

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SÖNÜM KABİLİYETİNE SAHİP SONLU ELEMAN
GELİŞTİRİLMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Haldun Hakan CÜZDAN**

**Anabilim Dalı: Makina Mühendisliği
Programı: Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustiği**

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Kenan Y. ŞANLITÜRK

MAYIS 2005

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her aşamasında desteğini ve bilgi birikimini benden esirgemeyen, her türlü düşünce ve eleştirisini benimle paylaşarak görüş açımın gelişmesini sağlayan Sayın Hocam Prof. Dr. Kenan Y. Şanlıtürk'e, tez çalışmam için gerekli test parçalarını sağlayan Arçelik A.Ş ve Mak. Yük. Mühendisi Davut A. Şerabatır'a , her türlü desteği bana sağlayan İ.T.Ü Makina Teorisi Sistem Dinamiği ve Kontrol anabilim dalı üyelerine teşekkür ederim

Mayıs 2005

Haldun Hakan CÜZDAN

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
2. KABUK YAPILAR	3
2.1. Giriş	3
2.2. Kabuk Yapıların Sonlu Eleman Matrislerinin Formülasyonu	4
2.3 Delme Serbestlik Derecesi	8
2.4 Kayma Düzeltmesi	10
2.5 Gauss İntegrasyonu	11
3. KOMPOZİT YAPILAR	13
3.1 Giriş	13
3.2 Kompozit Malzemelerde Sönüm	14
3.3 Sonlu Elemanlar Uygulamaları	16
3.3.1 Kompleks özdeğer metodu	16
3.3.2 Direkt frekans tepki metodu	18
3.3.3. Modal gerinim enerji metodu	18
4. DÜZGÜN ÜÇGENSEL KABUK ELEMAN MATRİSLERİNİN OLUŞTURULMASI	20
4.1 Giriş	20
4.2 Direngenlik Matrislerinin Oluşturulması	21
4.2.1 Membran kısım için direngenlik matrisinin oluşturulması	22
4.2.2 Plaka kısım için direngenlik matrisinin oluşturulması	24
4.3 Kütle Matrislerinin Oluşturulması	26
5. SÖNÜM KABİLİYETİNE SAHİP ÜÇGENSEL ELEMANIN DİRENGENLİK VE KÜTLE MATRİSLERİNİN OLUŞTURULMASI	28
5.1 Giriş	28
5.2 Birden Fazla Katmana Sahip Kompozit Eleman	28
6. ELEMAN SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI	32
6.1. Giriş	32
6.2 3SHL03 Elemanı için Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması	32
6.2.1 Karşılaştırma 1	33

6.2.2 Karşılaştırma 2	34
6.2.3 Karşılaştırma 3	34
7. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	39
7.1 Giriş	39
7.2 Test Parçaları	39
7.3 Ölçüm Sistemi	41
7.4 Yapının Asılması	43
7.5 1 Numaralı Parçanın Modal Testi	43
7.5.1 Teorik Model	43
7.5.2 Deneysel Model	44
7.5.3 Karşılaştırma ve Doğrulama	44
7.6 2 Numaralı Parçanın Modal Testi	47
7.6.1 Teorik Model	47
7.6.2 Deneysel Model	48
7.6.3 Karşılaştırma ve Doğrulama	48
7.7 3 Numaralı Parçanın Modal Testi	50
7.7.1 Teorik Model	50
7.7.2 Deneysel Model	50
7.7.3 Karşılaştırma ve Doğrulama	51
8. SONUÇLAR VE GENEL DEĞERLENDİRME	57
KAYNAKLAR	60
EK A	62
ÖZGEÇMİŞ	64

KISALTMALAR

FTF : Frekans Tepki Fonksiyonu

MAC : Modal Assurance Criteria

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1 : Plaka ve kabuk elemanların kronolojik gelişimi	3
Tablo 2.2 : Üçgensel elemanlar için çeşitli nokta sayılarında Gauss İntegrasyonu.	11
Tablo 4.1 : (4.5) ifadesinde yer alan alt indislerin, düğüm noktası numarasına (i) göre aldıkları değerler	24
Tablo 4.2 : Kullanılan integrasyon nokta ve ağırlıkları.	26
Tablo 4.3 : (4.17) ve (4.18) ifadelerindeki indislerin düğüm noktası numarasına (i) göre aldıkları değerler	27
Tablo 6.1 : Malzeme Özellikleri	33
Tablo 6.2 : Karşılaştırma 1 sonuçları	33
Tablo 6.3 : Karşılaştırma 2 sonuçları	34
Tablo 6.4 : Karşılaştırma 3 sonuçları	35
Tablo 6.5 : 22 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar	37
Tablo 6.6 : 80 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar	37
Tablo 6.7 : 358 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar	37
Tablo 7.1 : Test parçasının malzeme özellikleri	41
Tablo 7.2 : İki Katmanlı Düz Parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçlar	46
Tablo 7.3 : Üç Katmanlı Düz Parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçlar	50
Tablo 7.4 : İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçlar	53

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : 3 düğüm noktalı düzgün üçgensel sonlu eleman	1
Şekil 2.1 : Kabuk elemanın yapısı	4
Şekil 2.2 : Global ve yerel koordinatlar	4
Şekil 2.3 : Üç düğüm noktalı düzgün üçgensel elemanın düğüm noktalarının numaralandırılması	7
Şekil 2.4 : Altı düğüm noktalı düzgün üçgensel elemanın düğüm noktalarının numaralandırılması	8
Şekil 2.5 : Delme serbestlik derecesi	9
Şekil 2.6 : Herhangi bir fonksiyonun altında kalan alanın hesaplanması	12
Şekil 3.1 : Kompozit malzemelerin üretim miktarları ve kullanım alanları.	13
Şekil 3.2 : Ana malzeme ve üzerine yapıştırılan sönüm özelliği yüksek malzemeden oluşan iki katmanlı yapı	15
Şekil 3.3 : Üç katmanlı sandviç yapı	15
Şekil 4.1 : Düzgün üçgensel eleman için oluşturulan kodun akış şeması	21
Şekil 4.2 : Delme Serbestlik Derecesi	23
Şekil 4.3 : Yerel koordinatları ile global koordinatlar arasındaki açılar	24
Şekil 4.4 : Yedi Noktalı Gauss İntegrasyonu	26
Şekil 5.1 : Birden Fazla Katmanlı Kompozit Eleman	29
Şekil 5.2 : Katmanlı Yapı için Geometrik Tanımlamalar	29
Şekil 6.1 : Test Yapısı	32
Şekil 6.2 : Analiz 1 Sonlu Elemanlar Ağı	33
Şekil 6.3 : Analiz 2 Sonlu Elemanlar Ağı	34
Şekil 6.4 : Analiz 3 Sonlu Elemanlar Ağı	35
Şekil 6.5 : Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (1. mod)	36
Şekil 6.6 : Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (2. mod)	36
Şekil 6.7 : Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (3. mod)	36
Şekil 7.1 : 1 ve 2 numaralı test parçalarının boyutları	40
Şekil 7.2 : (a) Üç katmanlı ve (b) İki katmanlı yapı	40
Şekil 7.3 : 3 ve 4 numaralı test parçalarının boyutları	40
Şekil 7.4 : Çelik (a) ve bitumen (b) katman	41
Şekil 7.5 : Test Ekipmanı	42
Şekil 7.6 : Nokta FTF	42
Şekil 7.7 : Çeşitli noktalardan alınmış FTF ölçümleri	43
Şekil 7.8 : Yapının Asılması	43
Şekil 7.9 : Test Yapısının Teorik modeli	44
Şekil 7.10 : Ölçüm noktaları	44

Şekil 7.11	:19 noktasından tahrik edilmiş, 1 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	45
Şekil 7.12	:19 noktasından tahrik edilmiş, 41 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	45
Şekil 7.13	: Deneysel ve teorik sonuçların doğal frekans ve mod şekli karşılaştırması	47
Şekil 7.14	: Teorik ve deneysel sonuçlara ait ilk 3 mod şekli	47
Şekil 7.15	: Üç Katmanlı Düz Parça İçin Teorik Model	49
Şekil 7.16	: Üç Katmanlı Düz Parça İçin Ölçüm Noktaları	49
Şekil 7.17	:14 noktasından tahrik edilmiş, 1 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	50
Şekil 7.18	:14 noktasından tahrik edilmiş, 24 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	50
Şekil 7.19	:Deneysel ve Teorik modellerin doğal frekans ve mod şekli karşılaştırması	51
Şekil 7.20	: İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Teorik Model	52
Şekil 7.21	: İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Deneysel Model	52
Şekil 7.22	:19 noktasından tahrik edilmiş, 12 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	53
Şekil 7.23	:19 noktasından tahrik edilmiş, 20 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF	53
Şekil 7.24	:İki katmanlı düz parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçların Doğal Frekans ve Mod Şekli Karşılaştırması:	54
Şekil 7.25	: Teorik ve deneysel olarak elde edilmiş mod şekilleri	54
Şekil A.1	: Altı düğüm noktalı kabuk eleman geometrisi [25]	63

SEMBOL LİSTESİ

av	: Kenar uzunluklarının ortalaması
B_m	: Membran eleman için B matrisi
B_b	: Plaka elemanın eğilme davranışı için B matrisi
B_s	: Plaka elemanın kayma davranışı için B matrisi
c	: Kayma düzeltme faktörü
$\cos \alpha_{ij}$	: İncelenen kenarın düzlem normalinin global yatay eksene (x) olan izdüşümü
D_m	: Membran eleman için D matrisi
D_b	: Plaka eleman eğilme davranışı için D matrisi
D_s	: Plaka elemanın kayma davranışı için D matrisi
E	: Elastiklik modülü
E^*	: Kompleks elastiklik modülü
$f(t)$	: Uygulanan yük vektörü
h_i	: i. katmanın orta düzleminin eleman taban yüzeyine olan uzaklığı
H_i	: i. katmanın üst düzleminin eleman taban yüzeyine olan uzaklığı
J	: Jacobi operatörü
K	: Direngenlik Matrisi
K_R	: Reel direngenlik matrisi
K_I	: İmajiner direngenlik matrisi
L	: Eleman kenarın uzunluğu
M	: Kütle matrisi
N_i	: İnterpolasyon (şekil) fonksiyonları
$N_{I,r}$	: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri
$N_{I,s}$	: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri
$R_{I,r}$	: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri
$R_{I,s}$	: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri
$\sin \alpha_{ij}$	: İncelenen kenarın düzlem normalinin, global dikey eksene (y) olan izdüşümü
t	: Kalınlık
u_n	: x-y düzlemindeki yer değiştirme
u_s	: Teğetsel yer değiştirme
U	: Maksimum gerinim enerjisi
X_{oi}	: Düğüm noktasının pozisyon vektörü
X_{ni}	: Düğüm noktasının normal vektörü
W	: Bir çevrimdeki enerji kaybı
W_i	: Ağırlık katsayısı
z_i	: Her bir katmanın nötr düzlemden olan uzaklığı
α_r	: r. modal koordinat
θ_{zi}	: i. düğüm noktasındaki dönme

ν	: Poisson Oranı
η	: Kayıp faktörü
w	: Tahrik frekansı
w_r	: r. modun doğal frekansı
$\Phi^{(r)}$	: Sönümsüz sistemin r. mod şekli vektörü
$\eta^{(r)}$	: r. modun sönüm faktörü
η_v	: Viskoelastik malzemenin, r. moddaki sönüm faktörü
ρ	: Yoğunluk
ζ	: Düzleme dik doğrultuda doğal koordinat [-1,+1]

SÖNÜM KABİLİYETİ OLAN SONLU ELEMAN GELİŞTİRİLMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, sönüm özelliği olan bir sonlu eleman geliştirilmesi amaçlanmıştır ve çalışma dört aşamadan oluşmaktadır. İlk kısımda, delme serbestlik derecesine sahip düzgün üçgensel bir kabuk sonlu eleman geliştirilmiş, ikinci aşamada ise bu elemana sönüm kabiliyeti eklenmiştir. Üçüncü aşamada, teorik modelleri oluşturulan sonlu elemanlar için direngenlik ve kütle matrislerini oluşturan bir bilgisayar kodu hazırlanmıştır. Son aşamada ise her iki eleman için de, kabuk olarak modellemeye uygun olarak seçilen test yapıları üzerinde yapılan doğal frekans analizi sonuçlarının analitik, deneysel ve benzer sonlu elemanlar çözücülerinin verdiği sonuçlar ile karşılaştırılması yapılmış ve sonuç olarak, tasarlanan elemanın geçerliliği irdelenmiştir. Delme serbestlik derecesine sahip olarak modellenmiş sonlu eleman ile oldukça iyi sonuçlar elde edilmiştir. Elastiklik modülünün kompleks kabul edilmesi yöntemiyle oluşturulan sönüm kabiliyetine sahip elemanın sonuçlarının da serbest katman sönümünü kabul edilebilir seviyede temsil edebildiği gözlenmiştir.

DEVELOPMENT OF A FINITE ELEMENT WITH DAMPING CAPABILITY

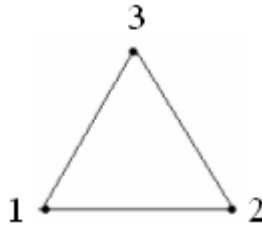
SUMMARY

In this study, the main aim is to develop a finite element with damping capability. The study has four stages. At the first stage, a triangular finite element with drilling degree of freedom was observed and at the next stage damping capability adapted to this element. Third stage is the programming for the formulations those observed for the finite elements discussed. At the last stage, natural frequency results of the elements developed were compared with the results of analytical, experimental and other solver programs' results. Element with drilling degree of freedom gave satisfactory results. The element with damping capability gave satisfactory results also for free layer damping.

1. GİRİŞ

Günümüzde teknoloji oldukça hızlı gelişmekte ve buna bağlı olarak yaşamımızın bir parçası olan her türlü makineden beklenen performans sürekli olarak artmaktadır. Titreşim ve gürültü kavramları makinenin performansını etkileyen önemli kriterlerdendir. Malzeme teknolojisi geliştikçe, makinelerdeki titreşim sorunlarının çözümü için alternatif yöntemler de ortaya çıkmıştır. Konvansiyonel malzemeler, sönüm kabiliyeti açısından oldukça zayıftırlar. Kompozit malzeme teknolojisinin gelişmesi ile yüksek sönüm özelliğine sahip malzemeler tasarlamak mümkün olmuştur. Kompozit malzemelerin en önemli avantajlarından biri, ihtiyaç duyulan uygulamaya göre malzeme tasarlanabilmesi olmuştur. Hedef uygulama için tasarlanan malzemenin modellenmesi, bu aşamada önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada, sönüm özelliğine sahip kabuk yapıların modellenmesi, direngenlik ve kütle matrislerinin oluşturulması amaçlanmaktadır. Birinci aşamada, üç düğüm noktalı- delme (drilling) serbestlik derecesine sahip, düzgün üçgensel bir kabuk elemanın (Şekil 1.1) sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesi amaçlanmıştır. İkinci aşamada, ise elde edilen bu kabuk elemana sönüm kabiliyeti eklenmesi hedeflenmiştir.



Şekil 1.1: 3 Düğüm Noktalı Düzgün Üçgensel Sonlu Eleman

İlk olarak, kabuk yapılar ve kompozit malzemeler hakkında bilgi verilmiş, daha sonra, tasarlanacak elemanlar için direngenlik ve kütle matrislerinin sonlu elemanlar yöntemiyle oluşturulmuş formülasyonları incelenmiş ve bu formülasyonlar kullanılarak sırasıyla; düzgün üçgensel kabuk eleman ve sönüm özelliğine sahip düzgün üçgensel kabuk eleman için direngenlik ve kütle matrislerini veren kod

Fortran programı yardımı ile oluşturulmuştur. Eleman matrislerini oluşturan bu kod, Fines programı içerisine entegre edilmiştir. Fines [1], yapıların belirlenen sınır şartları altında modal analizlerini gerçekleştiren ve tüm modal sonuçlarını oluşturan bir paket programdır. Geliştirilen sonlu elemanın, sönüm özelliği kuvvetli yapıların dinamik davranışını kabul edilebilir bir seviyede doğru temsil edebilmesi amaçlanmış ve kompleks elastiklik modülünün kullanılması yöntemi ile sonlu elemana sönüm kabiliyeti kazandırılmıştır. Bu elemanın doğruluğunu inceleyebilmek için çeşitli test yapıları hazırlanmış ve bu parçalar üzerinde modal test gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın son aşamasında ise, elde edilen elemanların doğal frekans analizi sonuçları ile analitik sonuçlar, diğer paket programlarda elde edilen sonuçlar ve deneysel sonuçlar karşılaştırılmış ve genel bir değerlendirme yapılmıştır.

2. KABUK YAPILAR

2.1 Giriş

Kabuk elemanlar, sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesi en zor problemler arasında yer almıştır. Yapısal mühendislik uygulamalarında sıkça kullanıldığı için temel bir problemidir ve üzerinde en çok çalışılan konulardan biridir.

İlk plaka eğilme elemanı 1961 yılında tanımlansa da kabuk elemanların analizi için uygun yapıya kavuşmaları 70’li yılların başında gerçekleşmiştir. Tablo 2.1’de plaka ve kabuk elemanların kronolojik gelişimi gösterilmiştir [2].

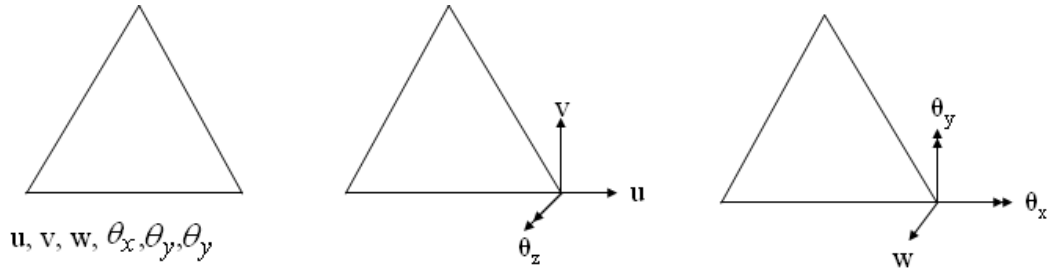
Tablo 2.1: Plaka ve Kabuk Elemanların Tarihsel Gelişimi

İlk Membran Eleman	1956
İlk Plaka Eğilme Elemanı	1961
Kirchoff Plaka Elemanları	1961-1970
Ayrık Kirchoff Plaka ve Kabuk Elemanları	1969
İlk Mindlin Kabuk Eleman (8 Düğüm Noktalı Dörtgensel)	1969
İndirgenmiş İntegrasyon	1971
4 Düğüm Noktalı Dörtgensel, 3 Düğüm Noktalı Üçgensel	1976-1982
9 Düğüm Noktalı Dörtgensel	1985-1990
Yüksek Mertebe Kabuk Elemanlar	1998

Membran elemanlar, sonlu elemanlar yöntemiyle ilk olarak 1956 yılında ifade edilebilmişlerdir. İlk plaka eğilme elemanı, Adini ve Clough [3] tarafından tanımlanmıştır. Bu eleman, dört köşeli ve her bir düğüm noktasında üç serbestlik derecesine sahip dörtgensel bir elemandır.

