

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**NANOTEKNOLOJİDE NANO ÖLÇEKTEKİ YAPILARIN
YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE ÇERÇEVESİNDE
İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Ayşegül TEPE**

Anabilim Dalı: İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı: YAPI MÜHENDİSLİĞİ

ARALIK 2007

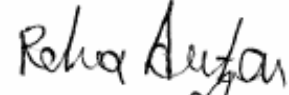
**NANOTEKNOLOJİDE NANO ÖLÇEKTEKİ YAPILARIN
YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE ÇERÇEVESİNDE
İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Ayşegül TEPE
(501012016)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 15 Ekim 2007
Tezin Savunulduğu Tarih : 28 Aralık 2007

Tez Danışmanı :

Prof. Dr. Reha ARTAN



Diğer Jüri Üyeleri:

Prof. Dr. Faruk YÜKSELER (YTÜ)



Doç. Dr. Ünal ALDEMİR (İTÜ)



Doç. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ (İTÜ)



Prof. Dr. Zafer GÜL (MÜ)



ARALIK 2007

ÖNSÖZ

Doktora tezimin tüm aşamalarında bilimsel katkıları ile bana destek olan, eğitimim süresince yardımlarını esirgemeyen, beni sürekli motive edip yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Reha ARTAN'a, tezin yürütülmesindeki katkılarından dolayı değerli hocalarım Doç. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ ve Doç. Dr. Ünal ALDEMİR'e ve tez komitemdeki diğer öğretim üyeleri hocalarıma sonsuz teşekkür ederim.

Tez çalışmamın ilk gününden son gününe kadar sonsuz sevgi, anlayış ve sabırla bana destek olan sevgili aileme, desteğiyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan Sevan Makaracı'ya ve dostluğuna çok şey borçlu olduğum değerli arkadaşım Serab Kolbaşı Onursal'a içtenlikle teşekkür ederim.

Aralık, 2007

Ayşegül TEPE

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ VE ÇALIŞMANIN AMACI	1
2. NANOTEKNOLOJİ	2
2.1. Nanoteknolojinin Tanımı	2
2.1.1. Farklı büyüklüklerin karşılaştırılması	4
2.2. Nanobilim ve Nanoteknolojinin Kronolojik Gelişimi	4
2.3. Nanoteknolojinin Amaçları	8
2.4. Nanoteknolojinin Avantajları	8
2.5. Nanoteknolojiyi Elde Etme Yöntemleri	9
2.6. Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları	9
2.6.1. Malzeme ve imalat sektörü	9
2.6.2. Nanoelektronik ve bilgisayar teknolojileri	10
2.6.3. Tıp ve sağlık sektörü	10
2.6.4. Havacılık ve uzay araştırmaları	11
2.6.5. Çevre ve enerji	11
2.6.6. Bioteknoloji ve tarım	11
2.6.7. Savunma sektörü	12
2.6.8. Nanoteknoloji ile ilişkili potansiyel hükümet uygulamaları	12
2.6.9. Bilim ve eğitim	12
2.7. Nanobilim ve Nanoteknoloji Açısından Karbon	12
2.8. Karbon Nanoyapılar	15
2.8.1. Karbon nanotüpler	16
2.8.1.1. Karbon nanotüplerin yapısı	17
2.8.1.2. Karbon nanotüplerin özellikleri	18
2.8.1.3. Karbon nanotüplerin uygulama alanları	19
2.8.2. Karbon nanotoplar	20
2.8.3. Karbon nanohalkalar	21

2.8.4. Karbon nanoçubuklar	21
2.9. İnşaat Sektöründe Nanoteknoloji	22
2.9.1. İnşaat sektöründe nanoteknolojinin avantajları	22
2.9.2. Nanoınşaat	22
2.9.3. Bulk inşaat malzemeleri	22
2.10. Türkiyede Nanoteknoloji Çalışmaları	23
3. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ	24
3.1. Tanım	24
3.2. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Kronolojik Gelişimi	25
3.3. Yerel Olmayan Elastisitede Hooke Kanunu	26
4. BAŞLANGIÇ DEĞER YÖNTEMİ	29
4.1. Giriş	29
4.2. Elastomekanikte Başlangıç Değer Yöntemi ve Taşıma Matrisi	29
4.3. Taşıma Matrisinin Hesabı	32
4.4. Matris Fonksiyonları, Matris Denklemleri	34
4.5. Cayley-Hamilton Teoremi	35
4.6. e^{At} Üstel Matrisin Hesaplanması	36
4.7. (2×2) Boyutlu Bir Matrisin e^{At} Fonksiyonu Yardımıyla Hesaplanması	36
5. KESMELİ EĞİLME	38
5.1. Giriş	38
5.2. Normal Gerilme Hesabı	38
5.3. Kayma Gerilmesi Hesabı	39
5.4. Yerel Olmayan Dikdörtgen Kesitli Kirişler İçin Uygulama	39
6. ELASTİK ZEMİNE OTURAN KİRİŞLER	43
6.1. Giriş	43
6.2. Elastik Zemine Oturan Kirişlerin Kronolojik Gelişimi	45
6.2.1. Literatürde doğru eksenli çubukların kronolojik gelişimi	45
6.2.2. Literatürde daire eksenli çubukların kronolojik gelişimi	46
6.3. Temel Denklemler	48
7. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE KİRİŞLERİN EĞİLMESİ	50
7.1. Giriş	50
7.2. Yerel Olmayan Çubuk İçin Uygulama I	50
7.2.1. Sonuçlar ve değerlendirme	57
7.3. Yerel Olmayan Çubuk İçin Uygulama II	59
7.3.1. Sonuçlar ve değerlendirme	62

8. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE BURKULMA	66
8.1. Doğru Eksenli Elastik Çubuğun Stabilitesi	66
8.2. Burkulma Uygulamaları	70
8.2.1. Uygulama I	71
8.2.2. Uygulama II	74
8.2.3. Uygulama III	78
8.2.4. Uygulama IV	80
8.3. Değişken Kesitli Çubuklarda Burkulma Yüklerinin Hesaplanması	83
8.3.1. Değişken kesitli çubuklarda taşıma matrisinin hesaplanması	83
8.3.2. Uygulama	86
9. SONUÇLAR	91
KAYNAKLAR	94
ÖZGEÇMİŞ	100

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 6.1 Çeşitli zemin türleri için k yatak katsayıları	44

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Farklı büyüklüklerin karşılaştırılması	4
Şekil 2.2 : Xe atomundan IBM yazısı.....	6
Şekil 2.3 : Motorize bir nanoraba".....	7
Şekil 2.4 : C_{60} molekülü	13
Şekil 2.5 : Karbon atomlarının bağlanma şekilleri.....	14
Şekil 2.6 : (a) grafit (2B), (b) karbon nanotüp (1B), (c) karbonlu elmas (3B) ve (d) top (0B) yapıları.....	14
Şekil 2.7 : (a) Tek duvarlı tüpler, (b) Çok duvarlı tüpler.....	17
Şekil 2.8 : (a) Koltuk tüp yapısı (b) Zikzak tüp yapısı (c) Bükük tüp yapısı..	17
Şekil 2.9 : (a) Zik-zak nanotüp modeli, (b) Koltuk nanotüp modeli.....	18
Şekil 5.1 : Dikdörtgen kesitli bir kiriş.....	40
Şekil 5.2 : Yerel olmayan kayma gerilmesinin klasik kayma gerilmesine oranı	42
Şekil 6.1 : Doğru eksenli ve simetrik kesitli bir kiriş.....	48
Şekil 7.1 : Çubuk ve koordinat eksenleri.....	50
Şekil 7.2 : Basit eğilmede sonsuz küçük bir parça.....	52
Şekil 7.3 : Elastik zemin üzerine oturan basit kiriş.....	53
Şekil 7.4 : A noktasındaki yerel ve yerel olmayan dönmelerin oranı.....	58
Şekil 7.5 : Orta noktadaki yerel ve yerel olmayan yerdeğiştirmelerin oranı.....	59
Şekil 7.6 : Uniform yüklü bir kiriş.....	59
Şekil 7.7 : $\gamma/L = 0.1$ için yerdeğiştirmelerin diyagramı.....	62
Şekil 7.8 : $\gamma/L = 0.1$ için dönmelerin diyagramı.....	63
Şekil 7.9 : $\gamma/L = 0.1$ için momentlerin diyagramı.....	63
Şekil 7.10 : $\gamma/L = 0.1$ için kesme kuvvetleri diyagramı.....	64
Şekil 7.11 : A noktasındaki momentlerin oranı.....	64
Şekil 7.12 : B noktasındaki dönmelerin oranı.....	65
Şekil 8.1 : Doğru eksenli bir çubuk modeli.....	66
Şekil 8.2 : İki ucu sabit olan doğru eksenli bir kiriş.....	71
Şekil 8.3 : $F(x)$ ve uydurulmuş polinom.....	73
Şekil 8.4 : Bir ucu sabit, diğer ucu ankastre olan doğru eksenli bir kiriş.....	74
Şekil 8.5 : $F(x)$ ve uydurulmuş polinom.....	77
Şekil 8.6 : İki ucu ankastre olan doğru eksenli bir kiriş.....	78
Şekil 8.7 : $F(x)$ ve uydurulmuş polinom.....	80
Şekil 8.8 : Bir ucu ankastre, diğer ucu boş olan doğru eksenli bir kiriş.....	81
Şekil 8.9 : $F(x)$ ve uydurulmuş polinom.....	83
Şekil 8.10 : Değişken kesitli bir kiriş modeli.....	84
Şekil 8.11 : Sol uçtan ankastre olarak mesnetlenmiş değişken kesitli bir çubuk..	87

SEMBOL LİSTESİ

a	: Atomik mesafe
D_{xx}	: Eğilme rijitliği
e^{At}	: Üstel matris
e_0	: Malzeme sabiti
E	: Elastisite (Young) modülü
F	: Kesit alanı
I_x	: Atalet momenti
k	: Yay sabiti
L	: Kirişin uzunluğu
M_{nonloc}	: Yerel olmayan burulma momenti
M_x	: Klasik halde burulma momenti
N_{loc}	: Klasik halde burkulma yükü
N_{nonloc}	: Yerel olmayan burkulma yükü
p_y	: Düzgün yükleme kuvveti
T_{nonloc}	: Yerel olmayan kesme kuvveti
T_y	: Klasik halde kesme kuvveti
u_{nonloc}	: Yerel olmayan dikey yerdeğiştirme
u_y	: Klasik halde dikey yerdeğiştirme
$Y(z, 0)$	: Taşıma matrisi
γ	: Yerel olmayan parametre
$\sigma(z)$	: Klasik gerilme
τ_{loc}	: Klasik halde kayma gerilmesi
τ_{nonloc}	: Yerel olmayan halde kayma gerilmesi
$\varphi(z)$	: Eğim
Ω_{nonloc}	: Yerel olmayan dönme
Ω_x	: Klasik halde dönme

NANOTEKNOLOJİDE NANO ÖLÇEKTEKİ YAPILARIN YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

ÖZET

Nanoteknoloji moleküler boyutta fonksiyonel sistemlerin mühendisliğidir. Ana teması, 1 ile 100 nanometre arasındaki boyutlardaki maddelerin kontrolüdür.

Nanoteknolojiye artan ilgi, bir çok sorunun ortaya çıkmasına neden olmuştur. En önemli sorulardan biri, zamanla gelişen geleneksel teorilerin, nanoteknolojik olguları açıklamakta yeterli olup olmadığıdır. Bunun gibi benzer sorular malzeme mekaniğinde de ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmanın amaçlarından biri, çok küçük boyutlardaki yapılarda yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılmasının klasik elastisite teorisine göre daha avantajlı olduğunu göstermektir.

Bu çalışmada, yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi kullanılarak elastik yarı düzlem üzerinde olan bir çubuğun gerilme bileşenleri ve yerdeğiştirmeleri hesaplanmıştır. Kritik şekil değiştirmelerde küçük uzunluk ölçeğinin önemini incelemek için yerel olmayan gerilme ve şekil değiştirmeler yerel gerilme ve şekil değiştirmelerle karşılaştırılmıştır. Klasik elastisite teorisi atomik boyutlardaki olguları açıklamakta yetersiz kaldığı için nanomalzemelerin yerel modelleri yanıltıcı, yetersiz ve hatalı olabilir. Sonuçlar nanoyapıların mekanik davranışlarını anlamada yerel olmayan elastisitenin daha güçlü olduğunu ve yerel olmayan etkilerin nanoteknolojide önemli olduğunu göstermektedir.

Karbon nanotüpler nanoteknolojik uygulamalarda kullanılan yapı elemanlarından biridir. Olağanüstü özellikleri ile moleküler boyutta grafit karbonların içi boş silindirik çubukları olarak düşünülebilirler ve bilinen en güçlü ve en sert liflerdir. Bu çalışmada, karbon nanoçubukların burkulması yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi kullanılarak araştırılmış ve bu yöntemin uygulanabilirliği için gerekli olan taşıma matrisi verilmiştir. Çeşitli şekilde desteklenen çubukların burkulma yükleri, katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesiyle hesaplanmıştır. Buna ilaveten değişken kesitli bir çubuk araştırılmış ve burkulma yükleri başlangıç değer yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Yöntemin önceliği,

yüksek dereceli statik belirsizliklerde problemin çözümüne ekstra bir zorluk eklememesidir. Verilen yöntemde burkulma determinantından elde edilen matris boyutu (2×2) 'dir. Eğer bu probleme geleneksel teknik uygulansaydı, burkulma yükleri (4×4) 'lük matristen elde edilirdi. Değişken kesitli çubuk için burkulma determinantından elde edilen matris boyutu (2×2) 'dir. Aynı problemin geleneksel teknik kullanılarak çözümü (8×8) 'lik matristen elde edilebilir. Sonuçlar, yerel olmayan etkilerin karbon nanotüplerin burkulmasında önemli olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Yerel olmayan elastisite teorisi, nanoteknoloji, kiriş, taşıma matrisi, başlangıç değeri yöntemi

A STUDY OF SMALL SCALE DIMENSIONS OF STRUCTURES IN NONLOCAL ELASTICITY

SUMMARY

Nanotechnology is the engineering of functional systems at the molecular scale. The main unifying theme is the control of matter on a scale between 1-100 nanometers.

An increasing interest in nanotechnology has caused to raise many questions. One of the most important questions is that whether the conventional theories developed in time are sufficient to analyze the phenomena within the scope of nanotechnology. Similar questions appear in the mechanics of materials. One of the aims of this work is to indicate the advantage of using nonlocal elasticity as opposed to classical one for the structures at very small scale.

In this work the stress resultants and displacements in a bar on an elastic half plane are calculated by using the method of initial values within the framework of nonlocal elasticity. To examine the significance of the small length scales on the critical strain, the nonlocal stress and strains are compared with the local stress and strains. Since classical elasticity theory cannot explain the phenomena at the atomic scale, local modeling of nanomaterials can be inaccurate, inadequate and misleading. The results indicate that nonlocal elasticity has more potential to represent the mechanical behavior of nanostructures and nonlocal effects could be significant in nanotechnology.

Carbon nanotubes are one of the structural elements that are used in nanotechnological applications. They are figured as hollow cylindrical bars for graphitic carbon at molecular scale with outstanding properties and they are among the stiffest and strongest fibres known. In this work, the buckling of a bar is investigated by using the method of initial values within the framework of nonlocal elasticity. The principal matrix required for the applicability of the method of initial values is presented. The buckling loads for bars with various kind of supports are found. The buckling loads are obtained by setting the determinant of the coefficient matrix equal to zero. In addition, the bar with cross-section is also investigated and

the buckling loads are found using the initial values method in this work. A priority of the method is that the high degree of statical indeterminacy adds no extra hardship to the solution of the problem. It is interesting to note that the size of the matrix from which the buckling determinant obtained in the presented method is (2×2) . If the conventional technique is applied to this problem the buckling loads are found by the determinant of (4×4) matrix. For the bar with cross-section, the size of the matrix from which buckling determinant obtained is (2×2) . The solution of the same problem using conventional technique can be obtained by a (8×8) matrix. The results are used to display that nonlocal effects could be significant in buckling of carbon nanotubes.

Keywords: Nonlocal Elasticity Theory, Nanotechnology, Nanobar, Carry-Over Matrix, Initial Values Method

1. GİRİŞ VE ÇALIŞMANIN AMACI

Çalışmada, moleküler boyutta olan elemanların belli yükler altındaki davranışlarını yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelemek ve bu boyutlardaki elemanların mekanik davranışlarını anlamada yerel olmayan etkilerin yerel etkilere göre çok daha üstün olduğunu göstermek amaçlanmaktadır.

Birinci bölümde, tezin amacı ve bölümleri ile ilgili kısa bir özet verilmiştir. İkinci bölümde, nanoteknoloji ile ilgili genel bilgiler verilmiş ve nanoteknolojinin uygulama alanlarından biri olan karbon nanotüplerden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde; yerel olmayan elastisite teorisi ile ilgili kısa bir literatür taraması yapılmıştır. Dördüncü bölümde; tezdeki uygulamalarda kullanılan başlangıç değerleri yöntemi ve taşıma matrisi açıklanmıştır. Beşinci bölümde; kesmeli eğilme konusundan kısaca bahsedilmiş ve yerel olmayan teoride dikdörtgen kesitli bir kiriş için uygulama yapılmıştır. Çalışmanın altıncı bölümünde; elastik zemine oturan kirişlerden kısaca bahsedilmiştir. Çalışmanın yedinci bölümünde; yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi ve taşıma matrisi kullanılarak nano boyuttaki kirişlerin eğilmesi ile ilgili bir çalışma yapılmıştır ve yerel olmayan çubuklar için çeşitli uygulamalar yapılarak konu desteklenmiştir. Karbon nanoçubuklar çekmeye karşı son derece dayanıklı ancak basınca karşı mukavemetleri çok düşüktür. Bu nedenle, bu çubukların basınç etkisi altındaki davranışlarını incelemek büyük önem kazandığı için çalışmanın sekizinci bölümünde yerel olmayan elastisite çerçevesinde nanoboyutta olan çubukların basınç etkisi altındaki burkulması araştırılmıştır. Başlangıç değer yöntemi ve taşıma matrisi kullanılarak hem doğru eksenli hem de değişken kesitli çubuklar için çeşitli uygulamalar yapılmış, hem klasik hem de yerel olmayan teoride burkulma yükleri hesaplanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Burkulma hesaplarının daha sistematik yapılabilmesi için çubuk rijitlik matrisleri verilmiştir. Elde edilen sonuçlar karbon nanotüplerin burkulmasında yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu göstermiştir. Bu bölümün European Journal of Mechanics A/Solids scitation indexli dergide yayımlanması kabul edilmiştir.

2. NANOTEKNOLOJİ

2.1 Nanoteknolojinin Tanımı

Nanoteknoloji, fizik, kimya, biyoloji gibi fen bilimleri dallarıyla, elektronik, endüstri, mekanik, uzay, bilgisayar, inşaat, malzeme gibi bir çok mühendislik dallarını birleştiren, tüm disiplinleri kendi alanlarında moleküler düzeyde düşünmeye, tanıyıp anlamaya, tasarlamaya ve bunları ürüne dönüştürmeye yönlendiren disiplinler arası bir bilim dalıdır [1,2]. Bu teknoloji, bilinen bütün teknolojilere kıyasla çok daha fazla temel bilime ve kuramsal araştırmalara gereksinim duymaktadır [3].

Nanoteknoloji, atomlar ve moleküller seviyesinde 1 ile 100 nm boyut skalasında çalışarak, gelişmiş ve tamamen yeni fiziksel, kimyasal, biyolojik özelliklere sahip yapılar elde edilmesine imkân sağlamaktadır. Bu teknoloji sayesinde, bu boyutlardaki yapıların, malzeme ve sistemlerin anlaşılması kontrolü ve atomsal seviyede değiştirilip işlenmesi sonucunda ortaya çıkan değişik özellikleri kullanarak yeni teknolojik nano ölçekte aygıtların, malzemelerin, sistemlerin üretilmesi ve bu aygıtların günlük hayatımızda kullanılabilir hale getirilmesi mümkün olmuştur.

Atomal düzeyde mühendislik olan nanoteknoloji, nanometre (nm) ölçü birimini kullanır. Nano, bilim alanında metrenin milyarda biri anlamına gelen bir ölçü birimi olup, bu ölçü birimi “nanometre” (kısaca nm) olarak tanımlanır. $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ’dir.

Bütün maddeler atomlardan oluşmuştur ve özelliklerini de atomlarının dizilişlerinden alırlar. Maddeleri birbirlerinden farklı kılan şey; en küçük birim olan atomların dizilişlerindeki çeşitliliğidir. Atomlar veya molekülleri tek tek alıp hassas şekilde birleştirerek istenen her türlü ürünü elde ederek atomları hareket ettirebilecek boyutlarda aletler geliştirilebildiği takdirde, doğadaki atomik dizilim taklit edilerek herşey kopyalanabilir. Atomları hareket ettirebilecek bir teknoloji de bu çeşitliliğe bir ölçüde ulaşabilir. Örneğin, kömür moleküllerindeki atomları düzenleyebilirsek aynı moleküllerin farklı bir dizilimi olan elması elde edebiliriz.

Nanoteknolojiyi uygulanabilir kılan şey, atomların yapısı ve aralarındaki mükemmel organizasyon özelliği olduğundan, atomların yapısının ve davranış biçimlerinin çok iyi bilinmesi gerekir:

“Örneğin, külçe altın oda sıcaklığında tepkimeye girmezken, 3-5 nanometre boyutlarındaki altın parçacıkları, pek çok tepkimeyi tetikleyebiliyor. Nanoaltınların bu özelliğini keşfeden bir Japon firması, bunlardan tuvaletlerde kullanılmak üzere "koku yiyiciler" geliştirmiş. Malzemelerin nanoölçeklerde kazandıkları değişik özellikler, bunlara giderek artan bir endüstriyel değer kazandırıyor. Bazı şirketler, sıradan plastiğin üzerine nanoölçekli çubuklar yerleştirerek malzemenin gücünü ve darbeye direncini güçlendirmeye çalışıyorlar. Askeri laboratuvarlar, anthrax gibi biyolojik silahları belirleyen nanoölçekli sondalar geliştiriyorlar. Ve bir-iki nanometre çapında, kamış biçimli moleküller olan karbon nanotüpler, biçimlerine bağlı olarak elektriği metal ya da yarı iletken özellikte taşıyabiliyorlar ve daha şimdiden transistör ve diyot gibi elektrik malzemelerinde yaygın kullanım kazanmış bulunuyorlar”.

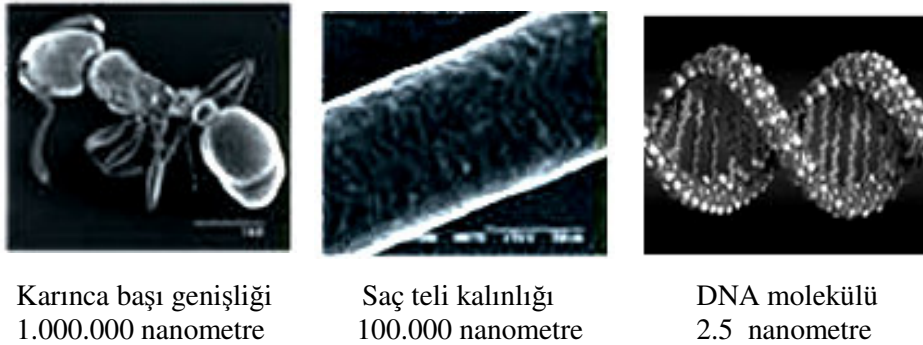
Nanoteknoloji, benzeri görülmemiş özelliklerdeki yeni aygıtları üretmek için atomların ve moleküllerin bilinen özelliklerini kullanır. Eğer bilim adamları bağımsız atomları ve molekülleri bir yapılanmada belli ölçülerde ve sürede bir araya getirebilirlerse, bu buluş "programlanabilir kendinden inşâ ve türeyen makineler çağı"nın başlangıcı olacaktır.

Malzemenin büyüklüğü nanometre ölçütlerine inince, kuantum davranışlar bilinen klasik davranışların yerini almakta, üretilen yeni malzemeler klasik metodlar ile elde edilen makro boyutlardaki malzemelere kıyasla daha önce görülmeyen yeni üstün fiziksel, kimyasal veya biyolojik özelliklere sahip olmaktadırlar. Nanometre boyutlarına inen malzeme daha işlevsel, daha mukavemetli olabilmekte, kimyasal ve fiziksel özellikleri, yapının büyüklüğüne ve atom yapısının ayrıntılarına, dışarıdan sisteme bağlanan yabancı bir atomun cinsine ve yerine göre çok farklı ve olağanüstü davranışlar sergilemekte, malzemeler daha kuvvetli, alabildiğine esnek, çok daha hafif veya daha farklı şekillerde ısı ve elektrik iletme özelliklerine sahip olabilmekte, magnetik ve optik özelliklerinde önemli ölçüde artma veya azalma olabilmekte ve hatta renkleri bile değişebilmektedir. (Altının, nano boyutlara indikçe renginin mavi veya kırmızı olması gibi). Mevcut nanoyapıya yabancı bir atomun yapışması, o

yapının elektronik özelliklerini, örneğin elektrik iletkenliğini farkedilebilir şekilde değiştirmektedir. Bu yabancı bir atom geçiş elementi olduğunda yapıldığı bir nanoyapıya manyetik özellikler kazandırabilmektedir. Kısaca, bir nanoyapının fiziksel özellikleri, bağ yapısı ve dolayısı ile mukavemeti onun büyüklüğüne ve boyutuna bağlı olarak önemli değişimler gösterebilmektedir [3]. Böylece üretilen nanoteknolojik malzemelerin daha dayanıklı, daha düşük hata seviyeli, daha hafif ve daha hassas özelliklerle donatılmış olması günümüzde nanoteknolojiyi ilgi odağı haline getirmiştir.

2.1.1 Farklı büyüklüklerin karşılaştırılması

1 nanometre, metrenin milyarda biridir. Nanoteknoloji ise nanometre boyutlarında sistemlerin tasarımını, üretim ve uygulamasını düzenleyen yöntemlerdir. Karıncanın başının genişliği bir milyon nanometre, insan saç telinin kalınlığı yaklaşık 100.000 nanometre, biyolojik hücrelerin çapı bin nanometre, 10 tane yan yana konmuş hidrojen atomu 1 nanometre, DNA molekülleri yaklaşık 2.5 nanometre, atomların çapları nanometrenin onda biridir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1: Farklı büyüklüklerin karşılaştırılması

2.2 Nanobilim ve Nanoteknolojinin Kronolojik Gelişimi

Nanoteknolojinin gelişim sürecini şöyle özetleyebiliriz: [4,5,6]

1959: Nobel fizik ödüllü Richard Feynman'ın malzeme ve cihazların moleküler boyutlarda üretilmesi ile başarılabilecekler üzerine verdiği ünlü konferansı ile nanoteknoloji vizyonu ortaya çıkmıştır.

Richard Feynman, "There is a Plenty of Room at the Bottom" adlı konferansında, "Eğer moleküler düzeyde malzemeler ve cihazlar yapılabilirse bu, yeni buluşların

kaynağı olacaktır” diye seslenmiş, minyatürize edilmiş yeni aygıtlarla nano yapıların yönetilebileceğinin, ölçülebileceğinin ve yeni amaçlar doğrultusunda kullanmanın mümkün olabileceğinin altını çizmiştir.

1974: Aviram ve Seiden ilk moleküler elektronik aygıt için patent almıştır.

1981: Araştırmacıların daha küçük boyutlarda çalışmaya başlamasıyla, boyutlar küçüldüğü için yapılan çalışmaları izlemek zorlaşmıştır. Buradan doğan ihtiyaçla, G.K.Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için “Scanning Tunneling Microscope”(STM) adlı mikroskobu icat etmişlerdir. Taramalı tünelleme mikroskobunun keşfi, yüzeyde bulunan atomların ve moleküllerin gözlenmesine, atomsal düzeyde tepkimelerin izlenmesine olanak tanımıştır.

1985: R.Curl Hr., H. Kroto ve R. Smalley C_{60} ’molekülünü keşfetmişlerdir.

1986: G.K.Binning, C.F. Quate ve C.Gerber nanoyapıların ölçüm ve manipulasyonu için gerekli olan araçlardan biri olan ve STM mikroskobunun bir türevi olan “Atomic Force Microscope” (AFM)’u icat etmişlerdir.

Paralelindeki gelişmelerle, artık bilgisayarların kapasitelerinin gelişmesiyle birlikte nano boyutlarda malzemelerin davranışları kolayca simüle edilebilmektedir. Bu yeni araç ve teknikler, bilimsel çevrelerdeki bir çok bilim adamının, boyutu 100 nm’nin altında olan yapılar üzerine yeni fenomenler keşfetmek için çeşitli nanoyapıları analiz etmeye başlamasını sağlamıştır.

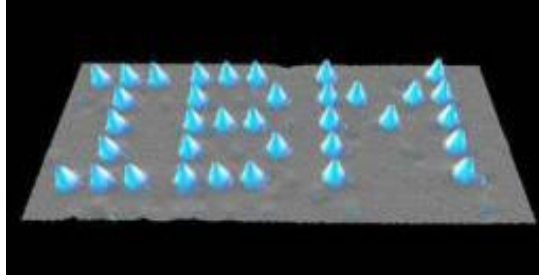
Ayrıca 1986’da K.E. Drexler “Engines of Creation” adlı kitabını yayınlamıştır. Bu kitap, moleküler nanoteknoloji fikrini ortaya çıkarmıştır. Kaliforniya’daki Foresight Enstitüsü başkanı Dr. Eric Drexler, Massachusetts Teknoloji Enstitüsü’ndeki (MIT) eğitimi sırasında biyolojik sistemlerden esinlenerek moleküler makineler yapılabileceğini öneren ve nanoteknoloji kelimesini ilk kez ortaya çıkaran bilim adamıdır.

1987: İletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlenmiştir.

1988: W. De Grado ve ekibi ilk defa tek elektron transistörü yapmışlardır.

1989: IBM (Zurich)’de Xe atomundan IBM yazısını yazmıştır. IBM 1993 yılında 14 nanometre uzunluğunda bir bakır temel üzerine demir atomlarını eliptik bir biçimde dizmiştir. Bu düzenek 1 ve 0’ları temsil eden atomlar sayesinde bilgi saklayabilme

özelliğine sahipti. IBM'in 'kuantum havuz' olarak adlandırılan bu buluşu, bilinen en eski bilgi taşıyıcı nano-yapılardan biri olan nezle virüsünden çok az daha küçüktür.



Şekil 2.2: Xe atomundan IBM yazısı

(Şekil 2.2)'de, IBM'in Almaden Araştırma Merkezi'nde, mikroskopik bakır bir plaka üzerine 35 tane karbonmonoksit molekülünün yan yana dizilmesiyle oluşturulan yazı görülmektedir. Yüksekliği milimetrenin 250 binde biri, genişliği ise 333 binde biri kadardır. Bir saç telinin kalınlığı kadar bir alana bunun gibi 250 milyon tane yazılı plaka yerleştirilebildiği düşünülürse, bu bize yazının büyüklüğü hakkında bir fikir verebilir.

1990: Rice Üniversitesinde Richard Smalley öncülüğündeki araştırmacılar, 60 karbon atomunun simetrik biçimde sıralanmasıyla elde edilen futbol topu şeklindeki "fullerene" moleküllerini geliştirmişlerdir. Elde edilen molekül 1 nanometre büyüklüğünde olup, çelikten daha güçlü, plastikten daha hafif, elektrik ve ısı geçirgenliğine sahip bir yapıydı. Yaptıkları bu çalışmayla 1996 yılında Nobel Kimya ödülünü almışlardır.

