

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KANCA YÜZEYİ GEOMETRİSİNİN SENTETİK
EĞRİLER İLE MODELLENMESİ VE OPTİMİZASYON**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Eray AYHAN**

Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Programı : KONSTRÜKSİYON

MAYIS 2003

**KANCA YÜZEYİ GEOMETRİSİNİN SENTETİK
EĞRİLER İLE MODELLENMESİ VE OPTİMİZASYON**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Eray AYHAN
(503991047)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05 Mayıs 2003
Tezin Savunulduğu Tarih : 26 Mayıs 2003**

**Tez Danışmanı : Y.Doç.Dr. C. Erdem İMRAK
Diğer Jüri Üyeleri Doç. Dr. Hikmet Kocabaş
Y.Doç. Dr. Haydar Livatyalı**

MAYIS 2003

ÖNSÖZ

Bu çalışmada bana yardımlarını ve desteğini esirgemeyen, başta hocam Doç.Dr. C. Erdem İmrak ve diğer öğretim görevlilerine ve araştırma görevlisi arkadaşlara, kütüphanemizin ve bilgisayar salonumuzun tüm olanaklarından faydalanmamı sağlayan görevli arkadaşlara teşekkür ederim.

Mayıs 2003

ERAY AYHAN

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 Bilgisayar Grafik Sistemleri Uygulama Alanları	1
1.2 Grafik Gösterimleri	5
1.3 Bilgisayar Destekli Sanat	5
1.4 Eğlence	6
1.5 Eğitim	6
1.6 Gösterim	7
1.7 Görüntü İşlemleri	8
2. GEOMETRİK MODELLEME	9
2.1. BDK Sistemleri ile Modelleme	10
2.2. BDK Sistem Yapısı	12
2.3. İki Boyutlu Geometrik İşlemler	13
2.3.1. Dönüşüm işlemler	14
2.3.2. Ölçek değiştirme	15
2.3.3. Öteleme	15
2.3.4. Döndürme	16
2.3.5. Yansıma	17
2.3.6. Koordinat sistemleri	17
2.3.6.1. Arz koordinat sistemi	17
2.3.6.2. Ekran koordinat sistemi	18
2.3.6.3. Normalleştirilmiş ekran koordinat sistemi	18
2.4. Üç Boyutlu Geometrik İşlemler	19
2.4.1 Nesne gösterimi	19
2.4.2 Üç boyutlu dönüşümler	20
2.4.3. Koordinat sistemlerinin dönüşümü	22
2.4.4 İzdüşümler	22
2.5. Tel Kafes Modelleme	23
2.5.1. Eğri gösterimi	24
2.5.2. Analitik eğriler	28
2.5.2.1 Doğrular	28
2.5.2.2. Çemberler	29
2.5.2.3. Elipsler	29
2.5.2.4. Paraboller	29
2.5.2.5. Hiperboller	30
2.5.3. Sentetik eğriler	30
3. SENTETİK EĞRİLER	36
3.1. Kübik Eğriler	36
3.1.1. Doğal kübik eğriler	37
3.1.2. Hermite kübik eğriler	38

3.2. Bezier Eğrileri	41
3.3. B-spline Eğrileri	44
3.4 Rasyonel B-spline Eğrileri (NURBS Eğrileri)	48
4. YÜZEY MODELLEME	53
4.1. Yüzey Gösterimi	54
4.2. Analitik Yüzeylerin Parametrik Gösterimi	59
4.2.1. Düzlemsel yüzey	59
4.2.2. Düzgün yüzeyler	60
4.2.3. Dönel yüzeyler	62
4.2.4. Sürüklenmiş silindirik yüzey	64
4.3. Sentetik Yüzeylerin Gösterimi	64
4.3.1. Hermite bikübik yüzeyler	64
4.3.2. Bezier yüzeyleri	66
4.3.3. B-spline yüzeyler	69
4.3.4. NURBS yüzeyleri	70
5. B-SPLINE YÜZEYLERİ	73
5.1. B-spline Yüzey Oluşturma Teknikleri	73
5.2. B-spline Yüzeylerinin Özellikleri	75
5.3. B-spline Yüzey Örnekleri	78
6. GENEL EĞRİ VE YÜZEY OLUŞTURMA TEKNİKLERİ	80
6.1. Genel Eğri Enterpolasyon Teknikleri	80
6.1.1. Verilen noktalara enterpolasyon teknikleri	80
6.1.2 Bitim Noktalarındaki türevleri belirterek eğri enterpolasyonu	83
6.2. Genel Yüzey Enterpolasyon	85
7. YÜK KANCASININ B-SPLINE YÜZEY OPTİMİZASYONU	89
7.1. Kanca Geometrisi	89
7.2. B-spline Yüzeylerinin Hazırlanması	91
8. SONUÇLAR	103
KAYNAKLAR	105
EKLER	107
ÖZGEÇMİŞ	171

KISALTMALAR

BDK	: Bilgisayar Destekli Konstrüksiyon
BDİ	: Bilgisayar Destekli İmalat
GKS	: Görüntü Koordinat Sistemi
NC	: Nümerik Kontrol
NDS	: Normalleştirilmiş Koordinat Sistemi
NURBS	: Üniform Olmayan B-spline Eğrileri

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Bilgisayar Grafik Sistemi Uygulamaları	2
Şekil 1.2 : Araba ve uçak gövdesinin renk-kodlu tel kafes modeli	2
Şekil 1.3 : Ekranda birden fazla gösterimli CAD sistemleri	3
Şekil 1.4 : Yön değişimlerinde araç performansının simülasyonu	4
Şekil 1.5 : Tasarlanan parçaların BDİ programlarında katı modellenmiş görüntüleri	4
Şekil 1.6 : Parçanın NC makine takım yolları gösterilen CAD gösterimi. Parça yüzey bir renk, takım yolu başka bir renk ile gösterilmiştir.	4
Şekil 1.7 : Bilgisayar programı tarafından oluşturulan çizgi film karakteri	5
Şekil 1.8 : 3 boyutlu katı modellenmiş bir logo örneği	6
Şekil 1.9 : Star Trek için hazırlanmış bir animasyon	6
Şekil 1.10 : Nükleer reaktörün çalışmasının gösterilmesi	7
Şekil 1.11 : Uçuş simülatörü	7
Şekil 1.12 : Fırtına içindeki hava akışının nümerik modeli	8
Şekil 2.1 : BDK/BDİ Mantıksal Yapı Diyagramı	9
Şekil 2.2 : Modelin farklı gösterimleri	10
Şekil 2.3 : Tasarımda modellerin kullanımı	11
Şekil 2.4 : BDK Sistem Yapısı	12
Şekil 2.5 : xy koordinat sisteminde üçgenin gösterilmesi	13
Şekil 2.6 : Homojen uzayda üç boyutlu gösterim	14
Şekil 2.7 : Ölçek değiştirme	15
Şekil 2.8 : Öteleme	16
Şekil 2.9 : Döndürme	16
Şekil 2.10 : Arz koordinat sistemi	18
Şekil 2.11 : Ekran koordinat sistemi	18
Şekil 2.12 : GKS koordinat sistemleri ve dönüşümleri	19
Şekil 2.13 : Dönüştürme sırasının nesnenin son konumuna etkisi	21
Şekil 2.14 : Bir çok koordinat sisteminin kullanılışı	22
Şekil 2.15 : Geometrik izdüşümlerin sınıflandırılması	23
Şekil 2.16 : Tek kafes modellerde delik ve eğrisel köşelerin görüntülenmesi	24
Şekil 2.17 : Üç boyutlu bir eğrinin parametrik gösterimi	27
Şekil 2.18 : P_1 ve P_2 noktalarını bağlayan doğru	28
Şekil 2.19 : Amerikan Yat firması Stars&Stripes tarafından tasarlanan yat modeli	30
Şekil 2.20 : a) Enterpolasyon Eğrisi; b) Yaklaşım Eğrisi	31
Şekil 2.21 : (a) parametrik süreklilik, (b) geometrik süreklilik (C_3 eğrisinin p_1 noktasındaki teğeti C_1 eğrisinin aynı noktadaki teğetinden daha büyük bir değer almaktadır.) ile birleştirilen eğrilerdir.	32
Şekil 2.22 : Eğrilere ait çeşitli mertebeden sürekliliklerin gösterimi	32
Şekil 3.1 : $(n+1)$ kontrol noktasına sahip bir kübik polinom	37
Şekil 3.2 : Hermite kübik spline eğri	38
Şekil 3.3 : Hermite Kübik spline eğri	39
Şekil 3.4 : Kübik Spline Eğrilerin Kontrolü	41
Şekil 3.5 : Kübik Bezier Eğri	42

Şekil 3.6	: Çeşitli kontrol noktaları için Kübik Bezier Eğrileri	43
Şekil 3.7	: B-spline eğrilerinin yerel kontrolü	45
Şekil 3.8	: B-spline eğrilerinin derecesinin eğrinin şekline etkisi	45
Şekil 3.9	: Eşdeğer Bezier ve B-spline eğrileri	47
Şekil 3.10	: $U=\{0,0,0,0,1/4,1/2,3/4,1,1,1,1\}$ ve $\{w_0,...,w_6\}=\{1,1,1,3,1,1,1\}$. Burada a) Kübik Nurbs eğrisi; b) Bu eğrinin temel fonksiyonu	51
Şekil 3.11	: w_3 değiştirilerek elde edilen rasyonel B-spline eğrileri	51
Şekil 3.12	: w_3 'ün değiştirilmesi ile Nurbs eğrisindeki değişim	52
Şekil 4.1	: İki parçalı parametrik yüzey	55
Şekil 4.2	: Üç boyutlu yüzeyin parametrik gösterimi	56
Şekil 4.3	: Sınır şartları ile gösterilen parametrik yüzey parçacığı	58
Şekil 4.4	: Burulma vektörlerinin geometrik ifadesi	59
Şekil 4.5	: Üç nokta ile tanımlanmış yüzey parçası ve P_0 noktasından geçen ve yüzey normali olan düzlem	60
Şekil 4.6	: Dönel yüzeylerin parametrik gösterimi	62
Şekil 4.7	: Sürüklenmiş silindirin parametrik gösterimi	64
Şekil 4.8	: 4x5 Bezier yüzeyi	67
Şekil 4.9	: Kapalı Bezier Yüzeyi	68
Şekil 4.10	: Kompozit Bezier Yüzeyleri	69
Şekil 4.11	: a) Kontrol noktaları ve b) NURBS yüzeyi, $w_{1,1}=w_{1,2}=w_{2,1}=w_{2,2}=10$; diğer ağırlıklar=1. $U=V=\{0,0,0,1/3,2/3,1,1,1\}$	72
Şekil 5.1	: B-spline yüzeyi a) Kontrol noktaları kümesi b) B-spline yüzeyi	74
Şekil 5.2	: KübikXİkinci dereceden temel fonksiyonlar (a) $N_{4,3}(u)N_{4,2}(v)$; (b) $N_{4,3}(u)N_{4,2}(v)$ $U=\{0,0,0,0,1/4,1/2,3/4,1,1,1,1\}$ ve $V=\{0,0,0,1/5,2/5,3/5,4/5,1,1,1\}$	75
Şekil 5.3	: a) kübikXikinci dereceden B-spline yüzeyi b) kontrol poligonu özelliği	76
Şekil 5.4	: a) İkinci dereceden B-spline yüzeyi; b) a'da kullanılan kontrol noktaları kullanılarak elde edilen dördüncü dereceden($p=Q=4$) B-spline yüzeyi	76
Şekil 5.5	: 3üncü dereceden B-spline yüzeyleri a)Düzgün(ruled) yüzey b)u'daki 3 kolineer eleman sebebiyle, iç kısımda düz yüzey c)u'daki 5 kolineer eleman sebebiyle iç kısımda daha büyük düz yüzey d) düz yüzey	78
Şekil 5.6	: Softimage firmasının tasarımcılarından Daniel Longlois tarafından 180,000 B-spline yüzey yaması kullanılarak katı modeli oluşturulan prototip helikopter	79
Şekil 6.1	: 5 kontrol noktası ve 2 türev belirtilerek oluşturulmuş enterpolasyon eğrisi	80
Şekil 6.2	: Kiriş uzunluğu yöntemi kullanılarak elde edilmiş enterpolasyon eğrisi	82
Şekil 6.3	: Farklı parametreler ve düğüm noktaları kullanılarak oluşturulan enterpolasyon eğrisi	82
Şekil 6.4	: Bitim noktalarındaki türevler belirtilerek oluşturulan kübik eğri enterpolasyonu	84
Şekil 6.5	: (a-d) Genel yüzey enterpolasyonu a)Datalar	86

	b)v-yönünde enterpolasyon	86
	c)u-yönündeki kontrol noktaları ile v-yönünde enterpolasyon	87
	d)kontrol noktalarını gösteren yüzey enterpolasyonu	87
Şekil 6.6	: Yüzey enterpolasyonunu test eden datalar	88
Şekil 6.7	: a'dan c'ye kadar değişik parametrelere ve düğüm noktalarına sahip enterpolasyon yüzeyleri görülmektedir.	88
Şekil 7.1	: Kanca Standartları (DIN)	90
Şekil 7.2	: Kanca Boyutları	91
Şekil 7.3	: Program ana ekranı	92
Şekil 7.4	: Program akış şeması	93
Şekil 7.5	: Program ana ekranı 2	94
Şekil 7.6	: Dijital Kamera ile Çekilen Orijinal Kanca	95
Şekil 7.7	: Orijinal Kancanın Milimetrik Kağıda Aktarılması	95
Şekil 7.8	: Orijinal Yüzey	96
Şekil 7.9	: Orijinal Kanca	96
Şekil 7.10	: Program ana ekranı 3	97
Şekil 7.11	: Program ana ekranı 5	98
Şekil 7.12	: Program ana ekranı 6	99
Şekil 7.13	: AutoCAD script menüsü	99
Şekil 7.14	: Program yardımıyla elde edilen B-spline yüzeyi	100
Şekil 7.15	: Program yardımıyla elde edilen kanca	101
Şekil 7.16	: B-spline Kontrol Noktaları	101
Şekil 7.17	: Program işlem zamanının, %Hata oranına göre değişimi	102

SEMBOL LİSTESİ:

$B_{i,n}(u)$	: U yönündeki Bernstein polinomları
$B_{i,n}(v)$	: V yönündeki Bernstein polinomları
$C(u)$	: Sentetik eğri
C_i	: Polinom katsayısı
D_0, D_n	: Birinci türev vektörleri
i,j,k	: Dizi sabitleri
l	: V yönündeki maksimum nokta sayısı
$N_{i,k}(u)$	: U yönündeki B-spline temel fonksiyonları
$N_{i,k}(v)$	: V yönündeki B-spline temel fonksiyonları
n	: U yönündeki maksimum nokta sayısı
$\bar{n}_u$	: U yönündeki normal vektör
$\bar{n}_v$	: V yönündeki normal vektör
P_i	: Kontrol noktaları
p	: U yönündeki derece
Q_k	: Orijinal Eğri Koordinatları
$Q_{k,l}$	: Orijinal Yüzey Koordinatları
$R_{i,p}(u)$	: Nurbs eğrileri rasyonel temel fonksiyonu
r	: V yönündeki derece
$S(u,v)$	: Sentetik Yüzey
S_x, S_y	: Ölçek Değiştirme Katsayısı
T_x, T_y	: Öteleme Vektörü
U, V	: Düğüm noktaları kümesi
u	: Düğüm noktası
v	: Düğüm noktası
w_i	: Nurbs eğrileri ağırlık sabiti

ÖZET

Geometrik modelleme bir parça üretiminde, bir planlamada, bir tasarımda başlangıç noktasıdır. Günümüzde bilgisayarlar her türlü alanda kullanıldığı için; tasarım alanında da oldukça önemli bir yer tutmaktadır. İmalatı yapılacak parçanın, bilgisayar destekli olarak tasarlanmasında, çeşitli eğri metotları geliştirilmiştir. Bu eğriler basit daire, çizgi gibi analitik eğrilerden; daha karmaşık b-spline, bezier gibi sentetik eğrilerden oluşmaktadır. Sentetik eğriler, analitik eğrilerin gemi yüzeyi, araba gövdesi, uçak kanadı, vb. şekillerin tasarımında eksik kalması sonucu ortaya çıkmıştır ve kullanıcıya büyük kolaylık sağlamıştır. Kullanılan bu eğrilerin geliştirilmesi sonucunda da sentetik yüzeyler elde edilmiştir.

Karmaşık şekle sahip olan kanca yüzeyi de yukarıda belirtilen yüzeyler gibi, analitik eğriler ile elde edilmesi zordur. Kanca, kalıpta dövülerek elde edildiği için, yüzey yapısı farklıdır. Farklı kesit ve yüzeylere sahiptir. Bu yüzeylerin elde edilmesi için sentetik eğriler kullanılması gerekmektedir. Bu sentetik eğrilerden biride B-spline eğrileridir. B-spline eğrileri, belirli kontrol noktaları ile elde edilir. Burada kontrol noktaları ne kadar uygun seçilirse, elde edilecek yüzey o kadar düzgün olur. Aynı zamanda kontrol noktaları sayısı ne kadar fazla ise, elde edilecek eğride o kadar hassas olur.

Sentetik eğrileri sınırlayan bazı etkenler vardır. Bunların en büyüğü, yapılacak hesaplamalar için, hızlı ve güçlü bilgisayarlar gerekmesidir. Kontrol nokta sayısı ne kadar fazla ise, hesaplamaları yapmak için gerekli zaman artmaktadır. Bilgisayar ne kadar güçlü ise, işlemler o kadar kısa sürer.

Birinci bölümde genel olarak bilgisayar grafik sistemleri uygulama alanları gösterilmiştir.

İkinci bölümde geometrik modellemeye genel olarak bahsedilmiştir. BDK sistemleri ile modelleme ve BDK sistem yapısı hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra geometrik işlemler anlatılmış ve BDK sistemlerinde tel kafes modelleme gösterilmiştir. Tel kafes modellemede kullanılan analitik ve sentetik eğriler, bu eğrilerin kullanım yerleri ve avantajları anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde sentetik eğriler anlatılmıştır. BDK sistemlerinde kullanılan sentetik eğriler tek tek ele alınmış, kullanım yerleri, avantajları ve dezavantajları ele alınmıştır ve sentetik eğriler ile ilgili örnekler verilmiştir.

Dördüncü bölümde, analitik ve sentetik eğriler kullanılarak elde edilen yüzey gösterimlerinin özellikleri belirtilmiş, bu yüzeyler arasında karşılaştırmalar yapılmış, örnekler verilerek karşılaştırmaları yapılmıştır.

Beşinci bölümde, B-spline yüzeyleri ele alınmıştır. Genel formülleri örnekler ile desteklenerek incelenmiş ve B-spline yüzeylerinin özellikleri belirtilmiştir.

Altıncı bölümde, daha önceki bölümlerde anlatılan B-spline eğrileri ve yüzeyleri kullanılarak verilen noktalara eğri ve yüzey enterpolasyon metotları örneklerle desteklenerek incelenmiştir.

Yedinci bölümde, ilk olarak basit yük kancası yüzeyi, kullanım yerleri ve standartları hakkında bilgi verilmiştir. Standartlardan seçilen kanca üzerinden alınan koordinatlar tablolara kaydedilmiş ve daha sonra hazırlanan programın çalıştırılması ile optimizasyon yapılarak, istenilen kanca yüzeyi elde edilmiştir.

Sonuçlar bölümünde, yapılan programın avantajları, elde edilen B-spline yüzeylerinin kullanım yerleri ve avantajları belirtilmiştir. Sonuç olarak; karmaşık yüzeylerin, B-spline eğrileri ile elde edilmesinden sonra, elde edilen yüzey ile sonlu elemanlar metodu ile gerilme analizi yapılabilir. Yüzeyin elde edilmesi ile, imalat için gerekli olan kodlar çıkartılarak, talaşlı imalat için gerekli takım yolları çıkartılabilir.

SUMMARY

Geometric modeling is the starting point of a manufacturing or design or planning process. After designers started using computers in design process, design time is decreased. Nowadays, computers are being used in many sectors especially in computer graphics. There are many kinds of curves for design process of products. These curves are changing from analytic curves such as circle, arc, lines, etc. to sentetic curves such as B-spline, Bezier, etc. Analytical curves can not be used for designing of complex shapes such as car bodies, airplane wings, etc. So sentetic curves are used. These sentetic curves are more flexible and useful. Engineers improved these curves and obtained sentetic surfaces.

Hooks have complex surfaces like the ones stated above. They can not be designed with analytical curves easily. Hooks are manufactured by forging and for this reason has a very complex surface and cross-sectional areas. B-spline curves are one of the methods of designing hooks with sentetic curves. B-spline curves are designed with control points. The number of the control points affects the smoothness of the B-spline curve. If we increase the number of the control points, the smoothness of the B-spline curve increases.

These sentetic curves have limits. The most important one is that when the number of control points increase, we need faster computers. Time needed for mathematical operations increases, when the number of control points increase.

In the first chapter, general computer graphics applications are investigated.

In the second chapter, general modeling systems are mentioned. Modeling with Computer Aided Design systems and system structure are stated. Then geometric computations are shown with wireframe model structures. After analytical and sentetic curves are stated; these curves are compared and stated with advantages and disadvantages.

In the third chapter; sentetic curves are mentioned. Sentetic curves are investigated, advantages and disadvantages are stated and examples are shown with applications.

In the fourth chapter; surface geometries obtained with analytical and sentetic curves are mentioned. Analytical and sentetic surfaces are compared and examples are shown.

In the fifth chapter; B-spline surfaces are mentioned. General formulas are supported with examples and general properties are shown.

In the sixth chapter; interpolation to points with B-spline curves and surfaces are investigated. Formulations are shown with examples.

In the seventh chapter; simple hook is defined, applications and hook standards are mentioned. Then a simple hook is selected from standard tables; surface coordinates of this hook is saved to tables. Using these tables program is operated and surface of hook is designed with B-spline surfaces. Then optimization is made with a specified error.

In the results chapter, advantages of this program is mentioned, advantages of B-spline surfaces that are made by the program are stated. Conclusion is; after designing complex surfaces with B-spline curves, we can compute strain analyses with finite element method. Paths for manufacturing process can be calculated after designing B-spline surface.

1. GİRİŞ

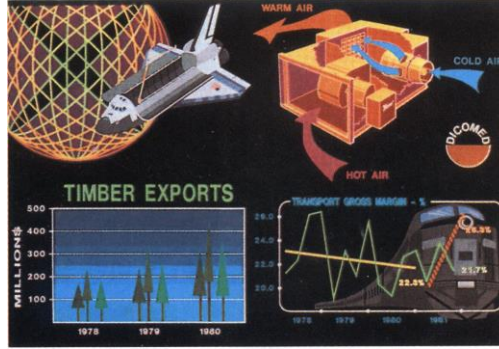
Bir paçanın sıfırdan üretimi tasarım ve üretim olmak üzere ikiye ayrılır. Ürün tasarımı veya kısaca tasarım herhangi bir teknik yapının ödevinin kesin olarak belirtilmesi, uygulanacak fiziksel ilkelerin saptanması, bu ilkeleri sağlayan elemanların seçimi, hesaplanması, bunların montaj ve parça resimlerinin hazırlanmasına kadar geçen tüm işlemleri kapsayan bir faaliyettir. Tüm bu işlemlerin hepsi BDK sistemleri ile yapılmaktadır. Bir parçanın tasarımı için çeşitli hesaplar yapılmakta, teknik resimleri çizilmekte, bunların analizleri yapılmakta, bunların sonucunda imalata geçilmektedir. Normalde bu işlem yapılmak istenilirse çok zaman almakta ve yorucu olmaktadır. Bilgisayar destekli ortamda bu işlemler yapıldığı taktirde; çok daha karmaşık sistemler daha kolay ve hızlı bir şekilde tasarlanmaktadır.

Ürün tasarımının büyük bir bölümünü resim ve bilhassa parça imalat resimlerinin çizimi oluşturmaktadır. Otomatik resim çizme imkanına sahip bilgisayar destekli tasarımda bu işlemler çok daha çabuk yapılmaktadır. Normal tasarım yönteminde, parçanın tasarımı yapıldıktan sonra bir prototipi yada başka bir deyişle modeli yapılmakta, gerekli analizler ve çalışmalar bu model üzerinden yapılmaktaydı. Buda çok zaman alıcı ve maliyetli bir işlemdir. Ancak bilgisayar destekli sistemlerde; tasarım yapılacak parçanın bilgisayar ortamında üç boyutlu olarak modeli yapılmakta ve bu model üzerinde tüm analizler, simülasyonlar, testler yapılmaktadır. Bu da tasarımcıya hem maliyet hem de zaman bakımından tasarruf sağlamaktadır.

1.1. Bilgisayar Grafik Sistemleri Uygulama Alanları

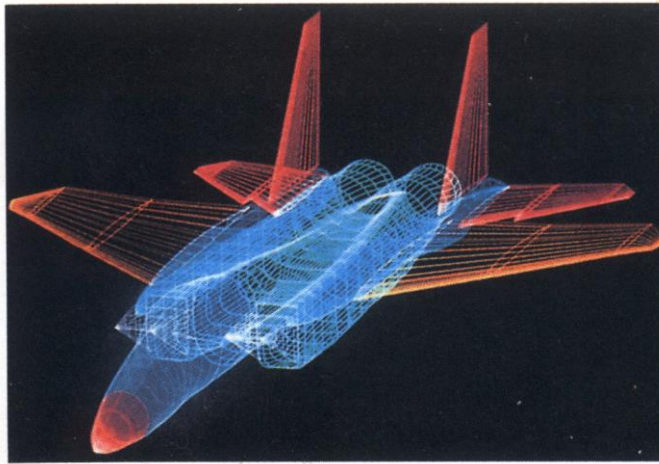
Bilgisayar destekli tasarım ve gösterim sistemleri gün geçtikçe gelişmekte ve her geçen gün kullanımı artmaktadır. Bilgisayar destekli grafik gösterimlerinin

kullanılmadığı yada dezavantajının olduğu bir sektör yoktur. Bilgisayar destekli grafik sistemlerinin ilk kullanılmaya başlandığında karşılaşılan sorunlar ve pahalı malzeme gereksinimleri, gün geçtikçe meydana gelen gelişmeler sonucunda artık çok basitleşmiş ve ekonomik olmuştur. Günümüzde bilgisayar destekli grafiklerin kullanımı, fizikten, ilaca, endüstriyel uygulamalardan sanata, eğitime ve simülasyonlara kadar uzanmaktadır. Şekil 1.1.'de bu uygulamalara örnekler gösterilmektedir.

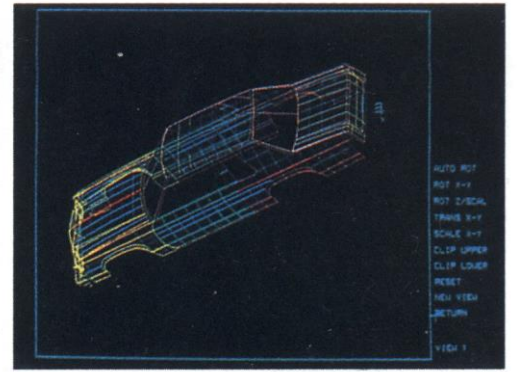


Şekil 1.1. Bilgisayar Grafik Sistemi Uygulamaları [3]

Bilgisayar grafik sistemlerinin en çok kullanıldığı alanlar; endüstriyel tasarım ve mimarlık alanıdır. BDK (bilgisayar destekli konstrüksiyon) olarak adlandırılan bilgisayar destekli tasarım sistemleri, bina, araba, uçak, gemi, tekstil, uzay gemisi tasarımlarında kullanılmaktadır. Şekil 1.2'de örnekleri gösterilmektedir.



(a)

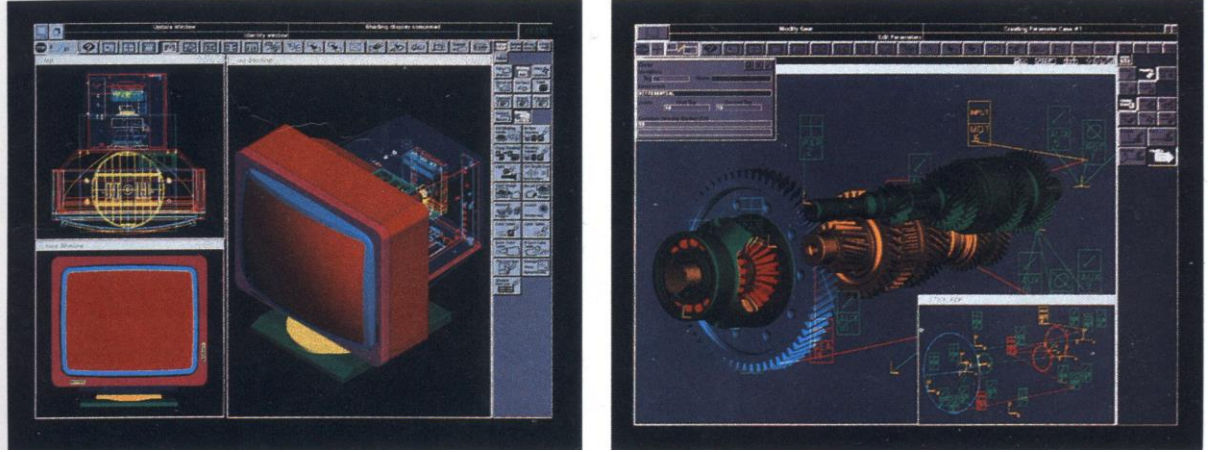


(b)

Şekil 1.2. Araba ve Uçak Gövdesinin Renk-Kodlu Tel Kafes Modeli [3]

Bazı tasarım uygulamalarında, şekil 1.2’de görüldüğü gibi, tasarlanan parçanın tel kafes modeli gösterilmesi, tasarımcıya, parçanın iç ve dış yapısını bir arada görme olanağı sağlamanın yanında, yapılacak değişikliklerin anında görülmesini de sağlar.

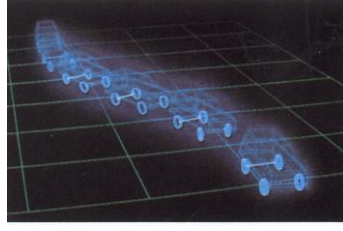
BDİ paket tasarım sistemleri, şekil 1.3’de gösterildiği üzere tasarımcıya ekranı çok parçaya bölme imkanı da vermektedir.



Şekil 1.3. Ekranda Birden Fazla Gösterimli CAD Sistemleri [3]

BDİ sistemlerinde elektrik, su, vb. sistemlerin devre şemaları kolaylıkla gösterilebilmektedir. Ayrıca paket tasarım programında bulunan hazır devre elemanları sayesinde, işlem çok daha kısa sürmektedir. Ayrıca tasarımcı kendi devre elemanlarını tasarlayarak bunları rahatlıkla kullanabilmektedir. Devre elemanları tasarımcı tarafından yerleştirildikten sonra, paket program sayesinde birleştirilmekte ve tasarım işlemi çok kısa sürede yapılmaktadır.

BDK sistemlerinde animasyonlar da yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 1.4’de gösterildiği gibi, gerçek zamanlı animasyonlar kullanılarak bir sistemin performansı incelenebilmektedir. Ayrıca tel kafes modelin iç yapısı görülebildiğinden, yapılan simülasyon sırasında iç yapı değişimi incelenebilmektedir.



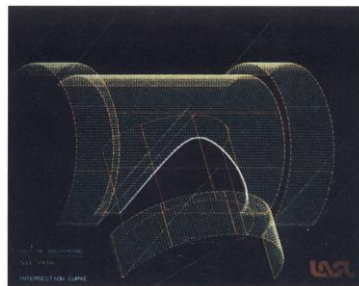
Şekil 1.4 Yön Değişimlerinde Araç Performansının Simülasyonu [3]

Tasarım işlemi bittikten sonra katı 3D modelleme(render) işlemleri ile bitmiş parçayı görebilme imkanı sağlanmaktadır. Şekil 1-5’de bu işleme örnek görülebilmektedir.



Şekil 1.5 Parçaların BDİ Programlarında Katı Modellenmiş Görüntüleri [3]

Ayrıca imalat işlemleri de bilgisayar destekli tasarımda gösterilebilmektedir. Şekil 1.6’da gösterildiği üzere, tasarımda takım yolları ve yüzeyler ayrı ayrı gösterilebilir. NC makinelere, bu takım yolları programlanarak işlem yapılabilir.



Şekil 1.6 Parçanın NC Makine Takım Yolları Gösterilen BDK Gösterimi. Parça Yüzeyi Bir Renk, Takım Yolu Başka Bir Renk İle Gösterilmiştir. [3]

Mimarlık alanında, kat planları rahatlıkla gösterilmektedir. Burada rahatlıkla kapılar, pencereler, odalar, merdivenler, dolaplar gösterilmektedir. Ayrıca gerçekçi katı modelleme işlemleri ile binalar üç boyutlu olarak görülebilmekte, hatta simülasyonlar ile üç boyutlu olarak odalarda, koridorlarda yürümek mümkün olmaktadır.

1.2. Grafik Gösterimleri:

Bilgisayar grafik sistemlerinin bir başka uygulaması ise, raporlama ve slayt hazırlamadır. Grafik gösterimleri, finansal raporlar, müşteri bilgi formları, ekonomik verilerin hazırlanmasında yaygın olarak kullanılmaktadır.

1.3. Bilgisayar Destekli Sanat (Computer ART)

Bilgisayar destekli grafik sistemleri sanat alanında da yaygınca kullanılmaktadır. Artistler tasarımlar için çok çeşitli programlar kullanmaktadırlar; fırça programları (Lumena), boya paketleri (PixelPaint, SuperPaint), özel hazırlanmış programlar, matematik paketleri (Mathematica), BDİ paketleri, animasyon programları. Şekil 1.6 ve 1.7’de örnekler gösterilmektedir.



Şekil 1.7. Bilgisayar Programı Tarafından Oluşturulan Çizgi Film Karakteri [3]

Yukarıda bahsedildiği üzere genel olarak resimlerde kullanılan sistemler, aynı zamanda logo ve özel tasarımlarda da kullanılmaktadır.

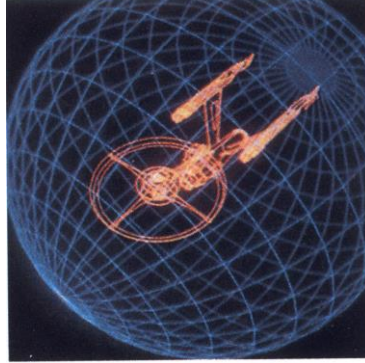


Şekil 1.8. 3 Boyutlu Katı Modellenmiş Bir Logo Örneği [3]

1.4. Eğlence

Bilgisayar grafikleri film yapımında, müzik kliplerinde, televizyon şovlarında da geniş ölçüde kullanılmaktadır. Bazı sahnelerde yalnız bilgisayar grafikleri kullanılırken, bazı sahnelerde aktörler ve gerçek sahnelerle birleştirilmektedir.

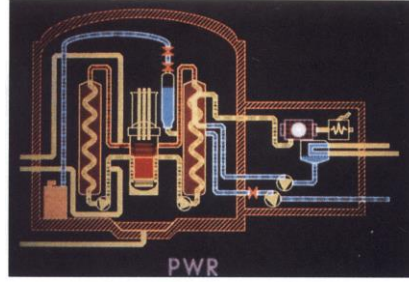
Şekil 1.8’de gösterildiği üzere Uzay yolu filminde kullanılan bir sahne gösterilmektedir.



Şekil 1.9. Star Trek İçin Hazırlanmış Bir Animasyon [3]

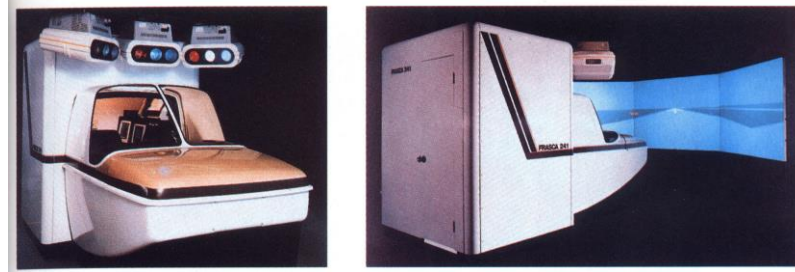
1.5. Eğitim

Bilgisayar destekli üretilen fiziksel, finansal ve ekonomik sistemler eğitim alanında da oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 1.8’de görüldüğü üzere renklerle ayrılmış reaktör çalışma şeması kullanılabilir.



Şekil 1.10. Nükleer Reaktörün Çalışmasının Gösterilmesi [3]

Bazı eğitim sistemleri ise, özel olarak tasarlanmıştır. Şekil1.10’da görüldüğü üzere hazırlanan pilot eğitim simülatörü, pilotların eğitiminde önemli bir yer oynamaktadır. Pilotlar gerçek uçuş eğitimleri almakta, özel operasyonları için uygun simülasyonlar yapılarak, göreve hazırlanmaktadır. Ayrıca uçuş koşulları, dışarıdan kontrol edilerek, pilotların ani değişikliklere tepkileri ölçülüp, senaryolar değiştirilebilmektedir. Böylece gerçek uçuş sırasında meydana gelebilecek tehlikeler en aza indirgenmiş ve önceden hazırlıklı olunur.



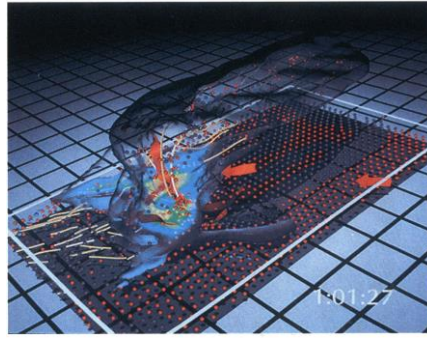
Şekil 1.11 Uçuş Simülatörü [3]

1.6. Gösterim

Mühendisler, öğrenciler, analistler büyük miktarda bilgiyi incelemek ve bazı proseslerin özelliklerini belirlemek zorundadırlar. Nümerik işlemler büyük bilgisayarlar yardımıyla binlerce, milyonlarca veriyi saklayabilmektedir. Örnek olarak uydu kameraları, yorumlamaya fırsat vermeden çok hızlı bir şekilde çok büyük miktarda veriler elde etmektedir. Fakat veriler görsel forma çevrildiğinde, çok

daha rahat bir şekilde değişimler görülebilmektedir. Çok büyük miktarda veriler, görsel olarak 3 boyutlu grafik ortamda gösterilmektedir.

Yorumlanması gereken çok çeşitli veri vardır. Bunlar; skaler sayılar, vektörler, yüksek dereceden tensör çarpımları, yada bunların birleşimleridir. Bu veri tipleri aynı zamanda iki boyutlu yada üç boyutlu olabilmektedir. Şekil 1.11’de hava akışının gösterimine örnekler görülebilir.



Şekil 1.12. Fırtına İçindeki Hava Akışının Nümerik Modeli [3]

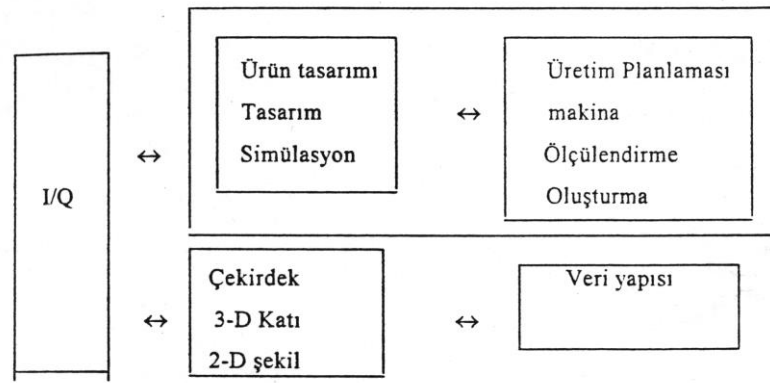
1.7. Görüntü İşlemleri:

Bilgisayar grafiklerinde, bilgisayar istenilen şekli oluşturmaya yarar. Görüntü işlemleri ise, varolan bir şeklin üzerinde değişiklik yapmayı sağlar. Görüntü işlemler; 1) görüntü kalitesini artırma, 2) görüntü gösteriminin makine tarafından algılanmasıdır.

Görüntü işlemleri için ilk olarak bir şeklin yada fotoğrafın görüntü formatında dijitalize edilmesi gerekir. Daha sonra dijital metotlar kullanılarak, şekiller birleştirilir, renk ayrımları yapılır, görüntü netleştirilir. Benzer metotlar, uydu fotoğraflarının analiz edilmesinde de kullanılabilmektedir. Tıbbi uygulamalarda da görüntü işlemleri önemli rol oynamaktadır. Örnek olarak; tomografi ve simülasyon uygulamaları gösterilebilir. Tomografi, ultrasonik ve nükleer tarama teknikleridir.

2. GEOMETRİK MODELLEME

Geometrik model bir planlamanın, tasarımının ve üretimin başlangıç noktasıdır. Geometri dizayn ve üretim dilidir. Genel olarak bilgisayar destekli üretim blok diyagramı aşağıdadır.



Şekil 2.1. BDK/BDİ Mantıksal Yapı Diyagramı

Burada BDK ürün tasarım bloğu ve BDİ'nin bir alt noktası olan ürün planlama blokları gösterilmektedir. Oluşturulacak parçanın temel başlangıç noktası; 3D modelleme, 2D modelleme veya diğer tip modelleme metotlarıdır. 2D model parçanın mühendislik çizimini sunar veya üç yönlü bakış ile parçanın çizimini gösterir. Burada bir bakış açısı parçanın üç boyutluluğu açısından yeterli değildir. Üç yönden bakış açısı da genellikle yetmez. Daha fazla açıklama için kesit ve ek bakış açıları gerekebilir. Bu sınırlamalardan dolayı, 3D çizimler tercih edilir.

Üretilen parçada iki temel unsur vardır; birincisi parçanın geometrisi, ikincisi parçanın malzemesinin tipi ve fonksiyonelliğidir. Geometrisi, boyutları, toleransları,

yüzey kalitesini, kenar ve yüzeylerinin durumunu, bazı durumlarda iki parçanın birbirine uygunluğunu içerir.

Geometrik modelin, temel olarak BDK/BDİ içinde üç amacı vardır;

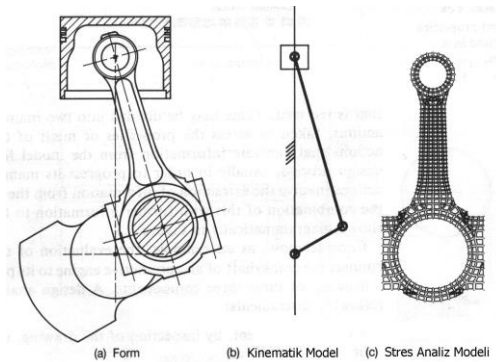
1 – Parçanın gösterimi: Parçanın bütününe üretimi ve diğer uygulamaları için öncülük yapar.

2 – Tasarım: Tasarımcıya geometrik açıklamaları girmeye izin verir.

3 – Yorum: Geometrik modelin en önemli uygulamasıdır. Parçanın temsili güçlü model ve bütünlük ister. Yani modelin kullanıcıya gerçekmiş gibi analizler yapabilme imkanını vermesi gerekir. Tasarım esneklik ve kolayca değişiklik yapabilme imkanı vermelidir.

2.1. BDK Sistemleri ile Modelleme

Bir parçanın üretiminde, tasarımdan imalata kadar birçok evre bulunmaktadır. Tasarımcı, parçayı tasarlarken, tasarımını desteklemek için birbiriyle ilişkili birçok model kullanmakta, bu modellerin birçok görünüşünü elde etmekte, bu modeller kullanılarak imalata geçilmekte ve yeni modeller oluşturularak son bitmiş parçayı elde etmektedir. Şekil 2.1’de bu işlemlerin özet şeması görülebilir. Oluşturulan tasarımların gösterilmesinde, şekil 2.2’de gösterildiği gibi gösterimin değiştirilmesi ile aynı model farklı şekillerde gösterilebilir.



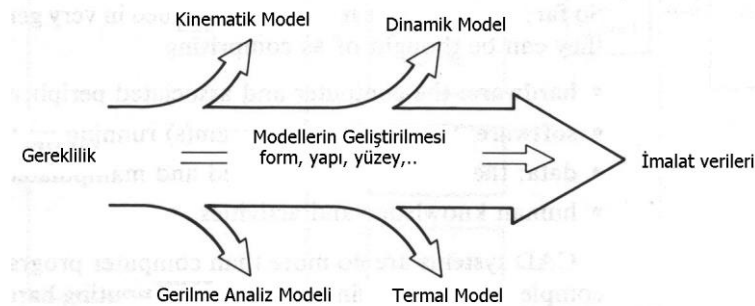
Şekil 2.2. Modelin farklı gösterimleri [4]

BDK sistemlerinin amacı, bilgisayarların hem tasarım hem de tasarımlar arasındaki ilişkilerde kullanılmasıdır. Bu amaçla iki görüş vardır;

- basit olarak; bilgisayarların görevi, imalat resimlerinin, diyagramlarının, parça listelerinin oluşturulmasını hızlandırmak ve kesinleştirmektir.
- daha karmaşık olarak; tasarım prosesine yardımcı olmak için yeni teknikler sağlamaktır.

Bilgisayar destekli sistemlerin kullanılmasının nedenleri, tekrarlanan işlemleri çok daha kısa sürede yapmak, tasarlanan modelin daha kesin sonuçları içermesi, tasarımın çok daha kısa sürede yapılmasıdır. Tasarım sırasında karşılaşılan güçlükler ve sınırlar sebebiyle, BDK sistemleri sürekli geliştirilmektedir. Böylece BDK sistemleri kullanılarak, tasarımcı zorlukları daha kolaylıkla yenmektedir.

Şekil 2.3’de imalata gönderilecek verileri elde etmek için tasarımın farklı aşamaları gösterilmektedir. Modelin tasarlanması ve simülasyonu için BDK teknikleri ve imalata gönderilecek verileri oluşturan teknikler, modelin tasarlanması için gerekli form ve yapı ile uyum içinde olmalıdır.



Şekil 2.3 Tasarımda modellerin kullanımı [4]

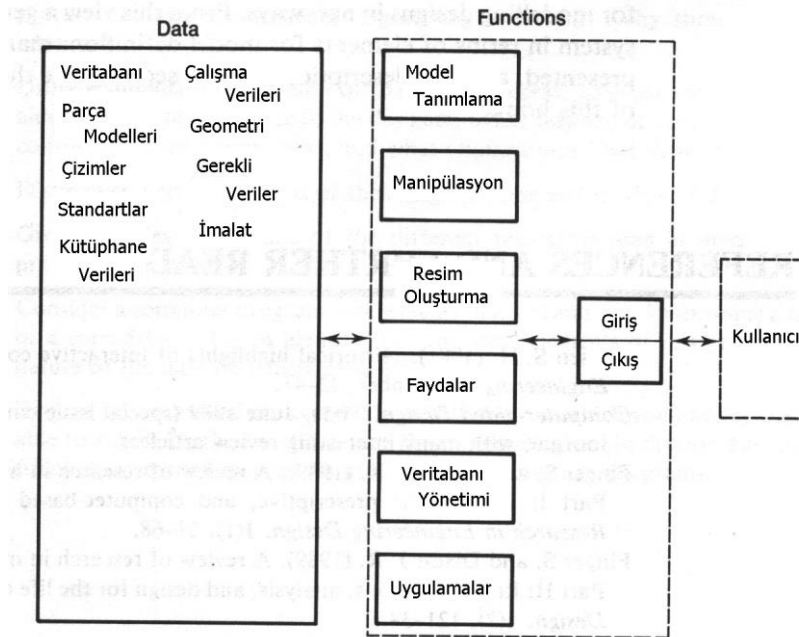
Temel olarak, BDK sistemleri tasarımın her aşamasına uygulanabilmektedir; fakat pratik olarak daha kesin gösterimlerin gerektiği tasarımın ilk aşamalarında etkisi daha fazladır, fakat sınırlıdır. BDK sistemleri tasarımcıya, tasarımın daha yaratıcı kısımlarında yardım etmemektedir.

2.2. BDK Sistem Yapısı

BDK sistemleri, genel olarak

- donanım: bilgisayar ve gerekli tertibatlar.
- program: Bilgisayarların çalıştırılmasını yöneten, yönlendiren ve yazılı komutlardan oluşan bölümdür.
- veri: programlar tarafından oluşturulan yada programa girilen bilgiler
- insan bilgisi ve özellikleri

Kullanılan program normal olarak birçok parçadan ve verilerin farklı şekilde saklanması ve kullanılmasını sağlayan fonksiyondan oluşmaktadır. Şekil 2.4’de gösterilmektedir.

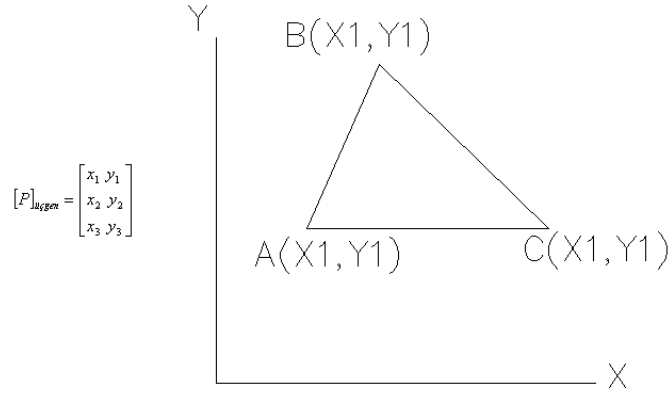


Şekil 2.4. BDK Sistem Yapısı

Bu özellikler birçok program kullanılarak ortak bir veritabanı altında kullanılabileceği gibi, tek bir programda da kullanılabilir.

2.3. İki Boyutlu Geometrik İşlemler

Bilgisayar grafik sistemlerinde iki boyutlu nesnelerin şekli ve büyüklüğü, ikişer koordinat sistemi ile belirlenir. Geometrik şekillerin başlangıç elemanı noktadır ve koordinat sisteminde bir nokta (x,y) ile gösterilir. İki boyutlu koordinat sisteminde bir doğru iki uç noktası ile, bir şekil köşe noktaları ile tanımlanır. Aşağıda gösterilen üçgen, köşe noktaları olan matris ile ifade edilir.



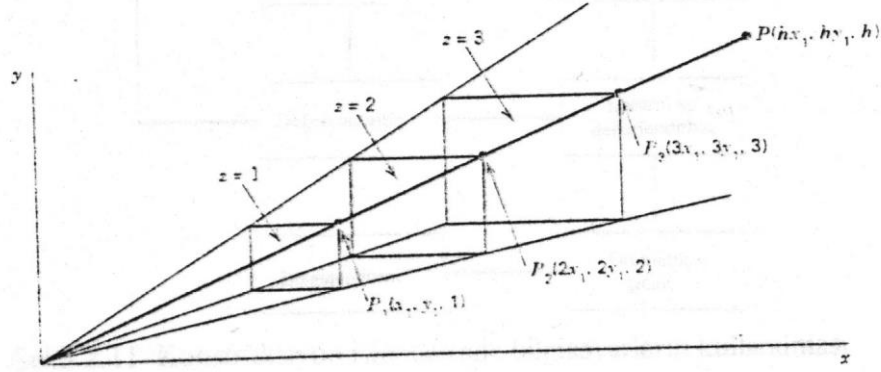
Şekil 2.5 xy koordinat sisteminde üçgenin gösterilmesi

Matris gösterimleri, grafik sistemlerinde, geometrik işlemler için çok uygundur. Ancak bütün geometrik dönüşüm işlemlerinin matrislerle ifade edilebilmesi için, geometrik modellerin alışılmış kartezyen koordinatlar yerine homojen koordinatlar kullanılır.

Şekil 2.6.'da $P(x_1 y_1)$ noktası homojen koordinatlarla gösterilmiştir. P_1 'i başlangıç noktasına bağlayan ışın üzerindeki noktaları hepsi bir h parametresi ile tanımlanabilir.

$$P(x\ y\ z) = P(hx\ hy\ hz)$$

(2.3.1.)



Şekil 2.6 Homojen uzayda üç boyutlu gösterim

Alışılmış koordinatlar ışının $z=1$ olduğu noktaya karşılık gelir. Bir noktanın türdeş koordinatları $P(m\ n\ h)$ olarak verilmişse, alışılmış koordinatlarda buna eşdeğer noktanın koordinatları $P(m/h\ n/h)$ dır.

2.3.1. Dönüşüm işlemleri

Geometrik dönüşüm işlemleri, matematik olarak ilk konumunu yada şeklini değiştiren bir nesnenin yeni koordinatlarının hesaplanmasıdır. Bu işlemler, nesnenin büyüklüğünü değiştirme, öteleme, döndürmedir.

Geometrik dönüşüm işlemleri iki türlü gerçekleştirilir.

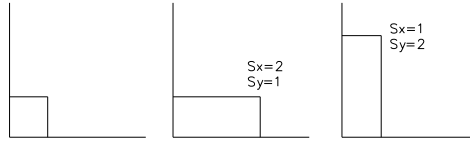
1. Nesne dönüşümü; koordinat sistemi sabit kalır, nesneyi oluşturan noktaların koordinatları değiştirilir.
2. Koordinat sisteminin dönüşümünde; yeni bir koordinat sistemi oluşturulur, daha sonra nesneyi oluşturan bütün noktaları yeni koordinat sisteminde gösterilir.

2.3.2. Ölçek değıştirme

Bir nesneyi oluşturan noktaların x ve y koordinatlarını belirli ölçek sabitleriyle değıştirmektir. Ölçek sabiti birden büyükse şekil büyür, birden küçükse şekil küçülür. Bu sabitler daima pozitifdir, negatif olması durumunda yansıma işlemi olur.

$$X^*=xS_x \quad Y^*=yS_y \quad (2.3.2.)$$

$$\begin{bmatrix} x^* & y^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \quad (2.3.3.)$$

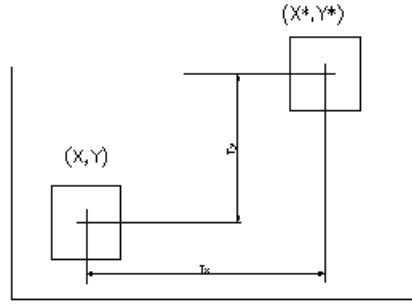


Şekil 2.7 Ölçek değıştirme

Yukarıda gösterilen tarzda ölçek değıştirmeye başlangıç noktasına göre ölçek değıştirme denir. Çünkü nesneyi oluşturan noktaların konumları başlangıç noktasına göre tanımlanmaktadır.

