

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**GEMİLERİN ENİNE STABİLİTESİNİN
MATEMATİKSEL YÖNTEMLERLE İRDELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Erdem ÜÇER**

Anabilim Dalı : GEMİ İNŞAATI MÜHENDİSLİĞİ

Programı : GEMİ İNŞAATI MÜHENDİSLİĞİ

OCAK 2008

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**GEMİLERİN ENİNE STABİLİTESİNİN MATEMATİKSEL
YÖNTEMLERLE İRDELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Erdem ÜÇER
(508022003)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Eylül 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 16 Ocak 2008**

Tez Danışmanı :

Prof.Dr. A. Yücel ODABAŞI

Diğer Jüri Üyeleri

Prof.Dr. Alim YILDIZ (İ.T.Ü.)

Prof.Dr. Muhittin SÖYLEMEZ (İ.T.Ü.)

Prof.Dr. Mesut GÜNER (Y.T.Ü.)

Doç.Dr. Hüseyin YILMAZ (Y.T.Ü.)

OCAK 2008

ÖNSÖZ

Yapmış olduğum bu çalışmada bana değerli fikirleri ile yol gösteren ve yardımlarını hiç esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. A.Yücel Odabaşı'ya teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca tez izleme komitemdeki sayın hocalarım Prof. Dr. Alim Yıldız ve Prof. Dr. Muhittin Söylemez'e de çok teşekkür ederim. Öğrencilik hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini esirgemeyen anne ve babama teşekkürü bir borç bilir ve yaptığım bu çalışmayı onlara ithaf ederim.

Erdem Üçer

Ocak 2008

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
SUMMARY	xvi
1. GİRİŞ VE KONUNUN TANITILMASI	1
1.1. Giriş ve Literatür Değerlendirmesi	1
1.2. Çalışmanın Takdim Yapısı	10
2. YALPA HAREKETİ İNCELEMELERİNDE KULLANILAN ÖRNEK GEMİLER	13
3. BORDADAN GELEN DÜZENLİ DALGALARDA GEMİLERİN ENİNE STABİLİTELERİNİN İNCELENMESİ	18
3.1. Yalpa Hareketi Denkleminin Modellenmesi	18
3.2. Yalpa Hareketi Denkleminin Ana, Alt ve Üst Harmonik Rezonans Bölgelerinde, Çok Katlı Ölçek ve Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemleri Kullanarak Yaklaşık Çözümlerinin Bulunması ve Elde Edilen Sonuçların Nümerik Çözümlerle Karşılaştırılması	21
3.2.1. Çok Katlı Ölçek Yöntemi kullanarak ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerinde yaklaşık çözümün elde edilmesi	21
3.2.1.1. Çok Katlı Ölçek Yöntemi (Multiple Time Scale Method)	21
3.2.1.2. Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken yaklaşık çözümün bulunması	23
3.2.1.3. Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken yaklaşık çözümün bulunması	26
3.2.1.4. Ana rezonans bölgesinde yaklaşık çözümün bulunması	30
3.2.2. Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemi ile ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerinde yaklaşık çözümün elde edilmesi	33
3.2.2.1. Ana rezonans bölgesinin incelenmesi	33
3.2.2.2. Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken incelenmesi	35
3.2.2.3. Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken incelenmesi	37
3.2.3. Çok katlı Ölçek Yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemi ile elde edilen yaklaşık çözümlerin Mathematica Programı ile elde edilen nümerik çözümlerle karşılaştırılması	39
3.3. Yalpa Hareketinin Nümerik İncelenmesi	44
3.3.1. Yalpa hareketi güvenli bölgeleri	47
3.3.1.1. Zorlama frekansının güvenli bölgeler üzerine etkisi	47
3.3.1.2. Ön meyil açısının güvenli bölgeler üzerine etkisi	49
3.3.1.3. Sağanak etkiye süresinin güvenli bölgeler üzerine etkisi	49
3.3.1.4. Lineer sönüm katsayısının güvenli bölgeler üzerine etkisi	52
3.3.1.5. Kuadratik sönüm katsayısının güvenli bölgeler üzerine etkisi	52
3.3.1.6. Enine metasantr yüksekliğinin güvenli bölgeler üzerine etkisi	53
3.3.2. Yalpa hareketinin girişim eğrileri	54

3.3.2.1. Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri	54
3.3.2.2. Çekirdek güvenli bölgenin korunmasının girişim eğrileri ile incelenmesi	58
3.3.3. Enerji grafikleri	62
3.4. Nümerik Çözümlere Lyapunov Zarfı Uyumlandırılması	64
4. PARAMETRİK ZORLAMA ETKİSİ ALTINDAKİ YALPA HAREKETİ	70
4.1. Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketinin Modellenmesi	70
4.2. Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketi Denkleminin Çok Katlı Ölçek Yöntemi Kullanarak Yaklaşık Çözümünün Bulunup Nümerik Yöntemle Elde Edilmiş Çözümle Karşılaştırılması	73
4.2.1. Çok katlı Ölçek Yöntemi kullanarak ana harmonik rezonans bölgesinde yaklaşık çözümün elde edilmesi ve nümerik yöntemle elde edilmiş çözümle karşılaştırılması	73
4.2.2. Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken Çok katlı Ölçek Yöntemi kullanarak yaklaşık çözümlerin elde edilmesi ve nümerik yöntemle elde edilmiş çözümlerle karşılaştırılması	78
4.3. Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketi Denkleminin Güvenli Bölgeleri ve Girişim Eğrileri	81
4.3.1. Enine metasantr yüksekliği değişim oranı (a) sabit kabul edilirse	82
4.3.1.1. Dışarıdan zorlama olmadığı durum	82
4.3.1.2. Dışarıdan zorlamanın mevcut olduğu durum	83
4.3.2. Enine metasantr yüksekliği değişim oranı (a) dalga boyunun gemi ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına ve dalga geliş doğrultusuna bağlı bir fonksiyonu ise	84
4.3.2.1. Viskoz sönümün etkisi	86
4.3.2.2. Rüzgar momenti katsayısının yalpa açısına bağlı değişim etkisi	87
4.3.2.3. Rüzgar momenti katsayısının dalga geliş doğrultusuna ve yalpa açısına bağlı değişim etkisi	88
4.3.2.4. Enine metasantr yüksekliğindeki değişimin etkisi	89
4.4. Çekirdek Güvenli Bölgenin Korunumunun İncelenmesi	90
4.4.1. Çekirdek güvenli bölge	90
4.4.2. Denklem parametrelerinin çekirdek güvenli bölge üzerine etkisi	92
4.4.2.1. Rüzgar katsayısı sabit bir değere sahipken yapılan inceleme	92
4.4.2.2. Rüzgar katsayısı yalpa açısına bağlıyken yapılan inceleme	93
4.4.2.2. Zorlayıcı kuvvet faz farkı etkisinin incelenmesi	95
4.4.3. Çekirdek güvenli bölge erozyon sınırının belirlenmesi	97
4.5. Devrilme Olasılığı Yüzdesinin Hesabı	100
4.5.1. Devrilme olasılığı yüzdesi ve hareket parametrelerinin etkileri	100
4.5.2. Çekirdek güvenli bölge büyüklüğünün devrilme olasılığı yüzdesi üzerine etkisi	102
4.5.3. Dış zorlayıcı kuvvet faz farkının çekirdek güvenli bölgenin korunumu üzerine etkisi	103
5. SONUÇLAR	104
5.1. Nümerik ve Yaklaşık Çözümlerin Karşılaştırılması	105
5.2. Gemilerin Enine Stabilesi Üzerine Hareket Parametrelerinin Etkileri	106
5.2.1. Bordadan gelen dalgalarda gemilerin stabilesinin incelenmesi	106
5.2.2. Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda gemilerin stabilesinin incelenmesi	108
5.3. Getirilen Yenilikler	110
5.4. İleriki Çalışmalarda Neler Yapılabilir	111
KAYNAKLAR	112

EKLER	117
ÖZGEÇMİŞ	242

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 2.1 MV Gaul gemisinin karakteristik özellikleri	14
Tablo 2.2 MS Helland Hansen gemisinin karakteristik özellikleri	16
Tablo 3.1 Nümerik hesaplamalarda kullanılan dalga boyu ve yükseklikleri	60
Tablo 4.1 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$)	92
Tablo 4.2 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$)	93
Tablo 4.3 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	94
Tablo 4.4 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	94
Tablo 4.5 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, $\alpha \neq 0$)	96
Tablo 4.6 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$)	98
Tablo 4.7 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$)	98
Tablo 4.8 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	99
Tablo 4.9 Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	99
Tablo 4.10 Dalgaların görülme olasılığı değerleri.....	100
Tablo 4.11 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit)	101
Tablo 4.12 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit)	101
Tablo 4.13 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	101
Tablo 4.14 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	101
Tablo 4.15 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} sabit)	102
Tablo 4.16 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} sabit)	102
Tablo 4.17 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	102
Tablo 4.18 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)	102
Tablo 4.19 Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit, $\alpha \neq 0$)	103

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Yalpa merkezinin konumu.....	5
Şekil 2.1 : MV Gaul balıkçı gemisi.....	13
Şekil 2.2 : MV Gaul balıkçı gemisinin genel yerleşim planı	14
Şekil 2.3 : MV Gaul balıkçı gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi (GM=0.628m.).....	14
Şekil 2.4 : MV Gaul balıkçı gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi (GM=0.365m.).....	15
Şekil 2.5 : MS Helland Hansen araştırma gemisinin genel yerleşim planı..	16
Şekil 2.6 : MS Helland Hansen araştırma gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi.....	16
Şekil 2.6 : MS Helland Hansen gemisinin örnek devrilme olayının video kayıt cihazı ile çekilmiş fotoğrafları.....	17
Şekil 3.1a : Zorlayıcı kuvvetin genliğine bağlı olarak a'nın σ 'ya göre Değişimi.....	24
Şekil 3.1b : Lineer sönüm katsayısına bağlı olarak a'nın σ 'ya göre değişimi	25
Şekil 3.1c : Ön meyil açısının büyüklüğüne bağlı olarak a'nın σ 'ya göre değişimi.....	25
Şekil 3.2a : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\sigma=-0.1$, $F=0.194$)..	29
Şekil 3.2b : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.012$, $\sigma=-0.1$, $F=0.194$)	29
Şekil 3.3a : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\theta_s=0.2$ rad., $F=0.12$, $\sigma =0.1$).....	31
Şekil 3.3b : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\theta_s=0.2$ rad., $F=0.12$, $\sigma =-0.1$).....	31
Şekil 3.4 : Ana rezonans bölgesinde ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	40
Şekil 3.5 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	40
Şekil 3.6 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	40
Şekil 3.7 : Ana rezonans bölgesinde ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	41
Şekil 3.8 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	41
Şekil 3.9 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	41
Şekil 3.10 : Ana rezonans bölgesinde ε hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	42

Şekil 3.11 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	42
Şekil 3.12 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	42
Şekil 3.13 : Ana rezonans bölgesinde ε^2 hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	43
Şekil 3.14 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	43
Şekil 3.15 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması.....	43
Şekil 3.16a : Hareketin Yörüngesi $x(0)=0.1$, $y(0)=0.111$	44
Şekil 3.16b : Hareketin Yörüngesi $x(0)=0.1$, $y(0)=0.112$	44
Şekil 3.17 : Mv Gaul gemisinin güvenli bölgesi ($\mu=0.04$, $F=0.06$, $\theta_s=0.1$ rad., $\Omega=0.565$ rad/s.).....	46
Şekil 3.18 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.492$	48
Şekil 3.19 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.737$	48
Şekil 3.20 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.819$	48
Şekil 3.21 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.918$	48
Şekil 3.22 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.983$	48
Şekil 3.23 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.229$	48
Şekil 3.24 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.311$	48
Şekil 3.25 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.639$	48
Şekil 3.26 : Ön meyil açısının büyüklüğüne bağlı olarak güvenli bölgelerin büyüklüğünün değişimi.....	49
Şekil 3.27 : Mv Gaul gemisinin birinci durum için yalpa hareketi güvenli bölgeleri, soldaki grafik $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$).....	50
Şekil 3.28 : Mv Gaul gemisinin ikinci durum için yalpa hareketi güvenli bölgeleri, soldaki grafik $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$).....	50
Şekil 3.29 : Mv Gaul gemisinin üçüncü durum için yalpa hareketi güvenli bölgeleri, soldaki grafik $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$).....	51
Şekil 3.30 : Mv Gaul gemisinin dördüncü durum için yalpa hareketi güvenli bölgeleri, soldaki grafik $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$).....	51
Şekil 3.31 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\mu=0.04$	52
Şekil 3.32 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\mu=0.06$	52
Şekil 3.33 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\mu=0.08$	52
Şekil 3.34 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\mu=0.10$	52
Şekil 3.35 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\eta=0.00$	53
Şekil 3.36 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\eta=0.05$	53
Şekil 3.37 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\eta=0.10$	53
Şekil 3.38 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $\eta=0.15$	53
Şekil 3.39 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $GM=0.350$ m.....	53
Şekil 3.40 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $GM=0.365$ m.....	53
Şekil 3.41 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $GM=0.383$ m.....	54
Şekil 3.42 : Yalpa hareketinin güvenli bölgesi $GM=0.4015$ m.....	54

Şekil 3.43 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişimi (MV Gaul, $\theta_s=0.005$ rad., $\mu=0.04$)	55
Şekil 3.44 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişimi (MV Gaul, $\theta_s=0.010$ rad., $\mu=0.04$)	55
Şekil 3.45 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişimi (MV Gaul, $\theta_s=0.020$ rad., $\mu=0.04$)	55
Şekil 3.46 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişimi (MS Helland Hansen, $\theta_s=0.10$ rad., $\mu=0.04$)	56
Şekil 3.47 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişik kuadratik sönüm katsayıları için değişimi (Mv Gaul, $\theta_s=0.1$ rad., $\mu=0.04$, $F=0.12$)	57
Şekil 3.48 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişik zorlama faz farkları için değişimi (Mv Gaul, $\theta_s=0.1$ rad., $\mu=0.04$, $F=0.08$)	57
Şekil 3.49 : Temel güvenli bölgede meydana erozyonun yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişik zorlama faz farkları için değişimi (Mv Gaul, $\theta_s=0.1$ rad., $\mu=0.04$, $F=0.12$)	57
Şekil 3.50 : Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge $\theta_m=25^\circ$	59
Şekil 3.51 : Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge $\theta_m=30^\circ$	59
Şekil 3.52 : Hansen için çekirdek güvenli bölge $\theta_m=25^\circ$	59
Şekil 3.53 : Hansen için çekirdek güvenli bölge $\theta_m=20^\circ$	59
Şekil 3.54 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0$	60
Şekil 3.55 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0.1$	60
Şekil 3.56 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0.2$	61
Şekil 3.57 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0$	61
Şekil 3.58 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.1$	61
Şekil 3.59 : Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.2$	61
Şekil 3.60 : Girişim eğrisi $\theta_m=20^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0$	62
Şekil 3.61 : Girişim eğrisi $\theta_m=20^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.1$	62
Şekil 3.62 : Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.6$)	63
Şekil 3.63 : Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.6$)	63
Şekil 3.64 : Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.6$)	64
Şekil 3.65 : Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $\Omega=0.6$)	64
Şekil 3.66 : Gaul için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.45$)	64
Şekil 3.67 : Gaul için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.45$)	64
Şekil 3.68 : MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0139$, $H_w=1m.$, $\lambda=137.3m.$)	68
Şekil 3.69 : MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0208$, $H_w=1.5m.$, $\lambda=137.3m.$)	68
Şekil 3.70 : MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0278$, $H_w=2m.$, $\lambda=137.3m.$)	69
Şekil 4.1 : Dalgaların geliş doğrultusu	71

Şekil 4.2	: Değişik enine metasandır değişim oranları için doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimi	72
Şekil 4.3	: Değişik enine metasandır değişim oranları için doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimi	72
Şekil 4.4	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.1...$	77
Şekil 4.5	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.3..$	77
Şekil 4.6	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.5..$	77
Şekil 4.7	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi ikinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.1....$	77
Şekil 4.8	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi ikinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.3....$	78
Şekil 4.9	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi ikinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.5....$	78
Şekil 4.10	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.1..$	80
Şekil 4.11	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.3..$	80
Şekil 4.12	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.4..$	81
Şekil 4.13	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.5$ $\theta_v=1.285$ rad.	81
Şekil 4.14	: Yalpa açısının zamana göre değişimi (Çok Katlı Ölçek Yöntemi birinci merteye ve Nümerik sonuçların karşılaştırması) $a=0.5$ $\theta_v=2.0$ rad.	81
Şekil 4.15	: Enine metasandır yüksekliği değişim oranının, dalga boyunun gemi ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyu oranına bağlı değişimi.....	84
Şekil 4.16	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.25m$. $\theta_m=20^\circ$).....	91
Şekil 4.17	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.33m$. $\theta_m=20^\circ$).....	91
Şekil 4.18	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.365m$. $\theta_m=20^\circ$).....	91
Şekil 4.19	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.40m$. $\theta_m=20^\circ$).....	91
Şekil 4.20	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.25m$. $\theta_m=15^\circ$).....	97
Şekil 4.21	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.33m$. $\theta_m=15^\circ$).....	97
Şekil 4.22	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.365m$. $\theta_m=15^\circ$).....	97
Şekil 4.23	: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($GM=0.40m$. $\theta_m=15^\circ$).....	97

SEMBOL LİSTESİ

Δ	: Geminin deplasmanı (ton)
GM	: Geminin enine metasantr yüksekliği (metre)
KG	: Ağırlık merkezinin kaide hattından yüksekliği (metre)
L_s	: Geminin su hattı boyu (metre)
I	: Toplam atalet momenti
θ	: Bağıl yalpa açısı (radyan)
θ_s	: Ön meyil açısı (radyan)
θ_v	: Stabilitenin kaybolduğu açı (radyan)
θ_m	: En büyük izin verilen yalpa açısı (radyan)
I	: Toplam atalet momenti
$M_d(\theta)$	: Doğrultma momenti (ton x metre)
$GZ(\theta)$	: Doğrultma moment kolu (metre)
$S(\theta, \dot{\theta})$	: Sönüm momenti
s_1, μ	: Lineer sönüm momenti katsayısı
s_2, η	: Kuadratik sönüm momenti katsayısı
$E(t)$	: Dalga zorlama momenti
E_w, F	: Zorlama kuvveti genliği
β	: Zorlama kuvveti faz farkı (radyan)
M_{ruz}	: Rüzgar momenti (ton x metre)
F_{ruz}	: Rüzgar momenti katsayısı
ω_0	: Doğal frekans (rad/s.)
Ω	: Dalga zorlama frekansı (rad/s.)
ω_e	: Karşılaşma frekansı (rad/s.)
T_e	: Karşılaşma periyodu (saniye)
σ	: Karşılaşma frekansının doğal frekanstan sapma miktarı (rad/s.)
ϵ	: Çok küçük bir parametre
H	: Dalga yüksekliği (metre)
λ	: Dalga boyu (metre)
λ_x	: Dalga boyunun gemi ilerleme doğrultusundaki bileşeni (metre)
χ	: Dalgaların geliş doğrultusu (derece/radyan)
δGM	: Enine metasantr yüksekliği değişim miktarı (metre)
a	: Bölüm 4'te enine metasantr yüksekliği değişim oranı
a_{max}	: Enine metasantr yüksekliği değişim oranının en büyük değeri
α	: Dış zorlayıcı kuvvete uygulanan faz farkı
$V(x, \dot{x})$	: Lyapunov Fonksiyonu
$H(x, \dot{x})$	: Yardımcı Fonksiyon

GEMİLERİN ENİNE STABİLİTESİNİN MATEMATİKSEL YÖNTEMLERLE İRDELENMESİ

ÖZET

Bu tezde gemilerin enine stabilitesinde en fazla etkili olan yalpa hareketi değişik matematiksel yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Bu incelemeler sırasında, yalpa hareketinin diğer gemi hareketleri ile etkileşimsiz olduğu kabul edilmiştir. Aslında yalpa hareketi savrulma ve yan öteleme hareketleri ile büyük bir oranda etkileşimli bir harekettir. Bununla birlikte olayı modelleme ve hidrodinamik kuvvetleri belirleme zorluğuna bağlı olarak, sanal bir yalpa merkezi tanımlayarak yalpa hareketinin, savrulma ve yan öteleme hareketleriyle etkileşiminin genelde sıfır olduğu kabul edilir. Genel olarak lineer teoride yalpa açısı etkileşim göz önüne alındığında daha küçük değerler verdiğinden, bu çalışmada yalpa hareketi tek serbestlik dereceli olarak irdelenmiştir.

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, ilk önce lineer olmayan yalpa hareketinin çözümü ve stabilitesini incelemek için yapılan deneysel ve teorik çalışmalardan bahsedilmiştir. Daha sonra, bu konu üzerine tez çalışması yapılmasının nedenleri ve çalışmanın kapsamı anlatılmıştır.

İkinci bölümde, yalpa hareketinin incelemesinde kullanılan MV Gaul balıkçı gemisi ve MS Helland Hansen araştırma gemisi tanıtılmıştır. Bu gemilerin genel yerleşim planları, karakteristik özellikleri ve doğrultma moment kolu eğrileri gösterilmiş ve devrilme nedenleri açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde, bordadan gelen düzenli dalgalarda gemilerin stabilitesini incelemeye yönelik çalışmalar yapılmıştır.

Üçüncü bölümün birinci kısmında, düzenli enine dalgalar etkisi altındaki bir serbestlik dereceli nonlineer yalpa hareketinin modellenmesi ve yapılan kabuller anlatılmıştır.

Üçüncü bölümün ikinci kısmında, yalpa hareketinin ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerindeki birinci ve ikinci mertebeden yaklaşık çözümleri Çok katlı Ölçek yöntemi ve Bogoliubov Mitropolsky asimptotik yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve Mathematica 5.2 paket programı kullanılarak elde edilen nümerik çözümlerle karşılaştırılmaları yapılmıştır. Her iki yöntemin ikinci mertebe çözümleri, birinci mertebe çözümlerine nazaran nümerik çözümlerle daha iyi uyum içersinde olduğu bulunmuştur. İkinci mertebe Çok katlı Ölçek yöntemi ve Bogoliubov Mitropolsky asimptotik yöntemi çözümlerinin, nümerik çözümle aralarında durağan hal bölgesinde hiç bir farklılık yoktur. Fakat geçiş bölgesinde ise farklılıklar mevcuttur. Bu yöntemlerin birinci mertebe çözümlerinin, nümerik çözümlerle arasında durağan hal bölgesinde de ufak farklılıklar vardır.

Üçüncü bölümün üçüncü kısmında, dışarıdan zorlamanın mevcut olduğu durumda, yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, temel güvenli bölgede (zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) ve çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri, sönüm ile zorlama enerjisindeki farkın değişimini gösteren enerji-zaman grafikleri nümerik yöntemle elde edilmiştir.

Yalpa hareketi güvenli bölgeleri üzerine zorlama kuvvetinin frekansı ve genliğinin, lineer ve kuadratik sönüm katsayılarının, ön meyil açısının çok fazla etkili olduğu, rüzgar ve sağanağın etkime süresinin ise nispeten daha az etkili olduğu bulunmuştur.

Yalpa hareketi güvenli bölgelerinde, zorlama kuvveti frekansı doğal frekans civarındayken en fazla erozyon meydana gelmektedir. Zorlama kuvvetinin genliği ve ön meyil açısının artırılması güvenli bölgede meydana gelen erozyonu arttırmakta, lineer ve kuadratik sönüm katsayılarının artırılması ise erozyonun azalmasına yol açmaktadır. Rüzgar ve sağanağın etkime süresi arttıkça güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarında özellikle ana rezonans bölgesinde büyük artışlar gözlemlenmiştir. Ana rezonans bölgesi haricinde ise, rüzgar ve sağanağın etkime süresinin artırılması güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarında büyük artışlara yol açmamıştır.

Zorlanmamış yalpa hareketi güvenli bölgesinin üzerine denklem parametrelerinin etkilerini göstermek için zorlama frekansının doğal frekansı oranına bağlı olarak girişim eğrileri çizdirilmiştir. Sönümün artırılmasıyla birlikte zorlanmamış yalpa hareketi güvenli bölgesi daha çok korunmakta, zorlayıcı kuvvet genliği ve ön meyil açısının artırılmasıyla birlikte güvenli bölgede daha fazla erozyon gözlemlenmektedir. En büyük miktarda erozyon ise ana rezonans bölgesinde gözlemlenmiştir.

Çalışmanın bu kısmında pratik bir stabilite kriteri yaratmak için, çekirdek güvenli bölge kavramı ortaya atılmıştır. Çekirdek güvenli bölge kavramı, Lyapunov direkt yöntemi kullanılarak elde edilen analitik güvenli bölge kavramından esinlenerek yaratılmıştır. Zaten çekirdek bölgenin sınırı da, zorlanmamış yalpa hareketinin Lyapunov fonksiyonunun kullanılmasıyla elde edilmiştir. İzin verilen maksimum yalpa açısı geminin çalışma koşullarına bağlı olarak belirlenmektedir.

Çekirdek güvenli bölge, yalpa açısı ve açısız hızının oluşturduğu faz uzayındaki en küçük sağlanması gereken güvenli bir bölgedir. Bu bölgenin %5'den fazla erozyona uğraması, geminin stabilite bakımından çok kritik bir durumun içersinde bulunduğu göstergesi olarak kabul edilmiştir. Buradan hareketle, Çekirdek güvenli bölgede denklem parametrelerinin etkisini gösteren nümerik yolla elde edilmiş girişim eğrileri kullanılarak, geminin hangi koşullarda hizmet verebileceği kolayca belirlenmiştir. İzin verilen %5'lik erozyon limiti kati standart bir değer değildir, belirlenmesi için üzerine detaylı bir şekilde araştırma yapılmalıdır. İzin verilen erozyon limiti değeri geminin hizmet vereceği servis koşullarından belirlenebilir.

Yalpa hareketinin güvenli bölgelerinden ve zorlanmamış yalpa hareketi güvenli bölgesi veya çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrilerinden zorlayıcı kuvvetin genliğinin ve sönüm katsayısının büyüklüğünün yalpa hareketi güvenli bölgesinin korunup korunmamasında son derece etkili olduğu zaten bulunmuştu. Buradan yola çıkılarak, sönüm enerjisi ile zorlayıcı kuvvet enerjisi arasındaki farkın gemilerin devrilip devrilmemesiyle ilişkisi araştırılmıştır. Devrilme olayının gerçekleştiği zaman zorlayıcı kuvvet enerjisinin sönüm enerjisinden daha büyük değerler aldığı, devrilmeme durumunda ise sönüm enerjisi ile zorlama enerjisinin neredeyse birbirine eşit belki biraz daha sönüm enerjisinin büyük değer aldığı bulunmuştur.

Üçüncü bölümün dördüncü kısmında, MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumda değişik zorlama kuvvetleri için nümerik yöntemle elde edilmiş en kritik zorlama frekansındaki güvenli bölgelerine, Lyapunov direkt yöntemi kullanarak analitik güvenli bölgeler uydurulmuştur. Lyapunov direkt yöntemiyle elde edilen analitik güvenli bölgelerin, nümerik yöntemle elde edilen bölgelerden daha ufak olmakla birlikte oldukça uyum içersinde olduğu gözlemlenmiştir.

Bu tezin dördüncü bölümünde parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketi incelenmiştir.

Dördüncü bölüm birinci kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketi üzerine yapılmış çalışmalar ve bu çalışmada kullanılan model anlatılmıştır.

Dördüncü bölüm ikinci kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin, ana harmonik rezonans bölgesinde ve zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken, çok katlı ölçek yöntemi kullanarak birinci ve ikinci mertebeden yaklaşık çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen bu yaklaşık çözümlerin, nümerik yöntemle elde edilmiş çözümlerle karşılaştırılması yapılmış ve ikinci mertebe çözümlerin durağan hal bölgesinde nümerik çözümlerle oldukça uyum içersinde olduğu geçiş bölgesinde ise farklılıkları olduğu bulunmuştur. Birinci mertebe çözümlerin ise nümerik çözümlerle aralarında durağan hal bölgesinde de farklılıkları olduğu bulunmuştur. Enine metasantr yüksekliği değişim oranı arttıkça, hem birinci mertebe hem de ikinci mertebe yaklaşık çözümlerin nümerik çözümle aralarındaki fark, hem durağan hem de geçiş bölgesinde açılmaktadır.

Dördüncü bölüm üçüncü kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin güvenli bölgeleri ve temel güvenli bölgede (parametrik ve dışarıdan zorlama olmadığı haldeki zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri, öncelikle literatürdeki diğer çalışmalarda olduğu gibi enine metasantr metasantr yüksekliğindeki değişim oranının sabit kabul edildiği durumda elde edilmiştir. Fakat elde edilen sonuçlardan, yapılan bu kabulün olayın fiziksel gerçeğini tam olarak yansıtamadığı bulunmuştur. Bu sebepten dolayı, enine metasantr yüksekliği değişim oranı, dalgaların geliş doğrultusu ve dalga boyunun gemi ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı bir fonksiyonu olduğu düşünülmüş ve değişik denklem parametreleri için yalpa hareketi güvenli bölgeleri ve temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri tekrardan elde edilmiştir. Bu sefer fiziksel olay daha iyi açıklanabilmektedir.

Bu yeni durum için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrilerinden, kıç omuzluktan 30° doğrultu ile gelen dalgaların en fazla stabilite problemi yarattığı bulunmuştur.

Dalga tepesinde stabilite kaybının daha fazla olduğu, dalga tepesindeyken mutlak değerce artan enine metasantr yüksekliği değişim oranlarının temel güvenli bölgede daha fazla erozyona sebep olduğu ve viskoz sönüm momentinin yalpa hareketi güvenli bölgelerinin korunmasında sağladığı büyük etki gösterilmiştir.

Yine bu kısımda rüzgar momentinin sabit olduğu kabulü yerine, ilk önce rüzgar momentinin yalpa açısına bağlı olduğu düşünülmüş ve değişik denklem parametreleri için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri elde edilmiştir. Bu girişim eğrilerinden, rüzgar momentinin yalpa açısının bağılı olarak düşünülmesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini düşürdüğü bulunmuştur. Daha sonra rüzgar momenti en büyük değerini dalgaların tam bordadan ve dik konumda geldiğinde alan yalpa açısı ve doğrultu açısının bir fonksiyonu olduğu düşünüldü, girişim eğrileri yeniden elde edilmiş ve temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonda büyük düşüşler gözlemlenmiştir.

Son olarak bu kısımda, enine metasantr yüksekliğinin güvenli bölgelerin korunması üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Artan enine metasantr yüksekliği değerleri için kıç omuzluktan gelen dalgaların tehlikeli hale geldiği, azalan enine metasantr yüksekliği için ise kıçtan gelen dalgalar tehlikeli hale geldiği bulunmuştur.

Dördüncü bölüm dördüncü kısımda, denklem parametrelerinin parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin üzerine etkisi çekirdek güvenli bölge kavramı kullanarak incelenmiş, pratik bir stabilite kriteri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Üçüncü kısımda olduğu gibi, gemi dalga tepesindeyken artan enine metasantr yüksekliği değişim oranları ve dalga yükseklikleri ile birlikte geminin çekirdek güvenli bölgesi daha fazla erozyona uğramaktadır. Geminin enine metasantr yüksekliğinin büyüklüğünün IMO tarafından belirlenen sınırın biraz üzerine çıkarılması, çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyonu kıç omuzlukta gelen dalgalarda arttırmakta, kıçtan gelen dalgalarda ise azaltmaktadır. Geminin enine metasantr yüksekliği sınırın biraz altına indirilirse, kıç omuzluktan gelen dalgalarda çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon azalmakta, kıçtan gelen dalgalarda ise erozyon artmaktadır. Geminin enine metasantr yüksekliğinin IMO tarafından balıkçı gemileri için belirlenen sınırın çok altına çekilmesi hem kıçtan hemde kıç omuzluktan gelen dalgaların geminin stabilitesini çok büyük bir tehlike içersine sokmasına sebep olmaktadır.

Takip eden dalgalarda dalga karşılaşma frekansı ve karşılaşma açısı operasyonel değişkenler olduğundan, yani gemi hızı ve doğrultusu değiştirilerek farklı değerler elde edilmesi mümkün olduğundan, gemilerin enine stabilite değerlendirmesinde sadece tasarım değil aynı zamanda operasyonel unsurlarında değerlendirmesi gerektiği unutulmamalıdır.

Yine bu kısımda rüzgar momentinin yalpa açısına bağlı değiştiği düşünülmüş ve enine metasantr yüksekliğindeki değişimin hangi dalga yükseklikleri ve geliş doğrultuları için çekirdek güvenli bölgede erozyon meydana getirdiği ortaya konulmuştur. Rüzgar momentinin sabit kabul edildiği durumdakine benzer sonuçlar elde edilmiştir. Fakat dalgaların geliş doğrultusu, yükseklikleri ve boyları ne olursa olsun rüzgar momentinin yalpa açısına bağlı olması çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin düşmesine yol açmıştır.

Son olarak bu kısımda, dış zorlayıcı kuvvete verilen faz farkının gemilerin stabilitesinde çok önemli bir rol oynadığı ortaya konulmuştur. Faz farklı dış zorlayıcı kuvvetin, faz farksız dış zorlayıcı kuvvete nazaran çekirdek güvenli bölgede daha az erozyon meydana getirmektedir.

Dördüncü bölüm beşinci kısımda, devrilme olasılığı yüzdeleri tabloları sunulmuştur. Devrilme olasılığı yüzdesi, dalgaların görülme olasılıkları da hesaba katılarak kaçta kaçının çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyonun devrilmeye yol açtığını göstermektedir. Bu tablolardan, dalga tepesinde enine metasantr yüksekliği değişim oranının mutlak değerce artmasıyla birlikte devrilme olasılığının arttığı, enine metasantr yüksekliğinin arttırılmasının kıç omuzluktan gelen dalgaların devrilme olasılığını arttırdığı, kıçtan gelen dalgaların ise devrilme olasılığını azalttığı, enine metasantr yüksekliğinin azalmasının kıçtan gelen dalgaların devrilme olasılığı yüzdesini arttırdığı kıç omuzluktan gelen dalgalarınkini ise düşürdüğü, rüzgarın sabit bir değeri yerine yalpa açısına bağlı olmasının da devrilme olasılığını azalttığı bulunmuştur. Son olarak da, dış zorlayıcı kuvvete eklenen faz farkının devrilme olasılığı yüzdesini önemli miktarda düşürdüğü gösterilmiştir.

Beşinci bölümde, elde edilen sonuçlar özetlenmiş, bu çalışmanın getirdiği yeniliklerden bahsedilmiş ve bu tezden yararlanılarak ileride yapılabilecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

EXAMINATION OF THE TRANSVERSE STABILITY OF SHIPS BY MATHEMATICAL METHODS

SUMMARY

In this study, rolling motion that is the most effective on the intact stability (IS) of ships, was examined by mathematical methods. In these examinations, roll motion was assumed to be uncoupled with the other ship motions. Actually, the roll motion is strongly coupled with sway and yaw motion. However, coupling of the roll motion with sway and yaw motion was assumed to equal to zero due to the fact that in linear theory coupling reduces the roll amplitudes. Therefore, a single degree of freedom equation using the concept of roll centre is used.

This study consists of five chapters.

In the first chapter of this thesis, experimental and theoretical studies done for examination of nonlinear roll motion have been reviewed and the aims of the present have been discussed.

In the second chapter, MV Gaul, a fishing vessel and MS Helland Hansen, a research vessel, that were used for examination of roll motion have been presented. General plans, characteristic and restoring arms of these ships were shown and the reasons of capsizing of these ships were also explained.

In the third chapter, the studies on the stability of ships in beam seas have been presented.

In the first part of chapter three, the modeling of nonlinear uncoupled rolling motion and the assumptions while modeling this equation have been discussed.

In the second part of chapter three, first and second degree approximate solutions of roll motion equation in sub, super and main resonance regions obtained by using Multiple Scale Method and Bogoliubov Mitropolsky asymptotic method have been derived and these approximate solutions have been compared with the numeric solutions of obtained by Mathematica 5.2 package program. Second-degree solutions of the both approximate methods were compatible with numerical solutions in steady state region but they had difference with numerical solutions in transient region. First-degree solutions of these methods had also small difference with numerical solutions at the steady state region. However, approximate solutions were incapable in predicting the unstable motions.

In the third part of chapter three, safe domains and integrity curves which show the erosion amount occur at fundamental safe basin (safe domain of non-excited roll motion) and kernel safe basin (smallest safe domain that must be protected) under excitation, and also energy-time graphs which showing the difference between the damping and excitation energy have been obtained by numerical method.

It was found that excitation amplitude and frequency, linear and quadratic damping coefficients and bias angle had very strong influence on the size of safe domains. However, wind and gust duration time were less effective on the size of safe domains than magnitude of gust and wind.

When the excitation frequency was around the natural frequency, the largest erosion occurred at the safe domain of roll motion. Increment of excitation amplitude and bias angle increased the erosion occurring at the safe domain whereas increments of linear and quadratic damping coefficients decreased the erosion. Increment of the duration time of wind and gust increased the erosion occurred at the safe domain rapidly when excitation frequency was approximately equal to natural frequency. However, effect of wind and gust caused only small erosion at the safe domain for other excitation frequencies.

Integrity curves were drawn in order to show the effect of equation parameters on the size of the fundamental safe basin. With the increment of damping, size of fundamental safe basin protected better whereas increment of excitation amplitude and bias angle increased the erosion occurred at fundamental safe basin. Maximum erosion was observed at the main resonance region.

In this part of the study, kernel safe basin concept was introduced to create a practical stability criterion. Kernel safe basin concept was created by being inspired of the analytical safe domain obtained by Lyapunov's direct method. Besides, boundary of the kernel safe basin was obtained by using a Lyapunov function. The maximum permitted roll angle of the kernel safe basin could be determined from the service conditions of the ship.

Kernel safe basin which must be protected for each condition is the smallest safe basin in roll angle and roll angular phase space. In this study, it was assumed that if the erosion occurred more than five percent in the kernel safe basin, the stability of the ship was considered as critical. Thus, the operability conditions of the ships could easily be determined by using the integrity curves that show the amount of erosion occur at kernel safe basin. The allowable five percent erosion limit is not an exact standard value and a detailed investigation should be made to determine the appropriate choice. The allowable erosion limit can be determined from the service conditions of the ship.

The extreme effectiveness of excitation amplitude and damping coefficient on the protection or not-protection (destruction) of the safe domain of the rolling motion were already shown by using integrity curves. From the obtained results, it was decided to give special attention to damping and excitation. Thus, the relationship between capsizing and the difference between damping and excitation energy was investigated. It was found that if capsizing occurred, excitation energy took larger values than the damping energy whereas if damping energy was equal or slightly bigger than excitation energy, capsizing did not occur.

In the fourth part of chapter three, analytical safe basin obtained by Lyapunov direct method was adjusted to the numerically obtained safe basin of the most critical excitation frequency for 0.1 radian biased case of MS Helland Hansen research vessel. From the comparison of analytical and numerical safe basin, it was found that analytical safe basin was more conservative and smaller than numerically obtained safe basin but it was compatible with numerical safe basin.

In the chapter four of this thesis, rolling motion under the influence of parametric excitation has been investigated.

In the first part of chapter four, the studies done for examination of rolling motion under the influence of parametric excitation and the model used in this thesis have been presented.

In the second part of chapter four, first and second degree approximate solutions of rolling motion under the influence of parametric excitation in main resonance region and when excitation frequency is approximately twice of the natural frequency were obtained by Multiple scale method. These approximate solutions compared with the

numerical solutions, found that second order approximate solutions were compatible with numerical solutions in steady state region, and also found that second order approximate solutions have differences with the numerical solutions in transient region. However, first order approximate solutions had differences in the transient region too. When the ratio of the variation of metacentre height increased, the differences between numerical solutions and both second order and first order approximate solutions increased in both steady state and transient region.

In the third part of chapter four, the safe domains of roll motion under the influence of parametric excitation and integrity curves which show the amount of erosion occur at fundamental safe basin (the safe domain of non-excited roll motion) under the influence of parametric excitation have been obtained for the constant value of the ratio of the variation of metacentre height like the other researches in the literature. However, the obtained results showed that this assumption did not reflect completely the physical behavior of the roll motion under parametric excitation. Thus, the ratio of the variation of the metacentre height of the ship was assumed to be a function of the heading angle of the waves and the ratio of the component of the wave length in the direction of ship heading to ship length. Safe domains of the roll motion and integrity curves have been obtained for different equation parameters by using this assumption. Physical behavior of roll motion was explained better this time.

From this new case, it was found that waves that came toward the ship with an angle of 30° caused the biggest stability problem.

It was shown that loss of stability was bigger at the wave crest, increment of the absolute value of the ratio of the variation of metacentre height on the wave crest caused to enlarge the erosion occurred at fundamental safe basin and viscous damping had a great role on the protection of the safe domains of the rolling motion.

Moreover in this part of this study, wind moment was assumed to be function of roll angle instead of having a constant value (in the previous parts of this thesis wind moment was constant) and integrity curves have been obtained for different equation parameters again. From these new integrity curves, it was found that assumption of wind moment to be a function of roll angle decreased the erosion occurred at fundamental safe basin for all wave heights. Then, it was assumed that wind moment would be the function of roll angle and heading angle (wind moment would take its highest value when it came directly from the side of the ship) and integrity curves obtained again. From these results, it was observed big decrements at the erosion occurred at fundamental safe basin.

Finally in this part, it was shown the effect of metacentre height on the protection of the safe domains. It was found that stern quartering seas (waves come toward the ship with an angle of 16° - 50°) became more dangerous by the increment of metacentre height whereas following seas (waves come toward the ship with an angle of 0° - 15°) became more dangerous by the decrement of metacentre height

In the fourth part of chapter four, rolling motion under the influence of parametric and external excitation has been examined for different equation parameters by using kernel safe basin concept, and a new concept for the practical stability criterion of ships was created.

It was observed that being on the wave crest for the ship, increment of wave heights and the absolute value of the variation of metacentre height caused more erosion in the kernel safe basin. If the metacentre height is increased over the defined value for fishing vessels by IMO, it causes to enlarge the erosion occurs at safe basin for stern quartering waves but for following waves the erosion occurred at safe basin has decreased when the metacentre height was slightly decreased below the defined value for fishing vessels by IMO, it caused to enlarge the erosion occurring at

safe basin for following waves but for stern quartering waves the erosion occurring at safe basin decreased. If the metacentre height was decreased too much under the value defined by IMO for fishing vessels, it caused great danger for the ship stability for both following and stern quartering waves.

For the following and quartering seas, encounter frequency and encounter angle are the operational variables (they can take different values by changing the speed and heading of the ship) so operational components should be evaluated besides the design.

Moreover in this part, wind moment was assumed to be function of roll angle instead of a constant value and the effect of the variation of metacentre height on the erosion occurred in kernel safe basin for different wave heights, lengths and heading angles have been presented. Similar results with the assumption of a constant value of wind moment have been obtained. However, assumption of wind moment being dependant on roll angle decreased the erosion occurred at kernel safe basin for whole wave heights and headings.

Finally in this part, the importance of the phase angle of the external excitation on the stability of the ships has been discussed. External excitation with a phase angle caused much less erosion at the kernel safe basin rather the external excitation without a phase angle.

In the fifth part of chapter four, tables of the probability percentage of capsizing have been presented. Probability percentage of capsizing showed how many waves could cause the erosion in the kernel safe basin by paying attention of the probability of observation of the waves. From these tables, it could be seen that if the absolute value of the ratio of the variation of the metacentre height on the wave crest increased, the probability percentage of the capsizing increased for stern quartering waves and decreased for following waves. If the absolute value of the ratio of the variation of the metacentre height decreased, following waves became dangerous and stern quartering waves became less dangerous. If the wind moment assumed to be roll angle dependant instead of being constant, probability percentage of capsizing decreased. Finally, it was shown that the availability of external phase angle decreased the probability percentage of capsizing.

In the fifth chapter, obtained results have been summarized, new ideas of this study have been highlighted and the possible future researches that can be made by using the results of this thesis have been discussed.

1. GİRİŞ VE KONUNUN TANITILMASI

1.1 Giriş ve Literatür Değerlendirmesi

Gemilerin stabilitesi üzerine bilinen ilk çalışma, 1746 yılında Piere Bouger tarafından yapılmıştır. O günden bugüne kadar gemilerin enine stabilitesi bilim adamları ve araştırmacılar için her zaman popüler bir araştırma konusu olmuştur ve ileride de olacaktır. Gemilerin enine stabilitesinin bu kadar popüler bir araştırma konusu olmasının sebebi, IMO kurallarının ve şu anki mevcut IS (Intact Stability) kodunun bundan 30 yıl önce kabul edilmiş kurallara dayanması ve bu kuralların gemilerin devrilme mekanizmasını açıklamakta yetersiz kalmaları ya da yalpa hareketinin araştırmacılar tarafından tamamiyle açıklanamamış olmasına bağlanabilir. Muhtemelen bu sebeplerin ikisi birden de doğrudur.

IMO kurallarını ve mevcut IS kodunu sağladığı halde gemiler hala devrilmektedir. Mevcut kuralların yetersiz kalmasının sebebi, bu kurallarda doğrultma moment koluyla karakterize edilen sakin sudaki statik stabilite çok önemli bir yer tutarken, denizin doğası ve geminin dinamik tepkilerinin açıkça yer almamasına bağlanabilir. Mevcut stabilite kurallarının geliştirilmesi ve yenilenmesi gerekmektedir. Olayın fiziği doğru şekilde modellenmeli ve kuralların içinde yer alması sağlanmalıdır.

Gemilerin enine stabilitesi üzerine bir tez çalışması yapmamızın sebebi, yukarıda bahsedildiği gibi bu konu ile ilgili hala doldurulması gereken boşluklar olması ve mevcut stabilite kurallarının yenilenebilmesi için bir katkıda bulunmak istememizdir.

Bu tez çalışmasının içeriği anlatılmadan önce 1746 yılından bu yana kadar gemilerin enine stabilitesiyle ilgili yapılmış önemli çalışmalardan örnekler verilecektir.

Piere Bouger 1746 yılında enine metasantr yarıçapı BM'i, su hattı atalet momentinin deplasman hacmine oranı olarak tanımlamıştır. Böylece gemilerin stabilitelerinin ölçümünde kullanılan enine metasantr yüksekliği GM, Denklem (1.1)'de gösterildiği gibi tanımlanmıştır [1].

$$GM=KB+BM-KG \quad (1.1)$$

Burada KB yüzme merkezinin dikey koordinatı ve KG ağırlık merkezinin dikey koordinatıdır.

Doğrultma moment kolu $GZ=GM \sin\Phi$ veya $GZ= GM \Phi$ ile yaklaşılmıştır. Burada Φ radyan olarak meyil açısını göstermektedir.

Doğrultma moment kolunun daha kesin hesabı için, Denklem (1.2)'deki formül 1796 yılında Atwood tarafından önerilmiştir [2].

$$GZ = \frac{\nu h_1 h_2}{\nabla} - BG \sin \phi \quad (1.2)$$

Burada ν batan veya çıkan siyilin hacmi, $h_1 h_2$ transfer hacminin kolu ve BG yüzme merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki dikey mesafedir.

Canon Moseley 1850 yılında dinamik stabilite fikrini ortaya atmıştır. Geminin rijid ve hiçbir hidrodinamik tesir olmaksızın sadece yalpa hareketi yapması kabulleri altında, geminin bazı dış kuvvetler altında yaptığı işi doğrultma moment kolu eğrisi altında kalan alanla ilişkilendirmiştir. Moseley bu tanıma bağlı olarak Denklem (1.3)'teki eşitsizliği önermiştir. Bu eşitlik sağlandığı takdirde geminin stabil olduğunu kabul etmiştir.

$$\int_0^{\theta_{\max}} [M_r(\theta) - M_e(\theta)] d\theta > 0 \quad (1.3)$$

Burada $M_r(\theta)$ ve $M_e(\theta)$ sırasıyla doğrultma ve meyil momentleridir ve $\theta_{\max}$ en büyük yalpa açısıdır.

Moseley'nin bu çalışmasının önemi gemilerin stabilitesini yalpa açısıyla ilişkilendirmeye çalışmasıdır.

1861 yılında Barnes stabilite çapraz eğrilerinin hesabında kullanılmak için nümerik bir yöntem geliştirmiştir [4]. Bu gelişme teorik bilgilerin pratikte kullanılması için bir kapı açmıştır.

Yine 1861 yılında W. Froude sönüm etkisini ihmal ederek, geminin genişliği ve draftının dalga boyuna nazaran küçük olduğu kabulü altında düzenli bordadan gelen dalgalarda yalpa hareketi için bir ifade türetmiştir [5].

W. Froude 1874 yılında da sönüm etkileri için kullanılabilecek Denklem (1.4)'te gösterilen aşağıdaki ampirik sönüm formülünü türetmiştir [6].

$$-\frac{d\phi}{dn} = a\phi + b\phi^2 \quad (1.4)$$

Scrabanti 1904 yılında duvar bordalı gemilerin doğrultma moment kolu değerleri için Denklem (1.5)'te gösterilen ifadeyi bulmuştur [7].

$$GZ = \left(GM + \frac{BM}{2} \tan^2 \varphi \right) \sin \varphi \quad (1.5)$$

Doğrultma kolu eğrisinin integrali olan dinamik doğrultma kolu, stabilite kriterinde çeşitli araştırmacılar tarafından kullanılmıştır. Örneğin, 1913 yılında Benjamin, başarılı bir şekilde hizmet veren çok sayıda gemiyi karşılaştırdıktan sonra dinamik doğrultma kollarının alması gereken en küçük değerleri ile ilgili aşağıdaki öneriyi öne sürmüştür [8].

$\varphi=60^\circ$ meyil için dinamik kol ≥ 0.2 m.rad.

$\varphi=30^\circ$ meyil için dinamik kol ≥ 0.05 m.rad.

Benjamin'in bu önerisine sınırlayıcı açıların seçimi yüzünden çok fazla karşı çıkmıştır. Daha sonra Benjami'nin kendisi önerisini geri çekmiştir.

1935 yılında Pierrottet sınırlayıcı bir açı ve bu açıdaki gerekli dinamik kolundan ibaret bir kriter öne sürmüştür. Dinamik kolun, rüzgar, dalgalar, santrifüj kuvvetleri ve güvertede yolcu hareketlerinin yaptığı işlerin toplamına eşit veya daha büyük olduğunu kabul etmiştir [9]. Nümerik hesaplamalar için bir prosedür de öne sürmüştür. Öneri sağlanması oldukça güç olduğundan tercih edilmemiştir.

1939 yılında Rahola doktora tezinde 1870 ve 1938 yılları arasında boyları 30 metre ile 78 metre arasında değişen 34 geminin analizini yaparak aşağıdaki stabilite kriterlerini elde edip önemli bir katkı sağlamıştır [10].

$\varphi=20^\circ$ meyilde $GZ=0.14$ m.

$\varphi=30^\circ$ meyilde $GZ=0.20$ m.

$\varphi=40^\circ$ meyilde $GZ=0.20$ m.

En büyük doğrultma moment kolu değeri $\varphi_{\max} \geq 35^\circ$

Stabilitenin kaybolduğu açı $\varphi_d \geq 60^\circ$

Gemi içersine suyun girdiği açıya kadar doğrultma kolu eğrisi altında kalan alan 0.08 metre x radyan'dan büyük olmalıdır.

Rahola'nın kriteri, IMCO tarafından 1968 yılında yayınlanan kriter de dahil olmak üzere bazı ulusal kriterlerin de temelini oluşturmuştur.

1947 yılında Prohaska artık stabilite fikrini ortaya atıp, doğrultma moment kolunu iki parçaya ayırmayı önermiştir [11].

1952 yılında Grim ve Wendel, dalgalar arasında geminin doğrultma momentinin zamanla değişim etkisini göstermişler.

Wendel gemi boyu ile dalga boyunun aynı olduğu zaman stabilite bakımından en tehlikeli durumun oluştuğunu, boyları çoğunlukla 30m. ile 60m. arasında değişen kık ve kık omuzluktan gelen dalgalarda 5-7 Beaufort şiddetinde rüzgar altında devrilmiş gemilerin kaza kayıtlarının istatistiksel analizine dayanarak göstermiştir. Bunun yanı sıra doğrultma momentinin tamamen kaybolma miktarının dalga yüksekliği, geometrisi, dikliği ve gemi boyuna göre dalga tepesinin konumunun fonksiyonu olduğunu iddia etmiştir [12].

Grim, dalgalar arasında doğrultma momentinin zamanla değişimini değişik bir amaç için kullanmıştır. Yalpa denklemini Denklem (1.6)'daki şekilde modellemiştir [13].

$$I\ddot{\theta} + \Delta(GM + \delta GM \cos \Omega t)\theta = 0 \quad (1.6)$$

Burada I : yalpa atalet momenti, Δ : deplasman, GM: enine metasantr yüksekliği, δGM : enine metasantr yüksekliğinde meydana gelen değişim, Ω : dalga frekansı, θ : yalpa açısı

Grim, Mathiue denkleminin stabilitesi hakkında bilinenleri kullanarak yalpa denkleminin olası stabil olmayan bölgelerini göstermiştir.

Grim 1954 yılında yalpa denklemini Denklem (1.6)'dan daha genel halde Denklem (1.7) tipinde düşünmüştür [14].

$$I\ddot{\theta} + \Delta GZ(\theta) = M \quad (1.7)$$

Burada I : yalpa atalet momenti, Δ : deplasman, GZ: doğrultma moment kolu, M: zorlama kuvveti

Grim'in yaklaşımlarının önemi geminin stabilitesini hareketleriyle ilişkilendirmeye çalışmasından gelmektedir ve Grim'in bu fikirleri bugünün araştırmalarının çoğunun temelini oluşturmaktadır.

Günümüzde de dahil olmak üzere birçok araştırmacı, fiziksel olayın modellenmesinin zorluğuna bağlı olarak genelde dalgalar arasında altı serbestlik derecesine sahip olan bir geminin, bütün hareketleri aynı büyüklükte yapmadığını da göz önünde bulundurarak, sadece iki yada üç hareketin birbirleriyle olan etkileşimlerini hesaba katmışlardır. Hatta mümkünse bir serbestlik dereceli hale indirgemişlerdir.

Pauling ve Rosenberg, üç serbestlik derecesine sahip (dalıp çıkma, baş kık vurma ve yalpa) bir geminin hareketini hem teorik hem de deneysel olarak incelemişlerdir. Lineer olmayan etkileşimlerin olası stabil olmama durumları üzerindeki etkilerini

göstermişlerdir. Stabilité kayıplarını, doğal frekansın zorlama frekansının yaklaşık olarak yarısı veya eşit olduğu zaman gözlemlemişlerdir [15].

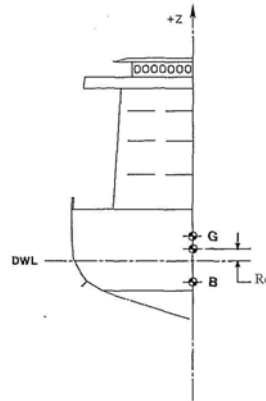
Birçok araştırmacı, bordadan gelen dalgalarda, gemilerin sancak ve iskele doğrultusunda simetriye sahip oldukları durumda, yalpa hareketini diğer gemi hareketlerine nazaran daha büyük miktarda yaptığını, yan sürüklenme ve savrulma hareketinin yalpa hareketiyle etkileşim içerisinde olduğunu diğer gemi hareketlerinin ise yalpa hareketiyle etkileşimi olmadığını kabul etmişlerdir. Bu araştırmacıların bazıları da savrulma hareketinin yalpa hareketiyle etkileşiminin daha küçük olduğunu kabul etmişler ve denklem (1.8a) ve (1.8b)'de gösterilen yalpa-yan sürüklenme etkileşimli denklem çiftini, bordadan gelen dalgalar da gemilerin stabilitesinin incelenmesinde kullanmışlardır.

$$(A_{42} - \Delta z_c) \ddot{y}_s + B_{42} \dot{y}_s + (A_{44} + I_4) \ddot{\theta} + B_{44} \dot{\theta} + C_{44} \theta = F_4(\tau) \quad (1.8a)$$

$$(A_{22} + \Delta) \ddot{y}_s + B_{22} \dot{y}_s + (A_{24} - \Delta z_c) \ddot{\theta} + B_{24} \dot{\theta} = F_2(\tau) \quad (1.8b)$$

Denklem (1.8a) ve (1.8b)'de, y_s yan sürüklenme yer değiştirmesini, θ yalpa açısını, A'lar hidrodinamik ek kütle katsayılarını, B'ler hidrodinamik sönüm katsayıları, F'ler dalga zorlama kuvvetlerini, C_{44} yalpa için doğrultma katsayısını, z_c ağırlık merkezinin orijinden yüksekliğini, Δ geminin deplasmanını, I_4 orijindeki yalpa atalet momentini göstermektedir.

Bazı araştırmacılar, iki serbestlik dereceli denklem (1.8a) ve (1.8b)'de gösterilen yalpa – yan sürüklenme modelini, denklem (1.9)'da gösterilen bir serbestlik dereceli hale sanal bir yalpa merkezi tanımlayarak getirmişlerdir. Şekil 1.1'de, bir geminin yarım en kesiti üzerinde yalpa merkezinin temsili konumu gösterilmiştir [16]. Sanal yalpa merkezi cismin ağırlık merkezi ile yüzme merkezi arasında yer almaktadır.



Şekil 1.1: Yalpa merkezinin konumu [16]

$$(\hat{I}_{44} + \hat{A}_{44})\ddot{\theta} + \hat{B}_{44}\dot{\theta} + B_{44q}\dot{\theta}|\dot{\theta}| + \Delta GZ(\theta) = F(\tau) \quad (1.9)$$

Burada

$$\hat{I}_{44} = I_{44} - \Delta z_c R_c, \hat{A}_{44} = A_{44} + A_{42} R_c, \hat{B}_{44} = B_{44} + B_{24} R_c, F(\tau) = F_4(\tau) + R_c F_2(\tau)$$

Sanal Yalpa merkezinin yüzme hattından yüksekliği R_c ile gösterilmiştir ve

$$R_c = -\frac{\Delta z_c + A_{42}}{\Delta + A_{22}}, \text{ye eşittir.}$$

Doğrultma moment kolu $GZ = C_0 + C_1\theta + C_3\theta^3 + C_5\theta^5 + \dots$ şeklinde modellenenebilir.

ΔC_0 ön meyil momentidir ve bu meyil momenti rüzgardan, kargo yer değiştirmesinden, güverteadaki buzdan veya balık ağı çekilirken meydana gelebilir.

B_{44q} suyun viskozite etkilerini de hesaba katılmasını sağlayan kuadratik sönüm momenti katsayısıdır. Bu sönüm momenti Himeno tarafından geliştirilen yarı ampirik formül kullanılarak tahmin edilebilir [17].

Birçok araştırmacı denklem (1.9) tipindeki kesin çözümü olmayan bir serbestlik dereceli lineer olmayan yalpa hareketinin yaklaşık çözümünü, pertürbasyon yöntemleri, asimptotik yöntemler ve harmonik balans yöntemi gibi yöntemlerle elde etmeye çalışmışlardır. Nayfeh [18,19], Cardo ve Francescutto [20], Wright ve Marsfield [21], Senjanovic [22], Taylan [23,24,25]'ün çalışmaları yaklaşık çözüm bulma alanında yapılmış çalışmalara verilebilecek en önemli örneklerdendir.

Nayfeh lineer olmayan salınımlar adındaki kitabında, denklem (1.9) tipinde doğrultma momenti 3'üncü dereceden bir polinomla ifade edilmiş lineer olmayan diferansiyel denklemin alt, üst ve ana harmonik rezonans bölgelerindeki hem dışarıdan hem de parametrik zorlama etkisi altındaki yaklaşık çözümlerini çok katlı ölçek yöntemi kullanarak elde etmiştir [18].

Nayfeh ve Khedir çalışmalarında, denklem (1.9) tipinde doğrultma moment kolu 5'inci dereceden bir polinomla ifade edilmiş ön meyilli lineer olmayan yalpa hareketinin ana rezonans bölgesindeki ikinci mertebeden yaklaşık çözümünü çok katlı ölçek yöntemi kullanarak elde etmiştir [19].

Cardo, Francescutto ve Nabergoj çalışmasında, denklem (1.9) tipinde ön meyilsiz yalpa hareketinin ultra, alt ve ana harmonik rezonans bölgelerindeki yaklaşık çözümünü Bogoliubov-Krylov-Mitropolsky asimptotik yöntemi kullanarak elde etmiştir. Elde ettikleri bu yaklaşık sonuçları Runge-Kutta-Gill nümerik yöntemi kullanarak elde ettikleri sonuçlarla karşılaştırmışlardır [20].

Wright ve Marshfield, çalışmalarının teorik kısmında denklem (1.9) tipindeki lineer olmayan yalpa hareketinin çözümünü pertürbasyon ve harmonik balans yöntemi kullanarak elde etmişlerdir. Çalışmalarının deneysel kısmında ise bir geminin üç ayrı fribordlu modelinin, sinüsoidal kuvvet altındaki bordadan gelen dalgalarda devrilme davranışını incelemişlerdir [21].

Senjanovic, harmonik balans yöntemini kullanarak, kübik dinamik sistemlerin lineer olmayan salınımlarını hem tek hem de çoklu harmonik zorlama etkisi altında incelemiştir [22].

Taylan denklem (1.9) tipindeki yalpa hareketinin Duffing yöntemini [23,24] ve Bogoulibov Krylov asimptotik yöntemini [25] kullanarak yaklaşık çözümünü elde etmiştir.

Grochawalski, kış omuzluktan ve bordadan gelen dalgalarda gemilerin tam ve az yüklü durumlarında devrilme mekanizmalarını incelemiş ve güverteye su çullanmasının ve dalga tepesinde stabilite azalmasının önemini göstermiştir [26].

Kan, Saruta ve Taguchi, kış omuzluktan gelen dalgalarda bir konteyner gemisinin devrilmesini incelemişlerdir. Düzenli ve düzensiz dalgalarda yaptıkları 763 denemenin 225'i devrilme ile sonuçlanmıştır. En fazla devrilmeyi karşılaşma açısı 20° ile 40° arasındayken gözlemlemişlerdir. Belirli bir kritik hızın altında ise devrilme gözlemlememişlerdir [27].

Umeda ve Hamamoto, kış ve kış omuzluktan gelen dalgalarda gemi modellerinin devrilmesini inceleyen deneyler yapmışlardır. Kayıt ettikleri devrilmeler dalga tepesindeki stabilite kaybından, başın suya dalmasından, düşük devinimli rezonanstan (karşılaşma periyodu doğal yalpa periyodunun yarısı civarındayken) ve maksimum dümen gücüne rağmen sabit bir doğrultu tutturamamaktan kaynaklanmıştır [28].

Neves, Perez ve Valerio, boyuna düzenli dalgalarda benzer karakteristik özelliklere sahip iki farklı kış tipine sahip ufak balıkçı gemisinin stabilitesini hem analitik hem de deneysel olarak incelemişler ve kış şeklinin parametrik stabilite üzerindeki etkisini göstermişlerdir [29].

Spyrou ve Cotton, prizmatik bir gemi modeli için devrilme testleri yapmışlardır. Bu devrilme testlerinden devrilme sınırını çıkartıp, teorik çalışmalarıyla elde ettikleri sınır ile karşılaştırmışlardır [30].

Neves, Perez ve Lorca baştan gelen dalgalarda balıkçı gemilerinin yalpa hareketleri ve stabiliteleri üzerine bir deneysel çalışma yapıp bunu nümerik ve analitik

yöntemlerle elde ettikleri sonuçlarla desteklemişlerdir. Lineer olmayan zaman simülasyonları ile deneysel çalışmalarından elde ettikleri sonuçlar çok büyük hareketlerin gözlemlendiği durumlarda bile oldukça uyumludur [31].

Bir serbestlik dereceli lineer olmayan yalpa hareketinin çözümünde yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biri de nümerik yollarla çözüm elde etmektir. Lineer olmayan diferansiyel denklemlerin nümerik çözümü üzerine yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Bu tezde elde ettiği sonuçlar ve ileri sürdüğü düşüncelerden yararlanıldığı için Soliman ve Thompson'un çalışması örnek olarak alınmıştır.

Soliman ve Thompson çalışmalarında, Denklem (1.9) tipindeki bir lineer olmayan diferansiyel denklemle modellenen yalpa hareketinin güvenli bölgelerini dördüncü mertebeden Runge-Kutta yöntemiyle elde etmiş, girişim eğrileri ile sönüm, zorlama kuvveti genliği ve frekansına bağlı olarak temel güvenli bölgenin (zorlamamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) korunmasının nasıl değiştiğini göstermişlerdir [32].

Lineer olmayan yalpa hareketinin incelenmesinde kullanılan yöntemlerden biri de geometrik analiz yöntemleridir. Genelde geometrik analiz yöntemleri elde edilmiş sonuçlar nümerik yöntemlerle desteklenir. Geometrik analiz yöntemlerine örnek olarak Melnikov Yöntemi, değişmeyen manifoldlar (invariant manifold) üzerine yapılan çalışmalar, lop dinamiği (lobe dynamics), Lyapunov eksponansiyelleri (Lyapunov exponents) ve bifurkasyon teorisi örnek olarak verilebilir. Geometrik analiz yöntemleri kullanarak yalpa hareketini inceleyen araştırmalara, Falzarano [33], Kan [34], Taguchi [34], Hsieh [35], Jiang [36,37], Troesch [35,37], Shaw [35,37], Scolan [38], Spyrou [39,40], Cotton [40], Gurd [40], Arnold [41], Chueshov [41], McCue [42,43] çalışmaları örnek olarak verilebilir.

Falzarano doktora tezinde, Patti-B isimli geminin ön meyilsiz lineer olmayan yalpa hareketini yukarıdan bahsedilen bütün geometrik analiz yöntemleri ile incelemiş ve bu yöntemler hakkında oldukça detaylı bilgiler vermiştir [33].

Kan ve Taguchi, Denklem (1.9) tipindeki lineer olmayan ön meyilli yalpa hareketini bifurkasyon analizi ve Melnikov yöntemi kullanarak incelemişlerdir. Bifurkasyon analizi ile kontrol uzayındaki devrilme sınırını yaklaşık olarak elde edip, Melnikov yöntemiyle güvenli bölgede meydana gelen fraktal erozyonun başlangıcını tahmin etmişlerdir [34].

Hsieh, Troesch ve Shaw'ın çalışmalarında ise, Falzarano'nun çalışmasını karışık dalgalı deniz için genişletmişlerdir [35].

Jiang doktora tezinde, Falzarano ve Hsieh'in çalışmasını ön meyilli gemileri de kapsayacak şekilde genişletmiştir [36].

Jiang, Troesch ve Shaw çalışmalarında, ön meyil açısının devrilme üzerine etkisini güvenli bölgede meydana gelen azalmayla göstermişlerdir. Araştırmalarının sonuçları Melnikov analizine dayanmaktadır ve çok fazla miktarda nümerik simülasyonla desteklemişlerdir [37].

Scolan [38] ve Spyrou [39,40], Melnikov yöntemini lineer olmayan yalpa hareketi denkleminin incelemesinde kullanmıştır.

Arnold ve Chueshov [41], Lyapunov eksponansiyelleri ve bifurkasyon teorisini kullanarak gemilerin stabilitesini ve devrilmesini incelemiştir.

McCue doktora tezinde [42] ve sekizinci uluslararası gemi stabilitesi seminerinde [43], Lyapunov eksponansiyelleri ile gemilerin devrilmesinin analizini yapmıştır.

Lineer olmayan yalpa hareketinin incelenmesiyle ilgili çalışmalarla ilgili bahis, lineer olmayan denklemin çözümünü elde etmeden sadece stabilitesi üzerine yorum yürütülmesini sağlayan Lyapunov Direkt Yöntemi kullanılarak yapılan araştırmalardan bahsederek kapatılabilir. Lyapunov Direkt Yönteminin en büyük avantajı belirtildiği gibi denklemin çözümüne ihtiyaç duymamasıdır. Bu yöntemi kullanarak stabilizeyi inceleyen araştırmacıların başında Reuter [44], LaSalla [45], Yoshizawa [46,47], A.Y. Odabaşı [48-50], R. Özkan [51] ve Caldeira-Sariava [52] gelmektedir. Bu tezde, Caldeira – Sariava tarafından önerilen Lyapunov fonksiyonuna benzer bir fonksiyon kullanıldığı için bu yazarın çalışmasından bahsedilecektir.

Caldeira –Sariava çalışmasında denklem (1.9)'e benzer Lienard tipi lineer olmayan yalpa denkleminin çözümlerinin sınırlılığını, Denklem (1.10)'da gösterilen Lyapunov enerji fonksiyonunu kullanarak belirlemeye çalışmıştır [52]. Denklem (1.11)'de, Lyapunov fonksiyonunun zamana göre alınmış türevi gösterilmiştir.

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} [\dot{\theta} + S(\theta) - h(\theta)]^2 + G(\theta) \quad (1.10)$$

Burada $h(\theta)$ artan yardımcı fonksiyon, $S(\theta)$ sönüm momenti katsayısının yalpa açısına göre integrali, $G(\theta)$ ise doğrultma momentinin enerji fonksiyonunu göstermektedir.

$$\dot{V}(\theta, \dot{\theta}) = -h' \dot{\theta}^2 + [F - h'(S - h)] \dot{\theta} + (S - h)(F - g) \quad (1.11)$$

Burada h' , h fonksiyonun θ 'ya göre alınmış türevi, F maksimum zorlama genliği, g doğrultma moment kolunu göstermektedir.

Caldeira-Sariava'dan önce yapılmış çalışmalarda $h(\theta)$ yardımcı fonksiyonu kullanılmıyordu. Yalpa açısal hızı $\dot{\theta}$ 'nın küçük değerleri için bir problem yoktu fakat büyük açısal hızları için $F \dot{\theta}$ terimi baskın hale geliyordu ve zamanla birlikte zorlama terimi işaret değiştirdiği zaman Lyapunov fonksiyonu kararsız hale geliyordu. Caldeira-Sariava $h(\theta)$ şeklinde bir yardımcı fonksiyon tanımlamakla büyük yalpa açısal hızları içinde Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif olmasını sağlamıştır.

Bu çalışmada, gemilerin enine stabilitesiyle ilgili yukarıda gösterilen yöntemlerin bazıları geliştirilerek ve beraberce kullanılarak yeni bir yorum içerisinde uygulanmıştır. Mevcut uygulanmakta olan IS kodunun geliştirilmesi için çekirdek bölge kavramı ortaya atılmış, stabilite kurallarında yer almayan sönüm momentinin, rüzgar momentinin ve başlangıç meyil açısının önemi, yalpa hareketi güvenli bölgeleri, girişim eğrileri ve enerji-zaman grafikleri kullanılarak ortaya konulmuştur.

Bu çalışmada gemilerin enine stabilitesi, bordadan gelen dalgalarda gemilerin stabilitesi ve parametrik zorlama etkisi altında yalpa hareketi (özellikle kık ve kık omuzluktan gelen dalgalarda gemilerin stabilitesi) olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

Bu çalışmanın takdim yapısı bir sonraki bölümde sunulmuştur.

1.2 Çalışmanın Takdim Yapısı

Bu çalışma beş bölümden ibarettir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, örnek alınan MV Gaul ve MS Helland Hansen gemilerinin genel karakteristik özelliklerini gösteren tabloları, genel planları, doğrultma moment eğrileri gösterilmiştir.

Bu çalışmanın üçüncü bölümünde, bordadan gelen düzenli dalgalarda gemilerin stabilitesi incelenmiştir.

Üçüncü bölümün birinci kısmında, bir serbestlik dereceli lineer olmayan yalpa hareketinin modellenmesi hakkında genel bir bilgi verilmiştir.

Üçüncü bölümün ikinci kısmında, bu lineer olmayan yalpa hareketi denkleminin, çok katlı ölçek yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky asimptotik yöntemi kullanarak, alt, üst ve ana harmonik rezonans bölgesindeki, birinci ve ikinci mertebeden yaklaşık çözümleri elde edilmiş ve nümerik yöntemle elde edilen sonuçlarla karşılaştırması yapılmıştır.

Üçüncü bölümün üçüncü kısmında, yalpa hareketi denkleminin rijid lineer olmayan diferansiyel denklem sistemi çözücü alt program kullanarak nümerik çözümleri elde edilmiş ve değişik denklem parametrelerinin, yalpa açısının zamana bağlı değişimi ve yalpa hareketi güvenli bölgeleri üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Yine bu kısımda çekirdek güvenli bölge yada diğer bir ad vermek gerekirse hangi şartlar altında olursa olsun korunması gereken en küçük bölge kavramı ortaya atılmış ve denklem parametrelerinin bu en küçük bölge üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bunların yanı sıra sönüm enerjisi ile zorlama kuvveti enerjisi arasındaki farkın gemilerin devrilmesi veya devrilmemesi durumunda nasıl değiştiği de incelenmiştir.

Üçüncü bölümün dördüncü kısmında, nümerik çözümle elde edilmiş en kritik zorlama frekansındaki güvenli bölgeye Lyapunov direkt yöntemi kullanarak analitik bir güvenli bölge uydurulmuştur.

Bu çalışmanın dördüncü bölümünde, parametrik zorlama etkisi altındaki bir serbestlik dereceli lineer olmayan yalpa hareketi incelenmiştir.

Dördüncü bölüm birinci kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin modellenmesi anlatılmıştır.

Dördüncü bölüm ikinci kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin, ana harmonik rezonans bölgesinde ve zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken, çok katlı ölçek yöntemi kullanarak yaklaşık çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen bu çözümler, nümerik yöntemle elde edilmiş çözümlerle karşılaştırılmıştır.

Dördüncü bölüm üçüncü kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin güvenli bölgeleri ve temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri öncelikle literatürdeki diğer çalışmalarda olduğu gibi, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı sabit kabul edildiği durum için, rijid diferansiyel denklem sistem çözücü alt program kullanarak elde edilmiştir. Daha sonra da enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dalgaların geliş doğrultusu ve dalga boyunun gemi doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı bir fonksiyonu olarak düşünülüp, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri elde edilmiştir.

Dördüncü bölüm dördüncü kısımda, parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin çekirdek güvenli bölgesi (en küçük sağlanması gereken güvenli bölge) oluşturulmuştur. Bu bölge üzerine değişik denklem parametrelerinin etkisi, üçüncü kısımda olduğu gibi, enine metasantr yüksekliğinin dalgaların geliş doğrultusu ve

dalga boyunun gemi doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı bir fonksiyonu olduğu durum için gösterilmiştir.

Yine bu kısımda, çekirdek güvenli bölgenin erozyon sınırının belirlenmesi için, aynı geminin iki farklı boyuttaki çekirdek güvenli bölgesi üzerine denklem parametrelerinin etkisi incelenmiştir. Bu bölümde daha önceden incelenmemiş olan dış zorlayıcı kuvvete verilecek faz farkının çekirdek güvenli bölgeler yani geminin stabilitesi üzerindeki etkisi gösterilmiştir.

Dördüncü bölüm beşinci kısımda, değişik denklem parametreleri için çekirdek güvenli bölgede meydana gelmiş erozyon yüzdelerini kullanan devrilme olasılığı yüzdesi hesabı anlatılmıştır. Örnek alınan gemi için en tehlikeli durumların ne zaman meydana geldiği ortaya konulmuştur.

Beşinci bölümde elde edilen sonuçlar irdelenmiş ve önerilen yenilikler özetlenmiştir.

2. YALPA HAREKETİ İNCELEMELERİNDE KULLANILAN ÖRNEK GEMİLER

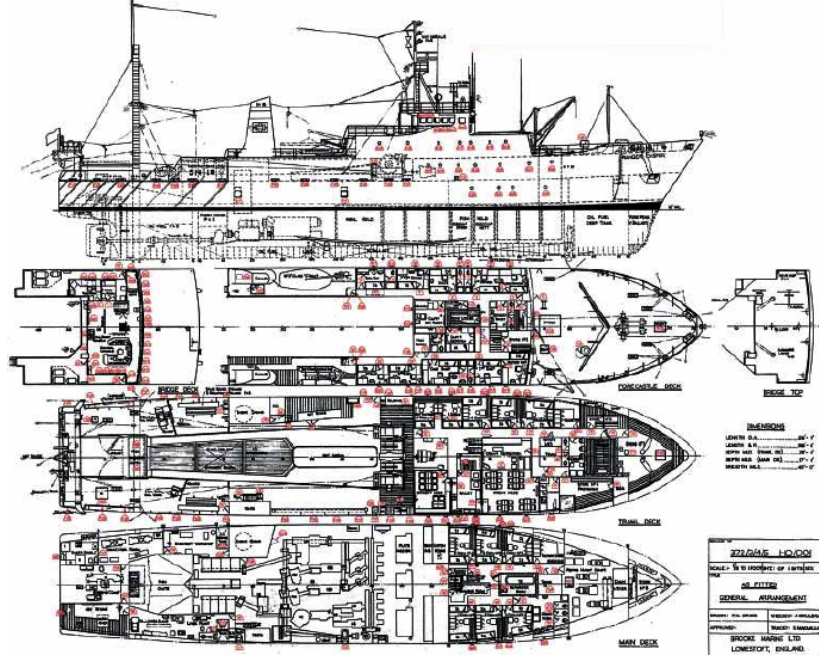
Bu çalışmada literatürde üzerlerine birçok teorik, deneysel ve nümerik çalışma yapılmış olan MV Gaul ve MS Helland Hansen gemilerinin dataları, yalpa hareketinin nümerik ve analitik yöntemlerle incelemesi sırasında kullanılmıştır.

MV Gaul balıkçı gemisi Norveç'in kuzey açıklarında 1974 Şubatında çok kötü hava koşullarının olduğu bir ortamda (9-10 Beaufort şiddetinde çok kuvvetli rüzgarın gözlemlendiği ve karakteristik dalga yüksekliklerinin 6.7m. ile 7.6m. karakteristik dalga periyodunun ise 11.3s. ile 12s. arasında değiştiği durumda [24]) SOS işareti dahi veremedi ani olarak batmıştır. 1975 yılında ticari nakliyat yasaları altında yapılan araştırma sonucunda geminin batma sebebi olarak kötü deniz şartları gösterilmiştir. Birçok kimse bu araştırmanın sonucundan memnun olmamış ve kötü deniz şartları dışında MV Gaul gemisinin batmasına neden olan başka ek sebepler olduğunu düşünmüşlerdir. Bazıları da MV Gaul gemisinin batmasının nedeninin kaza olmadığını düşünmüşlerdir. MV Gaul gemisinin batmasını soğuk savaş sırasında casusluk faaliyetleri içinde bulunmuş olabileceğine ve bu sırada batırılmış olabileceğine bağlamışlardır. MV Gaul gemisinin enkazı 1997 yılında keşfedilince, geminin batmasına neyin sebep olduğuna dair bir soruşturma 1998 yılında yeniden açılmıştır [53]. MV Gaul gemisinin neden battığına dair geçmişte ve günümüzde yapılan birçok teorik ve deneysel çalışma mevcuttur.

Şekil 2.1'de MV Gaul balıkçı gemisinin fotoğrafı, Şekil 2.2'de genel yerleştirme planı ve Tablo 2.1'de geminin karakteristik özellikleri gösterilmiştir.



Şekil 2.1: Mv Gaul Balıkçı Gemisi [53]

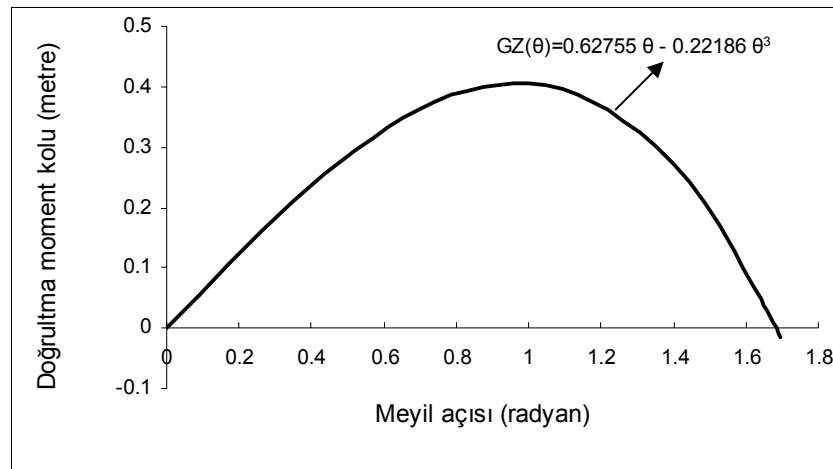


Şekil 2.2: Mv Gaul Balıkçı gemisinin genel yerleşim planı [53]

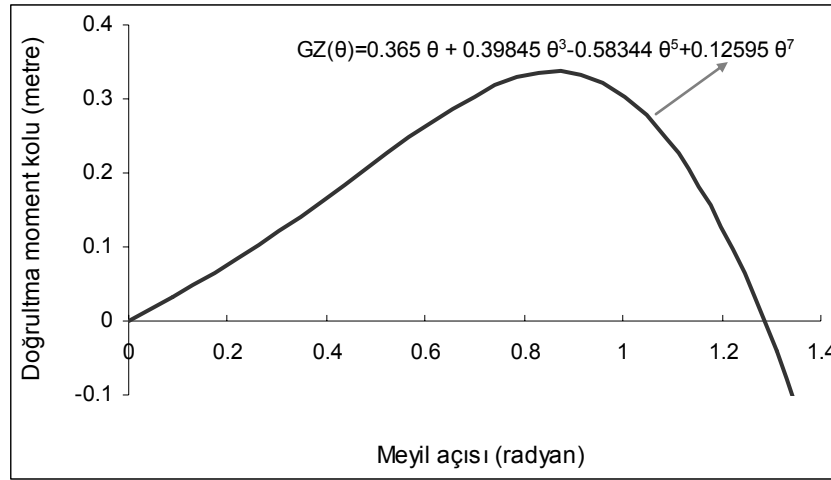
Tablo 2.1: MV Gaul balıkçı gemisinin karakteristik özellikleri

Su hattı boyu =	56 m.
Genişliği =	12.19 m.
Draft=	4.20 m.
Deplasman=	1567.19 ton
Toplam Atalet momenti=	2640.789 ton m.

Şekil 2.3’de MV Gaul balıkçı gemisinin $GM=0.628m$. iken kübik polinom oturtularak elde edilmiş doğrultma moment kolu eğrisi, Şekil 2.4’te ise $GM=0.365m$. iken yedinci dereceden polinom oturtularak elde edilmiş doğrultma moment kolu eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 2.3: MV Gaul Balıkçı gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi ($GM=0.628m$.)

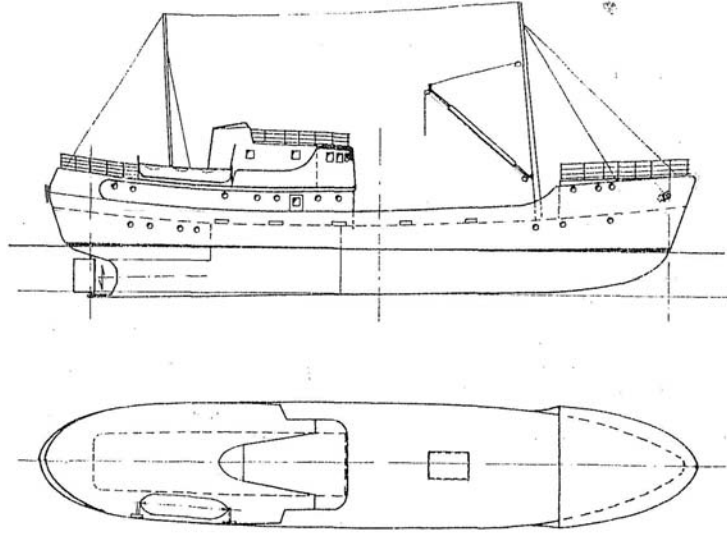


Şekil 2.4: MV Gaul Balıkçı gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi (GM=0.365m.)

MS Helland Hansen araştırma gemisi Norveç'in batı kıyısında 1976 yılının Eylül ayında balastlı durumda devrilmiş ve batmıştır. 12 mürettebattan 10 tanesi kurtarma helikopterleri tarafından kurtarılmış iki tanesi ise suda kaybolmuştur. Kurtulan mürettebattan alınan ifadelerden, geminin devrildiği zaman 8 Beaufort şiddetinde çok kuvvetli bir rüzgar mevcut olduğu ve karakteristik dalga yüksekliğinin yaklaşık olarak 3.5m. olduğu anlaşılmıştır. Geminin devrilme sebebinin bordasına çok büyük eğimli bir dalganın (dalga kırılmaları gözlemlenmiş) çarpması sonucu iddia edilmiştir.

1977 yılının başlarında Norveç Denizcilik Kuruluşu kaza ile ilgili daha ileri bir araştırma için model deneyleri yaptırmaya karar vermiştir. Böyle bir araştırma yapılmasının istenmesinin nedeni olarak, geminin stabilite hesaplarının 1977 Torremolinos konferansının şartlarını sağlaması olduğu gösterilmiştir. Mevcut IMO kurallarının geminin devrilmesini önlemeye yeterli olmadığı ve doğrultma moment kolu eğrisinin en azından 80°'ye kadar pozitif kalması gerektiği model deneylerini yapan Dahle ve Kjarland tarafından iddia edilmiştir [54].

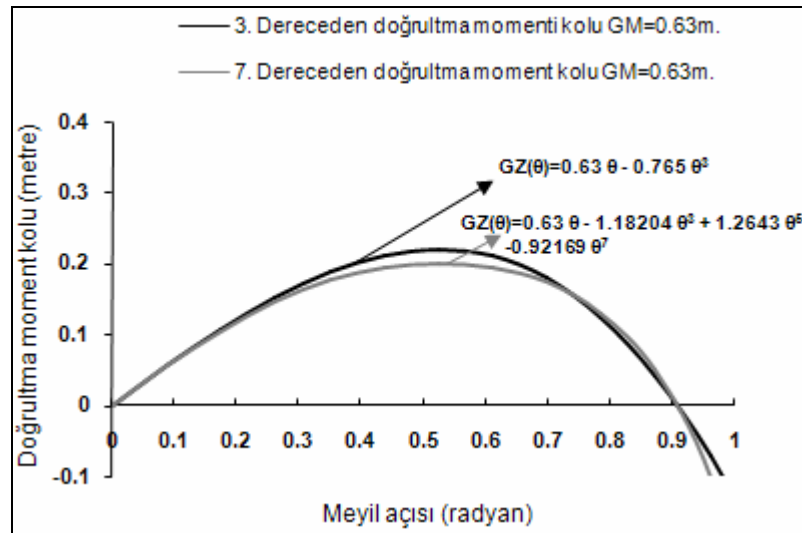
Şekil 2.5'de MS Helland Hansen araştırma gemisinin genel yerleşim planı, Tablo 2.2'de genel karakteristik özellikleri ve Şekil 2.6'da doğrultma moment kolu eğrisi 3'üncü ve 7'inci dereceden tek polinom oturtulmuş şekilde gösterilmiştir.



Şekil 2.5: MS Helland Hansen araştırma gemisinin genel yerleşim planı [54]

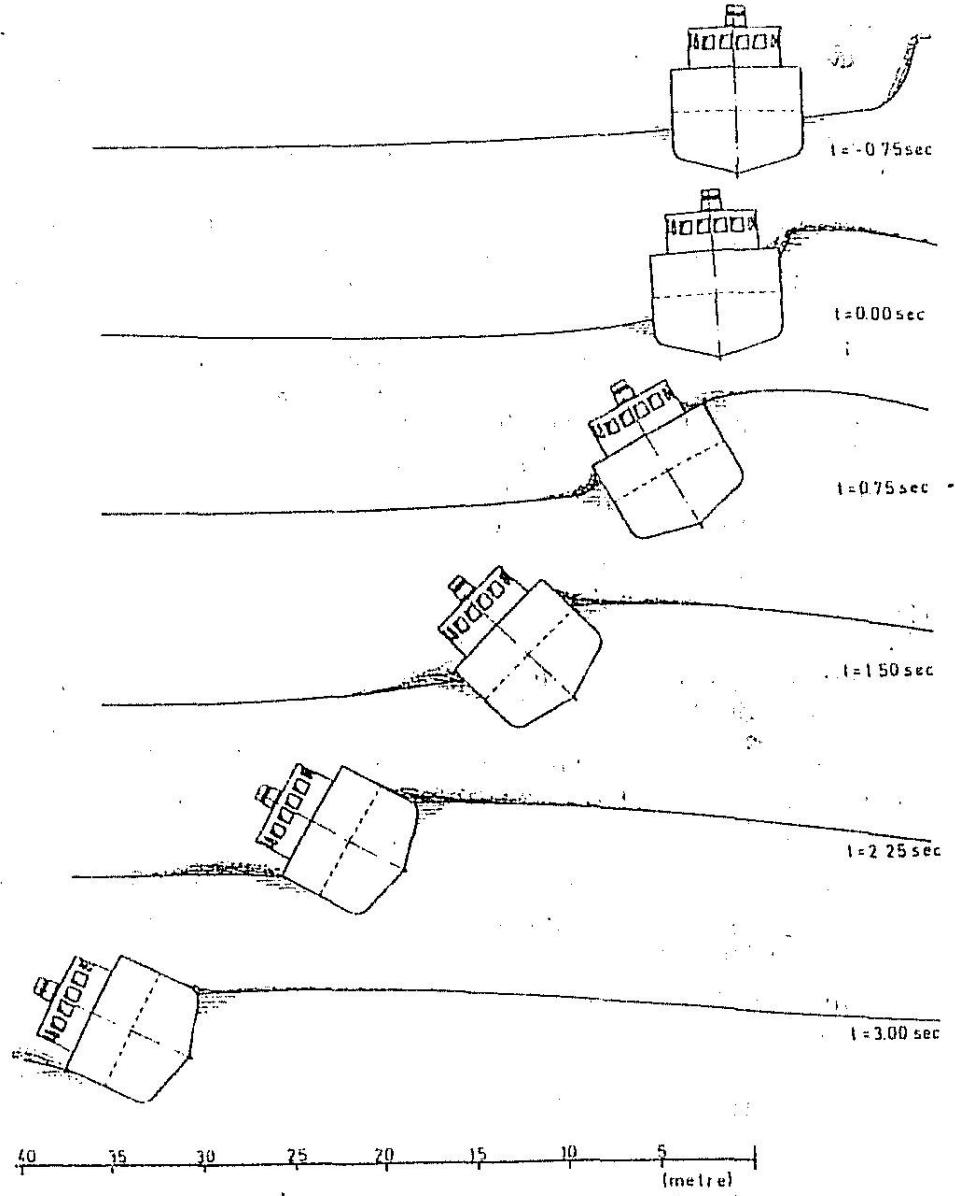
Tablo 2.2: MS Helland Hansen araştırma gemisinin karakteristik özellikleri

Su hattı boyu =	30.9 m.
Genişliği =	6.9 m.
Derinlik=	3.53 m.
Deplasman=	234 ton
Toplam Atalet momenti=	234 ton m.



Şekil 2.6: MS Helland Hansen araştırma gemisinin doğrultma moment kolu eğrisi

Şekil 2.7’de, Dahle ve Kjarland’in MS Helland Hansen gemisinin devrilme olayını inceledikleri araştırmada video kayıt cihazı ile kaydetmiş oldukları fotoğraflar gösterilmiştir. Bu fotoğraflar, dalga yüksekliği 5 metre ve 30°’deki doğrultma moment kolu değeri 0.2 metre olduğu balastlı durumdaki senaryoyu göstermektedir [54].



Şekil 2.7: MS Helland Hansen araştırma gemisinin örnek devrilme olayının video kayıt cihazı ile çekilmiş fotoğrafları [54]

3. BORDADAN GELEN DÜZENLİ DALGALARDA GEMİLERİN ENİNE STABİLİTELERİNİN İNCELENMESİ

3.1 Yalpa Hareketi Denkleminin Modellenmesi

Bu bölümde geminin yalpa hareketi modellenirken aşağıdaki kabuller yapılmıştır. (Bkz. Referans 21)

- ❖ Gemi sancak ve iskele doğrultusunda simetriye sahiptir.
- ❖ Geminin bütün diğer serbestlik derecelerinin etkileri ihmal edilmiştir.
- ❖ Gemi rijid kabul edilmiştir.

Bu kabullere dayanarak lineer olmayan yalpa hareketi Denklem (3.1) ile gösterilebilir.

$$I\ddot{\theta} + S(\theta, \dot{\theta}) + M_d(\theta) = E(t) + M_{ruz} \quad (3.1)$$

Burada;

θ : Yalpa açısı (radyan)

I : Geminin harekete karşı reaksiyonundan doğan yalpa atalet momentiyile, deniz suyunun gemi hareketine karşı reaksiyonundan doğan ek kütle atalet momentinin toplamını göstermektedir. Her ikisi de hareketin ivmesine bağlıdır. Ek kütle atalet momentinin meyil açısından ve frekanstan bağımsız sabit değeri olduğu kabul edilmiştir.

$S(\theta, \dot{\theta})$: Sönüm momentini göstermektedir. Bu terim, gemi boyunca dalgaların doğurduğu yalpa hızıyla değişen direnç momentiyile, yalpa hızının karesiyle orantılı olarak değişen suyun viskozite etkisine bağlı olarak değişen momentin toplamına eşittir. Bu durumda sönüm momenti aşağıdaki bağıntıda gösterildiği gibi yazılabilir.

$$S(\theta, \dot{\theta}) = s_1\dot{\theta} + s_2|\dot{\theta}|\dot{\theta} \quad (3.2)$$

Ama daha gerçekçi bir model sönümün yalpa açısına bağıllılığını da hesaba katmalıdır.

$E(t)$: Dalga zorlama momentini göstermektedir. Bu bölümde hareketin düzenli enine dalgalar (regular transversal waves) sonucu meydana geldiği kabul edildiğinden, zorlama momenti Denklem (3.3)'te gösterilen bağıntı şeklinde yazılabilir.

$$E(t) = E_w \cos(\Omega t + \beta) \quad (3.3)$$

Burada E_w genlik ve Ω zorlayıcı kuvvetin frekans ve β faz farkını göstermektedir.

$M_d(\theta)$: Doğrultma momentini göstermektedir. Katsayıları stabilite eğrisinden yararlanılarak elde edilen yalpa açısı cinsinden tek polinomla ifade edilebilir.

$$M_d(\theta) = \Delta \overline{GZ}(\theta) = \Delta \sum_i k_i \theta^i \quad (i=1,3,5\dots) \quad (3.4)$$

Burada Δ deplasman kuvveti (ton)

M_{ruz} : Rüzgar momentini göstermektedir. Sabit bir değeri olduğu kabul edilecektir.

Bu kabullere bağlı olarak Denklem (3.1)'de yazdığımız bağıntı Denklem (3.5)'teki gibi ifade edilebilir.

$$I\ddot{\theta} + s_1 \dot{\theta} + s_2 \dot{\theta}|\dot{\theta}| + \Delta \sum_i k_i \theta^i = E_w \cos(\Omega t + \beta) + M_{ruz} \quad (3.5)$$

Denklemin her iki tarafı yalpa atalet momenti ile ek kütle atalet momenti toplamına bölünürse Denklem (3.6) ile gösterilen ifade elde edilir.

$$\ddot{\theta} + \hat{\mu} \dot{\theta} + \eta \dot{\theta}|\dot{\theta}| + \frac{\Delta}{I} \sum_i k_i \theta^i = F \cos(\Omega t + \beta) + F_{ruz} \quad (3.6)$$

$$\text{Burada } \hat{\mu} = \frac{s_1}{I}, \quad \eta = \frac{s_2}{I}, \quad F = \frac{E_w}{I}, \quad F_{ruz} = \frac{M_{ruz}}{I}$$

Denklem (3.6), bu tezde bordadan gelen düzenli dalgalarda yalpa hareketini modelleyen en genel hali göstermektedir. Bu bölümün ilerleyen kısımlarında Denklem (3.6)'da gösterilen ifade 3 ayrı şekilde kullanılmıştır.

Model 1

Yalpa hareketi denkleminin yaklaşık çözümü ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerinde çok katlı ölçek ve Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi ile aranırken suyun viskozite etkisi ve zorlayıcı kuvvetteki faz farkı etkisi ihmal

edilmiştir. Doğrultma moment kolu eğrisi 3. dereceden tek bir polinom olarak kabul edilmiştir. Bu kabuller altında Denklem (3.6), Denklem (3.7) haline gelir.

$$\ddot{\theta} + \hat{\mu} \dot{\theta} + c_1 \theta - c_2 \theta^3 = F \cos(\Omega t) + F_{ruz} \quad (3.7)$$

$$\text{Burada, } c_1 = \frac{\Delta k_1}{I}, \quad c_2 = -\frac{\Delta k_2}{I}$$

Denklem (3.7)'de gösterilen ifadede $\theta = x + \theta_s$ dönüşümü yapılırsa, Denklem (3.7) Denklem (3.8) haline gelir.

$$\ddot{x} + \tilde{\mu} \dot{x} + \omega_0^2 x - d_1 x^2 - d_2 x^3 = F \cos(\Omega t) \quad (3.8)$$

$$\text{Burada } \omega_0^2 = c_1 - 3c_2\theta_s^2, \quad d_1 = 3\theta_s c_2, \quad d_2 = c_2, \quad F_{ruz} = c_1\theta_s - c_2\theta_s^3$$

Model 2

Model 1'den farklı olarak zorlayıcı kuvvet faz farkı etkisi ve viskozitenin sönüme etkisi dahil edilmiştir.

Model 3

Bu model, Denklem (3.6)'daki en genel hal yerine doğrultma moment kolu eğrisi 7. dereceden tek bir polinom olarak kabul edilerek oluşturulmuştur. Bölüm 3.3.1.3 - 3.3.1.5 ve Bölüm 3.3.3'de bu yalpa hareketi modeli kullanılmıştır.

$$\ddot{\theta} + \hat{\mu} \dot{\theta} + \eta \dot{\theta} |\dot{\theta}| + \frac{\Delta}{I} \sum_{i=1}^7 k_i \theta^i = F \cos(\Omega t + \beta) + F_{ruz} \quad (3.9)$$

3.2 Yalpa Hareketi Denkleminin Ana, Alt ve Üst Harmonik Rezonans Bölgelerinde, Çok Katlı Ölçek ve Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemleri Kullanarak Yaklaşık Çözümlerinin Bulunması ve Elde Edilen Sonuçların Nümerik Çözümlerle Karşılaştırılması

3.2.1 Çok Katlı Ölçek Yöntemi kullanarak ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerinde yaklaşık çözümün elde edilmesi

3.2.1.1 Çok Katlı Ölçek Yöntemi (Multiple Time Scale Method)

Çok katlı ölçek yöntemi, herhangi bir sistem üzerine etkiyen bir tepkiyi temsil eden açılımın, tek değişken yerine birçok bağımsız değişkene bağlı bir fonksiyon olarak düşünülmesine dayanır (Bkz. Referans 18).

Çok katlı ölçek yöntemiyle çözüme başlanırken ilk önce bağımsız değişkenler ortaya konur. $T_n = \varepsilon^n t$ ($n=0,1,2,\dots$) bu ifadede de T_n bağımsız değişkenleri göstermektedir. ε çok küçük bir parametredir.

Zincir kuralı kullanılarak tek değişkene (zamana) göre alınmış türev, aşağıda gösterildiği gibi çok değişkene göre alınabilir.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + \dots \quad (3.10a)$$

$$\frac{d}{dt^2} = \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} + \varepsilon^2 \left(2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_2} + \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} \right) + \dots \quad (3.10b)$$

Örnek olarak $\ddot{u} + u + \varepsilon u^3 = 0$ denkleminin çözümünü arayalım. Yukarıda bahsettiğimiz gibi zincir kuralını kullanarak zamana göre alınmış türevi, çok değişkene göre alırsak birçok bağımsız değişkene bağlı aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial T_0 \partial T_1} + \varepsilon^2 \left(2 \frac{\partial^2 u}{\partial T_0 \partial T_2} + \frac{\partial^2 u}{\partial T_1^2} \right) + u + \varepsilon u^3 + \dots = 0 \quad (3.11)$$

Yukarıdaki diferansiyel denklem için aşağıdaki ifadeye benzer bir çözüm aranılabilir.

$$u = u_0(T_0, T_1, T_2, \dots) + \varepsilon u_1(T_0, T_1, T_2, \dots) + \dots + \varepsilon^n u_n(T_0, T_1, T_2, \dots) \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'te gösterilen ifade, çözümü aranılan denklem (3.11)'de yerine yerleştirilip, ε 'dan daha büyük katsayılı terimler ihmal edilirse denklem (3.12) elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_1} + \varepsilon \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_0^2} + u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon u_0^3 = 0 \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'de aynı mertebeden ε katsayılı terimler bir araya getirilirse bağımsız değişken sayısı kadar diferansiyel denklem elde edilir.

$$\varepsilon^0: \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0^2} + u_0 = 0$$

$$\varepsilon^1: \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_0^2} + u_1 = -2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_1} - u_0^3$$

ε^0 katsayılı diferansiyel denkleminin genel çözümü denklem (3.13)'de gösterilmiştir.

$$u_0 = a(T_1) \cos[T_0 + \beta(T_1)] \quad (3.13)$$

Denklem (3.13)'de gösterilmiş olan u_0 çözümü, ε^1 katsayılı diferansiyel denklemde yerine yerleştirilirse denklem (3.14) elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial T_0^2} + u_1 = 2 \frac{\partial a}{\partial T_1} \sin(T_0 + \beta) + \left(2a \frac{\partial \beta}{\partial T_1} - \frac{3a^3}{4}\right) \cos(T_0 + \beta) - \frac{a^3}{4} \cos(3T_0 + 3\beta) \quad (3.14)$$

Yukarıdaki denklem harmonikliği bozan terimler içermektedir. Bu terimleri yok etmek için $\sin(T_0 + \beta)$ 'nin ve $\cos(T_0 + \beta)$ 'nin katsayıları sıfıra eşitlenmelidir.

$$\frac{\partial a}{\partial T_1} = 0 \quad (3.15a)$$

$$2a \frac{\partial \beta}{\partial T_1} - \frac{3a^3}{4} = 0 \quad (3.15b)$$

Denklem (3.15a) ve (3.15b)'nin çözümünden a ve β bulunur.

3.2.1.2 Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken yaklaşık çözümün bulunması

Lineer sönümün, doğrultma momentinin kuadratik ve kübik katsayısını ε mertebesinde olduğunu kabul edersek, denklem (3.8) ile gösterilen lineer olmayan yalpa hareketi aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon (\mu \dot{x} - d x^2 - g x^3) = F \cos \Omega t \quad (3.16)$$

Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarında olduğu zaman $2\Omega = \omega_0 + \varepsilon \sigma$ şeklinde yazılabilir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon (\mu \dot{x} - d x^2 - g x^3) = F \left[e^{\frac{i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)}{2}} + e^{\frac{-i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)}{2}} \right] \quad (3.17)$$

Denklem (3.18)'de, denklem (3.17)'nin Bölüm 3.2.1.1'deki benzer şekilde elde edilmiş birinci mertebeden yaklaşık çözümü gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için Ek A'ya bakınız).

$$x = a \cos(2\Omega t - \gamma) + \frac{4F}{3\omega_0^2} \cos(\Omega t) + O(\varepsilon) \quad (3.18)$$

Denklem (3.18)'teki a ve γ katsayıları, denklem (3.19a) ve denklem (3.19b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik olarak çözümünden bulunabilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} + \frac{4dF^2}{9\omega_0^5} \sin(\gamma) \quad (3.19a)$$

$$a\sigma - a\gamma' = -\frac{4dF^2}{9\omega_0^5} \cos(\gamma) - \frac{4agF^2}{3\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (3.19b)$$

Durağan haldeki çözümler ise a' ve γ' sıfıra eşitlenerek bulunabilir.

$$\frac{\mu a}{2} = \frac{4dF^2}{9\omega_0^5} \sin(\gamma) \quad (3.20a)$$

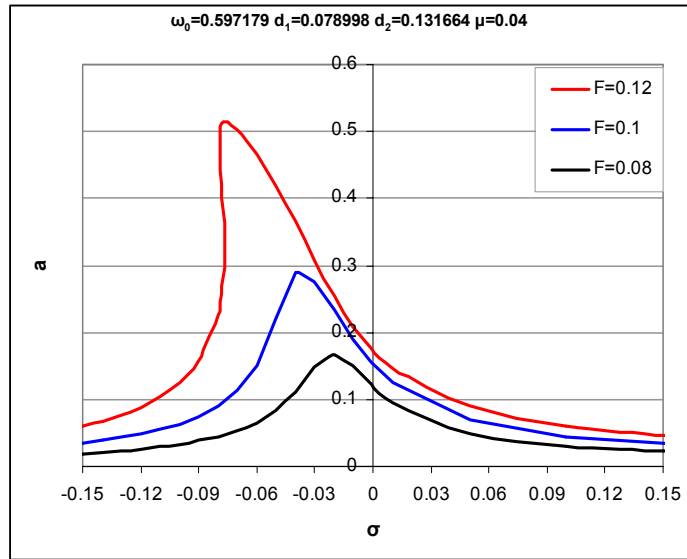
$$a\sigma + \frac{4agF^2}{3\omega_0^5} + \frac{3a^3g}{8\omega_0} = -\frac{4dF^2}{9\omega_0^5} \cos(\gamma) \quad (3.20b)$$

Denklem (3.20a) ve (3.20b)'de gösterilen ifadelerin kareleri alınıp, taraf tarafa toplanırsa durağan haldeki a katsayısının değerini veren denklem (3.21) ile gösterilen bağıntı elde edilir. Denklem (3.20a)'nın denklem (3.20b)'ye bölünmesiyle γ 'nın değerini veren denklem (3.22)'de gösterilen bağıntı elde edilir.

