motorun ilk iki doğal frekansına çok yakındır.



Şekil 6.42 : Sol takoza uygulanan deplasmanın FFT grafiği

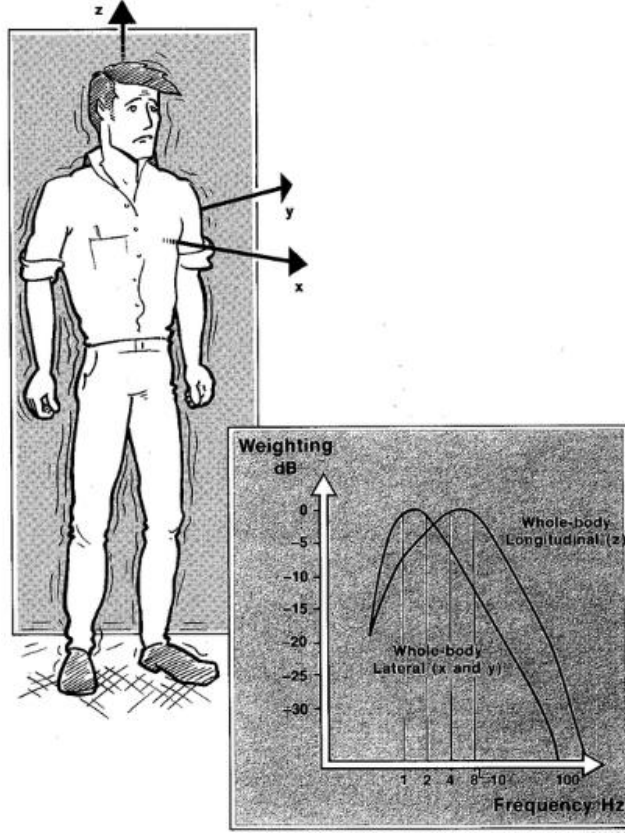


Şekil 6.43 : Sağ takoza uygulanan deplasmanın FFT grafiği

Yukarıda elde edilen sonuçlara göre motorun doğal frekanslarının optimizasyonu gerekmektedir. Bunu yapmak için değiştirilebilecek parametreler modal analizin girdileri olan motor kütlesi, atalet momentleri, elastik merkezler ve takoz katılıklarıdır. Motorun kütlesini ve atalet momentlerini değiştirmek mümkün değildir. Paket kısıtlamaları sebebiyle de elastik merkezlerin yerleri nihaidir. Müdahalesi en kolay parametre katılık katsayıları gözükmektedir.

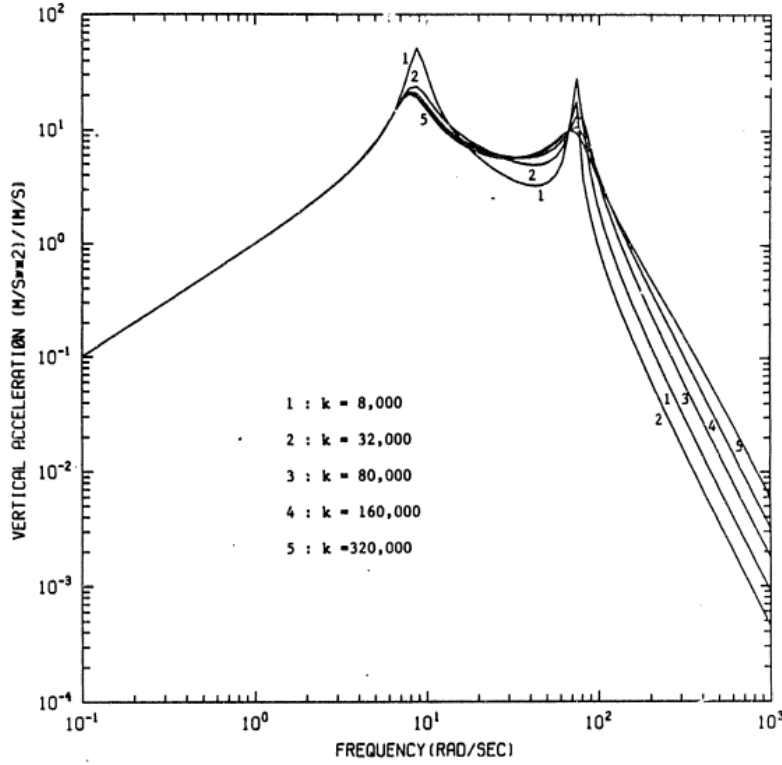
Optimizasyon yaparken motorun rijit cisim modları ile ilgili bir takım temel bilgiler göz önünde bulundurulmalıdır. Bu gereklilikler aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Altı mod frekans değeri 5 Hz ile 19 Hz arasında değişir. 5 Hz yarım mertebe bozucu frekanslarına (half order disturbing frequency), 19 Hz ise baskın olan en düşük araç cevap frekansına (lowest major vehicle response frequency) denk gelir.
- Altı mod birbirinden ayırık olmalıdır. Bu sayede problemler mod üzerinde çalışılırken diğerlerinde de problem çıkması önlenir. Fakat, tam anlamıyla ayırıklaşma mümkün değildir.
- FWD araçlarda İleri/Geri(Fore/Aft) ile Yalpalama(Roll) modunun, RWD araçlarda ise Yanal hareket(Lateral) ile Yalpalama(Roll) modunun tam ayırıklaştırılması sağlanmaya çalışılmalıdır.
- İnsan vücudunun baştan ayağa kadar olan ekseninde yani Z ekseninde en hassas olduğu frekans 4-8 Hz arasındadır. Bu yüzden Zıplama(Bounce) ya da Yunuslama(Pitch) modları bu aralıktan uzaklaşmalıdır. (Şekil 6.44)
- Tüm vücudun X ve Y eksenindeki hassasiyeti 1-2 Hz aralığıdır.



Şekil 6.44 : İnsan vücudunun hassas olduğu frekans değerleri.

- Geleneksel süspansiyon-damper sistemine sahip araçların farklı katılık değerlerine sahip versiyonlarının düşey ivmelenmelere karşı cevabının en kritik olduğu aralıklar 9-10Hz ve 100Hz civarındır (Şekil 6.45). Bu sebeple motorun bounce modunun bu değerler arasında kalmamasına da dikkat edilmelidir.



Şekil 6.45 : Geleneksel süspansiyon-damper sistemine sahip araçların farklı katılık değerlerine sahip versiyonlarının düşey ivmelenmelere karşı cevabı.

Optimizasyonda kullanılacak katılık değerleri imalatçıdan alınan parçada kullanılan kauçuk tipine ve parçanın tasarımına bağlı olarak hesaplanan katılık değerleridir.

Aşağıda 3 adımda optimizasyon yapılmıştır. Çizelgelerde ilk analizde kullanılan katılık değerleri ile optimize edilmiş değerler bulunmaktadır.

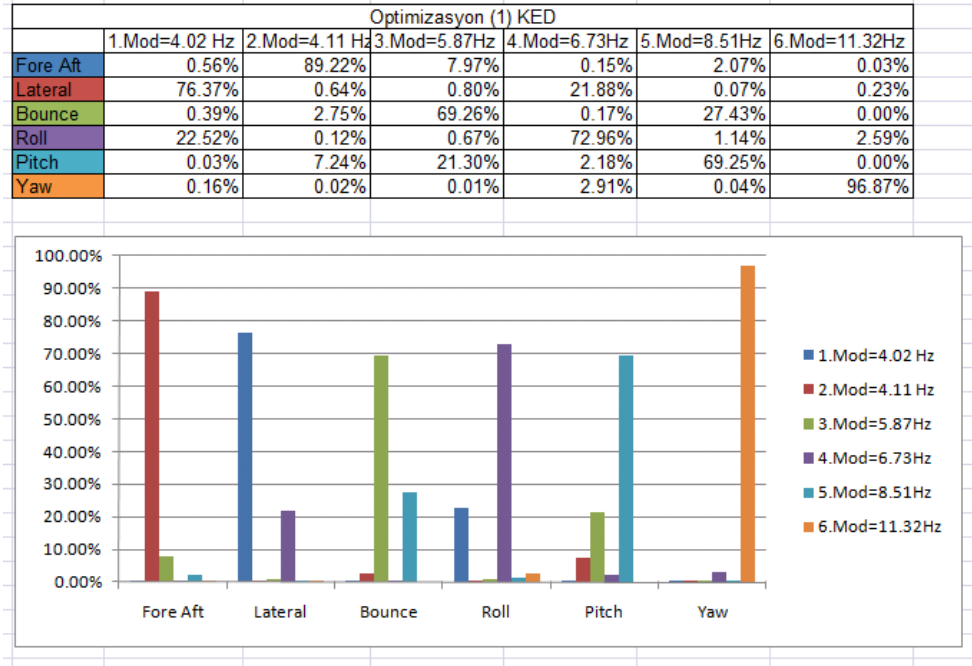
Çizelge 6.8 : İterasyon (1)

		İlk Analizde kullanılan değerler			Optimize edilmiş değerler (1)		
Katılık Değerleri	Sol Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	100000	100000	153000
	Sağ Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	100000	100000	153000
	Şanz. Motor takozu N/m]	33000	75000	223000	33000	75000	223000

Elde edilen doğal frekanslar aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir. Görüldüğü üzere İlk iki frekans değeri kritik değerden uzaklaşmıştır. Ama hala riskli bölgededir.

Çizelge 6.9 : İterasyon (1) Sonucu doğal frekanslar

	Frekans
1.Mod	4.03
2.Mod	4.11
3.Mod	5.87
4.Mod	6.72
5.Mod	8.49
6.Mod	11.33



Şekil 6.46 : İterasyon(1) Kinetik enerji dağılımı

İlk iterasyon sonucu 4.2 Hz'den fazla uzaklaşamadığı görülmektedir. Modların enerji dağılımına bakıldığında da tam bir ayrıklaşma sağlanamadığı açıktır. Zaten bounce modu 5.87 Hz olmuş ve insan vücudu için tehlike sınırı olan 4-8 Hz aralığının en tepe noktasına yani 6Hz'e çok yaklaşmıştır. Bu iterasyonda başarı sağlanamadığı söylenebilir.

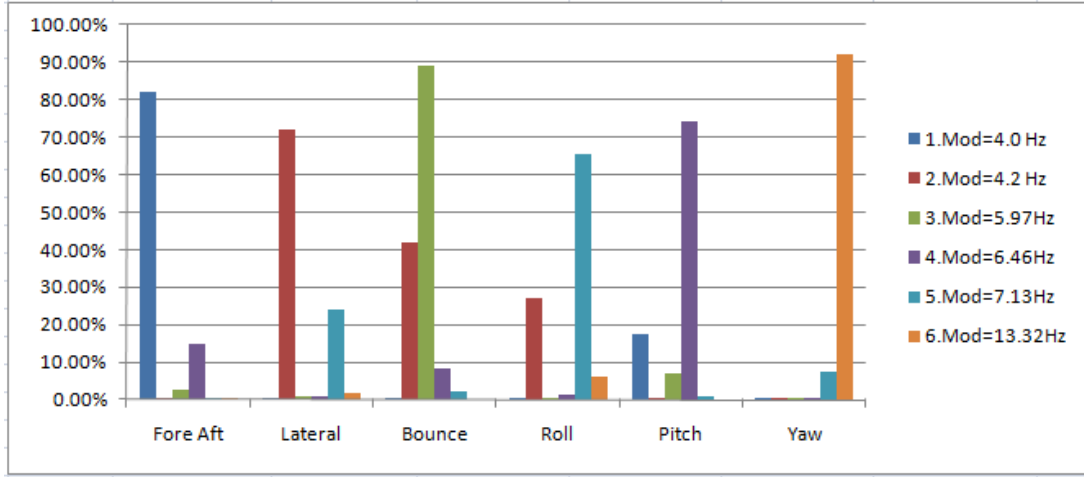
Çizelge 6.10 : İterasyon (2)

		İlk Analizde kullanılan değerler			Optimize edilmiş değerler (1)		
Sertlik Değerleri	Sol Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	105000	105000	160000
	Sağ Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	105000	105000	160000
	Şanz. Motor takozu N/m]	33000	75000	223000	35000	135000	110000

Çizelge 6.11 : İterasyon (2) Sonucu doğal frekanslar

	Frekans
1.Mod	3.99
2.Mod	4.20
3.Mod	5.96
4.Mod	6.37
5.Mod	7.13
6.Mod	13.32

Optimizasyon (2) KED						
	1.Mod=4.0 Hz	2.Mod=4.2 Hz	3.Mod=5.97Hz	4.Mod=6.46Hz	5.Mod=7.13Hz	6.Mod=13.32Hz
Fore Aft	82.00%	0.18%	2.82%	14.73%	0.26%	0.02%
Lateral	0.18%	72.17%	1.00%	0.98%	23.86%	1.81%
Bounce	0.17%	42.00%	88.96%	8.44%	2.02%	0.00%
Roll	0.03%	27.20%	0.30%	1.19%	65.37%	5.91%
Pitch	17.61%	0.01%	6.89%	74.45%	1.04%	0.00%
Yaw	0.02%	0.02%	0.04%	0.23%	7.52%	92.17%



Şekil 6.47 : İterasyon(2) Kinetik enerji dağılımı

Bu iterasyon sonucunda da Lateral, bounce ve roll modlarının ayrıklaşma kuralını sağlayamadıkları görülmektedir. Hatırlanacak olursa arkadan itişli araçlarda özellikle Lateral ve Roll modlarını ayrıklaştırılması hedeflenmektedir.

Bu iterasyon da başarılı olamamıştır. Bu yüzden üçüncü bir iterasyon yapılmalıdır.

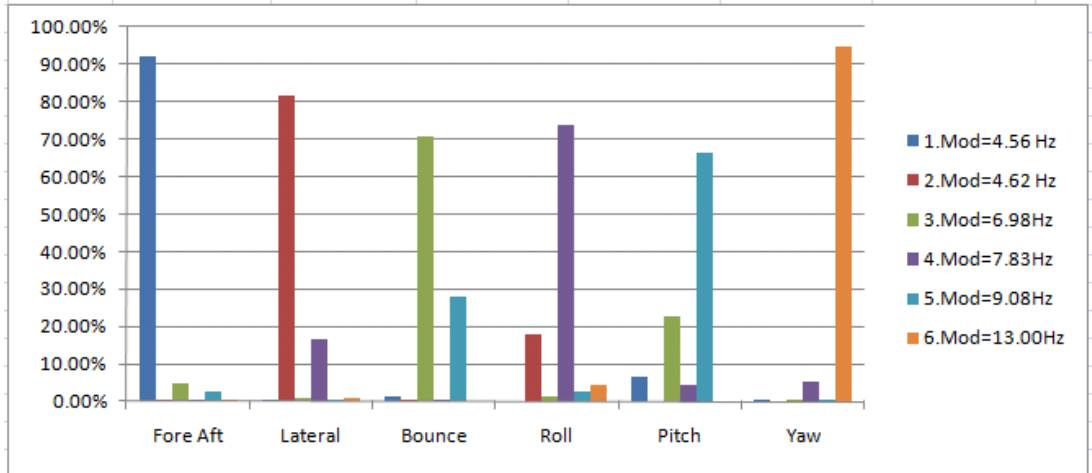
Çizelge 6.12 : İterasyon (3)

		İlk Analizde kullanılan değerler			Optimize edilmiş değerler (1)		
Sertlik Değerleri	Sol Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	120000	120000	220000
	Sağ Motor takozu [N/m]	105000	105000	160000	120000	120000	220000
	Şanz. Motor takozu N/m]	33000	75000	223000	45000	110000	250000

Çizelge 6.13 : İterasyon (3) Sonucu doğal frekanslar

Frekans	
1.Mod	4.56
2.Mod	4.62
3.Mod	6.98
4.Mod	7.83
5.Mod	9.08
6.Mod	13.00

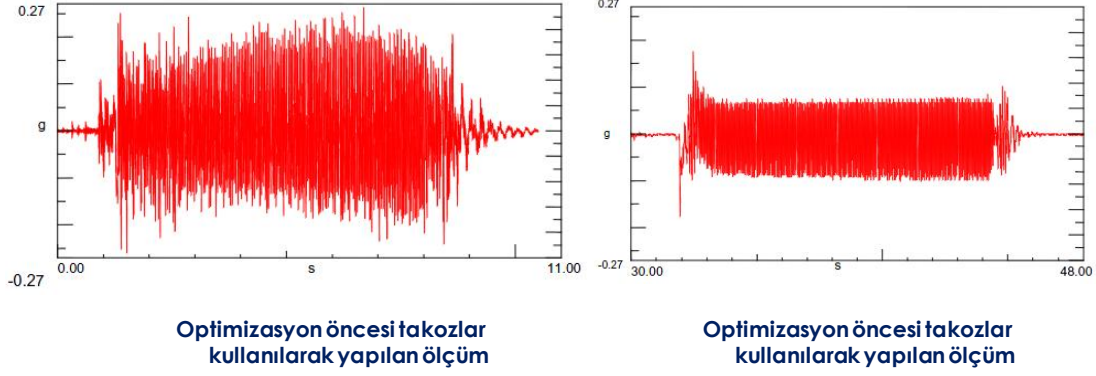
Optimizasyon (3) KED						
	1.Mod=4.56 Hz	2.Mod=4.62 Hz	3.Mod=6.98Hz	4.Mod=7.83Hz	5.Mod=9.08Hz	6.Mod=13.00Hz
Fore Aft	92.25%	0.04%	4.86%	0.24%	2.58%	0.03%
Lateral	0.06%	81.76%	0.80%	16.49%	0.20%	0.69%
Bounce	1.10%	0.20%	70.54%	0.10%	28.06%	0.00%
Roll	0.00%	17.98%	1.22%	73.99%	2.43%	4.37%
Pitch	6.56%	0.00%	22.53%	4.33%	66.58%	0.00%
Yaw	0.03%	0.00%	0.04%	5.05%	0.14%	94.72%



Şekil 6.48 : İterasyon(3) Kinetik enerji dağılımı

Üçüncü iterasyondan sonra görülüyor ki en düşük frekans 4.56 Hz e çıkmış, Roll ve Lateral ayrılaşmış, Bounce ve Pitch kritik aralıktan biraz uzaklaştırılabilmiştir. Bu durumda en optimum takoz sertlik değerlerinin bunlar olduğu söylenebilir.

