

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU, TEK VE ÇOK
KATMANLI MODELLEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatih Temiz

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Konstrüksiyon Programı

OCAK 2012

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU, TEK VE ÇOK
KATMANLI MODELLEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatih Temiz

(503091228)

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Konstrüksiyon Programı

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Cemal Baykara

OCAK 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503091228 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi, "Fatih TEMİZ", ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "**KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU, TEK VE ÇOK KATMANLI MODELLEME**" başlıklı tezini, aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı: **Doç. Dr. Cemal Baykara**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri: **Y.Doç. Dr. Vedat Temiz**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Y.Doç. Dr. Cüneyt Fetvacı

İstanbul Üniversitesi

Teslim Tarihi : **19 Aralık 2011**

Savunma Tarihi : **24 Ocak 2012**

ÖNSÖZ

Lisans eğitimimden sonra yüksek lisans eğitimimi de tamamlamak üzere olduğum bugünlerde, İstanbul Teknik Üniversitesi'nde bu eğitimlerimi tamamlamanın sevincini yaşarken, böyle bir kurumun parçası olmanın bir ayrıcalık olduğuna inanıyorum. Bu nedenle kuruluşundan günümüze kadar bu kurumun ayakta durmasında emeği geçen herkese teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım esnasında, tez çalışmalarına başladığım andan itibaren, güler yüzü, anlayışı, destekleyici tavrıyla beni her zaman motive eden, iş yaşamımla beraber yürüttüğüm çalışmada zorlandığım anlarda bana anlayış gösteren, kendisiyle tez çalışmalarımız haricinde de sohbet edip çok şeyi paylaştığım değerli tez danışmanım Doç. Dr. Cemal Baykara'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez danışmanım aracılığıyla tanıştığım ve çalışmalarımın şekillenmesine önemli katkılarda bulunan, çalışma ziyaretlerimde bütün birikimini bana aktarmaya çalışan İstanbul Üniversitesi'nde görevine devam eden Y.Doç.Dr. Cüneyt Fetvacı'ya teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamın başından sonuna kadar beni hiç yalnız bırakmayan, bilgi ve birikimini bana sonuna kadar vermeye çalışan, adeta ikinci tez danışmanlığı yapan, takıldığım noktalarda sanki kendi çalışması gibi dört elle sarılarak beni destekleyen, kendisi olmaksızın bu çalışmayı sonlandıramayacağımı düşündüğüm Makina Yüksek Mühendisi Oğuzhan Güngör'e en kalbi duygularıyla teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde sonsuz emeği geçen, her anımda yanımda olan, her kararına saygı duyan ve beni destekleyen aileme ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Aralık 2011

Fatih Temiz
Makina Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ.....	1
2. KİRİŞLERDE OLUŞAN SEHİMLER.....	3
2.1 Konsol Kirişler	6
2.2 Lineer Olmama Durumu	7
2.2.1 Durum değişimi.....	8
2.2.2 Geometrik lineer olmama durumu	9
2.2.3 Malzeme kaynaklı lineer olmama durumu.....	9
3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER.....	11
3.1 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Etkin Özellikleri	13
3.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Lineer Olmayan Eğilme	17
3.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Modelleme	19
4. LİNEER OLMAYAN MALZEMELİ KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU	21
4.1 Lineer Olmayan Malzemeli Konsol Kiriş İçin Örnek Problem Tanımı	22
4.2 Konsol Kiriş Problemi Çözümüne Teorik Yaklaşım	23
4.2.1 Konsol kiriş probleminin sayısal olarak ortaya koyulması	25
4.2.2 Konsol kiriş modeli geometrisinin ANSYS programı ile tanımlanması. 26	
4.3 Konsol Kiriş Modeli Geometrisinin ANSYS Programı İle Çözümü	35
4.4 ANSYS Programı İle Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi.....	40
4.5 ANSYS Programı ile Elde Edilen Sonuçlar ve Teorik Sonuçların Karşılaştırılması	43

5. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMENİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ	45
5.1 ANSYS Programı ile Tek Katmanlı Problem Örneği	45
5.1.1 ANSYS kodu ile tek katmanlı problemin modellenmesi ve çözülmesi ..	46
5.1.2 ANSYS Programı Tek Katmanlı Modelden Elde Edilen Sonuçlar.....	49
5.2 ANSYS Programı ile Çok Katmanlı Problem Örneği	52
5.2.1 ANSYS kodu ile çok katmanlı problemin modellenmesi ve çözülmesi	53
5.2.2 ANSYS programı ile çok katmanlı modelden elde edilen sonuçlar.....	54
6. ÜÇGEN VE PARABOL GEOMETRİLİ ÇOK KATMANLI MODELLERİN ANSYS İLE ÇÖZÜMLENMESİ	57
6.1 Üçgen Geometrilili Modelin ANSYS ile Çözümlemesi.....	57
6.2 Parabol Geometrilili Modelin ANSYS ile Çözümlemesi	59
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	63
KAYNAKLAR.....	65
EKLER.....	67
EK A.1	69
ÖZGEÇMİŞ	75

KISALTMALAR

FGM	: Functionally Graded Material
CS	: Coordinate System
NLISO	: Non-linear Isotropic Hardening
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : Nokta koordinatları.....	27
Çizelge 4.2 : Moment ve yer değişim değerleri.	43
Çizelge 5.1 : Tek katmanlı model ile Lewis&Monasa modeli ANSYS değerleri. ...	51
Çizelge 5.2 : Tek katmanlı model ile çok katmanlı model ANSYS değerleri	55

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Eğilme momentine maruz kalmış bir kiriş.	3
Şekil 2.2 : F yükü uygulanmış konsol kiriş.	5
Şekil 2.3 : Basit konsol kirişler.	7
Şekil 2.4 : Zimba teli ve Kuvvet-sehim diyagramı.	8
Şekil 2.5 : Kitaplık rafı ve Kuvvet-sehim diyagramı.	8
Şekil 2.6 : Pnömatik lastik ve Kuvvet-sehim diyagramı.	8
Şekil 2.7 : Balık tutma oltası ve Kuvvet-sehim diyagramı.	9
Şekil 3.1 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ve geçiş fazları.	12
Şekil 3.2 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli ince cidarlı rotor kanadı	12
Şekil 3.3 : Fonksiyonel derecelendirilmiş implantın dış ve kesit görünümü.	13
Şekil 3.4 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin analitik tabakalandırılması.	14
Şekil 3.5 : Metalin kalınlık doğrultusunda hacimsel bölgeleri.	14
Şekil 3.6 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin iskelet yapısı.	17
Şekil 3.7 : Sütunlu fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme.	20
Şekil 4.1 : Lineer ve lineer olmayan gerilme-birim şekil değiştirme eğrileri.	23
Şekil 4.2 : Serbest ucuna moment uygulanmış bir konsol kiriş.	23
Şekil 4.3 : Konsol kirişin üç boyuttaki ölçüleri.	25
Şekil 4.4 : ANSYS programı ana sayfası ve “ANSYS Main Menu”.	26
Şekil 4.5 : İlk nokta koordinat girişi.	27
Şekil 4.6 : İkinci nokta koordinat girişi.	27
Şekil 4.7 : İlk ve ikinci nokta oluşumu.	28
Şekil 4.8 : İki nokta arasındaki çizgi oluşumu.	28
Şekil 4.9 : “Beam 189” elemanı.	29
Şekil 4.10 : Eleman türünün seçimi.	29
Şekil 4.11 : Kesit Geometrisinin belirlenmesi.	30
Şekil 4.12 : Lineer malzeme özelliklerinin tanımlanması.	31
Şekil 4.13 : Akma gerilmesi tayini için oluşturulan grafik.	32
Şekil 4.14 : Grafik üzerinde hedef arama.	33
Şekil 4.15 : Akma gerilmesi tayini.	33
Şekil 4.16 : ANSYS komutlarının girilmesi.	34
Şekil 4.17 : Oluşturulan çizginin parçalar halinde incelenmesi.	35
Şekil 4.18 : Analiz türünün belirlenmesi.	35
Şekil 4.19 : Büyük yer değişim seçeneğinin seçimi.	36
Şekil 4.20 : İterasyon sayısının belirlenmesi.	37
Şekil 4.21 : Kiriş sol ucunun sınırlandırılması.	37
Şekil 4.22 : Kiriş sol ucunun ankastre özelliğini kazanması.	38
Şekil 4.23 : Kirişin sağ ucuna kuvvet moment uygulanması.	38
Şekil 4.24 : Kirişin sağ ucuna uygulanan momentin görünüşü.	39

Şekil 4.25 : Hareketi kısıtlanan noktanın kontrol edilmesi.....	39
Şekil 4.26 : Uygulanan momentin kontrol edilmesi.	40
Şekil 4.27 : Problemin ANSYS programı ile çözümü.	40
Şekil 4.28 : X ekseninde oluşan yer değişim.	41
Şekil 4.29 : X ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.....	41
Şekil 4.30 : Y ekseninde oluşan yer değişim.	42
Şekil 4.31 : Y ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.....	42
Şekil 5.1 : Kompozit giriş problem taslağı.	45
Şekil 5.2 : “Node” eleman üretimi ile modelleme.	47
Şekil 5.3 : Segment halinde oluşturulan model.	47
Şekil 5.4 : Tek katmanlı model x ekseninde oluşan yer değişim.....	48
Şekil 5.5 : Tek katmanlı model x ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.	49
Şekil 5.6 : Tek katmanlı model y ekseninde oluşan yer değişim.....	50
Şekil 5.7 : Tek katmanlı model y ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.	50
Şekil 5.8 : Çok katmanlı model x ekseninde oluşan yer değişim.	54
Şekil 5.9 : Çok katmanlı model y ekseninde oluşan yer değişim.	55
Şekil 6.1 : Üçgen model geometrisi.....	57
Şekil 6.2 : Model geometrisi.....	58
Şekil 6.3 : Üçgen modeli x ekseninde oluşan yer değişim.	58
Şekil 6.4 : Üçgen modeli y ekseninde oluşan yer değişim.	59
Şekil 6.5 : Parabol model geometrisi.	60
Şekil 6.6 : Parabol modeli x ekseninde oluşan yer değişim.....	60
Şekil 6.7 : Parabol modeli y ekseninde oluşan yer değişim.....	61
Şekil A.1 : X ekseninde oluşan yer değişim (Moment 38414.8 Nmm).....	69
Şekil A.2 : X ekseni oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 38414.8 Nmm). ..	70
Şekil A.3 : Y ekseninde oluşan yer değişim (Moment 38414.8 Nmm).....	70
Şekil A.4 : Y ekseni oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 38414.8 Nmm). ..	71
Şekil A.5 : X ekseninde oluşan yer değişim (Moment 39544.7 Nmm).....	71
Şekil A.6 : X ekseni oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 39544.7 Nmm). ..	72
Şekil A.7 : Y ekseninde oluşan yer değişim (Moment 39544.7 Nmm).....	72
Şekil A.8 : Y ekseni oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 39544.7 Nmm). ..	73

KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU, TEK VE ÇOK KATMANLI MODELLEME

ÖZET

Son yıllarda birçok sektörde kiriş yapılarının önemi artmış, hafif ve aynı zamanda mukavim tasarımların geliştirilmesine yönelik ciddi çalışmalar yapılmaktadır. Özellikle makine endüstrisi, havacılık alanlarında ergonomik tasarım arayışları bu çalışmaların yoğunlaşmasında büyük rol oynamaktadır. Ayrıca inşaat sektöründe de kiriş tasarımının önemi gittikçe artmaktadır. Kirişler gerek malzeme yapılarının gerekse konstrüktif yapılarının geliştirilmesi sonucunda birçok alanda kullanılabilir hale gelmişlerdir.

Kiriş türlerinin içinde en yaygın olarak kullanılan konsol kiriş türünün şimdiye kadar lineer malzeme kabulü yapılarak modellenmesine yönelik birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların gerçeğe en uygun olmasına yönelik lineer olmayan davranışların incelenmesi hususu son yıllarda hızla gelişen araştırma alanlarında biri haline gelmiştir. Bilhassa ankastre mesnetli konsol kirişlerin yüksek esnekliğe sahip, büyük yer değişim oluşumuna izin veren yapıları temelde iki adet lineer olmayan özellik içermektedir. Bunlardan ilki malzemenin klasik kabullerin aksine lineer olmayan davranışa sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Bu malzemelerde gerilme ve birim şekil değiştirme ilişkisi üstel bir ifadeye bağlı olarak değişmektedir. İkincisi ise büyük yer değişim oluşumunun getirmiş olduğu bir netice olan geometrik lineer olmama durumudur.

Bu çalışmada büyük yer değişim oluşumuna izin veren ve lineer olmayan ludwick tipi malzeme özelliğine sahip bir ankastre konsol kirişin değişik uç momentleri uygulanarak elde edilen yatay ve dikey doğrultudaki yer değişimler, ANSYS programı yardımı ile elde edilmiştir. Elde edilen bu sonuçların analitik ve numerik olarak hesaplanmış sonuçlar ile karşılaştırılması yapılmıştır.

Konsol kiriş türünden yola çıkılarak yapılan çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş ve tabakalı kiriş yapılarının modellenmesi ve analizi yapılmıştır. Bir çok katmandan oluşan kiriş yapılarının ANSYS programında uygun eleman türü belirenerek modellenmesi ve bu modellerden elde edilen sonuçlar kendi aralarında karşılaştırılmıştır.

Tek katmandan ve çok katmandan oluşan kiriş yapılarına gerek lineer olmayan, gerekse lineer olan malzeme özelliği kazandırılması neticesinde, uç momentleri ve uç kuvvetleri etkililerek elde edilen modellerin davranışları incelenmiş ve oluşan yer değişim değerleri karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmada ANSYS programında kiriş yapıları modellenirken özellikle lineer olmayan davranış kabiliyetini sağlama, malzeme davranışına ve oluşturulacak geometriye uygun eleman türünü seçme işlemleri yapıldıktan sonra bu özelliklerin çeşitlendirilerek farklı kompozisyonlar meydana getirilmiş ve bu kompozisyonların uygalanan moment ve kuvvet neticesindeki durumları incelenmiştir. Bu örneklerden

yola çıkılarak daha yeni modellemeler ve yaklaşımlar ortaya konulabilir, kullanılan parametrelerin çoğaltılması ile bu alandaki çalışmalar çeşitlendirilebilir.

LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER BEAMS, SINGLE AND MULTI LAYERED MODELLING

SUMMARY

In recent years there is great increase in importance of beam structures and studies to design light also durable structures are in progress. Since, especially machine industry, aerospace and related fields had always been searching for ergonomic design these studies are becoming more substantial. Besides for civil engineering the importance of beam constructions is increasing. The development of metallurgical engineering and also design principles, beams are now such a framework in use of many applications and fields.

Cantilever beams are which are the most common beam type used to built the constructions have many application fields. For instance for aeroplane industry the weight of the aircraft and the relation between weight and the strength is so important. So today composite type beams are commonly used for construction of aerospace vehicles.

The most common type of beams is the cantilever beams which many studies developed on until recent years sustaining linear behaving material modelling. On the other hand in recent years the non-linear behaving material type with beam structures is investigating for having solutions which are more familiar with the real applications. Especially cantilever beams which let large deflections and have high level of flexibility have two main non-linearity features. The first feature which causes non-linearity is that on the contrary of classic approaches, non-linear behaving material used to built the beam structure. Second feature which causes non-linearity is the geometric non-linearity come into existence with the large deflection.

Bernoulli-Euler law which is the exact expression of the curvature of the elastic curve are used in order to formulate the problems which involve large deflection of beams. Formulating of the large deflections thin beams is one of difficulty about the mathematical issues, and in very special cases a closed form solution is obtained.

There are curvatures for explaining the linear shape of a beam structure after force or moment applied. This method is not valid for the real material behaviour, thus real material does not have linear relationship between stress and strain. This is the fact that makes the solution difficult. For analysing such conditions numerical and approximate methods should be applied.

The curve for the load deflection has an elastic portion and a distinction zone for transition from elastic to the plastic behaviour. After transition to the plastic zone the slope of the curvature decreases that means with the small increase in load deflection increases greatly. For the real structures behaviour is always non-linear.

This study involves analyse of large deflections of cantilever beam with the material of ludwick type subjected to various end moment values by using ANSYS software. The solution and the values which attain after this computerized analyze are compared with the results of analytical and numerical approaches.

The non-linear behaviour of the beam deflection problems involves some extra difficulties than the liner beam deflection problems. For obtaining right results right adjustments should be done. The selection of element type should be available for non-linear applications. Also for the large deflection situations. Modelling approach has to be done taking in consideration of element type features. Non-linear analyse options are also complicated. It involves many options. Iteration number is one of the important option adjusts the sensitivity of the results. Time stepping is one of the other important option. The non-linear behaviour occurs when transition point is introduced to the software. The transition point is the yield strength point, which is a stress value. The software works with the linear elastic elasticity modulus and poisson ratio. After introducing linear elastic features, non-linear part can be introduced by selecting the right option. Non-linear isotropic hardening is the best option for introducing ludwick type material. Cause the material property given has exponential behaviour. Stress and strain relationship is built on a formula which is convenient for non-linear isotropic hardening. The lement type which selected for modelling is a three dimensional element type consisting of three nodal points. Each nodal point has seven dergrees of freedom. Suitable for non-linear applications and non-linear isotropic hardening. Large deflection properties are also suitable for this element type.

For the analyses of stubby, thick beams “beam 189” element is convenient. Timoshenko beam theory is the basic calculating method of “beam 189”. This element is also suitable for large strain, large rotation and for non-linear applications.

After analyse of large deflection of a cantilever beam with non-linear material type under various end moment values, functionally graded material and laminated structures modelling and analysing are done. The laminated structures which consist of many layers are modelled with convenient type of ANSYS modules and the results sustained from these structures are compared with each other.

Sinle and also multi layered cantilever beam structures consisting of linear and non-linear material type, are modelled and differnet values of end moments and end forces are applied in order to seek for deflection properties. Also deflection results obtained from the analyses are compared.

The element type for modelling functionally graded and laminated material is “solid shell 190” which is similar to the elemnt type “solid 185” which is a newer hybrid type element. This element builds and meshes like clinker. This element has the capability of large deflection. For functionally gaded material iti is the most suitable elemnt type of software. It is an eight node solid element. For modelling functionally graded beams do loop can be used. By dividing the thickness of the model into very thick parts and applying changing modulus of elasticity for every layer can be done by a do loop. Tihs method is convenient for modelling and analyzing laminated and functionally graded material.

This study involves multi layered and single layered structures and their non-linearand also linear solutions. For the multi layered structure, each layer has its own linear elasticity modulus and poisson ratio but these values are not the same for all layers. Elasticity modulus for eeach layer increses from the upper layer to the lower.

After modelling and defining the material properties, force is applied to the free end nodes and deflection in horizontal and vertical directions analyzed.

Geometric issues are also substantial to vary the large beam deflection templates. On the purpose of detecting geometric affect on the beam structures, first a triangle like shape is modelled and subjected to an end force. This rectangular like model was constructed of five layers. Each layer has its own elasticity modulus and poisson ratio. Elasticity modulus for each layer is constant and the same. Since linear elastic behaviour is assumed. Secondly parabolic shaped beam structure is modelled as the same principle with the triangle shaped model. While modelling the structures node generation option of the ANSYS software is used. After deciding the geometric properties of the model, thickness is considered to create the very first nodes on the active coordinate system. Two nodes are defined along the longitude and between these two nodes are filled with other nodes. The number of nodes which fills the gap between starting and the ending node is determined. After creating the first line with the nodes, by giving deflections along the y axis, the other part of the beam structure is modelled in two dimensions. Z axis is also used to create the structure in three dimensions as before. Defining elements through the longitude and generating them ends the modelling phase.

Choosing the right element type is also crucial. The element type which the model is based on should have available properties and convenient for the problem and suitable for goal. After this phase end force is applied on the nodes which are located on the first layer. Larger values of deflections occur on the triangle shaped beam structure than the parabolic shaped beam structure.

The modelling features of beam structures, selecting the right type of component related with the geometric condition of the model and to let the structure to behave non-linear material properties, are investigated and tried to find solutions. Also these features are diversified in order to have different compositions and related force or moment values are applied to search for the deflections. Based on these modelling attributes, the parameters can be varied and also be extended to search for other combinations.

1. GİRİŞ

Kirişler mimarlık, inşaat mühendisliği ve makine mühendisliği alanlarında kullanılan ortak bir eleman olup, kirişlerin eğilmesi durumu ise malzeme mekaniği ve yapısal mekanik alanlarının çok geniş bir kısmını oluşturan önemli bir husustur. Lisans seviyesinin altındaki çoğu çalışma bu kirişlerdeki küçük yer değişimli eğilmeleri ele almaktadır. Bu durumda problemi çözmek için kullanılan diferansiyel denklem lineer olmakta ve problem basit bir şekilde çözülebilmektedir. Küçük yer değişimlerin olduğu problemlerde analitik sonuçlar oluşmaz. Fakat büyük yer değişimlerin olduğu durumlarda ise lineer olmayan bir diferansiyel denklemin çözümüne ihtiyaç vardır. Bu tip problemlerde geometrik non-lineerlik denilen durum oluşmaktadır (Belendez ve Belendez, 2003).

Kiriş kalınlığının uzunluğuna göre çok küçük kaldığı durumlarda dış etkilere maruz kalan kirişte elastiklik teorisine göre büyük ve lineer olmayan yer değişim oluşumu görülecektir (Belendez ve Belendez, 2003).

Taşıyıcı sistemlerde değişik yüklemeler altında oluşan büyük yer değiştirmeler, iyi bilinen bir konu olup, bununla ilgili yapılmış çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Konunun önemi nedeniyle bu alanda yapılan çalışmalar günümüzde de sürmektedir. Değişik mühendislik alanlarında karşılaşılan bir çok durumda, yapılan doğrusallaştırmalar ile elde edilen sonuçlar yeteri derecede yaklaşık olabilmektedir. Oysa ki elastik eğri için iyi bilinen eğrilik ifadesi doğrusal olmadığı gibi gerçek malzeme de doğrusal gerilme-şekil değiştirme ilişkisine sahip değildir. Bu gerçek göz önüne alındığında yer değiştirmeler, genellikle analitik yöntemlerle belirlenemez, daha ziyade yaklaşık ve sayısal yöntemler kullanmak gerekir. Üniform ve üniform olmayan, tekil ve yayılı yüklü doğrusal elastik konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler, bir çok çalışmada incelenmiştir (Eren, 2009).

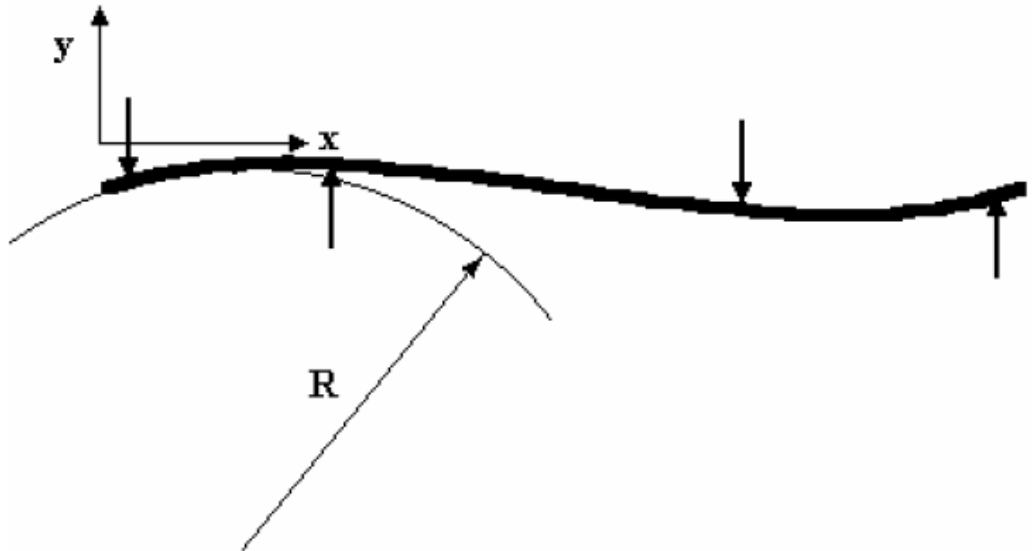
Uzun zamandan beri kompozit malzemeler de bir çok alanda yaygın olarak kullanılmaya başlamıştır. Daha az malzeme ve daha az maliyetle uygun kompozit malzeme kullanılarak istenilen mukavemet ve elastikliğin sağlanabilmesi mümkün olmaktadır (Eren, 2009).

2. KİRİŞLERDE OLUŞAN SEHİMLER

Bir kiriş eğilmeye maruz bırakıldığında değişik şekiller alabilmektedir. Kiriş yüklere maruz bırakılmadan önce sol başlangıç tarafı orijin olmak kaydıyla bir x-y düzlemine süperpoze edilebilir. Kirişin +x doğrultusunda hangi uzaklığa gidilirse gidilsin, bir y yer değişimi dy/dx gradyenti olacaktır. Bu kirişteki eğrinin yarıçapı ve uygulanan eğilme momenti arasında aşağıdaki ilişki bulunur (Berry, 2005)

$$\frac{M}{E} = \frac{I}{R} \quad (2.1)$$

Burada M eğilme momentini, E elastisite modülünü, I eylemsizlik momentini, R ise eğrinin yarıçapını temsil etmektedir. Şekil 2.1 eğrinin yarıçapını bir daire yarıçapı gibi ele almaktadır. Ayrıca bu eğrinin x-y düzlemi üzerinde bir teğet noktası da bulunmaktadır.



Şekil 2.1 : Eğilme momentine maruz kalmış bir kiriş.

Matematiksel olarak ifade edilecek olursa x-y düzlemi üzerinde bulunan herhangi bir eğrinin eğrilik yarıçapı şu şekilde ifade edilir

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.2)$$

Kirişlerde eğrilik yarıçapı çok yüksek değerler aldığından denklemi doğruluğu daha az olacak şekilde daha basit hale getirebiliriz

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2.3)$$

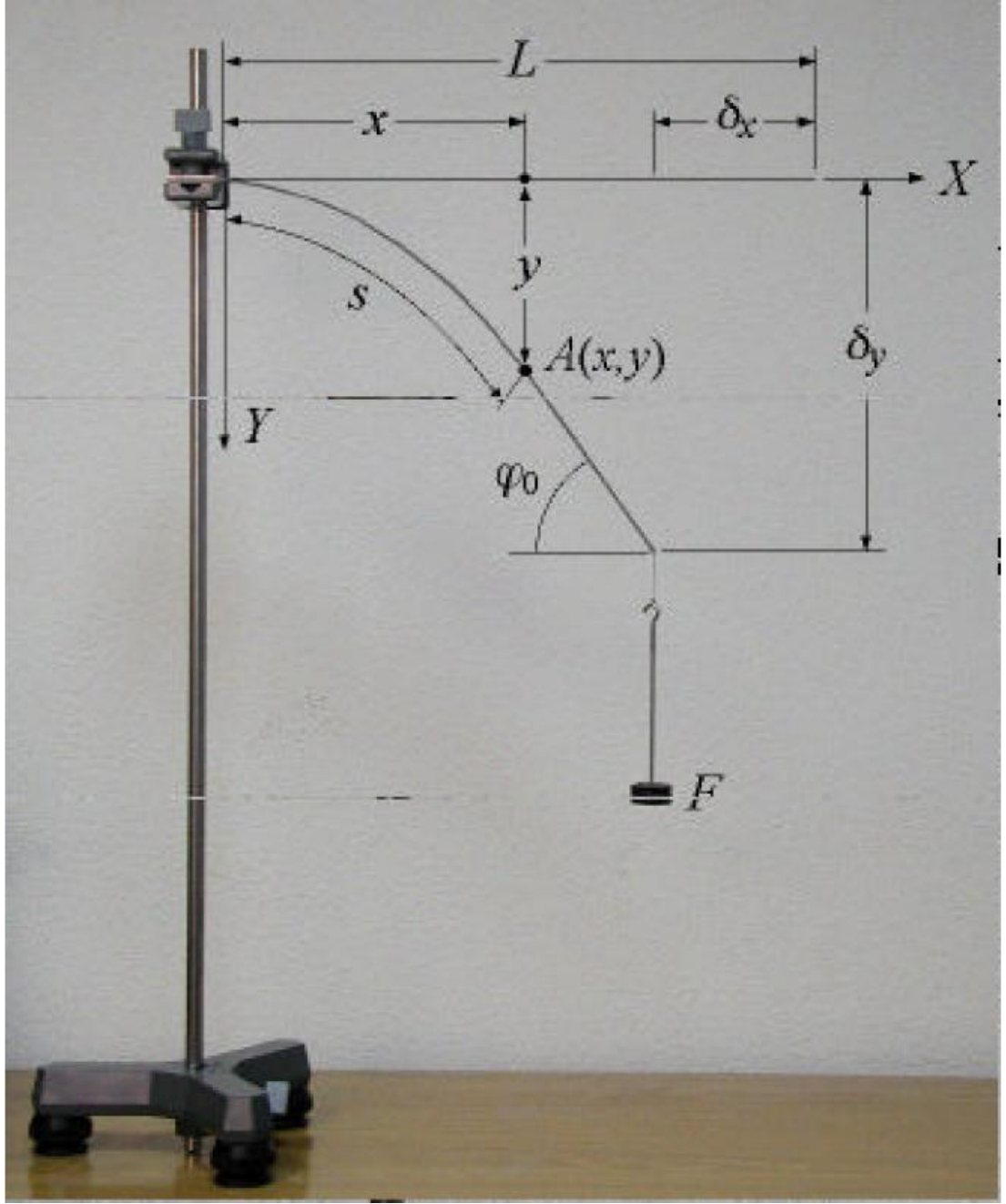
$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2.4)$$

$$M = EI \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2.5)$$

Yukarıdaki (2.5) numaralı denklemde geçen EI ifadesi kirişin esneklik direngenliğini göstermektedir (Berry, 2005).

