

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**RÖLATİVİSTİK AĞIR İYON ÇARPIŞMALARI
SONUCU PARÇACIK ÜRETİMİ**

**DOKTORA TEZİ
Melek YILMAZ ŞENGÜL**

Anabilim Dalı : Fizik Mühendisliği

Programı : Fizik Mühendisliği

MAYIS 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**RÖLATİVİSTİK AĞIR İYON ÇARPIŞMALARI
SONUCU PARÇACIK ÜRETİMİ**

**DOKTORA TEZİ
Melek YILMAZ ŞENGÜL
(509032110)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Mart 2011

Tezin Savunulduğu Tarih : 23 Mayıs 2011

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Mehmet Cem GÜÇLÜ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ömer Faruk DAYI (İTÜ)
Prof. Dr. O. Teoman TURGUT (BÜ)
Prof.Dr. Cemsinan DELİDUMAN (MSGSÜ)
Yrd.Doç.Dr. Vakıf Kemal ÖNEMLİ (İTÜ)

MAYIS 2011

Kızıma ve Anneanneme,

ÖNSÖZ

Bana bu tez çalışmasında kendisi ile çalışma olanağı veren, tüm bu çalışma süresince bana her zaman destek olan, emek ve yardımlarını esirgemeyen, birlikte çalışmaktan çok keyif aldığım değerli Hocam Prof. Dr. Cem GÜÇLÜ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez izleme komitemde yer alarak görüşlerini ve önerilerini esirgemeyen değerli Hocalarım Prof.Dr. Ömer Faruk DAYI ve Prof.Dr. Teoman TURGUT'a minnetlerimi sunuyorum.

Bu aşamalara gelmemde her zaman desteğini hissettiğim, yeri geldiğinde acımasız bir Hoca olarak beni eleştiren, ama yeri geldiğinde içinden çıkamadığım tüm zorluklarda elimden tutan, bana destek olan, arkamda durarak tüm sıkıntılara göğüs germemi sağlayan sevgili eşim Doç.Dr. Metin ŞENGÜL'e sonsuz şükranlarımı sunuyorum.

Dünya'ya gelişi ile bize büyük bir mutluluk yaşatan, ailemizin neşe, sevinç ve yaşam kaynağı olan, küçük ama bir o kadar da olgun ve akıllı canım kızım Perihan Oya'ya çok teşekkürler...

Son olarak beni bugünlere getiren, yaşam yolunda ideallerime ulaşmam için daha küçük yaştan itibaren büyük emek harcayan, ruhen hiç bir zaman beni yalnız bırakmayan sevgili anneciğim ve babacığma sonsuz sevgi, saygı ve minnetlerimle...

Doğduğum günden beri benim yanımda olmaya başlayan, her zaman sonsuz sevgi, sabır ve anlayışıyla beni büyüten ve sevgisini her zaman kalbimde taşıdığım, mutluluklarıma ortak olan ve beni uzaktan izlediğini bildiğim biricik anneanneciğime sonsuz teşekkürlerimle...

Mart 2011

Melek YILMAZ ŞENGÜL

(Fizik Yüksek Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Lepton Çifti Üretimi.....	1
1.2 Fiziksel Parametreler.....	3
1.3 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi.....	5
1.4 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi.....	6
1.5 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Çift Üretimi.....	7
2. TEORİK VARSAYIMLAR	11
2.1 Rölativistik Ağır İyon Çarpışmalarında Kuantum Elektrodinamiği (QED)	11
2.2 Lagranjiyen Alan Teorisi.....	12
2.3 Dirac Alanı	13
2.4 Elektromanyetik Etkileşmeler ve Ayar Dönüşümleri	14
2.5 Fotonlar-Kovaryant Teori	17
2.6 S-Matrisi Açılımı	19
2.7 Pertürbatif Metodlar	25
2.8 Saçılma Parametresine bağlı Tesir Kesiti.....	28
2.9 Birden Fazla Çift Oluşumu	28
2.10 Pertürbatif Olmayan Metodlar	29
3. FORMÜLASYON	31
3.1 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için İkinci Derece Feynman Diyagramlarının Sayısal Hesabı ve Tesir Kesiti İfadesi.....	31
3.2 Saçılma Parametresine bağlı Serbest Çift Üretimi	39
3.3 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı.....	42
3.4 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı.....	42
3.5 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı.....	45
3.6 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabında Kullanılan Diğer Yöntemler	56
3.7 Saçılma Parametresine bağlı Bağlı-Serbest Çift Üretimi	59
3.8 Saçılma Parametresine bağlı Bağlı-Serbest Çift Üretimi Sonuçlarının Diğer Çalışmalarla Kıyaslanması	63
3.9 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı.....	64

4. SAYISAL TEKNİKLER	69
5. SONUÇLAR	73
5.1 Serbest Elektron-Pozitron Çift Üretimi Tesir Kesiti Sonuçları.....	73
5.2 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Serbest Elektron-Pozitron Çift Üretimi Tesir Kesiti Sonuçları.....	73
5.3 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesapları ve Grafikler.....	74
5.4 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesapları ve Grafikler	80
KAYNAKLAR.....	89
EKLER.....	95
ÖZGEÇMİŞ.....	117

KISALTMALAR

RHIC	: Relativistic Heavy Ion Collider (Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı)
LHC	: Large Hadron Collider (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı)
BFPP	: Bound Free Pair Production (Bağlı Serbest Çift Üretimi)
GDR	: Giant Dipole Resonance (Dev Dipol Rezonansı)
AGS	: Alternating Gradient Synchrotron
SPS	: Super Proton Synchrotron
STAR	: Solenoidal Tracker
QED	: Quantum Electrodynamics (Kuantum Elektrodinamiği)
ZDC	: Zero Degree Calorimeter (Sıfır Derece Kalorimetre)
EPA	: Equivalent Photon Approximation (Eşdeğer Foton Yaklaşımı)
H.P.	: Heisenberg Picture (Heisenberg Resmi)
I.P.	: Interaction Picture (Etkileşim Resmi)
S.P.	: Schrödinger Picture (Schrödinger Resmi)
QCD	: Quantum Chromodynamics (Kuantum Kronodinamiği)
CC	: Coupled Channels (Çiftleşmiş kanallar)
PWBA	: Plane Wave Born Approximation (Düzlem Dalga Born Yaklaşımı)
SCA	: Semi-classical Straight Line Approximation (Yarı-Klasik Düz Çizgi Yaklaşımı)
MCD	: Mutual Coulomb Dissociation (Karşılıklı Coulomb Ayrışması)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1.1 : Elektron ve müon için temel birimler ve kritik parametreler.....	4
Çizelge 1.2 : Elektron ve müon çifti üretimi için bazı fiziksel parametreler.....	4
Çizelge 5.1 : RHIC enerjisinde STAR deneyinin kinematik alanında serbest elektron-pozitron çifti üretimi ile beraber gerçekleşen Coulomb uyarılması için, farklı minimum saçılma parametreleri etiketlenmiş tesir kesiti integrallerinin alt sınırı alınarak hesaplanan tesir kesiti değerleri.	74
Çizelge 5.2 : RHIC ve LHC enerjileri için elde edilen bağlı-serbest çift üretim tesir kesiti değerleri.....	75
Çizelge 5.3 : RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmaları için ve LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için hesaplanan serbest ve bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti değerleri.	81
Çizelge 5.4 : RHIC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için etiketlenmemiş ve etiketlenmiş bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti sonuçları, bizim çalışmamız ve Baltz'ın çalışması için görülmektedir.	81
Çizelge 5.5 : RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmalarında ve LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmalarında farklı saçılma parametreleri alt integral sınırı alınarak hesaplanan GDR ile bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti değerleri.	81

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Rölativistik ağır iyon çarpıştırıcılarında elektron-pozitron çifti üretimi. ...	5
Şekil 1.2 : Rölativistik ağır iyon çarpıştırıcılarında, çift üretiminden sonra gerçekleşen e^- yakalanması diyagramı.....	7
Şekil 1.3 : İki iyonun da elektromanyetik uyarılma ile beraber çift üretmesi.	8
Şekil 1.4 : Eşdeğer foton yaklaşımı (EPA- Equivalent photon approximation).....	9
Şekil 1.5 : Karşılıklı Coulomb uyarılması ile elektron-pozitron çifti üretimi.	10
Şekil 2.1 : a) e^-e^+ üretimi için düşük mertebeli Feynman diyagramı b) üç foton değiş-tokuşu içeren diğer düşük mertebeli diyagram c) dört foton değiş-tokuşu içeren diyagram d) iki adet e^-e^+ çift üretimi içeren yüksek katkılı diyagram.....	12
Şekil 2.2: Schwinger'in "kutu" modeli.....	26
Şekil 2.3: Enerji durumlarının elektron denizi için kütle boşluğundan parçacık uzayına elektron denizinde boşluk bırakarak (pozitron) tünellemesi.....	27
Şekil 3.1 : Çarpışan iki ağır iyonun geometrik gösterimi.	33
Şekil 3.2 : Ağır iyon çarpışmasında çift oluşumu için (a) doğrudan ve (b) çapraz Feynman diyagramları.	36
Şekil 3.3 : $\mathcal{F}(q)/\mathcal{F}(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak görülmektedir... 41	41
Şekil 3.4 : Ağır iyon çarpışmalarında iki foton işlemi, serbest çift üretimi ile beraber gerçekleşen dev dipol rezonansı görülmektedir.....	43
Şekil 3.5 : Ağır iyon çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çifti oluşumu için düşük derece Feynman diyagramları. Hedef durum T içinde elektron yakalanması ile çift üretimi için (i) doğrudan ve (ii) çapraz Feynman diyagramları.	48
Şekil 3.6 : RHIC enerjisinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	62
Şekil 3.7 : LHC enerjisinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	62
Şekil 3.8 : RHIC enerjisinde $Au+Au$ çarpışmaları için saçılma parametresinin fonksiyonu olarak pozitron üretim olasılığı.	64
Şekil 3.9 : Ağır iyon çarpışmaları sonucu iki foton reaksiyonunda bağlı-serbest çift üretimi ile beraber gerçekleşen dev dipol rezonansı.	65
Şekil 5.1 : Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti nükleer yükün (Z) fonksiyonu olarak iki farklı sistem için görülmektedir.	75
Şekil 5.2 : Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitleri γ 'nın fonksiyonu olarak iki farklı sistem için ($Au + Au$ - kesikli çizgi ve $Pb + Pb$ - düz çizgi) görülmektedir.	76
Şekil 5.3 : RHIC ve LHC enerjilerinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.	77

Şekil 5.4 : RHIC ve LHC enerjilerinde boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	78
Şekil 5.5 : RHIC ve LHC enerjilerinde enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	79
Şekil 5.6 : RHIC ve LHC enerjilerinde hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti.	79
Şekil 5.7 : Saçılma parametresinin fonksiyonu olarak RHIC’de $Au + Au$ iyonlarının çarpışması sonucu pozitron üretim olasılığı.....	82
Şekil 5.8 : Saçılma parametresinin fonksiyonu olarak LHC’de $Pb + Pb$ iyonlarının çarpışması sonucu pozitron üretim olasılığı.....	82
Şekil 5.9 : RHIC enerjisindeki $Au+Au$ çarpışmalarında $InIn$ ve $XnXn$ etiketlenmiş durumları için saçılma parametresinin fonksiyonu olarak pozitron üretim olasılığı.....	83
Şekil 5.10 : RHIC enerjisinde, enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	84
Şekil 5.11 : LHC enerjisinde, enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.	84
Şekil 5.12 : RHIC enerjisinde, boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	85
Şekil 5.13 : LHC enerjisinde, boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	85
Şekil 5.14 : RHIC enerjisinde, dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	86
Şekil 5.15 : LHC enerjisinde, dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti.....	87
Şekil 5.16 : RHIC enerjisinde, hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti.	87
Şekil 5.17 : LHC enerjisinde, hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti.	88
Şekil G.1.: Rölativistik ağır iyonların geçişi ile indüklenen proton ve nötronların titreşimleri.	115

SEMBOL LİSTESİ

γ	: Lorentz faktörü
Z	: İyon yükü
b	: Saçılma parametresi
$\hbar$	: Planck sabiti
ω_{kritik}	: Kritik frekans
m	: Lepton çifti kütlesi
c	: Işık hızı
E_{kritik}	: Kritik elektrik alan
U	: Potansiyel enerji
ϕ	: Potansiyel terim
E_{maksimum}	: Maksimum elektrik alan
E_{Coulomb}	: Coulomb elektrik alan
ω_{maksimum}	: Maksimum frekans
β	: Işık hızı boyutunda ağır iyonların hızı
λ_C	: Compton dalga boyu
σ_{serbest}	: Serbest elektron-pozitron çift üretimi için tesir kesiti
σ_{BFPP}	: Bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi için tesir kesiti
q^μ	: Değiş-tokuş fotonlarının dörtlü momentumu
$p'_\perp$	: Değiş-tokuş fotonlarının dik momentumu
p'_z	: Değiş-tokuş fotonlarının boylamsal momentumu
ω'	: Değiş-tokuş fotonlarının enerjisi
Q^2	: Foton sanallığı
R_{Au}	: Altın iyonlarının yarıçapı
$d\sigma_{e^+e^-}/dp_{e^-}$	: Elektronun momentumuna bağlı diferansiyel serbest elektron-pozitron tesir kesiti
$d\sigma_{e^+e^-}/dp_{e^+}$	: Pozitronun momentumuna bağlı diferansiyel serbest elektron-pozitron tesir kesiti
$\psi(x)$	: Spinör dalga fonksiyonu
$\vec{a}$	: Spinör bileşenlerini ve matris elemanlarını temsil eden 1,...,4 şeklinde indis
γ^μ	: Dirac matrisi
$\bar{\psi}(x)$	: Eklenmiş (adjoint) alan
L	: Lagranjiyen yoğunluğu
$\phi(x)$	: Skaler potansiyel
$\vec{A}(x)$	: Vektör potansiyeli

q	: Yük
L_0	: Serbest Dirac alanının Lagranjiyen yoğunluğu
L_I	: Etkileşim Lagranjiyen yoğunluğu
L_{rad}	: Radyasyon alanından gelen Lagranjiyen yoğunluğu
$F^{\mu\nu}$	: Anti-simetrik alan tensörü
$s^\mu(x)$	: Yük-akım yoğunluğu
$\rho(x)$	: Yük yoğunluğu
$\vec{j}(x)$	: Akım yoğunluğu
$\pi^\mu(x)$	: Birleşik (conjugate) alanlar
N	: Normalizasyon sabiti
H	: Sistemin toplam Hamiltonyeni
H_0	: Serbest alan Hamiltonyeni
H_I	: Etkileşim Hamiltonyeni
$ \varphi(t)\rangle$	: Etkileşim resminde (I.P.) sistemin zamana bağlı durum vektörü
H_0^S	: Schrödinger resminde (S.P.) serbest alan Hamiltonyeni
H_I^S	: Schrödinger resminde (S.P.) etkileşim alan Hamiltonyeni
S	: Geçiş matris elemanı
$\alpha \approx 1/137$	: İnce yapı sabiti
$P(b)$	: Bir adet çift üretme olasılığı
$P_N(b)$	: b saçılma parametresindeki çarpışmalarda N adet çift üretme olasılığı
$\sigma_{N_{cift}}$	: N adet çiftin tesir kesiti
$\Phi(t)$	: Zamana bağlı bir çok sayıda elektronun durumunu temsil eden dalga fonksiyonu
$K(t, -\infty)$	: Zaman içinde durumların evrimleşmesinden sorumlu olan operatör
A^μ	: Dört vektör potansiyeli
σ_s	: Toplam tekil tesir kesiti
σ_p	: Çift için tesir kesiti
$N_s(b)$	: Üretilen elektronların tekil çeşitliliği
$N_p(b)$	: Üretilen elektronların çift çeşitliliği
k	: Dirac denizinin üzerindeki parçacıklar
q	: Dirac denizinin içindeki parçacıklar
$\chi_k^{(+)}$	: Serbest elektron dalga fonksiyonu
$\chi_q^{(-)}$	: Serbest pozitron dalga fonksiyonu
$\chi_p^{(s)}$	: Ara durum dalga fonksiyonu
$E_k^{(+)}$	: Elektronun enerjisi
$E_q^{(-)}$	: Pozitronun enerjisi
$E_p^{(s)}$	: Ara durum enerjisi
ω	: Frekans

$\mathbf{p}_z$	: Ara durumun paralel momentumu
$\mathbf{k}_z$	: Elektronun boylamsal momentumu
$\mathbf{q}_z$	: Pozitronun boylamsal momentumu
$\mathbf{p}_\perp$	: Ara durumun dik momentumu
$\mathbf{k}_\perp$	: Elektronun dik momentumu
$\mathbf{q}_\perp$	: Pozitronun dik momentumu
$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \omega)$	: Momentum uzayında hareket eden ağır iyonların elektromanyetik alanının skaler kısmı
$\mathbf{G}_E(\mathbf{q}^2)$	: Nükleonun form faktörü
$\mathbf{f}_Z(\mathbf{q}^2)$	: Çekirdeğin form faktörü
ω_1	: 1 numaralı iyon alanına eşlik eden frekans
ω_2	: 2 numaralı iyon alanına eşlik eden frekans
τ	: Ara durum foton hatlarını giden elektron-pozitron hatlarıyla ilişkilendiren geçiş genliği
$\mathbf{u}_{\sigma_p}^{(s)}$	: $\chi_p^{(s)}$ durumunun spinör kısmı
$\mathbf{u}_{\sigma_k}^{(+)}$	: $\chi_k^{(+)}$ durumunun spinör kısmı
$\mathbf{u}_{\sigma_q}^{(-)}$	: $\chi_q^{(-)}$ durumunun spinör kısmı
$\mathcal{A}^{(\pm)}(\mathbf{k}, \mathbf{q} : \mathbf{p}_\perp)$	: $\mathcal{F}(q, \omega)$, τ kısımlarını içeren kısaltma terimi
S_{12}	: S matrisinin doğrudan terimi
S_{21}	: S matrisinin çapraz terimi
a	: $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonunun eğimi, değeri $1.35\lambda_c$
σ_T	: Toplam tesir kesiti
$\mathbf{P}_{e^-e^+}(\mathbf{b})$	: Serbest elektron-pozitron çifti üretme olasılığı
$\sigma_{e^-e^+}$	: Üretilen elektron-pozitron çiftlerinin tesir kesiti
$\mathbf{P}_{\text{GDR}}(\mathbf{b})$	: Saçılma parametresinin fonksiyonu olarak eşzamanlı nükleer uyarılma olasılığı
$\sigma_{e^-e^+}^{\text{GDR}}$	: Elektron-pozitron çift üretimi ile aynı anda gerçekleşen nükleer ayrılma için toplam tesir kesiti
m_N	: Nükleon kütlesi
N	: İyonun nötron sayısı
Z	: İyonun proton sayısı
A	: İyonun kütle numarası
ω_{GDR}	: GDR durumunun enerjisi
$\Psi^{(-)}$	: Yakalanmış elektron için dalga fonksiyonu
$\Psi_{\text{non-r}}(\mathbf{r})$	: Yakalanmış elektron için alınan dalga fonksiyonunun rölativistik olmayan kısmı
a_H	: Hidrojenin Bohr yarıçapı
$\Psi_q^{(+)}$	: Serbest pozitron için kullanılan düzlem dalga fonksiyonu
Ψ'	: Çekirdeklerden birinin yükünün neden olduğu bozukluğu (distortion) düzeltmek için eklenmiş olan bir düzeltme terimi

N_+	: Normalizasyon sabiti
V_a	: a çekirdeğinin potansiyelinin momentum uzayındaki skaler bileşeni
V_b	: b çekirdeğinin potansiyelinin momentum uzayındaki skaler bileşeni
A_a	: a çekirdeğinin potansiyelinin momentum uzayındaki 4-vektör bileşenleri
A_b	: b çekirdeğinin potansiyelinin momentum uzayındaki 4-vektör bileşenleri
$\chi_p^{(+)}$	: Ara durum pozitif dalga fonksiyonu
$\chi_p^{(-)}$	: Ara durum negatif dalga fonksiyonu
$u_{\sigma_p}^{(+)}$	: $\chi_p^{(+)}$ durumunun spinör kısmı
$u_{\sigma_p}^{(-)}$	: $\chi_p^{(-)}$ durumunun spinör kısmı
p_0	: Ara durumun enerji terimi
$E^{(-)}$	: Yakalanmış elektronun enerjisi
$E_q^{(+)}$	: Serbest pozitronun enerjisi
$\vec{Q}$	: İntegrasyon parametresi
$\vec{K}$	: İntegrasyon parametresi
$P_{BFPP}(\mathbf{b})$	: Bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretme olasılığı
$P_{C(1n)}(\mathbf{b})$	: Dev dipol rezonansı uyarılması ile bir nötron yayınlanması olasılığı
$P_{C(Xn)}(\mathbf{b})$	: En az bir Coulomb uyarılma olasılığı
$P_{no\ had.}(\mathbf{b})$	: Çekirdekler arasında hadronik etkileşme olmaması olasılığı
σ_{BFPP}^{GDR}	: Bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi ile aynı anda gerçekleşen dev dipol rezonansı tesir kesiti
y	: Hızlılık (Rapidity)

RÖLATİVİSTİK AĞIR İYON ÇARPIŞMALARI SONUCU PARÇACIK ÜRETİMİ

ÖZET

Ağır iyon çarpıştırıcılarında atom numarası büyük olan ağır iyonlar, rölativistik hızlarda çevresel çarpışmalar yaparlar. Oluşan bu güçlü elektromanyetik alanda çok sayıda parçacık anti-parçacık çifti üretilir ve üretilen parçacıklar da birçok fiziksel olayın kaynağıdır. Tamamen iyonize edilmiş ağır iyonlar kütle merkezi çerçevesinde nükleon başına 100 GeV ve 3400 GeV enerji ile sırasıyla Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı (Relativistic Heavy Ion Collider-RHIC)'nda ve Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (Large Hadron Collider-LHC)'nda çarpıştırılmaktadır. Ağır iyonlar etrafında Lorentz boyca kısalmasına uğrayan çok şiddetli elektromanyetik alanlar elektron-pozitron çiftleri, müon anti-müon çiftleri, vektör bozon çiftleri, zayıf vektör bozon çiftleri ve henüz gözlemlenememiş olan Higgs bozonları gibi çok sayıda parçacık anti-parçacık çifti üretir. Bu parçacıkların, özellikle EM alandan üretilen lepton çiftlerinin, kuark-gluon plazma fazından gelen sinyalleri gizlediği düşünülmektedir. Bu çalışmada, güçlü elektromanyetik alanda üretilen serbest ve bağlı-serbest elektron-pozitron çiftleri üzerinde çalışılmıştır.

Ultra-rölativistik ağır iyon çarpışmalarında, iyon demetinin azalmasına neden olan iki adet baskın elektromanyetik olay vardır. Bunlardan biri, serbest olarak üretilen elektron-pozitron çiftinden, elektronun ağır iyonlardan biri tarafından kapılması ile gerçekleşen ve pozitronun hareketine serbestçe devam ettiği bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi (Bound Free Pair Production-BFPP) dir. Çarpışan iyonlardan biri tarafından yakalanan elektron, iyonların yük ve kütlelerinin değişimine ve iyon demetinden atılmasına neden olmaktadır. Elektronun yakalanma sürecinin hesaplanması, iyon demetinin yaşam süresi açısından önemlidir.

İyon demetinin azalmasına neden olan diğer elektromanyetik olay ise, dev dipol rezonansı (Giant Dipole Resonance-GDR)'dır. Dev dipol rezonansında, Coulomb kuvveti çekirdeği ayırıştırır, protonlar ve nötronlar karşılıklı olarak salınım yaparlar. Sonuç olarak nötronlar iyon demetinden atılır. Uyarılmış iyonlar bir ya da birden fazla nötron yayınlamak bozunur ve bu nötronlar Sıfır Derece Kalorimetre (Zero Degree Calorimeter-ZDC)'ler tarafından dedekte edilir.

Bu tez çalışmasında, yarı-klasik yaklaşım kullanarak, rölativistik ağır iyon çarpışmaları sonucunda üretilen bağlı-serbest elektron-pozitron çifti için tesir kesitini, düşük mertebede pertübatif Kuantum Elektrodinamiği (Quantum Electrodynamics-QED)'nin çerçevesinde hesapladık. Analitik olarak elde ettiğimiz integralleri hesaplamak ve tam sonuçları elde etmek için Monte Carlo metodu kullandık. Hesaplamalar, sayısal integrallerin teorik değerlerle uygun yaklaşımı sağlaması için rastgele seçilen on milyon nokta için yapılmıştır. Hesaplamalardaki toplam sayısal hatalar yaklaşık olarak yüzde beş veya yüzde beşten daha küçüktür.

Bu tez çalışmasında, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesiti RHIC ve LHC enerjileri için hesaplanmıştır. Bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için

pertürbatif QED metodları kullanılarak elde edilen analitik integraller, Monte Carlo metodu ile sayısal olarak sonuçlandırılmıştır. Bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için elde ettiğimiz tesir kesiti sonuçları, daha önceki yıllarda farklı metodlar kullanılarak hesaplanan tesir kesiti sonuçları ile kıyaslanmış ve yorumlanmıştır. Bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için sayısal olarak hesaplanan sonuçlar, daha önceki çalışmalarda yorumlanmamış olan grafiklerle (pozitronların diferansiyel tesir kesiti dik momentumun, boylamsal momentumun, enerjinin ve hızlılığın (rapidity) fonksiyonu olarak çizilerek) açıklanmıştır.

Bu tez çalışmasında ayrıca, saçılma parametresine bağlı, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretilme olasılığı RHIC ve LHC enerjisinde, elektromanyetik etkileşmenin olmadığı durum için hesaplanmıştır. Daha önceki çalışmalarda RHIC enerjisi için elde edilen olasılık değerleri kullanılarak, bu değerler için saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonu ifadesi türetilmiştir. İlk defa elde edilen saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonu ifadeleri karşılaştırılmıştır ve yorumlanmıştır.

Literatürde daha önce hesaplanmamış olan dev dipol rezonansı ile aynı anda gerçekleşen bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesiti değerleri RHIC ve LHC enerjisinde tek nötron yayınlanması ($1n$) ve herhangi bir sayıda nötron yayınlanması (Xn) durumları için hesaplanmıştır. Dev dipol rezonansı ile aynı anda gerçekleşen bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesiti değerleri grafiklerle (pozitronların diferansiyel tesir kesiti nükleer etkileşmenin olmadığı durum (etiketlenmemiş-untagged), $1n1n$ 'e uyarılma durumu ve $XnXn$ 'e uyarılma durumu (etiketlenmiş-tagged) için enerjinin, boylamsal momentumun, dik momentumun ve hızlılığın (rapidity) fonksiyonu olarak çizilerek) açıklanmıştır. Bu yapılan teorik çalışmaların yakın bir gelecekte LHC'de yapılan deneylerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması planlanmaktadır.

PARTICLE PAIR PRODUCTION FROM RELATIVISTIC HEAVY ION COLLISIONS

SUMMARY

In relativistic heavy ion colliders, heavy ions that have a large charge make peripheral collisions at relativistic velocities. Because of the strong electromagnetic fields, pairs are produced and these are the reasons of many physical events. The fully ionized heavy ions collide with energies 100 GeV and 3400 GeV per nucleon, in their center of mass frames at Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) and Large Hadron Collider (LHC), respectively. Lorentz contracted strong electromagnetic fields are formed around the ions and from these electromagnetic fields large numbers of different particles such as electron-positron pairs, muon pairs, vector bosons, weak vector bosons and may be the Higgs particles are produced. It is thought that these particles especially lepton pairs that are produced from electromagnetic fields may mask the signals coming from the quark-gluon plasma phase. In this work, we have focused on the free and bound-free electron-positron pair that are produced in strong electromagnetic fields.

In ultra-relativistic heavy ion collisions, there are two dominant processes that restrict the luminosity of the ion beams. One of them is bound-free electron-positron pair production (BFPP) that occurs with the capture of the electron after the free electron-positron pair production and the positron goes his way freely. Captured electron by one of the colliding ions leads to a change in the charge and mass of the ions and causes the ion to fall out of the beam. The calculation of the electron capture process is important for the lifetime of the beam.

The other process that restricts the luminosity of the ion beams is giant dipole resonance (GDR). In the GDR, the Coulomb force dissociates the nucleus where the protons and neutrons oscillate against each other. Then, the neutrons fall out of the beam. The excited ions decay by emission of one or more neutrons and these neutrons are detected in the forward Zero Degree Calorimeter (ZDC).

In this thesis, using the semi-classical approximation, we calculate the cross section for bound-free electron-positron pair production in relativistic heavy-ion collisions in the framework of perturbative quantum electrodynamics (QED) at the leading order. To evaluate the analytically obtained integrals and reach the accurate values, Monte Carlo techniques are utilized. The integrands are tested on about ten million random points to ensure a sufficient convergence of our theoretical results. The total numerical errors in the computations is estimated to be less than or equal to five percent.

In this thesis, BFPP cross sections for RHIC and LHC energies are calculated. Firstly, we obtain analytical integrals for BFPP by using perturbative QED methods and then we reach the numerical solutions by using Monte Carlo methods. We compare and comment our BFPP cross section results with the cross section results that are reached by using different methods in the past years. The obtained numerical

BFPP results are explained with the graphs (for the differential cross sections of the produced positrons as function of the transverse momentum, longitudinal momentum, energy and rapidity) that are not interpreted in the other articles before.

In this thesis, we also calculate the impact parameter dependent bound-free electron-positron pair production probability with no electromagnetic interaction for RHIC and LHC energies. By using the data of the other works for BFPP probability for RHIC energy, we obtain the impact parameter dependent BFPP probability function. These two impact parameter dependent BFPP probability functions that are obtained for the first time are compared and interpreted.

We calculate the BFPP cross sections with GDR for RHIC and LHC energies for the one neutron emission ($1n$) and for any number of neutron emission (Xn) states that are not calculated in the literature before. The BFPP cross sections with GDR results are explained (the differential cross section as function of the energy, longitudinal momentum, transverse momentum and rapidity of the produced positrons for the BFPP without nuclear excitation (untagged), the BFPP with $1n1n$ excitation and the BFPP with $XnXn$ excitation (tagged) states) with graphics. In the near future, we are planning to compare these obtained theoretical results with the experimental results that will be reached in LHC.

1. GİRİŞ

1.1 Lepton Çifti Üretimi

Rölativistik ağır iyonların çevresel çarpışmaları birçok fiziksel olayın kaynağı olduğu için, bu konu ile ilgili birçok teorik ve deneysel çalışmalar yapılmıştır. Bunların en ilgi çekenlerinden biri, ağır iyon çarpıştırıcılarında, atom numarası büyük olan çekirdeklerin güçlü elektromanyetik alan sonucu çift üretmesidir [1]. Örneğin; Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı (Relativistic Heavy Ion Collider-RHIC)'nda tamamen iyonize edilmiş ağır iyonlar kütle merkezi referans çerçevesinde nükleon başına 100 GeV enerji ile çarpıştırılmaktadır. Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (Large Hadron Collider-LHC)'nda bu ağır iyonların kütle merkezi referans çerçevesinde nükleon başına 3400 GeV enerji ile çarpıştırılması planlanmaktadır. Bu deneylerin temel amacı, maddenin kuark-gluon plazma halini yaratmak ve bunun arkasında yatan fiziği incelemektir. Maddenin bu halinin, evrenin oluşumu sırasında ilk birkaç mikrosaniyelik zaman diliminde var olduğu düşünülmektedir [2]. Ultrarölativistik ağır iyonların, maddenin kuark-gluon plazma halini, merkezsel yada merkeze yakın çarpışmalar sonucu oluşturduğu düşünülür. Bu merkezsel çarpışmalar sırasında termodinamik koşulların yeterli olduğu durumlarda, çok kısa süreli plazma durumu içinde, kuark ve gluonların birleşiminden baryon ve mezonlar oluşabilir. Hadronik etkileşmelerden üretilen lepton çiftleri, özellikle elektron-pozitron ve müon anti-müon çiftleri, maddenin oluşumunu ve kuark-gluon plazma fazından maddeye olan bozunumu (QCD phase transition) gözlemlemek için bize yardımcı olmaktadır. Bu tür çarpışmalarda, lepton-hadron son durum etkileşmeleri genellikle küçüktür, bu nedenle, leptonlar yaratıldıkları uzay-zaman bölgesi ile ilgili doğrudan bilgiler taşırlar [3].

Ağır iyonlar rölativistik hızlarda çarpıştıklarında, ağır iyonlar etrafında Lorentz boyca kısalmasına uğrayan çok şiddetli elektromanyetik alanlar oluşur. Bu alanlardan çok sayıda elektron-pozitron çiftleri, müon çiftleri, vektör bozonları, zayıf vektör bozonları veya henüz gözlemlenememiş olan Higgs bozonları üretilir [3]. Lepton çiftlerinin elektromanyetik olarak üretiminin, kuark-gluon plazma fazından

gelen sinyalleri gizlediği düşünülmektedir. Elektromanyetik olarak üretilen lepton çiftlerinin detaylı olarak incelenmesi, kuark-gluon plazma fazı ile ilgili daha derinlemesine bilgi edinmemize yardımcı olur. Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı (RHIC)'nın da temel amacı, maddenin kuark-gluon plazma halini oluşturmak ve bunu incelemektir [4].

Ağır iyon çarpışmalarında çekirdeğin yükü ile ince yapı sabitinin çarpımı olan $Z\alpha$ değerinin küçük olmaması ve çarpışma esnasında çok büyük elektromanyetik alanların meydana gelmesinden dolayı, çok sayıda çapraz foton içeren süreçler uyumlu lepton çifti oluşumuna neden olur. Ağır kütleli elektron-pozitron çiftlerinin oluşumu üzerinde çalışırken, uzun erimli elektromanyetik oluşum genellikle pertürbatif metotlar ile incelenir. Eşdeğer foton veya Weizsäcker-Williams yaklaşımı, bunun için geniş kapsamda uygulanmıştır. Bu metotta, pertürbasyon serilerindeki en düşük mertebeli sıfırdan farklı terimlerin, iki ara fotonlu diyagramları temsil ettiği ve bu terimlerin elektromanyetik oluşum fenomenini açıklamak için yeterli olduğu kabul edilir. Buna ek kabullerden biri de, fotonların kabuk içinde (on-shell) (gerçek) olmasıdır [2]. Fakat bu metot, saçılma parametresinin leptonun Compton dalga boyundan küçük olduğu değerlerde uygulanabilirliğini kaybeder. Bu aralık üzerinde ayrıntılı bir çalışma, pertürbatif olmayan etkiler açısından da son derece önemlidir [5].

Saçılma parametresi b , nükleer yarıçapın R iki katından küçük olduğu durumlarda, deneycilerin en çok ilgisini çeken hadronik etkileşmeler oluşur. Çevresel çarpışmalarda $b > 2R$ olur yani saçılma parametresi b , nükleer yarıçapın R iki katından büyüktür. Foto-nükleer reaksiyonlar ve elektromanyetik etkileşmeler çevresel çarpışmalar ile dedekte edilebilir [6-9]. RHIC ve LHC'de olduğu gibi ultra-rölativistik ağır iyon çarpışmalarında, iyon demetinin azalmasına neden olan iki adet baskın elektromanyetik olay vardır, bunlar; bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi (Bound Free Pair Production-BFPP) ve dev dipol rezonansı (Giant Dipole Resonance-GDR)'dır. Bu iki işlemde de, her iyon diğer iyonun Lorentz boyca kısalmasına uğramış yarı-klasik EM alanı ile etkileşir. Bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretiminde, elektron, çarpışan iyonlardan biri tarafından kapılır ve bu demetten iyon yitirilmesine neden olur. Ayrıca, iyonun yükünü değiştirir ve demetten atılması ile sonuçlanır [1,10-18]. Dev dipol rezonansında, iyonlar yayınladıkları fotonlarla birbirlerini uyarırlar. Coulomb kuvveti çekirdeği ayırıştırır, protonlar ve

nötronlar karşılıklı olarak salınım yaparlar. Daha sonra nötronlar çekirdekten ayrılırlar. Bu işlemlerin her biri, RHIC'teki $Au+Au$ çarpışmaları ve LHC'deki $Pb+Pb$ çarpışmaları için iyon demetinin sürekliliğinin azalmasına neden olur [19,20].

Tüm bu işlemler neredeyse atomik uzunluk skalasında gerçekleşir ve burada bahsedilen güçlü etkileşmeler atomik, nükleer ve parçacık fiziğinin konusunu içermektedir.

1.2 Fiziksel Parametreler

Rölativistik ağır iyon çarpışmalarında elektromanyetik alanlar, nükleon başına demet kinetik enerjisi ve iyon yükü Z 'ye yaklaşık olan Lorentz faktörü γ ile orantılıdır. Bu parametreler, saçılma parametresi b ile çarpışmadaki uygun alanları tanımlar. Ağır iyonlar tarafından elektromanyetik olarak parçacık üretiminin özelliği, daha önceki çalışmalarda da belirtildiği gibi, çarpışan çiftlerin tüm bileşen yüklerinin uyumlu aksiyon boyunca Z^4 artışı eğiliminde olmasıdır. Alanların sinyali güçlü bir şekilde b/γ genişliğiyle zamana bağlıdır ve bununla beraber oldukça büyük parçacık üretim olasılığına neden olan büyük Fourier bileşenleri içerirler. Uyumlu parçacık üretimi çevresel çarpışmalarda net bir şekilde en çok fark edilenidir. Lepton çifti yaratılması için gerekli olan eşik enerjisi $\hbar \omega_{kritik}$ şu ifadeye eşit olmalıdır;

$$\hbar \omega_{kritik} \approx 2 m c^2. \quad (1.1)$$

Eşik elektrik alan E_{kritik} şu bağıntı ile elde edilebilir;

$$U = e\phi = e\vec{E}_{kritik} \cdot \vec{d} \quad (1.2)$$

$$U = e E_{kritik} \left(2 \frac{\hbar}{m c} \right) = 2 m c^2 \quad (1.3)$$

burada d değerinin, üretilen leptonlar için tipik uzaklık skalasının (Compton dalga boyu) iki katı olduğu farz edilmiştir. Bununla beraber, m kütlesinde lepton çifti yaratmak için gerekli olan kritik elektrik alan şiddeti, şu basit yaklaşım ile ifade edilebilir;

$$E_{kritik} \approx \frac{(mc^2)^2}{(e\hbar c)}. \quad (1.4)$$

Hareketli ağır iyonların elektromanyetik alanı için maksimum Fourier frekansı ve maksimum alan büyüklüğü yaklaşımı şu şekilde yazılabilir;

$$E_{maksimum} = E_{Coulomb} \cdot \gamma \approx \frac{Ze\gamma}{b^2} \quad (1.5)$$

$$\hbar \omega_{maksimum} \approx \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{(\hbar c) \gamma \beta}{b}, \quad (1.6)$$

burada b çarpışmanın saçılma parametresi ve β ışık hızı biriminde ağır iyonların hızıdır.

Çizelge 1.1 : Elektron ve müon için temel birimler ve kritik parametreler.

	$m_0 c^2 (MeV)$	$\lambda_c (fm)$	$\tau_c (saniye)$	$\hbar \omega_{kritik} (MeV)$	$E_{kritik} (V / m)$
Elektron ($e^\pm$)	0.511	386.2	1.287×10^{-21}	1.022	1.32×10^{18}
Müon ($\mu^\pm$)	105.7	1.868	6.226×10^{-24}	211.4	5.66×10^{22}

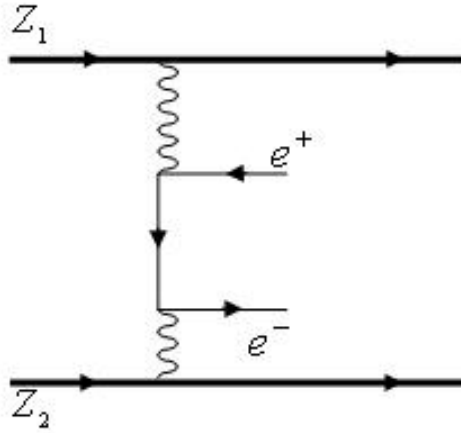
Çizelge 1.1’de, elektron ve müon için temel birimler ve kritik fiziksel parametreler görülmektedir ve Çizelge 1.2’de, tipik hızlandırıcılar için geçerli olan elektromanyetik alanların maksimum alan gücü $E_{maksimum}$ ve maksimum Fourier frekansı $\omega_{maksimum}$ görülmektedir. RHIC enerjilerindeki bu parametrelerin Bevalac, Alternating Gradient Synchrotron (AGS) ve CERN’deki Super Proton Synchrotron (SPS)’e göre oldukça büyük olduğu açık bir şekilde görülmektedir ve böylece lepton çifti üretimi uygun olasılıklarda gerçekleşir [21].