Yapılan optimizasyonun araç üzerindeki etkisini görmek için koltuk üzerinden alınan ivme ölçümleri incelenmiştir. Optimizasyon öncesi ve sonrası takozlar kullanılarak yapılmış olan motorun çalıştırılması, rolantide kalınması ve motorun durdurulmasından oluşan bir cycle ölçümün karşılaştırmasına göre düşey eksendeki titreşim genliğinde bir iyileştirme sağlandığı açıkça görülmektedir.



Şekil 6.49 : Optimizasyon sonrası sağlanan iyileşme

7. SONUÇ

Motorun çalışması sırasında yanma ve ataletten kaynaklanan titreşimlerin izole edilmesi ve şok tahriklerinin sebep olduğu motorun aşırı salınımını engellemek motor askı sisteminden beklenen özelliklerdir. Yol pürüzlülüğünden kaynaklanan titreşimler düşük frekanslı ve yüksek genlikli titreşimlerdir. Motor titreşimleri ise nispeten daha yüksek frekanslı düşük genlikli titreşimlerdir. Motor askı sisteminin frekansa bağlı olarak ayarlanabilir bir karakteristiği olması istenir. Motor titreşimleri yanma sırasındaki gaz basıncı değişimlerinden ve dönen parçaların balanssızlığının oluşturduğu kuvvet ve momentlerden kaynaklanır. Analitik yöntemler ile motoru tahrik eden kuvvet ve momentler krank açısının fonksiyonu olarak elde edilebilir.

Motor takozlarının doğru yerleşimi, dengeli motor askı sistemi için önemlidir. Ayrıca motor takozlarına gelen yükler optimize edilerek takozların uzun ömürlü olması sağlanmalıdır.

Motor takozlarının dinamik karakteristiği motor askı sistemi tasarımı için en önemli parametrelerdendir. Dinamik karakteristiklerin ölçülmesi için çeşitli teknikler mevcuttur.

Tüm bu gereklilikleri başarılı bir şekilde yerine getirmek tasarım aşamasında olabildiğince çok prototip ve test yapmak ile mümkündür. Bu da zaman ve maliyet anlamına gelmektedir.

Bu tezde yapılan çalışmalar maddeler halinde aşağıda sıralanmıştır:

- Motorun rijit cisim modelinin altı serbestlik dereceli matematik modeli çıkartıldı.
- MATLAB’te matematik modelden yararlanılarak bir program yazıldı.
- MSC.ADAMS’ta motor ve askı sistemi modeli oluşturuldu.
- MATLAB programı ile MSC.ADAMS modeli sonuçları karşılaştırıldı.
- Araç üzerinde ölçümler yapıldı ve model sonuçları ile korelasyonu sağlandı.
- Sistem gerekliliklerine uygun olarak takoz sertliklerinin bulunması amacıyla optimizasyon yapıldı.
- Optimizasyon sonucu yapılan iyileştirmeler ölçümler ile gözlemlendi.

Bu çalışmada yapılanlara ek olarak ileride atılabilecek adımlar da şu şekilde sıralanabilir:

- Hidrolik motor takozlarının motorun titreşim özelliklerine etkisini incelemek.
- Sadece rölanti(idle) değil hatalı ateşleme(misfiring) gibi motor üzerinde vuku bulan değişik senoryaları incelemek. Bunun için gerekli olan motor çalışması sırasındaki parametrelerin göz önüne alındığı gelişmiş motor modeli oluşturmak.
- Bu çalışmadaki hesaplamalara ek olarak yapılacak motor takozu yük geçirgenliği, rölanti ve tam yükte tork tepki kuvvetlerinin bulunması ve minimize edilmesi, tasarım parametreleri optimizasyonu gibi motor askı tasarımının ilk aşamalarını oluşturan hesaplamaların hepsini bir arada bulunduran, bu hesaplamalar için MATLAB gibi paket programları kullanma şartını ortadan kaldırabilecek, tercihen MS. Excel tabanlı bir program geliştirmek.

KAYNAKLAR

- [1] **Matthew, R. and Haddow, A.**, 1993. On the Dynamic Response of Hydraulic Engine Mounts, SAE Technical Paper Series 931321
- [2] **Geisberger, A.A.**, 2000. Hydraulic Engine Mount Modeling, Parameter Identification and Experimental Validation, PhD Thesis, *University of Waterloo, Ontario.*
- [3] **Rabeih, E.M.A.**, 1997. Torsional Vibration Analysis of Automotive Driveline, PhD dissetation, *The University of Leeds, Leeds.*
- [4] **Rizzoni, G.**, 1986. A Dynamic Model for the Internal Combustion Engine, PhD dissetation, *The University of Michigan, Michigan.*
- [5] **Lichty, L.C.**, 1967, *Combustion Engine Processes*, McGraw-Hill book Company, London.
- [6] **Schmitt, R.V. and Charles, J.L.**, 1976 Design of Elastomeric Vibration Isolation Mounting System of Internal Combustion Engines, *SAE Technical Paper Series 760431.*
- [7] **Taylor, C.F.**, 1985, *The Internal Combustion Engine in Theory and Practice*, 2nd edition, The M.I.T. pres, Cambridge
- [8] **Doughty, S.**, 1988. Fundamentals of IC Engine Torsional Vibration, Energy Sources Technology Conference and Exhibition, New Orleans, Loisiaana, January 10-14
- [9] **Gerdes, J.C., Yih, P. and Satyan, K.** , 2002. Safety Performance and Robustness of Heavy Vehicles, California PATH Program, Stanford University.
- [10] **Wan, D., Kothamasu, V. and Kim, H**, 2000. Dynamic Modeling of Multi-Axial Simulation Table, SAE 2000 World Congress , Detroit, Michigan.
- [11] **Wan, D., Simms, C.**, 2001. Dynamic Analysis of a Full System Durability Test in Vehicle Exhaust Systems, SAE 2001-01-1438.
- [12] **You, S., Young, E.**, 2003. Virtual Test of a Trailer Refrigeration Unit, SAE 2003-01-1372.

- [13] **Qin, S., D'Souza , S.F**, 2005. CAE Fatigue Prediction of Fuel Tank Straps using Proving Ground Loads, SAE 2005-01-1405
- [14] **Sano, T.**, 2004. Engine Mount Simulation Tool by Ease of Use, SAE 2004-32-0066/20044353.
- [15] **Qiang, Z., Xiaoxiong, J.**, 2008. The Study Of Fuel Cell Car Powertrain Mounting System Design Using MATLAB And Adams, 2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering.
- [16] **N.TAHRALI, FARİS KAYA, İSMAİL YÜKSEK, RAHMİ GÜÇLÜ**, Makina Dinamiği, YTÜ, Makina Fakültesi Yayını, (2002)
- [17] **Ford Motor Company** , Şirket içi doküman , 2009.
- [18] **Pasin, F.** ,1994. Mekanik Sistemler Dinamiği, İ.T.Ü., İstanbul.
- [19] **Chowdury, I., Dasgupta, P.S.**, Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems.
- [20] **Zavala, P., Pinto, M.G.**,2001, Powertrain Mounting Development Based on Computational Simulation and Experimental Verification Method, *SAE Paper 2001-01-1509*.

EKLER

- EK A.1** : MATLAB ile modelleme
- EK A.2** : MATLAB ile durum uzayı çözümlerinin bulunması;
- EK A.3** : MATLAB ile kuvvetlerin hesabı;
- EK A.4** : MATLAB ile frekans cevabı hesaplanması
- EK B** : Analizler sonucu elde edilen grafikler
- EK C** : İvmeölçer özellik kağıdı

EK A.1

MATLAB ile modelleme:

Motor modal analiz çözümü için Program 1.1 MATLAB kodu yazılmıştır;

Program 1.1: Motor_Dogal_Frekanslari.m

```
%%MOTORUN DOĞAL FREKANS HESABI
```

```
n=6; %Modelin serbestlik derecesi
```

```
%Modellenen motorun ağırlık ve atalet momenti değerleri
```

```
mass=302.5; % kg
```

```
jx=27.1; % N/m^2
```

```
jy=25.57; %N/m^2
```

```
jz=8.586; %N/m^2
```

```
%Motor takozlarının elastik merkezleri
```

```
Loc=[0.1447,0.3168,0.1062;0.1447,0.3482,0.0964;0.4643,0.02635,0.3393];
```

```
a1=Loc(1,1); a2=Loc(2,1); a3=Loc(3,1);
```

```
b1=Loc(1,2); b2=Loc(2,2); b3=Loc(3,2);
```

```
c1=Loc(1,3); c2=Loc(2,3); c3=Loc(3,3);
```

```
%Motor takozlarının katılık katsayıları [N/m]
```

```
stiffK=[105000,105000,160000;105000,105000,160000;33000,75000,223000];
```

```
kx1=stiffK(1,1); kx2=stiffK(2,1); kx3=stiffK(3,1);
```

```
ky1=stiffK(1,2); ky2=stiffK(2,2); ky3=stiffK(3,2);
```

```
kz1=stiffK(1,3); kz2=stiffK(2,3); kz3=stiffK(3,3);
```

```
%Kütle matrisinin oluşturulması
```

```
m=zeros(n,n);
```

```

m(1,1) = mass; m(2,2) = mass; m(3,3) = mass;

m(4,4) = jx; m(5,5) = jy; m(6,6) = jz;

%Rijitlik matrisinin oluşturulması

k=zeros(n,n);

k(1,1)=kx1+kx2+kx3; k(1,2)=0; k(1,3)=0;

k(1,4)=0; k(1,5)=-kx1*c1-kx2*c2-kx3*c3;k(1,6)=kx1*b1-kx2*b2-kx3*b3;

k(2,2)=ky1+ky2+ky3;k(2,3)=0;k(2,4)=ky1*c1+ky2*c2+ky3*c3;

k(2,5)=0;k(2,6)=-ky1*a1-ky2*a2+ky3*a3;

k(3,3)=kz1+kz2+kz3;

k(3,4)=-kz1*b1+kz2*b2+kz3*b3;k(3,5)=kz1*a1+kz2*a2-kz3*a3; k(3,6)=0;

k(4,4)= ky1*c1^2+ky2*c2^2+ky3*c3^2+kz1*b1^2+kz2*b2^2+kz3*b3^2;

k(4,5)=-kz1*a1*b1+kz2*a2*b2-kz3*a3*b3;

k(4,6)=-ky1*a1*c1-ky2*a2*c2+ky3*a3*c3;

k(5,5)=kx1*c1^2+kx2*c2^2+kx3*c3^2+kz1*a1^2+kz2*a2^2+kz3*a3^2;

k(5,6)=-kx1*b1*c1+kx2*b2*c2+kx3*b3*c3;

k(6,6)=kx1*b1^2+kx2*b2^2+kx3*b3^2+ky1*a1^2+ky2*a2^2+ky3*a3^2;

%

% Rijitlik matrisi simetriktir.

for(i=1:n)

    for(j=1:i-1)

        k(i,j)=k(j,i);

    end

end

% Özdeğer ve özvektörlerin hesaplanması

[ModeShapes,Eigenvalues]=eig(k,m);

% Özdeğer negatif olmamalı

```

```

for(i=1:n)
    lambda(i)=Eigenvalues(i,i);
    if(lambda(i)<0.)
        disp(' ');
        disp(' Warning: negative eigenvalue ');
        disp(' ');
    end
end

disp(' ');
disp(' Özdeğerler ');
lambda
% Doğal frekansların hesaplanması
tpi=2.*pi; omega = sqrt(lambda); fn=omega/tpi;
disp(' ');
disp(' Doğal frekanslar = ');
for(i=1:n)
    out1=sprintf(' %d.  %8.4g Hz',i,fn(i));
    disp(out1);
end

```

EK A.2

MATLAB İle durum uzayı çözümlerinin bulunması:

Motor Durum Uzayı Çözümleri için Program 1.2 MATLAB kodu yazılmıştır;

Program 1.2: Motor_Durum_Uzay.m

```

% Sistemin durum uzayı formatında yazılışı

% dx/dt= Ax + Bu

% y= Cx + Du

% A=[ 0 I ; B=[ 0 C = [I D=[ 0 ]
% -(M^-1)*K -(M^-1)*C] M^-1]

MINV=inv(m); % Kütle matrisinin tersi

F=-I*(MINV)*k;

DAMP=-MINV*0.015*k; % Statik denge konumunda sistemin davranışını görmek
% için Rayleigh Sönümü olarak katılık matrisinin 0.015 katı alınmıştır.

S=zeros(6,6); % Sıfır matrisinin oluşturulması

I=eye(6); % Birim matrisin oluşturulması

%A=[S I % A matrisinin oluşturulması

% F S];

% Statik denge konumunda sistemin davranışını görmek için aşağıdaki A
% matrisi kullanılmıştır.

A=[S I
F DAMP];

B=[S % B matrisinin oluşturulması
MINV];

C=eye(12,12); % C birim matrisinin oluşturulması

D=zeros(12,6); % D sıfır matrisinin oluşturulması

deltat=0.01; % Zaman aralığı olarak 0.01 sn seçilmiştir.

tson=10; % Simulasyon süresi 10 sn olarak seçilmiştir.

T = 0:deltat:tson; tlength=length(T);

```

```

% CoG'ye giriş olacak U matrisinin oluşturulması
U=zeros(tlength,n); % U matrisi T ile aynı sıra sayısına serbestlik derecesi kadar
%da sütun sayısına sahip olmalı
% U giriş matrisinin oluşturulması
Weight=-9.80665*mass; % Motorun ağırlığı
U(:,3)=Weight; % z yönündeki kuvvet girişi
[y,x]=lsim(A,B,C,D,U,T); % Sitemin zaman cevabının bulunması

```

EK A.3

MATLAB İle Kuvvetlerin Hesabı:

Motor Kuvvetleri Hesaplanması için Program1.3 MATLAB kodu yazılmıştır;