Her ne kadar bu çalışmada geometrik non-lineerlik durumu söz konusu olsa da ayrıca malzeme özelliğinden kaynaklanan non-lineerlik durumu da mevcuttur. Bu iki non-lineerlik durumu çözümü oldukça zorlaştırmaktadır. Dolayısıyla bir analiz programı yardımcı olarak kullanılacaktır. Malzeme kaynaklı non-lineerlik durumunu hesaba katmadan, malzemenin sabit bir elastisite modülüne sahip olduğu dolayısıyla malzeme açısından lineer davranış gösterdiği varsayımıyla, sadece geometrik non-lineerlik yani çok büyük yer değişimlere neden olacak şekilde kalınlığının uzunluğuna oranı son derece küçük dikdörtgen kesitli bir konsol kiriş ele alınarak çözümünün ortaya konulması daha karmaşık olan diğer durumu anlayabilmek adına faydalı olacaktır.

Elastik lineer malzemeden yapılmış, dikdörtgen kesite sahip, uzun, ince, ağırlığı W ile ifade edilen, ayrıca uç kısmından F yüküne maruz bırakılan bir konsol kirişi ele alalım (Belendez ve Belendez, 2003).



Şekil 2.2 : F yükü uygulanmış konsol kiriş.

Öncelikle Bernoulli-Euler hipotezinin geçerli olduğunu varsayarak, kuvvet uygulamadan önceki kesitin ve kuvvet uygulandıktan sonraki kesitin tarafsız eksene paralel kaldığını düşünürüz. Ayrıca kesitlerin alan değerini ve şeklini değiştirmeden yer değişimlerin oluştuğunu ön şart olarak belirlemek gerekir.

Şekil 2.2’de L uzunluğunda bir konsol kirişe F yükü uygulanarak oluşan geometrideki parametreler gösterilmektedir.

Lineer elastik malzemeli dikdörtgen uniform kesite sahip bir kirişin Benoulli-Euler eğilme momenti-eğrilik ilişkisi şu şekilde belirtilebilir

$$M = EI\kappa \quad (2.6)$$

E: Malzemenin elastisite modülü

M: Eğilme momenti

κ : Kirişin herhangi bir yerindeki eğrilik

I: Eylemsizlik momenti

EI ile belirtilen ve elastisite modülü ve eylemsizlik momentinin çarpımından oluşan değer ise esneklik direngenliğini ortaya koyan bir değerdir.

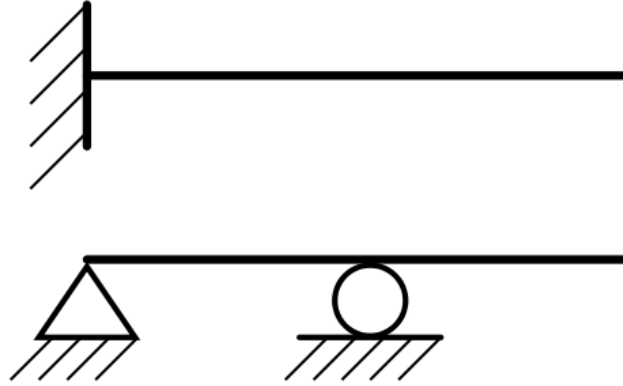
2.1 Konsol Kirişler

Kiriş çeşitlerinin arasında konsol kirişlerin şüphesiz ayrı bir önemi bulunmaktadır. Bu çalışmada konsol kiriş üzerine etkiyen yük ve momentlerin kiriş geometrisi üzerindeki etkileri malzeme özelliğinin lineer olmadığı durumları için ele alınmıştır. Konsol kirişler basit tabiriyle tek tarafından sabitlenmiş kirişlerdir. Dolayısıyla kendisine etkiyen moment veya teğetsel kuvvetleri sabitlenmiş olduğu nokta sayesinde taşır. Bu özelliği nedeniyle askı kuvvetine ihtiyaç duymaksızın, dış desteğe ihtiyaç duymadan yük taşır. Konstrüksiyon uygulamalarında sıkça tercih edilmelerinin nedeni bu özelliğe sahip olmasıdır. Konsol kiriş ve makas plak olarak da kullanılabilirler (Johnson ve Hool, 1920).

Şekil 2.3’de iki adet basit konsol kiriş şeması görülmektedir. Yukarıda bulunan şekil tüm moment bağlantısına sahiptir. Bu durumu bina duvarına civatalanmış bir bayrak direği olarak düşünebiliriz. Aşağıdaki şekilde ise basit desteklenmiş bir konsol kirişin eklenti yapılmış hali görülmektedir. Eklenti kayar mesnet şeklindedir. Tıpkı bir trampenin duvara sabitlenmiş ve havuz üzerine doğru uzatılmış haline benzer.

Konsol kirişler konstrüksiyonlarda sıkça tercih edilen kiriş çeşitleridir. İnşaat sektöründe bilhassa köprüler ve balkonlarda sıkça karşılaşılr. Başka bir kullanım alanı ise havacılık sektörüdür. Uçakların kanatları konsol kirişlerdir. Bugün havacılık sektöründe uçak kanatlarında en yaygın tasarımlar konsol kiriş modeliyle oluşturulmuştur. Uçuş esnasında kanata etkiyen kaldırma kuvveti kanat kökünde bir moment oluşumuna neden olur ve uçak gövdesine bu momenti iletir. Dolayısıyla kanat yapısı maruz kaldığı yükleri taşıyabilecek kadar mukavim, fakat konstrüktif

yapıya uygun olacak şekilde de hafif olmalıdır. Bu duruma ise konsol kiriş tasarımlarındaki gelişmeler neticesinde ulaşılabilir.



Şekil 2.3 : Basit konsol kirişler.

Konsol kirişlerin bir başka yaygın olarak kullanıldığı yer ise mikroeletromekanik sistemlerdir. Kısaca MEMS olarak ifade edilen bu sistemlerdeki konsol kirişler silikon (Si), silikon nitrit (Si_3N_4) ve polimerden imal edilmektedirler. Monolitik rezonatör olarak bu sistemlerin içinde görev yaparlar (Johnson ve Hool, 1920).

2.2 Lineer Olmama Durumu

Lineer olmama durumu birçok nedenden kaynaklanabilir fakat bu nedenleri şu üç kategoride birleştirmek mümkündür.

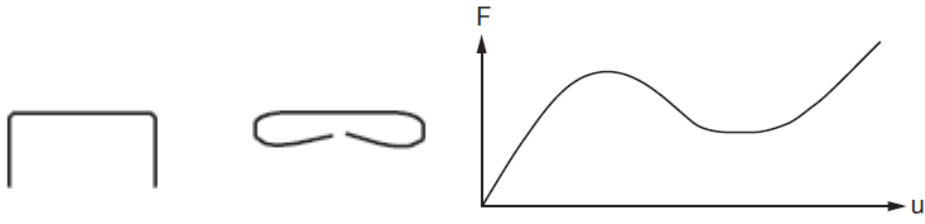
Durum değişimi

Geometrik lineer olmama durumu

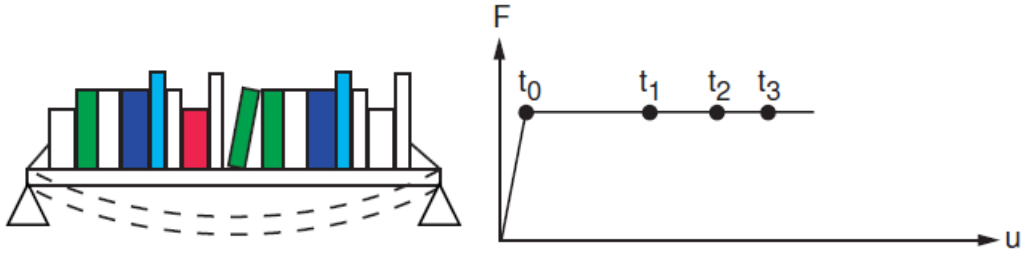
Malzeme kaynaklı lineer olmama durumu

Yapısal lineer olmama durumu rutin bir temele dayanmaktadır. Mesela iki kağıt parçasını birbirine zımbaladığımız zaman, zımba teli bükülerek farklı bir şekil alır (ANSYS, Inc., 2009). Şekil 2.4 zımba telinin aldığı şekli ve kuvvet-yer değişim grafiğini göstermektedir.

Şekil 2.5'teki gibi eğer bir kitaplık rafını gereğinden fazla yük oluşturacak şekilde kitap ile yüklerseniz zaman geçtikçe yükü arttırmasanız bile rafın eğilmesi fazlalaşacaktır (ANSYS, Inc., 2009)

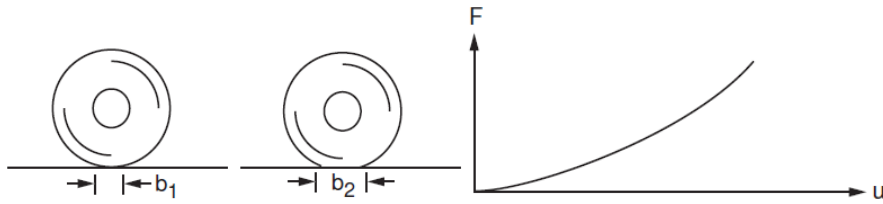


Şekil 2.4 : Zımba teli ve Kuvvet-sehim diyagramı.



Şekil 2.5 : Kitaplık rafı ve Kuvvet-sehim diyagramı.

Şekil 2.6 'da görüldüğü gibi bir araba veya kamyonu yük yüklendikçe aracın pnömomatik lastik yüzeyi ile temas ettiği yer arasındaki temas yüzeyi yükün miktarına göre değişecektir (ANSYS, Inc., 2009).



Şekil 2.6 : Pnömomatik lastik ve Kuvvet-sehim diyagramı.

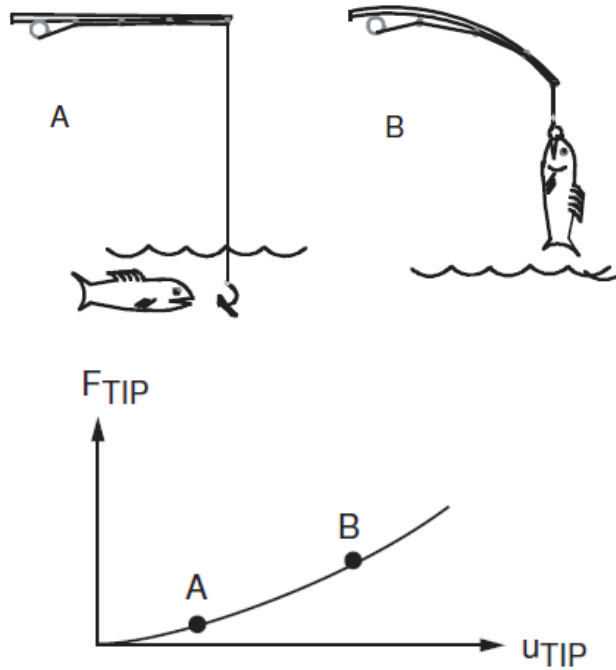
Tüm bu örneklerden de anlaşılacağı üzere kuvvet sehim grafikleri incelendiği takdirde yapısal lineer olmama durumu görülebilir, bu durum yapısal rijitlikteki değişime işaret etmektedir.

2.2.1 Durum değişimi

Bir çok yapıda durum değişimine bağlı olarak lineer olmama durumu görülmektedir. Mesela sadece basma kuvvetine maruz bırakılan bir tel kablo yüklenmemiş halde veya gergin halde bulunabilir, ya da kayar bir mesnet ile temas halinde veya temas etmeyen bir durumda olabilir. Durum değişimi direk olarak yüklenme durumuna bağlı olabileceği gibi herhangi bir dış faktör kaynaklı da olabilir. Temasın oluştuğu durum lineer olmama durumunu ihtive eden birçok uygulamada karşımıza çıkmaktadır (Gere ve Timoshenko, 1990).

2.2.2 Geometrik lineer olmama durumu

Eğer bir yapı çok yüksek sehimlere neden olan yüklere maruz kalırsa, yapının geometrik konfigürasyonundaki değişimler, yapının lineer olmayan bir şekilde davranmasına neden olabilir. Bu duruma örnek olarak Şekil 2.7’de görülen balık tutma tutma oltası verilebilir.



Şekil 2.7 : Balık tutma oltası ve Kuvvet-sehim diyagramı.

Geometrik lineer olmama durumu büyük yer değişimler veya dönmelerle karakterize edilir (ANSYS, Inc., 2009).

2.2.3 Malzeme kaynaklı lineer olmama durumu

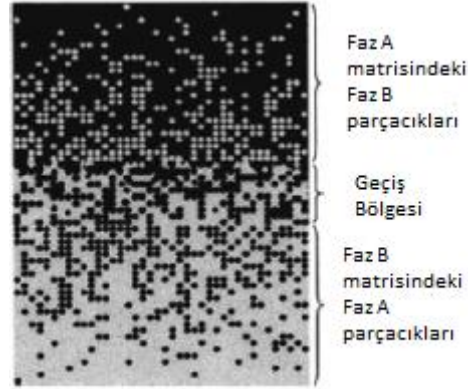
Lineer olmayan gerilme-sehim (yer değişim) ilişkisi malzemenin lineer olmamasındaki en büyük etkidir. Birçok faktör lineer olmayan gerilem-sehim ilişkisini etkileyebilir. Bunlar arasında yükleme geçmişi (elasto-plastik davranışta olduğu gibi), çevresel faktörler (sıcaklık gibi), yükün etkime süresi (akma durumu gibi) vardır (ANSYS, Inc., 2009).

3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER

Ağırlık dayanım ve rijitlik ağırlık oranı özellikleri bakımından en hafif kompozit malzemeler en başarılı olarak havacılık endüstrisi ve diğer mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Fakat geleneksel kompozit malzeme türleri yüksek sıcaklık ortamlarında kullanıma uygun değildir. Genel olarak metaller mükemmel olan mukavemet ve dayanım özellikleri nedeniyle senelerce mühendislik uygulamalarında kullanılmıştır. Yüksek sıcaklıklarda metallerin dayanımı geleneksel kompozit malzemelerin düzeyine gerilemektedir. Seramik malzemelerin sıcaklık direnci oldukça yüksektir. Fakat seramik malzemelerin dayanımının yetersiz oluşu kullanımını da oldukça sınırlı hale getirmektedir (Shen, 2009).

Son zamanlarda yeni bir malzeme sınıfı olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler oldukça dikkat çekici özelliklere sahiptir. Yüksek eğilme-esneme özelliğine sahip tipik bir fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme homojen olmayan kompozit yapıda olup değişik fazlardaki metal bileşenlerden oluşmaktadır. Bunlar genellikle seramik ve metallerdir (Yaaghobi ve Fereidoon, 2010). Buna bir örnek aşağıdaki şekilde görülmektedir. Şekilde neredeyse küresel yapıya sahip ve küresel yapıda olan partiküller izotropik bir matris içinde bulunmaktadır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin değişik mikroyapısal fazları sayesinde farklı fonksiyonlara sahip oldukları görülmektedir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler çok işlevli yapısal özelliklerini derecelendirme özellikleri nedeniyle elde etmektedirler. Bileşen malzemelerin hacim fraksiyonunda derecelendirilmesi, bir yüzeyden diğer bir yüzeye doğru malzeme özelliğinde düz ve devamlı bir değişmeye neden olmakta, bu durum geçiş yüzeyi problemlerini azaltmakta ve termal gerilme yoğunluğunu azaltmaktadır. Bu nedenden dolayı seramik içerikli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler yüksek sıcaklıklara dirençleri nedeniyle yüksek sıcaklıklarda olumlu özellikler göstermekle beraber daha güçlü mekanik performans gösterir ve hasara sebep olacak çatlak ve kırıkların olasılığı azalmış olur.

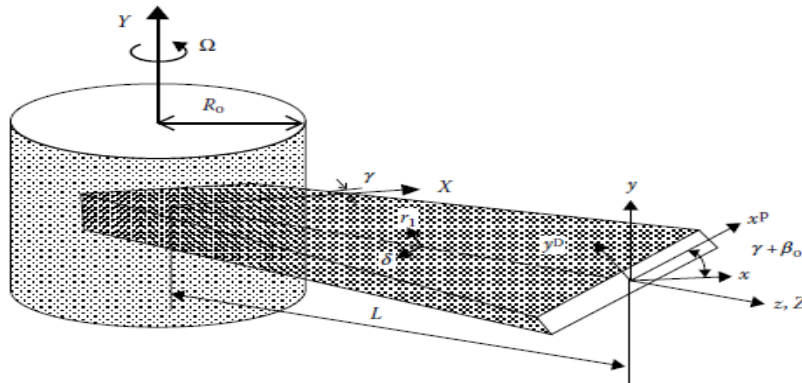
Şekil 3.1’de örnek bir fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme ve malzeme içerisindeki fazların yoğunluk durumu ve iki temel faz arasındaki geçiş bölgesi görülmektedir.



Şekil 3.1 : Fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme ve geçiş fazları.

Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin çıkış noktası Japonyadaki bir grup bilim adamının 1980’li yıllarda yaptıkları çalışmalara dayanmaktadır. Bu noktadan itibaren fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin gelişimi devam etmiştir. Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin ilk kullanım alanı ise füzyon reaktörü ve havacılıkta termal bariyerler olarak değerlendirilmesidir (Shen, 2009)

Bir örnek olarak Şekil 3.2’de fonksiyonel dercelendirilmiş malzemeli ince cidarlı dönen rotor kanadı görülmektedir. Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin potansiyel kullanım alanı büyük bir çeşitlilik arz etmektedir. Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemeden imal edilmiş sensörler, aktivatörler, metal-seramik zırhlar, foto-dedektörler, Şekil 3.3’te görülen dişçilikte kullanılan implantlar bu çeşitlilik alanının ne kadar kapsamlı olduğunu ortaya koymaktadır (Shen, 2009)



Şekil 3.2 : Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemeli ince cidarlı rotor kanadı

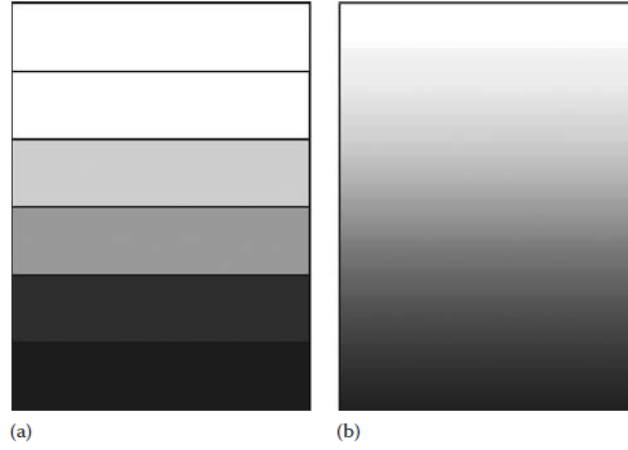
Bundan önceki yapılan fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme çalışmalarında daha çok termal gerilme ve kırılma mekaniği üzerinde durulmuştur. 2004 senesinde eğilme, burkulma ve titreşim açılarından fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin analizi konusunda kapsamlı çalışmalar yapılmaya başlanmıştır (Shen, 2009).



Şekil 3.3 : Fonksiyonel derecelendirilmiş implantın dış ve kesit görünümü.

3.1 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Etkin Özellikleri

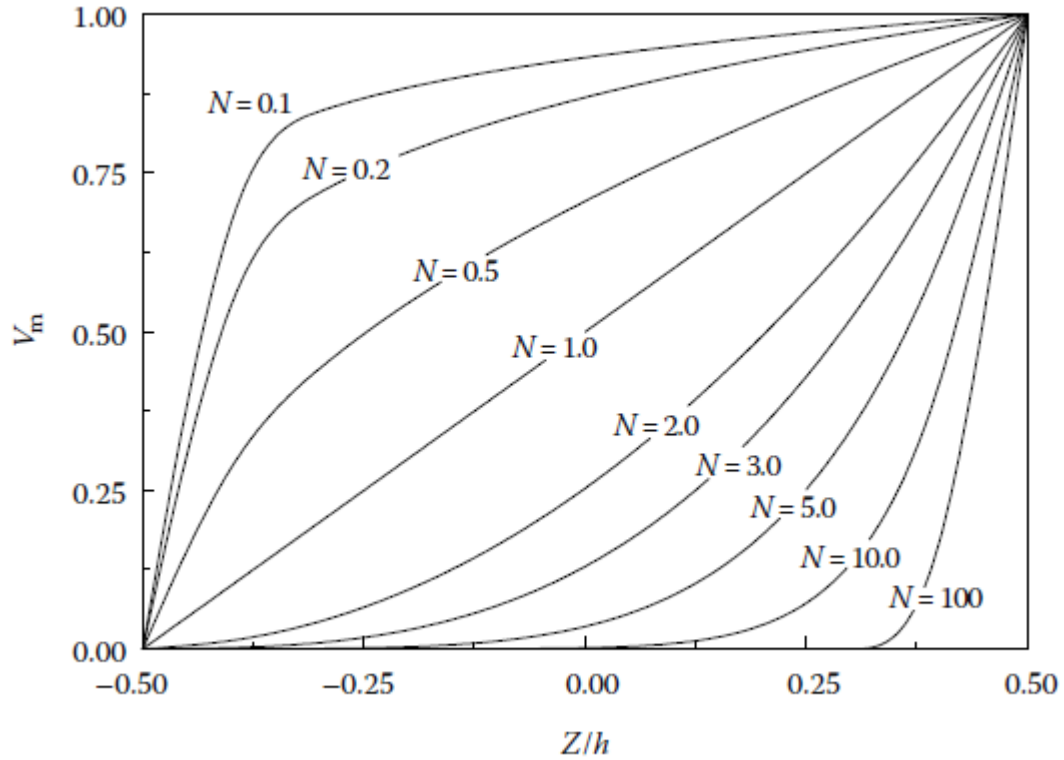
Genel olarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli yapılar birbirinden değişik özellikte olan iki fazdaki malzemedan oluşmaktadırlar. Asli derecelendirilmiş mikroyapıların detaylı bir tanımını yapmak genellikle mümkün olmamakla birlikte hacimsel bölge dağılımı hakkında bilgi vermek mümkündür. Çünkü her fazın hacimsel bölgeleri fonksiyonlandırılmış doğrultuda değişim göstermektedir. Dolayısıyla fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin etkin özelliği bu doğrultuda kendini göstermektedir. Sonuç olarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeyi modellemek için iki olası yaklaşım vardır. İlk olarak, seramik veya metalin hacim içerisindeki parça parça varyasyonu alınır ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme aynı hacmin herbir bölgesi için tabakalandırılır. Şekil 3.4'ün ilk şikkında homojene yakın seramik ve metal tabakalar görülmektedir.



Şekil 3.4 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin analitik tabakalandırılması.

İkinci modelleme türü ise seramik ya da metalin sürekli değişim içeren hacimsel bölgesidir. Bu durum Şekil 3.4'ün ikinci şıkında görülmektedir. Z eksenini doğrultusunda yani kalınlık doğrultusunda fonksiyonun değişimi söz konusudur (Shen, 2009).

Şekil 3.5'de ise N 'nin değişen değerinin sonsuz sayıda kompozisyon dağılımını ürettiği görülmektedir.



Şekil 3.5 : Metalin kalınlık doğrultusunda hacimsel bölgeleri.

Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin modellenmesinde kullanılan parametreler sıcaklık ve konum bazlı olmalıdır. Bu basit bir karmaşık kompozit kuralı ile yapılabilir. Voigt modeli olarak adlandırılır.

$$P_f = \sum_{j=1} P_j V_{f_j} \quad (3.1)$$

Bu denklemde P_j fonksiyonel dercelendirilmiş tabakalandırılmış malzemenin etkin özelliğini temsil etmektedir. Elastisite modülüne ve ısı genleşme katsayısına benzer niteliktedir. V_{f_j} ise hacimsel bölgelendirmeyi ifade etmektedir. J harfi bileşenlerden ilgili malzemeyi göstermektedir. Bütün bileşen malzemelerin toplamı ise 1 sonucunu vermektedir.

$$\sum_{j=1} V_{f_j} = 1 \quad (3.2)$$

Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin yüksek sıcaklıklarda kullanılmalarından dolayı yapıyı oluşturan malzemelerin mekanik özelliklerinde önemli değişimler beklenmektedir. Bu nedenle etkin elastisite modülü, poisson oranı, ısı genleşme katsayısı, ısı iletkenlik değerleri sıcaklığa bağlı olup, sıcaklığın bir fonksiyonu olarak şu lineer olmayan ifade ile tanımlanırlar;

$$P_j = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (3.3)$$

Bu denklemde $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$ değerleri sıcaklığın birer katsayısı olup bileşen malzemelere özgüdürler.

Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerde partiküllerin şekli, boyutu ve dağılımı hakkında kesin ve hassas bir bilgi elde edilemediğinden dolayı yapının etkin elastisite modülü, hacimsel fraksiyon dağılımı ve dağılık fazın yaklaşık olarak şekli baz alınarak değerlendirilir. Fonksiyonel dercelendirilmiş malzemelerin etkin özelliklerinin tespiti için birçok mikromekanik yöntem geliştirilmiştir (Shen, 2009)

Şekil 2.6'da görülen model iyi tanımlanmış devamlılığı olan bir matris ve birbirinden ayrılmış partiküllerden oluşan fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme yapısını Mori-Tanaka modeli olarak 1973 yılında ismi geçen kişiler ortaya koymuşlardır. Bu model elastik bölgeler arasındaki ilişkiyi de gözönünde bulundurmaktadır. Bu modelde 1 alt indisi ile ifade edilen matris, 2 alt indisi ile ifade edilen küresel partiküller ile takviye edilmektedir. K_1, G_1, V_1 sırasıyla hacim modülü, kesme modülü ve matris fazının

hacimsel kısmını temsil etmektedir. K_2, G_2, V_2 değerleri ise parçacıklı kısmın malzeme özelliklerini ve hacimsel kısmını temsil etmektedir. Dikkat edilmesi gereken husus $V_1 + V_2 = 1$ olduğudur. Etkin esneklik modülü K_f , kesme modülü G_f , ısı genleşme katsayısı α_f , ısı iletkenlik katsayısını κ_f olarak kabul edersek, bu kabullere dayanarak izotropik parçacıkların yine izotropik matris içinde dağılımını Mori-Tanaka şu formülasyon ile tanımlamıştır (Shen, 2009);

$$\frac{K_f - K_1}{K_2 - K_1} = \frac{V_2}{1 + (1 - V_2)(3(K_2 - K_1)/(3K_1 + 4G_1))} \quad (3.4)$$

$$\frac{G_f - G_1}{G_2 - G_1} = \frac{V_2}{1 + (1 - V_2)((G_2 - G_1)/(G_1 + f_1))} \quad (3.5)$$

$$\frac{\alpha_f - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{\left(\frac{1}{K_f}\right) - \left(\frac{1}{K_1}\right)}{\left(\frac{1}{K_2}\right) - \left(\frac{1}{K_1}\right)} \quad (3.6)$$

$$\frac{\kappa_f - \kappa_1}{\kappa_2 - \kappa_1} = \frac{V_2}{1 + (1 - V_2)((\kappa_2 - \kappa_1)/3\kappa_1)} \quad (3.7)$$

$$f_1 = \frac{G_1(9K_1 + 8G_1)}{6(K_1 + 2G_1)} \quad (3.8)$$

En istikrarlı model olan Hill modeli, her bir takviyenin sürekli malzeme içinde kompozitin etkin özelliklerini bulunduracak şekilde gömülü olarak bulunduğu kabulünü esas almaktadır. Bu metod matris ve takviye fazlarını birbirinden ayırmamaktadır. Fazların yer değiştirdiği aynı genel bir modülün durumu diğer bir kompozit için öngörülmektedir. Şekil 3.6’da görüleceği üzere modülün etkin bulunduğu yerlerde iskelet oluşturu mikroyapının bölgesel olarak değerlendirilmesini olağan kılmaktadır. İstikrarlı modele göre bölgesel etkin elastiklik modülü şu şekilde verilmektedir (Shen, 2009);

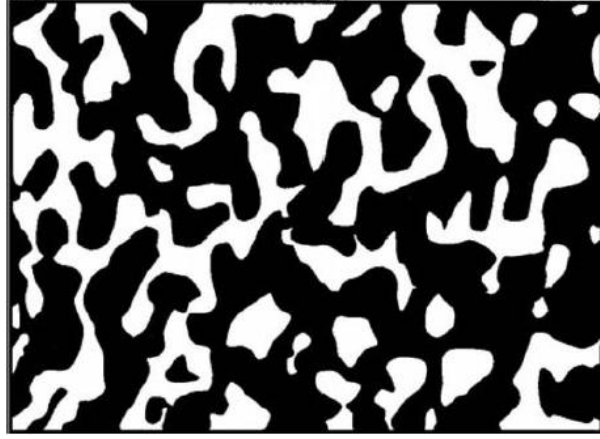
$$\frac{\delta}{\kappa_f} = \frac{V_1}{\kappa_f - \kappa_2} + \frac{V_2}{\kappa_f - \kappa_1} \quad (3.9)$$

$$\frac{\eta}{G_f} = \frac{V_1}{G_f - G_2} + \frac{V_2}{G_f - G_1} \quad (3.10)$$

$$\delta = 3 - 5\eta = \frac{\kappa_f}{\kappa_f + (4/3)G_f} \quad (3.11)$$

Denklem 3.9’den hareketle;

$$\kappa_f = \frac{1}{\left(\frac{V_1}{\kappa_1 + (4/3)G_f}\right) + \left(\frac{V_2}{\kappa_2 + (4/3)G_f}\right)} - \frac{4}{3}G_f \quad (3.12)$$



Şekil 3.6 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin iskelet yapısı.

ve G_f değeri aşağıdaki denklem yardımıyla elde edilir;

$$\left[\frac{V_1 K_1}{K_1 + \left(\frac{4}{3}\right)G_f} + \frac{V_2 K_2}{K_2 + \left(\frac{4}{3}\right)G_f} \right] + 5 \left[\frac{V_1 G_2}{G_f - G_2} + \frac{V_2 G_1}{G_f - G_1} \right] + 2 = 0 \quad (3.13)$$

Bu işlemlerden sonra etkin elastisite modülü E_f ve poisson oranı V_f , aşağıdaki denklem ile elde edilebilir;

$$E_f = \frac{9K_f G_f}{3K_f} + G_f \quad (3.14)$$

$$V_f = (3K_f - 2G_f)/2(3K_f + G_f) \quad (3.15)$$

Mori-Tanaka ve istikrarlı modeller arasında yapılan mukayese fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin sonlu eleman simülasyonunu içeren Reuter ve Dvorak'ın 1998 senesinde yapılan çalışmasında bulunmaktadır. Mori-Tanaka modeli iyi tanımlanmış bir matris ve içinde süreksiz halde bulunan ihtivasını yüksek tutarlılıkla modellemek amacıyla üretilmiş bir modeldir. İstikrarlı model ise baskın bölge ile tamamlayıcı faz arasındaki geniş bir geçiş bölümüne sahip yapının iskelet olarak mikroyapısını çözümlemek için daha uygun bir modeldir (Shen, 2009)

3.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Lineer Olmayan Eğilme

Yakın zamanda yapılan araştırmaların konusu fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin mekanik yükler ve termal yüklemeler altındaki lineer olmayan davranışlarını incelemek biçiminde olmuştur. Dikdörtgen, daire ve anüler kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde yapılan birçok çalışma vardır. Tabakalandırılmış kompozitlerdeki büyük sehimler neden olduğu lineer olmayan

durumu inceleyen çalışmalarda , lineer olmayan bir dizi denklemden oluşan analiz yöntemleri kullanılmaktadır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler birçok değişik şekilde özellikte dizilime sahip malzeme dağılımı çeşidine sahiptir. Alışılmış bir fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme bileşen fazların hacim içinde tariflenmiş dağılımı şeklinde olan kompozit malzeme türüdür. Buna örnek olarak seramik metal malzemesi verilebilir. Seramik partiküllerinin hacimsel yapıdaki dağılım varyasyonları neticesinde birçok uygulama ortaya çıkmaktadır. Homojene yakın seramik metal tabaka oluşumu söz konusudur. Hacimsel yapı içerisindeki seramik dağılımının yapının kalınlığı yani z koordinatı doğrultusundaki fonksiyonu şu şekilde belirtilmektedir (Shen, 2009);

$$V_c = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^n \quad \frac{-h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (3.16)$$

Bu denklemde h kesit kalınlığını temsil ederken, n hacimsel dağılım üssünü temsil etmektedir. İzotropik fonksiyonel dercelendirilmiş malzemenin elastisite modülü dağılımı ve poisson oranı malzeme sabitleri ve bileşen fazların seçilen homojen yöntemi ile tariflenebilir (Shen, 2009).

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin tasarımı, gelişimi ve uygulamalarındaki önemli hususlar aşağıda belirtilmektedir;

1. İri parçacıklı fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin homojenleştirme yaklaşımları,
2. Sıcaklık dağılımının önemli olduğu kısımlarda ısı transfer problemleri,
3. Termal gerilim de dahil olmak üzere statik ve dinamik yüklemelere karşı olan mekanik davranışlar,
4. Heterojen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin optimizasyonu,
5. İmalat, tasarım ve modelleme açısından fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler,
6. Test etme metodları ve sonuçları,
7. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme uygulamaları,
8. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin kırılma ve çatlak yayılımı.

3.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Modelleme

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler iki veya daha fazla bileşenden oluşan sürekli değişken bir kompozisyon oluşturan kompozit malzemeler olup kalınlık boyunca oluşan gerilmeleri aza indirmesi, kalıntı gerilme dağılımındaki uyumluluğu, termal özellikleri, kırılmaya karşı olan tokluğu gibi birçok özelliği sayesinde tercih edilir hale gelmiştir.

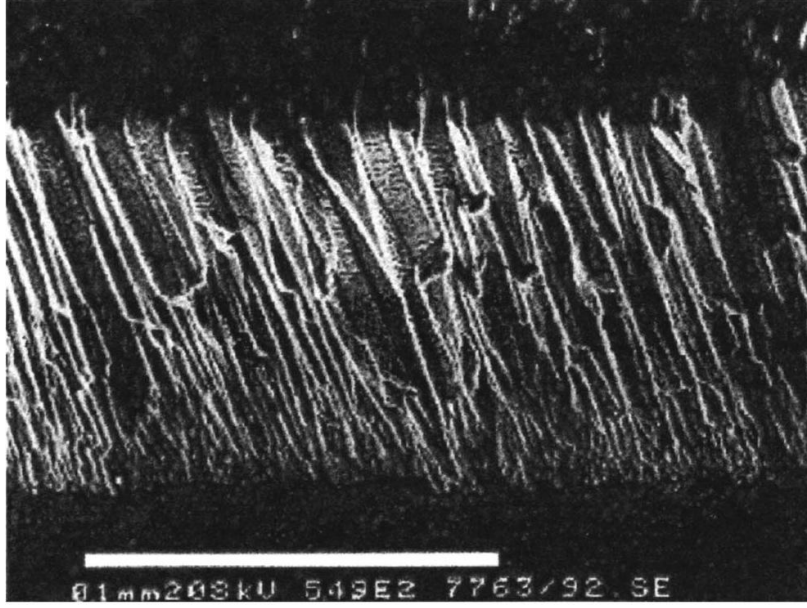
Günümüzde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin hacimsel yapı olarak partiküllerin bir ya da çeşitli yönlerde dağıldığı durumlar söz konusudur. Hacimsel dağılımın bileşenler için monoton şekilde olduğu durumlarda gerilme süreksizliğinin önlenmesi bir avantajdır. Bu durumla daha çok laminasyonlu kompozitlerde karşılaşılmaktadır ve delaminasyon kaynaklı problemleri engelliyici etki taşımaktadır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ayrıca fiber destekli katmanlar oluşturan, fiber yapının sabit değil, konuma göre hacimsel yapılandırıldığı türleri ve bu türün çeşitli yüklere vermiş olduğu cevaplar da araştırma konusudur (Shen, 2009).

Parçacıklı kompozit malzemeler lokal olarak izotropik olabileceği gibi, hacimdeki uzaysal varyasyonlar ve faz geçişleri nedeniyle de aynı zamanda heterojenlerdir de. Fonsiyonel dercelendirilmiş malzemeler neredeyse küresel olan parçacıklar içeren izotropik matrisli bir yapı olabileceği gibi iskeletsel mikroyapı şeklinde de olabilir. Fonsiyonel derecelendirilmiş malzemeler ortotropik özellik gösterecek şekilde değişik bir yapıda da olabilir. Plazma filizi ve” elektron beam vapor deposition” imalat yöntemleri ile sağlanan katmanlı ve sütunlu mikroyapısal şekilde bulunabilir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ikiden fazla bileşen fazını kapsayabilir. Mesela Nemat-Alla seramik ve iki değişik metalik fazda olup kalınlık doğrultusunda güç yasasına bağlı olarak dağılım gösteren bir malzemenin analizini yapmıştır.

Şekil 3.7’de özel bir tür olan sütunlu fonksiyonel dercelendirilmiş malzemenin iç yapısı görülmektedir. Matris bileşeni haricinde bulunan diğer bileşenin tüm kompozisyon içinde sütuna benzer şekilde dağılımı bu özel türü ortaya çıkarmıştır.

Kompozit plakların tasarımında iki temel yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlardan bir tanesi farklı malzeme özelliklerine sahip malzemelerden oluşan çok katmanlı plaklardır. Diğer ise özellikleri fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerdir (FDM).



Şekil 3.7 : Sütunlu fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme.

FDM’lerde malzeme özelliklerinin sürekli olmasından dolayı malzeme içerisinde gerilme yığılması meydana gelmemektedir. FDM'nin bu özelliği onu bir çok uygulama için uygun kılmaktadır (Aksoy ve Şenocak, 2010).

FDM'leri modellemede kullanılan iki yöntem olan, malzemeyi çok katmanlı olarak modellemek ve malzeme özelliklerinin eleman içerisinde doğrusal değiştiği modeller kullanılmıştır.

4. LİNEER OLMAYAN MALZEMELİ KONSOL KİRİŞLERDE BÜYÜK SEHİM OLUŞUMU

İnce konsol kirişler esnek bir yapıya sahip olmalarına ek olarak, yüklemelere maruz kaldıklarında çok büyük yer değişimler oluşturabilir ve büyük çaplı eğimler oluşturabilirler. Bu büyük yer değişimler neticesinde geometrik lineer olmama durumu oluşur. Bu nedenledir ki, büyük yer değişimlerin olduğu kiriş problemlerinde lineer olmayan eğilme teorisi kullanılır. Elastik eğrinin eğimini kesin olarak tanımlayan ifade Bernoulli-Euler yasasında kullanılır (Kyungwoo, 2001). Bu yasaya göre eğilme momenti eğim ile orantılıdır. Lineer olmayan eğilme teorisinin ince kirişlerde uygulanması lineer elastik malzeme ile sınırlanmış durumdadır. Bu konuda daha önce bazı çalışmalar yapılmıştır. Fakat lineer olmayan elastik malzeme kullanılan ince kirişlerin büyük yer değişimler oluşturduğu problemlerin çözümü kısıtlı durumdadır. Bu konuda Prathap ve Varadan'ın yapmış olduğu çalışmada kiriş için kullanılan malzemenin gerilme-sehim ilişkisi Ramberg-Osgood türüdür. Monasa'nın yapmış olduğu çalışmada ise malzeme logaritmik gerilme-sehim bağıntısı ile tanımlanmıştır. Sonuç olarak bu tür problemlerde malzemenin özelliğini tanımlamak matematiksel zorluklara neden olmakta ve kapalı formda sonuç elde etmek sadece çok özel durumlarda mümkün olmaktadır (Lewis ve Monasa, 1980).

Bu makalede lineer olmayan elastik malzemeden imal edilmiş bir konsol kirişin serbest ucuna uygulanan moment karşısında oluşan sonlu yer değişimler incelenmiştir. Çalışmada kapalı formda analitik çözüm ortaya konulmuştur. Çalışmada elde edilen sonuçlar daha önce lineer elastik malzemeler ile elde edilmiş sonuçlar ile mukayese edilmiştir.

4.1 Lineer Olmayan Malzemeli Konsol Kiriş İçin Örnek Problem Tanımı

İnce konsol kirişler esnek olmaları dolayısıyla yüklemelere maruz kaldıklarında büyük yer değişimler oluşmaktadır. Bu büyük yer değişimler neticesinde geometrik non-linearite oluşmaktadır. Sonuç olarak büyük yer değişim oluşumu gözlenen bu problemler non-linear eğilme teorisi ile formüle edilmektedir. Elastik eğrinin eğriliğinin kesin tanımı Bernoulli-Euler yasasında kullanılmaktadır. Bu yasaya göre eğilme momenti eğrilik ile orantılıdır.

İnce konsol kirişlerin büyük yer değişimlere uğradığı problemlerde matematiksel zorluklarla karşılaşmaktadır. Kesin çözüme ulaşmak sadece bazı özel hallerde çözümün kapalı formda olmasıyla sağlanmaktadır. Bu makalede hesaplanan sonuçlar daha önce, lineer elastik malzemeye sahip ince kiriş problemlerinden elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Fakat non-linear malzeme için böyle sonuçlar bulunmamaktadır (Lewis ve Monasa, 1980)

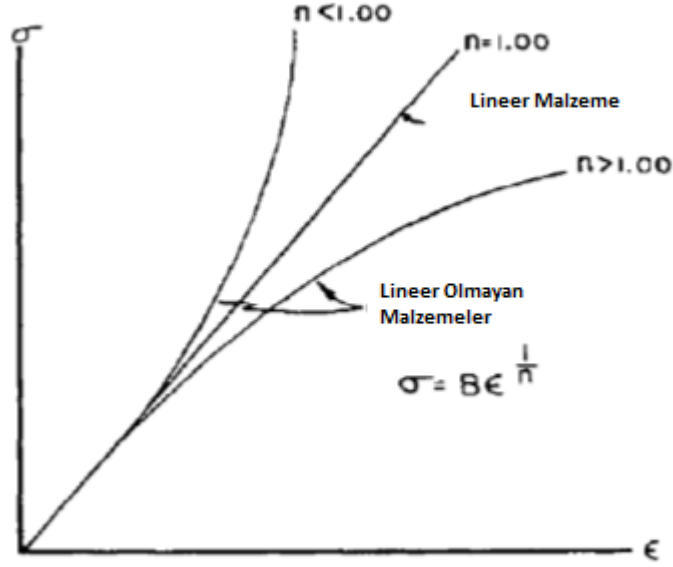
Konsol kirişin serbest ucuna bir M momenti uygulanmaktadır. Kirişin özelliği ince olması ve non-linear malzemeden yapılmış olmasıdır. Deneysel olarak elde edilmiş gerilme-şekil değiştime eğrisi Ludwick bağıntısı ile temsil edilmektedir:

$$\sigma = B\epsilon^{1/n} \quad (4.1)$$

Bu denklemde σ gerilmeyi, ϵ birim şekil değiştimeyi, B ve n harfleri ise malzeme özelliğini temsil etmektedir. Şekil 4.1 yukarıdaki denklem ile ifade edilen malzemelere ait genel gerilme-birim şekil değiştirme eğrilerini göstermektedir.

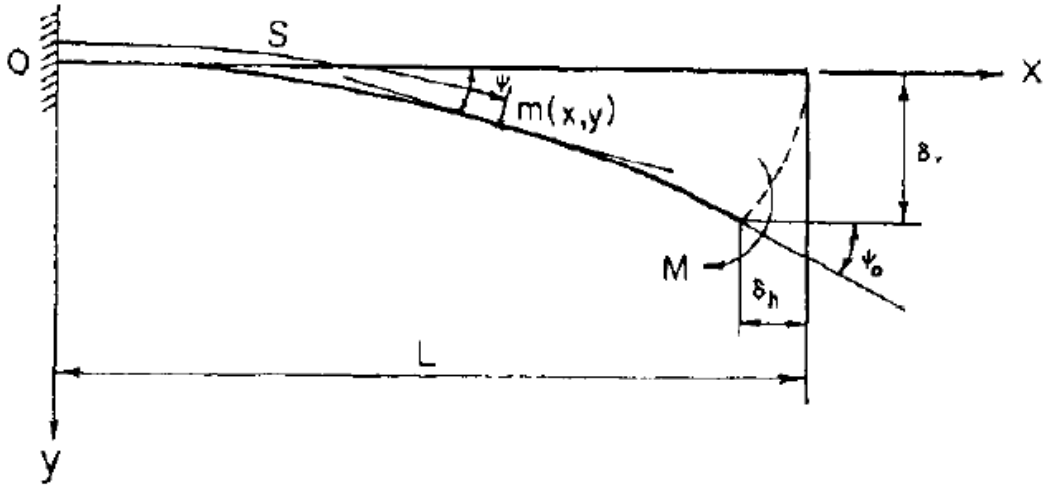
Bernoulli-Euler eğilme momenti-eğrilik bağıntısında, eğriliğin kesin tanımı için $d\psi/ds$ ifadesi kullanılmaktadır. Bu ifade ince konsol kirişlerin yüklemeler neticesinde oluşturduğu büyük yer değişimler için kullanılmaktadır. Yukarıdaki denklem ile ifade edildiği gibi malzeme davranışına sahip dikdörtgen kesitli bir konsol kirişin moment ve eğrilik ilişkisi şu şekildedir (Lewis & Monasa, 1980);

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{2^{n+1}(1+2n)^n M^n}{n^n b^n h^{2n+1} B^n} = \frac{M^n}{K_n} \quad (4.2)$$



Şekil 4.1 : Lineer ve lineer olmayan gerilme-birim şekil değiştirme eğrileri.

Lineer elastik bir malzemede K_n elastisite modülü E ile eylemsizlik momenti I 'nın çarpımına eşittir. Şekil 4.2'de serbest ucuna moment uygulanmış ankastre mesnetli bir konsol kiriş geometrisi görülmektedir.



Şekil 4.2 : Serbest ucuna moment uygulanmış bir konsol kiriş.

4.2 Konsol Kiriş Problemi Çözümüne Teorik Yaklaşım

Dikdörtgen kesitlerde kesin eğrilik şu şekilde tanımlanır;

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{d^2y/dx^2}{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}} = \frac{y''(x)}{\{1 + [y'(x)]^2\}^{3/2}} \quad (4.3)$$

4.2 ve 4.3 denklemleri kullanılarak;

$$\frac{y''(x)}{\{1+[y'(x)]^2\}^{3/2}} = \frac{M^n}{K_n} \quad (4.4)$$

4.3 ve 4.4 denklemleri sadece y 'nin x 'in bir fonksiyonu olarak tanımlanabildiği durumlarda geçerlidir. Şekil 4.2'de görüleceği üzere serbest ucun dönme açısının, ψ_0 , $\frac{\pi}{2}$ değerini geçmediği kirişler için deformasyona uğramış şeklin genel ifadesidir (Lewis ve Monasa, 1980).

Denklem 4.5 lineer olmayan ikinci dereceden diferansiyel bir denklem olup integrali alınarak şu şekilde ifade edilebilir;

$$\frac{y'(x)}{\{1+[y'(x)]^2\}^{1/2}} = \frac{M^n}{K_n} x + C_1 \quad (4.5)$$

İntegrasyonun sabiti C_1 , $y'(0) = 0$ eşitliği kullanılarak $C_1 = 0$ olarak bulunur ve;

$$\frac{y'(x)}{\{1+[y'(x)]^2\}^{1/2}} = \frac{M^n}{K_n} x \quad (4.6)$$

haline indirgenir ve $y'(x)$ şu şekilde bulunur;

$$y'(x) = \frac{M^n}{\sqrt{(K_n^2 - M^{2n}x^2)}} x \quad (4.7)$$

Bir kez daha integral işlemi yapılırsa;

$$y(x) = \frac{K_n - \sqrt{(K_n^2 - M^{2n}x^2)}}{M^n} \quad (4.8)$$

serbest uçta oluşan yatay doğrultudaki yer değişimi, δ_h , hesaplamak için yay uzunluğu denklemi kullanılır. Toplam yay uzunluğu;

$$L = \int_0^{L-\delta_h} \sqrt{(1 + y'^2(x))} dx \quad (4.9)$$

olarak bulunur.

Denklem 4.7 ve 4.9'dan;

$$L = \int_0^{L-\delta_h} \frac{K_n}{\sqrt{(K_n^2 - M^{2n}x^2)}} dx \quad (4.10)$$

Trigonometrik ifade kullanılarak integral çözümlenebilir;

$$x = \frac{K_n}{M^n} \sin\theta \quad (4.11)$$

$$dx = \frac{K_n}{M^n} \cos\theta d\theta \quad (4.12)$$

$$\sin L = \frac{M^n}{K_n} (L - \delta_h) \quad (4.13)$$

$$L = \int_0^L \frac{K_n(K_n/M_n)\cos\theta d\theta}{\sqrt{(K_n^2 - K_n^2 \sin^2 \theta)}} = \frac{K_n}{M^n} \int_0^L d\theta \quad (4.14)$$

$$L = \frac{K_n}{M^n} \sin^{-1} \left[\frac{M^n}{K_n} (L - \delta_h) \right] \quad (4.15)$$

Serbest uçtaki yatay yer değişim denklem 4.15 gereğince;

$$\delta_h = L - \frac{K_n}{M^n} \sin \left(\frac{M^n}{K_n} L \right) \quad (4.16)$$

olarak bulunur. Serbest uçtaki dikey yer değişim x bilinmeyeninin yerine $(L - \delta_h)$ konularak bulunur;

$$\delta_v = \frac{K_n}{M^n} [1 - \cos \left(\frac{M^n}{K_n} L \right)] \quad (4.17)$$

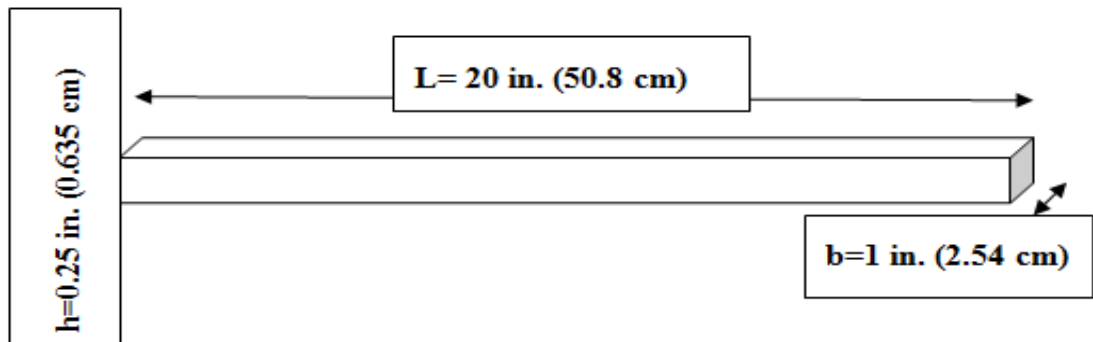
4.2.1 Konsol kiriş probleminin sayısal olarak ortaya koyulması

Konsol kirişin serbest ucundaki yatay ve düşey doğrultudaki yer değişimleri sayısal olarak bulmak amacıyla alüminyum alaşımı kullanılmıştır. Alüminyum alaşımının gerilme birim şekil değiştirme ilişkisi şu şekilde tariflenir;

$$\epsilon = 66.1 \epsilon^{0.209} \quad (4.18)$$

bu denklemde ϵ gerime olup birim ksi'dir. Bu kısımdan sonra tamamen ampirik eğri uydurma yolu izlenecektir (Lewis & Monasa, 1980).

Şekil 4.3'te dikdörtgen kesite sahip konsol kirişin ölçülerine bakılacak olursa;



Şekil 4.3 : Konsol kirişin üç boyuttaki ölçüleri.

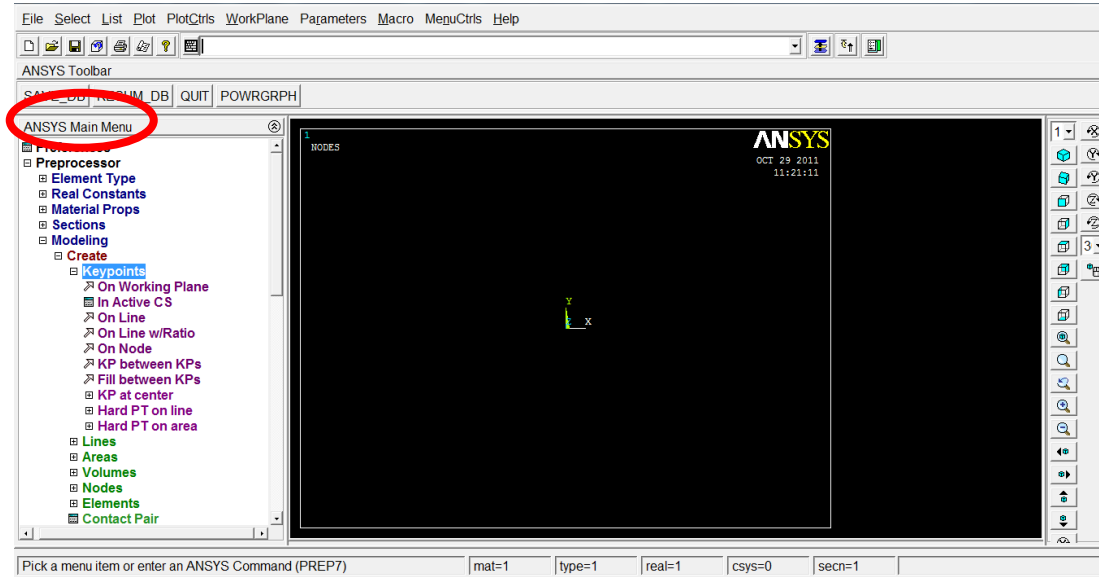
Burada önemli olan husus yukarıda yatay ve dikey doğrultudaki yer değişim formüllerinde ifade edilen;

$$L/(\frac{K_n}{M^n}) \quad (4.19)$$

ifadesinin serbest uçtaki dönmeyi temsil ettiği, ψ_0 , hiçbir zaman için $\frac{\pi}{2}$ değerini aşmayacak olmasıdır. Dolayısıyla ölçülerini belirlemiş olduğumuz konsol kirişin uzunluğu 20 in. (50.8 cm) olduğuna göre $\frac{K_n}{M^n}$ ifadesinin en az olarak 12.732 olduğu ortaya çıkar.

4.2.2 Konsol kiriş modeli geometrisinin ANSYS programı ile tanımlanması

Bu çalışmada ANSYS Release 12.0 versiyonu kullanılmıştır. Öncelikle keypoint'lerin oluşturulmasıyla başlanır. Böylelikle L uzunluğu tanımlanmış olacaktır. Bu işlem için Şekil 4.4'teki ekranın sol kısmında bulunan “Ansys Main Menu” kullanılacaktır.



Şekil 4.4 : ANSYS programı ana sayfası ve “ANSYS Main Menu”.

