

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE PEKLEŞME ETKİSİNİ GÖZÖNÜNE
ALAN BİR DOĞRUSAL OLMAYAN ARTIMSAL ANALİZ YÖNTEMİ**

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. M. Günhan AKSOYLU

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

HAZİRAN 2006

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE PEKLEŞME ETKİSİNİ GÖZÖNÜNE
ALAN BİR DOĞRUSAL OLMAYAN ARTIMSAL ANALİZ YÖNTEMİ**

DOKTORA TEZİ
Y. Müh. M. Günhan AKSOYLU
(501972016)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 10 Mart 2006
Tezin Savunulduğu Tarih : 13 Haziran 2006

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Erkan ÖZER
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ahmet Işın SAYGUN

Prof.Dr. Nuray AYDINOĞLU (B.Ü.)

Prof.Dr. Mehmet Ali TAŞDEMİR

Doç.Dr. Erdal İRTEM (Ba.Ü.)

HAZİRAN 2006

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği Programında gerçekleştirilen bu doktora çalışmasında betonarme yapı sistemlerinde pekleşme etkisini gözönüne alan bir doğrusal olmayan artımsal analiz yöntemi geliştirilmiştir.

Doktora tezim süresince bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım danışman hocam sayın Prof. Dr. Erkan ÖZER'e teşekkür ederim.

Ayrıca, yardımlarından dolayı başta sayın Yrd. Doç. Dr. Konuralp GİRĞİN olmak üzere, sayın Doç. Dr. Engin ORAKDÖĞEN'e, sayın Yrd. Doç. Dr. Kutlu DARILMAZ'a ve sayın Araş. Gör. Cüneyt VATANSEVER'e teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2006

M. Günhan AKSOYLU

İÇİNDEKİLER

NOTASYON LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xvi
ÖZET	xviii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
1.1. Konu	1
1.2. Yapı Sistemlerinin Dış Yükler Altındaki Doğrusal Olmayan Davranışı	3
1.3. Konu İle İlgili Çalışmalar	6
1.4. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	13
2. BETONARME ÇUBUKLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞLARININ İDEALLEŞTİRİLMESİ	16
2.1. Temel Varsayımlar	16
2.2. Beton ve Beton Çeliğinin Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlıntıları	17
2.2.1. Beton	17
2.2.2. Beton çeliği	24
2.3. Eğilme Momenti – Eğrilik ($M - \chi$) Bağıntısı	27
2.4. Karşılıklı Etki Diyagramları	29
2.4.1. Bileşik eğilme hali	29
2.4.2. Bileşik eğik eğilme hali	30
2.5. Akma Olayından Sonraki Şekildeğiştirmeler	31
2.6. Sayısal Örnek 1	33
2.7. Betonarme Kesitlerin Davranışının İdealleştirilmesi	37
2.7.1. Eğilme momenti - eğrilik ($M - \chi$) bağıntısının idealleştirilmesi	37
2.7.2. Normal kuvvet - birim boy değişmesi ($N - \epsilon$) bağıntısının idealleştirilmesi	40
2.7.3. Karşılıklı etki diyagramlarının idealleştirilmesi	41
2.7.3.1. Bileşik eğilme hali	41
2.7.3.2. Bileşik eğik eğilme hali	42
2.8. Plastik Bölge Uzunluğunun Belirlenmesi	43
2.9. Plastik Kesitlerdeki İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme ($M-\theta_p$) Bağıntısı	45
2.10. Sayısal Örnek 2	46
3. BETONARME YAPI SİSTEMLERİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ VE TAŞIMA KAPASİTELERİNİN BELİRLENMESİ İÇİN BİR ARTIMSAL ANALİZ YÖNTEMİ	50
3.1. Varsayımlar	50
3.2. Yük Artımı Yönteminin Esasları	53
3.3. Akma Koşulu, Akma Vektörü ve Akma Sırasındaki İç Kuvvet Değişimleri	56
3.4. Denklem Takımının Elde Edilmesi	62

3.4.1. Matris Yerdeğiştirme Yönteminin temel tanımları ve yardımcı bilgiler	62
3.4.1.1. Çubuk eksen takımı, uç kuvvetleri ve uç yerdeğiştirmeleri	62
3.4.1.2. Sistem eksen takımı	62
3.4.1.3. Çubuk rijitlik matrislerinin sistem eksen takımına dönüştürülmesi	63
3.4.2. Yöntemin matematik formülasyonu	64
3.4.2.1. Denge denklemleri	64
3.4.2.2. Plastik kesitlerdeki iç kuvvet-plastik şekildeğiştirme bağıntıları	66
3.4.2.3. Denklemlerin genişletilmesi, çözümü ve bilinmeyenlerin bulunması	68
3.4.2.4. Çubuk uç kuvvetlerinin ve iç kuvvetlerin hesabı	68
3.4.2.5. Plastik kesitin ve yük parametresinin belirlenmesi	69
3.5. Hesapta İzlenen Yol	70
4. BİLGİSAYAR PROGRAMLARI	72
4.1. MKAPA Bilgisayar Programı	72
4.1.1. Programın amacı, kapsamı ve çalışma düzeni	72
4.1.2. Giriş bilgileri	73
4.1.3. Çıkış bilgileri	73
4.2. IMNOSA Bilgisayar Programı	74
4.2.1. Programın amacı, kapsamı ve çalışma düzeni	74
4.2.2. Giriş bilgileri	79
4.2.3. Çıkış bilgileri	80
5. SAYISAL ÖRNEKLER	81
5.1. Genel Bilgiler	81
5.2. Sayısal Örnek 1- Tek Katlı Tek Açıklıklı Düzlem Çerçeve	81
5.3. Sayısal Örnek 2- Tek Katlı Uzay Çerçeve	106
5.4. Sayısal Örnek 3- Altı Katlı Düzlem Çerçeve	120
5.5. Sayısal Örnek 4- Altı Katlı Uzay Çerçeve	125
5.6. Sayısal Örnek 5- Yöntemlerin Karşılaştırılması	134
6. SONUÇLAR	141
KAYNAKLAR	144
EK A ÇUBUK RİJİTLİK VE DÖNÜşTÜRME MATRİSLERİ	150
EK B PLASTİK şEKİLDEĞİşTİRME BİLEşENLERİNİN BİRİM DEĞERLERİNDEN OLUşAN ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ MATRİSLERİ	157
ÖZGEÇMİş	159

NOTASYON LİSTESİ

a_i	: Kesit çevresindeki düşey donatının eksenleri arasındaki uzaklık
A_c	: Brüt beton enkesit alanı
A_s	: Kesitteki toplam boyuna donatı alanı
A_1, A_2, A_3, B	: Doğrusallaştırılmış akma koşulu katsayıları ve sabiti
b	: Enkesit genişliği, tablalı kesitte tabla genişliği
b_w	: Enkesit gövde genişliği
b_o, h_o	: Göbek betonunu sargılayan etriyelerin eksenleri arasında kalan enkesit boyutları
c	: Kırılma durumuna karşı gelen beton basınç bölgesi derinliği
d	: Enkesit faydalı yüksekliği
$[d]$	: Düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi
d_b	: Boyuna donatı çapı
$\vec{d}(\theta_x, \theta_z, \Delta)$	: Bileşik eğik eğilme durumuna ait plastik şekildeğiştirme vektörü
e_d	: Düşey yük katsayısı
E_c	: Beton elastisite modülü
EF	: Eksenel rijitlik
EI	: Eğilme rijitliği

EI_x	: x eksenı doğrultusundaki eğilme rijitliği
EI_z	: z eksenı doğrultusundaki eğilme rijitliği
E_s	: Beton çeliğinin elastisite modülü
f_{cc}	: Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen basınç dayanımı (karakteristik basınç dayanımı)
f_{cu}	: Betonda izin verilen maksimum birim kısalmaya karşı gelen basınç dayanımı
f_{co}	: Sargısız beton dayanımı
f_e	: Etkili sargılama basıncı
f_{sy}	: Beton çeliğinin akma gerilmesi
f_{su}	: Beton çeliğinin kopma dayanımı
f_{yw}	: Enine donatının akma dayanımı
h	: Enkesit yüksekliği
i, j	: Çubuk uç numaraları
k_e	: Sargılama etkinlik katsayısı
$[k]_{ii}, [k]_{ij}, \dots$	: Çubuk eksenlerindeki eleman rijitlik matrisleri
$[k]_{ixix}, [k]_{ixjx}, \dots$	: Sistem eksenlerindeki eleman rijitlik matrisleri
$K(M_x, M_y, M_z, N, T_x, T_z)$	: Genelleştirilmiş akma koşulu fonksiyonu
$K(M_x, N) = 0$	: Tek eksenli bileşik eğilme durumuna ait akma koşulu
$K(M_x, M_z, N) = 0$	: Bileşik eğik eğilme durumuna ait akma koşulu
k_x, k_z	: x ve z eğilme doğrultularına ait $M-\theta_p$ bağıntılarında pekleşme bölümüne ait doğru parçalarının eğimleri

$\Delta K(M_x, N) = -a_1^2 k_x \theta$	: Tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, kesitin akma ve taşıma kapasitesi eğrileri arasındaki plastik davranışını ifade eden denklem
$\Delta K(M_x, M_z, N) = -\theta(a_1^2 k_x + a_2^2 k_z)$	: İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, kesitin akma ve taşıma kapasitesi eğrileri arasındaki plastik davranışını ifade eden denklem
k_1, k_2	: $M-\theta_p$ bağıntısını oluşturan doğru parçalarının eğimleri
l	: Çubuk uzunluğu
l_p	: Plastik bölge uzunluğu
L_o	: Beton kesitin dış çekme lifinde çatlakların başladığı durum
L_1	: Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen durum
L_2	: Kesitin taşıma kapasitesine karşı gelen durum
m	: Plastik kesit sayısı
M	: Eğilme momenti
M_{L1}	: Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen eğilme momenti
M_{L2}	: Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında izin verilen en büyük birim boy değişmesine ulaşıldığı andaki eğilme momenti
M_p	: Taşıma gücü momenti
M_x, M_z	: Çubuğun x ve z asal eksenlerindeki eğilme momentleri
M_{o1}, M_{o2}	: Kesitin basit eğilme halindeki akma momenti ve moment taşıma kapasitesi
n	: Düğüm noktası sayısı, boyutsuz normal kuvvet oranı

N	: Normal kuvvet (Eksenel kuvvet)
N_{ob}	: Kesitin taşıyabileceği en büyük eksenel basınç kuvveti
$N_{o\zeta 1}, N_{o\zeta 2}$	: Basit eksenel kuvvet etkisindeki kesitin akmasına ve taşıma kapasitesine ulaşmasına karşı gelen çekme kuvvetleri
P_{di}	: Düşey işletme yükleri
P_{dh}	: Düşey hesap yükleri
P_{G1}	: Birinci mertebe taşıma kapasitesine ait yük parametresi
P_{G2}	: İkinci mertebe taşıma kapasitesine ait yük parametresi
$[P]_i, [P]_j$	: Çubuk eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri matrisleri
$[P]_{ix}, [P]_{jx}$	: Sistem eksenlerindeki çubuk uç kuvvetleri matrisleri
$[q]$	: Düğüm noktaları yükleri matrisi
$[R]$	: Plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değeri için, plastik kesitlerdeki iç kuvvetlerin izlediği doğrultuları ifade eden terimlerden oluşan matris
s	: Etriye aralığı
$[S_{dd}]$	: Üzerinde plastik kesitler bulunmayan sisteme ait sistem rijitlik matrisi
$[S_{d\theta}]$	: Plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değerlerinden meydana gelen uç kuvvetlerinin denge denklemlerine katkısını ifade eden matris
$[S_{\theta\theta}]$	: Plastik şekil değiştirme parametrelerinin birim değeri için plastik kesitlerdeki iç kuvvet değişimlerini ifade eden matris
$[\bar{S}_{\theta\theta}]$	: $[S_{\theta\theta}] + [R]$ matrisi

T_x, T_z	: Kesme kuvvetleri
ν_1, ν_3	: Betonarme betonu ve beton çeliğinin özelliklerine bağlı olarak değişen katsayılar
z	: Plastik kesitin bulunduğu bölgede moment sıfır noktası ile plastik kesit arasındaki uzaklık
χ	: Eğrilik
χ_{L1}, χ_{L2}	: Sırasıyla M_{L1} ve M_{L2} eğilme momentlerine karşı gelen eğrilikler
δ	: Doğrusal yerdeğiştirme
ΔK	: Akma ve taşıma kapasitesi eğrileri arasındaki iç kuvvet durumunun değişimini ifade eden potansiyel fonksiyonu
$\Delta M_x, \Delta M_z$	: Çubuğun x ve z asal eksenlerindeki eğilme momentleri değişimleri
ΔN	: Normal kuvvet değişimi
Δ_p	: Uzama plastik şekildeğiştirmesi
$\Delta P_d, \Delta P_y$	: Düşey ve yatay yük artımları
ϵ	: Birim boy değişmesi
ϵ_{co}	: Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen birim kısalma
ϵ_{cu}	: Betonda izin verilen en büyük birim kısalma
ϵ_{sh}	: Beton çeliğinde pekleşmenin başladığı birim boy değişmesi
ϵ_{su}	: Beton çeliğinde izin verilen en büyük birim boy değişmesi
ϵ_{sy}	: Beton çeliğinin akmasına karşı gelen birim boy değişmesi

ρ_x, ρ_y	: İlgili doğrultudaki enine donatıların hacimsel oranları
θ	: Plastik şekil değiştirme parametresi
$[\theta]$	: Plastik şekil değiştirme parametrelerinden oluşan kolon matris
$\theta_{p,max}$	: Plastik dönme kapasitesi
θ_p	: Plastik dönme
γ	: Normalize edilmiş beton birim şekil değiştirmesi
σ	: Gerilme

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1: Yapı Sistemlerinin Doğrusal Olmama Nedenleri	3
Şekil 1.2: Çeşitli Teorilere Göre Elde Edilen Yük Parametresi–Yerdeğiştirme Bağlılıları	4
Şekil 2.1: Mander Modeli	19
Şekil 2.2: Saatçioğlu-Razvi ve Hognestad Modelleri İçin Şematik σ_c - ϵ_c Diyagramları	20
Şekil 2.3: Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Basınç Lifindeki Betonun σ_c - ϵ_c Diyagramı	22
Şekil 2.4: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılısı (Model:a)	24
Şekil 2.5: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılısı (Model:b)	25
Şekil 2.6: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılısı (Model:c)	26
Şekil 2.7: Betonarme Kesitlerde $M - \chi$ Diyagramı	27
Şekil 2.8: Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramları	29
Şekil 2.9: $N = N_o$ İçin $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları	31
Şekil 2.10: Betonarme Kesite Ait İç Kuvvet Durumları	32
Şekil 2.11: Betonarme Kesite Ait Geometrik Özellikler ve Donatı Miktarı	33
Şekil 2.12: Beton ve Beton Çeliğine Ait Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları	33
Şekil 2.13: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri İçin $(M_x - \chi_x h)$ Diyagramları	34
Şekil 2.14: M_z Eğilme Momentinin Çeşitli Değerleri İçin $(M_x - \chi_x h)$ Diyagramları	35

Şekil 2.15: Betonarme Kesite Ait $(M_x - N)$ Karşılıklı Etki Diyagramları	35
Şekil 2.16: Betonarme Kesite Ait $(M_x - M_z)$ Karşılıklı Etki Diyagramları	36
Şekil 2.17: $M_x - N$ Karşılıklı Etki Diyagramları ve Şekildeğiştirme Vektörleri	36
Şekil 2.18: $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları ve Şekildeğiştirme Vektörleri	37
Şekil 2.19: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:1)	38
Şekil 2.20: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:2)	39
Şekil 2.21: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $N - \varepsilon$ Diyagramı	40
Şekil 2.22: Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde $M-N$ Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi	41
Şekil 2.23: Bileşik Eğik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi	42
Şekil 2.24: Plastik Kesitlerde İdealleştirilmiş Eğilme Momenti- Plastik Dönme $(M-\theta_p)$ Bağıntısı	45
Şekil 2.25: Geleneksel Plastik Mafsal Hipotezinde İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme $(M-\theta_p)$ Bağıntısı	46
Şekil 2.26: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri İçin İdealleştirilmiş $(M_x - \chi_x h)$ Diyagramları	47
Şekil 2.27: Gerçek ve İdealleştirilmiş $M_x - N$ Karşılıklı Etki Diyagramları	48
Şekil 2.28: Gerçek ve İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları	48
Şekil 2.29: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri İçin İdealleştirilmiş $(M_x - \theta_p)$ Diyagramları	49
Şekil 3.1: İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı	50
Şekil 3.2: İdealleştirilmiş Normal Kuvvet-Birim Boy Değişmesi Bağıntısı	51

Şekil 3.3: İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme Bağıntısı	52
Şekil 3.4: Plastik Kesitte $M_x - \theta_x$ Bağıntıları	59
Şekil 3.5: Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmelerinin Pozitif Yönleri	62
Şekil 3.6: Sistem Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri, Yükler ve Yerdeğiştirmelerin Pozitif Yönleri	63
Şekil 3.7: $[S_{d\theta}]$ Matrisinin Elde Edilmesi	66
Şekil 4.1: IMNOSA Bilgisayar Programının Genel Akış Diyagramı	75
Şekil 5.1: Sistemin Geometrik Özellikleri ve Enkesitlerin Konumları	82
Şekil 5.2: Düşey ve Yatay İşletme Yükleri	82
Şekil 5.3: Betonarme Betonu ve Beton Çeliği İçin σ - ε Bağıntıları	84
Şekil 5.4: 4-1 ve 3-5 Kolonlarının İdealleştirilmiş M-N Etkileşim Diyagramları	84
Şekil 5.5: Çubuklarda M- θ_p Bağıntısı İçin Kullanılan Model	86
Şekil 5.6: Statik İtme Analizinde Meydana Gelen Plastik Kesitler ve Oluşum Sırası	104
Şekil 5.7: İkinci Mertebe Teorisine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme (P_y - δ) Diyagramı	105
Şekil 5.8: Tek Katlı Betonarme Uzay Çerçeve ve İşletme Yükleri	107
Şekil 5.9: Çubuklara Ait Yerel Eksen Takımları	108
Şekil 5.10: Betonarme Betonu ve Beton Çeliği İçin σ - ε Bağıntıları	109
Şekil 5.11: 4-1 Kolonunun İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları	110
Şekil 5.12: 1-2, 1-3 Kirişlerinin İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları	110
Şekil 5.13: 4-1 Kolonunun İdealleştirilmiş M_x -N Akma Eğrisi	111