2.3.3. Öteleme

Nesneyi ekranda hareket ettirmeye denir. Bu işlemin iki tipi vardır; birincisinde nesnenin ilk konumu silinir, ikincisinde korunur.



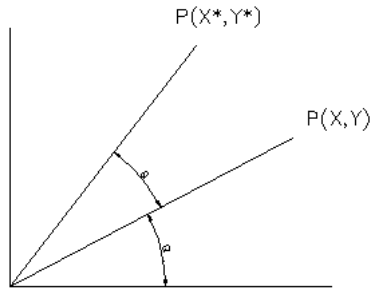
Şekil 2.8. Öteleme

$$x^* = x + T_x \quad y^* = y + T_y \quad (2.3.4.)$$

$$\begin{bmatrix} x^* & y^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.5.)$$

2.3.4. Döndürme

Bir nesneyi değişik açılardan görmek için veya daire üzerinde düzenlenmiş nesne dizileri oluşturmak için kullanılır.



Şekil 2.9. Döndürme

Döndürme işlemi, koordinat sisteminin başlangıç noktası etrafında belirli bir θ açısı kadar nesnenin döndürülmesini ifade eder.

$$x=r\cos\phi \quad y=r\sin\phi \quad (2.3.6.)$$

$$\begin{bmatrix} x^* & y^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.7.)$$

2.3.5. Yansımalar

Yansımalar işlemi, nesnenin aynadaki görüntüsünü elde etmek için uygulanır, bu işlemle nesnenin herhangi bir eksene veya noktaya göre simetrisi elde edilir. Yansımalar işleminin genel dönüşüm matrisi;

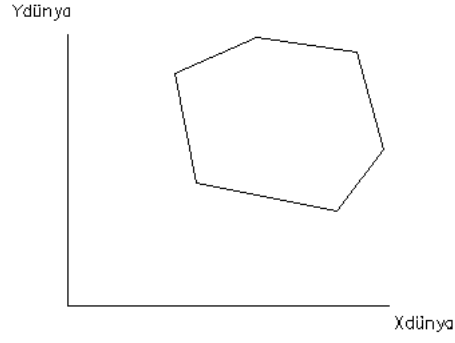
$$\begin{bmatrix} T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.8)$$

2.3.6. Koordinat sistemleri

Bilgisayarda geometrik modellerin grafik işlemleri için üç tip koordinat sistemi kullanılır.

2.3.6.1. Arz koordinat sistemi

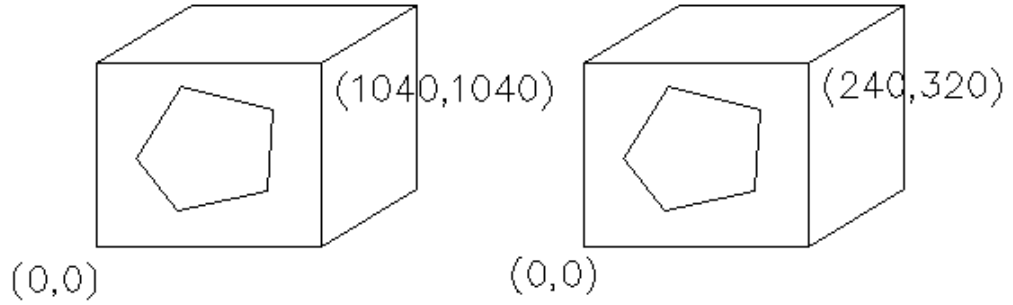
Şekil 2.10.'da gösterildiği gibi, sağ-el kuralına uygun bir kartezyen koordinat sistemidir, nesnenin gerçek koordinatlarını verir.



Şekil 2.10. Arz koordinat sistemi

2.3.6.2. Ekran koordinat sistemi

Şekil 2.11’de gösterildiği gibi, kullanılan ekrana ait bir sistemdir. Arz ve ekran koordinat sistemleri arasındaki dönüşümler, kullanılan görüntü cihazının tipine bağlıdır.

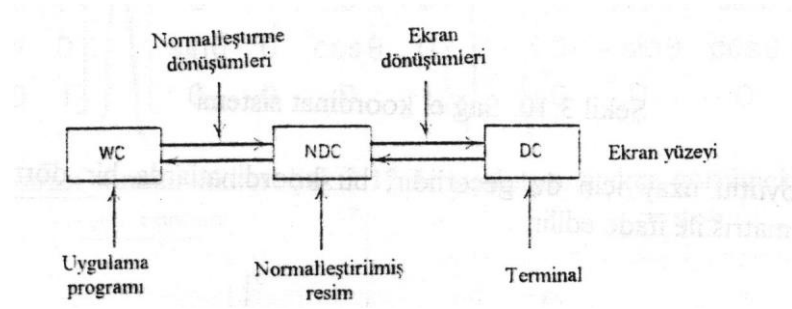


Şekil 2.11 Ekran koordinat sistemi

2.3.6.3. Normalleştirilmiş ekran koordinat sistemi

Ekranı birim kare olan ve başlangıç noktası sol alt köşe olan bir ideal grafik cihazı için tanımlanır.

GKS standartlarında koordinat dönüşüm işlemleri Şekil2.12 gösterilmiştir. Nesne önce uygulama programı ile arz koordinatlarında tanımlanır; sonra NDC koordinatlarına dönüştürülür. Bu noktadan sonra nesne herhangi bir görüntü ekranında gösterilebilir, çünkü NDC kullanılan ekran tipine bağlı değildir.



Şekil 2.12. GKS koordinat sistemleri ve dönüşümleri [1]

Üç boyutlu uzayda noktalar, üç boyutlu koordinat sistemine göre gösterilir. Bu koordinat sistemleri haricinde; silindirik veya küresel koordinat sistemleri gibi özel bazı uygulamalar da vardır.

2.4. Üç Boyutlu Geometrik İşlemler

2.4.1. Nesne gösterimi

İki boyutlu sistemde olduğu gibi üç boyutlu sistemlerde de en basit şekil noktadır. Türdeş koordinat sistemi, üç boyutlu uzay için de geçerlidir, bu koordinatlarda 4X4 boyutunda bir matris elde edilir.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_B & 0 & 0 & 1 \\ 0 & y_c & 0 & 1 \\ 0 & 0 & z_D & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

2.4.2 Üç Boyutlu dönüşümler

Üç boyutlu sistemde; geometrik dönüşümler, iki uzayda yapılanlara benzer şekildedir, ancak z boyutu eklenmiştir.

$$[T] = \begin{bmatrix} A & C & D & 0 \\ D & E & F & 0 \\ G & H & I & 0 \\ J & K & L & S \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

Bu matris dört parçaya ayrılabilir. Sol üst köşedeki 3X3 boyutundaki alt matris, ölçek değiştirme, dönme, yansıma işlemlerini sağlar; sol alt köşedeki 1X3 boyutlu alt matris öteleme, sağ alt köşedeki 1X1 matris düzgün büyültme ve küçültme işlemleri için kullanılır. Sağ üst köşedeki 3X1 boyutlu alt matris türdeş koordinatları ile ilgilidir ve perspektif görünüşler elde etmek için kullanılır.

$$\text{Ölçek değiştirme matrisi;} \quad \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

$$\text{Öteleme matrisi;} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ J & K & L & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

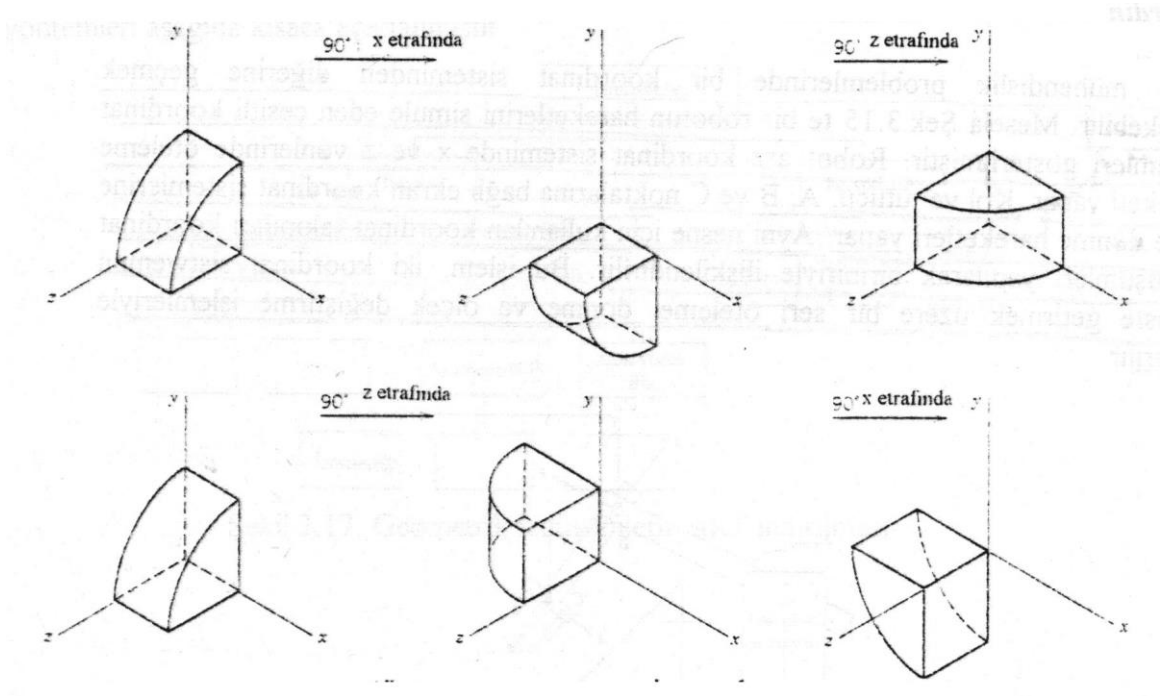
Dönme matrisleri;

$$\text{z-ekseni etrafında;} \quad \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.5)$$

$$\text{y-ekseni etrafında; } \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

$$\text{x-ekseni etrafında } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

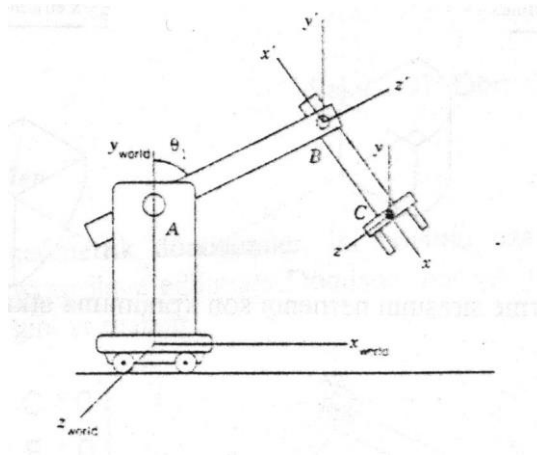
Dönme işlemi sırası sonucu etkiler, şekil 3.12’de gösterilmiştir.



Şekil 2.13 Dönüştürme sırasının nesnenin son konumuna etkisi [1]

2.4.3. Koordinat sistemlerinin dönüşümü

Bazı işlemlerde bir koordinat sisteminden diğerine geçmek gerekebilir. Şekil 2.14’de bir robotun hareketlerini simüle eden çeşitli koordinat sistemleri gösterilmiştir. Robot arz koordinat sisteminde x ve z yönlerinde öteleme hareketi yapar. Kol ve tutucu, A, B ve C noktalarına bağlı ekran koordinat sistemlerine göre dönme hareketi yapar. Aynı nesne için kullanılan koordinat takımları koordinat dönüşümleri yapılarak birbiriyle ilişkilendirilir. İki koordinat sistemini üst üste getirmek üzere bir seri öteleme, dönme ve ölçek değiştirme işlemleriyle başarılır.

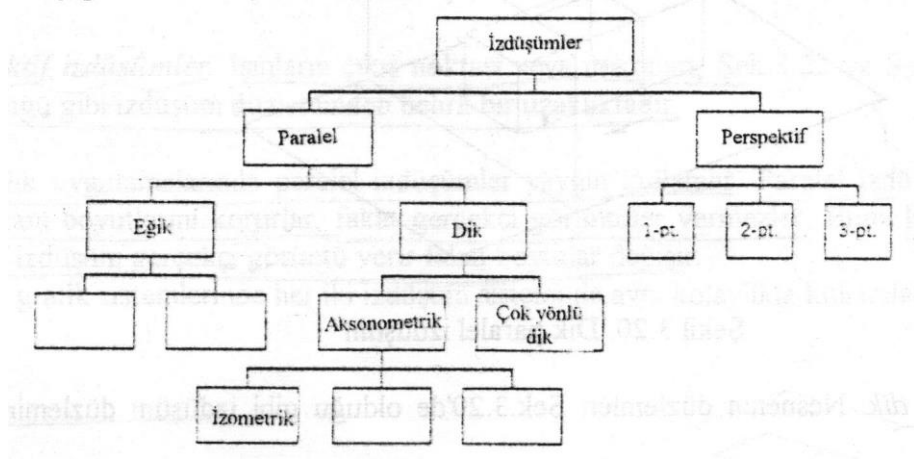


Şekil 2.14 Bir çok koordinat sisteminin kullanılışı [1]

Bazı koordinat sistemleri birim küpler, silindirler gibi basit ve temel nesnelerin boyutlu dönüşümleriyle elde edilebilir.

2.4.4 İzdüşümler

Üç boyutlu nesnelerin iki boyutlu düzlemler üzerindeki izdüşümleri, mühendislik işlemlerinde oldukça fazla kullanılmaktadır. Şekil 2.15’de izdüşüm ışınlarını ve izdüşüm düzlemini göstermektedir.



Şekil 2.15. Geometrik izdüşümlerin sınıflandırılması [1]

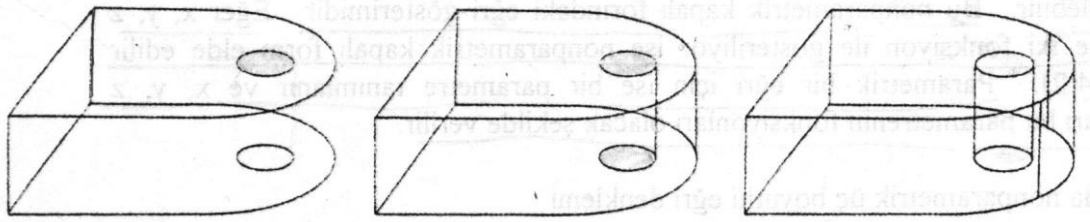
2.5. Tel Kafes Modelleme

Bir parçanın tel kafes modeli bir geometrik modeli bilgisayarda oluşturabilecek en basit geometrik modeldir. Nesne kendisi yada nesneye ait kenarlar çizgi şeklinde gösterilir. Tipik bir tel kafes model noktalar, doğrular, yaylar, çemberler, konikler ve eğrilerden meydana gelir.

BDK/BDİ sistemlerinde, kartezyen, silindirik ve küresel koordinatlar kullanılmaktadır. Her koordinat sistemi için mutlak ve bağıl koordinatlar kullanılarak veriler girilebilir. Aynı zamanda daha önceden tanımlanmış nesnelerin uç veya orta noktaları gibi belirli noktaları kullanılarak oluşturulabilir.

Tel kafes modelin en büyük avantajı basit oluşudur. Bu sebeple bilgisayarın gerekli hesapları yapabilmesi için gerekli zaman ve hafıza problemi tel kafes modelde yoktur. Fakat şeklin karmaşık olması durumunda modeli oluşturmak için gerekli zaman aniden artmaktadır. Aynı zamanda tel kafes modelleme, yüzey modellemenin temelini oluşturmaktadır. Fakat nesneyi ifade eden bu modelin, kullanıcı tarafından kolaylıkla algılanamayacak belirsizliklere sahip olmasıdır. Aynı zamanda bir tel kafes model ile birden fazla şekil ifade edilebilir. Ayrıca nesne profilinin

gösterilmesinde görsel yetersizlikler ve bilgi eksikliklerinin olması da bir dezavantajdır. Buna artı olarak tel kafes modellerin mühendislik uygulamaları açısından kullanımı oldukça sınırlıdır. Nesnenin iki yada yarım boyutlu olmasına rağmen hacim ve kütle özelliklerinin, NC takım yolunun üretilmesi, kesit alma gibi işlemlerin hesaplarının yapılması mümkün olmamaktadır. Tel kafes model kullanıcı tarafından sonlu elemanlar modelleri ve tolerans analizlerinin yapılmasında kullanılabilir.



Şekil 2.16 Tek kafes modellerde delik ve eğrisel köşelerin görüntülenmesi [1]

2.5.1. Eğri gösterimi

Bir eğri koordinat verileri ve analitik denklemlerle tanımlanır. Koordinat dizisi metodu, hafızada büyük yer işgal etmekte ve bunların transformasyonu oldukça sıkıcı ve hantal olmaktadır. Ayrıca eğrinin tam şekli bilinmediğinden eğrilerin geometrik ve fiziksel özelliklerinin hesaplanmasını zayıflatmaktadır. Eğrilerin analitik denklemlerle gösterimi tasarımcıya eğri üzerindeki noktaların kontrolünü, eğrinin sürekliliği ve eğriliği hakkında bilgi edinmesini sağlar.

BDK/BDİ sistemlerinde tüm eğri denklemlerinin kullanılması programlama ve hesaplama problemleri sebebiyle uygun veya etkin olmayabilir. Örnek olarak, eğrinin eğriliğinin bulunmasında sifra bölünme gibi problemler söylenebilir. İki eğrinin kesişim noktasının bulunmasında bu iki eğri denkleminin nümerik çözümlerinde, bu denklemlerin formlarının yetersiz olması halinde problem

çıkabilmektedir. Önemli noktalar, eğrinin geçeceği noktalar ve teğet değerleri olarak söylenebilir.

Eğriler genel olarak parametrik ve parametrik olmayan olmak üzere ikiye ayrılır. Parametrik olmayan denklemler açık veya kapalı formda olabilir. Parametrik olmayan eğride; x, y, z birbirleri ile iki fonksiyon ile gösteriliyor ise kapalı eğridir denir. Parametrik eğride; bir parametre tanımlanır ve x, y, z bu parametrenin fonksiyonu olacak şekilde verilir.

Açık formda parametrik olmayan üç boyutlu eğri;

$$P = [x \ y \ z]^T = [z \ f(x) \ g(x)]^T \quad (2.5.1)$$

Geometrik modellemede nokta tanımlamaları aşağıdaki şekilde yapılır.

- 1 – Mutlak Kartezyen Koordinatlarda
- 2 – Mutlak Silindirik Koordinatlarda
- 3 – Artımsal Kartezyen Koordinatlarda
- 4 – Artımsal Silindirik Koordinatlarda

Geometrik modellemede doğruların tanımlamaları aşağıdaki şekilde yapılır.

- 1 – Yukarıda anlatılan 4 metotla tanımlanmış noktalar
- 2 – Yatay veya dikey olarak
- 3 – Söz konusu doğruya paralel yada dik olarak
- 4 – Söz konusu nesnelere teğet

Aynı metotlarla yay, çember, parabol gibi daha birçok şeklin tanımlaması yapılabilir. Kapalı formdaki parametrik olmayan denklemlerde, denklemin bir x değeri için köklerinin çözülmesi gerekebilir, bu da zor ve zahmetli bir iştir. Parametrik olmayan denklemlerin diğer bazı sınırlamaları aşağıda verilmiştir.

1 – Eğer bir eğrinin bir noktadaki eğimi dik yada dike yakın ise değeri sonsuz veya çok büyük olur ve bu hem hesaplama hem de programlama açısından zordur. Yanlış tanımlamalara sebep olunabilir.

2 – Çoğu mühendislik nesnelerinin şekli, herhangi bir koordinat sisteminden bağımsızdır. Nesnenin şeklini belirleyen, buna ait noktaların birbirleri ile olan ilişkileridir.

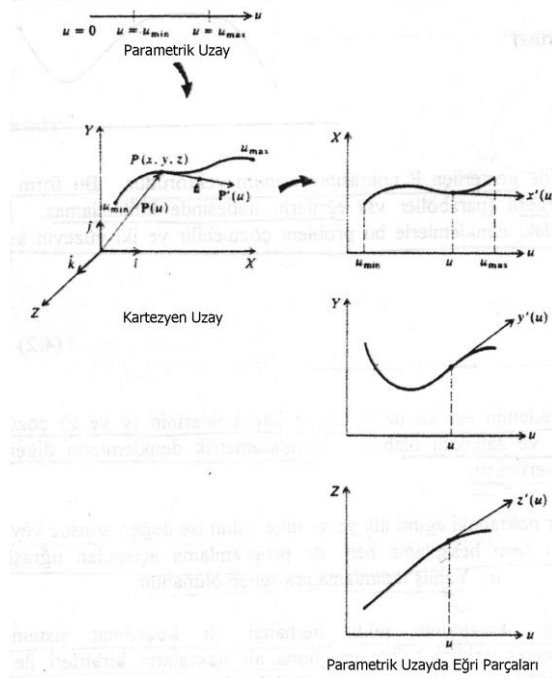
3 – Eğer eğri bir seri nokta veya doğru parçaları şeklinde ekranda gösterilecek ise hesaplamalarda bir artış söz konusu olacaktır.

Eğrilerin parametrik gösterimi ile bu zorlukların üstesinden gelinebilir. Parametrik formda her nokta bir ‘u’ parametresi ile ifade edilir. Üç boyutlu eğri için parametrik denklem uzayı aşağıdaki vektör formu ile verilebilir.

$$C(x) = [x \ y \ z]^T = [x(u) \ y(u) \ z(u)]^T, \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (2.5.2)$$

Parametrik eğride, u parametresi $u_{\min}$ ile $u_{\max}$ arasında sınırlandırılmıştır.

Sınırları belirtilmiş üç boyutlu parametrik eğri gösterimleri, Şekil 2.17’de gösterilmiştir.



Şekil 2.17. Üç boyutlu bir eğrinin parametrik gösterimi [1]

Parametrik formda denklem; geometrik modelleme ve hesaplamalarda kolaylık sağlamaktadır. Verilen bir noktanın eğrinin üzerinde olup olmadığı ve bu noktayı sağlayan u değerinin bulunması ve bu değerin verilen u aralığında bulunup bulunmadığını kontrol etmekte rahatlıkla kullanılmaktadır.

Parametrik eğrinin keyfi bir noktadaki eğriminin bulunabilmesi için teğet vektörün tanımlanması gerekir.

$$C(u) = \frac{dC(u)}{du} \quad (2.5.3)$$

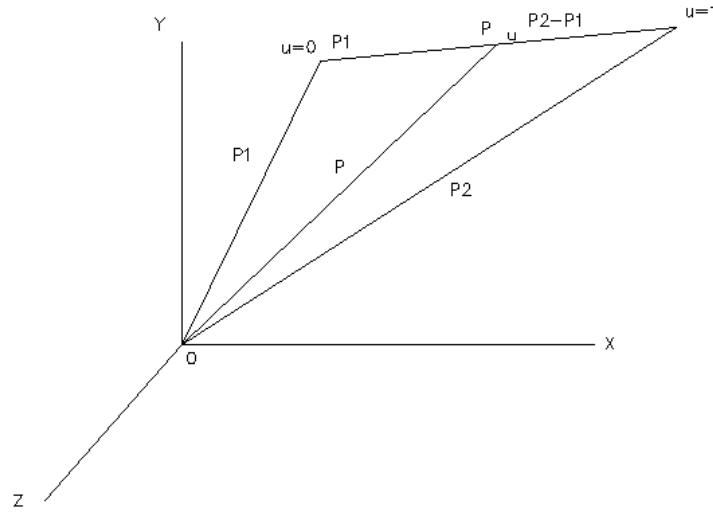
Eğrilerin parametrik gösterimi analitik ve sentetik olmak üzere ikiye ayrılır. Analitik eğriler doğrular, çember ve konik gibi analitik denklemlerle tanımlanır. Sentetik eğriler ise kontrol noktaları ile tanımlanır. Parametrik polinomlar genellikle kontrol

noktalarından geçerler. Analitik eğriler şekli özlü bir formda gösterirler, şekille ilgili alan ve hacim gibi hesaplarda basitlik sağlarlar.

2.5.2. Analitik eğriler

2.5.2.1. Doğrular

Şekil 2.18’de P_1 ve P_2 noktalarının oluşturduğu doğru gösterilmiştir.



Şekil 2.18 P_1 ve P_2 noktalarını bağlayan doğru

$$P = P_1 + (P - P_1) \quad (2.5.4)$$

$(P - P_1)$ vektörü $(P_2 - P_1)$ vektörüne orantılıdır.

$$P - P_1 = u(P_2 - P_1) \quad (2.5.5)$$

Doğru denklemi;

$$P=P_1+u(P_2-P_1) \quad (2.5.6)$$

haline gelir. Bu denklem skaler formda yazılırsa;

$$\begin{aligned} x &= x_1 + u(x_2 - x_1) \\ y &= y_1 + u(y_2 - y_1) \quad , 0 \leq u \leq 1 \\ z &= z_1 + u(z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

2.5.2.2. Çemberler

Skaler formda çember denklemi;

$$\begin{aligned} x &= x_c + R \cos u \\ y &= y_c + R \sin u \quad 0 \leq u \leq 2\pi \\ z &= z_c \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

2.5.2.3. Elipsler

Skaler formda elips denklemi;

$$\begin{aligned} x &= x_c + A \cos u \\ y &= y_c + B \sin u \quad 0 \leq u \leq 2\pi \\ z &= z_c \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

2.5.2.4 Parabol

Skaler formda parabol denklemi;

$$\begin{aligned}
x &= x_v + Au^2 \\
y &= y_v + 2Au \quad 0 \leq u \leq \infty \\
z &= z_v
\end{aligned} \tag{2.5.10}$$

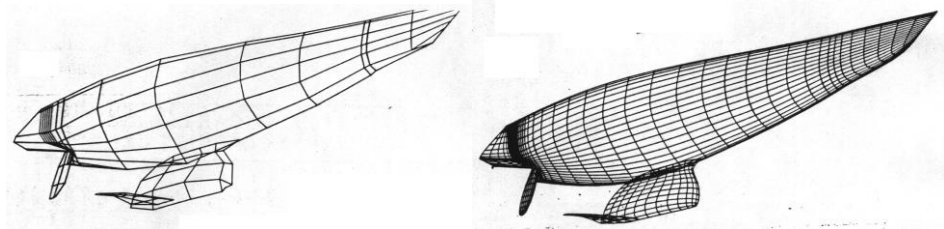
2.5.2.5. Hiperboller

Skaler formda hiperbol denklemi;

$$\begin{aligned}
x &= x_v + A \cosh u \\
y &= y_v + B \sinh u \quad 0 \leq u \leq \infty \\
z &= z_v
\end{aligned} \tag{2.5.11}$$

2.5.3. Sentetik eğriler

Analitik eğriler, otomobil gövdeleri, gemi gövde kısımları şekil 2.19’da gösterildiği gibi uçak kanatları gibi parçaların geometrisini tanımlamada yeterli olmamakta ve serbest formda, sentetik eğriler gerektirmektedir. Sentetik eğrilere ihtiyaç, verilen noktalardan geçen eğrilerin elde edilmesi veya bu şekilde oluşturulan eğrilerin şeklinin esnek olarak değiştirilmesi durumunda ortaya çıkabilir. İkinci durumda; tasarımcıya verilen noktalardan biri veya birkaçını değiştirilerek eğrinin şeklini esnek olarak değiştirebilmektedir. Eğri oluşturulurken verilen kontrol noktaları iki şekilde yerleştirilmektedir. Eğri verilen bütün kontrol noktalarından geçiyor ise bu eğriye enterpolasyon eğrisi veya kontrol noktalarının yakınından geçiyorsa yaklaşım eğrisi elde edilir.



a) Kontrol poligonu

b) parametrik gösterim

Şekil 2.19 Amerikan Yat firması Stars&Stripes tarafından tasarlanan yat modeli [5]

Matematiksel olarak sentetik eğriler, verilen noktalardan geçen yumuşak bir eğri oluşturmak için kullanılan eğri uydurma problemini ifade eder. Bu nedenle polinomlar bu eğrileri göstermek için tipik bir formdur. Çeşitli süreklilik şartları ile verilen noktalardaki yumuşak geçişlerin mertebesi değiştirilebilir. Süreklilik şartları iki şekilde belirtilmektedir.



Şekil 2.20. a) Enterpolasyon Eğrisi

b) Yaklaşım Eğrisi [3]

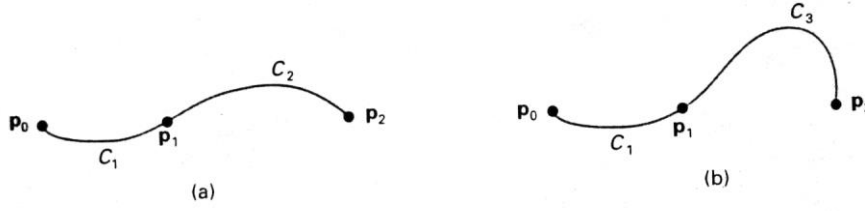
Parametrik süreklilik şartları; bir eğriden diğerine yumuşak geçişi sağlamak amacıyla birleşme noktalarında süreklilik şartları aşağıdaki ifadeyle tanımlanmıştır. Eğer eğrinin her bölümü parametrik denklemlerle tanımlanmışsa;

$$x=x(u) \quad y=y(u) \quad z=z(u) \quad u_1 \leq u \leq u_2 \quad (2.5.12)$$

Eğrinin birleştirilecek bölümlerindeki parametrik değişkenleri birbirleriyle eşleştirerek parametrik süreklilik tanımlanır.

Süreklilik dereceleri, (C^0) konum sürekliliği ; u_1 değişkeni ile belirlenen birinci eğrinin x_1, y_1, z_1 koordinatlarının, u_2 değişkeni ile belirlenen ikinci eğrinin x_2, y_2, z_2 koordinatları aynı olmalıdır. (C^1) eğim sürekliliği; birinci ve ikinci eğri parçasının

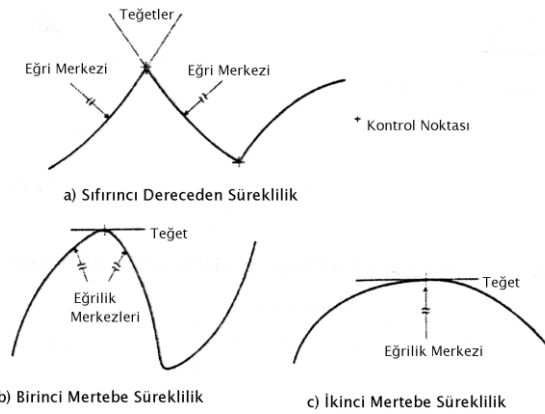
birleşim noktalarındaki ortak teğetleri birbirine eşit olmalıdır. (C^2) eğrilik sürekliliği; eğrinin birleşim noktalarındaki birinci ve ikinci türevleri eşit olmalıdır.



Şekil 2.21 (a) parametrik süreklilik, (b) geometrik süreklilik (C_3 eğrisinin p_1 noktasındaki teğeti C_1 eğrisinin aynı noktadaki teğetinden daha büyük bir değer almaktadır.) ile birleştirilen eğrilerdir. [3]

Eğri parçalarının birleştirilmesinde kullanılan diğer bir yöntem ise geometrik süreklilik şartlarını belirlemektir. Bu durumda, eğri parçalarının birinci ve ikinci türevlerinin ortak sınırlarında birbirine eşit olmalarının yerine, birbirleriyle orantılı olmalarıdır.

(G^0) sıfırıncı mertebe geometrik süreklilik, (C^0) ile aynıdır. (G^1) birinci mertebeden geometrik süreklilik, iki eğri parçasının birleşim noktalarındaki birinci türevlerinin birbirine orantılı olmasıdır. (G^2) ikinci mertebe geometrik süreklilik, eğri parçalarının birinci ve ikinci mertebeden türevleri ortak sınırlarında birbirine orantılı olacaktır.



Şekil 2.22. Eğrilere ait çeşitli mertebeden sürekliliklerin gösterimi [1]

Belirli bir eğri gösterimi için birbirine denk üç metot vardır. Bunlar;

1. Eğriye dayalı sınır şartlarını belirtmek
2. Eğriyi karakterize eden matrisi belirtmek
3. Eğri parçalarının çiziminde; eğri parçalarının geometrik sınırlamalarının tüm eğri boyunca nasıl hesaplanacağını gösteren karışım fonksiyonlarını (karışım fonksiyonları=blending functions) belirtmektir.

Bu üç metodu göstermek amacıyla, eşitlik 2.5.13’de verilen kübik polinomun ele alındığında,

$$x(u) = a_x \cdot u^3 + b_x \cdot u^2 + c_x \cdot u + d_x \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (2.5.13)$$

Sınır şartları olarak, örnek olarak; $x(0), x(1)$ ve birinci türevleri $x'(0), x'(1)$. Bu noktalar a_x, b_x, c_x, d_x sabitlerini belirlemek amacıyla yeterlidir.

Sınır şartlarından, (1.2) ifadesinde verilen eğriyi gösteren matrisi elde edebiliriz.

$$x(u) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ d_x \end{bmatrix} = U \cdot C \quad (2.5.14)$$

Burada U; u’nun katlarını gösteren sıra satır matrisi ; C ise katsayıları gösteren sütun matrisidir. Sınır şartlarını matris formunda yazar ve C matrisine göre denklemi çözersek;

$$C = M_{spline} M_{geom} \quad (2.5.15)$$

elde edilir.

Burada, M_{geom} eğrinin sınır şartlarını gösteren 4 elemanlı sütun matrisi; M_{spline} geometrik kısıtlamaları polinom katsayılarına çeviren ve eğriyi karakterize eden 4X4 matristir. 2.5.15 denklemini aşağıdaki tarzda yeniden yazılabilir

$$x(u) = U.M_{spline}M_{geom} \quad (2.5.16)$$

Burada, M_{spline} matrisi, eğri gösterimini karakterize eden ve ‘temel matris’ denen ve bir eğri gösteriminden diğerine dönüşümü sağlayan matristir.

Son olarak, (2.5.17) ifadesi yeniden ele alındığında, geometrik sınırlamaları; u parametresi cinsinden x’i, polinom olarak elde edilir.

$$x(u) = \sum_{k=0}^3 g_k.BF_k(u) \quad (2.5.17)$$

2.5.17. eşitliği, g_k sınırlamaların parametrelerini, örnek olarak kontrol noktalarının koordinatlarını ve eğrinin kontrol noktalarındaki eğimi, ve $BF_k(u)$ polinomun karışım fonksiyonu.

Kübik polinomlar $(C^0), (C^1)$ ve (C^2) eğrilerinin üretilmesini garanti edecek minimum dereceli polinomlardır. Buna ek olarak, kübik polinomlar eğri parçalarının, düzlemsel olmayan üç boyutlu eğrilerin, uzayda gösterilmelerini sağlayacak minimum polinomdur. Kontrol noktalarında osilasyona sebep olduğundan, daha yüksek dereceden polinomlar BDK\BDİ (bilgisayar destekli konstrüksiyon/bilgisayar destekli imalat) sistemlerinde yaygın olarak kullanılmamaktadır. Ayrıca hesaplama ve eğri verilerini saklamada hafıza ve zaman bakımından ekonomik olmamaktadır.

Giriş verilerinin cinsi, eğrinin şekillendirilmesinde ve kullanımında etkili olmaktadır. BDK/BDİ sistemlerinde başlıca üç tip sentetik eğriler, Hermite kübik, Bezier ve B-spline kullanılmaktadır. Kübik spline eğriler verilen noktalardan geçer yani interpolasyon eğrileridir. Bezier ve B-spline eğrileri ise verilen noktaların yakınından geçerler. Bazı şartlar altında B-spline eğriler interpolant olabilir. Kübik spline ve bezier eğrileri birinci mertebeden sürekliliğe, B-spline eğrileri de ikinci mertebeden sürekliliğe sahiptir.

3. SENTETİK EĞRİLER

3.1. Kübik eğriler

Bu eğriler; daha çok eğrilerin hareketlerini gösteren yolları belirtmek ya da nesnelerin veya çizimlere gösterim sağlamak, nesneleri tasarlamak, dizayn etmek amacıyla da kullanılırlar. Kübik polinomlarda; esneklik ile hesaplamaların hızı arasında bir uyum olmaktadır. Daha düşük dereceden polinomlarla karşılaştırıldığında, kübik eğriler keyfi eğri şekillerinin çiziminde büyük esneklik sağlamaktadır.

Kontrol noktalarının koordinatları belirlendikten sonra, kübik enterpolasyon eğrileri bu noktalardan geçirilerek elde edilir. $(n+1)$ kontrol noktası olduğunda;

$$P_k = (x_k, y_k, z_k) \quad ; k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (3.1.1)$$

yazılabilir. Her çift kontrol noktası arasına uydurulacak olan parametrik kübik polinomu aşağıdaki denklemler ile tanımlanabilir.

$$\begin{aligned} x(u) &= a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \\ y(u) &= a_y u^3 + b_y u^2 + c_y u + d_y \\ z(u) &= a_z u^3 + b_z u^2 + c_z u + d_z \end{aligned} \quad (0 \leq u \leq 1) \quad (3.1.2.)$$

Her denklem için a, b, c, d katsayılarını belirlemek gerekir. Bunun için eğrilerin birleşim noktalarında yeterli sayıda sınır şartı seçerek katsayıların değerleri elde edilir.

3.1.1. Doğal kübik eğriler

Grafik uygulamalarında kullanılan ilk eğrilerden biridir. Bu enterpolasyon eğrisi çizilecek orijinal eğrinin matematiksel görünümüdür. Doğal kübik eğriyi formüle edebilmek için birinci ve ikinci türevleri ortak sınırında eşit olan iki komşu eğri parçasına gerek vardır. Doğal kübik eğriler C^2 sürekliliğine sahiptir.



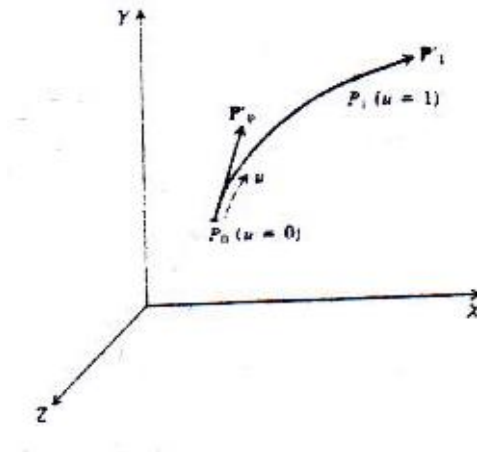
Şekil 3.1. $(n+1)$ kontrol noktasına sahip bir kübik polinom [4]

Şekil 3.1’de görüldüğü gibi elimizde $(n+1)$ kontrol noktası bulunması durumunda, n adet eğri parçası ve hesaplanması gereken $4n$ adet katsayı vardır. Kontrol noktasının her iki tarafındaki eğri bölümleri, o kontrol noktasında birinci ve ikinci türevlere sahip olmalı ve her iki eğri de bu kontrol noktasından geçmelidir. Böylece $4n$ adet katsayının $(4n-4)$ adet denklem ile belirleneceğini gösterir. Eğrinin başlangıç noktası olan p_0 ’dan ve eğrinin bitim noktası p_n ’den bir denklem daha elde edilir. Gereken diğer iki denklem için; a) p_0 ve p_n ’deki birinci türevleri sıfıra eşitlemektir. b) fazladan iki adet kontrol noktasını, orijinal kontrol noktaları sırasının sağına ve soluna yerleştirmektir. Böylece p_{-1} ve p_{n+1} kontrol noktalarını elde edilir. Böylece $4n$ adet denklem elde edilmiş olur.

Her ne kadar tabii kübik eğriler, eğrinin matematiksel bir modeli olsa da, çok büyük bir dezavantajı vardır. Eğer kontrol noktalarından herhangi biri değiştirilirse, bütün eğri değişmektedir. Bu eğriler, yerel kontrole izin vermez. Eğrinin bir bölümünü değiştirebilmek için, bütün kontrol noktalarını yeniden düzenlenmelidir.

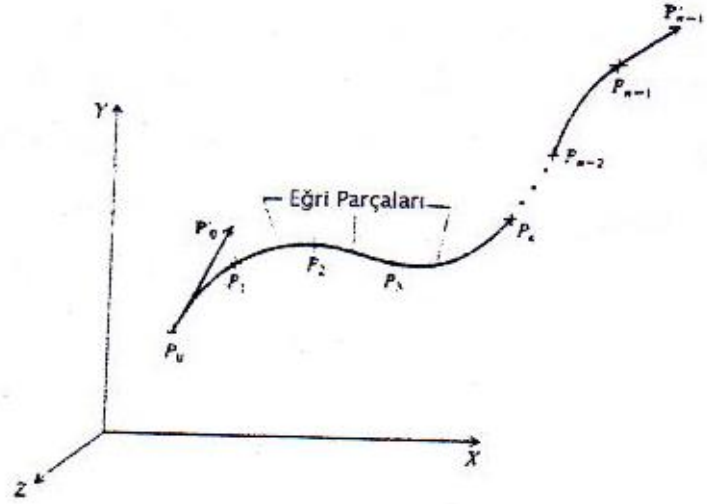
3.1.2. Hermite kübik eğriler

Parametrik spline eğrileri, belirli bir mertebeden süreklilikle tanımlanmış eğri polinomlarıdır. N dereceden bir polinom $(n-1)$ mertebeden türevlere sahiptir. Bu eğriler verilen noktalara enterpolasyon yapılması ile elde edilir. Bezier ve B-spline eğrilerinde olduğu gibi serbest formda değildirler. Doğal kübik eğrilerden farkı her eğri parçasının sadece kendi bitim noktalarındaki sınırlara bağlı olmasıdır. Kübik eğrilerin hermite formu, verilen noktalarda tanımlanan konum ve teğet vektörleri ile tanımlanır. En yaygın kullanılan spline eğrileri üç boyutlu düzlemsel eğridir.



Şekil 3.2. Hermite kübik spline eğri [1]

Parametrik kübik spline eğriler iki uç noktası ve bir kübik denklemden oluşur. Bu sebeple, dört şart denklemin köklerini bulmak için kullanılabilir. Bu dört şart, iki uç noktasının koordinatları ve bu uç noktalarındaki teğetleridir. Bu şartlar altında sonuç olarak Hermite kübik eğriler elde edilir. Hermite kübik eğriler kübik spline eğrilerinin özel bir formu olarak düşünülebilir.



Şekil 3.3. Hermite Kübik spline eğri [1]

Kübik spline eğri parçasının denklemleri,

$$C(u) = \sum_{i=0}^3 C_i u^i, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (3.1.3.)$$

ile ifade edilir. Burada u parametre ve C_i polinom katsayısıdır. Denklem skaler formda yazılırsa;

$$\begin{aligned} x(u) &= C_{3x}u^3 + C_{2x}u^2 + C_{1x}u + C_{0x} \\ y(u) &= C_{3y}u^3 + C_{2y}u^2 + C_{1y}u + C_{0y} \\ z(u) &= C_{3z}u^3 + C_{2z}u^2 + C_{1z}u + C_{0z} \end{aligned} \quad (3.1.4.)$$

elde edilir. Genişletilmiş vektör formda yazılırsa

$$C(u) = C_3u^3 + C_2u^2 + C_1u + C_0 \quad (3.1.5)$$

elde edilir. İfade matris formunda

$$C(u) = U^T . C \quad (3.1.6.)$$

ile ifade edilir. Burada;

$$U = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} , C = \begin{bmatrix} C_3 & C_2 & C_1 & C_0 \end{bmatrix}; C \text{ katsayı vektörüdür.}$$

$$C(u) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 \\ C_2 \\ C_1 \\ C_0 \end{bmatrix} \quad (3.1.7.)$$

Eğrinin teğet vektörü, verilen herhangi bir nokta için, 3.1.3 ifadesinin diferansiyelinin alınması ile;

$$C'(u) = \sum_{i=0}^3 C_i . i . u^{i-1} , 0 \leq u \leq 1 \quad (3.1.8.)$$

elde edilir.

C_i katsayılarını bulmak için, kübik eğrilerinin iki uç noktasının P_0 ve P_1 olduğunu kabul edilirse, sınır şartlarını uygulayarak ($u=0$ için P_0, P'_0 ve $u=1$ için P_1, P'_1) 3.1.4 ve 3.1.8 ifadelerinden

$$\begin{aligned} P_0 &= C_0 \\ P'_0 &= C'_0 \\ P_1 &= C_3 + C_2 + C_1 + C_0 \\ P'_1 &= 3C_3 + 2C_2 + C_1 \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

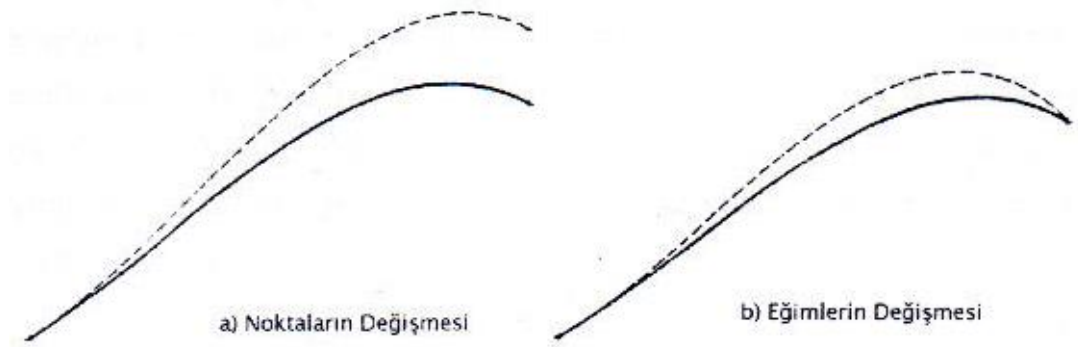
bulunur. Bu denklem çözülürse;

$$\begin{aligned}
C_0 &= P_0 \\
C_1 &= P'_0 \\
C_2 &= 3(P_1 - P_0) - 2(P'_0 - P'_1) \\
C_3 &= 2(P_0 - P_1) + P'_0 + P'_1
\end{aligned} \tag{3.1.10}$$

bulunur. Bu denklem çözülürse ve (2.1.11) ifadesi tekrar yazılıp, düzenlenirse

$$\begin{aligned}
C(u) &= (2u^3 - 3u^2 + 1)P_0 + (-2u^3 + 3u^2)P_1 \\
&\quad + (u^3 - 2u^2 + u)P'_0 + (u^3 - u^2)P'_1 \quad ; \quad 0 \leq u \leq 1
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

elde edilir.



Şekil 3.4 Kübik Spline Eğrilerin Kontrolü [1]

3.2. Bezier Eğrileri

Kübik eğriler enterpolasyon tekniğini esas almakta ve bu tekniklere göre eğri verilen noktalardan geçmektedir. Bunlara alternatif olarak, verilen noktaların yakınından geçecek şekilde eğri oluşturan yaklaşım teknikleri verilebilir. Bu noktalar eğrinin kontrol noktalarıdır. Bezier ve B-spline eğrileri yaklaşım tekniği kullanılarak oluşturulur.

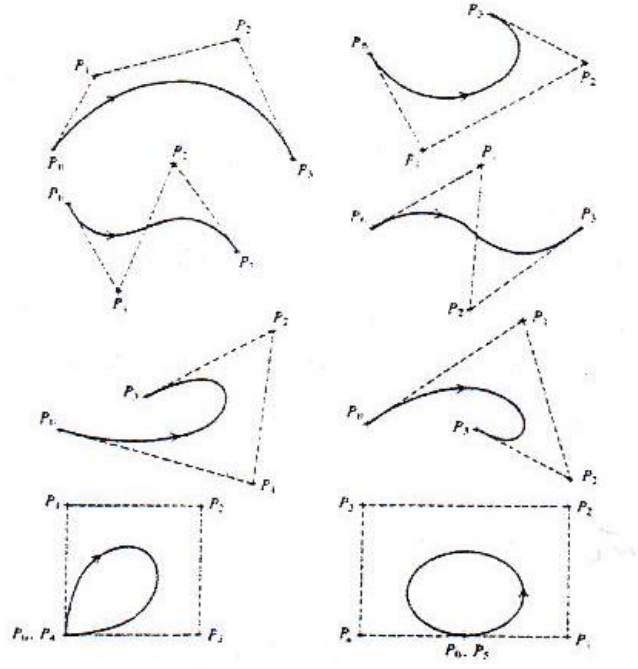


Şekil 3.5. Kübik Bezier Eğri [1]

Bezier eğri ve yüzeyleri Franz P. Bezier tarafından bulunmuştur. Bezier eğrileri ile kübik eğriler arasındaki başlıca farklılıklar şunlardır;

1. Bezier eğrileri yalnızca tanımlanan noktalar ile kontrol edilebilir. Birinci türevler, kübik spline eğrilerinde kullanıldığı gibi Bezier eğrilerinde kullanılmazlar. Bu durum tasarımcıya verilen noktalar ile sonuç eğrisinin kontrolünde büyük kolaylık sağlar.
2. Bezier eğrisinin derecesi ve mertebesi değişkendir. Bunlar tanımlanan noktaların sayısına bağlıdır. $(n+1)$ nokta n . dereceden eğriyi daha büyük bir süreklilik ile tanımlar. Kübik eğrilerde ise üçüncü dereceden eğri parçaları söz konusudur.
3. Bezier eğrileri kübik spline eğrilerine göre daha yumuşaktır. Çünkü yüksek mertebeden türevler içermektedir.

Bezier eğrileri $(n+1)$ noktanın koordinatları ile tanımlanmıştır. Bu noktalar kontrol noktaları adını alır ve bezier karakterli çokgen adı ile anılan tepe noktaları oluşturur. Eğri sadece başlangıç ve bitiş noktalarından geçer. Ayrıca daima ilk ve son çokgen parçacığına teğettir. Buna ek olarak eğri bu çokgen şeklini izlemeye çalışır. Buda kullanıcıya eğri şeklini tahmin etme şansını sağlar. Şekil 3.6'da çeşitli kübik formdaki Bezier eğrilerinin kontrol noktalarına göre alacağı şekilleri göstermektedir.



Şekil 3.6. Çeşitli kontrol noktaları için Kübik Bezier Eğrileri [1]

Matematiksel olarak $(n+1)$ kontrol noktasına sahip Bezier eğrisi

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad ; \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (3.2.1)$$

olarak tanımlanabilir.

Burada $P(u)$ eğri üzerinde herhangi bir noktayı, P_i kontrol noktasını, $B_{i,n}$ ise Bernstein polinomlarıdır. Bu sebeple Bezier eğrileri Bernstein üzerine kurulmuşlardır.

$$B_{i,n}(u) = C(n,i)u^i(1-u)^{n-i} \quad (3.2.2)$$

Burada

$$C(n,i) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (3.2.3)$$

(3.2.2) ve (3.2.3) ifadelerinden yararlanarak ve $C(n,0)=C(n,n)=1$ olduğunu görerek (3.2.1) ifadesinden

$$C(u) = P_0(1-u)^n + P_1C(n,1)u(1-u)^{n-1} + P_2C(n,2)u^2(1-u)^{n-2} + \dots + P_{n-1}C(n,n-1)u^{n-1}(1-u) + P_nu^n \quad (3.2.4)$$

elde edilir.

Bezier eğrilerinde Bernstein polinomları temel alındığından Bezier eğrileri, bu polinomların bütün özelliklerini içerir.

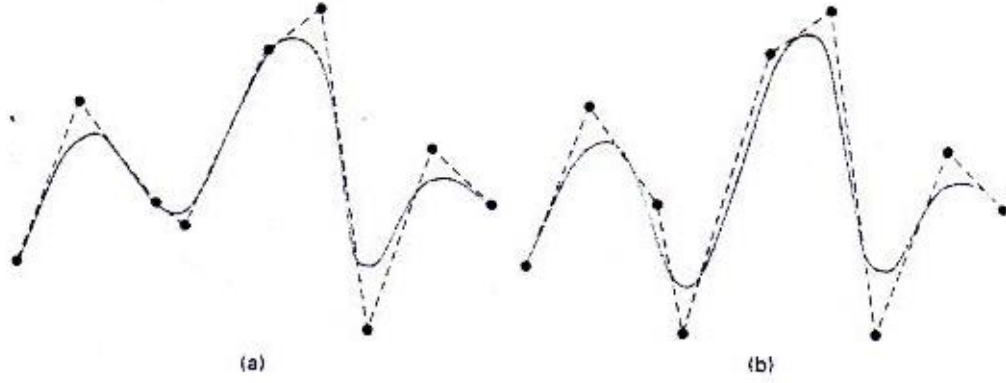
Kural olarak Bezier eğrilerinin derecesi kontrol noktalarının sayısından bir azdır. Üç nokta polinom, dört köşe kübik eğri oluşturmaktadır. Aynı sayıda kontrol noktasının çeşitli şekillerde yerleştirilmesi ile farklı Bezier eğrileri elde edilir. Örneğin doğrusal olarak yerleştirilen üç nokta ile düz bir çizgi elde edilirken, aynı koordinata sahip üç kontrol noktası bir nokta oluşturmaktadır.

Bezier eğrileri, çizim paketlerinde ve BDK sistemlerinde oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunların yaratılması kolay ve eğri tasarımında oldukça güçlüdür. Bezier eğrilerinin kontrol noktalarının yerlerinin bulunmasında tekrarlanan işlemler kullanılması etkili bir yöntemdir.

3.3. B-spline Eğrileri

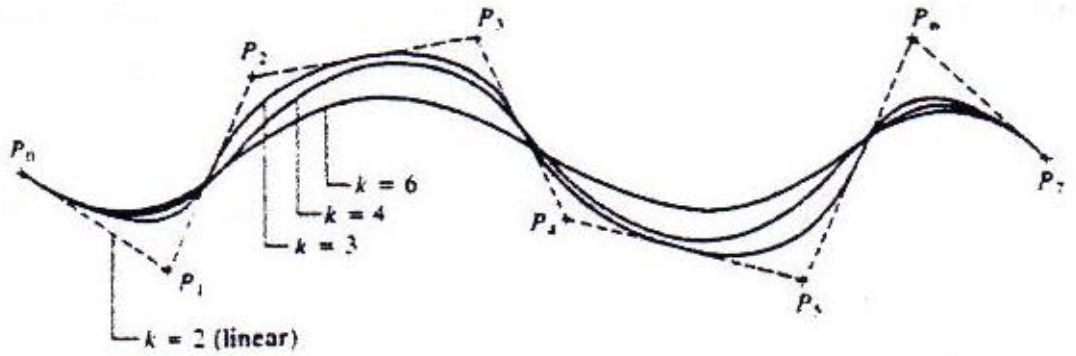
B-spline eğrileri, Bezier eğrileri gibi, çokgenler tarafından tanımlanarak oluşturulur. Aslında B-spline eğrileri Bezier eğrilerinin daha uygun ve güçlü, genel bir halidir.