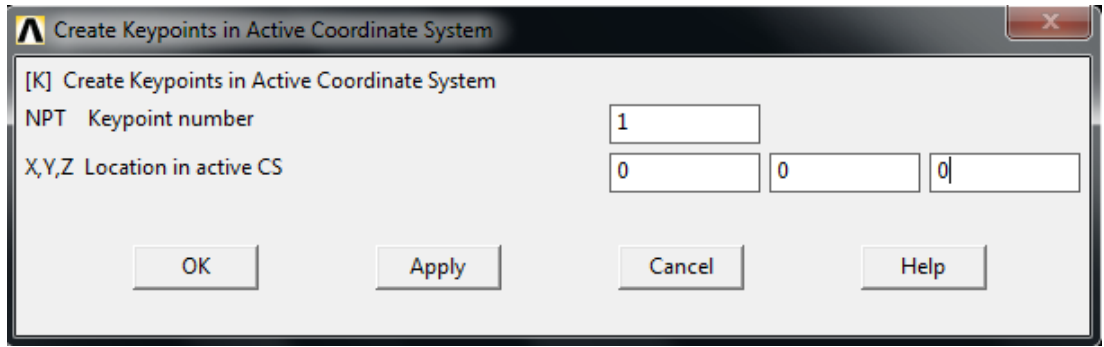
Ansyes Main Menu> Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS yolu izelenerek 508 mm uzunluğunda bir kiriş oluşturmak amacıyla 2 adet keypoint oluşturulur.

Çizelge 4.1 : Nokta koordinatları.

Keypoint	Coordinates (x,y)
1	(0,0)
2	(508,0)

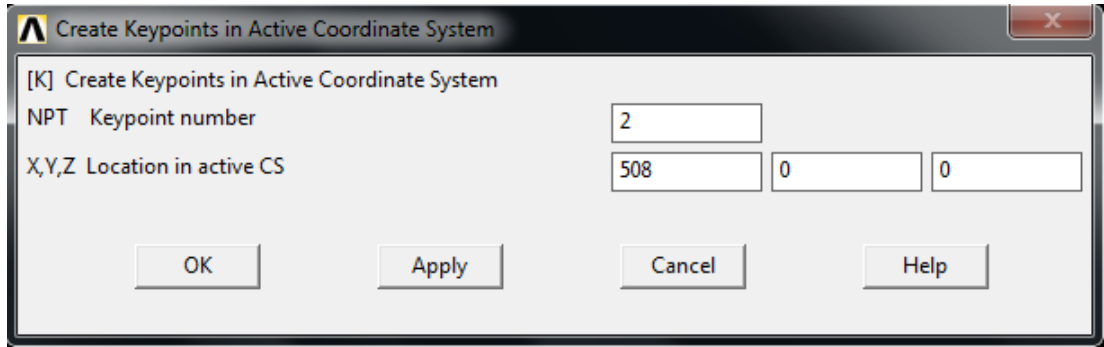
Kiriş uzunluğunu tanımlamak amacıyla oluşturulan 2 adet “keypoint”in koordinat sistemi üzerindeki yerleri

Çizelge 4.1’de görülmektedir.



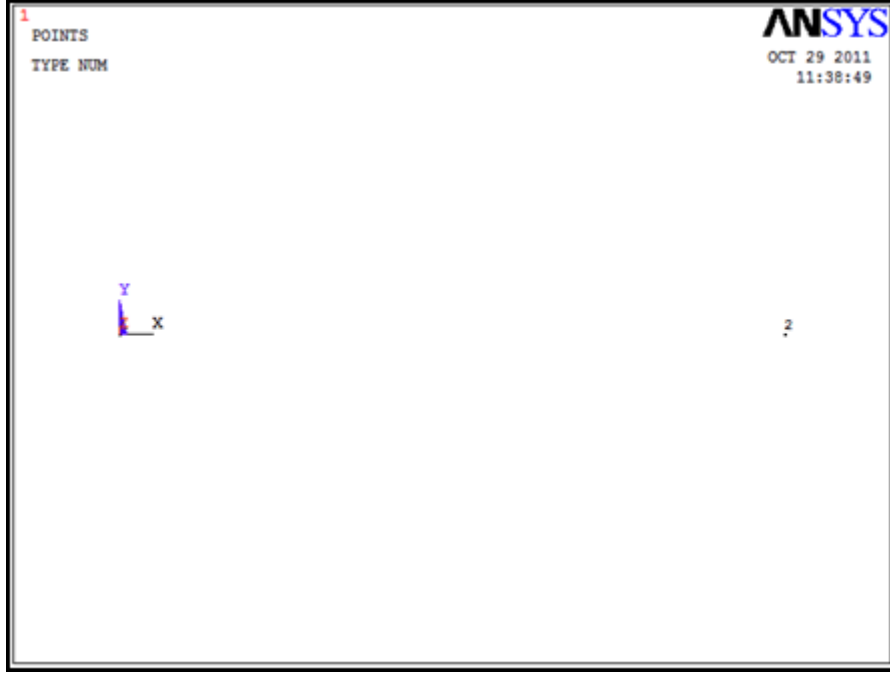
Şekil 4.5 : İlk nokta koordinat girişi.

Şekil 4.5’teki pencerede ilgili değerler girilerek “apply” butonuna basılarak ikinci keypoint girişi yapılır.



Şekil 4.6 : İkinci nokta koordinat girişi.

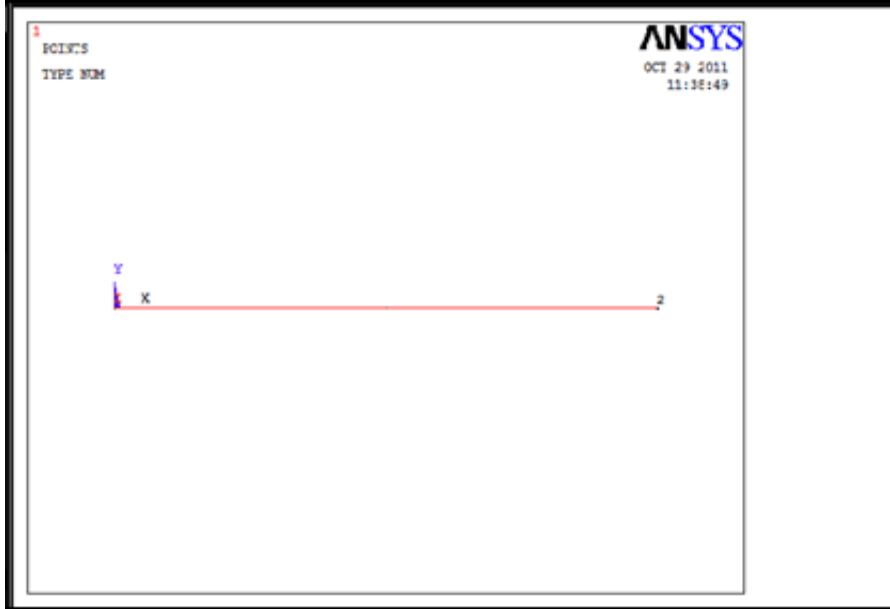
Şekil 4.6’daki pencerede ilgili değerler girilerek “ok” butonuna basılarak aktif CS’de 2 adet keypoint oluşturulmuş olur. Ansys ana ekranında 1 ve 2 numaralı keypoint’ler Şekil 4.7’deki gibi görülecektir;



Şekil 4.7 : İlk ve ikinci nokta oluşumu.

Bu iki keypoint oluşumundan sonra aralarını birleştirecek olan çizgiyi oluşturmak gerekmektedir.

Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > Straight Line yolu izlenir.

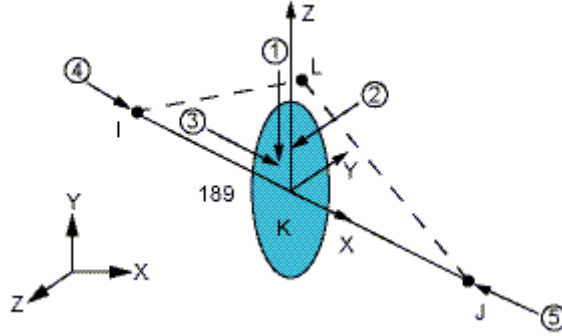


Şekil 4.8 : İki nokta arasındaki çizgi oluşumu.

Ekranda beliren menu sonrası yukarı işaret eden ok birer kere keypoint'lere tıklanarak Şekil 4.8'deki çizgi oluşturulur. Eleman tipinin belirlenmesi bu safhada en kritik işlerden biridir. Zira iki nedenden dolayı lineer olmayan hal içeren

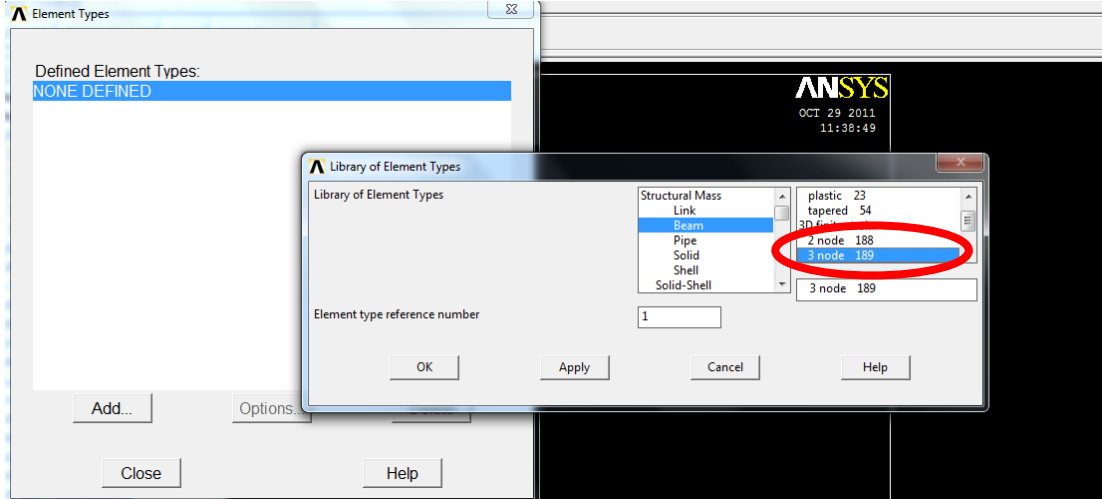
problemimizde hem lineer olmayan malzeme atanmasına izin verecek hem de büyük yer değişimlerin oluşumuna izin verecek bir eleman tipi seçilmesi lazımdır.

ANSYS programı içerisinde tanımlanmış eleman tiplerinden Şekil 4.9’da görülen “BEAM189” elemanı problemimizin özelliklerine en uygun eleman türüdür. Timoshenko kiriş teorisine uygundur. Bu eleman üç boyutlu olup üç düğüm noktasından oluşmuştur. Herbir düğüm noktasında altı veya yedi serbestliğe sahiptir.



Şekil 4.9 : “Beam 189” elemanı.

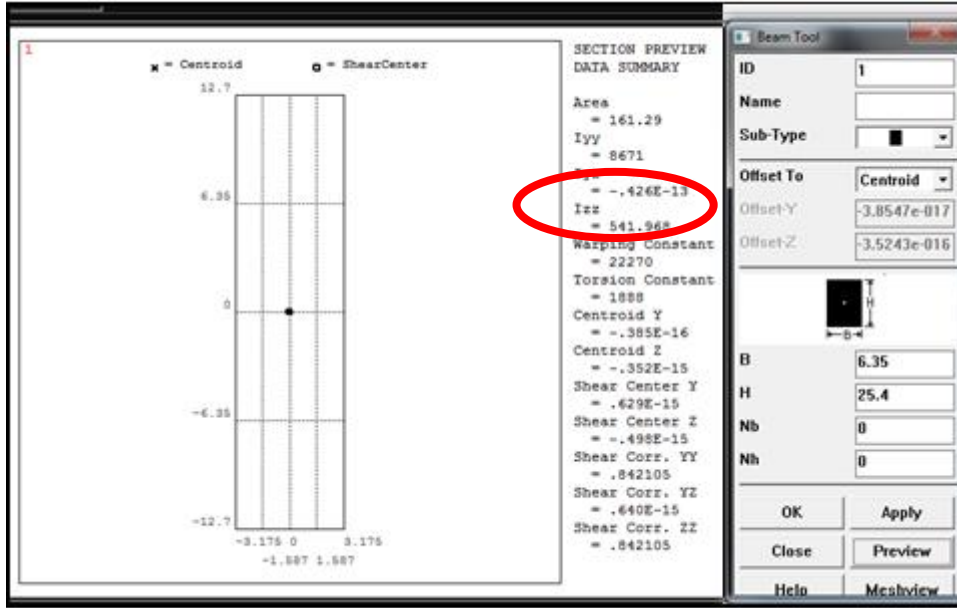
Preprocessor > Element Type > Add/Edit/Delete yolu izlenerek elde edilen menüde “beam” ve ardından “3node 189” seçilerek “ok” butonuna basılır. Bu arayüz Şekil 4.10’da görülmektedir.



Şekil 4.10 : Eleman türünün seçimi.

Şimdi ise sırada halen iki boyutlu olan geometrimizin üç boyutlu hale getirilmesi vardır. Bu işlem kesit tanımlama işlemi sayesinde gerçekleştirilecektir. Daha önce uzunluğu belirlenen geometri kesit boyutlandırılması ile son halini alacaktır.

Preprocessor > Sections > Beam>Common Sections yolu izelenerek Şekil 4.11'deki menüye ulaşılır.



Şekil 4.11 : Kesit Geometrisinin belirlenmesi.

görülebileceği üzere başlangıçta belirtilmiş olan kesit değerleri “b” ve “h” ile ifade edilen bölgeye girilerek aşağıdaki kesit elde edilir. Kesitin istenilen şekilde oluştuğunu;

$$I_{zz} = b \frac{h^3}{12} = 25.4 \frac{6.35^3}{12} = 541.968 \quad (4.20)$$

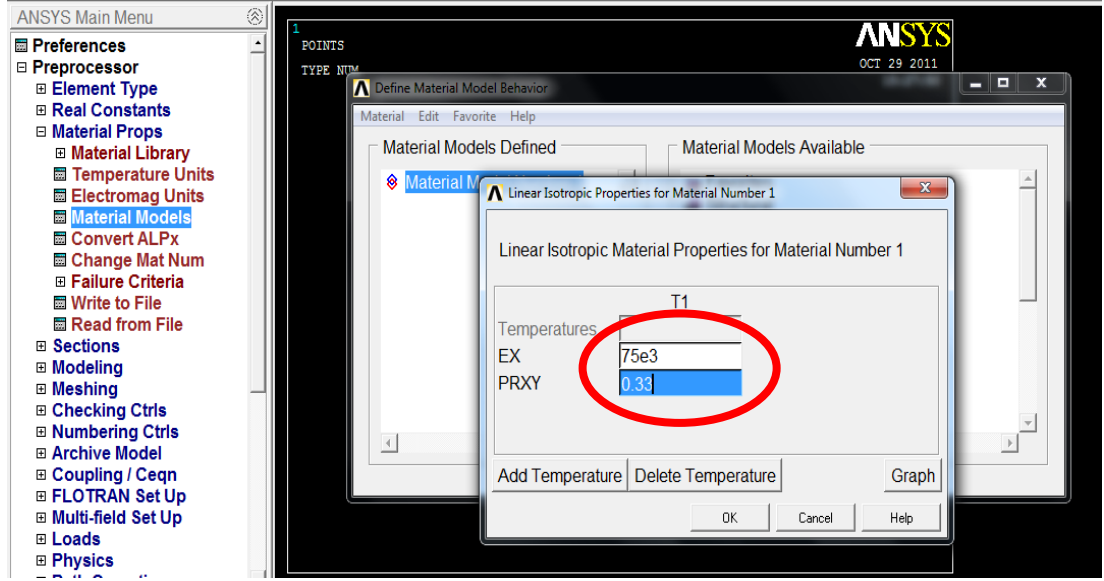
değerini kontrol ederek anlamış oluyoruz. Ayrıca kesit alanı;

$$A = b \times h = 25.4 \times 6.35 = 161.29 \quad (4.21)$$

olarak bulunur ki bu değer de ANSYS programı tarafından hesaplanan değerle aynıdır. Dolayısıyla dikdörtgen kesit de tanımlanmış olur.

Bu noktadan sonra problemimizin iki lineer olmayan özelliğinden ilki yani malzeme özelliğini ANSYS programına tanıtılması gerekmektedir. Bu işlem iki aşamada yapılacaktır. ANSYS programı malzemenin lineer olmayan özelliklerini tanımlayabilmemiz için lineer özelliklerini girmemizi ön şart olarak sunduğundan dolayı malzeme lineermiş gibi düşünülerek özellikler ilgili menülere girilir.

Preprocessor > Material Props > Material Models > Structural > Linear > Elastic > Isotropic yolu izlenir. Şekil 4.12'de elastisite modülü ve poisson oranının tanımlandığı pencere görülmektedir.



Şekil 4.12 : Lineer malzeme özelliklerinin tanımlanması.

Burada EX ile malzemenin elastisite modülü 75000 Mpa olarak, Poisson oranı ise 0.33 olarak tanımlanmıştır. Böylelikle malzemenin (alüminyum alaşımı) temel malzeme özellikleri girilmiş olur.

Bu aşamada ise malzemenin non-lineer özelliğinin tanımlanması gerekmektedir. Soru tanımında da belirtildiği gibi malzememiz plastik bölgede;

$$\sigma = 66.1\epsilon^{0.209} \quad (4.22)$$

ifadesine uygun bir davranış sergilemektedir.

Bu ifadeden 66.1 ksi biriminde olduğu için bu birim Mpa yani $\frac{N}{mm^2}$ olarak tanımlanmalıdır.

$$\sigma = 455.74\epsilon^{0.209} \quad (4.23)$$

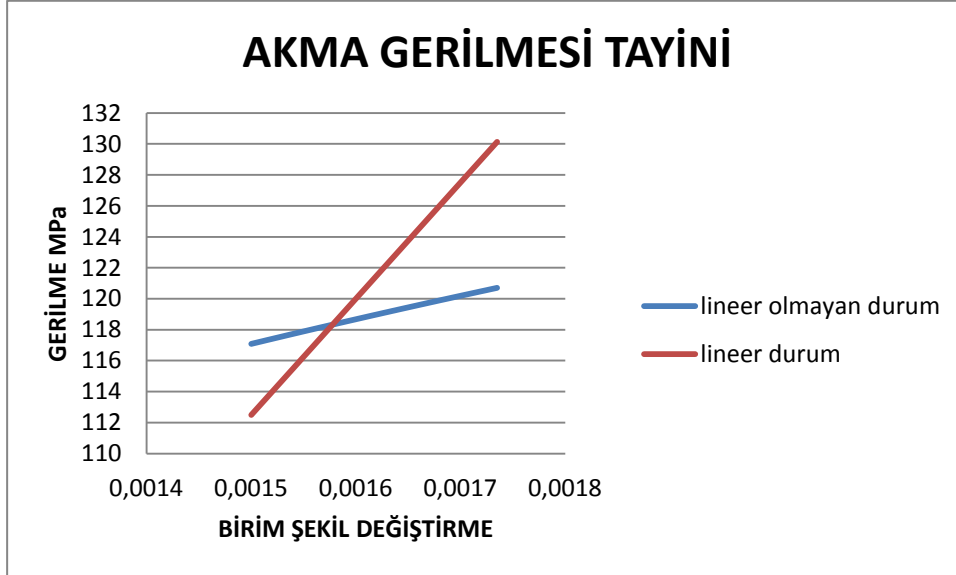
Bu ifade ile tanımlanan karakteristik ANSYS programında “Nonlinear Isotropic (NLISO)” şeklinde ifade edilmektedir.

“non-linear stress-strain relationship” kısmında belirtilen birçok seçenek arasında NLISO’nun seçilmesi malzememizin 0.209 kuvveti ile lineer olmayan özellik göstermesidir. Yani malzeme gerilme değerindeki küçük artışlara karşın çok büyük birim şekil değiştirme durumuna geçmektedir.

Akma gerilmesinin belirlenmesi dolayısıyla elastik-plastik bölge geçişi ANSYS programına tanıtılmadan ANSYS malzemenin lineer olmayan özelliklerini

görmezden gelip sanki lineermiş gibi davranarak çözüme gitmektedir. Bu ise yanlış sonuçlar doğurmaktadır.

Akma gerilmesinin belirlenmesi EXCEL programı yardımıyla yapılmıştır.

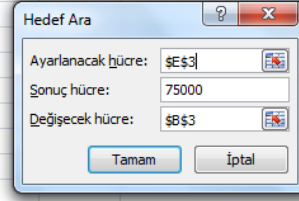


Şekil 4.13 : Akma gerilmesi tayini için oluşturulan grafik.

Şekil 4.13'te bulunan grafikte kırmızı ile görülen kısım $E=75000$ olduğu durumdaki doğrusal lineer özellik gösteren malzemenin gerilme-birim şekil değiştirme ikili değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Mavi ile görülen kısım ise $\sigma = 455.74\epsilon^{0.209}$ ifadesi gereğince lineer olmayan davranış sergileyen malzemenin gerilme-birim şekil değiştirme ikili değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Bu iki grafiğin kesişme noktası eğimi sabit ve 75000 olan lineer grafik ile eğimi değişken olan lineer olmayan grafiğin eğiminin 75000 olduğu noktadır. Grafikten yaklaşık bir değer görüleceği gibi daha kesin sonuç elde edebilmek amacıyla;

Veri>Durum Çözümlemesi>Hedef Ara yolu izlenerek, eğimin 75000 olduğu gerilme-birim şekil değiştirme ikili değerleri otomatik hesaplatılır.

lineer olmayan durum $\epsilon=455.74e^{-0.209}$		lineer durum	
gerilme (Mpa)	birim şekil değiştirme	E=6/e elastisite modülü (eğim)	
117,0901119	0,0015	78060,07462	
117,1715774	0,001505	77854,86869	
117,252829	0,00151	77650,88015	
117,3338681	0,001515	77448,09778	
117,414696	0,00152	77246,5105	
117,4953138	0,001525	77046,10738	
117,5757227	0,00153	76846,87761	
117,6559241	0,001535	76648,81051	
117,7359192	0,00154	76451,89555	
117,815709	0,001545	76256,12233	
117,8952948	0,00155	76061,48054	
117,9746779	0,001555	75867,96005	
118,0538593	0,00156	75675,55081	
118,1328402	0,001565	75484,24292	
118,2116217	0,00157	75294,02657	
118,2902051	0,001575	75104,8921	
118,3685913	0,00158	74916,82995	
118,4467816	0,001585	74729,83066	
118,524777	0,00159	74543,88492	



Şekil 4.14 : Grafik üzerinde hedef arama.

Şekil 4.14'te görülen ayarlanacak hücre kısmına elastisite modülü hücresi, sonuç hücre kısmına 75000, değişecek hücre kısmına ise aynı satırda yer alan birim şekil değiştirme hücresi seçilerek ilgili gerilme değeri Şekil 4.15'te görüleceği üzere 118.33 MPa olarak bulunur.

lineer olmayan durum $\epsilon=455.74e^{-0.209}$		lineer durum	
gerilme (Mpa)	birim şekil değiştirme	E=6/e elastisite modülü (eğim)	
118,3338945	0,001577785	75000	
118,4121715	0,001582785	74812,53108	
118,4902531	0,001587785	74626,11982	
118,5681404	0,001592785	74440,75695	
118,6458346	0,001597785	74256,43331	
118,7233367	0,001602785	74073,13985	
118,8006478	0,001607785	73890,86763	
118,877769	0,001612785	73709,6078	
118,9547013	0,001617785	73529,35163	
119,0314457	0,001622785	73350,09049	
119,1080033	0,001627785	73171,81585	

Şekil 4.15 : Akma gerilmesi tayini.

Elde edilen 118.33 Mpa'lık değer akma gerilme değerini vermekte olup, bu değer ANSYS programı açısından önemi büyüktür. Çünkü ANSYS programı lineer davranış şekline lineer olmayan davranış şekline bu akma sınırını baz alarak geçmektedir. Dolayısıyla bu sınıra kadar daha önce ANSYS programına tanıtılmış olan lineer elastisite modülü ve poisson oranını kullanarak gelmekte bu sunurdan sonra ileride tanıtılacak lineer olmayan malzeme özelliğini kullanarak devam edecektir.

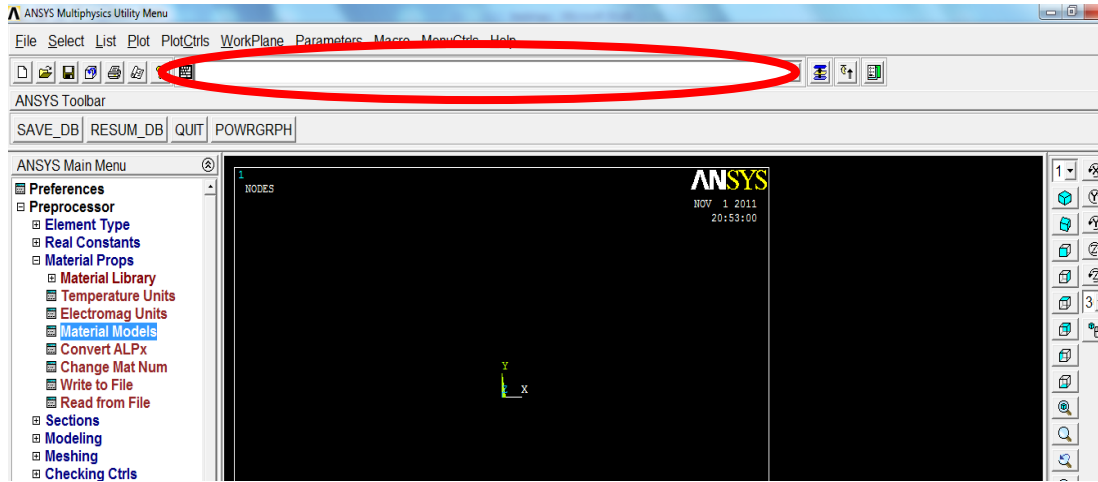
Malzemenin lineer olmayan özelliğini ANSYS programına girerken malzemenin davranışına en uygun modül kullanılmalıdır.

Öncelikle “TB” komutu ANSYS programındaki lineer olmayan malzeme özelliğini aktive eden bir komuttur. Bu komuttan sonra malzemenin hangi kurala riayet ederek lineer olmayan özellik gösterdiği değerlendirilmelidir. İzotropik pekleşme özelliğine sahip ve bu pekleşmenin bir üslü ifade ile tariflenmesi hali var ise, bu durumun “NLISO” şeklinde ANSYS programında tariflendirilen “non-linear isotropic hardening” kısmına uygun olduğu görülmektedir. Ayrıca bu modülün “von mises” ya da “hill plastisite”yi esas alması da problemimiz için uygundur. “NLISO” modülünün uyumlu olduğu eleman tipleri arasında “beam189”un da olması çözüm için doğru kriterlerin seçildiğini doğrulamaktadır.

Bu bilgiler doğrultusunda Şekil 4.16’da görülen ANSYS “Command Prompt” kısmına aşağıdaki kodları girmemiz gerekmektedir;

TB,NLISO,1,,2,POWER (enter)

TBDATA,1,118.33,0.209 (enter)

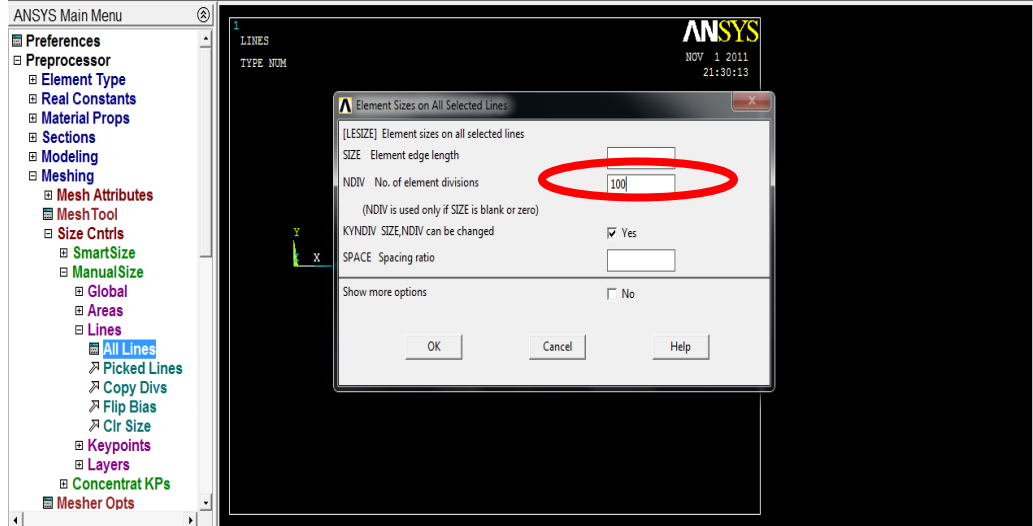


Şekil 4.16 : ANSYS komutlarının girilmesi.

Bu yazılan kodlar malzemenin “NLISO” davranışı göstereceğini, bunu bir üslü ifade ile yani 0.209’u kullanarak yapacağını, aynı zamanda bu lineer olmayan özelliği 118.33 Mpa olan akma sınırından sonra aktive edeceğini göstermektedir.