Çizelge 1.2 : Elektron ve müon çifti üretimi için bazı fiziksel parametreler. Burada, Au^{+79} ağır iyonu ve saçılma parametresi b bir Compton dalga boyuna karşılık gelen lepton için seçilmiştir.

Fiziksel Parametreler	Bevalac	AGS	SPS	RHIC
γ	2	16	200	2×10^4
$\hbar \omega_{maksimum} (MeV)$	1	8	100	1×10^4
$E_{maksimum} (V / m)$	1.5×10^{18}	1.2×10^{19}	1.5×10^{20}	1.5×10^{22}
$\omega_{maksimum} / \omega_{kritik} (e^\pm)$	1	8	100	1×10^4
$E_{maksimum} / E_{kritik} (e^\pm)$	1.2	9.3	120	1.2×10^4
$\omega_{maksimum} / \omega_{kritik} (\mu^\pm)$	0.1	0.9	12	1.2×10^3
$E_{maksimum} / E_{kritik} (\mu^\pm)$	0.016	0.13	1.6	160

1.3 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi

Bu kısımda, ağır iyonların çevresel çarpışmaları sonucu üretilen elektron-pozitron çiftlerinden bahsedilecektir. Elektron-pozitron çifti üretimi, RHIC’de bulunan STAR dedektöründe $Au+Au$ iyonlarının çevresel çarpışmaları ile gözlemlenmiştir. RHIC’te birçok deneyde hadronik çarpışmalar göz önüne alınmış olsa da, biz bu çalışmamızda Au iyonlarının sadece uzun erimli kuvvetler ile etkileştiği çevresel çarpışmalar üzerine odaklanacağız. Elektron-pozitron çiftleri, Au iyonları tarafından yayınlanan sanal foton alanlarının tamamen elektromanyetik etkileşmesinin ürünüdür. İki fotonu elektron-pozitron çiftine dönüştüren işlem, deneysel olarak 100 GeV ’e varan çift enerjileri için, yüksek hassaslıkla kuantum elektrodinamiği (QED) kullanılarak yapılmıştır. Şekil 1.1’de, çift üretim olayı görülmektedir [22].



Şekil 1.1 : Rölativistik ağır iyon çarpıştırıcılarında elektron-pozitron çifti üretimi.

Şekil 1.1 yardımıyla serbest çift üretim olayını şu şekilde ifade edebiliriz;

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1 + Z_2 + e^- e^+. \quad (1.7)$$

RHIC’te gerçekleşen bu olayda, Au ($Z=79$) iyonlarının proton bileşenlerinin alanları uyumlu (coherent) bir şekilde toplanır ve elektromanyetik alan gücü skalası Z^2 şeklinde davranır ve etkileşim hızı Z^4 şeklindedir [22]. Serbest parçacık üretimi ile ilgili yapılan bir çok çalışmada tesir kesitinin davranışı şu şekilde gözlenmiştir [23], burada, Z_1 ve Z_2 iyonların yük numarası ve γ Lorentz faktörüdür,

$$\sigma_{serbest} \propto Z_1^2 Z_2^2 \ln^3\left(\frac{\gamma}{4}\right). \quad (1.8)$$

Bununla beraber, RHIC çok büyük iki foton etkileşim hızı üretir. Ayrıca, alan bağlantı sabiti Au iyonlarının yükü ile ölçeklenir, $Z\alpha \approx 0.6$ şeklindedir ve foton-foton etkileşimleri güçlü etkileşim rejimine girer [22]. Biz elektron-pozitron üretiminin tesir kesitini bu rejimde ölçümlüyoruz.

1.4 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi

Bağlı-serbest çift üretim olayı, atom ve iyonların rölativistik olarak çarpışmaları sonucu meydana gelen yeni bir yöntem çeşididir. Elektron-pozitron çiftinin üretiminde, elektron serbest durumda üretilmez, iyonlardan birine bağlı durumda olur. Bu durumu şöyle betimleyebiliriz [6],

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow (Z_1 + e^-)_{1s_{1/2}, \dots} + Z_2 + e^+. \quad (1.9)$$

Bağlı-serbest parçacık üretimi ile ilgili yapılan bir çok çalışmada tesir kesitinin davranışının şu şekilde olacağı belirtilmiştir [10,11,24-26],

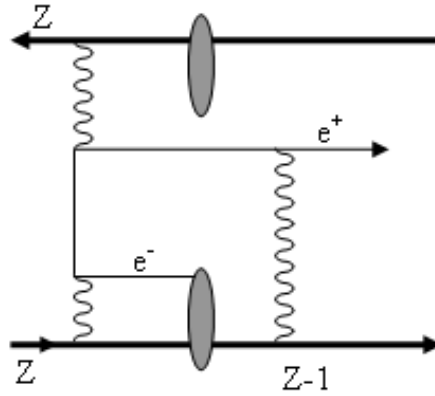
$$\sigma_{BFPP} \propto Z_1^5 Z_2^2 \ln\left(\frac{\gamma}{\Delta}\right), \quad (1.10)$$

burada, Z_1 elektronu kapalı iyonun ve Z_2 diğer iyonun yük numarasıdır. Δ yavaş değişen bir parametredir.

Bu yöntem, iyonun yük durumunu değiştirmektedir. Bu durumda, belirli bir yarıçapta hızlanan iyonların, elektron yakaladıktan sonra yük ve kütle oranı değişmekte ve iyonun yörüngesinden sapmasına neden olmaktadır. Yük-kütle oranının değişiminden dolayı bu iyon, sürekli dönen hüzmeye kaybolabilir ve parlaklığı ciddi bir şekilde etkilenebilir. Bu ise iyon demetinin ömrünün sürekliliği açısından önemlidir. Elektronun iyon tarafından yakalanma süreci ve lepton çift oluşum sürecinin detaylı olarak hesaplanması, iyon demetinin sürekliliğinin korunmasına da büyük ölçüde yardımcı olur [27-29].

Elektromanyetik ayrılma olayı ile beraber, ağır iyonlar kullanıldığı zaman bu yöntem, Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı'nda (RHIC) ve CERN'de bulunan Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) baskın bir hüzmeye kaybı yöntemidir [24]. Bu yöntemin daha dikkat çekici uygulamalarından biri, rölativistik anti-proton hüzmelerini kullanarak anti-hidrojen atomlarının üretilmesidir [1]. Anti-hidrojen son yıllarda anti-protonların iyonlarla çarpışması sonucu üretilmektedir [30]. Şekil 1.2'de

görüldüğü gibi üretilen pozitron, anti-proton yörüngesinde yakalanır ve anti-hidrojen atomu üretilir [1].

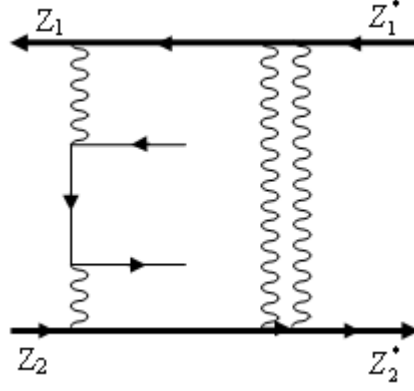


Şekil 1.2 : Rölativistik ağır iyon çarpıştırıcılarında, çift üretiminden sonra gerçekleşen e^- yakalanması diyagramı [1].

1.5 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Çift Üretimi

İyon demetinin sürekliliğine zarar veren bir diğer mekanizma ise, ağır iyonların Coulomb ayrılmasıdır. Bu olay sırasında Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı'nda (RHIC) elektromanyetik uyarılmayı, Dev Dipol Rezonansı (Giant Dipole Resonance-GDR) takip eder [3]. RHIC'teki STAR Deneyi Topluluğu, son zamanlarda çarpışmalarda çift üretim olayıyla beraber, iki iyonun aynı anda elektromanyetik olarak uyarılması ile oluşan (genellikle GDR adı verilen) e^-e^+ çifti ölçümleri yapmaktadır. Bu durum Şekil 1.3'de görülmektedir. Bu olay, daha sonra Sıfır Derece Kalorimetre (Zero Degree Calorimeter-ZDC) tarafından dedekte edilen, bir ya da birden fazla nötron yayınlanmasıyla karakterize edilebilir [31-34].

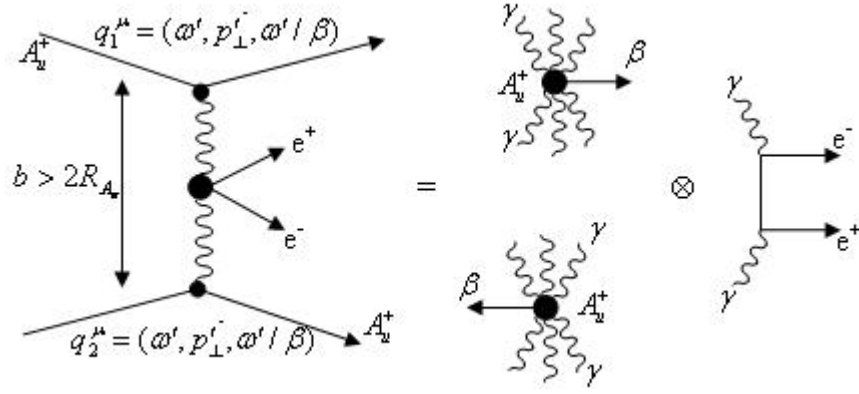
RHIC'teki bir çok deneyde $AuAu$ iyonlarının hadronik olarak çarpışması incelemektedir [22]. Fakat burada, Au iyonlarının çevresel olarak etkileşmesi yani Au iyonlarının elektromanyetik olarak birbirleriyle etkileşmesi üzerinde durulacaktır. Saçılma parametresinin nükleer yarıçapın iki katı veya iki katından daha büyük olduğu bir değerde, iki iyon birbiriyle hadronik olarak etkileşmez. Bu durum, “Çevresel Etkileşme” olarak tanımlanır [31]. Elektron-pozitron çiftleri, altın iyonları tarafından yayınlanan sanal fotonların elektromanyetik olarak etkileşmesi sonucu üretilen parçacıklardır [22].



Şekil 1.3 : İki iyonun da elektromanyetik uyarılma ile beraber çift üretmesi. Tipik bir Feynman diyagramında baskın olarak GDR görülmektedir. En düşük mertebeli bu işlem, en azından dört foton değiş-tokuşunu içermektedir. Bu yüzden, bu olay baskın olarak elektromanyetik alanın güçlü olduğu, büyük etkileşme parametreleri bölgesinden gelen katkıdan yani "etiketlenmemiş tesir kesiti (iyonların elektromanyetik olarak uyarılmadığında)" nden farklı olarak, küçük etkileşme parametresi bölgesinde gerçekleşmektedir [22].

Yüksek enerjili çarpışmalarda iki foton fiziği çalışmalarının iskeleti, ilk defa Fermi tarafından tanımlanmıştır ve detaylı bir şekilde Landau ve Lifshitz tarafından geliştirilmiştir. Bu görüşlere göre, yüksek enerjili parçacıklar çevresel etkileşmeler sırasında, yaklaşık olarak sahip oldukları başlangıç momentumlarını koruyarak, elektromanyetik alan yayınlarlar ve bu nedenle parçacıkların, sabit hızlarla klasik olarak doğrusal bir yörünge takip ettikleri varsayılır. Bundan dolayı, çevresel etkileşme işlemi, üç işlemin birleşimi olarak düşünülebilir; çarpışacak parçacıklardan birinin foton yayınlaması, çarpışacak diğer parçacıklardan birinin foton yayınlaması ve son durumda iki fotonun birbirini yok etmesi [22].

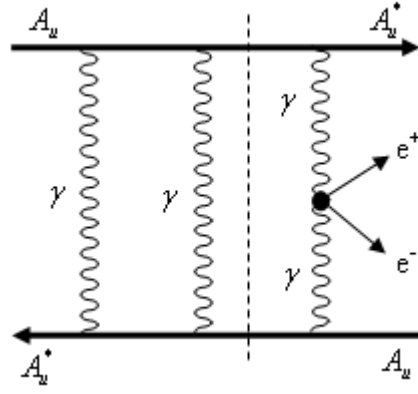
Şekil 1.4 grafiksel olarak e^-e^+ çift üretimi olayı için fikir vermektedir. Değiş-tokuş fotonlarının dörtlü momentumu $q^\mu = (\omega', \vec{p}_\perp, p'_z = \omega' / \beta)$ şeklindedir, burada ω' değiş-tokuş fotonunun enerjisini ve β çekirdeğin hızını temsil eder. Bu fotonların sanallığı $Q^2 = -q^2 = \frac{\omega'^2}{\gamma^2} + p_\perp'^2$ şeklindedir ve $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$ çekirdeğin laboratuvar çerçevesindeki Lorentz faktörüdür [22].



Şekil 1.4 : Eşdeğer foton yaklaşımı (EPA- Equivalent photon approximation). Au iyonlarına eşlik eden alanların klasik olduğu varsayılmıştır. b saçılma parametresidir yani çarpışan iyonlar arasındaki mesafedir. Değiş-tokuş fotonlarının momentumları q_1^μ ve q_2^μ dört vektörleri şeklindedir [22].

Hızlandırıcı demetlerinde ilerleyen altın iyonları, sanal fotonların akısı ile çevrelenmiştir. Elektron-pozitron çifti üretimine ek olarak, bu sanal fotonlar karşı demetten gelen altın iyonlarını uyarabilirler. Şekil 1.4'deki diyagram, elektron-pozitron çifti üretimi ile beraber gerçekleşen altın iyonları arasında iki foton değiş-tokuşunu göstermektedir. Bu olay iyonların karşılıklı Coulomb uyarılmasına neden olur. Bu uyarılmaya özel olarak Dev Dipol Rezonansı (Giant Dipole Resonance-GDR) adı verilir. GDR genellikle bir adet nötron yayınlanmasıyla sonuçlanır. Nötronlar, yayınlandıktan sonra, yaklaşık olarak demetle aynı momentuma sahip olarak boylamsal yönde yollarına devam ederler [22].

Özel bir reaksiyon olan $AuAu \rightarrow AuAu + e^-e^+$ reaksiyonunu STAR dedektöründe gözlemlemek imkansız denecek kadar güçtür. Bu nedenle biz de ilgimizi, bu reaksiyona çok benzer bir reaksiyon olan, çarpışan iyonların karşılıklı nükleer Coulomb uyarılmaları sonucu elektromanyetik olarak üretilen e^-e^+ çiftine yönelteceğiz. Bu durumu $AuAu \rightarrow Au^*Au^* + e^-e^+$ şeklinde betimleyebiliriz. Bu nükleer uyarılmaların sonucu olarak yayınlanan nötronlar, nötron kalorimetrelerinde iz bırakarak bozunmaktadır [22].



Şekil 1.5 : Karşılıklı Coulomb uyarılması ile elektron-pozitron çifti üretimi. e^-e^+ çift üretimi (kesikli çizginin sağ tarafı), iki altın iyonunun aynı anda nükleer uyarılmasından bağımsızdır (kesikli çizginin sol tarafı) [22].

Şekil 1.5 bu olayın şematik görünümünü verir. Her Au iyonu sanal foton alanları yayınlam, fakat bu olay, yayınlam yapan iyonu bozmaz. Karşılıklı iyon demeti tarafından yayınlanan fotonların çarpışmaları ile sanal fotonlar e^-e^+ çiftlerini üretirler. Ek olarak, fotonlar karşı yönden gelen Au iyon demetinin uyarılmasına neden olabilirler. $AuAu$ çarpışmaları, iki Au iyonunun da foton değiş-tokuşu ile uyarılmasına neden olur [22].

Elektromanyetik olarak oluşan leptonların incelenmesi, tamamen kuantum elektrodinamik (quantum electrodynamics-QED) bir süreçtir. Hızlandırıcılarda oluşan bu leptonlar deneysel olarak ölçülmektedirler. Yapılan bu hesaplar ve deney sonuçları, ayrıca kuantum elektrodinamiğinin test edilmesi açısından da önemlidir [2].

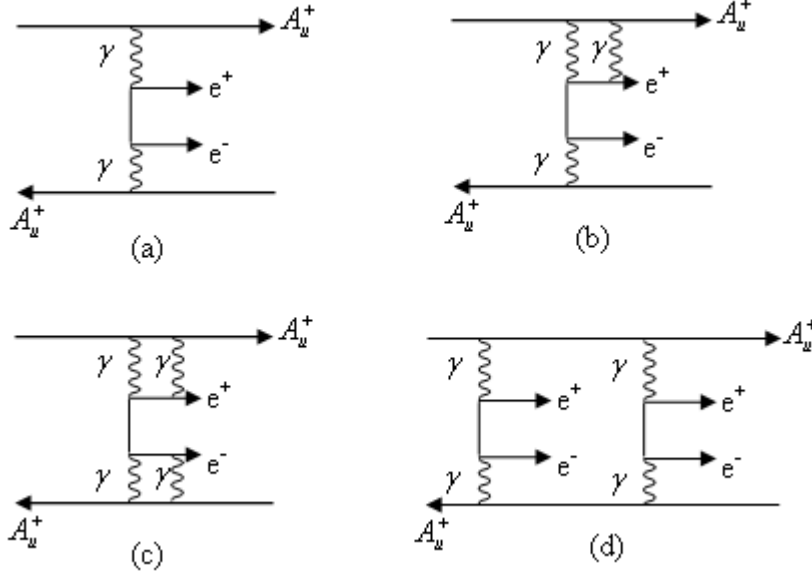
2. TEORİK VARSAYIMLAR

2.1 Rölativistik Ağır İyon Çarpışmalarında Kuantum Elektrodinamiği (QED)

Nükleer uyarılma ile e^-e^+ çift oluşumunu anlamak için, öncelikle, seçilmiş bir e^-e^+ çift üretim olayı göz önüne alınacaktır. Daha sonra, tesir kesitine gelen bazı düzeltmelerden yani yüksek mertebeli terimlerden ve pertürbatif olmayan hesaplamalardan bahsedilecektir.

Düşük mertebeli kuantum elektrodinamiği (QED) yaklaşımı ve eşdeğer foton yaklaşımı açıkça, e^-e^+ çiftinin tam olarak iki gerçek fotondan üretildiğini farz eder. RHIC'te foton sanallığı tipik olarak $Q^2 \approx 1/R_{Au}^2 = (30)^2 MeV^2$ mertebesindedir. Bu değer, elektronun kütlesinin karesinden (elektronun enerjisinden, $c=1$, $m_e^2 = (0.51)^2 MeV^2$) oldukça büyüktür ve foton sanallığı elektron-pozitron faz uzayında bazı bölgeler için göz ardı edilemez. Ek olarak, RHIC'te Au iyonları için alan etkileşimi ($Z\alpha \approx 0.6$) oldukça güçlüdür ve pertürbatif açılımda sadece en düşük mertebedeki terimleri almak tam olarak doğru olmayabilir. Son olarak, elektronun Compton dalgaboyu $\lambda_C = 1/m_e = 386 fm$, RHIC'te tek çift üretimi için olan tipik saçılma parametresi değerinden ($\approx 100 fm$) çok daha büyüktür ve üretilen e^-e^+ çiftleri bu bölgede daha az lokalize olur [22].

Elektron-pozitron çifti tesir kesitinde yüksek mertebeli QED katkıları hesaplanmak istenirse, birçok sorun ortaya çıkar. Bu durum için birçok yüksek mertebeli Feynman diyagramları mevcuttur. Şekil 2.1'de "b" ve "c" de , üç ve dört foton değiş-tokuşunu içeren iki olası diyagram gösterilmiştir. Yüksek mertebeli düzeltme diyagramlarına ekstra bir foton eklenmesi, $Z\alpha \approx 0.6$ ile ifade edilen katkıyı bastırmaktadır, bu da, daha önceki düşük mertebeli katkılardan önemli ölçüde küçük değildir [22].



Şekil 2.1 : a) e^-e^+ üretimi için düşük mertebeli Feynman diyagramı b) üç foton değiş-tokuşu içeren diğer düşük mertebeli diyagram c) dört foton değiş-tokuşu içeren diyagram d) iki adet e^-e^+ çift üretimi içeren yüksek katkılı diyagram [22].

Şekil 2.1 “b” deki diyagramda görüldüğü gibi, Au iyonuna birden fazla fotonla eşlik eden elektron yada pozitron, genellikle büyük katkı sağlar. Elektron yada pozitronun çekirdek alanında tekrar saçılmasını temsil eden bu düzeltmeye, tarihsel gelişimi nedeniyle “Coulomb Düzeltmesi” adı verilmiştir. Gözlem yapıldığında, Coulomb düzeltmeleri, $d\sigma_{e^-e^+}/dp_{e^-}$ ve $d\sigma_{e^-e^+}/dp_{e^+}$ (p elektron yada pozitronun momentumudur) dağılımlarını farklılaştıracaktır, bunun nedeni, elektron ve pozitronun pozitif yüklü Au iyonları alanında farklı şekilde saçılacak olmasıdır[22].

2.2 Lagranjyen Alan Teorisi

Fotonların elektromanyetik alanların kuantası olarak kavranması bu yüzyılın başına dayanır. Sistemik kuantum alan teorisinin bulunması 1927 yılında Dirac’ın çalışmalarına dek uzanır. Elektromanyetik alanın kuantalanması herhangi bir klasik alanın kuantalanmasına neden olur, alanların kuantası özellikleri çok iyi bilinen parçacıklardır. Bu parçacıklar arasındaki etkileşmeler, kuantası başka parçacıklar olan diğer alanları meydana getirmektedir. Örneğin, elektronlar ve pozitronlar gibi elektriksel olarak yüklü olan parçacıklar arasındaki etkileşmeyi düşünürsek, beraberinde elektromanyetik alanları meydana getirmekte yada foton değişimine neden olmaktadır. Elektronlar ve pozitronlar yalnız başlarına elektron-pozitron

alanının kuantası olarak düşünülebilir. Bu tür parçacık alanlarının kuantizasyonunun önemli bir sebebi, elektron-pozitron çiftinin yaratılması ve yok edilmesi örneğindeki gibi bir çok parçacık değişimi olasılığına izin vermesidir. Bu ve bu tür süreçler sadece alanların etkileşmesi ile meydana gelir. Kuantize olmuş etkileşim alanlarının denklemlerinin çözümü oldukça zordur. Eğer etkileşme yeterli derecede zayıfsa, pertürbasyon teorisi uygulanabilir. Bu durum kuantum elektrodinamiğinde oldukça başarılıdır ve teorik ve deneysel sonuçlar arasında yüksek derecede doğruluk mevcuttur. En önemli modern pertürbatif teorik teknikler Feynman diyagramları üzerinde test edilebilir. Feynman diyagramları elektromanyetik ve zayıf etkileşmelere çok başarılı bir şekilde uygulanır, bunun için Lorentz-kovaryant (eşdeğişkin) formülleri temel olacaktır [35].

2.3 Dirac Alanı

Bu kısımda Dirac eşitliğinin klasik alan teorisi göz önüne alınacaktır. Bu aynı zamanda kuantumlanmış alan teorisi için bir hazırlık niteliğinde olacaktır. Dirac eşitliği spini 1/2 olan parçacıkları tanımlar. Kuantum alan teorisinde göreceğimiz gibi, anti-parçacıklar gerektiği üzere oluşur, örneğin elektronlar için anti-parçacıklar pozitronlardır.

Durgun kütlesi m olan parçacıklar için Dirac eşitliği;

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x)}{\partial t} = \left[c \vec{\alpha} \cdot (-i\hbar \vec{\nabla}) + \beta mc^2 \right] \psi(x),$$

$$i\hbar \gamma^\mu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x^\mu} - mc \psi(x) = 0 \quad (2.1)$$

şeklinde de yazılabilir, burada, $\gamma^0 = \beta$, $\gamma^i = \beta \alpha_i$, $i = 1,2,3$, şeklinde 4x4'lük Dirac matrisleridir ve şu anti-komütasyon bağıntısını gerçekler;

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu]_+ = 2 g^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

ve Hermisyenlik şartları $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$ ve $\gamma^{j\dagger} = -\gamma^j$, $j = 1,2,3$ şeklindedir ve şöyle birleştirilebilir,

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0. \quad (2.3)$$

Benzer şekilde, $\psi(x)$, dört bileşeni bulunan $\psi_\alpha(x)$, $\alpha = 1, \dots, 4$ şeklinde bir spinör dalga fonksiyonudur. Spinör bileşenleri ve matris elemanlarını belirleyen indisler genellikle gizli tutulacaktır. Bununla beraber özel matris temsilleri kullanmak zamana uygunluğu sağlasa da, bu genellikle gerekli değildir. Bu teori serbest bir yol ile temsil edilecek ve γ^μ matrislerinin anti-komütasyon ve Hermisyenlik şartını sağladıkları farz edilecektir. Bu verilen durumu çok uygun bir temsille kolaylaştırmaya olanak sağlayacaktır.

Eklenmiş (adjoint) alan $\bar{\psi}(x)$ şu şekilde tanımlanır;

$$\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x) \gamma^0 \quad (2.4)$$

ve bu eklenmiş (adjoint) Dirac eşitliğini sağlar,

$$i\hbar \frac{\partial \bar{\psi}(x)}{\partial x^\mu} \gamma^\mu + mc \bar{\psi}(x) = 0. \quad (2.5)$$

Eşitlik (2.1) ve eşitlik (2.5)'deki Dirac eşitliklerinden Lagranjiyen yoğunluğu şu şekilde türetilir [35],

$$L = c \bar{\psi}(x) \left[i\hbar \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - mc \right] \psi(x). \quad (2.6)$$

2.4 Elektromanyetik Etkileşmeler ve Ayar Dönüşümleri

Bu kısımda, rölativistik elektronların elektromanyetik alanlar ile etkileşmesini, skaler potansiyeli $\phi(x)$ ve vektör potansiyelini $\vec{A}(x)$ şeklinde özelleştirerek göz önüne alacağız. Bu şekilde, rölativistik olmayan kuantum mekaniğinde başarılı olan işlemi kabul etmiş olacağız. Bunun için şu yerdeğiştirmeleri yapacağız;

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - q\phi(x) \quad , \quad -i\hbar \vec{\nabla} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{q}{c} \vec{A}(x), \quad (2.7a)$$

bu alanda yükü q olan parçacık için serbest parçacık Schrödinger eşitliği doğru dalga denklemini verir.

Eşitlik (2.7a)'da yapılan yerdeğiştirmeler, genellikle 'minimum yaklaşımlar (minimum substitution)'ı kastetmektedir. Dört vektör potansiyeli açısından

$A^\mu(x) = (\phi, \vec{A})$, minimum yaklaşımlar açık bir şekilde kovaryant (eşdeğişkin) formunda şu şekilde yazılır;

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \rightarrow D_\mu = \left[\partial_\mu + \frac{iq}{\hbar c} A_\mu(x) \right]. \quad (2.7b)$$

Biz bu yaklaşımın ayrıca doğru bir şekilde Dirac eşitliğinde elektromanyetik etkileşmeyi tanımladığını farz edeceğiz. Eşitlik (2.7b)'deki yer değiştirme ve elektronlar için $q = -e$ değişikliği yapıldığında, eşitlik (2.1)'deki Dirac eşitliği ve eşitlik (2.6)'daki Lagranjiyen yoğunluğu şu şekilde ifade edilebilir;

$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi(x) = -\frac{e}{c}\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x), \quad (2.8)$$

ve

$$\begin{aligned} L &= c\bar{\psi}(x)(i\hbar\gamma^\mu D_\mu - mc)\psi(x) \\ &= L_0 + L_I \end{aligned} \quad (2.9)$$

burada L_0 serbest Dirac alanının Lagranjiyen yoğunludur,

$$L_0 = c\bar{\psi}(x)(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi(x), \quad (2.10)$$

şeklinde ve L_I etkileşim Lagranjiyen yoğunludur,

$$L_I = e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)A_\mu(x) \quad (2.11)$$

şeklinde. Elektrodinamikte eksiksiz Lagranjiyen yoğunluğunu elde etmek için, eşitlik (2.9)'a radyasyon alanından gelen Lagranjiyen yoğunluğunu da (L_{rad}), daha açık bir şekilde ifade edecek olursak, yüklerin olmadığı durumdaki elektromanyetik alanı da eklemeliyiz. L_{rad} sadece $A_\mu(x)$ potansiyeline bağlıdır.

Fiziksel önemi olan büyüklüklerin A_μ potansiyelinin değil, sadece $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ 'lerin yani elektromanyetik alanların olduğunu biliyoruz, örneğin, teori, potansiyellerin ayar (gauge) dönüşümleri altında değişmez kalmalıdır. Sonraki eşdeğişkin (covariant) formda şu şekilde yazılabilir,

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu f(x), \quad (2.12a)$$

burada $f(x)$ gelişigüzel seçilmiş bir fonksiyondur. Teorinin ayar (gauge) dönüşümleri altında değişmezliği Lagranjiyen yoğunluğuna da uygulanacağı sonucunu çıkarır. L_{rad} teriminde de bu değişmezlik özelliği mevcuttur. Eşitlik (2.12a)'daki ayar (gauge) dönüşümlerini eşitlik (2.9)'daki Lagranjiyen yoğunluğuna uyguladığımızda şu ifadeye ulaşırız,

$$L \rightarrow L' = L + e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu f(x), \quad (2.13)$$

örneğin, L , eşitlik (2.12a)'ya göre ayar (gauge) değişmezi değildir. Ayar değişmezlerini, eşitlik (2.12a)'daki elektromanyetik potansiyellerin ayar dönüşümüne bağlı istenilen şekliyle yenileştirebiliriz. Dirac alanlarının dönüşümüne göre,

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow \psi'(x) = \psi(x) e^{ief(x)/\hbar c} \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x) e^{-ief(x)/\hbar c} \end{aligned} \quad (2.12b)$$

şeklinde dir. Eşitlik (2.12a) ve eşitlik (2.12b)'ye bağlı çiftli dönüşümler altında, eşitlik (2.10) ve eşitlik (2.11)'deki Lagranjiyen yoğunlukları şu hali alır,

$$L_0 \rightarrow L'_0 = L_0 - e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu f(x) \quad (2.14a)$$

$$L_I \rightarrow L'_I = L_I + e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu f(x). \quad (2.14b)$$

Bundan dolayı, $L = L_0 + L_I$ bu çiftli dönüşümler altında değişmez kalmaktadır.

Eşitlik (2.12b)'deki dönüşümler yerel faz dönüşümleri olarak adlandırılmaktadır, çünkü faz faktörü x 'e bağlıdır. Özel bir durum olan $f(x) = \text{sabit}$ konumunda, eşitlik (2.12b) global faz dönüşümlerine indirgenir ve global faz dönüşümlerindeki değişmezlik yük korunumuna neden olur. Görüldüğü kadarıyla ayar değişmezleri teorisi, aynı anda hem elektromanyetik potansiyelleri eşitlik (2.12a)'daki ayar dönüşümlerine bağlı dönüştürürken, hem de Dirac alanlarını eşitlik (2.12b)'deki yerel faz dönüşümlerine bağlı dönüştüren değişmezlik içerir. Bu çiftli dönüşümlere ayar (gauge) dönüşümleri denir.

Biz eşitlik (2.11)'i kuantum elektrodinamiğinin tam olarak doğru etkileşmesini verdiğini kabul edeceğiz. Eşitlik (2.11)'i almamızın nihai haklı nedeni tam olarak

doğru etkileşmeye uzanması ve ayrıca çok hassas deneyler ile teorik tahminler arasındaki mükemmel uyumun bu etkileşmeye bağlı olmasıdır [35].

2.5 Fotonlar-Kovaryant Teori

Klasik elektrodinamiğin açık kovaryant (eşdeğişkin) formülasyonunda dört vektör potansiyelinin $A^\mu(x) = (\phi, \vec{A})$ tüm dört bileşeni eşit durumlu davranmaktadır. Bu durum, sistemin sahip olduğundan daha fazla dinamik seviyede özgürlüğü tanımlamaya karşılık gelir.

Maxwell eşitliklerini kovaryant (eşdeğişkin) formda ifade etmek için anti-simetrik alan tensörü olan $F^{\mu\nu}$ tanımlanır. $F^{\mu\nu}$ cinsinden yük-akım yoğunluğu $s^\mu(x) = (c\rho(x), \vec{j}(x))$ şeklinde ifade edilir ve Maxwell eşitlikleri şu şekilde yazılabilir,

$$\partial_\nu F^{\mu\nu}(x) = \frac{1}{c} s^\mu(x), \quad (2.15)$$

$$\partial^\lambda F^{\mu\nu}(x) + \partial^\mu F^{\nu\lambda}(x) + \partial^\nu F^{\lambda\mu}(x) = 0. \quad (2.16)$$

$F^{\mu\nu}$ anti-simetrik olduğundan, eşitlik (2.15) hemen şu ifadeyi verir,

$$\partial_\mu s^\mu(x) = 0, \quad (2.17)$$

örneğin, tutarlılık elektromanyetik alanın birleştirilmiş durumunda akımın korunmasını gerektirir.

$F^{\mu\nu}$ alanı, dört vektör potansiyeli $A^\mu(x) = (\phi, \vec{A})$ cinsinden şu şekilde ifade edilebilir,

$$F^{\mu\nu}(x) = \partial^\nu A^\mu(x) - \partial^\mu A^\nu(x). \quad (2.18)$$

Potansiyeller cinsinden eşitlik (2.16) özdeş şekilde sağlanır ve eşitlik (2.15) şu şekilde dönüşür,

$$\square A^\mu(x) - \partial^\mu (\partial_\nu A^\nu(x)) = \frac{1}{c} s^\mu(x). \quad (2.19)$$

Bu eşitlikler Lorentz kovaryant (eşdeğişkin) tır ve ayrıca ayar (gauge) dönüşümleri altında değişmezdir,

$$A^\mu(x) \rightarrow A'^\mu(x) = A^\mu(x) + \partial^\mu f(x). \quad (2.20)$$

Eşitlik (2.19)'daki alan eşitlikleri Lagranjiyen yoğunluğundan türetilebilir,

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) - \frac{1}{c} s_\mu(x) A^\mu(x), \quad (2.21)$$

burada $A^\mu(x)$ dört vektör bileşenlerine, varyasyonlar prensibindeki bağımsız alanlar gibi davranılır. Lagranjiyen yoğunluğunun bu formu, eşitlik (2.19)'daki alan eşitliklerinin Lorentz ve ayar (gauge) dönüşümleri altında doğru davranmasını garanti eder.

Maalesef, eşitlik (2.21)'deki Lagranjiyen yoğunluğu kanonik kuantizasyonu yürütmek için uygun değildir. Eşitlik (2.21) birleşik (conjugate) alanlara yol gösterir,

$$\pi^\mu(x) = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_\mu} = -\frac{1}{c} F^{\mu 0}(x). \quad (2.22)$$

$F^{\mu\nu}$ 'daki anti-simetri $\pi^0(x) \equiv 0$ anlamına gelir ve bu durum açıkça kanonik komütasyon bağıntılarıyla uyumsuzluk demektir.

Kuantizasyon için uygun olan Lagranjiyen yoğunluğu, ilk defa Fermi tarafından önerilmiştir,

$$L = -\frac{1}{2} (\partial_\nu A_\mu(x)) (\partial^\nu A^\mu(x)) - \frac{1}{c} s_\mu(x) A^\mu(x). \quad (2.23)$$

Eşitlik (2.23)'den birleşik (conjugate) alanlar şu şekilde elde edilir,

$$\pi^\mu(x) = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_\mu} = -\frac{1}{c^2} \dot{A}_\mu(x), \quad (2.24)$$

şimdi bunların hepsi kaybolmaz, böylece kanonik kuantizasyon formalizmi uygulanabilir.

Lagranjiyen yoğunluğu alan eşitliklerine öncülük eder,

$$\square A^\mu(x) = \frac{1}{c} s^\mu(x). \quad (2.25)$$

Eşitlik (2.19) ile kıyaslanınca, eğer potansiyel $A_\mu(x)$ 'e kısıtlama getirirsek eşitlik (2.25)'in sadece Maxwell eşitliklerine eşit olduğu görülür [35],

$$\partial_\mu A^\mu(x) = 0. \quad (2.26)$$

2.6 S-Matrisi Açılımı

Bu kısımda, serbest alanların tartışmasından ilerleyerek, gerçek ve daha çok ilgi çeken bir durum olan alanların etkileşmesinden, parçacıkların saçılması, yaratılması ve yok edilmesinden bahsedilecektir. Aslında bu durum, bir çift lineer olmayan alan eşitliğini, verilen koşullar için çözmeyi içerir. Kuantum elektrodinamiği (QED) nde, örneğin, homojen olmayan dalga eşitliğini, Dirac akım yoğunluğu kaynak terim şeklinde alınarak çözmeyi gerektirir. Bu, sadece pertürbasyon teorisi ile çözülebilen oldukça zor bir problemdir, örneğin, sistemin Hamiltoniyeni serbest alanlar ve etkileşim terimi şeklinde ayrılmaktadır. İkinci olarak, eğer etkileşme yeteri kadar zayıfsa, haklı olarak pertürbasyon konu edilir. Kuantum elektrodinamiği için, fotonların ve elektronların eşleşmesi küçük boyutsuz ince yapı sabiti $\alpha \approx 1/137$ ile ölçülür, bu yaklaşım sadece küçük dereceli pertürbasyon teorisi işlemleri hesabında değil, aynı zamanda yüksek dereceli düzeltmelerin hesaplanmasında da çarpıcı şekilde başarılıdır.

Uzun zamandır kullanılan Heisenberg resminde, bu işlemler hala çok karmaşıktır ve bu teorinin başarılı bir şekilde gelişebilmesi için Heisenberg resmi yerine etkileşim resminde çalışmak daha belirleyicidir. Bu durumda, etkileşim alanlarının hareket eşitliklerini etkileşim resminde çalışacağız ve çarpışma işlemleri için uygun olan pertürbasyon serileri çözümlerini elde edeceğiz. Bu çözüm, Dyson nedeniyle, S-matrisi açılımı olarak bilinmektedir. S-matrisinin Dyson açılımı oldukça önemlidir, çünkü, bu tüm çarpışma işlemleri hakkında, geçiş genliğini çıkarmak için uygun

formda, herhangi bir derecedeki pertürbasyon teorisinin belirli işlemi için tam bilgi içerir.

Şimdiye kadar esas olarak serbest yani, etkileşmeyen alanlar Heisenberg resmi (H.P.) kullanılarak göz önüne alınmıştır. Burada, durum vektörleri zamanda sabit ve operatörler tamamıyla zamana bağıllık taşır.

Etkileşim alanları ile ilgili çalışmalara döndüğümüzde, örneğin, kuantum elektrodinamiğinde (QED), etkileşen elektron-pozitron ve elektromanyetik alanlar Lagranjiyen yoğunluğu ile tanımlanır,

$$L = L_0 + L_I, \quad (2.27)$$

serbest alan Lagranjiyen yoğunluğu,

$$L_0 = N \left[\bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{2}(\partial_\nu A_\mu(x))(\partial^\nu A^\mu(x)) \right] \quad (2.28)$$

ve etkileşim Lagranjiyen yoğunluğu

$$L_I = N \left[-s^\mu(x)A_\mu(x) \right] \quad (2.29)$$

şeklindedir. Bu eşitliklerde serbest alan ve etkileşim Lagranjiyen yoğunlukları normal çarpımlar olarak yazılmıştır. Bu ifade, serbest alan durumlarını daha erken göz önüne almamızı garanti ettiği gibi, vakumun beklenen değerlerinin hepsi gözlenebilir, örneğin, enerji veya yük ortadan kaybolur. Eşitlik (2.27)'deki bölme işlemini göz önüne aldığımızda, sistemin toplam Hamiltonyenini H , serbest alan Hamiltonyeni H_0 ve etkileşim Hamiltonyeni H_I şeklinde ikiye ayırabiliriz,

$$H = H_0 + H_I. \quad (2.30)$$

Daha önce de bahsedildiği gibi biz, bize bu iki önemli basitliği sağlayan etkileşim resminde (I.P.) çalışacağız.