Bezier eğrilerinden biraz daha farklı olarak kontrol noktalarında yerel kontrollerin yapılmasına olanak sağlarlar. Bu eğriler özel karışım fonksiyonları ile her türlü şekil değişikliklerine imkan sağlarlar.



Şekil 3.7. B-spline eğrilerinin yerel kontrolü [5]

B-spline eğrileri ile hem enterpolasyon hem de yaklaşım yapılabilir. Enterpolasyon eğrileri ile konstrüksiyon ve mühendislik sonuçları (gerilme ve yerdeğiştirme dağılımı) gösterimi, yaklaşım eğrileri ile serbest formda geometrilerin oluşturulması kolaylıkla yapılmaktadır. Eğer konstrüktörün elinde eğrilerin geçmesi gereken noktalar varsa, enterpolasyon eğrilerinin kullanılması çok faydalıdır.



Şekil 3.8. B-spline eğrilerinin derecesinin eğrinin şekline etkisi [1]

Şekil 3.8’de kontrol noktaları sabit tutulup, k üsteli değiştirilirse eğrinin alacağı şekil değişiklikleri görülmektedir. Eğrinin yumuşaklığı k üsteline bağlı olarak artmaktadır.

Bezier eğrileri dört kontrol noktasının tanımlanmasıyla elde edilebilirken B-spline eğrileri ise lineer, ikinci dereceden elde edilebilirler. Bernstein polinomları ile sonuç eğrisinde sağlanamayan serbestlik, B-spline eğrilerinde seçilen temel fonksiyonlarla sağlanabilmektedir. Bu temel fonksiyonlar, B-spline fonksiyonlarıdır ki, bu eğrilere B-spline adı bu yüzden verilmiştir.

Bezier eğrilerine benzer şekilde, B-spline eğrileri P_i , n+1 kontrol noktasıyla

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,k}(u) \quad ; \quad 0 \leq u \leq u_{\max} \quad ; \quad 2 \leq k \leq n+1 \quad (3.3.1)$$

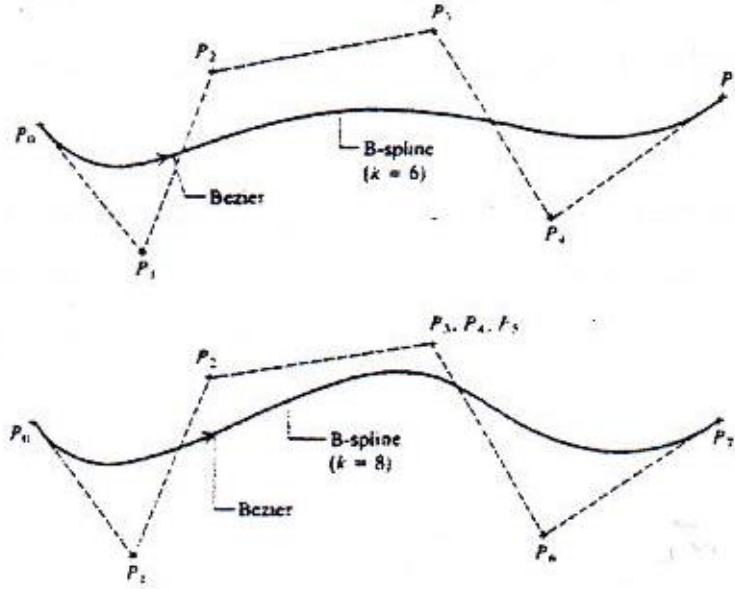
şeklinde tanımlanır. Burada $N_{i,k}(u)$ B-spline fonksiyonlarıdır. Kontrol noktaları, kontrol çokgeninin köşelerini oluşturur. 3.2.1 ile 3.3.1 ifadeleri arasındaki iki büyük farktan biri k parametresinin sonuç eğrisinin derecesini (k-1) kontrol etmesidir. İkincisi ise u parametresinin maksimum limiti artık birim değildir.

$$N_{i,p}(u) = (u - u_i) \frac{N_{i,p-1}(u)}{u_{i+p} - u_i} + (u_{i+p} - u) \frac{N_{i+1,p-1}(u)}{u_{i+p} - u_{i+1}} \quad (3.3.2)$$

Burada

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{degilse} \end{cases} \quad (3.3.3)$$

dır. 3.3.2 ifadesinde paydanın sıfır çıkması durumunda $0/0=0$ alınır. 3.3.3 ifadesinin birim basamak fonksiyon olduğunu gösterir. U 'nun değişim aralığı seçtiğimiz kontrol noktalarının sayısına, k 'ya verilen değere ve düğüm noktalarına bağlıdır.



Şekil 3.9. Eşdeğer Bezier ve B-spline eğrileri [1]

Şekil 3.9'de ise çoklu kontrol noktası uygulandığı zaman Bezier eğrisi görülmektedir. Burada açıkça noktanın ağırlığı atılarak eğri P_3, P_4, P_5 noktalarının bulunduğu köşeye doğru yaklaşmaktadır. Aynı zamanda k sayısı kontrol noktası sayısına eşit ise $(n+1)$ sonuç B-spline eğrisi haline gelir.

B-spline eğrisi aşağıdaki özelliklere sahiptir.

- Eğri u 'nun değişim aralığına bağlıdır, $k-1$ dereceye ve C^{k-2} sürekliliğe sahiptir.
- $N+1$ kontrol noktası için eğri, $n+1$ B-spline fonksiyonu ile tanımlanmaktadır.
- Her B-spline fonksiyonu, u 'nun değişim aralığının alt aralığı olan k 'ya göre tanımlanmıştır ve u_k değerini alarak başlamaktadır.

- u 'nun değişim aralığı $n+k$ altaralığına bölünmüş olup, $(n+k+1)$ adet değeri düğüm noktalarını tanımlamaktadır.
- Sonuç eğrisi sadece u_{k-1} ile u_{n+1} arasındaki değerlere bağlıdır.
- Eğrinin her parçası, k adet kontrol noktası tarafından etkilenmektedir.
- Herhangi bir kontrol noktası, eğrinin k adet parçasını etkileyebilir.

Bunlara ek olarak; B-spline eğrisi $n+1$ kontrol noktasının oluşturduğu çokgen parçasının içinde kalmaktadır. u_{k-1} ile u_{n+1} değerleri arasındaki herhangi bir u için; temel fonksiyonların toplamı bir olmaktadır.

$$\sum_{k=0}^n B_{k,d}(u) = 1 \quad (3.3.4)$$

Verilen kontrol noktaları ve k parametresinin değerleri için; karışım fonksiyonlarını elde edebilmek için düğüm noktalarının belirlenmesi gerekmektedir. Düğüm noktaları 3 genel sınıfa ayrılabilir; uniform, açık uniform ve non-uniform. B-spline eğrileri genelde seçilen düğüm noktalarının sınıfına göre tanımlanmaktadır.

3.4 Rasyonel B-spline Eğrileri (NURBS Eğrileri)

NURBS eğrileri, açık olarak uniform olmayan rasyonel B-spline eğrileridir.

p 'inci dereceden bir NURBS eğrisi aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} \quad a \leq u \leq b \quad (3.4.1)$$

Bu denklemde P_i kontrol noktaları, w_i ağırlık, $N_{i,p}(u)$ periyodik olmayan düğüm noktalarının aralığında tanımlanmış olan, p 'inci dereceden B-spline temel fonksiyonlarıdır. Bu düğüm noktaları;

$$U = \{a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b\} \quad (3.4.2)$$

Belirtilmediği sürece $a=0$, $b=1$ ve her i için $w_i > 0$ alınır.

Eğer; rasyonel temel fonksiyonu

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{i=0}^n R_{i,p}(u)P_i} \text{ olarak kabul edildiğinde,} \quad (3.4.3)$$

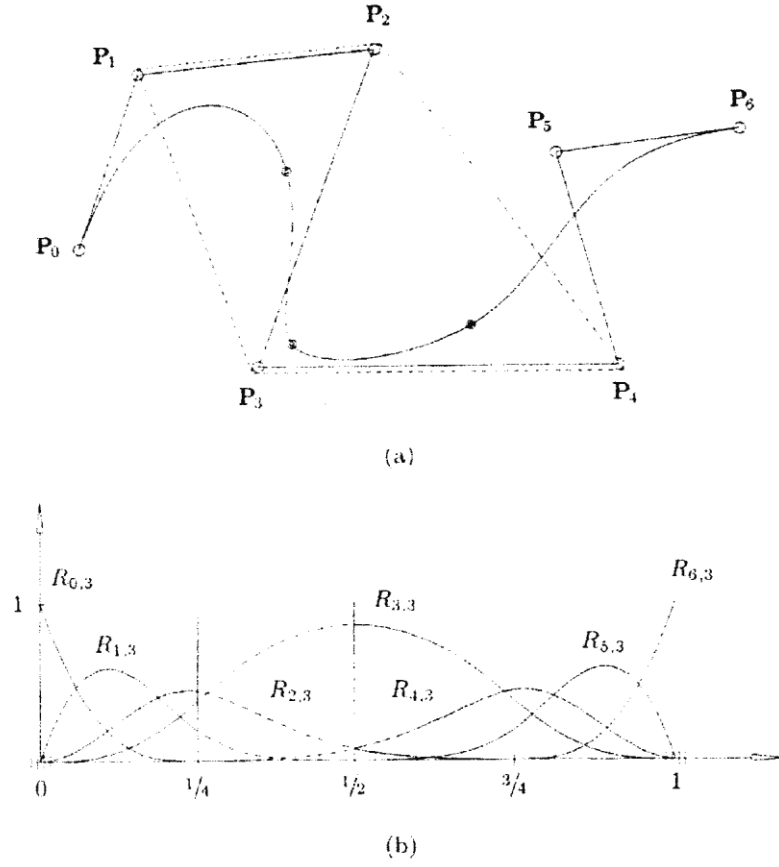
$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u)P_i \text{ olarak yazılabilir.} \quad (3.4.4)$$

$R_{i,p}(u)$; $u \in [0,1]$ aralığında parçalı rasyoneldir. Bu fonksiyonun özellikleri şöyle sıralanabilir.

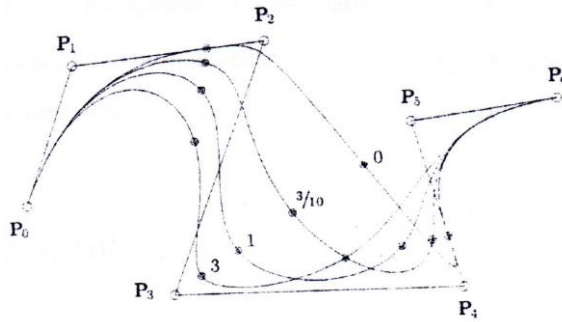
- Her i, p için $u \in [0,1]$ ve $R_{i,p}(u) > 0$ olmaktadır.
- Her $u \in [0,1]$ için $\sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) = 1$
- $R_{0,p}(0) = R_{n,p}(1) = 1$
- $p > 0$ için $R_{i,p}(u)$ fonksiyonu $u \in [0,1]$ aralığında bir maksimumu vardır.
- $u \notin [u_i, u_{i+p+1})$ için $R_{i,p}(u) = 0$ olmaktadır. Yerel kontrol yapılabildiğini göstermektedir.

- $R_{i,p}(u)$ 'nin bütün türevleri sıfır olmayan paydaya sahip rasyonel fonksiyon olduğu düğüm noktaları aralığının içinde kalmaktadır. Bir düğüm noktası üzerinde, k düğüm noktalarının sayısı olmak üzere, $R_{i,p}(u)$ $p-k$ kadar süreklidir.
- Her i için $w_i=0$ ise, $R_{i,p}(u)=N_{i,p}(u)$ 'dir. $N_{i,p}(u)$, $R_{i,p}(u)$ 'nin özel bir durumudur. Herhangi bir $a \neq 0$ değerinde, her i için $w_i=a$ ise, her i için $R_{i,p}(u)=N_{i,p}(u)$ denir. Bu da NURBS temel fonksiyonlarının, B-spline temel fonksiyonlarına dönüşebileceğini göstermektedir.
- $C(0)=P_0$ ve $C(1)=P_n$
- Eğriye transformasyon uygulamak için, kontrol noktalarına transformasyon uygulanır.
- Eğer $u \in [u_i, u_{i+1})$ ise, $C(u)$, $P_{i-p}, \dots, P_i$ kontrol noktalarının oluşturduğu çokgenin içinde kalmaktadır.
- $C(u)$ düğüm noktaları aralığının içinde sonsuz değişkendir.
- Hiçbir düzlem yada eğri, Nurbs eğrisini, kontrol poligonundan fazla kesemez. Nurbs eğrisi kontrol poligonunun içinde kalır.
- Dahili düğüm noktası bulunmayan Nurbs eğrisine, rasyonel Bezier eğrisi denilmektedir. Özel durumlarda Nurbs eğrileri, B-spline, rasyonel ve rasyonel olmayan Bezier eğrilerini içermektedir.
- Eğer kontrol noktalarından birinin P_i yeri değiştirilirse veya w_i değiştirilirse, eğrinin sadece $u \in [u_i, u_{i+1})$ olan bölümü etkilenir. Bu özellik Nurbs eğrilerinin yerel kontrole izin verdiğini gösteren önemli bir özelliktir. Şekil 3.11 ve şekil 3.12'de yerel kontrolün NURBS eğrisine etkisi gösterilmektedir.

Son özellik interaktif tasarımda çok önemlidir. Nurbs eğrilerinde kontrol noktalarını ve ağırlıkları değiştirilerek yerel kontrol sağlanır. Bu özellik, tasarımcıya bilgisayar destekli tasarım sistemlerinde oldukça avantaj sağlamaktadır.



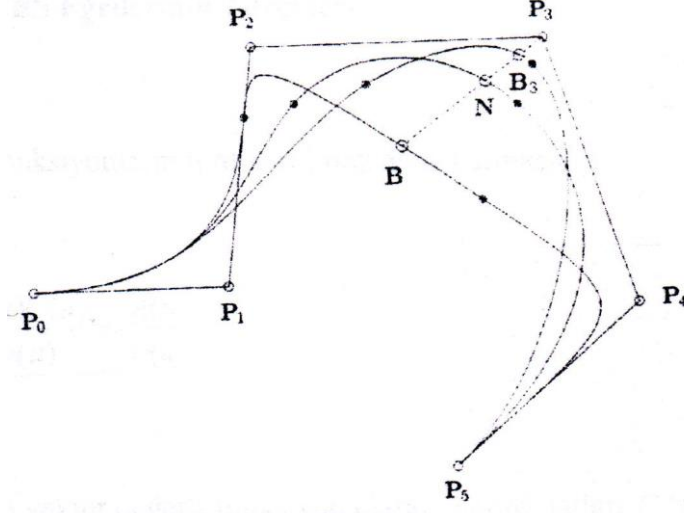
Şekil 3.10 $U=\{0,0,0,0,1/4,1/2,3/4,1,1,1,1\}$ ve $\{w_0,...,w_6\}=\{1,1,1,3,1,1,1\}$. Burada
a) Kübik Nurbs eğrisi b) Bu eğrinin temel fonksiyonu [2]



Şekil 3.11 w_3 değiştirilerek elde edilen rasyonel B-spline eğrileri [2]

Şekil 3.13’de ağırlıkları değiştirilerek eğrinin nasıl değiştiğini göstermektedir. $u \in [u_i, u_{i+1})$ için w_i azaltılır veya arttırılırsa, o nokta P_i ’ye yaklaşır ya da uzaklaşır.

Eğri P_i 'ye çekilir veya uzaklaştırılır. u sabit tutularak yapılan değişim sadece düz bir doğrudur.



Şekil 3.12 w_3 'ün değiştirilmesi ile Nurbs eğrisindeki değişim [2]

4. YÜZEY MODELLEME

Genellikle kütle özelliklerinin hesaplanmasında, kesit görüntülerinin elde edilmesinde, sonlu eleman ağlarının üretilmesinde, sayısal kontrol(NC) takım yollarının bulunmasında yüzey modellerinden yararlanılır. Ayrıca yüzey modeller bilgi zenginliğinden dolayı geometrik tasarım ve mühendislik uygulamalarında kolaylıkla kullanılabilir.

Yüzey yaratma işinde; noktalar ve teğetler gibi sayısal veriler ve istenilen şekil ve düzgünlük ile ilgili niteliksel bilgiler verilmelidir. Yüzey bu iki tip veri beraber kullanılarak sağlanır. Eğrilere benzer şekilde yüzey teknikleri, enterpolasyon ve yaklaşım şeklinde olabilir. Yaklaşım yüzeyleri için Bezier, enterpolasyon yüzeyleri içinse B-spline yüzeyleri örnek verilebilir.

Yüzey formu, uygulamaya bağlı olup problemler için tek bir çözüm yolu yoktur. Örnek olarak araba gövdesi modeli için kullanılan yüzey formu insan kalbinin modellemesinde uygun olmayabilir. Yüzey formunun seçimi kullanılacak imalat metoduna da bağlı olabilir. Ayrıca bütün yüzey formları, yüzeylerin teğetlerini, normallerini, eğriliklerini bulmak için, kolayca türev alınabilir olmalıdır. Polinom fonksiyonlar bunun için en uygun olanıdır. Yüksek dereceden polinomlar yüzeyler için uygun değildir. Çünkü çok sayıda katsayı sonuç yüzeyin kontrolünü zorlaştırmakta ve yüzey üzerinde istenmeyen osilasyonlara sebep olmaktadır.

Çoğu uygulamada kübik polinomlar yeterli olmaktadır. Uygun olduğu taktirde, yüzeyin matematiksel tanımlaması veya formunun seçimi hem yüzey konstrüksiyonuna hem de yüzey gösterimine uygulanacak şekilde seçilmelidir. Yüzey gösterimi girilen değerlerle istenilen yüzeyin ekranda gösterimini ve görünüşünü içerir.

Bir yüzey tanımlamanın en açık fakat verimsiz yolu yüzeyin yeterli sayıdaki noktalarının listesinin verilmesidir. BDK/BDİ sistemlerinde yüzey yaratma genellikle tel kafes varlıklarla başlar. Yüzeyleri görselleştirmek için $m \times n$ boyutunda ağ (mesh=ağ) kullanılabilir. Ağ boyutu kullanıcı tarafından belirlenip, istenilen değiştirme işlemleri uygulanabilir.

Bir yüzey modeli, tel kafes modeline göre daha karmaşık ve daha az belirsizdir. Geometrik açıdan daha zengin, mühendislik ve konstrüksiyon uygulamaları açısından daha uygundur. Yüzey modeli ile makine takım ucu sürülebilir, fakat tel kafes modeli ile bu mümkün değildir. Analitik ve sentetik yüzeyler birçok BDK/BDİ sistemi tarafından desteklenir.

Yüzey modelin konusu nesnenin geometrisinin tanımlanması, yüzey ve katı model arasındaki temel farktır. Yüzey model söz konusu nesnenin geometrisini tanımlar. Bu nesnelerin topolojisi göz önüne alınarak bilgi saklama yapılamaz. Örnek olarak bir kenarı ortak olarak kullanan iki yüzey varsa, ne yüzeyle ne de bu kenarla ilgili bilgi ortak olarak saklanmaz. Bir başka farklılık ise; yüzey model hazırlanırken ilk önce tel kafes yapıyı oluşturan elemanlar çizilmesi, daha sonra uygun yüzey elemanları ile bunların bir araya getirilmesidir. Katı modelde ise sınır gösterimi temel alınarak yüzey, kenar ve köşeler belirlenir ve yazılımda bunlar bir araya getirilerek model oluşturulur.

BDK/BDİ sistemleri tarafından sağlanan başlıca yüzeyler; düzlemsel yüzeyler, sınırlı düzgün yüzeyler, dönel yüzeyler, sürüklenmiş silindir, Bezier yüzeyleri, B-spline yüzeyleri, Coons yüzey parçası, Fillet yüzeyler, Ofset yüzeyler.

4.1. Yüzey Gösterimi

Yüzey gösterimi, eğri gösterimin daha gelişmiş bir halidir ve parametrik ve parametrik olmayan olmak üzere ikiye ayrılabilir.

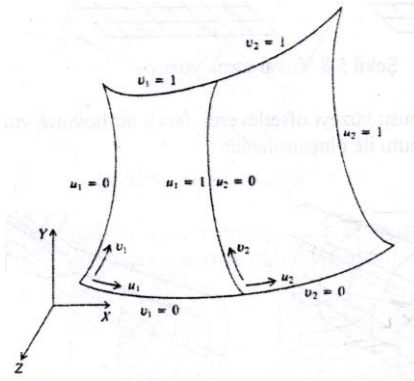
Verilen noktalarla tanımlanan parametrik olmayan yüzeyler çeşitli metotlarla oluşturulabilir. Birinci metot da, yüzey verilen bütün noktalardan geçen bir denklem ile tanımlanabilir. İkincisinde ise verilen noktalarda, seri yüzey parçacıkları oluşturulur ve bu yüzey arasında birinci dereceden süreklilik mevcuttur. Yüzey veya yüzey parçası denklemi;

$$C = [x y z]^T = [x y f(x, y)]^T \quad (4.1.1.)$$

olarak verilebilir. O konum vektörüdür. (4.1.1) denkleminde z formu açık olarak yazılırsa,

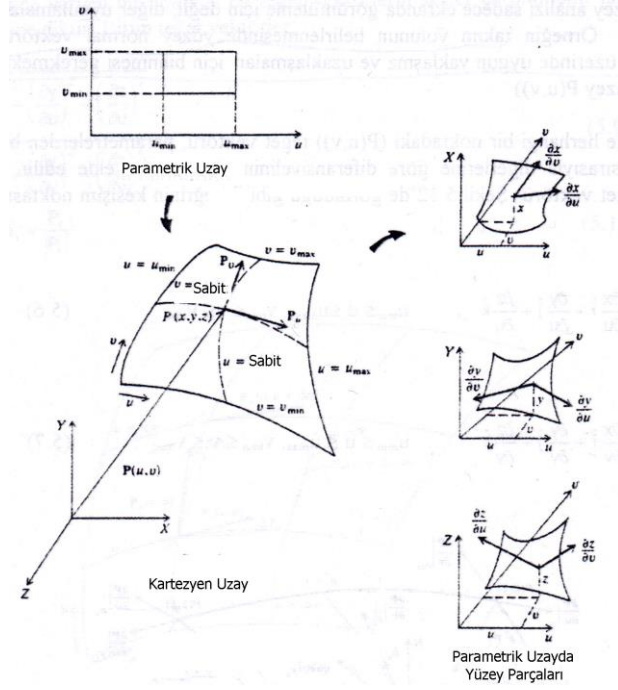
$$z = f(x, y) = \sum_{m=0}^P \sum_{n=0}^q a_{mn} x^m y^n \quad (4.1.2.)$$

Burada yüzey $(p+1) \times (q+1)$ boyutunda XY ızgarası ile tanımlanmıştır. Parametrik olmayan eğrilerin sakıncaları bulunduğu için eğri gösteriminde parametrik eğriler tercih edilir. U ve v parametrelerine bağlı olarak bunların uv düzleminde sınırladıkları alanda $P(u, v)$ fonksiyonu ile bir yüzey tanımlanabilir. Çoğu yüzeyde u ve v için $[0, 1]$ aralığı söz konusudur. Şekil 4.1’de u ve v değerlerinin $[0, 1]$ aralığında olduğu iki parça yüzeyi gösterilmektedir.



Şekil 4.1 İki parçalı parametrik yüzey [1]

Yüzeyleri genel anlamada, analitik ve sentetik yüzeyler olmak üzere ikiye ayırabiliriz. Analitik yüzeyler, tel kafes varlıklara dayanır ve düzlemsel yüzeyleri, düzgün yüzeyleri, döner yüzeyleri ve sürüklenmiş silindirleri içerirler. Sentetik yüzeyler ise bir nokta veri kümesinden oluşan, Bikübik, Bezier, B-spline ve Coons yüzeyinden oluşmaktadır.



Şekil 4.2. Üç boyutlu yüzeyin parametrik gösterimi [1]

Sentetik yüzeyler üretmek için tensör çarpım metodu ve rasyonel metotlar kullanılır. Rasyonel metotla, rasyonel eğriler oluşturulur.

Tensör çarpım metodu yüzey modellemede kullanılan en yaygın metottur. Tensör çarpım yüzeyleri dikdörtgensel yüzey parçacıklarından oluşur. Buna ek olarak birbirinden bağımsız değişkenlere bağlı olarak özel parametrik veya koordinat doğrultularına sahiptirler.

Dikdörtgen yüzey parçası bir grup sınır şartı ile bağlantılıdır. Şekil 4.3’de 16 vektör ve 4 sınır eğri gösterilmiştir. Vektörler dört köşedeki (P(0,0), P(0,1), P(1,0), P(1,1)) dört konum vektörü, sekiz teğet vektörü ve köşelerdeki dört burulma vektörüdür. Dört sınır eğrisi, parametrik değişkenlerden birinin sınır değerlerinin birinde (u=0, u=1, v=0, v=1) sabit tutulup diğerlerinin serbest değişimi ile elde edilir.

Geometrik yüzey analizi sadece ekrana görüntüleme için değil, diğer uygulamalar için de önemlidir. Örneğin, takım yolunun belirlenmesinde yüzey normal vektörünün, takımın yüzey üzerinde uygun yaklaşma ve uzaklaşmalar için bilinmesi gerekmektedir.

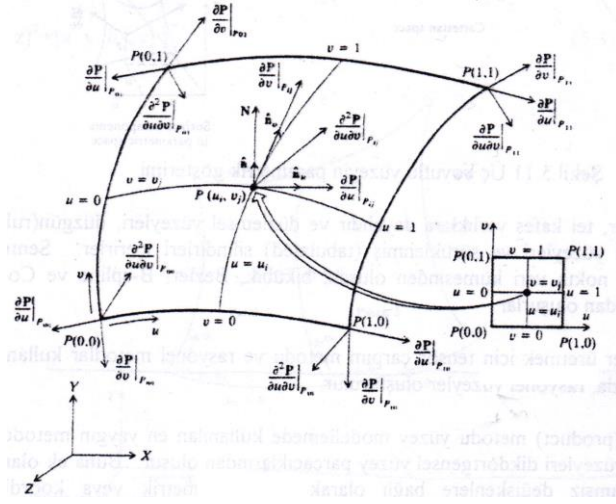
Yüzey üzerindeki herhangi bir noktadaki (P(u,v)) teğet vektörü, parametrelerden birinin sabit tutulup sırayla diğerlerine göre diferansiyelinin alınması ile elde edilir. Bu nedenle iki teğet vektörü şekil 4.3.’de görüldüğü gibi iki eğrinin kesişim noktasından geçmekte ve v=sbt iken,

$$S_u(u,v) = \frac{\partial S}{\partial u} = \frac{\partial x}{\partial u} i + \frac{\partial y}{\partial u} j + \frac{\partial z}{\partial u} k \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \quad (4.1.3)$$

u=sbt iken,

$$S_v(u,v) = \frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial v} i + \frac{\partial y}{\partial v} j + \frac{\partial z}{\partial v} k \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \quad (4.1.4)$$

elde edilir.



Şekil 4.3. Sınır şartları ile gösterilen parametrik yüzey parçasığı [1]

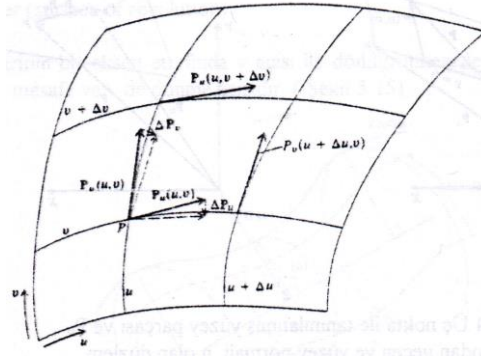
$$\begin{bmatrix} S_u \\ S_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

Yüzey üzerinde verilen bir noktada bu teğet vektörlerinin skaler çarpımı sıfır ise bu iki vektör birbirine diktir. Birim teğet vektörler;

$$\begin{aligned} |S_u| &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2} \\ |S_v| &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2} \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

$$\rho_u = \frac{S_u}{|S_v|} \quad n_v = \frac{S_v}{|S_v|}$$

bulunur.



Şekil 4.4 Burulma vektörlerinin geometrik ifadesi [1]

Burulma vektörü ise Şekil 4.4’de verilmiştir. Burulma vektörünün yüzey üzerindeki herhangi bir noktadaki burulma miktarını bulmada kullanılır. Burulma vektörünün kartezyen koordinatlarda ifadesi;

$$S_{uv} = \left[\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \right]^T \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max} ; v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \quad (4.1.7)$$

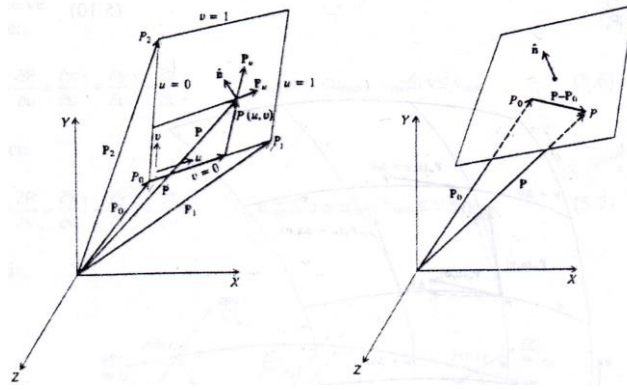
4.2. Analitik Yüzeylerin Parametrik Gösterimi

4.2.1. Düzlemsel yüzey

Düzlemsel yüzeyin parametrik denklemi çeşitli formlarda oluşturulabilir. Üç nokta ile P_0, P_1, P_2 noktaları ile tanımlanmış düzlemi ele alındığında, P_0 noktası $u=0$ ve $v=0$, $(P_1 - P_0)$ ve $(P_2 - P_0)$ vektörleri ile sırasıyla u ve v doğrultuları tanımlanırsa (u ve v $[0,1]$ aralığında) düzlem üzerindeki herhangi bir noktanın yer vektörü,

$$S(u, v) = P_0 + u(P_1 - P_0) + v(P_2 - P_0) \quad 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1 \quad (4.2.1)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 4.5 Üç nokta ile tanımlanmış yüzey parçası ve P_0 noktasından geçen ve yüzey normali olan düzlem [1]

4.2.2. Düzgün yüzeyler (Ruled Surfaces)

Düzgün (ruled) yüzeyler iki uzay eğrisi, $G(u)$ ve $Q(u)$ üzerindeki noktaların birleştirilmesi ile oluşturulur. Koniler ve silindirler bunlara örnektir. Düzgün yüzeyin formülü yazılırsa;

$$S(u_i, v) = G_i + v(Q_i - G_i) \quad (4.2.5)$$

İki Nurbs yüzeyi ele alındığında,

$$C_k(u) = \sum_{i=0}^{n_k} R_{i,p_k}(u) P_i^k \quad k = 1, 2 \quad (4.2.6)$$

$U^k = \{u_0^k, \dots, u_{m_k}^k\}$ düğüm noktalarında tanımlanmıştır. Bu eğrinin v doğrultusunda ötelenmesi ile sınırlı düzgün yüzeyi oluşturmak istendiğinde, bu öteleme $C_1(u)$ ve $C_2(u)$ arasında lineer enterpolasyondur. Aynı parametreler arasında bir enterpolasyon gerekmektedir. Sabit bir $\bar{u}$ için, $S(\bar{u}, v)$, $C_1(u)$ ve $C_2(u)$ arasında bir doğru parçasıdır. İstenen yüzey formu;

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^l R_{i,p;j,l}(u, v) P_{i,j} \quad (4.2.7)$$

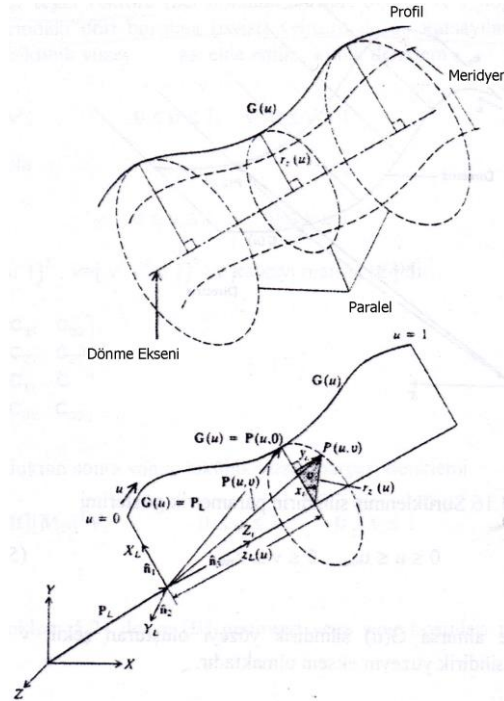
$V=\{0,0,1,1\}$; $n, U, p, w_{i,j}, P_{i,j}$ tanımlanması gerekmektedir.

Tensor yüzeyinden dolayı; yüzeyi sınırlayan iki eğrinin aynı dereceden olması ve aynı düğüm noktasında tanımlanması gerekmektedir. $n, U, p, w_{i,j}, P_{i,j}$ bulunabilmesi için gerekli şartlar;

1. İki eğrinin aynı parametre aralığında $u_0^1 = u_0^2$; $u_{m_1}^1 = u_{m_2}^2$ olacak şekilde tanımlandığını varsayarsak;
2. Eğer $p_1 = p_2$ ise; $p = p_1$ 'e eşitlenir yada p_1, p_2 'den büyük olanına eşitlenir ve düşük dereceden eğrinin derecesi p 'ye yükseltilir.
3. Eğer düğüm noktaları U^1 ve U^2 özdeş değilse, düğüm noktasını bulmak için karıştırılarak birleştirilir. u_j , U^1 veya U^2 den herhangi birinin içindeyse, U 'ya dahildir. U^1 veya U^2 'ni, n içindeki u_j 'nin maksimum çarpanı, U 'ya taşınır. Eğer $U^1 = \{0,0,0,1,2,2,4,4,4\}$ ve $U^2 = \{0,0,0,1,2,3,4,4,4\}$ ise; $U = \{0,0,0,1,2,2,3,4,4,4\}$ tür.
4. U 'yu kullanarak, gerekli algoritmalar kullanılarak iki eğride düğüm noktaları düzeltilmesi yapılarak $n, w_{i,j}, P_{i,j}$ elde edilmiş olur.

4.2.3. Dönel yüzeyler

Düzlemsel bir eğrinin bir eksen etrafında v açısı ile döndürülmesiyle oluşan yüzeydir. $C(v) = \sum_{j=0}^m R_{j,q}(v)P_j$; V düğüm noktalarında tanımlanmış, q^{th} dereceden bir Nurbs eğrisi olduğunu varsayarsak. $C(v)$ 'ye oluşturulacak eğri olarak tanımlanmakta ve bir eksen etrafında döndürülmektedir. Basitleştirmek amacıyla; $C(v)$ 'nin xz ekseninde olduğu ve z -ekseni etrafında 360° döndürülmektedir.



Şekil 4.6 Dönel yüzeylerin parametrik gösterimi [1]

Elde edilen $S(u,v)$ yüzeyinin özellikleri;

. sabit $\bar{u}$ için; $S(\bar{u},v)$, $C(v)$ eğrisinin z -ekseni etrafında belirli bir derecede döndürülmesiyle oluşmuştur.

. sabit $\bar{v}$ için; $S(u,\bar{v})$, z -eksenine dik yüzeyde oluşan tam bir dairedir.

$U=\{0,0,0,1/4,1/4,1/2,1/2,3/4,3/4,1,1,1\}$ düğüm noktalarında ve $w_i = \{1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1\}$ ağırlıkları ile 9 noktalı bir çember tanımlarsak, istenilen eğri;

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^m R_{i,2;j,q}(u, v) P_{i,j} \quad (4.2.8)$$

Düğüm noktaları U ve V'dir. Kontrol noktaları ve ağırlıklar şu şekilde belirlenir; $i=0, P_{i,j} = P_{0,j} = P_j$. $S(u, \bar{v})$ 'nin dairesel yapısı nedeniyle; sabit j için, $0 \leq i \leq 8, P_{i,j}$ $z = z_j$ düzleminin içinde, $2x_j$ kenar uzunluklu kare içinde ve merkezi z-ekseni üzerinde bulunmaktadır. Ağırlıklar w_j ve çember ağırlıkları kullanılarak bulunur; sabit j için; $w_{0,j} = w_j, w_{1,j} = (\sqrt{2}/2)w_j, w_{2,j} = w_j, \dots, w_{8,j} = w_j$.

4.2.8 ifadesinde, $u = \bar{u}$ sabitleyerek,

$$S^w(\bar{u}, v) = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(v) \left(\sum_{i=0}^8 N_{i,2}(\bar{u}) P_{i,j}^w \right) = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(v) Q_j^w \quad (4.2.9)$$

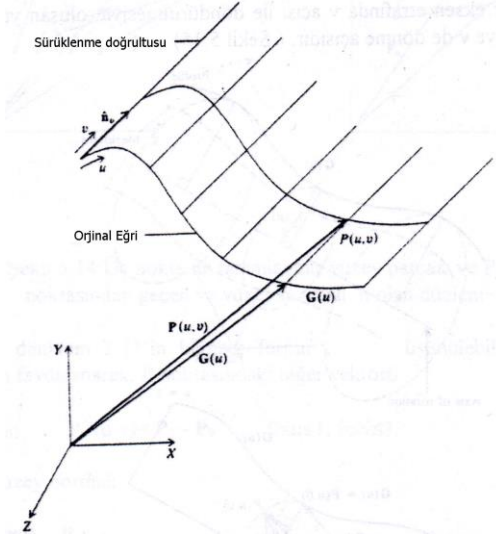
elde edilir. Buradaki Q_j^w ifadesi

$$Q_j^w = \sum_{i=0}^8 N_{i,2}(\bar{u}) P_{i,j}^w \quad 0 \leq j \leq m \quad (4.2.10)$$

ile tanımlanır. $Q_j, P_{0,j}(=P_j)$ 'nin z eksenini etrafında θ kadar döndürülmesi ile oluşan yüzeyi göstermektedir. $C(v)$ 'nin z-eksenini etrafında θ kadar döndürülmesi ile oluşan yüzey $S(\bar{u}, v)$ olduğu kanıtlanmaktadır.

4.2.4. Sürüklenmiş silindirik yüzey

Sürüklenmiş silindirik yüzey uzayda düzlemsel bir eğrinin verilen bir doğrultuda sürüklenmesi ile oluşan yüzey olarak tanımlanır.



Şekil 4.7 Sürüklenmiş silindirin parametrik gösterimi [1]

4.3. Sentetik Yüzeylerin Gösterimi

Sentetik yüzeyler analitik yüzeylerden daha iyi yüzey oluşturma imkanı sunar. Yüzeyleri oluştururken verilen noktalarda en küçük farklılık performansı büyük ölçüde etkilemektedir.

4.3.1. Hermite bikübik yüzeyler

Parametrik bikübik yüzey parçası dört köşe noktasına bağlı olup bikübik denklem ile ifade edilir. Yüzey denklem katsayılarının bulunmasında 16 vektör şartının verilmesi gerekmektedir. Köşelerdeki noktalar, bu noktalardaki 8 teğet vektörü ve köşe noktalarındaki 4 burulma vektörü ile bu katsayılar belirlenir. Kübik denklem;

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 C_{ij} u^i v^j \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (4.3.1.)$$

şeklinde ifade edilir.

$$S(u, v) = U^T [C] V \quad (4.3.2)$$

burada $u = [u^3 u^2 u^1]$, $v = [v^3 v^2 v^1]$ *vekatsayı matrisi* $[C]$ dir

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{33} & C_{32} & C_{31} & C_{30} \\ C_{23} & C_{22} & C_{21} & C_{20} \\ C_{13} & C_{12} & C_{11} & C_{10} \\ C_{03} & C_{02} & C_{01} & C_{00} \end{bmatrix} \quad (4.3.3)$$

Katsayılar bulunduktan sonra bikübik yüzey denklemi

$$S(u, v) = U^T [M_H] [B] [M_H]^T V \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (4.3.4)$$

$$[M_H] = \begin{bmatrix} 2-2 & 1 & 1 \\ -3 & 3-2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.5)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{v00} & P_{v00} \\ P_{10} & P_{11} & P_{v10} & P_{v11} \\ P_{v00} & P_{u00} & P_{uv00} & P_{uv01} \\ P_{u10} & P_{u11} & P_{uv10} & P_{uv11} \end{bmatrix} ; [B] = \begin{bmatrix} [S] & [S_v] \\ [S_u] & [S_{uv}] \end{bmatrix} \quad (4.3.6)$$

Burada $[S], [S_u], [S_v], [S_{uv}]$ matrisleri alt matrislerdir. Sırasıyla köşe noktaları, köşelerde u-teğet vektörlerini, v-teğet vektörlerini ve köşelerdeki burulma vektörlerini ifade etmektedir.

Kübik B-spline'lara benzer şekilde bikübik form bir parçadan diğer parçaya geçişte C^1 sürekliliğine izin vermektedir. Ortak kenarlı iki yüzey parçası için gerekli iki koşul olarak, aynı eğrilere sahip olma ve teğet vektörlerinin aynı doğrultuda olması söylenebilir.

Teğet vektörlerinin boylarının aynı olması gerekmez. Sonsuz adet yüzey parçasının bir araya getirilmesi söz konusu olabilir

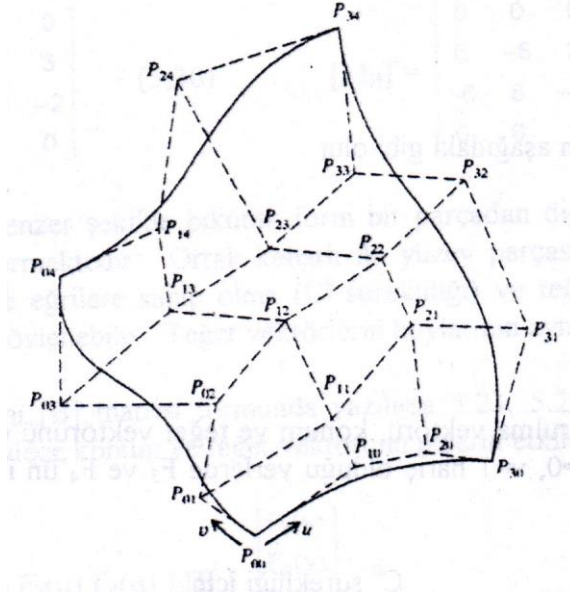
Teğet vektörlerinin kullanıcı tarafından verilmesi söz konusu değildir. Bu teğet vektörleri işlem sırasında söz konusu yüzey denklemden hesaplanabilir. Freze yüzey işleme sırasında takım yolunun belirlenmesinde oldukça önemlidir.

4.3.2. Bezier yüzeyleri

Tensör çarpımı Bezier yüzeyler, u ve v parametrik doğrultularında Bezier eğrilerinin bir uzantısıdır. Sırasıyla girilen veri veya kontrol noktası kümesi, topolojik karesel bir yüzey oluşturur. Bu durumda,

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (4.3.14)$$

yazılabilir.



Şekil 4.8 4x5 Bezier yüzeyi [1]

(4.3.14) ifadesinde $P(u,v)$ yüzey üzerindeki herhangi bir noktayı ve P_{ij} 'de kontrol noktalarını göstermektedir. Bu noktalar sonuç Bezier yüzeylerinin kontrol veya karakteristik polihedron kirislerini oluşturmaktadır. Noktalar $(n+1) \times (m+1)$ dikdörtgenel sıralama ile düzenlenmiştir.

$$\begin{aligned}
 S(u,v) = & P_{00}(1-u)^n(1-v)^m + P_{11}C(n,1)C(m,1)uv(1-u)^{n-1}(1-v)^{m-1} \\
 & + P_{22}C(n,2)C(m,2)u^2v^2(1-u)^{n-2}(1-v)^{m-2} \dots\dots \\
 & + P_{(n-1)(m-1)}C(n,n-1)C(m,m-1)u^{n-1}v^{m-1}(1-u)(1-v) + P_{nm}u^nv^m \\
 & + P_{10}C(n,1)u(1-u)^{n-1}(1-v)^m + P_{01}C(m,1)v(1-u)^n(1-v)^{m-1} \\
 & \dots\dots\dots + P_{n0}u^n(1-v)^m + P_{0m}v^m(1-u)^n \\
 & \dots\dots\dots + P_{(n-1)(m-2)}C(n,n-1)C(m,m-2)u^{n-1}v^{m-2}(1-u)(1-v)^2 \\
 & \dots\dots\dots + P_{(n-2)(m-1)}C(n,n-2)C(m,m-1)u^{n-2}v^{m-1}(1-u)^2(1-v) \\
 & \dots\dots\dots + P_{(n-1)m}C(n,n-1)u^{n-1}v^m(1-u) + P_{n(m-1)}u^n v^{m-1}(1-v)
 \end{aligned} \tag{4.3.15}$$

Şeklinde yazılabilir. Bezier yüzeylerinin karakteristikleri Bezier eğrileri ile aynıdır. Yüzey dört kontrol noktasına enterpolasyon yapar. Köşelerde u, v değerlerini $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$ olarak yerine koyarsak:

$$\begin{aligned}
S_{u\infty} &= n(P_{10} - P_{00})P_{un0} = n(P_{n0} - P_{(n-1)0}) & v = 0 \text{ kenarı boyunca} \\
S_{u0m} &= n(P_{1m} - P_{0m})P_{unm} = n(P_{nm} - P_{(n-1)m}) & v = 1 \text{ kenarı boyunca}
\end{aligned} \tag{4.3.16}$$

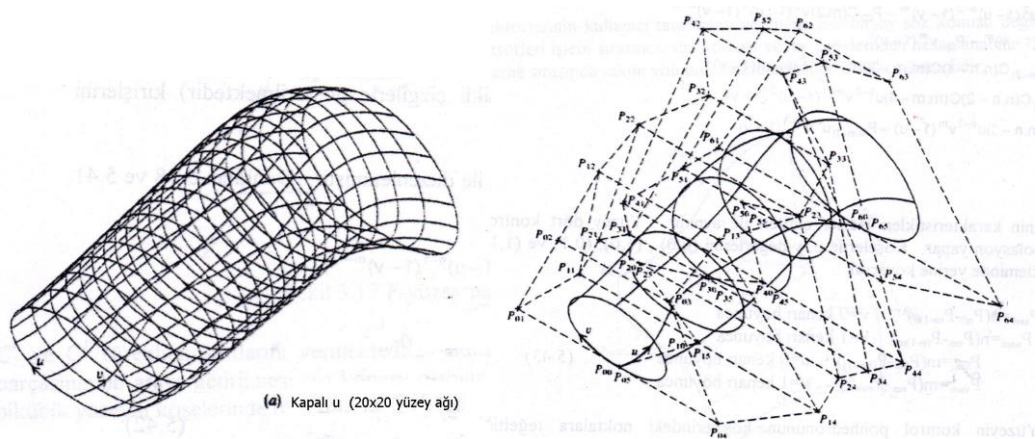
$$\begin{aligned}
S_{v\infty} &= m(P_{01} - P_{00})P_{vm0} = m(P_{0m} - P_{0(m-1)}) & u = 0 \text{ kenarı boyunca} \\
S_{v0m} &= m(P_{1m} - P_{0m})P_{vnm} = m(P_{vmn} - P_{m(n-1)}) & u = 1 \text{ kenarı boyunca}
\end{aligned} \tag{4.3.17}$$

elde edilir. Yüzeyin kontrol polihedronunun köşelerindeki noktalara teğettir. Köşelerdeki teğet vektörleri 4.3.16 ve 4.3.17 ifadelerinde verilmiştir. Söz konusu şeklin polihedron kirişlerinin rastgele noktalarının değiştirilmesi ile Bezier yüzeyinde şekil değişiklikleri yapılabilir. Kapalı bir Bezier yüzeyi polihedronun kapatılması veya rastgele köşe noktalarının seçilmesi ile oluşturulabilir.

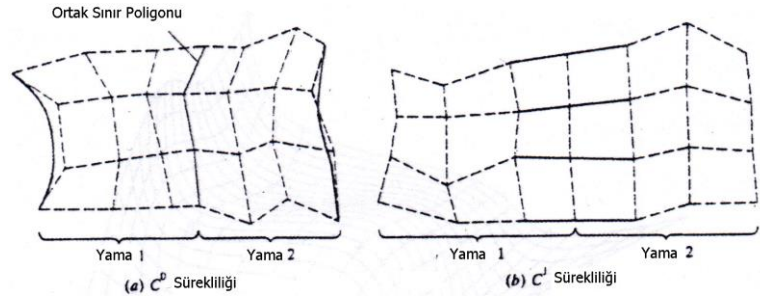
Bezier yüzeyinin herhangi bir noktadaki normalinin hesaplanabilmesi için 4.3.14 ifadesi düzenlenirse;

$$N(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} \frac{\partial B_{i,n}(u)}{\partial u} B_{j,m}(v) \times \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m P_{kl} B_{k,n}(u) \frac{\partial B_{l,m}(v)}{\partial v} \tag{4.3.18}$$

elde edilir.



Şekil 4.9 Kapalı Bezier Yüzeyi [1]



Şekil 4.10 Kompozit Bezier Yüzeyleri [1]

Bezier eğrisinde olduğu gibi Bezier yüzeylerinin derecesi kontrol noktalarının sayısına bağlıdır. Konstrüksiyon esnekliği açısından çok sayıda kontrol noktası ile şeklin tanımlanması gerekmektedir. Bu da yüksek dereceden polinom ile gerçekleşir. Esnekliğin sağlanması ve yüzey derecesinin kontrol edilebilir bir seviyede tutmak için yüzeyler genellikle düşük dereceli yüzey parçalarının bir araya getirilmesi ile oluşturulabilir. Böylece tüm sistemin derecesi düşük tutulmuş olur ve yüzeyler arasındaki geçişlerde uygun süreklilik şartları sağlanabilir. Şekil 4.11’de C^0 ve C^1 mertebeden süreklilik ile iki yüzey parçasığının birleştirilmesi gösterilmiştir. C^0 mertebe ile sadece konum sürekliliği, C^1 mertebe ile sınırlarda teğet süreklilik bu iki yüzey parçasının kolinearlığı ile sağlanabilmektedir.

Bezier yüzeyleri bikübik yüzeylere göre daha avantajlıdır. Çünkü yüzeyi tanımlamak için teğet ve burulma vektörlerine ihtiyaç yoktur. En büyük dezavantajı ise yerel kontrole imkan sağlamamasıdır. Bir veya birkaç kontrol noktasının değiştirilmesi ile tüm şekil değişmektedir. Bu yüzden belirli bir alanda şekil değişimi imkanı sağlamaktadır.

4.3.3. B-spline yüzeyler

Bezier yüzeylerinde olduğu gibi B-spline yüzeylerini tanımlamak için B-spline eğrileri tensör çarpımı ile genişletilebilir. B-spline eğrilerinin özelliklerinin ve

avantajlarının tümü B-spline yüzeyler için de söylenebilir. Enterpolasyon veya yaklaşım tipindeki yüzeyler elde edilebilir.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,k}(v) \quad (4.3.20)$$

ile eğri üzerindeki noktaların konumları parametrik olarak hesaplanabilmektedir.

4.3.4. NURBS yüzeyleri

u yönünde p ve v yönünde q dereceden NURBS yüzeyi;

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}} \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (4.3.21)$$

formundadır. Burada P kontrol noktaları, w ağırlıklar, N(u) ve N(v); aşağıdaki düğüm noktalarında tanımlanan rasyonel olmayan B-spline temel fonksiyonlarıdır.

$$\begin{aligned} U &= \{0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, 1, \dots, 1\} \\ V &= \{0, \dots, 0, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, 1, \dots, 1\} \end{aligned} \quad (4.3.22)$$

r=n+p+1 ve s=m+q+1 dir.

Formülü daha basitleştirmek istersek; B-spline fonksiyonları;

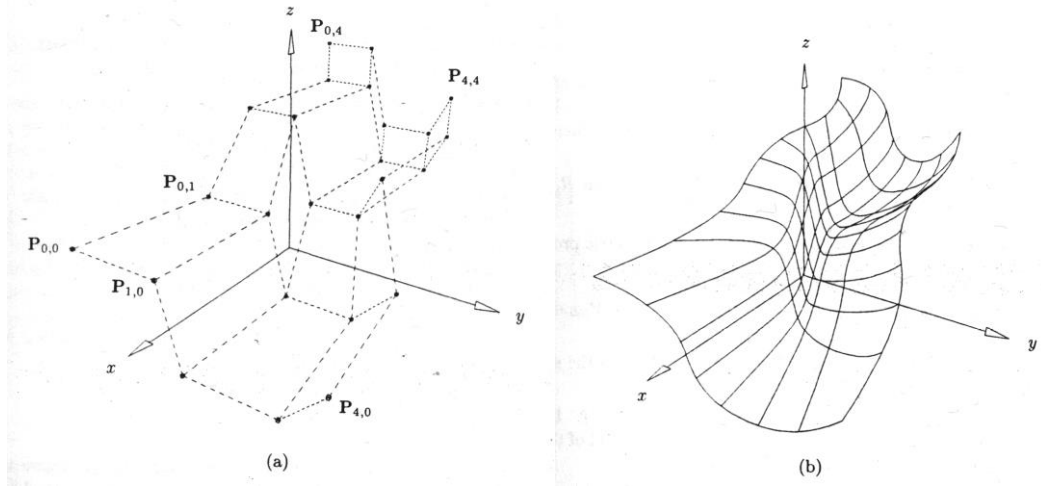
$$R_{i,j}(u,v) = \frac{N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)w_{i,j}}{\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m N_{k,p}(u)N_{l,q}(v)w_{k,l}} \quad (4.3.23)$$

yazarsak, Nurbs yüzey formu,

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u,v)P_{i,j} \quad (4.3.24)$$

halini alır. Nurbs eğrilerinin en önemli özellikleri;

- Her i,j,u ve v için $R_{i,j}(u,v) \geq 0$ dır. Negatif olamama özelliği
- Her $(u,v) \in [0,1] \times [0,1]$ için $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u,v) = 1$ dir.
- Her $(u,v) \notin [u_i, u_{i+p+1}) \times [v_j, v_{j+q+1})$ için $R_{i,j}(u,v) = 0$.
- Verilen herhangi $[u_{i_0}, u_{i_0+1}) \times [v_{j_0}, v_{j_0+1})$ yüzey parçası aralığında $(p+1)(q+1)$ adet temel B-spline fonksiyonu sıfır değildir. $i_0 - p \leq i \leq i_0$ ve $j_0 - q \leq j \leq j_0$ için $R_{i,j}(u,v)$ sıfır değildir.
- $p > 0$ ve $q > 0$ için $R_{i,j}(u,v)$ en az bir maksimumu vardır.
- $R_{0,0}(0,0) = R_{n,0}(1,0) = R_{0,m}(0,1) = R_{n,m}(0,0) = 1$
- u ve v düğüm noktalarıyla oluşturulan yüzey parçası içinde, $R_{i,j}(u,v)$ 'nın bütün kısmi türevleri mevcuttur.
- Her $w_{i,j} = a, 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m$ ve $a \neq 0$ için; her i ve j için $R_{i,j}(u,v) = N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)$ dir.



