

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DÜZLEM GERİLME DURUMUNDA BETONARME ELEMANLARIN
DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ SONLU ELEMAN
YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Yıldır AKKAYA**

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

NİSAN 2006

**DÜZLEM GERİLME DURUMUNDA BETONARME ELEMANLARIN
DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ SONLU ELEMAN
YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Yıldır AKKAYA
(501972004)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21 Aralık 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 10 Nisan 2006**

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Zekai CELEP

Diğer Jüri Üyeleri: Prof.Dr. Metin AYDOĞAN (İ.T.Ü.)

Prof. Zekeriya POLAT (Y.T.Ü.)

Doç.Dr. Necmettin GÜNDÜZ (İ.T.Ü.)

Prof.Dr. Oral BÜYÜKÖZTÜRK (M.I.T.,ABD)

Amel 09.05.2006

Amel 10.05.2006

Metin 10.05.06

09.05.06

09.05.06

NİSAN 2006

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her aşamasında bilgi ve tecrübesine başvurduğum danışmanım Prof.Dr. Zekai Celep'e gösterdiği ilgi ve destek için teşekkür ederim.

Çalışmalarımın çeşitli aşamalarında bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım hocalarım Sayın Prof.Dr. Metin Aydoğan, Prof. Zekeriya Polat, Prof.Dr. Ahmet Işın Saygun ve Prof.Dr. Zeki Hasgür'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarımın çeşitli aşamalarında bilgi ve tecrübesine başvurduğum hocam Doç.Dr. Necmettin Gündüz'e önemli katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Çalışmalarımın ilk aşamalarında tez konusu üzerinde yapmış olduğu çalışmalarla yol gösteren, son aşamalarında da çalışmalarımı tartışma fırsatı bulduğum hocam Sayın Prof.Dr. Oral Büyüköztürk'e değerli katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Yoğun çalışma döneminde sağladıkları rahat ve huzurlu çalışma ortamı için Yapı Anabilim Dalı ve özellikle Betonarme Yapılar Çalışma Grubu hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Tez konusundaki deneyimiyle yol gösteren Yrd.Doç. Fuat Demir'e; tez konusu ile ilgili yayınların temininde bana yardım eden Yrd.Doç.Dr. Beyza Taşkın, Yrd.Doç.Dr. Ercan Yüksel, Doç.Dr. Sebahattin Gürmen, Dr. Mustafa Gençoğlu'na; bilgisayar programının hazırlanma safhasında bilgi ve deneyimiyle yol gösteren Yrd.Doç.Dr. Abdullah Gedikli'ye teşekkürlerimi sunarım. Tezin yazımı sırasında önemli katkılarda bulunan Dr. Onur Tan'a; çizimlerin hazırlanmasında büyük emeği olan Orhan Alltuntaşoğlu'na teşekkür ederim.

Beni çalışmaya teşvik eden, çalışmalarımı tamamlamam için maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen değerli arkadaşlarım Gökhan Değirmenci, Serhan Baktıaya, Emre Yıldırım, Levent Akkoyun, Bora Kılıç ve Bülent Aydın'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmayı, ortaya çıkması için gösterdikleri inanılmaz fedakarlık, hoş görü, sabır ve desteklerinden dolayı, babam Rasim, annem Şengül, kardeşim Yıldız ve ayrıca rahmetli hocam Prof.Dr. Vural Cinemre'ye ithaf ederim.

Nisan 2006

Yıldır AKKAYA

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	xv
ÖZET	xvi
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1. Genel Bilgi	1
1.2. Konu İle İlgili Çalışmalar	4
1.3. Yapılan Çalışmanın Amacı ve Sınırları	11
2. BETONUN DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ	17
2.1. Betonun Mekanik Davranışı	17
2.1.1. Bir eksenli yükleme durumu	18
2.1.2. İki eksenli yükleme durumu	26
2.1.3. Üç eksenli yükleme durumu	30
2.2. Beton İçin Matematik Modeller	31
2.3. Betonda Güç Tükenmesi Öncesi Davranış ve Modellenmesi	33
2.4. Betonda Güç Tükenmesi Ötesi Davranış ve Modellenmesi	41
2.4.1. Betonda çatlama	41
2.4.2. Çatlak modelleri	44
2.4.2.1. Yayılı çatlak modeli	45
2.4.2.2. Ayrık çatlak modeli	48
2.4.2.3. Çatlak mekaniğine dayalı modeller	49
2.4.3. Betonda çekme şekil değiştirme yumuşaması ve modellenmesi	50
2.5. Beton İçin Gerilme Şekil Değiştirme Bağıntıları	57
3. DONATININ DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ	78
3.1. Donatı Çeliğinin Özellikleri ve Mekanik Davranışı	78
3.2. Donatı Modelleri	81
3.2.1. Ayrık donatı modeli	83
3.2.2. Yayılı donatı modeli	85
3.3. Donatı İçin Gerilme Şekil Değiştirme Bağıntıları	87

4. ADERANS VE MODELLENMESİ	89
4.1. Beton ile Donatı Arasındaki Aderans	89
4.2. Aderansın Modellenmesi	96
5. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜMLEME	97
5.1. Doğrusal Problemlere Uygulama	97
5.2. Doğrusal Olmayan Problemlere Uygulama	103
5.2.1. Doğrusal olmayan denklemler için artımlı çözümleme	104
5.2.2. Artımlı çözümlemede hesap adımları ve iterasyon yöntemi	105
5.2.3. Artımlı çözümlemede elemanlarda oluşan gerilmelerin belirlenmesi	111
5.2.4. İterasyon yönteminde kullanılan yaklaşım kriteri	120
6. UYGULAMALAR	121
6.1. Betonarme Paneller	121
6.2. Betonarme W2 Yüksek Kirişi	130
6.3. Betonarme WT Yüksek Kirişleri	139
6.4. Betonarme SW Perdeleri	143
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	151
KAYNAKLAR	157
EKLER	167
A. PANELEİN BETON GERİLME ŞEKİL DEĞİŞTİRME EĞRİLERİ	168
B. SW13 VE SW24 PERDELERİNDE BETON GERİLMELERİ VE ÇATLAK DAĞILIMLARI	214
ÖZGEÇMİŞ	220

KISALTMALAR

AASTHO	: American Association of State Highway and Transportaion Officials
ACI	: American Concrete Institute
ASCE	: American Society of Civil Engineers
CEB-FIP	: Comité Euro-International du Béton-Fédération International de la Prerontrainte
DSFM	: Disturbed Stress Field Model
MCFT	: Modified Compression Field Theory
NLFE	: Nonlinear Finite Element Analysis
RC	: Reinforced Concrete

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1 Deney türüne göre beton çekme dayanımları (Ersoy ve Özcebe, 2001)	25
Tablo 6.1 Betonarme panellerin yükleme durumları ve malzeme özellikleri	123
Tablo 6.2 Betonarme paneller üzerinde yapılan çözümlerin karşılaştırmalı sonuçları	129
Tablo 6.3 WT yüksek kirişlerinin sayısal çözümünde kullanılan donatı oranları	141
Tablo 6.4 Perdelerin farklı bölgelerindeki kalınlıklar, yatay ve düşey donatı oranları	144
Tablo 6.5 Perdelerin beton malzeme özellikleri ve eksenel düşey yük değerleri	146

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Tek eksenli basınç yükleme deneylerinden elde edilen tipik gerilme-şekil değiştirme eğrileri	19
Şekil 2.2 : Farklı dayanımlı betonlar için tek eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme eğrileri (Wishers, 1978)	19
Şekil 2.3 : Tek eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme modeli (Hognestad, 1951)	21
Şekil 2.4 : Yönetmeliklerde tanımlanan elastisite modüllerinin beton basınç dayanımına göre değişimi (Ersoy ve Özcebe, 2001). ...	22
Şekil 2.5 : Gerilme/dayanım oranı (σ_c/f_c) ile Poisson oranı (ν) arasındaki ilişki	23
Şekil 2.6 : Beton için tipik çekme gerilme şekil değiştirme eğrisi	24
Şekil 2.7 : Farklı deney türlerinde, beton çekme dayanımlarının basınç dayanımlarına göre değişimleri	25
Şekil 2.8 : Betonun iki eksenli gerilme durumunda güç tükenme zarfı (Kupfer ve diğ. 1969)	27
Şekil 2.9 : İki eksenli basınç durumunda betonun gerilme-şekil değiştirme ilişkisi (Kupfer, 1969)	27
Şekil 2.10 : İki eksenli basınç etkisinde betonun hacim değişimi için tipik gerilme-şekil değiştirme eğrisi	28
Şekil 2.11 : İki eksenli yüklemede betonun güç tükenme şekilleri (Nelissen, 1972)	29
Şekil 2.12 : Beton için üç eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi (Balmer, 1949)	30
Şekil 2.13 : Betonun iki eksenli gerilme güç tükenme zarfı (Kupfer ve diğ., 1969)	37
Şekil 2.14 : Betonun iki eksenli gerilme güç tükenme zarfını kullanarak modelleme	38
Şekil 2.15 : Beton için tek eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme modelleri	39
Şekil 2.16 : Beton için eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi	40
Şekil 2.17 : Betonda çekme gerilme-şekil değiştirme-çatlama ilişkisi	42
Şekil 2.18 : İki eksenli gerilme durumunda beton için çatlama kriterleri ..	42
Şekil 2.19 : Tek bir çatlağın, yayılı çatlak modelinde idealize edilmiş hali ..	45
Şekil 2.20 : Çatlamış beton elemanda; seçilen yerel eksen takımları (ξ, η), global eksen takımı (x, y), çatlama doğrultusuna dik ve paralel asal eksenler (1,2) ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar	47
Şekil 2.21 : Ayrık çatlak modelinde çatlağın tanımlanması	48
Şekil 2.22 : Betonda çatlama bölgesi, mikro çatlaklar ve çelikte akma bölgesi	50
Şekil 2.23 : Tek eksenli çekme gerilmesi-uzama eğrisi (Peterson, 1981) ..	51

Şekil 2.24	: Bir çatlak bölgesinde toplam şekil değiştirmenin ε_n iki parçaya ayrılarak betonun şekil değiştirmesi ε_n^{co} ve çatlak şekil değiştirmesi ε_n^{cr} ile tanımlanması	51
Şekil 2.25	: Doğrusal çekme şekil değiştirme yumuşama modeli	52
Şekil 2.26	: Betonun şekil değiştirme yumuşama davranışı: a) Çekme gerilmesi (f_{ct}) ile çatlak şekil değiştirmesi (ε_n^{cr}) arasındaki ilişki, b) Çekme gerilmesi (f_{ct}) ile çatlak açılması (w) ilişkisi	54
Şekil 2.27	: Betonun çekme yumuşama kolunun tipik şekilleri: a) Doğrusal model (Bazant ve Oh, 1983), b) İki doğrulu model (Hillerborg ve diğ., 1976)	56
Şekil 2.28	: Basit kayma hali	61
Şekil 2.29	: Kenarları $2 \times 2 \times 2$ birim olan bir küp eleman	62
Şekil 2.30	: a) Çatlamış betonda gerilme şekil değiştirme ilişkisi, b) β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı (Vecchio, 2000)	73
Şekil 2.31	: Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından kullanılan betonun çekme basınç bölgesinde güç tükenme zarfı	73
Şekil 2.32	: Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi: a) Beton çekme yumuşaması modeli, b) Beton çekme rijitliği modeli (Vecchio 2000)	75
Şekil 2.33	: Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi	77
Şekil 3.1	: Donatı çeliği için tipik gerilme-şekil değiştirme eğrileri	78
Şekil 3.2	: Çeliğin çekme ve basınç etkisinde kabul edilen gerilme şekil değiştirme eğrileri	80
Şekil 3.3	: Yayılı ve ayrık donatı modelleri	82
Şekil 3.4	: Gömülü donatı modeli	82
Şekil 3.5	: Beton ve çubuk elemanda seçilen yerel eksen takımları, global eksen takımı ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar	83
Şekil 3.6	: Beton ve yayılı donatı elemanında seçilen yerel eksen takımları, global eksen takımı ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar	85
Şekil 3.7	: Donatının çekme ve basınç etkisinde gerilme şekil değiştirme eğrisi	88
Şekil 4.1	: Eksenel çekip-çıkarma deneyinde aderans gerilmelerinin değişimi	89
Şekil 4.2	: Eksenel çekme taşıyan çatlaksız bir betonarme prizmada σ_s çelik, σ_c beton ve τ_b aderans gerilmelerinin değişimi	91
Şekil 4.3	: Eksenel çekme taşıyan çatlamış bir betonarme prizmada σ_s çelik, σ_c beton ve τ_b aderans gerilmelerinin değişimi	92
Şekil 4.4	: Eksenel kuvvet etkisinde betonarme elemanda eksenel kuvvet ile ortalama şekil değiştirme ilişkisi	94
Şekil 4.5	: Çatlamış betonarme elemanda donatının perçin etkisi	95
Şekil 5.1	: Dikdörtgen eleman	99
Şekil 5.2	: a) Dört kenarlı eleman, b) Dikdörtgen eleman	100
Şekil 5.3	: Değiştirilmiş-Newton Rapson iterasyon yöntemi	108
Şekil 5.4	: Sonlu eleman hesap modeli için bilgisayar programı akış diyagramı	109

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 5.5	Beton eleman için akış diyagramında verilen A bölümündeki ara adımlar 110
Şekil 5.6	Beton basınç-basınç bölgesinde eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrileri 113
Şekil 5.7	Betonun çekme-basınç bölgesinde eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi 114
Şekil 5.8	Çatlamış ve çatlamamış beton basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi 115
Şekil 5.9	Betonun çekme-çekme bölgesinde eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi 117
Şekil 5.10	Donatının çekme ve basınç etkisinde gerilme şekil değiştirme eğrisi 118
Şekil 5.11	Ayrık donatı modelinde çubuk eleman eksen takımları ve aralarındaki açı 119
Şekil 6.1	Vecchio ve Colins (1982) tarafından deneysel incelenen PV panellerin boyutları, donatı yerleşimi ve yükleme durumu 123
Şekil 6.2	Panel çözümlerinde kabul edilen çatlamış ve çatlamamış beton basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi 124
Şekil 6.3	Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi 125
Şekil 6.4	: W2 deney numunesi geometrisi ve donatı yerleşimi 131
Şekil 6.5	: W2 yüksek kirişi için seçilen sonlu eleman ağı 132
Şekil 6.6	: 12×10 sonlu eleman ile W2 yüksek kırşın yük-yer değiştirme eğrileri 132
Şekil 6.7	: 18×16 sonlu eleman ile W2 yüksek kırşın yük-yer değiştirme eğrileri 133
Şekil 6.8	: W2 yüksek kırşının yarısında, farklı yük seviyeleri için beton çekme dayanımına ulaşmış Gauss noktaları ve asal çekme şekil değiştirmesine dik doğrultular 134
Şekil 6.9	: W2 yüksek kırşının Çözüm 1 ve farklı beton maksimum birim uzama değerlerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri 135
Şekil 6.10	: W2 yüksek kırşının yarısında, farklı yük seviyeleri için betonda oluşan çatlaklar ve doğrultuları 136
Şekil 6.11	: Göçme durumu çözüm ve deney sonucu elde edilen çatlak durumu 137
Şekil 6.12	: Farklı donatı sertleşme oranlarına ve Çözüm 1'e göre W2 yüksek kirişi yük-yer değiştirme eğrileri 138
Şekil 6.13	WT2 deney numunesi geometrisi ve donatı yerleşimi 139
Şekil 6.14	WT3 ve WT4 deney numuneleri geometrisi ve donatı yerleşimi 140
Şekil 6.15	WT yüksek kırşları için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler 140
Şekil 6.16	WT yüksek kırşlarının deney ve sayısal çözüm sonucu elde edilen yük-yer değiştirme eğrileri 141
Şekil 6.17	Birinci tip SW13, SW14, SW15 ve SW16 perdelerinin geometrisi ve donatı yerleşimi 145
Şekil 6.18	İkinci tip SW21, SW22, SW23 ve SW24 perdelerinin geometrisi ve donatı yerleşimi 145

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 6.19 SW13, SW14, SW15 ve SW16 perdeleri için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler	147
Şekil 6.20 SW21, SW22, SW23 ve SW24 perdeleri için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler	147
Şekil 6.21 SW13 ve SW14 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yer değiştirme eğrileri	148
Şekil 6.22 SW15 ve SW16 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yer değiştirme eğrileri	148
Şekil 6.23 SW21 ve SW22 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yer değiştirme eğrileri	149
Şekil 6.24 SW23 ve SW24 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yer değiştirme eğrileri	149
Şekil A.1 : PV10 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	168
Şekil A.2 : PV10 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	168
Şekil A.3 : PV10 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	169
Şekil A.4 : PV10 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	169
Şekil A.5 : PV10 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	170
Şekil A.6 : PV10 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	170
Şekil A.7 : PV10 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	171
Şekil A.8 : PV10 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	171
Şekil A.9 : PV11 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	172
Şekil A.10 : PV11 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	172
Şekil A.11 : PV11 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	173
Şekil A.12 : PV11 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	173
Şekil A.13 : PV11 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	174
Şekil A.14 : PV11 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	174
Şekil A.15 : PV11 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	175
Şekil A.16 : PV11 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	175
Şekil A.17 : PV12 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	176
Şekil A.18 : PV12 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	176

	<u>Sayfa No</u>
Şekil A.19 : PV12 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	177
Şekil A.20 : PV12 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	177
Şekil A.21 : PV12 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	178
Şekil A.22 : PV12 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	178
Şekil A.23 : PV12 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	179
Şekil A.24 : PV12 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	179
Şekil A.25 : PV16 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	180
Şekil A.26 : PV16 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	180
Şekil A.27 : PV18 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	181
Şekil A.28 : PV18 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	181
Şekil A.29 : PV18 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	182
Şekil A.30 : PV18 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	182
Şekil A.31 : PV18 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	183
Şekil A.32 : PV18 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	183
Şekil A.33 : PV18 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	184
Şekil A.34 : PV18 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	184
Şekil A.35 : PV19 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	185
Şekil A.36 : PV19 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	185
Şekil A.37 : PV19 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	186
Şekil A.38 : PV19 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	186
Şekil A.39 : PV19 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	187
Şekil A.40 : PV19 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	187
Şekil A.41 : PV19 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	188
Şekil A.42 : PV19 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	188

	<u>Sayfa No</u>
Şekil A.43 : PV20 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	189
Şekil A.44 : PV20 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	189
Şekil A.45 : PV20 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	190
Şekil A.46 : PV20 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	190
Şekil A.47 : PV20 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	191
Şekil A.48 : PV20 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	191
Şekil A.49 : PV20 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	192
Şekil A.50 : PV20 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	192
Şekil A.51 : PV21 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	193
Şekil A.52 : PV21 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	193
Şekil A.53 : PV21 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	194
Şekil A.54 : PV21 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	194
Şekil A.55 : PV21 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	195
Şekil A.56 : PV21 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	195
Şekil A.57 : PV21 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	196
Şekil A.58 : PV21 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	196
Şekil A.59 : PV22 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	197
Şekil A.60 : PV22 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	197
Şekil A.61 : PV22 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	198
Şekil A.62 : PV22 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	198
Şekil A.63 : PV22 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	199
Şekil A.64 : PV22 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	199
Şekil A.65 : PV22 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	200
Şekil A.66 : PV22 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	200

	<u>Sayfa No</u>
Şekil A.67 : PV23 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	201
Şekil A.68 : PV23 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	201
Şekil A.69 : PV23 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	202
Şekil A.70 : PV23 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	202
Şekil A.71 : PV23 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	203
Şekil A.72 : PV23 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	203
Şekil A.73 : PV23 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	204
Şekil A.74 : PV25 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	204
Şekil A.75 : PV25 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	205
Şekil A.76 : PV25 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	205
Şekil A.77 : PV25 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	206
Şekil A.78 : PV25 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	206
Şekil A.79 : PV25 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	207
Şekil A.80 : PV25 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	207
Şekil A.81 : PV27 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	208
Şekil A.82 : PV27 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	208
Şekil A.83 : PV27 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	209
Şekil A.84 : PV27 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	209
Şekil A.85 : PV27 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	210
Şekil A.86 : PV27 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	210
Şekil A.87 : PV28 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	211
Şekil A.88 : PV28 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)	211
Şekil A.89 : PV28 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)	212
Şekil A.90 : PV28 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)	212

	<u>Sayfa No</u>
Şekil A.91 : PV28 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	213
Şekil A.92 : PV28 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)	213
Şekil B.1 Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_x (MPa) yatay doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı	214
Şekil B.2 Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_y (MPa) düşey doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı	215
Şekil B.3 Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_x (MPa) yatay doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı	216
Şekil B.4 Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_y (MPa) düşey doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı	217
Şekil B.5 Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen çatlakların dağılımı	218
Şekil B.6 Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen çatlakların dağılımı	219

SEMBOL LİSTESİ

A_s	: Donatı alanı
E_0	: Beton başlangıç elastisite modülü
E_c	: Beton sekant elastisite modülü
E_i	: Ortotrop malzeme eksenlerinde beton elastisite modülü
f_c	: Standart silindir deneylerinden elde edilen beton basınç dayanımı
f_{ct}	: Eksenel çekme deneylerinden elde edilen beton çekme dayanımı
G_r	: Çatlama enerjisi
G_s	: Sekant kayma modülü
G_t	: Tanjant kayma modülü
K_s	: Sekant hacim modülü
K_t	: Tanjant hacim modülü
s	: Donatı aralığı
t	: Beton elemanın kalınlığı
T_σ	: İki eksenli gerilme eksen dönüştürme matrisi
T_ε	: İki eksenli şekil değiştirme eksen dönüştürme matrisi
w_c	: Betonun birim hacim kütlesi (kg/m^3)
α	: Asal gerilme oranları
σ_s	: Donatıda gerilme
σ_{it}	: Beton i. ortotrop malzeme ekseninde, eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinde maksimum gerilme
σ_{ip}	: Beton iki eksenli dayanım güç tükenme eğrisi üzerindeki, i. ortotrop malzeme eksenindeki gerilme
τ	: Kayma gerilmesi
ε_{ct}	: Beton maksimum çekme gerilmesine karşı gelen birim kısalma
ε_{cu}	: Betonda en büyük birim kısalma
ε_{if}	: i. ortotrop malzeme ekseninde eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme
ε_{ip}	: σ_{ip} gerilmesine karşı gelen şekil değiştirme
ε_{it}	: σ_{ip} gerilmesine karşı gelen şekil değiştirme
ε_s	: Donatıda şekil değiştirme
ε_{su}	: Donatıda maksimum şekil değiştirme
ε_{tu}	: Betonda en büyük birim uzama
ε_{sy}	: Donatıda akma gerilmesine karşı gelen şekil değiştirme
μ	: Beton için eşdeğer Poisson oranı
ν	: Poisson oranı
ν_i	: i. ortotrop malzeme ekseninde beton Poisson oranı
ρ	: Donatı oranı
β	: Azaltma katsayısı, global x ekseniiyle beton elemanın yaptığı açı
γ	: Kayma şekil değiştirmesi
θ	: Açı
ξ, η	: Beton yerel eksenleri
ξ', η'	: Yayılı donatı yerel eksenleri

DÜZLEM GERİLME DURUMUNDA BETONARME ELEMANLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

ÖZET

Betonarme yapı elemanlarının ve sistemlerinin davranışları uzun süredir çeşitli araştırmacılar tarafından üzerinde deneysel ve sayısal çalışılan bir konu olmuştur. Sayısal çözüm yöntemlerinde görülen gelişmelere bağlı olarak, betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışının tanımı için çok sayıda malzeme modeli önerilmiştir. Çeşitli sonuçlar elde edilmesine rağmen, beton ve donatının doğrusal olmayan davranışı dikkate alan malzeme modellerinin gelişimi yoğunluğu ve önemi artarak devam etmektedir.

Yapı mühendisliğinde, betonarme elemanların çözümünde homojen ve izotrop malzeme için geliştirilen sonlu eleman yöntemi uygulanabilir. Bununla birlikte betonarme elemanların doğrusal olmayan sonlu eleman hesabında çeşitli problemler çıkabilir. Bilindiği gibi betonarme davranışı farklı olan beton ve donatıdan oluşur. Donatı bir homojen malzeme olarak düşünülür ve onun malzeme özellikleri iyice tanımlıdır. Diğer taraftan beton mekanik özellikleri oldukça geniş alana dağılan bir heterojen malzemedir. Bu iki malzemenin yük etkisinde etkileşimi, betonun çatlaması ve çatlama sonrası davranışının tanımlanması gerçekçi bir model geliştirmede düşünülmesi gereken büyük güçlüklerdir. Bu güçlükler iki malzeme için gerilme şekil değiştirme bağıntılarının oluşturulmasını karmaşıktırır. Beton ve donatı arasında yeterli uygunluk koşullarının sağlanması kolay bir iş değildir. Uygunluk koşullarını sağlamak için yapılan kabuller modelin davranışını etkiler.

Bu çalışmanın amacı, düzlem gerilme hali olarak tanımlanabilen problemler için, kullanışlı ve etkili bir sonlu eleman hesap modeli geliştirmektir. Geliştirilen modelin önceki çalışmalarda verilen deney sonuçları ve geliştirilen önceki modellerle uyumunu kontrol etmektir. Davranış doğrusal olmadığı için, sayısal işlem hacmini arttıran adım adım çözümleme uygulanır. Bu artış, kullanılan yaklaşım kriterleri ve sayısal stabilite problemleri, yapı mühendisliği problemlerinde birincil öneme sahip, denge denklemlerini sağlamada problem olur.

Sonlu eleman hesap modelinde çeliği, tek boyutlu elemandan oluşan, elastik-plastik malzeme olarak kabul etmek ve malzeme özelliklerini uygun şekilde tanımlamak mümkündür. Donatı, tek eksenli gerilme etkisinde bulunduğu için kolay modellenebilir. Ancak betonun mekanik özellikleri ise birçok değişkene bağlı olarak değişmektedir. Yapı elemanlarında daha gerçekçi davranışın belirlenebilmesi için, betonun çok eksenli gerilmelere maruz kaldığı düşünülenerek modellenmesi gerekir. Ancak, üç eksenli gerilme etkisi altında gerilme-şekil değiştirme ilişkisini elde etmek ve modellemekte önemli güçlüklerle karşılaşmaktadır. Bunun yerine, genellikle

kirişler, yüksek kirişler ve perdeler gibi iki boyutlu kabul edilebilecek betonarme yapı elemanlarında, düzlem gerilme durumunda davranış ve hesap modelleri geliştirilir. Betonun davranışını tanımlamak kolay değildir. Fakat betonun davranışı kabaca üç safhaya bölünebilir: Elastik safha, çatlakların gelişimi, son derece plastik safha. Ayrıca donatının akmasıyla ve iki malzeme arasında aderans çözülmesiyle de betonarme malzemede doğrusal olmayan davranış meydana gelir.

Bu çalışmada monoton artan yüklemde iki boyutlu yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışı için bir sonlu eleman malzeme modeli önerilmiştir. Geliştirilen sonlu eleman modelinde beton ve donatı elemanların malzeme ve eleman rijitlik matrisleri ayrı ayrı oluşturulmuştur. Denge denklemleri ve geometrik uygunluk koşulları düğüm noktalarında sağlanmıştır. Ayrıca her bir eleman içinde geometrik uygunluk koşulları eleman içinde de sağlanmıştır. Eleman kenarlarında da uygunluk koşullarının sağlayacak şekilde sonlu eleman tipi ve şekil fonksiyonu seçilmiştir. Donatıyı temsil eden iki tip sonlu eleman kullanılmıştır: donatı çubuğu için tek boyutlu eleman ve her iki doğrultuda bulunan gövde donatıları için iki boyutlu düzlem eleman. Beton ve yayılı donatı için 4 noktalı dörtgen sonlu eleman ve 2×2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır. Yerdeğiştirmelerin küçük olduğu kabul edilerek, denge denklemleri şekil değiştirmemiş geometrik sistemde yazılmıştır. Betonun güç tükenmesi, çatlaması ve donatının akmasını içerecek şekilde, malzemenin doğrusal olmayan davranışını yakalamak için gerekli olan, artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi kullanılmıştır.

Önerilen sonlu eleman hesap modelinde kısa süreli monoton artan yükleme yapılır. Bir yük artımı için çözüm yapıp, etkiler her yük adımı sonunda bir önceki adımdakilerle birleştirilir. Her yük adım sonunda belirlenen malzeme sabitlerini kullanarak sistem rijitlik matrisi tekrar oluşturulur. Seçilen yerdeğiştirme kriteri sağlandığında yada maksimum iterasyon sayısı aşıldığında yeni yük artımına geçilir. Her bir yük artımı için çözümde, şekil değiştirmeler küçük olduğu için, doğrusal yerdeğiştirme-şekil değiştirme uygunluk koşulları kabul edilir. Zamana bağlı etkiler, sıcaklık etkileri bu çalışmanın inceleme konusu dışındadır.

Betonun malzeme davranışını temsil eden çok sayıda model önerilmiştir. Bunlar doğrusal olmayan elastik modeller, plastisite modelleri, endokronik modeller, ortotropik modeller, kırılma mekaniği modelleri ve mikro modeller olarak sınıflandırılır. Her bir beton model, diğer beton modellerle karşılaştırıldığında, bir açıdan üstün olurken, bir başka açıdan zayıf kalmaktadır. Bu çalışmada beton artımlı iki eksenli ortotrop malzeme olarak modellenmiştir. Ortotrop malzeme eksenlerinin toplam şekil değiştirme asal eksenleri ile çakıştığı kabul edilmiştir. Ayrıca beton asal şekil değiştirme doğrultuları ile asal gerilme doğrultularının çakıştığı da kabul edilmiştir. Düzlem gerilme durumunda betonun mekanik davranışını tanımlamak için iki eksenli gerilme şekil değiştirme ilişkisini kurmak gerekir. Bu çalışmada betonun iki eksenli davranışını elde etmek için “eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme” olarak bilinen yaklaşım kullanılmıştır. Burada “eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme” kavramı kullanılarak eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisinden betonun iki eksenli davranışı çıkarılmıştır. Önerilen modelde artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulur. Ayrıca hesaplama boyunca her iterasyon adımında, toplam şekil değiştirme asal doğrultu açısına bağlı olarak, ortotrop malzeme eksen doğrultuları sürekli değişir. Yükleme boyunca ortotrop malzeme eksen doğrultularının değişmesine bağlı olarak mevcut çatlakların doğrultularının da

değiştirdiği kabul edilmektedir. Asal doğrultulardaki malzeme sabitlerini ve toplam gerilmeleri elde etmek için, ortotrop malzeme eksenlerinde eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kullanılır. Yerel eksenlerde elde edilen gerilmeler global eksenlere taşınır. İki eksenli hal için eleman rijitlik matrisi ortotrop malzeme eksenlerinde oluşturulup, global eksenlere dönüştürülerek, sistem rijitlik matrisine uygun şekilde yerleştirilir. Gerilme düzleminde o adımda geçerli gerilme noktasının yerine bağlı olarak, iki eksenli dayanım zarfından tek eksenli eğrinin karakteristik değerleri elde edilir. Beton için çatlama öncesi ve sonrası için ayrı ayrı artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulur.

Sunulan çalışmada betonda çatlamanın davranışa etkisi yayılı çatlak modeli kabulü ile gözönüne alınmıştır. Beton iki eksenli basınç gerilmelerine zorlandığında basit basınç deneylerinden elde edilen beton basınç dayanımından daha yüksek basınç dayanımına sahip olması; iki eksenli çekme-basınç gerilmelerine zorlandığında artan basınç gerilmeleriyle beton çekme dayanımının azalması; çatlamış beton yüksek çekme şekil değiştirmelerine zorlandığında, çekme şekil değiştirmelerine dik doğrultuda, basit basınç deneylerinden elde edilen beton basınç dayanımından, daha düşük basınç dayanımına sahip olması ve çatlaklar arasında kalan betonda oluşan ortalama çekme gerilmesi önerilen beton modelde tanımlanmıştır.

İki eksenli gerilme durumunda betonarme elemanların sonlu eleman çözümünde, donatının modellenmesinde üç farklı yaklaşım kullanılabilir: a) Ayrık model; b) Yayılı model; c) Gömülü model. Bu çalışmada donatı için yayılı ve ayrık donatı modelleri kullanılmıştır. Ayrık modelde hesap kolaylığı için çelik çubuklar tek boyutlu, iki noktalı, (kafes) çubuk ve sadece eksenel kuvvet taşıyan eleman olarak tanımlanır. Yayılı modelde donatının beton eleman üzerinde, global eksene göre belirli bir açı ile yayıldığı kabul edilir. Donatının düğüm noktalarında iki serbestlik derecesi kabul edilmiştir. Donatılar için tek eksenli gerilme şekil değiştirme ilişkisi yeterlidir. Donatının davranışı elastik pekleşen plastik gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kurularak modellenmiştir.

Beton ile donatı arasındaki aderans, betonarmenin esasıdır. Aderans olayının incelenmesi için çok sayıda çalışma yapılmıştır. Ancak, olayın pek çok parametreye bağlı olması nedeniyle, aderansın açık bir şekilde belirlenmesi de oldukça zor ve modellemede bir o kadar karmaşıktır. Aderansı modellemede karşılan güçlükler ve incelenen problemi sınırlandırmak için bu çalışmada beton ile donatı arasında tam aderans kabulü yapılmıştır. Beton ile donatı arasındaki çeşitli etkileşimler; aderans çözülmesinin gözönüne alınması ve modellenmesi ayrıntılı biçimde tartışılmıştır.

Geliştirilen sonlu eleman çözüm modeli için Fortran programlama dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Geliştirilen bilgisayar programının da önce elastik çözümleme safhası tamamlanıp, çalışması denenmiştir. Sonra sadece beton panel üzerinde yapılan çözümlerle iki eksenli basınç-basınç, çekme-basınç gerilmeleri durumunda literatürde verilen iki eksenli gerilme şekil değiştirme ilişkilerine yaklaşım kontrol edilmiştir. Ayrıca ayrık donatıları temsil eden iki boyutlu çubuk sistem bölümü artımlı elastik pekleşen plastik gerilme-şekil değiştirme davranışını temsil edecek şekilde programda tanımlanmıştır. Sonra beton ve yayılı donatı modelin birlikte çalışmasını kontrol etmek için betonarme paneller üzerinde farklı gerilme durumlarında çözümler yapılmıştır. Ayrık, yayılı donatı, beton eleman bölümleri birleştirilerek programın çalışması yeniden kontrol edilmiştir.

Literatürde bulunan, deney sonuçları bilinen betonarme paneller üzerinde çözümlemeler yapılmıştır. Önerilen hesap modelin deney sonuçlarına yaklaşımı verilmiştir. Geliştirilen modelin sağlamasını yapmak ve ortotrop beton modeli tanımlayan parametrelerin etkileri, modelde yapılan kabullerin sonuçlara etkisini araştırmak için sayısal çözümler yapılmıştır. Özellikle betonarme panelin çekme-basınç bölgesinde beton için iki eksenli gerilme-şekil değiştirme halinden eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme haline geçiş, betonun toplam asal gerilme doğrultuları ile toplam asal şekil değiştirme doğrultularının çakışması kabulü, yayılı çatlak modeli ve dönen çatlak yaklaşımı, betonda çatlama ve çatlama sonrası beton davranışı, çatlamış betonun kayma modülü, çözümleme sırasında karşılaşılan güçlükler, betonun çekme ve basınç yumuşaması davranışı, modellenmeleri, çekme rijitliği etkisi yapılan çözümler ve deney sonuçları değerlendirilerek açıklanmaya çalışılmıştır.

Genel hatları elde edilen sonuçlar şu şekilde sıralanabilir:

Betonun çekme yumuşaması ve rijitliğinin beton modelde tanımlanması, beton maksimum çekme gerilmesine ulaştıktan sonra, sayısal problemleri önlemek için gerekli görülmüştür. Özellikle donatı oranı küçük olan panellerin davranışında çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisinin azalan kolunu tanımlayan çekme yumuşaması davranışı daha etkilidir. Donatı oranı büyük olan panellerin davranışında ise çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisinin azalan kolun eğimini tanımlayan çekme rijitliği davranışı daha etkilidir.

İki eksenli çekme-basınç gerilmeleri etkisindeki panellerin göçme yükünü daha gerçekçi tahmin etmek için, çatlama anında mevcut çekme şekil değiştirmesi ve gerilmesine göre beton basınç dayanımının azaltılmasının önemli olduğu görülmüştür.

Enine donatının boyuna donatıya göre daha az olduğu betonarme panellerde, basit kayma gerilme durumu oluşacak şekilde yüklendiğinde, beton maksimum çekme gerilme değerine ulaşana kadar donatılar beklenildiği gibi katkıda bulunmadıkları görülmüştür. Beton çatlamaya başladığında ise donatılar çekme gerilmesi taşımaya, asal şekil değiştirme eksenleri dönmeye başlar. Beton kalitesinin yüksek olduğu durumda, ilk olarak enine donatı akma dayanımına ulaşır. Enine doğrultudaki donatının akması ile asal şekil değiştirme eksenleri daha hızlı döner. Dönen çatlak modeli sabit çatlak modeline göre bu davranışı daha iyi tanımladığı görülmüştür. Enine ve boyuna donatının eşit olduğu betonarme paneller, basit kayma gerilme durumu oluşacak şekilde yüklendiğinde, sabit çatlak modelinde olduğu gibi, dönen çatlak modelinde de asal eksenler sabit kalır.

Çatlamış betonun kayma modülünü belirlemek oldukça güçtür. Ancak yapılan çözümler sonunda çatlamaya dik doğrultudaki elastisite modülünün %25'i kadar kayma modülü tanımlandığında betonarme elemanın davranışını tanımlamada yeterli olduğu gözlenmiştir.

Genel olarak betonarme panellerin davranışı önerilen çözüm modeli ile elde edilebilmektedir. Ancak önerilen modelin bazı zayıflıkları vardır. Deney sonuçlarına yakın gerilme şekil değiştirme eğrileri elde edilmesine rağmen güç tükenme şeklinin tesbit edilmesi özellikle çok güçtür. Her iki doğrultuda donatıların akması, bir

doğrultuda donatı akıp betonun ezilmesi/aderans dayanımının aşılması, her iki doğrultuda donatılar akmadan betonun ezilmesi gibi nasıl güç tükenmesine erişildiğini saptamak oldukça zordur. Bunun sebebi aşağıdaki şekilde açıklanabilir: Model, beton maksimum basınç gerilmesine ulaşana kadar beton basınç gerilme şekil değiştirme davranışını oldukça iyi yansıtmaktadır. Ancak maksimum basınç gerilmelerine ulaştıktan sonra betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisinde şekil değiştirmelerin artması ile azalan kol üzerinde davranış modelde tanımlanamamıştır. Adım adım yük arttırılarak çözüm yapıldığı için, belirli bir oranda bunun etkisinin olduğu düşünülmektedir. Bir başka dikkati çeken konuda bir doğrultuda donatıları az olan panellerde yapılan çözümlerde denge denklemlerini sağlamak için yerdeğiştirme yaklaşım kriteri değerini oldukça küçük seçmek gerekmiştir.

Ayrıca deneysel çalışma sonuçları literatürde verilen betonarme yüksek kirişler ve perdeler için yapılan sayısal çözümler ile önerilen hesap modelinin deney sonuçları ile sağlaması yapılmış ve modellemede kullanılan parametreler incelenmiştir. Yüksek kirişlerin ve perdelerin davranışı, güç tükenme durumuna nasıl ulaşıldığı, çatlakların oluşumu konularında çözüm sonucu elde edilen sonuçlar ile deney sonuçları oldukça uyumludur. Önerilen model betonarme yüksek kirişler ve perdelerin davranışını gerekli biçimde yansıtmaktadır.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF NONLINEAR BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS UNDER PLANE STRESS CONDITIONS

SUMMARY

Behavior of reinforced concrete elements as well as structural systems is a subject that has been studied experimentally and numerically by various investigators for a long time. In case of numerical studies, depending on the progress of numerical solution techniques, numerous material models have been proposed for description of the nonlinear behavior of reinforced concrete elements. Although various results are obtained, development of material models considering nonlinear behavior of concrete and steel is continuing with an increasing pace.

Finite element method developed for homogenous and isotropic material can be applied in structural engineering on analysing of reinforced concrete elements. Nevertheless, various problems may appear in the nonlinear finite element analysis of the reinforced concrete structural elements. As it is well known, reinforced concrete consists of two materials, i.e., concrete and steel, which have different behavior. Steel can be considered a homogenous material and its material properties are well defined. On the other hand concrete is a heterogeneous material having mechanical properties scatter very widely. Interaction of these two materials under loading and crack formation in concrete are prime difficulties which have to be considered for developing realistic model. These difficulties complicate the development of stress-strain relationships for the two materials. Ensuring that the compatibility conditions between the concrete and steel are satisfied is not an easy task. The corresponding assumption affects the behavior of model.

The objective this study is to develop a reliable and computationally efficient finite element model for the analysis of the problems, which can be described by a plane stress field. The efficiency and effectiveness of the model are checked by evaluation of the correlation of the present results and the experimental ones as well as those of the previous studies. Since the behavior is nonlinear, step-wise numerical solution is adopted which increases the numerical procedures. This increase, the adopted numerical acceptance criteria and the numerical stability problems complicate the satisfaction of the equilibrium equations, which is of prime importance for any kind of the structural engineering problem.

Reinforcing steel, which is under axial stress, can be modeled relatively easily as a one-dimensional element made of elastic-plastic material by assuming proper characteristics for the finite element procedure. However, the mechanical properties of concrete depend on various parameters. Concrete in structural elements is subjected to multi axial stresses. This state should be taken into account for evaluating a realistic behavior. However, it is very difficult, if not impossible, to obtain the three axial stress-strain relationship for concrete and to develop a mechanical model. On the other hand, it is relatively easy to obtain the two-dimensional stress-strain relationship and developed a

corresponding mechanical model, which can be used for evaluating the behavior of the two-dimensional structural elements, such as beams, deep beams and structural walls.

Behavior of concrete is not easy to describe. However, it can be roughly divided into three stages: the uncracked elastic stage, the development of cracks and the highly nonlinear plastic stage. Nonlinearity of reinforced concrete also arises due to the yielding of steel as well as bond-slip between the two materials.

In the present study, a finite element material model is purposed for the nonlinear behavior of the two-dimensional structural elements under monotonically increasing load. Stiffness matrices for material and typical finite element are developed separately, for concrete and steel. In this process, the equilibrium equations and the geometrical compatibility at nodes are satisfied. Additionally, the type of the finite element and the shape functions are selected so that the geometrical compatibility conditions are fulfilled within the finite element as well, including along the boundaries of the element. For steel, two types of finite element are developed, i.e., one-dimensional element for single steel bars and two-dimensional plane elements for web reinforcement laying in two directions. Quadrilateral finite elements having four nodes are adopted for concrete and web reinforcing steel. Furthermore, four integration points are used for the surface integrations. Adopting the conventional assumption that the displacements are small, the equilibrium equations are written on the undeformed configuration of the structural elements. Since step-wise solutions are required to capture the nonlinear behavior of the materials, incremental stress-strain relationship is used in the analysis by including cracking and failure of concrete as well as yielding of steel.

The finite element model developed presently is appropriate for monotonically increasing loading having relatively short duration of application. The numerical procedures are carried out incrementally each loading step and the incremental results are combined with the corresponding results of the previous step. Furthermore, stiffness matrix is obtained at each step by using material parameters evaluated at the end of the previous loading step. The numerical analysis passes to the next loading step, when the prescribed accuracy is attained in terms of the displacements or when the prescribed number of iteration is reached. Since the loading steps, consequently the incremental displacements are very small, the linear compatibility relations between displacements and strains are assumed. The present study does not include the thermal effects and the time depended effects of the material.

Various mathematical models are purposed for representing the mechanical behavior of concrete. They can be classified as nonlinear elastic models, plasticity models, endochronic models, orthotropic models, models based on fracture mechanics and micro mechanical models. When these models are compared to each other, every model has one or more preferable aspect, which is superior to the others. However, every model has shortcomings in some aspect. In the present study an incremental biaxial orthotropic finite element for concrete is adopted. This model is assumed that the orthotropic material axes coincide with the principal axes of the total strain. Furthermore, it is assumed that the principal axes of total stresses coincide with those of total strains. The biaxial stress-strain relation is required for representing the mechanical behavior of concrete under plane stress conditions. The concept, which is known as "equivalent uniaxial strain", is used to represent the biaxial behavior of concrete in this study. By using the concept of "equivalent uniaxial strain" the biaxial behavior of concrete is derived from uniaxial stress-strain relations. This model is based on an incremental stress-strain relation. Consequently, the directions of orthotropy change

continuously during the analysis at each iteration step. This approach is known as “the rotating crack model”. The equivalent uniaxial stress-strain relations in the axes of orthotropy are determined to obtain the total stresses and the material properties defined in the principal axes of the total strain. The stresses obtained in the local axes are then transformed to the global axes. The stiffness matrix of the element for the biaxial case is obtained by transforming the stiffnesses in the orthotropic directions to those in the global axes. Characteristic values of the uniaxial curves are obtained from the biaxial strength envelope depending on the location of the current stress point in the stress plane. The two incremental stress-strain relations are developed and used for representing the one for the uncracked and the other cracked concrete. The effect of cracking in concrete is taken into consideration by using the smeared cracked model.

The concrete model developed in this study is able to represent the increase of the concrete strength, when it is under axial compressive stresses in two directions compared to the concrete under axial compressive stress in one direction. It also includes the decrease of the tensile strength of concrete as compressive stress increases, when it is under axial compressive stress in one direction and under tensile stress in the other direction and compared to the concrete under axial compressive stresses in one direction. It also includes the tension softening affect in unreinforced or lightly reinforced members. The model also covers the decrease of compressive strength of the cracked concrete as tensile strain increases in the perpendicular direction. The effect of the tensile stresses in concrete between tensile cracks perpendicular to cracks on the behavior of the system is known the tension stiffening affect which is also taken into account in the present model.

Three different approaches can be used in the modeling of reinforcing steel in finite element analysis of reinforced concrete elements under two dimensional stress states: (a) the discrete model; (b) the distributed or smeared model; (c) the embedded model. Reinforcing steels is represented in two ways in this study; i.e., discrete and smeared (distributed) models. In the discrete modeling case for computational simplicity, it suffices to idealize the steel bars as a one-dimensional two-node truss element, subjected only constant axial forces. In case of the smeared model the reinforcing steel is assumed to be distributed over the concrete element having a certain orientation angle relative to the global axes. In the two dimensional problems, as it is the case in the present study, the nodal points have two degrees-of-freedom. A uniaxial stress-strain relation needs to be specified for the reinforcing steel where a elastic-linear hardening model is used.

The bond between concrete and steel is an important property affecting the behavior of the reinforced concrete elements. There are numerous studies dealing with the bond and the parameters affecting it. However, the studies show that it is not easy to develop a simple model, which includes the effects of all corresponding parameters. In the present study the relative displacement or slip between concrete and steel is ignored and a perfect bond is assumed. However, the bond-slip between steel and concrete, the parameters affecting on it and its inclusion into the mechanical model are discussed in detail.

A computer program in Fortran language is developed for the finite model including concrete, steel having discrete and smeared configurations. The program developed is tested by assuming that the materials behave elastically. Later, concrete panels subjected to compressive stresses in two directions and those subjected to compressive stress in one direction and tensile stress in other direction are numerically analyzed. The

results are compared with those, which can be found in the previous studies. Furthermore, the part of the program which corresponding to the steel bars defined on a plane is tested by using incremental loading and assuming strain hardening in steel. Additionally, the panels subjected to various loading types are analyzed and the results are evaluated comparatively. A final test of the program is carried out after combining of the discrete and smeared steel model together with the concrete model.

Having finished the test runs, the numerical analyses are extended to the panels the results of which can be found in the previous studies. The results obtained are reported in the present study and compared to those found in the previous studies and the accuracy of the model develop is discussed in detail. The numerical analysis is also accomplished to verify the results and for investigate the effects of the parameters of the problem on the behavior of the panels. Special attentions are paid on the various critical points of the analyses. They can be given as the transfer from the two-dimensional tensile-compressive stress-strain state to the equivalent one-dimensional stress-strain state, the assumption that the coincidence of the principal axes of the total stresses with the principal axes of the total strain axes, the distributed and rotating cracking approach, the behavior of the uncracked and cracked concrete, shearing modulus of concrete, stability problems encountered in the numerical analyses, softening of concrete under compressive and tensile stresses and their modeling and the analysis under tensile stresses. The results are compared to those obtained experimentally when it can be found in the previous studies.

Evaluation of all numerical analyses can be summarized as follows:

It is important to include the tension softening and stiffening of concrete in the model to avoid numerical instabilities after reaching maximum tensile stress. When it is not done, the analysis does not yield any result or the result obtained will be meaningless. Especially the behavior of the panel having lower ratio of reinforcement is very sensitive to the slope of the descending branch of the tensile stress-strain curve of concrete, which represents tension softening. For the panels having relatively large ratio of reinforcement, the numerical analysis is sensitive to the slope of the descending branch of the tensile stress-strain curve, which represents the tension stiffening.

The reduction of the concrete compressive strength in the presence of a lateral tensile strain and stress at the time of cracking is essential in predicting the correct failure load of panels subjected to biaxial tension-compression stresses.

In the panels having smaller ratio of the lateral reinforcement compared to the longitudinal one, if concrete tensile stress is not to reach the tensile strength, the reinforcements are not subjected to a significant stresses as expected, when the panels are under shearing stresses. When concrete of the panel cracks, stresses start to develop in the reinforcing steels and the axes of the principle strains begin to rotate. The lateral reinforcement steel reaches relatively easy to the yielding state, when concrete strength is high. Yielding of the lateral steel causes a significant rotation in the axes of the principle strains. As expected, rotation crack model is more capable to capture this property compared to the constant crack model. The directions of the principle strains do not show any changes in the panels having equal lateral and longitudinal steel ratios for the two crack models, when the panel is subjected to simple shear loading only.

It is not an easy task to determine the shearing modulus of the reinforced concrete panels. However, the numerical analyses shows that reasonable results can be

obtained for a shearing modulus perpendicular to the crack direction of $1/4$ of the modulus elasticity.

The numerical results reveal that the finite element model developed in the present study predicts relatively accurately the behavior of the reinforced concrete panels. However, the presented model yields very accurate results for the load-displacement relationships, its accuracy relatively low for capturing failure mechanism. In other words, it is difficult to determine whether the failure comes into being due to the yielding of the steel in the two directions or due to the yielding of the steel in one direction and the crushing of the concrete in the other direction or due to the crushing of the concrete in two directions without yielding of the steel in the corresponding directions. The eventual cause of this shortcoming can be given as follows. The stress-strain behavior of concrete is defined relatively well up to the failure state. However, when the stress is close to the strength of concrete, the model is not able to capture the effects of the descending branch on the stress-strain relationship. The step-wise solution of the numerical analysis can be regarded as another reason for the relatively low accuracy of the numerical process. It is found that a relatively lower tolerance in the displacement convergence criterion is necessary in case of the panels having lower reinforcement ratio.

The study also includes the numerical analyses for reinforced concrete deep beams and structural walls, where the effects of various parameters on the behavior of the reinforced concrete deep beams and structural walls are investigated in detail. A comparison of the results with the experimental results shows that the model provides a very good approach. The figures, which represent the numerical results, show clearly the behavior of the reinforced concrete deep beams and structural walls, the failure mechanism and the development of cracks.

1. GİRİŞ

1.1. Genel Bilgi

Betonarme yapı sistemlerinin ve elemanlarının olası yük ve etkiler altında doğrusal olmayan davranışları, 40 yılı aşkın süredir araştırmacıların üzerinde çalıştıkları bir konu olmuştur. Elde edilen sonuçlara rağmen, doğrusal olmayan davranışı esas alan davranış modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirme çalışmaları, yoğunluğu ve önemi artarak devam etmektedir. Aşağıdaki paragraflarda bu çalışmaların neden önemli ve gerekli olduğu ifade edilmiştir.

Yapı tasarımında ana amaç kullanılabilir, güvenli ve ekonomik bir yapı oluşturmaktır. Önerilen bir tasarımın güvenli ve kullanılabilir olup olmadığının değerlendirilmesinde ileri çözümleme yöntemleri gerekli olabilir. Özellikle nükleer enerji santralleri, köprüler, soğutma kuleleri, tüneller gibi karmaşık yapı sistemlerinin, alışılmışın dışındaki yükler altında, tasarımı ileri çözümleme teknikleri kullanılarak yapılır. Ayrıca mühendislik yapılarından beklenen güvenlik ve ekonomi talebi zamanla artmıştır. Yapı maliyetlerindeki artış, mühendisleri yapıların güvenliğinden fedakarlık etmeden daha ekonomik yapı boyutları belirlemeye zorlar. Bu isteklerin karşılanması, tasarımın değerlendirilmesi, yük-yapı etkileşiminin daha gerçekçi belirlenmesi ile mümkün olur. Bu nedenle doğrusal olmayan malzeme davranışı esas alan davranış modelleri ve hesaplama yöntemi geliştirme çalışmaları devam etmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi, değişik geometrilere sahip, artan veya tekrarlı yükler gibi olası yük etkileri altında, taşıyıcı sistemlerin ve elemanların doğrusal olmayan malzeme davranışını incelemek amacıyla yaygın olarak kullanılan bir sayısal çözüm yöntemidir.

Betonarme taşıyıcı sistem elemanları farklı özellikleri olan beton ve çelik malzemelerinden oluşur. Çubuklar olarak kullanılan çeliğin çekme ve basınç gerilmeleri altındaki davranışı benzer olarak kabul edilebilir ve genellikle malzeme özellikleri gerçekçi biçimde kolayca tanımlanabilir. Beton, malzeme özellikleri

nedeniyle elemanlarda çok eksenli gerilme etkisi altındadır. Küçük yük etkileri altında bile, betonda doğrusal olmayan davranış söz konusu olabilir. Ayrıca betonun çekme gerilmeleri altında çatlaması, olayı daha karmaşık hale getirir. Bunun yanında donatı çeliği ile beton karmaşık bir etkileşim içindedir. Bu karmaşık etkileşim sebebiyle betonarme elemanların davranışlarının belirlenmesinde hala deneysel çalışmalar önemini korumaktadır. Bununla beraber bilgisayar destekli sayısal çözüm yöntemlerinde görülen gelişmeler, deneysel çalışmalarla bütünleşen hesap yöntemleri ve davranış modellerinin geliştirilmesinde, sayısal çözüm yöntemlerin önemi gittikçe artmıştır. Doğrusal olmayan sonlu elemanlar hesap yöntemi gibi, sayısal çözüm yöntemi kullanılarak yapılan bir çok çalışmaya karşılık, az sayıda genel olarak uygulanabilir sonuçlara ulaşılmıştır.

Betonarme yapılarda kullanılabilirlik ve taşıma gücü sınır durumu koşullarını sağlamak gerekir. Betonarme yapılarda ve yapı elemanlarında, güç tükenmesine karşı güvenlik sağlanması yanısıra, öngörülen kullanım yükleri altında elemanların ve yapının tümünün aşırı çatlama, şekil ve yerdeğiştirme ve titreşime neden olmayacak biçimde boyutlandırılıp donatılması gerekir (TS-500, 2000). Kullanılabilirlik sınır durumu koşullarını sağlamak için kullanım yükleri altında betonarme yapılarda oluşan çatlak, şekil ve yerdeğiştirmelerin belirlenmesi gerekir. Taşıma gücü sınır durumu koşullarını sağlamak için de, taşınabilecek yükün kabul edilebilir derecede olabildiğince gerçekçi hesaplanması esas olup, kesitlerin elastik ötesi davranışının gözönüne alınması arzu edilir.

Gelişen çözümleme ve boyutlama tekniklerine rağmen, deneysel çalışmalar gerekliliğini sürdürmektedir. Boyutlama hesaplarında, deneysel çalışmalar ile sınanmış formüller kullanılır. Malzemelerin özellikleri ve birbirleriyle etkileşimleri hakkındaki bilgiler deneysel çalışmalardan elde edilir. Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çözümlemede, deney sonuçlarından giriş bilgileri olarak faydalandığı gibi, hesap kabullerinde yapılacak basitleştirme esaslarını saptamak için de yararlanır. Ayrıca, sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çözümlemeden elde edilen sonuçlar, deney sonuçlarıyla karşılaştırılır. Sonlu elemanlar yöntemi gibi gelişmiş çözüm teknikleri, temel bilgiler hakkında yapılmış daha az sayıda deneyler ile genelleştirmeler yapmaya olanak tanır. Deneylerle gerçekleştirmek mümkün

olmayan mesnet ve yük koşullarını modellemede de ileri çözüm tekniklerine başvurulur.

Betonarme yapıların tasarımı ile ilgili yönetmeliklerin giderek, çözümlemede elemanların doğrusal olmayan malzeme davranışını dikkate alma yönünde bir eğilim içinde olduğu görülmektedir. Aşağıda TS-500 (2000) ve Eurocode 2 (1993) den örnekler verilmiştir.

TS-500 (2000), yapı mekaniği ilkelerine uygun bir çözümleme koşulu ile, betonarme yapı elemanlarının kesit tasarımında temel oluşturan iç kuvvetlerin belirlenmesinde, beton ve çeliğin gerilme-birim şekil değiştirme ilişkilerini temel alan, doğrusal olmayan bir yöntem kullanılabileceği gibi, doğrusal elastik yapısal davranış varsayımına dayalı bir yöntemin kullanımına olanak vermektedir. Ayrıca doğrusal elastik yöntemler kullanılarak elde edilen iç kuvvetler, çerçeve kirişleri ile sürekli kiriş ve döşemelerde, malzemenin davranışı gözönüne alınarak ve denge koşullarını eksiksiz sağlayarak, yeniden dağılım ilkesine göre kesit etkilerinin belirli oranda değiştirilmesine izin vermektedir.

Eurocode 2 (1993) ise, doğrusal elastik teori ile çözümleme yapılmasına ve daha sonra gerektiğinde, eğilme momentlerinin sınırlı ölçüde yeniden dağılımına müsaade eder. Bunun yanında plastik mafsallı veya kırılma çizgilerinin kullanıldığı plastik çözüm yöntemlerine, ve malzemenin doğrusal olmayan davranışını gözönüne alan çözümlemelere de izin verir.

Deprem yönetmelikleri; depreme dayanıklı bina tasarımında, binaya aktarılan deprem enerjisinin önemli bir bölümünün taşıyıcı sistemin sünek davranışı ile tüketilmesi için, sünek tasarım ilkelerine titizlikle uyulmasını ister (ABYYHY, 1998). Süneklik ve depremde enerji tüketme özelliğine sahip yapı sistemleri, elastik sınır ötesi yerdeğiştirmeleri karşılayabilecek özelliklerde tasarlanabilir. Böylece; şiddetli deprem hareketi altında, yapı doğal olarak elastik sınır ötesinde yerdeğiştirme yapacak ve bu yerdeğiştirmeler hasara neden olacak, ancak süneklik ve enerji tüketebilme özellikleri sayesinde kısmi veya toptan göçme önlenerek ve can kaybı en aza indirilecektir. Görüldüğü üzere; depreme dayanıklı yapı tasarımı yaparken de yapı sistemi ve elemanlarının doğrusal olmayan davranışları hakkında bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır.

Sonlu elemanlar yöntemi, mühendislikte karşılaşılan çeşitli problemlerin sayısal çözümünde sıkça kullanılan genel bir çözümleme tekniği olarak görülmektedir. Özellikle betonarme yapılarda, basit problemler de bile, kapalı formda çözümler elde etmek istendiğinde, oldukça büyük zorluklarla karşılaşmaktadır. Bunun en önemli nedenleri arasında; genel olarak betonun çok eksenli gerilme altında bulunması, çekme ve basınç gerilmeleri altında farklı davranışı, beton ve çeliğin değişik yük etkileri altında karmaşık etkileşimidir. Ayrıca, genelde betonarme yapı taşıyıcı sistemi yüksek dereceden hiperstatik olduğu için, elemanlar arası etkileşimin belirlenmesi oldukça güçleşmektedir. Bunun yanında, bu tür davranışın incelenmesi için yapılacak deneysel çalışmalar için gerekli zaman ve maliyet artmaktadır. Ngo ve Scordelis (1967), doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemini betonarme kirişlere uyguladığından beri, bu teknik gelişerek karmaşık betonarme yapıların tasarımında önemli bir hesap aracı olmuştur. Ayrıca bu teknik, betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesinde; çatlakların oluşumunu, ilerlemesini ve güç tükenmesini anlamaya ve yorumlamaya yardım eder.

Betonarme yapılarla ilgili gelişmeler (malzeme, yapım, fonksiyon, güvenlik, ekonomi, performans gibi alanlarda), mevcut yapıların onarım ve güçlendirilmesi gibi gerekliliklerle artan karmaşıklık, devam etmekte olan araştırmaların gerekliliğini ve önemini ortaya koymaktadır. Betonarme yapıların davranışı ne kadar iyi anlaşılırsa bu oranda ilgili problemler tanınabilir, onlara çözüm bulunabilir, güvenlik ve ekonomi gibi gerekli ihtiyaçlar karşılanabilir. Hesap modelleri davranışı anlamak ve geliştirmek için araçlardır.

1.2. Konu İle İlgili Çalışmalar

Bu bölümde; sonlu elemanlar yönteminin betonarme yapı elemanlarına uygulanması ile ilgili, daha önce yapılmış olan çalışmalar kısaca incelenmiştir. Betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan hesabı ile ilgili uygulamalar, geliştirilen teorilerin temel esasları, sonlu elemanlar yönteminde karşılaşılan zorluklar, çözümleme yöntemleri gibi hususların genel değerlendirilmesi ASCE Committee 447 (1982), Meyer ve Okamura (1985), Bangash (1989), ASCE Committee 447 (1993), Kotsovos ve Pavlovic (1995), ACI-ASCE Committee 447 (2001) tarafından yapılmıştır. Mühendislik malzemeleri için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları; elastik beton

malzeme modellerin ayrıntılı incelemesi, yapılan çalışmaların değerlendirilmesi Chen ve Saleeb (1994) ve plastisite teorisine dayanan beton ve metal malzeme modellerin ayrıntılı incelenmesi Chen (1994) tarafından yapılmıştır. Sonlu elemanlar yönteminde programlama ile ilgili derleme ise Crisfield (1997) tarafından verilmiştir.

Betonarme elemanlarda ilk sonlu elemanlar uygulamasının Ngo ve Scordelis (1967) yaptıkları çalışma ile başladığı kabul edilebilir. Bu çalışmada basit bir betonarme kiriş çözümlenmiştir. Beton ve çelik, üçgen sonlu elemanlar kullanılarak modellenmiş ve aralarında beraber çalışmayı gerçekleştirecek aderans elemanı kabul edilmiştir. Bu çalışmada, doğrusal elastik çözümleme yapılarak, asal gerilmeler belirlenmiştir. Çatlamanın, elemanları belirleyen kenarlar boyunca olduğu kabul edilmiştir. Beton ile donatı arasındaki aderans ise, bu iki elemanı bağlayan yay elemanlarla temsil edilmiştir. Daha sonra, Scordelis ve diğ. (1970) bu çalışmayı genişleterek, kirişlerde mesnede yakın bölgelerde donatının sıyrılmasını dikkate alarak, köşegen çekme çatlaklarının yayılmasını, ayrıca etriyelerin ve agrega kenetlenmesinin etkilerini incelemişlerdir.

Betonun doğrusal olmayan davranışı ve beton ile donatı arasındaki doğrusal olmayan aderans-sıyrılma ilişkisi gözönünde bulundurularak, kirişlerde sürekli çatlama olayının incelenmesi Nilson (1968) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, elemanın birleşim noktalarındaki ortalama gerilme, belirli bir sınır değeri aşınca, iki elemanın kenarları boyunca çatlama olduğu kabul edilmiştir. Bu modelde her çatlama olayı sonunda sistemin, her yük adımında oluşan etkilere göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir.

Betonun doğrusal olmayan davranışı için, gerilme invariantlarına bağlı olarak, Büyüköztürk (1975; 1977) tarafından, Mohr-Coulomb teorisine dayanan ve izotrop pekleşme kabulünü kullanan bir model teklif edilmiştir. Betonun davranışı için sunulan bu modelde, elemanın, beton ve donatının oluşturduğu tabakalardan meydana geldiği yaklaşımı kullanılmıştır. Donatının sonlu elemana ilavesi için özel bir yöntem uygulanarak ve çatlamanın asal çekme gerilmesine dik doğrultuda olduğu kabul edilerek betonarme yüksek kiriş ve silindirik kabuk problemleri incelenmiş ve meydana gelen çatlak şekilleri verilmiştir.

Fardis ve Büyüköztürk (1979; 1980) tarafından yapılan çalışmalarda betonarme yapı elemanlarındaki düzlem ve üç boyutlu gerilme durumu incelenmesi için, çatlak boyunca kayma gerilmesinin aktarılmasıyla ilgili matematiksel bir model sunulmuştur. Teklif edilen bu bağıntı, kullanılan beton sonlu elemanın çatlamış olduğu integrasyon noktasındaki kayma rijitliğini hesaplamak için kullanılarak, üç boyutlu doğrusal olmayan sonlu eleman analizi yapılarak, bu modelin uygunluğu kontrol edilmiştir.

Bazant ve Cedolin (1979) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapı elemanlarının sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesinde, kullanılan sonlu eleman boyutları yeterince küçük olmadığı zaman, her hangi bir yük değerinde çatlağın ilerlemesinden dolayı, yaygın olarak kullanılan gerilme kriterinin çok gerçekçi olmadığını belirterek, bu durumu yansıtacak çatlak oluşumu ve gelişimi için şekil değiştirme enerjisi ve gerilme yoğunluğu esasına dayanan bir yöntem teklif edilmiştir.

Sarıgül (1981) yaptığı çalışmada kısa süreli monoton artan yüklerin etkisi altında iki boyutlu betonarme yapı elemanların hesabı için bir yöntem geliştirilmiştir. Bu çalışmada, betonun doğrusal olmayan davranışı için bir malzeme modeli, donatı gösterimi için çubuk eleman ve aderans için yay elemanlar kullanılmıştır. Bunun yanı sıra, sürekli çatlama olayı da dikkate alınarak, betonarme konsol giriş problemi incelenmiştir.

Ottosen (1981) tarafından, donatı ile beton arasındaki aderans olayının incelenmesi amacıyla, donatının beton içinden çekip çıkarılması olayı, sonlu elemanlar yöntemiyle üçgen sonlu eleman kullanılarak modellenmiştir. Buna ilave olarak, yapı davranışında bir eksenli basınç dayanımının etkisi, çekme dayanımının basınç dayanımına oranı, değişik güç tükenme kriterleri incelenerek, meydana gelen çatlak oluşumu ve gerilme durumu araştırılmıştır.

Gupta ve Akbar (1982) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapı elemanlarındaki çatlakların sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesine uygun, dört düğüm noktalı izoparametrik eleman için bir formülasyon geliştirilmiştir. Genelde, izoparametrik elemanların kullanılması durumunda, kayma gerilmelerinin ifadelerinden ileri gelen

problemlerin önlenebileceği belirtilmiştir. Teklif edilen formülasyon kullanılarak, kayma gerilmelerinin etkilerinin daha gerçekçi dikkate alınabildiği gösterilmiştir.

Bedard ve Kotsovos (1986), sürekli çatlama yaklaşımının sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesinde, çatlağın sonlu elemanlar üzerinde yayılı olduğu esasına dayanan bir çatlak modeli teklif etmişlerdir. Beton ve donatının modellenmesi için izoparemetrik elemanlar kullanarak, beton çatladıktan sonra kaymaya karşı gösterdiği direncin dikkate alınmasının sonuçlara olan etkisi verilmiş; betonarme bir kiriş üzerinde incelenen etkiler ve ortaya çıkan çatlak durumu gösterilmiştir.

Betonun doğrusal olmayan davranış modeli, çok eksenli gerilme ve şekil değiştirmenin dikkate alındığı çatlak kriteri, yayılı çatlak modeli, çatlak sonrası betonun davranışı ve zamana bağlı etkiler içeren bağıntılar, Chang ve diğ. (1987) tarafından incelenmiştir. Betonarme kiriş ve perde gibi değişik betonarme elemanlara uygulanabilecek olan bu formülasyon kullanılarak, betonarme panellerin doğrusal olmayan davranışları incelenmiş ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapıların sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi amacıyla, yayılı çatlak kullanılması durumunda, betonun doğrusal olmayan davranışı için bir bünye denklemi verilmiştir. Bu çalışmada verilen modelde, betonun malzeme özellikleri için tek eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisi üzerinde beş farklı hasar bölgesi tanımlanmıştır. Her bölgede ayrı ayrı elastisite ve kayma modülü ifadeleri kullanılarak beton davranışı tanımlanmıştır. Betonun nihai dayanıma etkisi, bir güç tükenmesi ifadesinin değişimi ile verilmiştir. Betonarme kiriş problemleri, sunulan model kullanılarak incelenmiş ve modelin uygunluğu gösterilmiştir.

Balakrishnan ve Murray (1988b) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapı elemanlarının iki boyutlu doğrusal olmayan sonlu eleman yöntemiyle incelenmesi amacıyla, yayılı çatlak modeli kullanılması durumunda, malzeme parametreleri değişiminin çözüme olan etkisi araştırılmıştır. Bu parametreler, gövde donatılı ve donatısız kiriş ve yüksek kiriş örnekleri üzerinde incelenerek, elde edilen sonuçlar deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Vecchio ve Collins (1986) tarafından yapılan çalışmada düzlem gerilme durumundaki betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışlarının belirlenmesi için, MCFT (Değiştirilmiş Basınç Alanı Teorisi) olarak adlandırılan bir hesap modeli önerilmiştir. MCFT’de her bir şekil değiştirme durumuna tek bir gerilme durumu karşı getirilmektedir. Böylece yükleme geçmişinin önemli bir etkisi olmamaktadır. Enine ve boyuna donatıların eleman üzerinde düzgün yayılı olduğu kabul edilir. Bu modelde çatlama beton kendi gerilme şekil değiştirme karakterine sahip yeni bir ortotrop malzeme olarak davranmaktadır. Denge denklemleri, uygunluk koşulları, gerilme şekil değiştirme bağıntıları ortalama gerilme ve şekil değiştirmeleri esas alarak oluşturulmuştur. Çatlama betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisi 30 betonarme panel üzerinde yapılan deneyler sonucunda elde edilmiştir. Vecchio ve Collins (1982) tarafından yapılan çalışmada 30 betonarme panel üzerinde yapılan deneylerin ayrıntıları verilmiştir. Hesaplamalarda kolaylık sağladığı için beton asal şekil değiştirme doğrultuları ile asal gerilme doğrultularının üst üste düştüğü kabul edilmektedir. Çatlama beton yüksek çekme şekil değiştirmelerine zorlandığında, çekme şekil değiştirmelerine dik doğrultuda, basit basınç deneylerinden elde edilen beton basınç dayanımından, daha düşük basınç dayanımına sahip olması ve çatlaklar arasında kalan betonda oluşan ortalama çekme gerilmesi modellemede dikkate alınmıştır.

Vecchio (1989) tarafından yapılan çalışmada düzlem gerilme durumundaki betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışını tanımlamak için, MCFT ve sekant rijitlik yöntemi kullanılarak bir sonlu eleman yöntemi geliştirilmiştir. Yapılan incelemede, çatlakların modellenmesi için, yayılı çatlak modeli; donatının modellenmesi için ise yayılı donatı modeli tercih edilmiştir. Betonarme kiriş ve yüksek kiriş problemleri çözülerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Lefas ve Kotsovos (1990) tarafından, betonarme perdelerin doğrusal olmayan davranışları, sonlu elemanlar yöntemi ile incelenerek; düşey ve yatay donatıların konumu ve miktarı, yükseklik/genişlik oranı, eksenel yük ve betonun dayanımı gibi parametrelerin sonuçlara olan etkisi deneysel ve teorik olarak araştırılmıştır. Sonlu eleman çözümünden elde edilen sonuçlar, deney sonuçları ile karşılaştırılmış ve değişik yük adımlarındaki çatlak oluşumları verilmiştir.

Kwak ve Filippou (1990; 1997) tarafından yapılan çalışmalarda betonarme yapıların doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesi için, kırılma mekaniği esaslarına dayanan bir yayılı çatlak kriteri ve donatının beton içinde gömülü kabul edilmesi durumu için bir donatı modeli sunulmuştur. Yapılan çalışmalarda, betonarme kiriş, betonarme kolon-kiriş birleşim bölgesi gibi elemanlar incelenerek, betonun çekme gerilmesi altındaki rijitliği ve aderans-sıyrılma ilişkisinin sonuçlara olan etkisi araştırılmıştır.

Karakoç ve Köksal (1992) tarafından yapılan çalışmada betonun doğrusal olmayan malzeme modeli ile çatlak oluşumu için teklif edilen bünye denklemleri kullanılarak, çatlak açıklığı deney boyunca sabit tutulan beton elemanların sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi yapılmıştır.

Vecchio ve Collins (1993) tarafından, deneysel sonuçlardan hareketle, betonun davranışı için verilen bazı modeller yeniden düzenlenerek, bunların betonarme yapıların doğrusal olmayan sonlu elemanlar ile incelenmesinde, betonun basınç altında yumuşamasının sonuçlara nasıl etkidiği araştırılmıştır.

Chan ve diğ. (1994) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapıların doğrusal olmayan davranışının incelenmesi amacıyla, heterojen pekleşen malzeme teorisine dayanan bir davranış modeli teklif edilmiştir. Donatı ile beton arasında tam aderans kabul edilmiş ve betonun çatlamasının modellenmesi için yayılı çatlak modeli kullanılmıştır. Düzlem gerilme durumundaki yapı elemanları, sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiş ve çatlak oluşumları gözlenmiştir.

Vecchio ve DeRoo (1995) tarafından yapılan çalışmada betonarme yapıların sonlu elemanlar ile incelenmesinde çatlakların modellenmesi için, yaygın olarak kullanılan yayılı çatlak modelinde, genellikle dikkate alınmayan, betonun çekme çatlağı ayrılmasının etkilerini içeren bir yayılı çatlak modeli sunulmuştur. Betonarme panel modeller deneysel olarak incelenerek ve sonlu elemanlar yöntemi ile analiz edilerek, ilgili parametrelerin etkileri gösterilmiştir.

Park ve Klinger (1997) tarafından yapılan çalışmada düzlem gerilme durumunda betonarme elemanların hesabında betonun plastik malzeme olarak modellenmesi incelenmiştir. Önerilen plastik modelde betonun iki eksenli basınç gerilmeleri

etkisinde dayanım artışı için betonun ezilme güç tükenme kriteri ve beton çekme çatlama hasarı için çekme çatlama güç tükenme kriterleri birleştirilerek birlikte birden fazla güç tükenme kriteri kullanılmıştır. Betonun çekme çatlağı davranışı için dönen ve sabit çatlak yaklaşımları karşılaştırılmıştır. Drucker-Prager ve von Mises modelleri betonun ezilme güç tükenme kriteri için karşılaştırılmıştır. Betonda çekme çatlama ile ortaya çıkan beton çekme yumuşaması, çekme rijitliği ve basınç yumuşaması betonun ezilme ve çatlama güç tükenme eğrilerini etkilediği belirtilmiştir.

Ayoub ve Filippou (1998) tarafından yapılan çalışmada, betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışı için geliştirilen sonlu eleman hesap modelinde betonun ortotrop malzeme olarak gerilme şekil değiştirme ilişkisinin nasıl hesaplandığı verilmiştir. Betonun ortotrop malzeme eksenleri ile toplam şekil değiştirme asal doğrultularının çakıştığı kabulü yapılmıştır. Yük yerdeğiştirme davranışı boyunca bu doğrultuların değiştiği, dönen çatlak yaklaşımı, kabul edilmiştir. Beton güç tükenme zarfını tanımlamada, iki eksenli basınç bölgesinde Vecchio (1992) tarafından önerilen model, çekme basınç bölgesinde ise Balakrishnan ve Murray (1988a) ile Vecchio ve Collins (1982) tarafından önerilen modeller kullanılmıştır. Betonun çekme basınç bölgesindeki davranışı, betonun çekme rijitliği etkisi, beton basınç yumuşaması, betonarme panellerin göçme şekli çalışmada incelenmiştir.

Vecchio (2000) tarafından yapılan çalışmada çatlamış betonarme elemanın davranışını tanımlayan yayılı gerilme alanı (DSFM) modeli önerilmiştir. DSFM’de hibrid formülasyon kullanılarak dönen çatlak ile sabit çatlak modelleri arasında bir yaklaşım yapılmıştır. MCFT’de olduğu gibi her bir şekil değiştirme durumuna tek bir gerilme durumu karşı getirilir ve beton ortotrop malzeme olarak tanımlanır. Fakat betonarme elemanın davranışında toplam şekil değiştirme durumu ikiye ayrılmıştır. Bunlar eleman üzerinde sürekli ve düzgün yayılı kabul edilen net beton şekil değiştirme durumu ve eleman üzerinde süreksiz çatlak yüzeyleri boyunca açığa çıkan, sıyrılmaları ifade eden, ortalama sıyrılmaya kayma şekil değiştirmesi durumudur. Betonun yayılı ortalama gerilme şekil değiştirme davranışını temsil eden yerdeğiştirme uygunluk koşulları ile çatlaklar boyunca yerel rijit cisim sıyrılmalarını temsil eden yerdeğiştirme uygunluk koşulları birlikte sağlanmaktadır. Böylece

MCFT’de geçerli olan beton asal şekil değiştirme doğrultuları ile asal gerilme doğrultularının üst üste düştüğü kabulü kaldırılmıştır. Ayrıca MCFT’de kullanılan çatlak kayma kontrolünün diğer araştırmacılar tarafından yeterince anlaşılmaması ve oldukça eleştirilmesi üzerine çatlak kayma kontrolü DSFM’de yeniden ele alınarak daha anlaşılır hale getirilmeye çalışılmıştır. Vecchio (2001a) da yapılan çalışmada DSFM’nin doğrusal olmayan sonlu eleman hesap yönteminde nasıl tanımlandığı, hesap adımları anlatılmıştır. Sonlu eleman çözümünde toplam yük sekant rijitlik yaklaşımı kullanılmıştır. Yapılan örneklerle DSFM’in deney sonuçlarına yaklaşımı incelenmiştir. Vecchio (2001b) da yapılan çalışmada ise DSFM’e göre yapılan çözümleme ile literatürdeki çok sayıda deneysel sonuçlara dayanarak betonarme paneller, kirişler, perdeler üzerinde elde edilen sonuçların karşılaştırılması yapılmıştır.

Kwak ve Kim (2001, 2004) tarafından yapılan çalışmalarda betonarme perdelerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışları, çekme basınç bölgesinde betonun çatlaması ile ortaya çıkan, betonun çekme rijitliği ve basınç yumuşaması etkileri incelenmiştir. Dönen çatlak yaklaşımı ile sabit çatlak yaklaşımları karşılaştırılmıştır. Düzlem gerilme durumunda betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışı için bir sonlu eleman hesap modeli önerilmiştir. Önerilen modelde beton ortotrop malzeme kabul edilerek, ortotrop malzeme eksenleri ile toplam şekil değiştirme asal doğrultularının üst üste düştüğü kabulü yapılmıştır. Beton için ortalama gerilme ve şekil değiştirmeler kullanılarak donatı ve donatıyı saran beton arasında aderans sıyrılma ilişkisini, kuvvetlerin dengesini ve uygunluk koşullarını sağlayan ve çekme rijitliği etkisini tanımlayan bir kriter önerilmiştir. Yapılan çözümlemlerle deney sonuçları karşılaştırılarak çekme rijitliğinin ve basınç yumuşamasının önemi vurgulanmıştır.

1.3. Yapılan Çalışmanın Amacı ve Sınırları

Sonlu eleman yönteminin betonarme yapı elemanlarına uygulanmasında bazı özel sorunlar meydana çıkmaktadır. Betonarmenin davranışı farklı olan iki malzemeden oluşması, bu iki malzemenin etkileşimi, betonun çatlaması ve çatlama sonrası davranışın modellenmesi gerilme şekil değiştirme bağıntılarını oluştururken güçlüğe neden olur. Uygunluk koşullarını sağlamak için yapılan kabullerde betonarme

davranışının yakalanmasını zorlaştırır. Adım adım çözümlemede artan sayısal işlem hacmi, kullanılan yaklaşım kriterleri, değerleri ve sayısal stabilite problemleri denge denklemlerini sağlamada sorun olurlar. Bu bölümde betonarmenin doğrusal olmayan sonlu eleman hesabında karşılaşılan sorunlar genel olarak tanıtılıp, daha sonra bu çalışmanın amaçları, yapılan kabuller ve sınırları belirtilmiştir.

Betonarmenin, malzeme davranışı farklı olan beton ve çelikten oluşması, sonlu elemanlar yönteminde iki farklı davranışın birlikte modellenmesinde bazı güçlüklerle neden olur. Çeliği elasto-plastik malzeme olarak kabul etmek ve malzeme özelliklerini uygun şekilde tanımlamak mümkündür. Donatı, tek eksenli gerilme etkisinde bulunduğu için kolay modellenebilir. Betonun mekanik özellikleri ise birçok değişkene bağlı olarak değişmektedir. Bunlar; betonun karıştırılması, yerleştirilmesi, bakım koşulları, agrega tipi ve boyutları, yaşı, yükleme şekli ve çevre koşullarına bağlı olarak betonun hacim değişikliğine uğraması, sabit yük etkisi altında zamana bağlı olarak meydana gelen betonun şekil değiştirmesi (sünme) olarak sayılabilir. Yapı elemanlarında gerçekçi davranışın belirlenebilmesi için, betonun çok eksenli gerilmelere maruz kaldığı düşünülerek modellenmesi gerekir. Ancak, üç eksenli gerilme etkisi altında gerilme-şekil değiştirme ilişkisini elde etmek ve modellemekte önemli güçlüklerle karşılaşmaktadır. Bunun yerine, genellikle yüksek kirişler ve perdeler başta olmak üzere, kirişler gibi iki boyutlu kabul edilebilecek betonarme yapı elemanlarında, düzlem gerilme durumunun etkin olduğu düşüncesiyle çözüm yapılır. Düzlem gerilme etkisi altındaki betonarme yapıların doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü için, karmaşık olması sebebiyle betonun malzeme davranışını temsil eden çok sayıda model önerilmiştir. Bunlar doğrusal olmayan elastik modeller, plastisite modelleri, endokronik modeller, ortotropik modeller, kırılma mekaniği modelleri ve mikro modeller olarak sınıflandırılmaktadır (ASCE, 1982; ASCE, 1993). Bununla beraber, bugüne kadar, çeşitli gerilme durumları ve farklı tipteki yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışını değerlendirmeye olanak tanıyan az sayıda model ileri sürülebilmiştir.

Betonarme yapı elemanlarında düşük gerilme altında bile betonda çatlaklar oluşur. Bu çatlaklar, artan yük etkileri ile birlikte malzemenin içine doğru ilerlemeye başlar. Bu çatlakların ilerleyişi, bütün yapının ya da elemanın yük-yerdeğiştirme davranışını etkiler; bazı bölgelerde gerilme ve şekil değiştirmelerin daha da artmasına neden

olur. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, belirli adımlarda yük arttırılarak çatlakların oluşumu ve ilerleyişi hesaba katılabilir. Ancak, genel bir yöntemin geliştirilmesi zor olduğu için, çeşitli gerilme durumları ve farklı tipteki yapı elemanları ve incelenen problem türü için, bir çok araştırmacı, değişik modeller geliştirmişlerdir.

Beton ile donatı arasındaki aderans, betonarmenin esasıdır. Aderans olayının incelenmesi için çok sayıda çalışma yapılmıştır. Ancak, olayın pek çok parametreye bağlı olması nedeniyle, aderansın açık bir şekilde belirlenmesi de oldukça zor ve modellemede bir o kadar karmaşıktır. Bunun diğer bir sebebi ise, aderans olayının deneysel ve teorik olarak modellenmesinde bir çok problemlerle karşılaşılmasıdır. Donatının küçük bir sıyrılmasına karşı betonun gösterdiği direnç, beton ve donatı çeliği arasındaki sürtünme, donatı çeliğinin dış etkisi ve yüzeysel kenetlenme olarak ifade edilebilir. Aderans, bu etkilerin bileşimi olarak ortaya çıkar. Yük arttırıldığında, beton ve çelik arasındaki aderans sürekli zarar görür. Bir miktar çeliğin boyuna doğrultuda kaymasına izin verilir. Bu sıyrılma olayı, kullanma yükleri altında çatlak oluşumu ile başlar, yerel aderans bozulmasının çatlakla birleşimine kadar devam eder. Aderans modellemede karşılan güçlükler ve incelenen problemi sınırlandırmak için bir çok çalışmada beton ile donatı arasında tam aderans kabulü yapılmıştır. Bir başka yöntemde aderans gerilmelerinin ve donatı ve betondaki şekil değiştirme durumlarının kontrol edilerek, aderans çözülmesi olması hesaplarda dikkate alınmaktadır. Ayrıca dolaylı şekilde donatı beton etkileşimi betonun çekme rijitliği etkisi ile genelde hesaplara dahil edilmektedir. Ancak özellikle incelenen problem aderans çözülmesinin ayrıntılı olarak hesaba dahil edilmesi gerektiği durumlarda ek bir sonlu elemana ihtiyaç duyulur.

Betonda çatlama sonrası davranışı modellemekte de çeşitli güçlüklerle karşılaşılır. Çatlamış beton elemanda kesme kuvveti aktarımı, kayma gerilmelerinin çatlamış kesit yüzeyi boyunca ve donatı çubuğunda oluşan perçin etkisi ile sağlanır. Çatlamış kesit yüzeyi boyunca agrega parçalarının birbirine dokunması sonucu bir kesme kuvveti taşıma ve iletme mekanizması meydana gelir ve “agrega kilitlemesi” olarak isimlendirilir. Ngo ve Scordelis (1967) tarafından ilk olarak yaylarla agrega kilitlemesi modellenmeye çalışılmıştır. Araştırmacıların bir bölümü, kayma

modülüne çatlamış elemanlarda düşük değerler vererek, bu olayı gözönüne almaya çalışmışlardır (Ronnie, 2001).

Betonarme yapıların sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesinde, betonun doğrusal olmayan davranışı ve çatlaması, donatının doğrusal olmayan gerilme-şekil değiştirme ilişkisi ve aderans hakkında çok sayıda modeller sunulmuştur. Sunulan bu modellerde, beklendiği gibi, malzemenin davranışı için elde edilen deneysel sonuçlar esas alınmaktadır. Ancak bazı durumlarda, incelenen konuda deneysel sonuçların yeterli olmaması, bazı kabullerin yapılmasını zorunlu hale getirmektedir.

Betonarme yapıların sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesinde, yapılan çözümlerden elde edilen sonuçların yaklaşımının belirlenmesi için deney sonuçlarından faydalanılır. Bu açıdan, deney sonuçlarından elde edilen parametreler, yapılan incelemelerin yaklaşımının kontrolü açısından oldukça önemlidir. Halbuki, bu konuda yapılan kabullerden bazıları, deneylerle ilişkisini ve sonuçların yeterliliğinin karşılaştırılmasını etkilemektedir.

Sunulan çalışmanın amacı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Bu çalışmanın temel amacı; düzlem gerilme durumunda, geliştirilen beton davranış modellerinden faydalanarak, monoton artan yükleme etkisi altında, betonarme perde, yüksek kiriş ve kiriş gibi iki boyutlu kabul edilebilecek elemanların doğrusal olmayan davranışını incelemek amacıyla, sonlu elemanlar yöntemine dayalı bir doğrusal olmayan hesap modeli geliştirmek, bu hesap modelinin öncekilerinden daha basit, kullanışlı ve etkili olmasını sağlamak ve genelde iki boyutlu kabul edilebilecek betonarme elemanlarda, iki eksenli gerilme bölgelerinin tamamını kapsayacak şekilde, geliştirilen davranış modelinin etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermektir.

Düzlem gerilme halinin çeşitli durumlarında; betonun dayanımı, betonda güç tükenmesi öncesi ve sonrası malzeme özelliklerinde değişme, çatlak oluşumu ve ilerlemesi yanında betonun çekme dayanımının davranışa etkilerinin incelenmesi, birbirlerine göre önemlerinin saptanması ve uygun şekilde hesap modeli içinde kullanılması, seçilen malzeme modellerinin daha önce geliştirilmiş olan malzeme modelleriden farkı ve karşılaştırılması.

Betonun çatlama öncesi ve sonrası seçilen malzeme modelleri, çatlak modelleri, donatı modelleri ve betonla donatının arasındaki aderans modellerinin incelenmesi ve iki boyutlu kabul edilebilecek betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışlarının belirlenmesinde etkili olanların saptanması.

Betonarme yapı elemanlarının sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesinde, yapılan çeşitli kabullerden bazılarının sonuçlara olan etkileri ve bu etkilerin betonarme perdelerin davranışlarının belirlenmesinde, düzlem gerilme durumunu esas alarak, monoton artan yükleme etkisi altında meydana getireceği değişikliklerin incelenmesi.

Sunulan çalışmada yapılan kabuller ve sınırlamalar aşağıda verilmiştir:

Yapılan çözümlemelerde, kısa süreli monoton artan yüklemelerde adım adım artımlı yükleme için çözüm yapılmakta olup, etkiler her yük adımı sonunda bir önceki adımdakilerle birleştirilerek, yeniden belirlenen malzeme sabitleri esas alınarak, çözümlemeye devam edilmektedir. Zamana bağlı etkiler, sıcaklık etkileri bu çalışmanın inceleme konusu dışındadır.

Geliştirilen sonlu eleman modelinde beton ve donatı elemanların malzeme ve eleman rijitlik matrisleri ayrı ayrı oluşturulmaktadır. Denge denklemleri ve geometrik uygunluk koşulları düğüm noktalarında sağlanır. Ayrıca her bir eleman içinde geometrik uygunluk koşulları eleman içinde de sağlanmaktadır. Eleman kenarlarında uygunluk koşullarının sağlanıp sağlanmaması seçilen sonlu eleman tipi ve şekil fonksiyonuna bağlıdır. Yerdeğiştirmelerin küçük olduğu kabul edilerek, denge denklemleri şekil değiştirmemiş geometrik sistemde yazılır. Şekil değiştirmelerde küçük olduğu için doğrusal yerdeğiştirme-şekil değiştirme uygunluk koşulları olduğu kabul edilir. Betonun güç tükenmesi, çatlaması ve donatının artmasını içerecek şekilde geliştirilen artımlı doğrusal elastik gerilme şekil değiştirme ilişkisi (genel Hooke kanunları) kullanılmaktadır.

Beton artımlı doğrusal elastik ortotrop malzeme olarak kabul edilmektedir. Adım adım çözümlemede, her adım sonunda elemanların malzeme rijitlik matrisi kontrol edilerek, gerekli olan elemanlarda teğet malzeme matrisi, her adım sonundaki şekil değiştirme ve gerilme durumuna göre yeniden belirlenmektedir. Her adım sonunda

sistem rijitlik matrisi tekrar oluşturulmaktadır. Betonda güç tükenme kriteri olarak, deney sonuçlarına dayanan ve asal gerilmelerin arasındaki ilişkiler olarak ifade edilen bir bağıntı ve maksimum şekil değiştirme kriteri kullanılmaktadır. İki eksenli gerilmeler iki eksenli dayanım güç tükenme yüzeyine ulaştıktan sonra, artan şekil değiştirmelerle betonda oluşan çekme ve basınç şekil değiştirme yumuşaması hesaplarda dikkate alınmaktadır. Beton için çatlama öncesi ve sonrası için ayrı ayrı artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulmuştur.

Betonda çatlamanın davranışa etkisi yayılı çatlak modeli kabulü ile gözönüne alınmıştır. Beton elemanda ilk çatlak oluşuktan sonraki yükleme adımlarında; çatlak doğrultusu her yükleme adımı ve iterasyon adımı sonunda belirlenen toplam şekil değiştirme durumuna göre çatlak doğrultusu değişir.

Donatı, elastik pekleşen plastik gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kurularak modellenmiştir. Donatıların sadece eksenel kuvvet taşıdığı kabul edilmektedir. Donatı modeli içinde donatının perçin etkisi dikkate alınmamıştır. Donatı için ayrı ve yayılı donatı modelleri kullanılmaktadır.

Beton ile donatı arasında tam aderans olduğu kabul edilmektedir. Beton ile donatı arasındaki çeşitli etkileşimler; aderans çözülmesinin gözönüne alınması, betonda çatlama ile donatıda meydana gelen çekme rijitliği etkisi ve modellenmesi, çatlama donatının perçin etkisi ve modellenmesi ayrıntılı biçimde tartışılmıştır.

2. BETONUN DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ

2.1. Betonun Mekanik Davranışı

Yapı malzemesi olarak beton yaygın olarak kullanılmasına rağmen, betonun fiziksel özellikleri ve çeşitli yükleme durumlarında davranışı hakkında bilgilerimiz sınırlıdır. Betonda, yükleme süresince meydana gelen mikro yapısal değişiklikler sebebiyle, elastik şekil değiştirmelerin yanında, doğrusal olmayan ve zamana bağlı şekil değiştirmeler de oluşmaktadır. Doğrusal olmayan şekil değiştirmelerin öne çıkan sebepleri; mikro çatlaklar ve içsel sürtünme etkisiyle oluşan kaymadır. Deney numunelerinde gözlenen davranışın, fiziksel açıklamasını vermek için betonun mikro yapısı hakkında bilgiye ihtiyaç vardır. Bu bilgiler, betonun makro seviyelerde gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını oluşturmada yardımcı olurlar. Betonun mikro yapısı ve özellikleri ile ilgili yapılan çalışmalara Newman (1966), Brooks ve Newman (1968), Aoyama ve Noguchi (1979) örnek olarak verilebilir. Burada ana hatlarıyla kısa bir değerlendirme yapılmaktadır.

Beton kompozit bir malzemedir. Farklı boyutlarda agregalar, çimento harcı içine gömülmüştür. Betonun mikro yapısı hakkında bilinen üç temel özelliği şu şekilde sıralanmaktadır: Birincisi, agrega ve çimento birleşim yüzeyleri arasında çok sayıda aderans çatlakları mevcuttur. İkincisi, çimento harcı yaklaşık %30 oranında boşluklu bir yapıya sahip ve bu boşluklarda su veya hava bulunmaktadır. Üçüncüsü, betonda mikro ve makro seviyelerde hava ve su boşlukları bulunmaktadır. Bu üç özelliğin her biri betonun mekanik davranışını önemli oranda etkilemektedir. Çimentoda segragasyon, büzülme veya sıcaklık etkisinde genişleme sebebiyle, her hangi bir yük uygulamadan, bir çok mikro çatlak meydana gelmektedir. Bazı çatlaklar da agrega ve çimento arasındaki rijitlik farkı sebebiyle, yükleme boyunca oluşmaktadır. Agregaya ile çimento birleşim yüzeyi, çimentodan daha düşük çekme dayanımına sahip olduğundan, zayıf bir kompozit birleşim ortaya çıkmaktadır. Bu zayıf kompozit birleşim, betonun çekme dayanımının düşük olmasının öncelikli nedenidir.

Yükleme süresince mikro çatlakların ilerlemesi; düşük gerilme seviyelerinde betonun doğrusal olmayan davranışına katkıda bulunurken, göçmeye yakın gerilme

seviyelerinde, ayrıca betonda hacim artışına neden olur. Yüksek hidrostatik basınç etkisinde, betonun dayanımı ve davranışı yapısındaki boşluklardan önemli oranda etkilenmektedir.

Betonun malzeme karakteristikleri; doğrusal olmayan gerilme-şekil değiştirme ilişkisi, çekmede hemen çatlaması, yüksek basınç gerilmelerinde dağılması, sıcaklık değişimlerinden etkilenmesi, rötre, sünme etkisi karmaşık bir yapı davranışı sergilenmesine neden olur. Bu malzeme karakteristikleri büyük oranda çok eksenli gerilme etkilerine bağlıdır.

Betonun bir, iki ve üç eksenli gerilme durumlarında; deneysel olarak gözlenen davranışı bu bölümde ana hatları ile özetlenmektedir. Betonun genel halde gerilme şekil değiştirme modelini oluşturmak için gerekli bilgiler verilmektedir. Deneylerden elde edilen sonuçlar, oluşturulan mekanik modelin uygun malzeme davranış tipini ifade etmesi bakımından, önemlidir.