Program 1.3: Motor_Kuvvetleri_Hesabi.m

```

% CoG'ye giriş olacak U matrisinin oluşturulması
% Motora uygulanan yüklerin CoG'ye olan etkisinin bulunması
% Motora uygulanan yüklerin değerleri
FM=[0,0,0; 0,0,0; 0,0,0]; % x,y,z sıralaması ile motorun farklı yerlerine uygulanan
%kuvvetler
%Location
Y=[-0.1447,-0.3168,-0.1062; -0.1447,0.3482,-0.0964; 0.4643,0.02635,-0.3393];
%Motor ağırlık merkezinin koordinatları
L=[0,0,0];
% CoG ye gelen yük ve tork değerlerinin hesaplanması
Fx1=FM(1,1);Fx2=FM(2,1);Fx3=FM(3,1);
Fy1=FM(1,2);Fy2=FM(2,2);Fy3=FM(3,2);

```

$Fz1=FM(1,3);Fz2=FM(2,3);Fz3=FM(3,3);$

$TFX= Fx1+Fx2+Fx3$

$TFY= Fy1+Fy2+Fy3$

$TFZ= Fx1+Fz2+Fz3$

$Tork_X=Fy1*(L(1,3)-Y(1,3))-Fz1*(L(1,2)-Y(1,2))+Fy2*(L(1,3)-Y(2,3))-Fz2*(L(1,2)-Y(2,2))+Fy3*(L(1,3)-Y(3,3))-Fz3*(L(1,2)-Y(3,2))$

$Tork_Y=Fz1*(L(1,1)-Y(1,1))-Fx1*(L(1,3)-Y(1,3))+Fz2*(L(1,1)-Y(2,1))-Fx2*(L(1,3)-Y(2,3))+Fz3*(L(1,1)-Y(3,1))-Fx3*(L(1,3)-Y(3,3))$

$Tork_Z=Fx1*(L(1,2)-Y(1,2))-Fy1*(L(1,1)-Y(1,1))+Fx2*(L(1,2)-Y(2,2))-Fy2*(L(1,1)-Y(2,1))+Fx3*(L(1,2)-Y(3,2))-Fy3*(L(1,1)-Y(3,1))$

$U=zeros(tlength,n);$ % Matris T ile aynı sıra sayısına değişken kadar da sütun %sayısına sahip olmalı

$\%U_fonk=1000*ones(length(T),1);$ % Sabit yuk icin

$\% U$ giriş matrisinin oluşturulması

$Weight=-9.80665*mass;$ % Motorun ağırlığı

$U(:,1)=TFX;$ % x yönündeki kuvvet girişi

$U(:,2)=TFY;$ % y yönündeki kuvvet girişi

$U(:,3)=Weight+TFZ;$ % z yönündeki kuvvet girişi

$U(:,4)=Tork_X;$ % x etrafında tork girişi

$U(:,5)=Tork_Y;$ % y etrafında tork girişi

$U(:,6)=Tork_Z;$ % z etrafında tork girişi

EK A.4

MATLAB İle Frekans Cevabı Hesaplanması:

Frekans Cevabının hesaplanması için Program 1.4 MATLAB kodu yazılmıştır;

Program 1.4: Frekans_Cevabi. m

% Durum uzayı matrisleri kullanılarak MATLAB %ve MSC.Adams modellerinin frekans cevapları bulunur

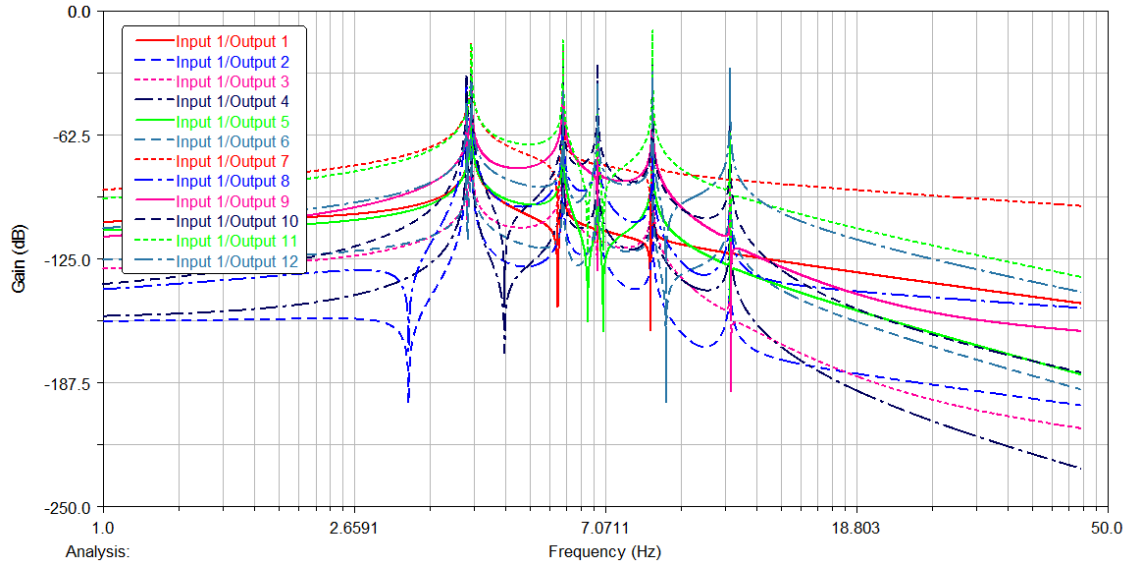
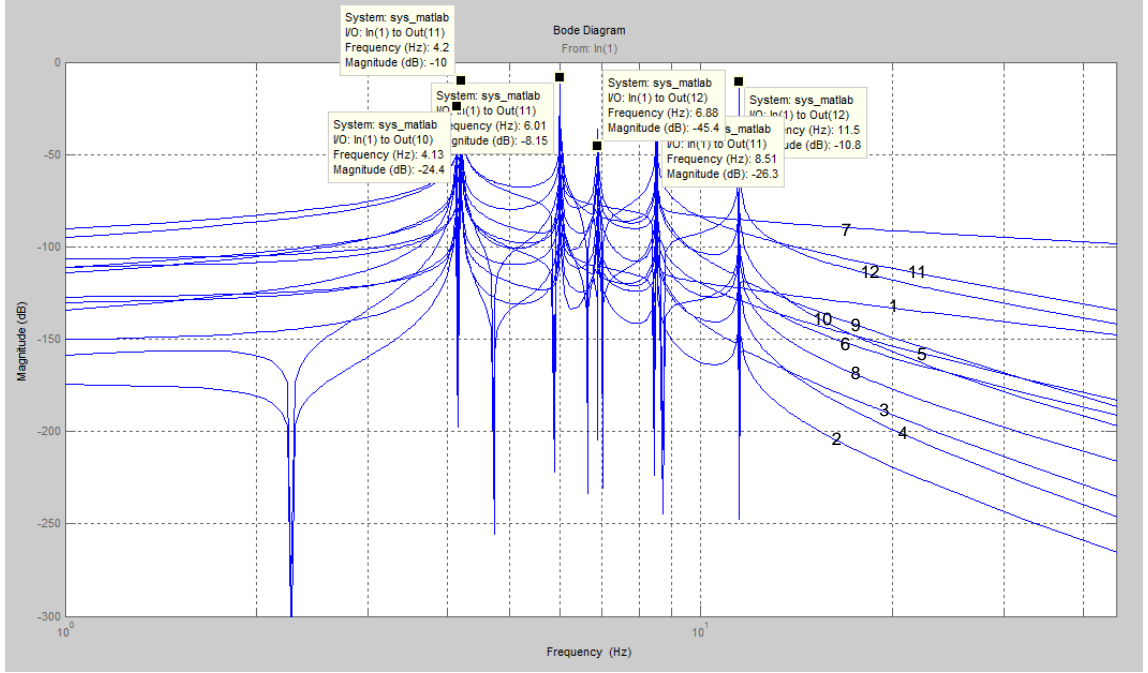
sys_MATLAB=ss(A,B,C,D);

figure,bode(sys_MATLAB);

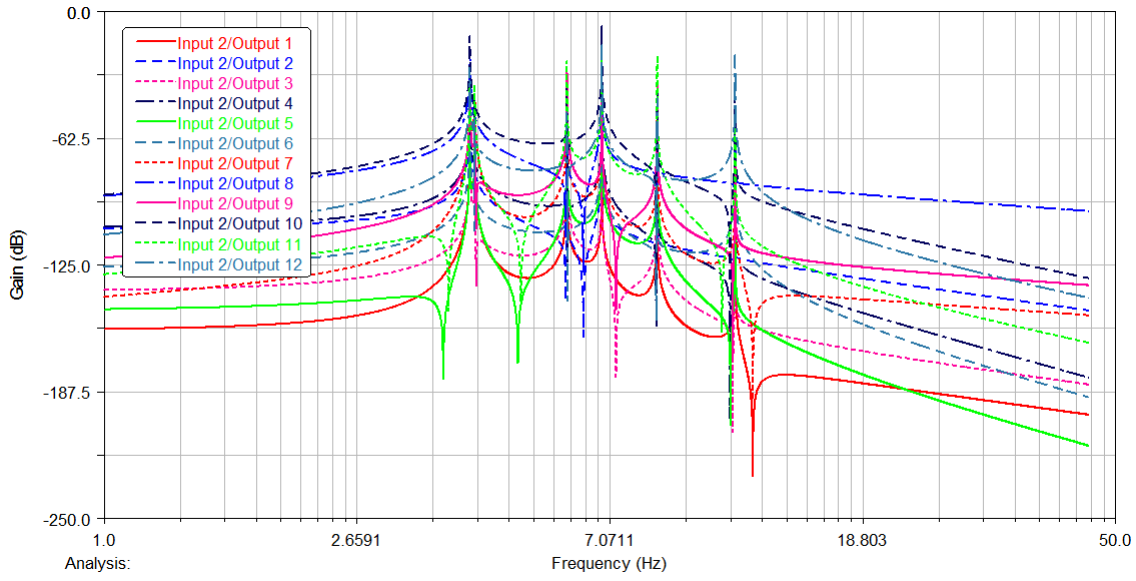
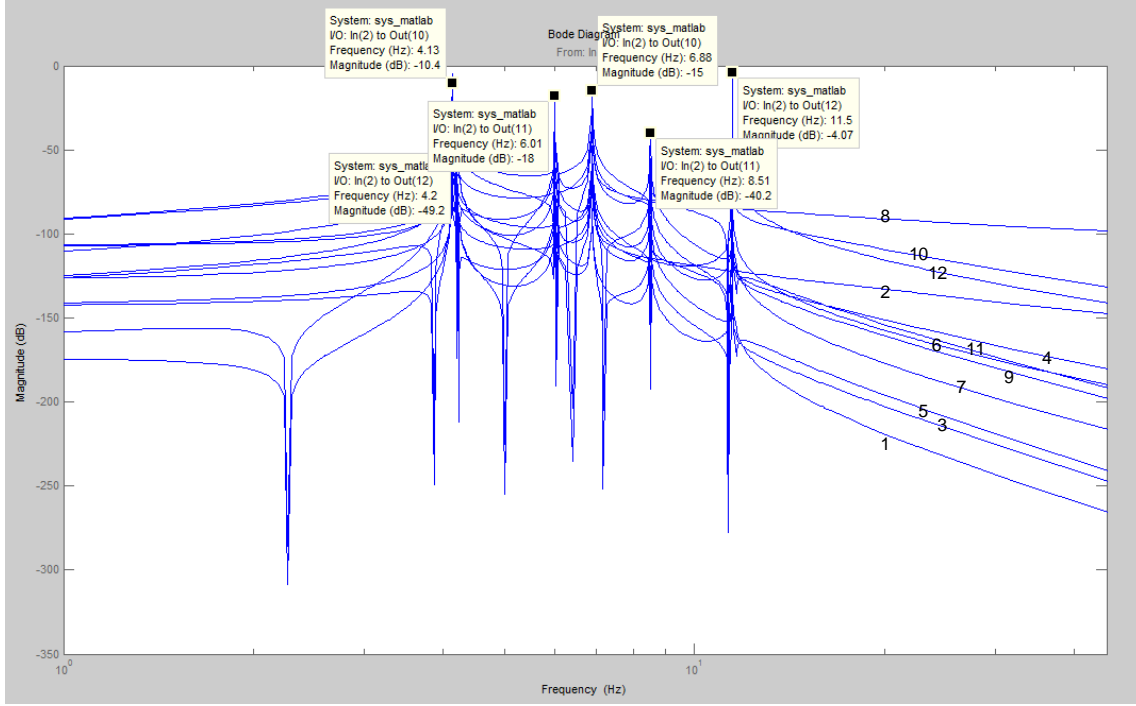
sys_adams=ss(A_A,B_A,C_A,D_A);

figure,,bode(sys_adams);

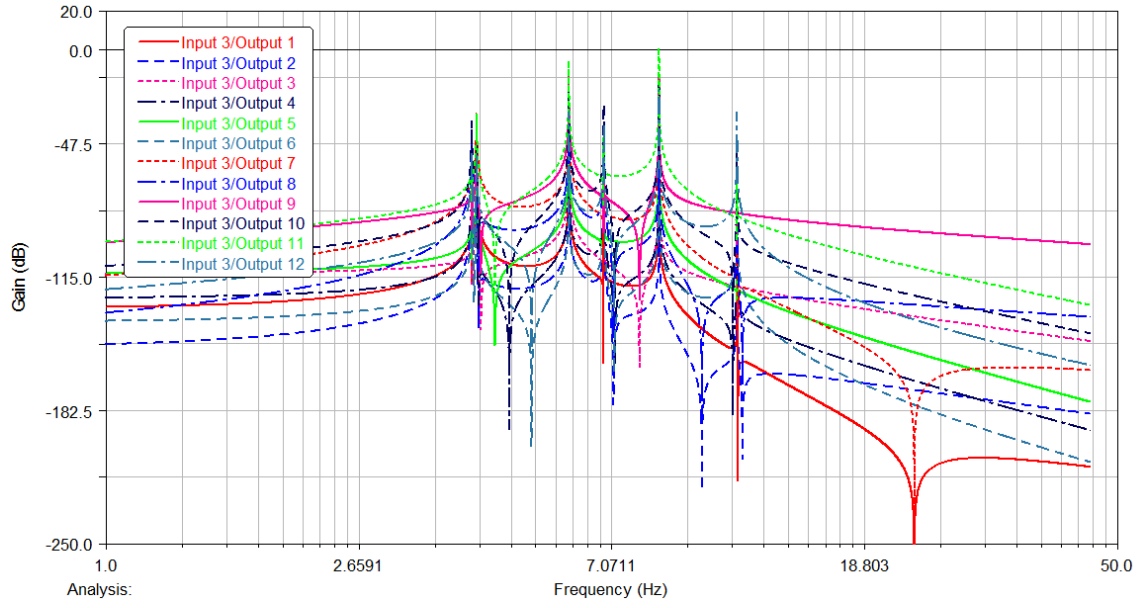
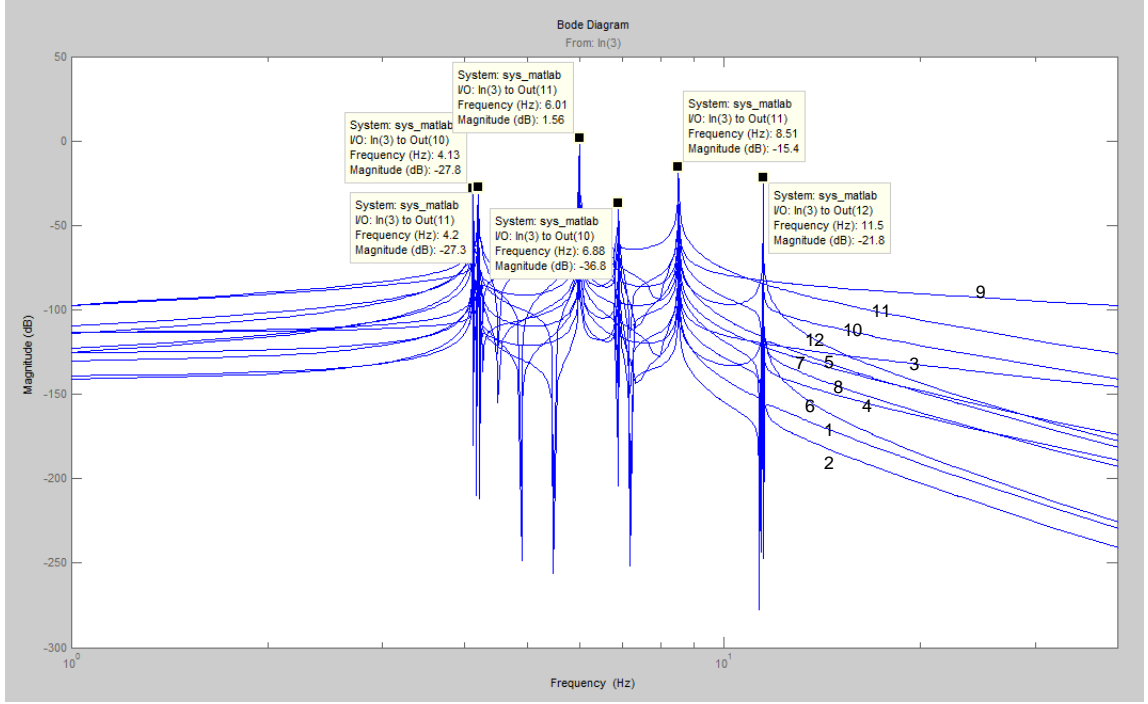
EK B