Şekil 4.11 a) Kontrol noktaları ve b) NURBS yüzeyi, $w_{1,1}=w_{1,2}=w_{2,1}=w_{2,2}=10$; diğer ağırlıklar=1. $U=V=\{0,0,0,1/3,2/3,1,1,1\}$ [2]

Nurbs yüzeyleri yerel kontrole izin verdiği için; kontrol noktalarının yerlerini değiştirerek yada ağırlıkları değiştirerek belirli bir yerel değişim sağlanabilir.

5. B-SPLINE YÜZEYLERİ

5.1. B-spline Yüzey Oluşturma Teknikleri

B-spline yüzeyleri; iki yönlü kontrol noktaları ve iki düğüm noktaları kümesi vektörü ile B-spline fonksiyonları kullanarak oluşturulmaktadır.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (5.1.1.)$$

$$U = \left\{ \underset{p+1}{\underbrace{0, 1, 2, \dots, p+1}}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underset{p+1}{\underbrace{1, \dots, 1}} \right\} \quad (5.1.2.)$$

$$V = \left\{ \underset{q+1}{\underbrace{0, 1, 2, \dots, q+1}}, u_{q+1}, \dots, u_{s-p-1}, \underset{q+1}{\underbrace{1, \dots, 1}} \right\} \quad (5.1.3.)$$

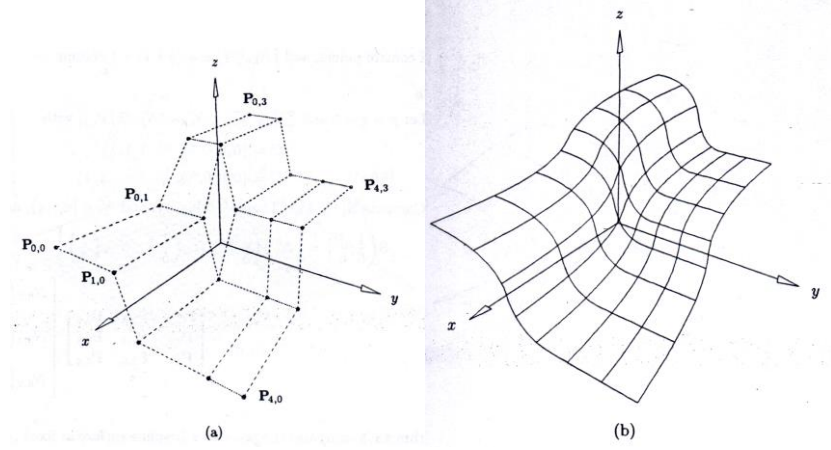
$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{deg ilse} \end{cases} \quad (5.1.4)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - u_i) N_{i,k-1}(u)}{u_{i+k-1} - u_i} + \frac{(u_{i+k} - u) N_{i+1,k-1}(u)}{u_{i+k} - u_{i+1}} \quad (5.1.5)$$

$$N_{j,1}(v) = \begin{cases} 1 & v_j \leq v \leq v_{j+1} \\ 0 & \text{deg ilse} \end{cases} \quad (5.1.6)$$

$$N_{j,k}(v) = \frac{(v - v_j) N_{j,k-1}(v)}{v_{j+k-1} - v_j} + \frac{(v_{j+k} - v) N_{j+1,k-1}(v)}{v_{j+k} - v_{j+1}} \quad (5.1.7)$$

U r+1 adet, V s+1 düğüm noktasına sahiptir. Burada; r=n+p+1 ve s=m+q+1 dir.



Şekil: 5.1. B-spline yüzeyi a) Kontrol noktaları kümesi b) B-spline yüzeyi [2]

Sabit (u,v) parametrelerini kullanarak B-spline yüzeyi üzerinde bir nokta elde edebilmek için 5 adım vardır.

- u'nun bulunduğu knot aralığı bulunur; $u \in [u_i, u_{i+1})$
- sıfır olmayan temel fonksiyonlar hesaplanır; $N_{i-p,p}(u), \dots, N_{i,p}(u)$
- v'nin bulunduğu düğüm noktaları aralığı bulunur; $v \in [v_j, v_{j+1})$
- sıfır olmayan temel fonksiyonları hesaplanır; $N_{j-q,q}(v), \dots, N_{j,q}(v)$
- sıfır olmayan temel fonksiyonları ile kontrol noktalarının hesaplanır.

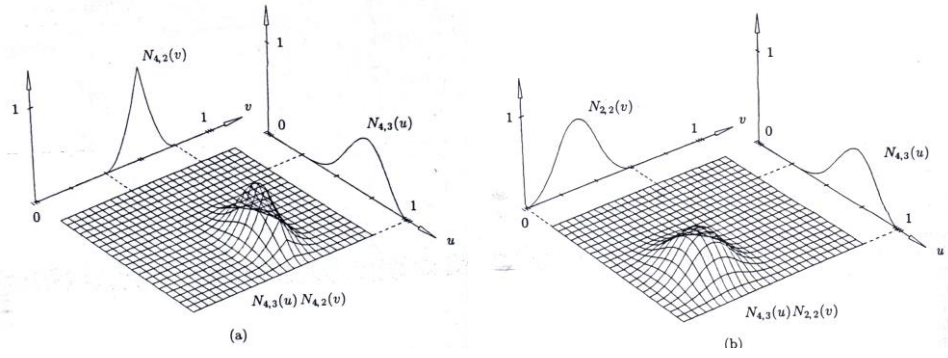
En son adım şu şekli almaktadır;

$$S(u,v) = [N_{k,p}(u)]^T [P_{k,l}] [N_{l,q}(v)] \quad i-p \leq k \leq i; j-q \leq l \leq j$$

Burada; $[N_{k,p}(u)]^T$ 1X(p+1) sütun matrisi

$[P_{k,l}]$ kontrol noktaları

$[N_{l,q}(v)]$ sütun matrisi



Şekil 5.2. Kübik İkinci dereceden temel fonksiyonlar

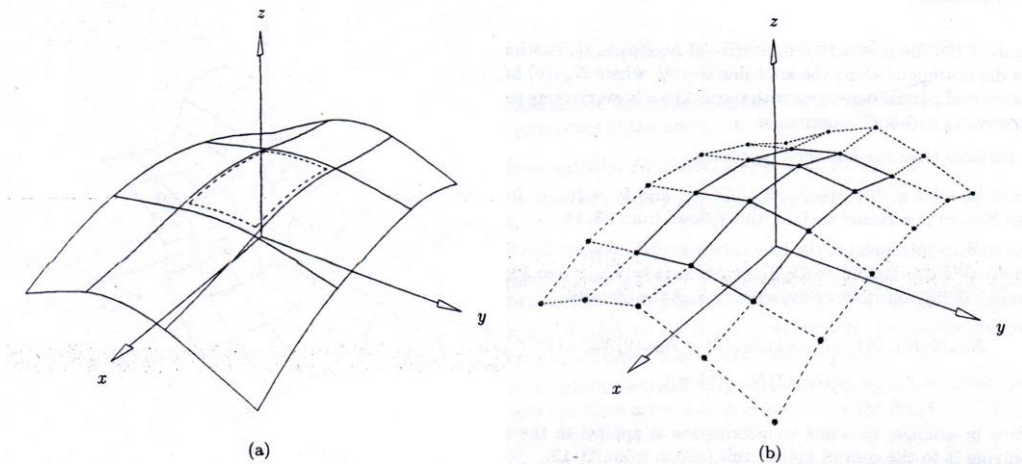
(a) $N_{4,3}(u)N_{4,2}(v)$; (b) $N_{4,3}(u)N_{2,2}(v)$

$$U=\{0,0,0,0,1/4,1/2,3/4,1,1,1,1\} \text{ ve } V=\{0,0,0,1/5,2/5,3/5,4/5,1,1,1\} [2]$$

5.2. B-spline Yüzeylerinin Özellikleri

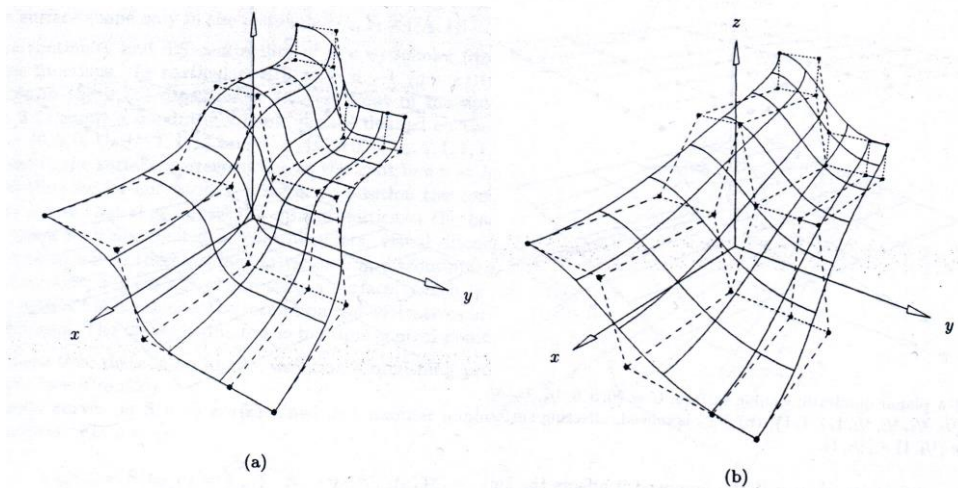
B-spline eğrilerinin özellikleri aşağıda görülen maddeler halinde özetlenebilir.

- Her i,j,p,q,u,v için $N_{i,p}(u)N_{j,q}(v) \geq 0$
- Her $(u,v) \in [0,1] \times [0,1]$ için $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u)N_{j,q}(v) = 1$
- $n=p, m=q, U=\{0,...,0,1,...,1\}, V=\{0,...,0,1,...,1\}$ ise; her i, j için $N_{i,p}(u)N_{j,q}(v) = B_{i,n}(u)B_{j,m}(v)$; buda bize B-spline fonksiyonlarının, Bernstein polinomlarına dejenere olabildiğini göstermektedir.
- $(u,v) \notin [u_i, u_{i+p+1}) \times [v_j, v_{j+q+1})$ ise; $N_{i,p}(u)N_{j,q}(v) = 0$
- Verilen her yüzey parçasında; $[u_{i_0}, u_{i_0+1}) \times [v_{j_0}, v_{j_0+1})$ en fazla $(p+1)(q+1)$ temel fonksiyonu sıfırdan farklıdır. (Şekil 5.3)
- $p > 0$ ve $q > 0$ için $N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)$ bir maksimum değer alır.



Şekil 5.3. a) kübikXikinci dereceden B-spline yüzeyi; b) kontrol poligonu özelliği [2]

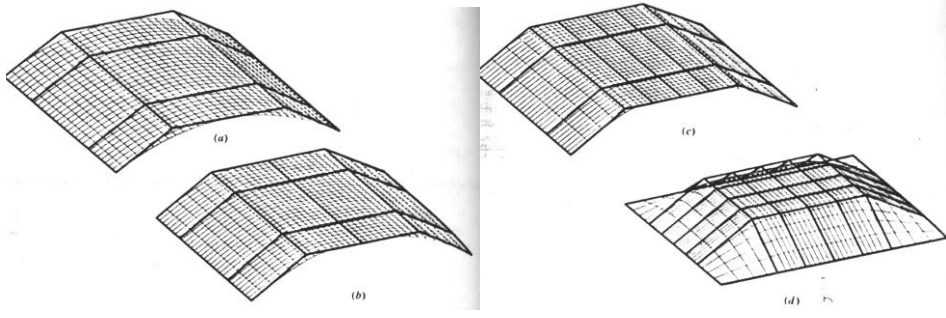
- g) u ve v 'nin düğüm noktaları kümesi vektörlerinin meydana getirdiği dikdörtgenel alanlar içinde, $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)$ bütün kısmi türevleri mevcuttur; fonksiyon u knotu üzerinde $p-k(q-k)$ defa kısmi türevi alınabilir. (k : knot çarpanı)
- h) Eğer $n=p$, $m=q$, $U=\{0,...,0,1,...,1\}$ ve $V=\{0,...,0,1,...,1\}$ $S(u,v)$ Bezier yüzeyini göstermektedir.



Şekil 5.4. a) İkinci dereceden B-spline yüzeyi; b) a'da kullanılan kontrol noktaları kullanılarak elde edilen dördüncü dereceden($p=Q=4$) B-spline yüzeyi [2]

- i) Yüzey enterpolasyonu sonunda; 4 kontrol noktası, yüzeyin dört köşesini oluşturmaktadır. $S(0,0) = P_{0,0}, S(1,0) = P_{n,0}, S(0,1) = P_{0,m}, S(1,1) = P_{n,m}$.
- j) Kontrol noktalarının invariantı alınarak, yüzeyin invariantı alınmış olur.
- k) Eğer $(u,v) \in [u_{i_0}, u_{i_0+1}) \times [v_{j_0}, v_{j_0+1})$ $S(u,v)$ kontrol noktalarının oluşturduğu poligonun içinde kalmaktadır.
- l) Yüzey oluşturmada kullanılan fonksiyonun derecesi azaldıkça yaklaşıklık artmaktadır.
- m) $P_{i,j}$ kontrol noktasında yapılacak değişiklik sadece yüzeyin $[u_i, u_{i+p+1}) \times [v_j, v_{j+q+1})$ yüzey parçasında değişikliğe sebep olur.
- n) $S(u,v)$ yüzeyinin sürekliliği ve türev alınabilirliği temel fonksiyonlardan gelmektedir.
- o) B-spline yüzeyleri $[U]$ ve $[V]$ düğüm noktalarından etkilenmektedir. Açık, periyodik ve uniform olmayan düğüm noktaları kullanılmaktadır. Ayrıca bir parametrik doğrultu için açık düğüm noktaları kümesi ve onun temel fonksiyonları kullanılırken, diğer parametrik doğrultu için periyodik düğüm noktaları kümesi ve onun temel fonksiyonu kullanılabilir.

B-spline yüzeylerinin kuvvetli kontrol poligonu içinde kalması özelliği olmasına rağmen, B-spline yüzeyleri keskin süreksizlikler ve katlar gösterebilir. Bu durum bazı tasarımlarda istenilen bir özelliktir. Şekil 5.5a'dan 5.5d'ye kadar her parametre yönünde üçüncü dereceden açık B-spline yüzeyleri ve bu yüzeylerin kontrol poligonları bulunmaktadır. Tanımlanmış bütün kontrol poligonlarında v doğrultusunda düz bir doğrultudur. Bu durumda yüzey u yönünde düzgün (ruled) bir yüzeydir. Şekil 5.5'de dört kontrol poligonu kümesinin u doğrultusunda kenarları olmaktadır ve bu doğrultuda eğrileşmektedir.



Şekil 5.5. 3.üncü dereceden B-spline yüzeyleri [5]

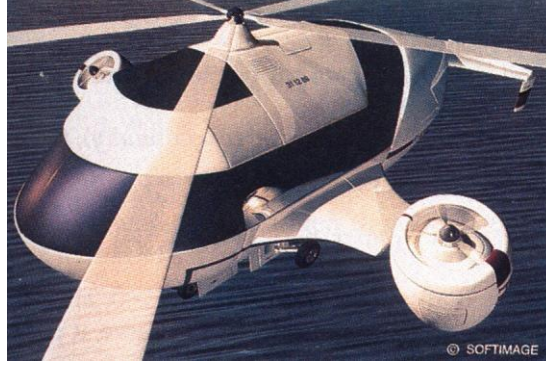
- a) Düzgün(ruled) yüzey
- b) u'daki 3 kolineer eleman sebebiyle, iç kısımda düz yüzey
- c) u'daki 5 kolineer eleman sebebiyle iç kısımda daha büyük düz yüzey
- d) düz yüzey

Şekil 5.5.b'de u doğrultusunda 5 kontrol poligonu kümesinde tanımlanmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta yüzeyin merkezinin düz olmasıdır.

Şekil 5.5.c'de ise u doğrultusunda kontrol poligonu tanımlayan 7 kümeden 5'i kolineerdir. Yani şekilde yüzeyin merkezi düzdür. Fakat düz alan şekil 5.5.b'den daha büyüktür. Şekil 5.5.d'de yüzeyin kontrol poligonunu takip etme özelliği net şekilde görülmektedir.

5.3. B-spline Yüzey Örnekleri

B-spline eğrileri ve yüzeyleri endüstrinin bir çok alanında kullanılmaktadır.

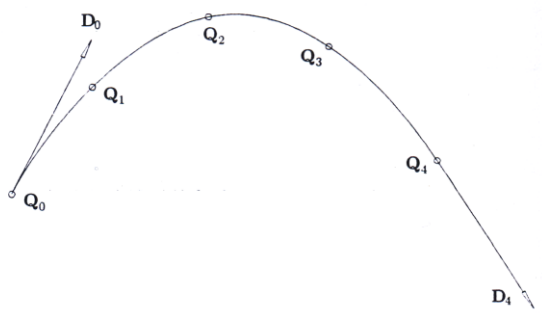


Şekil 5.6 Softimage firmasının tasarımcılarından Daniel Longlois tarafından 180,000 B-spline yüzey yaması kullanılarak katı modeli oluşturulan prototip helikopter [16]

6. GENEL EĞRİ VE YÜZEY OLUŞTURMA TEKNİKLERİ

Daire, konik, silindir gibi basit yüzeyler, birkaç data(merkez noktası, yükseklik, çap, vs.) belirterek kolay bir şekilde üretilebilmektedir. Bu bölümdeki eğriler ve yüzeyler; daha karmaşık datalar(geometrik noktalar, türevleri ve vb.) kullanılarak üretilecektir.

Yüzey ve eğri interpolasyonu için çok fazla yöntem bulunmaktadır. Burada asıl problem verilen noktalar için çok fazla çözüm olmasıdır. Şekil 6.1.'de verilen 7 kontrol noktası için gösterilen eğri için aynı kontrol noktalarından geçen sonsuz sayıda NURBS eğrisi vardır.



Şekil6.1 5 kontrol noktası ve 2 türev belirtilerek oluşturulmuş enterpolasyon eğrisi[2]

6.1. Genel Eğri Enterpolasyon Teknikleri

6.1.1. Verilen noktalara enterpolasyon teknikleri

$k=0,...,n$ $\{Q_k\}$ kontrol noktaları olduğu ve p th dereceden bir eğriyi bu noktalara enterpolasyon yapılırsa; her $\{Q_k\}$ noktası için bir $\bar{u}_k$ tanımlanırsa; uygun bir $U = \{u_0,...,u_m\}$ düğüm noktası aralığı seçilirse;

$$Q_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (6.1.1)$$

elde edilir. Kontrol noktaları P_i ($n+1$) bilinmeyendir. r , Q_k içindeki koordinat sayısı ise; burada gerekli olan U ve $\bar{u}_k$ 'yı belirlemektir. Parametrelerin $u \in [0,1]$ içinde kaldığı varsayılırsa; $\bar{u}_k$ 'yı belirlemek için aşağıdaki metodlar kullanılır;

$$\begin{aligned} & \bar{u}_0 = 0 \quad \bar{u}_n = 1 \\ \text{- eşit aralıklı:} \quad & \bar{u}_k = \frac{k}{n} \quad k = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (6.1.2.)$$

$$\begin{aligned} \text{- giriş uzunluğu:} \quad & d = \sum_{k=1}^n |Q_k - Q_{k-1}| \\ & \bar{u}_0 = 0 \quad \bar{u}_n = 1 \\ & \bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{d} \quad k = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

$$\begin{aligned} \text{- merkezci yöntem:} \quad & d = \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|} \\ & \bar{u}_0 = 0 \quad \bar{u}_n = 1 \\ & \bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} \quad k = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (6.1.4.)$$

Düğüm noktaları eşit aralıklı ise;

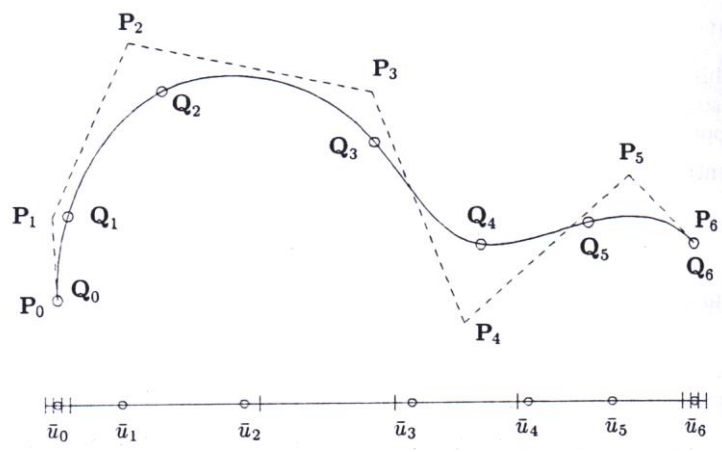
$$\begin{aligned} \text{- eşit aralıklı:} \quad & u_0 = \dots = u_p = 0 \quad u_{m-p} = \dots = u_m = 1 \\ & u_{j+p} = \frac{j}{n-p+1} \quad j = 1, \dots, n-p \end{aligned} \quad (6.1.5)$$

bu yöntem genellikle tavsiye edilmez, yerine

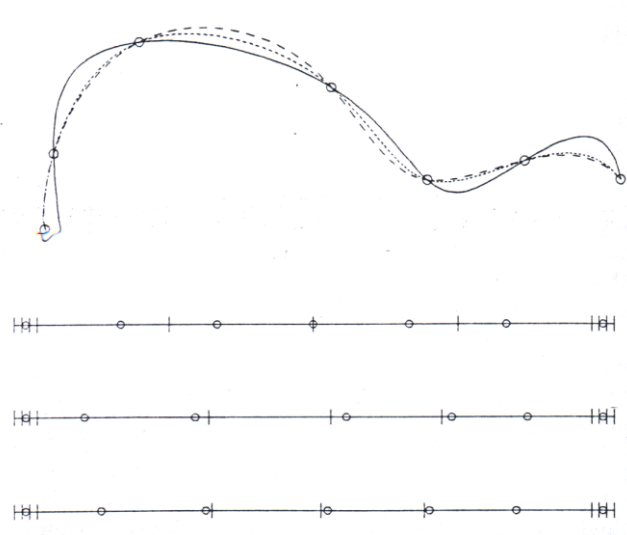
$$u_0 = \dots = u_p = 0 \quad u_{m-p} = \dots = u_m = 1$$

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i \quad j=1, \dots, n-p \quad (6.1.6)$$

ifadeleri kullanılır.



Şekil 6.2. Kiriş uzunluğu yöntemi kullanılarak elde edilmiş enterpolasyon eğrisi [2]



Şekil 6.3 Farklı parametreler ve düğüm noktaları kullanılarak oluşturulan enterpolasyon eğrisi [2]

Şekil 6.3’de 7 noktaya enterpolasyon yapılan kübik eğriyi ve kontrol noktaları, parametreler ve düğüm noktaları vektörünü göstermektedir. Parametreler teğet uzunluğu metoduna göre hesaplanmıştır.

$\bar{u}_k$ ve düğüm noktaları belirlendikten sonra, sistemin $(n+1) \times (n+1)$ katsayılar matrisi, $k=0, \dots, n$ için $\bar{u}_k$ kullanılarak hesaplanır.

6.1.2 Bitim noktalarındaki türevleri belirterek eğri enterpolasyonu

Bitim noktalarındaki türevlerin giriş dataları olarak verilmesi az kullanılan bir metot değildir.

1. Q_k değerleri için $\bar{u}_k$ ’lar hesaplanır
2. U düğüm noktaları hesaplanır
3. Temel fonksiyonları hesaplanır
4. Sistem çözülür

Sadece 2.ci ve 3.cü adımlar biraz daha farklıdır. Her türev, düğüm noktaları ve kontrol noktaları sayısını bir arttırır. Buda lineer denklemlerin sayısını bir arttırır. Örnek olarak;

$k=0, \dots, n$ için $\{Q_k\}$ ve eğrinin bitim noktalarındaki D_0 ve D_n birinci türev vektörleri ise; p^{th} dereceden eğri;

$$C(u) = \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(u) P_i \quad (6.1.7)$$

İlk olarak $k=0,..,n$ için $\bar{u}_k$ hesaplanır; ve daha sonra $m=n+p+3$ ve $m+1$ düğüm noktası elde edilir

$$\begin{aligned} u_0 = .. = u_p = 0 \quad u_{m-p} = .. = u_m = 1 \\ u_{j+9+1} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i \quad j = 0,..,n-p+1 \end{aligned} \quad (6.1.8)$$

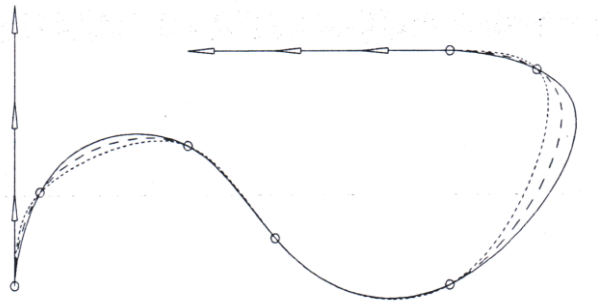
6.1.8 ifadesindeki fark, 2 adet kontrol noktasının fazladan hesaplanmasıdır. Buradan

$$Q_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (6.1.9)$$

burada fazladan iki denklem vardır;

$$\begin{aligned} -P_0 + P_1 &= \frac{u_{p+1}}{p} D_0 \\ -P_{n+1} + P_{n+2} &= \frac{1-u_{m-p-1}}{p} D_n \end{aligned} \quad (6.1.10)$$

bu son iki denklem, bize $(n+3) \times (n+3)$ lineer sistemini oluşturmaktadır. Şekil 6.4’de bitim noktalarındaki türevler belirtilerek oluşturulmuş bikübik eğridir.



Şekil 6.4. Bitim noktalarındaki türevler belirtilerek oluşturulan kübik eğri enterpolasyonu [2]

6.2. Genel Yüzey Enterpolasyonu

Elimizde $(n+1) \times (m+1)$ noktaları $\{Q_{k,l}\}$, $k=0,\dots,n$ ve $l=0,\dots,m$; bu noktaları kullanarak (p,q) th dereceden B-spline yüzeyi elde etmek istenirs;

$$Q_{k,l} = S(\bar{u}_k, \bar{v}_l) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(\bar{u}_k) N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad (6.2.1)$$

Yapılması gereken ilk şey; $(\bar{u}_k, \bar{v}_l)$ için kabul edilebilir değerler bulunması ve U ve V düğüm noktalarını belirlemektir. Genellikle kullanılan metot (6.1.3) ve (6.1.4) ifadeleri kullanılarak, her λ için $\bar{u}_0^l, \dots, \bar{u}_n^l$ bulunması; ardından $\lambda=0, \dots, m$ ' e kadar $\bar{u}_k^l$ nin ortalamasını alınarak $\bar{u}_k$ 'nin bulunması, burada

$$\bar{u}_k = \frac{1}{m+1} \sum_{l=0}^m \bar{u}_k^l \quad k = 0, \dots, n \quad (6.2.2)$$

dır. Burada sabitlenmiş her λ için; (6.1.3) veya (6.1.4) denklemleri kullanılarak uygun bir algoritma ile; $\bar{u}_k$ ve $\bar{v}_l$ hesaplanır. Algoritma bir tane yerel dizi, $\text{cds}[]$, teğetler arası mesafeyi depolayabilmek için $|Q_{k,l} - Q_{k-1,l}|$, $k=1,\dots,n$ (v doğrultusunda da aynıdır) maks $(n+1)(m+1)$ uzunluk gerekmektedir.

$(\bar{u}_k, \bar{v}_l)$ hesaplandıktan sonra, (6.1.6) ifadesi ile U ve V düğüm noktaları hesaplanabilir.

Sıra kontrol noktalarının hesaplanmasına gelmiştir. (6.2.1) ifadesi, $P_{i,j}$ 'nin bulunmasında $(n+1) \times (m+1)$ adet lineer denklem göstermektedir. Eğri

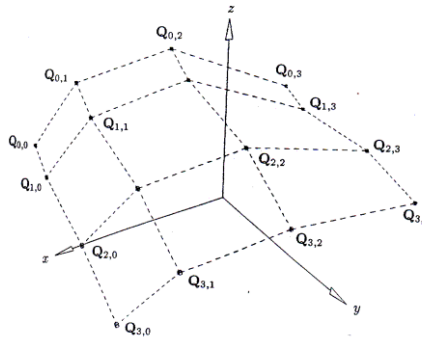
enterpolasyonu metodu ile $P_{i,j}$ daha basit ve verimli olarak hesaplanabilir. Sabit λ için (6.2.1) ifadesi;

$$Q_{k,l} = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) \left(\sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_k) P_{i,j} \right) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) R_{i,l} \quad (6.2.3)$$

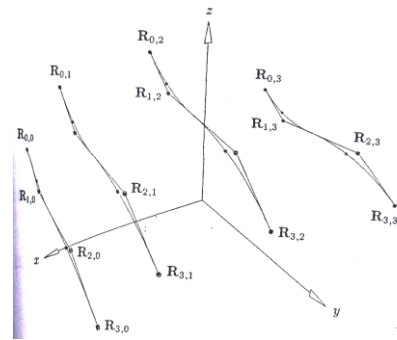
$$R_{i,l} = \sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_l) P_{i,j} \quad (6.2.4)$$

(6.2.3) denkleminin; $k=0,...,n$ kadar $Q_{k,l}$ noktaları boyunca eğri enterpolasyonunu ve sabit $v = \bar{v}_l$ için, $R_{i,j}$ isometrik $S(u,v)$ yüzeyi üzerindeki kontrol noktalarını göstermektedir. i sabit ve λ değiştirilerek, hesaplanan $P_{i,0},...,P_{i,m}$ kontrol noktaları kullanarak, $R_{i,0},...,R_{i,m}$ boyunca eğri enterpolasyonu yapılır. $P_{i,j}$ kontrol noktalarının hesaplanması için gerekli şartlar;

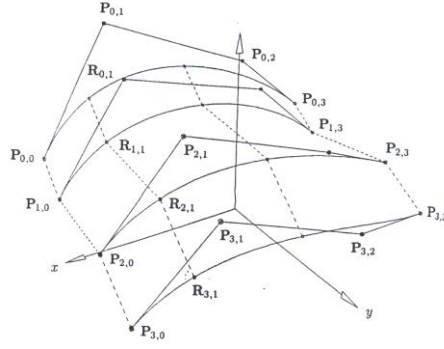
1. U ve $\bar{u}_k$ kullanılarak, $Q_{0,l},...,Q_{n,l}$ ($m+1$) eğri enterpolasyonu yaparsak; $R_{i,l}$ elde edilmiş olur.
2. V ve $\bar{v}_l$ kullanılarak, $R_{i,0},...,R_{i,m}$ ($n+1$) eğri enterpolasyonu yaparsak, $P_{i,j}$ elde edilmiş olur.



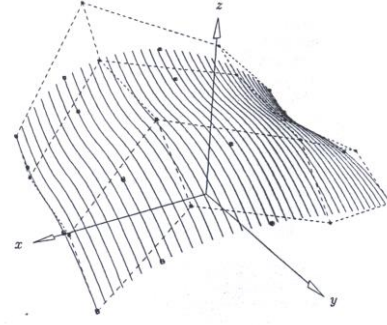
Şekil 6.5.a



Şekil 6.5. b



Şekil 6.5.c



Şekil 6.5. d

Şekil 6.5 (a-d) Genel yüzey enterpolasyonu

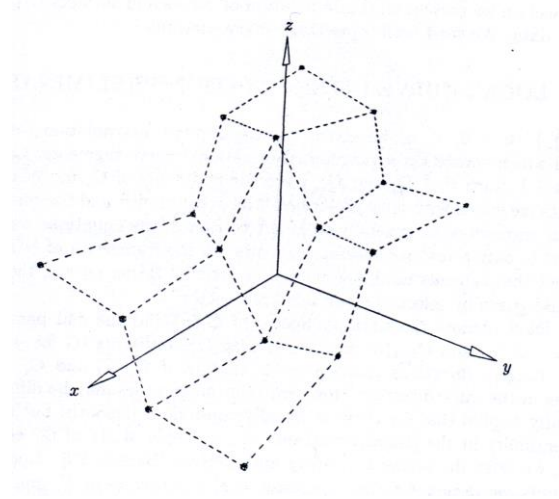
- a) Datalar
- b) v-yönünde enterpolasyon
- c) u-yönündeki kontrol noktaları ile v-yönünde enterpolasyon
- d) kontrol noktalarını gösteren yüzey enterpolasyonu [2]

Şekil 6.5.d'de elde edilen yüzeyi göstermektedir. Algoritma simetrik olduğu için; istenilen yüzey;

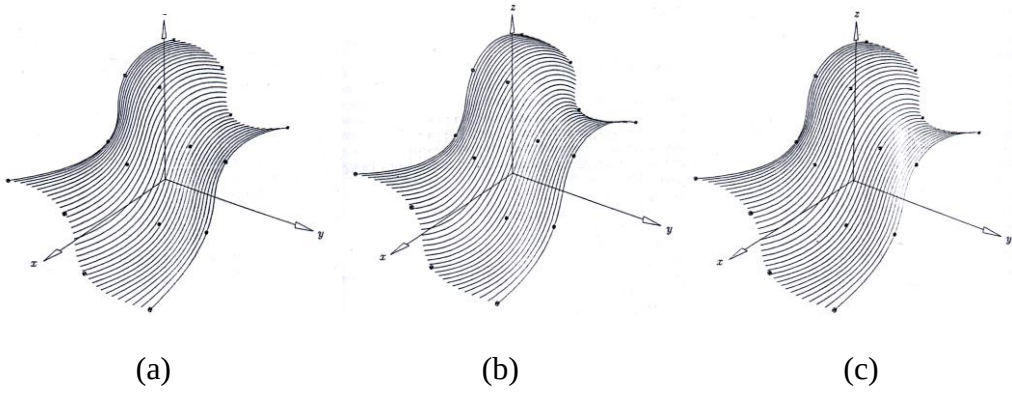
1. $Q_{k,0}, \dots, Q_{n,m}$ noktaları boyunca $(n+1)$ eğri enterpolasyon yapılırsa; isometrik eğrinin kontrol noktaları $R_{i,l}$ elde edilmiş olur.
2. $R_{0,j}, \dots, R_{n,j}$ noktaları boyunca $(m+1)$ eğri enterpolasyonu yapılırsa; $P_{i,j}$ elde edilmiş olur.

Genel yüzey enterpolasyonunda türev sınırlamalarını da içermektedir. Türev metotları ile, gerekli sınır şartlarını sağlayabilmesi için ek bir lineer denklem kullanılabilir. Eğer her sütun yada her satırdaki sınır şartları aynı değilse, her iki doğrultuda da yüzeyin kontrol noktalarının hesaplanması zorlaşmaktadır.

Şekil 6.6'dan 6.7'ye değişik yüzey interpolasyon örnekleri gösterilmektedir.



Şekil 6.6 Yüzey interpolasyonunu test eden datalar [2]



Şekil 6.7.a'dan c'ye kadar değişik parametrelere ve düğüm noktalarına sahip interpolasyon yüzeyleri görülmektedir. [2]

7. YÜK KANCASININ B-SPLINE YÜZEY OPTİMİZASYONU

7.1. Kanca Geometrisi

Yük tutma elemanı olarak en basit anlamda tanımlanan kancalar, özellikle kaldırma makinelerinde kullanılmaktadır. Taşıyacakları yük miktarı farklı olduğu için, farklı tiplerde imal edilirler. Kancalar, kopmaya ve ani yük kaymalarına karşı emniyetli olmalıdırlar. Yük tutma elemanları, taşınan mala zarar vermeyecek ve kaldırma makinelerinin kapasitelerini düşürmeyecek şekilde hafif olmalıdır.

Normal yükler için kancalar; 250 tona kadar standartlaştırılmıştır. Basit kancalarda yükün kanca ağzından çıkmasını engellemek için bir mandal kullanılmaktadır. Büyük yükler için çift ağızlı kancalar kullanılır.

Kancalar, yük taşıma özelliklerinden dolayı karmaşık şekillidir. Bu sebeple mühendislik analizleri için gelişmiş bilgisayarlar ile çeşitli matematiksel algoritmalar ile hesaplamalar yapılması gerekir.

Sentetik eğriler ile hazırlanan program için kanca yüzeyinin seçilmesinin en büyük nedeni yüzeyin karmaşık şekilli olmasıdır. Karmaşık şekli belirli bir yaklaşıklıkla hesaplanabildiği taktirde, kanca imalatında kalıp hazırlanması çok daha kısa sürede yapılabilecektir. Aynı zamanda yüzeyin geçeceği noktalar bilindiği için, kanca yüzeyi üzerinde değişiklikler de yapılabilir.

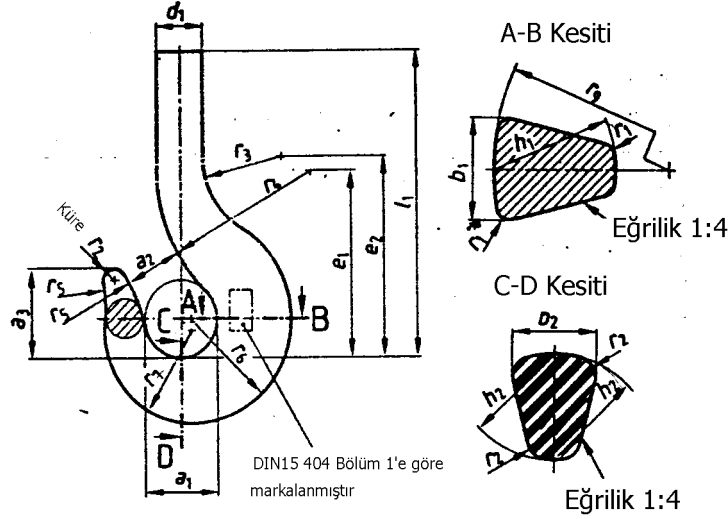
DIN standartlarında kanca boyutları aşağıdaki şekildedir.

Tip RF ve RFN

Tekli Kancalar için No:10-250

Tip: RF

F: Dövme R: burunsuz işlenmemiş

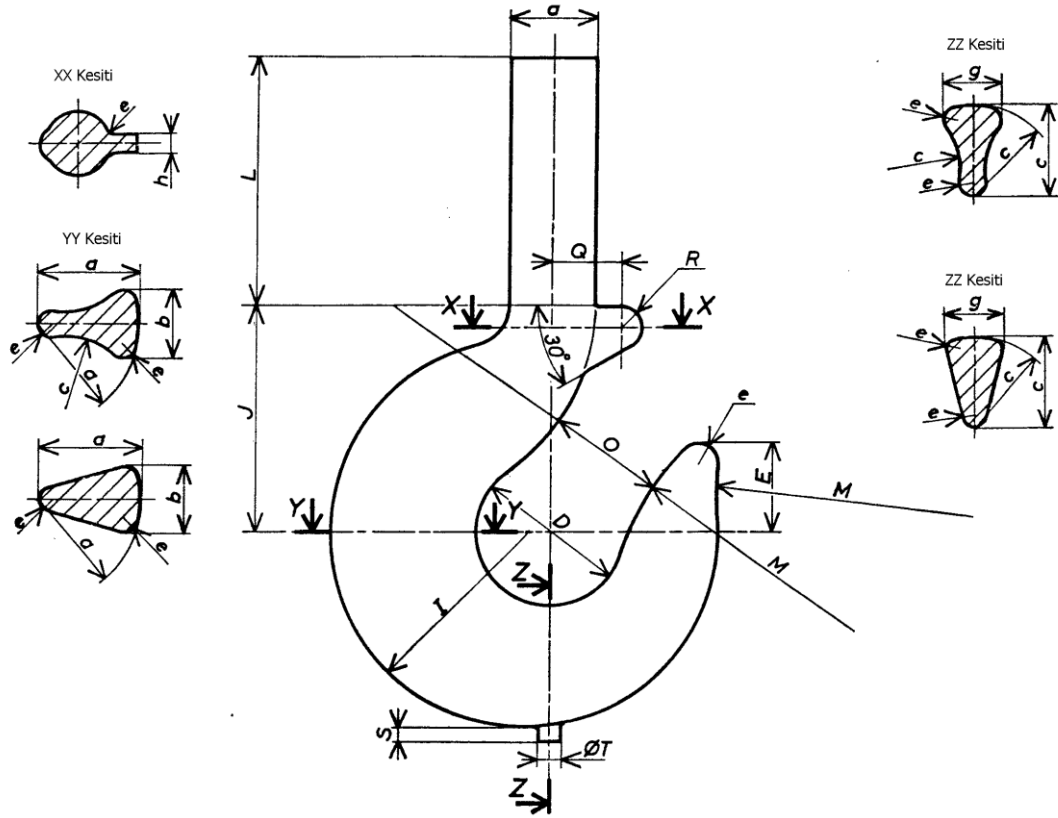


Kanca DIN15 401 - RFN 20 - M

RF ve RFN Kanca Boyutları

Kanca Nr	a ₁	a ₂	a ₃	b ₁	b ₂	d ₁	e ₁	e ₂	e ₃	f ₂	f ₃	g ₁	h ₁	h ₂	l ₁	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆	r ₇	r ₈	r ₉	Ağırlık kg
10	112	90	127	100	85	75	256	286	221	46	26	23	125	106	460	12	20	65	165	236	163	140	12	250	40
12	125	100	143	112	95	85	292	316	252	53	34	28	140	118	525	14	22	70	185	265	182	160	16	280	55
16	140	112	160	125	106	95	325	357	280	58	35	33	160	132	595	16	25	80	210	300	204	180	18	320	77
20	160	125	180	140	118	106	370	405	330	68	45	33	180	150	665	18	28	90	240	335	232	200	20	360	112
25	180	140	202	160	132	118	415	455	360	74	45	38	200	170	735	20	32	100	270	375	262	224	20	400	160
32	200	160	225	180	150	132	465	510	400	80	45	38	224	190	810	22	36	115	300	425	292	250	20	448	220
40	224	180	252	200	170	150	517	567	447	93	55	42	250	212	905	25	40	130	335	475	326	280	25	500	310
50	250	200	285	224	190	170	575	635	485	100	55	42	280	236	990	28	45	150	370	530	363	315	25	560	430
63	280	224	320	250	212	190	655	710	550	108	60	45	315	265	1120	32	50	160	420	600	408	355	25	630	600
80	315	250	358	280	236	212	727	802	598	113	60	45	355	300	1270	36	56	180	470	670	460	400	25	710	860
100	355	280	402	315	265	236	827	902	688	130	70	50	400	335	1415	40	63	200	530	750	516	450	30	800	1220
125	400	315	450	355	300	265	920	1020	750	138	70	50	450	375	1590	45	71	230	600	850	579	500	30	900	1740
160	450	355	505	400	335	300	1035	1145	825	147	70	55	500	425	1780	50	80	250	675	950	654	560	30	1000	2480
200	500	400	565	450	375	335	1150	1275	900	154	70	55	560	475	2048	56	90	285	750	1060	729	630	30	1120	3420
250	560	450	635	500	425	375	1280	1430	980	164	70	60	630	530	2305	63	100	320	840	1180	815	710	30	1260	4800

Şekil 7.1. Kanca Standartları (DIN) [20]



Şekil 7.2. Kanca Boyutları

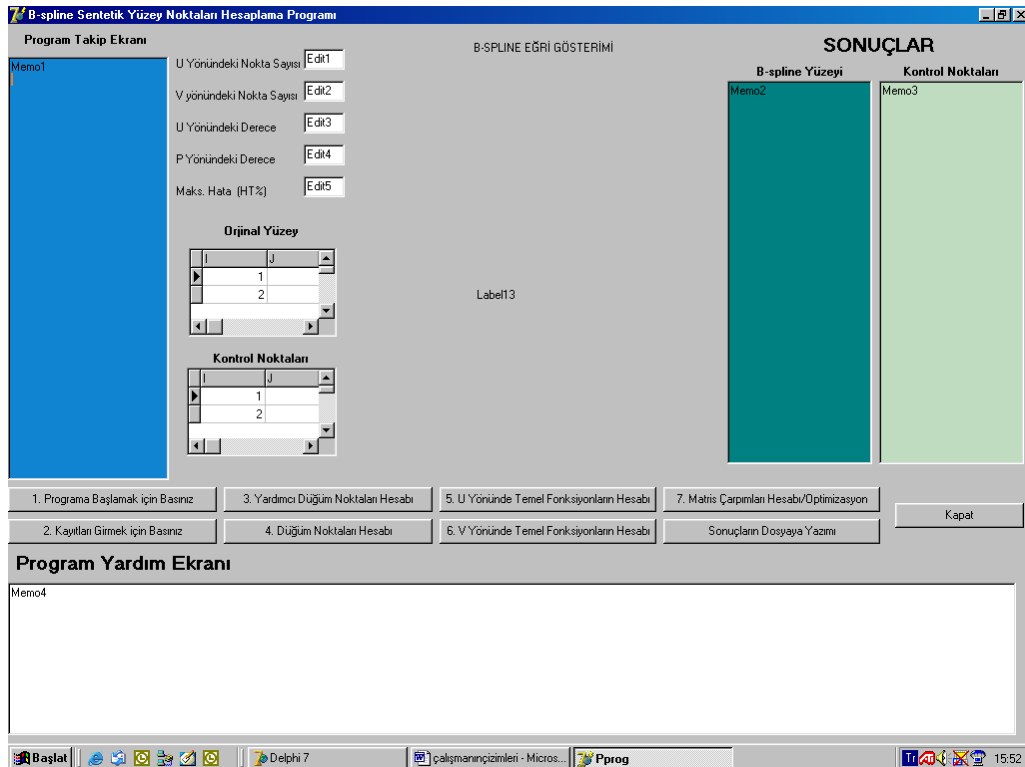
7.2. B-spline Yüzeylerinin Hazırlanması

B-spline yüzeyleri, kontrol noktaları ile B-spline temel fonksiyonlarının çarpılması sonucu elde edilir. Hazırlanan program; istenilen yüzeyi elde etmek için, ilk olarak verilen kontrol noktalarına göre hesaplama yapar ve B-spline yüzeyini elde eder. Daha sonra, klavyeden girilen hata değerine göre; elde edilen bu yüzeyi, istenilen yüzeyle karşılaştırarak, çıkan sonuca göre kontrol noktalarını değiştirerek, en uygun kontrol noktalarını hesaplar. Sonuç olarak elde edilen optimum kontrol noktalarına göre, B-spline yüzeyini elde eder.

Programın dezavantajı; dizilerde 2Gb veri saklanabildiği için; i ve j yönünde en fazla 100 nokta ile işlem yapılabilmektedir. Bu sayının artırılabilmesi için; iki çözüm yöntemi vardır. Birincisi; elde edilmek istenen yüzey, parçalara bölünerek her yüzey

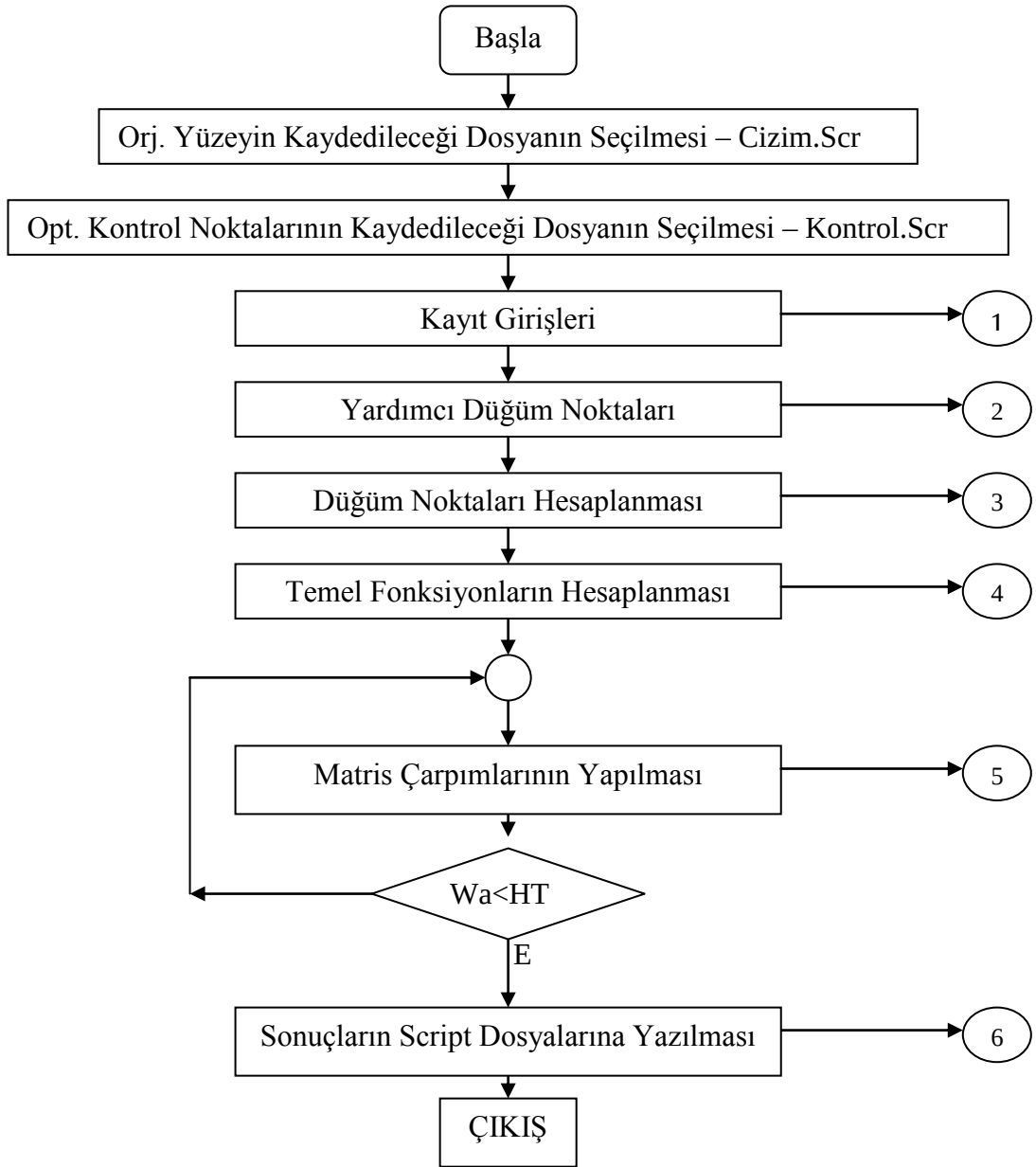
parçası için programın tekrarlanması; ikinci çözüm ise, matrisi parçalara bölmektir. Burada verimli yöntem birinci yöntemdir.

Hazırlanan program, işlem ekranı bölümlerinden ve ekranlardan oluşmaktadır. 1. ekran, program takip ekranıdır. Bu ekranda elde edilen ara sonuçlar gösterilmektedir. 2. bölüm, giriş değerlerinin girildiği bölümdür. Burada u ve v doğrultularındaki maksimum nokta sayısı, derece ve maksimum % hata miktarı girilmektedir. Hemen altında 2 tablo bulunmaktadır. Bu tablolarda; daha önce tablolara girilen B-spline yüzeyi koordinatları ve kontrol noktaları depolanmıştır. Program bu tablolarda bulunan değerleri okumaktadır. Orta bölümde, işlem yapılacak prosedürleri gösteren düğmelere basıldıkça, B-spline eğrilerini ve yapılan hesaplamalarda kullanılan formüller gösterilmektedir. En sağda bulunan iki ekranda, son olarak elde edilen B-spline yüzeyleri ve bu yüzeyleri elde etmek için gerekli optimum kontrol noktaları gösterilmektedir. Alt bölümde düğmeler bulunmaktadır. Programda, sırasıyla bu düğmelere basarak, işlemler yapılmaktadır. En altta bulunan program takip ekranından, program ile ilgili bilgiler verilmektedir.



Şekil 7.3. Program ana ekranı

Programın ana akış şeması şekil 7.4’de gösterilmektedir.

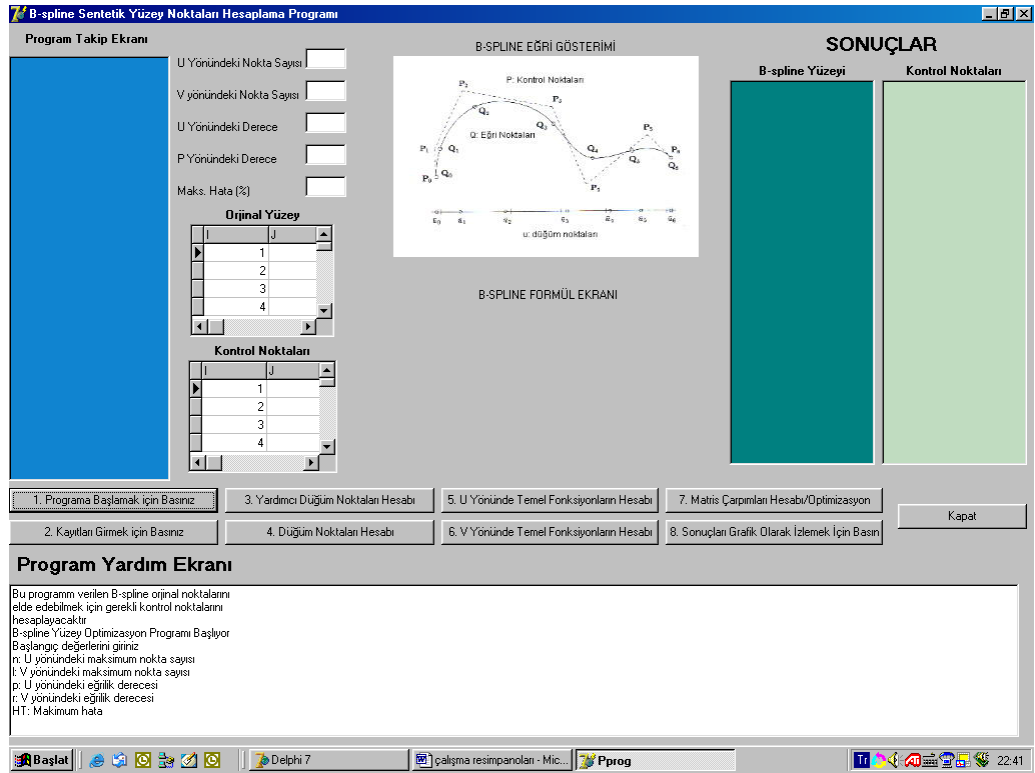


Şekil 7.4. Program akış şeması

İlk olarak “Delphi Database Desktop” bölümünden istenilen yüzeyin koordinatları ve bu noktaları elde etmek için optimizasyona başlangıç teşkil edecek kontrol noktalarının koordinatları girilir.