Plaka inceldikçe kayma rijitliği ile eğilme rijitliği arasında bir dengesizlik meydana gelir. Kayma rijitliğinin eğilme rijitliğine oranı oldukça artmaktadır. Bu durumla karşılaşmamak için 70’li yılların başında “İndirgenmiş İntegrasyon” tekniği geliştirilmiştir. Bu teknik oldukça yaygın olarak kullanılmıştır.

Kabuk yapıların geometrisi, orta düzlem ve her bir noktadaki kalınlığın belirtilmesiyle tanımlanır. Kabuk elemanlar, membran ve plaka olmak üzere iki bileşenden oluşur. Eleman yüzeyinin x-y düzlemine yerleştirildiğini kabul edersek, membran eleman x ve y doğrultularındaki düzlem içi ilerleme serbestlik dereceleri ile z doğrultusundaki düzlem normali etrafındaki dönme serbestlik derecesini içerir. Plaka eleman ise x ve y doğrultuları etrafındaki dönme ve z doğrultusundaki ilerleme serbestlik derecesini içerir. Şekil 2.1’de, düz ve üçgensel bir kabuk elemanın bileşenleri ve taşıdığı serbestlik dereceleri gösterilmiştir.



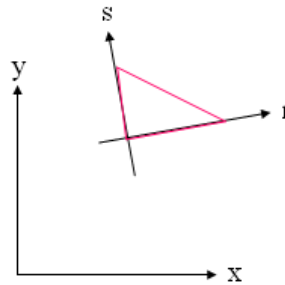
$$\text{Kabuk Eleman} = \text{Membran} + \text{Plaka}$$

Şekil 2.1: Kabuk Elemanın Yapısı

2.2. Kabuk Yapıların Sonlu Eleman Matrislerinin Formülasyonu

Sonlu elemanlar analizinin önemli aşamalarından biri sonlu eleman matrislerinin oluşturulmasıdır. Bu kısımda, tasarlanması düşünülen kabuk eleman için gerekli sonlu elemanlar formülasyonunun oluşturulması amaçlanmaktadır.

Eleman matrislerinin oluşturulmasında, direkt olarak global koordinatlarda çalışmak formülasyonları karmaşıktıracağından, öncelikle yerel koordinatlara (r,s) göre çalışmak daha sonra global koordinatlara geçiş yapmak daha uygun olacaktır (Şekil 2.2).



Şekil 2.2: Global ve Yerel Koordinatlar

Eleman formülasyonunun oluşturulmasında temel prosedür, eleman koordinatlarının ve eleman yer değiştirmelerinin eleman yerel koordinat sisteminde tanımlanan interpolasyonlar ile ifade edilmesidir. Bu koordinat sistemi, eleman boyutuna bağlı olarak bir, iki veya üç boyutlu olabilir. Her üç tip içinde eleman matrislerinin formülasyonu aynıdır. Bu formülasyonu en geniş hal yani üç boyut için yazacak olursak [4];

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) z_i \quad (2.1)$$

x, y ve z : Herhangi bir noktanın koordinatı

x_i, y_i, z_i : İlgili düğüm noktalarının global koordinatlardaki konumu

N_i : İnterpolasyon (şekil) fonksiyonları doğal koordinat sisteminde tanımlanmışlardır ve (-1,+1) değerlerine sahiptirler.

Bir veya iki boyutlu elemanlar üzerinde çalışıldığı durumda (2.1) ifadesinin ilgili kısımları alınır. Şekil fonksiyonunun önemli bir özelliği, sadece ilgili olduğu düğüm noktası üzerinde birim değer, diğer düğüm noktalarında ise sıfır değerini almasıdır. N_i i. düğüm noktası için birim, diğer düğüm noktaları için sıfır değerini alır [5]. Eleman yer değiştirmeleri de (2.1) ifadesindeki gibi interpolate edilebilir.

$$u = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) u_i, \quad v = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) v_i, \quad w = \sum_{i=1}^n N_i(r,s) w_i \quad (2.2)$$

u, v, w : Elemanın herhangi bir noktasının deplasmanları

u_i, v_i, w_i : İlgili düğüm noktasında meydana gelen deplasman

Direngenlik matrisinin oluşturulabilmesi için gerinim (strain) - deplasman transformasyon matrisinin hesaplanması gerekir. Eleman gerinimleri, eleman deplasmanlarının yerel koordinatlara göre türevi kullanılarak elde edilir. Çünkü, eleman deplasmanları, (2.2) ifadesi kullanılarak yerel koordinatlar ile ifade edilmiştir. x, y ve z türevleri ile r, s ve t türevleri arasında bir ilişki oluşturulmalıdır.

$$x=f_1(r,s,t), \quad y=f_2(r,s,t), \quad z=f_3(r,s,t) \quad (2.3)$$

Tersi de şu şekildedir,

$$r = f_4(x,y,z), \quad s = f_5(x,y,z), \quad t = f_6(x,y,z) \quad (2.4)$$

$\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ ve $\frac{\partial}{\partial z}$ türevlerine elde edilmek istenirse, zincir kuralı ile (2.5) ifadesi yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \quad (2.5)$$

$\frac{\partial}{\partial y}$ ve $\frac{\partial}{\partial z}$ için de benzer ifadeler geçerlidir. $\frac{\partial}{\partial x}$ ifadesinin hesaplanabilmesi için

$\frac{\partial r}{\partial x}$, $\frac{\partial s}{\partial x}$ ve $\frac{\partial t}{\partial x}$ ifadelerinin elde edilmesi gerekir. Zincir kuralı uygulanarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Matris notasyonu ile $\frac{\partial}{\partial r} = J \frac{\partial}{\partial x}$ olarak yazılır. (2.7)

J : Jacobi operatörü, doğal koordinat türevleri ile yerel koordinat türevlerini ilişkilendirir.

$$\frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2.8)$$

En genel halde direngenlik matrisi şu şekilde yazılabilir.

$$K = \int_v B^T DB dV \quad (2.9a)$$

B matrisinin elemanları r ve s yerel koordinatları şeklindedir. Bu sebeple hacim integrasyonu ve hacim diferansiyeli, dV , yerel koordinatlar cinsinden ifade edilir.

$$dV = \det J . dr . ds . dt \quad (2.9b)$$

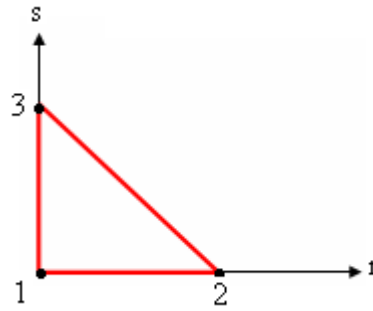
$\det J$: Jacobi matrisinin determinanı ve t : kalınlık

$$K = \int_v B^T C B \det J . dr . ds . dt \quad (2.10)$$

Üçgensel sonlu elemanlara ait şekil fonksiyonları (2.11) ve (2.12)'de verildiği gibidir. Bu çalışmada geliştirilen sonlu eleman 3 düğüm noktasına sahip olmasına rağmen, aşağıda hem 3 düğüm noktalı, hem de 6 düğüm noktalı üçgensel yapıdaki elemanlara ait şekil fonksiyonları verilmektedir. 6 düğüm noktalı elemana ait şekil fonksiyonları, delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile ilgili ifadelerde gerekmektedir. Bu şekil fonksiyonlarının kullanımına ileriki bölümlerde detaylı olarak değinilecektir. 3 düğüm noktalı eleman (Şekil 2.3) için şekil fonksiyonları ve şekil fonksiyonlarının yerel koordinatlara göre kısmi türevleri şu şekildedir [6].

$$\begin{array}{lll} N_1 = 1 - r - s & N_{1,r} = -1.0 & N_{1,s} = -1.0 \\ N_2 = r & N_{2,r} = 1.0 & N_{2,s} = 0.0 \\ N_3 = s & N_{3,r} = 0.0 & N_{3,s} = 1.0 \end{array} \quad (2.11)$$

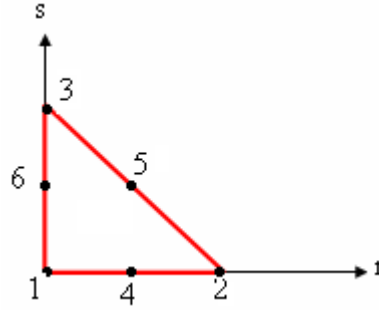
Yukarıdaki ifadelerde geçen N_i : i. düğüm noktası için şekil fonksiyonunu, $N_{i,r}$: i. düğüm noktasının r koordinatına göre kısmi türevini, $N_{i,s}$: i. düğüm noktasının s koordinatına göre kısmi türevini simgelemektedir.



Şekil 2.3: Üç Düğüm Noktalı Düzgün Üçgensel Elemanın Düğüm Noktalarının Numaralandırılması

Şekil 2.4'te gösterilen 6 düğüm noktalı üçgensel elemanın şekil fonksiyonları ve şekil fonksiyonlarının yerel koordinatlara göre kısmi türevleri de aşağıda verildiği gibidir.

$$\begin{array}{lll}
N_1 = (1-2r-2s)(1-r-s) & N_{1,r} = 4r+4s-1 & N_{1,s} = 4r+4s-1 \\
N_2 = r(2r-1) & N_{2,r} = 4r-1 & N_{2,s} = 0 \\
N_3 = s(2s-1) & N_{3,r} = 0 & N_{3,s} = 4s-1 \\
N_4 = 4r(1-r-s) & N_{4,r} = 4(1-s-2r) & N_{4,s} = -4r \\
N_5 = 4rs & N_{5,r} = 4s & N_{5,s} = 4r \\
N_6 = 4s(1-r-s) & N_{6,r} = -4s & N_{6,s} = 4(1-r-2s)
\end{array} \quad (2.12)$$

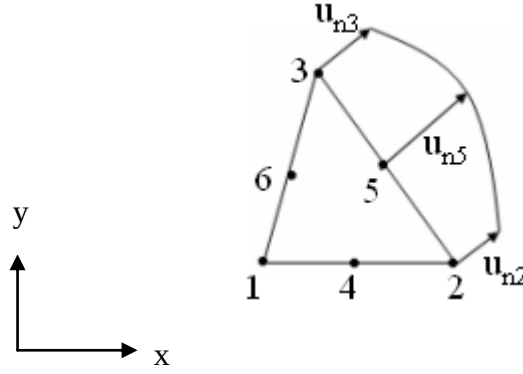


Şekil 2.4: Altı Düğüm Noktalı Düzgün Üçgensel Elemanın Düğüm Noktalarının Numaralandırılması

2.3 Delme Serbestlik Derecesi

Bir düzlem elemanda *delme serbestlik derecesi*, düzlem normal etrafındaki dönme serbestlik derecesidir. Delme serbestlik derecesinin en önemli avantajı orta ve köşe düğüm noktaları yerine sadece köşe düğüm noktalarının serbestlik derecelerini kullanarak tatmin edici sonuçlar elde edilebilmesidir [7]. En basit ifade ile, delme serbestlik derecesi kullanılarak düzlem elemanın her bir kenarındaki ilerleme serbestlik dereceleri kaldırılırken köşe düğüm noktalarına dönme yönünde serbestlik dereceleri eklenmektedir.

x-y düzlemindeki bir eleman için i . düğüm noktasında θ_{zi} bir delme serbestlik derecesidir. Orta noktasında düğüm noktası bulunan bir eleman, kenarı düzgün olarak yada parabolik olarak deforme olabilir. Şekil 2.5'te gösterildiği gibi, herhangi bir eleman kenarının orta noktasındaki düğüm noktasının ilerleme yönündeki serbestlik derecesi, köşelerdeki düğüm noktalarının ilerleme ve delme serbestlik derecesi cinsinden ifade edilebilir. Bu özellik, orta noktalardaki ilerlemenin köşe noktalardaki delme serbestliği ile ifade edilebilmesini sağlar.



Şekil 2.5: Delme Serbestlik Derecesi

Şekil 2.5'te görülen üçgensel elemanı inceleyelim. Kenara dik yönde ve x-y düzleminde ilerlemeyi u_n temsil ediyor ise, 5. düğüm noktasındaki ilerleme şu şekilde ifade edilebilir [8].

$$u_{n5} = \frac{1}{2}(u_{n2} + u_{n3}) + \frac{1}{8}(\theta_{z3} - \theta_{z2})L_{23} \quad (2.13)$$

θ_{z2} ve θ_{z3} : 2. ve 3. düğüm noktalarındaki dönme serbestlik derecesi

L_{23} : 2. ve 3. düğüm noktaları arasındaki kenarın uzunluğu

Kenar ortasındaki düğüm noktasındaki teğetsel deplasman yazılırsa,

$$u_{s5} = \frac{1}{2}(u_{s2} + u_{s3}) \quad (2.14)$$

Bu eşitlik şunu ifade eder;

Örneğin $u_{n2} = u_{n3} = 0$ ve $\theta_{z3} = -\theta_{z2} = \bar{\theta}$

2. ve 3. düğüm noktaları arasında kalan kenar, köşe düğüm noktalarındaki $\bar{\theta}$ dönmesi ve $u_{n5} = \bar{\theta} L_{23} / 4$ ilerlemesi ile parabolik bir şekilde yer değiştirir. $\theta_{z3} = \theta_{z2}$ olduğu durumda kenar düzgün kalır. (2.13) ve (2.14) ifadeleri diğer iki kenar içinde yazılabilir. Her bir kenar için yazılan bu ifadeler şekil fonksiyonlarına yerleştirildiğinde orta noktalardaki düğüm noktalarının serbestlik dereceleri köşe noktalardaki düğüm noktalarının delme serbestlik dereceleri ile ifade edilebilir.

Kabuk elemanların sonlu elemanlar analizinde delme serbestlik dereceleri kullanılmasının çeşitli faydaları vardır. Delme serbestlik derecesine sahip elemanlar,

aynı sayıda düğüm noktasına sahip elemanlar ile karşılaştırıldığında gözle görülür bir şekilde daha iyi sonuç vermektedir. Aynı geometriye sahip ikinci derece elemanlarla karşılaştırıldığında (örneğin: 3 düğüm noktalı delme serbestlik derecesine sahip düzgün üçgensel eleman ile 6 düğüm noktasına sahip ikinci derece eleman), daha az serbestlik derecesine sahip olmalarına rağmen kuadratik elemanın verdiği sonuçlar ile yarışabilecek performansta sonuçlar vermektedir [8]. Bu özellik, daha az serbestlik dereceli bir sonlu elemanlar ağı kullanarak kabul edilebilir sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

2.4 Kayma Düzeltmesi

Mindlin elemanlarının karakteristik bir özelliği, aşırı ince plakaların analizinde kötü sonuçlar vermesidir. Aşırı ince elemanlarda kayma rijitliğinin eğilme rijitliğine olan oranı oldukça artmaktadır. Fried [9,10], bu durumda kullanılmak üzere, eğilme ve kayma enerjileri arasında bir denge sağlayacak “c” , kayma düzeltme faktörünü önermiş ve ince plakalarda en iyi sonucu verecek “c” değerini çeşitli testler sonucu saptamıştır.

Analitik ve sonlu elemanlar düzeltmelerinde kullanılmak üzere yeni bir düzeltme faktörü [11]’de belirtildiği gibi şu şekilde önerilebilir.

$$\Phi = \frac{2}{2(1 - \nu)\left(\frac{t}{av}\right)^2} \quad (2.15)$$

$$fk = \frac{0.9\Phi}{1 + 0.9\Phi} \quad (2.16)$$

$$c = \frac{5}{6} fk \quad (2.17)$$

ν : poisson oranı

t : kalınlık

av = (kenar uzunlukları toplamı) / 3

Kayma düzeltme faktörünün, formülasyonlara nasıl dahil edildiğine bölüm 4.2’de değinilecektir.

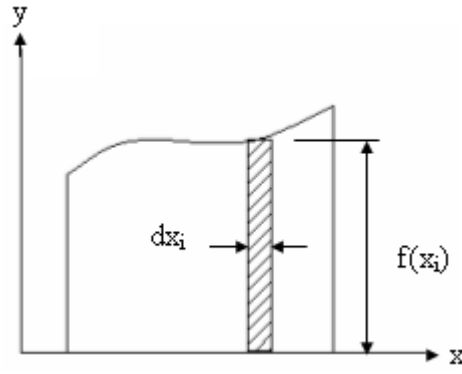
2.5 Gauss İntegrasyonu

Direngenlik ve kütle matrislerinin oluşturulmasında bahsi geçen formülasyonların, her bir elemanın tüm noktaları için hesaplanıp toplanması gerekmektedir. Gauss integrasyonu bu aşamada büyük önem kazanmaktadır. Eleman matrisi formülasyonlarının, eleman üzerinde seçilen belirli noktalar için yapılarak sonuca ulaşılması sağlanmaktadır. Böylece, seçilen az sayıda nokta ile tüm elemanı kabul edilebilir seviyede temsil edebilecek bir integrasyon elde edilmektedir. Üçgensel elemanlar için Tablo 2’de gösterildiği gibi çeşitli nokta sayılarında Gauss integrasyonları bulunmaktadır.

Tablo 2.2: Üçgensel Elemanlar için Çeşitli Nokta Sayılarında Gauss İntegrasyonu

İntegrasyon Derecesi	r	s	Ağırlık
1 Nokta	1/3	1/3	1
3 Nokta	2/3	1/6	1/3
	1/6	1/6	1/3
	1/6	2/3	1/3
7 Nokta	0	0	1/40
	1/2	0	1/15
	1	0	1/40
	1/2	1/2	1/15
	0	1	1/40
	0	1/2	1/15
	1/3	1/3	9/40

Şekil 2.6’da gösterilen fonksiyonun altında kalan alan, sonsuz sayıda alınan dikdörtgenlerin alanlarının toplamı olarak bulunabilir. Fonksiyonun bulunduğu aralıkta alınacak integral ile hesaplanacak bu alan, Gauss İntegrasyonu metodunun kullanılması ile bir toplama işlemine dönüştürülebilir. Gauss İntegrasyonu metodunda, fonksiyonun belirli noktalarındaki değerler ($f(x_i)$) alınır ve bu değerlerin toplamdaki ağırlığını yansıtacak şekilde seçilen ağırlık katsayılarıyla (W_i) çarpılarak toplanır ve sonuca ulaşılır (2.18).