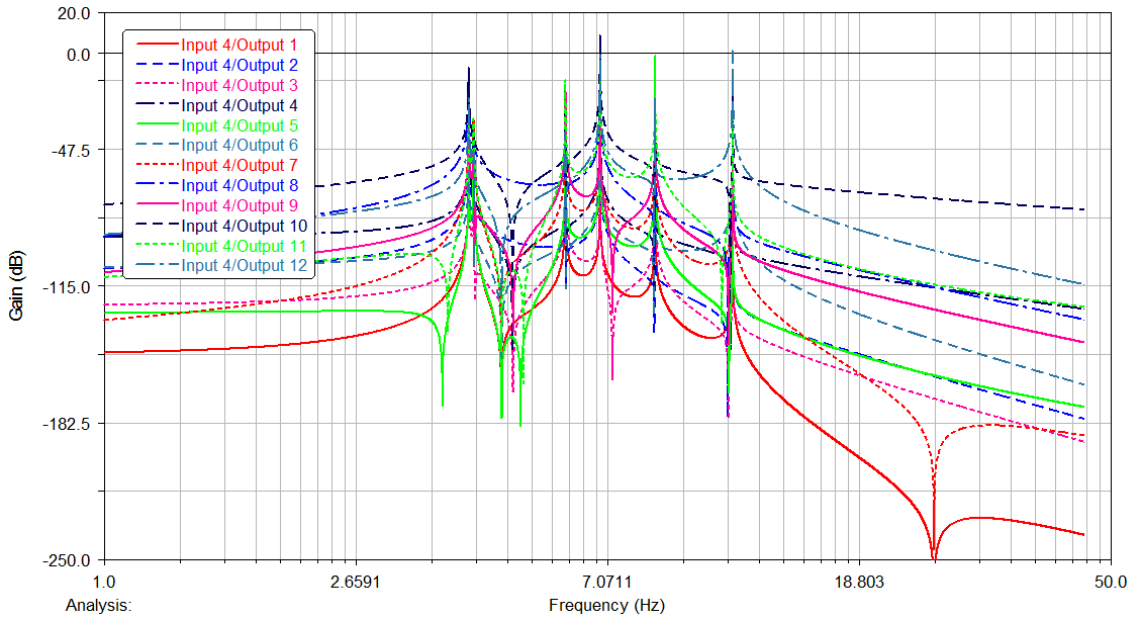
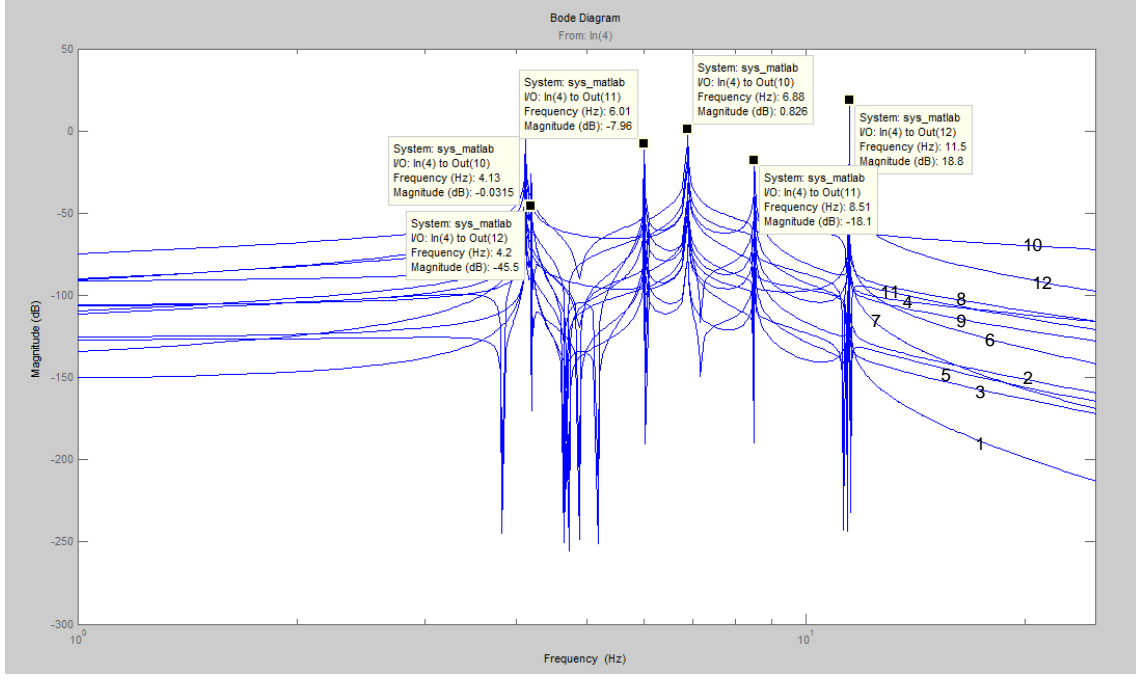
Şekil B.1 : Frekans cevabı 1. Giriş vs 1-12. Çıkış.



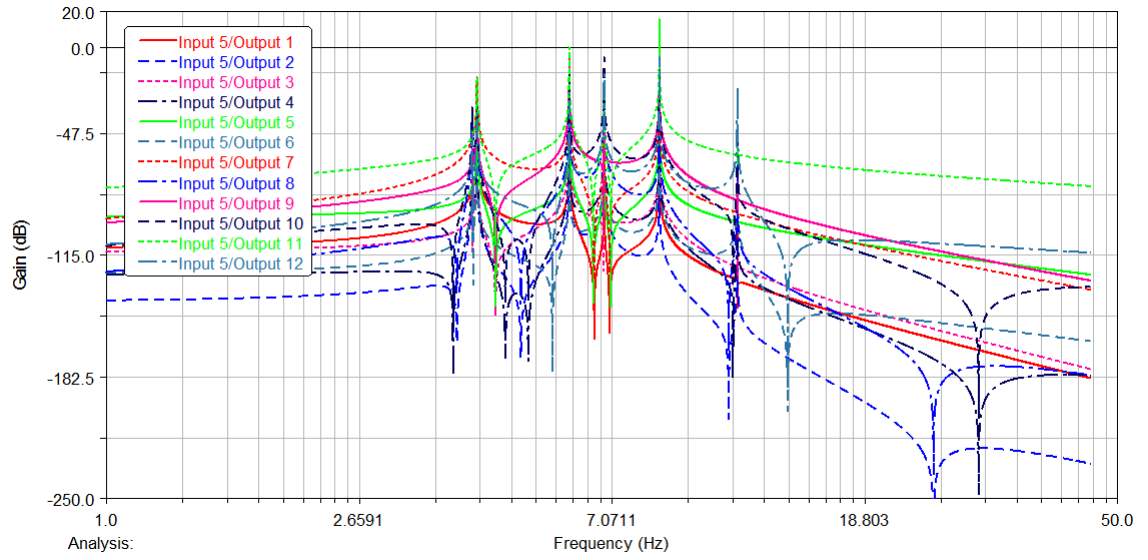
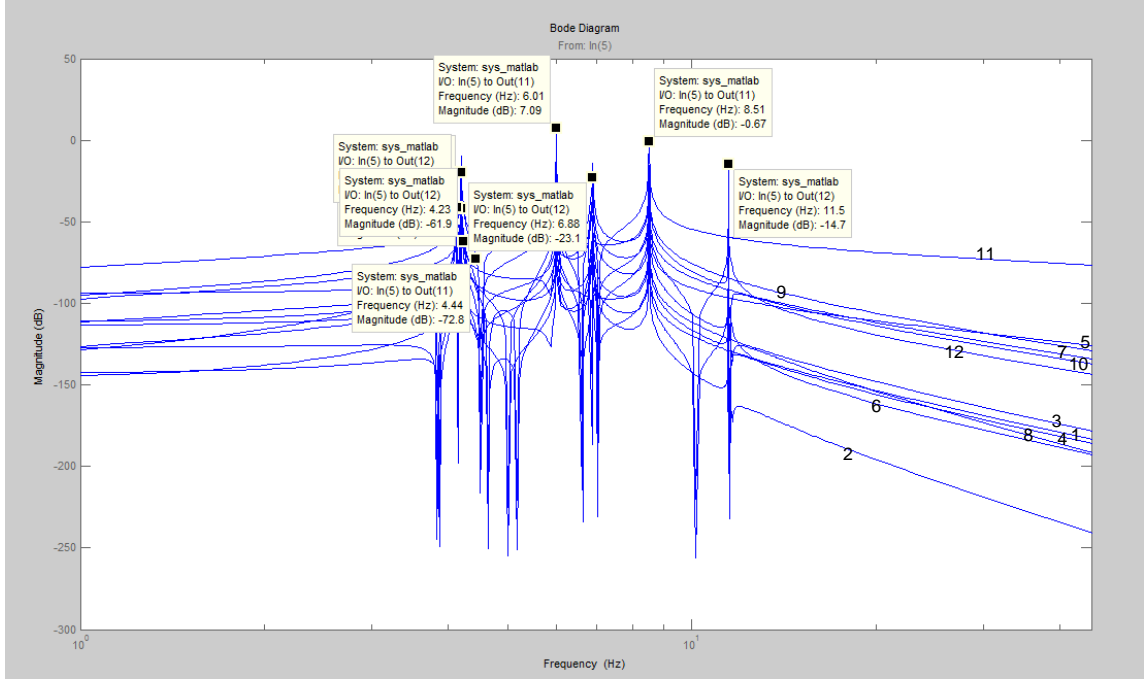
Şekil B.2 : Frekans cevabı 2. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.



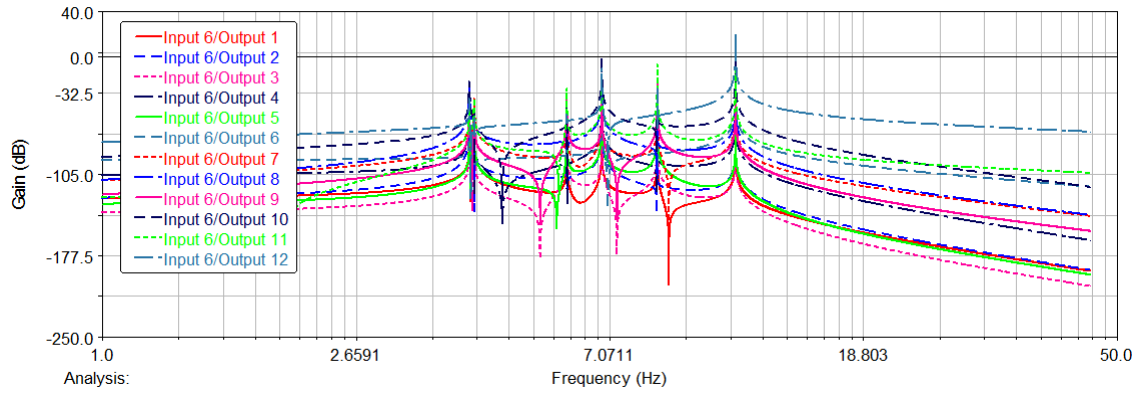
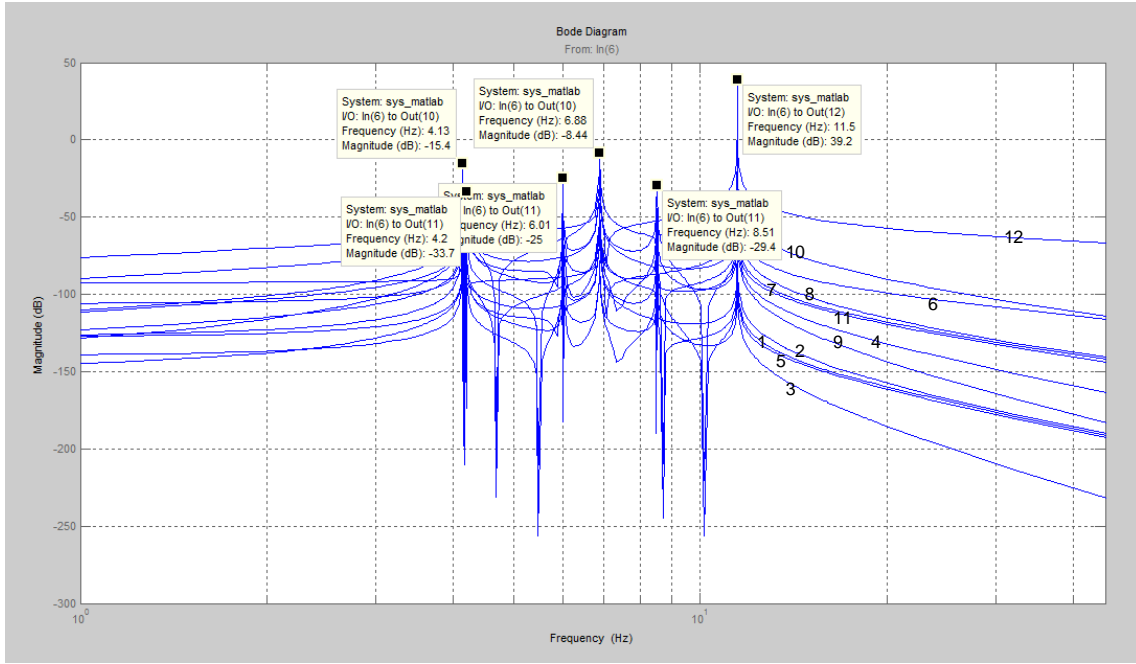
Şekil B.3 : Frekans cevabı 3. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.



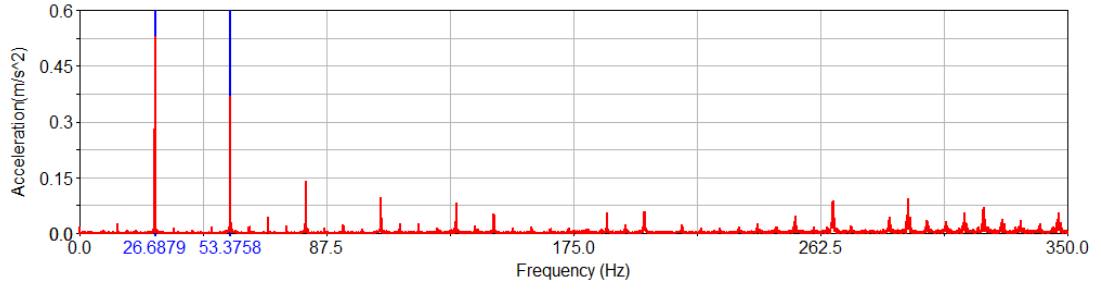
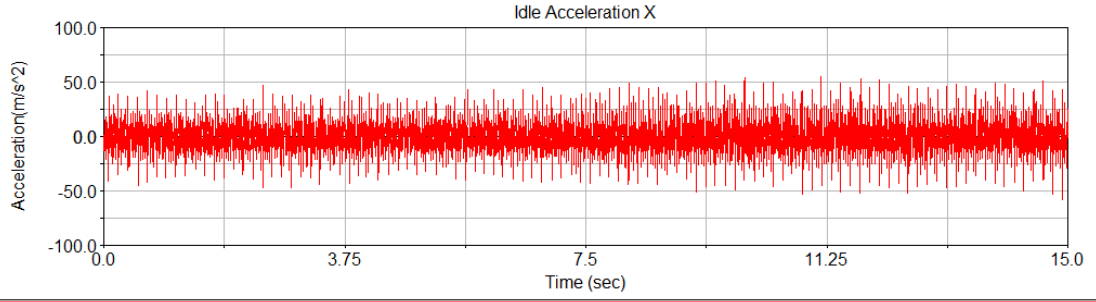
Şekil B.4 : Frekans cevabı 4. Giriş vs 1.-6. Çıktılar.