Delphi ile yazılan program çalıştırılır ve elde edilen B-spline yüzeyinin koordinatlarının ve elde edilen optimum kontrol noktalarının kaydedileceği script

dosyaları ekrana gelen menülerden seçilir. Programa daha sonra u ve v doğrultularında maksimum nokta sayısı(n,l), derece(p,r) ve maksimum hata miktarı(HT) girilir. Örnek olarak ele alınan kanca üzerinden alınan noktalardan; $n=21$ ve $l=21$ belirlenmiştir. B-spline en uygun yüzey 3. dereceden elde edileceği için; $p=3$ ve $r=3$ ekrana girilir. Maksimum hata miktarı %1 olarak girilir. %0 hataya yaklaşmak çok zor olduğu için, yapılan denemeler sonucunda min. %1 elde edilmiştir.



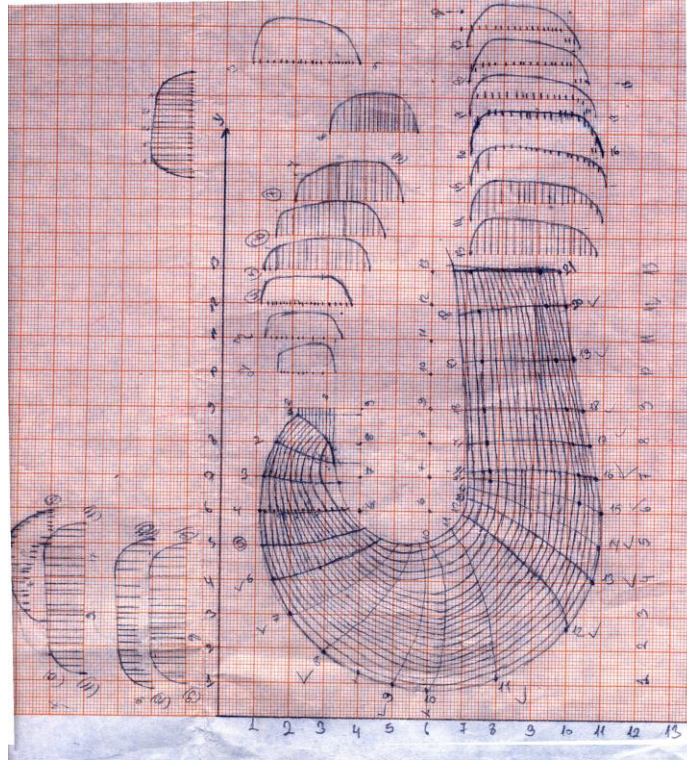
Şekil 7.5. Program ana ekranı 2

Ardından 2. Butona basılmasıyla birlikte; Ek3'de gösterilen Tablo'dan orijinal eğrinin noktaları alınarak; X, Y, Z koordinatları $A1[i,j]$, $A2[i,j]$ ve $A3[i,j]$; Ek4'de gösterilen tablo'dan kontrol noktalarının X, Y, Z koordinatları alınarak, $M1[i,j]$, $M2[i,j]$, $M3[i,j]$ 'ye atanır. Ekrana B-spline eğrisi gösterilir.

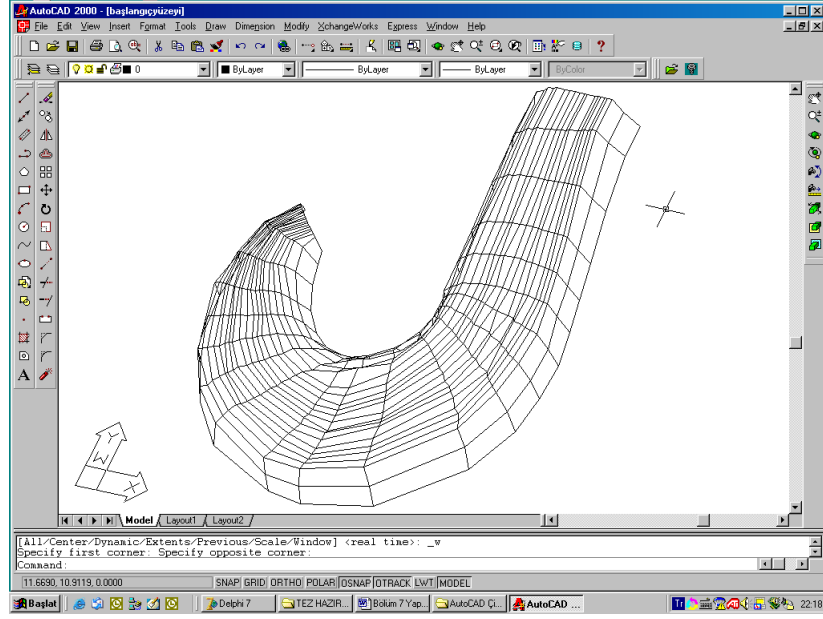


Şekil 7.6 Dijital Kamera ile Çekilen Orijinal Kanca

Şekil 7.6’da gösterilen orijinal yük kancasından, milimetrik kağıda aktarılarak, buradan hesaplanan noktalar tablolara kaydedilir.

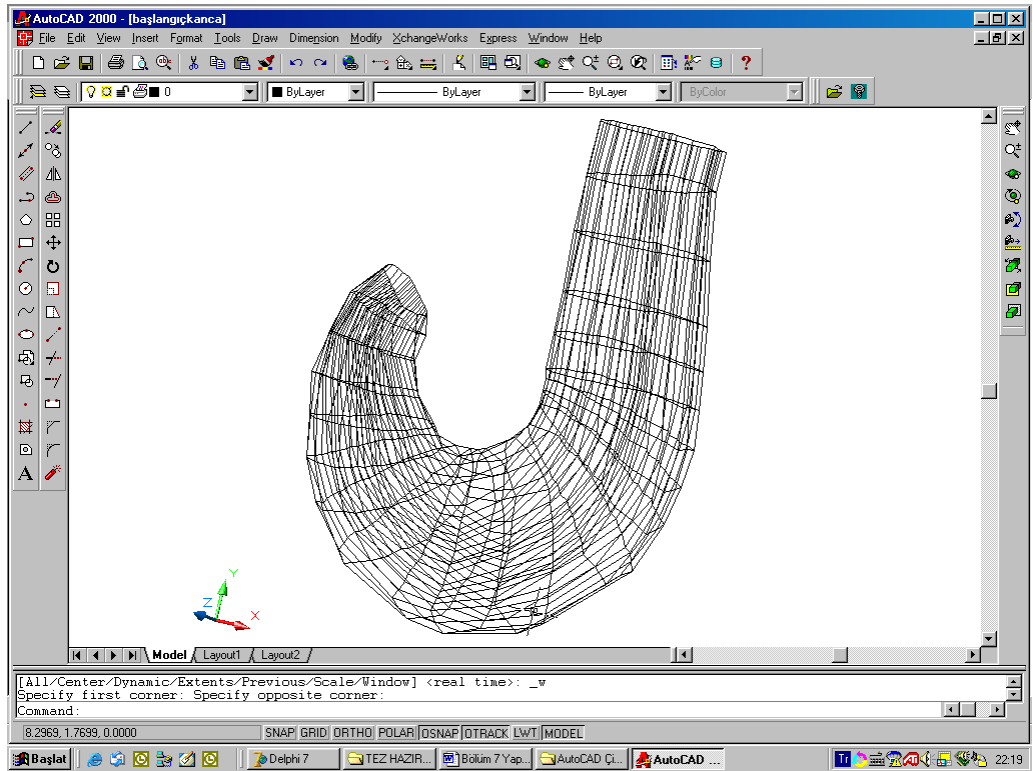


Şekil 7.7 Orijinal Kancanın Milimetrik Kağıda Aktarılması



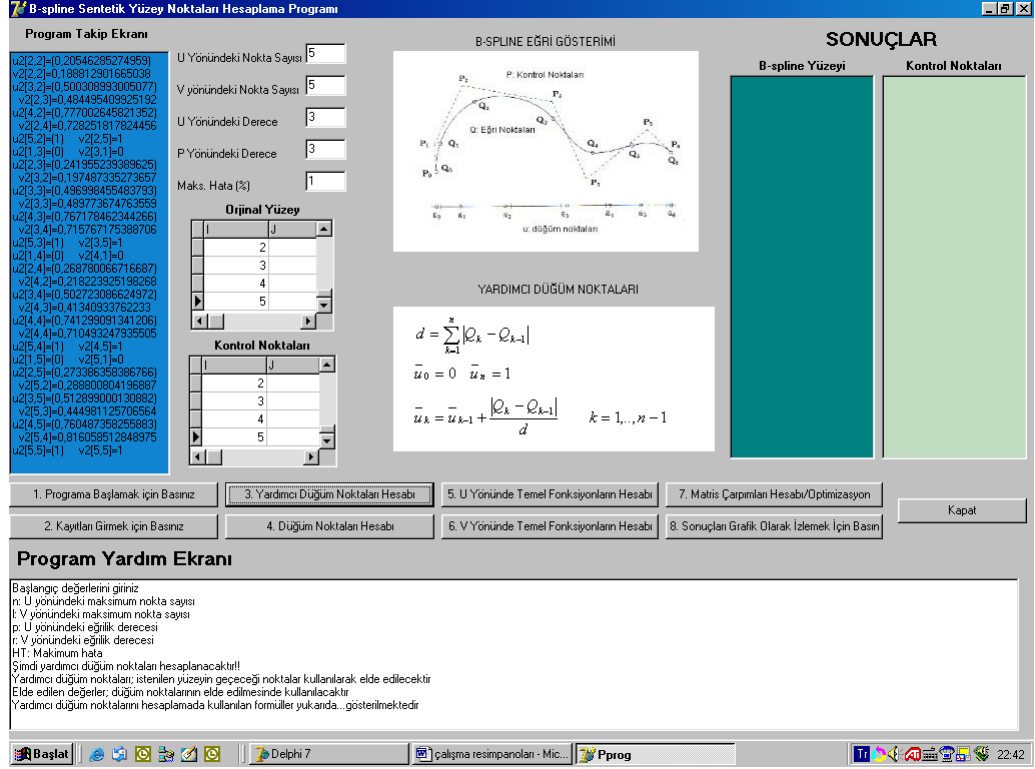
Şekil 7.8 Orijinal Yüzey

Program data bölümüne girilen, elde edilmek istenen kanca yüzeyi Şekil 7.6’da gösterilmiştir. Bu yüzeyin simetriğini de alıp, her iki yüzeyi ekranda gösterirsek;



Şekil 7.9 Orijinal Kanca

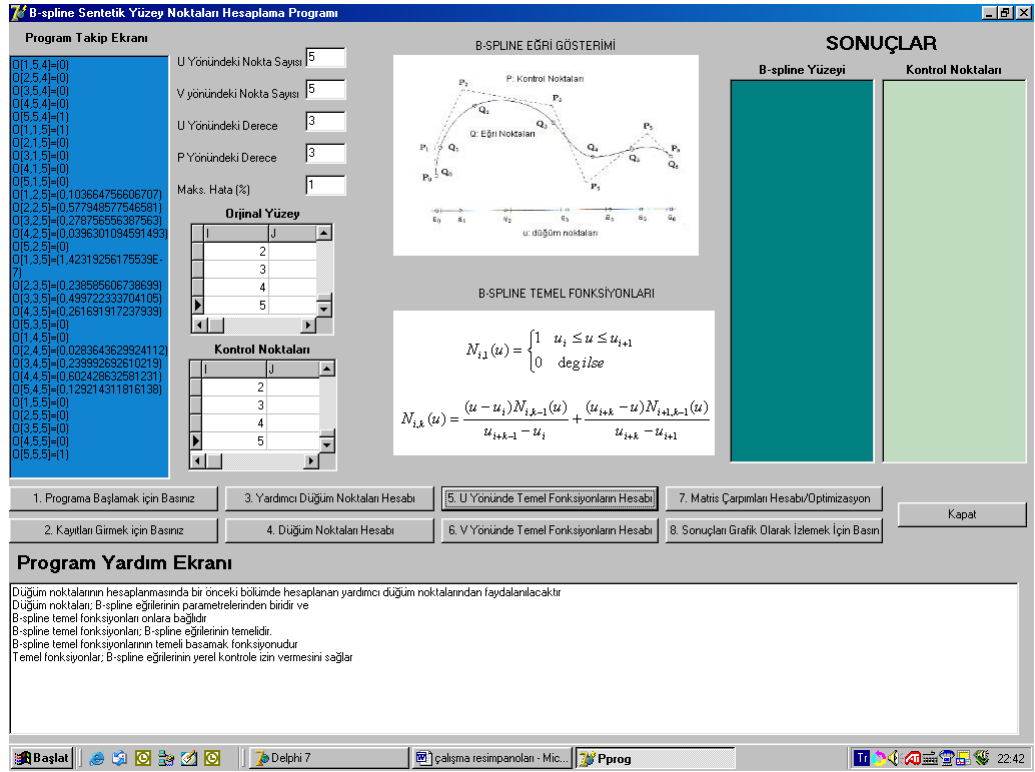
3. düğmeye basılmasının ardından; ekrana B-spline yardımcı düğüm noktaları formülleri ekrana gösterilir. Hesaplanan yardımcı düğüm noktaları, program takip ekranına yazdırılır. Şekil 7.6’da işlemler gösterilmiştir.



Şekil 7.10 Program ana ekranı 3

4. düğmeye basıldığında; düğüm noktaları u ve v hesaplanmaktadır. Ekrana düğüm noktalarının formülü gösterilir. Program yardımcı ekranında, yardımcı bilgiler gösterilmektedir. Şekil 7.8’de çalışan program gösterilmiştir.

Bir sonraki işlemde; u ve v yönünde B-spline temel fonksiyonları hesaplanır. Program yardımcı ekranında; sadece verilen derecelere göre hesaplanan p ve r dereceden temel fonksiyonlar gösterilir. Şekil 7.9’de program ekranı gösterilmiştir.

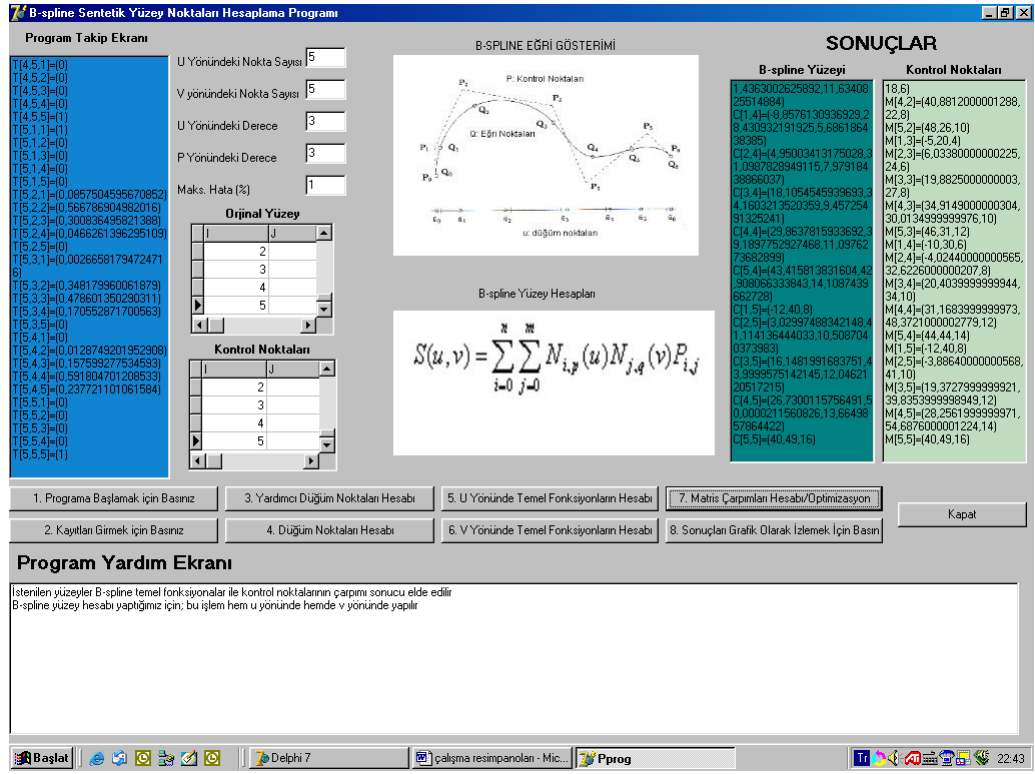


Şekil 7.11 Program ana ekranı 5

En son olarak matris çarpımları yapılır ve çıkan sonuçlara göre istenilen yüzeye ve giriş değerleri sırasında girilen hata miktarında göre, kontrol noktalarını değiştirerek, en uygun kontrol noktalarını hesaplar. Hesapladığı optimum kontrol noktalarını ve bu kontrol noktalarına göre hesaplanan B-spline yüzeylerini program sonuç ekranlarına yazar. Şekil 7.10’da gösterilen program ekranında, sonuçlar görülebilir.

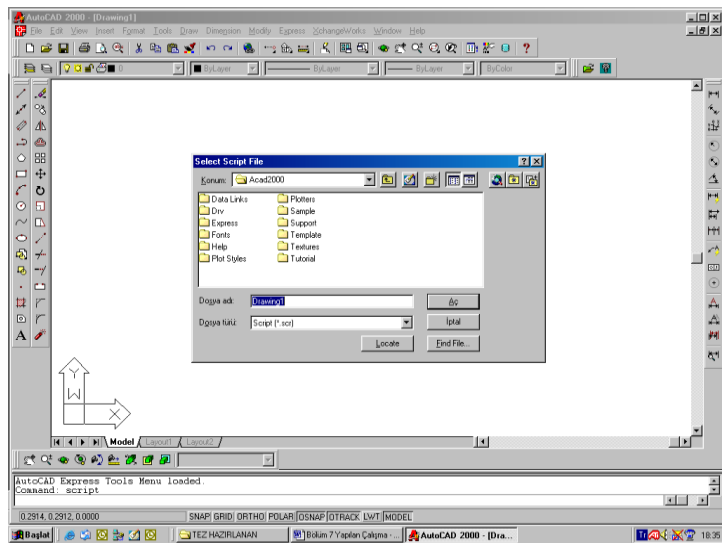
Ardından programın başında belirtilen script dosyalarına elde edilen sonuç yüzeyi, 8. butona basılması suretiyle kaydedilir.

Programın çalışması sırasında, programı durdurmak istediğimiz zaman kapat düğmesine basmak yeterli olacaktır.



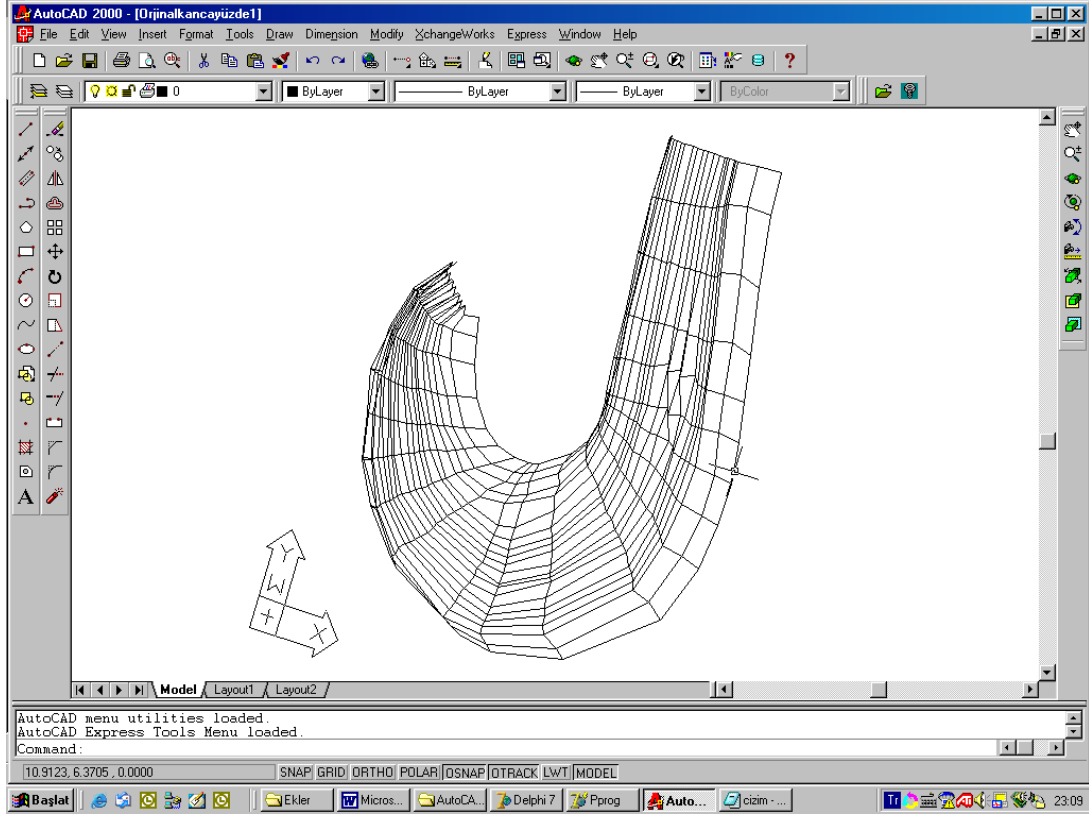
Şekil 7.12 Program ana ekranı 6

B-spline fonksiyonları kullanılarak; u ve v doğrultularında derece p=r=3; Hata=%1 seçilerek elde edilen B-spline yüzeyi Ek5’de gösterilen tabloda ve bu yüzeyi elde etmek için gerekli optimum kontrol noktaları Ek6’daki tabloda gösterilmiştir. AutoCAD içinde komut satırına “script” yazılmasıyla, ekrana bir menü gelir.



Şekil 7.13. AutoCAD script menüsü

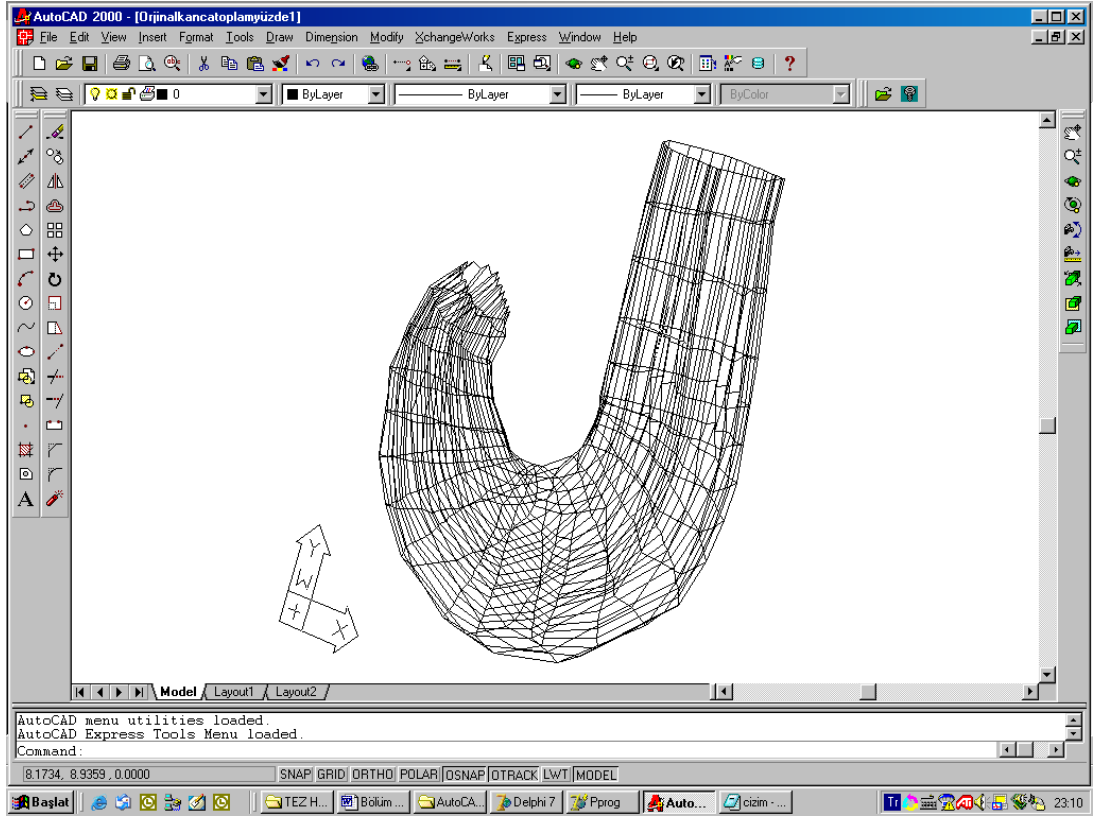
Bu menüde kaydedilen ‘cizim.scr’ dosyası seçilerek, script dosyası çalıştırılır. Script dosyasının çalıştırılması ile şekil 7.12.’de gösterilen yüzey elde edilir.



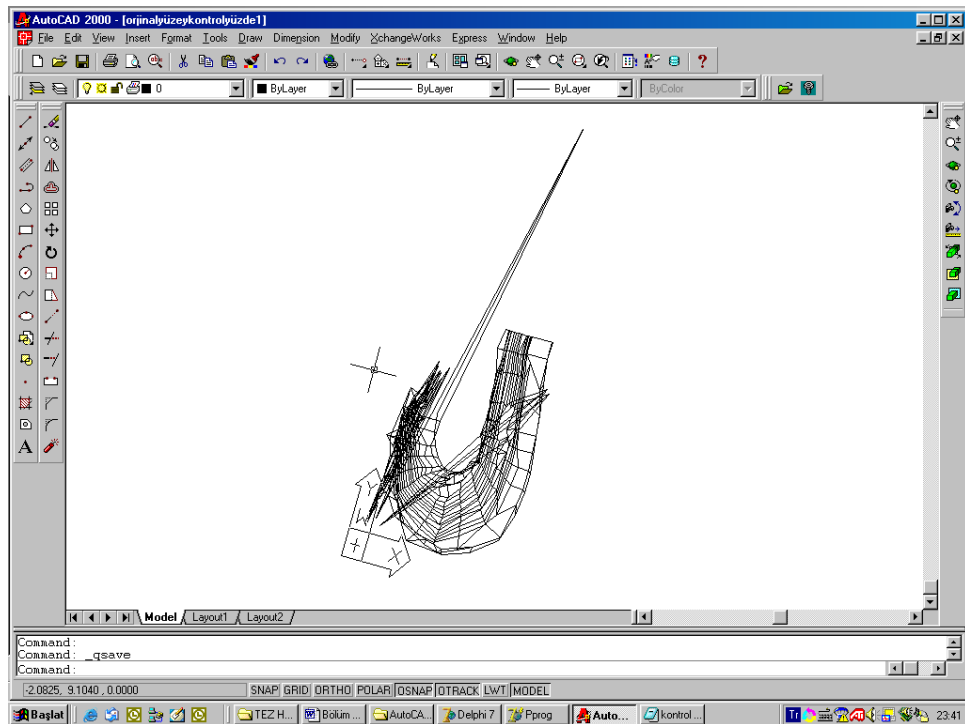
Şekil 7.14 Program yardımıyla elde edilen B-spline yüzeyi

Kanca kalıpta dövülerek oluşturulduğu için, yapılacak kalıp her iki taraf için aynı olacaktır. Bu sebeple elde edilen kanca yüzeyinin, 3 boyutlu simetrisi alındında bütün kanca elde edilmiş olur. Autocad ekranında elde edilen yüzeyin 3 boyutlu simetriği alınacak olursa 7.13’de gösterilen şekil elde edilmiş olur.

B-spline yüzeyini elde etmek için gerekli kontrol noktaları şekil 7.14’de gösterilmiştir.

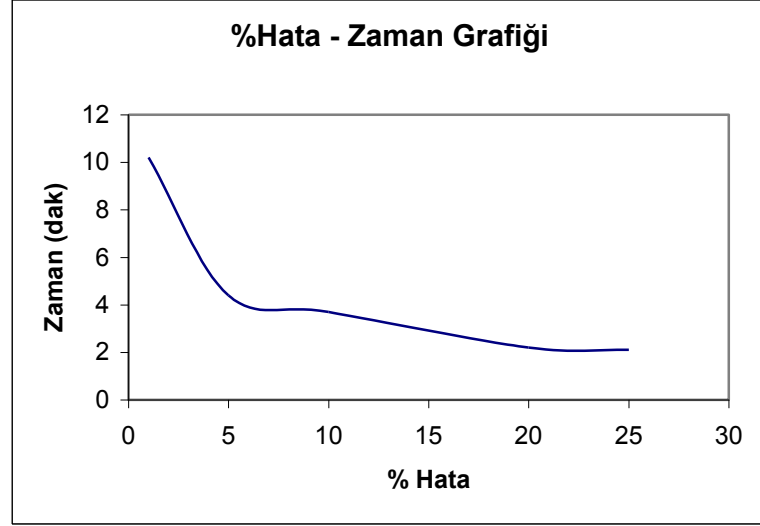


Şekil 7.15 Program yardımıyla elde edilen kanca



Şekil 7.16 B-spline Kontrol Noktaları

Programın hesaplama süreleri dikkate alındığında, nokta sayısı ne kadar fazla ise hesaplama süresi o kadar uzun olmaktadır. Program aynı toplam nokta sayısı için, farklı hata miktarlarına göre test edilirse 7.15’de gösterilen grafik elde edilir. Burada açıkça görülmektedir ki, istenilen %hata miktarı ne kadar küçük ise, program işlem zamanı o kadar artmaktadır.



Şekil 7.17 Program işlem zamanının, %Hata oranına göre değişimi

8. SONUÇLAR

Sentetik eğrilerinin kullanılmasının en büyük nedeni analitik eğrilerin yetersiz kalmasıdır. Analitik eğrilerin bu yetersizlikleri insanları yeni arayışlara itmiştir. Bunun sonucunda da sentetik eğriler elde edilmiştir. Sentetik eğrilerin gelişmiş özelliklerinden yararlanarak en karmaşık şekiller bile rahatlıkla elde edilmektedir. Bu da bir parçanın hem tasarım aşamasında hem de imalatında yapılan işlemler bu eğrileri kullanarak, bilgisayar yardımıyla çok kolaylaşmıştır. Gelişmiş BDK sistemlerinde yaygın olarak kullanılan bu eğriler işlem zamanlarını oldukça azaltmış ve istenilen eğriliklerinin kolay bir şekilde verilmesini sağlamıştır. Örnek olarak kancanın eğriliklerinin el ile verilmesi, eğrilik merkezlerinin bulunması ve bu noktalardan eğri yarıçaplarının verilmesi oldukça zordur. Bu programda girilen noktalar ile eğrinin geçeceği noktalar hesaplanmakta ve eğrilikleri kolaylıkla verilmektedir.

Bu program ile ilk olarak kanca standartlarına uygun olarak yapılmış kanca üzerinden boyutlar alınarak tablolara kaydedilir. B-spline yüzeyini oluşturmak için gerekli kontrol noktaları da, başlangıç olarak tabloya kaydedilir. Programa sırasında kancanın derecesi girilir ve oluşturulan tablolardan otomatik olarak koordinatları okunarak, gerekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra istenilen B-spline yüzeyi elde edilir. Ancak elde edilen B-spline yüzeyi optimum istenen yüzey değildir. Bu yüzeyi elde etmek için, program istenilen yüzey ile elde edilen yüzeyi karşılaştırarak, kontrol noktalarını uygun olarak değiştirerek, belirlenen maksimum hata miktarına göre optimum B-spline yüzeyini elde eder. Bu işlemler bilgisayar kapasitesi ne kadar fazla ise o kadar kısa sürer.

Bu programdan faydalanarak, yüksek seviyeli programlama dillerinden biriyle değişik kanca standartları ve boyutlarına göre tasarım yapan bir program geliştirilebilir ve ayrıca kanca standartları ve boyutları bir tablo halinde

kaydedildikten sonra, program istenilen özelliklere göre hesap yapar ve bulduğu sonuçlara göre tablodan bir kanca seçer ve bunu da herhangi bir çizim programında çizdirebilir. Ayrıca bu yapılan işlemler bir web sayfası halinde tasarlanıp internetten diğer insanların yararlanması sağlanabilir.

Yüzey modelleme ile elde edilen kanca katı modele dönüştürülerek, sonlu elemanlar metodu kullanılarak yüzey yaması elde edilir. Katı modellemedeki eleman boyutu ne kadar küçük olursa, elde edilen sonuçlar o kadar hassas olur.

Aynı zamanda optimizasyon işlemi, yapay sinir ağları ile tanımlanarak; yapay sinir ağlarının optimizasyonu öğrenmesi sağlanarak, program birçok yüzey ve şekil için çok daha kısa sürede yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Kurtay, Teoman; Kocabaş, Hikmet; Tümör, Serdar**, 1997. Bilgisayar Destekli Konstrüksiyon ve Uygulamaları. İTÜ Makine Fakültesi Sürekli Eğitim Kursları.
- [2] **Piegl, L. and Tiller, W.**, 1999. The Nurbs Book Second Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. New York.
- [3] **Hearn, D. and Baker, M. Pauline**, 1994. Computer Graphics. Prentice Hall International Editions.
- [4] **McMahon, C. and Browne, J.**, 1994. CAD CAM From Principles to Practice. Addison-Wesley Publishers Ltd.
- [5] **Rogers, David F. and Adams, J. Alan**, 1990. Mathematical Elements for Computer Graphics. McGraw Hill Publishing Co.
- [6] **Farin, G.**, 1997. Curves And Surfaces For Computer-Aided Design; Academic Press.
- [7] **Mikell P. Groover and Emery W. Zimmers**, 1984. CAD/CAM. Prentice Hall.
- [8] **Vera B. Amand**, 1993. Computer Graphics and Geometric Modelling for Engineers; John Wiley & Sons.
- [9] **David D. Bedworth and Mark R. Handerson and Philip M. Wolfe**, Computer Integrated Design and Manufacturing. Mc Graw Hill
- [10] **Mortenson, M.**, 1985. Geometric Modeling. Mc Graw Hill Publ. New York.
- [11] **Dietz, R. and Hosheik, J. and Jüttler, B.**, 1995. Rational Patches on Quadratic Surfaces. Computer Aided Design Vol 27 No 1.
- [12] **Piegl, L. and Tiller, W.**, 1987. Curve and Surface Construction using Rational B-splines. Computer Aided Design Vol 19.
- [13] **Faux, I.D. and Pratt, M.J.**, 1978. Computational Geometry for Computer Aided Design and Manufacturing. Ellis Harwood UK.
- [14] **Abhyankar, S.**, 1987. Automatic Parametrization of Rational Curves and Surfaces, Mc Graw Hill, pp23-98, New York.
- [15] **Hagen, H.**, 1985. Geometric Spline Curves. Elsevier Science Publishers. New York.

- [16] **Zeid, İ.**, 1991. CAD/CAM Theory and Practise. New York.
- [17] **İmrak, C.Erdem and Gerdemeli, İsmail**, 1985. Computer Aided Hook Design As Carved Axis Beam, *Sixth National Machine Design and Production Conference*, METU.
- [18] **İmrak,C. Erdem ve Gerdemeli, İsmail ve Özkırım, Mustafa**, 2000. Bilgisayar Destekli Basit Kanca Gerilme Analizi, *9.Uluslararası Makine Tasarım ve İmalat Kongresi*, ODTÜ, Ankara, 13-15 Eylül.
- [19] **İmrak,C. Erdem ve Gerdemeli, İsmail**, 1994. Eğri Eksenli Çubuk Olarak Kancaların Bilgisayar Yardımıyla Tasarımı, *6.Uluslararası Makine Tasarım ve İmalat Kongresi*, ODTÜ, Ankara, 21-23 Eylül 1994.
- [20] **DIN 15 401-1**, 1991. Kanca Standartları, Kaldırma makinaları için yük kancaları, basit kancalar, işlenmemiş parçalar, *Deutsches Institut für Normung*

EK 1 PROGRAM

unit UProg;

interface

uses

Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
Dialogs, StdCtrls, Grids, DBGrids, DB, DBTables, ExtCtrls, ExtDlgs;

type

TForm1 = class(TForm)
Memo1: TMemo;
Label1: TLabel;
Button1: TButton;
Edit1: TEdit;
Edit2: TEdit;
Edit3: TEdit;
Label2: TLabel;
Label3: TLabel;
Label4: TLabel;
Label5: TLabel;
Edit4: TEdit;
Button2: TButton;
DataSource1: TDataSource;
DataSource2: TDataSource;
Table1: TTable;
Table2: TTable;
DBGrid1: TDBGrid;
DBGrid2: TDBGrid;
Label6: TLabel;
Label7: TLabel;
Button3: TButton;
Button4: TButton;
Button5: TButton;
Button6: TButton;
Button7: TButton;
Memo2: TMemo;
Memo3: TMemo;
Label9: TLabel;
Label10: TLabel;
Button8: TButton;
Memo4: TMemo;
Label11: TLabel;
Label12: TLabel;
Image1: TImage;

```

OpenPictureDialog1: TOpenPictureDialog;
Button9: TButton;
Image2: TImage;
Label13: TLabel;
Label14: TLabel;
OpenDialog1: TOpenDialog;
SaveDialog1: TSaveDialog;
OpenDialog2: TOpenDialog;
OpenDialog3: TOpenDialog;
Edit5: TEdit;
Label8: TLabel;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Button2Click(Sender: TObject);
procedure Button3Click(Sender: TObject);
procedure Button4Click(Sender: TObject);
procedure Button5Click(Sender: TObject);
procedure Button6Click(Sender: TObject);
procedure Button7Click(Sender: TObject);
procedure Button8Click(Sender: TObject);
procedure Button9Click(Sender: TObject);
private
  { Private declarations }
public
  { Public declarations }
end;

var
  Form1: TForm1;

implementation

{$R *.dfm}
Type
MyArray1= array [1..100] of real;
MyArray2= array [1..100,1..100] of real;
MyArray3= array [1..100,1..100,1..100] of real;
MyArray4= array [1..100,1..5,1..100,1..100] of real;

Var
n,i,j,k,l,p,r,m,h,b,count : Integer; //Yardımcı parametreler
XTV,YTV,ZTV,Y1,Y2,Y3,d,FF,Ta,Z1,Z2,Z3,H1,H2,H3,HT,HTX,AA,BB: Real;
//Yardımcı parametreler
Outstring, Outstring1, Outstring2: String;
w1: Real; //X koordinatları hata miktarı
w2: Real; //Y koordinatları hata miktarı
w3: Real; //Z koordinatları hata miktarı
A1: MyArray2; //İstenilen orjinal yüzeyin X koordinatı
A2: MyArray2; //İstenilen orjinal yüzeyin Y koordinatı
A3: MyArray2; //İstenilen orjinal yüzeyin Z koordinatı
M1: MyArray2; //Kontrol noktaları X koordinatı

```

```

M2: MyArray2; //Kontrol noktaları Y koordinatı
M3: MyArray2; //Kontrol noktaları Z koordinatı
Q : MyArray1; //Orjinal yüzey noktaları
u2: MyArray2;           //U yönündeki yardımcı düğüm noktaları
v2: MyArray2;           //V yönündeki yardımcı düğüm noktaları
u: MyArray2;            //U yönündeki düğüm noktaları
v: MyArray2;            //V yönündeki düğüm noktaları
F1,F2,F3: MyArray2;     //Ara sonuçlar
C1: MyArray2;           //Hesaplamalar sonucu elde edilen yüzeyin X koordinatı
C2: MyArray2;           //Hesaplamalar sonucu elde edilen yüzeyin Y koordinatı
C3: MyArray2;           //Hesaplamalar sonucu elde edilen yüzeyin Z koordinatı
O: MyArray3;            //U Yönündeki p=3 için temel fonksiyonlar
T: MyArray3;            //V Yönündeki p=3 için temel fonksiyonlar
Su: MyArray4;           //U Yönündeki temel fonksiyonlar
Sv: MyArray4;           //V Yönündeki temel fonksiyonlar
Bitmap : TBitmap;
txtfile1, txtfile2 : textfile;
line: string;

```

```

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

```

```

Var

```

```

    Bitmap : TBitmap;

```

```

begin

```

```

    Memo1.Clear;

```

```

    Memo4.Clear;

```

```

    Label13.Caption:=('B-SPLINE FORMÜL EKRANI');

```

```

    Memo4.Lines.Add('Bu program verilen B-spline orjinal noktalarını');

```

```

    Memo4.Lines.Add('elde edebilmek için gerekli kontrol noktalarını');

```

```

    Memo4.Lines.Add('hesaplayacaktır');

```

```

    Memo4.Lines.Add('B-spline Yüzey Optimizasyon Programı Başlıyor');

```

```

    Memo4.Lines.Add('Başlangıç değerlerini giriniz');

```

```

    Memo4.Lines.Add('n: U yönündeki maksimum nokta sayısı');

```

```

    Memo4.Lines.Add('l: V yönündeki maksimum nokta sayısı');

```

```

    Memo4.Lines.Add('p: U yönündeki eğrilik derecesi');

```

```

    Memo4.Lines.Add('r: V yönündeki eğrilik derecesi');

```

```

    Memo4.Lines.Add('HT: Makimum hata');

```

```

    Edit1.Clear;

```

```

    Edit2.Clear;

```

```

    Edit3.Clear;

```

```

    Edit4.Clear;

```

```

    Edit5.Clear;

```

```

    Memo2.Clear;

```

```

    Memo3.Clear;

```

```

    Showmessage('Orjinal Yüzey Noktaları Dosyasını seçin');

```

```

    if opendialog1.execute then

```

```

        Begin

```

```

            Assignfile(txtfile1,opendialog1.FileName);

```

```

            Rewrite(txtfile1);

```

```

End;

Showmessage('Kontrol Noktaları Dosyasını seçin');
if opendialog2.execute then
  Begin
    Assignfile(txtfile2,opendialog2.FileName);
    Rewrite(txtfile2);
  End;

Bitmap := TBitmap.Create;
try
  with Bitmap do
    begin
      LoadFromFile('C:\WINDOWS\Desktop\SonProg\Resimler\Egri.bmp');
      Transparent := True;
      TransParentColor := BitMap.canvas.pixels[50,50];
      Image1.Canvas.Draw(0,0,BitMap);
      TransparentMode := tmAuto;
    end;
  finally
    Bitmap.Free;
  End;
End;

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);

Begin
n:=StrToInt(Edit1.Text); //u yönündeki nokta sayısı
l:=StrToInt(Edit2.Text); //v yönündeki nokta sayısı
p:=StrToInt(Edit3.Text); //u yönündeki derece
r:=StrToInt(Edit4.Text); //v yönündeki derece
HT:=StrToFloat(Edit5.Text); // Maks. % Hata

Memo1.Lines.Add('n='+IntToStr(n));
Memo1.Lines.Add('l='+IntToStr(l));
Memo1.Lines.Add('p='+IntToStr(p));
Memo1.Lines.Add('r='+IntToStr(r));
Memo1.Lines.Add('HT=%'+FloatToStr(HT));

m:=n+p+1;
h:=l+r+1;
AA:=100-HT;
BB:=100+HT;

While not table1.Eof Do
  Begin
    i:= Table1.FieldValues['i'];
    j:= Table1.FieldValues['j'];
    XTV:= Table1.FieldValues['X'];
    YTV:= Table1.FieldValues['Y'];

```

```

    ZTV:= Table1.FieldValues['Z'];
    A1[i,j]:=XTV;
    A2[i,j]:=YTV;
    A3[i,j]:=ZTV;
    Table1.Next;
End;

While not table2.Eof Do
    Begin
        i:= Table2.FieldValues['i'];
        j:= Table2.FieldValues['j'];
        XTV:= Table2.FieldValues['X'];
        YTV:= Table2.FieldValues['Y'];
        ZTV:= Table2.FieldValues['Z'];
        M1[i,j]:=XTV;
        M2[i,j]:=YTV;
        M3[i,j]:=ZTV;
        Table2.Next;
    End;

For j:=1 to l Do
    Begin
        For i:=1 to n Do
            Begin
                OutString:='A['+IntToStr(i)+'/'+IntToStr(j)+'
                ']=(' + FloatToStr(M1[i,j])+'+' + FloatToStr(M2[i,j])+'
                '+' + FloatToStr(M3[i,j])+'+' );
                Memo1.Lines.Add(Outstring);
            End;
        End;
    End;

For j:=1 to l Do
    Begin
        For i:=1 to n Do
            Begin
                OutString:='M['+IntToStr(i)+'/'+IntToStr(j)+'
                ']=(' + FloatToStr(M1[i,j])+'+' + FloatToStr(M2[i,j])+'
                '+' + FloatToStr(M3[i,j])+'+' );
                Memo1.Lines.Add(Outstring);
            End;
        End;
    End;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
begin
    //
    //u yönündeki yardımcı düğüm noktaları u2'lerin hesaplanması
    //

    Label13.Caption:=('YARDIMCI DÜĞÜM NOKTALARI');

```

```

Memo4.Lines.Add('Şimdi yardımcı düğüm noktaları hesaplanacaktır!!');
Memo4.Lines.Add('Yardımcı düğüm noktaları; istenilen yüzeyin geçeceği noktalar
kullanılarak elde edilecektir');
Memo4.Lines.Add('Elde edilen değerler; düğüm noktalarının elde edilmesinde
kullanılacaktır');
Memo4.Lines.Add('Yardımcı düğüm noktalarını hesaplamada kullanılan formüller
yukarıda...gösterilmektedir');

```

```

Bitmap := TBitmap.Create;
try
  with Bitmap do
    begin
      LoadFromFile('C:\WINDOWS\Desktop\SonProg\Resimler\u2.bmp');
      Transparent := True;
      TransParentColor := BitMap.canvas.pixels[50,50];
      Image2.Canvas.Draw(0,0,BitMap);
      TransparentMode := tmAuto;
    end;
  finally
    Bitmap.Free;
  End;

```

```

For j:=1 to l Do
  Begin
    For i:=1 to n-1 Do
      Begin
        Y1:=A1[i+1,j]-A1[i,j];
        Y2:=A2[i+1,j]-A2[i,j];
        Y3:=A3[i+1,j]-A3[i,j];
        Y1:=sqr(Y1);
        Y2:=sqr(Y2);
        Y3:=sqr(Y3);
        FF:=Y1+Y2+Y3;
        Q[i]:=sqrt(FF);
      End;
    d:=0;
    For i:=1 to n-1 Do
      Begin
        d:=Q[i]+d;
      End;
    u2[1,j]:=0;
    u2[n,j]:=1;
    For i:=1 to n-2 Do
      Begin
        u2[i+1,j]:=u2[i,j]+(Q[i]/d)
      End;
    End;
  End;

```

```
//
//v yönündeki yardımcı düğüm noktaları v2'lerin hesaplanması
//
```

```
For i:=1 to n Do
  Begin
    For j:=1 to l-1 Do
      Begin
        Y1:=A1[i,j+1]-A1[i,j];
        Y2:=A2[i,j+1]-A2[i,j];
        Y3:=A3[i,j+1]-A3[i,j];
        Y1:=sqr(Y1);
        Y2:=sqr(Y2);
        Y3:=sqr(Y3);
        FF:=Y1+Y2+Y3;
        Q[j]:=sqrt(FF);
      End;
      d:=0;
      For j:=1 to l-1 Do
        Begin
          d:=Q[j]+d;
        End;
      v2[i,1]:=0;
      v2[i,l]:=1;
      For j:=1 to l-2 Do
        Begin
          v2[i,j+1]:=v2[i,j]+(Q[j]/d)
        End;
      End;

Memo1.Clear;
For j:=1 to l Do
  Begin
    For i:=1 to n Do
      Begin
        Outstring1:='u2['+IntToStr(i)+','+IntToStr(j)+']=('
          + FloatToStr(u2[i,j])+')';
        Memo1.Lines.Add(outstring1);
      End;
    End;

For i:=1 to n Do
  Begin
    For j:=1 to l Do
      Begin
        Outstring2:='v2['+IntToStr(i)+','
          +IntToStr(j)+']='+ FloatToStr(v2[i,j]);
        Memo1.Lines.Add(outstring2);
      End;
    End;
  End;
```

```

End;

procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject);

begin
Label13.Caption:=('DÜĞÜM NOKTALARI');
Memo4.Clear;
Memo4.Lines.Add('Düğüm noktalarının hesaplanmasında bir önceki bölümde
hesaplanan yardımcı düğüm noktalarından faydalanılacaktır');
Memo4.Lines.Add('Düğüm noktaları; B-spline eğrilerinin parametrelerinden biridir
ve');
Memo4.Lines.Add('B-spline temel fonksiyonları onlara bağlıdır');

Bitmap := TBitmap.Create;
try
  with Bitmap do
    begin
      Image2.Picture:=NIL;
      LoadFromFile('C:\WINDOWS\Desktop\SonProg\resimler\u.bmp');
      Transparent := True;
      TransParentColor := BitMap.canvas.pixels[50,50];
      Image2.Canvas.Draw(0,0,BitMap);
      TransparentMode := tmAuto;
    end;
  finally
    Bitmap.Free;
  End;

  //
  //u yönündeki düğüm noktalarının hesaplanması
  //

  For j := 1 to l Do
    Begin
      For i := 1 to p+1 Do
        Begin
          u[i,j] := 0;
        End;
      For i := (n+1) to m Do
        Begin
          u[i,j] := 1;
        End;
      End;

  For j := 1 to l Do
    Begin
      For k:=1 to (n-p-1) Do
        Begin
          Ta:=0;
          For i:=k+1 to (k+p) Do

```



```

        Begin
        Ta:=u2[i,j]+Ta;
        End;
        U[k+p+1,j]:=(1/p)*Ta;
        End;
    End;

//
//v yönündeki düğüm noktalarının hesaplanması
//

For i := 1 to n Do
    Begin
        For j := 1 to r+1 Do
            Begin
                V[i,j] := 0;
            End;
            For j := (n+1) to h Do
                Begin
                    V[i,j] := 1;
                End;
            End;
        End;

For i:=1 to n Do
    Begin
        For k:=1 to (l-r-1) Do
            Begin
                Ta:=0;
                For j:=k+1 to (k+r) Do
                    Begin
                        Ta:=v2[i,j]+Ta;
                    End;
                v[i,k+r+1]:=(1/r)*Ta;
            End;
        End;

Memo1.Clear;
For j:=1 to l Do
    Begin
        For i:=1 to m Do
            begin
                Outstring1:='u['+IntToStr(i)+','+InttoStr(j)+']='('
                    + FloatToStr(u[i,j])+')';
                Memo1.Lines.Add(outstring1);
            End;
        End;
For i:=1 to n Do
    Begin
        For j:=1 to h Do
            Begin

```

```

        Outstring2:='v['+IntToStr(i)+' '
            +IntToStr(j)+']='(+ FloatToStr(v[i,j]))+');
        Memo1.Lines.Add(Outstring2);
    End;
End;
End;

procedure TForm1.Button5Click(Sender: TObject);

Var
    Bitmap : TBitmap;

begin
    Label13.Caption:=( 'B-SPLINE TEMEL FONKSİYONLARI');
    Memo4.Lines.Add('B-spline temel fonksiyonları; B-spline eğrilerinin temelidir. ');
    Memo4.Lines.Add('B-spline temel fonksiyonlarının temeli basamak fonksiyonudur');
    Memo4.Lines.Add('Temel fonksiyonlar; B-spline eğrilerinin yerel kontrole izin
vermesini sağlar');

    Bitmap := TBitmap.Create;
    try
        with Bitmap do
            begin
                Image2.Picture:=NIL;
                LoadFromFile('C:\WINDOWS\Desktop\SonProg\resimler\temel.bmp');
                Transparent := True;
                TransParentColor := BitMap.canvas.pixels[50,50];
                Image2.Canvas.Draw(0,0,BitMap);
                TransparentMode := tmAuto;
            end;
        finally
            Bitmap.Free;
        End;

        //
        //u Yönünde Temel 1. Fonk. Hesaplamalar
        //

        For j:=1 to l Do
            Begin
                For k:=1 to n Do
                    Begin
                        For i:=1 to m-1 Do
                            Begin
                                If (u[i,j]<=u2[k,j]) and (u2[k,j]<=u[i+1,j]) then
                                    Su[i,1,k,j]:=1
                                Else
                                    Su[i,1,k,j]:=0
                            End;
                        End;
                    End;
                End;
            End;
        End;
    end;
end;

```

```

    End;
For j:=1 to l Do
Begin
b:=2;
Repeat
For k:=1 to n Do
Begin
For i:=1 to (m-b) Do
Begin
Z1:=(u2[k,j]-u[i,j]);
Z2:=(u[i+b-1,j]-u[i,j]);
If (Z2=0) then
Begin
Z3:=0
End
Else
Begin
Z3:=(Z1/Z2);
End;
H1:=(u[i+b,j]-u2[k,j]);
H2:=(u[i+b,j]-u[i+1,j]);
If (H2=0) then
Begin
H3:=0
End
Else
Begin
H3:=(H1/H2);
End;
Su[i,b,k,j]:=(Z3*Su[i,b-1,k,j])+(H3*Su[i+1,b-1,k,j])
End;
End;
b:=b+1;
Until b=p+2;
End;

Memo1.Clear;
For j:=1 to l Do
Begin
For k:=1 to n Do
Begin
For i:=1 to n Do
Begin
O[i,k,j]:=Su[i,p+1,k,j];
Outstring:='O[' + IntToStr(i)+' '+IntToStr(k)
+',' + IntToStr(j) + ']='+' + FloatToStr(Su[i,p+1,k,j])+')';
Memo1.Lines.Add(outstring);
End;
End;
End;
End;