Şekil 2.6: Herhangi Bir Fonksiyonun Altında Kalan Alanın Hesaplanması

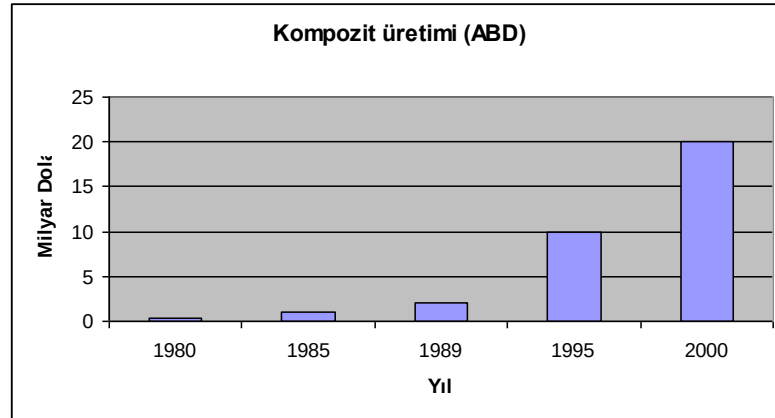
$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) dx \approx \sum_{i=1}^M f(x_i) W_i \quad (2.18)$$

3. KOMPOZİT YAPILAR

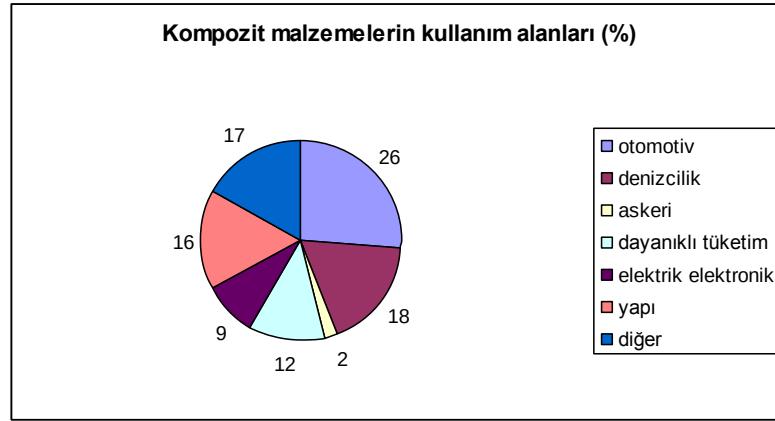
3.1 Giriş

Yapısal malzemeler; metaller, polimerler, seramikler ve kompozitler olmak üzere dört ana gruba ayrılır. Kompozit malzemeler iki yada daha fazla malzemenin birleşiminden meydana gelirler. Kompozit malzemelerin en önemli avantajı, içerdikleri malzemelerin mekanik özelliklerinden daha üstün özelliklere sahip olabilmeleridir.

Kompozit malzemelerin ilk olarak nerede ve ne zaman kullanıldığı sorusunun cevabı tam olarak biliniyor olmasa da Mısır ve İsrail bölgesinde ev yapımında saman ile güçlendirilmiş balçık kullanılması bilinen ilk örneklerdir. Zamanla, insanlar yapısal kompozit uygulamalarını geliştirmiş ve saman-balçık uygulamalarından çelik-beton uygulamalarına ilerlemişlerdir. Bir çok endüstride polimerler, cam ve grafit ile güçlendirilerek kullanılmaktadır. Kompozit malzeme uygulamalarındaki gelişmeler Şekil 3.1’de açıkça görülmektedir [12].



(a)



(b)

Şekil 3.1: Kompozit Malzemelerin (A) Yıllara Göre Üretim Miktarı
(B) Kullanım Alanları

Kompozit yapısal elemanlar, otomotiv, havacılık, denizcilik ve mimari alanlardaki bir çok uygulamada kullanılmaktadır. Bunların yanında günlük hayatta kullandığımız kayak, golf araçları, tenis racketleri gibi bir çok ürün kompozit malzemelerden üretilmektedir. Kompozit malzemelerin potansiyelini ilk keşfeden, bir çok teknolojik gelişime ön ayak olmuş olan askeri amaçlı teknoloji geliştiren merkezler olmuştur. Kompozit malzemeler ilk olarak askeri hava taşıtlarının yatay ve düşey stabilizörlerinde, kanat yüzeylerinde ve bir çok kontrol elemanında denenmiştir.

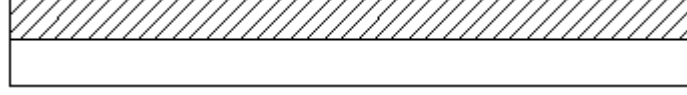
3.2 Kompozit Malzemelerde Sönüm

Yapılar ve makineler sürekli olarak daha yüksek performansta ve daha etkin çalışmaya zorlanmaktadırlar. Bunun sonucu olarak da makinelerdeki titreşim ve gürültü konusunun önemi giderek artmıştır ve sönüm etkisi önemli hesaplar arasında yer almıştır. Yapısal sönüm en genel anlamda, malzeme içerisindeki sürtünme etkisi ile titreşimsel enerjinin ısıya dönüştürülmesidir.

Tüm malzemeler bir miktar sönüm kabiliyetine sahiptir. Ancak, çoğu uygulamada kullanılan çelik, alüminyum, cam gibi malzemelerin iç sönümleri çok düşük düzeydedir. Bu malzemeleri, viskoelastik malzemeler gibi yüksek sönüm özelliğine sahip malzemeler ile birlikte kullanarak, var olan dinamik özelliklerini değiştirmek mümkündür.

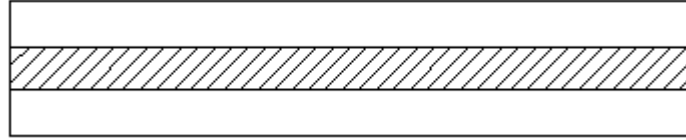
Serbest katman sönümü (Free Layer Damping), en basit uygulamalardan biridir [13]. Sönüm etkisi gösterecek malzeme, yapının yüzeyine kuvvetli bir yapıştırıcı ile

bağlanır. Şekil 3.2’te, iki katmanlı bir parça görülmektedir. Üst kısımda sönüm etkisine sahip malzeme ve alt kısımda ise temel yapı malzemesi gösterilmektedir. Sönüm miktarı, kullanılan sönüm malzemesinin kalınlığı ile doğru orantılı olarak değişmektedir. Sönüm malzemesinin davranışını sıcaklık ve frekanstan da etkilenmektedir.



Şekil 3.2: Ana Malzeme ve Üzerine Yapıştırılan Sönüm Özelliği Yüksek Malzemedan Oluşan İki Katmanlı Yapı

Kısıtlı katman sönümü (Constrained Layer Damping), genellikle çok rijit yapılar için kullanılır [13]. Sandviç yapı, temel malzemeye sönüm özelliği kuvvetli katmanın eklenmesi ve üzerine de temel malzemedan bir katman daha eklenmesi ile meydana gelir (Şekil 3.3). Böylece sönüm özelliği kuvvetli malzeme iki tarafından temel malzeme ile kaplanmış olur. Sönüm malzemesinin arada kalmasının bir başka getirisi ise bu malzemenin dış etkenlerden daha az etkilenerek yapısının bozulmasının engellenmesidir.



Şekil 3.3: Üç Katmanlı Sandviç Yapı

Sandviç yapılarda, sönüm özelliği kuvvetli malzeme, 2 metalik yapı arasına konulur ve yapıştırılır. Eğilme titreşimleri, merkez düzlem civarında kayma gerinimleri oluşturur ve bu sayede bir miktar enerji yutularak titreşimlerin seviyesinde azalma sağlanır. Kayma davranışı, merkez bölgedeki en önemli enerji yutucu olarak kabul edilir ve merkez katmanın kayma modülü kompleks kabul edilir.

Sönüm özelliğine sahip malzemenin, yapının sadece belli bölgelerine de eklenerek tatmin edici sonuçlar elde edildiği bilinmektedir. Bu yöntemle, önemli ölçüde maliyet indirimi sağlanmıştır.

3.3 Sonlu Elemanlar Uygulamaları

Sonlu elemanlar metodu ile sönüm üzerine yapılan çalışmalarda başlıca üç yaklaşım uygulanmaktadır [14]. Bu yaklaşımlar; kompleks özdeğer metodu, direkt frekans cevabı metodu ve modal gerinim enerji metodudur.

3.3.1 Kompleks Özdeğer Metodu

En genel şekilde hareket denklemi şu şekilde ifade edilebilir.

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = f(t) \quad (3.1)$$

M, C, K : sırasıyla kütle, sönüm ve direngenlik matrisleri

$\ddot{x}, \dot{x}, x$: ivme, hız ve deplasman vektörleri

$f(t)$: uygulanan yük vektörüdür.

Özdeğer ve özvektörler kompleks yapıdadır. Kompleks özdeğer probleminin iki dezavantajı mevcuttur. İlk olarak, daha masraflı bir yöntemdir. Sönümsüz sisteme ait çözümün yaklaşık üç katı maliyetlidir. Bu konudaki diğer bir sonlu elemanlar yaklaşımı ise (3.1) ifadesindeki $C \dot{x}$ ifadesinin kaldırılarak, K matrisinin kompleks bir yapıya sokulmasıdır. Kompleks yapıda bir K matrisi tanımlanmasını, Gounaris [15] şu şekilde açıklamıştır.

Sönümsüz bir sistemin hareket denklemleri yazılacak olursa;

$$[M] \ddot{\{q\}} + [K] \{q\} = f \quad (3.2)$$

Bu ifadedeki K, kompleks direngenlik matrisidir. $\{f\}$ ve $\{q\}$ sırasıyla düğüm noktasal yük ve deplasman vektörleridir.

$$[K] = E^* [K_o] \quad (3.3)$$

$[K_o]$ geometrik direngenlik matrisi, E^* ise kompleks elastiklik modülüdür.

$$E^* = (1 + i\eta)E \quad (3.4)$$

(3.4) ifadesini kullanılarak, (3.2) ifadesi şu hale getirilebilir.

$$[(1 + i\eta)E[K_o] - \omega^2[M]]\{q_o\} = \{f_o\} \quad (3.5)$$

(3.5) ifadesindeki $\{f_o\}$ ve $\{q_o\}$ sırasıyla tahrik ve cevabın genlikleri ve $i = \sqrt{-1}$ 'dir. $\{q_o\}$ genlik vektörü komplekstir, bu sebeple yapının doğal frekanslarını tanımlamak için kompleks özdeğer problemi tanımlanmalıdır. (3.5) ifadesindeki reel ve imajiner kısımların ayrılmasıyla (3.6) ifadesinde verilen sistem oluşturulabilir.

$$([S_R] + i[S_I])(\{q_{or}\} + i\{q_{ol}\}) = \{f_o\} \quad (3.6)$$

R ve I alt indisleri sırası ile reel ve imajiner kısımları simgelemektedir ve dinamik matrisin bileşenleri şu şekildedir.

$$[S_R] = E[K_o] - \omega^2[M] = [K] - \omega^2[M] \quad (3.7)$$

$$[S_I] = \eta E[K_o] = \eta[K] \quad (3.8)$$

(3.6) ifadesinin her iki tarafının [D] matrisinin eşleniği ile çarpılıp reel ile imajiner kısımlar ayrılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$([S_R][S_R] + [S_I][S_I])\{q_{or}\} = [S_R]\{f_o\} \quad (3.9)$$

$$([S_R][S_R] + [S_I][S_I])\{q_{ol}\} = -[S_I]\{f_o\} \quad (3.10)$$

Elde edilen bu ifadeler, kompleks öz değer probleminin, sonlu elemanlar metodu ile ifade edilmesini tariflemektedir. Uygun kompleks özdeğer ve ilgili özvektörler ile standart lineer çözüm metodu kullanılarak sonuçlar elde edilebilir.

Yapısal sönüm, daha önce de bahsedildiği gibi malzemenin iç sürtünmesinden kaynaklanmaktadır. Yapılardaki sönümü ifade etmenin bir ölçüsü de kayıp faktörüdür. Kayıp faktörü şu şekilde ifade edilebilir.

$$\eta = \frac{W}{2\pi U} \quad (3.11)$$

(3.11) ifadesinde W, bir çevrimdeki enerji kaybını, U ise maximum gerinim enerjisini ifade etmektedir.

3.3.2 Direkt Frekans Cevabı Metodu

Eğer yapı üzerine uygulanan yük zamana bağlı olarak harmonik bir şekilde değişiyorsa yapıdaki enerji kaybı, malzeme verilerinin, frekansın ve sıcaklığın bir fonksiyonu olan kompleks bir yapıdadır. Eğer yapı lineer ise, tahrik edilen frekanstaki cevabı harmonik olacaktır ve hareket denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$[-M\omega^2 + K_R(\omega) + iK_I(\omega)]q(\omega) = f(\omega) \quad (3.12)$$

K_R ve K_I : sırasıyla reel ve imajiner direngenlik matrisleridir.

ω : tahrik frekansı

f ve q : sırasıyla düğüm noktasal yük ve deplasman vektörleri.

Direkt Frekans Cevabı Metodunun bir çok dezavantajı bulunmaktadır. Bu metodun maliyeti yüksektir. Çünkü genel harmonik çözüm yer değiştirme empedans matrisinin her frekans değeri için tekrar hesaplanmasını, bileşenlerine ayrılmasını ve saklanmasını gerektirmektedir.

3.3.3. Modal Gerinim Enerji Metodu

Bu yaklaşımda, sönüm özellikli yapı, sönümsüz yapıya ait titreşim biçimleri ile ifade edilebilir. Hareketin modal ifadelerine, sönüm ile ilgili uygun terimler eklenir.

$$\ddot{\alpha}_r + \eta^{(r)} \dot{\alpha}_r + \omega_r^2 \alpha_r = f_r(t) \quad (3.13)$$

$$x = \sum \Phi^{(r)} \alpha_r(t) \quad r=1,2,3\dots \quad (3.14)$$

α_r : r. modal koordinat

ω_r : r. modun doğal frekansı (radyan)

$\Phi^{(r)}$: sönümsüz sistemin r. mod şekli vektörü

$\eta^{(r)}$: r. modun sönüm faktörü

Modal sönüm faktörleri, sönümsüz mod şekilleri ve malzeme sönüm faktörleri kullanılarak her bir yapı için hesaplanmaktadır. Bu yaklaşım, ilk olarak Kerwin ve Ungar [16] tarafından 1962 yılında önerilmiştir. Sonlu elemanlar metodu uygulaması

ise Rogers [17] ve Medaglia [18] tarafından yapılmıştır. Bu durumda modal sönüm faktörü şu şekilde hesaplanabilir.

$$\eta^{(r)} = \eta_v^{(r)} [V_v^{(r)} / V^{(r)}] \quad (3.15)$$

η_v : viskoelastik malzemenin, r. moddaki sönüm faktörü

$[V_v^{(r)} / V^{(r)}]$: yapı r. doğal frekansında titreşirken merkez katmanın gerinim enerjisinin toplam enerjiye oranı

4. DÜZGÜN ÜÇGENSEL KABUK ELEMAN MATRİSLERİNİN OLUŞTURULMASI

4.1 Giriş

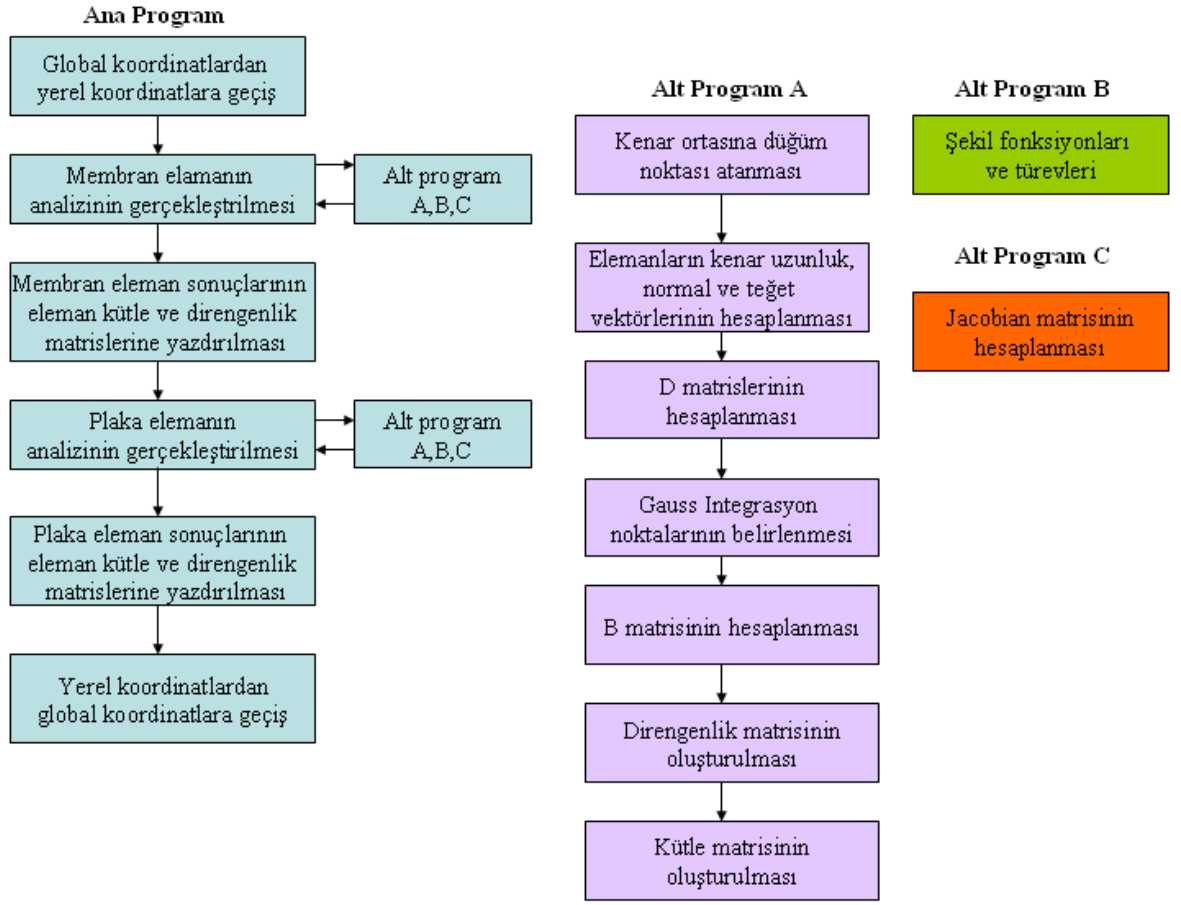
Bu bölümde, tasarlanan sonlu elemanın (3SHL03) direngenlik ve kütle matrislerini oluşturan ifadeler incelenecektir. Tasarlanan sonlu eleman, üç düğüm noktalı, delme serbestlik derecesine sahip düzgün üçgenel kabuk elemandır. Bu çalışmanın ilk aşamasında, daha önceki bölümlerde bahsedilmiş olan delme serbestlik derecesinin eklenmesiyle, her bir düğüm noktasında 3 yönde ilerleme ve 3 yönde dönme olmak üzere toplam 6 serbestlik derecesine sahip üç düğüm noktalı bir sonlu eleman elde edilmesi amaçlanmıştır.