Daha önce oluşturulan geometri “mesh” özelliği ile sonlu elemanlara bölmek gerekmektedir. Bu amaçla;

Preprocessor > Meshing > Manual Size > Size Cntrl's > Lines > All Lines yolu izlenir.



Şekil 4.17 : Oluşturulan çizginin parçalar halinde incelenmesi.

Şekil 4.17’de açılan pencerede elemanın ne kadar uzunluktaki parçalardan oluşacağı ya da kaç parçaya ayrılacağı seçenekleri vardır. Elemanın 100 parçada incelenmesi için ilgili yere giriş yapılır.

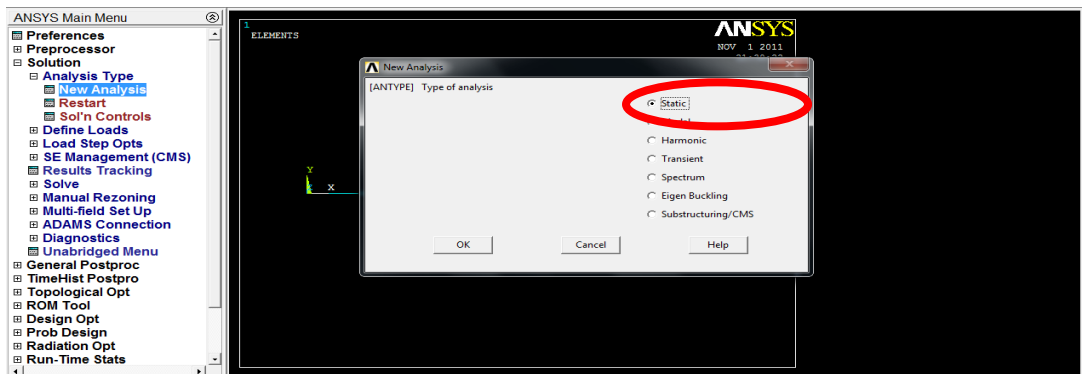
Yukarıda tanımlanan eşit parçalara bölme işi şu şekilde uygulanır;

Preprocessor > Meshing > Mesh > Lines > click 'Pick All'

4.3 Konsol Kiriş Modeli Geometrisinin ANSYS Programı İle Çözümü

Öncelikle yapılacak olan analizin türü belirlenmelidir. Bu amaçla Şekil 4.18’de görülen;

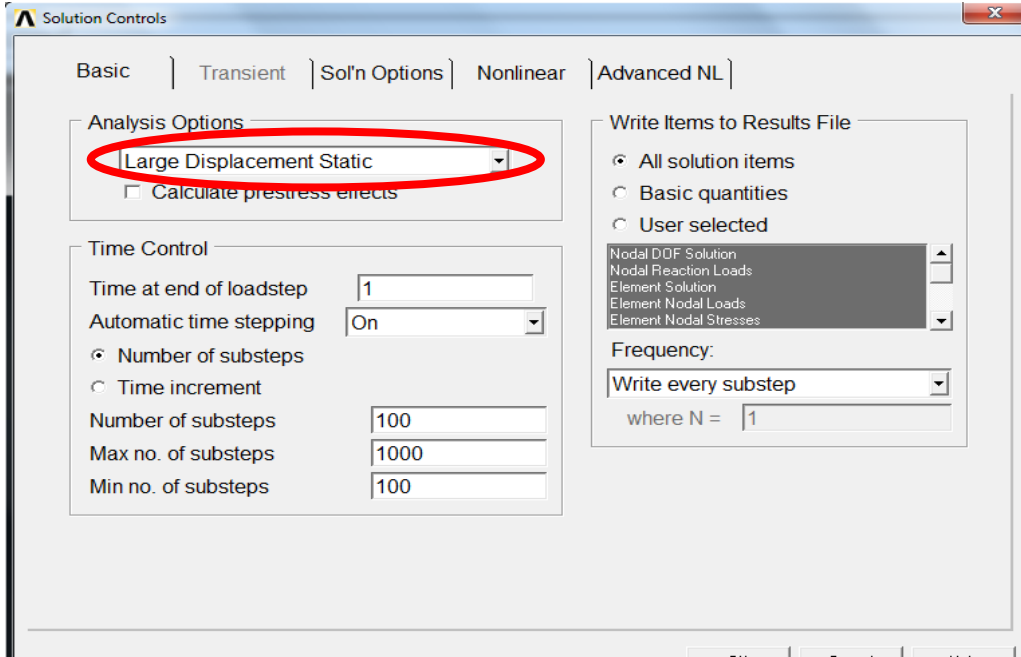
Solution >Analysis Type> New Analysis > Static yolu izlenir.



Şekil 4.18 : Analiz türünün belirlenmesi.

Analiz türünün belirlenmesinden sonra analiz kriterleri ve analiz esnasında yapılacak hesabın sınırları ve türü belirtilmelidir. Bu amaçla;

Solution > Analysis Type > Sol'n Control yolu izlenir. Şu şekilde bir pencere ilşe karşılaşılır;



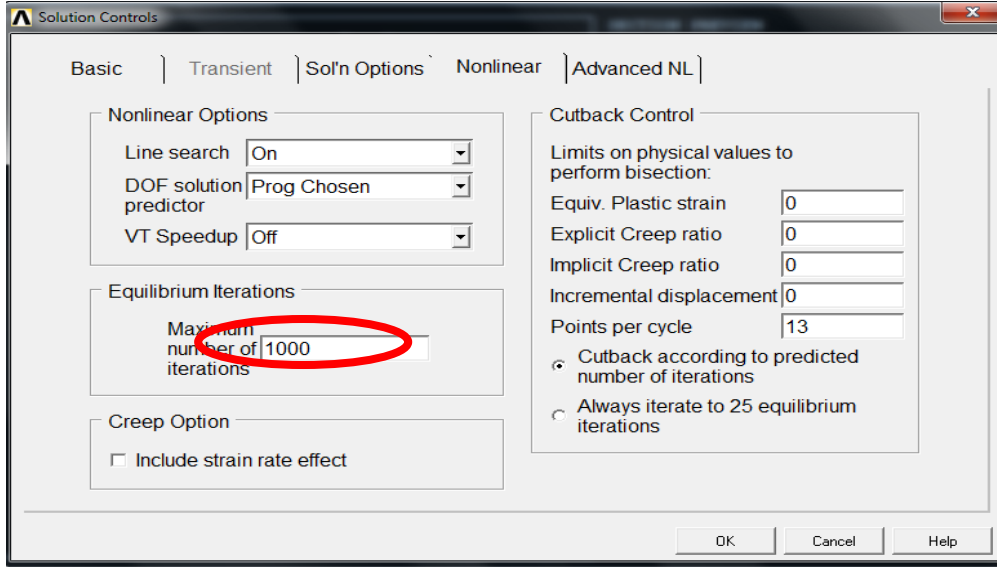
Şekil 4.19 : Büyük yer değışim seçeneğinin seçimi.

Şekil 4.19’da görüleceğİ üzere “basic” kısmın “analysis options” seçeneklerinin içinde bulunan “large displacement static” seçilir. Böylelikle daha önce malzeme özelliğİ bakımından tanımlanmış lineer olmayan durumun ikinci kısmı olan ve büyük yer değışimlerin neden olduğİ lineer olmayan kısım tanımlanarak her iki lineer olmayan durumun ANSYS programına girişı yapılmış olur.

Zaman kontrolü açısından parametreler de “basic” kısmı içerisinde belirlenir. Yapılacak çözüm işlemleri için kullanılacak toplam zaman “1” olarak belirlenmekle beraber bu zaman minimum 100, maksimum ise 1000 alt adımlara bölünmüş böylelikle iterasyon ile gerçek çözüme oldukça yaklaşılmaya çalışılmıştır.

Elde edilecek sonuçların tüm verileri kapsayacağı ve her bir adım için ayrı değİlendirileceğİ durumu ise “write items to result file” kısmında belirlenmiştir.

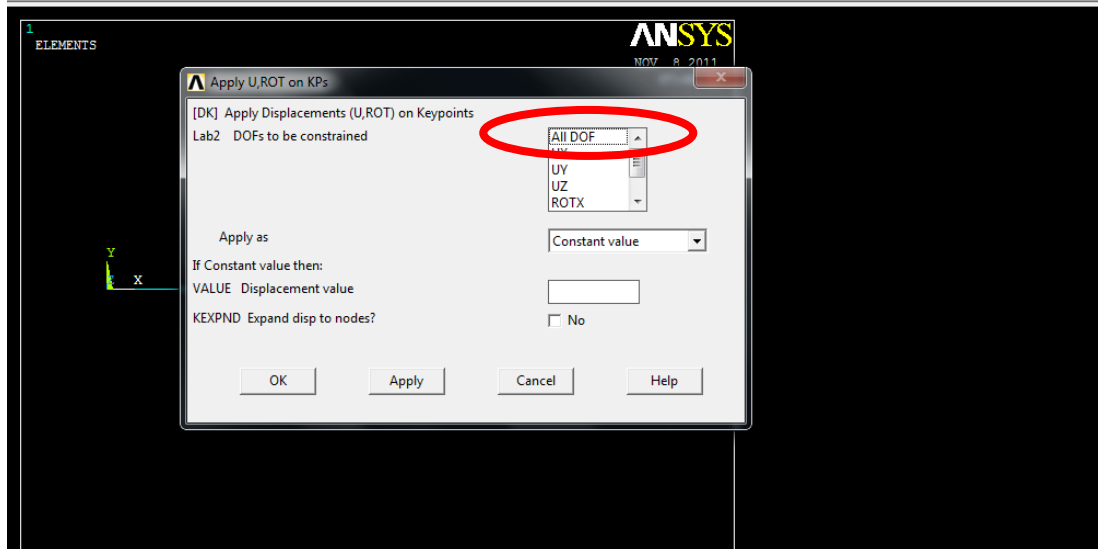
“nonlinear” kısmı da çözüm parametrelerini belirlemek amacıyla kullanılmaktadır. Bu kısımda ANSYS programının standart olarak belirlediğİ seçeneklere ek olarak “nonlinear options” seçenekleri arasında “line search” seçeneğİ “on” konumuna getirilir. Ayrıca Şekil 4.20’deki “equilibrium iterations” kısmına “maximum number of iterations” 1000 olarak belirlenerek daha önce seçilen zaman alt adımları ile uyumlu ve hassas bir çözüm elde edilmesi sağlanır.



Şekil 4.20 : İterasyon sayısının belirlenmesi.

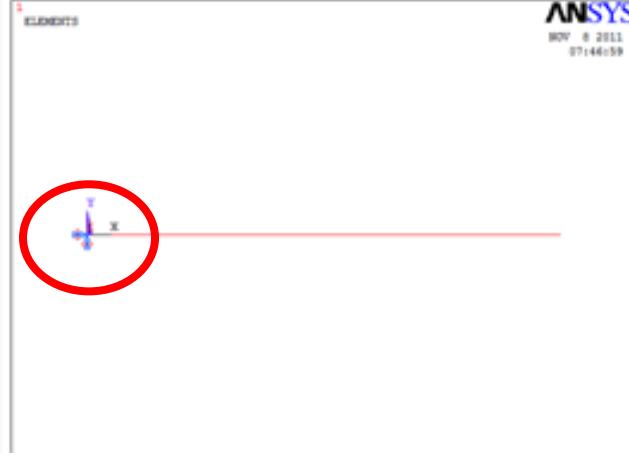
Konsol kirişin ankastre mesnet özelliğini taşıyabilmesi amacıyla bir ucunun sabit olması gerekmektedir. Koordinat sisteminde 0,0,0 noktasına daha önce yerleştirilmiş olan ilk noktanın sabit uç olarak belirlenmesi amacıyla;

Solution > Define Loads > Apply > Structural > Displacement > On Keypoints yolu izlenir. Çıkan menü dahilinde siyah ekran üzerinde ilk noktanın bulunduğu yer işaretlenerek “apply” seçeneği seçilir.



Şekil 4.21 : Kiriş sol ucunun sınırlandırılması.

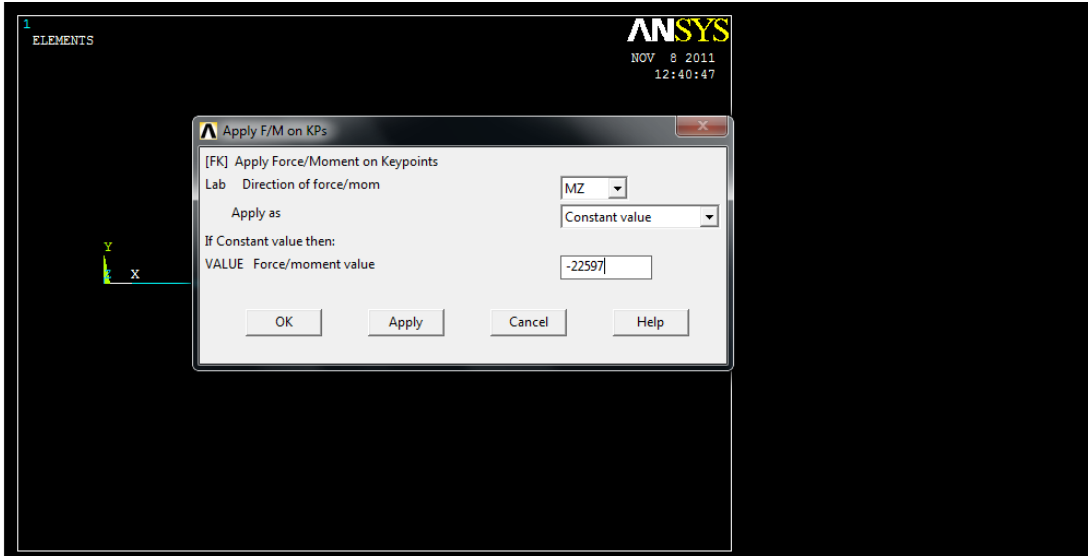
Şekil 4.21’de ortaya çıkan menü bize hangi parametrelerin sınırlandırılması gerektiğini seçebileceği şekilde oluşmaktadır. “all DOF” seçeneği seçilerek ilk nokta tamamen sınırlandırılır. Bu durum Şekil 4.22’de görülmektedir.



Şekil 4.22 : Kiriş sol ucunun ankastre özelliğini kazanması.

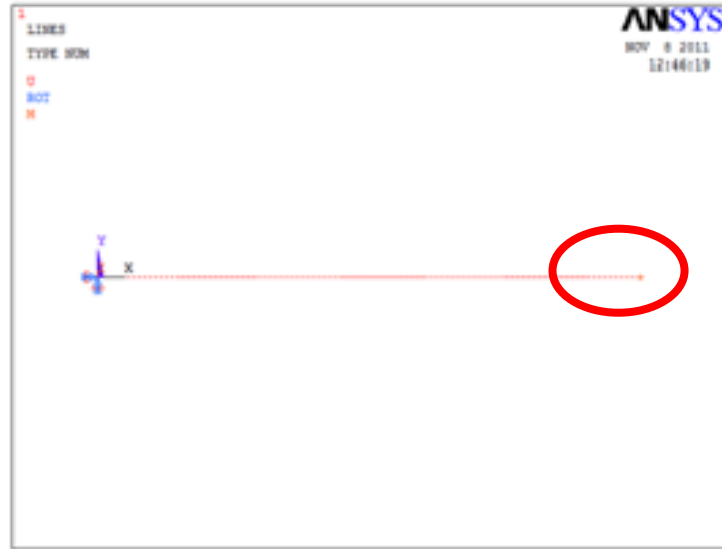
Serbest uca ise moment etki edecektir. Birçok moment değeri etki edeceğinden burada sadece ilk moment değerinin serbest uca nasıl uygulandığı gösterilecektir. Diğer moment değerleri de aynı şekilde uygulanmaktadır.

Solution > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment > On Keypoints yolu izlenerek;



Şekil 4.23 : Kirişin sağ ucuna kuvvet moment uygulanması.

Şekil 4.23'te oluşan pencerede öncelikle uygulanacak momentin doğrultusu belirlenir. "MZ" seçeneği seçilerek sağ el kuralına göre "z" eksenini etrafında oluşan moment olduğu belirlenir. Yön ise momentin değeri "value" kısmına girilirken "-" kullanılmasıyla belirlenmiş olur. Makalede uygulanan moment değerleri sırayla uygulanır. İlk değer 36155.1 Nmm'lik değerdir.



Şekil 4.24 : Kirişin sağ ucuna uygulanan momentin görünüşü.

Şekil 4.24'te serbest uçta uygulanan momentin neden olduğu değişiklik gözlemlenebilir. Uygulanan bu moment ve yapılan sabitleme işlemi Şekil 4.25'te görülen şekilde de kontrol edilebilir;

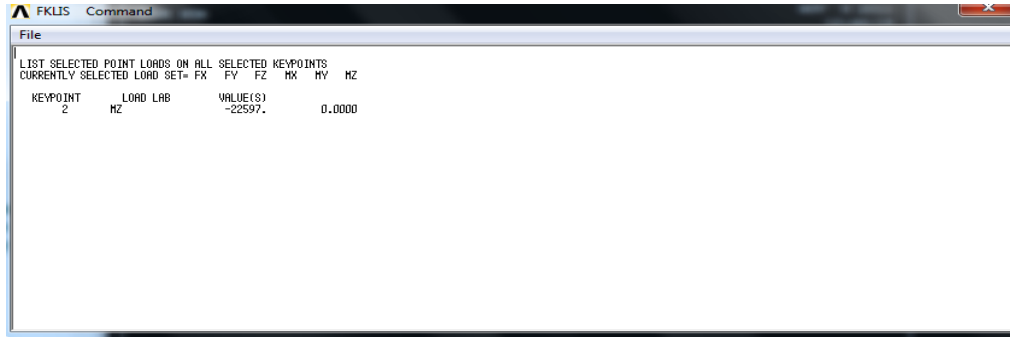
List>Loads>DOF constraints>on all keypoints

List>Loads>Forces> on all keypoints

DKLIS Command					
File					
LIST SELECTED DOF CONSTRAINTS ON ALL SELECTED KEYPOINTS					
CURRENTLY SELECTED DOF SET= UX UY UZ ROTX ROTY ROTZ					
KEYPOINT	LOAD LABEL	VALUE(S)		EXP	KEY
1	UX	0.0000	0.0000		0
1	UY	0.0000	0.0000		0
1	UZ	0.0000	0.0000		0
1	ROTX	0.0000	0.0000		0
1	ROTY	0.0000	0.0000		0
1	ROTZ	0.0000	0.0000		0

Şekil 4.25 : Hareketi kısıtlanan noktanın kontrol edilmesi.

İlk oluşturulan noktada uygulanan sınırlandırma görülmektedir.

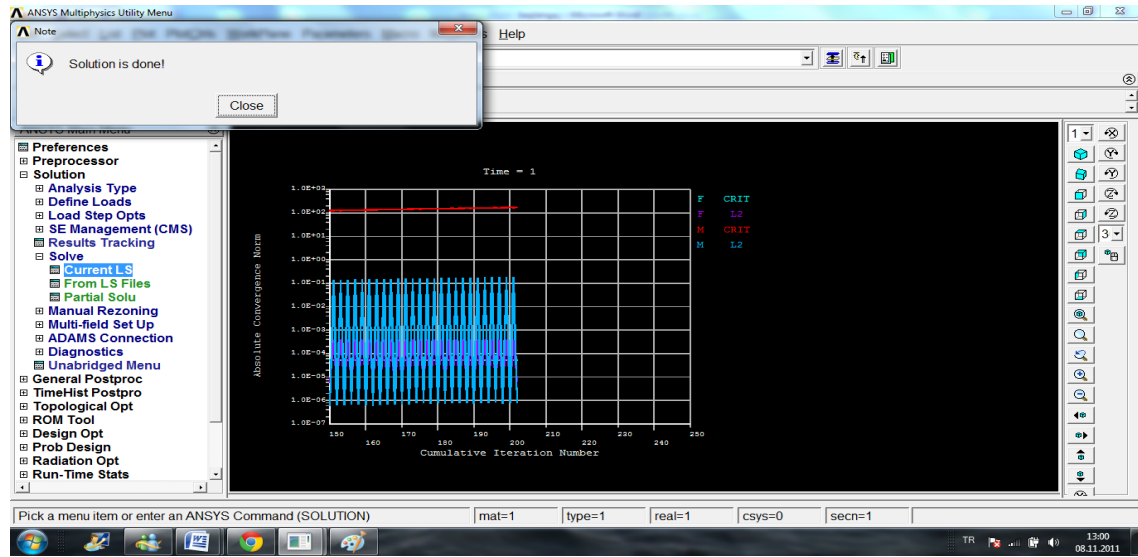


Şekil 4.26 : Uygulanan momentin kontrol edilmesi.

İkinci noktaya uygulanan moment değeri, doğrultusu ve yönü Şekil 4.26'da görülen değerler ile kontrol edilir.

Bütün şartların oluşturulduğu problem ANSYS programına tamamen tanıtıldıktan sonra çözüm yaptırılır.

Solution > Solve > Current LS

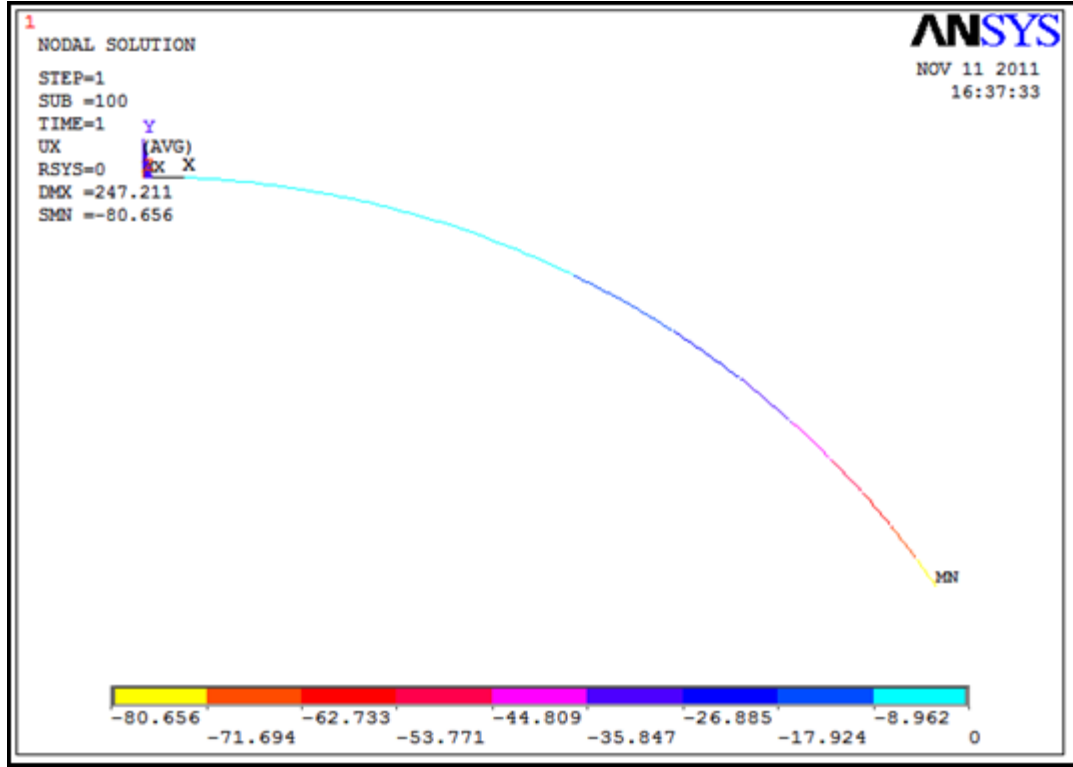


Şekil 4.27 : Problemin ANSYS programı ile çözümü.

Çözüm sırasında herhangi bir hata mesajı ile karşılaşmamaktadır. Dolayısıyla tanımladığımız sınırların eksiksiz çalıştığı görülebilir. Çözüm esnasında Şekil 4.27'deki görünüm elde edilecektir.

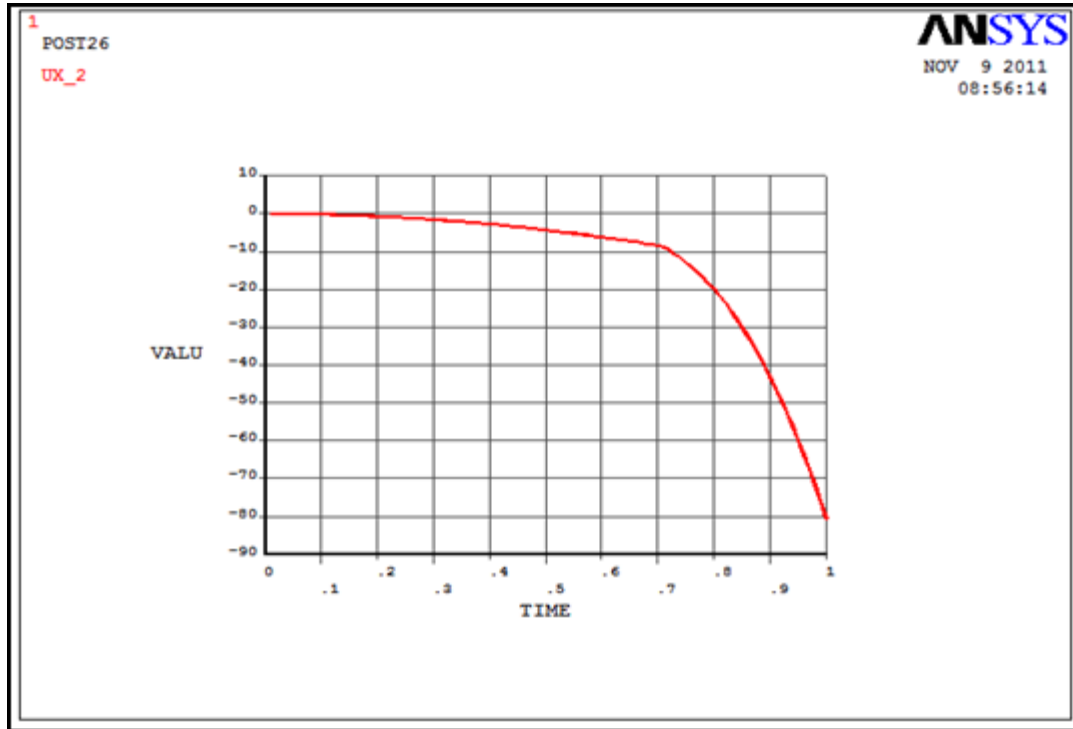
4.4 ANSYS Programı İle Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi

Şimdi üç değişik moment değerinin oluşturulan ankastre mesnetli konsol kirişe uygulanmasıyla elde edilen yer değişimleri ve bu yer değişimlerin zamana bağlı değişimi incelenecektir.



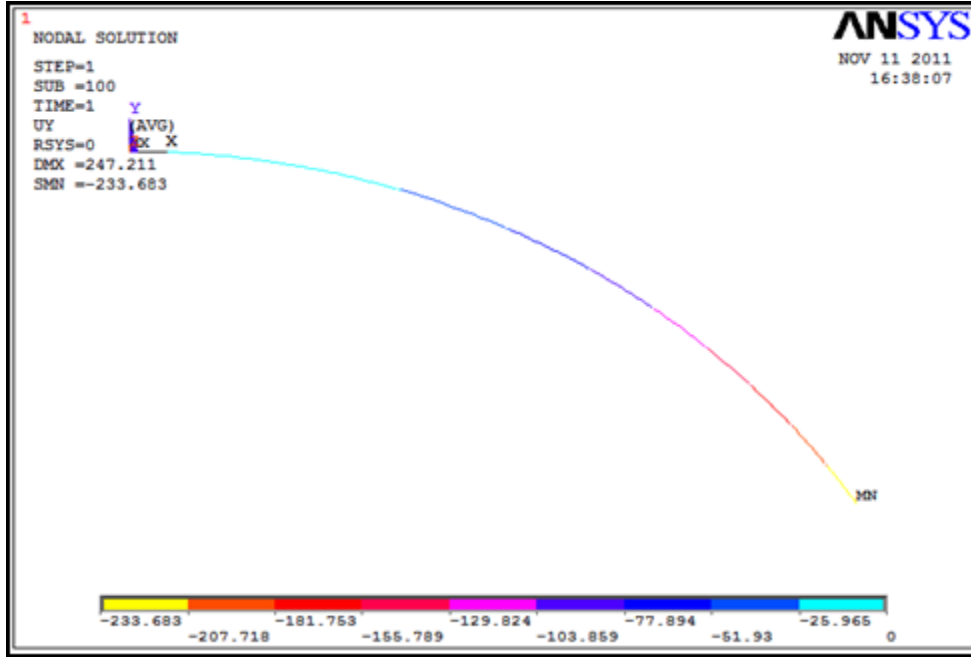
Şekil 4.28 : X ekseninde oluşan yer değişim.