Şekil 5.14: Statik İtme Analizinde Meydana Gelen Plastik Kesitler ve Oluşum Sırası	118
Şekil 5.15: İkinci Mertebe Teorisine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme ($P_y-\delta_x$) Diyagramı	119
Şekil 5.16: Altı Katlı Betonarme Düzlem Çerçeve Sistem ve İşletme Yükleri	121
Şekil 5.17: Betonarme Betonu ve Beton Çeliği İçin σ - ϵ Bağlıntıları	122
Şekil 5.18: Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerine Ait Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme Diyagramları	123
Şekil 5.19: İkinci Mertebe Teorisi İçin Plastik Kesitlerin Dağılımı	124
Şekil 5.20: Tipik Döşeme Kalıp Planı Şeması	126
Şekil 5.21: Çerçeve Düşey Enkesiti	126
Şekil 5.22: Sisteme Etkiyen Düşey İşletme Yükleri	128
Şekil 5.23: Sisteme Y ve X Doğrultularında Etkiyen Yatay İşletme Yükleri	129
Şekil 5.24: Yatay Yük Parametresi-Y Doğrultusundaki Yatay Yerdeğiştirme Diyagramı	132
Şekil 5.25: Plastik Kesitlerin Dağılımı	133
Şekil 5.26: Sistemin Geometrik Özellikleri ve Enkesitlerinin Konumları	134
Şekil 5.27: Düşey ve Yatay İşletme Yükleri	134
Şekil 5.28: Betonarme Betonu ve Beton Çeliği İçin σ - ϵ Bağlıntıları	136
Şekil 5.29: Kolonlara Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağlıntısı	137
Şekil 5.30: Kirişin Sol Ucuna Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağlıntısı	137
Şekil 5.31: Kirişin Sağ Ucuna Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağlıntısı	138
Şekil 5.32: $M-\theta_p$ Bağlıntısı İçin Kullanılan Model	138
Şekil 5.33: İki Farklı Yöntemle Elde Edilen Plastik Kesit Yerleri ve Plastik Şekildeğiştirme Bölgeleri İle Plastik Kesitlerin Oluşum Sırası	139

Şekil 5.34: Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme ($P_y-\delta$) Diyagramlarının Karşılaştırılması

140

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları	82
Tablo 5.2: Kiriş ve Kolon Donatıları	83
Tablo 5.3: Kirişe ve Kolonlara Ait Karakteristik Değerler	86
Tablo 5.4: $\Delta P_d=1.00$ ve $\Delta P_{y1}=1.00$ İçin Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları	93
Tablo 5.5: Genişletilmiş Denklem Takımı	99
Tablo 5.6: Yatay Yük Artırımlarından Dolayı Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları	100
Tablo 5.7: Statik İtme Analizi Sonucunda Plastik Kesitlerdeki Kesit Zorları	104
Tablo 5.8: Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme Diyagramının Koordinatları	105
Tablo 5.9: Sistemin Taşıma Kapasitesi ve Plastik Kesitlerin Oluşumu	106
Tablo 5.10: Plastik Kesitlerdeki Dönme ve Uzama Şekildeğiştirmeleri	106
Tablo 5.11: Kolon ve Kirişlere Ait $M-\theta_p$ Değerleri	111
Tablo 5.12: Genişletilmiş Denklem Takımı	117
Tablo 5.13: İtme Analizinin Her Adımına Ait Toplam Eğilme Momenti Değerleri	118
Tablo 5.14: Plastik Kesitlerdeki Dönme ve Uzama Şekildeğiştirmeleri	120
Tablo 5.15: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları	121
Tablo 5.16: Kiriş ve Kolon Donatıları	122
Tablo 5.17: Taşıma Kapasiteleri ve Plastik Kesitlerin Oluşumu	125

Tablo 5.18: Kiriş Enkesit Boyutları	127
Tablo 5.19: Kolon Enkesit Boyutları	127
Tablo 5.20: Kiriş Boyuna Donatıları	130
Tablo 5.21: Kolon Boyuna Donatıları	131
Tablo 5.22: Sistemin Taşıma Kapasitesi ve Plastik Kesitlerin Oluşumu	133
Tablo 5.23: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları	135
Tablo 5.24: Kiriş ve Kolon Donatıları	135
Tablo 5.25: Kiriş ve Kolon Plastik Kesitlerine Ait Karakteristik Değerler	139

BETONARME YAPI SİSTEMLERİNDE PEKLEŞME ETKİSİNİ GÖZÖNÜNE ALAN BİR DOĞRUSAL OLMAYAN ARTIMSAL ANALİZ YÖNTEMİ

ÖZET

Bu çalışmada, sabit düşey yükler ve orantılı olarak değişen yatay yükler etkisindeki betonarme yapı sistemlerinin doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesi, taşıma kapasitelerinin bulunması ve deprem performanslarının değerlendirilmesi amacıyla bir artımsal analiz yöntemi geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemde, betonarme yapı elemanlarının elastoplastik davranışı, bileşik iç kuvvet durumuna ait plastik kesit kavramını ve betonarmede pekleşme etkisini içerecek şekilde genişletilmektedir.

Altı bölüm halinde sunulan çalışmanın birinci bölümünde konunun tanıtılması, konu ile ilgili çalışmaların gözden geçirilmesi, çalışmanın amacı ve kapsamı yer almaktadır.

İkinci bölüm, betonarme çubukların doğrusal olmayan davranışına ayrılmıştır. Bu bölümde, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme çubuk elemanlarda gerçek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntıları ile akma ve taşıma kapasitesi koşulları incelenmiş, daha sonra bu bağıntı ve koşulların nasıl idealleştirilebileceği açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde, geliştirilen yük artımı yönteminin dayandığı varsayımlar, yöntemin esasları, formülasyonu ve yöntemin uygulanmasında izlenen yol açıklanmıştır. Yöntemde, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen bir katsayı ile çarpımından oluşan belirli değerleri altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde monoton olarak değişen yatay yüklere göre hesap yapılmaktadır. Düşey yükler belirli olduğundan, büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olan çubuk normal kuvvetleri başlangıçta kolaylıkla tahmin edilebilmekte, böylece geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi doğrusallaştırılmaktadır.

Geliştirilen artımsal analiz yönteminde, her plastik kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri temsil eden plastik şekildeğiştirme parametresinin yeni bir bilinmeyen olarak alınması ve plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekildeğiştirme parametresi arasındaki bağıntıyı ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörülmüştür.

Dördüncü bölümde, yöntemin sayısal uygulamaları için hazırlanan ve Fortran dilinde kodlanan bilgisayar programlarının (MKAPA, IMNOSA) algoritması, uygulama sınırları, giriş ve çıkış bilgileri hakkında bilgi verilmektedir.

Beşinci bölüm, sayısal örneklere ayrılmıştır. Bu bölümde yer alan örneklerde, betonarme düzlem ve uzay çerçeve sistemlerin malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan davranışları sayısal olarak incelenmiş ve sonuçlar tartışılmıştır.

Altıncı bölümde, bu çalışmada elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Geliştirilen artımsal analiz yönteminin temel özellikleri ile sayısal incelemelerin sonuçlarına dayanarak yapılan başlıca değerlendirmeler bu bölümde sunulmuştur.

AN INCREMENTAL NON-LINEAR ANALYSIS METHOD FOR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES CONSIDERING STRAIN-HARDENING EFFECT

SUMMARY

In this study an incremental method is developed for the determination of non-linear behavior, ultimate capacity and earthquake performance of reinforced concrete framed structures subjected to factored constant gravity loads and proportionally increasing lateral loads. In the proposed method, the elastic-plastic behavior of reinforced concrete structural elements is extended by considering the plastic hinge concept and the strain-hardening effects.

The thesis consists of six chapters. In the first chapter, after introducing the subject, the results of a literature survey is given and the scope and objectives of the study are explained.

The second chapter outlines the non-linear behavior of reinforced concrete frame elements. The investigation covers the actual internal force-deformation relationships, the yield and ultimate capacity conditions and the idealization of non-linear behavior.

In the third chapter, the assumptions, the basic principles and mathematical formulation of the load increments method developed in the study are presented and the proposed analysis procedure is explained. In the load increments approach used in this study, the structure is analyzed under factored constant gravity loads and monotonically increasing lateral loads. When the gravity loads are known, the member axial forces can be easily estimated through equilibrium equations. Thus, the second-order effects are linearized by calculating the elements of stiffness and loading matrices for the estimated axial forces.

In the load increments method developed herein, after the formation of a plastic section, the plastic deformation parameter which represents the plastic deformations is considered as a new unknown and a new linear equation which expresses the relationship between the change of state of internal forces and the plastic deformations is added to the system of equations.

In the fourth chapter, the algorithm, coverage, limits of application, input and output data of a computer programs (MKAPA, IMNOSA) developed for the numerical applications of the method, are explained.

The fifth chapter is devoted to the numerical investigations. Five numerical examples are given in this chapter. In these examples, the behavior of materially and geometrically non-linear reinforced concrete structural systems are examined in detail.

The sixth chapter covers the conclusions. The basic features of the incremental method developed in this study as well as the evaluation of numerical investigations are presented.

1. GİRİŞ

1.1. Konu

Ülkemizde meydana gelen depremlerin büyüklüklerine oranla çok daha fazla hasara, can ve mal kaybına neden olmaları, bu büyük kayıpların kırsal alanlarda olduğu kadar yoğun yerleşim bölgelerinde de meydana gelmiş olması dikkat çekicidir. Bu durum, deprem bölgelerindeki mevcut yapıların önemli bir bölümünün yeterli deprem güvenliğine sahip olmadıklarını göstermektedir.

Yakın geçmişte ülkemizde meydana gelen depremlerin sonrasında yapılan yoğun incelemeler ve araştırmalar, depremden hasar gören yapıların deprem güvenliklerindeki yetersizliklerin

- a) bilimsel esaslara ve yönetmeliklere uygun olmayan hatalı tasarımdan,
- b) malzeme ve özellikle beton kalitesindeki yetersizlikten,
- c) projeye, yönetmeliklere ve temel mühendislik ilkelerine uygun olmayan kusurlu yapımdan

kaynaklandığını göstermektedir.

Aktif bir deprem kuşağı üzerinde bulunan ülkemizde, olası yeni depremlerde de benzeri olumsuz sonuçların meydana gelmemesi için, çeşitli önlemlerin alınması kaçınılmaz olmaktadır. Bu önlemler iki ana grupta toplanabilir.

- a) Yeni inşa edilecek olan yapıların tasarım ve yapım aşamalarında gerekli özeni göstererek yapıların bilimsel esaslara, mühendislik ilkelerine ve yönetmeliklere uygun olarak inşa edilmesinin sağlanması.
- b) Özellikle deprem riski yüksek olan bölgelerden ve bu bölgelerdeki kamu binaları ve insanların yoğun olarak bulundukları binalardan başlayarak, mevcut yapıların deprem güvenliklerinin belirlenmesi ve yeterli güvenliğe sahip olmayan yapıların güçlendirilmesi veya yenilenmesi.

Mevcut yapıların deprem güvenliklerinin belirlenmesi, son yıllarda ülkemizde meydana gelen büyük depremler sonrasında giderek önem kazanmış ve bir gereksinim haline gelmiştir. Nitekim, bu gereksinime cevap vermek amacıyla, yürürlükte olan 1998 Deprem Yönetmeliğine, mevcut binaların deprem güvenliklerinin belirlenmesi ve güçlendirilmesi ile ilgili bir bölüm eklenmesi çalışmaları yürütülmüş ve bu çalışmaların sonucunda 2006 Deprem Yönetmeliği hazırlanmıştır, [1].

Mevcut yapı sistemlerinin deprem güvenliklerinin belirlenmesinde, çok kere ileri analiz yöntemlerine başvurulması gerekli olmaktadır. Doğrusal olmayan teoriyi esas alan hesap yöntemlerindeki gelişmelerden yararlanarak, yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki gerçek davranışının daha yakından izlenebilmesi ve özellikle yerdeğiştirme ve şekildeğiştirmelere bağlı deprem performansının daha gerçekçi olarak belirlenebilmesi mümkün olmaktadır, [2-6]. Aynı zamanda bu gelişmeler, sözkonusu yöntemlerin pratiğe uygulanmalarının giderek daha sistematik ve kolay olmasını da sağlayabilmektedir.

Diğer taraftan, yeni inşa edilecek binaları daha gerçekçi ve ekonomik olarak boyutlandırmak ve onlara daha estetik görünüm kazandırmak için, yapı sistemlerinin daha da narin yapılabilmesi isteği her geçen gün artmaktadır. Bunu sağlamak amacıyla, malzemelerin orantı sınırı üstündeki taşıma kapasitelerini de hesaba katan plastik hesap yöntemlerinden yararlanılabilmektedir. Ancak, narin yapılarda yerdeğiştirmeler önem kazanmakta ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin de gözönüne alınması gerekmektedir. Bunun sonucu olarak, gerek malzeme, gerekse geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerin analiz ve boyutlandırma yöntemlerine gereksinim duyulmaktadır.

Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının doğrusal olmaması genel olarak iki nedenden kaynaklanmaktadır:

- a- malzemenin iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının doğrusal olmaması,
- b- geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin doğrusal olmaması.

Yapı sistemlerinin doğrusal olmayan davranışına neden olan etkenler ve bu etkenleri gözönüne alan teoriler Şekil 1.1 deki tablo üzerinde topluca özetlenmiştir.

Denge denklemlerinde yerdeğiştirmelerin küçük olmadığı sistemlerde denge denklemleri şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılmaktadır.

Geometrik uygunluk koşullarında yerdeğiştirmelerin küçük olmadığı sistemlerde ise, geometrik süreklilik denklemlerinin de şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılması gerekmektedir.

Çözümün Sağlaması Gereken Koşullar	Doğrusal Sistemler	Doğrusal Olmayan Sistemler				
		Malzeme Bakımından	Geometri Değişimleri Bakımından		Her İki Bakımdan	
			İkinci Mertebe Teorisi	Sonlu Deplasman Teorisi	İkinci Mertebe Teorisi	Sonlu Deplasman Teorisi
Bünye Denklemleri (Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları)	Doğrusal-elastik	Doğrusal-elastik Değil	Doğrusal-elastik	Doğrusal-elastik	Doğrusal-elastik Değil	Doğrusal-elastik Değil
Denge Denklemlerinde Yerdeğiştirmeler	küçük	küçük	küçük Değil	küçük Değil	küçük Değil	küçük Değil
Geometrik Uygunluk Koşullarında Yerdeğiştirmeler	küçük	küçük	küçük	küçük Değil	küçük	küçük Değil

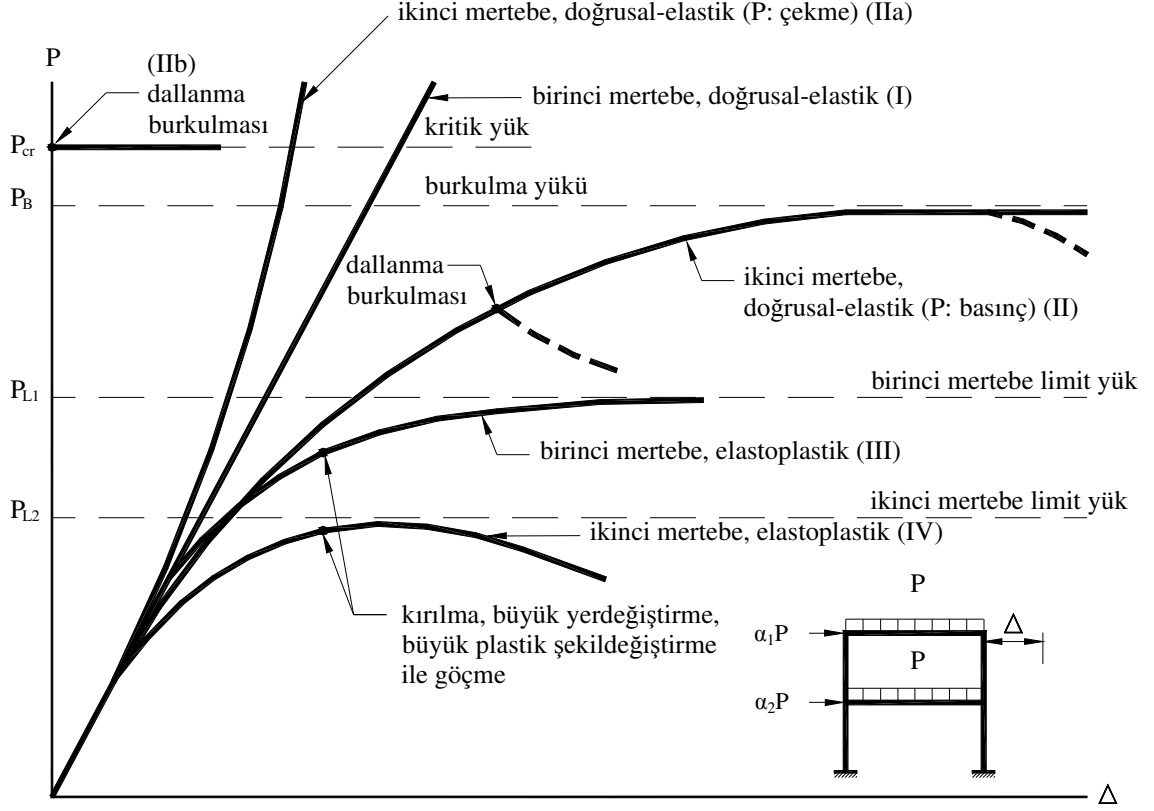
Şekil 1.1: Yapı Sistemlerinin Doğrusal Olmama Nedenleri

1.2. Yapı Sistemlerinin Dış Yükler Altındaki Doğrusal Olmayan Davranışı

Düşey ve yatay yükler etkisindeki bir yapı sisteminin doğrusal ve doğrusal olmayan teorilere göre hesabı ile elde edilen yük parametresi-yerdeğiştirme ($P-\Delta$) bağıntıları Şekil 1.2 de şematik olarak gösterilmişlerdir.

Malzemenin sınırsız olarak doğrusal-elastik varsayıldığı bir yapı sisteminin, artan dış yükler altında, birinci mertebe teorisine göre elde edilen davranışı şekildeki (I) doğrusu ile temsil edilmektedir. Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin, diğer bir deyişle, eksenel kuvvetlerden oluşan ikinci mertebe etkilerinin hesaba katıldığı ikinci mertebe teorisinde ise, eksenel kuvvetin basınç veya çekme olmasına göre farklı sistem davranışları ile karşılaşılabilir. Örneğin eksenel kuvvetin basınç olması halinde, (II) eğrisinden görüldüğü gibi, artan dış yüklerle daha hızla artan yerdeğiştirmeler karşı gelmektedir. Dış yüklerin şiddetini ifade eden yük parametresi artarak *doğrusal-elastik burkulma yükü* adı verilen bir P_B değerine eşit olunca yerdeğiştirmeler artarak sonsuza erişir ve sistem burkularak geçer. Bazı özel durumlarda, burkulmadan sonra artan

yerdeşiftirmelere azalan yük parametresi karşı gelebilir. Örneğın asma sistemler gibi aksenal kuvvetin çekme olduğı durumlarda ise, şekilde (IIa) ile gösterilen $P-\Delta$ diyagramı pekleşen özellik gösterir.



Şekil 1.2: Çeşitli Teorilere Göre Elde Edilen Yük Parametresi–Yerdeğiftirme Bağıntıları

Yanal yük etkisinde olmayan ve bu nedenle burkulmadan önce şekildeğiftirmeyen sistemlerde, yük parametresinin bir P_{cr} değesinde dallanma burkulması oluşur ve şekildeki (IIb) diyagramından görüldüğü gibi, yerdeğiftirmeler birden artarak sonsuza erişir. Dallanma burkulmasına neden olan yüke *kritik yük* denilmektedir. Kritik yük genellikle burkulma yükünden biraz büyük veya ona eşittir. Dallanma burkulması, bazı hallerde burkulmadan önce şekildeğiftiren sistemlerde de oluşabilir, (II eğrisi).