Daha önce belirtildiği üzere direkt olarak global koordinat sisteminde çalışmak, beraberinde oldukça karmaşık ifadeler getirecektir. Bu sebeple, öncelikle yerel koordinat sisteminde çalışılır ve elde edilen sonuçlar daha sonra global koordinat sistemine aktarılır. Kabuk yapı, membran ve plaka kısımların birleşimi olarak modellenmiştir.

Daha önce bahsedildiği gibi, kabuk yapıyı oluşturan bileşenlerden olan membran yapının sahip olduğu serbestlik dereceleri (eleman yüzeyi x-y düzleminde ise) x ve y yönündeki ilerlemeler ile düzlem normali doğrultusu etrafındaki dönme serbestlik derecesidir (Şekil 2.1). Kabuk yapının, plaka ile tariflenen bileşeni ise z yönünde ilerleme ve x ile y doğrultuları etrafındaki dönme serbestlik derecelerine sahiptir. Membran ve plaka kısım için yapılan hesaplar sonrası oluşturulan direngenlik ve kütle matrisi yerel koordinatlardan global koordinatlara aktarılmıştır.

Oluşturulan kodun akış şeması Şekil 4.1’de gösterildiği gibidir. Bu akış şemasında ilk kısımda görülen işlemler ana program içerisinde gerçekleşmekte, ardından gelen değişik renkteki kutucuklar ana programa ait alt programlar içerisinde yapılan işlemleri göstermektedir. Ana program içerisinde meydana getirilen eleman matrislerine ait bileşenler, A alt programı içerisinde oluşturulur. Ardından gelen, B

alt programı şekil fonksiyonları ve türevlerini taşır. En son olarak C alt programı ise jacobian matrislerini hesaplar.



Şekil 4.1: Düzgün Üçgensel Eleman İçin Oluşturulan Kodun Akış Şeması

4.2 Direngenlik Matrislerinin Oluşturulması

Bölüm 2’de de bahsedildiği gibi, direngenlik matrisinin en genel yapısı şu şekildedir.

$$K = \int B^T DBdV \quad (4.1)$$

Kabuk elemanın membran ve plaka kısımlardan oluştuğundan daha önce bahsedilmişti. B ve D matrisleri de membran ve plaka kısım için farklılıklar göstermektedir. Bu sebeple bundan sonraki aşamada, membran kısım ile ilgili olan matrisler için m alt indisi kullanılacaktır (B_m , D_m). Plaka kısım ise hem eğilme hem de kayma davranışını temsil ettiğinden, plaka kısımda eğilme ile ilgili ifadelerde b, kayma ile ilgili ifadelerde ise s alt indisi kullanılacaktır (B_b , D_b , B_s , D_s).

4.2.1 Membran Kısım için Direngenlik Matrisinin Oluşturulması

Tasarlanan sonlu elemanın en önemli özelliğinin, delme serbestlik derecesinin eklenmesi olduğundan bahsedilmişti. Delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile ilgili ifadeler, membran elemanın matrislerinde yer bulmaktadır. Membran elemana ait direngenlik matrisinin ifadesi şu şekildedir [19].

$$K = \int [B_m \quad G]^T D_m [B_m \quad G] dV \quad (4.2)$$

B_m ve D_m matrisleri sırasıyla şekil fonksiyonlarının türevlerini ve malzeme bilgilerini taşımaktadır. G matrisi ise delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile gelmektedir. (4.2) ifadesi incelenirse, G matrisinin, B_m matrisinin üçüncü bir sütunu gibi kabul edilebileceği görülebilir. (4.2) ifadesinde bahsi geçen matrislerin içerikleri aşağıdaki gibidir.

$$B_m = \begin{bmatrix} N_{I,r} & 0 \\ 0 & N_{I,s} \\ N_{I,s} & N_{I,r} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$D_m = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$G = 1/8 \begin{bmatrix} (l_{ij} \cos \alpha_{ij} R_{l,r} - l_{ik} \cos \alpha_{ik} R_{m,r}) \\ (l_{ij} \sin \alpha_{ij} R_{l,s} - l_{ik} \cos \alpha_{ik} R_{m,s}) \\ (l_{ij} \cos \alpha_{ij} R_{l,s} - l_{ik} \cos \alpha_{ik} R_{m,s}) + (l_{ij} \sin \alpha_{ij} R_{l,r} - l_{ik} \sin \alpha_{ik} R_{m,r}) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

(4.3), (4.4) içerisindeki terimlerin açıklamaları şu şekildedir,

$N_{I,r}$: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri

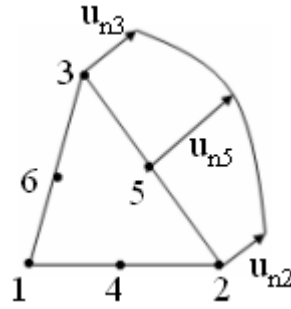
$N_{I,s}$: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri

E : Elastiklik modülü

ν : Poisson oranı

G matrisinin içerisindeki terimleri açıklamadan önce, kodun bu aşamasında delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile ilgili nasıl bir işlem yürütüldüğünü inceleyelim. Belirtildiği gibi, sonlu bir elemanda köşe düğüm noktaların orta konumunda bulunan bir noktanın yer değiştirmesi, köşe noktadaki yer değiştirme ve dönme cinsinden

ifade edilebilmektedir. Üzerinde analiz yapılacak geometriye ait sonlu elemanlar ağı, bu çalışmada tasarlanan 3 düğüm noktalı 3SHL03 elemanı (3SHL03, geliştirilen elemanın Fines programı içerisindeki ismidir) kullanılarak modellenir. Ancak çözüm sırasında, delme serbestlik derecesinin eklenmesi işlemleri gereği elemanın köşe noktalarının orta noktasına Şekil 4.2’de gösterildiği gibi 4, 5 ve 6 numaralı olarak görülen birer düğüm noktası daha atanır. Eleman kenarları doğrusal olduğundan, orta noktalara atanan düğüm noktalarının yeri köşe düğüm noktalarının geometrik olarak ortası olarak hesaplanabilir. Bu noktalar için elde edilen yer değiştirmeler, delme serbestlik derecesi ifadeleri yardımıyla köşe noktalara ilerleme ve dönme olarak aktarılır ve analiz sonrasında 4, 5 ve 6 numaralı noktalar tekrar ortadan kalkar. İşlem sonucunda matris boyutları 3 düğüm noktalı bir elemanınki ile aynıdır. Ancak 3 düğüm noktalı elemandan daha fazla bilgi içermektedir.



Şekil 4.2: Delme Serbestlik Derecesi

G matrisinde yer alan terimler şu şekildedir.

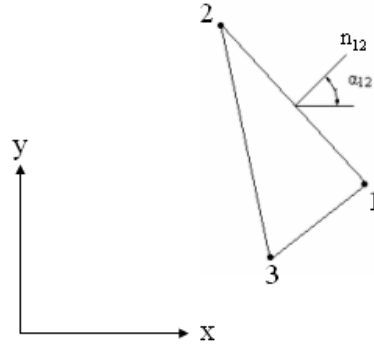
$R_{I,r}$: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri

$R_{I,s}$: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri

$\cos \alpha_{ij}$: İncelenen kenarın düzlem normalinin global yatay eksene (x) olan izdüşümü

$\sin \alpha_{ij}$: İncelenen kenarın düzlem normalinin global dikey eksene (y) olan izdüşümü

Yukarıda belirtilen açılar, Şekil 4.3’te gösterildiği gibidir.



Şekil 4.3: Yerel Koordinatları ile Global Koordinatlar Arasındaki Açılar

İfadeler içerisinde geçen alt indislerin eşiti, incelenen düğüm noktasına (i) göre tablo 4.1’de gösterildiği gibidir.

Tablo 4.1: (4.5) İfadesinde Yer Alan Alt İndislerin, Düğüm Noktası Numarasına (İ) Göre Aldıkları Değerler

i	m	l	k	j
1	4	6	2	3
2	5	4	3	1
3	6	5	1	2

4.2.2 Plaka kısım için direngenlik matrisinin oluşturulması

Plaka kısmın, eğilme ve kayma davranışını temsil ettiğinden bahsedilmiştir. Plaka kısım için direngenlik matrisinin yapısı, [11] ve [20]’da belirtildiği gibi şu şekildedir.

$$K = \int (B_b^T D_b B_b + B_s^T D_s B_s) dV \quad (4.6)$$

Plaka elemana ait (4.6) ifadesinde verilen direngenlik matrisinin bileşenlerini açık olarak yazarsak,

$$B_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N_{i,r} \\ 0 & N_{i,s} & 0 \\ 0 & N_{i,r} & -N_{i,s} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$D_b = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$B_s = \begin{bmatrix} N_{i,r} & F & G + N_i \\ N_{i,s} & H + N_i & L \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

(4.9) ifadesi boyut olarak büyük olduğundan bazı ifadeler A , Y , S_a ve F şeklinde kısaltılarak yazılmıştır. Bu ifadelerin açılımları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$A = \frac{1}{8} [R_{m,r} \cdot l_{ik} \cdot \cos \alpha_{ik} - R_{l,r} \cdot l_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij}] \quad (4.10)$$

$$Y = \frac{1}{8} [R_{m,r} \cdot l_{ik} \cdot \sin \alpha_{ik} - R_{l,r} \cdot l_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij}] \quad (4.11)$$

$$S_a = \frac{1}{8} [R_{m,s} \cdot l_{ik} \cdot \cos \alpha_{ik} - R_{l,s} \cdot l_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij}] \quad (4.12)$$

$$F = \frac{1}{8} [R_{m,s} \cdot l_{ik} \cdot \sin \alpha_{ik} - R_{l,s} \cdot l_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij}] \quad (4.13)$$

$$D_s = \frac{Etc}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

(5.6) ile (5.14) arasındaki ifadelerde yer alan terimlerin açıklamaları şu şekildedir.

$N_{I,r}$: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri

$N_{I,s}$: 3 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri

E : Elastiklik modülü

ν : poisson oranı

t : kalınlık

$R_{I,r}$: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının r koordinatına göre türevleri

$R_{I,s}$: 6 düğüm noktalı durum için, şekil fonksiyonlarının s koordinatına göre türevleri

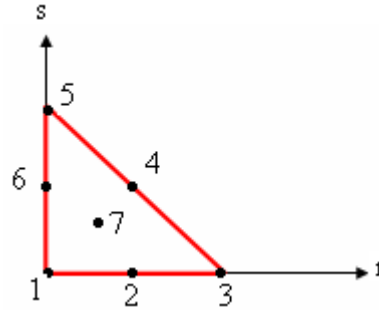
c : Kayma düzeltme faktörü

Direngenlik ve kütle matrisleri ile ilgili işlemler her bir integrasyon noktasında hesaplanmaktadır. 2. bölümde Gauss integrasyon noktaları hakkında bilgi verilmişti.

Bu çalışmada Şekil 4.4'te gösterilen, 7 noktalı Gauss integrasyonu kullanılmıştır. İntegrasyon noktaları ve her bir noktanın ağırlığı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.2: Kullanılan İntegrasyon Nokta ve Ağırlıkları

Nokta numarası	r	s	Ağırlık
1	0.0	0.0	1.0/40.0
2	0.5	0.0	1.0/15.0
3	1.0	0.0	1.0/40.0
4	0.5	0.5	1.0/15.0
5	0.0	1.0	1.0/40.0
6	0.0	0.5	1.0/15.0
7	1.0/3.0	1.0/3.0	9.0/40.0



Şekil 4.4: Yedi Noktalı Gauss İntegrasyonu

4.3 Kütle Matrislerinin Oluşturulması

Membran ve plaka kısım için kütle matrisleri sırası ile şu şekildedir ([11] ve [20]).

$$M_m = \int \rho N^T N dV \quad (4.15)$$

$$M_p = \int \rho t \begin{bmatrix} [N]^t [N] & [N]^t [N_x] & [N]^t [N_y] \\ [N]^t [N_x] & [N_x]^t [N_x] + \frac{1}{12} t^2 [N]^t [N] & [N_x]^t [N_y] \\ [N]^t [N_y] & [N_x]^t [N_y] & [N_y]^t [N_y] + \frac{1}{12} t^2 [N]^t [N] \end{bmatrix} dA \quad (4.16)$$

Plaka eleman için yazılan kütle matrisi ifadesinin içerisinde kısaltma yapmak için yazılan terimlerin açılımları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$N_x = \frac{1}{8} (N_{sn} l_{sk} \cos \alpha_{sk} - N_{on} l_{ok} \cos \alpha_{ok}) \quad (4.17)$$

$$N_y = \frac{1}{8} (N_{sn} l_{sk} \sin \alpha_{sk} - N_{on} l_{ok} \sin \alpha_{ok}) \quad (4.18)$$

(4.17) ve (4.18) ifadelerinde geçen alt indislerin düğüm noktası numarasına (i) göre değişimi tablo 4.3'te gösterildiği gibidir.

Tablo 4.3: (4.17) ve (4.18) İfadelerindeki İndislerin Düğüm Noktası Numarası (i) Göre Aldıkları Değerler

i	sn	on	sk	ok
1	4	6	1	3
2	5	4	2	1
3	6	5	3	2

5. SÖNÜM KABİLİYETİNE SAHİP ÜÇGENSEL ELEMANIN DİRENGENLİK VE KÜTLE MATRİSLERİNİN OLUŞTURULMASI

5.1 Giriş

Çalışmanın bu aşamasında, daha önceki bölümde tasarlanan üçgenel kabuk elemana (3SHL03) sönüm özelliği eklenerek, sönüm kabiliyetine sahip üçgenel bir kabuk elemanın (3MIC03) geliştirilmesi amaçlanmıştır. 3. bölümde yapısal sönümün ifade edilme yöntemlerinden bahsedilmişti. Bu çalışmada, kompleks elastiklik modülü kullanılarak sönüm özelliği eklenmesi düşünülmüştür. Elastiklik modülü (5.1) ifadesinde görülebildiği gibi kompleks olarak tanımlanmıştır [21].

$$E^* = E(1 + j\eta) \quad (5.1)$$

E : Elastiklik modülü

η : sönüm faktörü

$$j = \sqrt{-1}$$

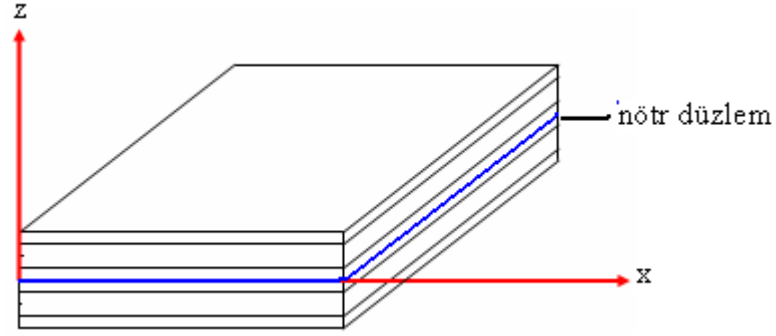
Yukarıdaki ifadede geçen sönüm faktörü,

$$\eta = \frac{W}{2\pi U} \quad (5.2)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadede W , bir çevrimde kaybolan enerjiyi, U ise maksimum gerinim enerjisini temsil etmektedir. Kompleks elastiklik modülünün kullanılması ile direngenlik matrisi de kompleks bir yapıya sahip olur.

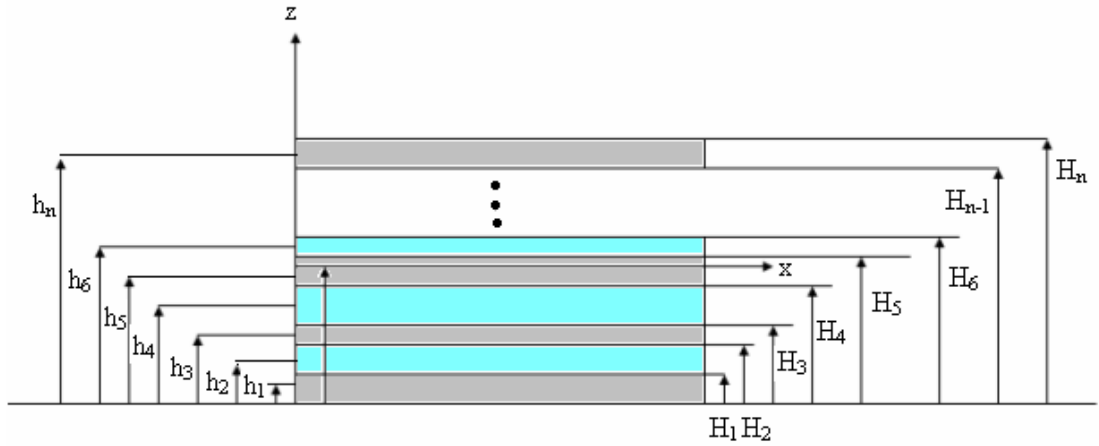
5.2 Birden Fazla Katmana Sahip Kompozit Eleman

Birden fazla katmana sahip yapıların modellenmesinde [21]'de önerilen yöntem uygulanmıştır.



Şekil 5.1: Birden Fazla Katmanlı Kompozit Eleman

Şekil 5.1’de görüldüğü gibi elemanın nötr düzlemi x-y düzleminde ve z doğrultusu eleman normalindedir. Kompozit ve çok katmanlı elemanlarda her bir katmanın kalınlık ve malzeme özellikleri gibi bilgilerine sahip olunması gerekir. Şekil 5.2’de verilen ilişkiler incelenecek olursa, her bir katmanın kalınlığı ve orta düzlem uzaklıkları şu şekilde elde edilebilir.



Şekil 5.2: Katmanlı Yapı için Geometrik Tanımlamalar

$$t_i = H_i - H_{i-1} \quad (5.3)$$

$$h_i = 0.5 \cdot (H_i + H_{i-1}) \quad (5.4)$$

Nötr düzlem ile taban düzlemi arasındaki uzaklık şu şekilde elde edilebilir.

$$h = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_i (H_i^2 - H_{i-1}^2)}{\sum_{i=1}^n E_i t_i} \quad (5.5)$$

Her bir katmanın nötr düzlemden olan uzaklığı ise,

$$z_i = h_i - h \quad (5.6)$$

olarak bulunabilir.