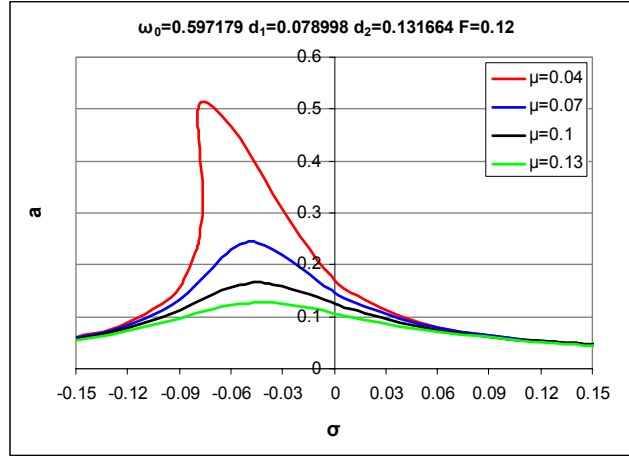
$$a^2 \left[\frac{\mu^2}{4} + \left(\sigma + \frac{3}{8\omega_0} a^2 g + \frac{4F^2 g}{3\omega_0^5} \right)^2 \right] = \frac{16d^2 F^4}{81\omega_0^{10}} \quad (3.21)$$

$$\gamma = \text{ArcTan} \left[- \frac{\frac{\mu}{2}}{\sigma + \frac{4gF^2}{3\omega_0^5} + \frac{3a^2 g}{8\omega_0}} \right] \quad (3.22)$$

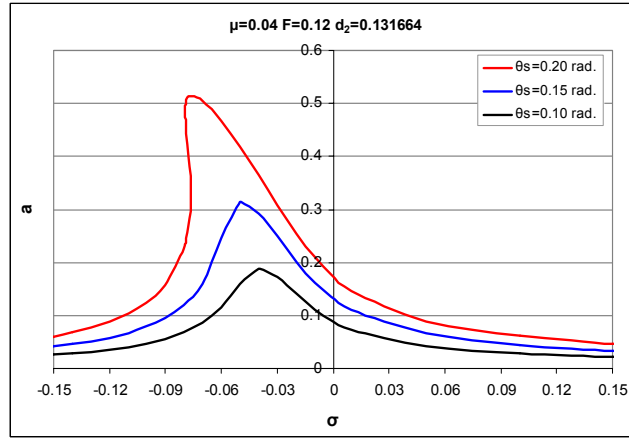
Lineer sönüm katsayısı $\mu=0.04$, zorlayıcı kuvvetin genliğinin (F) 0.12 ve büyük değerleri için, bazı zorlama frekanslarına birden fazla değişik şiddetli reel a genlik değeri karşılık gelmektedir. Şekil 3.1a-3.1c'den görülebileceği gibi sıçrama (jump) olayı mevcuttur.



Şekil 3.1a: Zorlayıcı kuvvetin genliğine bağlı olarak a 'nın σ 'ya göre değişimi



Şekil 3.1b: Lineer sönüm katsayısına bağlı olarak a'nın σ 'ya göre değişimi



Şekil 3.1c: Ön meyil açısının büyüklüğüne bağlı olarak a'nın σ 'ya göre değişimi

Denklem (3.23)'te yalpa hareketinin ikinci mertebeden elde edilmiş yaklaşık çözümü gösterilmiştir (Detaylı bilgi için bakınız Ek A).

$$\begin{aligned}
 x = & a \cos[(\omega_0 + \varepsilon \sigma)t - \gamma] + \frac{4F}{3\omega_0^2} \cos\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon \sigma}{2}t\right) \\
 & + \varepsilon \left\{ \frac{8dF^2}{9\omega_0^6} + \frac{4aF^2g}{3\omega_0^6} \cos\gamma + \left(\frac{64F^3g}{27\omega_0^8} + \frac{8a^2Fg}{3\omega_0^4} + \frac{8F\sigma}{9\omega_0^3} \right) \cos\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon \sigma}{2}t\right) \right. \\
 & + \frac{a^2d}{2\omega_0^2} + \frac{8F\mu}{9\omega_0^3} \sin\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon \sigma}{2}t\right) + \frac{16adF}{9\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon \sigma}{2}t - \gamma\right)\right] \\
 & - \frac{64F^3g}{135\omega_0^8} \cos\left(\frac{\omega_0 + 3\varepsilon \sigma}{2}t\right) - \left(\frac{16adF}{15\omega_0^4} + \frac{4aF^2g}{9\omega_0^6} \right) \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 3\varepsilon \sigma}{2}t - \gamma\right)\right] \\
 & - \frac{4a^2Fg}{5\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 4\varepsilon \sigma}{2}t - 2\gamma\right)\right] - \frac{4a^2Fg}{21\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 5\varepsilon \sigma}{2}t - 2\gamma\right)\right] \\
 & \left. - \frac{a^3g}{32\omega_0^2} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 6\varepsilon \sigma}{2}t - 3\gamma\right)\right] \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

Denklem (3.23)'teki a ve γ katsayılarının zamana bağlı değişimleri, Denklem (3.24a) ve (3.24b) ile gösterilen diferansiyel denklem sisteminin Runge Kutta Fehlberg nümerik yöntemiyle çözümünden bulunabilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = & -\frac{\mu a}{2}\varepsilon + \frac{556dgF^4}{405\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \sin\gamma + \frac{28aF^4g^2}{135\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \sin 2\gamma + \frac{41a^2dgF^2}{40\omega_0^7}\varepsilon^2 \sin\gamma \\ & + \frac{5dF^2\sigma}{27\omega_0^6}\varepsilon^2 \sin\gamma - \frac{13dF^2\mu}{54\omega_0^6}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{3a^3g\mu}{16\omega_0^2}\varepsilon^2 + \frac{2dF^2}{9\omega_0^5}\varepsilon \sin\gamma \end{aligned} \quad (3.24a)$$

$$\begin{aligned} a\varepsilon\sigma - a\dot{\gamma} = & -\frac{4aF^2g}{3\omega_0^5}\varepsilon - \frac{3a^3g}{8\omega_0}\varepsilon - \frac{184ad^2F^2}{135\omega_0^7}\varepsilon^2 - \frac{16aF^2g\sigma}{9\omega_0^6}\varepsilon^2 - \frac{15a^5g^2}{256\omega_0^3}\varepsilon^2 \\ & - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^3}\varepsilon^2 - \frac{a\mu^2}{8\omega_0}\varepsilon^2 - \frac{556dgF^4}{405\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{28aF^4g^2}{135\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \cos 2\gamma \\ & - \frac{329a^2dgF^2}{120\omega_0^7}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{5dF^2\sigma}{27\omega_0^6}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{13dF^2\mu}{54\omega_0^6}\varepsilon^2 \sin\gamma \\ & - \frac{56aF^4g^2}{9\omega_0^{11}}\varepsilon^2 - \frac{2dF^2}{9\omega_0^5}\varepsilon \cos\gamma \end{aligned} \quad (3.24b)$$

3.2.1.3 Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken yaklaşık çözümün bulunması

Bölüm 3.2.1.2'de olduğu gibi, lineer sönümün, doğrultma momentinin kuadratik ve kübik katsayısının ε mertebesinde olduğunu kabul edip, zorlama frekansı yerine $\Omega=2\omega_0+\varepsilon\sigma$ yazarsak inceleyeceğimiz yalpa hareketi denklemi aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon(\mu\dot{x} - dx^2 - gx^3) = F[e^{i(2\omega_0 t + \varepsilon\sigma t)} + e^{-i(2\omega_0 t + \varepsilon\sigma t)}] \quad (3.25)$$

Denklem (3.26)'da, denklem (3.25)'in Bölüm 3.2.1.1'deki benzer şekilde elde edilmiş birinci mertebeden yaklaşık çözümü gösterilmiştir. Ek A'da bu yaklaşık çözümün detaylı bir şekilde nasıl elde edildiği anlatılmıştır.

$$x = a \cos\left(\frac{\Omega t - \gamma}{2}\right) - \frac{F}{3\omega_0^2} \cos(\Omega t) + O(\varepsilon) \quad (3.26)$$

Denklem (3.26)'daki a ve γ katsayılarının zamana bağlı değişimleri, denklem 3.27a ve denklem (3.27b)'nin nümerik olarak çözümünden bulunabilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} - \frac{daF}{12\omega_0^3} \sin(\gamma) \quad (3.27a)$$

$$\frac{a\sigma}{2} - \frac{a\gamma'}{2} = \frac{daF}{12\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{agF^2}{12\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (3.27b)$$

Durağan haldeki çözümler ise $\dot{a}$ ve $\dot{\gamma}$ sıfıra eşitlenerek bulunabilir.

$$\frac{\mu a}{2} = -\frac{daF}{12\omega_0^3} \sin(\gamma) \quad (3.28a)$$

$$\frac{a\sigma}{2} + \frac{agF^2}{12\omega_0^5} + \frac{3a^3g}{8\omega_0} = \frac{daF}{12\omega_0^3} \cos(\gamma) \quad (3.28b)$$

Yukarıdaki iki denklemin her iki taraflarının kareleri alınıp, taraf tarafa toplanırsa durağan haldeki a 'nın değerini veren denklem (3.29) bağıntısı ve denklem (3.28a)'nın denklem (3.28b)'ye bölünmesiyle γ 'nın değerini veren denklem (3.30) bağıntısı elde edilmiş olur.

$$\left[\frac{\mu^2}{4} + \left(\frac{\sigma}{2} + \frac{3}{8\omega_0} a^2 g + \frac{F^2 g}{12\omega_0^5} \right)^2 \right] = \frac{d^2 F^2}{144\omega_0^6} \quad (3.29)$$

$$\gamma = \text{ArcTan} \left[-\frac{\frac{\mu}{2}}{\frac{\sigma}{2} + \frac{gF^2}{12\omega_0^5} + \frac{3a^2g}{8\omega_0}} \right] \quad (3.30)$$

Durağan halde a 'nın değerini veren bağıntıda, $a^2=r$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$r^2 + 2 \left(\frac{\sigma}{2} + \frac{F^2 g}{12\omega_0^5} \right) \left(\frac{8\omega_0}{3g} \right) r + \frac{64\omega_0^2}{9g^2} \left[\left(\frac{\sigma}{2} + \frac{F^2 g}{12\omega_0^5} \right)^2 + \frac{\mu^2}{4} - \frac{d^2 F^2}{144\omega_0^6} \right] = 0 \quad (3.31)$$

Yukarıdaki ikinci derece denklemin kökleri aşağıda gösterilmiştir.

$$r_{1,2} = p \pm \sqrt{p^2 - q} \quad (3.32)$$

Burada

$$p = -\left(\frac{\sigma}{2} + \frac{F^2 g}{12 \omega_0^5}\right) \left(\frac{8 \omega_0}{3 g}\right) \text{ ve } q = \frac{64 \omega_0^2}{9 g^2} \left[\left(\frac{\sigma}{2} + \frac{F^2 g}{12 \omega_0^5}\right)^2 + \frac{\mu^2}{4} - \frac{d^2 F^2}{144 \omega_0^6} \right]$$

r_1 ve r_2 ile gösterilen köklerin pozitif olması için $p > 0$ ve $p^2 \geq q$ olması gereklidir. F , g , d , ω , μ 'nün pozitif katsayılar olduğu göz önünde bulundurularak. Denklem (3.33a) ve denklem (3.33b)'de gösterilen eşitlikler yazılabilir.

$$-\sigma > -\frac{F^2 g}{6 \omega_0^5} \quad (3.33a)$$

$$\frac{d^2 F^2}{36 \omega_0^6 \mu^2} \geq 1 \quad (3.33b)$$

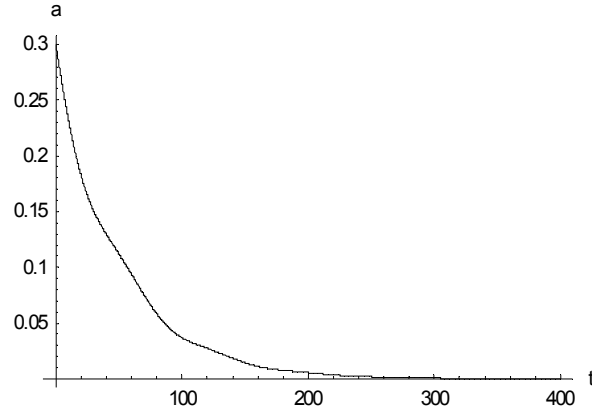
Denklem (3.33a) ve (3.33b)'deki şartın ikisi birden sağlanıyorsa, denklem (3.33c)'ye bakılmaksızın mutlaka denklem (3.31)'in pozitif bir kökü vardır. Denklemin pozitif ikinci bir kökü olup olmadığı denklem (3.33c) yardımıyla belirlenir.

$$-\left(\frac{\sigma}{2} + \frac{F^2 g}{12 \omega_0^5}\right) \pm \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{d^2 F^2}{36 \omega_0^6 \mu^2} - 1} \geq 0 \quad (3.33c)$$

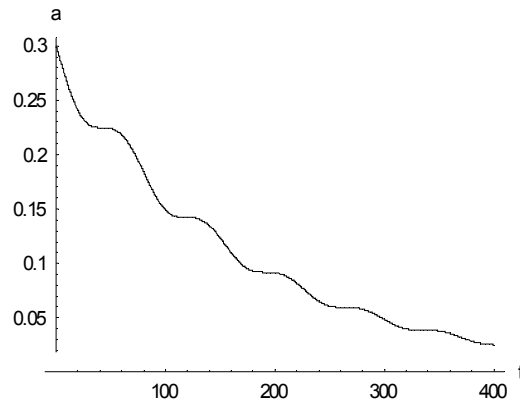
$\mu=0.04$, $\omega_0=0.597179$, $d_1=0.078998$ ve $d_2=0.131664$ değerleri kullanıldığı zaman, denklem (3.33a) ve (3.33b)'de gösterilen eşitliklerin gerçekleşebilmesi için F 'nin 0.647'den daha büyük değerler alması gerekmektedir. Geminin o kadar büyük genlikli dalgalar karşılaşması söz konusu değildir. Şekil 3.2a'da görülebileceği gibi, çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen a genliği, geçiş bölgesini hızlı bir şekilde geçtikten sonra sıfır değerini alacaktır.

Eğer diğer denklem parametreleri aynı tutulup, lineer sönüm katsayısı 0.012'ye eşit kabul edilirse, F katsayısının 0.194'den büyük değerleri için denklem (3.61b)'deki eşitlik sağlanır.

F katsayısının 0.194'e eşit olduğu düşünülürse, denklem (3.31a)'daki eşitliği sağlamak için σ katsayısı $-\infty < \sigma < 0.0109$ arasında değerler almalıdır. Böyle bir durumda a genliği hemen sıfır değerini almayıp belli bir süre salınım yapacaktır (Bakınız Şekil 3.2b).



Şekil 3.2a : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\sigma=-0.1$, $F=0.194$)



Şekil 3.2b : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.012$, $\sigma=-0.1$, $F=0.194$)

Denklem (3.34)'te, zorlama frekansı doğal frekansın yaklaşık olarak iki katıyken, yalpa hareketinin ikinci mertebeden elde edilmiş yaklaşık çözümü gösterilmiştir (Detaylı bilgi için bakınız Ek A).

$$\begin{aligned}
 x = & a \cos\left(\frac{\Omega t - \gamma}{2}\right) + B \cos(\Omega t) \\
 + \varepsilon & \left[-\frac{2\Omega\mu B}{3\omega_0^2} \sin\Omega t - \frac{d a^2}{6\omega_0^2} \cos(\Omega t - \gamma) - \frac{B g a^2}{\omega_0^2} \cos\Omega t \right. \\
 & - \frac{2gB^3}{\omega_0^2} \cos\Omega t - \frac{aBd}{4\omega_0^2} \cos\left[\frac{3\Omega t - \gamma}{2}\right] - \frac{a^3 g}{32\omega_0^2} \cos\left(\frac{3}{2}(\Omega t - \gamma)\right) \\
 & - \frac{3agB^2}{8\omega_0^2} \cos\left[\frac{3\Omega t + \gamma}{2}\right] - \frac{a^2 g B}{10} \cos[2\Omega t - \gamma] \\
 & - \frac{2dB^2}{15\omega_0^2} \cos(2\Omega t) - \frac{3aB^2 g}{31\omega_0^2} \cos\left[\frac{5\Omega t - \gamma}{2}\right] - \frac{2B^3 g}{63\omega_0^2} \cos(3\Omega t) \\
 & \left. + \frac{3a^2 g B}{2\omega_0^2} \cos[\gamma] + \frac{a^2 d}{2\omega_0^2} + \frac{2B^2 d}{\omega_0^2} \right] + O(\varepsilon^2)
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Denklem (3.34)'te $B = \frac{F}{2(\omega_0^2 - \Omega^2)}$ 'dır. a ve γ katsayıları denklem (3.35a) ve (3.35b)'nin yardımıyla bulunabilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = \varepsilon \left[-\frac{\mu}{2}a + \frac{Bd}{\omega_0}a \sin(\gamma) \right] \\ + \varepsilon^2 \left[\frac{42a^3dgB}{32\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \cos(\gamma) \right. \\ \left. - \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \sin(2\gamma) - \frac{3a^3g\mu}{16\omega_0^3} \right] \end{aligned} \quad (3.35a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon a \sigma}{2} - \frac{a\dot{\gamma}}{2} = \varepsilon \left[-\frac{3}{8\omega_0}a^3g - \frac{3}{\omega_0}agB^2 - \frac{Bd}{\omega_0}a \cos(\gamma) \right] \\ + \varepsilon^2 \left[-\frac{15a^5g^2}{256\omega_0^3} - \frac{9a^3B^2g^2}{40\omega_0^3} + \frac{8ag\sigma B^2}{\omega_0^2} + \frac{1095ag^2B^4}{496\omega_0^3} - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^3} \right. \\ - \frac{5aB^2d^2}{4\omega_0^3} - \frac{a\mu^2}{8\omega_0} - \frac{60a^3dgB}{32\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \cos(\gamma) \\ \left. + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \cos[2\gamma] \right] \end{aligned} \quad (3.35b)$$

3.2.1.4 Ana rezonans bölgesinde yaklaşık çözümünün bulunması

Zorlama frekansı doğal frekans civarındayken ($\Omega = \omega_0 + \varepsilon\sigma$), lineer sönüm katsayısını, zorlama kuvvetinin genliğini ve doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin etkisini ε mertebesinde kabul edersek, denklem (3.8)'le gösterilen yalpa hareketi denklemi aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon(\mu \dot{x} - dx^2 - gx^3) = \frac{\varepsilon f}{2} [e^{i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)} + e^{-i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)}] \quad (3.36)$$

Denklem (3.37)'de, denklem (3.36)'nın Bölüm 3.2.1.1'deki benzer şekilde elde edilmiş birinci mertebeden yaklaşık çözümü gösterilmiştir. Ek A'da bu yaklaşık çözümün detaylı bir şekilde nasıl elde edildiği anlatılmıştır.

$$x = a \cos(\Omega t - \gamma) + O(\varepsilon) \quad (3.37)$$

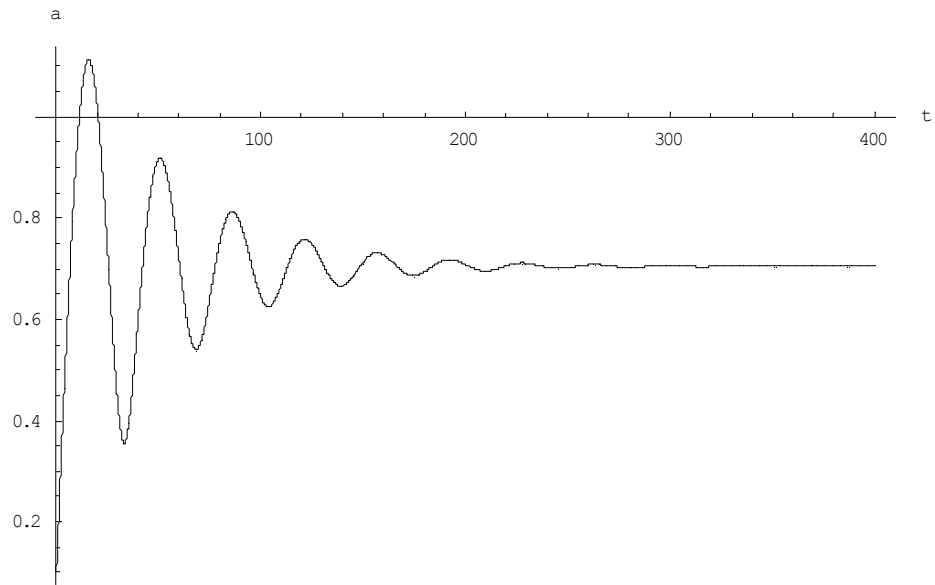
Denklem (3.26)'daki a ve γ katsayıları, denklem (3.38a) ve denklem (3.38b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik olarak çözümünden bulunabilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} + \frac{f}{2\omega_0} \sin(\gamma) \quad (3.38a)$$

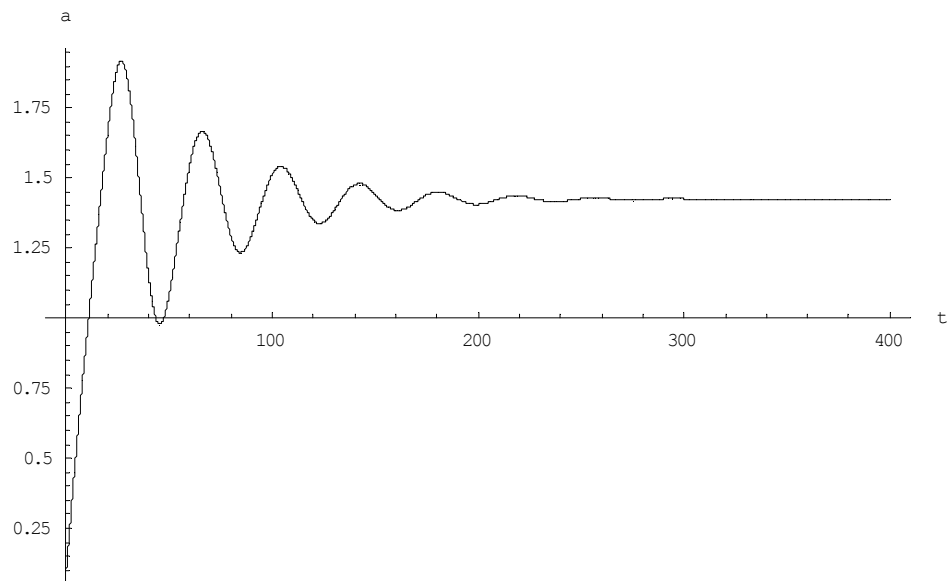
$$a\sigma - a\gamma' = -\frac{3g}{8\omega_0} a^3 - \frac{f}{2\omega_0} \cos(\gamma) \quad (3.38b)$$

Denklem (3.38a) ve denklem (3.38b)'nin nümerik olarak çözümünden a ve γ 'nın zamana bağlı değişimleri bulunabilir.

Şekil 3.3a ve 3.3b'den görülebileceği gibi, frekans kayması haricinde bütün diğer parametreleri sabit tutup, frekans kaymasını $+0.1$ yerine -0.1 almak a genliğini yaklaşık olarak iki katına çıkarmaktadır.



Şekil 3.3a : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\theta_s=0.2$ rad., $F=0.12$, $\sigma=0.1$)



Şekil 3.3b : a genliğinin zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\theta_s=0.2$ rad., $F=0.12$, $\sigma=-0.1$)

Durağan haldeki çözümler bulmak için $\dot{a}$ ve $\dot{\gamma}$ sıfıra eşitlenmelidir.

$$\frac{\mu a}{2} = \frac{f}{2\omega_0} \sin(\gamma) \quad (3.39a)$$

$$a\sigma + \frac{3g}{8\omega_0} a^3 = -\frac{f}{2\omega_0} \cos(\gamma) \quad (3.39b)$$

Denklem (3.39a) ve (3.39b)'nin kareleri alınıp, taraf tarafa toplanırsa durağan haldeki a 'nın değerini veren denklem (3.40) bağıntısı, denklem (3.39a)'nın denklem (3.39b)'ye bölünmesiyle γ 'nın değerini veren denklem (3.41) ile gösterilen bağıntı elde edilmiş olur.

$$a^2 \left[\frac{\mu^2}{4} + \left(\sigma + \frac{3}{8\omega_0} a^2 g \right)^2 \right] = \frac{f^2}{4\omega_0^2} \quad (3.40)$$

$$\gamma = \text{ArcTan} \left[-\frac{\frac{\mu}{2}}{\sigma + \frac{3a^2 g}{8\omega_0}} \right] \quad (3.41)$$

Denklem (3.42)'de, zorlama frekansı doğal frekans civarındayken, yalpa hareketinin ikinci mertebeden elde edilmiş yaklaşık çözümü gösterilmiştir (Detaylı bilgi için bakınız Ek A).

$$x = a \cos(\Omega t - \gamma) + \varepsilon \left\{ -\frac{da^2}{6\omega_0^2} \cos[2(\Omega t - \gamma)] - \frac{ga^3}{32\omega_0^2} \cos[3(\Omega t - \gamma)] + \frac{da^2}{2\omega_0^2} \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (3.42)$$

Denklem (3.43a) ve denklem (3.43b)'nin nümerik olarak çözümünden a ve γ 'nin zamana bağlı değişimleri bulunabilir.

$$\dot{a} = \varepsilon \left(-\frac{\mu a}{2} + \frac{f}{2\omega_0} \sin(\gamma) \right) + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{9fga^2}{32\omega_0^3} - \frac{f\sigma}{4\omega_0^2} \right) \sin(\gamma) + \frac{f\mu}{8\omega_0^2} \cos(\gamma) - \frac{3a^3 g \mu}{16\omega_0^2} \right] \quad (3.43a)$$

$$a \varepsilon \sigma - a \dot{\gamma} = \varepsilon \left(-\frac{3a^3 g}{8\omega_0} - \frac{f}{2\omega_0} \cos(\gamma) \right) + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{f \sigma}{4\omega_0^2} - \frac{3f g a^2}{32\omega_0^3} \right) \cos(\gamma) + \frac{f \mu}{8\omega_0^2} \sin(\gamma) - \frac{a \mu^2}{8\omega_0} - \frac{5a^3 d^2}{12\omega_0^3} - \frac{15a^5 g^2}{256\omega_0^3} \right] \quad (3.43b)$$

3.2.2 Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemi ile ana, alt ve üst harmonik rezonans bölgelerinde yaklaşık çözümün elde edilmesi

3.2.2.1 Ana rezonans bölgesinin incelenmesi

Zorlama frekansı ile doğal frekans arasında $\omega_0^2 = \Omega^2 + \varepsilon \Delta$ şeklinde bir bağıntı olduğunu kabul edip, lineer sönüm katsayısını, zorlama kuvvetinin genliğini ve doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin etkisini ε mertebesinde kabul edersek, denklem (3.8) ile gösterilen yalpa hareketi denklemi aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \varepsilon \left(-\mu \dot{x} + d x^2 + g x^3 + f \cos \Omega t - \Delta x \right) \quad (3.44)$$

Denklem (3.44)'de gösterilen ifade, denklem (3.45)'deki gibi yazılabilir.

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \varepsilon \left(-\mu \dot{x} + d x^2 + g x^3 + f \cos \psi \cos \beta - f \sin \psi \sin \beta - \Delta x \right) \quad (3.45)$$

Burada; $\psi = \Omega t + \beta$ 'dir.

Denklem (3.45)'de gösterilen diferansiyel denkleminin çözümü için aşağıdaki gibi bir yaklaşımda bulunulabilir [55].

$$x = a \cos \psi + \varepsilon u_1(a, \Omega t, \psi) + \dots \quad (3.46)$$

a ve β katsayıları aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır [55].

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) + \varepsilon^2 A_2(a, \beta) + \dots \quad (3.46a)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) + \varepsilon^2 B_2(a, \beta) + \dots \quad (3.46b)$$

Denklem (3.45)'de gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş birinci merteben çözümü denklem (3.47)'de gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için çözümün nasıl elde edildiğini gösteren Ek B'ye bakınız.)

$$x = a \cos(\Omega t + \beta) + O(\varepsilon) \quad (3.47)$$

Denklem (3.47)'deki a ve β katsayıları, denklem (3.48a) ve denklem (3.48b)'deki diferansiyel denklem sisteminin nümerik olarak çözümünden bulunabilir.

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\hat{\mu}a}{2} - \frac{F}{2\Omega} \sin \beta \quad (3.48a)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2a^2}{8\Omega} - \frac{F}{2a\Omega} \cos \beta \quad (3.48b)$$

Durağan haldeki çözümleri bulabilmek için $\dot{a}$ ve $\dot{\beta}$ sıfıra eşitlenmelidir.

$$\frac{\hat{\mu}a}{2} = -\frac{F}{2\Omega} \sin \beta \quad (3.49a)$$

$$a \left[\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2a^2}{8\Omega} \right] = \frac{F}{2\Omega} \cos \beta \quad (3.49b)$$

Yukarıdaki denklemlerin her iki taraflarının kareleri alınıp toplanırsa, durağan halde a katsayısını değer veren denklem (3.50)'deki bağıntı elde edilir. Denklem (3.49a)'da gösterilen bağıntı denklem (3.49b)'deki bağıntıya bölünürse durağan halde β katsayısının değer veren denklem (3.51)'deki bağıntı elde edilir.

$$a^2 \left\{ \frac{\hat{\mu}^2}{4} + \left(\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2a^2}{8\Omega} \right)^2 \right\} = \left(\frac{F}{2\Omega} \right)^2 \quad (3.50)$$

$$\beta = A \tan \left[-\frac{\frac{\hat{\mu}}{2}}{\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2a^2}{8\Omega}} \right] \quad (3.51)$$

Denklem (3.45)'de gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş ikinci merteben çözümü denklem (3.52)'de gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için bkz. Ek B)

$$x = a \cos(\Omega t + \beta) + \varepsilon \left\{ \frac{da^2}{2\Omega^2} - \frac{da^2}{6\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{ga^3}{32\Omega^2} \cos 3\psi \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (3.52)$$

Denklem (3.52)'deki a ve β katsayıları, denklem (3.53a) ve (3.53b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik yöntemle çözülmesinden elde edilir.

$$\frac{da}{dt} = \frac{F\hat{\mu}}{8\Omega^2} - \frac{\hat{\mu}a}{2} - \frac{3a^3d_1\hat{\mu}}{16\Omega^2} + \left(\frac{F(\omega_0^2 - \Omega^2)}{8\Omega^3} - \frac{F}{2\Omega} - \frac{9a^2d_1F}{32\Omega^3} \right) \sin\beta \quad (3.53a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dt} = & \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2a^2}{8\Omega} - \frac{5a^2d_1^2}{12\Omega^3} - \frac{9a^4d_1^2}{128\Omega^3} + \frac{3a^4d_2^2}{256\Omega^3} + \frac{3a^2d_1(\omega_0^2 - \Omega^2)}{16\Omega^3} - \frac{\hat{\mu}^2}{8\Omega} \\ & - \frac{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2}{8\Omega^3} - \frac{F\hat{\mu}}{8a\Omega^2} \sin\beta + \left(\frac{F(\omega_0^2 - \Omega^2)}{8a\Omega^3} - \frac{3ad_1F}{32\Omega^3} - \frac{F}{2a\Omega} \right) \cos\beta \end{aligned} \quad (3.53b)$$

3.2.2.2 Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken incelenmesi

Lineer sönüm katsayısını, doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin etkisini ε mertebesinde kabul edersek, denklem (3.8) ile gösterilen yalpa hareketi denklemini aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon \left(-\mu \dot{x} + d x^2 + g x^3 \right) + F \cos \Omega t \quad (3.54)$$

Bu ifade, $x = y + \frac{F}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t$ dönüşümü yapılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = \varepsilon \left[-\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t + d(y + \Gamma \cos \Omega t)^2 + g(y + \Gamma \cos \Omega t)^3 \right] = 0 \quad (3.55)$$

Zorlama frekansının yaklaşık olarak doğal frekansın yarısı mertebesinde olduğunu kabul edersek, denklem (3.56)'da gösterilen ifade elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 4\Omega^2 y + \Delta y = & \varepsilon \left[-\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t + d(y + \Gamma \cos \Omega t)^2 \right. \\ & \left. + g(y + \Gamma \cos \Omega t)^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

Bu denklemin çözümü için aşağıdaki gibi bir çözüm önerilebilir [55].

$$y = a \cos(\psi) + \varepsilon u_1(a, \Theta, \psi) + \varepsilon^2 u_2(a, \Theta, \psi) + \dots \quad (3.57)$$

Burada ; $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

a ve β katsayıları aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır [55].

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) + \varepsilon^2 A_2(a, \beta) + \dots \quad (3.58a)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) + \varepsilon^2 B_2(a, \beta) + \dots \quad (3.58b)$$

Denklem (3.56)'da gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş birinci merteben çözümü denklem (3.59)'da gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için bkz. Ek B)

$$x = a \cos(\psi) + \frac{F}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Theta \quad (3.59)$$

Burada $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

Denklem (3.59)'daki a ve β katsayıları, denklem (3.60a) ve (3.60b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik yöntemle çözülmesinden elde edilir.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon \left(-\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \sin \beta \right) \quad (3.60a)$$

$$a \frac{d\beta}{dt} = \varepsilon \left(\frac{\Delta a}{4\Omega} - \frac{3ga^3}{16\Omega} - \frac{3g\Gamma^2 a}{8\Omega} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \cos \beta \right) \quad (3.60b)$$

Denklem (3.56)'da gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş ikinci merteben çözümü denklem (3.61)'de gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için bkz. Ek B)

$$\begin{aligned} x = & a \cos(\psi) + \frac{\Gamma}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Theta \\ & + \varepsilon \left\{ \frac{da^2}{8\Omega^2} + \frac{d\Gamma^2}{8\Omega^2} + \frac{\mu\Gamma}{3\Omega} \sin \Theta - \frac{da^2}{24\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{2d\Gamma a}{5\Omega^2} \cos \psi \cos \Theta \right. \\ & - \frac{ga^3}{128\Omega^2} \cos 3\psi + \frac{g\Gamma a^2}{2\Omega^2} \cos \Theta - \frac{g\Gamma a^2}{14\Omega^2} \cos 2\psi \cos \Theta \\ & \left. + \frac{g\Gamma^3}{4\Omega^2} \cos \Theta - \frac{g\Gamma^2 a}{8\Omega^2} \cos \psi \cos 2\Theta - \frac{g\Gamma^3}{20\Omega^2} \cos 3\Theta \right\} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Burada $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

Denklem (3.61)'deki a ve β katsayıları, denklem (3.62a) ve (3.62b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik yöntemle çözülmesinden elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} = & \varepsilon \left[-\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma^2 \sin\beta}{8\Omega} \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{3a^3 \mu g}{64\Omega^2} - \frac{13d\Gamma^2 \mu \cos\beta}{192\Omega^2} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[-\frac{1791a^2 dg\Gamma^2 \sin\beta}{17920\Omega^3} + \left(\frac{3a^3 g^2 \Gamma^2}{224\Omega^3} - \frac{139dg\Gamma^4}{1280\Omega^3} + \frac{d\Gamma^2 \Delta}{128\Omega^3} \right) \sin\beta \right] \\
& + \varepsilon^2 \left(\frac{3a^2 g^2 \Gamma^3}{16\Omega^3} + \frac{3ag^2 \Gamma^4}{256\Omega^3} \right) \sin 2\beta
\end{aligned} \quad (3.62a)$$

$$\begin{aligned}
a \frac{d\beta}{dt} = & \varepsilon \left[\frac{a\Delta}{4\Omega} - \frac{3a^3 g}{16\Omega} - \frac{3ag\Gamma^2}{8\Omega} - \frac{d\Gamma^2 \cos\beta}{8\Omega} \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{5a^3 d^2}{96\Omega^3} - \frac{15a^5 g^2}{2048\Omega^3} - \frac{ad^2 \Gamma^2}{16\Omega^3} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[-\frac{45ag^2 \Gamma^4}{256\Omega^3} + \frac{3a^3 g\Delta}{128\Omega^3} + \frac{3ag\Gamma^2 \Delta}{64\Omega^3} - \frac{a\Delta^2}{64\Omega^3} - \frac{105a^3 g^2 \Gamma^2}{256\Omega^3} - \frac{a\mu^2}{16\Omega} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{3a^3 g^2 \Gamma^2}{224\Omega^3} - \frac{139dg\Gamma^4}{1280\Omega^3} + \frac{d\Gamma^2 \Delta}{128\Omega^3} - \frac{981a^2 dg\Gamma^2}{17920\Omega^3} \right) \cos\beta + \frac{13d\Gamma^2 \mu \sin\beta}{192\Omega^2} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left(\frac{3a^2 g^2 \Gamma^3}{16\Omega^3} + \frac{3ag^2 \Gamma^4}{256\Omega^3} \right) \cos 2\beta
\end{aligned} \quad (3.62b)$$

3.2.2.3 Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken incelenmesi

Bu bölgeyi de incelerken alt rezonans bölgesinde olduğu gibi lineer sönüm katsayısının, doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin ε mertebesinde olduğu kabul edilmiştir. Bu yüzden denklem (3.55) kullanılacaktır.

Doğal frekans zorlama frekansının yarısı civarında ise denklem (3.55)'de gösterilen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{x} + \frac{\Omega^2}{4}x = \varepsilon \left\{ -\mu \dot{x} - \Delta x + d x^2 + g x^3 \right\} + F \cos \Omega t \quad (3.63)$$

$x = y + \Gamma \cos \Omega t$ dönüşümü yapılırsa (Burada $\Gamma = -\frac{4F}{3\Omega^2}$) denklem (3.64) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\ddot{y} + \frac{\Omega^2}{4}y = & \varepsilon \left\{ -\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t - \Delta y - \Delta \Gamma \cos \Omega t + d y^2 + 2 d y \cos \Omega t \right. \\
& + \frac{d\Gamma^2}{2} + \frac{d\Gamma^2}{2} \cos 2\Omega t + g y^3 + 3 g y^2 \Gamma \cos \Omega t + \frac{3 g y \Gamma^2}{2} \\
& \left. + \frac{3 g y \Gamma^2}{2} \cos 2\Omega t + \frac{3 g \Gamma^3}{4} \cos \Omega t + \frac{g \Gamma^3}{4} \cos 3\Omega t \right\}
\end{aligned} \quad (3.64)$$

Denklem (3.64)'de gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş birinci merteben çözümü denklem (3.65)'de gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için bkz. Ek B)

$$x = a \cos(\psi) - \frac{4F}{3\Omega^2} \cos \Theta \quad (3.65)$$

Burada $\psi = \frac{\Theta}{2} + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

Denklem (3.65)'de gösterilen çözümdeki a ve β katsayıları, denklem (3.66a) ve (3.66b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik yöntemle çözülmesinden elde edilir.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon \left\{ -\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma}{\Omega} a \sin 2\beta \right\} \quad (3.66a)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon \left\{ \frac{\Delta}{\Omega} - \frac{3g\Gamma^2}{2\Omega} - \frac{3ga^2}{4\Omega} - \frac{d\Gamma}{\Omega} \cos 2\beta \right\} \quad (3.66b)$$

Denklem (3.64)'de gösterilen diferansiyel denkleminin Bogoulibov-Mitropolsky asimptotik yöntemi elde edilmiş ikinci merteben çözümü denklem 3.67'de gösterilmiştir. (Detaylı bilgi için bkz. Ek B)

$$\begin{aligned} x = & a \cos(\psi) - \frac{4F}{3\Omega^2} \cos \Theta \\ & + \varepsilon \left\{ -\frac{4\mu\Gamma}{3\Omega} \sin \Theta + \left(\frac{4\Delta\Gamma}{3\Omega^2} - \frac{2g\Gamma a^2}{\Omega^2} - \frac{g\Gamma^3}{\Omega^2} \right) \cos \Theta + \left(\frac{2da^2}{\Omega^2} + \frac{2d\Gamma^2}{\Omega^2} \right) \right. \\ & - \frac{2da^2}{3\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{d\Gamma a}{2\Omega^2} \cos(3\psi - 2\beta) - \frac{2d\Gamma^2}{15\Omega^2} \cos \Theta - \frac{ga^3}{8\Omega^2} \cos 3\psi \\ & \left. - \frac{2g\Gamma a^2}{5\Omega^2} \cos \Theta \cos 2\psi - \frac{g\Gamma^2 a}{4\Omega^2} \cos \psi \cos 2\Theta - \frac{g\Gamma^3}{35\Omega^2} \cos 3\Theta \right\} + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Burada $\psi = \frac{\Theta}{2} + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

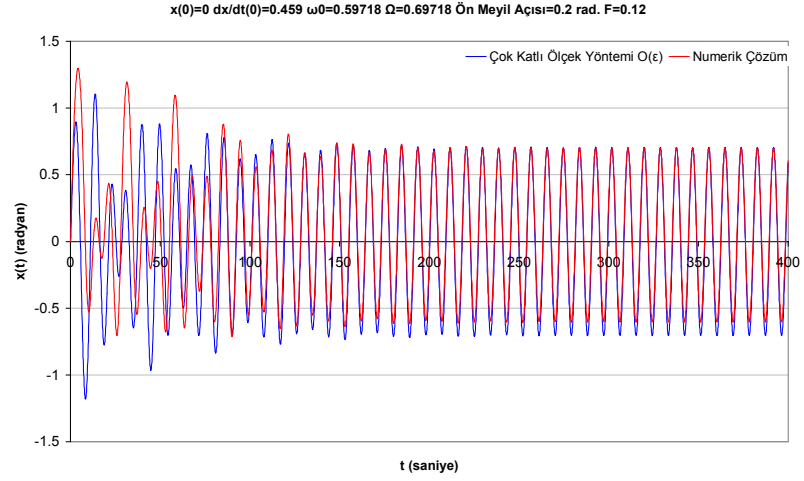
Denklem (3.67)'de gösterilen çözümdeki a ve β katsayıları, denklem (3.68a) ve (3.68b)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin nümerik yöntemle çözülmesinden elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} = & \varepsilon \left[-\frac{\mu a}{2} - \frac{ad\Gamma}{\Omega} \sin 2\beta \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{3a^3 g \mu}{16\Omega^2} + \left(\frac{d\Gamma \mu}{3\Omega^2} - \frac{a^2 d\Gamma \mu}{8\Omega^2} \right) \cos 2\beta \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[\left(-\frac{1847a^3 dg\Gamma}{1120\Omega^3} + \frac{3a^4 dg\Gamma}{8\Omega^3} - \frac{297adg\Gamma^3}{160\Omega^3} + \frac{3a^2 dg\Gamma^3}{4\Omega^3} \right) \sin 2\beta \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{3ag^2\Gamma^4}{128\Omega^3} + \frac{ad\Gamma\Delta}{6\Omega^3} - \frac{a^2 d\Gamma\Delta}{2\Omega^3} \right) \sin 2\beta + \frac{3a^3 g^2 \Gamma^2}{64\Omega^3} \sin 4\beta \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[-\frac{3a^3 g^2 \Gamma^2}{20\Omega^3} \cos 4\beta + \left(-\frac{3a^2 d^2 \Gamma^2}{4\Omega^3} + \frac{a^3 d^2 \Gamma^2}{2\Omega^3} \right) \cos 2\beta \sin 2\beta \right]
\end{aligned} \tag{3.68a}$$

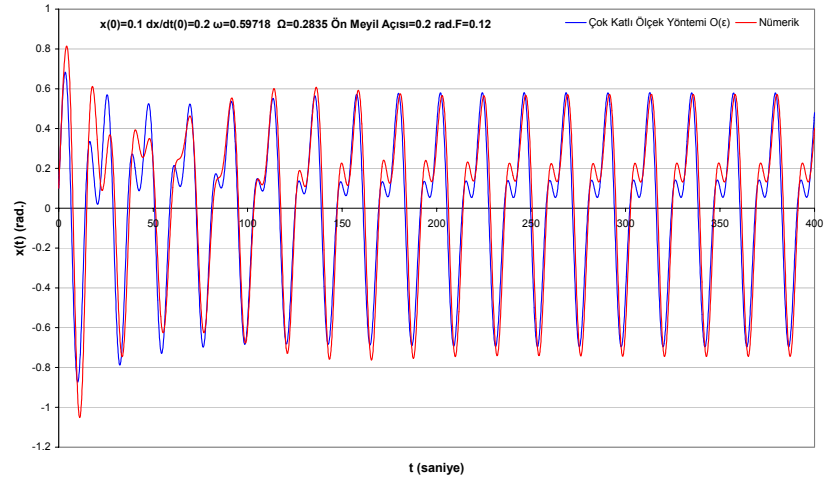
$$\begin{aligned}
\frac{d\beta}{dt} = & \varepsilon \left(\frac{a\Delta}{\Omega} - \frac{3a^3 g}{4\Omega} - \frac{3ag\Gamma^2}{2\Omega} - \frac{a^2 d\Gamma}{\Omega} \cos 2\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(-\frac{5a^3 d^2}{6\Omega^3} - \frac{303a^5 g^2}{2240\Omega^3} - \frac{7ad^2\Gamma^2}{8\Omega^3} + \frac{3a^3 g\Delta}{8\Omega^3} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left\{ dg\Gamma \left(-\frac{39a^3}{224\Omega^3} - \frac{3a^4}{8\Omega^3} \right) + dg\Gamma^3 \left(-\frac{57a}{160\Omega^3} - \frac{3a^2}{4\Omega^3} \right) \right\} \cos 2\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\frac{3ag\Gamma^2\Delta}{4\Omega^3} + \frac{3ag^2\Gamma^4}{16\Omega^3} - \frac{ad\Gamma^2\Delta}{\Omega^3} + \frac{a\Delta^2}{4\Omega^3} - \frac{a\mu^2}{16\Omega} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left[+\frac{3ag^2\Gamma^4}{128\Omega^3} - \frac{5ad\Gamma\Delta}{6\Omega^3} + \frac{a^2 d\Gamma\Delta}{2\Omega^3} \right] \cos 2\beta + \frac{15a^3 g^2 \Gamma^2}{164\Omega^3} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left[\frac{a^2 d^2 \Gamma^2}{2\Omega^3} + \frac{a^3 d^2 \Gamma^2}{4\Omega^3} \right] \cos(2\beta)^2 + \frac{63a^3 g^2 \Gamma^2}{320\Omega^3} \cos 4\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(-\frac{d\Gamma \mu}{3\Omega^2} \sin 2\beta + \frac{ad^2 \Gamma^2}{4\Omega^3} \sin(2\beta)^2 \right)
\end{aligned} \tag{3.68b}$$

3.2.3. Çok katlı Ölçek Yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky Asimptotik Yöntemi ile elde edilen yaklaşık çözümlerin Mathematica Programı ile elde edilen nümerik çözümlerle karşılaştırılması

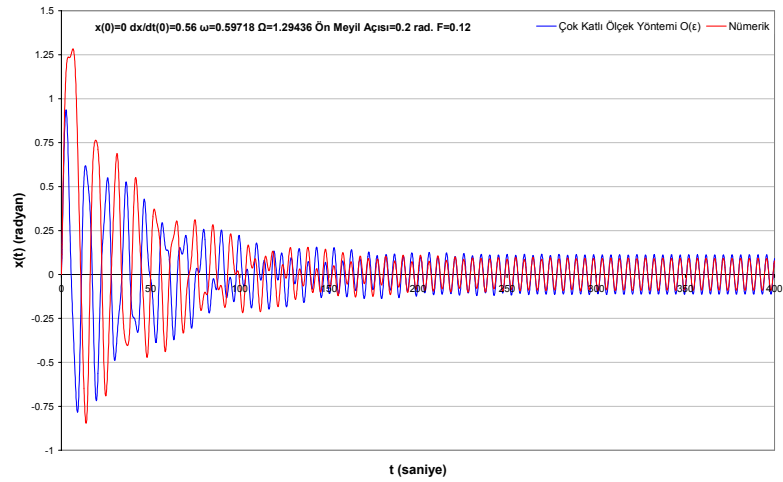
Şekil 3.4-3.9'dan görülebileceği gibi ana, alt ve üst rezonans bölgelerinde yalpa hareketi denkleminin, Çok katlı ölçek yöntemi kullanarak ε^1 hata mertebesiyle elde edilmiş sonuçlarıyla (her bir t anına karşılık gelen yalpa açısı ve açısal hızı), nümerik yöntemle elde edilen sonuçları arasında durağan hal bölgesinde ufak farklılıklar mevcut olup geçiş bölgesinde ise oldukça büyük farklılıklar mevcuttur. Çok katlı ölçek yöntemi kullanarak ε^2 hata mertebesiyle elde edilmiş sonuçlarında ise durağan hal bölgesinde herhangi bir farklılık mevcut değildir. Geçiş bölgesinde ise yine farklılıklar mevcut olup ε^1 hata mertebesine nazaran daha küçüktür.



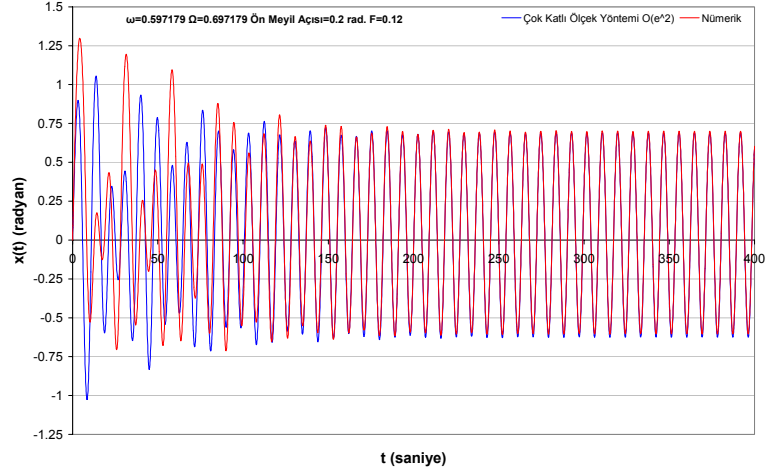
Şekil 3.4 : Ana rezonans bölgesinde ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



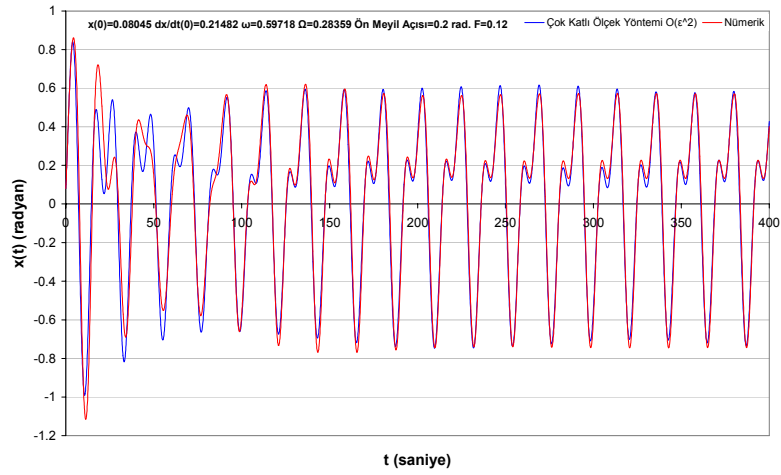
Şekil 3.5 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



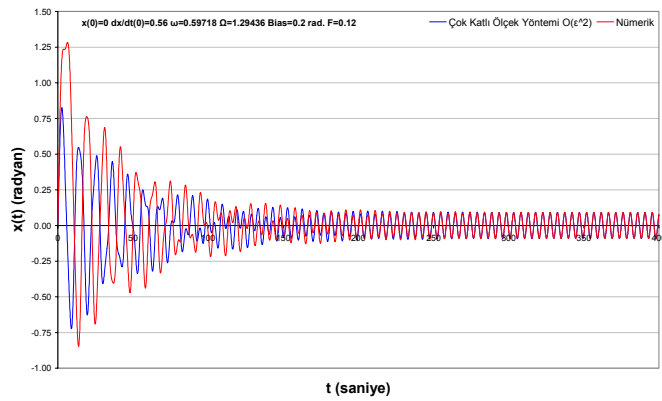
Şekil 3.6 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 3.7 : Ana rezonans bölgesinde ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



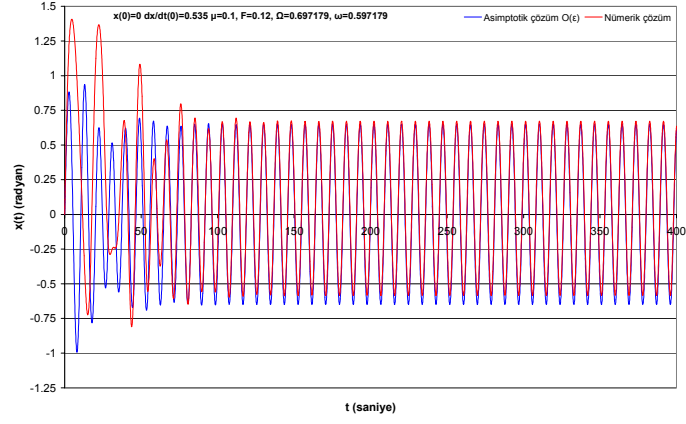
Şekil 3.8 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



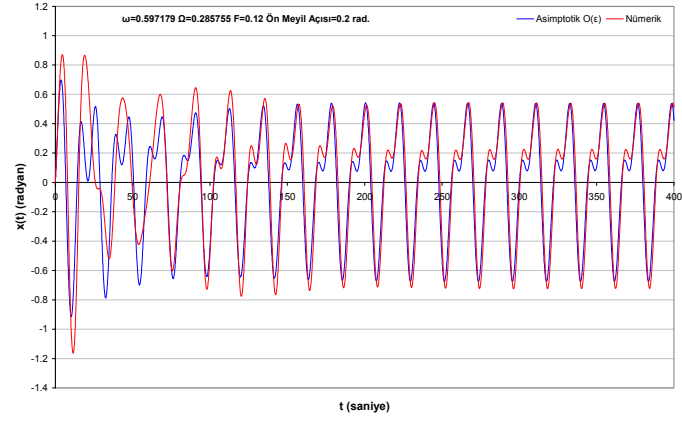
Şekil 3.9 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε^2 hata mertebesine sahip Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması

Şekil 3.10-3.15'den görülebileceği gibi, Çok Katlı Ölçekle elde edilen yaklaşık çözümlere benzer şekilde, $O(\varepsilon^2)$ hata mertebesine sahip Bogoliubov Mitropolsky

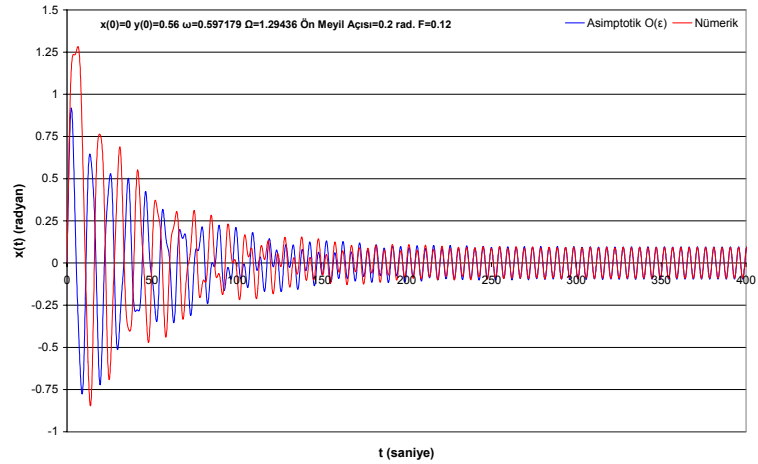
Asimptotik yöntemiyle elde edilmiş çözümler $O(\varepsilon)$ hata mertebesine sahip çözümlere nazaran nümerik yöntemle elde edilmiş çözümlerle daha iyi uyum içersindedir.



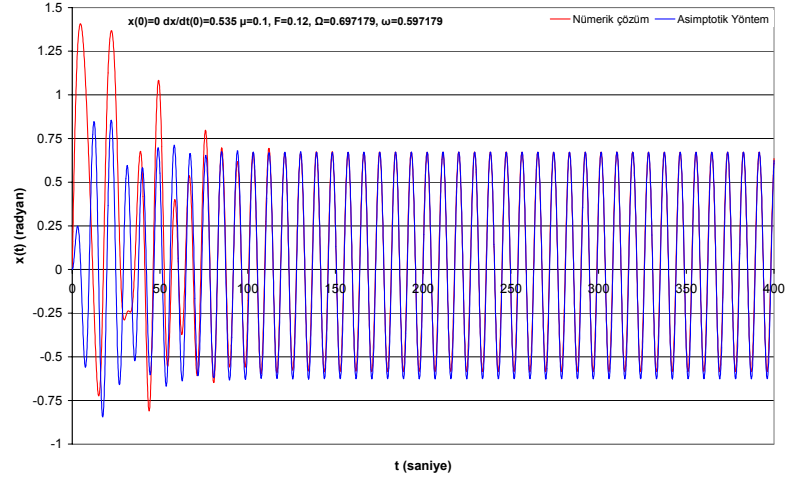
Şekil 3.10 : Ana rezonans bölgesinde $O(\varepsilon)$ hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



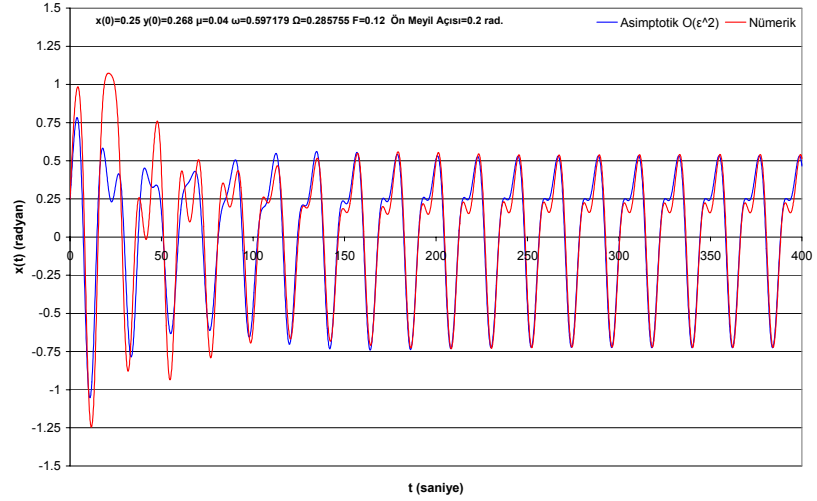
Şekil 3.11 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken ε hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



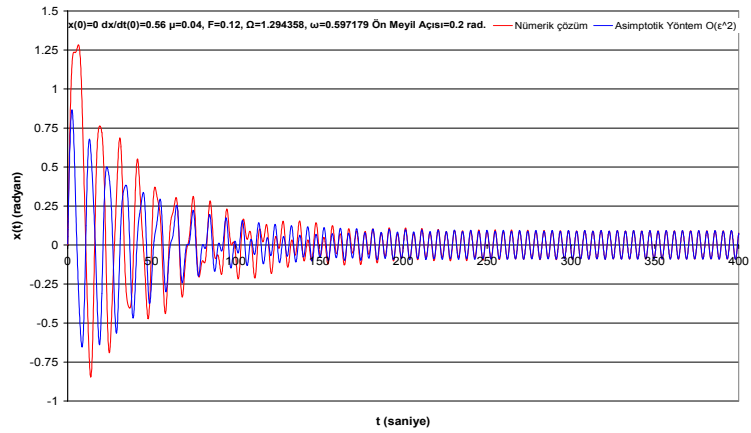
Şekil 3.12 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ε hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 3.13 : Ana rezonans bölgesinde $O(\epsilon^2)$ hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 3.14 : Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken $O(\epsilon^2)$ hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması



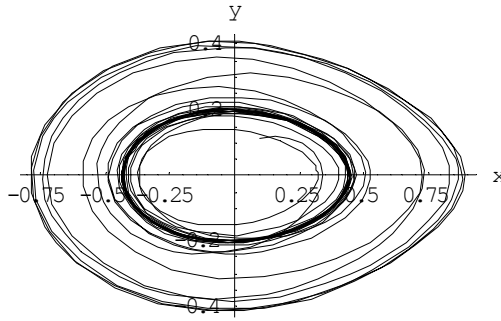
Şekil 3.15 : Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken $O(\epsilon^2)$ hata mertebesine sahip Asimptotik Yöntem ile elde edilmiş sonuçlarla nümerik sonuçların karşılaştırılması

3.3 Yalpa Hareketinin Nümerik İncelemesi

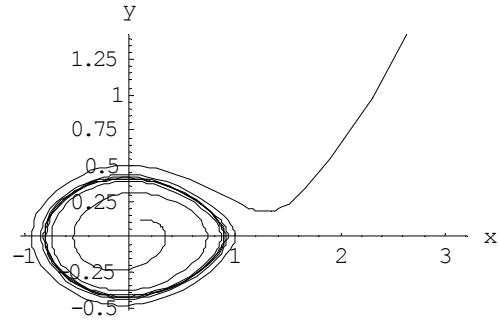
Bu bölümde yalpa hareketinin nümerik olarak incelenmesi, Fortran programlama dilinde yazılmış programlar yardımıyla yapılmıştır. Bu programlar, rijid diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan DLSODA [56] alt programını kullanmaktadır ve bu programları kullanarak elde edilmiş sonuçların doğruluğu Mathematica-5.2 paket programıyla kontrol edilmiştir. Sonuçların birbirine çok benzer olduğu görülmüştür.

Ek C'de, MV Gaul gemisinin değişik süreli sağanak ve rüzgar altındaki yalpa hareketinin zamana bağlı değişimini gösteren grafikleri gösterilmiştir. Geminin devrilme kriteri olarak geminin stabilitesinin kaybolduğu açı seçilmiştir. Sağanak ve rüzgarın geminin devrilmesi üzerinde oldukça etkili olduğu görülmüştür.

Şekil 3.16a'da, Mv Gaul balıkçı gemisinin, $GM=0.628m.$, zorlama genliği $F=0.06$, zorlama frekansı $\Omega=0.447179$ rad/s., ön meyil açısı 0.2 radyan ve lineer sönüm katsayısı $\mu=0.04$ için, devrilme kriterini geçmeyen yalpa hareketinin yalpa açısı ile yalpa açısal hızının oluşturduğu faz uzayındaki Mathematica 5.2 paket programı kullanarak çizdirilmiş yörüngesi gösterilmiştir. Şekil 3.16b'de ise geminin devrilme kriterini geçen yörüngesi gösterilmiştir.



Şekil 3.16a: Hareketin Yörüngesi $x(0)=0.1$, $y(0)=0.111$



Şekil 3.16b: Hareketin Yörüngesi $x(0)=0.1$, $y(0)=0.112$

Şekil 3.16a ve Şekil 3.16b'den görülebileceği gibi, lineer olmayan diferansiyel denklemlerin çözümleri başlangıç koşullarına çok duyarlıdır. Başlangıç koşullarında meydana gelen en ufak bir değişiklik geminin stabilitesini etkilemektedir. Eğer yalpa hareketi denklemlerinin parametrelerinin (Sönüm, zorlayıcı kuvvet vs.) geminin stabilitesi üzerindeki etkisi, yalpa hareketi yörüngeleri veya yalpa açısının zamana bağlı değişimi gösteren grafikler yardımıyla gösterilmek istenirse, bu grafiklerden binlercesinin çizdirilmesi gereklidir.

Bu kadar fazla grafiği çizdirmenin hiçbir anlamı yoktur. Binlerce başlangıç koşulundan hangilerinin geminin devrilmesine yol açtığı, yalpa açısı ve yalpa açısal hızı faz uzayında çizilmiş tek bir grafikte gösterilebilir. Sadece simülasyon boyunca yalpa açısının geminin devrilme kriterini (örneğin stabilitenin kaybolduğu açısını)

geçip geçmediğini kontrol etmek yeterlidir. Herhangi bir başlangıç koşulu için gemi devrildiye siyah bir nokta, devrilmediye beyaz bir nokta konulup, yalpa açısı ve yalpa açısal hızı faz uzayındaki yalpa hareketi güvenli bölgesi kolayca elde edilebilir. Elde edilen bu yalpa hareketi güvenli bölgesinin sınırı, bir diğer deyimle nümerik yöntemle elde edilmiş bir Lyapunov fonksiyonudur.

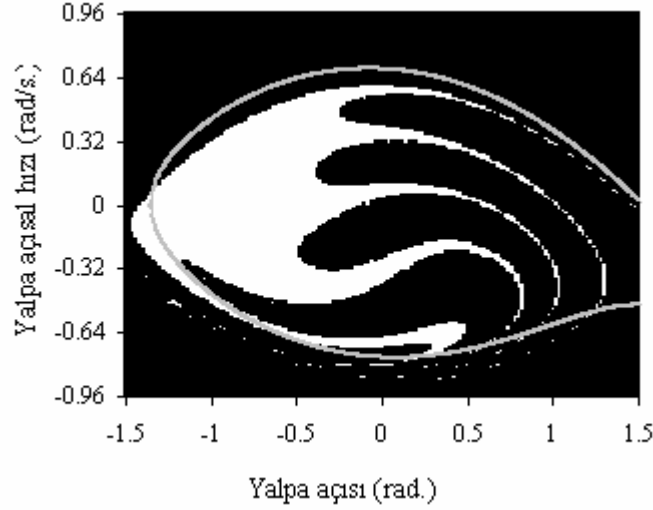
Yalpa hareketinin güvenilir bölgelerini tek tek her bir denklem parametresi çizdirmek yine de külfetli bir iştir. Yüzlerce grafik çizdirmek gerekebilir. Bu sebepten dolayı, Soliman ve Thompson'un [32] kullandığı girişim eğrilerinden yararlanılmıştır.

Girişim eğrileri, güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesindeki değişimi, ister zorlama frekansının doğal frekansa oranına ister dalga boyunun gemi boyuna oranına ister başka bir orana bağlı olarak gösteren eğrilerdir. Bu eğriler ile değişik denklem parametrelerinin etkileşimini de bir arada görmek mümkündür.

Çalışmanın bu bölümünde girişim eğrileri, değişik denklem parametrelerinin, temel güvenli bölge (zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) ve çekirdek güvenli bölge (Minimum sağlanması gereken güvenli bölge) üzerindeki etkisini göstermek için zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak çizdirilmiştir.

Girişim eğrilerinin en büyük avantajı, birden fazla denklem parametresinin etkisini bir arada görülebilmesini hatta birbirleriyle etkileşimlerini gösterebilmesidir. En büyük dezavantajı ise, erozyon olayını sadece rakam düzeyine indirgemesidir. Bu durum özellikle temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrilerinde problem ortaya çıkartmaktadır. Çünkü izin verilebilecek erozyon sınırının limitinin belirlenmesi için, yalpa açısı ve yalpa açısal hızı faz uzayındaki güvenli bölgelerin birkaç tanesinin mutlaka çizdirilmesi gerekmektedir.

Şekil 3.17'de Mv Gaul gemisinin lineer sönüm katsayı $\mu=0.04$, zorlayıcı kuvvet genliği $F=0.06$, ön meyil açısı 0.1 radyan ve zorlama frekansı $\Omega=0.565$ rad/s. için çizdirilmiş yalpa açısı ve yalpa açısal hızı faz uzayındaki güvenli bölgesi gösterilmiştir. Gri çizgi temel güvenli bölgenin sınırını göstermektedir. Güvenli bölgenin pozitif yalpa açısı tarafındaki kısmı çok büyük oranda yok olmuşken, negatif yalpa açısı tarafı nispeten daha az oranda erozyona uğramıştır. Eğer bu güvenli bölge çizdirilmeden sadece temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrisi kullanılsaydı, sadece temel güvenli bölgenin %64 oranında erozyona uğramış olduğu görülecekti. Oysa durum, güvenli bölge her yerinden eşit oranda erozyona uğramadığından çok daha kötüdür.



Şekil 3.17: Mv Gaul gemisini güvenli bölgesi ($\mu=0.04$, $F=0.06$, $\theta_s=0.1$ rad., $\Omega=0.565$ rad/s.)

Pratik bir stabilite kriteri için, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdelерinin hesaplandığı sonra güvenli bölgelerin birkaç durum için çizdirilerek erozyon limitinin çıkartıldığı bir işlemi önermek uygun değildir.

Bu çalışmada pratik bir stabilite kriteri yaratmak için çekirdek güvenli bölge kavramı ortaya atılmıştır. Çekirdek güvenli bölge kavramı, Lyapunov direkt yöntemi kullanılarak elde edilen güvenli bölge kavramından esinlenerek yaratılmıştır. Çekirdek bölgenin sınırı, zorlanmamış yalpa hareketinin Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiştir.

Çekirdek güvenli bölge, yalpa açısı ve açısal hızının oluşturduğu faz uzayındaki en küçük sağlanması gereken bir güvenli bölgedir. Bu bölgeye aslında kritik bölge ismi de verilebilir. Bu çalışmada çekirdek güvenli bölgenin %5'den fazla erozyona uğraması, geminin stabilitesi açısından çok kritik bir durumun oluştuğunun göstergesi olarak kabul edilmiştir.

Çekirdek güvenli bölge kullanılarak, geminin hangi koşullarda hizmet verebileceği kolayca belirlenebilir.

Bu çalışmada sönümün gemilerin stabilitesi üzerinde ne kadar etkili olduğu gerek yalpa hareketi güvenli bölgelerinin gerekse de girişim eğrileri kullanılarak gösterilmiştir. Bunların yanı sıra sönüm enerjisi ile zorlama kuvveti enerjisi arasındaki fark ile geminin devrilmesi arasında çok kuvvetli bir bağıntı olduğu, sönüm enerjisi ile zorlama kuvveti enerjisi arasındaki farkın zamana bağlı değişimini gösteren grafikler kullanılarak gösterilmiştir.

3.3.1 Yalpa hareketi güvenli bölgeleri

Yalpa hareketi güvenli bölgeleri elde edilirken, Fortran 90 programlama dilinde yazılmış “Bolge.F90” programı kullanılmıştır. Bu programda aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

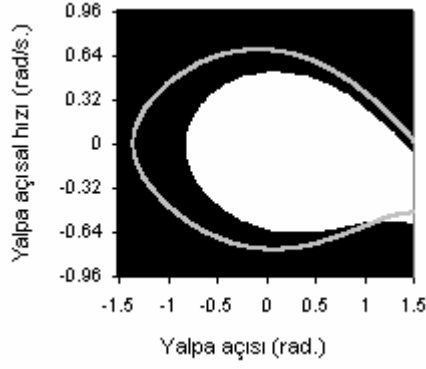
- Geminin devrilme kriteri stabilitenin kaybolduğu açının 1.005 katıdır.
- Simülasyon zamanı olarak 16 zorlama periyodu ($16 T_e$) seçilmiştir.
- Simülasyon zaman aralığı $0.001 T_e$ 'dir.
- Yalpa açısı aralığı 0.01 radyan ve yalpa açısal hızı aralığı 0.01 rad/s.'dir.
- MV Gaul gemisinin kübik polinomla ifade edildiği ve $GM=0.628m$. olduğu zaman, en büyük incelenecek yalpa açısal hızı 0.96 rad/s. ve doğrultma moment kolu eğrisi yedinci mertebeden bir polinomla ifade edildiği ve $GM=0.365m$. olduğu zaman 1.3 rad/s. olarak seçilmiştir. MS Helland Hansen gemisi için ise en büyük izin verilen yalpa açısal hızı doğrultma moment kolu hem kübik hem de yedinci merteben bir polinomla ifade edildiği zaman, 1 rad/s. olarak seçilmiştir.
- MV Gaul gemisi için incelenecek yalpa açısının en büyük değeri, $GM=0.628m$. olduğu zaman 1.6 radyan, $GM=0.365m$. olduğu zaman 1.3 radyan olarak seçilmiştir. MS Helland Hansen gemisi için ise incelenecek yalpa açısının en büyük değeri 1 radyan olarak seçilmiştir.

3.3.1.1 Zorlama frekansının güvenli bölgeler üzerine etkisi

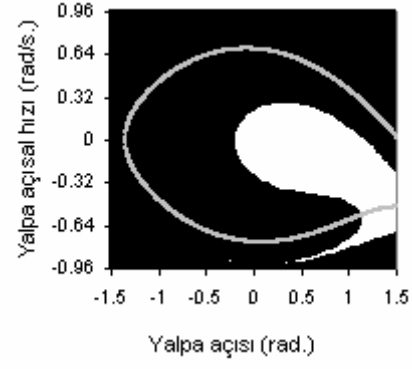
Şekil 3.18-3.25'te, MV Gaul gemisi için, zorlama genliği $F=0.06$, lineer sönüm katsayısı 0.04 ve ön meyil açısının 0.1 radyanken, yalpa hareketi denkleminin $x-\dot{x}$ faz uzayında oluşturduğu güvenli bölgeleri gösterilmiştir.

Şekillerde siyah güvenli olmayan bölgeyi, beyaz güvenli bölgeyi, gri çizgi ise temel güvenli bölge sınırını (zorlanmamış yalpa hareketi için güvenli bölge sınırı) göstermektedir.

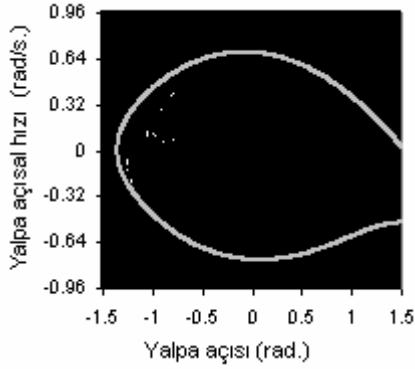
Şekil 3.18-3.25'ten görüleceği üzere, zorlama frekansının doğal frekansına oranı 0.7 ile 1 arasında değiştiği zaman, temel güvenli bölgede çok büyük miktarda erozyon gözlenmiştir. Zorlama frekansı doğal frekansın 0.819 katı olduğunda güvenli bölge tamamen kaybolmuştur. Zorlama frekansı doğal frekansın 1.5 katından daha büyük değerler aldığı anda ise temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yok denecek kadar azdır.



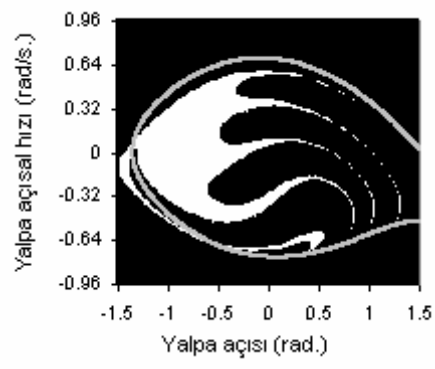
Şekil 3.18: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.492$



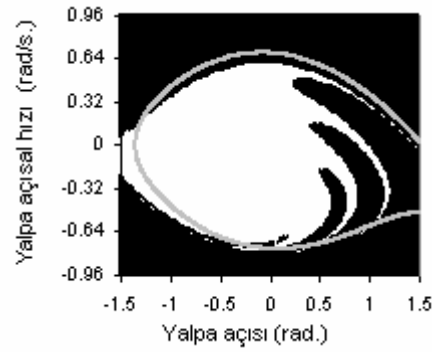
Şekil 3.19: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.737$



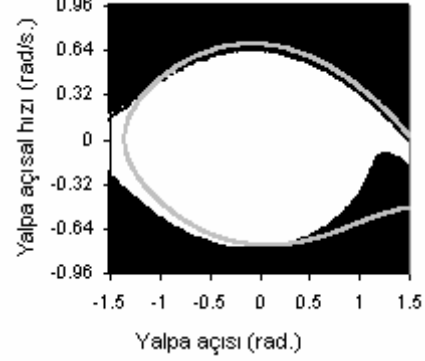
Şekil 3.20: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.819$



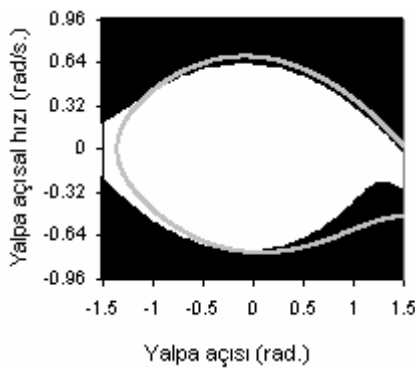
Şekil 3.21: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.918$



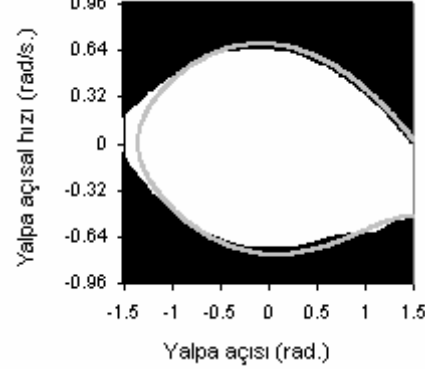
Şekil 3.22: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=0.983$



Şekil 3.23: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.229$



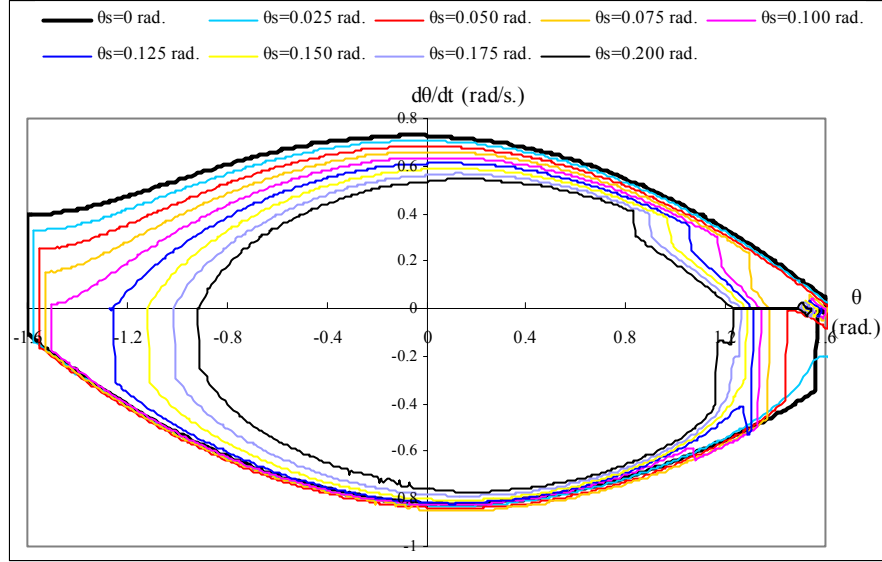
Şekil 3.24: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.311$



Şekil 3.25: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\Omega/\omega_0=1.639$

3.3.1.2 Ön meyil açısının güvenli bölgeler üzerine etkisi

Şekil 3.26'da, Mv Gaul gemisinin yalpa açısı ile yalpa açısal hızının oluşturduğu faz uzayındaki güvenli bölgelerinin büyüklüklerinin, ön meyil açısına bağlı olarak değişimi gösterilmiştir.



Şekil 3.26 : Ön meyil açısına bağlı olarak güvenli bölgelerin değişimi ($\hat{\mu}=0.04$, $\eta=0$, $F=0.04$, $\Omega=0.6$)

Şekilden görülebileceği gibi, ön meyil açısı arttıkça güvenli bölgelerin özellikle negatif yalpa açısı tarafında kalan kısımları gitgide küçülmektedir. Pozitif yalpa açısı tarafında kalan kısımları da küçülmekte olup, negatif tarafa oranla nispeten küçülme daha azdır.

3.3.1.3 Sağanak etkiye süresinin güvenli bölgeler üzerine etkisi

Bu kısımda diğer kısımlarından farklı olarak, rüzgar momentinin, sabit rüzgar (steady wind) ve sağanak (gust) olmak üzere iki farklı bileşenden oluştuğu düşünülmüştür. Sağanak momentinin güvenli bölgeler üzerine etkisini gösterebilmek için aşağıdaki gibi üç ayrı şekilde etkidiği düşünülmüştür.

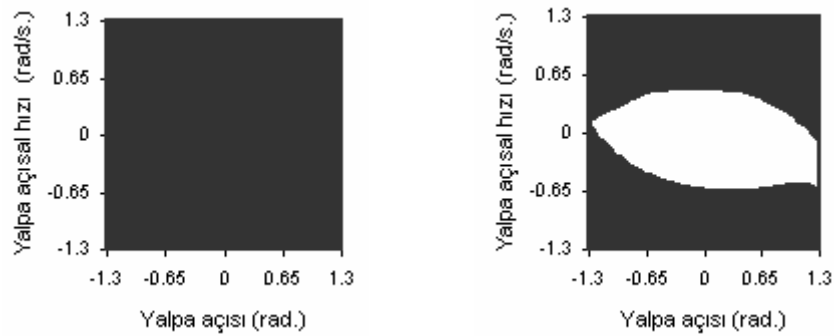
1. Sağanak ve sabit rüzgar bütün simülasyon boyunca mevcuttur. Bu durumda $F_{ruz}=0.0414$
2. Sabit rüzgar bütün simülasyon boyunca mevcut, sağanak ise simülasyon sırasında yalpa açısı en küçük değerini aldığı andan itibaren 20 saniye süre ile etkimekte. Bu durumda 20 saniye süre ile $F_{ruz}=0.0414$, diğer zamanlar $F_{ruz}=0.0276$

3. Sabit rüzgar etkisi yok. Sağanak ikinci durumdan daha kuvvetli ve simülasyon sırasında yalpa açısı en küçük değerini aldığı andan itibaren sadece 20 saniye süre ile etkimekte. Bu durumda 20 saniye süre ile $F_{ruz}=0.0414$ diğer zamanlar $F_{ruz}=0.0$

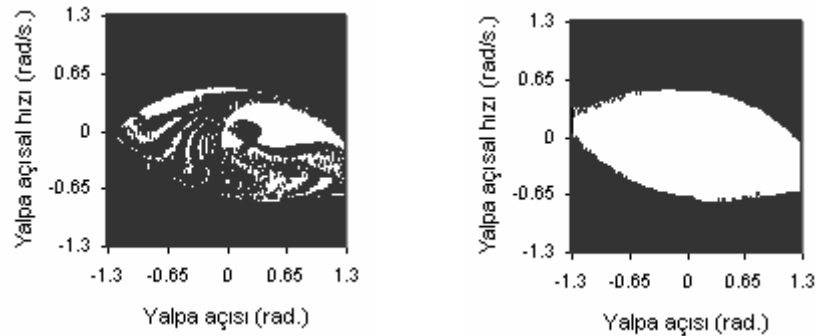
MV Gaul gemisinin birinci durum için elde edilmiş yalpa hareketi güvenli bölgeleri Şekil 3.27’de, ikinci durum için elde edilmiş olanlar Şekil 3.28’de gösterilmiştir.

Zorlama frekansı doğal frekans civarındayken, sürekli sağanak ve rüzgar altında Gaul gemisinin güvenli bir bölgesi mevcut değilken, sabit rüzgarın bütün simülasyon boyunca mevcut olduğu sağanağın ise 20 saniye süre ile etkidiği durumda güvenli bölge oluşmaya başlamıştır.

Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken, sürekli sağanak ve rüzgar altında Gaul gemisinin güvenli bir bölgesi mevcuttur. Sabit rüzgarın bütün simülasyon boyunca mevcut olduğu sağanağın ise 20 saniye süre ile etkidiği durumda ise güvenli bölge biraz daha büyümüştür.



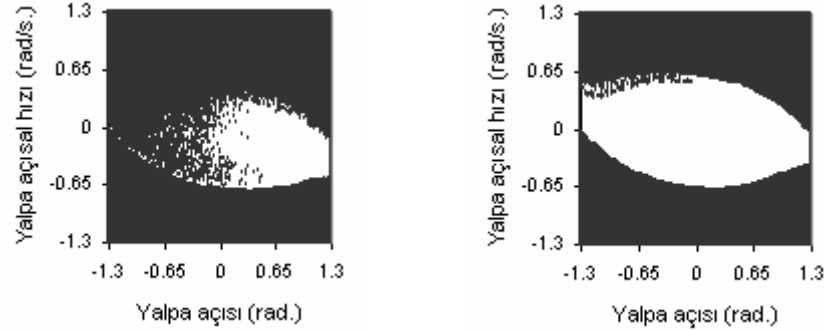
Şekil 3.27: Mv Gaul gemisinin birinci durum için yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, soldaki grafik zorlama frekansı $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$)



Şekil 3.28: Mv Gaul gemisinin ikinci durum için yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, soldaki grafik zorlama frekansı $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$)

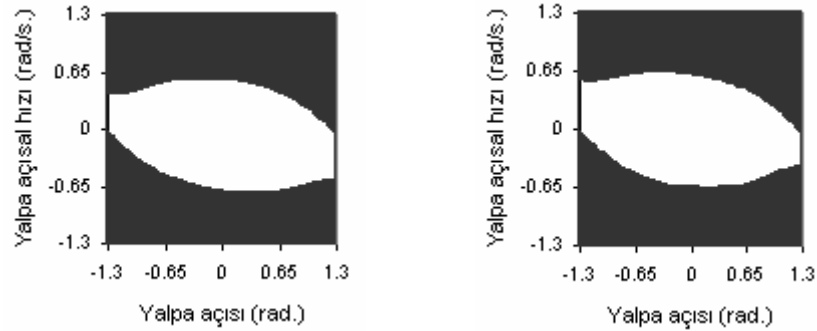
Şekil 3.29’da, sabit rüzgar etkisinin olmadığı, sağanağın ise sadece 20 saniye süre ile etkidiği üçüncü durum için elde edilmiş yalpa hareketi güvenli bölgeleri

gösterilmiştir. Bu güvenli bölgeler, sağanak ve rüzgarın etkisinin sürekli olduğu durumda elde edilmiş güvenli bölgelere nazaran çok büyüktür. Bununla birlikte, sabit rüzgar etkisinin sürekli olup daha hafif bir sağanağın sadece 20 saniye etkili olduğu durumlarda elde edilmiş güvenli bölgelere nazaran biraz daha büyüktürler.



Şekil 3.29: Mv Gaul gemisinin üçüncü durum için yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, soldaki grafik zorlama frekansı $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$)

Şekil 3.30'da ise hiç rüzgar etkisi olmadığında elde edilmiş yalpa hareketi güvenli bölgeleri gösterilmiştir.



Şekil 3.30: Mv Gaul gemisinin dördüncü durum için yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, soldaki grafik zorlama frekansı $\Omega=0.45$ rad/s., sağdaki grafik $\Omega=0.90$ rad/s. ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $F=0.04$)

Zorlama frekansı doğal frekans civarındayken, sabit rüzgar etkisinin olmadığı sağanağın ise sadece 20 saniye süre ile etkideği üçüncü durum için elde edilmiş güvenli bölgelerde, hiç bir rüzgar etkisi olmadığı durumda elde edilmiş güvenli bölgelere nazaran büyük oranda erozyon meydana geldiği gözlenmiştir. Sadece 20 saniye süreli etkiyen sağanak momenti, hiç bir rüzgar etkisi yokken elde edilmiş güvenli bölgenin nerdeyse yarısından fazlasının yok olmasına yol açmıştır.

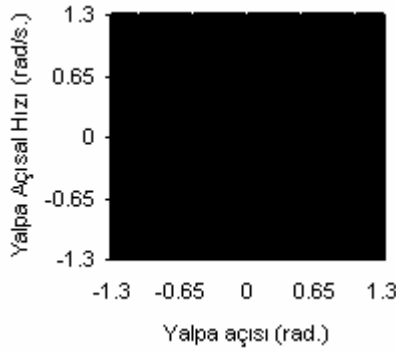
Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken ise, hiç bir rüzgar etkisi yokken elde edilmiş güvenli bölgelerde, sadece 20 saniye süreli etkiyen sağanak çok büyük miktarda erozyona sebep olmamıştır.

Özetlemek gerekirse, güvenli bölgede meydana getirdiği erozyon bakımından sağanağın büyüklüğü etkiye süresinden daha fazla önem teşkil eder.

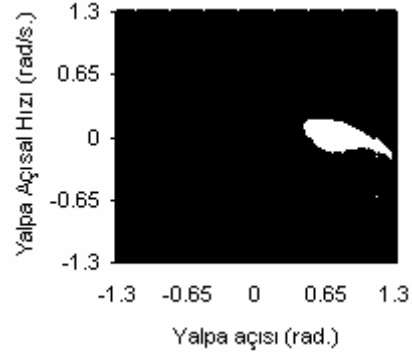
3.3.1.4 Lineer sönüm katsayısının güvenli bölgeler üzerine etkisi

Şekil 3.31-3.34’de, lineer sönüm katsayısının, MV Gaul gemisinin yalpa hareketi güvenli bölgeleri üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Lineer sönüm katsayısı hariç bütün denklem parametreleri aynı tutulmuştur. Bu güvenli bölgeler, sürekli sabit rüzgar ve 20s. süreli sağanak etkili olurken elde edilmiştir. Zorlayıcı kuvvet genliği $F=0.04$ ’e frekansı ise 0.45 rad/s. eşittir. Kuadratik sönüm momenti katsayısı ise sıfıra eşittir.

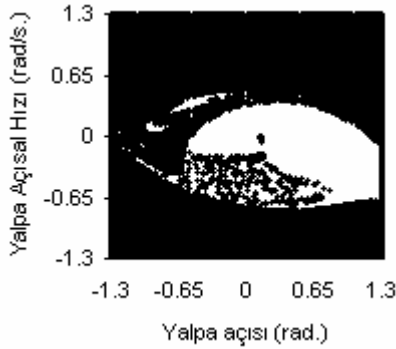
Şekillerden görülebileceği gibi lineer sönüm katsayısının büyüklüğü güvenli bölgeler üzerinde son derece etkilidir. Lineer sönüm katsayısı iki katına çıkarıldığı zaman yalpa hareketi güvenli bölgesi büyük bir oranda oluşmuştur.



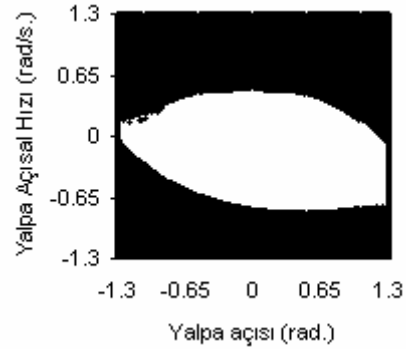
Şekil 3.31: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\mu=0.04$



Şekil 3.32: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\mu=0.06$



Şekil 3.33: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\mu=0.08$

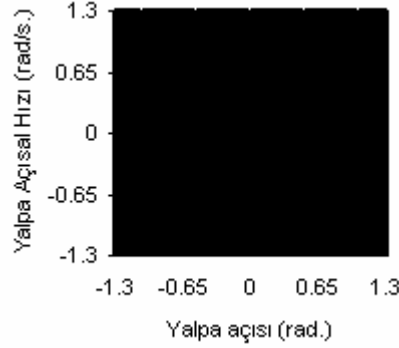


Şekil 3.34: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\mu=0.10$

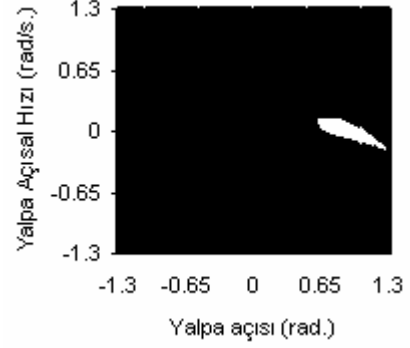
3.3.1.5 Kuadratik sönüm katsayısının güvenli bölgeler üzerine etkisi

Şekil 3.35-3.38’de, kuadratik sönüm katsayısının, MV Gaul gemisinin yalpa hareketi güvenli bölgeleri üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Bu bölgeler elde edilirken, kuadratik sönüm katsayısı hariç bütün denklem parametreleri aynı tutulmuş ve sabit bir rüzgarla birlikte sağanağın 20 saniye süre ile etkidiği kabul edilmiştir. Zorlayıcı kuvvet genliği $F=0.04$ ’e, frekansı 0.45 rad/s’ye ve $\mu=0.04$ ’e eşittir.

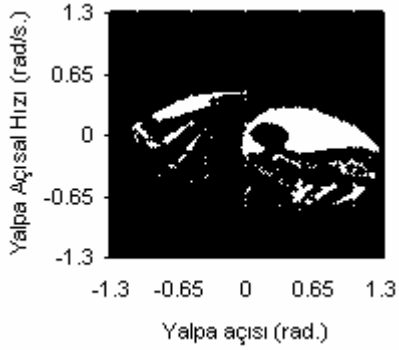
Şekillerden görülebileceği gibi, kuadratik sönüm katsayısının büyüklüğü güvenli bölgeler üzerinde oldukça etkilidir. Kuadratik sönüm katsayısının varlığı belli bir değerden sonra güvenli bölgelerin oluşmasına olanak vermiştir.



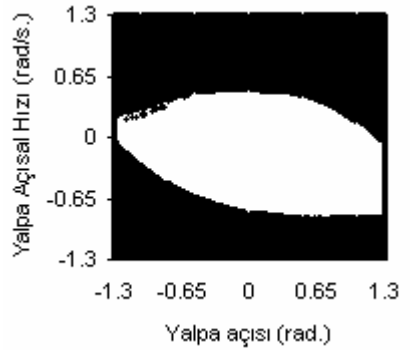
Şekil 3.35: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\eta=0$



Şekil 3.36: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\eta=0.05$



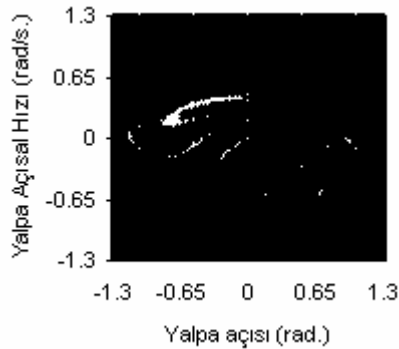
Şekil 3.37: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\eta=0.10$



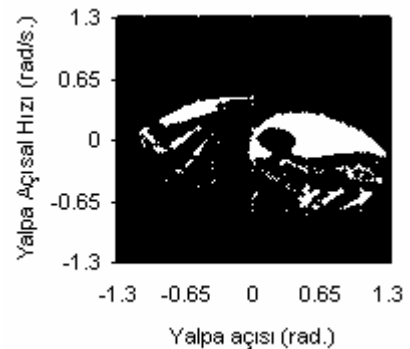
Şekil 3.38: Yalpa hareketi güvenli bölgesi $\eta=0.15$

3.3.1.6 Enine metasantr yüksekliğinin güvenli bölgeler üzerine etkisi

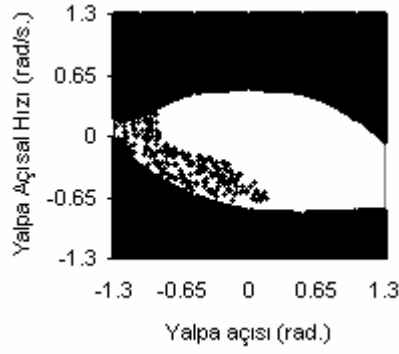
Şekil 3.39-3.42'de, enine metasantr yüksekliğinin, MV Gaul gemisinin yalpa hareketi güvenli bölgeleri üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Bu bölgeler elde edilirken, enine metasantr yüksekliği hariç bütün denklem parametreleri aynı tutulmuş ve sabit bir rüzgarla birlikte sağanağın 20 saniye süre ile etkidiği kabul edilmiştir. Zorlayıcı kuvvet genliği $F=0.04$ 'e frekansı ise 0.45 rad/s'ye , $\mu=0.04$ ve $\eta=0.1$ 'e eşittir.



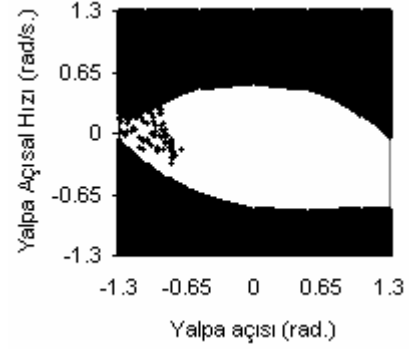
Şekil 3.39: Güvenli bölge $GM=0.35m$.



Şekil 3.40: Güvenli bölge $GM=0.365m$.



Şekil 3.41: Güvenli bölge GM=0.383m.



Şekil 3.42: Güvenli bölge GM=0.4015m.

Şekillerden enine metasandr yüksekliğinin güvenli bölgenin korunması üzerine oldukça etkili olduğu görülmektedir.

3.3.2 Yalpa hareketinin girişim eğrileri

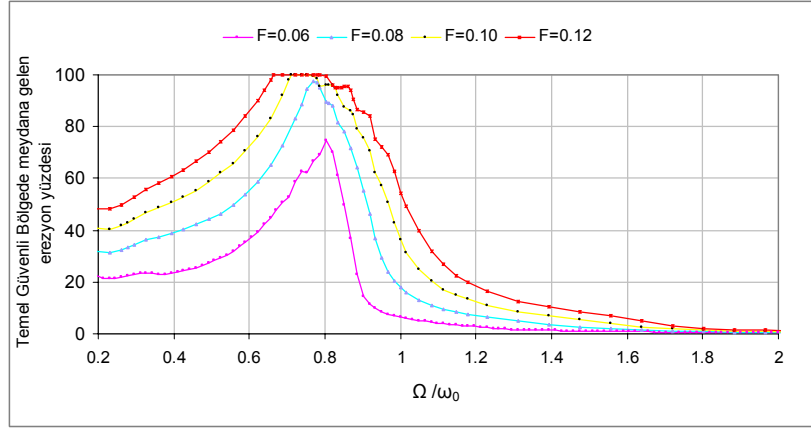
3.3.2.1 Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri

Şekil 3.43-3.45'de MV Gaul balıkçı gemisinin, Şekil 3.46'da ise MS Helland Hansen gemisinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak çizdirilmiş, girişim eğrileri gösterilmiştir.

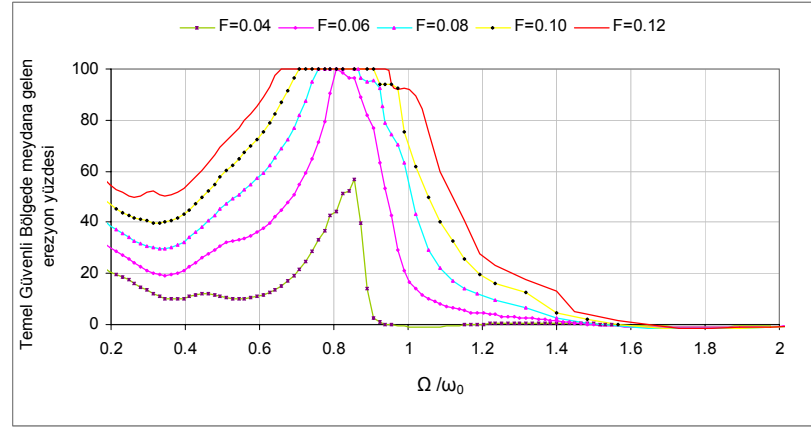
Şekil 3.43-3.45'den görüldüğü üzere ön meyil açısı ve zorlama genliği arttıkça temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi artmaktadır. Hatta zorlama genliği ve ön meyil açısının artımı belli bir değerden sonra temel güvenli bölgenin tamamen yok olmasına sebep olmaktadır.

Ön meyil açısının artımıyla birlikte temel güvenli bölgenin tamamen yok olduğu zorlama frekansı aralığı büyümektedir. Örneğin, zorlama genliği $F=0.12$ ve ön meyil açısı 0.005 radyanken, temel güvenli bölgenin tamamen yok olduğu zorlama frekansı aralığı doğal frekansın %14'ü mertebesindeyken, bu değer aynı zorlama genliği için ön meyil açısı 0.1 radyanken, doğal frekansın %30 mertebesine çıkmaktadır.

Zorlayıcı kuvvet frekansının doğal frekansa oranı 2'den büyük olduğu zaman, zorlayıcı kuvvet genliğinin büyüklüğünün temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi üzerine herhangi bir etkisi yoktur.

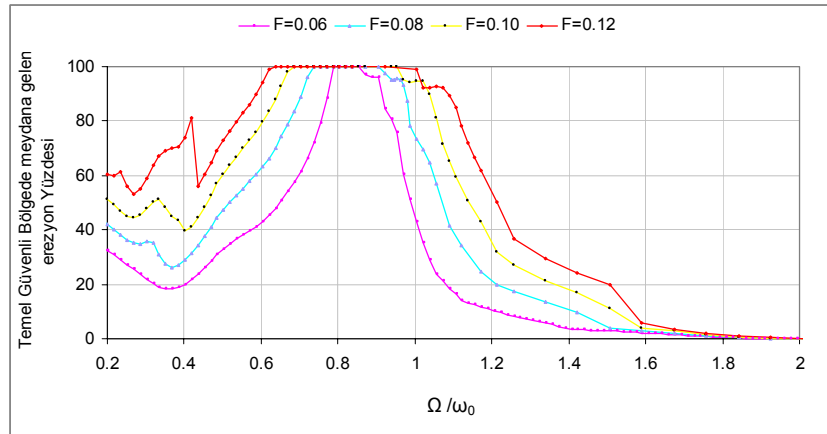


Şekil 3.43 : Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı değişimi (MV GAUL, Ön meyil açısı=0.005 rad., $\hat{\mu}=0.04$)



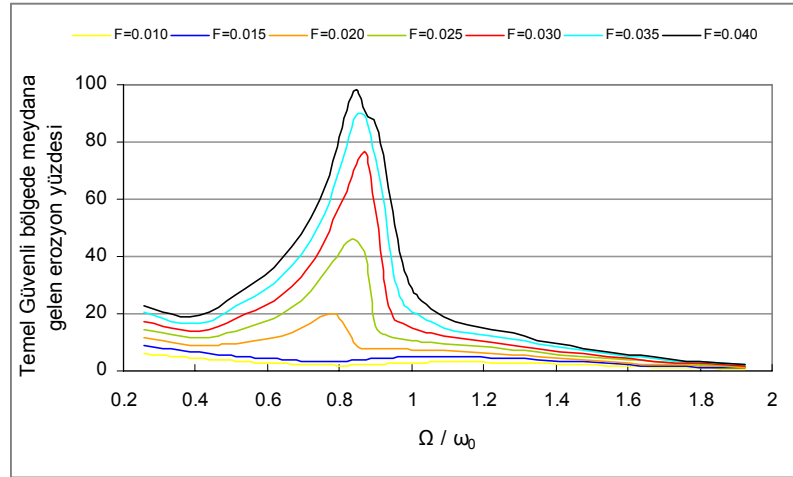
Şekil 3.44 : Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı değişimi (MV GAUL, Ön meyil açısı=0.10 rad., $\hat{\mu}=0.04$)

Zorlama kuvveti genliği 0.12 ve ön meyil açısı 0.2 radyanken, zorlayıcı kuvvet frekansının doğal frekansa oranı 0.3 ile 0.5 arasında olduğu zaman, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinde de ani bir yükseliş gözlenmektedir.