Makalede δ_h olarak belirtilen x eksenini doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 36155.1 Nmm'lik moment sonucunda Şekil 4.28'deki gibi oluşmaktadır.



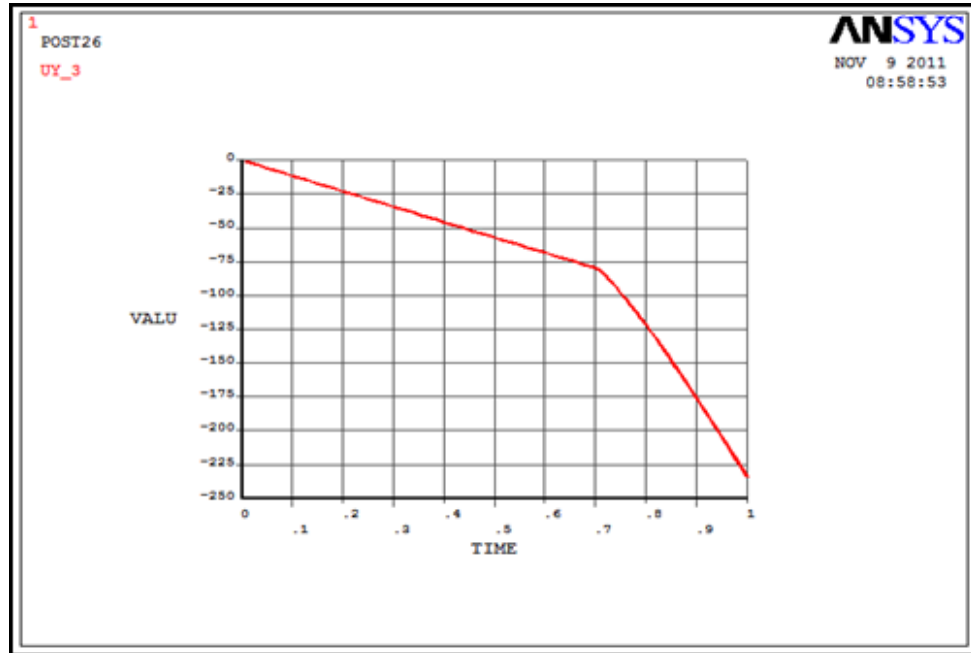
Şekil 4.29 : X ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.

Yer değişimin öncelikle lineer bir şekilde arttığını belli bir noktadan sonra lineer olmayan şekilde daha büyük yer değişimleri oluşturacak şekilde olduğu Şekil 4.29’da gözlemlenebilir.



Şekil 4.30 : Y ekseninde oluşan yer değişim.

Makalede δ_y olarak belirtilen y eksenini doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 36155.1 Nmm’lik moment sonucunda Şekil 4.30’daki gibi oluşmaktadır.



Şekil 4.31 : Y ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.

Yer değişimin öncelikle lineer bir şekilde arttığını belli bir noktadan sonra lineer olmayan şekilde daha büyük yer değişimleri oluşturacak şekilde oluştuğu Şekil 4.29’de gözlemlenebilir.

Uygulanan diğer moment değerleri sonucunda oluşmuş yer değişim grafikleri EK A1’de verilmiştir.

4.5 ANSYS Programı ile Elde Edilen Sonuçlar ve Teorik Sonuçların

Karşılaştırılması

Teorik çözümde direk olarak lineer olmayan malzeme özelliğine göre çözüm yapılmaktadır. ANSYS programında ise malzemenin lineer özelliği belirlenip elastik plastik bölge geçişi sağlanmadan direk olarak lineer olmayan malzeme özelliği üzerinden çözüme gidilmemektedir. Dolayısıyla lineer ve lineer olmayan bölge geçişi oluşmakta ve bu nedenden dolayı makalede elde edilen değerler ile ANSYS programında elde edilen değerler arasında küçük sapmalar meydana gelmektedir.

Elde edilen sonuçların karşılaştırılması Çizelge 4.2’de görölmektedir.

Çizelge 4.2 : Moment ve yer değişim değerleri.

	MAKALE DEğERLERİ (mm)		ANSYS DEğERLERİ (mm)		HATA ORANI	
MOMENT DEğERİ (Nmm)	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v
36155.1	72,4	222,8	80,7	233,7	11,41%	4,87%
38414.8	124,8	280,5	112,9	269,4	9,59%	3,97%
39544.7	160,6	308,4	143,9	296,2	10,42%	3,94%

5. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMENİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ

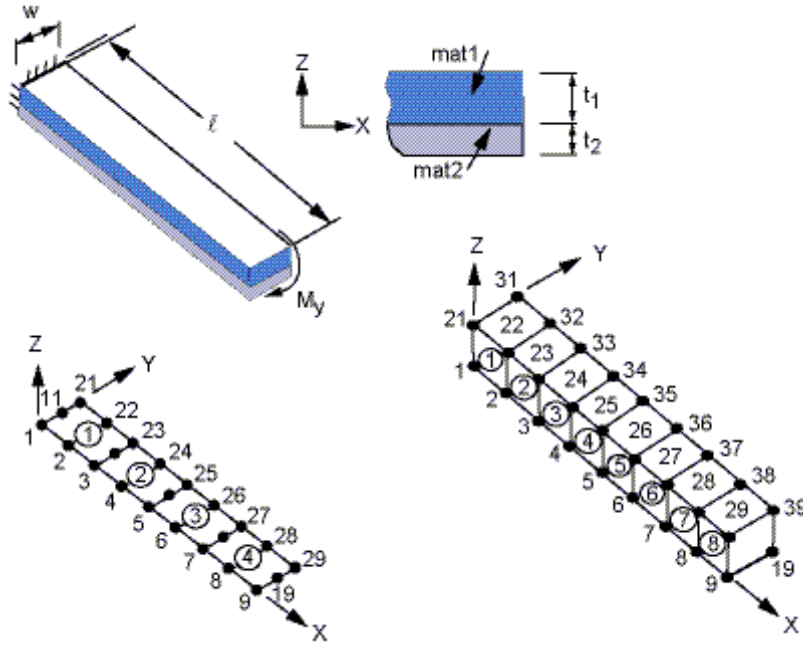
Fonksiyonel derelendirilmiş malzemeler daha önce tanımlanmış birden fazla fazın bir profil içerisine yerleştirmesi ile modellenenebilir. ANSYS programı kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme modellemesi yapmak derecelendirilmiş veya homojen eleman türleri kullanılarak yapılabilir.

5.1 ANSYS Programı ile Tek Katmanlı Problem Örneği

“Solid shell” eleman tipinin kullanılmasının hem geometrik lineer olmayan durum olan büyük yer değişim özelliği için uygun olduğu hem de malzeme elastisite modülünün lineer olmayan özelliğini karşıladığı, dolayısıyla fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme modellenmesinde elemanın kalınlığı doğrultusunda yapılacak tabakalandırma ve bu tabakaların özelliklerinin değiştirilmesiyle fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme etkisini oluşturmaın mümkün olacağı anlaşılmıştır.

“Solid shell 190” eleman tipi büyük yer değişim oluşumuna izin veren “shell” ve “solid” eleman tipi özelliklerini birarada toplayan yeni hibrit bir eleman tipidir ve fonksiyonel dercelendirilmiş malzeme modellenmesine son derece uygundur. Modelleme yapılırken dikkat edilecek husus öncelikle birçok tabakadan oluşan kirişin tek tip malzeme kullanılarak oluşturulması ardından tabakalara ait malzeme özelliklerinin oluşturulmasıdır (Rahimi ve Davoodinik, 2009)

Rahimi ve Davoodinik’in de makalelerinde belirtmiş oldukları “solid shell 190” elemanın yerine ANSYS programının yeni versiyonlarında kullanmış olduğu ve FGM için 190 kodlu eleman ile benzer özellikleri taşıyan “solid 185” elemanı kullanılmıştır.



Şekil 5.1 : Kompozit kiriş problem taslağı.

Lewis ve Monasa'nın bir önceki kısımda çözülmüş olan problem tanımındaki aynı geometrik ölçüler kullanılarak yeni problemin tanımı yapılır. Şekil 5.1'de görülen t_1 ve t_2 tabaka kalınlıkları tek bir tabaka gibi düşünülerek 6.35 mm olarak tanımlanır. Bu katmandaki malzeme özelliği ise alışılmış olan sabit bir elastisite modülü ile değil lineer olmayan özellik gösteren malzeme özelliği ile tanımlanır.

5.1.1 ANSYS kodu ile tek katmanlı problemin modellenmesi ve çözülmesi

Problem ile ilgili yapılan işlemler aşağıda görülen ANSYS kodlarından incelenebilir;

```

ANTYPE,STATIC
ET,1,SOLID185      ! LAYERED SOLID ELEMENT
KEYOPT,1,2,2      ! ENHANCED STRAIN FORMULATION
KEYOPT,1,3,1      ! LAYERED SOLID
KEYOPT,1,8,1      ! WRITE LAYER RESULTS
SECTYPE,1,SHELL
SECDATA,6.35,1    ! LAYER 1: 6.35 THK

MP,EX,1,7.5e4     ! MATERIAL 1 PROPERTIES
MP,NUXY,1,0.33
TB,NLISO,1,,2,POWER
TBDDATA,1,(118.33/2),0.209

```

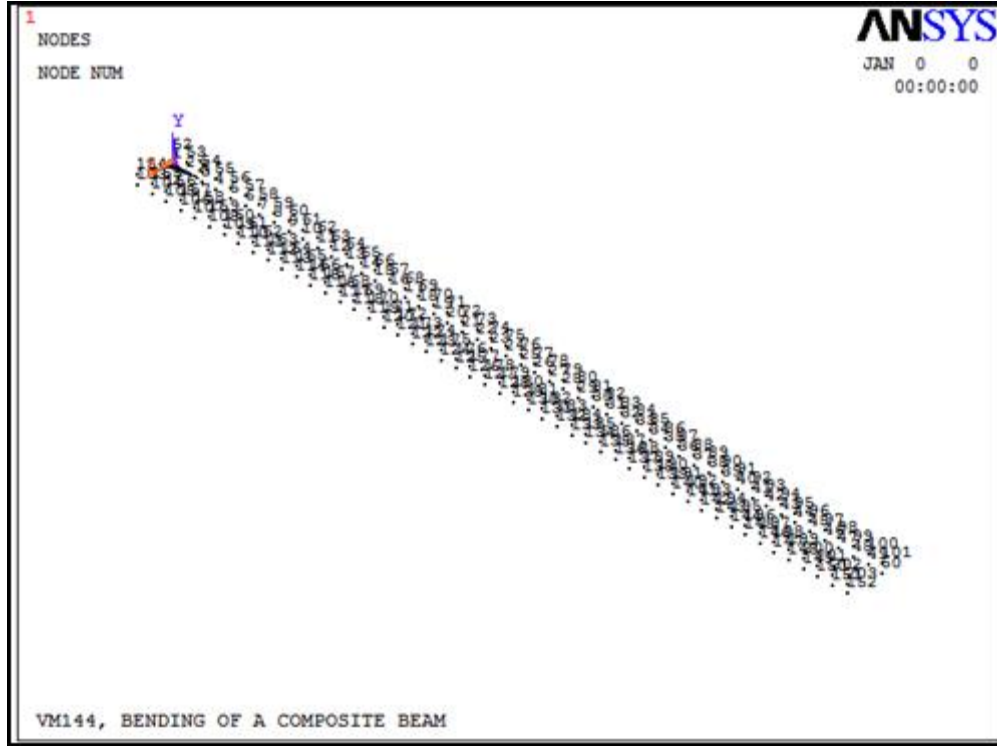
```

N,1
N,50,508
FILL
NGEN,2,51,1,50,1,,6.35
NGEN,2,102,1,101,1,,25.4
e,1,52,154,103,2,53,155,104
EGEN,49,1,-1          ! 49 ELEMENTS ALONG LENGTH
D,1,ALL,,154,51      ! FIXED END
F,50,FY,-(17.79),,203,51      !!!! APPLY NODAL FORCES TO GENERATE
MOMENT
FINISH
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,1
NSUBST,100,200,100
OUTRES,ALL,ALL
NEQIT,1000
TIME,1
FINISH
/SOL
SOLVE

```

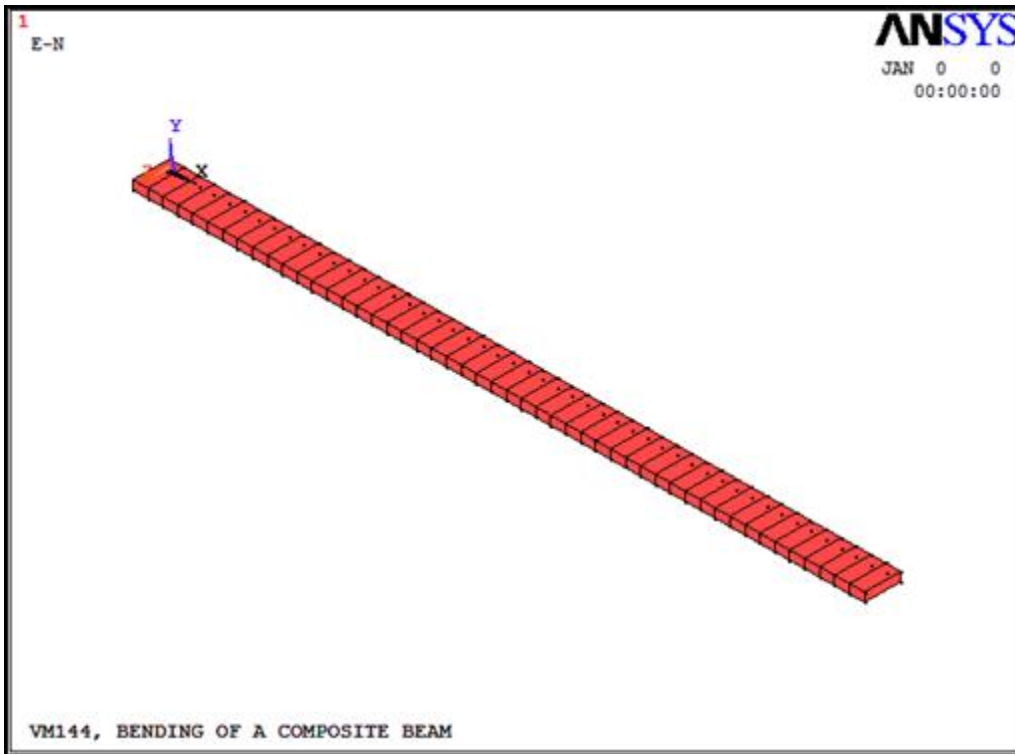
Eleman tipi ve oluşturulan geometrinin özelliği nedeniyle serbest uca moment yerine moment etkisini karşılayacak şekilde nodal kuvvet uygulanır.

“Node” elemanlarının oluşumu ve yapılan tasarım şekilde görülebilir.



Şekil 5.2 : “Node” eleman üretimi ile modelleme.

Şekil 5.2’de görüldüğü gibi “Nod”lar baz alınarak segment halinde modelleme yapılır. Oluşan model Şekil 5.3’de görülmektedir.



Şekil 5.3 : Segment halinde oluşturulan model.

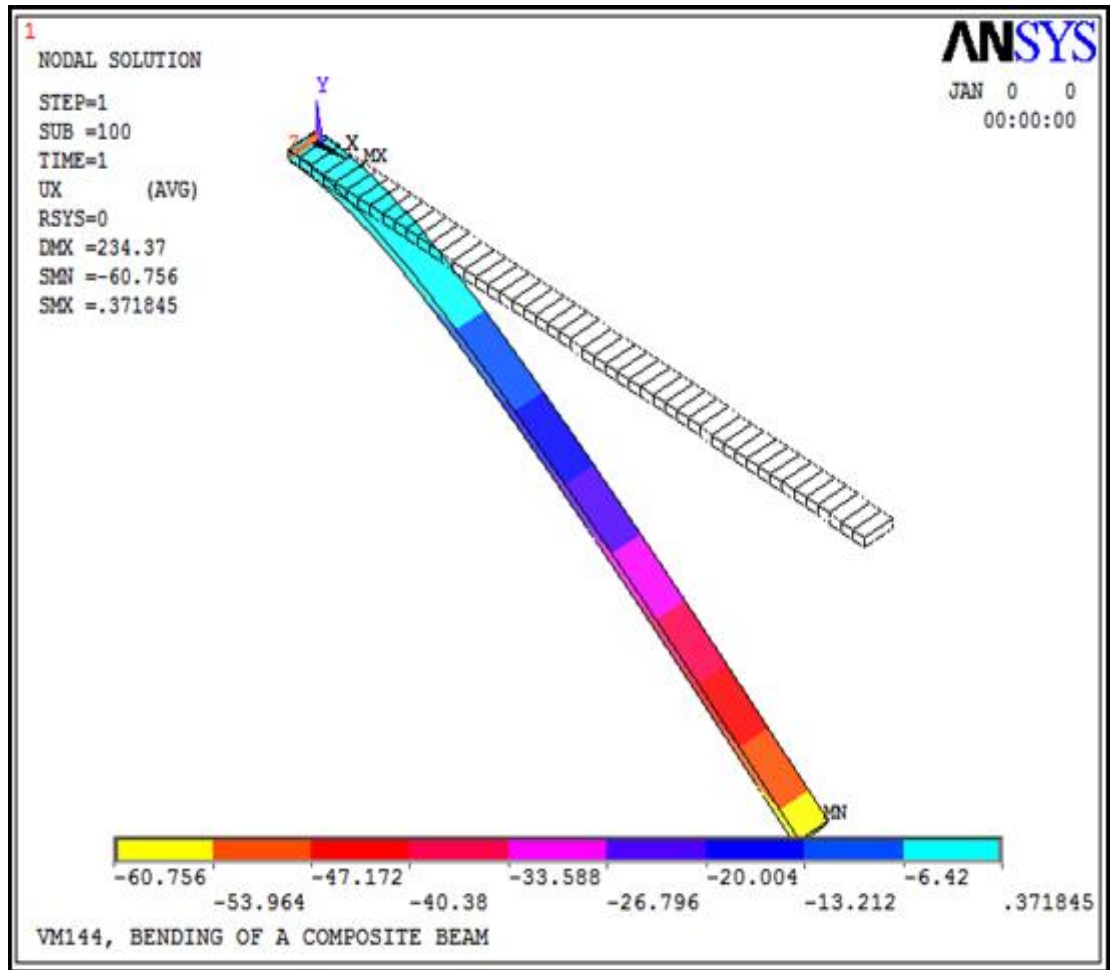
“Node” elemanlarının katı halde kiriş oluşturacak şekilde modellenmesi işlemi gerçekleştirildikten sonra, konsol kirişin bir ucu ankastre mesnet özelliğini taşıması amacıyla hareket kabiliyeti sınırlandırılır.

5.1.2 ANSYS Programı Tek Katmanlı Modelden Elde Edilen Sonuçlar

Serbest uca gerekli kuvvet uçta oluşan dört “node”a eşit dağılacak şekilde uygulanır.

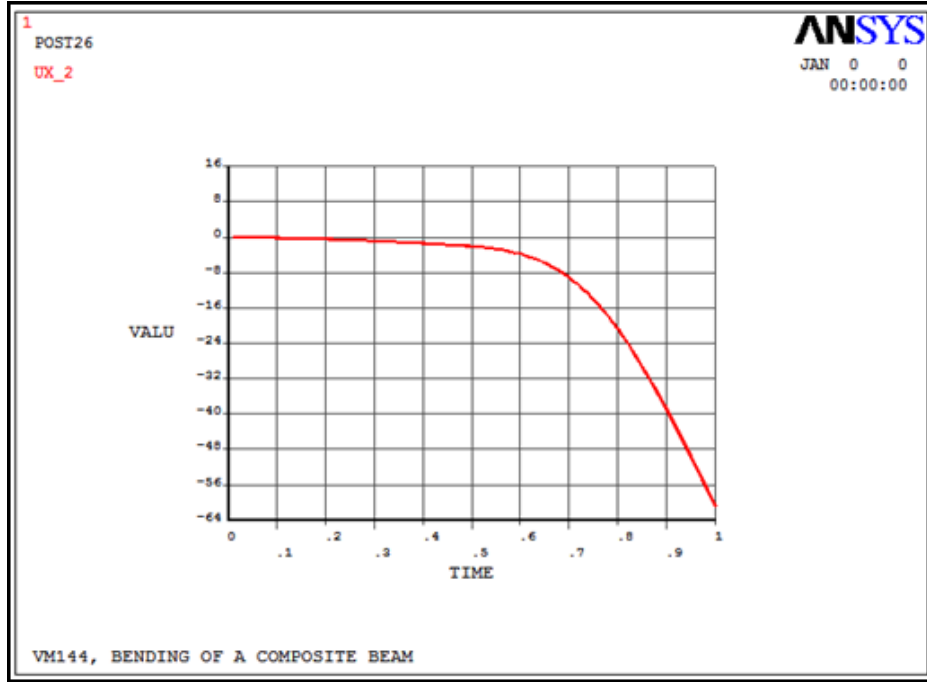
Serbest uca uygulanacak kuvvetler bir önceki problemde uygulanan moment değerlerinden yararlanılarak elde edilen kuvvet değerleridir ve moment değerlerinin kiriş uzunluğuna bölünmesiyle elde edilen toplam kuvvet değeri serbest uçtaki 4 “node”a eşit dağıtılarak uygulanmıştır.

Öncelikle 36155.1 Nmm’lik moment 508 mm kiriş uzunluğuna bölünerek gerekli kuvvet elde edilir ve bu kuvvet serbest uçtaki “node”lara eşit dağıtılır. Sonuç olarak her “node”a 17,79 N değerinde kuvvet uygulanmış olur.



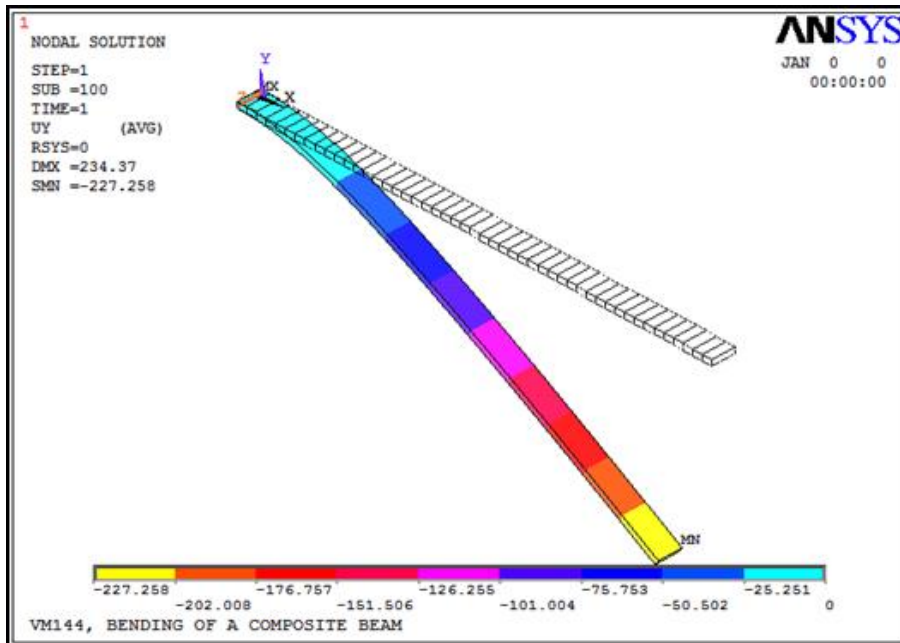
Şekil 5.4 : Tek katmanlı model x ekseninde oluşan yer değişim.

Şekil 5.4'te kuvvet uygulandıktan sonra x ekseninde oluşan yer değişim değerleri görülmektedir. Şekil 5.5'te zamana göre x ekseninde oluşan yer değişimin zamana bağlı değişimi görülmektedir.



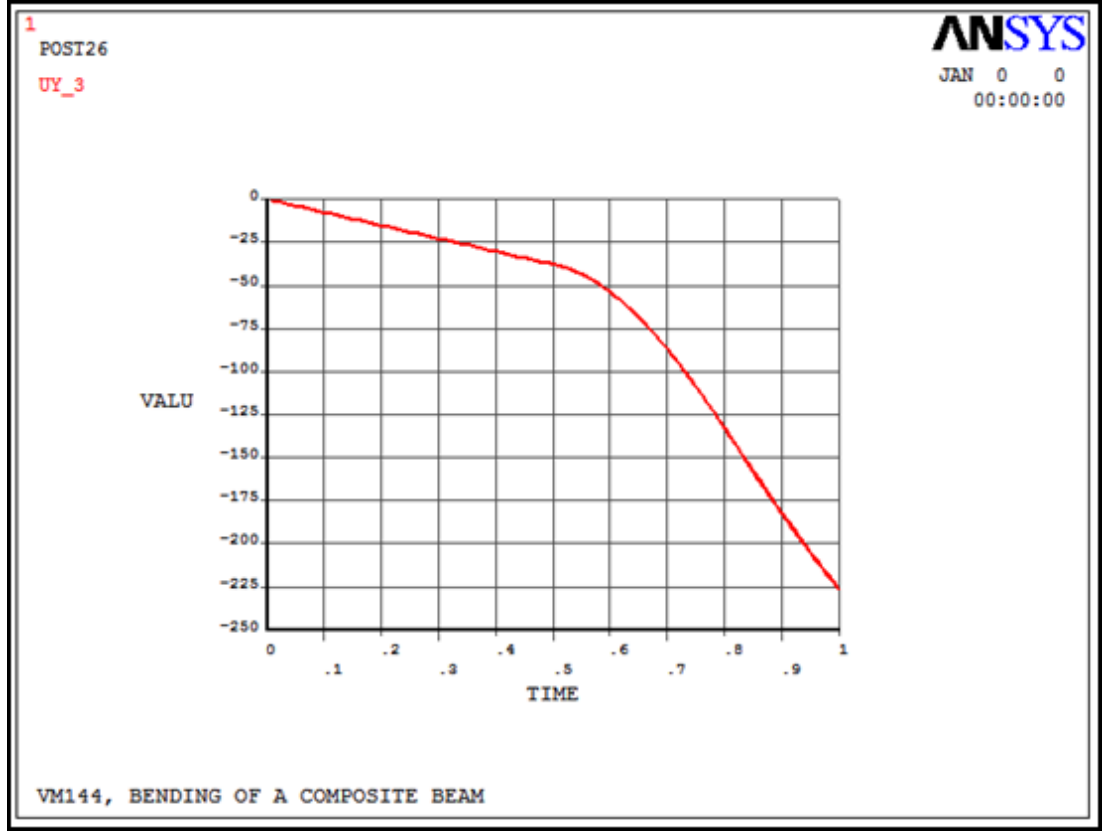
Şekil 5.5 : Tek katmanlı model x ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.

Grafikte belli bir değere kadar lineer devam eden yer değişim değerlerinin belli bir andan sonra lineer olmayan değişimi söz konusudur.



Şekil 5.6 : Tek katmanlı model y ekseninde oluşan yer değişim.

Grafikte belli bir değere kadar lineer devam eden yer değişim değerlerinin belli bir andan sonra lineer olmayan değişimi söz konusudur. Bu durum daha önceden malzemeyi lineer olmayan şekilde tanımlamamız ve lineer olmayan çözüm ayarlarının yapılmış olmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 5.7 : Tek katmanlı model y ekseninde oluşan yer değişim-zaman grafiği.

Şekil 5.6'da kuvvet uygulandıktan sonra y ekseninde oluşan yer değişim değerleri görülmektedir.

Şekil 5.7'de zamana göre y ekseninde oluşan yer değişimin değişimi görülmektedir. Grafikte belli bir değere kadar lineer devam eden yer değişim değerlerinin belli bir andan sonra lineer olmayan değişimi söz konusudur. Bu durum daha önceden malzemeyi lineer olmayan şekilde tanımlamamız ve lineer olmayan çözüm ayarlarının yapılmış olmasından kaynaklanmaktadır.

Lewis ve Monasa'nın makalesindeki moment değerleri sırasıyla nodal kuvvete indirgenip aynı model üzerinde uygulanır. Sonuç olarak elde edilen değerler Çizelge 5.1'de karşılaştırılmıştır.