İlk olarak, etkileşim resmindeki (I.P.) operatörler, hareketin Heisenberg benzeri eşitliklerini sağlar, fakat, sadece serbest Hamiltonyeni H_0 içerir, toplam Hamiltonyeni H içermez.

İkinci olarak, eğer etkileşim Lagranjiyen yoğunluğu L_I türevleri içermiyorsa, alanlar etkileşim alanlarına kanonik eşlenik (conjugate) ve serbest alanlar özdeşirler. Etkileşim resmi (I.P.) ve Heisenberg resmi (H.P.) birbirleriyle birimsel dönüşümlerle

ilişkili oldukları için, etkileşim resminde (I.P.) etkileşim alanları serbest alanlar gibi aynı komütasyon bağıntılarını sağlarlar.

Etkileşim resminde (I.P.) etkileşim alanları serbest alan operatörleri gibi aynı hareket eşitliklerini ve aynı komütasyon bağıntılarını sağladıklarından, serbest alanlar için türetilmiş birçok sonuç, aynı zamanda etkileşim alanları için de etkileşim resminde (I.P.) doğru olarak ele alınabilir. Özel olarak, düzlem dalga durumlarının eksiksiz halleri hareket eşitliğinin çözümleri sürdürülerek elde edildiğinde, daha önceki gibi alan operatörlerinin aynı düzlem dalga açılımları, aynı sayı gösterimleri ve Feynman propagatörleri için aynı açık form ile sonuçlanmaktadır.

Etkileşim resminde (I.P.) sistem zamana bağlı durum vektörü ile $|\phi(t)\rangle$ tanımlanır.

$|\phi(t)\rangle$ şu hareket eşitliğini sağlar,

$$i \frac{d}{dt} |\phi(t)\rangle = H_I(t) |\phi(t)\rangle, \quad (2.31)$$

burada

$$H_I(t) = e^{iH_0(t-t_0)} H_I^S e^{-iH_0(t-t_0)}, \quad (2.32)$$

etkileşim resmindeki (I.P.) etkileşim Hamiltonyenidir. H_I^S ve $H_0 = H_0^S$ Schrödinger resminde (S.P.) etkileşim ve serbest alan Hamiltonyenleridir. $H_I(t)$ ifadesi, Schrödinger resmindeki (S.P.) H_I^S ifadesinin alan operatörlerinin, zamana bağlı serbest alan operatörleriyle yer değiştirmesi sonucu elde edilmiştir. Bundan sonra yalnızca etkileşim resminde çalışacağımız için, I indisi göz ardı edilmiştir.

Eşitlik (2.31) zamana bağlı Hamiltonyen $H_I(t)$ ile Schrödinger benzeri eşitliktir.

Etkileşim kapatıldığında, (örneğin, $H_I \equiv 0$ koyduğumuzda), durum vektörü zamana göre sabittir. Etkileşim, $|\phi(t)\rangle$ durumunun zamana bağlı değişimine neden olur. $|i\rangle$ durumunda, $t = t_i$ başlangıç zamanında verilen bir sistem için, örneğin;

$$|\phi(t_i)\rangle = |i\rangle, \quad (2.33)$$

eşitlik (2.31)'in çözümü, bu başlangıç koşullarıyla, sistemin herhangi bir t zamanındaki $|\phi(t)\rangle$ durumunu verir. Hermisyen operatörün $H_I(t)$ zamanla gelişen

$|\phi(t)\rangle$ durumu eşitlik (2.31)'e göre birimsel olarak dönüşür. Bu yüzden, durumların normalizasyonu korunur,

$$\langle \phi(t) | \phi(t) \rangle = \text{sabit}, \quad (2.34)$$

ve genel olarak bu skaler çarpımdır.

Açık bir şekilde burada geliştirilen formalizm, bağlı durumları tanımlamak için çok uygun değildir, fakat bu özel olarak saçılma işlemleri için uygundur. Çarpışma işleminde durum vektörü $|i\rangle$, başlangıç durumunu tanımlayacaktır, saçılma oluştuktan uzun zaman önce ($t_i = -\infty$), belirli özellikler ile belirli sayıda parçacık belirtmek için ve etkileşme olmaması için birbirlerinden ayrı olacaklardır. (Örneğin; kuantum elektrodinamiği (QED) nde $|i\rangle$, belirli sayıdaki elektronlar, pozitronlar ve fotonları, verilen momentum, spin ve polarizasyon durumlarında tanımlar.) Saçılma işleminde parçacıklar bir araya gelecekler, çarpışacaklar (örneğin, etkileşecekler) ve sonra tekrar ayrılacaklardır. Eşitlik (2.31) $|\phi(\infty)\rangle$ durumunu tanımlar,

$$|\phi(-\infty)\rangle = |i\rangle \quad (2.33a)$$

burada, başlangıç durumu $t = \infty$ 'da, saçılma bittikten uzun bir süre sonra ve tüm parçacıklar tekrar ayrı düştüğünde evrimleştirilmiştir. S -matrisi $|\phi(\infty)\rangle$ 'dan $|\phi(-\infty)\rangle$ 'a bağlantı kurar ve;

$$|\phi(\infty)\rangle = S|\phi(-\infty)\rangle = S|i\rangle \quad (2.35)$$

şeklinde tanımlanır. Çarpışma olayı bir çok farklı son durumlara $|f\rangle$ sebep olabilir ve tüm bu olasılıklar $|\phi(\infty)\rangle$ tarafından içerilir (Örneğin, elektron-pozitron çarpışması elastik saçılmaya neden olabilir, Bremsstrahlung (fotonların yayınlanması gibi), çift yok edilmesi, v.b.). Bu son durumların her biri $|f\rangle$, $|i\rangle$ ile benzer bir yolla belirtilebilir.

Çarpışmadan sonraki geçiş olasılığı, (örneğin $t = \infty$ 'da) sistemin bulunduğu durum $|f\rangle$ şu şekilde verilir,

$$|\langle f | \phi(\infty) \rangle|^2. \quad (2.36)$$

($|\phi(\infty)\rangle$ ve $|i\rangle$ 'nin birimsel olarak normalize edildiği varsayılır.) Buna karşılık gelen olasılık genliği ise

$$\langle f|\phi(\infty)\rangle = \langle f|S|i\rangle \equiv S_{fi} \quad (2.37)$$

şeklindedir. $|\phi(\infty)\rangle$ durumu, durumların eksiksiz ortonormal setlerine göre açıldığında,

$$|\phi(\infty)\rangle = \sum_f |f\rangle \langle f|\phi(\infty)\rangle = \sum_f |f\rangle S_{fi}, \quad (2.38)$$

S matrisinin birimselliği şu şekilde yazılır,

$$\sum_f |S_{fi}|^2 = 1. \quad (2.39)$$

Eşitlik (2.39) olasılık korunumunu ifade eder. Bu durum, rölativistik olmayan kuantum mekaniğindeki parçacık korunumundan daha genel bir durumdur, böylece şimdi parçacıklar yaratılır veya yok edilebilir.

S matrisini hesaplamak için eşitlik (2.31)'i, eşitlik (2.33a)'daki başlangıç koşullarını kullanarak çözmeliyiz. Bu eşitlikler integral eşitliği şeklinde birleştirilebilir,

$$|\phi(t)\rangle = |i\rangle + (-i) \int_{-\infty}^t dt_1 H_I(t_1) |\phi(t_1)\rangle. \quad (2.40)$$

Bu eşitlik sadece iteratif olarak çözülebilir. Sonuçlanan pertürbasyon çözümü, H_I cinsinden açılan seriye göre, sadece H_I etkileşim enerjisinin küçük olduğu durumlarda yararlı olacaktır. Bu kuantum elektrodinamiği durumu için foton-elektron etkileşimini karakterize eden, boyutsuz bağlantı (coupling) sabiti olan, ince yapı sabiti $\alpha \approx 1/137$ 'dir.

Eşitlik (2.40)'ı iteratif olarak çözdüğümüzde,

$$|\phi(t)\rangle = |i\rangle + (-i) \int_{-\infty}^t dt_1 H_I(t_1) |i\rangle + (-i)^2 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) |\phi(t_2)\rangle, \quad (2.41)$$

ve devamı şeklindedir, $t \rightarrow \infty$ limitinde S matrisi şu şekilde elde edilir,

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n H_I(t_1) H_I(t_2) \dots H_I(t_n) \quad (2.42a)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n T\{H_I(t_1)H_I(t_2)\dots H_I(t_n)\}. \quad (2.42b)$$

Burada $T\{\dots\}$, n faktörüyle zamana bağlı çarpımı ifade eder. Örneğin, burada, faktörlerin sıralanışı şu şekildedir, sonraki zamanlar önceki zamanların solundadır ve tüm bozon (fermion) alanları komütatörlerini (anti-komütatörlerini) yok edecek şekilde davranırlar. Eşitlik (2.42a) ve eşitlik (2.42b)'nin iki formunun eşitliğine, sadece H_I çift sayıda fermion faktörü içerdiği durumlarda (kuantum elektrodinamiğinde olduğu gibi) sahip olunur. Bu nedenle yeniden düzenlenen bu işlem ekstra bir faktör olan (-1) 'i getirmez. İki formun eşdeğerine serideki her terim için ayrı ayrı sahip olunur. Son olarak eşitlik (2.42b)'yi etkileşim Hamiltonyen yoğunluğunun $\mathcal{H}_I(x)$ cinsinden, açık bir şekilde kovaryant (eşdeğişkin) çözümünü elde etmek için tekrar şu şekilde yazabiliriz,

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int \dots \int d^4x_1 d^4x_2 \dots d^4x_n T\{\mathcal{H}_I(x_1)\mathcal{H}_I(x_2)\dots \mathcal{H}_I(x_n)\}, \quad (2.43)$$

integraller tüm uzay-zaman üzerinden alınır. Bu eşitlik S matrisinin Dyson açılımıdır. Bu ifade başlangıç noktası olarak pertürbasyon teorisi yaklaşımını alır.

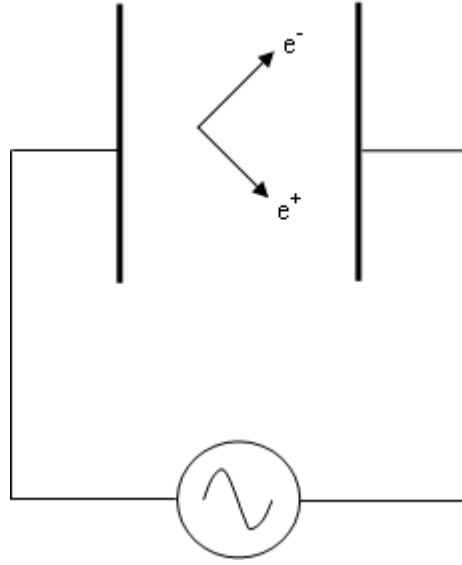
Görüldüğü gibi, genlik, özel bir geçiş için $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$, $\langle f|S|i\rangle$ olarak verilir. Matris elemanına katkıda bulunan eşitlik (2.43)'ün kısımlarını ayırt etmek karmaşık bir problemdir, bunun için öncelikle başlangıç ve bitiş durumlarının $|i\rangle$ ve $|f\rangle$ özelliklerini tartışmamız gerekir.

Bu pertürbasyon formalizminde $|i\rangle$ ve $|f\rangle$ durumları, genellikle, pertürbe olmamış serbest alan Hamiltonyeninin H_0 öz durumlarıdır, örneğin etkileşimin iptal edilmesi ($H_I = 0$) şeklinde. Bu tanımlama yanlış gözükmemektedir, çünkü bizim üzerinde çalıştığımız parçacıklar ayrı düştükleri zaman bile gerçek fiziksel parçacıklardır. Bir elektron, diğer elektronlardan uzak olduğu zaman bile, kendisinin foton bulutu ile çevrilidir, bu gerçek bir elektrondur, kendi elektromanyetik alanı olmayan çıplak bir elektron değildir. Bundan dolayı, çıplak parçacıkların $|i\rangle$ ve $|f\rangle$ durumlarının kullanımı, haklı bir savunma gerektirir. Yardımına başvurulacak bir olası işlem, adyabatik hipotezdir, burada $H_I(t)$ etkileşimi, $H_I(t)f(t)$ ile yer değiştirir. $f(t)$

fonksiyonunun seçimi, yeterli derecede büyük aralıkta $-T \leq t \leq T$, $f(t) = 1$ şeklinde ve $t \rightarrow \pm\infty$ gibi monoton bir şekilde $f(t) \rightarrow 0$ şeklindedir. (Kuantum elektrodinamiğinde, örneğin, temel yük olan e 'yi, zamana bağlı bağlantı (coupling) sabiti $ef(t)$ ile değiştirebiliriz.) Bu şekilde, başlangıç ve bitiş durumları çıplak parçacıklar tarafından tanımlanır. $-\infty < t \leq -T$ aralığı boyunca, eşitlik (2.31)'de görülen hareket eşitliğinde $H_I(t)$, $H_I(t)f(t)$ ile yer değiştirir, çıplak parçacıklardan gerçek fiziksel parçacıklar yaratır ve $|t| \leq T$ aralığı boyunca fiziksel parçacıklarla ilgileniriz ve toplam etkileşmemiz $H_I(t)$ 'dir. Adyabatik hipotezin özü $|t| \leq T$ aralığında oluşan saçılmadır, saçılmadan çok uzun zaman önceki ($t \ll -\tau$) sistem tanımına ya da saçılmadan çok uzun zaman sonrakine ($t \gg \tau$) bağlı değildir. Sadece hesaplamanın sonunda limitimizi $T \rightarrow \infty$ şeklinde alırız. Tabii ki işlemimizi en düşük dereceli pertürbasyon teorisi ile hesaplırsak (örneğin, sadece eşitlik (2.43)'deki sıfır olmayan sonucu veren en düşük dereceli n terimini kullanırsak), etkileşim yalnızca geçişe neden olduğu için kullanılır ve ayrıca çıplak parçacıkları gerçek parçacıklara dönüştürmez. Limiti hesaplamanın başından itibaren $T \rightarrow \infty$ olarak alabilir ve tam etkileşim $H_I(t)$ ile çalışabiliriz [35].

2.7 Pertürbatif Metodlar

Güçlü alanlarda lepton çiftlerinin doğal olarak yaratılması konusu üzerinde uzun yıllar çalışılmıştır. Schwinger, sınırsızca genişletilmiş sabit şiddetteki düzgün elektrik alanda elektron-pozitron çifti yaratılma hızı için açık bir ifade elde etmiştir [21,36,37]. Kuantum elektrodinamiğinde (QED) Schwinger'in, düzgün dış elektrik alanda vakum sürekliliğine karşı elektron-pozitron çifti yaratılması modeli, Şekil 2.2'de görüldüğü gibi tanımlanmıştır.



Şekil 2.2: Schwinger’in “kutu” modeli [21].

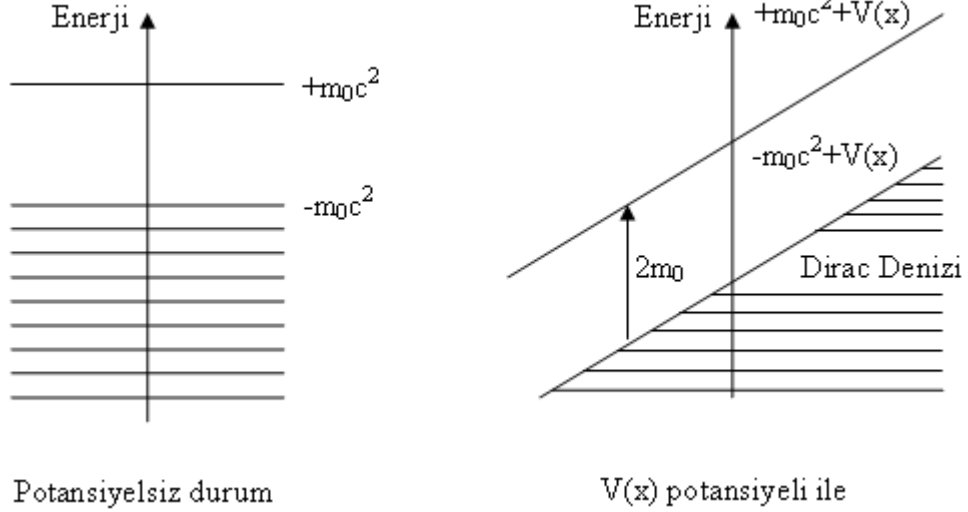
Schwinger’in çıkarımlarında, çiftlerin karşılıklı etkileşimi göz ardı edilmiş ve dış alanda depolanan enerjinin bir elektron-pozitron çifti yaratmak için gerekli olan $2m_e$ enerjisinden çok daha büyük olduğu belirtilmiştir. Schwinger’in çıkardığı açık formülde, birim hacim başına elektron-pozitron çifti yaratılma hızı düzgün E elektrik alanı şiddetinde

$$p = \frac{(eE)^2}{4\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{\frac{-\pi m_e^2 n}{eE}} \quad (2.44)$$

şeklindedir. Burada e elektronun yükü ve m_e elektronun kütlesidir [37].

Şekil 2.3’de $V(x)$ dış potansiyelinin etkisi altında Dirac spektrumunun davranışı görülmektedir. Şekil 2.3’ün ikinci kısmında sürekli elektronlar elektron-pozitron çift üretimi ile sonuçlanan boşluğa doğru tünel açmaktadır [21].

Yaklaşık problemler için Schwinger’in tam QED işleminde (etkileşmeyen elektron-pozitron çiftleri için) sanal durumdan gerçek duruma tünelleme olasılığı ve sonraki hesaplamalarda süreklilik olasılığı WKB hesaplaması ile kesin olarak elde edilmiştir [37].



Şekil 2.3: Enerji durumlarının elektron denizi için kütle boşluğundan parçacık uzayına elektron denizinde boşluk bırakarak (pozitron) tunellemesi [21].

Bu çalışmada, Feynman pertürbasyon teorisine dayanarak kurulan klasik alan metodu türetilmeye çalışılacaktır. Bu türetim, fotonlar tarafından taşınan momentumun, çekirdeklerin momentumundan çok daha küçük olduğu yaklaşımına dayandırılmıştır. Bu durum, rölativistik ağır iyon çarpışmalarında, iki foton işlemi sayesinde uyumlu parçacık üretimi için geçerli bir ifadedir. Bu türetimde, ağır iyonların elektromanyetik alanları, saçılma parametreleri boyunca, iyonların hareketine dik yönde fazlalaşırlar. Buna ek olarak, alanların içerdği sanal fotonların sayısı, Schwinger modelindeki sayıdan oldukça fazladır. Düşük mertebeli diyagramlarda, klasik elektromanyetik alanlarla eşleşen lepton alanları, tam olarak Monte Carlo metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Ayrıca analitik teknikler ve serbest elektron-pozitron çifti üretimi için yapılan tesir kesiti tahminleri deneylerle uyumludur. Bundan başka, bu deneylerde pertürbatif olmayan etkilerin gözlemlendiğine dair bir işaret yoktur. Bununla birlikte, yüksek enerjilerde ağır iyon çarpışmalarıyla elektron-pozitron çifti üretimine uygulanan düşük mertebeli pertürbasyon teorisi ve olasılıkların ve tesir kesitlerinin düşük saçılma parametresi civarındaki sonuçlarında çeşitli teorik sınırlar, örneğin birimsellik (unitarity) gibi, bozulur. Buna rağmen, düşük mertebeli pertürbatif hesaplamalar RHIC enerjilerindeki küçük etkileşim parametreleri için tek başına yeterli değildir, yüksek mertebeli sönüm etkileri eklenmelidir (örneğin, birden fazla çift oluşumu) [21].

2.8 Saçılma Parametresine bağlı Tesir Kesiti

İki foton Feynman diyagramını değerlendirmek için tanımlanan Monte Carlo metodu, saçılma parametresi üzerinden alınan analitik integraldir ve saçılma parametresine bağlı tesir kesiti ile ilgili bilgi sağlamaz. RHIC enerjilerinde, saçılma parametresi 0.1λ civarındadır, bu değer eşdeğer foton yaklaşımının geçerli olduğu bölgeden çok daha küçüktür. Drell-Yan işlemi esas olarak, çevresel ağır iyon çarpışmaları için saçılma parametresine çok yakın olan bölgelerde dedekte edilebilir [21].

Elektromanyetik etkileşmenin doğası gereği, çift üretim süreci saçılma parametresinin geniş bir yelpazesinde gerçekleşir. Daha büyük saçılma parametreleri, daha zayıf ve daha pertürbatif alanlar yaratır. Tüm saçılma parametreleri üzerinden alınan integral, ayrıca iki çekirdeğin çarpışacağı saçılma parametrelerinden de gelen katkıları içermektedir. Çevresel olmayan saçılma parametrelerinde, çekirdeklerin düz bir yol boyunca yollarına devam ettiği yaklaşımı kesin değildir. Bu nedenle, güçlü alan etkilerinin çalışılması için, saçılma parametrelerinin çok küçük olduğu kısımlar göreceli olarak, saçılma parametrelerinin çok büyük olduğu kısımlardan ayrı tutulmalıdır. Saçılma parametresine bağlı tesir kesiti hesapları çoğu zaman başarısız olmuştur. Bunun nedeni, hesaplamadaki sayısal güçlüklerdir [21].

2.9 Birden Fazla Çift Oluşumu

Yüksek enerji değerlerinde bir tane çift üretimi için tesir kesitinin çok büyük olduğu durumlarda, ölçülen tesir kesitinde birden fazla çift üretimi için olasılık önemli bir katkı oluşturur. Sadece birden fazla çift üretimini hesaplayarak, bunun hangi koşullarda önemli bir katkı sağladığını anlayabiliriz. İkinci bir yol ise, birden fazla çift üretime bakmaktır. Oldukça büyük Z değerleri ve oldukça yüksek enerji değerlerinde bir tane çift üretimi için olan pertürbatif sonuçlar, tekiliği ve tesir kesiti üzerindeki diğer sınırları bozmaktadır. Bunun nedeni, b saçılma parametresindeki çarpışmada, bir adet çift üretimi olasılığı için pertürbatif sonuçların tekil olmamasıdır. Birden fazla çift üretimi araştırmaları, bir adet çift üretimi sonuçlarında değişiklik yapmayı gerektirecek, bu da zorluğun giderilmesini sağlayacaktır [27]. Düşük mertebeli pertürbatif hesaplarda çift üretim olasılığı, küçük saçılma parametreleri ve yüksek enerji değerleri için tekiliği bozar. Diyagram sınıfları

üzerindeki toplamın sonuçlarından, bağımsız çift yaklaşımının düşük mertebeli pertürbasyon teorisindeki tekillik sorununu tamir edeceği düşünülür. [38]'de, pertürbatif olmayan katkı kullanılır ve girişim terimleri göz ardı edilir.

Birden fazla çift üretimi olasılığı için Poisson ifadesi türetilmiştir,

$$P_N(b) = \frac{P(b)^N e^{[-P(b)]}}{N!}, \quad (2.45)$$

burada, $P(b)$ bir adet çift üretme olasılığı, $P_N(b)$, b saçılma parametresindeki çarpışmalarda N adet çift üretme olasılığıdır [27]. N adet çiftin tesir kesiti $\sigma_{N_{\text{çift}}}$, N adet çift olasılığı b saçılma parametresi üzerinden integre edildiğinde bulunur,

$$\sigma_{N_{\text{çift}}} = \int d^2b P_N(b), \quad N = 1, 2, \dots \quad (2.46)$$

şeklindedir. İki foton formalizminde, toplam bir çift için tesir kesiti,

$$\sigma = \int d^2b P(b) \quad (2.47)$$

şeklinde ifade edilir. Eşitlik (2.47) doğrultusunda $P(b)$ şu şekilde yazılabilir,

$$P(b) = \frac{1}{2\pi b} \frac{d\sigma}{db}. \quad (2.48)$$

Birden fazla çiftin tesir kesiti cinsinden, herhangi bir sayıda çift üretimi için toplam tesir kesiti ifadesi,

$$\sigma_{\text{çift}} = \sum_{N=1} \sigma_{N_{\text{çift}}} \quad (2.49)$$

şeklinde gösterilir [21].

2.10 Pertürbatif Olmayan Metodlar

Temel bakış açısına göre rölativistik ağır iyon çarpışmaları, pertürbatif olmayan kuantum elektrodinamiğinde çok yüksek çarpışma enerjileri ve elektrik yüklerinin birleşimi olarak bilinen etkileşimi kullanarak, yeni ve düzgün değişen enerji rejimleriyle çalışma şansı sağlar. Uyumlu, ağır iyon çarpışmalarıyla elektromanyetik olarak üretilen elektron-pozitron çiftlerinin temel olarak diğer üretim mekanizmalarından farkı, yüksek enerjilerde hafif parçacıkları kullanmasıdır. Bunun nedeni öncelikle, bağlantı (coupling) sabitinin büyük yükler ve enerji-momentum

korunumundaki farklılıklar nedeniyle güçlü bir şekilde artmasıdır. Pertürbatif olmayan hesaplamalar, ağır iyon çarpışmalarıyla elektron-pozitron çifti üretiminde, nükleon başına yaklaşık olarak 10 MeV enerjiye sahip durumlar için yapılmıştır. Fakat bu hesaplamalar yüksek enerjili iyonlarda farklıdır, çünkü, düşük enerji bölgesinde elektromanyetik etkileşmenin boylamsal kısmı önemlidir ve rölativistik enerjilerde elektromanyetik alan tamamen dik yöndedir [21].

Geçerli olan, rölativistik enerjilerde lepton çifti üretiminin pertürbatif olmayan hesapları, çift üretim durumunu takip eden elektronun bağlı duruma yakalanmasıyla sınırlandırmaktır. Bunun nedeni, pertürbatif olmayan eşitlikleri sayısal olarak çözmenin zorluğudur [21].

3. FORMÜLASYON

3.1 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için İkinci Derece Feynman Diyagramlarının Sayısal Hesabı ve Tesir Kesiti İfadesi

Elektron-pozitron çiftinin üretimi, elektron durumlarının klasik elektromanyetik potansiyelde evrimleştiği yarı-klasik formalizm kullanılarak konu edilebilir. Potansiyeller için kaynak akımları, iki ağır iyonun hızlandırılmış Lorentz yük dağılımlarıdır. Ağır iyon çarpışmalarının yorumlanması sırasında, özellikle kütle merkezi referans çerçevesinde iki ağır iyonun simetrik çarpışması kolaylık sağlaması açısından daha uygundur. Herhangi bir geometrik şekle sahip olmayan nokta yüklü çekirdek durumunda potansiyeller, gecikmeli Lienard-Wiechert etkileşmeleridir. Elektron-pozitron çift oluşumunun kesin olarak hesaplanması için, çekirdek içindeki nükleonların yük akımları ile ilgili ayrıntılı bilgi ve ayrıca her nükleonun yük yapı fonksiyonu gereklidir. Her ne kadar böyle akımların QCD (Quantum Chromodynamics) gibi temel bir teori ile tam olarak anlaşılması şu anda mümkün olmasa da, bu etkileri hesaplayan modeller vardır.

Çift oluşum denklemleri, elektrodinamikteki Schwinger'in uzay-zaman yaklaşımından yola çıkılarak, ağır iyonların klasik olarak hareketine izin verecek şekilde yapılan uygun düzeltmelerle geliştirilir. Aradaki iki önemli farktan biri, alanların iyonların hareketine dik bir saçılma parametresi boyunca yerleşmesi, diğeri ise alan içinde çok sayıda sanal foton bulunmasıdır. Elektronların elektromanyetik alandaki yarı-klasik bağlanması, elektron sayısını ayrı ayrı koruyan ve A^μ klasik dört-vektör potansiyeli nedeniyle sadece alan değişkenlerine bağlı olan Lagranjiyen yoğunluğu ile verilir,

$$L_I(x) = -\bar{\Psi}(x)\gamma_\mu\Psi(x)A^\mu(x). \quad (3.1)$$

Eşitlik (3.1) ile verilen Lagranjiyen ifadesiyle birlikte aşağıdaki üç temel kabul de göz önünde bulundurularak, Schrödinger resminde hareket denklemleri elde edilebilir.

i) Zamana bağılı bir çok sayıda elektronun durumunu temsil eden $\Phi(t)$ kullanılarak, yarı-klasik eylem integrali kurulabilir,

$$S = \int d^4x \langle \Phi(t) | : L_0(x) + L_I(x) : | \Phi(t) \rangle, \quad (3.2)$$

burada, normal mertebelenendirme herhangi bir referans durumuna göredir ve L_0 etkileşim olmadığı durumda serbest fermiyon Lagranjiyen fonksiyonudur,

$$L_0(x) = \bar{\Psi}(x)(\gamma_\mu i\partial^\mu - m)\Psi(x). \quad (3.3)$$

Eşitlik (3.2)'de eylem integralini sabit kılmak için türevleri alınan dinamik koordinatlar, alan operatörünün ($\Psi(x)$) değil, $\Phi(t)$ durum vektörünün parametreleridir.

ii) Başlangıç vektörünün $|0\rangle$, Slater determinantına karşılık geldiği kabul edilir,

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\Phi(t)\rangle \rightarrow |0\rangle. \quad (3.4)$$

Çift oluşumunun sadece vakumdan meydana geldiği göz önünde bulundurulduğundan, $|0\rangle$ durumu vakum durumu olarak seçilir ve aynı zamanda bu durum, eşitlik (3.2)'deki mertebelenendirme için referans durumunu ifade eder. Problemin yapısı nedeniyle, tam olarak tanımlanmış bir başlangıç Hamiltoniyeni ve buna karşılık gelen tek parçacık durumlarının tam ve ortonormal bir kümesi olduğu kabul edilir.

iii) Eşitlik (3.2)'deki durumların zaman içinde evrimleşmesinden sorumlu olan operatörlerin birimsel (unitary) olduğu kabul edilir;

$$|\Phi(t)\rangle = K(t, -\infty)|0\rangle, \quad (3.5)$$

burada $KK^\dagger = K^\dagger K = 1$ olur. Bu kabullerin birçok önemli sonucu vardır. Eşitlik (3.4) ve eşitlik (3.5), Φ durumunun her zaman Slater determinantını temsil ettiğini garantiler ve hareket denklemleri şu şekilde yazılabilir ;

$$H(x)K(t, t') = i\partial_t K(t, t'), \quad (3.6)$$

burada,

$$\begin{aligned}
H(x) &= H_0(x) + V(x) \\
H_0(x) &= -i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 m \\
V(x) &= -\vec{\alpha} \cdot \vec{A}(x) + A_0(x)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

olur.

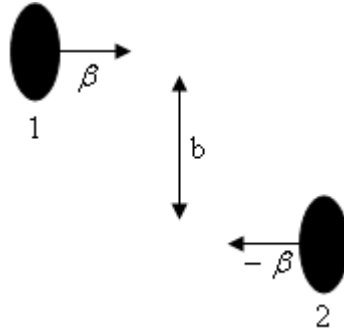
Yukarıdaki kabuller yardımı ile eşitlik (3.6)'nın çözümleri için gereken tüm işlemler detaylı bir şekilde elde edilebilir. Özel olarak çözümler, A^μ cinsinden pertürbatif olarak seriye açılabilir,

$$\begin{aligned}
K(t, \infty) &= K_0(t, -\infty) + (-i) \int_{-\infty}^t d\tau K_0(t, \tau) V(\tau) K_0(\tau, -\infty) \\
&+ (-i)^2 \int_{-\infty}^t d\tau \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' K_0(t, \tau) V(\tau) K_0(\tau, \tau') V(\tau') K_0(\tau', -\infty) + \dots
\end{aligned} \tag{3.8}$$

burada,

$$K_0(t, t') = e^{-iH_0(t-t')} \tag{3.9}$$

ifadesi en düşük mertebeli terimdir [39].



Şekil 3.1 : Çarpışan iki ağır iyonun geometrik gösterimi [39].

Rölativistik ağır iyon çarpışmasının şematik diyagramı Şekil 3.1'de görülmektedir. Bu şekilde, iki ağır iyon olan 1 ve 2 numaralı iyonlar arasındaki rölativistik çarpışma ve koordinatları gösterilmiştir. 1.çekirdek (hız merkezi sisteminde) β hızıyla hareket eder, 2.çekirdek $-\beta$ hızıyla hareket eder, iki çekirdeğin de hızları z-eksenine paraleldir. Yörüngeleri düz bir çizgi olarak alınmıştır ve b saçılma parametresi ile birbirinden ayrılmışlardır. Burada, $\hbar = c = m = e = 1$ olarak tanımlanan doğal birimler kullanılır [40]. Her çekirdek bu birimlerle, kütle merkezi referans

çerçevesinde nükleon başına Lorentz faktörü γ 'ya, $\gamma = E + 1$ ile bağlı olan E kinetik enerjisiyle hareket eder. Eşitlik (3.1)'deki A^μ ,

$$A^\mu = A^\mu(1) + A^\mu(2) \quad (3.10)$$

şeklindedir ve 1 no'lu çekirdeğin potansiyelinin momentum uzayındaki sıfırdan farklı bileşenleri,

$$A^0(1) = -8\pi^2 Z\gamma^2 \frac{\delta(q_0 - \beta q_z)}{q_z^2 + \gamma^2(q_x^2 + q_y^2)} e^{\left[i\vec{q}_\perp \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]}, \quad (3.11)$$

$$A^z(1) = \beta A^0(1)$$

olur. $b \rightarrow -b$, $\beta \rightarrow -\beta$ dönüşümleri yapılırsa, 2 no'lu çekirdeğin potansiyeli de elde edilebilir.

Ağır iyonun hareketinin belirli saçılma parametrelerinde fazlalaştığını varsayarsak, toplam tekil tesir kesitini σ_s ve çift için olan tesir kesitini σ_p

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \int d^2b N_s(b), \\ \sigma_p &= \int d^2b N_p(b), \end{aligned} \quad (3.12)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Burada, $N_s(b)$ ve $N_p(b)$ sırasıyla üretilen elektronların tekil çeşitliliği ve çift çeşitliliğidir. Kuvvetli alan limitinde, elektronların çokluğunun bir olasılık olmadığını, fakat bunların vakumda üretilen elektronların ortalama sayısını temsil ettiğini belirtmek gerekir. Etkileşim gösteriminde, vakum durumunun zaman içinde evrimleşmesi,

$$S|0\rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} K_0(0, t) K(t, -t) |0\rangle, \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilir. Tekil çeşitliliği ise

$$\begin{aligned} N_s &= \sum_{k>0} \langle 0 | S^\dagger : a_k^\dagger a_k : S | 0 \rangle \\ &= \sum_{k>0} \sum_{q<0} \left| \langle \chi_k^{(+)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki, k durumları üzerinden toplam, Dirac denizinin üzerindeki, q durumları üzerinden toplam ise Dirac denizinin içindeki parçacıklarla

sınırlandırılmıştır. Çift çeşitliliği, tamamen farklı ölçümlere ve korelasyonlara sahip olmaları nedeniyle, tek ölçümler serilerinden elde edilemeyecek şekildedir,

$$\begin{aligned}
N_p &= \sum_{k>0} \sum_{q<0} \langle 0 | S^\dagger : a_k^\dagger a_k b_q^\dagger b_q : S | 0 \rangle \\
&= \sum_{k>0} \sum_{q<0} \left| \langle \chi_k^{(+)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle \right|^2 \times \sum_{k>0} \sum_{q<0} \left| \langle \chi_q^{(-)} | S | \chi_k^{(+)} \rangle \right|^2 \\
&+ \sum_{k>0} \sum_{q<0} \left| \sum_{q<0} \langle \chi_k^{(+)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle \langle \chi_q^{(-)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle \right|^2.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Pertürbatif limit değerinde, çift çeşitliliği, tekil çeşitliliği ile aynıdır ve tüm çiftler için tesir kesiti $\sigma_p \cong \sigma$ şeklindedir. Toplam tesir kesiti,

$$\sigma = \int d^2 b \sum_{k>0} \sum_{q<0} \left| \langle \chi_k^{(+)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle \right|^2 \tag{3.16}$$

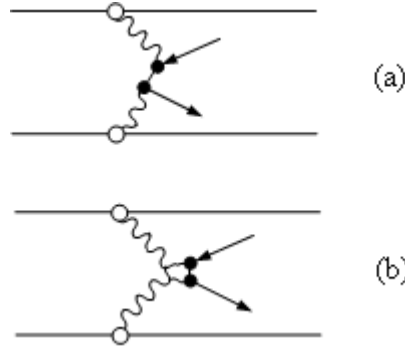
şeklinde yazılabilir.

Burada zamana bağlı pertürbasyon teorisi kullanılarak eşitlik (3.6) ve eşitlik (3.7)'ye pertürbatif çözümler geliştirilecektir. Pertürbasyon serilerinin zaman mertebelenendirme metodu ve bunlara karşılık gelen diyagram kuralları, elektrodinamikteki Feynman teorisine benzetilmektedir. Bununla beraber, etkileşim Hamiltonyeninin Lorentz değişmezleri altında klasik potansiyellerden türetildiği belirtilmelidir. Kütle merkezi referans çerçevesinde, ağır iyonların oluşturduğu potansiyellerin iki tane sıfırdan farklı bileşeni vardır ve bunlar enerji-momentum transferi olan q 'nin genel fonksiyonlarıdır. Burada hesaplanan diyagramlar, zamana bağlı dış bir elektromanyetik alanda üretilen elektron-pozitron çiftleri için Feynman teorisiyle hesaplananlarla aynıdır. Şekil 3.2'de, eşitlik (3.16)'daki büyüklüğe katkıda bulunan en düşük mertebeli diyagramlar verilmiştir. Bu terimler, eşitlik (3.8)'deki ikinci mertebe terimlere karşılık gelir, doğrudan ve çapraz foton çizgileri olan terimleri içerirler,

$$\begin{aligned}
\langle \chi_k^{(+)} | S | \chi_q^{(-)} \rangle &= (-i)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \langle \chi_k^{(+)} | K_0(0, \infty) K_0(\infty, \tau) \\
&\times [V_1(\tau) K_0(\tau, \tau') V_2(\tau') + V_2(\tau) K_0(\tau, \tau') V_1(\tau')] \\
&\times K_0(\tau', -\infty) K_0(-\infty, 0) | \chi_q^{(-)} \rangle.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

En düşük mertebeli iki foton işlemi Şekil 3.2’de görülmektedir. Bu diyagramlardan gelen katkılar ayrı ayrı incelenirse, bunlar sırasıyla, S_{12} ve S_{21} şeklinde gösterilebilir,

$$S = S_{12} + S_{21}. \quad (3.18)$$



Şekil 3.2 : Ağır iyon çarpışmasında çift oluşumu için **(a)** doğrudan ve **(b)** çapraz Feynman diyagramları [40].

Burada tanımlanan S fonksiyonu tamamen düzgün değişkenli bir fonksiyondur ve sayısal olarak hesaplanabilmektedir. Süreklilik koşulları kullanılarak, en son hali ile S_{12} yani doğrudan terim şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned} \langle \chi_k^{(+)} | S_{12} | \chi_q^{(-)} \rangle &= i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \sum_p \sum_s (E_p^{(s)} - \omega - i\eta^+)^{-1} \times \\ &\langle \chi_k^{(+)} | V_1(\omega - E_k^{(+)}) | \chi_p^{(s)} \rangle \langle \chi_p^{(s)} | V_2(E_q^{(-)} - \omega) | \chi_q^{(-)} \rangle. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Enerji-momentum korunumu eşitlik (3.19)’daki paydanın sıfır olmasını önler ve bundan sonra η^+ sıfır olarak seçilir.