Geometrik tanımlamalar yapıldıktan sonra, direngenlik ve kütle matrislerinin oluşturulmasına geçilebilir. Her bir katmana ait direngenlik ve kütle matrisi ayrı ayrı ve geometrik konum sanki nötr düzlemdeymiş gibi hesaplanır. Daha sonra bu matrisler yukarıda bulunan z uzaklıkları yardımı ile gerçek konumlarına taşınırlar. Bu işlem, düğüm noktasal deplasman ve kuvvetlerin, nötr düzlem ve gerçek konumları arasındaki ilişkileri kullanılarak gerçekleştirilir. Bu ifade, matris formunda şu şekilde tarif edilebilir,

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \Theta_{xi} \\ \Theta_{yi} \\ \Theta_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -z_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o \\ v_o \\ w_o \\ \Theta_{xo} \\ \Theta_{yo} \\ \Theta_{zo} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} u_o \\ v_o \\ w_o \\ \Theta_{xo} \\ \Theta_{yo} \\ \Theta_{zo} \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

i ve o alt indisleri, sırasıyla i . katman ve nötr düzlemi ifade etmektedir. Dolayısı ile nötr düzlemde oluşturulan direngenlik ve kütle matrislerinin kendi geometrik koordinatlarına aktarılması şu şekilde gerçekleşmektedir.

$$[K_{si}^*] = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix}^T [k_{si}^*] \quad \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (5.8.a)$$

$$[M_{si}] = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix}^T [m_{si}] \quad \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (5.8.b)$$

Sonuç olarak, elemanın direngenlik ve kütle matrisleri, her bir katmanın direngenlik ve kütle matrislerini içeren bir toplama işlemi ile elde edilir.

$$\left[K_c^* \right] = \sum_{i=1}^n \left[K_{si}^* \right] \quad (5.9)$$

$$\left[M_c \right] = \sum_{i=1}^n \left[M_{si} \right] \quad (5.10)$$

c alt indisi, “kompozit kabuk” anlamında kullanılmıştır.

Daha sonra bu eleman matrisleri global koordinatlara aktarılır ve sistemin doğal frekansları standart bir özdeğer problemi olarak çözülebilir.

$$\left(\left[K^* \right] - \lambda^2 \left[M \right] \right) \{ X \} = \{ 0 \} \quad (5.11)$$

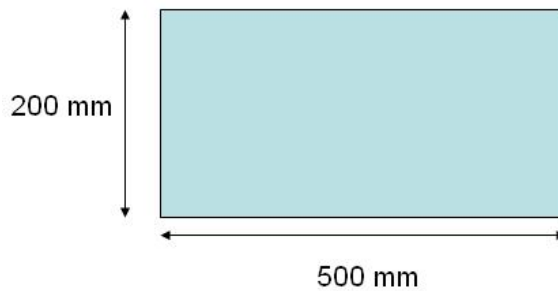
6. ELEMAN SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

6.1 Giriş

Bu aşamada, geliştirilen delme serbestlik derecesine sahip üçgensel 3SHL03 elemanın geçerliliğinin test edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, seçilen bir test elemanın analitik olarak hesaplanmış doğal frekansları ile 3SHL03 elemanında elde edilen doğal frekans sonuçları ve sonlu elemanlar analizlerinde yaygın olarak kullanılmakta olan Abaqus ve Nastran programlarından elde edilen doğal frekans analizi sonuçları karşılaştırılmıştır. Değişik sayıda elemana sahip 3 ayrı sonlu elemanlar ağı oluşturulmuştur. Buradaki amaç, geliştirilen elemanın seyrek ve sık ağ yapılarındaki davranışının ne kadar farklılaştığının incelenmesidir. Oluşturulan ağ yapıları aynen Abaqus ve Nastran'a aktarılmıştır. Yani, analizlerde kullanılan düğüm noktalarının koordinatları, elemanların geometrik konumları ve dereceleri tamamen aynıdır.

6.2 3SHL03 Elemanı İçin Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması

Şekil 6.1'de verilen geometriye ve Tablo 6.1'de verilen malzeme özelliklerine sahip parçanın Fines içerisine gömülmüş 3SHL03 elemanı, Abaqus ve Nastran çözümleri, aynı sonlu elemanlar çözüm ağı kullanılarak yapılmış ve [22]'de verilen analitik olarak elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Analizler serbest-serbest sınır şartı altında gerçekleştirilmiştir.



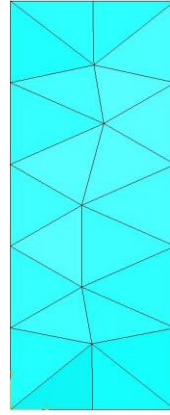
Şekil 6.1: Test Yapısı

Tablo 6.1: Malzeme Özellikleri

Elastiklik modülü	$70 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$
Yoğunluk	$2.0 \cdot 10^{-9} \text{ ton/mm}^3$
Kalınlık	2 mm
Poisson Oranı	0.3

6.2.1 Karşılaştırma 1

Yapılan ilk analizde test yapısı 22 elemandan oluşan bir sonlu elemanlar modeli ile analiz edilmiştir (Şekil 6.2). Bu analizlerden elde edilen sonuçlar tablo 6.2’de gösterilmiştir.

**Şekil 6.2:** Analiz 1 Sonlu Elemanlar Ağı**Tablo 6.2:** Karşılaştırma 1 sonuçları [Hz]

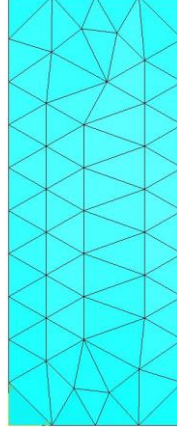
Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 396	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 396	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 396
49.30	48.84	42.10	55.25
75.28	73.70	62.18	92.83
136.99	135.55	102.53	190.27
162.87	161.80	134.52	207.55
267.52	265.35	175.47	389.17
271.93	275.32	209.29	393.71

Tablo 6.2’deki sonuçlar incelenecek olursa, az sayıda elemanla oluşturulan bu sonlu eleman ağı ile 3SHL03 elemanı incelenen tüm doğal frekanslar için tatmin edici

doğrulukta sonuçlar vermiştir. Abaqus ve Nastran ise az sayıda eleman kullanılarak oluşturulan bu model ile tatmin edici olmayan sonuçlar vermiştir.

6.2.2 Karşılaştırma 2

Yapılan ikinci analizde test yapısı 80 elemandan oluşan bir sonlu elemanlar modeli ile analiz edilmiştir (Şekil 6.3). Bu analizlerden elde edilen sonuçlar tablo 6.3’de gösterilmiştir.



Şekil 6.3: Analiz 2 Sonlu Elemanlar Ağı

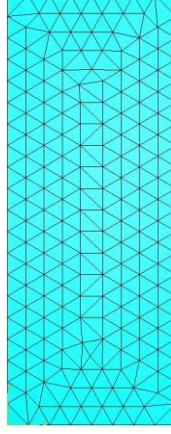
Tablo 6.3: Karşılaştırma 2 sonuçları [Hz]

Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 1440	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 1440	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 1440
49.30	48.93	47.13	51.46
75.28	74.93	69.94	81.94
136.99	136.23	126.00	151.52
162.87	161.05	152.05	184.85
267.52	266.25	228.41	323.21
271.93	271.67	249.91	331.58

İlk modele göre eleman sayısı biraz arttırılmış ve doğal frekans analizleri yinelenildiğinde 3SHL03 elemanının analitik olarak elde edilmiş sonuçları tekrar başarıyla takip ettiği gözlenmiştir, Abaqus ve Nastran’ın sonuçlarının bir miktar iyileşmesine rağmen 2. doğal frekanstan sonra belli bir hata meydana geldiği gözlemlenmektedir.

6.2.3 Karşılaştırma 3

En sık ağ yapısının örüldüğü üçüncü analizde test yapısı 358 elemandan oluşan bir sonlu elemanlar ağı ile analiz edilmiştir (Şekil 6.4). Bu analizlerden elde edilen sonuçlar tablo 6.4’de gösterilmiştir.



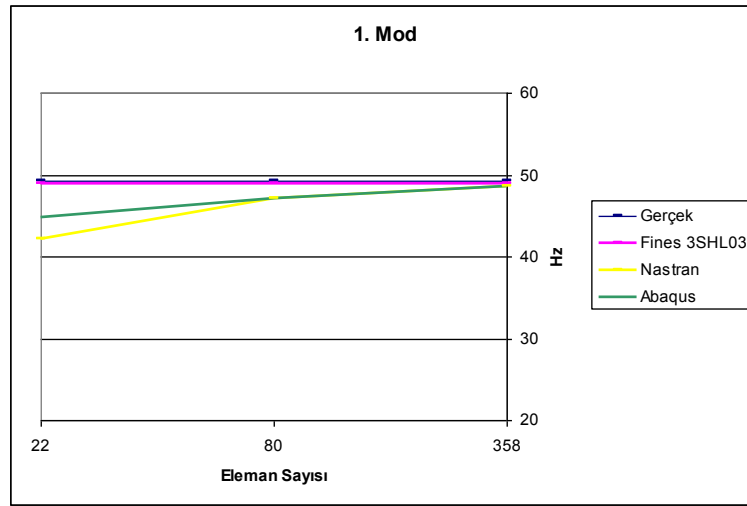
Şekil 6.4: Analiz 3 Sonlu Elemanlar Ağı

Tablo 6.4: Karşılaştırma 3 sonuçları [Hz]

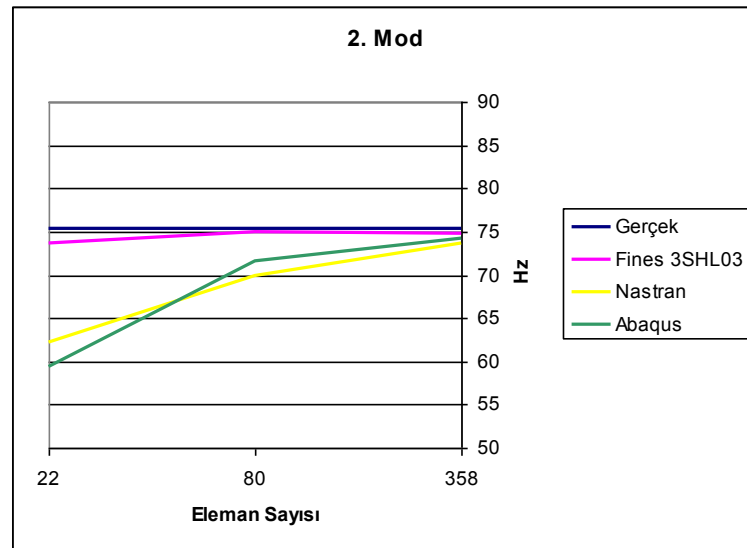
Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 6444	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 6444	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 6444
49.30	48.90	48.52	49.70
75.28	74.72	73.58	77.57
136.99	135.94	133.92	140.81
162.87	160.71	157.86	168.70
267.52	265.51	258.60	279.93
271.93	269.08	263.30	287.64

Eleman sayısı biraz daha arttırıldığında 3SHL03 elemanın yanında Abaqus ve Nastran’ın da iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

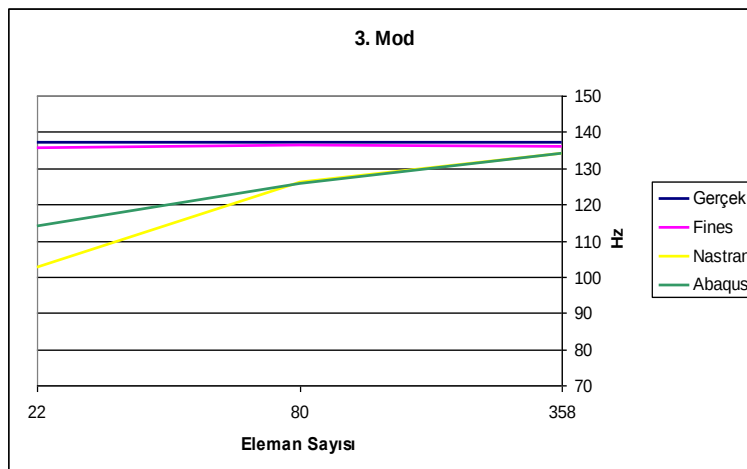
Üç farklı sonlu elemanlar ağı için yapılan analizlerin sonuçları, Şekil 6.5, 6.6 ve 6.7’de, kullanılan eleman sayısına göre de incelenmiştir. 3SHL03, Abaqus (S8R) ve Nastran ile yapılan analizlerin sonuçlarından da görülebileceği gibi 3SHL03 elemanı en kötü ağ yapısı için yapılan ilk analizde dahi tatmin edici sonuçlar verirken Abaqus ve Nastran, artan eleman sayısı ile doğru orantılı olarak doğruluk gösterme eğilimindedir.



Şekil 6.5: Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (1. mod)



Şekil 6.6: Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (2. mod)



Şekil 6.7: Kullanılan eleman sayısına bağlı olarak frekans analiz sonuçları (3. mod)

Ancak, 3SHL03 elemanın delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile her bir düğüm noktasında 6 serbestlik derecesine sahipken Abaqus ve Nastran programları içerisindeki kabuk elemanların düğüm noktalarında 5 serbestlik derecesine sahip olması dikkate alınırsa, 3SHL03 elemanın analiz sonuçlarını bir de Abaqus ve Nastran programları içerisinde yer alan 6 düğüm noktalı ikinci dereceden elemanlarla karşılaştırmak faydalı olacaktır. Tablo 6.5, 6.6 ve 6.7’de, Abaqus ve Nastran programlarındaki 6 düğüm noktalı ikinci derece elemanlar kullanılarak, daha önceki analizlerdeki aynı sayıda eleman kullanılarak oluşturulan sonlu eleman ağları ile yapılan analiz sonuçlarının 3 düğüm noktalı 3SHL03 elemanında elde edilen sonuçlarla karşılaştırması yapılmıştır.

Tablo 6.5: 22 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar [Hz]

Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 396	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 792	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 792
49.30	48.84	43.64	48.95
75.28	73.70	60.02	75.32
136.99	135.55	113.51	137.29
162.87	161.80	121.42	162.10
267.52	265.35	184.43	275.06
271.93	275.32	192.08	275.25

Tablo 6.6: 80 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar

Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 1440	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 2880	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 2880
49.30	48.90	47.42	48.89
75.28	74.90	70.31	75.13
136.99	136.20	129.01	135.94
162.87	161.00	148.83	161.21
267.52	266.20	242.67	265.99
271.93	271.60	242.87	269.73

Tablo 6.7: 358 elemanlı sonlu elemanlar ağı ile elde edilen sonuçlar

Analitik	3SHL03 Toplam Serbestlik Derecesi: 6444	Nastran Toplam Serbestlik Derecesi: 12888	Abaqus Toplam Serbestlik Derecesi: 12888
49.30	48.90	48.52	48.89
75.28	74.70	73.75	74.99
136.99	135.90	134.08	135.87
162.87	160.70	157.59	160.94
267.52	265.50	259.49	265.25
271.93	269.00	261.25	268.83

Tablo 6.5, 6.6 ve 6.7'deki sonuçlar incelenecek olursa; 22 elemanla elde edilen ilk sonlu elemanlar ağında Abaqus, 3SHL03'e göre biraz daha iyi sonuç verirken, 3SHL03 elemanının Nastran'ın 6 düğüm noktalı elemanından daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Abaqus ve Nastran'da kullanılan ikinci dereceden 6 düğüm noktalı elemanlarda her bir elemanda 30 serbestlik derecesi varken 3SHL03 elemanında 18 serbestlik derecesinin olduğunu düşünülürse, neredeyse yarı sayıda serbestlik derecesine sahip olmasına rağmen düz bir plakanın analizinde Abaqus'un 6 düğüm noktalı elemanı ile kıyaslanabilecek doğrulukta sonuçlar vermiş, Nastran'ın 6 düğüm noktalı elemanını ise geride bırakmıştır. Öyle ki, en sık sonlu elemanlar ağı ile yapılan çözümde dahi 3SHL03 elemanı Nastran'ın 6 düğüm noktalı elemanından daha iyi sonuç vermiştir

7. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

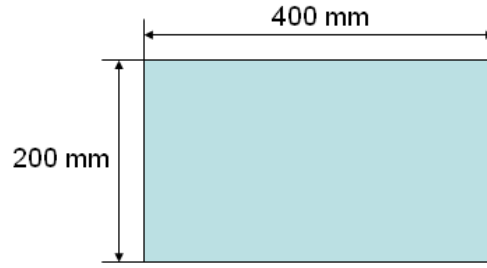
7.1 Giriş

Çalışmanın bu bölümünde, teorik olarak modellenmiş sönüm kabiliyetine sahip sonlu elemanın doğal frekans analizlerini deneysel sonuçlarla karşılaştırarak, tasarlanan sonlu elemanın, gerçek yapıları ne derece iyi temsil ettiğinin irdelenmesi amaçlanmıştır. Geliştirilen sonlu elemanın doğal frekans analiz sonuçlarını gerçek sonuçlarla karşılaştırmak amacıyla, seçilen uygun test yapısına modal test uygulanmıştır. Modal test ile eş zamanlı olarak teorik analiz gerçekleştirilmiş ve oluşturulan teorik model ile deneysel sonuçlar arasında bir karşılaştırma yapılarak teorik modelin doğruluğu irdelenmiştir [23].

Modal test için temel prosedür, yapı üzerinde seçilen uygun ölçüm noktalarından toplanan cevaplar ve tahrik bilgilerini kullanarak yapıya ait frekans tepki fonksiyonlarını oluşturmak, bu frekans tepki fonksiyonlarının analizi ile de yapının dinamik davranışını, doğal frekans ve mod şekillerini tespit etmektir. Aşağıda test aşamaları hakkında ayrıntılı bilgi verilmektedir.

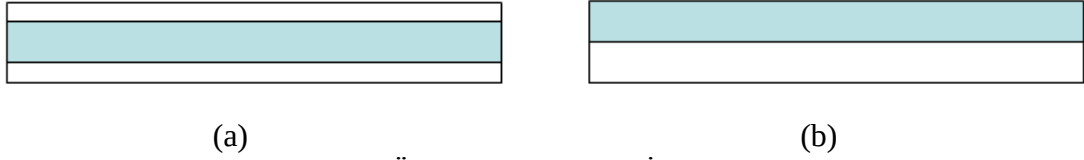
7.2 Test Parçaları

Deneysel olarak incelenmek amacıyla 4 test parçası yapılmıştır. Bu test parçalarının ikisi düz, dikdörtgen bir geometriye sahipken, diğer iki parça eğrisel bir yüzeye de sahip L plakalardır. Test parçalarının değişik geometri ve katman sayısında seçilmesinde amaç, teorik modelin serbest katman sönümü ve kısıtlı katman sönümünü ne derece iyi temsil edebildiğinin ve düz ve eğrisel yapılarda sonuçların ne kadar tatmin edici olduğunun araştırılmasıdır. Şekil 7.1’de 1 ve 2 numaralı test parçalarının boyutları görülmektedir.