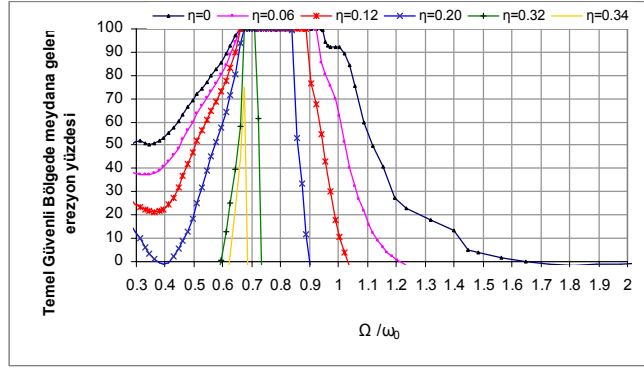
Şekil 3.45: Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı değişimi (MV GAUL, Ön meyil açısı=0.20 rad., $\hat{\mu}=0.04$)

Temel güvenli bölgedeki küçük zorlama frekansları için gözlenen erozyon miktarındaki bu ani yükselişin sebebini araştırmak için, MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumda, temel güvenli bölgesinde meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri çizilmiştir. Fakat küçük zorlama frekanslarında MV Gaul gemisi için gözlenen yüksek miktarda erozyon yükselişi, bu gemi için gözlenmemiştir. MV Gaul gemisinde olduğu gibi en fazla erozyon zorlama frekansının doğal frekansa oranı 0.8 civarındayken gözlenmiş ve zorlama kuvveti genliği arttırıldıkça temel güvenli bölgede gözlenen erozyon miktarı artmıştır.



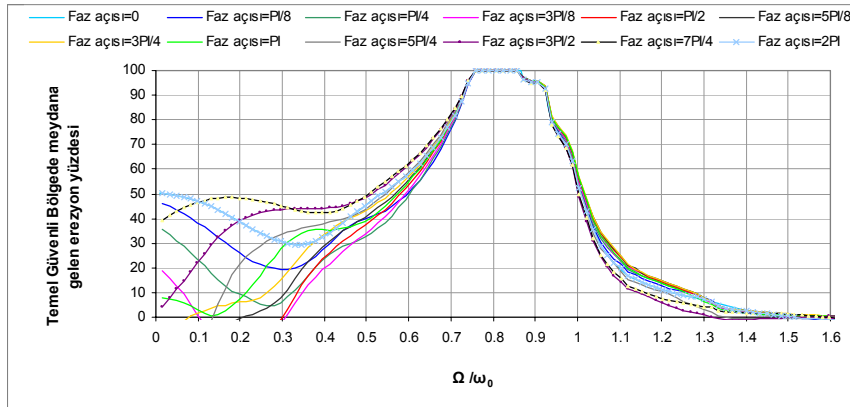
Şekil 3.46: Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı değişimi (MS Helland Hansen, Ön meyil açısı=0.10 rad., $\hat{\mu} = 0.04$)

Şekil 3.47’de, kuadratik sönüm katsayısının sıfır olduğu haldeki zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi, temel güvenli bölge olarak kabul edilmiş ve bu bölgenin zorlama kuvveti etkisi altında, değişik kuadratik sönüm katsayıları için ne kadar erozyona uğradığı gösterilmiştir. Kuadratik sönüm katsayısı arttıkça erozyon azalmakta ve maksimum erozyon daha küçük zorlama frekansının doğal frekansına oranlarında görülmektedir. Kuadratik sönüm katsayısı 0.32’den büyük değer aldığı zaman temel güvenli bölgenin tamamen ortadan kaybolması gibi bir durum kalmamaktadır.

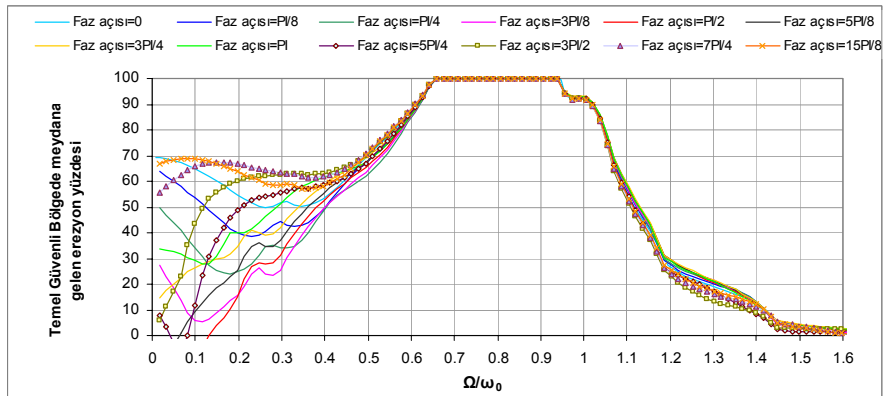


Şekil 3.47: Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişim grafiği ($\theta_s=0.10$ rad., $\hat{\mu}=0.04$, $F=0.12$)

Şekil 3.48 ve 3.49'dan görülebileceği gibi, zorlayıcı kuvvetin faz farkının temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon üzerindeki etkisi, zorlayıcı kuvvet frekansının doğal frekansa oranı 0.6'dan küçük ve 1.2 ile 1.5 arasında olduğu zaman belirgin bir şekilde gözlenmektedir. Diğer frekans aralıklarında herhangi bir etkisi yoktur.



Şekil 3.48: Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişim grafiği ($\theta_s=0.10$ rad., $\hat{\mu}=0.04$, $F=0.08$)



Şekil 3.49: Temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun zorlama frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak değişim grafiği ($\theta_s=0.10$ rad., $\hat{\mu}=0.04$, $F=0.12$)

3.3.2.2 Çekirdek güvenli bölgenin korunmasının girişim eğrileri ile incelenmesi

Çekirdek güvenli bölge, yalpa açısı ve açısal hızının oluşturduğu faz uzayındaki en küçük sağlanması gereken Şekil 3.50 -3.53'deki gibi bir güvenli bölgedir. Bu bölgeye aslında kritik bölge ismi de verilebilir. Çekirdek güvenli bölgenin sınırı, denklem (3.69)'da gösterilen Lyapunov enerji fonksiyonu yardımıyla bulunur. Bu enerji fonksiyonundaki standart enerji değeri, en büyük izin verilen yalpa açısındaki doğrultma enerjisine eşittir. İzin verilen en büyük yalpa açısı θ_m veya standart enerji V_{st} , geminin hizmet vereceği servis yerine ve koşullarına bağlı olarak belirlenmektedir. Örneğin, gemi yakın sahilde hizmet verecek ise (hizmet vereceği yerle sığınabileceği liman arası uzak değil ve gözlenen karakteristik dalga yükseklikleri çok fazla değil ise) standart enerji değeri daha küçük seçilmektedir. Açık denizde hizmet verecek ise, çalışacağı koşullar daha ağır olacağı ve kaçacağı bir liman uzakta olacağından daha büyük bir standart enerji değeri seçilmektedir.

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} + G(\theta) = V_{st} \quad (3.69)$$

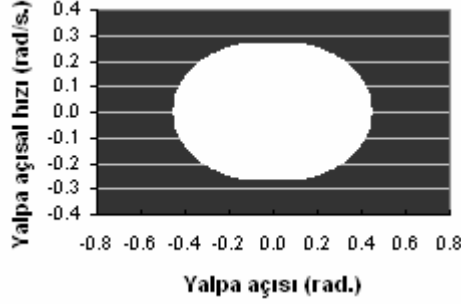
Burada;

$G(\theta) = (2c_1\theta^2 - c_2\theta^4)/4$ 'dır. c_1 ve c_2 katsayılarının değerleri Bölüm 2'de verilmiştir.

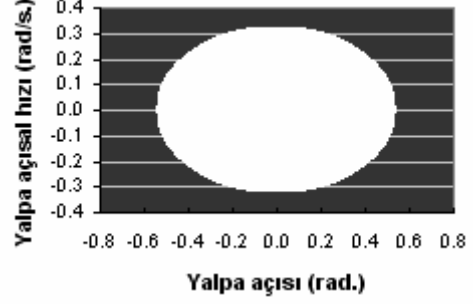
Şekil 3.50 ve 3.51'de MV Gaul balıkçı gemisinin çekirdek bölgeleri ile Şekil 3.52 ve 3.53'te MS Helland Hansen araştırma gemisinin çekirdek bölgeleri gösterilmiştir.

MV Gaul balıkçı gemisinin Şekil 3.50'de gösterilen çekirdek güvenli bölgesinde, mutlak değerce en büyük izin verilen yalpa açısının $\theta_m=0.43633$ radyan (25°) olduğu ve bu yalpa açısına karşılık gelen en büyük izin verilen yalpa açısal hızının 0 olduğu kabul edilmiştir. Şekil 3.51'de gösterilen çekirdek güvenli bölgesinde ise mutlak değerce en büyük izin verilen yalpa açısının $\theta_m=30^\circ$ ve bu yalpa açısına karşılık gelen en büyük izin verilen yalpa açısal hızının 0 olduğu kabul edilmiştir.

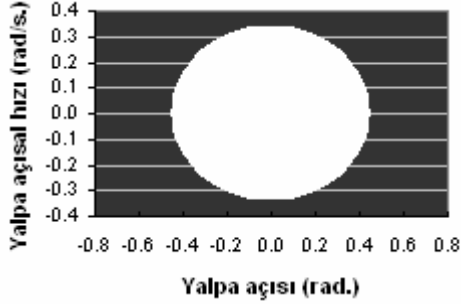
MS Helland Hansen araştırma gemisinin Şekil 3.52'deki çekirdek güvenli bölgesinde, en büyük izin verilen yalpa açısı $\theta_m=25^\circ$ ve bu açıya karşılık gelen yalpa açısal hızı sıfır olarak kabul edilmiştir. Şekil 3.53'de gösterilen çekirdek güvenli bölgesinde ise en büyük izin verilen yalpa açısı $\theta_m=20^\circ$ ve bu yalpa açısına karşılık gelen yalpa açısal hızı sıfır olarak kabul edilmiştir.



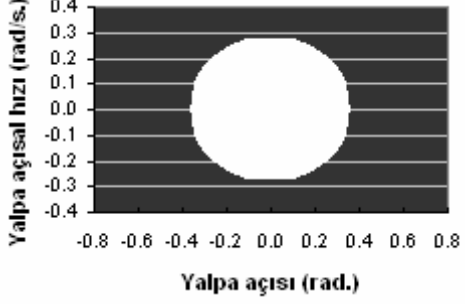
Şekil 3.50: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($\theta_m=25^\circ$)



Şekil 3.51: Mv Gaul için çekirdek güvenli bölge ($\theta_m=30^\circ$)



Şekil 3.52: Hansen için çekirdek güvenli bölge ($\theta_m=25^\circ$)



Şekil 3.53: Hansen için çekirdek güvenli bölge ($\theta_m=20^\circ$)

Denklem parametrelerinin büyüklüğü ne olursa olsun, çekirdek güvenli bölge korunmalıdır. (Çekirdek güvenli bölgenin %5'den fazla erozyona uğraması korunmaması anlamına gelmektedir). Eğer çekirdek güvenli bölge korunmuyorsa, gemi o durum için stabilite bakımından çok büyük bir tehlike içindedir. Buradan yola çıkılarak, geminin hizmet verebileceği koşullar belirlenebilir.

Çekirdek güvenli bölge içersindeki noktalar başlangıç koşulu olarak alınıp, yalpa hareketinin çözümüne başlanıldığında herhangi bir t anı için bütün simülasyon boyunca yalpa açısı geminin stabilitesinin kaybolduğu açının 1.005 katını geçmemelidir. Eğer geçerse geminin devrildiği kabul edilmiştir.

Zorlayıcı dalga kuvveti, denklem (3.70)'de gösterilen ifadede ile modellenmiştir. Nümerik hesaplamalar sırasında kullanılan dalga yüksekliği ve boyu değerleri Tablo 3.1'de gösterilmiştir.

$$F(t) = \pi \frac{H}{\lambda} \omega_0^2 \cos \Omega t \quad (3.70)$$

Burada H : dalga yüksekliği, λ dalga boyu, Ω dalga frekansını ve ω_0 doğal frekansı göstermektedir.

Tablo 3.1: Nümerik hesaplamalarda kullanılan dalga boyu ve yükseklikleri

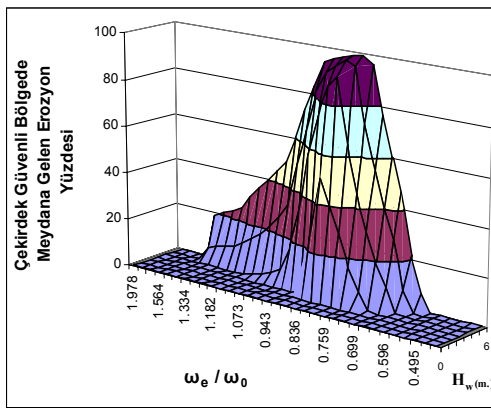
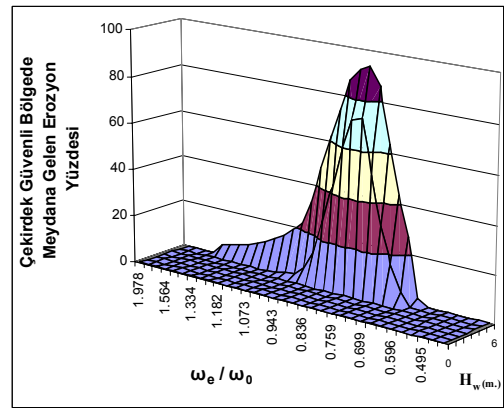
Dalga Yüksekliği	Dalga Boyları
H=1m, 2m., 3m.	25m., 30m., 35m., 40m., 45m., 50m. 55m., 60m., 65m., 70m., 75m., 80m., 85m., 90m., 100m., 110m., 120m., 130m., 140m., 150m., 160m., 170m., 180m., 190m., 200m., 225m., 250m., 275m., 300m.
H=4m., 5m., 6m.	45m., 50m. 55m., 60m., 65m., 70m., 75m., 80m., 85m., 90m., 100m., 110m., 120m., 130m., 140m., 150m., 160m., 170m., 180m., 190m., 200m., 225m., 250m., 275m., 300m., 350m., 400m., 450m., 500m.

Mv Gaul balıkçı gemisinin çekirdek güvenli bölgesinin yalpa açısı genişliği hem 25° hem de 30° olduğu kabul edildiğinde, ön meyil açısı 0, 0.1 ve 0.2 radyana eşitken, Tablo 3.1’de gösterilen dalga boyu ve yüksekliği değerlerinden oluşan zorlama kuvveti, sadece bir durum için çekirdek güvenli bölgede erozyon meydana getirmiştir. Diğer durumlarda çekirdek güvenli bölge tamamen korunmuştur. Her iki çekirdek bölge büyüklüğü için de erozyon meydana getiren durum, başlangıç meyil açısı 0.2 radyana eşitken, 6 metre yüksekliğinde ve 250 metre boyundaki dalganın çekirdek güvenli bölgede meydana getirdiği %5.2’lik erozyon meydana getirdiği durumdur. %5.2 lik erozyon ihmal edilebilir bir değerdir.

Helland Hansen araştırma gemisinin ön meylsiz durumda, 25° en büyük izin verilen yalpa açılı çekirdek güvenli bölgesinde, kuadratik sönüm katsayısı sıfıra eşitken ($\eta=0$) 3m. üzeri yükseklikteki dalgalar erozyona sebep olmaktadır (Bkz. Şekil 3.54).

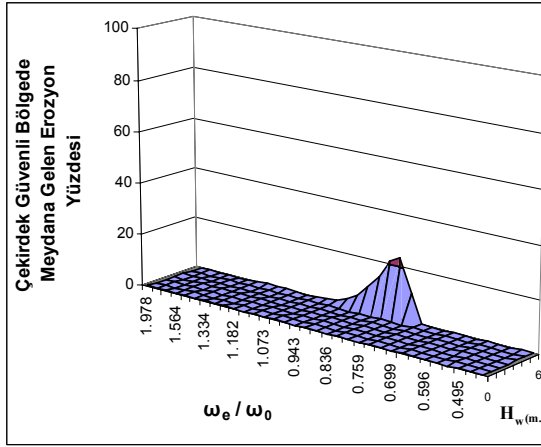
Şekil 3.55’ten görülebileceği gibi, kuadratik sönüm katsayısının değeri 0.1’e çıkarıldığında 5m. ve üzeri yükseklikteki dalgalar erozyona sebep olmaktadır.

Kuadratik sönüm katsayısı 0.2 değerini aldığı anda ise 6m. yükseklikli dalgalar çekirdek güvenli bölgede erozyona sebep olmaktadır (Bkz. Şekil 3.56).

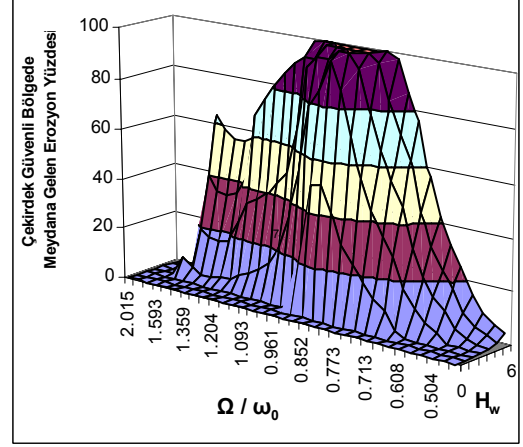
**Şekil 3.54:** Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0$ **Şekil 3.55:** Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0.1$

Şekil 3.57’den görülebileceği gibi, MS Helland Hansen araştırma gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumda, 25° en büyük izin verilen yalpa açılı çekirdek güvenli

bölgesinde, kuadratik sönüm katsayısı sıfıra eşitken 2m. üzeri yükseklikteki dalgalar erozyona sebep olmaktadır.



Şekil 3.56: Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0$ rad. $\eta=0.2$

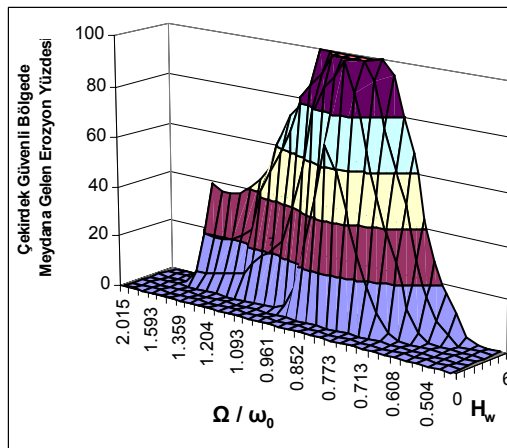


Şekil 3.57: Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0$

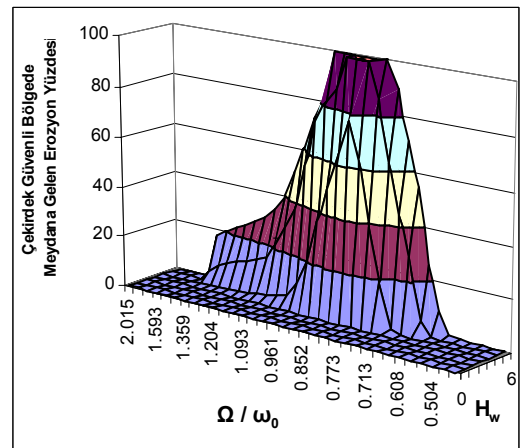
Şekil 3.58'den görülebileceği gibi, 0.1 radyan ön meyilli durumda, kuadratik sönüm katsayısının 0.1'e değeri çıkarıldığında, 3m.'den yüksek dalgalar çekirdek güvenli bölgede erozyona sebep olmaktadır.

Kuadratik sönüm katsayısı 0.2 değerini aldığı anda, 4m.'den yüksek dalgalar çekirdek güvenli bölgede erozyona sebep olmaktadır (Bkz. Şekil 3.59)

Ön meyil açısındaki artış çekirdek güvenli bölgede erozyona sebep olan dalgaların yüksekliğinin küçülmesine yol açmaktadır. Kuadratik sönümdeki artış ise tam tersi etki yaparak çekirdek güvenli bölgede, daha büyük yükseklikli dalgaların erozyona yol açmasına sebep olmaktadır.



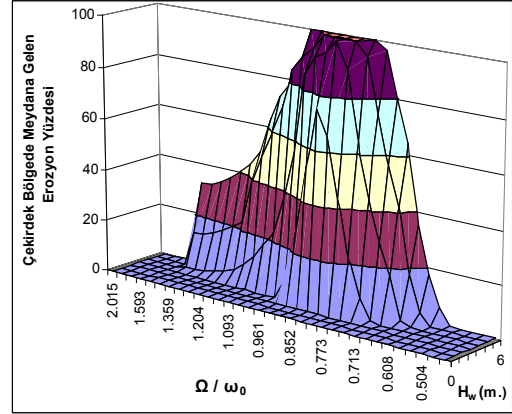
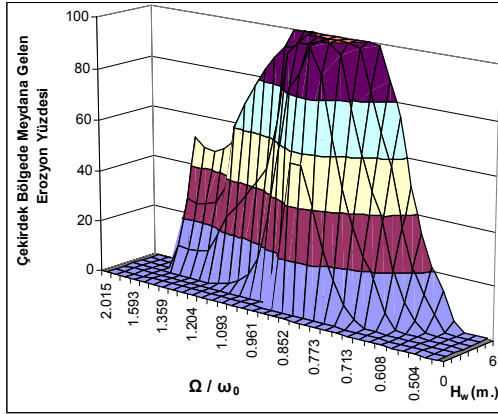
Şekil 3.58: Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.1$



Şekil 3.59: Girişim eğrisi $\theta_m=25^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.2$

MS Helland Hansen araştırma gemisinin çekirdek güvenli bölgesi biraz daha küçültülüp Şekil 3.53'deki hale getirilirse, birinci durumdaki çekirdek güvenli bölgede

erozyon meydana getiren dalgaların çoğununun bu bölgede de erozyon meydana getirdikleri görülmektedir. Yalnız meydana getirdikleri erozyon miktarları düşmüş ve az miktarda erozyon meydana getirenler güvenli hale geçmiştir. Örneğin ön meyil açısı 0.1 radyan ve kuadratik sönüm katsayısı sıfırken, 3m. yükseklikli ve 80m. boyundaki dalga, Şekil 3.52’de gösterilen çekirdek güvenli bölgede %10.62 oranında erozyon meydana getiriyorken (Bkz. Şekil 3.57), Şekil 3.53’de gösterilen çekirdek güvenli bölgede sadece %3.69 oranında erozyon meydana getirmektedir.



Şekil 3.60: Girişim eğrisi $\theta_m=20^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0$ **Şekil 3.61:** Girişim eğrisi $\theta_m=20^\circ$ $\theta_s=0.1$ rad. $\eta=0.1$

Şekil 3.54-3.61’deki girişim eğrilerinden, çekirdek güvenli bölgede meydana gelen en büyük erozyonun ana rezonans bölgesinde meydana geldiği görülmektedir. Ön meyil açısı sıfırken, ana rezonans bölgesinde özellikle zorlama frekansı doğal frekansın 0.80 katı civarındayken çekirdek güvenli bölgede en büyük miktarda erozyon meydana gelmektedir. Ön meyil açısı 0.1 radyana eşit olduğu zaman ise zorlama frekansı doğal frekansın 0.85 katı civarındayken, çekirdek güvenli bölgede en büyük miktarda erozyon meydana gelmektedir.

3.3.3 Enerji grafikleri

Önceki kısımlarda sönüm momenti katsayısı ve zorlama genliklerinin büyüklüklerinin devrilme olayında anahtar bir rol oynadığı bulunmuştur. Bu sebepten dolayı, bu kısımda daha çok sönüm enerjisi ile zorlama enerjisindeki farkla devrilme olayının ilişkisi incelenecektir.

Eğer denklem (3.9) ile gösterilen yalpa hareketi denkleminin her iki tarafı yalpa açısal hızı ile çarpılır, 0’dan t_s ’ye kadar integre edilirse, denklem (3.71)’de gösterilen ifade elde edilir.

$$\int_0^{t_s} \ddot{\theta} \dot{\theta} dt + \int_0^{t_s} \left(\dot{\mu} \dot{\theta}^2 + \eta \dot{\theta}^2 |\dot{\theta}| \right) dt + \int_0^{t_s} \frac{\Delta}{I} GZ(\theta) dt = \int_0^{t_s} [F \cos(\Omega t) + F_{ruz}] \dot{\theta} dt \quad (3.71)$$

Sadece sönüm ve zorlamadan doğan enerjileri göz önünde bulundurulursa, Denklem (3.72)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$\int_0^{t_s} \left\{ \left(\hat{\mu} \dot{\theta}^2 + \eta \dot{\theta}^2 |\dot{\theta}| \right) - F \cos(\Omega t) \dot{\theta} \right\} dt \quad (3.72)$$

Denklem (3.72)'de gösterilen integralin integrantı denklem (3.73)'deki gibi yazılabilir.

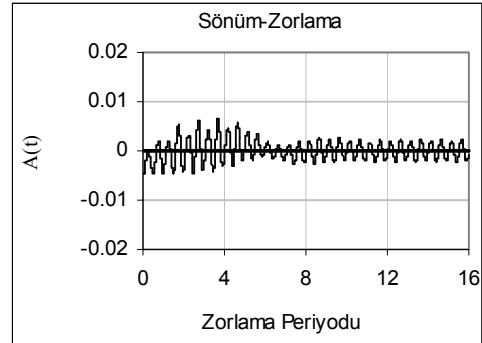
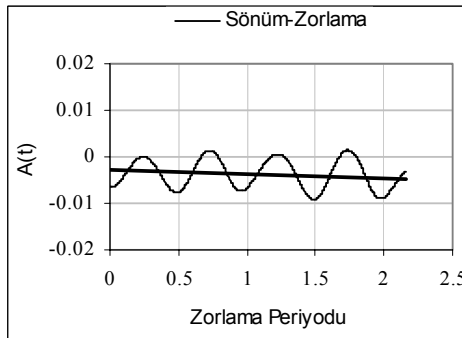
$$A(t) = A(i\Delta t) = \left(d_1 \dot{\theta}(i\Delta t)^2 + d_2 \dot{\theta}(i\Delta t)^2 |\dot{\theta}(i\Delta t)| \right) - F \cos(\Omega(i\Delta t)) \dot{\theta}(i\Delta t) \quad (3.73)$$

Burada $i=0, \dots, 30001$, $\Delta t = (t_s - 0)/30000$, Simülasyon zamanı $t_s = 16 \cdot 2\pi/\omega_e$ 'dir.

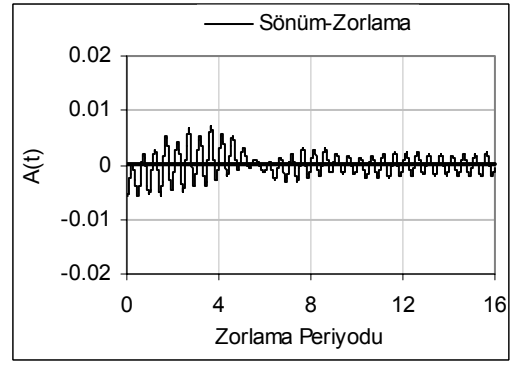
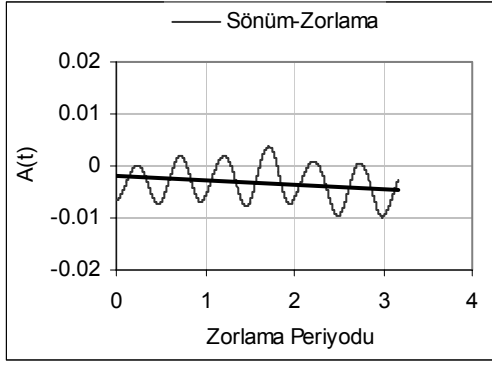
Şekil 3.62-3.65'de, MS Helland Hansen gemisi için denklem (3.73)'de gösterilen ifadenin zamana bağlı değişimleri gösterilmiştir. Şekil 3.62 ve 3.63'de, sabit rüzgar ve sağanağın ($F_{\text{ruz+sag}}=0.05$) birlikte bütün simülasyon boyunca etkidiği düşünülmüştür. Şekil 3.64 ve 3.65'de ise, sabit rüzgarın bütün simülasyon boyunca mevcut olup ($F_{\text{ruz}}=0.033$), sağanağın yalpa açısı en küçük negatif değerini aldığı andan itibaren 20 saniye süre ile etkidiği ($F_{\text{ruz+sag}}=0.05$) düşünülmüştür.

Şekil 3.66-3.67'de, sabit rüzgar ve sağanağın bütün simülasyon boyunca etkidiği durumda ($F_{\text{ruz+sag}}=0.0414$), MV Gaul balıkçı gemisi için denklem (3.73)'de gösterilen ifadenin zamana bağlı değişimleri gösterilmiştir.

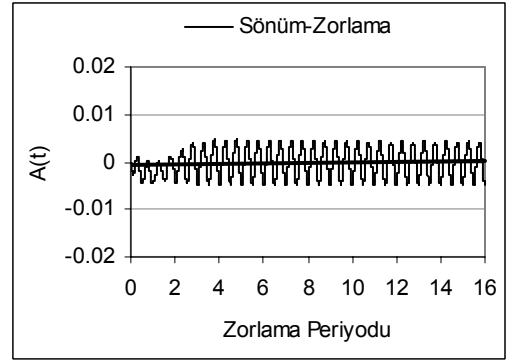
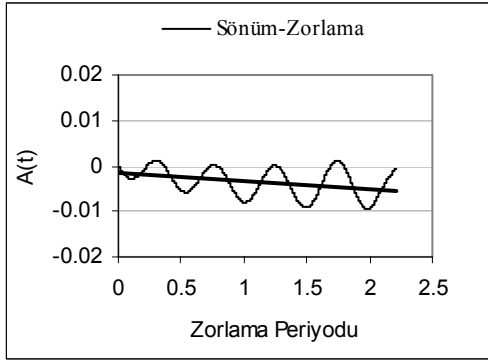
Şekillerde siyah eğri sönüm ile zorlama enerjilerinin arasındaki farkın zamana bağlı değişimini, koyu siyah çizgi ise bu değişimin eğilimini göstermektedir. Eğer siyah çizgi 16 zorlama periyodunu tamamlamadan kesilmiş ise gemi devrilmiş demektir. Şekillerden görülebileceği gibi, eğer gemi devrilmiş ise koyu siyah eğilim çizgisi negatif tarafa doğru yönelmiştir, devrilmemiş ise sıfır veya sıfırın biraz üzerinde sabit bir çizgidir.



Şekil 3.62: Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.6$) **Şekil 3.63:** Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.6$)



Şekil 3.64: Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.6$) **Şekil 3.65:** Hansen için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $\Omega=0.6$)



Şekil 3.66: Gaul için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.45$) **Şekil 3.67:** Gaul için enerji farkı ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.45$)

3.4 Nümerik Çözümlere Lyapunov Zarfı Uyumlandırılması

Bu kısımda daha önceden nümerik yöntemle elde etmiş olduğumuz yalpa hareketi güvenli bölgelerine Lyapunov Direkt yöntemi kullanarak analitik bir fonksiyon uydurulacaktır.

Lyapunov direkt yöntemini kullanarak herhangi bir sistemin çözümünü elde etmeden, o sistemin stabilitesi hakkında bir şey söylemek mümkündür. Bu da Lyapunov yöntemini çok avantajlı yapmakla birlikte, sistemin stabilitesini ifade eden optimum fonksiyonun belirlenmesi oldukça güç olduğundan genelde tercih edilmemesine yol açmaktadır.

Bu tezde kullanılan Lyapunov fonksiyonu, Caldeira-Sariava'nın ikinci dereceden Lienard tipi diferansiyel denklemlerin stabilitelelerini incelemek için kullandığı Lyapunov fonksiyonunun biraz değiştirilmiş şeklidir.

Caldeira Sariavanın incelediği ikinci dereceden Lienard tipi diferansiyel denklem, Denklem (3.74) ile gösterilmiştir.

$$\ddot{\xi} + f(\xi) \dot{\xi} + g(\xi) = e(t) \quad (3.74)$$

Burada $e(t) = F \cos \Omega t$ 'dir.

$f(\xi)$ ve $g(\xi)$ fonksiyonlarının aşağıda öne sürülen şartları sağladığı kabul edilmiş ve buna bağlı olarak bir yardımcı teorem öne sürülmüştür [52].

- a) $g(\xi)$ $I = [\xi_0 - a, \xi_0 + a]$ aralığında sürekli ve türetilebilir bir fonksiyondur
- b) $g(\xi_0 + m) = -g(\xi_0 - m)$ $|m| \leq a$
- c) $g(\xi) > 0$ $\xi \in (0, \xi_0 + a)$
- d) $f(\xi) = [\xi_0 - a, \xi_0 + a]$ aralığında sürekli ve pozitif bir fonksiyondur
- e) $f(\xi_0 + m) = f(\xi_0 - m)$ $|m| \leq a$

(b) ve (e) koşulları zorunlu değildir.

Yardımcı teorem :

Herhangi $\alpha > 0$ için aşağıdaki şartları sağlayan, I aralığında bir sürekli $h(\xi)$ fonksiyonu ve bu fonksiyonun türevi mevcuttur [52].

- a) $h(0) = F(0)$
- b) $h(\xi_0 + a) = F(\xi_0 + a)$, $h(\xi_0 - a) = F(\xi_0 - a)$
- c) $F(0) < h(\xi) < F(\xi)$ $\xi \in (0, \xi_0 + a)$, $F(\xi) > h(\xi) > F(0)$ $\xi \in (\xi_0 - a, 0)$
- d) $\xi \in I$ için $h'(\xi) \geq c$ $c > 0$
- e) $h'(\xi) < \frac{\alpha g(\xi)}{F(\xi) - h(\xi)}$

Burada $F(\xi)$, $f(\xi)$ fonksiyonunun integralidir.

Eğer yukarıdaki şartları sağlayan bir $h(\xi)$ fonksiyonu mevcutsa denklem (3.74)'ün stabilitesini incelemek için denklem (3.75) ile gösterilen Lyapunov fonksiyonunu kullanılabilir [52].

$$V(\xi, \dot{\xi}) = \frac{1}{2} [\dot{\xi} + F(\xi) - h(\xi)]^2 + G(\xi) \quad (3.75)$$

Burada $F(\xi)$ ve $G(\xi)$, sırasıyla $f(\xi)$ ve $g(\xi)$ fonksiyonlarının integralleridir.

Denklem (3.75)'de gösterilen Lyapunov fonksiyonun zamana göre türevi alınırsa, denklem (3.76)'da gösterilen ifade elde edilir [52].

$$V(\xi, \dot{\xi}, e) = -h'(\xi) \dot{\xi}^2 + \{e - h'(\xi)[F(\xi) - h(\xi)]\} \dot{\xi} + [F(\xi) - h(\xi)][e - g(\xi)] \quad (3.76)$$

Burada $|e(t)| = |F \cos \Omega t| \leq e$

Öncelikle, Denklem (3.8) ile gösterdiğimiz yalpa hareketi denklemi, denklem (3.74)'de gösterilen biçimde yazılırsa, denklem (3.77) elde edilir.

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = e(t) \quad (3.77)$$

$$\text{Burada } f(x) = \hat{\mu}, \quad g(x) = \omega_0^2 x - d_1 x^2 - d_2 x^3, \quad e(t) = F \cos(\Omega t)$$

Caldeira-Sariava'nın çalışmasında belirttiği gibi $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları aşağıdaki şartları sağlaması gereklidir.

- a) $g(\xi)$ $I=[\xi_0-a, \xi_0+a]$ aralığında sürekli ve türetilebilir bir fonksiyondur
- b) $g(\xi) > 0$ $\xi \in (0, \xi_0+a)$
- c) $f(\xi) = [\xi_0-a, \xi_0+a]$ aralığında sürekli ve pozitif bir fonksiyondur

Eğer bu şartlar sağlanırsa, denklem (3.78)'deki gibi bir fonksiyon önerilebilir.

$$V(x, \dot{x}) = \frac{\dot{x}^2}{2} + G(x) + H(x, \dot{x}) \quad (3.78)$$

Burada

$$G(x) = \frac{\omega_0^2 x^2}{2} - \frac{d_1 x^3}{3} - \frac{d_2 x^4}{4}$$

$$H(x, \dot{x}) = \left\{ -(\hat{\mu} - 1.25F) \cdot x + \frac{(\hat{\mu} - 1.25F)}{x_v^2} x^3 \right\} - \left\{ \frac{\dot{x}^{404}}{\left(\sqrt{2(G(x_v) - G(x))} \right)^{401}} \right\}$$

$H(x, \dot{x})$ fonksiyonunun ilk terimi, sönüm ile en büyük zorlayıcı kuvvet genliği arasındaki farkı bir emniyet payı da katarak ifade eder. Bu emniyet payı (maksimum zorlayıcı kuvvet genliği önündeki katsayı) nümerik çözümle elde edilmiş en kritik haldeki yalpa hareketi güvenli bölgelerine uydurularak elde edilmiştir. $H(x, \dot{x})$ fonksiyonu, $x=0$ ve $x=x_v$ 'deki değeri sıfıra eşit olacak tek polinom şeklinde seçilmiştir.

$H(x, \dot{x})$ fonksiyonunun ikinci terimi, zorlanmış hareketin stabilitesini incelemekte kullanılan Lyapunov fonksiyonunun, denklem (3.79)'da gösterilen zorlanmamış yalpa hareketinin Lyapunov fonksiyonunun sınırladığı güvenli bölgenin dışında, negatif değerler almasını sağlamaktadır. x_v , doğrultma moment kolu eğrisinin pozitif tarafındaki stablitenin kaybolduğu açıdır.

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + G(x) = V_{st} = G(x_v) \quad (3.79)$$

Denklem (3.78)'de gösterilen Lyapunov fonksiyonunun türevi denklem (3.80)'de gösterilmiştir.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = (-\tilde{\mu}\dot{x} - g(x) + F) \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} + \left(-\tilde{\mu}\dot{x} + F + \frac{\partial H}{\partial x} \right) \dot{x} \quad (3.80)$$

Şekil 3.68-3.70'de, nümerik yöntemle elde edilmiş yalpa hareketi güvenli bölgeleri, zorlanmamış ve zorlanmış hareketin sınırladığı güvenli bölgeler gösterilmiştir.

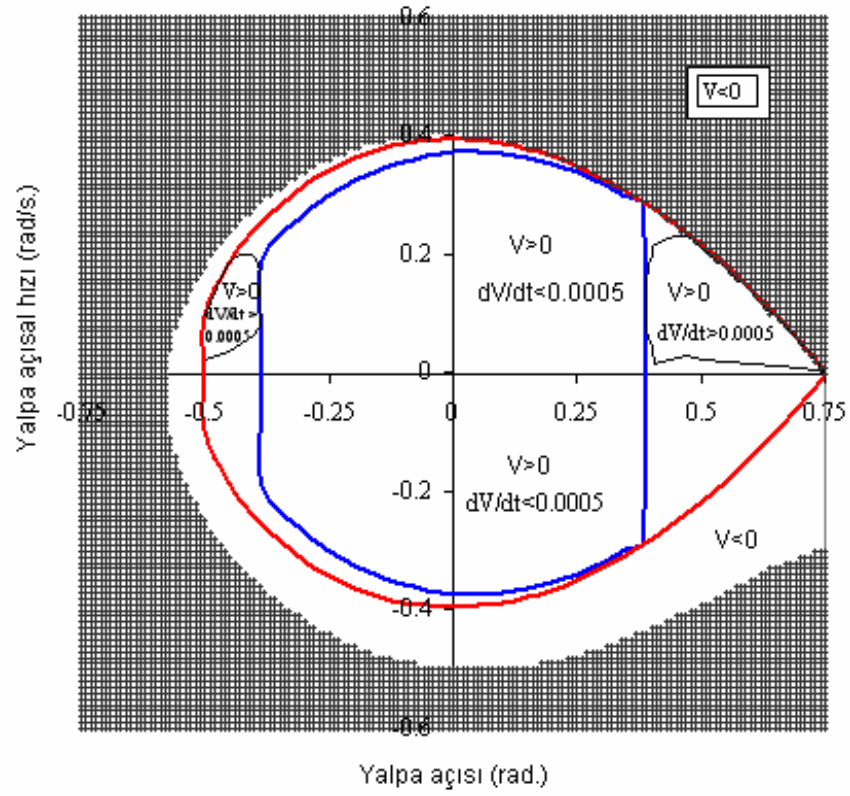
Bu şekillerde, gri renk nümerik çözümle elde edilmiş geminin devrildiği yerleri, beyaz renk ise nümerik çözümle elde edilmiş devrilme olayının gözlemlenmediği yerleri göstermektedir. Kırmızı eğri Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiş zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölge sınırını, mavi eğri Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiş zorlanmış yalpa hareketinin güvenli bölge sınırını, siyah eğri ise Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiş zorlanmış hareketin güvenli olmayan bölge sınırını göstermektedir.

Bu tezde Lyapunov fonksiyonun türevinin 0.0005'den büyük değer alması, hareketin güvenli olmadığı anlamına gelmektedir. Siyah eğri ile sınırlanan bölge içerisinde Lyapunov fonksiyonun türevi 0.0005'den büyüktür.

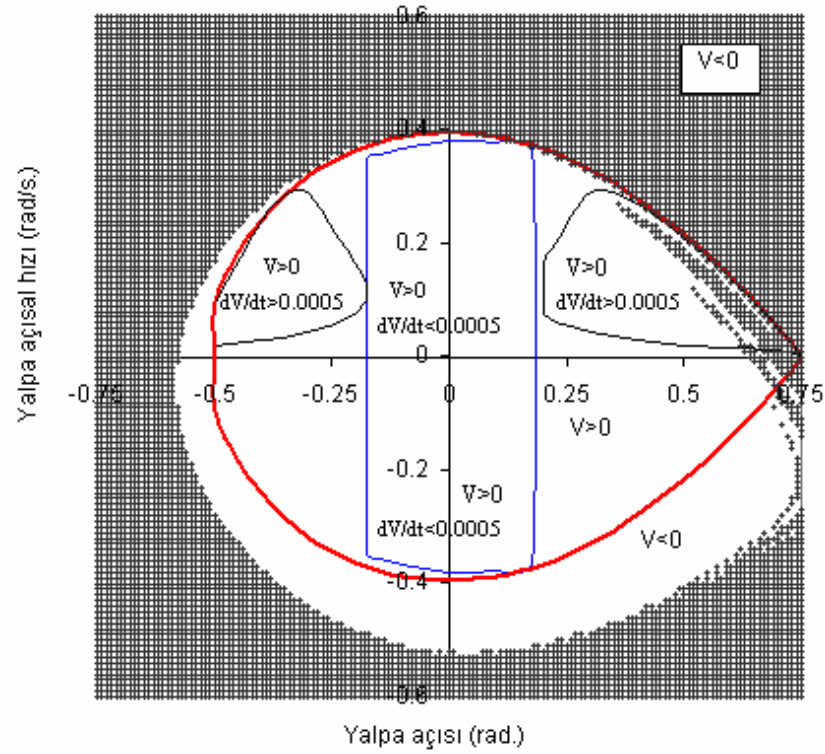
Şekillerden görülebileceği gibi, zorlama genliğinin artmasıyla birlikte siyah eğriyle sınırlanan güvenli olmayan bölgelerde büyüme, mavi eğri ile sınırlanan güvenli bölgede ise küçülme gözlenmektedir.

Şekil 3.70'de, çok büyük miktarda erozyonun gözlemlendiği nümerik yöntemle elde edilmiş güvenli bölge gösterilmiştir. Bu şarta karşılık gelen Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiş güvenli bölge bulunamamıştır.

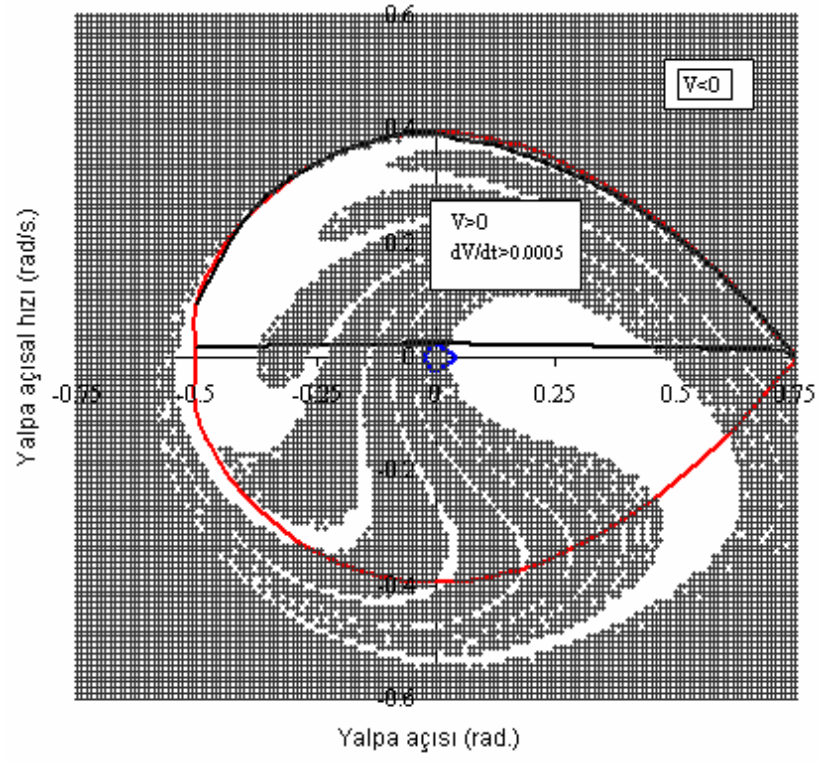
Bu sonuçlardan, Lyapunov fonksiyonu kullanarak elde edilmiş analitik güvenli bölgelerin nümerik yöntemle elde edilmiş güvenli bölgelere nazaran biraz daha küçük kalmakla birlikte, nümerik yöntemle elde edilmiş bölgeyle iyi bir uyum içerisinde olduğu söylenebilir.



Şekil 3.68: MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0139$, $H=1\text{m.}$, $\lambda=137.3\text{m.}$)



Şekil 3.69: MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0208$, $H=1.5\text{m.}$, $\lambda=137.3\text{m.}$)



Şekil 3.70: MS Helland Hansen gemisinin 0.1 radyan ön meyilli durumdaki nümerik ve analitik güvenli bölgeleri ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega/\omega_0=0.861$, $F=0.0278$, $H=2m.$, $\lambda=137.3m.$)

4. PARAMETRİK ZORLAMA ETKİSİ ALTINDA YALPA HAREKETİ

4.1 Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketi Denkleminin Modellenmesi

Literatürde gemilerin parametrik rezonans etkisi altındaki yalpa hareketleri üzerine yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Grim'in 1952 yılında yapmış olduğu çalışmanın da arasında bulunduğu bu konu üzerine yapılmış ilk çalışmalarda, geminin sönüm ve zorlayıcı kuvvet etkileri ihmal edilip, lineer doğrultma momenti etkisi altındaki Mathieu denklemine benzeyen Denklem (4.1) incelenmiştir.

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \left(1 + \frac{\delta GM}{GM} \cos \omega_e t \right) \theta = 0 \quad (4.1)$$

Grim, Mathieu denkleminin stabilitesi hakkında bilinenleri kullanarak yalpa denkleminin olası stabil olmayan bölgelerini göstermiştir [13]. Grim'in çalışması gemilerin stabilitelerini hareketleriyle ilişkilendirmeye çalışan ilk çalışmalardan biri olup, bugünkü araştırmalarında temelini oluşturmaktadır.

Kerwin de aynı denklemi hem lineer sönüm etkisinin ihmal ve dahil edildiği durumlar için incelemiş ve çalışmasını Delft üniversitesinde yaptığı deneylerle desteklemeye çalışmıştır [57].

Hanyalıoğlu [58], lineer sönüm etkisinin dahil edildiği durumda denklem (4.1)'e benzer bir denklemi kullanarak, boyuna dalgalarda gemilerin enine stabilitesini incelemiştir.

Çeşitli araştırmacıların denklem (4.1) tipindeki denklemi incelemeleri sonucunda, karşılaşma frekansının doğal frekansın iki katı olduğu zaman parametrik zorlamanın tehlikesinin en fazla olduğu bulunmuştur [59].

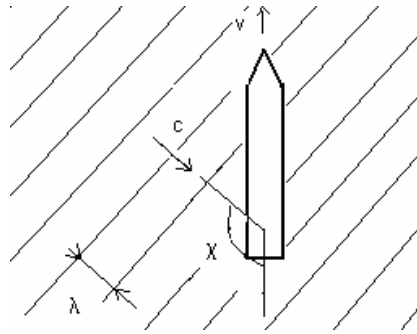
Pauling ve Rosenberg, üç serbestlik derecesine sahip (dalıp çıkma, baş kış vurma ve yalpa) sahip bir geminin hareketini hem teorik hem de deneysel olarak incelemişlerdir. Lineer olmayan etkileşimlerin olası stabil olmama durumları üzerindeki etkilerini göstermişlerdir. Stabilitate kayıplarını, doğal frekansın zorlama frekansının yaklaşık olarak yarısı veya eşit olduğu zaman gözlemlemişlerdir [15].

Parametrik zorlama ile ilgili Blocki [60], Nayfeh ve Sanchez [61,62], Hashimoto [63,64], Umeda [64], Vassalos [64], Bulian [65-68], Francescutto [65,67], Lugni [65,67], ve Pauling [69] gibi araştırmacıların yaptıkları çalışmalarda, ihmal edilen sönüm, zorlayıcı kuvvet ve rüzgar momenti etkileri hesaba katılmıştır. Doğrultma momenti, katsayıları stabilite eğrisinden yararlanılarak elde edilen yalpa açısı cinsinden tek polinom olarak kabul edilmiştir.

Nayfeh ve Sanchez [61], Blocki'nin doğrultma momentini beşinci dereceden tek bir polinomla ve sönümü de hem lineer hem de lineer olmayan etkileri katacak şekilde modellediği parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin, yaklaşık çözümlerini Çok Katlı Ölçek Yöntemi kullanarak elde etmişlerdir. Lineerleştirilmiş denklemlerle bazı çok tehlikeli rezonans bölgelerinin saptanamayacağını bulmuşlardır.

Nayfeh ve Sanchez, ön meyilli lineer olmayan salınıcının dış ve parametrik zorlama etkisi altındaki genel davranışını incelemiştir. Sistemin genel davranışını bifurkasyon diyagramları ile karakterize etmişlerdir. Sistem dinamiğinin, ön meyil parametresine çok büyük ölçüde bağlı olduğunu bulmuşlardır [62].

Bu bölümde geminin ilerleme doğrultusu ve dalgaların geliş açıları Şekil 4.1'de gösterildiği gibi kabul edilmiştir. Bu şartlar altında karşılaşma frekansı denklem (4.2)'de gösterilen ifadelerden bulunmaktadır [59].



Şekil 4.1: Dalgaların geliş doğrultuları [59]

$$\omega_e = \Omega - \frac{\Omega^2}{g} v \cos \chi \quad \text{veya} \quad \omega_e = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}} - \frac{2\pi v}{\lambda} \cos \chi \quad (4.2)$$

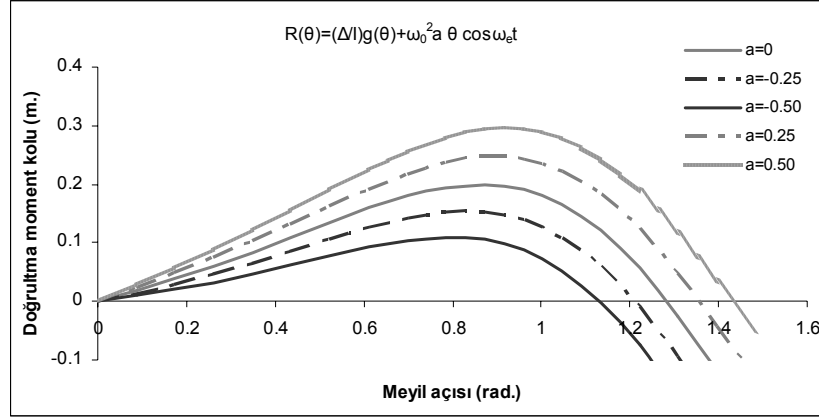
Burada, λ : Dalga boyu, v : Geminin ilerleme hızı, Ω : Dalga frekansı ve χ : Dalgaların geliş doğrultusunu göstermektedir.

Doğrultma moment kolunun dalgalar arasında zamana bağlı değişimi bu çalışmada,

$$R(\theta, t) = \frac{\Delta}{I} g(\theta) + \omega_0^2 \frac{\delta GM}{GM} \theta \cos \omega_e t \quad \text{ifadesiyle modellenenecektir. Burada } g(\theta) \text{ sakin}$$

suda doğrultma moment kolu eğrisini modellemek için kullanılan tek bir polinomdur.

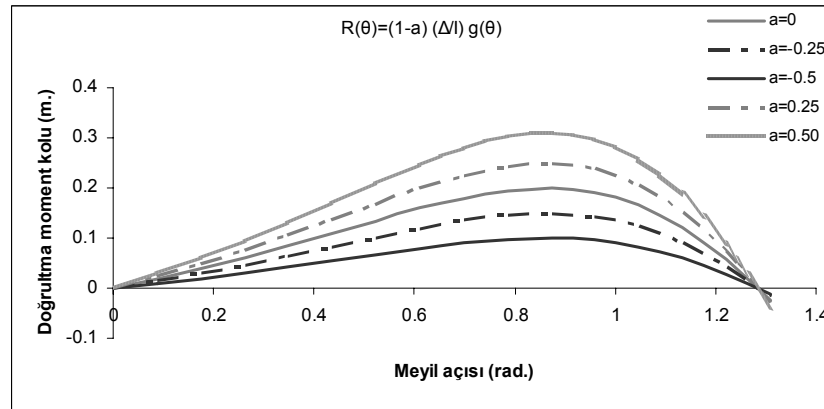
Şekil 4.2’de, değişik enine metasantr yüksekliği değişim oranları için, bu doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimleri gösterilmiştir.



Şekil 4.2: Değişik enine metasantr değişim oranları için doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimi

Literatürde, doğrultma moment kolunu, $R(\theta, t) = f(t)g(\theta)$ şeklinde modelleyen araştırmacılar (Feat, Jones ve Marshfield [70] vs.) da mevcuttur. Burada $f(t)$, doğrultma moment kolunun zamana bağlı değişimini göstermek için kullanılan yardımcı bir fonksiyondur ve $g(\theta)$ sakin suda doğrultma moment kolu eğrisini modellemek için kullanılan tek bir polinomdur.

Şekil 4.3’de, $R(\theta, t) = f(t)g(\theta)$ ifadesiyle modellenmiş doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimi, değişik enine metasantr değişim oranları için gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Değişik enine metasantr değişim oranları için doğrultma moment kolunun meyil açısına bağlı değişimi

Doğrultma moment kolunu $R(\theta, t) = f(t)g(\theta)$ şeklinde modellemek, fiziksel olayı doğru olarak yansıtamamaktadır. Şöyle ki, gerçekte stabilitenin kaybolduğu açı θ_v sabit kalmayıp değişmelidir. Halbuki $F(t)$ fonksiyonu, $g(\theta)$ fonksiyonunun tamamen

dış parantezinde yer aldığı için, $g(\theta)$ fonksiyonunu sıfırlayan θ_v değeri sabittir ve değişmemektedir (Bkz. Şekil 4.3). Bu tez çalışmasındaki gibi doğrultma momenti fonksiyonu $R(\theta, t) = \frac{\Delta}{I} g(\theta) + \omega_0^2 \frac{\delta GM}{GM} \theta \cos \omega_e t$ şeklinde modellenince, θ_v değerinin sabit kalmayıp değişmesi sağlanmıştır (Bkz. Şekil 4.2).

Bu bölümde parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin modellenmesinde, Denklem (4.3)'te gösterilen ifade kullanılmıştır.

$$\ddot{\theta} + d_1 \dot{\theta} + \Gamma \left(c_1 (1 + a \cos \omega_e t) \theta + c_2 \theta^3 + c_3 \theta^5 + c_4 \theta^7 \right) = F_{ruz} + F \cos \omega_e t \quad (4.3)$$

Burada $F = \pi \frac{H \Delta GM}{\lambda I} \sin \chi$ ve $\Gamma = \frac{\Delta}{I}$

4.2 Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketi Denkleminin Çok Katlı Ölçek Yöntemi Kullanarak Yaklaşık Çözümünün Bulunup Nümerik Çözümlerle Karşılaştırılması

4.2.1 Çok Katlı Ölçek Yöntemi kullanarak ana harmonik rezonans bölgesinde yaklaşık çözümün elde edilmesi ve nümerik yöntemle elde edilmiş çözümle karşılaştırılması

Denklem (4.3)'de gösterilen parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin denkleminin çözümüne başlamadan önce, $\tau = \omega_0 t = \sqrt{\Gamma c_1} t$ dönüşümü yapılırsa denklem (4.4)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$\omega_0^2 \theta'' + d_1 \omega_0 \theta' + \omega_0^2 \left(\left(1 + a \cos \frac{\omega_e \tau}{\omega_0} \right) \theta + \frac{c_2}{c_1} \theta^3 + \frac{c_3}{c_1} \theta^5 + \frac{c_4}{c_1} \theta^7 \right) = F_{ruz} + F \cos(\omega_e \tau / \omega_0) \quad (4.4)$$

Denklemin her iki tarafı doğal frekansın karesine bölünürse denklem (4.5)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$\theta'' + \mu \theta' + (1 + a \cos \hat{\omega} \tau) \theta + r_2 \theta^3 + r_3 \theta^5 + r_4 \theta^7 = c_w + \hat{F} \cos \hat{\omega} \tau \quad (4.5)$$

Burada, $r_2 = c_2/c_1$, $r_3 = c_3/c_1$, $r_4 = c_4/c_1$, $\hat{\omega} = \omega_e / \omega_0$, $c_w = F_{ruz} / \omega_0^2$, $\hat{F} = F / \omega_0^2$

Ana rezonans bölgesinde inceleme yaptığımız için karşılaşma ve doğal frekans oranı 1 civarındadır $\hat{\omega} = 1 + \varepsilon \sigma$.

$$\theta'' + \mu \theta' + [1 + a \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau] \theta + r_2 \theta^3 + r_3 \theta^5 + r_4 \theta^7 = c_w + \hat{F} \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau \quad (4.6)$$

Denklem (4.6)'da gösterilen ifadede $\theta = \theta_s + u$ dönüşümü yapılır rüzgar momenti katsayısının $c_w = \theta_s + r_2 \theta_s^3 + r_3 \theta_s^5 + r_4 \theta_s^7$ eşit olduğu kabul edilirse denklem (4.7)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$u'' + \mu u' + [1 + \tilde{c}_1 + a \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau] u + \tilde{c}_2 u^2 + \tilde{c}_3 u^3 + \tilde{c}_4 u^4 + \tilde{c}_5 u^5 + \tilde{c}_6 u^6 + \tilde{c}_7 u^7 = f \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau \quad (4.7)$$

Burada

$$\tilde{c}_1 = 3r_2 \theta_s^2 + 5r_3 \theta_s^4 + 7r_4 \theta_s^6, \tilde{c}_2 = 3r_2 \theta_s + 10r_3 \theta_s^3 + 21r_4 \theta_s^5, \tilde{c}_3 = r_2 + 10r_3 \theta_s^2 + 35r_4 \theta_s^4, \\ \tilde{c}_4 = 5r_3 \theta_s + 35r_4 \theta_s^3, \tilde{c}_5 = r_3 + 21r_4 \theta_s^2, \tilde{c}_6 = 7r_4 \theta_s, \tilde{c}_7 = r_4, f = \hat{F} - a \theta_s$$

Denklem (4.7)'de lineer sönüm katsayısı, doğrultma momenti katsayıları, enine metasantr yüksekliğindeki değişimin ve zorlayıcı kuvvetin genliğindeki değişimin ε mertebesinde olduğu kabul edilirse denklem (4.8)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$u'' + u + \varepsilon \left\{ du' + [k_1 + \bar{a} \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau] u + k_2 u^2 + k_3 u^3 + k_4 u^4 + k_5 u^5 + k_6 u^6 + k_7 u^7 \right\} = \varepsilon \bar{f} \cos(1 + \varepsilon \sigma) \tau \quad (4.8)$$

Zincir kuralı kullanılarak τ 'ya göre alınmış türev birden fazla değişkene göre aşağıdaki gibi alınabilir.

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} \quad (4.9a)$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} = \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} + 2\varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} \quad (4.9b)$$

Denklem (4.8)'de gösterilen diferansiyel denklem, birden fazla değişkene göre türevi alınmış hale getirilip $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2$ şeklinde çözüm aranırsa denklem (4.10a), (4.10b) ve (4.10c)'de gösterilen diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0^2} + u_0 = 0 \quad (4.10a)$$

$$\varepsilon^1 : \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_1^2} + u_1 = -2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_1} - \bar{a} u_0 \cos(T_0 + \sigma T_1) - k_1 u_0 - k_2 u_0^2 - k_3 u_0^3 - k_4 u_0^4 \\ - k_5 u_0^5 - k_6 u_0^6 - k_7 u_0^7 - d \frac{\partial u_0}{\partial T_0} + \bar{f} \cos(T_0 + \sigma T_1) \quad (4.10b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : \quad \frac{\partial^2 u_2}{\partial T_2^2} + u_2 = & -2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_0 \partial T_1} - 2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_2} - \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_1^2} - \bar{a} u_1 \cos(T_0 + \sigma T_1) - k_1 u_1 \\ & - 2k_2 u_0 u_1 - 3k_3 u_0^2 u_1 - 4k_4 u_0^3 u_1 - 5k_5 u_0^4 u_1 - 6k_6 u_0^5 u_1 \\ & - 6k_6 u_0^5 u_1 - 7k_7 u_0^6 u_1 - d \frac{\partial u_1}{\partial T_0} - d \frac{\partial u_0}{\partial T_1} \end{aligned} \quad (4.10c)$$

Denklem (4.3)'de gösterilen ifadenin, ana rezonans bölgesi civarındayken çok katlı ölçek yöntemi ile bulunan birinci mertebe çözümü denklem (4.11)'de gösterilmiştir. Bu çözüm denklem (4.10a)'da gösterilen diferansiyel denklem çözümüne başlangıç meyil açısının ilave edilmesiyle bulunur. Çözümdeki ξ ve β katsayıları, denklem (4.10b)'de gösterilen diferansiyel denklemin sağ tarafındaki harmonikliği bozan terimlerin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmiştir.

$$\theta = \theta_s + \xi \cos(\omega_0 t + \beta) + O(\varepsilon) \quad (4.11)$$

Buradaki ξ ve β katsayıları denklem (4.12a) ve (4.12b)'deki diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünden elde edilir.

$$2 \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\mu \omega_0 \xi + f \omega_0 \sin(\omega_e - \omega_0) t \quad (4.12a)$$

$$2 \xi \frac{\partial \beta}{\partial t} = \omega_0 \left[\tilde{c}_1 \xi + \tilde{c}_3 \frac{3\xi^3}{4} + \tilde{c}_5 \frac{5\xi^5}{8} + \tilde{c}_7 \frac{35\xi^7}{64} - f \cos(\omega_e - \omega_0) t \right] \quad (4.12b)$$

Denklem (4.3)'de gösterilen ifadenin ikinci mertebe çok katlı ölçek yöntemi ile bulunan çözümü, denklem (4.13)'de gösterilmiştir. Bu çözüm denklem (4.10b)'de gösterilen diferansiyel denklemin çözümüne, denklem (4.11)'deki birinci mertebe çözümün ilave edilmesiyle bulunur.

$$\begin{aligned} \theta = & \theta_s + \xi \cos(\omega_0 t + \beta) - \frac{\xi^2 \tilde{c}_2}{2} - \frac{1}{2} \xi \bar{a} \cos(\beta - (\omega_e - \omega_0) t) - \frac{3\xi^4 \tilde{c}_4}{8} - \frac{5\xi^6 \tilde{c}_6}{16} \\ & + \frac{1}{6} \xi \bar{a} \cos((\omega_e + \omega_0) t + \beta) + \left(\frac{\xi^2 \tilde{c}_2}{6} + \frac{\xi^4 \tilde{c}_4}{6} + \frac{5\xi^6 \tilde{c}_6}{32} \right) \cos(2\omega_0 t + 2\beta) \\ & + \left(\frac{\xi^3 \tilde{c}_3}{32} + \frac{5\xi^5 \tilde{c}_5}{128} + \frac{21\xi^7 \tilde{c}_7}{512} \right) \cos(3\omega_0 t + 3\beta) + \frac{7\xi^7 \tilde{c}_7}{1536} \cos(5\omega_0 t + 5\beta) \\ & + \left(\frac{\xi^4 \tilde{c}_4}{120} + \frac{3\xi^6 \tilde{c}_6}{240} \right) \cos(4\omega_0 t + 4\beta) + \frac{\xi^6 \tilde{c}_6}{1120} \cos(6\omega_0 t + 6\beta) \\ & + \frac{\xi^7 \tilde{c}_7}{3072} \cos(7\omega_0 t + 7\beta) + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Çözümdeki ξ ve β katsayıları, denklem (4.10c)'de gösterilen diferansiyel denklemin sağ tarafındaki harmonikliği bozan terimlerin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilen denklem (4.14a) ve (4.14b)'deki diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünden bulunur.

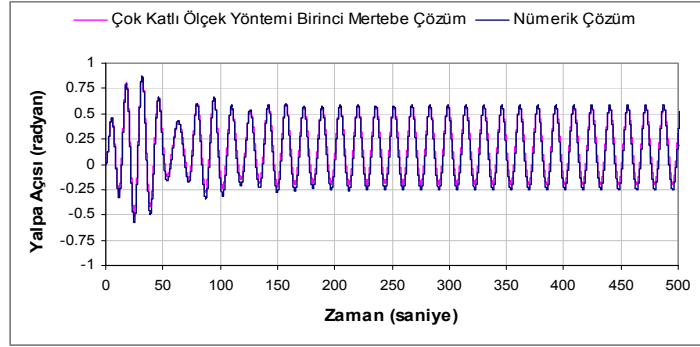
$$2 \frac{\partial \xi}{\partial t} = \omega_0 \left\{ -\mu \xi + f \sin((\omega_e - \omega_0)t - \beta) + \frac{\xi a^2}{4} \sin(2(\omega_e - \omega_0)t - 2\beta) - \frac{\mu \tilde{c}_1 \xi}{2} \right. \\ \left. - \frac{3\mu \tilde{c}_3 \xi^3}{8} - \frac{5\mu \tilde{c}_5 \xi^5}{16} - \frac{35\mu \tilde{c}_7 \xi^7}{128} + \frac{f\mu}{2} \cos((\omega_e - \omega_0)t - \beta) \right. \\ \left. + \sin((\omega_e - \omega_0)t - \beta) \left[\frac{5\xi^2 a \tilde{c}_2}{6} + \frac{7\xi^4 a \tilde{c}_4}{8} + \frac{15\xi^6 a \tilde{c}_6}{16} \right] \right. \\ \left. + \sin(\beta - (\omega_e - \omega_0)t) \left[\frac{5\xi^2 a \tilde{c}_2}{12} + \frac{7\xi^4 a \tilde{c}_4}{12} + \frac{45\xi^6 a \tilde{c}_6}{64} \right] \right\} \quad (4.14a)$$

$$2 \xi \frac{\partial \beta}{\partial t} = \omega_0 \left\{ \tilde{c}_1 \xi + \tilde{c}_3 \frac{3\xi^3}{4} + \tilde{c}_5 \frac{5\xi^5}{8} + \tilde{c}_7 \frac{35\xi^7}{64} - f \cos((\omega_e - \omega_0)t - \beta) \right. \\ \left. - \frac{\xi a^2}{4} \cos(2(\omega_e - \omega_0)t - 2\beta) - \frac{\xi a^2}{6} - \frac{5\tilde{c}_2^2 \xi^3}{6} - \frac{21\tilde{c}_2 \tilde{c}_4 \xi^5}{12} \right. \\ \left. - \frac{60\tilde{c}_2 \tilde{c}_6 \xi^7}{32} + \frac{3\tilde{c}_3^2 \xi^5}{128} + \frac{40\tilde{c}_3 \tilde{c}_5 \xi^7}{512} + \frac{210\tilde{c}_3 \tilde{c}_7 \xi^9}{2048} + \frac{125\tilde{c}_5^2 \xi^9}{2048} \right. \\ \left. - \frac{63\tilde{c}_4^2 \xi^7}{80} - \frac{495\tilde{c}_4 \tilde{c}_6 \xi^9}{320} - \frac{1287\tilde{c}_6^2 \xi^{11}}{1792} + \frac{3815\tilde{c}_5 \tilde{c}_7 \xi^{11}}{24576} \right. \\ \left. + \frac{6405\tilde{c}_7^2 \xi^{13}}{65536} - \frac{\mu^2 \xi}{2} + \frac{\mu f}{2} \sin((\omega_e - \omega_0)t - \beta) \right. \\ \left. - \cos((\omega_e - \omega_0)t - \beta) \left[\frac{5\xi^2 a \tilde{c}_2}{6} + \frac{7\xi^4 a \tilde{c}_4}{8} + \frac{15\xi^6 a \tilde{c}_6}{16} \right] \right. \\ \left. - \cos(\beta - (\omega_e - \omega_0)t) \left[\frac{5\xi^2 a \tilde{c}_2}{12} + \frac{7\xi^4 a \tilde{c}_4}{12} + \frac{45\xi^6 a \tilde{c}_6}{64} \right] \right\} \quad (4.14b)$$

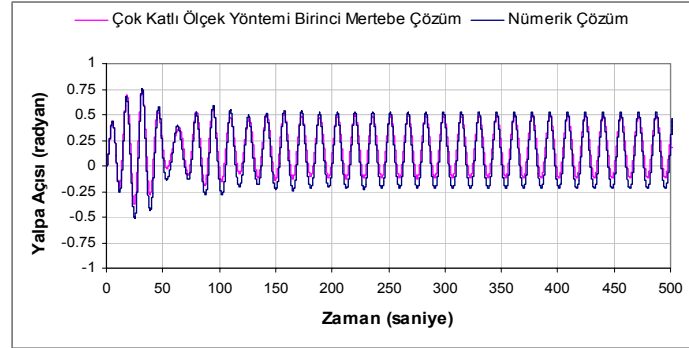
Şekil 4.4-4.6'da birinci mertebe çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen çözümle nümerik çözümün karşılaştırması gösterilmiştir. Şekillerden görülebileceği gibi enine metasantr yüksekliğindeki değişimin yüzdesi artıkça çözümler arasındaki fark büyümektedir. Şekil 4.7-4.9'da ikinci mertebe çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen çözümle nümerik çözümün karşılaştırması gösterilmiştir.

İkinci mertebe çözüm, birinci mertebe çözüme nazaran çok daha iyi sonuçlar vermektedir. Hatta enine metasantr yüksekliğinde değişim %10 civarındayken herhangi bir fark gözlenmemektedir. Birinci mertebe çözümde olduğu gibi enine

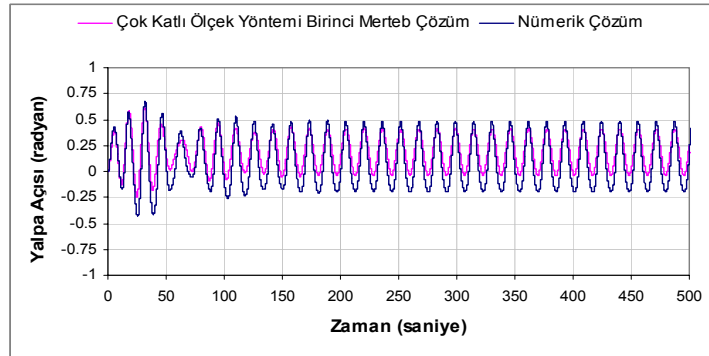
metasantr yüksekliğindeki değişim artıkça nümerik çözümle arasındaki fark artmaktadır.



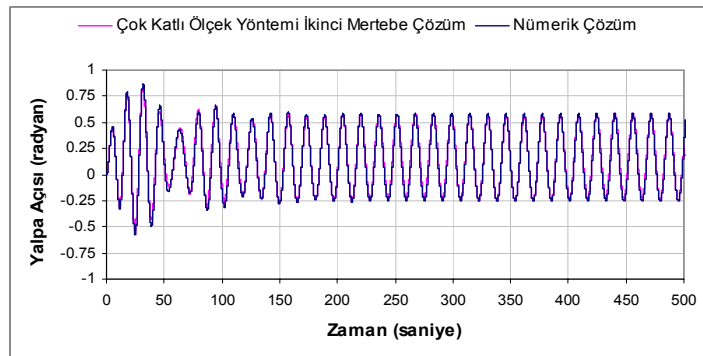
Şekil 4.4: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.1$



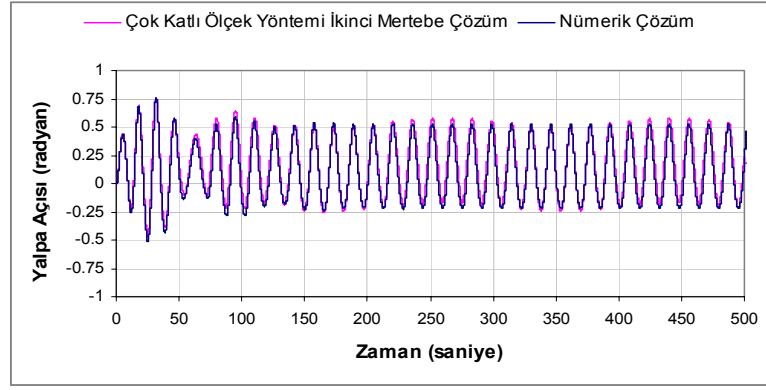
Şekil 4.5: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.3$



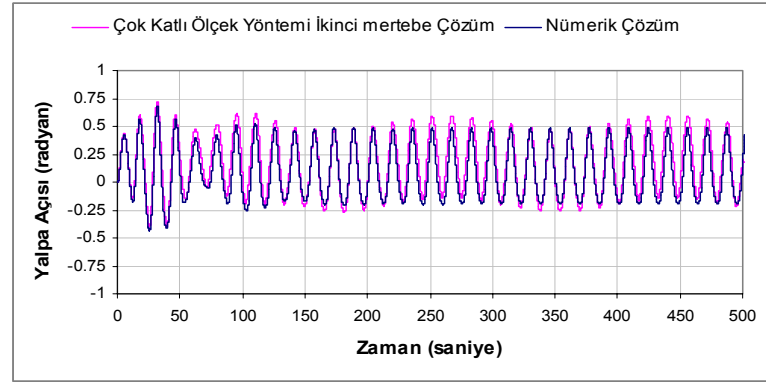
Şekil 4.6: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.5$



Şekil 4.7: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.1$



Şekil 4.8: Yalpa açısının zamana göre değişimi a=0.3



Şekil 4.9: Yalpa açısının zamana göre değişimi a=0.5

4.2.2 Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile yaklaşık çözümlerin elde edilmesi ve nümerik yöntemle elde edilen çözümlerle karşılaştırılması

Denklem (4.5)'de, $\hat{\omega} = 2 + \varepsilon \sigma$ yerine yazılır, $\theta = \theta_s + u$ dönüşümü yapılır ve rüzgar momenti katsayısının $c_w = \theta_s + r_2 \theta_s^3 + r_3 \theta_s^5 + r_4 \theta_s^7$ eşit olduğu kabul edilirse, Denklem (4.15)'de gösterilen ifade elde edilir.

$$u'' + \mu u' + [1 + \tilde{c}_1 + a \cos(2 + \varepsilon \sigma) \tau] u + \tilde{c}_2 u^2 + \tilde{c}_3 u^3 + \tilde{c}_4 u^4 + \tilde{c}_5 u^5 + \tilde{c}_6 u^6 + \tilde{c}_7 u^7 = f \cos(2 + \varepsilon \sigma) \tau \quad (4.15)$$

Burada

$$\tilde{c}_1 = 3r_2 \theta_s^2 + 5r_3 \theta_s^4 + 7r_4 \theta_s^6, \quad \tilde{c}_2 = 3r_2 \theta_s + 10r_3 \theta_s^3 + 21r_4 \theta_s^5, \quad \tilde{c}_3 = r_2 + 10r_3 \theta_s^2 + 35r_4 \theta_s^4, \\ \tilde{c}_4 = 5r_3 \theta_s + 35r_4 \theta_s^3, \quad \tilde{c}_5 = r_3 + 21r_4 \theta_s^2, \quad \tilde{c}_6 = 7r_4 \theta_s, \quad \tilde{c}_7 = r_4, \quad f = \hat{F} - a \theta_s$$

Denklem (4.15)'de lineer sönüm katsayısı, doğrultma momenti katsayılarının ve enine metasantr yüksekliğindeki değişimin ve zorlayıcı kuvvetin genliğindeki değişimin ε mertebesinde olduğu kabul edilirse denklem 4.16'da gösterilen ifade elde edilir.

$$u'' + u + \varepsilon \left\{ du' + [k_1 + \bar{a} \cos(2 + \varepsilon \sigma) \tau] u + k_2 u^2 + k_3 u^3 + k_4 u^4 + k_5 u^5 + k_6 u^6 + k_7 u^7 \right\} = f \cos(2 + \varepsilon \sigma) \tau \quad (4.16)$$

Denklem (4.16)'da gösterilen diferansiyel denklem, birden fazla değişkene göre türevi alınmış hale getirilip, $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2$ şeklinde çözüm aranırsa denklem (4.17a), (4.17b) ve (4.17c)'de gösterilen diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0^2} + u_0 = f \cos(2T_0 + \sigma T_1) \quad (4.17a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^1 : \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_1^2} + u_1 = & -2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_1} - \bar{a} u_0 \cos(2T_0 + \sigma T_1) - k_1 u_0 - k_2 u_0^2 - k_3 u_0^3 - k_4 u_0^4 \\ & - k_5 u_0^5 - k_6 u_0^6 - k_7 u_0^7 - d \frac{\partial u_0}{\partial T_0} \end{aligned} \quad (4.17b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : \frac{\partial^2 u_2}{\partial T_2^2} + u_2 = & -2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial T_0 \partial T_1} - 2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_0 \partial T_2} - \frac{\partial^2 u_0}{\partial T_1^2} - \bar{a} u_1 \cos(2T_0 + \sigma T_1) - k_1 u_1 \\ & - 2k_2 u_0 u_1 - 3k_3 u_0^2 u_1 - 4k_4 u_0^3 u_1 - 5k_5 u_0^4 u_1 - 6k_6 u_0^5 u_1 \\ & - 6k_6 u_0^5 u_1 - 7k_7 u_0^6 u_1 - d \frac{\partial u_1}{\partial T_0} - d \frac{\partial u_0}{\partial T_1} \end{aligned} \quad (4.17c)$$

Denklem (4.3)'de gösterilen ifadenin, karşılaşma frekansı doğal frekansın iki katı civarında çok katlı ölçek yöntemi ile bulunan birinci mertebe çözümü denklem (4.18)'de gösterilmiştir. Bu çözüm denklem (4.17a)'da gösterilen diferansiyel denklem çözümüne başlangıç meyil açısının ilave edilmesiyle bulunur. Çözümdeki ξ ve β katsayıları, denklem (4.17b)'de gösterilen diferansiyel denklemin sağ tarafındaki harmonikliği bozan terimlerin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmiştir.

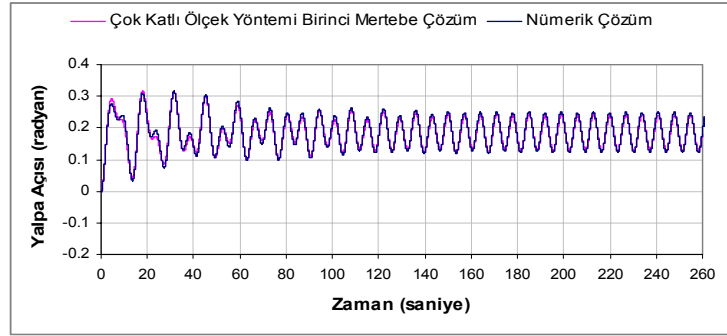
$$\theta = \theta_s + \xi \cos(\omega_0 t + \beta) - \frac{f}{3} \cos(\omega_e t) + O(\varepsilon) \quad (4.18)$$

ξ ve β katsayıları denklem (4.19a) ve (4.19b)'nin nümerik çözümünden elde edilir.

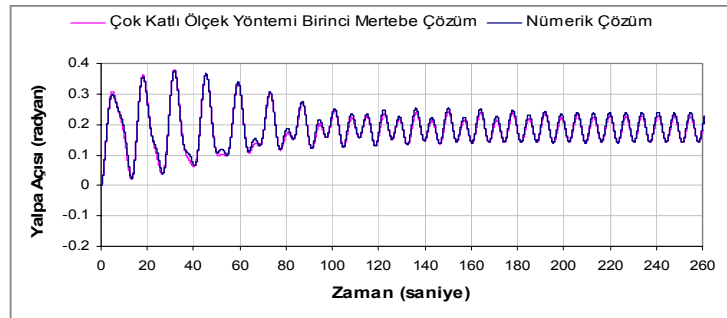
$$\begin{aligned} \frac{2}{\omega_0} \frac{\partial \xi}{\partial t} = & -\mu \xi + \sin[(4\omega_0 - 2\omega_e)t + 4\beta] \left\{ \frac{5f^2 \xi^3 \tilde{c}_5}{72} + \frac{35f^4 \xi^3 \tilde{c}_7}{1296} + \frac{28f^2 \xi^5 \tilde{c}_7}{192} \right\} \\ & - \sin[(2\omega_0 - \omega_e)t + 2\beta] \left\{ -\frac{a\xi}{2} + \frac{f\xi \tilde{c}_2}{3} + \tilde{c}_4 \left(\frac{f^3 \xi \tilde{c}_4}{18} + \frac{f\xi^3}{3} \right) \right. \\ & \left. + \tilde{c}_6 \left(\frac{5f^5 \xi}{648} + \frac{10f^3 \xi^3}{72} + \frac{5f\xi^5}{16} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.19a)$$

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\omega_0} \xi \frac{\partial \beta}{\partial t} = & \tilde{c}_1 \xi + \tilde{c}_3 \left(\frac{f^2 \xi}{6} + \frac{3 \xi^3}{4} \right) + \tilde{c}_5 \left(\frac{5 f^4 \xi}{8} + \frac{5 f^2 \xi^3}{12} + \frac{5 \xi^5}{8} \right) \\
& + \tilde{c}_7 \left(\frac{35 f^6 \xi}{11664} + \frac{35 f^4 \xi^3}{288} + \frac{35 f^2 \xi^5}{48} + \frac{35 \xi^7}{64} \right) \\
& + \text{Cos}[(4\omega_0 - 2\omega_e)t + 4\beta] \left\{ \frac{5 f^2 \xi^3 \tilde{c}_5}{72} + \frac{35 f^4 \xi^3 \tilde{c}_7}{1296} + \frac{42 f^2 \xi^5 \tilde{c}_7}{192} \right\} \\
& - \text{Cos}[(2\omega_0 - \omega_e)t + 2\beta] \left\{ -\frac{a \xi}{2} + \frac{f \xi \tilde{c}_2}{3} + \tilde{c}_4 \left(\frac{f^3 \xi \tilde{c}_4}{18} + \frac{2 f \xi^3}{3} \right) \right. \\
& \left. + \tilde{c}_6 \left(\frac{5 f^5 \xi}{648} + \frac{20 f^3 \xi^3}{72} + \frac{15 f \xi^5}{16} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{4.19b}$$

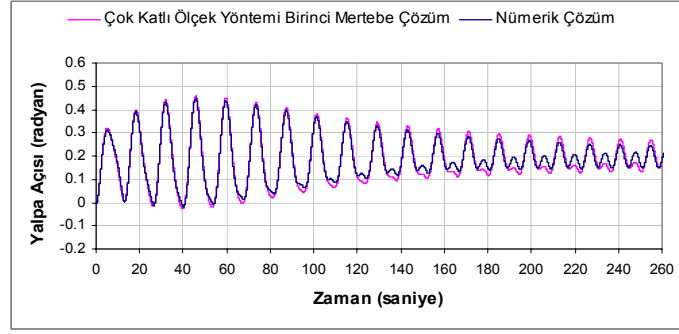
Şekil 4.10-4.14’de birinci merteye çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen çözümlerle nümerik çözümlerin karşılaştırması gösterilmiştir. Şekillerden görülebileceği gibi enine metasandır yüksekliğindeki değişimin yüzdesi artıkça çözümler arasındaki fark büyümektedir. Şekil 4.13 ve 4.14’den görülebileceği gibi, Çok katlı ölçek yöntemi geminin devrilme olayını açıklayamamaktadır.



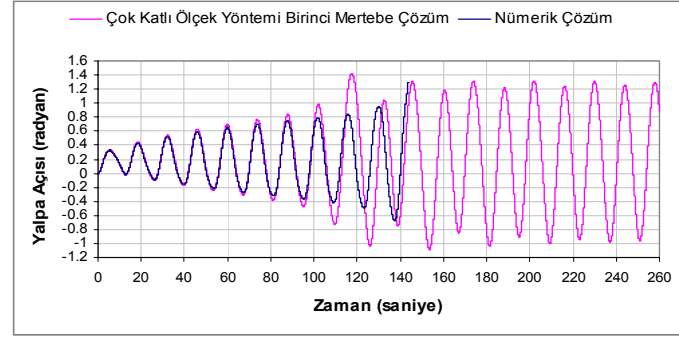
Şekil 4.10: Yalpa açısının zamana göre değişimi a=0.1



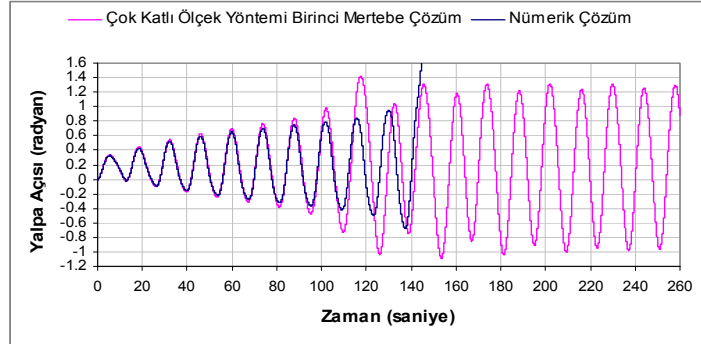
Şekil 4.11: Yalpa açısının zamana göre değişimi a=0.3



Şekil 4.12: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.4$



Şekil 4.13: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.5$ $\theta_v=1.285$ rad.



Şekil 4.14: Yalpa açısının zamana göre değişimi $a=0.5$ $\theta_v=2.0$ rad.

4.3 Parametrik Zorlama Etkisi Altındaki Yalpa Hareketi Denkleminin Güvenli Bölgeleri ve Girişim Eğrileri

Tezin bu kısmında güvenli bölge, yalpa açısı ve yalpa açısal hızından oluşan faz uzayındaki, içersindeki herhangi bir nokta başlangıç koşulu olarak alınıp yalpa hareketi denklemi çözümüne başlanıldığında, bütün simülasyon boyunca elde edilen yalpa açısının asla stabilitenin kayb olduğu açının 1.005 katını geçmediği bir bölge olarak tanımlanmıştır.

Girişim eğrileri temel güvenli bölgede (temel güvenli bölge, parametrik veya dışarıdan herhangi bir zorlama kuvveti etkisi olmadığı haldeki yalpa hareketi için elde edilmiş güvenli bölgedir) meydana gelen erozyon yüzdesini göstermektedir. Bu

eğrilerin düşey eksenini temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini, yatay eksenini ise karşılaşma frekansının doğal frekansa oranını veya dalga boyunun gemi boyuna oranını göstermektedir.

Bölüm 3'de olduğu gibi, nümerik hesaplamalar sırasında simülasyon zamanı olarak 16 zorlama periyodu ve simülasyon zaman aralığı olarak $0.0016 T_e$ kabul edilmiştir.

Ek D'de, parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolunun zamana ve yalpa açısına bağlı değişimi, değişik karşılaşma frekansları ve enine metasantr yüksekliğindeki değişim yüzdeleri için gösterilmiştir. Enine metasantr yüksekliğindeki değişim yüzdesi %40 üzerinde olduğu zaman doğrultma moment kolunda önemli değişimler gözlenmiştir.

4.3.1 Enine metasantr yüksekliği değişim oranı (a) sabit olarak kabul edilirse

Bu kısımda, yalpa hareketi güvenli bölgeleri ve temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri elde edilirken, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı ($a = \delta GM/GM$) sabit olarak kabul edilmiştir.

4.3.1.1 Dışarıdan zorlama olmadığı durum

Ek E'de, denklem (4.3) ile modellenen yalpa hareketi denkleminin, dışarıdan zorlama olmadığı halde ($F=0$), sadece parametrik zorlama etkisine bağlı olarak elde edilmiş güvenli bölgeleri gösterilmiştir.

Ek E, Şekil 1-10'daki güvenli bölgeler sabit rüzgar ve sağanak (gust) sürekli birlikte etkilerken ($F_{ruz}=0.0414$), Şekil 11-21'deki güvenli bölgeler ise sabit rüzgar sürekli etkilerken ($F_{ruz}=0.0276$) ve sağanağın (gust) ise aralıklarla etkilerken ($F_{ruz}=0.0414$) elde edilmiştir. Beklenildiği gibi, sağanak etkime süresi arttıkça güvenli bölgelerde meydana gelen erozyon artmaktadır.

Ek F'de, sadece parametrik zorlama etkisine bağlı olarak temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren, yatay eksenini karşılaşma frekansının doğal frekansa oranı olacak şekilde girişim eğrileri çizilmiştir.

Ek F'den görülebileceği gibi, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon, ana harmonik rezonans bölgesinde ve karşılaşma frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken en fazladır.

Enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı (a) arttıkça temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır. Özellikle enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı 0.4'ün üzerinde olduğu zaman, doğrultma moment kolunda büyük

değişimler meydana gelmekte ve buna bağlı olarak temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi çok büyük değerler almaktadır.

Kuadratik sönüm momenti katsayısındaki artış, özellikle karşılaşma frekansı doğal frekans civarındayken, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun azalmasına sebep olmaktadır. Karşılaşma frekansı doğal frekansın iki katı civarında olduğu zaman ise erozyondaki azalma nispeten daha azdır.

Aynı sönüm momenti değeri için enine metasantr yüksekliğindeki (GM) artış, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin azalmasına yol açmaktadır.

4.3.1.2 Dışarıdan zorlamanın mevcut olduğu durum

Ek G'de, denklem (4.3) ile gösterilen parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin, dışarıdan zorlamanın mevcut olduğu durumda, yatay eksenini karşılaşma frekansının doğal frekansa oranı olacak şekilde çizilmiş girişim eğrileri gösterilmiştir. Bu eğrilerden görüleceği üzere gemi dalgaları kık ve kık omuzluktan aldığı zaman temel güvenli bölgede meydana gelen en büyük miktardaki erozyon, karşılaşma frekansı doğal frekans civarındayken (ana harmonik rezonans bölgesinde) meydana gelmektedir. Gemi dalgaları bordadan, baş veya baş omuzluktan aldığı zaman ise temel güvenli bölgede meydana gelen en büyük miktardaki erozyon, karşılaşma frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken görülmektedir.

Ek H'de, dışarıdan zorlamanın olduğu halde yatay eksenini dalga boyunun gemi boyuna oranı olacak şekilde çizdirilmiş girişim eğrileri gösterilmiştir. Bu eğrilerden, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı %50'ye ($a=0.5$ veya $a=-0.5$) eşit olduğu zaman, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun çok büyük değerler aldığı görülmektedir.

Ek H'de gösterilen girişim eğrilerine bakıldığı zaman elde edilen sonuçların, olayın fiziğini tam olarak açıklayamadığı görülmektedir. Şöyle ki, bordadan gelen dalgalarda parametrik zorlama etkisi olmamalıdır ve parametrik zorlama, dalgaların geliş doğrultusu 0° ile 45° arasında değiştiği zaman en fazla etkili olmalıdır. Bunun yanı sıra, dalga boyunun geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeni gemi boyuna yaklaşık olarak eşit olduğu zaman, temel güvenli bölgede en büyük miktarda erozyon meydana gelmelidir.

Bu farklılıklardan yola çıkılarak, kullanılan modelin olayın fiziğini tam doğru açıklayamamasının sebebi, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranının, dalgaların geliş doğrultusu ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranından bağımsız sabit bir değer olarak alınmasına

bağlanabilir. Gerçekte δGM , H , λ_x ve gemi narınlığına bağlıdır. Dolayısıyla onu tam bağımsız almak doğru değildir.

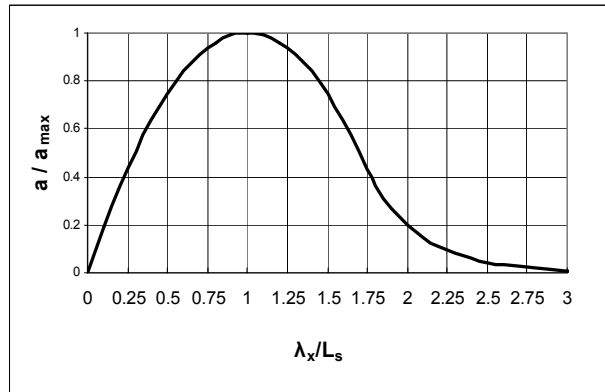
4.3.2 Enine metasantr yüksekliği değişim oranı (a) dalga boyunun geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına ve dalga geliş doğrultusuna bağlı bir fonksiyon ise

Tezin bu kısmında, olayın fiziğini daha iyi modelleyebilmek için, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı, denklem (4.20a) ve (4.20b)'de gösterildiği gibi, dalga boyunun geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına ve dalga geliş doğrultusuna bağlı bir fonksiyonu olarak düşünülmüştür.

$$a = \left[2 \left(\frac{\lambda_x}{L_s} \right) - \left(\frac{\lambda_x}{L_s} \right)^2 \right] a_{\max} \quad 0 < \frac{\lambda_x}{L_s} \leq 1.8 \quad 0^\circ \leq \chi \leq 90^\circ \quad (4.20a)$$

$$a = 77.745 a_{\max} e^{-2.9862 \left(\frac{\lambda_x}{L_s} \right)} \quad \frac{\lambda_x}{L_s} > 1.8 \quad 0^\circ \leq \chi \leq 90^\circ \quad (4.20b)$$

Burada $\lambda_x = \lambda \cos \chi$



Şekil 4.15: Enine Metasantr yüksekliğindeki değişim oranının, dalga boyunun geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olarak değişimi

Ek I'da enine metasantr yüksekliğindeki değişimin fonksiyon olarak kabul edildiği durum için, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesinin dalga boyunun gemi boyuna oranına bağlı olarak değişimini gösteren girişim eğrileri, Ek J'de ise karşılaşma frekansının doğal frekansa oranına bağlı olarak çizdirilmiş girişim eğrileri gösterilmiştir.

Ek I ve Ek J'deki girişim eğrilerinden görülebileceği gibi, dalgaların geliş doğrultusu 75° - 90° arasında ise, enine metasantr yüksekliği değişim oranı $a_{\max}$ 'ın negatif

değerleri için temel güvenli bölgede meydana gelen en büyük erozyon %2'den, a_{max} 'ın pozitif değerleri için %25'den düşüktür.

Dalgaların geliş doğrultusu 60° ise, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon a_{max} 'ın negatif değerleri için %10'dan, a_{max} 'ın pozitif değerleri için %30'dan daha düşüktür. Sadece enine metasantr yüksekliği değişim oranı (a_{max}) 0.5'e eşitken, dalga boyu gemi boyunun yarısı civarında ve yüksekliği 5m. olduğu zaman, temel güvenli bölgede %38'e yakın erozyon gözlenmektedir.

Bunlara dayanarak, bordadan gelen dalgalarda (75° - 90°) artık parametrik rezonans etkisi görülmediği söylenebilir. 60° ile gelen dalgalarda ise parametrik rezonans etkisi çok azdır.

Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda (0° - 60°), temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon, beklenildiği gibi bordadan, baş ve baş omuzluktan gelen dalgalardan daha fazladır.

Kıçtan gelen dalgalarda (0° - 15°), geminin enine metasantr yüksekliği değişim oranı ($|a_{max}|$) mutlak değerce arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır.

Kıç omuzluktan 30° ve 45° ile gelen dalgalarda a_{max} 'ın negatif değerleri için a_{max} katsayısı mutlak değerce arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır. a_{max} katsayısının pozitif değerleri için ise a_{max} arttıkça temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon azalmaktadır.

Bordadan gelen dalgalarda geminin enine metasantr yüksekliği değişim oranı ($|a_{max}|$) mutlak değerce arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır.

Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda karşılaşma frekansı doğal frekans civarındayken en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir (Bkz Ek J).

Ek J'den görülebileceği gibi, bordadan gelen dalgalarda ise karşılaşma frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir. Yalnız 60° doğrultu ile gelen dalgalarda $a_{max} = -0.50$ için en büyük miktarda erozyon, karşılaşma frekansı doğal frekans civarındayken gözlenmektedir.

Dalga geliş doğrultusu 45° 'den küçük ise, kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, dalga boyu gemi boyuna eşit veya civarındayken, temel güvenli bölgede en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir.

Kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalarda, dalga boyu gemi boyunun yarısı civarındayken temel güvenli en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir. Dalga boyu gemi boyuna eşit olduğu zaman erozyon azalmaktadır. Enine metasantr

yüksekliğindeki değişim oranının negatif değerleri için, dalga boyu gemi boyunun iki katına çıktığı zaman tekrardan temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır.

Enine metasantr yüksekliği $GM=0.365m$.’yken, kıç omuzluktan 30° doğrultu ile gelen dalgalar, temel güvenli bölgede en büyük miktardaki erozyonu meydana getirirler. Hatta enine metasantr yüksekliği değişim oranı $a_{max}=-0.5$ eşitken, 1m’den yüksek ve boyları gemi boyunun 0.8 katından iki katına kadar bütün dalgalar için temel güvenli bölgenin tamamen yok olduğu söylenebilir.

Bordadan, kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda ($0^\circ-90^\circ$), dalga yükseklikleri arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri artmaktadır. Yalnız kıçtan 15° ile gelen dalgalarda, geminin enine metasantr yüksekliğindeki değişimin pozitif değerleri için ($a_{max}>0$) karşılaşılan dalga yükseklikleri arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri azalmaktadır.

4.3.2.1 Viskoz sönümün etkisi

Viskoz sönümün etkisini hesaba katılıp, kuadratik sönüm katsayısı 0’dan 0.1’e çıkarıldığı zaman, sönüm momentinin artmasıyla birlikte temel güvenli bölgede (Temel güvenli bölge olarak viskoz sönümün mevcut olmadığı durumdaki zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi alınmıştır.) meydana gelen erozyon yüzdesi büyük oranlarda azalmaktadır.

Tam kıçtan ve bordadan gelen dalgalarda, enine metasantr yüksekliği değişim oranları $a_{max}=-0.1$, -0.3 ve -0.5 için, temel güvenli bölgede erozyon meydana gelmemektedir. Temel güvenli bölge tamamen korunmaktadır.

EK l’deki Şekil 36’dan görülebileceği gibi, kıçtan 15° ile gelen 5m. yüksekliğindeki dalgalarda, enine metasantr yüksekliği oranı $a_{max}=-0.5$ için, temel güvenli bölgede gözlenen en fazla erozyon, dalga boyu gemi boyu civarındaykendir ve %60 oranındadır. Aynı enine metasantr yüksekliği için, dalgalar 4m. yüksekliğindeyken, temel güvenli bölgede meydana gelen en büyük erozyon %35’dir.

Enine metasantr yüksekliği oranı $a_{max}=-0.1$ ve $a_{max}=-0.3$ için, temel güvenli bölgede 5m. yüksekliğindeki dalgalar bile erozyon yaratmamaktadır. Temel güvenli bölge tamamen korunmaktadır. Viskoz sönüm etkisi hesaba katılmadan önce, $a_{max}=-0.1$ ve $a_{max}=-0.3$ için, temel güvenli bölgede erozyon gözlenmekteydi.

Kıç omuzluktan 30° ile gelen 1m. yüksekliğindeki dalgalar, viskoz sönüm katsayısı 0.1 değerini almasıyla birlikte, artık temel güvenli bölgede erozyona sebep olmamaktadırlar. Fakat 1m’den daha büyük yükseklikli dalgalarda, enine metasantr

yüksekliği oranı $a_{\max}=-0.5$ için, dalga boyu gemi boyu civarındayken temel güvenli bölgede çok büyük miktarda erozyon gözlenmektedir. Hatta temel güvenli bölge tamamen kaybolmaktadır.

Enine metasantr yüksekliği oranı $a_{\max}=-0.3$ için, dalga boyu gemi boyu civarındayken, 3m'den daha büyük yükseklikli dalgalarda, temel güvenli bölgede önemli miktarda erozyon gözlenmektedir.

Enine metasantr yüksekliği oranı $a_{\max}=-0.1$ için ise 5m'den daha büyük yükseklikli dalgalarda erozyon büyük oranda görülmektedir.

Kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalarda, enine metasantr yüksekliği değişim oranları $a_{\max}=-0.1$, -0.3 ve -0.5 için, dalga boyu gemi boyunun yarısı civarındayken temel güvenli bölgede erozyon gözlenmektedir. Diğer dalga boyları için temel güvenli bölgede erozyon meydana gelmemektedir.

Sonuç olarak kuadratik sönüm katsayısının 0'dan 0.1'e çıkarılması, kıç omuzluktan 30° ile gelen dalgalar haricindeki bütün zorlama kuvveti etkileri için temel güvenli bölgenin büyük oranda korunmasını sağlamıştır.

4.3.2.2 Rüzgar momenti katsayısının yalpa açısına bağlı değişim etkisi

Örnek alınan tekne tam dik konumdayken en fazla rüzgarı alacak şekilde, rüzgar momenti katsayısı (F_{ruz}) yalpa açısına bağlı olarak denklem 4.21'deki gibi değiştiği kabul edilip, kıçtan 15° , kıç omuzluktan 30° ve 45° ile gelen dalgalar için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri yeniden elde edilmiştir. Bu eğriler Ek K'da gösterilmiştir.

$$F_{ruz} = F_{ruz} \cos \theta \quad (4.21)$$

Girişim eğrilerinden, rüzgar momenti katsayısındaki meydana gelen değişimle birlikte, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun çok büyük oranlarda azaldığı gözlenmektedir.

Kıç omuzluktan 30° doğrultu ile dalgalar geldiği zaman, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı $a_{\max}=-0.3$ için, rüzgar momenti katsayısı yalpa açısından bağımsızken, 1m yüksekliğindeki dalgalar temel güvenli bölgede erozyon meydana getirebiliyorken, rüzgar momenti katsayısı yalpa açısına bağılıyken temel güvenli bölgede herhangi bir dalga boyu için erozyon gözlenmemiştir. Aynı enine metasantr yüksekliği değişim oranı için, rüzgar momenti katsayısı yine yalpa açısından bağımsız ve dalga boyu gemi boyu civarındayken, 2m. dalga yüksekliğindeki dalgalar temel güvenli bölgenin nerdeyse tamamının yok olmasına

sebepe oluyorlarken, rüzgar momenti katsayısı yalpa açısına bağlı olduğu zaman, en fazla temel güvenli bölgede %53 oranında erozyona sebep olmaktadır.

Kıç omuzluktan 30° doğrultu ile dalgalar geldiği zaman, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı $a_{max}=-0.1$ için, rüzgar momenti katsayısı yalpa açısına bağlıken 4m.'den küçük yükseklikteki dalgalar temel güvenli bölgede önemli bir erozyon meydana getirmemektedir. Oysa rüzgar momenti katsayısı yalpa açısından bağımsızken 3m. yüksekliğindeki dalgalar %52 oranında erozyon meydana getirebiliyordu. Rüzgar momenti katsayısı yalpa açısına bağlıken, dalga yüksekliği 4m. ve dalga boyu gemi boyuna eşitken temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon %84 iken, rüzgar yalpa açısından bağımsız için temel güvenli bölge tamamen kaybolmakta idi.

Rüzgar momenti katsayısının yalpa açısına bağlı olması benzer şekilde, kıçtan 15° ile gelen dalgalar ve kıç omuzluktan 45° ile dalgalarda da, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun tüm dalga boyları için azalmasına sebep olmaktadır.