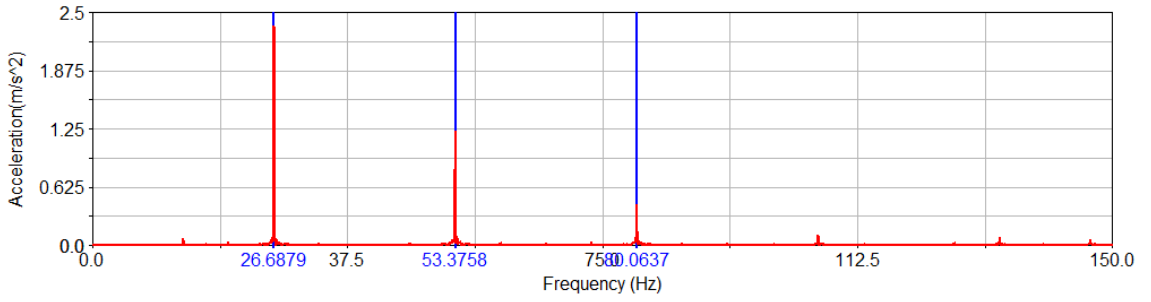
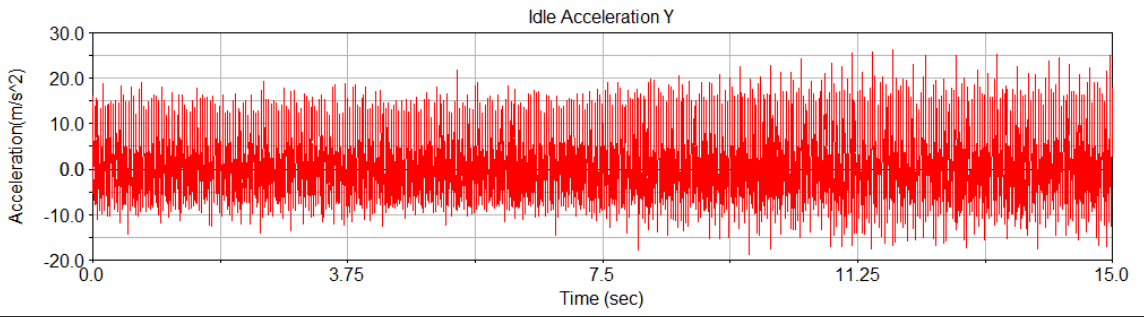
Şekil B.5 : Frekans cevabı 5. Giriş vs 1.-6. Çıkışlar.



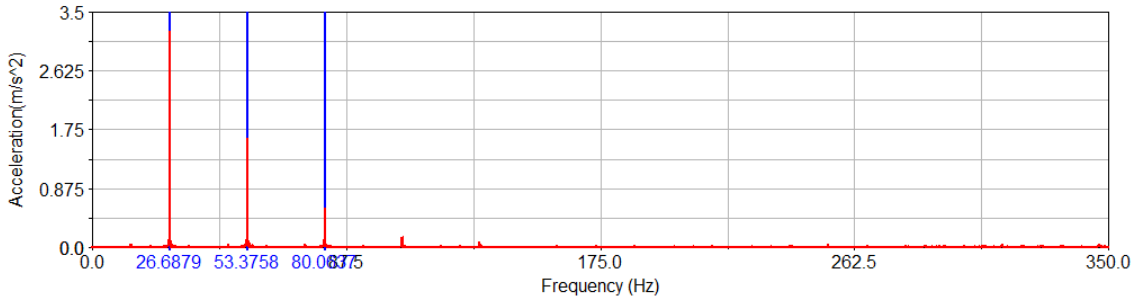
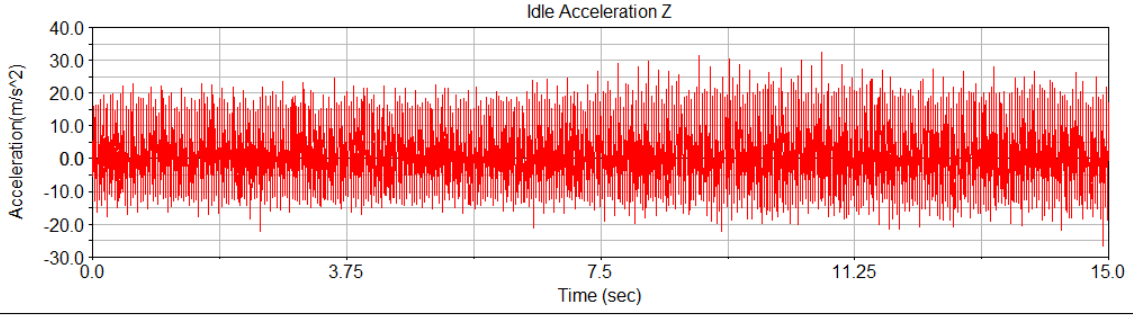
Şekil B.6 : Frekans cevabı 6. Giriş vs 1.-6. Çıktılar.



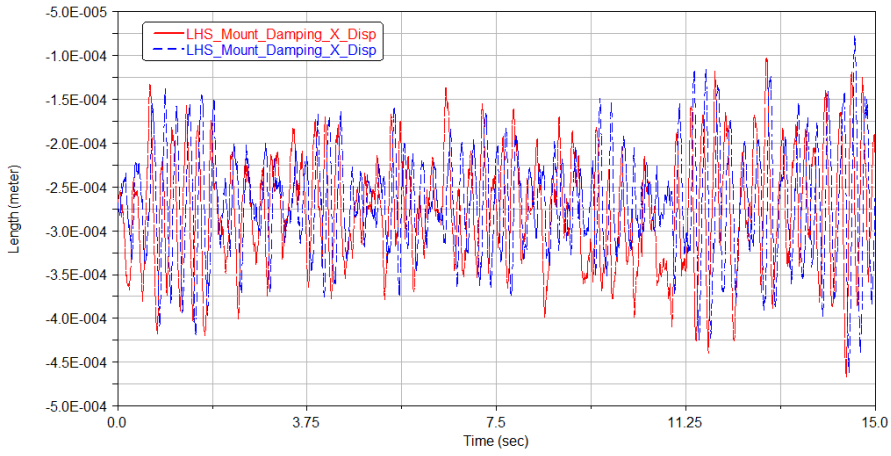
Şekil B.7 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - X



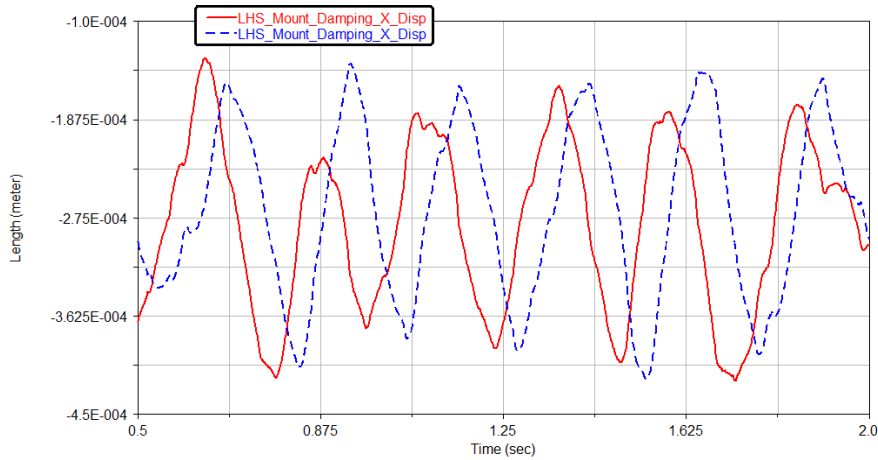
Şekil B.8 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - Y



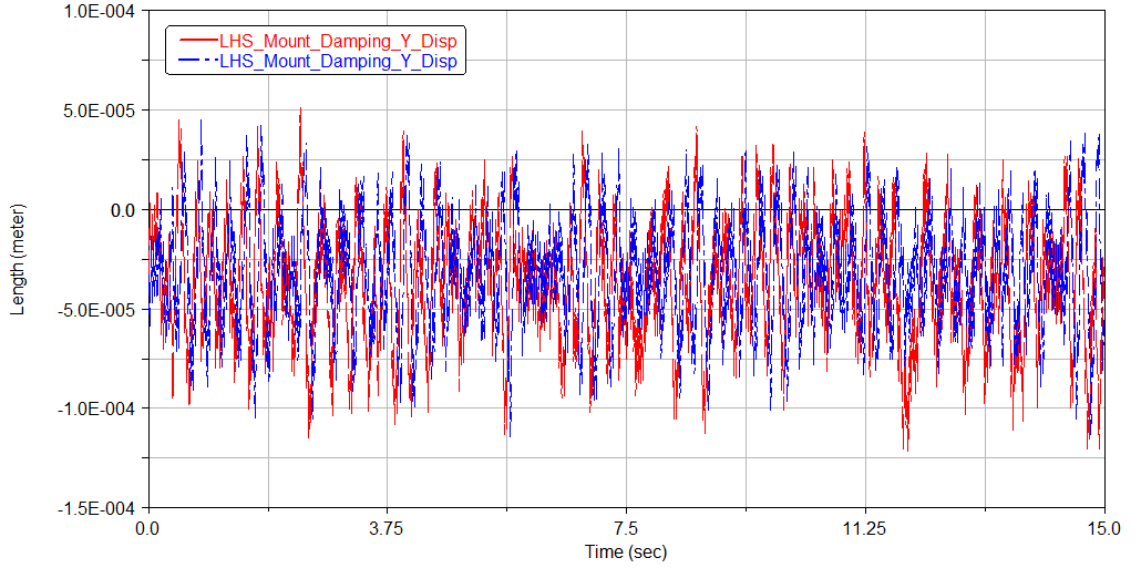
Şekil B.9 : Giriş sinyali ve FFT analizi sonucu - Z



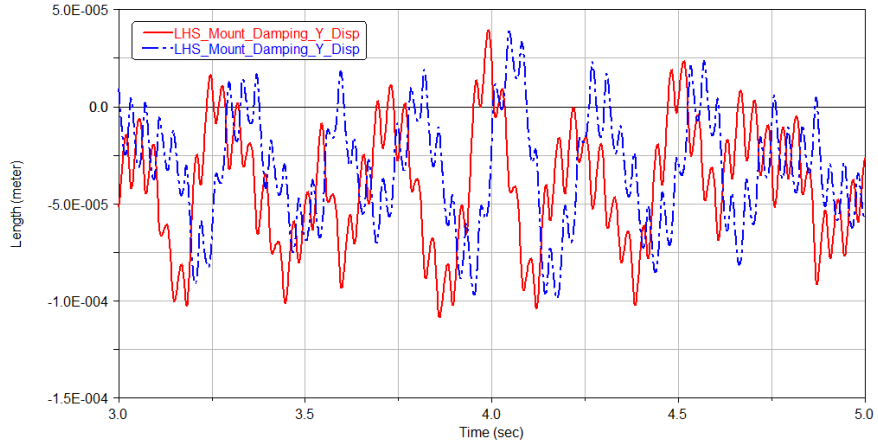
Şekil B.10 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol Takoz X



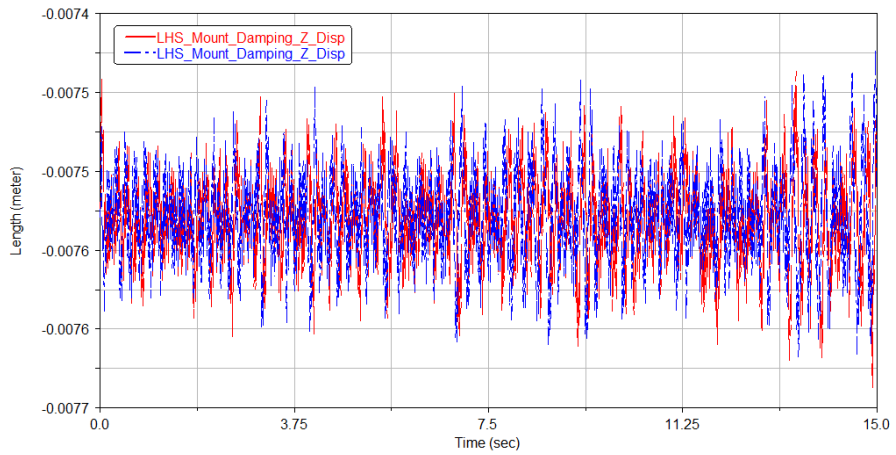
Şekil B.11 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol Takoz X – Faz farkı



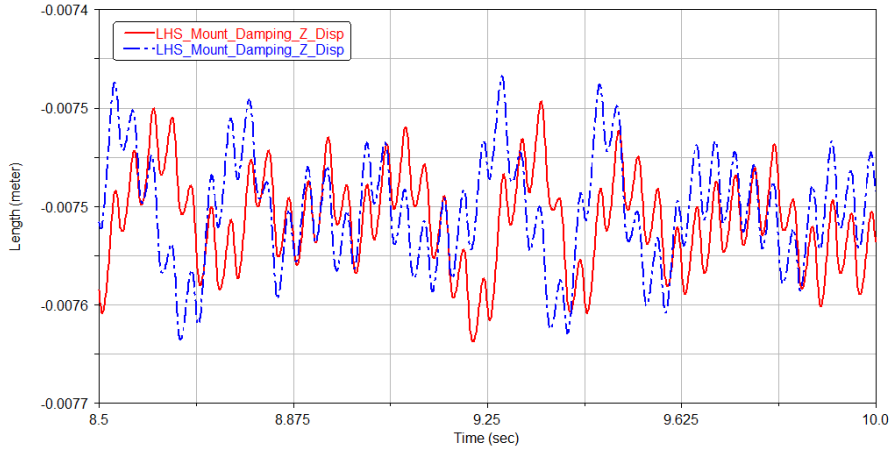
Şekil B.12 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Y



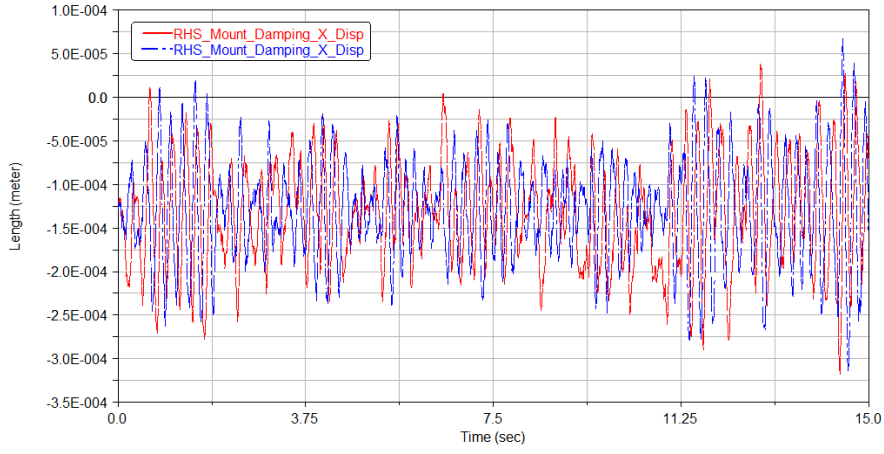
Şekil B.13 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Y - Faz farkı