1991: Japon NEC firması araştırmacılarından biri olan Sumio Iijima çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetmiştir. Bu nanotüpler, fullerene molekülünün esnetilmiş bir şekli olup benzer şekilde önemli özelliklere sahipti. Çelikten 100 kat daha güçlü ve ağırlığı ise çelik'in ağırlığının 6'da 1'i kadardı.

1992: Erix Drexler, "Nanosystems:Molecular Machinery, Manufacturing, and Computation" adlı kitabını yayımlamıştır. Bu kitapta genel kavram ve düşüncelerini detaylı analiz ve tasarımlar ile ayrıntılı olarak anlatmıştır.

1993: Iijima ve Bethune tek duvarlı karbon nanotüpleri keşfetmişlerdir. Ayrıca 1993 yılında ABD'deki Rice Üniversitesinde ilk "nanoteknoloji" laboratuvarı kurulmuştur.

1997: N.Seeman ilk defa DNA molekülünü kullanarak nanomekanik aygıt yapmıştır. Ayrıca 1997’de ilk defa nanotüp kullanılarak elektrik akımı ölçülmüştür.

1998: C. Dekker ve ekibi TUBEFET yapmışlardır.

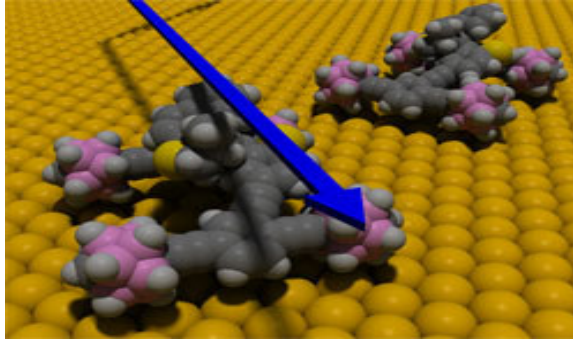
1999: M.Reed ve J.M.Tour ilk defa tek organik molekül ile elektronik anahtar yapmışlardır. Ayrıca, 1999 yılında ABD’de Bill Clinton, nanoteknoloji alanında yürütülen araştırma, geliştirme ve ticarileştirme faaliyetlerinin hızını artırma amacını taşıyan ilk resmi hükümet programını, Ulusal Nanoteknoloji Adımını (National Nanotechnology Initiative) başlatmıştır.

2000: ABD ilk defa nanoteknoloji araştırmaları için 422 milyon \$ kaynak ayırmıştır.

2001: İlk defa nanotüplerden transistör ve mantık devreleri yapılmıştır. Ayrıca 2001 yılında Avrupa birliği, çerçeve programına nanoteknoloji çalışmalarını öncelikli alan olarak dahil etmiştir. Japonya, Tayvan, Singapur, Çin, İsrail ve İsviçre benzer programlar başlatarak 21. yüzyılın ilk küresel teknoloji yarışında önlerde yer almak için çalışmalarına hız vermişlerdir. Ayrıca 2001’de ZnO nanotel lazeri yapılmıştır.

2002: Superörgü nanoteller yapılmıştır.

2005: Rice Üniversitesi araştırmacıları ilk defa dört tekerlekli nanoaraba modelini hareket ettirmiştir.(Şekil 2.3)



Şekil 2.3 : Motorize bir nanoaraba

Arabanın boyutu (3nm x 4nm) yani bir DNA satırı genişliğinde olup, bu nano arabalardan 20.000 tanesini yan yana parkedince bir insan saç telinin kalınlığına ulaşılır. Işıkla çalışan nano arabanın atomları bir araya getirilip moleküler akslar, dingiller yapılarak güç aktarım sistemi inşa edilmiş, sonra da atomsal boyuttaki tekerlekleri ile, sürüklenerek değil, tekerlekleri de dönerek yüzey üzerinde hareket ettirilmiştir.

Nanoteknoloji yediğimiz gıda ürünlerinden, giydiğimiz kıyafetlere, kullandığımız ilaçlardan, bilgisayarlarımızın gücüne, sürdüğümüz otomobillerden, yaşadığımız evlere kadar hayatımızın her noktasını etkileyecek olan 21. yüzyılın endüstriyel devrimi olarak hızlı bir şekilde biçimlenmektedir.

2.3 Nanoteknolojinin Amaçları

- 1) Nanometre ölçekli yapıların analizi
- 2) Nanometre boyutunda yapıların fiziksel özelliklerinin anlaşılması
- 3) Nanometre ölçekli yapıların imalatı
- 4) Nano hassasiyetli cihazların geliştirilmesi
- 5) Nano ölçekli cihazların geliştirilmesi

2.4 Nanoteknolojinin Avantajları

Nanoteknolojinin önemi, atomlar ve moleküller seviyesinde (1-100 nm) boyut skalasında çalışarak, gelişmiş ve/veya tamamen yeni fiziksel, kimyasal, biyolojik özelliklere sahip yapılar elde edilmesine imkan sağlamasından kaynaklanmaktadır. Teknik açıdan açıklamak gerekirse malzeme özellikleri ve cihazların çalışma prensipleri, genel olarak 100 nm'den büyük boyutları temel alarak yapılan varsayımların sonucunda ortaya çıkarılmış geleneksel modelleme ve teorilere dayanmaktadır. Kritik uzunluklar 100 nm'nin altına indiğinde ise geleneksel teori ve modeller, ortaya çıkan özellikleri açıklamakta çoğu zaman yetersiz kalmaktadır.

Nanoteknoloji işte burada devreye girmektedir. Daha sağlam, daha kaliteli, daha uzun ömürlü ve daha ucuz, daha hafif, daha küçük cihazlar geliştirme isteği bir çok iş kolunda gözlenen eğilimlerdir. Minyatürizasyon olarak tanımlanabilecek bu eğilim bir çok mühendislik çalışmasının temelini oluşturmaktadır. Minyatürizasyonun sadece kullanılan parçaların daha az yer kaplamasından çok daha önemli getirileri vardır. Minyatürizasyon üretimde daha az malzeme, daha az enerji, daha ucuz ve kolay nakliye, daha çok fonksiyon ve kullanımda kolaylık olarak uygulamada kendini göstermektedir.

20. yüzyılın ikinci yarısından itibaren bir çok endüstride kullanılan toleranslar sürekli iyileştirilmiş, üstün kalite anlayışı geliştirilmiştir. Mikroteknoloji ürünü olarak

tanımlayabileceğimiz parçalar otomobil, elektronik, iletişim gibi sektörlerde yaygın olarak kullanılır olmuştur.

Nanoteknoloji sayesinde sanayide, bilişim teknolojilerinde, sağlık sektöründe ve daha bir çok alanda yeni ürünler geliştirilecek, günümüzün üretim süreçleri ve yöntemleri değişecektir.

2.5 Nanoteknolojiyi Elde Etme Yöntemleri

Nanoyapıların elde edilmesinde iki ana yöntem bulunmaktadır. Aşağıdan yukarıya “bottom-up” ve yukarıdan aşağıya “top down” olarak adlandırılan bu iki yaklaşımı şu şekilde özetleyebiliriz:

1-Bottom-up: Aşağıdan yukarıya yaklaşımı (küçükten büyüğe), moleküler nanoteknoloji olarak tanımlanabilir. Bu yaklaşım, organik veya inorganik yapıları, maddenin en temel birimi olan atomlardan başlayarak atom atom, molekül molekül inşâ edilmesi yöntemini ifade eder.

2-Top-down: Yukarıdan aşağıya yaklaşımı (büyükten küçüğe), makineler, asitler ve benzeri mekanik ve kimyasal yöntemler kullanılarak nano yapıların fabrikasyonu ve imâl edilmesi yöntemlerini ifade eder.

Teknolojinin bugünkü seviyesi nedeni ile yapılan çalışmaların bir çoğu yukarıdan aşağıya (top-down) klasmanında değerlendirilir.

2.6 Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları

Nanoteknolojinin gelecekteki potansiyel uygulama alanlarının birkaçını özetleyelim: [4,5]

2.6.1 Malzeme ve imalat sektörü

Nanoölçekte işlevi olan malzeme ve aygıtların makroskobik boyutlardaki malzeme içine yerleştirilmesi ile hatasız, çok miktarda üretim yapabilmek için yeni yöntemler geliştirilmesi; klasik metodlar ile elde edilen malzemelere oranla daha sağlam ve hafif maddelerin elde edilmesi için malzemelerin atomik ve moleküler boyutlardan başlayarak üretilmesi; sonradan işlenmeye ihtiyaç duyulmadan tam istendiği şekli ile nanoyapıda metal, seramik, polimer malzemeler üretilmesi; nanoölçekte parçacıklardan yapılmış boya ve boyar maddeler kullanılarak geliştirilmiş baskı

yöntemleri; benzersiz ve alışılmamış özellikleri ile nanotüpler, elyaflar, lifler ve kaplama malzemeleri üretimi; nanoölçekte kaplama yapılmış kesme aletleri, elektronik, kimyasal uygulamalar; nanoölçekte yeni ölçüm standartları geliştirilmesi; üretim safhasında daha az enerji harcanmasını sağlayacak ve atık malzeme üretilmemesini sağlayacak yöntemlerin geliştirilmesi; düşük maliyetli üretim yöntemleri geliştirilmesi nanoimalatın potansiyel uygulama alanlarına örnek olarak verilebilir.

2.6.2 Nanoelektronik ve bilgisayar teknolojileri

Bilgisayarların mimari tasarımlarını geliştirmek için daha az enerji ile çalışan nanoölçekte elektronik devre elemanlarının üretilmesi; nanoölçekte bilgi depolama elemanları üretilmesi; ebatları küçük, hızları ve kapasiteleri büyük, daha az enerji harcayan nanometre ölçeklerinde elektronik araçlar üretilmesi; elektronik araçlar için sensör, gösterge sistemleri ve sinyal üretilmesi potansiyel uygulama alanlarına örnek olarak verilebilir.

2.6.3 Tıp ve sağlık sektörü

Canlıların yapıtaşı olan hücreler nanometre ölçeğindeki moleküllerden oluşur. Ebatları ve kıvrımları ile, dizilişleri ile belirli özellikleri olan proteinler, nükleik asitler, lipitler, karbonhidratlar nanoölçekteki malzemelere örnek olarak sayılabilir. Nanoteknolojinin doğadaki işlevsel karşılığı hücre olduğundan dolayı bu teknoloji, yaşayan sistemlere moleküler seviyelerde müdahale etme imkânı yaratabilir. Yaşayan organizmalar ile etkileşime geçebilecek boyutlarda araçlar üretilmesi ile bir çok yeni teşhis ve tedavi yöntemlerinin geliştirilmesi mümkündür.

Gen alanında hem teşhiste hem de tedavide yeni yöntemler geliştirilmesi ve bu alanda daha hızlı çalışmalar yapılabilmesi için nanoölçekteki aygıtların üretilmesi; bilgisayar modelleme çalışmaları ile makro moleküllerin davranışları incelenerek yeni ilaç tasarımlarının yapılması ve suni organ yedekleyebilmek için yeni biyolojik malzemelerin üretiminin gerçekleştirilmesi; daha hassas sonuçlar alabilmek için vücut içerisine yerleştirilebilen muhtelif ölçüm cihazları; insan vücudu içinde hareket edilmesine imkân sağlayan teşhis araçları; sadece hastalığın bulunduğu ve/veya yayıldığı bölgelere saldırarak ilaç veren makineler; görme ve duyma işlevlerinde yeni gelişmeler sağlayacak araçlar; tehlikeli hastalıkları önceden haber veren algılayıcı sistemler potansiyel uygulama alanlarına örnek olarak verilebilir. Yakın

sürede beklenen en önemli gelişme, nanoölçekte malzemelerin nasıl kendi kendini ürettiğinin anlaşılmasıyla “self-assembly” proteinlerin ve çeşitli organik maddelerin üretim şeklinin kopyalanabilmesidir.

2.6.4 Havacılık ve uzay araştırmaları

Az enerji gerektiren, radyasyona karşı dayanıklı, yüksek verimli bilgisayarların yapımı; mikro ölçekteki uzay araçlarında kullanılabilecek nano ölçekte aletler; nanoyapılı algılayıcılar ve nanoelektronik ile desteklenen uçuş sistemleri yapımı; ısıya dayanıklı nanoyapılı kaplama malzemeleri; roket ve uzay istasyonlarının yapımında, havacılık ve uzay araçlarının üretiminde maliyeti düşürmek için nanoyapılı malzeme kullanımını potansiyel uygulama alanlarına örnek olarak verebiliriz.

Ayrıca çekme direnci çelikten kat kat yüksek nanotüpler sayesinde dünya yüzeyinden atmosfere kadar yükselebilecek yapılar inşa edilmesi potansiyel uygulama alanları içinde yer alabilir. Böylece fırlatma maliyetleri düşürülebilir.

2.6.5 Çevre ve enerji

Enerjinin verimli kullanılması, depolanması ve üretilmesinde nanoteknolojinin önemli etkileri vardır. Potansiyel uygulama alanlarının en önemlilerinden biri, temiz enerji kaynağı olarak kabul edilen hidrojen gazını depolama işine nanoölçekte çözüm aranmasıdır.

Ayrıca çevre sorunlarının gözlenmesinde ve giderilmesinde kullanılabilir, çeşitli kaynaklardan gelen atıklar önlenebilir, daha az atık yapan üretim sistemleri geliştirilebilir. Temiz su elde edilmesinde nanolifler kullanılabilir. Nano malzemelerin ve nano kompozitlerin fosil yakıt endüstrilerinin verimliliğini geliştirme potansiyeli bulunmaktadır. Nano kompozitlerin yaygın olarak kullanılması ile daha yüksek verimliliğe sahip motorların ve dolayısı ile daha temiz, çevre dostu ulaşım sistemlerinin kurulması mümkün olacaktır.

2.6.6 Bioteknoloji ve tarım

Üretilen bioteknolojik ürünler tıp, ilaç ve tarım sektörlerinde kullanılabilecektir. Biyolojik yapıtaşlarının suni malzemelerin ve aygıtların içine yerleştirilmesiyle biyolojik işleve ve başka üstün özelliklere sahip malzemelerin üretilmesi; bitkileri

böceklere karşı korumak için moleküler seviyede kimyasalların geliştirilmesi; gübreler, daha besleyici ve hastalık direnci yüksek bitkiler üretilmesi; hayvanlar için ilaçların üretilmesi; Dna testleri için nanoölçekte kontrol yöntemlerinin geliştirilmesi potansiyel uygulama alanlarına örnek olarak verilebilir.

Bugün bile bitki ve hayvan genlerinin düzenlenmesi ile ortaya çıkartılmış olan bazı ticari ürünlere rastlamak mümkündür.

2.6.7 Savunma sektörü

Nanoelektronik yardımıyla haberleşme araçlarının üretilmesi ve çok karmaşık eğitim sistemleri yapılması; daha az insan gücünün kullanılması için robot sistemlerinin üretimi; zararlı gazların ve radyoaktif serpintilerin tespit edilebilmesi için nano algılayıcılar üretilmesi; nükleer savunma sistemlerinin kontrol edilebilmesi için nano ve mikro mekanik aygıtların birleştirilmesi; daha iyi silah sistemleri üretilmesi; geliştirilmiş kamuflaj ve akıllı giyecekler üretilmesi; elektronik savaş kapasitesi geliştirilmesi bir çok ar-ge çalışmasının gerçekleştirildiği alanlardır.

2.6.8 Nanoteknoloji ile ilişkili potansiyel hükümet uygulamaları

- Ulaşımda daha hafif ve güvenli ekipman (Ulaştırma Bakanlığı)
- Kirliliğin ölçüm, kontrol ve yok edilmesi (Çevre Koruma)
- Daha çok ve verimli adli araştırma (Adalet Bakanlığı)
- Baskı ve kabartma teknolojisinde yüksek kalite, sahte para ve döküman olmasına engel teknolojiler (Dökümantasyon)

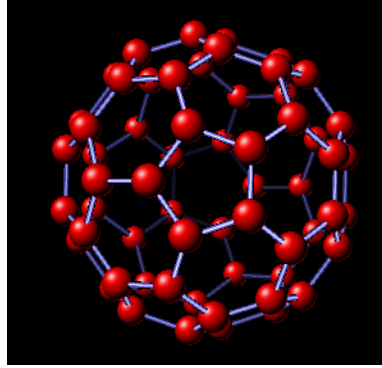
2.6.9 Bilim ve eğitim

Nanoyapı teknolojisi; fizik, kimya, biyoloji gibi temel bilimlerle malzeme, elektronik, makina, bilgisayar mühendisliği gibi uygulamalı bilimlerin işbirliği içinde çalışmalarını gerektiren disiplinlerarası bir alandır. Eğitim programlarının bu gelişmeye uygun olarak düzenlenmesi gerekir.

2.7 Nanobilim ve Nanoteknoloji Açısından Karbon

Karbon elementi canlıların temel taşıdır. Bütün canlıların karbon esaslı hayatı olduğundan ve organik maddelerde karbon vazgeçilmez olduğundan nanoteknoloji açısından da karbon atomu çok önemlidir ve nanoteknolojinin gelişmesine çok

önemli katkılar sağlar. Nanoteknolojide önemli iki unsur vardır. Bunlardan biri uygun malzeme ve diğeri ise onu işleyebilecek teknik düzenektir. Karbon bu bakımdan da rakipsizdir. Nanobilimde atılan ilk adım, 1985 yılında C_{60} molekülünün deneysel olarak ilk defa elde edilmesidir. C_{60} molekülü, 60 tane karbon atomunun futbol topu şeklinde bir kafes yapısı halini alarak oluşturduğu moleküldür. (Şekil 2.4)



Şekil 2.4: C_{60} molekülü

Karbon atomlarından oluşan malzemeler karbon atomlarının kendi aralarındaki bağlanma geometrisine göre çok farklı fiziksel ve kimyasal özellikler gösterirler. Karbon atomunun böyle bir özelliğe sahip olmasının sebebi, 6 tane elektronunun olmasıdır. Karbon atomu 6 elektronu ile periyodik tabloda IV. grup elementlerinin ilk elemanıdır.

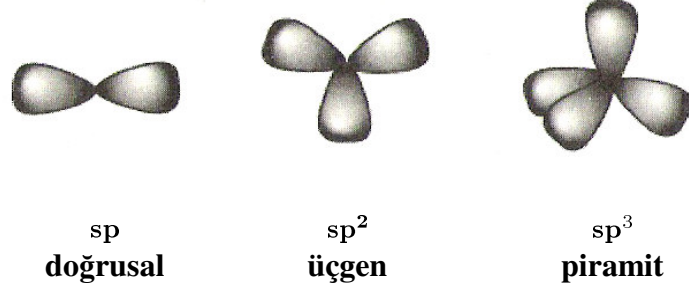
Karbon atomunun elektronlarından ilk ikisinin bağlanmaya hiç etkisinin olmaması, ayrıca ilk iki elektron ile geri kalan elektronların enerjileri arasındaki farkın da büyük olması karbonun farklı yapılar oluşturabilmesini sağlamaktadır. Bu özelliklerde başka bir elementin olmaması karbon atomunu rakipsiz yapmaktadır.

Karbon atomları kendi aralarında 3 farklı bağlanma özelliği gösterirler. Bunlar bağlanmaya dahil olan elektronların karışımına göre sp , sp^2 ve sp^3 ile ifade edilir.

sp ile tanımlanan bağlamada karbon atomları birbirleri ile doğrusal geometri oluşturur ve her atomda 2 bağ bulunur. Asetilen molekülünü (C_2H_2) bu tip bağlamaya örnek olarak verebiliriz.

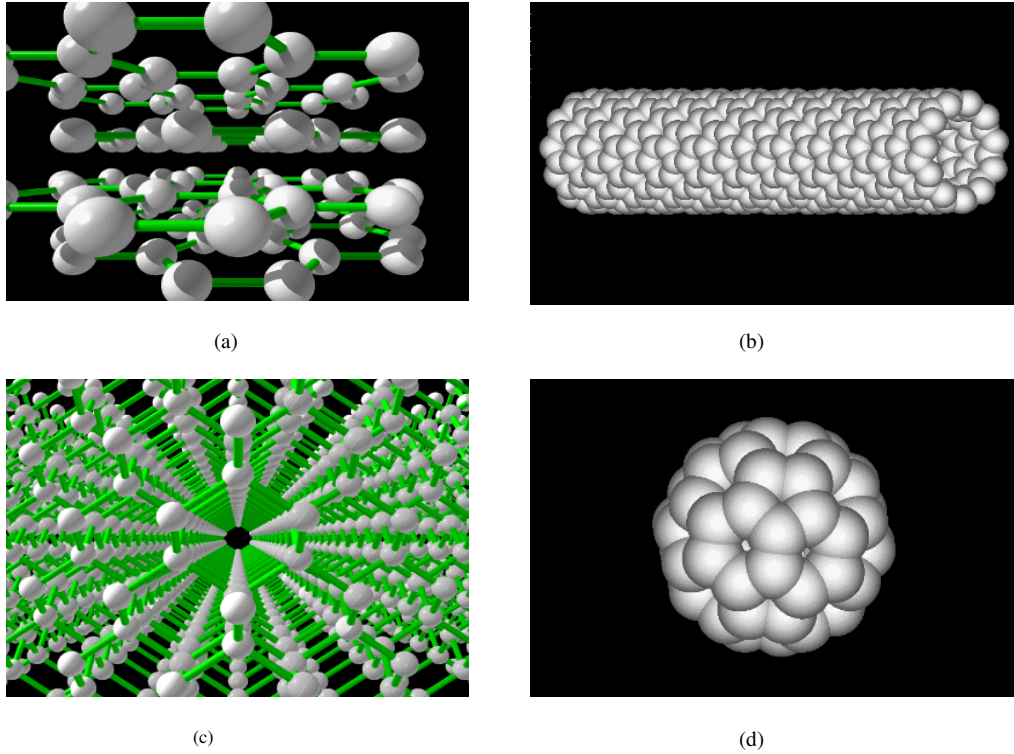
sp^2 ile tanımlanan bağlamada karbon atomları birbirleri ile üçgen geometri oluşturur ve her atomda 3 bağ bulunur. Grafit plakalarını bu tip bağlamaya örnek olarak verebiliriz.

sp^3 ile tanımlanan bağlamada karbon atomları birbirleri ile piramit bir geometri oluşturur ve her atomda 4 bağ bulunur. Elmas kristalini bu tip bağlamaya örnek olarak verebiliriz. Buradaki her bir farklı geometrik şekil farklı bir malzeme anlamına gelir. Bu gösterimler aynı zamanda bağlanma geometrisini de temsil ederler. (Şekil 2.5)



Şekil 2.5: Karbon atomlarının bağlanma şekilleri

Karbon esaslı malzemelerin sp , sp^2 ve sp^3 şeklinde bağ yapmaları, aynı zamanda bu malzemelerin boyutu ile de ilişkilendirilebilir. Karbon periyodik tabloda mevcut elementler içerisinde 0 (sıfır) boyuttan 3 (üç) boyuta kadar izomerleri olabilen yegâne elementtir. İzomer, aynı atom sayısında farklı şekillere sahip olabilen yapılardır. (Şekil 2.6)



Şekil 2.6: (a) grafit (2B) (b) karbon nanotüp (1B)
(c) karbonlu elmas (3B) (d) top (0B) yapıları

Karbon üç boyutlu (3B) yarıiletken elmas yapıdan iki boyutlu (2B) yarımetalik grafitte, bir boyutlu (1B) iletken ve yarıiletken nanotüplere ve sıfır boyutlu (0B) nanotoplara kadar farklı karar yapıları ve birçok ilginç özellikleri olan tek elementtir.

Karbonun 1B ve 0B yapıları nanometre mertebesinde oldukları için sistemlere nanotüpler veya nanotoplar denmektedir. Karbon nanoyapıların aslını toplar ve tüpler oluşturmaktadır.

2.8 Karbon Nanoyapılar

Nanobilim ve nanoteknoloji dendiğinde akla ilk gelen karbon nanoyapılardır. Bu yapılar nanometre ölçüsünde sadece karbon atomlarından oluşurlar. Bunlar genellikle toplar, tüpler, çubuklar ve halkalar şeklinde sınıflandırılabilen kafesimsi yapılardır.

Nanoteknoloji sürecini başlatan ilk çalışma, 1991 yılında karbon nanotüp yapıların elde edilmesi için yapılan deneysel çalışmadır. Karbon nanotüpler, hem yapısal, hem de mekanik özellikleri açısından nanoölçekteki malzemelere en güzel örneklerden biridir.

Karbon nanoyapıların elektronikten tıbbi malzemelere kadar geniş bir yelpazede uygulama alanı vardır.

2.8.1 Karbon nanotüpler

Nanoteknolojide yapılan ilk uygulamalar karbon nanotüp yapısı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu alanda öncü element karbon atomu olup, öncü malzeme de karbon esaslı malzemedir. Karbon nanotüplerin çapları nanometre ölçüsündedir, boyları 1 mikrometre kadar olabilmektedir. Nanotüplerin çapları şimdiye kadar yapılabilen en ileri yarı iletken aygıtlardan bile çok daha küçüktür. İdeal bir nanotüp, düzgün silindir yapmak için yuvarlatılmış hegzagonal karbon atom ağı olarak düşünülebilir.

1985 yılında H.W. Kroto, R.E. Smalley (Rice Üniversitesi)'den oluşan bir grup karbon atomlarını izole etmeyi başararak, fullerene yapısının tümüyle bilinmesine giden ilk adımları atmışlardır. Bu çalışmalarında futbol topu şeklinde olan 1 nm çapında çelikten güçlü, plastikten hafif, elektrik ileten molekülleri geliştirerek 1996 yılında da Nobel Ödülü'nün sahibi olmuşlardır.

NEC firması araştırmacılarından elektron mikroskopu uzmanı Sumia Iijima, 1991 yılında yaptığı çalışmasında fullerenlerin ark-buharlaşması sentezi sırasında katodda biriken malzemeyi araştırırken karbon nanotüpleri ilk olarak keşfeden bilim adamı olmuştur. Kısa süre sonra Iijima'nın laboratuvarından Thomas Ebbeson ve Pulickel Ajayan, ark-buharlaşma koşulları değiştirilerek daha büyük miktarlarda nanotüplerin nasıl üretileceğini göstermişlerdir. Ancak standart ark-buharlaşma sadece çok katmanlı tüpler üretebilmiştir. Yapılan araştırmalar sonucunda, grafit elektrotlarına kobalt gibi bazı metallerin eklenmesi ile tek katmanlı mükemmel tüpler elde edilmiştir. Iijima, yüksek özünürlüklü “Geçirmeli Elektron Mikroskopu” (TEM) kullanarak karbon nanotüpleri gözleyince, nanotüpler konusundaki araştırmalar yoğun bir şekilde başlamıştır.

Tek katmanlı nanotüpler 1993 yılında elde edilmiştir. 1996 yılında Rice Üniversitesi Araştırma Grubu, tek duvarlı (katmanlı) nanotüp grupları üretmek için daha etkili bir yöntem bularak, çok sayıda karbon nanotüp deneylerinin önünü açtılar. Bu nanotüpler, bir karbonun 1200⁰C deki fırın içinde lazerle buharlaştırılması ile elde edilmiştir. Bu yöntem, tek katmanlı nanotüplerin özelliklerini incelemek üzere geliştirilen ilk verimli üretim metodu olmuştur.

Daha sonra Fransa'da Montpellier Üniversitesinden Catherine Journet, Patrick Bernier ve arkadaşları dirençli, tek katmanlı nanotüp elde etmek için karbon ark-buharlaşma metodunu geliştirdiler. Ayrıca, iyonize karbon plazmasından Joule ısınmasıyla tek katmanlı nanotüp elde edilmiştir. Günümüzde bu iki yöntemden türetilmiş yöntemlerle tek katmanlı nanotüpler üretilmesine rağmen, bu alanda en büyük etkiyi Rice Üniversitesi araştırma grubu yapmıştır. Yapılan araştırmalar sonucunda bilim adamları, karbon nanotüplerin nano ölçekte bir çok fiziksel, kimyasal, yapısal, elektriksel ve optik özelliklerinin olduğunu keşfetmişlerdir.

2.8.1.1 Karbon nanotüplerin yapısı

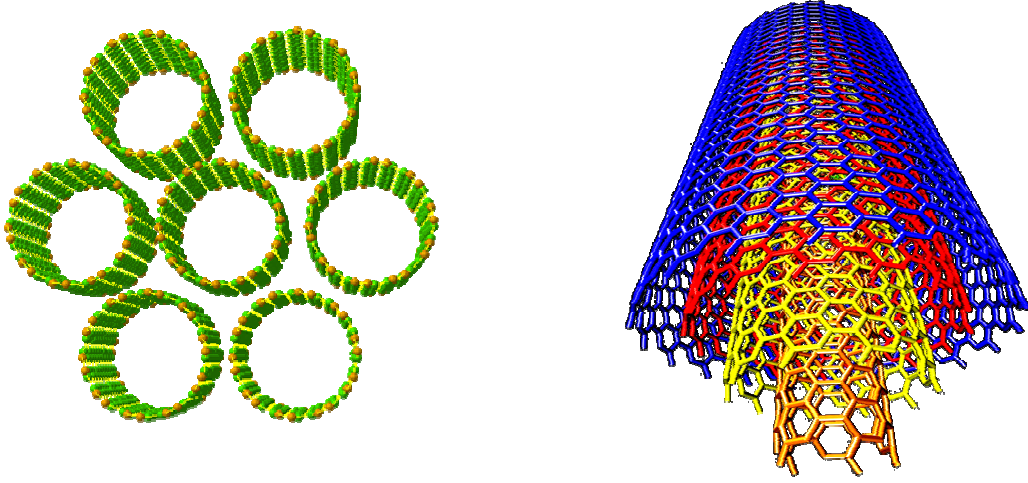
Karbon nanotüpler tek ya da iç içe geçmiş, uçları açık ya da kapalı silindirler biçiminde değişik çaplarda olabilmektedirler.