```

```

End;

procedure TForm1.Button6Click(Sender: TObject);

begin

//
//v Yönünde Hesaplamalar
//

For i:=1 to n Do
Begin
For k:=1 to n Do
Begin
For j:=1 to h-1 Do
Begin
If (v[i,j]<=v2[i,k]) and (v2[i,k]<=v[i,j+1]) then
Sv[i,1,k,j]:=1
Else
Sv[i,1,k,j]:=0;
End;
End;
End;

For i:=1 to n Do
Begin
For b:=2 to r+1 Do
Begin
For k:=1 to l Do
Begin
For j:=1 to (h-b) Do
Begin
Z1:=(v2[i,k]-v[i,j]);
Z2:=(v[i,j+b-1]-v[i,j]);
If (Z2=0) then
Begin
Z3:=0
End
Else
Begin
Z3:=(Z1/Z2)
End;
H1:=(v[i,j+b]-v2[i,k]);
H2:=(v[i,j+b]-v[i,j+1]);
If (H2=0) then
Begin
H3:=0
End
Else

```

```

        Begin
        H3:=(H1/H2);
        End;
        Sv[i,b,k,j]:=(Z3*Sv[i,b-1,k,j])+(H3*Sv[i,b-1,k,j+1]);
        End;
    End;
End;
End;
Memo1.Clear;
For i:=1 to n Do
    Begin
    For k:=1 to l Do
        Begin
        For j:=1 to l Do
            Begin
            T[i,k,j]:=Sv[i,p+1,k,j];
            Outstring:='T['+IntToStr(i)+','+IntToStr(k)+ ','+IntToStr(j)+']=('
                + FloatToStr(T[i,k,j])+')';
            Memo1.Lines.Add(outstring);
            End;
        End;
    End;
End;
end;

```

```

procedure TForm1.Button7Click(Sender: TObject);

```

```

Label
    Pros1, Pros2, Pros3;

```

```

begin

```

```

Label13.Caption:=('B-spline Yüzey Hesapları');
Memo4.Clear;
Memo4.Lines.Add('İstenilen yüzeyler B-spline temel fonksiyonalar ile kontrol
noktalarının çarpımı sonucu elde edilir');
Memo4.Lines.Add('B-spline yüzey hesabı yaptığımız için; bu işlem hem u yönünde
hemde v yönünde yapılır');

```

```

Bitmap := TBitmap.Create;
try
    with Bitmap do
        begin
            Image2.Picture:=NIL;
            LoadFromFile('C:\WINDOWS\Desktop\SonProg\Resimler\carpim.bmp');
            Transparent := True;
            TransParentColor := BitMap.canvas.pixels[50,50];
            Image2.Canvas.Draw(0,0,BitMap);
            TransparentMode := tmAuto;
        end;
    end;

```

```

    finally
        Bitmap.Free;
    End;

    Pros1:
    //
    // X Koordinatlarının Matris Çarpımı
    //

    For j := 1 to l Do
        Begin
            For k := 1 to n Do
                Begin
                    F1[k,j]:=0;
                    For i:=1 to n Do
                        Begin
                            F1[k,j]:=(O[i,k,j]*M1[i,j])+F1[k,j];
                        End;
                    End;
                End;
            End;
        End;

    For i :=1 to n Do
        Begin
            For k := 1 to l Do
                Begin
                    C1[i,k]:=0;
                    For j:=1 to l Do
                        Begin
                            C1[i,k]:=(T[i,k,j]*F1[i,j])+C1[i,k];
                        End;
                    End;
                End;
            End;
        End;

    //
    //Optimizasyon işlemleri
    //

    // X koordinatlarının Karşılaştırılması

    For j:=1 to l Do
        Begin
            For i:=1 to n Do
                Begin
                    If (A1[i,j]=0) and (C1[i,j]=0) then
                        Begin
                            Memo1.Lines.Add('Eşit 0 Noktası');
                        End;
                    If (A1[i,j]=0) and (C1[i,j]<>0) then
                        Begin
                            w1:=Abs(C1[i,j])*100;

```

```

    If w1<AA then
        Begin
            M1[i,j]:=M1[i,j]+0.001;
            Goto Pros1;
        End;
    If w1>BB then
        Begin
            M1[i,j]:=M1[i,j]-0.001;
            Goto Pros1;
        End;
    End
Else
    Begin
        w1:=(Abs(C1[i,j]/A1[i,j]))*100;
        If w1<AA Then
            Begin
                M1[i,j]:=M1[i,j]+0.001;
                Goto Pros1;
            End;
        If w1>BB Then
            Begin
                M1[i,j]:=M1[i,j]-0.001;
                Goto Pros1;
            End;
        End;
    End;
End;

Pros2:
//
// Y Koordinatlarının Matris Çarpımı
//
For j := 1 to l Do
    Begin
        For k := 1 to n Do
            Begin
                F2[k,j]:=0;
                For i:=1 to n Do
                    Begin
                        F2[k,j]:=(O[i,k,j]*M2[i,j])+F2[k,j];
                    End;
                End;
            End;
        End;
    End;

For i :=1 to n Do
    Begin
        For k := 1 to l Do
            Begin
                C2[i,k]:=0;
                For j:=1 to l Do

```

```

        Begin
        C2[i,k]:=(T[i,k,j]*F2[i,j])+C2[i,k];
        End;
    End;
End;

//
// Y Koordinatlarının Karşılaştırılması
//

For j:=1 to l Do
    Begin
    For i:=1 to n Do
        Begin
        If (A2[i,j]=0) and (C2[i,j]=0) then
            Begin
            Memo1.Lines.Add('Eşit 0 Noktası');
            End;
        If (A2[i,j]=0) and (C2[i,j]<>0) then
            Begin
            w2:=Abs(C2[i,j])*100;
            If w2<AA then
                Begin
                M2[i,j]:=M2[i,j]+0.001;
                Goto Pros2;
                End;
            If w2>BB then
                Begin
                M2[i,j]:=M2[i,j]-0.001;
                Goto Pros2;
                End;
            End
        Else
            Begin
            w2:=(Abs(C2[i,j]/A2[i,j]))*100;
            If w2<AA Then
                Begin
                M2[i,j]:=M2[i,j]+0.001;
                Goto Pros2;
                End;
            If w2>BB Then
                Begin
                M2[i,j]:=M2[i,j]-0.001;
                Goto Pros2;
                End;
            End;
        End;
    End;
End;
End;

```



```

Pros3:
//
// Z koordinatlarının hesaplanması
//

For j := 1 to l Do
  Begin
    For k := 1 to n Do
      Begin
        F3[k,j]:=0;
        For i:=1 to n Do
          Begin
            F3[k,j]:=(O[i,k,j]*M3[i,j])+F3[k,j];
          End;
        End;
      End;
    End;

For i :=1 to n Do
  Begin
    For k := 1 to l Do
      Begin
        C3[i,k]:=0;
        For j:=1 to l Do
          Begin
            C3[i,k]:=(T[i,k,j]*F3[i,j])+C3[i,k];
          End;
        End;
      End;
    End;

//
// Z koordinatlarının karşılaştırılması
//

For j:=1 to l Do
  Begin
    For i:=1 to n Do
      Begin
        If (A3[i,j]=0) and (C3[i,j]=0) then
          Begin
            Memo1.Lines.Add('Eşit 0 Noktası');
          End;
        If (A3[i,j]=0) and (C3[i,j]<>0) then
          Begin
            w3:=Abs(C3[i,j])*100;
            If w3<AA then
              Begin
                M3[i,j]:=M3[i,j]+0.001;
                Goto Pros3;
              End;
            End;
          End;
        End;
      End;
    End;
  End;

```

```

        End;
    If w3>BB then
        Begin
            M3[i,j]:=M3[i,j]-0.001;
            Goto Pros3;
        End;
    End;
    If A3[i,j]<>0 Then
        Begin
            w3:=(Abs(C3[i,j]/A3[i,j]))*100;
            If w3<AA Then
                Begin
                    M3[i,j]:=M3[i,j]+0.001;
                    Goto Pros3;
                End;
            If w3>BB Then
                Begin
                    M3[i,j]:=M3[i,j]-0.001;
                    Goto Pros3;
                End;
            End;
        End;
    End;
End;

Memo2.Clear;
For j:=1 to l do
    Begin
        For i:=1 to n Do
            Begin
                Outstring1:='C['+IntToStr(i)+'+', '+InttoStr(j)+'']=('
                    + FloatToStr(C1[i,j])+'+', '+FloatToStr(C2[i,j])+
                    ', '+FloatToStr(C3[i,j])+'')';
                Memo2.Lines.Add(outstring1);
                Outstring2:='M['+IntToStr(i)+'+', '+InttoStr(j)+'']=('
                    + FloatToStr(M1[i,j])+'+', '+FloatToStr(M2[i,j])+
                    ', '+FloatToStr(M3[i,j])+'')';
                Memo3.Lines.Add(outstring2);
            End;
        End;
    End;

procedure TForm1.Button8Click(Sender: TObject);
begin
    Close;
end;

procedure TForm1.Button9Click(Sender: TObject);

begin

```

```

Append(txtfile1);
Append(txtfile2);
Writeln(txtfile1,'line');
Writeln(txtfile2,'line');

For i:=1 to n Do
  Begin
    For j:=1 to l Do
      Begin
        Writeln(txtfile1,C1[i,j]:0:3,',',C2[i,j]:0:3,',',C3[i,j]:0:3);
      End;
    End;

For j:=1 to l Do
  Begin
    For i:=1 to l Do
      Begin
        Writeln(txtfile1,C1[i,j]:0:3,',',C2[i,j]:0:3,',',C3[i,j]:0:3);
      End;
    End;
Closefile(txtfile1);

For i:=1 to n Do
  Begin
    For j:=1 to l Do
      Begin
        Writeln(txtfile2,M1[i,j]:0:3,',',M2[i,j]:0:3,',',M3[i,j]:0:3);
      End;
    End;

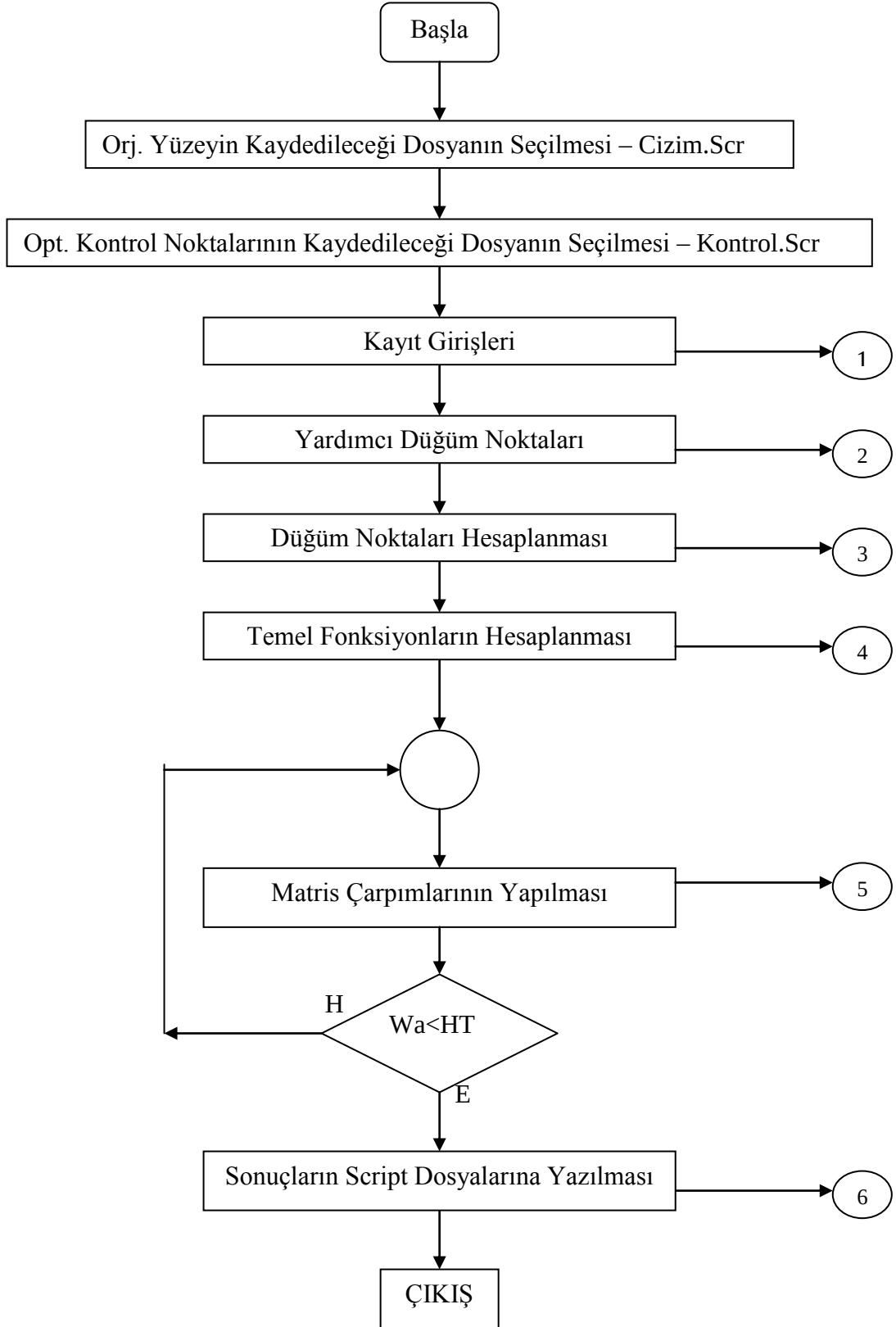
For j:=1 to l Do
  Begin
    For i:=1 to l Do
      Begin
        Writeln(txtfile2,M1[i,j]:0:3,',',M2[i,j]:0:3,',',M3[i,j]:0:3);
      End;
    End;
Closefile(txtfile2);

End;

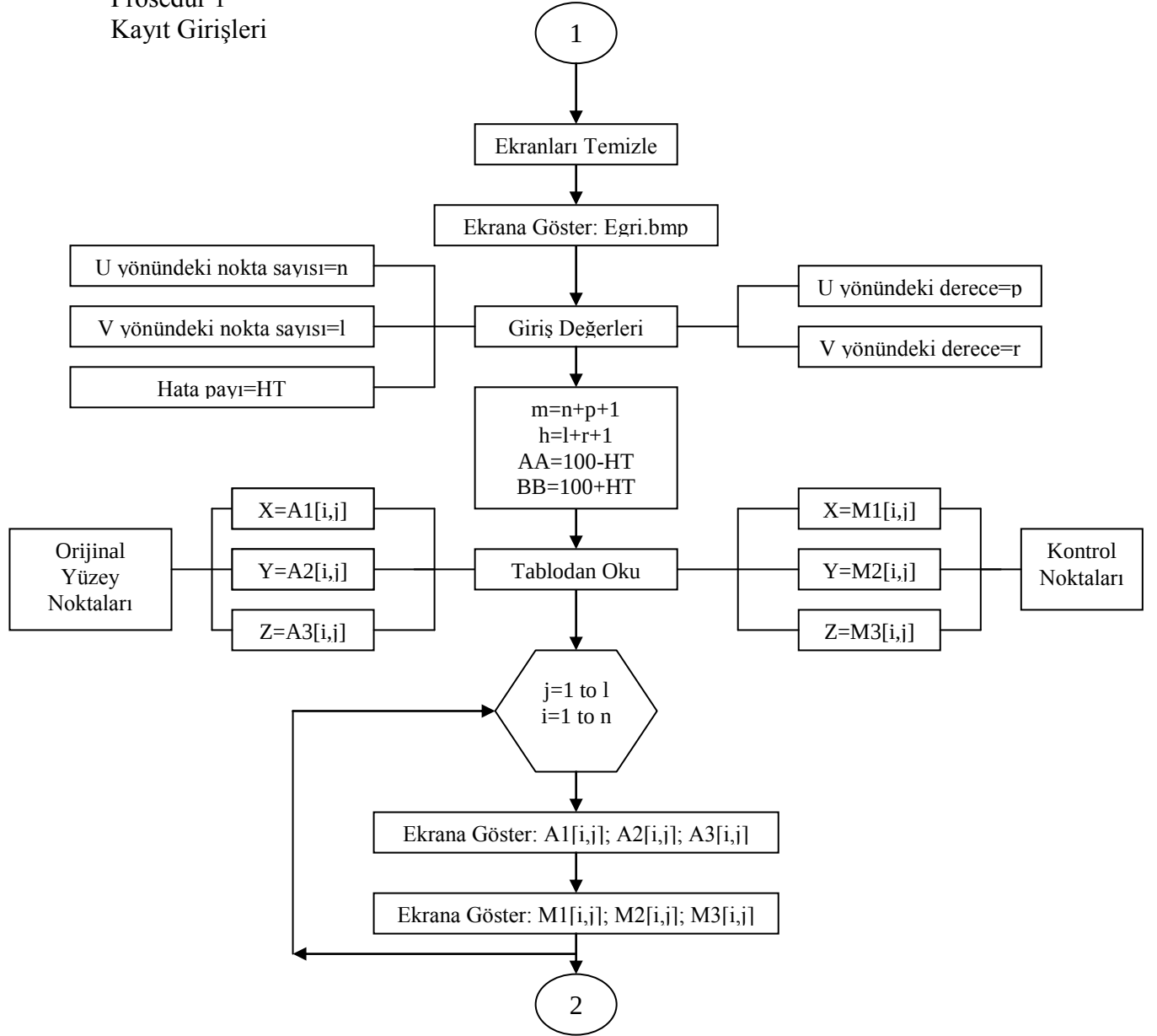
End.