Doğrusal olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde, artan dış yüklerle birlikte iç kuvvetler de artarak bazı kesitlerde doğrusal-elastik sınırı aşmakta ve bu kesitler dolayında doğrusal olmayan (plastik) şekildeğiftirmeler meydana gelmektedir. Doğrusal olmayan şekildeğiftirmeler genel olarak sistem üzerinde sürekli olarak yayılmaktadır.

Buna karşılık, kopma sırasındaki toplam şekildeğiştirmelerin doğrusal şekildeğiştirmelere oranının büyük olduğu sünek malzemeden yapılmış sistemlerde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin *plastik mafsalsal* (veya genel anlamda *plastik kesit*) adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde ise sistemin doğrusal-elastik davrandığı varsayılabilir. Bu varsayım *plastik mafsalsal hipotezi* olarak isimlendirilmektedir. Plastik mafsalsal hipotezinin esas alındığı bir yapı sisteminin birinci mertebe teorisine göre hesabında (III eğrisi), oluşan plastik mafsallar nedeniyle sistemin tümü veya bir bölümü mekanizma durumuna gelebilir. Bu duruma karşı gelen yüke *birinci mertebe limit yük* adı verilir.

Doğrusallığı bozan her iki etkinin birlikte gözönüne alınması halinde, yani yapı sisteminin ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre hesabı ile elde edilen $P-\Delta$ diyagramı şekilde (IV) eğrisi ile gösterilmiştir. Bu diyagram ilk kritik kesitte doğrusal-elastik sınırın aşılmasına kadar (II) eğrisini izlemekte, daha sonra oluşan plastik şekildeğiştirmeler nedeniyle yerdeğiştirmeler daha hızlı olarak artmaktadır. Plastik mafsalsal hipotezinin esas alındığı yapı sistemlerinde, dış yükler artarak bir P_{L2} sınır değerine eşit olunca, meydana gelen plastik mafsallar nedeniyle rijitliği azalan sistemin burkulma yükü dış yük parametresinin altına düşer, diğer bir deyişle, $P-\Delta$ diyagramında artan yerdeğiştirmelere azalan yükler karşı gelir. Sistemde stabilite yetersizliğine neden olan bu yük parametresine *ikinci mertebe limit yük* denilmektedir.

Bazı hallerde, dış yükler limit yüke erişmeden önce, meydana gelen büyük yerdeğiştirmeler, büyük plastik şekildeğiştirmeler ile betonarme sistemlerde oluşan büyük çatlaklar ve kırılma, yapının işletme dışı kalmasına (göçmesine) neden olabilmektedir.

Yapı sistemlerinin değişen dış etkiler altındaki doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesi, taşıma kapasitelerinin belirlenmesi ve özellikle deprem etkileri altında yerdeğiştirme ve şekildeğiştirmeye bağlı performans değerlendirmelerinde, plastik mafsalsal teorisini esas alan yöntemleri uygulayarak gerçekçi çözümler elde edilebilmektedir. Ancak, başlangıçta basit eğilme etkisindeki kesitler için geliştirilen klasik plastik mafsalsal hipotezinin kapsamının, bileşik iç kuvvet durumlarını ve bu etkilerden oluşan plastik şekildeğiştirmeleri de kapsayacak şekilde genişletilmesinin, bu bağlamda, iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarında pekleşme etkisinin gözönüne alınmasının gerekli olduğu görülmektedir.

1.3. Konu İle İlgili Çalışmalar

Bu bölümde, yapı sistemlerinin malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre hesabı ve özellikle betonarme yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizi konularındaki çalışmalar ile bu çalışmaların deprem mühendisliği alanındaki uygulamalarını içeren araştırmaların gözden geçirilmesi amacıyla yürütülen bir kaynak araştırmasının sonuçları verilecektir.

Çakıroğlu, Özden ve Özmen [7,8] tarafından verilen genel yük artımı ve ardışık yaklaşım yöntemlerinden birini uygulayarak her adımda sistem hesabı doğrusallaştırılabilmektedir. Burada, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarına ve iç kuvvet dağılımına bağlı olarak sistem üzerinde sürekli yayıldığı gözönüne alınmakta, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi ise fiktif kuvvetlerle temsil edilmektedir.

Özer [9], malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan düzlem sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabı ve göçme yüklerinin bulunması için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada, yapıların gerçek davranışlarını yakından izlemek ve yaklaşık formüllerin (Merchant [10], Horne [11]) irdelenmesine olanak sağlamak amacıyla, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı gözönünde tutulmuştur.

Parikh [12], verilen sabit düşey ve yatay yükler altında, çok katlı çelik çerçevelerin plastik mafsallı hipotezine göre doğrusal olmayan analizini öngören bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirmiştir. İkinci mertebe etkilerinin de gözönüne alındığı yöntemin her adımında, bir önceki adımda bulunan plastik mafsallı durumu ve indirgenmiş plastik moment değerleri esas alınarak sistem rijitlik ve yükleme matrisleri yeniden hesaplanmaktadır.

Kim [13], sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler altında, yapı sistemlerinin plastik mafsallı hipotezine göre ikinci mertebe elastoplastik analizi için, yerdeğiştirme artımlarının esas alındığı bir artımsal yöntem geliştirmiştir.

Valles, Reinhorn, Kunnath, Li, Madan [14] düzlem yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizi için bir bilgisayar programı (IDARC 2D Ver. 4.0) geliştirmişlerdir. Betonarme ve çelik yapıların deprem yükleri altındaki doğrusal olmayan davranışlarını inceleyen bu

bilgisayar programı, çeşitli yapı elemanlarının davranış modelleri de eklenerek, belirli aralıklarla güncellenmektedir.

El-Tawil ve Deierlein [15] çelik, betonarme ve kompozit elemanlardan oluşan üç boyutlu çerçeve sistemlerin yayılı plastik şekildeğiştirmelere göre doğrusal olmayan statik ve dinamik analizleri için formülasyon geliştirmişlerdir. Karşılıklı etki diyagramlarının kinematik olarak genişlemelerinin dikkate alındığı bu formülasyonda, çeşitli yapı malzemelerinin plastik davranışlarını ifade eden modellerin uygulamaları açıklanmıştır.

Lu, Özer, Daniels, Ökten, Morino [16,17] ve Moy, Özer, Lu [18,19] yürürlükte olan yönetmeliklere göre boyutlandırılan çeşitli çok katlı düzlem çerçevelerin ikinci mertebe limit yüklerini tayin ederek göçme güvenliklerini bulmuşlar ve yönetmeliklerle elde edilen sonuçları irdelemişlerdir.

Özer [20] tarafından, düzlem sistemlerde ikinci mertebe limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan bir optimum boyutlandırma yöntemi geliştirilmiştir.

Çakıroğlu, Özer [21] dikdörtgen kesitler, I-kesitleri ve dikdörtgen kutu kesitler için akma koşullarının ifadelerini vermişler ve geliştirilen bilgisayar programları yardımı ile bunlara ait akma eğrilerini ve akma vektörünün orantı sabitlerini grafiklerle göstermişlerdir. Çelik ve betonarme kesitler için elde edilen akma yüzeylerinin (ve akma eğrilerinin) idealleştirilmesi Kaynak [3] ve [5] de ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Powell ve Chen [22], yapı sistemlerinin elasto-plastik analizinde plastik mafsallı hipotezini kullanmışlardır. Bu yöntemin, birçok pratik uygulamada yeterli doğrulukta sonuç verdiğini ve programlamaya uygun olduğunu belirtmişlerdir. Kiriş ve kolonlar için matematiksel modeller geliştirerek plastik hesap yönteminin teorisini ve programlamada izlenen yolu açıklamışlar, sayısal örnekler çözerek plastik mafsallı hipotezinin hangi koşullarda daha doğru sonuç verdiğini irdelemişlerdir.

Özer [2], düzlem çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için geliştirilen bir yük artımı yöntemi önermiştir. Yöntemde, malzemenin elasto-plastik davranışının ve geometri değişimlerinin doğrusal olmayan etkileri ile normal kuvvetin akma koşuluna etkisi gözönüne alınmıştır. Sistem verilen sabit düşey yükler ve artan yatay yükler altında hesaplanarak geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi doğrusallaştırılabilmektedir. Ayrıca, her plastik kesitin oluşumundan sonra,

o kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresi yeni bir bilinmeyen olarak alınmakta ve plastik kesitteki akma koşulunu ifade eden yeni bir denklem denklem takımına ilave edilmektedir. Böylece, her yük artımına ait çözüm yeni bilinmeyene ait satır ve kolonun indirgenmesi suretiyle elde edilmektedir. Yapı sistemlerinin orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler altında hesabı, plastik kesitteki iç kuvvetlerin elastik boşalması ve iç kuvvet durumunun doğrusallaştırılmış akma koşulu üzerinde bölge değiştirmesi gibi özel haller yöntemin genelliği çerçevesinde ele alınmıştır.

İrtem [3], çelik uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada ayrıca, bileşik eğik eğilme etkisindeki dikdörtgen kutu kesitler için uygulanmak üzere, üç boyutlu doğrusallaştırılmış bir akma yüzeyi önerilmektedir. Yöntemin pratik uygulamaları için hazırlanan bir bilgisayar programından (IMEP-3D) yararlanarak çok katlı çelik yapıların ikinci mertebe elastoplastik hesabı etkin bir şekilde yapılabilmektedir.

Orakdoğan [23], uzay çelik yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan optimum boyutlandırma yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada denge koşulları Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılarak basit bir şekilde ifade edilebilmekte, ayrıca yerdeğiştirme kısıtlamaları boyutlandırmada kolayca gözönüne alınabilmektedir.

Attalla, Deierlein ve McGuire [4], çelik yapıların doğrusal olmayan analizi için bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem kullanılarak elde edilen sonuçların, plastik mafsallı hipotezi ve yayılı plastik şekildeğiştirmeleri esas alan yöntemlerin arasında olduğu grafiklerle gösterilmiştir. Çalışmada, yayılı plastik şekildeğiştirmelerin ve ikinci mertebe etkilerinin dikkate alındığı belirtilmektedir. Yayılı plastik şekildeğiştirme etkilerini dikkate alan çeşitli sayısal örneklerdeki sonuçlarla, önerilen yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapı sistemlerinin analizinde, önerilen yöntemin, plastik mafsallı hipotezini ve yayılı plastik şekildeğiştirmeleri esas alan yöntemlere göre daha gerçekçi sonuçlar verdiği ifade edilmektedir.

Girgin [5], belirli sabit düşey yükler ve orantılı olarak artan yatay yükler etkisindeki betonarme yapı sistemlerinde birinci veya ikinci mertebe limit yükün hesabı ve göçme güvenliğinin belirlenmesi amacıyla bir yük artımı yöntemi geliştirmiştir. Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin belirli kesitlerde toplandığı varsayımı yapılan bu yük artımı yönteminde iç kuvvetler Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanarak hesaplanmaktadır. Uygulanan statik itme analizinde, her plastik kesitin oluşumundan

sonra o kesitteki plastik şekildeşistirmeleri ifade eden plastik şekildeşistirme parametresinin bilinmeyen olarak alınması ve iç kuvvet durumunun akma koşulunu sağladığını ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörölmüştür. Ayrıca, akma koşullarının doğrusal bölgelerden oluşacak şekilde idealleştirilmesi suretiyle, ilave edilen denklemin doğrusal olması sağlanabilmektedir. Yöntemin pratik uygulamaları için, etkin olarak kullanılabilen bilgisayar programları da hazırlanmıştır.

Graham [6], çelik yapıların analizinde, ikinci mertebe etkilerini dikkate alan ve yapının burkulmasını da içeren bir bilgisayar programının yapıldığı yöntem hakkında bilgi vermektedir. Plastik mafsallı hipotezinin kullanıldığı bu yöntemde, sistem rijitlik matrisinin determinant değeri negatif olması halinde, sistemin burkulduğu ve analizin sona erdiği ifade edilmektedir. Önerilen yöntemle elde edilen sonuçlar, önceden yayınlanmış deneysel ve teorik çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Aşağıda, doğrusal olmayan teoriyi esas alan hesap yöntemlerinin, betonarme yapı sistemlerinin özellikle deprem performanslarının belirlenmesine uygulanması ve bu amaçla geliştirilmesi alanındaki çalışmalar gözden geçirilecektir.

Calvi ve Pavese [24], tek ve çok serbestlik dereceli betonarme yapı sistemlerinde yerdeğıştirme bazlı tasarım yaklaşımını incelemişlerdir. Bu yaklaşımın, kuvvet bazlı tasarıma göre avantajlarından bahsedilmiş ve bazı sonuçlar çıkartılmıştır.

Fajfar ve Gaspersic [25], mevcut veya yeni inşa edilecek olan betonarme binaların doğrusal olmayan statik analizinde kullanılmak üzere bir yöntem (N2 yöntemi) geliştirmişlerdir. Söz konusu yöntem uygulanarak çeşitli sayısal örnekler çözülmüştür.

Paulay [26], planda simetrik olmayan sünek betonarme yapıların yerdeğıştirme bazlı tasarımı için bir yöntem önermiştir. Uygulanmasının kolay olduğu ifade edilen yöntemde, burulma hareketinin yapı davranışına etkileri tartışılmıştır.

Bachmann ve Dazio [27], üç boyutlu betonarme yapı sistemlerinin deplasman bazlı tasarımı için bir yöntem geliştirmişlerdir. Örnek olarak seçilen bir betonarme yapı sistemi, önerilen yöntemle çözülmüş ve elde edilen sonuçlar, kuvvet bazlı tasarım yönteminden elde edilenlerle karşılaştırılmıştır.

Reinhorn [28], seçilen bir deprem hareketi altında çeşitli deprem yükü azaltma katsayısı (R) değeri için inelastik zaman artımı yöntemini uygulayarak, yapıların doğrusal

olmayan davranışlarını incelemiştir. İnelastik zaman artımı yönteminin tek ve çok serbestlik dereceli sistemlerin analizinde iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Kilar ve Fajfar [29], planda simetrik olmayan yapıların doğrusal olmayan statik analizi için bir yöntem geliştirmişlerdir. Seçilen yapı sistemleri bu yöntem kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar irdelenmiştir. Yapılan analizlerde meydana gelen burulma hareketlerinin yapı davranışına etkileri de tartışılmıştır.

Tso ve Moghadam [30], belirli deprem etkileri altındaki üç boyutlu planda simetrik olmayan yapıların analizleri yapılırken burulma etkilerini de dikkate alan bir yöntem önermişlerdir. Önerilen yöntemin, en üst kat yerdeğiştirmelerinde, ara kat ötelemelerinde, kolon ve kiriş süneklik değerlerinde iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Üç boyutlu doğrusal olmayan analizler için, iki boyutlu DRAIN-2D bilgisayar programının kullanılmasının yeterli olduğu öne sürülmüştür.

Krawinkler ve Seneviratna [31], mevcut veya yeni inşa edilecek yapı sistemlerinin, belirli bir yer hareketi altında davranışlarının incelenmesinde kullanılan statik itme analizinin esasları hakkında bilgi vermişlerdir. Statik itme analizi ile, hangi koşullar altında uygun, hangi koşullar altında uygun olmayan veya yetersiz sonuçlar elde edileceği açıklanmıştır.

Ghobarah ve Attar [32], mevcut betonarme yapılara doğrusal olmayan statik itme analizini uygulayarak, kat ötelemelerini ve oluşan hasar derecelerini belirlemişlerdir. Mevcut binaları yeni yönetmeliklere göre boyutlandırarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Hesaplanan kat ötelemeleri ve hasar derecelerine göre, mevcut binaların takviyesine gereksinim olup olmadığı incelenmiştir.

Munshi ve Ghosh [33], UBC (Uniform Building Code) [34] yönetmeliğine göre boyutlandırılmış oniki katlı betonarme yapı sisteminin, DRAIN-2D programı yardımıyla, deprem etkileri altındaki doğrusal olmayan davranışını incelemişlerdir. Planda simetrik betonarme perdelerinde bulunduğu yapı sisteminin doğrusal olmayan analizinden elde edilen taban kesme kuvveti-yatay yerdeğiştirme eğrisi kullanılarak sistem sünekliği hesaplanmıştır.

Chopra ve Goel [35], doğrusal olmayan statik analizde ATC 40 dökümanındaki A ve B prosedürlerine benzer bir yöntem geliştirmişlerdir. İnelastik Spektrum Yöntemi adı verilen bu yöntemin ATC 40 daki prosedürlerden en önemli farkı, istem diyagramının

kullanılış şeklidir. Önerilen yöntem ve ATC 40 daki yöntemlere göre sayısal hesaplar yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Chai ve Guh [36], betonarme perdeli yapıların performans bazlı tasarımını incelemişlerdir. FEMA 356 [37] veya ATC 40 [38] dökümanlarında verilen yöntemlerden biri uygulanarak doğrusal olmayan statik analiz yapılmakta ve betonarme perdelerde oluşan maksimum çatlak genişliği hesaplanıp, hangi sınırlar arasında kaldığı kontrol edilmektedir. Bu amaçla, sayısal uygulama için seçilen bir örnek sistem çözülmüş ve sonuçlar irdelenmiştir.

Chopra ve Goel [39], tek serbestlik dereceli sistemlerin doğrusal olmayan statik analizinde, ATC 40 dökümanında bulunan A ve B prosedürlerini uygulayarak çeşitli sonuçlar elde etmişlerdir. Uygulanan bu prosedürlerde görülen bazı eksiklikleri ortadan kaldırmak üzere, alternatif prosedürler geliştirilerek örnekler çözülmüş ve sonuçlar irdelenmiştir.

Chopra ve Goel [40], ATC 40 dökümanında yer alan doğrusal olmayan statik analiz yöntemlerini incelemişlerdir. Bu yöntemler kullanılarak elde edilen değerleri, doğrusal olmayan dinamik analiz sonuçlarıyla karşılaştırarak, ATC 40 dökümanındaki A ve B prosedürlerinin eksikliklerini belirtmişlerdir.

Medhekar ve Kennedy [41], tek serbestlik dereceli ve çok serbestlik dereceli sistemlerin doğrusal olmayan analizinde uygulanmak üzere, yer değiştirme bazlı tasarım yöntemini alternatif bir yöntem olarak önermişlerdir. Burulma etkilerinin de gözönüne alındığı bu yöntemin avantajları açıklanmıştır. Ayrıca, yer değiştirme bazlı tasarımın dayandığı temeller açıklanmıştır.

Medhekar ve Kennedy [42], önerdikleri yer değiştirme bazlı tasarımı, iki katlı ve sekiz katlı çelik yapıların doğrusal olmayan statik ve dinamik analizlerinde uygulamışlardır. Elde edilen sayısal sonuçlar irdelenmiştir.

Gupta ve Krawinkler [43], belirli bir deprem hareketi altında, çerçeve sistemlerin doğrusal olmayan dinamik analizlerini yaparak en üst kat yer değiştirmeleri ile rölatif kat ötelemeleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bu ilişkinin, çerçeve sistemlerin kat sayısına ve yer hareketinin özelliklerine bağlı olarak değiştiği görülmüştür.

Fajfar [44] tarafından, yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizinde mevcut yöntemlerden daha basit olarak uygulandığını ifade ettiği N2 metodunun esasları ve

özellikleri anlatılarak örnekler çözülmüştür. Ayrıca bu yöntemin, ATC 40 ve FEMA 356 dökümanlarındaki yöntemlerle benzerlikleri ve farklılıkları tartışılmıştır.