Grafit tabakalarının sayısına göre iki tür nanotüp vardır. Bunlar:

- 1) **Tek duvarlı (katmanlı) nanotüpler:** Tek duvarlı karbon nanotüpler ilginç mekanik ve elektro mekanik özelliklere sahiptirler. Tek-katmanlı nanotüpler temel

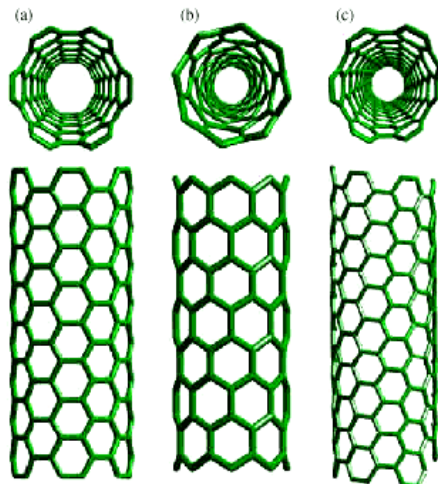
silindirik yapı olarak düşünülebilirler ve bu da çok katmanlı nanotüplerin temel yapıtaşlarını oluşturur. (Şekil 2.7-a)

- 2) **Çok duvarlı (katmanlı) nanotüpler:** İççe geçmiş karbon tüplerinden oluşmaktadırlar. Çok duvarlı nanotüplerde iki tüp arasındaki uzaklık, genellikle tüpü oluşturan karbon atomları arasındaki bağ uzaklığından fazladır. (Şekil 2.7-b)

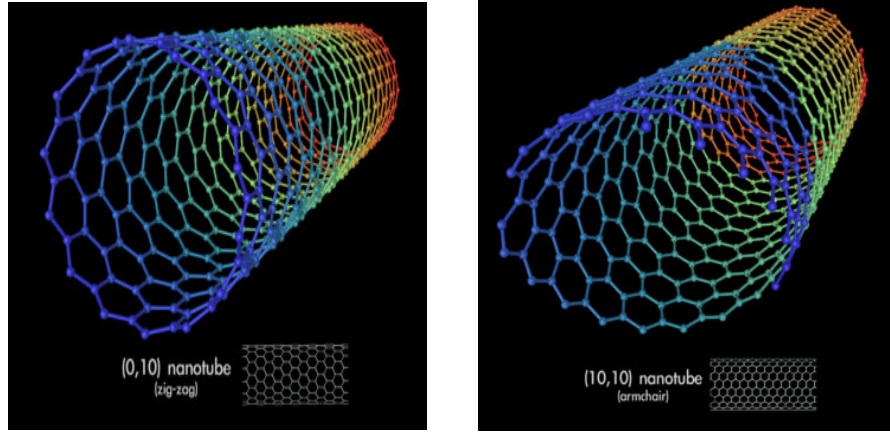


Şekil 2.7 : (a): Tek duvarlı nanotüpler (b): Çok duvarlı nanotüpler

Grafit plakalarının kıvrılma yönüne göre tüpler ya zikzak yapıda olur, ya da koltuk yapıda olur. Ayrıca her iki yapıdan birinin biraz bükülmesi ile bükük yapıda tüpler olabilmektedir.(Şekil 2.8), (Şekil 2.9)



Şekil 2.8: (a) Koltuk tüp yapısı (b) Zikzak tüp yapısı (c) Bükük tüp yapısı



Şekil 2.9: (a) Zik-zak nanotüp modeli (b) Koltuk nanotüp modeli

Bu yapı çeşitliliği sayesinde tüpler birbirinden farklı değişik mekanik ve elektronik özellikler gösterirler. Koltuk modeli metal özelliği gösterirken, zikzak modeli yarı iletken özelliği göstermektedir. Zikzak modelde tüpün çevresindeki halka sayısı üçün katları ise metal özelliği göstermektedir.

Düzgün karbon nanotüp yapılarında atomlar birbirleri ile grafit plakalarda olduğu gibi sp^2 şeklinde bağlanır. Atomlar sadece altıgen geometri oluştururlar. Her atomun sadece 3 komşusu vardır.

2.8.1.2 Karbon nanotüplerin özellikleri

Karbon nanotüplerin ağırlıklarının çok hafif olması, yüksek elastisite modülü ve gözüken en dayanıklı lif olma ihtimali önemli özelliklerindendir. Nanotüpler, yapılarındaki değişikliğe (chirality) bağlı olarak metalik ya da yarı iletken özellik gösterebilmekte ayrıca elastik/plastik yapı deformasyonları ile elektronik özellikleri değiştirilebilmektedir. Bu özellikleri ile karbon nanotüpler yüksek bir teknolojik potansiyele sahiptirler.

Nanotüpler, tüp eksen yönünde çekilmeye karşı çok sağlamdırlar ve hasar görmeden mukavemet gösterebilirler. Küçük çaplı (yaklaşık 1-2 nanometre) tüplerden oluşturulmuş bir demeti koparabilmek için uygulanan çekme kuvvetinin büyüklüğü yaklaşık 36 gigapaskal ölçüsündedir. Bu, bilinen en sağlam malzemelerden daha sağlam bir yapı özelliği gösterir. Nanotüp lifler, gerilmeye karşı en sağlam malzemelerdir.

Karbon nanotüplerin yarıiletken teknolojisinde kullanılmaya başlaması elektronik aygıt yapımında çok büyük bir atılım yapılmasını sağlayacaktır. Çünkü nanotüplerin çok özel elektronik özellikleri vardır.

Laboratuvar deneylerinde tek duvarlı küçük çaplı karbon nanotüplerin gerilme mukavemeti 45.000 Mpa olarak belirlenmiştir. Bir fikir vermesi açısından belirtmek gerekirse, en sağlam çelik alaşımları bile 2 Mpa'da kopar. Üstelik karbon nanotüpler düğüm yapılabilecek kadar esnektirler. Gelecekte karbon nanotüp demetleriyle yapılan karbon nanotüp lifler, üstün dayanımları ve esneklikleri ile süper malzemeler olacaklardır. Bu liflerle dokunacak süper membranlar çok geniş yüzeylerin, hatta kentlerin üzerini örtebilir.

Karbon nanotüp liflerin, beton ve yapı plastikleri içerisinde güçlendirme malzemesi olarak kullanıldığı süper karma malzemelerle inanılmaz mimarlık ve mühendislik yapıları inşa edilebilir. Bunun gerçekleştirilmesi için öncelikle karbon nanotüplerin maliyetinin azaltılması (maliyeti 1000\$/gram civarında) ve daha da önemlisi nanotüp yüzeylerinin fazla düzgün ve pürüzsüz olması nedeniyle matris malzeme içinden kayma probleminin giderilmesi gerekir.

Karbon nanotüplerin üretilmesi için uygulanan yöntemler :

- 1) Ark-buharlaştırma yöntemi
- 2) Lazer buharlaştırma yöntemi
- 3) Kimyasal buharlaştırma yöntemi

2.8.1.3 Karbon nanotüplerin uygulama alanları

- 1) Nanoaygıt ve transistörlerden bütünleşik devre
- 2) Kalıcı bilgisayar belleği ve laptop bilgisayarı
- 3) Karbon nanotüp düz ekran televizyonlar
- 4) Kurşun geçirmeyen kumaşlar, nanotext denilen leke ve bakteri tutmayan kumaşlar
- 5) Ortamda bulunan zehirli gazları algılayabilen gaz dedektörü
- 6) Hidrojen depolama ve yakıt hücresi
- 7) Nanomıknatıs, yüksek yoğunluklu bilgi depolayan küçük ölçekli sabit disk ve deformasyon ölçmeye yönelik ölçü aygıtları

2.8.2 Karbon nanotoplar

D.E.H. Jones, 1966 yılında karbonun top şeklinde kafes yapısı oluşturabileceği fikrini ilk defa ortaya atan kişidir.

E.Osawa 1970 yılında kâse şeklinde olan “coranulene“ molekülünü sentezleyerek bunun birkaçının biraraya gelmesi ile top şeklinde kafes yapı olabileceğini ileri sürmüştür. Fakat bu iki düşünce de bilim çevresinde ilgi görmemiştir.

R.E. Smalley ve arkadaşları, 1984 yılında grafit kristalini lazer ile eritip buharlaştırma yaptıkları sırada karbon atomlarının topaklar halinde farklı büyüklüklerde top şeklinde kafes yapılar oluşturduğunu farketmişlerdir. Bu karbon topları 20-130 kadar karbon atomu içermekteydi.

R.F. Curl, H.W. Kroto ve R.E. Smalley 1985 yılında oluşan karbon toplarını ayırtmışlar ve bu sayede karbon nanotopların yapılarının ayrıntılı olarak bilinmesinin yolunu açmışlardır. Bu ekibe yapmış oldukları öncü çalışmalarından dolayı 1996 yılında kimya alanında nobel ödülü verilmiştir.

Nanometre düzeyinde sıfır boyutlu (0B) yapıya sahip olan karbon nanotoplar, optik sınırlayıcı olarak kullanılırlar. Bunlar malzemeleri aşırı ışıktan korumada yararlanılan kaplamalardır. Karbon toplar içeren polimerler, fotoiletkenlik özelliği gösterdiği için, karbon nanotoplar fotodiyot ve transistör olarak, ayrıca güneş pillerinde de kullanılabilir. Oksitlenmeye karşı iyi bir koruyucu olmaları, karbon nanotopların yüzey malzemesi olarak kullanılmasının nedenidir.

Karbon nanotoplar yapı malzemelerinin yüzeyinde nanometre kalınlıkta kaplama (nanokaplama) olarak kullanıma girmiştir. Bunlarla kaplanan yüzeylerde karbon nanotopların düzgün ve pürüzsüz yüzeyleri nedeniyle yabancı madde tutunamaz ve nanotopların olağanüstü sağlamlıkları nedeniyle kaplanan yüzey çizilmez. Günümüzde, malzeme niteliklerini iyileştiren başka kaplamalar da kullanıma sokulmuştur. Isı koruyucu PCC (Protective Ceramic Coating-Koruyucu Seramik Kaplama)’yi örnek olarak verebiliriz. NASA’nın, uzay araçlarının atmosfere girişlerinde sürtünmeden korumak üzere geliştirdiği zar kalınlığında bir ısı kalkanı olan bu kaplama, seramik, ahşap, çelik, plastik, cam elyafı gibi her türlü malzeme yüzeyine yangından koruyucu olarak sürülerek uygulanmaktadır.

Akıllı malzeme özelliği gösteren kaplamalara ilginç bir örnek, New Castle Üniversitesi'nde geliştirilen piezoelektrik bir madde olan zirkonat titanat (PZT) içeren boyalardır. Piezoelektrik maddeler, üzerlerine güç uygulandığı zaman uygulanan güçle orantılı elektriksel bir gerilim oluşturur. Çelik konstrüksiyonlu binalarda yüzeye püskürtülerek uygulanan bu boya, uygulandığı malzemedeki basınç ve çekme gerilmelerindeki artışa bağlı olarak çevreye elektrik gerilimi vermektedir. Bu gerilimin izlenmesiyle yapının strüktürel davranışı izlenebilmektedir. Bu boya 2000 yılında İngiltere'de Gateshead Milenyum Köprüsü'nde bu amaçla kullanılmıştır.

Uygulandığı malzemenin gerilimini izlemek dışında, ışıkla kendini temizlemek ya da sıcaklıkla renk değiştirmek gibi ilginç özellikler gösteren akıllı boyalar da üretilmiştir. Gelecekte geliştirilecek akıllı süper kaplamalar sayesinde, sıradan yapı malzemeleri bile dikkate değer özellikler kazanacaktır. Geleceğin yapıları için kendini temizleyen, bakım gerektirmeyen, çizilmez cepheler ya da yangına karşı yüksek güvenilirlik sıradan özellikler haline gelecektir.

2.8.3 Karbon nanohalkalar

Karbon nanotüplerin iki ucu birleştirilerek halka ("toroid") şeklinde yapıların oluşturulması da söz konusu olmaktadır. Farklı iç ve dış çaptaki halkalarla çok değişik halka modelleri oluşturmak mümkündür. Her farklı halkanın farklı özellikler göstermesi beklenmektedir. Karbon tüpler kıvrılarak ilginç özelliklere sahip helezoni yapılar da oluşturabilir. Bu yapılar üzerindeki çalışmalar şimdilik yalnızca teorik düzeydedir.

2.8.4 Karbon nanoçubuklar

Çok duvarlı nanotüplerde iki tüp arasındaki uzaklık, genellikle tüpü oluşturan karbon atomları arasındaki bağ uzaklığından fazladır. Eğer içiçe geçmiş tüplerde, tüplerin duvarları arasındaki uzaklık, karbon atomlarının bağ yapmalarına imkan verecek kadar azsa (0.15 nm), karbon atomları birbirleriyle sp^3 şeklinde bağlanır. Yani her karbon atomunun dört bağlı komşusu vardır. Bu durumda oluşan çok duvarlı tüp yapısına "karbon nanoçubuk" denir. Çubuklar içi tamamen boş veya içi kısmen dolu tüp yapılardan oluşmaktadır. Bu yapıların esnekliği tüplere göre daha az olup, ayrıca tek duvarlı tüplerden farklı mekanik ve elektronik özellikler gösterirler.

2.9 İnşaat Sektöründe Nanoteknoloji

İnşaat sektöründe kullanılan inşaat malzemeleri yerine, yüksek performanslı malzemelerin geliştirilmesi, farklı boyutta malzemelerin modellenip üretilmesi, çok fonksiyonlu malzemeler, aktif, kendini adapte eden malzemeler, polimerik malzemeler, çimento nanokompozitler gibi akıllı inşaat malzemelerinin hayatımıza girmesi nanoteknoloji kullanımıyla mümkün olacaktır.

2.9.1 İnşaat sektöründe nanoteknolojinin avantajları

Nanomalzemeler pek çok performansı bir arada taşır. Örneğin, enerji, tıp, çevre, üretim, emniyet, orman ürünleri yönetimi gibi sorunlara çözüm sağlar. Mevcut iş kollarını, sektörleri canlandırır, global yarışa ivmelendirir, tamamen yeni sektörler yaratır. Bu sayede ekonomiye enerji verir.

2.9.2 Nanoınşaat

Nanoınşaatin hedefi, nanoteknoloji kullanarak günümüzde kullanılan inşaat malzemelerinden daha sağlıklı, daha dayanıklı ve emniyetli olan akıllı inşaat malzemeleri üretmektir.

“Nanotechnology in Construction, 2nd Intl. Symposium, Bilbao, 13-17th Nov. 2005” sempozyumuna konu olan “NANOCONEX” yol haritasına göre, Nanoconex projesinde üretilmesi planlanan nano inşaat malzemeleri

- ➡ Biomimetrik malzemeler
- ➡ Kompozitler, yani kendini adapte eden ara yüzeyler
- ➡ Şeklini hatırlayan, tamir eden akıllı malzemelerden oluşmuş sistemler
- ➡ Akıllı nanoboyalar
- ➡ Yeni kontrollü, dayanıklı mekanizmalar
- ➡ Nanoparçacıklar, nanotüpler, nanolifler
- ➡ Fotovoltaik yüzeyler

2.9.3 Bulk inşaat malzemeleri

NANOCONEX yol haritasına göre, Nanoconex projesinde üretilmesi planlanan nano malzemeler

- ➡ Çelik: Paslanmaya dayanıklı

➡ Beton:

- Düşük enerji çimento
- Yeni alışılmadık polimerler (Ductile çimento, çok sert beton)
- Nanokatmanlar, boya

➡ Seramik, Tuğla, Cam

- Bio- aktif yüzeyler
- Güçlü seramik
- Kendini temizleyen camlar

➡ Bitum ‘polimer’

- Nanolifler
- Moleküler self assembly polimerler

➡ Kereste: Yoğun ve güçlü modifiye ya da sentetik keresteler.

2.10 Türkiyede Nanoteknoloji Çalışmaları

Ülkemizde nanoteknoloji alanında ciddi çalışmalar yapan kurum ve kuruluşlarımız mevcuttur. Nanoteknoloji faaliyetleri başta Odtü, Bilkent ve Gyte olmak üzere bir çok üniversitede kurulan nanoteknoloji araştırma merkezlerinde yapılmaktadır. Araştırma merkezi olarak, Tübitak’ın bu alanda çalışmalar yapılmasını destekleyen bir kamu kuruluşu olarak önemli bir yeri vardır. Avrupa Birliğinin 7. Çerçeve Programı sayesinde nanoteknoloji araştırmalarımız yeniden yapılanma ve ivme kazanmıştır. Nanoteknoloji, Tübitak tarafından hazırlanan Vizyon 2023 programı’na öncelikli alanlardan biri olarak alınmış bulunmaktadır.

Türkiyede Nanoteknoloji üreten bazı şirketler şunlardır:

➡ **Yaşar Holding (Dyo):** Solmaya, kirlenmeye dirençli, kendini temizleyen nanoteknolojiye sahip akıllı boya üretti.

➡ **Arçelik:** Eylül 2003’te koku filtreli hijyen uygulaması ile nanoteknoloji ürünü buzdolabını üretti. Temmuz 2004’te nanoteknoloji ürünü olan tam koruma üçgenli multi hijyen buzdolabını üretti.

➡ **Yeşim Tekstil:** Kolay ütülenen, çabuk kuruyan ve leke tutmayan akıllı kumaşlar üretti.

➡ **Zorlu Enerji:** Evlerde elektriği kendimizin üretebilmesine imkân sağlayan bir aletin prototipini geliştirdi.

3. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ

3.1 Tanım

Yerel olmayan elastisite teorisi, klasik elastisite teorisinin yetersiz olduğu durumları ortadan kaldırmak için geliştirilmiş bir teori olup, sürekli ortamlar mekaniğinde yeni bir yaklaşımdır. Klasik elastisite teorisinde bir noktadaki gerilme durumu hesaplanırken, o nokta komşuluğundaki diğer noktalarda olan şekil değiştirmeler hesaba katılmaz. Malzemenin gerilme gibi büyüklükleri sadece o noktadaki değerlerine bağlı olarak hesaplanır. Yani bu teori sadece yerel etkileri gözönüne alarak problemleri çözer [8,9].

Cisimler yerdeğiştirdiklerinde, bu yerdeğiştirmelerin ortaya çıkardığı geometrik düzensizlikler cismin içinde gerilmeler oluşturur. Yerdeğiştirmelerden dolayı ortaya çıkan bu gerilmelerin klasik elastisite teorisi çerçevesinde hesabı bazı düzensizlikler gösterir. Mesela bazı cisimler şekil değiştirdiklerinde, cismin içinde oluşan hem gerilmeler hem de şekil değiştirme enerjileri sonsuza gider. Aynı tip problemler yerel olmayan teori kullanılarak çözüldüğünde bu durum düzelir.

Ortaya çıkan gerilme ve enerjideki tekillikler, problemin yerel olmayan teori ile çözülmesi ile tamamen ortadan kalkmış olur. Başka bir şekilde şöyle ifade edebiliriz. Cismin iç yapısında oluşan gerilmeler arasındaki mesafenin atomik boyutlarda olması durumunda iç yapının önemi azalacağından, gerilmelerin hesabının klasik elastisite teorisi çerçevesinde yapılması uygundur. Ancak cisme uygulanan dış etkilerin büyük olması durumunda cismin iç yapısı önem kazanacağından, gerilme hesabı yapılırken yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde problemi çözme yoluna gidilir.

Problemlerin klasik elastisite teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde formülasyonları arasındaki tek fark bünye denklemleridir [10].

Yerel olmayan elastisite teorisi formülasyonunda, yerel olmayan denklemlere geçildiğinde çözüm uzayı genişler ve bu uzay içinde seçim yapabilmek için problemin tipine ve özelliklerine göre kabul edilebilir sınır koşulları belirlenir.

3.2 Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Kronolojik Gelişimi

Eringen, Edelen ve Kunin, yerel olmayan teorinin esaslarını ortaya koyan çalışmalar yapmışlardır. Daha sonra Eringen, elastisite problemlerini yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde ele almış ve elde ettiği çözümlerle yerel olmayan elastisite teorisinin klasik elastisite teorisine göre üstünlüklerini ispatlamıştır.

1965: Gurtin, yerel olmayan sürekli ortamlar üzerine çalışma yapmıştır [11].

1968: Kunin, mikroyapılı elastik ortamlar üzerinde çalışma yapmıştır. Aynı tarihte Körner, sürekli ortamlar mekaniği ile ilgili yaptığı çalışmasında yerel olmayan teorinin diğer teoriler arasındaki yerini vurgulamış ve yerel olmayan teorinin önemini belirtmiştir.

1969: Edelen, yerel olmayan teoride varyasyon hesabının temellerini bir seri makale [12] ve bir kitapta [13] yayınlamıştır.

1972: Eringen, yerel olmayan polar elastik ortamlar için yerel olmayan elastisitenin bünye denklemlerini elde etmiştir [14].

Eringen'in aynı yıl yaptığı diğer bir çalışma, yerel olmayan akışkanlar için bünye denklemleri elde etme üzerine olmuştur [15]. Bunların yanı sıra Eringen, yerel olmayan lineer elastisite teorisi için denklemler elde ettiği ve tek boyutlu elastik dalga yayılımı problemleri üzerine yaptığı farklı çalışmalarda klasik yollarla elde edilemeyen sonuçlar elde ederek bilime çok önemli katkılar sağlamıştır [16]. Bundan başka Eringen ve Edelen, mekanik ve varyasyonel olmak üzere iki ayrı yoldan elastik ortamlar için bünye denklemlerini çıkarma üzerine çalışmalar yapmışlardır[17]. Daha sonra Eringen, elde edilen bu bünye denklemlerini lineerleştirmiştir.

Ayrıca Demiray, yerel olmayan dielektrik malzemeler için bünye denklemlerini elde etmiştir [18].

1973: Eringen, yerel olmayan mikroakışkanlar için bünye denklemlerini elde etmiştir [19]. Yine Eringen, yerel olmayan polar elastik ortamlar için elde ettiği bünye denklemlerini lineerleştirmiştir [20].

1974: Eringen, yerel olmayan elastisite üzerine yaptığı çalışmasında korunum yasalarını, bünye denklemlerini ve alan denklemlerini vermiştir. Ayrıca yerel olmayan teori kullanarak dalga yayılımı problemlerini, dislokasyon ve çatlak problemlerini çözdüğü ve önemli sonuçlar elde ettiği bir çok çalışması vardır [21]. Aynı yılda Eringen ve Kim, sonsuzda düzgün dağılı çekme gerilmesine maruz Griffith çatlağını incelemişlerdir[22]. Bunun yanısıra Eringen termoelastik cisimlerin yerel olmayan teorisi üzerine [23] ve daha sonra viskoelastik malzemelerin yerel olmayan teorisi üzerine [24] çalışmalar yapmıştır ve bu konuda başka çalışma yapılmamıştır.

1977: Balta ve Şuhubi, genelleştirilmiş termoelastik cisimlerin yerel olmayan teorisi üzerine çalışmışlardır [25]. Bunun yanısıra Eringen ve çalışma arkadaşları, yerel olmayan elastik katılarda çatlak problemleri ile ilgili çalışmalar yapmışlardır [26]. Ayrıca Eringen, yerel olmayan elastisite kullanarak kenar dislokasyon problemlerini çözme üzerine çalışmalar yapmıştır [27].

1978: Eringen kaymaya maruz çatlak problemini incelemiştir [28].

1979: Eringen düzlem dışı kaymaya maruz çatlak problemini incelemiştir [29].

1983: Eringen, dislokasyon ve çatlak etkileşmesi problemini incelemiş ve yerel olmayan elastisite teorisinin üstünlüğünü göstermiştir [30]. Daha sonra Eringen ve Arı, Griffith çatlak problemini farklı bir etkileşme çekirdeği kullanarak incelemişlerdir [31].

1984: Eringen, yerel olmayan elastisite kullanarak dislokasyonların sürekli dağılımı üzerine çalışmalar yapmıştır [32].

3.3 Yerel Olmayan Elastisitede Hooke kanunu

Yerel olmayan elastisitede cauchy hareket denklemi

$$t_{kl,k} + \rho(f_l - \ddot{u}_l) = 0 \quad (3.1)$$

ve bünye denklemi

$$t_{kl}(x) = \int_v c_{klmn}(x' - x)e_{mn}dv(x') \quad (3.2)$$

dir. Burada t_{kl} gerilme tansörü, ρ kütle yoğunluğu, u_l yerdeğiştirme vektörü, f_l kütle kuvveti yoğunluğudur. Şekil değıştirme tansörü e_{kl}

$$e_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır. c_{klmn} , $(x' - x)$ vektörünün bir fonksiyonudur. Sonuç olarak x noktasındaki gerilme cismin içindeki diğer x' noktalarındaki şekil değıştirmelere bağlıdır.

Aşağıdaki gösterimler kullanılmıştır.

$$\dot{u} = \frac{\partial u_k}{\partial t}, \quad u_{k,l} = \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (3.4)$$

İzotropik cisimlerde gerilme tansörü

$$t_{kl}(x) = \int_v \alpha(|x' - x|) \sigma_{kl}(x') dv(x') \quad (3.5)$$

şeklini alır. Burada σ_{kl} yerel gerilme tansörü olup Hooke kanunu

$$\sigma_{kl} = \lambda e_{rr} \delta_{kl} + 2\mu e_{kl} \quad (3.6)$$

şeklindedir. α ; $|x' - x|$ uzaklığının bir fonksiyonudur ve ε

$$\varepsilon = e_0 a \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlanır. Buradaki a atomik mesafe, e_0 ise boyutsuz bir malzeme sabitidir.

İki boyutlu halde α fonksiyonu

$$\alpha(|x|, \varepsilon) = (2\pi\varepsilon^2)^{-1} K_0(\sqrt{x' - x}/\varepsilon) \quad (3.8)$$

şeklindedir. Bu fonksiyon

$$(1 - \varepsilon^2 \nabla^2) \alpha = \sigma(|x' - x|) \quad (3.9)$$

bağıntısını sağlar. Yani α fonksiyonu yukarıdaki denklem için Green fonksiyonudur.

Bu bağıntı (3.5)'te kullanılarak

$$(1 - \varepsilon^2 \nabla^2) t_{kl} = \sigma_{kl} \quad (3.10)$$

bağıntısına ulaşılır. Bir boyutlu halde bu bağıntı

$$t - \varepsilon^2 t'' = \sigma_{kl} \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilir.

4. BAŞLANGIÇ DEĞER YÖNTEMİ

4.1 Giriş

Çubuk üzerinde, tekil kuvvet gibi etkiler bulunduğu veya çubukta bir ara mafsall olduğunda, elastik eğrinin çeşitli mertebeden türevleri süreksizlik gösterirler. Bu durumda çubuğu süreksizliğin olduğu yerlerden keserek bölgelere ayırıp, her bölgede sürekli olduğunu bildiğimiz elastik eğriyi entegrasyonla bulmamız mümkündür. Burada sabitlerin belirtilmesi için gerekli denklemlerden bir kısmı mesnet şartlarından, bir kısmı da ara şartlardan elde edilir.

Kiriş üzerinde süreksizliği doğuran nedenler çoğaldığında, entegrasyonu alınacak bölge sayısı da artar. Her bölge için dört sabit gerektiğinden dolayı belirtilmesi gereken sabitlerin sayısı da artar. Bu durum çeşitli mühendislik problemlerinde çok sık karşılaşılan bir sorundur. Sınır şartları yardımıyla belirtilmesi gereken sabitlerin sayısının çok olduğu durumlarda problemin çözümü zorlaşır ve hata payı da artar. Bu tip problemlerin kuruluşunda sabitlerin sayısını mümkün olduğunca azaltacak çözüm yolları aranır. Başlangıç değer yöntemi bu amacı gerçekleştirmek için geliştirilmiş bir yöntemdir. Bu yöntem tek değişkenli problemlere uygulanır.

Bu yöntemin ana fikri, sınır değer problemlerinin hepsini başlangıç değer problemlerine dönüştürmek, böylece ara şartlardan dolayı girebilecek yeni sabitlerin önüne geçmek ve problemlerin denklemlerini hep aynı başlangıçtaki sabitlerle ifade etmektir [33]. Başlangıç değer yöntemi sayesinde bir problemde belirtilmesi gereken sabitlerin sayısını ikiye kadar düşürmek mümkündür [34].

4.2 Elastomekanikte Başlangıç Değer Yöntemi ve Taşıma Matrisi

Koordinat sistemleri

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}, S_n \quad (4.1)$$

$S_i(x)$ parametresini, bir vektörün koordinatları olarak ifade ettiğimizde

$$S(x) = \begin{bmatrix} S_1(x) \\ S_2(x) \\ S_3(x) \\ \vdots \\ S_n(x) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$S_i(x)$ fonksiyonlarının hepsinin birinci türevlerinin bulunduğunu kabul edersek, durum vektörünün türevinin kolon matrisi

$$S'(x) = \begin{bmatrix} S'_1(x) \\ S'_2(x) \\ S'_3(x) \\ \vdots \\ S'_n(x) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Parametrenin x değerindeki durumundan $x + dx$ değerindeki durumuna geçişinin nasıl olacağını tanımlamak için, sistemin $S'(x)$ ile $S(x)$ vektörleri arasındaki bağıntıları gösteren kanonik formda tasvirini yapalım. Bu bağıntıların n tane lineer denklemden oluştuğunu kabul edersek, sistemin kanonik lineer diferansiyel denklemleri

$$\begin{aligned} S'_1(x) &= d_{11}.S_1(x) + d_{12}.S_2(x) + \dots + d_{1n}.S_n(x) \\ S'_2(x) &= d_{21}.S_1(x) + d_{22}.S_2(x) + \dots + d_{2n}.S_n(x) \\ &\vdots \\ S'_n(x) &= d_{n1}.S_1(x) + d_{n2}.S_2(x) + \dots + d_{nn}.S_n(x) \end{aligned} \tag{4.4}$$

şeklinde ifade edilir. Bu kanonik denklemler, bir çok durumda durum koordinatları arasındaki uygunluğu, sistemin dengesini ve ortamın fizik karakterini(cismin kanununu) ifade ettiği için çok büyük anlam taşırlar.

Buradaki d_{ik} katsayıları $S_i(x)$ koordinatlarından bağımsız olup, x parametresine bağlı değişken katsayılar da olabilirler.

Yukarıda ifade edilen bağıntıları düzenlersek

$$\mathbf{S}'_n(x) = \mathbf{D}.\mathbf{S}(x) \quad (4.5)$$

olur. Buradaki $\mathbf{D}$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

kare matrisi olup bu matrise teoride “**Diferansiyel Geçiş Matrisi**” denir.

x ve $x + dx$ değerlerine bağlı olan durumların arasındaki ilişkiyi ifade eden kanonik lineer diferansiyel denklem, türev tanımı göz önüne alınarak

$$\mathbf{S}(x + dx) = \mathbf{S}(x) + [\mathbf{D}.\mathbf{S}(x)]dx \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilir. (4.5) ve (4.7) ifadeleri, sistemin yakın durumları arasındaki geçişi tarif eden ifadelerdir. Bu eşitliklerde tarif edilen parametrenin belirli bir değerinden, örneğin $x = 0$ 'dan başlanmak koşuluyla ulaşılmak istenen herhangi bir x değerindeki duruma, sonsuz küçük kısa adımlarla, çok sayıda parça parça diferansiyel geçişler yaparak gelmek mümkündür. Bu şekilde parça parça geçişler yerine, tek bir integral geçişle $x = 0$ başlangıç durumundan parametrenin x gibi sonlu değerine ait durumuna geçmek mümkündür. Bu tek geçişi sağlayan matrise “**Taşıma Matrisi**” denir. Taşıma matrisinin kanonik formda gösterilişi

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) \quad (4.8)$$

şeklinde. Bu denklem bize $x = 0$ 'daki değerlerden herhangi bir kesitteki değerlere bu matris sayesinde nasıl geçildiğini açıkça gösterir. Burada $S(0)$, sistemin başlangıçta varsayılan bir yerdeki durumunu gösterir ve durum vektörü, yani

$$S(0) = \begin{bmatrix} S_1(0) \\ S_2(0) \\ S_3(0) \\ \vdots \\ S_n(0) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

olup $F(x)$ ise,

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_{11}(x) & f_{12}(x) & \dots & f_{1n}(x) \\ f_{21}(x) & f_{22}(x) & \dots & f_{2n}(x) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_{n1}(x) & f_{n2}(x) & \dots & f_{nn}(x) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

şeklinde n^2 sayıda $f_{ik}(x)$ fonksiyon elemanları olan kare formda bir taşıma matrisi olup, sistem $S(0)$ durum vektörü, parametrenin değeriyle birlikte bir transformasyona uğrar. (4.8)'de verilen geçiş ifadesi kirişin yüksüz, yani denklemin homojen olması durumunda söz konusudur. $F(x)$ matrisi sadece diferansiyel denkleme, dolayısıyla da onun sabit katsayılarına bağlı olup, sınır şartları ile ilgili olan integrasyon sabitlerinden bağımsızdır.

$F(x)$ integral karakteristiğini gösterirken, $D(x)$ ise sistemin diferansiyel karakterini gösterir.