```

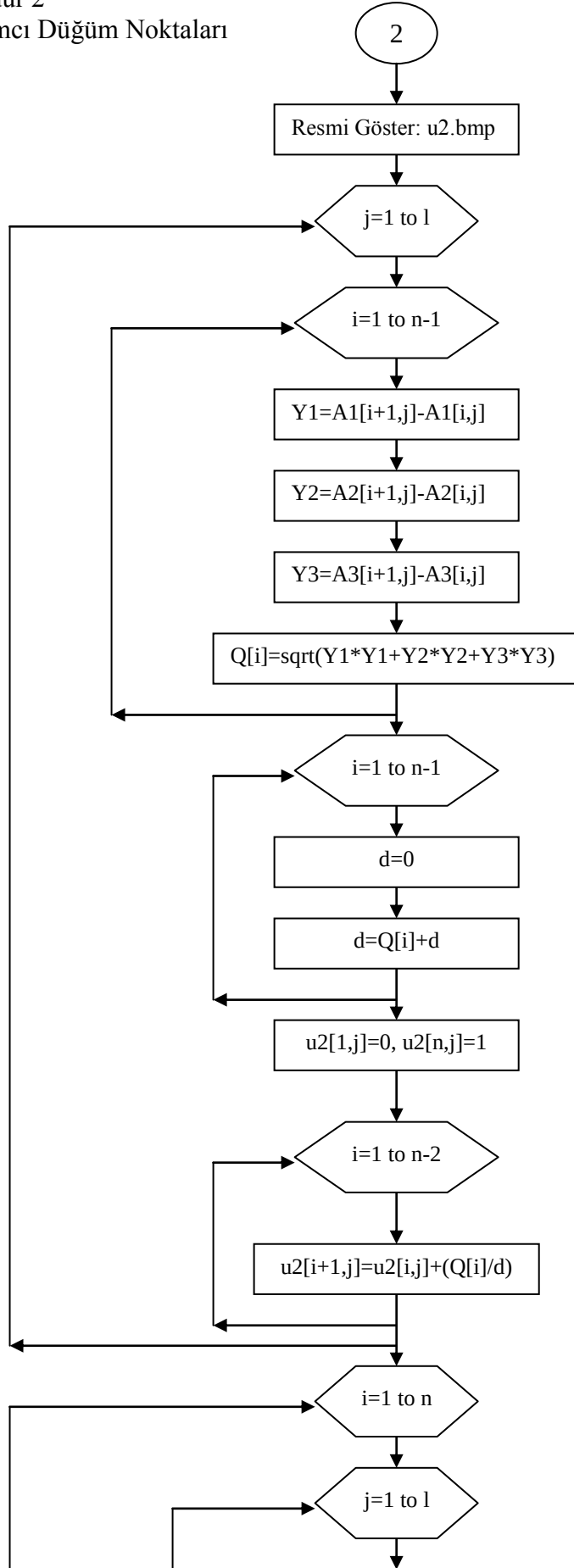
EK 2 PROGRAM AKIŞ ŞEMASI

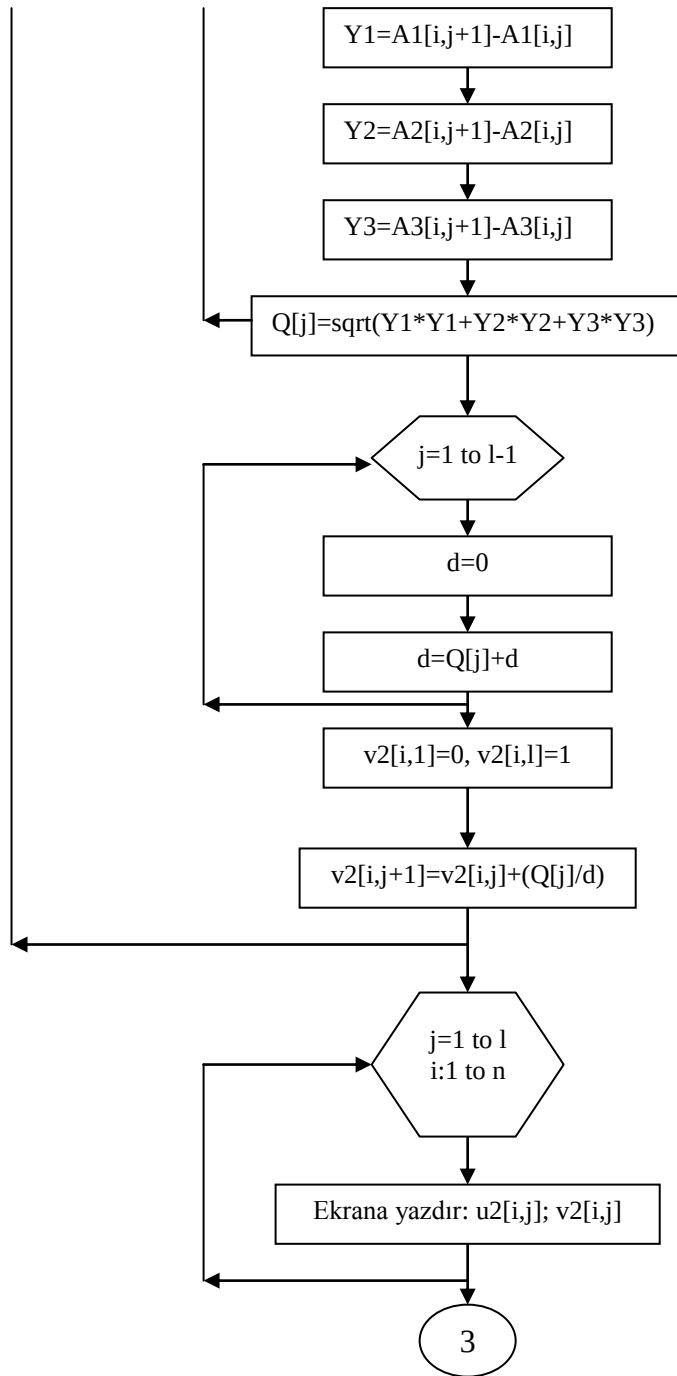


Prosedür 1
Kayıt Girişleri

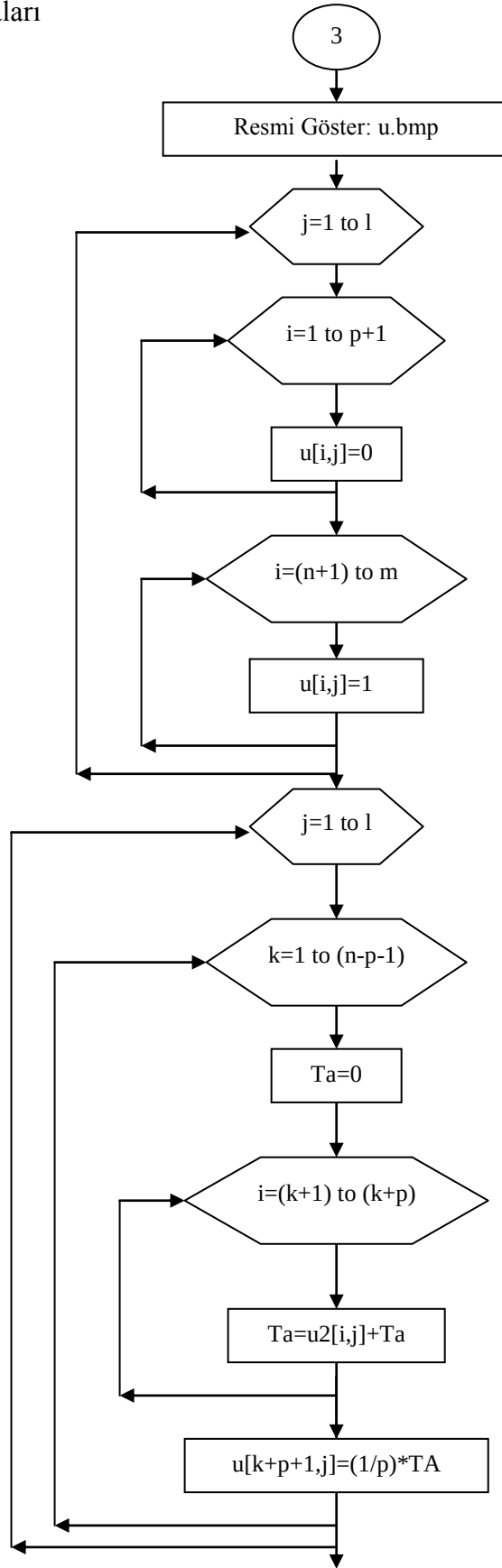


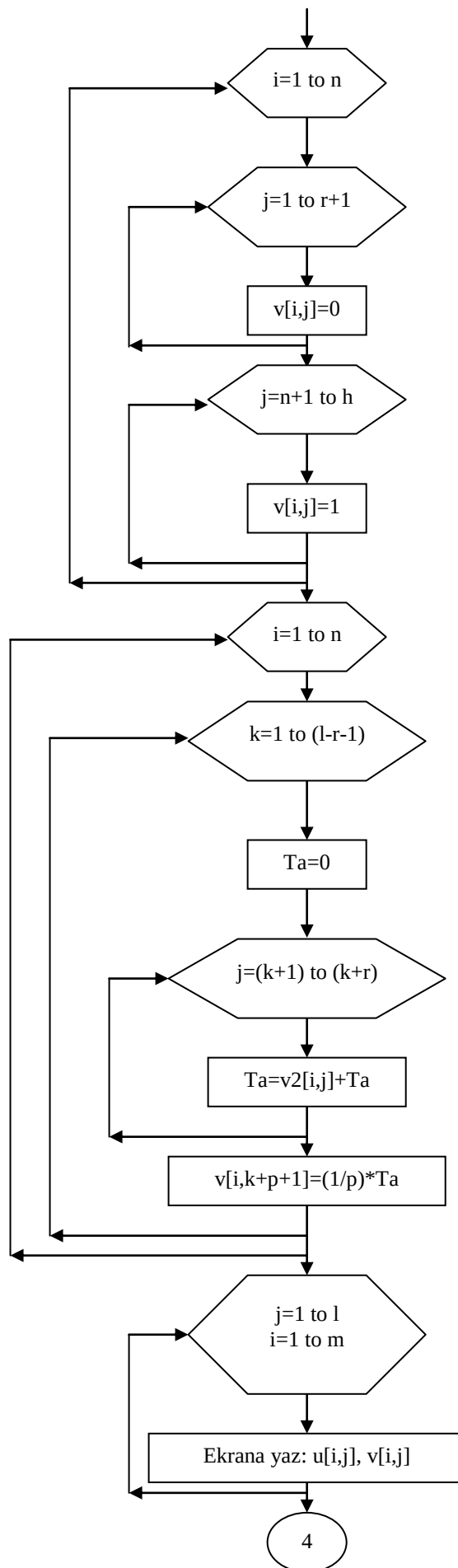
Prosedür 2
Yardımcı Düğüm Noktaları



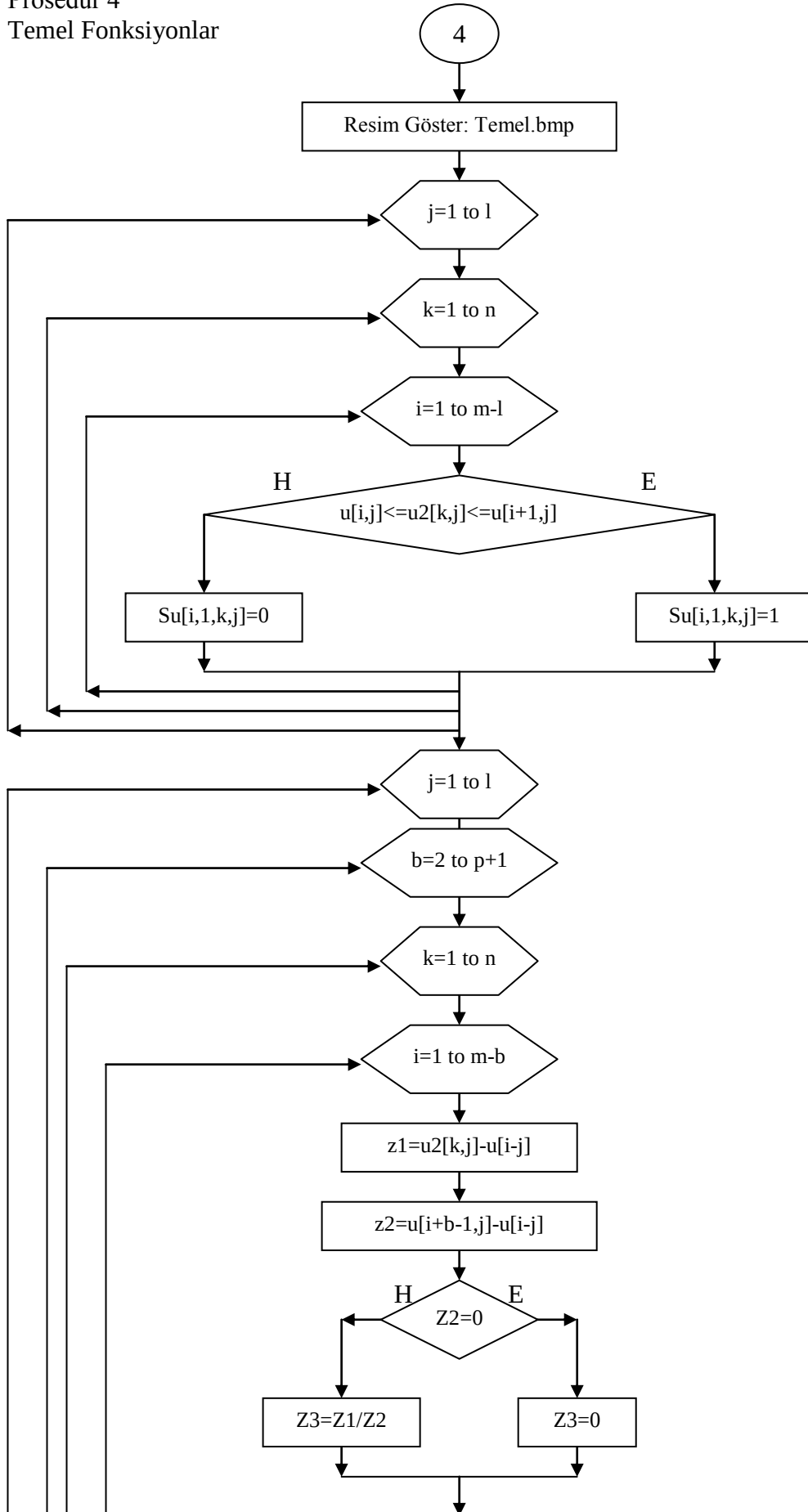


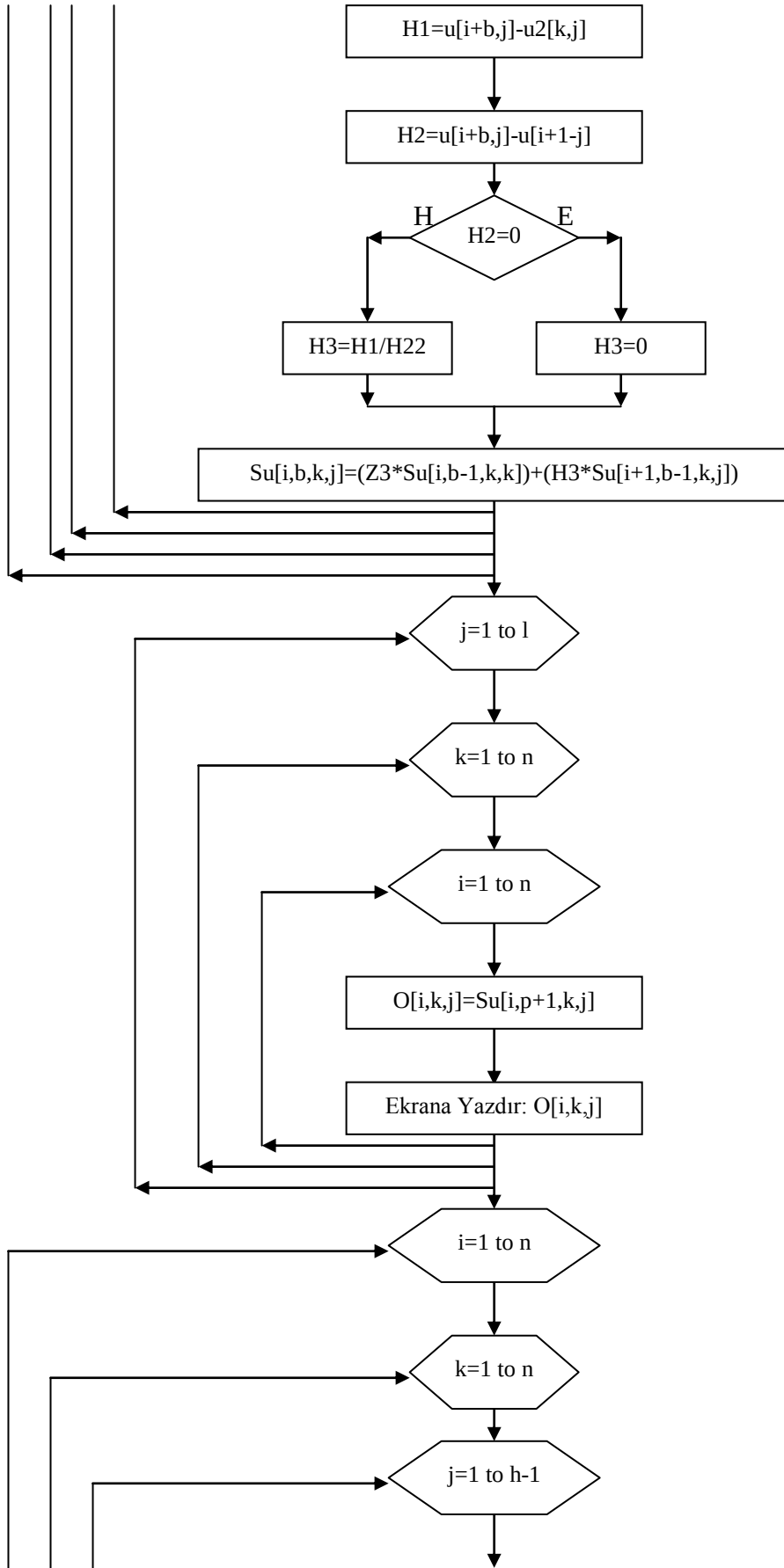
Prosedür 3
Düğüm Noktaları

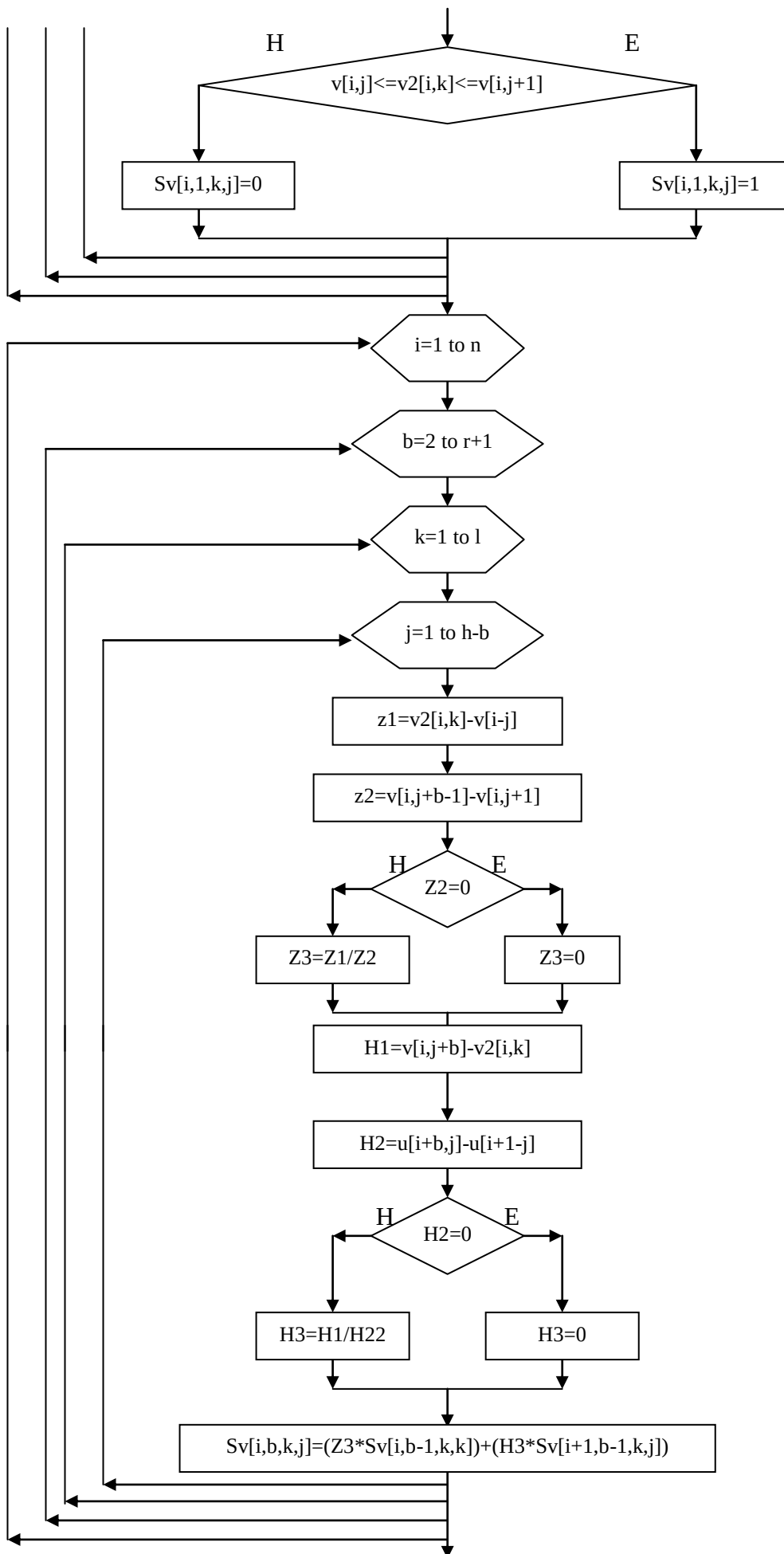


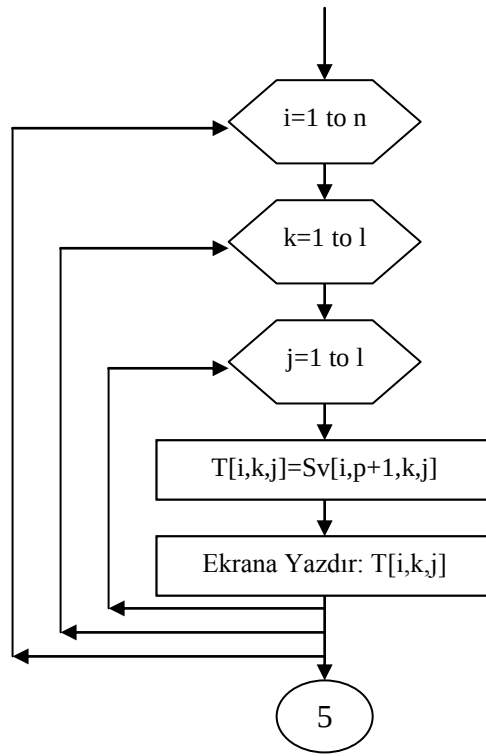


Prosedür 4
Temel Fonksiyonlar

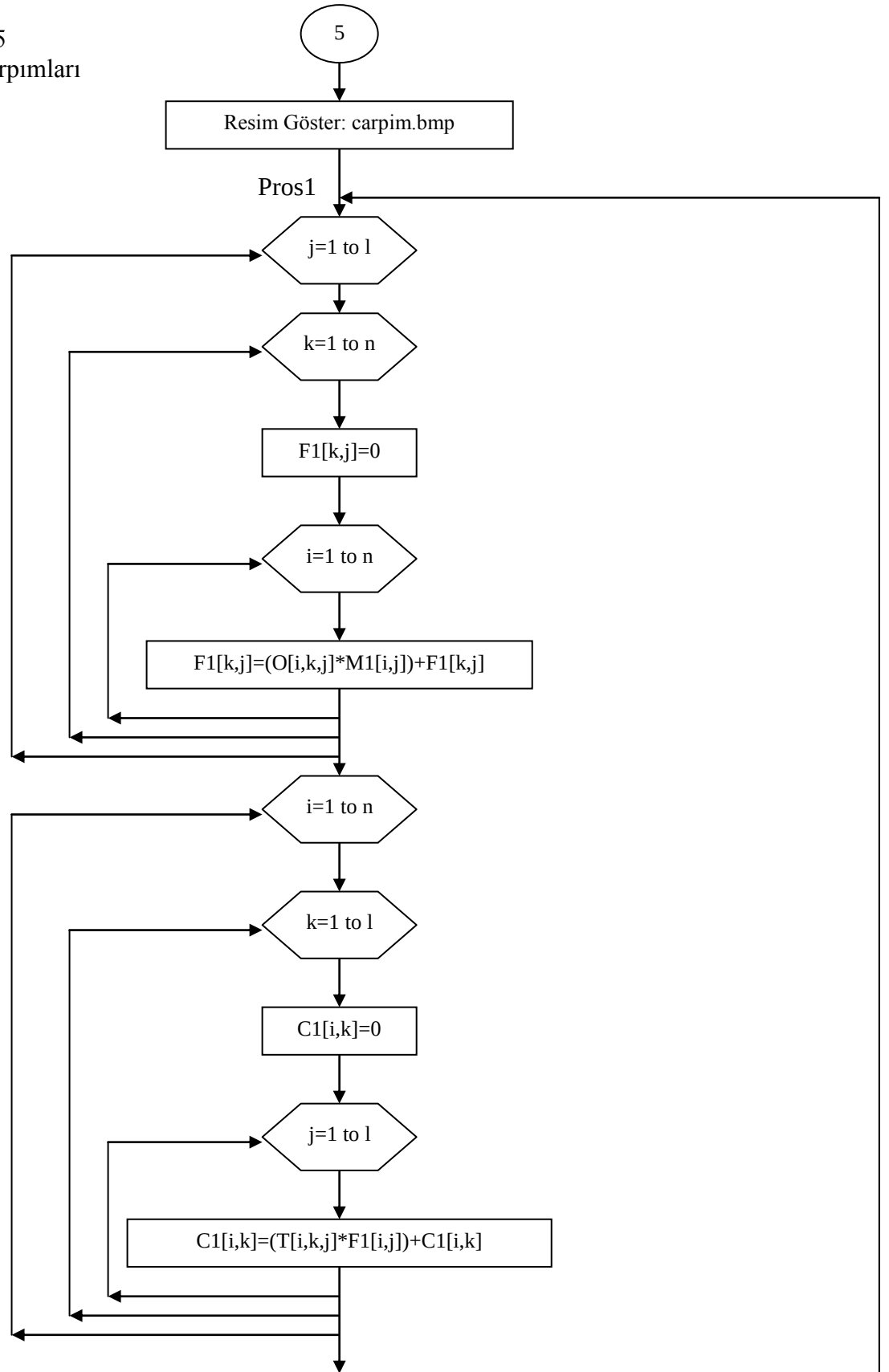


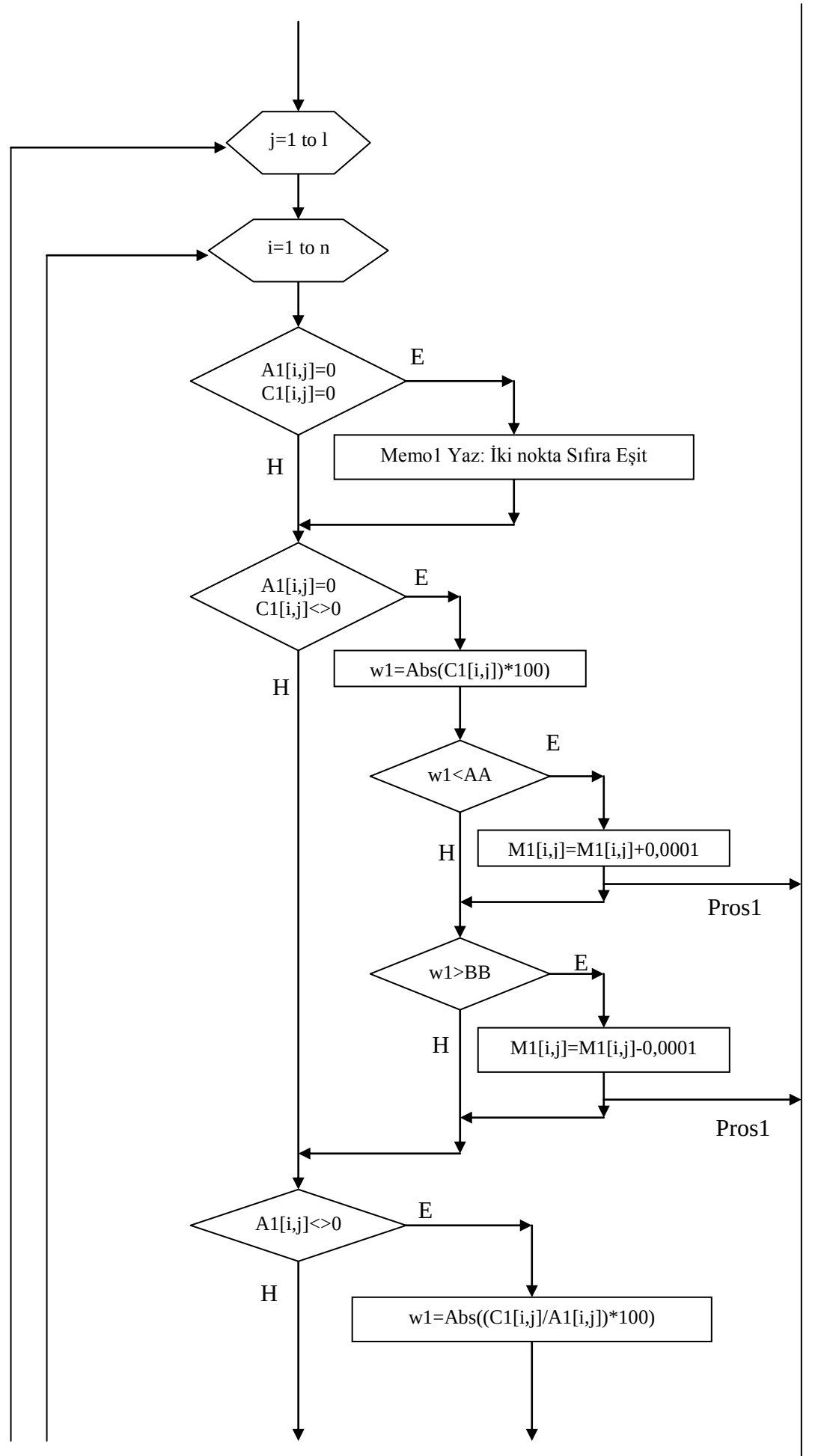


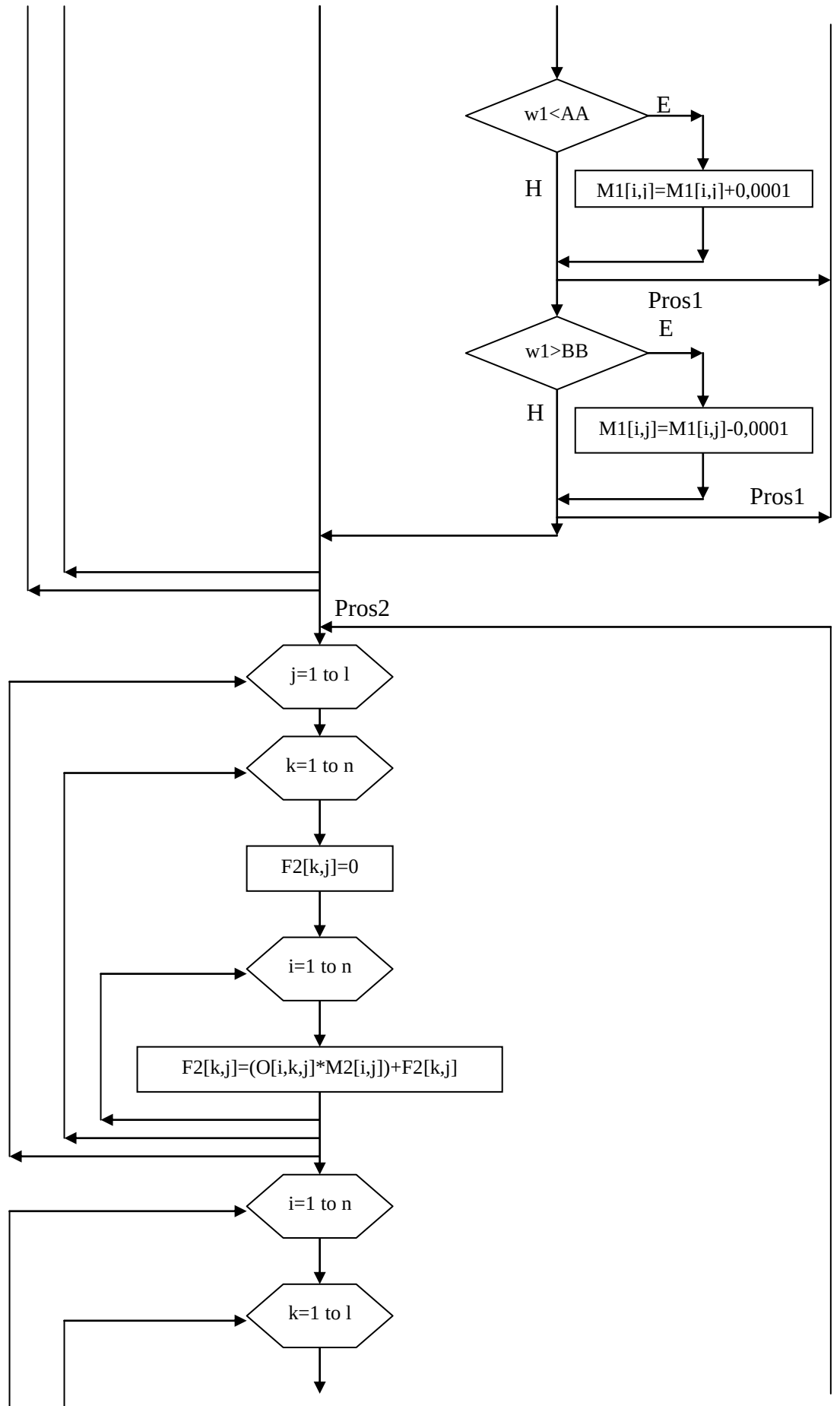


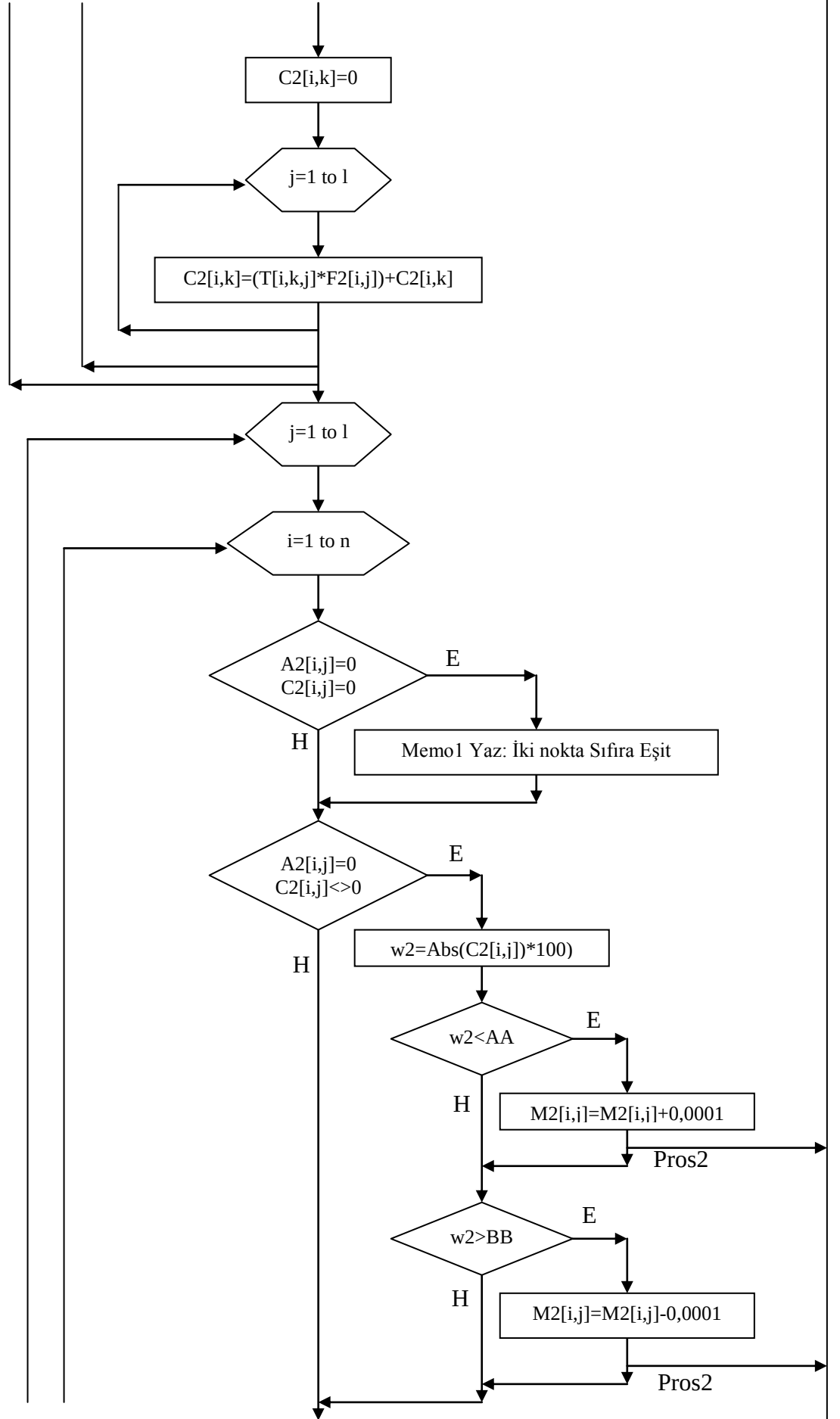


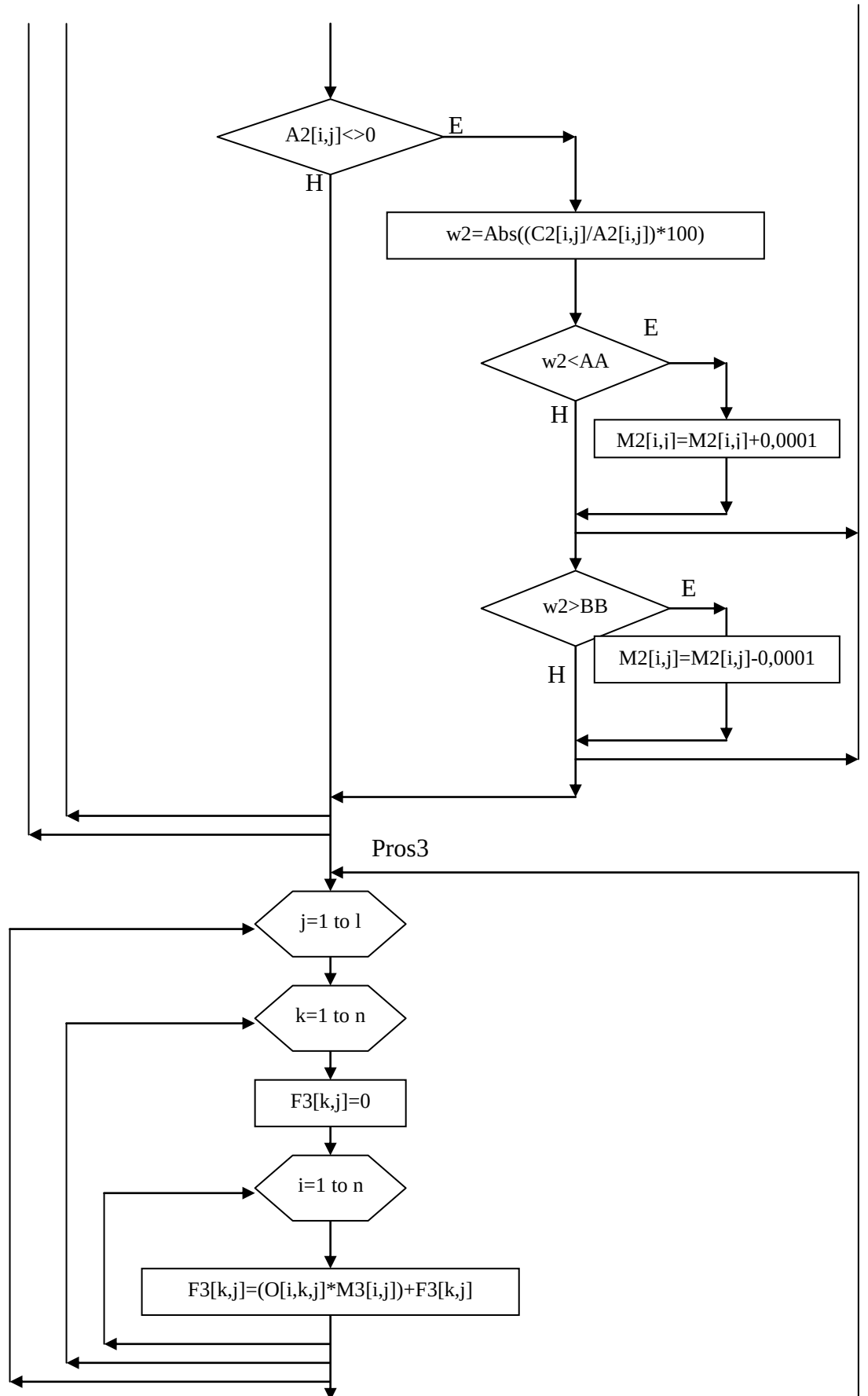
Prosedür 5
Matris Çarpımları

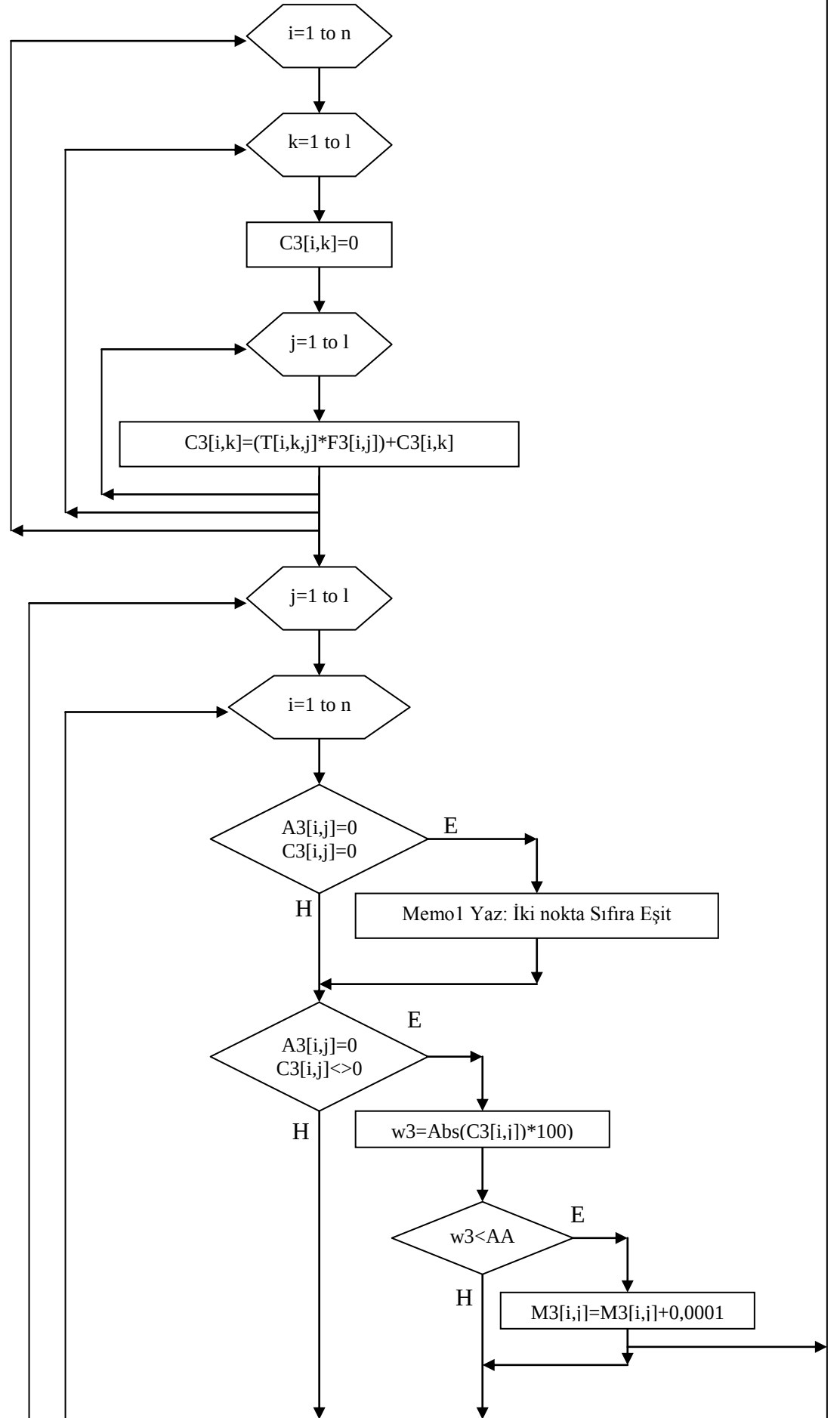


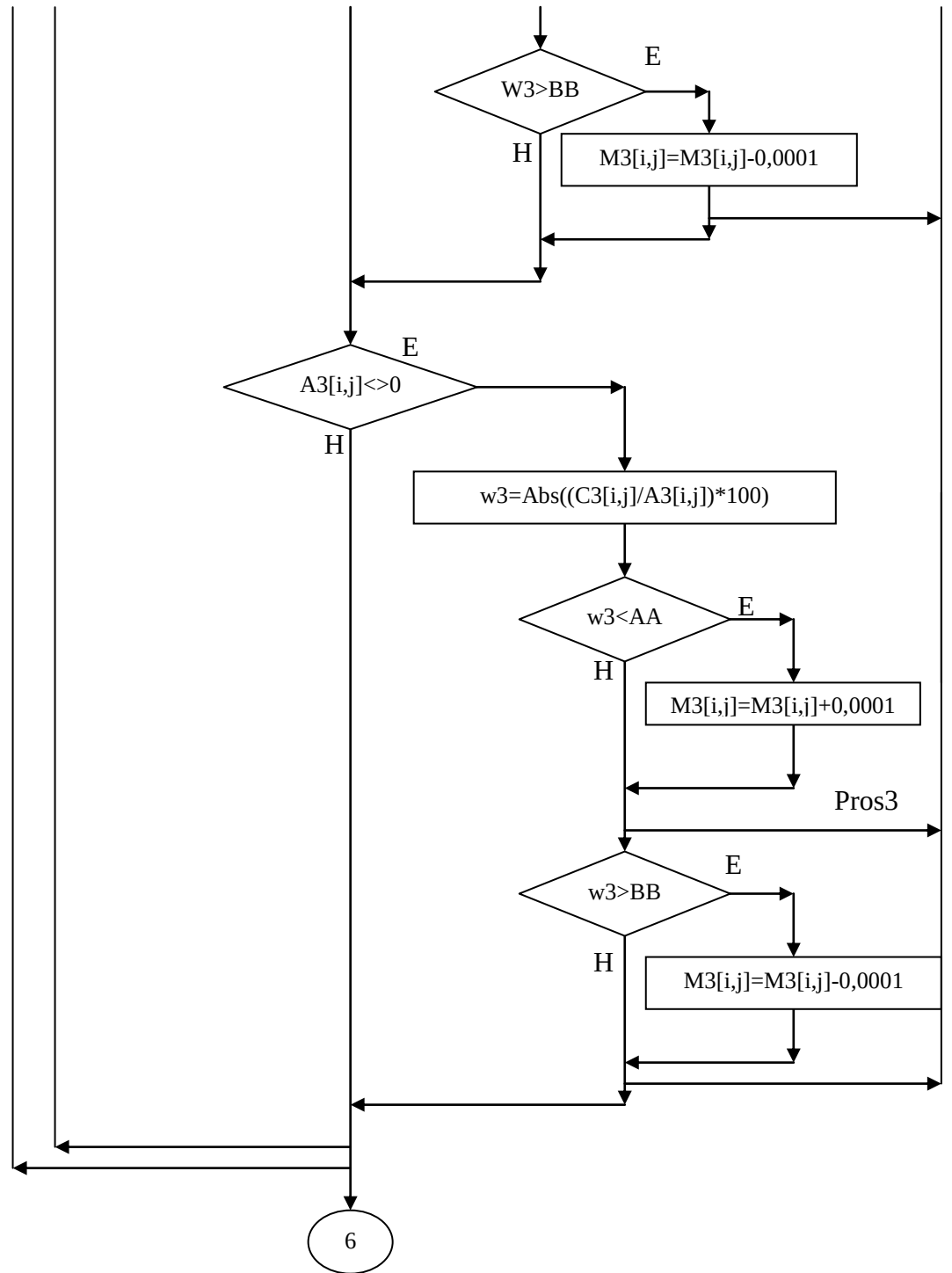




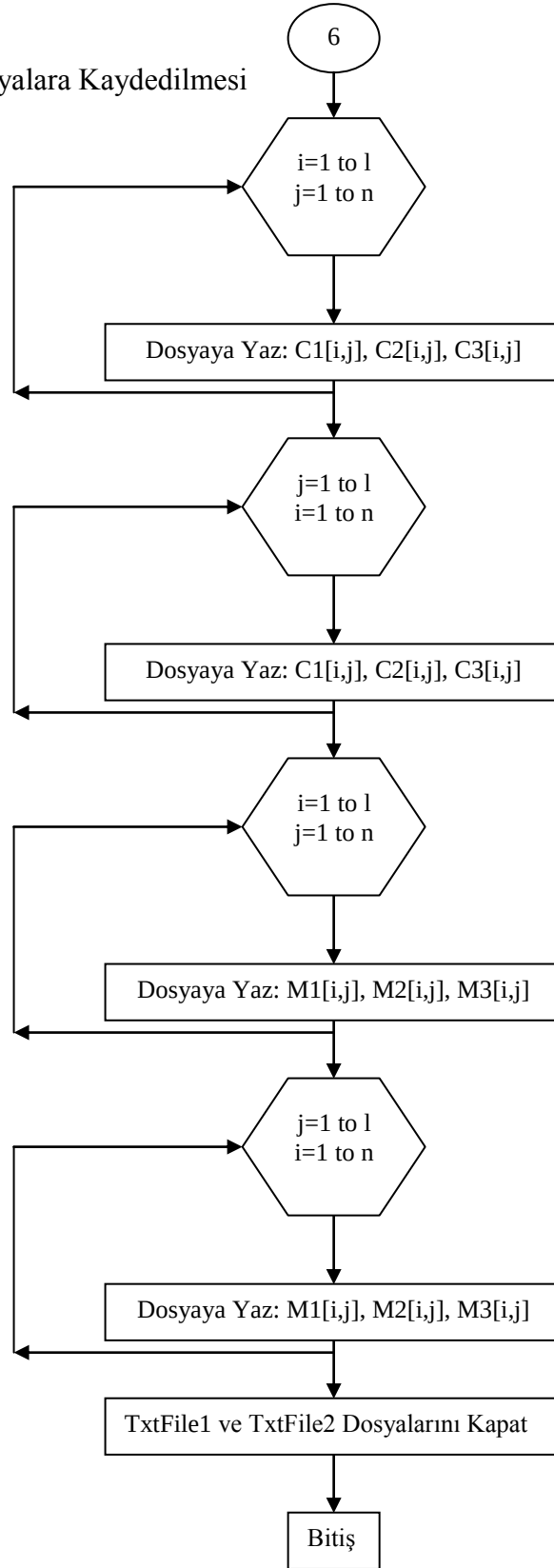








Prosedür 6
Sonuçların Dosyalara Kaydedilmesi



EK3: ORJİNAL YÜZEY KOORDİNATLARI

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
1	1,00	1,00	2,20	8,80	0,00	23	2,00	2,00	1,65	7,97	0,51
2	2,00	1,00	2,25	8,75	0,25	24	3,00	2,00	1,70	7,94	0,61
3	3,00	1,00	2,30	8,70	0,35	25	4,00	2,00	1,78	7,92	0,62
4	4,00	1,00	2,35	8,65	0,55	26	5,00	2,00	1,87	7,91	0,63
5	5,00	1,00	2,40	8,60	0,60	27	6,00	2,00	1,90	7,88	0,65
6	6,00	1,00	2,45	8,55	0,60	28	7,00	2,00	1,93	7,82	0,67
7	7,00	1,00	2,50	8,50	0,60	29	8,00	2,00	2,00	7,80	0,70
8	8,00	1,00	2,55	8,45	0,60	30	9,00	2,00	2,07	7,78	0,71
9	9,00	1,00	2,60	8,40	0,60	31	10,00	2,00	2,10	7,75	0,75
10	10,00	1,00	2,65	8,35	0,60	32	11,00	2,00	2,20	7,73	0,78
11	11,00	1,00	2,70	8,30	0,60	33	12,00	2,00	2,21	7,71	0,80
12	12,00	1,00	2,75	8,25	0,60	34	13,00	2,00	2,31	7,68	0,81
13	13,00	1,00	2,80	8,20	0,60	35	14,00	2,00	2,38	7,63	0,82
14	14,00	1,00	2,85	8,15	0,60	36	15,00	2,00	2,43	7,61	0,83
15	15,00	1,00	2,90	8,10	0,60	37	16,00	2,00	2,55	7,55	0,84
16	16,00	1,00	2,95	8,05	0,60	38	17,00	2,00	2,65	7,51	0,83
17	17,00	1,00	3,00	8,00	0,60	39	18,00	2,00	2,78	7,49	0,82
18	18,00	1,00	3,05	7,95	0,60	40	19,00	2,00	2,87	7,48	0,81
19	19,00	1,00	3,10	7,90	0,55	41	20,00	2,00	3,10	7,42	0,71
20	20,00	1,00	3,15	7,85	0,49	42	21,00	2,00	3,27	7,40	0,00
21	21,00	1,00	3,20	7,80	0,00	43	1,00	3,00	1,20	6,99	0,00
22	1,00	2,00	1,60	7,99	0,00	44	2,00	3,00	1,30	6,98	0,41

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
45	3,00	3,00	1,40	6,97	0,61	70	7,00	4,00	1,85	5,93	0,75
46	4,00	3,00	1,50	6,95	0,65	71	8,00	4,00	1,90	5,92	0,76
47	5,00	3,00	1,55	6,94	0,71	72	9,00	4,00	2,05	5,91	0,77
48	6,00	3,00	1,61	6,92	0,71	73	10,00	4,00	2,11	5,90	0,77
49	7,00	3,00	1,65	6,91	0,71	74	11,00	4,00	2,28	5,90	0,78
50	8,00	3,00	1,75	6,90	0,71	75	12,00	4,00	2,38	5,91	0,78
51	9,00	3,00	1,80	6,89	0,71	76	13,00	4,00	2,51	5,92	0,78
52	10,00	3,00	1,90	6,88	0,71	77	14,00	4,00	2,61	5,94	0,79
53	11,00	3,00	1,98	6,86	0,71	78	15,00	4,00	2,70	5,96	0,79
54	12,00	3,00	2,05	6,84	0,71	79	16,00	4,00	2,87	5,98	0,80
55	13,00	3,00	2,12	6,84	0,71	80	17,00	4,00	3,05	5,99	0,80
56	14,00	3,00	2,21	6,82	0,71	81	18,00	4,00	3,20	6,00	0,75
57	15,00	3,00	2,30	6,80	0,71	82	19,00	4,00	3,40	6,01	0,61
58	16,00	3,00	2,47	6,80	0,71	83	20,00	4,00	3,50	6,05	0,40
59	17,00	3,00	2,55	6,80	0,71	84	21,00	4,00	3,70	6,10	0,00
60	18,00	3,00	2,70	6,80	0,71	85	1,00	5,00	1,18	4,99	0,00
61	19,00	3,00	2,88	6,80	0,70	86	2,00	5,00	1,33	5,01	0,40
62	20,00	3,00	3,12	6,80	0,51	87	3,00	5,00	1,51	5,03	0,65
63	21,00	3,00	3,40	6,80	0,00	88	4,00	5,00	1,70	5,04	0,70
64	1,00	4,00	1,10	5,99	0,00	89	5,00	5,00	1,90	5,05	0,75
65	2,00	4,00	1,21	5,98	0,62	90	6,00	5,00	2,00	5,06	0,80
66	3,00	4,00	1,40	5,97	0,71	91	7,00	5,00	2,17	5,07	0,81
67	4,00	4,00	1,51	5,96	0,73	92	8,00	5,00	2,28	5,09	0,85
68	5,00	4,00	1,61	5,95	0,75	93	9,00	5,00	2,38	5,10	0,88
69	6,00	4,00	1,71	5,94	0,75	94	10,00	5,00	2,51	5,12	0,89

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
95	11,00	5,00	2,72	5,14	0,90	119	14,00	6,00	3,44	4,62	1,00
96	12,00	5,00	2,87	5,19	0,90	120	15,00	6,00	3,62	4,70	0,99
97	13,00	5,00	3,00	5,21	0,90	121	16,00	6,00	3,80	4,77	0,99
98	14,00	5,00	3,11	5,23	0,91	122	17,00	6,00	3,99	4,82	0,91
99	15,00	5,00	3,22	5,27	0,91	123	18,00	6,00	4,14	4,91	0,82
100	16,00	5,00	3,31	5,30	0,91	124	19,00	6,00	4,30	5,01	0,70
101	17,00	5,00	3,51	5,32	0,90	125	20,00	6,00	4,41	5,11	0,45
102	18,00	5,00	3,67	5,38	0,89	126	21,00	6,00	4,60	5,22	0,00
103	19,00	5,00	3,87	5,41	0,79	127	1,00	7,00	2,05	2,98	0,00
104	20,00	5,00	4,05	5,45	0,55	128	2,00	7,00	2,21	3,10	0,61
105	21,00	5,00	4,17	5,52	0,00	129	3,00	7,00	2,48	3,11	0,71
106	1,00	6,00	1,51	4,02	0,00	130	4,00	7,00	2,61	3,21	0,81
107	2,00	6,00	1,68	4,04	0,61	131	5,00	7,00	2,82	3,31	0,91
108	3,00	6,00	1,72	4,06	0,71	132	6,00	7,00	2,98	3,38	1,00
109	4,00	6,00	2,00	4,11	0,75	133	7,00	7,00	3,04	3,41	1,02
110	5,00	6,00	2,17	4,17	0,79	134	8,00	7,00	3,18	3,48	1,07
111	6,00	6,00	2,33	4,20	0,81	135	9,00	7,00	3,28	3,58	1,09
112	7,00	6,00	2,48	4,27	0,89	136	10,00	7,00	3,50	3,68	1,11
113	8,00	6,00	2,59	4,30	0,90	137	11,00	7,00	3,62	3,77	1,12
114	9,00	6,00	2,68	4,32	0,91	138	12,00	7,00	3,78	3,84	1,111
115	10,00	6,00	2,88	4,40	0,95	139	13,00	7,00	3,91	3,92	1,115
116	11,00	6,00	3,05	4,47	1,00	140	14,00	7,00	4,02	4,02	1,117
117	12,00	6,00	3,21	4,51	1,00	141	15,00	7,00	4,20	4,14	1,115
118	13,00	6,00	3,32	4,58	1,00	142	16,00	7,00	4,31	4,21	1,11

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
143	17,00	7,00	4,50	4,40	1,09	167	20,00	8,00	5,45	4,82	0,32
144	18,00	7,00	4,62	4,51	0,99	168	21,00	8,00	5,52	5,08	0,00
145	19,00	7,00	4,81	4,67	0,82	169	1,00	9,00	5,02	0,98	0,00
146	20,00	7,00	4,98	4,87	0,52	170	2,00	9,00	5,09	1,12	0,55
147	21,00	7,00	5,12	5,08	0,00	171	3,00	9,00	5,18	1,30	1,08
148	1,00	8,00	2,98	1,90	0,00	172	4,00	9,00	5,31	1,51	1,09
149	2,00	8,00	3,20	2,14	0,71	173	5,00	9,00	5,40	1,72	1,09
150	3,00	8,00	3,40	2,28	0,88	174	6,00	9,00	5,44	1,91	1,09
151	4,00	8,00	3,55	2,42	0,99	175	7,00	9,00	5,52	2,08	1,09
152	5,00	8,00	3,72	2,58	1,04	176	8,00	9,00	5,61	2,22	1,09
153	6,00	8,00	3,87	2,62	1,08	177	9,00	9,00	5,69	2,41	1,09
154	7,00	8,00	4,00	2,71	1,10	178	10,00	9,00	5,71	2,60	1,09
155	8,00	8,00	4,14	2,82	1,11	179	11,00	9,00	5,78	2,72	1,09
156	9,00	8,00	4,28	2,94	1,12	180	12,00	9,00	5,81	2,88	1,09
157	10,00	8,00	4,38	3,10	1,11	181	13,00	9,00	5,83	3,01	1,09
158	11,00	8,00	4,44	3,21	1,10	182	14,00	9,00	5,85	3,22	1,09
159	12,00	8,00	4,57	3,30	1,09	183	15,00	9,00	5,89	3,40	1,09
160	13,00	8,00	4,63	3,43	1,085	184	16,00	9,00	5,90	3,62	1,01
161	14,00	8,00	4,78	3,57	1,08	185	17,00	9,00	5,91	4,10	0,99
162	15,00	8,00	4,90	3,72	1,05	186	18,00	9,00	5,90	4,31	0,81
163	16,00	8,00	5,00	3,88	1,02	187	19,00	9,00	5,83	4,62	0,69
164	17,00	8,00	5,15	4,05	0,89	188	20,00	9,00	5,79	4,90	0,42
165	18,00	8,00	5,22	4,29	0,80	189	21,00	9,00	5,71	5,10	0,00
166	19,00	8,00	5,41	4,58	0,50	190	1,00	10,00	6,05	0,81	0,00

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
191	2,00	10,00	6,13	0,99	0,55	216	6,00	11,00	7,85	2,21	1,09
192	3,00	10,00	6,28	1,20	1,08	217	7,00	11,00	7,82	2,45	1,09
193	4,00	10,00	6,33	1,38	1,09	218	8,00	11,00	7,80	2,81	1,09
194	5,00	10,00	6,38	1,50	1,09	219	9,00	11,00	7,78	2,91	1,09
195	6,00	10,00	6,41	1,66	1,09	220	10,00	11,00	7,75	3,02	1,09
196	7,00	10,00	6,43	1,82	1,09	221	11,00	11,00	7,71	3,20	1,09
197	8,00	10,00	6,46	2,11	1,09	222	12,00	11,00	7,61	3,50	1,09
198	9,00	10,00	6,48	2,32	1,09	223	13,00	11,00	7,57	3,65	1,09
199	10,00	10,00	6,50	2,38	1,09	224	14,00	11,00	7,50	3,80	1,09
200	11,00	10,00	6,51	2,64	1,09	225	15,00	11,00	7,41	4,00	1,09
201	12,00	10,00	6,50	2,82	1,09	226	16,00	11,00	7,30	4,35	1,01
202	13,00	10,00	6,50	2,99	1,09	227	17,00	11,00	7,21	4,62	0,99
203	14,00	10,00	6,49	3,14	1,09	228	18,00	11,00	7,10	4,88	0,81
204	15,00	10,00	6,47	3,43	1,09	229	19,00	11,00	6,88	5,15	0,69
205	16,00	10,00	6,45	3,72	1,01	230	20,00	11,00	6,71	5,38	0,42
206	17,00	10,00	6,40	4,31	0,99	231	21,00	11,00	6,61	5,55	0,00
207	18,00	10,00	6,38	4,44	0,81	232	1,00	12,00	10,02	2,72	0,00
208	19,00	10,00	6,21	4,78	0,69	233	2,00	12,00	9,97	3,02	0,55
209	20,00	10,00	6,11	4,99	0,42	234	3,00	12,00	9,90	3,20	1,08
210	21,00	10,00	5,91	5,15	0,00	235	4,00	12,00	9,80	3,42	1,09
211	1,00	11,00	8,00	1,18	0,00	236	5,00	12,00	9,71	3,61	1,09
212	2,00	11,00	7,98	1,41	0,55	237	6,00	12,00	9,55	3,72	1,09
213	3,00	11,00	7,95	1,62	1,08	238	7,00	12,00	9,38	4,01	1,09
214	4,00	11,00	7,91	1,82	1,09	239	8,00	12,00	9,22	4,15	1,09
215	5,00	11,00	7,90	2,05	1,09	240	9,00	12,00	9,11	4,31	1,09

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
241	10,00	12,00	8,91	4,41	1,09	265	13,00	13,00	8,70	5,62	1,09
242	11,00	12,00	8,77	4,62	1,09	266	14,00	13,00	8,60	5,70	1,09
243	12,00	12,00	8,58	4,73	1,09	267	15,00	13,00	8,41	5,83	1,09
244	13,00	12,00	8,43	4,92	1,09	268	16,00	13,00	8,18	5,95	1,01
245	14,00	12,00	8,31	4,99	1,09	269	17,00	13,00	7,91	6,12	0,99
246	15,00	12,00	8,15	5,15	1,09	270	18,00	13,00	7,70	6,22	0,81
247	16,00	12,00	7,91	5,35	1,01	271	19,00	13,00	7,51	6,30	0,69
248	17,00	12,00	7,72	5,48	0,99	272	20,00	13,00	7,30	6,40	0,42
249	18,00	12,00	7,52	5,59	0,81	273	21,00	13,00	7,10	6,42	0,00
250	19,00	12,00	7,32	5,82	0,69	274	1,00	14,00	10,91	5,05	0,00
251	20,00	12,00	7,18	5,88	0,42	275	2,00	14,00	10,80	5,21	0,55
252	21,00	12,00	6,92	5,91	0,00	276	3,00	14,00	10,62	5,32	1,08
253	1,00	13,00	10,72	4,02	0,00	277	4,00	14,00	10,41	5,42	1,09
254	2,00	13,00	10,61	4,22	0,55	278	5,00	14,00	10,21	5,51	1,09
255	3,00	13,00	10,42	4,41	1,08	279	6,00	14,00	10,08	5,62	1,09
256	4,00	13,00	10,24	4,54	1,09	280	7,00	14,00	9,90	5,71	1,09
257	5,00	13,00	10,10	4,68	1,09	281	8,00	14,00	9,85	5,78	1,09
258	6,00	13,00	9,98	4,77	1,09	282	9,00	14,00	9,51	5,90	1,09
259	7,00	13,00	9,91	4,91	1,09	283	10,00	14,00	9,44	5,99	1,09
260	8,00	13,00	9,62	5,01	1,09	284	11,00	14,00	9,12	6,08	1,09
261	9,00	13,00	9,44	5,18	1,09	285	12,00	14,00	8,91	6,11	1,09
262	10,00	13,00	9,30	5,22	1,09	286	13,00	14,00	8,78	6,21	1,09
263	11,00	13,00	9,10	5,40	1,09	287	14,00	14,00	8,62	6,28	1,09
264	12,00	13,00	8,90	5,52	1,09	288	15,00	14,00	8,52	6,34	1,09

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
289	16,00	14,00	8,21	6,42	1,01	313	19,00	15,00	7,55	6,96	0,69
290	17,00	14,00	7,98	6,51	0,99	314	20,00	15,00	7,30	6,99	0,42
291	18,00	14,00	7,73	6,58	0,81	315	21,00	15,00	7,10	7,01	0,00
292	19,00	14,00	7,55	6,62	0,69	316	1,00	16,00	10,82	7,02	0,00
293	20,00	14,00	7,30	6,70	0,42	317	2,00	16,00	10,62	7,10	0,55
294	21,00	14,00	7,10	6,75	0,00	318	3,00	16,00	10,55	7,11	1,08
295	1,00	15,00	10,98	6,05	0,00	319	4,00	16,00	10,44	7,13	1,09
296	2,00	15,00	10,85	6,15	0,55	320	5,00	16,00	10,31	7,15	1,09
297	3,00	15,00	10,70	6,21	1,08	321	6,00	16,00	10,19	7,17	1,09
298	4,00	15,00	10,48	6,28	1,09	322	7,00	16,00	9,95	7,20	1,09
299	5,00	15,00	10,31	6,31	1,09	323	8,00	16,00	9,80	7,21	1,09
300	6,00	15,00	10,18	6,38	1,09	324	9,00	16,00	9,60	7,23	1,09
301	7,00	15,00	9,92	6,42	1,09	325	10,00	16,00	9,38	7,25	1,09
302	8,00	15,00	9,88	6,51	1,09	326	11,00	16,00	9,18	7,27	1,09
303	9,00	15,00	9,70	6,54	1,09	327	12,00	16,00	8,98	7,28	1,09
304	10,00	15,00	9,34	6,61	1,09	328	13,00	16,00	8,78	7,27	1,09
305	11,00	15,00	9,19	6,66	1,09	329	14,00	16,00	8,68	7,26	1,09
306	12,00	15,00	8,92	6,73	1,09	330	15,00	16,00	8,50	7,25	1,09
307	13,00	15,00	8,80	6,79	1,09	331	16,00	16,00	8,21	7,24	1,01
308	14,00	15,00	8,68	6,81	1,09	332	17,00	16,00	7,99	7,23	0,99
309	15,00	15,00	8,50	6,83	1,09	333	18,00	16,00	7,74	7,22	0,81
310	16,00	15,00	8,23	6,90	1,01	334	19,00	16,00	7,51	7,21	0,69
311	17,00	15,00	8,00	6,92	0,99	335	20,00	16,00	7,23	7,20	0,42
312	18,00	15,00	7,77	6,95	0,81	336	21,00	16,00	7,10	7,19	0,00

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
337	1,00	17,00	10,62	7,95	0,00	361	4,00	18,00	10,08	9,03	1,09
338	2,00	17,00	10,48	7,98	0,55	362	5,00	18,00	9,91	9,04	1,09
339	3,00	17,00	10,40	7,99	1,08	363	6,00	18,00	9,80	9,05	1,09
340	4,00	17,00	10,28	8,02	1,09	364	7,00	18,00	9,62	9,06	1,09
341	5,00	17,00	10,14	8,05	1,09	365	8,00	18,00	9,42	9,07	1,09
342	6,00	17,00	10,02	8,07	1,09	366	9,00	18,00	9,31	9,08	1,09
343	7,00	17,00	9,82	8,10	1,09	367	10,00	18,00	9,15	9,09	1,09
344	8,00	17,00	9,61	8,11	1,09	368	11,00	18,00	8,97	9,10	1,09
345	9,00	17,00	9,44	8,13	1,09	369	12,00	18,00	8,78	9,09	1,09
346	10,00	17,00	9,27	8,15	1,09	370	13,00	18,00	8,55	9,08	1,09
347	11,00	17,00	9,08	8,16	1,09	371	14,00	18,00	8,46	9,07	1,09
348	12,00	17,00	8,78	8,15	1,09	372	15,00	18,00	8,30	9,06	1,09
349	13,00	17,00	8,68	8,13	1,09	373	16,00	18,00	8,05	9,05	1,01
350	14,00	17,00	8,52	8,12	1,09	374	17,00	18,00	7,80	9,04	0,99
351	15,00	17,00	8,38	8,11	1,09	375	18,00	18,00	7,52	9,03	0,81
352	16,00	17,00	8,12	8,10	1,01	376	19,00	18,00	7,38	9,02	0,69
353	17,00	17,00	7,88	8,09	0,99	377	20,00	18,00	7,14	9,01	0,42
354	18,00	17,00	7,62	8,07	0,81	378	21,00	18,00	7,00	9,00	0,00
355	19,00	17,00	7,41	8,05	0,69	379	1,00	19,00	10,12	10,50	0,00
356	20,00	17,00	7,20	8,01	0,42	380	2,00	19,00	9,97	10,49	0,55
357	21,00	17,00	7,10	7,98	0,00	381	3,00	19,00	9,83	10,49	1,08
358	1,00	18,00	10,42	9,00	0,00	382	4,00	19,00	9,72	10,48	1,09
359	2,00	18,00	10,28	9,01	0,55	383	5,00	19,00	9,61	10,48	1,09
360	3,00	18,00	10,20	9,02	1,08	384	6,00	19,00	9,50	10,47	1,09

No	i	j	X	Y	Z	No	i	j	X	Y	Z
385	7,00	19,00	9,38	10,47	1,09	409	10,00	20,00	8,72	11,89	1,09
386	8,00	19,00	9,22	10,46	1,09	410	11,00	20,00	8,58	11,88	1,09
387	9,00	19,00	9,11	10,46	1,09	411	12,00	20,00	8,44	11,86	1,09
388	10,00	19,00	8,92	10,45	1,09	412	13,00	20,00	8,28	11,85	1,09
389	11,00	19,00	8,81	10,45	1,09	413	14,00	20,00	8,14	11,82	1,09
390	12,00	19,00	8,64	10,44	1,09	414	15,00	20,00	7,91	11,80	1,09
391	13,00	19,00	8,42	10,44	1,09	415	16,00	20,00	7,78	11,79	1,01
392	14,00	19,00	8,30	10,43	1,09	416	17,00	20,00	7,60	11,77	0,99
393	15,00	19,00	8,11	10,43	1,09	417	18,00	20,00	7,40	11,75	0,81
394	16,00	19,00	7,88	10,42	1,01	418	19,00	20,00	7,14	11,73	0,69
395	17,00	19,00	7,72	10,42	0,99	419	20,00	20,00	6,98	11,71	0,42
396	18,00	19,00	7,50	10,41	0,81	420	21,00	20,00	6,80	11,70	0,00
397	19,00	19,00	7,28	10,41	0,69	421	1,00	21,00	9,88	13,00	0,00
398	20,00	19,00	7,02	10,405	0,42	422	2,00	21,00	9,62	13,00	0,55
399	21,00	19,00	6,91	10,40	0,00	423	3,00	21,00	9,51	13,00	1,08
400	1,00	20,00	9,88	12,10	0,00	424	4,00	21,00	9,38	13,00	1,09
401	2,00	20,00	9,62	12,09	0,55	425	5,00	21,00	9,31	13,00	1,09
402	3,00	20,00	9,51	12,07	1,08	426	6,00	21,00	9,18	13,00	1,09
403	4,00	20,00	9,38	12,05	1,09	427	7,00	21,00	9,11	13,00	1,09
404	5,00	20,00	9,31	12,03	1,09	428	8,00	21,00	9,02	13,00	1,09
405	6,00	20,00	9,18	12,01	1,09	429	9,00	21,00	8,80	13,00	1,09
406	7,00	20,00	9,11	11,98	1,09	430	10,00	21,00	8,72	13,00	1,09
407	8,00	20,00	9,02	11,96	1,09	431	11,00	21,00	8,58	13,00	1,09
408	9,00	20,00	8,80	11,92	1,09	432	12,00	21,00	8,44	13,00	1,09

No	i	j	X	Y	Z
433	13,00	21,00	8,28	13,00	1,09
434	14,00	21,00	8,14	13,00	1,09
435	15,00	21,00	7,91	13,00	1,09
436	16,00	21,00	7,78	13,00	1,01
437	17,00	21,00	7,60	13,00	0,99
438	18,00	21,00	7,40	13,00	0,81
439	19,00	21,00	7,14	13,00	0,69
440	20,00	21,00	6,98	13,00	0,42
441	21,00	21,00	6,8	13,00	0,00

EK 4: ELDE EDİLEN B-SPLINE YUZEYİNİN KOORDİNATLARI

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
2.200,8.800,0.000	2.323,8.787,0.353	2.424,8.686,0.606	2.525,8.585,0.606
1.584,7.986,0.000	1.707,8.019,0.607	1.855,7.960,0.635	1.913,7.821,0.676
1.205,6.921,0.000	1.392,7.001,0.609	1.541,6.904,0.705	1.658,6.847,0.715
1.106,5.975,0.000	1.387,5.965,0.705	1.625,5.932,0.745	1.863,5.897,0.757
1.191,5.015,0.000	1.502,5.052,0.651	1.899,5.046,0.757	2.182,5.060,0.817
1.502,4.036,0.000	1.737,4.074,0.703	2.191,4.178,0.790	2.494,4.285,0.886
2.036,2.988,0.000	2.472,3.084,0.710	2.806,3.298,0.919	3.020,3.430,1.016
2.950,1.919,0.000	3.388,2.268,0.873	3.683,2.583,1.043	3.960,2.737,1.101
5.070,0.970,0.000	5.223,1.304,1.069	5.452,1.703,1.098	5.569,2.060,1.099
6.004,0.817,0.000	6.338,1.201,1.088	6.343,1.515,1.088	6.385,1.838,1.082
7.921,1.179,0.000	7.964,1.636,1.090	7.836,2.050,1.080	7.742,2.445,1.079
10.120,2.693,0.000	9.920,3.224,1.082	9.778,3.575,1.088	9.474,3.979,1.094
10.732,4.058,0.000	10.350,4.366,1.072	10.099,4.699,1.079	9.873,4.955,1.081
10.903,5.100,0.000	10.532,5.373,1.070	10.206,5.550,1.099	9.914,5.755,1.086
10.942,6.070,0.000	10.593,6.254,1.070	10.290,6.307,1.097	9.930,6.427,1.085
10.815,7.010,0.000	10.462,7.114,1.069	10.292,7.105,1.086	9.972,7.219,1.094
10.642,7.889,0.000	10.315,7.963,1.089	10.156,7.996,1.085	9.918,8.181,1.090
10.457,8.927,0.000	10.133,9.054,1.090	9.954,8.992,1.081	9.703,9.019,1.083
10.188,10.396,0.000	9.813,10.550,1.089	9.674,10.406,1.083	9.442,10.389,1.081
9.933,12.037,0.000	9.478,12.033,1.091	9.381,11.946,1.080	9.192,11.881,1.080
9.880,13.000,0.000	9.415,13.000,1.091	9.307,13.000,1.085	9.120,13.000,1.092
2.248,8.675,0.248	2.327,8.564,0.545	2.426,8.465,0.594	2.525,8.366,0.594
1.657,7.928,0.505	1.767,7.953,0.614	1.881,7.881,0.655	1.981,7.798,0.693
1.313,7.050,0.414	1.486,6.934,0.656	1.602,6.868,0.714	1.737,6.849,0.712
1.211,5.994,0.618	1.516,5.947,0.723	1.726,5.919,0.755	1.919,5.898,0.766
1.319,5.027,0.403	1.712,5.053,0.704	2.004,5.060,0.792	2.273,5.073,0.845
1.663,4.013,0.610	2.015,4.115,0.746	2.342,4.214,0.818	2.592,4.323,0.908
2.231,3.106,0.606	2.596,3.213,0.810	2.955,3.366,0.993	3.156,3.502,1.065
3.201,2.160,0.706	3.515,2.425,0.989	3.832,2.643,1.085	4.099,2.842,1.116
5.126,1.131,0.555	5.363,1.499,1.096	5.492,1.893,1.099	5.665,2.201,1.100
6.191,0.989,0.548	6.323,1.373,1.101	6.369,1.676,1.085	6.432,2.114,1.088
8.030,1.396,0.546	7.864,1.831,1.083	7.777,2.199,1.079	7.763,2.807,1.081
10.054,3.050,0.545	9.867,3.395,1.083	9.639,3.683,1.101	9.303,4.111,1.098
10.559,4.230,0.551	10.229,4.533,1.081	9.990,4.808,1.082	9.658,5.034,1.093
10.769,5.234,0.553	10.363,5.464,1.092	10.086,5.662,1.096	9.844,5.802,1.086
10.820,6.172,0.555	10.421,6.293,1.094	10.173,6.362,1.096	9.890,6.522,1.088
10.605,7.107,0.553	10.389,7.101,1.083	10.187,7.105,1.088	9.832,7.256,1.099
10.447,7.951,0.554	10.259,7.970,1.088	10.039,8.005,1.083	9.514,8.044,1.080
10.271,9.100,0.545	10.076,8.996,1.082	9.852,8.985,1.085	9.392,9.007,1.080
9.968,10.595,0.548	9.764,10.441,1.087	9.577,10.395,1.084	9.267,10.405,1.080
9.645,12.072,0.545	9.428,11.983,1.081	9.260,11.918,1.079	9.098,11.849,1.080
9.609,13.000,0.545	9.349,13.000,1.079	9.173,13.000,1.079	9.057,13.000,1.095

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
2.613,8.448,0.603	3.595,3.793,1.111	8.696,5.663,1.085	8.182,10.369,1.088
2.049,7.772,0.707	4.396,3.238,1.111	8.764,6.241,1.095	7.987,11.699,1.080
1.810,6.830,0.712	5.836,2.723,1.094	8.783,6.783,1.100	7.908,13.000,1.079
2.063,5.867,0.778	6.465,2.655,1.082	8.769,7.216,1.098	2.921,7.970,0.594
2.367,5.081,0.871	7.634,3.173,1.080	8.684,8.072,1.087	2.525,7.487,0.832
2.670,4.349,0.919	8.844,4.576,1.084	8.564,9.044,1.092	2.469,6.732,0.704
3.248,3.603,1.082	9.071,5.437,1.092	8.440,10.398,1.092	2.873,5.940,0.794
4.246,2.960,1.124	9.112,6.115,1.095	8.329,11.743,1.079	3.330,5.278,0.906
5.747,2.396,1.101	9.172,6.643,1.091	8.288,13.000,1.100	3.786,4.764,0.989
6.433,2.312,1.083	9.219,7.241,1.085	2.864,8.198,0.603	4.305,4.251,1.100
7.706,2.890,1.083	9.170,8.241,1.095	2.356,7.587,0.815	4.985,3.877,1.012
9.169,4.267,1.100	9.027,9.071,1.092	2.222,6.755,0.712	5.930,3.616,1.005
9.428,5.214,1.100	8.856,10.373,1.089	2.635,5.902,0.791	6.387,3.684,1.009
9.579,5.958,1.098	8.662,11.769,1.086	3.116,5.187,0.913	7.244,4.333,1.010
9.753,6.605,1.100	8.589,13.000,1.093	3.437,4.653,1.001	7.979,5.363,1.007
9.504,7.158,1.081	2.777,8.332,0.606	3.990,4.059,1.108	8.186,6.004,1.000
9.534,8.211,1.098	2.192,7.673,0.792	4.757,3.605,1.089	8.221,6.450,1.010
9.399,9.062,1.093	2.038,6.776,0.709	5.900,3.216,1.087	8.229,6.888,1.020
9.152,10.382,1.084	2.400,5.878,0.786	6.429,3.171,1.083	8.220,7.185,1.019
8.888,11.811,1.079	2.879,5.155,0.903	7.432,3.763,1.081	8.154,8.041,1.020
8.886,13.000,1.079	3.228,4.545,0.999	8.392,4.992,1.080	8.079,8.999,1.018
2.676,8.433,0.605	3.754,3.869,1.104	8.599,5.755,1.087	7.938,10.373,1.020
2.088,7.736,0.743	4.528,3.332,1.101	8.644,6.317,1.097	7.823,11.684,1.014
1.890,6.824,0.706	5.867,2.882,1.092	8.690,6.798,1.099	7.785,13.000,1.016
2.129,5.870,0.777	6.449,2.847,1.085	8.690,7.196,1.090	3.030,8.079,0.606
2.497,5.098,0.885	7.547,3.468,1.087	8.573,8.058,1.089	2.630,7.445,0.822
2.872,4.427,0.959	8.644,4.683,1.081	8.478,9.014,1.086	2.571,6.743,0.713
3.474,3.694,1.105	8.866,5.561,1.087	8.352,10.363,1.087	3.057,5.943,0.795
4.343,3.127,1.120	8.891,6.151,1.094	8.211,11.711,1.084	3.545,5.294,0.891
5.758,2.574,1.100	8.901,6.730,1.096	8.157,13.000,1.101	3.994,4.828,0.919
6.441,2.404,1.079	8.923,7.225,1.091	2.929,8.181,0.606	4.485,4.418,1.084
7.673,2.992,1.082	8.780,8.102,1.087	2.411,7.555,0.822	5.162,4.090,0.898
8.999,4.372,1.095	8.748,9.046,1.097	2.313,6.733,0.711	5.919,4.140,1.000
9.320,5.262,1.094	8.677,10.376,1.097	2.716,5.926,0.791	6.350,4.287,0.990
9.405,6.032,1.097	8.513,11.749,1.093	3.233,5.228,0.913	7.138,4.644,0.987
9.390,6.648,1.101	8.447,13.000,1.095	3.619,4.721,0.999	7.755,5.504,0.981
9.458,7.322,1.098	2.772,8.118,0.594	4.186,4.181,1.106	7.930,6.173,0.986
9.177,8.085,1.079	2.288,7.641,0.804	4.887,3.752,1.059	7.986,6.534,0.997
9.111,9.028,1.089	2.124,6.775,0.711	5.933,3.400,1.081	8.011,6.899,0.995
8.983,10.408,1.084	2.535,5.878,0.787	6.411,3.410,1.082	8.011,7.169,0.985
8.785,11.776,1.085	3.008,5.169,0.907	7.336,3.960,1.083	7.927,8.030,0.990
8.758,13.000,1.092	3.329,4.615,0.998	8.231,5.164,1.081	7.838,8.987,0.989
2.673,8.217,0.594	3.884,3.954,1.107	8.460,5.884,1.087	7.761,10.353,0.988
2.178,7.711,0.779	4.590,3.464,1.096	8.539,6.360,1.097	7.676,11.660,0.980
1.969,6.806,0.709	5.888,3.021,1.088	8.544,6.809,1.100	7.638,13.000,0.982
2.296,5.863,0.786	6.444,3.017,1.084	8.538,7.186,1.089	3.020,7.871,0.594
2.733,5.111,0.902	7.495,3.619,1.084	8.446,8.045,1.088	2.761,7.415,0.813
3.066,4.500,0.994	8.489,4.893,1.079	8.350,9.001,1.084	2.727,6.753,0.710

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
3.200,5.952,0.757	6.055,4.944,0.417	2.921,7.970,0.594	1.106,5.975,0.000
3.693,5.335,0.881	6.738,5.326,0.417	3.030,8.079,0.606	1.211,5.994,0.618
4.141,4.889,0.827	7.209,5.925,0.416	3.020,7.871,0.594	1.387,5.965,0.705
4.617,4.511,0.994	7.347,6.434,0.424	3.131,7.979,0.555	1.516,5.947,0.723
5.232,4.279,0.804	7.363,6.694,0.418	3.119,7.772,0.485	1.625,5.932,0.745
5.900,4.329,0.813	7.356,6.944,0.416	3.200,7.800,0.000	1.726,5.919,0.755
6.317,4.452,0.803	7.302,7.134,0.422	1.584,7.986,0.000	1.863,5.897,0.757
7.056,4.891,0.804	7.245,7.946,0.416	1.657,7.928,0.505	1.919,5.898,0.766
7.543,5.628,0.812	7.204,8.951,0.421	1.707,8.019,0.607	2.063,5.867,0.778
7.709,6.282,0.816	7.079,10.342,0.424	1.767,7.953,0.614	2.129,5.870,0.777
7.745,6.607,0.809	7.010,11.600,0.416	1.855,7.960,0.635	2.296,5.863,0.786
7.771,6.926,0.808	7.047,13.000,0.424	1.881,7.881,0.655	2.400,5.878,0.786
7.762,7.157,0.804	3.200,7.800,0.000	1.913,7.821,0.676	2.535,5.878,0.787
7.655,8.008,0.802	3.281,7.361,0.000	1.981,7.798,0.693	2.635,5.902,0.791
7.557,8.976,0.807	3.431,6.757,0.000	2.049,7.772,0.707	2.716,5.926,0.791
7.507,10.345,0.806	3.728,6.085,0.000	2.088,7.736,0.743	2.873,5.940,0.794
7.444,11.642,0.803	4.208,5.493,0.000	2.178,7.711,0.779	3.057,5.943,0.795
7.419,13.000,0.806	4.632,5.227,0.000	2.192,7.673,0.792	3.200,5.952,0.757
3.131,7.979,0.555	5.171,5.091,0.000	2.288,7.641,0.804	3.367,5.958,0.616
2.858,7.445,0.811	5.568,5.087,0.000	2.356,7.587,0.815	3.477,6.021,0.404
2.867,6.767,0.693	5.693,5.099,0.000	2.411,7.555,0.822	3.728,6.085,0.000
3.367,5.958,0.616	5.851,5.126,0.000	2.525,7.487,0.832	1.191,5.015,0.000
3.845,5.359,0.782	6.622,5.594,0.000	2.630,7.445,0.822	1.319,5.027,0.403
4.261,4.970,0.705	6.915,5.963,0.000	2.761,7.415,0.813	1.502,5.052,0.651
4.762,4.651,0.822	7.088,6.484,0.000	2.858,7.445,0.811	1.712,5.053,0.704
5.438,4.556,0.505	7.100,6.791,0.000	3.078,7.382,0.716	1.899,5.046,0.757
5.849,4.600,0.690	7.100,6.989,0.000	3.281,7.361,0.000	2.004,5.060,0.792
6.180,4.733,0.684	7.100,7.120,0.000	1.205,6.921,0.000	2.182,5.060,0.817
6.881,5.113,0.691	7.094,7.906,0.000	1.313,7.050,0.414	2.273,5.073,0.845
7.388,5.838,0.693	7.024,8.937,0.000	1.392,7.001,0.609	2.367,5.081,0.871
7.578,6.333,0.691	6.929,10.321,0.000	1.486,6.934,0.656	2.497,5.098,0.885
7.617,6.625,0.684	6.843,11.583,0.000	1.541,6.904,0.705	2.733,5.111,0.902
7.614,6.926,0.683	6.800,13.000,0.000	1.602,6.868,0.714	2.879,5.155,0.903
7.579,7.144,0.690	2.200,8.800,0.000	1.658,6.847,0.715	3.008,5.169,0.907
7.484,7.984,0.683	2.248,8.675,0.248	1.737,6.849,0.712	3.116,5.187,0.913
7.437,8.959,0.691	2.323,8.787,0.353	1.810,6.830,0.712	3.233,5.228,0.913
7.336,10.340,0.690	2.327,8.564,0.545	1.890,6.824,0.706	3.330,5.278,0.906
7.207,11.621,0.686	2.424,8.686,0.606	1.969,6.806,0.709	3.545,5.294,0.891
7.211,13.000,0.683	2.426,8.465,0.594	2.038,6.776,0.709	3.693,5.335,0.881
3.119,7.772,0.485	2.525,8.585,0.606	2.124,6.775,0.711	3.845,5.359,0.782
3.078,7.382,0.716	2.525,8.366,0.594	2.222,6.755,0.712	4.020,5.396,0.546
3.095,6.761,0.510	2.613,8.448,0.603	2.313,6.733,0.711	4.208,5.493,0.000
3.477,6.021,0.404	2.676,8.433,0.605	2.469,6.732,0.704	1.502,4.036,0.000
4.020,5.396,0.546	2.673,8.217,0.594	2.571,6.743,0.713	1.663,4.013,0.610
4.388,5.073,0.449	2.777,8.332,0.606	2.727,6.753,0.710	1.737,4.074,0.703
4.961,4.831,0.521	2.772,8.118,0.594	2.867,6.767,0.693	2.015,4.115,0.746
5.485,4.798,0.323	2.864,8.198,0.603	3.095,6.761,0.510	2.191,4.178,0.790
5.791,4.863,0.419	2.929,8.181,0.606	3.431,6.757,0.000	2.342,4.214,0.818