Çizelge 5.1 : Tek katmanlı model ile Lewis&Monasa modeli ANSYS değerleri.

	TEK KATMANLI BEAM 185 ANSYS DEĞERLERİ (mm)		LEWIS&MONASA MAKALESİ ANSYS DEĞERLERİ (mm)	
MOMENT DEĞERİ (Nmm)	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v
36155.1	60,76	226,23	80,7	233,7
38414.8	75,2	250,1	112,9	269,4
39544.7	82,16	260,76	143,9	296,2

5.2 ANSYS Programı ile Çok Katmanlı Problem Örneği

Daha önce “solid 185” elemanı kullanılarak modellenmeye çalışılan FGM yapısı, bu sefer birçok katmandan oluşacak şekilde ve bir önceki durumun aksine lineer malzeme özelliği ile tanımlanarak modellenecektir.

Öncelikle “node” oluşumları ile geometri oluşturulur ve tek katmanlı modelde olduğu gibi bu node birleşimleri ile geometri oluşturulur. Tek katmanlı modelden farklı olarak oluşturulan node’lar kademeli kalınlık verilerek çok katmanlı yapıya uygun oluşturulur. Ayrıca her katmana verilen elastisite modülü sabit olup katman geçişlerinde lineer artış göstermektedir. Dolayısıyla FGM yapısına uygun bir çözüm elde edilecektir. Zaten Rahimi ve Davoovnik de makalelerinde “do loop” kullanılarak, yani katmanlı bir yapıya her katmanı için ayrı bir elastisite modülü verilerek FGM’ye uygun sonuçların elde edilebileceğini belirtmişlerdir.

Geometri olarak Lewia&Monasa makalesinde baştan beri takip edilen geometri uygulanmaktadır. Dolayısıyla diğer çözümlerle mertebe olarak yer değişim değerlerini karşılaştırma imkanı doğmaktadır.

Katmanlar için uygulanan elastisite modülleri sırasıyla 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5 GPa’dır.

5.2.1 ANSYS kodu ile çok katmanlı problemin modellenmesi ve çözülmesi

Problem ile ilgili yapılan işlemler aşağıda görülen ANSYS kodlarından incelenebilir;

ANTYPE,STATIC

ET,1,SOLID185 ! LAYERED SOLID ELEMENT

KEYOPT,1,2,2 ! ENHANCED STRAIN FORMULATION

KEYOPT,1,3,1 ! LAYERED SOLID

KEYOPT,1,8,1 ! WRITE LAYER RESULTS

SECTYPE,1,SHELL

SECDATA,(6.35/5),1 ! LAYER 1: (6.35/5)THK

SECDATA,(6.35/5),2 ! LAYER 2: (6.35/5) THK

SECDATA,(6.35/5),3 ! LAYER 3: (6.35/5)THK

SECDATA,(6.35/5),4 ! LAYER 4: (6.35/5)THK

SECDATA,(6.35/5),5 ! LAYER 5: (6.35/5) THK

MP,EX,1,5.5e4 ! MATERIAL 1 PROPERTIES

MP,NUXY,1,0.33

MP,EX,2,6.5e4 ! MATERIAL 2 PROPERTIES

MP,NUXY,2,0.33

MP,EX,3,7.5e4 ! MATERIAL 3 PROPERTIES

MP,NUXY,3,0.33

MP,EX,4,8.5e4 ! MATERIAL 4 PROPERTIES

MP,NUXY,4,0.33

MP,EX,5,9.5e4 ! MATERIAL 5 PROPERTIES

MP,NUXY,5,0.33

N,1,,6.35

N,50,508,6.35

FILL

NGEN,6,51,1,50,1,,-(6.35/5)

NGEN,2,306,1,305,1,,25.4

e,1,52,358,307,2,53,359,308

EGEN,49,1,-1 ! 49 ELEMENTS ALONG LENGTH

e,52,103,409,358,53,104,410,359

EGEN,49,1,-1

e,103,154,460,409,104,155,461,410

EGEN,49,1,-1

```

e,154,205,511,460,155,206,512,461
EGEN,49,1,-1
e,205,256,562,511,206,257,563,512
EGEN,49,1,-1
D,1,ALL,,,256,51      ! FIXED END
D,307,ALL,,,562,51
F,50,FY,-(17.79)  !!!! APPLY NODAL FORCES TO GENERATE MOMENT
F,356,FY,-(17.79)
F,305,FY,-(17.79)
F,611,FY,-(17.79)
FINISH
/SOL
SOLVE

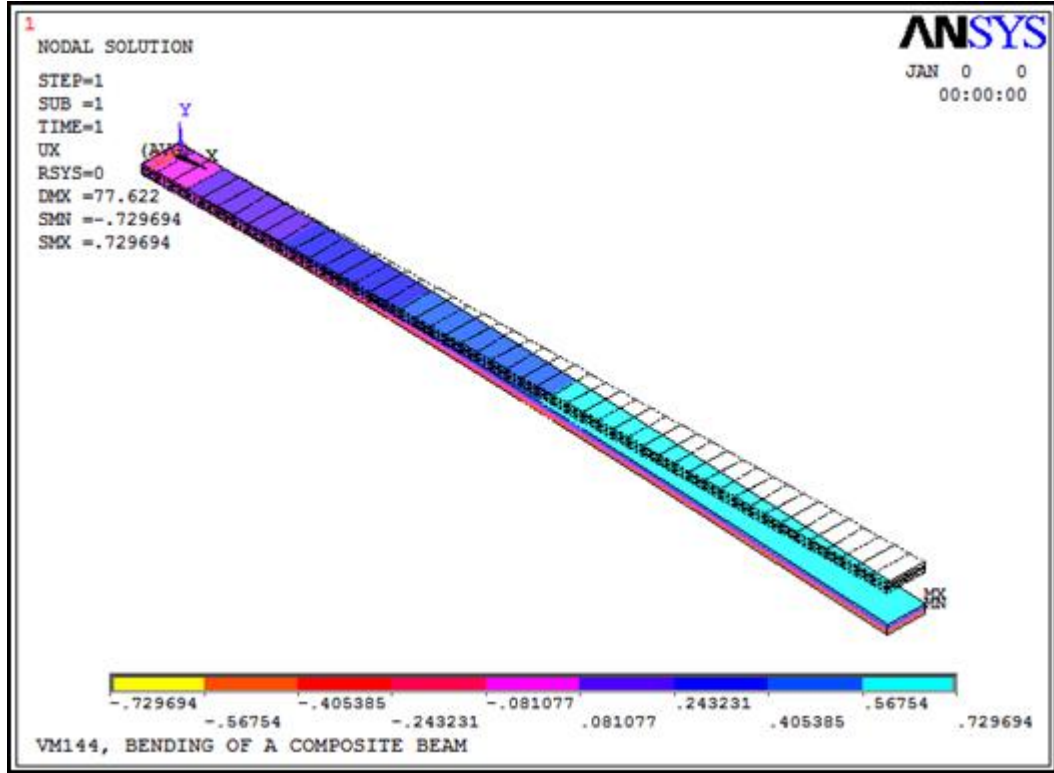
```

5.2.2 ANSYS programı ile çok katmanlı modelden elde edilen sonuçlar

36155.1 Nmm’lik moment bir önceki örnekteki gibi 508 mm kiriş uzunluğuna bölünerek gerekli kuvvet elde edilir ve bu kuvvet serbest uçtaki “node”lara eşit dağıtılır. Sonuç olarak her “node”a 17,79 N değerinde kuvvet uygulanmış olur.

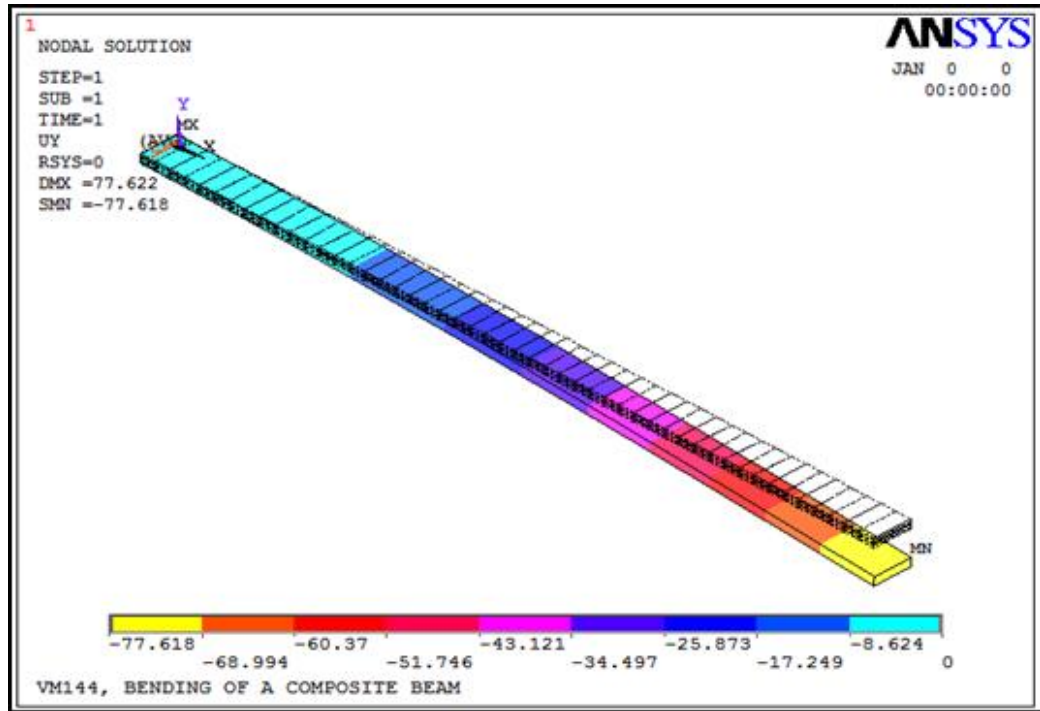
Şekil 5.8 5 katmandan oluşan çok katmanlı modelin x ekseninde meydana gelen yer değişim oluşumunu göstermektedir.

Her katmanda lineer artan ve sabit elastisite modülü ile tanımlanan çok tabakalı malzeme görüldüğü üzere tek katmanlı fakat lineer olmayan özellikteki malzemesi ile uygulanan örneğe göre çok daha düşük mertebedeki yer değişim oluşumu ile direngen yapısını göstermektedir.



Şekil 5.8 : Çok katmanlı modelin x ekseninde oluşan yer değişim.

Şekil 5.9 ise 5 katmandan oluşan çok katmanlı modelin y ekseninde meydana gelen yer değişim oluşumunu göstermektedir.



Şekil 5.9 : Çok katmanlı modelin y ekseninde oluşan yer değişim.

Çizelge 5.2’de tek katmanlı model ile beş katmandan oluşan modellere uygulanan uç kuvveti neticesinde oluşan yer değişim değerleri görülmektedir.

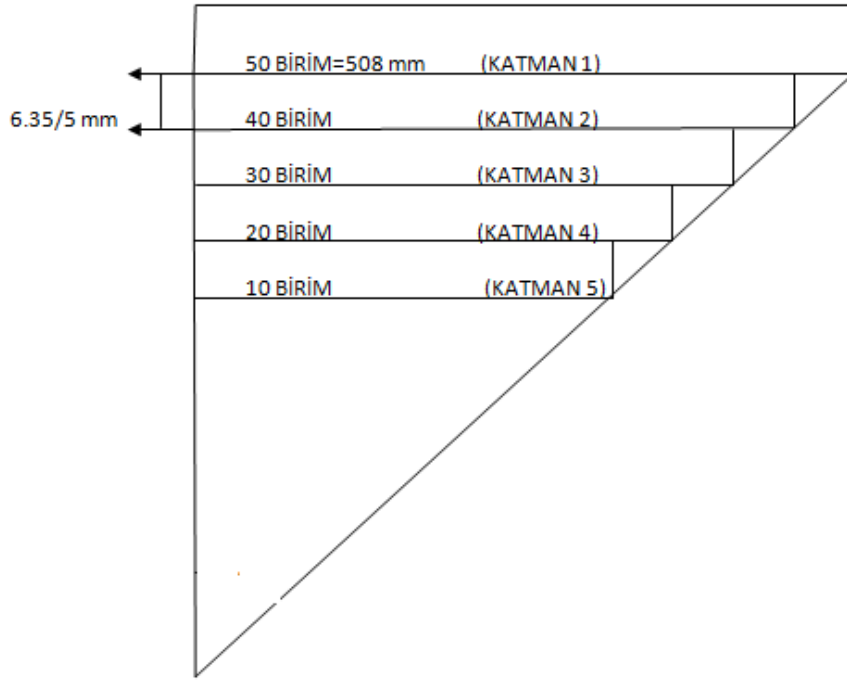
Çizelge 5.2 : Tek katmanlı model ile çok katmanlı model ANSYS değerleri.

	TEK KATMANLI ÖRNEK İÇİN ANSYS DEĞERLERİ (mm)		ÇOK KATMANLI ÖRNEK İÇİN ANSYS DEĞERLERİ (mm)	
MOMENT DEĞERİ (Nmm)	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v
36155.1	60,76	226,23	0,73	77,6
38414.8	75,2	250,1	0,77	82,46
39544.7	82,16	260,76	0,79	84,42

6. ÜÇGEN VE PARABOL GEOMETRİLİ ÇOK KATMANLI MODELLERİN ANSYS İLE ÇÖZÜMLENMESİ

Bu bölümde çok katmanlı fakat her katmanın uzunluğunun değişime uğradığı ve bu değişimin öncelikle ikizkenar üçgen geometrisine uygun sonrasında ise parabol geometrisine uygun bir şekilde kısaldığı, her katmanın sabit ve eşit elastisite modülü tanımlandığı iki adet örnek çözümü yapılacaktır.

6.1 Üçgen Geometrilili Modelin ANSYS ile Çözümlemesi

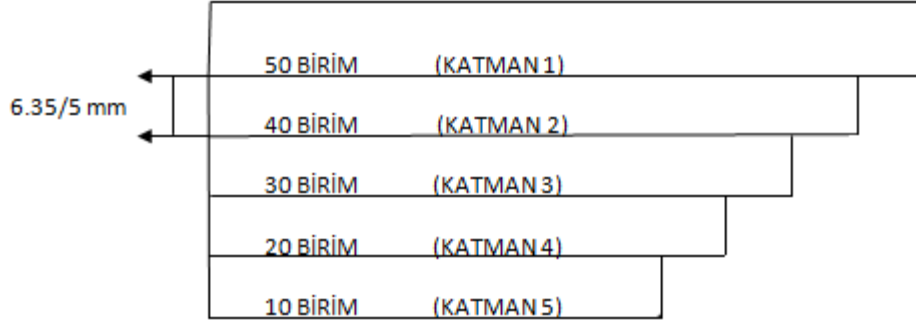


Şekil 6.1 : Üçgen model geometrisi.

Şekil 6.1’de görüleceği üzere 5 katmandan oluşan geometri en uzun katmanın 508 mm’lik ölçüsünün 50 birim olarak kabul edilmesiyle oluşmuştur. Uzunluklar her katmanda 10’ar birim kısalarak devam etmiş ve kalınlık her birim için 6.35/5 olarak belirlenmiştir. Z eksenini yönündeki derinlik her katman için 25 mm olarak alınmıştır.

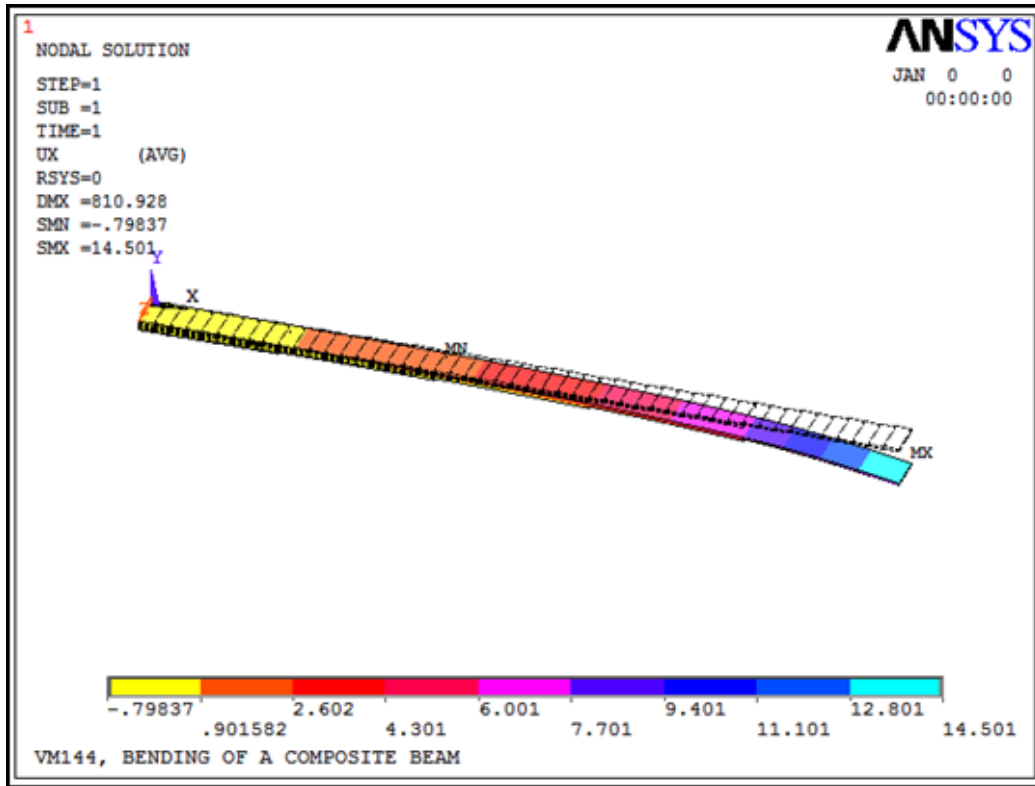
Oluşan bu geometri neticesinde geometrinin ankastre mesnet özelliğini taşıması amacıyla şeklin sol tarafındaki “node” elemanlarının hareketleri kısıtlanır. Şekil 6.2’de üçgen model geometrisi sonucu oluşan nihai model görülmektedir. Her

katmanda 75000 MPa olan sabit elastisite modülü kullanılmıştır. Poisson oranı da her katman için 0.33 olarak belirlenmiştir. Oluşan kirişin en uzun olan üstteki kısmının sağ uç tarafında bulunan 4 adet “node” elemanına eşit olarak 200 N’luk kuvvet dağıtılarak uygulanır ve ANSYS programında aşağıdaki sonuçlar elde edilir.



Şekil 6.2 : Model geometrisi.

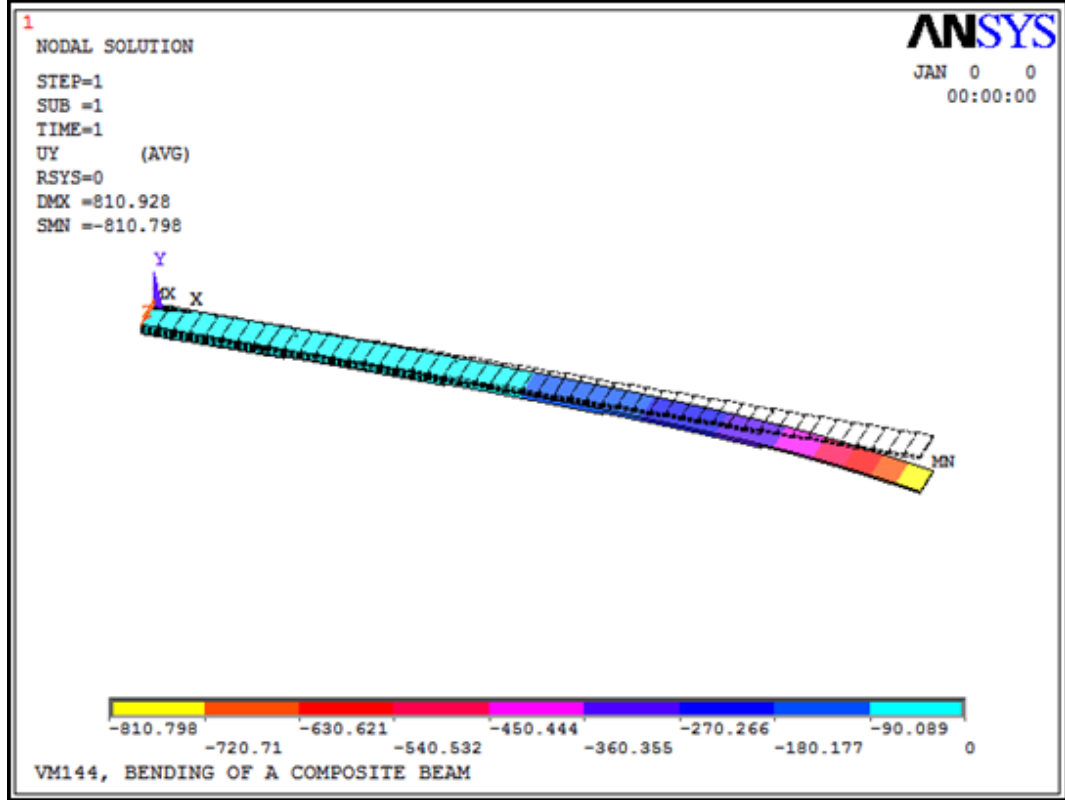
Şekil 6.3 ve Şekil 6.4’te sabit kalınlıklı katmanlardan oluşmuş, her katmanındaki elastisite modülü sabit ve 75000 Mpa olan, her katmandaki uzunluğun sabit olmadığı ve 10’ar birim kısaldığı üçgen geometrili modelin sırasıyla x ekseninde ve y ekseninde oluşan yer değişimleri görülmektedir.



Şekil 6.3 : Üçgen modeli x ekseninde oluşan yer değişim.

Her katman için z eksenı yönündeki derinlik 25.4 mm olarak belirlenmiştir.

X ekseninde toplamda 200 N'luk kuvvet etki etmesinin sonucunda en uzun olan en üstteki 50 birimlik katmanın en ucundaki node baz alınarak oluşan yer değışim 7.3 mm'dir. Aynı yer için y ekseninde meydana gelen yer değışim 810.8 mm olarak meydana gelmiştir.



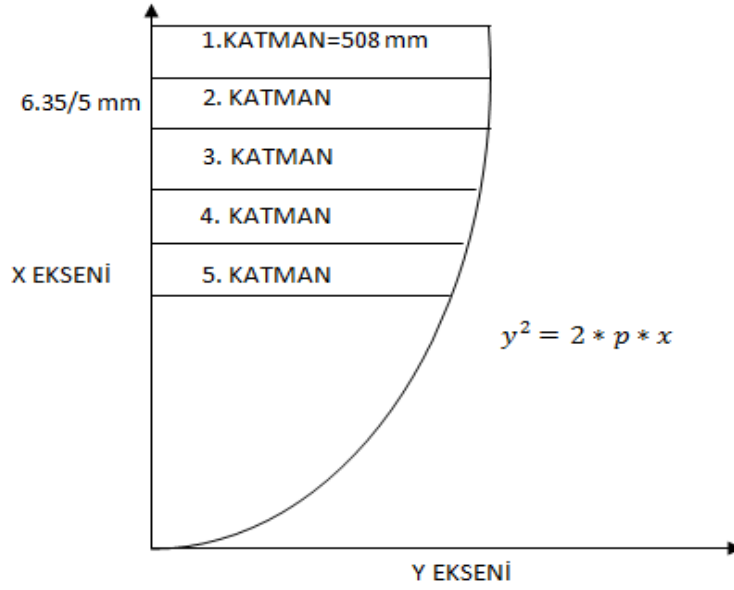
Şekil 6.4 : Üçgen modeli y ekseninde oluşan yer değışim.

6.2 Parabol Geometrilı Modelin ANSYS ile Çözümlemesi

5 katmandan oluşturacağımız yapının geometrisini belirlemek amacıyla parabolik bir eğri kullanılmaktadır. Her katmanın sabit kalınlıkta olacağını belirledikten sonra her katmanın y eksenindeki uzunluğunu belirlemek amacıyla parabolün matematiksel ifadesi olan şu denklem kullanılır,

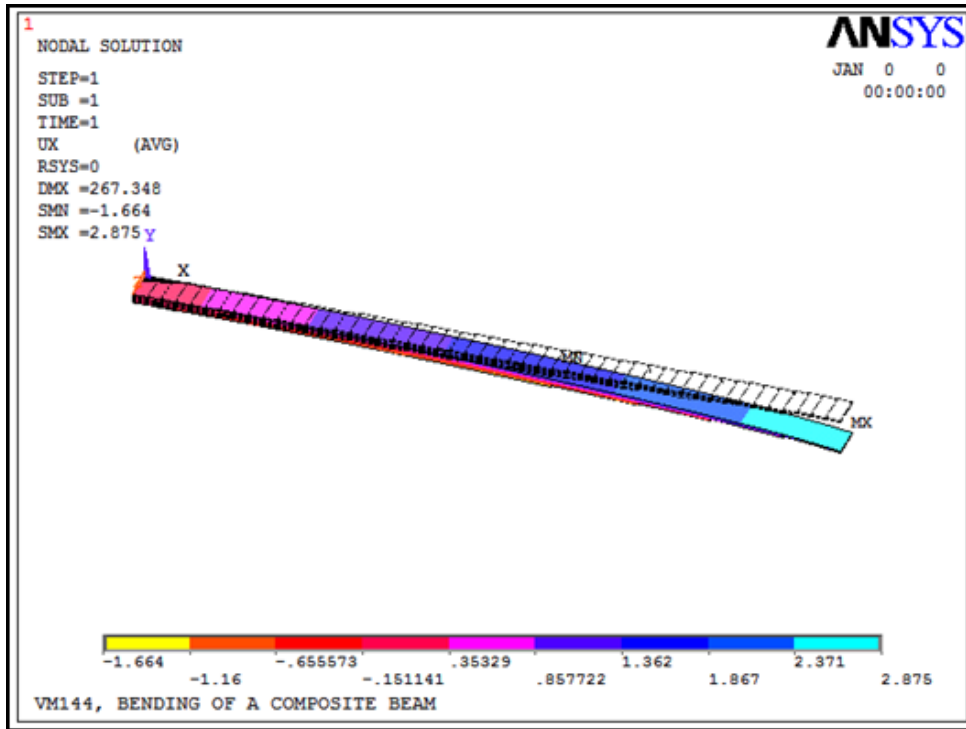
$$y^2 = 2 * p * x \quad (6.1)$$

Parabol model geometrisi ve katman yapıları şematik olarak Şekil 6.5'de görülmektedir.



Şekil 6.5 : Parabol model geometrisi.

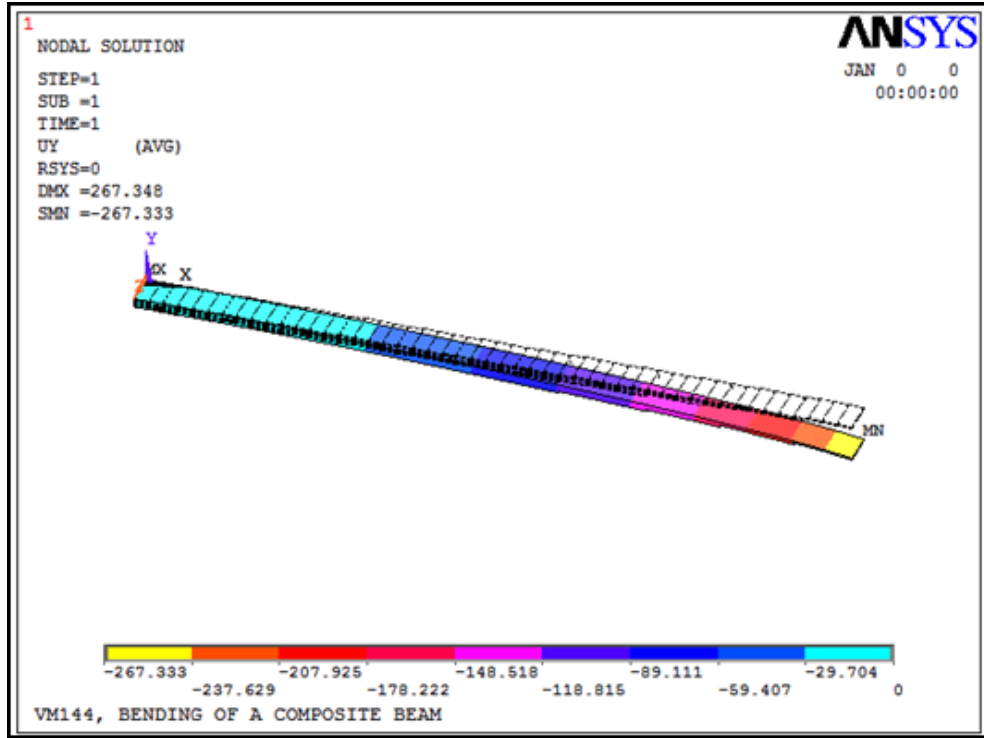
p parametresi 10 olarak kabul edilerek 50 birim olarak kabul edilen ilk katmandan başlayarak diğer katmanların uzunlukları hesaplanır. Bu uzunluklar katman sırasıyla 50, 46, 41, 36, 30 birim olarak bulunur. Üçgen modelle karşılaştırıldığında katmanlar daha uzun şekillenmiştir, bu durum parabol geometrisinin getirmiş olduğu doğal sonuçtur.