Şimdi $D(x)$ matrisinden $F(x)$ matrisine geçişin nasıl hesaplandığını inceleyelim:

4.3 Taşıma Matrisinin Hesabı

(4.8) denklemindeki $F(x)$ matrisini hesaplamak için gerekli diferansiyel denklem

$$F'(x) = D.F(x) \quad (4.11)$$

dir. Bu da $S(x)$ kolon matrisi ile $F(x)$ kare matrisinin aynı tipte diferansiyel denklemi sağladığını gösterir.

Eğer D matrisinin bütün elemanları sabitse diferansiyel denklemin çözümü

$$\mathbf{F}(x) = \mathbf{F}(0)e^{x\mathbf{D}} = e^{x\mathbf{D}} \quad (4.12)$$

şeklinde üstel bir matris fonksiyon olur. Buradaki $\mathbf{F}(0)$ birim matristir ve matrisin $x = 0$ noktasındaki başlangıç durumunu gösterir. Birim matris

$$\mathbf{F}(0) = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

şeklindedir.

$\mathbf{F}(x) = e^{x\mathbf{D}}$ matris polinomu serisinde gösterildiğinde

$$\mathbf{F}(x) = e^{x\mathbf{D}} = \mathbf{I} + x\mathbf{D} + \frac{x^2}{2!}\mathbf{D}^2 + \dots + \frac{x^k}{k!}\mathbf{D}^k + \dots \quad (4.14)$$

olur.

Çubuk yüklü olduğunda geçiş ifadesi (4.8)'deki gibi olmaz. Bazı hallerde $x = \xi$ gibi belirli bir yerde dış tekil tesir söz konusu olabilir. Böyle ara girişli transformasyonlara homojen olmayan adı verilir. Geçiş hesabı $x \geq \xi$ için

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) + \mathbf{F}(x - \xi).\mathbf{K}(\xi) \quad (4.15)$$

denklemleriyle hesaplanırken, $x < \xi$ için homojen olan (4.8) denklemleriyle hesaplanır. $x = \xi$ ise durum vektöründe süreksizliğin olduğunu gösterir. Buradaki $\mathbf{K}(\xi)$ süreksizlik matrisidir ve

$$\mathbf{K}(\xi) = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ K_n \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

şeklindedir. Buradaki $\mathbf{K}_i$ 'ler ara geçişi ifade eden koordinatlardır.

Özetlersek, tek yüklemeler için taşıma ifadeleri

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(x) &= \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) & , \quad x < \xi \\ \mathbf{S}(x) &= \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) + \mathbf{F}(x - \xi).\mathbf{K}(\xi) & , \quad x \geq \xi \end{aligned} \quad (4.17)$$

olur.

Çeşitli noktalarda dış tekil yük olması halinde (4.15) denklemi süperpozisyonundan faydalanılarak

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) + \sum_{i=1}^m \mathbf{F}(x - \xi_i).\mathbf{K}(\xi_i) \quad (4.18)$$

($\xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_m < x$)

şeklinde yazılabilir. Bu halde durum vektöründeki süreksizlik birbirinden farklı m noktada var demektir.

Eğer dış yükler, yayılı yük ise (4.18) denklemindeki sonlu toplam yerine integral alınarak genelleştirilmiş denklem

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{F}(x).\mathbf{S}(0) + \int_0^x \mathbf{F}(x - \xi).\mathbf{k}(\xi)d(\xi) \quad (4.19)$$

olur.

Burada $\mathbf{k}(\xi)$

$$\mathbf{k}(\xi) = \begin{bmatrix} k_1(\xi) \\ k_2(\xi) \\ k_3(\xi) \\ . \\ . \\ . \\ k_n(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

şeklinde değişken elemanlı bir kolon matristir.

4.4 Matris Fonksiyonları, Matris Denklemleri

Matris fonksiyonları ile çalışmak, matrislere özgü “minimum denklem” özelliği ile özel bir önem ve önemli sadeleştirmeler sağlar. Bu denklem yardımıyla $\mathbf{A}$ matrisi ve $m \leq n$ kuvvetleri, minimum denkleminin en yüksek katsayısı olarak lineer şekilde $\mathbf{A}^{m-1}$ ve daha düşük kuvvetler cinsinden ifade edilir. Ancak böylece, $q \geq m$ halinde, q .üncü dereceden bir $f(\mathbf{A})$ matris polinomu daha düşük yeni $(m - 1)$.inci dereceden

$\phi(\mathbf{A})$ polinomuna indirgenebilir. Bunun katsayıları ise, $f(\mathbf{A})$ polinomu dışında $\mathbf{A}$ matrisine de önemli ölçüde bağlıdır. İndirgenme işlemi kuvvet serileri cinsinden ifade edilebilmeleri halinde, genel matris fonksiyonlarına da uygulanabilir. Böylece bütün bu fonksiyonlar polinoma indirgenebilirler [35].

Bir A kare matrisinin fonksiyonlarını değerlendirmek, bir çok uygulamada önemli bir problem olmuştur. A^m kuvvetleri ve e^{tA} üstel matrisi, A 'nın en çok kullanılan fonksiyonları arasındadır.

4.5 Cayley-Hamilton Teoremi

A matrisi $(n \times n)$ boyutlu keyfi bir kare matris olsun ve bu matrisin karakteristik polinomu $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ özdeğerler olmak üzere

$$p(\lambda) = \det(\lambda \mathbf{I} - A) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 \quad (4.21)$$

olsun. Cayley-Hamilton teoremi, her kare matrisin kendi karakteristik denklemini sağladığını ifade eder. Bu tanıma göre A matrisi Cayley-Hamilton denklemini sağlar. O halde (4.21) denkleminde λ 'nın A ile yer değiştirmesi ile $p(\mathbf{A})$ matris polinomu sıfıra eşittir. Yani

$$p(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^n + a_{n-1}\mathbf{A}^{n-1} + \dots + a_1\mathbf{A} + a_0\mathbf{I} = 0 \quad (4.22)$$

dir. Burada $\mathbf{I}$ birim matristir. Bu dikkate değer gerçeğin önemli sonuçlarından biri şudur: A $(n \times n)$ boyutlu bir matris ise, A^n kuvveti, A 'nın daha yüksek tüm kuvvetleri, A nın ilk A^{n-1} kuvveti ve $(n \times n)$ 'lik $A^0 = \mathbf{I}$ birim matrisin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilirse ve A 'nın herhangi bir fonksiyonu kuvvet serisi şeklinde açılabilirse, bu fonksiyona eşit $(n - 1)$. dereceden bir polinom bulunabilir. Buna göre keyfi bir matris polinomu daima, derecesi $(\leq n - 1)$ 'den bir polinom ile gösterilebilir [36,37].

4.6 e^{At} Üstel Matrisin Hesaplanması

Üstel matris analitik bir fonksiyon halinde basitçe

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k A^k \quad (4.23)$$

şeklinde tanımlanır. Burada α_k değerleri, A 'nın özdeğerleri tarafından oluşturulan denklem sistemlerinden belirlenir. Bu özdeğerler λ_i ise üstel matriste

$$e^{\lambda_i t} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k \lambda_i^k \quad (4.24)$$

olarak ifade edilir.

4.7 (2×2) Boyutlu Bir Matrisin e^{At} Fonksiyonu Yardımıyla Hesaplanması

Örnek olarak aşağıdaki gibi (2×2) 'lik bir A matrisini ele alalım.

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{vmatrix} \quad (4.25)$$

Bu matrisin karakteristik denklemi

$$p(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda - 0 & 1 \\ -w^2 & \lambda - 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.26)$$

$$\lambda^2 + w^2 = 0 \quad (4.27)$$

olup, özdeğerleri $\lambda_1 = wi$, $\lambda_2 = -wi$ olarak bulunduğunda, matrisin mertebesinden bir derece düşük çok terimli bir polinomu

$$\Phi(A) = a_1 A + a_2 I \quad (4.28)$$

olarak yazabiliriz. Bu fonksiyonu hesaplamak için a_1 ve a_2 bilinmeyen katsayılarını bulmamız gerekir. e^{At} fonksiyonu yardımıyla bu katsayıları bulalım.

e^{At} için,

$$\begin{aligned}
a_1 w i + a_2 &= e^{wit} \\
-a_1 w i + a_2 &= e^{-wit} \\
a_2 &= \frac{e^{wit} + e^{-wit}}{2} = \cos(wt)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

ve $e^{wit} = \cos(wt) + i \sin(wt)$ olduğundan

$$a_1 = \frac{\sin(wt)}{w} \tag{4.30}$$

olur. O halde fonksiyon

$$\Phi(A) = \frac{\sin(wt)}{w} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{bmatrix} + \cos(wt) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

ve

$$\Phi(A) = \begin{bmatrix} \cos(wt) & \frac{\sin(wt)}{w} \\ -w \sin(wt) & \cos(wt) \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

bulunur.

5. KESMELİ EĞİLME

5.1 Giriş

Kesmeli eğilmeyi, kesme kuvveti ile eğilme momentinin bir arada bulunması hali olarak tanımlayabiliriz [38,39]. Kirişlerin hesabında oldukça sık karşımıza çıkan bir durum olan kesmeli eğilmede, kesme kuvveti ile eğilme momenti arasında

$$T_y = \frac{dM_x}{dz} \quad (5.1)$$

şeklinde bir diferansiyel bağıntı vardır. Eğilme momentinin türevi kesme kuvveti olduğuna göre momentin sabit olması haricinde, kesme kuvveti daima eğilme momenti ile birlikte bulunur ve çubuk kesitlerinde, hem eğilme momentinden meydana gelen normal gerilmeler, hem de kesme kuvvetinden meydana gelen kayma gerilmeleri birlikte oluşur.

5.2 Normal Gerilme Hesabı

Basit eğilme durumunda ($T_y = 0$) normal gerilme σ_z , dik kesitlerin eğilme sonrasında düzlem kalması varsayımına bağlı olarak doğrusal değişir. Yani $\sigma_z = \sigma_z(y)$ 'dir. Kesme kuvveti etkisindeki çubuk kesitinde kayma gerilmesi düzgün yayılmadığı için kesit çarpılması meydana gelir. Kesmeli eğilmede her iki tesir de birlikte olduğundan dolayı kesit çarpılması kaçınılmazdır. Bu yüzden normal gerilme hesabında geçerli olan ve düzlem kesitlerin şekil değiştirdikten sonra düzlem kalması esasına dayanan Bernoulli-Navier varsayımı artık kullanılamaz. Eğilme momenti $M_x(z)$ çubuk eksen boyunca değiştiği için $\sigma_z = \sigma_z(y, z)$ olarak iki değişkenli bir fonksiyondur.

Kesmeli eğilmede basit eğilmede olduğu gibi normal gerilmenin doğrusal değiştiği varsayılırsa, kesmeli eğilmedeki normal gerilmeler basit eğilmedeki

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \quad (5.2)$$

gerilme formülüyle hesaplanır. Gerilmelerin şiddetçe en büyük değeri y 'nin en büyük olduğu en üst ve en alt noktada ortaya çıkar. Yani

$$\sigma_{maks} = \frac{M_x}{I_x} y_{maks} \quad (5.3)$$

dir.

5.3 Kayma Gerilmesi Hesabı

Kayma gerilmesi

$$\tau = \frac{TS_x}{bI_x} \quad (5.4)$$

formülüyle hesaplanır. Bu formülde

T : Kesitteki kayma kuvveti

S_x : Hesaplamak istediğimiz y uzaklığından aşağıda kalan alanın x eksenine göre statik momenti

b : y uzaklığındaki kesit genişliği

I_x : Bütün kesitin x eksenine göre atalet momenti

olarak tanımlanır.

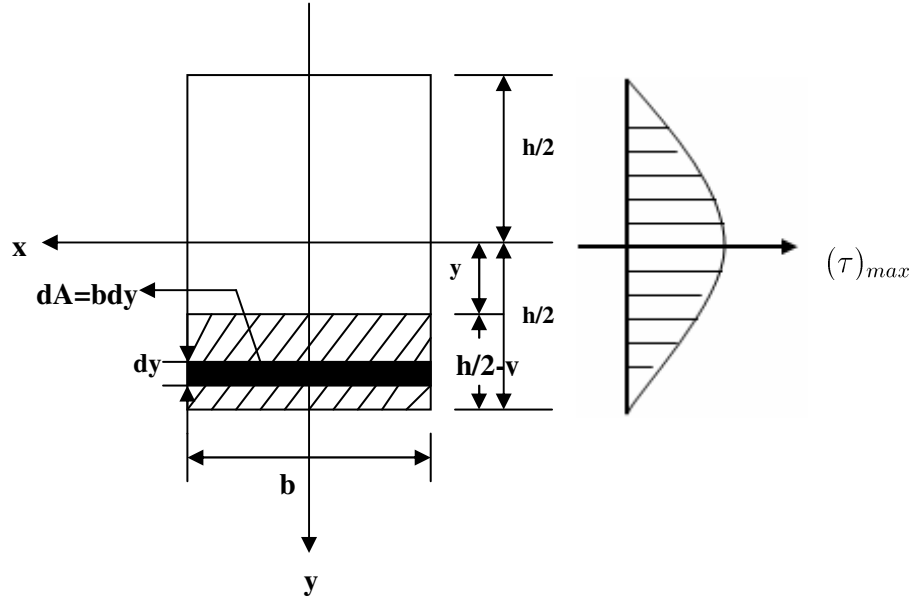
Eğer alt kısmın alanı ve ağırlık merkezinin yeri biliniyorsa

$$S_x = \int_{F_{alt}} y dF = \bar{y} F_{alt} \quad (5.5)$$

olur.

5.4 Yerel Olmayan Dikdörtgen Kesitli Kirişler İçin Uygulama

(Şekil 5.1)'de görüldüğü gibi, kesit boyutu ($b \times h$) olan dikdörtgen kesitli bir kirişi ele alalım.



Şekil 5.1 : Dikdörtgen kesitli bir kiriş

Bu kesitteki düşey kesme kuvveti T_y olmak üzere, x ekseninden bir y uzaklığındaki noktalarda τ kayma gerilmesini bulmak için, y 'den x eksenine çizilen paralelin altındaki alanı hesaplırsak

$$F_{alt} = b\left(\frac{h}{2} - y\right) \quad (5.6)$$

olur.

Ağırlık merkezinin uzaklığı

$$\bar{y} = y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right) = \frac{h}{4} + \frac{y}{2} \quad (5.7)$$

olur. Buna göre taralı alanın statik momenti

$$S_x = y \cdot F_{alt} = \left(\frac{h}{4} + \frac{y}{2}\right)b\left(\frac{h}{2} - y\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \quad (5.8)$$

olarak bulunur.

Aynı sonuç

$$S_x = \int_A y dA = \int_{h/2}^y y(b dy) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \quad (5.9)$$

integrasyon yolu ile de ulaşılır. $I = \frac{bh^3}{12}$ olduğundan (5.4) formülüne göre kayma gerilmesi

$$\tau = \frac{T \frac{b}{2} (\frac{h^2}{4} - y^2)}{b \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{6T}{bh^4} (\frac{h^2}{4} - y^2) = \frac{T}{bh} \cdot 1,5 (1 - \frac{4y^2}{h^2}) \quad (5.10)$$

bulunur. (5.10) kayma gerilmesi, kesitin en alt ve en üst ipçiklerinde $\tau|_{y=\mp h/2} = 0$ koşulunu sağlar. En büyük kayma gerilmesi kesit ağırlık merkezinde $y = 0$ 'da

$$(\tau)_{max} = \frac{3T_y}{2bh} \quad (5.11)$$

olur. Kayma gerilmeleri kesitte düzgün yayılıydı

$$(\tau)_{ort} = \frac{T_y}{bh} \quad (5.12)$$

olacaktı. (5.12) ifadesini, (5.11) 'e yerleştirdiğimizde

$$(\tau)_{max} = 1,5\tau_{ort} \quad (5.13)$$

olur. Dikdörtgen kesitlerde kayma gerilmesi hesabı, kesit yüksekliği h 'nın b 'ye göre oldukça büyük olması durumlarda (yassı çubuklarda) gerçeğe çok yakın sonuç verir. Kesit genişliği arttıkça yaklaşıklık bozulur.

Statik moment

$$S_x = \frac{b}{2} (\frac{h^2}{4} - y^2) \quad (5.14)$$

olup

$$-\tau''\gamma^2 + \tau = -\frac{T}{2} I (\frac{h^2}{4} - y^2) \quad (5.15)$$

diferansiyel denklemi, $\tau(h/2) = 0$ ve $\tau(-h/2) = 0$ sınır koşullarında çözülürse

$$\begin{aligned} \tau_{yerelolmayan}(I, T, \gamma, h, y) = & -e^{\frac{y}{\gamma}} \gamma^2 T I e^{1/2 \frac{h}{\gamma}} \left(\left(e^{1/2 \frac{h}{\gamma}} \right)^2 + 1 \right)^{-1} \\ & -e^{-\frac{y}{\gamma}} \gamma^2 T I e^{1/2 \frac{h}{\gamma}} \left(\left(e^{1/2 \frac{h}{\gamma}} \right)^2 + 1 \right)^{-1} \\ & + 1/8 T I (-h^2 + 8\gamma^2 + 4y^2) \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\tau_{klasik}(I, T, h, y) = -T \left(\frac{1}{2} h - y \right) \left(\frac{1}{4} h + \frac{1}{2} y \right) I \quad (5.17)$$

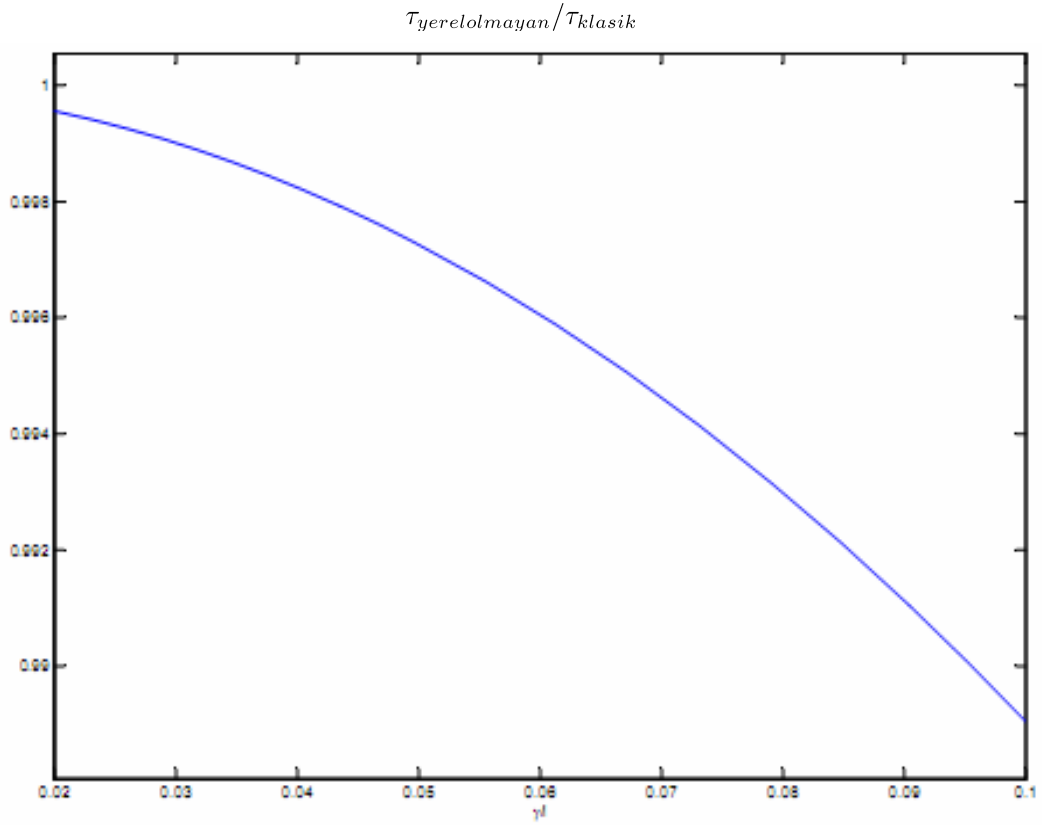
olur. $\frac{\tau_{yerelolmayan}(I,T,h,y)}{\tau_{klasik}(I,T,h,y)}$ oranını $\gamma = aa * l$ ye giderken limite oran şudur:

$$oran(aa, h, l, y) = \left(8e^{\frac{y+1/2h}{aa l}} aa^2 l^2 + 8e^{\frac{1/2h-y}{aa l}} aa^2 l^2 + h^2 e^{\frac{h}{aa l}} + h^2 - 8aa^2 l^2 e^{\frac{h}{aa l}} \right.$$

$$\left. - 8aa^2 l^2 - 4y^2 e^{\frac{h}{aa l}} - 4y^2 \right) \left(e^{\frac{h}{aa l}} + 1 \right)^{-1} (h^2 - 4y^2)^{-1}$$

(5.18)

$a = 4 * 10^{-8}$, $e_0 = 39/100$, $\gamma = e_0 * a$, $b = \gamma$, $h = 2 * \gamma$, $I = (bh^3)/(12)$, $l = 10^{-8}$ alınarak oran tekrar hesaplandığında bu oranın $[0.02, 0.1]$ aralığındaki grafiği (Şekil 5.2)'de görüldüğü gibi olur.



Şekil 5.2: Yerel olmayan kayma gerilmesinin klasik kayma gerilmesine oranı

6. ELASTİK ZEMİNE OTURAN KİRİŞLER

6.1 Giriş

Doğru eksenli bir çubuk sürekli bir ortam üzerine oturmuş olsun. Kirişin dayandığı ortamın şekil değiştirebileceğini kabul edersek bu problem elastik zemine oturan kirişler olarak tanımlanabilir.

Elastik zemine oturan kiriş problemi ilk olarak Winkler tarafından incelenmiştir. Winkler hipotezine göre yerdeğiştirme sırasında kirişin zeminden gördüğü tepki yerdeğiştirmeye ile doğru orantılı olup yakın noktaların etkileşimi söz konusu değildir. Zemin, bağımsız elastik yaylardan meydana gelmiş bir fiziksel model olarak ele alınabilir.

Winkler zemininin en önemli özelliklerinden biri, zeminin sıkça yerleştirilmiş ve birbirinden bağımsız yaylardan oluştuğu varsayımıdır. Zemin katsayısı (yatak katsayısı) k ile karakterize edilir ve bu katsayı, düşey yerdeğiştirme bir birim olduğunda, birim genişlikteki birim alana gelen tepkiyi ifade eder. Zemin katsayısı belirli bir gerilme altında zeminde meydana gelen oturma olarak da tarif edilebilir.

Zemine ait deformasyon karakteri olan bu katsayının birimi kuvvet/uzunluk³ 'dür. Zemin katsayısının değeri bir çok etkene, özellikle zeminin elastik özelliklerine ve yüklü alanın boyutlarına bağlıdır. Bu faktörlerin etkisi ve uygulamadaki zemin katsayısının sayısal değerinin ne alınabileceği konusunda bir çok araştırma yapılmıştır. Zemin katsayısı kavramı, uygulamalı mekaniğe önce Winkler tarafından getirilmiş ve Zimmerman [40] tarafından, bütün uzunlukları boyunca balast üzerine oturan demiryolu traverslerinin hesabı amacıyla kullanılmış ve bu araştırmacılar özel uygulamalarında belirli türdeki zeminler için buldukları ve kullandıkları " k " değerlerini vermişlerdir.

Engesser, kiriş genişliği arttıkça zemin katsayısı değerinin azaldığını işaret etmiştir. Hayashi ve Freund, zemin katsayısı değerinin taban basıncına bağlı olacağı düşüncesiyle " p " taban basıncı değeri arttıkça k zemin katsayısı değeri azalacak şekilde kabul ederek çeşitli problemler çözmüşlerdir. Küçük şekil değiştirmeler için $p_{gocme}/2$ dolaylarında gerçek durumla Winkler kabulü arasındaki farklar çok küçük olduğundan böyle bir hassasiyetin pratik yönden sonuçları etkilemesi yok denecek

kadar azdır. Hayashi, elastik zemine oturan kirişler konusundaki ayrıntılı çalışmasında k katsayısının yükleme deneyleri sonuçlarının yüklü alanın büyüklüğüne bağlı olduğu gerçeğinden söz etmemiştir.

Mühendislik problemlerinin çözümü için gerekli k yatak katsayılarının sayısal değerleri, yayınlanmış gözlemlere dayanarak yaklaşık benzeşimle, ya da yapının inşa edileceği zeminde yapılacak arazi deneyleri sonuçlarından elde edilebilir. Bir fikir vermek amacıyla, çeşitli zemin türleri için k katsayılarının değerleri (Tablo 6.1)'de gösterilmektedir.

Tablo 6.1: Çeşitli zemin türleri için k zemin katsayıları

<i>Zemin Cinsi</i>	<i>Yatak Katsayısı (ks) t/m^3</i>
Balçık – turba	< 200
Kil (plastik)	500 – 1000
Kil (yarı sert)	1000 – 1500
Kil (sert)	1500 – 3000
Dolma toprak	1000 – 2000
Kum (gevşek)	1000 – 2000
Kum (orta sert)	2000 – 5000
Kum (sıkı)	5000 – 10000
Kum – Çakıl (sıkı)	10000 -15000
Sağlam Şist	> 5000
Kaya	> 20000

Elastik zemine oturan yapılar pek çok sektörde özellikle; füze ve roket rampaları olarak askeri alanlarda, endüstride çeşitli fabrika kren ve makinaların zemine sabitlenmesinde, havaalanı ve demiryolu uygulamalarında, kıyı–liman yapılarında, temel ve zemin mühendisliğinde karşımıza çıkmaktadır.

6.2 Elastik Zemine Oturan Kirişlerin Kronolojik Gelişimi

6.2.1 Literatürde doğru eksenli çubukların kronolojik gelişimi

1966: Miranda ve Nair, sonlu uzunluktaki elastik zemin üzerine oturan kirişlerin diferansiyel denkleminin özel fonksiyonlarla çözümünü sayısal örnekler vererek yapmışlardır [41].

Aynı tarihte İnan, doğru eksenli çubuklar için genel bir çözüm yöntemi olarak başlangıç değer yöntemini geliştirmiş ve taşıma matrisini vermiştir. Yine başlangıç değer yöntemini kullanarak elastik zemin üzerine oturan doğru eksenli kirişler için de kapalı olarak bir taşıma matrisi bularak çözüme ulaşmıştır [42].

1969: Durelli ve arkadaşları, elastik zemine oturan sonlu ve sonsuz uzunlukta olan kirişlerin fotoelastik çalışmasını yapmışlardır. Bu kirişler bir ve iki noktadan yüklenerek davranışları incelenip bulunan sonuçlar teorik çözümle karşılaştırılmıştır [43].

1970: Munther, aynı durumdaki kirişleri sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Bulunan sonuçları, fotoelastik çalışmadan elde edilen sonuçlarla birlikte çizilen eğriler üzerinde vermiştir [44].

Weistman, sadece basınca çalışan Winkler ve Reissner zemin modelini kullanarak yaptıkları çalışmada, elastik zemin üzerine oturan, ortasından tekil yükle yüklü sonlu bir kirişin, çökme ve kesit tesirlerine ait grafiklerini vermişlerdir.

1971: Rao ve arkadaşları, sadece ortadan tekil yüklü kirişleri ele almışlar ve başlangıç değerleri yöntemi ile çözüme ulaşmışlardır. Bu kirişlerle ilgili çizelge ve eğriler de vermişlerdir [45].

1982: Ting, winkler zemini üzerindeki elastik mesnetli sonlu kirişin diferansiyel denkleminin bir çözümünü ortaya koymuştur. Bu çözüm farklı sınır şartlarına sahip elastik temeller üzerindeki kirişlere benzetilerek kullanılabilir [46].

1983: Ting ve arkadaşları, elastik winkler zemini üzerine oturan her iki ucundan basit mesnetlerle mesnetlenmiş yayılı yükle yüklü sonlu uzunlukta bir kirişin çökme ve kesit tesirlerine ait tablolar vermişlerdir[47]. Ayrıca, yine aynı yıl Tig ve arkadaşları, düzlem ve çerçeve analizi için tekil yük, tekil moment ve lineer olarak yayılı kuvvetlerine bağlı olarak elastik zemin üzerindeki bir kiriş için yük eleman

vektörleri ve sonlu eleman rijitlik matrisi geliştirmişler ve bu rijitlik matris elemanının bilinen deplasman metoduna kolayca uygulanabileceğini göstermişlerdir [48].

1985: Eisenberger ve Yankelevski, elastik zemin üzerine oturan kirişlerin kesin bir rijitlik matrisini formüle eden bir çalışma yapmışlardır. Winkler zemini üzerindeki bir kirişin sürekli bir parçasını kesin olarak temsil etmesi için bir eleman gereklidir. Bundan dolayı tipik bir problemin çözümü için sadece birkaç eleman yeterlidir [49].

1987: Lin ve Adams, çekme gerilmesi almayan Winkler zemini üzerinde oturan, kendi ağırlığına ilaveten üzerinde aynı hızla hareket eden bir çift yük etkisi dikkate alarak elastik kirişin davranışını incelemişlerdir. Elde ettikleri sonuçlar tekil yüklere, hızlarına ve zeminden ayrılma noktalarına bağlıdır [50].

1988: Elmas, elastik zemin üzerine oturan sonlu uzunlukta ahşap ve betonarme kirişlerin davranışlarını incelemiştir. Ayrıca orta noktadan etkiyen tekil yükün limit değerini araştırarak, kirişlerin davranışına ve limit yüke, farklı malzeme ve boyutlarının etkisini de incelemiştir [51].

Celep ve arkadaşları Malaika ve Hussein, yayılı yük, tekil yük ve moment etkisi altındaki kirişlerin çekme gerilmesi almayan elastik winkler zemini üzerine oturması halinde statik ve dinamik davranışını incelemişlerdir. Ayrıca bu çalışmalarında, statik ve dinamik eksantrik yüklemeler altında kiriş deformasyonuna ve zeminden ayrılma noktalarına ait grafikleri vermişlerdir [52].

1993: Doğan, zeminin basınç ve çekmede farklı davranışlar gösterdiğini kabul ederek elastik zemine oturan ağırlıksız kirişlerin statik ve dinamik tekil yükleri altındaki davranışlarını incelemiştir [53].

6.2.2 Literatürde daire eksenli çubukların kronolojik gelişimi

1961: Rodriguez, burulma açısına bağlı altıncı mertebeden bir diferansiyel denklem kurmuş ve sinüzoidal yayılı yükleme için birtakım çözümler elde etmiştir. Ayrıca kurmuş olduğu diferansiyel denklemde k_2 düşey yerdeğiştirme için zemin katsayısına ilave olarak k_1 gibi bir dönmeye karşı zemin katsayısının etkisini de gözönünde bulundurmuştur [54].

1966: İnan, daire eksenli çubuklar için genel bir çözüm yöntemi olarak başlangıç değerleri yöntemini geliştirmiş ve taşıma matrisini vermiştir. Aynı yöntemi

kullanarak elastik zemine oturan doğru eksenli kirişler için kapalı olarak bir taşıma matrisi kullanmıştır. Ancak elastik zemine oturan daire eksenli kirişler için kapalı olan bir taşıma matrisini, altıncı derece karakteristik denklemin kökleri kapalı olarak elde edilemediği için bulmak mümkün olmamıştır [55].