Rüzgar momenti katsayısının yalpa açısına bağlı olması, incelenen durumlar içinde sadece bir halde girişim eğrisini değiştirmemiştir (dalga boyları için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri aynı kalmıştır). O da, dalgalar kıç omuzluktan 30° ile geldiğinde, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı (a_{max}) -0.5 değerini aldığı zamandır. Bu hal için sadece temel güvenli bölgenin yok olduğu dalga boyunun gemi boyuna oranı aralığında ufak bir daralma meydana gelmiştir. Buradan hareketle bu durum için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarında, parametrik zorlama kuvvetlerinin rüzgar kuvvetine nazaran daha büyük rol oynadığı söylenebilir.

4.3.2.3 Rüzgar momenti katsayısının dalgaların geliş doğrultusuna ve yalpa açısına bağlı değişim etkisi

Bu kısımda, rüzgar momenti katsayısı, dalgalar tam bordadan geldiği ve dik konumda en büyük değerini alacak denklem (4.22)'deki hale getirilmiştir. Bu durumda, kıç omuzluktan 30° ve 45° ile gelen dalgalar için, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri yeniden elde edilmiştir. Bu eğriler Ek L'de gösterilmiştir. Bu girişim eğrilerinden görülebileceği gibi, bütün dalga boyları için temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri azalmıştır.

$$F_{ruz} = F_{ruz} \cos \theta \cos(90 - \chi) \quad (4.22)$$

Enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı $a_{\max}=-0.5$ olduğu zaman, kış omuzluktan 30° ile gelen 1m. dalga yüksekliğindeki dalgalar tehlikeli bir durum meydana getirememektedirler. Temel güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon en fazla %28 olmaktadır. Oysa rüzgar momenti katsayısı sadece yalpa açısına bağlıyken, 1m. yüksekliğindeki boyu gemi boyu civarındaki dalgalar, temel güvenli bölgenin tamamen yok olmasına sebep olmaktadır.

Azalan enine metasantr yüksekliği değişim oranının mutlak değeriyle birlikte, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon çok büyük miktarlarda düşmektedir.

Geminin enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranı $a_{\max}=-0.1$ 'ken, kış omuzluktan 30° ile gelen 4m. yüksekliğindeki dalgaların en fazla meydana getirdiği erozyon, rüzgar momenti katsayısı yalpa açısı ve dalgaların geliş doğrultusundan bağımsızken %100, sadece yalpa açısına bağlıyken %84 ve hem yalpa açısına hem de dalgaların geliş doğrultusuna bağlıyken %43' tür.

4.3.2.4 Enine metasantr yüksekliğindeki değişimin etkisi

Ek M'de, üç farklı enine metasantr yüksekliği değeri için, rüzgar katsayısı sabitken elde edilmiş temel güvenli bölgede (Temel güvenli bölge, $GM=0.365$ için viskoz sönümün hesaba katılmadığı haldeki zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) meydana gelen erozyon yüzdesini gösteren girişim eğrileri, Ek N'de ise güvenli bölgeler gösterilmiştir. Ek O'da yine aynı üç farklı enine metasantr yüksekliği değeri için bu kez rüzgar katsayısı yalpa açısına bağlı iken elde edilmiş girişim eğrileri, Ek P'de ise bu durum için elde edilmiş güvenli bölgeler gösterilmiştir.

Eklerden görülebileceği gibi, enine metasantr yüksekliği $GM\ 0.365m.$ 'den $0.4m.$ 'ye çıkarıldığında, kıştan 15° ve kış omuzluktan 30° ile gelen dalgaların temel güvenli bölgede meydana getirdiği erozyonda önemli bir değişiklik gözlenmemiştir. Kış omuzluktan 45° ile gelen dalgaların temel güvenli bölgede meydana getirdiği erozyonda ise artış gözlenmiştir.

Enine metasantr yüksekliği $GM\ 0.365$ 'den 0.33 'e düşürüldüğünde ise, kıştan 0° ve 15° ile gelen dalgalar eskisine nazaran çok daha tehlikeli bir durumun oluşmasına yol açmaktadır. Hatta kıştan 15° ile boyu gemi boyu civarındaki dalgalar temel güvenli bölgenin tamamen ortadan kaybolmasına sebep olmaktadır. Halbuki $GM=0.365$ iken temel güvenli bölgede meydana gelen en büyük erozyon %85'di.

Boyları gemi boyunun 1.2 katından büyük dalgalar kış omuzluktan 30° ile geldiğinde, enine metasantr yüksekliğindeki azalma ile birlikte temel güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyonda çok büyük düşüşler gözlenmiştir. Fakat enine

metasantr yüksekliğindeki azalma, boyları gemi boyunun 0.6 katı ile 1.2 katı arasında değişen 30° doğrultu ile gelen dalgaların temel güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarlarında bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Dalgalar kıç omuzluktan 45° ile geldiğinde ise, boyları ister gemi boyuna eşit, küçük veya büyük olsun, enine metasantr yüksekliğindeki azalma ile birlikte temel güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon azalmaktadır.

GM'i biraz daha düşürüp ($GM=0.25$) geminin devrilme olasılığının nasıl değiştiğine bakıldığında, kıç omuzluktan gelen dalgalar içinde sadece 30° doğrultu ile gelen boyu gemi boyunun %85'inden küçük dalgaların geminin devrilmesine sebep olabileceği, diğer kıç omuzluktan gelen dalgaların ise tehlike yaratmadığı görülmektedir. GM'in 0.25m.'ye indirilmesiyle birlikte kıçtan gelen dalgaların temel güvenli bölgede çok daha büyük miktarda erozyon meydana getirdiği de gözlemlenmektedir. 1m. yüksekliğindeki dalga bile temel güvenli bölgenin tamamen yok olmasına sebep olmaktadır. Bunların yanı sıra artık dalgaların geliş doğrultusundan, yükseklik ve boylarından bağımsız şekilde, temel güvenli bölgenin en azından %35'i yok olmaktadır. Dalgaların geliş doğrultusuna, boylarına ve yüksekliklerine, enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranının büyüklüğüne bağlı olarak temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi artmaktadır.

Sonuç olarak, balıkçı gemileri için IMO kriterinde belirtilen minimum enine metasantr yüksekliğindeki değerden daha düşük değer almanın, kabul edilen hız değeri için, kıçtan 0° ve 15° ile gelen dalgaların daha tehlikeli hale gelmesine, kıç omuzluktan 30° ve 45° ile gelen dalgaların ise daha az tehlike yaratmasına sebep olduğu söylenebilir. Sağlanması gereken minimum enine metasantr yüksekliği arttırıldığında ise, kabul edilen hız değeri için tam tersi bir durum mevcuttur. Enine metasantr yüksekliği arttırıldığında kıçtan gelen dalgaların tehlikeli durum yaratma olasılığı çok fazla düşmektedir. Kıç omuzluktan 30° ile gelen dalgalar özellikle boyları gemi boyu civarındayken aynı oranda tehlike yaratmaktadır. Kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalar ise geminin stabilitesini daha fazla tehdit eder hale gelmişlerdir.

4.4 Çekirdek Güvenli Bölgenin Korunumunun İncelenmesi

4.4.1 Çekirdek güvenli bölge

Çekirdek güvenli bölge, yalpa açısı ve açısal hızının oluşturduğu faz uzayındaki en küçük sağlanması gereken güvenli bölgedir. Bu bölgeye aslında kritik bölge isimi de verilebilir. Çekirdek güvenli bölgenin sınırı, denklem (4.23)'de gösterilen Lyapunov enerji fonksiyonu yardımıyla bulunur. Bu enerji fonksiyonundaki standart enerji

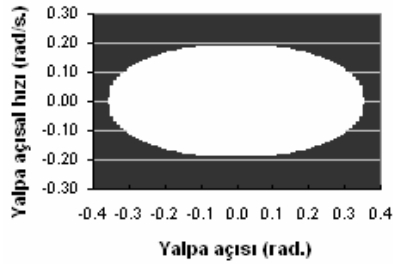
değeri, en büyük izin verilen yalpa açısındaki doğrultma enerjisine eşittir. İzin verilen en büyük yalpa açısı θ_m veya standart enerji V_{st} , geminin hizmet vereceği servis yerine ve koşullarına bağlı olarak belirlenmektedir. Örneğin, gemi yakın sahilde hizmet verecek ise (hizmet vereceği yerle sığınabileceği liman arası uzak değil ve gözlenen karakteristik dalga yükseklikleri çok fazla değil ise) standart enerji değeri daha küçük seçilmektedir. Açık denizde hizmet verecek ise, çalışacağı koşullar daha ağır olacağı ve kaçacağı bir liman uzakta olacağından daha büyük bir standart enerji değeri seçilmektedir. Tezin bu kısmında, en büyük izin verilen yalpa açısının 0.349064 rad. yada 20° olduğu kabul edilmiştir.

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} + G(\theta) = V_{st} \quad (4.23)$$

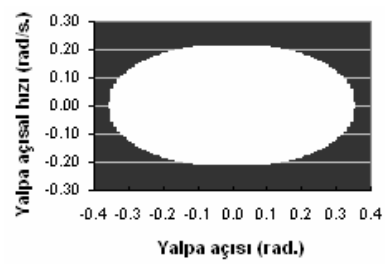
Burada doğrultma enerji fonksiyonu $G(\theta) = \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{2i} \theta^{2i}$ ve $V_{st}=G(20^\circ)$ 'ye eşittir.

Çekirdek güvenli bölge, aslında hava ve deniz koşulları ne olursa olsun erozyona uğramaması gereken bir bölgedir. Fakat bu bölge gereğinden fazla emniyetli seçilmiş olabilir veya hava ve deniz koşulları ön görülen durumdan daha kötü hale gelmiş olabilir. Dolayısıyla, çekirdek güvenli bölgede belli bir emniyet payı da bulundurulmalıdır. Çekirdek güvenli bölgede meydana gelebilecek erozyona ne kadar oranda izin verilebileceği detaylı bir şekilde araştırılmalıdır. Bu tez çalışmasında, %5 oranı erozyon emniyet payı olarak belirlenmiştir.

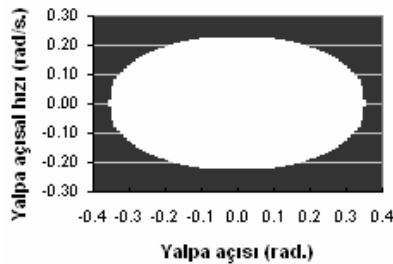
Şekil 4.16-4.19'da, MV Gaul gemisinin çekirdek güvenli bölgeleri gösterilmiştir.



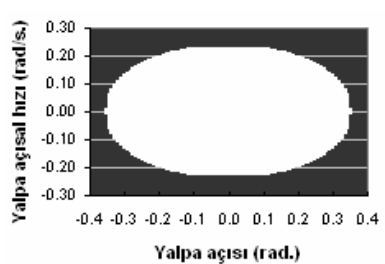
Şekil 4.16: Çekirdek güvenli bölge GM=0.25m.



Şekil 4.17: Çekirdek güvenli bölge GM=0.33m.



Şekil 4.18: Çekirdek güvenli bölge GM=0.365m.



Şekil 4.19: Çekirdek güvenli bölge GM=0.4m.

Çekirdek güvenli bölge içersindeki noktalar başlangıç koşulu olarak alınıp, yalpa hareketinin çözümüne başlanıldığında herhangi bir t anı için, bütün simülasyon boyunca yalpa açısının geminin stabilitesinin kayb olduğu açının 1.005 katını geçmemesi gerektiği kabul edilmiştir. Eğer geçerse geminin devrildiği varsayılmıştır.

4.4.2 Denklem parametrelerinin çekirdek güvenli bölge üzerine etkisi

4.4.2.1 Rüzgar katsayısı sabit bir değere sahipken yapılan inceleme

Bu kısımda örnek alınan MV Gaul gemisinin stabilitesi çekirdek güvenli bölge kavramından yararlanılarak incelenecektir. Enine metasantr yüksekliği değişim oranı, Bölüm 4.3.2’de olduğu gibi dalgaların geliş doğrultusuna ve dalga boyunun gemi doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olarak değiştiği kabul edilmiştir.

Tablo 4.1 ve 4.2’de, sırasıyla $a_{max} = -0.5$ ve -0.3 eşitken, değişik enine metasantr yüksekliği değerleri için, doğrultuları 0° ile 45° arasında değişen bazı dalgaların çekirdek güvenli bölgede sebep oldukları erozyon miktarları gösterilmiştir. Tablo 4.1 ve 4.2’de gösterilmeyen değişik yükseklikte ve boydaki dalgaların çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarları için, Ek R’deki girişim eğrilerine bakılabilir.

Tablo 4.1: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max} = -0.5$, $\theta_m = 20^\circ$)

$a_{max} = -0.5$		$\chi = 0^\circ$			$\chi = 15^\circ$			$\chi = 30^\circ$			$\chi = 45^\circ$		
		λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	%100	-	-	%99	-	%99	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	%100	-	%4	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	%100	-	%22	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	%100	-	%41	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	%100	-	%60	%100	-	%100	%2	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	%3	-	-	%28	-	%19	%69	-	-	-	-
	H 2m.	-	%3	-	-	%64	-	%96	%89	-	-	-	-
	H 3m.	-	%3	-	-	%90	-	%100	%94	-	-	-	-
	H 4m.	-	%3	-	-	%100	-	%100	%95	-	-	-	-
	H 5m.	-	%3	-	-	%100	-	%100	%99	-	%22	-	%6
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%98	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%8	-	%52	%99	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%35	-	%100	%99	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%61	-	%100	%99	-	%11	-	%80
	H 5m.	-	-	-	-	%82	-	%100	%100	-	%66	-	%91
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%100	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%14	%100	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%3	-	%71	%100	-	%2	-	%21
	H 4m.	-	-	-	-	%17	-	%100	%100	-	%56	-	%96
	H 5m.	-	-	-	-	%39	-	%100	%100	-	%81	-	%99

Tablo 4.2: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$)

$a_{\max}=-0.3$		0°			15°			30°			45°		
		λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
		35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	%88	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%87	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%96	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	%1	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	%17	%100	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%18	%49	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%91	%89	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%2	-	%100	%96	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%25	-	%100	%98	-	%30	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%5	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%95	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%48	%99	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%97	%100	-	%20	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%87	-	%80
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%45	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%16	%100	-	%9	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%69	%100	-	%80	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%98	-	%73

Enine metasantr yüksekliğinin, IMO'nun balıkçı gemileri için belirlediği sınır değerin üzerine çıkarılmasıyla birlikte, kıçtan gelen dalgalar, çekirdek güvenli bölgede daha az erozyon meydana getirmiştir. Dalgalar kıç omuzluktan geldiğinde ise, enine metasantr yüksekliğindeki artım, çekirdek güvenli bölgede çok daha büyük miktarda erozyon meydana gelmesine sebep olmuştur.

Enine metasantr yüksekliği GM'in, IMO'nun balıkçı gemileri için belirlediği sınır değerin altına indirilmesiyle birlikte, enine metasantr yüksekliğindeki artışın meydana getirdiği sonuçların tam tersi olarak, kıçtan gelen dalgalar çekirdek güvenli bölgede daha fazla erozyon meydana getirmeye başlamışlardır. Kıç omuzluktan 45° doğrultu ile gelen dalgalar ise çekirdek güvenli bölgede daha az erozyon meydana getirmiştir.

Özetle, gemiyi çok dik başlı yapmanın stabilite bakımından çok fazla kazanımı bulunmadığı görülmektedir. Yalnız GM'in sınır değerin çok da altına çekilmesi (GM=0.25m.), tam kıçtan ve kıç omuzluktan 30° doğrultularda gelen dalgalarda gemiyi stabilite bakımından çok fazla kritik hale sokmuştur.

4.4.2.2 Rüzgar katsayısı yalpa açısına bağlıyken yapılan inceleme

Bu kısımda rüzgarın yalpa açısı bağılı olduğu kabul edilip, MV Gaul gemisinin stabilitesinin dalga ve gemi değerlerine bağlı olarak nasıl değiştiği incelenmiştir.

Tablo 4.3 ve 4.4’de, sırasıyla $a_{\max}$ -0.5 ve -0.3 eşitken, değişik enine metasandr yüksekliği değerleri için, doğrultuları 0° ile 45° arasında değişen bazı dalgaların çekirdek güvenli bölgede sebep oldukları erozyon miktarları gösterilmiştir. Tablolarda gösterilmeyen dalgaların meydana getirdiği erozyon miktarları için Ek R’deki Şekil 22-42’deki girişim eğrilerine bakılabilir.

Tablo 4.3: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ ’ya bağlı)

$a_{\max}=-0.5$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	%24	-	-	%99	-	%99	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	%24	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	%24	-	-	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	%24	-	%5	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	%24	-	%22	%100	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%72	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%6	-	%55	%87	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%35	-	%100	%94	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%65	-	%100	%96	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%87	-	%100	%97	-	%6	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%99	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%12	%99	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%1	-	%74	%100	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%14	-	%100	%99	-	-	-	%70
	H 5m.	-	-	-	-	%39	-	%100	%100	-	%42	-	%86
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%79	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%100	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%39	%100	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%1	-	%87	%100	-	%37	-	%25
	H 5m.	-	-	-	-	%5	-	%100	%100	-	%86	%6	%95

Tablo 4.4: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ ’ya bağlı)

$a_{\max}=-0.3$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%1	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%58	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%24	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%52	%87	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%100	%94	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%15	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%80	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%15	%96	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%73	%99	-	%5	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%99	-	%65	-	%66
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	-	%78	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%41	%100	-	%52	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%87	%100	-	%82	-	%4

Bir önceki kısımda rüzgar katsayısının yalpa açısından bağımsız sabit bir değeri olduğunda olduğu gibi, rüzgar katsayısının yalpa açısına bağlı olarak kabul edildiğinde de, IMO tarafından önerilen minimum sağlanması gereken enine metasantr yüksekliğindeki azalmanın, kıçtan 0°-15° doğrultu ile gelen dalgaların çekirdek güvenli bölgede daha fazla erozyon oluşmasına yol açmasına sebep olduğu görülmektedir. Kıç omuzluktan 30° ve özellikle 45° doğrultu ile gelen dalgalar ise, çekirdek güvenli bölgede daha az miktarda erozyon meydana getirmektedir.

Enine metasantr yüksekliği artırılırsa yukarıda anlatılanın tam tersi bir durum oluşur. Kıç omuzluktan 30° ve özellikle 45° doğrultu ile gelen dalgalar çekirdek güvenli bölgede daha fazla erozyona sebep olurlar. Bir başka deyişle daha tehlikeli hale gelirler. Kıçtan 0°-15° doğrultu ile gelen dalgalar ise çekirdek güvenli bölgede daha az erozyon meydana getirirler.

Rüzgar katsayısının yalpa açısına bağlı olduğu kabul edilmesi, çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyonu şartlar ne olursa olsun azaltmıştır.

4.4.2.3 Zorlayıcı kuvvet faz farkının etkisinin incelenmesi

Bu kısımda, rüzgarın sürekli ve sabit ve bir değer aldığı durum için, zorlayıcı kuvvete faz farkı verilerek, bu faz farkının çekirdek güvenli bölgenin korunumu (geminin stabilitesi) üzerindeki etkisi incelenmiştir. Dalgaların geliş doğrultularına göre aşağıdaki faz farkları dış zorlayıcı kuvvet fonksiyonuna eklenmiştir.

$\chi=0^\circ$ için $\alpha = -1.5$ radyan

$\chi=15^\circ$ için $\alpha = -1.48$ radyan

$\chi=30^\circ$ için $\alpha = -1.44$ radyan

$\chi=45^\circ$ için $\alpha = -1.37$ radyan

Tablo 4.5'de MV Gaul gemisinin, zorlayıcı kuvvete faz farkı verildiği halde, $a_{max}=-0.5$ ken, değişik enine metasantr yüksekliği değerleri için, bazı dalgaların çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarları gösterilmiştir. Tablo 4.5'de gösterilmeyen diğer dalgaların, çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarları için Ek S'de gösterilen girişim eğrilerine bakılabilir.

Ek S'de gösterilen girişim eğrilerden ve Tablo 4.5'den görülebileceği gibi, dış zorlayıcı kuvvete uygulanan faz farkı, çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyonda önemli miktarlarda azalma meydana getirmiştir (Karşılaştırınız Tablo 4.1 ve Ek R'deki girişim eğrileri). Kıçtan 0° doğrultu ile gelen dalgalarda ise, dış zorlayıcı kuvvetin genliği sıfır olduğundan ötürü değişim gözlemlenmemiştir.

Örneğin, MV Gaul gemisinin GM'i 0.33m. olduğu zaman, kıçtan 15° doğrultu ile gelen boyu gemi boyunu 1.2 katı civarındaki 1m. yüksekliğindeki dalga, dış zorlayıcı kuvvette faz farkı sıfırken %75 oranında erozyon meydana getirebiliyorken, -1.48 radyanlık faz farkı uygulandığında %27 oranında erozyon meydana getirmektedir.

Tablo 4.5: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{max}=-0.5$, F_{ruz} sabit, $\theta_m=20^\circ$, $\alpha \neq 0$)

$a_{max}=-0.5$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
		35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	%100	-	-	%94	-	%74	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	%100	-	-	%93	-	%95	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	%100	-	-	%89	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	%100	-	-	%86	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	%100	-	-	%89	-	%100	-	-	%16	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	%2	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%2	-	-	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%1	-	%22	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%3	-	%69	-	-	%9	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%11	-	%100	%81	-	%50	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%80	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%50	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	-	%16	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%26	%94	-	%39	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%64	%99	-	%91	%3	-
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%42	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%60	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	-	%82	-	%10	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%4	%100	-	%77	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%30	%100	-	%97	%17	-

Dış zorlayıcı kuvvete faz farkı uygulandığında da faz farksız halde olduğu gibi, GM=0.25m. haricindeki diğer bütün enine metasantr yüksekliği değerleri için, kıç omuzluktan 30° doğrultu ile gelen dalgalar en büyük tehdidi yaratmaktadırlar. GM=0.25m. için ise kıçtan 0° ve 15° ile gelen dalgalar tehlikeli hale gelmiştir.

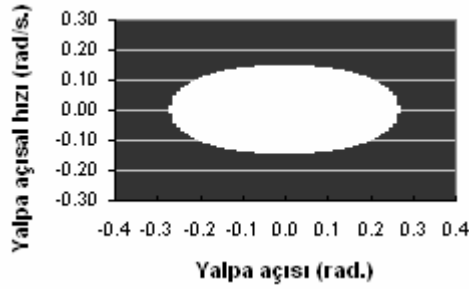
Tablo 4.5'den görülebileceği gibi, faz farksız haldeki gibi enine metasantr yüksekliğinin azalması kıçtan gelen dalgaların, artması ise kıç omuzluktan gelen dalgaların tehlikeli olmasına yol açmaktadır.

Kıç omuzluktan 45° doğrultu ile gelen dalgalar, enine metasantr yüksekliği balıkçı gemileri için belirlenen değer altındayken, faz farkı sıfıra eşitken olduğu gibi, faz farklı halde de tehlike yaratmamaktadırlar. GM balıkçı gemileri için belirlenen değer üstündeyken ise, zorlayıcı kuvvete faz farkı uygulandığında daha az probleme yol açmaktadırlar. Çünkü faz farklı halde artık sadece çok küçük dalga boylu, çok dik ve denizde rastlanması zor olan dalgalar problem yaratmaktadırlar. Faz farkı hesaba katılmadan önce, dalga boyu gemi boyunun iki katı civarındaki dalgalar da problem yaratmaktaydılar.

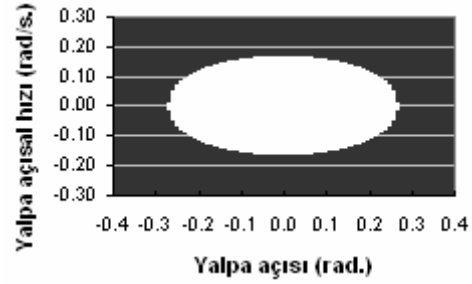
4.4.3 Çekirdek güvenli bölge erozyon sınırının belirlenmesi

Çekirdek güvenli bölge sınırı, aynı denklem parametreleri için, büyüklükleri farklı iki çekirdek güvenli bölgede (Birinin en büyük izin verilen yalpa açısı 15° , diğerinin ise 20°) meydana gelen erozyon yüzdeleri karşılaştırılarak belirlenmeye çalışılacaktır.

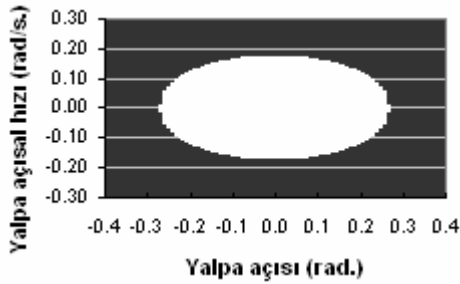
Şekil 4.20-4.23'de $GM=0.25m.$, $0.33m.$, $0.365m.$ ve $0.4m.$ için, maksimum izin verilen yalpa açısı 15° olan, çekirdek güvenli bölgeler gösterilmiştir.



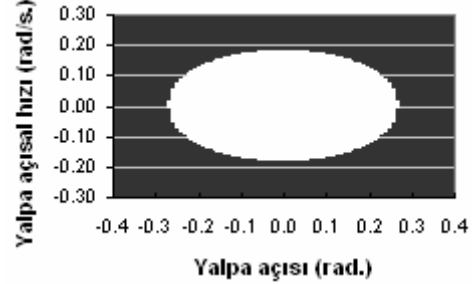
Şekil 4.20: Çekirdek güvenli bölge $GM=0.25m.$



Şekil 4.21: Çekirdek güvenli bölge $GM=0.33m.$



Şekil 4.22: Çekirdek güvenli bölge $GM=0.365m.$



Şekil 4.23: Çekirdek güvenli bölge $GM=0.40m.$

Tablo 4.6 ve 4.7'de, sırasıyla a_{max} -0.5 ve -0.3'e eşit olduğu zaman, değişik enine metasantr yüksekliği değerleri için, 0° ile 45° arasında değişen doğrultularla gelen bazı dalgaların çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarları gösterilmiştir. Tablo 4.8 ve 4.9'da ise rüzgar katsayısı yalpa açısına bağlı olarak değişirken yine bu dalgaların çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarları gösterilmiştir. Bu tablolarda gösterilmeyen diğer dalgaların, Şekil 4.20-4.23'de gösterilen çekirdek güvenli bölgelerde meydana getirdikleri erozyon miktarları Ek T'deki girişim eğrilerinde gösterilmiştir.

Bölüm 4.4.2.1'deki çekirdek güvenli bölgenin (İzin verilen en büyük yalpa açısı 20°) , tamamen yok olmasına sebep olan veya büyük miktarlarda erozyona sebep olan durumların tehlikesi, çekirdek güvenli bölge küçültüldüğü zaman (İzin verilen en büyük yalpa açısı 15°) da devam etmektedir. Sadece Bölüm 4.4.2.1'deki çekirdek güvenli bölgede %20'nin altında erozyon meydana getiren durumların, çekirdek güvenli bölge daha küçükken tehlike meydana getirmedeği gözlemlenmiştir. Buradan

hareketle, izin verilen erozyon miktarının bir miktar daha yükseltilebileceği görülmektedir.

Tablo 4.6: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$)

$a_{\max}=-0.5$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
		35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	%100	-	-	%99	-	%99	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	%100	-	-	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	%100	-	%7	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	%100	-	%31	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	%100	-	%56	%100	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	%11	-	%4	%73	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%60	-	%100	%88	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%95	-	%100	%96	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%100	-	%100	%95	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%100	-	%100	%99	-	%7	-	%2
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%98	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%44	%99	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%19	-	%100	%100	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%56	-	%100	%99	-	%3	-	%80
	H 5m.	-	-	-	-	%85	-	%100	%100	-	%64	-	%90
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%100	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%1	%100	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%72	%100	-	-	-	%10
	H 4m.	-	-	-	-	%2	-	%100	%100	-	%60	-	%97
	H 5m.	-	-	-	-	%25	-	%100	%100	-	%76	-	%99

Tablo 4.7: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$)

$a_{\max}=-0.3$		0°			15°			30°			45°		
		λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
		35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.	35m.	55m.	135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	%88	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	%88	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%95	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	%2	%100	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%4	%52	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%98	%94	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%100	%96	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%10	-	%100	%98	-	%18	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%1	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%95	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%41	%99	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%100	%99	-	%14	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%88	-	%82
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%38	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%2	%100	-	%1	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%70	%100	-	%80	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%98	-	%78

Tablo 4.8: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)

$a_{\max}=-0.5$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	%10	-	-	%99	-	%99	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	%10	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	%10	-	-	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	%10	-	-	%100	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	%10	-	%8	%100	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%69	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%49	%90	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%20	-	%100	%100	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%62	-	%100	%96	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%92	-	%100	%96	-	-	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%99	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%99	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%77	%99	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%1	-	%100	%99	-	-	-	%71
	H 5m.	-	-	-	-	%26	-	%100	%100	-	%31	-	%89
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	%83	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%100	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%29	%100	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%94	%100	-	%33	-	%15
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%100	-	%83	-	%98

Tablo 4.9: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)

$a_{\max}=-0.3$		$\chi=0^\circ$			$\chi=15^\circ$			$\chi=30^\circ$			$\chi=45^\circ$		
		λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.	λ 35m.	λ 55m.	λ 135m.
GM 0.25m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	%100	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	%57	-	%100	-	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	%99	-	%100	-	-	-	-	-
GM 0.33m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%22	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%47	%85	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%100	%93	-	-	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%98	-	%3	-	-
GM 0.365m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	%87	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	%2	%96	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%76	%99	-	%1	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%100	%99	-	%70	-	%68
GM 0.40m.	H 1m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 2m.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	H 3m.	-	-	-	-	-	-	-	%83	-	-	-	-
	H 4m.	-	-	-	-	-	-	%34	%100	-	%55	-	-
	H 5m.	-	-	-	-	-	-	%94	%100	-	%77	-	-

4.5 Devrilebilme Olasılığı Yüzdesinin Hesabı

4.5.1 Devrilme olasılığı yüzdesi ve denklem parametrelerinin etkileri

Devrilebilme olasılığı yüzdesi (DOY), bir dizi dalganın görülme olasılıkları da hesaba katılarak kaçta kaçının çekirdek güvenli bölgede erozyon meydana getirdiğini gösteren sayıdır. Öncelikle bu sayının hesabında kullanılan bazı tanımlama ve kabuller anlatılacaktır.

Dalga dizisi, denizi modellemekte kullanılır. Farklı yükseklikli ve boylu dalgalardan oluşmaktadır. Dalga yükseklikleri 1m.'den 5m.'ye kadar 1m. artımla, dalga boyları ise 35m.'den 150m.'ye kadar 5m. artımla değişmektedir. Dizinin her bir elemanına, bir dalga yüksekliği ve boyu karşılık gelmektedir.

N_T : Dalga dizisindeki eleman sayısı (Ele alınan örnek için 120'ye eşit)

C katsayısı: Dalga dizisindeki elemanlar çekirdek güvenli bölgede (Bölüm 4.4'de tanımlanmıştır) %5'den fazla erozyon meydana getiriyorsa 1, getirmiyorsa 0 değerini alır.

O_F : Dalgaların görülme olasılığı. Çeşitli dalga yüksekliği ve boylarının denizde görülme olasılıkları Tablo 4.5'de gösterilmiştir.

N_E : Dalga dizisindeki her bir elemanın C katsayısının, denizde görülme olasılıkları ile çarpılıp, elde edilen değerlerin toplanmasıyla bulunmaktadır.

DOY: Devrilebilme olasılığı yüzdesi, N_E 'nin N_T 'ye bölünmesiyle elde edilir. Bu yüzde arttıkça, geminin devrilme olasılığı artmaktadır.

Tablo 4.10'da dalgaların görülme olasılığı değerleri, "Principles of Naval Architecture" cilt 3 şekil 20'de gösterilen değerlerin normalize edilmesiyle elde edilmiştir.

Tablo 4.10: Dalgaların görülme olasılığı değerleri [52]

	λ 0-39m.	λ 39-76m.	λ 76-126m.	λ 126-189m.
H=1m.	15.52	14.29	4.00	1.27
H=2m.	3.41	16.46	11.74	3.13
H=3m.	0.68	6.14	9.35	2.95
H=4m.	0.15	1.64	3.87	1.75
H=5m.	0.02	0.61	1.90	1.14

Sabit rüzgar katsayısı için, değişik GM, χ ve a_{max} değerlerine karşılık gelen devrilebilme olasılığı yüzdeleri Tablo 4.11 ve 4.12'de, rüzgar katsayısının yalpa açısına bağlı olarak değişimi göze alındığı durum için, değişik GM, χ ve a_{max}

değerlerine karşılık gelen devrilebilme yüzdeleri ise Tablo 4.13 ve 4.14'de gösterilmiştir.

Tablo 4.11: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit)

$a_{\max}=-0.5$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
GM=0.25m.	2.5403	2.5613	0.5797	0
GM=0.33m.	0	2.5494	3.9711	0.0002
GM=0.365m.	0	1.3033	4.0873	0.1862
GM=0.40m.	0	0.2358	3.7110	1.2474

Tablo 4.12: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit)

$a_{\max}=-0.3$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
GM=0.25m.	0	0.5968	0.3958	0
GM=0.33m.	0	0.0578	1.5669	0.0002
GM=0.365m.	0	0	2.5464	0.1078
GM=0.40m.	0	0	1.7534	0.4835

Tablo 4.13: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)

$a_{\max}=-0.5$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
GM=0.25m.	1.6308	2.5144	0.5660	0
GM=0.33m.	0	1.2982	3.7158	0.0002
GM=0.365m.	0	0.1658	3.7110	0.1407
GM=0.40m.	0	0.0153	3.2730	1.1873

Tablo 4.14: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} θ 'ya bağlı)

$a_{\max}=-0.3$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
GM=0.25m.	0	0.2574	0.2664	0
GM=0.33m.	0	0	1.3038	0.0002
GM=0.365m.	0	0	1.8906	0.0774
GM=0.40m.	0	0	0.6886	0.3090

Tablo 4.10-4.13'deki devrilme olasılığı yüzdelerine bakılarak, GM=0.25m. haricinde, kış omuzluktan 30° ile gelen dalgaların en fazla problem yarattığı görülmektedir. GM=0.25m. için en fazla problemi kıştan 15° ile gelen dalgalar yaratmaktadır.

Tablo 4.10'dan görülebileceği gibi GM=0.40m.'ye çıkarıldığında, kış omuzluktan 45° ile gelen dalgalarda devrilme olasılığı yüzdesi 1.2472 değerini almaktadır. Oysa GM=0.365m. için devrilme olasılığı yüzdesi sadece 0.1862'di.

Devrilme olasılığı yüzdelerine bakılarak, Bölüm 4.3 ve Bölüm 4.4'de bulunan sonuçlara benzer şekilde, GM'nin düşmesiyle birlikte kıştan gelen dalgaların stabilite bakımından daha fazla tehlike doğurmaya başladığı, kış omuzluktan özellikle 45° ile gelen dalgaların ise daha az tehlike doğurduğu görülmektedir.

GM'in artırılması ise, kış omuzluktan 45° ile gelen dalgaların daha tehlikeli olmasına yol açmaktadır. Kıştan gelen dalgalar ise daha tehlikesiz hale gelmektedir.

GM'nin dik başlı yapılmasının çok büyük bir fayda getirmediği devrilme olasılığı yüzdelerine bakılarak da görülmektedir.

4.5.2 Çekirdek güvenli bölge büyüklüğünün devrilme olasılığı yüzdesi üzerine etkisi

Tablo 4.15-4.18’de, daha küçük bir çekirdek güvenli bölge kabulüyle (Bölüm 4.4.2’de gösterilen çekirdek güvenli bölgeler) elde edilmiş devrilme olasılığı yüzdeleri gösterilmiştir. Bu tablolardan görülebileceği gibi, daha küçük bir güvenli bölgenin kabulü, devrilme olasılığı yüzdelerinde neredeyse bütün enine metasantr yükseklikleri ve dalga geliş doğrultuları için ufak da olsa azalma meydana getirmiştir. Sadece devrilme olasılığı yüzdesinde, enine metasantr yüksekliği değişim oranı $a_{\max}=-0.5$ ve $GM=0.365m$. için dalgalar kış omuzluktan 30° ile geldiği zaman ve $a_{\max}=-0.5$ ve $GM=0.4m$. için dalgalar kış omuzluktan 45° ile geldiği zaman azalma meydana gelmemiştir. Ek P’deki girişim eğrilerinden de görülebileceği gibi bunun sebebi, çekirdek güvenli bölge küçültmeden önce bazı dalga boyu büyüklükleri için çekirdek güvenli bölge tamamen yok olmasıdır, dolayısıyla çekirdek güvenli bölgeyi biraz küçültmek devrilme olasılığı yüzdesini değiştirmeye etkili değildir.

Tablo 4.15: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} sabit)

$a_{\max}=-0.5$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
$GM=0.25m$.	2.2142	2.4241	0.4469	0
$GM=0.33m$.	0	2.4420	3.7227	0.0002
$GM=0.365m$.	0	0.7117	4.0714	0.1798
$GM=0.40m$.	0	0.0578	3.6668	1.2006

Tablo 4.16: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} sabit)

$a_{\max}=-0.3$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
$GM=0.25m$.	0.0000	0.5966	0.3958	0.0000
$GM=0.33m$.	0.0000	0.0203	1.4873	0.0002
$GM=0.365m$.	0.0000	0.0000	2.4273	0.0920
$GM=0.40m$.	0.0000	0.0000	1.5783	0.4569

Tablo 4.17: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ ’ya bağlı)

$a_{\max}=-0.5$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
$GM=0.25m$.	1.6308	2.3760	0.5660	0.0000
$GM=0.33m$.	0.0000	0.7117	3.5967	0.0000
$GM=0.365m$.	0.0000	0.0664	3.6826	0.1084
$GM=0.40m$.	0.0000	0.0000	3.2572	1.1873

Tablo 4.18: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.3$, $\theta_m=15^\circ$, F_{ruz} θ ’ya bağlı)

$a_{\max}=-0.3$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
$GM=0.25m$.	0.0000	0.1875	0.2664	0.0000
$GM=0.33m$.	0.0000	0.0000	1.2368	0.0000
$GM=0.365m$.	0.0000	0.0000	1.7478	0.0603
$GM=0.40m$.	0.0000	0.0000	0.6216	0.2881

4.5.3 Dış zorlayıcı kuvvet faz farkının çekirdek güvenli bölgenin korunumu üzerine etkisi

Tablo 4.11’de faz farksız ve Tablo 4.19’da faz farklı halde $a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$ ’ken elde edilmiş devrilme olasılığı görülebileceği gibi, dış zorlayıcı kuvvete faz farkı eklenince, $GM=0.33m.$ ve $\chi=45^\circ$ olduğu durum haricinde, devrilme olasılığı yüzdelerinde büyük oranda azalmalar meydana gelmiştir (Bkz. Ek S).

$GM=0.25m.$ haricinde bütün enine metasantr yüksekliği değerleri için faz farksız halde olduğu gibi, en tehlikeli durum kıç omuzluktan 30° doğrultu ile gelen dalgalar da meydana gelmektedir. $GM=0.25 m.$ için ise yine kıçtan gelen dalgalar en tehlikelidir.

Tablo 4.19: Devrilme olasılığı yüzdeleri ($a_{\max}=-0.5$, $\theta_m=20^\circ$, F_{ruz} sabit, $\alpha \neq 0$)

$a_{\max}=-0.5$	$\chi=0^\circ$	$\chi=15^\circ$	$\chi=30^\circ$	$\chi=45^\circ$
$GM=0.25m.$	2.5403	1.4937	0.1887	0.0002
$GM=0.33m.$	0	0.4069	0.5693	0.0065
$GM=0.365m.$	0	0	1.6595	0.0303
$GM=0.40m.$	0	0	2.1107	0.0700

5. SONUÇLAR

Çalışmanın bu kısımda, bordadan gelen ve takip eden dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin incelenmesi konularında, öncelikle yapılmış işlerden, daha sonra elde edilmiş sonuçlardan, getirilen yeniliklerden ve en son olarak da bu çalışmanın nasıl geliştirilebileceğinden bahsedilecektir.

Bu tez çalışmasında yapılan işler aşağıdaki dört başlık altında özetlenebilir.

1. Nümerik ve yaklaşık çözümler ve karşılaştırma
2. Takip eden denizlerde yalpa modelleme
3. Nümerik simülasyonla güvenli bölge (nümerik Lyapunov fonksiyonu) tanımı ve hareket parametrelerinin bölge erozyonuna etkisinin değerlendirilmesi
4. Çekirdek güvenli bölge tanımı

Bordadan gelen düzenli dalgalarda ve takip eden dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin incelenmesinde kullanılan lineer olmayan yalpa hareketi denklemlerinin kesin çözümü yoktur. Fakat bu hareket denklemlerinin yaklaşık çözümü çok katlı ölçek yöntemi, Bogoulibov Mitropolsky asimptotik yöntemi ve harmonik balans yöntemi gibi yöntemlerle elde edilebilir. Bu tez çalışmasında da lineer olmayan yalpa hareketi denkleminin yaklaşık çözümü dışarıdan zorlama etkisi altında olduğu zaman (bordadan gelen düzenli dalgalarda) Çok katlı ölçek yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky asimptotik yöntemiyle, parametrik zorlama etkisinde olduğu zaman (takip eden dalgalarda) ise sadece Çok katlı ölçek yöntemi kullanarak elde edilmiştir. Elde edilen bu yaklaşık çözümlerin doğruluğu nümerik çözümlerle karşılaştırması yapılarak kontrol edilmiştir.

Bu çalışmada yapılan bir diğer işte, takip eden dalgalarda gemilerin enine stabilitesini incelemesinde kullanılmak üzere, olayın fiziğini daha doğru bir şekilde yansıtabilecek yeni bir matematik model geliştirilmeye çalışılmasıdır. Bu yeni matematik model de, enine metasantr yüksekliği değişim oranının dalgaların geminin ilerleme doğrultusundaki bileşeninin gemi boyuna oranına ve dalgaların geliş doğrultusuna bağlı olduğu kabul edilmiş ve rüzgarın farklı etkiye durumları (sabitken, yalpa açısına bağlıyken, hem dalgaların geliş doğrultusuna hem de yalpa açısına

bağlıyken) göz önünde bulundurulmuştur. Viskoz sönümün ve enine metasantr yüksekliğinin etkisi de gösterilmiştir.

Bu çalışmanın bel kemiğini oluşturan işlerden biri de gemilerin enine stabilitesi üzerine hareket parametrelerinin etkilerinin incelenmesidir. Bu amaçla, zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesinin ve çekirdek güvenli bölgenin hareket parametrelerinin değişimine bağlı olarak korunup korunmadığı girişim eğrileri kullanılarak gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar bu bölümün gemilerin enine stabilitesinin incelenmesi kısmında özetlenmiştir.

Çekirdek güvenli bölge, bu tezde IS (Intact Stability) kodunun geliştirilmesi için ortaya atılmış bir kavramdır. Çekirdek güvenli bölge, geminin stabilitesinin tehlike içerisinde olup olmadığını gösteren, en küçük sağlanması gereken yalpa hareketi güvenli bölgesi olarak tanımlanabilir. Bu bölgenin en büyük yalpa açısı genişliği geminin çalışma koşullarına bağlı olarak belirlenebilmektedir.

Bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlar, nümerik çözümlerle yaklaşık çözümlerin karşılaştırması ve gemilerin enine stabilitesi üzerine hareket parametrelerinin etkileri olmak üzere iki ana başlık altında özetlenmiştir.

5.1 Nümerik ve Yaklaşık Çözümlerin Karşılaştırılması

Bu tez çalışmasında, bordadan gelen düzenli dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin incelenmesinde kullanılan dışarıdan zorlama etkisi altındaki yalpa hareketi denkleminin birinci ve ikinci mertebeden yaklaşık çözümleri, Çok katlı ölçek yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky asimptotik yöntemi kullanarak elde edilmiştir.

Dışarıdan zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin incelemesinde kullanılan ikinci mertebeden Çok Katlı ölçek yöntemi ve Bogoulibov Mitropolsky asimptotik yöntemi yaklaşık çözümlerinin durağan hal bölgesinde nümerik çözümlerle çok iyi uyum içerisinde olduğu, geçiş bölgesinde ise büyük farklılıkları olduğu bulunmuştur. İkinci mertebe çözümlerin nümerik yöntemle elde edilmiş çözümlerle uyumunun, birinci mertebe çözümlerden daha iyi olduğu da gözlemlenmiştir.

Takip eden dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin incelenmesinde kullanılan parametrik ve dışarıdan zorlama etkisi altındaki lineer olmayan yalpa hareketi denkleminin yaklaşık çözümleri de Çok katlı ölçek yöntemi kullanarak elde edilmiştir.

Parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin Çok katlı ölçek yöntemiyle elde edilen ikinci mertebe yaklaşık çözümüyle nümerik yöntemle elde edilen çözümünün

karşılaştırılmasından da, durağan hal bölgesinde çözümlerin uyum içersinde olduğu, geçiş bölgesinde ise farklılıkları olduğu bulunmuştur. Enine metasantr yüksekliği değişim oranı arttırıldıkça yaklaşık çözümle nümerik çözüm arasındaki fark açılmaktadır.

Yalpa hareketinin yüzlerce değişik başlangıç koşulu ve durumu için nümerik yöntemle çözdürülmesi sırasında, devrilme olayının genelde geçiş bölgesinde gerçekleştiği (Bkz. Ek E genelde 4 karşılaşma periyodundan kısa sürede devrilme gerçekleşiyor) bulunmuştur. Gemilerin devrilme olayını Çok katlı ölçek yöntemi benzeri yaklaşık çözüm bulma yöntemlerinin açıklayamaması da devrilme olayının genelde geçiş bölgesi diye adlandırılan kısımda meydana gelmesine bağlanabilir.

Çok katlı ölçek yöntemi benzeri yaklaşık çözüm bulma yöntemlerinin, genelde lineer olmayan özellikleri zayıf olan hareketlerin incelemesinde başarılı olduğu, lineer olmayan özellikleri kuvvetli olan sistemlerin açıklamasında sorun yaşadığı daha önceden başka araştırmacılar tarafından da ifade edilmiştir. Bu tez çalışmasında da elde edilen yaklaşık çözümlerle nümerik çözümlerin karşılaştırılmasından da benzer bir sonuca varılmıştır. Bununla birlikte, eğer devrilme olayı gerçekleşmiyorsa, durağan hal bölgesinde yaklaşık çözümlerle nümerik çözümler arasındaki başarılı uyum göz ardı edilmemelidir.

5.2 Gemilerin Enine Stabilesi Üzerine Hareket Parametrelerinin Etkileri

5.2.1 Bordadan gelen düzenli dalgalarda gemilerin stabilesinin incelenmesi

Nümerik yöntemle elde edilmiş yalpa hareketinin güvenli bölgeleri ve girişim eğrilerinden, bordadan gelen düzenli dalgalarda gemilerin enine stabilesi üzerine, lineer ve kuadratik sönüm katsayılarının, ön meyil açısının ve enine metasantr yüksekliğinin çok fazla etkili olduğu, rüzgar ve sağanağın etkiye süresinin ise nispeten daha az etkili olduğu bulunmuştur.

Temel güvenli bölgede (zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesi) en fazla erozyon, zorlama frekansının doğal frekansa oranı 0.8 civarındayken meydana gelmektedir. Zorlama frekansı doğal frekansın 1.5 katından daha büyük değer aldığı anda ise zorlanmamış yalpa hareketinin güvenli bölgesinin neredeyse tamamı korunmaktadır.

Zorlama kuvvetinin genliği ve ön meyil açısının arttırılması güvenli bölgede meydana gelen erozyonu arttırmaktadır.

Ön meyil açısının artırılması özellikle güvenli bölgenin negatif yalpa açısı tarafında kalan kısmının erozyona uğramasına sebep olmaktadır. Güvenli bölgenin pozitif yalpa açısı tarafındaki kısmının erozyona uğrama miktarı nispeten daha azdır.

Rüzgar ve sağanağın etkiye süresi arttıkça güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarında, özellikle ana rezonans bölgesinde (zorlama frekansı doğal frekans civarındayken) büyük artışlar gözlemlenmiştir. Bu olaya örnek olarak, ana rezonans bölgesinde hiçbir rüzgar ve sağanak etkisi yokken elde edilmiş güvenli bölgenin, sadece 20 saniye süreli kuvvetli sağanak etkisi altında neredeyse yarısının erozyona uğraması, sürekli sağanak ve sabit rüzgar altında ise güvenli bölgenin tamamının yok olması verilebilir.

20 saniye süreli sağanak ve sabit rüzgar altında elde edilmiş güvenli bölgenin büyüklüğü ile sadece 20 saniye süreli kuvvetli sağanak altında elde edilmiş güvenli bölgenin büyüklüğü yaklaşık olarak aynıdır. Bundan yola çıkılarak da rüzgar ve sağanağın büyüklüğünün, etkiye süresine nazaran güvenli bölgede meydana gelen erozyonda daha önemli yer teşkil ettiği söylenebilir.

Ana rezonans bölgesi haricinde, rüzgar ve sağanağın etkiye süresinin artırılması güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarında büyük artışlara yol açmamıştır. Bu da bordadan gelen dalgalarda, zorlama frekansının geminin doğal frekansı civarındayken tehlikeli durumlar yarattığını tekrardan göstermektedir.

IMO'nun stabilite kriterlerinde ve şuan ki IS kodunda yer almayan sönüm momentinin büyüklüğünün geminin devrilmesini önlemedeki etkisi, dışarıdan zorlama etkisi altındaki (Bordadan gelen düzenli dalgalarda) yalpa hareketinin güvenli bölgeleri, girişim eğrileri ve sönüm ile zorlama kuvveti arasındaki enerji farkının zamanla değişimini gösteren enerji farkı grafikleri ile gösterilmiştir.

Lineer ve kuadratik sönüm katsayılarının artırılması yalpa hareketi güvenli bölgelerini büyütmemektedir. Temel güvenli bölgede ve çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyonu ise azaltmaktadır.

Sönüm enerjisinin zorlama enerjisinden küçük değerler aldığı zaman devrilme olayının gerçekleştiği, sönüm ile zorlama kuvveti arasındaki enerji farkının zamanla değişimini gösteren grafiklerden bulunmuştur. Geminin sönüm enerjisi zorlama enerjisine eşit ve biraz daha büyük değerler aldığı anda ise devrilme gerçekleşmemektedir.

Özetlemek gerekirse, yeterli sönüm momenti sağlanırsa gemi çok daha kötü koşullarda devrilmeden hizmet verebilir. IMO'nun mevcut kurallarını sönüm momentini de içersine dahil edecek şekilde yenilemesi gerekmektedir.

5.2.2 Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda gemilerin stabilitesinin incelenmesi

Nümerik yöntemle elde edilmiş güvenli bölgelerden, girişim eğrilerinden ve devrilme olasılığı yüzdesi hesabından, kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin üzerinde dalgaların geliş doğrultusu, yüksekliği ve boyunun, geminin enine metasantr yüksekliğinin büyüklüğünün, enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dış zorlayıcı kuvvete verilen faz farkının, sönüm ve rüzgar momentinin büyüklüğünün çok fazla etkili olduğu bulunmuştur.

Kıç omuzluktan 30° ve 45°'lik açılarla gelen dalgalarda, MV Gaul gemisinin enine metasantr yüksekliğinin 0.365m.'den 0.40m.'ye çıkarılması, geminin daha dik başlı yapılması, çekirdek güvenli bölgede daha fazla erozyonun meydana gelmesine sebep olmuş ve geminin stabilitesi daha tehlikeli bir durum içersine girmiştir. Fakat kıçtan 15° ile gelen dalgalar, bu geminin enine metasantr yüksekliği $GM=0.40m.$ 'ken $GM=0.365m.$ olduğu zamankine nazaran çekirdek güvenli bölgede daha az erozyon meydana getirmiştir. Her iki enine metasantr yüksekliği içinde kıçtan 0° ile gelen dalgalar tehlike yaratmamaktadır.

MV Gaul gemisinin enine metasantr yüksekliği 0.33 metreye düşürüldüğünde ise, kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalar, bu geminin stabilitesinde artık daha az sorun yaratmaktadırlar. Kıç omuzluktan 30° ile gelen dalgalar aynı derecede, kıçtan 15° ile gelen dalgalar ise daha fazla probleme sebep olmaktadır.

Enine metasantr yüksekliği 0.25m.'ye düşürüldüğünde ise kıçtan 0° ve 15° ile gelen dalgalar çok daha tehlikeli hale gelmiştir. Kıç omuzluktan 30° ile gelen dalgalar GM azaltılmadan önceki tehlikeyi neredeyse aynen ihtiva etmektedir. Kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalar ise tehlikesiz hale gelmiştir.

Özetlemek gerekirse, MV Gaul gemisinin enine metasantr yüksekliğinin IMO tarafından belirlenen sınırın biraz üstünde olmasının kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, bu geminin enine stabilitesi bakımından büyük bir kazanımı olmadığı görülmüştür. Enine metasantr yüksekliğinin sınırın biraz altında olması da geminin stabilitesini çok büyük bir tehlikeye sokmamaktadır. Bununla birlikte, enine metasantr yüksekliğinin IMO tarafından belirlenen sınırın çok altına indirilmesi, bu geminin enine stabilitesini 45° haricindeki bütün doğrultularda tehlikeli hale sokmuştur.

Enine metasantr yüksekliğinin belli bir değerin altına indirilmemesi gerektiği, MV Gaul gemisiyle ilgili yukarıda anlatılan sonuçlardan anlaşılmaktadır. Yalnız bu sınır değerin belirlenmesi için GM daha sık aralıklarla (Örneğin 0.01m.) değiştirilmelidir.

Bu tez çalışmasında ele alınan dört değişik enine metasantr yüksekliği, sınırın belirlenmesi için yeterli olmamakla birlikte GM'in 0.33m.'den küçük olmaması gerektiği açıkça görülmektedir.

MV Gaul gemisi için kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda en büyük problemi 30° doğrultulu dalgalar yaratmıştır. Kan, Saruchi ve Taguchi'nin kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda gemilerin devrilme olayını incelemek için yaptıkları çalışmada da gemilerin en fazla dalgalar 20° ile 40° arasındaki doğrultularda geldikleri zaman devrildiğini bulmuşlardı. Bu da bu çalışmada elde edilen sonucu desteklemektedir.

Kıçtan gelen dalgalarda (0°-15°), geminin enine metasantr yüksekliği değişim oranının ($|a_{max}|$) mutlak değerce artımı, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyonun artmasına sebep olmaktadır.

Kıç omuzluktan 30° ve 45° ile gelen dalgalarda a_{max} 'ın negatif değerleri için a_{max} katsayısı mutlak değerce arttıkça, temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır. a_{max} katsayısının pozitif değerleri için ise a_{max} arttıkça temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon azalmaktadır.

Dış zorlayıcı kuvvete eklenen faz farkı, faz farksız hale nazaran, kıç omuzluktan 45° doğrultu ile gelen boyu gemi boyunun yarısı civarındaki dik dalgaların haricindeki bütün dalgaların, şartlar ne olursa olsun çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyon miktarlarının büyük oranda azalmasına sebep olmuştur. Buradan hareketle, dış zorlayıcı kuvvete eklenen faz farkının çekirdek güvenli bölgenin korunmasında son derece etkili rol oynadığı söylenebilir.

Faz farklı dış zorlayıcı kuvvet etkisi altında da faz farksız dış zorlayıcı kuvvette olduğu gibi, kıç omuzluktan 30° doğrultu ile gelen dalgalar, çekirdek güvenli bölgede en büyük miktarda erozyonu meydana getirirler, MV Gaul gemisinin stabilitesinin en fazla tehlike içersinde bulunduğu durumu yaratırlar.

Dalga geliş doğrultusu 45°'den küçük ise, kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, dalga boyu gemi boyuna eşit veya civarındayken, temel güvenli bölgede en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir.

Kıç omuzluktan 45° ile gelen dalgalarda, dalga boyu gemi boyunun yarısıyken temel güvenli en büyük miktarda erozyon gözlenmektedir. Dalga boyu gemi boyuna eşit olduğu zaman erozyon azalmaktadır. Enine metasantr yüksekliğindeki değişim oranının negatif değerleri için, dalga boyu gemi boyunun iki katına çıktığı zaman tekrardan temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon artmaktadır.

Ancak takip eden dalgalarda dalga karşılaşma frekansı ve karşılaşma açısı operasyonel değişkenler olduğundan, yani gemi hızı ve doğrultusu değiştirilerek farklı değerler elde edilmesi mümkün olduğundan, gemilerin enine stabilite değerlendirmesinde sadece tasarım değil aynı zamanda operasyonel unsurlarında değerlendirmesi gerekmektedir.

Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, rüzgar momentinin sabit bir değeri olduğu yerine, rüzgarın yalpa açısına bağlı olduğunun veya rüzgarın tam bordadan ve dik konumda geldiğinde en büyük değerini aldığı kabul edilmesi, bütün dalga boyu ve yüksekliği değerleri için çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyonda azalmaya sebep olmuştur.

5.3 Getirilen Yenilikler

Bu tezin getirdiği en büyük yenilik, pratik bir stabilite kriteri olarak kullanılabilecek Çekirdek güvenli bölge kavramıdır. Çekirdek güvenli bölgenin korunup korunmadığına bakılarak, geminin stabilitesi ve koşulların hizmet vermesine olanak verip vermediği hakkında bir şey söylenebilmektedir. Günümüzde nümerik hesaplama teknikleri son derece gelişmiştir. Dolayısıyla çekirdek güvenli bölge kavramı, Lyapunov Direkt yöntemiyle elde edilen analitik güvenli bölge kavramının yerini alabilecektir. Bilindiği üzere Lyapunov direkt yöntemi, sistemin çözümünü elde etmeden sistemin genel stabilitesi hakkında bir şeyler söylemesi bakımından çok avantajlıdır. Fakat optimum Lyapunov fonksiyonlarının elde edilmesi oldukça güç olduğundan bir o kadar da dezavantajlıdır.

Devrilme olasılığı yüzdeleri tabloları, dalgaların görülme olasılıkları da hesaba katılarak değişik şartlarda çekirdek güvenli bölgede meydana getirdikleri erozyonun ne denli devrilmeye yol açtığını göstermektedir. Bu kavramda işin içerisine çekirdek güvenli bölge dahil olduğu için bir ilk olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada bordadan gelen dalgalarda Lyapunov direkt yöntemi kullanarak, değişik zorlama genlikleri için analitik güvenli bölgeler de elde edilmiştir. Bu analitik güvenli bölgelerin en kritik durum için (zorlama frekansı doğal frekans civarındayken) elde edilmiş nümerik güvenli bölgeler ile karşılaştırması yapılmıştır. Analitik güvenli bölgelerin büyüklüğü, nümerik güvenli bölgelerinkine nazaran daha küçük kalmasına rağmen oldukça iyi bir uyum içersinde oldukları söylenebilir. Lyapunov direkt yöntemi ile elde edilen analitik bölgeler, nümerik çözümle elde edilmiş güvenli bölgeyle uyumu açısından ve kullanılan Lyapunov fonksiyonun zorlanmamış hareket bölgesinin dışında negatif olması bakımından bir ilkidir.

Bu tez çalışmasının getirdiği bir diğer yenilikte sönüm enerjisi ile zorlama enerjisi arasındaki farkın, geminin devrilip devrilmemesi ile alakasını gösteren enerji farkı grafikleridir. Bu grafikler, IMO'nun stabilite kriterlerinin geliştirilmesi için kullanılabilir.

Yaklaşık çözüm bulmak için kullanılan yöntemlerde, sönümün ve doğrultucu moment katsayılarının hepsinin aynı dereceden nonlineerliğe sahip olduğunu düşünülmesinin de bir ilk olduğu söylenebilir.

Takip eden dalgalarda gemilerin enine stabilitesinin incelenmesinde kullanılan, enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dalgaların geminin ilerleme doğrultusundaki bileşenine ve dalgaların geliş doğrultusuna bağlı bir fonksiyonu olarak düşünüldüğü parametrik zorlama etkisi altındaki lineer olmayan yalpa hareketi modeli de bir ilktir. Bu model ile kıçtan ve kıç omuzluktan gelen dalgaların önemini doğru bir şekilde yansıtılmıştır. Parametrik zorlama etkisi altındaki yalpa hareketinin incelenmesi sırasında, rüzgar momentinin dalgalar tam bordadan ve dik konumda geldiğinde en büyük değerini alacak şekilde modellenmesi de yeni bir uygulama sayılabilir.

5.4 İleriki Çalışmalarda Neler Yapılabilir

Model geliştirme yönünden bu çalışmada alternatifli olarak incelenmiş bulunan faktörlerin kendi başlarına ve sistematik olarak değerlendirmesiyle parametrik zorlamalı hareket denklemlerinin daha netleştirilmesi gerekir. Bu bağlamda özellikle dalga rüzgar doğrultuları arasındaki ilinti ile dalgalardaki doğrultma kaybının (ÖGM) dalga ve gemi parametrelerine bağımlılığı önemli unsurlar olarak ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, doğrultma kaybının faz açısı da önemli bir değerlendirme unsuru olmaktadır ve ayrıca değerlendirmesi gerekebilir.

Değişik tipte birçok geminin yalpa hareketi çekirdek güvenli bölgeleri elde edilip, bu bölgelerin dışarıdan ve parametrik zorlama etkisi altındaki değişik denklem parametrelerine bağlı değişimleri incelenebilir. Elde edilen verilerle, gemi tiplerine bağlı bir stabilite kriteri oluşturulabilir.

Yalpa hareketinin diğer gemi hareketleri ile özellikle yan öteleme ve savrulmayla etkileşimlerinin hesaba katıldığı durum için, gemilerin enine stabilitesi çekirdek güvenli bölge kavramı kullanarak incelenebilir ve stabilite kriteri oluşturulmaya çalışılabilir. Özellikle salma (yanal öteleme) hareketinin yalpa üzerindeki etkisi (ön meyil yaratması dolayısıyla) ayrı bir çalışma konusu olarak düşünülebilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Bouger, P.**, 1746, Traite du Navire, de la construction et de les mouvements, Paris
- [2] **Atwood**, 1796, Disquisition on the stability of ships, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*
- [3] **Mosoley, C.**, 1850, On Dynamical Stability and the Oscillations of Floating Bodies, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*
- [4] **Barnes, F. K.**, 1861, On a New Method of Calculating the Statical and Dynamical Stabilities of a Ship, *Trans. INA*
- [5] **Froude, W.**, 1861, On the Rolling of Ships, *Trans. INA*
- [6] **Froude, W.**, 1874, On the Resistance in Rolling of Ships, *Trans. INA*
- [7] **Scribanti, A.**, 1904, On the heeling and Rolling of Ships of Small Initial Stability, *Trans. INA*
- [8] **Benjamin, J.**, 1913, Über da Mass der Stabilitat der Schiffe, *Schiffbau*
- [9] **Pierrottet, E.**, 1935, A Standart Stability of Ships, *Trans. INA*
- [10] **Rahola, J.**, 1939, The Judging of the Stability of Ships, *Trans. INA*
- [11] **Prohaska, C., W.**, 1947, Residuary Stability, *Trans. INA*
- [12] **Wendel, K.**, 1954, Stabilitatseinbupen im Seegang und durch Koksdeckslast, *Hansa*
- [13] **Grim, O.**, 1952, Rollschwingungen, Stabilitat und Sicherheit in Seegang, *Schiffstechnik*
- [14] **Grim, O.**, 1954, Zur Stabilitat der periodisch erzwungenen Rollschwingungen eines Schiffes, *Ingenieur-Archiv*
- [15] **Pauling, J. R. and Rosenberg, R. M.**, 1959, On Unstable Ship Motions Resulting from Nonlinear Couplings, *Journal of Ship Researchs*
- [16] **Hutchison, B. L.**, 1991, The Transverse Plane Motions of Ships, *Marine Technology*, **28(2)**, 55-72
- [17] **Himeno, B. L.**, 1981, Prediction of Ship Roll Damping – State of art , *University of Michigan Report*, Ann Arbor

- [18] **Nayfeh, A.H. and Mook, D.T.**, 1979. Nonlinear oscillations, John Wiley, New York.
- [19] **Nayfeh, A.H. and Khdeir, A.A.**, 1986, Nonlinear rolling of ships in regular beam seas, *International Shipbuilding Progress*, **33**, 40-49.
- [20] **Cardo, A., Francescutto, A. And Nabergoj, R.**, 1981, Effects of the angle dependent damping on the rolling motion of ships in regular beam seas, *International Shipbuilding Progress*, **27**, 1-6, 1980
- [21] **Wright, J.H.G. and Marshfield, W.B.**, 1979, Ship roll responses and capsize behaviour in beam seas, *Transactions of R.I.N.A.*, **122**, 129-145.
- [22] **Senjanovic, I.**, 1994, Harmonic analysis of nonlinear oscillations of cubical dynamical systems, *Journal of Ship Research*, **38(3)**, 225-238.
- [23] **Taylan, M.**, 2000. The effect of nonlinear damping and restoring in ship rolling, *Ocean Engineering*, **27**, 921-932
- [24] **Taylan, M.**, 2003. Static and Dynamic aspects of a capsize phenomenon, *Ocean Engineering*, **30**, 331-350
- [25] **Taylan, M.**, 1999. Solution of the nonlinear roll model by a generalized asymptotic method, *Ocean Engineering*, **26**, 1169-1181
- [26] **Grochowalski, S.**, 1989, Investigation into the Physics of Ship Capsizing by Combined Captive and Free running Model Tests, *Transactions of Society of Naval Architects and Marine Engineers*, **97**, 169-212
- [27] **Kan, M. And Taguchi, H.**, 1990, Capsizing of a ship in Quartering Wave, *Journal of Society of Naval Architects*, **167**, 49-60.
- [28] **Umeda, N. And Hamamoto, M.**, 2000, Capsize of ship models in following/quartering waves: physical experiments and nonlinear dynamics, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1883-1904
- [29] **Neves, M. A. S., Perez, N., And Lorca, O.**, 1999, Stability of small fishing vessels in longitudinal waves, *Ocean Engineering*, **26**, 1389-1419.
- [30] **Spyrou, K. J. And Cotton, B.**, 2001, An Experimental Study of Nonlinear Behaviour in Roll and Capsize, *International Shipbuilding Progress*, **48(1)**, 5-18.
- [31] **Neves, M. A. S., Perez, N., And Lorca, O.**, , 2003, Analysis of roll motion and stability of fishing vessel in head seas, *Ocean Engineering*, **30**, 921-935.
- [32] **Soliman, M. , And Thompson, J.M.T.**, 1991, Transient and steady state analysis of capsize phenomena, *Applied Ocean Research*, **13**, 82-92
- [33] **Falzarano, J. M.**, 1990, Predicting Complicated Dynamics Leading to Vessel Capsizing, *Ph.D. Thesis*, University of Michigan, Ann Arbor
- [34] **Kan, M. And Taguchi, H.**, 1991, Chaos and Fractals in Asymmetric Capsize Equation, *Journal of Society of Naval Architects*, **169**, 49-60. 63-71

- [35] **Hsieh, S.R., Troesch, A.W. And Shaw, S.W.**, 1994, A Nonlinear Probabilistic Method for Predicting Vessel Capsizing in Random Beam Seas, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **446**, 1-17
- [36] **Jiang, C.**, 1995, Highly Nonlinear Rolling Motion Leading to Capsize, *Ph.D. Thesis*, University of Michigan, Ann Arbor
- [37] **Jiang, C., Troesch, A.W. And Shaw, S.W.**, 1996, Highly Nonlinear Roll Motion of Biased Ships in Random Beam Seas, *Journal of Ship Research*, **40(2)**, 125-135
- [38] **Scolan, Y., M.**, 1997, Technical note on ship rolling associated to high degree polynomial restoring moment using the Melnikov Method, *Applied Ocean Research*, **19**, 225-234
- [39] **Spyrou, K.J.**, 2001, Methods for development of rational capsizing criteria, New Directions in ship stability research Turk Loydu Yayınları, İstanbul
- [40] **Spyrou, K. J., Cotton, B. and Gurd, B.**, 2002, Analytical expressions of capsizing boundary for a ship with roll bias in beam seas, *Journal of Ship Research*, **46(3)**, 167-174.
- [41] **Arnold, L., Chueshov, I. and Gunter, O.**, 2004, Stability and Capsizing of Ships in Random Sea- a Survey, *Nonlinear Dynamics*, **36**, 135-179
- [42] **McCue, L. S.**, 2004, Chaotic Vessel Motions and Capsizing in Beam Seas, *Ph.D. Thesis*, University of Michigan, Ann Arbor
- [43] **McCue, L. S.**, 2005, Applications of Finite-Time Lyapunov Exponents to the Study of Capsizing in Beam Seas, 8th International Ship Stability Workshop, İstanbul
- [44] **Reuter, G. E. H.**, 1951, Boundedness Theorems for Non-Linear Differential Equations of Second Order, *Proc. Camb. Philos. Soc.*, **47**, 49-54
- [45] **LaSalle, J. P.**, 1960, Some Extension of Liapunov's Second Method, *IRE Transactions of Circuit Theory*, **7**, 520-527
- [46] **Yoshizawa, T.**, 1959, Liapunov's Function and Boundedness of Solutions, *Funkcialaj Ekvacioj*, **2**, 95-142
- [47] **Yoshizawa, T.**, 1960, Existence of a bounded solution and existence of a periodic solution of the differential equation of the second order, *Memoirs of The College of Sci. Uni.of Kyoto Series A*, **33**, 301-308
- [48] **Odabaşı, A.Y.**, 1977, Ultimate Stability of Ships, *Trans. RINA*, **119**, 237-262
- [49] **Odabaşı, A.Y.**, 1978, Conceptual understanding of the stability theory of ships, *Schifftechnik*, **25**, 1-18
- [50] **Odabaşı, A.Y.**, 1978, Techniques for assessing stability of ships and other floating objects, ITU Yayınları, İstanbul

- [51] **Ozkan, R.I.**, 1981, Total(Practical) Stability of Ships, *Ocean Engineering*, **8**, 921-935.
- [52] **Caldeira, F.**, 1986, The boundedness of Lienard Equation arising in the theory of ship rolling, *I.M.A.*, **36**, 126-139.
- [53] **Stell, D., Aldwinckle, D. and Craven, P.**, 1995, Report of the re-opened formal investigation into the loss of the *fv gaul*, London
- [54] **Dahle A.E. And Kjarland O.**, 1979, The Capsizing of M/S Helland Hansen, *Trans. RINA*, **121**, 51-71
- [55] **Bogoliubov N.N. and Mitropolsky, Y.A.**, 1961, Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations, Interscience, New York
- [56] **Hindmarsch, A.C.**, 1982, ODEPACK, A systemized Collection of ODE Solvers. Tech. Rept. UCRL-88007. Lawrence Livermore National Laboratory.
- [57] **Kerwin, J.E.** , 1955, Notes on rolling in longitudinal waves, *International Shipbuilding Progress*, **2**, 597-614
- [58] **Hanyaloğlu, H.**, 1966, Stability of ships in longitudinal waves and the determination of stability by equivalent section method, ITU Yayınları, İstanbul
- [59] **Biran, A.B.**, 2003, Ship Hydrostatics and Stability, Butterworth Heinemann, Oxford.
- [60] **Blocki, W.**, 1980, Ship safety in connection with parametric resonance of the roll, *International Shipbuilding Progress*, **27**, 36-53
- [61] **Sanchez, N.E. and Nayfeh, A.H.**, 1990, Nonlinear rolling motions of ships in longitudinal waves, *International Shipbuilding Progress*, **37**, 247-272
- [62] **Sanchez, N.E. and Nayfeh, A.H.**, 1997, Global behavior of a biased nonlinear oscillator under external and parametric excitations, *Journal of Sound and Vibration*, **207(2)**, 137-149
- [63] **Hashimoto, H. and Umeda, N.**, 2004, Nonlinear analysis of parametric rolling in longitudinal and quartering seas with realistic modeling of roll-restoring moment, *Journal of Marine Science and Technology*, **9**, 117-126
- [64] **Hashimoto, H., Umeda, N., Vassalos, D. and Urano, S.**, 2004, Nonlinear dynamics on parametric roll resonance with realistic numerical modelling, *International Shipbuilding Progress*, **51(2)**, 205-220
- [65] **Bulian, G., Francescutto, A. and Lugni C.**, 2003, On the nonlinear modelling of parametric rolling in regular and irregular waves, STAB 2003, Madrid
- [66] **Bulian, G.**, 2004, Approximate analytical response curve for a parametrically excited highly nonlinear 1-DOF system with an application to ship roll

motion prediction, *Nonlinear Analysis: Real World Application.*, **5**, 725-748

- [67] **Bulian, G., Francescutto, A. and Lugni C.**, 2005, On the nonlinear modelling of parametric rolling in regular and irregular waves, *International Shipbuilding Progress*, **51(3)**, 173-203
- [68] **Bulian, G.**, 2006, Nonlinear parametric rolling in regular waves: An approximate analytical solution for the response curve in the region of first parametric resonance, *Journal of Ship Research*, **50(3)**, 239-249
- [69] **Pauling, J.R.**, 2006, Parametric Rolling of Ships—Then and Now, STAB 2006, Rio De Janeiro-Brazil
- [70] **Feat, G.R., Jones, D.G. and Marshfield W.B.**, 1983, Capsizing with additional heeling-Stochastic Criterion for highly nonlinear roll motion, *Trans. RINA*, **125**, 1-11

EK A

Çok Katlı Ölçek Yöntemi ile Yaklaşık Çözümün Bulunması

Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarında ise

Zamana göre alınmış türev birden fazla değişkene bağlı değişkene göre alınıp, yalpa hareketi denkleminde x yerine $x=x_0+\varepsilon x_1+\varepsilon^2 x_2$ konulup, aynı mertebeden ε katsayılı terimler bir araya getirilirse aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = \frac{F}{2} \left[e^{\frac{i\omega_0 T_0}{2}} e^{\frac{i\sigma T_1}{2}} + e^{-\frac{i\omega_0 T_0}{2}} e^{-\frac{i\sigma T_1}{2}} \right] \quad (A.1)$$

$$\varepsilon^1 : D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - \mu D_0 x_0 + d x_0^2 + g x_0^3 \quad (A.2)$$

$$\varepsilon^2 : D_0^2 x_2 + \omega_0^2 x_2 = -2D_0 D_1 x_1 - 2D_0 D_2 x_0 - D_1^2 x_0 - \mu D_0 x_1 - \mu D_1 x_0 + 2d x_0 x_1 + 3g x_0^2 x_1 \quad (A.3)$$

ε^1 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

Bu durumda sadece Denklem A.1 ve A.2 incelenecektir. Denklem A.1'in çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$x_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + \overline{A}(T_1) e^{-i\omega_0 T_0} + B(T_1) e^{\frac{i\omega_0 T_0}{2}} + \overline{B}(T_1) e^{-\frac{i\omega_0 T_0}{2}}$$

$$A(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{i\beta(T_1)}, \overline{A}(T_1) = \frac{1}{2} \overline{a}(T_1) e^{-i\beta(T_1)}, B(T_1) = \frac{2F}{3\omega_0^2} e^{\frac{i\sigma T_1}{2}}, \overline{B}(T_1) = \frac{2F}{3\omega_0^2} e^{-\frac{i\sigma T_1}{2}}$$

Denklem A.2'de, x_0 çözümü yerine konulduğu zaman yeni bir diferansiyel denklem elde edilir. Elde edilen bu diferansiyel denklemde, harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için denklemin sağ tarafındaki $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayıları, sıfıra eşitlenmelidir.

$$-2i\omega_0 (D_1 A) - i\mu \omega_0 A + dB^2 + 6AB\overline{B}g + 3\overline{A}A^2 g = 0 \quad (A.4)$$

$$2i\omega_0 (D_1 \overline{A}) + i\mu \omega_0 \overline{A} + d\overline{B}^2 + 6\overline{A}B\overline{B}g + 3A\overline{A}^2 g = 0 \quad (A.5)$$

A, $\bar{A}$, B ve $\bar{B}$ 'nin değeri yerlerine konursa denklem A.6 ve A.7'de gösterilen ifadeler elde edilir..

$$-ia' + a\beta' - i\frac{\mu}{2}a + \frac{4dF^2}{9\omega_0^5}e^{i(\sigma T_1 - \beta)} + \frac{4gF^2}{3\omega_0^5}a + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 = 0 \quad (A.6)$$

$$ia' + a\beta' + i\frac{\mu}{2}a + \frac{4dF^2}{9\omega_0^5}e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} + \frac{4gF^2}{3\omega_0^5}a + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 = 0 \quad (A.7)$$

Denklem A.6 ve Denklem A.7 taraf tarafa toplanırrsa denklem A.8, denklem A.7'den denklem A.8 çıkartılırsa denklem A.9 elde edilir.

$$2a\beta' + \frac{4df^2}{9\omega_0^5}[e^{i(\sigma T_1 - \beta)} + e^{-i(\sigma T_1 - \beta)}] + \frac{8gf^2}{3\omega_0^5}a + \frac{3g}{4\omega_0}a^3 = 0 \quad (A.8)$$

$$2ia' + i\mu a + \frac{4df^2}{9\omega_0^5}[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} - e^{i(\sigma T_1 - \beta)}] = 0 \quad (A.9)$$

Denklem A.8'in her iki tarafı ikiye bölünüp, denklem A.9'un her iki tarafı i/2 ile çarpılırsa denklem A.10 ve denklem A.11 elde edilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} + \frac{4df^2}{9\omega_0^5}\sin(\sigma T_1 - \beta) \quad (A.10)$$

$$a\beta' = -\frac{4df^2}{9\omega_0^5}\cos(\sigma T_1 - \beta) - \frac{4agf^2}{3\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (A.11)$$

$\sigma T_1 - \beta = \gamma$ ve $\beta' = \sigma - \gamma'$ dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} + \frac{4df^2}{9\omega_0^5}\sin(\gamma) \quad (A.12)$$

$$a\sigma - a\gamma' = -\frac{4df^2}{9\omega_0^5}\cos(\gamma) - \frac{4agf^2}{3\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (A.13)$$

ϵ^2 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

Denklem A.1 ile gösterilen ϵ^0 mertebesindeki diferansiyel denklemin çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$x_0 = A(T_1, T_2) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) e^{-i\omega_0 T_0} + B(T_1) e^{\frac{i\omega_0 T_0}{2}} + \bar{B}(T_1) e^{-\frac{i\omega_0 T_0}{2}} \quad (\text{A.14})$$

$$A(T_1, T_2) = \frac{1}{2} a(T_1, T_2) e^{i\beta(T_1, T_2)}, \quad \bar{A}(T_1, T_2) = \frac{1}{2} \bar{a}(T_1, T_2) e^{-i\beta(T_1, T_2)}, \quad B(T_1) = \frac{2f}{3\omega_0^2} e^{\frac{i\sigma T_1}{2}},$$

$$\bar{B}(T_1) = \frac{2f}{3\omega_0^2} e^{-\frac{i\sigma T_1}{2}}$$

Denklem A.2'de x_0 çözümü yerine konulup, harmonikliği bozan terimlerin katsayısı sıfıra eşitlenip yok edildikten sonra denklem A.15 elde edilir.

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & 2A\bar{A}d + 2B\bar{B}d + 3A\bar{B}^2g + 3\bar{A}B^2g \\ & + e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} \left[\frac{f\sigma}{3\omega_0} e^{\frac{i\sigma T_1}{2}} - \frac{i\mu\omega_0}{2} B + 2A\bar{B}d + 6A\bar{A}Bg + 3B^2\bar{B}g \right] \\ & + e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} \left[\frac{f\sigma}{3\omega_0} e^{-\frac{i\sigma T_1}{2}} + \frac{i\mu\omega_0}{2} \bar{B} + 2\bar{A}Bd + 6A\bar{A}\bar{B}g + 3\bar{B}^2Bg \right] \quad (\text{A.15}) \\ & + e^{\frac{3i\omega_0 t}{2}} [2A\bar{B}d + 3A^2\bar{B}g + B^3g] + e^{2i\omega_0 t} [A^2d + 3AB^2g] \\ & + e^{-\frac{3i\omega_0 t}{2}} [2\bar{A}\bar{B}d + 3\bar{A}^2Bg + \bar{B}^3g] + e^{-2i\omega_0 t} [\bar{A}^2d + 3\bar{A}\bar{B}^2g] \\ & + e^{\frac{5i\omega_0 t}{2}} [3A^2Bg] + e^{-\frac{5i\omega_0 t}{2}} [3\bar{A}^2\bar{B}g] + e^{3i\omega_0 t} [A^3g] + e^{-3i\omega_0 t} [\bar{A}^3g] \end{aligned}$$

Yukarıdaki denklem aşağıdaki gibi daha kompakt bir şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & u_0 + u_1 e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} + u_2 e^{\frac{3i\omega_0 t}{2}} + u_3 e^{2i\omega_0 t} + u_4 e^{\frac{5i\omega_0 t}{2}} + u_5 e^{3i\omega_0 t} \\ & + v_1 e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} + v_2 e^{-\frac{3i\omega_0 t}{2}} + v_3 e^{-2i\omega_0 t} + v_4 e^{-\frac{5i\omega_0 t}{2}} + v_5 e^{-3i\omega_0 t} \quad (\text{A.16}) \end{aligned}$$

Denklem A.16 ile gösterilen diferansiyel denklemin özel çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} x_1 = & R_0 + R_1 e^{\frac{i\omega_0 T_0}{2}} + R_2 e^{\frac{3i\omega_0 T_0}{2}} + R_3 e^{2i\omega_0 T_0} + R_4 e^{\frac{5i\omega_0 T_0}{2}} + R_5 e^{3i\omega_0 T_0} \\ & + \Psi_1 e^{-\frac{i\omega_0 T_0}{2}} + \Psi_2 e^{-\frac{3i\omega_0 T_0}{2}} + \Psi_3 e^{-2i\omega_0 T_0} + \Psi_4 e^{-\frac{5i\omega_0 T_0}{2}} + \Psi_5 e^{-3i\omega_0 T_0} \quad (\text{A.17}) \end{aligned}$$

Burada ;

$$R_0 = \frac{u_0}{\omega_0^2}, R_1 = \Psi_1 = \frac{4u_1}{3\omega_0^2}, R_2 = \Psi_2 = -\frac{4u_2}{5\omega_0^2}, R_3 = \Psi_3 = -\frac{u_3}{5\omega_0^2}$$

$$R_4 = \Psi_4 = -\frac{4u_4}{21\omega_0^2}, R_5 = \Psi_5 = -\frac{u_5}{8\omega_0^2}$$

x_0 ve x_1 çözümleri denklem A.3'de yerine yerleştirilirse yeni bir diferansiyel denklem elde edilir. Elde edilen bu denklemde harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için denklemin sağ tarafındaki $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayıları sıfıra eşitlenmelidir.

$$\begin{aligned} & -2i\omega_0 D_2 A - D_1^2 A - \mu D_1 A + 2dAR_0 + 2d\bar{A}R_3 + 2dBR_1 + 2d\bar{B}R_2 \\ & + 3g\bar{A}^2 R_5 + 6AB\Psi_1 g + 6A\bar{B}R_1 g + 6\bar{A}BR_2 g + 3\bar{B}^2 R_3 g + 6\bar{A}\bar{B}R_4 g \\ & + 3B^2 R_0 g = 0 \end{aligned} \quad (A.18)$$

$$\begin{aligned} & 2i\omega_0 D_2 A - D_1^2 \bar{A} - \mu D_1 \bar{A} + 2d\bar{A}R_0 + 2dA\Psi_3 + 2d\bar{B}\Psi_1 + 2dB\Psi_2 \\ & + 3gA^2 \Psi_5 + 6\bar{A}\bar{B}R_1 g + 6\bar{A}B\Psi_1 g + 6A\bar{B}\Psi_2 g + 3B^2 \Psi_3 g + 6AB\Psi_4 g \\ & + 3\bar{B}^2 R_0 g = 0 \end{aligned} \quad (A.19)$$

Denklem A.18'den $-2i\omega_0 D_2 A$, denklem A.19'dan $-2i\omega_0 D_2 \bar{A}$ çekilip, gerekli açılımlar yapılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned} -2i\omega_0 D_2 A = & -\frac{1}{8}a\mu^2 e^{i\beta} - \frac{1112df^4g}{405\omega_0^{10}} e^{i\sigma T_1} - \frac{56af^4g^2}{9\omega_0^{10}} e^{i\beta} - \frac{184ad^2f^2}{135\omega_0^6} e^{i\beta} \\ & - \frac{56af^4g^2}{135\omega_0^{10}} e^{i(2\sigma T_1 - \beta)} - \frac{113a^2df^2g}{30\omega_0^6} e^{i\sigma T_1} - \frac{103a^2df^2g}{60\omega_0^6} e^{-i(\sigma T_1 - 2i\beta)} \\ & - \frac{339a^3f^2g^2}{70\omega_0^6} e^{i\beta} + \frac{13idf^2\mu}{27\omega_0^5} e^{i\sigma T_1} - \frac{10df^2\sigma}{27\omega_0^5} e^{i\sigma T_1} - \frac{16af^2g\sigma}{9\omega_0^5} e^{i\beta} \\ & - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^2} e^{i\beta} - \frac{15a^5g^2}{256\omega_0^2} e^{i\beta} + \frac{3ia^3g\mu}{16\omega_0} e^{i\beta} \end{aligned} \quad (A.20)$$

$$\begin{aligned} -2i\omega_0 D_2 \bar{A} = & \frac{1}{8}a\mu^2 e^{-i\beta} + \frac{1112df^4g}{405\omega_0^{10}} e^{-i\sigma T_1} + \frac{56af^4g^2}{9\omega_0^{10}} e^{-i\beta} + \frac{184ad^2f^2}{135\omega_0^6} e^{-i\beta} \\ & + \frac{56af^4g^2}{135\omega_0^{10}} e^{-i(2\sigma T_1 - \beta)} + \frac{113a^2df^2g}{30\omega_0^6} e^{-i\sigma T_1} + \frac{10df^2\sigma}{27\omega_0^5} e^{-i\sigma T_1} \\ & + \frac{103a^2df^2g}{60\omega_0^6} e^{i(\sigma T_1 - 2i\beta)} + \frac{339a^3f^2g^2}{70\omega_0^6} e^{-i\beta} + \frac{13idf^2\mu}{27\omega_0^5} e^{-i\sigma T_1} \\ & + \frac{16af^2g\sigma}{9\omega_0^5} e^{-i\beta} + \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^2} e^{-i\beta} + \frac{15a^5g^2}{256\omega_0^2} e^{-i\beta} + \frac{3ia^3g\mu}{16\omega_0} e^{-i\beta} \end{aligned} \quad (A.21)$$

$2i\omega_0 \frac{dA}{dt}$ ve $2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt}$ 'nin zamana göre alınmış türevi zincir kuralı kullanarak aşağıdaki gibi çok bağımsız değişkene göre alınabilir.

$$-2i\omega_0 \frac{dA}{dt} = -2i\omega_0 D_0 A - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 A - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A \quad (\text{A.22})$$

$$-2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt} = -2i\omega_0 D_0 \bar{A} - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A} \quad (\text{A.23})$$

Yukarıdaki ifadeler denklem A.24 ve A.25'deki gibi yazılabilir.

$$(i\dot{a} - a\dot{\beta}) = \frac{e^{-i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 A + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A) \quad (\text{A.24})$$

$$(i\dot{a} + a\dot{\beta}) = \frac{e^{i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A}) \quad (\text{A.25})$$

Denklem A.24 ve denklem A.25 taraf tarafa toplanıp $-i/2$ ile çarpılırsa denklem A.26, denklem A.25'den denklem A.24 çıkartılıp ikiye bölünürse denklem A.27 elde edilir.

$$\dot{a} = -\frac{i}{2} \left[\frac{e^{i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A}) + \frac{e^{-i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 A + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A) \right] \quad (\text{A.26})$$

$$a\dot{\beta} = \frac{1}{2} \left[\frac{e^{i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A}) - \frac{e^{-i\beta}}{\omega_0} (\varepsilon 2i\omega_0 D_1 A + \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A) \right] \quad (\text{A.27})$$

$2i\omega_0 D_1 A$, $2i\omega_0 D_1 \bar{A}$, $2i\omega_0 D_2 A$ ve $2i\omega_0 D_2 \bar{A}$ 'nin değerleri, denklem A.26 ve A.27'de yerleştirilip, $\sigma\tau - \beta = \gamma$, $\dot{\beta} = \varepsilon\sigma - \dot{\gamma}$ dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = & -\frac{\mu a}{2} \varepsilon + \frac{556 dg F^4}{405 \omega_0^{11}} \varepsilon^2 \sin \gamma + \frac{28 a F^4 g^2}{135 \omega_0^{11}} \varepsilon^2 \sin 2\gamma + \frac{41 a^2 dg F^2}{40 \omega_0^7} \varepsilon^2 \sin \gamma \\ & + \frac{5 d F^2 \sigma}{27 \omega_0^6} \varepsilon^2 \sin \gamma - \frac{13 d F^2 \mu}{54 \omega_0^6} \varepsilon^2 \cos \gamma - \frac{3 a^3 g \mu}{16 \omega_0^2} \varepsilon^2 + \frac{2 d F^2}{9 \omega_0^5} \varepsilon \sin \gamma \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned}
a\varepsilon\sigma - a\dot{\gamma} = & -\frac{4aF^2g}{3\omega_0^5}\varepsilon - \frac{3a^3g}{8\omega_0}\varepsilon - \frac{184ad^2F^2}{135\omega_0^7}\varepsilon^2 - \frac{16aF^2g\sigma}{9\omega_0^6}\varepsilon^2 - \frac{15a^5g^2}{256\omega_0^3}\varepsilon^2 \\
& - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^3}\varepsilon^2 - \frac{a\mu^2}{8\omega_0}\varepsilon^2 - \frac{556dgF^4}{405\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{28aF^4g^2}{135\omega_0^{11}}\varepsilon^2 \cos 2\gamma \\
& - \frac{329a^2dgF^2}{120\omega_0^7}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{5dF^2\sigma}{27\omega_0^6}\varepsilon^2 \cos\gamma - \frac{13dF^2\mu}{54\omega_0^6}\varepsilon^2 \sin\gamma \\
& - \frac{56aF^4g^2}{9\omega_0^{11}}\varepsilon^2 - \frac{2dF^2}{9\omega_0^5}\varepsilon \cos\gamma
\end{aligned} \tag{A.29}$$

x_0 ve x_1 çözümleri $x = x_0 + \varepsilon x_1 + O(\varepsilon^2)$ ifadesinde yerlerine konup gerekli açılımlar yapılırsa denklem A.30 ile gösterilen ε^2 hata mertebesine sahip çözüm elde edilir.

$$\begin{aligned}
x = & a \cos[(\omega_0 + \varepsilon\sigma)t - \gamma] + \frac{4F}{3\omega_0^2} \cos\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon\sigma}{2}t\right) \\
& + \varepsilon \left\{ \frac{8dF^2}{9\omega_0^6} + \frac{4aF^2g}{3\omega_0^6} \cos\gamma + \left(\frac{64F^3g}{27\omega_0^8} + \frac{8a^2Fg}{3\omega_0^4} + \frac{8F\sigma}{9\omega_0^3} \right) \cos\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon\sigma}{2}t\right) \right. \\
& + \frac{a^2d}{2\omega_0^2} + \frac{8F\mu}{9\omega_0^3} \sin\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon\sigma}{2}t\right) + \frac{16adF}{9\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + \varepsilon\sigma}{2}t - \gamma\right)\right] \\
& - \frac{64F^3g}{135\omega_0^8} \cos\left(\frac{\omega_0 + 3\varepsilon\sigma}{2}t\right) - \left(\frac{16adF}{15\omega_0^4} + \frac{4aF^2g}{9\omega_0^6} \right) \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 3\varepsilon\sigma}{2}t - \gamma\right)\right] \\
& - \frac{4a^2Fg}{5\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 4\varepsilon\sigma}{2}t - 2\gamma\right)\right] - \frac{4a^2Fg}{21\omega_0^4} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 5\varepsilon\sigma}{2}t - 2\gamma\right)\right] \\
& \left. - \frac{a^3g}{32\omega_0^2} \cos\left[\left(\frac{\omega_0 + 6\varepsilon\sigma}{2}t - 3\gamma\right)\right] \right\} + O(\varepsilon^2)
\end{aligned} \tag{A.30}$$

Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındaysa

Denklem 3.8 ile gösterilen yalpa hareketi denkleminde, lineer sönümün, doğrultma momentinin kuadratik ve kübik katsayısının ε mertebesinde olduğunu kabul edip, zorlama frekansı yerine $\Omega = 2\omega_0 + \varepsilon\sigma$ yazarsak inceleyeceğimiz yalpa hareketi denklemini aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon(\mu\dot{x} - dx^2 - gx^3) = F[e^{i(2\omega_0 t + \varepsilon\sigma t)} + e^{-i(2\omega_0 t + \varepsilon\sigma t)}] \tag{A.31}$$

Zamana göre alınmış türev birden fazla değişkene bağlı değişkene göre alınıp, elde edilen yeni diferansiyel denklemde x yerine $x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2$ konup, ε katsayılı terimler bir araya getirilirse aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = \frac{F}{2} \left[e^{2i\omega_0 T_0} e^{i\varepsilon T_1} + e^{-2i\omega_0 T_0} e^{-i\varepsilon T_1} \right] \quad (A.32)$$

$$\varepsilon^1 : D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - \mu D_0 x_0 + d x_0^2 + g x_0^3 \quad (A.33)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : D_0^2 x_2 + \omega_0^2 x_2 = & -2D_0 D_1 x_1 - 2D_0 D_2 x_0 - D_1^2 x_0 - \mu D_0 x_1 \\ & - \mu D_1 x_0 + 2d x_0 x_1 + 3g x_0^2 x_1 \end{aligned} \quad (A.34)$$

ε^1 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

Denklem A.32'nin çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$x_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega_0 T_0} + B(T_1) e^{2i\omega_0 T_0} + \bar{B}(T_1) e^{-2i\omega_0 T_0} \quad (A.35)$$

Burada;

$$A(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{i\beta(T_1)}, \bar{A}(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{-i\beta(T_1)}, B(T_1) = -\frac{F}{6\omega_0^2} e^{i\sigma T_1}, \bar{B}(T_1) = -\frac{F}{6\omega_0^2} e^{-i\sigma T_1}$$

Denklem A.33'de x_0 çözümü yerine konulduğu zaman yeni bir diferensiyel denklem elde edilir. Bu denklemin sağ tarafındaki harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayıları sıfıra eşitlenmelidir.

$$-2i\omega_0 (D_1 A) - i\mu \omega_0 A + 2\bar{A} B d + 6A \bar{B} \bar{B} g + 3\bar{A} A^2 g = 0 \quad (A.36)$$

$$2i\omega_0 (D_1 \bar{A}) + i\mu \omega_0 \bar{A} + 2A \bar{B} d + 6\bar{A} B \bar{B} g + 3A \bar{A}^2 g = 0 \quad (A.37)$$

A ve $\bar{A}$ 'nin değeri denklem A.36 ve A.37'de yerlerine yerleştirilirse aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$-ia' + a\beta' - i\frac{\mu}{2}a + \frac{d}{\omega_0}aB e^{-2i\beta} + \frac{3g}{\omega_0}aB\bar{B} + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 = 0 \quad (A.38)$$

$$ia' + a\beta' + i\frac{\mu}{2}a + \frac{d}{\omega_0}aB e^{2i\beta} + \frac{3g}{\omega_0}aB\bar{B} + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 = 0 \quad (A.39)$$

Denklem A.38 ve denklem A.39 taraf tarafa toplanırsa denklem A.40, denklem A.38'den denklem A.39 çıkartılırsa denklem A.41 elde edilir.

$$2a\beta' + \frac{d}{\omega_0} a(Be^{-2i\beta} + \bar{B}e^{2i\beta}) + \frac{6g}{\omega_0} aB\bar{B} + \frac{3g}{4\omega_0} a^3 = 0 \quad (A.40)$$

$$-2ia' - i\mu a + \frac{d}{\omega_0} a(Be^{-2i\beta} - \bar{B}e^{2i\beta}) = 0 \quad (A.41)$$

Denklem A.40'ın her iki tarafı ikiye bölünüp, B ve $\bar{B}$ değerleri yerlerine yazılıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa denklem A.42 elde edilir. Benzer şekilde denklem A.41'in her iki tarafı i/2 ile çarpılıp gerekli dönüşümler yapılırsa denklem A.43 elde edilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} - \frac{daF}{12\omega_0^3} \sin(\sigma T_1 - 2\beta) \quad (A.42)$$

$$a\beta' = \frac{daF}{12\omega_0^3} \cos(\sigma T_1 - 2\beta) - \frac{agf^2}{12\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (A.43)$$

$\sigma T_1 - 2\beta = \gamma$ ve $\beta' = \frac{\sigma - \gamma'}{2}$ dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} - \frac{daF}{12\omega_0^3} \sin(\gamma) \quad (A.44)$$

$$\frac{a\sigma}{2} - \frac{a\gamma'}{2} = \frac{daF}{12\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{agF^2}{12\omega_0^5} - \frac{3a^3g}{8\omega_0} \quad (A.45)$$

Çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen ε^1 Hata mertebesine sahip yaklaşık çözüm aşağıda gösterilmiştir.

$$x = a \cos\left(\frac{\Omega t - \gamma}{2}\right) - \frac{F}{3\omega_0^2} \cos(\Omega t) + O(\varepsilon) \quad (A.46)$$

ε^2 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

Lineer sönümün, doğrultma momentinin kuadratik ve kübik katsayısının ε mertebesinde olduğunu kabul ettiğimiz denklem A.31 ile gösterdiğimiz yalpa hareketi denkleminde, zamana göre alınmış türev birden fazla değişkene bağlı değişkene göre alınıp, elde edilen yeni diferansiyel denklemlerde x yerine $x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2$ konulup, ε katsayılı terimler bir araya getirilirse aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = \frac{F}{2} [e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}] \quad (A.47)$$

$$\varepsilon^1 : D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - \mu D_0 x_0 + d x_0^2 + g x_0^3 \quad (A.48)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : D_0^2 x_2 + \omega_0^2 x_2 = & -2D_0 D_1 x_1 - 2D_0 D_2 x_0 - D_1^2 x_0 - \mu D_0 x_1 \\ & - \mu D_1 x_0 + 2d x_0 x_1 + 3g x_0^2 x_1 \end{aligned} \quad (A.49)$$

Denklem A.47'nin çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$x_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega_0 T_0} + B \left(e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0} \right) \quad (A.50)$$

$$\text{Burada, } A(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{i\beta(T_1)}, \bar{A}(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{-i\beta(T_1)}, B = \frac{F}{2(\omega_0^2 - \Omega^2)}$$

Denklem A.48'de, x_0 çözümü yerine konulursa denklem A.51 elde edilir.