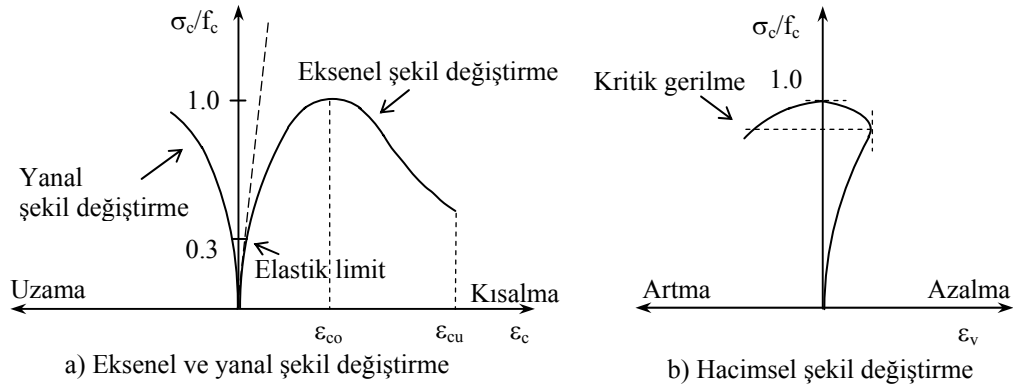
İnceleme kısa süreli monoton artan yüklemede, normal dayanımlı betonun mekanik davranışı ile sınırlandırılmıştır. Zamana bağlı etkiler inceleme konusu dışındadır. Beton üzerinde yapılan deneysel araştırmaların bir çoğu bu koşullar ile sınırlıdır. Betonun dinamik davranışı üzerine, deneysel çalışmalarda karşılaşılan zorluklar sebebiyle, literatürde çok az sayıda kaynak mevcuttur. Dinamik yükleme koşulları da betonun gerilme şekil değiştirme davranışını önemli oranda etkilemektedir (Nilsson,1979).

2.1.1. Bir eksenli yükleme durumu

Basınç gerilmeleri etkisinde betonun davranışını saptamak için bir çok araştırmacı tarafından çok sayıda tek eksenli basınç yükleme deneyleri yapılmıştır. Deney sonuçları betonun önemli derecede doğrusal olmayan davranışa sahip olduğunu göstermiştir. Şekil 2.1’de, tek eksenli basınç yükleme deneylerinden elde edilen, basınç gerilmeleri ile eksenel, yanal ve hacimsel şekil değiştirmelerin değişimi gösterilmiştir. Bu eğrilerin belirgin olarak gözlenen karakteristikleri aşağıda özetlenmiştir:

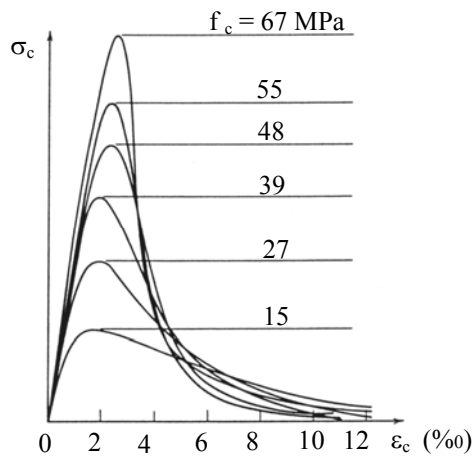
Şekil 2.1a’daki eksenel gerilme-birim kısalma eğrisi incelendiğinde; beton basınç dayanımının (f_c) yaklaşık %30’una kadar, doğrusal elastik davrandığı kabul edilebilir. Bu değerden daha büyük gerilmelerde, betonda yumuşama başlar ve 0.75-0.90 f_c gerilme seviyelerine kadar birim kısaltmalardaki artış hızlanır ve sürekli teğet

elastiklik modülü azalır. Daha sonra gerilme maksimum basınç dayanımına (f_c) ulaşana kadar, eğri daha fazla yatıklaşır ve teğet elastisite modülü sıfıra gider. Gerilme maksimum basınç dayanımına ulaşip, eğride tepe noktası aşıldıktan sonra artan birim kısalmalara karşılık gerilmeler tedrici olarak azalmaktadır. Tepe noktasından sonraki bölümde birim kısalmalar arttıkça, gerilmelerin azalma miktarı küçülür. Bu durum beton maksimum birim kısalma (ϵ_{cu}) değerine ulaşana kadar devam eder ve sonunda beton ezilir.



Şekil 2.1: Bir eksenli basınç yükleme deneylerinden elde edilen tipik gerilme-şekil değiştirme eğrileri

Şekil 2.1b’de gösterilen eksenel gerilme-hacimsel şekil değiştirme ($\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$) eğrisi incelendiğinde; başlangıçtan $0.75-0.90f_c$ gerilme seviyelerine kadar hacimsel şekil değiştirmede, yaklaşık, doğrusal azalma olmaktadır. Kritik gerilme seviyesi olarak adlandırılan $0.75-0.90f_c$ gerilme seviyesinden sonra hacimsel şekil değiştirme işaret değiştirmektedir (Richard, 1929). Basınç dayanımına yakın gerilme seviyelerinde ise hacimsel şekil değiştirme artışı görülür.



Şekil 2.2: Farklı dayanımlı betonlar için bir eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme eğrileri (Wishers, 1978)

Şekil 2.2’de gösterildiği gibi düşük, normal ve yüksek dayanımlı betonlar için basınç gerilme-şekil değiştirme eğrileri benzerdir. Yüksek dayanımlı betonlar, düşük dayanımlı betonlara göre daha yüksek gerilme seviyelerine kadar doğrusal elastik davranış gösterirler. Fakat hepsinde gerilme-birim kısalma eğrisinin tepe noktasında birim kısalma değeri 0.002 civarındadır. Gerilme-şekil değiştirme eğrilerinin azalan bölümleri karşılaştırıldığında; yüksek dayanımlı betonların düşük dayanımlı betonlara göre daha gevrek bir davranışa sahip olduğu görülür. Artan şekil değiştirmelerle gerilmeler daha hızlı düşer (Wishers, 1978).

Bir eksenli basınç yükleme deneyleri ile elde edilen gerilme-birim kısalma eğrileri mikro çatlakların ilerleme mekanizması ile oldukça uyumludur. Aşağıda genel hatları ile kabul gören mikro çatlakların ilerleme mekanizması ve belirgin özellikleri verilmiştir:

Beton basınç dayanımının (f_c) yaklaşık %30’una kadar gerilmeler için; yüklemeden önce mevcut olan çatlaklar nerede ise değişmeden kalır. Mevcut iç enerji, yeni mikro çatlak yüzeyi yaratmak için gerekli olan enerjiden daha küçüktür. $0.3f_c$ civarındaki gerilme seviyesi, kararlı çatlak oluşumunun başlangıcı ve elastik bölgenin sınırı olarak önerilmektedir (Kotsovos ve Newman, 1977).

Beton basınç dayanımının (f_c) %30’u ile %50’si arasındaki gerilmeler için; mikro çatlakların uçlarında gerilme yığılması sebebiyle, mevcut aderans çatlakları genişlemeye başlar. Çimento harcındaki çatlaklar daha sonraki gerilme seviyelerine kadar ihmal edilecek durumdadır. Bu bölgede mevcut iç enerji, çatlama için gerekli olan enerji ile yaklaşık olarak dengelenmiştir. Bu aşamada, çatlak oluşumu karardır. Uygulanan gerilme sabit tutulursa, mikro çatlaklar hızla son boyuna ulaşırlar.

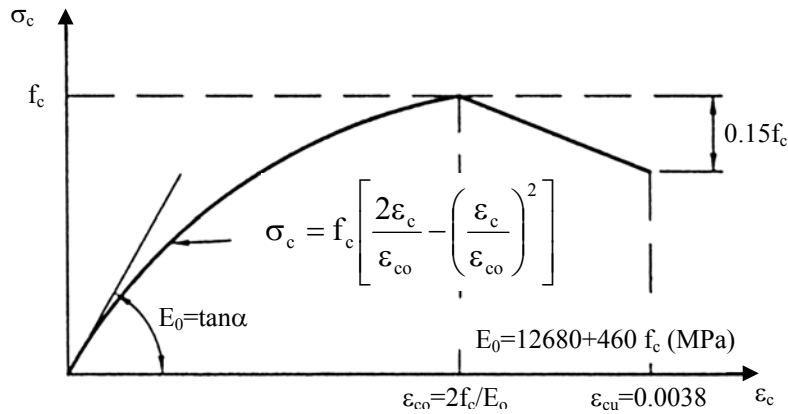
Beton basınç dayanımının (f_c) %50’si ile %75’i arasındaki gerilmeler için; çimento harcı içindeki agrega yüzeyine yakın bazı çatlaklar birleşmeye başlar. Aynı zamanda aderans çatlakları yavaş yavaş büyür. Eğer yük sabit kalırsa, çatlağın son boyuna ulaşana kadar, azalarak ilerleme devam eder.

Beton basınç dayanımının (f_c) %75’i ile %100’ü arasındaki gerilmeler için; en büyük çatlaklar kritik boylarına varır. Bu durumda mevcut iç enerji, çatlama için gerekli olan enerjiden daha büyüktür. Çatlağın yayılma eğilimi artar. Sistem kararsızdır. Çünkü yük sabit kalsa bile, tamamiyle ayrılma, makro çatlama olabilir. $0.75f_c$ gerilme seviyesi, kararsız çatlak oluşumunun başlangıcı, ya da kritik gerilme

seviyesi, olarak kabul edilebilir. Ayrıca $0.75f_c$ gerilme seviyesi Newman, (1968) tarafından “süreksizlik gerilmesi” olarak adlandırılmaktadır.

Beton basınç dayanımına (f_c) yakın gerilme seviyelerinde, betonun ezilmesinin en önemli sebebi, uygulanan gerilme doğrultusundaki mikro çatlakların ilerlemesidir. Çimento harcı içindeki mikro çatlaklar, agrega yüzeyi yakınındaki aderans çatlakları ile birleşerek, mikro çatlak (iç hasar) bölgelerini oluşturur. Artan basınç şekil değiştirmelerine zorlandığında, beton ezilmeye başlar ve gerilme-şekil değiştirme eğrisinin azalan kolu üzerinde, şekil değiştirme yumuşama bölgesinde, yer alır. Bu bölgenin sonunda betonun ezilmesiyle birlikte makro çatlaklar oluşur.

Betonun basınç dayanımını ve gerilme-şekil değiştirme ilişkisini etkileyen bütün değişkenler, elastisite modülünü de etkiler. Bu nedenle betonun başlangıç elastisite modülünü tanımlamak oldukça zordur. Betonun başlangıç ve sekant elastisite modülleri genellikle beton basınç dayanımının bir fonksiyonu olarak verilir. Betonun basınç dayanımı arttıkça başlangıç ve sekant elastisite modülleri de artar.



Şekil 2.3: Bir eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme modeli (Hognestad, 1951)

Örneğin başlangıç elastisite modülü Hognestad, (1951) tarafından aşağıdaki şekilde

$$E_0 = 12680 + 460 f_c \quad (2.1)$$

önerilmiştir (Şekil 2.3). Burada E_0 (MPa) başlangıç elastisite modülü, f_c (MPa) betonun bir eksenli yüklemede basınç dayanımıdır.

Yönetmeliklerde sekant elastisite modülü (E_c) bağıntıları verilmektedir. Bu bağıntılar genellikle kısa süreli yükleme içindir ve zamana bağlı etkileri içermez. ACI 318M-99’da betonun elastisite modülü

$$E_c = w_c^{1.5} 0.043 \sqrt{f_c} \quad (2.2)$$

olarak verilmiştir. Burada w_c (kg/m^3) 1500-2500 kg/m^3 betonun birim hacim kütlesi, f_c (MPa) betonun bir eksenli yüklemde basınç dayanımı, E_c (MPa) (gerilme-şekil değiştirme eğrisinde başlangıçtan ve $0.45f_c$ gerilme seviyesinden geçen doğrunun eğimi) sekant elastisite modülüdür.

CEB-FIP (1978)'de betonun elastisite modülü

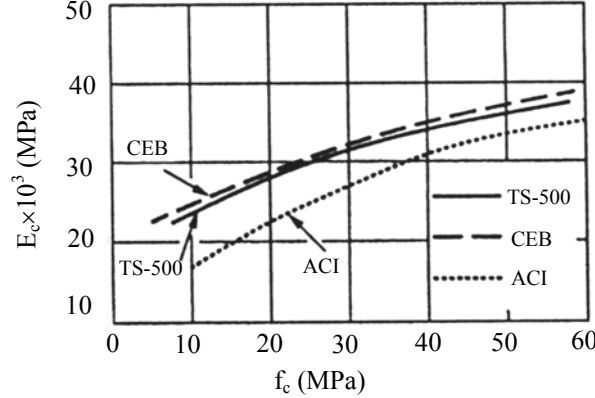
$$E_c = 9500(f_c + 8)^{1/3} \quad (2.3)$$

şeklinde verilmiştir. Burada f_c (MPa) betonun bir eksenli yüklemde basınç dayanımı, E_c (MPa) (gerilme-şekil değiştirme eğrisinde başlangıçtan ve $0.40f_c$ gerilme seviyesinden geçen doğrunun eğimi) sekant elastisite modülüdür.

TS-500 (200)'de normal betonlar için elastisite modülü

$$E_c = 3250\sqrt{f_c} + 14000 \quad (2.4)$$

şeklinde verilmiştir. Burada f_c (MPa) betonun bir eksenli yüklemde karakteristik basınç dayanımı, E_c (MPa) (gerilme-şekil değiştirme eğrisinde başlangıçtan ve $0.40f_c$ gerilme seviyesinden geçen doğrunun eğimi) sekant elastisite modülüdür.

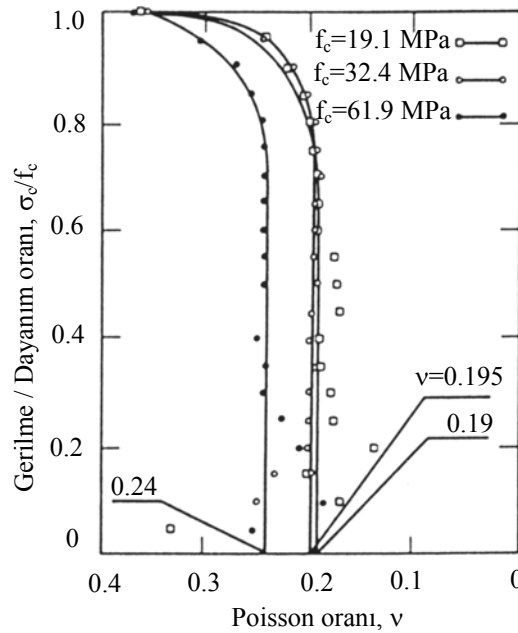


Şekil 2.4: Yönetmeliklerde tanımlanan sekant elastisite modüllerinin beton basınç dayanımına göre değişimi (Ersoy ve Özcebe, 2001)

Şekil 2.4'de ACI 318M (1999), CEB-FIP (1978) ve TS-500 (2000)'de verilen sekant elastisite modüllü ifadeleri karşılaştırılmıştır. TS-500 (2000)'de verilen ifade CEB-FIP (1978)'de verilenle aralarındaki fark oldukça azdır. ACI 318M (1999)'da verilen ifade ile hesaplanan değerler diğerlerinden biraz daha küçük kalmaktadır (Ersoy ve Özcebe, 2001). Burada yönetmelikteki elastisite modülü ifadelerinin verilmesinin ana nedeni, bu ifadelerin $0.40-0.45f_c$ gerilme seviyelerinden geçen elastisite modülü ifadeleri olmasıdır. Buna göre gerilme-şekil değiştirme eğrisinde $0.30f_c$ gerilme

seviyelerine kadar doğrusal elastik davranış kabulü ile birlikte, başlangıç elastisite modülü içinde bu ifadelerin kullanılması, yeterli yaklaşımı sağlar (ASCE,1982; Chen ve Saleeb 1994).

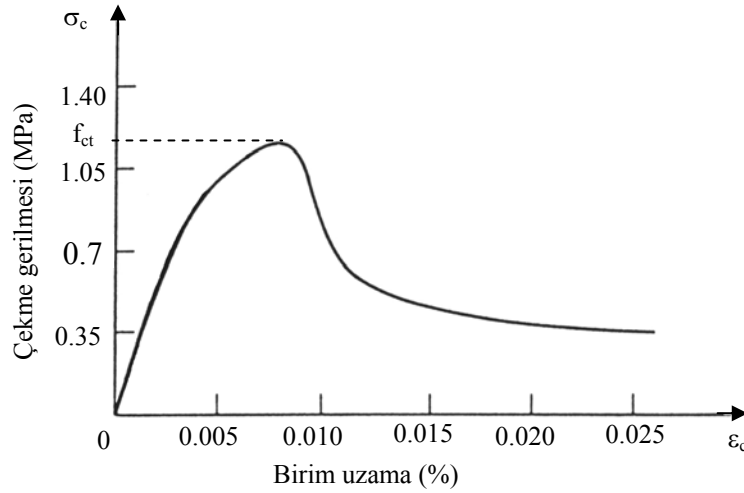
Bir eksenli basınç gerilmeleri altında betonun Poisson oranı (ν) için yaklaşık olarak 0.15 ile 0.22 arasında sabit bir değer alınabilir. Genellikle betonun Poisson oranı için 0.20 değeri tercih edilmektedir. Poisson oranının gerilme/dayanım oranına göre değişimi, farklı basınç dayanımına sahip üç beton sınıfı için Şekil 2.5’de verilmiştir. Poisson oranı gerilme/dayanım oranı 0.8’e kadar sabit kalmakda, $0.8f_c$ den daha büyük gerilmeler için sürekli artmaktadır (Şekil 2.5). Sabit bir Poisson oranı ($\nu=0.2$) kullanıldığında yüksek gerilme seviyelerinde Poisson oranındaki bu artış dikkate alınmamaktadır.



Şekil 2.5: Gerilme/dayanım oranı (σ_c/f_c) ile Poisson oranı (ν) arasındaki ilişki

Bir eksenli çekme durumunda betonun genel mekanik davranışı, bir eksenli basınç yükleme durumundaki gerilme-şekil değiştirme eğrisine genel olarak benzer. Betonun bir eksenli çekme durumunda tipik gerilme-şekil değiştirme eğrisi Şekil 2.6’da verilmiştir (Huges ve Chapman, 1966). Eğriler incelendiğinde, betonun çekme dayanımına (f_{ct}) yakın gerilmeye kadar neredeyse doğrusal davrandığı görülür. Ancak betonun çekme dayanımı, basınç dayanımına oranla çok düşüktür. Genellikle, basınç dayanımının %10-%15’i kadar çekme dayanımı olduğu kabul edilir. Bir

eksenli çekmede betonun davranışının belirgin karakteristikleri ve mikro çatlakların davranışa etkileri ana hatlarıyla aşağıda verilmiştir:



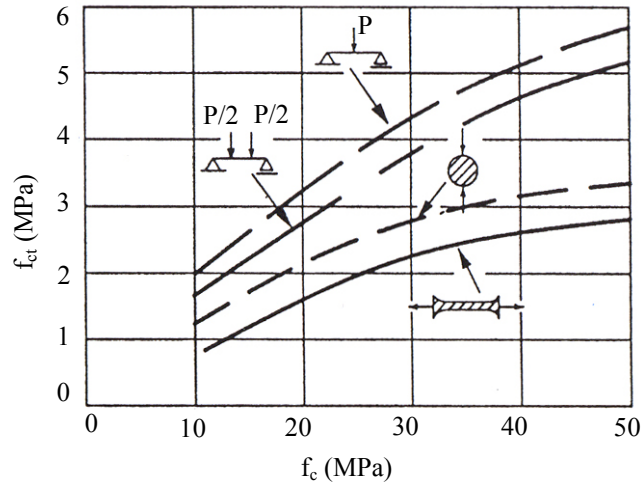
Şekil 2.6: Beton için tipik çekme gerilme şekil değiştirme eğrisi

Yeni mikro çatlakların oluşması $0.6f_{ct}$ gerilme seviyesine kadar ihmal edilebilir. Genellikle $0.6f_{ct}$ gerilme seviyesi elastik sınır olarak görülebilir. Bu gerilme seviyesinden sonra aderans mikro çatlakları büyümeye başlar. Bir eksenli çekme gerilmelerinde kararlı çatlak oluşma aralığı oldukça kısadır. Ayrıca $0.75f_{ct}$ gerilme seviyesi kararlı olmayan çatlakların başlangıcı olarak kabul edilir (Welch, 1966; Evans ve Marathe, 1968).

Bir eksenli çekmede çatlağın ilerleme doğrultusu, uygulanan çekme gerilmesine dik doğrultudadır. Basınç durumunda çok sayıda mikro çatlağın birleşmesiyle göçme durumuna erişilirken, çekme durumunda bir kaç mikro çatlağın büyümesiyle göçme durumuna erişilmektedir. Gerilme-şekil değiştirme eğrisinin alçalan kolu üzerindeki davranışını deneylerle belirlemek, hızlı çatlak ilerlemesi sebebiyle, oldukça zordur. Betonun genellikle bir eksenli çekme durumunda, bir eksenli basınç durumuna göre başlangıç elastisite modülü daha küçük, Poisson oranı ise daha büyüktür. Doğrudan betonun çekme dayanımını belirlemek oldukça güçtür ve genelde beton basınç dayanımının bir oranı olarak verilir.

Betonun çekme dayanımını saptamak için en ideali, eksenel basit çekme altında denenen elemandan elde edilmesidir. Ancak, bu tür numunelerde deney aletinde meydana gelebilecek ikincil gerilmelerin kontrolü oldukça güçtür ve bu tür bir deneyin laboratuvarında standart deney olarak uygulanması pratik değildir. Bu sebeble

çekme dayanımını dolaylı yoldan saptama yoluna gidilerek, basit kiriş eğilme deneyi silindir ya da küp yarma deneyi genellikle tercih edilir. Rüsch ve Hilsdorf (1963) tarafından yapılan basit çekme deneylerinden elde edilen çekme dayanımı esas alınarak; diğer tür deneylerden elde edilen sonuçlar Tablo 2.1’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Bu deney tiplerinden elde edilen çekme dayanımlarının basınç dayanımına göre değişimi Şekil 2.7’de gösterilmiştir (Ersoy ve Özcebe, 2001).



Şekil 2.7: Farklı deney türlerinde, beton çekme dayanımlarının basınç dayanımlarına göre değişimleri

Tablo 2.1: Deney türüne göre beton çekme dayanımları (Ersoy ve Özcebe, 2001)

Deney türü	Çekme dayanımı f_{ct} (MPa)	Çekme dayanımı/ Eksenel çekme dayanımı
Eksenel çekme	$0.35\sqrt{f_c}$	1.00
Yarma silindir	$0.50\sqrt{f_c}$	1.45
Kiriş (çift yük)	$0.64\sqrt{f_c}$	1.82
Kiriş (tek yük)	$0.70\sqrt{f_c}$	2.00

Yönetmeliklerde tanımlanan çekme dayanımı, aksi belirtilmedikçe, eksenel çekme deneylerinden elde edilen değerlerdir. TS-500 (2000)’de betonun eksenel çekme dayanımı

$$f_{ct} = 0.35\sqrt{f_c} \quad (2.5)$$

şeklinde hesaplanır. Denklem 2.5’de f_{ct} (MPa) betonun çekme dayanımı, eksenel çekme elemanı deneylerinden elde edilecek dayanımın bu değerden az olma olasılığı genellikle %10’dur. f_c (MPa) betonun basit basınç dayanımıdır. CEB-FIP (1993)’de betonun eksenel çekme dayanımı

$$f_{ct} = 1.0 \alpha f_c^{2/3} \quad (2.6)$$

olarak verilmiştir. Burada α parametresi 0.210 ile 0.225 arasında değişmektedir. TS-500 (2000) ile CEB-FIP (1993) tarafından önerilen çekme dayanımı ifadeleri karşılaştırıldığında özellikle yüksek dayanımlı betonlar dikkate alınmazsa aralarındaki fark çok küçüktür. ACI 318M (1999)’da ise betonun yarma deneylerinden elde edilen çekme dayanımı için, normal betonlarda, $0.56\sqrt{f_c}$ ifadesi verilmiştir. Eksenel çekme dayanımı için, bu değeri 1.5 ile bölerek $0.37\sqrt{f_c}$ değeri elde edilir.

Betonun çekme dayanımı değeri, betonda hafif, normal, yoğun ağırlıklı agreganın kullanılması, eksenel çekme, eğilme ve yarma deneylerinden elde edilmesine bağlı olarak değişmektedir. Betonun çekme dayanımı $0.35\sqrt{f_c}$ ile $0.64\sqrt{f_c}$ arasında değerler almaktadır. Bu çalışmada f_{ct} tek eksenli çekme dayanımı ile eksenel çekme dayanımı deneylerinden elde edilen, normal betonlar için, Denklem 2.5 ile hesaplanan değer ifade edilmektedir.

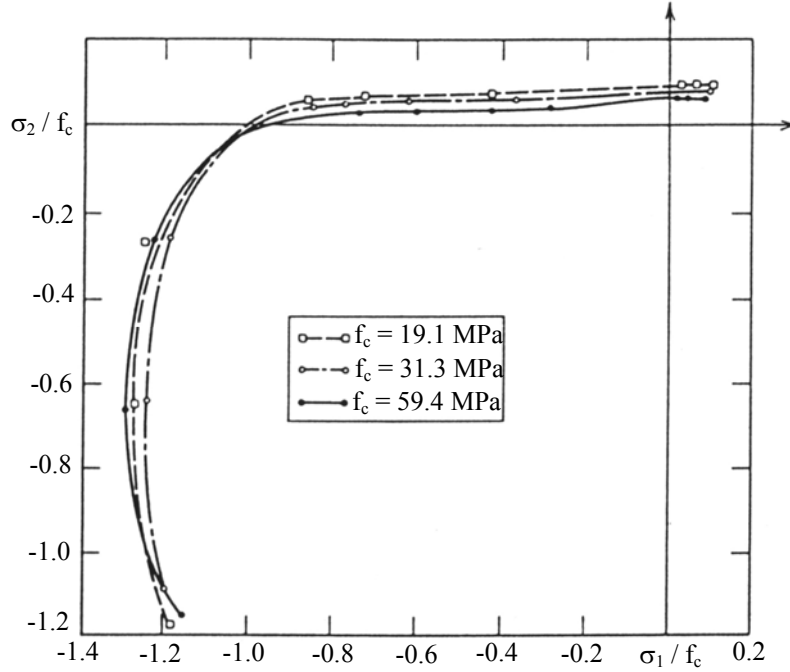
2.1.2. İki eksenli yükleme durumu

Son yıllarda, betonun iki eksenli yükleme durumunda mekanik özelliklerini belirlemek için çok sayıda araştırma yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda önceleri betonun dayanımı üzerine ağırlık verilmiştir. İki eksenli gerilme etkilerine maruz betonun dayanımı, şekil değiştirme özellikleri, mikro çatlakların davranışı ile ilgili bir çok deneysel sonuçlar elde edilmiştir (Nelisen, 1972; Tasuji ve diğ. 1978).

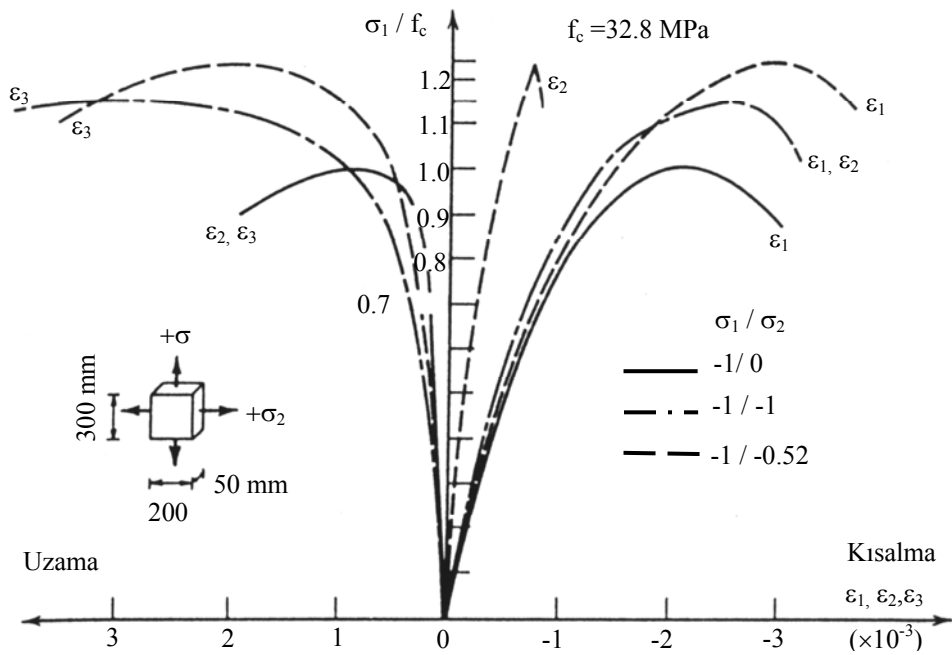
Burada iki eksenli (basınç-basınç, çekme-basınç, çekme-çekme) gerilme bölgelerinde, beton davranışının belirgin özellikleri aşağıda verilmiştir:

Kupfer ve diğ. (1969) tarafından yapılan deney sonuçlarına göre betonun iki eksenli göçme zarfı Şekil 2.8’de verilmiştir. İki eksenli basınç-basınç gerilme bölgesinde, betonun maksimum basınç dayanımı asal gerilme oranına ($\alpha = \sigma_2 / \sigma_1$) bağlı olarak artar. Asal gerilme oranı $\alpha = 0.5$ için yaklaşık %25 ve $\alpha = 1.0$ için yaklaşık %16 artış

görülür. İki eksenli çekme-basınç gerilme bölgesinde, uygulanan çekme gerilmesi arttıkça, doğrusal kabul edilebilecek şekilde, diğer doğrultudaki basınç dayanımı azalır. İki eksenli çekme-çekme gerilme bölgesinde çekme dayanımı, büyük gerilme oranları için neredeyse bir eksenli çekme dayanımı ile aynıdır (Şekil 2.8).

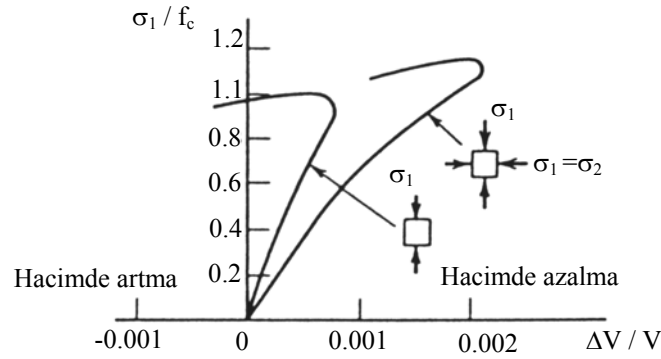


Şekil 2.8: Betonun iki eksenli gerilme durumunda güç tükenme zarfı (Kupfer ve diğ. 1969)



Şekil 2.9: İki eksenli basınç durumunda betonun gerilme-şekil değiştirme ilişkisi (Kupfer ve diğ. 1969)

İki eksenli gerilme durumunda, betonun şekil değiştirme sünekliği, basınç ya da çekme türü olarak, çeşitli gerilme bölgelerinde farklı değerler alır. Bir ve iki eksenli basınç gerilmeleri durumunda, maksimum birim kısalma değeri 3 mm/m civarındadır (Şekil 2.9). İki eksenli çekme-basınç bölgesinde ise çekme gerilmesi arttıkça, güç tükenmesi anındaki, asal basınç ve çekme şekil değiştirme değeri azalır. Bir ve iki eksenli çekme durumunda ise, ortalama maksimum asal çekme şekil değiştirme değeri 0.08 mm/m civarında oldukça küçüktür.

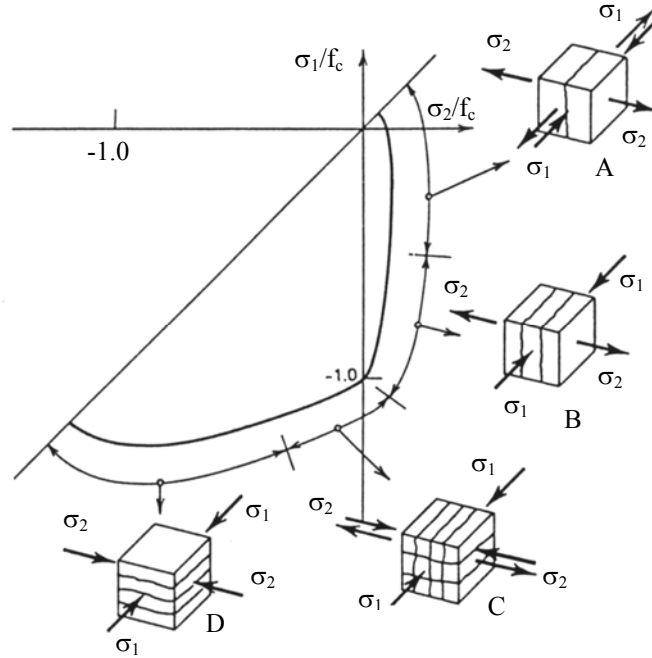


Şekil 2.10: İki eksenli basınç etkisinde betonun hacim değişimi için tipik gerilme şekil değiştirme eğrisi

İki eksenli basınç etkisinde, başlangıçta basınç gerilmeleri arttırıldığında beton hacmi azalırken, basınç gerilmeleri artmaya devam edip güç tükenme noktasına yaklaştığında ise hacimde bir artış görülür (Şekil 2.10). Bu doğrusal olmayan hacim artışı dilatasyon olarak adlandırılır. Dilatasyon (ayrılma) betondaki büyük olan mikro çatlakların daha da büyümesine katkıda bulunur.

Maksimum çekme ya da şekil değiştirme doğrultusuna dik doğrultudaki çatlak yüzeyinde çekme yarılmaları ile betonda güç tükenmesi meydana gelir. Betonun güç tükenme mekanizması ve kriterinde çekme şekil değiştirmesi oldukça önemlidir. Farklı iki eksenli gerilme durumlarında, betonun çeşitli güç tükenme şekilleri (basınç ve çekme türü) Şekil 2.11’de gösterilmiştir (Nelissen, 1972). İki eksenli yükleme durumunda çekme-çekme bölgesi, çekme-basınç ve basınç-basınç olmak üzere üç tür gerilme bölgesi söz konusudur. Betonda genelde iki tür güç tükenmesi tariflenir. Bunlar betonun ezilmesi ile oluşan basınç türü, betonun çatlaması ile oluşan çekme türüdür. Şekil 2.11’de gösterilen A ve B bölümlerinde iki asal eksen doğrultusuna dik düzlemde çatlama ile çekme türü güç tükenmesi meydana gelir. C bölümünde ise iki eksenli gerilme durumuna göre çekme gerilmesinin basınç gerilmesine oranı

1/15'den az ise betonun ezilmesi ile basınç türü güç tükenmesi, 1/10'dan büyük ise betonun çatlaması ile çekme türü güç tükenmesi meydana gelir. D bölümünde ise iki asal eksendeki gerilmeler basınç olduğu için betonun ezilmesi ile basınç türü güç tükenmesi meydana gelir.



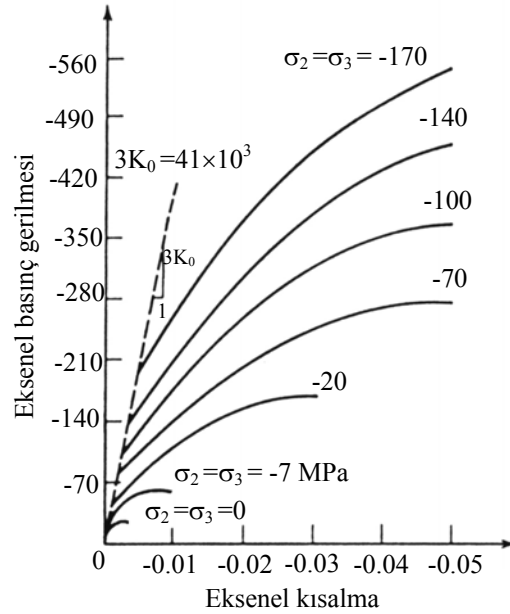
Şekil 2.11: İki eksenli yüklemede betonun güç tükenme şekilleri (Nelissen, 1972)

Maksimum çekme ya da şekil değiştirme doğrultusuna dik doğrultudaki çatlak yüzeyinde çekme yarılmaları ile betonda güç tükenmesi meydana gelir. Betonun güç tükenme mekanizması ve kriterinde çekme şekil değiştirmesi oldukça önemlidir. Farklı iki eksenli gerilme durumlarında, betonun çeşitli güç tükenme şekilleri (basınç ve çekme türü) Şekil 2.11'de gösterilmiştir (Nelissen, 1972). İki eksenli yükleme durumunda çekme-çekme bölgesi, çekme-basınç ve basınç-basınç olmak üzere üç tür gerilme bölgesi söz konusudur. Betonda genelde iki tür güç tükenmesi tariflenir. Bunlar betonun ezilmesi ile oluşan basınç türü, betonun çatlaması ile oluşan çekme türüdür. Şekil 2.11'de gösterilen A ve B bölümlerinde iki asal eksen doğrultusuna dik düzlemde çatlama ile çekme türü güç tükenmesi meydana gelir. C bölümünde ise iki eksenli gerilme durumuna göre çekme gerilmesinin basınç gerilmesine oranı 1/15'den az ise betonun ezilmesi ile basınç türü güç tükenmesi, 1/10'dan büyük ise betonun çatlaması ile çekme türü güç tükenmesi meydana gelir. D bölümünde ise iki asal eksendeki gerilmeler basınç olduğu için betonun ezilmesi ile basınç türü güç tükenmesi meydana gelir.

Betonun iki eksenli güç tükenme zarfı, büyük oranda yükleme şeklinden bağımsız olduğuna dair gözlemler yapılmıştır (Nelissen, 1972). Fakat bunun yanında hafif betonlarda orantısız yükleme durumunda, orantılı yükleme durumuna göre, daha düşük dayanıma sahip olduğu gözlenmiştir (Taylor ve diğ., 1972). Orantılı yükleme durumunda, çeşitli iki eksenli yükleme etkileri altında, betonun güç tükenmesi maksimum çekme gerilmesi kriteri yerine, maksimum şekil değiştirme kriterine dayandırılması tercih edilmektedir (Newman, 1968; Tasuji ve diğ., 1978).

2.1.3. Üç eksenli yükleme durumu

İlk olarak, Richart ve diğ. (1928) tarafından yapılan deneysel çalışmalar sonucunda, düşük ve orta hacimsel (hidrostatik) gerilme etkisinde betonun üç eksenli gerilme-şekil değiştirme davranışı elde edilmiştir. Daha sonra yüksek hidrostatik gerilme etkisinde düzlem betonun üç eksenli gerilme-şekil değiştirme davranışı Balmer (1949) tarafından yapılan deneylerden belirlenmiştir. Bu duruma ait tipik gerilme-şekil değiştirme eğrisi Şekil 2.12’de gösterilmiştir (Balmer, 1949).



Şekil 2.12: Beton için üç eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi (Balmer, 1949)

Şekil 2.12’de verilen eğriler betonun davranışının hidrostatik gerilme etkilerine bağlı olduğunu göstermekte, malzeme yarı gevrek, plastik yumuşama ya da plastik sertleşme davranışına sahip olduğunu göstermektedir. Bunun ana sebebi yüksek hidrostatik gerilmeler, olası aderans çatlakların meydana gelmesini büyük oranda azaltır ve güç tükenme şekli ayrılmadan çok, çimento harcının ezilmesine doğru

kayar. Artan basınç hidrostatik gerilmelerle eksenel taşıma gücü kapasitesi artmaktadır.

Green ve Swanson (1973), Kotsovos ve Newman (1978) ve Palaniwamy (1973) deney sonuçlarından elde edilen veriler üzerinde yaptıkları hesaplamalarla hidrostatik basınç etkisinde betonun doğrusal olmayan davranış sergilediğini ortaya koymuşlardır. Genelde kullanılan güç tükenmesi yüzeyi gerilme invaryantlarına bağlı olarak ifade edilmektedir (Cedolin ve diğ., 1977; Kotsovos ve Newman, 1978). Deneysel bulgular ve yapılan çalışmaların sonuçları genel statik ve dinamik yükleme durumlarında betonun davranışı için oldukça kapsamlı deneysel ve teorik çalışmalara ihtiyaç olduğunu göstermektedir.

2.2. Beton İçin Matematik Modeller

Betonarme yapıların tasarımında betonun mekanik davranışını tanımlamak için son otuz yılda çok sayıda matematiksel model önerilmiştir. Bunların arasından bazıları aşağıdaki şekilde gruplandırılabilir: Doğrusal olmayan elastik modeller, elasto-plastik modeller, plastik modeller, hasar ve çatlak mekaniğine dayalı plastik modeller, hasar ve çatlak mekaniğine dayalı elasto-plastik modeller, endokronik modeller, mikro modellerdir. Bu modellerin tanıtılması, üstün ya da zayıf yanlarının belirtilmesi, modellerin yorumlanması ayrıntılı olarak ASCE (1982), ASCE (1993), Chen ve Saleeb (1994) tarafından verilmiştir.

Doğrusal olmayan elastik modeller, izotrop doğrusal elastik malzeme kabulünde yapılan küçük değişikliklerle oluşturulmaktadır. Yüklemede betonun rijitliğindeki azalmayı tariflemek için genelde iki yaklaşım kullanılmaktadır. Birinci yol, toplam malzeme davranışını tarifleyen sekant gerilme-şekil değiştirme ilişkisini oluşturmaktır. İkinci yol, ise artımlı malzeme davranışını tarifleyen teğet (tanjant) gerilme-şekil değiştirme ilişkisini oluşturmaktır. Bu modellerde gerilme şekil değiştirme ilişkisi, gerilme ve/veya şekildeğiştirme invaryantlarının fonksiyonu olan sekant veya tanjant hacim ve kayma modüllerine (K_s , G_s veya K_t , G_t) bağlı olarak kurulmaktadır. Hacim ve kayma modülleri elastisite modülü ve Poisson oranına bağlı fonksiyonlardır. Hacim ve kayma modüllerinin değişmesi, elastisite modülünün değişmesine karşı gelmektedir. Betonun doğrusal olmayan davranışı, her adımda değişen elastisite modülü kullanılarak, adım adım doğrusal elastik hesap yaparak elde edilir. Özellikle sonlu eleman yöntemiyle çözümlemede, bu tip modeller hesap

bakımından basit ve oldukça uygundur. Ancak, güç tükenmesine yakın yüksek gerilme ve şekil değiştirme yumuşama bölgelerinde, betonun izotrop olmayan davranışı sebebiyle, yetersiz kalmaktadır (Evans ve Pister, 1966; Kupfer ve Gerstle, 1973; Romstad ve diğ.,1974; Cedolin ve diğ., 1977; Darwin ve Pecknold, 1977 ;Elwi ve Muray,1979).

Plastik modeller, plastisite teorisi ilk olarak metallerin malzeme davranışını tanımlamak için geliştirilmiştir. Betonun şekil değiştirme davranışı, metallerin şekil değiştirme davranışlarından oldukça farklıdır. Bu nedenle betonun davranışı için doğrudan plastisite teorisini uygulamak, plastik ve akma kriterleri yeterli olmamaktadır. Plastisite teorisine dayalı modellerin çeşitli koşullarda betonun davranışını ifade edecek şekilde genişletilmesi gerekmektedir. Bu modellerde doğrusal davranış sınırlarının belirlenmesi, elastik sınır içinde gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin kurulması, güç tükenmesi yüzeyinin belirlenmesi, doğrusal davranış sınırı ile güç tükenme sınırı arasında şekil değiştirme kuralının belirlenmesi gerekir. Güç tükenmesi sınırına kadar davranış başarılı bir şekilde ifade edilirken, şekil değiştirme yumuşama bölgesinde davranışı ifade etmek oldukça güçtür. Bir çok araştırmacı tarafından deney sonuçlarından elde edilen parametrelere dayalı modeller geliştirilmiş ve kullanılmıştır. (Chen ve Chen, 1975; Murray ve diğ., 1979; Chen, 1982; Vermeer ve de Borst, 1984; Han ve Chen, 1985; Simo ve diğ., 1988; Ohtani ve Chen, 1989).

Elasto-plastik modeller, hasar ve çatlak mekaniğine dayalı plastik modeller, hasar ve çatlak mekaniğine dayalı elasto-plastik modeller; elastik ve plastik modellerin eksik taraflarını tamamlamak ve hasar ve çatlak mekaniğinden de faydalanarak, genel bir model geliştirme çalışmaları sonucunda ortaya çıkan modellerdir. Ancak önerilen modellerde birbirlerine karşı belirgin bir üstünlük sağlayamamışlardır.

Endokronik modeller, betonun genel şekil değiştirme geçmişi de değerlendirilerek beton malzemenin iç yapısında oluşan hasarların büyüklüğü esas alınarak, endokronik zaman kavramı içinde değerlendirilmektedir. Bu tip modellerde, yüklü ve yüksüz durum için ayrı tanımlamalara ihtiyaç duyulmadan beton davranışının bir çok özelliği ifade edilebilmektedir. Ancak uygun malzeme tanımı için yükleme kriteri gerekli olmaktadır. Endokronik modeller yükleme yüzeyini ve plastik pekleşme kurallarını tanımlamada en etkin yoldur. Son zamanlarda yapılan uygulamalarda elde edilen başarılar endokronik yaklaşımın gücünü açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

Fakat bu modellerde kullanılan malzeme sabitleri sayısı azaltılarak, daha açık, anlaşılır ve basit hale getirilmesi gerekmektedir. Bu hali ile bu modeller, pratik uygulamalar için kabul edilebilir bir çözüm yöntemi olarak görülmemektedir (Bazant ve Bhat, 1976).

Doğal olarak beton için matematiksel modellerin hiçbiri, bütün yükleme koşullarında betonun karmaşık davranışını tam olarak tanımlayamamaktadır. Her bir model belirli bir alt gruba ayrılarak betonun davranışını yorumlamakta, betonun temel özelliklerini saptamakta, etkisi küçük olan özelliklerini belirlemekte kullanılmaktadır. Bu modellerin bir çoğu pratikte kullanılmalarından çok, teorik kavramların tanımlanmasında, açıklanmasında, yorumlanmasında kullanılan modellerdir. Ayrıca bu modellerin bir çoğu, büyük ölçekli betonarme yapılarda, kullanışlı ve pratik değildir. Geliştirilen modellerde daha genel hale doğru gidilmeye çalışıldıkça hesaplama hacmi genişlemekte, yapılan kabullerin sayısı artmakta çözüm ve pratikte kullanım alanı daralmakta ve ekonomik olmamaktadır.

2.3. Betonda Güç Tükenmesi Öncesi Davranış ve Modellenmesi

Bu çalışmada düzlem kabul edilebilecek betonarme elamanların doğrusal olmayan davranışları araştırma konusudur. Bu sebeple, burada düzlem gerilme durumunda, çatlama öncesi beton için gerilme şekil değiştirme ilişkisi artımlı olarak kurulması gerekmektedir. Betonun güç tükenmesini tarifleyen kriter ise çatlama türü ve ezilme türü olarak ikiye ayrılmaktadır. Genel halden düzlem gerilme durumuna ve kullanılacak modele geçiş ve yapılan kabuller aşağıda verilmiştir:

Genel halde elastik malzeme için σ_{ij} gerilme bileşenleri sadece şekil değiştirme bileşenlerine ϵ_{ij} bağlı fakat gerilme veya şekil değiştirme geçmişine bağlı değildir. Ayrıca doğrusal gerilme-şekil değiştirme modelinde, başlangıç gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri sıfır ise Cauchy elastik malzemesi için gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 2.7’de C_{ijkl} elastik malzeme sabitleri tansörüdür. Bu tansör genel durumda $3^4=81$ sabit içerir. σ_{ij} ve ϵ_{kl} sırasıyla simetrik gerilme ve şekil değiştirme tansörleridir. Simetri koşulu ile $C_{ijkl}=C_{jikl}=C_{ijlk}=C_{jilk}$ olup, bağımsız sabitlerin sayısı sadece 36’ya iner. Ayrıca elastik model için, elastik malzeme

sabitleri ikili olarak yer değiştirebilir ($C_{(ij)(kl)}=C_{(kl)(ij)}$). Böyle bir malzeme modeli hiperelastik veya Green elastik model olarak adlandırılmakta ve bağımsız malzeme sabitlerinin sayısı genel halde 21'e inmektedir. Ayrıca malzemenin elastik simetri özelliğinden faydalananak bu malzeme sabitleri daha da indirilebilir. Örneğin ortotrop malzeme modeli için 9 sabit, birbirine dik doğrultuda izotrop model için 5 sabittir. Malzeme sabitleri en fazla izotrop modelde indirgenebilir. İzotrop elastik malzemede bağımsız iki elastik malzeme sabiti tüm davranışı tanımlamak için yeterlidir.

İzotrop malzeme için, elastik malzeme sabitleri C_{ijkl} bütün doğrultularda aynı olmalıdır. C_{ijkl} dördüncü dereceden bir tansördür ve aşağıdaki şekilde

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.8)$$

ifade edilir. Buradaki δ_{ij} , δ_{kl} kroneker deltası, λ ve μ iki bağımsız sabit olup, lame sabitleri olarak adlandırılır. Buna göre Denklem 2.7 aşağıdaki şekilde

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (2.9)$$

yazılır. Buradaki ε_{ij} şekil değiştirme bileşenleri, σ_{ij} gerilme bileşenleriyle ifade edilecek şekilde düzenlenirse

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij} - \frac{\lambda \delta_{ij}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{kk} \quad (2.10)$$

elde edilir. Denklem 2.9 ve 2.10 bir izotrop doğrusal elastik malzeme için genel halde gerilme-şekil değiştirme bağıntılarıdır. Bu denklemler Genel Hooke Kanunları olarak da adlandırılır. Bu denklemlerin önemli bir sonucu; gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin asal doğrultularının çakışmasıdır.

Genel halde kısa bir değerlendirme yaptıktan sonra, bu çalışmanın konusu içinde olan, düzlem gerilme durumunu esas alarak açıklamalara devam edilmektedir. Düzlem gerilme durumunda, anizotrop malzemede elastik malzeme sabitleri sayısı 9'dur. Böyle bir malzeme için artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{2211} & C_{1211} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{1222} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

şeklindedir. Anizotrop malzemenin elastik olması durumunda, malzeme sabitleri

indisleri ikili olarak yer değiştirebilir ($C_{2211}=C_{1122}$, $C_{1211}=C_{1112}$ ve $C_{1222}=C_{2212}$). Green elastik malzemesi olarak adlandırılan modelde bağımsız malzeme sabitleri sayısı 6'ya iner. Bu durumda Denklem 2.11 aşağıdaki hale

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{2211} & C_{1211} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{1222} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

gelir. Ayrıca iki ortogonal düzleme göre simetri varsa, bir başka deyişle düzlem gerilme durumunda elastik ortotrop malzeme ve 1 ve 2 ortotrop (birbirine dik) malzeme eksenleri ise, Denklem 2.12 aşağıdaki

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{2211} & 0 \\ C_{2211} & C_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

şekle gelir. Birbirine dik iki malzeme eksen (1,2) için elastik malzeme sabitleri E_1 , ν_1 ve E_2 , ν_2 elastisite modülleri ve poisson oranlarıdır. Ancak elastik malzeme matrisinde simetri koşulu ($E_1\nu_2 = E_2\nu_1$) ve kayma modülünün G , elastisite modülü ve Poisson oranına bağlı olması sebebiyle bağımsız elastik malzeme sabitleri sayısı 3'dür. Dolayısıyla düzlem gerilme durumunda elastik ortotrop malzeme modelinde bağımsız malzeme sabitleri 3 tanedir. Böylece malzeme eksenlerinde Denklem 2.13

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_2 E_1 & 0 \\ \nu_1 E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_1\nu_2)G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

şekline gelir. Denklem 2.13'de $E_1\nu_2=E_2\nu_1$ ve $G=(E_2\nu_1)/(\nu_1+2\nu_1\nu_2+\nu_2)$ şeklindedir. Denklem 2.13 ile elastik izotrop malzeme modeline geçmek için $E_1=E_2$ ve $\nu_1=\nu_2$ olması gerekir. Çatlamamış beton için izotrop doğrusal elastik malzeme modeli kullanılırsa, gerilme-şekil değiştirme ilişkisini oluşturmak için iki elastik malzeme sabiti yeterli olur. Bu malzeme sabitleri E elastisite modülü, ν Poisson oranı ya da bu sabitlere bağlı olarak ifade edilen G kayma ve K hacim modülleridir. Araştırmacıların bir bölümü sonuçları daha iyi yorumlamak için G ve K modüllerini kullanarak modelleme yoluna gitmişlerdir.

Betonarme bütün dünyada yaygın olarak kullanılan yapı malzemesidir. Yapılarda kullanılan bu malzeme şüphesiz çok eksenli gerilme etkilerine maruzdur. Fakat buna

rağmen hesaplamalarda ve boyutlamalarda, genellikle bir eksenli dayanım deneylerinden elde edilen parametreler kullanılmaktadır (f_c , f_{ct} , E_c , ϵ_c gibi). Deneysel çalışmalar çok eksenli gerilme etkileri altında betonun davranışının özellikle güç tükenmesine yakın bir eksenli yükleme deneylerinden elde edilen davranışdan oldukça farklı olduğunu göstermiştir. İki eksenli durumda sadece gerilme-şekil değiştirme davranışı farklılık göstermez, ayrıca dayanım karakteristikleri de değişir (Kupfer ve diğ., 1969; Liu ve diğ., 1972; Nelissen, 1972). Fakat bu davranışı mevcut hesaplama ve boyutlama yöntemleri içine dahil etmek kolay değildir.

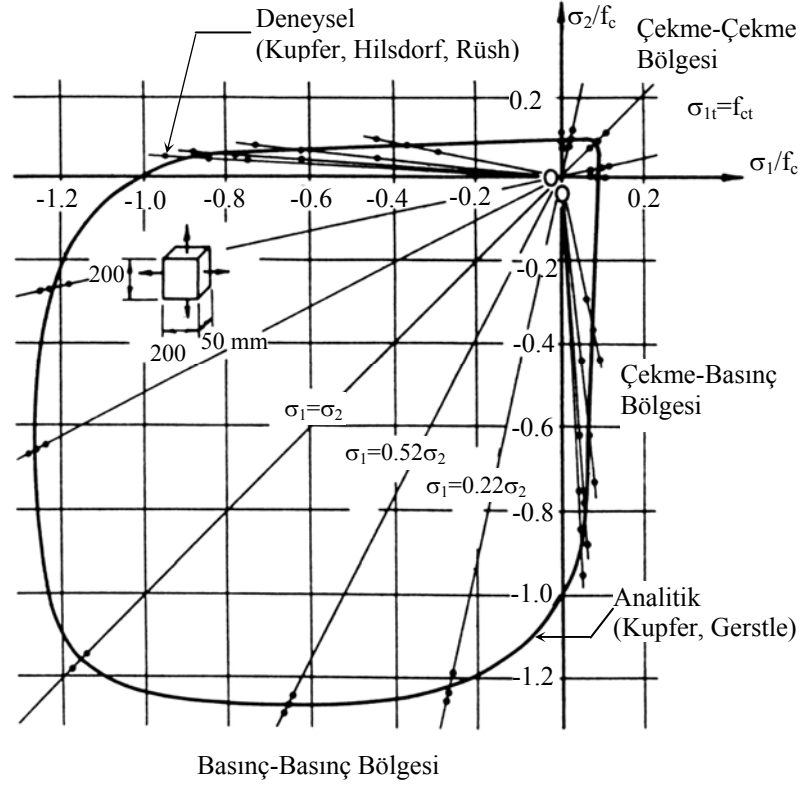
Bir çözüm yöntemi geliştirmede en önemli adımlardan birisi düzlem gerilme etkisindeki betonun iki eksenli gerilme-şekil değiştirme davranışını modellemektir. Ortotrop modeller doğrusal bölgeden başlayarak doğrusal olmayan bölgeyi alacak şekilde gelişmeye başlamışlardır. Romstad ve diğ. (1974) tarafından yapılan çalışma düzlem gerilme etkisindeki betonun bütün monoton artan yüklemelerde iki eksenli davranışını tanımlamada artımlı doğrusal yaklaşımın kullanılabileceğini göstermiştir. Bunun ardından artımlı çözüm yöntemleri daha yaygın olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada da artımlı doğrusal elastik ortotrop gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kullanılmaktadır. Bu ilişkiyi sonlu eleman yöntemi içinde kullanmak oldukça kolaydır. Her bir artım sonunda en son yer ve şekil değiştirme durumuna göre elemanların malzeme matrisi, rijitlik matrisi ve sistem rijitlik matrisi yeniden belirlenir. Böylece doğrusal olmayan çözümlemeye geçilir.

Düzlem gerilme etkisinde beton elemanın monoton iki eksenli yükleme durumu için ortotrop model basitliği ve sonlu elemanlar yöntemi içinde rahatça kullanılması ile diğerlerinden öne çıkmaktadır. Ortotrop malzeme eksenleri asal eksenlerde tariflenir. İki eksenli toplam gerilme-şekil değiştirme ilişkisi, eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisine dönüştürülür. Elde edilen eşdeğer bir eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisi kullanılarak ortotropi eksenleri doğrultusundaki teğet elastisite modüllü (E_1 , E_2) değerleri bulunur. Poisson oranları (ν_1 , ν_2) gerilme dayanım oranına bağlı olarak ve $E_1\nu_2=E_2\nu_1$ simetri koşulunu sağlayacak şekilde bulunur (Şekil 2.5).

Şekil 2.13'de mevcut asal gerilme çiftinin içine düştüğü bölgeye göre modelin davranışı belirlenir. İki eksenli gerilmelerin basınç-basınç bölgesi için Kupfer ve diğ. (1969) tarafından dayanım göçme eğrisi

$$\left(\frac{\sigma_{1p}}{f_c} + \frac{\sigma_{2p}}{f_c}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{2p}}{f_c}\right) - 3.65\left(\frac{\sigma_{1p}}{f_c}\right) = 0 \quad |\sigma_{1p}| \geq |\sigma_{2p}| \quad (2.15)$$

şekilinde tanımlanmıştır. Denklem 2.15’de σ_{1p} ve σ_{2p} betondaki güç tükenmesi anındaki asal gerilme çiftleri (eğri üzerindeki noktalar) ve f_c betonun bir eksenli basınç dayanımıdır.



Şekil 2.13: Betonun iki eksenli gerilme güç tükenme zarfı (Kupfer ve diğ., 1969)

Asal gerilme oranları $\alpha = \sigma_{1p}/\sigma_{2p}$ ile tanımlanırsa, Denklem 2.15 ifadesinden, betondaki σ_{2p} , σ_{1p} gerilmeleri

$$\sigma_{2p} = \frac{1 + 3.65\alpha}{(1 + \alpha)^2} f_c \quad (2.16a)$$

$$\sigma_{1p} = \alpha \sigma_{2p} \quad (2.16b)$$

şeklinde elde edilir. Eğer asal gerilmelerin ikisi basınç ve iki eksenli güç tükenmesi eğrisi içinde kalıyorsa, beton ortotrop doğrusal olmayan elastik malzeme olarak modellenir. Bir başka deyişle, her adımın sonunda malzeme sabitleri (E_1 , E_2 , ν_1) belirlenmektedir.



Artımlı doğrusal elastik ortotrop ilişki kurulur. Basınç-basınç bölgesinde iki eksenli güç tükenmesi yüzeyine ulaşıldıktan sonra artan şekil değiştirmelerle beton şekil değiştirme yumuşama bölgesine girer. Artan şekil değiştirmelerle betonda gerilmeler azalmaya başlar. Maksimum şekil değiştirme değerine ulaştığında beton ezilir ve artık yük taşıyamaz duruma gelir.

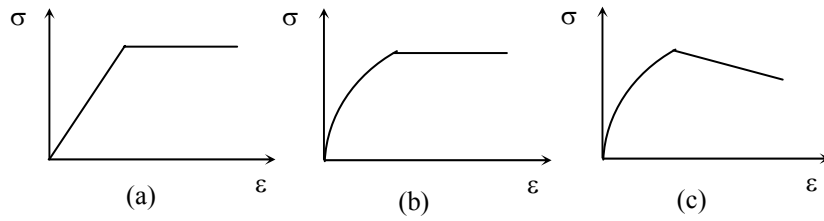
$$\sigma_{\text{lt}} = (1 + 0.8 \frac{\sigma_2}{f_c}) f_{\text{ct}} \quad \begin{cases} -f_c < \sigma_2 < 0 \\ 0.2f_{\text{ct}} < \sigma_{\text{lt}} < f_{\text{ct}} \end{cases} \quad (2.17)$$

38

doğrultusuna dik doğrultuda çatlar. Daha sonraki adımlarda çatlamaya dik doğrultuda malzeme çekme gerilmesi taşımaz.

Çekme-çekme bölgesinde güç tükenme eğrisinin içinde bulunduğu bölgede beton artımlı doğrusal elastik malzeme olarak davranır. Güç tükenme eğrisinin sınırı betonun tek eksenli çekme dayanımı değerine eşit alınır. Asal çekme gerilmeleri veya biri tek eksenli çekme dayanımı f_{ct} değerine ulaştıktan sonra, artan şekil değiştirmelerle birlikte, beton çekme şekil değiştirme yumuşama bölgesine girer. Çatlama için gerekli olan enerjiyi tamamlayan maksimum çekme şekil değiştirmesine ulaştığında beton çatlar. Çatlama doğrultusuna dik doğrultuda devam eden adımlarda beton gerilme taşımaz.

Ortotrop modelde ortotropi eksenlerinde eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme yardımıyla iki eksenli gerilme şekil değiştirme ilişkisi tariflenir (Darwin ve Pecknold, 1977). Bunun için tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin tanımlanması gerekir. Benzer şekilde çekme-çekme ve çekme-basınç bölgeleri içinde tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisine ihtiyaç vardır.



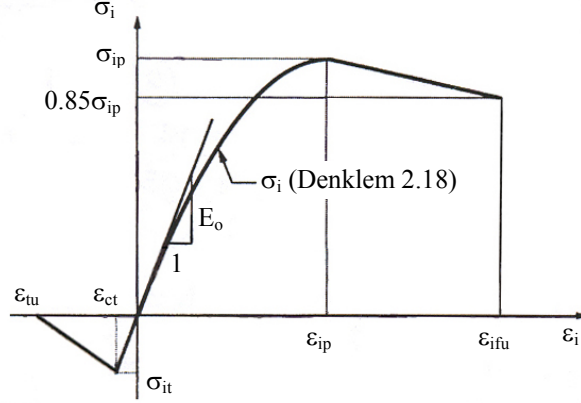
Şekil 2.15: Beton için tek eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme modelleri

Tek eksenli gerilme-şekil değiştirme davranışını tanımlamada deney sonuçlarına dayalı çok sayıda formül önerilmiştir. Şekil 2.15a'da doğrusal olmayan modellerin en basiti görülmektedir. Bu doğrusal elastik-tam plastik model Lin ve Scordelis (1975) tarafından betonarme perde ve döşemelerin incelenmesinde kullanılmıştır. Şekil 2.15b'de gösterilen parabol+dikdörtgen değişimi, doğrusal olmayan – tam plastik model Avrupa Beton birliği CEB-FIP (1978) tarafından önerilmiştir. Şekil 2.15c'de yıllar önce Hognestad (1951) tarafından önerilen model gösterilmiştir. Bu model betonun tek eksenli gerilme-şekil değiştirme davranışı için yaygın olarak kullanılmıştır.

Bu çalışmada basınç-basınç bölgesinde Saenz (1964) tarafından önerilen gerilme şekil değiştirme ifadesi

$$\sigma_i = \frac{E_0 \varepsilon_{if}}{1 + \left(\frac{E_0}{E_{sec}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_{if}}{\varepsilon_{ip}} + \left(\frac{\varepsilon_{if}}{\varepsilon_{ip}} \right)^2} \quad 0 \leq \varepsilon_{if} \leq \varepsilon_{ip} \quad (2.18)$$

küçük değişiklikler yapılarak kullanılmıştır (Şekil 2.16).



Şekil 2.16: Beton için eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi

Deneysel olarak tek eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisinin şekil değiştirme enerjisini saptanır. Bu enerji ve eğrinin altında kalan alandan, σ_{ip} maksimum basınç dayanımına karşı gelen şekil değiştirme ε_{ip} belirlenir. ε_{ip} den daha büyük şekil değiştirme değerleri için şekil değiştirme yumuşamasını ifade etmek için gerilmelerin azalan kol üzerinde olduğu kabul edilmektedir. Yük artırılarak adım adım çözümlemede, Kupfer (1969) tarafından önerilen iki eksenli dayanım güç tükenme eğrisi içindeki asal basınç gerilme çiftleri (σ_1 , σ_2) için, ortotrop artımlı doğrusal elastik malzeme kabulü ile Saenz (1964) tarafından önerilen eğri kullanılmaktadır. Maksimum asal gerilme değerine ulaştıktan sonra, artan şekil değiştirmelerle gerilmelerde azalma olmaktadır. Bu basınç şekil değiştirme yumuşaması olarak adlandırılmaktadır. ε_{if} eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme değeri, ε_{ip} değerinden büyük ve ε_{ifu} maksimum şekil değiştirmeden küçük ise, şekil değiştirme yumuşama bölgesindedir. ε_{ifu} maksimum şekil değiştirmesi aşıldığında beton ezilir ve yük taşımaz. Şekil 2.14'de iki eksenli asal gerilme çiftlerinin bölge bölge olası eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme eğrileri gösterilmiştir.

Bölüm 2.5'de iki eksenli gerilme durumundan eşdeğer tek eksenli gerilme durumuna geçiş ve eşdeğer gerilme şekil değiştirme tanımı daha açık bir şekilde anlatılmıştır. Çekme şekil değiştirme yumuşama bölgesinde davranış, ε_{tu} maksimum çekme şekil

değiştirmesi ile ilgili bilgiler Bölüm 2.4.3’de verilmiştir. Basınç şekil değiştirme yumuşama davranış benzer şekilde tanımlanacaktır.

2.4. Betonda Güç Tükenmesi Ötesi Davranış ve Modellenmesi

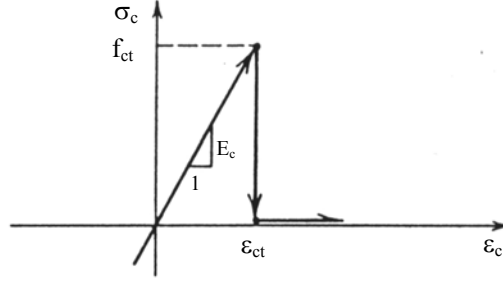
Betonun en önemli karakteristiklerinden birisi düşük çekme dayanımıdır. Basınç gerilmelerine göre oldukça küçük çekme gerilmelerinde, çekme çatlakları meydana gelir. Oluşan çekme çatlakları da betonun rijitliğini azaltır. Bu durum betonarme yapıların düzlem elemanlarında, özellikle iki eksenli çekme-basınç tipi gerilmenin hakim olduğu, perde, kabuk, yüksek kiriş gibi elemanların doğrusal olmayan davranışına önemli oranda etkir. Bu gibi yapılarda çatlایan betonun davranışını doğru modelleme, şüphesiz en önemli faktördür. Bu sebeple, bir çok araştırmacı düzlem betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışlarını incelemek amacıyla doğrusal elastik çatlak modelleri geliştirmiş ve çeşitli problemlere uygulamışlardır. Bunlardan başlıcaları Ngo ve Scordelis (1967), Nilson (1968), Phillips ve Zienkiewicz (1976), Vallipaan ve Doolan (1972) olarak verilebilir.

Çekme gerilmesi etkisinde, ani şekil değiştirme yumuşaması ile betonun çatlaması ve yerel gerilmelerde ani değişiklikler meydana gelir. Çatlak oluşumu ve devamında gerilmelerin yeniden dağılımı beton yapıların temel davranışında önemli bir etkiye sahiptir. Ayrıca bu davranış biğimi, bir doğrusal olmayan çözümleme tekniği kullanmaya zorlar.

Bu bölümde beton davranışı artımlı doğrusal elastik gevrek malzeme modeli ile tariflenmektedir. Düzlemsel beton elemanda çatlama, çatlama kriterleri, çatlamanın modellenmesi için kullanılan yöntemler genel hatlarıyla tartışılıp, kullanılacak çatlak modeline daha ayrıntılı yer verilecektir. Çatlamış betonu tariflemeye bazı iyileştirmeler tanıtılmaktadır. Doğrusal olmayan elastisite teorisine dayalı çekme etkisinde çatlama gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kurulmaktadır. Yapılan çalışmada artımlı doğrusal elastik teoriye dayalı çatlama öncesi ve sonrası için ayrı ayrı betonun gerilme-şekil değiştirme ilişkisi oluşturulmaktadır.

2.4.1. Betonda çatlama

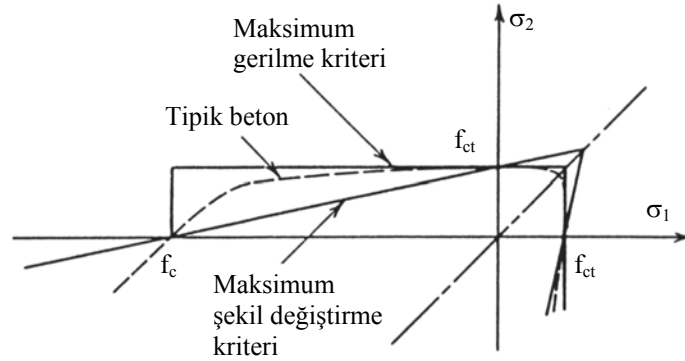
Çatlamış betonun gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını ayrıntılı olarak incelemeye önce, betonun çatlaması ile ilgili yapılan çeşitli tanımlar verilmiş ve çatlamayı modellemek için kullanılan farklı yaklaşımlar kısaca değerlendirilmiştir.



Şekil 2.17: Betonda çekme gerilme-şekil değiştirme-çatlama ilişkisi

Betonun çekme etkisinde çatlayarak güç tükenmesine ulaşması, küçük çatlakların genişleyerek diğerleri ile birleşmesi ve betonun daha büyük parçalarının birbirlerinden ayrılması ile tariflenir. Genellikle çatlak oluşumunun gevrek bir olay olduğu kabul edilir. Çekme şekil değiştirme yumuşaması gözönüne alınmadan, çekme gerilmesi doğrultusundaki gerilmenin aniden sıfıra indiği ve çatlak oluştuğu kabul edilir (Şekil 2.17). Çatlama olayında, betonun içinde ayrıca donatıların bulunması da dayanım mekanizmasını oldukça karmaşık hale getirir.

Betonda çatlama için genellikle doğrusal elastik çatlama ilişkisine dayalı malzeme modeli kullanılır. Yaygın olarak iki çatlama kriteri kullanılmaktadır. Bunlar, maksimum asal gerilme kriteri ve şekil değiştirme kriteridir (Şekil 2.18).



Şekil 2.18: İki eksenli gerilme durumunda beton için çatlama kriterleri

Bir asal gerilme ya da şekil değiştirme sınır değerini aştığında, asal gerilmeye veya şekil değiştirmeye dik düzlemde çatlak oluştuğu kabul edilir. Oluşan çatlakların devam eden yükleme adımlarında doğrultusunun sabit kalmasına ya da dönmesine göre iki çatlak modeli yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunlar sabit çatlak modeli ve dönen çatlak modeli olarak adlandırılır. Sabit çatlak modelinde ilk makro çatlak oluşma doğrultusu, sonraki yükleme adımlarında değişmez. Dönen çatlak modelinde ise, ilk

çatlağın oluştuğu doğrultuyu çatlak doğrultusu kabul etmek yerine, devam eden yükleme adımlarında çatlak doğrultusunun değişmesi ile birden fazla çatlak doğrultusu söz konusudur (Gupta ve Akbar 1984). Vecchio ve Collins (1982) tarafından yapılan deneylerde ilk çatlak doğrultusunun devam eden yükleme adımlarında değiştiği ve değişen çatlak doğrultusunun malzeme davranışına etkisinin, ilk çatlak doğrultusuna göre, daha hakim olduğu gözlenmiştir.

Çatlak oluşmasına karşı gelen maksimum çekme gerilmesi ya da şekil değiştirmesini tam olarak belirlemek güçtür. Deney sonuçlarında bu değerlerde bir miktar dağılma vardır. Yaygın olarak kullanılan iki eksenli çekme çatlama kriteri bir dayanım kriteridir. Bu kriter Kupfer ve diğ. (1969) tarafından yapılan deney sonuçlarına dayanır. Söz konusu deneylerde beton paneller iki doğrultuda, panellerin karşılıklı yüzeylerinde eşit yayılı gerilme oluşturacak bir düzenle yüklenmiştir. Bu tür deneylerde karşılaşılan en önemli güçlük, yüzeylere eşit yayılı yük uygularken oluşacak sürtünme kuvvetlerinin ortadan kaldırılmasıdır. Bu, özellikle basınç yüklemelerinde önemli sorun çıkarmaktadır. Yapılan deneylerde, iki ucu mafsallı yüzlerce çubuktan oluşan, fırçaya benzer bir yükleme düzeni ile sürtünme en alt düzeye indirilebilmiştir. Bu tür bir deney düzeni son derece hassas bir imalat gerektirir (Ersoy ve Özcebe 2001). Şekil 2.18’de gösterilen çekme-çekme bölgesinde dayanım değeri hemen hemen gerilme oranından bağımsız ve tek eksenli çekme dayanımına (f_{ct}) eşittir. Bir eksenli çekme dayanımı ise silindir basınç dayanımının 0.085 ile 0.11 katı aralığında bir değer alır. Betonun silindir basınç dayanımı arttıkça, çekme dayanımının basınç dayanımına oranı azalır. Çatlamaya sebep olan gerekli çekme dayanımı genelde basınç dayanımının belirli bir oranı olarak verilir.

Yukarıdaki gözlemler esas olarak donatısız beton üzerinde yapılmıştır. Betonun içinde donatının bulunması çatlama olayını daha karmaşık hale getirir. Bu durumda çatlama ve belirli bir çatlama doğrultusuna sebep olan gerilme seviyesini tahmin etmek oldukça güçtür. Ancak bir çok pratik uygulamada donatısız beton için elde edilen kriter basitleştirme yapılarak betonarme için de kullanılmaktadır.

Genellikle betonda bir çatlak oluştuğunda, çatlak doğrultusuna dik doğrultuda çekme gerilmesi taşımadığı ve malzemenin çekme rijitliğinin ihmal edilecek kadar küçük olduğu kabul edilir. Bunun yanında malzeme çatlağa paralel doğrultuda, hala gerilme

taşıma kapasitesine sahiptir. Bir doğrultuda çatlak oluştuğunda, bu çatlağa dik doğrultudaki gerilme taşıma kapasitesi aşıldıkça yük taşımaya devam eder.

Çatlak oluştuğu doğrultuya normal doğrultuda genişlerken, çatlama doğrultusuna paralel doğrultuda, çatlama sonucu oluşan yüzeylerdeki agreganın bir birine değerek relatif harekete zorlaması sonucu bir sürtünme kuvveti oluşur. Bu kuvvetin büyüklüğü, çatlama yüzeyinin pürüzlülüğüne, çatlama yüzeyinin her iki tarafında kalan parçaların kuvvet taşıma kapasitesine bağlı olarak değişir. Normal dayanımlı betonlarda oluşan çatlak yüzeyleri oldukça pürüzlü olup bir miktar kayma gerilmesi iletme kapasitesine sahiptir. Bu olay agrega kilitlenmesi olarak adlandırılmaktadır. Kesme kuvveti etkisinde, enine donatısız, betonarme kirişler üzerinde yapılan deneyler; toplam kesme kuvvetinin %40 ile %60 arasındaki bir miktarın agrega kilitlenmesi ile aktarıldığını göstermiştir. Çatlağı kesen donatıların bulunması da ayrıca kesme kuvveti iletme kapasitesi sağlar. Bu etki donatının perçin etkisi olarak adlandırılmaktadır. Bölüm 4’de donatının perçin etkisi daha ayrıntılı olarak verilmiştir.

Yüksek dayanımlı betonlarda, çimento harcının dayanımı agreganın dayanımına yaklaşıp. Bu sebeple, normal dayanımlı betona göre yüksek dayanımlı betonlarda çatlak yüzeyi çok daha az pürüzlüdür, agrega kilitlenmesi etkisi ortadan kalkar ve bu tür betonların çatlak sonrası davranışı oldukça değişir. Yüksek dayanımlı betonlar bu çalışmanın kapsamı dışındadır.

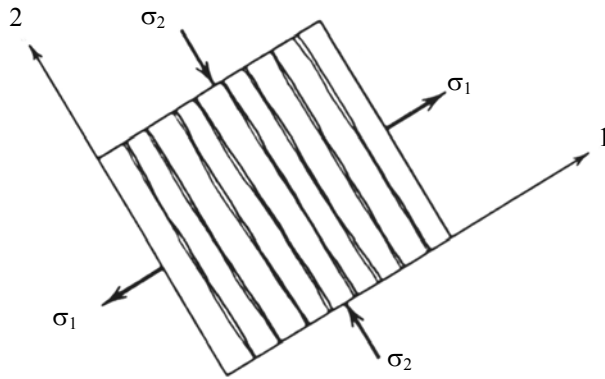
2.4.2. Çatlak modelleri

Sonlu elemanlar yöntemiyle çözümlemede kullanılan çatlak modelleri üç ana gruba ayrılmaktadır. Bunlar yayılı çatlak modeli, ayırık çatlak modeli ve çatlak mekaniğine dayalı modellerdir. Aslında üçüncü tür modeller çatlak mekaniği teorisi kullanılarak yayılı ya da ayırık çatlak modellerin eksikliklerini gidermek için de kullanılmaktadırlar. Bu üç farklı modelden hangisinin kullanılacağına karar vermek yapılan çözümlemenin amacına bağlıdır. Bir bütün olarak yapı sisteminin yük-yerdeğiştirme eğrisini elde etmek amaçlanıyorsa, yayılı çatlak modeli genellikle en iyi seçim olur. Eğer yapı sisteminin yerel bir bölgesindeki davranış araştırılıyorsa, ayırık çatlak modeli kullanmak faydalı olur. Betonun çatlaması ile ilgili belirli tür problem üzerinde; çözüm modeli geliştirmek ve geliştirilen bu hesap modelin geçerliliğini ispat etmek için, genellikle çatlak mekaniğine dayalı modeller kullanılır. Bir çok yapı mühendisliği uygulamaları için, genellikle yayılı çatlak modeli tercih

edilmektedir. Bu bölümde yayılı çatlak model, bu çalışmada kullanılacağı için, daha geniş kapsamlı olarak verilirken ayrık ve çatlak mekaniğine dayalı modeller kısaca tanıtılacaktır. Ayrıca çekme şekil değiştirme yumuşamasını tanımlamak için çatlak mekaniğinden faydalanarak yayılı çatlak modelinde bir iyileştirme yapılmaktadır (Bölüm 2.4.3).

2.4.2.1. Yayılı çatlak modeli

Çatlama düzlemine dik doğrultuda elastik ortotrop malzemenin elastisite modülünü azaltarak çatlamış betonu ifade eden yayılı çatlak modeli ilk olarak Rashid (1968) tarafından kullanılmıştır. Bu yaklaşımda, çatlamış beton sürekliliğe sahiptir. Betonda oluşan çatlağın düzgün bir şekilde eleman üzerinde yayılı olduğu kabul edilir. Yayılı çatlak modelinde, elemanda oluşan tek bir çatlak yerine, aynı etkiye sahip, eleman üzerinde düzgün yayılı bir birine paralel çok sayıda küçük çatlak kullanılır (Şekil 2.19). Bu paralel çatlaklar asal düzlemde olup maksimum asal çekme gerilmesi veya şekil değiştirmesi doğrultusuna diktir. Elemanda ilk çatlak oluşuktan sonra, çatlamış beton ortotrop (birbirine dik iki doğrultuda izotrop) malzeme davranışı ile temsil edilir. Malzeme asal eksenlerinden birisi çatlak doğrultusunda iken diğeri çatlağa dik doğrultudadır. Bu kabul sonlu eleman yöntemi ile çözümlemede kolaylık sağlar.



Şekil 2.19: Tek bir çatlağın, yayılı çatlak modelinde idealize edilmiş hali

Çatlamadan önce, beton doğrusal elastik izotrop ya da ortotrop malzeme olarak kabul edilir. Çatlamamış betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisi, çatlamış betondan ayrı olarak kurulur. Bir çatlak oluşuktan sonra, ortotrop malzeme olarak olarak tariflenen çatlamış beton için yeni artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi ayrıca oluşturulur. Bunun için artımlı gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin yeniden belirlenmesi yeterlidir. Düzlem gerilme probleminde, asal gerilme ya da şekil değiştirme

doğrultularından birinde çatlama meydana geldiğinde, çatlama doğrultusu gözönüne alınarak, artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki şekilde

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = [D_{cc}] \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

yazılır. Burada $[D_{cc}]$ çatlamış betonun teğet malzeme matrisini, 1 ve 2 malzeme ortotropi eksenlerini göstermektedir. Şekil 2.19’da gösterilen 1 asal eksenine dik doğrultuda çatlama olduğu kabul edilirse $[D_{cc}]$ malzeme matrisi aşağıdaki şekilde

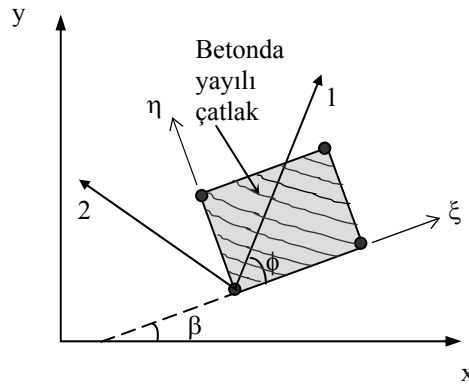
$$[D_{cc}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

elde edilir. Denklem 2.20’de E elastisite modülü, G kayma modülü, β bir sabittir ve değeri 0 ile 1 arasında değişir. Denklem 2.20’de Çatlağa dik 1 eksen doğrultusunda, betonun elastisite modülü sıfıra indirilmiş ve G kayma modülü de β katsayısı ile çarpılarak bir azaltma yapılmıştır. G kayma modülünün sıfır alınmayıp βG gibi bir değer alınmasının sebebi, çatlamış düzlemdeki agrega kilitlenmesi etkisinin dikkate alınmasıdır. Ayrıca çözümlerde, özellikle aynı doğrultuda belirli bir düğüm noktasının etrafındaki bütün elemanlar çatladığında oluşan, sistem rijitlik matrisinin tekilliği ile gelen bir çok sayısal stabilite problemlerini azaltır.

Betonda çatlama ile meydana gelen agrega kilitlenmesi ve donatının perçin etkisi dikkate alındığında, çatlamış betonun kayma modülünü saptamak oldukça zordur. Bir çok araştırmacı tarafından β için 0 ile 1 arasında çeşitli değerler kullanılmıştır. İlk çalışmalarda β değeri için yüksek bağlantı kirişi, kısa perde hesaplarında 0.5, yüksek kiriş hesaplarında 0.25, perde ve perde çerçeve sistemi hesabında 0.125 değeri kullanılmıştır (ASCE 1982). Hand ve diğ. (1973) betonarme plak ve kabukların incelenmesinde 0.4, Lin ve Scordelis (1975) 1.0 değerini kullanmışlardır. Basur ve Darwin (1978), Barzegar ve Schnobrich (1986) yaptıkları çalışmalarda, β katsayısının yapılan hesaplamaların nihai sonuçlarına etki eden kritik bir parametre olmadığını ileri sürmüşlerdir. Bazı çalışmalarda asal gerilmenin çekme ve basınç bölgelerinde, gerilme ya da şekil değiştirmenin şiddetine bağlı olarak farklı β değerleri kullanılmıştır (Chang ve diğ. 1987; Balakrishnan ve diğ. 1988; Balakrishnan ve Murray 1988). Kwak ve Filippou (1990) yaptıkları çalışmada β ’nın

farklı değerleri (0.1, 0.4, 1.0) için yaptıkları çözümlemelerle eğilmede kiriş davranışının β 'nın değerinden etkilenmediğini göstermişlerdir. β için 0.05 ile 0.5 arasındaki değerlere çözümlemede sayısal stabilite sağlamak için ihtiyaç duyulur. 0.1 ile 0.5 aralığındaki değerler için de çözümlemelere etkisinin oldukça küçük olduğu bildirilmiştir (ASCE 1993).

Sistem rijitlik matrisi belirlenirken, çatlama beton için, ortotrop malzeme eksenleri doğrultusunda oluşturulan teğet rijitlik malzeme matrisinin, global koordinat eksen takımına dönüştürülmesi gerekir (Şekil 2.20).



Şekil 2.20: Çatlama beton elemanda; seçilen yerel eksen takımları (ξ, η), global eksen takımı (x, y), çatlama doğrultusuna dik ve paralel malzeme eksenleri (1,2) ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar

Dönüşüm matrisleri $[T_\epsilon]$, $[T_\sigma]$ yardımıyla bir eksen takımından bir diğer eksen takımına kolayca dönüşüm yapılır. Gerilmeler için

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = [T_\sigma] \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

şeklinde geometrik olarak eksen dönüşümü yapılır. Şekil değiştirmeler için de

$$\begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T_\epsilon] \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

benzer şekilde eksen dönüşümü yapılabilir. Denklem 2.21 ve 2.22'de $c=\cos(\beta+\phi)$ ve $s=\sin(\beta+\phi)$ dir. Ayrıca dönüşüm matrisleri arasında

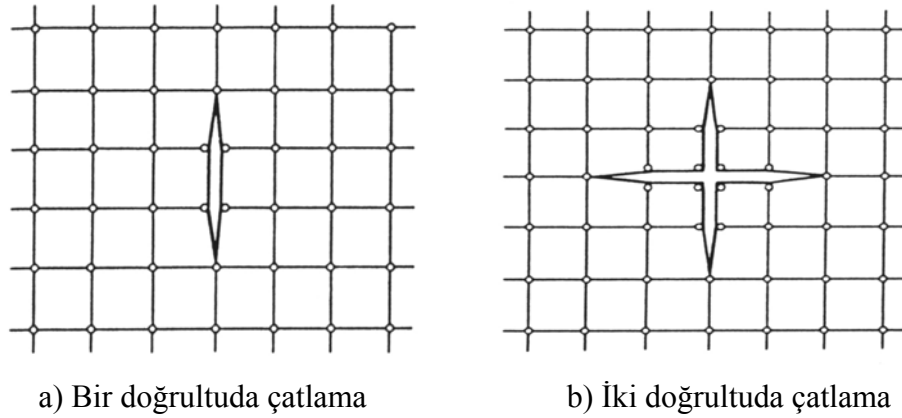
$$[T_\epsilon]^T [T_\sigma] = [I], \quad [T_\epsilon]^T = [T_\sigma]^{-1}, \quad [T_\sigma]^T [T_\epsilon] = [I], \quad [T_\sigma]^T = [T_\epsilon]^{-1} \quad (2.23)$$

ilişkisi vardır. Asal şekil değiştirme doğrultuları ile malzeme ortotropi eksenlerinin çakışık olduğu kabul edilmiştir. Malzeme ortotropi eksenlerinde $[D_{cc}]$ malzeme matrisi, global eksen takımında $[D_{cc}]_{GL}$ şekline dönüştürülür (Denklem 2.24).

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D_{cc}]_{GL} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T_e]^T [D_{cc}] [T_e] \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

2.4.2.2. Ayrık çatlak modeli

Sürekli yayılı çatlak modeline bir alternatif olan ayrık çatlak modeli ilk olarak Ngo ve Scordelis (1967) tarafından kullanılmıştır. Sonlu eleman ağında elemanları birleştiren düğüm noktalarından ayrılarak, yerdeğiştirmelerde süreksizlikle, çatlak tariflenir (Şekil 2.21).



Şekil 2.21: Ayrık çatlak modelinde çatlağın tanımlanması

Böyle bir yaklaşımda önemli bir zorluk; bir çatlak oluştuğunda sonlu eleman ağında eleman düğüm noktalarının yeniden tanımlanması gereğidir. Bu işlemler oldukça karmaşık ve zaman alıcıdır (Ngo, 1975). Bunun yanında düğüm noktalarının yeniden tanımlanması, sistem rijitlik matrisinin bant genişliğini büyütür. Bu da çözümlemede hesap hacmini büyük bir oranda arttırır. Zamanla ayrık çatlak modeli, otomatik olarak tanımlayan yöntemler geliştirilmiştir (Saouma 1980; Ingraffea ve Gerstle 1985; Ingraffea 1987; Wawrznek ve Ingraffea 1987).

Bu zorluklar ve sınırlamalar sebebiyle, ayrık çatlak modeli genel yapı problemlerinde oldukça sınırlı kullanılmaktadır. Daha çok belirli bir bölgede, birkaç hakim çatlağı içeren problemlerin incelenmesinde, örneğin betonarme kirişlerde eğik çekme çatlakları, ayrık çatlak modeli kullanılarak çatlama ile oluşan şekil değiştirme

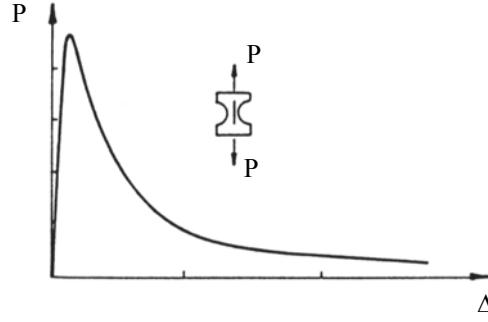
süreksizlikleri daha iyi tariflenir. Ayrıca bu modelde çatlağı kesen, çatlağın davranışını (kayma gibi) kontrol eden özel bağlantı elemanları ile agrega kilitlemesi etkisi gözönüne alınabilir. Çatlak açıldıkça bu bağlantı elemanlarının rijitlikleri azaltılarak agrega kilitlemesi etkisi azaltılır.

2.4.2.3. Çatlak mekaniğine dayalı modeller

Çatlak mekaniği teorisi metaller, seramikler ve kayalarda, çeşitli tipteki çatlak problemlerini çözümlemede, oldukça başarılı olmuştur (Broek, 1974). Elde edilen başarılar, çatlak mekaniği teorisini beton yapı elemanlarına uygulamak için bir çok araştırmacıyı cesaretlendirmiştir. Çekme dayanımına dayalı bir çatlama kriteri metaller için yeterli olurken, beton için yeterli değildir. Çatlak mekaniği teorisinin kullanılması, betonun çatlamasını tariflemekte etkili bir yol olarak görülmektedir.

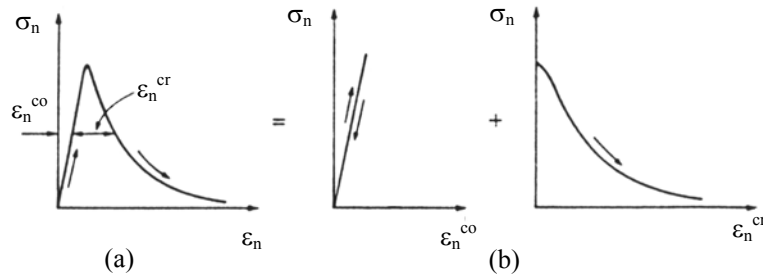
Çatlak mekaniği teorisini betona uygulamadaki zorluk, betonun tam olarak gevrek malzeme olmaması, çatlamanın çok daha geniş bir bölgeye yayılması, yarı gevrek malzeme olmasıdır. Betonda çatlama ve çatlakların ilerlemesi büyük oranda çekmede malzeme özelliklerine ve çatlama sonrası betonun davranışına bağlıdır. Deneysel çalışmalar da betonun davranışının tamamıyla gevrek olmadığı ve çatlak bölgesinde bir miktar süneklik gösterdiği saptanmıştır (Welch ve Haisman, 1969; Bedard ve Kotsovos, 1986). Elemanın kritik kesitlerinde uygulanan yüklerle elemanın çekme gerilmeleri artarak çekme dayanımına ulaşır. Bu aşamada mikro çatlaklar yayılır ve bir çatlama bölgesi oluşur. Çatlak mekaniğinin bazı formlarını çözüm modeli içine dahil etmeden sonlu eleman yöntemiyle hasar oluşumunu saptamak sonlu eleman açısından bağımsız olarak beton yapıların gevrek davranışı tahmin etmek zordur. Buna örnek olarak eğik kesme çatlama, zımbalama dayanımı, beton boruların çatlama, beton reaktör kazanlarının çatlama gösterilebilir.

Mevcut gelişmelere rağmen çatlak mekaniği teorisinin betonarme malzemeye uygulanması, pratikte kullanım açısından, hala çeşitli soru işaretleri bulundurmaktadır (Kesler ve diğ., 1972). Pratikte uygulanabilmesi için büyük sonlu elemanlar kullanımı gerekir. Ancak büyük sonlu eleman kullanımı ile çatlama teorisi bir araya getirildiğinde, her bir elemanın yapı rijitliğine etkisi büyük olmaktadır. Büyük bir elemanda çatlak oluştuğunda, tüm yapının rijitliği oldukça küçülecektir. Bu büyük elemanda düğüm noktası ya da sayısal integrasyon noktası sayısını arttırarak, betonun davranışı yeterince temsil edilemez. Bir çok uygulamada bir integrasyon noktasında çatlak oluştuğunda, eleman rijitliği gerektiğince indirilir.



Şekil 2.23: Bir eksenli çekme kuvveti-uzama eğrisi (Peterson, 1981)

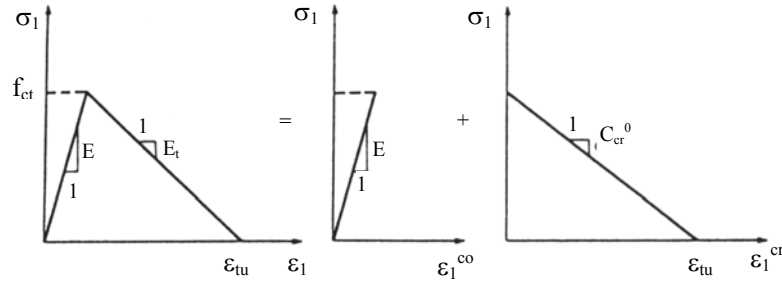
Bu gerilme-şekil değiştirme davranışında, öncelikle mikro çatlakların oluşması hakimdir. Başlangıçta, numunede sınırlı sayıda mikro çatlak meydana gelir. Daha sonra numunenin bazı bölgelerinde çekme gerilmeleri çekme dayanımına (f_{ct}) ulaşır. Bununla beraber belirli bir bölgede mikro çatlaklar yığılarak, çatlama bölgesini oluşturur (Şekil 2.22). Böyle bir çatlama bölgesinde, şekil değiştirmeler artarken, gerilmeler tedrici olarak azalmaktadır. Şekil 2.23’de azalan kolda şekil değiştirme yumuşaması görülür. Azalan kolun sonunda mikro çatlaklar birleşerek bir sürekli makro çatlak oluşturur.



Şekil 2.24: Bir çatlak bölgesinde toplam şekil değiştirmenin ϵ_n iki parçaya ayrılarak betonun şekil değiştirmesi ϵ_n^{co} ve çatlak şekil değiştirmesi ϵ_n^{cr} ile tanımlanması

Bu olayın yayılı çatlak modeli yaklaşımına uyuşumunun sağlanması; çatlak bölgesindeki şekil değiştirmenin düzgün bir şekilde izah edilmesi önemlidir. Bu olayın, yayılı çatlak modeline dahil edilmesi aşağıdaki gibi yapılabilir. Bunun için, çatlak bölgesinde maksimum asal çekme doğrultusuna dik yayılı süreksiz mikro çatlakların bir sistem meydana getirdiği kabul edilebilir. Bu öyle bir sistem olmalı ki, çatlak bölgesinde normal şekil değiştirmeyi (ϵ_n) arttırsın, fakat mikro çatlaklara paralel ve çatlama bölgesinin dışındaki şekil değiştirmelere etkisi olmasın. Bu düşünce ile, Şekil 2.24’de gösterildiği gibi, çatlama düzlemine dik doğrultudaki toplam şekil değiştirme (ϵ_n) iki parçadan meydana geldiği kabul edilebilir. Bunlar

mikro çatlakların arasında kalan betonun şekil değişimi (ϵ_n^{co}) ve mikro çatlakların açılmasını ifade eden çatlak şekil değişimidir (ϵ_n^{cr}). Deneyler çekme gerilme ve şekil değişim eğrisinin azalan kolun doğrusal olmayan etkisinin ihmal edilebileceğini göstermiştir. Buna göre mikro çatlaklar arasındaki betonun şekil değişimi (ϵ_n^{co}) doğrusal elastik kabul edilebilir. Çatlak şekil değişimi (ϵ_n^{cr}) ise sadece sınırlı bir genişlikte gerilme boşalması ile ilişkilidir. Bu genişlik çatlama bölgesi genişliği olarak adlandırılır. Sonlu elemanda, mikro çatlakların yayılı olduğu sonlu eleman genişliğidir. Çatlak şekil değişiminin (ϵ_n^{cr}) bu genişlikle ilişkili olduğu, şekil değişim yumuşama formülasyonunda bir boyut etkisi olduğu unutulmamalıdır. Bunun için şekil değişim yumuşama modülünün (C_{cr}^0) seçilen sonlu eleman boyutlarına bağlı olarak ifade edilmesi gerekir. Aksi takdirde, serbest kalan çatlama enerjisi sonlu eleman ağına bağlı olur.