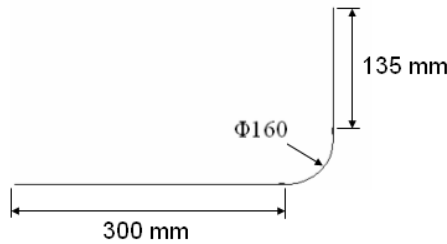
Şekil 7.1: 1 ve 2 Numaralı Test Parçalarının Boyutları

1 numaralı test parçası 2 mm kalınlığındaki çelik ve 2 mm kalınlığında bitumenden oluşan iki katmanlı bir yapıdır. 2 numaralı test parçası ise iki adet 1 mm kalınlığındaki çelik plakanın arasına 2 mm kalınlığındaki bitumenin eklenmesi ile oluşturulmuş 3 katmanlı bir yapıdır (Şekil 7.2)



Şekil 7.2: (a) Üç Katmanlı ve (b) İki Katmanlı Yapı

3 ve 4 numaralı parçalar ise eğrisel bir geçiş yüzeyine sahip L şeklindeki plakalardır. Bu geometriye sahip test yapısından da iki katmanlı ve üç katmanlı iki model hazırlanmıştır. 3 numaralı test yapısı 2mm çelik ve 2mm bitumenden oluşan iki katmanlı bir yapıda iken 4 numaralı test yapısı 1mm çelik, 2mm bitumen ve 1mm çelikten oluşan üç katmanlı bir yapıdadır. 3 ve 4 numaralı test parçalarının boyutları Şekil 7.3’de verilmiştir. Parçanın genişliği 200mm’dir.



Şekil 7.3: 3 ve 4 Numaralı Test Parçalarının Boyutları

Çelik ve bitumen katmanlar Şekil 7.4’de gösterilmiştir. Bu katmanlara ait malzeme özellikleri Tablo 7.1’de verilmiştir.

Tablo 7.1: Test parçasının malzeme özellikleri

	Yoğunluk (gr/cm ³)	Doğal Frekans (Hz)			Kayıp Faktörü (%)			Elastiklik Modülü (Gpa)		
		Mod 2	Mod 3	Mod 4	Mod 2	Mod 3	Mod 4	Mod 2	Mod 3	Mod 4
Çelik	7.900	129	360	703	0.2	0.2	0.2	202.4	203.0	201.0
Bitumen	1.980	121	335	717	42	52	35	1.16	1.02	1.80



(a) Çelik katman



(b) Bitumen katman

Şekil 7.4: (a) Çelik ve (b) Bitumen katman

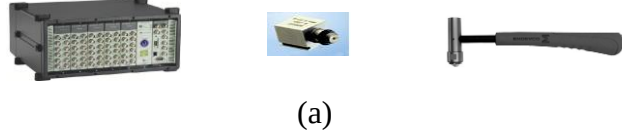
7.3 Ölçüm Sistemi

Deneyisel veriler, belirlenen noktadan kuvvet uygulanması ve diğer noktalardan frekans tepki fonksiyonlarının toplanması yöntemi ile elde edilecektir. Bu aşamada Şekil 7.5’de gösterilen deneyisel ekipman kullanılmıştır. Kullanılan ekipman;

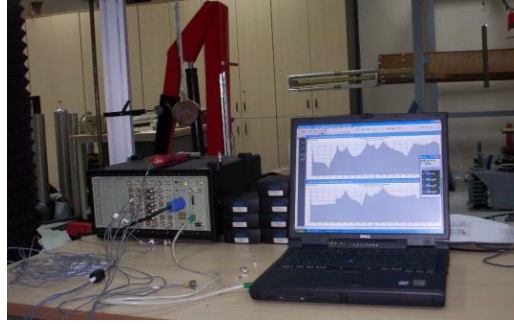
Analizör : Portable Pulse 7536

İvme ölçer : Bruel&Kjaer 4507-B

Modal Çekiç : Bruel&Kjaer 2302-10



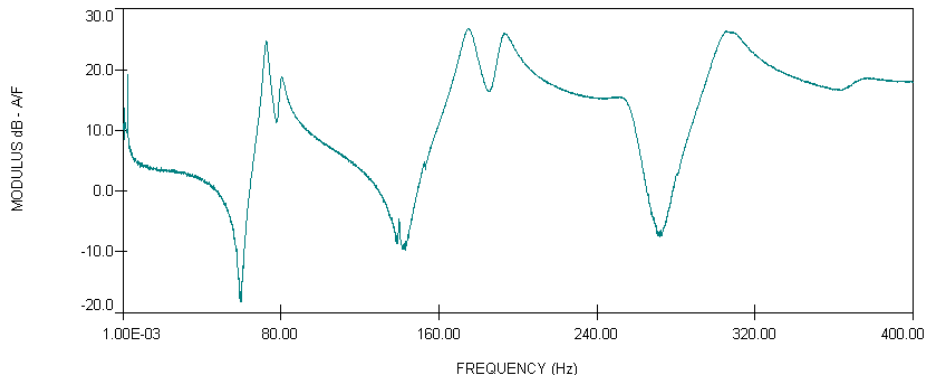
(a)



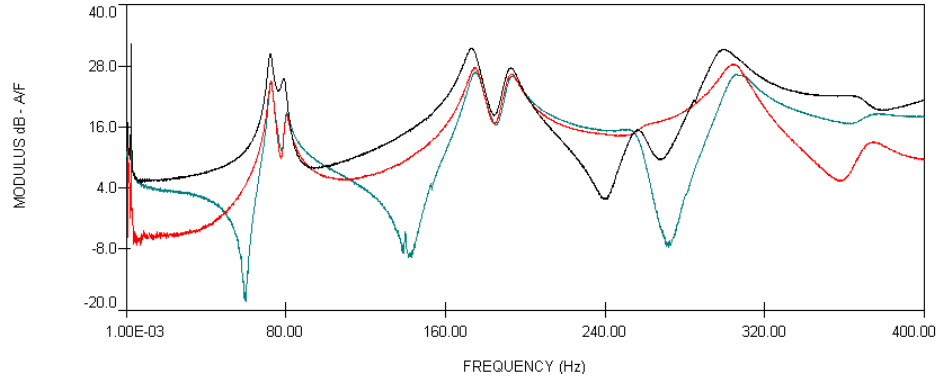
(b)

Şekil 7.5: Test Ekipmanı

Frekans tepki fonksiyonları toplandıktan sonra, ICATS yazılımı kullanılarak, toplanan frekans tepki fonksiyonları (FTF) analiz edilerek yapının doğal frekans ve mod şekilleri elde edilmiştir. ICATS [24], modal analiz ve modal test çalışmalarında kullanılan, deney modelinin oluşturulmasından, toplanan deneysel verilerin işlenmesi ve yapının doğal frekans ve mod şekilleri bilgilerinin elde edilmesine kadar olan süreç boyunca gerekli çalışmalara olanak veren bir paket programdır. Şekil 7.6'da örnek olarak 1-numaralı parçadan alınan nokta FTF ve Şekil 7.7'de çeşitli noktalardan alınan Frekans Tepki Fonksiyonları gösterilmiştir.



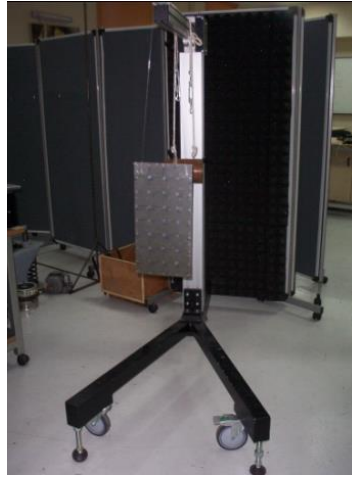
Şekil 7.6: Nokta FTF



Şekil 7.7: Çeşitli noktalardan alınmış FTF ölçümleri

7.4 Yapının Asılması

Test edilecek yapı, serbest-serbest sınır şartını sağlaması için, misina kullanılarak iki noktadan Şekil 7.8'deki vinç yardımı ile asılmıştır.

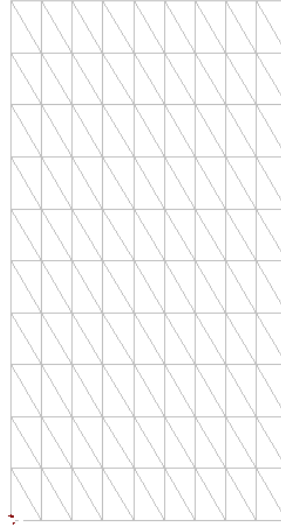


Şekil 7.8: Yapının Asılması

7.5 İki Katmanlı Düz Parçanın Modal Testi

7.5.1 Teorik Model

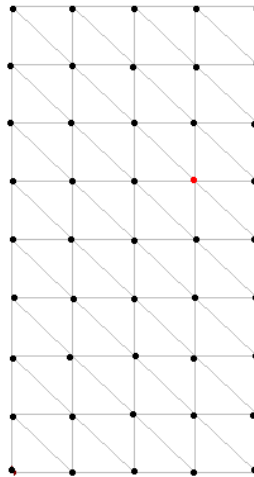
Daha önce de belirtildiği gibi, ilk aşamada, test edilecek yapıyı temsil edebilecek bir teorik model oluşturulur. Yapının teorik modeli, Fines programına entegre edilen, iki katmanlı 3MIC03 üçgensel kompozit eleman ile oluşturulmuştur. 3MIC03 ile oluşturulan teorik model Şekil 7.9'de gösterildiği gibidir.



Şekil 7.9: Test Yapısının Teorik modeli

7.5.2 Deneysel Model

Deneysel model, Şekil 7.10’da belirlenen ölçüm noktalarından oluşmaktadır. Şekil 7.10’da gösterilen noktalar, frekans tepkilerinin ölçüleceği noktalardır. Yapı, çeşitli noktalardan tahrik edilmiş ve elde edilen frekans tepki fonksiyonları incelenmiştir. Frekans tepki fonksiyonlarının en temiz ve en çok modun gözlenebildiği nokta, ölçüm için tahrik noktası olarak seçilmiştir. Kırmızı renk ile gösterilmiş olan nokta, modal çekiç ile kuvvet uygulanarak tahrik verilen nokta olarak belirlenmiştir.

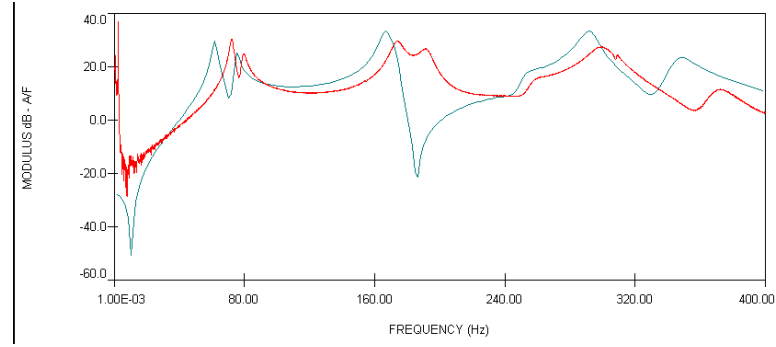


Şekil 7.10: Ölçüm noktaları

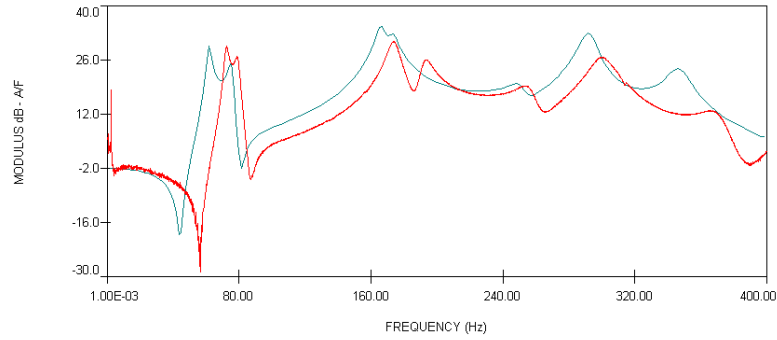
7.5.3 Karşılaştırma ve Doğrulama

Bu aşamada, geliştirilen 3MIC03 elemanının verdiği doğal frekans ve mod şekli sonuçları, deneysel olarak elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Tablo 7.2’de,

3MIC03 elemanından ve deneysel çalışmalardan elde edilen doğal frekans ve kayıp faktörü sonuçları verilmiştir. Şekil 7.11 ve Şekil 7.12’de, deneysel olarak elde edilen frekans tepki fonksiyonları ile teorik modelde elde edilen frekans tepki fonksiyonları aynı grafik içinde gösterilmiştir. Mavi renk ile gösterilen teorik, kırmızı renk ile gösterilen frekans tepki fonksiyonu ise deneysel yöntem ile elde edilmiştir. Verilen her iki grafikte de frekanslar ve sönümler arasında belirli bir uyum vardır. Doğal frekanslarda bir miktar kayma gözlenmiştir.



Şekil 7.11: 19 noktasından tahrik edilmiş, 1 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF



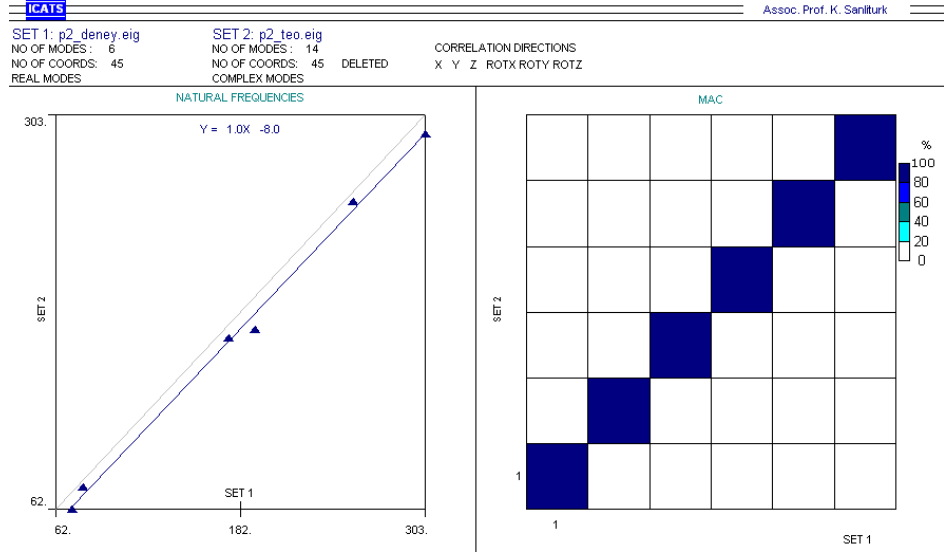
Şekil 7.12: 19 noktasından tahrik edilmiş, 41 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF

Tablo 7.2: İki Katmanlı Düz Parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçlar

Mod No.	Teorik (3MIC03)		Deneysel	
	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü, η (%)	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü, η (%)
1	61.50	4.0	72.30	3.2
2	75.28	3.9	79.40	3.5
3	166.66	3.8	174.60	4.1
4	171.98	3.9	192.05	4.0
5	250.37	3.9	256.01	4.7
6	292.08	3.8	303.45	4.5

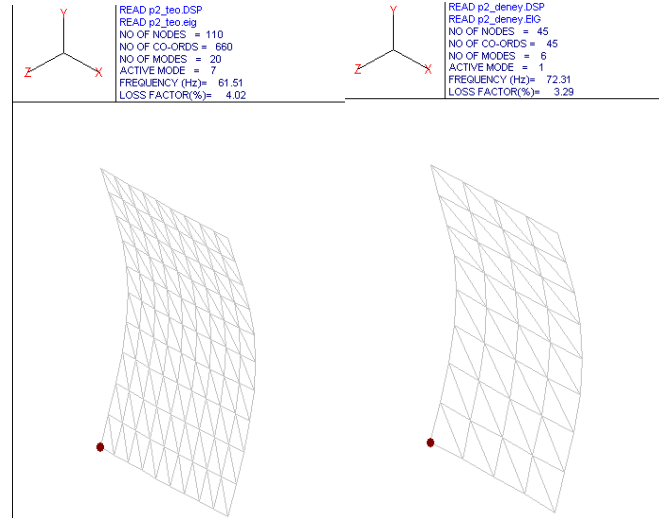
Teorik olarak elde edilmiş kayıp faktörleri %4.0 civarında seyretmekte iken, deneysel sonuçlardan elde edilen gerçek kayıp faktörleri %3.2 ile %4.7 aralığında hafif bir artış eğilimindedir. Bu sonuçlardan, 3MIC03 elemanının, iki katmanlı yapıların sönüm özelliklerini kabul edilebilir seviyede temsil edebildiği görülebilmektedir.

Şekil 7.13’de, doğal frekans ve mod şekillerinin karşılaştırmaları görülmektedir. Yatay eksen üzerindeki değerler deneysel sonuçlara, dikey eksen üzerindeki değerler de 3MIC03 elemanının sonuçlarına aittir. Doğal frekans karşılaştırma grafiğinde 45° çizgisine yakın noktalar, o modlar için teorik model ile deneysel model arasındaki değerlerin birbirine yakın olduğunu, 45° çizgisinden sapmış olan noktalar ise karşılık geldikleri modlar için iki model sonuçları arasındaki sapmayı göstermektedir. MAC (Modal Assurance Criteria) grafiğinde ise teorik model ile elde edilen mod şekilleri ile deneysel sonuçlarda elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılarak birbirine ne kadar benzediği incelenmiştir. Benzer şekilde bu grafikte de yatay eksen deneysel ve dikey eksen teorik sonuçları temsil etmektedir. Renk skalası ise, incelenen mod şeklinin iki model arasındaki benzerlik oranını göstermektedir.