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & 2A\bar{A}d + 2B^2 d + 3A^2 B g e^{-i\sigma T_1} + 3\bar{A}^2 B g e^{i\sigma T_1} \\ & + e^{i\omega_0 t} \left[-2i\omega_0 D_1 A - i\mu\omega_0 A + 2\bar{A}B d e^{i\sigma T_1} + 3A^2 \bar{A} g + 6AB^2 g \right] \\ & + e^{-i\omega_0 t} \left[2i\omega_0 D_1 \bar{A} + i\mu\omega_0 \bar{A} + 2AB d e^{-i\sigma T_1} + 3A\bar{A}^2 g + 6\bar{A}B^2 g \right] \\ & + e^{2i\omega_0 t} \left[-i\Omega\mu B e^{i\sigma T_1} + A^2 d + 6A\bar{A}B g e^{i\sigma T_1} + 3B^3 g e^{i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{-2i\omega_0 t} \left[i\Omega\mu B e^{-i\sigma T_1} + \bar{A}^2 d + 6A\bar{A}B g e^{-i\sigma T_1} + 3B^3 g e^{-i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{3i\omega_0 t} \left[2AB d e^{i\sigma T_1} + bA^3 + 3\bar{A}B^2 g e^{2i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{-3i\omega_0 t} \left[2\bar{A}B d e^{-i\sigma T_1} + b\bar{A}^3 + 3AB^2 g e^{-2i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{4i\omega_0 t} \left[dB^2 e^{2i\sigma T_1} + 3A^2 B g e^{i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{-4i\omega_0 t} \left[d\bar{B}^2 e^{2i\sigma T_1} + 3A^2 B g e^{i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{5i\omega_0 t} \left[3AB^2 g e^{2i\sigma T_1} \right] + e^{-5i\omega_0 t} \left[3\bar{A}B^2 g e^{-2i\sigma T_1} \right] \\ & + e^{6i\omega_0 t} \left[B^3 g e^{2i\sigma T_1} \right] + e^{-6i\omega_0 t} \left[B^3 g e^{-2i\sigma T_1} \right] \end{aligned} \quad (A.51)$$

Denklem A.51'in sağ tarafındaki harmonikliği bozan $e^{i\omega_0 t}$ ve $e^{-i\omega_0 t}$ 'li terimlerin katsayıları sıfıra eşitlenirse denklem A.54 elde edilir.

$$-2i\omega_0 D_1 A - i\mu\omega_0 A + 2\bar{A}B d e^{i\sigma T_1} + 3A^2 \bar{A} g + 6AB^2 g = 0 \quad (A.52)$$

$$2i\omega_0 D_1 \bar{A} + i\mu\omega_0 \bar{A} + 2AB d e^{-i\sigma T_1} + 3A\bar{A}^2 g + 6\bar{A}B^2 g = 0 \quad (A.53)$$

$$\begin{aligned}
D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & 2A\bar{A}d + 2B^2 d + 3A^2 Bge^{-i\sigma T_1} + 3\bar{A}^2 Bge^{i\sigma T_1} \\
& + e^{2i\omega_0 t} \left[-i\Omega\mu B e^{i\sigma T_1} + A^2 d + 6A\bar{A}Bge^{i\sigma T_1} + 3B^3 ge^{i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{-2i\omega_0 t} \left[i\Omega\mu B e^{-i\sigma T_1} + \bar{A}^2 d + 6A\bar{A}Bge^{-i\sigma T_1} + 3B^3 ge^{-i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{3i\omega_0 t} \left[2ABde^{i\sigma T_1} + bA^3 + 3\bar{A}B^2 ge^{2i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{-3i\omega_0 t} \left[2\bar{A}Bde^{-i\sigma T_1} + b\bar{A}^3 + 3AB^2 ge^{-2i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{4i\omega_0 t} \left[dB^2 e^{2i\sigma T_1} + 3A^2 Bge^{i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{-4i\omega_0 t} \left[dB^2 e^{2i\sigma T_1} + 3A^2 Bge^{i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{5i\omega_0 t} \left[3AB^2 ge^{2i\sigma T_1} \right] + e^{-5i\omega_0 t} \left[3\bar{A}B^2 ge^{-2i\sigma T_1} \right] \\
& + e^{6i\omega_0 t} \left[B^3 ge^{2i\sigma T_1} \right] + e^{-6i\omega_0 t} \left[B^3 ge^{-2i\sigma T_1} \right]
\end{aligned} \tag{A.54}$$

Denklem A.54 aşağıdaki gibi daha kompakt bir şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & \Gamma + \Psi e^{2i\omega_0 t} + \bar{\Psi} e^{-2i\omega_0 t} + \Lambda e^{3i\omega_0 t} + \bar{\Lambda} e^{-3i\omega_0 t} + N e^{4i\omega_0 t} + \bar{N} e^{4i\omega_0 t} \\
& + K e^{5i\omega_0 t} + \bar{K} e^{-5i\omega_0 t} + P e^{6i\omega_0 t} + \bar{P} e^{-6i\omega_0 t}
\end{aligned} \tag{A.55}$$

Denklem A.55 ile gösterilen diferansiyel denklemin özel çözümü, denklem A.56'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
x_1 = & a_{11} + a_1 e^{2i\omega_0 T_0} + a_2 e^{-2i\omega_0 T_0} + a_3 e^{3i\omega_0 T_0} + a_4 e^{-3i\omega_0 T_0} + a_5 e^{4i\omega_0 T_0} \\
& + a_6 e^{-4i\omega_0 T_0} + a_7 e^{5i\omega_0 T_0} + a_8 e^{-5i\omega_0 T_0} + a_9 e^{6i\omega_0 T_0} + a_{10} e^{-6i\omega_0 T_0}
\end{aligned} \tag{A.56}$$

Burada ;

$$\begin{aligned}
a_1 = & -\frac{\Psi}{3\omega_0^2}, a_2 = -\frac{\bar{\Psi}}{3\omega_0^2}, a_3 = -\frac{\Lambda}{8\omega_0^2}, a_4 = -\frac{\bar{\Lambda}}{8\omega_0^2}, a_5 = -\frac{N}{15\omega_0^2}, a_6 = -\frac{\bar{N}}{15\omega_0^2}, \\
a_7 = & -\frac{K}{31\omega_0^2}, a_8 = -\frac{\bar{K}}{31\omega_0^2}, a_9 = -\frac{P}{63\omega_0^2}, a_{10} = -\frac{\bar{P}}{63\omega_0^2}
\end{aligned}$$

Elde ettiğimiz x_0 ve x_1 çözümleri denklem A.49'de yerine yerleştirilirse, yeni bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemin çözümündeki harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için denklemin sağ tarafındaki $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayısı sıfıra eşitlenmelidir.

$$\begin{aligned}
-2i\omega_0 D_2 A - D_1^2 A - \mu D_1 A + 2dAa_{11} + 2dBa_3 e^{-i\sigma T_1} + 2d\bar{A}a_1 + 3g\bar{A}^2 a_3 \\
+ 6ABa_2 g e^{i\sigma T_1} + 6ABa_4 g e^{-i\sigma T_1} + 6\bar{A}Ba_5 g e^{-i\sigma T_1} + 6\bar{A}Ba_{11} g e^{i\sigma T_1} \\
+ 3B^2 a_7 g e^{-2i\sigma T_1} + 3B^2 a_4 g e^{2i\sigma T_1} = 0
\end{aligned} \tag{A.57}$$

$$\begin{aligned}
& 2i\omega_0 D_2 \bar{A} - D_1^2 \bar{A} - \mu D_1 \bar{A} + 2d\bar{A}a_{11} + 2dBa_4 e^{i\sigma T_1} + 2dAa_2 + 3gA^2a_4 \\
& + 6ABa_6g e^{i\sigma T_1} + 6ABa_{11}g e^{-i\sigma T_1} + 6\bar{A}Ba_2ge^{i\sigma T_1} + 6\bar{A}Ba_1ge^{-i\sigma T_1} \\
& + 3B^2a_8ge^{2i\sigma T_1} + 3B^2a_3ge^{-2i\sigma T_1} = 0
\end{aligned} \tag{A.58}$$

$2i\omega_0 \frac{dA}{dt}$ ve $2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt}$ 'nin zamana göre alınmış türevi zincir kuralı kullanarak aşağıdaki gibi çok bağımsız değişkene göre alınabilir.

$$-2i\omega_0 \frac{dA}{dt} = -2i\omega_0 D_0 A - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 A - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A \tag{A.59}$$

$$-2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt} = -2i\omega_0 D_0 \bar{A} - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A} \tag{A.60}$$

$2i\omega_0 D_1 A$, $2i\omega_0 D_1 \bar{A}$, $2i\omega_0 D_2 A$ ve $2i\omega_0 D_2 \bar{A}$ 'nin değerlerini, denklem A.59 ve A.60'da yerleştirip, gerekli dönüşümleri yaptığımız zaman aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned}
\dot{a} = \varepsilon & \left[-\frac{\mu}{2}a + \frac{Bd}{\omega_0}a \sin(\sigma T_1 - 2\beta) \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[\frac{42a^3dgB}{32\omega_0^3} \sin(\sigma T_1 - 2\beta) + \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \sin(\sigma T_1 - 2\beta) \right. \\
& + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \cos(\sigma T_1 - 2\beta) - \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \sin(\sigma T_1 - 2\beta) \\
& \left. + \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \sin[2(\sigma T_1 - 2\beta)] - \frac{3a^3g\mu}{16\omega_0^3} \right]
\end{aligned} \tag{A.61}$$

$$\begin{aligned}
a\dot{\beta} = \varepsilon & \left[-\frac{3}{8\omega_0}a^3g - \frac{3}{\omega_0}agB^2 - \frac{Bd}{\omega_0}a \cos(\sigma T_1 - 2\beta) \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[-\frac{15a^5g^2}{256\omega_0^3} - \frac{9a^3B^2g^2}{40\omega_0^3} + \frac{8ag\sigma B^2}{\omega_0^2} + \frac{1095ag^2B^4}{496\omega_0^3} \right. \\
& - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^3} - \frac{5aB^2d^2}{4\omega_0^3} - \frac{a\mu^2}{8\omega_0} - \frac{60a^3dgB}{32\omega_0^3} \cos(\sigma T_1 - 2\beta) \\
& - \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \cos(\sigma T_1 - 2\beta) + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \sin(\sigma T_1 - 2\beta) \\
& \left. + \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \cos(\sigma T_1 - 2\beta) - \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \cos[2(\sigma T_1 - 2\beta)] \right]
\end{aligned} \tag{A.62}$$

Denklem A.61 ve denklem A.62'de $\sigma T_1 - 2\beta = \gamma$ ve $\frac{a\dot{\gamma}}{2} = \frac{\varepsilon a \sigma}{2} - a\dot{\beta}$ dönüşümleri yapılırsa, a ve γ 'nın zamana bağlı değişimini veren aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = \varepsilon \left[-\frac{\mu}{2}a + \frac{Bd}{\omega_0}a \sin(\gamma) \right] \\ + \varepsilon^2 \left[\frac{42a^3dgB}{32\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \cos(\gamma) \right. \\ \left. - \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \sin(2\gamma) - \frac{3a^3g\mu}{16\omega_0^3} \right] \end{aligned} \quad (A.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon a \sigma}{2} - \frac{a\dot{\gamma}}{2} = \varepsilon \left[-\frac{3}{8\omega_0}a^3g - \frac{3}{\omega_0}agB^2 - \frac{Bd}{\omega_0}a \cos(\gamma) \right] \\ + \varepsilon^2 \left[-\frac{15a^5g^2}{256\omega_0^3} - \frac{9a^3B^2g^2}{40\omega_0^3} + \frac{8ag\sigma B^2}{\omega_0^2} + \frac{1095ag^2B^4}{496\omega_0^3} - \frac{5a^3d^2}{12\omega_0^3} \right. \\ \left. - \frac{5aB^2d^2}{4\omega_0^3} - \frac{a\mu^2}{8\omega_0} - \frac{60a^3dgB}{32\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{81adgB^3}{20\omega_0^3} \cos(\gamma) \right. \\ \left. + \frac{aBd\mu\Omega}{3\omega_0^3} \sin(\gamma) + \frac{4aBd\sigma}{3\omega_0^3} \cos(\gamma) - \frac{33a^3g^2B^2}{16\omega_0^3} \cos[2\gamma] \right] \end{aligned} \quad (A.64)$$

Zorlama frekansı doğal frekansın yaklaşık olarak iki katıyken yalpa denkleminin ikinci merteye çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} x = a \cos(\omega_0 t + \beta) + B \cos(\Omega t) \\ + \varepsilon \left[-\frac{2\Omega\mu B}{3\omega_0^2} \sin\Omega t - \frac{da^2}{6\omega_0^2} \cos(2\omega_0 t + 2\beta) - \frac{Bga^2}{\omega_0^2} \cos\Omega t \right. \\ \left. - \frac{2gB^3}{\omega_0^2} \cos\Omega t - \frac{aBd}{4\omega_0^2} \cos[(\Omega + \omega_0)t + \beta] - \frac{a^3g}{32\omega_0^2} \cos(3\omega_0 t + 3\beta) \right. \\ \left. - \frac{3agB^2}{8\omega_0^2} \cos[(2\Omega - \omega_0)t - \beta] - \frac{a^2gB}{10} \cos[(\Omega + 2\omega_0)t + 2\beta] \right. \\ \left. - \frac{2dB^2}{15\omega_0^2} \cos(2\Omega t) - \frac{3aB^2g}{31\omega_0^2} \cos[(2\Omega + \omega_0)t + \beta] - \frac{2B^3g}{63\omega_0^2} \cos(3\Omega t) \right. \\ \left. + \frac{3a^2gB}{2\omega_0^2} \cos[(\Omega - 2\omega_0)t - 2\beta] + \frac{a^2d}{2\omega_0^2} + \frac{2B^2d}{\omega_0^2} \right] + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (A.65)$$

Ana rezonans bölgesinde yaklaşık çözümünün bulunması

Zorlama frekansı doğal frekans civarındayken ($\Omega = \omega_0 + \varepsilon\sigma$), lineer sonüm katsayısını, zorlama kuvvetinin genliğini ve doğrultma momentindeki kuadratik ve

kübik terimin etkisini ε mertebesinde kabul edersek, denklem 3.8’le gösterilen yalpa hareketi denklemini aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon (\mu \dot{x} - d x^2 - g x^3) = \frac{\varepsilon f}{2} [e^{i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)} + e^{-i(\omega_0 t + \varepsilon \sigma t)}] \quad (A.66)$$

Zamana göre alınmış türev birden fazla değişkene bağlı değişkene göre alınıp, elde edilen yeni diferansiyel denkleme x yerine $x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2$ konulup, ε katsayılı terimler bir araya getirilirse aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\varepsilon^0 : D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = 0 \quad (A.67)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^1 : D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & -2D_0 D_1 x_0 - \mu D_0 x_0 + d x_0^2 + g x_0^3 \\ & + \frac{f}{2} (e^{i\omega_0 T_0} e^{i\sigma T_1} + e^{-i\omega_0 T_0} e^{-i\sigma T_1}) \end{aligned} \quad (A.68)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : D_0^2 x_2 + \omega_0^2 x_2 = & -2D_0 D_1 x_1 - 2D_0 D_2 x_0 - D_1^2 x_0 - \mu D_0 x_1 - \mu D_1 x_0 \\ & + 2d x_0 x_1 + 3g x_0^2 x_1 \end{aligned} \quad (A.69)$$

ε^1 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

ε^0 mertebesindeki diferansiyel denklemin çözümü aşağıdaki gibidir.

$$x_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega_0 T_0}$$

$$\text{Burada } A(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{i\beta(T_1)}, \quad \bar{A}(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) e^{-i\beta(T_1)}$$

Denklem A.68’de, x_0 çözümü yerine konulduğu zaman yeni bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemin sağ tarafındaki $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayısı, harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için sıfıra eşitlenmelidir.

$$-2i\omega_0 (D_1 A) - i\mu \omega_0 A + 3\bar{A} A^2 g + \frac{f}{2} e^{i\sigma T_1} = 0 \quad (A.70)$$

$$2i\omega_0 (D_1 \bar{A}) + i\mu \omega_0 \bar{A} + 3A \bar{A}^2 g + \frac{f}{2} e^{-i\sigma T_1} = 0 \quad (A.71)$$

Yukarıdaki denklemler, denklem A.70 ve A.71’de gösterildiği gibide yazılabilir.

$$-ia' + a\beta' - i\frac{\mu}{2}a + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 + \frac{f}{2\omega_0}e^{i(\sigma T_1 - \beta)} = 0 \quad (A.72)$$

$$ia' + a\beta' + i\frac{\mu}{2}a + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 + \frac{f}{2\omega_0}e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} = 0 \quad (A.73)$$

Denklem A.72 ve denklem A.73 taraf tarafa toplanıp ikiye bölünürse denklem A.74, denklem A.72'den denklem A.73 çıkartılıp i/2 ile çarpılırsa denklem A.75 elde edilir.

$$a\beta' + \frac{3g}{8\omega_0}a^3 + \frac{f}{2\omega_0}\cos(\sigma T_1 - \beta) = 0 \quad (A.74)$$

$$a' + \frac{\mu a}{2} - \frac{f}{2\omega_0}\sin(\sigma T_1 - \beta) = 0 \quad (A.75)$$

$\sigma T_1 - \beta = \gamma$ ve $\beta' = \sigma - \gamma'$ dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$a' = -\frac{\mu a}{2} + \frac{f}{2\omega_0}\sin(\gamma) \quad (A.76)$$

$$a\sigma - a\gamma' = -\frac{3g}{8\omega_0}a^3 - \frac{f}{2\omega_0}\cos(\gamma) \quad (A.77)$$

Çok katlı ölçek yöntemi ile elde edilen ε^1 Hata mertebesine sahip yaklaşık çözüm aşağıda gösterilmiştir.

$$x = a \cos(\Omega t - \gamma) + O(\varepsilon) \quad (A.78)$$

ε^2 Hata mertebesinde çözümün elde edilmesi

Eğer ε^2 metebesinde çözüm incelenirse denklem A.66'nın çözümü aşağıda gibidir.

$$x_0 = A(T_1, T_2)e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1, T_2)e^{-i\omega_0 T_0} \quad (A.79)$$

$$\text{Burada ; } A(T_1, T_2) = \frac{1}{2}a(T_1, T_2)e^{i\beta(T_1, T_2)}, \quad \bar{A}(T_1, T_2) = \frac{1}{2}a(T_1, T_2)e^{-i\beta(T_1, T_2)}$$

Denklem A.68'de x_0 çözümü yerine konulup harmonikliği bozan terimlerin katsayıları sıfıra eşitlenirse denklem A.80 elde edilir.

$$D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = 2A\bar{A}d + dA^2 e^{2i\omega_0 T_0} + d\bar{A}^2 e^{-2i\omega_0 T_0} + gA^3 e^{3i\omega_0 T_0} + g\bar{A}^3 e^{-3i\omega_0 T_0} \quad (A.80)$$

Yukarıdaki diferansiyel denklemin özel çözümü aşağıda gösterilmiştir.

$$x_1 = s_1 e^{2i\omega_0 T_0} + s_2 e^{-2i\omega_0 T_0} + s_3 e^{3i\omega_0 T_0} + s_4 e^{-3i\omega_0 T_0} + s_5 \quad (A.81)$$

Burada ;

$$s_1 = -\frac{dA^2}{3\omega_0^2}, s_2 = -\frac{d\bar{A}^2}{3\omega_0^2}, s_3 = -\frac{gA^3}{8\omega_0^2}, s_4 = -\frac{g\bar{A}^3}{8\omega_0^2}, s_5 = \frac{2dA\bar{A}}{\omega_0^2}$$

x_0 ve x_1 çözümleri denklem A.69'da yerlerine yerleştirilirse yeni bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemin çözümündeki harmonikliği bozan terimlerden kurtulmak için denklemin sağ tarafındaki $e^{i\omega_0 T_0}$ ve $e^{-i\omega_0 T_0}$ terimlerinin katsayıları sıfıra eşitlenmelidir.

$$-2i\omega_0 D_2 A - D_1^2 A - \mu D_1 A + 2dAs_5 + 2d\bar{A}s_1 + 3g\bar{A}^2 s_3 = 0 \quad (A.82)$$

$$2i\omega_0 D_2 \bar{A} - D_1^2 \bar{A} - \mu D_1 \bar{A} + 2d\bar{A}s_5 + 2dAs_2 + 3gA^2 s_4 = 0 \quad (A.83)$$

Denklem A.82'den $-2i\omega_0 D_2 A$, denklem A.83'den $-2i\omega_0 D_2 \bar{A}$ çekilip, gerekli açılımlar yapılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$2i\omega_0 D_2 A = \frac{\mu^2 A}{4} - \frac{3fgA^2}{8\omega_0} e^{-i\sigma T_1} + i \frac{f\mu}{8\omega_0} e^{i\sigma T_1} - \frac{f\sigma}{4\omega_0} e^{i\sigma T_1} + \frac{3fgA\bar{A}}{4\omega_0^2} e^{i\sigma T_1} \\ + \frac{10d^2 A^2 \bar{A}}{3\omega_0^2} - i \frac{3g\mu A^2 \bar{A}}{2\omega_0} + \frac{15g^2 A^3 \bar{A}^2}{8\omega_0^2} \quad (A.84)$$

$$2i\omega_0 D_2 \bar{A} = -\frac{\mu^2 \bar{A}}{4} + \frac{3fg\bar{A}^2}{8\omega_0} e^{i\sigma T_1} + i \frac{f\mu}{8\omega_0} e^{-i\sigma T_1} + \frac{f\sigma}{4\omega_0} e^{-i\sigma T_1} \\ - \frac{3fgA\bar{A}}{4\omega_0^2} e^{-i\sigma T_1} - \frac{10d^2 \bar{A}^2 A}{3\omega_0^2} - i \frac{3g\mu A\bar{A}^2}{2\omega_0} - \frac{15g^2 A^2 \bar{A}^3}{8\omega_0^2} \quad (A.85)$$

$2i\omega_0 \frac{dA}{dt}$ ve $2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt}$ 'nin zamana göre alınmış türevi zincir kuralı kullanarak aşağıdaki gibi çok bağımsız değişkene göre alınabilir.

$$-2i\omega_0 \frac{dA}{dt} = -2i\omega_0 D_0 A - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 A - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 A \quad (A.86)$$

$$-2i\omega_0 \frac{d\bar{A}}{dt} = -2i\omega_0 D_0 \bar{A} - \varepsilon 2i\omega_0 D_1 \bar{A} - \varepsilon^2 2i\omega_0 D_2 \bar{A} \quad (A.87)$$

$2i\omega_0 D_1 A$, $2i\omega_0 D_1 \bar{A}$, $2i\omega_0 D_2 A$ ve $2i\omega_0 D_2 \bar{A}$ 'nin değerlerini, denklem A.86 ve A.87'de yerleştirip, A ve $\bar{A}$ 'nin değerleri yerlerine yazıldığı zaman denklem A.88 ve A.89 ile gösterilen ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = \varepsilon \left(-\frac{\mu a}{2} + \frac{f}{4\omega_0} i \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} - e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] \right) + \varepsilon^2 \left[\frac{9fga^2}{64\omega_0^3} i \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} - e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] \right. \\ \left. + \frac{f\mu}{16\omega_0^2} \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} + e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] - \frac{f\sigma}{16\omega_0^2} i \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} - e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] - \frac{3a^3 g \mu}{16\omega_0^2} \right] \end{aligned} \quad (A.88)$$

$$\begin{aligned} a\dot{\beta} = \varepsilon \left(-\frac{3a^3 g}{8\omega_0} - \frac{f}{4\omega_0} \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} + e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] \right) + \varepsilon^2 \left[-\frac{3fga^2}{64\omega_0^3} \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} + e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] \right. \\ \left. + \frac{f\mu}{16\omega_0^2} i \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} - e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] + \frac{f\sigma}{8\omega_0^2} \left[e^{-i(\sigma T_1 - \beta)} + e^{i(\sigma T_1 - \beta)} \right] - \frac{a\mu^2}{8\omega_0} - \frac{5a^3 d^2}{12\omega_0^3} \right. \\ \left. - \frac{15a^5 g^2}{256\omega_0^3} \right] \end{aligned} \quad (A.89)$$

$\sigma T_1 - \beta = \gamma$, $\beta' = \sigma - \gamma'$ dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{a} = \varepsilon \left(-\frac{\mu a}{2} + \frac{f}{2\omega_0} \sin(\gamma) \right) + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{9fga^2}{32\omega_0^3} - \frac{f\sigma}{4\omega_0^2} \right) \sin(\gamma) + \frac{f\mu}{8\omega_0^2} \cos(\gamma) \right. \\ \left. - \frac{3a^3 g \mu}{16\omega_0^2} \right] \end{aligned} \quad (A.90)$$

$$\begin{aligned} a\varepsilon\sigma - a\dot{\gamma} = \varepsilon \left(-\frac{3a^3 g}{8\omega_0} - \frac{f}{2\omega_0} \cos(\gamma) \right) + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{f\sigma}{4\omega_0^2} - \frac{3fga^2}{32\omega_0^3} \right) \cos(\gamma) \right. \\ \left. + \frac{f\mu}{8\omega_0^2} \sin(\gamma) - \frac{a\mu^2}{8\omega_0} - \frac{5a^3 d^2}{12\omega_0^3} - \frac{15a^5 g^2}{256\omega_0^3} \right] \end{aligned} \quad (A.91)$$

Denklem A.79 ve A.81'te gösterdiğimiz sırasıyla x_0 ve x_1 çözümleri $x = x_0 + \varepsilon x_1 + O(\varepsilon^2)$ ifadesinde yerlerine konup gerekli açılımlar yapılırsa ana rezonans bölgesinde ε^2 hata mertebesine sahip çözüm elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} x = a \cos(\Omega t - \gamma) \\ + \varepsilon \left\{ -\frac{da^2}{6\omega_0^2} \cos[2(\Omega t - \gamma)] - \frac{ga^3}{32\omega_0^2} \cos[3(\Omega t - \gamma)] + \frac{da^2}{2\omega_0^2} \right\} + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (A.92)$$

EK B

Bogoulibov-Mitropolsky Asimptotik Yöntemi ile Yaklaşık Çözümün Bulunması

Ana rezonans bölgesi incelemesi

Denklem 3.45'de gösterilen diferansiyel denkleminin çözümü için aşağıdaki gibi bir yaklaşımda bulunulabilir.

$$x = a \cos \psi + \varepsilon u_1(a, \Omega t, \psi) + \dots \quad (\text{B.1})$$

a ve β katsayıları aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) + \varepsilon^2 A_2(a, \beta) + \dots \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) + \varepsilon^2 B_2(a, \beta) + \dots \quad (\text{B.3})$$

ε^1 Hata mertebesiyle incelenmesi

Bu kısımda, denklem 3.45'in çözümü için, denklem B.1'de gösterilen yaklaşımın sadece ilk terimi kullanılacaktır.

$$x = a \cos(\psi) \quad (\text{B.4})$$

a ve β katsayılarının aşağıdaki eşitliği sağladığı kabul edilecektir.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) \quad (\text{B.6})$$

Denklem B.4, denklem 3.45'in sol tarafında yerleştirilirse denklem B.7 elde edilir.

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \varepsilon [-2 A_1 \Omega \sin \psi - 2 a \Omega B_1 \cos \psi + \Delta a \cos \psi] \quad (\text{B.7})$$

Denklem B.4'deki ifade, denklem 3.45'in sağ tarafında yerleştirilirse denklem B.8 elde edilir.

$$\begin{aligned} & \varepsilon \left(-\mu \dot{x} + d x^2 + g x^3 + f \cos \psi \cos \beta - f \sin \psi \sin \beta - \Delta x \right) \\ &= \varepsilon \left\{ -\Delta a \cos \psi + \mu a \Omega \sin \psi + \frac{d a^2}{2} + \frac{d a^2}{2} \cos 2\psi + \frac{g a^3}{4} \cos 3\psi \right. \\ & \quad \left. + \frac{3 g a^3}{4} + f \cos \psi \cos \beta - f \sin \psi \sin \beta \right\} \end{aligned} \quad (B.8)$$

Denklem B.7 ve denklem B.8'in sağ tarafları birbirlerine eşitlenip, $\cos \psi$ ve $\sin \psi$ 'li terimler bir araya getirilirse denklem B.9 ve B.40'daki bağıntılar elde edilir. Bu bağıntılar yardımıyla A_1 ve B_1 bulunabilir. Denklem B.11, denklem B.8'in sağ tarafında yer alan $\cos \psi$ ve $\sin \psi$ 'li olmayan terimler kullanarak elde edilmiş u_1 çözümünü göstermektedir.

$$-2\Omega A_1 = \mu a \Omega + f \sin \beta \quad (B.9)$$

$$-2a\Omega B_1 = -\Delta a + \frac{3ga^3}{4} + f \cos \beta \quad (B.10)$$

$$u_1 = \frac{d a^2}{2\Omega^2} - \frac{d a^2}{6\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{g a^3}{32\Omega^2} \cos 3\psi \quad (B.11)$$

Denklem B.9 ve B.10'dan, sırasıyla A_1 ve B_1 çekilip, denklem B.5 ve B.6'ta yerlerine konulursa a ve β 'nin zamana bağlı değişimini veren aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\hat{\mu} a}{2} - \frac{F}{2\Omega} \sin \beta \quad (B.12)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2 a^2}{8\Omega} - \frac{F}{2a\Omega} \cos \beta \quad (B.13)$$

Yalpa hareketi denkleminin çözümünü veren, ε^1 hata mertebesiyle asimptotik yöntem kullanılarak elde edilmiş bağıntı aşağıda gösterimiştir.

$$x = a \cos(\Omega t + \beta) + O(\varepsilon) \quad (B.14)$$

ϵ^2 Hata mertebesiyle incelenmesi

Bu kısımda, denklem 3.45'de gösterilen diferansiyel denkleminin çözümü için aşağıdaki yaklaşımda bulunulacaktır.

$$x = a \cos \psi + \epsilon u_1(a, \Omega t, \psi) \quad (\text{B.15})$$

Burada; $\psi = \Omega t + \beta$ 'dir.

a ve β katsayıları denklem B.2 ve B.3'de verilmiş eşitlikleri sağlamalıdır.

Denklem B.15'de gösterilen ifade, denklem 3.45'de gösterilen diferansiyel denklemin içersine yerleştirilip, ϵ^2 'li terimler bir araya getirilirse aşağıdaki bağıntılar elde edilir. (Detaylı bilgi için Bkz. Referans 24)

$$2\Omega A_2 + a \frac{\partial B_1}{\partial a} A_1 + a \frac{\partial B_1}{\partial \beta} B_1 + 2A_1 B_1 + \mu a B_1 = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$2a\Omega B_2 - \frac{\partial A_1}{\partial a} A_1 - \frac{\partial A_1}{\partial \beta} B_1 + a B_1^2 - \mu A_1 + \frac{5a^3 d^2}{6\Omega^2} - \frac{3g^2 a^5}{128\Omega^2} = 0 \quad (\text{B.17})$$

Yukarıdaki denklemlerde, A_1 , B_1 ve u_1 'in değerleri yerlerine konulursa, A_2 ve B_2 'nin değerini veren aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$A_2 = -\frac{3a^3 d\mu}{16\Omega^2} + \frac{f\mu}{8\Omega^2} - \frac{9a^2 df}{32\Omega^3} \sin \beta + \frac{f\Delta}{8\Omega^3} \sin \beta \quad (\text{B.18})$$

$$B_2 = -\frac{5a^2 d^2}{12\Omega^3} - \frac{9a^4 d^2}{128\Omega^3} + \frac{3a^4 g^2}{256\Omega^3} + \frac{3a^2 d\Delta}{16\Omega^3} - \frac{\Delta^2}{8\Omega^3} - \frac{\mu^2}{8\Omega} - \frac{f\mu}{8a\Omega^2} \sin \beta \\ + \left(\frac{f\Delta}{8a\Omega^3} - \frac{3a df}{32\Omega^3} \right) \cos \beta \quad (\text{B.19})$$

Yukarıda bulduğumuz A_2 ve B_2 'nin değerini veren bağıntılarla, A_1 ve B_1 'nin değerini veren bağıntılar denklem B.2 ve B.3'te yerlerine yerleştirilirse, a ve β 'nin zamana bağlı değişimlerini veren aşağıdaki bağıntılar elde edilmiş olur.

$$\frac{da}{dt} = \frac{F\hat{\mu}}{8\Omega^2} - \frac{\hat{\mu}a}{2} - \frac{3a^3 d_1 \hat{\mu}}{16\Omega^2} + \left(\frac{F(\omega_0^2 - \Omega^2)}{8\Omega^3} - \frac{F}{2\Omega} - \frac{9a^2 d_1 F}{32\Omega^3} \right) \sin \beta \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dt} = & \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \frac{3d_2 a^2}{8\Omega} - \frac{5a^2 d_1^2}{12\Omega^3} - \frac{9a^4 d_1^2}{128\Omega^3} + \frac{3a^4 d_2^2}{256\Omega^3} + \frac{3a^2 d_1 (\omega_0^2 - \Omega^2)}{16\Omega^3} - \frac{\hat{\mu}^2}{8\Omega} \\ & - \frac{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2}{8\Omega^3} - \frac{F\hat{\mu}}{8a\Omega^2} \sin\beta + \left(\frac{F(\omega_0^2 - \Omega^2)}{8a\Omega^3} - \frac{3a d_1 F}{32\Omega^3} - \frac{F}{2a\Omega} \right) \cos\beta \end{aligned} \quad (B.21)$$

Yalpa hareketi denkleminin çözümünü veren, ε^2 hata mertebesiyle asimptotik yöntem kullanılarak elde edilmiş bağıntı aşağıda gösterimiştir.

$$x = a \cos(\Omega t + \beta) + \varepsilon \left\{ \frac{d a^2}{2\Omega^2} - \frac{d a^2}{6\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{g a^3}{32\Omega^2} \cos 3\psi \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (B.22)$$

Zorlama frekansı doğal frekansın yarısı civarındayken incelenmesi

Lineer sonüm katsayısını, doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin etkisini ε mertebesinde kabul edersek, denklem 3.8 ile gösterilen yalpa hareketi denklemini aşağıdaki hale gelir.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon \left(-\mu \dot{x} + d x^2 + g x^3 \right) + F \cos \Omega t \quad (B.23)$$

Bu ifade, $x = y + \frac{F}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t$ dönüşümü yapılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = \varepsilon \left[-\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t + d(y + \Gamma \cos \Omega t)^2 + g(y + \Gamma \cos \Omega t)^3 \right] = 0 \quad (B.24)$$

Zorlama frekansının yaklaşık olarak doğal frekansın yarısı mertebesinde olduğunu kabul edersek, denklem B.25'de gösterilen ifade elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 4\Omega^2 y + \Delta y = & \varepsilon \left[-\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t + d(y + \Gamma \cos \Omega t)^2 \right. \\ & \left. + g(y + \Gamma \cos \Omega t)^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (B.25)$$

Bu denklemin çözümü için aşağıdaki gibi bir çözüm önerilebilir.

$$y = a \cos(\psi) + \varepsilon u_1(a, \Theta, \psi) + \varepsilon^2 u_2(a, \Theta, \psi) + \dots \quad (B.26)$$

Burada ; $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

a ve β katsayıları aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) + \varepsilon^2 A_2(a, \beta) + \dots \quad (B.27)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) + \varepsilon^2 B_2(a, \beta) + \dots \quad (B.28)$$

ε^1 hata mertebesinde çözümün bulunması

Denklem B.26'da gösterilen çözümün sadece ilk terimi alınıp, denklem B.25'in sol ve sağ tarafına yerleştirilir ve ε^1 mertebesindeki terimler muhafaza edilirse, denklem B.29 elde edilir.

$$\ddot{u}_1 + 4\Omega^2 u_1 = 4\Omega A_1 \sin\psi + 4a\Omega B_1 \cos\psi + \sum_n \sum_m G_{nm}(a) e^{i(n\Theta + m\psi)} \quad (B.29)$$

Burada;

$$\begin{aligned} \sum_n \sum_m G_{nm}(a) e^{i(n\Theta + m\psi)} = & 2\mu a \Omega \sin\psi + \mu \Gamma \Omega \sin\Theta + \frac{da^2}{2} + \frac{d a^2}{2} \cos 2\psi \\ & + 2d\Gamma a \cos\psi \cos\Theta + \frac{d\Gamma^2}{2} + \frac{d\Gamma^2}{2} \cos 2\Theta \\ & + \frac{g a^3}{4} \cos 3\psi + \frac{3g a^3}{4} \cos\psi + \frac{3g\Gamma a^2}{2} \cos\Theta \\ & + \frac{3g\Gamma^2 a}{2} \cos\psi + \frac{3g\Gamma a^2}{2} \cos 2\psi \cos\Theta + \frac{g\Gamma^3}{4} \cos 3\Theta \\ & + \frac{3g\Gamma^2 a}{2} \cos\psi \cos 2\Theta + \frac{3g\Gamma^3}{4} \cos\Theta \end{aligned}$$

$A_1(a, \beta)$ ve $B_1(a, \beta)$ 'nin alacağı değerler, denklem B.29'ün sağ tarafındaki $n+2(m\pm 1)=0$ eşitliğini sağlayan terimlerin katsayıları yardımıyla belirlenir. $\cos\psi$ ve $\sin\psi$ terimlerin katsayıları bir arada olacak şekilde getirilirse. Denklem B.30 ve B.31 elde edilir.

$$A_1 = -\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \sin\beta \quad (B.30)$$

$$a B_1 = \frac{\Delta a}{4\Omega} - \frac{3g a^3}{16\Omega} - \frac{3g\Gamma^2 a}{8\Omega} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \cos\beta \quad (B.31)$$

A_1 ve B_1 denklem B.27 ve B.28'de yerlerine yazılırsa a ve β 'nin zamana bağlı değişimini veren aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon \left(-\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \sin\beta \right) \quad (B.32)$$

$$a \frac{d\beta}{dt} = \varepsilon \left(\frac{\Delta a}{4\Omega} - \frac{3ga^3}{16\Omega} - \frac{3g\Gamma^2 a}{8\Omega} - \frac{d\Gamma^2}{8\Omega} \cos\beta \right) \quad (B.33)$$

u_1 çözümü aşağıda gösterilen ifade yardımıyla bulunabilir.

$$u_{nm}(a) = \frac{G_{nm}(a)}{4\Omega^2 - \Omega^2(n+2m)^2}, \quad n+2(m \pm 1) \neq 0 \quad (B.34)$$

Denklem B.34'de gösterilen ifade aşağıdaki gibi daha açık bir biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned} u_1 = & \frac{da^2}{8\Omega^2} + \frac{d\Gamma^2}{8\Omega^2} + \frac{\mu\Gamma}{3\Omega} \sin\Theta - \frac{da^2}{24\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{2d\Gamma a}{5\Omega^2} \cos\psi \cos\Theta \\ & - \frac{ga^3}{128\Omega^2} \cos 3\psi + \frac{g\Gamma a^2}{2\Omega^2} \cos\Theta - \frac{g\Gamma a^2}{14\Omega^2} \cos 2\psi \cos\Theta + \frac{g\Gamma^3}{4\Omega^2} \cos\Theta \\ & - \frac{g\Gamma^2 a}{8\Omega^2} \cos\psi \cos 2\Theta - \frac{g\Gamma^3}{20\Omega^2} \cos 3\Theta \end{aligned} \quad (B.35)$$

Denklem B.23 ile gösterilen diferansiyel denklemin ε^1 hata mertebesindeki çözümü denklem B.36'da gösterilmiştir.

$$x = a \cos(\psi) + \frac{F}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos\Theta \quad (B.36)$$

Burada $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

ε^2 hata mertebesinde çözümün bulunması

Denklem B.26'da gösterilen çözümün ilk iki terimi alınıp, denklem B.25'in sol ve sağ tarafına yerleştirilip, ε^2 mertebesindeki terimler muhafaza edilip, ε^1 mertebesinde yapılan işlemler tekrarlanırsa a ve β 'nın zamana bağlı değişimini veren aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} = & \varepsilon \left[-\frac{\mu a}{2} - \frac{d\Gamma^2 \sin\beta}{8\Omega} \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{3a^3 \mu g}{64\Omega^2} - \frac{13d\Gamma^2 \mu \cos\beta}{192\Omega^2} \right] \\ & + \varepsilon^2 \left[-\frac{1791a^2 dg\Gamma^2 \sin\beta}{17920\Omega^3} + \left(\frac{3a^3 g^2 \Gamma^2}{224\Omega^3} - \frac{139dg\Gamma^4}{1280\Omega^3} + \frac{d\Gamma^2 \Delta}{128\Omega^3} \right) \sin\beta \right] \\ & + \varepsilon^2 \left(\frac{3a^2 g^2 \Gamma^3}{16\Omega^3} + \frac{3ag^2 \Gamma^4}{256\Omega^3} \right) \sin 2\beta \end{aligned} \quad (B.37)$$

$$\begin{aligned}
a \frac{d\beta}{dt} = & \varepsilon \left[\frac{a\Delta}{4\Omega} - \frac{3a^3g}{16\Omega} - \frac{3ag\Gamma^2}{8\Omega} \frac{d\Gamma^2 \cos\beta}{8\Omega} \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{5a^3d^2}{96\Omega^3} - \frac{15a^5g^2}{2048\Omega^3} - \frac{ad^2\Gamma^2}{16\Omega^3} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[-\frac{45ag^2\Gamma^4}{256\Omega^3} + \frac{3a^3g\Delta}{128\Omega^3} + \frac{3ag\Gamma^2\Delta}{64\Omega^3} - \frac{a\Delta^2}{64\Omega^3} - \frac{105a^3g^2\Gamma^2}{256\Omega^3} - \frac{a\mu^2}{16\Omega} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{3a^3g^2\Gamma^2}{224\Omega^3} - \frac{139dg\Gamma^4}{1280\Omega^3} + \frac{d\Gamma^2\Delta}{128\Omega^3} - \frac{981a^2dg\Gamma^2}{17920\Omega^3} \right) \cos\beta + \frac{13d\Gamma^2\mu \sin\beta}{192\Omega^2} \right] \\
& + \varepsilon^2 \left(\frac{3a^2g^2\Gamma^3}{16\Omega^3} + \frac{3ag^2\Gamma^4}{256\Omega^3} \right) \cos 2\beta
\end{aligned} \tag{B.38}$$

Denklem B.23 ile gösterilen diferansiyel denklemin ε^2 hata mertebesine sahip çözümü denklem B.39'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
x = & a \cos(\psi) + \frac{\Gamma}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Theta \\
& + \varepsilon \left\{ \frac{da^2}{8\Omega^2} + \frac{d\Gamma^2}{8\Omega^2} + \frac{\mu\Gamma}{3\Omega} \sin \Theta - \frac{da^2}{24\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{2d\Gamma a}{5\Omega^2} \cos \psi \cos \Theta \right. \\
& - \frac{ga^3}{128\Omega^2} \cos 3\psi + \frac{g\Gamma a^2}{2\Omega^2} \cos \Theta - \frac{g\Gamma a^2}{14\Omega^2} \cos 2\psi \cos \Theta \\
& \left. + \frac{g\Gamma^3}{4\Omega^2} \cos \Theta - \frac{g\Gamma^2 a}{8\Omega^2} \cos \psi \cos 2\Theta - \frac{g\Gamma^3}{20\Omega^2} \cos 3\Theta \right\}
\end{aligned} \tag{B.39}$$

Burada $\psi = 2\Theta + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

Zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken incelenmesi

Bu bölgeyi de incelerken zorlama frekansı doğal frekansı olduğundaki gibi, lineer sonüm katsayısının, doğrultma momentindeki kuadratik ve kübik terimin ε mertebesinde olduğu kabul edilmiştir. Bu yüzden denklem B.24 kullanılmıştır.

Doğal frekans zorlama frekansının yarısı civarında ise denklem B.24'de gösterilen diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{x} + \frac{\Omega^2}{4} x = \varepsilon \left\{ -\mu \dot{x} - \Delta x + d x^2 + g x^3 \right\} + F \cos \Omega t \tag{B.40}$$

$x = y + \Gamma \cos \Omega t$ dönüşümü yapılırsa (Burada $\Gamma = -\frac{4F}{3\Omega^2}$) denklem B.41 elde edilir.

$$\ddot{y} + \frac{\Omega^2}{4} y = \varepsilon \left\{ -\mu \dot{y} + \mu \Gamma \Omega \sin \Omega t - \Delta y - \Delta \Gamma \cos \Omega t + d y^2 + 2 d y \cos \Omega t \right. \\ \left. + \frac{d \Gamma^2}{2} + \frac{d \Gamma^2}{2} \cos 2 \Omega t + g y^3 + 3 g y^2 \Gamma \cos \Omega t + \frac{3 g y \Gamma^2}{2} \right. \\ \left. + \frac{3 g y \Gamma^2}{2} \cos 2 \Omega t + \frac{3 g \Gamma^3}{4} \cos \Omega t + \frac{g \Gamma^3}{4} \cos 3 \Omega t \right\} \quad (B.41)$$

ε^1 hata mertebesinde çözümün bulunması

Denklem B.41 ile gösterilen diferansiyel denklemin çözümü için aşağıda gösterilen çözüm önerilebilir.

$$y = a \cos \left(\frac{\Omega}{2} t + \beta \right) = a \cos \left(\frac{\Theta}{2} + \beta \right) = a \cos(\psi) \quad (B.42)$$

Burdaki a ve β katsayıları aşağıda gösterilen eşitlikleri sağlamalıdır.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a, \beta) + \varepsilon^2 A_2(a, \beta) + \dots \quad (B.43)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B_1(a, \beta) + \varepsilon^2 B_2(a, \beta) + \dots \quad (B.44)$$

Denklem B.42'de gösterilen çözüm, denklem B.41'de gösterilen diferansiyel denklemin sağ ve sol tarafına yerleştirilip, $\cos \psi$ ve $\sin \psi$ 'lü terimlerin katsayıları sıfıra eşitlenirse denklem B.45 ve B.46 ile gösterilen ifadeler elde edilir.

$$A_1 = -\frac{\mu a}{2} - \frac{d \Gamma}{\Omega} a \sin 2\beta \quad (B.45)$$

$$B_1 = \frac{\Delta}{\Omega} - \frac{3 g \Gamma^2}{2 \Omega} - \frac{3 g a^2}{4 \Omega} - \frac{d \Gamma}{\Omega} \cos 2\beta \quad (B.46)$$

A_1 ve B_1 sırasıyla denklem B.43 ve B.44'de yerlerine konulursa a ve β 'nin zamana bağlı değişimini gösteren, denklem B.47 ve B.48 elde edilmiş olur.

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon \left\{ -\frac{\mu a}{2} - \frac{d \Gamma}{\Omega} a \sin 2\beta \right\} \quad (B.47)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon \left\{ \frac{\Delta}{\Omega} - \frac{3 g \Gamma^2}{2 \Omega} - \frac{3 g a^2}{4 \Omega} - \frac{d \Gamma}{\Omega} \cos 2\beta \right\} \quad (B.48)$$

Denklem 3.8 ile gösterilen yalpa hareketi denkleminin, zorlama frekansı doğal frekansın iki katı civarındayken elde edilmiş, ϵ^1 hata mertebesindeki çözümü denklem B.49'da gösterilmiştir.

$$x = a \cos(\psi) - \frac{4F}{3\Omega^2} \cos \Theta \quad (\text{B.49})$$

Burada $\psi = \frac{\Theta}{2} + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

ϵ^2 hata mertebesinde çözümün bulunması

Zorlama frekansı doğal frekansı yarısı civarındayken takip edilen işlemlerin bu bölgede de uygulanmasıyla elde edilen, ϵ^2 hata mertebesindeki çözümü ve bu denklemdaki a ve β katsayılarının zamana bağlı değişimlerini gösteren bağıntılar sırasıyla denklem B.50-B.52'de gösterilmiştir.

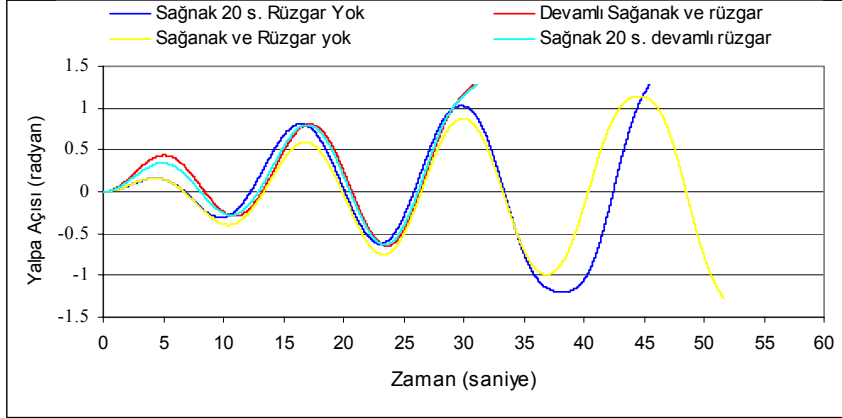
$$\begin{aligned} x = & a \cos(\psi) - \frac{4F}{3\Omega^2} \cos \Theta \\ & + \epsilon \left\{ -\frac{4\mu\Gamma}{3\Omega} \sin \Theta + \left(\frac{4\Delta\Gamma}{3\Omega^2} - \frac{2g\Gamma a^2}{\Omega^2} - \frac{g\Gamma^3}{\Omega^2} \right) \cos \Theta + \left(\frac{2da^2}{\Omega^2} + \frac{2d\Gamma^2}{\Omega^2} \right) \right. \\ & - \frac{2da^2}{3\Omega^2} \cos 2\psi - \frac{d\Gamma a}{2\Omega^2} \cos(3\psi - 2\beta) - \frac{2d\Gamma^2}{15\Omega^2} \cos \Theta - \frac{ga^3}{8\Omega^2} \cos 3\psi \\ & \left. - \frac{2g\Gamma a^2}{5\Omega^2} \cos \Theta \cos 2\psi - \frac{g\Gamma^2 a}{4\Omega^2} \cos \psi \cos 2\Theta - \frac{g\Gamma^3}{35\Omega^2} \cos 3\Theta \right\} + O(\epsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

Burada $\psi = \frac{\Theta}{2} + \beta$ ve $\Theta = \Omega t$ 'dir.

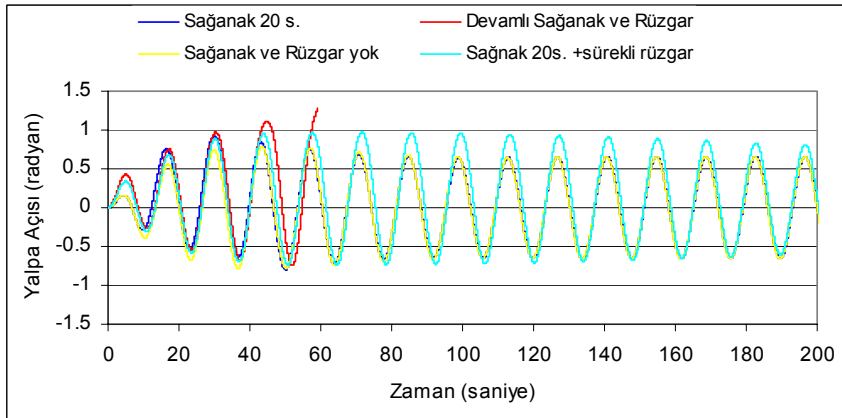
$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} = & \epsilon \left[-\frac{\mu a}{2} - \frac{ad\Gamma}{\Omega} \sin 2\beta \right] + \epsilon^2 \left[-\frac{3a^3g\mu}{16\Omega^2} + \left(\frac{d\Gamma\mu}{3\Omega^2} - \frac{a^2d\Gamma\mu}{8\Omega^2} \right) \cos 2\beta \right] \\ & + \epsilon^2 \left[\left(-\frac{1847a^3dg\Gamma}{1120\Omega^3} + \frac{3a^4dg\Gamma}{8\Omega^3} - \frac{297adg\Gamma^3}{160\Omega^3} + \frac{3a^2dg\Gamma^3}{4\Omega^3} \right) \sin 2\beta \right] \\ & + \epsilon^2 \left[\left(\frac{3ag^2\Gamma^4}{128\Omega^3} + \frac{ad\Gamma\Delta}{6\Omega^3} - \frac{a^2d\Gamma\Delta}{2\Omega^3} \right) \sin 2\beta + \frac{3a^3g^2\Gamma^2}{64\Omega^3} \sin 4\beta \right] \\ & + \epsilon^2 \left[-\frac{3a^3g^2\Gamma^2}{20\Omega^3} \cos 4\beta + \left(-\frac{3a^2d^2\Gamma^2}{4\Omega^3} + \frac{a^3d^2\Gamma^2}{2\Omega^3} \right) \cos 2\beta \sin 2\beta \right] \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\beta}{dt} = & \varepsilon \left(\frac{a\Delta}{\Omega} - \frac{3a^3g}{4\Omega} - \frac{3ag\Gamma^2}{2\Omega} - \frac{a^2d\Gamma}{\Omega} \text{Cos}2\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(-\frac{5a^3d^2}{6\Omega^3} - \frac{303a^5g^2}{2240\Omega^3} - \frac{7ad^2\Gamma^2}{8\Omega^3} + \frac{3a^3g\Delta}{8\Omega^3} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left\{ dg\Gamma \left(-\frac{39a^3}{224\Omega^3} - \frac{3a^4}{8\Omega^3} \right) + dg\Gamma^3 \left(-\frac{57a}{160\Omega^3} - \frac{3a^2}{4\Omega^3} \right) \right\} \text{Cos}2\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\frac{3ag\Gamma^2\Delta}{4\Omega^3} + \frac{3ag^2\Gamma^4}{16\Omega^3} - \frac{ad\Gamma^2\Delta}{\Omega^3} + \frac{a\Delta^2}{4\Omega^3} - \frac{a\mu^2}{16\Omega} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left[+\frac{3ag^2\Gamma^4}{128\Omega^3} - \frac{5ad\Gamma\Delta}{6\Omega^3} + \frac{a^2d\Gamma\Delta}{2\Omega^3} \right] \text{Cos}2\beta + \frac{15a^3g^2\Gamma^2}{164\Omega^3} \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(\left[\frac{a^2d^2\Gamma^2}{2\Omega^3} + \frac{a^3d^2\Gamma^2}{4\Omega^3} \right] \text{Cos}(2\beta)^2 + \frac{63a^3g^2\Gamma^2}{320\Omega^3} \text{Cos}4\beta \right) \\
& + \varepsilon^2 \left(-\frac{d\Gamma\mu}{3\Omega^2} \text{Sin}2\beta + \frac{ad^2\Gamma^2}{4\Omega^3} \text{Sin}(2\beta)^2 \right)
\end{aligned} \tag{B.52}$$

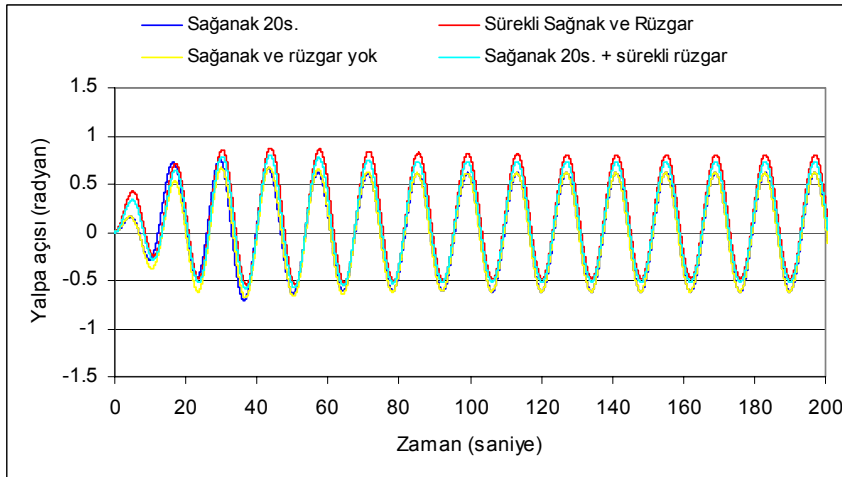
EK C



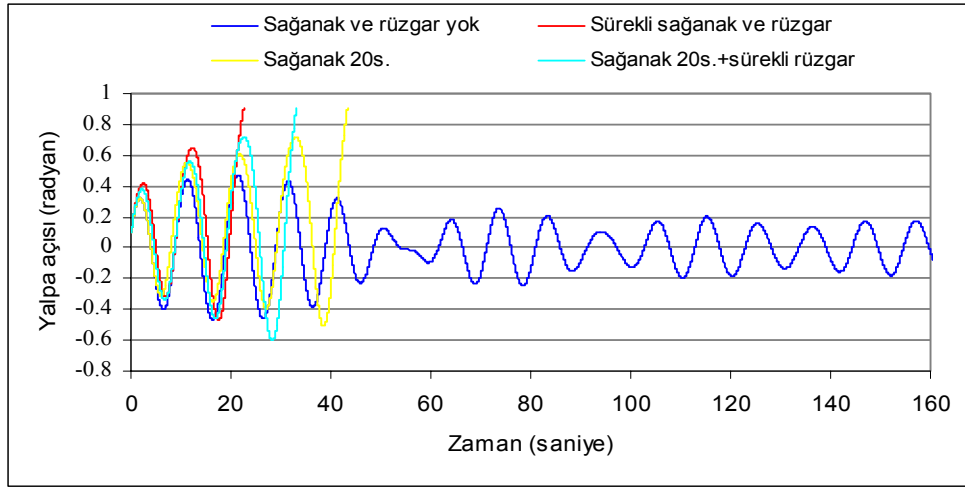
Şekil C.1: MV Gaul balıkçı gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.45$)



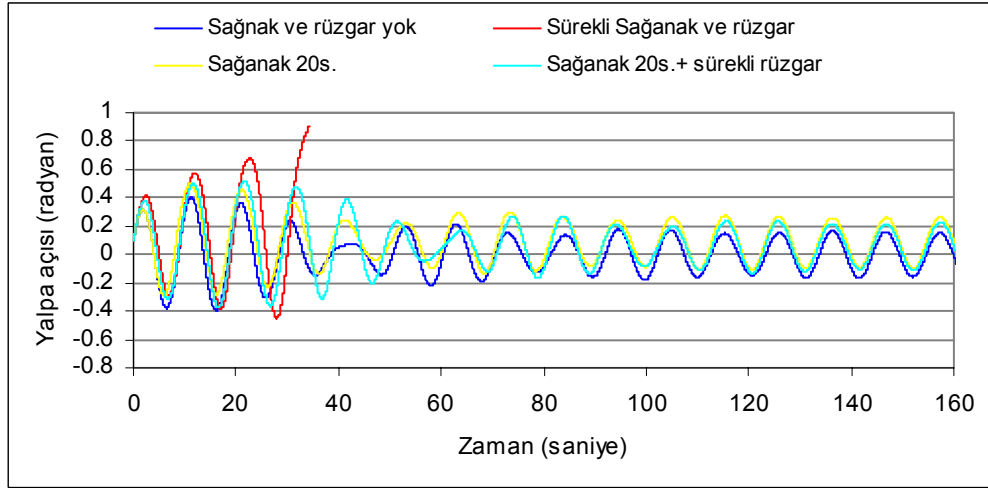
Şekil C.2: MV Gaul balıkçı gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $\Omega=0.45$)



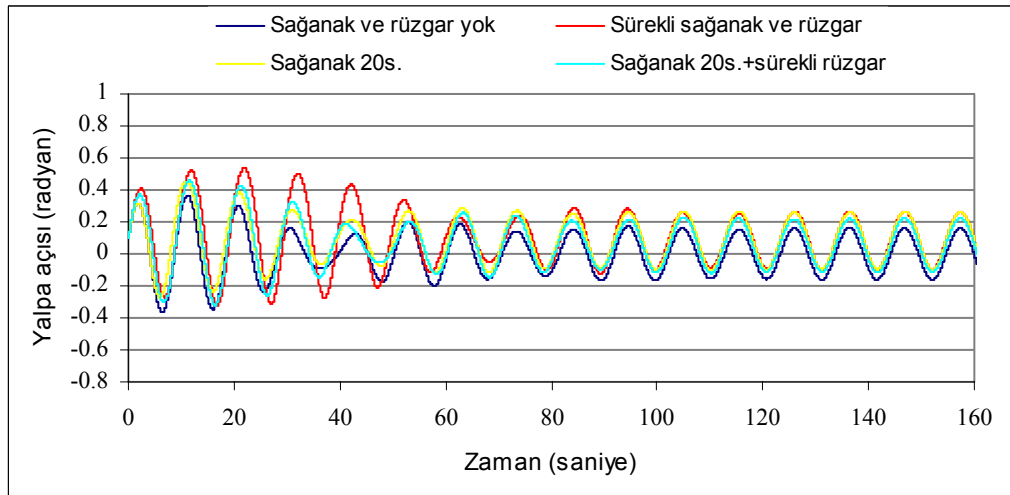
Şekil C.3: MV Gaul balıkçı gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.45$)



Şekil C.4: MS Helland Hansen gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0$, $\Omega=0.6$)

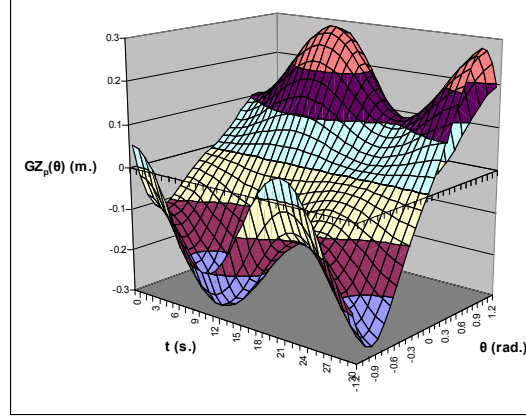


Şekil C.5: Helland Hansen gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0.1$, $\Omega=0.6$)

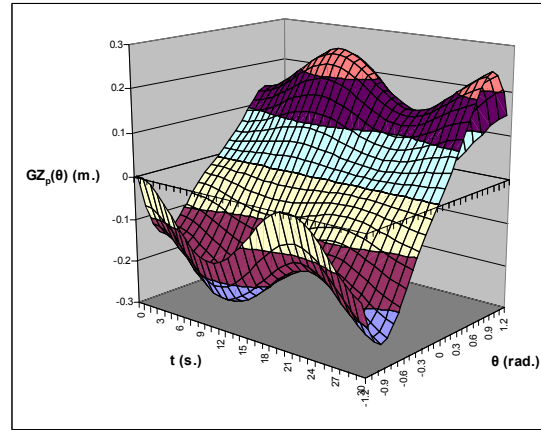


Şekil C.6: MV Helland Hansen gemisinin yalpa açısının zamana bağlı değişimi ($\mu=0.04$, $\eta=0.2$, $\Omega=0.6$)

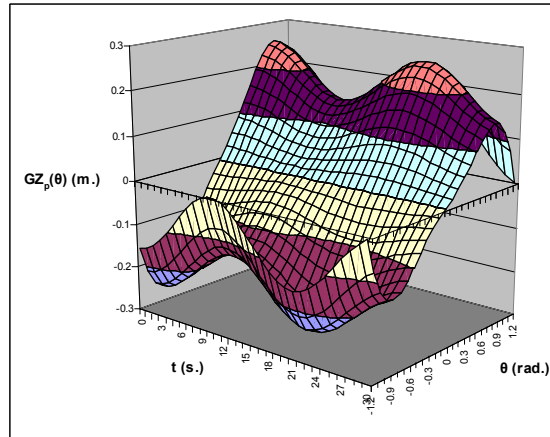
EK D



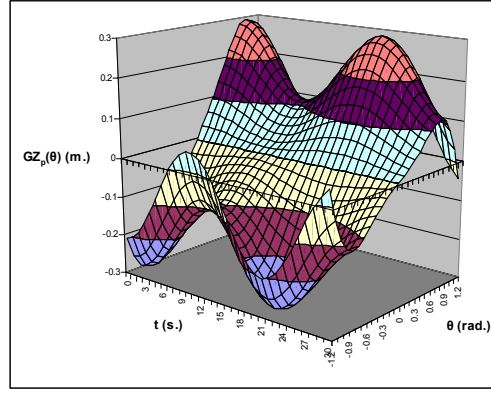
Şekil D.1: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.5$, $\omega_e=0.3$



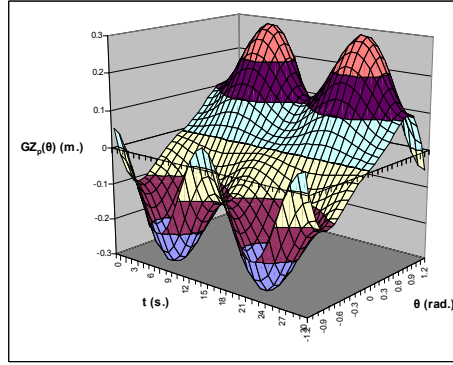
Şekil D.2: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.3$, $\omega_e=0.3$



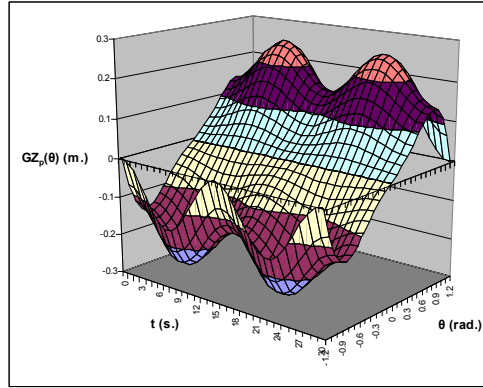
Şekil D.3: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=0.3$, $\omega_e=0.3$



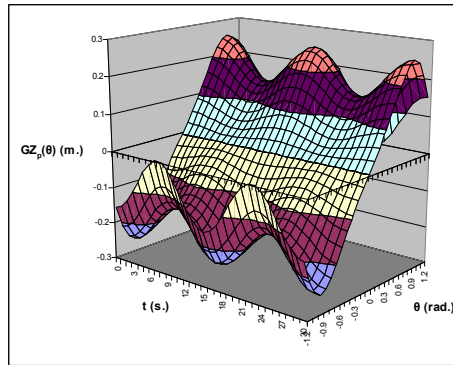
Şekil D.4: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=0.5$, $\omega_e=0.3$



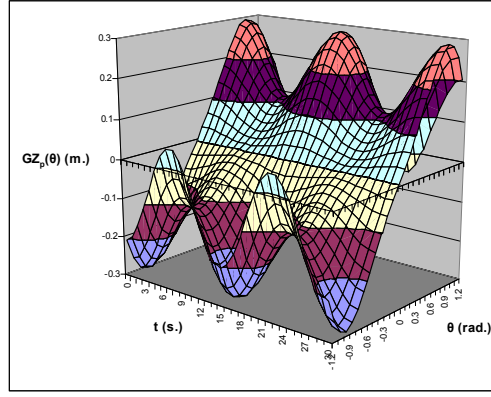
Şekil D.5: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.5$, $\omega_e=0.42$



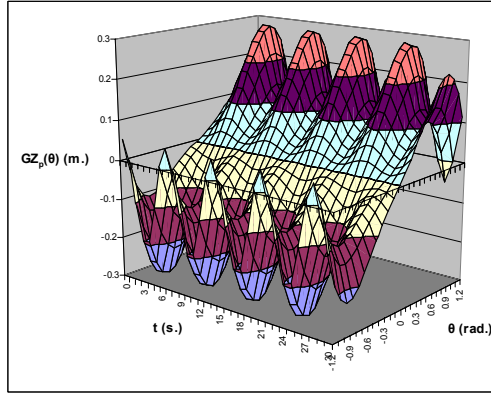
Şekil D.6: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.3$, $\omega_e=0.42$



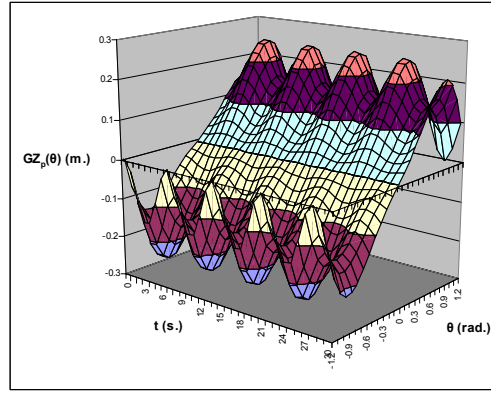
Şekil D.7: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=0.3$, $\omega_e=0.42$



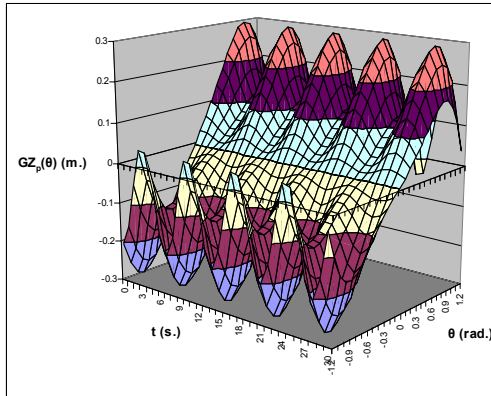
Şekil D.8: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=0.5$, $\omega_e=0.42$



Şekil D.9: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.5$, $\omega_e=0.90$



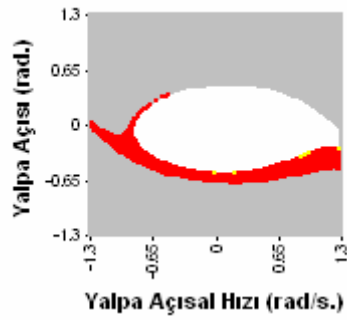
Şekil D.10: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=-0.3$, $\omega_e=0.90$



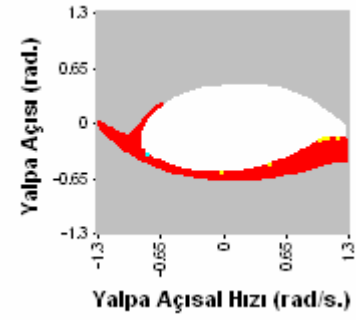
Şekil D.11: Parametrik zorlama etkisi altındaki doğrultma moment kolu $a=0.5$, $\omega_e=0.90$

EK E

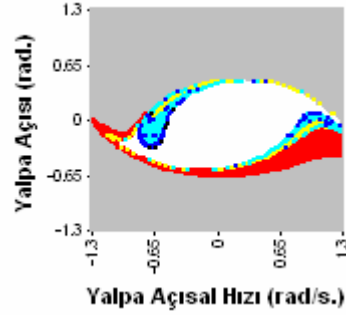
Şekil 1-10'daki güvenli bölgeler sabit rüzgar ve sağnak (gust) sürekli birlikte etkilerken ($F_{ruz}=0.0414$), Şekil 11-21'deki güvenli bölgeler ise sabit rüzgar sürekli etkilerken ($F_{ruz}=0.0276$) ve sağnağın (gust) ise aralıklarla etkilerken ($F_{ruz}=0.0414$) elde edilmiştir.



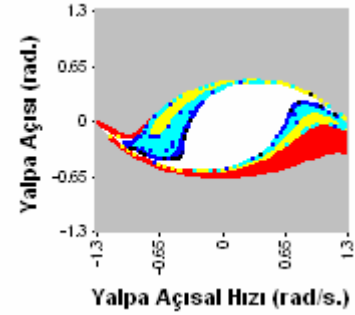
Şekil E.1: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.1$



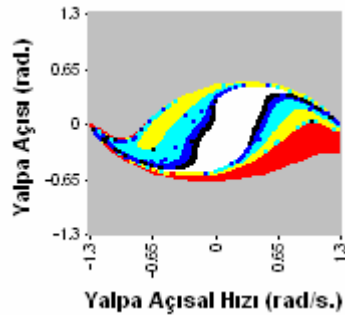
Şekil E.2: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.2$



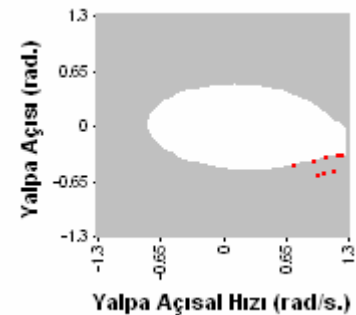
Şekil E.3: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.3$



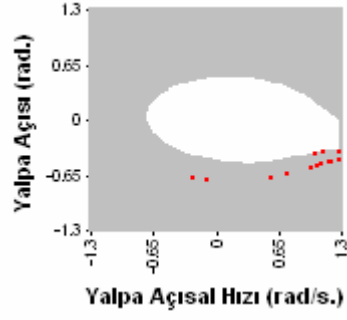
Şekil E.4: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.4$



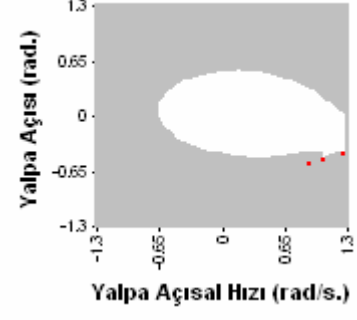
Şekil E.5: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.5$



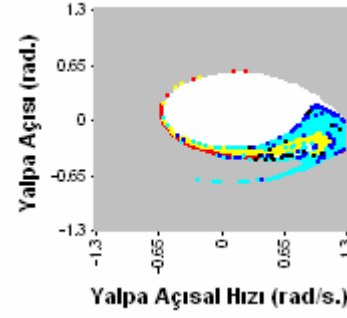
Şekil E.6: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.1$



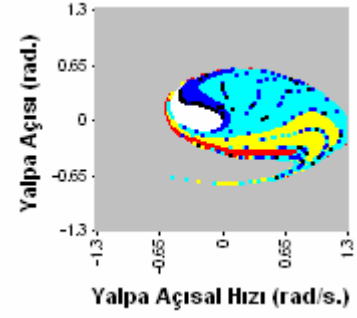
Şekil E.7: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.2$



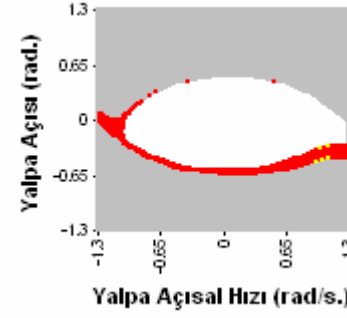
Şekil E.8: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.3$



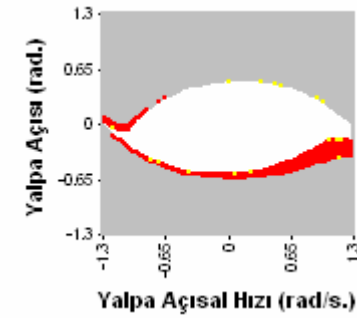
Şekil E.9: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.4$



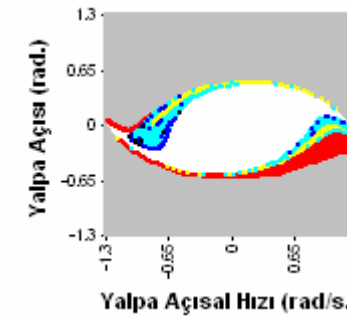
Şekil E.10: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.5$



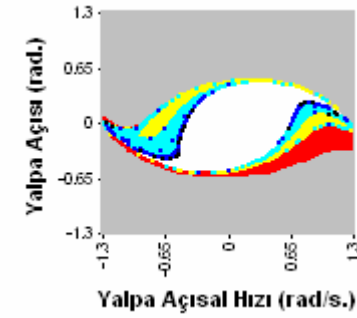
Şekil E.11: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.1$



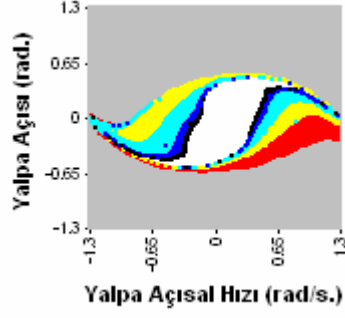
Şekil E.12: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.2$



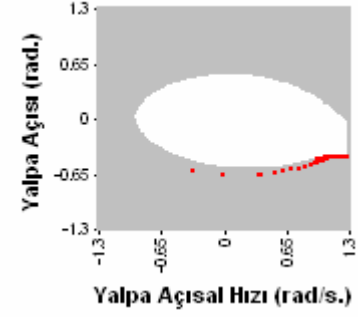
Şekil E.13: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.3$



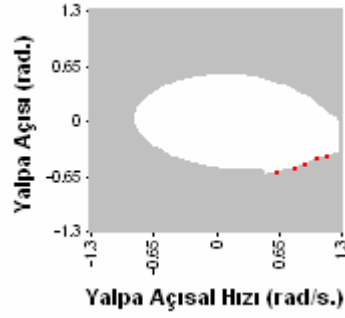
Şekil E.14: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.4$



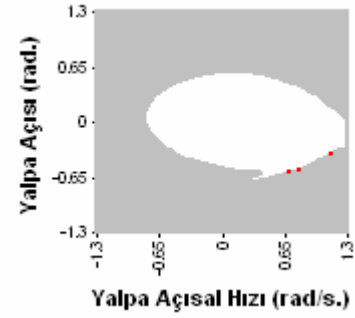
Şekil E.15: Güvenli bölge $\omega_e=0.90$ $a=0.5$



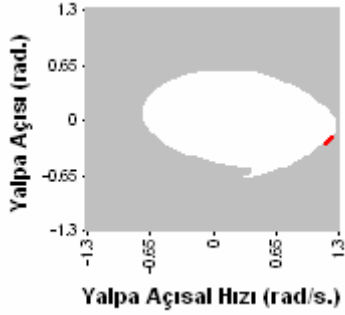
Şekil E.16: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.1$



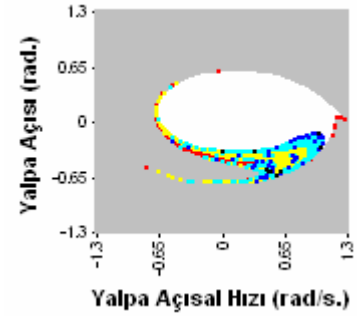
Şekil E.17: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.2$



Şekil E.18: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.3$



Şekil E.19: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.4$

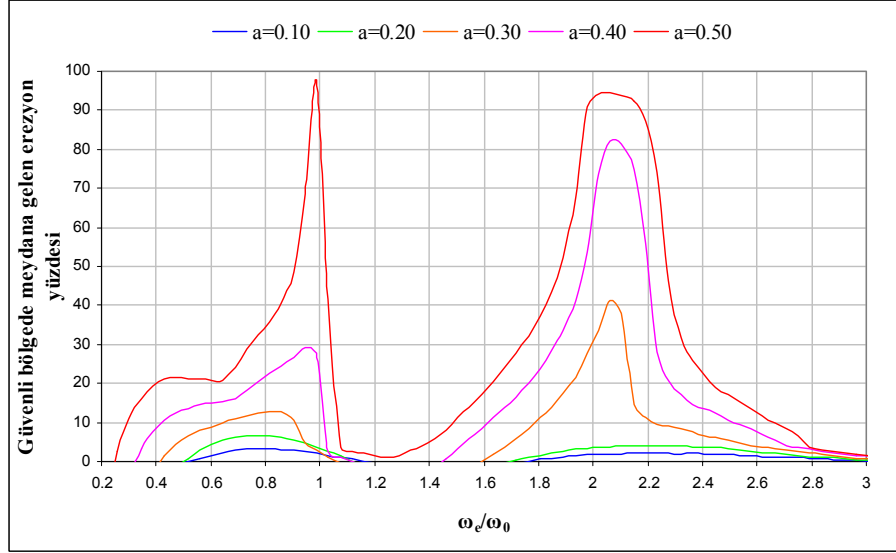


Şekil E.20: Güvenli bölge $\omega_e=0.45$ $a=0.5$

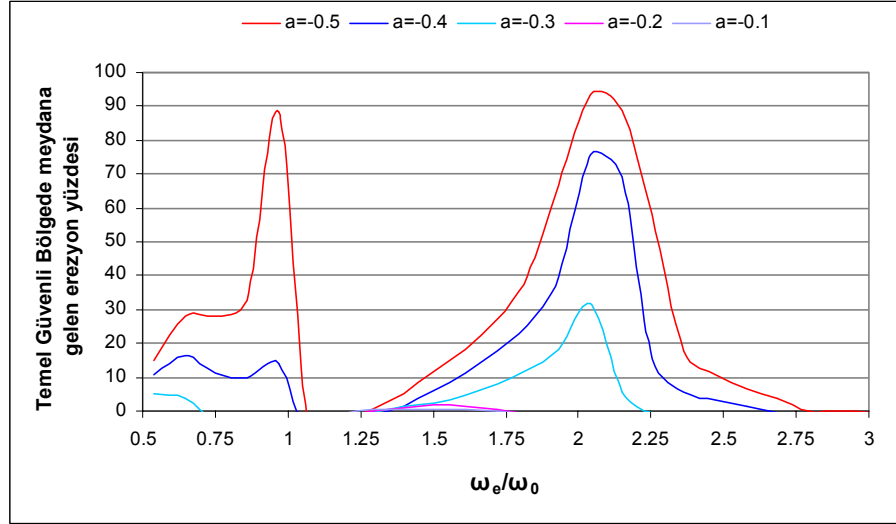
Açıklama

Açık gri bölge geminin 1 karşılaşma periyotundan daha kısa sürede devrildiğini
 Kırmızı bölge geminin 1 ile 2 karşılaşma periyodu arasında devrildiğini
 Sarı bölge geminin 2 ile 4 karşılaşma periyodu arasında devrildiğini
 Turkuaz bölge geminin 4 ile 8 karşılaşma periyodu arasında devrildiğini
 Mavi bölge geminin 8 ile 12 karşılaşma periyodu arasında devrildiğini
 Siyah bölge geminin 12 ile 16 karşılaşma periyodu arasında devrildiğini

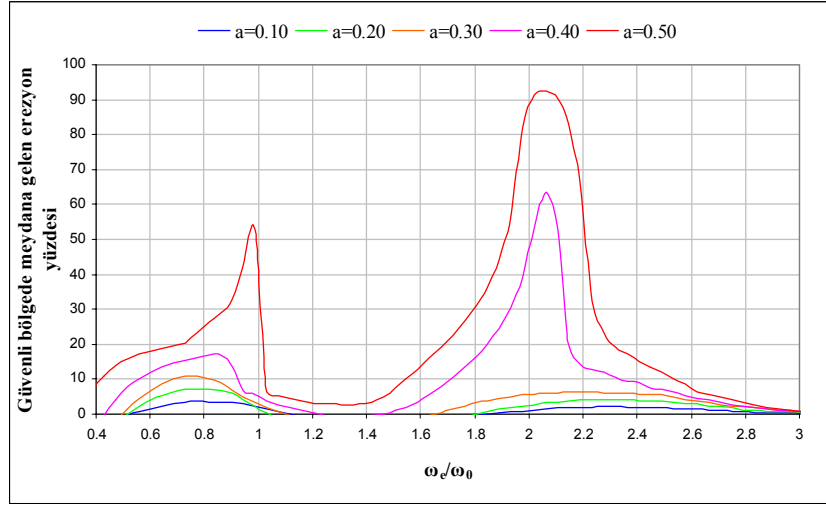
EK F



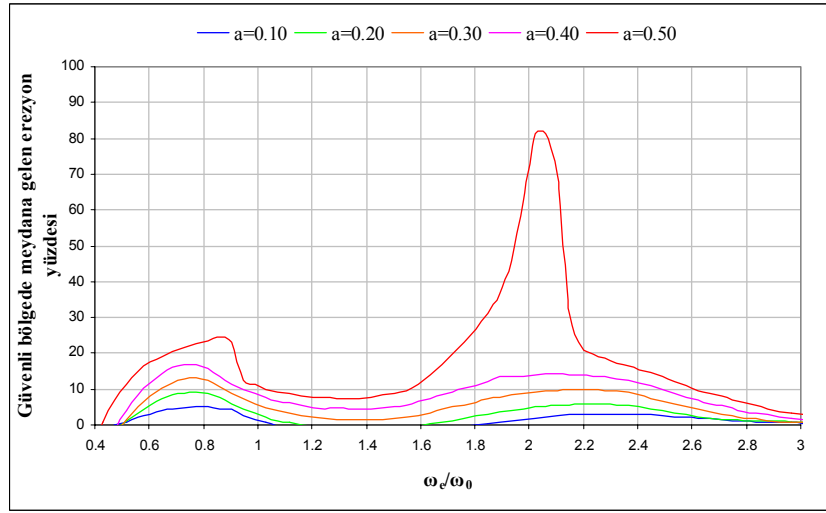
Şekil F.1: Girişim eğrisi (GM=36.5 cm., $d_1=0.04$, $d_2=0$, $F=0$)



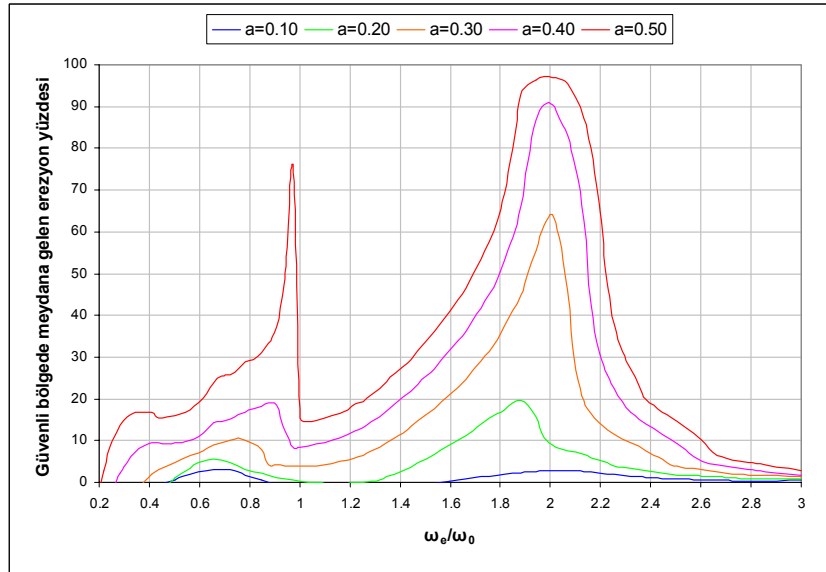
Şekil F.2: Girişim eğrisi (GM=36.5 cm., $d_1=0.04$, $d_2=0$, $F=0$)



Şekil F.3: Girişim eğrisi (GM=36.5 cm., $d_1=0.04$, $d_2=0.05$, $F=0$)



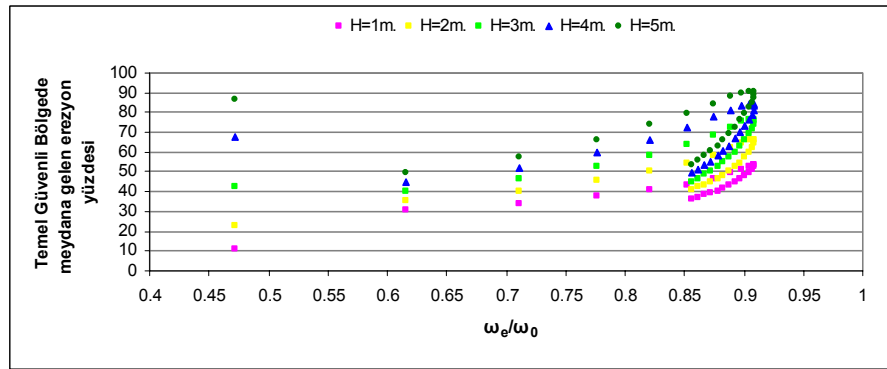
Şekil F.4: Girişim eğrisi (GM=36.5 cm., $d_1=0.04$, $d_2=0.10$, $F=0$)



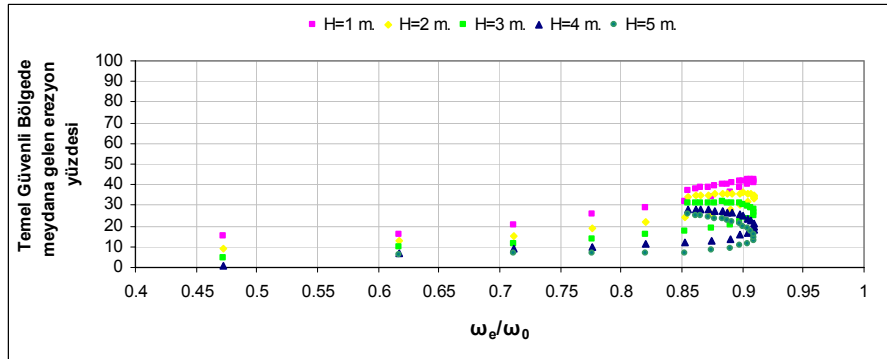
Şekil F.5: Girişim eğrisi (GM=68.5 cm., $d_1=0.04$, $d_2=0$, $F=0$)

EK G

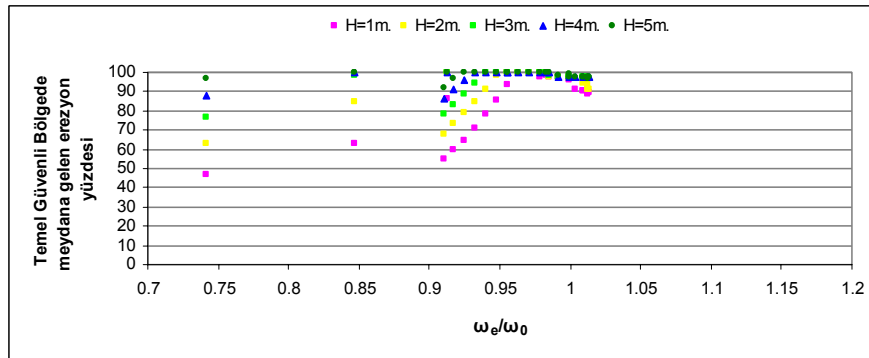
Takip eden, yandan ve baştan dalgalarda, rüzgarın sabit bir değeri olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasandr yükseklği değişim oranının sabit bir değeri olduğu kabul edilmiştir.



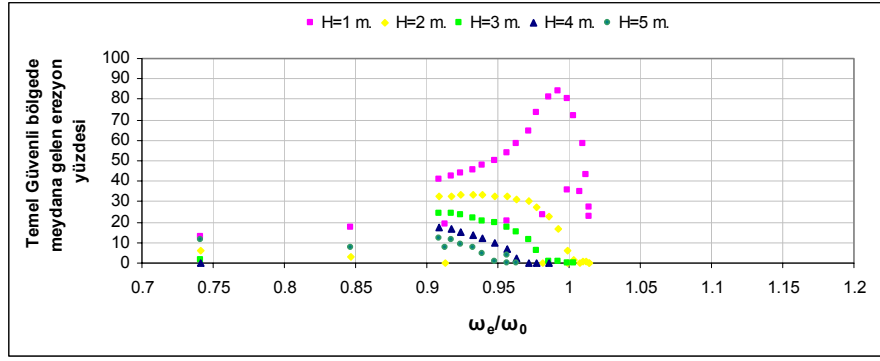
Şekil G.1: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=15^\circ$



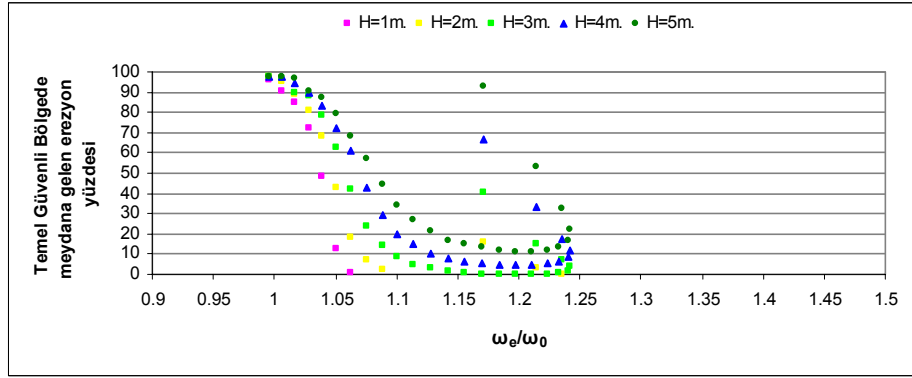
Şekil G.2: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=15^\circ$



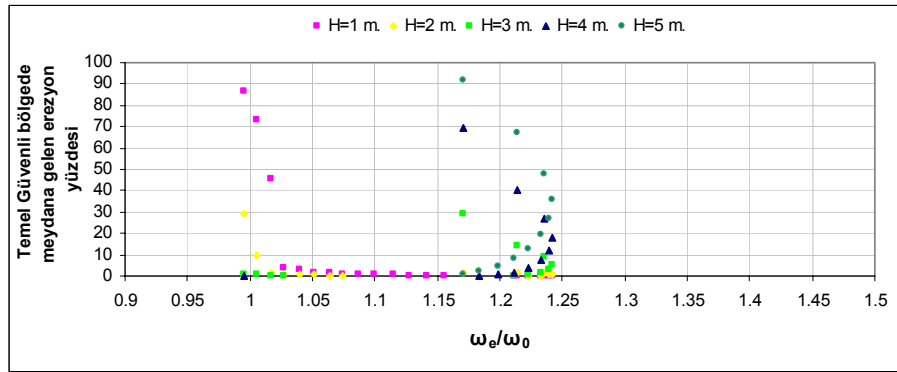
Şekil G.3: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=30^\circ$



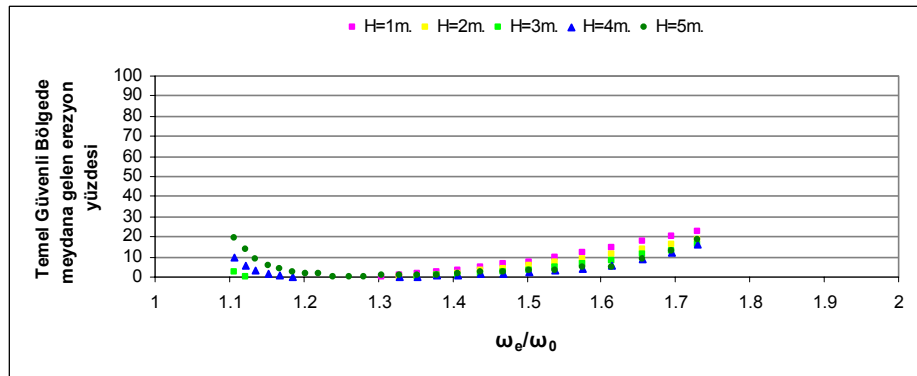
Şekil G.4: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=30^\circ$



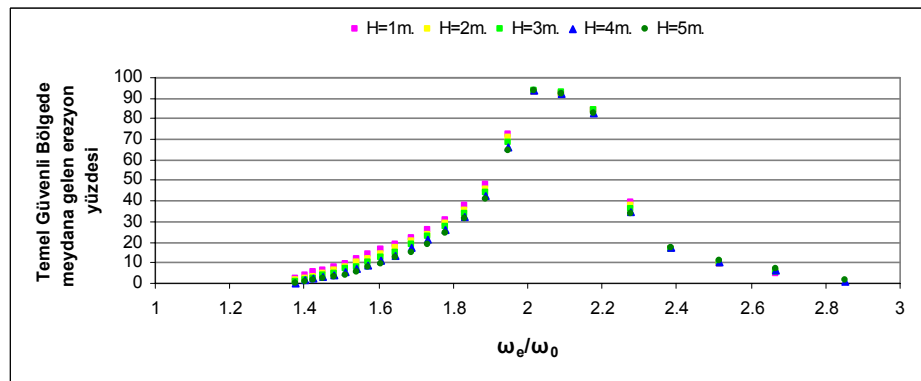
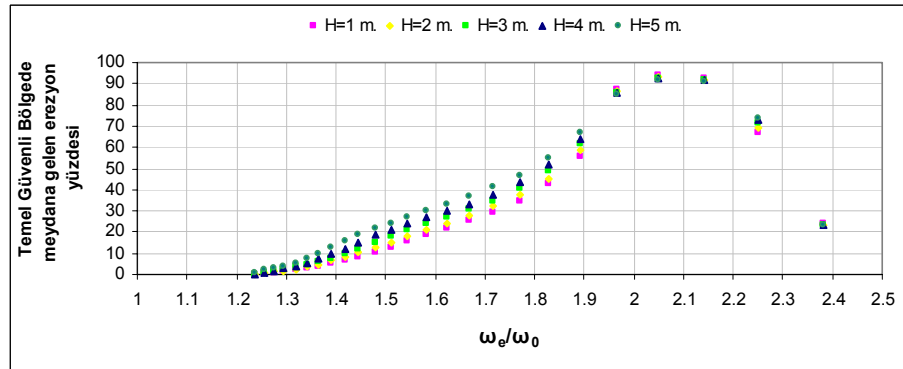
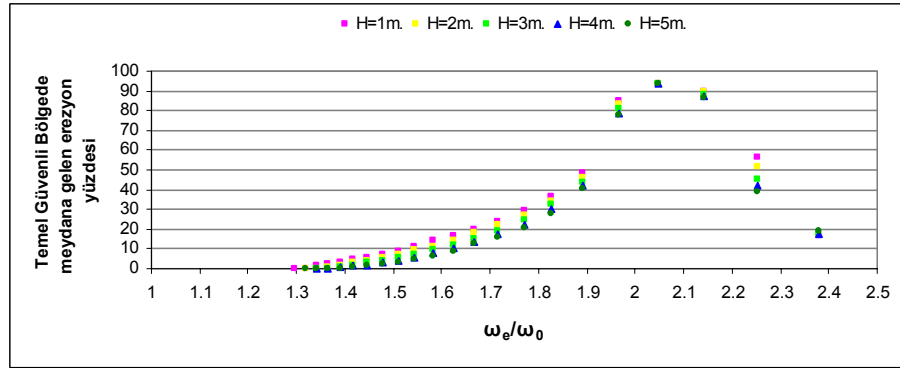
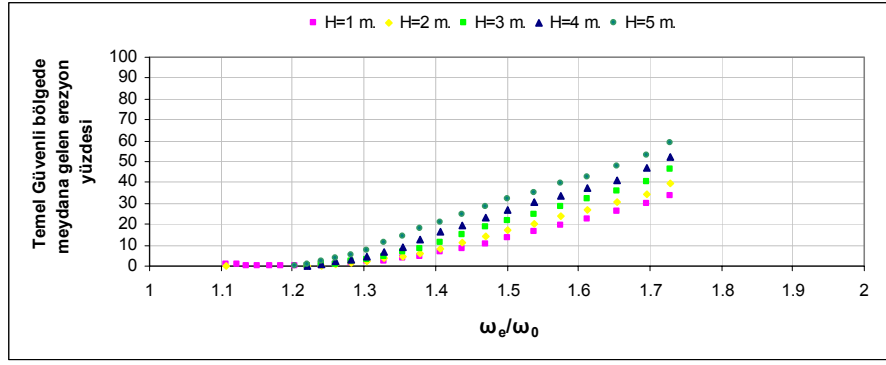
Şekil G.5: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=45^\circ$

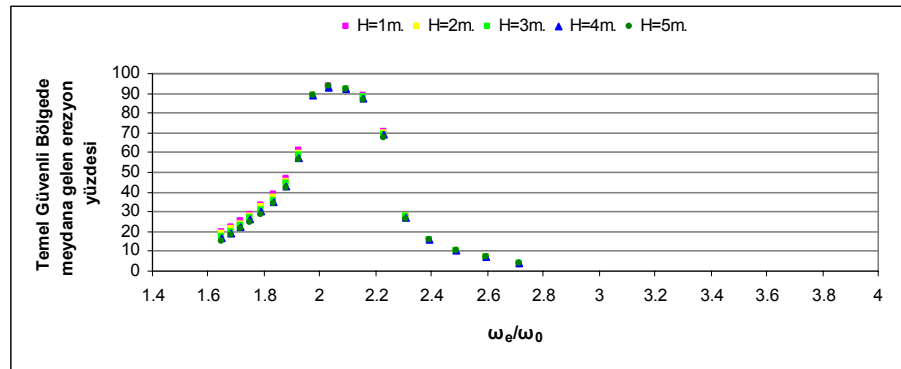
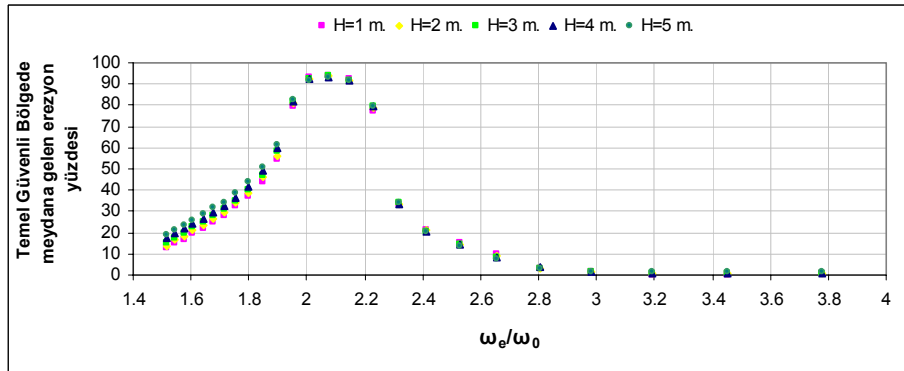
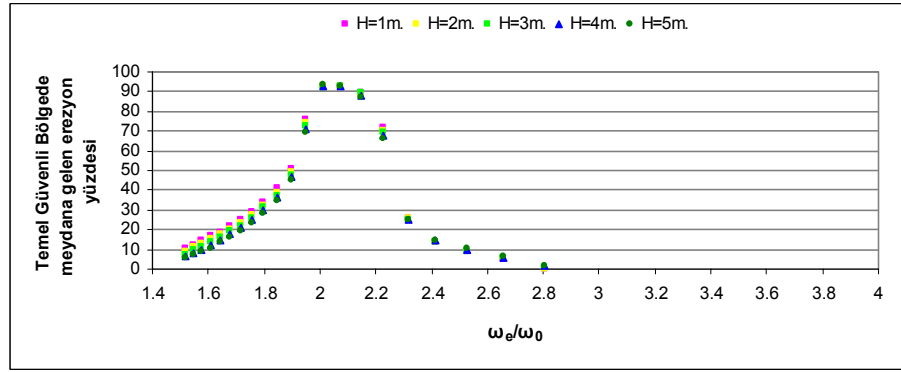
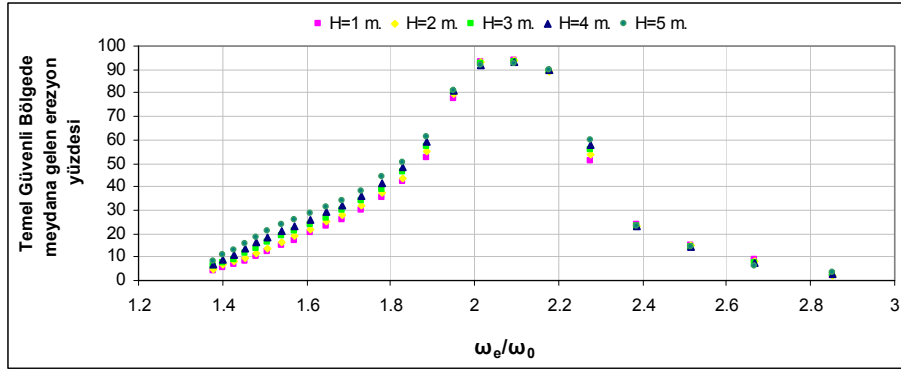


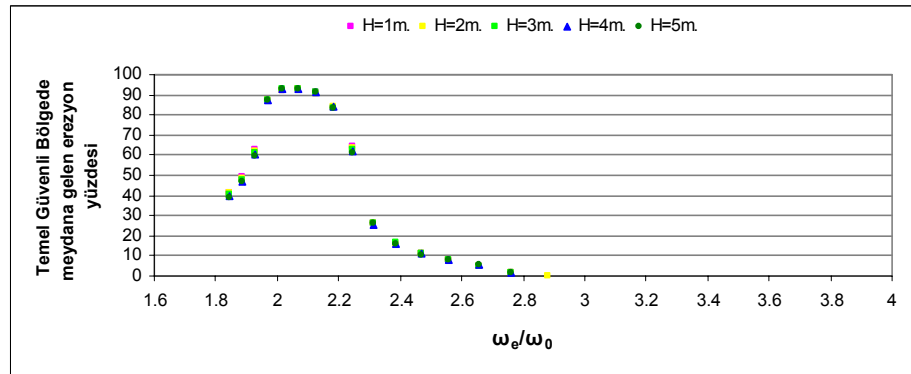
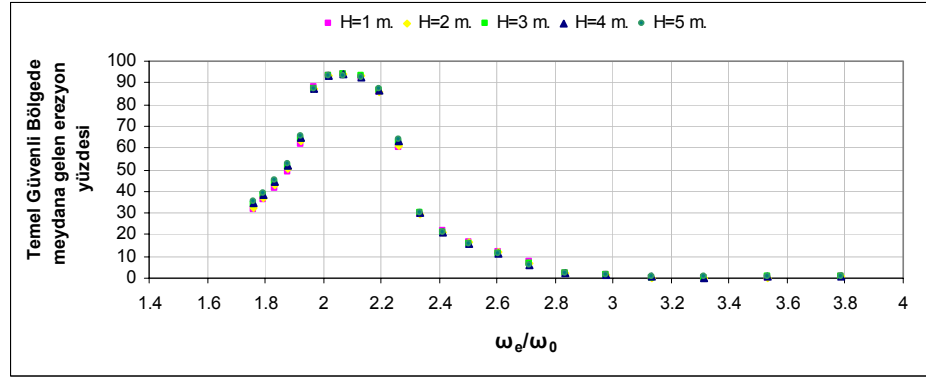
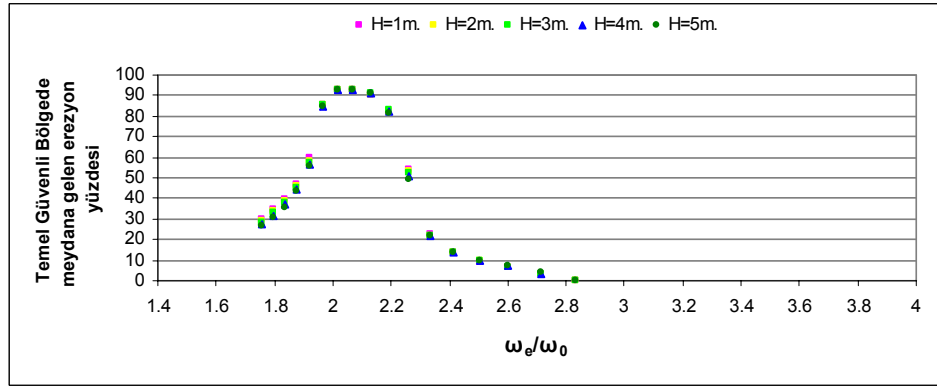
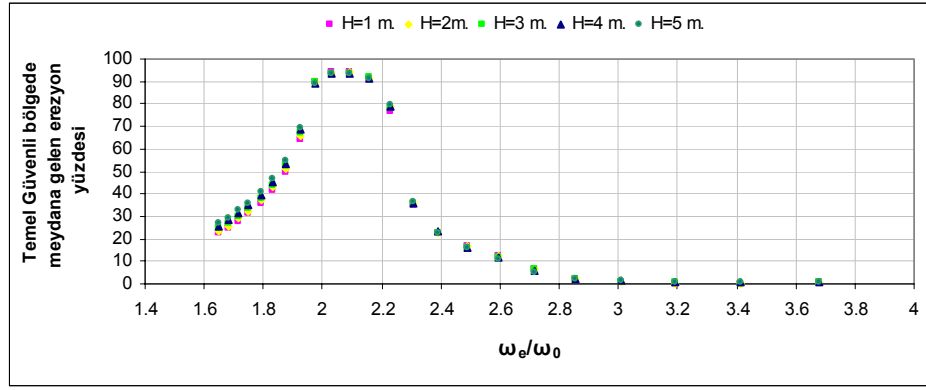
Şekil G.6: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=45^\circ$

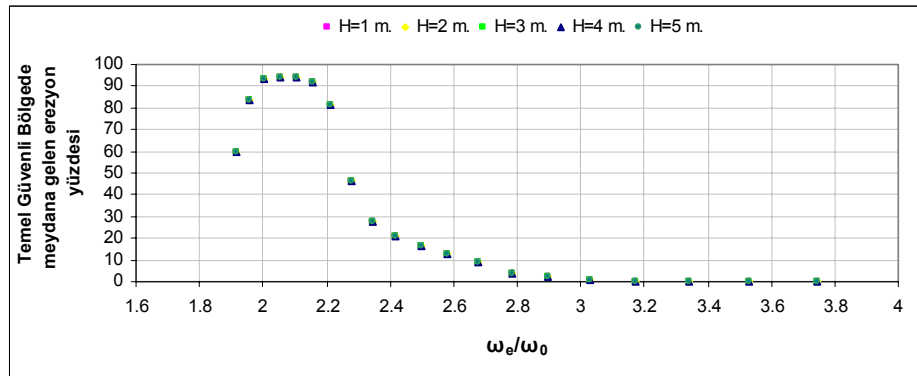
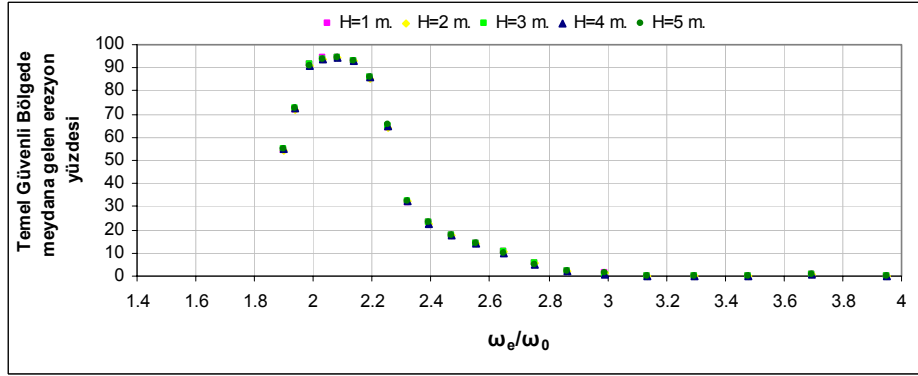
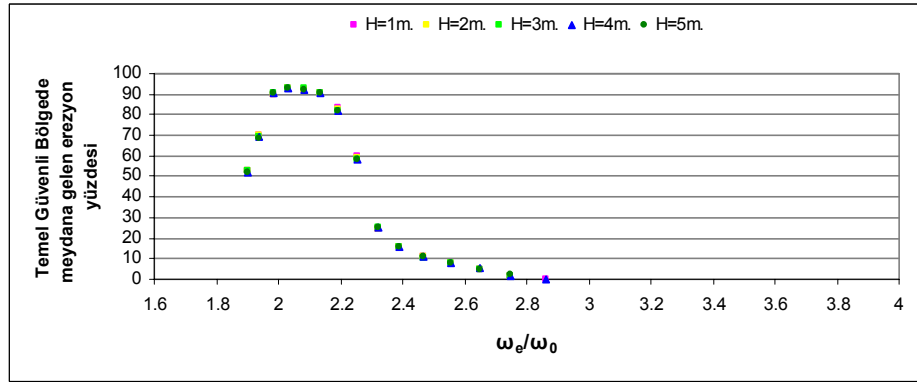
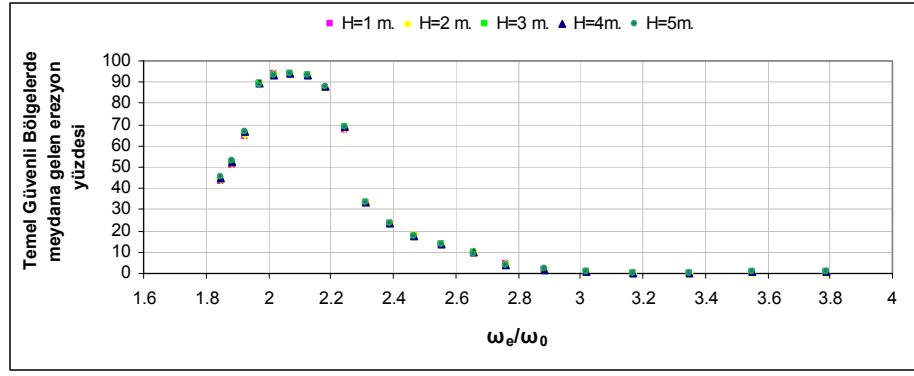


Şekil G.7: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=60^\circ$



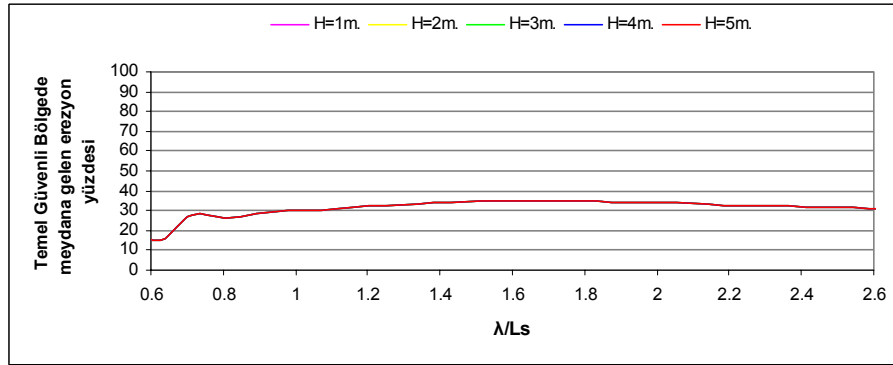




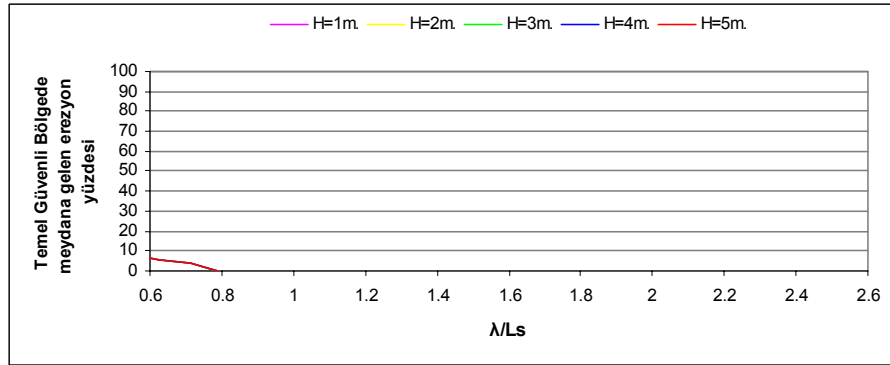


EK H

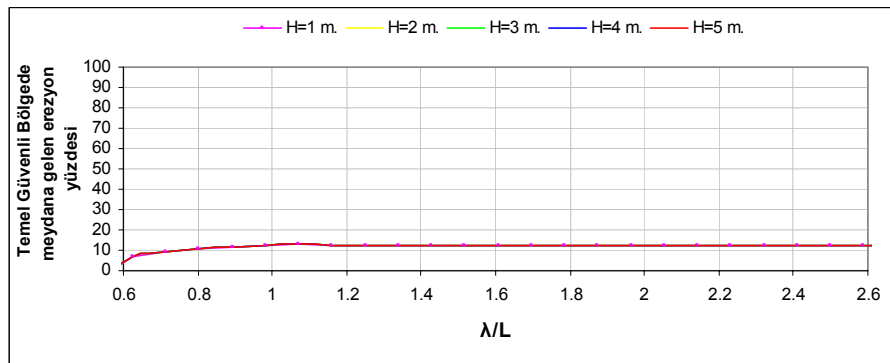
Takip eden, yandan ve baştan dalgalarda, rüzgarın sabit bir değeri olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasandr yükseklği değişim oranının sabit bir değeri olduğu kabul edilmiştir.