Chandler ve Lam [45], deprem mühendisliğinde performans bazlı tasarımla ilgili olarak yapılan çalışmaları özetlemişlerdir. Performans bazlı tasarımla bağlantılı olan çeşitli mühendislik dallarındaki gelişmeler gözden geçirilmiştir.

Karabinis ve Kiouisis [46], statik veya dinamik etkiler altındaki yapı sistemlerinin analizinde, teorik ve sayısal olarak doğrusal ötesi davranışı incelemişlerdir. Bu amaçla, yapı elemanlarının malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan davranışını ifade eden yeni bir model önerilmiştir. Çalışmada, sözkonusu model kullanılarak yapılan çözümlemelerin, malzeme düzeyinde modellemeleri içeren sonlu eleman çözümlemelerinden daha etkin olduğu belirtilmektedir.

Chopra ve Goel [47], sayısal örnek olarak seçtikleri dokuz katlı bir çelik yapıyı, FEMA 356 dökümanında yeralan farklı yatay yük dağılımları için doğrusal olmayan statik analiz yöntemiyle çözmüşlerdir. Ayrıca, aynı yapı sistemi hem zaman tanım alanında doğrusal olmayan çözümleme ile analiz edilmiş, hemde modların birleştirilmesi yöntemiyle statik itme analizi uygulanarak çözülmüştür. FEMA 356, modların birleştirilmesi ve zaman tanım alanında hesap yöntemlerinden elde edilen kat ötelemeleri, en üst kat yerdeğiştirmeleri, plastik mafsallık yerleri ve plastik mafsallık dönmeleri karşılaştırılmıştır. Yapılan bu karşılaştırmalar, zaman tanım alanında doğrusal olmayan çözümlemeyle elde edilen değerlerin, FEMA 356 yöntemi yerine modların birleştirilmesi yöntemine daha yakın olduğunu göstermektedir.

Ziemian ve McGuire [48], plastik mafsallık teorisine göre itme analizinde, malzeme ve geometri değişimlerinin plastik mafsallık modeli üzerindeki doğrusal olmayan etkilerini dikkate almışlardır. ‘Geliştirilmiş Teget Modeli’ adını verdikleri bu yaklaşım kullanılarak, gerçekleştirilen doğrusal olmayan analiz sonuçları karşılaştırılmıştır.

Kappos, Penelis ve Drakopoulos [49], yığma binaların doğrusal olmayan statik analizinde, yığma binaya eşdeğer çerçeve sistem modeli kullanılmasını önermişlerdir. Yapılan iki ve üç boyutlu sayısal uygulamalar, yığma binaların analizinde önerilen çerçeve sistem modelinin yeterli doğrulukta sonuç verdiğini göstermektedir.

Hasan, Xu ve Grierson [50], yapı sistemlerinin performans bazlı tasarımında gerekli olan doğrusal olmayan statik itme analizi için, bilgisayar destekli bir yöntem geliştirmişlerdir. Önerilen yöntem, örnek olarak seçilen çelik düzlem çerçeve sistemlere uygulanmış ve

oluşan plastik kesitlerin durumuna göre performans bölgeleri belirlenmiştir. Uygulanan statik itme analizinde, sabit düşey yükler altında artan yatay yükler için hesap yapılmaktadır.

Mwafy ve Elnashai [51], oniki betonarme yapı sistemi üzerinde çok sayıda inelastik itme analizi ve dinamik analiz yaparak, deprem yükü azaltma katsayısının (R) değişimini incelemişlerdir. Bu inceleme sonucunda, Eurocode 8 yönetmeliğindeki R katsayılarının aşırı güvenli tarafta olduğunu ve bunların arttırılabileceğini ifade etmişlerdir.

Aydınoğlu ve Fahjan [52], seçilen bir deprem hareketi altında, tek serbestlik dereceli sistemlerin ikinci mertebe doğrusal olmayan analizlerini incelemişlerdir. İkinci mertebe etkilerinin periyoda göre değişiminin de araştırıldığı bu çalışmada, tek serbestlik dereceli sistemlerin çevrimsel davranışı incelenmiştir.

Aydınoğlu [53], çok modlu itme analizine dayanan bir yöntem (ARSA) geliştirmiştir. Geliştirilen yöntemde, dinamik davranışın tek bir titreşim modu ile temsil edilmesi yerine, birçok mod esas alınarak itme analizi uygulanmaktadır. İkinci mertebe etkilerinin de dikkate alındığı bu yöntemle, iki ve üç boyutlu çelik yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizi yapılmış ve sonuçlar irdelenmiştir.

1.4. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, betonarme yapı sistemlerinin değişen dış yükler altındaki doğrusal olmayan davranışlarının incelenerek statik itme analizlerinin yapılması, taşıma kapasitelerinin bulunması ve deprem performanslarının değerlendirilmesi amacıyla kullanılmak üzere, bir artımsal analiz yönteminin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Yöntemde betonarmenin doğrusal olmayan davranışı ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmaktadır.

Geliştirilen artımsal analiz yönteminde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin *plastik kesit* adı verilen ve sınırlı plastik şekildeğiştirme kapasitesine sahip olan belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde sistemin doğrusal-elastik davrandığı gözönünde tutulmaktadır. Böylece, basit eğilme etkisindeki sistemlere uygulanmakta olan plastik mafsal hipotezi, bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde genelleştirilmiş olmaktadır. Ayrıca, plastik kesitlerdeki rijit-plastik davranış modeli, pekleşme ve gevşeme (ani dayanım kaybı) durumlarını da kapsayacak şekilde genişletilmiştir. Böylece, plastik mafsal hipotezini ve bu hipotezin genelleştirilmesi ile

oluşan rijit-plastik davranışlı plastik kesit kavramını da kapsayan bir genel yaklaşım oluşturulması amaçlanmaktadır. Bu genel yaklaşımın varsayımları ve sonuçları bu çalışmada irdelenmiş ve tartışılmıştır.

Betonarme betonu ve beton çeliğine ait gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarını esas alarak, betonarme kesitlere ait eğilme momenti-eğrilik bağıntıları ve karşılıklı etki diyagramları elde edilebilmektedir. Pekleşme etkisinin hesaba katıldığı bu çalışmada, karşılıklı etki diyagramlarının, kesitin akmasını ve taşıma kapasitesine ulaşmasını temsil eden iki ayrı fonksiyonla ifade edilmesi öngörülmüştür. Herhangi bir kesitteki iç kuvvet durumunun, akma yüzeyi (veya eğrisi) üzerinde bulunması durumunda sistemde bir plastik kesit oluşmakta, plastik kesitteki iç kuvvetlerin artarak taşıma kapasitesi yüzeyine (veya eğrisine) ulaşması halinde ise, kesitin taşıma kapasitesi sona ermekte ve ani dayanım kaybı meydana gelmektedir.

Uygulanan artımsal analiz yönteminde, her plastik kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri temsil eden *plastik şekildeğiştirme parametresinin* yeni bir bilinmeyen olarak alınması ve plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekildeğiştirme parametresi arasındaki bağıntıyı ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörülmüştür. Bir önceki adıma ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, sözkonusu yük artımına ait çözüm sadece yeni bilinmeyen ve yeni denklemin indirgenmesi ile elde edilebilmektedir. Böylece, her plastik kesitin oluştuğu yük parametresi ardışık yaklaşıma gerek olmaksızın doğrudan doğruya bulunabilmekte ve hesaplama süresi büyük ölçüde kısaltılabilmektedir.

Geliştirilen artımsal analiz yönteminde, sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde monoton olarak değişen yatay yükler için hesap yapılmaktadır. Sabit düşey yüklerden oluşan normal kuvvetler kolaylıkla tahmin edilebileceğinden, bu normal kuvvetlere bağlı olarak hesaplanan ikinci mertebe rijitlik matrisleri yardımıyla, ikinci mertebe etkileri doğrusallaştırılmakta ve artımsal analizin her adımı doğrusal bir sistemin hesabına indirgenmektedir.

Bu çalışmada, düğüm noktalarının doğrusal ve açısal yerdeğiştirmelerinin yanında, plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmelerin (plastik mafsallı dönmelerinin) bilinmeyen olarak alınması öngörülmüştür. Bu şekilde, yapı sistemlerinin göçme yüklerinin ve plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmelere veya bunlardan yararlanarak hesaplanan beton ve donatı çeliği birim boy değişimlerine bağlı olarak tanımlanan deprem performanslarının belirlenmesi için bu büyüklüklerin ayrıca hesabına gerek

kalmamaktadır. Böylece, geliştirilen yöntemin, ülkemizdeki mevcut betonarme yapıların deprem performans ve güvenliklerinin belirlenmesi ve yeterli güvenliğe sahip olmayan yapıların güçlendirilmesi çalışmalarında doğrudan doğruya uygulanması amaçlanmıştır.

Çalışma kapsamında, betonarme çubuk elemanların doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesi ve idealleştirilmesi, geliştirilen yöntemin esasları, formülasyonu ve uygulaması, yöntemin pratik uygulamaları amacıyla hazırlanan bilgisayar programları ve sayısal uygulamalar ilerideki bölümlerde geniş olarak ele alınacaktır.

2. BETONARME ÇUBUKLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞLARININ İDEALLEŞTİRİLMESİ

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerin hesabı için geliştirilen ve her adımı doğrusal bir sistemin hesabına indirgenen yük artımı yönteminin betonarme yapı sistemlerine uygulanabilmesi için, betonarme çubuk elemanların doğrusal olmayan davranışlarının idealleştirilmesi gerekmektedir.

Bu bölümde betonarme betonunun ve beton çeliğinin gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları gözden geçirilecek, çeşitli iç kuvvetler etkisindeki betonarme çubuk elemanların doğrusal olmayan davranışları incelenerek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntıları ile bileşik iç kuvvet durumuna ait akma koşulları ve taşıma gücü sınır durumları tanımlanacak, daha sonra bu bağıntıların nasıl idealleştirilebileceği açıklanacaktır.

2.1. Temel Varsayımlar

Betonarme çubuk elemanların doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesinde betonarmenin şu temel varsayımları ve idealleştirmeler gözönünde tutulacaktır.

- a- Düzlem kesitler şekildeğiştirdikten sonra da düzlem kalmaktadır.
- b- Beton ve donatı çeliği arasında tam aderans vardır.
- c- Çatlamış betonun çekme dayanımı terkedilmektedir.
- d- Beton ve beton çeliğinin gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları Bölüm 2.2 de açıklandığı şekilde idealleştirilmekte ve gerekli olan durumlarda beton çeliğinin pekleşmesi hesaba katılabilmektedir.

2.2. Beton ve Beton Çeliğinin Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlıları

2.2.1. Beton

Betonarme betonu için yaygın olarak kullanılan gerilme-şekildeğiştirme modellerinden bazıları aşağıda özetlenmiştir.

a. Mander Modeli [54]

Bu modelde, sargılı ve sargısız beton için iki ayrı gerilme-şekildeğiştirme (σ - ϵ) bağıntısı önerilmektedir.

Sargılı betonda σ_c basınç gerilmesi, ϵ_c birim kısalmasının fonksiyonu olarak aşağıdaki bağıntı ile verilmektedir.

$$\sigma_c = \frac{f_{cc} \gamma r}{r - 1 + \gamma^r} \quad (0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cc}) \quad (2.1)$$

(2.1) bağıntısındaki sargılı beton dayanımı f_{cc} ile sargısız beton dayanımı f_{co} arasındaki ilişki aşağıda verilmiştir.

$$f_{cc} = \lambda_c f_{co} \quad ; \quad \lambda_c = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \frac{f_e}{f_{co}}} - 2 \frac{f_e}{f_{co}} - 1.254 \quad (2.2)$$

Buradaki f_e etkili sargılama basıncı, dikdörtgen kesitlerde birbirine dik iki doğrultu için aşağıda verilen değerlerin ortalaması olarak alınabilir.

$$f_{ex} = k_e \rho_x f_{yw} \quad ; \quad f_{ey} = k_e \rho_y f_{yw} \quad (2.3)$$

Bu bağıntılarda f_{yw} enine donatının akma dayanımını, ρ_x ve ρ_y enine donatının ilgili doğrultulardaki hacimsel oranlarını, k_e ise aşağıda tanımlanan sargılama etkinlik katsayısını göstermektedir.

$$k_e = \left[1 - \frac{\sum a_i^2}{6 b_o h_o} \right] \left[1 - \frac{s}{2 b_o} \right] \left[1 - \frac{s}{2 h_o} \right] \left[1 - \frac{A_s}{b_o h_o} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Burada a_i kesit çevresindeki boyuna donatı çubuklarının eksenleri arasındaki uzaklık, b_o ve h_o göbek betonunu sargılayan etriyelerin eksenleri arasında kalan enkesit boyutları, s etriye aralığı, A_s ise toplam boyuna donatı alanıdır.

(2.1) denkleminde, γ normalize edilmiş beton birim şekildeğiştirmesini ve r değişkenini tanımlayan bağıntılar aşağıda verilmiştir.

$$\gamma = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad ; \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} [1 + 5(\lambda_c - 1)] \quad ; \quad \varepsilon_{co} \cong 0.002$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad E_c \cong 5000 \sqrt{f_{co}} \quad [MPa] \quad ; \quad E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.5)$$

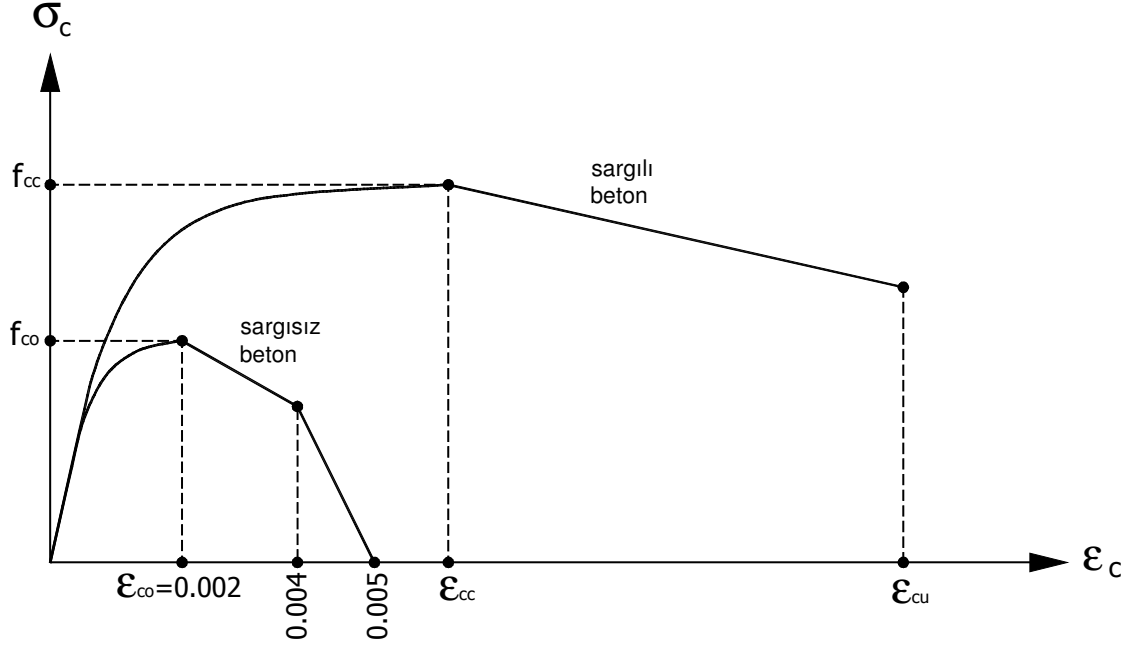
Beton birim kısalmasının $\varepsilon_c > \varepsilon_{cc}$ değerleri için $\sigma_c - \varepsilon_c$ bağıntısı doğrusaldır ve ε_{cu} maksimum birim kısalmasının

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \rho_s f_{yw} \varepsilon_{su}}{f_{cc}} \quad (2.6)$$

değerine kadar devam etmektedir. Bu ifadede ρ_s toplam enine donatının hacimsel oranını (dikdörtgen kesitlerde $\rho_s = \rho_x + \rho_y$), ε_{su} enine donatı çeliğinde maksimum gerilme altındaki birim uzama şekildeğiştirmesini göstermektedir.

Sargılı beton için verilen (2.1) formülü, $\varepsilon_c = 0.004$ değerine kadar olan bölgede sargısız beton için de benzer şekilde geçerlidir. Ancak, sargısız betonda etkin sargılama basıncı $f_e = 0$ ve buna bağlı olarak $\lambda_c = 1$ olacağından $f_{cc} = f_{co}$ ve $\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co}$ alınacaktır. Sargısız betonda $\varepsilon_c = 0.005$ birim kısalması için $f_c = 0$ olarak tanımlanır. $0.004 < \varepsilon_c \leq 0.005$ aralığında da, gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi doğrusaldır.

Sargılı ve sargısız beton modellerine ait şematik $\sigma_c - \varepsilon_c$ diyagramları Şekil 2.1 de görülmektedir.

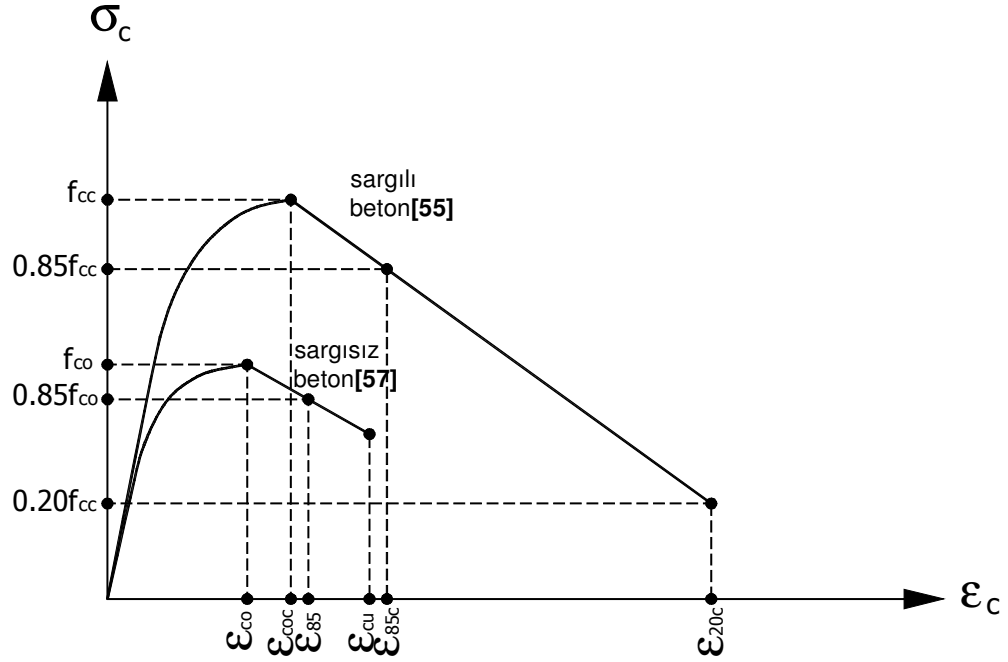


Şekil 2.1: Mander Modeli

b. Saatçioğlu-Razvi modeli [55]

Boyuna donatının konumunun ve sargı donatısı düzeninin dikkate alındığı bu modelde sargılı beton için önerilen gerilme-şekildeğiştirme diyagramı Şekil 2.2 de verilmiştir.