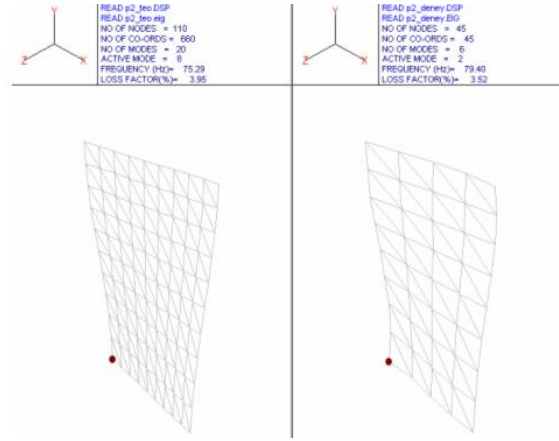


Şekil 7.13: Deneyssel ve Teorik Sonuçların Doğal Frekans ve Mod Şekli Karşılaştırması

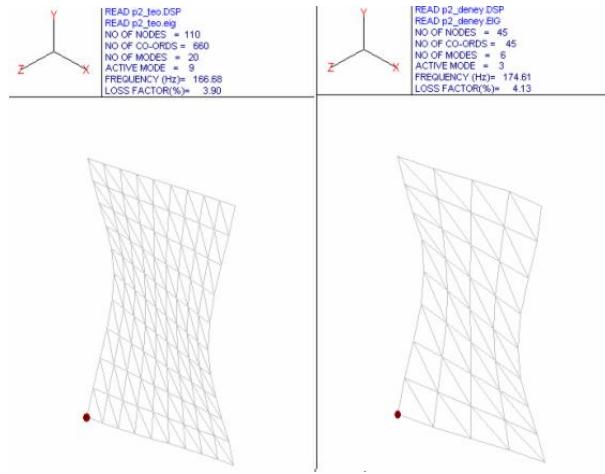
Şekil 7.13’de görülebildiği gibi, 3MIC03 elemanı ile yapılan analiz ve deney sonucunda elde edilen mod şekilleri belirgin bir uyum göstermektedir. Şekil 7.14’de teorik ve deneyssel sonuçlara ait ilk 3 mod şekli verilmiştir. Her bir mod için, soldaki 3MIC03 ile elde edilen, sağdaki ise deneyssel sonuçlardan elde edilen mod şeklidir. Bu şekiller, Şekil 7.13’ün görsel bir ifadesidir. İlk üç mod için, deneyssel ve teorik sonuçların mod şekli incelenirse birbirine oldukça benzediği görülebilmektedir.



(a)



(b)



(c)

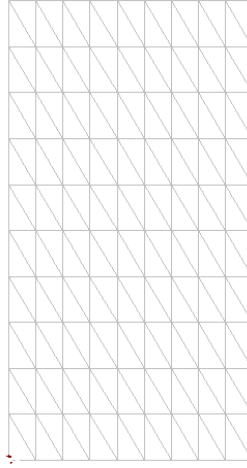
Şekil 7.14: Teorik ve Deneysel Sonuçlar (a) 1. Mod (b) 2. Mod (c) 3. Mod

7.6 Üç Katmanlı Düz Parçanın Modal Testi

Bu test parçası da 7.5 bölümündeki test parçası ile aynı boyutlara sahiptir ancak 3 katmanlıdır. Bu parçada, kısıtlı katman sönümünün 3MIC03 elemanı tarafından ne derece iyi temsil edilebildiği incelenmiştir.

7.6.1 Teorik Model

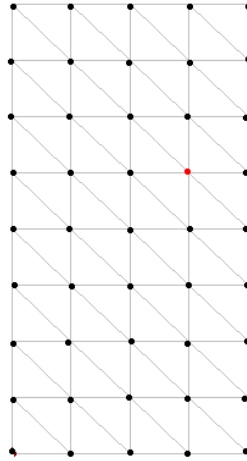
Teorik model, 7.5 bölümündeki parça için tasarlanan model ile aynı geometri ve düğüm noktası sayısına sahiptir. Tek farkı iki yerine üç katman sahip olmasıdır. Şekil 7.15'te 3MIC03 elemanı kullanılarak hazırlanmış teorik model görülmektedir.



Şekil 7.15: Üç Katmanlı Düz Parça İçin Teorik Model

7.6.2 Deneysel Model

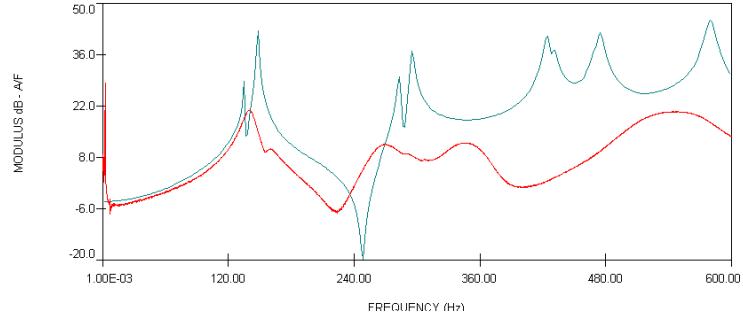
Deneysel verilerin toplanması aşamasında, 7.5 bölümünde incelenen parça ile aynı noktalardan cevap toplanacak ve tahrik verilecektir. Şekil 7.16’da kırmızı nokta, tahrik verilecek, diğer noktalar ise cevapların toplanacağı noktalardır.



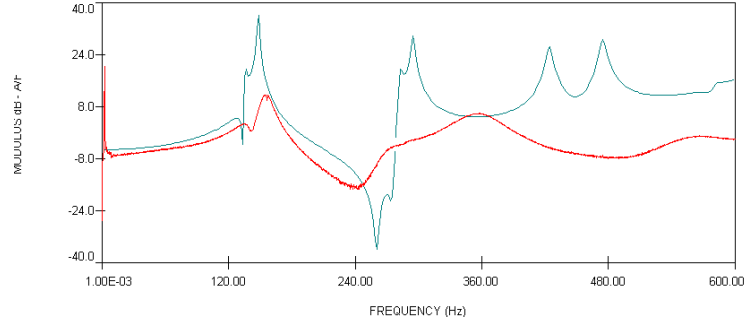
Şekil 7.16: Üç Katmanlı Düz Parça İçin Ölçüm Noktaları

7.6.3 Karşılaştırma ve Doğrulama

Teorik ve deneysel olarak elde edilen doğal frekans ve kayıp faktörü sonuçları Tablo 7.3’te verilmiştir. Şekil 7.17 ve Şekil 7.18’de ise deneysel ve teorik yöntemle elde edilen frekans tepki fonksiyonları gösterilmiştir.



Şekil 7.17: 14 noktasından tahrik edilmiş, 1 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF (Mavi: Teorik, Kırmızı: Deneysel)

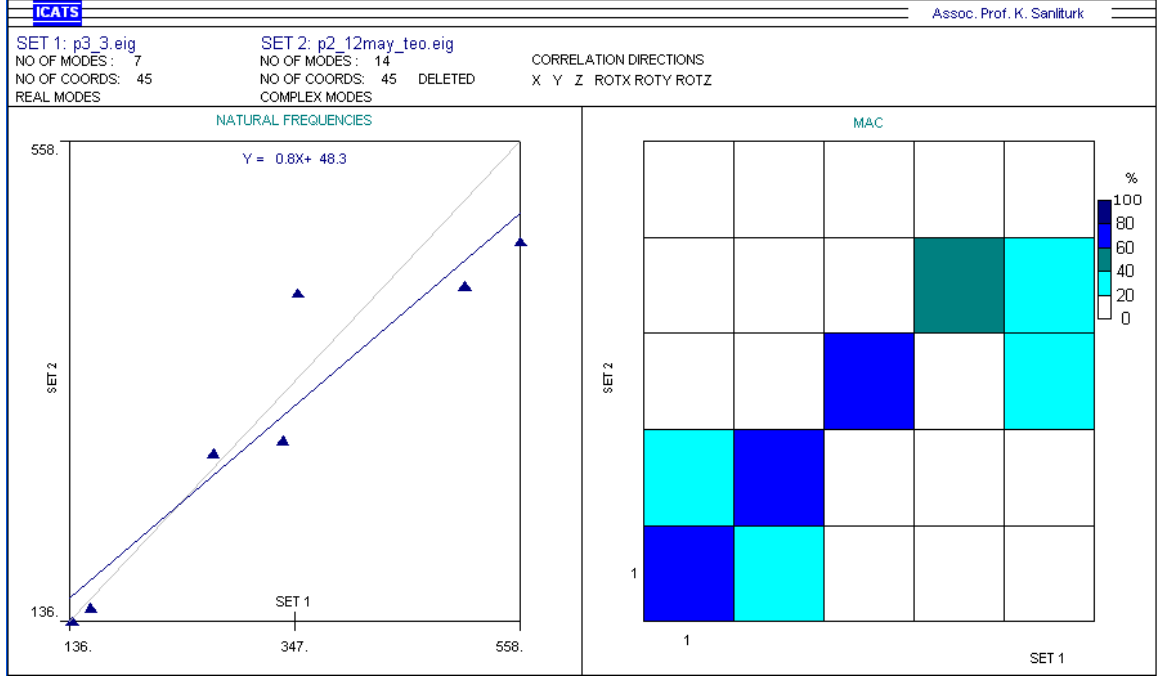


Şekil 7.18: 14 noktasından tahrik edilmiş, 24 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF (Mavi: Teorik, Kırmızı: Deneysel)

Tablo 7.3: Üç Katmanlı Düz Parça İçin Teorik ve Deneysel Sonuçlar

Mod No.	Teorik (3MIC03)		Deneysel	
	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü η (%)	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü η (%)
1	135.45	0.55	138.41	8.00
2	147.73	0.67	155.41	8.10
3	282.96	0.90	270.27	12.00
4	294.83	0.93	335.27	15.00

Şekil 7.19’da ise deneysel ve teorik sonuçların doğal frekans ve mod şekli karşılaştırma grafikleri verilmiştir.



Şekil 7.19: Deneysel ve Teorik Modellerin Doğal Frekans ve Mod Şekli Karşılaştırması

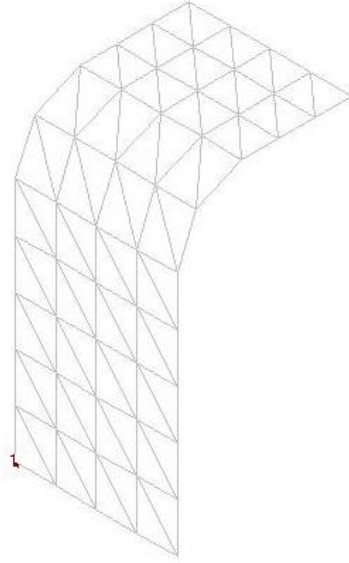
Tablo 7.3 ve Şekil 7.19 incelenecek olursa, doğal frekans kayıp faktörü sonuçlarının birbirinden farklı olduğu gözlemlenmektedir. Mod şekillerinin karşılaştırmasına bakılacak olursa her iki model için elde edilen mod şekilleri tam olarak uyum göstermektedir. Yani, elde edilen sonuçlar aynı modlar içindir. Sonuç olarak kısıtlı karman sönümü konusunda, 3MIC03 elemanı bu test yapısı için tatmin edici bir başarı gösterememiştir.

7.7 İki Katmanlı Eğrisel L Parçanın Modal Testi

7.7 ve 7.8 bölümünde ele alınan parçalar, Şekil 7.3'te gösterildiği gibi eğrisel bir yüzeye de sahip L plakalardır. İki katmanlı eğrisel L parça 2 mm kalınlığında çelik ve 2 mm kalınlığında bitumenden oluşan iki katmanlı bir yapıdır. Bu kısımdaki amaç, 3MIC03 elemanının eğrisel yüzey içeren bir yapı için serbest katman sönümünü ne derece doğru ifade edebildiğidir.

7.7.1 Teorik Model

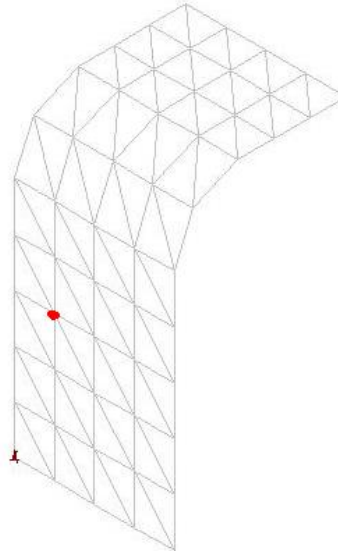
MIC03 elemanı kullanılarak hazırlanmış teorik model Şekil 7.20’de gösterilmiştir.



Şekil 7.20: İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Teorik Model

7.7.2 Deneysel Model

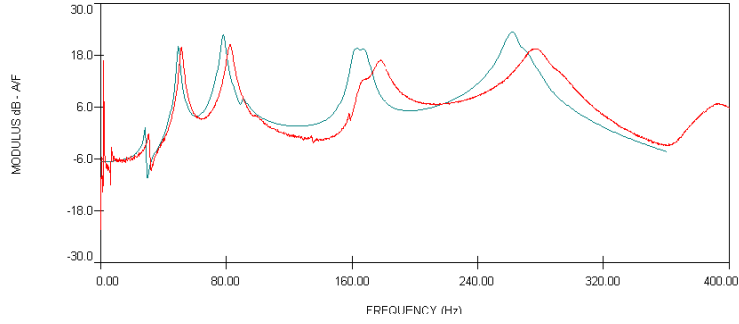
Şekil 7.21’de kırmızı renkte gösterilen noktadan yapı tahrik edilmiş ve diğer noktalardan cevaplar toplanmıştır.



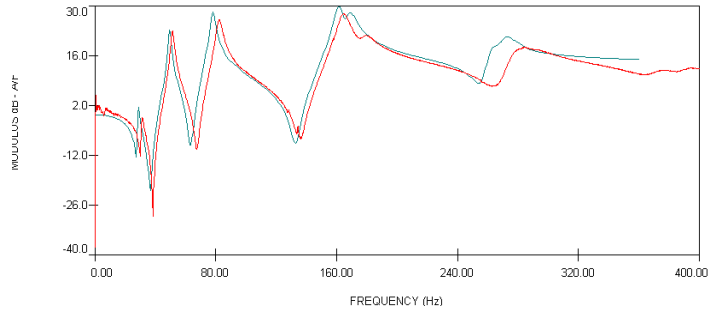
Şekil 7.21: İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Deneysel Model

7.7.3 Karşılaştırma ve Doğrulama

Teorik ve deneysel olarak elde edilen doğal frekans ve kayıp faktörü sonuçları Tablo 7.4'te verilmiştir. Deneysel ve teorik olarak elde edilen frekans tepki fonksiyonları Şekil 22 ve Şekil 23'de gösterilmektedir.



Şekil 22. 19 noktasından tahrik edilmiş, 12 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF (Mavi: Teorik, Kırmızı: Deneysel)

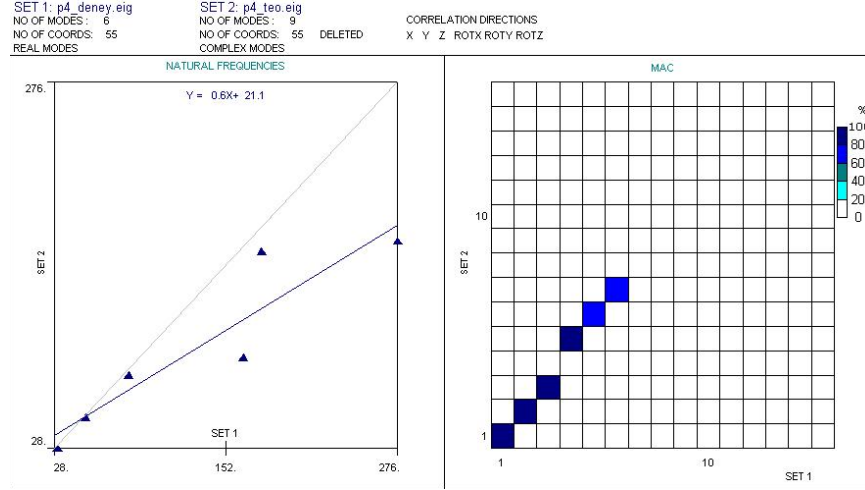


Şekil 23: 19 noktasından tahrik edilmiş, 20 noktasından cevap alınmış ölçüm için teorik ve deneysel FTF (Mavi: Teorik, Kırmızı: Deneysel)

Tablo 7.4: İki Katmanlı Eğrisel L Parça İçin Teorik Ve Deneysel Sonuçlar

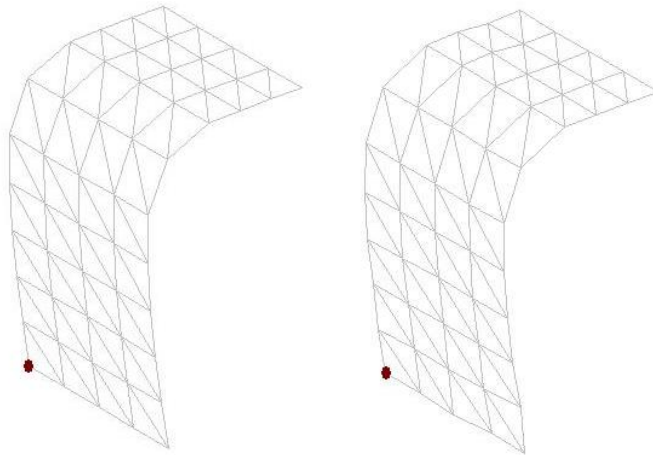
Mod No.	Teorik (3MIC03)		Deneysel	
	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü η (%)	Doğal Frekans [Hz]	Kayıp Faktörü η (%)
1	28.40	4.2	30.74	4.6
2	49.37	3.6	51.17	4.0
3	77.88	4.0	82.05	4.7
4	90.04	3.6	-	-
5	161.47	3.6	164.61	4.9
6	168.41	3.9	177.77	5.1

Tablo 7.4’de 4. mod için deneysel sonuçlar yer almamaktadır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde 4. modun deneylerde tahrik edilemediği görülmektedir. Şekil 7.24’de mod şekli ve doğal frekans karşılaştırma grafiğinde bu durum daha net olarak görülmektedir.

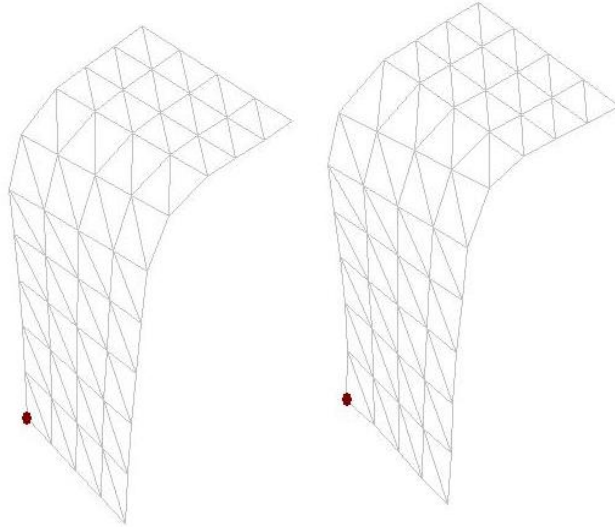


Şekil 7.24: İki Katmanlı Düz Parça için Teorik ve Deneysel Sonuçların Doğal Frekans ve Mod Şekli Karşılaştırması

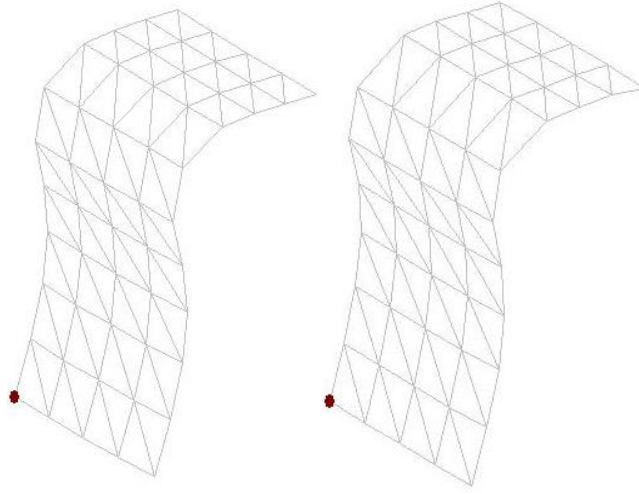
Daha önce belirtildiği gibi, doğal frekans ve mod şekli karşılaştırma grafiklerinde yatay eksen deneysel sonuçlara, düşey eksen ise teorik olarak elde edilen sonuçlara aittir. Şekil 7.24’ün sağ yarısındaki mod şekli karşılaştırma grafiği incelenecek olursa teorik olarak elde edilen 4. mod ile benzerlik gösteren herhangi bir deneysel mod yoktur. Teorik sonuçların 5. modu ile deneysel sonuçların 4. modu aynı mod şekline sahiptir. Şekil 7.25’de her teorik ve deneysel olarak elde edilen mod şekilleri gösterilmektedir.