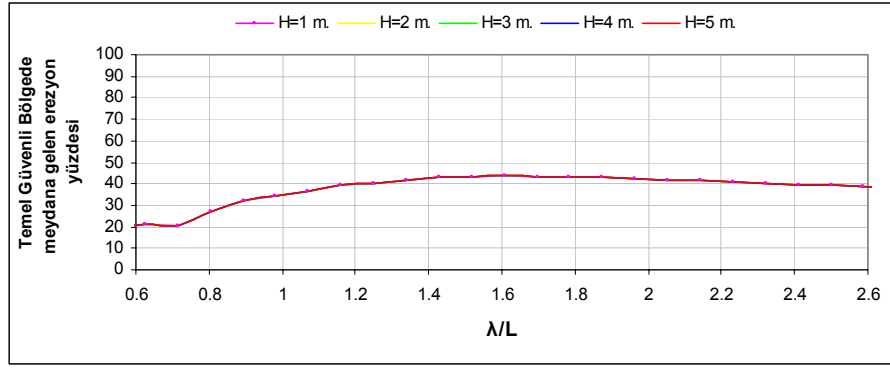
Şekil H.1: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=0^\circ$



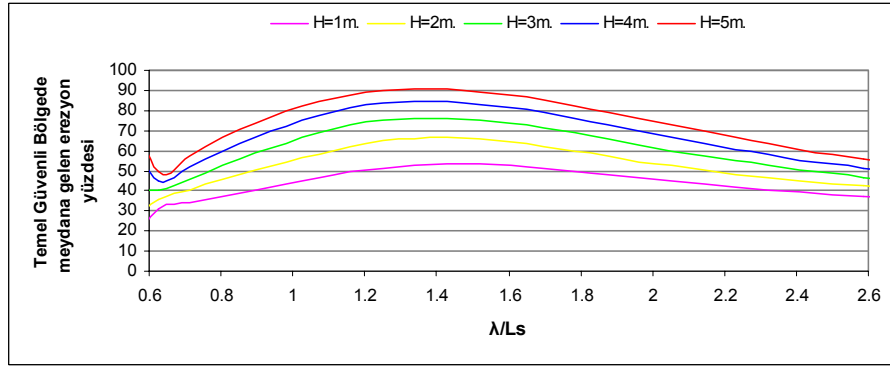
Şekil H.2: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=0^\circ$



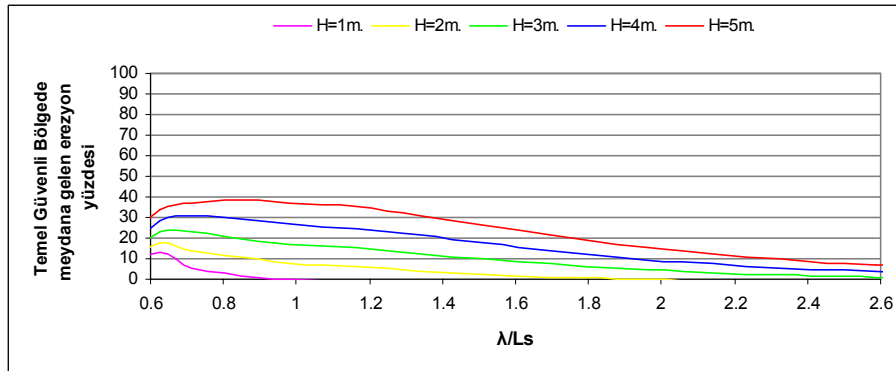
Şekil H.3: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=0^\circ$



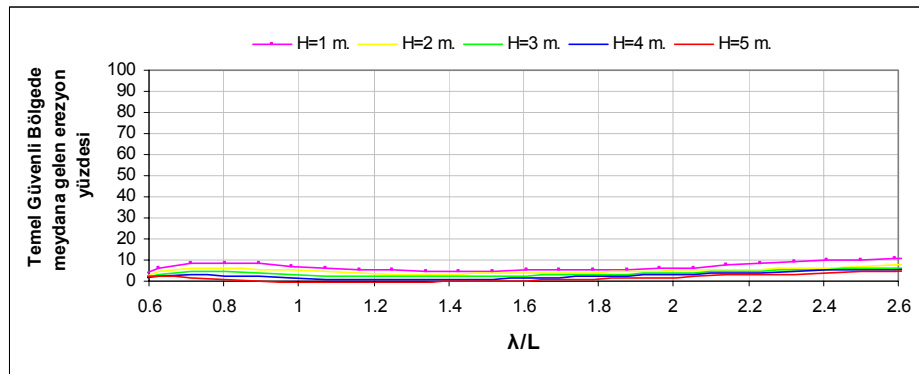
Şekil H.4: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=0^\circ$



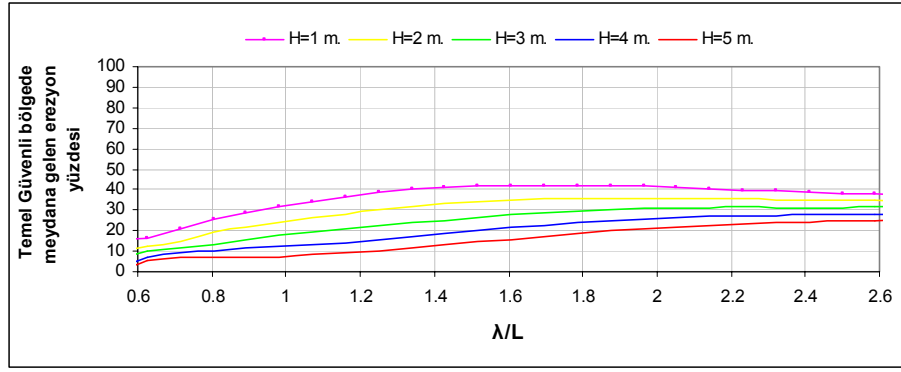
Şekil H.5: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=15^\circ$



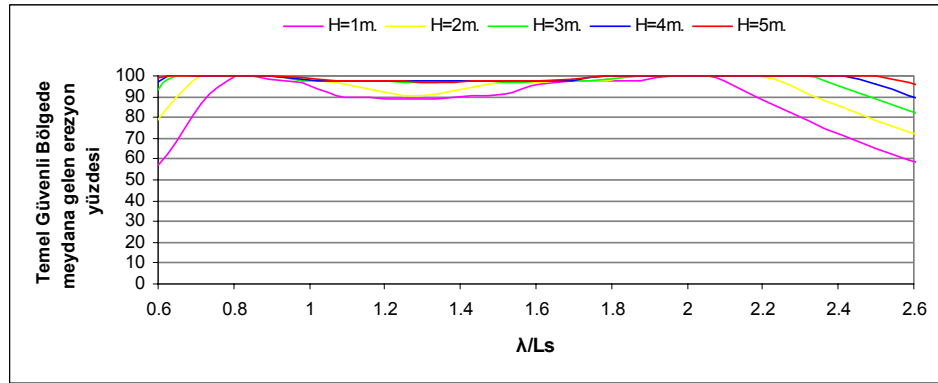
Şekil H.6: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=15^\circ$



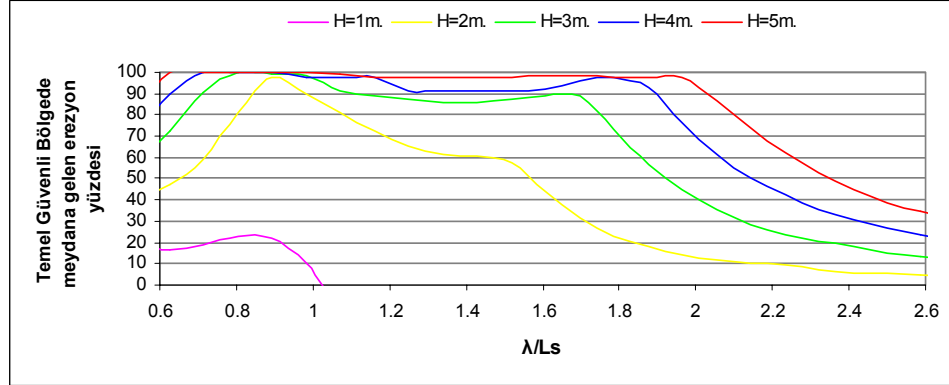
Şekil H.7: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=15^\circ$



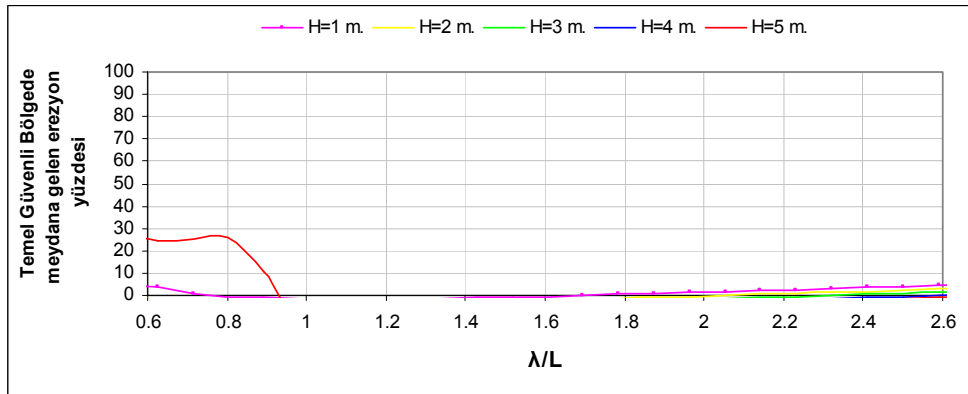
Şekil H.8: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=15^\circ$



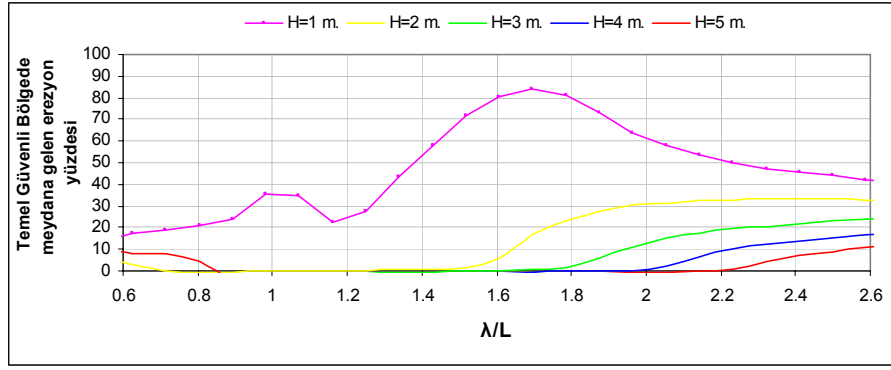
Şekil H.9: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=30^\circ$



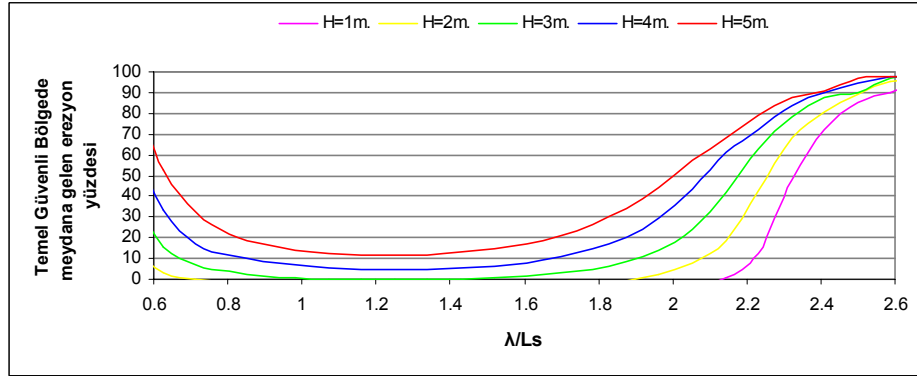
Şekil H.10: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=30^\circ$



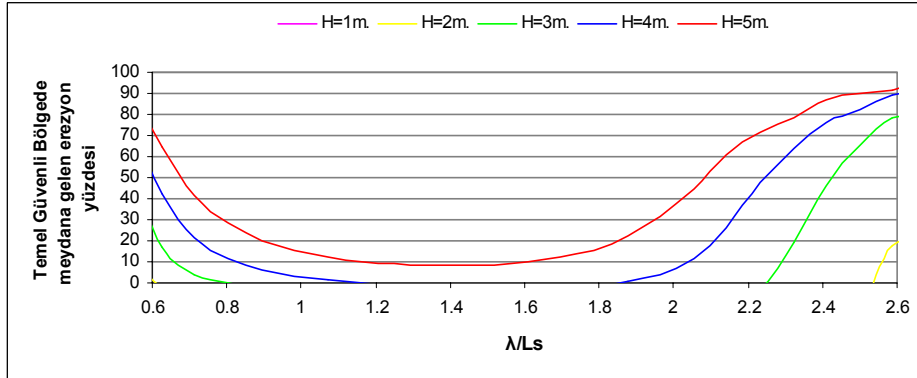
Şekil H.11: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=30^\circ$



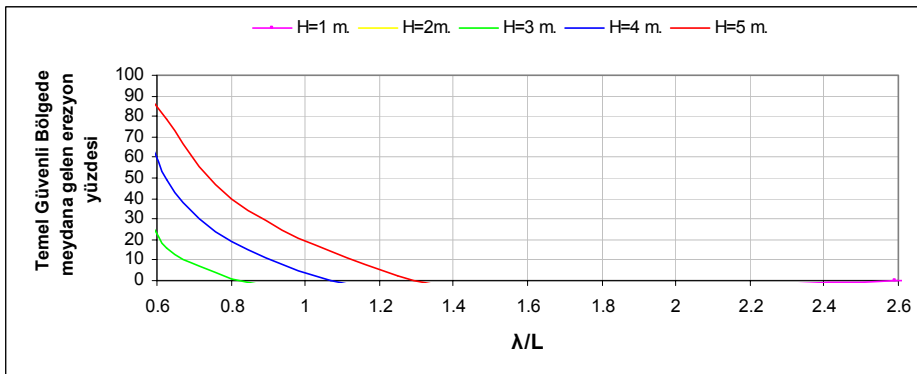
Şekil H.12: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=30^\circ$



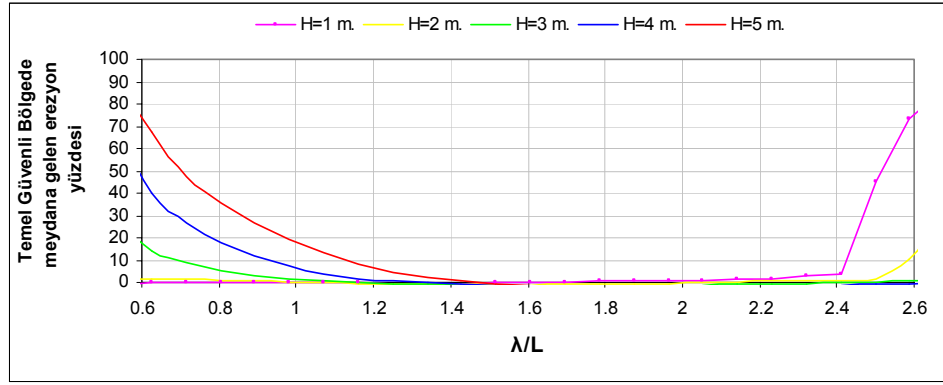
Şekil H.13: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=45^\circ$



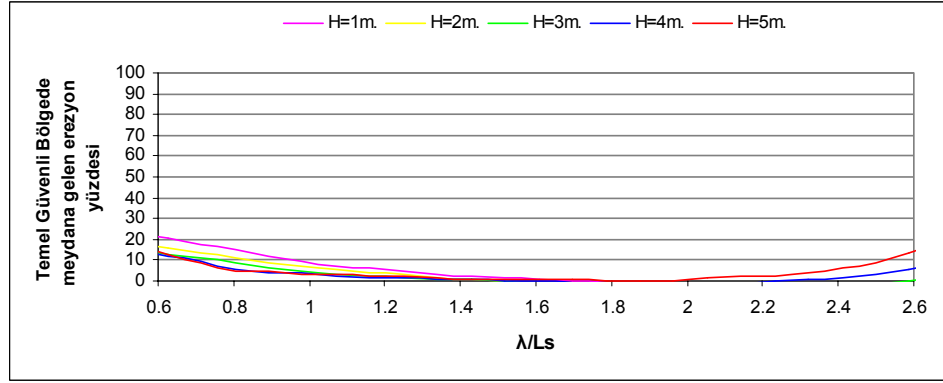
Şekil H.14: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=45^\circ$



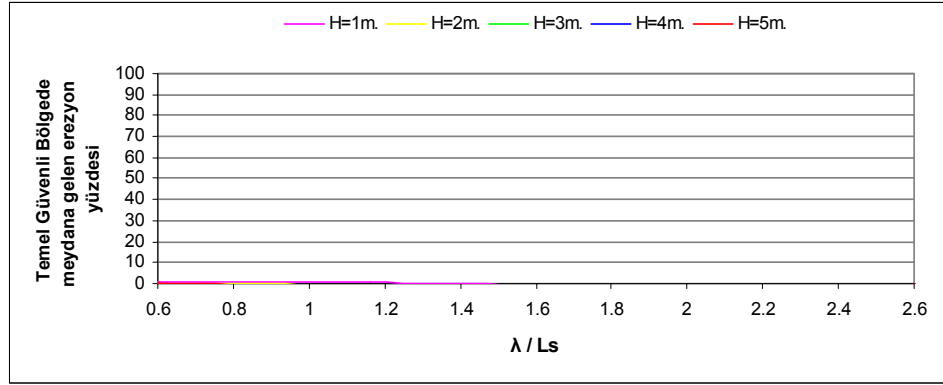
Şekil H.15: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=45^\circ$



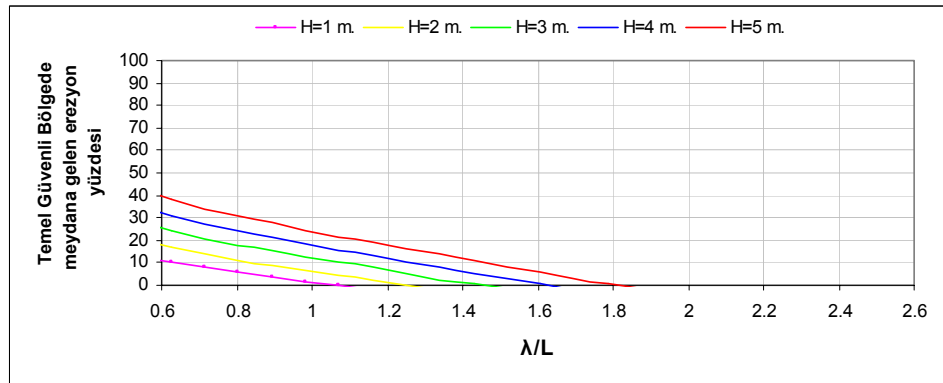
Şekil H.16: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=45^\circ$



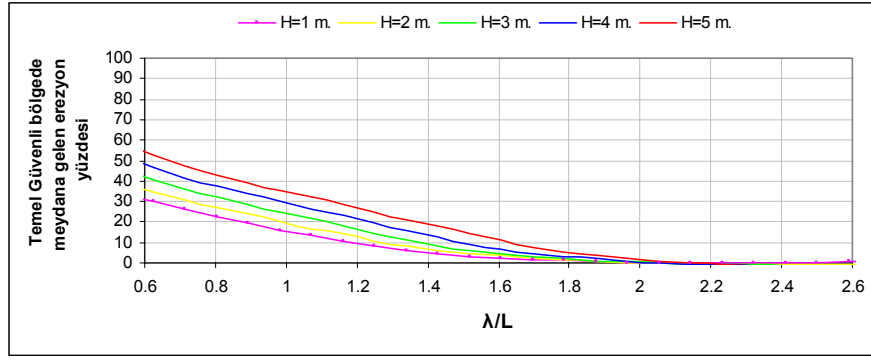
Şekil H.17: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=60^\circ$



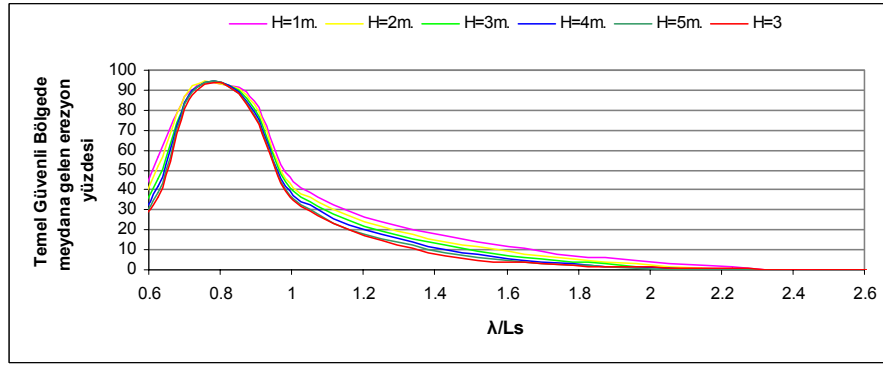
Şekil H.18: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=60^\circ$



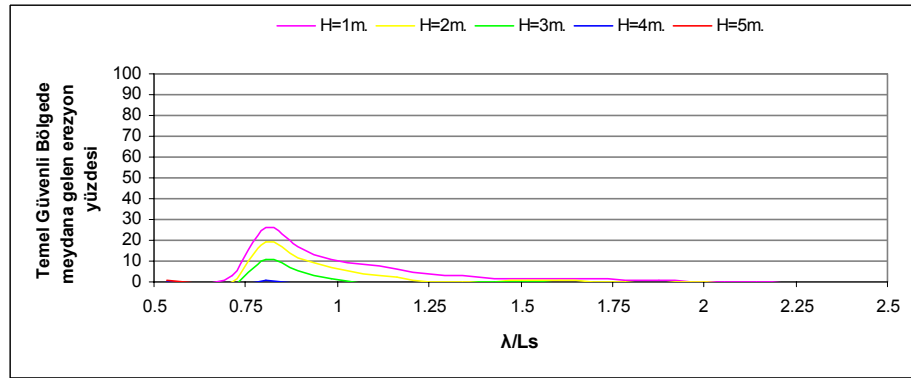
Şekil H.19: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=60^\circ$



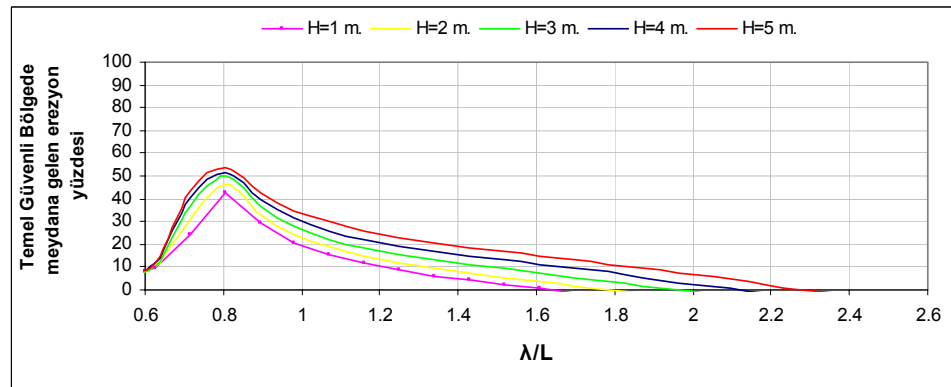
Şekil H.20: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=60^\circ$



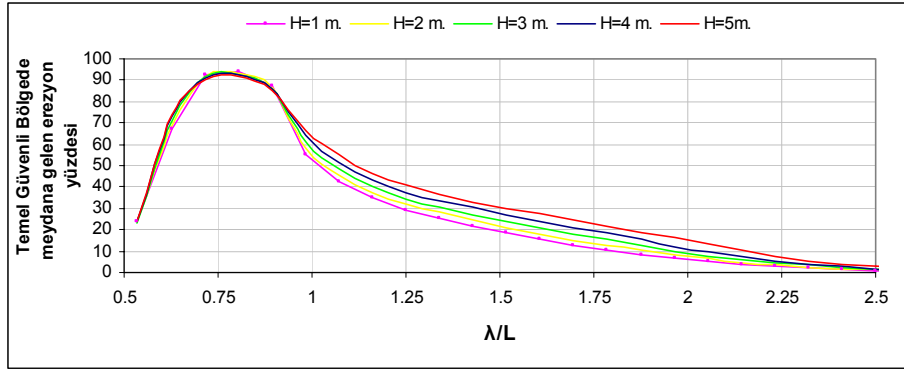
Şekil H.21: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=75^\circ$



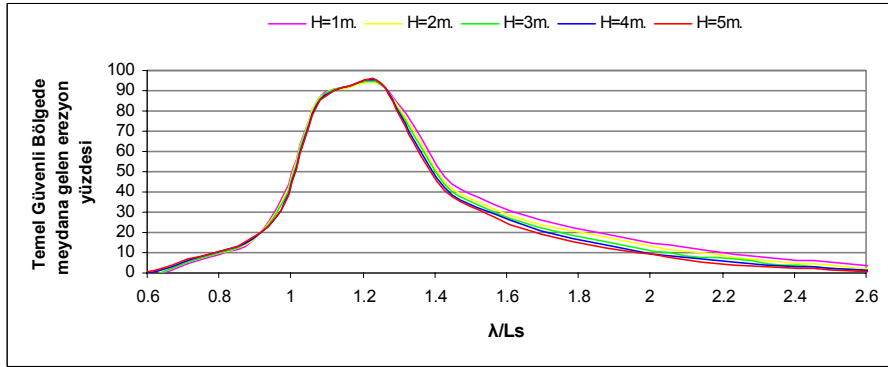
Şekil H.22: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=75^\circ$



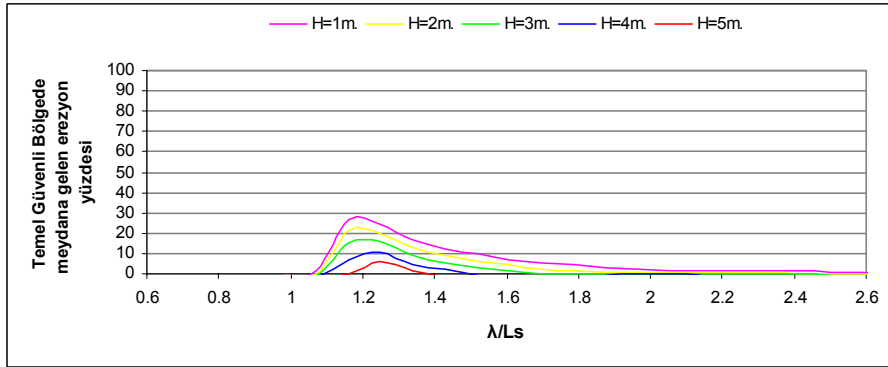
Şekil H.23: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=75^\circ$



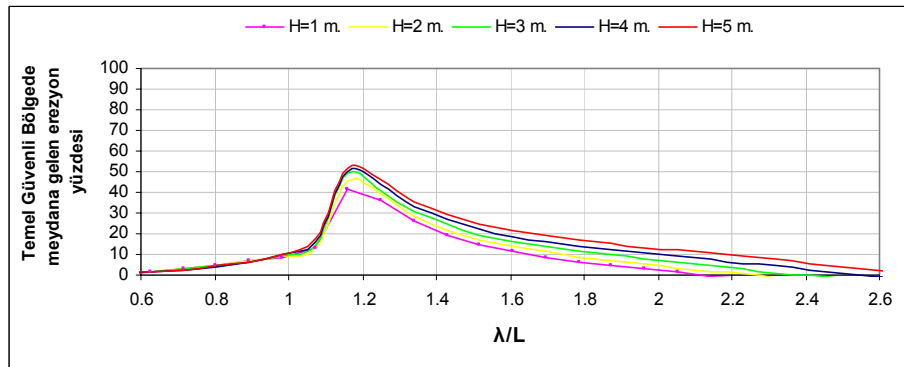
Şekil H.24: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=75^\circ$



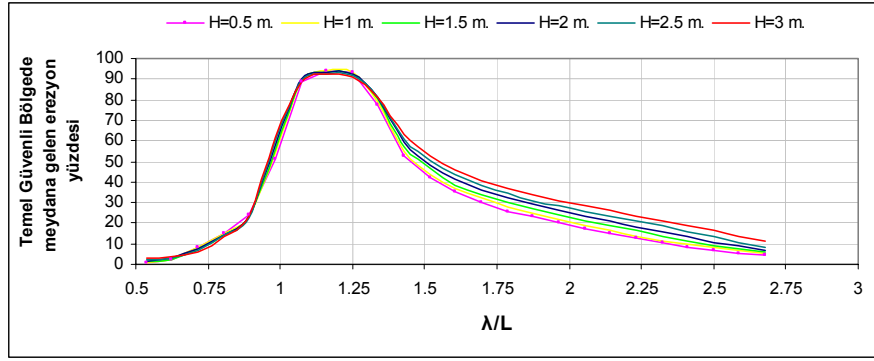
Şekil H.25: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=90^\circ$



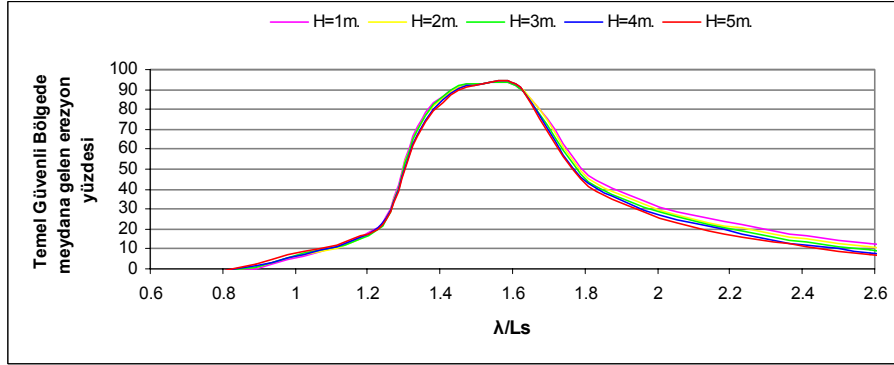
Şekil H.26: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=90^\circ$



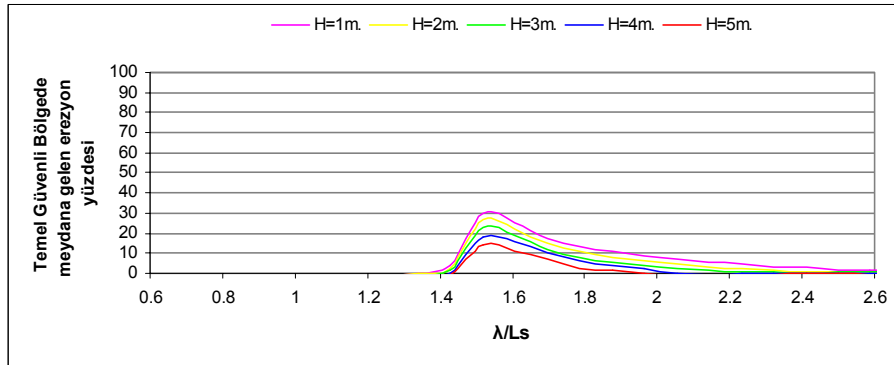
Şekil H.27: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=90^\circ$



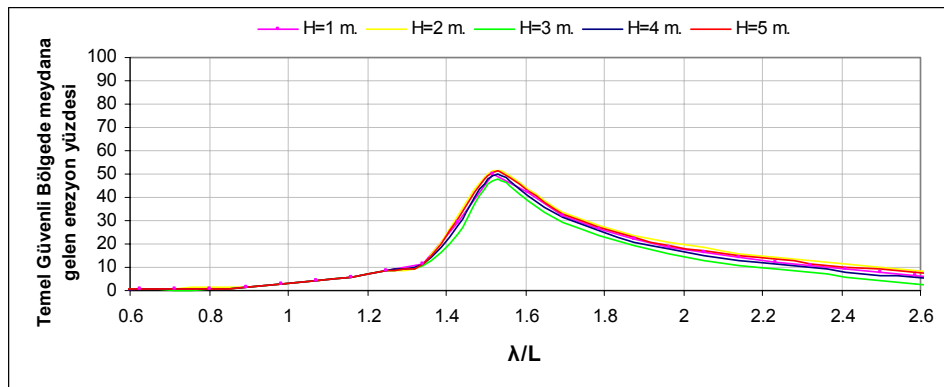
Şekil H.28: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=90^\circ$



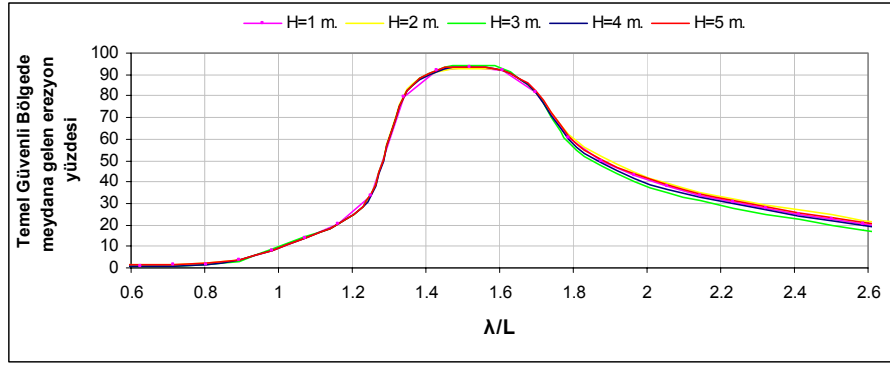
Şekil H.29: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=105^\circ$



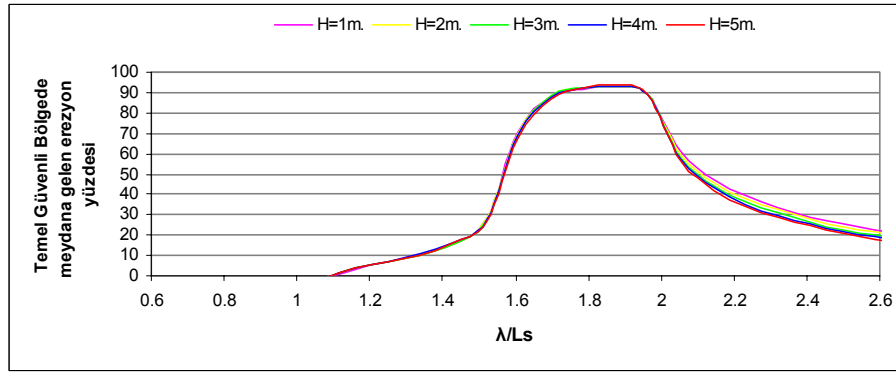
Şekil H.30: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=105^\circ$



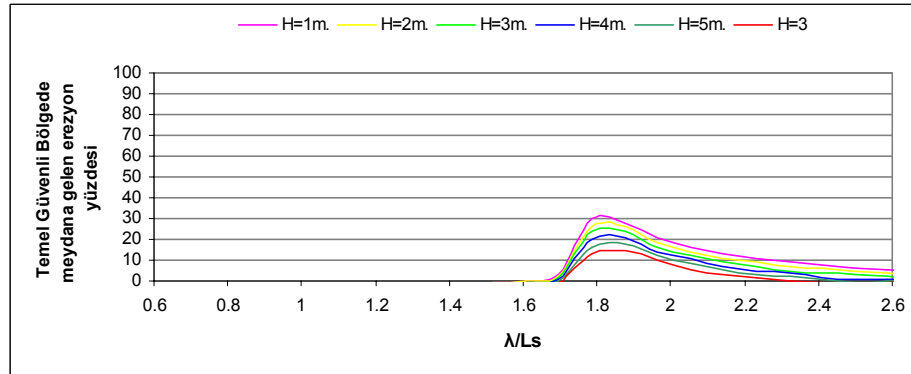
Şekil H.31: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=105^\circ$



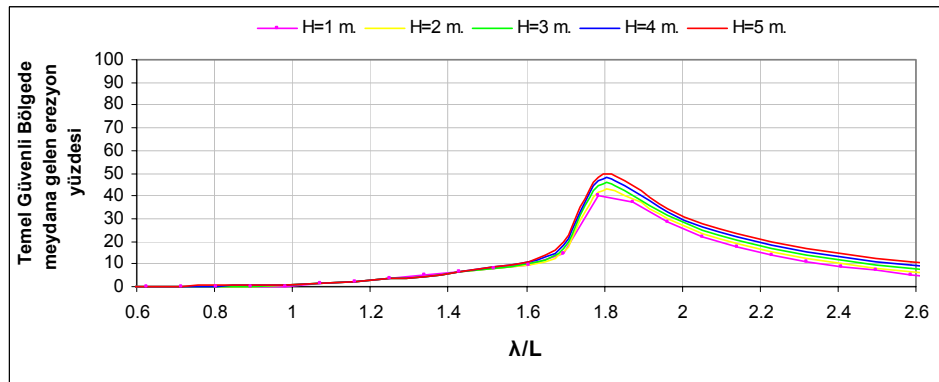
Şekil H.32: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=105^\circ$



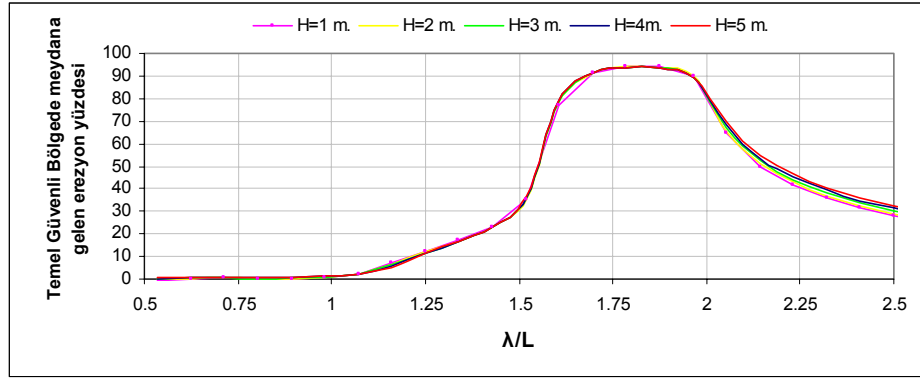
Şekil H.33: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=120^\circ$



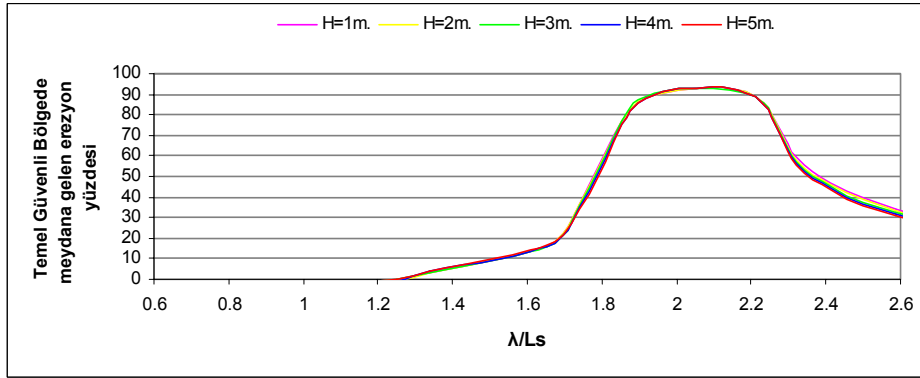
Şekil H.34: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=120^\circ$



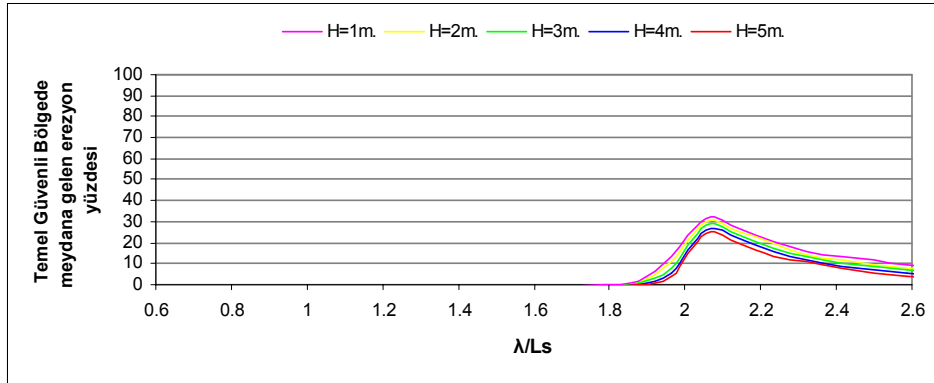
Şekil H.35: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=120^\circ$



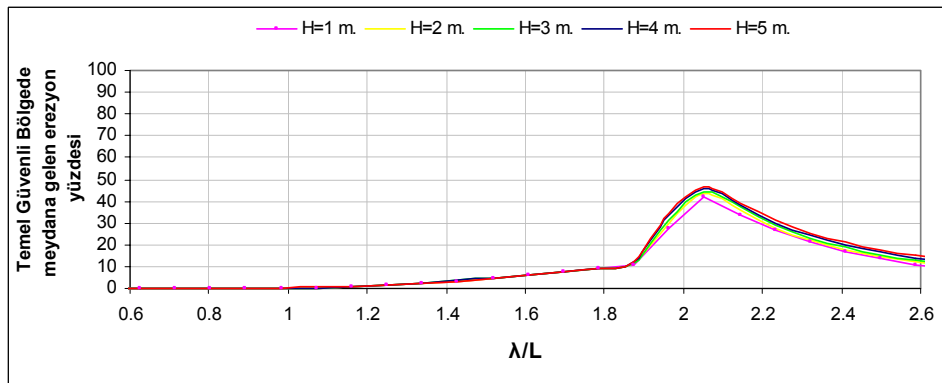
Şekil H.36: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=120^\circ$



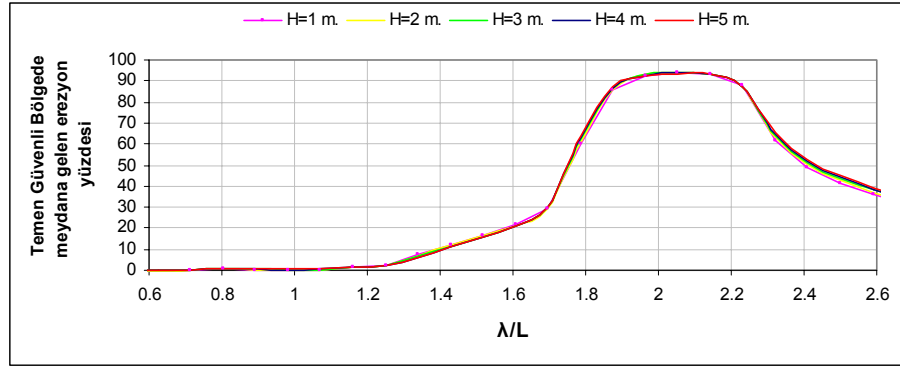
Şekil H.37: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=135^\circ$



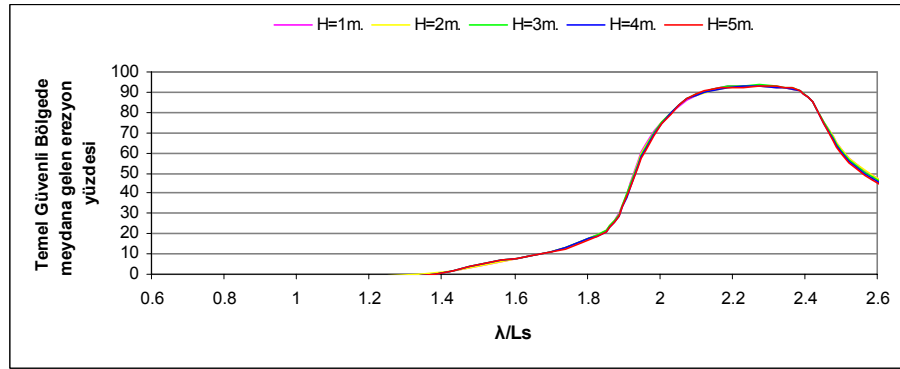
Şekil H.38: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=135^\circ$



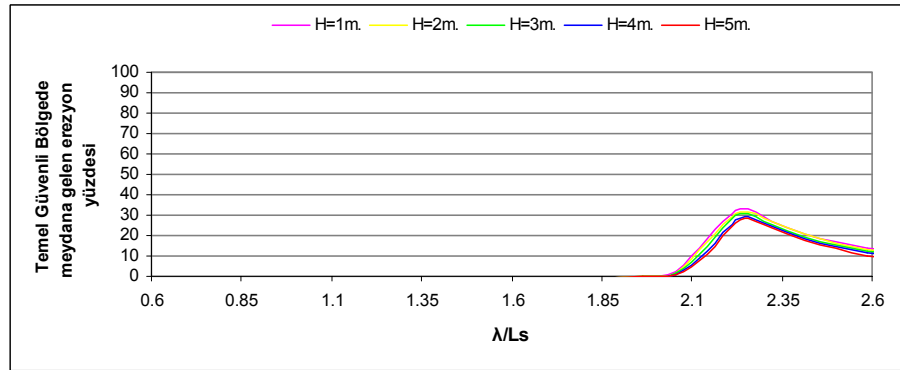
Şekil H.39: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=135^\circ$



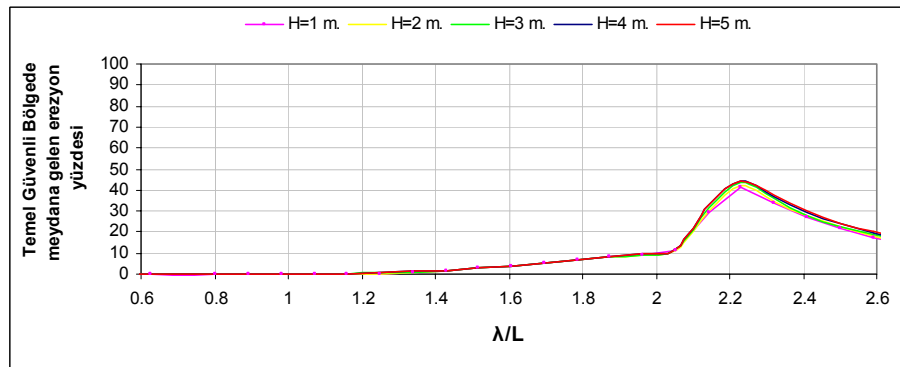
Şekil H.40: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=135^\circ$



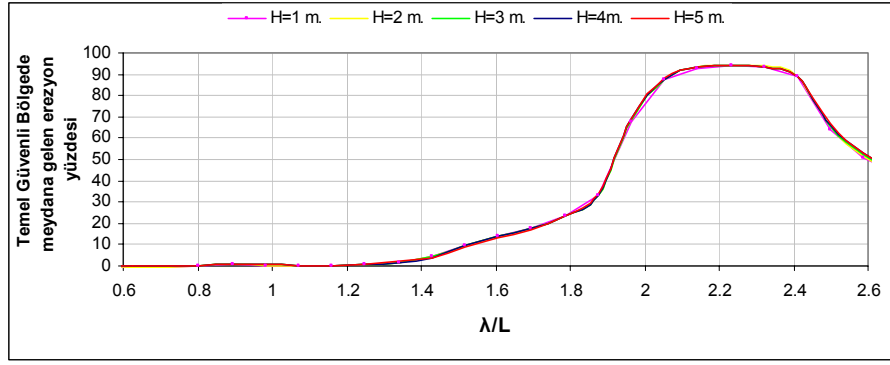
Şekil H.41: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=150^\circ$



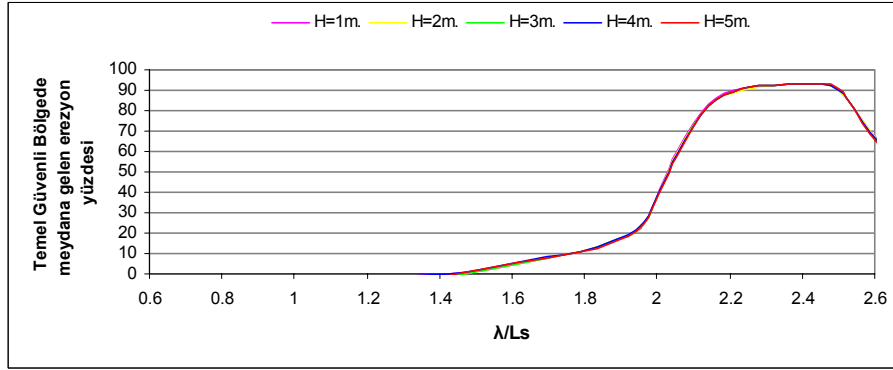
Şekil H.42: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=150^\circ$



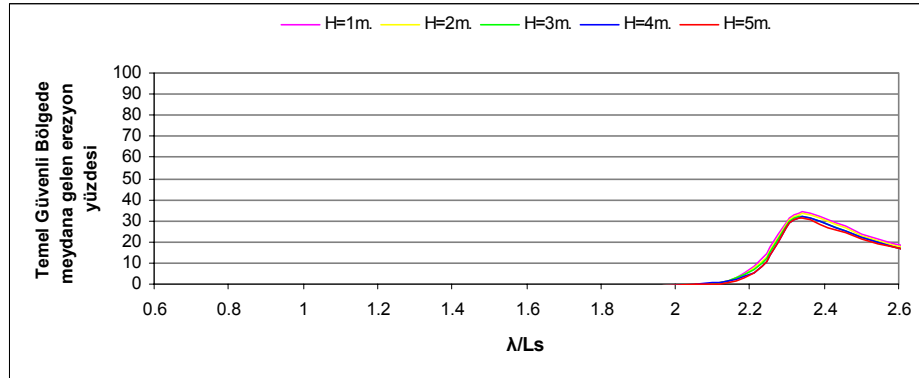
Şekil H.43: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=150^\circ$



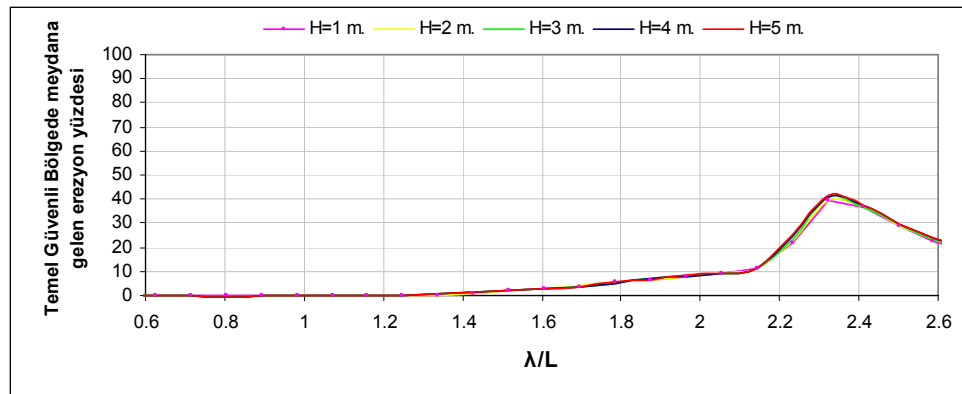
Şekil H.44: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=150^\circ$



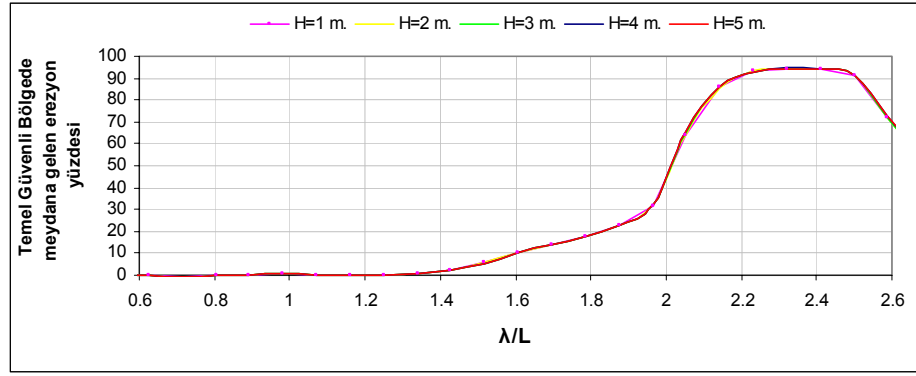
Şekil H.45: Girişim eğrisi $a=-0.5$ $\chi=165^\circ$



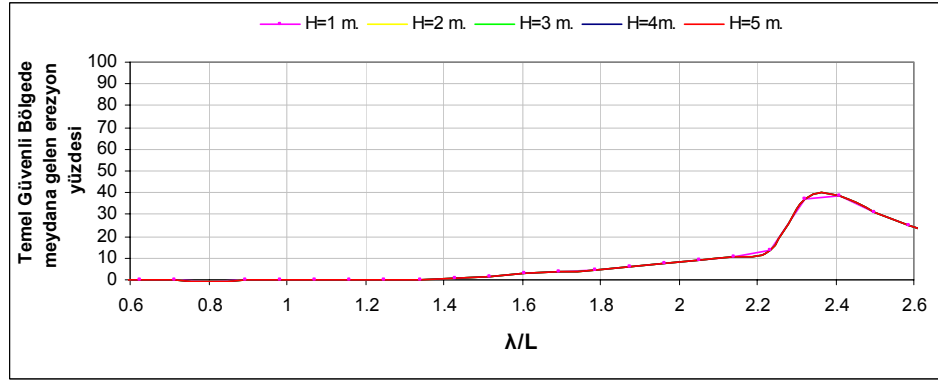
Şekil H.46: Girişim eğrisi $a=-0.3$ $\chi=165^\circ$



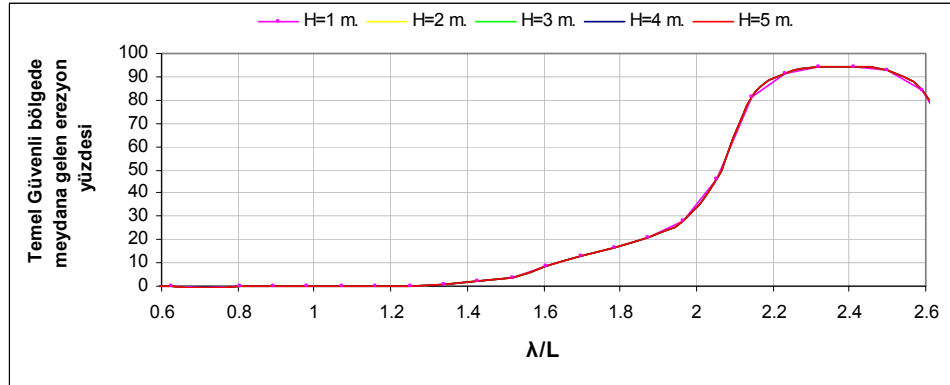
Şekil H.47: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=165^\circ$



Şekil H.48: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=165^\circ$



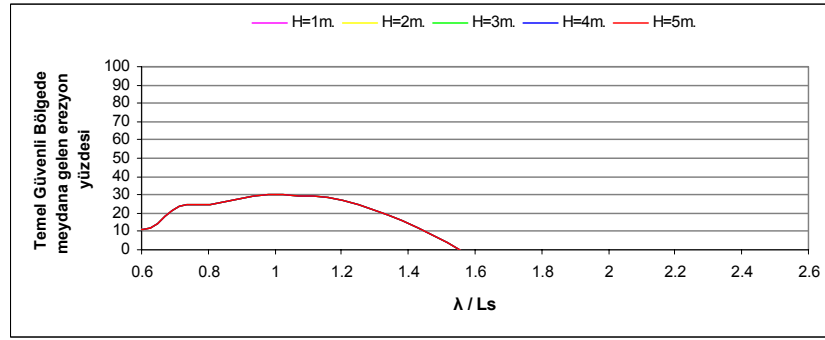
Şekil H.49: Girişim eğrisi $a=0.3$ $\chi=180^\circ$



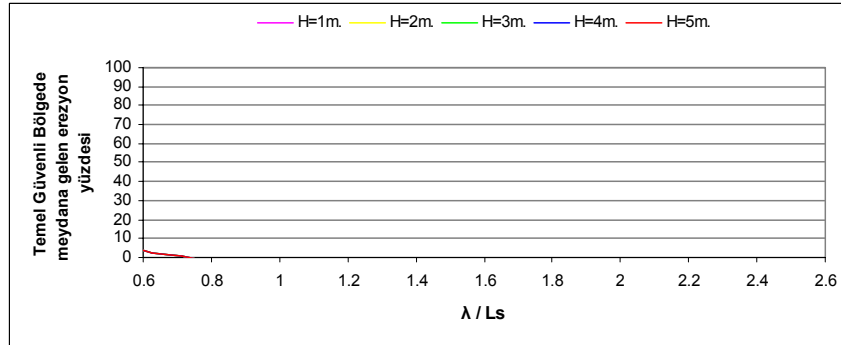
Şekil H.50: Girişim eğrisi $a=0.5$ $\chi=180^\circ$

EK I

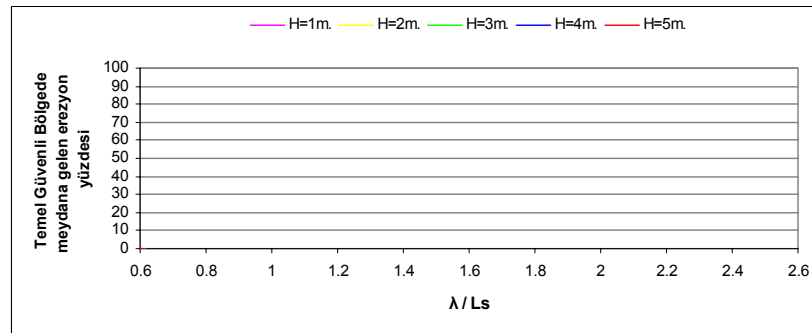
Takip eden ve yandan gelen dalgalarda, rüzgarın sabit bir değeri olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasandr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



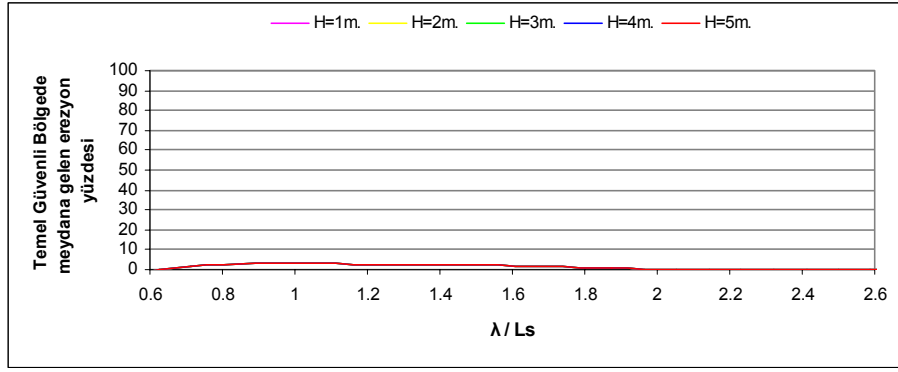
Şekil I.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$)



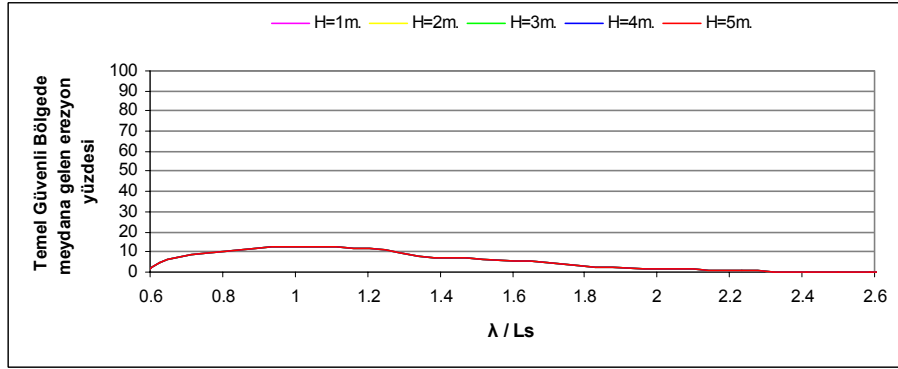
Şekil I.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=0^\circ$)



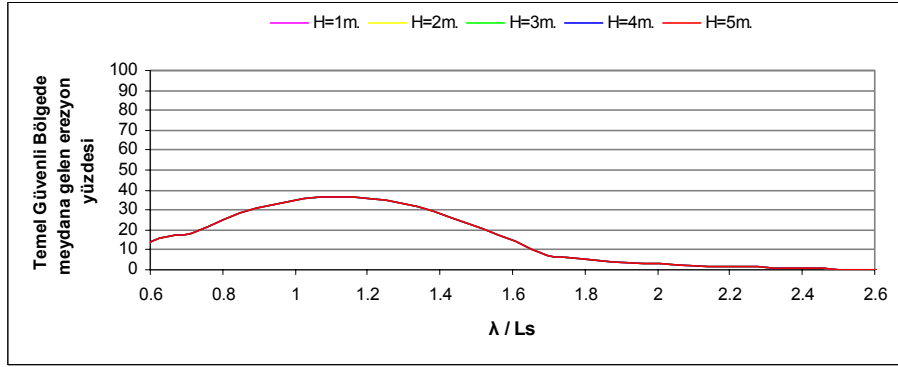
Şekil I.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=0^\circ$)



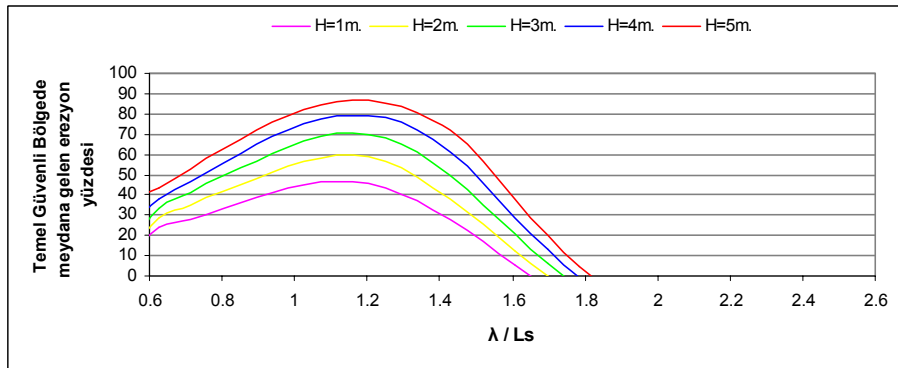
Şekil I.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=0^\circ$)



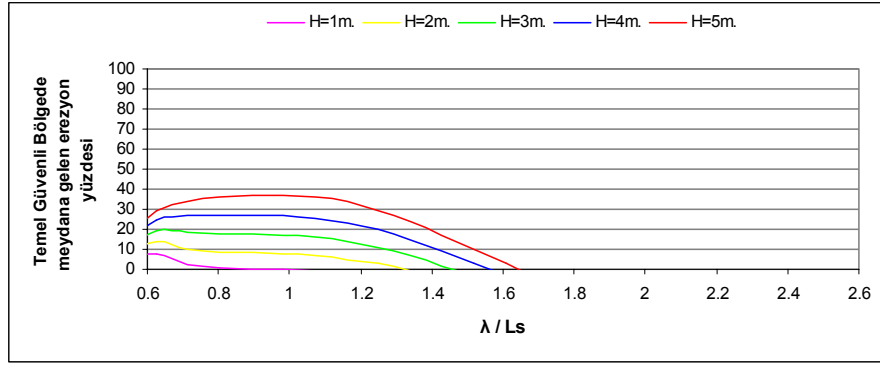
Şekil I.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=0^\circ$)



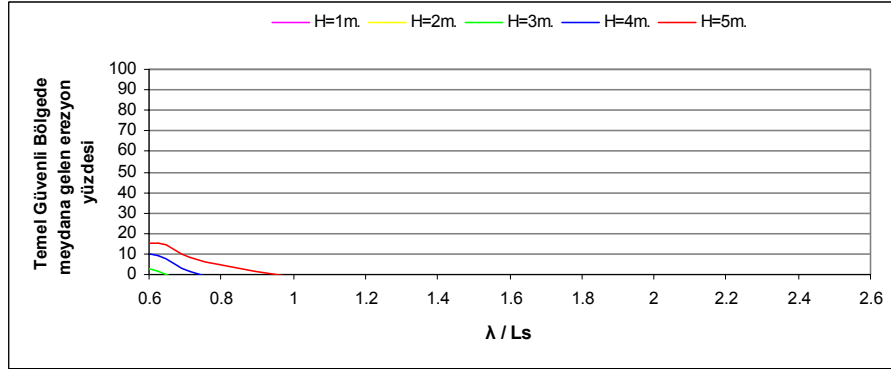
Şekil I.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=0^\circ$)



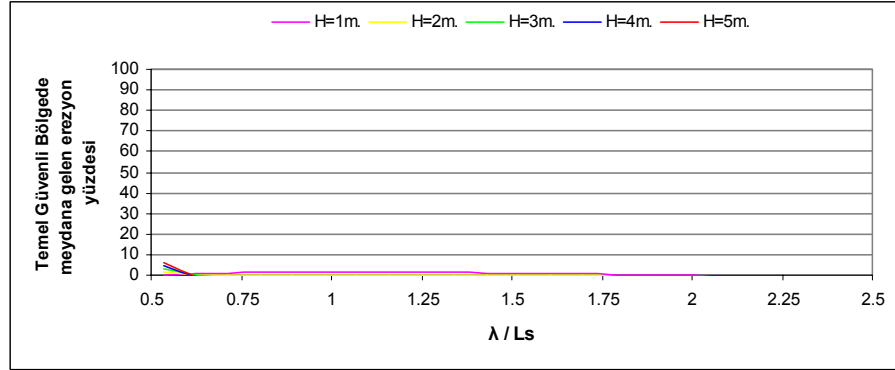
Şekil I.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$)



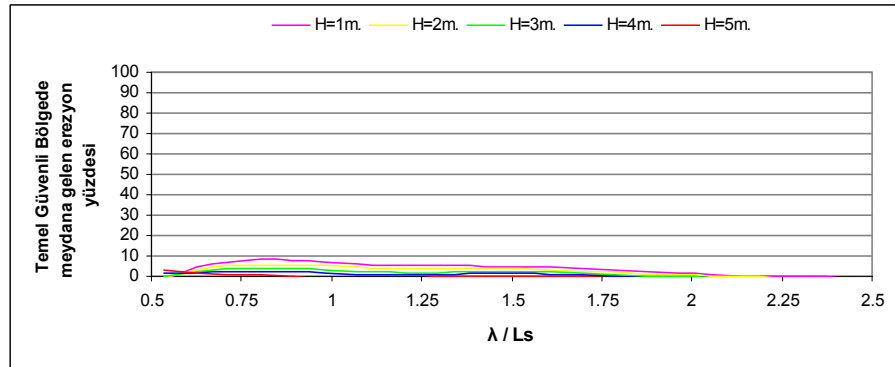
Şekil I.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$)



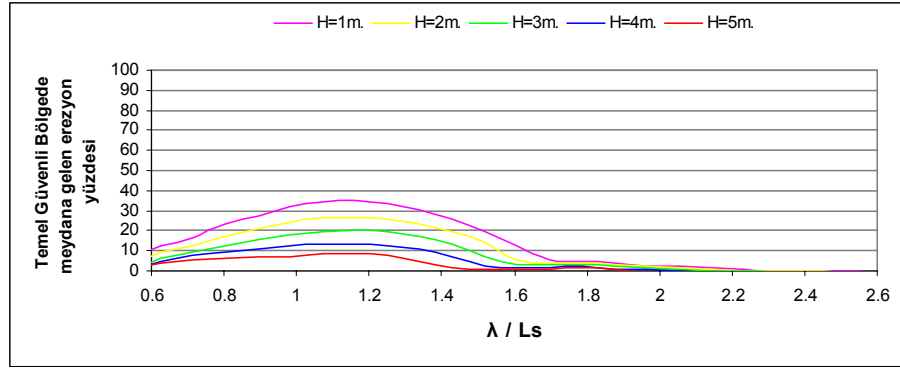
Şekil I.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$)



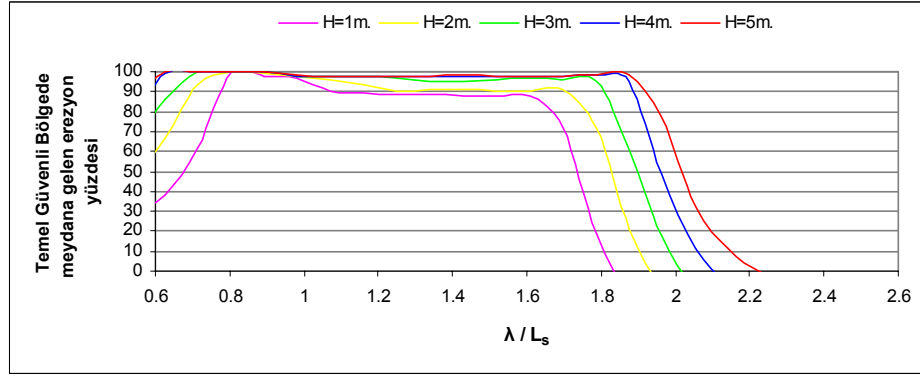
Şekil I.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=15^\circ$)



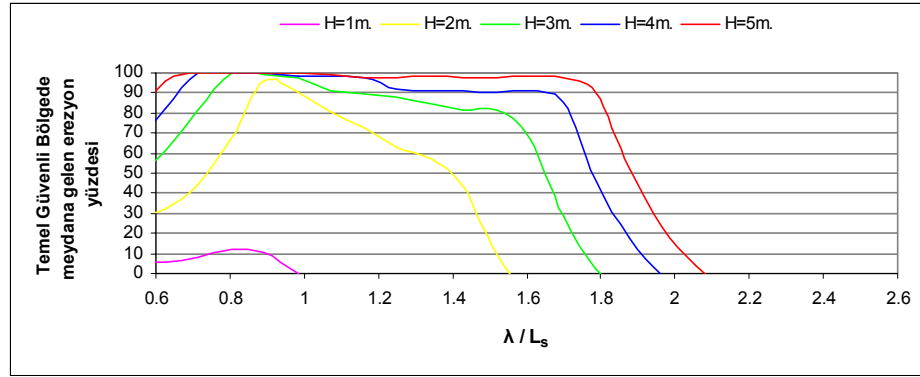
Şekil I.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=15^\circ$)



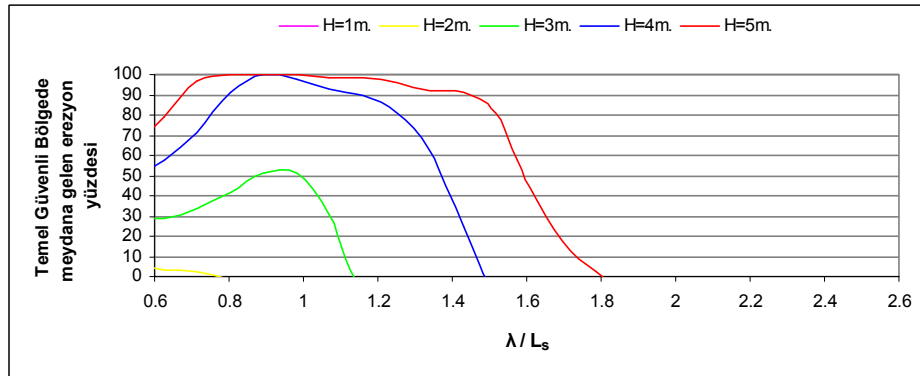
Şekil I. I. 12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=15^\circ$)



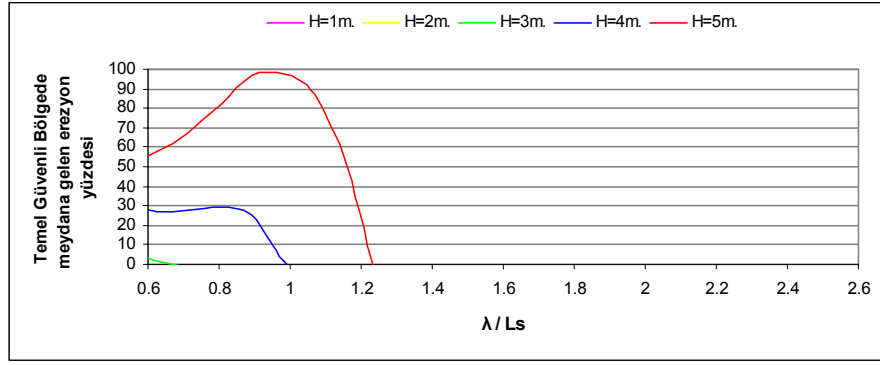
Şekil I.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



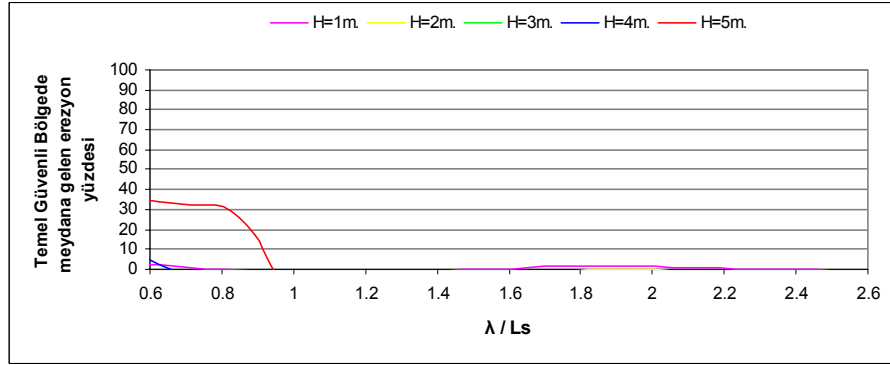
Şekil I.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$)



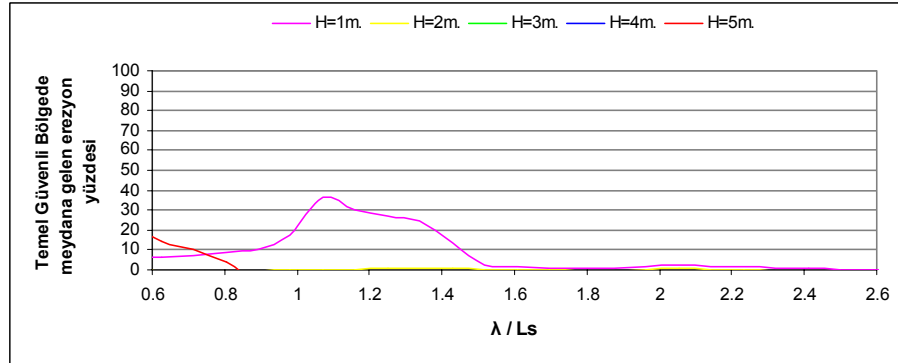
Şekil I.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$)



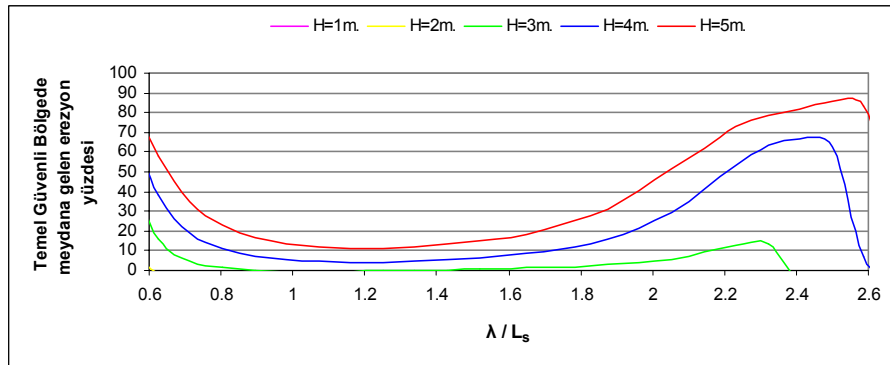
Şekil I.16: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=30^\circ$)



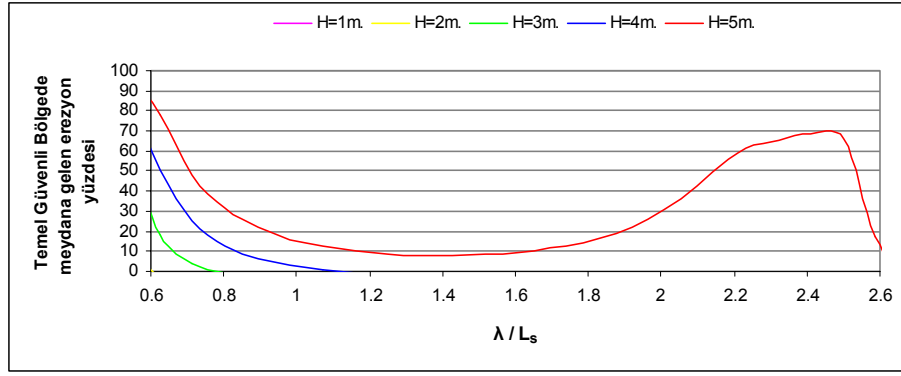
Şekil I.17: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=30^\circ$)



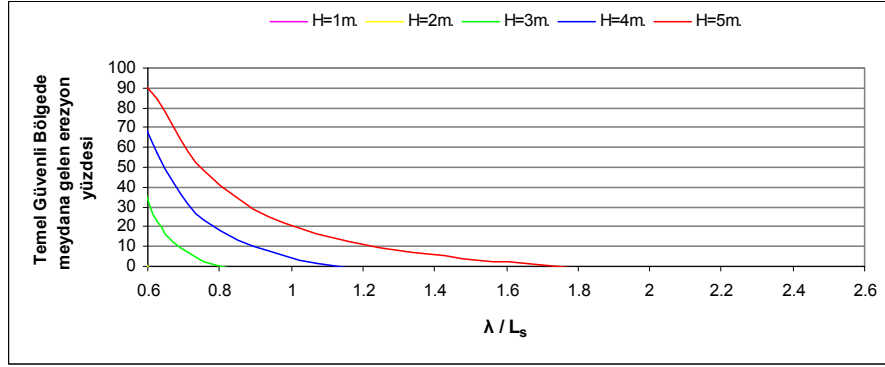
Şekil I.18: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=30^\circ$)



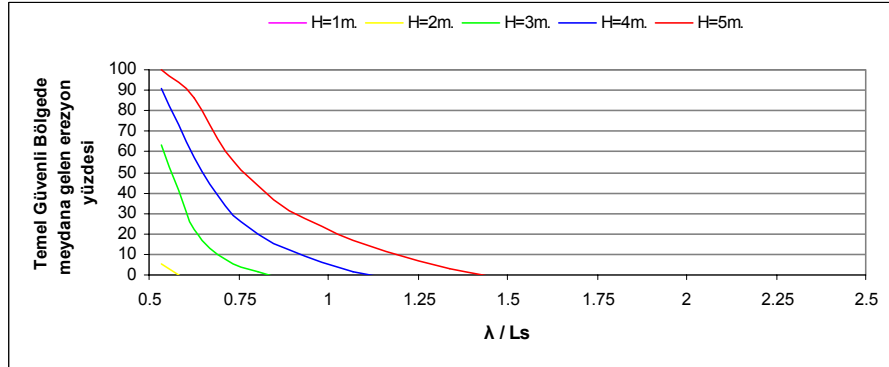
Şekil I.19: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)



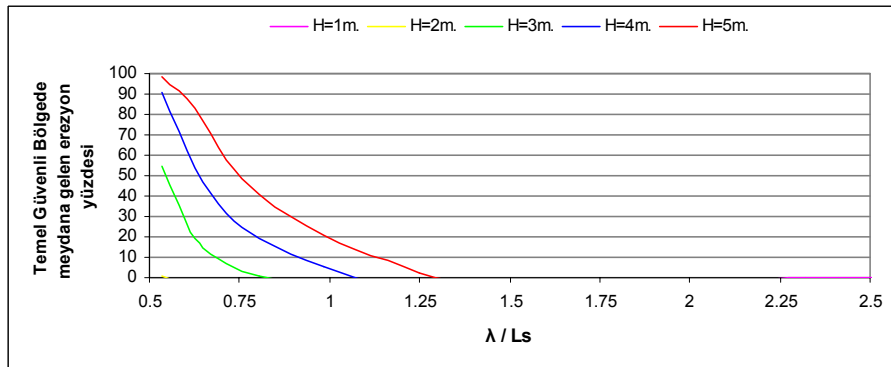
Şekil I.20: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$)



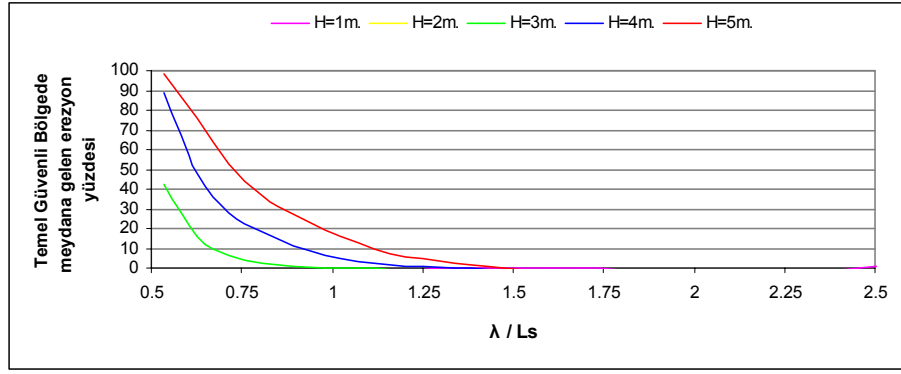
Şekil I.21: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$)



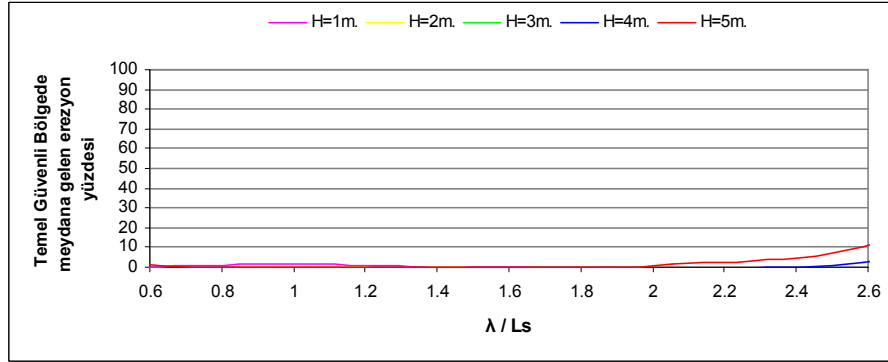
Şekil I.22: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=45^\circ$)



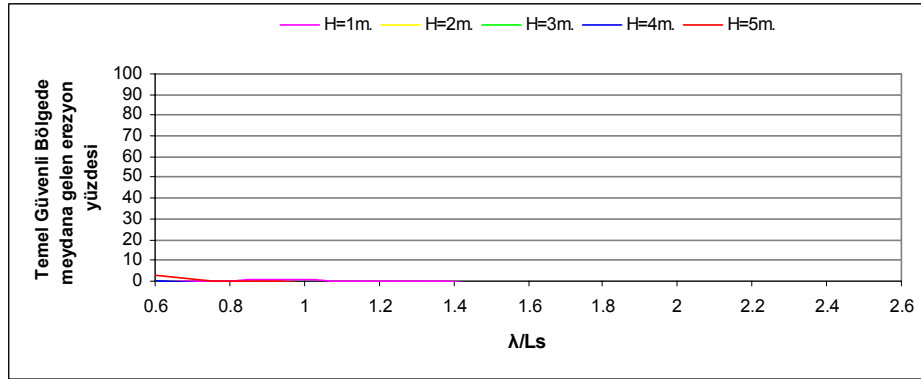
Şekil I.23: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=45^\circ$)



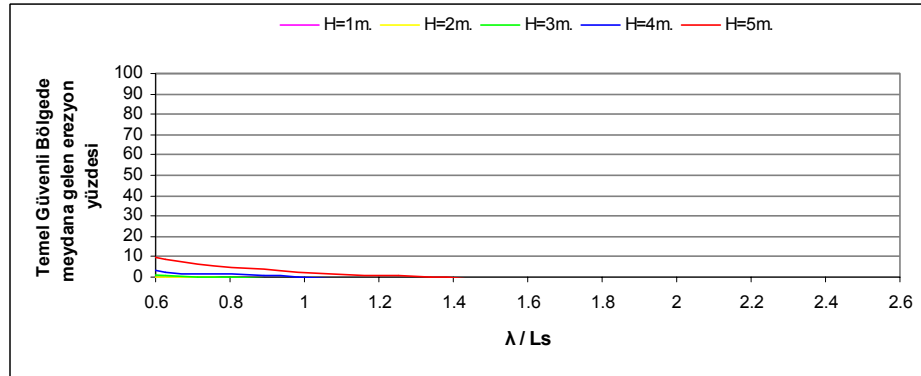
Şekil I.24: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=45^\circ$)



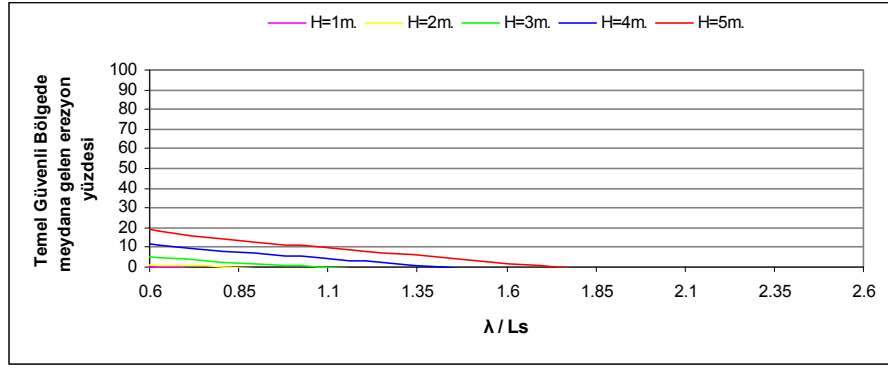
Şekil I.25: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=60^\circ$)



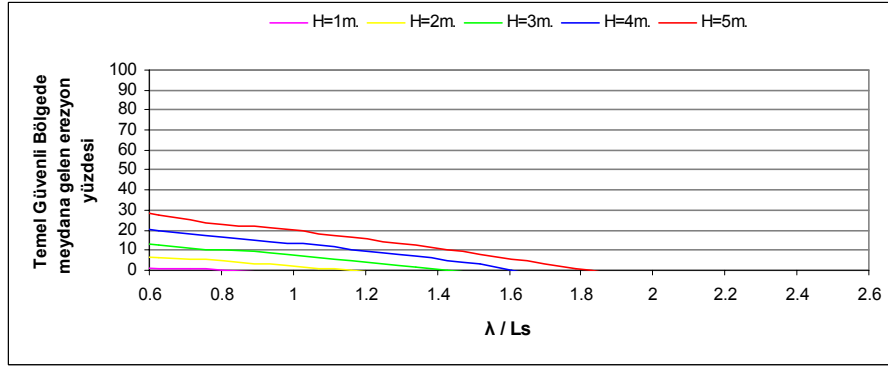
Şekil I.26: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=60^\circ$)



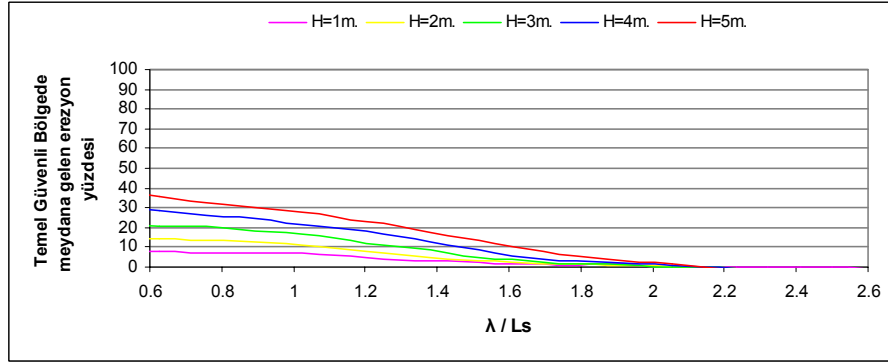
Şekil I.27: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=60^\circ$)



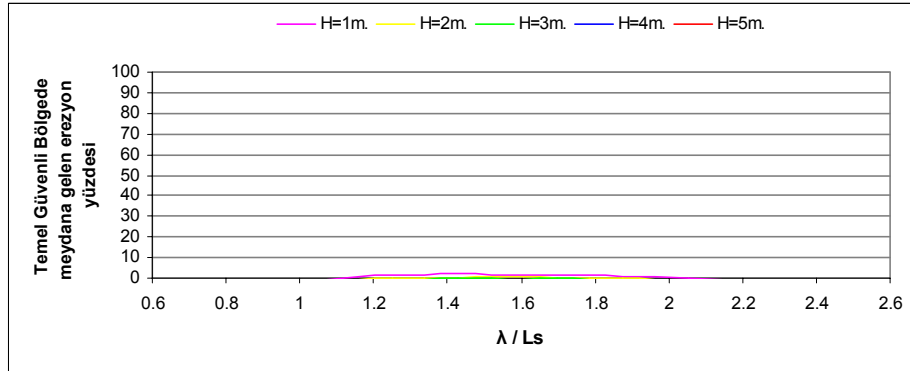
Şekil I.28: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=60^\circ$)



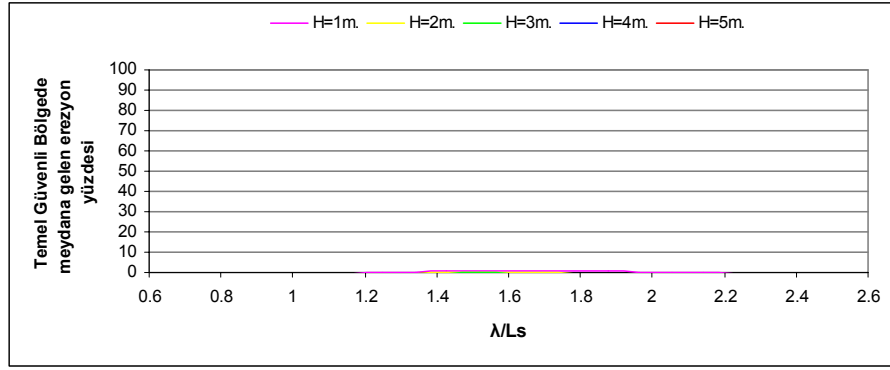
Şekil I.29: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=60^\circ$)



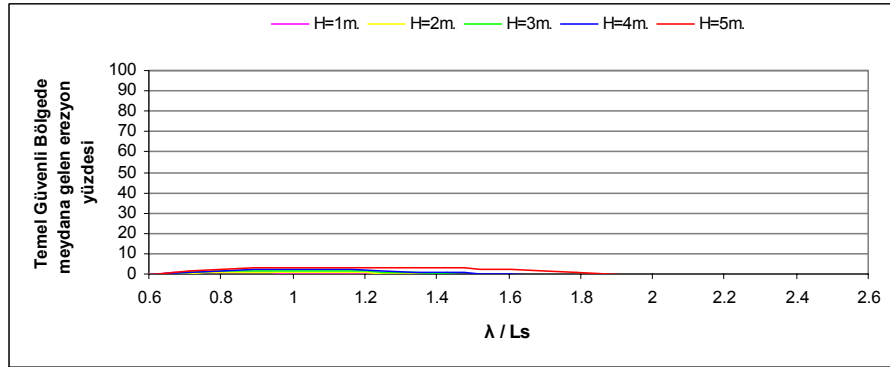
Şekil I.30: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=60^\circ$)



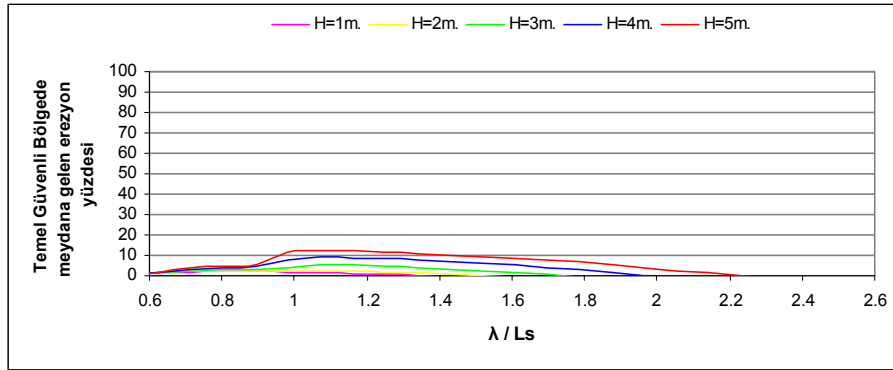
Şekil I.31: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=75^\circ$)



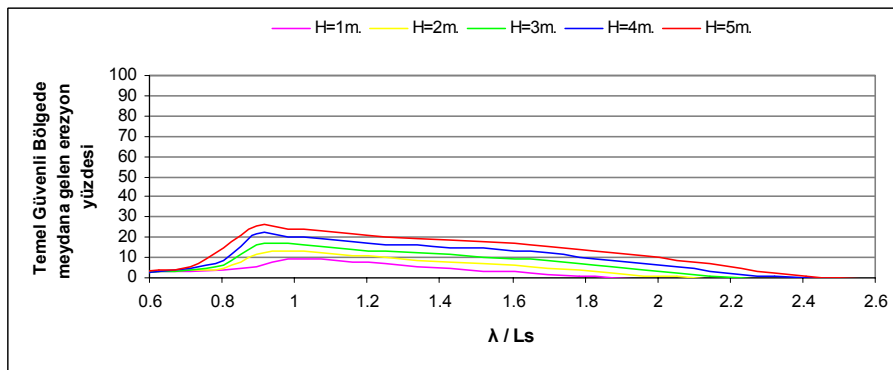
Şekil I.32: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=75^\circ$)



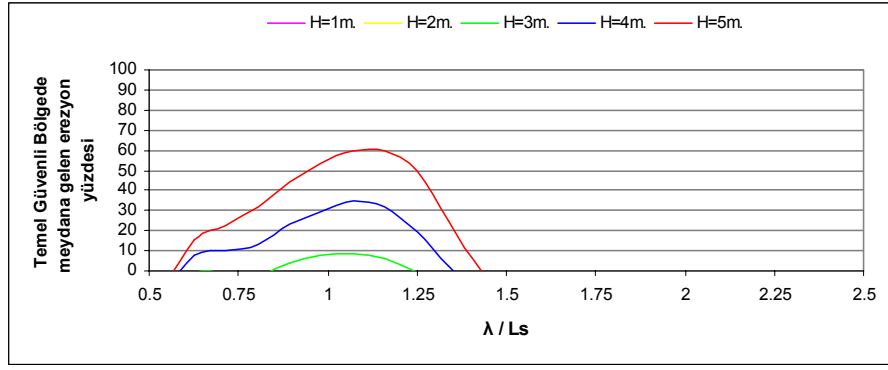
Şekil I.33: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.1$ $\chi=75^\circ$)



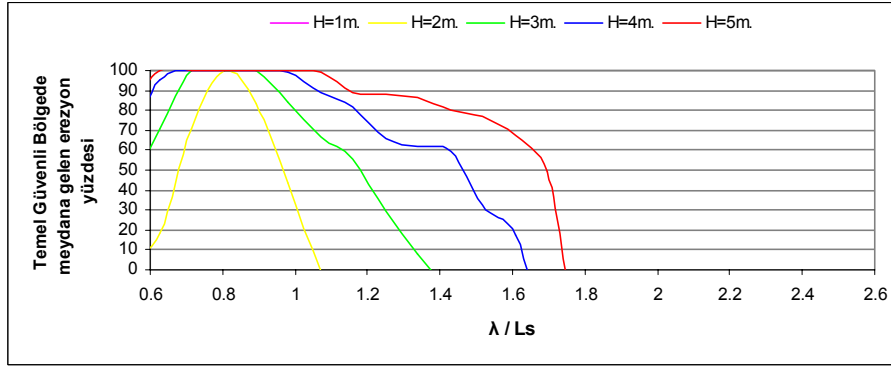
Şekil I.34: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.3$ $\chi=75^\circ$)



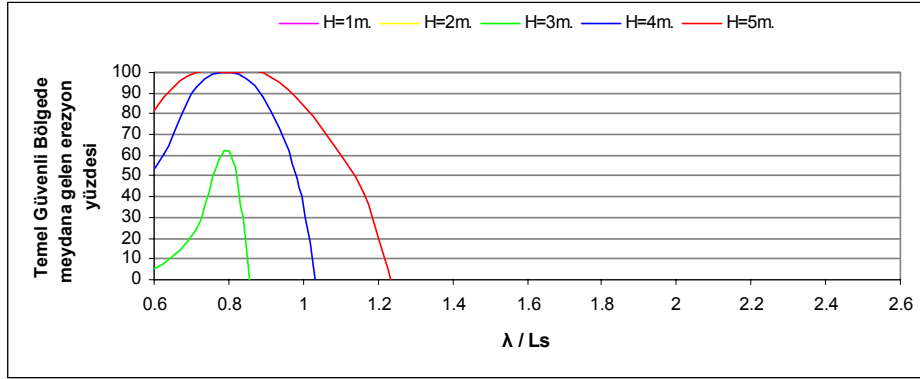
Şekil I.35: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=75^\circ$)



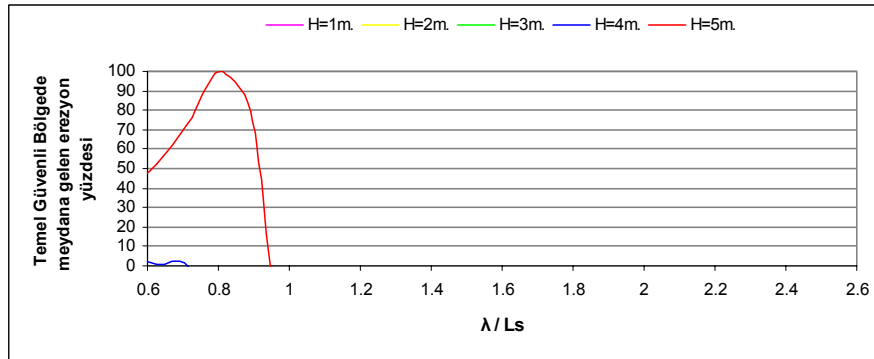
Şekil I.36: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$)