Şekil 2.25: Doğrusal çekme şekil değişim yumuşama modeli

Şekil değişim yumuşama modeli için gerilme şekil değişim bağıntıları aşağıdaki açıklamalarla oluşturulabilir. Şekil 2.25’de gösterilen yöntem, ilk olarak Bazant ve Oh (1983) tarafından önerilmiş ve daha sonra Rots ve diğ. (1985) tarafından geliştirilmiştir. Basitlik için, gerilme şekil değişim eğrisinin azalan kolu, Şekil 2.25’de gösterildiği gibi, doğrusal kabul edilir.

Her yükleme artımı için şekil değişim artımı $\{\Delta\epsilon\}$, betonun şekil değişim artımı $\{\Delta\epsilon^{co}\}$ ve çatlakın şekil değişim artımı $\{\Delta\epsilon^{cr}\}$ olarak iki parçaya

$$\{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\epsilon^{co}\} + \{\Delta\epsilon^{cr}\} \quad (2.25)$$

şeklinde ayrılır. Diğer taraftan, mikro çatlaklar arasındaki betonun doğrusal elastik davrandığı kabul edilirse, mikro çatlaklar arasındaki betonun malzeme matrisi

Elastisite modülü E ve Poisson oranına ν bağlı olarak bulunur. Buna göre mikro çatlakların arasında kalan betonun artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_1^{\text{co}} \\ \Delta \varepsilon_2^{\text{co}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

şeklindedir. Çatlama düzlemine dik doğrultunun 1 eksenli doğrultusu olduğunu kabul edelim. Buna göre betonda çatlama 1 eksenli doğrultusunda çatlama meydana getirecek ve diğer doğrultuda bir etki olmayacak şekilde çatlama şekil değiştirmesi ile asal gerilme arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_1^{\text{cr}} \\ \Delta \varepsilon_2^{\text{cr}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{\text{cr}}^0} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

ifade edilebilir. Denklem 2.25’de Denklem 2.26 ve 2.27 yerine konup toplanırsa artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{C_{\text{cr}}^0} \right) & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

şeklinde olur. Denklem 2.26’daki temel varsayımdan ve Şekil 2.25’den faydalanarak E_t için

$$\frac{\Delta \sigma_1}{E_t} = \frac{\Delta \sigma_1}{E} + \frac{\Delta \sigma_1}{C_{\text{cr}}^0} \quad (2.29)$$

bağıntısı yazılabilir. Buna göre E_t aşağıdaki şekilde

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E} + \frac{1}{C_{\text{cr}}^0} \quad (2.30)$$

elde edilir. E_t şekil değiştirme yumuşama modülü olarak adlandırılır. Denklem 2.28’da $1/E_t$ yerine konursa

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

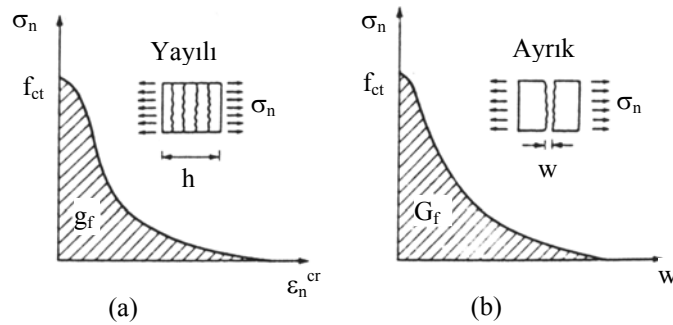
çekme şekil değiştirme yumuşama bölgesinde artımlı şekil değiştirmelerle gerilmeler arasında ilişki kurulmuş olur. Denklem 2.31 teğet rijitlik matrisi elde edilecek şekilde

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EE_t}{E - \nu^2 E_t} & \frac{\nu EE_t}{E - \nu^2 E_t} \\ \frac{\nu EE_t}{E - \nu^2 E_t} & \frac{E^2}{E - \nu^2 E_t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

düzenlenir. Denklem 2.32 ortotrop malzeme eksenlerinde kayma terimini de içerecek şekilde genişletilir ve kayma terimi β azaltma çarpanı ile azaltılırsa aşağıdaki şekle

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EE_t}{E - \nu^2 E_t} & \frac{\nu EE_t}{E - \nu^2 E_t} & 0 \\ \frac{\nu EE_t}{E - \nu^2 E_t} & \frac{E^2}{E - \nu^2 E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1 + \nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

gelir. Denklem 2.33 artımlı izotrop doğrusal elastik malzeme kabulü ile iki eksenli gerilme durumunda asal şekil değiştirmeler doğrultusunda gerilme şekil değiştirme artımları arasındaki ilişkiyi verir.



Şekil 2.26: Betonun şekil değiştirme yumuşama davranışı a) Çekme gerilmesi (f_{ct}) ile çatlak şekil değiştirmesi (ε_n^{cr}) arasındaki ilişki, b) Çekme gerilmesi (f_{ct}) ile çatlak açılması (w) ilişkisi

Çatlak mekaniği yöntemiyle betonun çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisinde şekil değiştirme yumuşama kolunu tariflemek için üç önemli parametrenin tanımlanması gerekir. Bunlar, çatlama bölgesinin oluşmaya başladığı anda betonun çekme dayanımı (f_{ct}), çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisinin altında kalan alan ve azalan kolun biçimidir (Reinhardt 1986). Bu parametrelerin ilk ikisi malzeme sabitleri

olarak düşünülebilir. Azalan kolun şekli önerilen modele göre değişmektedir (Bazant ve Oh, 1983).

En çok kullanılan iki modelin tartışılmasından önce, çekme gerilmesi ve çatlama şekil değiştirmesi eğrisi ile çatlama enerjisi (G_f) arasındaki ilişkinin kurulması uygundur (Şekil 2.26). Bunun için Şekil 2.26a’da verilen eğrinin altındaki alan (g_f)

$$g_f = \int \sigma_n d\varepsilon_n^{cr} \quad (2.34)$$

şeklinde yazılır. Malzeme özelliği olan çatlama enerjisi (G_f), sürekli birim alanda çatlama için gerekli olan enerji miktarı olarak tanımlanır. Bu tanımlamaya göre G_f

$$G_f = \int \sigma_n dw \quad (2.35)$$

çatlama enerjisi şeklinde yazılır. Denklem 2.35’da w çatlama bölgesi içinde bütün mikro çatlaklardaki yerdeğiştirme açılmalarının toplamıdır (Şekil 2.26b). Yayılı çatlak modelinde, çatlak açılma yerdeğiştirmesi (w) çatlama şekil değiştirmesine (ε_n^{cr}) bağlı olarak ifade edilebilir. Çatlak bant genişliği (h) olarak adlandırılan sonlu eleman içinde belirli bir genişlik üzerinde çatlama şekil değiştirmelerinin birleştirilmesi ile w çatlak açılma yerdeğiştirmesi

$$w = \int_b \varepsilon_n^{cr} dn \quad (2.36)$$

elde edilir. Mikro çatlakların çatlak bant genişliği boyunca düzgün yayıldığı kabul edilirse, Denklem 2.36

$$w = h \varepsilon_n^{cr} \quad (2.37)$$

şeklinde basitleşir. Denklem 2.37 ile 2.34 ve 2.35 birleştirilerek g_f ile G_f arasında

$$G_f = h g_f \quad (2.38)$$

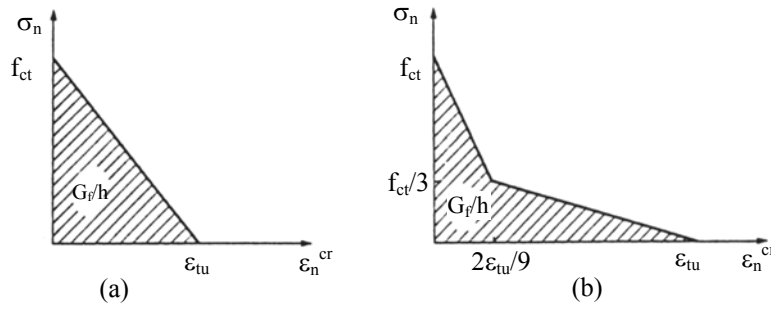
ilişkisi kurulur. Denklem 2.38 oldukça basitleştirilmiş bir ifadedir, yanıltıcı olabilir. Çünkü çatlak bant genişliği (h) seçilen sonlu eleman boyutlarına, eleman tipine, eleman şekline, çözülecek problemde istenen hassasiyete bağlıdır.

Çekmede betonun şekil değiştirme yumuşaması yaygın olarak iki şekilde modellenmektedir. Bazant ve Oh (1983) beton elemanların hesabında çatlak bant teorisini tariflemiştir. Bu model basit fiktif çatlak modellerinden birisidir. Modelin iki temel varsayımı vardır; çatlak bölgesi genişliği (w) maksimum agrega boyutunun

üç katına eşittir, beton çatlama şekil değiştirmeleri bant içinde düzgün yayılıdır. Bu modelde çekme çatlağı oluştuğundaki şekil değiştirme ε_{tu} doğrusal modelde

$$\varepsilon_{tu} = \frac{2 G_f}{f_{ct} h} \quad (2.39)$$

olarak tarif edilir (Şekil 2.27a). Denklem 2.39’da f_{ct} betonun çekme dayanımı, G_f sürekli birim alanda çatlak oluşturmak için gerekli enerjidir.



Şekil 2.27: Betonun çekme yumuşama kolunun tipik şekilleri a) Doğrusal model (Bazant ve Oh, 1983), b) İki doğrulu model (Hillerborg ve diğ., 1976)

Geniş deneysel çalışmaların ardından Hillerborg ve diğ. (1976) çekme şekil değiştirmesi yumuşaması için iki doğru ile azalan kolu önermişlerdir (Şekil 2.27b). Doğrusal modele benzer şekilde, mikro çatlakların çatlak bant genişliği üzerinde düzgün yayıldığını kabul ederek, çatlama enerjisi (G_f) ile çekme gerilmesi-çatlama şekil değiştirme eğrisi altında kalan alan (g_f) arasındaki ilişki, Denklem 2.38’de verildiği gibi, yazılarak çekme çatlama şekil değiştirmesi için

$$\varepsilon_{tu} = \frac{18}{5} \cdot \frac{G_f}{f_{ct} h} \quad (2.40)$$

elde edilir. Denklem 2.39 ve 2.40’da verilen çekme çatlama şekil değiştirmesi ε_{tu} hesabında sonlu eleman boyutları (h) maksimum agrega çapından küçük seçilirse ($h \leq 80$ mm), mikro çatlakların eleman üzerinde düzgün yayıldığı kabul edilebilir. Yapılan deneysel çalışmalar normal dayanımlı betonda G_f / f_{ct} oranının 0.005mm-0.010mm aralığında değiştiğini göstermiştir (Welch ve Haisman, 1969).

Her iki model de, betonarme elemanların hesabında geniş bir alanda kullanılmaktadır. Seçilen sonlu eleman boyutları yeterince küçük olduğunda iyi sonuçlar elde edilmektedir. Eğer eleman boyutları büyük seçilmiş ise, hesaplama ile bulunan değerler deney sonuçlarından uzaklaşmaktadır. Her iki modelde mikro

çatlakların eleman üzerine düzgün yayıldığı kabul edilirken, büyük bir sonlu elemanda küçük bir bölgede mikro çatlaklar yoğunlaşmaktadır. Bu modeller sonlu eleman boyutlarına ayrıca bir sınır getirmektedir. Mikro çatlakların eleman üzerinde dağılımını tarifleyen bir fonksiyon yardımıyla, daha büyük sonlu elemanda da kullanılabilecek şekilde yöntemler geliştirilmiştir (Kwak ve Fillippou, 1990).

2.5. Beton İçin Gerilme Şekil Değiştirme Bağlılıları

Beton, izotrop malzeme olarak, sadece düşük gerilme seviyelerinde kabul edilebilir. Deney sonuçları yüksek, özellikle güç tükenmesine yakın, gerilme seviyelerinde betonun anizotrop malzeme davranışına sahip olduğunu göstermiştir. Bu çalışmada, monoton artan yüklemde, iki eksenli gerilme durumunda, betonun doğrusal olmayan davranışını izotrop malzeme modelinden daha iyi tanımlayan, artımlı iki eksenli ortotrop malzeme modeli kullanılmaktadır. Ortotrop modelde, ortotropi eksenleri boyunca betonun davranışını saptamak için, her bir asal gerilme ya da şekil değiştirme doğrultularında iki elastisite modülü E_1 ve E_2 kullanılır. Bu elastisite modülleri mevcut gerilme-şekil değiştirme durumu ve asal gerilme oranlarının bir fonksiyonu olarak, asal gerilme ya da şekil değiştirme doğrultusunda birbirinden bağımsız olarak belirlenmektedir.

Ortotrop modellerin formülasyonu iki aşamada oluşturulur. Birinci aşama, iki eksenli toplam gerilme-şekil değiştirme ilişkisini eşdeğer bir eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisine benzetmektir. Elde edilen eşdeğer bir eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisini kullanarak ortotropi eksenleri doğrultusundaki teğet elastisite modüllü (E_1 , E_2) ifadeleri elde edilir. İkinci aşamada, elde edilen elastisite modülleri ile ortotrop artımlı doğrusal elastik gerilme-şekil değiştirme bağıntıları oluşturulur. Burada en yaygın olarak kullanılan iki (artımlı ve iki eksenli) ortotrop model, önerilen modelin esaslarını oluşturması bakımından, ayrıntılı ve karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Bunlar Liu ve diğ. (1972) ve Darwin ve Pecknold (1977) tarafından geliştirilen modellerdir.

Bugüne kadar çok sayıda, bir eksenli basınç gerilmeleri altında, beton için gerilme-şekil değiştirme bağıntısı önerilmiştir. Bunların arasından bir kısmı iki eksenli halin özel hali olarak ifade edilebilmektedir. Örnek olarak Desayi ve Krishan (1964) tarafından önerilen,

$$\sigma_c = \frac{E_0 \varepsilon_c}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \quad (2.41)$$

ve Saenz (1964) tarafından teklif edilen,

$$\sigma_c = \frac{E_0 \varepsilon_c}{1 + \left(\frac{E_0}{E_{sec}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \quad (2.42)$$

bağıntılar verilebilir. Saenz (1964) tarafından önerilen bağıntıda $E_0 = 2E_{sec} = 2f_c/\varepsilon_c$ olması halinde Desayi ve Krishan (1964) tarafından önerilen bağıntı elde edilir. Denklem 2.42’de σ_c ve ε_c sırasıyla bir eksenli basınç gerilmesi ve şekil değiştirmesidir. Bir eksenli yüklemde, E_0 başlangıç elastisite modülü, $E_{sec} = f_c/\varepsilon_c$ sekant elastisite modülüdür. Bir eksenli basınç yükü etkisi altında, maksimum basınç dayanımı ile ilgili şekil değiştirme (f_c , ε_c) durumunda gerilme-şekil değiştirme eğrisi yatay eğime sahiptir.

Birinci aşama, düzlem gerilme durumunda, her iki asal gerilmenin (σ_1 , σ_2) basınç olması halinde, betonun iki eksenli toplam gerilme-şekil değiştirme ilişkisini eşdeğer bir eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisine benzetmektir. Homojen, izotrop, elastik bir malzeme için iki eksenli gerilme-şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde kolayca yazılabilir.

$$\sigma = \frac{\varepsilon E_0}{1 - \nu \alpha} \quad (2.43)$$

Denklem 2.43’de σ , hesaplanan doğrultudaki gerilme, ε hesaplanan doğrultudaki şekildeğiştirme, α hesaplanan doğrultuya dik doğrultudaki gerilmenin hesaplanan doğrultudaki gerilmeye oranı, E_0 bir eksenli yüklemde başlangıç elastisite modülü, ν tek eksenli yüklemde Poisson oranıdır. Denklem 2.43’de $\sigma = \sigma_1$, $\varepsilon = \varepsilon_1$ ise $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ yazarak bilinen Hooke bağıntıları elde edilebilir.

Denklem 2.43’e benzer bir ifade, iki eksenli basınç gerilmeleri altında, betonun doğrusal olmayan davranışını da dahil edecek şekilde, değiştirilerek aşağıdaki şekilde verilmektedir (Liu, 1972):

$$\sigma = \frac{A + B\varepsilon E_0}{(1 - \nu \alpha)(1 + C\varepsilon + D\varepsilon^2)} \quad (2.44)$$

Denklem 2.44’de A, B, C ve D bulunması gereken parametrelerdir. Denklem 2.44, betonun iki eksenli basınç bölgesinde, maksimum gerilme (σ_p) değerine kadar, gerilme şekil değiştirme ilişkisini ifade etmesi için, aşağıda verilen dört sınır koşulunu sağlaması gerekir:

$$\varepsilon=0 \text{ iken } \sigma=0 \text{ ve } \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E_0}{1-\nu\alpha}; \quad \varepsilon=\varepsilon_p \text{ iken } \sigma=\sigma_p \text{ ve } \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0 \quad (2.45a)$$

Denklem 2.45’de α sabit kabul edilerek, σ_p , ε_p sırasıyla iki eksenli basınç gerilmesi durumunda maksimum (tepe) gerilmesini, ve maksimum gerilmeye karşı gelen şekil değiştirmeyi ifade etmektedir. Denklem 2.44’de bu dört sınır koşulu sağlanacak şekilde A, B, C ve D parametreleri belirlenir:

$$A=0; \quad B=1; \quad C = \frac{E_0}{\sigma_p(1-\nu\alpha)} - \frac{2}{\varepsilon_p}; \quad D = \frac{1}{\varepsilon_p^2} \quad (2.45b)$$

Denklem 2.44’de A, B, C ve D belirlenen değerler ve $E_{sec}=\sigma_p/\varepsilon_p$ sekant elastisite modülü yerine konduğunda iki eksenli basınç gerilmeleri durumunda betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisi elde edilir (Liu, 1972):

$$\sigma = \frac{\varepsilon E_0}{(1-\nu\alpha) \left[1 + \left(\frac{1}{(1-\nu\alpha)} \frac{E_0}{E_{sec}} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^2 \right]} \quad (2.46)$$

Denklem 2.46’da σ , ε sırasıyla hesaplanan doğrultudaki asal gerilme ve ilgili şekil değiştirme, σ_p , ε_p sırasıyla hesaplanan doğrultudaki maksimum gerilme ve ilgili şekil değiştirme, ν Poisson oranı, E_0 tek eksenli yüklemede başlangıç elastisite modülü, α ortogonal doğrultudaki asal gerilmenin hesaplanan doğrultudaki asal gerilmeye oranıdır. Örneğin, Denklem 2.46’da $\sigma=\sigma_1$, $\varepsilon=\varepsilon_1$ için $\alpha=\sigma_2/\sigma_1$ yazarak 1 doğrultusu için geçerli kabul edilen bağıntı yazılabilir.

Denklem 2.46 ile verilen gerilme-şekil değiştirme eğrisi, maksimum gerilme ve ilgili şekil değiştirme (σ_p , ε_p) durumunda yatay eğime sahiptir. Denklem 2.46’de $\alpha=0$ durumunda, betonun tek eksenli basınç gerilmeleri altında, Saenz (1964) tarafından önerilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı elde edilir. Denklem 2.46 ile iki eksenli gerilme durumu, tek eksenli hali, mikro çatlakların kapanması ve Poisson oranı etkisini içine alacak şekilde genelleştirilmiştir. Denklem 2.46 ile verilen eğrinin

herhangi bir noktadaki eğimi (teğetsel elastisite modülü) mikro çatlakların kapanması ve Poisson oranı etkilerini içermektedir.

Denklem 2.46 her bir asal gerilme doğrultusu ve sabit bir asal gerilme oranı (α) için iki eksenli basınç gerilme-şekil değiştirme bağıntısıdır. Herbir asal gerilme doğrultusunda gerilme-şekil değiştirme ilişkisini tanımlamak için dört parametreye (E_0 , ν , σ_p , ϵ_p) ihtiyaç vardır. E_0 , ν , tek eksenli basınç dayanımı deneylerinden kolayca elde edilebilir. Maksimum gerilme bileşenleri (σ_{p1} σ_{p2}) asal gerilme oranlarına bağlı olarak betonun iki eksenli göçme dayanımı eğrisinden belirlenir (Kupfer ve diğ., 1969). σ_{p1} ve σ_{p2} 'den daha büyük olan için ϵ_p ilgili şekil değiştirme 0.0025 ya da 0.0030 gibi sabit bir değer alınabilir. Ancak σ_{p1} ve σ_{p2} 'den daha küçük olan için ϵ_p ilgili şekil değiştirme değeri asal gerilme oranına (α) göre oldukça değişim göstermektedir. Bu durum, iki eksenli gerilme etkisinde betonun basınç gerilmeleri altında farklı α oranları için gerilme-şekil değiştirme ilişkisini gösteren Şekil 2.7 yardımıyla kolayca görülebilir. ϵ_p için deneysel sonuçlara dayanan çeşitli analitik ifadeler mevcuttur. Bu analitik ifadelerde ϵ_p , bir eksenli basınç dayanımının (f_c), karşı gelen şekil değiştirmenin (ϵ_c) ve asal gerilme oranının (α) bir fonksiyonudur. Liu (1972) ve Darwin ve Pecknold (1977) ϵ_p için deney sonuçlarına dayalı analitik ifadeler önermişlerdir.

Genelde betonun iki eksenli çekme ya da çekme-basınç bölgelerinde güç tükenmesine kadar doğrusal elastik davrandığı kabul edilmekte ve doğrusal elastik çatlak modeli kullanılmaktadır. Bunun yanında Denklem 2.46 ile ifade edilen gerilme-şekil değiştirme ilişkisi, iki eksenli çekme ya da çekme-basınç bölgelerini de içine alacak şekilde kolayca genişletilebilir. Bu durumda tek fark σ_p , ϵ_p ifadelerinin bu bölgeler içinde ayrıca tariflenmesi gereğidir (Tasuji, 1978).

İkinci aşama, düzlem gerilme durumunda, artımlı ortotrop gerilme-şekil değiştirme ilişkisini oluşturmaktır. Ortotropi eksenleri 1 ve 2 olarak tariflenir ve ortotropi eksenleri doğrultusundaki şekil değiştirme artımları ile gerilme artımları arasındaki doğrusal ilişki aşağıdaki şekilde yazılabilir:

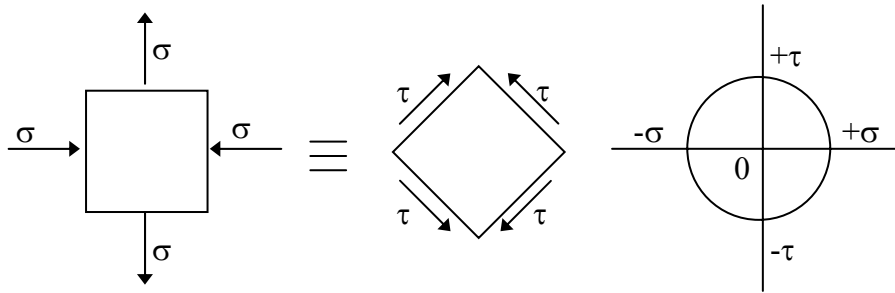
$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_2 E_1 \\ \nu_1 E_2 & E_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

Denklem 2.47’de E_1 , E_2 teğet elastisite modülleri ve ν_1 , ν_2 poisson oranlarını ortotropi eksenleri doğrultusundaki (1,2) malzeme sabitleridir. Burada $E_1\nu_2 = E_2\nu_1$ ortotrop simetri koşulu sağlanmaktadır.

Bu tip modellerde, ortotrop malzeme eksenlerinin (1,2) mevcut gerilme durumunda asal gerilme doğrultuları (1,2) ile çakıştığı kabul edilir. Ortotrop artımlı ilişkide normal gerilme artımı ile kayma şekil değiştirme artımı arasında bir etkileşim kurulmamıştır. Ortotropi (çakışması kabulü ile asal gerilme) eksenlerinde teğet elastisite modülleri E_1 ve E_2 Denklem 2.46’de verilen toplam gerilme-şekil değiştirme ilişkisinden faydalanılarak elde edilir. Denklem 2.47, ortotrop malzeme eksenlerinde G kayma modülünü de içerecek şekilde,

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_2 E_1 & 0 \\ \nu_1 E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_1\nu_2)G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

yazılabilir. G kayma modülü teriminin eksenlerin dönmesinden etkilenmeyecek şekilde belirlenmesi gerekir. Ayrıca burada betonun kayma gerilmeleri altındaki davranışı tariflemek için G kayma modülü ifadesini elde etmede önemli zorlukla karşılaşılmaktadır. Öncelikle betonun çatlamadan önce ve sonra olmak üzere farklı kayma modülü tarifi gerekmektedir. Özellikle çatlamış betonun mevcut deney sonuçlarına dayanarak kayma modülünü tarifleyen bir ifade vermek oldukça güçtür. Bu sebeple çatlamış beton için bir çok araştırmacı tarafından bir çok kayma modülü ifadesi önerilmiştir (Zhu ve diğ. 2001). Çatlamamış beton için ortotrop doğrusal elastik malzeme kabulü ile koordinat eksenlerinin dönmesinden etkilenmeyecek ve kayma gerilmesi ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki bağıntı invaryant kalacak şekilde G kayma modülü teorik olarak Liu ve diğ. (1972) tarafından verilmiştir.



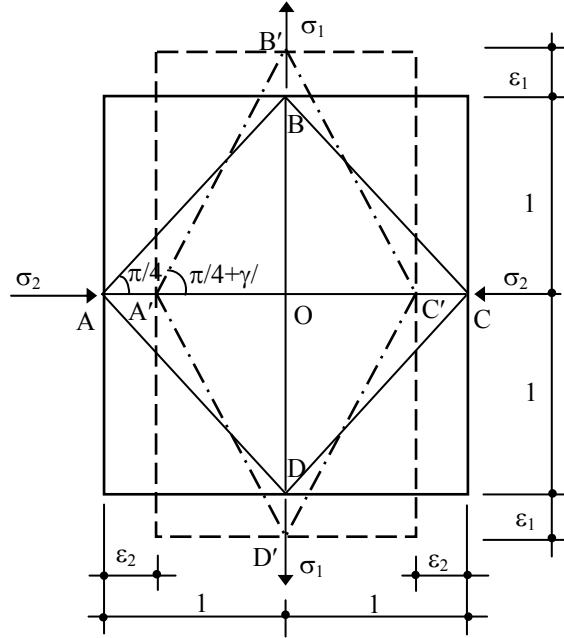
Şekil 2.28: Basit kayma hali

Burada G kayma modülünün Liu ve diğ. (1972) tarafından teorik olarak nasıl elde edildiği verilecek ve Darwin ve Pecknold (1977) tarafından önerilen G kayma modülü terimi ile karşılaştırılması yapılacaktır.

Doğrusal elastik cisimler için τ kayma gerilmelesi ile γ şekil değıştirmesi arasında

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (2.49)$$

G kayma modülü olmak üzere doğrusal bir ilişki kabul edilir. Gerilme boyutunda olan bu sabit, ortotrop doğrusal elastik malzemede yeni bir sabit değildir. G modülünü, E ve ν sabitleri cinsinden hesaplamak mümkündür. Çünkü basit kayma hali, Şekil 2.28’de gösterilen, bir birlerine dik doğrultuda eşit çekme ve basınç asal gerilmelerinden elde edilir ($|\sigma|=|\tau|$).



Şekil 2.29: Kenarları 2×2 birim olan bir küp eleman

Buna göre açı değışimini uzunluk değışimi cinsinden hesaplanabilir. Bu amaçla Şekil 2.29’da kenarları 2×2 birim olan bir küp ele alınır. Eşit şiddette çekme ve basınca maruz kaldığını kabul edelim. Şekil 2.29’da gösterilen cisim içinde, şekil değıştirmeden önce açıları dik olan ABCD karesinin şekil değıştirmesinden sonraki A'B'C'D' halini ele alalım. A' köşesindeki açı $\pi/2 + \gamma$ değerini alır; küçük olduğu kabul edilen γ açısı geometrik bağıntılar kullanılarak hesaplanabilir. İlk önce BB' (uzama) ve AA' (kısılma) uzunluk değışimleri

$$BB' = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_2 \frac{(-\sigma_2)}{E_2} \quad (\text{uzama}) \quad (2.50a)$$

$$AA' = \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_1 \frac{(-\sigma_1)}{E_1} \quad (\text{kısalma}) \quad (2.50b)$$

şeklinde hesaplanır. Şekil 2.29'dan OA'B' açısı $(\pi/4+\gamma/2)$ olduğuna göre geometrik uygunluk koşulu aşağıdaki şekilde

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_2} \quad (2.51)$$

yazılır. Buradan Denklem 2.51 nin sol tarafı yeniden düzenlenerek

$$\frac{1 + \gamma/2}{1 - \gamma/2} = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_2} \quad (2.52)$$

elde edilir. Denklem 2.52'den γ kayma şekil değiştirmesi uzunluk değişimi cinsinden

$$\gamma = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.53)$$

elde edilir. Denklem 2.53'de ε_1 ve ε_2 yerine Denklem 2.50a ve 2.50b ifadeleri konur ve mutlak değerce gerilmelerin (σ_1 , σ_2 ve τ) eşit olması gözönüne alınırsa, γ kayma şekil değiştirmesi

$$\gamma = \tau \left(\frac{1}{E_1} + \frac{\nu_2}{E_2} + \frac{1}{E_2} + \frac{\nu_1}{E_1} \right) \quad (2.54)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 2.54 aşağıdaki şekilde

$$\gamma = \tau \left(\frac{E_2 + \nu_2 E_1 + E_1 + \nu_1 E_2}{E_1 E_2} \right) \quad (2.55)$$

düzenlenip, Denklem 2.49 ve 2.55'den G kayma modülü ifadesi

$$G = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2 + \nu_2 E_1 + \nu_1 E_2} = \frac{\nu_1 E_2}{\nu_1 + 2\nu_1 \nu_2 + \nu_2} \quad (2.56)$$

elde edilir (Liu ve diğ. 1972). İki eksenli elastik ortotrop malzeme için artımlı gerilme-şekil değiştirme ilişkisi Liu ve diğ. (1972) tarafından

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \frac{E_1}{E_2} & \lambda v_1 & 0 \\ \lambda v_1 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2 + 2E_2 v_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

şeklinde verilmiştir. Burada

$$\lambda = \frac{E_1}{E_1 / E_2 - v_1^2} \quad (2.58)$$

ve v_1 büyük asal gerilme (σ_1) doğrultusundaki Poisson oranıdır. Tek eksenli basınç yüklemesinde başlangıç Poisson oranına eşit ve sabit olduğu kabul edilir ($v_1=v$). G kayma modülü terimi simetri koşulu (Green elastik), $v_1 E_2 = v_2 E_1$ olması, gözönüne alınarak yazılmıştır.

Denklem 2.48 ve 2.57’de gerilme-şekil değiştirme bağıntıları Poisson oranı etkilerini içerir. Bu ortotrop gerilme-şekil değiştirme bağıntılarında iki eksenli durumdaki rijitlik artmasının (sertleşmenin) sadece Poisson etkisi ile olduğu esasına dayanır. Diğer taraftan Denklem 2.46’da ise iki eksenli durumdaki rijitlik artmasının sadece Poisson oranı etkisi değil ayrıca mikro çatlakların önlenmesi dolayısıyla olmasını da içerir. Poisson oranı etkisini iki defa hesaba katmamak için, Denklem 2.46’da Poisson oranı etkisi, Denklem 2.46’da paydadaki $(1-v\alpha)$ çarpan, kaldırılarak teğet elastisite modülleri (E_1, E_2) hesaplanır.

$$E_1 = \frac{E_0 (1 - (\varepsilon_1 / \varepsilon_{1p})^2)}{\left\{ 1 + \left[\frac{1}{1 - (\sigma_2 / \sigma_1) v} \frac{E_0 \varepsilon_{1p}}{\sigma_{1p}} - 2 \right] \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1p}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1p}} \right)^2 \right\}^2} \quad (2.59a)$$

$$E_2 = \frac{E_0 (1 - (\varepsilon_2 / \varepsilon_{2p})^2)}{\left\{ 1 + \left[\frac{1}{1 - (\sigma_1 / \sigma_2) v} \frac{E_0 \varepsilon_{2p}}{\sigma_{2p}} - 2 \right] \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{2p}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{2p}} \right)^2 \right\}^2} \quad (2.59b)$$

Bu ifade de $(\sigma_{1p}, \varepsilon_{1p})$ büyük asal gerilme (1) doğrultusunda maksimum (tepe) gerilmesi ve bu gerilmeye karşı gelen şekil değiştirme değeridir. Benzer şekilde $(\sigma_{2p}, \varepsilon_{2p})$ küçük asal gerilme (2) doğrultusunda maksimum (tepe) gerilmesi ve bu gerilmeye karşı gelen şekil değiştirme değeridir.

Önerilen model, betonun iki eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisini eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisine dönüştürmektedir (Denklem 2.46). Böylece orantılı yükleme durumunda (α =sabit), iki eksenli davranış birbirinden bağımsız her bir asal gerilme doğrultusunda ayrı ayrı ifade edilmektedir. Her bir asal doğrultuda şekil değiştirme artımı, sadece aynı doğrultudaki gerilme artımından ve ilgili rijitlikten hesaplanmaktadır. Bütün iki eksenli etkiler asal gerilme oranının bir fonksiyonu olarak hesaba dahil edilmektedir. Poisson oranı ise yaklaşık olarak 0.2 civarında sabit bir değer kabul edilebilir. Ancak Poisson oranı için 0.2 civarında sabit bir değer kabul etmek betonda oluşacak en büyük gerilme değerinin %80'ine kadar yeterli yaklaşımı sağlamaktadır. Daha yüksek gerilmelerde Poisson oranı sürekli olarak artmaktadır ($\nu < 0.5$). Şekil 2.5'de bir eksenli yüklemede betonun gerilme/dayanım oranına göre Poisson oranının değişimi üç farklı beton basınç dayanımı için verilmiştir. Ayrıca iki eksenli basınç altında, betonun güç tükenmesine yakın seviyelerde ani hacim artışı olmakta ve üç eksenli gerilme durumunda, hidrostatik basıncın betonun davranışını önemli derecede etkilediği bilinmektedir. Bu etkiler bu modeldeki eşdeğer bir eksenli yaklaşımla hesaba dahil edilmemektedir. Diğer önemli konu da mevcut model için asal gerilme doğrultuları ile asal şekil değiştirme doğrultularının çakışığının kabul edilmesidir. Betonun genel yükleme hali içinde bu varsayımın doğru olmadığı bilinmektedir. Bu sebeplerle model orantısız yükleme ya da tekrarlı yüklemede iki eksenli deney sonuçlarından farklılık göstermektedir.

Bu modelin en önemli üstünlüğü basit olması ve gerekli olan verilerin betonun bir eksenli ya da literatürde verilmiş olan iki eksenli yükleme deney sonuçlarından kolayca elde edilmesidir. Gerilme-şekil değiştirme ilişkisini sayısal çözüm yöntemleri (sonlu elemanlar gibi) içine dahil etmek oldukça kolaydır. Model tamamıyla geleneksel olarak kullanılan parametrelere, betonun bir eksenli yükleme de f_c basınç dayanımı, f_{ct} çekme dayanımı, ε_c basınç dayanımına karşı gelen birim şekil değiştirme, E_0 başlangıç elastisite modülü ile tanımlanmaktadır.

Tekrarlı yüklemeyi kapsayacak şekilde modeli genişletebilmek için dayanım ve rijitlik azalmasını, çevrimsel davranış ve tekrarlı yük etkisiyle şekil değiştirmelerin değişimini daha iyi bir şekilde model içinde tanımlamak gerekir. Bu zorlukların üstesinden gelmek amacıyla Darwin ve Pecknold (1977) tarafından “eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme” tanımına dayalı bir model ileri sürülmüştür. Tanımlanan

eşdeğer bir eksenli şekildeğiştirme dönüşümü ile tekrarlı yüklemde de davranış modellenebilmektedir.

Burada, önce kabul edilen artımlı gerilme-şekil değıştirme ilişkisi verilmekte, malzeme sabitlerine bağılı olarak kayma modülü tariflenmektedir. Daha sonra bu artımlı gerilme-şekil değıştirme ilişkisini artımlı tek eksenli gerilme-şekil değıştirme ilişkisi ile ifade etmek için bir yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntem eşdeğer tek eksenli şekildeğiştirme kavramını beraberinde getirir. Daha sonra eşdeğer bir eksenli şekil değıştirme ile gerilme arasındaki ilişki monoton ve tekrarlı yükleme için oluşturulmaktadır. Bu ilişki eşdeğer şekil değıştirme ve gerilmeye bağılı olarak tanımlanan artımlı elastisite modülünün temelini oluşturur.

İki eksenli gerilme durumu için, ortotrop artımlı gerilme-şekil değıştirme ilişkisi Denklem 2.48 ile aynı forma sahiptir. Burada da ortotropi eksenleri ile asal gerilme eksenlerinin çakıştığı kabul edilmektedir. Denklem 2.48’de iki değışiklik yapılmıştır. İlk olarak Poisson oranları için daha uygun bir ifade olan “eşdeğer Poisson oranı (μ)” aşağıdaki şekilde tariflenmiştir.

$$\mu^2 = \nu_1 \nu_2 \quad (2.60)$$

İkinci olarak, kayma modülü G için eksenlerin dönmesinden etkilenmeyecek şekilde

$$(1 - \mu^2)G = \frac{1}{4}(E_1 + E_2 - 2\mu\sqrt{E_1 E_2}) \quad (2.61)$$

ifadesi Darwin ve Pecknold (1977) tarafından verilmiştir. Denklem 2.61

$$G = \frac{1}{4(1 - \nu_1 \nu_2)}(E_1 + E_2 - 2\sqrt{\nu_2 E_1 \nu_1 E_2}) \quad (2.62)$$

şeklinde de yazılabilir. Darwin ve Pecknold (1977) tarafından yapılan iki değışiklik sayısal çözümlemede karşılaşılan bazı zorlukları azaltmaktadır. $\nu_1 E_2 = \nu_2 E_1$ eşitliğini sağlarken Poisson oranlarından birisinin 0.5’den büyük olması ile sayısal çözümlemede karşılaşılr. Eşdeğer Poisson oranı (μ) tanımlaması ile poisson oranının 0.5’den küçük kalması sağlanabilir. Kayma teriminin Denklem 2.61 ile tanımlanmış olması çatlama ile bir doğrultuda elastisite modülünün sıfır olması teorik halde kayma terimi sıfıra giderken bu halde çatlamış betonun kayma terimi sıfıra gitmeyecektir. Bu durumda sayısal çözümlemede karşılaşılan sayısal stabilite problemleri azalır ve agreg a kilitlenmesi ve donatının perçin etkisi hesaplamalara

dahil edilebilir. Burada Darwin ve Peknold (1977) tarafından kullanılan G kayma modülü ifadesi (Denklem 2.62) ile Liu ve diğ. (1972) tarafından önerilen G kayma modülü ifadesini (Denklem 2.56) aşağıdaki şekilde karşılaştırılabilir:

Denklem 2.62’de ortotropi simetri koşulu $\nu_1 E_2 = \nu_2 E_1$ gözönüne alınarak

$$\frac{1}{G} = \frac{4(1 - \nu_1 \nu_2)}{(E_1 + E_2 - 2\nu_1 E_2)} \quad (2.63)$$

şeklinde de yazılabilir (Darwin ve Peknold, 1977). Denklem 2.56 ise

$$\frac{1}{G} = \frac{E_1 + E_2 + 2\nu_1 E_2}{E_1 E_2} \quad (2.64)$$

şeklinde yazılabilir (Liu ve diğ., 1972). Denklem 2.63 ile Denklem 2.64’ü karşılaştırmak için Denklem 2.64’de

$$\frac{1}{G} = \frac{(2 + \nu_1 / \nu_2 + \nu_2 / \nu_1 - 4\nu_1 \nu_2)}{(E_1 + E_2 - 2\nu_1 E_2)} \quad (2.65)$$

bulunur. Denklem 2.65’de $\nu_1 = \nu_2$ olması durumunda Denklem 2.63 ile Denklem 2.65’den elde edilen G kayma modülü değeri aynı olur. Buradan şu sonuçlar çıkarılabilir. Sabit bir poisson oranı ($\nu_1 = \nu_2 = \nu$) için Liu ve diğ. (1972) ve Darwin ve Peknold (1977) tarafından kullanılan G kayma modülü ifadeleri aynıdır. Ancak $\nu_1 E_2 = \nu_2 E_1$ simetri koşulu da gözönüne alınırsa $\nu_1 = \nu_2$ olması E_1 ile E_2 nin de eşit olmasını gerektirir. Bu da bizi ortotrop malzemeden izotrop malzeme kabulüne götürür. Ancak bunun yanında Darwin ve Pecknold (1977) tarafından kullanılan G kayma modülü ifadesindeki Poisson oranlarının (ν_1 ve ν_2), Şekil 2.5’de gösterildiği gibi gerilme/dayanım oranı 0.8’den küçük iken normal dayanımlı betonlarda (C 20-C 35), 0.17 ile 0.22 arasında değiştiği kabulü yapılırsa $(\nu_1 / \nu_2 + \nu_2 / \nu_1) \cong 2$ olur. Böylece Liu ve diğ. (1972) tarafından önerilen kayma modülüne yeterince yaklaşılr. Bu basitleştirme yukarıda açıklanan sınırlara dikkat edilerek kabul edilebilir. Betonun bir eksenli yükleme durumunda, Şekil 2.4’de gösterilen yüksek gerilme/dayanım oranlarında (>%80) ν Poisson oranı değerinin sürekli arttığı bilinmektedir (Chen ve Saleeb1994).

Bu durumda Denklem 2.48’de μ eşdeğer Poisson oranı (Denklem 2.60) ve G kayma modülüne (Denklem 2.61) göre yapılan iki değişiklik sonucunda

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} E_1 & \mu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \mu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1 + E_2 - 2\mu\sqrt{E_1E_2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

artımlı gerilme-şekil değiştirme ifadesi elde edilir (Darwin ve Pecknold, 1977). Buraya kadar, Liu ve diğ (1972) ve Darwin ve Pecknold (1977) tarafından önerilen iki yöntem arasında, artımlı ortotrop gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını oluşturma bakımından bir fark olmadığı gösterilmiştir. Aralarındaki fark sadece E_1 ve E_2 teğet elastisite modüllerini belirlemede, iki eksenli toplam gerilme şekil değiştirme ilişkisini eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisine benzetmede vardır.

Şimdi iki yöntem arasındaki farkı daha ayrıntılı verebilmek için Darwin ve Pecknold (1977) tarafından önerilen modelde E_1 ve E_2 teğet elastisite modüllerinin nasıl hesaplandığı, eşdeğer bir eksenli şekil değiştirme kavramının ne olduğu ele alınacaktır. Bunun için Denklem 2.66

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 B_{11} & E_1 B_{12} & 0 \\ E_2 B_{21} & E_2 B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.67)$$

veya

$$\Delta\sigma_1 = E_1 (B_{11}\Delta\varepsilon_1 + B_{12}\Delta\varepsilon_2) \quad (2.68a)$$

$$\Delta\sigma_2 = E_2 (B_{21}\Delta\varepsilon_1 + B_{22}\Delta\varepsilon_2) \quad (2.68b)$$

$$\Delta\tau_{12} = G\Delta\gamma_{12} \quad (2.68c)$$

veya

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{1f} \\ \Delta\varepsilon_{2f} \\ \Delta\gamma_{12f} \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

olarak yazılabilir. Burada $\Delta\varepsilon_{1f} = B_{11}\Delta\varepsilon_1 + B_{12}\Delta\varepsilon_2$ ve $\Delta\varepsilon_{2f} = B_{21}\Delta\varepsilon_1 + B_{22}\Delta\varepsilon_2$ olarak tanımlanmıştır. B_{ij} ($i,j=1,2$) katsayıları E_1 , E_2 , ν_1 ve ν_2 'nin fonksiyonudur. Denklem 2.69'da her bir ilişkinin tek eksenli gerilme formunda olduğu görülür. Denklem 2.69'un sağ tarafındaki şekil değiştirme vektörü “artımlı eşdeğer tek

eksenli şekil değiştirme” vektörü olarak adlandırılmaktadır. Eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme bileşenleri ($\Delta\epsilon_{1f}$, $\Delta\epsilon_{2f}$) asıl artımlı şekil değiştirme bileşenlerinden ($\Delta\epsilon_1$, $\Delta\epsilon_2$) elde edilir.

Artımlı eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme ifadesi

$$\Delta\epsilon_{if} = \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \quad (2.70)$$

şeklinde yazılabilir. Mevcut yükleme durumundaki toplam eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme (ϵ_{if}), yükleme boyunca mevcut durumdaki adıma kadar, artımlı eşdeğer tek eksenli şekil değiştirme toplamından elde edilebilir:

$$\epsilon_{if} = \sum \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \quad (2.71)$$

Denklem 2.71 incelendiğinde ϵ_{if} içinde diğer doğrultudaki şekil değiştirme ve Poisson etkisi yer almaktadır. Bir diğer şekilde ifade edilirse, ϵ_{if} içinde iki eksenli etki ve Poisson oranı etkisi bulunmaktadır. Bunun için σ_i ile ϵ_{if} arasında tek eksenli ilişki kurmak yeterli olacaktır. Bu ilişki E_i ile iki eksenli göçme eğrisini de içine alacak şekilde, tek eksenli-gerilme şekil değiştirme ailesi tanımlanmalıdır. Bu eğriler orantısız yüklemelerde asal gerilme oranlarının bir fonksiyonu olarak sürekli değişecektir.

σ_i ile ϵ_{if} arasında eşdeğer tek eksenli ilişki kurabilmek için öncelikle doğrusal elastik ortotrop bir malzeme gözönüne alalım. Bu durumda malzeme özellikleri (E_i ve ν_i) sabit olur ve asal değerler olarak kabul edilebilecek olan σ_i ile ϵ_{if} arasındaki ilişki; örneğin doğrusal elastik durumda ϵ_{if} toplam eşdeğer şekil değiştirme sadece σ_i gerilmesi sebebiyle oluşmaktadır. Benzer şekilde, ϵ_{if} 'nin eşdeğer bir şekil değiştirme olduğu kabulü ile, elastik olmayan durum içinde eşdeğer tek eksenli gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kurulmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken husus, esas şekil değiştirmelerin eksen dönüşümüne müsaade etmesine karşılık ϵ_{if} eşdeğer bir doğrultuda olduğu için eksen dönüşümü yapmanın uygun olmadığıdır. Bu dönüşüme de ihtiyaç yoktur. Burada eşdeğer şekil değiştirmeler sadece bir sonraki adımda kullanılacak malzeme özelliklerini (E_i ve μ) belirlemek ve betonun çatlamasını ve ezilmesini tariflemek için kullanılmaktadır. Ayrıca genel yükleme durumuyla değişen asal gerilmeler doğrultusunda hesaplanmış büyüklüklerdir. Bu nedenle sabit

bir doğrultuda yükleme geçmişini ifade etmez. Asal gerilme doğrultularına bağlı olarak yükleme boyunca doğrultu sürekli değişmektedir.

İki eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrileri, her bir farklı asal gerilme oranları (α) için ayrı olarak her bir orana karşı gelen maksimum gerilme ve ilgili şekil değiştirme (σ_{ip} , ϵ_{ip}) değerlerine bağlı olarak basınç yükleme bölümü için betonun gerilme-şekil değiştirme ilişkisi tek bir analitik ifade ile kurulur. Bu amaçla, tek eksenli basınç için Saenz (1964) tarafından önerilen, Denklem 2.42 kullanılabilir. Bunun için Denklem 2.42’de ϵ_c yerine ϵ_{if} ve ϵ_{c0} yerinede ϵ_{ip} yazılırsa

$$\sigma_i = \frac{E_0 \epsilon_{if}}{1 + \left(\frac{E_0}{E_{sec}} - 2 \right) \frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{ip}} + \left(\frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{ip}} \right)^2} \quad (2.72)$$

eşdeğer bir eksenli şekildeğiştirme (ϵ_{if}) vasıtasıyla, iki eksenli durum için gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulmuş olur. Denklem 2.72’de ϵ_{ip} maksimum asal basınç gerilmesine (σ_{ip}) karşı gelen şekil değiştirme, E_{sec} sekant modülü ($\sigma_{ip}/\epsilon_{ip}$), E_0 başlangıç elastisite modülüdür. σ_{ip} i doğrultusunda maksimum (tepe) asal basınç gerilmesi, iki eksenli güç tükenme zarfından elde edilir Denklem 2.72’de eşdeğer bir eksenli şekil değiştirme (ϵ_{if}) içinde Poisson etkisi bulunmakta, güç tükenme gerilmesi artışı σ_{ip} ile, süneklik artışıda ϵ_{ip} ile dikkate alınmaktadır. Bir başka deyişle, gerilme-şekil değiştirme davranışına asal gerilme oranının (α) etkisi öncelikle σ_{ip} ve ϵ_{ip} ile ifade edilmektedir.

Verilen sabit bir asal gerilme oranı (α) için E_1 ve E_2 teğet elastisite modülleri eğrinin o noktadaki eğiminden aşağıdaki şekilde

$$E_i = \frac{d\sigma_i}{d\epsilon_{if}} = \frac{E_0 \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{ip}} \right)^2 \right]}{\left[1 + \left(\frac{E_0}{E_s} - 2 \right) \frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{ip}} + \left(\frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{ip}} \right)^2 \right]^2} \quad (2.73)$$

hesaplanır. Adım adım çözümlemeye, önce toplam eşdeğer şekil değiştirme (ϵ_{if}) belirlenir. Asal gerilme oranına göre, betonun iki eksenli güç tükenme eğrisinden maksimum gerilmeler (σ_{ip}) ve deney sonuçlarına dayalı ifadelerden, maksimum gerilmeye karşı gelen şekil değiştirmeler (ϵ_{ip}) hesaplanır. Denklem 2.72’deki

gerilme-şekil değiştirme eğrisinden, asal şekil değiştirme doğrultusundaki gerilmelerin (σ_i) gerçek değerleri toplam şekil değiştirmelere göre belirlenir. Ayrıca daha sonraki yük adımında kullanılacak teget elastisite modülü E_i değerleri Denklem 2.73'den hesaplanır. Çekme-çekme bölgesinde beton izotrop doğrusal elastik çatlayan malzeme olarak $E_1=E_2=E_0$ ve $\nu_1=\nu_2=\nu=0.2$ olduğu kabul edilerek modellenir.

Burada betonun çatlaması durumunda kayma modülü tanımlanması üzerinde durulması gerekir. Her hangi bir beton noktasında çekme şekil değiştirmesi çatlama şekil değiştirmesinden daha büyük bir değer aldığı anda asal çekme şekil değiştirmesi doğrultusuna dik doğrultuda bir çatlak oluştuğu kabul edilir. Bu durumda (βG) çatlamış kayma modülü kullanılması gerekir. Çatlamış kayma modülünün kullanılmasının iki avantajı vardır. Birincisi, sonlu eleman çözümünde belirli bir düğüm noktasında etrafındaki tüm elemanların çatlamasıyla meydana gelen sistem rijitlik matrisinin tekiliğinin meydana getirdiği sayısal problemleri ortadan kaldırmasıdır. İkincisi ise sonlu eleman yöntemiyle hesaplamada çatlamış betonun kayma modülünü kullanarak çatlağı kesen yüzey boyunca donatının perçin etkisinin ve agrega kilitlenmesinin ifade edilmesine olanak sağlamasıdır. Burada β değeri 0 ile 1 arasında seçilir. Beton asal gerilmelerinin bulunmasında β 'nın etkisi olduğu için β 'nın değeri de betonarme elemanların davranışı üzerinde bir etkiye sahiptir. Ancak bir çok araştırmacı tarafından da gözlenen etkinin oldukça küçük kaldığı bildirilmiştir.

Ancak literatürde çatlamış betonun kayma modülü farklı şekillerde tanımlanmaktadır. Denklem 2.56 ile verilen teorik kayma modülü ifadesinde, betonun bir doğrultuda çatlamasıyla, ortotrop eksenlerin birisinde elastisite modülü sıfır olduğunda kayma modülü de sıfır değerini alır. Bu durumda yukarıda sayılan sayısal stabilite problemleri söz konusu olur. Bu sebeple Denklem 2.62 ile Darwin ve Pecknold (1977) tarafından önerilen kayma modülü ifadesi çatlamış betonun kayma modülünü ifade etmesi bakımından daha uygundur. Bir doğrultuda çatlama ile kayma modülü sıfır değerini almaz. Bir çok araştırmacı tarafından çatlamış betonun kayma modülü için bu ifade kullanılmıştır.

Ayrıca Zhu ve diğ. (2001) tarafından yapılan çalışmada yayılı çatlak modeli için bir çok araştırmacı tarafından önerilmiş çatlamış betonun kayma modülü ifadeleri

incelenmiştir. Bu çalışmada asal gerilme doğrultuları ile asal şekil değiştirme doğrultularının çakıştığı kabulü ile elde edilen

$$\beta G = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \quad (2.74)$$

ifade önerilmiştir. Ancak bu ifade de eşit iki eksenli şekil değiştirme durumu için paydadaki $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ değerinin sıfır olması sebebiyle eğer $(\sigma_1 - \sigma_2 \neq 0)$ ise çatlama betonun kayma modülü sonsuza gider. Benzer şekilde eşit iki eksenli gerilme durumu içinde eğer $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \neq 0)$ ise kayma modülü terimi sıfıra gider. Bu terimin kullanılmasında da teorik olarak sayısal stabilite problemleri vardır. Bu nedenle çatlama betonun kayma modülü için Denklem 2.62 ile Darwin ve Pecknold (1977) tarafından önerilen ifade bu çalışmada kullanılmıştır.

Bu çalışmada, çekme-basınç gerilmeleri bölgesinde, çatlama betonun gerilme şekil değiştirme bağıntılarını tanımlarken, çatlağa dik doğrultuda tanımlı basınç gerilme şekil değiştirme eğrisinde, iki farklı beton basınç yumuşama yaklaşımı kullanılmıştır: Birincisi, betonun bir doğrultuda çatlamasının ardından, çatlağa dik doğrultuda artan yanal çekme şekil değiştirmelerine bağlı olarak beton basınç dayanımındaki azalma (yumuşama) tanımlanmıştır (Vecchio ve Collins, 1982; Vecchio ve Collins, 1986; Vecchio, 2000). Bu yaklaşımda çatlama beton asal basınç gerilmesinin (σ_2) , asal basınç şekil değiştirmesi (ε_2) , yanında asal çekme şekil değiştirmesinin (ε_1) de bir fonksiyonu olduğu kabul edilmektedir (Şekil 2.30). Bu etki β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı

$$\beta_d = \frac{1}{1 + C_s C_d} \leq 1.0 \quad (2.75)$$

tanımlanarak hesaplara dahil edilir. Bu durumda çatlama betonun basınç gerilme şekil değiştirme eğrisini tanımlayan maksimum beton basınç gerilmesi (σ_{2p})

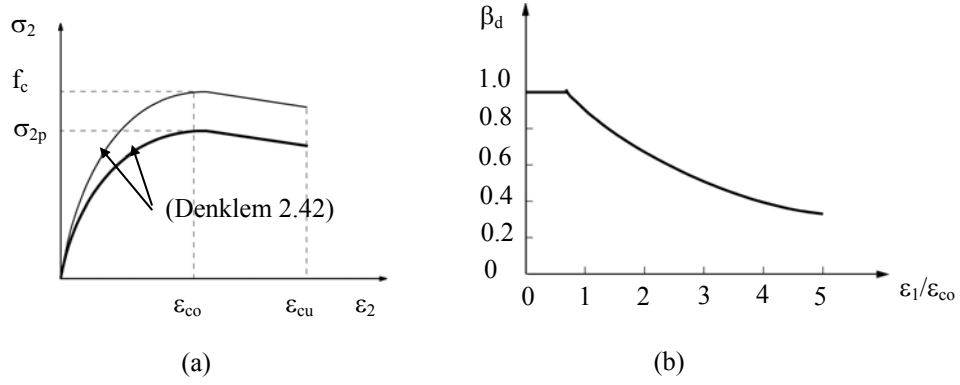
$$\sigma_{2p} = \beta_d f_c \quad (2.76)$$

şeklinde tanımlanır. Paneller üzerinde yapılan deney sonuçlarına göre Denklem 2.75’de verilen C_d parametresi

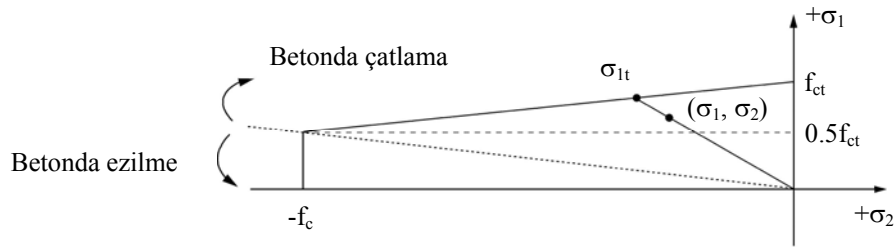
$$C_d = 0.35(-\varepsilon_1 / \varepsilon_2 - 0.28)^{0.8} \quad (2.77)$$

şeklinde $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ 'nin bir fonksiyonu olarak verilmiştir (Vecchio ve Collins, 1993). Ayrıca sonlu eleman hesaplamalarında kolaylık sağlamak için C_d parametresi $C_d = 0.27(-\varepsilon_1/\varepsilon_{c0} - 0.37)$ (2.78)

şeklinde $\varepsilon_1/\varepsilon_{c0}$ 'nin fonksiyonu olarak da hesaplanır. Denklem 2.75'de verilen C_s yumuşama sabiti için çatlak yüzeyleri arasında kayma etkisini ifade eden bir sabit olduğu, bunun yanında $C_s=1.0$ değerinin oldukça iyi yaklaşım sağladığı ve her iki doğrultuda eşit donatı oranına sahip olan panellerde ise donatı akmadan önce beton ezilme ile güç tükenmesine ulaştığı durumlarda $C_s=0.55$ değerinin daha iyi sonuç verdiği bildirilmiştir (Vecchio, 2000). Bu çalışmada C_d parametresi Denklem 2.78'den belirlenirken, C_s parametresi için 1.0 değeri kullanılmıştır. Ayrıca paneller üzerinde yapılan çözümlerde C_s 'in değerinin çözüm sonuçlarına etkisi incelenmiştir.



Şekil 2.30: a) Çatlamış betonda basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi, b) β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı (Vecchio, 2000)



Şekil 2.31: Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından kullanılan betonun çekme basınç bölgesinde güç tükenme zarfı

İkincisi, çatlak oluşumu sırasında betonun sürekli hasar görmesi ve çatlığa dik doğrultuda artan çekme gerilmelerine bağlı olarak beton basınç dayanımında azalmanın (yumuşamanın) tanımlandığı yaklaşımdır. Bu yaklaşım ilk olarak Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından yapılan çalışmada önerilmiştir. Bu çalışmada kullanılan betonun çekme basınç bölgesinde güç tükenme zarfı Şekil 2.31

de verilmiştir. Güç tükenme eğrisi üzerindeki maksimum çekme gerilmesi, betonun basınç ve çekme dayanımına (f_c ve f_{ct}) göre

$$\sigma_{lt} = (1 + 0.5 \frac{\sigma_2}{f_c}) f_{ct} \quad \begin{cases} -f_c < \sigma_2 < 0 \\ 0.5f_{ct} < \sigma_{lt} < f_{ct} \end{cases} \quad (2.79)$$

şeklinde hesaplanır.

Bu modelde beton çatlamadan önce $0.5f_{ct}$ 'den daha küçük çekme gerilmeleri durumunda beton basınç dayanımında bir azalma olmadığı kabul edilmiştir. Beton çatladıktan sonra ise çatlağa dik doğrultuda beton basınç dayanımında azalma

$$\sigma_{2p} = f_c \quad (\sigma_{lt} \leq 0.85f_{ct}) \quad (2.80a)$$

$$\sigma_{2p} = \left[0.5 + 0.5 \frac{(f_{ct} - \sigma_{lt})}{0.15f_{ct}} \right] f_c \quad (0.85f_{ct} \leq \sigma_{lt} \leq f_{ct}) \quad (2.80b)$$

$$\varepsilon_{2p} = \varepsilon_{co} \frac{\sigma_{2p}}{f_c} \quad (2.80c)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu tez çalışmasında kullanılan çekme basınç bölgesinde kullanılan güç tükenme zarfındaki farklılık sebebiyle Denklem 2.80 ile verilen formüller aşağıdaki şekilde değiştirilerek

$$\sigma_{2p} = f_c \quad (\sigma_{lt} \leq 0.80f_{ct}) \quad (2.81a)$$

$$\sigma_{2p} = \left[0.5 + 0.5 \frac{(f_{ct} - \sigma_{lt})}{0.20f_{ct}} \right] f_c \quad (0.80f_{ct} \leq \sigma_{lt} \leq f_{ct}) \quad (2.81b)$$

$$\varepsilon_{2p} = \varepsilon_{co} \quad (2.81c)$$

şeklinde kullanılmıştır (Şekil 2.14; Denklem 2.17). Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından önerilen çekme basınç bölgesindeki beton basınç yumuşaması yaklaşımına benzer şekilde β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı

$$\beta_d = 1 \quad (\sigma_{lt} \leq 0.80f_{ct}) \quad (2.82a)$$

$$\beta_d = \left[0.5 + 0.5 \frac{(f_{ct} - \sigma_{lt})}{0.20f_{ct}} \right] \quad (0.80f_{ct} \leq \sigma_{lt} \leq f_{ct}) \quad (2.82b)$$

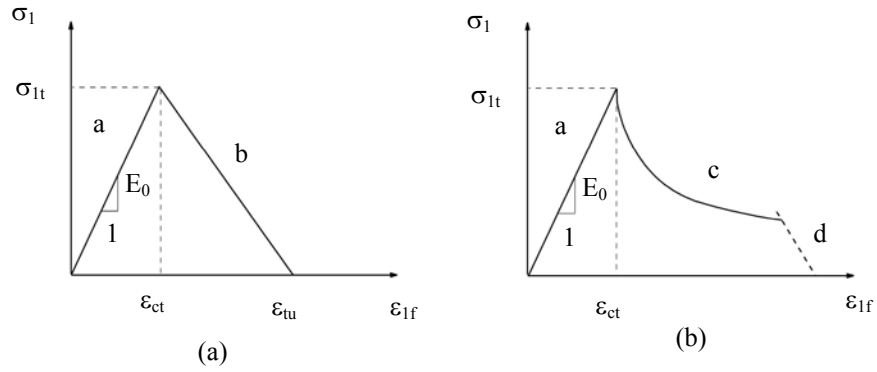
şeklinde asal beton basınç gerilmesine dik doğrultudaki asal beton çekme gerilmesine bağlı olarak tanımlanmıştır. Ayrıca Ayoup ve Filippou (1998) tarafından

yapılan çalışmada Vecchio ve Collins (1982) ile Balakrishnan ve Murray (1988a) tarafından önerilen çekme basınç bölgesindeki beton basınç yumuşaması yaklaşımları önerdikleri modellerde kullanılmıştır. Bölüm 6.1 de paneller üzerinde yapılan sayısal çözümlerde bu iki yaklaşımla elde edilen çözüm sonuçları karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

Çekme-çekme bölgesinde beton izotrop doğrusal elastik çatlayan malzeme olarak $E_1=E_2=E_0$ ve $\nu_1=\nu_2=\nu=0.2$ olduğu kabul edilerek modellenir. Betonun çatlamadan önce çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\sigma_1^a = E_0 \varepsilon_{1f} \quad 0 \leq \varepsilon_{1f} \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.83)$$

şeklinde kabul edilir. Denklem 2.83’de E_0 betonun başlangıç elastisite modülü, ε_{ct} çatlama şekil değiştirmesi, ε_{1f} eşdeğer tek eksenli çekme şekil değiştirmesi ve σ_1^a hesaplanan beton çekme gerilmesidir. Çatlama şekil değiştirmesi (ε_{ct}) beton asal gerilme durumu çekme-çekme bölgesinde ise $\varepsilon_{ct}=f_{ct}/E_0$, çekme-basınç bölgesinde ise $\varepsilon_{ct}=\sigma_{1t}/E_{co}$ şeklinde belirlenir. Beton maksimum çekme gerilmesi (σ_{1t}) betonun asal gerilme oranlarına bağlı olarak Denklem 2.17’den hesaplanır. Beton çatladıktan sonra betonu çekme yumuşaması ve beton ile donatı etkileşimi sonucu ortaya çıkan çekme rijiliği sebebiyle çekme gerilmeleri taşımaya devam eder (Şekil 2.32).



Şekil 2.32: Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi: a) Beton çekme yumuşaması modeli, b) Beton çekme rijitliği modeli (Vecchio 2000)

Betonun çekme yumuşaması özellikle donatısız ya da az donatılı durumda çatlamadan sonra beton davranışını tanımlamada etkilidir. Bu çalışmada Şekil 2.27’de gösterilen Bazan ve Oh (1983) tarafından önerilen beton çekme yumuşama ilişkisi kullanılmıştır. Şekil 2.32a da verilen çekme çatlağı oluştuğunda şekil değiştirme ε_{tu} ’nun değeri Denklem 2.39 ile hesaplanır. G_f çatlama enerjisi için sabit

75 N/m değeri Vecchio (2000a) tarafından yapılan çalışmada kullanılmıştır. Bu tez çalışmasında ε_{tu} değeri doğrudan veri olarak girilmektedir. Betonun çatlama sonrası çekme yumuşaması sonucu oluşan çekme gerilmesi aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\sigma_1^b = \sigma_{1t} \left[1 - \frac{(\varepsilon_{1f} - \varepsilon_{ct})}{(\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{ct})} \right] \quad (2.84)$$

Çatlama sonrası beton ile donatı arasında etkileşim sonucu çatlaklar arasında kalan betona donatıdan adrerans gerilmeleriyle aktarılan çekme gerilmeleri betonun ortalama çekme gerilmesini önemli oranda arttırmaktadır (Şekil 2.32b). Betonun çatlama sonrası çekme rijitliği etkisi ile taşınan gerilmeler

$$\sigma_1^c = \frac{\sigma_{1t}}{1 + \sqrt{c_t} \varepsilon_{1f}} \quad (2.85)$$

şeklinde hesaplanır (Vecchio Collins, 1986; Vecchio, 2000). Denklem 2.85’de c_t bir sabittir. Vecchio Collins (1986) tarafından önerilen MCFT’de $c_t=200$ değeri kullanılmıştır. Vecchio (2000) çalışmasında küçük sonlu eleman kullanıldığında $c_t=200$, büyük sonlu eleman kullanıldığında ise $c_t=500$ değerleri önerilmiştir. Bu çalışmada panel çözümlerinde $c_t=500$ değeri kullanılmıştır. Ayrıca diğer sayısal çözümlerde c_t parametresinin sonuçlara etkisi incelenmiştir. Şekil 2.32b de kesikli çizgi ile gösterilen d bölümü çekme rijitliğinin sonlanmasını ifade etmektedir. Betonun çekme rijitliği etkisi donatıların akmaya ulaşması ile son bulur. Bunu ifade etmek için çatlama sonrası taşınan beton çekme gerilmelerinin donatı akmadan donatılara aktarılabilmesi, donatılarda bir kapasite olmalıdır. Bunun için aşağıdaki

$$\sigma_1^d \leq \sum_i^n \rho_i (f_{yi} - \sigma_{si}) \cos^2 \theta_{ni} \quad (2.86)$$

ifade kullanılmıştır. Bu koşul Vecchio (2000) tarafından önerilen DSFM’nin bir paraçasıdır. Denklem 2.86’da ρ_i , f_{yi} ve σ_{si} sırası ile i doğrultusundaki donatı oranı, akma dayanımı ve donatı gerilmesini gösterir. Bunun yanında θ_{ni} ise θ çatlığa dik doğrultunun global x eksenine ile yaptığı açıya ve α_i i doğrultusundaki donatının global x eksenine ile yaptığı açıya bağlı olarak $\theta_{ni}=\theta-\alpha_i$ şeklinde tanımlanmıştır.

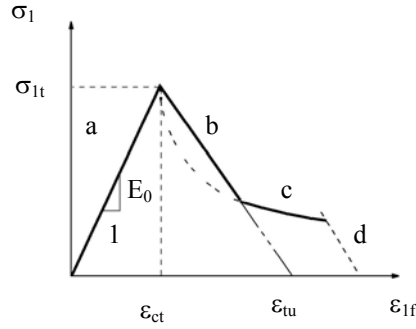
Bu çalışmada Şekil 2.33 de daha koyu çizgi ile gösterilen çekme gerilme ilişkisi kullanılmıştır. Betonun çekme gerilmelesi σ_1

$$\sigma_1 = \sigma_1^a \quad \varepsilon_{1f} \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.87a)$$

$$\sigma_1 = \text{maksimum } (\sigma_1^b, \sigma_1^c) \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \text{ ve maksimum } (\sigma_1^b, \sigma_1^c) \leq \sigma_1^d \quad (2.87b)$$

$$\sigma_1 = 0.0 \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \text{ ve maksimum } (\sigma_1^b, \sigma_1^c) > \sigma_1^d \quad (2.87c)$$

şeklinde belirlenmiştir.



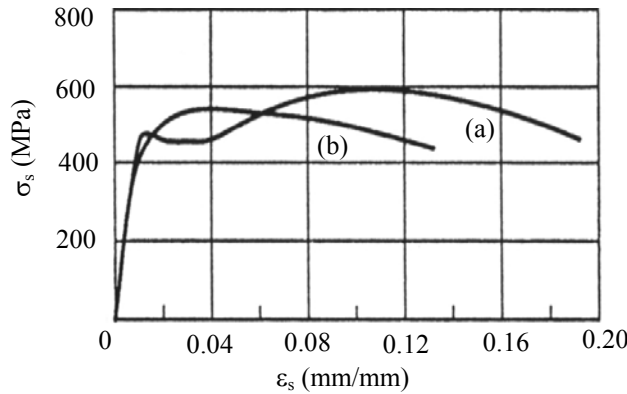
Şekil 2.33: Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Bölüm 6.1 de betonarme paneller üzerinde yapılan sayısal uygulamalarda Şekil 2.33 ve Denklem 2.87 de verilen çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi kabulü ile burada verilen iki farklı β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı tanımı (Denklem 2.75 ve Denklem 2.82) ve çatlama betonun basınç yumuşaması modeli için ayrı ayrı çözümler yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

3. DONATININ DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ

3.1. Donatı Çeliğinin Özellikleri ve Mekanik Davranışı

Çelik, çekme ve basınç gerilmeleri altında benzer özellikler gösteren bir malzemedir. Çeliğin gerilme-şekil değiştirme eğrisi, genellikle çekme deneylerinden elde edilir. Şekil 3.1 de iki ayrı tür çelik için deneysel olarak elde edilmiş olan tipik gerilme-şekil değiştirme eğrileri gösterilmiştir. Şekil 3.1 de (a) eğrisi, doğal sertlikteki çelik (sıcakta haddelenmiş), (b) eğrisi ise soğukta işlem görmüş çelik içindir. Doğal sertlikteki çeliklerde, belirli bir akma sınırı vardır. Bu sınıra ulaşıncaya kadar gerilme ve şekil değiştirme arasındaki ilişki doğrusaldır. Akma sınırına ulaşıldıktan sonra gerilme sabit kalırken, şekil değiştirme artar. Eğrinin akma sınırına ulaşıldıktan sonraki bu düz bölümü, “akma sahanlığı” olarak adlandırılır. Akma sahanlığını bir “pekleşen” bölge izler. Pekleşme sınırına ulaşıldığında, gerilme yeniden artmaya başlar ve belirli bir gerilmeye ulaşıldığında, donatı kesit alanı küçülerek, yerel zayıflığın bulunduğu bir yerden incelerek kopar.



Şekil 3.1: Donatı çeliği için tipik gerilme-şekil değiştirme eğrileri

Doğal sertlikteki çeliğin gerilme-şekil değiştirme eğrisi akma sınırına kadar doğrusal elastik davranır. Çeliğin elastiklik modülü 1.9×10^5 ile 2.1×10^5 MPa arasında değişebilir. Genellikle hesaplamalarda çeliğin elastisite modülü 2.0×10^5 MPa alınmaktadır (Ersoy ve Özcebe, 2001).

Çeliğin akma sınırındaki gerilmesi, “akma gerilmesi” veya “akma dayanımı (f_y)” olarak adlandırılır ve genellikle mühendislik hesaplarında akma dayanımı esas alınır.

Özellikle soğukta işlenmiş çeliklerde açık bir akma sahanlığı görülmeyebilir. Bu durumda akma gerilmesi, kalıcı %0.2 birim uzamaya karşı gelir. Akma sahanlığının uzunluğu, akma birim uzamasının (ϵ_{sy}) yaklaşık 4 ile 10 katı kadardır. Pekleşmenin tepe noktasındaki maksimum gerilme (f_{su}), “çekme dayanımı” olarak adlandırılır. Kopma birim uzaması (ϵ_{su}) belirli bir ölçü boyuna göre saptanmalıdır, çünkü bu aşamada kopma bölgesinde aşırı uzamalar olur. Kopma birim uzamasının saptanmasında kullanılan ölçü boyu, genelde çubuk çapının 10 katıdır.

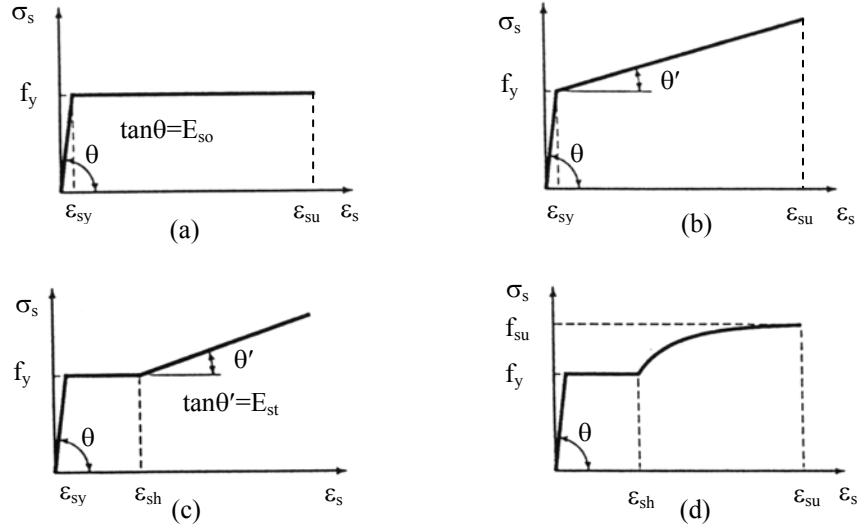
Şekil 3.1’den görüleceği gibi, soğukta işlem görmüş (b) çeliklerin gerilme-şekil değiştirme eğrileri doğal sertlikteki (a) çubuklarınkinden farklıdır. Belirli bir gerilmeye kadar doğrusal olan olan eğri, bu noktadan sonra doğrusallığını ve bu noktadan sonra malzeme elastik olma özelliğini de yitirir. Doğrusal olan bu ilk bölümün eğimi, yani elastisite modülü, doğal sertlikteki çelik ile aynıdır. Soğukta işlem görmüş çeliğin gerilme-şekil değiştirme eğrisinde belirli bir akma sahanlığı yoktur. Eğri, eğimi azalarak yükselir, belirli bir maksimuma ulaştıktan sonra, numunenin en zayıf noktasında çubuk incelmeye başlayarak kopar.

Bu tür çelikte belirli bir akma sahanlığı gözlenmediğinden çeliğin akma dayanımı (f_y) belirli bir kalıcı uzamaya göre tanımlanır. Şekil 3.1’de gösterilen 0.002 birim uzamasından (ϵ_s) eğrinin doğrusal bölümüne paralel çizilecek bir çizginin eğriyi kestiği yerdeki gerilme, “akma gerilmesi” olarak tanımlanır. Maksimum gerilme, “kopma dayanımı” (f_{su}) maksimum birim uzama da, “kopma uzaması” (ϵ_{su}) olarak adlandırılır.

Şekil 3.1’deki iki eğriden (a) doğal sertlikte, (b) ise soğukta işlem görmüş çelik içindir. Bu iki eğri karşılaştırıldığında, doğal sertlikteki çeliğin davranışının daha iyi tanımlanmış olduğu, klasik teorilere daha iyi uyum gösterdiği görülür. Ayrıca kopma birim uzamasının soğukta işlem görmüş çeliğe oranla daha büyük olması, bu çeliğin daha sünek bir davranış göstereceğine işaret etmektedir. Gerilme-şekil değiştirme eğrisi altındaki alanlar karşılaştırıldığında, doğal sertlikteki çeliğin enerji yutma kapasitesinin de daha yüksek olduğu görülür. Ayrıca çeliğin akma gerilmesi arttıkça kopma uzaması ve sünekliği azalır.

Betonarme yapılarda donatı çubuk şeklinde kullanılmaktadır. Donatının davranışını tariflemek için üç yada iki boyutlu gerilme-şekil değiştirme ilişkisini kurmaya gerek duyulmaz. Donatının çubuk eksenine doğrultusunda bir boyutlu gerilme-şekil

değiştirme ilişkisi yeterli olur. Şekil 3.2’de yaygın olarak kullanılan dört farklı gerilme-şekil değiştirme ilişkisi gösterilmiştir (ASCE, 1982; Cervenka ve diğ., 1990).



Şekil 3.2: Çeliğin çekme ve basınç etkisinde kabul edilen gerilme şekil değiştirme eğrileri

Şekil 3.2a’da gösterilen gerilme-şekil değiştirme ilişkisinde donatı çeliği akma dayanımına kadar doğrusal elastik ve devamında tam plastik malzeme olarak kabul edilir. Akma şekil değiştirmesinden sonraki bölümde, pekleşmeden sonra, artan dayanım ihmal edilmektedir. ACI-318 ve TS-500 yönetmeliklerinde taşıma gücüne dayalı kesit hesaplarında donatının davranışı bu şekilde tariflenmektedir. Bu yaklaşım akma şekil değiştirmesinden daha büyük şekil değiştirmelerin söz konusu olduğu durumlarda oldukça tatmin edici sonuçlar vermektedir. Bazı durumlarda bu pekleşmenin ardından donatının dayanımındaki artışı hesaplamalara dahil etmek gerekebilir. Bu gibi hallerde akma ötesi şekil şekil değiştirme durumunda, çelikte oluşan dayanım artışını göz önüne alan bir donatı davranış modeli tercih etmek yerinde olur (Şekil 3.2c ve 3.2d). Bu modellerde akma başlangıcındaki gerilme, şekil değiştirme, pekleşme sonundaki şekil değiştirme, izin verilen maksimum gerilme ve şekil değiştirme modelin oluşturulmasında gerekli olan parametrelerdir. Bu parametreler deney sonuçlarından elde edilir.

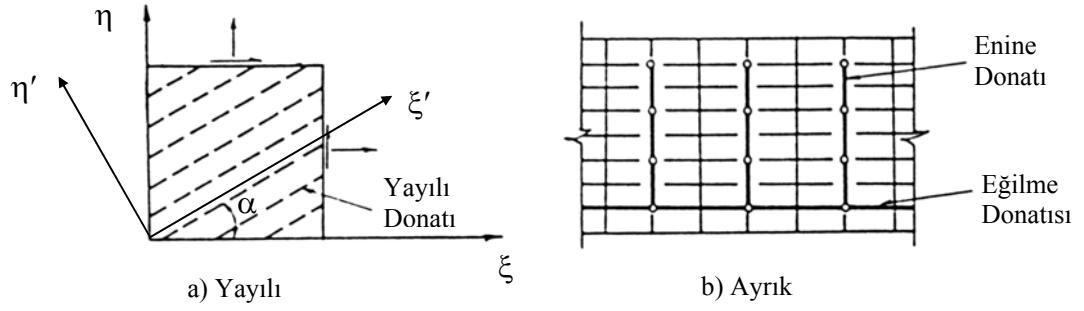
Bu çalışmada çeliğin davranış modeli için Şekil 3.2’de gösterilen gerilme-şekil değiştirme eğrisi seçilmiştir. Çelik akma gerilme, şekil değiştirmesine kadar doğrusal elastik (E_{so}), akma şekil değiştirmesi aşıldıktan sonra daha küçük elastisite modülü (E_{st}) ile şekil değiştirme (rijitliği) sertleşme etkisi dikkate alınmakta ve donatı

maksimum şekildeğiştirme (ϵ_{su}) değerine ulaştığında kopmakta ve dayanımı sıfıra inmektedir. Donatı için böyle bir model seçmek hesaplamalarda ayrıca kolaylık sağlar. Özellikle betonarme yapı elemanlarının monoton artan eğilme momenti etkisi altında yapı elemanının davranışı donatının akmasından büyük oranda etkilenmektedir. Donatının akması ile birlikte elemanda ani bir şekil değiştirme artışı olur. Bu durumda Şekil 3.2a'da gösterilen elastik tam plastik model kullanıldığında elemanın taşıma gücüne yakın gerilme seviyelerinde, sayısal çözümlemede sistem rijitlik matrisinin sayısal stabilitesinde problemler ortaya çıkmaktadır. Donatıyı bu şekilde modelleme ile bu tür problemler azaltılır. Betonda oluşan çatlaklar arasında kalan çatlamamış betonun rijitliğide dolaylı yoldan hesaplamalar dahil edilmektedir. Donatının akmadan hemen sonra doğrusal şekil değiştirme sertleşme kabulünde, sertleşme kolunun eğimi modelin gerilme-şekil değiştirme eğrisinin altında kalan alan ile deney sonuçlarından elde edilen eğrinin altında kalan alan eşit olacak şekilde belirlenir. Bir çok araştırmacı tarafından bu tür modeller başarılı olarak kullanılmışlardır (Ngo ve Scordelis, 1967; Vebo ve Ghali, 1977; Bashur ve Darwin, 1978).

3.2. Donatı Modelleri

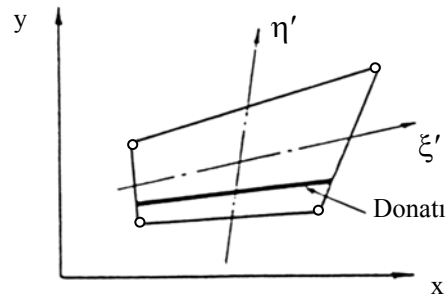
Donatılar çubuk eksenleri ve eksenlerine dik doğrultuda yük taşıma kapasitesine sahiptir. Betonda oluşan çatlaklara dik doğrultuda donatı bulunması durumunda, donatılar eksenleri doğrultusunda kuvvet taşırlar. Donatıların enine kesme kuvveti taşıması donatıların perçin etkisi olarak adlandırılır. Bu perçin etkisi genellikle dolaylı yoldan model içine dahil edilir. Doğrudan donatı için oluşturulan malzeme modelinde yer almaz. Donatılar sadece eksenleri doğrultusunda kuvvet taşıdıkları düşünülerek basitçe modellenir. Yaygın olarak donatıyı tariflemeye üç tür model kullanılmaktadır. Bunlar yayılı, ayırık ve gömülü donatı modeli olarak adlandırılmaktadır.

Yayılı donatı modelinde, donatı sonlu eleman üzerinde düzgün yayılı olarak eşdeğer tek eksenli malzeme olarak tariflenir. Donatıyı beton eleman üzerine belirli bir açıyla yerleştirmekte mümkündür. Beton ile çeliğin malzeme matrisleri üst üste toplanarak kompozit malzeme için gerilme şekil değiştirme ilişkisi yazılır. Bu model kullanıldığında beton ile çelik arasında tam aderans olduğu kabulü yapılır.



Şekil 3.3: Yayılı ve ayırık donatı modelleri

Ayrık donatı modelinde, donatı düğüm noktalarında mafsallı birleşen, sadece eksenel kuvvet taşıyan çubuk elemanlarla tanımlanır (Şekil 3.3b). İki boyutlu problemlerde genellikle çubuk elemanlar düğüm noktalarında iki serbestlik derecesine sahiptir. Ayrıca, çubuk uçlarında üç serbestlikli kiriş eleman olarakda modellemek mümkündür. Bu durumda donatının kesme kuvveti taşıması hesaplara katıldığında donatının perçin etkisi hesaplara dahil edilmiş olur. Özellikle eğilme donatısı fazla olduğunda kiriş eleman olarak donatıyı tanımlamak bir üstünlük sağlar. Ayrık donatı modeli basit olması yanında betondan donatının sıyrılmasını modellemeye de olanak tanır (Cervenka ve diğ. 1990).



Şekil 3.4: Gömülü donatı modeli

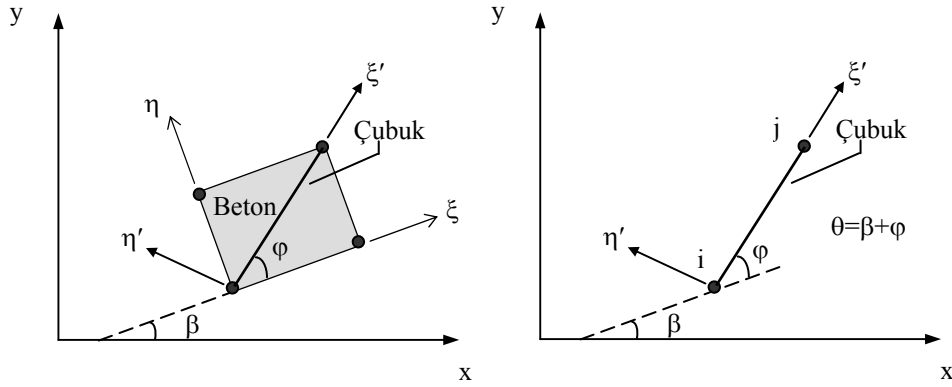
Gömülü donatı modeli genellikle yüksek dereceden izoparametrik (sonlu elemanda düğüm nokta sayısı fazla) ve büyük eleman kullanıldığında faydalı olur. Beton ile donatı elemanın yerdeğiştirmeleri bir biriyle uyumlu olacak şekilde donatı izoparametrik eleman içine yerleştirilir. Eleman içindeki bir noktanın yerdeğiştirmeleri düğüm noktalarına bağlı olarak ifade edilebilir. Bu modellemeye de yayılı donatı modelindeki gibi beton ile donatı arasında tam aderans olduğu kabulü yapılmış olur. Aşağıda bu çalışmada kullanılacağı için ayırık donatı modeli ve yayılı donatı modelin oluşturulması ayrıntılı olarak verilmektedir.

3.2.1. Ayrık donatı modeli

Özellikle donatının tekil biçimde elemanda bulunduğu durumlarda yaygın şekilde kullanılır. Donatının modellenmesi için bu tür bir gösterim kullanılması durumunda, donatı ile beton arasındaki aderansın modellenmesi de kolaylıkla yapılabilmektedir. Betonarme kiriş donatısı buna örnek olarak verilebilir. Yüksek kiriş gibi elemanlarda da gövdedeki yayılı donatıya ek olarak bulunan ana donatının modellenmesi için de ayrık tür uygundur.

Ayrık donatı modelinde çubukların uçları ile beton sonlu eleman düğüm noktalarında birleşir. İki malzeme arasındaki etkileşim sadece düğüm noktalarında meydana gelir, ara bölgede seçilen şekil fonksiyonlarına bağlı olarak yerdeğiştirme ve şekil değiştirmeler arasında fark olabilir.

Şekil 3.5’de bir çubuk eleman ve global eksen takımı (x,y), beton için yerel eksen takımı (ξ, η), çelik çubuk için eksen takımı (ξ', η'), birlikte gösterilmekte, aralarındaki açılar tanımlanmaktadır. Çubuk eleman eksenel kuvvet taşımaktadır. Düğüm noktalarında kafes eleman (mafsallı) olarak birleşmektedir. Çubuk elemanın düğüm noktası yerdeğiştirmeleri ve uç kuvvetleri bir eksen takımından diğerine eksen dönüşüm matrisi yardımıyla kolayca çevrilebilir.



Şekil 3.5: Beton ve çubuk elemanda seçilen yerel eksen takımları, global eksen takımı ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar

Şekil 3.5’de i ve j noktaları arasında bulunan bir çubuk donatı için çubuk elemanın uç kuvvetleri ile yerdeğiştirmeleri arasındaki ilişkiler kurulup, eksen dönüşümleri aşağıda belirtilen şekilde yapılır. Donatının kesiti A_s , çubuk boyu L ve elastisite modülü E_{sep} olmak üzere i ve j noktalarındaki, u_i ve u_j eksenel yerdeğiştirmeleri ile f_i ve f_j eksenel kuvvetleridir. Eksenel yerdeğiştirmeler ve kuvvetler düğüm

noktalarında iki bileşene ayrılarak, eleman uç kuvvetleri ile düğüm noktası yerdeğiştirme arasındaki ilişki yerel koordinatlarda, artımlı olarak,

$$\begin{Bmatrix} \Delta f_{\xi i} \\ \Delta f_{\eta i} \\ \Delta f_{\xi j} \\ \Delta f_{\eta j} \end{Bmatrix} = \frac{A_s E_{sep}}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_{\xi i} \\ \Delta u_{\eta i} \\ \Delta u_{\xi j} \\ \Delta u_{\eta j} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

şeklinde yazılır. Şekil 3.5’de verilen her iki koordinat sistemindeki yerdeğiştirmeler arasındaki geometrik bağıntı

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_{\xi i} \\ \Delta u_{\eta i} \\ \Delta u_{\xi j} \\ \Delta u_{\eta j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_{x i} \\ \Delta u_{y i} \\ \Delta u_{x j} \\ \Delta u_{y j} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklindedir. i ve j noktalarındaki uç kuvvetleri arasındaki bağıntı benzer şekilde,

$$\begin{Bmatrix} \Delta f_{\xi i} \\ \Delta f_{\eta i} \\ \Delta f_{\xi j} \\ \Delta f_{\eta j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta f_{x i} \\ \Delta f_{y i} \\ \Delta f_{x j} \\ \Delta f_{y j} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

yazılır. Denklem 3.1’de Denklem 3.2 ve 3.3 yerine konup düzenlenirse,

$$\begin{Bmatrix} \Delta f_{x1} \\ \Delta f_{y1} \\ \Delta f_{x2} \\ \Delta f_{y2} \end{Bmatrix} = \frac{A_s E_{sep}}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta & -\cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta & -\sin^2 \theta \\ -\cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & -\sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_{x1} \\ \Delta u_{y1} \\ \Delta u_{x2} \\ \Delta u_{y2} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

global eksen takımında artımlı eleman uç kuvvetleri ile artımlı yerdeğiştirme ilişkisi kurulmuş olur. ΔL eleman boyunun uzama miktarı

$$\Delta L = \cos \theta (\Delta u_{xj} - \Delta u_{xi}) + \sin \theta (\Delta u_{yj} - \Delta u_{yi}) \quad (3.5)$$

ve $\Delta \epsilon$ eleman eksenel şekil değiştirme artımı

$$\Delta \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (3.6)$$

elde edilir. $\Delta \sigma$ eleman eksenel gerilme artımı

$$\Delta\sigma = E_{sep} \Delta\varepsilon \quad (3.7)$$

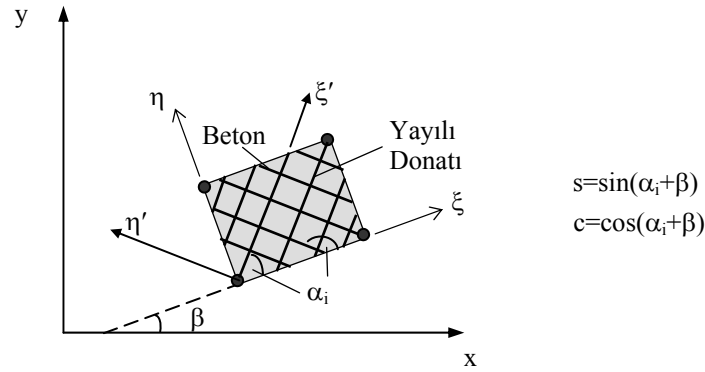
ve Δf aksenal kuvvet artımı

$$\Delta f = \Delta\sigma A_s = \cos\theta \Delta f_{xj} + \sin\theta \Delta f_{yj} \quad (3.8)$$

şeklinde hesaplanır.

3.2.2. Yayılı donatı modeli

Betonarme perde, yüksek kiriş ve döşemelerde yayılı donatı modeli kullanmak büyük kolaylık sağlar. Şekil 3.6'da beton eleman ve iki farklı doğrultuda yayılı donatı katmanını düğüm noktalarında birleşmektedir. Beton eleman (ξ, η) ve i'inci yayılı donatı katmanı (ξ', η') yerel koordinatlarında tanımlıdır. Beton eleman ile her bir yayılı donatı katmanı (ξ ile ξ' eksenleri) arasındaki açı α_i ile verilmiştir. Beton elemanın ξ yerel eksenini ile x global eksenini arasındaki açı β ile verilmiştir.



Şekil 3.6: Beton ve yayılı donatı elemanında seçilen yerel eksen takımları, global eksen takımı ve tanımlanan eksen takımları arasındaki açılar

İki boyutlu çözümlemede her bir yayılı donatı katmanını için yerel koordinatlarda artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{\xi'} \\ \Delta\sigma_{\eta'} \\ \Delta\tau_{\xi'\eta'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_i E_{si} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{\xi'} \\ \Delta\varepsilon_{\eta'} \\ \Delta\gamma_{\xi'\eta'} \end{Bmatrix} = [D_{si}] \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{\xi'} \\ \Delta\varepsilon_{\eta'} \\ \Delta\gamma_{\xi'\eta'} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

yazılır. Burada E_{si} yerel eksen ξ' doğrultusunda yerleştirilen donatının teğet elastisite modülüdür. Donatıdaki gerilme şekil değiştirme artımları arasında doğrusal değişim $\Delta\sigma_{\xi'} = \rho_i E_{si} \Delta\varepsilon_{\xi'}$ kabul edilmiştir. Elastisite modülünün $E_{si}(\varepsilon_{\xi'})$ şekil değiştirmeye bağlı olarak ifade edilmesi durumunda, bu ifadeleri doğrusal olmayan davranış

bölgelerinde de kullanmak mümkündür. Denklem 3.9'da ρ_i yerel eksen ξ' doğrultusunda yerleştirilen donatı oranıdır. Herbir doğrultudaki donatı oranı

$$\rho = \frac{A_s}{s t} \quad (3.10)$$

şeklinde hesaplanır. Burada verilen doğrultudaki A_s donatı alanı, s donatı aralığı ve t beton elemanın kalınlığını gösterir. Yayılı donatı için Denklem 3.9 ile yerel koordinatlarda yazılan artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisinin global koordinat sistemine dönüştürülmesi gerekir. Dönüşüm matrisleri $[T_\epsilon]$ ve $[T_\sigma]$ yardımıyla bir eksen takımından bir diğer eksen takımına kolayca dönüşüm yapılır. Gerilmeler için

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{\xi'} \\ \Delta\sigma_{\eta'} \\ \Delta\tau_{\xi'\eta'} \end{Bmatrix} = [T_\sigma] \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

şeklinde geometrik olarak eksen dönüşümü yapılır. Şekil değiştirmeler için de

$$\begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_{\xi'} \\ \Delta\epsilon_{\eta'} \\ \Delta\gamma_{\xi'\eta'} \end{Bmatrix} = [T_\epsilon] \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

benzer şekilde eksen dönüşümü yapılabilir. Denklem 3.11 ve 3.12'de $c=\cos(\beta+\alpha)$ ve $s=\sin(\beta+\alpha)$ dir. Ayrıca dönüşüm matrisleri arasında

$$[T_\epsilon]^T [T_\sigma] = [I], [T_\epsilon]^T = [T_\sigma]^{-1} \text{ ve } [T_\sigma]^T [T_\epsilon] = [I], [T_\sigma]^T = [T_\epsilon]^{-1} \quad (3.13)$$

ilişkisi vardır. Denklem 3.9 ile verilen yerel koordinatlardaki yayılı donatı için artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi global eksen takımına aşağıdaki şekilde

$$\{\Delta\sigma\}_{GL} = [T_\epsilon]^T [D_{si}] [T_\epsilon] \{\Delta\epsilon\}_{GL} = [D_{si}]_{GL} \{\Delta\epsilon\}_{GL} \quad (3.14)$$

dönüştürülür. Denklem 3.14 düzenlendiğinde

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \rho_i E_{si} \begin{bmatrix} c^4 & c^2 s^2 & c^3 s \\ s^2 c^2 & s^4 & cs^3 \\ c^3 s & cs^3 & c^2 s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

her bir donatı katmanı için global eksen sisteminde artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulmuş olur. Örneğin, Denklem 3.15'de beton elemanın yerel eksen takımı ile global eksen takımının çakışması ($\beta=0$) ve donatı katmanının beton elemanın ξ

ekseni doğrultusunda olması ($\alpha_i = 0$) durumunda; donatı için global eksenlerde artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisi

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_x E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

şeklinde olur. Denklem 3.15’de $\beta=0$ ve $\alpha_i = \pi/2$ olması durumunda ise

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

ifadesine dönüşür. Bu ifadelerde istenirse, belirli ölçüde beton ile donatı arasındaki aderans çözülmesinin gözönüne alınması da mümkün olabilir. Bu amaçla kullanılan artımlı gerilme şekil değiştirme ifadesinin, $\Delta\sigma_{\xi'} = \rho_i E_{si} \psi_i \Delta\varepsilon_{\xi'}$ katsayısını içerecek biçimde yazılması tavsiye edilebilir. Ancak buradaki zorluk $\psi_i(\varepsilon_{\xi'})$ şeklinde şekil değiştirme durumuna bağlı olarak beton ile donatı uzamalarının etkileşimini kontrol eden ψ_i parametresi için yapılacak kabuldur. Yukarıdaki ifadeler, donatı için çıkarılmış bulunmaktadır, beton için elde edilen malzeme matrisi ile birleştirilerek betonarme bir eleman için malzeme matrisi

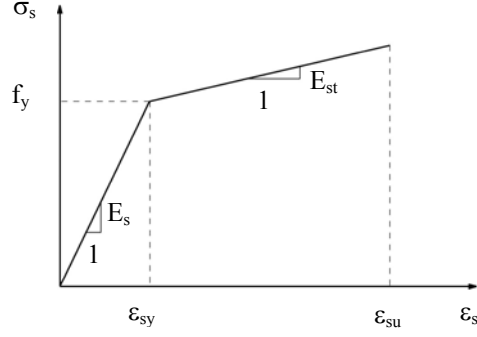
$$[D]_{GL} = [D_c]_{GL} + \sum_i [D_{si}]_{GL} \quad (3.18)$$

elde edilir.