Eğrinin birinci bölümü bir parabolten, artan şekildeğiştirmelere azalan gerilmelerin karşı geldiği ikinci bölümü ise bir doğru parçasından oluşmaktadır.



Şekil 2.2: Saatçioğlu-Razvi ve Hognestad Modelleri İçin Şematik σ_c - ϵ_c Diyagramları

Bu modelde, sargılı beton için gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_c \leq \epsilon_{coc} \quad & \text{için} \quad \sigma_c = f_{cc} \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{coc}} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{coc}} \right)^2 \right]^{\left(\frac{1}{1+2K} \right)} \\
 \epsilon_{coc} < \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \quad & \text{için} \quad \sigma_c = f_{cc} \left[1 - 0.15 \frac{\epsilon_c - \epsilon_{coc}}{\epsilon_{85} - \epsilon_{coc}} \right]
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Bu bağıntılarda, sargısız betonun maksimum beton dayanımına karşı gelen birim kısalma $\epsilon_{co} = 0.002$ olarak alınabilir. Sargılı betonda kullanılan ϵ_{coc} değeri için ise

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{coc} &= \epsilon_{co} [1 + 5K] \\
 K &= \frac{v_1 \sigma_{2e}}{v_3 f_{co}}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

denklemleri önerilmiştir. Bununla beraber, uygulanan çeşitli modellere göre, ϵ_{coc} farklı değerler de alabilmektedir, [56].

(2.8) bağıntısında, f_{co} sargısız betonun basınç dayanımını, v_3 ise, standart silindir deneyinden elde edilen beton dayanımı ile gerçek elemandaki beton dayanımı arasındaki farkı yansıtan bir katsayıyı göstermektedir. Bu katsayının değeri 0.85 ile 1.00 arasında değişmektedir. Normal dayanımlı betonlar için genel olarak $v_3 = 0.85$ alınabilir. v_1 katsayısı, σ_{2e} (MPa) eşdeğer düzgün yayılı yanal basınç gerilmesine bağlı olarak, aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır.

$$v_1 = \frac{6.7}{(\sigma_{2e})^{0.17}} \quad (2.9)$$

ε_{coc} birim kısalmasına karşı gelen f_{cc} dayanımı da

$$f_{cc} = v_3 f_{co} + v_1 \sigma_{2e} \quad (2.10)$$

denklemleri kullanılarak hesaplanır.

c. Hognestad Modeli [57]

Hognestad tarafından önerilen ve sargısız beton için uzun bir süre yaygın olarak kullanılan bu modelde, $\sigma_c - \varepsilon_c$ eğrisinin tepe noktasına kadar olan parçasının ikinci derece parabolü, düşüş parçasının ise, doğrusal olduğu varsayılmıştır. Maksimum gerilmeye karşı gelen birim kısalma, $\varepsilon_{co} = 0.002$ olarak alınabilmektedir. Bu modelin sargısız beton için önerdiği gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları aşağıda verilmiştir, Şekil 2.2.

$$\begin{aligned} \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co} \quad \text{için} \quad \sigma_c &= f_{co} \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_{co} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad \text{için} \quad \sigma_c &= f_{co} \left[1 - 0.15 \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_{85} - \varepsilon_{co}} \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Hognestad modelinde, sargısız betona ait maksimum birim kısalma $\varepsilon_{cu} = 0.0038$ değeri ile sınırlandırılmaktadır. Beton elastisite modülünün ise

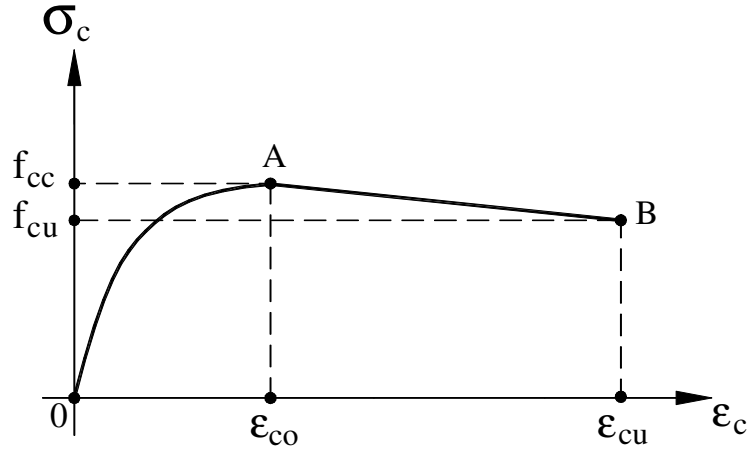
$$E_c = 12680 + 460 f_{co} \quad (MPa) \quad (2.12)$$

formülü ile hesaplanması önerilmektedir.

Bu çalışmanın sayısal uygulamalarında, yukarıda açıklanan beton modellerinden yararlanarak, eğilme etkisindeki bir betonarme çubuğun dış basınç lifindeki betonun gerilme-şekildeğiştirme (σ_c - ϵ_c) bağıntısı için parabol+yamuk modeli kullanılmıştır, Şekil 2.3. Bu modelde, beton basınç gerilmesi ile birim kısalma arasındaki bağıntı

$$\begin{aligned} \text{OA: } \epsilon_c \leq \epsilon_{co} \quad & \text{için} \quad \sigma_c = f_{cc} \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} \right)^2 \right] \\ \text{AB: } \epsilon_{co} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \quad & \text{için} \quad \sigma_c = f_{cc} \left[1 - (f_{cc} - f_{cu}) \frac{\epsilon_c - \epsilon_{co}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{co}} \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

şeklindedir.



Şekil 2.3: Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Basınç Lifindeki Betonun σ_c - ϵ_c Diyagramı

Betonarme betonunun σ_c - ϵ_c bağıntısını tanımlayan büyüklükler aşağıda açıklanmıştır.

f_{cc} : Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen basınç dayanımıdır. Karakteristik basınç dayanımı adını alır.

f_{cu} : Betonda izin verilen maksimum birim kısaltmaya karşı gelen basınç dayanımıdır.

ϵ_{co} : Betonda plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen birim kısaltmayı ifade eder. Kısa süreli yükler altında, betonda plastik şekildeğiştirmelerin

$$\epsilon_{co} = 0.002$$

değerinde başladığı varsayılmaktadır.

ϵ_{cu} : Betonda izin verilen en büyük birim kısalmayı gösterir. Sargısız betonda, kısa süreli yüklerden oluşan birim kısalmanın

$$\epsilon_{cu}=0.003-0.004$$

sınır değerine erişmesi halinde, betonun ezilerek taşıma gücünü yitirdiği kabul edilmektedir.

Sargı donatısı (ettriye) ile sarılmış betonda, aşağıda açıklandığı gibi, ϵ_{cu} sınırı daha büyük değerler alabilir.

Sargılı Betonun Davranışı

Enine donatı ile sarılan bir betonarme çubuğun çekirdek kısmı, artan eksenel basınç kuvvetleri altında, kuvvetin etkiye doğrultusuna dik düzlem içinde genişler. Bunun sonucunda, üzerinde çekme kuvveti oluşan enine donatı çekirdek betonuna yanal basınç kuvveti uygular. Böylece çekirdek betonunun sünekliği ve dayanımı artar, [5,56].

Enine donatı olarak çoğu zaman ettriye kullanılmaktadır. Etriye miktarı ve düzeni değiştirilerek çubuk elemanın süneklik düzeyi yükseltilebilir.

Enine donatı ile sarılmış betonun süneklik ve dayanımını olumlu yönde etkileyen yanal basınç kuvvetini arttıran etkenler şunlardır:

- a- hacimsel ettriye oranının arttırılması,
 - a1- çubuk boyunca ettriye aralığının azaltılması,
 - a2- bir kesitteki ettriye enkesit alanının arttırılması,
- b- etriyelerin kapalı olması,
- c- yüksek dayanımlı ettriye kullanılması,
- d- boyuna donatı miktarının arttırılması ve böylece enine donatı ile birlikte bir ağ oluşturularak çubuk boyunca çekirdek betonunun daha iyi sarılmasının sağlanması.

Betonda izin verilen maksimum birim kısalma, sargısız betonda $\varepsilon_{cu}=0.003-0.004$, normal sargılı betonda $\varepsilon_{cu}=0.006$ iken, sargı donatısının arttırılmasıyla 0.01 veya daha yüksek değerlere çıkabilmektedir.

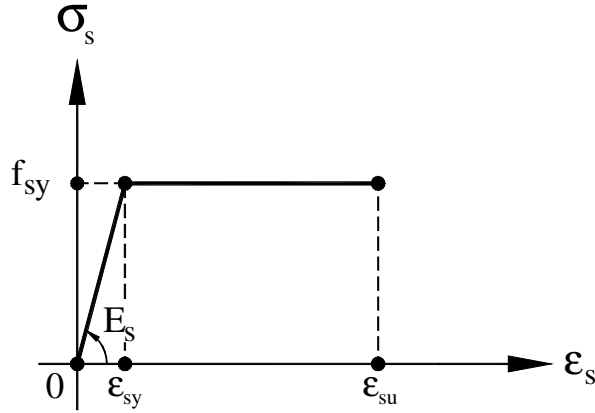
2.2.2. Beton çeliği

Beton çeliğini temsil etmek üzere en çok kullanılan, idealleştirilmiş gerilme-şekildeğiştirme (σ_s - ε_s) bağıntıları aşağıda açıklanmıştır.

a- Şekil 2.4 de gösterilen ideal elastoplastik gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı genel olarak kullanılmakta olan bir modeldir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} & \quad \text{için} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s \\ \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} & \quad \text{için} \quad \sigma_s = f_{sy} \end{aligned} \quad (2.14)$$

şeklinde iki doğru parçasından oluşan bu modelde, beton çeliğinin pekleşmesi gözönüne alınmamaktadır. (2.14) bağıntısında, f_{sy} , E_s ve ε_{sy} sırasıyla beton çeliğinin akma gerilmesini, elastisite modülünü ve akmaya karşı gelen birim boy değişmesini göstermektedir.

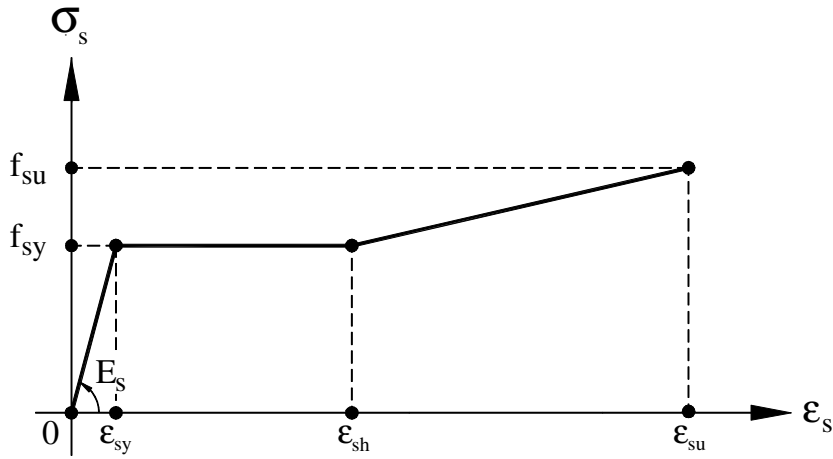


Şekil 2.4: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntısı (Model:a)

b- Beton çeliğinin davranışının daha gerçekçi olarak ifade edilmesi istenildiğinde, pekleşmenin de dikkate alındığı Şekil 2.5 deki modelin kullanılması önerilmektedir. Aşağıda tanımlanan ve üç doğru parçasından oluşan bu modelde, beton çeliğinin pekleşmesi doğrusal bir bağıntı ile temsil edilmektedir.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_s \leq \epsilon_{sy} & \quad \text{için} & \quad \sigma_s = E_s \epsilon_s \\
 \epsilon_{sy} < \epsilon_s \leq \epsilon_{sh} & \quad \text{için} & \quad \sigma_s = f_{sy} \\
 \epsilon_{sh} < \epsilon_s \leq \epsilon_{su} & \quad \text{için} & \quad \sigma_s = f_{sy} + (f_{su} - f_{sy}) \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{sh})}{(\epsilon_{su} - \epsilon_{sh})}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

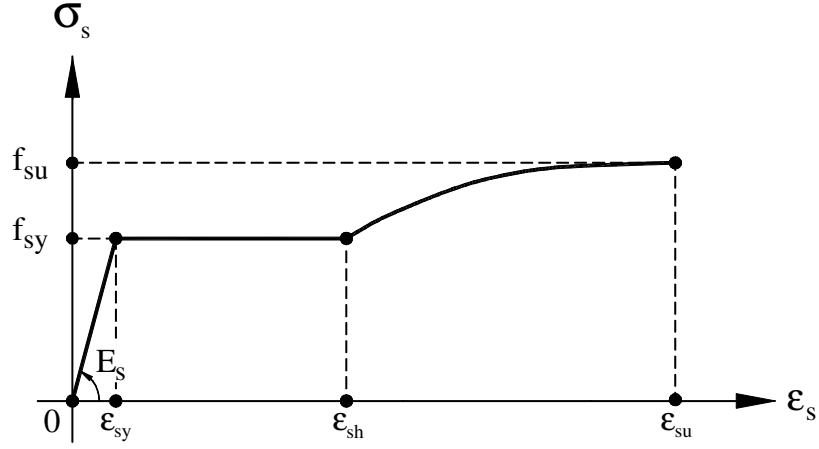
Bu bağıntılarda ϵ_{sh} , f_{su} ve ϵ_{su} , sırasıyla pekleşmenin başladığı birim boy değişmesini, beton çeliğinin kopma dayanımını ve bu dayanıma karşı gelen birim uzamayı göstermektedir.



Şekil 2.5: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntısı (Model:b)

c- İki doğru parçası ve bir ikinci derece parabolünden meydana gelecek şekilde idealleştirilen diğer bir beton çeliği modelinde ise, gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır, Şekil 2.6.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} & \quad \text{için} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s \\
\varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} & \quad \text{için} \quad \sigma_s = f_{sy} \\
\varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} & \quad \text{için} \quad \sigma_s = f_{su} - (f_{su} - f_{sy}) \frac{(\varepsilon_{su} - \varepsilon_s)^2}{(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh})^2}
\end{aligned} \tag{2.16}$$



Şekil 2.6: Beton Çeliğinde Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntısı (Model:c)

Betonarme yapı sistemlerinde genel olarak kullanılmakta olan beton çelikleri için, idealleştirilmiş $\sigma_s - \varepsilon_s$ bağıntılarını tanımlayan büyüklüklerin sayısal değerleri aşağıda verilmiştir.

Beton çeliği **S420** :

$$f_{sy} = 420 \text{ MPa} \quad , \quad \varepsilon_{sy} = 0.0021 \quad , \quad \varepsilon_{sh} = 0.008$$

$$f_{su} = 550 \text{ MPa} \quad , \quad \varepsilon_{su} = 0.10$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

Beton çeliği S220 :

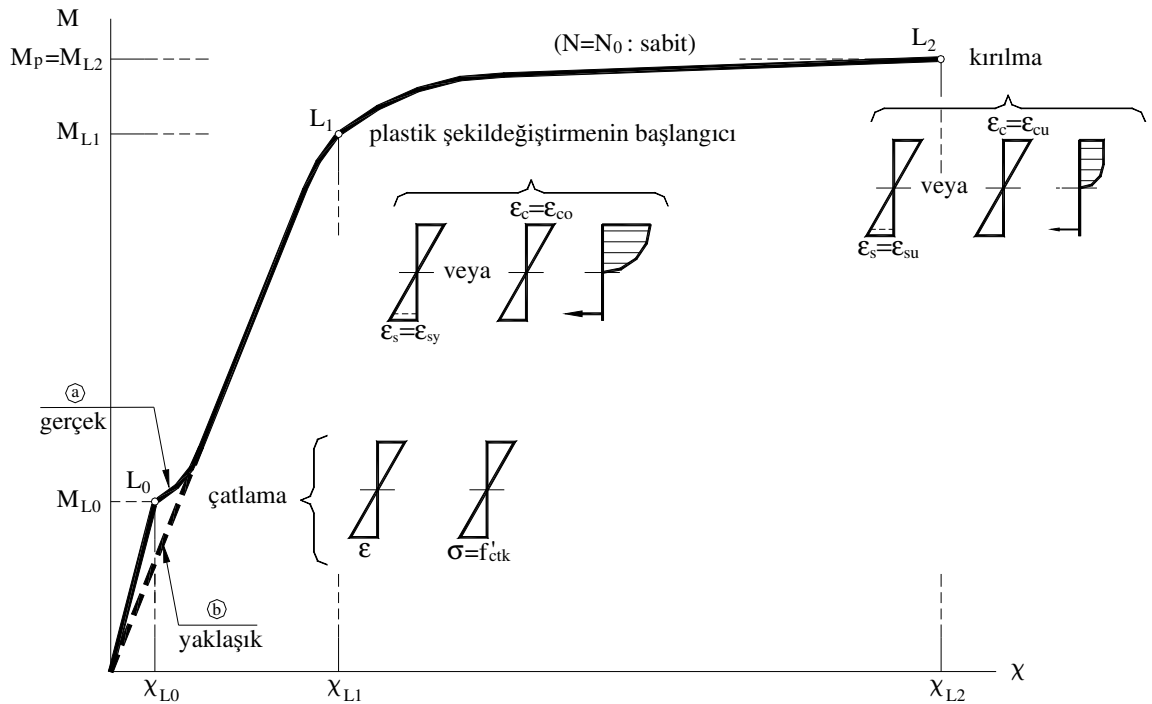
$$f_{sy}=220 \text{ MPa} , \varepsilon_{sy}=0.0011 , \varepsilon_{sh}=0.011$$

$$f_{su}=275 \text{ MPa} , \varepsilon_{su}=0.16$$

$$E_s=2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

2.3. Eğilme Momenti – Eğrilik ($M - \chi$) Bağıntısı

Sabit normal kuvvet ($N = N_o$) altında, artan eğilme momenti ile zorlanan betonarme bir kesitte M eğilme momenti ile χ birim dönmesi (eğriliği) arasındaki bağıntı üç bölgeden oluşmaktadır, Şekil 2.7. Bu bölgeleri sınırlayan L_o, L_1 ve L_2 noktalarına karşı gelen durumlar aşağıda açıklanmıştır.



Şekil 2.7: Betonarme Kesitlerde $M - \chi$ Diyagramı

L_o : Beton kesitin dış çekme lifinde çatlakların başladığı durumdur. Dış çekme lifindeki normal gerilme eğilmedeki betonun çekme dayanımına eşit olunca betonda çatlaklar meydana geldiği kabul edilmektedir. Eğilmedeki betonun çekme dayanımı ise

$$f'_{ctk} = 0.70\sqrt{f_{ck}} \quad (MPa) \quad (2.17)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

L_o çatlama noktasına karşı gelen M_{L0} eğilme momentinin hesabında beton kesitin homojen olduğu varsayılmakta ve betonun σ - ϵ bağıntısı doğrusal-elastik olarak alınmaktadır.

L_1 : Betonun dış basınç lifinde veya çekme donatısında plastik şekildeğişikliklerin başlamasına karşı gelen durumdur. Plastik şekildeğişikliklerin betonda ϵ_{co} birim kısılmasında, çelikte ise ϵ_{sy} akma sınırında başladığı gözönünde tutulmaktadır. M_{L1} eğilme momentinin hesabında betonun çekme dayanımı hesaba katılmaz.