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
2.494,4.285,0.886	4.590,3.464,1.096	6.180,4.733,0.684	10.229,4.533,1.081
2.592,4.323,0.908	4.757,3.605,1.089	6.055,4.944,0.417	10.099,4.699,1.079
2.670,4.349,0.919	4.887,3.752,1.059	5.851,5.126,0.000	9.990,4.808,1.082
2.872,4.427,0.959	4.985,3.877,1.012	7.921,1.179,0.000	9.873,4.955,1.081
3.066,4.500,0.994	5.162,4.090,0.898	8.030,1.396,0.546	9.658,5.034,1.093
3.228,4.545,0.999	5.232,4.279,0.804	7.964,1.636,1.090	9.428,5.214,1.100
3.329,4.615,0.998	5.438,4.556,0.505	7.864,1.831,1.083	9.320,5.262,1.094
3.437,4.653,1.001	5.485,4.798,0.323	7.836,2.050,1.080	9.071,5.437,1.092
3.619,4.721,0.999	5.568,5.087,0.000	7.777,2.199,1.079	8.866,5.561,1.087
3.786,4.764,0.989	5.070,0.970,0.000	7.742,2.445,1.079	8.696,5.663,1.085
3.994,4.828,0.919	5.126,1.131,0.555	7.763,2.807,1.081	8.599,5.755,1.087
4.141,4.889,0.827	5.223,1.304,1.069	7.706,2.890,1.083	8.460,5.884,1.087
4.261,4.970,0.705	5.363,1.499,1.096	7.673,2.992,1.082	8.186,6.004,1.000
4.388,5.073,0.449	5.452,1.703,1.098	7.634,3.173,1.080	7.930,6.173,0.986
4.632,5.227,0.000	5.492,1.893,1.099	7.547,3.468,1.087	7.709,6.282,0.816
2.036,2.988,0.000	5.569,2.060,1.099	7.495,3.619,1.084	7.578,6.333,0.691
2.231,3.106,0.606	5.665,2.201,1.100	7.432,3.763,1.081	7.347,6.434,0.424
2.472,3.084,0.710	5.747,2.396,1.101	7.336,3.960,1.083	7.088,6.484,0.000
2.596,3.213,0.810	5.758,2.574,1.100	7.244,4.333,1.010	10.903,5.100,0.000
2.806,3.298,0.919	5.836,2.723,1.094	7.138,4.644,0.987	10.769,5.234,0.553
2.955,3.366,0.993	5.867,2.882,1.092	7.056,4.891,0.804	10.532,5.373,1.070
3.020,3.430,1.016	5.888,3.021,1.088	6.881,5.113,0.691	10.363,5.464,1.092
3.156,3.502,1.065	5.900,3.216,1.087	6.738,5.326,0.417	10.206,5.550,1.099
3.248,3.603,1.082	5.933,3.400,1.081	6.622,5.594,0.000	10.086,5.662,1.096
3.474,3.694,1.105	5.930,3.616,1.005	10.120,2.693,0.000	9.914,5.755,1.086
3.595,3.793,1.111	5.919,4.140,1.000	10.054,3.050,0.545	9.844,5.802,1.086
3.754,3.869,1.104	5.900,4.329,0.813	9.920,3.224,1.082	9.579,5.958,1.098
3.884,3.954,1.107	5.849,4.600,0.690	9.867,3.395,1.083	9.405,6.032,1.097
3.990,4.059,1.108	5.791,4.863,0.419	9.778,3.575,1.088	9.112,6.115,1.095
4.186,4.181,1.106	5.693,5.099,0.000	9.639,3.683,1.101	8.891,6.151,1.094
4.305,4.251,1.100	6.004,0.817,0.000	9.474,3.979,1.094	8.764,6.241,1.095
4.485,4.418,1.084	6.191,0.989,0.548	9.303,4.111,1.098	8.644,6.317,1.097
4.617,4.511,0.994	6.338,1.201,1.088	9.169,4.267,1.100	8.539,6.360,1.097
4.762,4.651,0.822	6.323,1.373,1.101	8.999,4.372,1.095	8.221,6.450,1.010
4.961,4.831,0.521	6.343,1.515,1.088	8.844,4.576,1.084	7.986,6.534,0.997
5.171,5.091,0.000	6.369,1.676,1.085	8.644,4.683,1.081	7.745,6.607,0.809
2.950,1.919,0.000	6.385,1.838,1.082	8.489,4.893,1.079	7.617,6.625,0.684
3.201,2.160,0.706	6.432,2.114,1.088	8.392,4.992,1.080	7.363,6.694,0.418
3.388,2.268,0.873	6.433,2.312,1.083	8.231,5.164,1.081	7.100,6.791,0.000
3.515,2.425,0.989	6.441,2.404,1.079	7.979,5.363,1.007	10.942,6.070,0.000
3.683,2.583,1.043	6.465,2.655,1.082	7.755,5.504,0.981	10.820,6.172,0.555
3.832,2.643,1.085	6.449,2.847,1.085	7.543,5.628,0.812	10.593,6.254,1.070
3.960,2.737,1.101	6.444,3.017,1.084	7.388,5.838,0.693	10.421,6.293,1.094
4.099,2.842,1.116	6.429,3.171,1.083	7.209,5.925,0.416	10.290,6.307,1.097
4.246,2.960,1.124	6.411,3.410,1.082	6.915,5.963,0.000	10.173,6.362,1.096
4.343,3.127,1.120	6.387,3.684,1.009	10.732,4.058,0.000	9.930,6.427,1.085
4.396,3.238,1.111	6.350,4.287,0.990	10.559,4.230,0.551	9.890,6.522,1.088
4.528,3.332,1.101	6.317,4.452,0.803	10.350,4.366,1.072	9.753,6.605,1.100

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
9.390,6.648,1.101	8.154,8.041,1.020	9.933,12.037,0.000
9.172,6.643,1.091	7.927,8.030,0.990	9.645,12.072,0.545
8.901,6.730,1.096	7.655,8.008,0.802	9.478,12.033,1.091
8.783,6.783,1.100	7.484,7.984,0.683	9.428,11.983,1.081
8.690,6.798,1.099	7.245,7.946,0.416	9.381,11.946,1.080
8.544,6.809,1.100	7.094,7.906,0.000	9.260,11.918,1.079
8.229,6.888,1.020	10.457,8.927,0.000	9.192,11.881,1.080
8.011,6.899,0.995	10.271,9.100,0.545	9.098,11.849,1.080
7.771,6.926,0.808	10.133,9.054,1.090	8.888,11.811,1.079
7.614,6.926,0.683	10.076,8.996,1.082	8.785,11.776,1.085
7.356,6.944,0.416	9.954,8.992,1.081	8.662,11.769,1.086
7.100,6.989,0.000	9.852,8.985,1.085	8.513,11.749,1.093
10.815,7.010,0.000	9.703,9.019,1.083	8.329,11.743,1.079
10.605,7.107,0.553	9.392,9.007,1.080	8.211,11.711,1.084
10.462,7.114,1.069	9.399,9.062,1.093	7.987,11.699,1.080
10.389,7.101,1.083	9.111,9.028,1.089	7.823,11.684,1.014
10.292,7.105,1.086	9.027,9.071,1.092	7.676,11.660,0.980
10.187,7.105,1.088	8.748,9.046,1.097	7.444,11.642,0.803
9.972,7.219,1.094	8.564,9.044,1.092	7.207,11.621,0.686
9.832,7.256,1.099	8.478,9.014,1.086	7.010,11.600,0.416
9.504,7.158,1.081	8.350,9.001,1.084	6.843,11.583,0.000
9.458,7.322,1.098	8.079,8.999,1.018	9.880,13.000,0.000
9.219,7.241,1.085	7.838,8.987,0.989	9.609,13.000,0.545
8.923,7.225,1.091	7.557,8.976,0.807	9.415,13.000,1.091
8.769,7.216,1.098	7.437,8.959,0.691	9.349,13.000,1.079
8.690,7.196,1.090	7.204,8.951,0.421	9.307,13.000,1.085
8.538,7.186,1.089	7.024,8.937,0.000	9.173,13.000,1.079
8.220,7.185,1.019	10.188,10.396,0.000	9.120,13.000,1.092
8.011,7.169,0.985	9.968,10.595,0.548	9.057,13.000,1.095
7.762,7.157,0.804	9.813,10.550,1.089	8.886,13.000,1.079
7.579,7.144,0.690	9.764,10.441,1.087	8.758,13.000,1.092
7.302,7.134,0.422	9.674,10.406,1.083	8.589,13.000,1.093
7.100,7.120,0.000	9.577,10.395,1.084	8.447,13.000,1.095
10.642,7.889,0.000	9.442,10.389,1.081	8.288,13.000,1.100
10.447,7.951,0.554	9.267,10.405,1.080	8.157,13.000,1.101
10.315,7.963,1.089	9.152,10.382,1.084	7.908,13.000,1.079
10.259,7.970,1.088	8.983,10.408,1.084	7.785,13.000,1.016
10.156,7.996,1.085	8.856,10.373,1.089	7.638,13.000,0.982
10.039,8.005,1.083	8.677,10.376,1.097	7.419,13.000,0.806
9.918,8.181,1.090	8.440,10.398,1.092	7.211,13.000,0.683
9.514,8.044,1.080	8.352,10.363,1.087	7.047,13.000,0.424
9.534,8.211,1.098	8.182,10.369,1.088	6.800,13.000,0.000
9.177,8.085,1.079	7.938,10.373,1.020	
9.170,8.241,1.095	7.761,10.353,0.988	
8.780,8.102,1.087	7.507,10.345,0.806	
8.684,8.072,1.087	7.336,10.340,0.690	
8.573,8.058,1.089	7.079,10.342,0.424	
8.446,8.045,1.088	6.929,10.321,0.000	

EK 5: B-SPLINE YÜZEYLERİ İÇİN GEREKLİ KONTROL NOKTALARI

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
2.200,8.800,0.000	2.215,8.439,0.249	2.103,7.681,0.544	5.611,2.394,1.110
1.699,8.376,0.000	1.872,8.718,1.036	1.923,8.293,0.578	6.671,2.182,1.079
1.191,7.235,0.000	1.025,7.707,0.388	1.419,7.198,0.710	7.905,2.982,1.089
1.081,5.990,0.000	1.081,5.970,0.797	1.577,5.950,0.750	9.110,3.818,1.096
1.150,4.990,0.000	1.276,5.030,0.582	1.900,5.050,0.727	9.440,4.974,1.115
1.516,3.934,0.000	1.379,3.821,0.744	2.131,4.080,0.790	9.510,5.884,1.094
2.112,2.770,0.000	2.507,2.816,0.436	2.839,3.137,0.899	9.974,6.807,1.127
3.044,1.673,0.000	3.400,1.845,0.707	3.814,2.448,1.072	9.029,6.911,1.035
4.825,0.997,0.000	4.616,0.933,1.135	5.265,1.727,1.109	1.513,1.300,0.168
6.265,0.684,0.000	6.918,0.727,0.993	6.550,1.302,1.072	9.310,9.080,1.078
8.165,1.174,0.000	8.438,1.152,1.230	8.106,2.207,1.079	9.110,10.910,1.095
9.977,2.219,0.000	9.900,2.903,1.174	9.710,3.030,1.110	8.757,11.954,1.063
10.720,3.729,0.000	10.420,3.473,1.103	10.100,4.389,1.056	8.980,13.000,1.064
10.910,5.043,0.000	10.803,5.204,1.089	10.210,5.510,1.110	2.572,8.135,0.583
10.980,6.050,0.000	10.993,6.210,1.063	10.310,6.310,1.097	2.075,8.028,0.870
10.820,7.020,0.000	10.550,7.110,1.021	10.310,7.150,1.082	1.760,7.042,0.646
10.620,7.964,0.000	10.400,8.011,1.157	10.140,8.092,1.087	2.099,5.900,0.766
10.420,9.164,0.000	10.200,9.755,1.191	9.910,9.223,1.072	2.510,5.120,0.890
10.120,10.741,0.000	9.830,11.671,1.068	9.610,10.799,1.089	2.880,4.369,0.943
9.880,12.100,0.000	9.510,12.070,1.192	9.310,12.030,1.074	3.500,3.549,1.164
9.880,13.000,0.000	9.628,13.000,1.264	9.310,13.000,1.092	4.380,3.037,1.110
2.215,8.750,0.190	2.512,9.299,0.555	3.017,10.474,0.734	5.681,2.625,1.117
1.154,5.542,0.434	1.814,8.330,0.619	1.953,8.235,0.650	6.547,2.201,1.052
1.722,7.349,-0.675	1.429,7.242,0.546	1.490,7.142,0.710	7.785,3.129,1.083
0.934,5.980,0.943	1.476,5.960,0.753	1.704,5.940,0.750	8.836,3.965,1.105
1.205,5.010,-0.252	1.689,5.040,0.671	2.000,5.060,0.830	9.300,5.128,1.082
1.905,4.116,0.751	1.992,4.014,0.750	2.330,4.114,0.746	9.440,5.990,1.097
1.822,2.954,0.497	2.640,3.055,0.810	3.012,3.216,1.086	9.340,6.610,1.108
3.052,2.006,0.864	3.651,2.267,1.096	3.890,2.489,1.089	9.798,7.702,1.124
4.839,1.244,-0.025	5.093,1.430,1.087	5.361,1.933,1.108	11.831,10.584,1.400
6.277,0.970,0.151	6.550,1.221,1.135	6.544,1.484,1.081	9.150,9.352,1.111
8.182,1.535,-0.118	8.126,1.875,1.056	7.978,2.377,1.068	8.920,10.857,1.059
9.970,2.379,-0.106	9.800,2.844,1.080	9.499,3.184,1.139	8.720,11.943,1.098
10.610,4.274,0.060	10.240,4.160,1.080	9.980,4.546,1.070	8.720,13.000,1.101
10.800,5.122,0.074	10.410,5.420,1.087	10.080,5.620,1.100	3.260,9.972,0.722
10.861,6.150,0.091	10.480,6.280,1.100	10.180,6.380,1.100	2.333,8.127,0.889
10.620,7.100,-0.040	10.440,7.130,1.076	10.190,7.170,1.088	1.723,6.972,0.619
10.480,8.014,-0.113	10.280,8.063,1.094	10.020,8.140,1.085	2.241,5.900,0.780
10.280,9.150,-0.187	10.080,9.213,1.068	9.800,9.205,1.096	2.720,5.140,0.900
9.970,10.396,-0.034	9.720,10.841,1.102	9.500,10.829,1.082	3.050,4.451,1.002
9.620,12.090,-0.278	9.380,12.050,1.077	9.180,12.010,1.079	3.620,3.677,1.160
9.620,13.000,-0.347	9.380,13.000,1.062	9.180,13.000,1.070	4.453,3.175,1.092

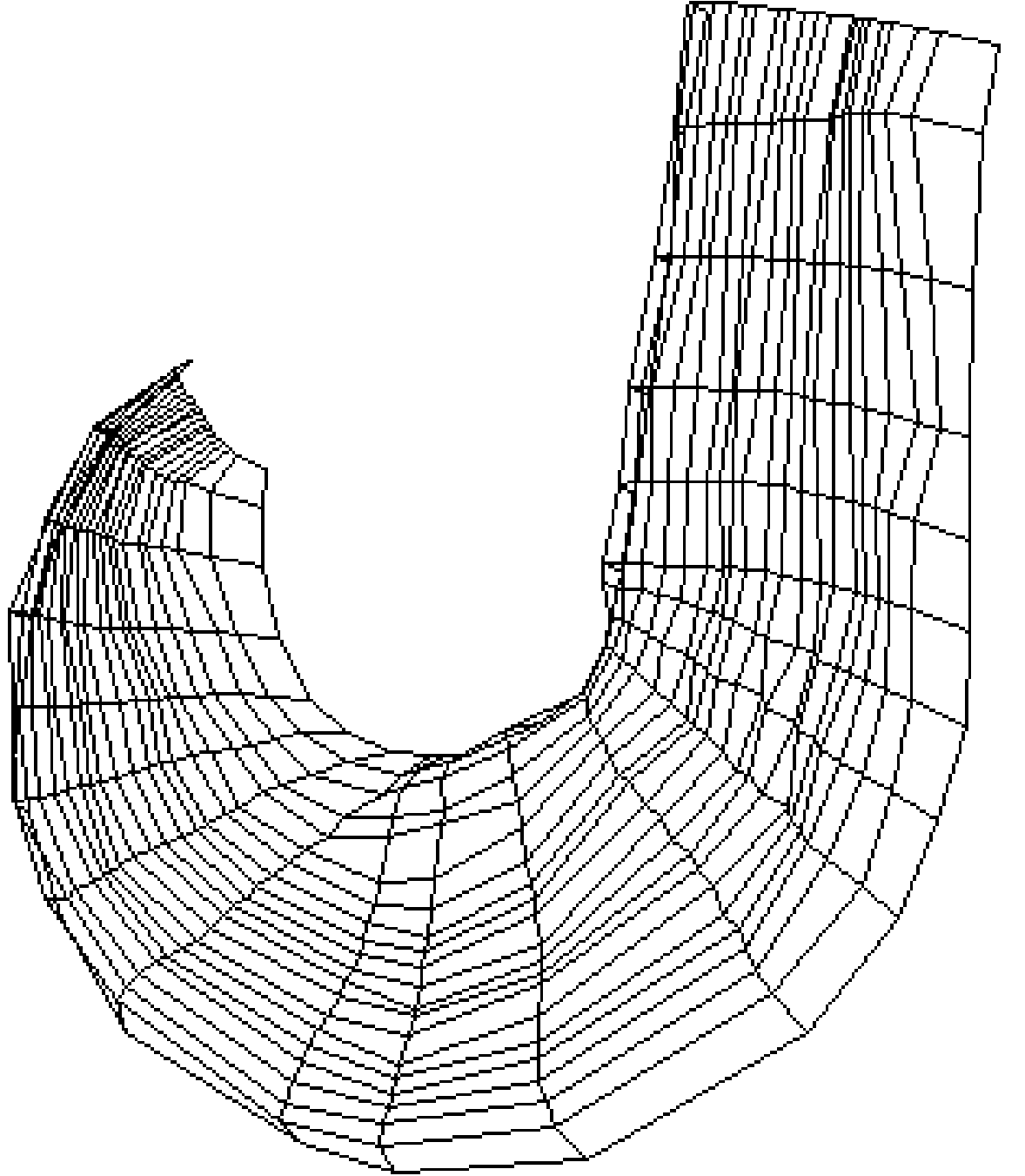
X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
5.717,2.720,1.101	8.800,6.790,1.104	7.910,13.000,1.107	4.140,4.910,0.699
6.657,2.556,1.073	8.780,7.363,1.112	3.550,9.642,0.721	4.620,4.510,1.079
7.853,3.258,1.082	8.680,8.193,1.074	2.526,7.804,1.057	5.220,4.290,0.785
8.770,4.168,1.072	8.550,9.274,1.110	2.246,6.829,0.548	5.900,4.310,0.731
9.100,5.242,1.095	8.420,10.913,1.100	2.870,5.980,0.800	6.426,4.440,0.696
9.120,6.080,1.099	8.280,11.950,1.047	3.310,5.300,0.910	7.100,4.880,0.740
9.190,6.660,1.085	8.280,13.000,1.102	3.800,4.770,0.990	7.520,5.507,0.753
9.180,7.270,1.067	2.751,7.848,0.577	4.310,4.210,1.160	7.700,6.151,0.816
8.172,7.579,0.981	2.369,7.842,0.989	5.000,3.880,0.988	7.730,6.580,0.799
8.970,9.100,1.076	2.009,6.883,0.599	5.900,3.620,0.917	7.770,6.950,0.780
8.810,10.904,1.105	2.610,5.940,0.790	6.517,3.720,0.939	7.740,7.372,0.764
8.580,11.954,1.071	3.110,5.230,0.910	7.300,4.350,0.974	7.620,8.193,0.789
8.580,13.000,1.091	3.440,4.620,1.000	7.910,5.090,0.999	7.520,9.164,0.822
0.427,1.282,0.093	4.020,3.993,1.151	8.180,5.874,0.946	7.500,10.824,0.765
2.095,7.849,0.970	4.780,3.569,1.080	8.210,6.420,0.972	7.400,11.946,0.748
1.854,6.960,0.617	5.850,3.220,1.090	8.230,6.900,0.993	7.400,13.000,0.754
2.343,5.910,0.780	6.571,3.106,1.073	8.210,7.372,1.003	0.878,1.622,-0.057
2.870,5.190,0.900	7.500,3.839,1.080	8.120,8.207,0.993	2.870,7.480,0.987
3.210,4.492,1.000	8.304,4.755,1.078	8.050,9.191,0.990	2.880,6.800,0.836
3.780,3.753,1.137	8.600,5.615,1.080	7.880,10.869,1.009	3.458,6.010,0.363
4.570,3.251,1.088	8.620,6.280,1.096	7.780,11.935,0.980	3.870,5.445,0.804
5.786,2.880,1.099	8.680,6.810,1.102	7.780,13.000,0.988	4.378,5.010,0.484
6.612,2.705,1.077	8.680,7.344,1.064	0.430,1.146,0.083	4.858,4.670,1.000
7.640,3.511,1.098	8.520,8.195,1.097	2.612,7.573,0.993	5.410,4.595,0.065
8.580,4.306,1.080	8.460,9.186,1.070	2.368,6.800,0.609	5.830,4.711,0.923
8.900,5.353,1.082	8.300,10.789,1.085	3.050,5.990,0.806	6.210,5.002,0.649
8.910,6.110,1.093	8.140,11.968,1.084	3.503,5.320,0.917	6.880,5.150,0.774
8.920,6.730,1.094	8.140,13.000,1.099	3.990,4.820,0.837	7.199,5.820,0.738
8.980,7.350,1.087	2.818,7.899,0.584	4.500,4.400,1.271	7.492,6.300,0.623
8.780,8.279,1.100	2.394,7.769,1.006	5.150,4.023,0.704	7.543,6.620,0.593
8.780,9.281,1.110	2.143,6.852,0.602	5.910,4.100,1.205	7.516,6.960,0.625
8.640,10.807,1.087	2.700,5.960,0.790	6.411,4.310,1.135	7.362,7.349,0.697
8.440,11.970,1.106	3.220,5.270,0.910	7.259,4.620,1.056	7.356,8.163,0.610
8.440,13.000,1.095	3.620,4.700,0.988	7.720,5.361,1.020	7.380,9.119,0.604
3.364,9.895,0.724	4.200,4.138,1.160	7.910,6.047,1.031	7.159,10.780,0.642
2.363,7.998,0.957	4.900,3.720,1.013	7.980,6.510,1.052	6.896,11.941,0.718
1.882,6.887,0.612	5.890,3.400,1.116	8.000,6.920,1.044	7.074,13.000,0.695
2.478,5.920,0.776	6.550,3.430,1.099	7.990,7.372,0.998	9.491,24.259,1.655
3.000,5.210,0.900	7.446,4.052,1.102	7.880,8.194,1.042	4.278,7.420,0.712
3.320,4.580,1.000	8.135,4.882,1.090	7.800,9.175,1.014	3.246,6.800,-0.239
3.910,3.886,1.147	8.410,5.779,1.104	7.720,10.793,1.016	3.500,6.050,0.159
4.630,3.422,1.073	8.520,6.340,1.106	7.595,11.961,0.996	4.120,5.582,0.404
5.822,3.010,1.090	8.500,6.830,1.119	7.600,13.000,1.007	4.410,5.110,0.056
6.601,2.972,1.081	8.500,7.358,1.095	3.939,10.294,0.788	4.980,5.031,0.275
7.628,3.650,1.086	8.380,8.187,1.101	2.780,7.589,0.971	5.450,4.893,0.302
8.430,4.449,1.076	8.300,9.205,1.092	2.593,6.800,0.618	5.790,5.037,0.156
8.700,5.505,1.081	8.110,10.846,1.117	3.200,6.000,0.700	6.110,4.990,0.139
8.780,6.210,1.096	7.910,11.973,1.098	3.670,5.380,1.005	6.710,5.436,0.209

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
7.180,5.880,0.044	3.939,10.294,0.788	1.081,5.970,0.797	2.680,4.276,0.877
7.181,6.400,0.228	0.878,1.622,-0.057	1.476,5.960,0.753	2.880,4.369,0.943
7.151,6.700,0.240	9.491,24.259,1.655	1.577,5.950,0.750	3.050,4.451,1.002
7.218,6.990,0.209	3.200,7.800,0.000	1.704,5.940,0.750	3.210,4.492,1.000
6.968,7.378,0.250	1.699,8.376,0.000	1.836,5.930,0.743	3.320,4.580,1.000
7.200,8.175,0.208	1.154,5.542,0.434	1.876,5.920,0.760	3.440,4.620,1.000
6.950,9.123,0.251	1.872,8.718,1.036	2.050,5.910,0.757	3.620,4.700,0.988
6.871,10.825,0.253	1.814,8.330,0.619	2.099,5.900,0.766	3.800,4.770,0.990
6.980,11.930,0.090	1.923,8.293,0.578	2.241,5.900,0.780	3.990,4.820,0.837
6.980,13.000,0.147	1.953,8.235,0.650	2.343,5.910,0.780	4.140,4.910,0.699
3.200,7.800,0.000	2.004,8.128,0.670	2.478,5.920,0.776	4.378,5.010,0.484
3.270,7.400,0.000	2.039,8.205,0.732	2.610,5.940,0.790	4.410,5.110,0.056
3.384,6.800,0.000	2.146,8.052,0.720	2.700,5.960,0.790	4.586,5.220,0.000
3.687,6.100,0.000	2.075,8.028,0.870	2.870,5.980,0.800	2.112,2.770,0.000
4.121,5.520,0.000	2.333,8.127,0.889	3.050,5.990,0.806	1.822,2.954,0.497
4.586,5.220,0.000	2.095,7.849,0.970	3.200,6.000,0.700	2.507,2.816,0.436
5.060,5.080,0.000	2.363,7.998,0.957	3.458,6.010,0.363	2.640,3.055,0.810
5.520,5.080,0.000	2.369,7.842,0.989	3.500,6.050,0.159	2.839,3.137,0.899
5.710,5.100,0.000	2.394,7.769,1.006	3.687,6.100,0.000	3.012,3.216,1.086
6.048,5.150,0.000	2.526,7.804,1.057	1.150,4.990,0.000	3.040,3.276,1.026
6.610,5.550,0.000	2.612,7.573,0.993	1.205,5.010,-0.252	3.217,3.350,1.147
6.920,5.908,0.000	2.780,7.589,0.971	1.276,5.030,0.582	3.336,3.487,1.159
7.100,6.391,0.000	2.870,7.480,0.987	1.689,5.040,0.671	3.500,3.549,1.164
7.100,6.750,0.000	4.278,7.420,0.712	1.900,5.050,0.727	3.620,3.677,1.160
7.100,7.010,0.000	3.270,7.400,0.000	2.000,5.060,0.830	3.780,3.753,1.137
7.100,7.316,0.000	1.191,7.235,0.000	2.170,5.070,0.803	3.910,3.886,1.147
7.100,8.182,0.000	1.722,7.349,-0.675	2.280,5.090,0.850	4.020,3.993,1.151
7.000,9.092,0.000	1.025,7.707,0.388	2.380,5.100,0.910	4.200,4.138,1.160
6.910,10.784,0.000	1.429,7.242,0.546	2.510,5.120,0.890	4.310,4.210,1.160
6.800,11.926,0.000	1.419,7.198,0.710	2.720,5.140,0.900	4.500,4.400,1.271
6.800,13.000,0.000	1.490,7.142,0.710	2.870,5.190,0.900	4.620,4.510,1.079
2.200,8.800,0.000	1.462,7.054,0.703	3.000,5.210,0.900	4.858,4.670,1.000
2.215,8.750,0.190	1.611,7.092,0.688	3.110,5.230,0.910	4.980,5.031,0.275
2.215,8.439,0.249	1.590,7.019,0.676	3.220,5.270,0.910	5.060,5.080,0.000
2.512,9.299,0.555	1.760,7.042,0.646	3.310,5.300,0.910	3.044,1.673,0.000
2.103,7.681,0.544	1.723,6.972,0.619	3.503,5.320,0.917	3.052,2.006,0.864
3.017,10.474,0.734	1.854,6.960,0.617	3.670,5.380,1.005	3.400,1.845,0.707
0.390,1.327,0.094	1.882,6.887,0.612	3.870,5.445,0.804	3.651,2.267,1.096
3.062,10.195,0.723	2.009,6.883,0.599	4.120,5.582,0.404	3.814,2.448,1.072
2.511,8.089,0.578	2.143,6.852,0.602	4.121,5.520,0.000	3.890,2.489,1.089
2.572,8.135,0.583	2.246,6.829,0.548	1.516,3.934,0.000	4.059,2.658,1.130
3.260,9.972,0.722	2.368,6.800,0.609	1.905,4.116,0.751	4.171,2.777,1.110
0.427,1.282,0.093	2.593,6.800,0.618	1.379,3.821,0.744	4.280,2.900,1.120
3.364,9.895,0.724	2.880,6.800,0.836	1.992,4.014,0.750	4.380,3.037,1.110
2.751,7.848,0.577	3.246,6.800,-0.239	2.131,4.080,0.790	4.453,3.175,1.092
2.818,7.899,0.584	3.384,6.800,0.000	2.330,4.114,0.746	4.570,3.251,1.088
3.550,9.642,0.721	1.081,5.990,0.000	2.480,4.190,0.890	4.630,3.422,1.073
0.430,1.146,0.083	0.934,5.980,0.943	2.590,4.242,0.891	4.780,3.569,1.080

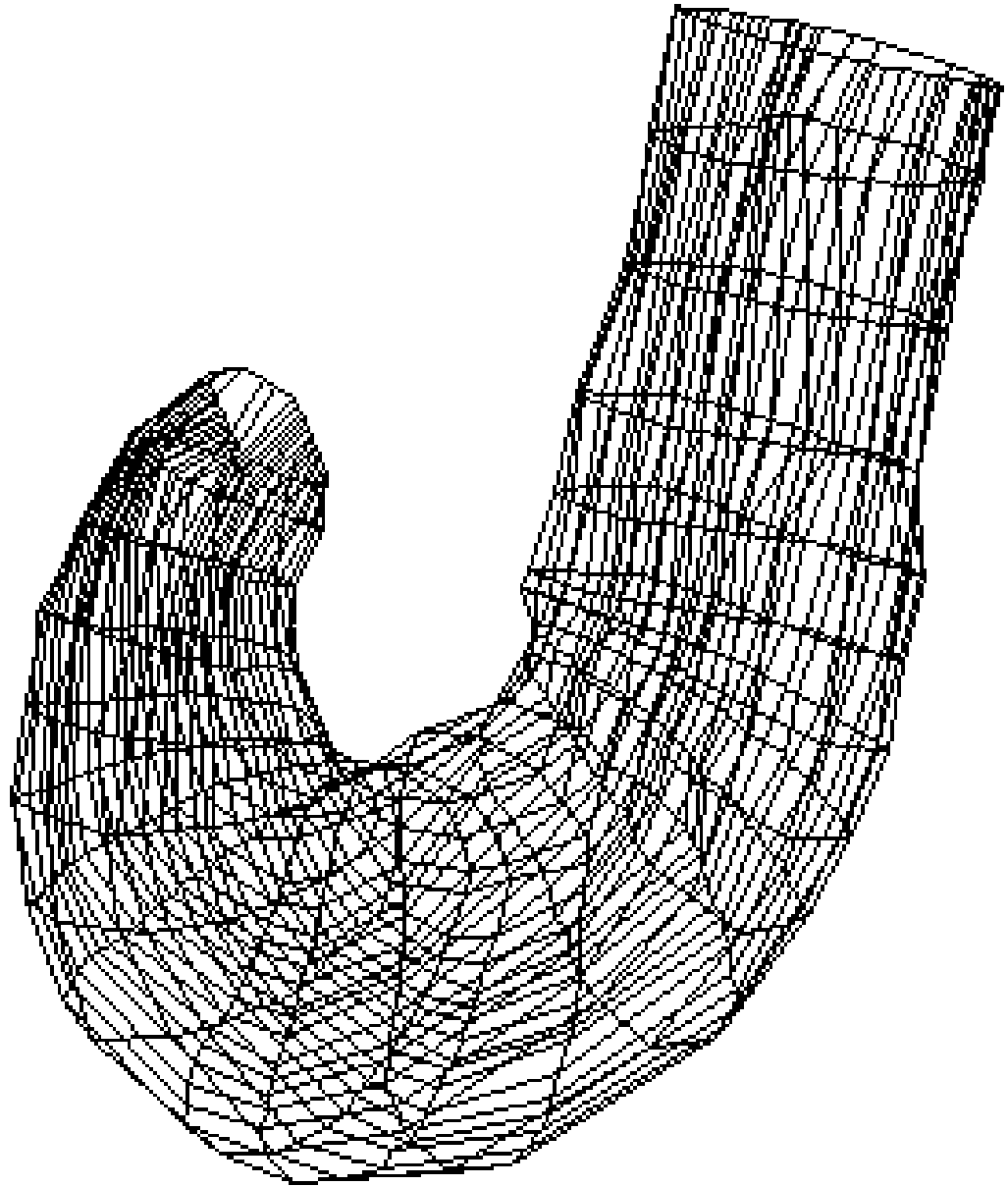
X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
4.900,3.720,1.013	6.210,5.002,0.649	10.610,4.274,0.060	10.180,6.380,1.100
5.000,3.880,0.988	6.110,4.990,0.139	10.420,3.473,1.103	9.920,6.420,1.080
5.150,4.023,0.704	6.048,5.150,0.000	10.240,4.160,1.080	9.880,6.510,1.080
5.220,4.290,0.785	8.165,1.174,0.000	10.100,4.389,1.056	9.974,6.807,1.127
5.410,4.595,0.065	8.182,1.535,-0.118	9.980,4.546,1.070	9.340,6.610,1.108
5.450,4.893,0.302	8.438,1.152,1.230	9.910,4.762,1.074	9.190,6.660,1.085
5.520,5.080,0.000	8.126,1.875,1.056	9.620,4.860,1.094	8.920,6.730,1.094
4.825,0.997,0.000	8.106,2.207,1.079	9.440,4.974,1.115	8.800,6.790,1.104
4.839,1.244,-0.025	7.978,2.377,1.068	9.300,5.128,1.082	8.680,6.810,1.102
4.616,0.933,1.135	7.993,2.652,1.082	9.100,5.242,1.095	8.500,6.830,1.119
5.093,1.430,1.087	7.866,2.930,1.061	8.900,5.353,1.082	8.230,6.900,0.993
5.265,1.727,1.109	7.905,2.982,1.089	8.700,5.505,1.081	8.000,6.920,1.044
5.361,1.933,1.108	7.785,3.129,1.083	8.600,5.615,1.080	7.770,6.950,0.780
5.448,2.163,1.105	7.853,3.258,1.082	8.410,5.779,1.104	7.516,6.960,0.625
5.515,2.183,1.103	7.640,3.511,1.098	8.180,5.874,0.946	7.218,6.990,0.209
5.611,2.394,1.110	7.628,3.650,1.086	7.910,6.047,1.031	7.100,7.010,0.000
5.681,2.625,1.117	7.500,3.839,1.080	7.700,6.151,0.816	10.820,7.020,0.000
5.717,2.720,1.101	7.446,4.052,1.102	7.492,6.300,0.623	10.620,7.100,-0.040
5.786,2.880,1.099	7.300,4.350,0.974	7.181,6.400,0.228	10.550,7.110,1.021
5.822,3.010,1.090	7.259,4.620,1.056	7.100,6.391,0.000	10.440,7.130,1.076
5.850,3.220,1.090	7.100,4.880,0.740	10.910,5.043,0.000	10.310,7.150,1.082
5.890,3.400,1.116	6.880,5.150,0.774	10.800,5.122,0.074	10.190,7.170,1.088
5.900,3.620,0.917	6.710,5.436,0.209	10.803,5.204,1.089	9.950,7.200,1.090
5.910,4.100,1.205	6.610,5.550,0.000	10.410,5.420,1.087	10.015,7.567,1.129
5.900,4.310,0.731	9.977,2.219,0.000	10.210,5.510,1.110	9.029,6.911,1.035
5.830,4.711,0.923	9.970,2.379,-0.106	10.080,5.620,1.100	9.798,7.702,1.124
5.790,5.037,0.156	9.900,2.903,1.174	9.900,5.710,1.090	9.180,7.270,1.067
5.710,5.100,0.000	9.800,2.844,1.080	9.850,5.780,1.080	8.980,7.350,1.087
6.265,0.684,0.000	9.710,3.030,1.110	9.510,5.884,1.094	8.780,7.363,1.112
6.277,0.970,0.151	9.499,3.184,1.139	9.440,5.990,1.097	8.680,7.344,1.064
6.918,0.727,0.993	9.237,3.543,1.112	9.120,6.080,1.099	8.500,7.358,1.095
6.550,1.221,1.135	9.220,3.599,1.103	8.910,6.110,1.093	8.210,7.372,1.003
6.550,1.302,1.072	9.110,3.818,1.096	8.780,6.210,1.096	7.990,7.372,0.998
6.544,1.484,1.081	8.836,3.965,1.105	8.620,6.280,1.096	7.740,7.372,0.764
6.581,1.620,1.067	8.770,4.168,1.072	8.520,6.340,1.106	7.362,7.349,0.697
6.656,1.898,1.086	8.580,4.306,1.080	8.210,6.420,0.972	6.968,7.378,0.250
6.671,2.182,1.079	8.430,4.449,1.076	7.980,6.510,1.052	7.100,7.316,0.000
6.547,2.201,1.052	8.304,4.755,1.078	7.730,6.580,0.799	10.620,7.964,0.000
6.657,2.556,1.073	8.135,4.882,1.090	7.543,6.620,0.593	10.480,8.014,-0.113
6.612,2.705,1.077	7.910,5.090,0.999	7.151,6.700,0.240	10.400,8.011,1.157
6.601,2.972,1.081	7.720,5.361,1.020	7.100,6.750,0.000	10.280,8.063,1.094
6.571,3.106,1.073	7.520,5.507,0.753	10.980,6.050,0.000	10.140,8.092,1.087
6.550,3.430,1.099	7.199,5.820,0.738	10.861,6.150,0.091	10.020,8.140,1.085
6.517,3.720,0.939	7.180,5.880,0.044	10.993,6.210,1.063	9.450,7.948,1.025
6.411,4.310,1.135	6.920,5.908,0.000	10.480,6.280,1.100	
6.426,4.440,0.696	10.720,3.729,0.000	10.310,6.310,1.097	

X,Y,Z	X,Y,Z	X,Y,Z
12.028,10.364,1.379	8.420,10.913,1.100	7.400,13.000,0.754
1.513,1.300,0.168	8.300,10.789,1.085	7.074,13.000,0.695
11.831,10.584,1.400	8.110,10.846,1.117	6.980,13.000,0.147
8.172,7.579,0.981	7.880,10.869,1.009	6.800,13.000,0.000
8.780,8.279,1.100	7.720,10.793,1.016	
8.680,8.193,1.074	7.500,10.824,0.765	
8.520,8.195,1.097	7.159,10.780,0.642	
8.380,8.187,1.101	6.871,10.825,0.253	
8.120,8.207,0.993	6.910,10.784,0.000	
7.880,8.194,1.042	9.880,12.100,0.000	
7.620,8.193,0.789	9.620,12.090,-.278	
7.356,8.163,0.610	9.510,12.070,1.192	
7.200,8.175,0.208	9.380,12.050,1.077	
7.100,8.182,0.000	9.310,12.030,1.074	
10.420,9.164,0.000	9.180,12.010,1.079	
10.280,9.150,-0.187	9.110,11.980,1.073	
10.200,9.755,1.191	9.020,11.960,1.076	
10.080,9.213,1.068	8.757,11.954,1.063	
9.910,9.223,1.072	8.720,11.943,1.098	
9.800,9.205,1.096	8.580,11.954,1.071	
9.620,9.085,1.075	8.440,11.970,1.106	
9.420,9.328,1.089	8.280,11.950,1.047	
9.310,9.080,1.078	8.140,11.968,1.084	
9.150,9.352,1.111	7.910,11.973,1.098	
8.970,9.100,1.076	7.780,11.935,0.980	
8.780,9.281,1.110	7.595,11.961,0.996	
8.550,9.274,1.110	7.400,11.946,0.748	
8.460,9.186,1.070	6.896,11.941,0.718	
8.300,9.205,1.092	6.980,11.930,0.090	
8.050,9.191,0.990	6.800,11.926,0.000	
7.800,9.175,1.014	9.880,13.000,0.000	
7.520,9.164,0.822	9.620,13.000,0.347	
7.380,9.119,0.604	9.628,13.000,1.264	
6.950,9.123,0.251	9.380,13.000,1.062	
7.000,9.092,0.000	9.310,13.000,1.092	
10.120,10.741,0.000	9.180,13.000,1.070	
9.970,10.396,-0.034	9.110,13.000,1.100	
9.830,11.671,1.068	9.020,13.000,1.095	
9.720,10.841,1.102	8.980,13.000,1.064	
9.610,10.799,1.089	8.720,13.000,1.101	
9.500,10.829,1.082	8.580,13.000,1.091	
9.380,10.890,1.085	8.440,13.000,1.095	
9.220,10.838,1.071	8.280,13.000,1.102	
9.110,10.910,1.095	8.140,13.000,1.099	
8.920,10.857,1.059	7.910,13.000,1.107	
8.810,10.904,1.105	7.780,13.000,0.988	
8.640,10.807,1.087	7.600,13.000,1.007	

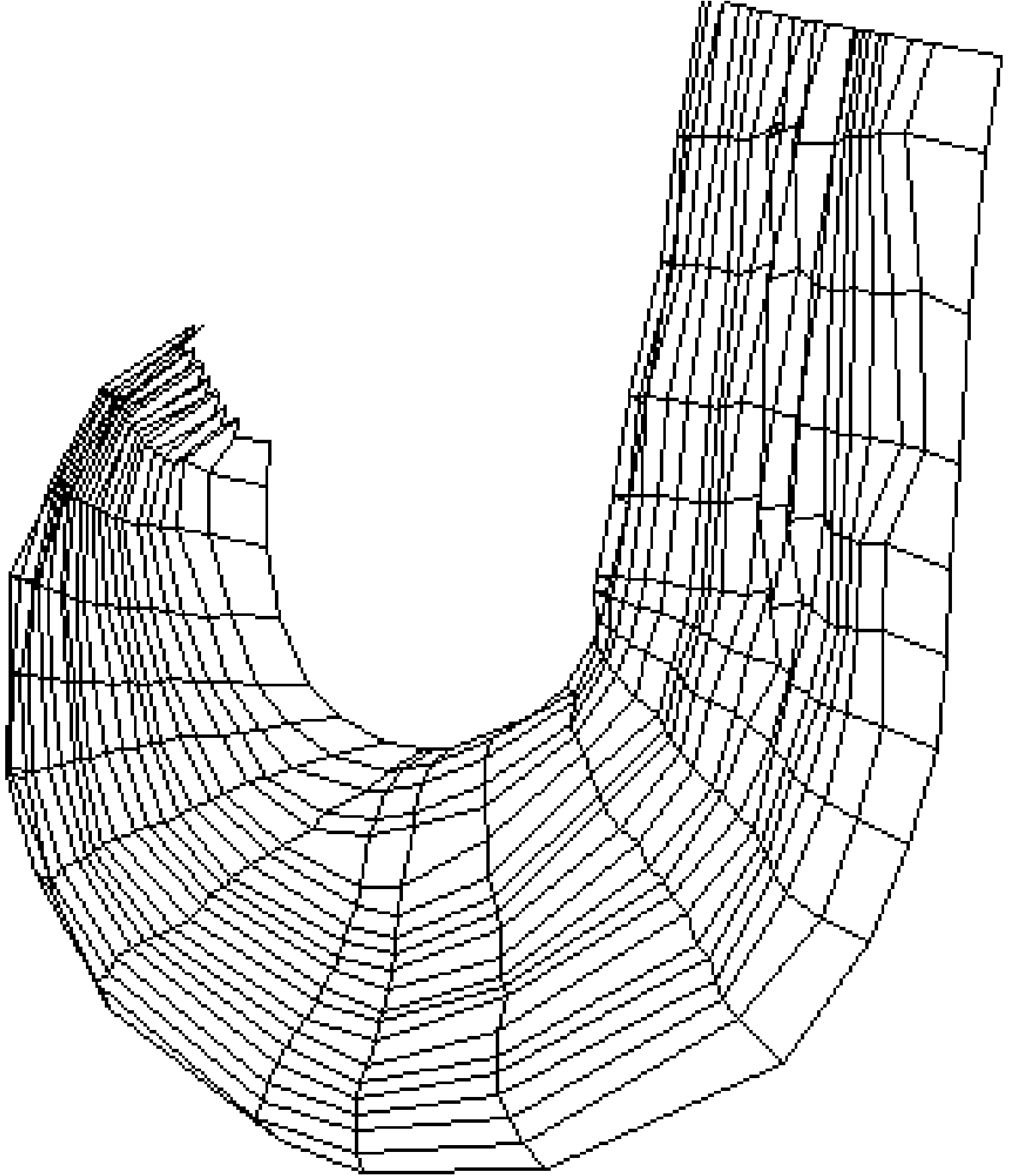
EK 6: BAŞLANGIŞ KANCA YÜZEYİ



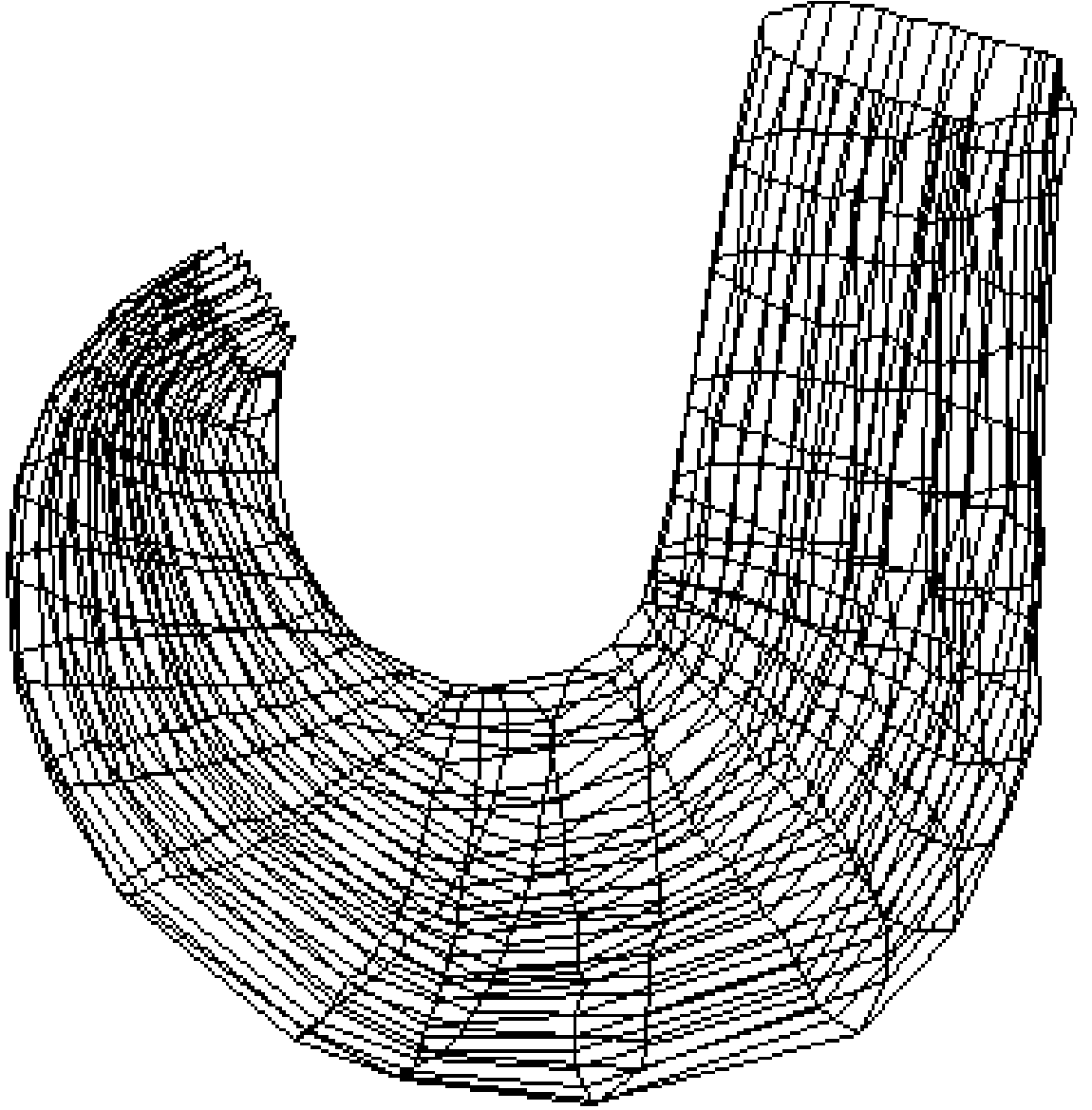
EK 7: ORJİNAL KANCA GEOMETRİSİ



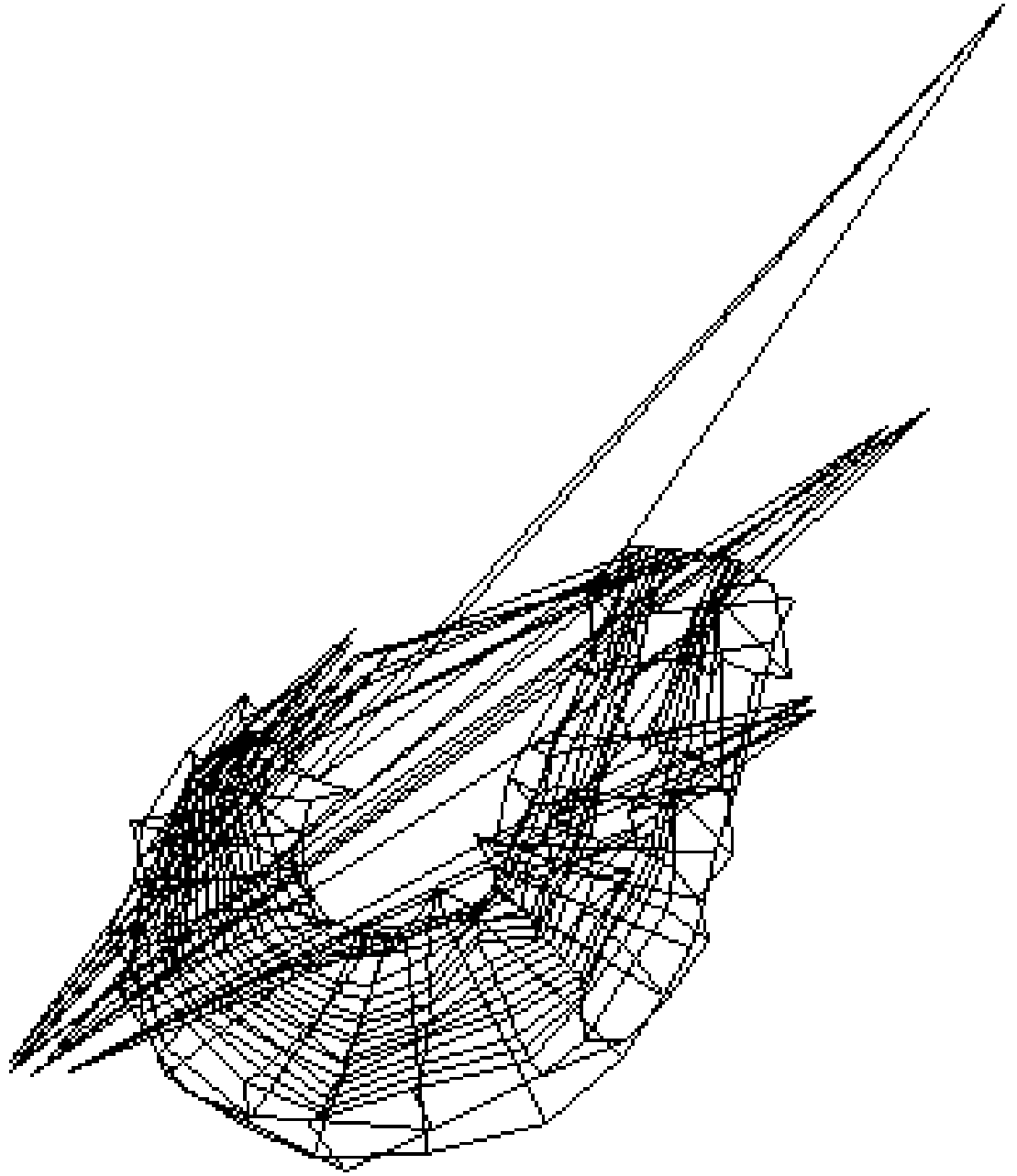
EK 8: B-SPLINE EĞRİLERİ İLE ÇİZİLMİŞ KANCA YÜZEYİ



EK 9: B-SPLINE EĞRİLERİ İLE ÇİZİLMİŞ KANCA GEOMETRİSİ



EK 10: B-SPLINE KONTROL NOKTALARI



ÖZGEÇMİŞ

Eray Ayhan, 16 Mart 1976 tarihinde dünyaya gelmiştir. 1982-1987 yılları arasında Bursa Atatürk İlkokulu'na, 1987-1989 yılları arasında Bursa Baran Anadolu Lisesi'de, 1989-1994 yılları arasında Bursa Anadolu Lisesi'nde okumuştur. 1999 yılında İ.T.Ü. Makine Mühendisliği bölümünden mezun olup, aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsünde Makine Yüksek Lisans Programına başlamıştır.

Eray Ayhan, 2002 yılında ERSE Makine'de satış mühendisi olarak çalışmaya başlamış, halen satış mühendisi olarak çalışmaya devam etmektedir.