3.3. Donatı İçin Gerilme Şekil Değiştirme Bağlılıkları

Her iki donatı modelinde de çelik çubukların sadece aksenal kuvvet taşıdığı kabul edilmiştir. Çekme ve basınç için aynı gerilme şekil değiştirme eğrisi kullanılır. Donatılar için elastik pekleşen plastik gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulmuştur (Şekil 3.7). Geliştirilen bilgisayar programı donatı için elastik plastik gerilme şekil değiştirme ilişkisi tanımlamaya da uygundur. Geliştirilen bilgisayar programında donatı akma gerilmesine karşı gelen şekil değiştirme, akma öncesi ve sonrası elastisite modülleri ve izin verilen maksimum şekil değiştirme değeri veri olarak girilir ve donatı gerilme şekil değiştirme ilişkisi oluşturulur. Sayısal stabilite problemlerini azaltmak için, yapılan sayısal çözümlemelerde, donatı akma gerilmesi

aşıldığında donatı sertleşme oranı en az 0.005 ($E_{st}= 0.005E_s$) alınmıştır. Donatıda ϵ_{su} maksimum şekil değiştirme için 0.01 değeri hesaplamalarda kullanılmıştır.



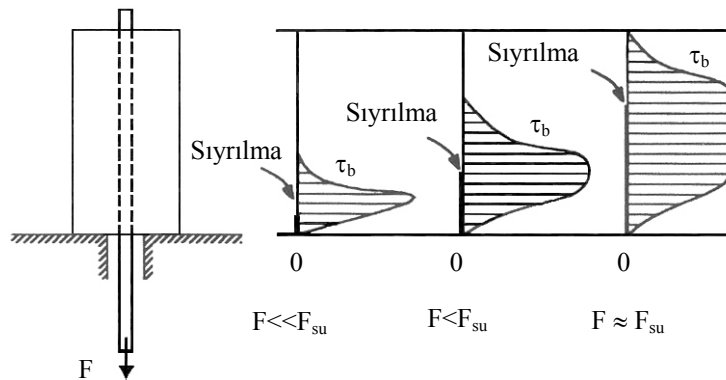
Şekil 3.7: Donatının çekme ve basınç etkisinde gerilme şekil değiştirme eğrisi

4. ADERANS VE MODELLENMESİ

4.1. Aderans ve Beton ile Donatı Arasındaki Etkileşim

Beton ile donatı meydana gelen etkiler nedeniyle şekil değiştirirler. Bu sırada iki malzeme arasında gerilmelerin geçişi meydana gelir. Arada kayma olmadan bu tür gerilme geçişinin ortaya çıkmasına aderans denir. Donatıda meydana gelen gerilme azalması ve çoğalması komşu beton bölgelerine gerilme geçişi ile meydana gelir.

Şekil 4.1’de gösterilen ve aksel çekip-çıkarma deneyi olarak bilinen düzenle beton bir kütle içinde gömülen donatı çubuğuna uygulanan kuvvetin beton kütleyle aderans gerilmeleri yoluyla geçişi incelenir. Donatıya uygulanan küçük bir yük bile yükleme ucunda büyük aderans gerilmelerinin çıkmasına ve küçük de olsa bir sıyrılmanın meydana gelmesine neden olur. Yük artmasıyla sıyrılma bölgesi ilerlerken aderans gerilmeleri de daha uzun bir bölgeye yayılır. Beton ile donatı arasındaki etkileşimi sağlayan ve kayma gerilmesi gibi kabul edilebilecek aderans gerilmelerinin yayılışı, üç farklı yük seviyeleri için, Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Sıyrılma bölgesinin diğer uca erişmesiyle çıkarma meydana gelir. Eğer aderans dayanımı yüksekse veya çubuğun beton içindeki boyu büyükse çubuk sıyrılmadan kopabilir.



Şekil 4.1: Aksel çekip-çıkarma deneyinde aderans gerilmelerinin değişimi

Aderans bir çok değişkenden etkilenmektedir. Kenetlenme dayanımında, kesme-aderans etkileşimi ve boyut etkisi çok önemli rol oynadıklarından, bazı deneysel bulguların genelleştirilmesi uygun değildir. Aksel çekip çıkartma deneyi en basit aderans deneyidir. Aderans dayanımını ve gerekli kenetlenme boyunun saptanması

için çok sayıda aderans deney türü geliştirilmiştir. Geliştirilen bu deney türlerinin hiç birinin tam anlamı ile gerçek durumu yansıtmadığı ve eleştiriye açık olduğu belirtilmektedir (Ersoy ve Özcebe, 2001). Çok sayıda değişkenin aderans dayanımını etkilemesi aderans deneylerinde çeşitli zorluklara yol açmaktadır. Aderans dayanımını etkileyen başlıca değişkenler betonun çekme dayanımı, çeliğin akma dayanımı, çubuğun yüzeyi (düz, nervürlü, paslı), donatı çapı, donatı etrafındaki beton örtüsünün kalınlığı, kenetlenme boyu, donatının betonlama sırasındaki konumu, yerel gerilmeler, sargı donatısı, kullanılan agreganın cinsi, katkı maddeleri olarak sayılabilir. Aderans-kesme ilişkisi henüz tam olarak aydınlığa kavuşturulmamış karmaşık bir konu olduğundan, bu etkileşimin gerçekçi olarak deney elemanına yansıtılması çok zordur. Boyut etkisi aderansı büyük ölçüde etkilemektedir. Yerel gerilmelerin aderans ve kenetlenme üzerinde ihmal edilemeyecek ölçüde etkileri vardır. Donatı çubukları arasındaki uzaklık ve beton örtüsü aderansı etkileyen önemli değişkenlerdir. Deneylerde bunları modellemek çok zordur. Sargı donatısı aderansı olumlu yönde etkilemektedir. Deney elemanı bu sargı etkisini de içermelidir (Ersoy ve Özcebe, 2001).

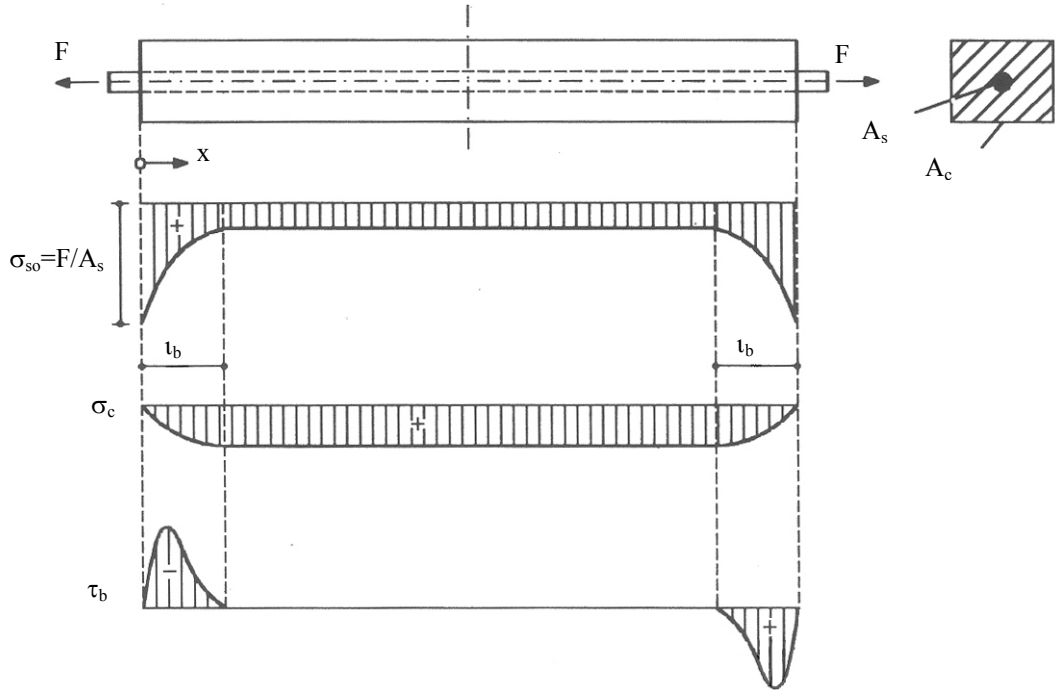
Betonarme bir elemanın istenilen performansı gösterebilmesi için beton ile donatı arasındaki aderans dayanımının yeterli olması çok önemlidir. ACI 318M (1999), TS-500 (2000) ve AASHTO (1989) gibi yönetmelikler aderans güç tükenmesi olmaması için gerekli önlemleri zorunlu kılar. Böylece elemanın taşıma gücü hesaplamalarında eğilme, kesme gibi güç tükenme durumlarına göre boyutlama yapılır. Eğilme ve kesme çatlakları civarında yerel aderans sıyrılmasının gözükmesi bilinmesine rağmen donatıyı beton içine yeterli kenetlenme boyu sağlanacak şekilde yerleştirilmesi yeterlidir. Pratik uygulamalarda, elemanın dayanımı üzerinde aderans sıyrılma etkisi küçüktür.

Buna karşılık olarak, betonarme yapıların sonlu eleman hesaplarında da birçok araştırmacı, geliştirdikleri modellerde aderans sıyrılma ilişkisini ihmal etmişlerdir (ASCE,1993). Yayılı donatı ile beton elemanı birleştirmenin en kolay yolu tam aderans kabulü yapmaktır. Bu durumda iki elemanın malzeme matrisleri üst üste kolayca toplanabilir. Ayırık donatı modelinde de tam aderans kabulü ile düğüm noktalarında her iki elemanda da yerdeğiştirmelerin aynı olması kolaylık sağlar.

Ayırık ve yayılı donatı elemanları ile birlikte aderans sıyrılması modellenenebilir. Ayırık donatı modeli kullanıldığında özel aderans bağlantı elemanları yada aderans geçiş

yüzey elemanı kullanarak aderans sıyrılması hesaplamalara dahil edilir. Beton ve çelik elemanın birleştiği düğüm noktalarında tanımlı aderans bağlantı elemanları kullanıldığında, beton ile çelik eleman arasında kuvvet geçişi düğüm noktalarında toplanarak sağlanmaktadır. Aderans geçiş yüzey elemanı kullanıldığında beton ile çelik eleman arasında kuvvet geçişi tanımlı bir boyda olmaktadır. Keuser ve Mehlorn (1987) yaptıkları çalışmada bu iki modeli karşılaştırmışlar ve aderans geçiş yüzey elemanın daha iyi sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir. Yayılı donatı modeli kullanıldığında donatının artımlı gerilme şekil değiştirme ilişkisinde sıyrılma etkisi hesaplamalara dahil edilebilir. Doğrusal yada doğrusal olmayan aderans sıyrılma ilişkisi tanımlanabilir.

Monoton artan yüklemde aderans sıyrılma etkisini ihmal etmek, güç tükenme modu aderans güç tükenmesi olmadıkça, betonarme elemanın yük yer değiştirme davranışını belirlemede etkisi oldukça küçük olmaktadır (Stevens ve diğ., 1991). Balakrishnan ve diğ. (1988a) tarafından yapılan çalışmada sadece kesme kuvveti kritik kirişlerde aderans sıyrılma etkisinin önemli olduğu ifade edilmiştir.



Şekil 4.2: Eksenel çekme taşıyan çatlaksız bir betonarme prizmada σ_s çelik, σ_c beton ve τ_b aderans gerilmelerinin değişimi

Beton ile donatı arasındaki gerilme geçişi Şekil 4.2’de gösterilen deney elemanında açıklanabilir (Celep ve Kumbasar, 2005). Burada beton ve çelik arasında tam bir aderansın varlığı kabul edilmekte ve eksenel yerleştirilen donatı çubuğuna artan bir

The diagram illustrates the stress distributions in a beam with a crack. At the top, a beam of length l is shown under a tensile force F applied at both ends. A crack of length $2a$ is located in the center. The beam is divided into two regions: 1. (left of the crack) and 2. (right of the crack). The crack is labeled "çatlak".

Below the beam, three plots show the stress distributions along the length of the beam:

- Normal Stress (σ_s):** The plot shows the normal stress distribution. The average normal stress is $\sigma_{s0} = F/A_s$. The stress is zero at the ends of the beam and at the center of the crack. The stress is maximum at the ends of the crack. The distance from the end of the beam to the end of the crack is l_b .
- Normal Stress (σ_c):** The plot shows the normal stress distribution. The stress is zero at the ends of the beam and at the center of the crack. The stress is maximum at the ends of the crack. The distance from the end of the beam to the end of the crack is l_b .
- Shear Stress (τ_b):** The plot shows the shear stress distribution. The stress is zero at the ends of the beam and at the center of the crack. The stress is maximum at the ends of the crack. The distance from the end of the beam to the end of the crack is l_b .

On the right side, a detail view of the crack tip shows the cross-sectional areas A_s (top) and A_c (bottom).

Beton gerilmelerinin değişiminden çatlağın yükleme uçlarından belirli bir uzaklıkta ve orta bölgede yerel zayıflığın bulunduğu bir yerde meydana geleceği

görülmektedir. Çatlayan kesitte beton gerilmesi sıfıra inerken, kuvvet dengesinin sağlanması gereğinden çelik gerilmesi artar. Tamamen uç bölgelerde olduğu gibi, çatlakların iki tarafındaki bölgede iki malzeme arasındaki gerilme geçişini sağlamak için aderans gerilmeleri ortaya çıkar. Yükün artmaya devam etmesiyle betonda yeni çatlaklar oluşur. Beton gerilmesi değişiminin incelenmesinden yeni çatlakların mevcut bir çatlakla aderans boyundan daha yakın olmayacağı görülür (Celep ve Kumbasar 2005).

Şekil 4.3’de gösterilen durum, üniform çekmeye (veya eğilmeye) karşı geldiği için, donatının sıyrılma etkisi oldukça küçüktür. Bu durum aderans sıyrılma etkisi gibi modellenemez. Ancak çatlaklar arasındaki betonun bir rijitlik etkisi vardır. Bu etkinin hesaplamalara dahil edilmesi gerekir. Çekme rijitliği etkisini daha iyi tanımlayabilmek için Şekil 4.2 ve 4.3’de gösterilen çatlamadan önceki ve sonraki durumu inceleyelim. Çatlamadan önceki elastik bölgede, çelik ve betondaki ortalama şekil değiştirmeler, ε_{s1} ve ε_{c1} , eleman boyunca şekil değiştirmelerin uyumu gereği

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} = \frac{F}{E_c (A_c + nA_s)} \quad (4.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada F uygulanan eksenel kuvvet, A_c ve A_s beton ve donatı kesit alanı, $n=E_s/E_c$, E_c ve E_s beton ve donatı elastisite modülleridir. Çatlamadan sonraki durumda çatlak kesitteki gerilmeler tamamıyla donatı tarafından taşınır ve betondaki gerilmeler sıfırdır. Çatlak kesitte donatıdaki gerilme ve şekil değiştirmeler

$$\sigma_{s2} = \frac{F}{A_s} \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{F}{E_s A_s} \quad (4.3)$$

haline gelir. Ancak iki çatlak arasındaki bölümde çekme gerilmelerini aderans gerilmeleri sebebiyle çelik ve beton birlikte taşır. Çatlaklar arasındaki betonun donatıya asılı olması eleman rijitliğini artırır. İki çatlak arasında kalan betonun elemanın rijitliğine katkısı çekme rijitliği olarak adlandırılır. Çekme rijitliği genellikle betonun çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinin azalan kolu ile tariflenir. Çekme rijitliği etkisi çatlak genişliğine, donatı oranına, aderans dayanımına bağlıdır.

CEB (1985)’de çekme rijitliği miktarı hesabı aşağıdaki şekilde verilmiştir. Çatlamış elemanda ortalama şekil değiştirme (ε_m)

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta L}{L} \quad (4.4)$$

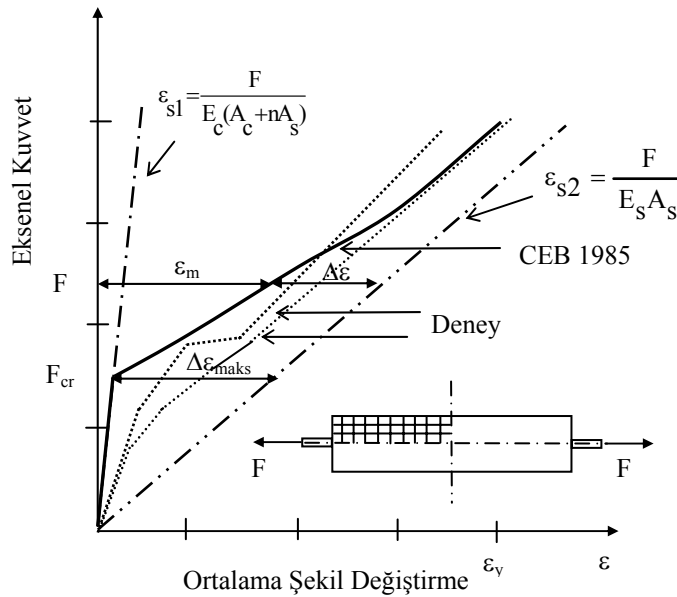
şeklindedir. Burada L çubuk elemanın boyu, ΔL elemanın uzama miktarıdır. Eleman çatlamadan önce ortalama, beton ve çelik şekil değiştirmeleri uyumu gereği eşit olacaktır ($\varepsilon_m = \varepsilon_{c1} = \varepsilon_{s1}$). Betonun çatlamasından sonra, ε_m ortalama şekil değiştirme değeri tam aderans olması halinde çelik şekil değiştirmesi (ε_{s1}) ile çatlamış kesitteki çelik şekil değiştirmesi (ε_{s2}) arasında eksenel kuvvetin büyüklüğüne bağlı olarak bir değer alır. Çatlaklar arasındaki betonun katkısı sebebiyle çelik şekil değiştirmesindeki azalma $\Delta\varepsilon$ olarak tanımlanırsa elemandaki ortalama şekil değiştirme

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon \quad (4.5)$$

şeklinde yazılabilir. $\Delta\varepsilon$, deney sonuçlarına dayalı olarak, uygulanan F eksenel kuvvet ile ters orantılı değiştiği kabul edilir (CEB 1985):

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_{\text{maks}} \frac{F_{\text{cr}}}{F} \quad (4.6)$$

Burada F_{cr} betonun çatlama anındaki eksenel kuvveti, $\Delta\varepsilon_{\text{maks}} = \varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s1}$ çatlamadan önceki elastik bölgede çelik şekil değiştirmesi (ε_{s1}) ile çatlama anındaki çatlak kesitteki çeliğin şekil değiştirmesi (ε_{s2}) arasındaki farkı ifade eder (Şekil 4.4).



Şekil 4.4: Eksenel kuvvet etkisinde betonarme elemanda eksenel kuvvet ile ortalama şekil değiştirme ilişkisi

Şekil 4.4'den

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s1}) \frac{F_{cr}}{F} \quad (4.7)$$

ilişkisi kurulur. Denklem 4.6 ve 4.7'ye göre Denklem 4.5 yeniden düzenlendiğinde

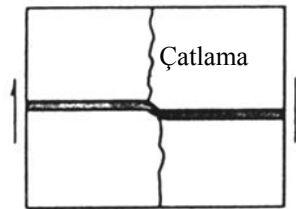
$$\varepsilon_m = (1 - \xi)\varepsilon_{s1} + \xi\varepsilon_{s2} \quad (4.8)$$

betonarme elemanın ortalama şekil değiştirmesi elde edilir. Burada ξ

$$\xi = 1 - \left(\frac{F_{cr}}{F} \right) \quad (4.9)$$

boyutsuz bir parametre olup çatlama miktarını ifade eder ($\xi \geq 0$). $\xi=0$ durumu çatlamamış elemanı ifade eder. Çatlamış elemanda çekme rijitliği donatının akmasına kadar önemlidir. Donatının akmasına yakın hızla azalır. Çekme rijitliği ilk olarak Scalon (1971) tarafından sonlu eleman yöntemiyle çözümlemeye kullanılmıştır. Bergan ve Hooland (1979) tarafından yapılan çalışmada çekme rijitliği etkisini ifade etmek için daha kapsamlı bir model tartışılmıştır.

Çekme yumuşaması ile çekme rijitliği betonun çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinin azalan kolu ile tariflenir. Bu durum çekme yumuşaması ile rijitliğin bir birine karıştırılmasına sebep olur. Çekme yumuşaması betonun çekme güç tükenmesine yakın çatlak etrafında oluşan çatlak bölgesindeki gerilme durumunu tanımlar. Çatlak mekaniği teorisine dayandırılarak belirlenir. Sonlu eleman boyutlarına bağlıdır. Çekme rijitliği etkisi çatlakları kesen donatı bulunması durumunda çatlaklar arasındaki betonun betonarme elemanın ortalama rijitliğe katkısını ifade eder. Gerilme şekil değiştirme ilişkisinin sonlu eleman boyutlarına bağlanmasına ihtiyaç yoktur (Balakrishnan ve Murray 1988b).



Şekil 4.5: Çatlamış betonarme elemanda donatının perçin etkisi

Beton ile donatı arasındaki bir diğer etkileşimde ilk çekme çatlakları oluşuktan sonra büyük kayma şekil değiştirmeleri söz konusudur. Yoğun kesme kuvveti etkisi altında, çatlama ile birlikte donatıda perçin etkisi meydana gelir (Şekil 4.5). Donatının perçin etkisi, agrega kilitlenmesine benzer şekilde, çatlamış betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisinde eşdeğer kayma rijitliği terimi (βG) ve dayanımı ile hesaplamalara dahil edilmektedir.

4.2. Aderansın Modellenmesi

Sonlu elemanlar yöntemi ile çözümlemede genellikle aderans sıyrılma etkisini hesaba dahil eden iki farklı model kullanılır. Aderans bağ elemanı ve aderans sıyrılma yüzey elemanı olarak adlandırılır. Aderans bağ elemanını betonarme sonlu eleman çözümlemelerinde ilk olarak Ngo ve Scordelis (1976) tarafından kullanılmıştır. Aderans bağ elemanları düğüm noktalarında tanımlanır. Aderans bağ elemanlarının fiziksel bir büyüklükleri yoktur. Beton ve donatı düğüm noktalarını birleştiren bir veya iki doğrultuda tanımlı yaylarla düğüm noktalarında donatı ve betonun bir birlerine göre farklı yerdeğiştirme yapmalarına izin verilir. Bu elemanları tanımlamak hem yay sabitlerini belirleme bakımından hem de sayısal çözüm hacmini arttırmaları bakımından pek kullanışlı değildirler. Özellikle aderans sıyrılma ilişkisini incelemek için ve beton donatı etkileşimini daha ayrıntılı incelemek için kullanılan bir yöntemdir. Aderans sıyrılma yüzeyi elemanı aderans bağ elemanından oldukça farklıdır. Bu modelde beton ve donatı birleşim yüzeylerinde fiziksel bir büyüklüğü olan belirli bir bölgede ara yüzey tanımlanır. Bu modelde aderans gerilmeleri iki parça olarak tanımlanır. Birinci sıyrılma dayanımı ifade eden gerilme miktarı diğeri de mekanik kilitlenme sebebiyle oluşan gerilmedir. Sıyrılma dayanımı tanımlanan sıyrılma modülü ile sıyrılma modülünün çarpımından elde edilir. Mekanik kilitlenme etkisi ile oluşan gerilme ise donatının yüzeyini temsil eden bir katsayı ile donatı yüzeyleri için belirlenmiş sıyrılma gerilmelerinden meydana gelir. Bu tez çalışmasında ayrıca bir aderans elemanı kullanılmamıştır.

5. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜMLEME

5.1. Doğrusal Problemlere Uygulama

Sonlu elemanlar yönteminde yapı elemanları birbirleriyle sadece düğüm noktalarında bağlı uygun seçilmiş sonlu elemanlara bölünür. İki boyutlu yapı elemanında seçilen düğüm noktaları bir ağ şeklinde yerleştirilir ve sistem iki boyutlu üçgen veya dörtgen sonlu elemanlara ayrılır. Sonlu eleman yöntemi uyarınca eleman içindeki herhangi bir noktadaki yerdeğiştirmenin düğüm noktalarının yerdeğiştirmelerinin fonksiyonu olarak ifade edileceği kabul edilir. Böylece elemandaki gerilme alanı da bu yerdeğiştirmelere bağlı olarak ifade edilir. Daha sonra virtüel iş ilkesi kullanılarak bu gerilme alanı ile düğüm noktalarına etkidiği kabul edilen eşdeğer kuvvetlerle ilişkisi elde edilir. Tipik bir elemanda düğüm noktası yerdeğiştirmeleriyle eşdeğer düğüm noktası kuvvetleri arasındaki bağıntı (eleman rijitlik matrisi) bulunmakta daha sonra bu sanal düğüm noktası kuvvetleri dengesi oluşturularak tüm sistem için yerdeğiştirme ve kuvvet arasındaki bağıntı (sistem rijitlik matrisi) elde edilmektedir.

Sonlu elemanların her birinin sadece esas yapı elemanından veya sistemden kesilen bir parça olarak değil, belirli şekilde ve komşuları ile uyum içinde şekil değiştirme göstermesi sağlanan birer eleman olarak değerlendirilmesi gerekir. Düzlem problemlerde genel olarak sonlu elemanlar yöntemiyle hesapta izlenen yol kısaca aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Önce eleman içi yerdeğiştirme alanı, seçilen şekil fonksiyonu vasıtasıyla, düğüm noktası yerdeğiştirmelerine bağlı olarak ifade edilir.

$$\{u^e\} = [N] \{d\} \quad (5.1)$$

Bu denklemde şekil fonksiyonları $[N]$ matrisini oluşturmakta, $\{d\}$ eleman düğüm noktasındaki yerdeğiştirmeleri ve $\{u^e\}$ eleman içindeki yerdeğiştirme alanı olup, $u(x,y)$ ve $v(x,y)$, içeren vektördür. Her bir düğüm noktasındaki yerdeğiştirmeler,

ilgili düğüm noktasının serbestlik derecesini de ifade eder. Elemanın düğüm noktasındaki yerdeğiştirmelerden ve şekil fonksiyonlarından faydalanılarak elemanın herhangi bir noktasındaki yerdeğiştirme bileşenlerini bulmak mümkündür. şekil fonksiyonları elemanın geometrisi gözönünde bulundurularak, elemanda yerdeğiştirme alanını ifade edecek şekilde seçilir. Seçilen şekil fonksiyonunun süreklilik ve uygunluk koşullarını sağlaması gerekir. Tanımlanan bu yerdeğiştirme ifadelerinden, ilgili bağıntılarla eleman içi şekil değiştirme alanı elde edilir:

$$\{\epsilon\} = [L]\{u^e\} = [L][N]\{d\} = [B]\{d\} \quad (5.2)$$

Burada $[L]$ doğrusal türev operatör matrisi, $[B]$ şekil-yerdeğiştirme bağıntısını sağlayan matrisdir. Doğrusal elastik davranış gösteren malzeme kabulü ile eleman içi gerilme-şekil değiştirme bağıntısı, $[D]$ malzeme davranışını temsil eden matris olmak üzere

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (5.3)$$

olarak yazılır. Ardından gerilmeler düğüm noktası yerdeğiştirmelerine bağlı olarak,

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{d\} \quad (5.4)$$

şeklinde ifade edilir. Virtüel iş teoremi eleman seviyesinde uygulanarak

$$\delta U_e = \delta W_e \quad (5.5)$$

yazılabilir. Burada δU_e iç gerilmelerin virtüel şekil değiştirme enerjisini, δW_e eleman düğüm noktası kuvvetlerinin virtüel düğüm noktası yerdeğiştirmeleri üzerinde yaptığı iş gösterir. Daha açık bir şekilde gözönüne alınan bir elemanda

$$\int_V \{\delta\epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \{\delta d\}^T \{f\} \quad (5.6)$$

ifade edilir. Bu eşitlikte $\{\delta\epsilon\}$ şekil değiştirme vektöründe virtüel artımı, $\{\delta d\}$ düğüm noktası yerdeğiştirmeleri vektöründe virtüel artımı gösterir, $\{f\}$ 'de düğüm noktalarında dengeyi sağlayan sanal eleman iç kuvvet vektörüdür. Bu Denklem 5.2 ve 5.4 kullanılarak yeniden düzenlenir:

$$\{\delta d\}^T \int_V [B]^T \{\sigma\} dV = \{\delta d\}^T \{f\} \quad (5.7a)$$

$$\{\delta d\}^T \int_V [B]^T [D][B] \{d\} dV = \{\delta d\}^T \{f\} \quad (5.7b)$$

$$\left(\int_V [B]^T [D][B] dV \right) \{d\} = \{f\} \quad (5.8)$$

$$[k] = \int_V [B]^T [D][B] dV \quad (5.9)$$

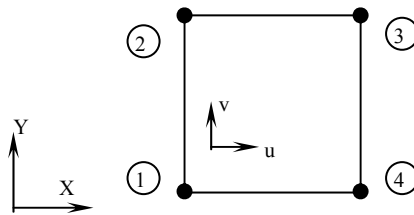
Burada $[k]$ eleman rijitlik matrisini göstermektedir. Eleman rijitlik matrisinin elemanda yerdeğiştirme alanını ifade etmek için kullanılan şekil fonksiyonlarının türevlerine, malzeme matrisine bağlı olduğu görülmektedir. Eleman rijitlik matrisini elde etmek için, seçilen elemanlar ve yerdeğiştirme fonksiyonları ve integrasyon işlemi için izlenen yol kısaca aşağıda özetlenmiştir:

Bu çalışmada iki boyutlu dört noktalı dört kenarlı (doğrusal şekil değiştirme) elemanlar gözönüne alınmıştır. Dört kenarlı elemanın yerdeğiştirme fonksiyonları

$$u(x, y) = c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 xy \quad (5.10a)$$

$$v(x, y) = c_5 + c_6 x + c_7 y + c_8 xy \quad (5.10b)$$

şeklinde seçilmiştir.



Şekil 5.1: Dikdörtgen eleman

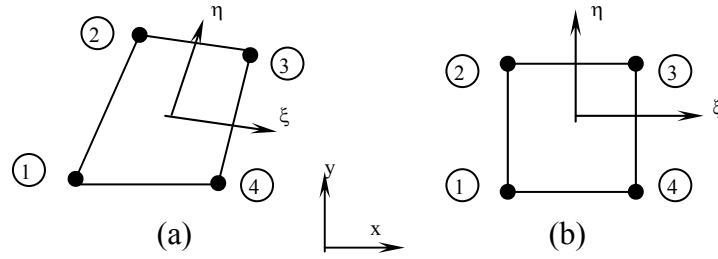
Şekil değiştirmelerle yerdeğiştirmeler arasındaki bağıntılar aşağıdaki şekilde

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = c_2 + c_4 y \quad (5.11a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = c_7 + c_8 x \quad (5.11b)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = c_3 + c_4 x + c_6 + c_8 y \quad (5.11c)$$

yazıldığında ε_x 'in y doğrultusunda, ε_y 'nin x doğrultusunda, γ_{xy} 'nin x ve y doğrultusunda değişiminin doğrusal olduğu görülür. Eleman üzerindeki noktalarda şekil değiştirmeler dolayısıyla gerilmeler farklı değerler alacaktır.



Şekil 5.2: a) Dört kenarlı eleman, b) Dikdörtgen eleman

Dikdörtgen eleman yerine dört kenarlı eleman kullanmak, geometrik olarak yapı elemanlarının modellenmesinde daha etkilidir. Bu nedenle dört kenarlı elemandan dikdörtgen elemana koordinat sistemi dönüşümü yaparak geçilebilir. (x,y) koordinat sistemindeki dört kenarlı eleman, (ξ,η) koordinat sistemine dönüşüm yaparak dikdörtgen ve daha basiti kareye dönüştürülebilir. Sadece geometrik dönüşüm yapılan bu elemanlar izoparametrik dört kenarlı eleman olarak adlandırılmaktadır.

Yerel (ξ,η) koordinatlardaki elemanda kabul edilen yerdeğiştirme alanı $-1 \leq \xi \leq 1$ ve $-1 \leq \eta \leq 1$ olmak üzere

$$u(\xi, \eta) = c_1 + c_2 \xi + c_3 \eta + c_4 \xi \eta \quad (5.12a)$$

$$v(\xi, \eta) = c_5 + c_6 \xi + c_7 \eta + c_8 \xi \eta \quad (5.12b)$$

yazılabilir. Bu yerdeğiştirme fonksiyonları şekil fonksiyonları ve düğüm noktası yerdeğiştirmelerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$u(\xi, \eta) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \quad (5.13a)$$

$$v(\xi, \eta) = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \quad (5.13b)$$

Şekil fonksiyonları aşağıdaki denklemlerle verilebilir.

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \quad N_2 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad (5.14a,b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad N_4 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \quad (5.14c,d)$$

Aynı şekil fonksiyonu formüllerini kullanarak, eleman üzerinde verilen bir P(x,y) noktasının (x,y) koordinatları, düğüm noktası koordinatlarına bağlı olarak yazılabilir:

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 \quad (5.15a)$$

$$y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 \quad (5.15b)$$

Geometri ve yerdeğiştirmeler aynı şekil fonksiyonları kullanarak yazıldığı için eleman izoparametrik olarak adlandırılır. (x,y) koordinat sistemindeki eleman gerçek eleman geometrisini ifade ettiğı için, şekil değıştirmelerin hesabında yerdeğıştirme fonksiyonlarının x ve y'ye göre kısmi türevlerin alınması gerekir. Ancak yerdeğıştirme bileşenleri yerel koordinatların (ξ,η) fonksiyonudurlar. Bu iki koordinat sisteminde yerdeğıştirme fonksiyonlarının türevleri arasındaki ilişki Jacobian matrisi [J] ile kurulabilir.

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (5.16 a, b)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Bu sayede yerdeğıştirme fonksiyonları (ξ ,η) koordinatlardaki şekil fonksiyonlarından ve düğüm noktası koordinatlarından (x,y) koordinatlarına

dönüştürülebilir. Yukarıdaki denklemlerden faydalananak [B] şekil-yerdeğiştirme matrisi oluşturulabilir.

Eleman rijitlik matrisini hesaplamak için eleman üzerinde integral almak gerekir. İntegral içindeki fonksiyonlar ξ ve η 'nın fonksiyonları olduğuna göre diferansiyel alanı koordinat dönüşümü yapılarak

$$dx dy = \det[J] d\xi d\eta \quad (5.19)$$

şeklinde yazılabilir. Düzenlemeler sonucunda elde edilen eleman rijitlik matrisi

$$[k] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] t \det[J] d\xi d\eta \quad (5.20)$$

olarak belirir. Burada t eleman kalınlığıdır. [B] matrisi elemanları ve Jacobian matrisinin determinantı ξ ve η 'nın fonksiyonudur. Bu integrasyonu gerçekleştirmek için sayısal integrasyon yöntemi kullanılır.

Bir çok sayısal integrasyon yöntemi vardır. Sonlu elemanlar yönteminde en çok kullanılan Gauss sayısal integrasyon yöntemidir. ξ ve η koordinatlarının değişim aralığı ile Gauss sayısal integrasyon aralığı -1 ile $+1$ arasında değişir.

İki katlı sayısal ifadenin integrasyonu

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (5.21)$$

$$I \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_i w_j F(\xi_i, \eta_j) \quad (5.22)$$

olarak yazılabilir. Burada w_i i'inci Gauss noktasının ağırlık çarpanını ve ξ_i η_i ise i'inci Gauss noktasının koordinatlarını gösterir. n ve m her iki doğrultudaki sayısal integrasyon noktaları sayısını gösterir. Bu çalışmada gerilme ve şekil değiştirme alanında uyuşumu sağlamak için 2×2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır.

Sayısal integrasyon yapılarak [k] eleman rijitlik matrisi oluşturulur. Her bir eleman için hesaplanan eleman rijitlik matrisi, [K] sistem rijitlik matrisine uygun şekilde

yerleştirilir. Herhangi bir düğüm noktasına çeşitli elemanlardan gelen düğüm noktası kuvvetlerinin, söz konusu düğüm noktasında bulunan dış yüklerin dengesinde bütün sistem için,

$$[K] \{U\} = \{R\} \quad (5.23)$$

ifadesi elde edilir. Burada $[K]$ sistem rijitlik matrisini, $\{U\}$ sistemdeki düğüm noktası yerdeğiştirme vektörünü ve $\{R\}$ düğüm noktalarına etkiyen dış yük vektörünü göstermektedir. Elde edilen Denklem 5.23, problemin sınır koşullarını da içerecek şekilde düzenlenirse doğrusal cebirsel bir denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminin çözülmesi ile bilinmeyen olarak alınan düğüm noktası yerdeğiştirmeleri ve bulunan bu değerler Denklem 5.2 ve 5.3 kullanılarak herhangi bir elemandaki şekil değiştirme ve gerilmeler her bir Gauss noktasında hesaplanır.

5.2. Doğrusal Olmayan Problemlere Uygulama

Yapının ya da yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışı, genellikle, malzeme ve geometrik bakımdan olmak üzere ikiye ayrılarak incelenir. Geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranış incelendiğinde, yerdeğiştirmelerin önem kazanması sebebiyle denge denklemlerinin cismin şekil değiştirmiş durumu üzerinde yazılması gerekir. Narin kolonlar, ince plaklar gibi yapı elemanlarının stabilite problemleri örnek olarak verilebilir. Çözüm için en basit yöntem problemin iterasyonla çözülmesidir. Bazı durumlarda şekil değiştiren sisteme bir başlangıç konumu verilerek, iterasyonun hızlanması sağlanabilir. Malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış; genel olarak betonarme yapı ve elemanların hepsinde görülür. Malzeme davranışını temsil eden gerilme şekil değiştirme bağıntılarının doğrusal olmaması, betonun çatlaması, yükleme şekli gibi sebeplerle ortaya çıkar.

Malzeme bakımından doğrusal olmayan çözümlemede, gerilme ve şekil değiştirme vektörleri arasında doğrusal bir ilişki olmadığından, şekil değiştirmelerle düğüm noktası yerdeğiştirme vektörleri arasında da doğrusal bir ilişki yoktur. Bu durumda, doğrusal elastik malzeme kabulü ile elde edilen Denklem 5.23 bağıntısındaki rijitlik matrisi şekil değiştirmelere ve yüklemelere bağlı olarak belirir:

$$\psi(\{U\}) = [K] \{U\} - \{R\} \quad (5.24a)$$

$$\psi(\{U\}) = \{F(\{U\})\} - \{R\} \quad (5.24b)$$

Denklem 5.24’de verilen $[K]$ sistem rijitlik matrisi ve $\{F\}$ iç kuvvet vektörü yük yerdeğiştirme ilişkisinin bir fonksiyonudur. Bu ifadeyle düğüm noktalarında iç kuvvetlerle dış yükler arasında denge sağlanır. Çözüm ancak kabul edilebilir yakınsama sağlanıncaya kadar yapılacak iterasyonla elde edilir. Bu çalışmada artımlı çözümleme kullanılmıştır.

5.2.1. Doğrusal olmayan denklemler için artımlı çözümleme

Artımlı çözümlemede, belirli bir yük adımında $\{R\}$ dış yük vektörü o adıma kadar $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımlarının toplamı olarak ifade edilebilir. Hesap yapılan $(m+1)$ ’inci adımda dış yük vektörü, m ’inci adımdaki dış yük vektörünün bu adımdaki $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektöründen

$$^{m+1}\{R\} = ^m\{R\} + \{\Delta R_e\} \quad (5.25)$$

şeklinde elde edilir. Bir önceki m ’inci adım sonunda $\{U\}$ yerdeğiştirme, global eksende tanımlı $\{\sigma'\}$ gerilme ve $\{\varepsilon\}$ şekil değiştirme vektörlerinin bulunduğu kabul edilirse, $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektörü uygulandığında $(m+1)$ ’inci adım sonunda toplam yerdeğiştirme, gerilme ve şekil değiştirme vektörleri sırasıyla

$$^{m+1}\{U\} = ^m\{U\} + \{\Delta U\} \quad (5.26)$$

$$^{m+1}\{\sigma'\} = ^m\{\sigma'\} + \{\Delta \sigma'\} \quad (5.27)$$

$$^{m+1}\{\varepsilon\} = ^m\{\varepsilon\} + \{\Delta \varepsilon\} \quad (5.28)$$

şeklinde hesaplanır. Ancak Denklem 5.26-28’in kullanılabilmesi için $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme, elemanlarda $\{\Delta \sigma'\}$ gerilme, $\{\Delta \varepsilon\}$ şekil değiştirme artımı vektörlerinin belirlenmiş olması gerekir. Bununla birlikte $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektörü biliniyorsa elemanlarda $\{\Delta \varepsilon\}$ şekil değiştirme artımı vektörleri doğrudan bulunabilir. Bu nedenle $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektörüne karşı gelen artımlı çözümleme, uygun, $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme vektörü ve tüm elemanlarda $\{\Delta \sigma'\}$ gerilme artımı vektörünün

belirlenmesi olarak iki safhaya ayrılabilir. Burada önce $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme vektörünün belirlenmesi, elemanlarda $\{\Delta \sigma'\}$ gerilme artımı belirleme safhasına girilmeden toplu olarak verilmiştir. Daha sonra beton, yayılı donatı ve ayrı donatı elemanlar için $\{\Delta \sigma'\}$ gerilme artımı ya da $\{\sigma'\}$ toplam gerilme vektörünün belirlenmesi ayrıntılı olarak ayrıca verilmiştir.

5.2.2. Artımlı çözümlemede hesap adımları ve iterasyon yöntemi

Hesap yapılan $(m+1)$ 'inci adımda verilen bir $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektörü için

$$\psi^{(m+1)}\{U\} = {}^{m+1}\{F^{(m+1)}\{U\}\} - {}^{m+1}\{R\} \quad (5.30)$$

ifadesini sağlayan uygun $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektörü aranmaktadır. Denklem 5.30 $(m+1)$ 'inci adımda iç kuvvetlerle dış kuvvetlerin dengesini ifaden doğrusal olmayan bir denklemdir. Bu denklemin çözülebilmesi ve uygun $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektörünün bulunabilmesi için bir iterasyon yöntemi kullanmak gerekir. Çeşitli iterasyon yöntemleri sonlu eleman hesaplamalarında kullanılmaktadır. Newton-Rapson, Değiştirilmiş Newton-Rapson ve Quasi-Newton metodu yaygın olarak kullanılan iterasyon yöntemleridir. Newton-Rapson yönteminde bir yük artımı için çözüm aranırken, her iterasyon adımında bir önceki iterasyon adımında elde edilen sistem rijitlik matrisi kullanılır. Değiştirilmiş Newton-Rapson yönteminde ise sadece her yük adımı sonunda sistem rijitlik matrisi yeniden oluşturulur. Newton Rapson yönteminin sayısal işlem hacmi fazla, sonuca yaklaşımı hızlıdır. Değiştirilmiş Newton Rapson yönteminin sayısal işlem hacmi az, sonuca yaklaşımı yavaştır. Quasi-Newton metodu ise ikisi arasında bir yer alır.

Bu tez çalışmasında Değiştirilmiş Newton-Rapson iterasyon yöntemi kullanılmıştır. Artımlı çözümlemede m 'inci (bir önceki) yük artımı adımı sonunda $[K]$ sistem rijitlik matrisi, $\{U\}$ toplam yerdeğiştirme vektörü, $\{R\}$ toplam dış yük vektörü, elemanlarda $\{\sigma'\}$ toplam gerilme ve $\{\varepsilon\}$ şekil değiştirme vektörlerinin bilindiği kabul edilerek, $(m+1)$ 'inci adımda verilen $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektörü için çözüm aranmaktadır. İlk iterasyon adımında $\{\Delta R\}$ yük artımı vektörü, $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı vektörüne eşittir. Diğer iterasyon adımlarında $\{\Delta R\}$ yük artımı vektörü, $\{\Delta R_e\}$ dış yük artımı

vektörü ile bir önceki iterasyon adımında elde edilen $\{\Delta R_r\}$ dengelenmemiş kuvvet artımı vektörünün toplamından elde edilir:

$$^{m+1}\{\Delta R\}^{(i)} = ^{m+1}\{\Delta R_e\} + ^{m+1}\{\Delta R_r\}^{(i-1)} \quad (5.31a)$$

$$^{m+1}\{\Delta R_r\}^{(i-1)} = ^{m+1}\{R\} - ^{m+1}\{F\}^{(i-1)} \text{ ve } ^{m+1}\{\Delta R_r\}^{(0)} = \{0\} \quad (5.31b)$$

Her bir iterasyon adımında belirlenen yük artımı için, bir önceki adımda belirlenen sistem rijitlik matrisi kullanılarak, $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektörü hesaplanır:

$$^m[K]\{\Delta U\}^{(i)} = ^{m+1}\{\Delta R\}^{(i)} \quad (5.32)$$

Her bir iterasyon adımında hesaplanan $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektöründen, beton, yayılı ve ayırık donatı elemanlar için ayrı ayrı $\{\Delta d\}$ eleman düğüm noktası yerdeğiştirme artımı vektörü elde edilir. Beton ve yayılı donatı elemanlar için eleman şekil-yerdeğiştirme matrisi ile eleman yerdeğiştirme artımı vektöründen, global eksenlerde, eleman şekil değiştirme artımı vektörü hesaplanır (5.33a). Ayırık donatı elemanlarda çubuk elemanın düğüm noktalarında bilinen yerdeğiştirme artımlarından ΔL çubuk uzama miktarı hesaplanır. Hesaplanan çubuk uzama miktarı çubuk boyuna bölünerek çubuk eksen boyunca şekil değiştirme artımı hesaplanır (5.33b):

$$\{\Delta \epsilon\}^{(i)} = [B]\{\Delta d\}^{(i)} \quad (5.33a)$$

$$\Delta \epsilon^{(i)} = \frac{\Delta L^{(i)}}{L} \quad (5.33b)$$

İterasyon adımında, beton, yayılı ve ayırık donatı elemanlar için bir önceki adımdaki eleman toplam şekil değiştirme vektörü ile şekil değiştirme artımı vektörü toplanarak toplam şekil değiştirme vektörü elde edilir (Beton ve yayılı donatı eleman için Denklem 5.34a, ayırık donatı eleman için Denklem 5.34b):

$$^{m+1}\{\epsilon\}^{(i)} = ^m\{\epsilon\} + \{\Delta \epsilon\}^{(i)} \quad (5.34a)$$

$$^{m+1}\epsilon^{(i)} = ^m\epsilon + \Delta \epsilon^{(i)} \quad (5.34b)$$

İterasyon adımında, elemanlardaki toplam şekil değiştirme durumu belirlendikten sonra elemanlarda bu şekil değiştirme durumuna karşı gelen ve önceden tanımlı

gerilme şekil değiştirme eğrileri üzerinde gerilmelerin saptanması gerekir. Bu işlem beton, yayılı ve ayrık donatı elemanlarında farklı hesap adımları ile gerçekleştirilir. Beton, yayılı ve ayrık donatı elemanlar için $\{\Delta\sigma'\}$, global ekseninde tanımlı, gerilme artımı ya da $\{\sigma'\}$ toplam gerilme vektörünün belirlenmesi daha sonra ayrıca verilmiştir:

$$^{m+1}\{\sigma'\}^{(i)} = ^m\{\sigma'\} + \{\Delta\sigma'\}^{(i)} \quad (5.35)$$

İterasyon adımında, eleman, global ekseninde tanımlı, $\{\sigma'\}$ toplam gerilme vektörü belirlendiği kabul edilirse beton ve yayılı donatı elemanda düğüm noktalarında sanal iç kuvvet vektörü

$$^{m+1}\{f_e\}^{(i)} = \int_V [B]^T \ ^{m+1}\{\sigma'\}^{(i)} dV \quad (5.36)$$

şeklinde hesaplanır. Ayrık donatıyı temsil eden çubuk elemanda ise belirlenen toplam gerilmeden çubuk eksenel kuvveti ve çubuk eksenel kuvvetinden de düğüm noktalarında sanal iç kuvvet vektörü belirlenir. Bütün $\{f_e\}$ eleman iç kuvvet vektörlerinin uygun şekilde toplanmasından her bir iterasyon adımında $\{F\}$ iç kuvvet vektörü elde edilir:

$$^{m+1}\{F\}^{(i)} = \sum_n ^{m+1}\{f_e\}^{(i)}_n \quad (5.37)$$

İterasyon adımında hesaplanan yerdeğiştirme artımı vektörü ile bir önceki yük artımı adımı sonundaki toplam yerdeğiştirme vektörü toplanarak iterasyon adımında toplam yerdeğiştirme vektörü belirlenir:

$$^{m+1}\{U\}^{(i)} = ^m\{U\} + \{\Delta U\}^{(i)} \quad (5.38)$$

İterasyon adımı sonunda önceden tanımlı yaklaşım kriteri koşulunun sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Yaklaşım kriteri koşulu iki tanedir. Bir tanesi alt sınırı belirleyen kabul edilebilir hata sınırı, diğeri de üst sınırı belirleyen, yeterli yaklaşım sağlanmadığında adıma son vermek için kullanılan, maksimum iterasyon sayısıdır.

Yaklaşım kriteri koşulu sağlanmadığında bu iterasyon adımında hesaplanan iç kuvvet vektörü bir önceki iterasyon adımında hesaplanan iç kuvvet vektörüne dönüştürülür:

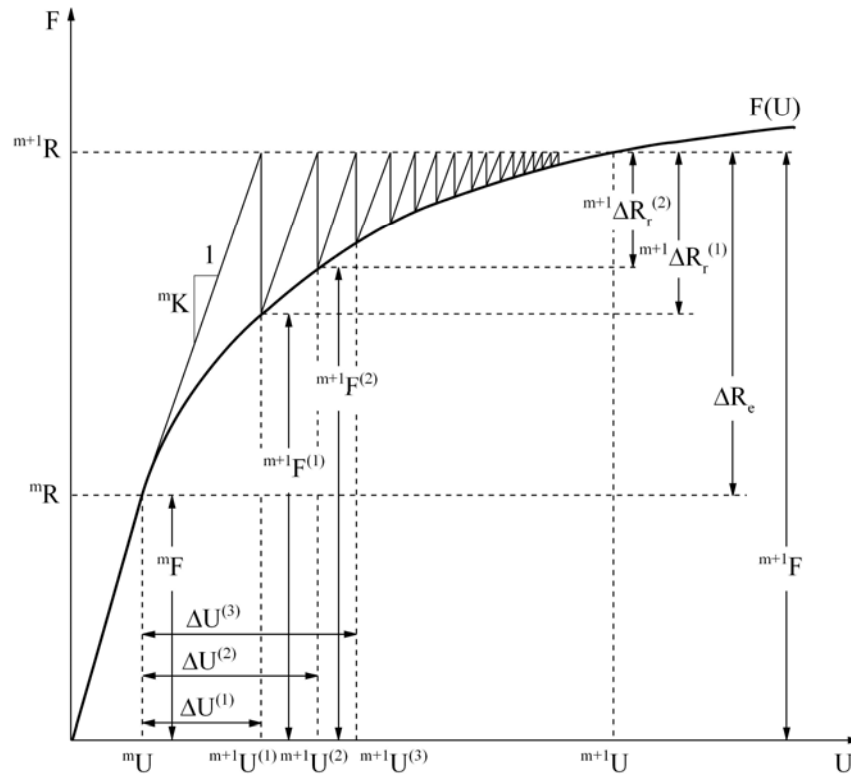
$${}^{m+1}\{F\}^{(i-1)} = {}^{m+1}\{F\}^{(i)} \quad (5.39)$$

Ardından Denklem 5.31 ile yeniden belirlenen $\{\Delta R\}$ yük artımı vektörü ile iterasyon işlemine devam edilir. Eğer n'inci iterasyon adımında yaklaşım kriteri koşulu sağlanırsa aşağıdaki değişiklikler yapılarak bir sonraki yük artımı adımına geçilir:

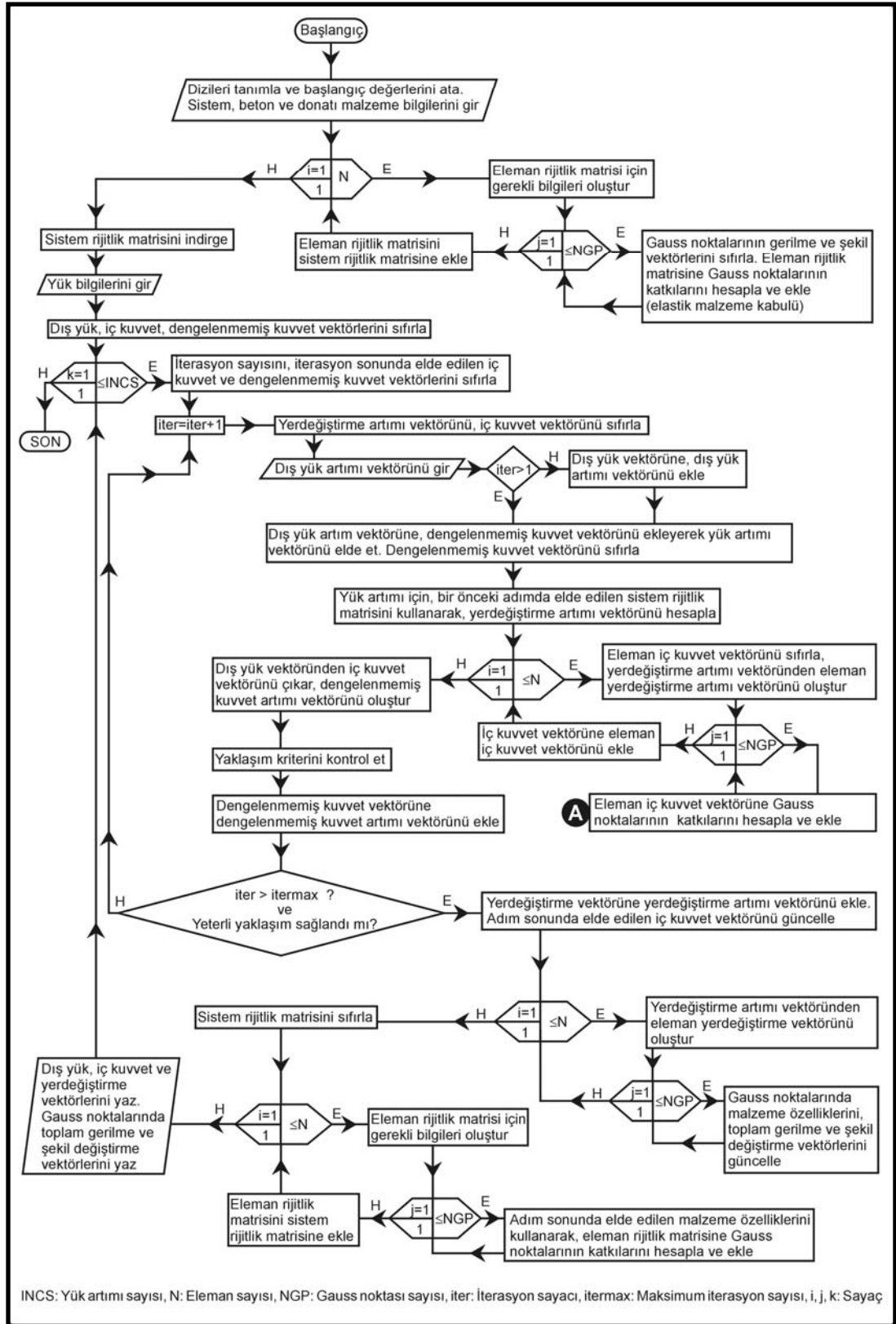
$${}^m\{R\} = {}^{m+1}\{R\}, \quad {}^m\{F\} = {}^{m+1}\{F\}^{(n)}, \quad {}^m\{U\} = {}^{m+1}\{U\}^{(n)} \quad (5.40a)$$

$${}^m\{\varepsilon\} = {}^{m+1}\{\varepsilon\}^{(n)}, \quad {}^m\{\sigma'\} = {}^{m+1}\{\sigma'\}^{(n)} \quad (5.40b)$$

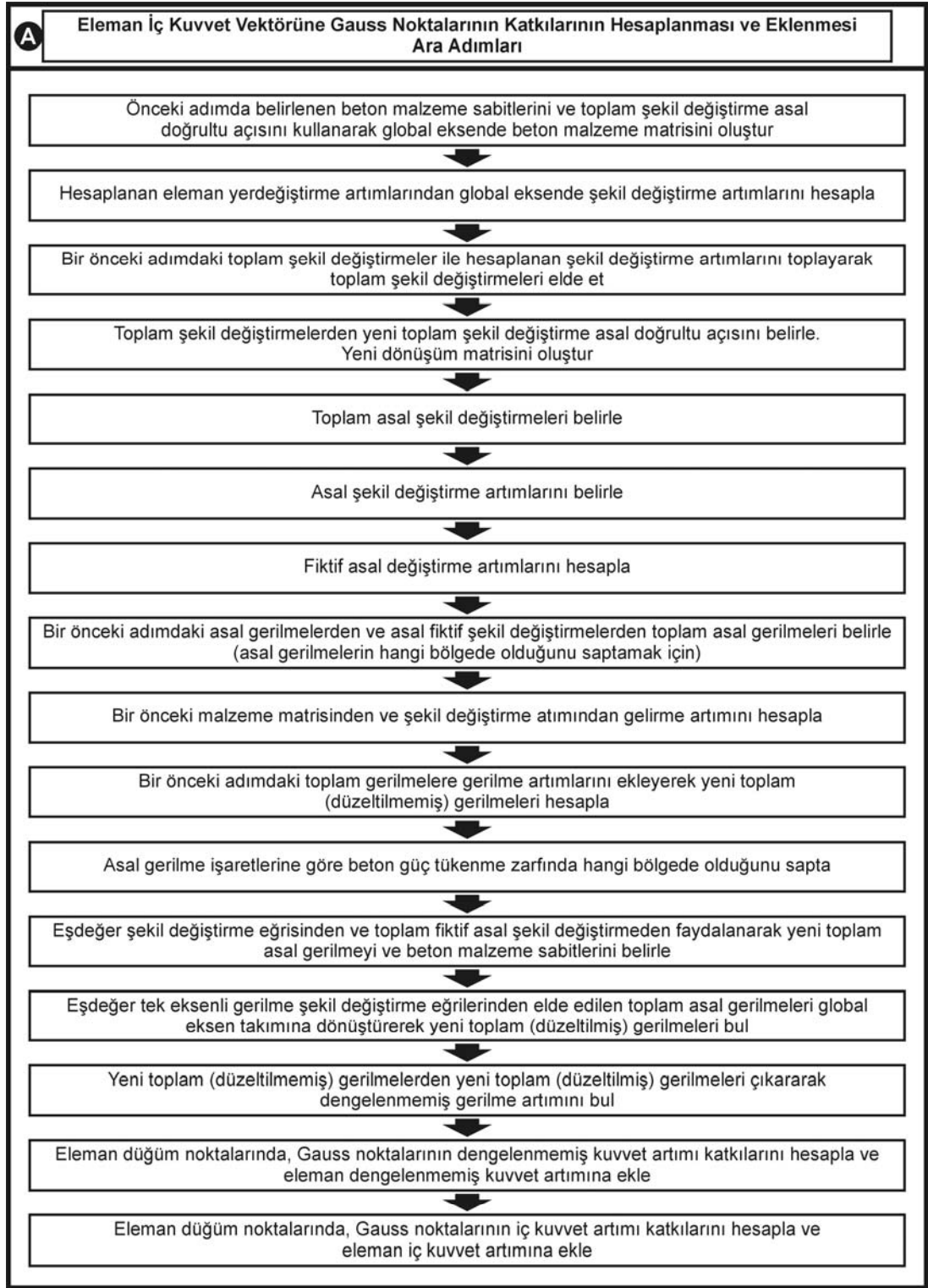
Burada verilen Değiştirilmiş Newton Rapon iterasyon yönteminin tek serbestlik dereceli doğrusal olmayan bir sisteme uygulanması Şekil 5.3 de verilmiştir. Ayrıca Şekil 5.4 ve 5.5'de geliştirilen sonlu eleman hesap modeli ve hazırlanan bilgisayar programı akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 5.3: Değiştirilmiş Newton Rapon iterasyon yöntemi



Şekil 5.4: Sonlu eleman hesap modeli için bilgisayar programı akış diyagramı



Şekil 5.5: Beton eleman için akış diyagramında verilen A bölümü ara adımları

5.2.3. Artımlı çözümlemede elemanlarda oluşan gerilmelerin belirlenmesi

Artımlı çözümlenin safhalarından biri olan ve daha önce nasıl belirlendiği anlatılmadan geçilen beton, yayılı ve ayırık donatı elemanlar için $\{\Delta\sigma'\}$, global ekseninde tanımlı, gerilme artımı ya da $\{\sigma'\}$ toplam gerilme vektörünün belirlenme safhası burada her bir eleman türü için ayrı ayrı verilmiştir:

Beton elemanda, global ekseninde tanımlı, bilinen toplam şekil değiştirme vektöründen toplam gerilme vektörünün elde edilmesi:

Her bir iterasyon adımında, iterasyon adımında belirlenen toplam şekil değiştirmelerden yeni toplam asal şekil değiştirme doğrultu açısı ($^{m+1}\theta_\varepsilon^i$) hesaplanır:

$$\tan 2\theta_\varepsilon = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (5.41)$$

Hesaplanan toplam asal şekil değiştirme doğrultu açısına göre şekil değiştirme eksen dönüştürme matrisi belirlenir:

$$^{m+1}[T_\varepsilon]^{(i)} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & (c^2 - s^2) \end{bmatrix}, \quad (c=\cos\theta_\varepsilon \text{ ve } s=\sin\theta_\varepsilon) \quad (5.42)$$

Belirlenen eksen dönüştürme matrisini kullanarak global eksenlerdeki toplam şekil değiştirme vektöründen asal şekil değiştirme vektörü belirlenir:

$$^{m+1}\{\varepsilon\}_{Asal}^i = ^{m+1}[T_\varepsilon]^{(i)} \ ^{m+1}\{\varepsilon\}_{GL}^i \quad (5.43)$$

Bir önceki yük artımı adımı sonunda hesaplanan toplam asal şekil değiştirme vektöründen bu adımda hesaplanan toplam asal şekil değiştirme vektörü çıkarılarak yaklaşık olarak asal şekil değiştirme artımı vektörü bulunur:

$$^{m+1}\{\Delta\varepsilon\}_{Asal}^i = ^{m+1}\{\varepsilon\}_{Asal}^i - ^m\{\varepsilon\}_{Asal} \quad (5.44)$$

Denklem 5.38'in yaklaşık olmasının sebebi bir önceki yük artımı adımındaki asal şekil değiştirme doğrultuları ile bu iterasyon adımındaki asal şekil değiştirme doğrultularının teorik olarak çakışmamasıdır. Çünkü her yük artımı ve iterasyon

adımında toplam asal şekil değiştirme doğrultu açısı değişmektedir. Ancak asal şekil değiştirme artımının ve toplam asal şekil değiştirme doğrultu açısındaki değişimin küçük olduğu düşüncesiyle Denklem 5.38 kabul edilebilir. Bununla birlikte asal şekil değiştirme artımından, bir önceki adımda belirlenen Poisson oranları ile eşdeğer tek eksenli asal şekil değiştirme artımı hesaplanır:

$${}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\Delta\epsilon_{1f} \\ \Delta\epsilon_{2f}\end{matrix}\right\}^i = \frac{1}{1-\nu_1\nu_2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_1 \\ \nu_2 & 1 \end{bmatrix} {}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2\end{matrix}\right\}^i \quad (5.45)$$

Bir önceki yük artımı adımı sonunda hesaplanan eşdeğer tek eksenli asal şekildeğişirmelerle artımları toplanarak eşdeğer tek eksenli asal şekil değiştirmeler elde edilir:

$${}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\epsilon_{1f} \\ \epsilon_{2f}\end{matrix}\right\}^i = {}^m\left\{\begin{matrix}\epsilon_{1f} \\ \epsilon_{2f}\end{matrix}\right\} + {}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\Delta\epsilon_{1f} \\ \Delta\epsilon_{2f}\end{matrix}\right\}^i \quad (5.46)$$

Bir önceki yük artımı adımı sonunda hesaplanan toplam asal gerilmeler, asal şekil değiştirme doğrultularında hesaplanan beton elastisite modülleri (E_1 , E_2) ve bu iterasyon adımında hesaplanan eşdeğer tek eksenli asal şekil değiştirme artımları ile toplam asal gerilmeler belirlenir:

$${}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\sigma_1 \\ \sigma_2\end{matrix}\right\}^i = {}^m\left\{\begin{matrix}\sigma_1 \\ \sigma_2\end{matrix}\right\} + \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{bmatrix} {}^{m+1}\left\{\begin{matrix}\Delta\epsilon_{1f} \\ \Delta\epsilon_{2f}\end{matrix}\right\}^i \quad (5.47)$$

Denklem 5.40 ile hesaplanan toplam asal gerilmeler gerçek gerilme durumunu göstermez. Bu gerilmeler daha sonra düzeltililecektir. Bu aşamada (σ_1, σ_2) asal gerilme çifti yaklaşık olarak betonun iki eksenli dayanım güç tükenme zarfındaki yerini belirlemek için kullanılır. Ayrıca bu asal gerilme çifti (σ_1, σ_2) betonun iki eksenli dayanım güç tükenme zarfındaki gerçek yerine yeterince yaklaşıncaya kadar iterasyona devam edilir.

Her bir iterasyon adımında beton için eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme eğrilerinin belirlenmesi ve bu eğrilerden toplam beton asal gerilmelerin hesabı:

Önce hesaplanan toplam asal gerilme çiftinin (σ_1, σ_2) işaretlerine bakarak betonun iki eksenli dayanım güç tükenme zarfında hangi bölgede olduğu saptanır:

Beton basınç-basınç bölgesinde hesap ($\sigma_2 < 0$ ve $\sigma_1 < 0$):

Asal gerilme oranları belirlenir:

$$\alpha = \frac{|\sigma_1|}{|\sigma_2|} \quad (|\sigma_2| \geq |\sigma_1|) \quad (5.48)$$

Asal gerilme oranlarına bağlı olarak değişen, tanımlı eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme eğrisi ve eğriyi tanımlayan maksimum gerilme ve karşı gelen şekil değiştirmeler belirlenir:

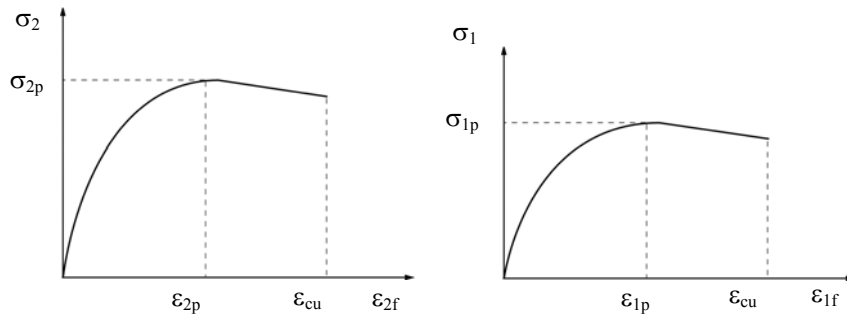
$$\sigma_{2p} = \frac{1 + 3.65\alpha}{(1 + \alpha)^2} f_c \quad (5.49a)$$

$$\varepsilon_{2p} = \varepsilon_{co} \left(3 \frac{\sigma_{2p}}{f_c} - 2 \right) \quad (5.49b)$$

$$\sigma_{1p} = \alpha \sigma_{2p} \quad (5.50a)$$

$$\varepsilon_{1p} = \varepsilon_{co} \left(-1.6 \left(\frac{\sigma_{1p}}{f_c} \right)^3 + 2.25 \left(\frac{\sigma_{1p}}{f_c} \right)^2 + 0.35 \left(\frac{\sigma_{1p}}{f_c} \right) \right) \quad (5.50b)$$

Denklem 5.42 ve 2.18 ile 2 asal eksenli doğrultusunda, Denklem 5.43 ve 2.18 ile 1 asal eksenli doğrultusunda gerilme şekil değiştirme eğrileri elde edilmiş olur.



Şekil 5.6: Beton basınç-basınç bölgesinde eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrileri

Her bir asal doğrultu için ayrı ayrı elde edilen eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme eğrisinden karşı gelen toplam eşdeğer tek eksenli asal şekil değiştirme ile (σ'_1 , σ'_2) toplam asal gerilmeler ve adım sonunda gerekli olan malzeme sabitleri (E_1 ,

E_2, v_1, v_2) belirlenebilir (Şekil 5.6). Eğer eşdeğer tek eksenli asal şekil değiştirme betonun ezilmesini tanımlayan şekil değiştirmeyi aşarsa betonun ezildiği kabul edilip, herhangi bir doğrultuda beton elemanın yük taşımadığı kabul edilir.

Beton çekme-basınç bölgesinde hesap ($\sigma_2 < 0$ ve $\sigma_1 > 0$):

Asal gerilme oranları belirlenir:

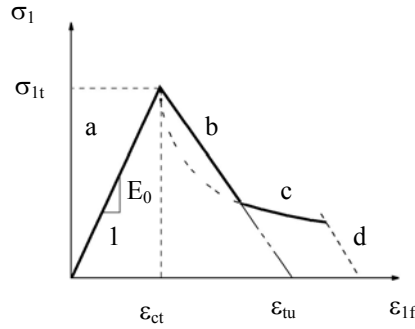
$$\alpha = \frac{|\sigma_1|}{|\sigma_2|} \quad (5.51)$$

Asal gerilme oranlarına bağlı olarak 1 asal eksenli doğrultusunda çekme gerilme şekil değiştirme eğrisini tanımlayan maksimum çekme gerilmesi ve karşı gelen şekil değiştirme belirlenir:

$$\sigma_{1t} = f_{ct} \left(1 - \frac{0.8f_{ct}}{f_c \alpha + 0.8f_{ct}} \right) \quad \alpha \geq 0.2f_{ct}/f_c \quad (5.52a)$$

$$\sigma_{1t} = \alpha f_c \quad \alpha \leq 0.2f_{ct}/f_c \quad (5.52b)$$

$$\varepsilon_{1ct} = \frac{\sigma_{1t}}{E_0} \quad (5.52c)$$



Şekil 5.7: Betonun çekme-basınç bölgesinde eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Şekil 5.7’de verilen beton eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme eğrisini belirlemek için eğrideki her bir kolun (a,b,c,d) belirlenmesi gerekir. a kolu çatlamamış betonun davranışını, b kolu çatlamış betonun yumuşamasını, c kolu betonun çekme rijitliğini ve d kolu da betonda oluşan çekme gerilmesinin donatılara aktarılabilmesini ifade eder. Her bir kol aşağıdaki bağıntıları kullanarak belirlenir:

$$\sigma_1^a = E_0 \varepsilon_{1f} \quad \varepsilon_{1f} \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.53a)$$

$$\sigma_1^b = \sigma_{1t} \left[1 - \frac{(\varepsilon_{1f} - \varepsilon_{ct})}{(\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{ct})} \right] \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \quad (5.53b)$$

$$\sigma_1^c = \frac{\sigma_{1t}}{1 + \sqrt{c_t} \varepsilon_{1f}} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \quad (5.53c)$$

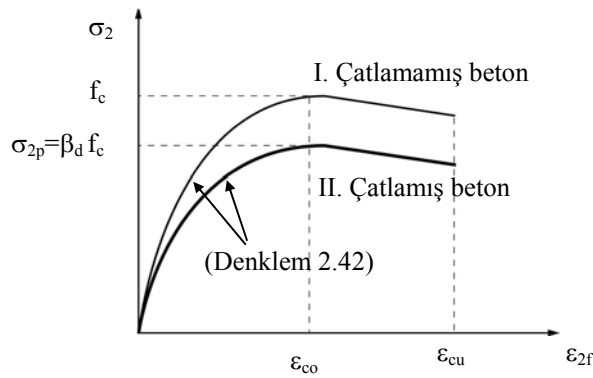
$$\sigma_1^d = \sum_i^n \rho_i (f_{yi} - \sigma_{si}) \cos^2 \theta_{ni} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \quad (5.53d)$$

Beton eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme eğrisi ile, ε_{1f} eşdeğer tek eksenli fiktif çekme şekil değiştirmesine karşı gelen σ'_1 asal çekme gerilmesi aşağıdaki koşulları sağlayacak şekilde belirlenir:

$$\sigma'_1 = \sigma_1^a \quad \varepsilon_{1f} \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.54a)$$

$$\sigma'_1 = \text{maksimum} (\sigma_1^b, \sigma_1^c) \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \quad \text{ve} \quad \text{maksimum} (\sigma_1^b, \sigma_1^c) \leq \sigma_1^d \quad (5.54b)$$

$$\sigma'_1 = 0.0 \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{1f} \quad \text{ve} \quad \text{maksimum} (\sigma_1^b, \sigma_1^c) > \sigma_1^d \quad (5.54c)$$



Şekil 5.8: Çatlamış ve çatlamamış beton basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Asal gerilme oranlarından bağımsız olarak, 2 asal eksenli doğrultusunda beton eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrisi çatlamış ve çatlamamış beton için ayrı ayrı belirlenir (Şekil 5.8).

Çatlamamış beton durumunda, eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrisinin diğer doğrultudaki gerilme ve şekil değiştirmelerden etkilenmediği kabul edilir. Eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrisi sadece standart silindir basınç dayanımı deneylerinden elde edilen f_c beton basınç dayanımı ve karşı gelen ε_{co} şekil değiştirme ile Denklem 2.42'den belirlenir. Çatlamış betonun basınç gerilme şekil değiştirme eğrisini tanımlarken, aşağıda belirtilen iki farklı beton basınç yumuşama modeli kullanılmıştır:

Birinci modelde, betonun bir doğrultuda çatlamasının ardından, çatlağa dik doğrultuda artan yanal çekme şekil değiştirmelerine bağlı olarak beton basınç dayanımındaki azalmayı belirleyen β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı kullanılır:

$$\beta_d = 1 \quad \varepsilon_{1f} \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.55a)$$

$$\beta_d = \frac{1}{1 + 0.27(-\varepsilon_{1f} / \varepsilon_{co} - 0.37)} \leq 1.0 \quad \varepsilon_{1f} > \varepsilon_{ct} \quad (5.55b)$$

İkinci modelde, çatlak oluşumu sırasında betonun sürekli hasar görmesi ve çatlağa dik doğrultuda artan yanal çekme gerilmelerine bağlı olarak beton basınç dayanımındaki azalmayı belirleyen β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı kullanılır:

$$\beta_d = 1 \quad (\sigma_{1t} \leq 0.80f_{ct}) \quad (5.56a)$$

$$\beta_d = \left[0.5 + 0.5 \frac{(f_{ct} - \sigma_{1t})}{0.20f_{ct}} \right] \quad (0.80f_{ct} \leq \sigma_{1t} \leq f_{ct}) \quad (5.56b)$$

Basınç dayanım azaltma katsayısı ile eşdeğer tek eksenli gerilme şekil değiştirme eğrisinde σ_{2p} maksimum asal gerilme ve karşı gelen ε_{2p} şekil değiştirme belirlenir:

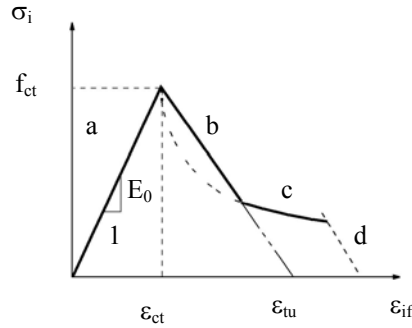
$$\sigma_{2p} = \beta_d f_c \quad (5.57)$$

$$\varepsilon_{2p} = \varepsilon_{co} \quad (5.58)$$

Beton eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme eğrisi bilindiğine göre, ε_{2f} eşdeğer tek eksenli basınç şekil değiştirmesine karşı gelen σ'_2 asal basınç gerilmesi ve adım sonunda gerekli olan malzeme sabitleri (E_1 , E_2 , ν_1 ν_2) belirlenebilir.

Beton çekme-çekme bölgesinde hesap ($\sigma_2 > 0$ ve $\sigma_1 > 0$):

Bu bölgede çekme-basınç bölgesinde kullanılan eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisine benzer gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulur (Şekil 5.9). Her bir doğrultu için ayrı ilişki kurulur. Asal gerilme oranlarından bağımsız olarak her bir doğrultuda maksimum çekme gerilmesi, f_{ct} betonun tek eksenli beton çekme dayanımına eşittir. Ayrıca beton çatlama şekil değiştirmesine ulaşana kadar izotrop doğrusal elastik malzeme kabulü yapılmış olur. Sayısal stabilite problemlerini azaltmak için çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinin azalan kolu çekme basınç bölgesinde açıklandığı şekliyle tanımlanmıştır.



Şekil 5.9: Betonun çekme-çekme bölgesinde eşdeğer tek eksenli çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Tüm beton gerilme bölgelerinde hesaplanan toplam asal gerilmeler (σ'_1, σ'_2) global eksenlere dönüştürülerek beton elemanda $\{\sigma'\}$ toplam gerilme vektörü belirlenir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 \\ s^2 & c^2 \\ sc & -sc \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \end{Bmatrix}, \quad (c=\cos\theta_\epsilon \text{ ve } s=\sin\theta_\epsilon) \quad (5.59)$$

Yayıllı donatı elemanda, global eksenle tanımlı, bilinen $\{\Delta\epsilon_s\}$ şekil değiştirme artımı vektöründen toplam gerilme vektörünün elde edilmesi:

Her yayıllı donatı katmanı için burada anlatılan hesaplar tekrarlanır. Her bir yayıllı donatı katmanının global eksenle yaptığı doğrultu açısı (α) bilinmektedir. Buna göre global eksenlerden yerel yayıllı donatı eksenlerine dönüştürme matrisi belirlenir:

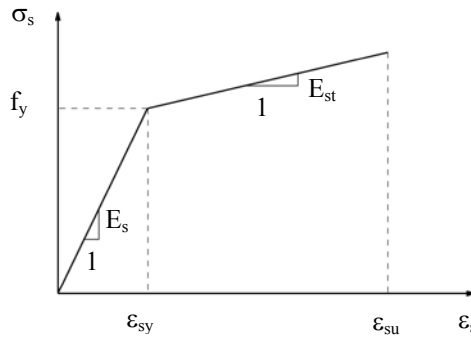
$${}^{m+1}[T_s]^{(i)} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \end{bmatrix}, \quad (c=\cos\alpha \text{ ve } s=\sin\alpha) \quad (5.60)$$

Eksen dönüştürme matrisini kullanarak global eksenlerdeki şekil değiştirme artımı vektöründen yerel eksenlerdeki şekil değiştirme artımı elde edilir:

$${}^{m+1}(\Delta \epsilon_s)_{LO}^i = {}^{m+1}[T_s]^i {}^{m+1}\{\Delta \epsilon_s\}_{GL}^i \quad (5.61)$$

Yayıllı donatıdaki yerel eksenlerdeki şekil değiştirme artımı ile bir önceki yük artımı adımı sonunda belirlenmiş olan toplam şekil değiştirme toplanarak bu iterasyon adımıdaki toplam şekil değiştirme hesaplanır:

$${}^{m+1}(\epsilon_s)_{LO}^{(i)} = {}^m(\epsilon_s)_{LO} + (\Delta \epsilon_s)_{LO}^{(i)} \quad (5.62)$$

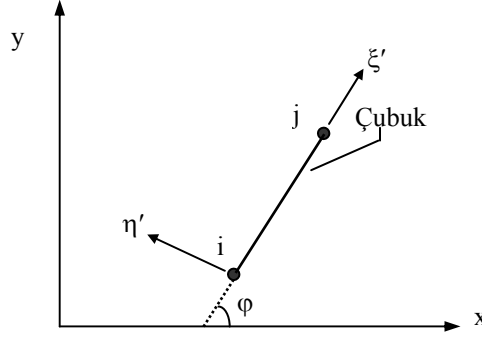


Şekil 5.10: Donatının çekme ve basınç etkisinde gerilme şekil değiştirme eğrisi

Yerel koordinatlarda hesaplanan toplam şekil değiştirme ve Şekil 5.10'da verilen gerilme şekil değiştirme eğrisini kullanarak yayıllı donatıdaki toplam gerilme belirlenir (σ_s'). Hesaplanan toplam gerilmenin yayıllı donatı oranı ile çarpılarak bir yayıllı donatı katmanındaki gerilme belirlenir ($\rho \sigma_s'$). Hesaplanan bu yayıllı donatı toplam gerilmesi global eksenlere dönüştürülmesi gerekir. Her bir yayıllı donatı katmanının global eksenle yaptığı doğrultu açısı (α) bilinmektedir. Böylece bir yayıllı donatı katmanındaki toplam gerilme vektörü elde edilir:

$${}^{m+1} \begin{Bmatrix} \sigma'_{sx} \\ \sigma'_{sy} \\ \tau'_{sxy} \end{Bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} c^2 \\ s^2 \\ sc \end{bmatrix} {}^{m+1}(\rho \sigma_s')^{(i)}, \quad (c=\cos\alpha, s=\sin\alpha) \quad (5.63)$$

Ayrık donatı elemanda, düğüm noktalarında ve global eksenle tanımlı $\{\Delta u\}$ yerdeğiştirme artımı vektöründen toplam gerilme vektörünün elde edilmesi:



Şekil 5.11: Ayrık donatı modelinde çubuk eleman eksen takımları ve aralarındaki açı

İterasyon adımında hesaplanan $\{\Delta U\}$ yerdeğiştirme artımı vektöründen elemanın düğüm noktalarında $\{\Delta u\}$ yerdeğiştirme artımı vektörü belirlenir. Global eksenlerde tanımlı yerdeğiştirme artımı vektörü yerel çubuk eksenlerine taşınır (Şekil 5.11):

$${}^{m+1} \begin{Bmatrix} \Delta u_{\xi i} \\ \Delta u_{\eta i} \\ \Delta u_{\xi j} \\ \Delta u_{\eta j} \end{Bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} {}^{m+1} \begin{Bmatrix} \Delta u_{x i} \\ \Delta u_{y i} \\ \Delta u_{x j} \\ \Delta u_{y j} \end{Bmatrix}^{(i)} \quad (5.64)$$

Yerel eksenlerde bulunan, çubuk eksenini doğrultusundaki, yerdeğiştirme artımları kullanarak çubuk eksenini doğrultusunda şekil değiştirme artımı hesaplanır:

$${}^{m+1} (\Delta \epsilon_s)_{LO}^{(i)} = \frac{{}^{m+1} (\Delta u_{\xi j} - \Delta u_{\xi i})^{(i)}}{L} \quad (5.65)$$

Bir önceki yük artımı adımında belirlenen toplam şekil değiştirme ile şekil değiştirme artımından iterasyon adımında oluşan toplam şekil değiştirme belirlenir:

$${}^{m+1} (\epsilon_s)_{LO}^{(i)} = {}^m (\epsilon_s)_{LO} + (\Delta \epsilon_s)_{LO}^{(i)} \quad (5.66)$$

Çubuk ekseninde hesaplanan toplam şekil değiştirme ve Şekil 5.10'da verilen gerilme şekil değiştirme eğrisini kullanarak ayrık donatıdaki toplam gerilme belirlenir (σ_s'). Çubuk ekseninde hesaplanan σ_s' toplam gerilme ile A_s donatı kesit alanından çubukda oluşan aksinel kuvvet bulunabilir. Aksinel kuvvet düğüm noktalarında tanımlı iç kuvvet vektörüne dönüştürülür (Şekil 5.11):

$$\begin{Bmatrix} \Delta f_{xi} \\ \Delta f_{yi} \\ \Delta f_{xj} \\ \Delta f_{yj} \end{Bmatrix} = A_s \sigma'_s \begin{Bmatrix} -c \\ -s \\ c \\ s \end{Bmatrix}, \quad (c=\cos\varphi, s=\sin\varphi) \quad (5.67)$$

5.2.4. İterasyon yönteminde kullanılan yaklaşım kriteri

İterasyonu bitirmek için kullanılan yaklaşım kriteri artımlı çözümlemenin önemli bir bölümüdür. Her iterasyon adımı sonunda elde edilen çözüm sonuçlarının belirlenmiş yaklaşım aralığı içinde kalıp kalmadığı kontrol edilir. Seçilen yaklaşım kriteri ve yaklaşım aralığı yapılan çözümlerde uygun sonuçlara ulaşılmasını etkilediği gibi aşırı katı bir kriter veya dar bir yaklaşım aralığı gereksiz yere işlem hacmini arttırabilir. Doğrusal olmayan çözümlerde çeşitli yaklaşım kriterleri kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemiyle doğrusal olmayan çözümlemede kullanılan yaklaşım kriterleri yerdeğiştirme, kuvvet ve enerji kriteri olarak üç guruba ayrılabilir. Bu tez çalışmasında bir yerdeğiştirme yaklaşım kriteri kullanılmıştır:

$$\omega = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n (\Delta d_j^i - \Delta d_j^{i-1})^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (d_j^i)^2}} \leq \omega_m \quad (5.68)$$

Denklem 5.68'de j'inci düğüm noktası serbestliğindeki Δd_j yerdeğiştirme artımı, d_j toplam yerdeğiştirme, i hesap yapılan adımı ve n tüm düğüm noktası serbestliklerinin sayısını gösterir. Her iterasyon adımında hesaplanan ω yaklaşım aralığı ω_m maksimum yaklaşım aralığından küçük olana kadar iterasyona devam edilir. Sayısal stabilite problemlerini azaltmak için yük artımları olabildiğince küçük seçilmiştir. Yaklaşık olarak taşıyabileceği yükün %1.0 gibi bir değer verilebilir. Seçilen maksimum yaklaşım aralığı çözülen probleme göre bir miktar değiştirilmiştir. Maksimum yaklaşım aralığı ortalama 0.003 gibi bir değer alınmıştır. Maksimum iterasyon sayısı da 30 alınmıştır.

6. UYGULAMALAR

6.1. Betonarme Paneller

Betonunun iki eksenli gerilme durumunda davranışı üzerine yapılan deneysel ve teorik çalışmalar beton davranışının modellenmesi için gerekli olan önemli bilgiler sağlamıştır. Bu bilgiler genel hatları ile betonun iki eksenli gerilme durumunda güç tükenme yüzeyi, iki eksenli gerilme şekil değiştirme ilişkisinin tanımlanması, sadece betonun çatlaması, çatlakların ilerleyişi, çatlama öncesi ve sonrası davranış, betonda çekme ve basınç yumuşaması şeklinde sıralanır. Bu bilgileri kullanarak beton davranışını temsil eden bir model oluşturulabilir. Benzer şekilde donatı davranışı üzerine elde edilen bilgilerden de donatı davranışını temsil eden bir model oluşturulabilir. Ancak ayrı ayrı beton ve donatı davranışını temsil eden modelleri kullanıp ve bunları birleştirip betonarme panelin davranışı tam olarak tanımlanamaz. İki farklı mekanik özelliklere sahip malzemeden oluşan betonarmeni davranışını tanımlamak için, iki ayrı malzeme davranış modelinin uygun şekilde birleştirilmesi gerekir. Ayrıca betonarme davranışını temsil etmek için, modellerde yeni tanımlamalar ve düzeltmeler gerekir. İki farklı malzemenin birleşmesi sonucu ortaya çıkan aderans olayı, donatısız betonun çatlaması ile donatılı betonun çatlamasının farklılığı, betonun çekme rijiliği gibi kavramların modelde tanımlanması gerekir. Bu sebeble betonarme paneller üzerinde bir çok araştırmacı tarafından deneysel ve teorik çalışmalar yapılmış ve yapılmaya da devam edilmektedir. Betonarme panelleri deneysel olarak incelemek için özel olarak hazırlanmış panel deney düzenekleri kullanılmaktadır. Örneğin Toronto ve Houston üniversitelerinde panel deney düzenekleri uzun zamandan beri kullanılmaktadır. Betonarme paneller üzerinde yapılan deneyleri içeren çalışmalardan bazıları Vecchio ve Collins (1982), Bhude ve Collins (1989), Hsu ve diğ. (1995) olarak verilebilir.

Toronto Üniversitesi'nde Vecchio ve Collins (1982) tarafından, betonarme panel elemanların davranışını temsil eden bir hesap modeli geliştirmek için yürütülen geniş kapsamlı bir araştırma programı içinde, test edilen paneller arasından seçilen 13 panel kullanılarak, bu tez çalışmasında geliştirilen sonlu eleman hesap modelinin

sağlaması ve deney sonuçları ile karşılaştırılması yapılmaktadır. Betonarme panel deneylerinde (basit kayma, iki eksenli basınç ve kayma veya iki eksenli çekme ve kayma gerilmeleri oluşturacak şekilde) seçilen yükleme durumu özel olarak hazırlanmış yükleme düzeneği ile panellerin kenarlarına monoton artan şekilde uygulanmış, numunelerde yerdeğiştirme ve donatılarda şekil değiştirme durumları ölçülmüştür. Deney düzeneği, yükün uygulanma şekli, deneysel çalışma ile ilgili detaylar Vecchio ve Colins (1982) tarafından yapılan çalışmada verilmiştir.

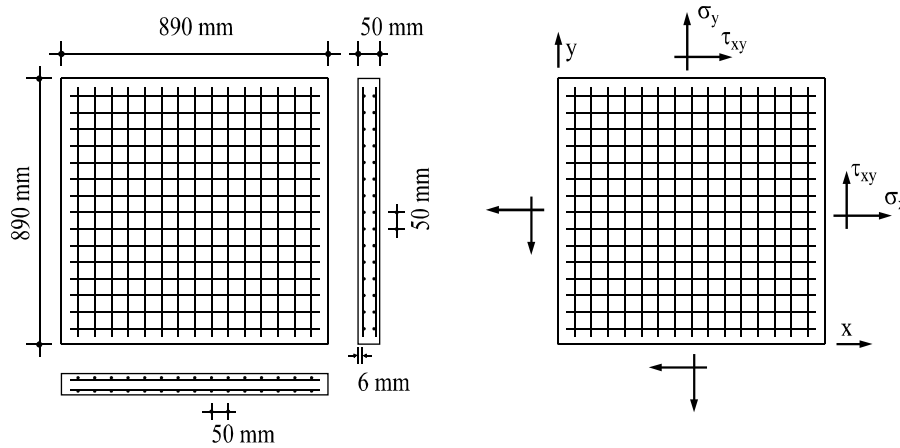
Tablo 6.1 de verilen paneller üzerinde Vecchio ve Colins (1986) tarafından önerilmiş olan “kayma etkisinde betonarme elemanların değiştirilmiş basınç alanı teorisi (MCFT)” ile Vecchio (2000) tarafından ileri sürülen “yayıllı gerilme alanı modeli (DSFM)” teorilerine göre yapılan çözümlerin karşılaştırılması Vecchio (2001b) tarafından yapılmıştır. Bu paneller üzerinde Vecchio (2001b) tarafından verilen çözüm sonuçları ile burada yapılan çözümler, geliştirilen hesap modelinin deney sonuçları ile karşılaştırılması yanında, MCFT ve DSFM olarak bilinen iki hesap modeli ile de karşılaştırma olanağı sağlamaktadır. Burada hesap modellerinin bir birlerinden daha üstün olduklarını göstermek yerine, betonarme panellerin davranışının, MCFT ve DSFM hesap modellerinin daha iyi anlaşılmasını sağlamak, yapılan kabullerin etkileri, panellerin davranışını etkileyen parametreler üzerinde durulmaktadır. Ayrıca Tablo 6.1 de verilen panellerden 8 tanesini Ayoub ve Filippou (1998), 10 tanesini Kwak ve Kim (2001, 2004) önerdikleri hesap modelini karşılaştırmada kullanmıştır. Bu iki çalışmada verilen sonuçlara dayanarak yapılan kabuller ve önerilen modeller üzerinde de burada genel hatlarıyla karşılaştırma yapılmaktadır.

Tablo 6.1 de sayısal çözümü yapılan betonarme panellerin yükleme durumları, her iki doğrultuda yerleştirilen donatı oranları, donatı akma dayanımları ve beton malzeme özellikleri verilmiştir. Tüm paneller 890 mm×890 mm boyutlarında ve 70 mm kalınlığındadır. Panel kenarlarına donatı paralel kalacak şekilde iki kat hasır donatı yerleştirilmiştir. Her iki doğrultuda donatı aralıkları 50 mm ve donatılar sünek davranışa sahiptir. Boyuna donatılar için beton örtüsü kalınlığı ve maksimum agrega çapı 6 mm olacak şekilde düzenlenmiştir (Şekil 6.1). Yapılan sayısal çözümlerde Tablo 6.1 de verilen malzeme özellikleri yanında beton için başlangıç elastisite modülü $E_0=2f_c/\varepsilon_{c0}$, beton maksimum çekme gerilmesi ayrı ayrı yapılan çözümlerde $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c}$ ve $f_{ct}=0.65(f_c)^{0.33}$ ve karşı gelen şekil değiştirme $\varepsilon_{ct}=f_{ct}/E_0$ şeklinde

alınmıştır. Donatı elastisite modülü $E_{so}=200$ GPa, akma ötesi şekil değiştirme durumunda sertleşme oranı 0.005 olarak alınmıştır.

Tablo 6.1: Betonarme panellerin yükleme durumları ve malzeme özellikleri

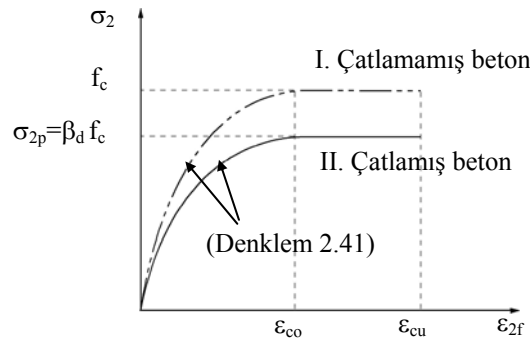
Panel	Yükleme oranı	Boyuna donatı		Enine donatı		Beton	
	$\tau_{xy}, \sigma_x, \sigma_y$	ρ_x	$f_{sy(x)}$ (Mpa)	ρ_y	$f_{sy(y)}$ (Mpa)	f_c (MPa)	ε_{c0}
PV10	1: 0: 0	0.0179	276	0.0100	276	-14.5	-0.0027
PV11	1: 0: 0	0.0179	235	0.0131	235	-15.6	-0.0026
PV12	1: 0: 0	0.0179	469	0.0045	269	-16.0	-0.0025
PV16	1: 0: 0	0.0074	255	0.0074	255	-21.7	-0.0020
PV18	1: 0: 0	0.0179	431	0.0032	412	-19.5	-0.0022
PV19	1: 0: 0	0.0179	458	0.0071	299	-19.0	-0.0022
PV20	1: 0: 0	0.0179	460	0.0089	297	-19.6	-0.0018
PV21	1: 0: 0	0.0179	458	0.0130	302	-19.5	-0.0018
PV22	1: 0: 0	0.0179	458	0.0152	420	-19.6	-0.0020
PV23	1: -0.39: -0.39	0.0179	518	0.0179	518	-20.5	-0.0020
PV25	1: -0.69: -0.69	0.0179	466	0.0179	466	-19.2	-0.0018
PV27	1: 0: 0	0.0179	442	0.0179	442	-20.5	-0.0019
PV28	1: 0.32: 0.32	0.0179	483	0.0179	483	-19.0	-0.0019



Şekil 6.1: Vecchio ve Colins (1982) tarafından deneysel incelenen PV panellerin boyutları, donatı yerleşimi ve yükleme durumu

Sonlu elemanlar yöntemiyle sayısal hesaplamada, beton ve yayılı donatı için bir tane izoparametrik 4 noktalı dörtgen eleman ve 2×2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır. Her düğüm noktası iki öteleme serbestlik derecesine sahiptir. Bir düğüm noktasında birleşen beton ve yayılı donatı elemanlarının o noktadaki yerdeğiştirmeleri aynı olacak şekilde beton ile donatı arasında tam aderans kabülü yapılmıştır.