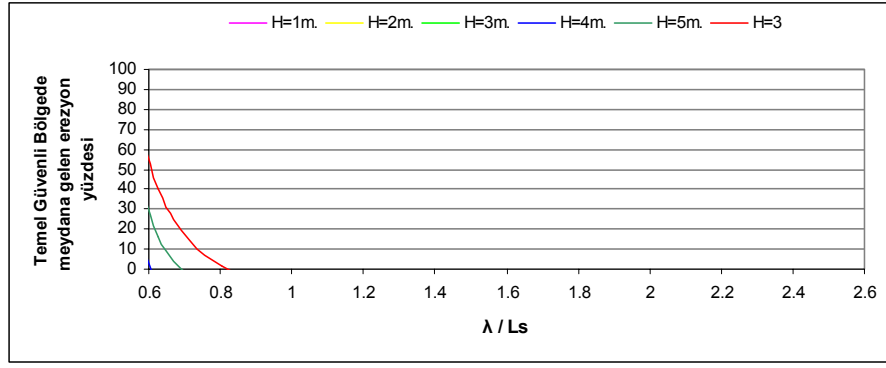
Şekil I.37: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



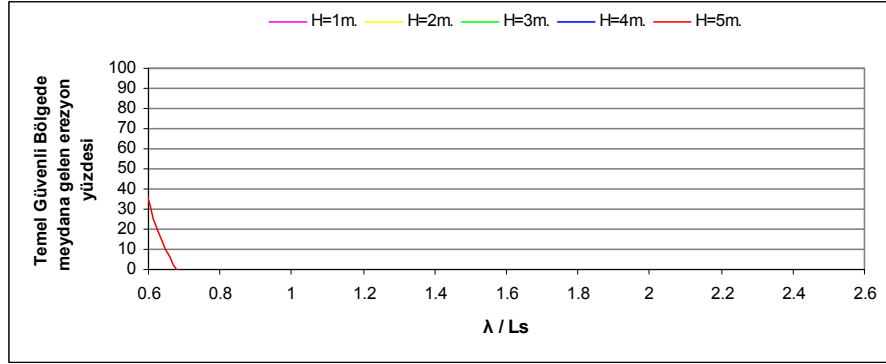
Şekil I.38: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$)



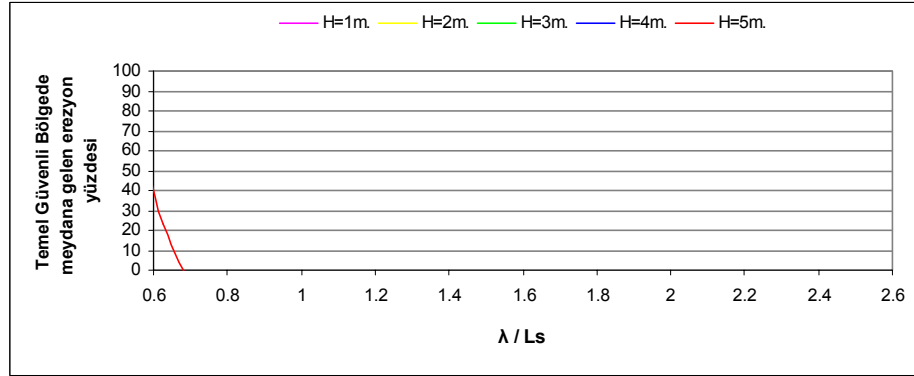
Şekil I.39: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$)



Şekil I.40: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)



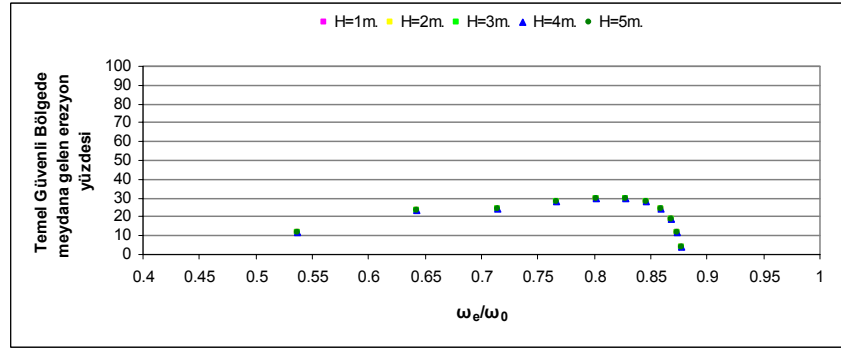
Şekil I.41: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$)



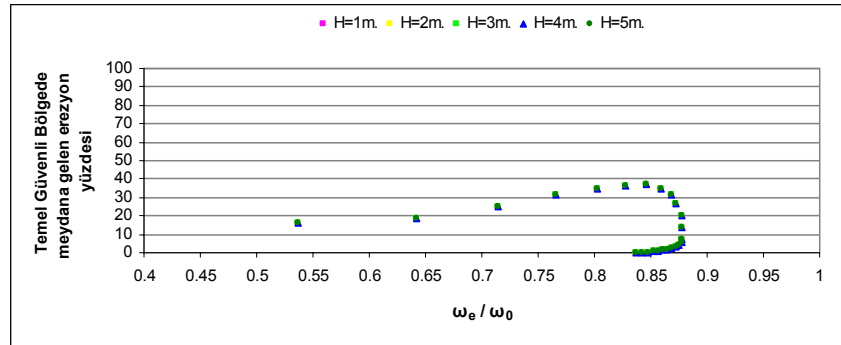
Şekil I.42: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$)

EK J

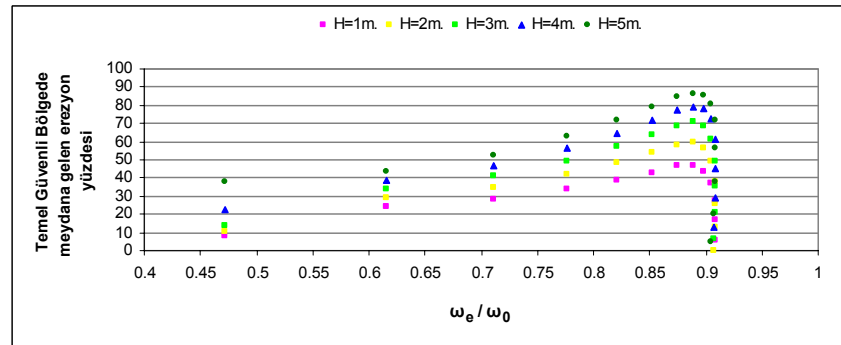
Takip eden ve yandan gelen dalgalarda, rüzgarın sabit bir değeri olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasandr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



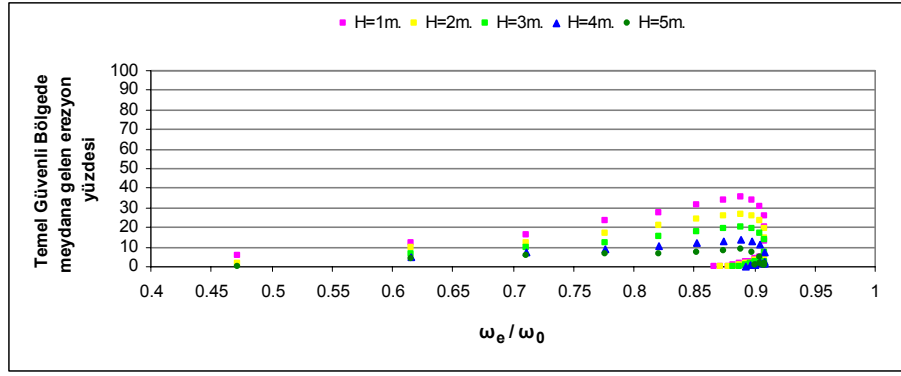
Şekil J.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$)



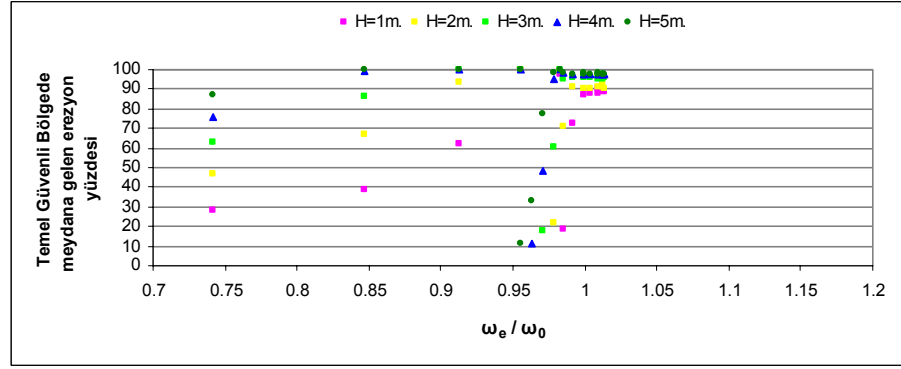
Şekil J.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=0^\circ$)



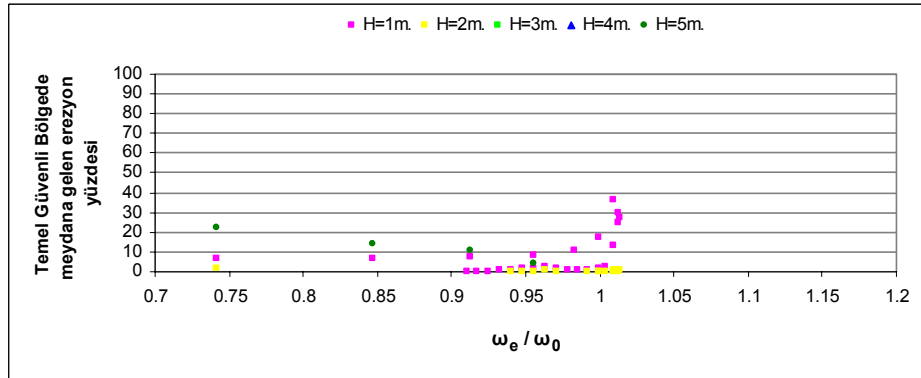
Şekil J.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$)



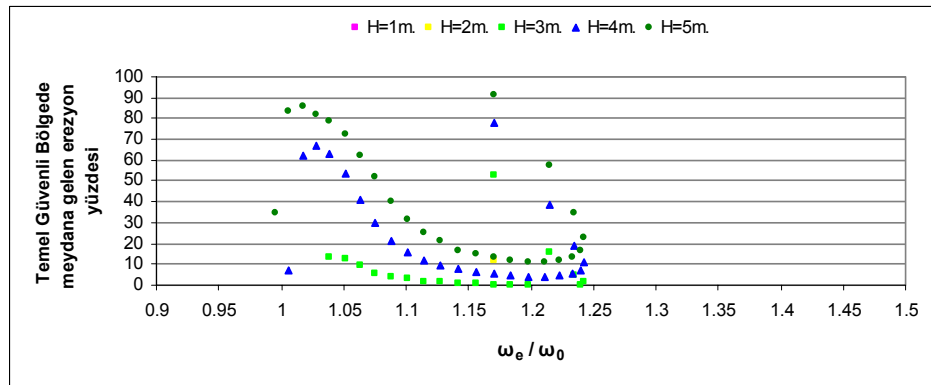
Şekil J.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=15^\circ$)



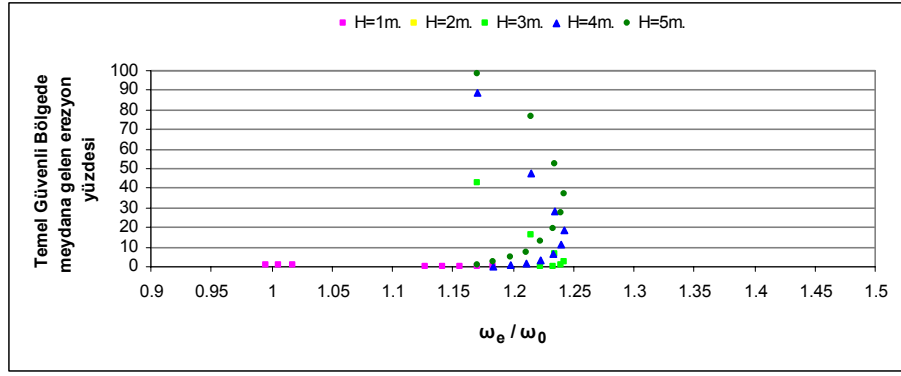
Şekil J.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



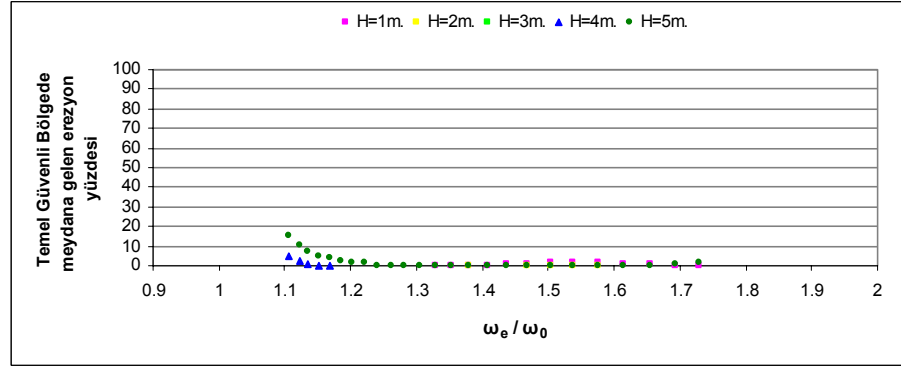
Şekil J.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=30^\circ$)



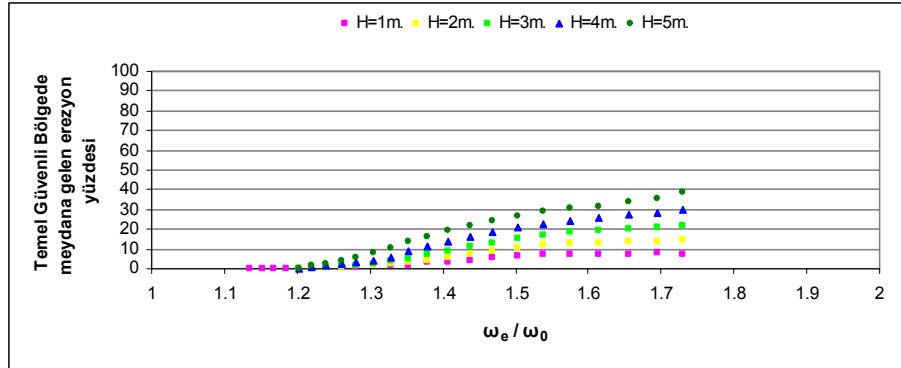
Şekil J.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)



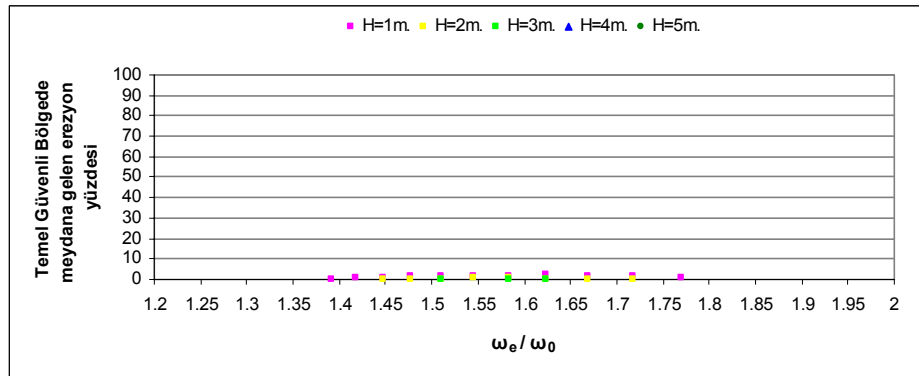
Şekil J.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=45^\circ$)



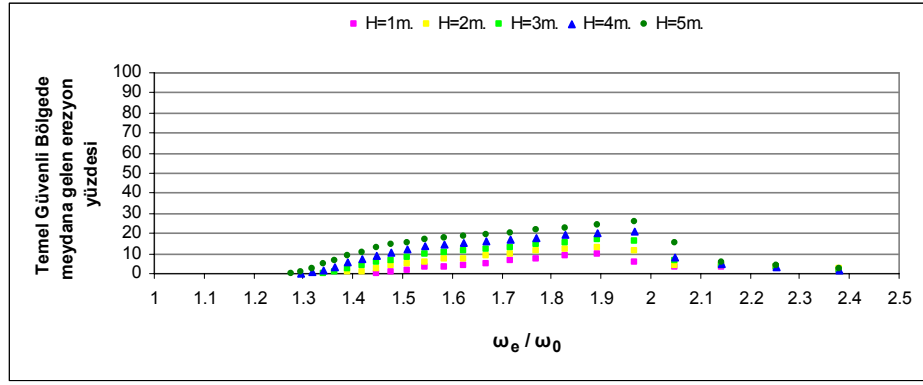
Şekil J.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=60^\circ$)



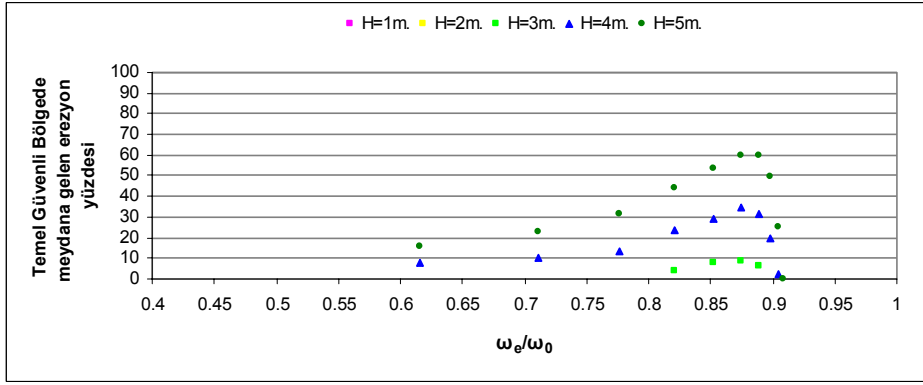
Şekil J.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=60^\circ$)



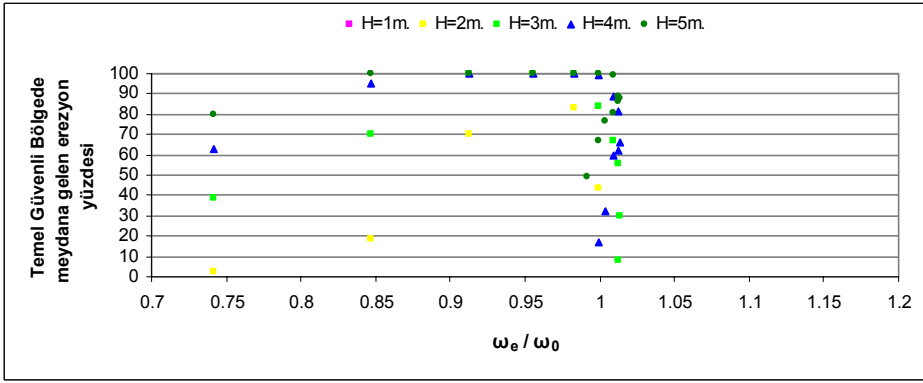
Şekil J.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=75^\circ$)



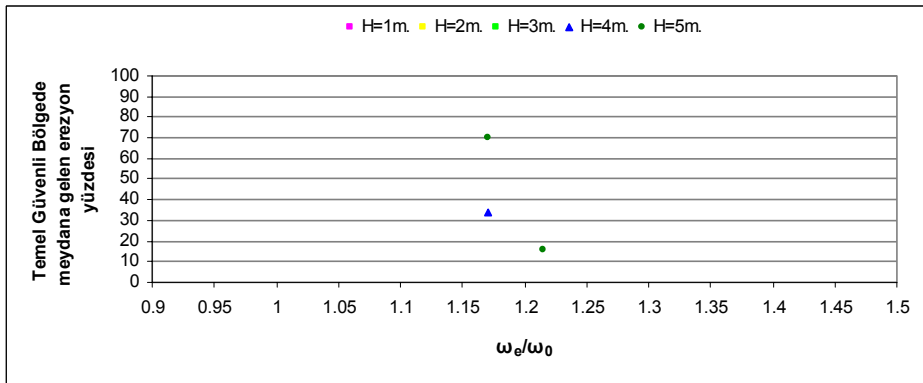
Şekil J.12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=0.5$ $\chi=75^\circ$)



Şekil J.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$)



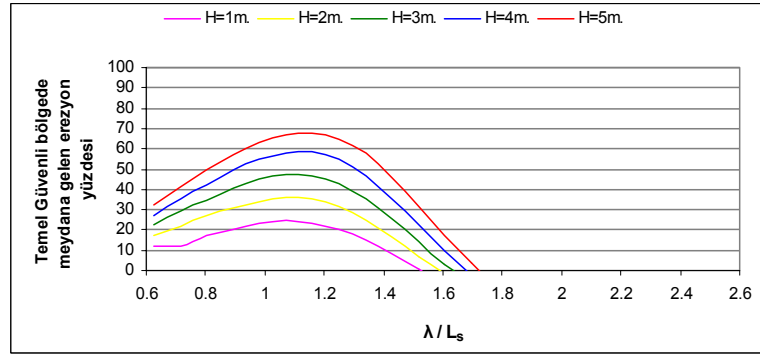
Şekil J.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



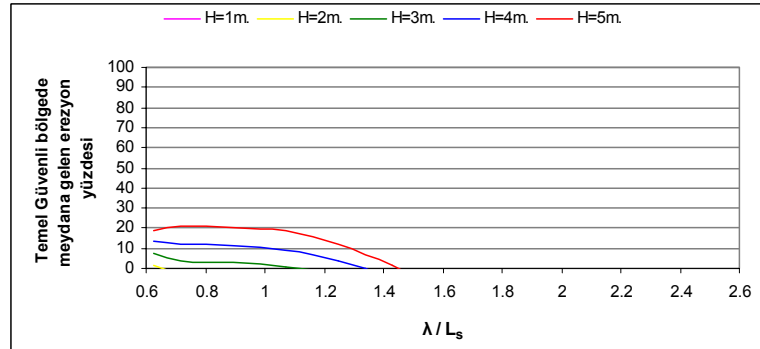
Şekil J.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0.1$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)

EK K

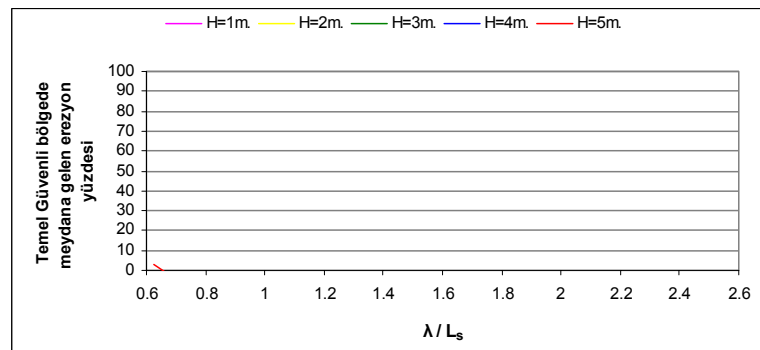
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, rüzgarın yalpa açısına bağlı olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



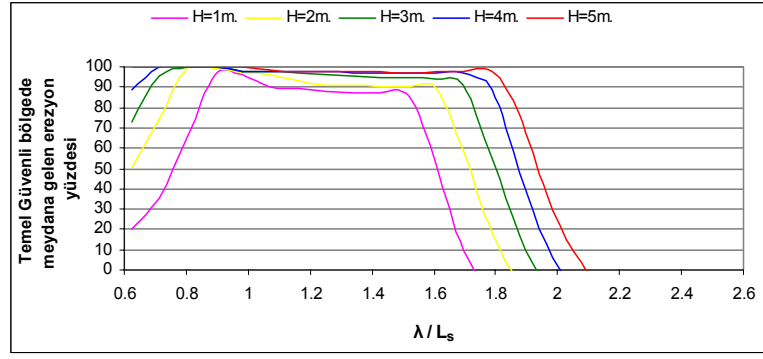
Şekil K.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$)



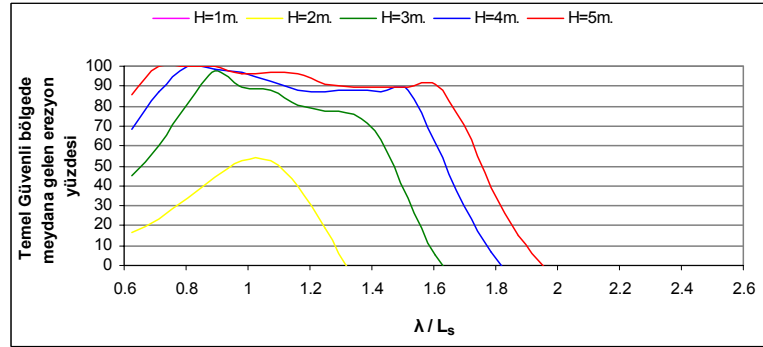
Şekil K.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$)



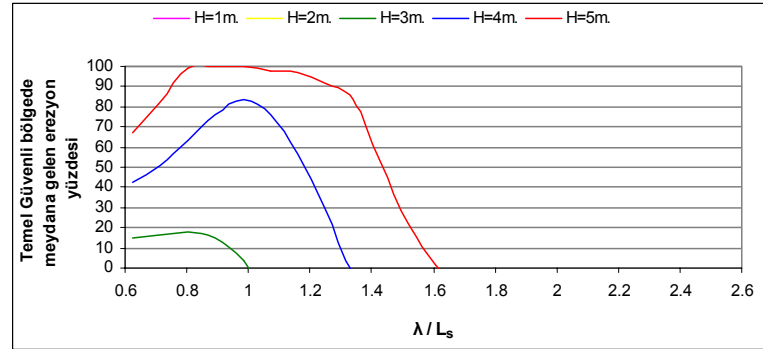
Şekil K.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$)



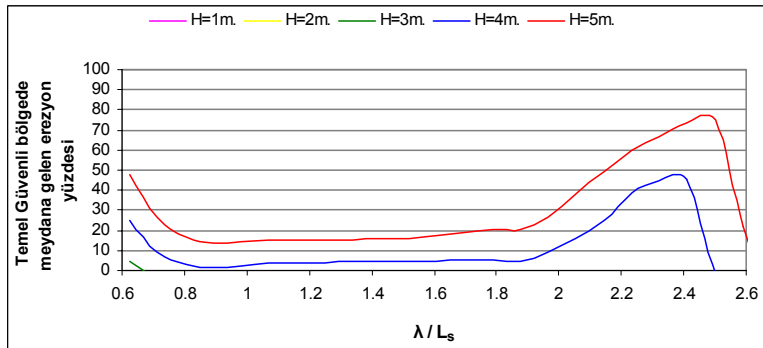
Şekil K.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



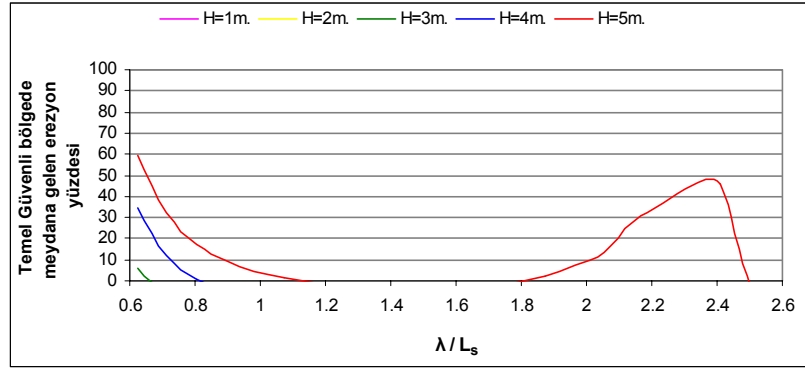
Şekil K.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$)



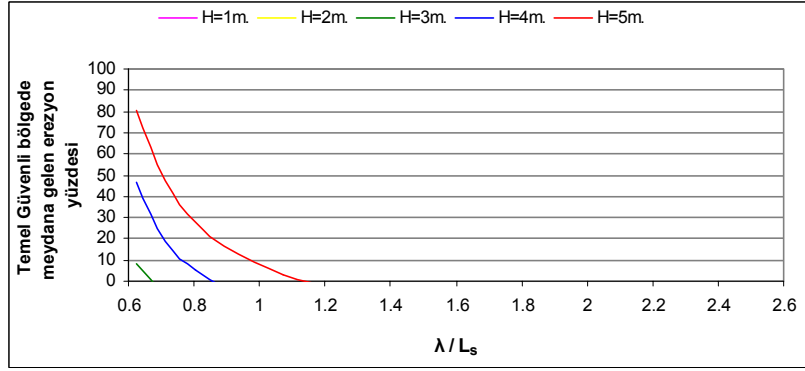
Şekil K.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$)



Şekil K.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)



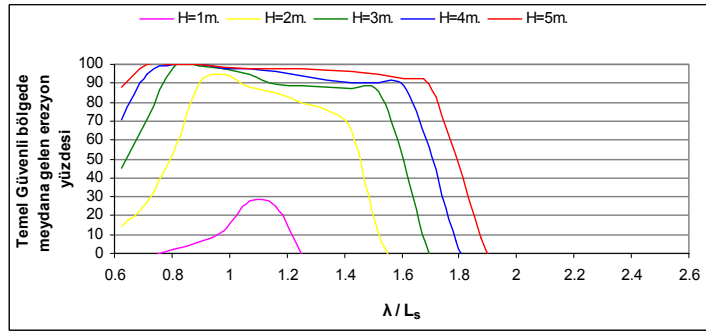
Şekil K.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$)



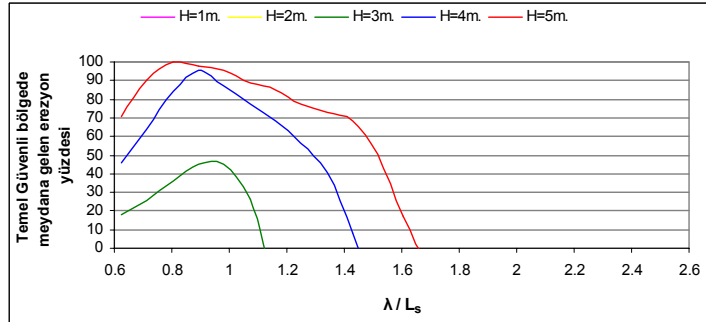
Şekil K.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$)

EK L

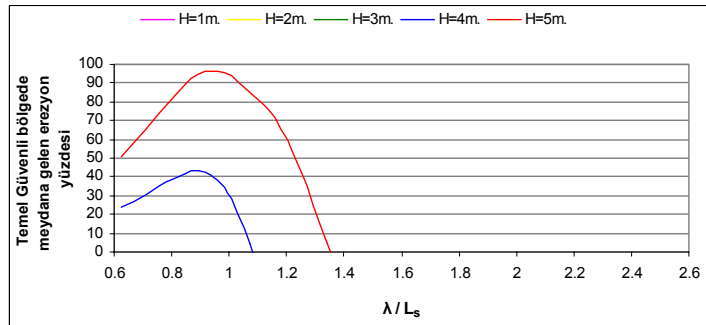
Kıç omuzluktan gelen dalgalarda, rüzgarın yalpa açısına ve dalga geliş doğrultusuna bağlı olduğu kabul edildiğinde, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasatr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



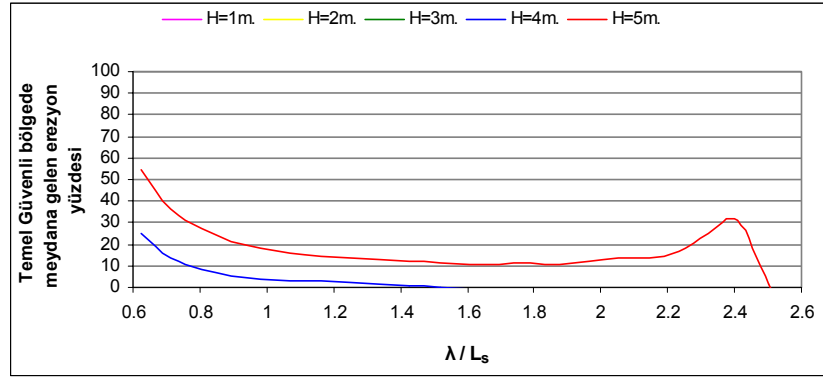
Şekil L.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$)



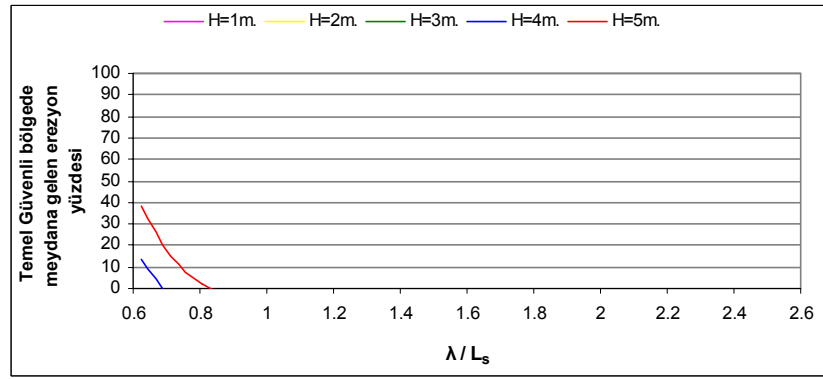
Şekil L.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$)



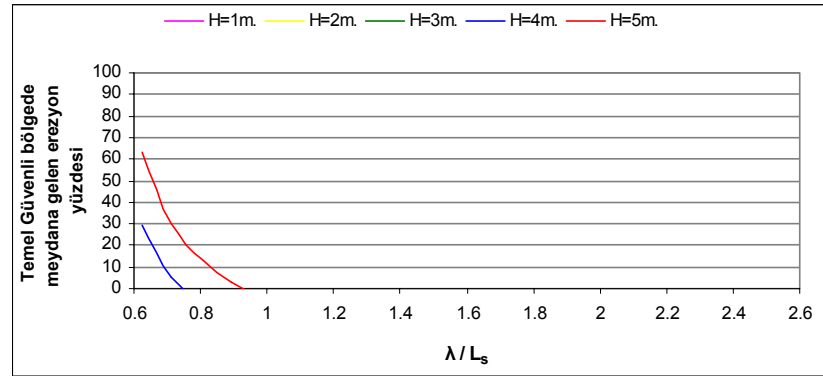
Şekil L.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$)



Şekil L.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$)



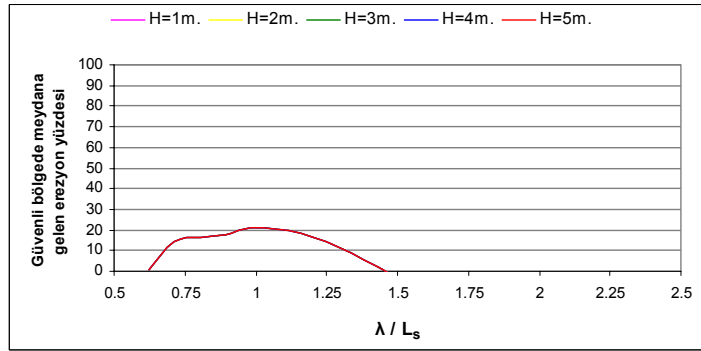
Şekil L.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$)



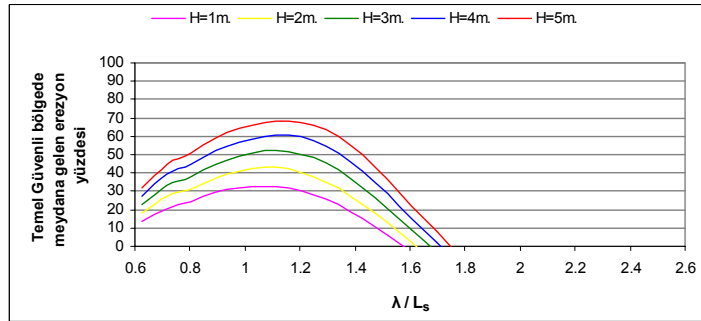
Şekil L.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$)

EK M

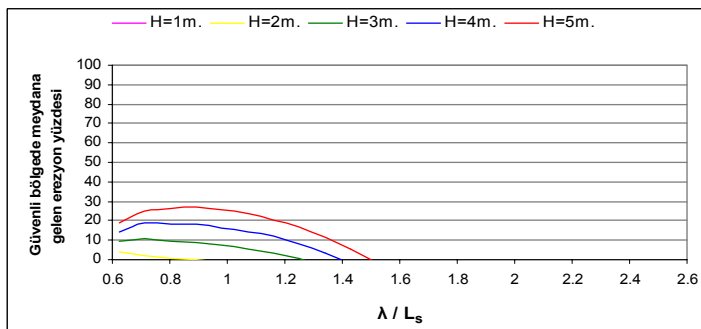
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, rüzgarın sabit bir değeri olduğu kabul edildiğinde, değişik enine metasandr yüksekliği değerleri için, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasandr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



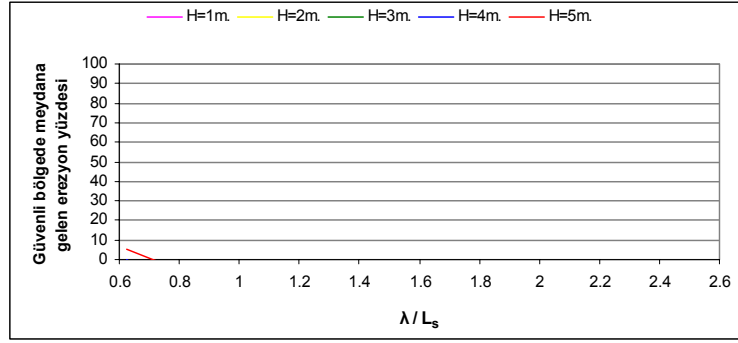
Şekil M.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.40$)



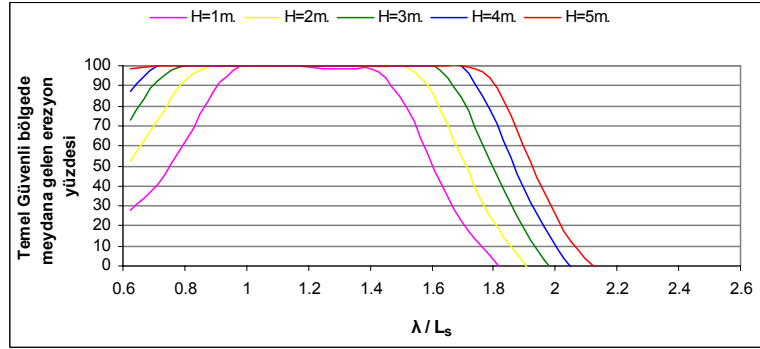
Şekil M.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



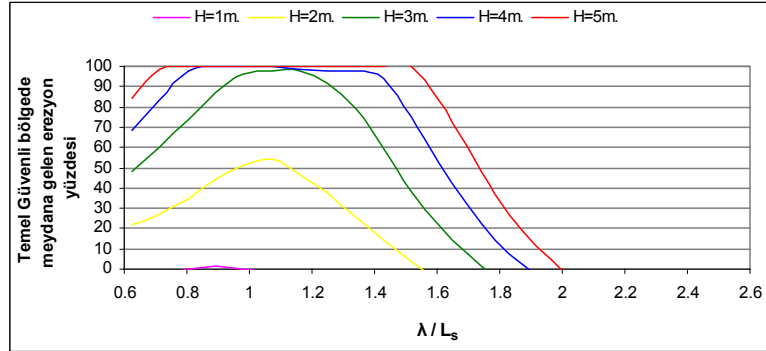
Şekil M.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



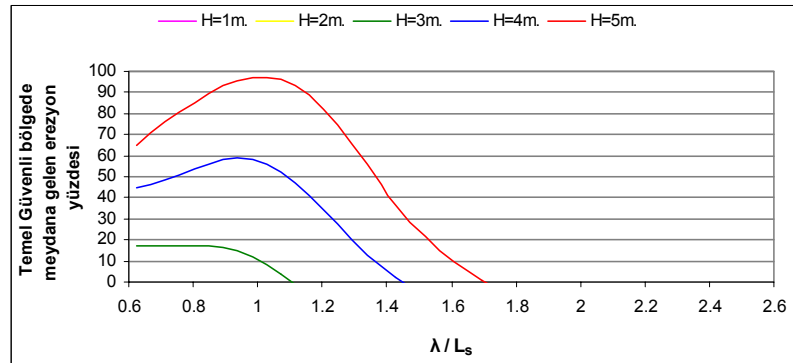
Şekil M.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



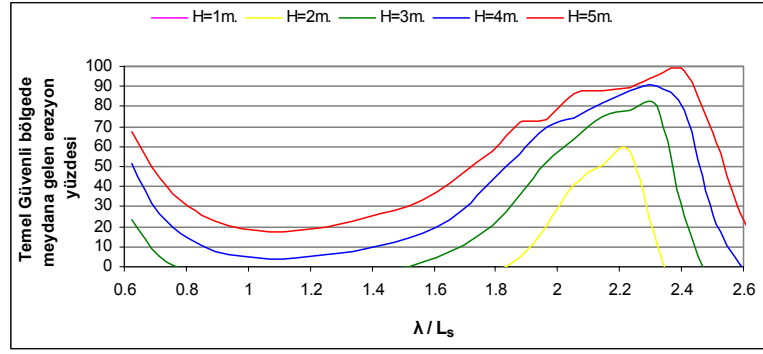
Şekil M.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



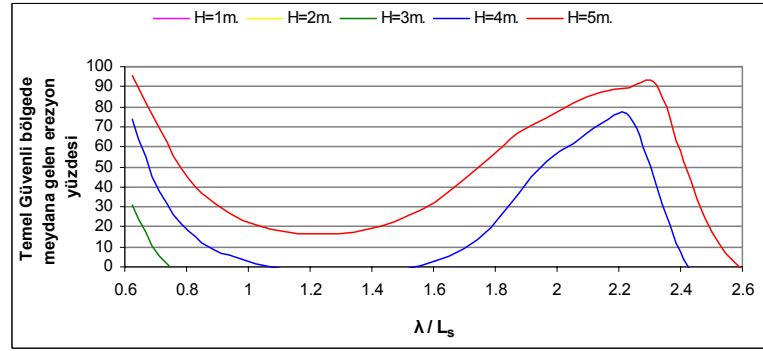
Şekil M.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



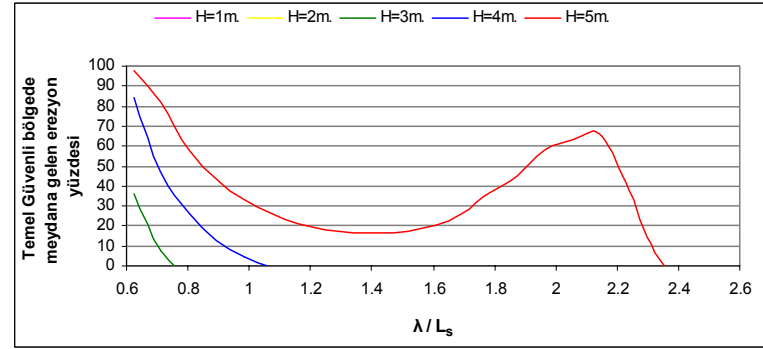
Şekil M.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



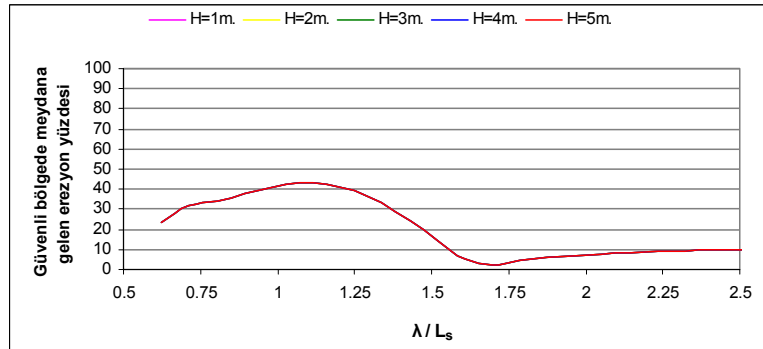
Şekil M.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



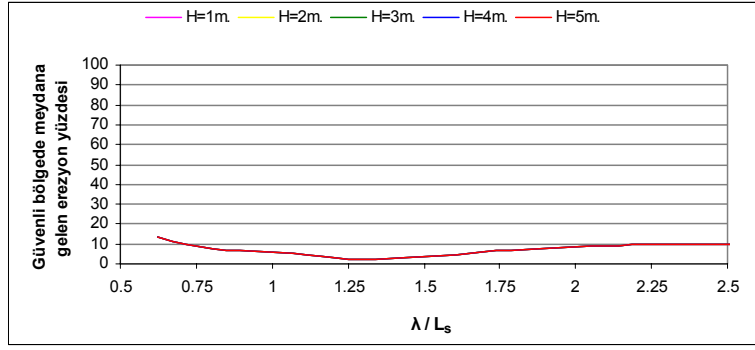
Şekil M.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



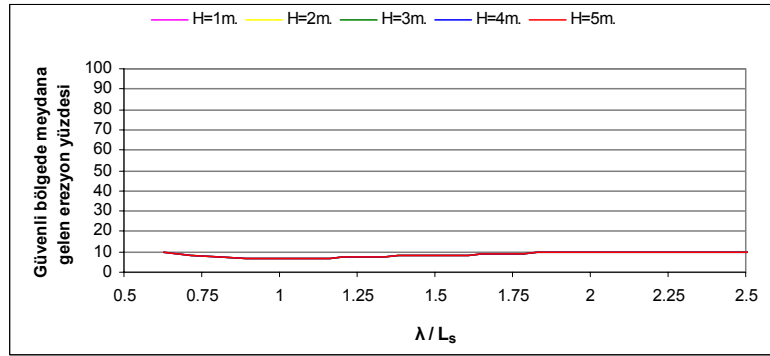
Şekil M.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



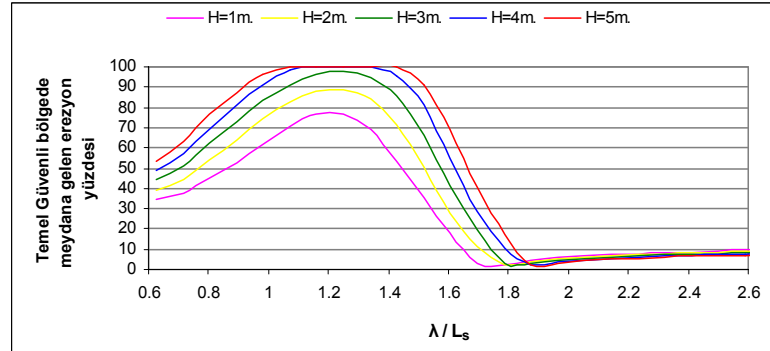
Şekil M.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.33$)



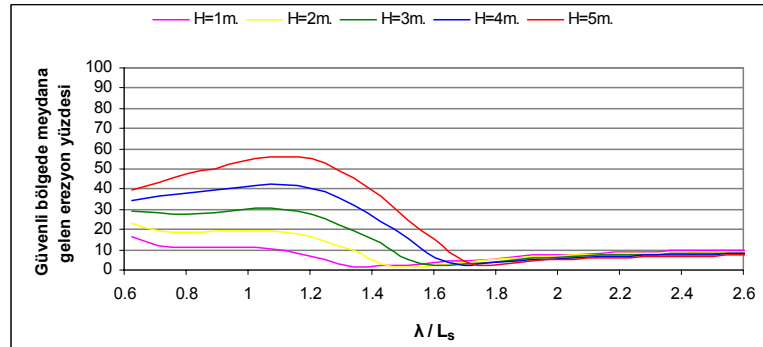
Şekil M.12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.33$)



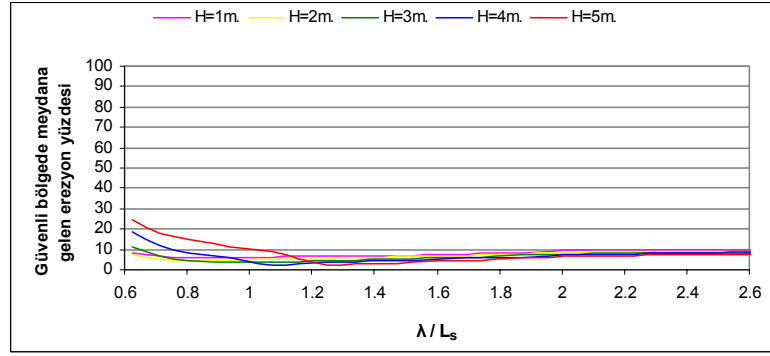
Şekil M.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.33$)



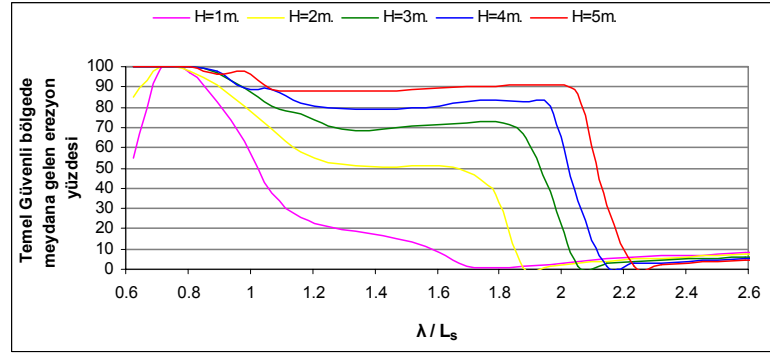
Şekil M.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



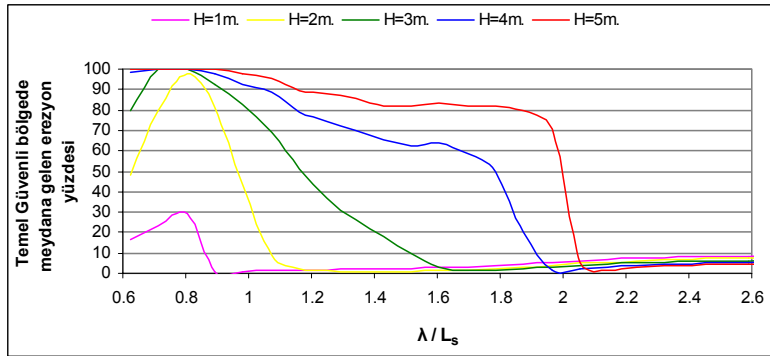
Şekil M.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



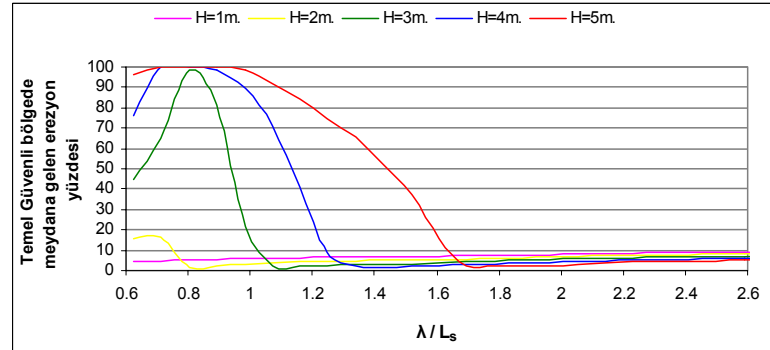
Şekil M.16: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



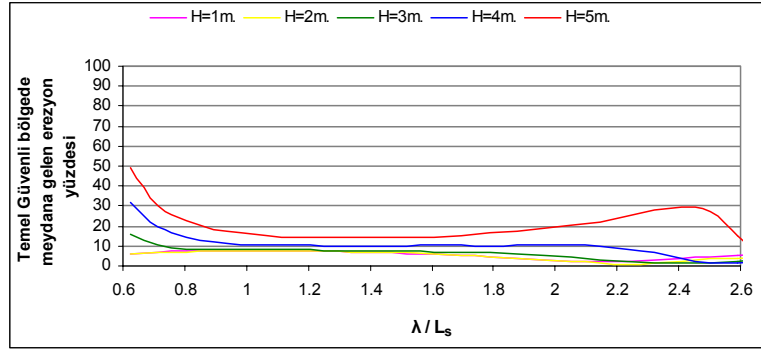
Şekil M.17: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



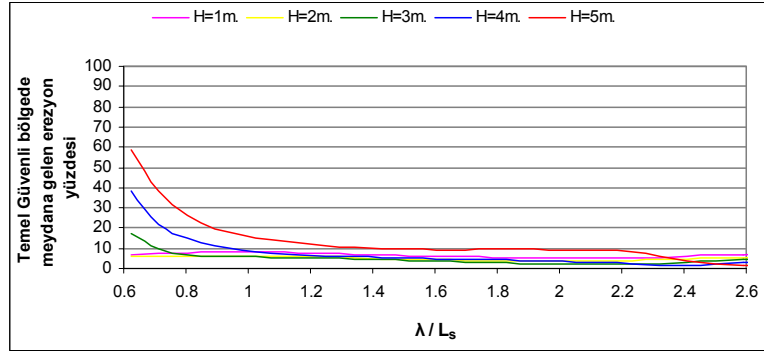
Şekil M.18: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



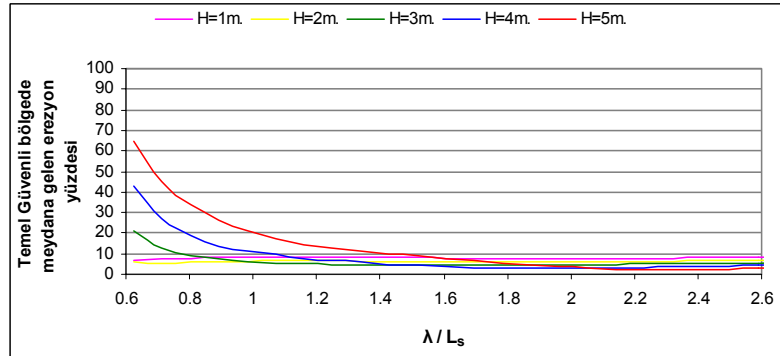
Şekil M.19: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



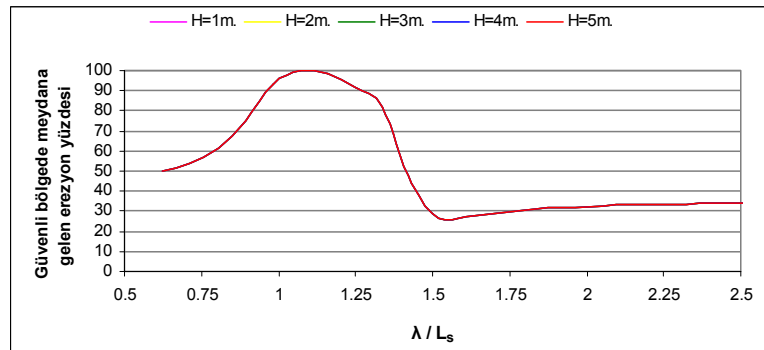
Şekil M.20: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



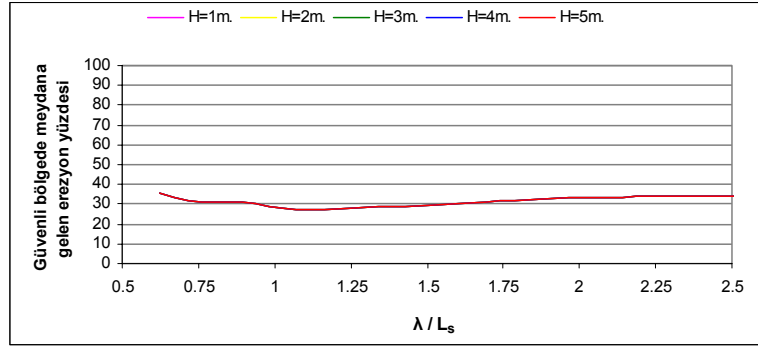
Şekil M.21: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



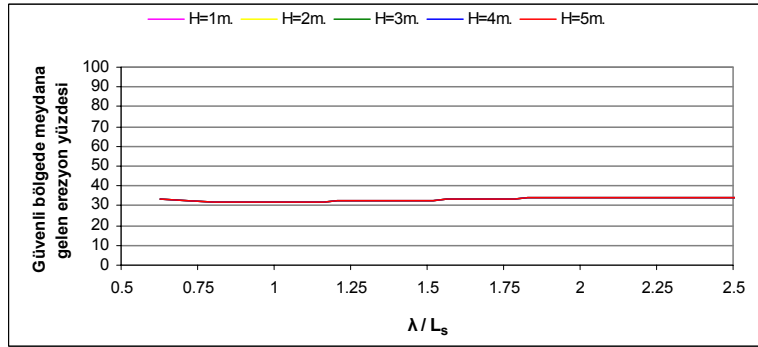
Şekil M.22: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



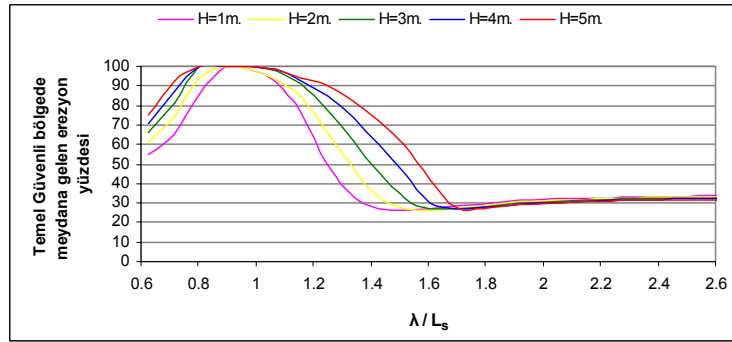
Şekil M.23: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$)



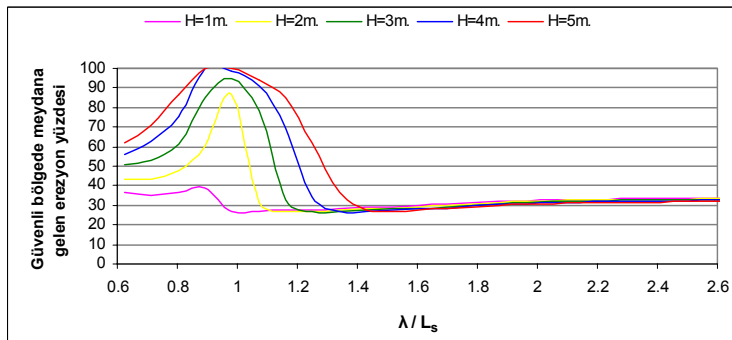
Şekil M.24: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$)



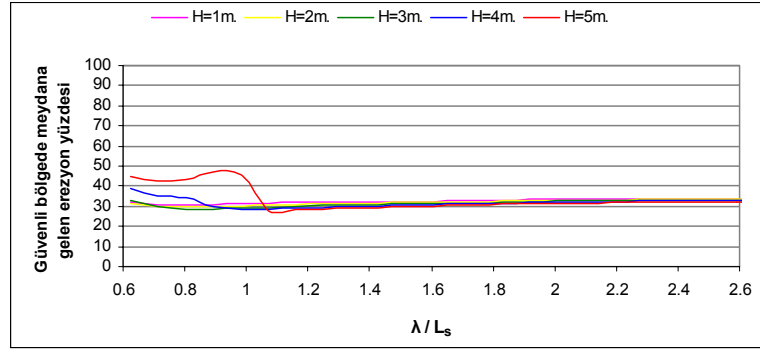
Şekil M.25: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$)



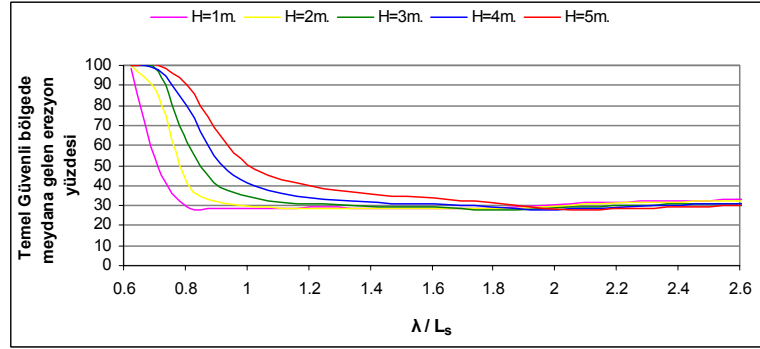
Şekil M.26: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



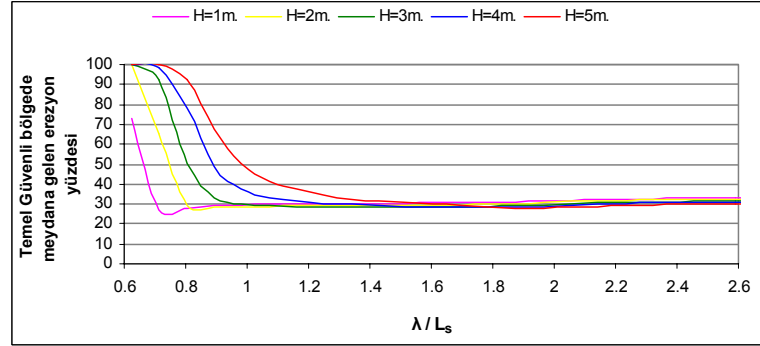
Şekil M.27: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



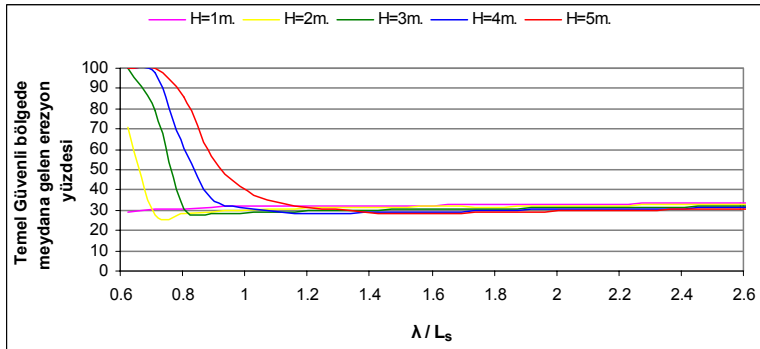
Şekil M.28: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



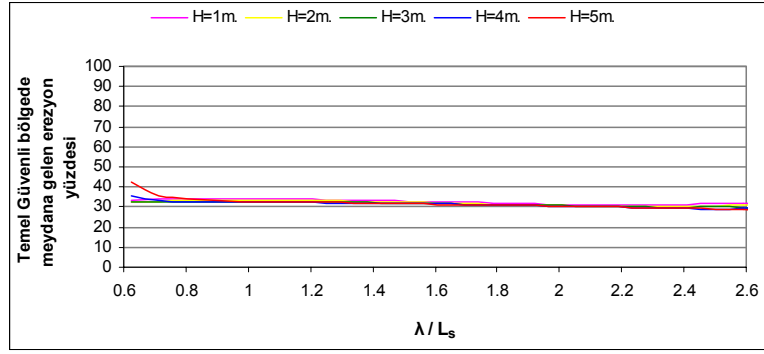
Şekil M.29: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



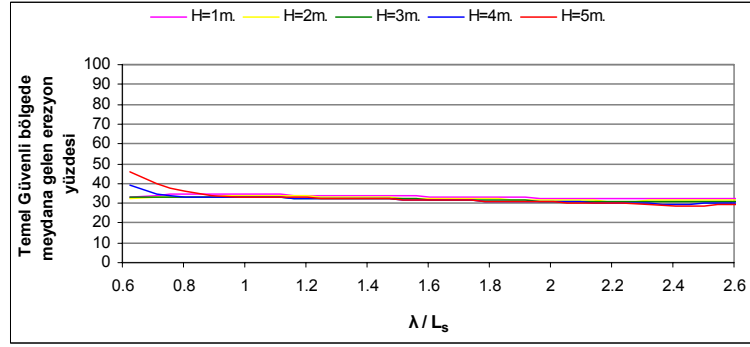
Şekil M.30: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



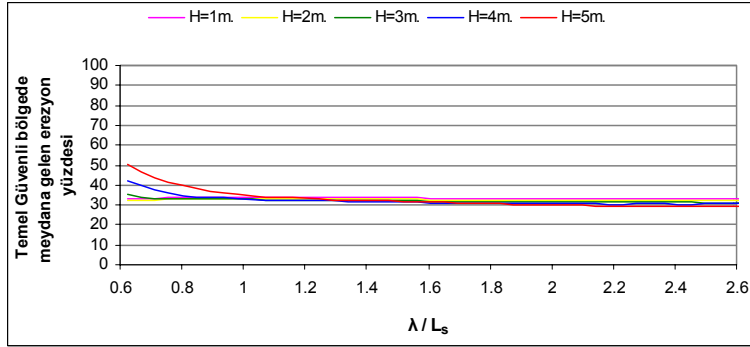
Şekil M.31: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



Şekil M.32: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.25$)

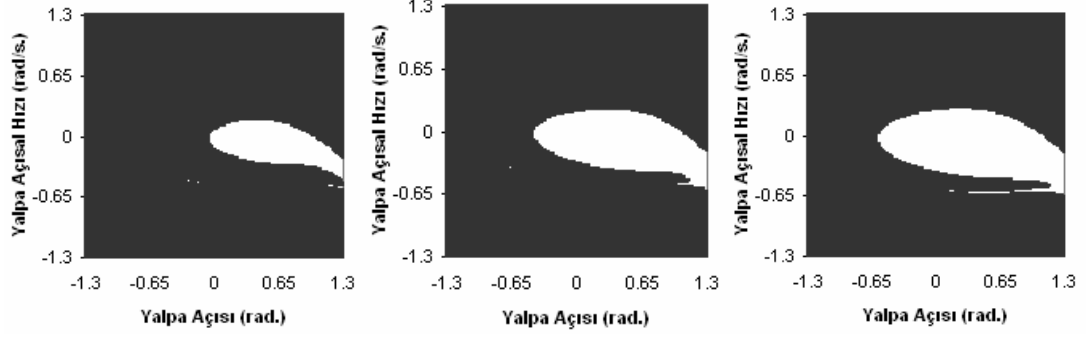


Şekil M.33: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.25$)

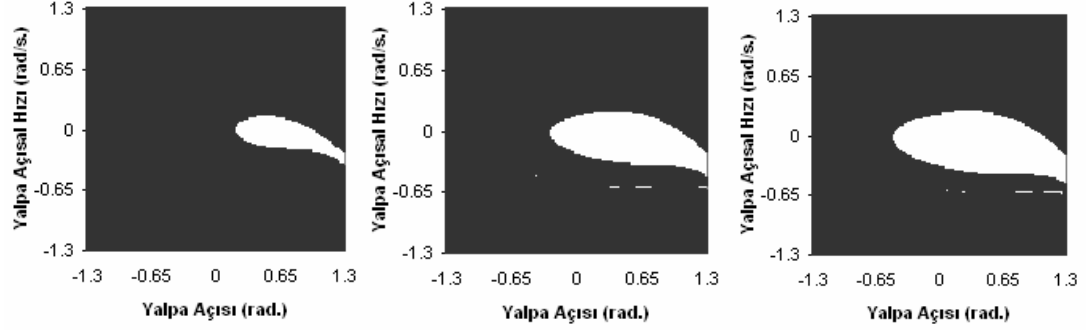


Şekil M.34: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.25$)

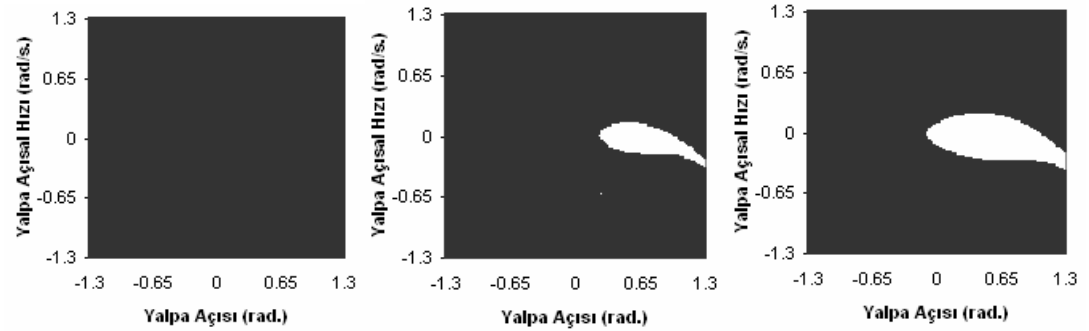
EK N



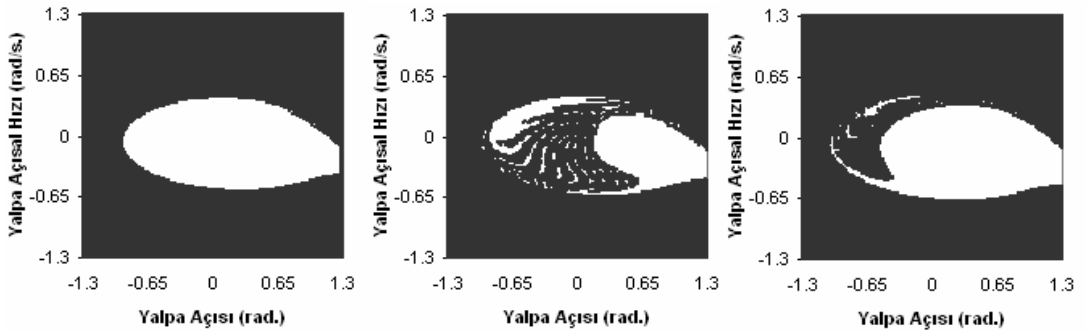
Şekil N.1: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=1\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



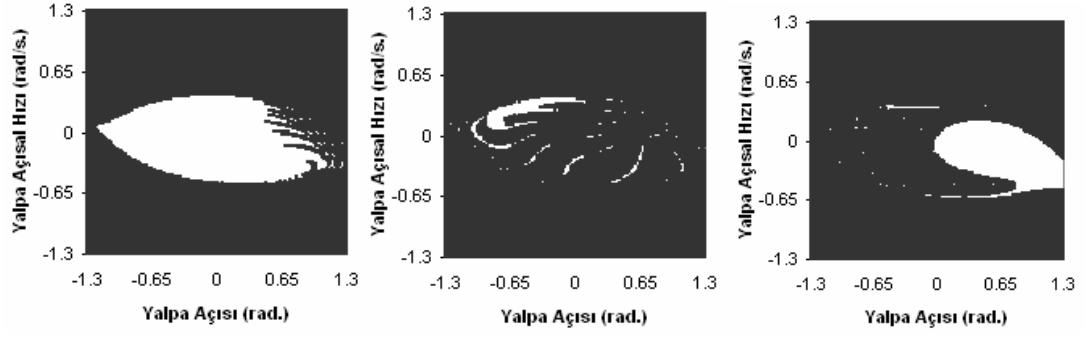
Şekil N.2: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=2\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



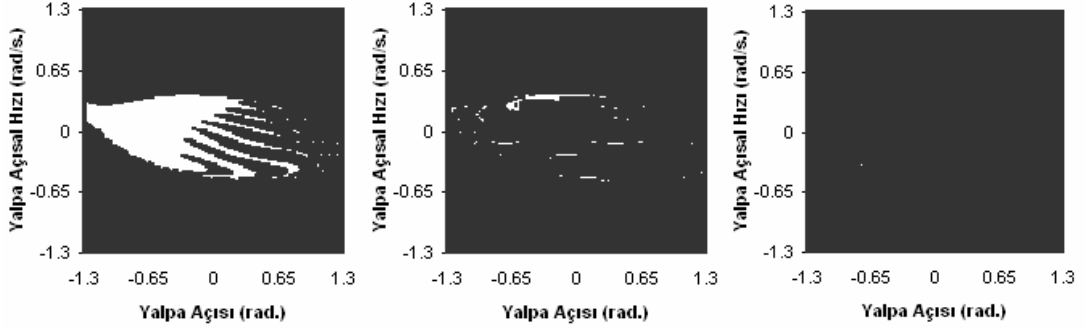
Şekil N.3: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=5\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



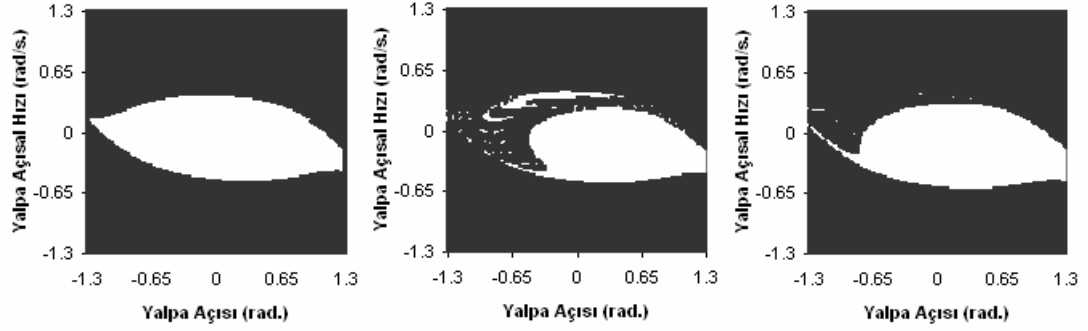
Şekil N.4: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.1$ $H=3\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



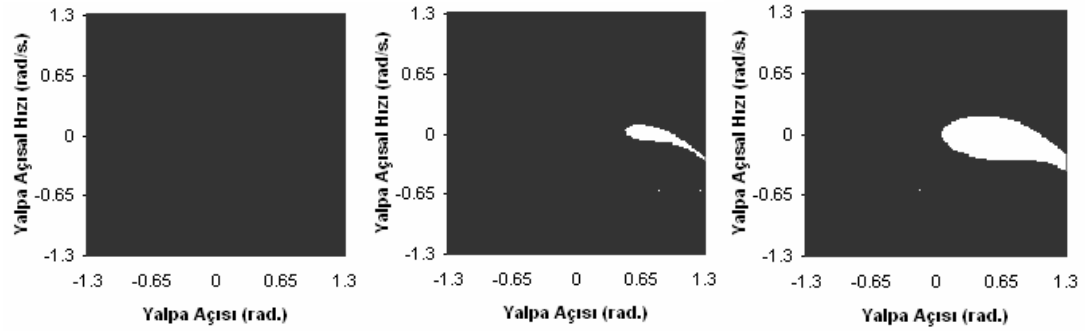
Şekil N.5: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.3$ $H=2\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



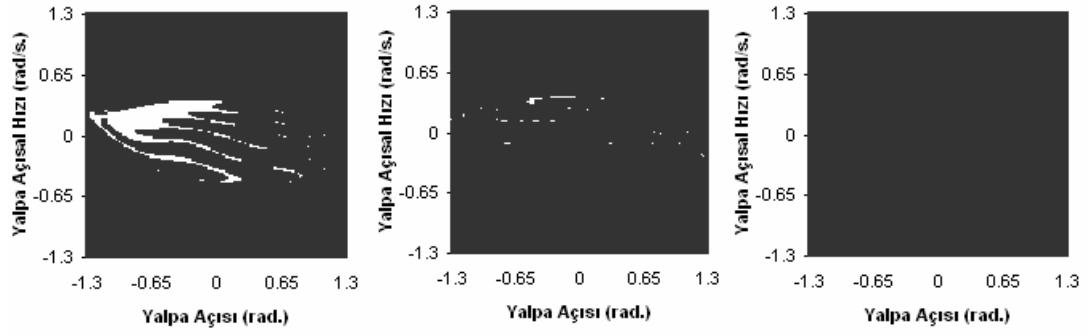
Şekil N.6: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=1\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



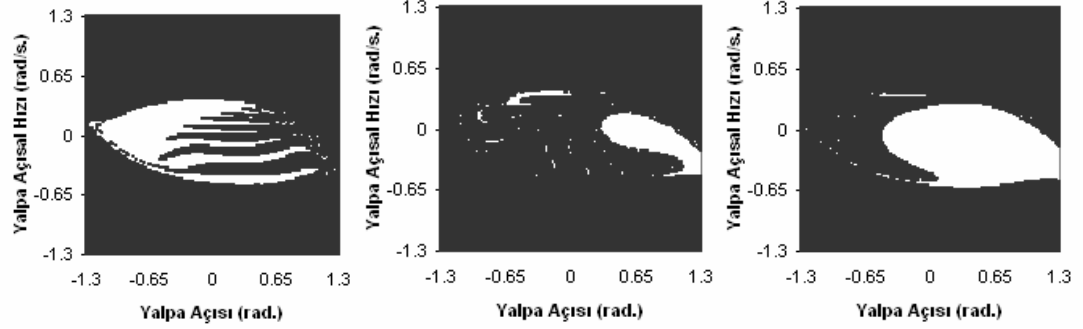
Şekil N.7: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=1\text{m}$. $\lambda=100\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



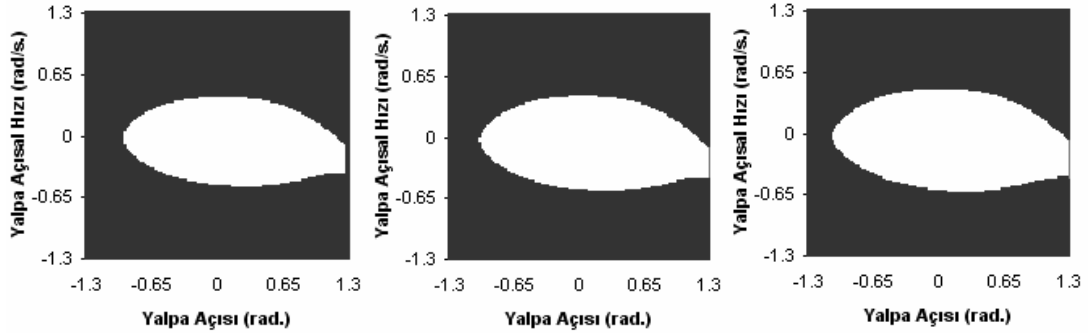
Şekil N.8: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=2\text{m}$. $\lambda=40\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



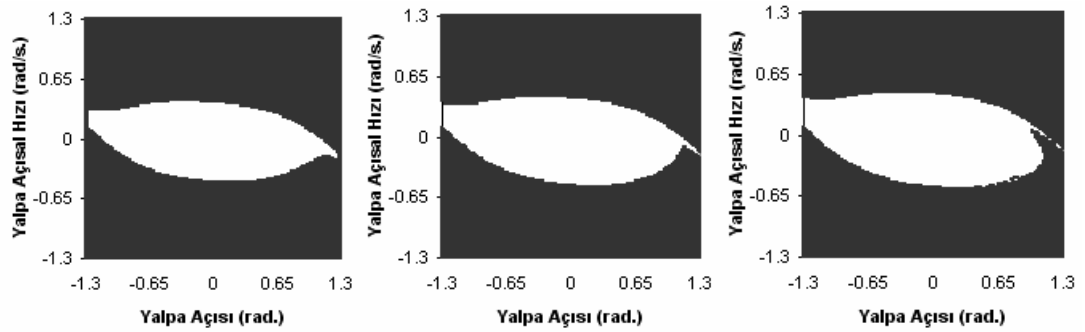
Şekil N.9: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=2m. $\lambda=60$ m. $\chi=30^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



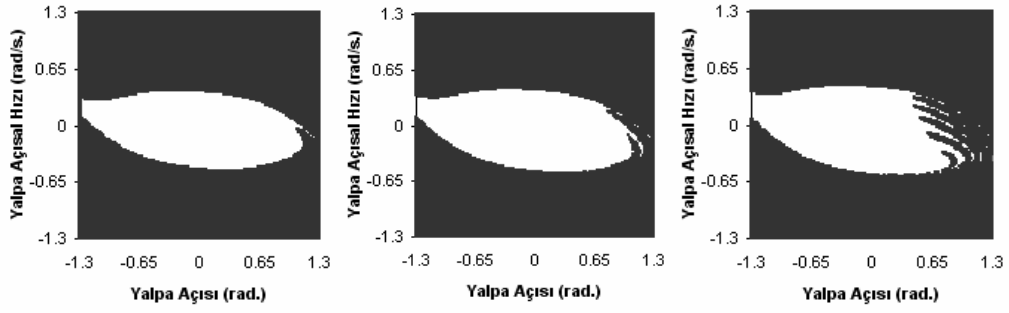
Şekil N.10: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=2m. $\lambda=100$ m. $\chi=30^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



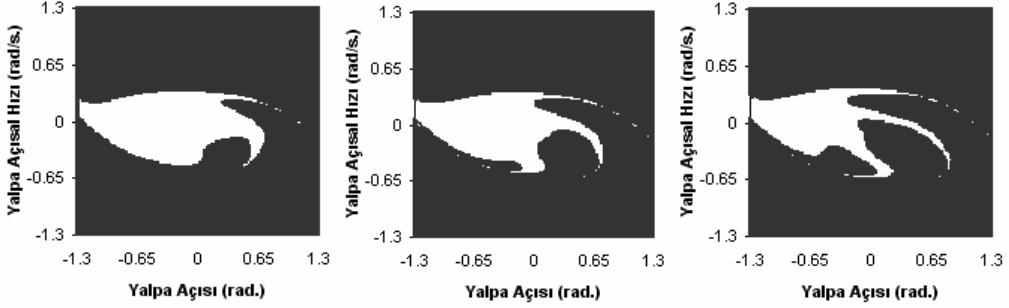
Şekil N.11: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=2m. $\lambda=120$ m. $\chi=30^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



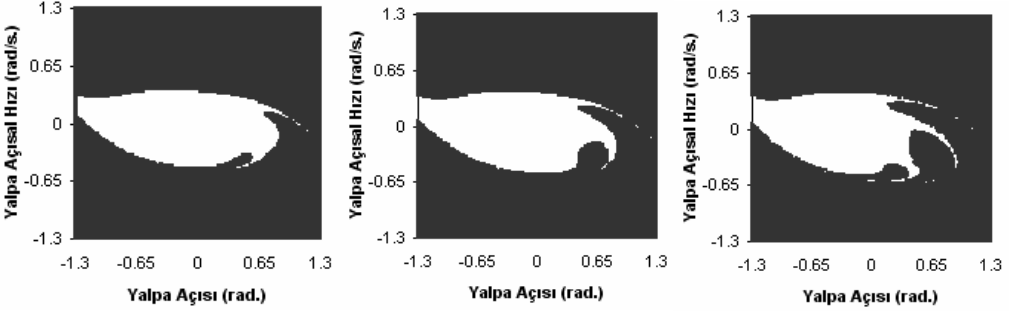
Şekil N.12: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=2m. $\lambda=60$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



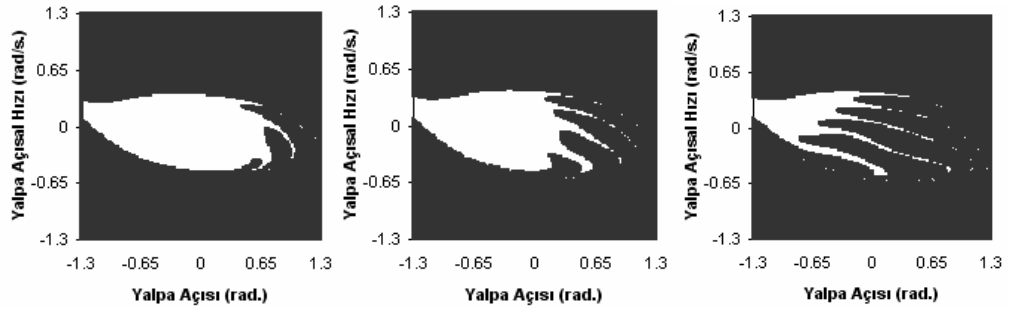
Şekil N.13: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=2m. $\lambda=100$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



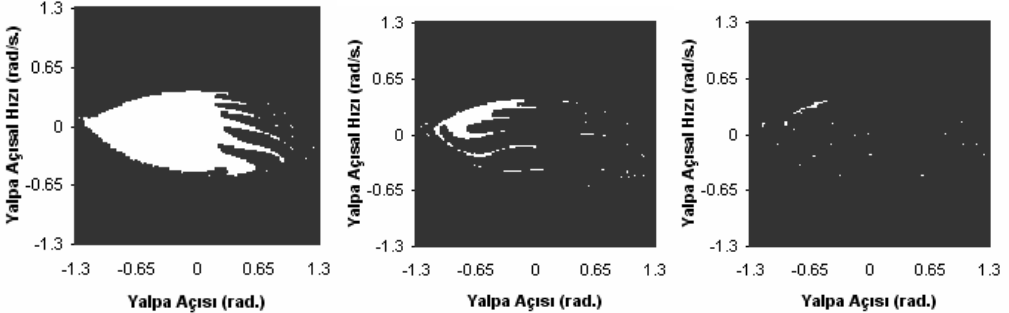
Şekil N.14: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=5m. $\lambda=40$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



Şekil N.15: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=5m. $\lambda=60$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



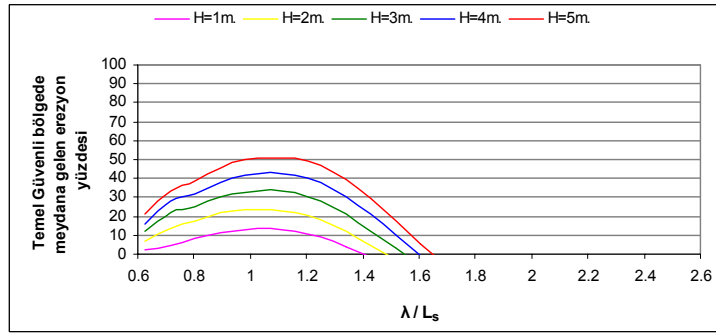
Şekil N.16: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=5m. $\lambda=100$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.



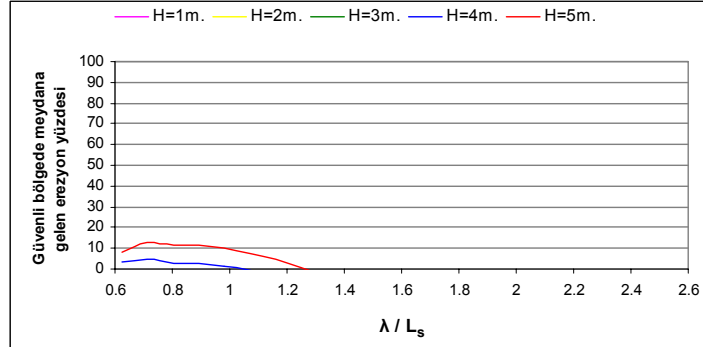
Şekil N.17: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ H=5m. $\lambda=130$ m. $\chi=45^\circ$) sırasıyla GM=0.33m., GM=0.365m. ve GM=0.40m.

EK O

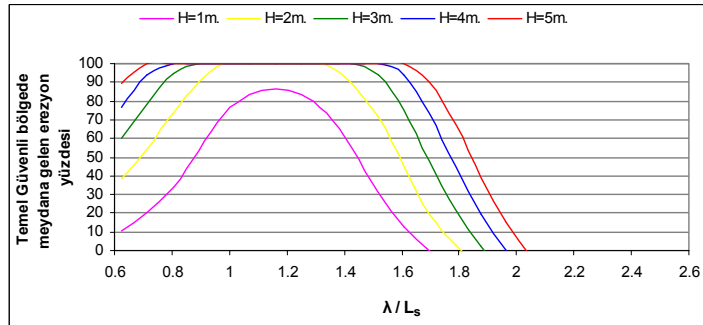
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, rüzgarın yalpa açısına bağlı olduğu kabul edildiğinde, değişik enine metasantr yüksekliği değerleri için, gemilerin enine stabilitesinin temel güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



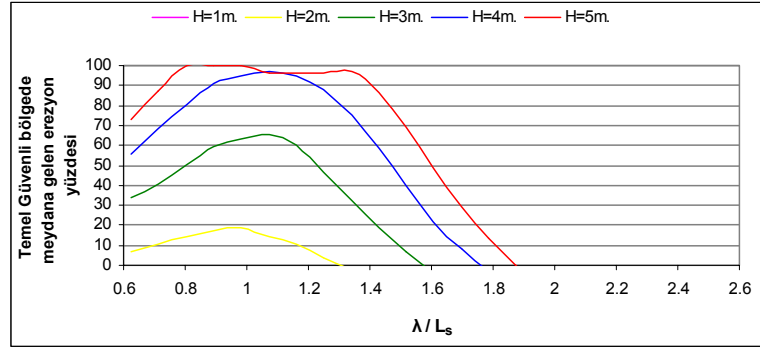
Şekil O.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



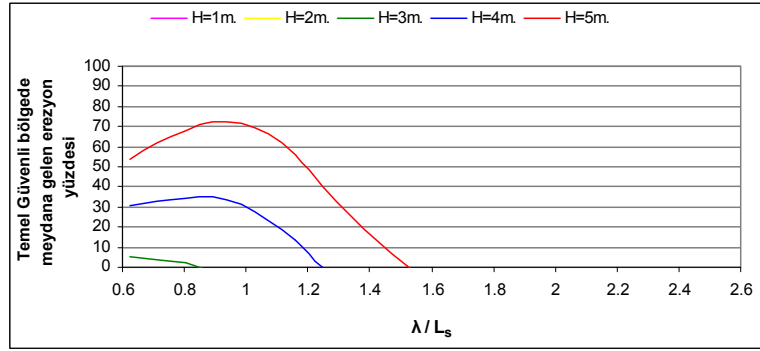
Şekil O.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



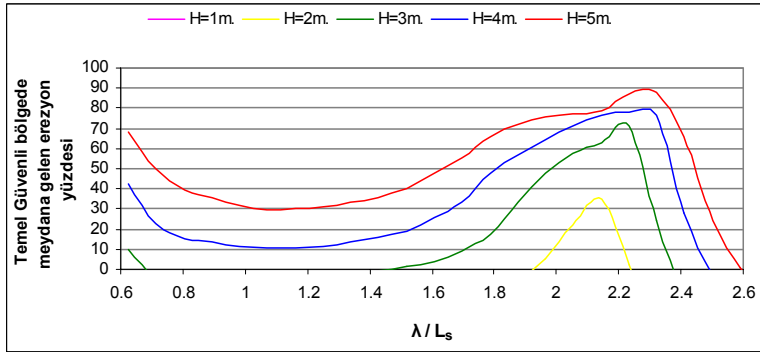
Şekil O.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



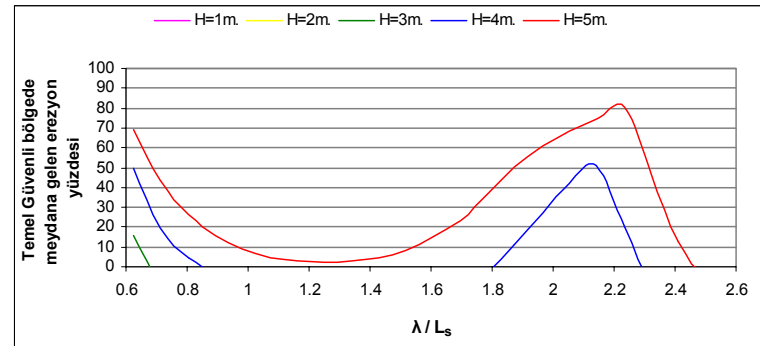
Şekil O.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



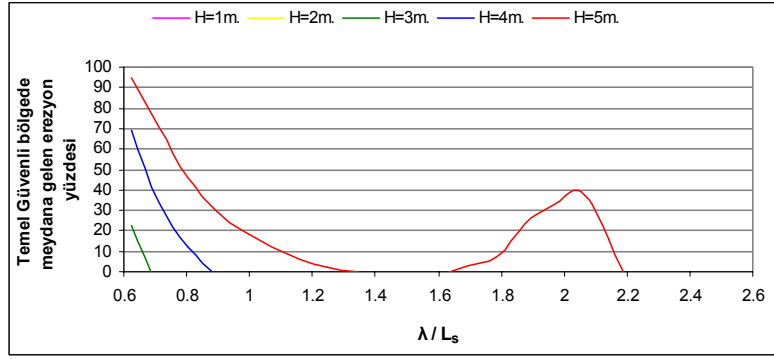
Şekil O.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



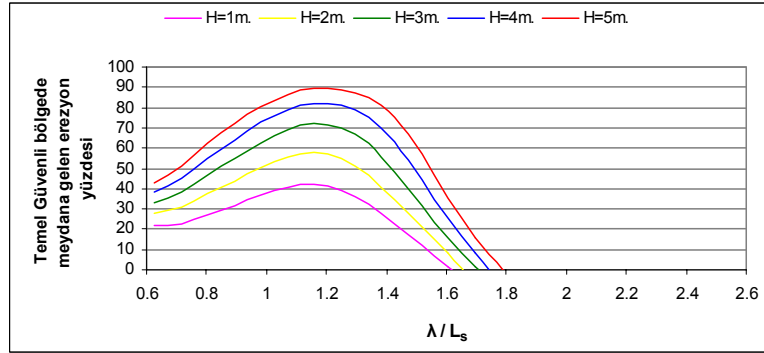
Şekil O.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



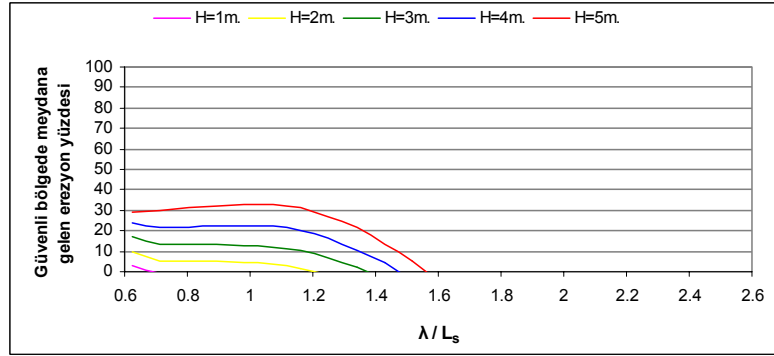
Şekil O.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



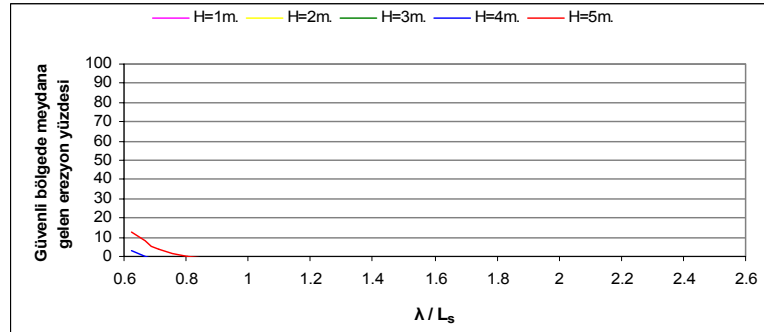
Şekil O.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



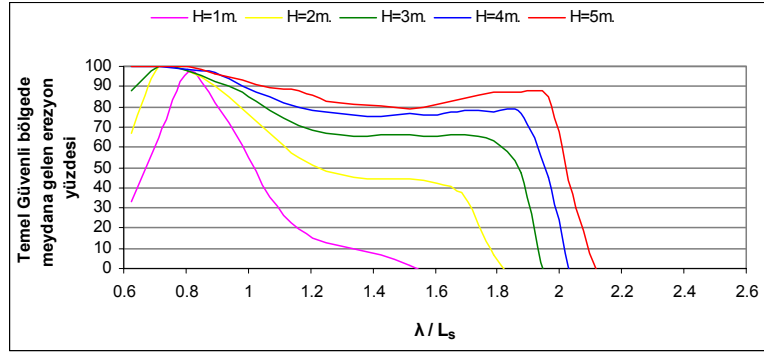
Şekil O.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



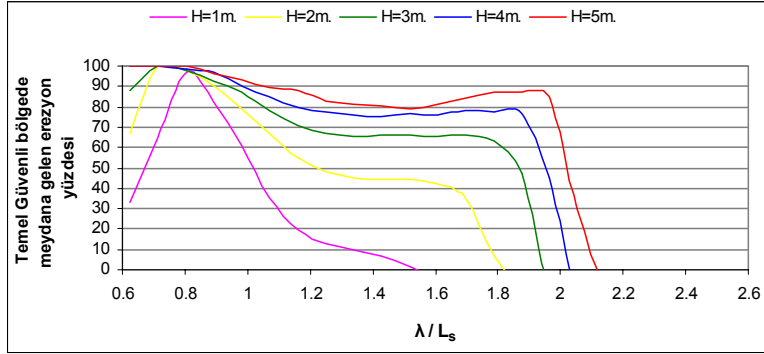
Şekil O.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



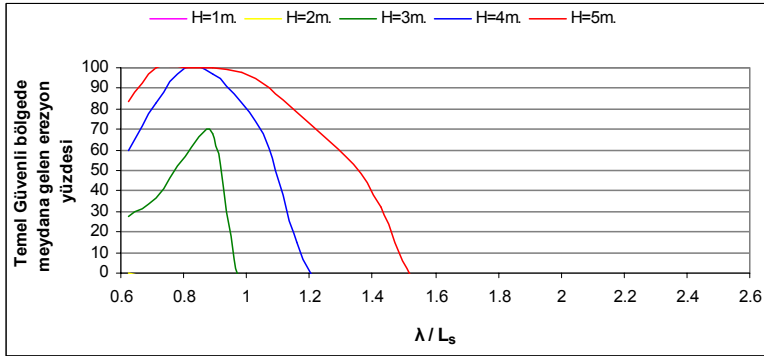
Şekil O.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



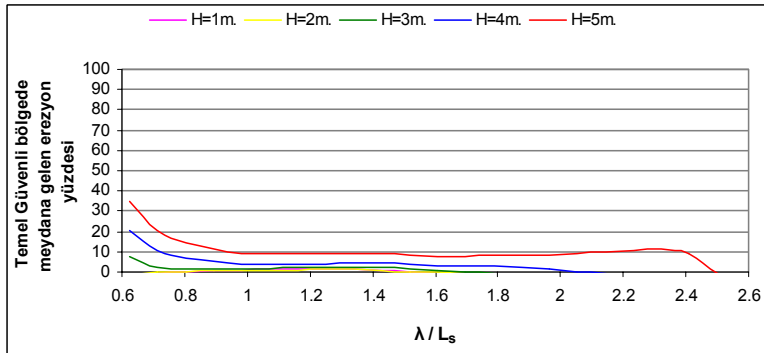
Şekil O.12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



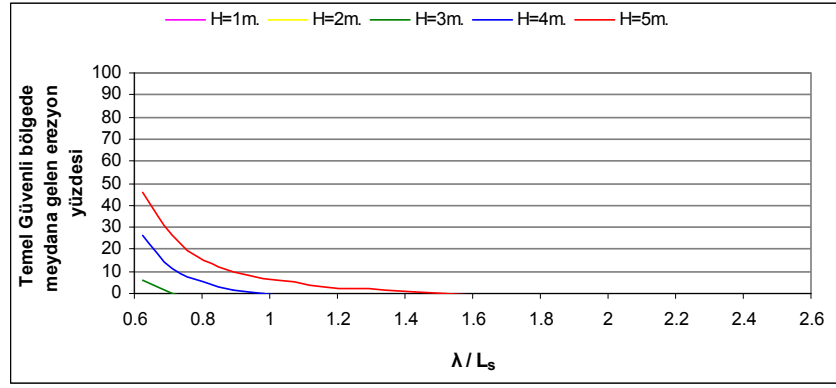
Şekil O.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



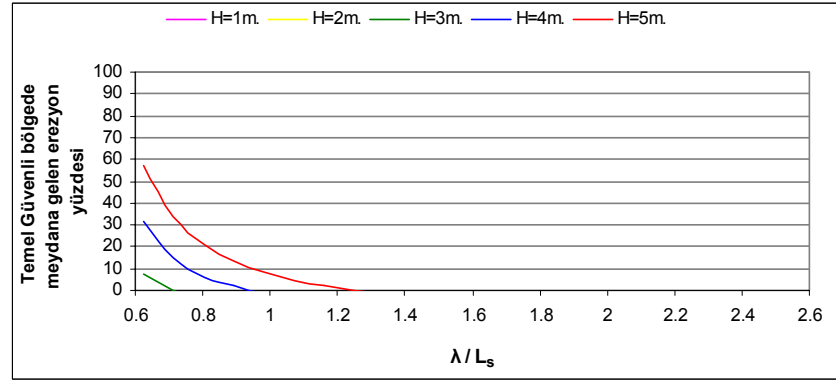
Şekil O.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



Şekil O.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)

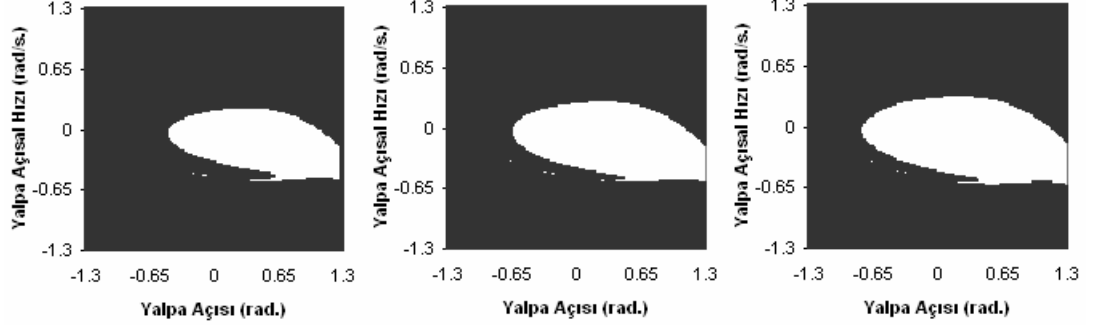


Şekil O.16: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)

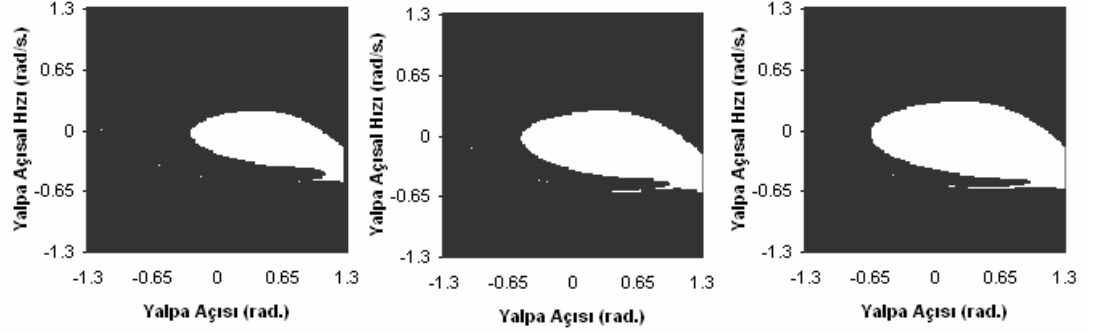


Şekil O.17: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.1$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)

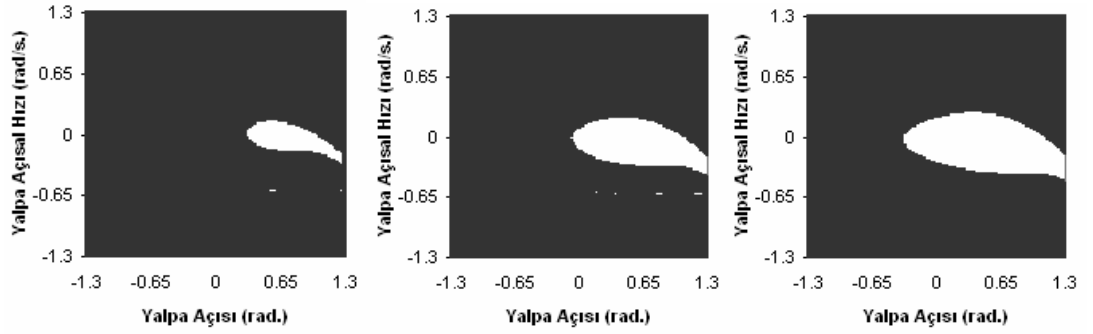
EK P



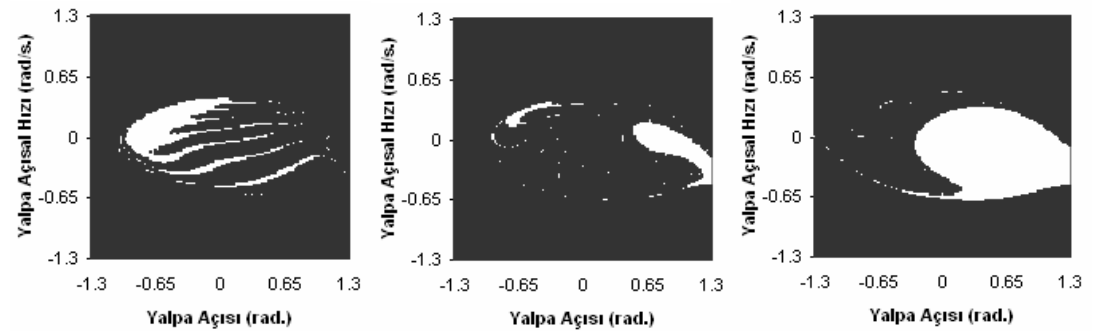
Şekil P.1: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=1\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m.}$, $GM=0.365\text{m.}$ ve $GM=0.40\text{m.}$



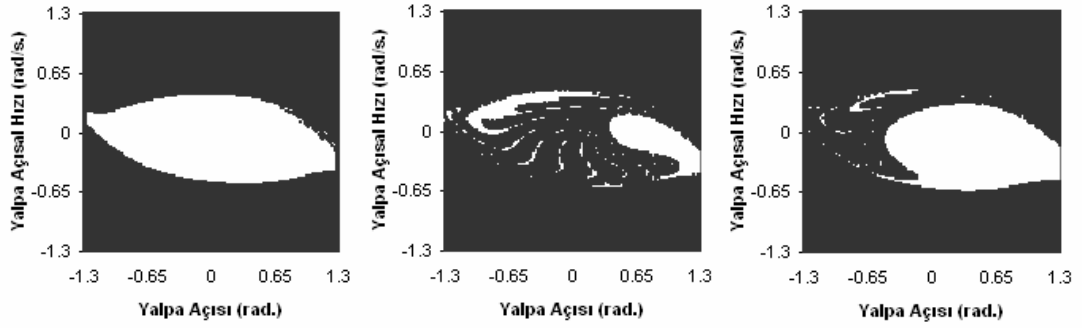
Şekil P.2: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=2\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m.}$, $GM=0.365\text{m.}$ ve $GM=0.40\text{m.}$



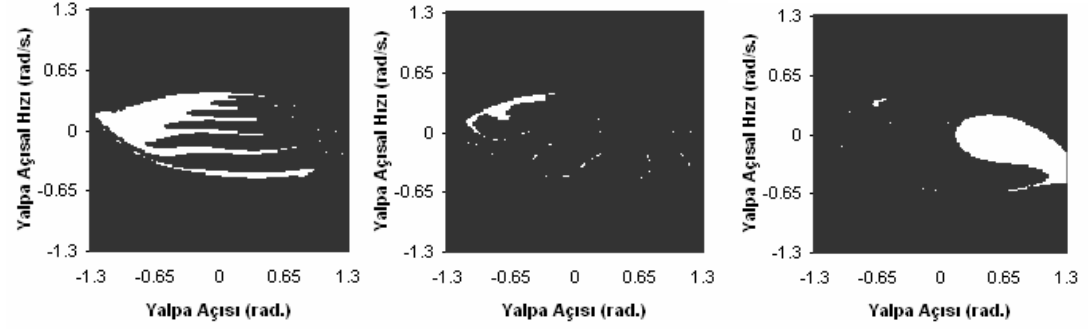
Şekil P.3: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.5$ $H=5\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=15^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m.}$, $GM=0.365\text{m.}$ ve $GM=0.40\text{m.}$



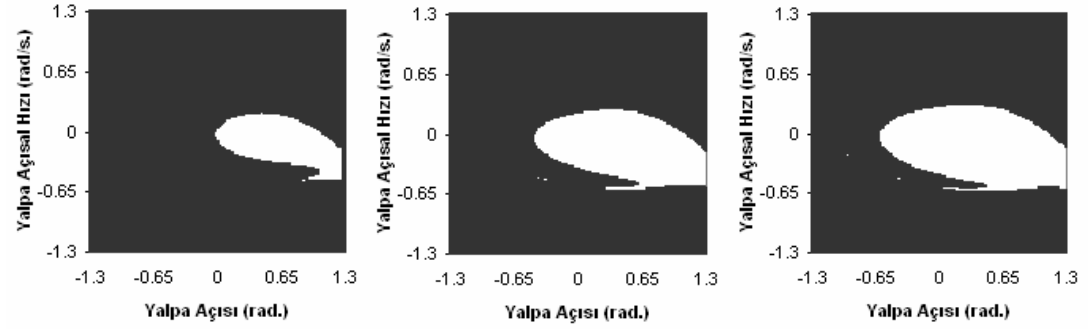
Şekil P.4: Güvenli Bölgeler ($a_{\max}=-0.1$ $H=4\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m.}$, $GM=0.365\text{m.}$ ve $GM=0.40\text{m.}$



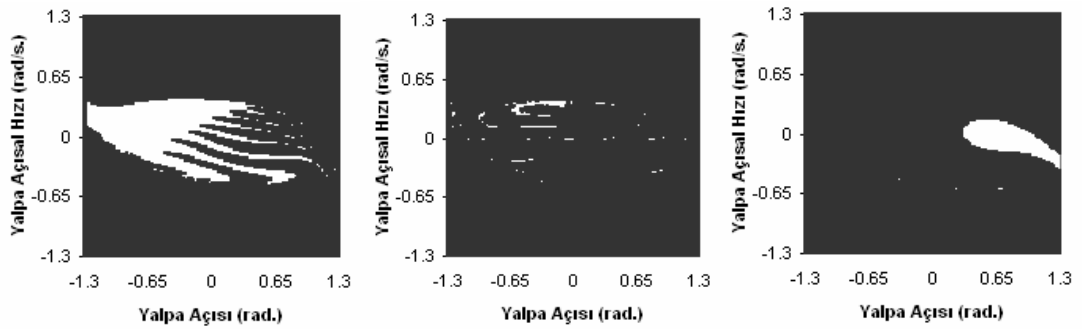
Şekil P.5: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.3$ $H=2\text{m}$, $\lambda=60\text{m}$, $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



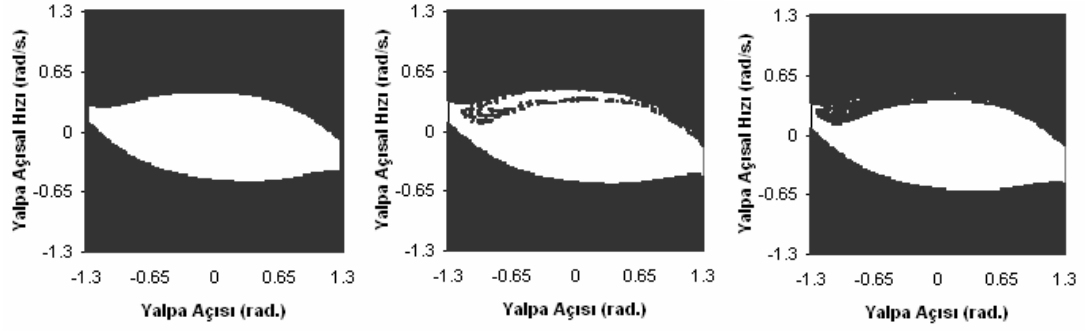
Şekil P.6: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.3$ $H=3\text{m}$, $\lambda=60\text{m}$, $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



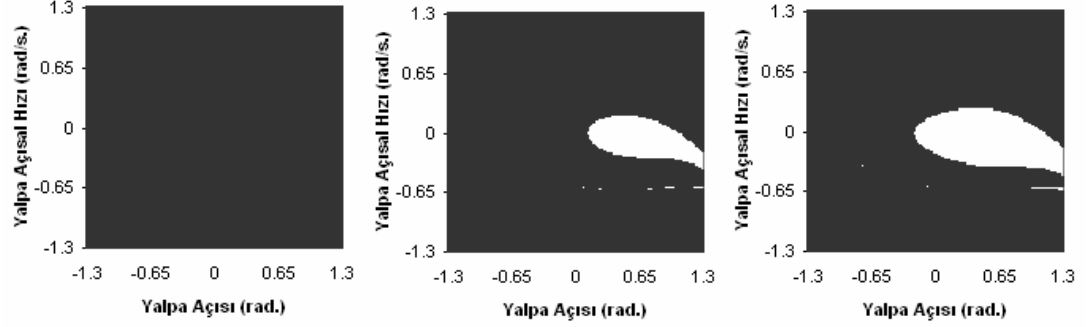
Şekil P.7: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=1\text{m}$, $\lambda=40\text{m}$, $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



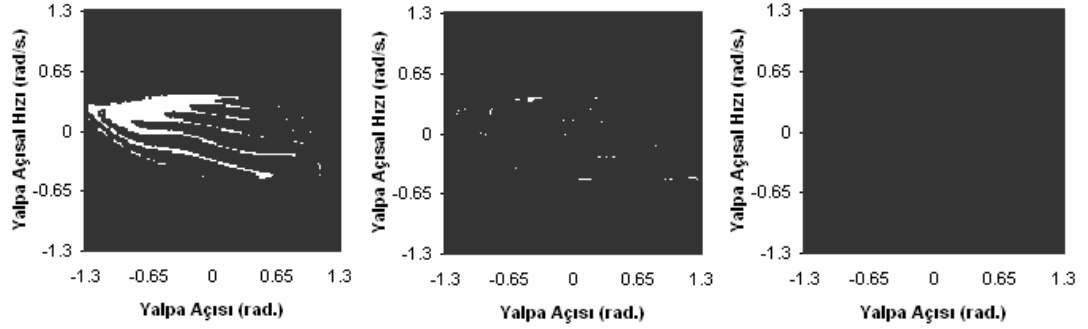
Şekil P.8: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=1\text{m}$, $\lambda=60\text{m}$, $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



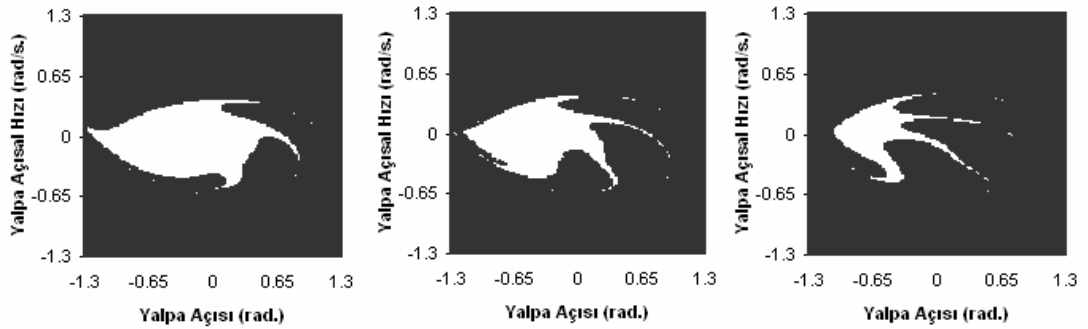
Şekil P.9: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=1\text{m}$. $\lambda=100\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



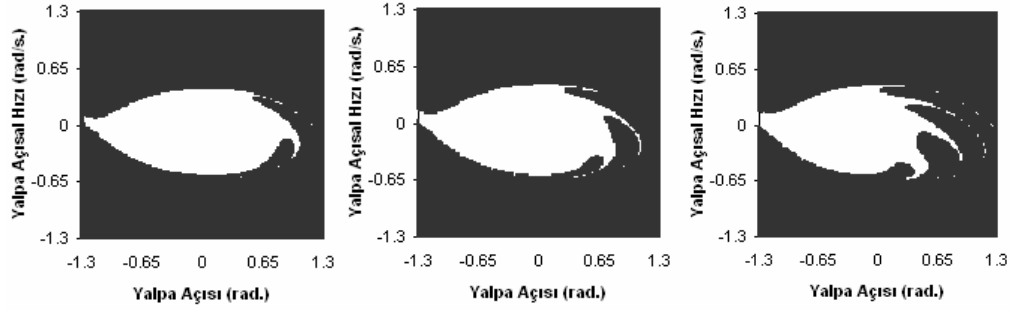
Şekil P.10: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=2\text{m}$. $\lambda=40\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



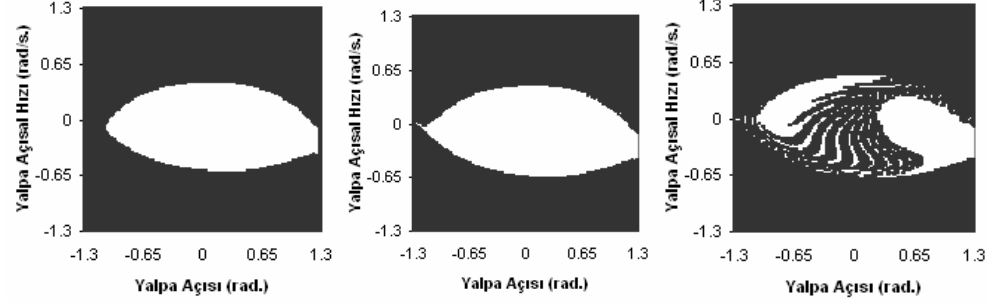
Şekil P.11: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=2\text{m}$. $\lambda=60\text{m}$. $\chi=30^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



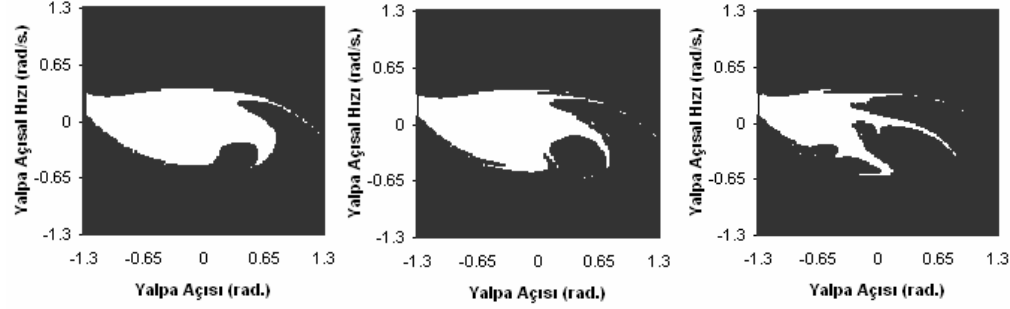
Şekil P.12: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.1$ $H=5\text{m}$. $\lambda=40\text{m}$. $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33\text{m}$., $GM=0.365\text{m}$. ve $GM=0.40\text{m}$.