1979: Elastik bir zemin üzerindeki dairesel bir kirişin en genel yükleme ve davranışı için lineer statik analizini yapan Panayotounakas ve Theocaris, bu çalışmalarında altı tane birinci dereceden lineer diferansiyel denklemde toprağın burulma reaksiyonu ve kayma deformasyonlarını dikkate almışlardır. Çözüm yolu olarak genelleştirilmiş dirac deltası ve birim adım fonksiyonları ile taşıma matrisi yöntemi kullanmışlardır [56].

1987: Dasgupta ve Sengupta, elastik zemine oturan dairesel kiriş problemleri için 3 nodlu izoparametrik kiriş elemanı kullanarak, kayma deformasyon etkilerini ve burulma yüklemelerini içeren bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir [57].

1989: Banan ve arkadaşları, elastik zemin üzerinde değişken kesitli olabilen uzaysal eğrilikli kirişler için bir genel sonlu eleman formülasyonu geliştirmişlerdir [58].

Eksenleri doğru olan çubuklar, eğildikten sonra, eksenleri eğri olmakta ve buna elastik eğri denilmektedir. Elastik eğri problemlerinde önemli nokta $v(z)$ çökmeleriyle, bunu doğuran P yükleri arasında bir bağıntı kurmaktır. Aranan bu bağıntının çubuğun uç–sınır şartlarından bağımsız olması isteneceği için, bağıntı türevlerle ifade edilen bir diferansiyel denklem olmalıdır.

Bundan başka, çeşitli geometriye sahip uzay çubuklar üzerinde bazı çalışmalar yapılmıştır. 1987’de Aköz’ün fonksiyonel analiz yaparak çubuklar için geçerli fonksiyonellerin elde edilmesi hakkında yaptığı çalışmayı bunlara örnek olarak verebiliriz [59]. Bu fonksiyonel elde edildikten sonra problemler çeşitli yöntemlerle çözülebilmiştir. 1991’de Aköz ve Omurtag, helisel olabilen üç boyutlu bir çubuk için değişkenlere bağlı olarak fonksiyonelleri elde edip varyasyon ve sonlu eleman yöntemleri uygulayarak çözüm elde ettikleri çalışmalarını yayınlamışlardır [60].

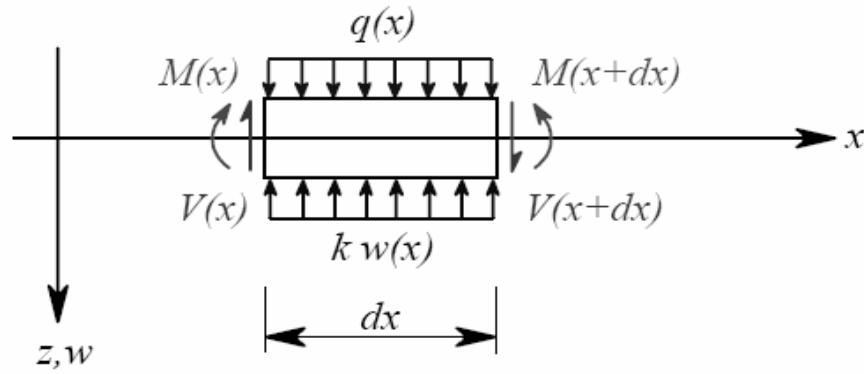
1990: Omurtag doktora tezinde benzer işlemleri doğru ve daire eksenli uzay çubuklarla, silindirik kabuklara uygulamıştır [61].

1994: Kadioğlu, winkler zemin modelini ele almış, elastik zemine oturan doğru ve daire eksenli kirişlerin çeşitli yüklemeler altındaki davranışlarını incelemiştir [62].

2002: Çengel, elastik zemine oturan çerçeve sistemler üzerine çalışmıştır. Winkler zemini üzerine oturan kirişler için başlangıç değer yöntemi kullanarak çözümler bulmuş ve bu hesapları yaparken kesme etkisini göz önüne almamıştır [63].

2003: Ergüven ve Gedikli, Winkler zemini üzerine oturan Timoshenko kirişi için bir karışık sonlu eleman formülasyonu elde etmişlerdir [64].

6.3 Temel Denklemler



Şekil 6.1: Doğru eksenli ve simetrik kesitli bir kiriş

(Şekil 6.1)'de görüldüğü gibi doğru eksenli ve simetrik kesitli bir çubuk sürekli olarak bir ortam üzerine oturmuş olsun. Yani kirişin mesnetlendirilmesi sürekli olsun. Kirişin dayandığı ortamın şekil değiştirebileceğini kabul edersek, $q(x)$ yüklerinden dolayı kirişte $v(x)$ çökmesi olur. Çubuk ise ortamdan $kw(x)$ tepkisini görür. Buna göre kirişe etkiyen bileşke yükler $q(x) - kw(x)$ 'dir. $q(x)$ yükleri verildiğine göre problemi çözebilmek için yayılı tepkilerin bilinmesi gerekir. Bunun için gerekli olan ikinci denklem ancak kirişin dayandığı ortamın mekanik özelliklerini bilmekle elde edilir. Ortamın elastik ve herhangi bir A noktasındaki $kw(x)$ tepkisi aynı noktadaki $v(x)$ çökmesiyle orantılı, yani her noktada $q(x) = kw(x)$ olsun. Burada k elastik zemin sabiti olup boyutu N/cm^2 'dir.

Ortamdan ortama farklı olan bu sabit, belirli bir zemin için ancak deney yoluyla elde edilebilir. $q(x) = kw(x)$ bağıntısına “Winkler hipotezi” denir.

Elastik eğriye ait diferansiyel denklem

$$\frac{dV}{dx} = -(q_w + q) = kw - q \quad (6.1)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (6.2)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = kw - q \quad (6.3)$$

$$M = -EI \frac{d^2w}{dx^2} \quad (6.4)$$

$$V = -EI \frac{d^3w}{dx^3} \quad (6.5)$$

$$EI \frac{d^4w}{dx^4} + kw = q \quad (6.6)$$

olup homojen denklem

$$EI \frac{d^4w}{dx^4} + kw = 0 \quad (6.7)$$

olur. Bu denklemde $\beta^4 = \frac{k}{4EI}$ alınır

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 4\beta^4w = 0 \quad (6.8)$$

elde edilir.

7. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE KİRİŞLERİN EĞİLMESİ

7.1 Giriş

Bu bölümde yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi kullanılarak nano boyuttaki kirişlerin eğilmesi ile ilgili bir çalışma yapılmıştır ve yerel olmayan çubuklar için çeşitli uygulamalar yapılarak konu desteklenmiştir.

Günümüzde yerel olmayan oluşturuç denklemlerin nanoteknolojiye uygulanması üzerine bir çok makale vardır[65,66,67,68,69,70,71,72,73]. Yerel olmayan elastisite ile klasik elastisite arasındaki temel fark, yerel olmayan elastisitenin iç atomik kuvvetlerinin uzak erişimli özelliğini korumasıdır. Klasik elastisite teorisi, küçük uzunluk ölçeğindeki klasik sürekli ortam modellerin hesaplanmasında yetersiz kalır.

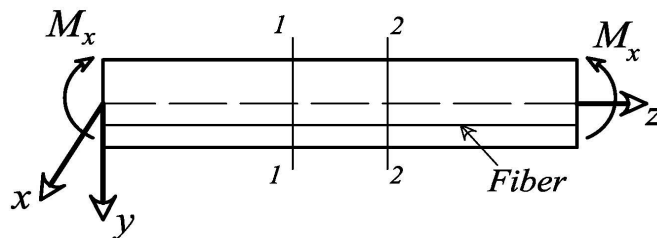
Önerilen nanoteknoloji aygıtları nanometre boyutlarındaki ($10^{-7}cm < L < 10^{-6}cm$) uzunluklarla ilgilenir. Bu boyutlardaki aygıtlar için yerel olmayan etkiler önemlidir.

Bu yüzden atomik boyutlardaki olguları açıklayamaz. Bölümde

- 1) Atomik boyutlardaki çubukların eğilmesinde yerel olmayan elastisitenin kullanılmasının klasik elastisiteye göre çok daha üstün olduğunu göstermek
- 2) Nanoyapıların mekanik davranışlarını anlamada yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu, dolayısıyla da yerel olmayan etkilerin nanoteknolojide önemli olduğunu göstermek amaçlanmaktadır.

7.2 Yerel Olmayan Çubuk İçin Uygulama I

(Şekil 7.1)'de görülen düzlemdeki çubuğun klasik elastisitedeki geometrik uygunluk koşulları, yönetici bağıntı ve denge denklemleri [74]



Şekil 7.1 : Çubuk ve koordinat eksenleri

$$\frac{du_y}{dz} + \Omega_x = 0 \quad (7.1)$$

$$\frac{d\Omega_x}{dz} - \frac{M_x}{D_{xx}} = 0 \quad (7.2)$$

$$\frac{dM_x}{dz} - T_y = 0 \quad (7.3)$$

$$\frac{dT_y}{dz} + p_y = 0 \quad (7.4)$$

dır. Burada

T_y : kesme kuvveti, M_x : burulma momenti, u_y : dikey yerdeğiştirme, Ω_x : dönme'yi ifade eder. (7.1) geometrik uygunluk koşulunu ve (7.3) ile (7.4) denklemleri ise denge koşullarını ifade eden denklemler olup, yerel olmayan elastisitede de geçerli olan denklemlerdir [65]. Bernoulli/Euler çubuk modeli, her tek eksenli gerginlik veya sıkıştırma durumunda, boylamasına liflerle inşa edilmiş bir çubuk olduğu varsayımını temel alır. (Şekil 7.1)

Yerel olmayan elastisitede tek eksenli Hooke kuralı, $t(z)$ yerel olmayan eksenel gerilme, $\sigma(z)$ klasik gerilme, $\gamma = e_0 a$, $\varepsilon(z)$ makroskobik (klasik) eksenel şekil değiştirme, a atomik mesafe, e_0 malzeme sabiti, E Young modülü olmak üzere

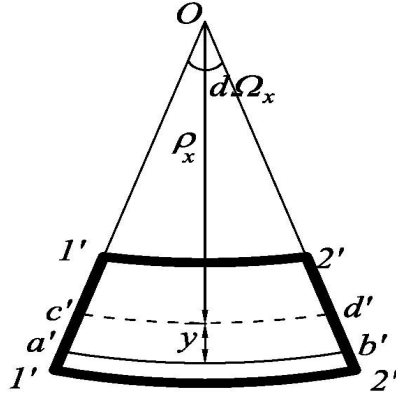
$$t(z) - \gamma^2 t''(z) = \sigma(z) = E\varepsilon(z) \quad (7.5)$$

dir [75].

Şekil değişime $\varepsilon(z)$, dönme Ω_x ve eğrilik yarıçapı ρ arasındaki ilişki (Şekil 7.2)

$$\varepsilon(z) = \frac{y}{\rho} = y \frac{\partial \Omega_x(z)}{\partial z} \quad (7.6)$$

bağıntısıyla tanımlanır.



Şekil 7.2 : Basit eğilmede sonsuz küçük bir parça

(7.5) denklemi

$$t(z) - \gamma^2 t''(z) = \sigma(z) = E y \frac{\partial \Omega_x(z)}{\partial z} \quad (7.7)$$

şeklinde yazılabilir. (7.7) denklemini $y dF$ ile çarpar ve bu sonucu tüm kesit alanı F üzerinde entegre edersek,

$$\int_F t y dF - \gamma^2 \frac{d^2}{dz^2} \int_F t y dF = E \frac{d\Omega_x}{dz} \int_F y^2 \quad (7.8)$$

sonucunu elde ederiz.

Diğer taraftan, dF elemanı üzerinde hareket eden t gerilmesi, x ekseninde moment üretir (Şekil 7.1). Bu da

$$dM_x = t y dF \quad (7.9)$$

dir. Tüm enkesit alanı üzerindeki dM_x 'in integrali, toplam M_x momentinde sonuçlanmalıdır.

$$M_x = \int_F t y dF \quad (7.10)$$

O halde (7.8) denklemi

$$I_x = \int y^2 dF \quad (7.11)$$

olmak üzere

$$M_x - \gamma^2 M_x'' = E I_x \Omega_x' \quad (7.12)$$

Formunu alır. (7.3) ve (7.12) denklemlerini birleştirdiğimizde

$$M_x - \gamma^2 \frac{dT_y}{dz} = EI_x \frac{d\Omega_x}{dz} \quad (7.13)$$

denklemini elde ederiz.

O halde, yerel olmayan elastisitede yönetici denklemler aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{du_y}{dz} + \Omega_x = 0 \quad (7.14)$$

$$\frac{d\Omega_x}{dz} - \frac{M_x}{D_{x.x}} = \frac{\gamma^2}{D_{x.x}} p_y \quad (7.15)$$

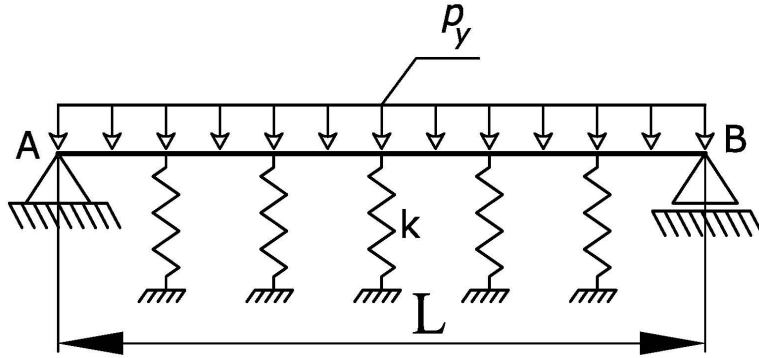
$$\frac{dM_x}{dz} - T_y = 0 \quad (7.16)$$

$$\frac{dT_y}{dz} + p_y = 0 \quad (7.17)$$

Burada $D_{x.x} = EI_x$ eğilme rijitliğidir. Bu denklem sistemlerini kullanarak

$$u_y^{IV} = \frac{1}{D_{x.x}} (p_y - \gamma^2 p_y'') \quad (7.18)$$

bağıntısı elde edilir [66].



şekil 7.3: Elastik zemin üzerine oturan basit kiriş

Eğer (şekil 7.3)'te görüldüğü gibi düzgün yükleme kuvveti p_y olan, baştan sona kadar tüm uzunluğu L olan basit bir çubuk elastik zemine oturtulmuş ise, o zaman düzgün yükleme kuvveti p_y ; $(p_y - ku_y)$ ile yer değiştirir. Buradaki k yay sabitidir.

Bu durumda (7.14), (7.15), (7.16), (7.17) denklemleri

$$\frac{du_y}{dz} + \Omega_x = 0 \quad (7.19)$$

$$\frac{d\Omega_x}{dz} - \frac{M_x}{D_{xx}} + \frac{\gamma^2}{D_{xx}} k u_y = \frac{\gamma^2}{D_{xx}} p_y \quad (7.20)$$

$$\frac{dM_x}{dz} - T_y = 0 \quad (7.21)$$

$$\frac{dT_y}{dz} - k u_y = -p_y \quad (7.22)$$

formuna dönüşür.

Problem vektörel diferansiyel denklem formunda

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} u_y \\ \Omega_x \\ M_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{\gamma^2 k}{D_{xx}} & 0 & \frac{1}{D_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ \Omega_x \\ M_x \\ T_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\gamma^2 p_y}{D_{xx}} \\ 0 \\ -p_y \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

olarak ifade edilir.

Başlangıç değer yöntemi matrisel gösterimde

$$\frac{d\mathbf{y}}{dz} = \mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{g}, \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0 \quad (7.24)$$

olarak ifade edilir ve çözüm $\mathbf{Y}(z, 0)$ temel matris olmak üzere

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, 0) \mathbf{y}_0 + \mathbf{Y}(z, 0) \int_0^z \mathbf{Y}^{-1}(\tau, 0) \mathbf{g}(\tau) d\tau \quad (7.25)$$

olur. $\mathbf{y}_0$ başlangıç değerleri ile $\mathbf{y}(z)$ çözümü ve $\mathbf{Y}(z, 0)$ temel matris arasında

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, 0) \mathbf{y}_0(z) \quad (7.26)$$

şeklinde bir bağıntı vardır. $\mathbf{Y}(z, 0)$ matrisi aynı zamanda taşıma matrisi olarak bilinir.

$\exp(\mathbf{A}z)$ fonksiyonu taşıma matrisini verir [76] ve

$$\mathbf{Y}(\alpha, \alpha) = \mathbf{I}, \quad \mathbf{Y}(\varphi, 0) \mathbf{Y}(\alpha, 0) = \mathbf{Y}(\varphi, \alpha) \quad (7.27)$$

formunda sürekli grup özelliğine sahiptir. Hesaplanan taşıma matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$$Y_{11}(z) = \left(\left(\sqrt{D^2 k (k\gamma^4 - 4D)} - Dk\gamma^2 \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2 k (k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\ \left. + \left(Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2 k (k\gamma^4 - 4D)} \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2 k (k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right) \\ \div 2\sqrt{D^2 k (k\gamma^4 - 4D)} \quad (7.28)$$

$$\begin{aligned}
Y_{12}(z) = & \sqrt{2}D \left(\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\
& - \sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Big) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.29}$$

$$\begin{aligned}
Y_{13}(z) = & D \left(\cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\
& - \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Big) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.30}$$

$$\begin{aligned}
Y_{14}(z) = & \sqrt{2}D^2 \left(\frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \right. \\
& - \frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \Big) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.31}$$

$$\begin{aligned}
Y_{21}(z) = & -\sqrt{2}k \left(\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \left(-Dk\gamma^4 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}\gamma^2 + 2D^2 \right) \right. \\
& \times \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \\
& + \sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \left(Dk\gamma^4 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}\gamma^2 - 2D^2 \right) \\
& \times \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Big) \\
& \div \left(2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \right. \\
& \times \left. \sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \right)
\end{aligned} \tag{7.32}$$

$$\begin{aligned}
Y_{22}(z) = & \left(\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} - Dk\gamma^2 \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \\
& + \left(Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.33}$$

$$\begin{aligned}
Y_{23}(z) = & \sqrt{2} \left(\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \right. \\
& - \sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \Big) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.34}$$

$$\begin{aligned}
Y_{24}(z) = & D \left(\cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \right. \\
& - \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \Big) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.35}$$

$$\begin{aligned}
Y_{31}(z) = & D^2k \left(\cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \right. \\
& - \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \Big) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.36}$$

$$\begin{aligned}
Y_{32}(z) = & \sqrt{2}D^3k \left(\frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \right. \\
& - \frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \Big) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.37}$$

$$\begin{aligned}
Y_{33}(z) = & \left(\left(Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \right. \\
& + \left(\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} - Dk\gamma^2 \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \Big) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.38}$$

$$\begin{aligned}
Y_{34}(z) = & \sqrt{2}D \left(\left(Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \right)^{3/2} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \right. \\
& - \left(Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \right)^{3/2} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2D}} \right) \Big) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}
\end{aligned} \tag{7.39}$$

$$\begin{aligned}
Y_{41}(z) = & \sqrt{2}Dk \left(\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\
& - \sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}} \sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Bigg) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.40}$$

$$\begin{aligned}
Y_{42}(z) = & D^2k \left(\cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\
& - \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Bigg) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.41}$$

$$\begin{aligned}
Y_{43}(z) = & \sqrt{2}D^2k \left(\frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \right. \\
& - \frac{\sinh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right)}{\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}} \Bigg) \\
& \div \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.42}$$

$$\begin{aligned}
Y_{44}(z) = & \left(\left(Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 - \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \right. \\
& + \left(\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)} - Dk\gamma^2 \right) \cosh \left(\frac{z\sqrt{Dk\gamma^2 + \sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}}}{\sqrt{2}D} \right) \Bigg) \\
& \div 2\sqrt{D^2k(k\gamma^4 - 4D)}
\end{aligned} \tag{7.43}$$

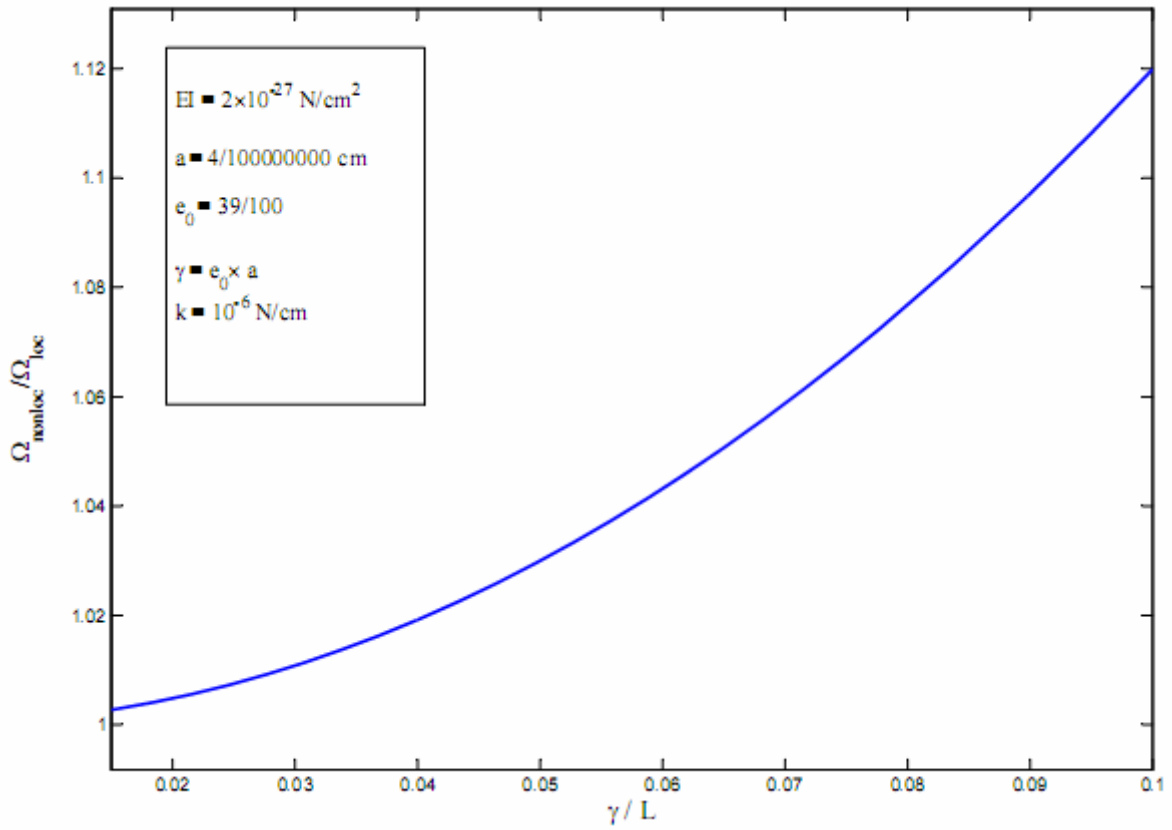
7.2.1 Sonuçlar ve değerlendirme

Bu uygulamada (Şekil 7.3)'te görüldüğü gibi düzgün yükleme kuvveti p_y olan, baştan sona kadar tüm uzunluğu L olan elastik yarı düzlemdeki basit bir çubuk, yerel olmayan elastisite çerçevesinde araştırılmıştır.

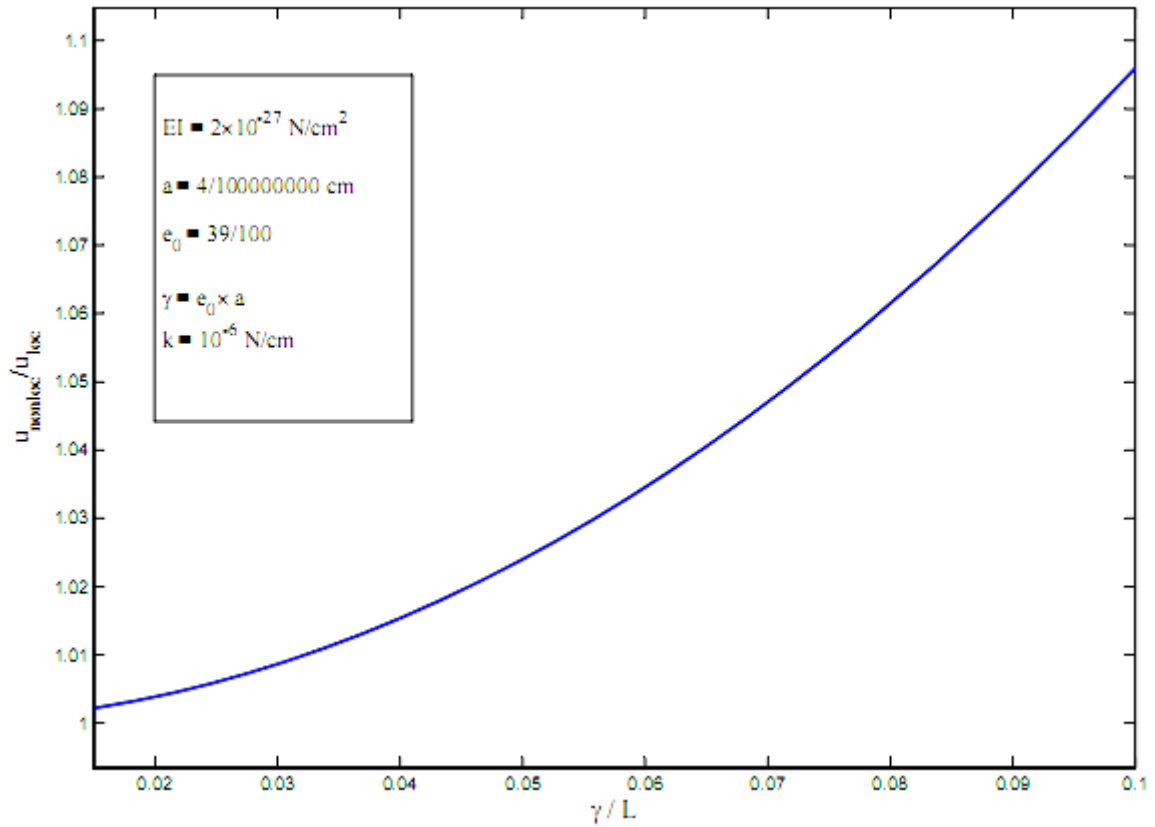
$z = 0$ noktasındaki dikey yerdeğiştirme $u_y(0)$ ve eğilme momenti $M_x(0)$ 'ın değerleri sıfırdır. Eğer biz bu başlangıç değerlerini (7.25) denkleminin içine koyarsak ve

$$u_y(L) = 0, \quad M_x(L) = 0 \tag{7.44}$$

sınır koşullarını kullanırsak, diğer $\Omega_x(0)$ ve $T_y(0)$ başlangıç değerleri elde edilir. Buradan da yerel olmayan elastisitede başlangıç değer probleminin $u_y(z)$, $\Omega_x(z)$, $M_x(z)$ ve $T_y(z)$ bilinmeyenleri bulunur. $u_y(z)$, $\Omega_x(z)$, $M_x(z)$ ve $T_y(z)$ birçok terim içerdiği için, örnek problemin gerilme bileşenleri ve yerdeğiştirmeleri ihmal edilmiştir. Bu problemde kesme kuvveti T_y ve burulma momenti M_x hem klasik elastisitede hem de yerel olmayan elastisitede aynıdır. Fakat dikey yerdeğiştirme u_y ve dönme Ω_x farklıdır. Yerel ve yerel olmayan dönmelerin ve yerdeğiştirmelerin oranı (Şekil 7.4) ve (Şekil 7.5)'te gösterilmiştir.



Şekil 7.4 : A noktasındaki yerel ve yerel olmayan dönmelerin oranı



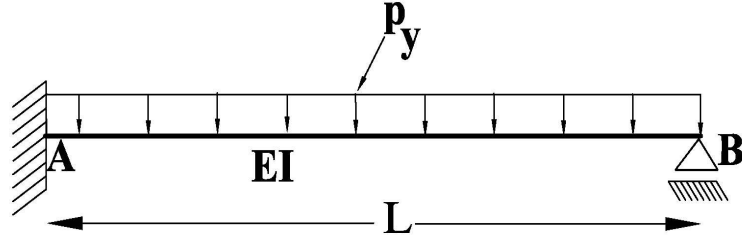
Şekil 7.5: Orta noktadaki yerel ve yerel olmayan yerdeğiştirmelerin oranı

Bu bölümde yapılan çalışmayı şu şekilde değerlendirebiliriz:

Yerel olmayan elastisite teorisi, nanoyapıların mekanik davranışlarını anlamada klasik elastisite teorisine göre çok daha güçlüdür. Elastik yarı düzlemdeki çubukta ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirmeler, başlangıç değerleri yöntemi kullanılarak yerel olmayan elastisite çerçevesinde hesaplanmış ve bu yöntemin uygulanabilirliği için gerekli olan taşıma matrisi elde edilmiştir. Uygulamada verilen çubuğun boyu ($10^{-7} \text{ cm} < L < 10^{-6} \text{ cm}$) arasında atomik boyutlara indirgendiğinde yerel olmayan etkilerin önemli olduğu görülür. Elde edilen sonuçlar, yerel olmayan etkilerin nanoteknolojide önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

7.3 Yerel Olmayan Çubuk İçin Uygulama II

(Şekil 7.6)'da görülen üniform yüklü bir kirişin klasik elastisitedeki temel denklemleri



Şekil 7.6: Uniform yüklü bir kiriş

$$\frac{du_y}{dz} + \Omega_x = 0 \quad (7.45)$$

$$\frac{d\Omega_x}{dz} - \frac{M_x}{D_{xx}} = 0 \quad (7.46)$$

$$\frac{dM_x}{dz} - T_y = 0 \quad (7.47)$$

$$\frac{dT_y}{dz} + p_y = 0 \quad (7.48)$$

Yerel olmayan elastisitedeki temel denklemler

$$\frac{du_y}{dz} + \Omega_x = 0 \quad (7.49)$$

$$\frac{d\Omega_x}{dz} - \frac{M_x}{D_{xx}} = \frac{\gamma^2}{D_{xx}} p_y \quad (7.50)$$

$$\frac{dM_x}{dz} - T_y = 0 \quad (7.51)$$

$$\frac{dT_y}{dz} + p_y = 0 \quad (7.52)$$

şeklindedir.