Şekil 6.6 : Parabol modeli x ekseninde oluşan yer değişim.

Her katmanın tabaka kalınlığı 6.35/5 mm olarak belirlenip, toplam kalınlık 6.35 mm olarak alınmıştır. Z eksenini yönündeki derinlik 25.4 mm olarak kabul edilmiştir.

Şekil 6.6 ve Şekil 6.7de her katmandaki elastisite modülü sabit ve 75000 Mpa olan, her katmandaki uzunluğun sabit olmadığı parabol geometrili modelin sırasıyla x ekseninde ve y ekseninde oluşan yer değişimleri görülmektedir. Toplam 200 N'luk kuvvet uygulanmıştır. X ekseninde 0.9 mm, y ekseninde 267.3 mm yer değişimi oluşmaktadır.



Şekil 6.7 : Parabol modeli y ekseninde oluşan yer değişimi.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapılan bu çalışmada Ludwick tipi lineer olmayan malzeme türüne sahip konsol kiriş modellenerek değişik uç momentleri karşısındaki yatay ve dikey doğrultudaki yer değişim değerleri elde edilmiş ve bu değerler daha önceki çalışmalarda elde edilmiş analitik ve numerik yaklaşımlarla ortaya konulan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar oldukça birbirleri ile uyumlu olarak oluşsa da arada oluşan farkın sebepleri araştırılmıştır. Bu sebepler arasında ANSYS programının çalışma yaklaşımı ile numerik yöntemler arasındaki farklılığın payı büyüktür. Numerik çalışmalarda lineer olmayan malzeme özelliği yer değişim değerlerinin ilk oluşumu ve nihai halini almasına kadar, gerilme ile yer değişim arasındaki ilişkinin başta malzeme özelliği olarak kabul edilen üstel ifadeye bağlı olarak ele alınırken, programın çalışma yaklaşımı ise özellikle lineer elastik bir bölge belirlenip belli gerilme değerleri aşıldıktan sonra, üstel ifadeye bağlı kalarak, lineer olmayan kısma geçmesi, aradaki farkın temelini arz etmektedir. Programın lineer olmayan kısma geçişi kendiliğinden olmayıp yapılan ayarlamalar neticesinde ortaya çıkmaktadır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli ve tabakalı kiriş yapıları modellenmiş ve uygulanan uç kuvvetleri sonucunda lineer olmayan davranışa sahip ankastre mesnetli bir konsol kirişe göre daha küçük yer değişim değerleri elde edilmiştir. Üçgen ve parabol geometrisine sahip çok katmanlı ve her katmanın sabit ve lineer elastisite modülüne sahip olduğu yapılarda parabol geometrisine sahip yapının daha direngen bir yapıya sahip olduğu ve daha küçük yer değişimlerin oluşumu gerçekleşmiştir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş ve birçok katmandan oluşan kiriş yapıları bu özellikleri yansıtabilen eleman türü ile modellenmiş, modelleme yapılırken program menülerini kullanmak yerine kod yazımı yapılarak sonuçlar elde edilmiştir.

Çalışmada bu kodların da paylaşılması daha sonra yapılacak çalışmalarda parametrelerin kolayca değiştirilerek çeşitli geometriler ve malzeme yapıları elde etmeyi kolaylaştırarak sonuçlara daha pratik bir yoldan ulaşılabilmesine neden olacaktır. Özellikle fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme yapısına sahip kirişlerde kirişler kalınlık boyunca ince tabakalar haline bölünerek ve her tabakaya ayrı bir

şekilde döngü kodu yardımı ile malzeme özelliği atanarak analiz yapılmaktadır. Bu yaklaşım oldukça olumlu sonuçlar verse de hassasiyeti yüksek olan yeni yaklaşımlar denenerek gerçeğe daha uygun sonuçların elde edilmesi mümkün olabilir.

KAYNAKLAR

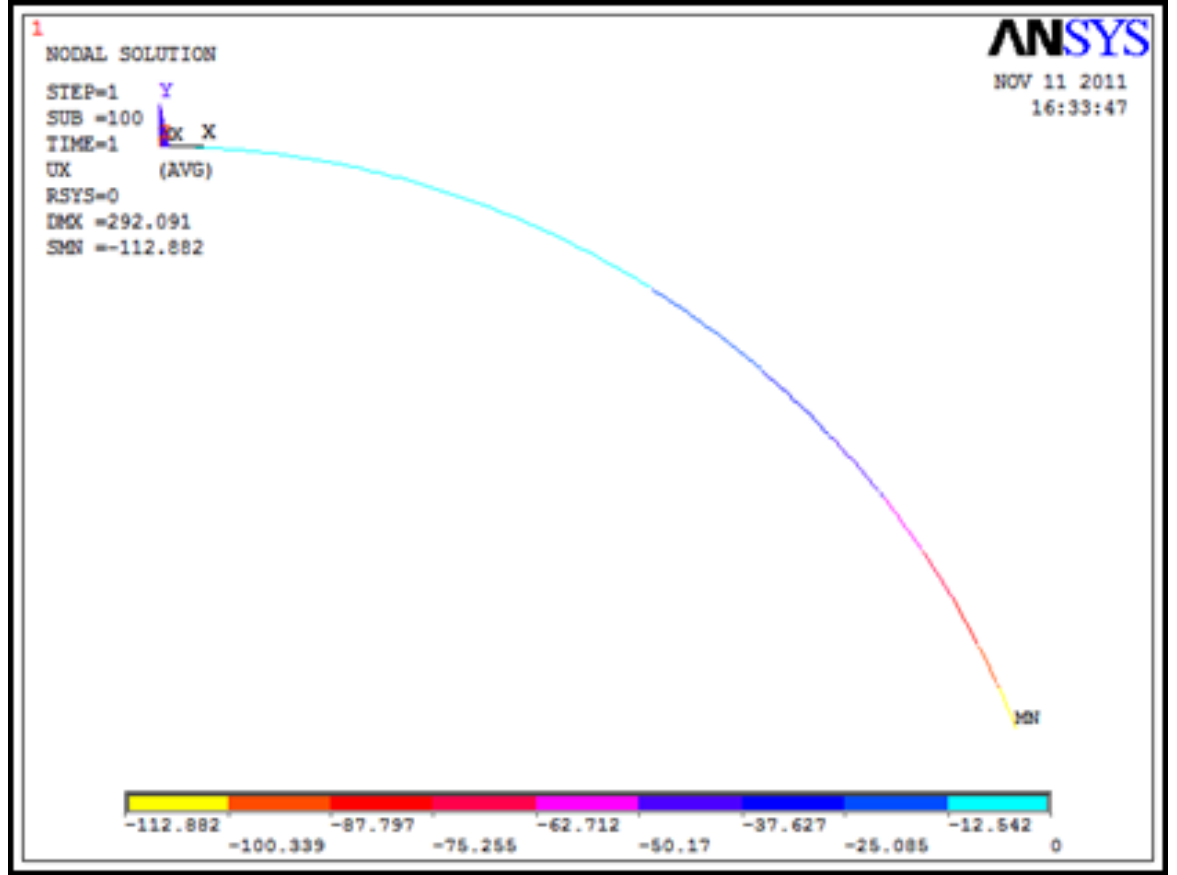
- Aksoy, H., ve Şenocak, E.** (2010). Fonksiyonel Derecelendirilmiş ve Çok Katmanlı Kompozit Malzemelerde Dalga Yayılması. *İtü Dergisi.*, İstanbul, Türkiye., Cilt 9, Sayı 2, Sf. 105-113.
- ANSYS, Inc.** (2009). Non-linear Structural Analyses. *Structural Analyses Guide* . Panonsburg, USA., Sf. 185-269.
- Belendez, T., ve Belendez, A.** (2003). *Numerical and experimental analysis of a cantilever beam: A laboratory project to introduce geometric.*, 4. Elche, Spain., Sf. 4-14.
- Berry, H.** (2005). Edexcel Mechanical Principles. *The Deflection of Beams.* UK., Sf. 1-5.
- Eren, İ.** (2009). İki Malzemeli Kompozit Konsol Kirişlerdeki Büyük Yer Değiştirmelerin İncelenmesi. *Fırat Üniv. Mühendislik Bilimleri Dergisi.*, Elazığ, Türkiye., Cilt 21, Sayı 2, Sf. 109-114.
- Gere, J. M., ve Timoshenko, S.** (1990). Deflection of Beams., *Mechanics of Materials.* Boston, USA. Sf. 679-749.
- Johnson, N. C., ve Hool, G.** (1920). Elements of Structural Theory - Definitions . New York, USA. Sf. 230-243.
- Kyungwoo, L.** (2001). Large Deflection of Cantilever Beams of non-linear Elastic Material Under a Combined Loading. *International Journal of Non-Linear Mechanics.*, Pusan, South Korea., Cilt 37, Sf. 439-443.
- Lewis, G., ve Monasa, F.** (1980). Large Deflections of Cantilever Beams of Non-Linear Materials of the Ludwick Type Subjected to an End Moment. *International Journal of Non-Linear Mechanics.*, Houghton, USA. Cilt 17, Sayı 1 Sf. 1-6.
- Rahimi, G. H., ve Davoodinik, A. R.** (2009). Large Deflections of Functionally Graded Cantilever Flexible Beam with Geometric Non-Linearity: Analytical and Numerical Approaches., *Scientia Iranica.*, Tehran, Iran., Cilt 17, Sayı 1, Sf. 25-40.
- Shen, H. S.** (2009). Functionally Graded Materials-Nonlinear Analysis of Plates and Shells. *Nonlinear Bending of Shear Deformable FGM Plates.*, New York, USA. Sf. 21-42
- Yaaghobi, H., ve Fereidoon, A.** (2010). Influence of Neutral Surface Position on Deflection of Functionally Graded Beam under Uniformly Distributed Load. *World Applied Sciences Journal.*, Semnan, Iran., Cilt 10, Sayı 3, Sf. 337-341.

EKLER

EK A.1 : Yer değişim grafikleri

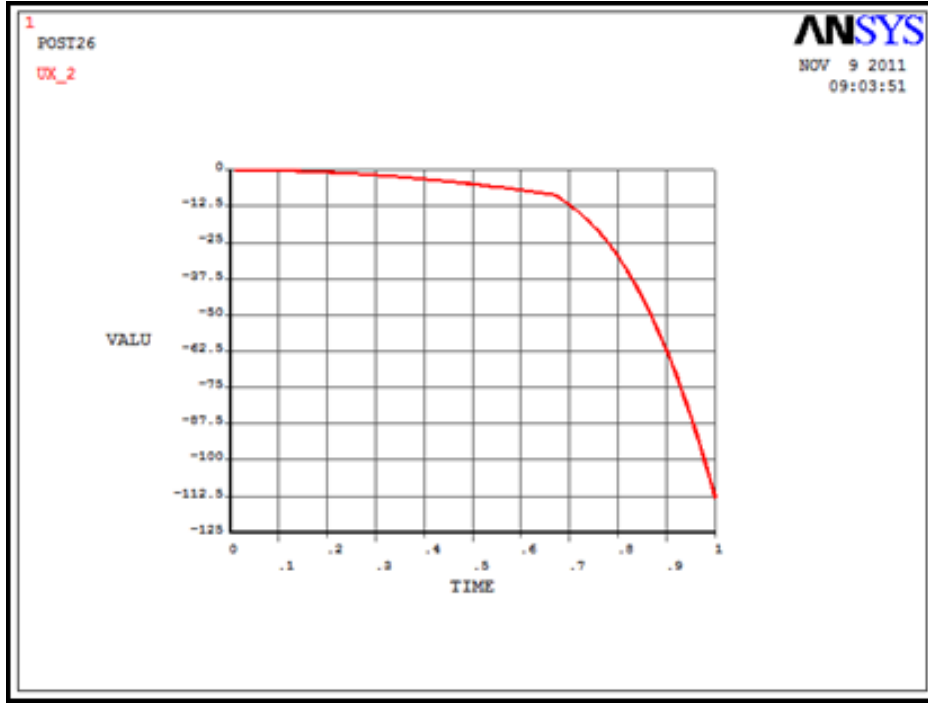
EK A.1

Bölüm 4’te konsol kirişe uygulanan diğer moment değerleri için ANSYS programı ile oluşturulan diğer yer değişim grafiklerini içermektedir.



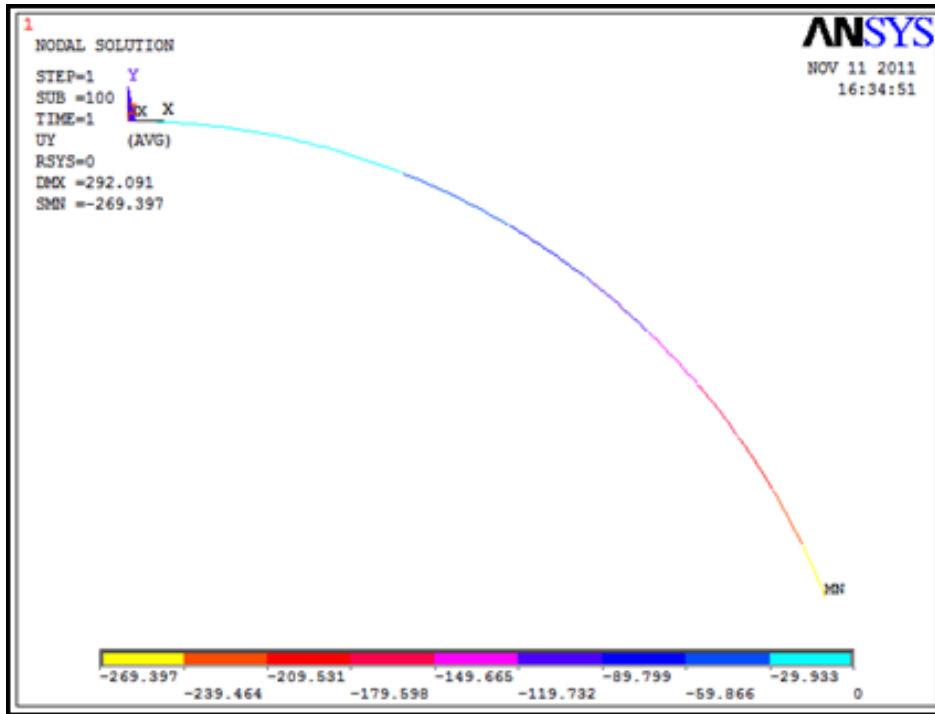
Şekil A.1 : X ekseninde oluşan yer değişim (Moment 38414.8 Nmm).

δ_h olarak belirtilen x eksenini doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 38414.8 Nmm’lik moment sonucunda Şekil A.1’deki gibi oluşmaktadır.



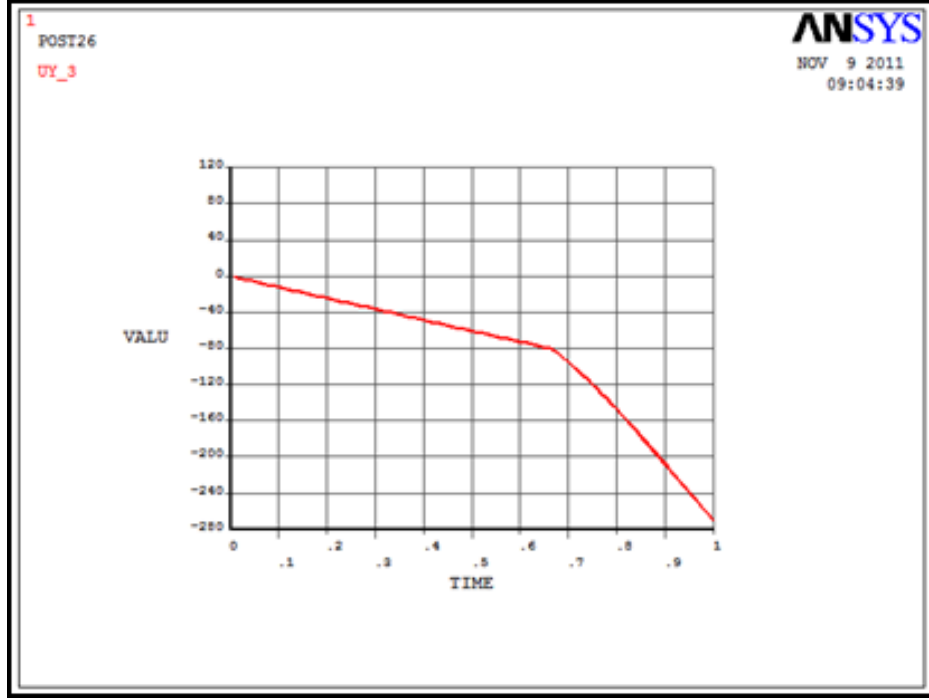
Şekil A.2 : X eksenini oluşturan yer değişim-zaman grafiği (Moment 38414.8 Nmm).

δ_v olarak belirtilen y eksenini doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 38414.8 Nmm'lik moment sonucunda Şekil A.3'deki gibi oluşmaktadır.



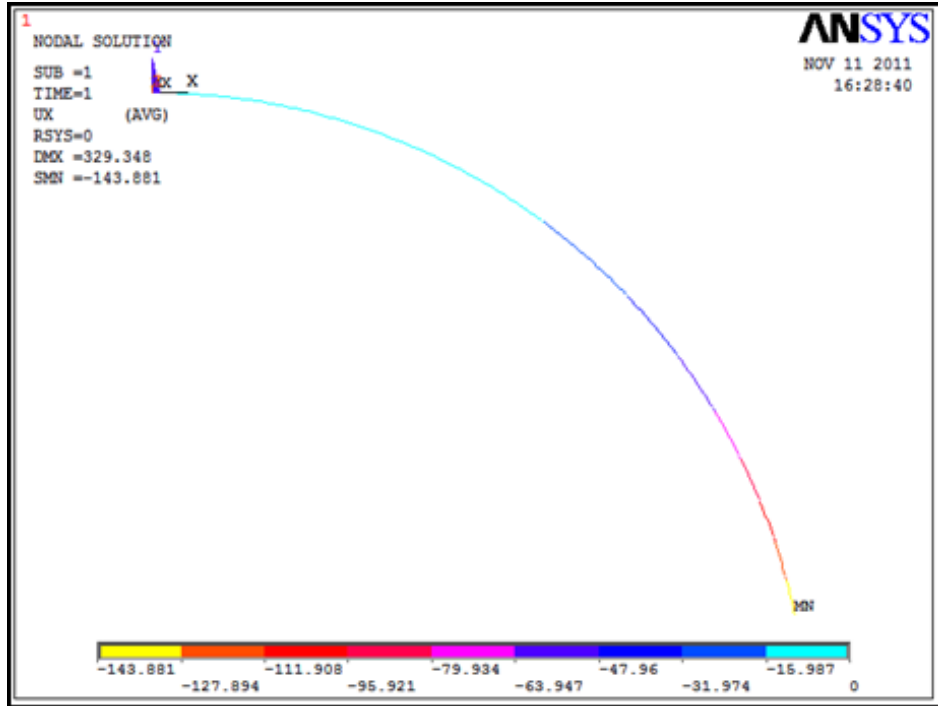
Şekil A.3 : Y ekseninde oluşan yer değişim (Moment 38414.8 Nmm).

38414.8 Nmm'lik moment sonucunda oluşan y eksenindeki yer değişim-zaman grafiği Şekil A.3'de görülmektedir.



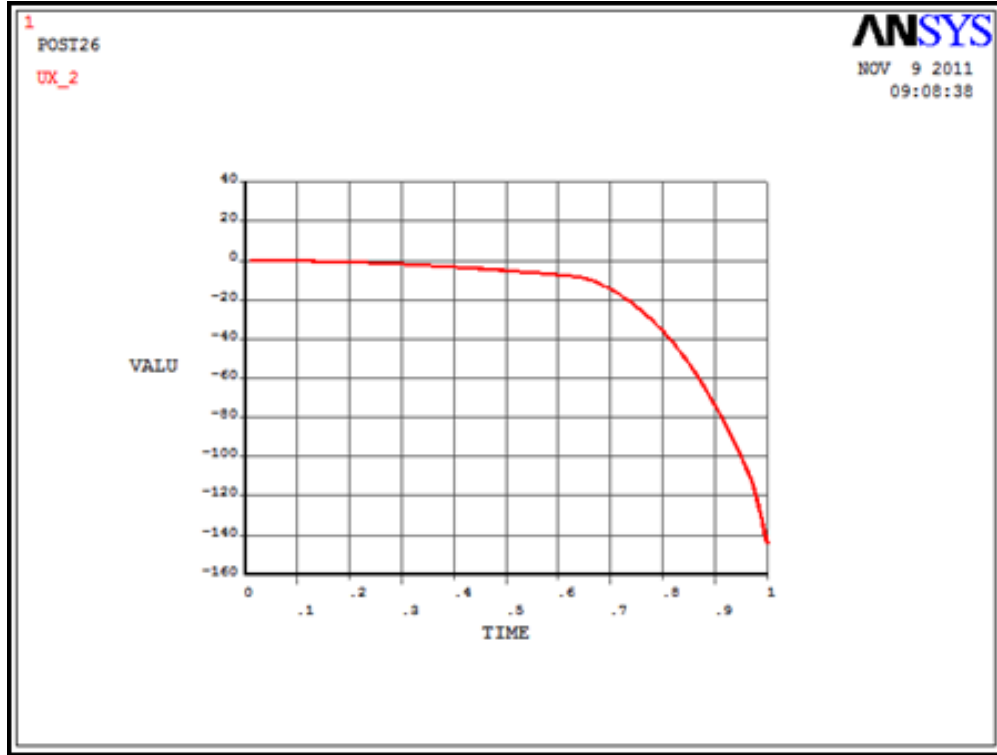
Şekil A.4 : Y eksenini oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 38414.8 Nmm).

δ_h olarak belirtilen x eksenini doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 39544.7 Nmm'lik moment sonucunda Şekil A.5'deki gibi oluşmaktadır.



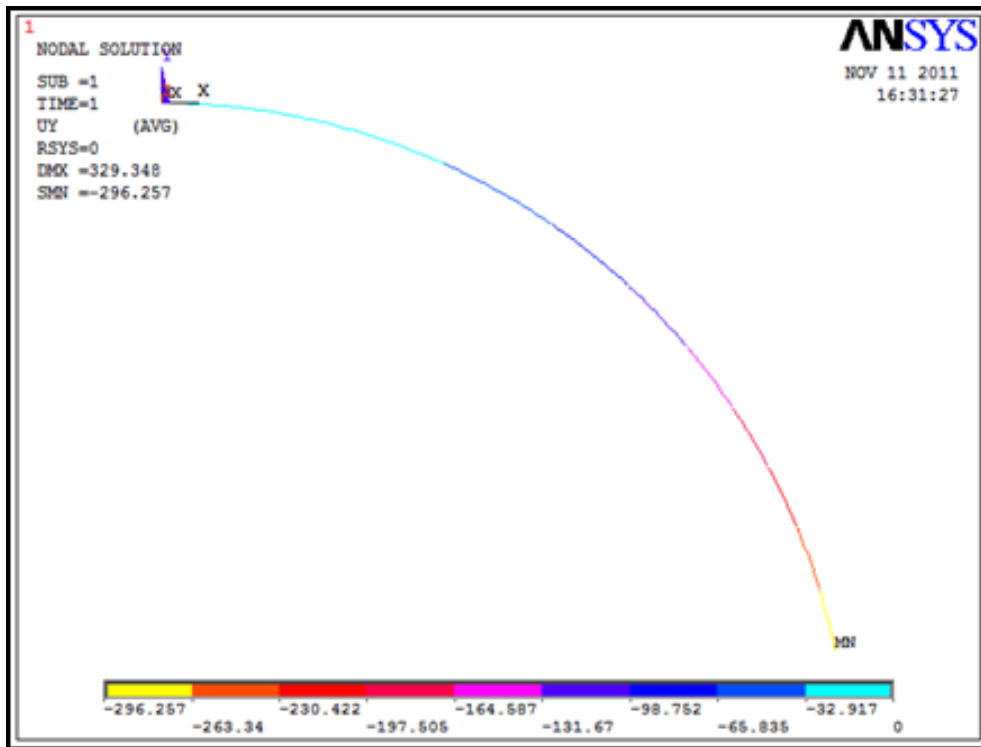
Şekil A.5 : X ekseninde oluşan yer değişim (Moment 39544.7 Nmm).

39544.7 Nmm'lik moment sonucunda oluşan x eksenindeki yer değişim-zaman grafiği Şekil A.6'da görülmektedir.



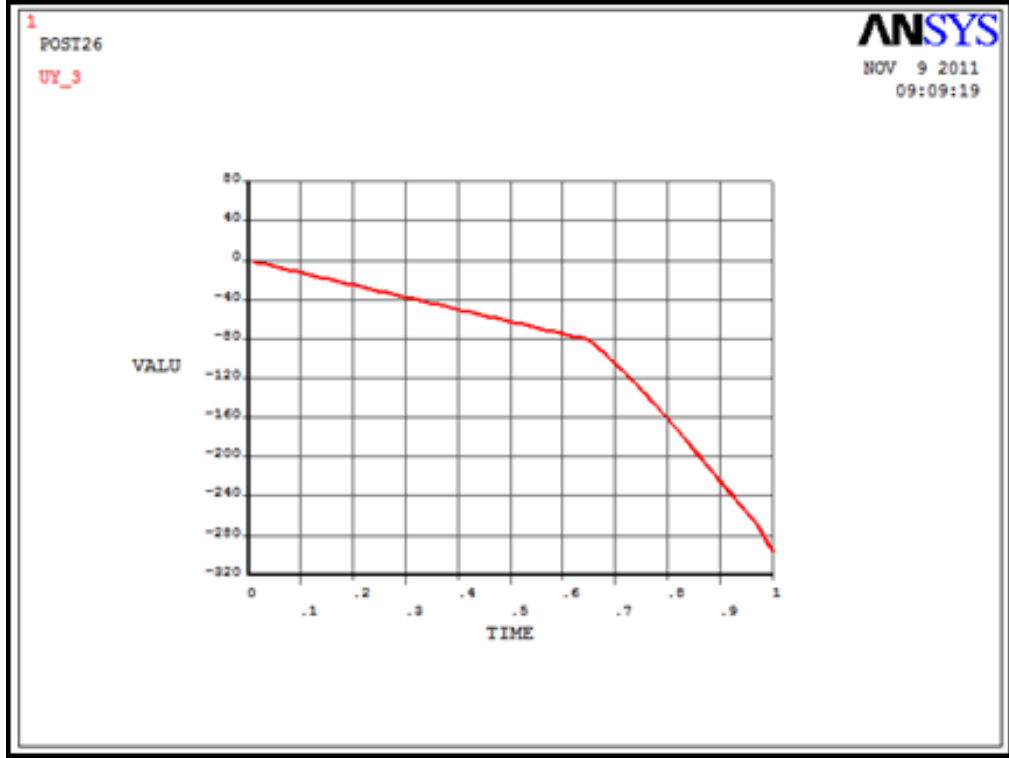
Şekil A.6 : X eksenli oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 39544.7 Nmm).

δ_v olarak belirtilen y eksenli doğrultusundaki yer değişim, serbest uca uygulanan 39544.7 Nmm'lik moment sonucunda **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**'deki ibi oluşmaktadır.



Şekil A.7 : Y ekseninde oluşan yer değişim (Moment 39544.7 Nmm).

39544.7 Nmm’lik moment sonucunda oluşan y eksenindeki yer değişim-zaman grafiği Şekil A.8’de görülmektedir.



Şekil A.8 : Y eksenini oluşan yer değişim-zaman grafiği (Moment 39544.7 Nmm).

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyadı: Fatih TEMİZ

Doğum Yeri ve Tarihi: Konya 14 Mayıs 1986

E-posta: fatihtemiz47@hotmail.com

Lisans Üniversitesi: İstanbul Teknik Üniversitesi – Makina Mühendisliği