Tablo 6.1 de verilen panellerin yükleme durumu incelendiğinde tüm panellerde, beton Şekil 2.14 ve 2.13 de verilen beton iki eksenli dayanım güç tükenme zarfında, beton çekme basınç bölgesinde gerilme durumu oluşacak şekilde yüklendiği görülür. Ayrıca PV23, PV25 ve PV28 dışındaki tüm paneller panel kenarlarında basit kayma gerilme durumu; PV23 ve PV 25 panellerinde kayma gerilmeleri yanında daha küçük (sırası ile %39 ve %69) fakat eşit basınç gerilmeleri durumu; PV28 panelinde kayma gerilmeleri yanında daha küçük (%32) fakat eşit çekme gerilmeleri durumu oluşacak şekilde yüklenmiştir.

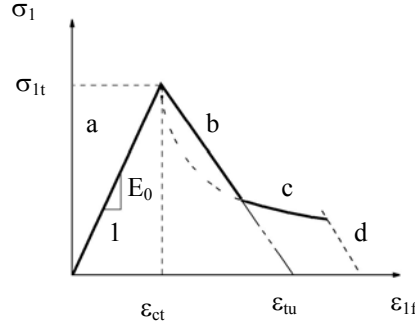


Şekil 6.2: Panel çözümlerinde kabul edilen çatlamış ve çatlamamış beton basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Yapılan çözümlerde kabul edilen çatlamış ve çatlamamış beton basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi Şekil 6.2 de verilmiştir. Betonda çatlama öncesi beton tek eksenli basınç yükleme etkisinde olduğu gibi gerilme şekil değiştirme ilişkisine sahiptir (Şekil 6.2’de I eğrisi). Tek fark birim kısalmalarda Poisson oranı etkisi hesaba katılarak eşdeğer tek eksenli basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisi kurulmuştur. Beton maksimum basınç gerilmesi ve karşı gelen şekil değiştirme betonda oluşan asal gerilme oranlarından bağımsız olarak tanımlanmıştır. Çatlamamış betonun davranışında beton maksimum basınç gerilmesi ve karşı gelen şekil değiştirme sabit ve tek eksenli basınç deneylerinden elde edilen basınç dayanımına (f_c) ve karşı gelen birim kısalma (ϵ_{co}) değerlerine eşittir (Şekil 6.2’de I eğrisi). Çatlamış betonun basınç gerilme şekil değiştirme ilişkisini oluştururken Bölüm 2.5 de tanımlanan iki farklı β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı (Denklemler 2.76 ve Denklem 2.83) kullanılmıştır (Şekil 6.2’de II eğrisi).

Paneller üzerinde yapılan çözümlerde kabul edilen beton çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi Denklem 2.88’de ve Şekil 2.33 ve 6.3 de verilmiştir. Beton

maksimum çekme gerilmesine karşı gelen ϵ_{ct} birim uzama değerine ulaşana kadar Poisson oranı etkisinin olduğu ve ϵ_{ct} birim uzama değeri aşıldıktan sonra Poisson oranı etkisinin olmadığı yapılan hesaplarda kabul edilmiştir. Ayrıca beton çekme yumuşama sonunu ve çekme çatlağı oluştuğunu tanımlayan birim uzama (ϵ_{tu}) iki farklı 0.005 ve 0.10 değeri için, iki ayrı çözüm yapılarak, bu parametrenin çözüm sonuçlarına etkisi incelenmiştir.



Şekil 6.3: Betonun çekme gerilme şekil değiştirme ilişkisi

Her bir panel üzerinde 8 farklı çözüm, β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı tanımına göre ikiye ayrılarak yapılmıştır. Çözüm A'da çekme şekil değiştirmesi ve Çözüm B'de çekme gerilmesi ile tanımlı β_d basınç dayanımı azaltma katsayısı kullanılmıştır. Ek A da verilen çözüm sonuçları incelendiğinde hesap sonucu elde edilen, beton basınç gerilme şekil değiştirme eğrileri dışında, Çözüm A ve B sonuçları birbirine oldukça yakın olduğu için birleştirilerek verilmiştir. Çözüm A ve B sonuçlarında en önemli fark deney sonucunda elde edilen beton basınç gerilme şekil değiştirme eğrisine Çözüm A sonuçlarının daha iyi yaklaşmasıdır. Özellikle panel güç tükenme seviyesine yaklaşıldıkça Çözüm B ile elde edilen basınç gerilme şekil değiştirme eğrisi deney sonuçlarından uzaklaşmaktadır. Ancak, betonarme panellerin yükleme durumuna paralel olarak, kayma gerilme şekil değiştirme eğrileri incelendiğinde Çözüm A ile Çözüm B sonuçları birbirine çok yakındır. Tablo 6.2'de verilen σ_{c2}/f_c oranı ve Ek A'da verilen çözüm sonuçları incelendiğinde betonun çatlamasının ardından çatlamaya dik doğrultuda beton basınç dayanımı tek eksenli basınç deneylerinden elde edilen dayanım değerinden oldukça küçük kalır. Sonuç olarak çatlamış betonun basınç yumuşaması beton malzeme modelinde tanımlandığında deney sonucu elde edilen davranışa daha iyi yaklaşır.

Her bir panel üzerinde 8 farklı çözüm, f_{ct} tek eksenli beton çekme dayanımı değerine göre ikiye ayrılarak yapılmıştır. Çözüm 1 ve 3’de $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c}$ ve Çözüm 2 ve 4’de $f_{ct}=0.65(f_c)^{0.33}$ ile tanımlı tek eksenli beton çekme dayanımı kullanılmıştır. Burada tek eksenli beton çekme dayanımı $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c}$ tanımı ideal basit çekme deneylerinden elde edilen değere karşı gelir. Tek eksenli beton çekme dayanımı $f_{ct}=0.65(f_c)^{0.33}$ tanımı ise Toronto bölgesinde bulunan agrega ile yapılan ve deneylerde kullanılan beton için Vecchio (2000) tarafından verilmiş bir ifadedir. Birinciye göre ikinci ifade ile normal dayanımlı betonlarda daha büyük beton çekme dayanımı hesaplanır. Ek A’da verilen çözüm sonuçlarına göre tek eksenli beton çekme dayanımı $f_{ct}=0.65(f_c)^{0.33}$ tanımı ile deney sonuçlarına daha iyi yaklaşılmıştır. Ayrıca çekme dayanımını bir miktar büyütmenin çözüm sonuçlarını etkileme derecesi görülebilir. Bunun yanında Vecchio (2001b) tarafından yapılan çalışmada $f_{ct}=0.65(f_c)^{0.33}$ ile hesaplanan beton çekme dayanımı kullanılarak MCFT ve DSFM modellerine göre paneller üzerinde çözümler yapılmıştır. Bu çözüm sonuçları ile bu tez çalışmasında yapılan çözüm sonuçlarının bazıları Ek A’da karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Her bir panel üzerinde 8 farklı çözüm, beton çekme yumuşama sonunu ve çekme çatlağı oluştuğunu tanımlayan birim uzama (ϵ_{tu}) değerine göre ikiye ayrılarak yapılmıştır. Çözüm 1 ve 2’de $\epsilon_{tu}=0.005$ ve Çözüm 3 ve 4’de $\epsilon_{tu}=0.010$ değeri kullanılmıştır (Ek A). Beton çekme yumuşama sonunu ve çekme çatlağı oluştuğunu tanımlayan birim uzama (ϵ_{tu}) değeri beton çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinin azalan kolunu tanımlar ve değeri deney sonucu elde edilen azalan kola yaklaşımı etkiler. Yapılan sayısal çözümlerde azalan kolun modelde tanımlanması sayısal problemleri azaltmaya yardımcı olmuştur. Ek A’da verilen $\epsilon_{tu}=0.005$ ve $\epsilon_{tu}=0.010$ değerleri için çözüm sonuçları incelendiğinde, beton çekme gerilme şekil değiştirme eğrilerine bu değerlerin etkisi olmasına rağmen, diğer gerilme şekil değiştirme eğrilerini çok az etkilemektedir. Bu birim uzama değeri için 0.005 ile 0.010 aralığında bir değer alındığında, tüm panellerde, yeterince sayısal sonuçlara yaklaşıldığı gibi sayısal problemlerle de karşılaşılmamıştır.

Ek A’da verilen çözüm sonuçlarının daha iyi yorumlanması için PV10 paneli üzerinde verilen yük etkisinde adım adım panelin davranışı burada açıklanmıştır: PV10 paneli panel kenarlarında basit kayma gerilme durumu oluşacak şekilde

yüklenmiştir. Panelin beton basınç dayanımı 14.5 MPa ve karşı gelen birim kısalma 0.0027, donatıların akma dayanımı 276 MPa, yatay donatı oranı %1.79 ve düşey donatı oranı %1.0 şeklindedir. Bu panel üzerinde yapılan çözüm sonuçları Ek A'da Şekil A.1-A.8'de verilmiştir. Beton maksimum çekme gerilmesi değerine ulaşana kadar donatılar panel davranışını etkilemez. Asal doğrultu açısı $\theta_e = \theta_\sigma = 45^\circ$ sabittir. Beton maksimum çekme gerilmesi değerine ulaştığı anda betondaki asal çekme gerilmesi, asal basınç gerilmesi ve global ekseninde toplam kayma gerilmesi eşittir (Çözüm A2 de 1.45 MPa). Buraya kadar panele uygulanan kayma gerilmeleri beton asal gerilmeleri ile dengelenmiştir. Beton maksimum çekme gerilmesine ulaşılmasının ardından beton asal çekme gerilme şekildeğiştirme eğrisinde azalan kol üzerinde çözüme devam edilir (Şekil A3). Bu durumda panelin rijitliği azalmaya başlar. Bu rijitlik azalması her iki doğrultuda yerleştirilen donatıların akma gerilmelerine, donatı oranlarına ve beton çekme yumuşama kolunun eğimini belirleyen ε_{tu} değerine bağlıdır. Beton asal çekme gerilme şekildeğiştirme eğrisinde azalan kol üzerindeyken panele uygulanan kayma gerilmeleri beton asal gerilmeleri ile dengelenemez ve donatılar çekme gerilmesi taşımaya başlayarak kuvvet dengesi sağlanır. Her iki doğrultuda yerleştirilen donatı oranları eşit olmadığından bu arada asal doğrultu açısı kuvvet dengesini sağlamak için dönmeye başlar. Çözüm A2'de enine donatının akma gerilmesine ulaştığında asal doğrultu açısı $\theta_e = \theta_\sigma = 48^\circ$, beton asal basınç gerilmesi 6.72 MPa, çekme gerilmesi 0.65 MPa, global ekseninde beton kayma gerilmesi 3.67 MPa, enine donatıda çekme gerilmesi 276 MPa, boyuna donatıda çekme gerilmesi 200 MPa seviyelerindedir. Bu verilen beton gerilme değerleri global eksen takımında ifade edilirse $\sigma_{cx} = -3.58$ MPa, $\sigma_{cy} = -2.76$ MPa ve $\tau_{cxy} = 3.67$ MPa ve donatı gerilmeleri donatı oranları ile çarpılarak ifade edilirse $\rho_{sx}\sigma_{sx} = 3.58$ MPa ve $\rho_{sy}\sigma_{sy} = 2.76$ MPa şeklinde değerler elde edilir. Betonarme panelde iç kuvvetler ile dış kuvvetlerin dengesi gereği panel 3.67 MPa kayma gerilmeleri oluşacak şekilde bu safhada yüklenmiş demektir. Yüklemeye devam edildiğinde maksimum kayma gerilmesi 3.69 MPa değerine ulaşılır. Bu durumda büyük kayma şekil değiştirmesi oluşmakta, boyuna donatı akma gerilmesine ulaşmakta, beton maksimum asal basınç gerilmesi değerine ($0.52f_c$) ulaşmakta, beton asal çekme gerilmesi sıfır değerini almakta, beton çatlamış durumda ve asal doğrultu açısı $\theta_e = \theta_\sigma = 52^\circ$ değerine ulaşmaktadır. Bu çalışmada yük artımı metodu uygulandığı için panelin göçme şeklini belirlemek oldukça güçtür. Bu sebeble

panellerin göçme şekli üzerinde yorum yapılmamıştır. Ayrıca Şekil A1 ve A2 de verilen çözüm sonuçları Kwak ve Kim (2004) tarafından önerilen model sonuçları ve Vecchio (2001b) tarafından MCFT ve DSFM modelleri ile yapılan çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır. Kwak ve Kim (2004) tarafından önerilen modelde, MCFT’ de ve bu tez çalışmasında önerilen modelde toplam beton asal şekil değiştirme doğrultuları ile toplam asal gerilme doğrultularının çakıştığı kabulü yapılmıştır. Bu sebeble iki model ve bu çalışmada yapılan çözümler ile elde edilen sonuçlar birbirine çok yakındır. Şekil A2’de verilen sonuçlarda DSFM’de bu kabul kaldırılmış, onun yerine toplam şekil değiştirme ikiye ayrılarak betonun şekil değiştirmesi ve sıyrılma şekil değiştirmesi tanımlanmıştır (Vecchio, 2000). Bu durumda toplam beton asal şekil değiştirme doğrultu açısı ile toplam beton asal şekil değiştirme doğrultu açısı deney sonuçlarına daha iyi yaklaşmaktadır. Deney sonuçlarında toplam beton asal şekil değiştirme doğrultuları ile gerilme doğrultuları bazen çakışmamaktadır. Fakat çakıştığını kabul etmek de hesaplarda büyük kolaylık sağlamaktadır.

Paneller üzerinde yapılan çözüm sonuçlarından elde edilen ve Tablo 6.2 ve Ek A da verilmeyen donatıların durumu hakkındaki bilgiler şöyledir: Maksimum kayma gerilmesine ulaşıldığında PV11, PV16 panellerinde her iki doğrultudaki donatılar akma gerilmesine; PV10, PV12, PV18, PV19, PV20 ve PV21 panellerinde sadece düşey doğrultudaki donatılar akma gerilmesine ulaşmıştır. Maksimum kayma gerilmesine ulaşıldığında PV22, PV23, PV25, PV27 ve PV28 panellerinde her iki doğrultudaki donatılar akma gerilmesine ulaşmamıştır.

Tablo 6.2 de verilen paneller üzerinde bazı karşılaştırmalar yapılarak panellerin kayma dayanımına malzeme özelliklerinin ve yükleme şeklinin etkiye derecesi incelenebilir: PV10 ve PV11 panelleri karşılaştırıldığında basit kayma gerilmeleri etkisindeki iki panelde donatıların akma gerilmesinin azalması kayma dayanımını azaltmaktadır. PV11, PV12, PV18, PV19 ve PV20 panellerinde enine donatı miktarını azaltmak kayma dayanımını azaltır. PV27, PV23 ve PV25 panellerinde yüklemde kayma gerilmeleri yanında basınç gerilmelerinin bulunmasının panelin kayma dayanımına etkisi incelendiğinde, basınç gerilmeleri bulunması panelin kayma dayanımını arttırdığı görülür. Ancak doğrusal bir ilişki yoktur. PV27 ve PV28 panellerinde yüklemde kayma gerilmeleri yanında çekme gerilmelerinin bulunmasının panelin kayma dayanımına etkisi incelendiğinde, çekme gerilmeleri bulunması panelin kayma dayanımını azalttığı görülür.

Tablo 6.2: Betonarme paneller üzerinde yapılan çözümlerin karşılaştırmalı sonuçları

Panel	Yükleme τ_{xy} : σ_x : σ_y	Boyuna donatı		Enine donatı		Beton		Deney sonuçları		τ_u (Hesap) / τ_u (Deney)						
		ρ_x (%)	$f_{sy(x)}$ (MPa)	ρ_y (%)	$f_{sy(y)}$ (MPa)	f_c (MPa)	ϵ_{c0} ($\times 10^{-3}$)	τ_{cr} (MPa)	τ_u (MPa)	MCFT	DSFM	** ÇÖZÜM				
												* σ_{c2}/f_c	A1	A2	A3	A4
PV10	1: 0: 0	1.79	276	1.00	276	-14.5	-2.7	1.86	3.97	0.947	0.957	0.52	0.924	0.929	0.927	0.932
PV11	1: 0: 0	1.79	235	1.31	235	-15.6	-2.6	1.66	3.56	1.011	1.034	0.47	1.020	1.020	1.022	1.022
PV12	1: 0: 0	1.79	469	0.45	269	-16.0	-2.5	1.73	3.13	1.016	0.958	0.41	0.946	0.971	0.923	0.971
PV16	1: 0: 0	0.74	255	0.74	255	-21.7	-2.0	2.07	2.14	0.935	0.935	0.18	0.893	0.893	0.888	0.888
PV18	1: 0: 0	1.79	431	0.32	412	-19.5	-2.2	2.00	3.04	1.138	1.085	0.37	1.046	1.086	1.043	1.089
PV19	1: 0: 0	1.79	458	0.71	299	-19.0	-2.2	2.07	3.95	1.043	1.023	0.46	1.043	1.063	1.043	1.063
PV20	1: 0: 0	1.79	460	0.89	297	-19.6	-1.8	2.21	4.26	1.042	1.042	0.47	1.059	1.077	1.059	1.077
PV21	1: 0: 0	1.79	458	1.30	302	-19.5	-1.8	2.35	5.03	1.002	1.049	0.54	1.070	1.085	1.082	1.103
PV22	1: 0: 0	1.79	458	1.52	420	-19.6	-2.0	2.42	6.07	1.023	1.107	0.62	1.030	1.040	1.056	1.066
PV23	1: -0.39: -0.39	1.79	518	1.79	518	-20.5	-2.0	3.73	8.87	0.812	0.902	0.78	0.930	0.935	0.936	0.943
PV25	1: -0.69: -0.69	1.79	466	1.79	466	-19.2	-1.8	4.14	9.12	0.816	0.886	0.82	0.900	0.905	0.910	0.917
PV27	1: 0: 0	1.79	442	1.79	442	-20.5	-1.9	2.04	6.35	1.023	1.164	0.62	1.049	1.055	1.058	1.069
PV28	1: 0.32: 0.32	1.79	483	1.79	483	-19.0	-1.9	1.66	5.80	0.985	1.125	0.61	1.052	1.060	1.060	1.074
* σ_{c2} : Çözüm sonunda hesaplanan asal beton basınç gerilmesi ve										Ortalama	0.984	1.021	0.997	1.009	1.001	1.017
A1, A2, A3 ve A4 çözümlerinde verilen değere çok yakın.										COV (%)	9.2	8.8	6.7	7.3	7.1	7.7

** Tabloda sadece Çözüm A1, A2, A3 ve A4 sonuçları verilmiştir.

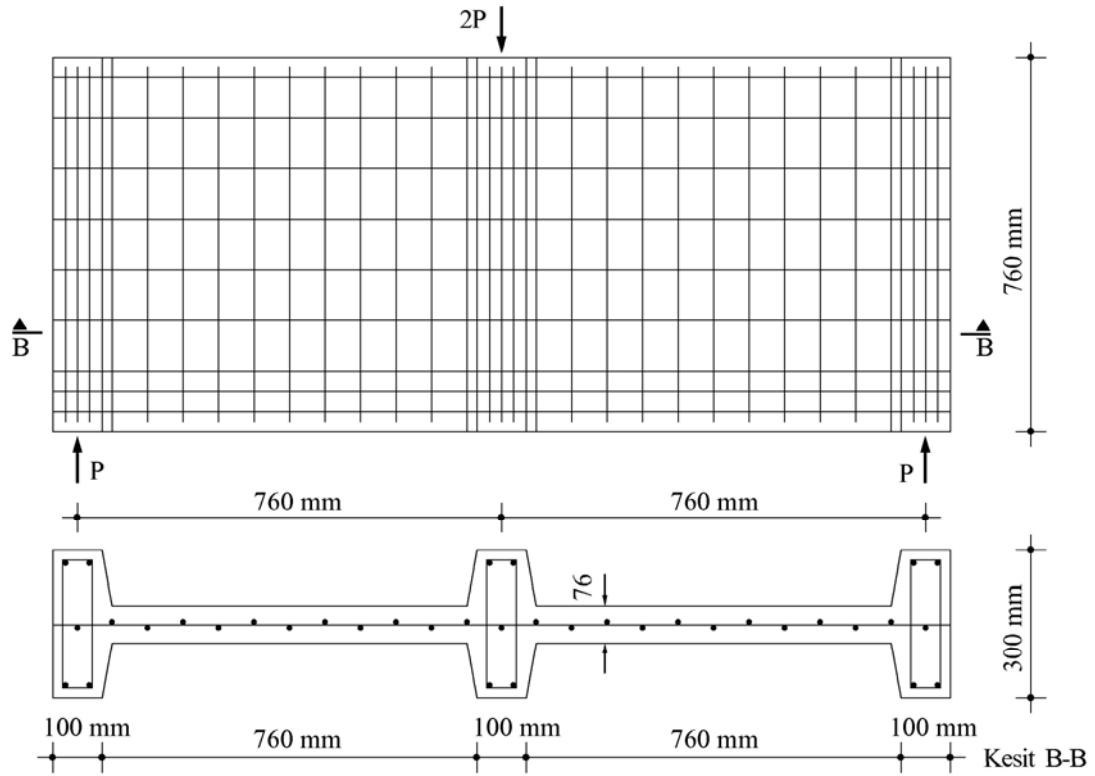
Tablo 6.2 de tüm panellerin MCFT , DSFM ve bu çalışmada yapılan Çözüm A hesap sonucu elde edilen kayma dayanımının deney sonucu elde edilen kayma dayanımına oranı verilmiştir. Ardından tüm paneller için bu değerin ortalama değeri bulunmuştur. Ayrıca standart sapmanın ortalamaya oranı olan değişim katsayısı (COV, Covaryans) hesaplanmıştır. Bu değerler daha gelişmiş MCFT ve DSFM modeller yanında önerilen modelin daha basit olmasına rağmen onlar kadar iyi yaklaşım elde edilmektedir. Ancak önerilen modelde basitliği yanında giderilmesi gereken sayısal çözüm safhasında karşılaşılan sayısal stabilite problemlerinin biraz daha azaltılması gerekir. Bu çalışmada önerilen model betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışı için sonlu eleman uygulamalarında karşılaşılan tanımların kolayca anlaşılmasına, açıklanmasına diğer araştırmacılar tarafından önerilen modellerin daha iyi anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Önerilen modelin daha etkin kullanılması için biraz daha geliştirilmesi gerekir.

6.2. Betonarme W2 Yüksek Kirişi

Bir çok araştırmacı, betonarme elemanların doğrusal olmayan davranışını incelemek için, geliştirdikleri hesap modelini karşılaştırmada Cervenka ve Gerstle (1972) tarafından deneysel incelenen W2 yüksek kirişini kullanmıştır (Park ve Kligner, 1997; Ayoub ve Filipou, 1998; Kwak ve Kim, 2001). Bu çalışmada da W2 yüksek kirişi üzerinde yapılan çözümlerde geliştirilen hesap modelinin deney sonucu ile karşılaştırılması yapılmaktadır. W2 yüksek kirişinin davranışına beton ve donatı malzeme özelliklerinin etkileri incelenecektir.

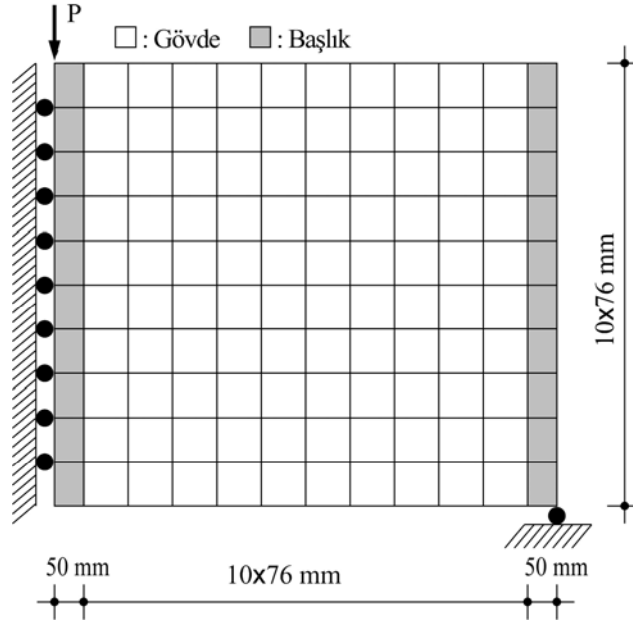
W2 deney numunesinin geometrisi, donatı yerleşimi, yükün etkiye yeri Şekil 6.4’de gösterilmiştir. W2 yüksek kirişi 760 mm yüksekliğinde, 76 mm kalınlığında, ortada ve kenarlarda 100 mm genişliğinde ve 300 mm kalınlığında başlıkları olan, 1720 mm açıklığa sahip basit mesnetli ve ortasından tekil 2P yükü ile yüklüdür (Şekil 6.4). Donatı ise alt 150 mm’lik bölgede yatay donatı oranı %1.83, üst 610 mm’lik bölgede yatay donatı oranı %0.92 ve tümünde düşey donatı oranı %0.92 olacak şekilde yerleştirilmiştir. Donatı elastisite modülü $E_{so}=190$ GPa, donatı akma dayanımı $f_y=353$ MPa, akma ötesi şekil değiştirme durumunda sertleşme oranı 0.005 olarak alınmıştır. Beton basınç dayanımı $f_c=26.8$ MPa, basınç dayanımına karşı gelen birim kısalma $\epsilon_{co}=0.002$, maksimum birim kısalma $\epsilon_{cu}=0.005$, maksimum birim uzama $\epsilon_{tu}=0.00186$ olarak alınmıştır. Deney sonucu beton başlangıç elastisite modülü

$E_0=20$ GPa, çekme dayanımı $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c} = 1.71$ MPa olarak bir çözüm yapılmıştır (Çözüm 1). Bunun yanında TS 500’de basınç dayanımına bağlı olarak verilen sekant elastisite modülünü başlangıç elastisite modülü kabul ederek $E_0=30825$ MPa ve çekme dayanımını da $f_{ct} = 0.35\sqrt{f_c} = 1.81$ MPa olarak ayrı bir çözüm de yapılmıştır (Çözüm 2).



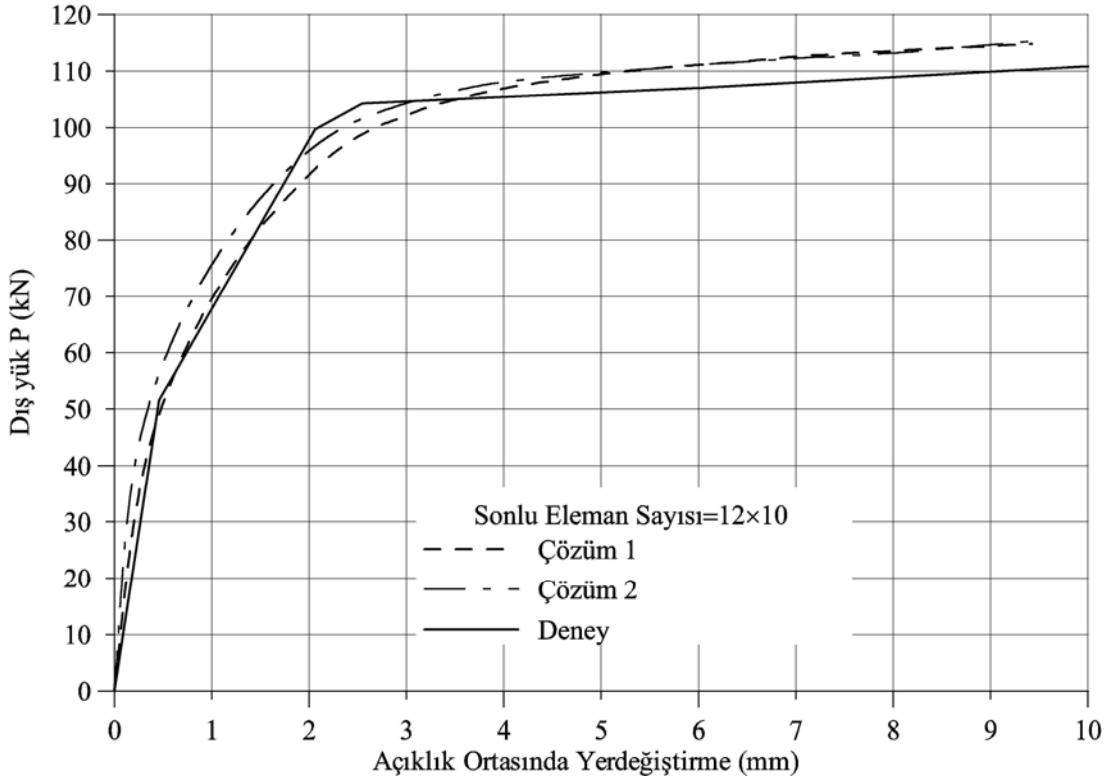
Şekil 6.4: W2 deney numunesi geometrisi ve donatı yerleşimi

Sonlu elemanlar yöntemiyle sayısal hesaplamada, yük ve geometrideki simetri nedeniyle, W2 yüksek kirişinin yarısı alınmıştır. İki farklı, 12×10 ve 18×16 elemanlı, sonlu eleman ağı için çözüm yapılmıştır. 12×10 elemanlı sonlu eleman ağı için hesap modeli Şekil 6.5’de gösterilmiştir. 18×16 elemanlı sonlu eleman ağında Şekil 6.5’de verilen 10×76 mm yerine 16×47.5 mm kullanılmıştır. Beton ve yayılı donatı için izoparametrik 4 noktalı dörtgen eleman ve 2×2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır. Her düğüm noktası iki öteleme serbestlik derecesine sahiptir. Bir düğüm noktasında birleşen beton ve yayılı donatı elemanlarının o noktadaki yerdeğiştirmeleri aynı olacak şekilde beton ile donatı arasında tam aderans kabülü yapılmıştır.



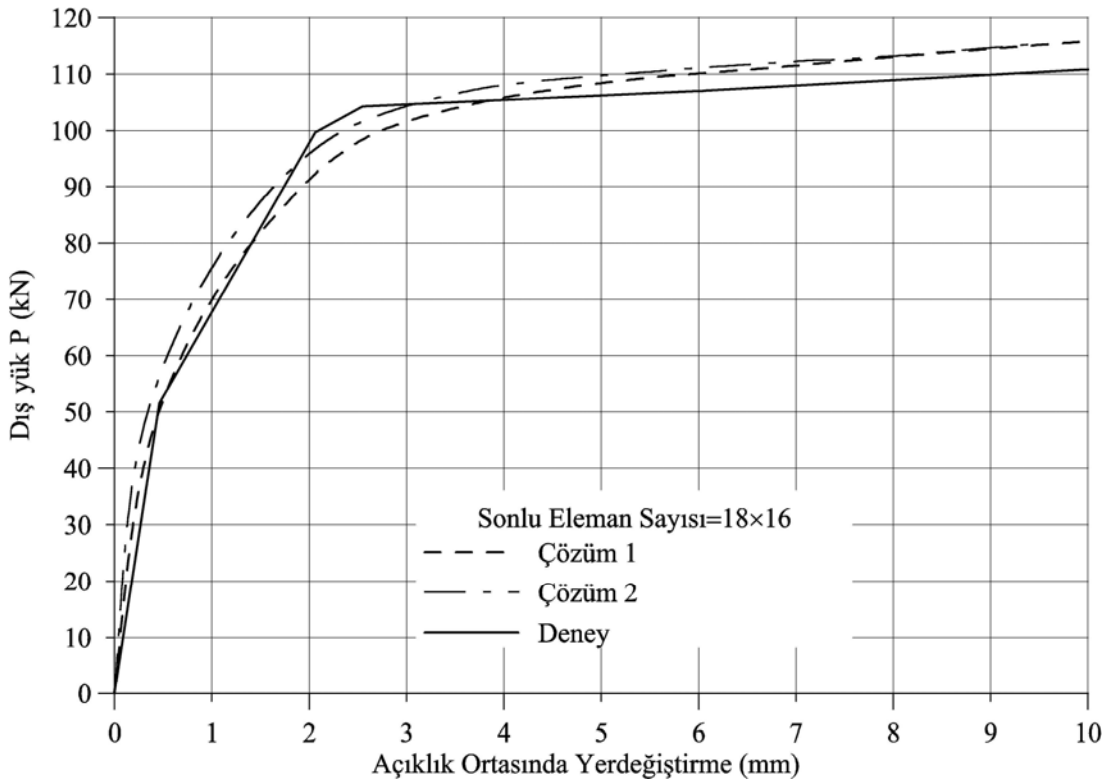
Şekil 6.5: W2 yüksek kirişi için seçilen sonlu eleman ağı

Hesaplama yük artımı uygulanarak yapılmıştır. Her bir adımda yapılan yük artımı taşıyabileceği yükün yaklaşık 0.01-0.001 olarak alınmıştır. Bir adımda maksimum iterasyon sayısı 30 ile sınırlanmış, yaklaşım kriteri yerdeğiştirme kriteri olarak seçilmiş ve yeterli yaklaşım değeri 0.003 olarak alınmıştır.



Şekil 6.6: 12x10 sonlu eleman ile W2 yüksek kirşin yük-yerdeğiştirme eğrileri

Şekil 6.6 ve 6.7’de iki farklı sonlu eleman ağı için yapılan çözümler karşılaştırıldığında W2 yüksek kirişinin yük-yerdeğiştirme ilişkisinde 12×10 elemanlıdan daha fazla sonlu eleman kullanmanın sonucu etkilemediği görülmektedir. Şekil 6.6’de verilen çözümlerle deney sonucu karşılaştırıldığında ise oldukça yakın göçme yükü ve süneklik kapasitesi elde edilmiştir. Çözüm 1 ve 2 karşılaştırıldığında W2 yüksek kirişinin davranışında beton başlangıç elastisite modülünün ve çekme dayanımındaki artışın pek önemli bir etkisinin olmadığı görülmektedir. Bu durum W2 yüksek kirişinin davranışında beton davranışından daha çok donatı davranışının etkin, her iki doğrultuda yerleştirilen donatı miktarının fazla olmasıyla açıklanabilir.

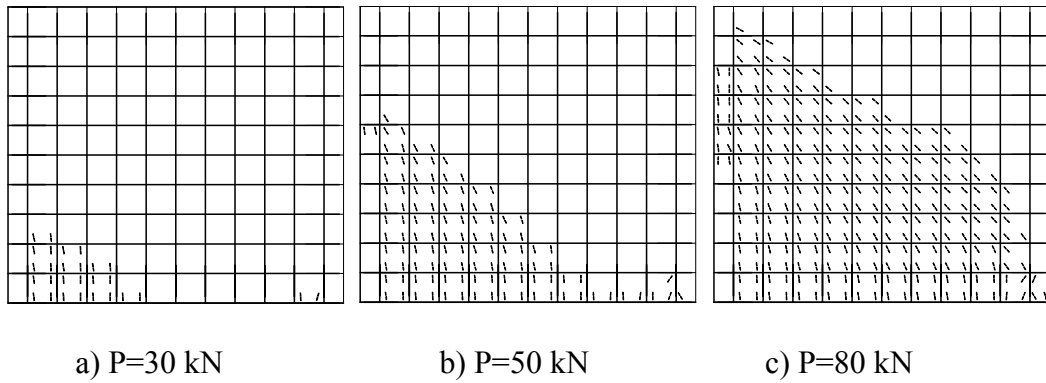


Şekil 6.7: 18×16 sonlu eleman ile W2 yüksek kirişin yük-yerdeğiştirme eğrileri

W2 yüksek kirişinin güç tükenme durumuna kadar davranışı, betonda çatlakların oluşumu, donatının akmaya dayanımına ulaştığı bölgeler, güç tükenme şekli Çözüm 1 sonuçlarına göre aşağıda açıklanmıştır:

W2 yüksek kirişinde ilk olarak orta başlık ile birleşen alt bölümdeki gövde bölümünde beton çekme dayanımına ulaşmaktadır. Şekil 6.8’de W2 yüksek kirişinin yarısında, farklı yük seviyeleri için beton çekme dayanımına ulaşmış Gauss noktaları

ve beton asal çekme şekil değiştirmesine dik doğrultular gösterilmiştir. P yükünün 20 kN değerinden başlayıp 80 kN değerine kadar betonda çekme dayanımına ulaşılmış Gauss noktaları sayısı artmaktadır (Şekil 6.8). Betonda çatlak oluşumu asal çekme şekil değiştirmesinin 0.00186 değerinde (donatının akma dayanımına karşı gelen şekil değiştirme değeri) olduğu kabul edilirse, P yükünün 80 kN değerine kadar betonda çatlama olmadığı görülmüştür. P yükünün 80 kN değerinde W2 yüksek kirişinin hiçbir bölümünde beton asal basınç gerilmeleri beton basınç dayanımına ve donatılar akma dayanımına ulaşmamıştır. Sadece W2 yüksek kirişinin büyük bir bölümünde beton çekme yumuşaması görülmektedir (Şekil 6.8).

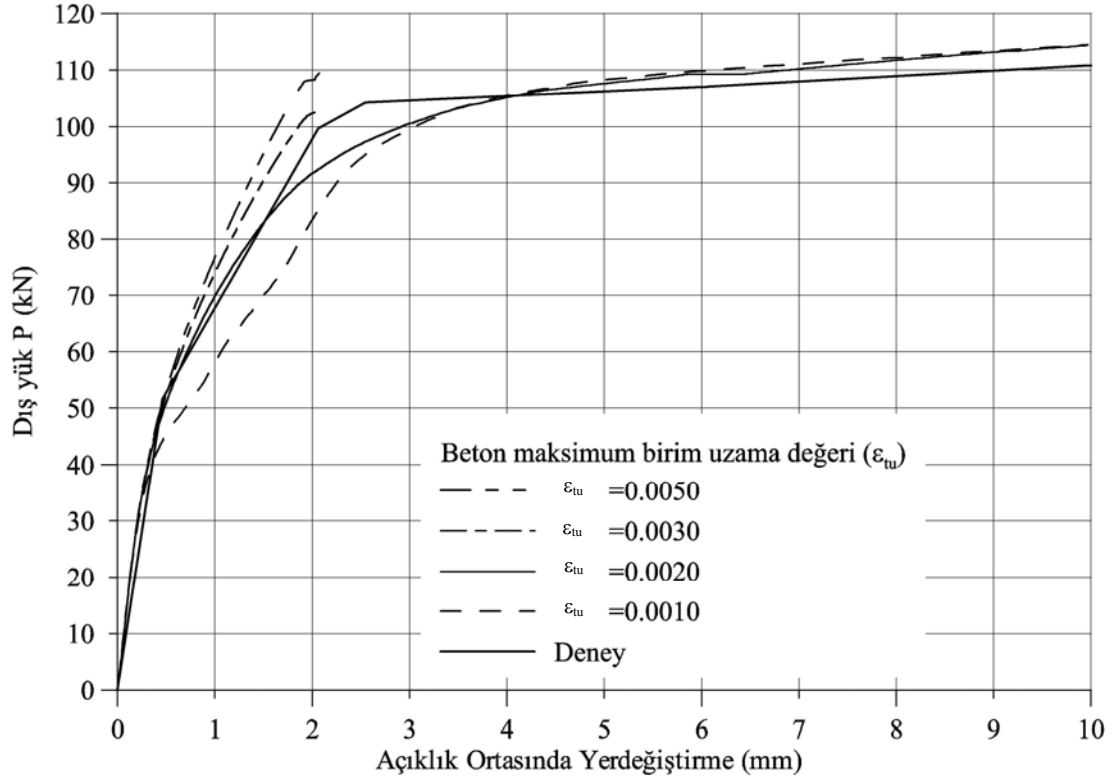


Şekil 6.8: W2 yüksek kirişinin yarısında, farklı yük seviyeleri için beton çekme dayanımına ulaşmış Gauss noktaları ve asal çekme şekil değiştirmesine dik doğrultular

Sonuç olarak P yükünün 80 kN değerine kadar W2 yüksek kirişinin davranışına sadece betonunu çekme dayanımı, yumuşaması ve rijitliği etki etmiştir. Betonun çekme yumuşaması ve rijitliği yapılan hesaplarda beton için maksimum birim uzama (ϵ_{tu}) değerine bağlı olarak arttırıp azaltılabilir. Ayrıca yapılan çözümlemelerde, beton çatlaması için kabul edilen maksimum birim uzama $\epsilon_{tu}=0.00186$ değeri yerine daha büyük ya da küçük değerler almanın W2 yüksek kirişinin yük-yerdeğiştirme eğrisine etkisi incelenebilir. Bu sebeble beton maksimum birim uzama değerinin (ϵ_{tu}) farklı değerleri, betonun çekme yumuşaması ve rijitlik etkisi için çözümler yapılarak W2 yüksek kirişinin yük-yerdeğiştirme ilişkisini nasıl etkilediği Şekil 6.9’da verilmiştir.

Şekil 6.9’da verilen beton çekme yumuşamasının daha az ve çekme rijitliğinin küçük olduğu $\epsilon_{tu}=0.0010$ değerine karşı gelen yük-yerdeğiştirme eğrisi ile deney sonucu karşılaştırıldığında yük-yerdeğiştirme eğrisini P yükünün 50 ile 90 kN arasında etkilediği görülmektedir. Önerilen modelde çekme rijiliği etkisini dikkate almanın

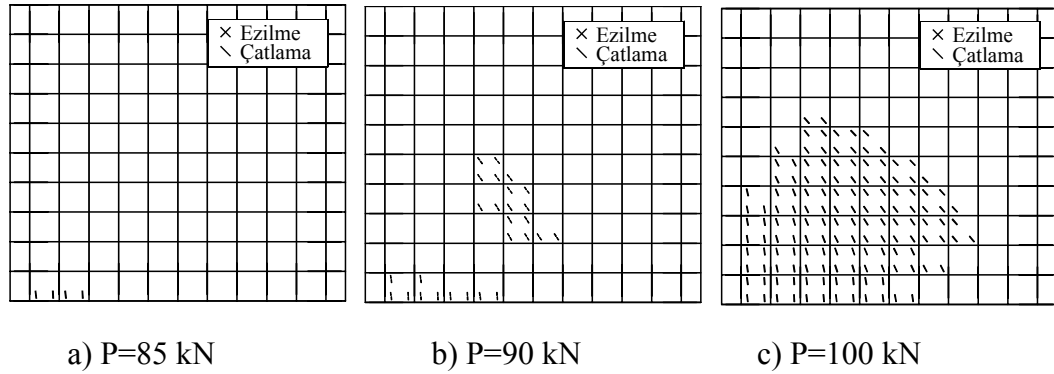
önemi açıkça görülmektedir. Ayrıca betonun çekme yumuşaması kolunun tanımlanması sonlu elemanlarla yapılan çözümlerde sıkça karşılaşılan sayısal stabilite problemlerini de azaltmaktadır. Örneğin beton maksimum birim uzama değerinin 0.0010'dan daha küçük değerler alınması durumunda, kullanılan yük artımı metodunda sayısal stabilite problemleri ile karşılaşmıştır.



Şekil 6.9: W2 yüksek kirişinin Çözüm 1 ve farklı beton maksimum birim uzama değerlerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri

Şekil 6.9'da verilen beton maksimum birim uzama $\epsilon_{tu} = 0.0020$ değerine karşı gelen yük-yerdeğiştirme eğrisinin deney sonucuna oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu değer için deney sonucuna oldukça yakın çözüm sonucu elde edilmesinin sebebi betonun çekme rijitliğinin beton donatı etkileşimiyle de ilgisinin olmasıdır. Elemanda beton çekme yumuşaması başladığında çekme dayanımına ulaşmış beton bölümlerin donatıya taşıyamadıkları gerilmeleri aktarabilmesi gerekir. Eğer donatının akma dayanımına karşı gelen birim uzama değerine ($\epsilon_{sy} = 0.00186$) ulaşıldığında da beton çekme yumuşaması ile boşalan gerilmelerin donatıya aktarılabilmesi gerekir. Bu ise azalan donatı rijitliği sebebiyle devamında gelen yük artımında büyük şekil değiştirmelerin meydana gelmesi ve betonun çatlaması ile mümkündür. Bir diğer olasılık da betondan boşalan gerilmelerin komşu elemanlara

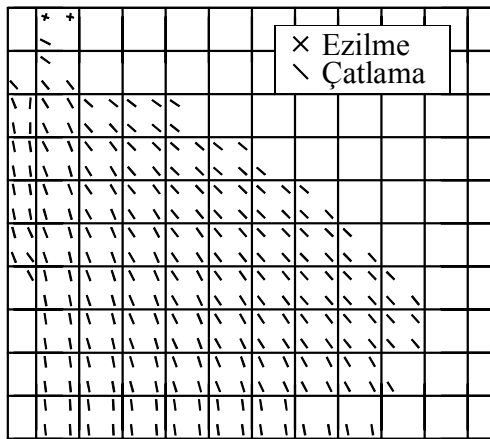
aktarılmasıdır. Donatının akma dayanımına ulaşması ile betonun çekme rijiliği etkisi ortadan kalkar. Beton maksimum birim uzama ε_{tu} değerinin daha büyük değerleri (0.0030, 0.0050) için yapılan çözümlerde betonun çekme rijitliğinin, Şekil 6.9'da verilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinde W2 yüksek kirişinin rijitliğini de arttırdığı görülmektedir. Ayrıca P yükünün 100 kN değerinden sonra yük-yerdeğiştirme eğrisinin devamı çıkan sayısal problemler nedeniyle, yük artımı metodu ile, elde edilememiştir. Bu sayısal problemlerin nedeni tam olarak tesbit edilememiştir. Ancak Şekil 6.8c'de gösterilen 80 kN yük seviyesine gelindiğinde beton sonlu elemanların büyük bölümünün çekme dayanımına ulaşılmış olması ve betonun çekme yumuşaması bölümüne girmesi, devamındaki yük seviyelerinde donatıların akmaya ulaşması, yükün etkidiği yerdeki başlık elamanına birleşen gövde elemanında basınç yumaşmasının birlikte olması önerilen modeli oldukça zorlamaktadır.



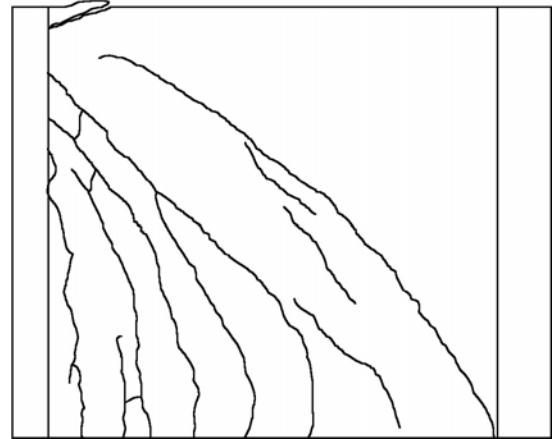
Şekil 6.10: W2 yüksek kirişinin yarısında, farklı yük seviyeleri için betonda oluşan çatlaklar ve doğrultuları

P yükünün 80 kN dan sonra Çözüm 1'e göre W2 yüksek kirişinin davranışını incelemeye devam edilirse ilk çatlaklar, yükün 85 kN seviyesinde, perdenin orasında alt bölümünde başlamaktadır. Ardından yükün 100 kN'a kadar artmasıyla çatlaklar W2 yüksek kirişinin orta bölümlerine kadar ilerlemektedir (Şekil 6.10). Ayrıca yükün 100 kN seviyesinde yükün etkidiği yerdeki başlık elamanına birleşen gövde elemanında beton basınç dayanımına ulaşmış betonda basınç yumuşaması başlamıştır. Donatıların durumu ise yüksek kirişin alt 150 mm'lik ve orta bölümündeki yatay donatılar ve yükün etkidiği yerdeki başlık elemanına birleşen gövde elemanındaki yatay donatılar akma gerilmesine ulaşmıştır. Düşey donatılar akma gerilmesine ulaşmamıştır.

P yükünün 100 kN'dan sonra W2 yüksek kirişinin davranışının elde edilmesinde sayısal çözümlerde çeşitli zorluklarla karşılaşmıştır. Bunlar şu şekilde sıralanabilir: Öncelikle 100 kN'dan sonraki bölümde yük arttıkça hızla W2 yüksek kirişi rijitliğini kaybetmektedir. Bunun sebebi ise W2 yüksek kirişinin büyük bölümünde çekme yumuşaması başlamıştır. Perdenin alt 150 mm'lik bölümündeki donatıların bir bölümü akma gerilmesine ulaşmıştır. Bunun yanında yükün etkidiği yerdeki başlık elemanına birleşen gövde elemanında beton basınç dayanımına ulaşmış, betonda basınç yumuşaması başlamış ve yatay donatı da akma dayanımına ulaşmıştır. Orta başlık elemanına birleşen üst gövde elemanında beton tarafından boşalan gerilmeler, donatı da akma gerilmesine ulaştığı için, donatıya aktarılamamaktadır. Bu sebepten sayısal stabilite problemleri ile karşılaşmaktadır. Beton basınç yumuşaması ve donatının akma dayanımına ulaşmış olması hesap modelini zorlamaktadır. Orta başlık elemanına birleşen üst gövde elemanın davranışı W2 yüksek kirişinin güç tükenme durumundaki davranışını etkilemektedir. Yapılan çözümlerde bu elemenda kalınlığı veya donatı miktarını arttırmak ya da kalınlığını azaltmak, beton çekme dayanımına ulaştıktan sonra beton basınç yumuşaması kolunu uzatmak hasarın bir bölümde yoğunlaşmasına engel olduğu için sayısal stabilite problemlerine çözüm olmaktadır. Burada verilen çözümlerde bu elemenda beton kalınlığı yarıya indirilmiş, donatı miktarı iki katına çıkarılmıştır. Ayrıca bu elemenda beton basınç yumuşaması için maksimum birim uzama 0.015 olarak alınmıştır.



a) Çözüm 1 (116 kN)



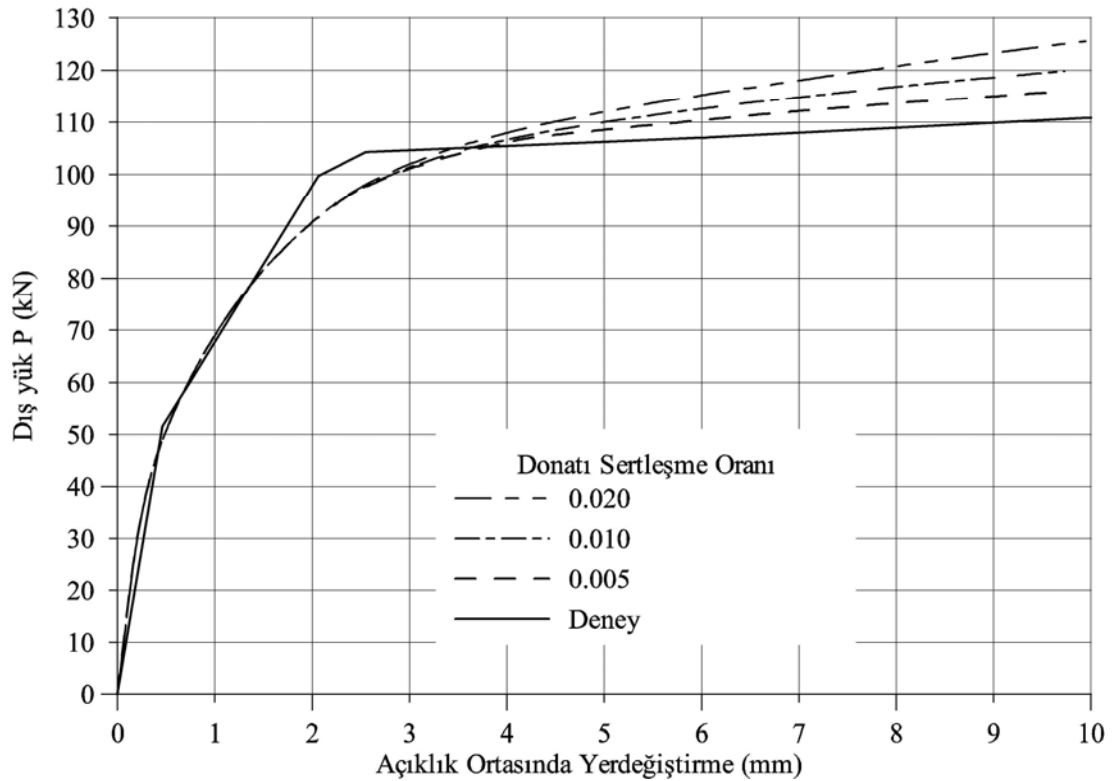
b) Deney (110 kN)

Şekil 6.11: Göçme durumu çözüm ve deney sonucu elde edilen çatlak durumu

Deney sonucuna göre güç tükenmesi durumuna başlık elemanına birleşen gövde bölümünde betonun ezilerek ayrılması ile ulaşıldığı bildirilmiştir (Cervenka ve

Gerstle, 1972). Göçme anında Çözüm 1 ve deney sonucu elde edilen çatlak durumu Şekil 6.11’de verilmiştir.

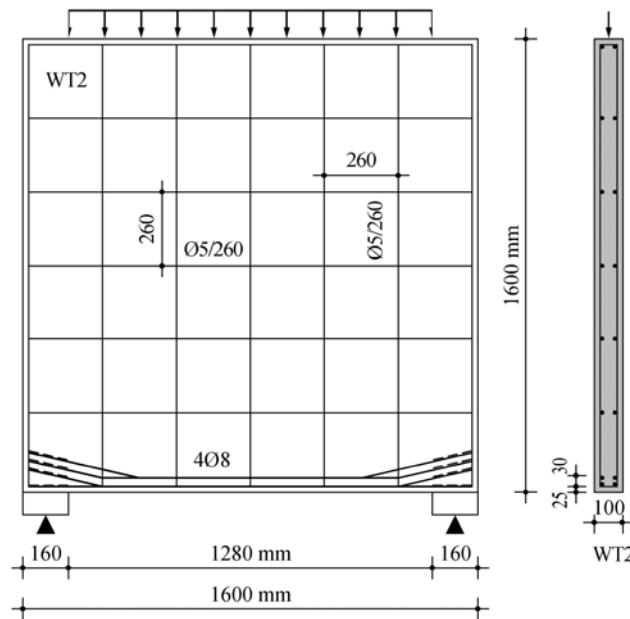
Donatının akma dayanımına ulaştıktan sonra davranışını tanımlamada kullanılan donatı sertleşme oranının W2 yüksek kiriş davranışına etkisi incelenebilir. Bu sebeble Çözüm 1 ve farklı sertleşme oranları kullanılarak yapılan hesaplar sonucu elde edilen W2 yüksek kiriş yük-yerdeğiştirme eğrileri Şekil 6.12’de verilmiştir. Şekil 6.12’de verilen eğriler incelendiğinde donatının sertleşme oranının P yükünün 100 kN’a kadar etkisinin olmadığı görülmektedir. Bunun sebebi 100 kN yük seviyesine kadar sadece W2 yüksek kirişin orta, alt bölümündeki yatay donatıların bir kısmı akma dayanımına ulaşmıştır. Devam eden yük seviyelerinde ise akma dayanımına ulaşan yatay donatı miktarı giderek artmaktadır. Göçme durumuna yaklaştıkça sertleşme oranı etkisi belirginleşir ve W2 yüksek kirişinin rijitliğini artırır.



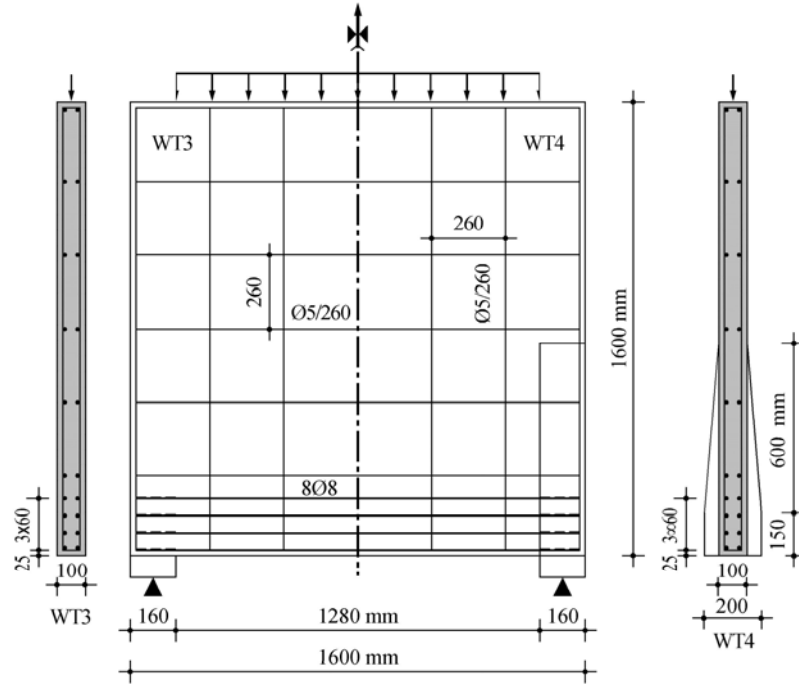
Şekil 6.12: Farklı donatı sertleşme oranlarına ve Çözüm 1’e göre W2 yüksek kiriş yük-yerdeğiştirme eğrileri

6.3. Betonarme WT Yüksek Kirişleri

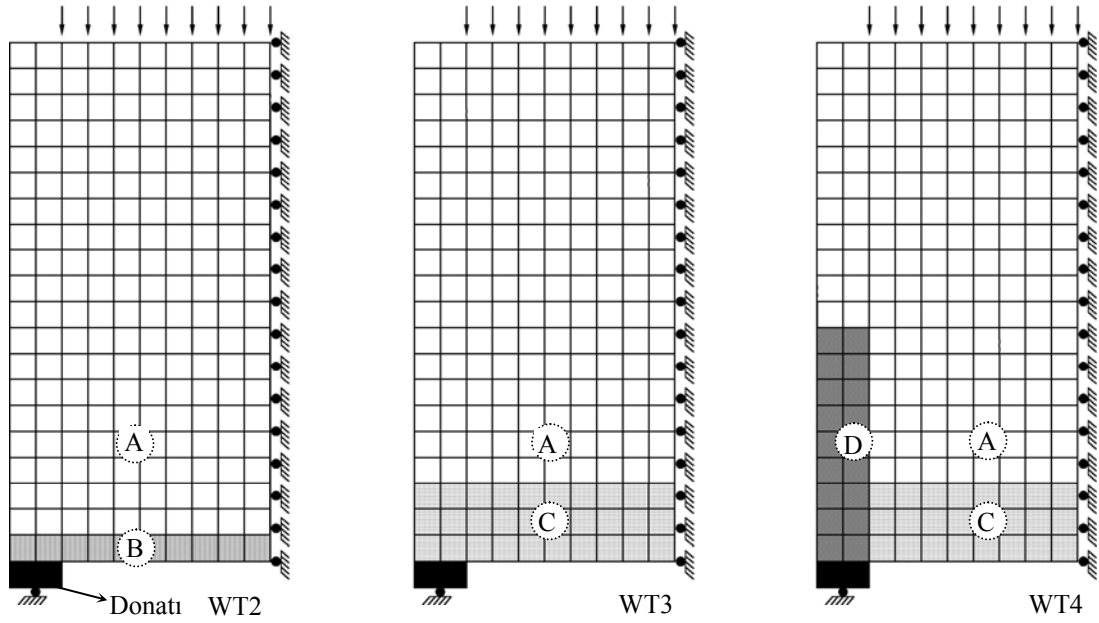
Leonhardt ve Walther (1966) tarafından deneysel çalışmaları yapılan WT2, WT3 ve WT4 yüksek kirişlerinde önerilen sonlu eleman modeli ile çözümler yapıp, deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Şekil 6.13 ve 6.14’de verilen WT2, WT3 ve WT4 yüksek kirişleri 1600 mm boyutlarında, kare şeklinde ve 100 mm kalınlığındadır. Ayrıca WT4 yüksek kirişinde mesnet bölgelerinde betonun ezilmesini önlemek için kalınlık arttırılmıştır (Şekil 6.14). Yüksek kirişler alt kenarlarından basit mesnetli olup, üst kenarlarına düzgün yayılı yük uygulanmıştır. Yüksek kirişlerde düşey donatılar 5 mm çapında, 260 mm aralıkla düzgün yayılı şekilde yerleştirilmiştir. Yüksek kirişlerde yatay donatılar düşey donatılar gibi düzenlenmiştir. Sadece alt bölüme yerleştirilen yatay donatılar farklıdır. Şekil 6.13 ve 6.14’de gösterildiği gibi WT2’de 4 tane, WT3 ve WT4’de 8 tane 8 mm çapında yatay donatı alt bölüme yerleştirilmiştir. 5mm çapındaki donatılar $f_y=320$ MPa, 8 mm çapındaki donatılar $f_y=415$ MPa akma dayanımına ve tüm donatılar $E_{s0}=210$ GPa elastisite modülüne sahiptir. Donatılarda akma ötesi şekil değiştirme durumunda pekleşme oranı 0.010 olarak alınmıştır. Beton basınç dayanımı $f_c=29.6$ MPa, basınç dayanımına karşı gelen birim kısalma $\epsilon_{co}=0.002$, maksimum birim kısalma $\epsilon_{cu}=0.010$, maksimum birim uzama $\epsilon_{tu}=0.002$, beton başlangıç elastisite modülü $E_0=27.2$ GPa, çekme dayanımı $f_{ct}=1.8$ MPa olarak çözüm yapılmıştır.



Şekil 6.13: WT2 deney numunesi geometrisi ve donatı yerleşimi



Şekil 6.14: WT3 ve WT4 deney numuneleri geometrisi ve donatı yerleşimi



Şekil 6.15: WT yüksek kirişleri için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler

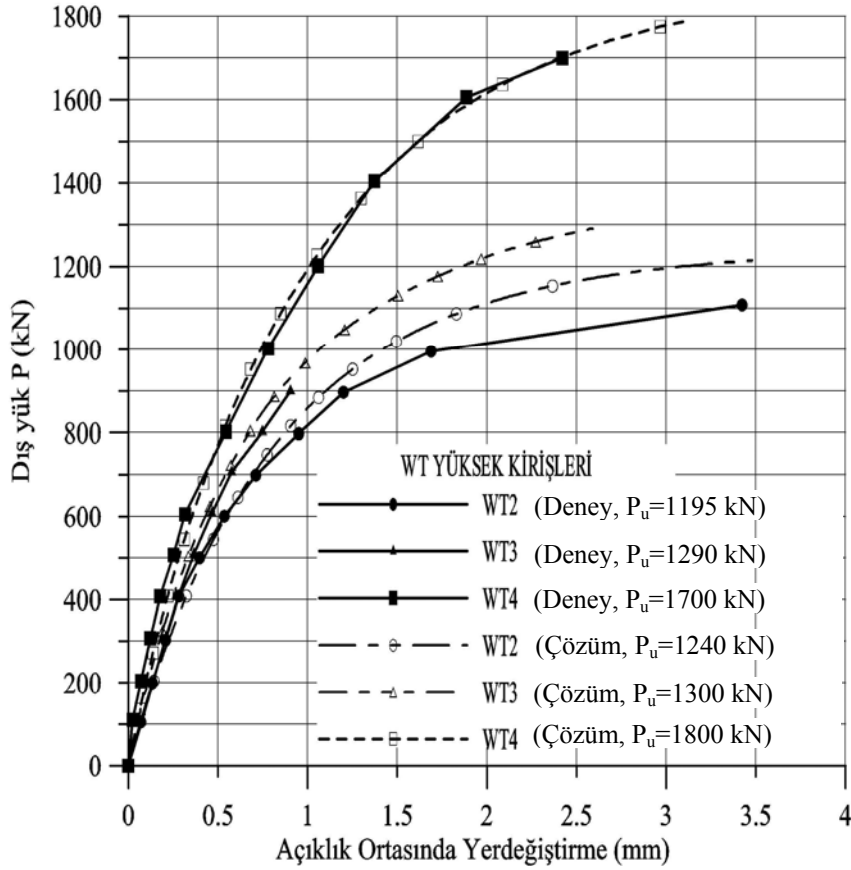
Sonlu elemanlar yöntemiyle sayısal çözümlemede, yük ve geometrideki simetri nedeniyle, WT yüksek kirişlerinin yarısı alınmıştır. Şekil 6.15’de verilen 20×10 elemanlı, sonlu eleman ağı için çözüm yapılmıştır. Beton ve yayılı donatı için izoparametrik 4 noktalı dörtgen eleman ve 2×2 sayısal integrasyon noktası

kullanılmıştır. Şekil 6.15 ve Tablo 6.3’de yatay ve düşey donatıların yerleri ve sayısal çözümlerde kullanılan donatı oranları verilmiştir.

Tablo 6.3: WT yüksek kirişlerinin sayısal çözümünde kullanılan donatı oranları

Donatı oranı, ρ	Şekil 6.15’de verilen donatı yerleşim bölgeleri			
	A	B	C	D
Yatay	0.00151	0.02510	0.01787	Kalınlıkla orantılı değişmekte
Düşey	0.00151	0.00151	0.00151	

Hesaplama yük artımı uygulanarak yapılmıştır. Her bir adımda yapılan yük artımı taşıyabileceği yükün yaklaşık 0.02-0.005 olarak alınmıştır. Bir adımda maksimum iterasyon sayısı 30 ile sınırlanmış, yaklaşım kriteri yerdeğiştirme kriteri olarak seçilmiş ve yeterli yaklaşım değeri 0.01 olarak alınmıştır.



Şekil 6.16: WT yüksek kirişlerinin deney ve sayısal çözüm sonucu elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri

Şekil 6.16’da WT yüksek kirişlerinin, Leonhardt ve Walther (1966) tarafından verilen deney sonucu ve bu tez çalışmasında yapılan sayısal çözüm sonucu elde edilen, açıklık ortasındaki düşey yerdeğiştirmeyle toplam düşey yük değeri

arasındaki ilişki ve güç tükenme yükü gösterilmiştir. Burada WT2 yüksek kirişinin artan yük etkisinde davranışı, sayısal çözümleme sonuçlarına göre, ayrıntılı bir şekilde önce verilip, sonra WT2 yüksek kirişi ile WT3 ve WT4'ün davranışı karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Toplam yükün 500 kN değerine kadar WT2 yüksek kirişinde davranış doğrusal kabul edilebilir. Bu yük seviyesinde ilk çekme çatlakları, beklenildiği gibi, açıklığın orta bölümünde oluşmaktadır. Yüksek kirişin orta bölgesinde ve alttan 250 mm yükseklikte beton çekme gerilmeleri ortalama 1.6 MPa değerine ve mesnet bölgesinde beton basınç gerilmeleri 16 MPa değerine ulaşmıştır. Donatılarda oluşan gerilmeler oldukça küçüktür. Toplam yük 950 kN değerine ulaştığında orta bölümdeki çatlaklar kenarlara ve yukarıya doğru genişleyip, yayılmıştır. Donatı gerilmeleri bu yük seviyesinde 50 MPa değerinden küçüktür. Bunun yanında mesnet bölgesinde beton basınç gerilmeleri 30MPa değerine ulaşmıştır. Sayısal çözümlemede 950 kN yük değerinden sonra yüksek kirişin davranışına mesnet bölgesindeki betonun ezilmesi etkili olmaktadır. Sayısal çözümle elde edilen yük yerdeğiştirme eğrisi mesnet bölgesinin modellenmesinden etkilenmektedir. 950 kN ile 1200 kN yük aralığında alt bölümdeki donatı düzeni sebebiyle çatlaklar yayılmadan çok genişlemektedir. Mesnet bölgesinde beton maksimum basınç gerilme değerleri aşılmış, betonun ezilme ve basınç yumuşama bölgesi yukarı ve yana doğru genişlemiştir. WT2 yüksek kirişinde mesnet bölgesinde betonun ezilmesi ve donatıların akma gerilmesine ulaşması ve alt bölüme yerleştirilen donatı düzeni sebebiyle sınırlı bir bölgede meydana gelen çatlakların genişlemesi ile oluşan bir güç tükenme şekli gözlenmiştir.

WT3 yüksek kirişinde WT2'den farklı olarak alt bölüme iki kat daha fazla yatay donatı ve bu donatılar daha geniş bir yüksekliğe yayılı olarak yerleştirilmiştir. WT3'deki bu değişiklik çatlakların genişlemesini sınırlandırıp, daha geniş bir bölgeye yayılmasını sağlamıştır. Bu sebeble çatlakların başlangıç yükü 500 kN değerine kadar WT3 ile WT2 yüksek kirişleri benzer davranır. Daha sonraki yük seviyelerinde çatlakların yayılımında ve genişliklerindeki farklılık sebebiyle WT3 yüksek kirişi WT2'den daha rijit davranış sergilemektedir. Fakat WT3 yüksek kirişinde dayanım ve rijitlik artışı, diğer taraftan WT2'de olduğu gibi mesnet bölgesindeki betonun ezilmesi ile sınırlıdır. Bundan dolayı WT3'ün güç tükenme yükü WT2'nin güç tükenme yükünden sadece 100 kN kadar daha büyük olmuştur.

WT4 yüksek kirişinde WT3'den farklı olarak betonun ezilmesini önlemek için mesnet bölgelerinde Şekil 6.14'de gösterildiği gibi kalınlık arttırılmıştır. Bu rijilik artışı sebebiyle küçük yük seviyelerinde de WT4 yüksek kirişi WT2 ve WT3'den daha rijit davranış sergilemektedir. WT4 yüksek kirişinde WT3'den çok daha büyük güç tükenme yükü elde edilmesi rijitliğinin arttırılması ve beton ezilmesinin önlenmesi ile açıklanabilir. WT4 yüksek kirişinde mesnet bölgesindeki maksimum beton basınç gerilmeleri daha geniş bir alana yayılmıştır. Çatlakların daha geniş bir alana dağılması ve betonun ezilmesi güç tükenme şeklinde etkili olmuştur. Donatıların çatlakların dağılımına ve genişlemesine etkisi yanında akma dayanımına ulaşan donatı miktarı oldukça azdır.

Sayısal çözümleme bakımından bir değerlendirme yapıldığında, özellikle WT2 yüksek kirişinin davranışını belirlemede bazı zorluklarla karşılaşmıştır. Öncelikle mesnet bölgesinin tanımlanmasında daha hassas bir modellemenin gerekli olduğu gözlenmiştir. Mesnet bölgesinde beton basınç yumuşama bölgesine girmektedir. Mesnet bölgesinde mesnete kuvvet iletilmesindeki zorluk sayısal sonuçların oldukça dağılmasına neden olmaktadır. Burada yüksek kiriş mesnet bölümünde deneyde olduğu gibi çelik malzeme üzerine yerleştirilerek modellenmiştir. Ayrıca WT2 de alt bölüme yerleştirilen yatay donatıların az sayıda ve birbirlerine oldukça yakın yerleştirilmeleri bu bölümde büyük çatlak genişliklerinin oluşmasına sebep olmaktadır. Çatlak genişlikleri büyüdükçe, tam aderansın geçerliliği yavaş yavaş zedelenir. Geliştirilen modelde aderans sıyrılma ilişkisi tanımlanmadığı için sayısal çözümle elde edilen WT2 yüksek kirişin davranışının deney sonuçlarına beklenen yakınlıkta bulunmadığı düşünülmektedir. WT3 ve WT4 yüksek kirişlerinde davranış WT2' ye göre sayısal çözümlemede daha başarılı bir şekilde elde edilmiştir.

6.4. Betonarme SW Perdeleri

Lefas ve diğ. (1990) tarafından deneysel çalışmaları yapılan, iki farklı tipteki, SW13, SW14, SW15, SW16; SW21, SW22, SW23 ve SW24 adlı, perdelerde önerilen sonlu eleman modeli ile çözümler yapıp, deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Şekil 6.17'de verilen birinci perde düzeninde, deney numunelerinin yüksekliği ve genişliği eşit olup 750 mm ve kalınlığı 70 mm boyutlarındadır. Şekil 6.18'de verilen ikinci perde düzeninde, deney numunelerinin yüksekliği 1300 mm, genişliği 650 mm ve kalınlığı 65 mm boyutlarındadır.

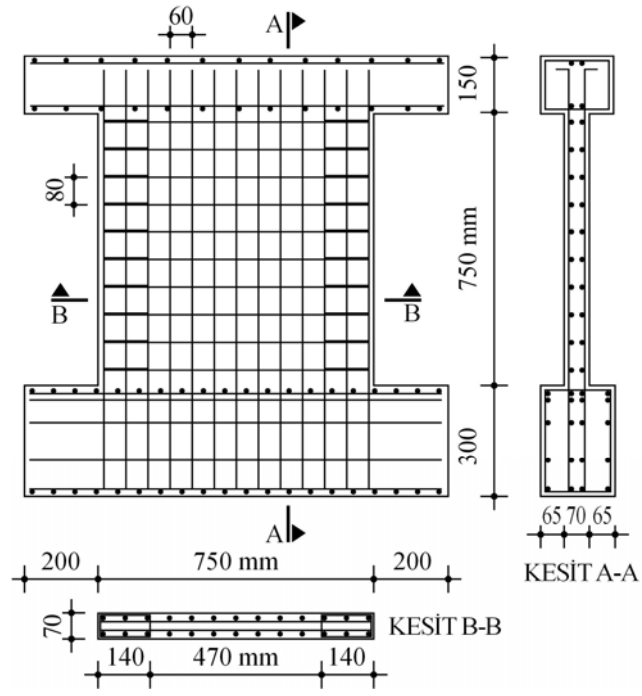
Tüm perdeler alt ve üst kenarlarından kirişle bağlanmıştır. Perdenin üst kenarındaki kirişin boyu 1150 mm, yüksekliği 150 mm, genişliği 200 mm boyutlarındadır. Perdenin üst kirişi vasıtasıyla perdeye düzgün yayılı sabit düşey eksenel yük ve yatay monoton artan yük uygulanmaktadır. Perdenin alt kenarındaki kirişin boyu 1150 mm, yüksekliği 300 mm, genişliği 200 mm boyutlarındadır. Hareket etmeyecek şekilde alt kirişin zeminle bağlantısı yapılmıştır.

Şekil 6.17 ve 6.18’de perdelerin donatı düzenleri verilmiştir. Perdelerde düşey donatılar 8 mm, yatay donatılar 6.25 mm çapındadır. Perdelerin başlık bölgesinde 4 mm çapında etriyeler kullanılmıştır. 8 mm çapında düşey donatılar 470 MPa, 6.25 mm çapında yatay donatılar 520 MPa ve 4 mm çapındaki etriyeler 420 MPa akma gerilmesine ve tüm donatılar $E_{s0}=190$ GPa elastisite modülüne sahiptir. Sayısal çözümlerde, donatılarda akma ötesi şekil değiştirme durumunda, donatı pekleşme oranı 0.010 alınmıştır. Tablo 6.4’de sayısal çözümlerde ve perdelerin farklı bölgelerinde kullanılan kalınlıklar, yatay ve düşey donatı oranları verilmiştir.

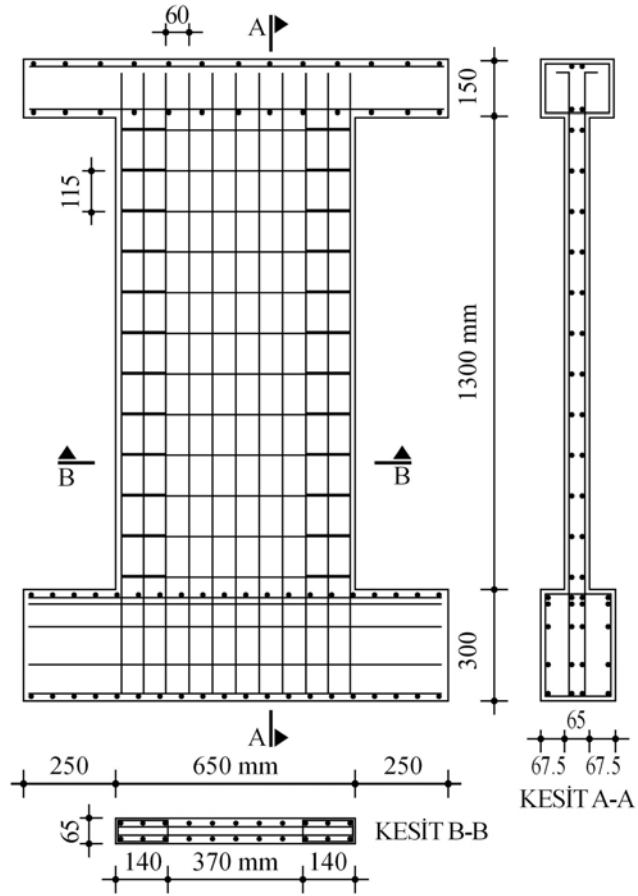
Tablo 6.4: Perdelerin farklı bölgelerindeki kalınlıklar, yatay ve düşey donatı oranları

Perdeler		Perde bölgeleri		Kalınlık (mm)	Donatı oranları, ρ	
					Yatay (%)	Düşey (%)
Tip I	SW13	A	Gövde	70	1.10	2.40
	SW14	B	Başlık	70	1.55	3.10
	SW15	C	Üst kiriş	200	0.82	0.97
	SW16	D	Alt kiriş	200	1.68	1.05
Tip II	SW21	A	Gövde	65	0.82	2.50
	SW22	B	Başlık	65	1.16	3.30
	SW23	C	Üst kiriş	200	0.82	0.97
	SW24	D	Alt kiriş	200	1.68	1.05

Tablo 6.5’de perdelerin beton malzeme özelliklerinden f_c bir eksenli beton basınç dayanımı, $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c}$ çekme dayanımı, $E_0 = 5000\sqrt{f_c}$ beton başlangıç elastisite modülü ve yatay yükleme boyunca uygulanan sabit düşey yük değeri verilmiştir.



Şekil 6.17: Birinci tip SW13, SW14, SW15 ve SW16 perdelerinin geometrisi ve donatı yerleşimi



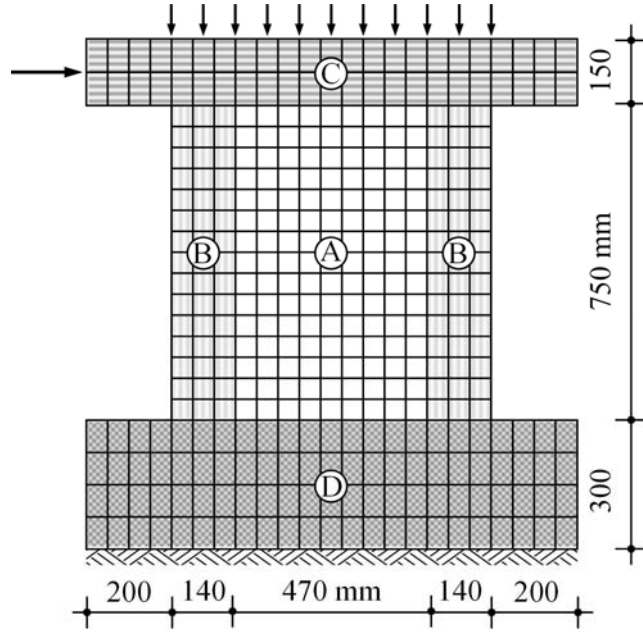
Şekil 6.18: İkinci tip SW21, SW22, SW23 ve SW24 perdelerinin geometrisi ve donatı yerleşimi

Çözümlerde kullanılan diğer beton malzeme özellikleri basınç dayanımına karşı gelen birim kısalma $\varepsilon_{co}=0.002$, maksimum birim kısalma $\varepsilon_{cu}=0.010$ ve maksimum birim uzama $\varepsilon_{tu}=0.00247$ değerleri kullanılmıştır. Üç farklı seviyede eksenel düşey yük perdelerine uygulanmıştır. Önce $f_c b \ell$ perde kesit alanı basınç dayanımı elde edilip, sonra bu değer 0.0, 0.1 ve 0.2 oranlarında eksenel düşey yük perdelerine uygulanmıştır. Sabit düşey yük etkisindeki perdelerde, perde üst kirişine monoton artan yatay yük uygulanarak perdelerin davranışı incelenmiştir.

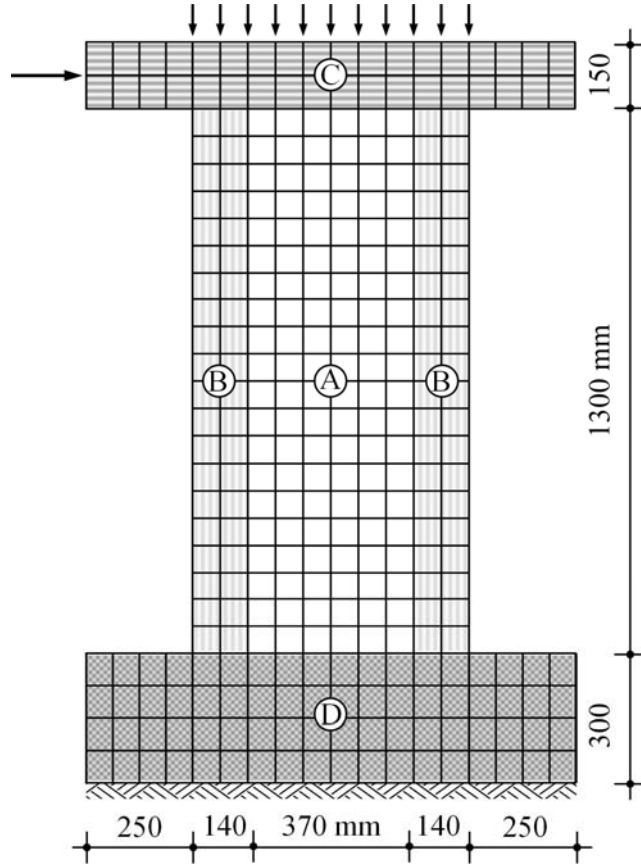
Tablo 6.5: Perdelerin beton malzeme özellikleri ve eksenel düşey yük değerleri

Perdeler		Eksenel düşey yük (kN)	Beton malzeme özellikleri		
			f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)	E_0 (MPa)
Tip I	SW13	355	34.5	1.9	29368
	SW14	0	35.8	2.0	29916
	SW15	185	36.8	2.0	30330
	SW16	460	43.9	2.2	33128
Tip II	SW21	0	36.4	2.0	30166
	SW22	182	43.0	2.2	32800
	SW23	343	40.6	2.1	31859
	SW24	0	41.1	2.1	32054

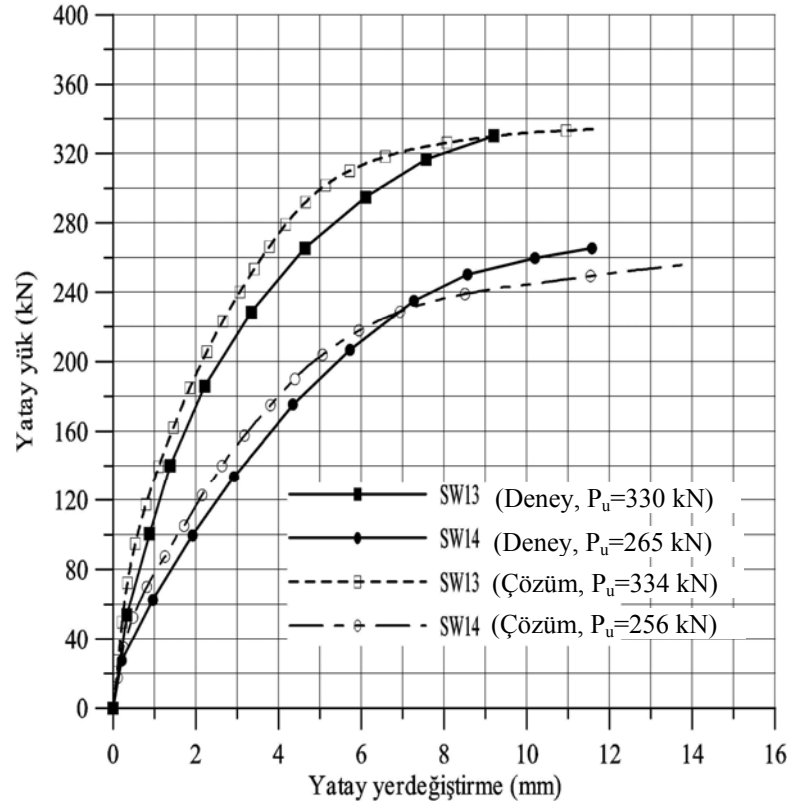
Birinci tip perde düzeninde Şekil 6.19’da verilen 363 elemanlı ve ikinci tip perde düzeninde Şekil 6.20’de verilen 308 elemanlı, sonlu eleman ağı için sayısal çözümler yapılmıştır. Beton ve yayılı donatı için izoparametrik 4 noktalı dörtgen eleman ve 2×2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır. Hesaplama yük artımı uygulanarak yapılmıştır. Sayısal çözümde önce toplam eksenel düşey yük beş yük artımı adımıyla perdeye uygulanmıştır. Daha sonra her bir adımda uygulanan yatay yük artımı taşıyabileceği yatay yükün yaklaşık 0.01-0.003 olacak şekilde adım adım sayısal çözüm yapılmıştır. Bir adımda maksimum iterasyon sayısı 30 ile sınırlandırılmış, yaklaşım kriteri yerdeğiştirme kriteri olarak seçilmiş ve yeterli yaklaşım değeri 0.01 olarak alınmıştır.



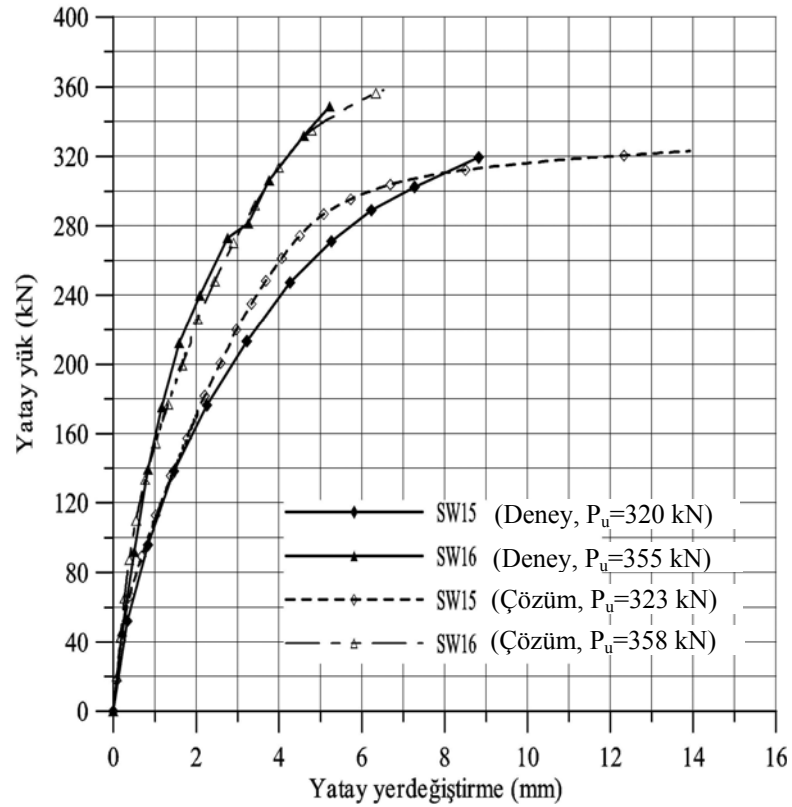
Şekil 6.19: SW13, SW14, SW15 ve SW16 perdeleri için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler.



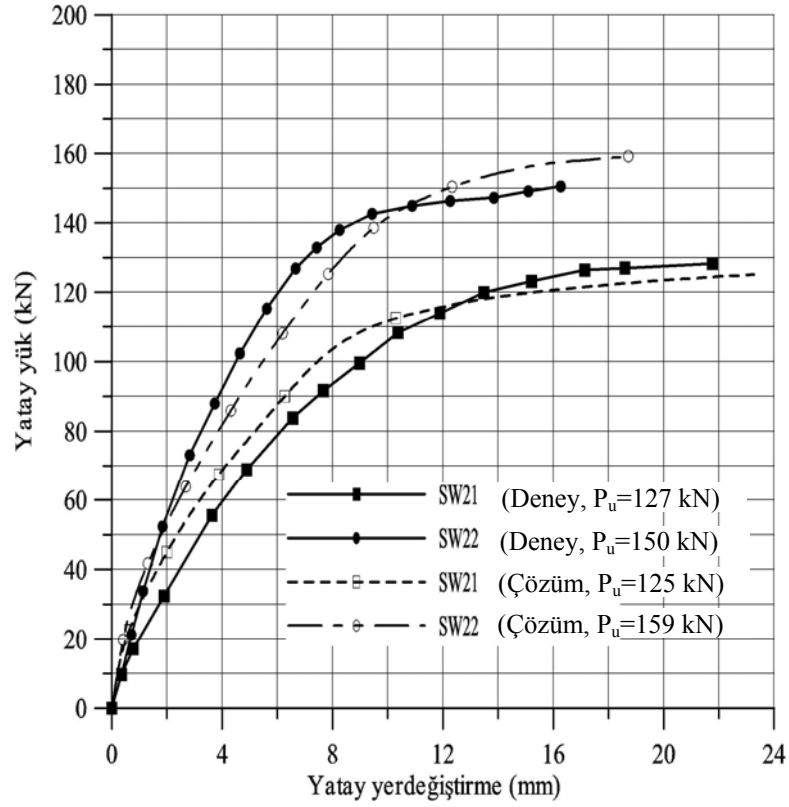
Şekil 6.20: SW21, SW22, SW23 ve SW24 perdeleri için seçilen sonlu eleman ağı ve farklı donatı oranlarına sahip bölgeler



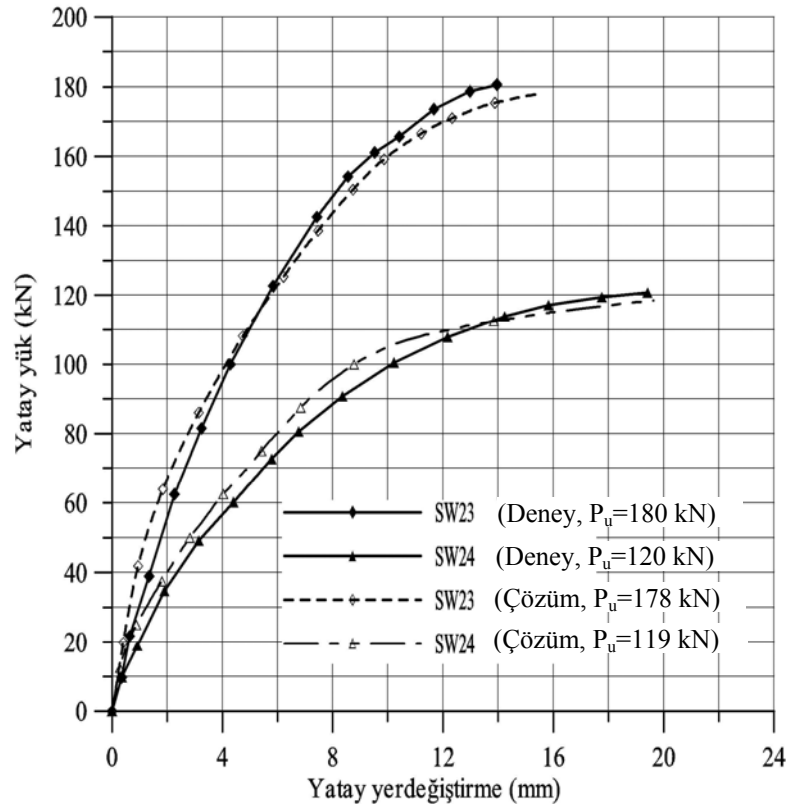
Şekil 6.21: SW13 ve SW14 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yerdeğiştirme eğrileri



Şekil 6.22: SW15 ve SW16 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yerdeğiştirme eğrileri



Şekil 6.23: SW21 ve SW22 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yerdeğiştirme eğrileri



Şekil 6.24: SW23 ve SW24 perdelerinin deney ve sayısal çözüm sonunucu elde edilen yatay yük yerdeğiştirme eğrileri

Şekil 6.21, 6.22, 6.23 ve 6.24’de SW perdelerini bu çalışmada yapılan sayısal çözümlerle elde edilen ve Lefas ve diğ. (1990) tarafından deney sonuçları verilen tepe yatay yük yerdeğiştirme eğrileri karşılaştırılmıştır.

Birinci perde düzeninde SW14 perdesi sadece yatay yük, SW13, SW15 ve SW16 perdeleri düşey ve yatay yük etkisindedir. Şekil 6.21 ve 6.22’de verilen yatay yük yerdeğiştirme eğrileri incelendiğinde sadece yatay yük etkisinde olan SW14 perdesinin düşey ve yatay yük etkisinde olan SW13, SW15 ve SW16 perdelerinden sırasıyla %20, 17 ve 25 daha küçük yatay yük taşıma kapasitesine sahiptir. SW15 perdesine etkiyen düşey yükten SW13’de 1.9 ve SW16’da 2.5 kat daha büyük düşey yük etkimesine karşılık, SW15 perdesinden SW13 ve SW16 perdelerinde sırasıyla %3 ve 11 daha büyük yatay yük taşıma kapasitesine sahiptir. SW13 ve SW15 perdelerinin yatay yük yerdeğiştirme eğrilerinin birbirine benzer olduğu görülmektedir.

İkinci perde düzeninde SW21 ve SW24 perdeleri sadece yatay yük, SW22 ve SW23 perdeleri düşey ve yatay yük etkisindedir. Birinci perde düzenine benzer şekilde sadece yatay yük etkisindeki perdeler düşey ve yatay yük etkisindeki perdelerden daha küçük yatay yük taşıma kapasitesine sahiptir. Farklı beton basınç dayanımlarına sahip olmalarına rağmen, SW21 ve SW24 perdelerinin yatay yük yerdeğiştirme eğrileri birbirine çok yakındır. SW22 perdesine etkiyen düşey yükten SW23’de 1.9 kat daha büyük düşey yük etkimesine karşılık, SW22 perdesinden SW23 perdesinde %20 daha büyük yatay yük taşıma kapasitesine sahiptir. Birinci perde düzenine göre ikinci perde düzeninde düşey yük etkisinin perdenin yatay yük yerdeğiştirme davranışında daha etkili olduğu söylenebilir.

İki perde düzeninde de ilk çatlakların oluşmaya başladığı yatay yük seviyesi perdeye etkiyen düşey yük değerinden etkilenmektedir. Artan yatay yük etkisinde perdelerde önce betonda çekme çatlakları oluşmakta daha sonraki yük seviyelerinde çatlaklar yukarı doğru ilerlerken çekme etkisinde olan başlık bölgesindeki boyuna donatılar akma dayanımına ulaşmakta ardından basınç etkisindeki başlık bölgesinde betonun ezilmesi ile güç tükenme durumuna erişilmektedir. Ek B’de, artan yatay yük etkisinde SW13 ve SW24 perdelerinin sayısal çözümlerinden elde edilen, farklı yatay yük seviyelerinde SW13 ve SW24 perdelerinde yatay ve düşey beton gerilme dağılımları ve çatlak oluşumları verilmiştir. Elde edilen sayısal çözüm sonuçları deney sonuçlarıyla oldukça uyumludur.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Betonarme yapıların davranışı ne kadar iyi anlaşılırsa bu oranda ilgili problemler tanınabilir, onlara çözüm bulunabilir, güvenlik ve ekonomi gibi gerekli ihtiyaçlar karşılanabilir. Çözüm modelleri davranışı anlamak ve geliştirmek için araçlardır. Bu tez çalışmasında geliştirilen sonlu eleman çözüm modeli ile monoton artan yük etkisi altında iki boyutlu düzlem gerilme kabul edilebilecek betonarme kiriş, yüksek kiriş, perde gibi elemanların doğrusal olmayan davranışları oldukça başarılı bir şekilde tahmin edilebilmektedir. Betonarme elemanların yük yerdeğiştirme eğrileri, güç tükenme şekli, çatlakların oluşumu ve yeri çoğu zaman tahmin edilebilmektedir. Ayrıca farklı yük seviyelerinde elde edilen sonlu eleman çözüm sonuçları betonarme elemanın davranışı hakkında faydalı bilgiler vermektedir.

Betonarme paneller üzerinde yapılan çözüm sonuçları ile deney sonuçları karşılaştırıldığında betonun çekme-basınç bölgesinde betonun bir doğrultuda çatlamasıyla, çatlağa dik doğrultuda betonun basınç dayanımı bir eksenli beton basınç dayanımından daha düşük dayanıma sahip olmaktadır. Bu sebeble çatlamış betonun basınç yumuşamasının modellenmesi önemlidir.

Enine donatının boyuna donatıya göre daha az olduğu betonarme panellerde, basit kayma gerilme durumu oluşacak şekilde yüklendiğinde, beton maksimum çekme gerilme değerine ulaşana kadar donatılar beklenildiği gibi çok düşük seviyede zorlanırlar. Beton çatlamaya başladığında ise donatılardaki çekme gerilmesi artmaya, asal şekil değiştirme doğrultuları değişmeye başlar. Beton dayanımının yüksek olduğu durumda, enine donatı ilk olarak akma gerilmesine ulaşır. Enine doğrultudaki donatının akması ile asal şekil değiştirme doğrultu açısı daha hızlı döner. Dönen çatlak modeli sabit çatlak modeline göre bu davranışı daha iyi tanımlar. Enine ve boyuna donatının eşit olduğu betonarme paneller, basit kayma gerilme durumu oluşacak şekilde yüklendiğinde, sabit çatlak modelinde olduğu gibi, dönen çatlak modelinde de asal şekil değiştirme doğrultu açısı sabit kalır.