L_2 : Eğilme momenti artarak kesitin taşıma kapasitesi adı verilen $M_p = M_{L2}$ değerine eşit olunca basınç bölgesindeki beton ezilerek kırılır veya çekme donatısı kopar. Basınç bölgesindeki betonun ezilerek kırılması birim kısılmanın ϵ_{cu} sınır değerine erişmesi suretiyle meydana gelir. Sargısız betonda kısa süreli yükler için $\epsilon_{cu} = 0.003 - 0.004$ olan bu sınır değer, sargı donatısına bağlı olarak artmaktadır.

Betonarme kesitlerin boyutlandırılmasında, çekme donatısının kopması yerine, genellikle çelikteki birim uzamanın ϵ_{su} değeri ile sınırlandırılması esas alınır.

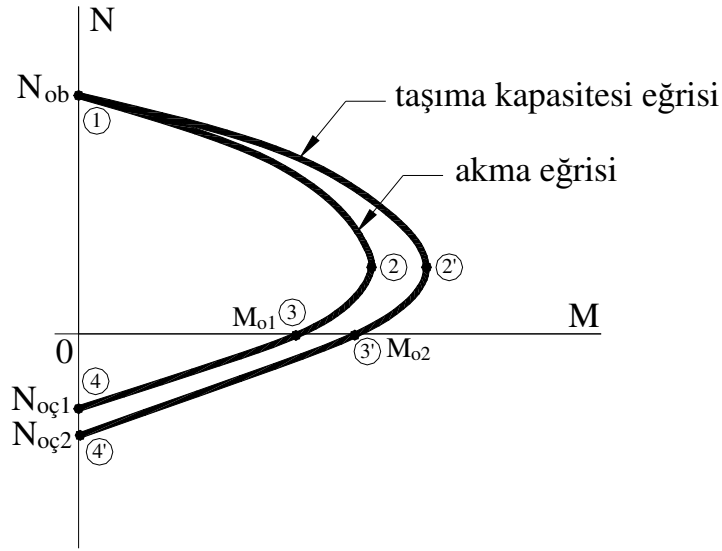
Betonun çekme dayanımının terkedildiği durumlarda, $M - \chi$ bağıntısının çatlamadan önceki bölümü yaklaşık olarak (b) eğrisi ile temsil edilmektedir.

Betonarme kesitlerin taşıma kapasitesine göre boyutlandırılmasında, betonarme betonu ve beton çeliğinin karakteristik dayanımları malzeme güvenlik katsayılarına bölünerek küçültülür. Buna karşılık, betonarme sistemlerin dış yükler altındaki davranışlarının incelenmesinde malzeme güvenlik katsayılarının kullanılmasına gerek olmamaktadır.

2.4. Karşılıklı Etki Diyagramları

2.4.1. Bileşik eğilme hali

Bileşik eğilme etkisindeki, diğer bir deyişle, eğilme momenti ve normal kuvvet ile zorlanan betonarme bir kesitte doğrusal-elastik davranışın sona erdiği ve kesitin taşıma kapasitesine ulaşıldığı durumları ifade eden karşılıklı etki diyagramları Şekil 2.8 de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.8: Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramları

Eğilme momenti-normal kuvvet etkileşimini gösteren bu diyagramlarda, kesitin doğrusal-elastik davranışının sona erdiği (1-2-3-4) eğrisi, kesitin $M - \chi$ diyagramının idealleştirilmesinde yapılan varsayıma bağlı olarak, betonda ε_{co} veya ε_{cu} , beton çeliğinde ε_{sy} veya ε_{sh} değerlerine ulaşıldığı iç kuvvet durumuna, kesitin taşıma kapasitesini tanımlayan (1-2'-3'-4') eğrisi ise betonda ε_{cu} veya beton çeliğinde ε_{su} değerlerine ulaşıldığı iç kuvvet durumuna karşı gelmektedir.

İleride açıklanacağı gibi, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı varsayılan betonarme sistemlerde, iç kuvvet durumunun (1-2-3-4) eğrisi üzerinde bulunması bir plastik kesitin oluştuğunu ve bu kesitte sonlu

plastik şekildeştirmelerin meydana geldiğini, diğer bir deyişle, kesitin aktığını ifade etmektedir. Bu nedenle, söz konusu eğriye *akma eğrisi* denilmektedir. Kesitin taşıma kapasitesinin sona erdiği $(1-2'-3'-4')$ eğrisi ise *taşıma kapasitesi eğrisi* olarak isimlendirilir.

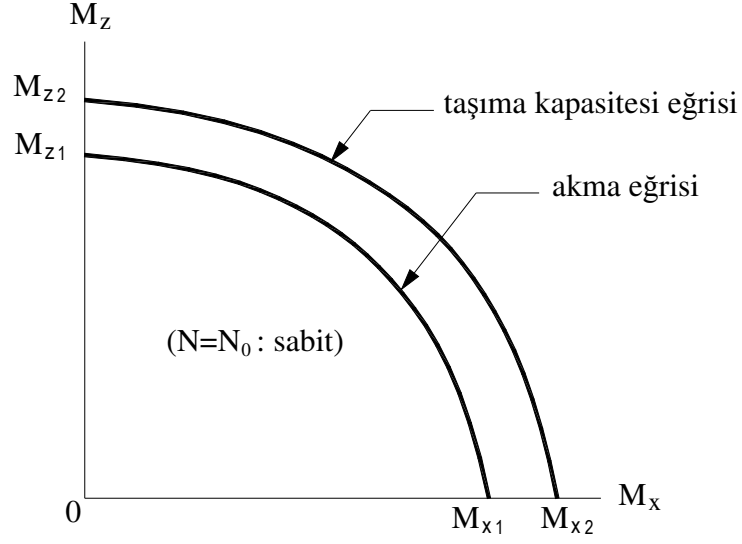
Akma ve taşıma kapasitesi eğrileri, N normal kuvvetinin çeşitli değerleri için hesaplanan eğilme momenti sınır değerlerinden yararlanarak elde edilebilir.

Akma ve taşıma kapasitesi eğrileri dört karakteristik nokta yardımı ile tanımlanmaktadırlar. Söz konusu eğrilerin idealleştirilmesinde yararlanılabilecek olan bu noktalar eksenel basınç, basit eğilme ve eksenel çekme hallerine karşı gelen (1), (3) ve (3'), (4) ve (4') noktaları ile her iki eğride de en büyük eğilme momentlerine karşı gelen (2) ve (2') noktalarıdır.

Bilindiği gibi, lineer olmayan şekildeştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı varsayımı (*plastik kesit hipotezi*) yapılan ve pekleşme etkisi terkedilen betonarme kesitlerde akma ve taşıma kapasitesi eğrileri çakışmaktadır.

2.4.2. Bileşik eğik eğilme hali

N normal kuvveti ve iki eksenli M_x, M_z eğilme momentleri etkisindeki bir betonarme kesitte doğrusal-elastik davranışın sona erdiği ve kesitin taşıma kapasitesine ulaşıldığı durumları ifade eden akma ve taşıma kapasitesi yüzeylerinin $N = N_o$ düzlemi ile arakesitleri olan karşılıklı etki diyagramları şekil 2.9 da şematik olarak gösterilmişlerdir.



Şekil 2.9: $N = N_o$ İçin $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları

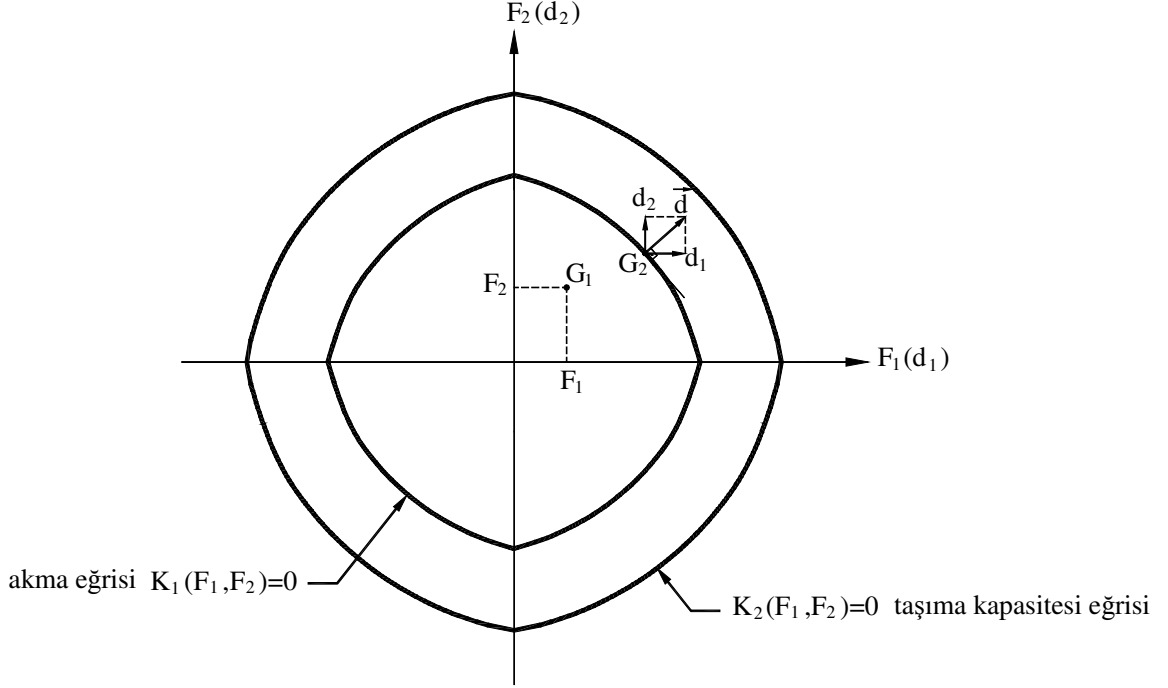
Sabit normal kuvvet altında, akma ve taşıma kapasitesi sınır durumları için $M_x - M_z$ eğilme momentleri arasındaki etkileşimi gösteren bu diyagramlar, sözkonusu sınır durumlara karşı gelen eğilme momentleri hesaplanarak çizilirler.

Önceki bölümde belirtildiği gibi, plastik kesit hipotezi yapılan ve pekleşme etkisi terkedilen betonarme kesitlerde, bileşik eğik eğilme durumuna ait akma ve taşıma kapasitesi yüzeyleri çakışmaktadır.

2.5. Akma Olayından Sonraki Şekildeğiştirmeler

Çeşitli iç kuvvetler etkisindeki bir kesitte, iç kuvvet ve şekildeğiştirme durumlarının geometrik gösterimi için iç kuvvetler (şekildeğiştirmeler) koordinat sisteminden yararlanılır. Örneğin, F_1, F_2 iç kuvvetleri etkisindeki bir kesite ait akma ve taşıma kapasitesi eğrileri ile akma sırasında oluşan d_1, d_2 plastik şekildeğiştirmelerini içeren *akma vektörü* Şekil 2.10 da şematik olarak gösterilmiştir. $F_1(d_1)-F_2(d_2)$ dik koordinat sisteminde, verilen bir iç kuvvet durumu koordinatları F_1 ve F_2 olan bir G noktası ile temsil edilebilir. İç kuvvet durumunun $K_1(F_1, F_2)=0$ akma koşulunun belirlediği akma eğrisinin içinde bulunması (G_1 noktası), kesitin doğrusal-elastik davrandığını ve plastik şekildeğiştirmelerin oluşmadığını ifade eder.

İç kuvvet durumunun akma eğrisi üzerinde bulunması halinde ise (G_2 noktası) kesitin doğrusal-elastik davranışı sona erer ve iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelebilir.



Şekil 2.10: Betonarme Kesite Ait İç Kuvvet Durumları

Kesitteki plastik şekildeğiştirmeler $\vec{d}(d_1, d_2)$ plastik şekildeğiştirme (akma) vektörü ile tanımlanır. Artan dış etkiler altında G noktası akma ve taşıma kapasitesi eğrileri arasında hareket edebilir. Ancak bu nokta taşıma kapasitesi eğrisinin dışına çıkamaz.

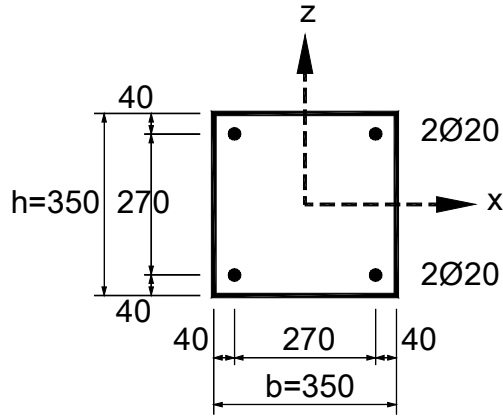
İdeal elasto-plastik malzemeden yapılan kesitlerde akma vektörü akma eğrisine diktir, [21]. Diğer taraftan, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, akma vektörünün bazı koşullar altında ve yaklaşık olarak akma eğrisine dik olduğu kanıtlanmıştır, [58].

Betonarme kesitlerin akmadan sonraki taşıma kapasitesinin gözönüne alındığı bu çalışmada, akma eğrisi ve taşıma kapasitesi eğrisi arasındaki iç kuvvet durumları için

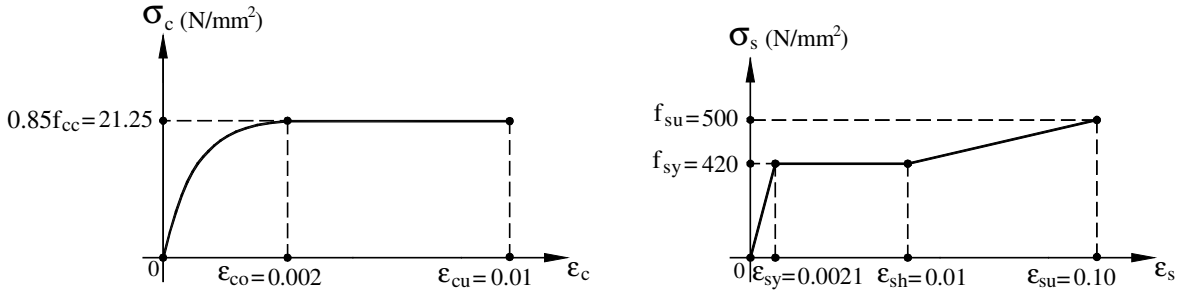
diklik koşulunun yaklaşık olarak geçerli olduğu varsayılmaktadır. Örnek 1 de bu varsayım sayısal olarak irdelenmiştir.

2.6. Sayısal Örnek 1

Enkesit geometrisi ve boyuna donatısı Şekil 2.11 de verilen bir betonarme kesitin, bileşik eğilmede çeşitli normal kuvvet düzeyleri için ve bileşik eğik eğilmede çeşitli M_z eğilme momenti değerleri için eğilme momenti-eğrilik ($M_x - \chi_x$) diyagramları elde edilecek, tek eksenli bileşik eğilme ve bileşik eğik eğilme durumları için akma ve taşıma kapasitesi eğrileri çizilerek plastik şekildeğiştirme (akma) vektörlerinin doğrultuları gösterilecektir. Bu diyagramların çiziminde esas alınan C25 betonuna ve S420 beton çeliğine ait gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları Şekil 2.12 de verilmiştir.



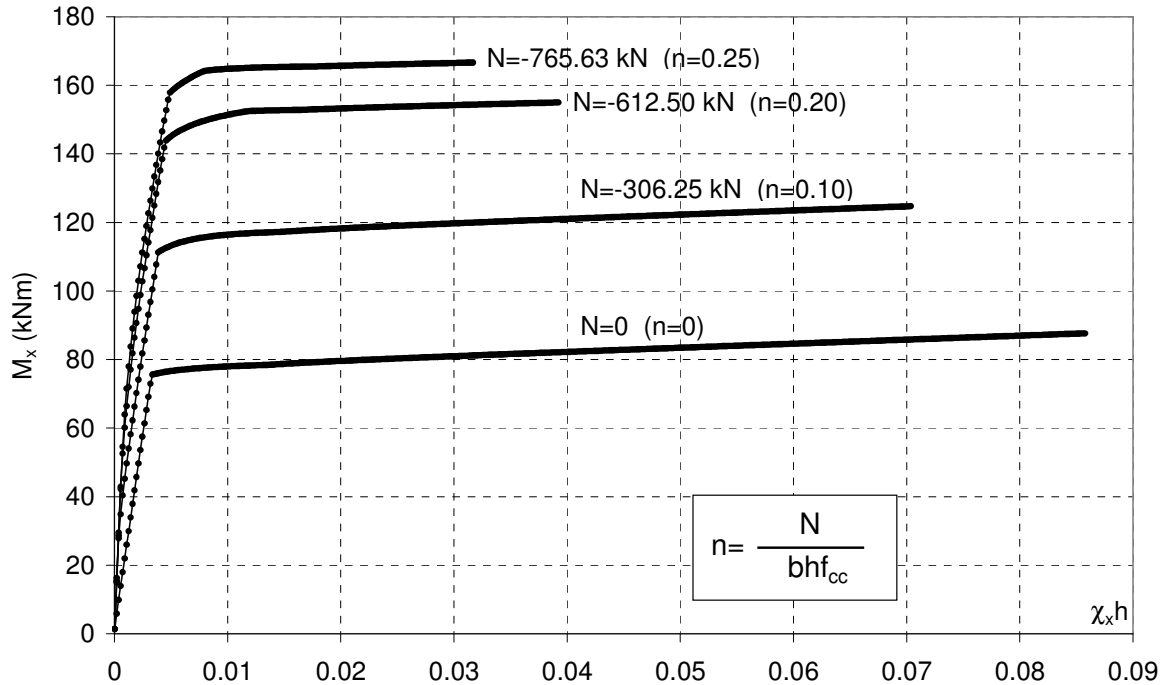
Şekil 2.11: Betonarme Kesite Ait Geometrik Özellikler ve Donatı Miktarı



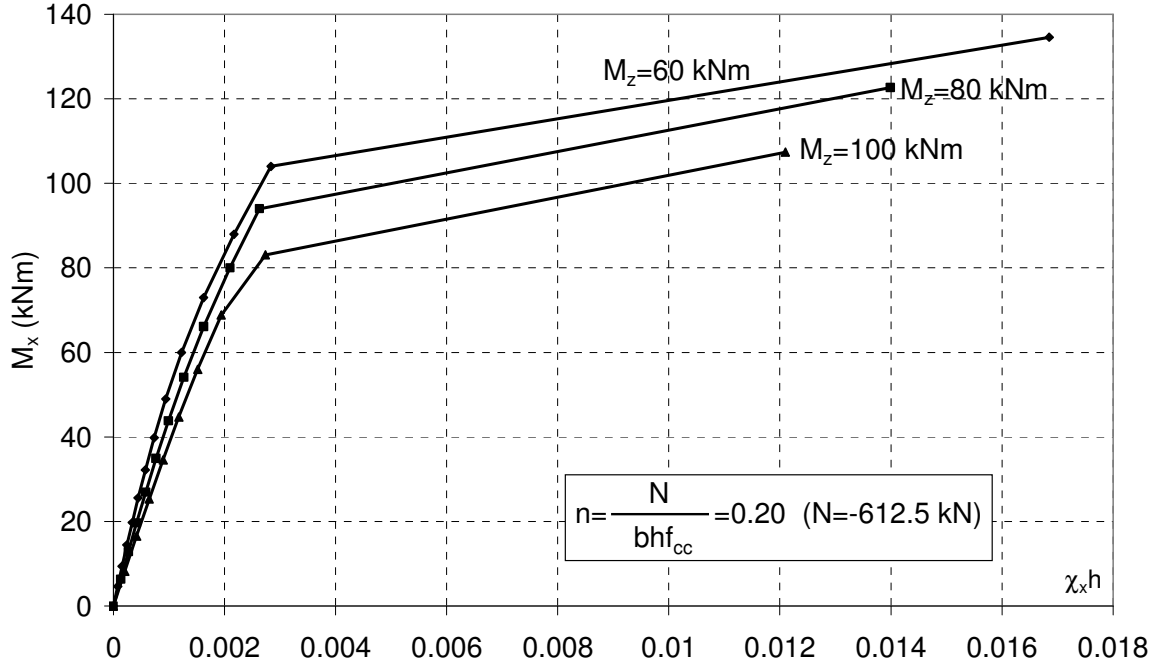
Şekil 2.12: Beton ve Beton Çeliğine Ait Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları

Seçilen betonarme kesitte çeşitli normal kuvvet düzeyleri için elde edilen eğilme momenti-boyutsuz eğrilik $(M_x - \chi_x h)$ diyagramları Şekil 2.13 te, M_z eğilme momentinin çeşitli değerlerine karşı gelen eğilme momenti-boyutsuz eğrilik $(M_x - \chi_x h)$ diyagramları Şekil 2.14 te, bileşik eğilme ve eğik eğilme hallerine ait $(M_x - N)$ ve $(M_x - M_z)$ karşılıklı etki diyagramları ise sırasıyla Şekil 2.15 ve Şekil 2.16 da verilmiştir. Karşılıklı etki diyagramlarında, akma eğrileri betonda $\epsilon_{co} = 0.002$ veya beton çeliğinde $\epsilon_{sy} = 0.0021$ sınır değerlerine, taşıma kapasitesi eğrileri ise betonda $\epsilon_{cu} = 0.01$ veya beton çeliğinde $\epsilon_{su} = 0.10$ sınır değerlerine karşı gelmektedir. Diyagramların iziminde, betonarme kesitlerde iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının ve taşıma kapasitelerinin hesabı için, bu çalışma kapsamında hazırlanan MKAPA bilgisayar programından yararlanılmıştır.