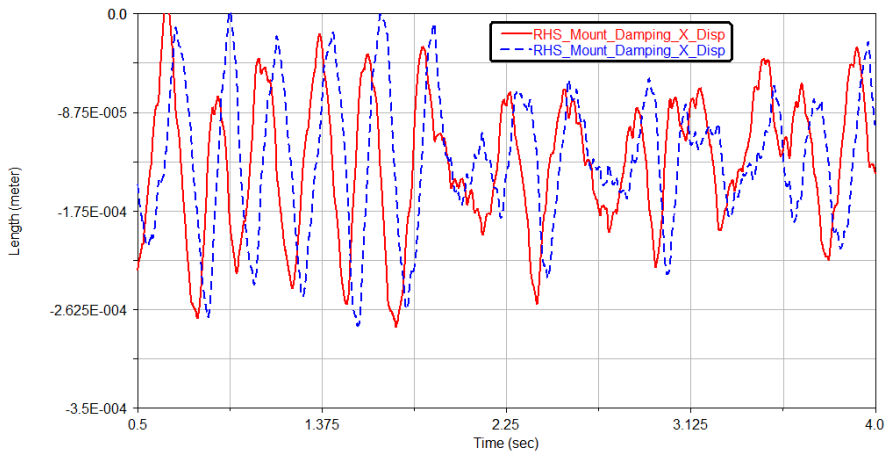
Şekil B.14 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z



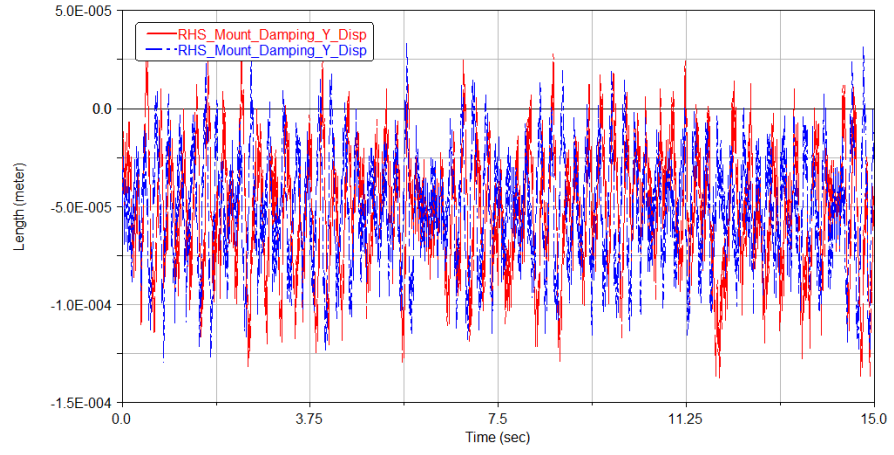
Şekil B.15 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz Z– Faz farkı



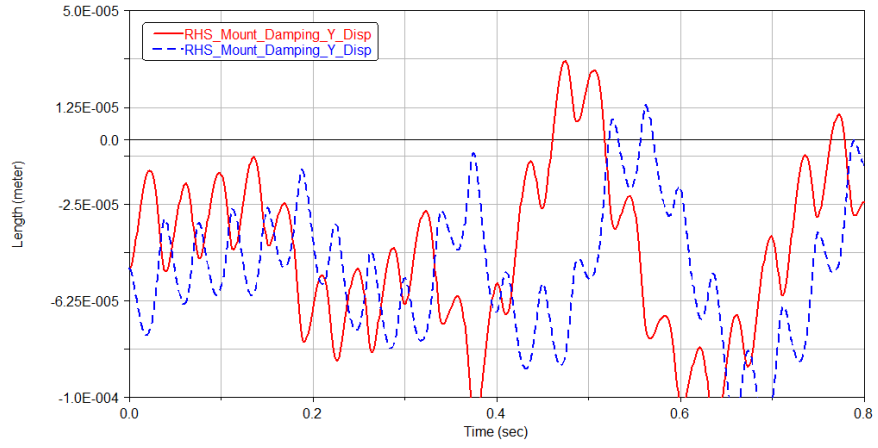
Şekil B.16 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz X



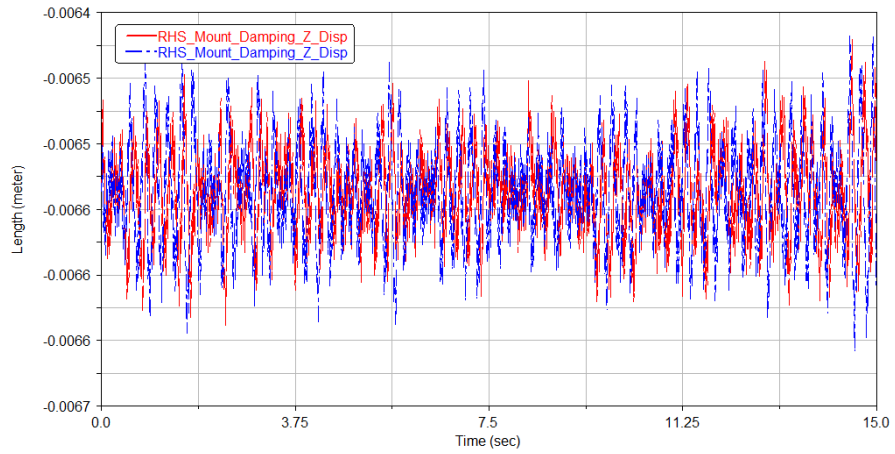
Şekil B.17 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz X– Faz farkı



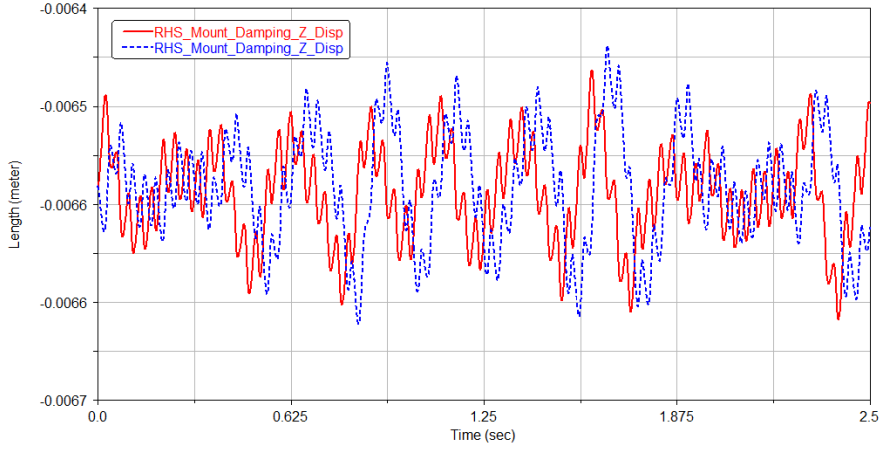
Şekil B.18 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Y



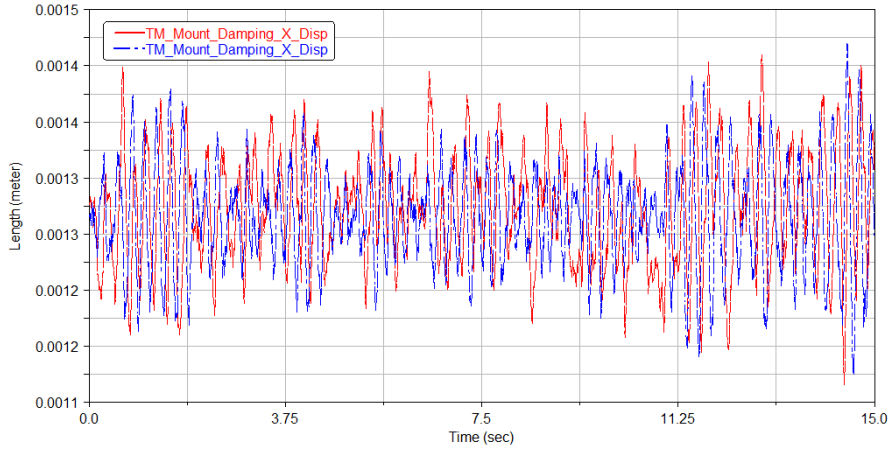
Şekil B.19 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Y–
Faz farkı



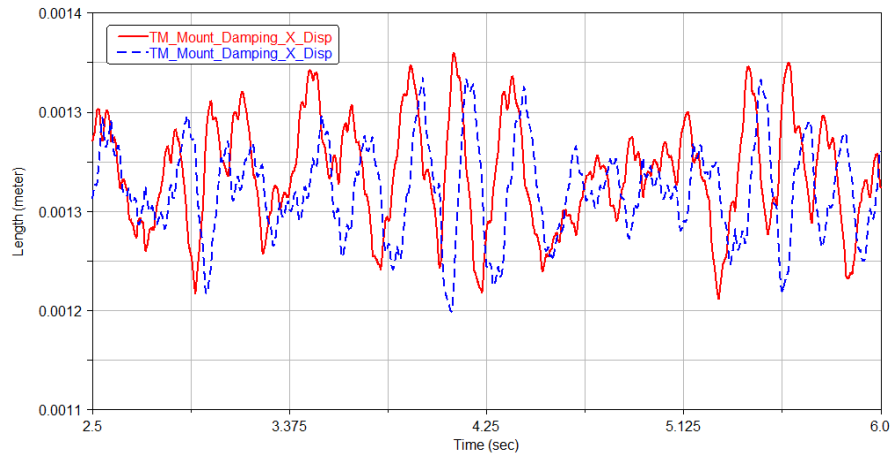
Şekil B.20 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Z



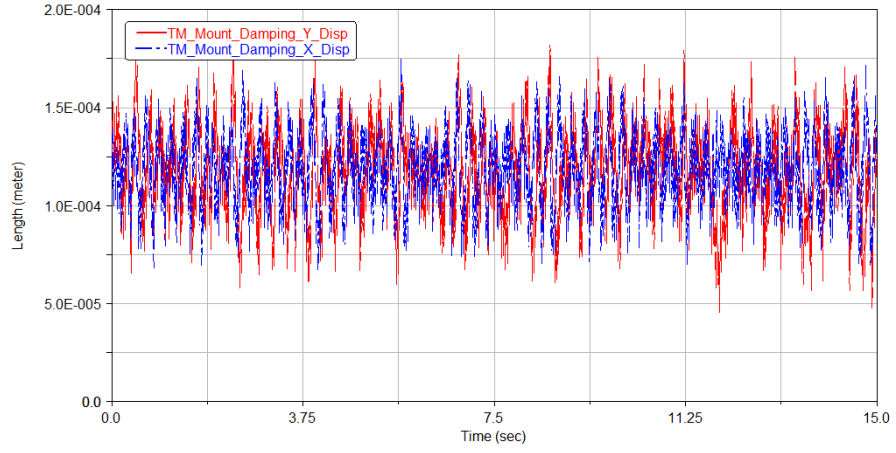
Şekil B.21 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sağ takoz Z–Faz farkı



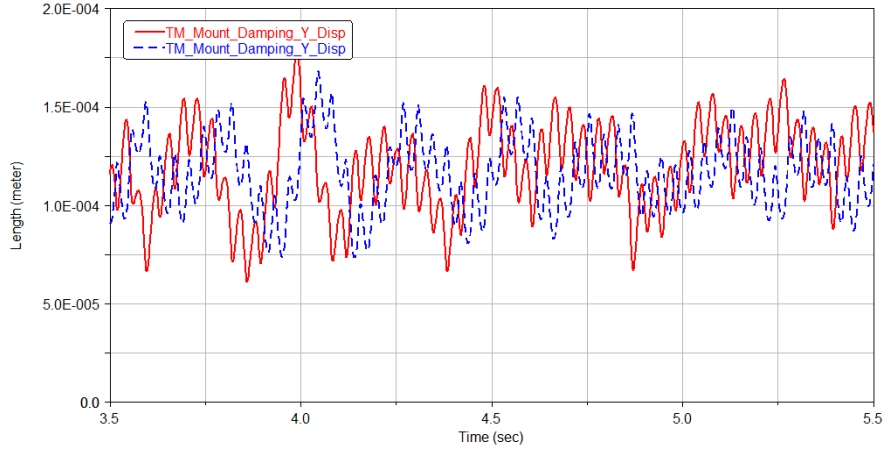
Şekil B.22 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X



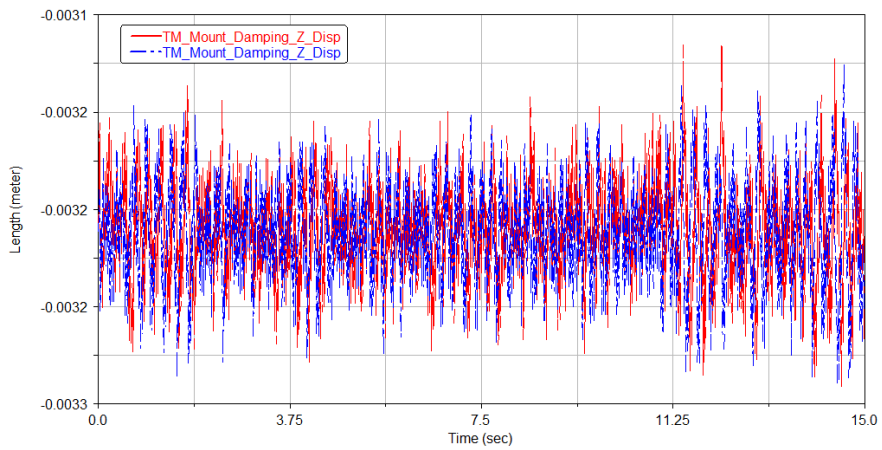
Şekil B.23 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X–Faz farkı



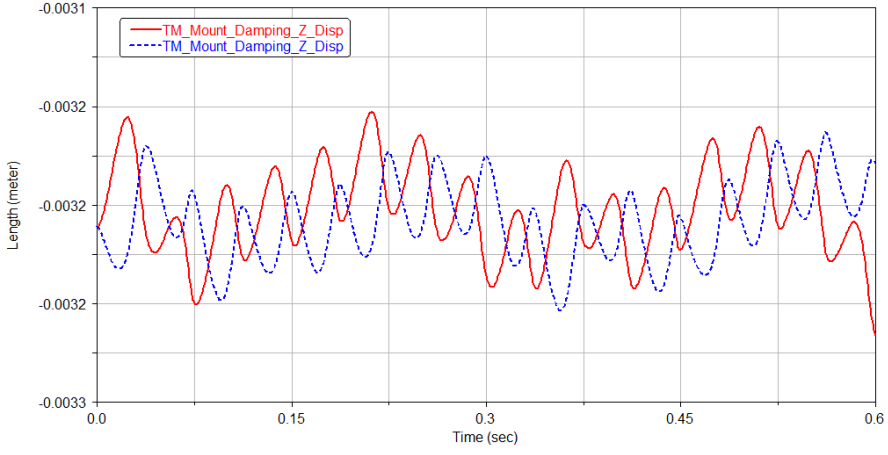
Şekil B.24 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y



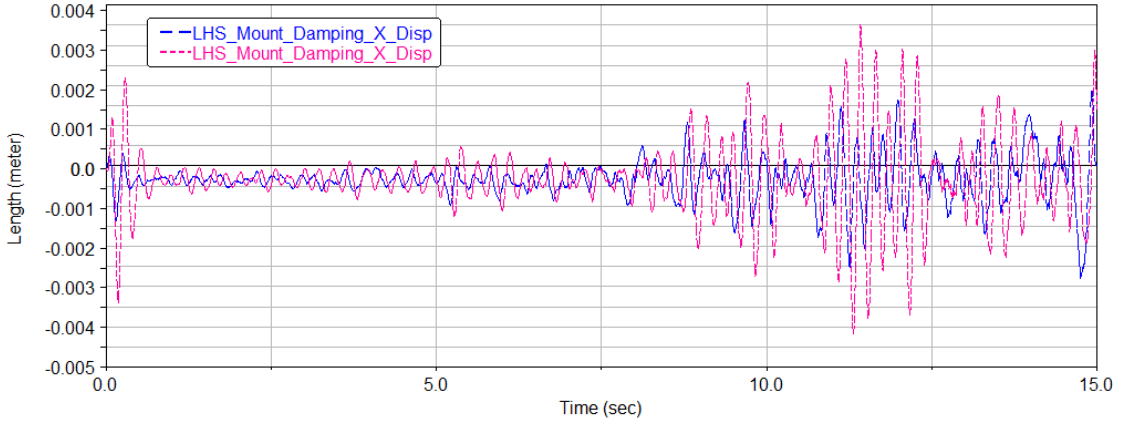
Şekil B.25 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X– Faz farkı