Genel olarak betonarme panellerin davranışı önerilen sonlu eleman modeli ile oldukça gerçekçi biçimde elde edilebilmektedir. Ancak önerilen modelin bazı zayıflıkları vardır. Deney sonuçlarına yakın yük yerdeğiştirme eğrileri elde edilmesine rağmen güç tükenme şeklinin tesbit edilmesi özellikle çok güçtür. Her iki doğrultuda donatıların akması, bir doğrultuda donatı akıp betonun ezilmesi/aderans dayanımının aşılması, her iki doğrultuda donatılar akmadan betonun ezilmesi türünden, bir güç tükenmesinden, hangisine erişildiğini belirlemek oldukça zordur. Bunun sebebi aşağıdaki gibi açıklanabilir. Önerilen çözümde beton maksimum basınç gerilmesine ulaşana kadar beton basınç gerilme-şekil değiştirme davranışı oldukça iyi modellenmiştir. Ancak beton maksimum basınç gerilmelerine ulaştıktan sonra betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisinde şekil değiştirmelerin artması ile azalan kol üzerinde davranış modelde etkili bir şekilde tanımlanamamıştır. Bu durumun sonuçlara belirli bir etkisinin olduğu tahmin edilebilir. Bir başka dikkati çeken konuda bir doğrultuda donatıları az olan panellerde yapılan çözümlerde denge denklemlerini sağlamak için yerdeğiştirme yaklaşım kriteri değerini oldukça küçük seçmek gerekmiştir.

Yüksek kirişler ve perdeler üzerinde yapılan sayısal çözümlerde elde edilen yük yerdeğiştirme eğrileri, çatlakların oluşumu, yayılması deney sonuçları ile oldukça uyumludur. Yapılan çözümlerle yüksek kirişlerin ve perdelerin güç tükenme türü, farklı yük seviyelerinde elde edilen çözüm sonuçlarından adım adım güç tükenme bölgelerinin belirlenmesi, yüksek kirişin ve perdelerin davranışını etkileyen parametreler, donatı düzeninin etkileri oldukça başarılı bir şekilde incelenmiştir. İleride yapılacak çalışmalarda farklı yük ve donatı düzenleri için çözümler yapılabilir. Yüksek kirişlerde ve perdelerde açılan boşlukların yeri ve büyüklükleri üzerinde incelemeler yapılabilir. Elde edilen bilgilerle yönetmeliklerde verilen kuralların geçerliliği araştırılabilir ve daha etkili hale getirilebilir.

Sonuçlar ve daha sonra yapılacak çalışmalar için tavsiyeler aşağıda verilmiştir:

a. Doğrusal olmayan sonlu eleman yönteminin betonarme elemanlara uygulanmasında önemli zorluklardan birisi de beton davranışının modellenmesidir. Bir çok araştırmacı tarafından çok sayıda model değişik basitlik veya kapsamda önerilmiştir. Genel sonlu elemanlar problemlerinde ortaya çıkan, “ çok sayıda basit

eleman veya daha az sayıda gelişmiş eleman kullanma” sorusu burada da geçerlidir. Genel bir cevap vermek mümkün olmamakla beraber, gelişmiş çok sayıda model yanında ortotrop beton modellerin basitliği ve etkinliği bu çalışmada da gözlenmiştir. Bu çalışmada ortotrop beton malzeme eksenleri toplam şekil değiştirmelerin asal doğrultularında tanımlanmıştır. Ayrıca toplam gerilmelerle şekil değiştirmelerin asal doğrultularının çakıştığı kabul edilmiştir. Ortotrop malzeme eksenlerinde tanımlı toplam eşdeğer bir eksenli şekil değiştirmelerden toplam gerilmeler elde edilmiştir. Ortotrop beton modelde davranış bir eksenli yükleme deneylerinden elde edilen betonun bir eksenli çekme, basınç dayanımı gibi bilinen malzeme sabitleri ile tanımlanmıştır. Bundan sonra yapılacak çalışmalarla, toplam gerilmelerle şekil değiştirmelerin asal doğrultularının çakışması kabulünün etkisi incelenebilir.

b. Sunulan çalışmada betonun çatlama ve ezilmesi maksimum şekil değiştirme kriterleri kullanarak tanımlanmıştır. Betonun çatlama ve ezilmesini tanımlayan şekil değiştirme kriterlerinin gerilme kriterlerinden daha iyi sonuçlar verdiği yapılan çalışmalarda gözlenmiştir. Önerilen beton malzeme modelinde betonun çatlama ve çatlama sonrası davranışı oldukça etkili bir şekilde tanımlanabilmiştir. Daha ileri yük seviyelerinde karşılaşılan ve bölgesel olarak betonun ezilmesini tanımlayan şekil değiştirme kriteri oldukça basit seçilmiştir. Eğer beton basınç-basınç bölgesinde bir doğrultuda betonun ezilmesini tanımlayan şekil değiştirme kriteri aşılsa, betonun ezildiği ve artık hiç bir doğrultuda yük taşımadığı kabul edilmiştir. Betonun çekme basınç bölgesinde de benzer şekilde betonun ezilme kriteri tanımlanmıştır. İleride yapılacak çalışmalarda betonun ezilmesini tanımlayan daha etkili şekil değiştirme kriterleri araştırılabilir. Betonun ezilmesi ile sonlu eleman çözümünde ortaya çıkan sayısal stabilite problemlerinin önerilen sonlu eleman çözüm modelinde giderilmesi, bu modeli daha etkili hale getirebilir.

c. Yapılan çalışmada çatlakların eleman üzerine düzgün yayılı olduğu kabulüne dayanan yayılı çatlak modeli kullanılmıştır. Eleman üzerinde çatlakların yayılı olduğunu kabul edebilmek için sonlu eleman boyutlarının yeterince küçük seçilmesi gerekir. Burada yapılan çözümlerde eleman boyutları beton içindeki maksimum agrega çapının 3 katından daha küçük seçilmiştir. Yayılı çatlak modelinde kullanılan dönen çatlak modeli sabit çatlak modeline göre daha başarılı olduğu yapılan çözümlerle görülmüştür. Bir doğrultuda donatı oranının diğer doğrultuya göre daha

az olan betonarme paneller üzerinde yapılan çözümlerde betonun maksimum çekme gerilmesine ulaşılmasından sonra çatlakların doğrultu değiştirdiği gözlenmiştir.

d. Bu çalışmada betonun çekme yumuşaması ve çekme rijitliği etkisi, betonun çekme gerilme şekil değiştirme eğrisinde, iki farklı azalan kol tariflenerek tanımlanmıştır. Çekme yumuşaması sade betonunun, çekme rijitliği donatılı betonun çatlama sonrası davranışını tanımlamak için kullanılmıştır. Bu etkilerin modelde tanımlanması deney sonuçlarına daha yakın sonuçlar vermesi yanında, sayısal stabilite problemlerini azaltmada da etkili olmuştur. Çekme yumuşaması için doğrusal azalan kolun tanımlanmasının yeterli olduğu gözlenmiştir. Çekme rijitliği etkisini tanımlarken, betonun içindeki donatıların akma gerilmesine ulaştığında, bu etkinin ortadan kalkacağı modelde dikkate alınmalıdır.

e. Özellikle perde, yüksek kiriş gibi elemanların büyük bir bölümünde iki eksenli gerilme durumu çekme-basınç bölgesindedir. Betonun çekme-basınç bölgesinde çatlama sonrası davranışını tanımlamak için beton basınç yumuşaması mutlaka model de tanımlanmalıdır. Bu çalışmada betonun bir doğrultuda çatlamaıyla iki farklı şekilde, çekme gerilmelerine ve çekme şekil değiştirmelerine bağlı olarak, çatlığa dik doğrultuda beton basınç dayanımında bir azaltma yapılmıştır. İki farklı basınç yumuşama yaklaşımından elde edilen sonuçların birbirlerine benzer ve deney sonuçlarına yakın olduğu görülmüştür.

f. Çatlamış betonun kayma modülünü beton malzeme modelinde tanımlamak oldukça güçtür. Bu çalışmada yapılan çözümlerde çatlamış betonun kayma modülünün sonuçlara etkisi oldukça küçük kalmıştır. Yapılan çözümlerde çatlamaya dik doğrultudaki elastisite modülünün %25'i kadar kayma modülü tanımlamak deney sonuçları ile uyumlu sonuçlar elde edilmesinde ve sayısal stabilite problemlerinin azaltılmasında yeterli olmuştur.

g. Önerilen sonlu eleman çözüm modelinde donatılar için basit yayılı ve ayrık donatı modelleri kullanılmıştır. Donatıların sadece eksenel kuvvet taşıdığı, elastik pekleşen plastik gerilme şekil değiştirme ilişkisine sahip olduğunu kabul etmek yeterli olmuştur. Donatı akma gerilmesi aşıldıktan sonra küçükte olsa donatıda bir rijitlik tanımlamak, sayısal stabilite problemlerini azaltmada faydalı olmuştur. Donatıların modellenmesi oldukça basit bir şekilde yapılmıştır. Önerilen yayılı donatı modelinde

donatılar istenilen doğrultularda yerleştirilebilir. Ayrık donatı modelinde donatıların düğüm noktalarından geçtiği kabul edilmektedir. Ayrıca beton eleman içine şekil-yerdeğiştirme fonksiyonlarında yapılacak düzenlemelerle donatı beton içine gömülebilir ve donatının beton elemanının kenarlarından geçmesi sağlanabilir (gömülü donatı modeli). Yeni donatı modeli geliştirilmek istenirse, asıl önemli olan beton ve donatı arasındaki etkileşimi daha iyi sağlayan bir donatı modeli araştırılabilir. Betonun çatlamasında donatıların perçin etkisinin malzeme modeline dahil edilmesi de ileri bir geliştirme sayılabilir.

h. Önerilen çözümde ayrıca bir aderansın çözülmesinin modellenmesi için bağ elemanları kullanılmamıştır. Betonarme elemanın yük yerdeğiştirme ilişkisi için çözüm yapıldığında, özel olarak aderansın çözülmesi incelenmiyorsa, tam aderans kabulünün de uygun sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Aderans çözülme etkisinin sonlu eleman çözüm modeline dahil edilmesi betonarme kirişlerin, kolon kiriş birleşim bölgelerinin ve aderans çözülmesi beklenen bölgelerin incelenmesinde donatı düzeni ve yükleme şekline bağlı olarak gerekli olabilir. Özellikle tekrarlı yük etkisi altında kolon kiriş birleşim bölgelerinde donatı yerleşimi ile aderans hasarları, aderans çözülme etkisi daha sonra yapılacak çalışmalarda araştırılabilir.

i. Yapılan çalışmada seçilen sonlu elemanlar dört noktalı dörtgen eleman ve iki noktalı çubuk elamandır. Elemanların düğüm noktalarında iki öteleme serbestlik derecesi vardır. Yerdeğiştirme-şekil değiştirme fonksiyonları oldukça basit seçilmiştir. Eleman rijitlik matrisini belirlerken gerekli integrasyonu gerçekleştirmek için Gauss sayısal integrasyon yöntemi ve gerilme şekil değiştirme alanında uyumunu sağlamak için 2x2 sayısal integrasyon noktası kullanılmıştır. Buna rağmen oldukça iyi sonuçlar elde edilmiştir. Önerilen sonlu eleman çözüm modeline daha gelişmiş sonlu eleman türleri, sayısal integrasyon sayısının ve düğüm noktalarında serbestlik derecelerinin arttırılması gibi işlemler, geliştirilen programa yeni alt programlar ilave edilerek yapılabilir. Daha gelişmiş sonlu elemanlar seçmek ayrıca işlem hacmini arttırdığı için sayısal problemleri de arttırabilir ve ortaya çıkabilecek sayısal problemlerin yerlerinin bulunması ve giderilmesi de daha güç olabilir.

j. Önerilen artımlı çözümlemede Değiştirilmiş Newton Rapson iterasyon ve yük artımı yöntemi kullanılmıştır. Daha gelişmiş iterasyon ve yerdeğiştirme yöntemleri

ile önerilen yöntem karşılaştırıldığında model geliştirmede ve sayısal sonuçları yorumlamada önerilen model basitliği ve etkili olmasıyla öne çıkmaktadır. Ancak bunun yanında güç tükenme yükünü ve şeklini belirlemede bir miktar zorluklarla karşılaşmaktadır. Özellikle yük artımı yöntemi ile yapı sisteminin yük-yerdeğiştirme eğrilerinde azalan kolu elde etmek mümkün değildir. Fakat yerdeğiştirme artımı yönteminde azalan kol elde edilebilir. Bu sebeble önerilen çözüm modelinin yerdeğiştirme artımı için çözüm yapılabilir hale getirilmesi bu çalışma sonrasında yapılacak çalışmalardan bir tanesi olabilir. Eğer sonlu eleman çözüm modeli hem yük artımı hem de yerdeğiştirme artımı verilerek çözüm yapılabilir hale getirilirse, incelenen çeşitli yapı sistemlerinde yapılacak çözümlerle ve elde edilen sonuçların karşılaştırılmasıyla yük artımı çözüm tekniğinin güç tükenme bölgesinde daha etkili hale getirilebileceği düşünülmektedir.

k. Bu çalışmada iterasyon yöntemi uygulanırken yerdeğiştirme yaklaşım kriteri kullanılmıştır. Elde edilen çözümlerin yaklaşıklığı yük artımının büyüklüğünden ve seçilen yaklaşım aralığından etkilenmektedir. Daha gerçekçi bir çözüm sonucu elde etmek için yük artımını ve yaklaşım aralığını küçülttükçe işlem hacmi de artmaktadır. Çözüm sonuçlarına hızlı ulaşmak ve uygun sonuçlar elde etmek için bu iki değerin oldukça iyi seçilmesi gerekir. Bu çalışmada genelde yük artımı için taşınabilecek yükün %1-5'i gibi bir değer ve yerdeğiştirme yaklaşım koşulunda yeterli yaklaşım aralığı için 0.01 değeri önerilebilir. Ancak problem çözülürken bu taşınabilecek yük başlangıçta bilinmediği için tahmin yapmak yeterli olabilir. Çözülecek sistemin başlangıçta, küçük yük seviyelerinde, elastik kalır. İlk yük artımı safhasında, sistemin doğrusallıktan ayrıldığı yük seviyesi tesbit edilebilir. Bu yük seviyesi değerinden daha büyük bir yük artımı kullanmak uygun değildir. Bundan belirli bir oranda küçük bir yük artımı ile çözüme başlayıp devam eden adımlarda belirli safhalarda sayısal sonuçlar kontrol edilerek çözüme devam edilir. Benzer şekilde, ilk yük artımı adımıyla yaklaşım kriteri için kullanılacak, yaklaşım aralığı için bir alt ve üst sınır da belirlenebilir.

l. İki boyutlu sonlu eleman çözüm modeli önerilmeli betonarme elemanların çözümünde kullanılabilecek hale getirilebilir. Öngerilme donatılarının ayrıca ayrı olarak modellenmesi ve yüklemmeden önce öngerilme etkisinin çözülmesi gerekir.

KAYNAKLAR

- AASHTO**, 1994. AASHTO LRFD Bridge design specifications, *American Association of State Highway and Transportation Officials*, Washington, D.C.
- ACI 318M-99**, 1999. Building code requirements for structural concrete and commentary, *American Concrete Institute*, Michigan.
- ACI-ASCE Committee 447**, 2001. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, *American Concrete Institute*, T. Willam, T. Tanabe, Editors, Farmington Hills, Michigan.
- Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik**, 1997. *Bayındırlık ve İskan Bakanlığı*, Ankara.
- Ayoub, A. and Filippou, F.C.**, 1998. Nonlinear finite element analysis of RC shear panels and walls, *Journal of Structural Engineering*, **124**(3), 298-308.
- Aoyama, H. and Noguchi, H.**, 1979. Mechanical properties of steel and concrete under load cycles idealizing seismic actions, *Proceedings of the 25th IABSE-CEB Symposium*, Rome, May, 25-28.
- ASCE Committee 447**, 1982. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, State-of-the-art report, ASCE, New York.
- ASCE Committee 447**, 1993. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures II. State-of-the-art report, ASCE, J. Isenberg, Editor, New York.
- Balakrishnan, S. and Murray, D. W.**, 1988a. Concrete constitutive models for NLFE analysis of structures, *Journal of Structural Engineering*, **114**(7), 1449-1466.
- Balakrishnan, S., Elwi, A.E. and Murray, D. W.**, 1988b. Effect of modeling on NLFE analysis of concrete structures, *Journal of Structural Engineering*, **114**(7), 1467-1487.

- Balakrishnan, S., Elwi, A.E. and Murray, D. W.,** 1988c. Prediction of R.C. panel and deep beam behaviour by NLFEA, *Journal of Structural Engineering*, **114**(10), 2323-2342.
- Balmer, G. G.,** 1949. Shearing strength of concrete under high triaxial stress-computation of Mohr's envelope as a curve, *Structural Research Laboratory Report No. SP-23*, Bureau of Reclamation, United States Department of the Interior.
- Bangash, M. Y. H.,** 1989. Concrete and Concrete Structures: Numerical Modelling and Applications, Elsevier, New York.
- Bazant, Z. P.** 1980. Comment on orthotropic models for concrete and geomaterials, *Journal Engineering Mechanics Division, ASCE*, **109**(3), 849-865.
- Bazant, Z. P. and Cedolin, L.,** 1979. Blunt crack band propagation in finite element analysis, *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, **105**(EM2), April, 297-315.
- Bazant, Z. P. and Oh, B. H.,** 1983. Crack band theory for fracture of concrete, *Materials and Structures, RILEM*, **16**, 155-177.
- Bazant, Z. P., Bhat, P.,** 1976. Endochronic theory of inelasticity and failure of concrete, *Journal Engineering Mechanics Division, ASCE*, **102**(3), 701-722.
- Bedard, C. and Kotsovos, M. D.,** 1986. Fracture pocesses of concrete for NLFEA methods, *Journal of Structural Engineering*, **112**(13), March, 573-587.
- Bhide, S. B., and Collins, M. P.,** 1989. Influence of axial tension on the shear capacity of reinforced concrete members, *Journal of the American Concrete Institute*, **86**(5), 570-581.
- Büyüköztük, O.,** 1975. Betonarme yapı elemanlarının lineer olmayan analizi, *Doçentlik Tezi*, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- Büyüköztük, O.,** 1977. Nonlinear analysis of reinforced concrete structure, *Computers and Structures*, **7**, 149-156.

- CEB-FIP**, 1978. Model code for concrete structures, Comité Euro-International du Béton-Fédération International de la Prercontrainte, Paris.
- CEB-FIP**, 1993. Model code for concrete structures, Comité Euro-International du Béton-Fédération International de la Prercontrainte, London.
- Cedolin, L., Crutzen, Y. R. J. and Dei Poli, S.**, 1977. Triaxial stress-strain relationship for concrete, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **103**(EM), June, 423-439.
- Celep, Z. ve Kumbasar N.**, 2005. Betonarme Yapılar, Beta Dağıtım, İstanbul.
- Chan, H. C., Cheung, Y. K. and Huang, Y. P.**, 1994. Nonlinear modelling of reinforced concrete structures, *Computers and Structures*, **53**(5), 1099-1107.
- Chang, T. Y., Taniguchi, H. and Chen, W. F.**, 1987. Nonlinear finite elements analysis of reinforced concrete panels, *Journal of Structural Engineering*, **113**(1), January, 122-139.
- Chen, A. T. C. and Chen, W. F.**, 1975. Constitutive relations for concrete, *Journal Engineering Mechanics, ASCE*, **101**(2), 465-481.
- Chen, W. F.**, 1982. Plasticity of In Reinforced Concrete, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Chen, W.F. and Saleeb, A.F.**, 1994. Constitutive Equations for Engineering Materials, Volume I: Elasticity and Modelling, Elsevier, Amsterdam.
- Chen, W.F.**, 1994. Constitutive Equations for Engineering Materials, Volume II: Plasticity and Modelling, Elsevier, Amsterdam.
- Crisfield, M.**, 1997. Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Darwin, D. and Pecknold, D. A. W.**, 1977. Analysis of cyclic loading of plane R/C structures, *Computers and Structures*, **7**, 137-147.
- Desayi, P. and Krishnan, S.**, 1964. Equation for the stress-strain curve of concrete, *Journal of the American Concrete Institute*, **61**(3), March, 345-350.

- Elwi, A. A. and Murray, D. W.,** 1979. A 3-D Hypoelastic concrete constitutive relationship, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **105**(EM4), August, 623-641.
- Ersoy, U. ve Özcebe, G.,** 2001. Betonarme, Evrim Yayınevi, İstanbul.
- EUROCODE 2.,** 1993 Design of structures.
- Evans, R. and Pister, K. S.,** 1966. Constitutive equations for a class of nonlinear elastic solids, *International Journal of Solids and Structures*, **2**(3), 427-445.
- Evans, R. H. and Marathe, M. S.,** 1968. Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension, *Materiaux et Constructions*, **1**, 61-64.
- Fardis, M. N. and Büyüköztürk, O.,** 1979. Shear transfer model for reinforced concrete, *Journal of Structural Division, ASCE*, **105**(EM2), April, 255-275.
- Fardis, M. N. and Büyüköztürk, O.,** 1980. Shear stiffness of concrete by finite elements, *Journal of Structural Division, ASCE*, **106**(ST6), June, 1311-1327.
- Green, S. J., Swanson, S. R.,** 1973. Static constitutive relations for concrete, *Air Force Weapons Laboratory, Technical Report No. AFWL-TR-72-2*, Kirtland Air Force Base.
- Gupta, A. K. and Akbar, H.,** 1982. A finite element for the analysis of reinforced concrete, *International Journal for Numerical Method in Engineering*, **19**, September, 1705-1712.
- Gupta, A. K. and Akbar, H.,** 1984. Cracking in reinforced concrete analysis, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **110**, 1735-1746.
- Han, D. J. and Chen, W. F.,** 1985. A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials, *Mech. Mat.*, **4**, 283-302.
- Hillemier, B. and Hilsdorf, H. K.,** 1977. Fracture mechanics studies of concrete compounds, *Cement and Concrete Research*, **7**, 523-536.

- Hognestad, E.,** 1951. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members, *Bulletin Series No.:* **399(1)**, Engineering Experiment Station, University Illinois, Urbana.
- Hsu, T.T.C., Belarbi, A., and Pang, X. B.,** 1995. A universal panel tester, *Journal of Test Evaluation*, **23(1)**, 41-49.
- Huges, B. P. and Chapman, G. P.,** 1966. The complete stress-strain curve for concrete in direct tension, *Bulletin RILEM*, **30**, 95-97.
- Ingraffea, A. R. and Gerstle, W.,** 1985. Non-linear fracture models for discrete crack propagation, in *Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites*, Eds. S. P. Shah, Martinus-Nijhoff Publishers, The Hague, The Netherlands, 171-209.
- Ingraffea, A. R.,** 1987. Theory of crack initiation and propagation in rock, Chapter III, in *Rock Fracture Mechanics*, Eds. B. Atkinson, Academic Press, New York.
- İnan, M.,** 1996. Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ, İstanbul.
- Karakoç, C. ve Köksal O.,** 1992. Beton ve betonarme elemanların doğrusal olmayan bir sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi, *İnşaat Mühendisliğinde Bilgisayar Uygulamaları 3, İ.T.Ü.*, 113-123.
- Kesler, C. E., Naus, D. J. and Lott, J. L.,** 1972. Fracture mechanics-its applicability to concrete, *Proceedings of the 1971 International Conference on Mechanical Behavior of Materials*, The Society of Materials Science, Japan, **IV**, 113-124.
- Kotsovos, M. D. and Newman, J. B.,** 1978. Generalized stress-strain relations for concrete, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **104(EM4)**, August, 845-856.
- Kotsovos, M.D. and Pavlović, M.N.,** 1995. Structural Concrete, Finite-Element Analysis for Limit-State Design, Thomas Telford Services Ltd, London.
- Kupfer, H. and Gerstle, K. H.,** 1973. Behavior of concrete under biaxial stresses, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **99(EM4)**, August, 852-866.

- Kupfer, H., Hilsdorf, H. K. and Rusch, H.,** 1969. Behavior of concrete under biaxial stresses, *Journal of the American Concrete Institute*, **66**(8), August, 656-666.
- Kwak, H. G., Filippou, F. C.,** 1990. Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads, *Report No. UCB/SEMM-90/14*, Structural Engineering Mechanics and Materials Department of Civil Engineering, University of California, November.
- Kwak, H. G. and Filippou, F. C.,** 1997. Nonlinear of RC structures under monotonic loads, *Computers and Structures*, **65**(1), 1-16.
- Kwak, H. G. and Kim, D. Y.,** 2001. Nonlinear analysis of RC shear walls considering tension-stiffening effect, *Computers and Structures*, **79**, 499-517.
- Kwak, H. G. and Kim, D. Y.,** 2004. Nonlinear analysis of RC shear walls subject to monotonic loadings, *Engineering Structures*, **26**, 1517-1533.
- Lefas, I. D., Kotsovos, M. D.,** 1990. NLFE analysis of RC structural walls and design implications, *Journal of Structural Engineering Proceedings*, **116**(1), January, 146-163.
- Lefas, I. D., Kotsovos, M. D. and Ambraseys N.N.,** 1990. Behavior of reinforced concrete structural walls: strength, deformation characteristics, and failure mechanism, *Journal of the American Concrete Institute*, **87**, 23-31.
- Liu, T. C. Y., Nilson, A. H. and Slate, F. O.,** 1972. Biaxial stress-strain relations for concrete, *Journal Structural Division, ASCE*, **98**(ST5), 1025-1034.
- Liu, T. C. Y., Nilson, A. H. and Slate, F. O.,** 1972. Stress-strain response and fracture of concrete in uniaxial and biaxial ,compression, *Journal of the American Concrete Institute*, **69**(5), May, 291-295.
- Meyer, C. and Okamura, H.,** 1985 Finite element analysis of reinforced concrete structures, *Proceedings of the US-Japan Joint Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, Tokyo.
- Murray, D. W., Chitnuyanondh, L., Rijub-Agha, K. Y. and Wong, C.,** 1979. A concrete plasticity theory for biaxial stress analysis, *Journal Engineering Mechanics Division, ASCE*, **105**, 989-1106.

- Nelissen, L. J. M.**, 1972. Biaxial testing of normal concrete, *HERON*, **18**(1), Delft, 90.
- Newman, K.**, 1966. Concrete system, Chapter VIII in *Composite Materials*, L. Holliday, Editor, Elsevier, Amsterdam, 336-452.
- Newman, K.**, 1968. Criteria for the behavior of plain concrete under complex states of stress, *Proceedings of the International Conference on "The Structure of Concrete,"* Cement and Concrete Association, London, 225-274.
- Ngo, D. and Scordelis, A. C.**, 1967. Finite element analysis of reinforced concrete beams, *Journal of the American Concrete Institute*, **64**(3), March, 152-163.
- Ngo, D.**, 1975. A network-topological approach to the finite element analysis of progressive crack growth in concrete members, *Ph.D. Thesis*, University of California, Berkeley.
- Nilson, A. H.**, 1968. Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method, *Journal of the American Concrete Institute*, **65**(9), September, 757-766.
- Ohtani, Y. and Chen, W. F.**, 1989. A plastic-softening model for concrete materials, *Computers and Structures*, **33**, 1047-1055.
- Ottosen, N. S.**, 1981. Nonlinear finite element analysis of pull-out tests, *Journal of Structural Division, ASCE*, **107**(ST4), April, 591-603.
- Palaniswamy, R. G.**, 1973. Fracture and stress-strain law of concrete under triaxial compressive stresses, *Ph.D. Thesis*, University of Illinois, Chicago.
- Park, H. and Klinger R. E.**, 1997. Nonlinear analysis of RC members using plasticity with multiple failure criteria, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **123**(5), 643-651.
- Peterson, P. E.**, 1981. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, *Report TVBM-1006, Div. Of Building Materials*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

- Phillips, D. V. and Zienkiewicz, O. C.,** 1976. Finite element nonlinear analysis of concrete structures, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, **61**, March, 59-68.
- Rashid, Y. R.** 1968. Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Engineering and Design*, **7**(4), April, 334-344.
- Richart, F. E., Brandtzaeg, A. and Brown, R. L.,** 1928. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses, *Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin No. 185*, 104.
- Romstad, K. M., Taylor, M. A. and Hermann, L. R.,** 1974. Numerical biaxial characterization of concrete, *Journal Engineering Mechanics Division, ASCE*, **100**, 935-951.
- Saenz, I. P.,** 1964. Discussion of "equation for the stress-strain curve of concrete," by Desayi and Krishnan, *Journal of the American Concrete Institute, Proceedings*, **61**(9), September, 1229-1235.
- Saouma, V.,** 1980. Automated nonlinear finite element analysis of reinforced concrete: A fracture mechanics approach, *Ph.D. Thesis*, Cornell University, Ithaca, NY.
- Sarıgül, N. G.,** 1981. İki boyutlu betonarme sistemlerin gerçek davranışları gözönünde tutularak sonlu elemanlar yöntemi ile hesabı, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- Scordelis, A. C., Ngo, D., Franlin, H. A.,** 1970 Finite element study of reinforced concrete beams with diagonal tension cracks, *UCSESM, Report No. 70*(19), University of California, Berkeley, December.
- Simo, J. C., Ju, J. W., Pister, K. S. and Taylor, R. L.,** 1988. Assessment of cap model: Consistent return algorithms and rate-dependent extension, *Journal Engineering Mechanics, ASCE*, **114**, 191-218.
- Tasuji, M. E., Slate, F. O. and Nilson, A. H.,** 1978. Stress-strain response and fracture of concrete in biaxial loading, *ACI Journal, Proceedings*, **75**(7), July, 306-312.
- Taylor, M. A., Jain, A. K. and Ramey, M. R.,** 1972. Path dependent biaxial compressive testing of an all-lighthweight aggregate concrete, *Journal American Concrete Institute*, **69**(12), December, 758-764.

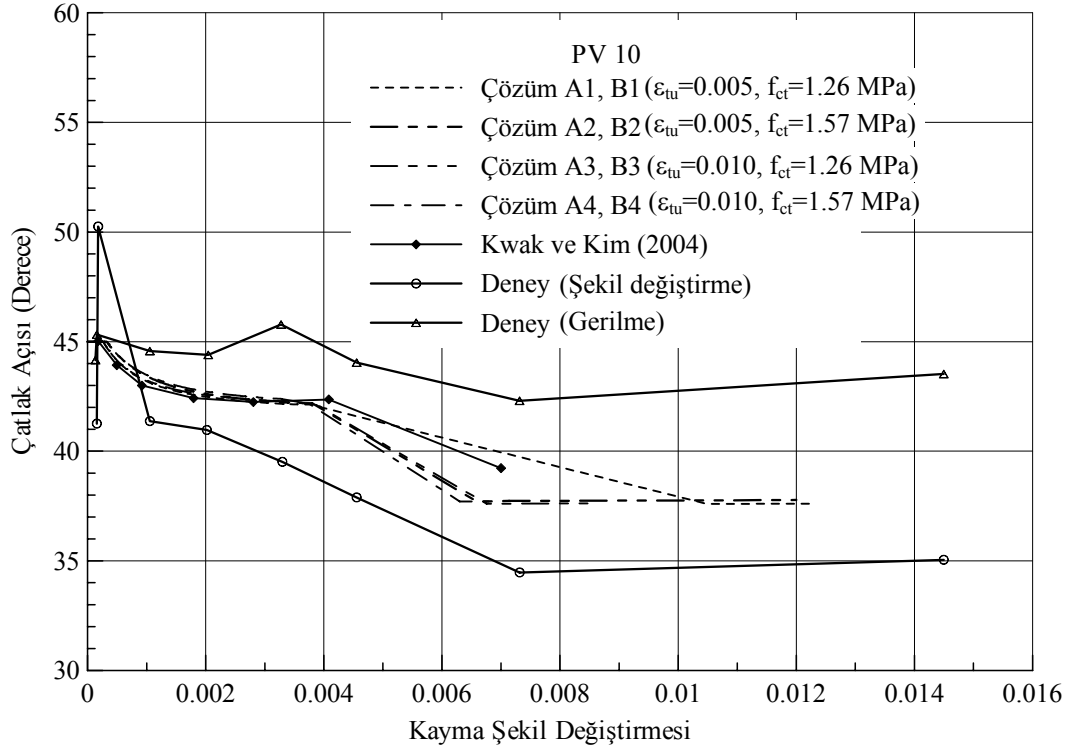
- TS-500**, 2000. Betonarme yapıların tasarım ve yapım kuralları, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara.
- Valliappan, S. and Doolan, T. F.**, 1972. Nonlinear analysis of reinforced concrete, *Journal of the Structural Division, ASCE*, **98**(ST4), April, 885-897.
- Vecchio, F. J. and Collins, M. P.**, 1993. Compression response of cracked reinforced concrete, *Journal of Structural Engineering*, **119**(12), December, 3590-3610.
- Vecchio, F. J. and DeRoo A.**, 1995. Smeared-crack modelling of concrete tension splitting, *Journal of Engineering Mechanics*, **121**(6), June, 702-708.
- Vecchio, F. J.**, 1989. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes, *ACI Structural Journal*, January-February, 26-35.
- Vecchio, F. J.**, 2000. Disturbed stress field model for reinforced concrete: formulation, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **126**(9), 1070-1077.
- Vecchio, F. J.**, 2001a. Disturbed stress field model for reinforced concrete: implementation, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **127**(1), 12-20.
- Vecchio, F. J.**, 2001b. Disturbed stress field model for reinforced concrete: validation, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **127**(4), 350-358.
- Vecchio, F. J., and Collins, M. P.**, 1982. Response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses, *Report No. 82-03*, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- Vecchio, F. J., and Collins, M. P.**, 1986. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *Journal of the American Concrete Institute*, **83**(2), 219-231.
- Vermeer, P. A. and de Borst, R.**, 1984. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock, *HERON*, **29**, Inst. TNO, Delft.
- Wawrzynek, P., and Ingraffea, A. R.** 1987. Interactive finite element analysis of fracture processes: An integrated approach. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **8**, 137-150.

- Welch, G. B.**, 1966., Tensile strains in unreinforced concrete beams, *Magazine of Concrete Research*, **18**(54), 9-18.
- Welch, G. B., Haisman, B.** 1969. Fracture toughness measurements of concrete, *Report No. R42*, New South Wales, Sydney, Australia.
- Wischers, G.**, 1978. Application of effects of compressive loads on concrete, *Betontechnische Berichte*, **2**(3), Düsseldorf.
- Zhu, R. R. H., Hsu, T. T. C. and Lee, J. Y.**, 2001. Rational shear modulus for smeared-crack analysis of reinforced concrete, *ACI Structural Journal*, **98**(4), July-August, 443-450.

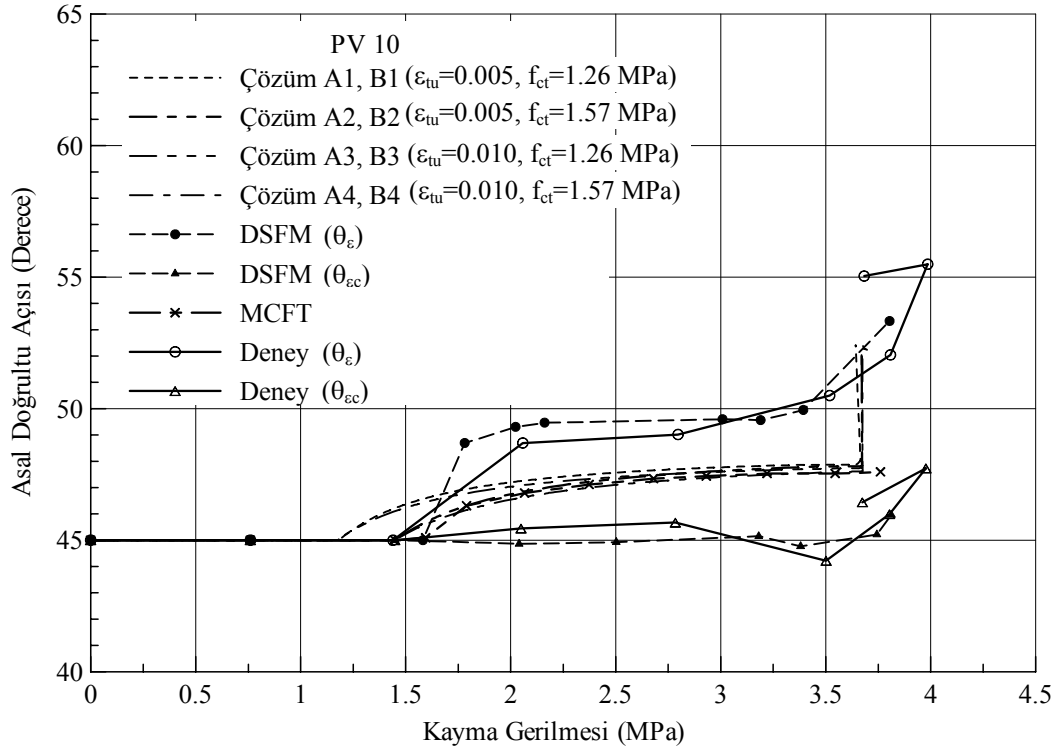
EKLER

A. PANELLERİN BETON GERİLME ŞEKİL DEĞİŞTİRME EĞRİLERİ

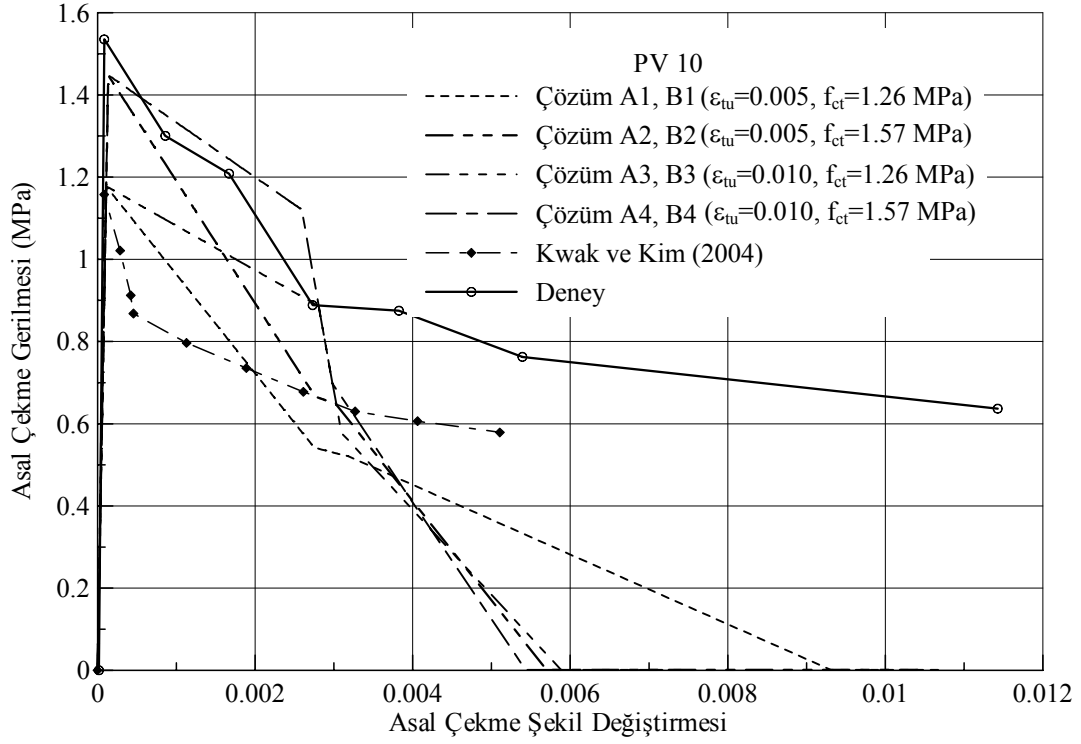
B. SW13 VE SW24 PERDELERİNDE BETON GERİLMELERİ VE ÇATLAK DAĞILIMLARI



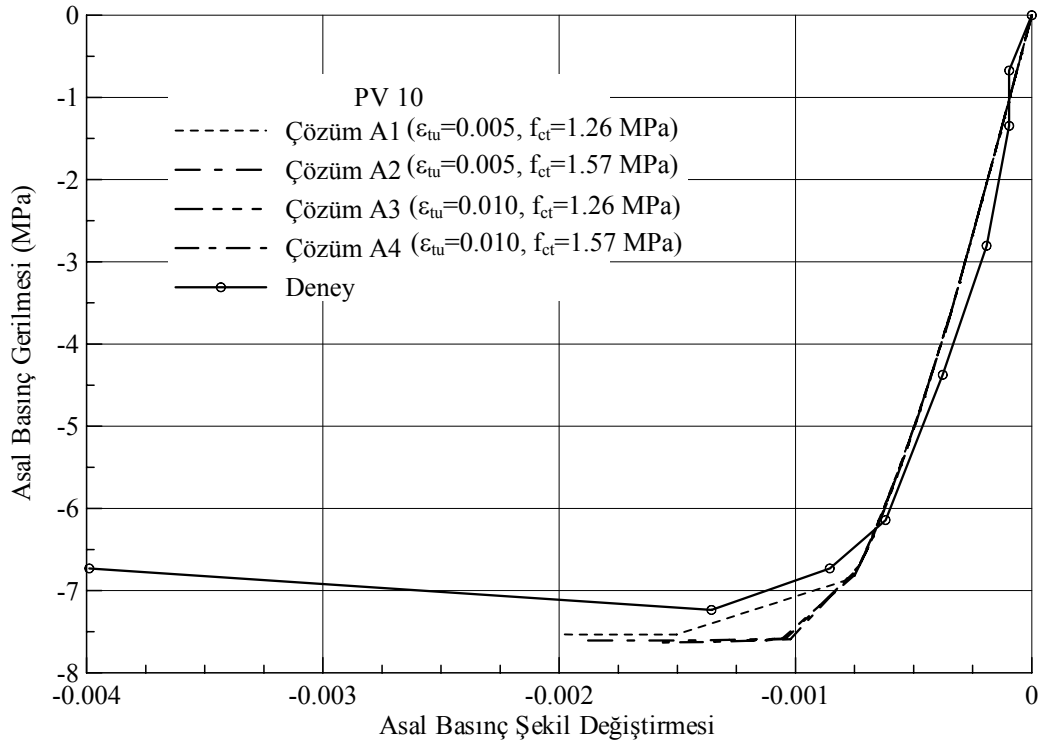
Şekil A.1: PV10 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



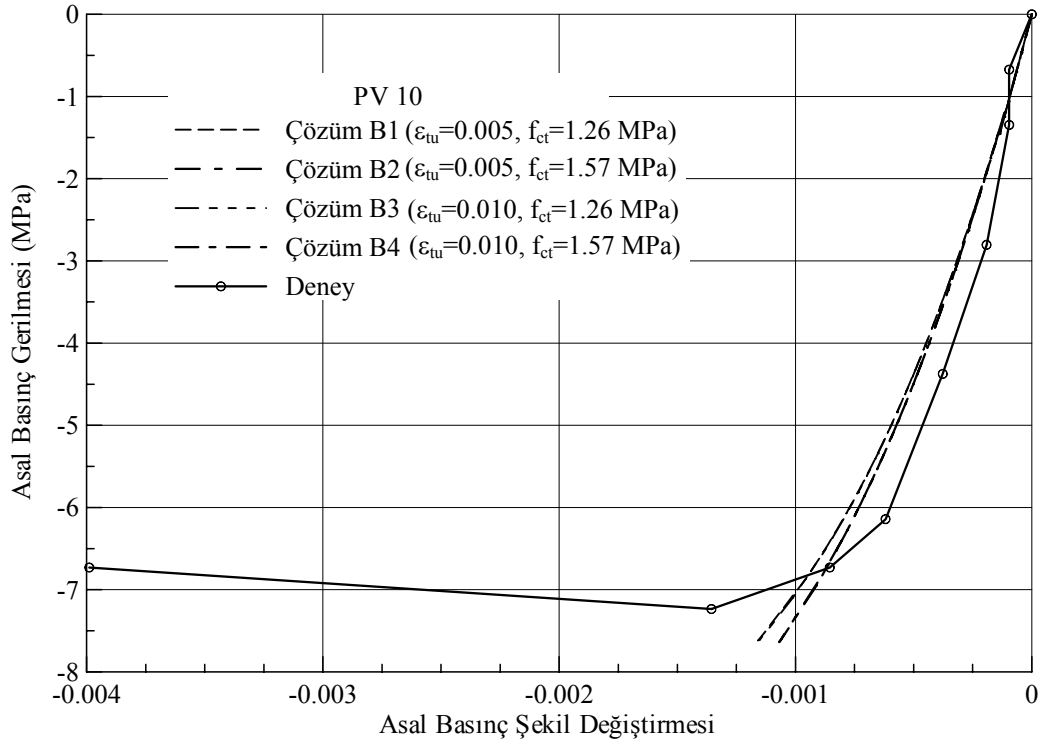
Şekil A.2: PV10 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



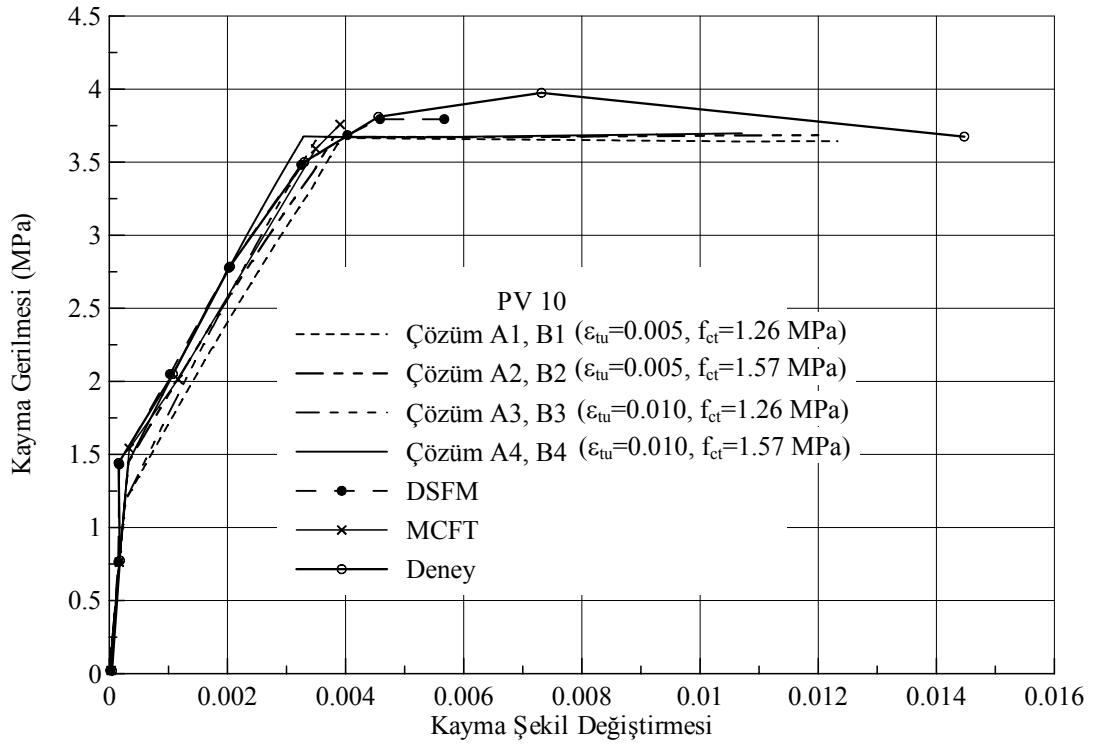
Şekil A.3: PV10 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



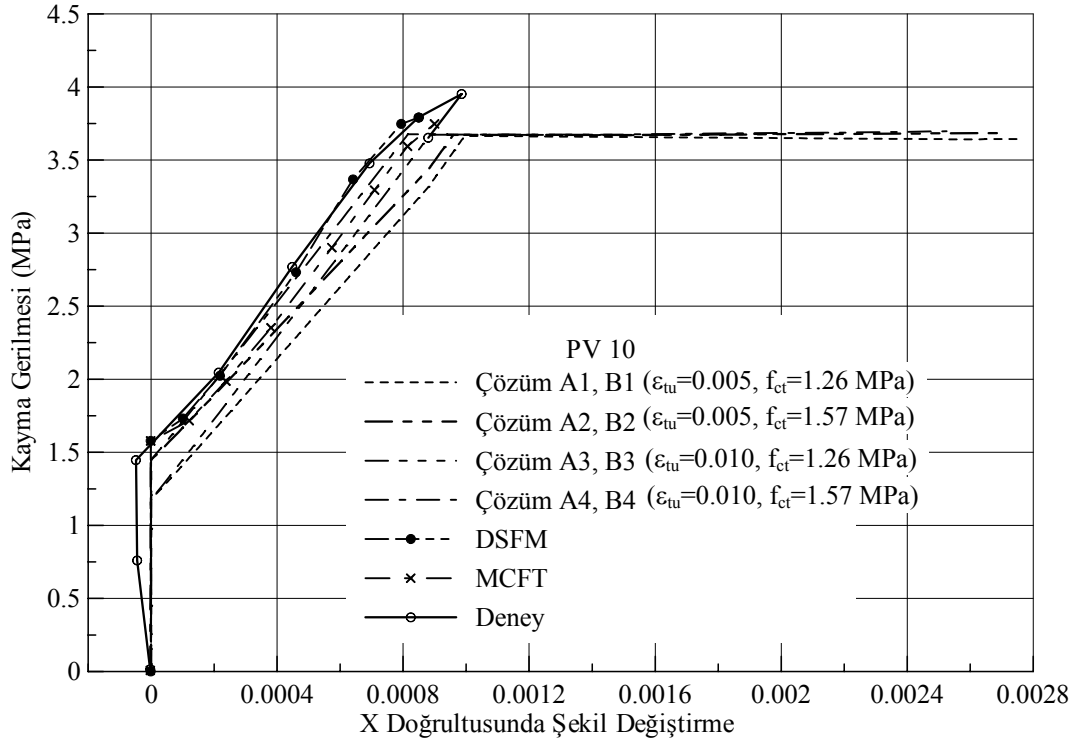
Şekil A.4: PV10 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



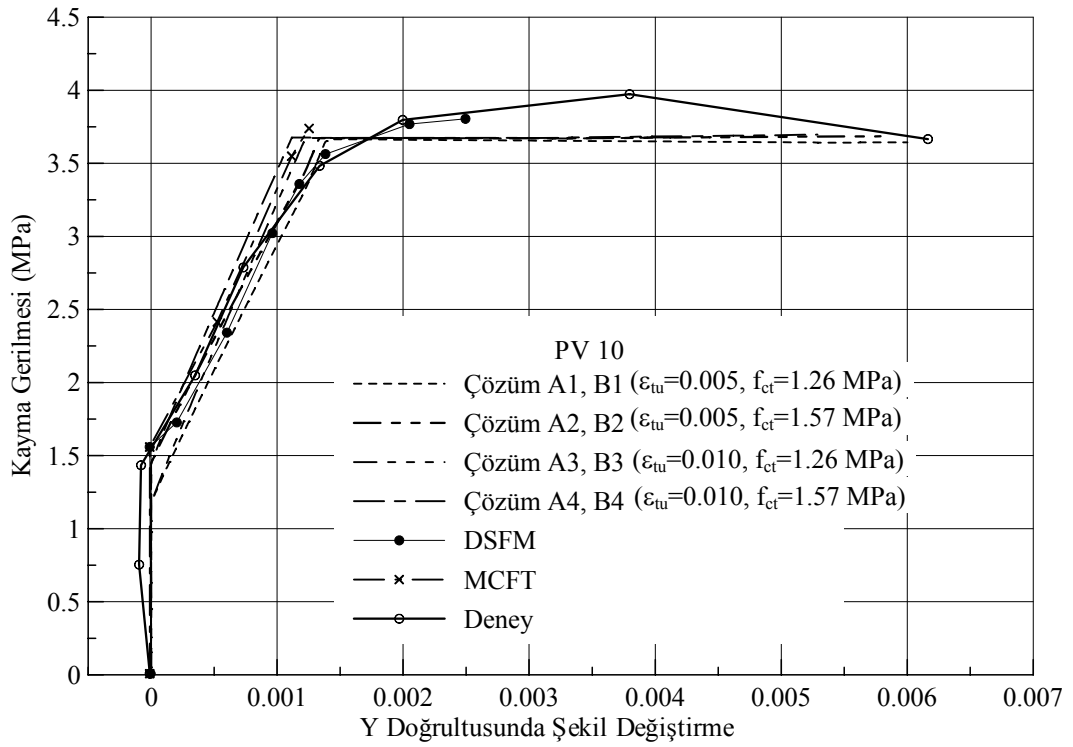
Şekil A.5: PV10 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



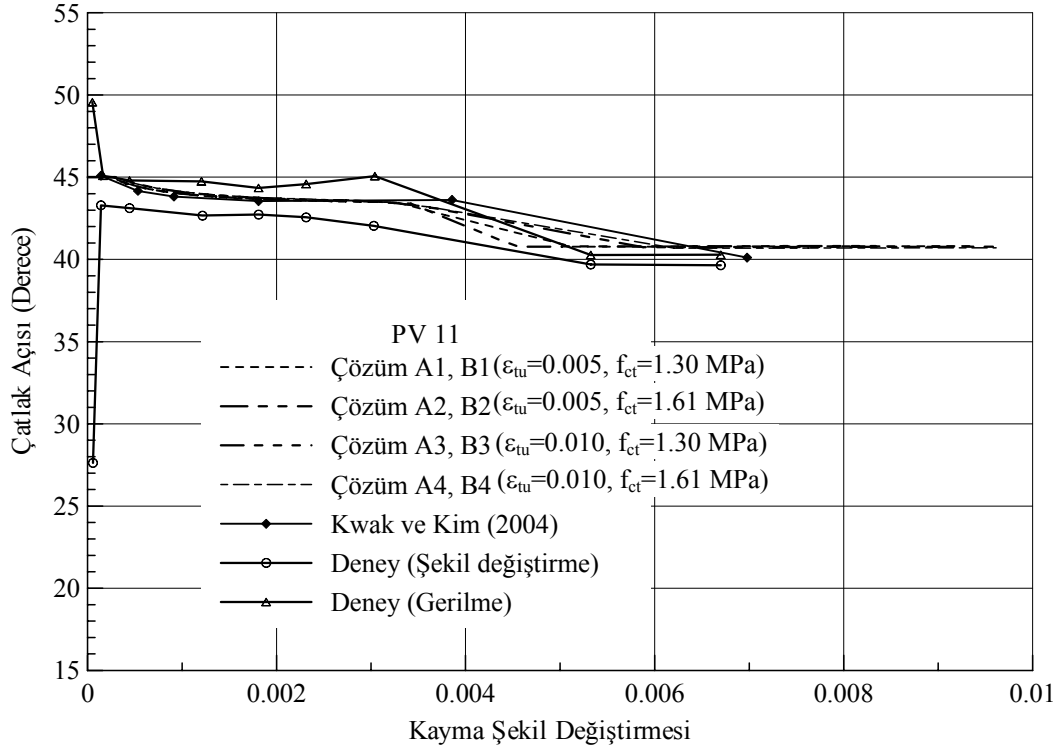
Şekil A.6: PV10 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



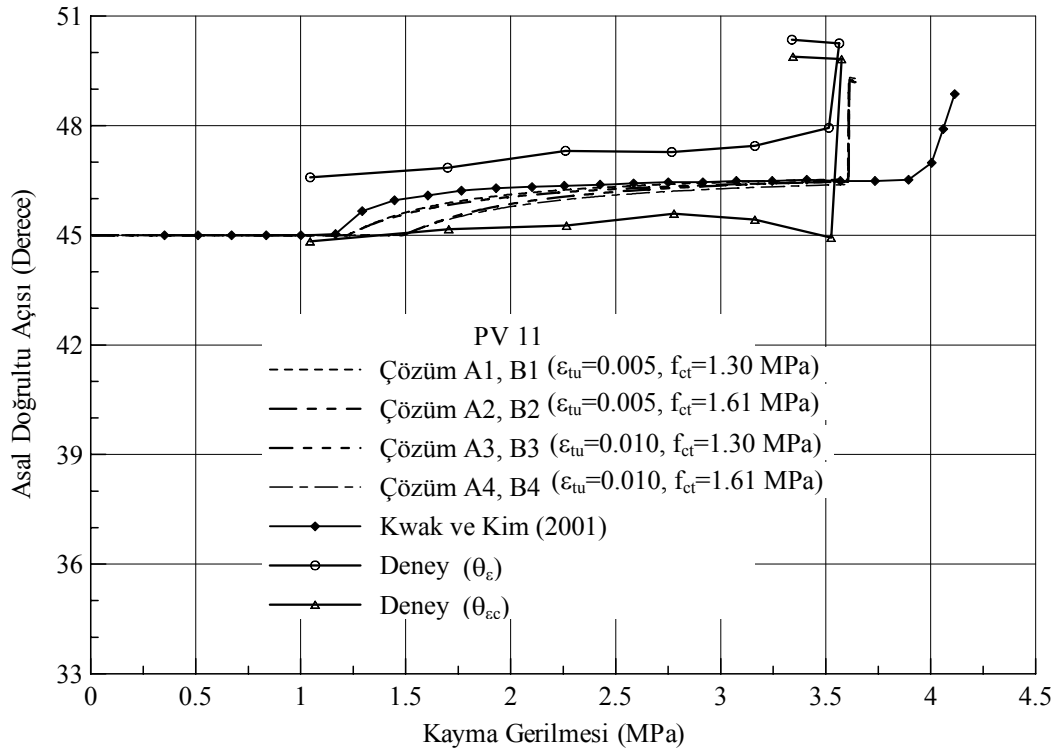
Şekil A.7: PV10 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



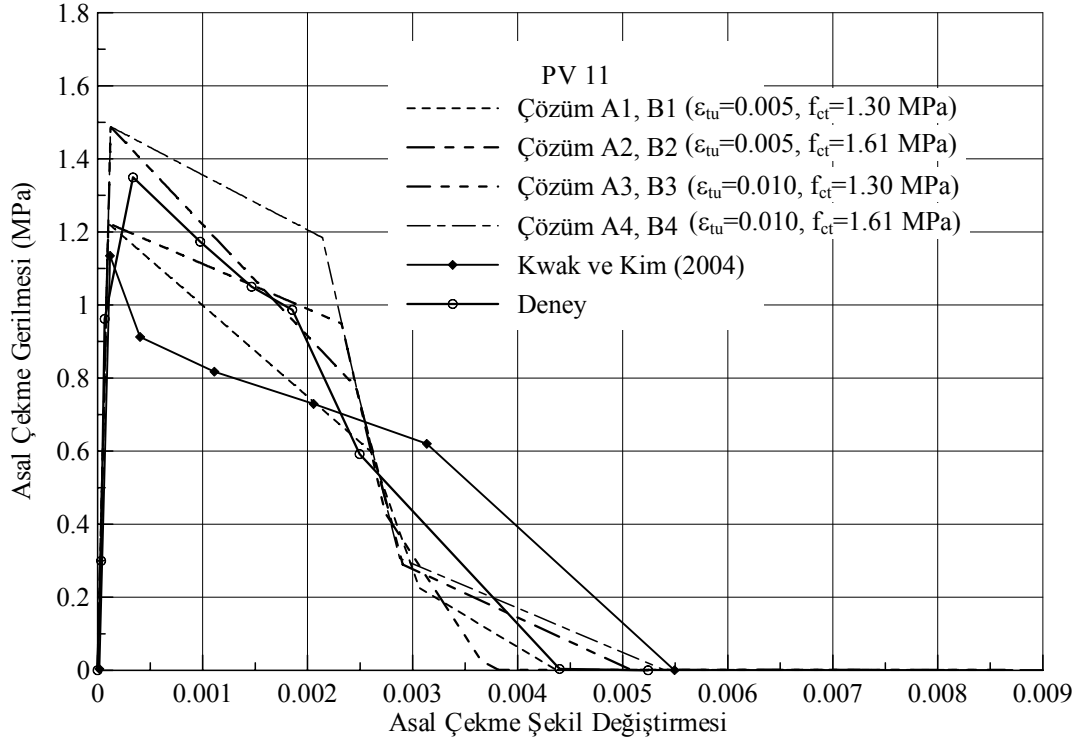
Şekil A.8: PV10 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



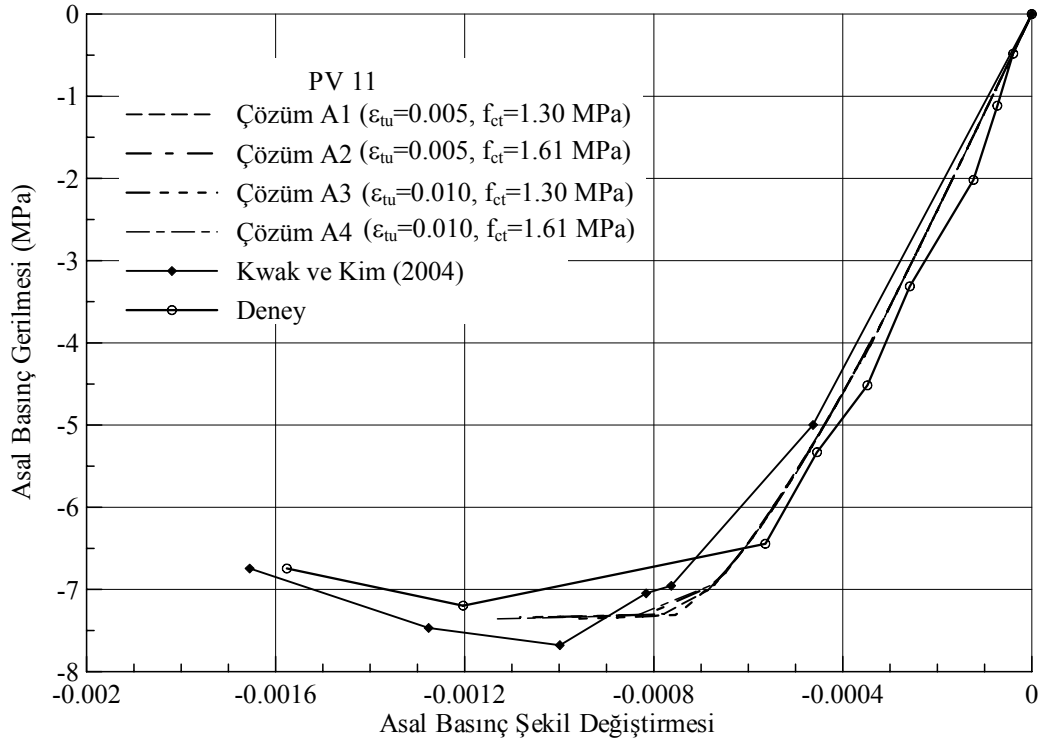
Şekil A.9: PV11 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



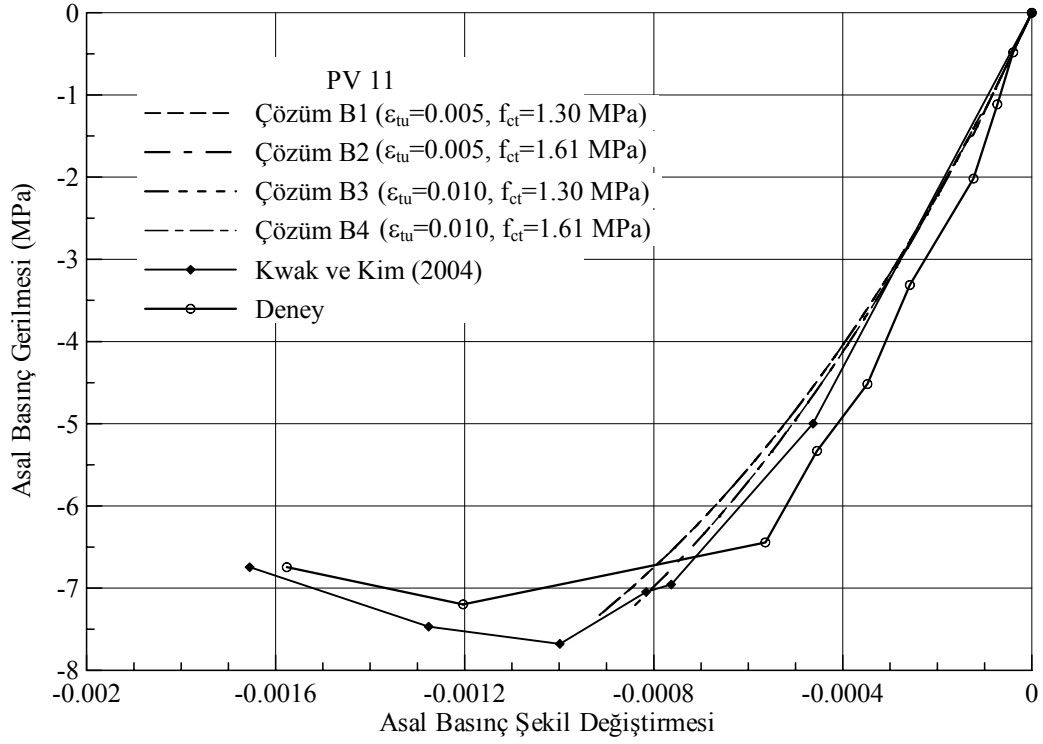
Şekil A.10: PV11 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



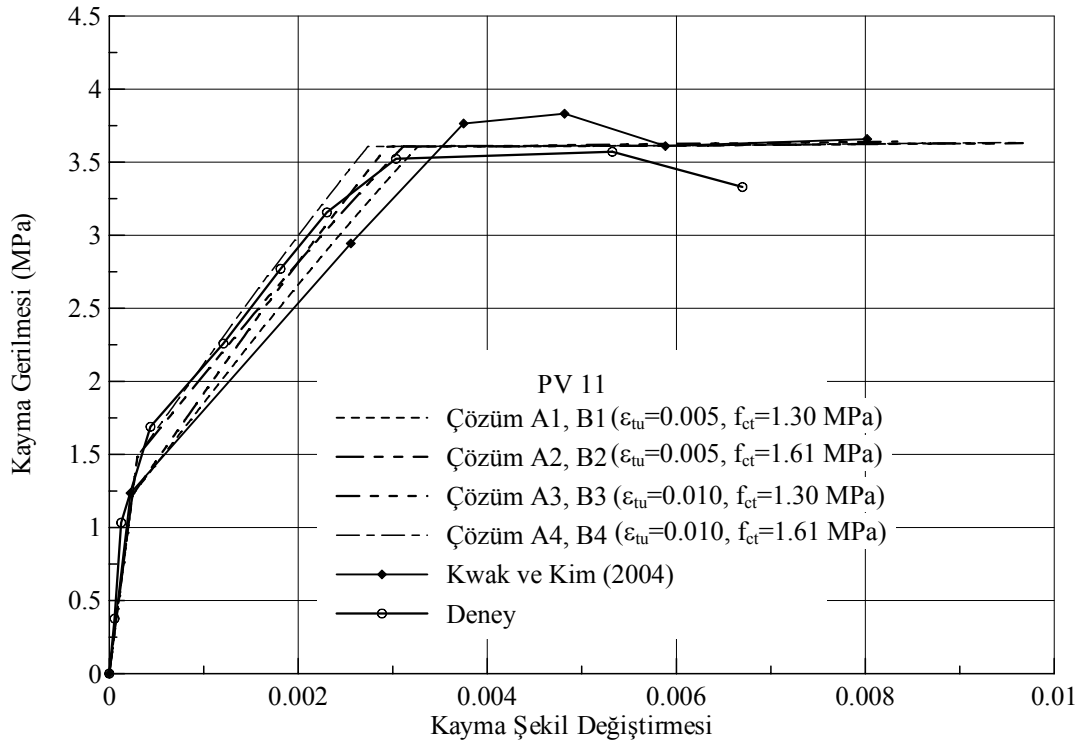
Şekil A.11: PV11 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



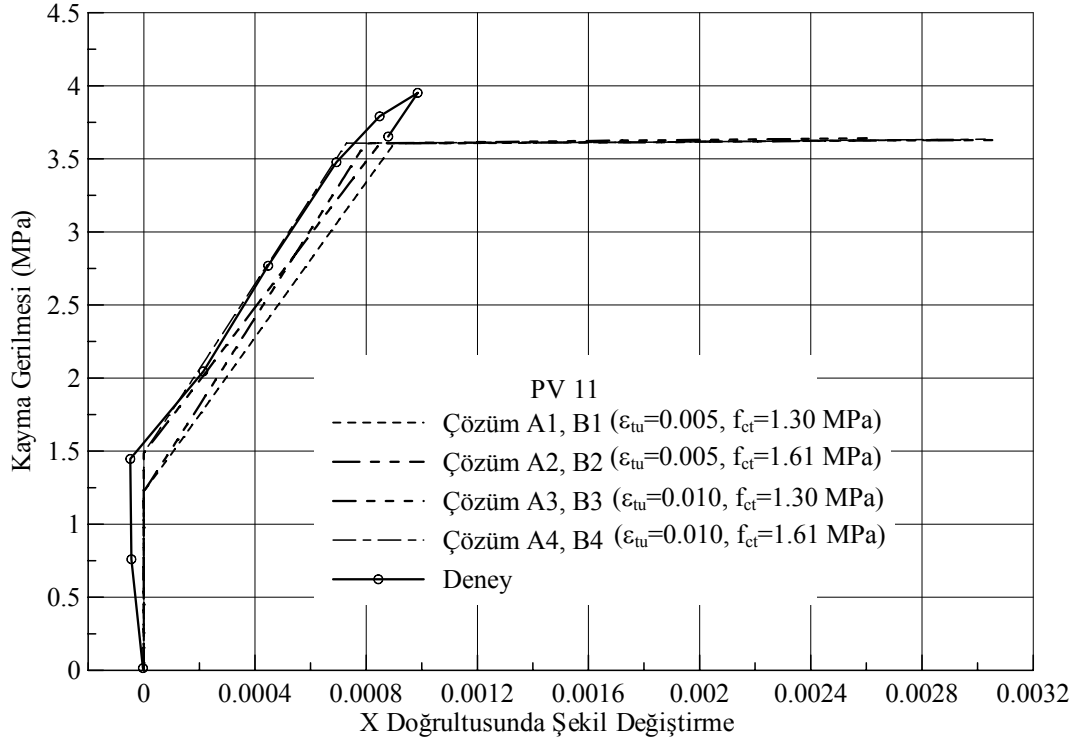
Şekil A.12: PV11 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



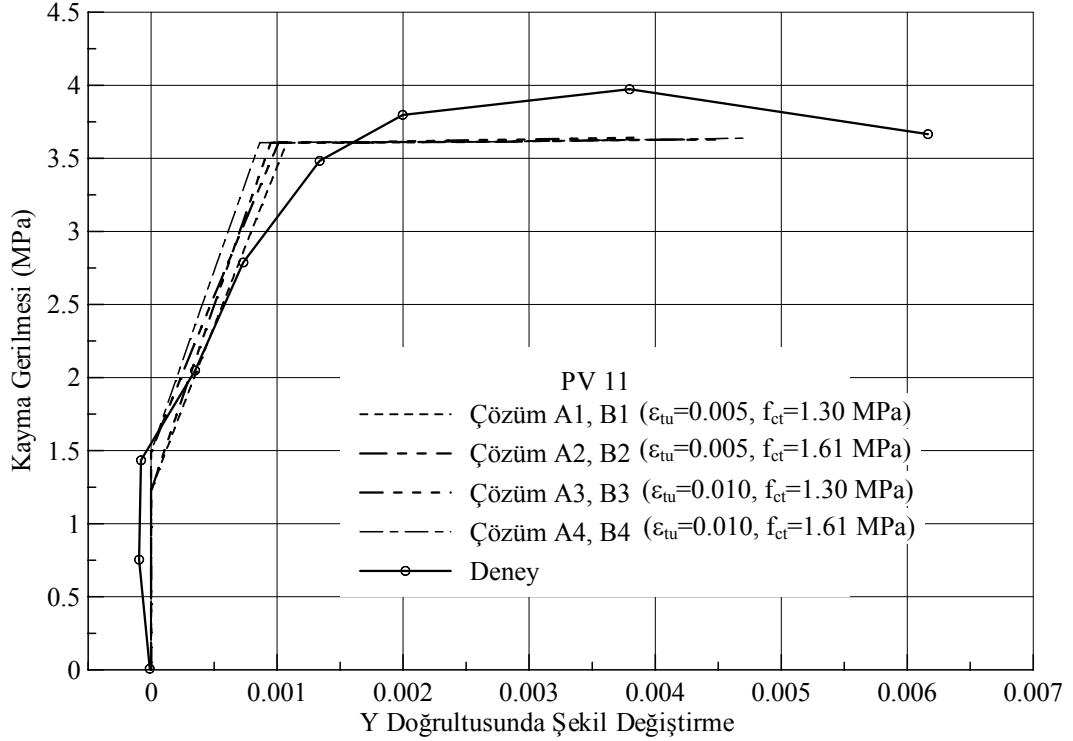
Şekil A.13: PV11 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



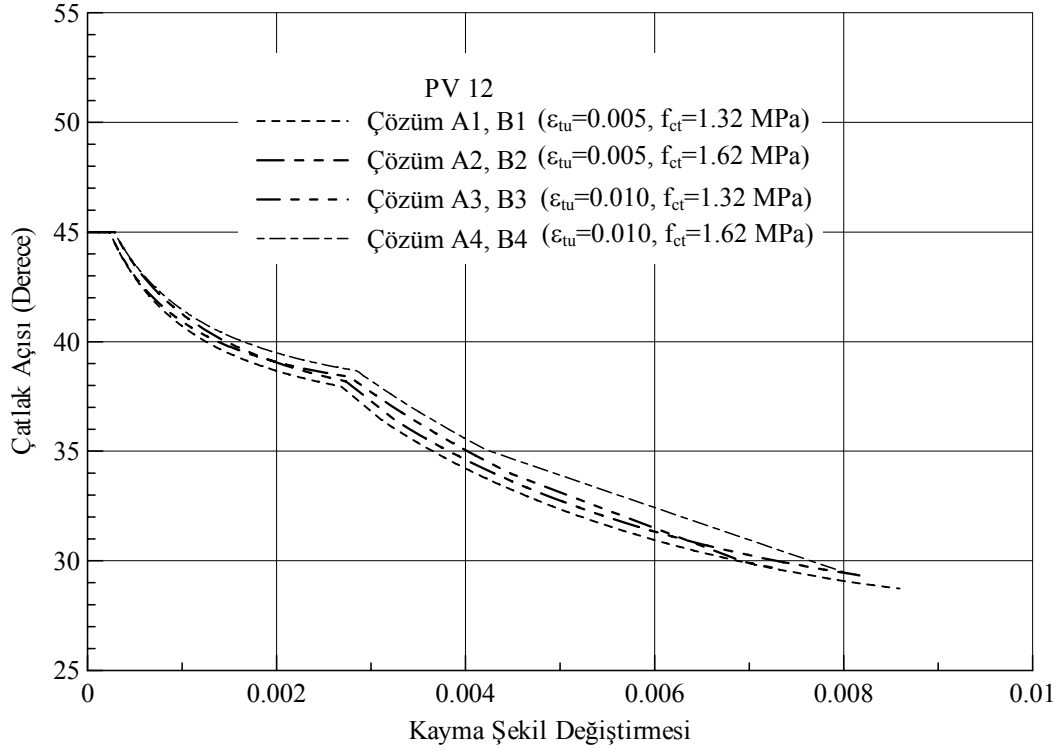
Şekil A.14: PV11 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



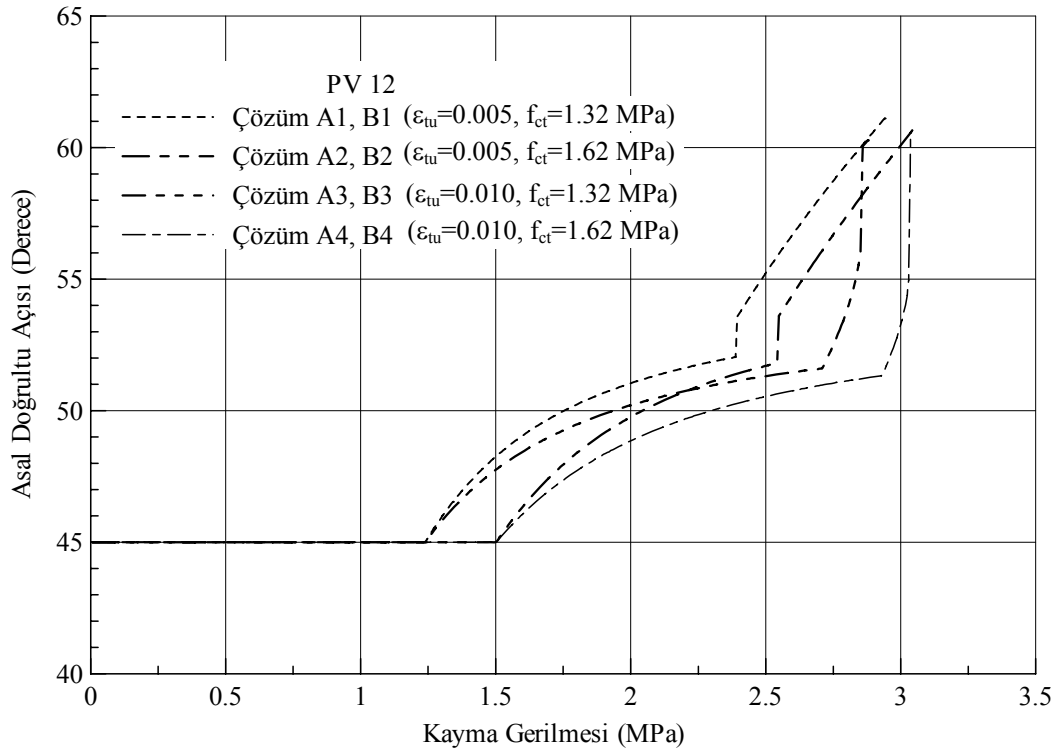
Şekil A.15: PV11 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



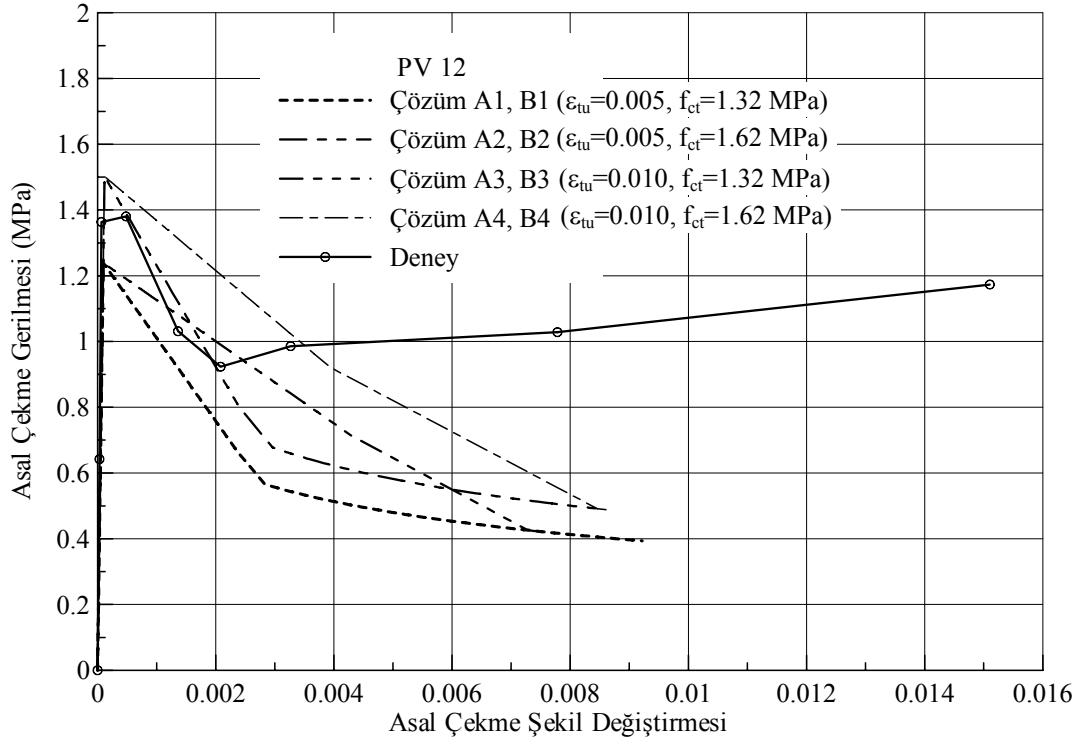
Şekil A.16: PV11 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



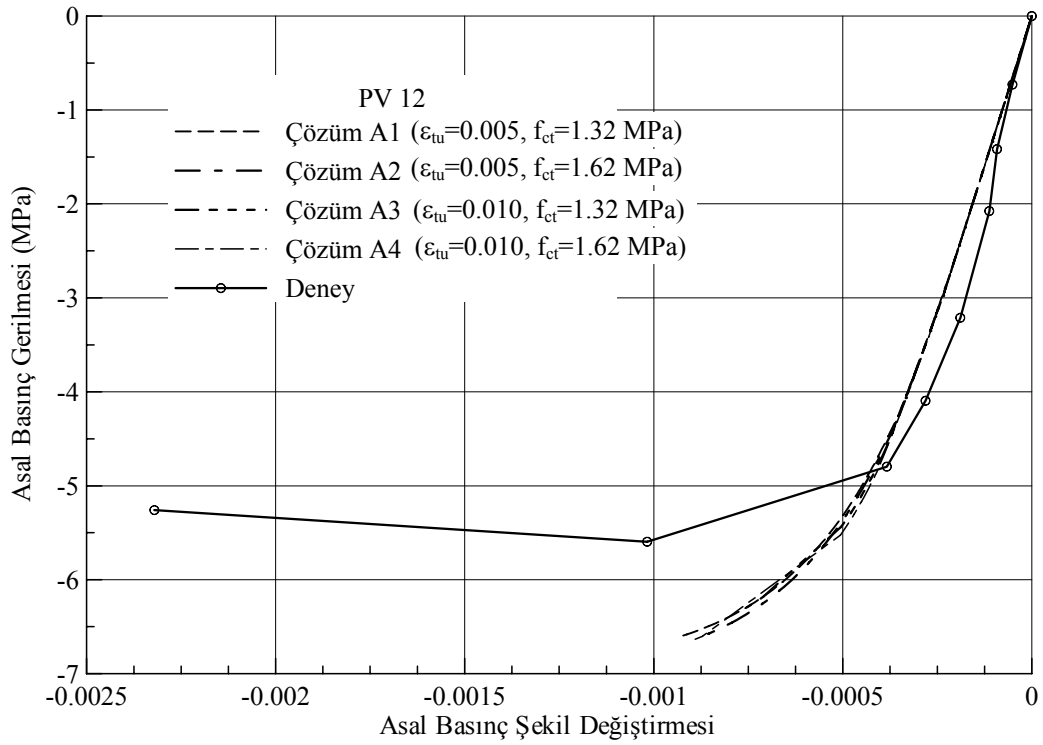
Şekil A.17: PV12 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



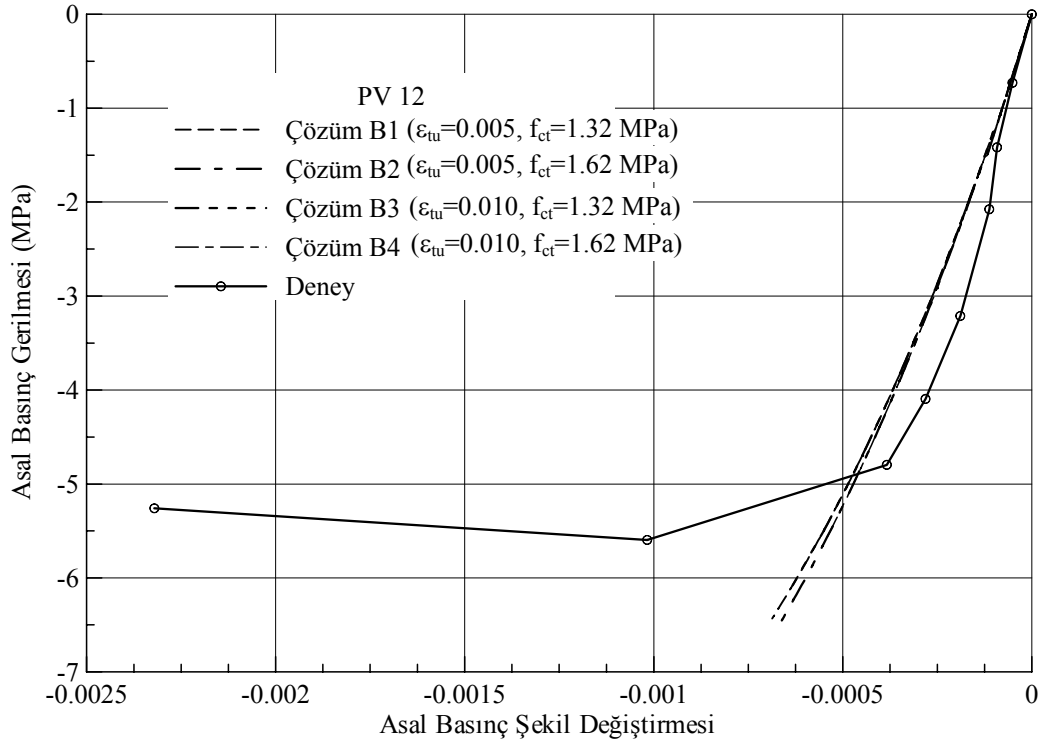
Şekil A.18: PV12 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



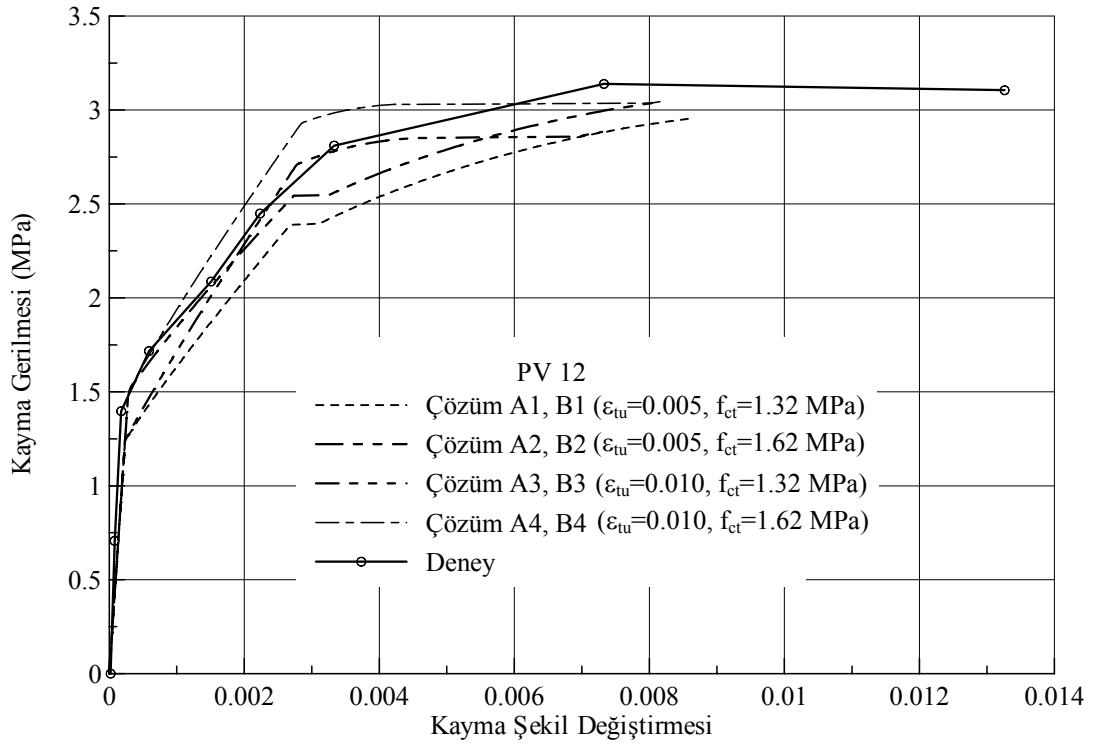
Şekil A.19: PV12 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



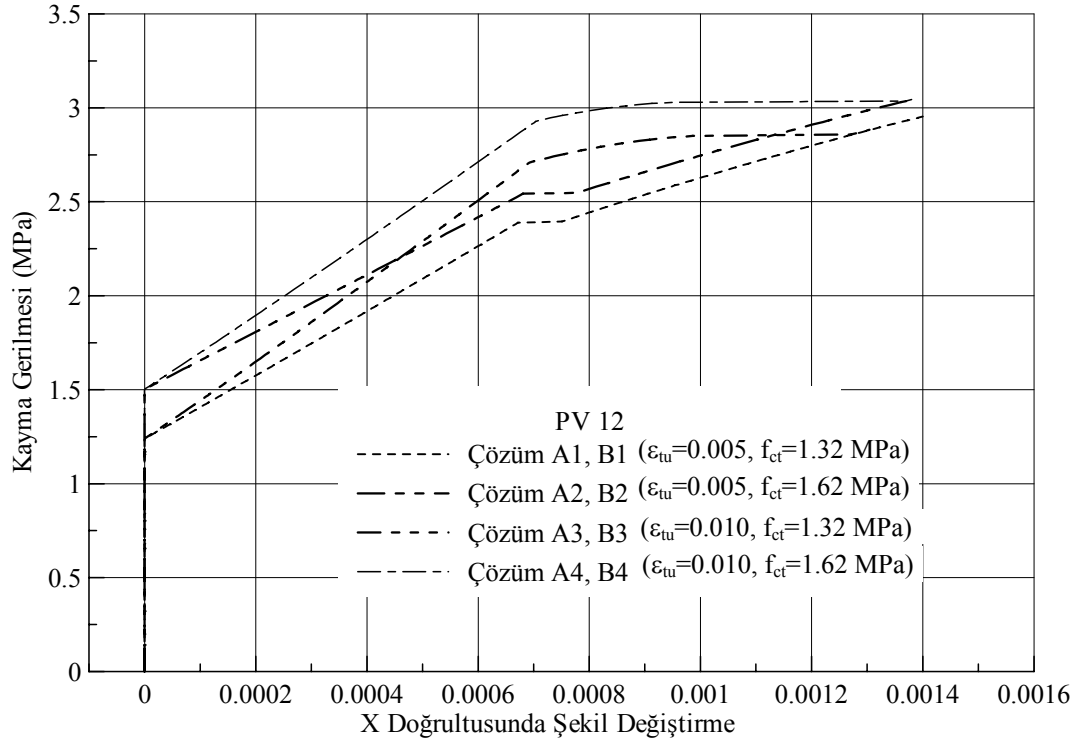
Şekil A.20: PV12 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



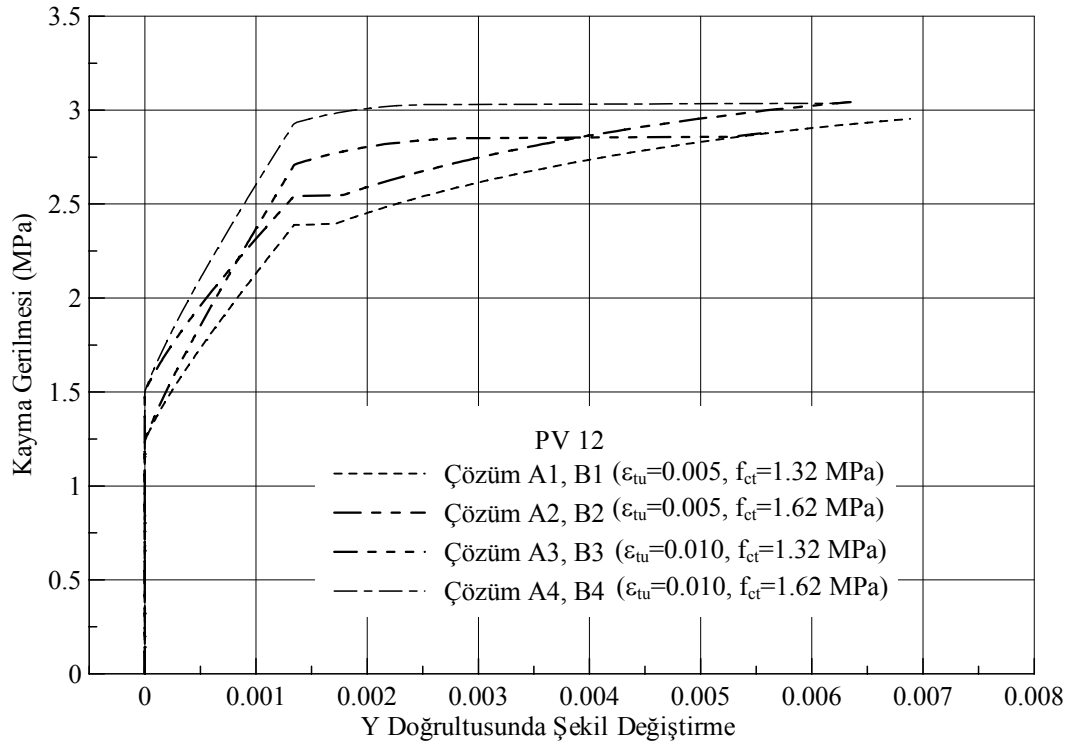
Şekil A.21: PV12 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



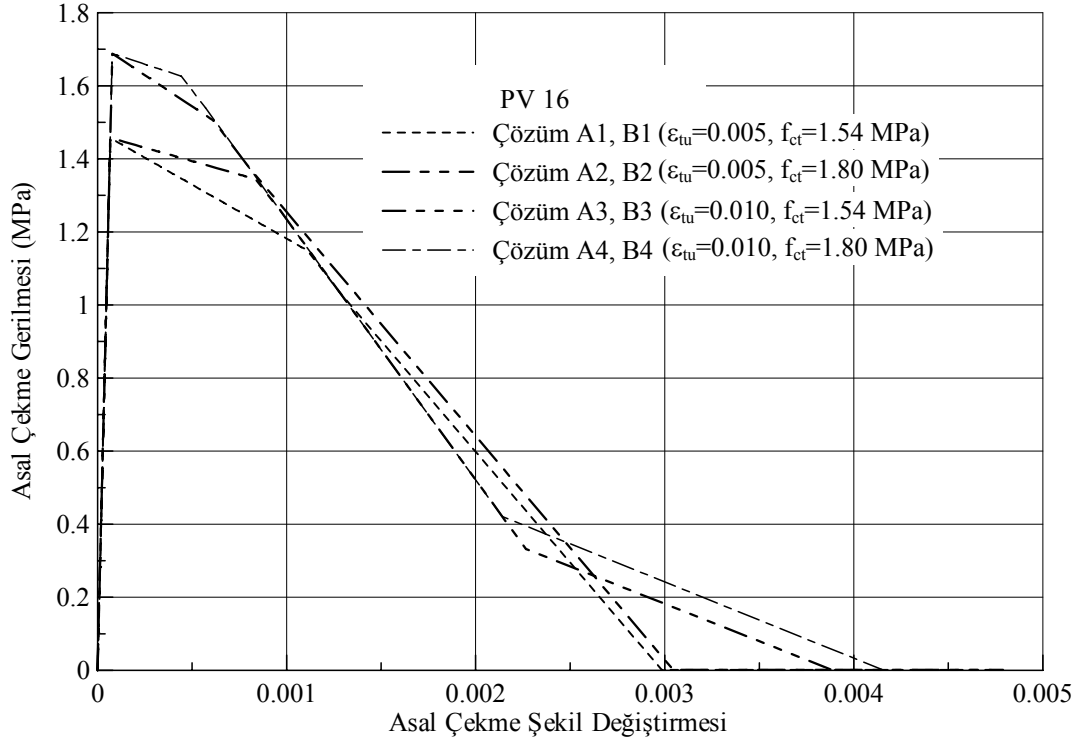
Şekil A.22: PV12 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