Eşitlik (3.19)’daki H_0 durumlarının toplamı spin ve momentum üzerindendir,

$$\sum_p = \sum_{\sigma_p} \sum_{\vec{p}} \rightarrow \sum_{\sigma_p} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}. \quad (3.20)$$

Ara durumlardaki momentum, ağır iyonların hareketine dik ve paralel yöndeki momentumlardan ($\vec{p} = \vec{p}_{\perp} + \vec{p}_z$) oluşur. Ağır iyonların hareketine paralel yöndeki momentum ve eşitlik (3.19)’daki frekans, momentum korunumu nedeniyle sabittir,

$$p_z = \frac{E_q^{(-)} - E_k^{(+)} + \beta(k_z + q_z)}{2\beta},$$

$$\omega = \frac{E_k^{(+)} + E_q^{(-)} - \beta(k_z - q_z)}{2}.$$
(3.21)

Dik momentum, kinematik olarak belirlenemez, fakat alan içinde taşınan momentuma bağlıdır. Böylece sabit momentum ve spin durumları için eşitlik (3.19)'daki geçiş matris elemanı şu şekilde yazılabilir,

$$\langle \chi_k^{(+)} | S_{12} | \chi_q^{(-)} \rangle = \frac{i}{2\beta} \int \frac{d^2 p_\perp}{(2\pi)^2} e^{\left\{ i \left[\vec{p}_\perp - \left(\frac{\vec{k}_\perp + \vec{q}_\perp}{2} \right) \right] \cdot \vec{b} \right\}} \times$$

$$F(\vec{k}_\perp - \vec{p}_\perp : \omega_1) F(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp : \omega_2) \tau_{kq}(\vec{p}_\perp : +\beta),$$
(3.22)

bu denklemde b saçılma parametresidir [39]. $F(q, \omega)$ fonksiyonu, momentum uzayında hareket eden ağır iyonların elektromanyetik alanının skaler kısmıdır,

$$F(\vec{q} : \omega) = \frac{4\pi Z \gamma^2 \beta^2}{\omega^2 + \beta^2 \gamma^2 |\vec{q}|^2} G_E(q^2) f_z(q^2),$$
(3.23)

burada $G_E(q^2)$ nükleonun form faktörü ve $f_z(q^2)$ çekirdeğin form faktörüdür [40]. Eşitlik (3.22)'deki ω_1 ve ω_2 sırasıyla, 1 ve 2 numaralı iyon alanlarına eşlik eden frekanslardır,

$$\omega_1 = \frac{E_q^{(-)} - E_k^{(+)} + \beta(q_z - k_z)}{2},$$

$$\omega_2 = \frac{E_q^{(-)} - E_k^{(+)} - \beta(q_z - k_z)}{2}.$$
(3.24)

τ fonksiyonu, ağır iyonların hızına β , dik momentuma $p_\perp$ ve k, q durumlarına açık olarak bağlıdır ve açık ifadesi şu şekilde yazılabilir,

$$\tau_{kq}(\vec{p}_\perp : \beta) = \sum_s \sum_{\sigma_p} \left[E_p^{(s)} - \left(\frac{E_k^{(+)} + E_q^{(-)}}{2} \right) + \beta \left(\frac{k_z - q_z}{2} \right) \right]^{-1} \times$$

$$< u_{\sigma_k}^{(+)} | (1 - \beta \alpha_z) | u_{\sigma_p}^{(s)} > < u_{\sigma_p}^{(s)} | (1 + \beta \alpha_z) | u_{\sigma_q}^{(-)} >,$$
(3.25)

burada, $u_{\sigma}^{(s)}$, $\chi^{(s)}$ durumlarının spinör kısmıdır. Serbest lepton çifti spinörleri Ek-D'de görülür. Eşitlik (3.25)'deki yatay momentum p_z , eşitlik (3.21) ile belirlenir [39].

Doğrudan ve çapraz terimleri içeren Feynman diyagramlarında, toplam tesir kesiti ifadesinin kapalı hali şu şekilde yazılabilir;

$$\sigma = \int d^2b \sum_{k>0} \sum_{q<0} \times \left| \left\langle \chi_k^{(+)} \middle| S_{12} \middle| \chi_q^{(-)} \right\rangle + \left\langle \chi_k^{(+)} \middle| S_{21} \middle| \chi_q^{(-)} \right\rangle \right|^2. \quad (3.26)$$

Bu ifadede, doğrudan terim açık olarak

$$\left\langle \chi_k^{(+)} \middle| S_{12} \middle| \chi_q^{(-)} \right\rangle = \frac{i}{2\beta} \int \frac{d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i \left[\vec{p}_{\perp} - \left(\frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \right] \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp}), \quad (3.27)$$

şeklindedir ve çapraz terim

$$\left\langle \chi_k^{(+)} \middle| S_{21} \middle| \chi_q^{(-)} \right\rangle = \frac{i}{2\beta} \int \frac{d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i \left[\vec{p}_{\perp} - \left(\frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \right] \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(-)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \quad (3.28)$$

olarak ifade edilir.

S matris ifadesi için çift oluşum tesir kesiti saçılma parametresi üzerinden integre edilerek açık bir halde görülebilir,

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k>0} \sum_{q<0} \int d^2b \left| \int \frac{d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i \left[\vec{p}_{\perp} - \left(\frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \right] \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \right. \\ \left. + \int \frac{d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i \left[\vec{p}_{\perp} - \left(\frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \right] \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(-)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \right|^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Eşitlik (3.20) kullanılarak ve yukarıdaki ifade daha açık olarak yazıldığında,

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{1}{4\beta^2} \sum_{\sigma_k} \sum_{\sigma_q} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \int d^2b \int \frac{d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 p'_{\perp}}{(2\pi)^2} \\ \times \{ e^{i(\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}) \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \mathcal{A}^{\dagger(+)}(k, q; \vec{p}'_{\perp}) \\ + e^{i(\vec{p}_{\perp} + \vec{p}'_{\perp} - \vec{k}_{\perp} - \vec{q}_{\perp}) \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \mathcal{A}^{\dagger(-)}(k, q; \vec{p}'_{\perp}) \\ + e^{-i(\vec{p}_{\perp} + \vec{p}'_{\perp} - \vec{k}_{\perp} - \vec{q}_{\perp}) \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(-)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \mathcal{A}^{\dagger(+)}(k, q; \vec{p}'_{\perp}) \\ + e^{-i(\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}) \cdot \vec{b}} \mathcal{A}^{(-)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) \mathcal{A}^{\dagger(-)}(k, q; \vec{p}'_{\perp}) \} \end{aligned} \quad (3.30)$$

elde edilir. Eşitlik (3.30)'daki fonksiyonun değişkenleri değiştirildikten sonra, tesir kesiti saçılma parametresinin fonksiyonu olarak şu şekli alır,

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{db} = & \frac{1}{4\beta^2} \sum_{\sigma_k, \sigma_q} \int \frac{d^3 k d^3 q d^2 p_{\perp} d^2 p'_{\perp}}{(2\pi)^9} b J_0(b|\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}|) \\
& \times \left[\mathcal{A}^{(+)}(k, q : \vec{p}_{\perp}) + \mathcal{A}^{(-)}(k, q : \vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp}) \right] \\
& \times \left[\mathcal{A}^{(+)}(k, q : \vec{p}'_{\perp}) + \mathcal{A}^{(-)}(k, q : \vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}) \right]^*.
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Eşitlik (3.31) saçılma parametresi üzerinden integre edildiğinde, lepton çift üretimi için toplam tesir kesiti elde edilmiş olur,

$$\sigma = \frac{1}{4\beta^2} \sum_{\sigma_k, \sigma_q} \int \frac{d^3 k d^3 q d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^8} \times \left| \mathcal{A}^{(+)}(k, q : \vec{p}_{\perp}) + \mathcal{A}^{(-)}(k, q : \vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp}) \right|^2. \tag{3.32}$$

Burada, $\vec{k}(\vec{q})$ üretilen lepton (anti-lepton) momentumudur ve $\mathcal{A}^{(\pm)}(k, q : \vec{p}_{\perp})$ şu şekilde tanımlanır [21],

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}^{(+)}(k, q : \vec{p}_{\perp}) &= F(\vec{k}_{\perp} - \vec{p}_{\perp} : \omega_1) F(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp} : \omega_2) \tau_{kq}(\vec{p}_{\perp} : +\beta), \\
\mathcal{A}^{(-)}(k, q : \vec{p}_{\perp}) &= F(\vec{k}_{\perp} - \vec{p}_{\perp} : \omega_2) F(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp} : \omega_1) \tau_{kq}(\vec{p}_{\perp} : -\beta).
\end{aligned} \tag{3.33}$$

3.2 Saçılma Parametresine bağlı Serbest Çift Üretimi

Son zamanlarda rölativistik ağır iyon çarpışmaları ile ilgili yazılan makaleler [22,31,41-45], lepton çift üretimindeki saçılma parametresine bağlı tesir kesitlerinin çok önemli olduğunu göstermiştir. Özellikle, saçılma parametrelerinin küçük değerleri ile ilgili detaylı bilgilerin, STAR laboratuvarlarında yapılan deneylerde ortaya çıkan birçok fiziksel olayı anlamaya yardımcı olabileceği düşünülmektedir.

Toplam tesir kesiti hesapları için, eşitlik (3.31)'de görülen diferansiyel tesir kesiti ifadesi, tüm saçılma parametreleri üzerinden analitik olarak integre edilir ve böylece eşitlik (3.32)'de görülen toplam tesir kesiti ifadesi elde edilir. Buna rağmen, saçılma parametresine bağlı tesir kesitini hesaplamak sayısal olarak çok daha zordur ve şimdiye kadar yapılan tüm hesaplamalarda bundan kaçınılmıştır. Bunun nedeni ise,

$J_0(b|\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}|)$ fonksiyonunun özellikle büyük saçılma parametrelerinde çok hızlı salınım (oscillation) yapan bir fonksiyon olmasıdır. Daha önce yapılan çalışmalarda, [39]'da anlatılan Monte Carlo tekniklerine, $d^2 p'_{\perp}$ integrali eklenerek, eşitlik (3.31)'deki integrasyon doğrudan yapılmaya kalkışılmıştır. Bu işlem 100 milyon Monte Carlo noktası için denenmiştir ve bununla beraber, küçük saçılma

parametrelerindeki doğruluk kabul edilebilir ölçüdedir, fakat büyük saçılma parametreleri için yakınsama elde edilememiştir [40].

Bu zorluğun üstesinden gelmek için izlenen yol şöyledir. Öncelikle integral şu şekilde bölünmüştür,

$$\frac{d\sigma}{db} = \int_0^\infty dq q b J_0(qb) \mathcal{F}(q), \quad (3.34)$$

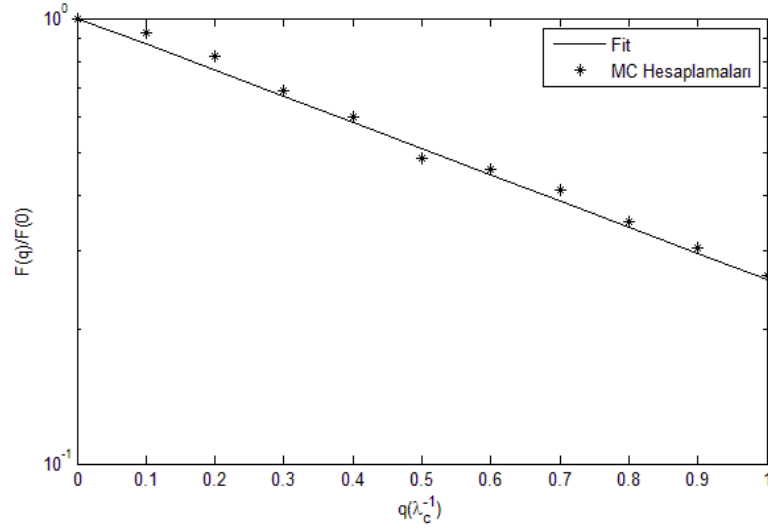
burada verilen $\mathcal{F}(q)$ dokuz katlı integraldir ve açık ifadesi şöyledir [40];

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(q) = & \frac{\pi}{8\beta^2} \sum_{\sigma_k} \sum_{\sigma_q} \int_0^{2\pi} d\phi_q \int \frac{dk_z dq_z d^2 k_\perp d^2 K d^2 Q}{(2\pi)^{10}} \\ & \times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); +\beta\right] \right. \\ & \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp - \vec{K}; -\beta\right] \right\} \\ & \times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2\right] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); +\beta\right] \right. \\ & \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2\right] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp + \vec{q} - \vec{K}; -\beta\right] \right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Eşitlik (3.35) için değişken dönüşümleri Ek-C’de gösterilmiştir. $J_0(qb)$ özellikle büyük saçılma parametreleri için çok hızlı salınım (oscillation) yapan bir fonksiyondur. Bu durum Monte Carlo tekniklerini uygulamamızı imkansızlaştırır. Bununla beraber, sabit q değeri için Monte Carlo teknikleri, eşitlik (3.35)’deki dokuz katlı $\mathcal{F}(q)$ integralini hesaplamak için genelleştirilebilir. $\mathcal{F}(q)/\mathcal{F}(0)$ fonksiyonu $Z_{1,2} = 20 - 90$ olan ağır iyon yük aralığı için ve $\gamma = 10 - 3400$ olan enerji aralığı için elde edilmiştir. q ’nun farklı değerleri için, noktalar arasındaki dalgalanmaları dikkatle denetlemek amacıyla ve Monte Carlo integrasyonundaki hataların standart değerlendirilmesinde her noktanın yüzde beş oranında yakınsadığı düşünülerek yeterli sayıda noktalar alınmıştır. Düzgün fonksiyon hesaplanan sayılarla uygun bir hale getirilmiştir.

Bu hesaplamalar ve diğer benzer hesaplamalar $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonunun Şekil 3.3’de görüldüğü gibi üstel formda olduğunu gösterir ve şu şekilde ifade edilebilir,

$$\mathcal{F}(q) = \mathcal{F}(0) e^{-aq} = \sigma_T e^{-aq}, \quad (3.36)$$



Şekil 3.3 : $\mathcal{F}(q)/\mathcal{F}(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak görülmektedir. Noktalar, her q değerine karşılık gelen Monte Carlo hesaplamalarının sonucunu göstermektedir. Düzgün eğri ise bu noktalara karşılık gelen uygun fonksiyonu gösterir. Bu fonksiyonun eğimi a değerini verir ve bu da $1.35\lambda_c$ 'ye eşittir.

burada $\mathcal{F}(0)$, fonksiyonun $q = 0$ 'daki değeridir ve toplam tesir kesitine eşittir. Buradaki şaşırtıcı sonuç, $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonun eğiminin sabit, ağır iyonların yükünden ve enerjisinden bağımsız olması ve bu eğim değerinin iyi bir yaklaşıklıkla $1.35\lambda_c$ 'ye, elektronun indirgenmiş Compton dalgaboyuna eşit olmasıdır. Bu sonuç yardımıyla, sayısal olarak hesaplanması zor olan eşitlik (3.35)'deki dokuz katlı integral yerine, eşitlik (3.36)'da görülen genel ve çok basit bir ifadeye ulaşılır. Diferansiyel formdaki saçılma parametresine bağlı çift üretim tesir kesitini hesaplamak için, eşitlik (3.34)'deki $\mathcal{F}(q)$ kullanılır ve q integrasyonu analitik olarak hesaplanır,

$$\frac{d\sigma}{db} = \mathcal{F}(0) \int_0^\infty dq q b J_0(qb) e^{-aq} = \sigma_T \frac{ab}{(a^2 + b^2)^{3/2}}. \quad (3.37)$$

Eşitlik (3.37)'de, Bessel fonksiyonu $J_0(qb)$ kullanılır ve bu formda integrasyon analitik olarak yapılabilir. Yukarıda verilen sonuçlar kullanılarak çift üretim olasılığı için düşük mertebede pertürbasyon sonuçları gibi diğer fonksiyonları hesaplamak çok kolaydır [4].

3.3 Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı

$P_{e^-e^+}(b)$ serbest elektron-pozitron çifti üretme olasılığıdır ve eşitlik (3.37)'nin yardımı ile bu olasılık

$$P_{e^-e^+}(b) = \frac{1}{2\pi b} \frac{d\sigma}{db} = \frac{1}{2\pi b} \sigma_T \frac{ab}{(a^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{1}{2\pi} \sigma_T \frac{a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \quad (3.38)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu ifadede σ_T , serbest elektron-pozitron çift üretimi için toplam tesir kesitini göstermektedir. Toplam tesir kesiti, altın iyonlarının karşılıklı olarak foton değiş-tokuşu yapmadığı durumdaki “etiketlenmemiş tesir kesiti (iyonların elektromanyetik olarak uyarılmadığı) - untagged”dir ve şu şekilde hesaplanır [4],

$$\sigma_{e^-e^+} = \int_0^\infty d^2b P_{e^-e^+}(b) = \int_0^\infty 2\pi b db P_{e^-e^+}(b). \quad (3.39)$$

$P_{e^-e^+}(b)$, bir çift elektron-pozitron çifti üretme olasılığını belirtir. Birden fazla çift üretim olasılığını tanımlamak için Poisson dağılımı kullanılır [4,27],

$$P_N(b) = \frac{P_{e^-e^+}^N(b) e^{[-P_{e^-e^+}(b)]}}{N!}, \quad (3.40)$$

bu ifadede $P_N(b)$, b saçılma parametresindeki çarpışmalarda N adet çift üretme olasılığıdır.

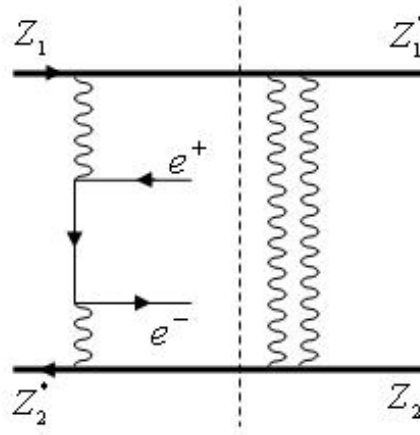
3.4 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı

Giriş kısımlarında da bahsedildiği gibi, ağır iyonlar rölativistik hızlarda çarpıştıklarında, ağır iyonlar etrafında Lorentz boyca kısalmasına uğrayan çok şiddetli elektromanyetik alanlar oluşur. Bu alanlar çok sayıda lepton çiftleri üretir. Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısı (RHIC)'nda iyon demetinin azalmasına sebep olan iki adet baskın elektromanyetik olay vardır. Bunlardan biri, ağır iyon çarpışmalarında çift üretiminden sonra gerçekleşen elektron yakalanması olayıdır. Diğeri ise, ağır iyonların Coulomb ayrılmasıdır [3]. Bu kısımda, iyon demetinin

sürekliliğine zarar veren Coulomb ayrılması olayı üzerinde durulacaktır. Bu olayı, eşitlik (3.41) ile betimleyebiliriz,

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1^* + Z_2^* + e^- e^+. \quad (3.41)$$

Son yıllarda STAR Topluluğu, altın iyonlarının çevresel çarpışmaları sonucu nükleer uyarılma ile elektron-pozitron çifti üretimini, kütle merkezi referans çerçevesinde nükleon başına enerji $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$ olacak şekilde gerçekleştirmiştir [46]. Uyarılmış çekirdeklerin bozunumu genellikle bir veya iki nötron yayınlanmasıyla gözlenir ve bu nötronlar İleri Sıfır Derece Kalorimetreler (Zero Degree Calorimeter-ZDC) ile dedekte edilir.



Şekil 3.4 : Ağır iyon çarpışmalarında iki foton işlemi, serbest çift üretimi ile beraber gerçekleşen dev dipol rezonansı görülmektedir. Serbest çift üretiminin (kesikli çizginin sol tarafı), nükleer uyarılmadan (kesikli çizginin sağ tarafı) bağımsız olduğunu farz ediyoruz [22].

Şekil 3.4'deki diyagram, iki foton tarafından elektron-pozitron çift üretimini ve iki foton değiş-tokuşunu temsil eder ve elektron-pozitron çift üretimi ile gerçekleşen Coulomb uyarılması için düşük mertebeli baskın bir diyagramdır. Elektron-pozitron çifti üretimini içeren foton yayınlanmasının, iyonların uyarılması için foton yayınlanmasından bağımsız olduğunu, 1955 yılında S.N.Gupta ispatlamıştır. Bu durum, herhangi bir b saçılma parametresinde düşük mertebede elektron-pozitron çifti üretim olasılığının, uyarılma ve iyonların ayrılma olasılığından bağımsız olduğu anlamına gelir. Bu özellik, faktörizasyon olarak isimlendirilir. Faktörizasyon durumlarında, rölativistik hızlarda çevresel çarpışma sonucu elektron-pozitron çifti üretimi ile aynı anda gerçekleşen nükleer ayrılma için toplam tesir kesiti şu şekilde ifade edilir [22],

$$\sigma_{e^-e^+}^{GDR} = \int d^2b P_{e^-e^+}(b) P_{GDR}^2(b), \quad (3.42)$$

bu ifadede, $P_{e^-e^+}(b)$ elektron-pozitron çifti üretme olasılığı ve $P_{GDR}(b)$ saçılma parametresinin fonksiyonu olarak eşzamanlı karşılıklı nükleer uyarılma olasılığıdır. En bilinen nükleer uyarılma GDR (Giant Dipole Resonance - Dev Dipol Rezonansı)'dır. GDR durumları, genellikle tek nötron yayınlanmasıyla bozunur. Diğer rezonanslar son duruma birçok nötron bozunumuyla ulaşırlar. Karşılıklı Coulomb ayrılmasında, her çekirdek foton yayınlamaya diğer çekirdeği uyarır, ayrıştırır. Nükleer ayrılmaları ayırt etmemiz için nötronlar farklı işaretlerdir [46].

Tek iyonunda GDR uyarılması için olasılık ifadesi

$$P_{GDR}(b) = \frac{S}{b^2}, \quad (3.43)$$

olarak verilir. Bu ifadede,

$$S = \frac{2\alpha^2 Z^3 N}{Am_N \omega_{GDR}} \approx 5.45 \times 10^{-5} Z^3 NA^{-2/3} fm^2 \quad (3.44)$$

şeklinde, burada m_N nükleon kütlesi, N iyonun nötron sayısı, Z iyonun proton sayısı ve A iyonun kütle numarasıdır. Ayrıca, ω_{GDR} GDR durumunun enerjisidir ve yaklaşık olarak değeri $80 MeV A^{-1/3}$ 'dir [31,47]. Dev dipol rezonansı (GDR) için saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonunun çıkarılışı Ek-G'de görülmektedir.

Tesir kesiti hesaplarında, $P_{GDR}(b)$ ifadesinin yani saçılma parametresinin fonksiyonu olarak eşzamanlı nükleer uyarılma olasılığının karesi alınmıştır. Bunun nedeni, iyon demetlerindeki iyonların karşılıklı olarak birbirlerini uyarmasıdır. Bu iki durum, bağımsız olaylar olarak düşünüldüğü için karesi alınmıştır. Küçük saçılma parametreleri için $P_{GDR}(b)$ değeri, 1 değerini geçebilir ve bu durum ortalama uyarılma sayısı olarak yorumlanabilir. Tekilleştirme işlemi olarak, elektron-pozitron çift üretimindeki olasılık ifadesinde izlenen yol uygulanmalıdır. Bu ifadedeki zorluk, GDR uyarılması için olasılık değerinin oldukça büyük olmasıdır (minimum saçılma parametresi b_{min} için olasılık yaklaşık 0.5 civarındadır). Bu nedenle, birden fazla foton uyarılması mekanizmasının olaya dahil edilmesi gerekmektedir. Farklı (bağımsız) uyarılma süreçleri için Poisson Dağılımı'nı göz önüne aldığımızda, $P_{GDR}(b)$ ifadesi,

$$P_{GDR}(N, b) = \frac{P_{GDR}^N(b) e^{[-P_{GDR}(b)]}}{N!} \quad (3.45)$$

şeklini alır [22,31].

Bu en genel ifade , $N=1$ alınarak yazılırsa,

$$P_{GDR}(1, b) = \left(\frac{S}{b^2} \right) e^{-\frac{S}{b^2}} \quad (3.46)$$

elde edilir [16].

$P_{e^-e^+}(b)$ ve $P_{GDR}(1, b)$ ifadeleri eşitlik (3.42)'deki toplam tesir kesitinde yerine yazılırsa,

$$\sigma_{e^-e^+}^{GDR} = \int_{b_{\min}}^{\infty} 2\pi b db \left[\left(\frac{S}{b^2} \right) e^{-\frac{S}{b^2}} \right]^2 \left[\frac{\sigma_T}{2\pi} \frac{a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \right] \quad (3.47)$$

sonucuna ulaşılır.

Rölativistik ağır iyon çarpışmalarında karşılıklı elektromanyetik uyarılma ile çift üretimi süreci için tesir kesiti ifadesi, eşitlik (3.47)'de en küçük saçılma parametresi değerinden sonsuza kadar integre edilerek elde edilir. İç nükleer uyarılmaya örnek olan Coulomb uyarılmasında $b_{\min}$ değeri, yaklaşık olarak iki nükleer yarıçapın toplamına eşittir [16,31].

3.5 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı

Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısında (Relativistic Heavy Ion Collider-RHIC) $Au+Au$ çarpışmaları için ve Büyük Hadron Çarpıştırıcısında (Large Hadron Collider-LHC) $Pb+Pb$ çarpışmaları için, elektromanyetik olarak üretilen lepton çiftlerinin tesir kesitleri oldukça büyüktür. Çünkü, büyük yüke (Z) sahip olan ağır iyonlar güçlü EM alanlar oluştururlar. Eğer tamamen iyonize edilmiş olan iyon, üretilen elektronlardan birini kaparsa, bu durum demeti tüketir ve iyon demetinin parlaklığını azaltır. Bu olayı eşitlik (1.9) ile betimleyebiliriz [12-15].

Elektron yakalanması olayı ile çift üretiminin erken hesaplamalarında pertürbasyon teorisi kullanılmıştır, tek fark olarak pozitronun dalga fonksiyonu için bozulma etkileri göz önüne alınmıştır. Hesaplamalarda çok belirgin olarak, elektronun yakalandığı çekirdek referans çerçevesi olarak kullanıldığında, en iyi sonuç elde

edilmiştir. Çiftleşmiş kanallar (CC-Coupled Channels) hesaplamaları gibi bazı çalışmalar, pertürbatif olmayan yaklaşım kullanılarak yapılmıştır. Bununla beraber, serbest çift üretiminin tersine, elektronun atomik yakalanması ile çift üretim olayı pertürbasyon teorisi ile iyi bir şekilde tanımlanmıştır. Pozitron ve elektron dalga fonksiyonları arasındaki örtüşme, serbest çift üretim olayı için olana göre çok daha küçüktür. Pertürbasyon serilerinin ilk terimleri, yüksek dereceli terimlerin katkısını gözardı edecek kadar küçüktür. Pertürbatif olmayan hesaplamaların tesir kesitini %1 oranında değiştirdiği bazı makalelerde görülmektedir [1].

Bu tezde, yarı-klasik yaklaşımda rölativistik ağır iyon çarpışmaları sonucunda üretilen elektron-pozitron çiftinden elektronun, ağır iyon tarafından yakalanması olasılığının düşük mertebede QED ile hesaplanması amaç edinilmiştir.

Bağlı durum Coulomb problemi için, gerçek rölativistik dalga fonksiyonunun seçilmesi gereklidir. Ancak, αZ 'nin yani çiftlenim sabiti ifadesinin küçük değerleri için yaklaşık dalga fonksiyonlarını çok basit yapıda kullanmak elverişli olmaktadır. Yaklaşık olarak yarı-klasik bağlı durum dalga fonksiyonunun türetilmesinde alışlagelmiş bir şekilde $V = -e^2 Z / r$ potansiyeli için tam olarak ikinci derece dalga eşitliği yazılarak işe başlanır [23]. Bu dalga fonksiyonunun nasıl elde edildiği Ek-E'de ispat edilmiştir.

Çift üretim olayı gerçekleştikten sonra, elektron iyonlardan biri tarafından kapılır ve bu bağlı durumu ifade etmemiz gerekir. Yarı-rölativistik yaklaşımda, elektronların bu durumu şu şekilde tanımlanabilir [1,23,48],

$$\psi^{(-)} = \left(1 - \frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \mathbf{u} \Psi_{non-r}(r), \quad (3.48)$$

burada rölativistik olmayan (temel) durum fonksiyonu

$$\Psi_{non-r}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_H}, \quad (3.49)$$

şeklinde ve bu hidrojen benzeri iyonun fonksiyonudur. Burada $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} w \\ 0 \end{pmatrix}$ terimi yakalanmış elektronun spinor durumunu temsil eder. w elektronun polarizasyon

durumunu belirleyen spinördür. Bu ifadede, Z atomik yük numarasıdır. a_H ise hidrojenin Bohr yarıçapıdır ve $\hbar^2 / me^2$ 'ye eşittir [48-50].

Bu bilgiler ışığında, benim hesaplarımdaki çiftlenim sabiti yani $\alpha Z \approx 0,6$ ifadesi 1'den küçük olduğundan, bağlı-serbest çift üretim olayı için tesir kesiti hesabı sırasında yakalanmış elektron için kullanacağım dalga fonksiyonu (eşitlik (3.49)'da belirtildiği gibi) şu şekilde yazılabilir [48];

$$\psi^{(-)}(\vec{r}) = \left(1 - \frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}\right) \mathbf{u} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_H}. \quad (3.50)$$

Şekil 1.2'de görülen Feynman diyagramındaki doğrudan terimi hesaplamak için, hareketli iyon alanında elektron-pozitron çifti yaratıldıktan sonra, iyonlardan biri tarafından yakalanan elektronun ve serbest olarak hareket eden pozitronun dalga fonksiyonlarına ihtiyacımız vardır. Serbest pozitron (Sommerfeld-Maue) dalga fonksiyonunun çıkarılışı Ek-F'de görülebilir. Serbest pozitron için kullanacağımız düzlem dalga fonksiyonu, literatürde Sommerfeld-Maue dalga fonksiyonu olarak da bilinir ve şu şekilde tanımlanır [1,16],

$$\psi_q^{(+)} = N_+ [e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \mathbf{u}_{\sigma_q}^{(+)} + \psi'], \quad (3.51)$$

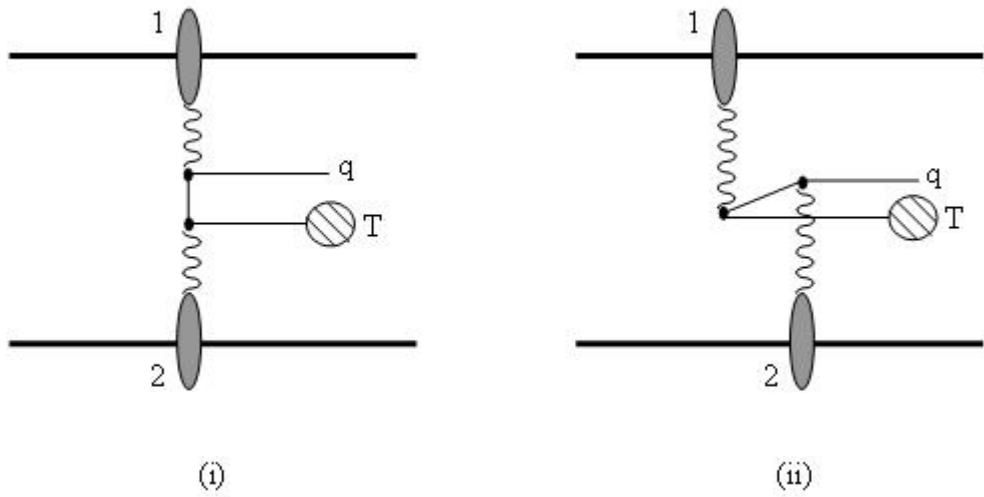
bu ifadede görülen ψ' terimi, çekirdeklerden birinin yükünün neden olduğu bozukluğu (distortion) düzeltmek için eklenmiş olan bir düzeltme terimidir. Pozitronun dalga fonksiyonu ifadesinde bulunan N_+ terimi, normalizasyon sabiti olarak bilinir ve

$$N_+ = e^{-\pi a_+ / 2} \Gamma(1 + ia_+), \quad a_+ = \frac{Ze^2}{v_+} \quad (3.52)$$

şeklinde açık olarak yazılabilir. Bu normalizasyon sabiti, dalga fonksiyonundaki bozukluğa karşılık gelir ve $Z\alpha \ll 1$ durumunda kabul edilebilir [1,16,51]. Burada $\alpha = e^2 / \hbar c \cong 1/137$ ince yapı sabitidir ve v_+ iyonun hareketsizlik çerçevesinde, elektronun yakalandığı durumdaki pozitronun hızına karşılık gelir. İyonların yeterli derecede büyük enerjileri için, yaklaşık olarak $v_+ \cong c = 1$ kabul edilebilir. İşlemleri kolaylaştırmak için, $\hbar = c = m = 1$ yaklaşımı yapılabilir.

QED'nin çerçevesindeki düşük dereceli pertürbasyon teorisi, rölativistik ağır iyon çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi için tesir kesiti ifadesinin elde edilmesi ve hesaplanmasına uygulanmıştır. Bu bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi işlemi için, çarpışan iyonlardan biri tarafından elektron yakalandıktan sonra, serbest pozitron çarpışma sisteminden ayrılır. Düşük mertebeli QED'de bu işlem, Şekil 3.5'de görülen doğrudan ve çapraz terimleri içeren Feynman diyagramlarında tanımlanır. Bu diyagramlar özellikle RHIC ve LHC gibi yüksek çarpışma enerjileri için uygun olan, bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi işlemine gelen önemli katkıları temsil eder [20].

Yüksek enerjide çarpışan 1 ve 2 numaralı iyonlar için, bir iyonun diğer iyonun EM alanıyla sadece bir kez etkileştiği çift üretime başlıca katkı Feynman diyagramından gelir. Kısıtlama Şekil 3.5'deki doğrudan ve çapraz diyagramlara gelir ve toplam genlik ayar-değişmezi olan Lorentz kovaryanttır. Yakalanma olayı Şekil 3.5'de, son bağlı durumun momentum dalga fonksiyonunun içine elektron çizgisinin sarmalanması şeklinde ani bir yaklaşım olarak betimlenir [11].



Şekil 3.5 : Ağır iyon çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çifti oluşumu için düşük derece Feynman diyagramları. Hedef durum T içinde elektron yakalanması ile çift üretimi için (i) doğrudan ve (ii) çapraz Feynman diyagramları. 1 ve 2 ağır iyonları temsil eder ve $\vec{q}$ pozitronun momentumudur [11].

Ağır iyonların çarpışmalarında, çarpışma çerçevesinde tüm sistemin toplam momentumunun sıfır olduğunu farz ediyoruz. 1 no'lu çekirdeğin potansiyelinin momentum uzayındaki sıfırdan farklı bileşenleri

$$A^0(1) = -[2\pi Ze]\delta(q'_0)e^{\left[-iq'_y\frac{b}{2}\right]}\int_{-\infty}^{\infty}d^3\vec{r}\frac{e^{-i\vec{q}'\cdot\vec{r}}}{|\vec{r}|}, \quad (3.53a)$$

$$A^z(1) = \beta A^0(1) \quad (3.53b)$$

şeklindedir. $b \rightarrow -b$, $\beta \rightarrow -\beta$ dönüşümleri ile, 2 no'lu çekirdek için de potansiyel ifadesi elde edilebilir. Tüm çarpışma sistemi için klasik 4-vektör potansiyeli olan A^μ şu şekildedir [40],

$$A^\mu = A^\mu(1) + A^\mu(2), \quad (3.54)$$

bu gecikmeli Lienard-Wiechert etkileşmelerini tanımlar [20].

Ağır iyon hareketinin belirli saçılma parametrelerinde fazlaştığı düşünülerek, toplam tekil tesir kesiti ve çift için tesir kesiti eşitlik (3.12)'deki gibi yazılmıştır [40].

Tekil çeşitliliği, bağlı-serbest çift üretimi için,

$$N_s = \sum_{q<0} \left| \langle \psi^{(-)} | S | \psi_q^{(+)} \rangle \right|^2 \quad (3.55)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki, q durumları üzerinden toplam Dirac denizinin içindeki parçacıklarla sınırlandırılmıştır.

Pertürbatif limit değerinde, çift çeşitliliği, tekil çeşitliliği ile aynıdır ve toplam tesir kesiti,

$$\sigma = \int d^2b \sum_{q<0} \left| \langle \psi^{(-)} | S | \psi_q^{(+)} \rangle \right|^2 \quad (3.56)$$

şeklinde yazılabilir.

Bizim hesapladığımız diyagramlar, zamana bağlı dış bir elektromanyetik alanda üretilen yakalanmış elektron-pozitron çiftleri için Feynman teorisiyle hesaplananlarla aynıdır. Şekil 3.5'de, eşitlik (3.56)'daki büyüklüğe katkıda bulunan en düşük mertebeli diyagramlar verilmiştir. Bu terimler, ikinci mertebe terimlere karşılık gelir ve de doğrudan ve çapraz foton çizgileri olan terimleri içerirler,

$$\begin{aligned}
\langle \psi^{(-)} | S | \psi_q^{(+)} \rangle &= (-i)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \langle \psi^{(-)} | K_0(0, \infty) K_0(\infty, \tau) \\
&\times [V_1(\tau) K_0(\tau, \tau') V_2(\tau') + V_2(\tau) K_0(\tau, \tau') V_1(\tau')] \\
&\times K_0(\tau', -\infty) K_0(-\infty, 0) | \psi_q^{(+)} \rangle.
\end{aligned} \tag{3.57}$$

En düşük mertebeli iki foton süreci Şekil 3.5’de görülmektedir ve diyagramlardan gelen katkılar ayrı ayrı incelendiğinde bunlar S_{12} ve S_{21} şeklinde gösterilebilir [20,39],

$$S = S_{12} + S_{21}. \tag{3.58}$$

Tanımlanan S fonksiyonu tamamen düzgün değişkenli bir fonksiyondur ve sayısal olarak hesaplanabilmektedir. Süreklilik koşulları kullanılarak, serbest pozitron ve yakalanmış elektron durumları ifade edildikten sonra, Şekil 3.5(i) ’de görülen Feynman diyagramının doğrudan terimi S_{12} şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
\langle \psi^{(-)} | S_{12} | \psi_q^{(+)} \rangle &= \\
i \sum_p \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\langle \psi^{(-)} | V_1(\omega - E^{(-)}) | \chi_p^{(s)} \rangle \langle \chi_p^{(s)} | V_2(E_q^{(+)} - \omega) | \psi_q^{(+)} \rangle}{(E_p^{(s)} - \omega)} \\
&= i \sum_p \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \left(1 + \frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r}' N_+ e^{-i(\vec{p}-\vec{q}) \cdot \vec{r}'} A_2(\vec{r}'; E_q^{(+)} - \omega) \\
&\frac{\langle u | (1 - \beta \alpha_z) | u_{\sigma_p}^{(s)} \rangle \langle u_{\sigma_p}^{(s)} | (1 + \beta \alpha_z) | u_{\sigma_q}^{(+)} \rangle}{(E_p^{(s)} - \omega)},
\end{aligned} \tag{3.59}$$

burada, V_1 ve V_2 terimleri,

$$V_1 = (1 - \beta \alpha_z) A_1^0, \tag{3.60a}$$

$$V_2 = (1 + \beta \alpha_z) A_2^0 \tag{3.60b}$$

şeklinde açıkça yazılabilir, bunlar sırasıyla 1 ve 2 numaralı çekirdeklerin potansiyelleridir. Görünüşe göre, toplam (doğrudan) genlik, yakalanmış elektronun

koordinatlarına bağlı olarak üç katlı integral $(\int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r})$, serbest pozitronun

koordinatlarına bağlı olarak üç katlı integral $(\int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r}')$ ve ağır iyonlar arasında sanal olarak değiş-tokuş edilen fotonların frekansına (ω) bağlı olan tek katlı integrallerin tümünü içerir. Eşitlik (3.59)'u yazarken tamlık ifadesini kullandığımızda,

$$\sum_p |\chi_p^{(+)} \rangle \langle \chi_p^{(+)}| + |\chi_p^{(-)} \rangle \langle \chi_p^{(-)}| = 1 \quad (3.61)$$

$\chi_p^{(s)}$ şu şekilde tanımlanır,

$$\chi_p^{(+)} = e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} \mathbf{u}_{\sigma_p}^{(+)} \quad (3.62a)$$

$$\chi_p^{(-)} = e^{-i \vec{p} \cdot \vec{r}} \mathbf{u}_{\sigma_p}^{(-)}. \quad (3.62b)$$

Tek parçacık sistemindeki bu notasyonda $\mathbf{u}_{\sigma_p}^{(s)}$, ara durumu temsil eden $\chi_p^{(s)}$ 'in spinör kısmıdır ve tek parçacığın spin ve momentumu üzerindeki toplam şu şekilde ifade edilebilir,

$$\sum_p = \sum_{\sigma_p} \sum_{\vec{p}} \rightarrow \sum_{\sigma_p} \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3}. \quad (3.63)$$

Eşitlik (3.59)'daki " $\vec{r}$ " ve " $\vec{r}'$ " değişkenlerine bağlı integraller açık bir şekilde hesaplanmaya çalışılır. Öncelikle " $\vec{r}$ " değişkenine bağlı integral alınır, bunun için bu integral iki kısma ayrılır,

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \left(1 + \frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) = \\ & \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) + \\ & \left(\frac{i}{2m} \right) \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}), \end{aligned} \quad (3.64)$$

bu iki kısma ayrılan integral bağımsız olarak analiz edilebilir. Eşitlik (3.64)'teki " $\vec{r}$ " değişkenine bağlı ilk integral parçasında rölativistik olmayan $1s$ -fonksiyonu $\Psi_{non-r}(r)$ ve vektör potansiyeli $A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)})$ ifadeleri açıkça yerine yazılır ve şu ifadeye ulaşılır,

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) \\
&= -[2 \pi Z e] \delta(p_0') e^{\left[-i \vec{p}_y \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} e^{-Zr/a_H} \frac{e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}}}{r} \\
&= -\frac{[8 \pi^2 Z e]}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \frac{e^{\left[i \vec{p}_\perp \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]}}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + \frac{p_z^2}{\gamma^2} + p_\perp^2 \right)} \delta(\omega - E^{(-)} - \beta p_z).
\end{aligned} \tag{3.65}$$

Eşitlik (3.65)'deki " $\vec{r}$ " değişkenine bağlı integral bilinen bir integraldır ve sonucu Ek-A'da görülen Lorentz dönüşümleri de uygulandıktan sonra şu şekilde görülebilir;

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} e^{-Zr/a_H} \frac{e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}}}{r} = \frac{4\pi}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + p^2 \right)}. \tag{3.66}$$

Eşitlik (3.65)'deki p_0 enerji terimidir, p_z boylamsal momentum terimi ve $p_\perp$ (p_y) terimi, eşitlik (3.61)'de ifade edilen ara durumun dik momentumudur.