Problem, vektörel diferansiyel denklem formunda yazılırsa

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} u_y \\ \Omega_x \\ M_x \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{D_{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ \Omega_x \\ M_x \\ T_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\gamma^2 p_y}{D_{xx}} \\ 0 \\ -p_y \end{bmatrix} \quad (7.53)$$

Bir önceki örnekteki gibi bu sistem matrissel gösterimde yazılır ve $y(z)$ çözümü ile y_0 başlangıç değerleri arasındaki bağıntıdan $Y(z, 0)$ taşıma matrisi elde edilir. Bulunan taşıma matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{pmatrix} 1 & -z & -\frac{z^2}{2D_{xx}} & -\frac{z^3}{6D} \\ 0 & 1 & \frac{z}{D_{xx}} & \frac{z^2}{2D_{xx}} \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.54)$$

Şekilde görüldüğü gibi yerel olmayan elastisite çerçevesinde üniform yüklü bir kirişi inceleyelim. $z = 0$ noktasında dikey yerdeğiştirme $u_y(0)$ ve dönme $\Omega_x(0)$ sıfırdır. Eğer bu başlangıç değerlerini (7.25) nolu denklemde yerine koyarsak ve

$$u_y(L) = 0, \quad M_x(L) = 0 \quad (7.55)$$

sınır koşullarını kullanırsak, diğer $M_x(0)$ ve $T_y(0)$ başlangıç değerleri elde edilir. Buradan da yerel olmayan elastisitede başlangıç değer probleminin $u_y(z)$, $\Omega_x(z)$, $M_x(z)$ ve $T_y(z)$ bilinmeyenleri bulunur. Bunlar

$$\Omega_{nonloc}(z) = \frac{pz(-6L^3 + 15zL^2 - 8(z^2 + 3\gamma^2)L + 36z\gamma^2)}{48D_{xx}L} \quad (7.56)$$

$$u_{nonloc}(z) = \frac{pz^2(3L^3 - 5zL^2 + 2(z^2 + 6\gamma^2)L - 12z\gamma^2)}{48D_{xx}L} \quad (7.57)$$

$$T_{nonloc}(z) = \frac{1}{8}p\left(\frac{12\gamma^2}{L} + 5L - 8z\right) \quad (7.58)$$

$$M_{nonloc}(z) = -\frac{p(L^3 - 5zL^2 + 4(z^2 + 3\gamma^2)L - 12z\gamma^2)}{48D_{xx}} \quad (7.59)$$

Yukarıda bulunan yerel olmayan değerlerde $\gamma \rightarrow 0$ da limite geçerse, klasik elastisitedeki çözümü elde etmiş oluruz. Klasik elastisitedeki çözüm şöyledir:

$$\Omega_{loc}(z) = -\frac{pz(6L^2 - 15zL + 8z^2)}{48D_{xx}} \quad (7.60)$$

$$u_{loc}(z) = \frac{pz^2(3L^2 - 5zL + 2z^2)}{48D_{xx}} \quad (7.61)$$

$$T_{loc}(z) = \frac{5Lp}{8} - pz \quad (7.62)$$

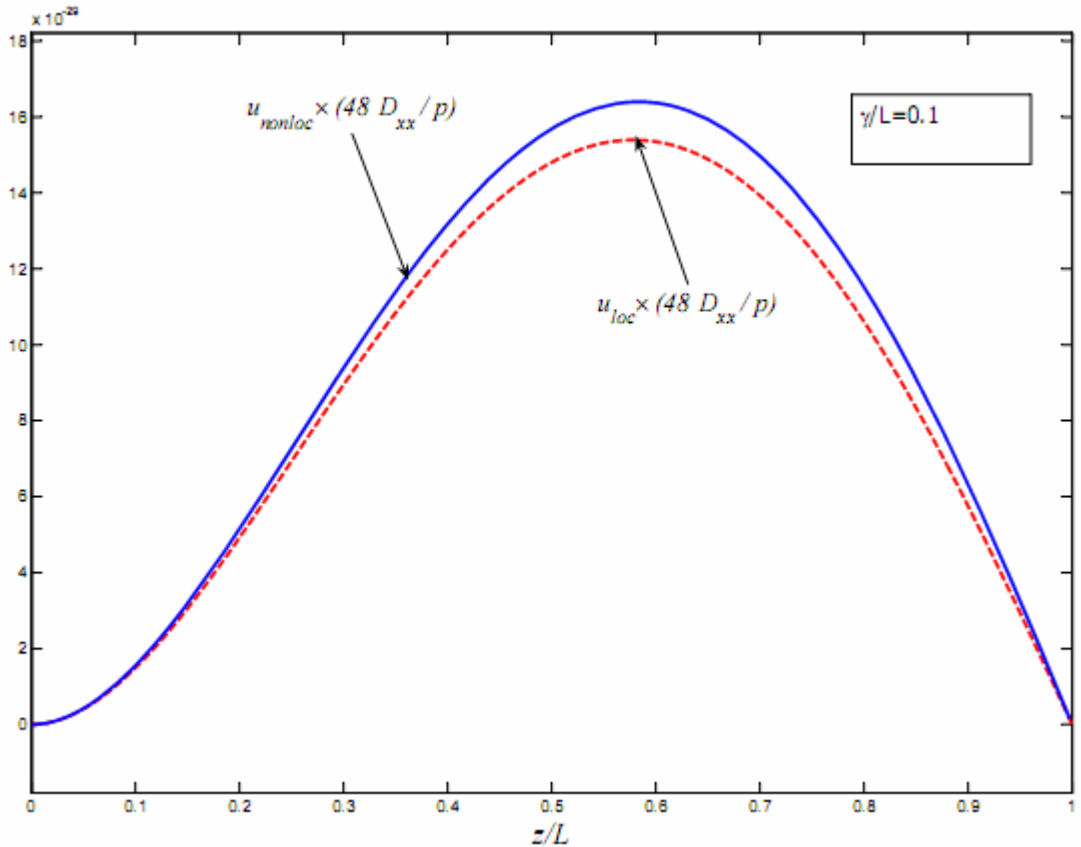
$$M_{loc} = -\frac{1}{8}p(L^2 - 5zL + 4z^2) \quad (7.63)$$

7.3.1 Sonuçlar ve değerlendirme

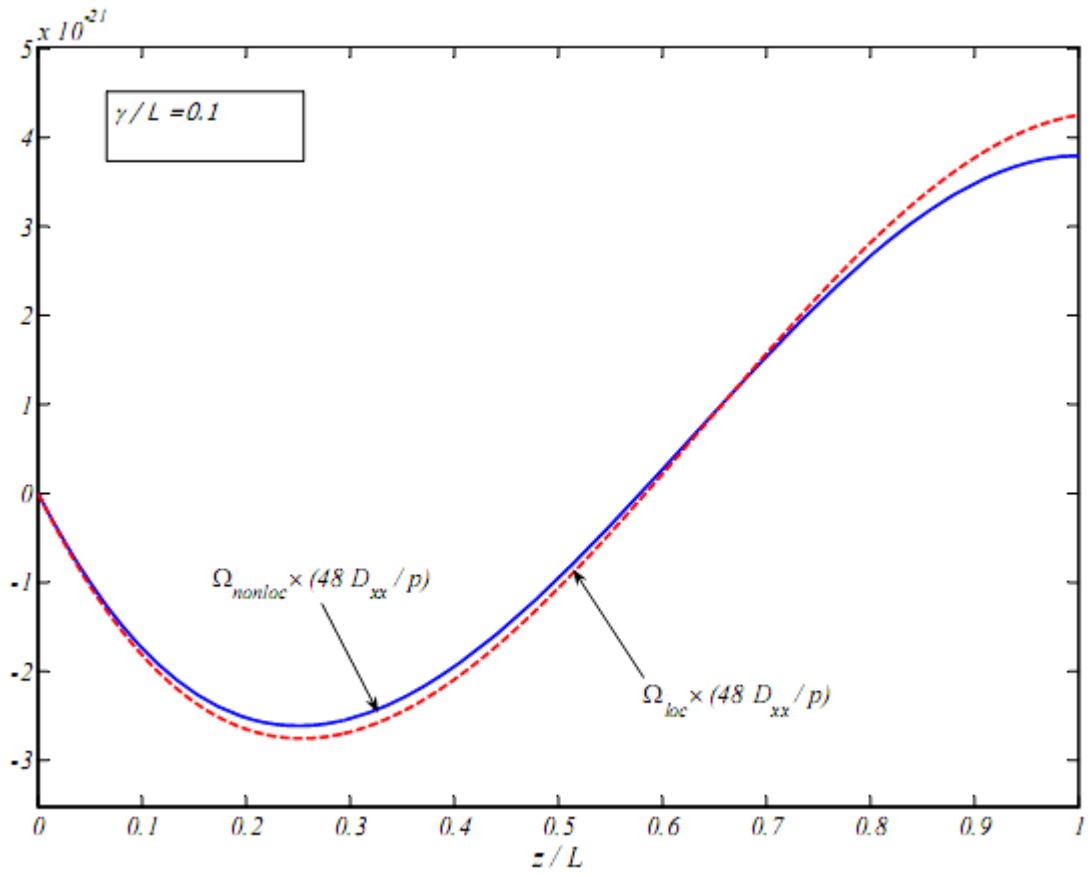
Klasik sürekli ortam modeli, büyük uzunluk ölçeğindeki modellerin hesaplanmasında yeterli olmasına rağmen, küçük uzunluk ölçeğindeki modellerin hesaplanmasında yetersiz kalmaktadır. Kritik şekil değiştirmelerde küçük uzunluk ölçeğinin önemini incelemek için, yerel olmayan gerilme ve şekil değiştirmeleri, yerel gerilme ve şekil değiştirmelerle karşılaştırılmış ve bu karşılaştırmalar (Şekil 7.7-Şekil 7.12)'de grafiksel olarak gösterilmiştir.

Nanomalzemelerin yerel modelleri hatalı, yetersiz ve yanıltıcı olabilir. Uygulamada ele alınan çubuğun boyu ($10^{-7}cm < L < 10^{-6}cm$) arasında atomik boyutlara indirgenmiş olup, bu boyutlardaki çubuklarda yerel olmayan etkilerin önemli olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

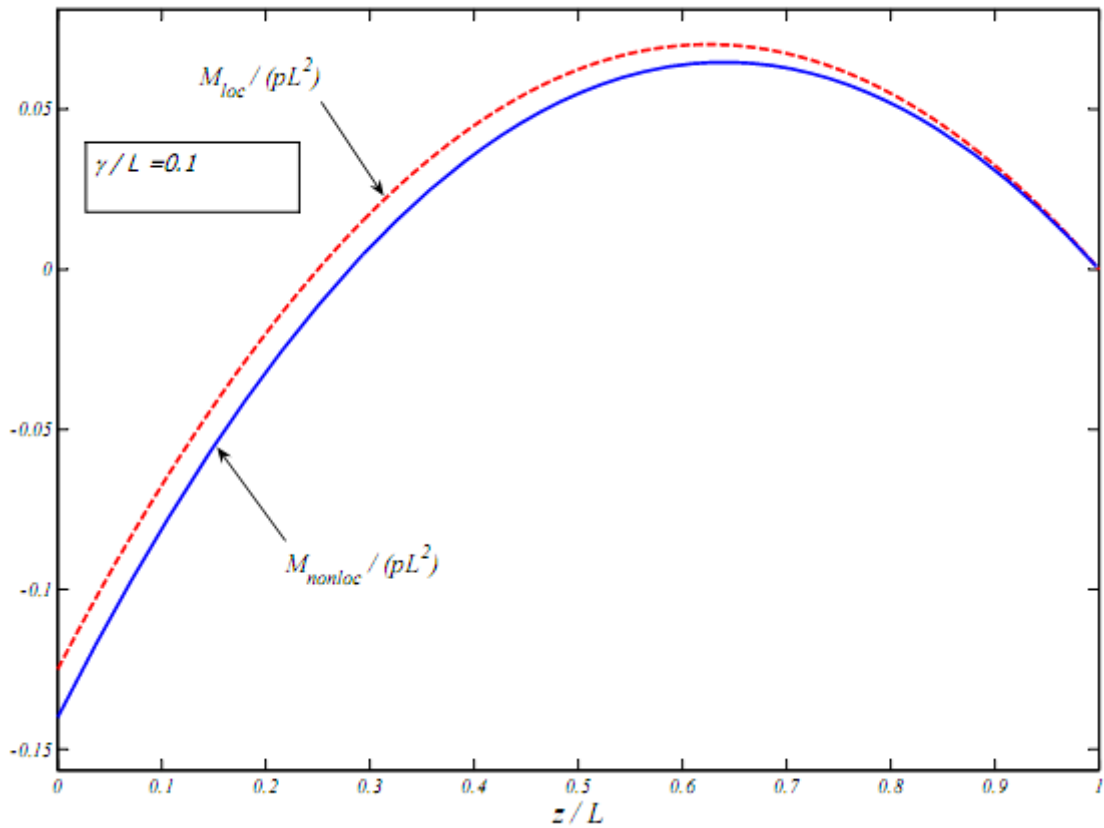
Önerilen nanoteknoloji aygıtları nanometre boyutlarındaki uzunluklarla ilgilenir. Bu boyutlardaki aygıtlar için yerel olmayan etkiler önemlidir. Dolayısıyla elde edilen sonuçlardan, yerel olmayan etkilerin nanoteknolojide önemli olduğu sonucuna varılır.



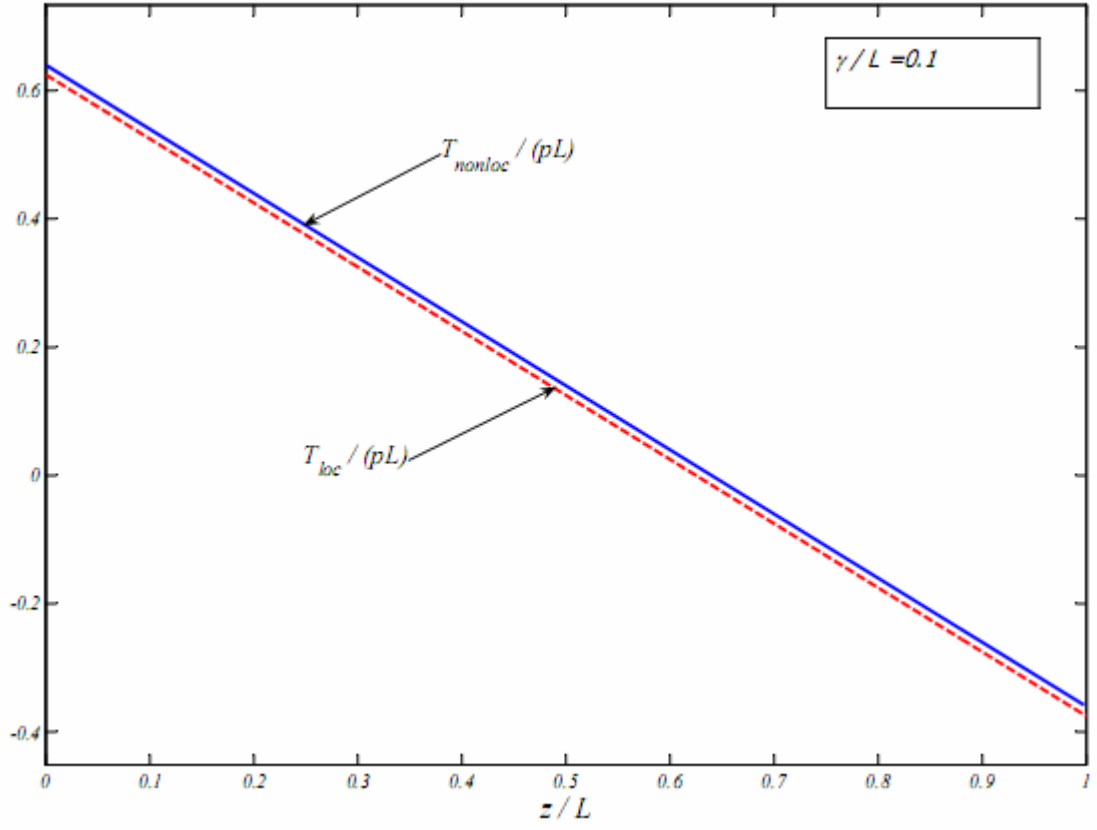
Şekil 7.7 : $\gamma/L = 0.1$ için yerdeğistirmelerin diyagramı



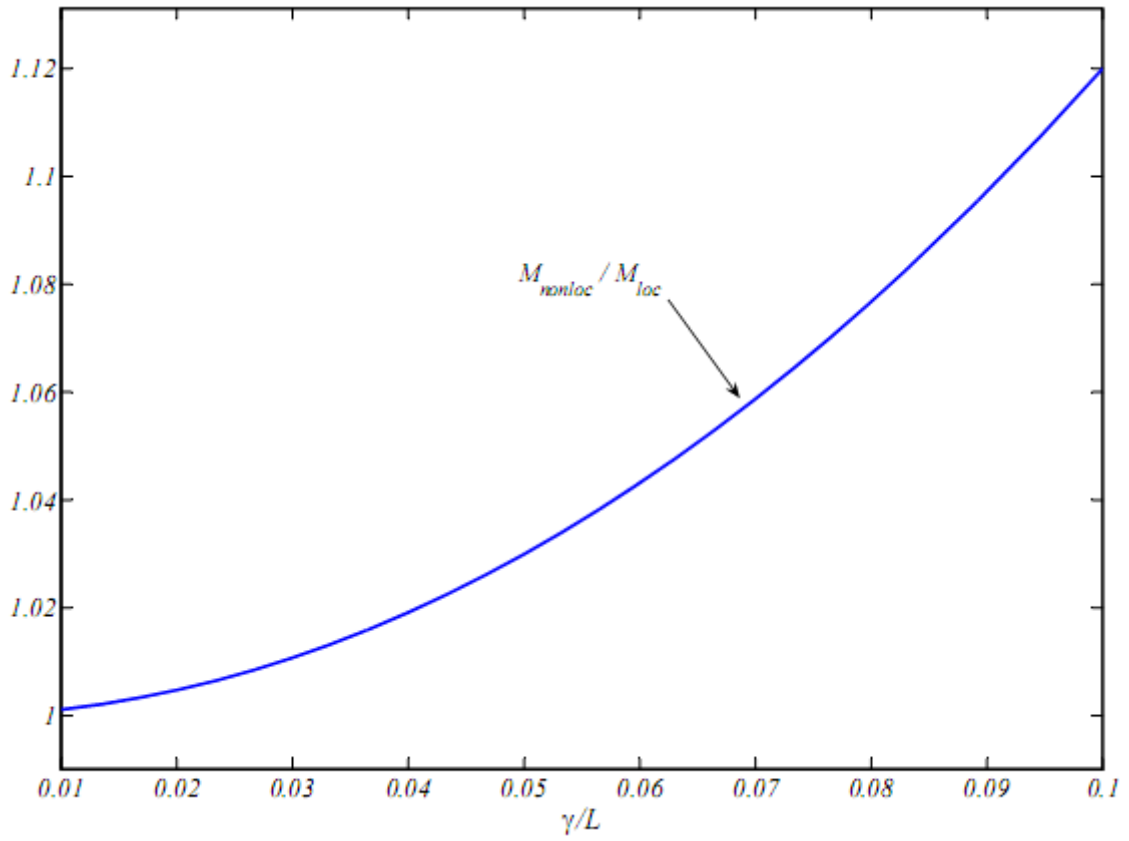
Şekil 7.8: $\gamma/L = 0.1$ için dönmelerin diyagramı



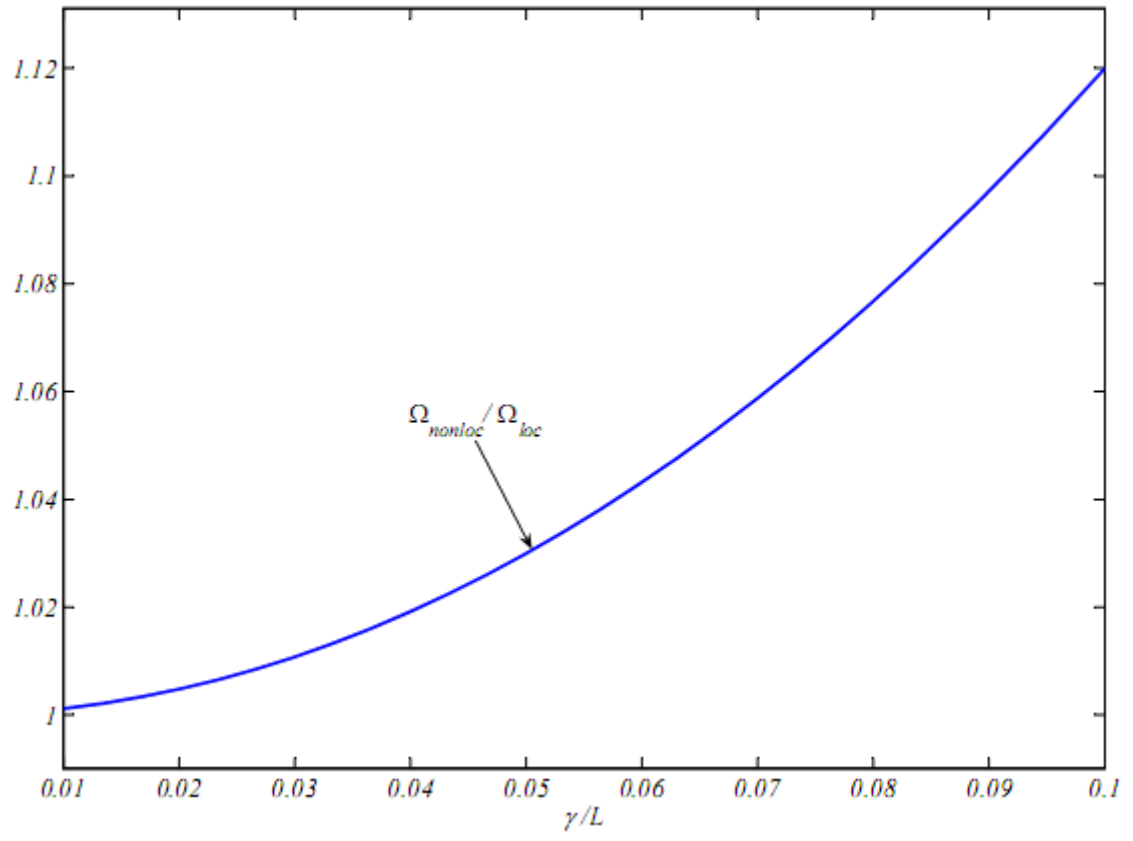
Şekil 7.9: $\gamma/L = 0.1$ için momentlerin diyagramı



Şekil 7.10: $\gamma/L = 0.1$ için kesme kuvvetleri diyagramı



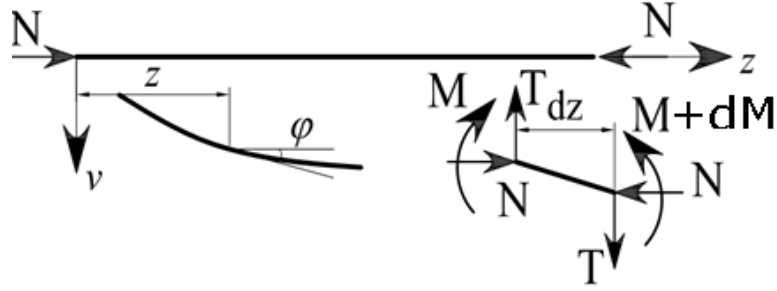
Şekil 7.11: A noktasındaki momentlerin oranı



Şekil 7.12: B noktasındaki dönmelerin oranı

8. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE BURKULMA

8.1 Doğru Eksenli Elastik Çubuğun Stabilitesi



Şekil 8.1: Doğru eksenli bir çubuk modeli

(Şekil 8.1)'de görüldüğü gibi elastik zemine oturan ve N eksenel kuvvetin etkisi altında EI eğilme rijitliği olan düzlemdeki doğru eksenli bir çubuğu ele alalım[55]. Burada z parametresiyle herhangi bir dik kesiti tarif edelim. Yerdeki durumun tanınabilmesi için $v(z)$ çökme, $\varphi(z)$ eğim, $M(z)$ burkulma momenti ve $T(z)$ kesme kuvveti olan dört durum fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu fonksiyonları $S(z)$ durum vektörünün koordinatları olarak düşünersek, kolon matrisi olarak

$$S(z) = \begin{bmatrix} v(z) \\ \varphi(z) \\ M(z) \\ T(z) \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu çubuğun klasik elastisitedeki geometrik uygunluk koşulları, oluşturucu bağıntı ve denge denklemleri

$$\frac{dv(z)}{dz} = \varphi(z) \quad (8.2)$$

$$\frac{d\varphi(z)}{dz} = -\frac{M(z)}{EI} \quad (8.3)$$

$$\frac{dM(z)}{dz} = T(z) + N\varphi(z) \quad (8.4)$$

$$\frac{dT(z)}{dz} = 0 \quad (8.5)$$

dir. Buradaki (8.2) denklemi, geometrik uygunluk koşulunu ifade eden denklem ve (8.4) ile (8.5) denklemleri de denge koşullarını ifade eden denklemler olup hem klasik elastisitede hem de yerel olmayan elastisitede geçerlidirler. Diğer taraftan (8.3) denklemi, yerel olmayan elastisitede farklı bir formda ifade edilir. Şimdi bu denklemi elde etmeye çalışalım:

Kesmeli eğilmeden hatırlarsak elastik eğriyi veren lineer haldeki diferansiyel denklem (8.3) denklemidir ve (8.2) denklemi ise elastik eğrinin eğimini veren denklemdir. Yerel olmayan elastisitede tek eksenli Hooke kuralı;

$$t(z) - \gamma^2 t''(z) = \sigma(z) = E\epsilon(z) \quad (8.6)$$

denklemiyle ifade edilir. Burada $\gamma = e_0 a$ olup $t(z)$ yerel olmayan eksen gerilmesi, $\sigma(z)$ klasik gerilme, $\epsilon(z)$ klasik eksen gerilmesi, a iç karakteristik uzunluk, e_0 sabit ve E Young modülüdür. $\epsilon(z)$ gerilmesi, Ω_x dönmesi ve ρ eğriliği arasındaki ilişkiyi veren bağıntı

$$\epsilon(z) = \frac{y}{\rho} = y \frac{\partial \Omega_x(z)}{\partial z} \quad (8.7)$$

olduğundan (8.7) denklemini (8.6) denkleminde yerine yazarsak,

$$t(z) - \gamma^2 t''(z) = \sigma(z) = E y \frac{\partial \Omega_x(z)}{\partial z} \quad (8.8)$$

olur. (8.8)'i $y dF$ ile çarpıp çıkan sonucu F alanına göre entegre edersek;

$$\int_F ty dF - \gamma^2 \frac{d^2}{dz^2} \int_F ty dF = E \frac{d\Omega_x}{dz} \int_F y^2 dF \quad (8.9)$$

olur. t gerilmesi dF elemanı üzerine etkidiğinde, x ekseninde bir moment üretir. Yani M entegre edildiğinde $dM = ty dF$ olup (8.9) denklemi tekrar düzenlenirse

$$M - \gamma^2 M'' = EI_x \Omega'_x \quad (8.10)$$

elde edilir. Burada $I_x = \int y^2 dF$ olarak alınmıştır.

Yerel olmayan elastisitede geçerli olan denklem

$$M - \gamma^2 M'' = EI \frac{1}{\rho} \quad (8.11)$$

denkleminin ifade edilir. Elastik eğride $v(z)$ çökmesi ile ρ arasındaki ilişkinin diferansiyel denkleminin $v'' = -M/EI = -1/\rho$ olduğunu hatırlarsak (8.2) denklemini kullanarak (8.11) denklemini tekrar düzenlediğimizde

$$M - \gamma^2 M'' = -EI v'' = -EI \varphi' \quad (8.12)$$

elde ederiz. (8.4) denklemini yardımıyla

$$M'' = N \varphi' \quad (8.13)$$

olur. (8.12) denkleminin M'' ifadesini koyup tekrar düzenlersek

$$-\frac{M}{EI} = (1 - \frac{\gamma^2 N}{EI}) \varphi' \quad (8.14)$$

olur.

Problemi vektörel diferansiyel denklem formunda ifade edersek, $\alpha^2 = N/EI$ olmak üzere

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{EI(1-\alpha^2\gamma^2)} & 0 \\ 0 & N & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ M \\ T \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

olur.

Başlangıç değer problemi matrissel gösterimde

$$\frac{d\mathbf{y}}{dz} = \mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{g}, \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0 \quad (8.16)$$

olarak ifade edilir ve çözüm $\mathbf{Y}(z, 0)$ temel matris olmak üzere

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, 0) \mathbf{y}_0 + \mathbf{Y}(z, 0) \int_0^z \mathbf{Y}^{-1}(\tau, 0) \mathbf{g}(\tau) d\tau \quad (8.17)$$

olur. Homojen denklemin $\mathbf{y}(z)$ çözümü ile $\mathbf{y}_0$ başlangıç değerleri ve $\mathbf{Y}(z, 0)$ temel matris arasında

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, 0)\mathbf{y}_0(z) \quad (8.18)$$

şeklinde bir bağıntı vardır. $\mathbf{Y}(z, 0)$ matrisi aynı zamanda taşıma matrisi olarak bilinir ve

$$\mathbf{Y}(\alpha, \alpha) = \mathbf{I}, \quad \mathbf{Y}(\varphi, 0)\mathbf{Y}(\alpha, 0) = \mathbf{Y}(\varphi, \alpha) \quad (8.19)$$

formunda sürekli grup özelliğine sahiptir. Hesaplanan taşıma matrisi elemanları şöyledir:

$$Y_{11}(z) = 1 \quad (8.20)$$

$$Y_{12}(z) = \left(\frac{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right)}{\alpha} \right) \quad (8.21)$$

$$Y_{13}(z) = \left(\frac{\cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - 1}{EI\alpha^2} \right) \quad (8.22)$$

$$Y_{14}(z) = \left(\frac{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - z\alpha}{EI\alpha^3} \right) \quad (8.23)$$

$$Y_{21}(z) = 0 \quad (8.24)$$

$$Y_{22}(z) = \left(\cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) \right) \quad (8.25)$$

$$Y_{23}(z) = \left(\frac{\sinh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right)}{EI\alpha\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}} \right) \quad (8.26)$$

$$Y_{24}(z) = \left(\frac{\cosh\left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right) - 1}{EI\alpha^2} \right) \quad (8.27)$$

$$Y_{31}(z) = 0 \quad (8.28)$$

$$Y_{32}(z) = \left(EI\alpha \sqrt{\alpha^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \quad (8.29)$$

$$Y_{33}(z) = \left(\cosh \left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \quad (8.30)$$

$$Y_{34}(z) = \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{z\alpha}{\sqrt{\alpha^2 \gamma^2 - 1}} \right)}{\alpha} \right) \quad (8.31)$$

$$Y_{41}(z) = 0 \quad (8.32)$$

$$Y_{42}(z) = 0 \quad (8.33)$$

$$Y_{43}(z) = 0 \quad (8.34)$$

$$Y_{44}(z) = 1 \quad (8.35)$$

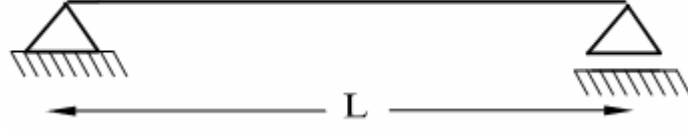
8.2 Burkulma Uygulamaları

Elastik bir çubuğa etki eden aksenal kuvvetin değeri arttırıldığında, kuvvet belli bir değerin üstüne çıktığı andan itibaren dengesini kaybederek kararsız denge konumuna gelir ve eğilmeye başlar. Çubuk elastik eğri şeklini alır. Bu aksenal kuvvetin değeri arttırılmaya devam edilirse çubuğun eğilme miktarı artar ve öyle bir an gelir ki çubuk kırılır. Bu olaya burkulma (buckling) denir.

Eğer çubuk burkulursa, eğri formdan ötürü gelen zorlamalar o kadar büyük olur ki çubuk deforme olur. Mühendisler için önemli olan nokta, çubuğun burkulmamasını sağlamaktır. Burada, burkulmada çubuğa dışarıdan bir eğilme momenti etkimeydiğini, çubuğun aksenal kuvvet etkisinde dengesini kaybederek eğildiğini dikkate aldığımızı unutmamak gerekir. Bu aksenal kuvvetin arttırımı sırasında çubuğun stabilitesini bozan en küçük yük, kritik burkulma yüküdür.

Taşıma matrisi yoluyla doğru eksenli elastik çubukların stabilitesine ait burkulma determinantlarını sistematik olarak kolayca bulabiliriz. Buna örnek olarak aşağıda 4 farklı uygulama ele alınacak ve burada kullanılan taşıma matrisi elemanları, daha önce bulduğumuz (8.20-8.35) nolu denklemlerde gösterilen taşıma matrisi elemanları olacaktır.