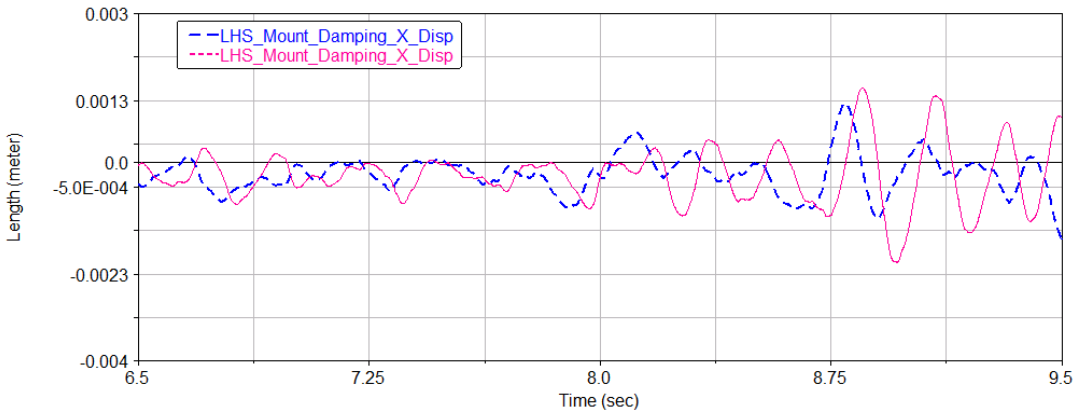
Şekil B.26 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z



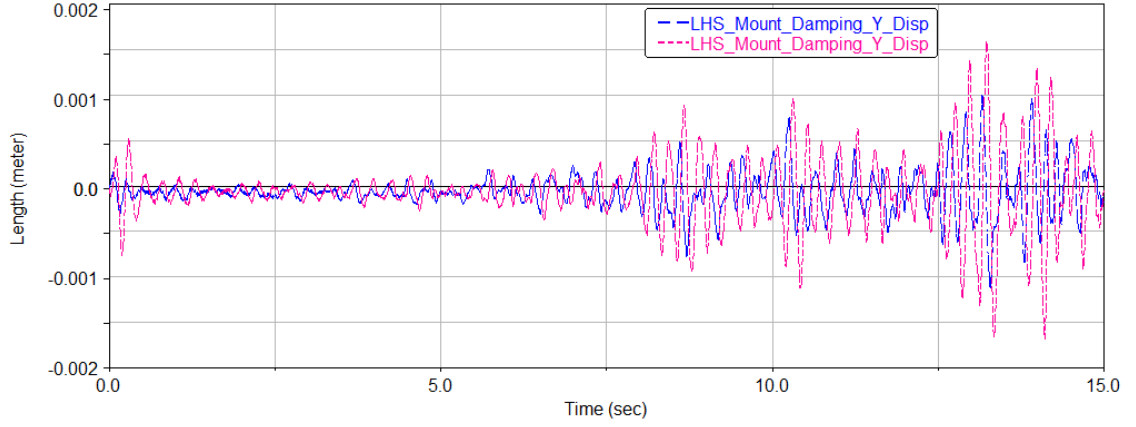
Şekil B.27 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z- Faz farkı



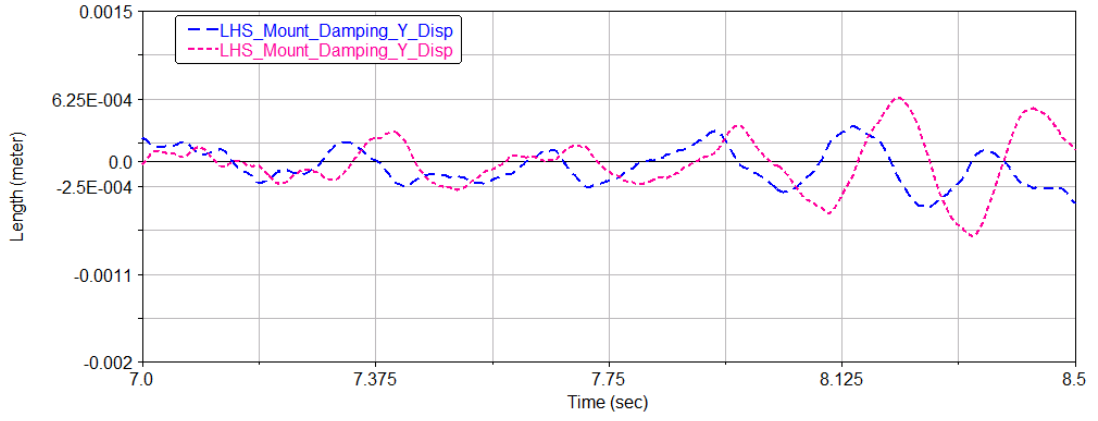
Şekil B.28 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması – Sol takoz X



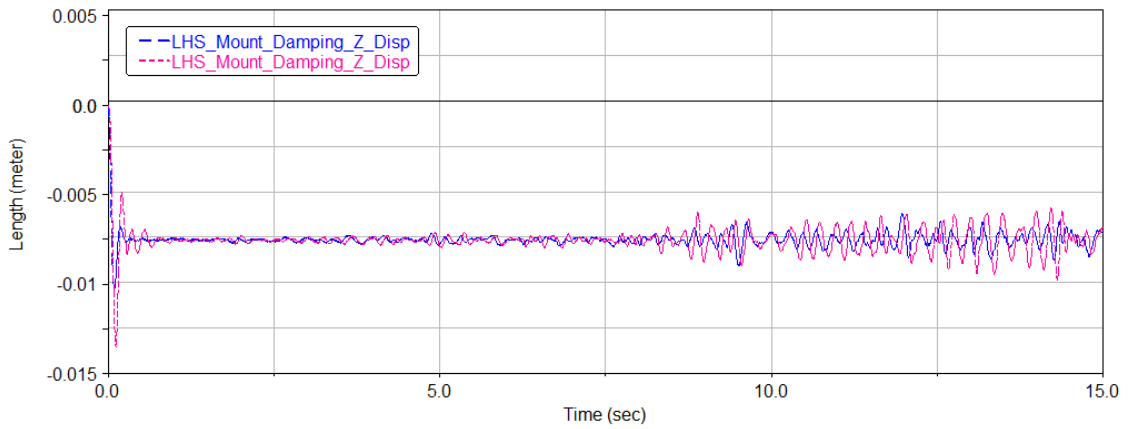
Şekil B.29 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz X- Faz farkı



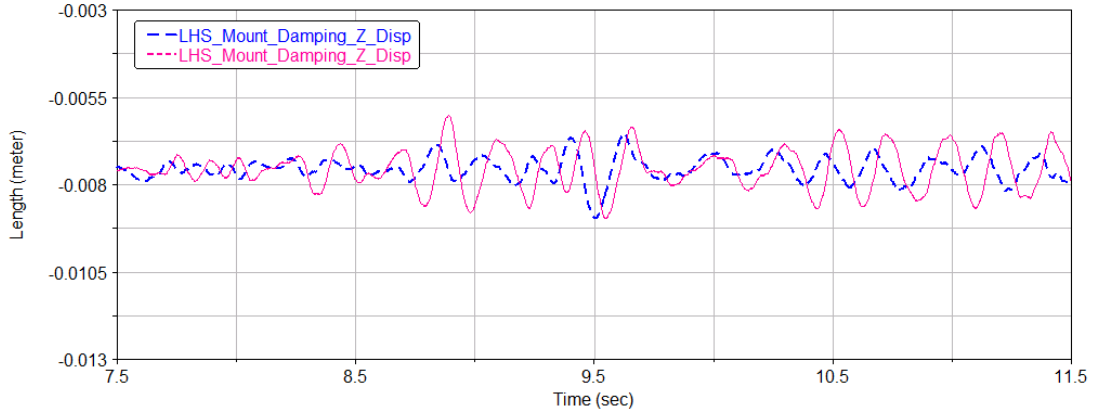
Şekil B.30 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Y



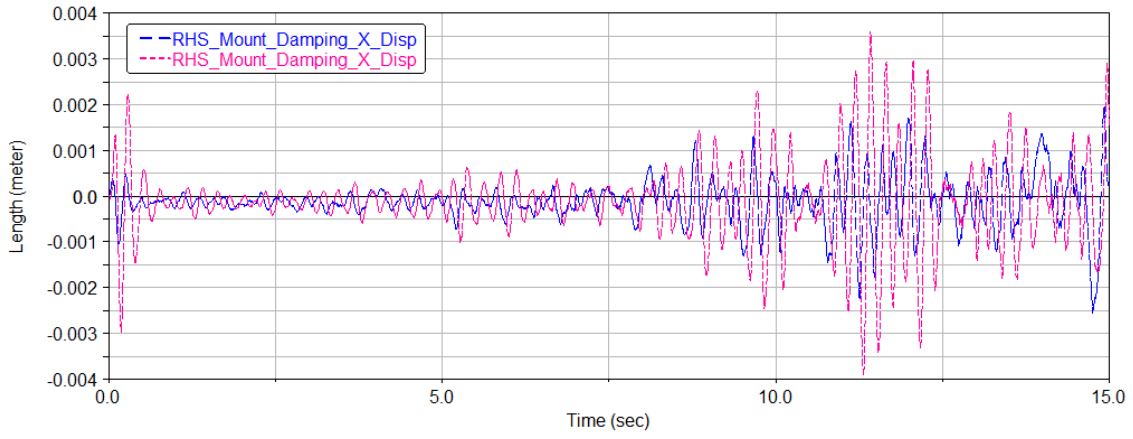
Şekil B.31 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Y– Faz farkı



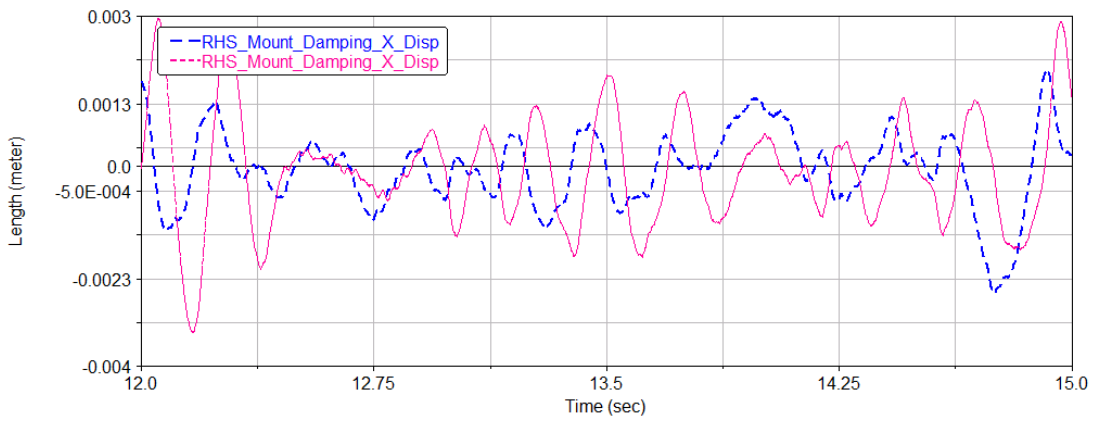
Şekil B.32 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z



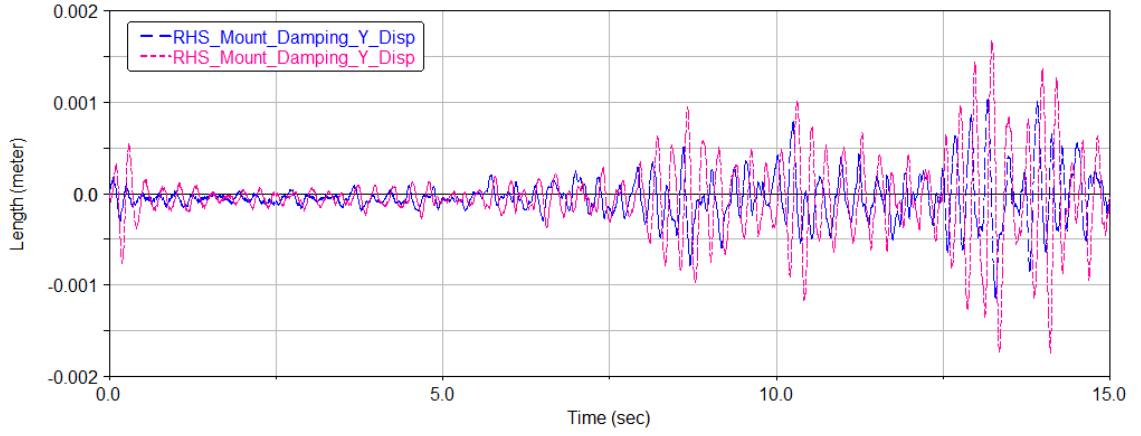
Şekil B.33 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sol takoz Z–Faz farkı



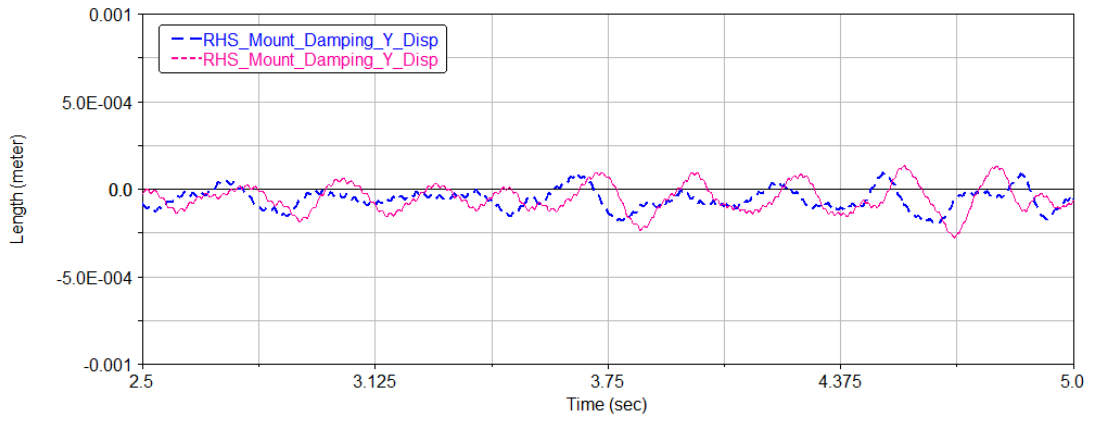
Şekil B.34 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz X



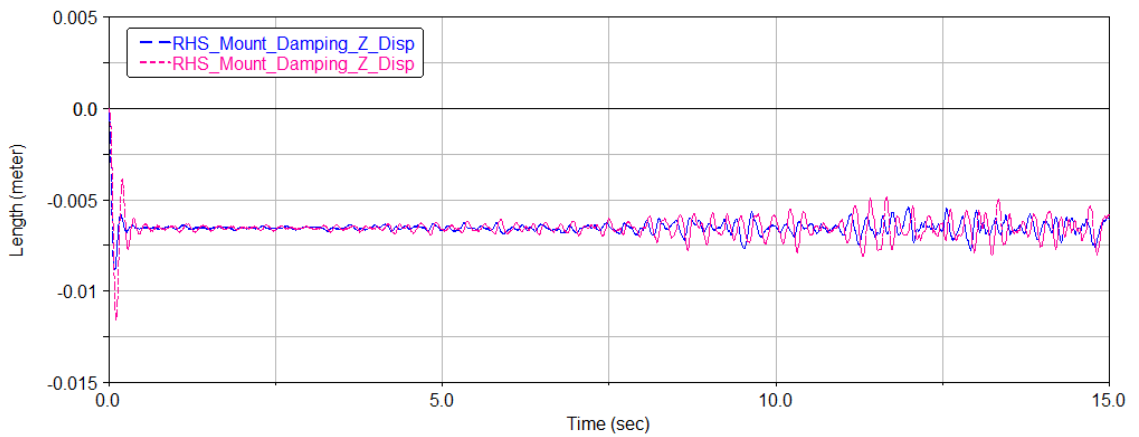
Şekil B.35 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz X–Faz farkı