Eşitlik (3.64)'deki " $\vec{r}$ " değişkenine bağlı integralin ikinci kısmı

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{i}{2m} \right) \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \Psi_{non-r}(r) e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) \\
&= \left(\frac{i}{2m} \right) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \left\{ -[2 \pi Z e] \delta(p_0') e^{\left[-i \vec{p}_y \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} e^{-Zr/a_H} \frac{e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}}}{r} \right\} \\
&= -\frac{1}{2m} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} 8 \pi^2 Z e \vec{\alpha} \cdot \vec{p} \delta(\omega - E^{(-)} - \beta p_z) \frac{e^{\left[i \vec{p}_\perp \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]}}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + \frac{p_z^2}{\gamma^2} + p_\perp^2 \right)},
\end{aligned} \tag{3.67}$$

şeklinde birinci integrali hesaplarken kullanılan metodlar uygulanarak ifade edilir.

Bu integral, yakalanmış elektronun dalga fonksiyonunda bulunan $\frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}$ faktörünü içerir. Bu faktörde ekstra bulunan "türev" ifadesi, elektronun koordinatlarına bağlıdır ve kısmi integrasyon yöntemi ile çözülebilir,

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3 \vec{r} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} e^{-Zr/a_H} \frac{e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}}}{r} = -i \vec{\alpha} \cdot \vec{p} \frac{4\pi}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + p^2 \right)}. \tag{3.68}$$

Eşitlik (3.64)'deki tüm integraller alındıktan sonra, şu ifadeye ulaşılır;

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{r} \left(1 + \frac{i}{2m} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \Psi_{non-r}(r) e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} A_1(\vec{r}; \omega - E^{(-)}) =$$

$$- \left[1 + \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{p}}{2m} \right] 8\pi^2 Z e \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \frac{\delta(\omega - E^{(-)} - \beta p_z)}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + \frac{p_z^2}{\gamma^2} + p_{\perp}^2 \right)} e^{\left[i\vec{p}_{\perp} \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]} \quad (3.69)$$

bu ifadede $E^{(-)}$, yakalanmış elektronun enerjisini temsil eder.

Aynı adımları " $\vec{r}'$ " değişkenine bağlı integrali hesaplamak için tekrarlırsak, şu sonuca ulaşırız;

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{r}' N_+ e^{-i(\vec{p}-\vec{q}) \cdot \vec{r}'} A_2(\vec{r}'; E_q^{(+)} - \omega) =$$

$$- N_+ 8\pi^2 Z e \gamma^2 \frac{\delta(E_q^{(+)} - \omega - \beta(p_z - q_z))}{(p_z - q_z)^2 + \gamma^2(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp})^2} e^{i(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp}) \cdot \frac{\vec{b}}{2}}, \quad (3.70)$$

bu ifadede $E_q^{(+)}$, pozitronun enerjisidir. Eşitlik (3.59)'daki tüm integraller alındıktan sonra, doğrudan bağlı durum çift üretimi genliği için şu açık ifadeye ulaşılır;

$$\langle \Psi^{(-)} | S_{12} | \Psi_q^{(+)} \rangle =$$

$$iN_+ \sum_s \sum_{\sigma_p} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{i(\vec{p}_{\perp} - \frac{\vec{q}_{\perp}}{2}) \cdot \frac{\vec{b}}{2}} 8\pi^2 Z e \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \frac{\delta(\omega - E^{(-)} - \beta p_z)}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + \frac{p_z^2}{\gamma^2} + p_{\perp}^2 \right)}$$

$$\left[1 + \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{p}}{2m} \right] 8\pi^2 Z e \gamma^2 \frac{\delta(E_q^{(+)} - \omega - \beta(p_z - q_z))}{(p_z - q_z)^2 + \gamma^2(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp})^2} \quad (3.71)$$

$$\frac{\langle \mathbf{u} | (1 - \beta \alpha_z) | \mathbf{u}_{\sigma_p}^{(s)} \rangle \langle \mathbf{u}_{\sigma_p}^{(s)} | (1 + \beta \alpha_z) | \mathbf{u}_{\sigma_q}^{(+)} \rangle}{(E_p^{(s)} - \omega)}$$

ve bu ifade de $E_p^{(s)}$ ara durum enerjisidir.

$\vec{p}$ vektörü, iyon alanındaki ara durum (elektron ve pozitron) momentumudur ve iyonların hareketine bağlı olarak dik ve paralel kısımlara $\vec{p} = \vec{p}_{\perp} + \vec{p}_z$ ayrıştırılabilir.

Eşitlik (3.71)'deki iki Dirac delta fonksiyonu bize, ağır iyonların hızları yönündeki bileşeni

$$p_z = \frac{E_q^{(+)} - E^{(-)} + \beta q_z}{2\beta}, \quad (3.72a)$$

enerjiler cinsinden ve pozitronun boylamsal momentumu (q_z) cinsinden verir. Benzer şekilde, sanal değiş-tokuş fotonlarının frekansı da

$$\omega = E^{(-)} + \beta p_z = \frac{E^{(-)} + E_q^{(+)} + \beta q_z}{2}, \quad (3.72b)$$

momentumun korunumu ilkesi kullanılarak, eşitlik (3.71)'deki Dirac delta fonksiyonundan elde edilir. Paralel kısımdan farklı olarak, elektronların dik momentumu $\vec{p}_\perp$, ortak çarpışma kinematiği ile sabitlenemez, fakat alanlar tarafından taşınan momentuma bağlıdır. Eşitlik (3.71)'i ω ve p_z üzerinden integre ettikten sonra, eşitlik (3.72)'deki değerleri eşitlik (3.71)'de yerine yerleştirdiğimizde, verilen ara durumda pozitronun sabit spin ve momentum durumları için geçiş matris elemanı şu şekilde ifade edilebilir [20],

$$\begin{aligned} \langle \psi^{(-)} | S_{12} | \psi_q^{(+)} \rangle = \\ \frac{iN_+}{2\beta} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^{3/2} \int \frac{d^2 p_\perp}{(2\pi)^2} e^{i(\vec{p}_\perp - \frac{\vec{q}_\perp}{2}) \cdot \vec{b}} \\ F(-\vec{p}_\perp : \omega_1) F(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp : \omega_2) \tau_q(\vec{p}_\perp : +\beta) \end{aligned} \quad (3.73)$$

burada $\vec{b}$ iyon-iyon çarpışmalarında saçılma parametresidir ve $F(q, \omega)$ fonksiyonu, 1 ve 2 numaralı iyonlar tarafından oluşturulan alanın, momentum uzayındaki skaler kısmıdır. Bu skaler alanların açık formu, onlara karşılık gelen frekanslar cinsinden şu şekilde ifade edilebilir;

$$F(-\vec{p}_\perp : \omega_1) = \frac{4\pi Z e}{\left(\frac{Z^2}{a_H^2} + \frac{\omega_1^2}{\gamma^2 \beta^2} + p_\perp^2 \right)}, \quad (3.74a)$$

ω_1 frekansı için ve

$$F(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp : \omega_2) = \frac{4\pi Z e \gamma^2 \beta^2}{\left(\omega_2^2 + \gamma^2 \beta^2 (\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp)^2 \right)}, \quad (3.74b)$$

ω_2 frekansı için sırasıyla verilen şekildedir.

Bağlı-serbest çift üretim sürecinde elektronlar ve pozitronların davranışlarındaki asimetri nedeniyle, serbest pozitronların ve yakalanmış elektronların dalga fonksiyonları büyük ölçüde farklıdır. Bu farklılık, iki çekirdek tarafından yayınlanan sanal fotonların frekans ifadelerinin farklı olmasına sebebiyet verir, örneğin;

$$\omega_1 = \frac{-E^{(-)} + E_q^{(+)} + \beta q_z}{2} = \beta p_z, \quad (3.75a)$$

1 iyonu için ve,

$$\omega_2 = \frac{E_q^{(+)} - E^{(-)} - \beta q_z}{2} = \beta(p_z - q_z), \quad (3.75b)$$

2 iyonu için sırasıyla frekans ifadeleridir. Daha önce de bahsedildiği gibi, bu frekanslar eşitlik (3.71)'in integre edilmesi ile elde edilmişlerdir. Her iyonun skaler alanından farklı olarak eşitlik (3.73), ayrıca ara durum foton hatlarını giden elektron-pozitron hatlarıyla ilişkilendiren geçiş genliği (τ) içerir. Bu genlik açık bir şekilde iyonların (bağlı) hızına (β), ara durum momentumunun dik bileşenine $\vec{p}_\perp$ ve pozitronun momentumuna (q) bağlıdır ve şu şekilde ifade edilir,

$$\tau_q(\vec{p}_\perp : +\beta) = \sum_s \sum_{\sigma_p} \frac{1}{\left(E_p^{(s)} - \left(\frac{E^{(-)} + E_q^{(+)}}{2} \right) - \beta \frac{q_z}{2} \right)} \left[1 + \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{p}}{2m} \right] \quad (3.76)$$

$$< u | (1 - \beta \alpha_z) | u_{\sigma_p}^{(s)} > < u_{\sigma_p}^{(s)} | (1 + \beta \alpha_z) | u_q^{(+)} > .$$

Bu genlikte, ayrıca, ara durum momentumunun boylamsal bileşeni olan ve eşitlik (3.72a) ile tanımlanan p_z de bulunur. Son olarak eşitlik (3.73), saçılma parametresi olan b üzerinden integre edilerek analitik bir ifadeye dönüştürülür. Çok benzer adımlar takip edilerek Şekil (3.5)'teki çapraz terim genliğini de $\langle \psi^{(-)} | S_{21} | \psi_q^{(+)} \rangle$, şeklinde ifade etmek mümkündür.

Doğrudan ve çapraz diyagramlar için genlikler elde edildikten sonra, iki ağır iyonun çarpışması sonucu yaratılan bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimini için tesir kesiti ifadesini yazabiliriz,

$$\sigma = \int d^2b \sum_{q<0} \left| \langle \psi^{(-)} | S | \psi_q^{(+)} \rangle \right|^2 = \int d^2b \sum_{q<0} \left| \langle \psi^{(-)} | S_{12} | \psi_q^{(+)} \rangle + \langle \psi^{(-)} | S_{21} | \psi_q^{(+)} \rangle \right|^2, \quad (3.77)$$

bu ifadede $S = S_{12} + S_{21}$ şeklinde, Şekil (3.5)'deki doğrudan ve çapraz terimlerin toplamını ifade eder. Yukarıda bahsi geçen tüm basitleştirmeler gerçekleştirildikten sonra, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için tesir kesiti ifadesi şu şekilde gösterilir,

$$\sigma = \frac{|N_+|^2}{4\beta^2} \frac{1}{\pi} \left(\frac{Z}{a_H}\right)^3 \sum_{\sigma_q} \int \frac{d^3 q d^2 p_{\perp}}{(2\pi)^5} \left(\mathcal{A}^{(+)}(q : \vec{p}_{\perp}) + \mathcal{A}^{(-)}(q : \vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp}) \right)^2, \quad (3.78)$$

burada,

$$\mathcal{A}^{(+)}(q : \vec{p}_{\perp}) = F(-\vec{p}_{\perp} : \omega_1) F(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp} : \omega_2) \tau_q(\vec{p}_{\perp} : +\beta), \quad (3.79a)$$

ve

$$\mathcal{A}^{(-)}(q : \vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp}) = F(\vec{p}_{\perp} - \vec{q}_{\perp} : \omega_2) F(-\vec{p}_{\perp} : \omega_1) \tau_q(\vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp} : -\beta), \quad (3.79b)$$

şeklinde verilen ifadeler, tam olarak geçiş genliği ile 1 ve 2 numaralı iyonların yarattıkları alanların skaler kısımlarının çarpımına karşılık gelen basitleştirilmiş ifadelerdir. Tüm bu bahsi geçen fonksiyonların açık ifadeleri, eşitlik (3.74) ve (3.76)'da açık bir şekilde görülebilir [20]. Ayrıca, pozitronun dalga fonksiyonu için normalizasyon sabitinin karesinin ifadesi şu şekilde verilir [1,16],

$$|N_+|^2 = \frac{2\pi a_+}{e^{2\pi a_+} - 1}. \quad (3.80)$$

Bu ifadenin açık hali şöyle yazılır,

$$\frac{2\pi \alpha Z}{e^{2\pi \alpha Z} - 1}, \quad (3.81)$$

bu faktör, elektron tarafından çekirdeğin korunması nedeniyle, pozitronun dalga fonksiyonunda oluşan bozukluğu temsil eder [1,51,52].

3.6 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabında

Kullanılan Diğer Yöntemler

1988 yılında Bertulani ve Baur, bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitini RHIC enerjisinde, yarı-klasik yaklaşım kullanarak hesaplamıştır. Pozitron için, Sommerfeld-Maue dalga fonksiyonunu (confluent hypergeometric fonksiyonu “ F ” içeren) ve yakalanmış elektron için, bağlı K -kabuğundaki dalga fonksiyonunu

($Z_2 e^2 \ll 1$ durumları için) kullanmışlardır. Analitik olarak, birinci derecede yarı-klasik yaklaşımlar yaparak sonuçları elde etmişlerdir. Birinci derecede yarı-klasik yaklaşım hesaplarında, $(\varepsilon_+ - m) \ll m$ ve $\varepsilon_+ \gg m$ gibi bazı yaklaşımlar yapmışlardır. Genel diferansiyel tesir kesitini, $\varepsilon_+ \cong m$ ve $\varepsilon_+ \gg m$ yaklaşımları şeklinde iki özel durum için tanımlamışlardır. Elde ettikleri genel diferansiyel tesir kesiti ifadesini pozitronun enerjisi (ε_+) üzerinden sayısal olarak integre ettiklerinde, küçük Z ($Z_1=Z_2=8$) değerleri için γ 'nın fonksiyonu olarak şu sonuca ulaşmışlardır [16];

$$\sigma_{BFP} \cong \frac{33\pi}{10} Z_1^2 Z_2^6 \alpha^6 r_e^2 \frac{1}{e^{2\pi Z_2 \alpha} - 1} \left[\ln\left(\frac{\gamma \delta}{2}\right) - \frac{5}{3} \right]. \quad (3.82)$$

1989 yılında Rhoades-Brown, Bottcher ve Strayer, bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitini, Feynman pertürbasyon integrallerini Monte Carlo metodu kullanarak hesaplamışlardır. Hesapları sırasında, “single-peak approximation” adı verilen bir yaklaşım kullanmışlardır. Bu çalışma sonucunda elde edilen bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi tesir kesiti sonucu şu şekildedir;

$$\sigma_{BFP} = \left(\frac{Z_a \alpha}{2\pi \beta} \right)^2 \sum_{s_q} \int \frac{d^3 q}{\omega_q^2} \mathcal{P} \left(\frac{\beta \gamma m_{\perp}}{\omega_q} \right) \times \mathcal{M}(\vec{k}, \vec{q}) \left| \Phi_T(s_k; \vec{k}) \right|^2 \quad (3.83)$$

Eşitlik (3.83)'de $\mathcal{P}(x) \approx \ln x$ şeklinde alınabilir ve $\mathcal{M}$ ifadesi spinör durumlarını temsil etmektedir. $\Phi_T(s_k; \vec{k})$ ise bağlı durum dalga fonksiyonunu gösterir [11,53]. Bu metodla yapılan hesaplamalar, Baur ve Bertulani tarafından Weizsacker-Williams Metodu kullanılarak yapılan çalışmaya göre üç kat oranında büyük çıkmıştır. Bunun nedeni, Baur tarafından açıklanmış ve kullandıkları dalga fonksiyonları ile ilgili problem ortaya atılmıştır [54].

1991 ile 1994 yılları arasında Baltz, Rhoades-Brown ve Weneser yayınladıkları bir dizi makale serisi ile bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti hesabını çeşitli enerji değerleri için hesaplamışlardır. Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti hesapları ile ilgili yaptıkları ilk çalışmalarda, pertürbatif olmayan hesaplamaları düşük enerji değerleri için ($\gamma = 2.3$), bu enerjilere uygun teknikler kullanılarak yapmışlardır, aynı zamanda RHIC'te ultra-rölativistik enerji rejimleri ($\gamma = 23000$) de göz önüne alınmalıdır. Yüksek enerji değerleri için, pertürbatif olmayan hesaplamaların ne

kadar anlamlı olduğunu, Hilbert uzayının genişliğini bilemediğimizden kestiremiyoruz. Ancak, bu problem takip edilmiş olsa da, RHIC'te pertürbatif olmayan bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi büyüklüğü için basit bir yaklaşım bile bulunamamıştır. Baltz, Rhoades-Brown ve Weneser yüksek enerji değerleri için bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitini,

$$\sigma_{BFPP} = A \ln \gamma + B \quad (3.84)$$

formunda hesaplamışlardır. Burada A ve B enerjiden (γ) bağımsızdır ve $\ln \gamma / \gamma^2$ derecesindeki küçük terimler ihmal edilmiştir. Burada, $A \ln \gamma$ terimi etkileşimin büyük olduğu saçılma parametresi bölgesinden gelmektedir. A pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanmıştır ve $\ln \gamma$ terimi, enerji (γ) değeri arttıkça saçılma parametresindeki limitin arttığını ifade eder. Enerjiden bağımsız olan B parametresi, küçük saçılma parametrelerinde, pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkı göz önüne alınarak hesaplanmıştır, pertürbatif olmayan saçılma parametreleri için enerji (γ)'ye bağıllık yoktur. A ve B değerleri sayısal hesaplarla elde edilir. Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitinin %10'u pertürbatif olmayan kısımları içerir. Baltz, Rhoades-Brown ve Weneser bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesitini Weizsacker-Williams metodundaki saçılma parametresi kesim değerini (cutoff) kullanarak, Coulomb-Dirac dalga fonksiyonları yardımıyla hesaplamışlardır [10,55-57]. Baltz, Rhoades-Brown ve Weneser'in RHIC enerjisinde Au^{79+} - Au^{79+} çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesiti için bulduğu sonuç;

$$\sigma_{BFPP} \approx 11.2 \ln \gamma - 24 \text{ (barn)} \quad (3.85)$$

şeklinde ifade edilir. Elde edilen sonuç yaklaşık olarak 89 barn civarındadır.

Baltz, Rhoades-Brown ve Weneser'in RHIC enerjisinde Pb^{82+} - Pb^{82+} çarpışmaları için bulduğu sonuç;

$$\sigma_{BFPP} \approx 14.3 \ln \gamma - 31 \text{ (barn)} \quad (3.86)$$

şeklinde ifade edilir. Elde edilen sonuç yaklaşık olarak 113 barn civarındadır [56].

2001 yılında Bertulani ve Dolci, bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitini, yarı-klasik yaklaşım ile birinci derecede pertürbasyon teorisiyle hesaplamıştır. Onlar, pozitron için Sommerfeld-Maue dalga fonksiyonunu kullanmıştır. Ayrıca düzeltme

(correction) terimi olan ψ' 'nü de işin içine katmışlardır. Yakalanmış elektron için ise, Darwin dalga fonksiyonunu kullanmışlardır. Eşdeğer foton yaklaşımının (Equivalent photon approximation-EPA) doğruluğunu test etmişlerdir. Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti için sayısal hesaplamalar sonucu elde ettikleri ifade;

$$\sigma_{BFP} = \frac{33\pi}{10 a_H^5} Z^8 e^6 \frac{1}{e^{2\pi Ze^2} - 1} \left[\ln\left(\frac{\gamma\delta}{2}\right) - \frac{5}{3} \right]. \quad (3.87)$$

şeklindedir ve bu ifade de eşitlik (3.82) ile uyumludur [1].

2001 yılında Meier, Halabuka, Hencken, Trautman ve Baur bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitini düzlem dalga Born yaklaşımı (Plane Wave Born Approximation-PWBA) ya da diğer şekilde yarı-klasik düz çizgi yaklaşımı (Semi-classical straight line approximation-SCA) olarak da bilinen bir yaklaşım ile, bağlı elektron ve serbest pozitron için yüksek derecedeki kabukları da içeren başlangıç negatif sürekli durumları ve son bağlı durumları tasvir eden Dirac-Coulomb dalga fonksiyonlarını kullanarak hesaplamıştır. Eşdeğer foton yaklaşımında (Equivalent photon approximation-EPA), spektrum bir kesim (cutoff) parametresine bağlıdır ve bunun seçimi çok önemlidir. Düzlem dalga Born yaklaşımı (PWBA) hesaplamalarında bu belirsizlik ortadan kalkar ve bu parametre seçilebilir. Bu hesaplarda, büyük Z_T 'ler için geçerli olan Dirac dalga fonksiyonları kullanılmıştır. Burada işin içine radyal integraller de girer. Elde ettikleri sonuç eşitlik (3.84) ile uyumludur [24].

$$\sigma_{BFP} = A \ln(\gamma) + B, \quad (3.88)$$

şeklindedir, enerjinin (γ) yüksek değerlerini karakterize eder. A ve B sabit parametreleri, RHIC ve LHC enerjileri (farklı γ değerleri) için, çarpışan farklı iyon çiftleri için ve farklı durumlara yakalanması parametreleri göz önüne alınarak [24]'de çizelge şeklinde verilmiştir.

3.7 Saçılma Parametresine bağlı Bağlı-Serbest Çift Üretimi

Daha önceki çalışmalarda [4], serbest parçacık için saçılma parametresine bağlı tesir kesiti ifadesini bulmuştuk. Aynı metodu kullanarak bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi için saçılma parametresine bağlı tesir kesiti ifadesini bulacağız. Bu ifade sürekli olarak salınım (oscillation) yapan sıfırıncı derece Bessel fonksiyonu içerdiği için, integrali şu şekilde bölebiliriz,

$$\frac{d\sigma_{BFPP}}{db} = \int_0^\infty dq q b J_0(qb) \mathcal{F}(q) \quad (3.89)$$

burada, $\mathcal{F}(q)$ altıncı dereceden integraldir. Eşitlik (3.89)'da $J_0(qb)$ fonksiyonu genellikle saçılma parametresi (b)'nin büyük değerleri için çok hızlı salınım (oscillation) yapan bir fonksiyondur ve buna Monte Carlo tekniklerini uygulamak imkansızdır. Bununla beraber, sabit q değeri için, Monte Carlo teknikleri altıncı dereceden $\mathcal{F}(q)$ integralini hesaplamak için genelleştirilebilir,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(q) = & \frac{\pi}{8\beta^2} |N_+|^2 \frac{1}{\pi} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^3 \sum_{\sigma_q} \int_0^{2\pi} d\phi_q \int \frac{dq_z d^2 K d^2 Q}{(2\pi)^7} \\ & \times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q}-\vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_q\left[-\frac{1}{2}(\vec{Q}-\vec{q}); +\beta\right] \right. \\ & \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q}-\vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_q\left[\vec{K}; -\beta\right] \right\} \\ & \times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q}+\vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_q\left[-\frac{1}{2}(\vec{Q}+\vec{q}); +\beta\right] \right. \\ & \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q}+\vec{q}); \omega_1\right] F\left[-\vec{K}; \omega_2\right] \tau_q\left[\vec{K}; -\beta\right] \right\} \end{aligned} \quad (3.90)$$

Eşitlik (3.90)'da N_+ , pozitronun dalga fonksiyonundan gelen normalizasyon sabitidir. Z/a_H terimi ise elektronun dalga fonksiyonundan elde edilir. $\vec{q}$, $\vec{Q}$ ve $\vec{K}$, $\vec{q}_\perp$ ve $\vec{p}_\perp$ 'in fonksiyonu olan yeni integrasyon parametreleridir. Bu konu ile ilgili detaylar Ek-C'de açıklanmıştır.

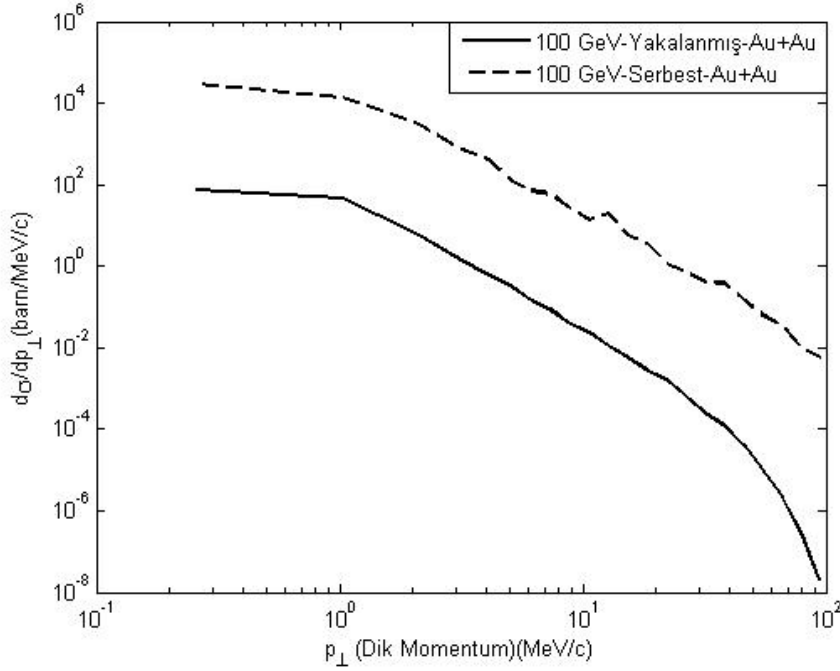
Serbest elektron-pozitron çifti üretimi için aynı hesaplamalar [4]'te yapılmıştır. Eşitlik (3.90)'daki tüm fonksiyonlar ve parametreler Bölüm 3.2'de ve [4]'te detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Bölüm 3.2'de serbest elektron-pozitron çifti üretimi için yapılan $\mathcal{F}(q)$ ifadesi hesaplamalarındaki integral dokuz değişkenli iken, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için yapılan hesaplamalardaki integralin altı değişkenli olduğuna dikkat çekebiliriz. Eşitlik (3.90)'ı sayısal olarak sabit q değeri için tüm değişkenler üzerinden integre ettiğimizde şu basit $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonunu elde ederiz,

$$\mathcal{F}(q) = \mathcal{F}(0) e^{-aq} = \sigma_{BFPP} e^{-aq}, \quad (3.91)$$

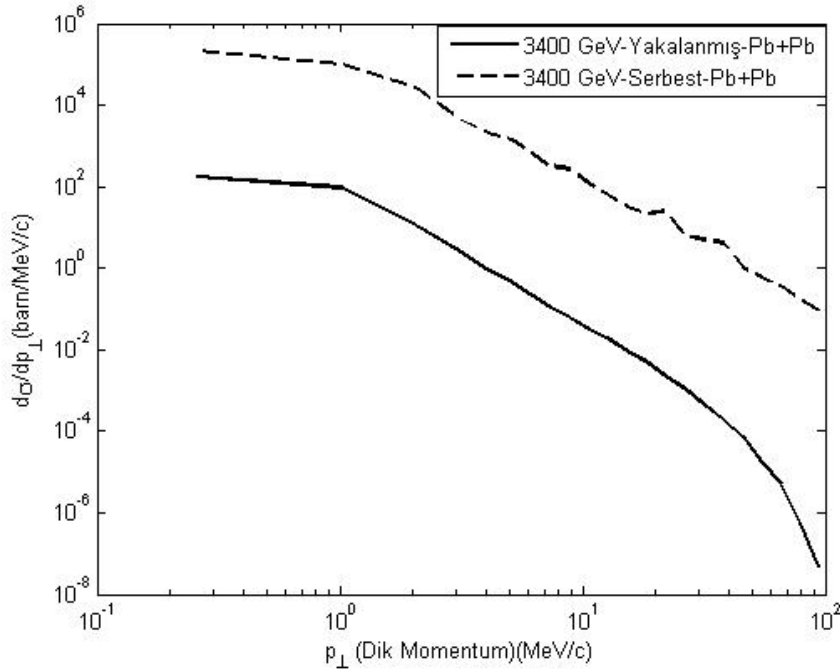
burada $\mathcal{F}(0)$, fonksiyonun $q=0$ 'daki değeridir ve eşitlik (3.91)'de görülen toplam tesir kesiti değerine " σ_{BFPP} " eşittir. Yukarıdaki fonksiyonda " a ", $F(q)$ fonksiyonunun eğimine eşittir ve ağır iyonların yüklerinden ve enerjilerinden bağımsız bir sabittir ve Şekil 3.3'te de görüldüğü gibi değeri $1.35\lambda_c$ 'dir. Bu değer in elde edilış şeklinden Bölüm 3.2'de detaylı olarak bahsedilmiştir. Son olarak, eşitlik (3.89)'u kullanarak saçılma parametresine bağı tesir kesitini şu şekilde yazabiliriz,

$$P_{BFPP}(b) = \sigma_{BFPP} \frac{a}{2\pi(a^2 + b^2)^{3/2}}. \quad (3.92)$$

Şekil 3.6 ve Şekil 3.7'de görüldüğü gibi RHIC ve LHC enerjilerinde, serbest çift üretimi için ve bağı-serbest çift üretimi durumları için dik momentumun ($p_\perp$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti grafiklerinin davranışları aynıdır. Farklılık, serbest çift üretiminin, bağı-serbest çift üretiminde elektronun $1s$ temel seviyeye göre yakalanma durumundan 1000 kat şiddetinde büyük olmasıdır. Biz çalışmamızda, bu davranışların benzerliğinden dolayı, serbest çift üretimi için yazdığımız eşitlik (3.38)'de görülen olasılık ifadesini, bağı-serbest çift üretimi için de eşitlik (3.92)'de görüldüğü gibi yazdık. Bu iki olasılık ifadesi arasındaki tek fark, olasılık ifadesi içindeki tesir kesiti değerlerinin farklı olmasıdır. Bağı-serbest çift üretimi için yazdığımız $\mathcal{F}(q)$ ifadesinin, serbest çift üretimi için yazılardan birkaç farkı vardır. Bunlardan biri, serbest elektron-serbest pozitron için yazılan dalga fonksiyonlarının, bağı elektron-serbest pozitron için yazılardan farklılık göstermesidir. Son olarak bağı-serbest çift üretimi için yazdığımız $\mathcal{F}(q)$ ifadesinde, elektron kapıldığı için elektronun mometumu ($\vec{k}$) değerinin görölmediğine de dikkat çekmeliyiz.



Şekil 3.6 : RHIC enerjisinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Hesaplanan diferansiyel tesir kesitleri $Au + Au$ çarpışmalarında nükleon başına 100 GeV için çizilmiştir [20].



Şekil 3.7 : LHC enerjisinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Hesaplanan diferansiyel tesir kesitleri $Pb + Pb$ çarpışmalarında nükleon başına 3400 GeV için çizilmiştir [20].

3.8 Saçılma Parametresine bağlı Bağlı-Serbest Çift Üretimi Sonuçlarının Diğer Çalışmalarla Kıyaslanması

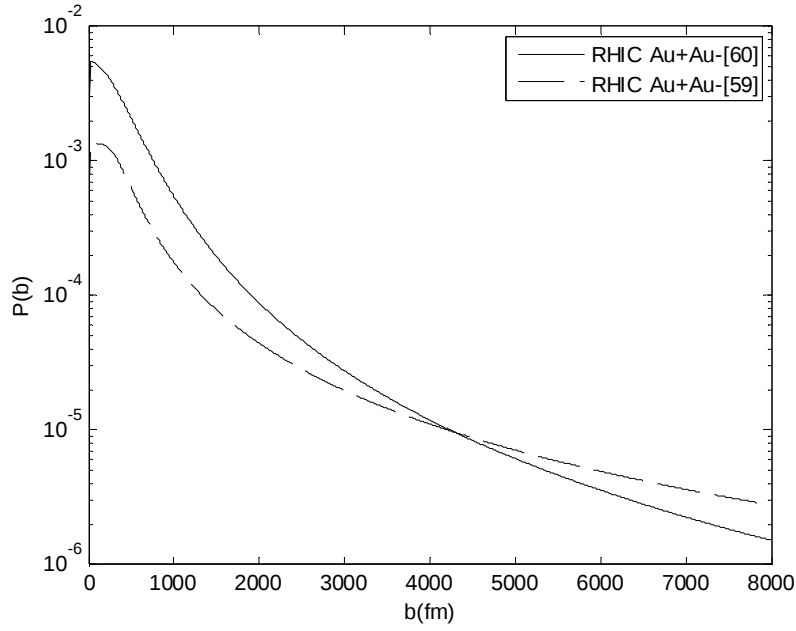
Toplam bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti farklı iyonların çarpışmaları için, iyodinden uranyuma kadar olan bir aralıkta yüke bağlı olarak yaklaşık $Z^{6.7}$ mertebesinde [58]. Bununla ilgili detaylı ifadeler Bölüm 3.6'da açıklanmıştır. Bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için bu yaklaşımlar kullanılarak, RHIC enerjisindeki $Au+Au$ çarpışmaları için tesir kesiti değeri 88.8 barn ve RHIC enerjisindeki $Pb+Pb$ çarpışmaları için tesir kesiti değeri 113 barn değerine eşittir [56]. Baltz [59], bağlı elektron ve serbest pozitron için Coulomb-Dirac dalga fonksiyonunu kullanarak, her saçılma parametresine karşılık gelen olasılık değerini sayısal olarak hesaplamıştır. Bu değerlerin sayısal olarak hesaplanışının detayları [10,55-57]'de anlatılmaktadır. Bu kısımda, saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonu ifadesini, Baltz'ın değerlerini kullanarak elde ettiğimiz saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonu ifadesiyle karşılaştırmayı amaçladık. Bu nedenle, [59]'da verilen verileri kullanarak, RHIC'te $Au+Au$ çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için türettiğimiz saçılma parametresine bağlı olasılık ifadesi,

$$P(b) = \frac{178.246}{(1.72134 \times 10^{10} + b^4)^{1/2}} \quad (3.93)$$

şeklindedir. RHIC'te $Pb+Pb$ çarpışmalarında bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için türettiğimiz saçılma parametresine bağlı olasılık ifadesi ise,

$$P(b) = \frac{228.807}{(1.72134 \times 10^{10} + b^4)^{1/2}} \quad (3.94)$$

şeklindedir. Her ne kadar bu fonksiyonun basit olmasına ve verilerle oldukça yüksek bir uyum göstermesine rağmen, saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonunu integre ettiğimiz zaman bulduğumuz toplam tesir kesiti, diğerleri ile uyum göstermemektedir. Bunun nedeni, hesaplamalarda üst saçılma parametresi sınırı olarak, kesim (cutoff) parametresi γ / ω_{GDR} kullanılmıştır, burada γ Lorentz faktörü ve ω_{GDR} da enerji farkıdır. Bu kesim parametresi, Weizsacker-Williams Metodu'nun sonucudur. Bizim metodumuzda, üst saçılma parametresi sınırını hesaplamaya gerek yoktur ve integral limitimizi sıfırdan sonsuza kadar alabiliriz [60].



Şekil 3.8 : RHIC enerjisinde $Au+Au$ çarpışmaları için saçılma parametresinin fonksiyonu olarak pozitron üretim olasılığı. Bizim çalışmamızın (düz çizgi) sonuçları ile Baltz'ın çalışmasından (kesikli çizgi) elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır [60].

Şekil 3.8'de, saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonunu, eşitlik (3.92)'de görülen bizim elde ettiğimiz yaklaşık fonksiyonu kullanarak ve eşitlik (3.93)'de görülen Baltz'ın sonuçlarını kullanarak bulduğumuz fonksiyon yardımı ile çizdik. Bizim olasılık fonksiyonu ifademizi, Baltz'ın değerlerini kullanarak elde ettiğimiz olasılık fonksiyonu ifadesi ile kıyasladık. Bu iki fonksiyon arasındaki farklılık; Baltz'ın değerlerini kullanarak elde ettiğimiz olasılık fonksiyonunun, bizim olasılık fonksiyonu ifademizden daha yavaş bir şekilde sıfıra gitmesidir. Çünkü, büyük saçılma parametrelerinde Baltz'ın değerlerini kullanarak elde ettiğimiz olasılık fonksiyonu yaklaşık olarak $1/b^2$ şeklinde davranırken, bizim olasılık fonksiyonu ifademiz büyük saçılma parametrelerinde yaklaşık olarak $1/b^3$ şeklinde davranmaktadır [60].

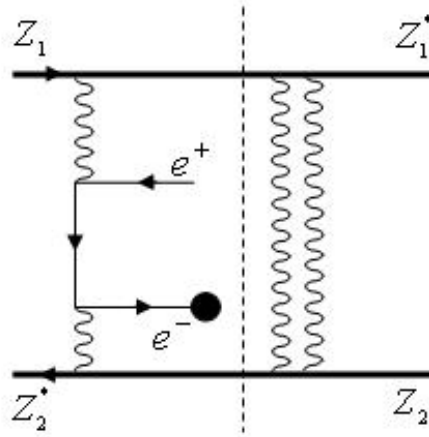
3.9 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesabı

RHIC ve LHC gibi ağır iyon çarpıştırıcılarında, sanal fotonlar birçok parçacık üretir. Çarpışan çekirdeklerin çevresel çarpışma yaptığı küçük saçılma parametrelerinde foton akıları çok büyüktür ve bu birden fazla foto-nükleer etkileşime neden olur.

Serbest parçacık üretimi, bağlı-serbest parçacık üretimi ve nükleer Coulomb uyarılmaları bu etkileşmeler için verilebilecek örneklerdir. Bu işlemler RHIC ve LHC'deki demet yoğunluğu için önem teşkil eder [60]. Bu kısımda, saçılma parametresine bağlı, bağlı-serbest parçacık üretimi tesir kesitlerini ve bu olasılığı kullanarak bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimini nükleer uyarılma ile beraber RHIC ve LHC'deki ağır iyon çarpışmaları için elde ettik. Bağlı-serbest çift üretimi ile aynı anda gerçekleşen nükleer uyarılma olayını eşitlik (3.95) ile betimleyebiliriz,

$$Z_1 + Z_2 \rightarrow (Z_1^* + e^-)_{1s_{1/2}, \dots} + Z_2^* + e^+. \quad (3.95)$$

Son zamanlardaki makalelerde [43,46,61,62], RHIC'teki $Au+Au$ çarpışmalarında elektromanyetik olarak üretilen elektron-pozitron çiftleri ile beraber dev dipol rezonansı çalışmaları da mevcuttur. Şekil 3.9'da görüldüğü gibi bu işlem sonucunda, lepton çifti üretimine ek olarak, çekirdekler foton değiş-tokuşu yaparlar ve bu çekirdeklerin ayrılmasına neden olur.



Şekil 3.9 : Ağır iyon çarpışmaları sonucu iki foton reaksiyonunda bağlı-serbest çift üretimi ile beraber gerçekleşen dev dipol rezonansı. Bağlı-serbest çift üretiminin (kesikli çizginin sol tarafı), nükleer uyarılmadan (kesikli çizginin sağ tarafı) bağımsız olduğunu farz ediyoruz [60].