8.2.1 Uygulama I



Şekil 8.2: İki ucu sabit olan doğru eksenli bir kiriş

Doğru eksenli çubuğa ait bir uygulama olmak üzere iki ucu sabit olan doğru eksenli bir kiriş ele alalım.(Şekil 8.2)

Burada $v(z)$ çökme, $\varphi(z)$ eğim, $M(z)$ moment, $T(z)$ kesme kuvveti olmak üzere 4 durum fonksiyonunu belirlemek gerekir.

Bu fonksiyonları $y(z)$ durum vektörünün koordinatları olarak sayarsak; $y(0)$ başlangıç değerleri ve $Y(z,0)$ taşıma matrisi olmak üzere $y(z) = Y(z,0)y(0)$ olduğundan

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v(z) \\ \varphi(z) \\ M(z) \\ T(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(0) \\ \varphi(0) \\ M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

olur. Bu uygulamada başlangıç vektörü

$$y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi(0) \\ 0 \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.37)$$

olduğundan $z = 0$ başlangıç noktasında bilinmeyenler $\varphi(0)$ ve $T(0)$ olmak üzere iki tanedir. Bu bilinmeyenler belli olursa $v(z)$, $\varphi(z)$, $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerini elde ederiz.

$z = l$ noktasında sağ uçtaki sınır şartlarından ötürü $v(l) = 0$ ve $M(l) = 0$ olduğundan $v(z)$ ve $M(z)$ denklemlerine ihtiyacımız olduğundan, $y(0)$ 'ı (8.36) denkleminde yerine yazarsak

$$v(z) = y_{12}\varphi(0) + y_{14}T(0)$$

$$M(z) = y_{32}\varphi(0) + y_{34}T(0)$$

olur.

$z = l$ noktasındaki sınır şartlarını bu denklemlerde yerine yazarsak,

$$v(l) = y_{12}(l)\varphi(0) + y_{14}(l)T(0)$$

$$M(l) = y_{32}(l)\varphi(0) + y_{34}(l)T(0)$$

olur. Bulduğumuz bu lineer denklem sistemini matris formunda ifade edersek,

$$\begin{bmatrix} v(l) \\ M(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{12}(l) & y_{14}(l) \\ y_{32}(l) & y_{34}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.38)$$

olur.

Bu sistemin homojen haldeki çözümü yani trivial çözümü mevcuttur. Sistemin aşikâr trivial çözümden başka çözümünün olabilmesi için lineer denklemdeki katsayılar matrisinin determinanı sıfır olmalıdır. Yani

$$\begin{vmatrix} y_{12}(l) & y_{14}(l) \\ y_{32}(l) & y_{34}(l) \end{vmatrix} = 0 \quad (8.39)$$

Bu determinanta burkulma determinanı denir.

$\varphi(0)$ ve $T(0)$ 'ın her ikisi birden sıfır olmamak şartıyla bu lineer denklem sisteminin çözümü bulunabilir. Buradan elde ettiğimiz normal kuvvet denklemi, bizim uygulamamızdaki burkulmaya neden olan kuvvetin denklemidir. Buna göre, bu determinanı daha önce bulduğumuz taşıma matrisi değerlerine göre hesaplırsak yerel olmayan burkulma yükünü elde etmiş oluruz.

Şimdi örneğimizdeki bu kiriş için yerel olmayan burkulma yükünü hesaplayalım:

$$\frac{L\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1} \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right]}{\alpha} = 0$$

$$\sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\alpha^2\gamma^2 - 1}}\right] = \sinh\left[\frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \alpha^2\gamma^2}}\right] = \sinh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2\gamma^2}}\right]$$

$$= -\sinh\left[\frac{iL\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2\gamma^2}}\right] = -\sin\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2\gamma^2}}\right] = 0$$

$$\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2\gamma^2}} = \pi$$

$$L^2\alpha^2 = \pi^2 - \pi^2\gamma^2\alpha^2$$

$$\alpha^2[L^2 + \pi^2\gamma^2] = \pi^2 \rightarrow \alpha^2 = \frac{\pi^2}{L^2 + \pi^2\gamma^2}$$

$N = \alpha^2 EI$ da bulunan α^2 değeri yerine yazılırsa, yerel olmayan burkulma yükünün değeri

$$N_{nonloc} = \frac{\pi^2 EI}{L^2[1 + \pi^2 \frac{\gamma^2}{L^2}]} \quad (8.40)$$

olarak bulunur.

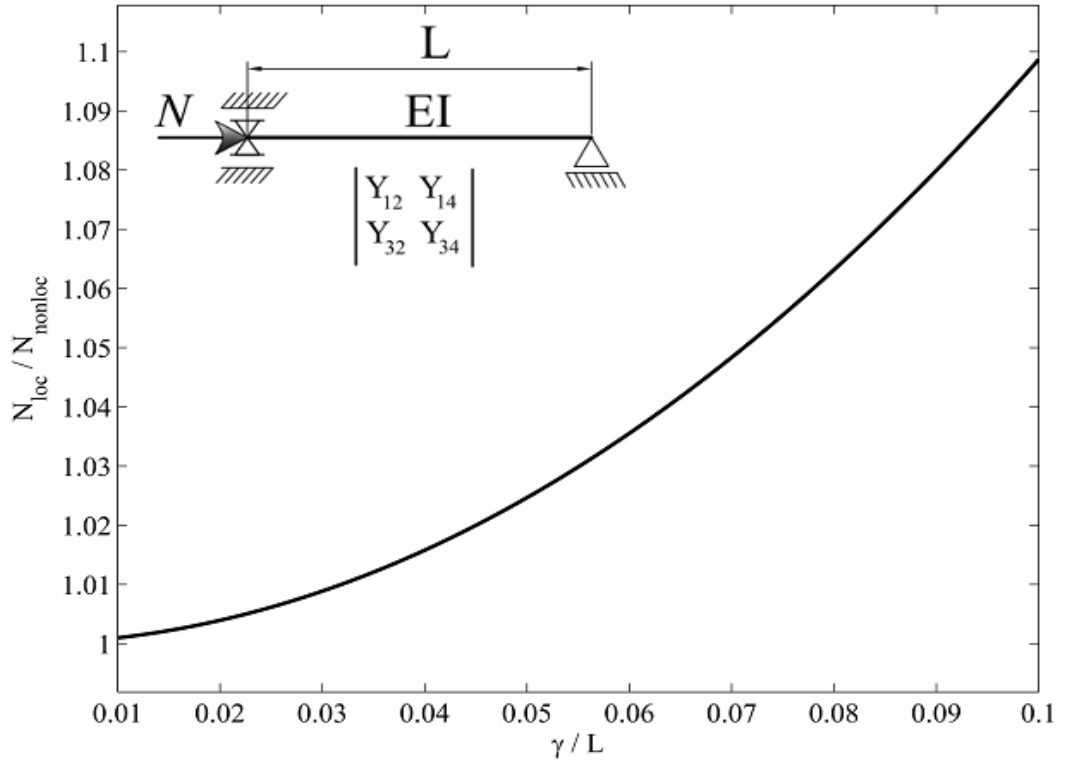
Yerel olmayan burkulma yükünde $\gamma = 0$ alınarak klasik burkulma yükü elde edilmiş olur.

Klasik burkulma yükü,

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (8.41)$$

olarak bulunur.

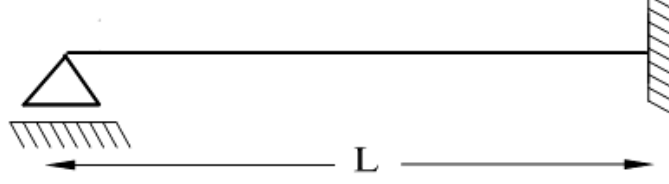
Klasik burkulma yükünün yerel olmayan burkulma yüküne oranının $\frac{\gamma}{L}$ oranı arttıkça büyüdüğü grafikte gösterilmiştir. (Şekil 8.3)



Şekil 8.3: $F(x)$ ve uydurulmuş polinom

8.2.2 Uygulama II

Bir ucu sabit, diğer ucu ankastre olan doğru eksenli bir çubuğu ele alalım. (Şekil 8.4)



Şekil 8.4: Bir ucu sabit, diğer ucu ankastre olan doğru eksenli bir kiriş

Bu uygulamada başlangıç vektörü

$$y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi(0) \\ 0 \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

olduğundan $z = 0$ başlangıç noktasındaki bilinmeyenler $\varphi(0)$ ve $T(0)$ olmak üzere iki tanedir.

Bu bilinmeyenler belli olursa $v(z)$, $\varphi(z)$, $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerini elde ederiz.

Sağ uçtaki $z = l$ noktasında sınır şartlarından ötürü $v(l) = 0$ ve $\varphi(l) = 0$ olduğundan $v(z)$ ve $\varphi(z)$ denklemlerine ihtiyacımız olduğundan, $y(0)$ değerini (8.36) denkleminde yerine yazarsak

$$v(z) = y_{12}\varphi(0) + y_{14}T(0)$$

$$\varphi(z) = y_{22}\varphi(0) + y_{24}T(0)$$

olur.

$z = l$ noktasındaki sınır şartlarını bu denklemlerde yerine yazarsak,

$$v(l) = y_{12}(l)\varphi(0) + y_{14}(l)T(0)$$

$$\varphi(l) = y_{22}(l)\varphi(0) + y_{24}(l)T(0)$$

olur.

Bu lineer denklem sistemini matris formunda ifade edersek,

$$\begin{bmatrix} v(l) \\ \varphi(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{12}(l) & y_{14}(l) \\ y_{22}(l) & y_{24}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.43)$$

olur.

Bu lineer denklem sisteminin homojen haldeki çözümü yani trivial çözümü mevcuttur. Sistemin aşikâr trivial çözümden başka çözümünün olabilmesi için lineer denklemdeki katsayılar matrisinin determinanı sıfır olmalıdır. Yani

$$\begin{vmatrix} y_{12}(l) & y_{14}(l) \\ y_{22}(l) & y_{24}(l) \end{vmatrix} = 0 \quad (8.44)$$

olmalıdır.

$\varphi(0)$ ve $T(0)$ 'ın her ikisi birden sıfır olmamak şartıyla bu lineer denklem sisteminin çözümü bulunabilir.

Buradan elde ettiğimiz normal kuvvet denklemi, bizim uygulamamızdaki burkulmaya neden olan kuvvetin denklemidir.

Buna göre, bu determinanı daha önce bulduğumuz taşıma matrisi değerlerine göre hesaplırsak yerel olmayan burkulma yükünü elde etmiş oluruz.

Bu kiriş için yerel olmayan burkulma yükünü hesaplayalım

$$L\alpha \cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] - \sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1} \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] - \frac{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{(-1)(1 - \gamma^2\alpha^2)}}\right] - \frac{\sqrt{(-1)(1 - \gamma^2\alpha^2)}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{(-1)(1 - \gamma^2\alpha^2)}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{-1}\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{\sqrt{-1}\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{-1}\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{iL\alpha}{-\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{L\alpha}{-\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$\cosh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{i\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$\cosh(-x) = \cosh x$ ve $\sinh(-x) = -\sinh x$ olduğundan

$$\cosh\left[\frac{iL\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] + \frac{i\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sinh\left[\frac{iL\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$\cosh ix = \cos x$ ve $\sinh ix = i \sin x$ özdeşliklerini dikkate aldığımızda

$$\cos\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] + \frac{i^2\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sin\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

olur. Buradan

$$\cos\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}{L\alpha} \sin\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

olur. $\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}} = \beta$ olarak tanımlarsak,

$$\cos \beta - \frac{1}{\beta} \sin \beta = 0$$

$$\beta \cos \beta - \sin \beta = 0$$

$$\beta = \frac{\pi}{0,7}$$

$$\frac{L\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2\alpha^2}} = \beta = \frac{\pi}{0,7}$$

$$L^2\alpha^2 = \frac{\pi^2}{0,7^2}(1-\gamma^2\alpha^2)$$

$$L^2\alpha^2 + \frac{\pi^2}{0,7^2}\gamma^2\alpha^2 = \frac{\pi^2}{0,7^2}$$

$$\alpha^2\left[L^2 + \frac{\pi^2\gamma^2}{0,7^2}\right] = \frac{\pi^2}{0,7^2}$$

$$\alpha^2 = \frac{\pi^2}{0,7^2[L^2 + \frac{\pi^2 \gamma^2}{0,7^2}]} = \frac{\pi^2}{0,7^2 L^2 [1 + \frac{\pi^2 \gamma^2}{0,7^2 L^2}]}$$

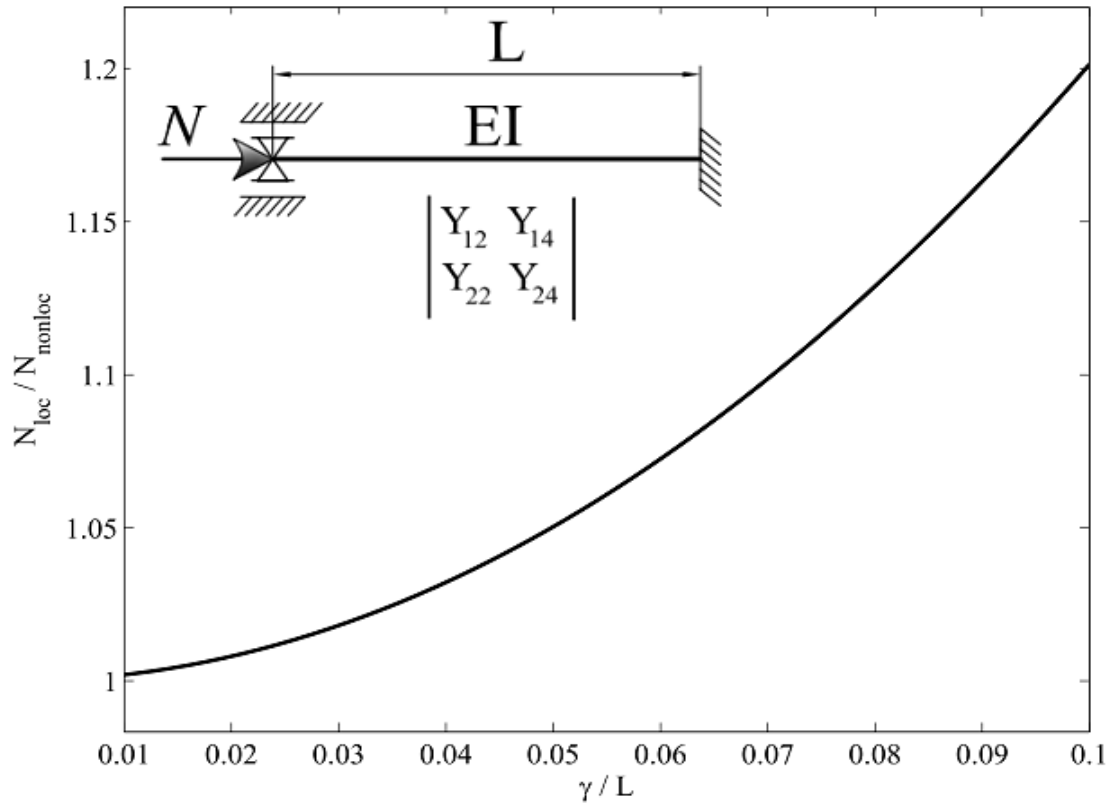
$$N_{nonloc} = \alpha^2 EI = \frac{\pi^2 EI}{0,7^2 L^2 [1 + \frac{\pi^2 \gamma^2}{0,7^2 L^2}]} \quad (8.45)$$

olarak bulunur.

Yerel olmayan burkulma yükünde $\gamma = 0$ alınarak klasik burkulma yükü elde edilmiş olur. Klasik burkulma yükü,

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7L)^2} \quad (8.46)$$

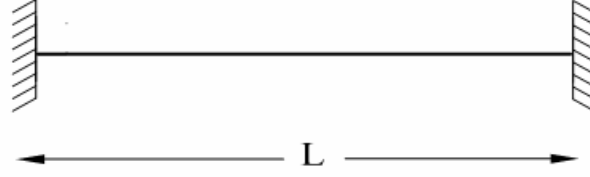
olarak bulunur. Klasik burkulma yükünün yerel olmayan burkulma yüküne oranının $\frac{\gamma}{L}$ oranı arttıkça büyüdüğü grafikte gösterilmiştir. (Şekil 8.5)



Şekil 8.5: $F(x)$ ve uydurulmuş polinom

8.2.3 Uygulama III

İki ucu ankastre olan doğru eksenli bir çubuğu ele alalım.(Şekil 8.6)



Şekil 8.6 : İki ucu ankastre olan doğru eksenli bir kiriş

Bu uygulamada başlangıç vektörü

$$y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.47)$$

olduğundan $z = 0$ başlangıç noktasında bilinmeyenler $M(0)$ ve $T(0)$ olmak üzere iki tanedir. Bu bilinmeyenler belli olursa $v(z)$, $\varphi(z)$, $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerini elde ederiz.

$z = l$ noktasında sağ uçtaki sınır şartlarından ötürü $v(l) = 0$ ve $\varphi(l) = 0$ olduğundan $v(z)$ ve $\varphi(z)$ denklemlerine ihtiyacımız olduğundan, $y(0)$ değerini (8.36) denkleminde yerine yazarsak

$$\begin{aligned} v(z) &= y_{13}M(0) + y_{14}T(0) \\ \varphi(z) &= y_{23}M(0) + y_{24}T(0) \end{aligned}$$

olur.

$z = l$ noktasındaki sınır şartlarını bu denkleminde yerine yazarsak

$$\begin{aligned} v(l) &= y_{13}(l)M(0) + y_{14}(l)T(0) \\ \varphi(l) &= y_{23}(l)M(0) + y_{24}(l)T(0) \end{aligned}$$

olur.

Bu lineer denklem sistemini matris formunda ifade edersek

$$\begin{bmatrix} v(l) \\ \varphi(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{13}(l) & y_{14}(l) \\ y_{23}(l) & y_{24}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.48)$$

olur.

Bu lineer denklem sisteminin homojen haldeki çözümü yani trivial çözümü mevcuttur. Sistemin aşikâr trivial çözümden başka çözümünün olabilmesi için lineer denklemdeki katsayılar matrisinin determinanı sıfır olmalıdır. Yani

$$\begin{vmatrix} y_{13}(l) & y_{14}(l) \\ y_{23}(l) & y_{24}(l) \end{vmatrix} = 0 \quad (8.49)$$

olmalıdır.

Buna göre, bu determinanı daha önce bulduğumuz taşıma matrisi değerlerine göre hesaplırsak yerel olmayan burkulma yükünü elde etmiş oluruz.

Bu kiriş için yerel olmayan burkulma yükünü hesaplayalım:

$$\frac{2 - 2 \cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] + \frac{L\alpha \sinh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{-1 + \gamma^2\alpha^2}}\right]}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}}{EI^2\alpha^4} = 0$$

$$2 - 2 \cosh\left[\frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] + \frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} \sinh\left[\frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$2 - 2 \cosh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] + \frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} \sinh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$\cosh ix = \cos x$ ve $\sinh ix = i \sin x$ özdeşliklerini dikkate aldığımızda

$$2 - 2 \cos\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{L\alpha}{i\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} i \sin\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$2 - 2 \cos\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] - \frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} \sin\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} = 2\pi \quad \rightarrow \quad L^2\alpha^2 = (2\pi)^2 - 4\pi^2\gamma^2\alpha^2$$

$$[L^2 + 4\pi^2\gamma^2]\alpha^2 = 4\pi^2 \quad \rightarrow \quad \alpha^2 = \frac{4\pi^2}{L^2[1 + 4\pi^2\frac{\gamma^2}{L^2}]}$$

$N = EI\alpha^2$ olduğundan α^2 değeri yerine yazılırsa, yerel olmaya burkulma yükü

$$N_{nonloc} = EI\alpha^2 = \frac{4\pi^2 EI}{L^2[1 + 4\pi^2\frac{\gamma^2}{L^2}]} \quad (8.50)$$

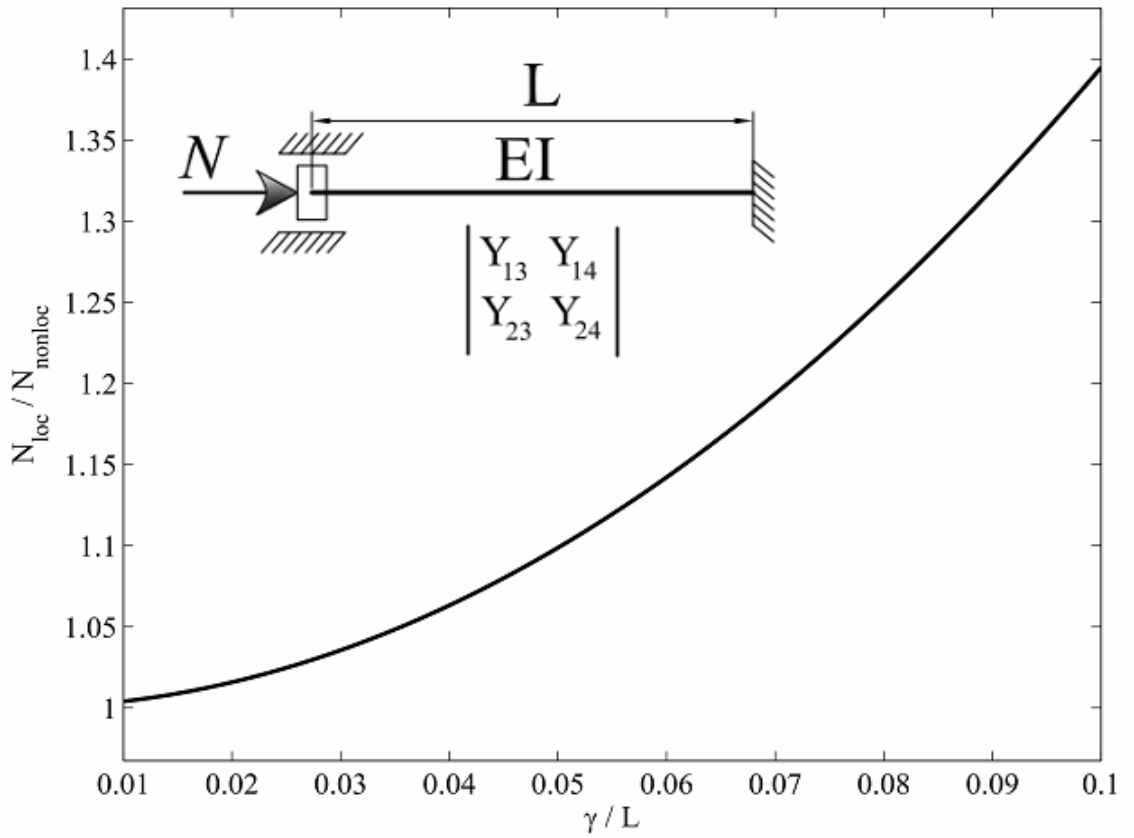
olarak bulunur.

Yerel olmayan burkulma yükünde $\gamma = 0$ alınarak klasik burkulma yükü elde edilmiş olur. Klasik burkulma yükü

$$N_{loc} = EI \frac{4\pi^2}{L^2} \quad (8.51)$$

olarak bulunur.

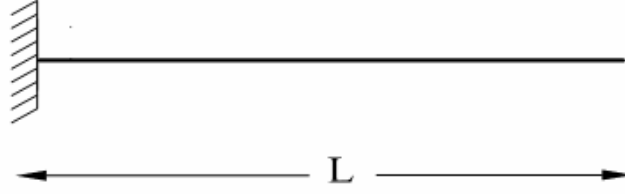
Klasik burkulma yükünün yerel olmayan burkulma yüküne oranının $\frac{\gamma}{L}$ oranı arttıkça büyüdüğü grafikte gösterilmiştir. (Şekil 8.7)



Şekil 8.7: $F(x)$ ve uydurulmuş polinom

8.2.4 Uygulama IV

Sol ucu ankastre olarak mesnetlenmiş ve sağ ucu boş olan doğru eksenli bir çubuğu ele alalım. (Şekil 8.8)



Şekil 8.8: Bir ucu ankastre, diğer ucu boş olan doğru eksenli bir kiriş

Bu uygulamada başlangıç vektörü

$$y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.52)$$

olduğundan $z = 0$ başlangıç noktasında bilinmeyenler $M(0)$ ve $T(0)$ olmak üzere iki tanedir. Bu bilinmeyenler belli olursa $v(z)$, $\varphi(z)$, $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerini elde ederiz. $z = l$ noktasında sağ uçtaki sınır şartlarından dolayı $M(l) = 0$ ve $T(l) = 0$ olduğundan $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerine ihtiyacımız olduğundan, $y(0)$ değerini (8.36) denkleminde yerine yazarsak

$$M(z) = y_{33}M(0) + y_{34}T(0)$$

$$T(z) = y_{43}M(0) + y_{44}T(0)$$

olur.

$z = l$ noktasındaki sınır şartlarını bu denklemde yerine yazarsak

$$M(l) = y_{33}(l)M(0) + y_{34}(l)T(0)$$

$$T(l) = y_{43}(l)M(0) + y_{44}(l)T(0)$$

olur.

Bu lineer denklem sistemini matris formunda ifade edersek,

$$\begin{bmatrix} M(l) \\ T(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{33}(l) & y_{34}(l) \\ y_{43}(l) & y_{44}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.53)$$

olur.

Bu lineer denklem sisteminin homojen haldeki çözümü yani trivial çözümü mevcuttur. Sistemin aşikâr trivial çözümden başka çözümünün olabilmesi için lineer denklemdeki katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır.

Yani

$$\begin{vmatrix} y_{33}(l) & y_{34}(l) \\ y_{43}(l) & y_{44}(l) \end{vmatrix} = 0 \quad (8.54)$$

olmalıdır.

Buna göre, bu determinantı daha önce bulduğumuz taşıma matrisi değerlerine göre hesaplırsak yerel olmayan burkulma yükünü elde etmiş oluruz.

Bu kiriş için yerel olmayan burkulma yükünü hesaplayalım:

$$\cosh\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{\gamma^2\alpha^2 - 1}}\right] = 0 \quad \rightarrow \quad \cosh\left[\frac{-iL\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0$$

$$\cos\left[\frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}}\right] = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{L\alpha}{\sqrt{1 - \gamma^2\alpha^2}} = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad L^2\alpha^2 = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{4}\gamma^2\alpha^2$$

olur. Buradan $\alpha^2 = \frac{\pi^2}{4L^2[1 + \frac{\pi^2}{4}\frac{\gamma^2}{L^2}]}$ bulunur.

$N = EI\alpha^2$ olduğundan α^2 değeri yerine yazılırsa, yerel olmayan burkulma yükü

$$N_{nonloc} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2(1 + \frac{(\pi\gamma)^2}{4L^2})} \quad (8.55)$$

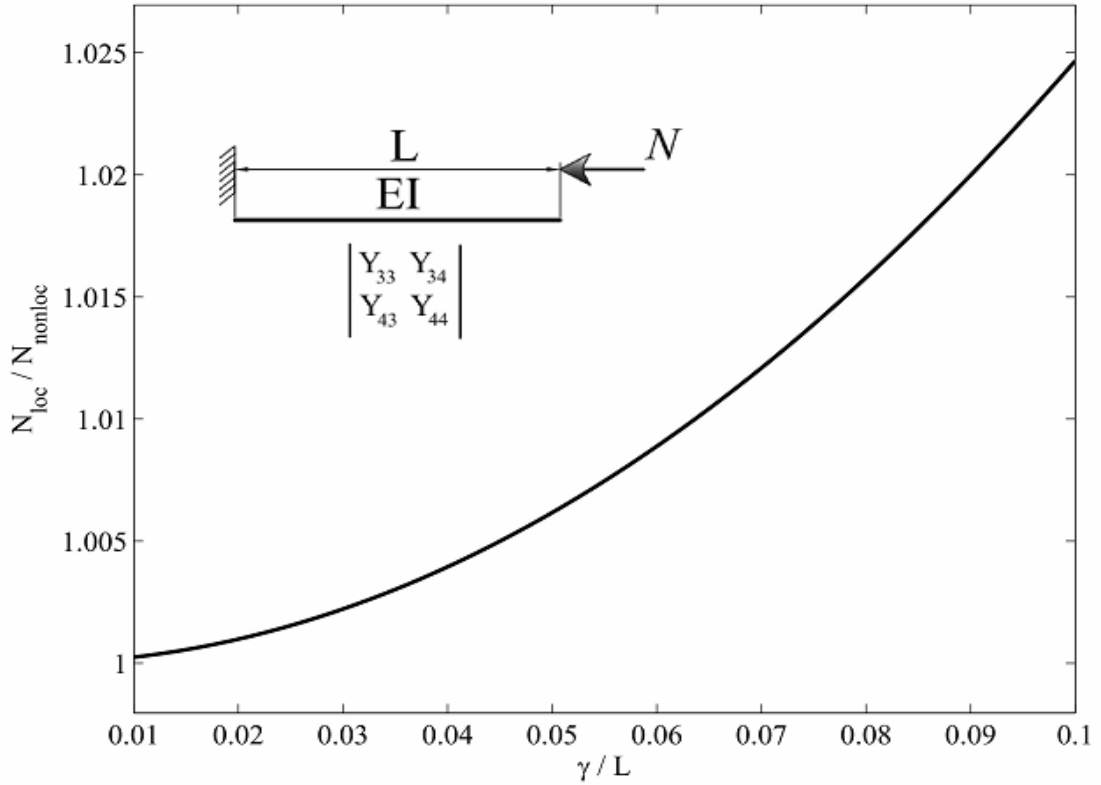
olarak bulunur.

Yerel olmayan burkulma yükünde $\gamma = 0$ alınarak klasik burkulma yükü elde edilmiş olur. Klasik burkulma yükü,

$$N_{loc} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (8.56)$$

olarak hesaplanır.

Klasik burkulma yükünün yerel olmayan burkulma yüküne oranının $\frac{\gamma}{L}$ oranı arttıkça büyüdüğü grafikte gösterilmiştir. (Şekil 8.9)



Şekil 8.9 : $F(x)$ ve uydurulmuş polinom

8.3 Değişken Kesitli Çubuklarda Burkulma Yüklerinin Hesaplanması

Büyük boyutlardaki matrisler için burkulma determinantının hesaplanmasında klasik tekniklerin kullanılması yoğun ve karmaşık hesaplamalara neden olduğundan, dolayısıyla da çözümü zorlaştırdığından, klasik teknikler yerine taşıma matrisi kullanılmasının çözümü sistematikleştirip basitleştirdiğini göstermek için değişken kesitli bir çubuk uygulaması örnek olarak verilecektir.

8.3.1 Değişken kesitli çubuklarda taşıma matrisinin hesaplanması

Bir başlangıç değer problemi,

$$\frac{d\mathbf{y}}{dz} = \mathbf{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0 \quad (8.57)$$

şeklinde verilsin. Burada $\mathbf{y}(z)$, bilinmeyenlerin (u, Ω, M, T) z koordinatındaki değerlerini içeren kolon matris, $\mathbf{y}_0$ ise bilinmeyenlerin başlangıçtaki ($z = 0$) değerlerini içeren kolon matristir.