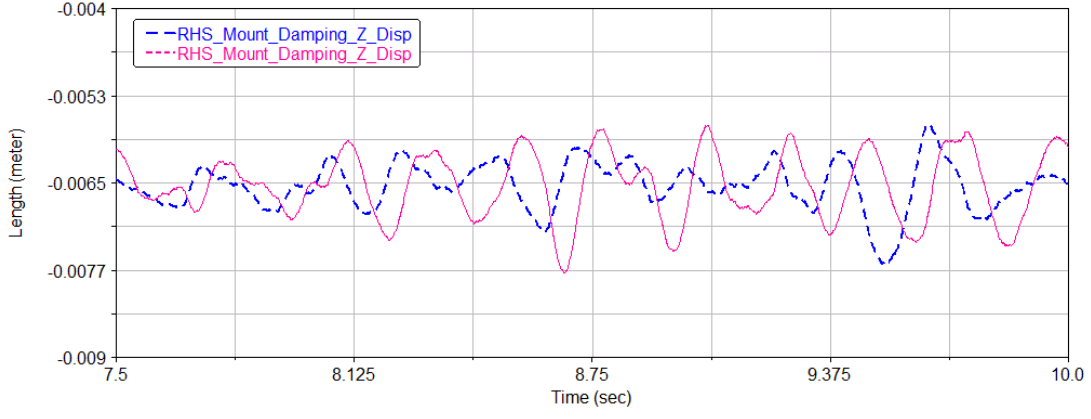
Şekil B.36 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Y



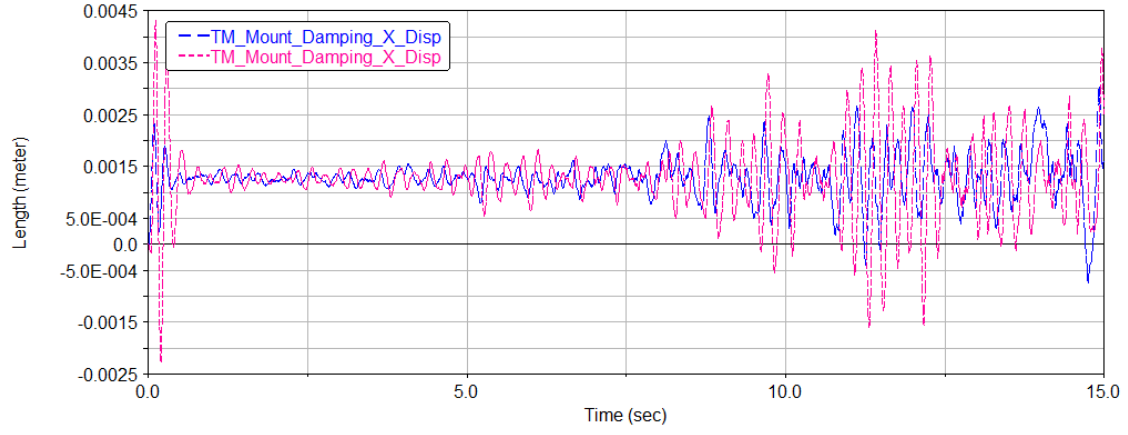
Şekil B.37 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Y-Faz farkı



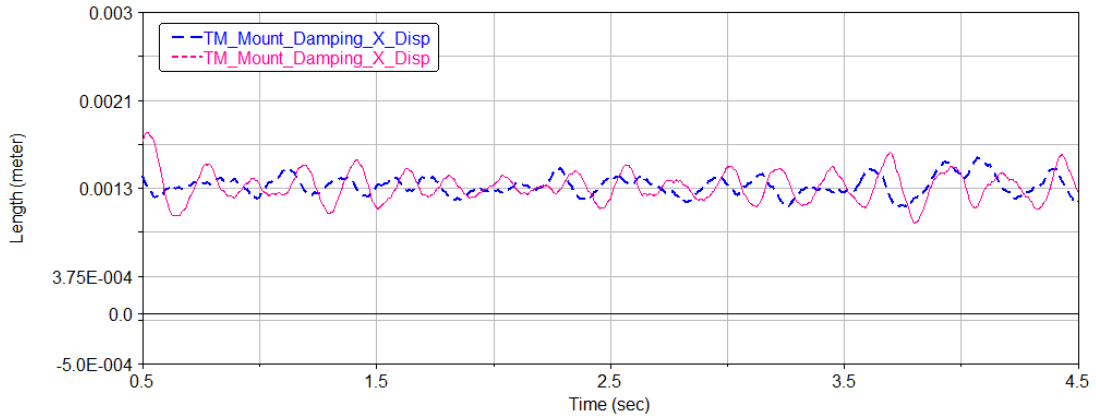
Şekil B.38 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Z



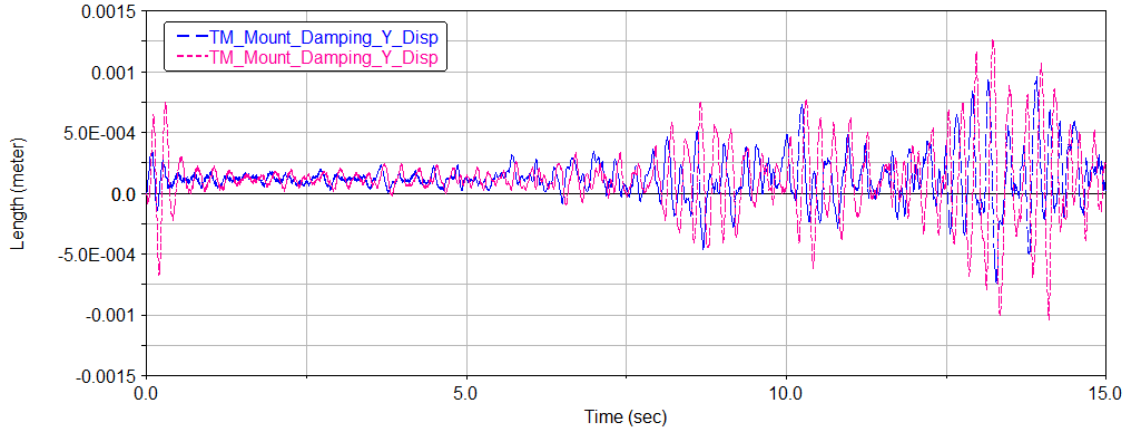
Şekil B.39 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Sağ takoz Z-Faz farkı



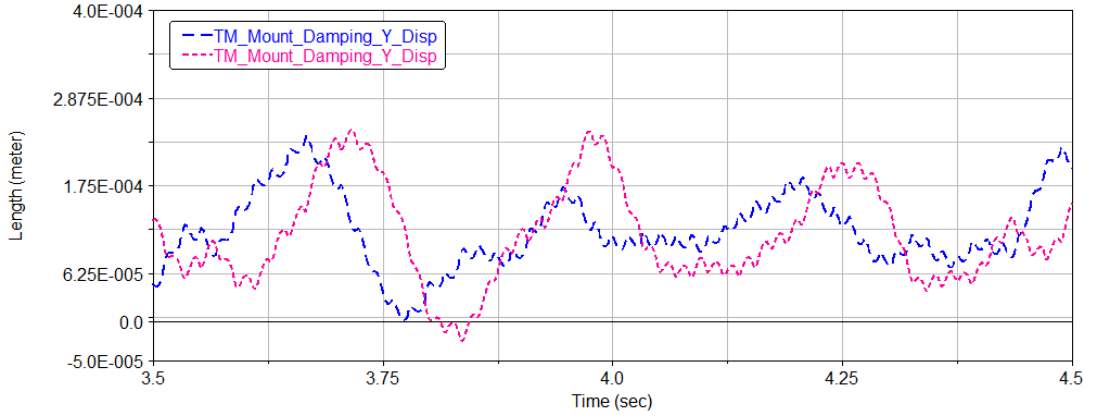
Şekil B.40 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X



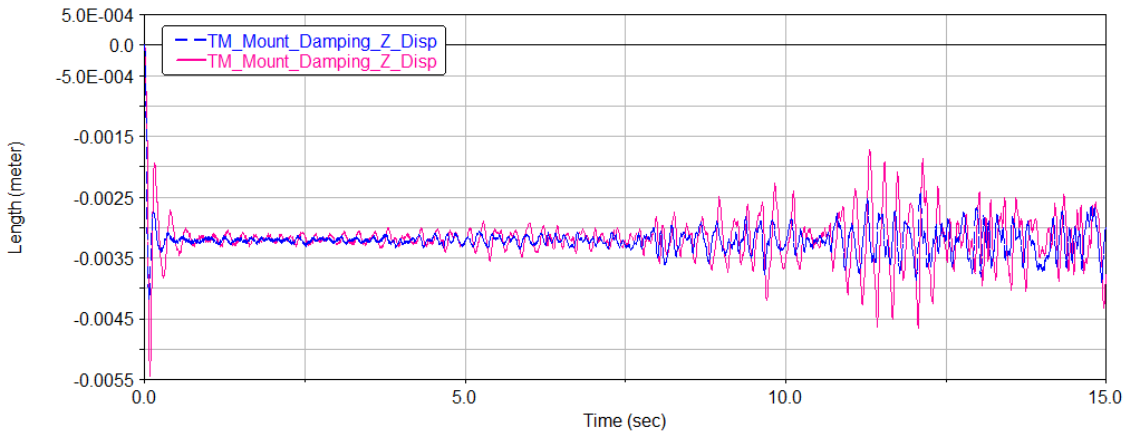
Şekil B.41 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu X-Faz farkı



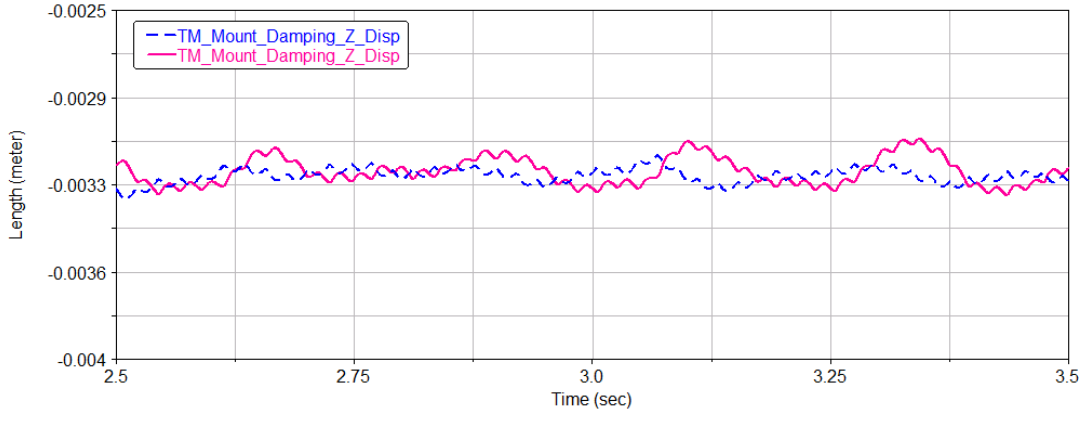
Şekil B.42 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y



Şekil B.43 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Y-Faz farkı



Şekil B.44 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z



Şekil B.45 : Pasif taraf deplasman ölçüm karşılaştırması –Şanzıman takozu Z-Faz farkı

İvmeölçer özellik kağıdı

Model Number 356A01		Revision: E ECN #: 28291	
TRIAxIAL ICP® ACCELEROMETER			
<p>Performance Sensitivity(± 20 %) Measurement Range Frequency Range(± 5 %)(Y- & Z-axis) Frequency Range(± 5 %)(X-axis) Frequency Range(+1 dB)(X-axis) Resonant Frequency Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz) Non-Linearity Transverse Sensitivity</p>	<p>ENGLISH 5 mV/g ± 1000 g pk 2 to 8000 Hz 2 to 5000 Hz 5 to 8 kHz ≥ 50 kHz 0.003 g rms ± 1 % ± 5 %</p>	<p>SI 0.51 mV/(m/s²) ± 9810 m/s² pk 2 to 8000 Hz 2 to 5000 Hz 5 to 8 kHz ≥ 50 kHz 0.03 m/s² rms ± 1 % ± 5 %</p>	<p>OPTIONAL VERSIONS Optional versions have identical specifications and accessories as listed for the standard model except where noted below. More than one option may be used. HT - High temperature, extends normal operation temperatures Temperature Range(Operating) -65 to +325 °F -54 to +163 °C W - Water Resistant Cable Electrical Connector Sealed Integral Cable</p>
<p>Environmental Overload Limit(Shock) Temperature Range(Operating) Temperature Response</p>	<p>± 10,000 g pk -65 to +250 °F See Graph</p>	<p>± 98,100 m/s² pk -54 to +121 °C See Graph</p>	<p>Sealed Integral Cable</p>
<p>Electrical Excitation Voltage Constant Current Excitation Output Impedance Output Bias Voltage Discharge Time Constant Settling Time(within 10% of bias) Spectral Noise(1 Hz) Spectral Noise(10 Hz) Spectral Noise(100 Hz) Spectral Noise(1 kHz)</p>	<p>18 to 30 VDC 2 to 20 mA ≤ 200 ohm 7 to 11 VDC 0.1 to 1.0 sec <3 sec 1200 µg/√Hz 300 µg/√Hz 100 µg/√Hz 30 µg/√Hz</p>	<p>18 to 30 VDC 2 to 20 mA ≤ 200 ohm 7 to 11 VDC 0.1 to 1.0 sec <3 sec 11,772 (µm/s²)/√Hz 2943 (µm/s²)/√Hz 981 (µm/s²)/√Hz 294 (µm/s²)/√Hz</p>	<p>NOTES: [1] Typical. [2] 250° F to 325° F data valid with HT option only. [3] Zero-biased, least-squares, straight line method. [4] See PCB Declaration of Conformance PS023 for details.</p>
<p>Physical Sensing Element Sensing Geometry Housing Material Sealing Size (Height x Length x Width) Weight(without cable) Electrical Connector Electrical Connection Position Cable Length Cable Type Mounting</p>	<p>Ceramic Shear Titanium Hermetic 0.25 in x 0.25 in x 0.25 in 0.04 oz Integral Cable Side 5 ft 034 4-cond Shielded Adhesive</p>	<p>Ceramic Shear Titanium Hermetic 6.35 mm x 6.35 mm x 6.35 mm 1.0 gm Integral Cable Side 1.5 m 034 4-cond Shielded Adhesive</p>	<p>SUPPLIED ACCESSORIES: Model 034G05 4-cond, shielded cable, 5 ft (1.5M), 4-pin plug to (3) BNC plugs (1) Model 080A109 Petro Wax (1) Model 080A99 Quick Bonding Gel (1) Model ACS-1T NIST traceable triaxial amplitude response, 10 Hz to upper 5% frequency. (1)</p>
<p>Typical Sensitivity Deviation vs Temperature</p>			
<p>CE [4]</p>			
<p>All specifications are at room temperature unless otherwise specified. In the interest of constant product improvement, we reserve the right to change specifications without notice. ICP® is a registered trademark of PCB Group, Inc.</p>			
<p>Entered: <i>Jet</i> Date: 2-29-08</p>		<p>Approved: <i>SM</i> Date: 2-29-08</p>	
<p>Engineer: <i>DDA</i> Date: 2-29-08</p>		<p>Sales: <i>RJZ</i> Date: 2-29-08</p>	
<p>Spec Number: 21822</p>		<p>Date: 2-29-08</p>	
<p>PCB PIEZOTRONICS™ VIBRATION DIVISION 3425 Walden Avenue, Depew, NY 14043 Phone: 716-684-0001 Fax: 716-685-3886 E-Mail: vibration@pcb.com</p>			

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Uğur KAŞIKCIOĞLU

Doğum Yeri ve Tarihi: ESKİŞEHİR 16.01.1983

Adres: Kozyatağı Mah. Sarı Kanarya Sok. Pınar Apt. No:2-1 D:36

Kadıköy /İstanbul

Lisans Üniversitesi: İstanbul Teknik Üniversitesi – Makina Mühendisliği