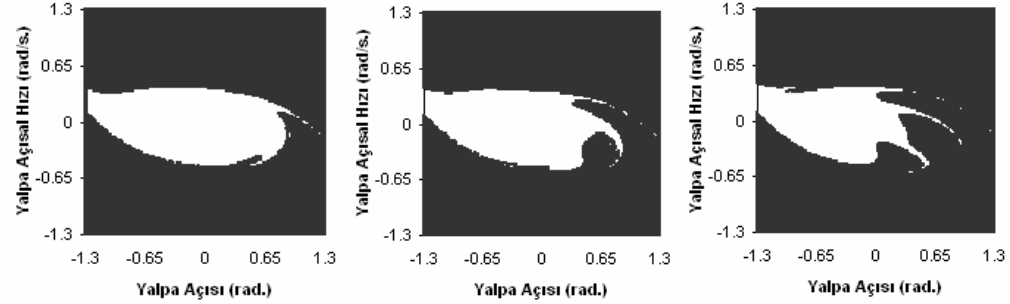
Şekil P.13: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.1$ $H=5m$, $\lambda=60m$, $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33m$., $GM=0.365m$. ve $GM=0.40m$.



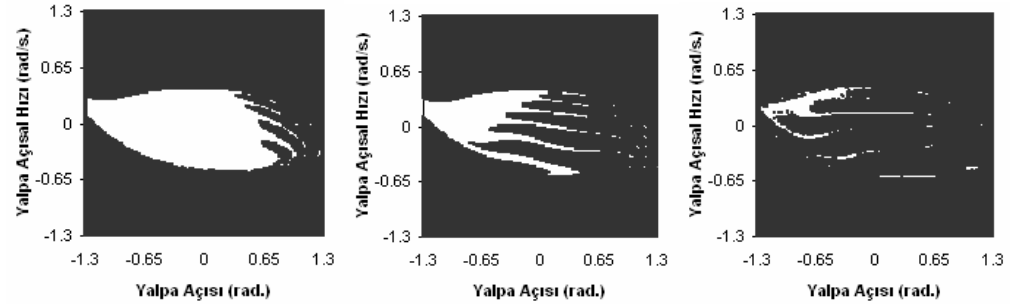
Şekil P.14: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.1$ $H=5m$, $\lambda=120m$, $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33m$., $GM=0.365m$. ve $GM=0.40m$.



Şekil P.15: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=5m$, $\lambda=40m$, $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33m$., $GM=0.365m$. ve $GM=0.40m$.



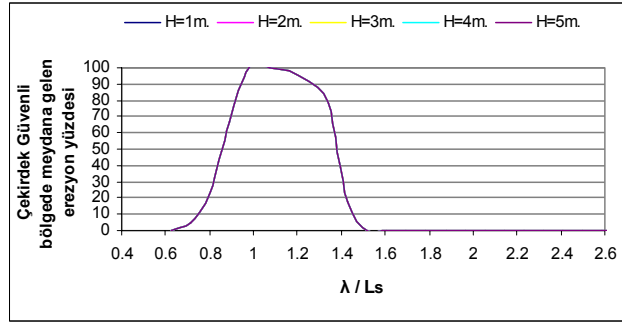
Şekil P.16: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=5m$, $\lambda=60m$, $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33m$., $GM=0.365m$. ve $GM=0.40m$.



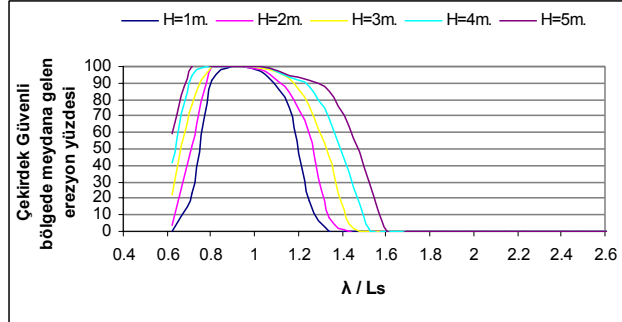
Şekil P.17: Güvenli Bölgeler ($a_{\max} = -0.5$ $H=5m$, $\lambda=120m$, $\chi=45^\circ$) sırasıyla $GM=0.33m$., $GM=0.365m$. ve $GM=0.40m$.

EK R

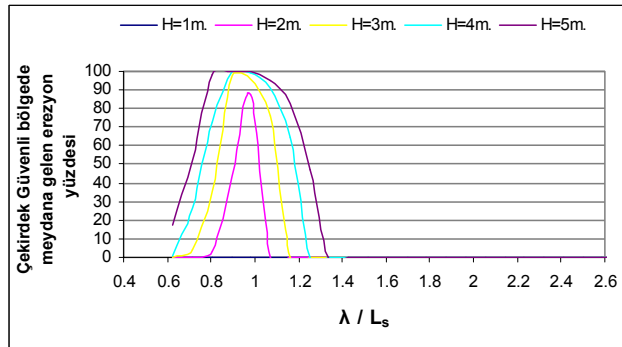
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, değişik enine metasantr yükseliği değerleri için, gemilerin enine stabilitesinin çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasantr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir. Çekirdek güvenli bölgenin yalpa açılal genişliği olarak 20° alınmıştır.



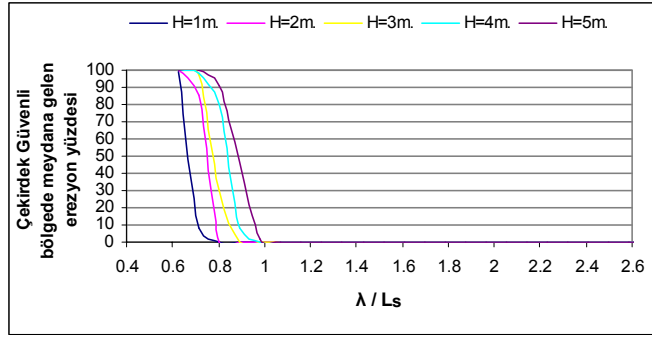
Şekil R.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$)



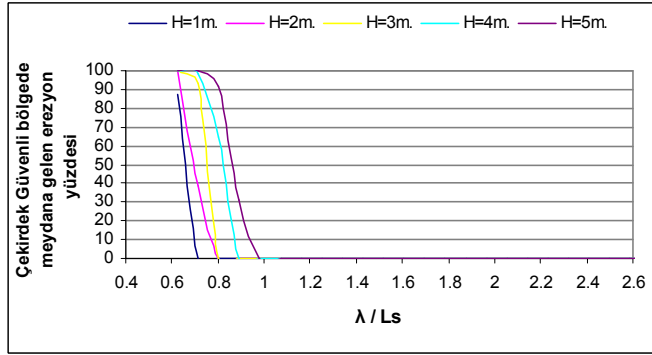
Şekil R.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



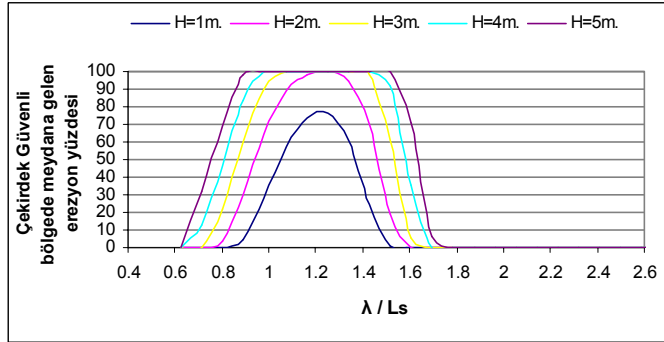
Şekil R.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



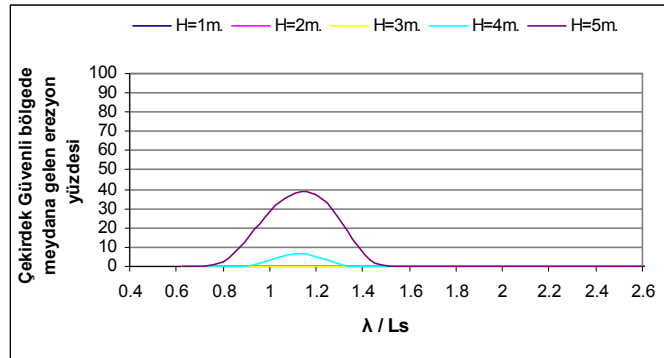
Şekil R.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



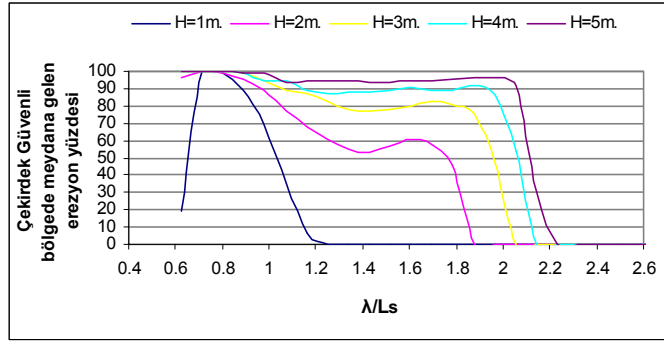
Şekil R.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



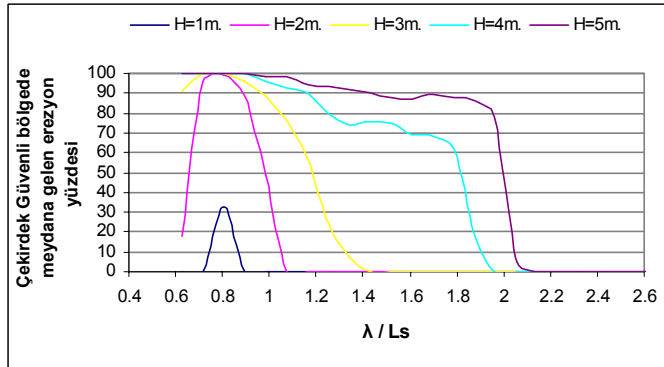
Şekil R.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



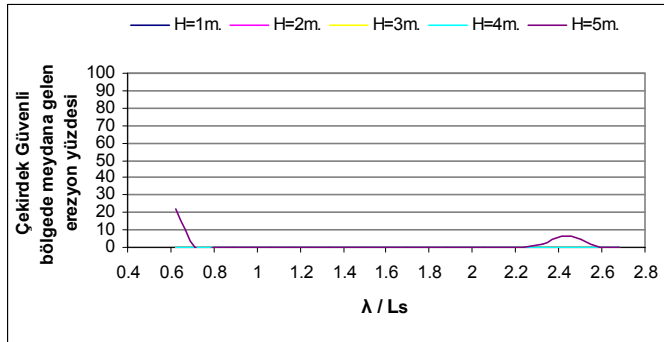
Şekil R.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



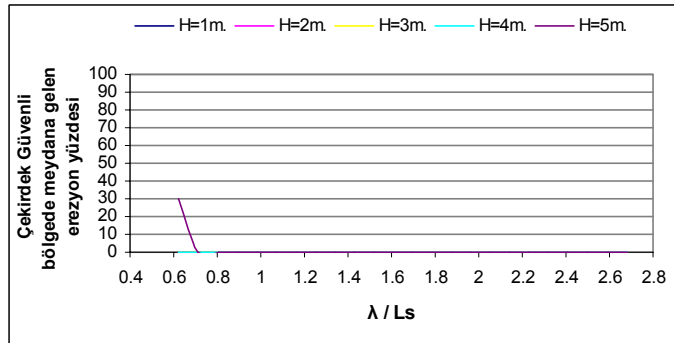
Şekil R.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



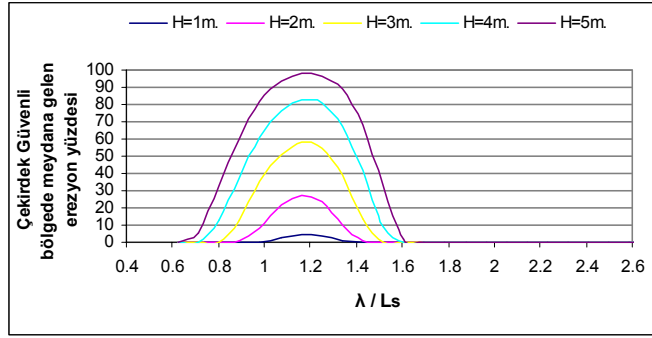
Şekil R.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



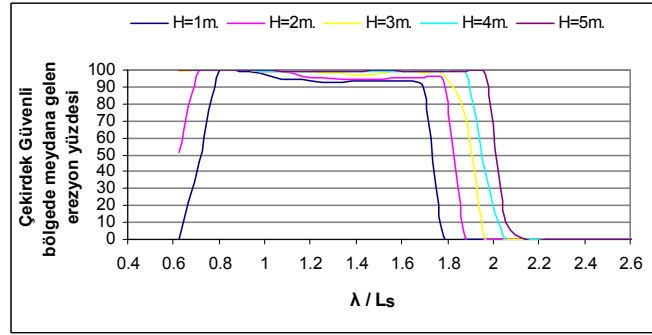
Şekil R.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



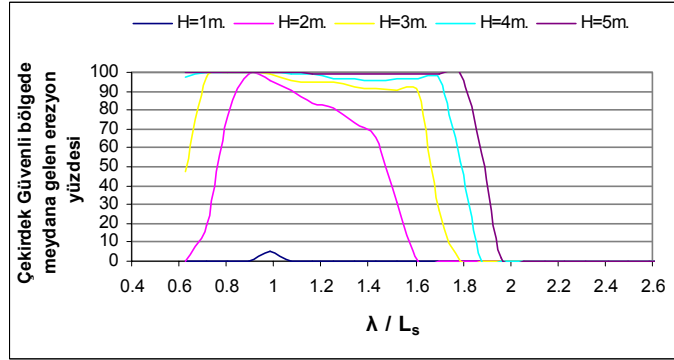
Şekil R.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



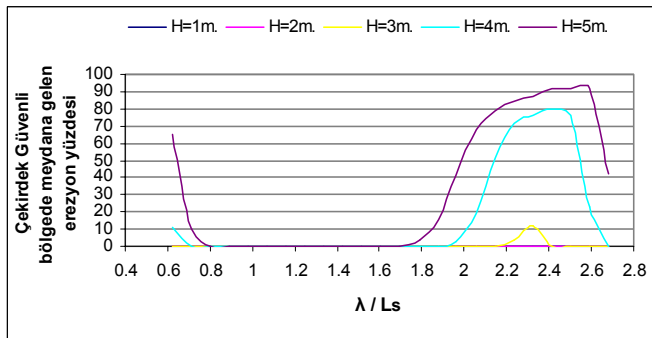
Şekil R.12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.365$)



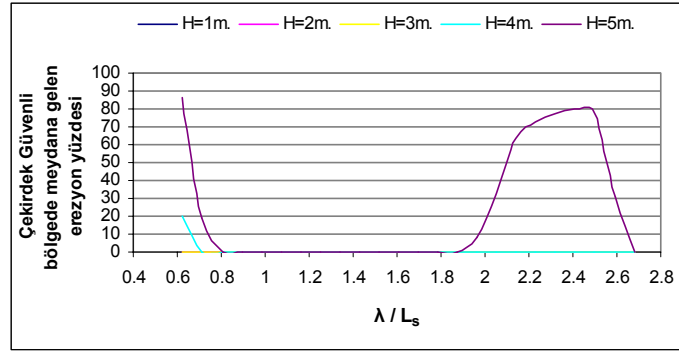
Şekil R.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$)



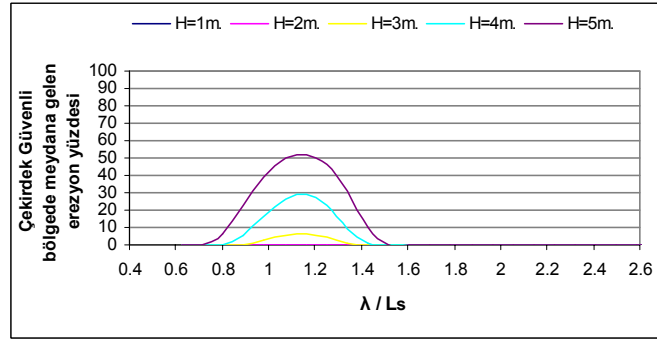
Şekil R.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$)



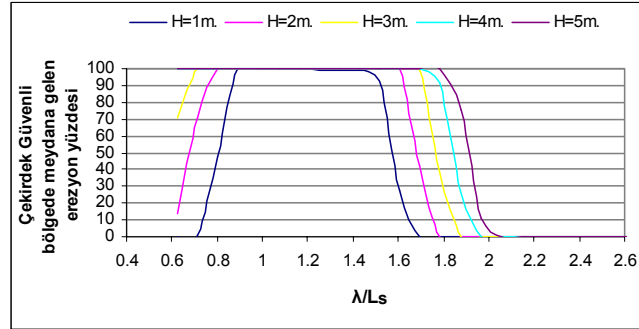
Şekil R.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$)



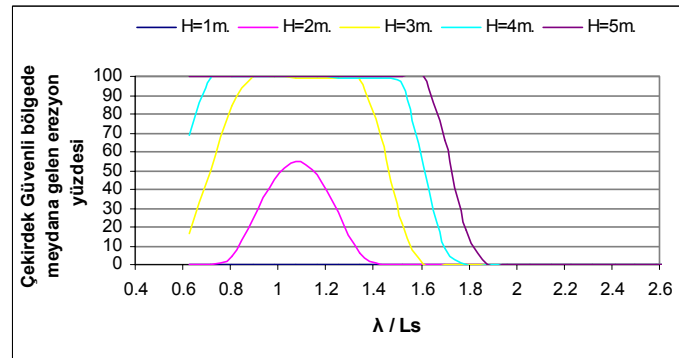
Şekil R.16: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$)



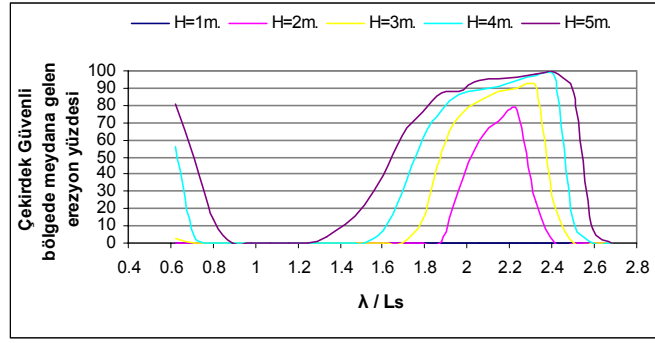
Şekil R.17: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



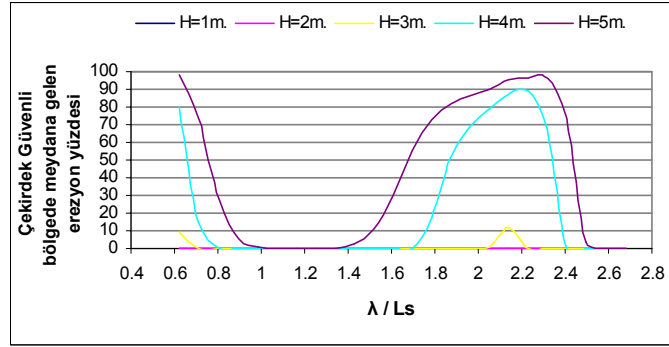
Şekil R.18: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



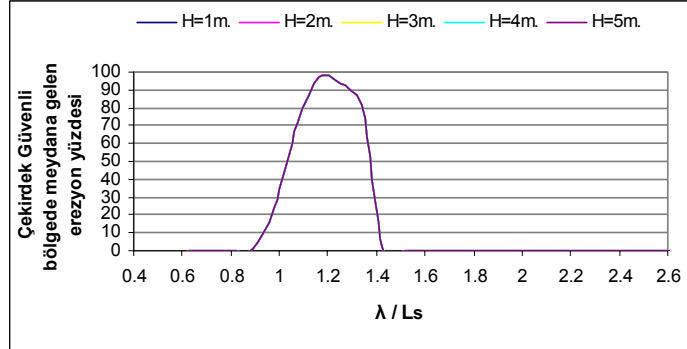
Şekil R.19: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



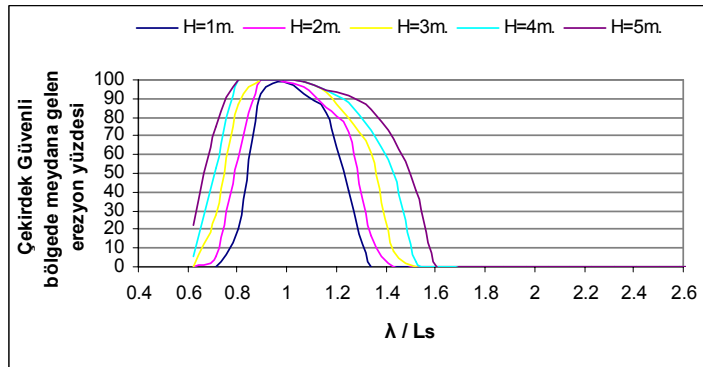
Şekil R.20: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



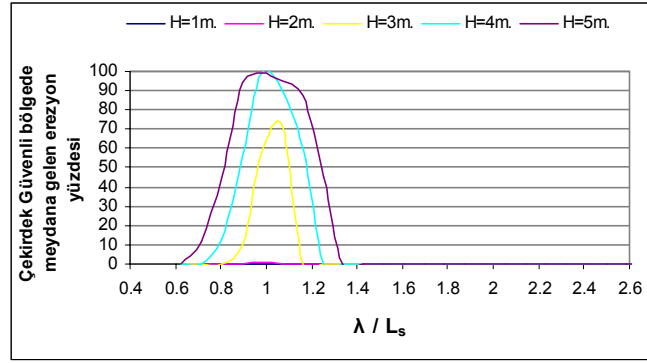
Şekil R.21: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



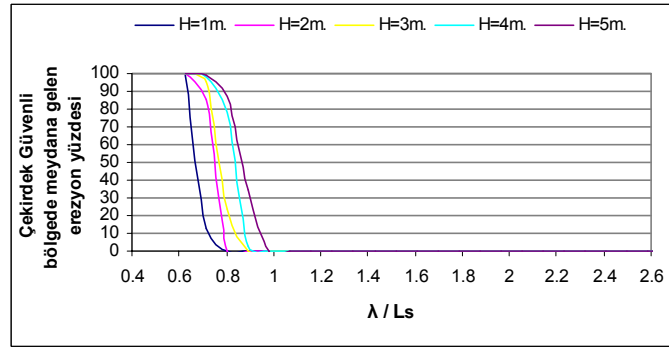
Şekil R.22: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



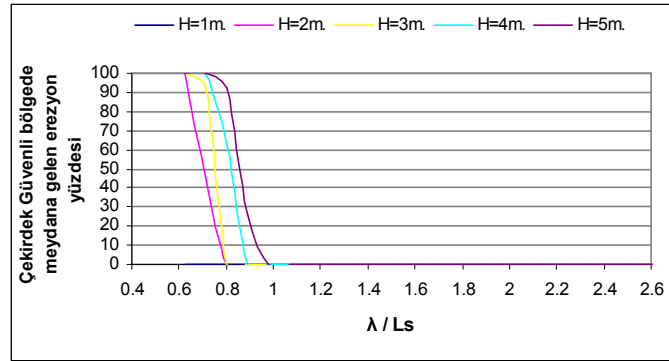
Şekil R.23: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



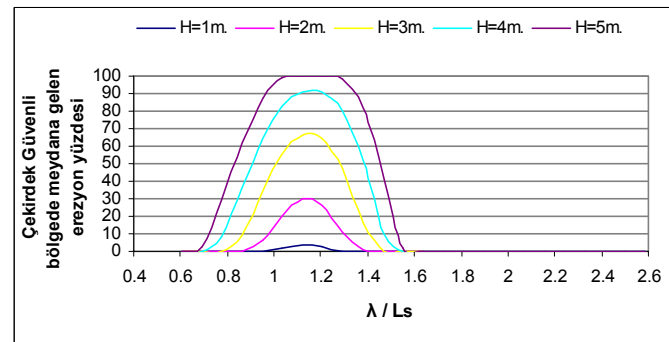
Şekil R.24: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



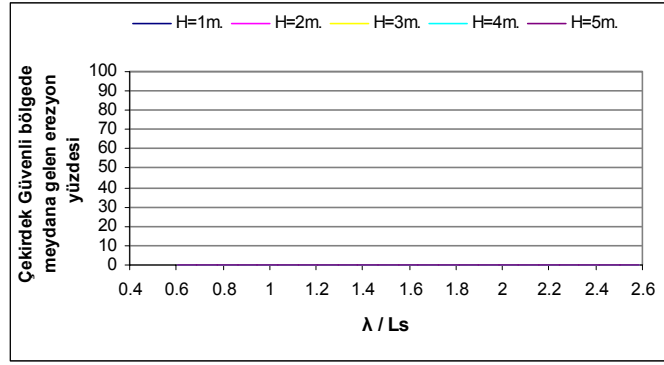
Şekil R.25: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



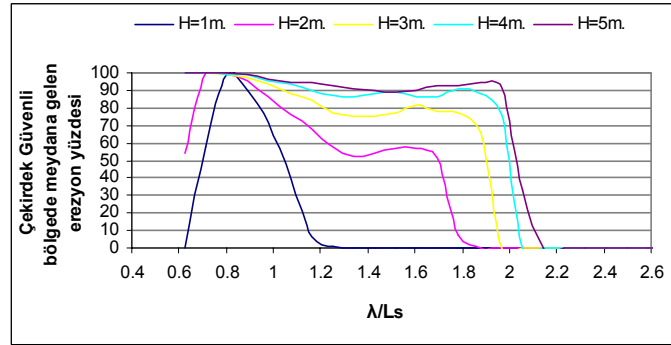
Şekil R.26: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



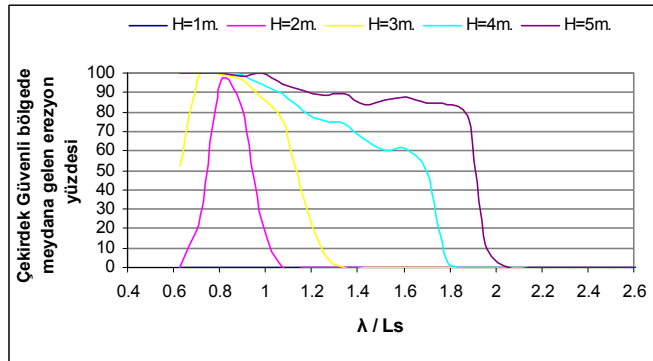
Şekil R.27: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



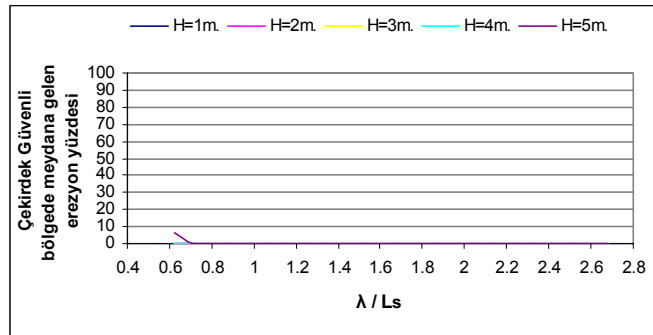
Şekil R.28: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



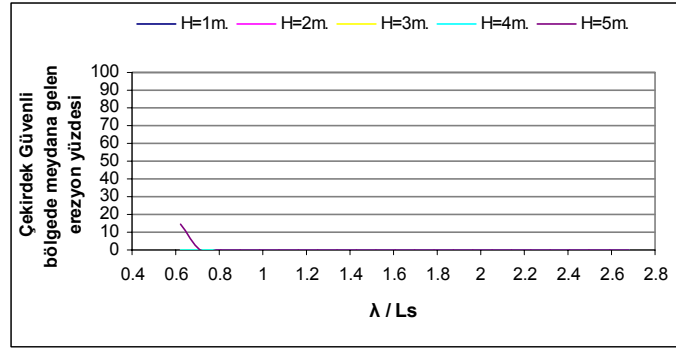
Şekil R.29: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



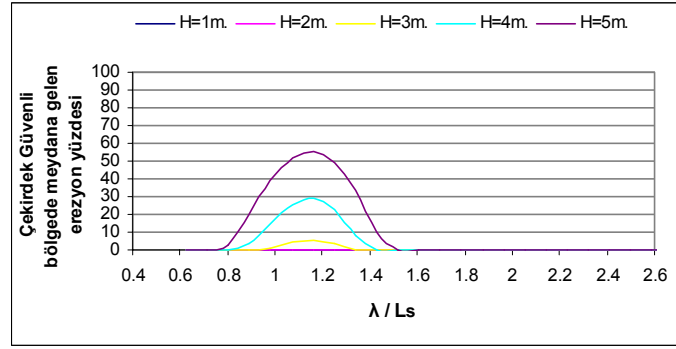
Şekil R.30: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



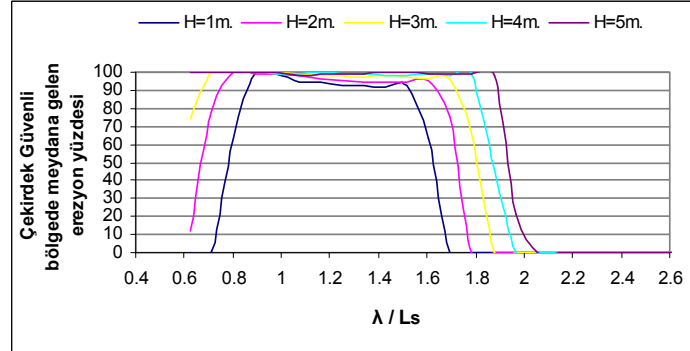
Şekil R.31: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



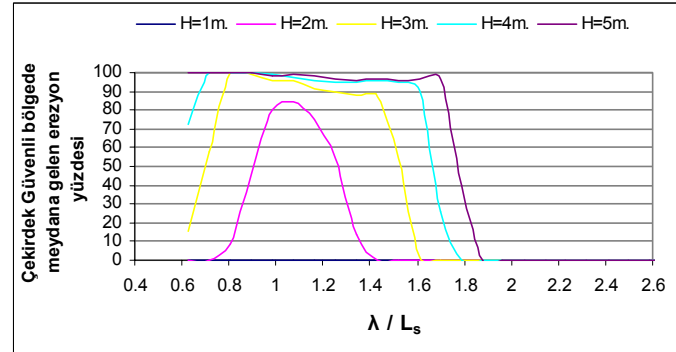
Şekil R.32: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ 'ya bağlı)



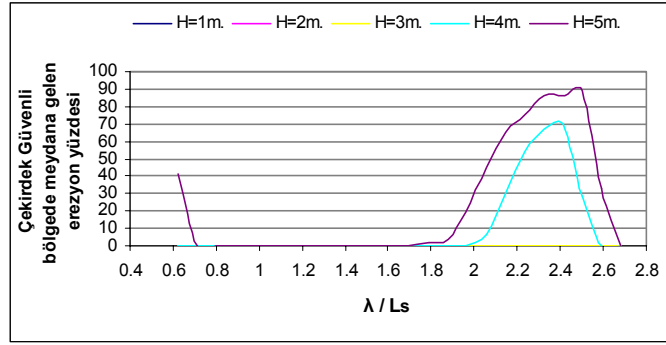
Şekil R.33: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



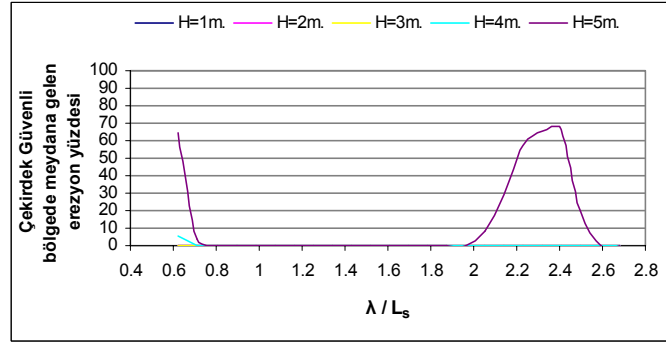
Şekil R.34: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



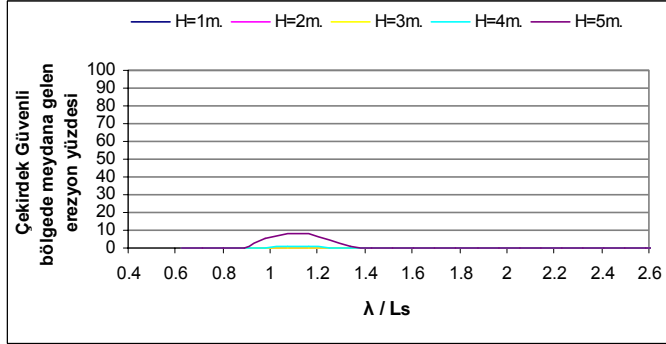
Şekil R.35: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



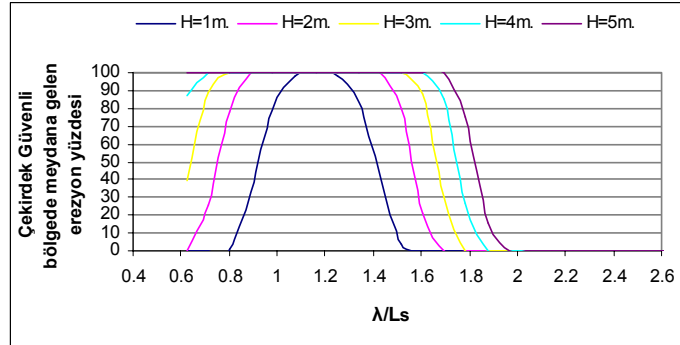
Şekil R.36: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ' 'ya bağlı)



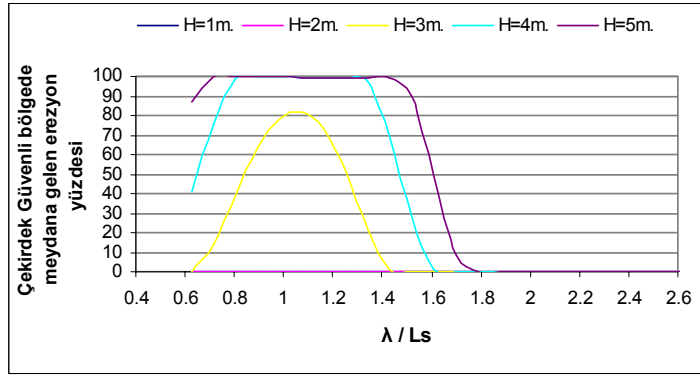
Şekil R.37: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ' 'ya bağlı)



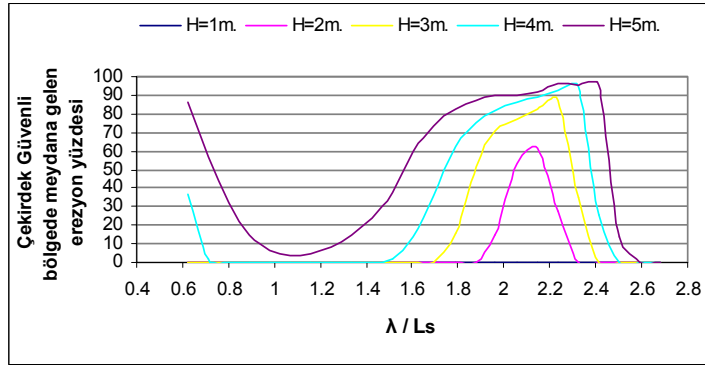
Şekil R.38: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



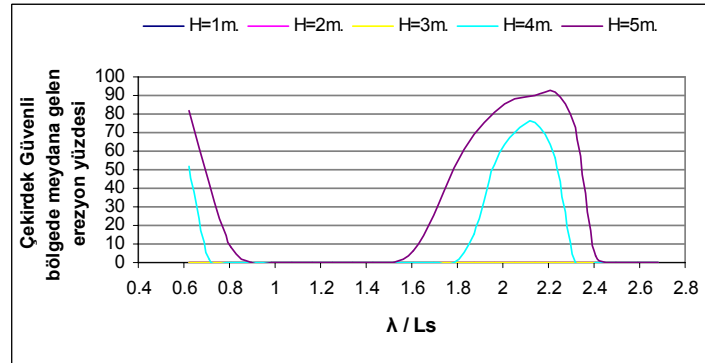
Şekil R.39: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



Şekil R.40: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



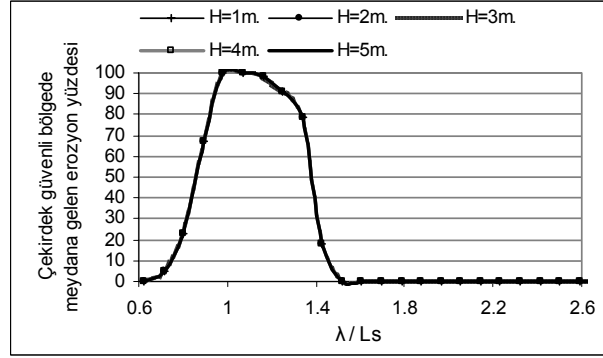
Şekil R.41: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



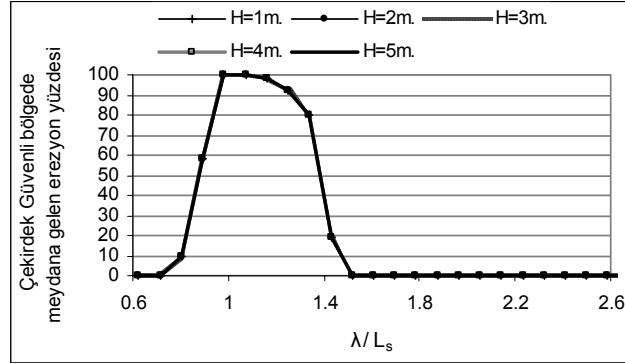
Şekil R.42: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)

EK S

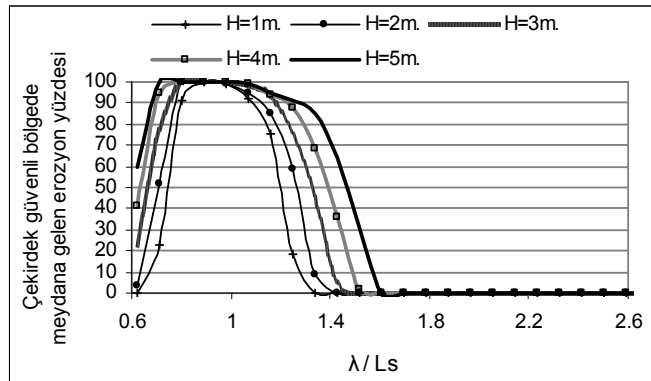
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, değişik enine metasandr yüksekliği değerleri için, dış zorlayıcı kuvvet faz farkının gemilerin enine stabilitesi üzerine etkisinin çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak gösterilmesi. Enine metasandr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir.



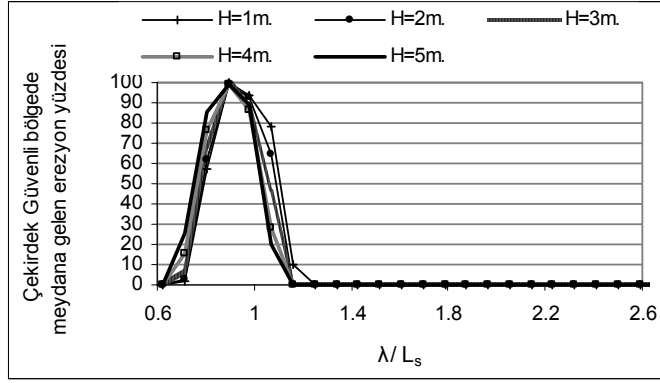
Şekil S.1: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=0^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



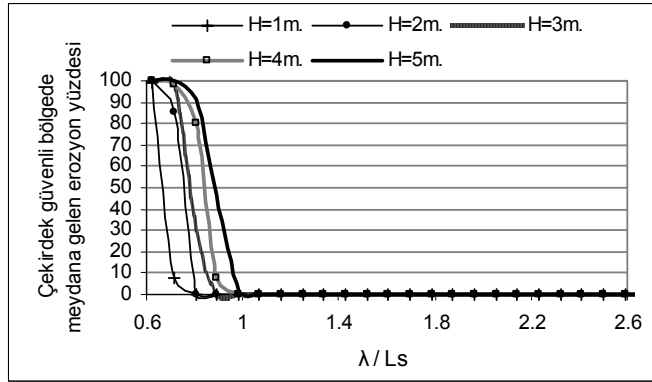
Şekil S.2: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=0^\circ$, $\alpha=-1.5$ rad.)



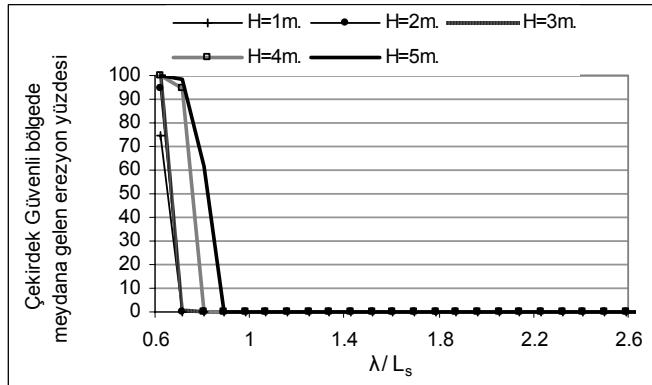
Şekil S.3: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



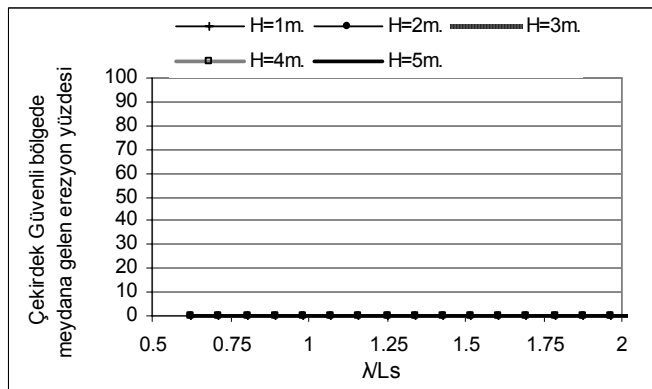
Şekil S.4: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=-1.48$ rad.)



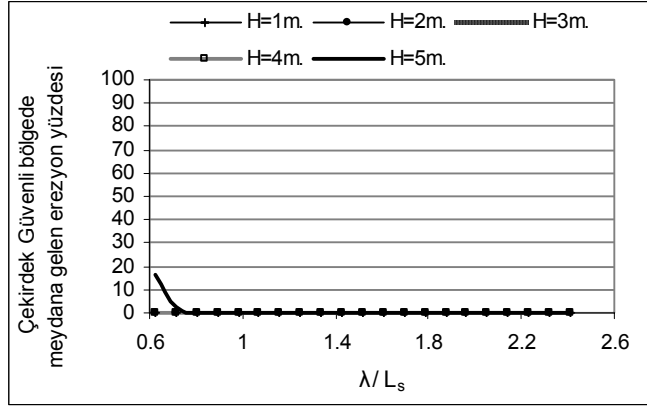
Şekil S.5: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



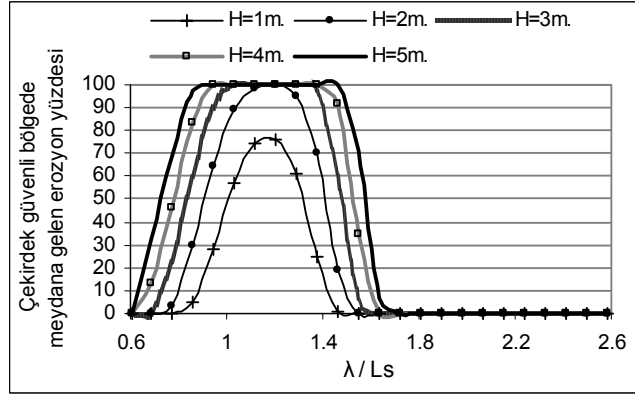
Şekil S.6: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=-1.44$ rad.)



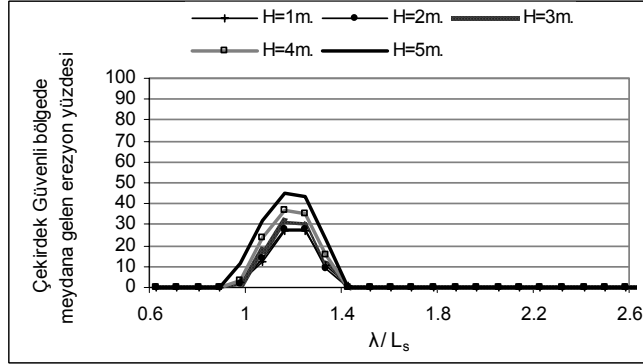
Şekil S.7: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



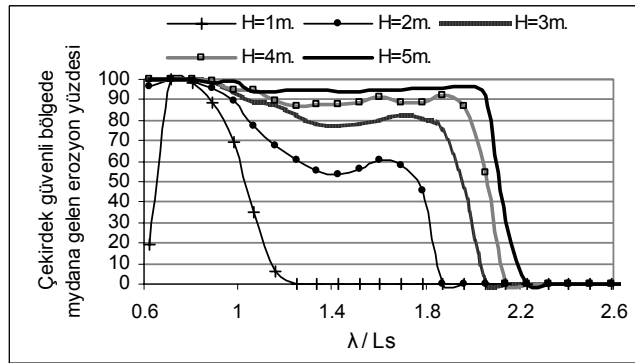
Şekil S.8: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.25m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=-1.37$ rad.)



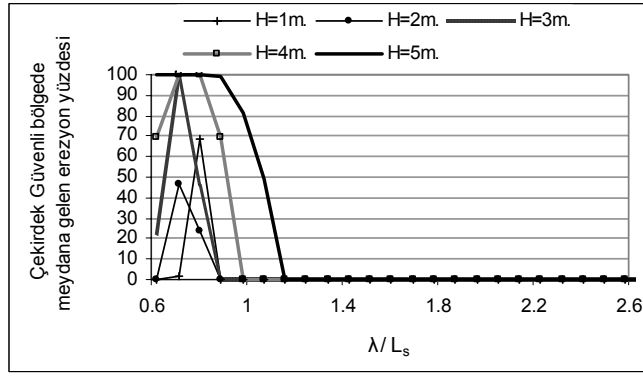
Şekil S.9: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



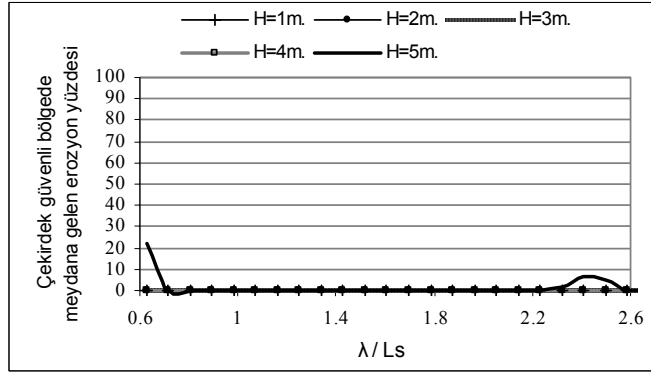
Şekil S.10: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=-1.48$ rad.)



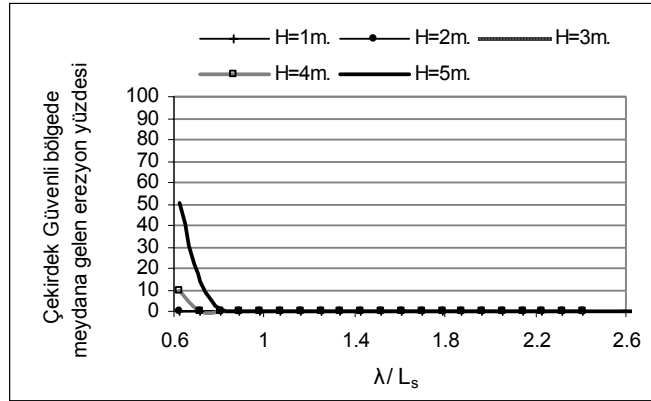
Şekil S.11: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



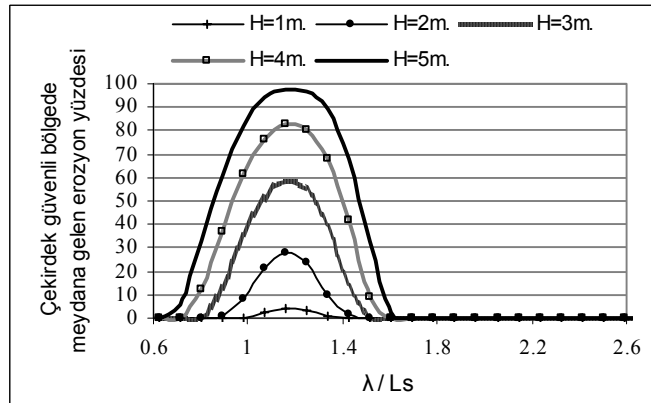
Şekil S.12: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=-1.44$ rad.)



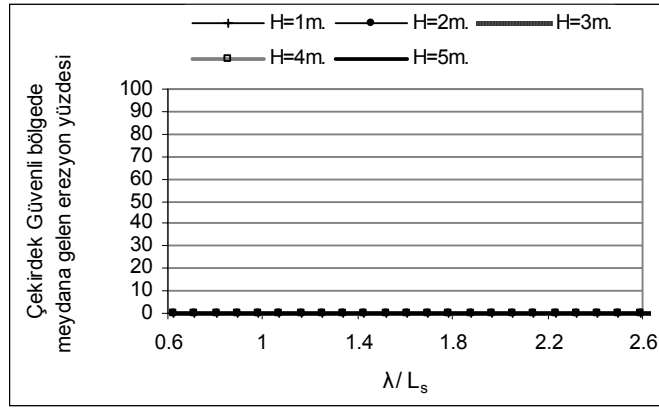
Şekil S.13: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



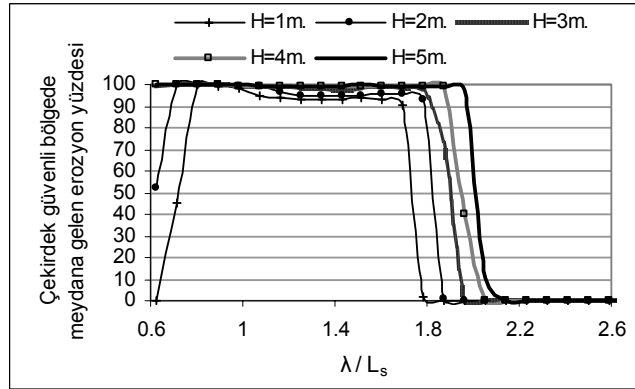
Şekil S.14: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.33m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=-1.37$ rad.)



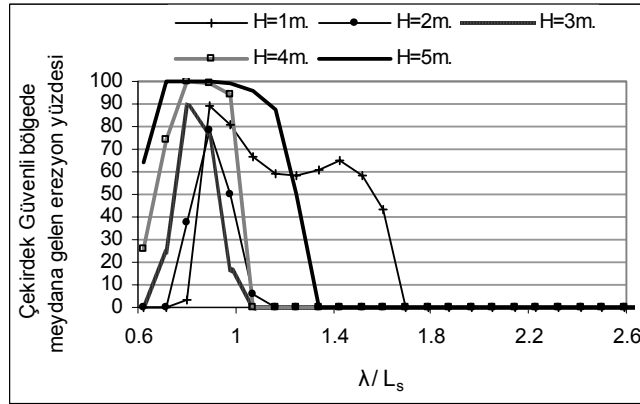
Şekil S.15: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



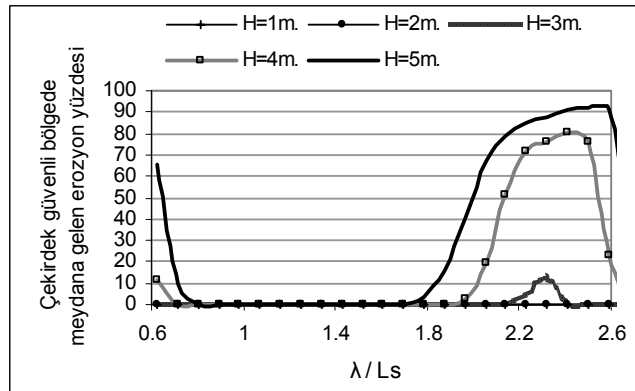
Şekil S.16: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=-1.48$ rad.)



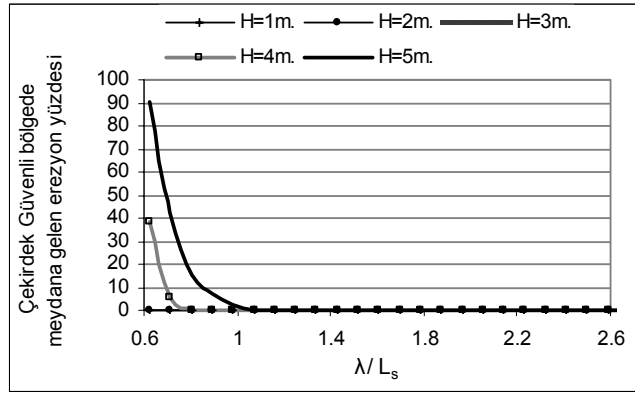
Şekil S.17: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



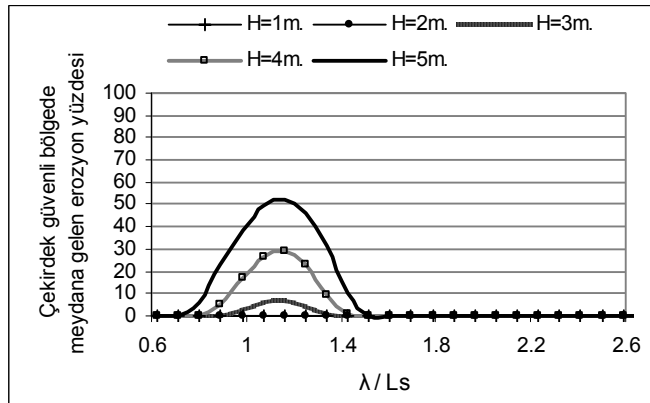
Şekil S.18: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=-1.44$ rad.)



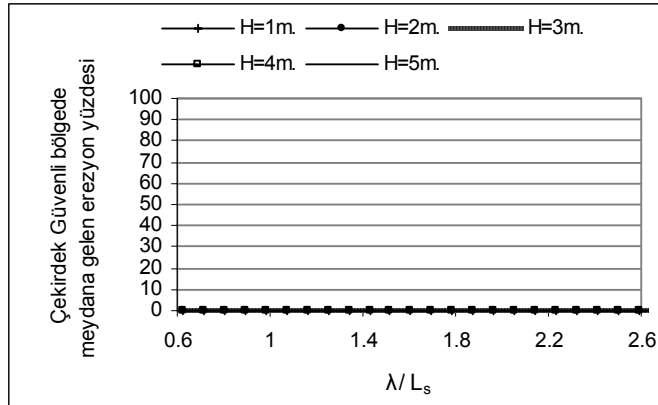
Şekil S.19: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



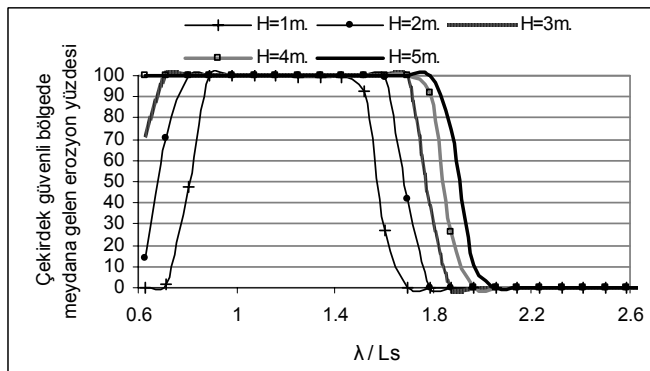
Şekil S.20: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.365m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=-1.37$ rad.)



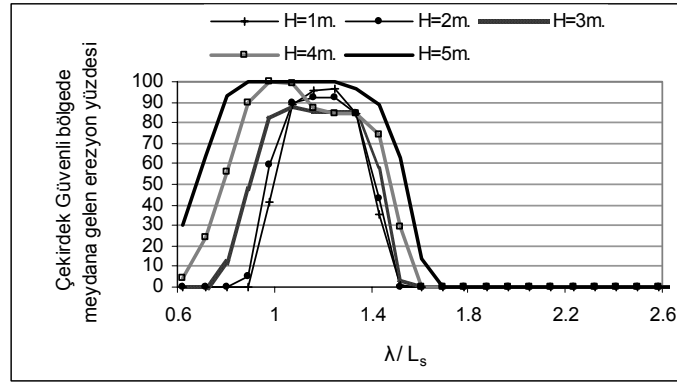
Şekil S.21: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



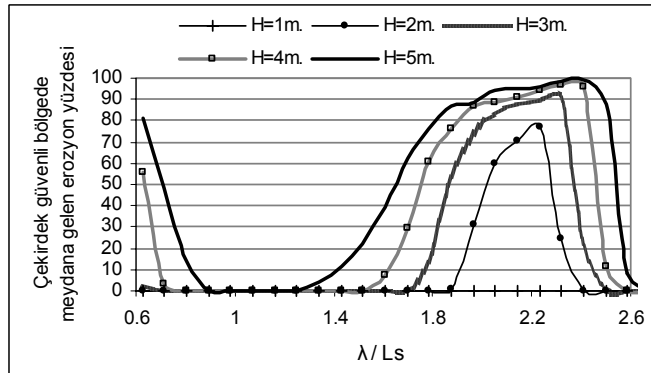
Şekil S.22: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=15^\circ$, $\alpha=-1.48$ rad.)



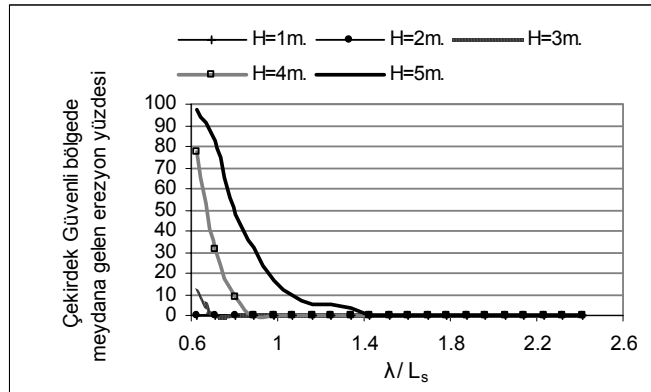
Şekil S.23: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



Şekil S.24: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=30^\circ$, $\alpha=-1.44$ rad.)



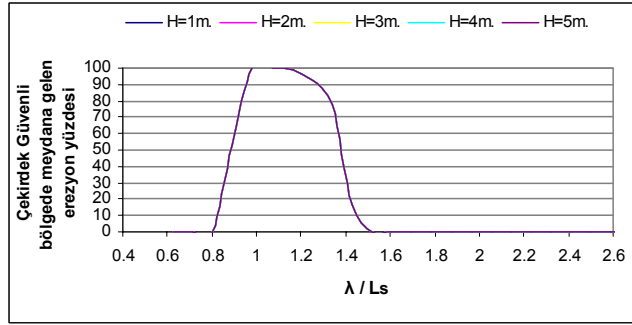
Şekil S.25: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=0$ rad.)



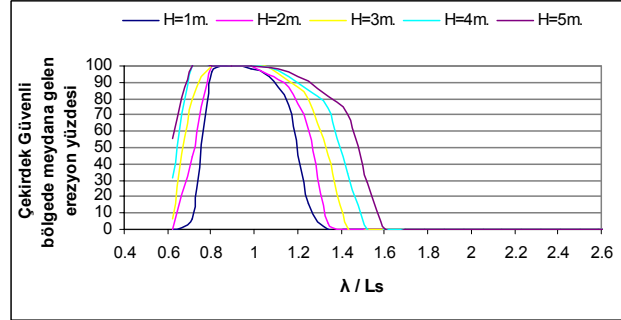
Şekil S.26: Çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon yüzdesi (GM=0.40m., $\chi=45^\circ$, $\alpha=-1.37$ rad.)

EK T

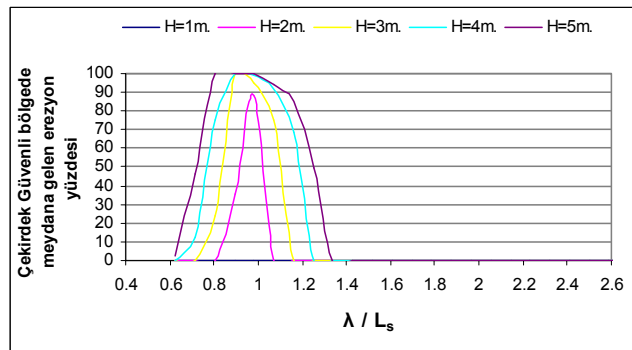
Kıç ve kıç omuzluktan gelen dalgalarda, değişik enine metasentr yükseliği değerleri için, gemilerin enine stabilitesinin çekirdek güvenli bölgede meydana gelen erozyon miktarını gösteren girişim eğrileri kullanılarak incelenmesi. Enine metasentr yüksekliği değişim oranının, dalga geliş doğrultusuna ve dalga boyunun geminin ilerleme doğrultundaki bileşeninin gemi boyuna oranına bağlı olduğu kabul edilmiştir. Çekirdek güvenli bölgenin yalpa açısı genişliği olarak 15° alınmıştır.



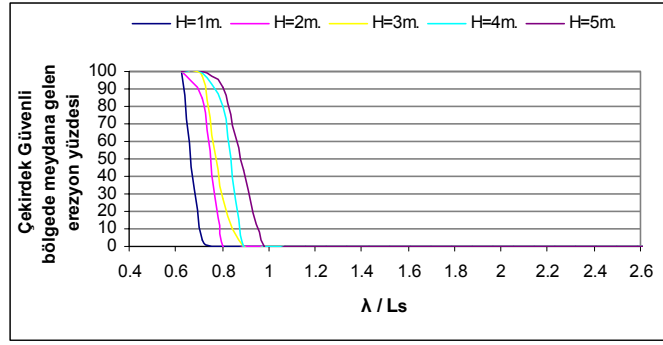
Şekil T.1: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$)



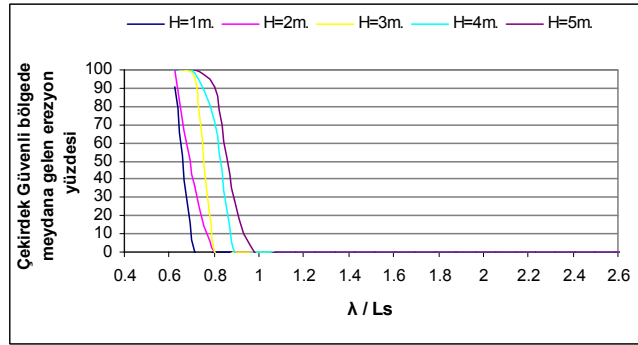
Şekil T.2: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



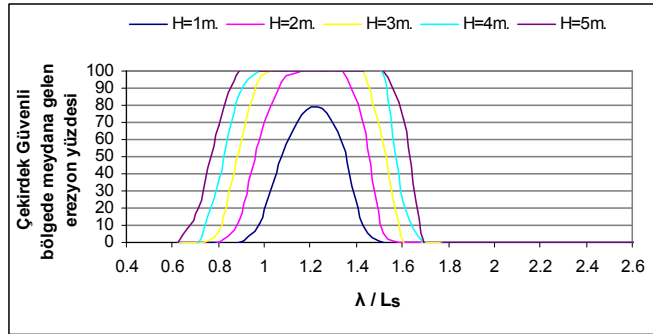
Şekil T.3: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$)



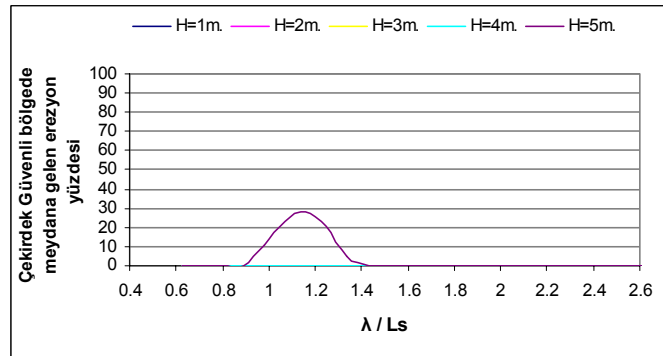
Şekil T.4: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



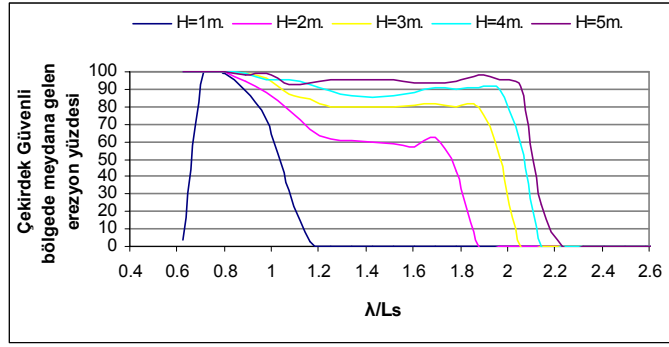
Şekil T.5: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$)



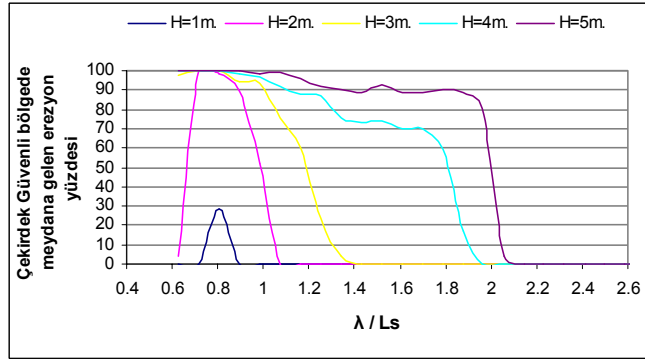
Şekil T.6: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



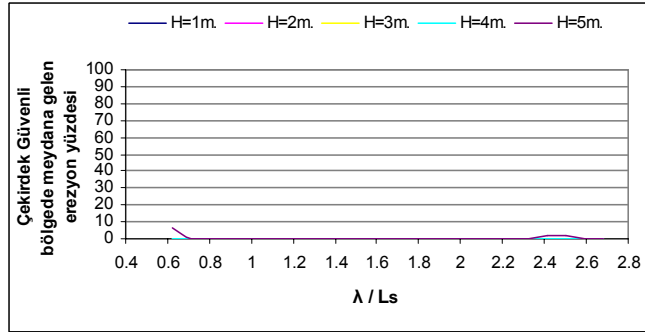
Şekil T.7: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$)



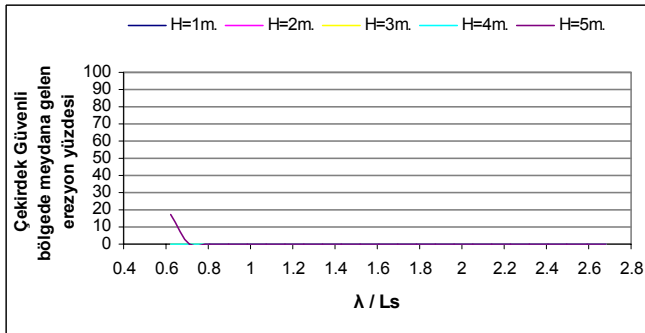
Şekil T.8: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



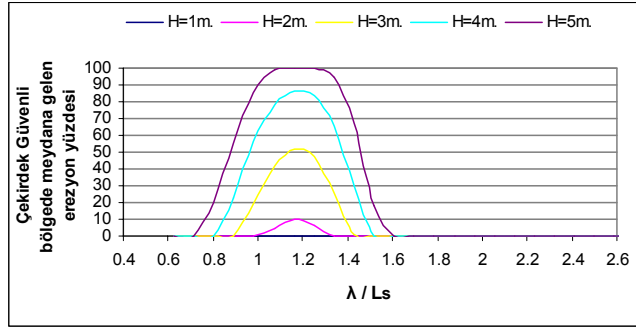
Şekil T.9: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$)



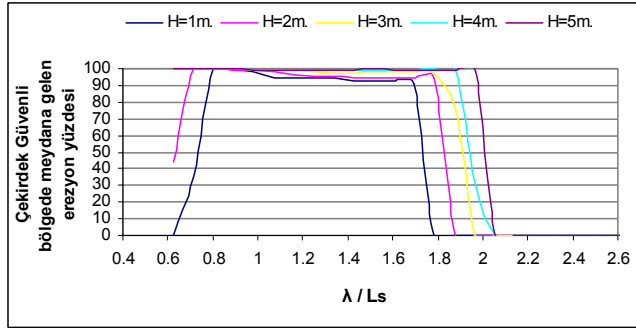
Şekil T.10: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



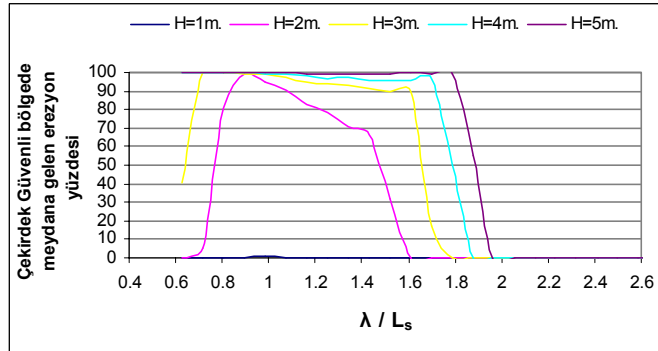
Şekil T.11: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$)



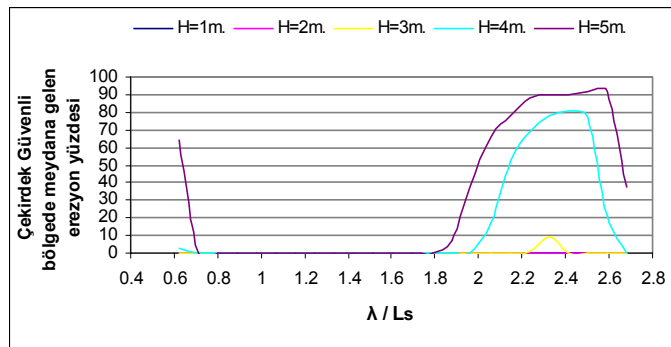
Şekil T.12: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.365$)



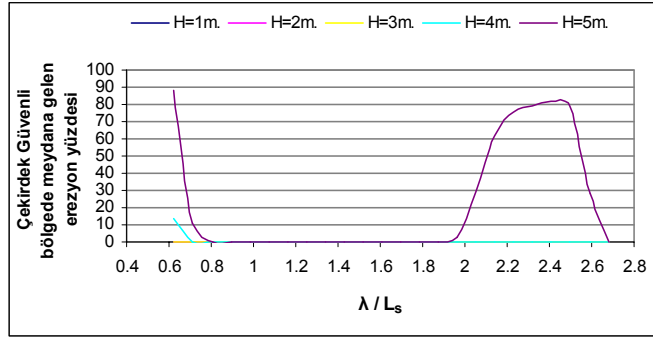
Şekil T.13: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$)



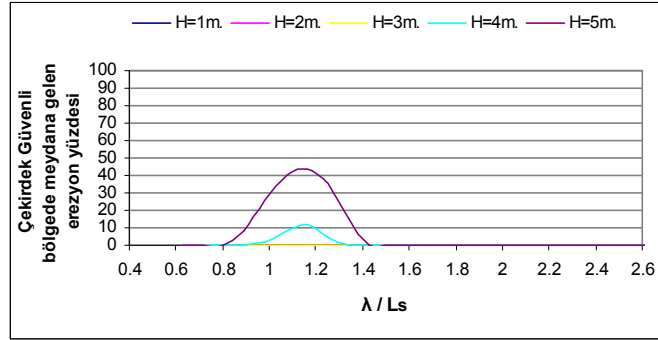
Şekil T.14: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$)



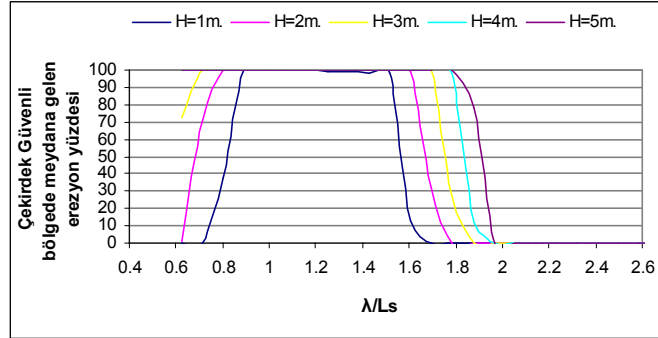
Şekil T.15: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$)



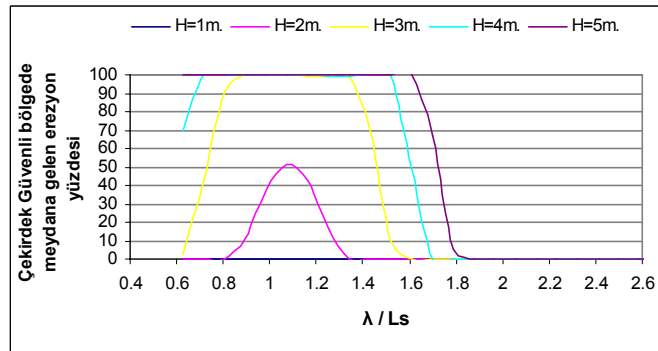
Şekil T.16: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$)



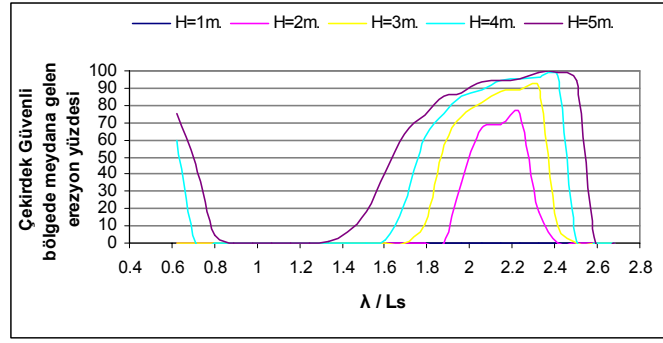
Şekil T.17: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.40$)



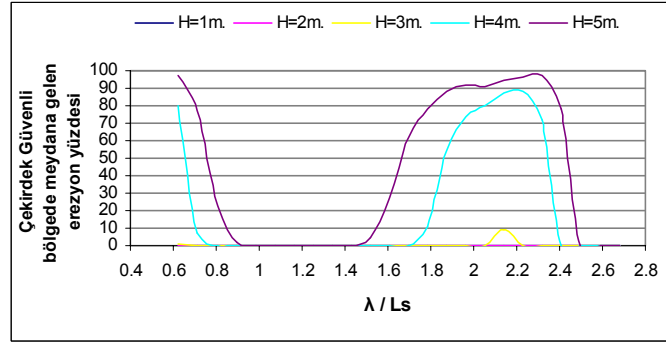
Şekil T.18: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



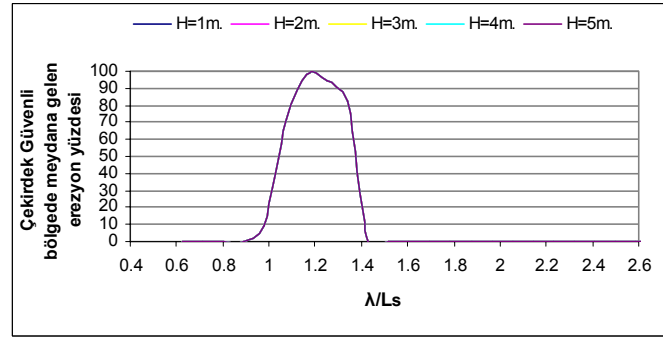
Şekil T.19: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$)



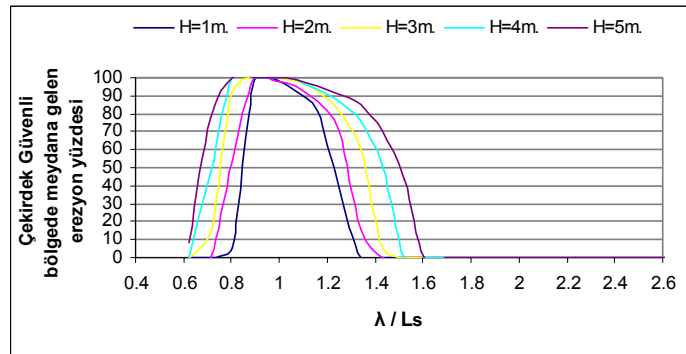
Şekil T.20: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



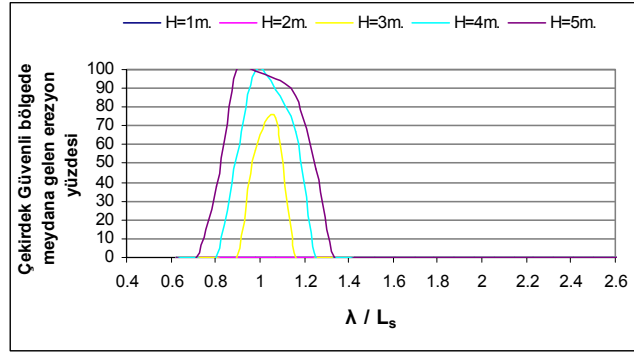
Şekil T.21: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$)



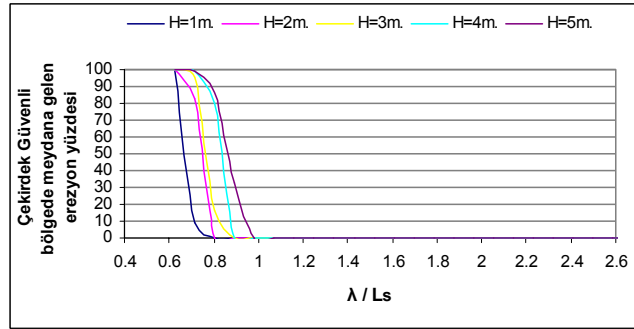
Şekil T.22: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=0^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



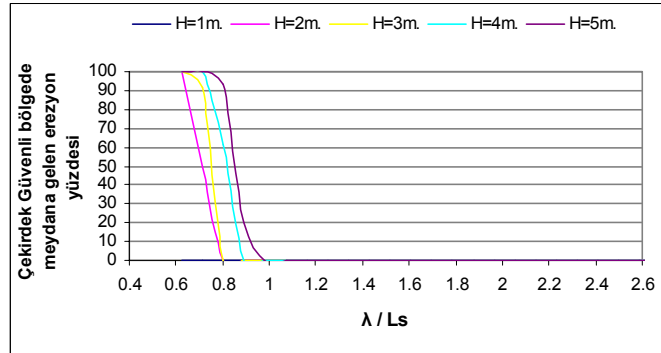
Şekil T.23: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



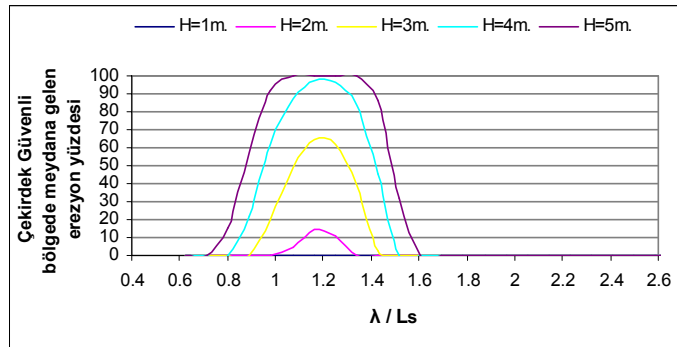
Şekil T.24: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



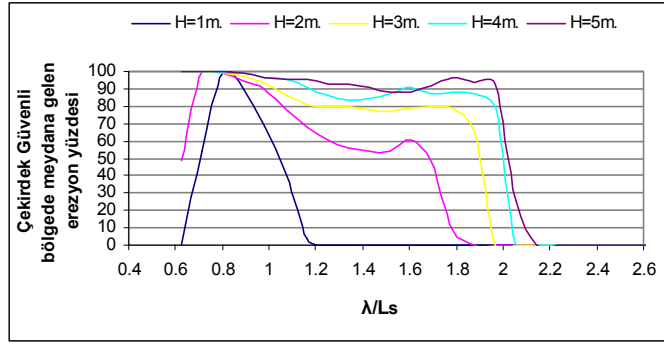
Şekil T.25: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



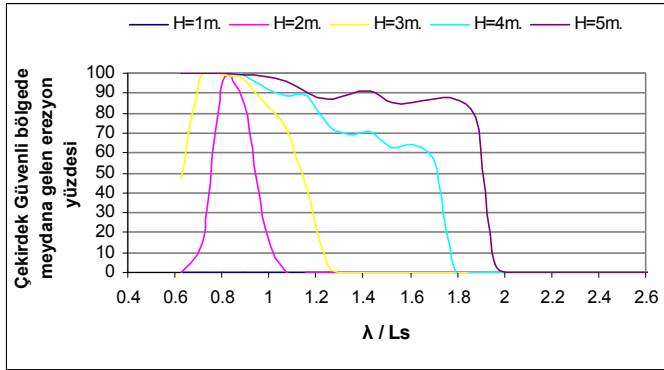
Şekil T.26: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.25$, Fruz θ' 'ya bağlı)



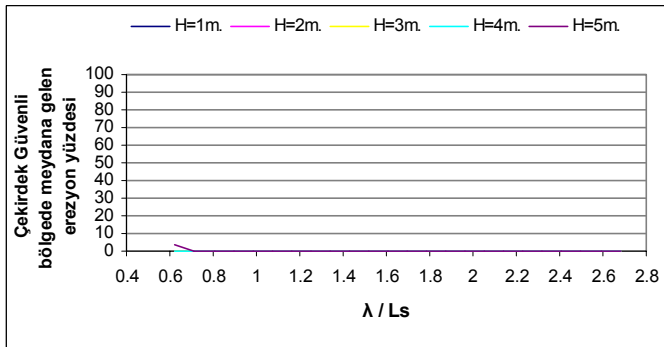
Şekil T.27: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



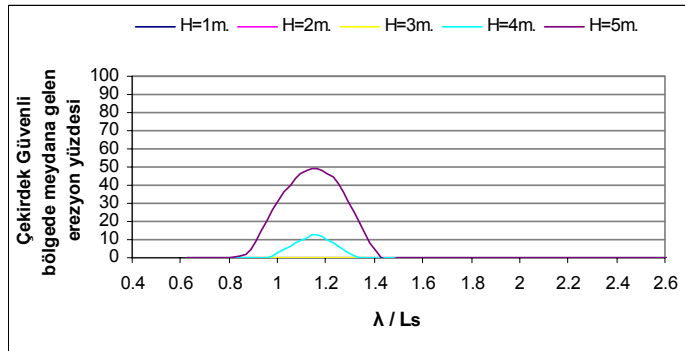
Şekil T.28: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



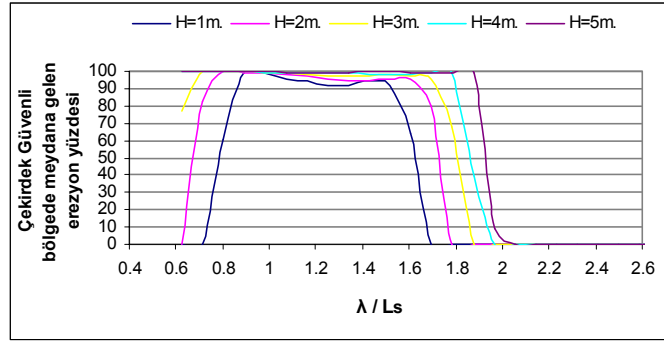
Şekil T.29: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



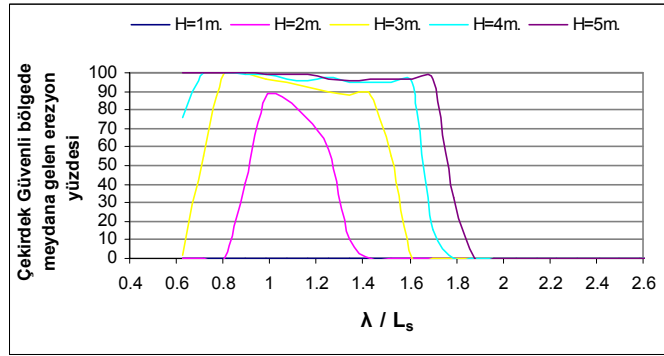
Şekil T.30: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.33$, Fruz θ' 'ya bağlı)



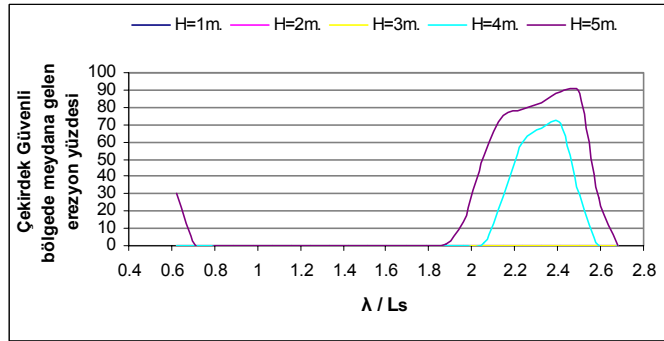
Şekil T.31: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=15^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ' 'ya bağlı)



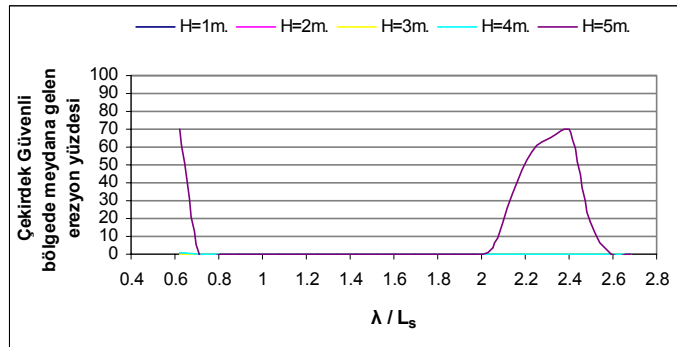
Şekil T.32: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



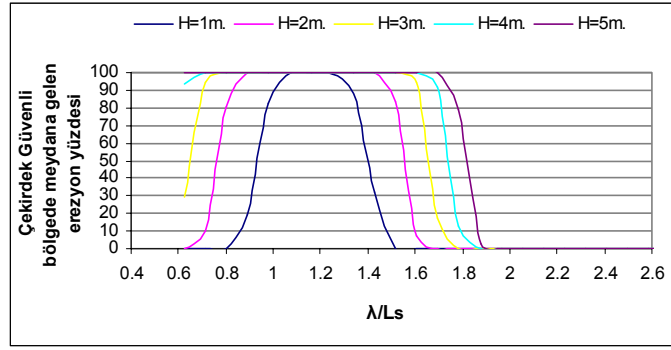
Şekil T.33: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



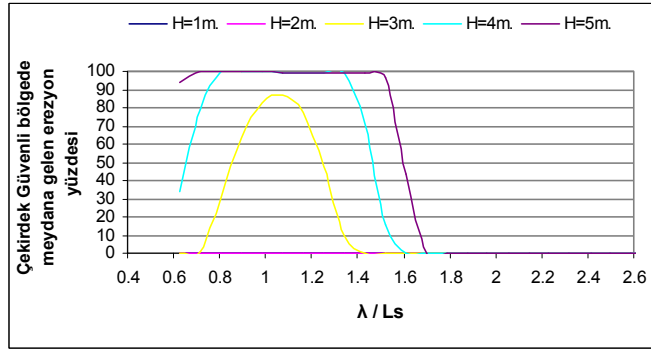
Şekil T.34: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



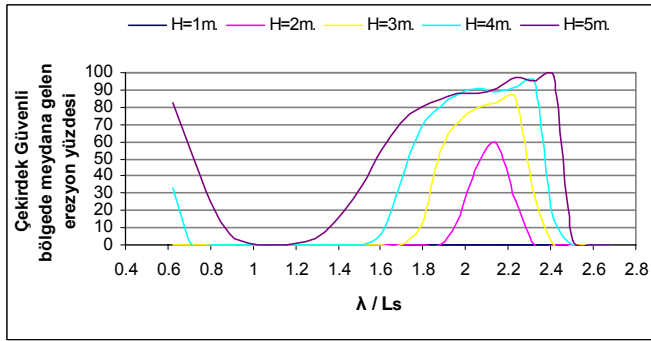
Şekil T.35: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.365$, Fruz θ 'ya bağlı)



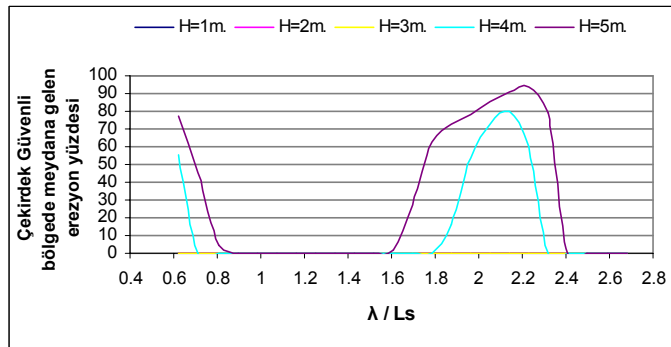
Şekil T.36: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



Şekil T.37: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=30^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



Şekil T.38: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.5$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)



Şekil T.39: Girişim eğrisi ($\mu=0.04$ $\eta=0$ $a_{\max}=-0.3$ $\chi=45^\circ$ $GM=0.40$, Fruz θ' 'ya bağlı)

ÖZGEÇMİŞ

1977 yılında İstanbul'da doğan Erdem Üçer, 1994 yılında Şişli Terakki Lisesinden mezun oldu. 1995 yılında İ.T.Ü. Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Gemi İnşaatı Bölümünü kazandı. 2000 yılı Haziran ayında iyi dereceyle mezun olduktan sonra 2001 yılında İTÜ Gemi Hidromekaniği ana bilim dalında araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 2003 yılı ocak ayında İTÜ Gemi İnşaatı Mühendisliği yüksek lisans programını bitirip, yüksek mühendis ünvanını kazandı. Halen İTÜ'de araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.