Biz bu çalışmada Şekil 3.9'da görüldüğü gibi, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesitini iyonların dev dipol rezonansı ile düşük dereceli QED yaklaşımını kullanarak hesapladık. Hesaplamalarımızda yarı-klasik yaklaşım ve tam sonuçları elde etmek için Monte Carlo metodunu kullandık [60]. Hesaplamalar, sayısal integrallerin teorik değerlerle uygun yaklaşımı sağlaması için rastgele seçilen on milyon nokta için yapılmıştır. Bu çalışmadaki toplam sayısal hatalar, yaklaşık olarak yüzde beş veya daha küçük orandadır. Bu çalışmada, bağlı-serbest elektron-

pozitron çifti üretimi ile beraber dev dipol rezonansının saçılma parametresine bağlı tesir kesitini hesapladık ve bu sonuçları kullanarak üretilen pozitronların dik momentum, boylamsal momentum, enerji ve hızlilik (rapidity) dağılımlarını çizdik. Çizdiğimiz bu grafikler Bölüm 5.4’de görülmektedir.

Bölüm 3.7’de saçılma parametresine bağlı, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için tesir kesiti ifadesinin nasıl bulunduğu açıklanmıştır. Saçılma parametresine bağlı, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için tesir kesiti ifadesi, eşitlik (3.92)’de de görüldüğü gibi,

$$P_{BFPP}(b) = \sigma_{BFPP} \frac{a}{2\pi(a^2 + b^2)^{3/2}}, \quad (3.96)$$

şeklindedir. Lepton çifti üretimine ek olarak, çekirdekler karşılıklı olarak foton değiş-tokuşu yaparak birbirlerini uyarabilirler. Dev dipol rezonansından sonra, eğer çekirdek sadece bir nötron yayınlarsa bu durum $(1n)$ şeklinde gösterilir ve Coulomb uyarılması herhangi bir sayıda nötron yayınlanmasına sebep olursa, bu da (Xn) şeklinde ifade edilir. Dev dipol rezonansı uyarılması ile bir nötron yayınlanması olasılığı için şu yaklaşım kullanılır,

$$P_{C(1n)}(b) = P_{C(1n)}^1(b) e^{-P_C^1(b)} \quad (3.97)$$

burada,

$$P_C^1(b) = S/b^2 \quad (3.98)$$

şeklindedir [31]. Bu olasılık ifadesi ile ilgili detaylar ve S değeri, Bölüm 3.4’de açıklanmıştır.

Küçük saçılma parametrelerinde, $P_C^1(b)$ ifadesi 1 değerini geçebilir, bu durumda bu ifade olasılık olarak yorumlanamaz. Bunun yerine bu ifade, ortalama uyarılma sayısına eşdeğerdir. Daha detaylı bir şekilde $P_{C(Xn)}^1(b)$, ortalama uyarılma sayısıdır, N uyarılmaya sahip olasılık Poisson dağılımı şeklindedir. En az bir Coulomb uyarılma olasılığı

$$P_{C(Xn)}(b) = 1 - e^{(-P_{C(Xn)}^1(b))}, \quad (3.99)$$

olarak ifade edilir. Karşılıklı Coulomb ayrışmasında (Mutual Coulomb dissociation-MCD), iki nükleer ayrışma birbirinden bağımsız oluşur ve olasılıkları,

$$P_{C(XnXn)}(b) = (P_{C(Xn)}(b))^2 \quad (3.100)$$

şeklinde ve

$$P_{C(1n1n)}(b) = (P_{C(1n)}(b))^2 \quad (3.101)$$

olarak ifade edilir [19,63]. Bu uyarılma olasılığı, tekilleştirme işlemi ile hesaplanabilir.

Bağlı-serbest çift üretimi ile karşılıklı nükleer uyarılmanın toplam tesir kesiti şu şekildedir;

$$\sigma_{BFPP}^{GDR} = 2\pi \int_{b_{\min}}^{\infty} db b P_{BFPP}(b) P_{C(1n)}^2(b) P_{no\ had.}(b), \quad (3.102)$$

burada $P_{BFPP}(b)$ bağlı-serbest çift üretimi olasılığı, $P_{C(1n)}(b)$ saçılma parametresinin fonksiyonu olarak karşılıklı nükleer uyarılma olasılığıdır ve $P_{no\ had.}(b)$ çekirdekler arasında hadronik etkileşme olmaması olasılığıdır. Hadronik etkileşme olmama olasılığı saçılma parametresine bağlı nükleer yoğunluk örtüşmesinden olağan Glauber davranışı kullanılarak hesaplanmıştır. Nükleer yük yoğunluğunun Woods-Saxon dağılımına uyduğu düşünülür.

Eğer bağlı-serbest çift üretimi ile en az bir Coulomb uyarılması (herhangi bir sayıda nötron yayınlama durumu) hesaplanırsa, toplam tesir kesiti ifadesi şöyle belirtilmelidir;

$$\sigma_{BFPP}^{GDR} = 2\pi \int_{b_{\min}}^{\infty} db b P_{BFPP}(b) P_{C(Xn)}^2(b) P_{no\ had.}(b), \quad (3.103)$$

burada $P_{C(Xn)}$ en az bir Coulomb uyarılma olasılığıdır.

4. SAYISAL TEKNİKLER

Toplam tesir kesiti hesabı için, diferansiyel tesir kesiti tüm saçılma parametreleri üzerinden analitik olarak integre edilebilir (bu basit bir delta fonksiyonu üretir) ve [39]'da olduğu gibi toplam tesir kesiti için sonuç verir. Bununla beraber, saçılma parametresine bağlı tesir kesiti hesabı sayısal olarak çok daha zordur ve bu hesabın yapılmasından genellikle kaçınılmıştır. Bunun nedeni, özellikle büyük saçılma parametresi (b) değerleri için $J_0(b|\vec{p}_\perp - \vec{p}'_\perp|)$ fonksiyonunun hızlı salınım (oscillation) yapan bir fonksiyon olmasıdır. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için integral ifadesi, eşitlik (3.34)'de de görüldüğü gibi, şu şekilde parçalanmıştır [21],

$$\frac{d\sigma}{db} = \int_0^\infty dq q b J_0(qb) \mathcal{F}(q), \quad (4.1)$$

buradaki $\mathcal{F}(q)$ ifadesi dokuz boyutlu integraldir ve eşitlik (3.35)'de de görüldüğü gibi serbest çift üretimi için şu şekilde yazılır [21],

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(q) = & \frac{\pi}{8\beta^2} \sum_{\sigma_k} \sum_{\sigma_q} \int_0^{2\pi} d\phi_q \int \frac{dk_z dq_z d^2 k_\perp d^2 K d^2 Q}{(2\pi)^{10}} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); +\beta\right] \\ & + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_{kq} [\vec{k}_\perp - \vec{K}; -\beta] \end{aligned} \right\} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2] \tau_{kq} \left[\vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); +\beta\right] \\ & + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2] \tau_{kq} [\vec{k}_\perp + \vec{q} - \vec{K}; -\beta] \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Kullanılan değişken dönüşümleri,

$$\begin{aligned}
\vec{p}_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) \\
\vec{q}_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) + \vec{K} \\
\vec{p}'_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q})
\end{aligned} \tag{4.3}$$

şeklindedir. q parametresinin sabit değeri için [39]'da açıklanan Monte Carlo tekniği, bu dokuz katlı integralin hesaplanması için genelleştirilebilir. Monte Carlo integrasyonu ile ilgili detaylı bilgi Ek-B'de bulunabilir.

Aynı yöntem bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için de uygulanabilir. q parametresinin sabit değeri için Monte Carlo tekniği, eşitlik (3.90)'da da görülen altı katlı integralin hesaplanması için genelleştirilebilir,

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(q) &= \frac{\pi}{8\beta^2} |N_+|^2 \frac{1}{\pi} \left(\frac{Z}{a_H} \right)^3 \sum_{\sigma_q} \int_0^{2\pi} d\phi_q \int \frac{dq_z d^2 K d^2 Q}{(2\pi)^7} \\
&\times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_q\left[-\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); +\beta\right] \right. \\
&\quad \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_q[\vec{K}; -\beta] \right\} \\
&\times \left\{ F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_q\left[-\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); +\beta\right] \right. \\
&\quad \left. + F\left[\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}); \omega_1\right] F[-\vec{K}; \omega_2] \tau_q[\vec{K}; -\beta] \right\} .
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Kullanılan değişken dönüşümleri altı katlı integralin hesabı için bu kez,

$$\begin{aligned}
\vec{p}_\perp &= -\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) \\
\vec{q}_\perp &= -\frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) + \vec{K} \\
\vec{p}'_\perp &= -\frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q})
\end{aligned} \tag{4.5}$$

şeklindedir [60].

Bu işlem $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonunun, q değerine bağlı düzgün bir fonksiyon olduğunun gösterilmesiyle sonuçlanır. Kullanılan Monte Carlo noktalarının sayısı, $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonunu yaratmak için, yaklaşık olarak her noktada yüzde beş oranında hata olabilecek şekilde seçilmiştir. Monte Carlo integrasyonu ile $\mathcal{F}(q)$ 'ya düzgün bir

fonksiyon yaratılarak uygulanır ve daha sonra q integrali analitik olarak hesaplanır. Saçılma parametresi üzerinden alınan integral ile bu işlem kontrol edilir ve [39]'daki metod kullanılarak hesaplanan toplam tesir kesiti ile bulunan sonuç karşılaştırıldığında yüzde beş oranındaki hata sınırının aşılmadığı görülür [21].

5. SONUÇLAR

5.1 Serbest Elektron-Pozitron Çift Üretimi Tesir Kesiti Sonuçları

STAR dedektörleri üretilen elektron-pozitron çiftlerini, çiftin kütesini $140 MeV < M_{e^-e^+} < 265 MeV$ aralığı için, çiftin hızlılığı (rapidity) $|Y| < 1.15$ şeklinde ve dik momentumu $p_{\perp} > 65 MeV$ olacak şekilde limitli kinematik alanlar için ölçümlemektedir [31,46,47].

Toplam etiketlenmemiş tesir kesiti σ_T için, RHIC enerjisinde STAR deneyinin kinematik alanında eşitlik (3.39)'daki integral hesabı yapıldıktan sonra bulunan sonuç 0.32 barn'dır [47,64]. Toplam etiketlenmemiş tesir kesiti (iyonların elektromanyetik olarak uyarılmadığı) için bulunan 0.32 barn sonucu, [31]'de bulunan sonuç olan 0.322 barn ile oldukça iyi bir uyum göstermektedir [47,64].

5.2 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Serbest Elektron-Pozitron Çift Üretimi Tesir Kesiti Sonuçları

Son yıllarda STAR Topluluğu, elektron-pozitron çiftlerini dev dipol rezonansı adı verilen, iki iyonun birbirini karşılıklı EM olarak uyarılması şeklinde ölçümlerdi. Bu ölçümlerde, hadronik etkileşmenin olmadığı ve minimum saçılma parametresinin nükleer yarıçapın iki katı kadar olduğu farz edildi. STAR Topluluğu tarafından yapılan deneylerde, nükleon başına enerjisi $\sqrt{s_{NN}} = 200 GeV$ olan altın atomları kullanılmıştır. Uyarılmış çekirdeklerin bozunumu genellikle bir veya iki nötron yayınlanmasıyla gerçekleşir ve bu nötronlar İleri Sıfır Derce Kalorimetreler (ZDC) ile dedekte edilir.

Eşitlik (3.47) ile verilen integral hesabını, $Au+Au$ çarpışmaları için RHIC enerjisinde STAR deneyinin kinematik alanında (çiftin hızlılığı (rapidity) $|Y| < 1.15$ ve dik momentumu $p_{\perp} > 65 MeV$ olacak şekilde) yaptığımızda elde ettiğimiz tesir kesiti sonuçları; $b_{min} = 13, 14, 15 fm$ için sırasıyla, 1.68, 1.50 ve 1.33 mb'dır. Bu sonuçlar, tutarlı bir şekilde [31]'deki hesaplamalardan biraz küçüktür [47].

Çizelge 5.1 : RHIC enerjisinde STAR deneyinin kinematik alanında serbest elektron-pozitron çifti üretimi ile beraber gerçekleşen Coulomb uyarılması için, farklı minimum saçılma parametreleri etiketlenmiş tesir kesiti integrallerinin alt sınırı alınarak hesaplanan tesir kesiti değerleri.

$b_{\min} (fm)$	$\sigma(mb) [47]$	$\sigma(mb) [31]$
13 fm	1.68 mb	2.3 mb
14 fm	1.5 mb	1.76 mb
15 fm	1.33 mb	1.43 mb

5.3 Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesapları ve Grafikler

Buradaki hesaplamalar, çıplak iyonların rölativistik hızlarda çarpışması sonucu üretilen bağlı-serbest elektron-pozitron çiftlerinin toplam tesir kesitini hesaplamak için gerçekleştirilmiştir. Teorik olarak hesaplanan tesir kesiti değerleri, $Au + Au$ iyonlarının çarpışması sonucu RHIC enerjisi için ve $Pb + Pb$ iyonlarının çarpışması sonucu LHC enerjisi için elde edilmiştir. Bu tesir kesiti değerleri, serbest elektron-pozitron çifti üretimi sonucu elde edilen tesir kesiti değerleriyle kıyaslanmıştır. Bu kıyaslama sonucu, serbest çift üretimi sonuçlarında sekiz katlı integral ifadesi elde edilirken, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti sonuçlarında beş katlı integral ifadesine ulaşılmıştır. Bu genlikleri hesaplarken, Monte Carlo tekniklerinden yararlanılmış ve bizim teorik değerlerimizin yeterli derecede yakınsamasını garantiye almak için integraller rastgele seçilen on milyon nokta için test edilmiştir. Hesaplamalardaki toplam sayısal hatalar, yüzde beş oranına çok yakın ya da bu değerden daha düşük bir değere yakınsar.

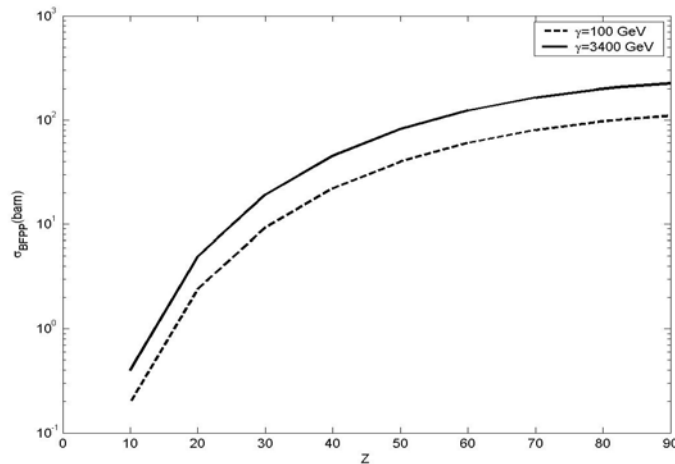
Yaptığımız uygulamaların testi amacıyla, toplam bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti hesaplamaları birkaç seçilmiş çarpışma enerjisi için gerçekleştirilmiştir. Çizelge 5.2’ de görülen toplam bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti hesapları iki çarpışma sistemi RHIC ve LHC enerjileri için yapılmıştır. Bizim sonuçlarımız toplam bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti için daha önce Meier [24] ve arkadaşları tarafından hesaplanan sonuçlarla özellikle çekirdek başına 100 GeV olan RHIC enerjisi için iyi bir uyum göstermektedir. Çekirdek başına yaklaşık 3000 GeV olan yüksek enerji değerlerinde bağlı-serbest çift üretimi için tesir kesiti hesabında bizim yaptığımız

teorik yaklaşımlar, Meier [24] ve arkadaşları tarafından yapılan teorik yaklaşımlarla karşılaştırıldığında, bizim yaklaşımımız %20 oranında daha küçüktür [20].

Çizelge 5.2 : RHIC ve LHC enerjileri için elde edilen bağlı-serbest çift üretim tesir kesiti değerleri.

	σ_{BFPP} (barn)[20]	σ_{BFPP} (barn)[24]
RHIC ($Au+Au$ - 100 GeV)	94.5	94.9
LHC ($Pb+Pb$ - 2957 GeV)	202	225

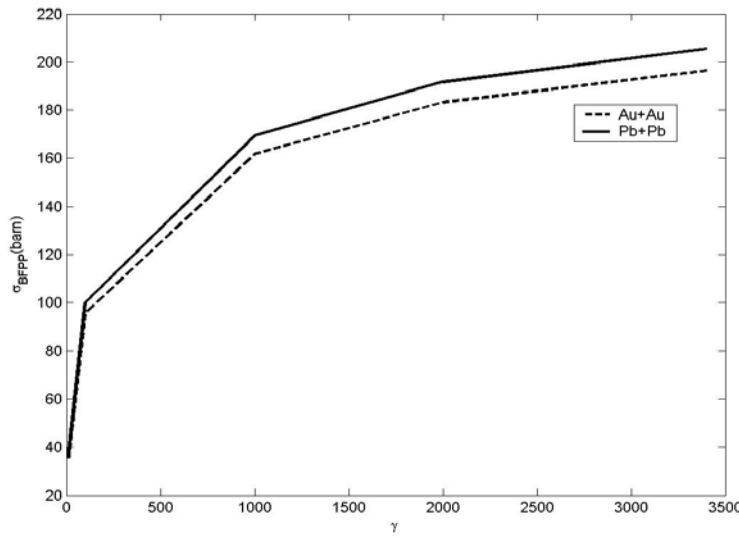
Daha önce üzerinde durulan düzeltme terimi ψ' , eşitlik (3.51)'deki pozitron dalga fonksiyonu ifadesinde bulunmaktadır. Fakat bu terim bizim hesaplamalarımızda göz önüne alınmamıştır. Bunun nedeni, daha önce serbest elektron-pozitron çift üretimi için yapılan hesaplamalarda da bu terim çıkartıldığında iyi sonuçlar elde edilmesinden ve bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi hesaplarında, serbest çift üretimi hesapları ile aynı yöntem kullanılmasındandır [39,40]. Sonuç olarak, pozitronun durumlarında elektronun kalkan olması nedeniyle oluşan bozukluğun küçük ve hesaplamalarımızda ihmal edilebilecek nitelikte olduğu söylenebilir.



Şekil 5.1 : Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti nükleer yükün (Z) fonksiyonu olarak iki farklı sistem için görülmektedir. Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti ('barn' biriminde) nükleer yükü Z olan çıplak iyonların simetrik çarpışması, nükleon başına 100 GeV (kesikli çizgi) enerji değeri ve nükleon başına 3400 GeV (düz çizgi) enerji değeri için çizilmiştir. $Z = 10$ 'dan 90'a giderken yakalanma tesir kesitlerinin yaklaşık olarak 10^3 mertebesinde arttığı görülür [20].

Bağlı-serbest çift üretiminin önemini anlamak için, Şekil 5.1'de bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi tesir kesiti, iyonların simetrik çarpışması durumunda Z

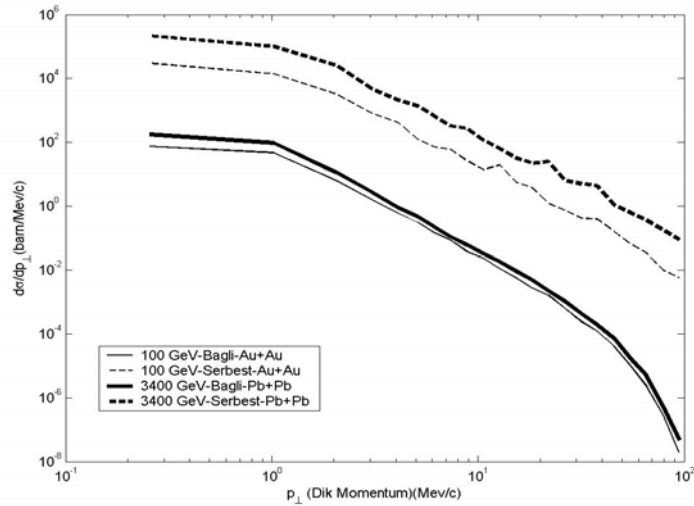
yükünün fonksiyonu olarak çizilmiştir. Tesir kesitleri iki çarpışma enerjisi için; modern hızlandırıcılarda önemli olan enerji değerlerinde yani nükleon başına $E = 100 \text{ GeV}$ (kesikli çizgi) ve nükleon başına $E = 3400 \text{ GeV}$ (düz çizgi) için çizilmiştir. Serbest çift üretimi için tesir kesiti skalası yaklaşık olarak $\approx (Z\alpha)^4 \ln^3 \gamma$ şeklinde değişirken, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti tesir kesiti $\approx (Z\alpha)^8 \ln(\gamma)$ şeklinde artmaktadır. Bu skalalardaki farklı davranışlar, elektronun yakalanmış dalga fonksiyonundaki ekstra bir faktör olan Z^3 'ten kaynaklanır, diğer Z faktörü ise, pozitronun dalga fonksiyonundaki normalizasyon sabitinden kaynaklanır.



Şekil 5.2 : Bağlı-serbest çift üretimi tesir kesitleri γ 'nın fonksiyonu olarak iki farklı sistem için ($Au + Au$ -kesikli çizgi ve $Pb + Pb$ -düz çizgi) görülmektedir. γ 'nın şiddeti 10'dan 3400'e kadar artmaktadır [20].

Şekil 5.2 toplam bağlı-serbest elektron-pozitron çifti tesir kesitini iki farklı sistem için, Lorentz kısalma katsayısı γ 'nın fonksiyonu olarak gösterir. Bizim hesaplarımız merkezi momentum çerçevesinde yapılmıştır, bununla beraber, Lorentz katsayısı γ ve çekirdek başına çarpışma enerjisi E/A , GeV biriminde $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2} = E/m_0$ şeklinde ifade edilir, burada m_0 çekirdeklerin kütlesidir. Sonuçlar, $Pb + Pb$ çarpışmaları için (düz çizgi) ve $Au + Au$ çarpışmaları için (kesikli çizgi) görülmektedir. Lorentz katsayısı γ 'nın fonksiyonu olarak, serbest çift üretimi $\ln^3(\gamma)$ skalası şeklinde ve bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi $\ln(\gamma)$ skalası şeklinde değişmektedir. Tüm bu sonuçlar [1,16,30,65]'de de görülmektedir ve bizim sonuçlarımız da benzer değerleri vermektedir.

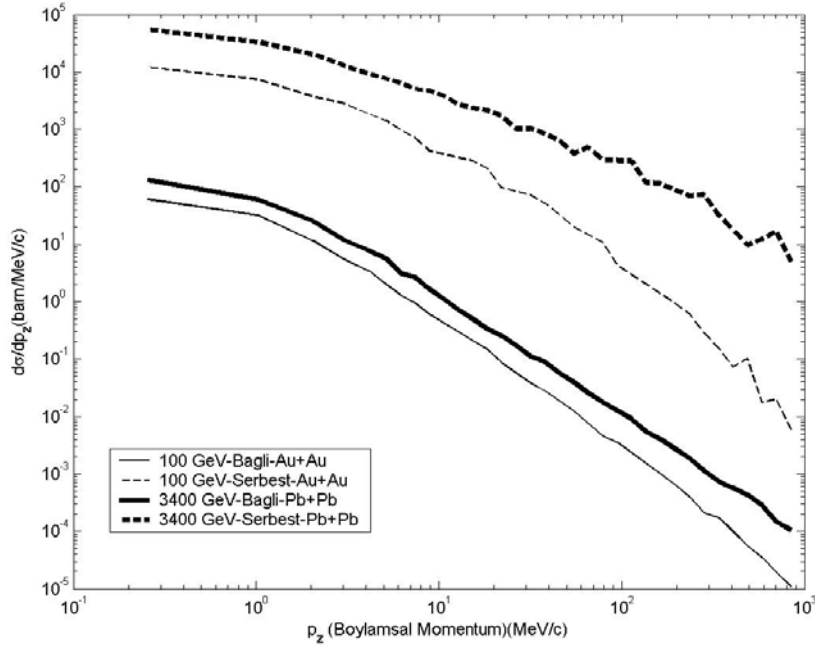
Serbest elektron-pozitron çift üretimi ve bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için sonuçlar Şekil 5.3'den Şekil 5.6'ya kadar aynı grafik üzerinde görülmektedir. Nükleon başına 100 GeV olan çarpışma enerjisi değeri RHIC hızlandırıcısında uygulanan enerji değeridir ve burada $Au + Au$ çarpışmaları göz önüne alınmıştır. $Pb + Pb$ çarpışmaları nükleon başına 3400 GeV enerji değeri için yapılmış ve yakın bir gelecekte CERN'de bulunan LHC hızlandırıcısında da bu enerji değerinde deneysel sonuçlara ulaşılması hedeflenmektedir. Şekil 5.3'den Şekil 5.6'ya kadar aynı notasyon kullanılmıştır. Bu şekillerde düz ince çizgi, RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmaları için bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimini ve kesikli ince çizgi yine RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmaları için serbest çift üretimini temsil eder. Diğer taraftan düz kalın çizgi, LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimini ve kesikli kalın çizgi yine LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmalarında serbest çift üretimini temsil eder.



Şekil 5.3 : RHIC ve LHC enerjilerinde dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Hesaplanan diferansiyel tesir kesitleri iki çarpışma sistemi için, $Au + Au$ çarpışmalarında nükleon başına 100 GeV ve $Pb + Pb$ çarpışmalarında nükleon başına 3400 GeV için çizilmiştir. Serbest elektron-pozitron çift üretimi, bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi tesir kesiti için elektronun $1s$ taban durumunda yakalanması hali ile kıyaslandığında dik momentum 0.1 ve $100\text{ MeV}/c$ değerleri arasında yaklaşık olarak 10^3 mertebesinde baskın olmaktadır [20].

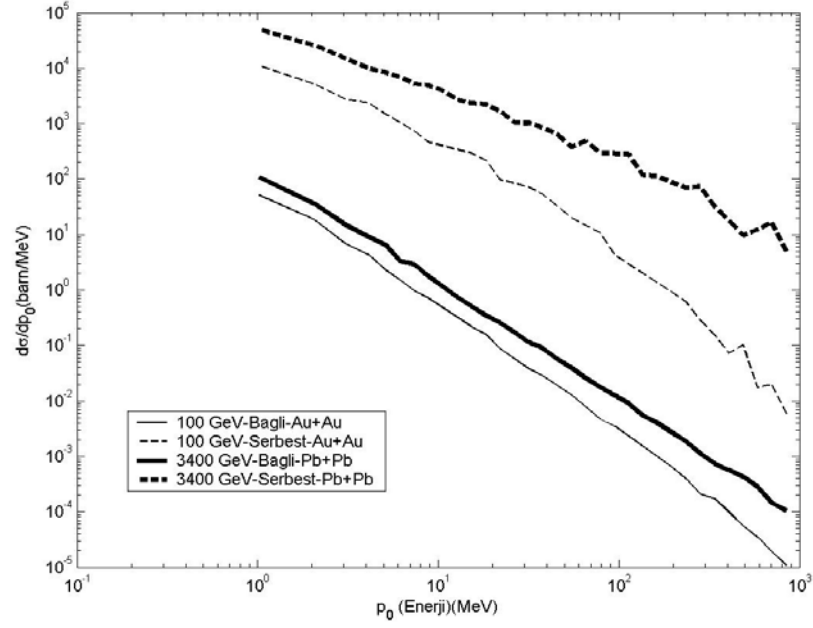
Şekil 5.3, diferansiyel tesir kesitini üretilen pozitronun dik momentumunun fonksiyonu olarak verir. Bu şekilde bağlı-serbest ve serbest çift üretimi

dağılımlarının, dik momentumun fonksiyonu olarak benzer bir davranış sergilediği daha net bir biçimde görülmektedir. Bununla beraber, serbest çift üretimi dağılımının, bağlı-serbest çift üretimi fonksiyonunun 10^3 katı olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca, bağlı-serbest çift üretim dağılımı fonksiyonunun, dik momentumun büyüklüğü arttıkça, serbest çift üretim dağılımı fonksiyonundan daha hızlı bir şekilde azalmakta olduğu açık bir şekilde bellidir.

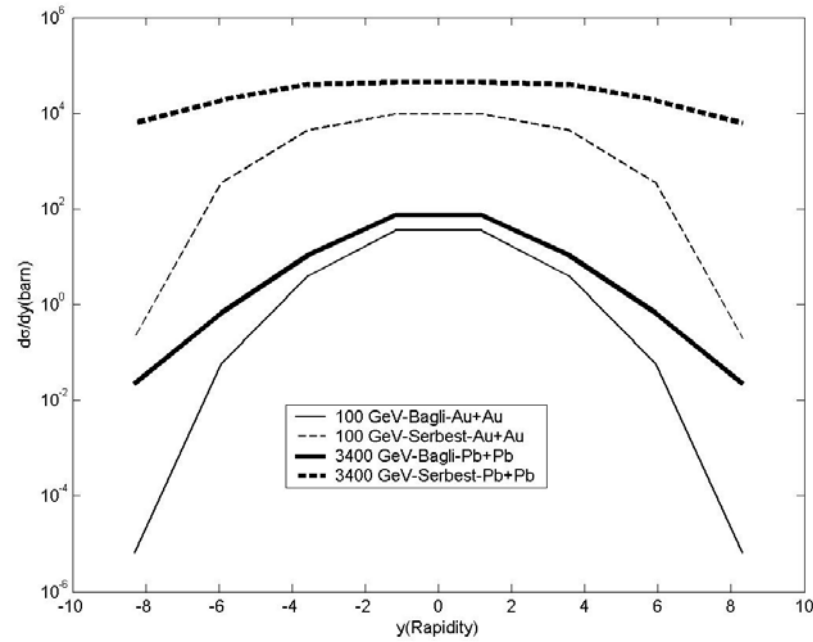


Şekil 5.4 : RHIC ve LHC enerjilerinde boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.3'deki ile aynıdır [20].

Şekil 5.4 ve Şekil 5.5 sırasıyla, diferansiyel tesir kesitini boylamsal momentumun ve enerjinin fonksiyonu olarak verir. Tesir kesitleri yine serbest ve bağlı-serbest çift üretimi için görülmektedir. Şekil 5.4'de görüldüğü gibi, boylamsal momentumun değeri arttıkça, RHIC ve LHC enerji seviyeleri arasındaki oran artmaktadır. Ayrıca, pozitronun boylamsal momentumu dik momentumundan çok daha büyüktür ve üretilen pozitronun enerjisinin büyük bir kısmı pozitronun boylamsal momentumu olarak ortaya çıkar. Bununla beraber Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'de de görüldüğü üzere, diferansiyel tesir kesitinin boylamsal momentumun ve enerjinin fonksiyonu olarak davranışı, birbirine çok benzemektedir. Nihayetinde, pozitronların enerjisinin $E = \sqrt{p_{\perp}^2 + p_z^2 + 1}$, büyük bir oranda pozitronların boylamsal momentumlarından oluştuğu sonucuna ulaşabiliriz.



Şekil 5.5 : RHIC ve LHC enerjilerinde enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.3’deki ile aynıdır [20].



Şekil 5.6 : RHIC ve LHC enerjilerinde hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.3’deki ile aynıdır [20].

Son olarak Şekil 5.6’da, diferansiyel tesir kesiti hızlılığın (rapidity) fonksiyonu olarak görülmektedir. RHIC enerjilerinde, serbest ve bağlı-serbest diferansiyel tesir kesiti davranışları hızlılığın fonksiyonu olarak oldukça fazla benzerlik gösterir, farklı

davranış LHC enerji seviyelerinde gözlenmektedir. Hızlılığın büyük değerleri için, bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti, serbest çift üretimi tesir kesitine kıyasla çok hızlı bir şekilde azalmaktadır. Hızlılık enerjisi ve momentumun fonksiyonu olduğu için,

$$y = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right] \quad (5.1)$$

boylamsal momentumun ve enerjinin fonksiyonu olan tesir kesitinin davranışlarındaki farklılık, hızlılığın fonksiyonu olan tesir kesitinin davranışındaki farklılık ile ilişkilendirilebilir.

5.4 Karşılıklı Coulomb Uyarılması ile Bağlı-Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretimi için Tesir Kesiti Hesapları ve Grafikler

Bu kısımda, karşılıklı Coulomb uyarılması ile bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için ulaştığımız tesir kesiti sonuçları ve bunlarla ilgili elde ettiğimiz grafikler görülmektedir. Çizelge 5.3’de, bazı etiketlenmiş ve etiketlenmemiş tesir kesiti değerleri RHIC ve LHC enerjilerinde serbest ve bağlı-serbest çift üretimi için hesaplanmıştır. Ayrıca elde ettiğimiz sonuçlar, Baltz tarafından RHIC enerjisinde bağlı-serbest çift üretimi için hesaplanan sonuç ile kıyaslanmıştır. Etiketlenmemiş (untagged) yani nükleer uyarılma işlemleri dahil edilmemiş serbest ve bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi tesir kesiti değerleri çizelgede ilk sütunda gösterilmiştir. Orta sütun ve son sütun etiketlenmiş (tagged) serbest ve bağlı-serbest çifti üretimi tesir kesitlerini sırasıyla $lnln$ ve $XnXn$ için vermektedir. Nükleer uyarılma işlemlerini yani tam olarak GDR’ı işin içine kattığımızda elde ettiğimiz sonuçlar, etiketlenmemiş tesir kesiti sonuçlarının yaklaşık olarak 1/200’ünden daha büyük oranda küçüktür.

Çizelge 5.4’de, RHIC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için hesapladığımız etiketlenmemiş (untagged) ve etiketlenmiş (tagged) bağlı-serbest çifti üretimi tesir kesiti sonuçları, Baltz’ın sonuçları ile kıyaslanmıştır.

Çizelge 5.3 : RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmaları için ve LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için hesaplanan serbest ve bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti değerleri. Baltz tarafından RHIC enerjisinde bağlı-serbest çift üretimi için hesaplanan sonuç, diğerleriyle kıyaslanmıştır.

	Etiketlenmemiş (Untagged) σ (barn)	Etiketlenmiş (Tagged)($lnln$) σ^{lnln} (mbarn)	Etiketlenmiş (Tagged)($XnXn$) σ^{XnXn} (mbarn)
$Au+Au$ RHIC Serbest [60]	3.4×10^4	1.63×10^3	1.98×10^3
$Pb+Pb$ LHC Serbest [60]	2.12×10^5	10.2×10^3	12.4×10^3
$Au+Au$ RHIC Bağlı [60]	94.5	4.5	5.5
$Au+Au$ RHIC Bağlı - Baltz[58]	88.8	1.1	1.4
$Pb+Pb$ LHC Bağlı [60]	202	9.7	11.7

Çizelge 5.4 : RHIC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmaları için etiketlenmemiş ve etiketlenmiş bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti sonuçları, bizim çalışmamız ve Baltz'ın çalışması için görülmektedir.

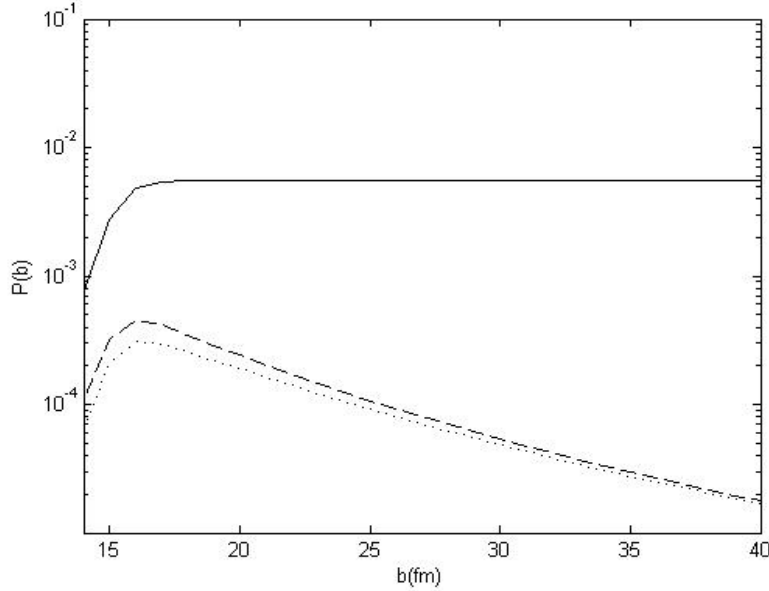
	Etiketlenmemiş (Untagged) σ_{BFPP} (barn)	Etiketlenmiş (Tagged)($lnln$) σ_{BFPP}^{lnln} (mbarn)	Etiketlenmiş (Tagged)($XnXn$) σ_{BFPP}^{XnXn} (mbarn)
$Pb+Pb$ RHIC [60]	123	5.92	7.18
$Pb+Pb$ RHIC - Baltz [58]	113	1.44	1.74

Çizelge 5.5’de, minimum saçılma parametreleri etiketlenmiş tesir kesitinin alt integral sınırı olarak sırasıyla, 14,15,16 fm alınarak Eşitlik (3.102)’ye yerleştirildiğinde elde edilen, GDR ile bağlı-serbest elektron-pozitron çift üretimi için hesaplanmış tesir kesiti sonuçları (etiketlenmiş-tagged) görülmektedir. LHC çarpışmaları için hesaplanan etiketlenmiş tesir kesiti değerleri belirtilen küçük saçılma parametreleri kullanılarak RHIC için hesaplanandan 2 kat oranında daha büyüktür.

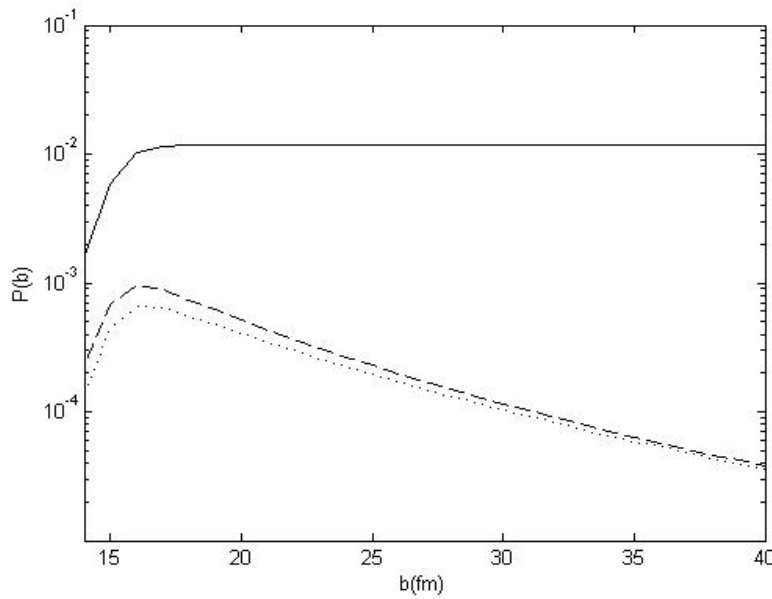
Çizelge 5.5 : RHIC enerjisinde $Au + Au$ çarpışmalarında ve LHC enerjisinde $Pb + Pb$ çarpışmalarında farklı saçılma parametreleri alt integral sınırı alınarak hesaplanan GDR ile bağlı-serbest çift üretimi tesir kesiti değerleri [60].

b_{min}	14 fm	15 fm	16 fm
σ_{BFPP}^{GDR} RHIC	4.9 mb	4.5 mb	4.2 mb
σ_{BFPP}^{GDR} LHC	10.6 mb	9.7 mb	8.9 mb

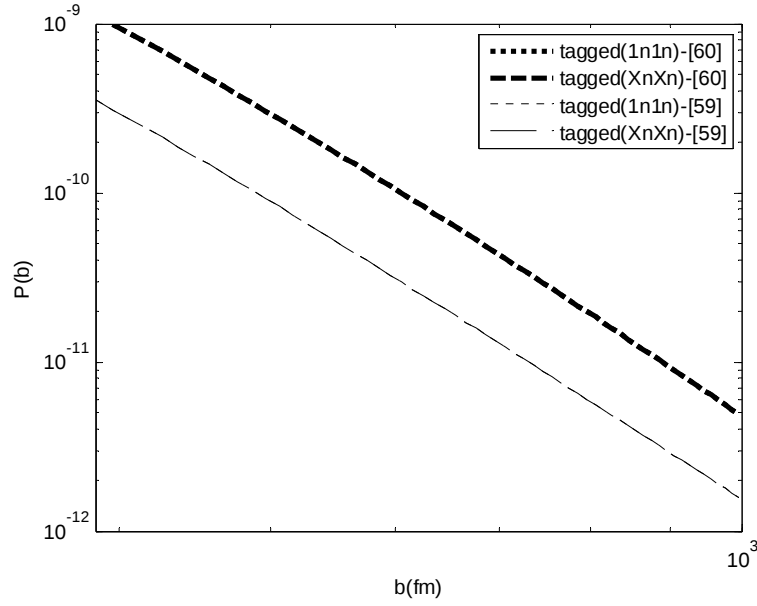
Şekil 5.7 ve Şekil 5.8’de saçılma parametresinin fonksiyonu olarak pozitron üretim olasılığı, RHIC’teki altın demetleri ve LHC’deki kurşun demetleri için görülmektedir.