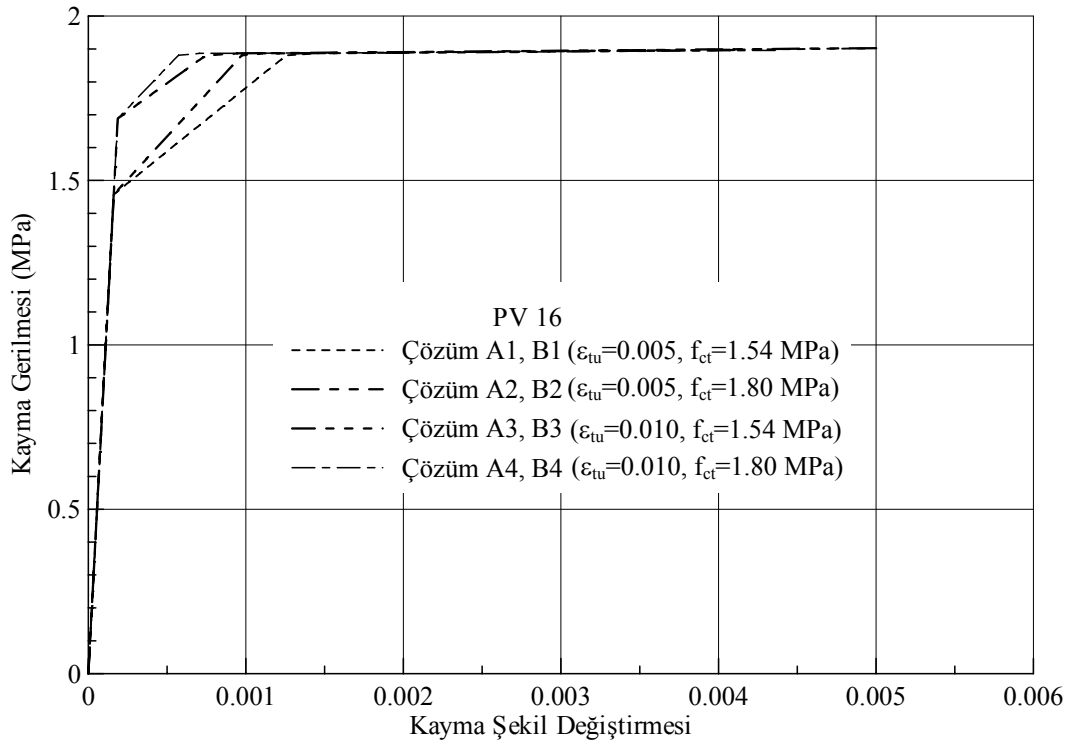
Şekil A.23: PV12 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



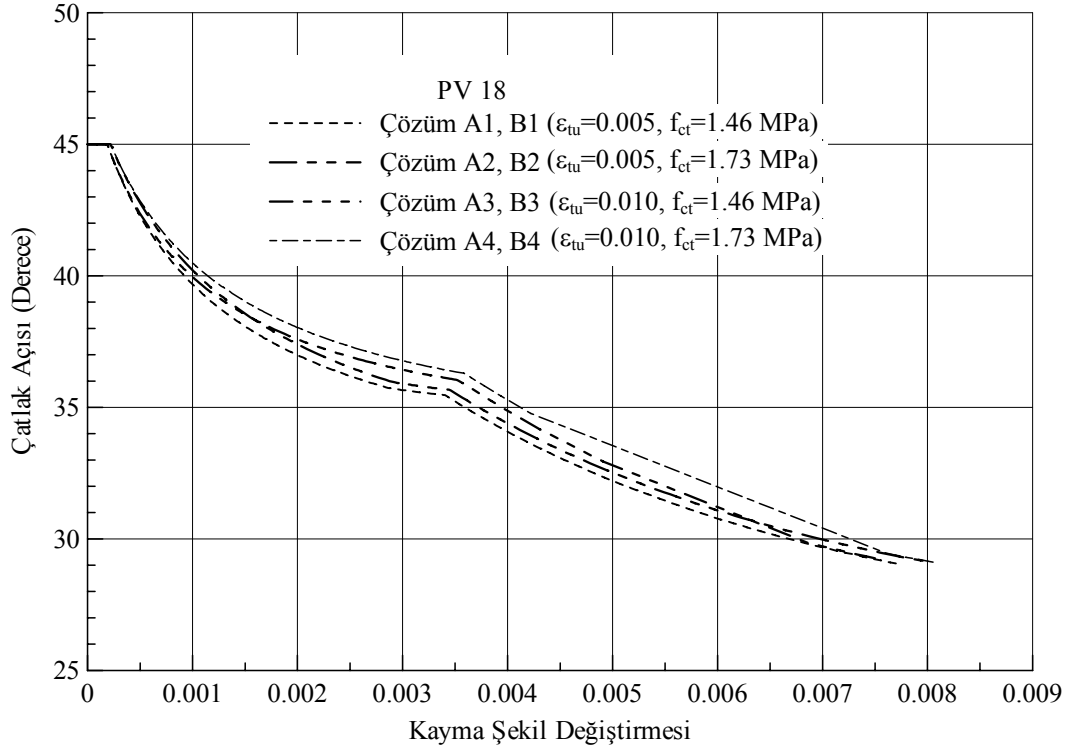
Şekil A.24: PV12 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



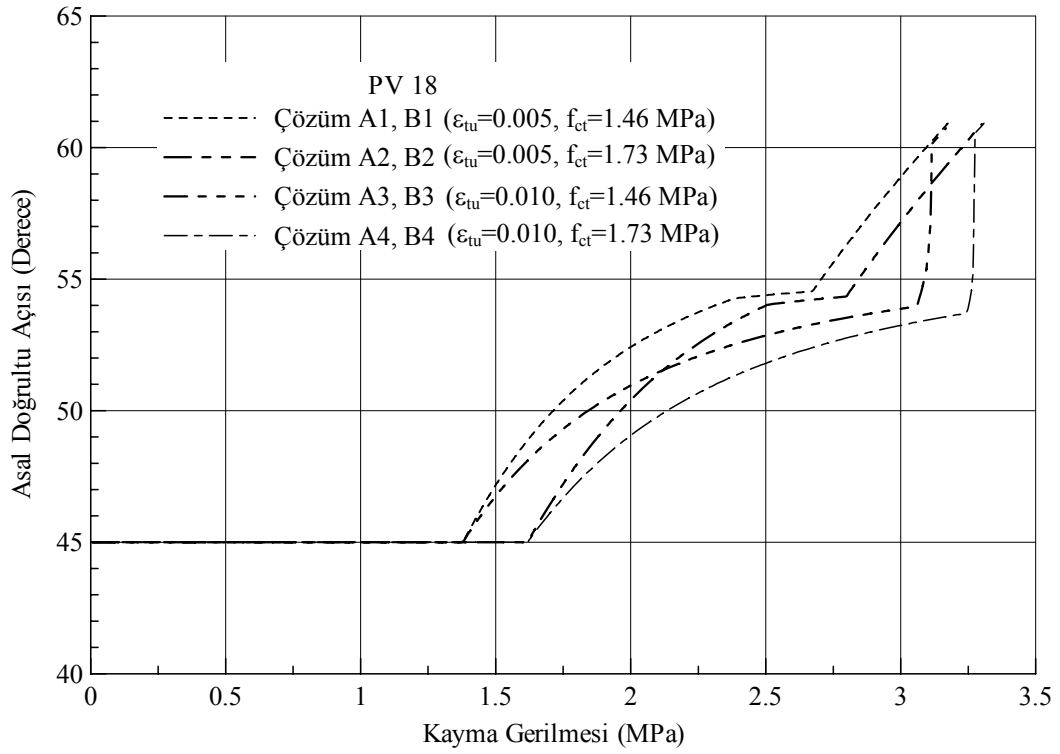
Şekil A.25: PV16 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



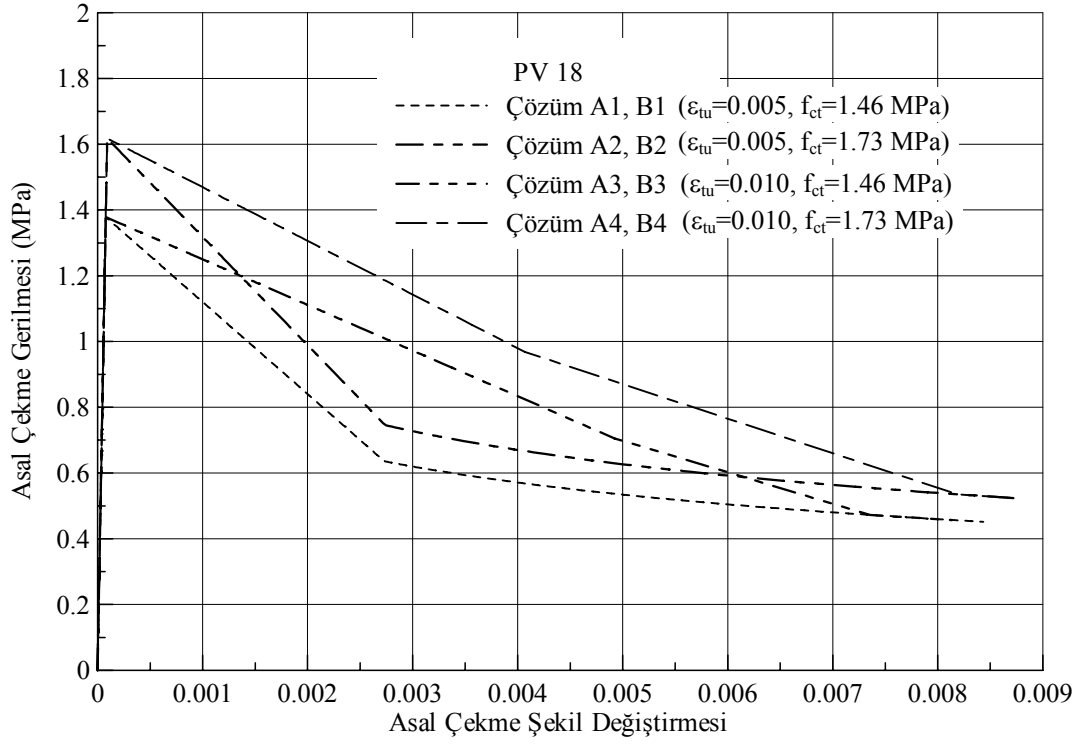
Şekil A.26: PV16 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



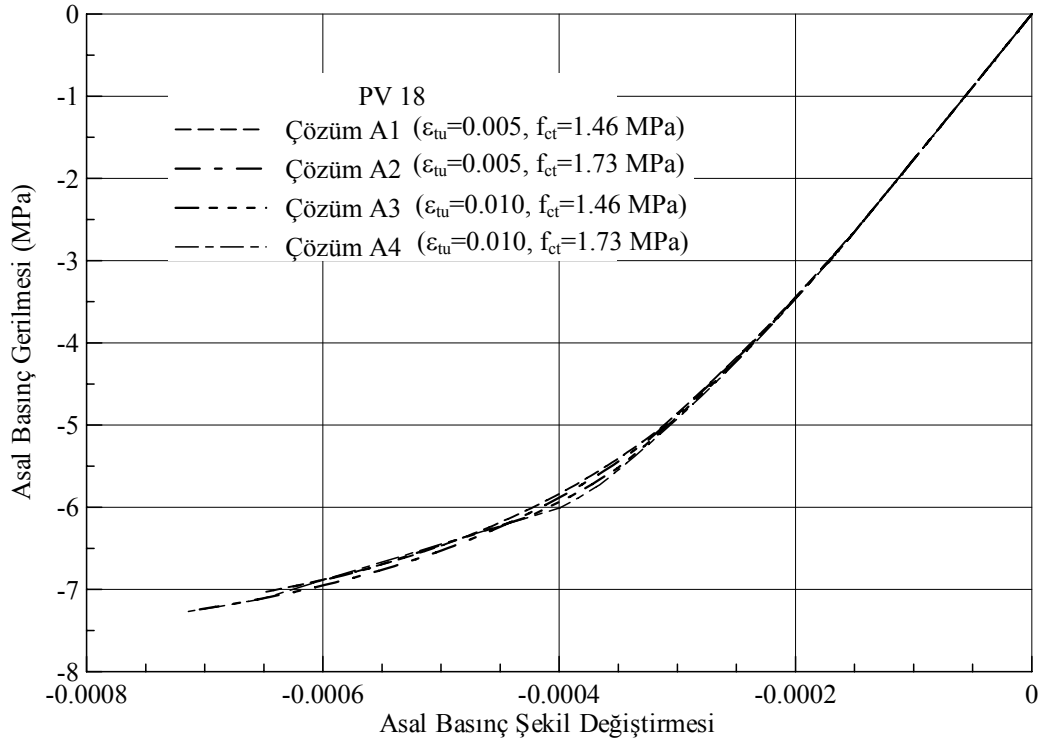
Şekil A.27: PV18 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



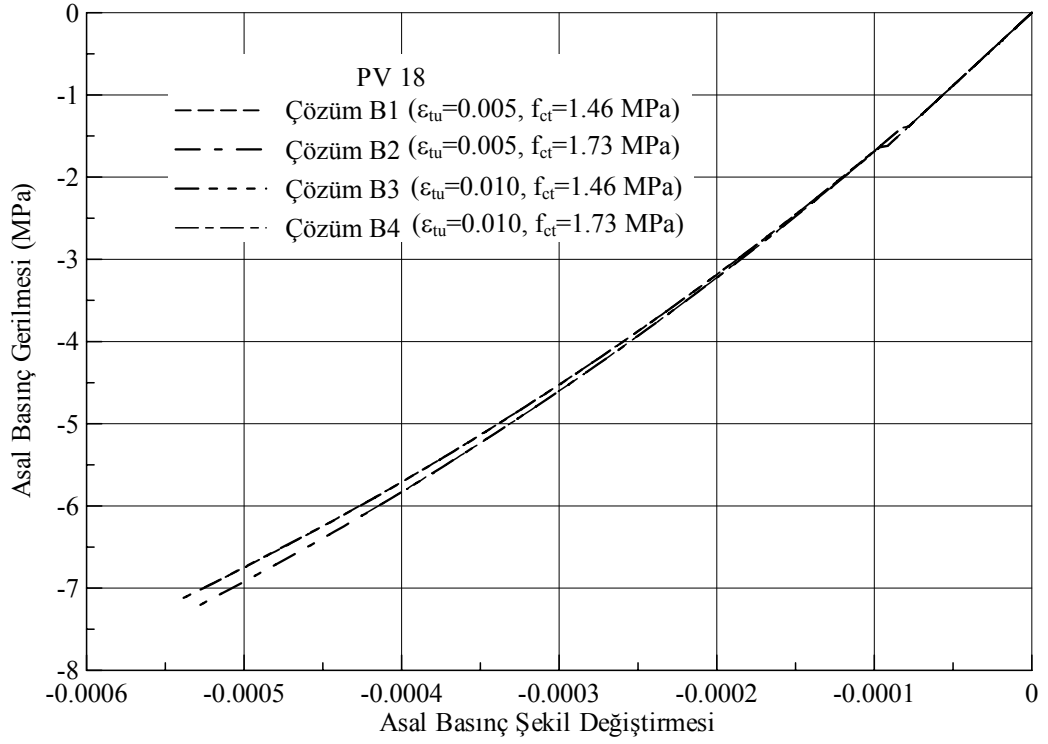
Şekil A.28: PV18 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



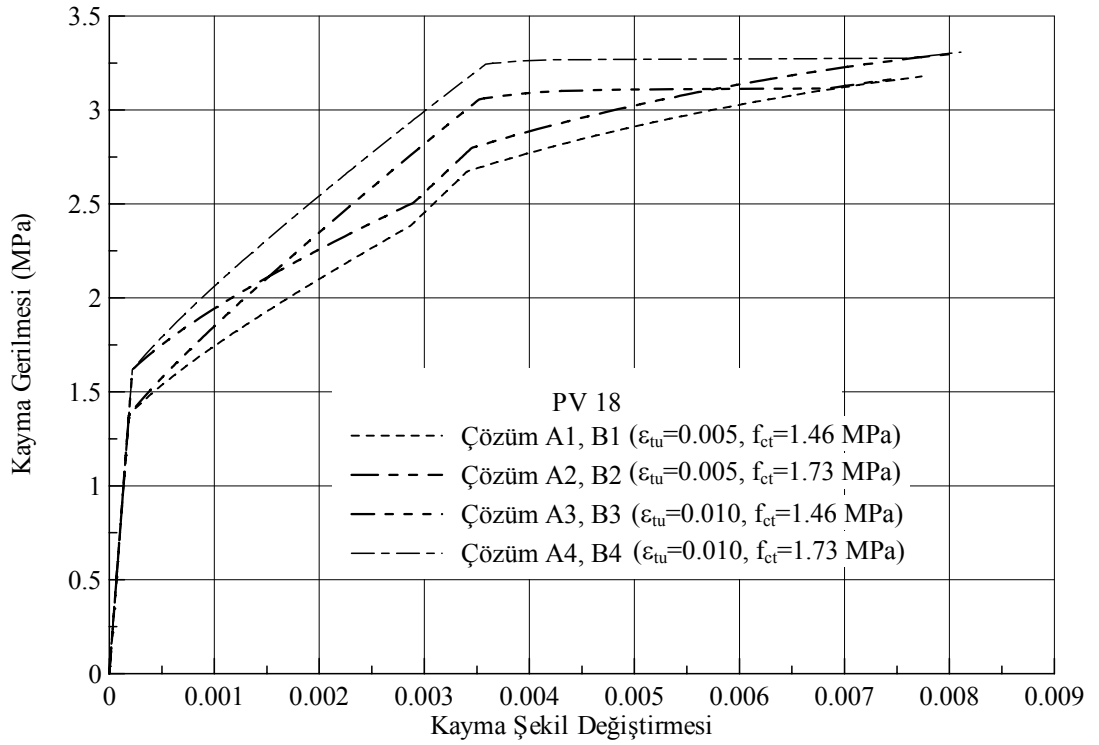
Şekil A.29: PV18 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



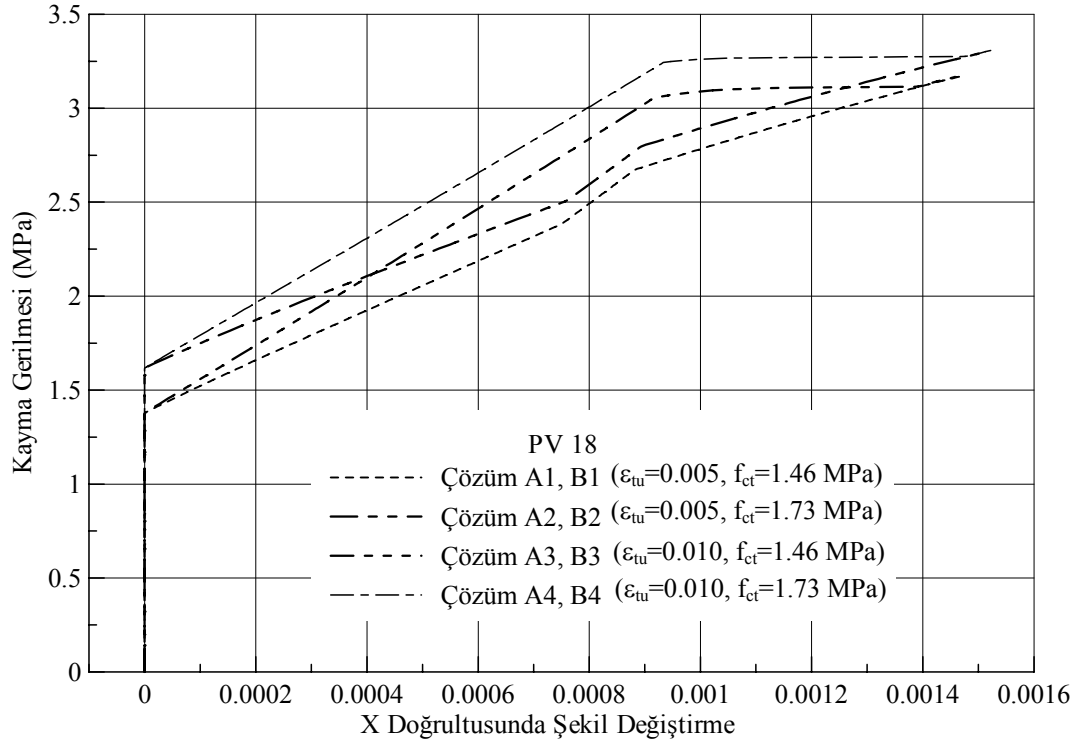
Şekil A.30: PV18 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



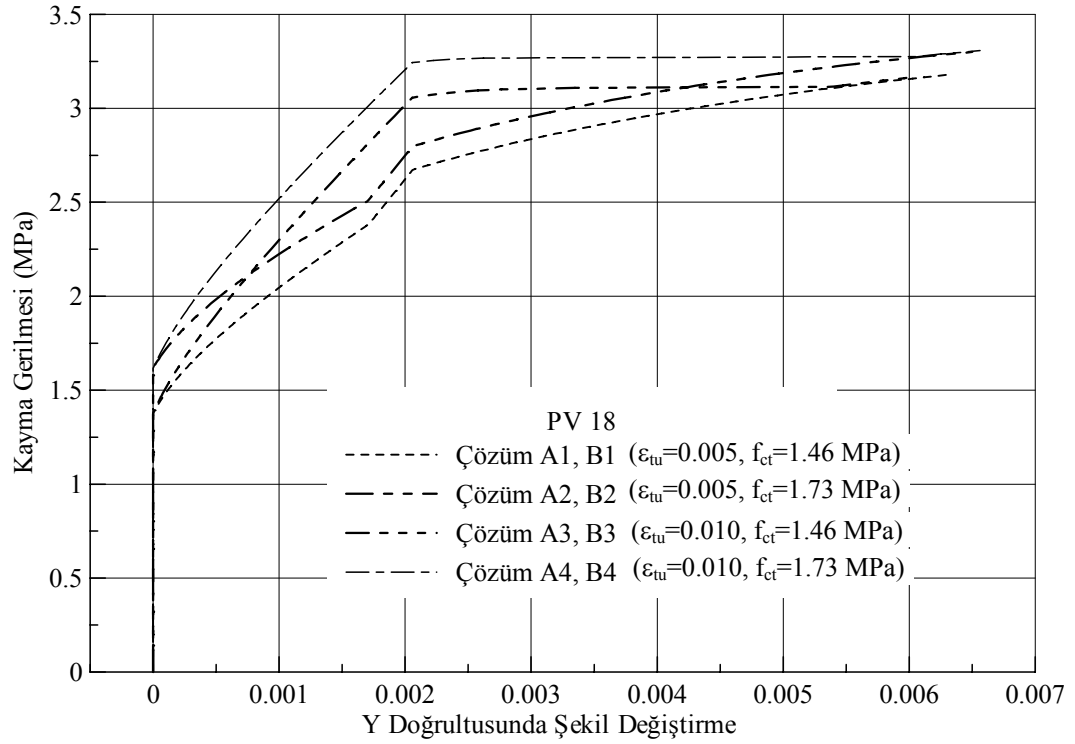
Şekil A.31: PV18 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



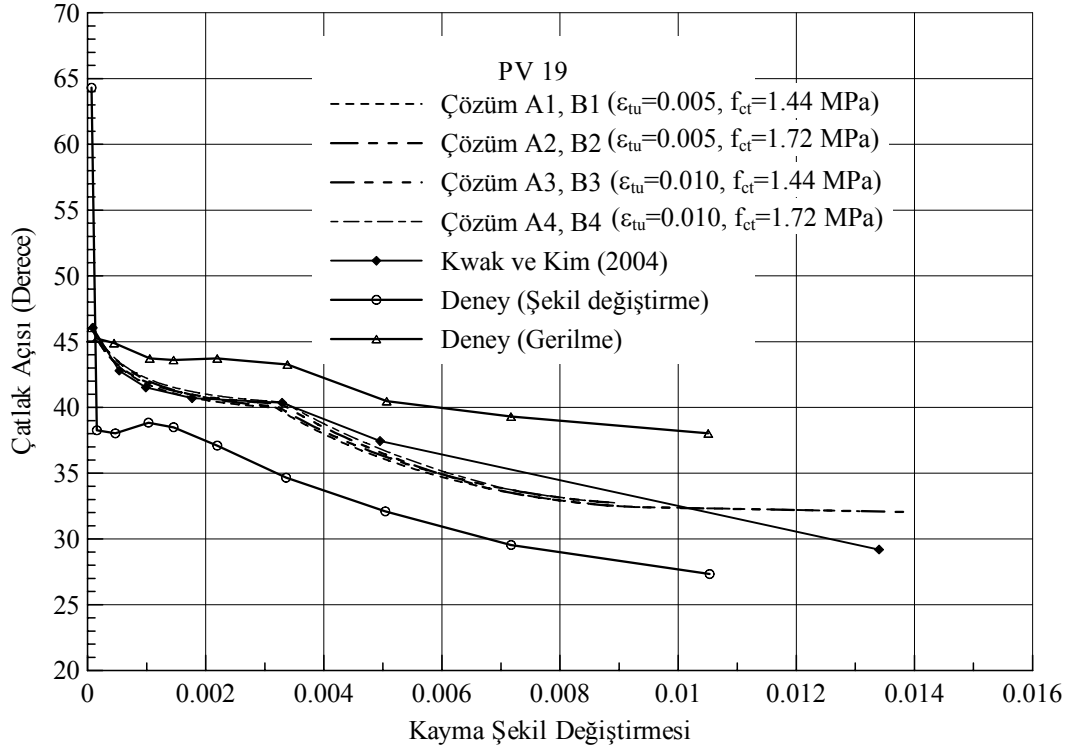
Şekil A.32: PV18 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



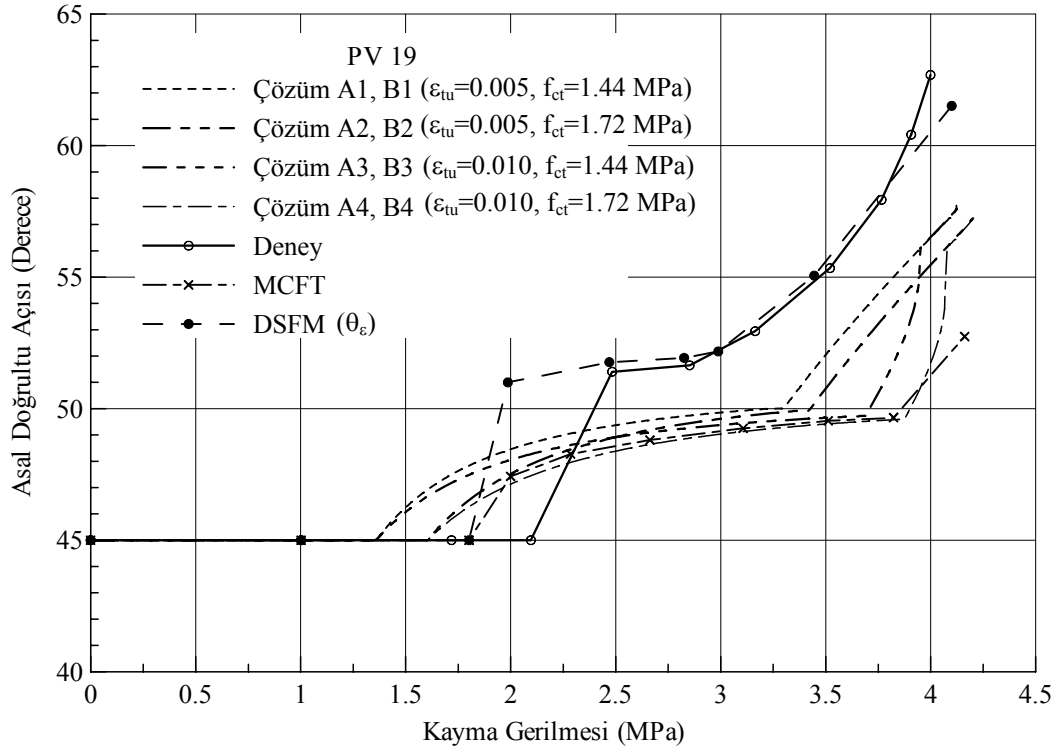
Şekil A.33: PV18 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



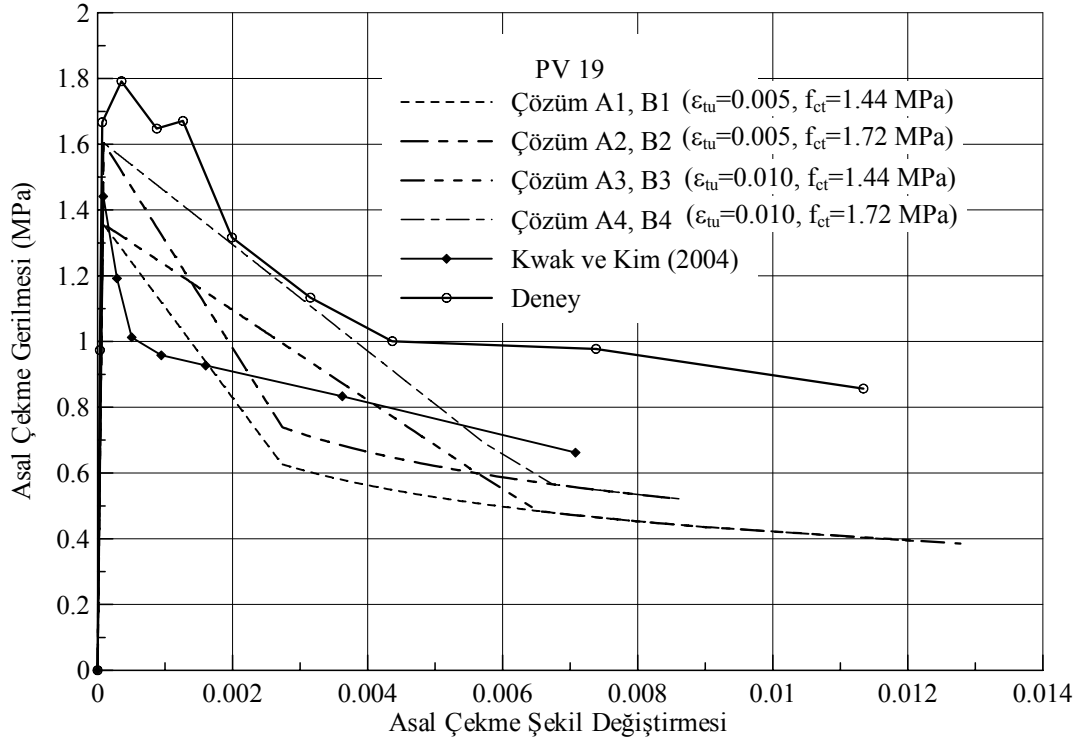
Şekil A.34: PV18 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



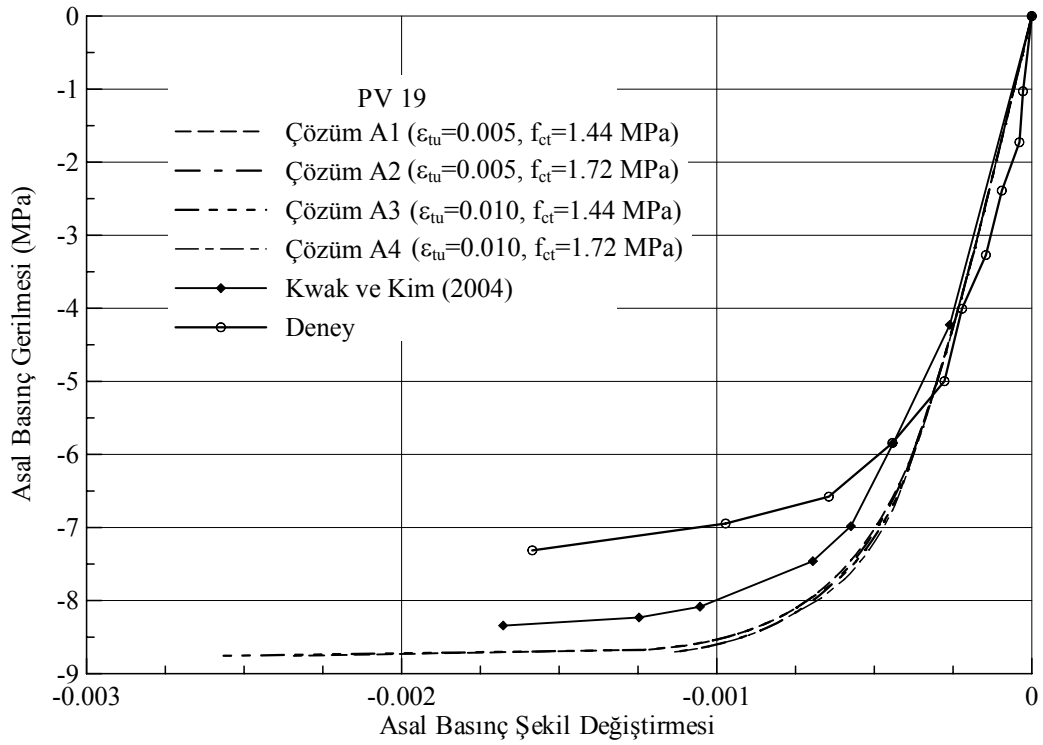
Şekil A.35: PV19 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değişirnesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



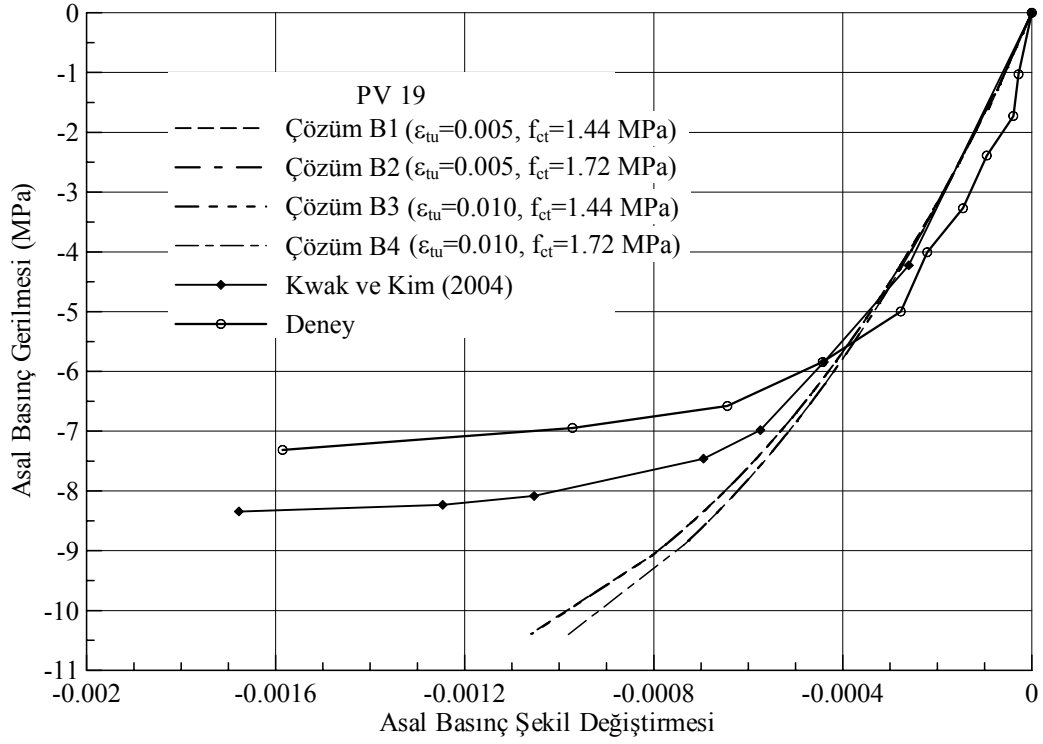
Şekil A.36: PV19 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



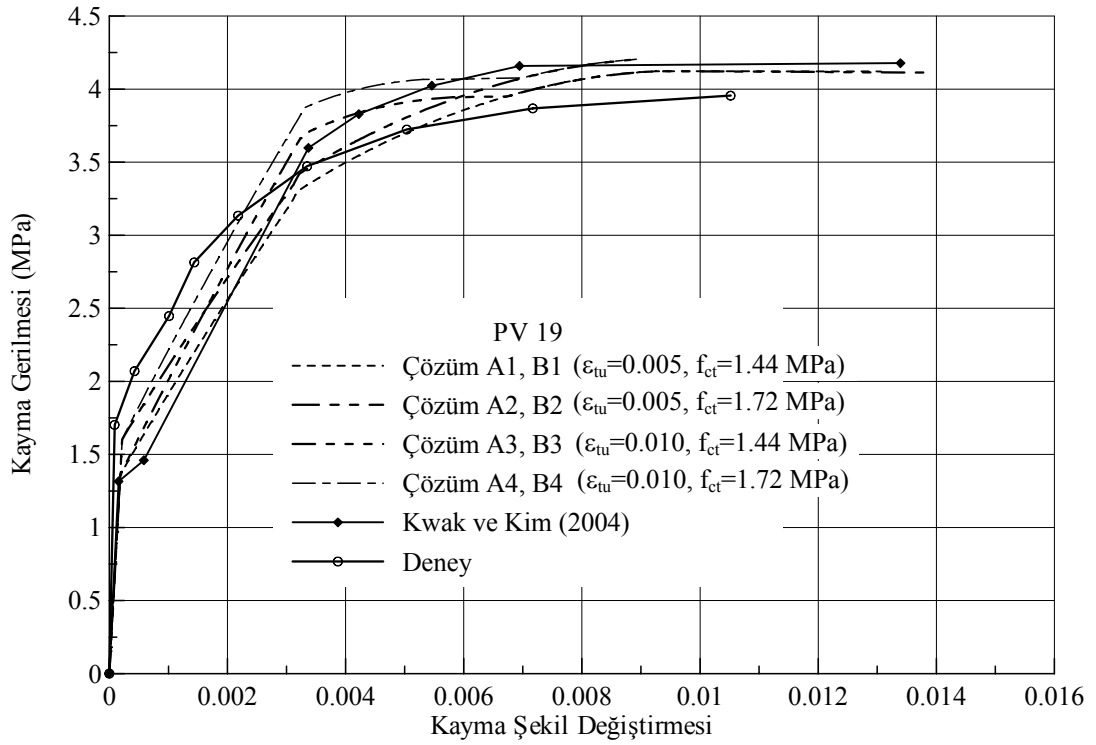
Şekil A.37: PV19 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



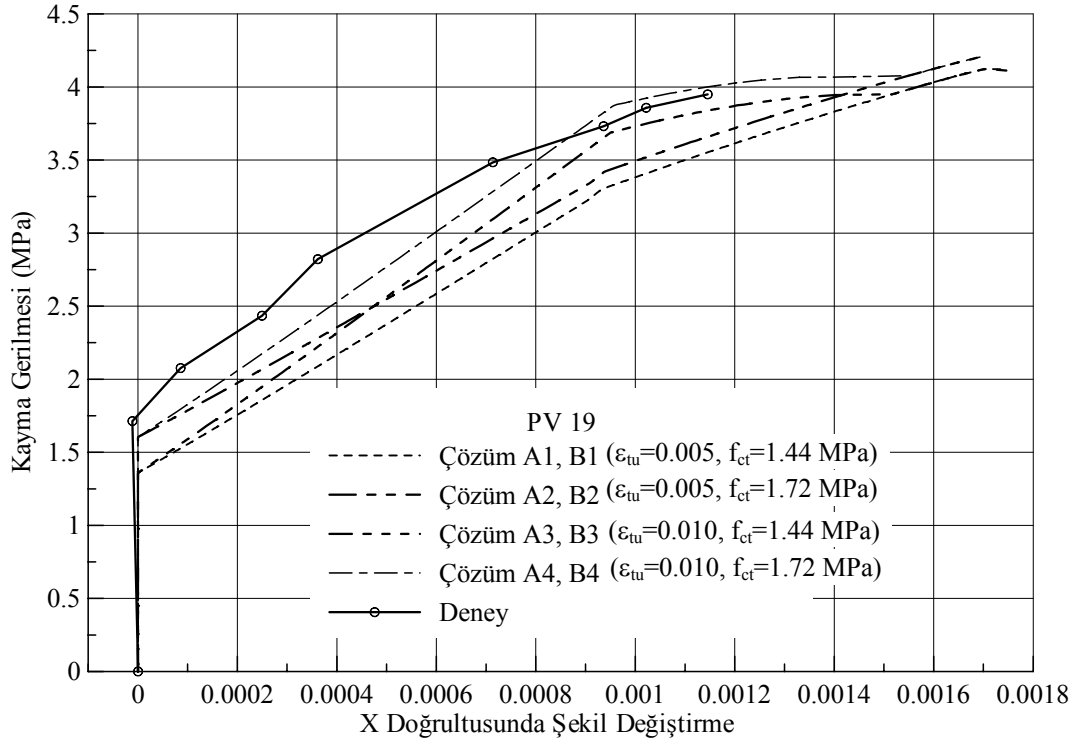
Şekil A.38: PV19 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



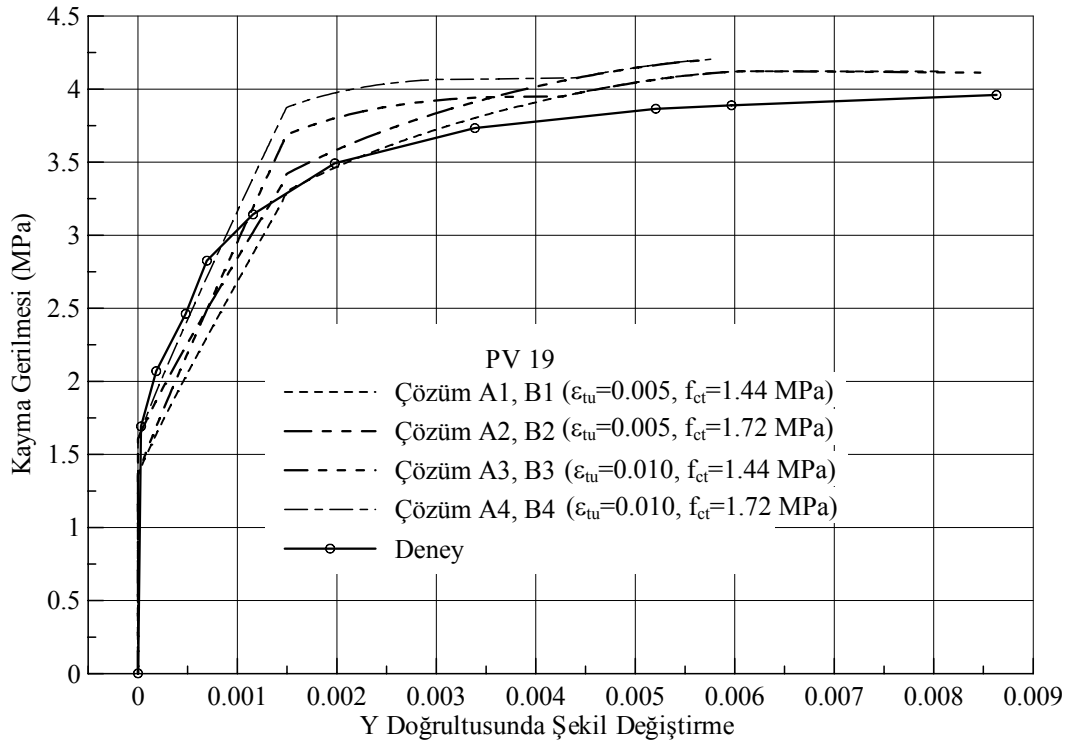
Şekil A.39: PV19 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm B)



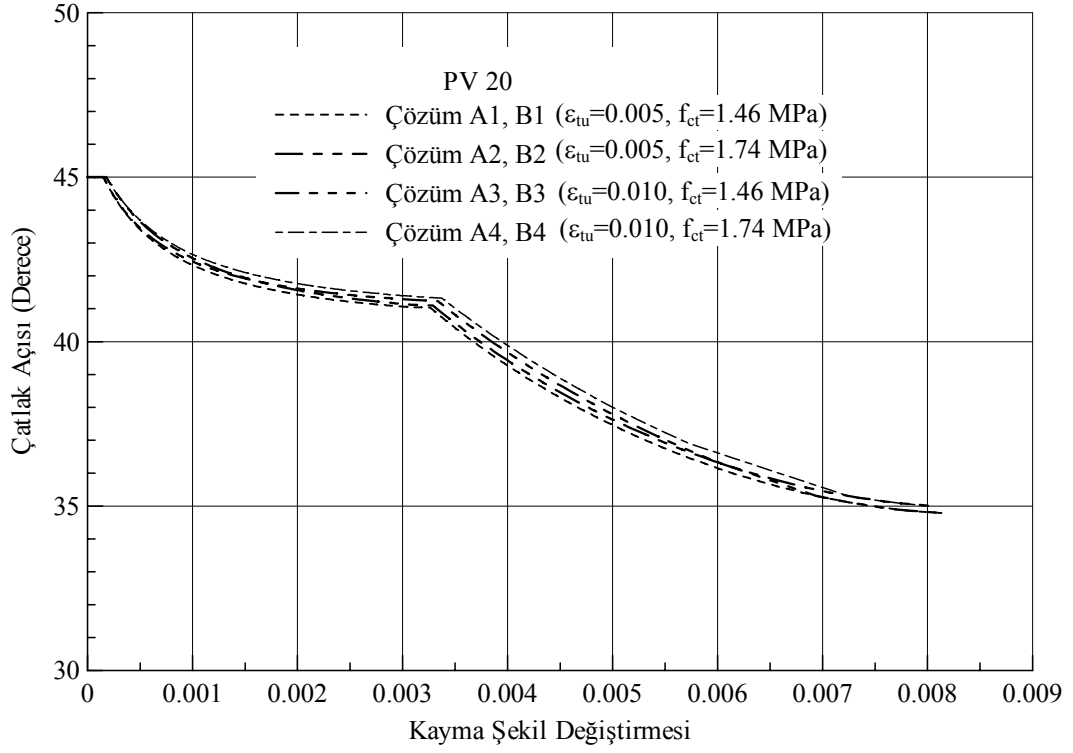
Şekil A.40: PV19 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm A, B)



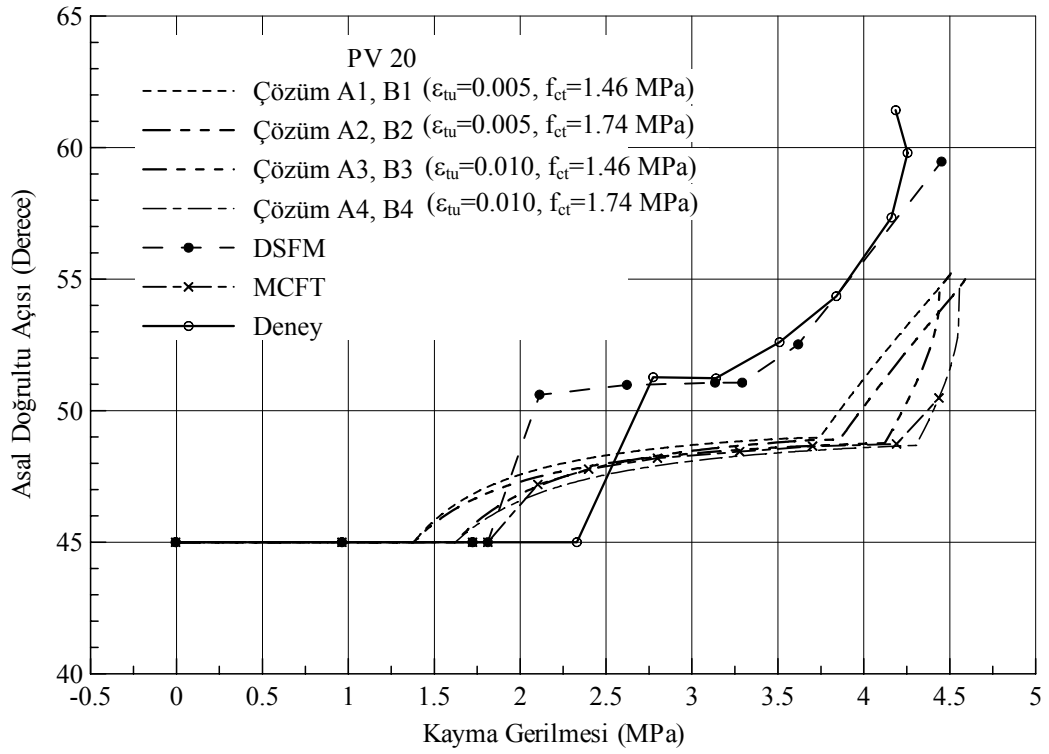
Şekil A.41: PV19 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



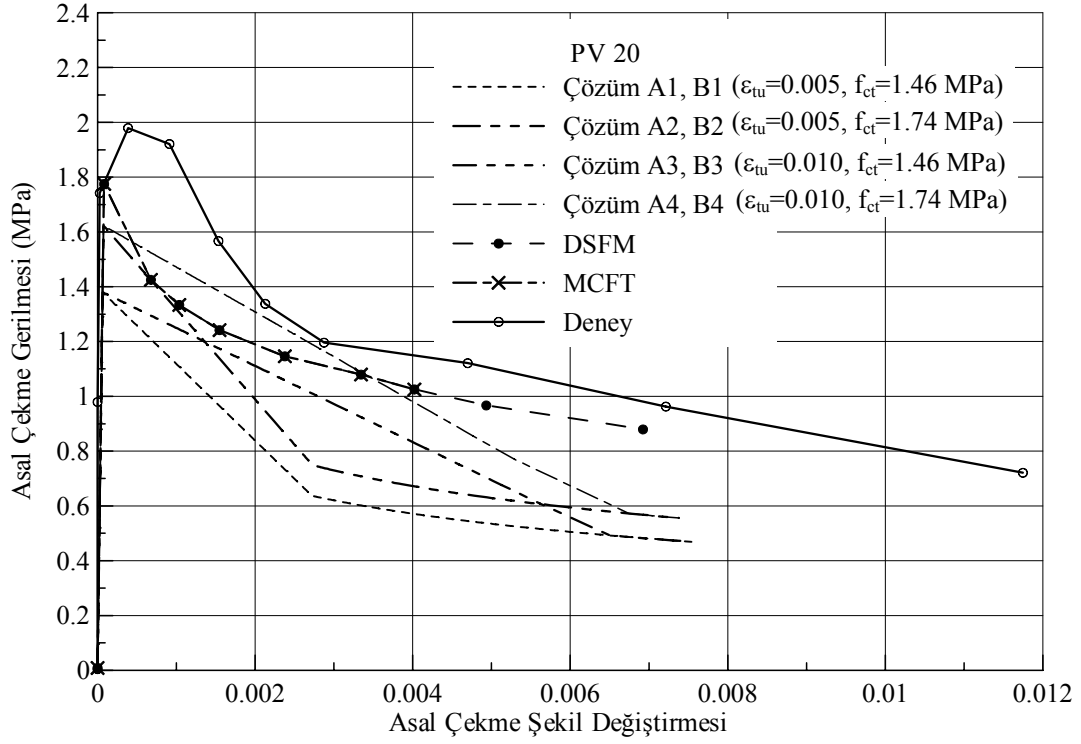
Şekil A.42: PV19 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



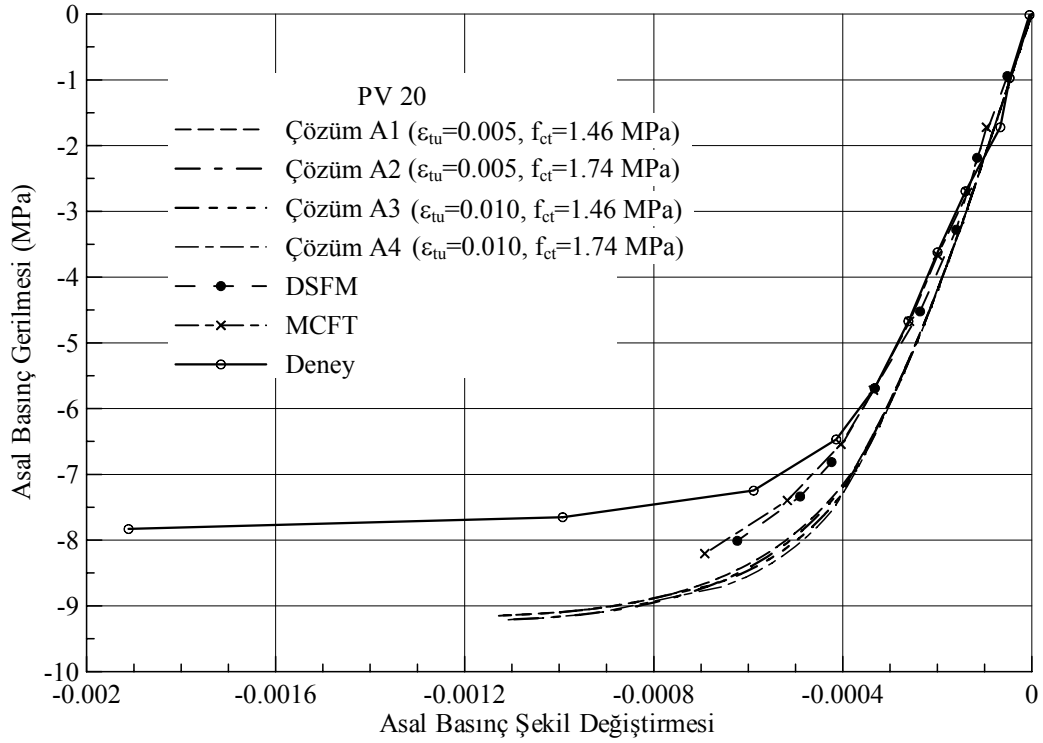
Şekil A.43: PV20 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



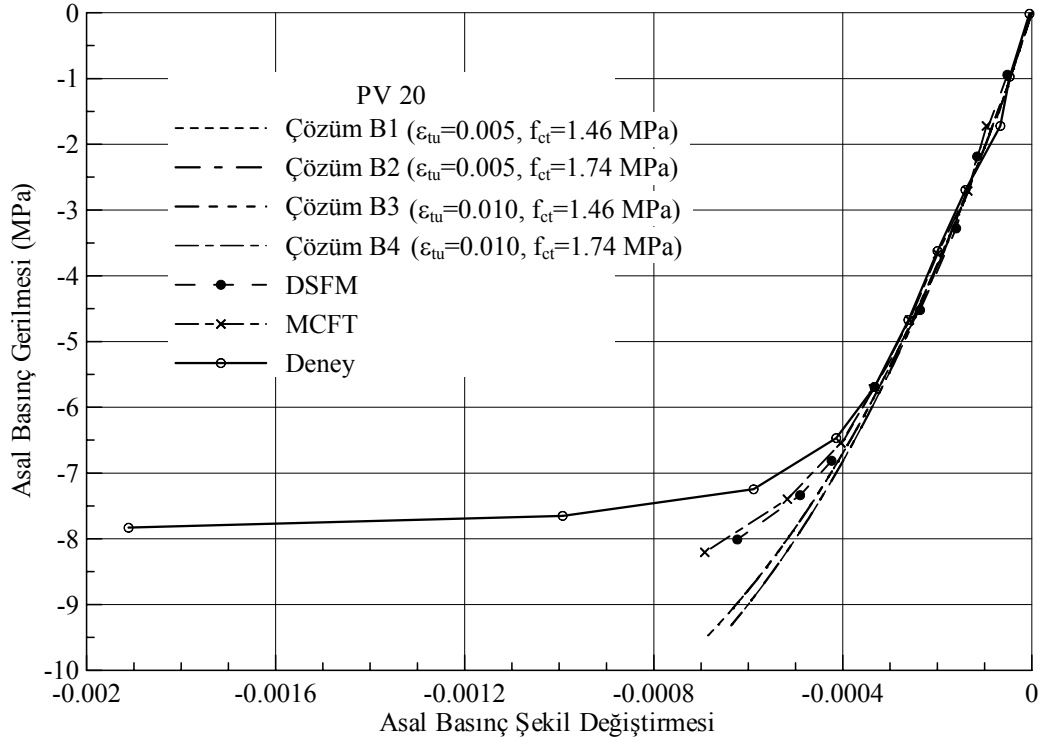
Şekil A.44: PV20 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



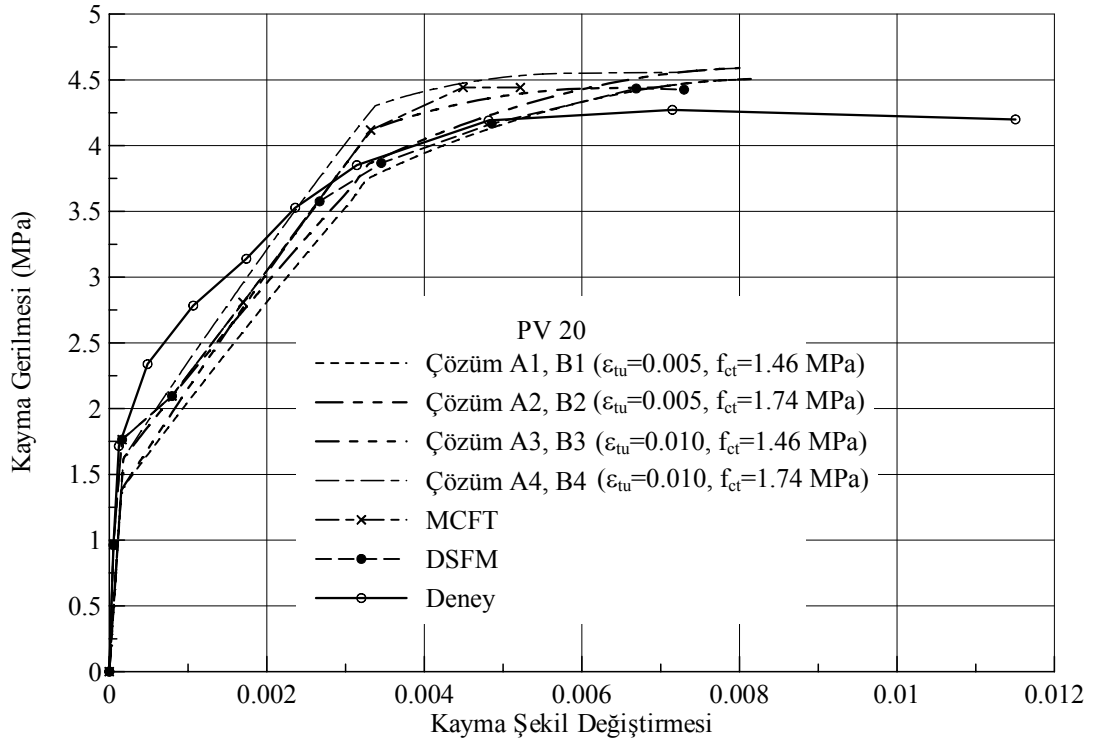
Şekil A.45: PV20 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



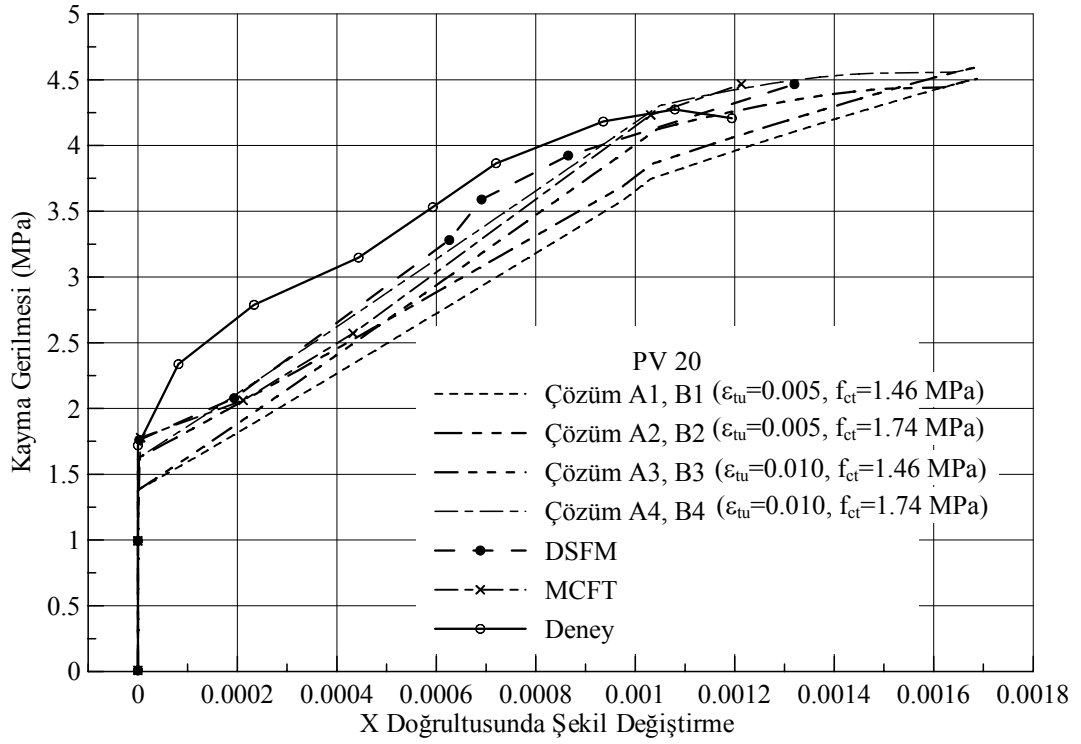
Şekil A.46: PV20 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



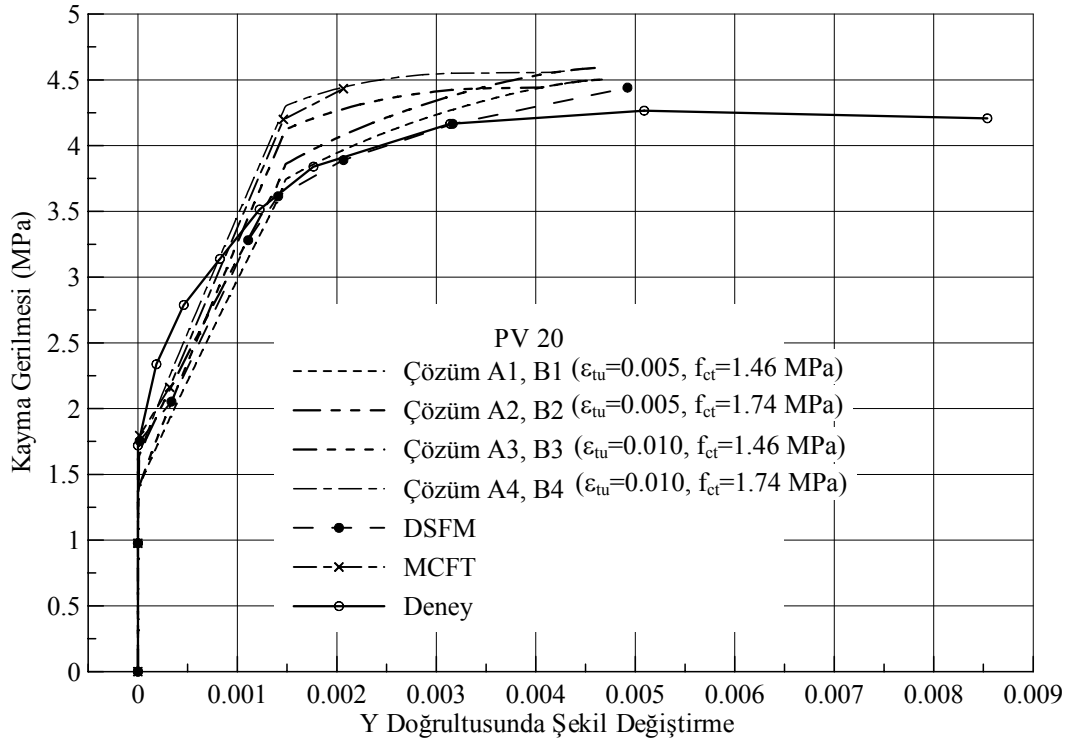
Şekil A.47: PV20 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm B)



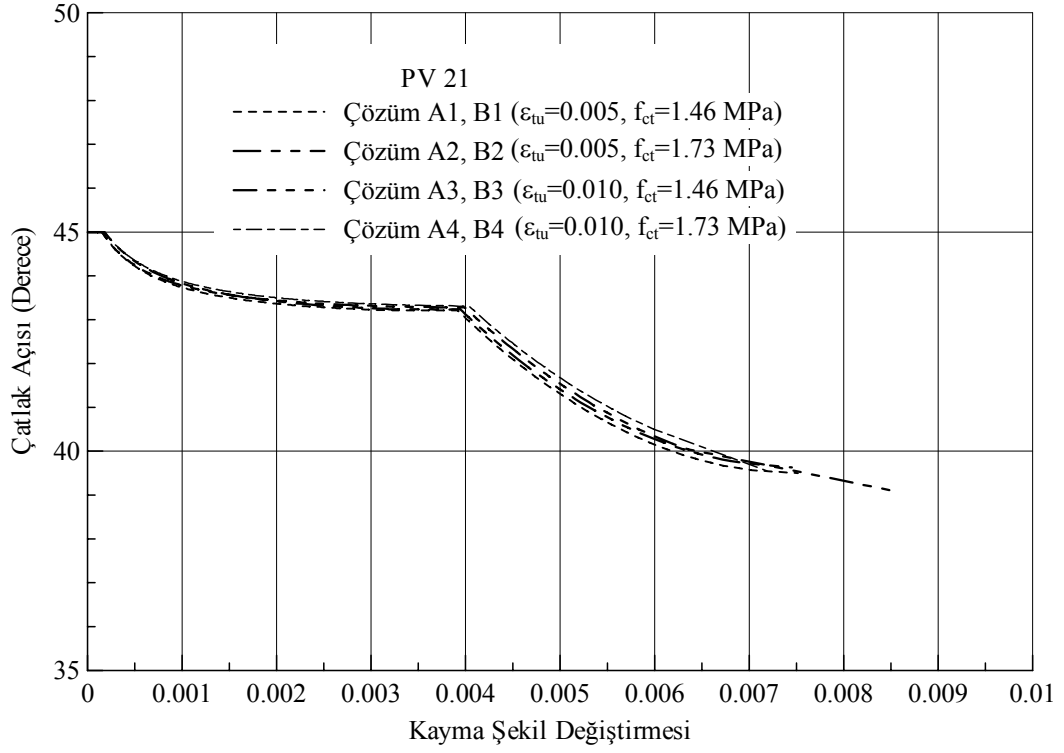
Şekil A.48: PV20 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm A, B)



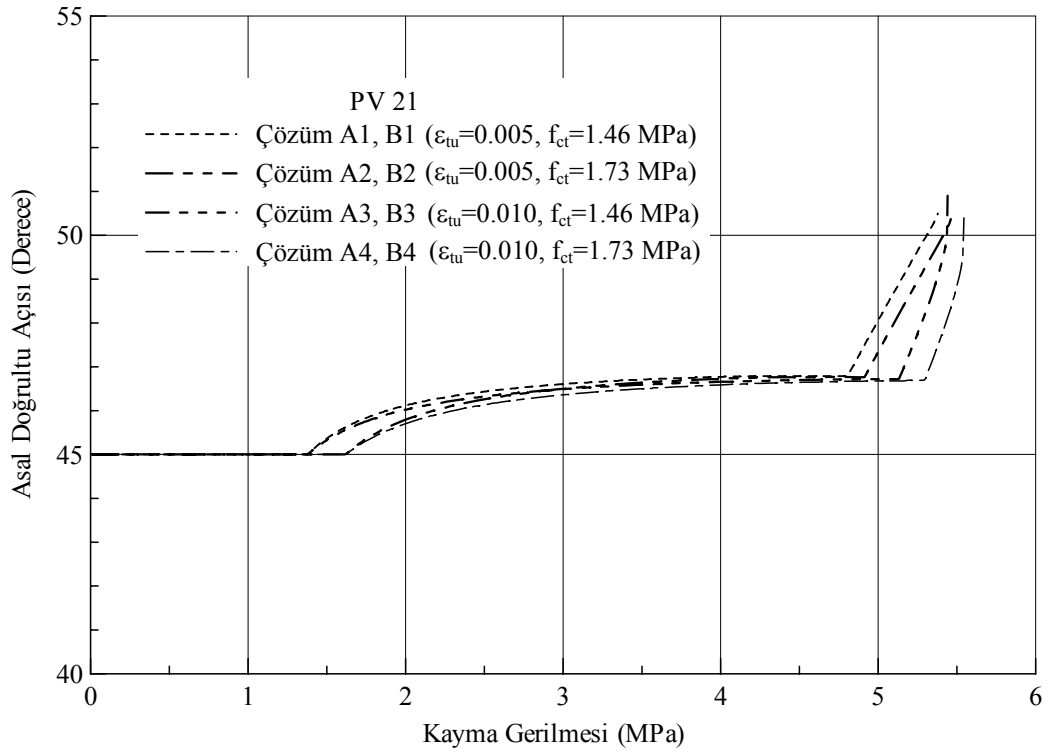
Şekil A.49: PV20 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



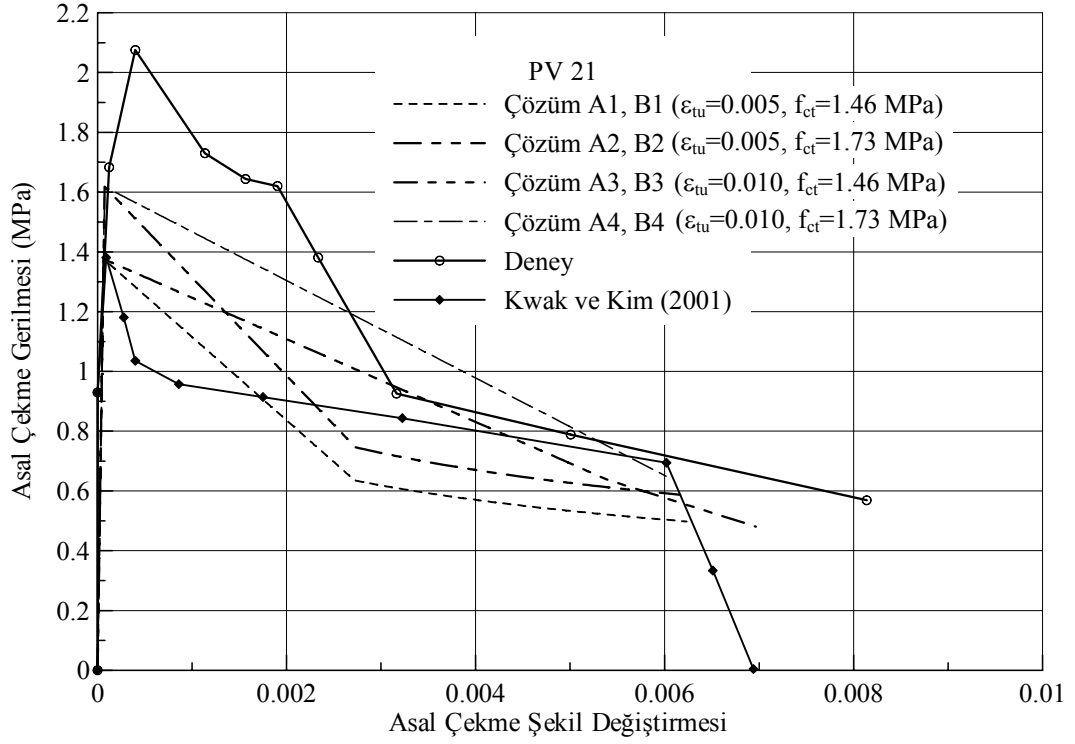
Şekil A.50: PV20 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



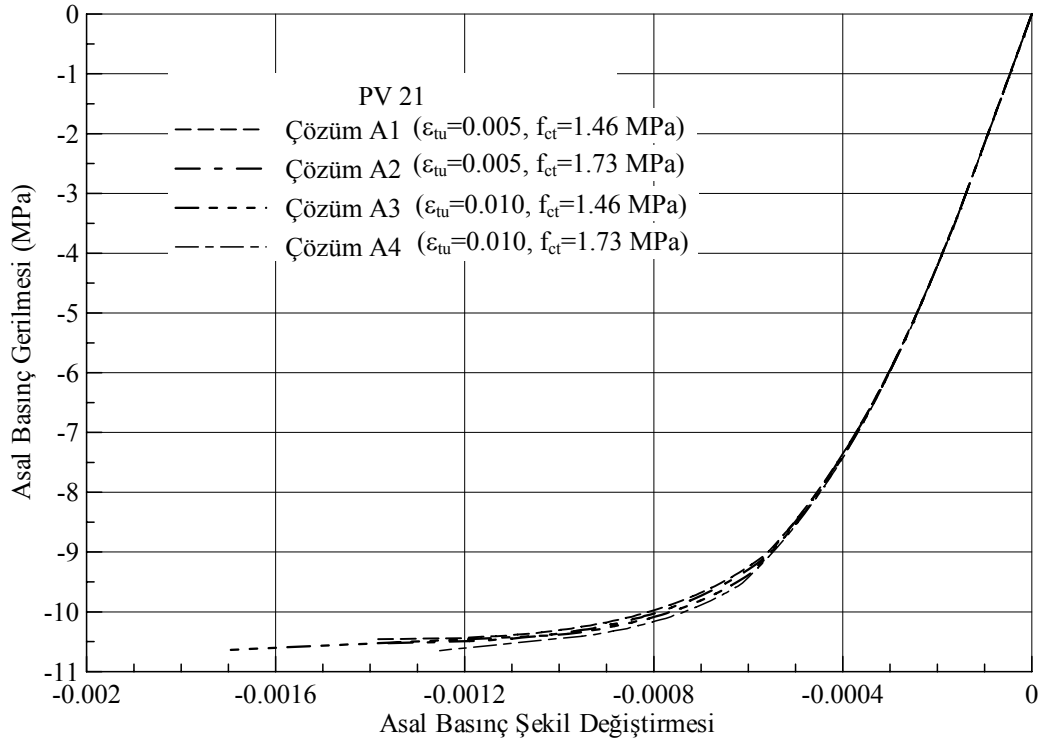
Şekil A.51: PV21 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



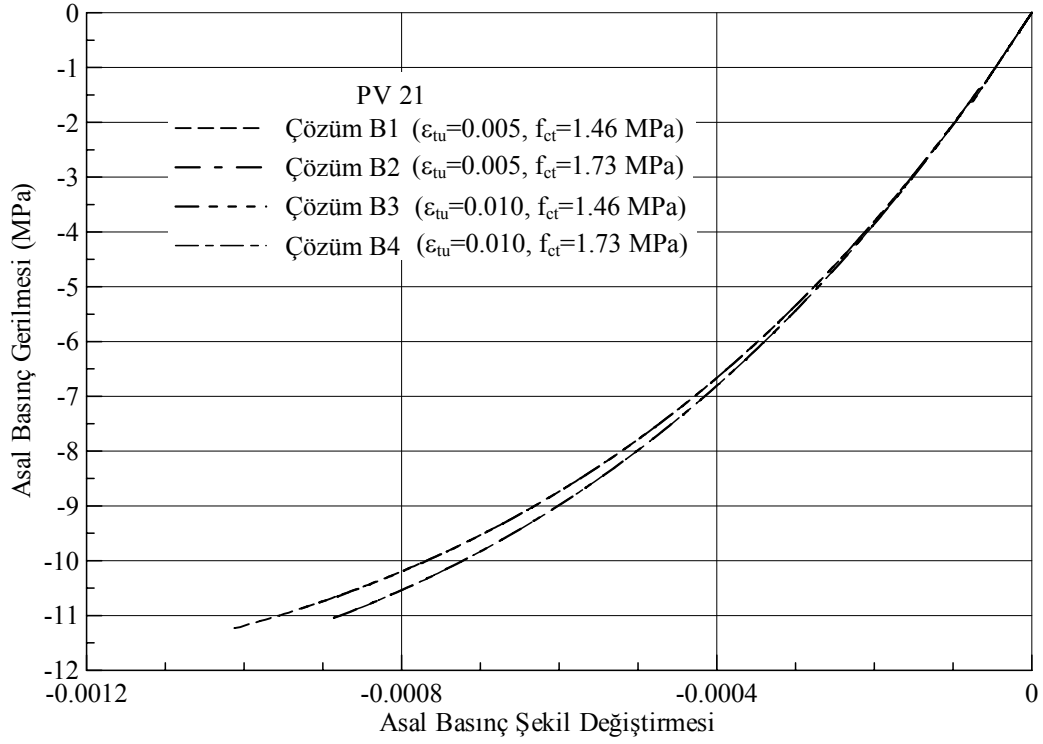
Şekil A.52: PV21 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



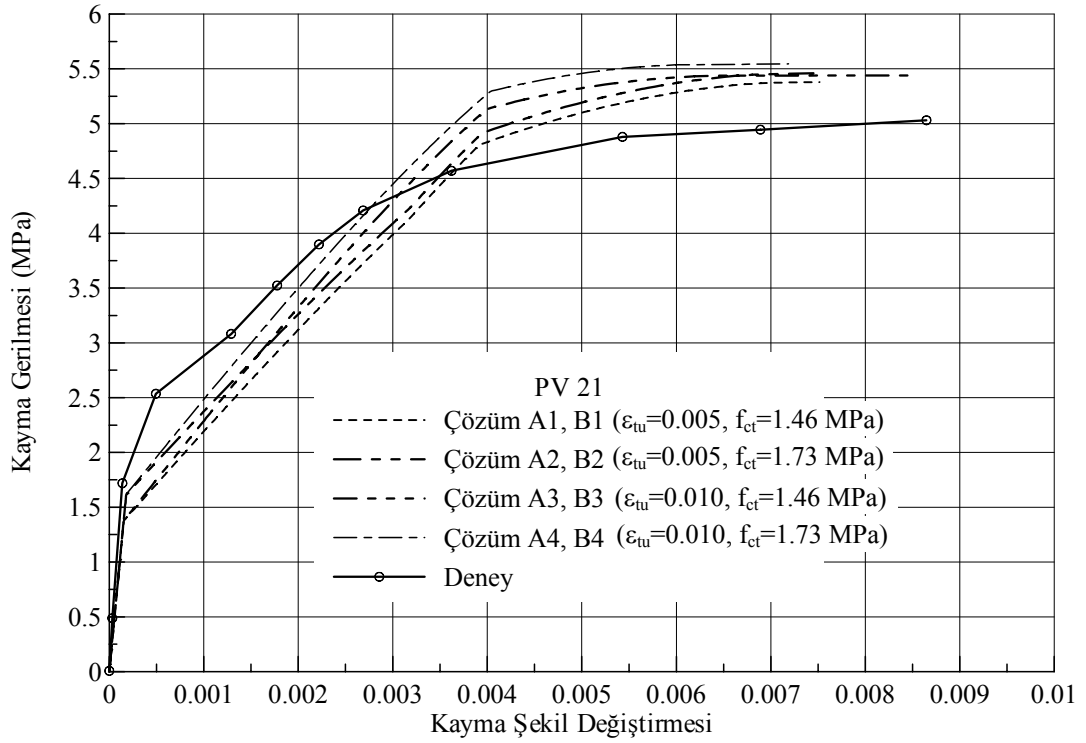
Şekil A.53: PV21 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



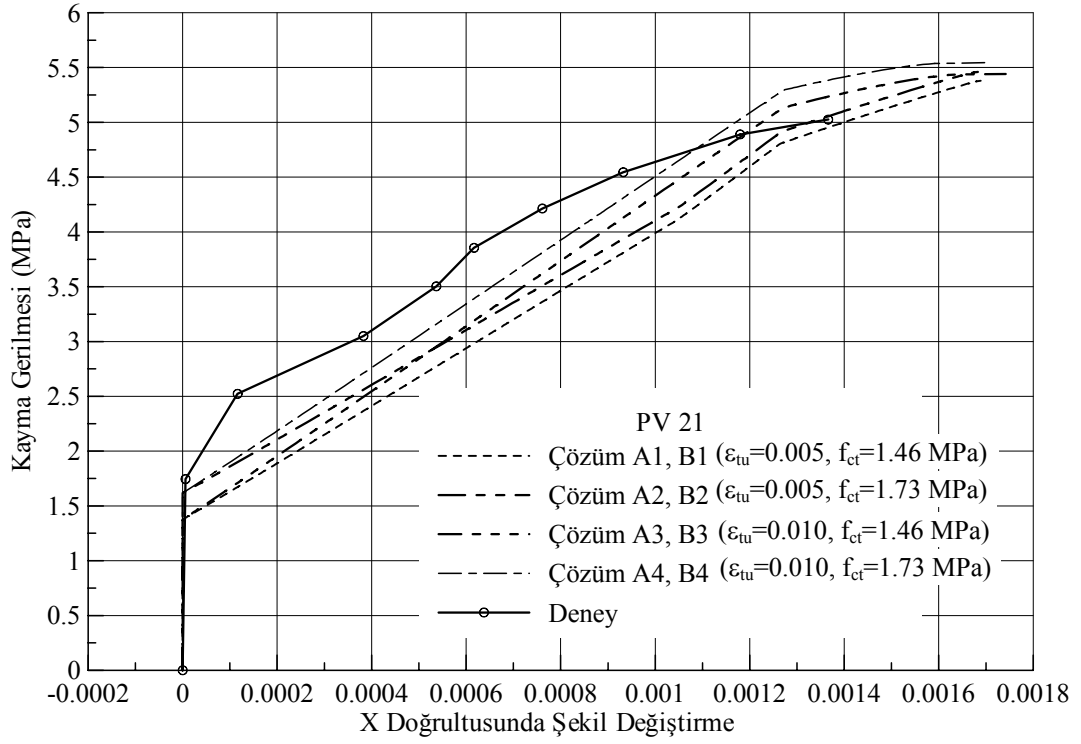
Şekil A.54: PV21 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



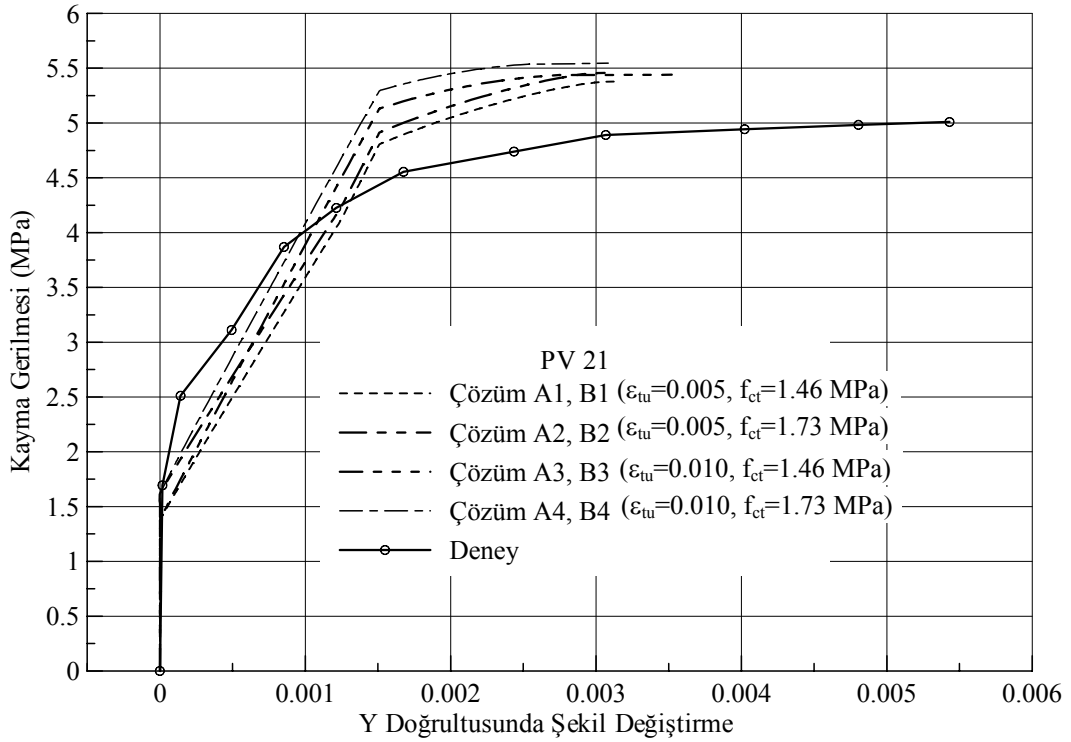
Şekil A.55: PV21 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



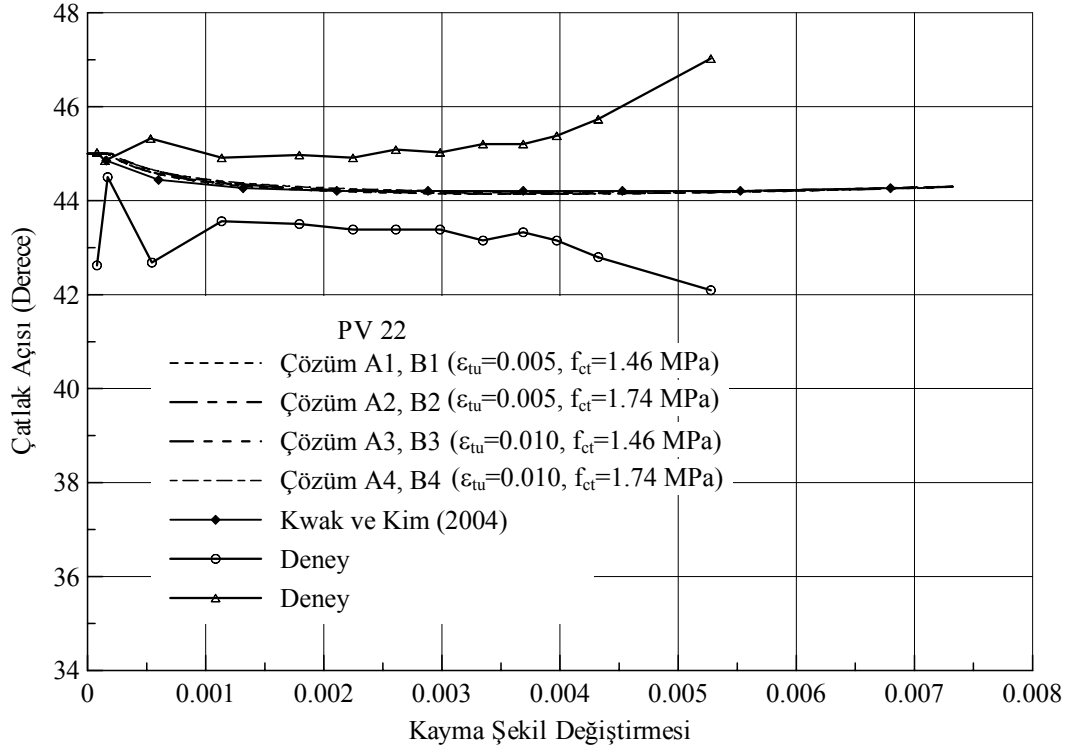
Şekil A.56: PV21 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



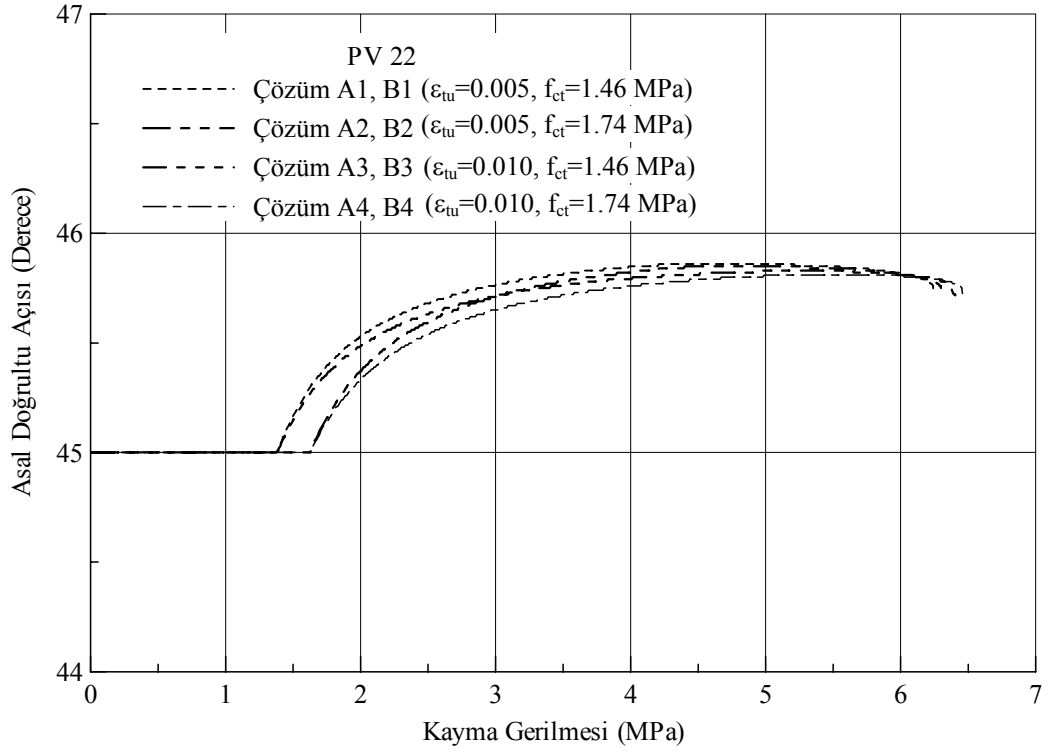
Şekil A.57: PV21 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değişirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



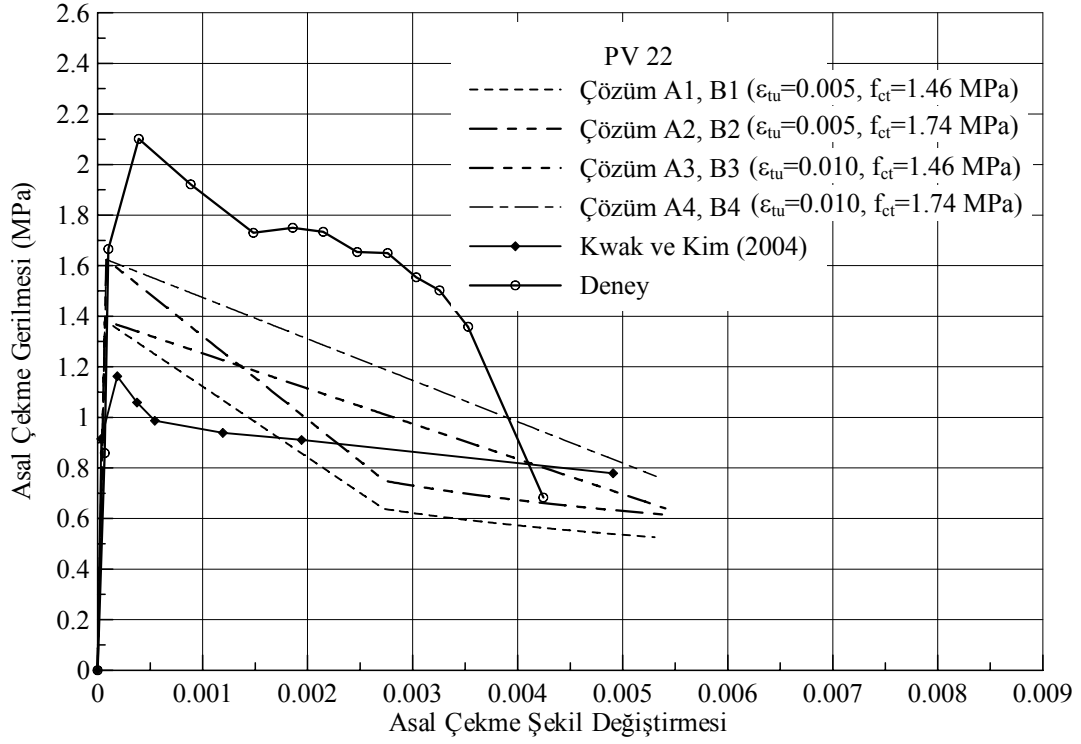
Şekil A.58: PV21 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değişirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



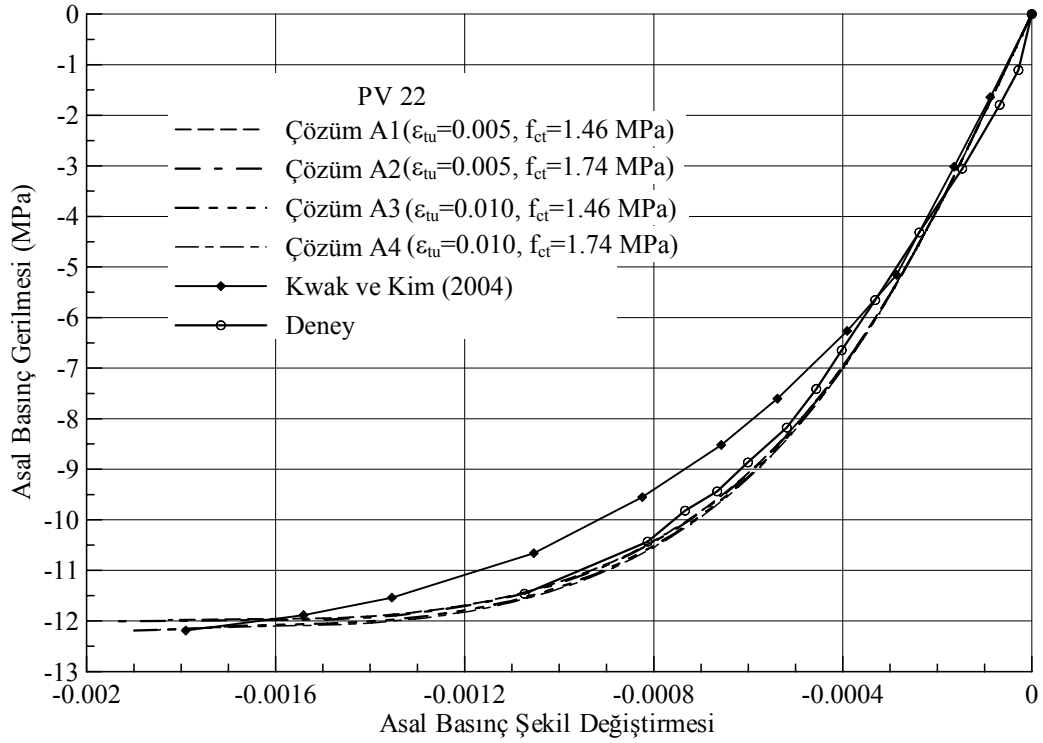
Şekil A.59: PV22 panelinde çatlak açısı ile kayma şekil değiştirilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



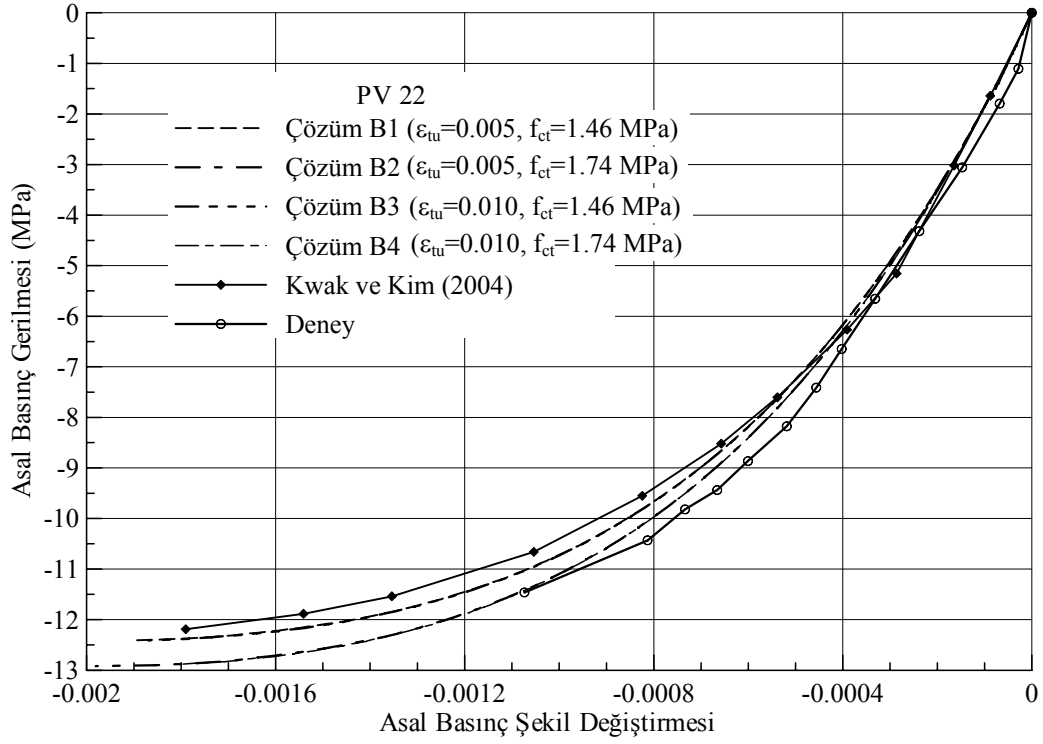
Şekil A.60: PV22 panelinde asal doğrultu açısı ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