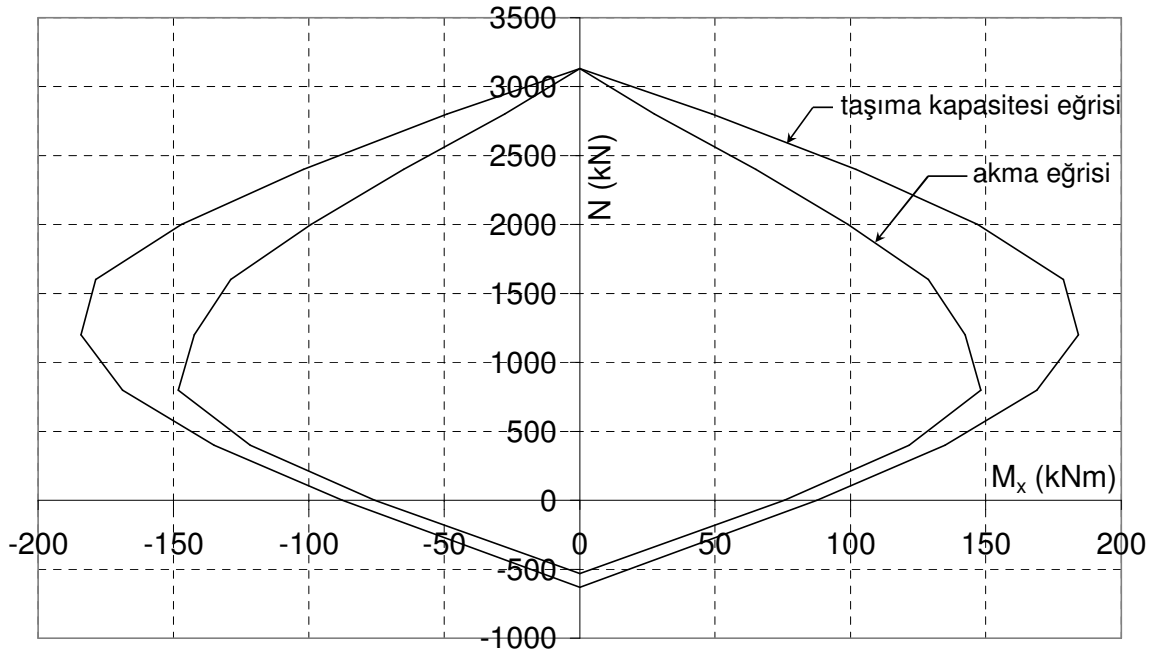
Çizilen karşılıklı etki diyagramlarında, akma eğrisi ve taşıma kapasitesi eğrisi arasındaki i kuvvet durumları için şekildeğiştirme vektörünün diklik koşulunun varlığını sayısal olarak irdelemek amacıyla, akma ve taşıma kapasitesi eğrileri üzerindeki şekildeğiştirme vektörlerinin doğrultuları belirlenerek Şekil 2.17 ve Şekil 2.18 üzerinde gösterilmiştir. şekillerden izlenebildiği gibi, her iki eğri üzerinde ve dolayısıyla bu iki eğri arasındaki i kuvvet durumlarında diklik koşulu büyük ölçüde sağlanmaktadır.



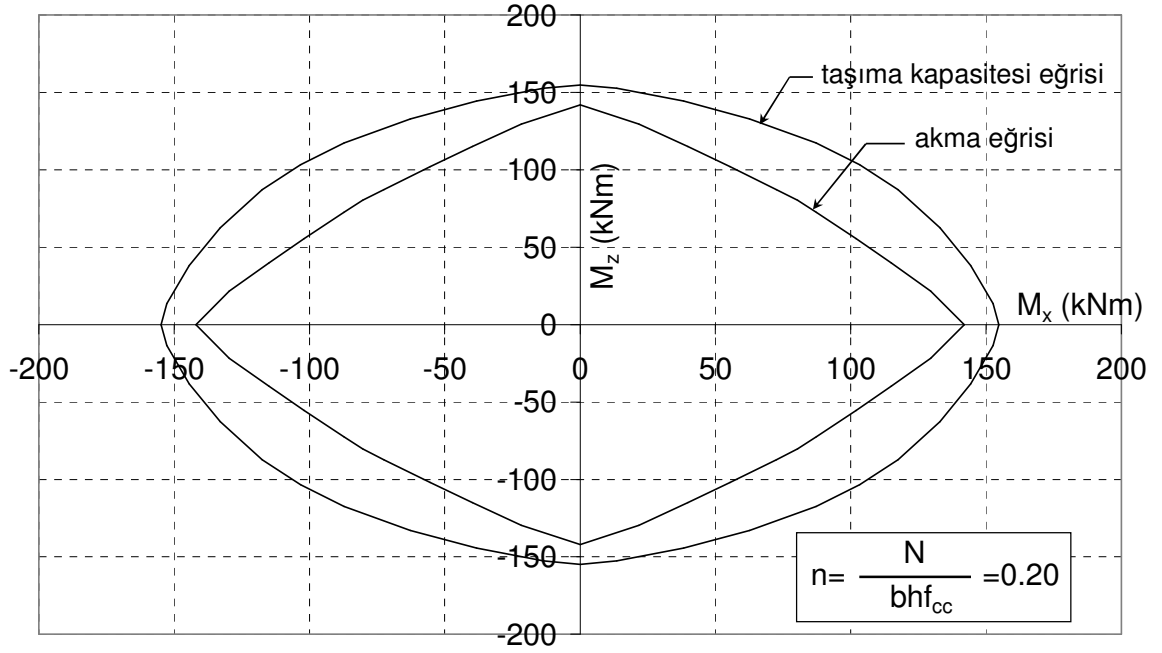
Şekil 2.13: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri için $(M_x - \chi_x h)$ Diyagramları



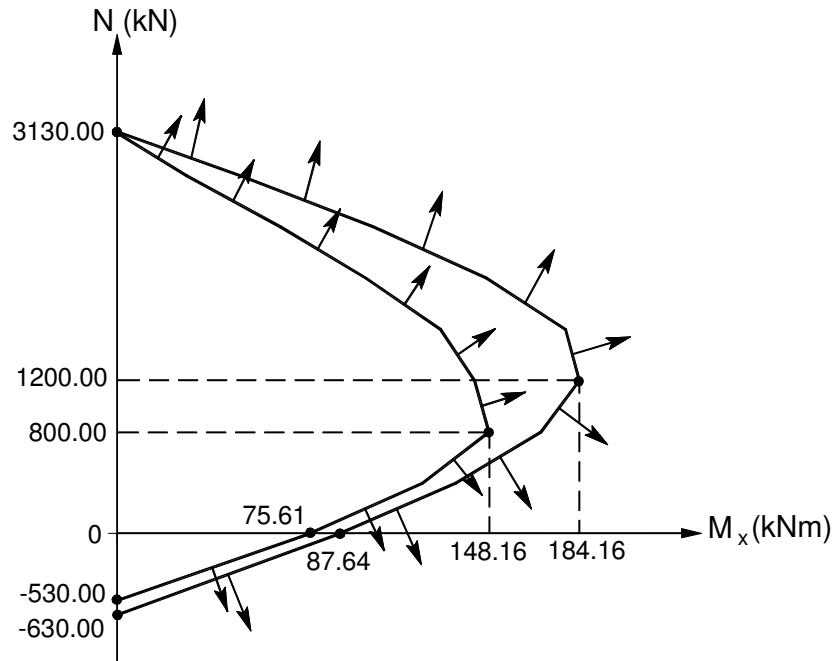
Şekil 2.14: M_z Eğilme Momentinin Çeşitli Değerleri İçin $(M_x - \chi_x h)$ Diyagramları



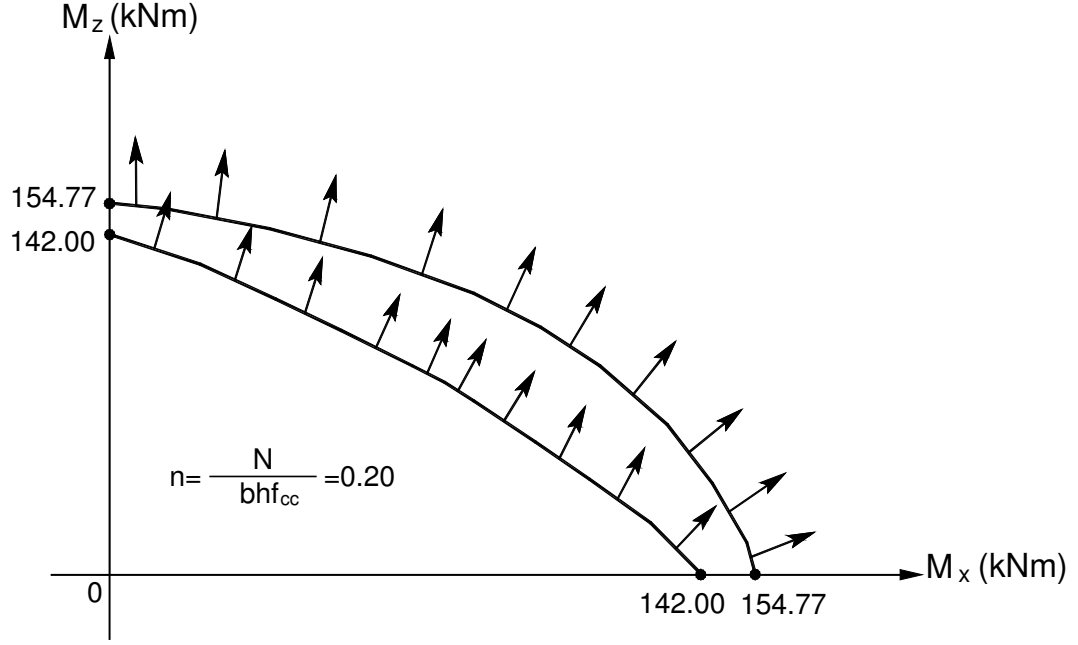
Şekil 2.15: Betonarme Kesite Ait $(M_x - N)$ Karşılıklı Etki Diyagramları



Şekil 2.16: Betonarme Kesite Ait ($M_x - M_z$) Karşılıklı Etki Diyagramları



Şekil 2.17: $M_x - N$ Karşılıklı Etki Diyagramları ve Şekildeğiştirme Vektörleri



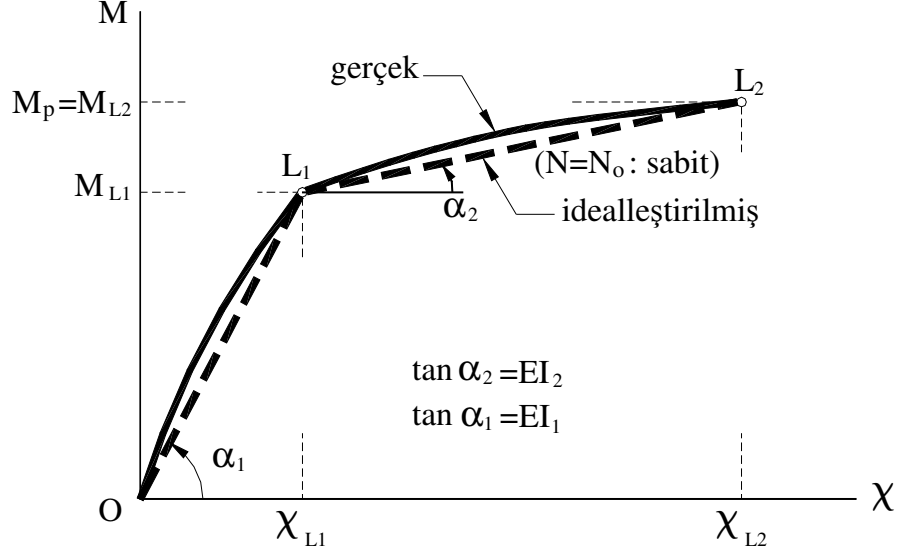
Şekil 2.18: $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları ve Şekildeğiştirme Vektörleri

2.7. Betonarme Kesitlerin Davranışının İdealleştirilmesi

2.7.1. Eğilme momenti - eğrilik ($M - \chi$) bağıntısının idealleştirilmesi

Betonarme kesitlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntısının idealleştirilmesi için önerilen iki model aşağıda açıklanmıştır.

Şekil 2.19 da gösterilen birinci tür idealleştirmede, $M - \chi$ bağıntısının $O - L_1 - L_2$ noktalarını birleştiren iki doğru parçasından oluştuğu varsayımı yapılmaktadır. Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı gözönüne alındığı hesap yöntemlerinde bu idealleştirmeden yararlanılabilmektedir.



Şekil 2.19: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:1)

Şekilden görüldüğü gibi, idealleştirilmiş $M - \chi$ bağıntısı

$$OL_1: \quad 0 \leq \chi \leq \chi_{L1} \quad \text{için} \quad M = EI_1 \chi$$

$$L_1L_2: \quad \chi_{L1} < \chi \leq \chi_{L2} \quad \text{için} \quad M = M_{L1} + EI_2 (\chi - \chi_{L1}) \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada M_{L1} ve χ_{L1} , kesitte plastik şekildeğiştirmelerin başladığı duruma (kesitin akmasına) karşı gelen eğilme momenti ve eğriliği, $M_p = M_{L2}$ ve χ_{L2} ise, sırasıyla kesitin $N = N_o$ eksenel kuvveti altındaki eğilme momenti taşıma kapasitesini ve bu sınır duruma ait eğriliği göstermektedir.

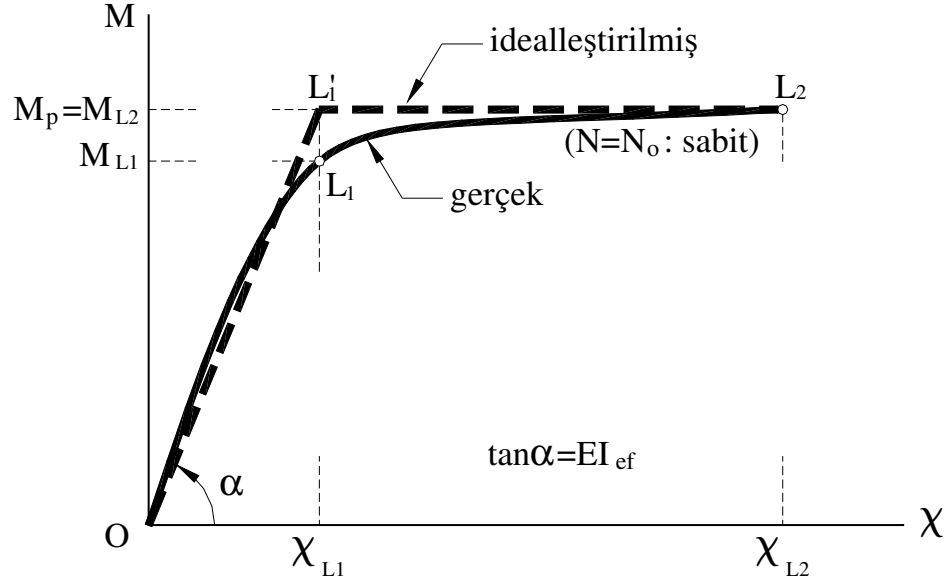
Bu çalışmada, Şekil 2.19 üzerinde gösterilen idealleştirme uyarınca, eğilme rijitliği

$$EI_1 = \frac{M_{L1}}{\chi_{L1}} \quad (2.19)$$

şeklinde belirlenmektedir. Görüldüğü gibi, (2.19) bağıntısı ile hesaplanan eğilme rijitliği brüt beton kesitin eğilme rijitliğinden farklıdır ve yeterli bir yaklaşımla, betonarme kesitin gerçek davranışını temsil etmektedir.

İkinci tür idealleştirmede, O başlangıç noktası ile, koordinatları χ_{L1} , M_{L2} olan L_1' noktasını ve kesitin taşıma kapasitesinin sona erdiği L_2 noktasını birleştiren iki doğru parçası yaklaşık $M - \chi$ bağıntısını oluşturmaktadır, Şekil 2.20. Bu idealleştirme,

doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit (plastik mafsal) adı verilen belirli noktalarda toplandığı (yığıldığı) varsayımına dayanan ve pekleşme etkisi terkedilen geleneksel hesap yöntemlerinde esas alınmaktadır.



Şekil 2.20: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:2)

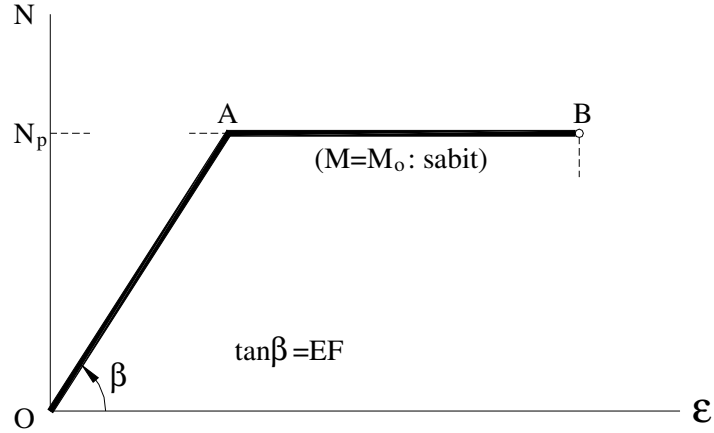
Yukarıda açıklanan idealleştirmelere ek olarak, $M - \chi$ bağıntıları farklı şekillerde de idealleştirilebilir. Örneğin, χ_{L1} akma eğriliğine karşı gelen eğilme momenti için, M_{L1} ve M_{L2} eğilme momentleri arasındaki herhangi bir değer seçilebilir. Bu durumda elde edilen $M - \chi$ bağıntısı, yukarıda açıklanan iki tür idealleştirmenin arasında yer almakta ve böylece gerçek ve idealleştirilmiş diyagramların birbirine daha yakın olması sağlanabilmektedir.