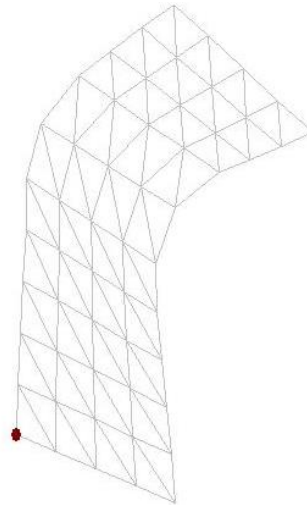
(a) Teorik ve deneysel 1. mod şekli



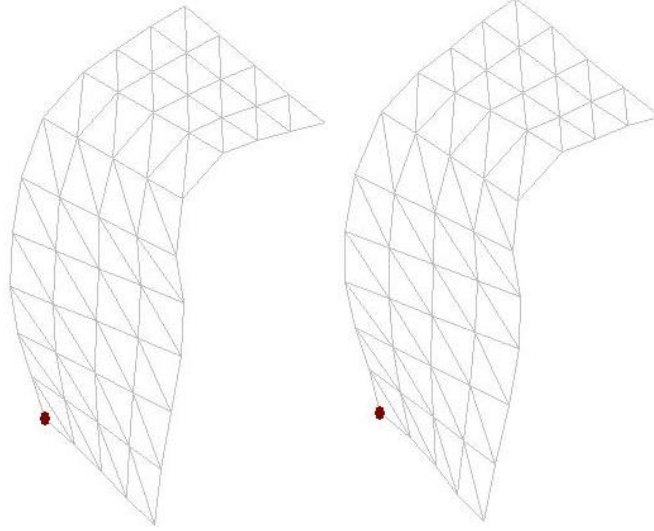
(b) Teorik ve deneysel 2. mod şekli



(c) Teorik ve deneysel 3. mod şekli



(d) Teorik 4. mod şekli



(e) Teorik ve deneysel 5. mod şekli

Şekil 7.25: Teorik ve Deneysel Olarak Elde Edilmiş Mod Şekilleri

Şekil 25’de deneysel olarak elde edilen 4. modun aslında 5. mod olduğu açık şekilde görülmektedir. Deneysel olarak, yapının 4. mod’u tahrik edilememiştir, Teorik ve deneysel modelin aynı modunun birbiri ile karşılaştırılması gerekmektedir. Bu sebeple Tablo 7.4’te deneysel kısmın 4. mod sonuçları boş bırakılmıştır.

Tablo 7.4 incelenecek olursa, hem doğal frekans hem de kayıp faktörü sonuçlarında teorik ve deneysel sonuçlar arasında kabul edilebilir bir uyum görülmektedir. 3MIC03 elemanı ile elde edilen kayıp faktörü sonuçları 4.2 ile 3.6 arasında dalgalanırken, deneysel sonuçlarla elde edilen kayıp faktörleri 4.0 ile 5.1 arasında değişmektedir. Doğal frekans sonuçları incelendiğinde, iki katmanlı düz test yapısı ile karşılaştırıldığında daha kompleks bir geometri olmasına rağmen göre gözle görülür bir şekilde daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

8. SONUÇLAR VE GENEL DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, sönüm kabiliyetine sahip bir sonlu eleman geliştirilmesi amaçlanmış ve yapılan analiz ve deneyler ışığında, geliştirilen elemanların doğruluğu incelenmiştir. Tasarlanan üç düğüm noktalı düzgün üçgensel eleman, delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile her bir düğüm noktasında 6 serbestlik derecesine sahip bir yapıdadır. Eleman, üç düğüm noktasına sahip olmasına rağmen taşıdığı bilgi açısından 3 düğüm noktalı elemanlar ile 6 düğüm noktalı elemanlar arasında bir kategoride kabul edilebilir. Yapılan analizler neticesinde, aynı sayıda serbestlik derecesine sahip olmasına rağmen, benzer programlarda kullanılan 3 düğüm noktalı elemanların verdiği sonuçlardan çok daha doğru sonuçlar elde edilmiştir. İkinci dereceden 6 düğüm noktalı elemanlar ile karşılaştırıldığında ise, daha az serbestlik derecesine sahip olmasına rağmen, bu elemanların verdiği sonuçlarla yarışabilecek hatta daha iyi bir performans göstermiştir. Elemanın bu özelliği, incelenen yapıların çok daha az serbestlik derecesine sahip bir sonlu elemanlar ağı kullanılarak modellenmesi durumunda da tatmin edici sonuçlar elde edilebileceğini göstermektedir.

İkinci aşamada, delme serbestlik derecesine sahip olarak modellenen elemene sönüm kabiliyeti eklenmiş ve sönüm özelliği kuvvetli yapıların bu eleman yardımıyla ne derece doğru modellenebildiği incelenmiştir. Tasarlanan elemanın sonuçlarının doğruluğunun irdelenmesi amacıyla çeşitli yapılar üzerinde deneyler yapılmış ve teorik olarak elde edilen kayıp faktörleri deneysel olarak elde edilen kayıp faktörleri ile karşılaştırılmıştır.

Deneylerde kullanılan test yapılarının geometrisi iki amaca yönelik olarak belirlenmiştir. Geliştirilen sonlu elemanın serbest katman sönümünü ve kısıtlı katman sönümünü ne derece doğru temsil edebildiği ve eğrisel geometriye sahip yapılarda ne kadar doğru sonuçlar verdiği incelenmiştir. Serbest katmanlı yapı için teorik ve deneysel sonuçlar karşılaştırıldığında, hem düzgün hem de eğrisel yüzeye sahip yapılarda tasarlanan sonlu elemanın, test edilen yapının dinamik davranışını kabul edilebilir seviyede iyi temsil ettiği görülmüştür. Teorik yöntemle elde edilen

kayıp faktörü değerlerinin, deneysel sonuçlarla elde edilen değerlerle uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla, tasarlanan 3MIC03 elemanının, serbest katman sönümünü tatmin edici seviyelerde temsil edebildiği sonucuna varılmıştır.

İki katmanlı yapılar ile aynı geometriye sahip üç katmanlı test yapılarında ise, kayıp faktörü sonuçlarında elde edilen veriler tatmin edici bulunmamıştır. Bu sebeple, tasarlanan elemanın serbest katman sönümünü yeterli seviyede doğrulukla temsil edebilmesine rağmen kısıtlı katman sönümünde aynı başarıyı gösteremediği sonucuna varılmıştır.

Kısıtlı katmanlı yapı titreşim hareketini yaparken, metal katmanlar, arasında kalan sönüm özelliği kuvvetli katmanı sıkıştırır ve kayma deformasyonuna zorlar. Kısıtlı katmanlı yapılarda titreşim enerjisinin yapıdan uzaklaştırılması bu kayma deformasyonu ile sağlanmaktadır. Önerilen yöntemdeki kayma davranışının yeterince iyi ifade edilememiş olması, kısıtlı katman sönümündeki hatalı sonuçların bir kaynağı olabileceği görülmekte ve daha iyi nasıl ifade edilebileceği gözden geçirilmelidir. Kısıtlı katman sönümlü yapıdan iyi sonuç alınabilmesi, dolayısı ile sönüm özeline sahip katmanda maksimum kayma gerinimlerinin meydana gelebilmesi için metal katmanlar yeterince rijit ve aynı geometriye sahip olmalıdırlar. Yapılan testlerde kullanılan katmanlarda bu koşul sağlanmıştır. Katmanların birleştirme yöntemlerinin yapının davranışında oldukça etkili olduğu bilinmektedir [13]. Katmanlar yapıştırıcı yerine, eğer mümkünse, bağlama elemanları ile birleştirilmelidir. Eğer yapıştırıcı kullanılacaksa, yapıştırıcı malzeme katmanının mümkün olduğu kadar yüksek bir kayma rijitliğine sahip olması gerekmektedir. Aksi takdirde, sönüm malzemesinin üzerine etkileyen kayma gerinimleri azalacak ve bu katman yeterince etkin çalışmayacaktır. Bu çalışmada test edilen yapılarda, katmanların birbiri ile yapıştırıcı ile birleştirildiği düşünülürse, elde edilen sonuçlardaki hataların olası kaynaklarından birisinin de katmanların birleştirme yöntemi olduğu düşünülmektedir.

Sonuç olarak bu çalışma, kabuk yapılara delme serbestlik derecesinin eklenmesi ile daha az serbestlik derecesine sahip bir sonlu elemanlar ağı kullanılmasında dahi kabul edilebilir sonuçlar elde edilebildiğini ve bu kabuk yapının elastiklik modülünün kompleks kabul edilmesiyle, serbest katmanlı yapıların tatmin edici seviyede doğrulukla temsil edilebildiğini göstermektedir. Bu çalışmada da görüldüğü gibi kısıtlı katmanlı yapıların modellenmesinde çeşitli problemlerle karşılaşılmaktadır. Bu

Çalışmanın sonucunda, kısıtlı katmanlı yapılar da kullanılan malzemelerin özelliklerinin, titreşim test verilerinden elde edilmesi ve bu yapıları temsil edebilecek teorik modellerin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılması önerilmektedir.

9. KAYNAKLAR

- [1] Fines User Guide
- [2] **Macneal, R.**, 1998. Perspective on Finite Elements for Shell Analysis, *Finite Elements in Analysis and Design*, **30**, 175-186.
- [3] **Adini, A., Clough, R.**, 1961. Analysis of Plate Bending by the Finite Element Method and Report to Natl. Sci. Foundation/USA
- [4] **Bathe, K. J.**, 1996. Finite Element Procedures, Enflewood Cliffs, N.J, Prentince Hall
- [5] **Gupta, O.P**, 1999. Finite and Boundary Element Methods in Engineering, Lisse, Netherlands; Exton, PA. : A.A. Balkema
- [6] **Kwon, Young W**, 2000. The Finite Element Method Using MATLAB, Boca Raton, FL : CRC Press
- [7] **Cook, R.**, 2002. Concepts and Applications of Finite Element Analysis, New York, Wiley
- [8] **Cook, R.**, 1995. Finite Element Modeling For Stress Analysis, New York, Wiley
- [9] **Fried, I.**, 1973. Shear in C^0 and C^1 Plate Bending Elements, *Int. J. Solids and Structures*, **9**, 449-460.
- [10] **Fried, I.**, 1974. Residual Energy Balancing Technique in the Generation of Plate Bending Finite Element, *Comput.& Structures*, **4**,771-778
- [11] **Tessler, A., Hughes, T.**, 1983. An Improved Treatment Of Transverse Shear In The Mindlin-Type Four-Node Quadrilateral Element, *Comp. Meth.In App. Mech. And Eng*, **39**, 311-335.
- [12] **Gibson,R.F**, 1994. Principles Of Composite Mechanics, New York, Mcgraw Hill

- [13] **Renninger, J.**, Understanding Damping Techniques for Noise and Vibration Control, EAR Specialty Composites, Indiana
- [14] **Johnson, C.D, Kienholz, D.A**, 1982. Finite Element Prediction of Damping in Structures with Constrained Viscoelastic Layers, *AIAA Journal*, **20(9)**, 1284.
- [15] **Gounaris, G.D, Anifantis, N.K**, 1999. Structural Damping Determination by Finite Element Approach, *Composites and Structures*, **73**, 445-452.
- [16] **Ungar, E., Kerwin, E.**, 1962. Loss Factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts, *Journal of the acoustical society of America*, **34**, 954-957.
- [17] **Rogers, L.**, 1980. Finite Element Prediction of Damping in Beams with Constrained Viscoelastic Layers, *Symposium on Shock and Vibration*.
- [18] **Medaglia, J.**, 1975. Application of SMRD Damping to the IUE Scientific Instrument Structure, General Electric Space Div. Document 75SD54268
- [19] **Ibrahimbegovic, A.**, 1990. A Robust Quadrilateral Membrane Finite Element With Drilling Degrees of Freedom, *Int. Journal For Numerical Methods In Eng.*, **30**, 445-457.
- [20] **Ibrahimbegovic, A.**, 1993. Quadrilateral Finite Elements for Analysis of Thick and Thin Plates, *Comp. Meth.In App. Mech. And Eng* 110, 195-209
- [21] **Şanlıtürk, K.Y.**, 2004. Modelling and Validation of a Multilayered Composite Finite Element with Damping Capability, *11th International Congress on Sound and Vibration*, Russia.
- [22] **Blevins, Robert D**, 1979. Formulas For Natural Frequency And Mode Shape, Malabar, Fla. : R.E. Krieger
- [23] **Ewins D.**, 2000. Modal Testing, London
- [24] ICATS User Guide
- [25] **Sze, K.Y., Zhu, D.**, 1999. A Quadratic Assumed Natural Strain Curved Triangular Shell Element, *Comp. Meth.In App. Mech. and Eng*, **174**, 57-71.

Ek A

EĞRİSEL 6 DÜĞÜM NOKTALI KABUK ELEMANIN DİRENGENLİK MATRİSİNİN OLUŞTURULMASI

Otomatik ağ oluşturma ve ağ iyileştirme, sonlu elemanlar yazılımları için standart birer işlem haline gelmiştir. Çoğu yazılımda üçgensel elemanlar daha fazla tercih edilmektedir. Bu kısımda üçgensel kuadratik bir eğri elemanın formülasyonu ele alınmıştır.

Şekil A.1’de altı düğüm noktalı eğri bir kabuk eleman görülmektedir. i. Düğüm noktasının bulunduğu düzlemin normalinde yer alan bir noktanın global kartezyen sistemdeki koordinatları şu şekildedir [25].

$$X_i = X_{oi} + \zeta X_{ni} \quad (\text{A.1})$$

ζ : Düzleme dik doğrultuda doğal koordinat [-1,+1]

X_{oi} : Düğüm noktasının pozisyon vektörü

X_{ni} : Düğüm noktasının normal vektörü

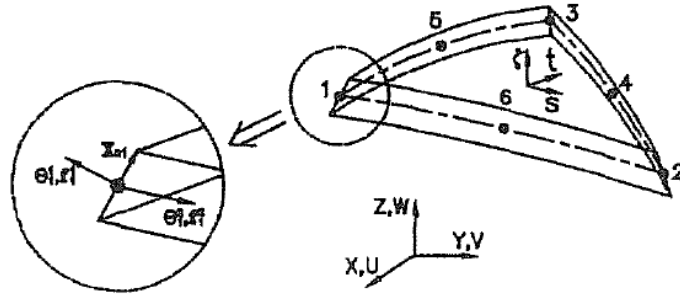
$\|X_{ni}\|$, X_{ni} vektörünün skaler değerini ifade eder ve kalınlık değerinin (h_i) , yarısına eşittir. Global kartezyen koordinatlar ile doğal koordinatlar arasında standart bir interpolasyon mevcuttur.

$$X(s, t, \zeta) = \sum_{i=1}^6 N_i(s, t) X_i = X_0(s, t) + \zeta X_n(s, t) \quad (\text{A.2})$$

$$X_0 = \sum_{i=1}^6 N_i(s, t) X_{oi} \quad X_n = \sum_{i=1}^6 N_i(s, t) X_{ni}$$

$$N_1 = (1-s-t)(1-2s-2t), \quad N_2 = s(2s-1), \quad N_3 = t(2t-1),$$

$$N_4 = 4st, \quad N_5 = 4t(1-s-t), \quad N_6 = 4s(1-s-t)$$



Şekil A.1: Altı Düğüm Noktalı Kabuk Eleman Geometrisi [25]

Eleman direngenlik matrisi, kayma enerjisinin eleman hacminde integre edilmesi ile elde edilir.

$$k = \int_{-1}^{+1} \int_{0}^{1-t} ((B_m + \zeta B_b)^T D_b (B_m + \zeta B_b) + B_\gamma^T D_s B_\gamma) J ds dt \quad \zeta \quad (\text{A.3})$$

$$D_b = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad D_s = \frac{kE}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

(A.4) ifadesinde E: elastiklik modülü, ν : Poisson's oranı ve k ise kayma düzeltme faktörü olarak kullanılmıştır. Kayma düzeltme faktörü genel olarak 5/6 olarak alınır. $J=J(\zeta=0)$ olarak kabul edilirse, katılık ifadesi şu şekilde sadeleşir.

$$k = 2 \int_{0}^{+1-t} (B_m^T D_b B_m + \frac{1}{3} B_b^T D_b B_b + B_\gamma^T D_s B_\gamma) J(\zeta = 0) ds dt \quad (\text{A.5})$$

C_s , kompozit laminalar için ζ 'ye bağlı olarak değişmektedir. Bu sebeple eğilme ve membran enerjileri ayrıştırılamaz. İntegrasyon gerçekleştirildiğinde direngenlik matrisi şu şekilde de ifade edilebilir.

$$k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (B_{mi}^T D_{bi} B_{mi} + \frac{1}{3} B_{bi}^T D_{bi} B_{bi} + B_{\gamma i}^T D_{si} B_{\gamma i}) J_i(\zeta = 0) \quad (\text{A.6})$$

ÖZGEÇMİŞ

Haldun Hakan CÜZDAN 1979 yılında Bandırma’da doğdu. İlk ve orta öğretimini Bandırma’da tamamladı. 1996 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliğinde yüksek öğrenimine başladı ve mezun olduğu 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Dinamiği, Titreşim ve Akustiği Programında yüksek lisans çalışmasına başladı. 2004 yılı süresince İTÜ ROTAM’da (Rotorlu Hava Araçları Tasarımı ve Mükemmelliyet Merkezi) görev alan CÜZDAN şu anda Türk Hava Yolları A.O’da Güç Sistemleri Mühendisi olarak çalışmaktadır.