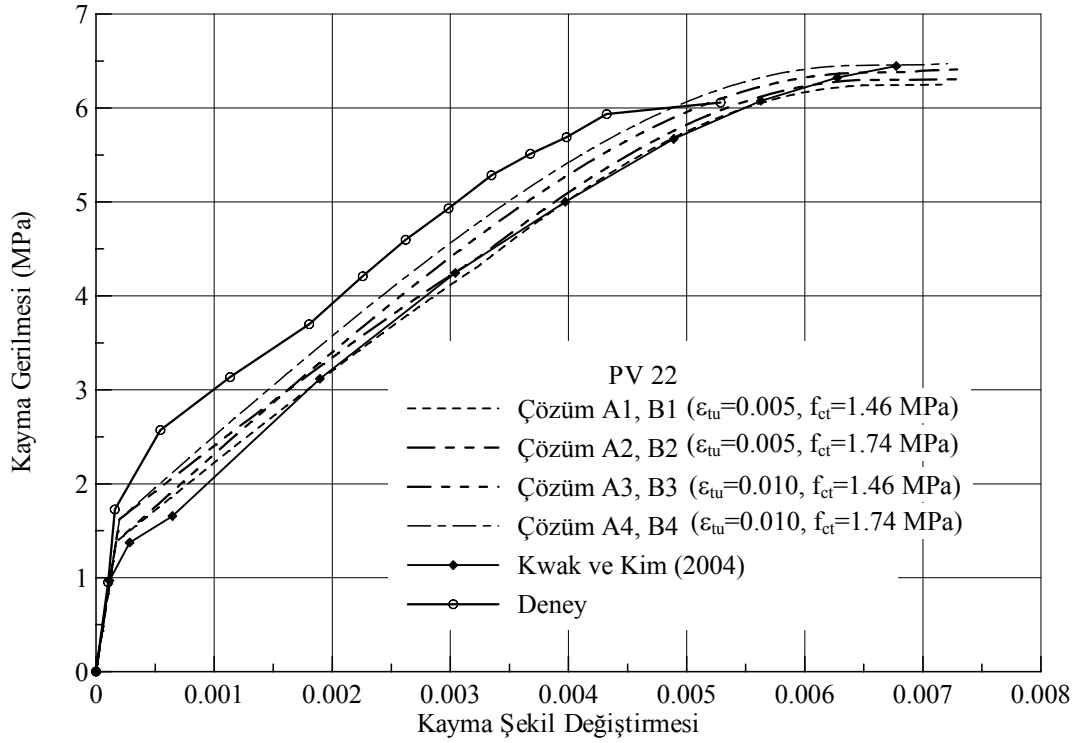
Şekil A.61: PV22 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



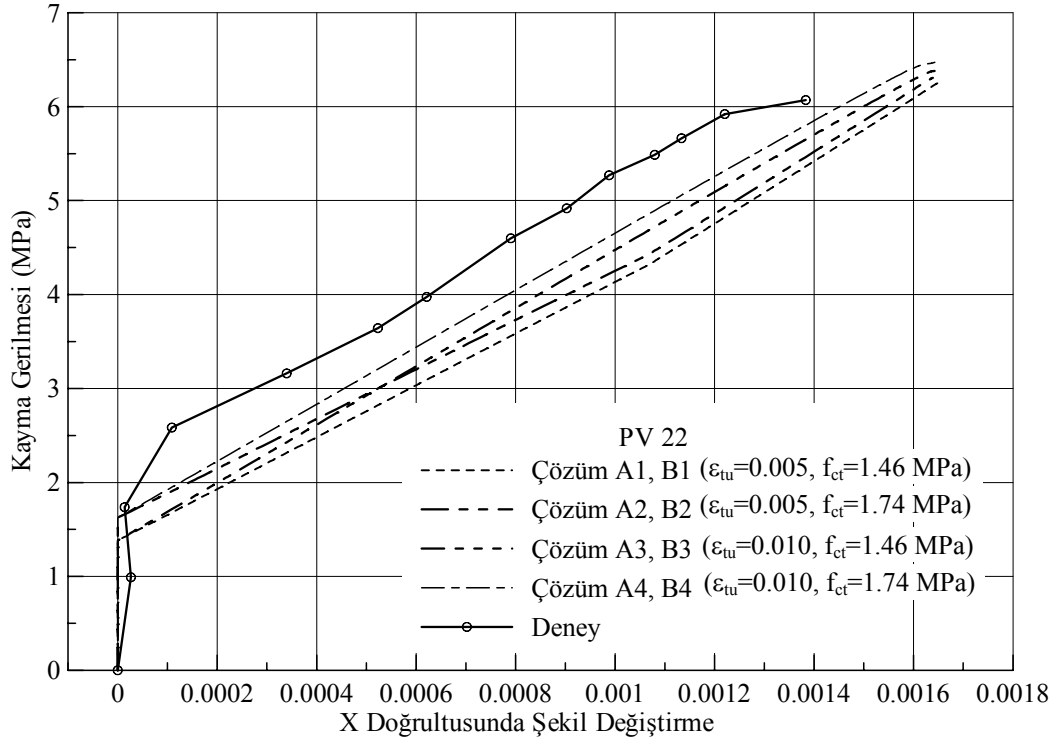
Şekil A.62: PV22 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



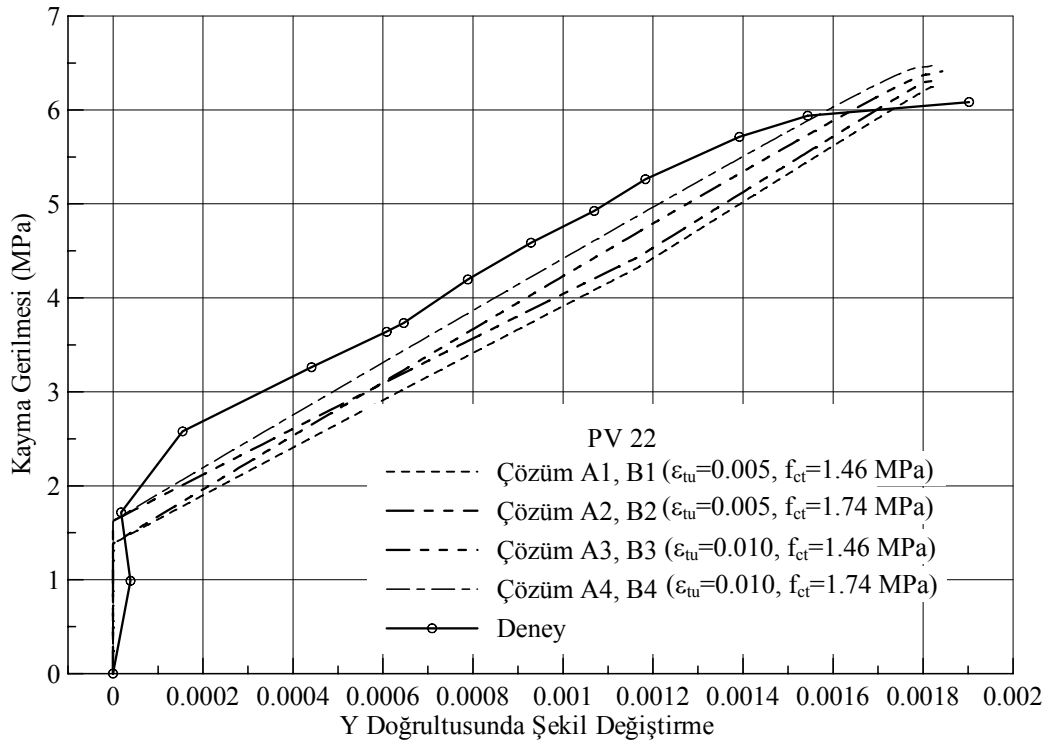
Şekil A.63: PV22 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değıştirme eğrisi (Çözüm B)



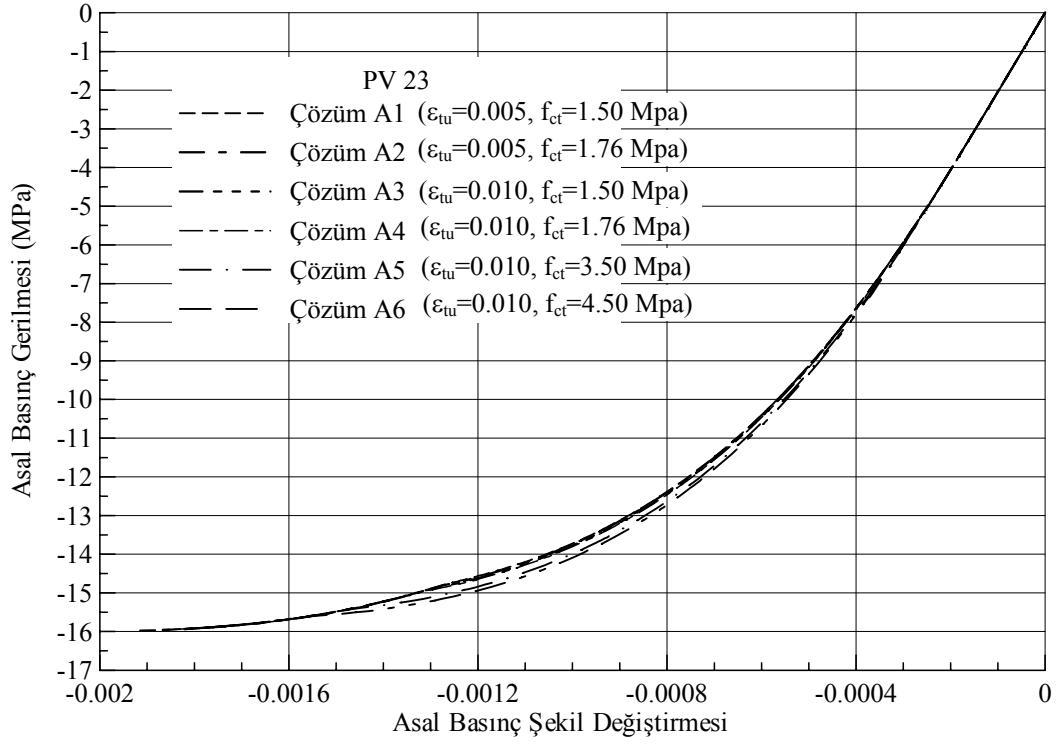
Şekil A.64: PV22 panelinde kayma gerilme-şekil değıştirme eğrisi (Çözüm A, B)



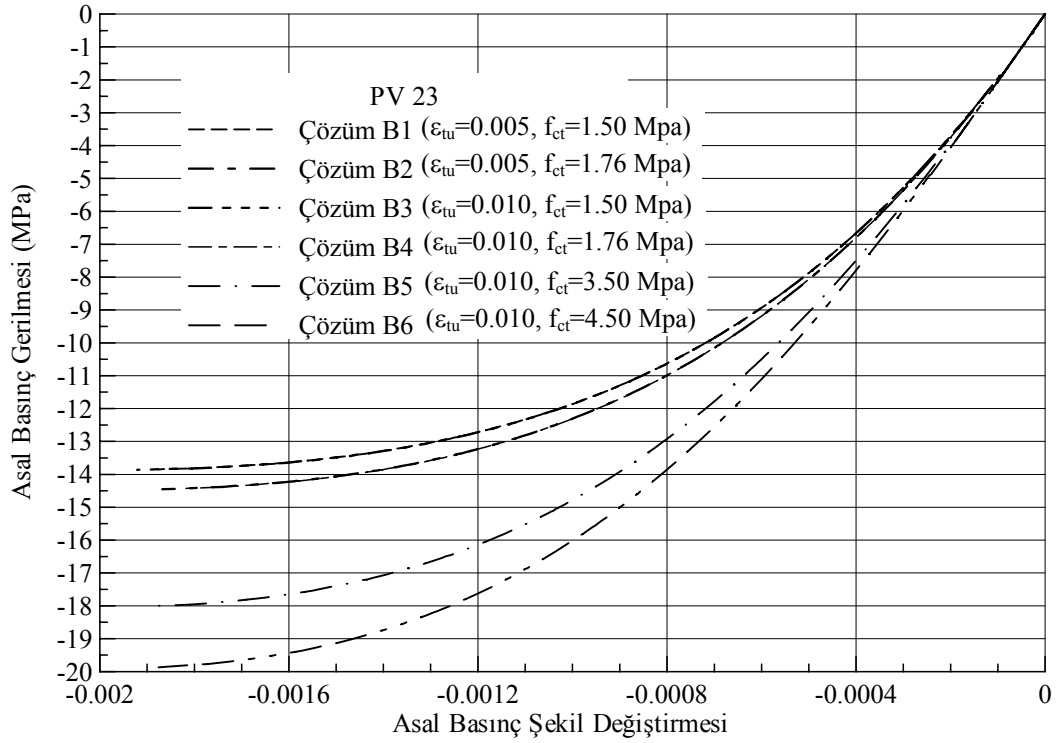
Şekil A.65: PV22 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



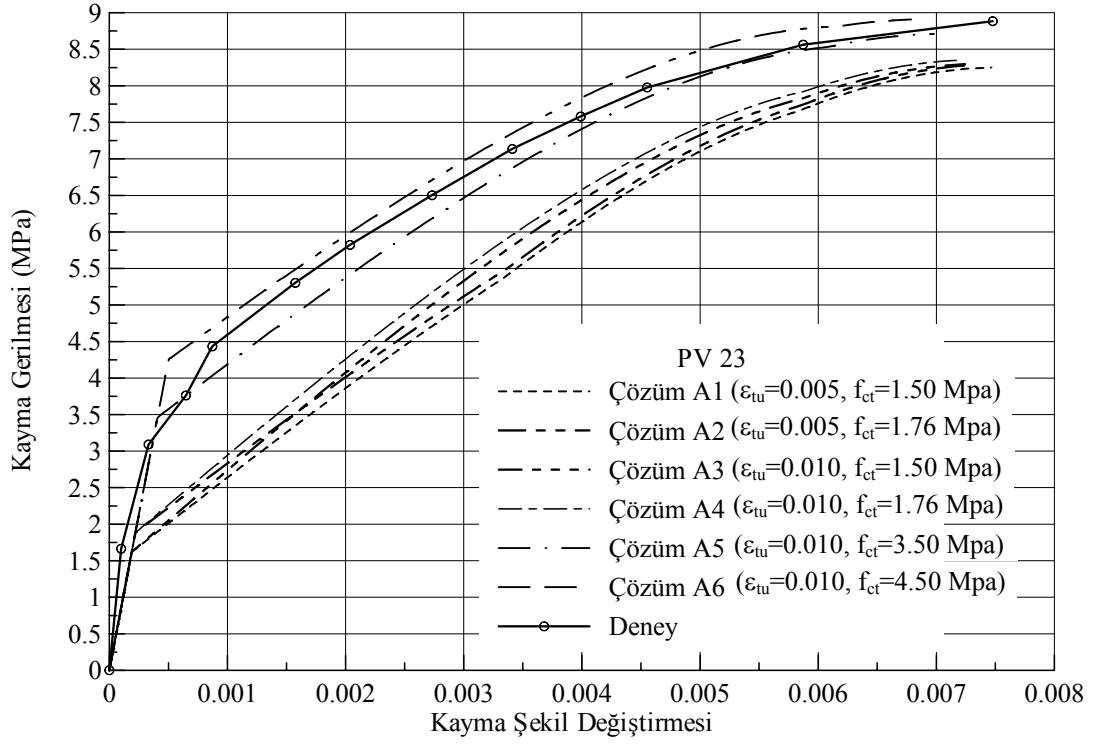
Şekil A.66: PV22 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



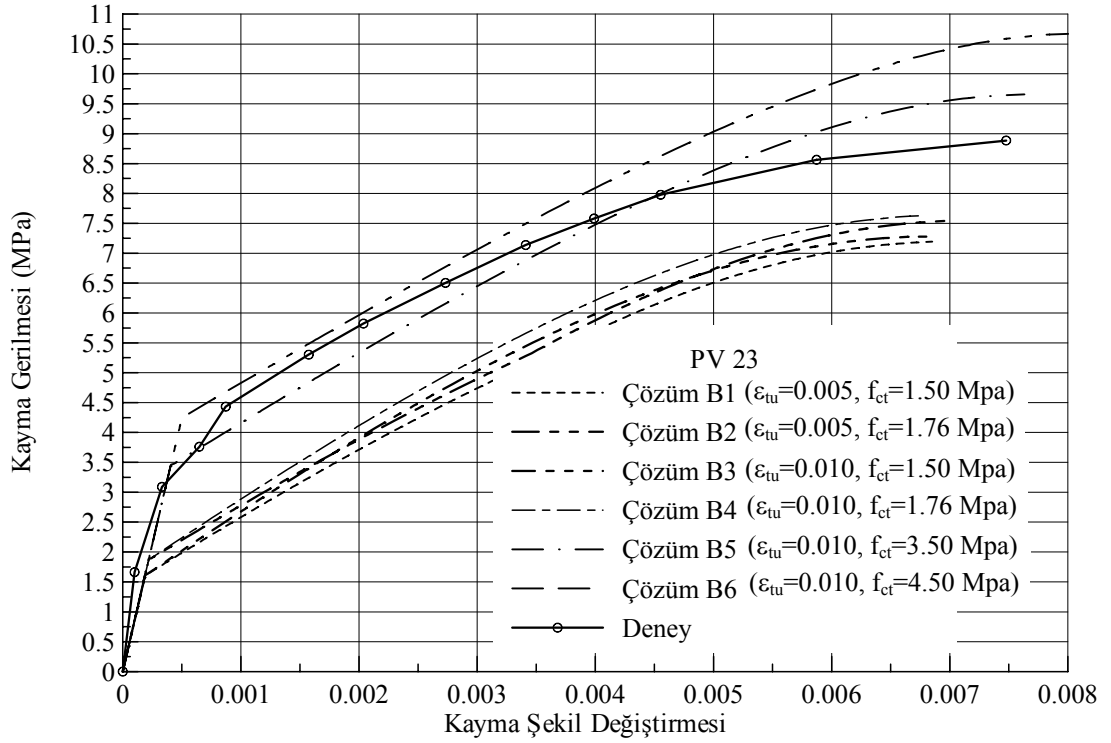
Şekil A.67: PV23 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



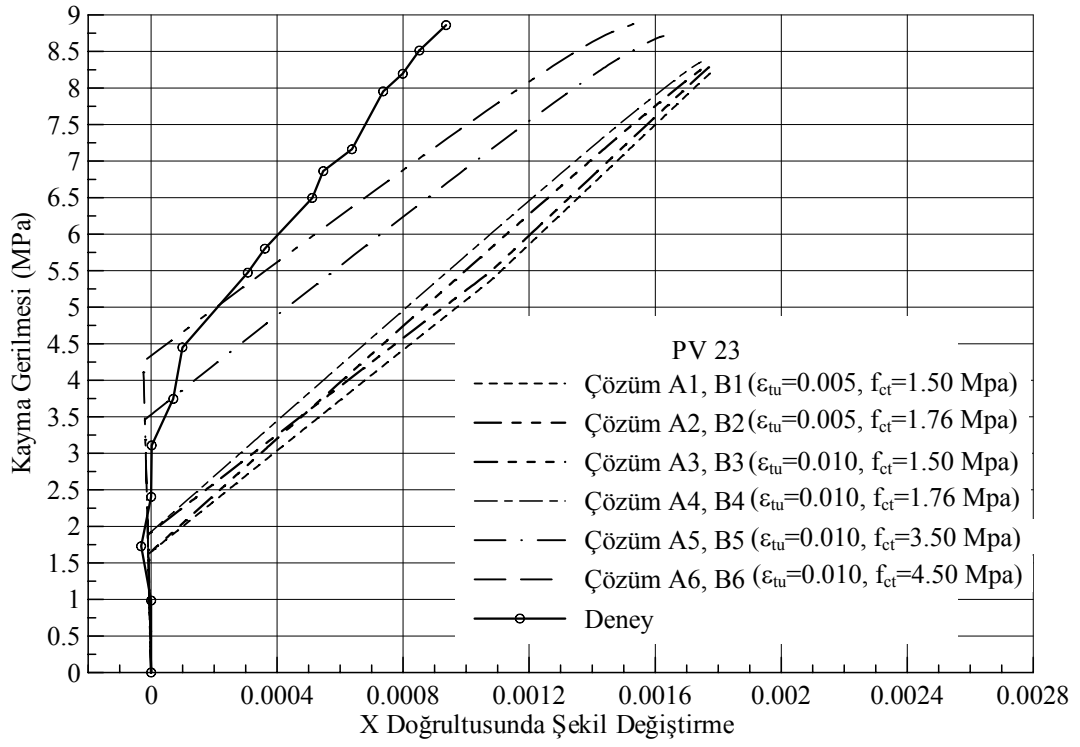
Şekil A.68: PV23 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



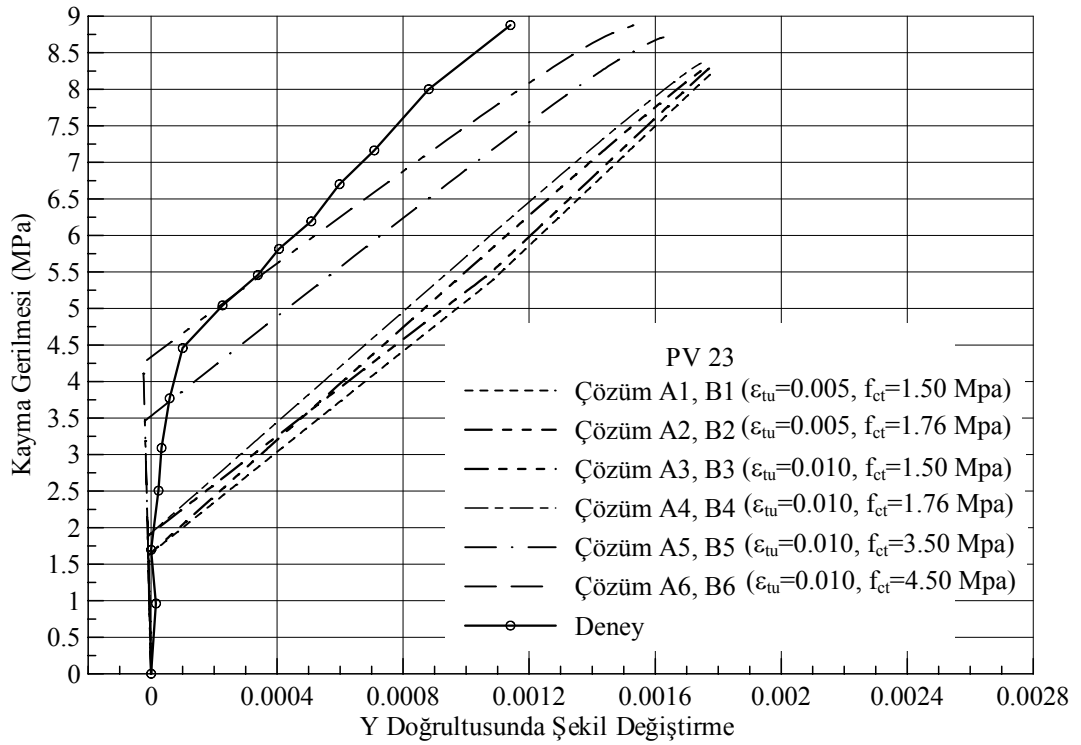
Şekil A.69: PV23 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm A)



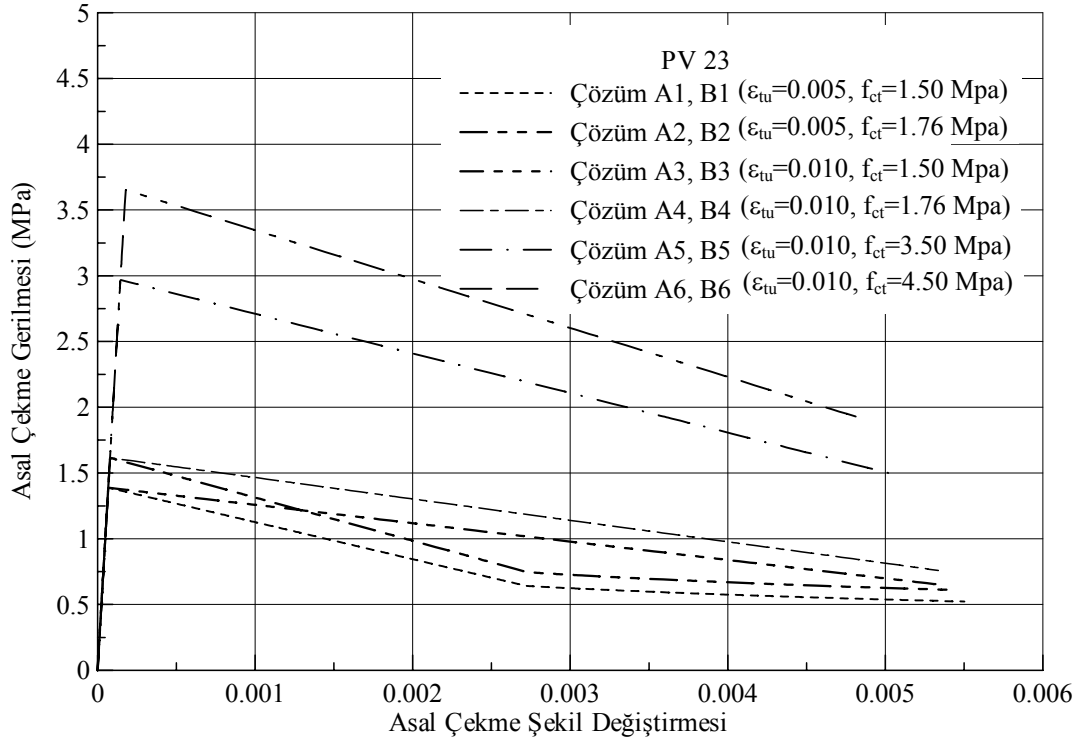
Şekil A.70: PV23 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm B)



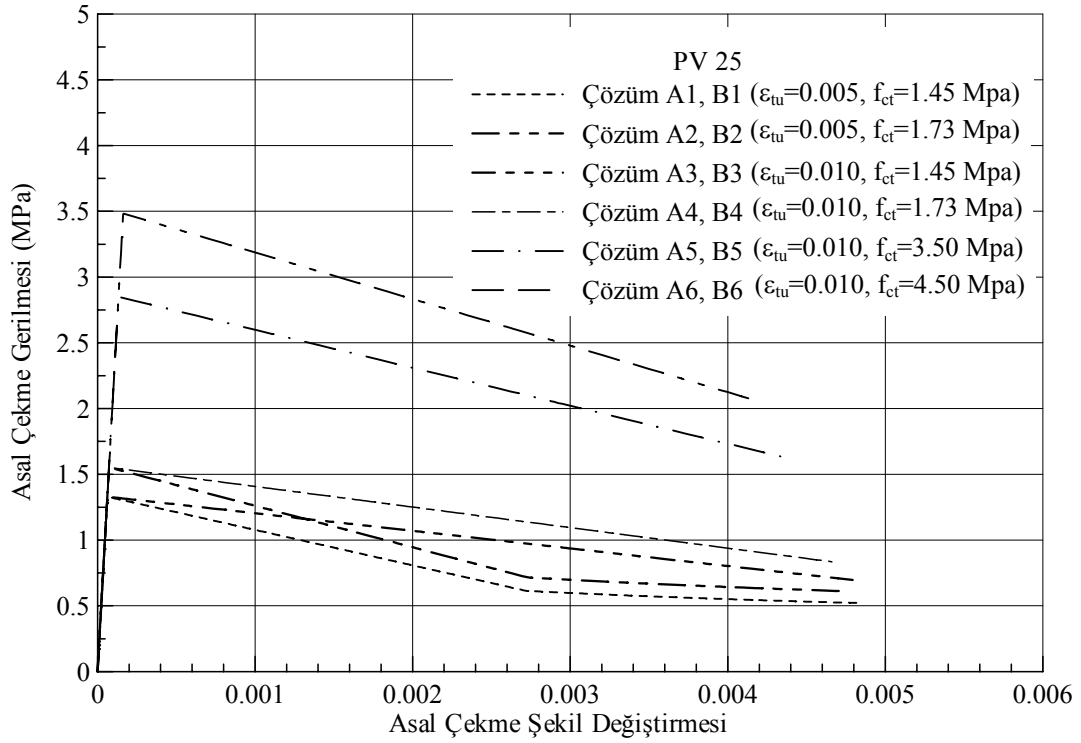
Şekil A.71: PV23 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



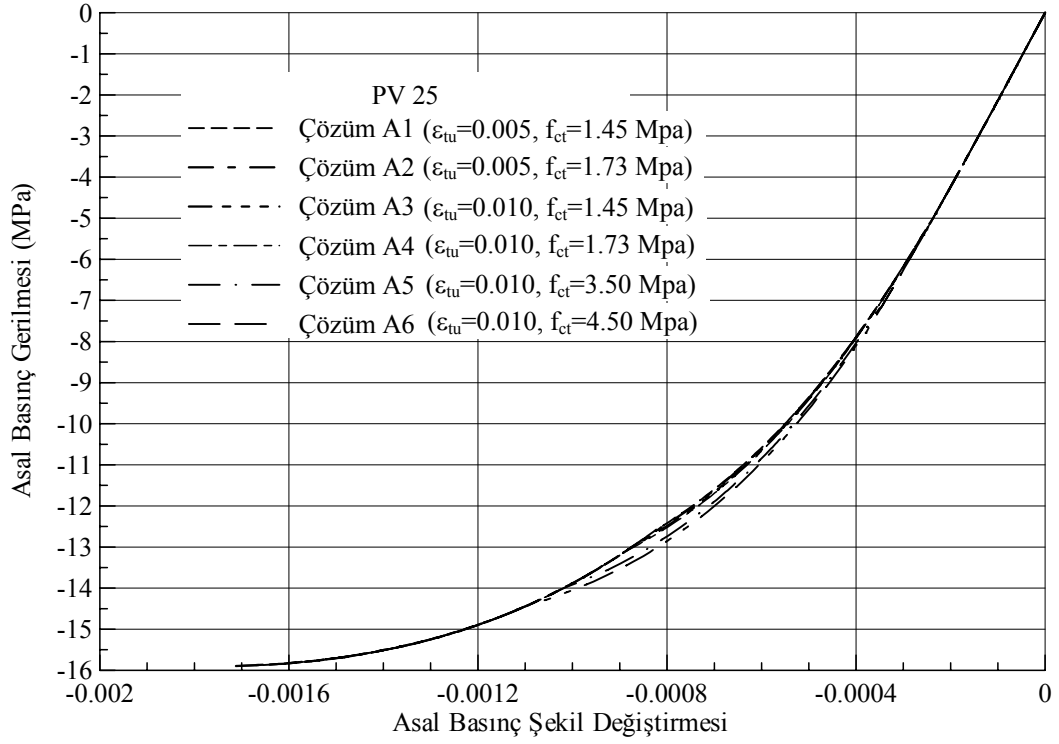
Şekil A.72: PV23 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



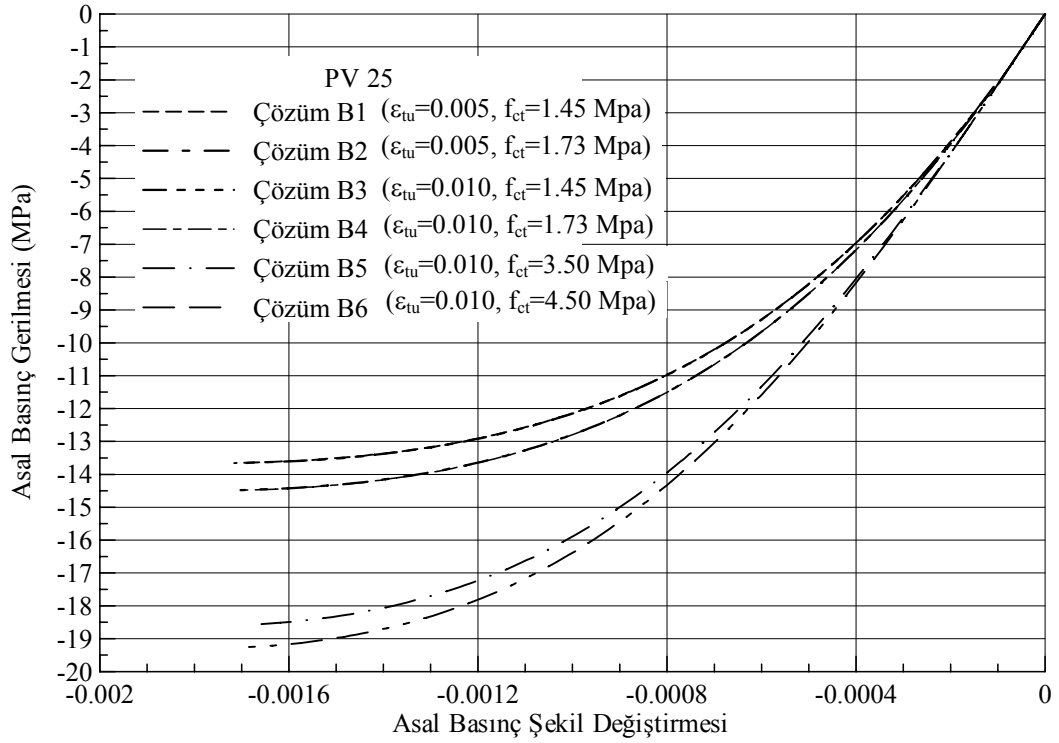
Şekil A.73: PV23 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



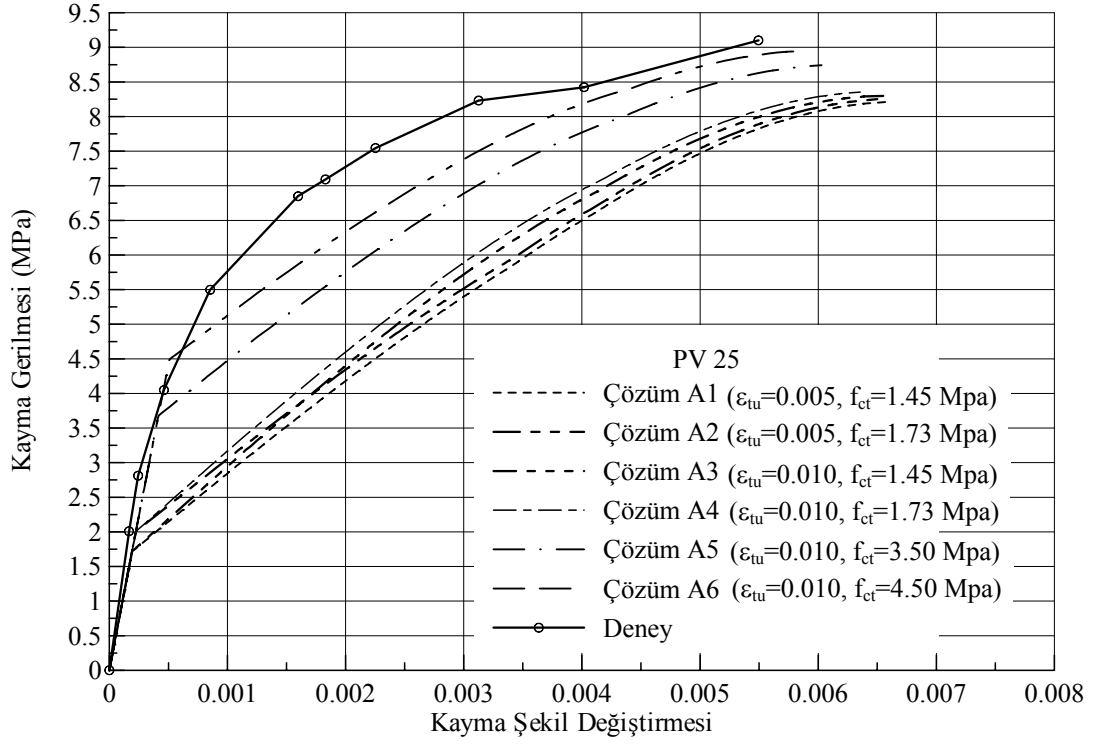
Şekil A.74: PV25 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



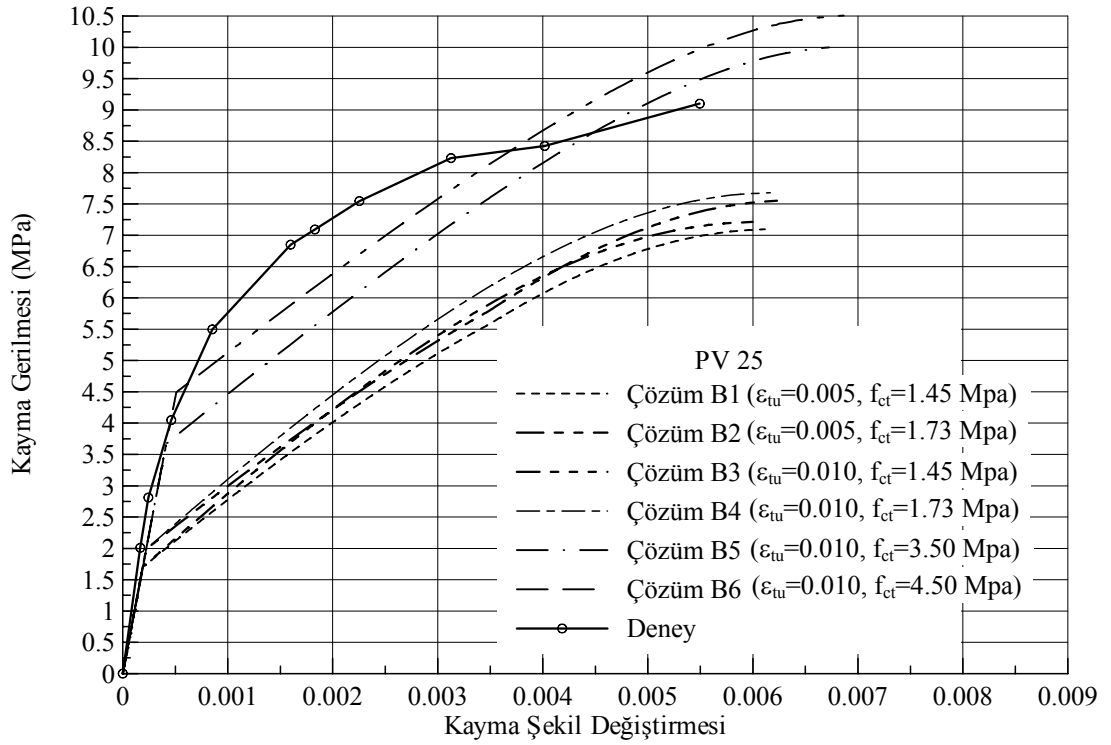
Şekil A.75: PV25 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



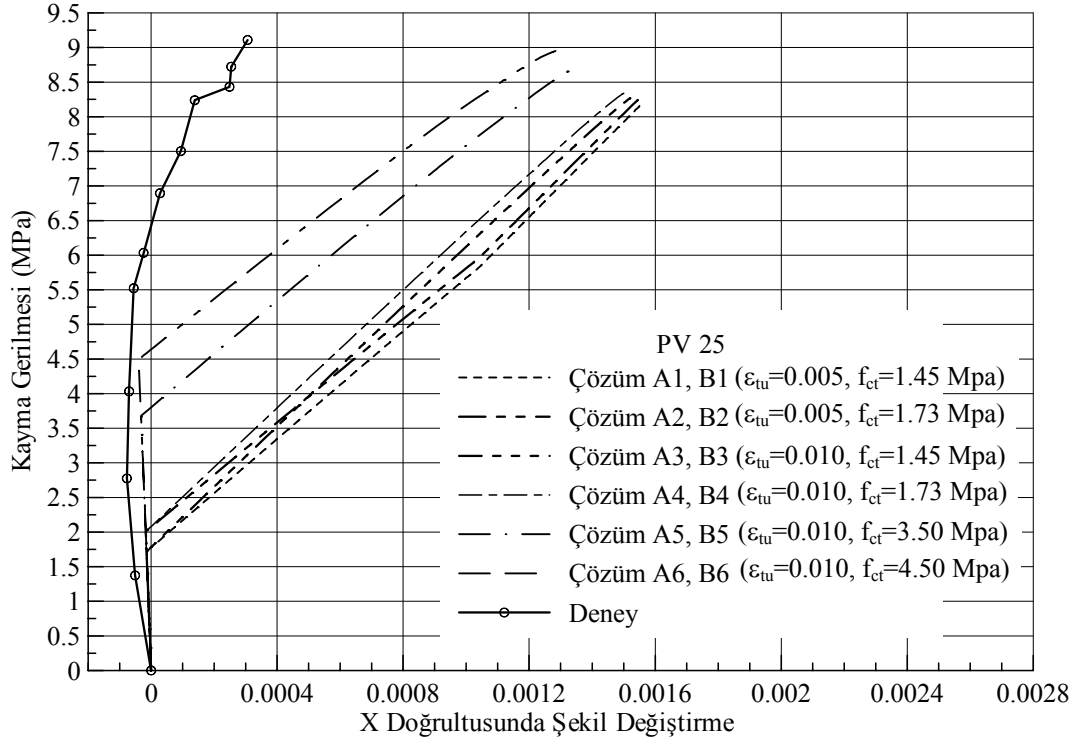
Şekil A.76: PV25 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



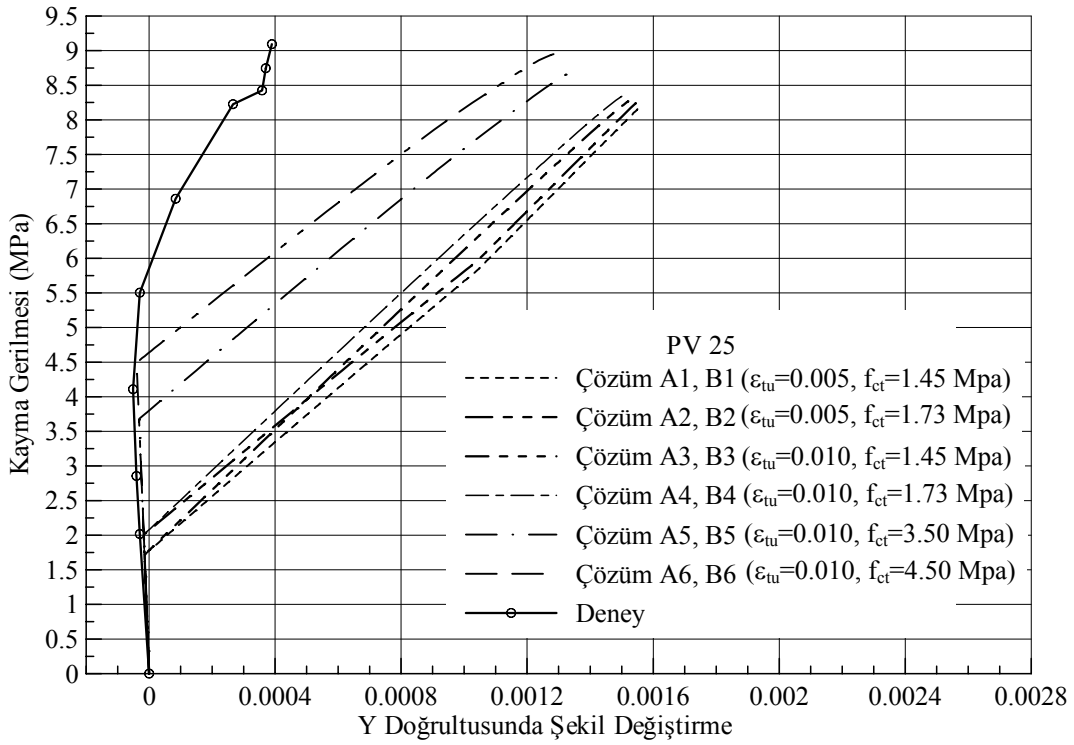
Şekil A.77: PV25 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm A)



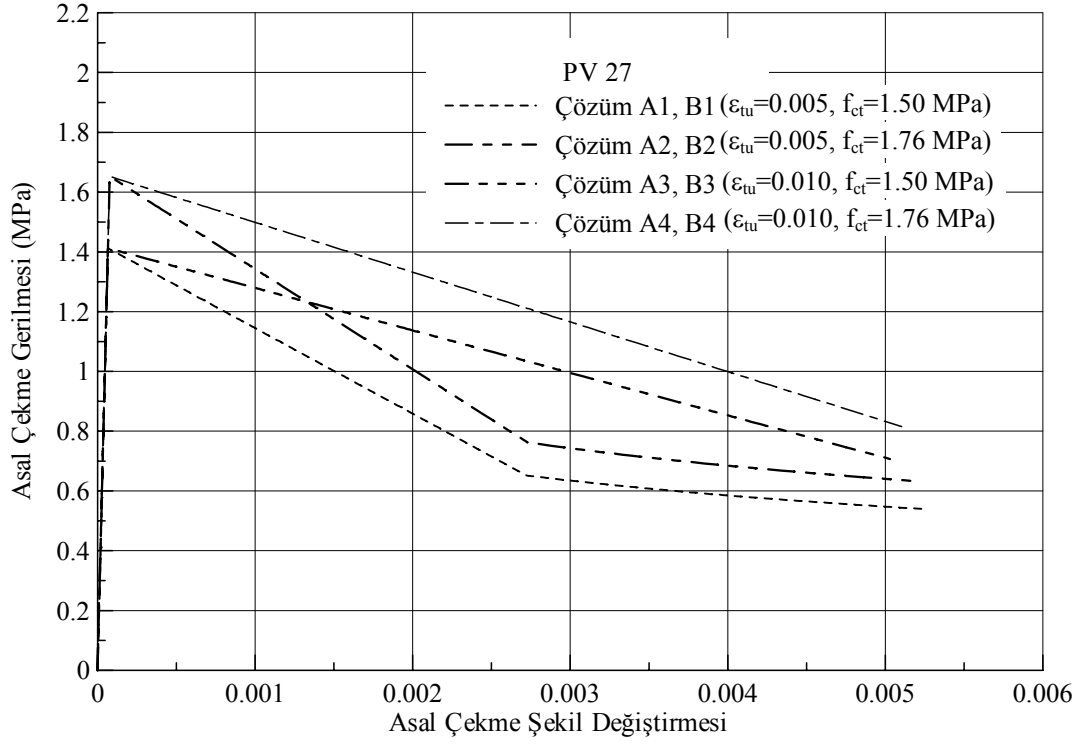
Şekil A.78: PV25 panelinde kayma gerilme-şekil değışirme eğrisi (Çözüm B)



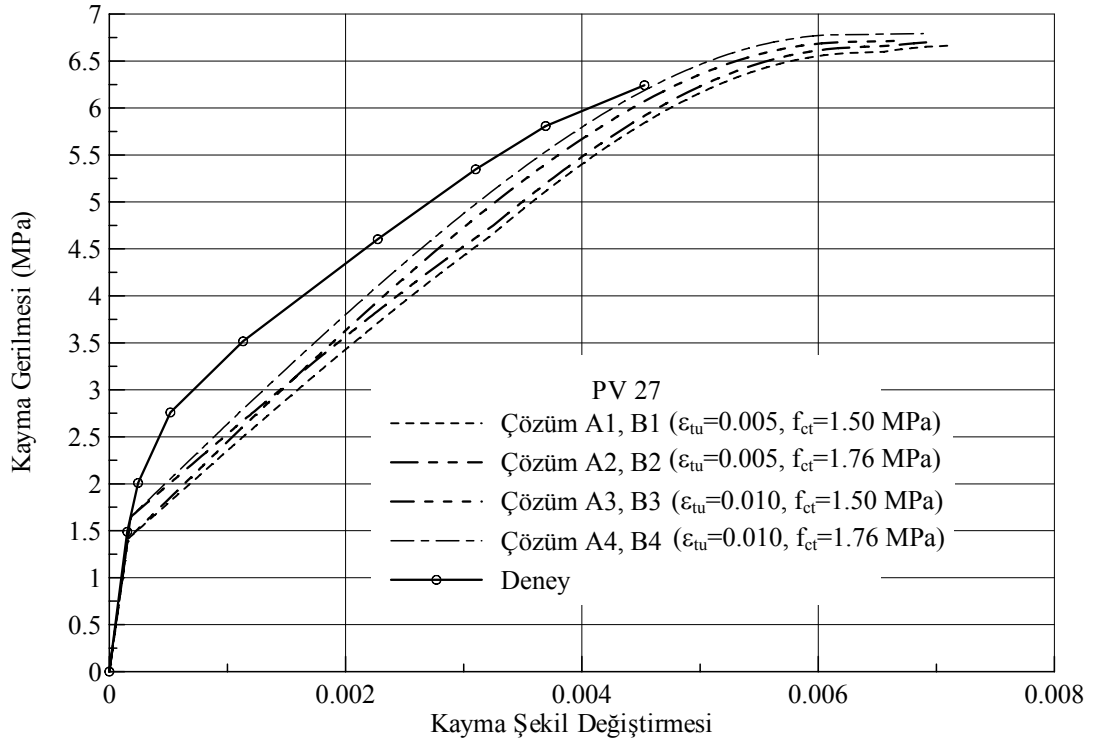
Şekil A.79: PV25 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



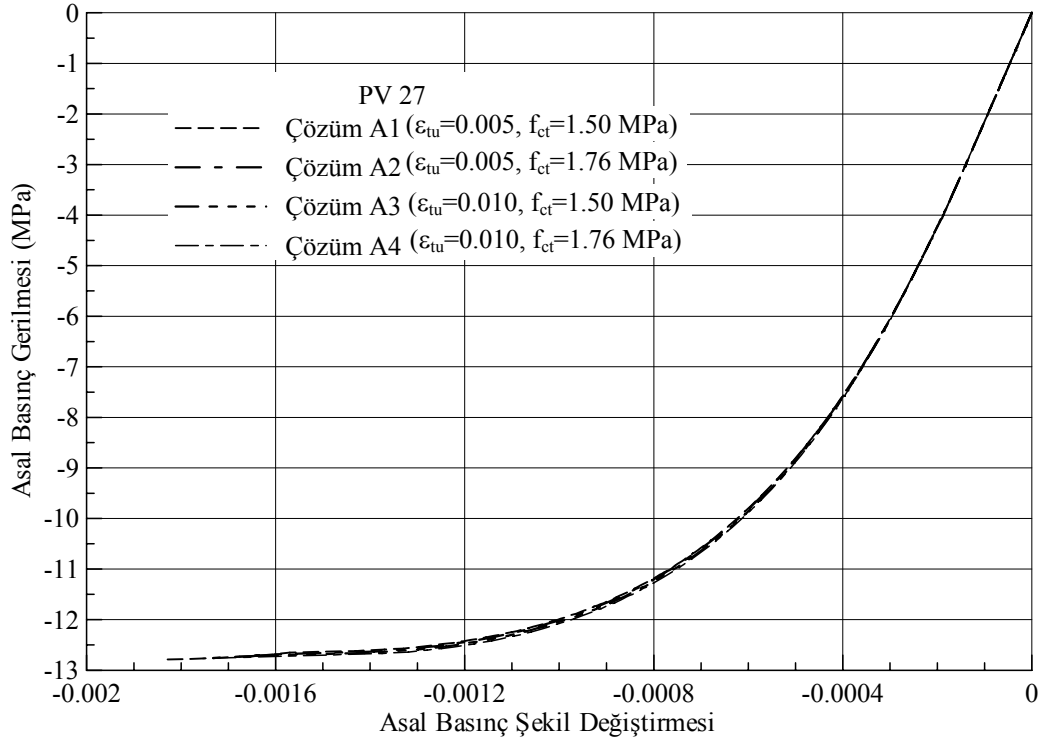
Şekil A.80: PV25 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



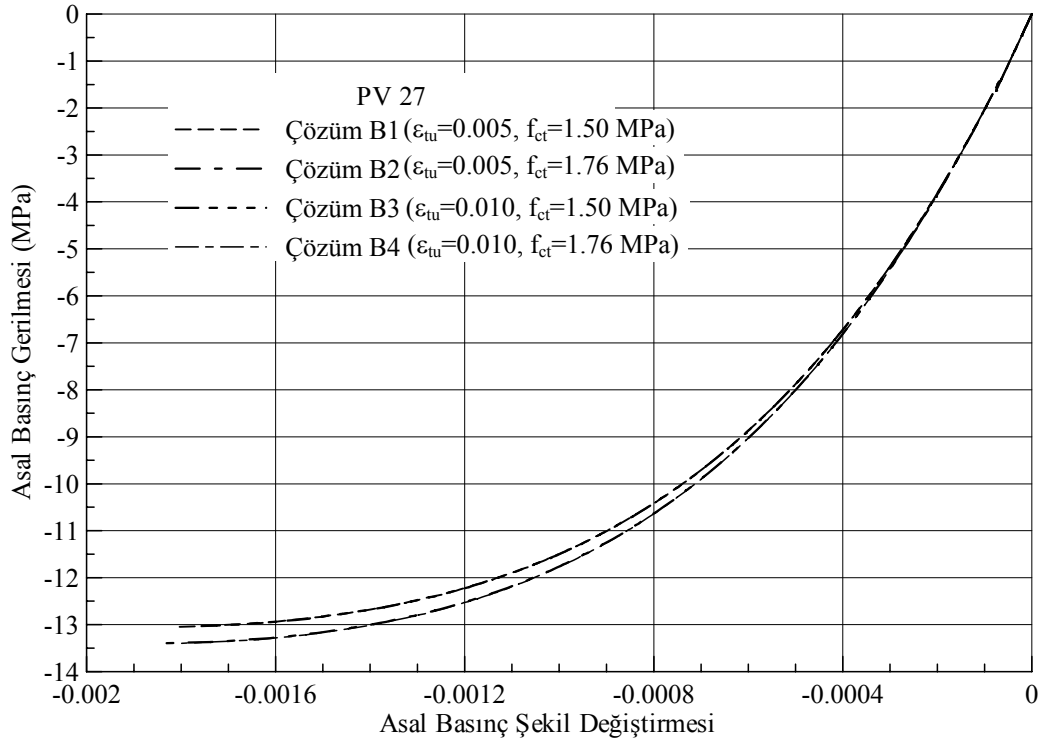
Şekil A.81: PV27 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



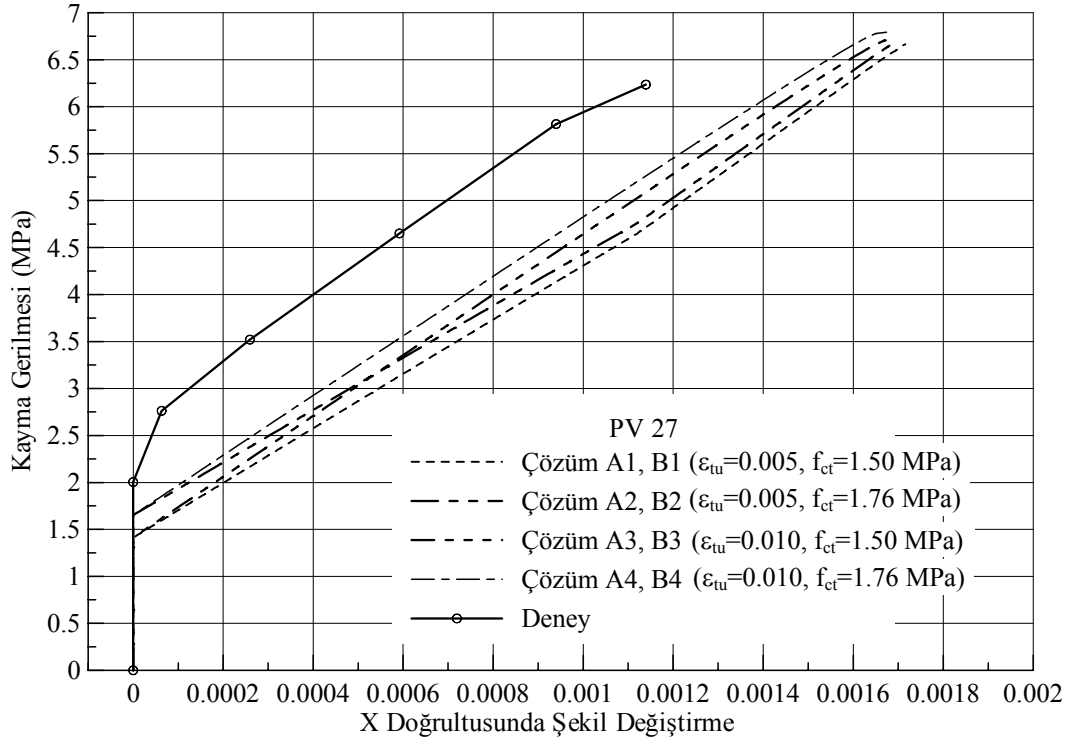
Şekil A.82: PV27 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



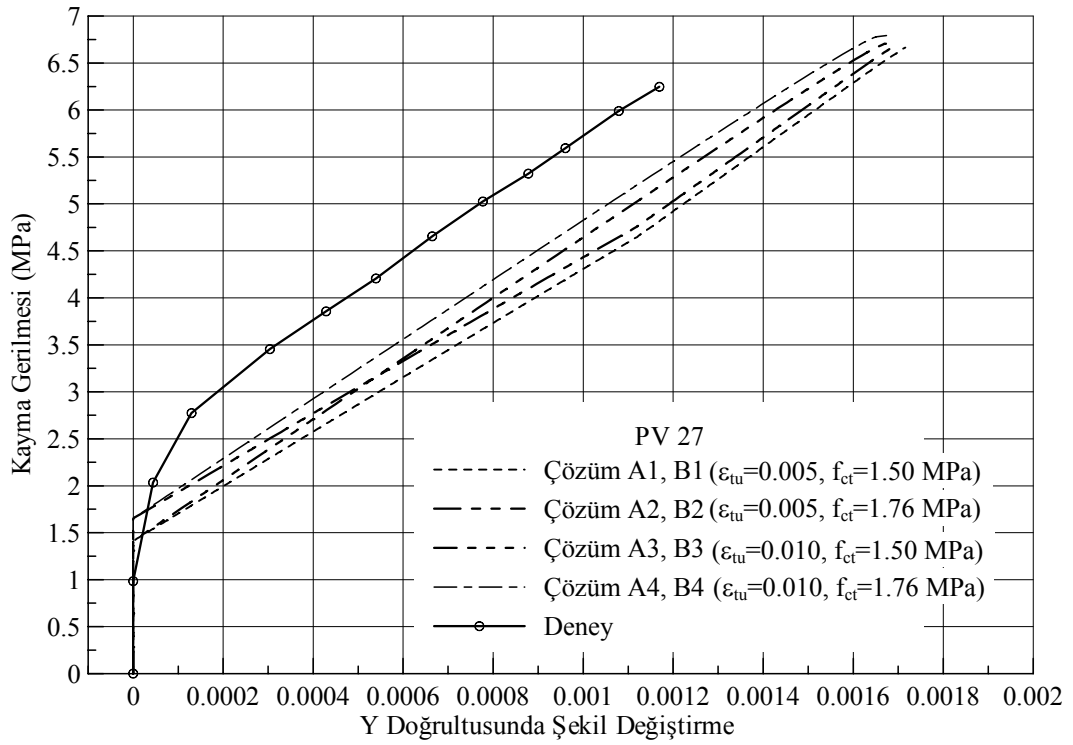
Şekil A.83: PV27 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



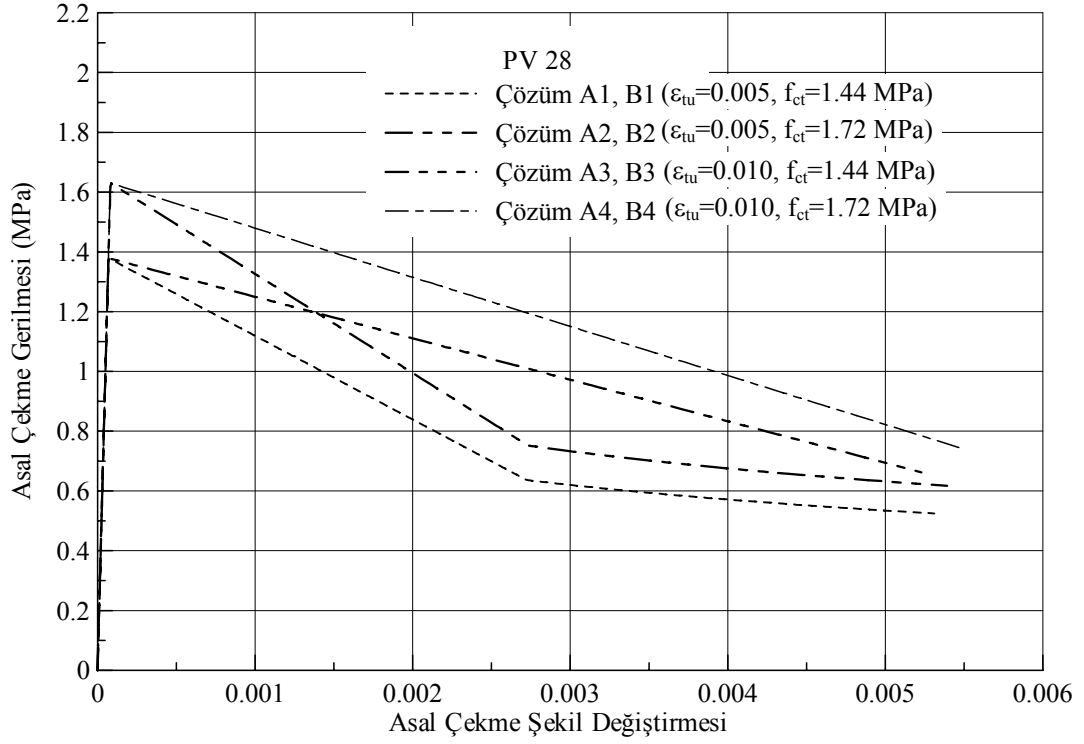
Şekil A.84: PV27 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



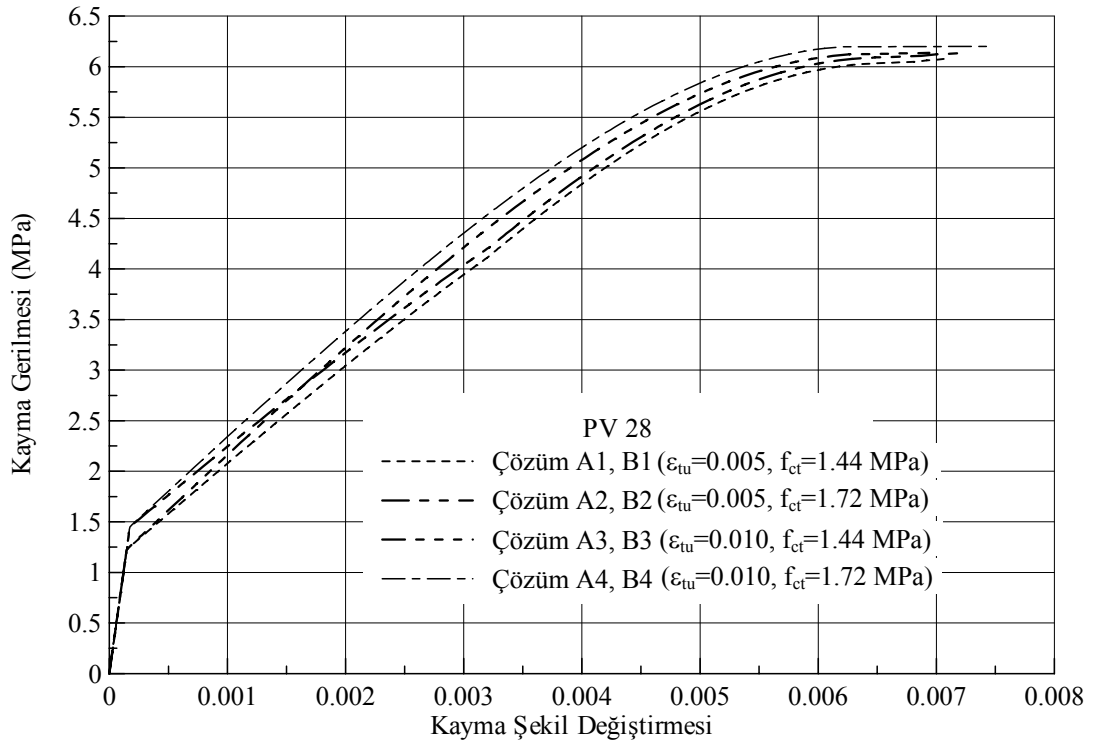
Şekil A.85: PV27 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değişirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



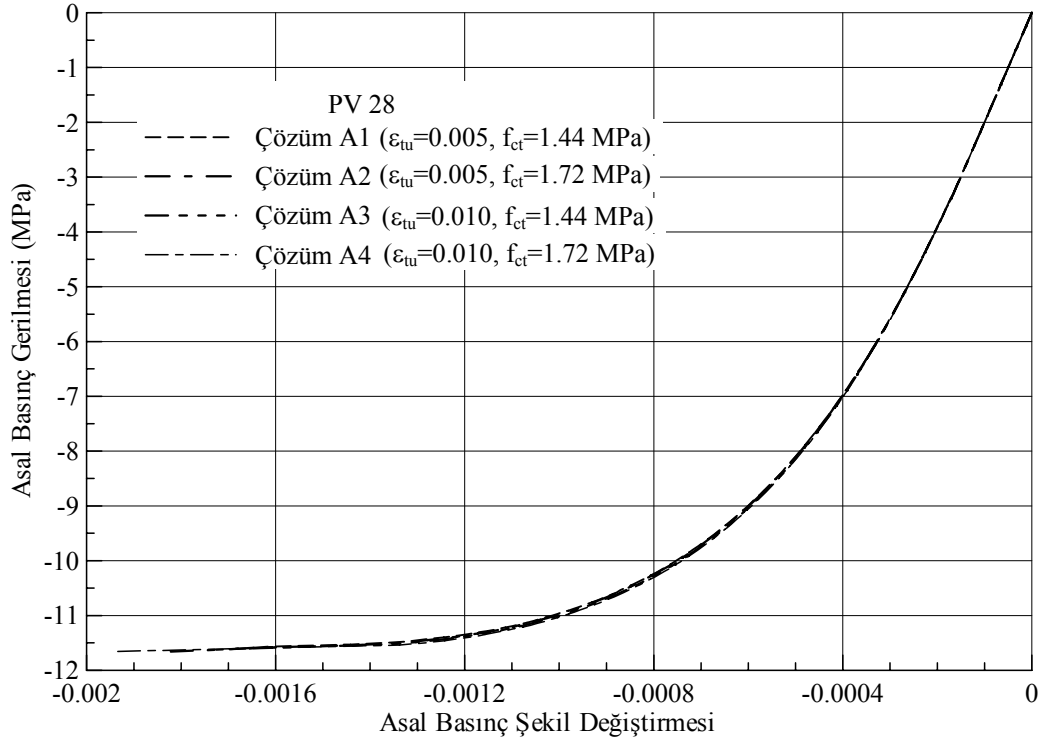
Şekil A.86: PV27 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değişirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



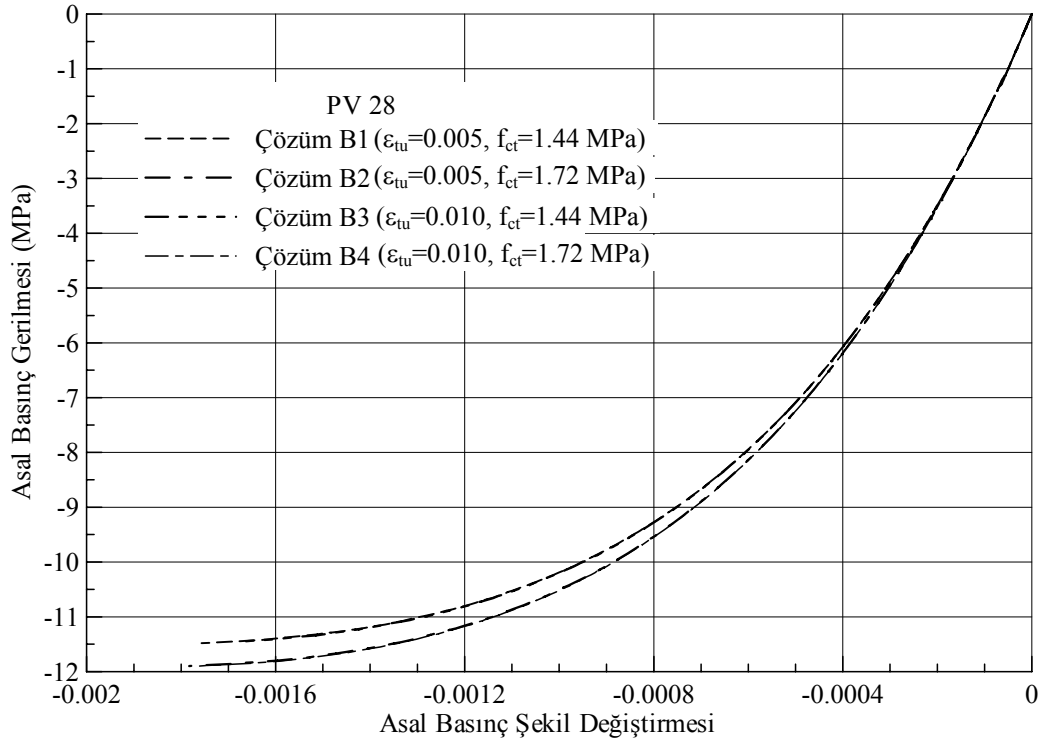
Şekil A.87: PV28 panelinde beton asal çekme gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



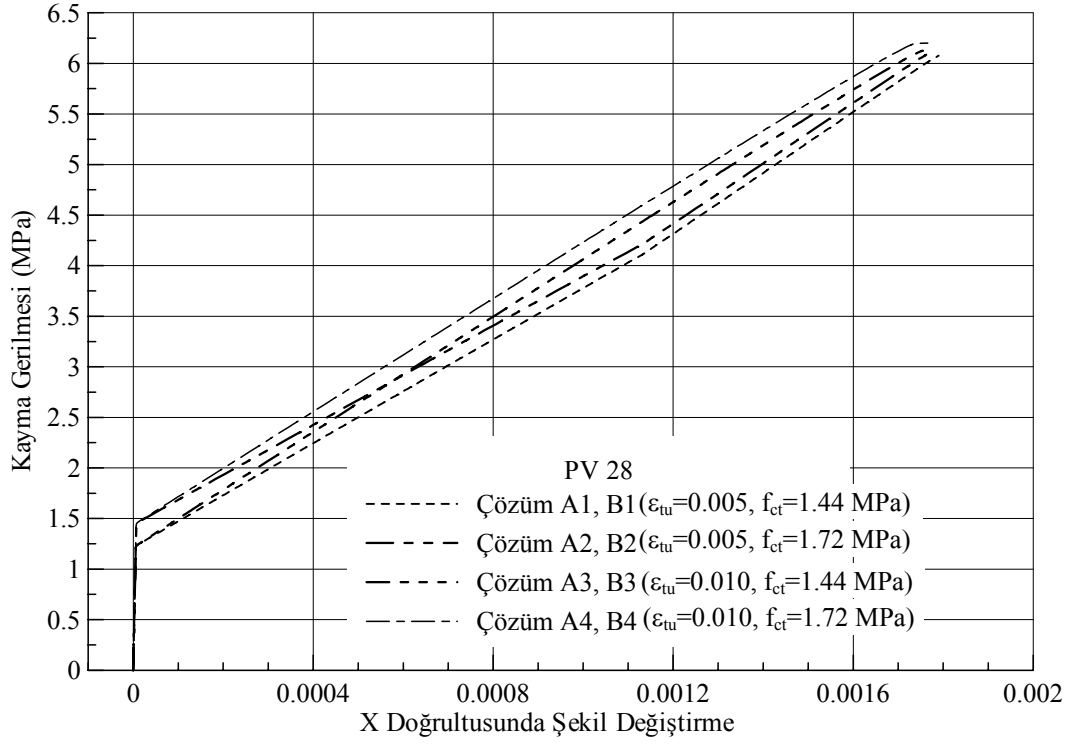
Şekil A.88: PV28 panelinde kayma gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A, B)



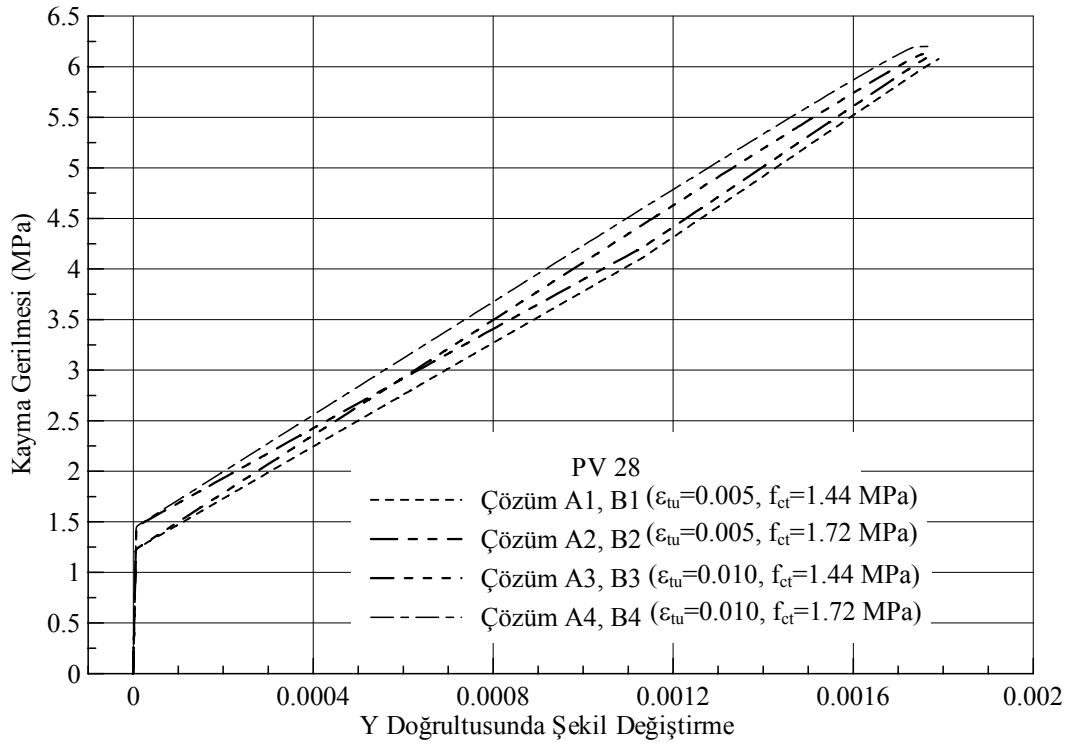
Şekil A.89: PV28 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm A)



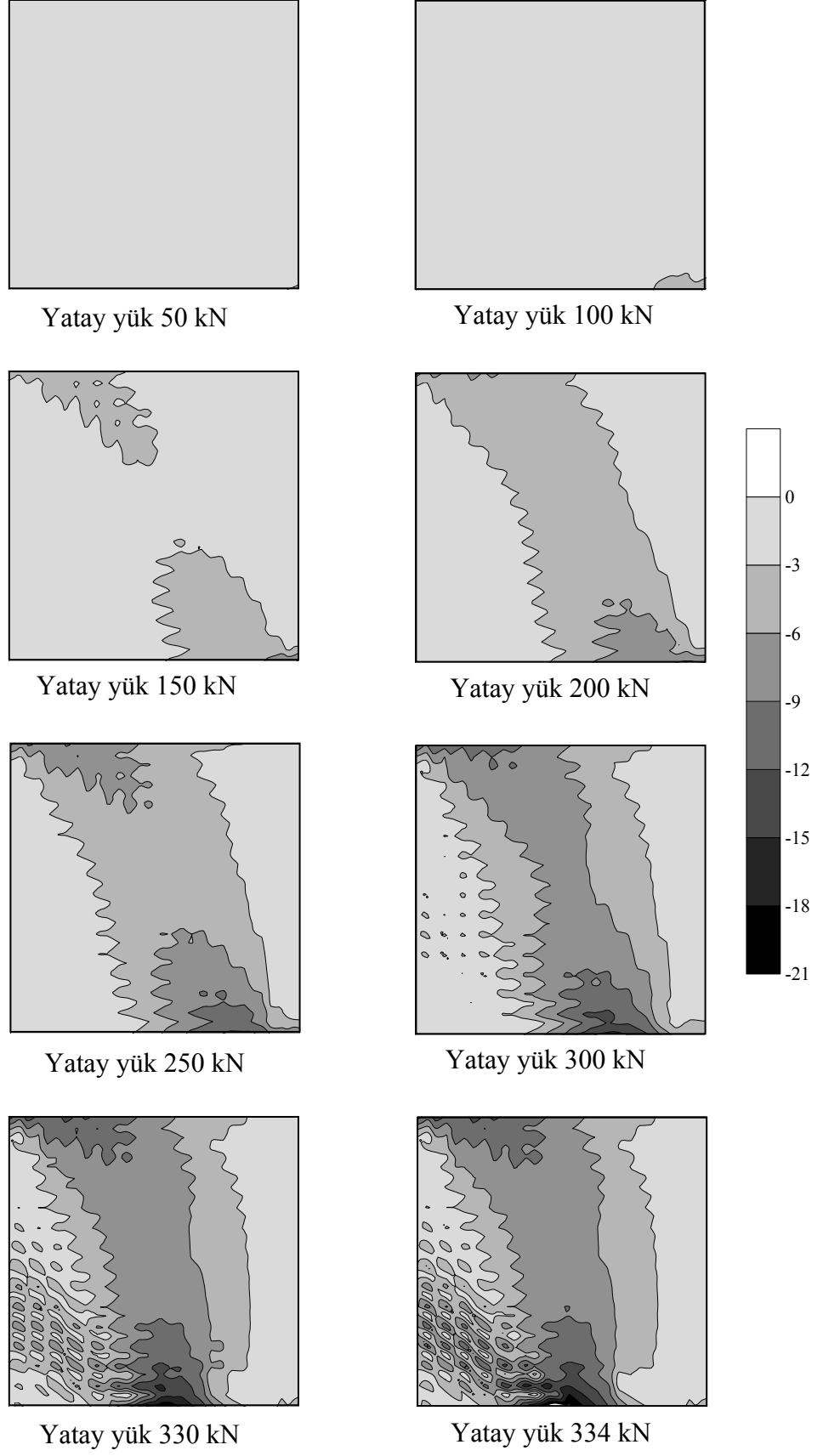
Şekil A.90: PV28 panelinde beton asal basınç gerilme-şekil değiştirme eğrisi (Çözüm B)



Şekil A.91: PV28 panelinde kayma gerilmesi ile X doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



Şekil A.92: PV28 panelinde kayma gerilmesi ile Y doğrultusunda şekil değiştirme arasındaki ilişki (Çözüm A, B)



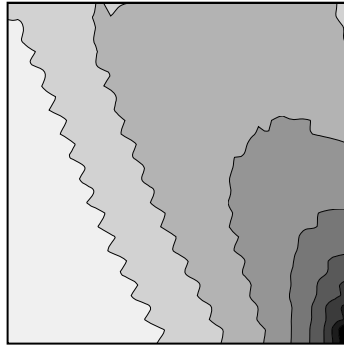
Şekil B.1: Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_x (MPa) yatay doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı



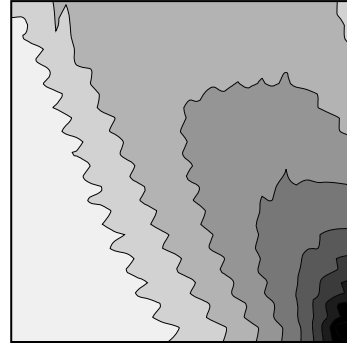
Yatay yük 50 kN



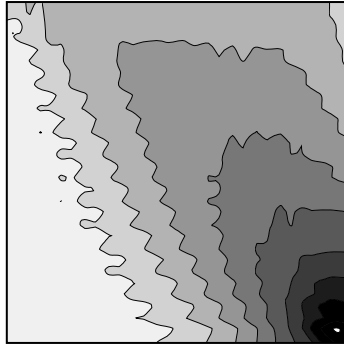
Yatay yük 100 kN



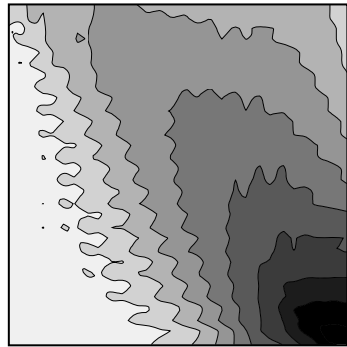
Yatay yük 150 kN



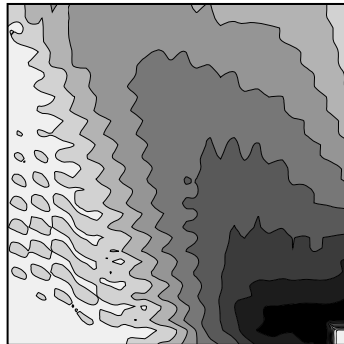
Yatay yük 200 kN



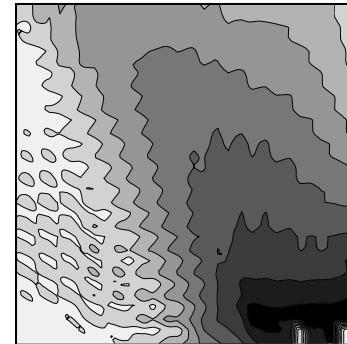
Yatay yük 250 kN



Yatay yük 300 kN



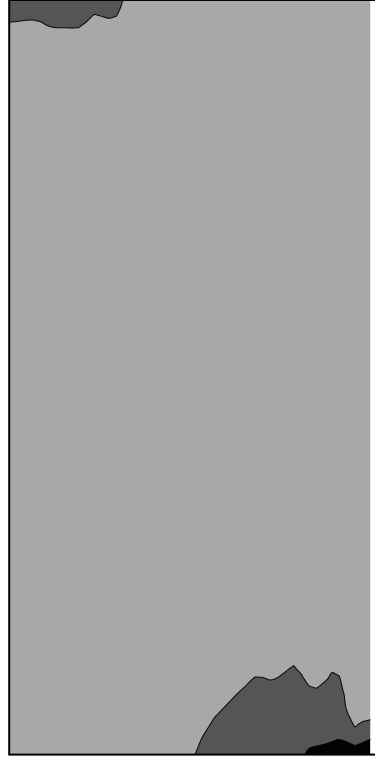
Yatay yük 330 kN



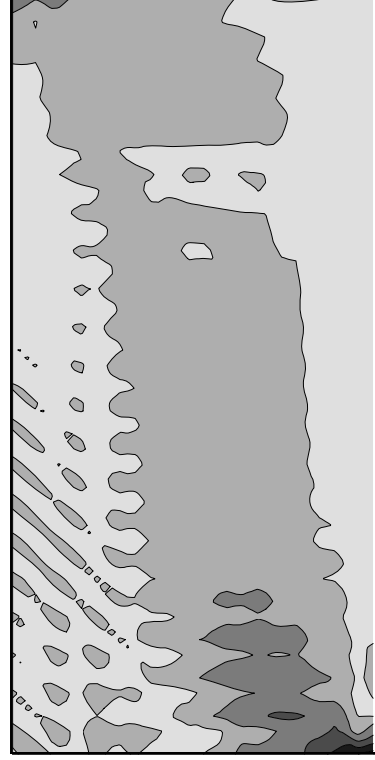
Yatay yük 334 kN



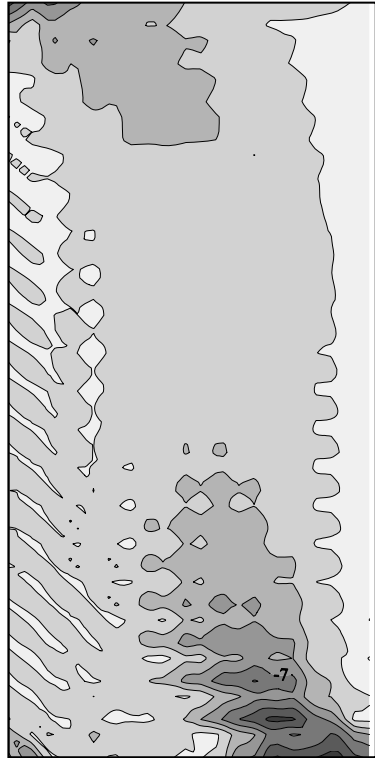
Şekil B.2: Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_y (MPa) düşey doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı



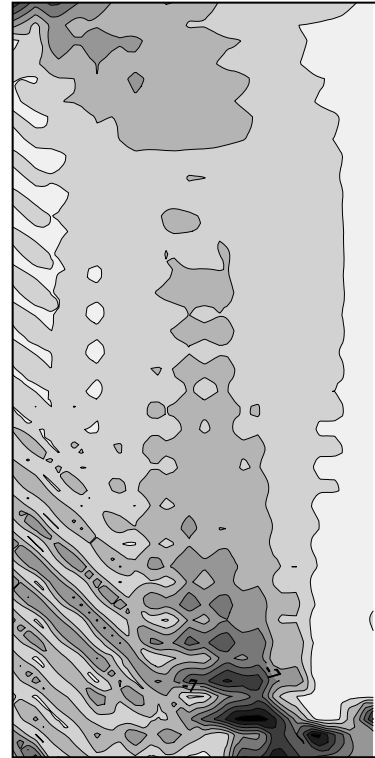
Yatay yük 50 kN



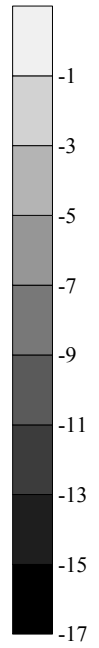
Yatay yük 100 kN



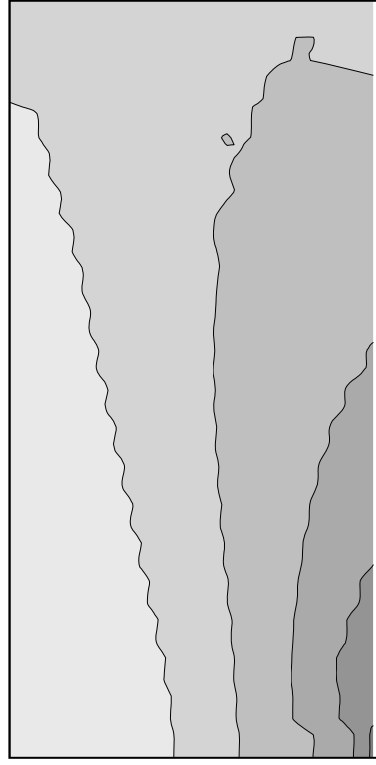
Yatay yük 150 kN



Yatay yük 178kN



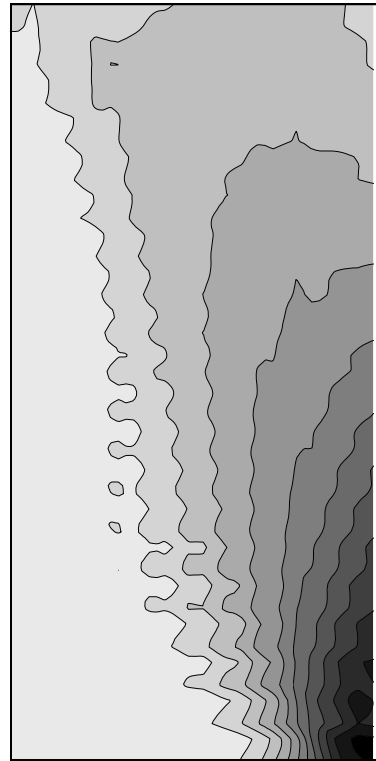
Şekil B.3: Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_x (MPa) yatay doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı



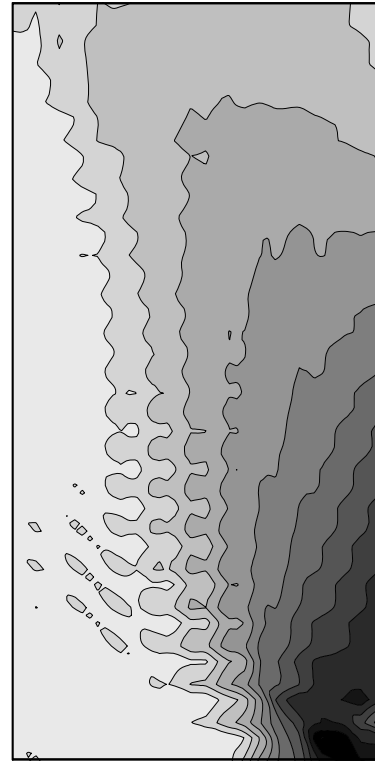
Yatay yük 50 kN



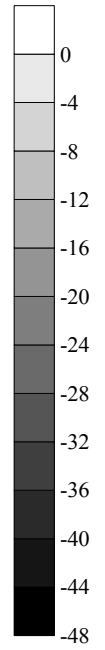
Yatay yük 100 kN



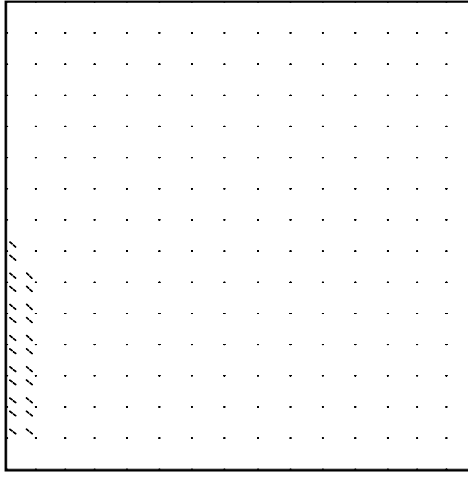
Yatay yük 150 kN



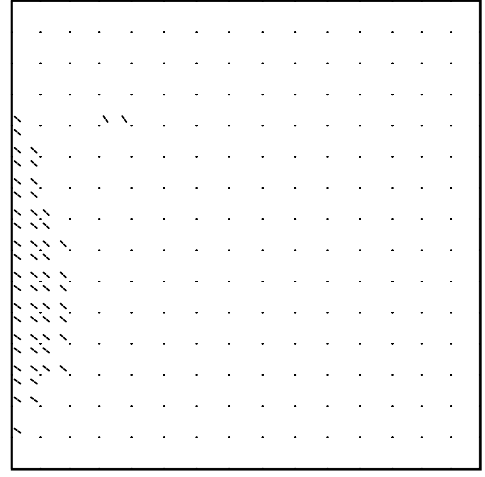
Yatay yük 178kN



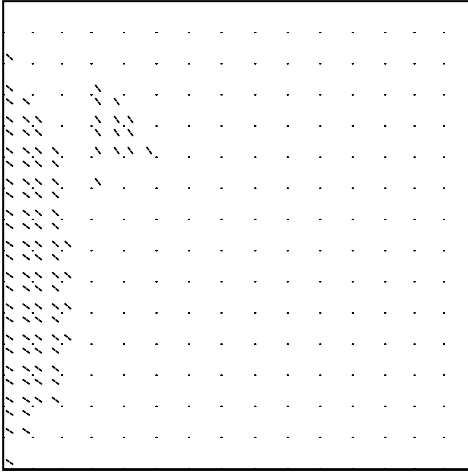
Şekil B.4: Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen σ_y (MPa) düşey doğrultuda beton gerilmelerin dağılımı



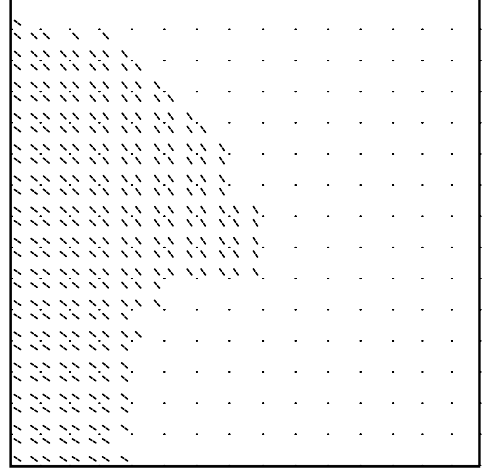
Yatay yük 100 kN



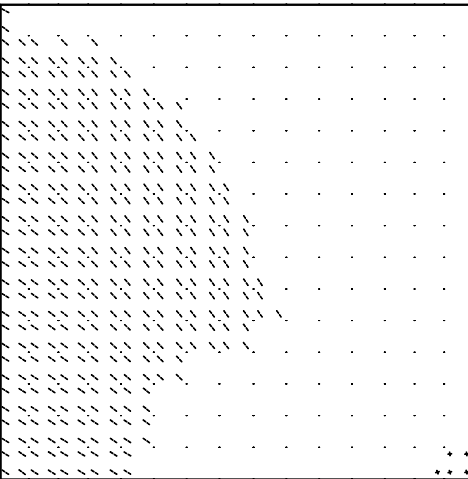
Yatay yük 150 kN



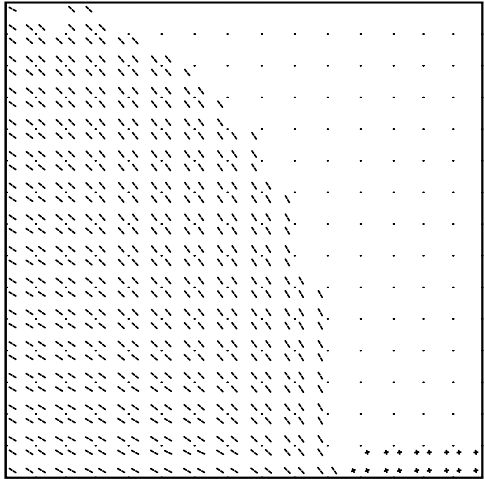
Yatay yük 200 kN



Yatay yük 250 kN



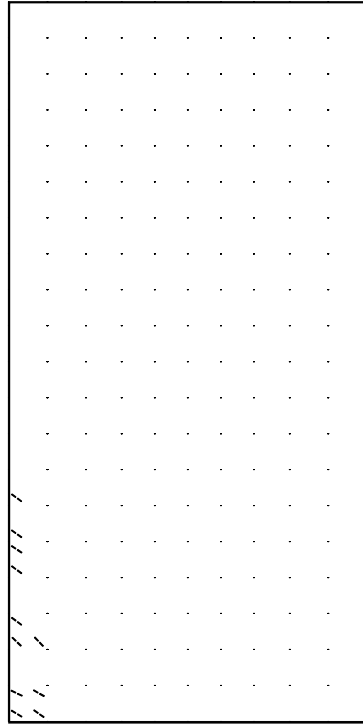
Yatay yük 300 kN



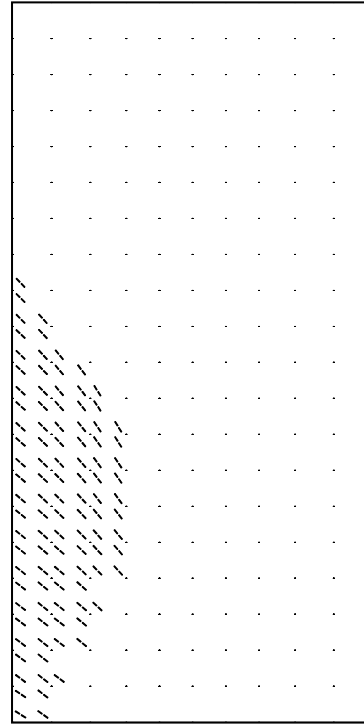
Yatay yük 330 kN

× Ezilme
 \ Çatlama

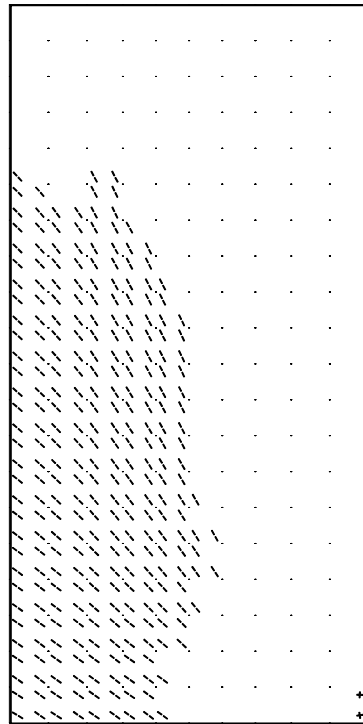
Şekil B.5: Farklı yatay yük seviyelerinde SW13 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen çatlakların dağılımı



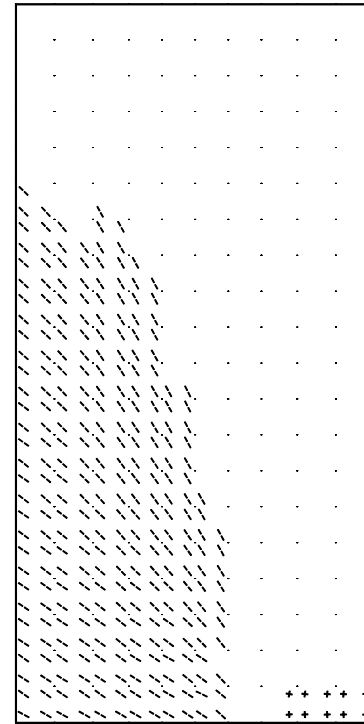
Yatay yük 50 kN



Yatay yük 100 kN



Yatay yük 150 kN



Yatay yük 178kN

× Ezilme
 \ Çatlama

Şekil B.6: Farklı yatay yük seviyelerinde SW23 perde gövdesinde çözüm sonucu elde edilen çatlakların dağılımı

ÖZGEÇMİŞ

Yıldır AKKAYA, 1971 yılında Aydın’da doğmuştur. Orta öğrenimini 1988 yılında Aydın Lisesi’nde tamamlamıştır. Aynı tarihte Çukurova Üniversitesi’nde İnşaat Mühendisliği Bölümünde lisans öğrenimine başlamıştır. 1990 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’ne yatay geçiş yapmıştır. 1993 yılında lisans öğrenimini tamamlayarak İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü’nde yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. 1997 yılında yüksek lisans öğrenimini tamamlayarak aynı enstitüde doktora çalışmasına başlamıştır. 1997 yılından beri İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Yapı Anabilim Dalı’nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.