Şekil 5.7 : Saçılma parametresinin fonksiyonu olarak RHIC’de $Au + Au$ iyonlarının çarpışması sonucu pozitron üretim olasılığı. Düz çizgi nükleer etkileşmenin olmadığı durumda bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretim olasılığını (untagged), kesikli çizgi $XnXn$ ’e uyarılma durumunu (tagged), noktalı çizgi $lnln$ ’e uyarılma durumunu (tagged) gösterir [60].



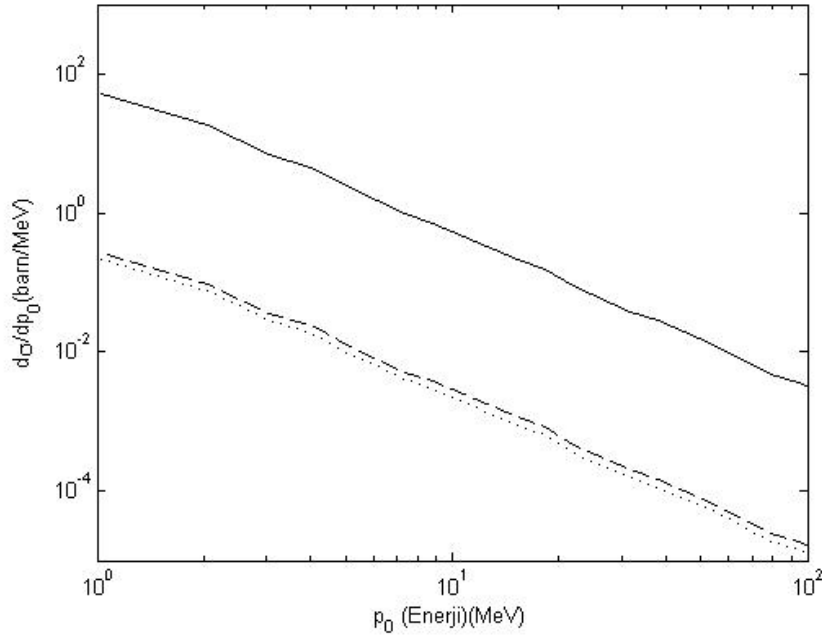
Şekil 5.8 : Saçılma parametresinin fonksiyonu olarak LHC’de $Pb + Pb$ iyonlarının çarpışması sonucu pozitron üretim olasılığı. Notasyon Şekil 5.9’daki ile aynıdır [60].



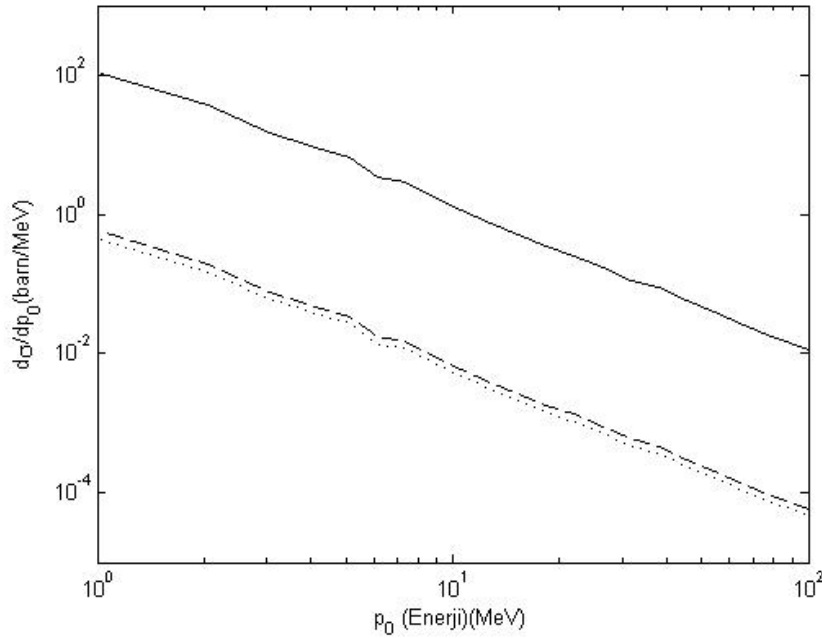
Şekil 5.9 : RHIC enerjisindeki $Au+Au$ çarpışmalarında $1n1n$ ve $XnXn$ etiketlenmiş durumları için saçılma parametresinin fonksiyonu olarak pozitron üretim olasılığı. Kalın çizgi bizim çalışmamızı, ince çizgi Baltz'ın çalışmasını göstermektedir [60].

Şekil 5.9'da, eşitlik (3.92) ile gösterilen bizim olasılık fonksiyonu ifademizi ve eşitlik (3.93) ile gösterilen Baltz'ın değerleri ile elde ettiğimiz olasılık fonksiyonu ifadesini kullanarak, RHIC enerji seviyesi $Au+Au$ çarpışmalarında $1n1n$ ve $XnXn$ etiketlenmiş durumların olasılıkları için elde ettiğimiz sonuçları kıyasladık. Bu grafik, bizim hesaplamalarımızın [59]'daki hesaplamalardan yaklaşık olarak 4 kat oranında büyük olduğunu göstermektedir. Bu iki hesaplamada da, grafikten görüldüğü gibi $1n1n$ ve $XnXn$ sonuçları birbirine çok yakındır.

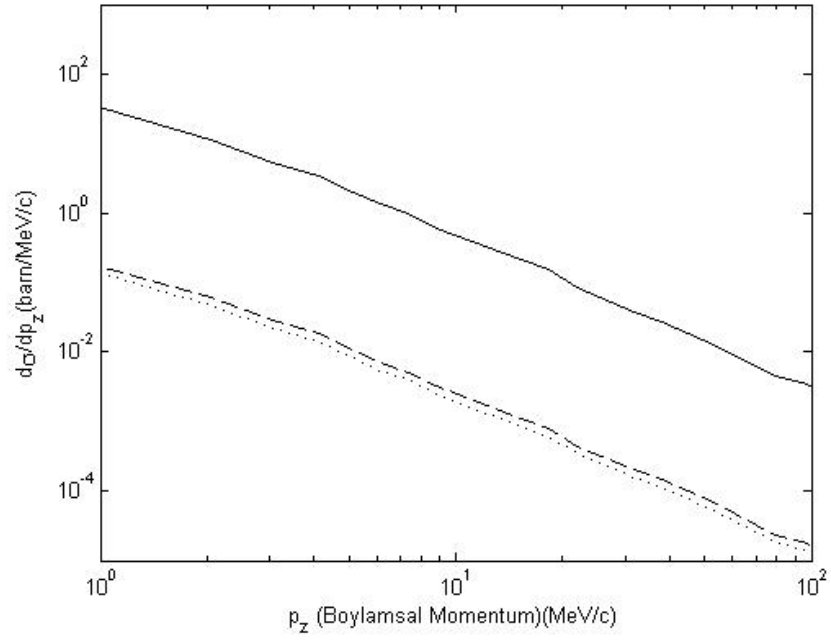
Böylelikle, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için saçılma parametresine bağlı tesir kesiti değerlerini elde etmiş olduk. Bu sonuçları kullanarak, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi ile aynı anda gerçekleşen dev dipol rezonansı tesir kesitlerini $1n1n$ ve $XnXn$ uyarılmaları için hesapladık. Ayrıca sonuçlarımızı [59]'daki sonuçlar ile de kıyasladık. Bizim sonuçlarımızın [59]'daki sonuçlardan yaklaşık olarak 4 kat oranında daha büyük olduğunu gördük. Bunun temel nedeni, bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimi için saçılma parametresine bağlı olasılık fonksiyonu ifadelerinin farklı davranmasından kaynaklanmaktadır.



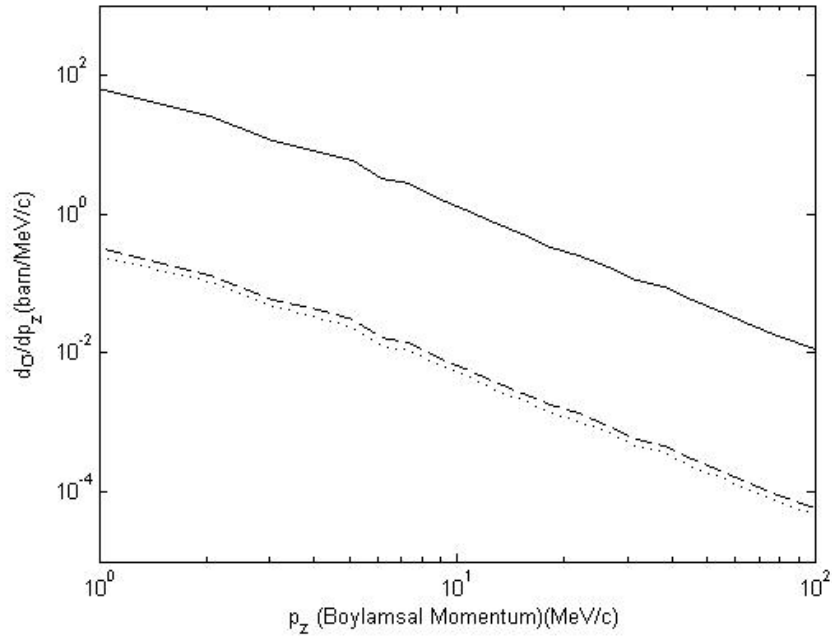
Şekil 5.10 : RHIC enerjisinde, enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Düz çizgi nükleer etkileşmenin olmadığı durumda bağlı-serbest elektron-pozitron çifti üretimini (untagged) gösterir. Kesikli çizgi $XnXn$ 'e uyarılma durumunu (tagged), noktalı çizgi $lnln$ 'e uyarılma durumunu (tagged) gösterir [60].



Şekil 5.11 : LHC enerjisinde, enerjinin (p_0) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].



Şekil 5.12 : RHIC enerjisinde, boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].



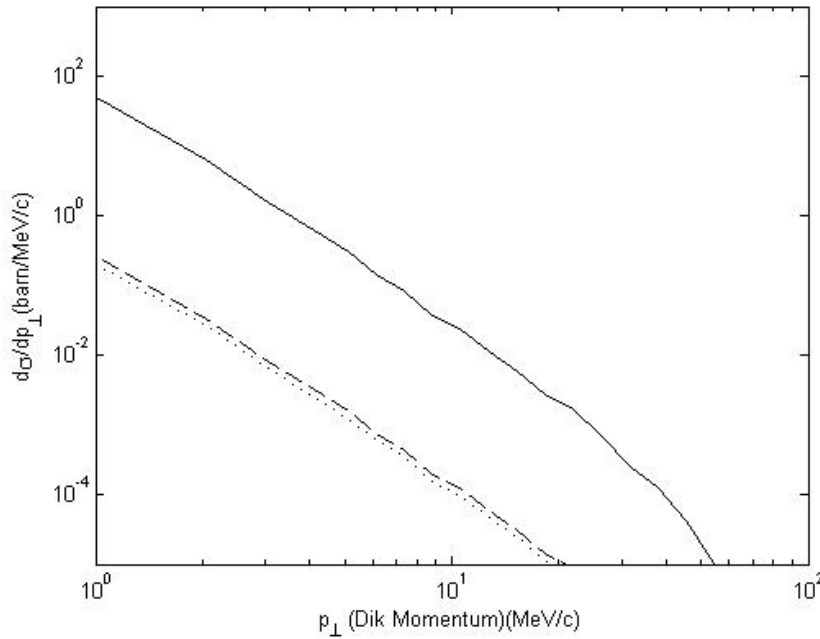
Şekil 5.13 : LHC enerjisinde, boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].

Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de RHIC ve LHC enerjilerinde üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesitleri enerjinin (p_0), Şekil 5.12 ve Şekil 5.13'de RHIC ve LHC

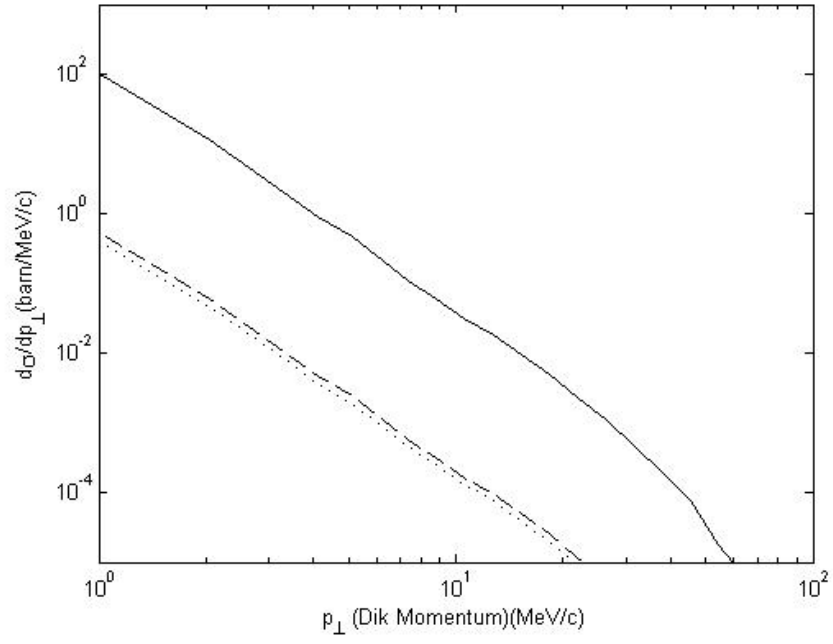
enerjilerinde üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesitleri boylamsal momentumun (p_z) fonksiyonu olarak görülmektedir. Hesaplamalar, enerji ve boylamsal momentumun fonksiyonu olan bu grafiklerin şiddetinin de aynı derecede olduğunu göstermektedir.

Şekil 5.14 ve Şekil 5.15’de RHIC ve LHC enerjilerinde üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesitleri dik momentumun ($p_\perp$) fonksiyonu olarak görülmektedir. Dik momentum dağılımları, sürekli bir şekilde enerji ve boylamsal momentumdan düşüktür.

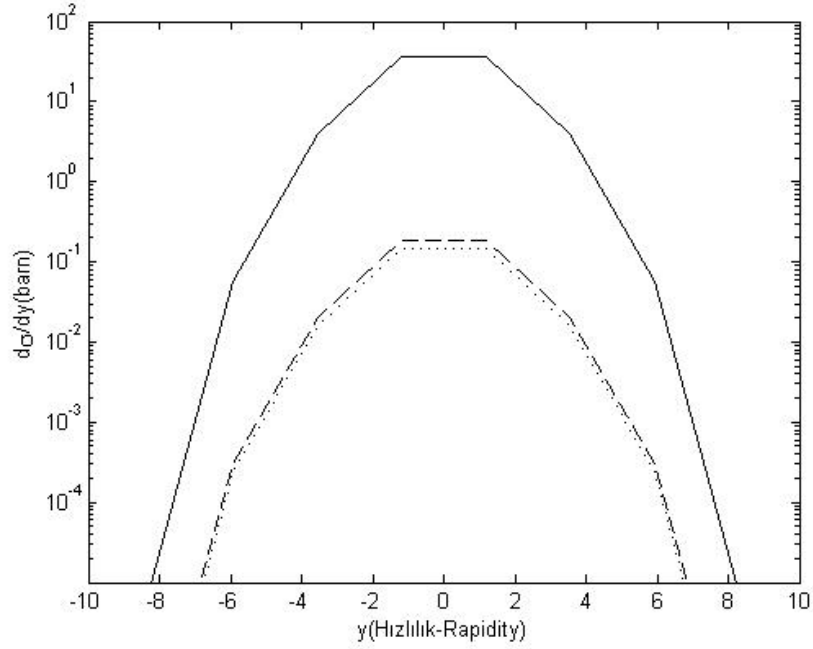
Tüm bu grafiklere ek olarak RHIC ve LHC enerjileri için diferansiyel tesir kesiti, hızlılığın (rapidity- y) fonksiyonu olarak Şekil 5.16 ve Şekil 5.17’de görülmektedir.



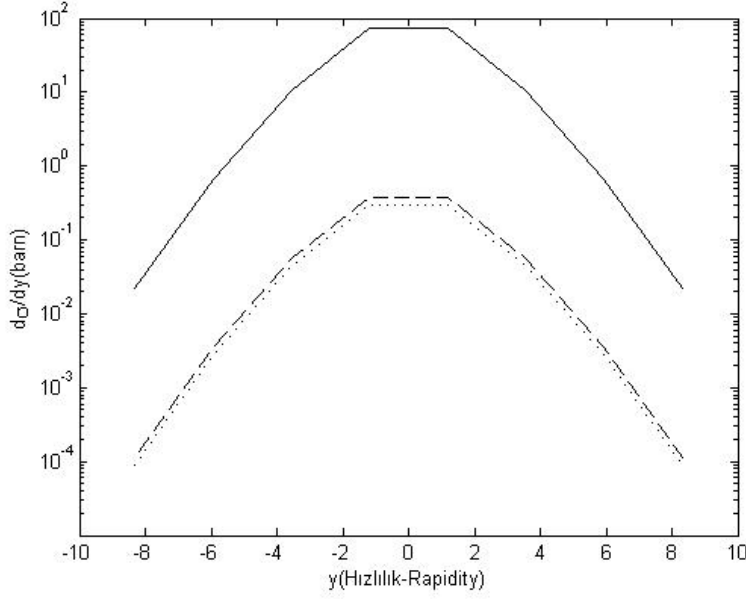
Şekil 5.14 : RHIC enerjisinde, dik momentumun ($p_\perp$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10’daki ile aynıdır [60].



Şekil 5.15 : LHC enerjisinde, dik momentumun ($p_{\perp}$) fonksiyonu olarak üretilen pozitronların diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].



Şekil 5.16 : RHIC enerjisinde, hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].



Şekil 5.17 : LHC enerjisinde, hızlılığın (rapidity) (y) fonksiyonu olarak diferansiyel tesir kesiti. Notasyon Şekil 5.10'daki ile aynıdır [60].

Dev dipol rezonansı (GDR) ile bağlı-serbest çift üretimi (BFPP) rölativistik ağır iyon çarpıştırıcılarında önemli bir elektromanyetik etkileşmedir. Her ne kadar saçılma parametresini doğrudan deneysel olarak ölçme imkanımız yoksa da, farklı saçılma parametresi dağılımları için olaylar seçmemiz mümkündür. Bu çalışmada, belirli saçılma parametresi dağılımına sahip saçılma parametresi cinsinden bağlı-serbest çift üretimini elde ettik. Dev dipol rezonansı (GDR) uyarılması eşlik eden bağlı-serbest çift üretiminin (BFPP) ayrıca diğer saçılma parametresi dağılımları vardır. Kombine edilen reaksiyonlar asıl olarak, küçük saçılma parametrelerinde oluşur. STAR Topluluğu, karşılıklı Coulomb uyarılmaları durumunu farklı ρ foto-üretimi girişimi gibi bazı şeyleri ölçmek için saçılma parametresi dağılımlarını seçerek kullandı [63,66]. Bu teknik Baltz ve arkadaşları [19] tarafından iki foton etkileşimlerine uygulandı. Baur ve arkadaşları [43] tarafından yayınlanan makalede, daha analitik bir yaklaşım görülmektedir. Coulomb uyarılması ile bağlı-serbest çift üretimi ilginç karmaşıklıklar sunar, çünkü elektron yakalanması ile aynı anda çekirdekler farklılaştırılabilir. Eğer nükleer ayrılma proton (veya daha büyük yükler) yayınlanması içerirse, bu durumda işler daha da karmaşık bir hal alır. Bu durum kurşun atomunun dev dipol rezonansı ile uyarılması için bir problem teşkil etmez, çünkü konu ile ilgili tüm izotopları karardır, fakat bu durum yüksek dereceli uyarılmalar için önemli olabilir, birden fazla parçacık yayınlanmasına sebebiyet verebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Bertulani, C.A. and Dolci, D., 2001. Pair production with electron capture in peripheral collisions of relativistic heavy ions, *Nuclear Physics A*, **683**, 635.
- [2] Kovankaya, G., *MS Thesis*, 2005. Ağır İyonların Çarpıştırılması ve Elektron-Pozitron Çift Oluşumu, I.T.U..
- [3] Güçlü, M.C. and Yilmaz, M., 2005. Atomic Collisions and Free Lepton Pair Production, *American Institute of Physics (AIP) Proceedings*, ISSN: 0094-243X, ISBN:0-7354-0284-1.
- [4] Güçlü, M.C., 2000. Semi-analytic calculations for the impact parameter dependence of electromagnetic multi-lepton pair production, *Nuclear Physics A*, **668**,149.
- [5] Güçlü, M. C., Kovankaya, G. and Yilmaz, M., 2005. Coulomb corrections in the lepton-pair production in ultrarelativistic nuclear collisions, *Physical Review A*, **72**, 022724.
- [6] Bruce, R., Bocian, D., Gilardoni S. and Jowett, J.M., 2009. Beam losses from ultraperipheral nuclear collisions between $^{208}\text{Pb}^{+82}$ ions in the Large Hadron Collider and their alleviation, *Physical Review Special Topics*, **12**, 071002.
- [7] Güçlü, M. C., 2009. Electromagnetic interactions at RHIC an LHC, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **62**, 498.
- [8] Hencken, K., Trautmann, D. and Baur, G., 1996. Equivalent photon approach to simultaneous excitation in heavy ion collision, *Physical Review C*, **53**, 2532.
- [9] Güçlü, M. C., 2008. Lepton pair production accompanied by giant dipole resonance, *Nuclear Physics B (Proc. Suppl.)*, **179–180**, 134.
- [10] Baltz, A. J., Rhoades-Brown, M. J. and Weneser, J., 1994. Convergence of bound-electron–positron pair production calculations for relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review A*, **50**, 4842.
- [11] Rhoades-Brown, M.J., Bottcher, C. and Strayer, M.R., 1989. Feynman–Monte Carlo calculations of electron capture at relativistic collider energies, *Physical Review A*, **40**, 2831.
- [12] Bruce, R., Jowett, J. M., Gilardoni, S., Drees, A., Fischer, W., Tepikian, S. and Klein, S.R., 2007. Observations of beam losses due to bound-free pair production in a heavy-ion collider, *Physical Review Letters*, **99**, 144801.
- [13] Klein, S.R., 2001. Localized beampipe heating due to electron capture and nuclear excitation in heavy ion colliders, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, **459**, 51.

- [14] Belkacem, A., Gould, H., Feinberg, B., Bossingham, R. and Meyerhof, W.E., 1993. Measurement of Electron Capture from Electron-Positron Pair Production in Relativistic Heavy Ion Collisions, *Physical Review Letters*, **71**, 1514.
- [15] Krause, H.F., Vane, C.R., Datz, S., Grafström, P., Knudsen, H., Scheidenberger, C. and Schuch, R.H., 1998. Electron capture and ionization of Pb ions at 33 TeV, *Physical Review Letters*, **80**, 1190.
- [16] Bertulani, C.A. and Baur, G., 1988. Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions, *Physics Reports*, **163**, 299.
- [17] Baltz, A.J., Baur, G., d'Enterria, D., Frankfurt, L., Gelis, F., Guzey, V., Hencken, K., Kharlov, Yu., Klasen, M., Klein, S.R., Nikulin, V., Nystrand, J., Pshenichnov, I.A., Sadovsky, S., Scapparone, E., Seger, J., Strikman, M., Tverskoy, M., Vogt, R., White, S.N., Wiedemann, U.A., Yepes, P. and Zhalov, M., 2008. The physics of ultraperipheral collisions at the LHC, *Physics Reports*, **458**, 1.
- [18] Aste, A., Hencken, K., Trautmann, D. and Baur, G., 1994. Electromagnetic pair production with capture, *Physical Review A*, **50**, 3980.
- [19] Baltz, A.J., Gorbunov, Y., Klein, S.R. and Nystrand, J., 2009. Two-photon interactions with nuclear breakup in relativistic heavy ion collisions, *Physical Review C*, **80**, 044902.
- [20] Şengül, M. Y., Güçlü, M. C. and Fritzsche, S., 2009. Bound-free electron-positron pair production in relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review A*, **80**, 042711.
- [21] Güçlü, M. C., *Ph D. Thesis*, 1995. Monte-Carlo Calculations of Lepton-Pair Production in Relativistic Heavy-Ion Collisions, Vanderbilt University.
- [22] Morozov, V. B., *Ph D. Thesis*, 2003. Electron-Positron Production in Ultra-Peripheral Heavy-Ion Collisions with the STAR Experiment, University of California.
- [23] Eichler, J. and Meyerhof, W.E., 1995, *Relativistic Atomic Collisions* (Academic Press).
- [24] Meier, H., Halabuka, Z., Hencken, K., Trautmann, D. and Baur, G., 2001. Bound-free electron-positron pair production in relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review A*, **63**, 032713.
- [25] Belkacem, A., Gould, H., Feinberg, B., Bossingham, R. and Meyerhof, W.E., 1997. Capture, ionization, and pair-production processes in relativistic heavy-ion collisions in the 1-GeV/nucleon energy range, *Physical Review A*, **56**, 2806.
- [26] Krause, H.F., Vane, C.R., Datz, S., Grafström, P., Knudsen, H., Mikkelsen, U., Scheidenberger, C., Schuch, R.H. and Vilakazi, Z., 2001. Electron capture and ionization of 33-TeV Pb ions in gas targets, *Physical Review A*, **63**, 032711.
- [27] Güçlü, M. C., Li, J., Umar, A. S., Ernst, D. J. and Strayer, M. R., 1999. Electromagnetic lepton-pair production in relativistic heavy-ion collisions, *Annals of Physics*, **272**, 7.

- [28] Belkacem, A., Claytor, N., Dinneen, T., Feinberg, B. and Gould, H., 1998. Electron capture from pair production by Au^{79+} at 10.8 GeV/nucleon, *Physical Review A*, **58**, 1253.
- [29] Ionescu, D.C. and Eichler, J., 1996. Bound-free electron-positron pair creation in relativistic heavy-ion collisions as a charge-transfer process, *Physical Review A*, **54**, 4960.
- [30] Meier, H., Halabuka, Z., Hencken, K., Trautmann, D. and Baur, G., 1998. Relativistic antihydrogen production, *European Physical Journal C*, **5**, 287.
- [31] Hencken, K., Baur, G. and Trautmann, D., 2004. Production of QED pairs at small impact parameter in relativistic heavy ion collisions, *Physical Review C*, **69**, 054902.
- [32] Baltz, A.J., 2008. Evidence for higher order QED effects in e^+e^- pair production at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider, *Physical Review Letters*, **100**, 062302.
- [33] Adler, C., *et al.*, 2002. Coherent ρ^0 production in ultraperipheral heavy-ion collisions, *Physical Review Letters*, **89**, 272302.
- [34] Abelev, B.I., *et al.*, 2008. ρ^0 photoproduction in ultraperipheral relativistic heavy ion collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$, *Physical Review C*, **77**, 034910.
- [35] Mandl, F. and Shaw, G., 1984, *Quantum Field Theory* (John Wiley&Sons).
- [36] Schwinger, J., 1951. On gauge invariance and vacuum polarization, *Physical Review*, **82**, 664.
- [37] Glendenning, N.K. and Matsui T., 1983. Creation of $q\bar{q}$ pairs in a chromoelectric flux tube, *Physical Review D*, **28**, 2890.
- [38] Best, C., Greiner, W. and Soff, G., 1992. Multiplicity distribution of electron-positron pairs created by strong external fields, *Physical Review A*, **46**, 261.
- [39] Bottcher, C. and Strayer, M. R., 1989. Electron pair production from pulsed electromagnetic fields in relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review D*, **39**, 1330.
- [40] Güçlü, M. C., Wells, J. C., Umar, A. S., Strayer, M. R. and Ernst, D. J., 1995. Impact-parameter dependence of multiple lepton-pair production from electromagnetic fields, *Physical Review A*, **51**, 1836.
- [41] Klein, S. R., 2004. e^+e^- pair production from 10 GeV to 10 ZeV, www.arxiv.org, hep-ex/ 0402028, 23/07/2010.
- [42] Klein, S. R., 2003. Ultra-peripheral collisions with STAR at RHIC, www.arxiv.org, nucl-ex/ 0310020v2, 23/07/2010.
- [43] Baur, G., Hencken, K., Aste, A., Trautmann, D. and Klein, S.R., 2003. Multi-photon exchange processes in ultraperipheral relativistic heavy-ion collisions, *Nuclear Physics A*, **729**, 787.
- [44] Baltz, A.J., 2006. Impact parameter dependence of heavy ion e^+e^- pair production to all orders in $Z\alpha$, *Physical Review C*, **74**, 054903.
- [45] Hencken, K., Trautmann, D. and Baur, G., 1999. Calculation of higher-order effects in electron-positron pair production in relativistic heavy ion collisions, *Physical Review C*, **59**, 841.

- [46] Adams, J., *et al.*, 2004. Production of e^+e^- pairs accompanied by nuclear dissociation in ultraperipheral heavy-ion collisions, *Physical Review C*, **70**, 031902(R).
- [47] Güçlü, M. C. and Sengul, M. Y., 2007. Production of electron-positron pairs by nuclear dissociation in peripheral heavy ion collisions, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **59**, 383.
- [48] Berestetskii, V.B., Lifshitz, E.M. and Pitaevskii L.P., 1979. *Relativistic Quantum Theory*, Pergamon Press.
- [49] Aitchison, I. J. R. and Hey, A. J. G., 1989. *Gauge Theories in Particle Physics*, Second Edition, IOP Publishing Ltd.
- [50] Bjorken, J.D. and Drell, S.D., 1965. *Relativistic Quantum Fields*, McGraw-Hill Book Company.
- [51] Aste, A., 2008. Bound-free pair production cross-section in heavy-ion colliders from the equivalent photon approach, *A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physics*, **81**, 61001.
- [52] Eichler, J., 1995. Charge transfer from the negative-energy continuum: alternative mechanism for pair production in relativistic atomic collisions, *Physical Review Letters*, **75**, 3653.
- [53] Rhoades-Brown, M.J., Bottcher, C. and Strayer, M.R., 1989. Electromagnetic phenomena and collider performance at ultrarelativistic energies, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, **43**, 301.
- [54] Baur, G., 1991. Comment on “Feynman-Monte Carlo calculations of electron capture at relativistic collider energies”, *Physical Review A*, **44**, 4767.
- [55] Baltz, A. J., Rhoades-Brown, M. J. and Weneser, J., 1991. Energy dependence of bound-electron-positron pair production at very-high-energy ion-ion transits, *Physical Review A*, **44**, 5569.
- [56] Baltz, A. J., Rhoades-Brown, M. J. and Weneser, J., 1993. Calculation of the cross section for $e^+ - e^-$ (K orbit) pairs by very-high-energy fully stripped heavy ions at perturbational impact parameters, *Physical Review A*, **48**, 2002.
- [57] Baltz, A. J., Rhoades-Brown, M. J. and Weneser, J., 1993. Bound-electron-positron pair production in relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review A*, **47**, 3444.
- [58] Baltz, A. J., Rhoades-Brown, M. J. and Weneser, J., 1996. Heavy-ion partial beam lifetimes due to Coulomb induced processes, *Physical Review E*, **54**, 4233.
- [59] Baltz, A. J., 1997. Exact Dirac equation calculation of ionization and pair production induced by ultrarelativistic heavy ions, *Physical Review Letters*, **78**, 1231.
- [60] Şengul, M. Y. and Güçlü, M. C., 2011. Bound free electron-positron pair production accompanied by giant dipole resonances, *Physical Review C*, **83**, 014902.
- [61] Bertulani, C.A., Klein S.R. and Nystrand, J., 2005. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions, *Annual Review of Nuclear Particle Science*, **55**, 271.
- [62] Klein, S.R. and Nystrand, J., 1999. Exclusive vector meson production in relativistic heavy ion collisions, *Physical Review C*, **60**, 014903.

- [63] Baltz, A.J., Klein S.R. and Nystrand, J., 2002. Coherent vector-meson photoproduction with nuclear breakup in relativistic heavy-ion collisions, *Physical Review Letters*, **89**, 012301.
- [64] Sengul, M. Y. and Güçlü, M. C., 2007. Electron-positron pair production with giant dipole resonance in peripheral heavy ion collisions, *International Conference on Nuclear Fragmentation-NUFRA 2007*.
- [65] Bertulani, C.A. and Baur, G., 1998. Antihydrogen production and accuracy of the equivalent photon approximation, *Physical Review D*, **58**, 034005.
- [66] Abelev, B.I., *et al.*, 2009. Observation of two-source interference in the photoproduction reaction $AuAu \rightarrow AuAu\rho^0$, *Physical Review Letters*, **102**, 112301.

EKLER

EK A : Ağır İyonların Klasik Potansiyeli

EK B : Monte Carlo İntegrasyonu

EK C : Değişken Dönüşümleri

EK D : Serbest Lepton Çifti Spinörleri

EK E : Yakalanmış Elektron (Darwin) Dalga Fonksiyonları

EK F : Serbest Pozitron (Sommerfeld-Maue) Dalga Fonksiyonları

EK G : Dev Dipol Rezonansı (GDR) için Saçılma Parametresine Bağlı Olasılık Fonksiyonu

EK A

Ağır İyonların Klasik Potansiyeli

Durgun sistemde çekirdek yükü Z olan, $(0, b/2, 0)$ koordinatlarında bulunan iyonun 4-vektör potansiyeli şu şekilde ifade edilir;

$$\vec{A}' = 0, \quad A'_0 = \frac{-Ze}{\left[x'^2 + (y' - b/2)^2 + z'^2 \right]^{1/2}}. \quad (\text{A.1})$$

Momentum uzayında bu vektör potansiyeli şu şekilde yazılır,

$$\begin{aligned} A'_0(q') &= \int d^4x' e^{iq' \cdot x'} A'_0(x') \\ &= \int dx'_0 e^{iq'_0 x'_0} \int d^3\vec{x}' e^{-iq' \cdot \vec{x}'} A'_0(x') \\ &= 2\pi\delta(q'_0)[-Ze] \int d^3\vec{x}' \frac{e^{-iq' \cdot \vec{x}'}}{\left[x'^2 + (y' - b/2)^2 + z'^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

burada,

$$\vec{r}' = \vec{x}' + (\vec{y}' - \vec{b}/2) + \vec{z}' \quad (\text{A.3})$$

dönüşümü yapılırsa,

$$A'_0(q') = -[2\pi Ze] \delta(q'_0) e^{[-iq'_y b/2]} \int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{r}' \frac{e^{-iq' \cdot \vec{r}'}}{\left| \vec{r}' \right|} \quad (\text{A.4})$$

ifadesi elde edilir. Son integral ifadesinin değeri

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3\vec{r}' \frac{e^{-iq' \cdot \vec{r}'}}{\left| \vec{r}' \right|} = \frac{4\pi}{q'^2} \quad (\text{A.5})$$

şeklindedir. Böylece,

$$A'_0(q') = -[2\pi Ze] \delta(q'_0) e^{[-iq'_y b/2]} \frac{4\pi}{q'^2} \quad (\text{A.6})$$

ifadesine ulaşılır. Bu potansiyele Lorentz dönüşümü uygulanırsa koordinatlar,

$$\begin{aligned}
x'_0 &= \gamma(x_0 + \beta x_1) \\
x'_1 &= \gamma(x_1 + \beta x_0) \\
\vec{x}'_\perp &= \vec{x}_\perp
\end{aligned} \tag{A.7}$$

momentum,

$$\begin{aligned}
q'_0 &= \gamma(q_0 + \beta q_1) \\
q'_1 &= \gamma(q_1 + \beta q_0) \\
\vec{q}'_\perp &= \vec{q}_\perp
\end{aligned} \tag{A.8}$$

şeklinde dönüşüm yapılabilir. A'_μ dört vektör potansiyeli de aynı dönüşüme uğrar,

$$\begin{aligned}
A_0(q) &= \gamma(A'_0 - \beta A'_1) = \gamma A'_0, \\
A_1(q) &= \gamma(A'_1 - \beta A'_0) = -\gamma \beta A'_0, \\
\vec{A}_\perp &= \vec{A}'_\perp = 0.
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Burada, $A'_1 = 0$ olduğundan;

$$\begin{aligned}
A_0(q) &= \gamma A'_0, \\
A_1(q) &= -\gamma \beta A'_0,
\end{aligned} \tag{A.10}$$

sonucuna ulaşılır.

Böylece

$$A_0 = -[8\pi^2 Z e] \gamma \delta(\gamma(q_0 + \beta q_1)) \frac{e^{-i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}/2}}{[\gamma^2(q_1 + \beta q_0)^2 + \vec{q}_\perp^2]}, \tag{A.11}$$

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) \tag{A.12}$$

ifadesi yardımı ile,

$$\begin{aligned}
A_0 &= -[8\pi^2 Z e] \frac{\gamma}{\gamma} \delta(q_0 + \beta q_1) \frac{e^{-i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}/2}}{[\gamma^2(q_1 - \beta^2 q_1)^2 + \vec{q}_\perp^2]} \\
&= -[8\pi^2 Z e] \delta(q_0 + \beta q_1) \frac{e^{-i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}/2}}{\left[\frac{q_1^2}{\gamma^2} + \vec{q}_\perp^2\right]}
\end{aligned} \tag{A.13}$$

$\vec{r}'$ üzerinden integrali aldıktan sonra ve Lorentz dönüşümlerini yaptıktan sonra, çarpışan iyonların potansiyellerinin son hali şu şekilde elde edilir,

$$A_0 = -[8\pi^2 Z e] \delta(q_0 + \beta q_1) \gamma^2 \frac{e^{-i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}/2}}{[q_1^2 + \gamma^2 \vec{q}_\perp^2]}, \tag{A.14}$$

burada $q_{\parallel}$ boylamsal momentumu, $q_{\perp}$ dik momentumu ve q_0 enerji terimini ifade eder.

EK B

Monte Carlo İntegrasyonu

Eşitlik (4.2)'de verilen $\mathcal{F}(q)$ fonksiyonu şu formdadır,

$$\mathcal{F}(q) = F_0 \int f(x_1, x_2, \dots, x_8, q) dx_1 dx_2 \dots dx_8, \quad (\text{B.1})$$

biz buradaki koordinatları sekiz boyutlu bir vektör olarak düşünebiliriz,

$$\vec{x} = \{\xi, \eta, k, \phi_q, \Theta_Q, \phi_Q, \Theta_K, \phi_K\}. \quad (\text{B.2})$$

Bu değişkenler eşitlik (4.2)'deki değişkenler ile şu şekilde ilişkilendirilebilir;

$$\begin{pmatrix} k_z \\ q_z \end{pmatrix} = \gamma e^\xi \begin{pmatrix} \cos \eta \\ \sin \eta \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix} = a_Q \tan \Theta_Q \begin{pmatrix} \cos \phi_Q \\ \sin \phi_Q \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{pmatrix} K_x \\ K_y \end{pmatrix} = a_K \tan \Theta_K \begin{pmatrix} \cos \phi_K \\ \sin \phi_K \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} \cos \phi_q \\ \sin \phi_q \end{pmatrix}, \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(B.7)

Bu integral eşitliğinde, bu değişkenlerin limitleri sıfırdan sonsuza gitmektedir. Rastgele seçilmiş numaralar $[0,1]$ kodu aralığında seçilmiş ve yukarıdaki eşitliklerle $[0, \infty]$ aralığına dönüştürülmüştür. Buna ek olarak, bu dönüşümler Monte Carlo noktalarını, integralin önemli olduğu kısımlarda daha çok nokta vererek ve integralin daha önemsiz olduğu kısımlarda yani çözümsüz olduğu kısımlarda daha az nokta verecek şekilde dağılımını sağlarlar.