Bu problemin çözümü,

$$\mathbf{y}(z) = e^{\tilde{\mathbf{A}}z} \mathbf{y}_0 \quad (8.58)$$

dir. Burada $e^{\tilde{\mathbf{A}}z}$ taşıma matrisi adını alır. Burkulma probleminde taşıma matrisinde iki temel parametre vardır, bunlar z ve α 'dır. Bu nedenle taşıma matrisini $Y(z, \alpha)$ ile göstereceğiz. α çubuk rijitliği ile ilgilidir, bu nedenle birinci bölgede α_1 , ikinci bölgede α_2 kullanacağız. (8.58) denklemi, bilinmeyenlerin z 'deki değerini bulmak için taşıma matrisi ile başlangıç değerlerini içeren $\mathbf{y}_0$ kolon vektörünü çarpmak gerekir şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 8.10 : Değişken kesitli bir kiriş modeli

Şimdi $z = L_1$ noktasını başlangıç olarak seçtiğimizi düşünelim. L_1 'den z kadar uzaklıktaki bilinmeyenleri hesaplamak için, taşıma matrisi ile bilinmeyenlerin yeni seçtiğimiz başlangıç noktasındaki ($z = L_1$ 'deki) değerlerini içeren kolon vektörü çarpılmalıdır. $z = L_1$ 'de bilinmeyenlerin değerini bulmak için $\mathbf{Y}(z, \alpha_1)$ taşıma matrisinde z yerine L_1 yazarak (8.58) denklemini kullanabiliriz.

Bu açıklamalar bağlamında yeni başlangıç değerlerimiz $\mathbf{y}(L_1)$ aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\mathbf{y}(L_1) = \mathbf{Y}(L_1, \alpha_1) \mathbf{y}_0 \quad (8.59)$$

$z = L_1$ 'den z kadar uzaktaki değerler, taşıma matrisi ile yeni seçtiğimiz başlangıç noktasındaki bilinmeyenlerin ($z = L_1$ 'deki bilinmeyenleri içeren kolon vektörün) çarpımı ile bulunabilir. Yani

$$\mathbf{y}(z) = Y(z, \alpha_2) \mathbf{y}(L_1) \quad (8.60)$$

dir. (8.60) kullanılırsa bu bağıntı

$$\mathbf{y}(z) = Y(z, \alpha_2) Y(L_1, \alpha_1) \mathbf{y}_0 \quad (8.61)$$

şeklini alır. $Y(z, \alpha_2) Y(L_1, \alpha_1)$ çarpımı bizim yeni taşıma matrisimizdir. Yani

$$F(z, L_1, \alpha_1, \alpha_2) = Y(z, \alpha_2)Y(L_1, \alpha_1) \quad (8.62)$$

Hesaplanan taşıma matrisinin elemanları şöyledir:

$$Y_{11}(z) = 1 \quad (8.63)$$

$$\begin{aligned} Y_{12}(z) = & \left[\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \left(\cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \alpha_1^2 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right. \\ & + \alpha_1 \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \Big] \\ & \div \alpha_1 \alpha_2^2 \end{aligned} \quad (8.64)$$

$$\begin{aligned} Y_{13}(z) = & \left[\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \left(\cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \alpha_1^2 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) \right. \\ & + \alpha_2 \left(\alpha_1 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) - \alpha_2 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \right) \Big] \\ & \div EI \alpha_1^2 \alpha_2^2 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \end{aligned} \quad (8.65)$$

$$\begin{aligned} Y_{14}(z) = & \left[-\alpha_1 \alpha_2 (L_2 \alpha_1^2 + L_1 \alpha_2^2) + \alpha_2 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \left(\cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \alpha_1^2 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) \right. \\ & \times \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) + \alpha_1 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \left(\alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \\ & \times \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \Big] \\ & \div EI \alpha_1^3 \alpha_2^3 \end{aligned} \quad (8.66)$$

$$Y_{21}(z) = 0 \quad (8.67)$$

$$\begin{aligned} Y_{22}(z) = & \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \\ & + \left[\alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right] \\ & \div \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \end{aligned} \quad (8.68)$$

$$\begin{aligned} Y_{23}(z) = & \left[\left(\cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \div \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \right. \\ & + \left. \left(\cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \div \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \right] \\ & \div EI \end{aligned} \quad (8.69)$$

$$\begin{aligned}
Y_{24}(z) = EI & \left[\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \left(\alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right. \\
& + \alpha_1 \left(\alpha_2 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) - \alpha_1 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \right) \\
& \left. \div EI \alpha_1^2 \alpha_2^2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \right] \tag{8.70}
\end{aligned}$$

$$Y_{31}(z) = 0 \tag{8.71}$$

$$\begin{aligned}
Y_{32}(z) = EI & \left[\alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right. \\
& + \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \\
& \left. \right] \tag{8.72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{33}(z) = & \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \\
& + \left[\alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right] \\
& \div \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \tag{8.73}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{34}(z) = & \left[\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right. \\
& + \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \left(\alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \\
& \left. \div \alpha_1^2 \alpha_2 \right] \tag{8.74}
\end{aligned}$$

$$Y_{41}(z) = 0 \tag{8.75}$$

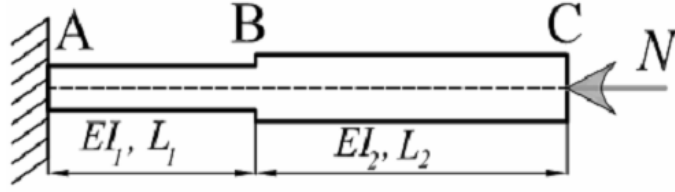
$$Y_{42}(z) = 0 \tag{8.76}$$

$$Y_{43}(z) = 0 \tag{8.77}$$

$$Y_{44}(z) = 1 \tag{8.78}$$

8.3.2 Uygulama

(Şekil 8.11)'deki gibi sol uçtan ankastre olarak mesnetlenmiş değişken kesitli bir çubuğun burkulma yüklerini hesaplayalım.



Şekil 8.11 : Sol uçtan ankastre olarak mesnetlenmiş değişken kesitli bir çubuk

BC bölgesi için çözüm, A noktasındaki başlangıç değerlerine göre

$$\mathbf{y}(L_1) = \mathbf{Y}(L_1, \alpha_1) \mathbf{y}_0 \quad (8.79)$$

bağıntısı kullanılarak elde edilir.

Eğer B noktası başlangıç noktası olarak seçilirse, $(0 \leq z \leq L_2)$ aralığında

$$\alpha_1 = \frac{N}{EI_1} \quad ve \quad \alpha_2 = \frac{N}{EI_2} \quad (8.80)$$

olmak üzere çözüm

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, \alpha_2) \mathbf{y}(L_1) \quad (8.81)$$

olur. (8.79) ifadesini (8.81)'e yerleştirdiğimizde A noktasındaki başlangıç değerlerine göre elde edilen BC bölgesindeki çözümü elde etmiş oluruz. Bu da

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{Y}(z, \alpha_2) \mathbf{y}(L_1, \alpha_1) \mathbf{y}_0 \quad (0 \leq z \leq L_2) \quad (8.82)$$

olur.

Bu uygulamada başlangıç vektörü

$$\mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} \quad (8.83)$$

olduğundan $z = 0$ başlangıç noktasında bilinmeyenler $M(0)$ ve $T(0)$ olmak üzere iki tanedir. Bu bilinmeyenler belli olursa $v(z)$, $\varphi(z)$, $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerini elde ederiz.

$z = L_2$ noktasında sağ uçtaki sınır şartlarından dolayı $M(L_2) = 0$ ve $T(L_2) = 0$ olduğundan $M(z)$ ve $T(z)$ denklemlerine ihtiyacımız olduğundan, $y(0)$ 'ı (8.36) denkleminde yerine yazarsak

$$\begin{aligned} M(z) &= y_{33}M(0) + y_{34}T(0) \\ T(z) &= y_{43}M(0) + y_{44}T(0) \end{aligned}$$

olur. $z = L_2$ noktasındaki sınır şartlarını bu denklemlerde yerine yazarsak,

$$\begin{aligned} M(L_2) &= y_{33}(L_2)M(0) + y_{34}(L_2)T(0) \\ T(L_2) &= y_{43}(L_2)M(0) + y_{44}(L_2)T(0) \end{aligned}$$

olur.

Bulduğumuz bu lineer denklem sistemini matris formunda ifade edersek,

$$\begin{bmatrix} M(L_2) \\ T(L_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{33}(L_2) & y_{34}(L_2) \\ y_{43}(L_2) & y_{44}(L_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(0) \\ T(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.84)$$

olur.

Bu lineer denklem sisteminin homojen haldeki çözümü yani trivial çözümü mevcuttur. Sistemin aşikar trivial çözümden başka çözümünün olabilmesi için lineer denklemdeki katsayılar matrisinin determinanı sıfır olmalıdır. Yani

$$\begin{vmatrix} y_{33}(L_2) & y_{34}(L_2) \\ y_{43}(L_2) & y_{44}(L_2) \end{vmatrix} = 0 \quad (8.85)$$

olmalıdır.

Buna göre, bu determinanı daha önce bulduğumuz taşıma matrisi değerlerine göre hesaplırsak yerel olmayan burkulma yüklerini elde etmiş oluruz.

Bu giriş için yerel olmayan burkulma yüklerini hesaplayalım:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) \\ &+ \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1}} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{i \sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \cosh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{i \sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) \\
& + \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{L_1 \alpha_1}{i \sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \sinh \left(\frac{L_2 \alpha_2}{i \sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) = 0 \\
& \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{-i L_1 \alpha_1}{-\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \cosh \left(\frac{-i L_2 \alpha_2}{-\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) \\
& + \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{-i L_1 \alpha_1}{-\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \sinh \left(\frac{-i L_2 \alpha_2}{-\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) = 0 \\
& \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{-i L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \cosh \left(\frac{-i L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) \\
& + \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{-i L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \sinh \left(\frac{-i L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) = 0
\end{aligned}$$

$\cosh(-x) = \cosh(x)$ ve $\sinh(-x) = -\sinh(x)$ özdeşlikleri kullanılırsa

$$\begin{aligned}
& \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cosh \left(\frac{i L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \cosh \left(\frac{i L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) \\
& + \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sinh \left(\frac{i L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \sinh \left(\frac{i L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) = 0
\end{aligned}$$

olur. $\cosh(ix) = \cos(x)$ ve $\sinh(ix) = i \sin(x)$ özdeşliklerinden yararlanarak tekrar düzenlersek

$$\begin{aligned}
& \alpha_1 \sqrt{\alpha_1^2 \gamma^2 - 1} \cos \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \cos \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) \\
& - \alpha_2 \sqrt{\alpha_2^2 \gamma^2 - 1} \sin \left(\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} \right) \sin \left(\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} \right) = 0
\end{aligned}$$

Bu transadant denklemin klasik ve yerel olmayan burkulma yükleri, verilen değerlere göre hesaplanır.

Bu denklemin iki farklı yerel olmayan burkulma yükü ve iki farklı klasik burkulma yükü mevcuttur. Problemden verilen değerlere göre bulacağımız en küçük burkulma yükü aradığımız burkulma yükü olacaktır. Burada

$$\frac{L_2 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2 \gamma^2}} = 2\pi \quad (8.86)$$

alırsak, ifadenin sıfıra eşit olması için

$$\frac{L_1 \alpha_1}{\sqrt{1 - \alpha_1^2 \gamma^2}} = \frac{\pi}{2} \quad (8.87)$$

olmalıdır. Bulunan α_1 ve α_2 değerleri

$$\alpha_1^2 = \frac{\pi^2}{4L_1^2 + \pi^2 \gamma^2} \quad , \quad \alpha_2^2 = \frac{4\pi^2}{L_2^2 + 4\pi^2 \gamma^2} \quad (8.88)$$

şeklinde. O halde değişken kesitli çubuğun yerel olmayan burkulma yükleri

$$N_{yerelolmayan} = \alpha_1^2 EI_1 = \frac{\pi^2 EI_1}{4L_1^2 + \pi^2 \gamma^2} \quad ,$$

$$N_{yerelolmayan} = \alpha_2^2 EI_2 = \frac{4\pi^2 EI_2}{L_2^2 + 4\pi^2 \gamma^2} \quad (8.89)$$

olur. Bu iki yerel olmayan burkulma yükünün hangisinin küçük olduğu, problemde verilen değerler yerine konarak bulunur. Böylece aranan burkulma yükleri elde edilmiş olur.

Yerel olmayan burkulma yüklerinin değerlerinde $\gamma = 0$ alınarak klasik burkulma yükleri elde edilmiş olur.

Bu çubuk için klasik burkulma yüklerinin değerleri şöyledir:

$$N_{klasik} = \frac{\pi^2 EI_1}{4L_1^2} \quad , \quad N_{klasik} = \frac{4\pi^2 EI_2}{L_2^2} \quad (8.90)$$

Özel bir hal olarak yukarıda hesapladığımız klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinde $L_2 = 0$, $L_1 = 2L$, $EI_1 = EI_2 = EI$ alınır, klasik ve yerel olmayan burkulma yükleri

$$N_{yerelolmayan} = \frac{\pi^2 EI}{16L^2 + \pi^2 \gamma^2} \quad , \quad N_{klasik} = \frac{\pi^2 EI}{16L^2} \quad (8.91)$$

olur.

9. SONUÇLAR

Bilindiği gibi nanoteknoloji, moleküler boyutta (1-100 nm) fonksiyonel sistemlerin mühendisliğidir. Atom ve moleküler ölçeğinde özel yöntem ve tekniklerle yapıların, materyallerin ve araçların inşâ edilmesini, bu ölçekte ölçme, tahmin etme, izleme ve yapım faaliyetlerinde bulunmayı, benzeri görülmemiş özelliklerde yeni nanoteknolojik aygıtlar üretmeyi hedefler. Nanoteknolojiyi uygulanabilir kılan şey, atomların yapısı ve aralarındaki olağanüstü organizasyon özelliği olduğundan atomların yapısı ve davranış biçimlerinin çok iyi bilinmesi gerekir.

Bu çalışmanın sonuçlarını şu şekilde özetleyebiliriz:

1) Çalışmada yerel olmayan elastisite teorisinin nanometre boyutlarındaki yapılarda kullanılmasının klasik elastisite teorisine göre üstünlüğünü göstermek amacıyla çeşitli uygulamalar yapılmıştır. Uygulamalarda örneklendirilen çubuklarda ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirmeler başlangıç değer yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu yöntemin uygulanabilirliği için gerekli olan taşıma matrisleri elde edilmiştir. Taşıma matrisi elde edildikten sonra çeşitli türlerde desteklenmiş çubuklar için kritik yükler hesaplanmıştır.

Bir çubuğa ait oluşturulacak taşıma matrislerinin bilinmesi,

a) Her tip yükleme için kolayca tüm bilinmeyenlerin (kuvvet, moment, yerdeğiştirme, dönme) hesaplanmasını sağlamaktadır.

b) Çubukların kuvvetler etkisi altındaki davranışını sistematik olarak incelemeyi sağlamaktadır.

c) Atomlararası etkileşmenin çubuk eksenine doğrultusunda yoğunlaştığı bir yerel olmayan teori kullanarak çubuğa etki eden dış kuvvetlerle çubuğun şekil değiştirmesi arasındaki ilişkiyi kurmaktadır.

d) Doğru eksenli çubuklarda kesme kuvvetinin de etkisi gözönüne alınarak yerel olmayan teoride taşıma matrisinin bilinmesi, betonun mukavemetinin artırılmasını sağlayan bu çubukların daha gerçekçi ve sistematik bir şekilde incelenmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Kesit alanı atomsal boyutta olan çubuklara yerel olmayan teoriyi uygularken taşıma matrisi yönteminin kullanılması sayesinde, nanoboyuttaki bu çubukların kuvvetler etkisi altındaki davranışlarının daha gerçekçi ve sistematik bir şekilde incelenmesi mümkün olmuştur.

2) Son zamanlarda yapılan çeşitli deneysel sonuçlar, modelin boyutları veya araştırılan malzemenin hacmi küçüldüğü zaman mekanik özelliklerde boyut etkisinin önemli olduğunu göstermiştir. Klasik süreklilik teorilerinin, modelin boyutu malzemenin iç uzunluk boyutu ile karşılaştırılabilir bir boyutta olduğu zaman başarısız olduğu düşünülmektedir. Bu eksikliği gidermek için klasik elastisite formüllerinde çeşitli değişiklikler ileri sürülmüştür.

3) Nanoyapıların mekanik davranışlarını anlamada yerel olmayan etkilerin klasik elastisiteye göre çok daha güçlü olduğu vurgulanmıştır.

4) Nanoteknolojide ilk uygulamalar karbon nanotüp yapısı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Karbon nanotüpler nanoteknolojinin gelişmesine çok önemli katkılar sağlamaktadır. Karbon nanotüpler hem yapısal, hem de mekanik özellikleri bakımından nanoölçekteki malzemelere en güzel örneklerden biri olup, sahip oldukları olağanüstü özelliklerden dolayı bilinen en sert ve en güçlü liflerdir. Karbon nanotüplerin son 10 yıldaki keşifleri, birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Bu çalışmada karbon nanotüpler, nano boyutta grafit karbonların içi boş silindirik çubukları olarak düşünülebilir. Bu tüpler çekmeye karşı dayanıklıdır ancak basınca karşı mukavemetleri oldukça düşüktür. Bu nedenle, bunların basınç etkisi altındaki davranışlarının incelenmesi büyük önem kazanır.

Bu çalışmada ayrıca yerel olmayan elastisite çerçevesinde başlangıç değer yöntemi kullanılarak hem doğru eksenli elastik bir çubuğun hem de değişken kesitli bir çubuğun burkulması araştırılmıştır. Yapı nanometre boyutlarına indirgendiğinde yerel olmayan parametre olan γ 'nın bu çalışmanın sonucu üzerine önemli etkileri vardır. Bazı durumlarda klasik ve yerel olmayan burkulma yüklerinin oranı 1.4'e kadar çıkmaktadır.

Literatürde geleneksel yöntemler kullanılarak doğru eksenli çubuklarda burkulma yükleri (4x4)'lük determinantlardan elde edilirken, 8.bölümde doğru eksenli çubuklar için yapılan uygulamalarda burkulma yükleri (2x2)'lik determinantlardan elde edilmiştir. Değişken kesitli çubuklarda burkulma yükleri hesabı literatürde

(8x8)'lik determinantlardan elde edilirken, yine (8.3.2)'deki değişken kesitli çubuk örneğinde görüldüğü gibi burkulma yükleri hesabı (2x2)'lik determinatlardan elde edilmiştir. Böylece klasik tekniklerin kullanılmasının getirdiğı yoğun ve karmaşık hesaplamalardan kurtulmuş olunur. Uygulamalardan elde edilen sonuçlar, karbon nanotüplerin burkulmasında yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu, dolayısıyla da nanoteknolojide yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu göstermiştir.

KAYNAKLAR

- [1] **Hierold, C., Jungen C. and Helbling. T.**, 2007. Nanoelectromechanical sensors based on carbonnanotubes sensors and actuators, *A: Physical*, **136**(1), 51-61.
- [2] **Gu, F.X., Karnik, R., Wang, A. and Nissenbaum, L.E.**, 2007. Targeted nanoparticles for cancer therapy, *NanoToday*, **2**(3), 14-21.
- [3] **Çıracı, S.**, 2005. Nanoteknolojide yeni ufuklar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- [4] **Gürbüz, G. B.**, 2002. Nanoteknoloji ve mezoskopik, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [5] **Erkoç, Ş.**, 2007. Nanobilim ve Nanoteknoloji, O.D.T.Ü. Bilim ve Toplum Kitapları Dizisi, Ankara.
- [6] **Gencer, Y.**, 2006. Nanoteknoloji ve karbon nanoyapılar, *Bitirme Tezi*, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- [7] **Erkoç, Ş.**, 2001. Structural and electronic properties of single-wall nanotubes, *Journal of Molecular Structure*, **542**, 89-93.
- [8] **Artan, R.**, 1992. Yerel olmayan plastisitede varlık ve teklik problemleri, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [9] **Oruçoğlu, K.**, 1991. Yerel olmayan elastisitede çatlak problemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [10] **Altan, B.**, 1982. Yerel olmayan elastisitede bazı konular, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [11] **Gurtin, M.E.**, 1965. Thermodynamics and possibility of spatial interactions in elastic materials, *Arch. Rat.Mech.Anal.*, **19**, 339.
- [12] **Edelen, D.G.B.**, 1969. On nonlocal variational mechanics I, *Int. Journ. Engn. Sci*, **7**, 269.
- [13] **Edelen, D.G.B.**, 1969. Nonlocal variations and local invariance of fields, *Modern Analytic and Computation Methods in Science and Mathematics*, **19**.

- [14] **Eringen, A.C.**, 1972. Nonlocal polar elastic continua, *Int. Journ. Engn. Sci*, **10**, 1-6.
- [15] **Eringen, A.C.**, 1972. On nonlocal fluid mechanics, *Int. Journ. Engn. Sci.*, **10**, 561.
- [16] **Eringen, A.C.**, 1972. Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves, *Int. Journ. Engn. Sci*, **10**, 425-435.
- [17] **Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B.**, 1972. On nonlocal elasticity, *Int. Journ. Engn. Sci*, **10**, 233-248.
- [18] **Demiray, H.**, 1972. On the nonlocal theory of quazi-static dielectrics, *Int. Journ. Engn. Sci*, **10**, 285.
- [19] **Eringen, A.C.**, 1973. On nonlocal microfluid mechanics, *Int. Journ. Engn. Sci*, **11**, 291.
- [20] **Eringen, A.C.**, 1973. Linear theory of nonlocal microelasticity and dispersion of plane waves, *Lett. Appl. Engn. Sci.*, **1**, 129.
- [21] **Eringen, A.C.**, 1974. Nonlocal elasticity and waves, *Continuum Mechanics Aspect of Geodynamics and Rock Fracture*, 81-105.
- [22] **Eringen, A.C. and Kim, B.S.**, 1974. On the problem of crack tip in nonlocal elasticity, *Continuum Mechanics Aspect of Geodynamics and Rock Fracture*, 81-105.
- [23] **Eringen, A.C.**, 1974. On nonlocal thermoelasticity, *Int. Journ. Engn. Sci*, **12**, 1063.
- [24] **Eringen, A.C.**, 1974. Memory dependent nonlocal elastic solids, *Lett. Appl. Engn. Sci.*, **2**, 145.
- [25] **Balta, D.A. and Şuhubi, E.S.**, 1977. Theory of nonlocal generalized thermoelasticity, *Int. Journ. Engn. Sci*, **15**, 579.
- [26] **Eringen, A.C.**, 1977. Continuum mechanics at the atomic scale, *Cryst. Latt. Def. and Amorph. Math.*, **7**, 109-130.
- [27] **Eringen, A.C.**, 1977. Edge dislocation in nonlocal elasticity, *Int. Journ. Engn. Sci*, **15**, 177-183.

- [28] **Eringen, A.C.**, 1978. Line crack subject to shear, *Int. J. Fracture Sci.*, **14**, 367-379.
- [29] **Eringen, A.C.**, 1979. Lineer crack subject to antiplane shear, *Engineering Fracture Mechanics*, **12**, 211-219.
- [30] **Eringen, A.C.**, 1983. Interaction of dislocation with a crack, *J. Applied Physics*, **24**, 6811-6817.
- [31] **Ari, N. and Eringen, A.C.**, 1983. Nonlocal stress field at Griffith Crack, *Cryst. Latt. Def. and Amorph. Math.*, **10**, 33-38.
- [32] **Eringen, A.C.**, 1984. On continuous distributions of dislocations in nonlocal elasticity, *J. Applied Physics*, **56**, 2675-2684.
- [33] **İnan, M.** ,1981. Cisimlerin Mukavemeti, İ.T.Ü Yayınları, İstanbul.
- [34] **İnan, M.**, 1961. The carry-over matrix in elastomechanics, *Bull. Tech. Univ. İstanbul*, **14**, 61.
- [35] **Zurmühl, R.**, 1978. Matrisler ve Mühendislik Problemlerine Uygulamaları, İ.T.Ü Yayınları, İstanbul.
- [36] **Ayres, F.**,1980. Teori ve Problemlerle Matrisler, Schaum's Outline Series.
- [37] **Runckel, J.H. and Pittelkow, U.**, 1983. Practical computation of matrix functions, *Linear Algebra and its Applications*, **49**, 161-178.
- [38] **Omurtag, M.**, 2005. Mukavemet Cilt II, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- [39] **İnan, M.**,1981. Cisimlerin Mukavemeti, İ.T.Ü. Yayınları, İstanbul.
- [40]**Zimmerman, H.**,1988. Die Berechnung des Eisenbahnober bauses, Second Edition, Berlin, Germany.
- [41] **Miranda, C.K. and Nair, K.**, 1966. Finite beams on elastic foundation, *App. Div. Proc. ASCE*.
- [42] **İnan, M.**,1966. Elastik Çubukların Genel Teorisi, İ.T.Ü. Yayınları, İstanbul.
- [43] **Durelli, A.J. and Parks., V.J.**, 1969. Photoelastic beams on elastic foundations, *J. Struct. Div. Proc. ASCE*.
- [44] **Munther, J.H.**, 1970. Photoplastic study of beams on elastic foundation, *ASCE*.

- [45] **Rao, N.S., Das, Y.C. and Anandokrishnan, M.**, 1971. Variational approach to beams on elastic foundations, *J. Struc. Div. Proc. ASCE*.
- [46] **Ting, B.Y.**, 1982. Finite beams on elastic foundation with restraints, *J. Struct., Div., ASCE*, **108**, 611-620.
- [47] **Ting, B.Y.**, 1983. Beam on elastic foundation finite element, *J. Applied Mech.*, **109**(6), 1390-1402.
- [48] **Ting, B.Y. and Mockry, E.F.**, 1984. Beam on elastic foundation finite element, *J. of Struct.*, **110**(10), 2324-2339.
- [49] **Eisenerger, M. and Yankelevsky, D.Z.**, 1985. Exact stiffness matrix for beams on elastic foundation, *Computers and Structures*, **121**(6), 1355-1359.
- [50] **Lin, L. and Adams, G.G.**, 1987. Beam on tensionless elastic foundation, *Journal of Engn. Mechanics*, **113**(4), 542-553.
- [51] **Elmas, M.**, 1988. Elastik zemine oturan sonlu kirişlerin deneysel incelenmesi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [52] **Celep, Z., Malaika, A. and Abu-hussein, M.**, 1988. Forced vibrations of a beam on a tensionless foundation, *J. of Sound and Vibration*, **128**(2), 235-246.
- [53] **Doğan, O.**, 1993. Elastik zemin üzerine oturan kirişler, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [54] **Rodriguez, D.A.**, 1961. Three-dimensional bending of a ring on elastic foundation, *J. Appl. Mech, ASME*, 461-463.
- [55] **İnan, M.**, 1964. Elastomekanikte Başlangıç Değerleri Metodu ve Taşıma Matrisi, İ.T.Ü Yayınları, İstanbul.
- [56] **Panayotounakas, D.E. and Theocaris, P.S.**, 1979. Circular beam on elastic foundation, *J. Eng. Mech. Div. Proceedings ASCE*, **105**.
- [57] **Dasgupta, S. and Sengupta, D.**, 1988. Horizontally curved isoparametric beam element with or without elastic foundation including of without deformation, *Computers and Structures*, **29**(6), 967-973.

- [58] **Banan, M.R., Karami, G. and Farshad, M.**, 1989. Finite element analysis of curved beams on elastic foundations, *Computers and Structures*, **32**(1), 45-53.
- [59] **Aköz, A.Y.**, 1987. Şekil Değiştirebilen Cisimlerin Mekaniğinde Varyasyon Hesabı, Beta Yayınevi, İstanbul.
- [60] **Aköz, A.Y., Omurtag, M.H. and Doğruoğlu, A.N.**, 1991. The mixed finite element formulation for three-dimensional bars, *Int. Journ. of Solids Struct.*, **28**(6), 225-234.
- [61] **Omurtag, M.**, 1990. Takviyeli değişken kesitli silindirik kabukların karışık sonlu eleman yöntemi ile çözümü, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [62] **Kadioğlu, F.**, 1994. Elastik zemine oturan doğru ve daire eksenli çubuklar, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [63] **Çengel, B.**, 2002. Elastik zemine oturan çerçeve sistemler, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [64] **Ergüven, M. E. and Gedikli, A.**, 2003. A mixed finite element formulation for Timoshenko beam on Winkler foundation, *Computational Mechanics*, **31**, 229-237.
- [65] **Peddieson, J., Buchanan, G.R. and McNitt, R.P.**, 2003. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *Int. Journ. Engn. Sci.*, **41**(4), 305-312.
- [66] **Pin, L., Lee, H.P., Lu, C. and Zhang, P.Q.**, 2007. Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes, *Int. Journ. of Solids Struct.*, **44**(16), 5289-5300.
- [67] **Altan, B.S. and Subbash, G.**, 2003. A nonlocal formulation based on a novel averaging scheme applicable to nanostructured materials, **35**, 281-294.
- [68] **Gould, P.**, 2007. Nanotubes line up for electronics., *Nanotechnology Materials Today*, **10**(5), 15-26.
- [69] **Hierold, C., Jungen, C. and Helbling, T.**, 2007. Nanoelectromechanical sensors based on carbonnanotubes sensors and actuators, *A: Physical*, **136**(1), 51-61.

- [70] **Kuchibhatla, V.N., Karakoti, A.S., Bera, D. and Seal, S.,** 2007. One dimensional nanostructured materials, *Progress in Materials Science*, **52**(5), 699-913.
- [71] **Guz, I.A., Rodger, A., Guz, A.N. and Rushchitsky, J.J.,** 2007. Developing the mechanical models for nanomaterials, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **38**(4), 1234-1250.
- [72] **Valvala, P.K., Clancy, T.C., Odegard, G.M. and Gates, T.S.,** 2007. Nonlinear multiscale modeling of polymer materials, *Int. Journ. of Solids Struct.*, **44** (3-4), 1161-1179.
- [73] **Gibson, R.F., Ayorinde, O. and Wen, Y.F.,** 2007. Vibrations of carbon nanotubes and their composites: A review, *Composites Science and Technology*, **67**(1), 1-28.
- [74] **Artan, R.,** 1997. The analytical calculation of circular rods of variable cross-section by initial values method, *Computers and Structures*, **62**(3), 445-461.
- [75] **Eringen, A.C.,** 1983. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *Journal of Applied Physics*, **54**, 4703-4710.
- [76] **Artan, R.,** 1997, The analytical calculation of circular rods of variable cross section by initial values method, *Computers and Structures*, **62**(3), 445-461.

ÖZGEÇMİŞ

Ayşegül TEPE, 18.12.1975 yılında İstanbul'da doğmuş, lise öğrenimini Beşiktaş Atatürk Anadolu Lisesi'nde yapmıştır. 1993-1997 yılları arasında YTÜ Matematik Mühendisliği programında lisans eğitimini almıştır. 1998-2000 yılları arasında YTÜ Matematik Mühendisliği programında yüksek lisans eğitimini tamamlayarak dereceyle mezun olmuştur. 2001 yılında İ.T.Ü İnşaat Fakültesi, Yapı Mühendisliği programında doktora eğitimine başlamıştır.

1998 yılında Y.T.Ü Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik bölümünde araştırma görevlisi olarak, 2000-2004 yılları arasında İstanbul Bilgi Üniversitesinde öğretim görevlisi olarak, 2004 yılından itibaren de İstanbul Ticaret Üniversitesinde öğretim görevlisi olarak çalışmış, matematik, bilgisayar ve programlama dersleri vermiştir.

2007 Mayıs ayında proje yürütücüsü ve aynı zamanda tez danışmanı Prof. Dr. Reha Artan'ın "Yerel Olmayan Doğru ve Daire Eksenli Çubuklar İçin Taşıma Matrisi ve Nanoteknolojiye Uygulanması" konulu projesi Tübitak tarafından desteklenmiş ve Aysegül Tepe bu projede postdoktora bursiyeri statüsünde yer almaya hak kazanmıştır. Bundan sonra tez danışmanı ile beraber akademik çalışmalarına devam etmeyi planlamaktadır.