Burada sadece sekiz integral vardır, çünkü bu değişkenler üzerindeki değişikliği bu şekilde buluruz, kalan integraller simetri kullanılarak yapılabilir. Burada, η, ϕ_Q, ϕ_K ve $\phi_q, 0$ ve π aralığında iken, Θ_Q ve Θ_K , 0 ve $\pi/2$ aralığındadır. ξ değişkeni k_z ve q_z için üst limiti yerleştirmede kullanılır. Ölçekleme faktörleri a_Q ve a_K şu şekilde seçilir,

$$a_Q = \omega / \gamma, a_K = \omega / \gamma. \quad (\text{B.8})$$

Monte Carlo metodu, eşitlik (4.2)'deki toplamı şu şekilde indirger;

$$\mathcal{F}(q) = \sum f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i8}, q) \Delta^8 x, \quad (\text{B.9})$$

$\Delta^n x$ ara bölgenin hacim elemanıdır. Sonlu bir V hacmi için, integral bölgesini eşit hacim elemanlarına böleriz,

$$\mathcal{F}(q) = \frac{V}{N} \sum f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i8}, q) \quad (\text{B.10})$$

ifadesini elde ederiz. Burada N alt hacim elemanlarının sayısıdır. Ayrıca, sonuçların dalgalanmasını da görüntüleyebiliriz ve N 'in büyük değerleri için merkezi limit teoremine göre beklenen hatayı şu şekilde yazabiliriz;

$$\delta^2 = (\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2) / N$$

(B.11)

burada,

$$\langle f^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum f^2(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i8}, q) \quad (\text{B.12})$$

ve

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i8}, q) \quad (\text{B.13})$$

şeklindedir.

Eşitlik (B.10)'u hesaplamak için, kodumuzda portatif rastgele sayı yaratıcısını kullandık. Bu “rastgele sayılar” düzgün bir şekilde dağılmıştır ve $[0,1]$ aralığında bulunurlar. Bu algoritmalarda, “lineer uygunluk (congruential)” metodu kullanılmıştır, bunlar sıralı bir şekilde rastgele sayı $I_1, I_2, I_3, \dots$, üretir, bunların kaynağı için kullanılan tekrarlama bağıntısı

$$I_{i+1} = (aI_j + c) \bmod(m), \quad (\text{B.14})$$

şeklindedir. Burada, m modül, a ve c sayıları pozitif tamsayılardır ve bunlara sırasıyla çarpma miktarı ve artış miktarı denir. Biz, portatif sayı yaratıcılarında sıralı korelasyonları kırmak için kaçamak bir yola başvurduk. Çıkan rastgele sayılar bir çok bilinen analitik integraller üzerinde test edildi ve sonuçlar bu rastgele sayıların hemen hemen tüm integrallerde kullanımının güvenli olduğunu gösterdi.

EK C

Değişken Dönüşümleri

$\mathcal{F}(q)$ fonksiyonu içerisinde bulunan J_0 Bessel fonksiyonunun değişkenlerini hesaplamalardaki uygunluk için minimum seviyeye indirgememiz gerekir, bu nedenle şu değişken dönüşümleri yapılır;

$$\begin{aligned}\vec{k}_\perp &= \vec{k}_\perp \\ \vec{Q} &= 2\vec{k}_\perp - \vec{p}_\perp - \vec{p}'_\perp \\ \vec{q} &= \vec{p}_\perp - \vec{p}'_\perp \\ \vec{K} &= -\vec{p}_\perp + \vec{q}_\perp\end{aligned}\tag{C.1}$$

veya matris formunda

$$\begin{pmatrix} \vec{k}_\perp \\ \vec{Q} \\ \vec{q} \\ \vec{K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{k}_\perp \\ \vec{p}_\perp \\ \vec{q}_\perp \\ \vec{p}'_\perp \end{pmatrix}\tag{C.2}$$

şeklinde. Yukarıdaki eşitliği kullanarak ters bağıntıyı şöyle elde ederiz,

$$\begin{pmatrix} \vec{k}_\perp \\ \vec{p}_\perp \\ \vec{q}_\perp \\ \vec{p}'_\perp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 1 & -0.5 & 0.5 & 1 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{k}_\perp \\ \vec{Q} \\ \vec{q} \\ \vec{K} \end{pmatrix}\tag{C.3}$$

veya denklem formunda şu şekildedir,

$$\begin{aligned}\vec{k}_\perp &= \vec{k}_\perp \\ \vec{p}_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) \\ \vec{q}_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} - \vec{q}) + \vec{K} \\ \vec{p}'_\perp &= \vec{k}_\perp - \frac{1}{2}(\vec{Q} + \vec{q}).\end{aligned}\tag{C.4}$$

EK D

Serbest Lepton Çifti Spinörleri

Pozitif enerjili spinörler ($E > 0$) şu şekildedir;

$$u^{(1,2)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} \vec{\chi}^{(s)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p} c}{E + m_e c^2} \chi^{(s)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

burada $\chi^{(s)} = \chi_{1/2}^{(s)}$ Pauli spinörüdür ve $s = \pm 1/2$ spin durumlarına karşılık gelir. Açık bir şekilde; yukarı spin durumu için;

$$u^{(1)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z c}{(E + m_e c^2)} \\ \frac{(p_x + ip_y)c}{(E + m_e c^2)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

ve aşağı spin durumu için;

$$u^{(2)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{(p_x - ip_y)c}{(E + m_e c^2)} \\ \frac{-p_z c}{(E + m_e c^2)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

şeklinde.

Negatif enerjili spinörler ($E < 0$) şu şekildedir;

$$u^{(3,4)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{|E| + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p} c}{|E| + m_e c^2} \chi^{(s)} \\ \chi^{(s)} \end{pmatrix} \quad (\text{D.4})$$

veya açık bir şekilde yukarı spin durumları şöyle yazılabilir;

$$u^{(3)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{|E| + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} \frac{-p_z c}{(|E| + m_e c^2)} \\ \frac{-(p_x + ip_y)c}{(|E| + m_e c^2)} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.5})$$

ve aşağı spin durumları için

$$u^{(4)}(\vec{p}) = \sqrt{\frac{|E| + m_e c^2}{2m_e c^2}} \begin{pmatrix} \frac{-(p_x - ip_y)c}{(|E| + m_e c^2)} \\ \frac{p_z c}{(|E| + m_e c^2)} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{D.6})$$

şeklindedir.

EK E

Yakalanmış Elektron (Darwin) Dalga Fonksiyonları

Bağlı durum Coulomb problemi için, gerçek rölativistik dalga fonksiyonunun seçilmesi gereklidir. Bununla beraber, αZ ifadesinin küçük değerleri için yaklaşık dalga fonksiyonlarını çok basit yapıda kullanmak daha yeterli ve uygun olmaktadır. Yaklaşık yarı-rölativistik bağlı durum dalga fonksiyonunu elde etmek için, alışlagelmiş bir şekilde $V = -e^2 Z / r$ potansiyeli için tam olarak ikinci derece dalga eşitliğinden işe başlanır. Bu eşitlik, zamandan bağımsız Dirac eşitliğinden elde edilir,

$$(E + i\hbar c \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - m_e c^2 \gamma^0) \varphi = V \varphi, \quad (\text{E.1})$$

her iki tarafa da $(E - i\hbar c \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + m_e c^2 \gamma^0)$ operatörü etki edildiğinde şu ifadeye ulaşılır,

$$\begin{aligned} (E^2 + \hbar^2 c^2 \nabla^2 - m_e^2 c^4) \varphi &= (E - i\hbar c \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + m_e c^2 \gamma^0) V \varphi \\ &= \left[-i\hbar c \vec{\alpha} \cdot (\vec{\nabla} V) + V(2E - V) \right] \varphi. \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Terimleri tekrar düzenlediğimizde ulaştığımız ifade şu şekildedir,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 - \frac{E^2}{2m_e c^2} + \frac{EV}{m_e c^2} + \frac{1}{2} m_e c^2 \right) \varphi = \frac{i\hbar}{2m_e c} \vec{\alpha} \cdot (\vec{\nabla} V) \varphi + \frac{V^2}{2m_e c^2} \varphi. \quad (\text{E.3})$$

Rölativistik toplam enerjii $E = m_e c^2 (1 + \frac{\varepsilon}{m_e c^2})$, kütle teriminden ve toplam

rölativistik olmayan enerjiden ε ayırtmak için ve sadece αZ mertebesindeki terimleri işlemlerimizde sürdürmek için, eşitlik (E.3)'ü şu formda yazabiliriz,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V - \varepsilon \right) \varphi = \frac{i\hbar}{2m_e c} \vec{\alpha} \cdot (\vec{\nabla} V) \varphi. \quad (\text{E.4})$$

Benzer şekilde, dalga fonksiyonundaki $\varphi = u^{(\pm)} (\varphi_0 + \varphi_1 + \dots)$ rölativistik düzeltmeler αZ 'nin katları cinsinden açılabilir, burada φ_0 Schrödinger eşitliğini sağlar,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V - \varepsilon \right) \varphi_0 = 0, \quad (\text{E.5})$$

ve $u^{(+)} = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ ve $u^{(-)} = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ 'ler durgun durumdaki parçacığın yukarı ve aşağı spin durumları için temel dört bileşenli spinörleridir. αZ mertebesine göre eşitlik (E.4) şu şekilde yazılabilir,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V - \varepsilon \right) u^{(\pm)} \varphi_1 = \frac{i\hbar}{2m_e c} \vec{\alpha} \cdot (\nabla V) u^{(\pm)} \varphi_0, \quad (\text{E.6})$$

sağ tarafa etki eden operatör, Schrödinger operatörü ile $(-i\hbar/2m_e c)\vec{\alpha}.\vec{\nabla}$ değiştirerek üretilebilir. Sonuç olarak Darwin dalga fonksiyonu

$$\varphi^{(\pm)}(\vec{r}) = \left(1 - \frac{i\hbar}{2m_e c} \vec{\alpha}.\vec{\nabla}\right) u^{(\pm)} \varphi_0(\vec{r}), \quad (\text{E.7})$$

şeklindedir. Bu yarı-rölativistik bağlı durum dalga fonksiyonunda, kesin olarak birinci derece αZ rölativistik düzeltmeleri yapılmış haline (ve aynı derecede normalize edilmiş) karşılık gelir, burada φ_0 rölativistik olmayan bağlı durum hidrojen dalga fonksiyonudur.

EK F

Serbest Pozitron (Sommerfeld-Maue) Dalga Fonksiyonları

Ultra-rölativistik durumlardaki (elektron enerjisi $\varepsilon \gg m$) saçılmalarda, elektrondan çekirdeğe olan saçılmalarda momentum transferinde en önemli değer $q = |\vec{p}' - \vec{p}| \approx m$ 'dir. q 'nın bu değerleri saçılma parametrelerinde $\rho \approx 1/q \approx 1/m$ 'e karşılık gelir, elektron bu açılar boyunca sapar,

$$\theta \approx q / p \approx m / \varepsilon . \quad (\text{F.1})$$

Koordinatlar cinsinden r (merkezden olan uzaklığa göre) ve $z = r \cos \theta$, şu alanı temsil eder,

$$\rho \equiv r \sin \theta \approx 1/m , \quad p(r - z) = pr(1 - \cos \theta) \approx 1 , \quad (\text{F.2})$$

ve $r \approx \varepsilon / m^2$ şeklindedir, böylece uzaklıklar büyük olarak göz önüne alınmıştır.

Dirac eşitliği şu formda yazılabilir;

$$(\varepsilon - U - m\beta + i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla})\psi = 0 , \quad U = -Z\alpha / r , \quad (\text{F.3})$$

ve $\varepsilon - U + m\beta - i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}$ operatörünü uygulayarak bu eşitliği ikinci dereceye dönüştürebiliriz;

$$(\Delta + p^2 - 2\varepsilon U)\psi = (-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} U - U^2)\psi . \quad (\text{F.4})$$

$r \gg Z\alpha / \varepsilon$ şeklinde belirlenen bölgede $U \ll \varepsilon$ olur. İlk yaklaşım olarak, eşitlik (F.4)'ün sağ tarafı göz ardı edilebilir. Kalan eşitlik,

$$(\Delta + p^2 + 2\varepsilon Z\alpha / r)\psi = 0 , \quad (\text{F.5})$$

şeklindedir, bu eşitlik Coulomb alanında rölativistik olmayan Schrödinger eşitliği ile aynı formdadır;

$$\left(\frac{1}{2m} \Delta + \frac{p^2}{2m} + \frac{Z\alpha}{r} \right) \psi = 0 , \quad (\text{F.5a})$$

buradaki en belirgin fark parametreler için notasyon farkıdır ("potansiyel enerji" ekstra bir faktör olan ε / m 'yi içerir). Ayrıca asimptotik formu içeren çözümü kolayca yazabiliriz.

Örneğin, dalga fonksiyonu asimptotik olarak düzlem dalgayı ($\approx e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}}$) içerir ve giden küresel dalga

$$\psi_{\varepsilon p}^{(+)} = C \frac{u_{\varepsilon p}^-}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} F\left(\frac{iZ\alpha\varepsilon}{p}, 1, i(pr - \vec{p} \cdot \vec{r})\right) \quad (\text{F.6})$$

$$C = e^{\pi Z\alpha\varepsilon/2p} \Gamma(1 - iZ\alpha\varepsilon/p),$$

şeklindedir. Burada F birleşik (confluent) hiper-geometrik fonksiyondur ve $u_{\varepsilon p}^-$ düzlem dalgaının sabit bispinör genliğidir, şu şekilde normalize olurlar,

$$\bar{u}_{\varepsilon p}^- u_{\varepsilon p}^- = 2m. \quad (\text{F.7})$$

Eşitlik (F.6)'daki dalga fonksiyonu düzlem dalgaının bilinen şekliyle $u_{\varepsilon p}^- e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} / \sqrt{(2\varepsilon)}$ asimptotik limitine ulaşacak şekilde normalize edilir, bu da “birim hacimdeki tek parçacığa” karşılık gelir. Ultra-rölativistik durumda $p \approx \varepsilon$ olduğu için, eşitlik (F.6)'da $Z\alpha\varepsilon/p \approx Ze$ şeklinde yazabiliriz,

$$\psi_{\varepsilon p}^{(+)} = C \frac{u_{\varepsilon p}^-}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} F(iZ\alpha, 1, i(pr - \vec{p} \cdot \vec{r})) \quad (\text{F.8})$$

$$C = e^{Z\alpha\pi/2} \Gamma(1 - iZ\alpha).$$

Çok büyük uzaklıkları göz önüne aldığımız için $pr \gg 1$, eşitlik (F.8)'deki hiper-geometrik fonksiyonlar asimptotik formları ile yer değiştiremez, F argümanı pr şeklinde değil, $pr(1 - \cos\theta)$ olarak çok büyük olmayan şekilde göz önüne alınmalıdır.

Uygulamalarda ψ için bir diğer yaklaşıma ayrıca gerek vardır, bu ifadede eşitlik (F.8)'den farklı olarak ayrıca spinör kısım da $u_{\varepsilon p}^-$ mevcuttur. Bu yaklaşımı hesaplamak için ψ şu formda yazılır,

$$\psi = \frac{C}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} (u_{\varepsilon p}^- F + \phi). \quad (\text{F.9})$$

Eşitlik (F.4)'ün sağ tarafında, doğrusal U terimini elimizde tutmamız için, eşitliği ϕ 'yi içerecek şekilde yazarız,

$$(\Delta + 2i\vec{p} \cdot \vec{\nabla} - 2\varepsilon U)\phi = -i u_{\varepsilon p}^- \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} U. \quad (\text{F.10})$$

Bunun çözümü F fonksiyonu göz önüne alınarak yapılabilir ve şu eşitliği sağlar,

$$(\Delta + 2i\vec{p} \cdot \vec{\nabla} - 2\varepsilon U)F = 0. \quad (\text{F.11})$$

Eşitlik (F.6) eşitlik (F.5)'de yerine konulur. Bu eşitliğe ∇ operatörünü uyguladığımızda şu sonucu elde ederiz,

$$(\Delta + 2i\vec{p} \cdot \vec{\nabla} - 2\varepsilon U)\nabla F = 2\varepsilon F \nabla U. \quad (\text{F.12})$$

Bu ifadeyi eşitlik (F.10) ile kıyasladığımızda,

$$\phi = -\frac{i}{2\varepsilon} (\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}) u_{\varepsilon p}^- F \quad (\text{F.13})$$

olur. $\psi^{(+)}$ için son ifade ve $\psi^{(-)}$ için benzer fonksiyonların asimptotik formları giden küresel dalgaları içerir,

$$\begin{aligned}\psi_{\varepsilon p}^{(+)} &= \frac{C}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \left(1 - \frac{i}{2\varepsilon} \vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\right) F(iZ\alpha, 1, i(pr - \vec{p}\cdot\vec{r})) u_{\varepsilon p}, \\ \psi_{\varepsilon p}^{(-)} &= \frac{C^*}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \left(1 - \frac{i}{2\varepsilon} \vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\right) F(-iZ\alpha, 1, -i(pr + \vec{p}\cdot\vec{r})) u_{\varepsilon p}, \\ C &= e^{\pi Z\alpha/2} \Gamma(1 - iZ\alpha),\end{aligned}\tag{F.14}$$

bu ifadeler Furry tarafından 1934 yılında ispatlanmıştır. Ayrıca “negatif frekans” a karşılık gelen $(\psi_{-\varepsilon, -p})$ fonksiyonları da, pozitronları içeren işlemleri göz önüne aldığımız için yazacağız. Bunlar, $(\psi_{\varepsilon, p})$ fonksiyonunda $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$, $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$ dönüşümleri yaparak ve $p = |\vec{p}|$ değişmeden kaldığında; hiper-geometrik fonksiyondaki $iZ\alpha$ parametresi işaret değiştirdiğinde, orijinal hali eşitlik (F.6)’da görülebilir, bu parametre $iZ\alpha\varepsilon/p$ formunda ortaya çıkar. Sonuç şu şekilde elde edilebilir,

$$\begin{aligned}\psi_{-\varepsilon, -p}^{(+)} &= \frac{C}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \left(1 + \frac{i}{2\varepsilon} \vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\right) F(-iZ\alpha, 1, i(pr + \vec{p}\cdot\vec{r})) u_{-\varepsilon, -p}, \\ \psi_{-\varepsilon, -p}^{(-)} &= \frac{C^*}{\sqrt{(2\varepsilon)}} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}} \left(1 + \frac{i}{2\varepsilon} \vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\right) F(iZ\alpha, 1, -i(pr - \vec{p}\cdot\vec{r})) u_{-\varepsilon, -p}, \\ C &= e^{-\pi Z\alpha/2} \Gamma(1 + iZ\alpha).\end{aligned}\tag{F.15}$$

Bu verilen yorum, bu hesaplamaları yapmak için yeterli olacaktır. Bizim asimptotik koşullarımız, bu dalga eşitliklerinin çözümünü sağlamak için yeterli tek seçenek değildir. Koşulları bozmadan giden Coulomb küresel dalgasına her zaman ψ terimini ekleyecek olmamız açıktır. Eşitlik (F.5)’in çözümünü eşitlik (F.6) formunda yazarken, söylenmeden $r = 0$ ‘daki çözüm seçeneğinin sonlu olduğunu önceden varsaydık. Bu gereklilik, tam Schrödinger eşitliğinde, tüm çözümleri tüm uzayda içerdiğinden geçerlidir. Şimdiki durumda, bununla beraber, eşitlik (F.5) sadece büyük uzaklıklara uygulanır ve bununla beraber ileriki gerekçede çözüm seçeneğine gerek duyulmaktadır.

Bu gerçek büyük saçılma parametrelerine $\rho = r \sin \theta$ karşılık gelen, büyük yörüngesel açısal momentum l ve küçük saçılma açılarında θ sağlanır; $\rho \approx 1/m$ olduğunda, bizim bildiğimiz,

$$l \approx \rho p \approx \rho \varepsilon \approx \varepsilon / m \gg 1\tag{F.16}$$

olur ve θ açısına yarı-klasik işlem ile şu şekilde bir yaklaşıklık yapılır,

$$\theta \approx \frac{1}{p} \int \frac{dU}{dr} dt \approx \frac{U'(\rho)\rho}{p} \approx \frac{m}{\varepsilon} \ll 1.\tag{F.17}$$

Bu nedenle, ψ ’yi küresel dalgalar cinsinden açtığımızda, ana katkı (r ve θ civarında) l ’nin büyük değerlerine dalgalardan gelecektir. Fakat, büyük l değerine sahip küresel dalgalar, orijinden olan küçük değerli uzaklıklara kadar $r \ll l/\varepsilon$ kesinlikle azalır, bu

“kesinlikle ulaşamaz” değerlerdir, bunun nedeni merkezden uzaklaşan bariyerdir. Bundan dolayı, eşitlik (F.5)’in çözümü, eşitlik (F.4)’deki gerçek eşitliğe girdiğinde, küçük mesafeler $r \approx r_1$, $l/\varepsilon \gg r_1 \gg Z\alpha/\varepsilon$ olduğu durumlarda, eşitlik (F.5)’in çözümü için sınır koşulları çok küçük olacaktır ve bizim seçimimizi gerçekleyecektir.

EKG

Dev Dipol Rezonansı (GDR) için Saçılma Parametresine Bağlı Olasılık Fonksiyonu

Z_1e yüküne sahip, hızı v olan ve durgun halden harekete başlayarak b saçılma parametresi boyunca yoluna devam eden çekirdek, protonlar gibi yüklü bileşenlerinde momentum değişimine neden olmaktadır. Bu momentum, çekirdeklerin hareket yönüne dik olan x -yönünde büyüktür ve klasik olarak şu şekilde verilmektedir,

$$\Delta p = \frac{2 Z_1 Z_2 e^2}{b v}. \quad (\text{G.1})$$

Bu hesaplamalardan çekirdeğe transfer edilen enerji şu şekilde ifade edilir;

$$\Delta E_A = \frac{(\Delta p)^2}{2 m_A} = \frac{2 (Z_1 Z_2 e^2)^2}{A_2 m_N b^2 v^2}, \quad (\text{G.2})$$

burada m_N çekirdeğin kütlesidir. Çok hızlı çarpışmalar için protonların neredeyse serbest olarak hareket ettiklerini farz edebiliriz, tüm protonlara transfer edilen toplam enerji miktarı,

$$\Delta E_Z = \frac{2 (Z_1 e^2)^2 Z_2}{m_N b^2 v^2}, \quad (\text{G.3})$$

şeklindedir. Aradaki fark çekirdeğin iç uyarılma enerjisidir;

$$\Delta E_{\text{int}} = \Delta E_Z - \Delta E_A = \frac{2 N_2 Z_2}{A_2} \frac{(Z_1 e^2)^2}{m_N b^2 v^2}. \quad (\text{G.4})$$

(Bu oran sırasıyla protonlar için etkili yükleri Ne/A ve nötronlar için $(-Ze/A)$ şeklinde verir.)

Çekirdeğin iç uyarılma enerjisi rölativistik yüklü parçacıklara bağlı olarak eşitlik (G.4) ile verilir, nükleonların bağlanma enerjisi göz önüne alınmaz. Eğer çekirdekler için “harmonik titreşim modeli”ni kullanırsak, bu bağlanma enerjisini kolay bir şekilde göz önüne almış oluruz. Harmonik şekilde bağlı parçacıklara transfer edilen enerji, e_i yüküne sahip ve kütlesi M_i olan Z_1e yüküne sahip rölativistik parçacık için Jackson’da şu şekilde verilmektedir;

$$\Delta E_i(b) = 2 Z_1^2 e^2 \left(\frac{e_i^2}{M_i} \right) \frac{1}{v^2 b^2} x^2 \left[K_1^2 + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \right],$$

(G.5)

burada değiştirilmiş Bessel fonksiyonları $x = \omega_{GDR} b / \gamma v$ ’nin fonksiyonudur.

Biz bu sonucu çekirdeğin dev dipol rezonansına (GDR) uyarılmasına uygulayabiliriz. Bu durumda, tüm çekirdeklerin aynı frekansta $\omega_{GDR} = E_{GDR} \equiv E_{GR}^1$ titreşim yaptığını farz edebiliriz ve kütle merkezindeki hareketi göz önüne almazsak, çekirdeğin etkili yükü protonlar için $(e_i)_{eff} = Ne/A$ ve nötronlar için $(e_i)_{eff} = -(Ze/A)$ olarak kullanılabilir. Tüm çekirdekler için bunları toplarsak;

$$\sum_i \left(\frac{e_i^2}{M_i} \right) = \frac{e^2}{m_N} \left[\sum_{i=1}^Z \left(\frac{N}{A} \right)^2 + \sum_{i=Z+1}^A \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \right] = \frac{N Z}{A} \frac{e^2}{m_N}, \quad (\text{G.6})$$

şeklindedir ve şu ifadeyi elde ederiz;

$$\Delta E(b) = \sum_i \Delta E_i(b) = \frac{2[E_{GDR}]^2}{m_N c^2} \alpha^2 \frac{Z_1^2 N_2 Z_2}{A_2} \left(\frac{c}{v} \right)^4 \frac{1}{\gamma^2} \left[K_1^2 + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \right]. \quad (\text{G.7})$$

Kolayca görülebileceği gibi eşitlik (G.7) düşük frekans limitine karşılık gelen $x = \omega_{GDR} b / \gamma v \ll 1$ limitinde eşitlik (G.4)'e indirgenebilir. Bu limitte etkileşmeler çok hızlıdır, çekirdeklerin bağlanma enerjileri önemsiz durumdadır ve serbest olarak göz önüne alınabilirler.

$\Delta E(b)/E_{GDR}$ oranı, b saçılma parametresindeki çarpışmalarda GDR'a uyarılma olasılığı $\Phi(b)$ olarak yorumlanabilir, örneğin;

$$\Phi(b) = \frac{2 E_{GDR}}{m_N c^2} \alpha^2 \frac{Z_1^2 N_2 Z_2}{A_2} \left(\frac{c}{v} \right)^4 \frac{1}{\gamma^2} \left[K_1^2 + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \right]. \quad (\text{G.8})$$

$E_{GDR} = 80 \text{ MeV} / A^{1/3}$ şeklinde alındığında, şu ifadeyi elde ederiz;

$$\Phi(b) = a_0^2 + a_1^2 + a_{-1}^2, \quad (\text{G.9a})$$

burada,

$$a_0 = 0.41 \alpha \frac{Z_1 \sqrt{N_2 Z_2}}{A_2^{2/3}} \left(\frac{c}{\gamma v} \right)^2 K_0(x)$$

(G.9b)

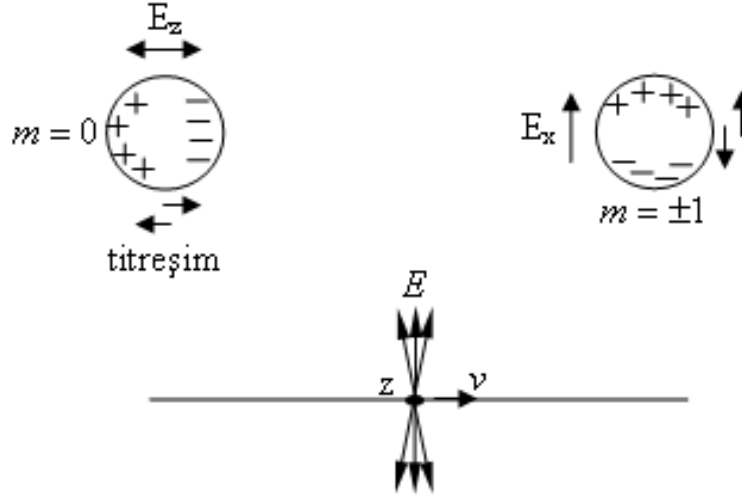
ve

$$a_1 = 0.29 \alpha \frac{Z_1 \sqrt{N_2 Z_2}}{A_2^{2/3}} \left(\frac{c}{v} \right)^2 \frac{1}{\gamma} K_1(x) \quad (\text{G.9c})$$

olur.

Uyarılma genlikleri, GDR durumlarına uyarılma için matris elemanı olarak hesaplanabilir. Sonuç sorunsuz bir biçimde klasik türetim ile elde edilenle tam olarak aynı olacaktır. Bunun işaret ettiği $a_m = |a_{fi}^m|$ olasılığının, çekirdeği hüzmeye yönünde $m\hbar$ açısal momentum miktarında uyardığı anlamına gelir. Klasik olarak a_0 genliği, Şekil G.1'de de görüldüğü gibi hüzmeye yönünde titreşimler yaratan E_z elektrik alanının hareketine karşılık gelir. Bu titreşimler $m=0$ 'da olduğu gibi, hüzmeye hareketine dik açısal momentuma karşılık gelir. E_x elektrik alanı $m=\pm 1$ 'e karşılık gelen titreşimler üretecektir ve uyarılma olasılığı simetriden dolayı eşit olarak

$m = -1$ ve $m = +1$ arasında dağılacaktır. E_x , $\gamma \gg 1$ durumları için baskın olmaktadır, çekirdek esasen bu limitte hüzme hareketine dik yönde iç titreşimler kazanacaktır.



Şekil G.1: Rölativistik ağır iyonların geçişi ile indüklenen proton ve nötronların titreşimleri.

Bu ifadelerde a_0 , iyon hüzmesine dik yöndeki ışık pulsu tarafından yaratılan uyarılmaya eşittir. a_1 , iyon hüzmesi yönünde diğer puls tarafından yaratılan uyarılmaya eşittir. Yüksek enerjiler için ilk puls göz ardı edilebilir ve sadece ikinci olan önem kazanır. Ayrıca ^{16}O gibi hafif sistemlerin Coulomb uyarılması (özellikle a_1 olasılığı için) ağır iyonlar için küçük genlik değerine sahip iken, ^{238}U gibi ağır sistemler için bu durumun tam tersine olduğu belirtilmelidir. Olası en küçük saçılma parametrelerinde çalışılmıştır, büyük saçılma parametreleri için uyarılma genlikleri azalacaktır. Bununla beraber, rölativistik ağır iyon çarpışmalarında birden fazla uyarılma durumunun rolü üzerinde çalışılması önemlidir, çünkü birinci derece etkiler çok büyüktür. Rölativistik ağır iyon çarpışmalarında birden fazla uyarılma olasılığı deneysel olarak oldukça fazla ilgi çekmiştir.

Kuantum harmonik salıncının birden fazla uyarılması için olan teoride, Poisson dağılımı ile N -duruma uyarılma olasılığı için elde edilen ifade

$$P_N = \frac{1}{N!} \Phi^N e^{-\Phi}, \quad (\text{G.10})$$

şeklindedir. Bu ifadede $\Phi(b)$, eşitlik (G.8) ile verilmektedir. Bu sonuç klasik olarak yorumlanabilir. Salıncıyı $N\hbar\omega_{GDR}$ enerji miktarında uyarmak P_N olasılığıdır, bu da her birinin enerji miktarı $\hbar\omega_{GDR}$ olan N adet ayrılmamış salıncının verilen dağılımda olasılığına eşittir. Bu limitte bu dağılım sonsuz sayıda salıncıya sahip olur, sadece bir salıncıyı uyarmak için olan olasılık P_N , Poisson dağılımı şeklinde verilmektedir.

İlginç bir özellik olarak ortalama uyarılma enerjisi için elde edilen ifade,

$$\overline{\Delta E(b)} = \sum_N N\hbar\omega_{GDR} P_N(b) = \hbar\omega_{GDR} \Phi(b) \quad (\text{G.11})$$

şeklindedir. Bu durum transfer edilen enerjinin birinci derece pertürbasyon teorisi ile hesaplandığında, doğru ortalama değeri verdiği anlamındadır, böylece birinci derece uyarılma hesapları haklı çıkmamıştır (örneğin $\Phi(b) \geq 1$ olduğu durumlarda). Bu harmonik salınıcı modelinin önemli bir özelliğidir.

Daha önce de bahsedildiği gibi, yüksek enerji limitinde $\gamma \gg 1$ durumunda $a_0 \ll a_{\pm 1}$ olduğunda, iyi bir yaklaşım olan $b \leq \gamma c / \omega_{GDR}$ olduğunda,

$$a_{\pm 1} = 0.29 \alpha \frac{Z_1 \sqrt{N_2 Z_2}}{A_2^{2/3}} \frac{c}{\omega_{GDR} b}, \quad a_0 = 0 \quad (\text{G.12})$$

şeklindedir ve eşitlik (G.10) şu hali alır,

$$P_N(b) \cong \frac{1}{N!} \left(\frac{S}{b^2} \right)^N e^{-S/b^2},$$

(G.13a)

olur ve burada

$$S = 5.45 \times 10^{-5} \frac{Z_1^2 N_2 Z_2}{A_2^{2/3}} fm^2,$$

(G.13b)

değerine eşittir.

Toplam tesir kesiti tüm saçılma parametreleri üzerinden integrasyon gerçekleştirildikten sonra ve minimum saçılma parametresi $b_{min} = R$ integralin alt sınırı olarak alınmasıyla başlandığında nükleer emilim durumunda şöyle elde edilir;

$$\sigma_C^{(N)} = 2\pi \int_R^\infty b P_N(b) db. \quad (\text{G.14})$$

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Melek YILMAZ ŞENGÜL

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul, 23 Temmuz 1978

Adres: Kadir Has Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi,
Cibali Kampüsü, 34083, Cibali/Fatih/İSTANBUL

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Mühendisliği,
2000.

Yüksek Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi, Nükleer Enerji
Mühendisliği, 2004.

Yayın Listesi:

Uluslararası hakemli dergilerde yayınlanan makaleler (SCI & SSCI & Arts and Humanities)

- 1) Kandemir, G. , M.Geçkinli, C. Fırat, **M. Yilmaz**, B.Özüğür, (2002), Planetary and Space Science. PSS "Cosmic Ray Intensity Variation during a CME" , Vol/Issue : 50/5-6 , pp. 633-636.
- 2) M.C.Güçlü, G.Kovankaya, **M.Yilmaz**, (2005), Physical Review A ,“Coulomb corrections in the lepton-pair production in ultra-relativistic nuclear collisions”,vol: 72, issue: 022724, pp: 022724-1, 022724-6.
- 3) M.C.Güçlü, **M.Yilmaz**, (2007), Progress in Particle and Nuclear Physics (Elsevier), “Production of electron–positron pairs by nuclear dissociation in peripheral heavy ion collisions”, vol: 59, issue: 1, pp: 383-385.
- 4) **M.Yilmaz Sengul**, M.C.Güçlü, S.Fritzsche, (2009), Physical Review A,“Bound-free electron-positron pair production in relativistic heavy-ion collisions”,vol:80, issue: 042711, pp: 042711-1, 042711-9.
- 5) **M.Yilmaz Sengul**, M.C.Güçlü, (2011), Physical Review C,“Bound-free electron-positron pair production accompanied by giant dipole resonances”,vol:83, issue: 014902, pp: 014902-1, 014902-8.

Uluslararası diğer hakemli dergilerde yayınlanan makaleler

- 1) M.Şengül, A.Özmen, **M.Yilmaz**, (2003), Istanbul University – Journal of Electrical & Electronics Engineering, ISSN: 1303-0914, “Design of Low-Pass Ladder Networks with Mixed Lumped and Distributed Elements by means of Artificial Neural Networks”, Vol.3, Number.2, pp:955-959.
- 2) M.Şengül, A.Özmen, **M.Yilmaz**, (2003), International Journal of Computational Intelligence (IJCI) ISSN 1304-4508 (Print version), 1304-2386 (electronic version), Proceedings of International XII. Turkish Symposium of Artificial Intelligence and Neural Networks (TAINN 2003), “Broadband Microwave Amplifier Design by means of Artificial Neural Networks”, Vol.1, Number.1, July 2003, pp:180-184.
- 3) **M.Yilmaz**, M.Şengül, M.Geçkinli, (2003), International Journal of Computational Intelligence (IJCI) ISSN 1304-4508 (Print version), 1304-2386 (electronic version), Proceedings of International Conference on Signal Processing (ISCP 2003), “On the Inverse Source Problem of the Poisson Equation”, Vol.1, No.2, Sept 2003, pp:238-241.
- 4) **M.Yilmaz**, M.Şengül, M.Geçkinli, (2005), Istanbul University – Journal of Electrical & Electronics Engineering, ISSN: 1303-0914, “On the Inverse Point-Source Problem of the Poisson Equation”, Vol.5, Number.2, pp:1395-1401.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında (*Proceedings*) basılan bildiriler

- 1) Kandemir, G. , **M. Yilmaz**, B.Özüğür ve Z. Kaymaz, (2001), "Small Scale Auroral Vortices", The Second International Conference on Vortex Methods (ICVM 2001), ITU Macka Campus, Istanbul, Turkey, pp.259-262 , ISBN 975-561-194-0.
- 2) M.Şengül, A.Özmen, **M.Yilmaz**, (2003), “Broadband Microwave Amplifier Design by means of Artificial Neural Networks”, International Twelfth Turkish Symposium On Artificial Intelligence and Neural Networks (TAINN 2003), Çanakkale,Turkey.
- 3) **M.Yilmaz**, M.Şengül, M.Geçkinli, (2003), “On the Inverse Source Problem of the Poisson Equation”, The International Conference on Signal Processing (ICSP 2003), Çanakkale,Turkey.
- 4) M.Şengül, A.Özmen, **M.Yilmaz**, (2003), A New Synthesis Algorithm for Mixed Lumped-Distributed Low-Pass Ladder Networks via Artificial Neural Networks, Proc. of the Interational Conference on Electricity – Electronics and Computer Engineering, Eleco 2003, Bursa, Turkey.
- 5) M.C.Güçlü, **M.Yilmaz**, (2005), “Atomic Collisions and Free Lepton Pair Production”, American Institute of Physics (AIP) Proceedings, ISSN: 0094-243X, ISBN:0-7354-0284-1.
- 6) **M.Yilmaz**, M.C.Güçlü, (2006), “Physics of Ultra-Peripheral Nuclear Collisions” International School on Nuclear Physics; 28th Course:"Radioactive Beams, Nuclear Dynamics and Astrophysics" Erice/Sicily/Italy.
- 7) **M.Yilmaz Sengul** , M.C.Güçlü, (2007), ”Production of Electron-Positron Pairs with Peripheral Heavy Ion Collision”“,Workshop on Photoproduction at collider energies: from RHIC and HERA to LHC , Trento/Italy.

8) M.Yilmaz Sengul, M.C.Güçlü, (2007), "Electron-positron pair production with giant dipole resonance in peripheral heavy ion collisions ", International Conference on Nuclear Fragmentation-NUFRA 2007, Kemer-Antalya, Turkey.

9) M.Yilmaz Sengul (çağrılı konuşmacı), (2009), M.C.Güçlü,"Bound-Free Electron-Positron Pair Production in Relativistic Heavy Ion Collisions", Second International Conference on Nuclear Fragmentation-NUFRA 2009 , Kemer-Antalya, Turkey.

10) M.Yilmaz Sengul ,M.C.Güçlü, (2010), "Bound-Free Electron-Positron Pair Production Accompanied by Giant Dipole Resonance" ,Turkish Physical Society, 27th International Physics Congress, İstanbul ,Turkey.

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler

1) M.Şengül, A.Özmen, **M.Yilmaz**, (2002), "Toplu ve Dağınık Elemanlı Alçak-Geçiren Merdiven Tipi Devre Parametrelerinin Yapay Sinir Ağları Kullanılarak Hesaplanması", Proc. of the National Conference on Electricity – Electronics and Computer Engineering, Eleco 2002, Bursa, Turkey.

2) M.Yilmaz, M.Şengül, M.Geçkinli, (2004), "Ters Kaynak Probleminin Çözümüne Yapay Sinir Ağları ile Bir Yaklaşım", Proc. of the National Conference on Electricity Electronics and Computer Engineering, Eleco 2004, Bursa, Turkey.

3) Kandemir, G. , M. Yilmaz ,(2004) "2006 Güneş Tutulmasının da Kozmik Işın Şiddet Değişimi" , XIV.Ulusal Astronomi Kongresi,Kayseri,Türkiye.

Diğer faaliyetler

1) Bolu Abant İzzet Baysal University Bolu, Turkey , "High Energy Physics Summer School", 23-25 June 2004.

2) The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics Trieste-Italy, Summer School on Particle Physics, 13-24 June 2005.

3) Ankara University Tandoğan-Ankara, Turkey "I. National Particle Accelerators Summer School", 4-9 July 2005.

4) Kadir Has University, 7th International Meeting on Electrochromism, Program Committee Member, 3-7 Eylül 2006.