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, yukarıda açıklanan idealleştirmelerden herhangi biri her iki doğrultudaki $M - \chi$ bağıntıları için ayrı ayrı uygulanabilir. Bu idealleştirmelerde, her iki doğrultudaki M_{L2} taşıma kapasitelerinin betondaki en büyük birim kısalmaya veya donatıdaki en büyük birim uzamaya karşı gelecek şekilde, kesitin taşıma kapasitesi yüzeyleri yardımıyla belirlenmesi gerekmektedir.

Yukarıda tanımlanan idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik bağıntılarının OL_1 (veya OL'_1) bölümünde şekildeğiştirmeler doğrusal-elastiktir. Buna karşılık, iç kuvvet durumunun L_1L_2 (veya L'_1L_2) doğru parçası üzerinde bulunduğu kesitlerde doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler meydana gelir. Yeter derecede süneklik özelliği gösteren yapı sistemlerine uygulanabilen bu idealleştirmelere göre, akmadan sonra meydana gelen doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin *plastik kesit* adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde ise sistemin doğrusal-elastik davrandığı varsayılabilir.

2.7.2. Normal kuvvet - birim boy değişmesi ($N - \epsilon$) bağıntısının idealleştirilmesi

Eğilme momenti-eğrilik bağıntısına benzer olarak, normal kuvvet-birim boy değişmesi diyagramı da iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebilir, Şekil 2.21.



Şekil 2.21: Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $N - \epsilon$ Diyagramı

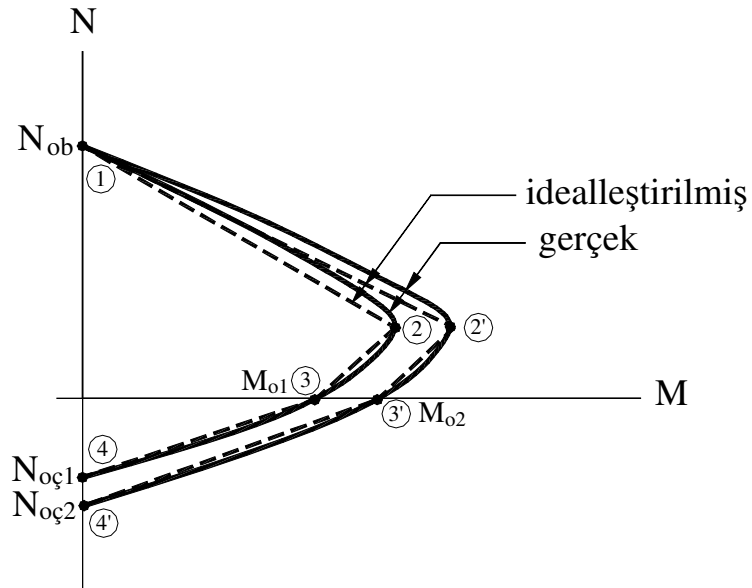
Bu diyagramda N_p , sabit $M = M_o$ sabit eğilme momenti altında betonarme kesitin normal kuvvet taşıma gücünü, EF ise eksenel rijitliği göstermektedir. Uygulamada çok kere karşılaşıldığı gibi normal kuvvetin basınç olması halinde, EF rijitliği olarak brüt beton kesitin uzama rijitliği alınabilir. Normal kuvvetin çekme olması veya büyük dışmerkezlik durumlarında ise, çatlamış kesit rijitliği kullanılmalıdır.

2.7.3. Karşılıklı etki diyagramlarının idealleştirilmesi

2.7.3.1. Bileşik eğilme hali

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki bir betonarme kesitte, kesitin akmasını ve taşıma kapasitesinin sona ermesini ifade eden karşılıklı etki diyagramlarının nasıl idealleştirilebileceği Şekil 2.22 üzerinde açıklanmıştır.

Şekilden görüldüğü gibi, pozitif eğilme momenti bölgesindeki akma ve taşıma kapasitesi eğrileri, sırasıyla 1-2-3-4 ve 1-2'-3'-4' noktalarını birleştiren üç doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebilirler.



Şekil 2.22: Bileşik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde M-N Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi

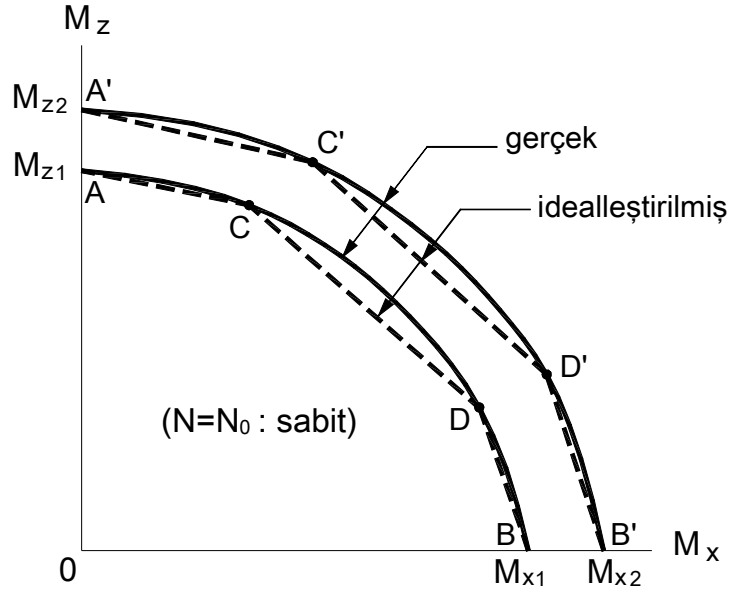
Yukarıda verilen diyagramda, M_{o1} ve M_{o2} kesitin basit eğilme halindeki akma momentini ve moment taşıma kapasitesini, N_{ob} eksenel basınç halindeki normal kuvvet taşıma kapasitesini, $N_{öç1}$ ve $N_{öç2}$ ise eksenel çekme etkisindeki kesitin akmasına karşı gelen normal kuvveti ve normal kuvvet taşıma kapasitesini göstermektedir.

Simetrik donatılı simetrik betonarme kesitlerde, gerçek ve idealleştirilmiş karşılıklı etki diyagramları N eksenine göre simetriktir.

Gerçek ve idealleştirilmiş taşıma kapasitesi eğrileri karşılaştırıldığında, yukarıda açıklanan idealleştirmenin güvenli yönde olduğu, diğer bir deyişle gerçek taşıma kapasitesi için bir alt sınır oluşturduğu görülmektedir. Buna karşılık akma eğrisi, eğilme momenti-eğrilik bağıntısının idealleştirilmesinde uygulanan yaklaşıma paralel olarak, aynı akma momentini verecek şekilde idealleştirilebilir.

2.7.3.2. Bileşik eğik eğilme hali

Sabit N_0 normal kuvveti ve M_x, M_z eğilme momentleri etkisindeki bir betonarme kesitte, gerçek ve idealleştirilmiş $M_x - M_z$ karşılıklı etki diyagramları Şekil 2.23 de verilmiştir.



Şekil 2.23: Bileşik Eğik Eğilme Etkisindeki Betonarme Kesitlerde $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi

Şekilden görüldüğü gibi, önerilen idealleştirilmiş akma ve taşıma kapasitesi eğrilerinin her biri üç doğru parçasından oluşmaktadır. İdealleştirilmiş diyagramları tanımlayan C , D ve C' , D' noktalarının belirlenmesinde, önerilen idealleştirmenin güvenli yönde kalması ve gerçek davranışı yeter yaklaşıklıkla temsil etmesi amaçlanmaktadır.

N normal kuvveti ile $M_x - M_z$ eğilme momentlerinin karşılıklı etkilerinin birlikte gözönüne alındığı genel halde, akma ve taşıma kapasitesi bağıntıları kapalı yüzeylerden oluşmakta ve sistem hesabının doğrusallaştırılabilmesi için, bu yüzeylerin düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmesi gerekmektedir, [5].

2.8. Plastik Bölge Uzunluğunun Belirlenmesi

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı varsayımına dayanan hesap yöntemlerinde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin yığıldığı l_p plastik bölge uzunluğunun (plastik mafsal boyunun) belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla yürütülen kuramsal ve deneysel çalışmalar sonunda, plastik bölge uzunluğu için çeşitli yaklaşık bağıntılar önerilmiştir. Önerilen bu bağıntılar aşağıda özetlenmiştir.

Baker [59] tarafından önerilen bağıntıya göre, betonarme elemanlarda l_p plastik bölge uzunluğu

$$l_p = 0.8 k_1 k_3 \left(\frac{z}{d} \right) c \quad (2.20)$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

d : enkesit faydalı yüksekliğini (m),

c : betondaki en büyük birim kısalmaya karşı gelen durum için, beton basınç bölgesi derinliğini (m),

z : plastik kesitin bulunduğu bölgede, moment sıfır noktası ile plastik kesit arasındaki uzaklığı (m),

k_1 : beton çeliğinin özelliklerine bağlı olarak, yumuşak çelikte $k_1 = 0.7$, soğukta işlenmiş çelikte $k_1 = 0.9$ değerini alan bir katsayıyı,

k_3 : betonarme betonunun karakteristik basınç dayanımına bağlı olarak, $0.85f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ için $k_3 = 0.6$, $0.85f_{ck} = 11.7 \text{ N/mm}^2$ için $k_3 = 0.9$ arasında değişen bir katsayıyı göstermektedir.

Mattock [60], l_p boyunun hesabı için

$$l_p = 0.5d + 0.05z \quad (2.21)$$

yaklaşık formülünü önermiştir.

Panagiotakos ve Fardis'e göre [61], plastik bölge uzunluğu çevrimsel yükleme için

$$l'_p = 0.12z + 0.014a_{sl}d_b f_{yk} \quad (2.22)$$

formülü ile, monotonik yükleme için ise

$$l_p = 1.5l'_p = 0.18z + 0.021a_{sl}d_b f_{yk} \quad (2.23)$$

bağıntısı ile hesaplanabilmektedir. Burada,

a_{sl} : plastik kesit bölgesindeki boyuna donatının aderansına bağlı olarak değişen (donatının betondan sıyrılması halinde 1, tam kenetlenme sağlanması halinde 0 değerini alan) bir katsayıyı,

d_b : boyuna donatı çapını (mm),

f_{yk} : boyuna donatı akma gerilmesini (N/mm^2) göstermektedir.

Paulay ve Priestley [62], plastik bölge uzunluğunun

$$l_p = 0.08z + 0.022d_b f_{yk} \quad (2.24)$$

bağıntısı ile hesaplanabileceğini, ancak kolonlarda ve kirişlerde, h eğilme düzlemi içindeki enkesit yüksekliğini göstermek üzere

$$l_p \cong 0.5h \quad (2.25)$$

yaklaşık formülünün de kullanılabileceğini belirtmektedirler.

Plastik mafsallık boyu için verilen (2.25) bağıntısı, 2006 Türk Deprem Yönetmeliğinde [1] de yer almaktadır.

2.9. Plastik Kesitlerde İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme ($M-\theta_p$) Bağıntısı

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerdeki davranışın doğrusal-elastik olduğu varsayımına dayanan sistem hesaplarında, plastik kesitlerdeki idealleştirilmiş eğilme momenti-plastik dönme ($M-\theta_p$) bağıntılarına gerek olmaktadır.

Sabit $N=N_0$ normal kuvveti ve tek eksenli eğilme momenti ile zorlanan bir plastik kesitteki eğilme momenti-plastik dönme ($M-\theta_p$) bağıntısı, idealleştirilmiş $M-\chi$ diyagramından yararlanarak elde edilebilir. Örneğin, Şekil 2.19 üzerinde açıklanan idealleştirme için $M-\theta_p$ bağıntısı

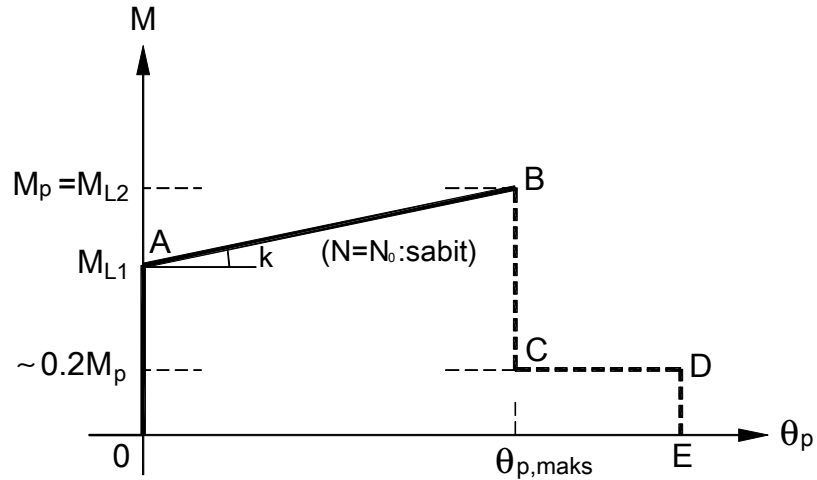
$$\theta_p = (\chi - \chi_{L1}) l_p \quad (2.26)$$

$$\theta_{p,maks} = (\chi_{L2} - \chi_{L1}) l_p \quad (2.27)$$

olmak üzere

$$M = M_{L1} + \frac{\theta_p}{\theta_{p,maks}} (M_p - M_{L1}) \quad (2.28)$$

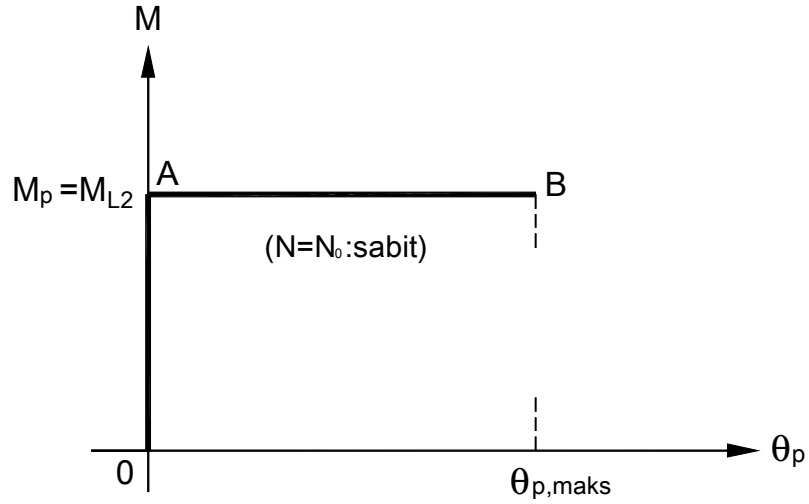
şeklinde elde edilir, Şekil 2.24.



Şekil 2.24: Plastik Kesitlerde İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme ($M-\theta_p$) Bağıntısı

(2.28) bağıntısı kesite etkiyen eğilme momentinin M_p eğilme momenti kapasitesine, θ_p plastik dönmesinin ise $\theta_{p,maks}$ plastik dönme kapasitesine erişmesi halinde sona ermektedir. Plastik kesitin bu sınır durumdan sonraki davranışının incelenmesi halinde, ani bir dayanım kaybının meydana geldiği ve $M-\theta_p$ bağıntısının B-C-D-E yolunu izlediği söylenebilir, [37,38].

Geleneksel plastik mafsal hipotezine karşı gelen özel durum için AB doğrusu yatay olmaktadır, Şekil 2.25.



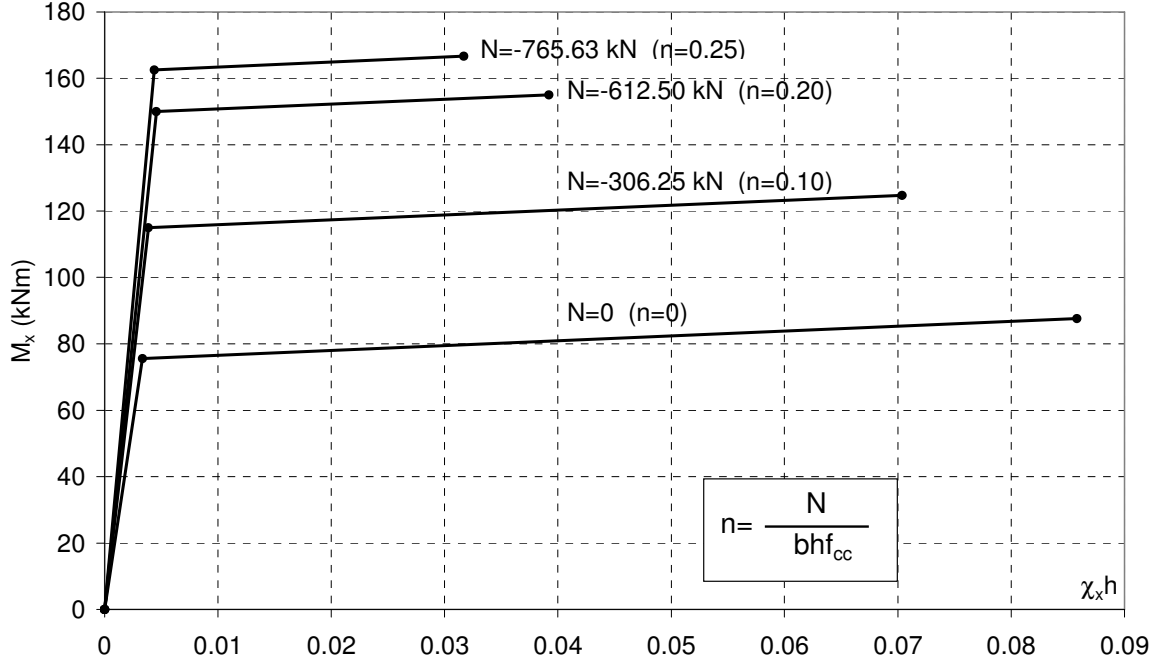
Şekil 2.25: Geleneksel Plastik Mafsal Hipotezinde İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme ($M-\theta_p$) Bağıntısı

2.10. Sayısal Örnek 2

Bu sayısal örnekte, Örnek 1 de çeşitli normal kuvvet düzeyleri için eğilme momenti-eğrilik ($M_x - \chi_x$) diyagramlarının ve tek eksenli bileşik eğilme ile bileşik eğik eğilme durumları için akma ve taşıma kapasitesi eğrilerinin elde edildiği betonarme kesitte sözkonusu diyagramların nasıl idealleştirileceği açıklanacaktır.

Betonarme kesitin geometrik özellikleri ve donatı yerleşimi Şekil 2.11 de, beton ve beton çeliğine ait gerilme-şekildeğiştirme ($\sigma - \epsilon$) diyagramları Şekil 2.12 de görülmektedir.

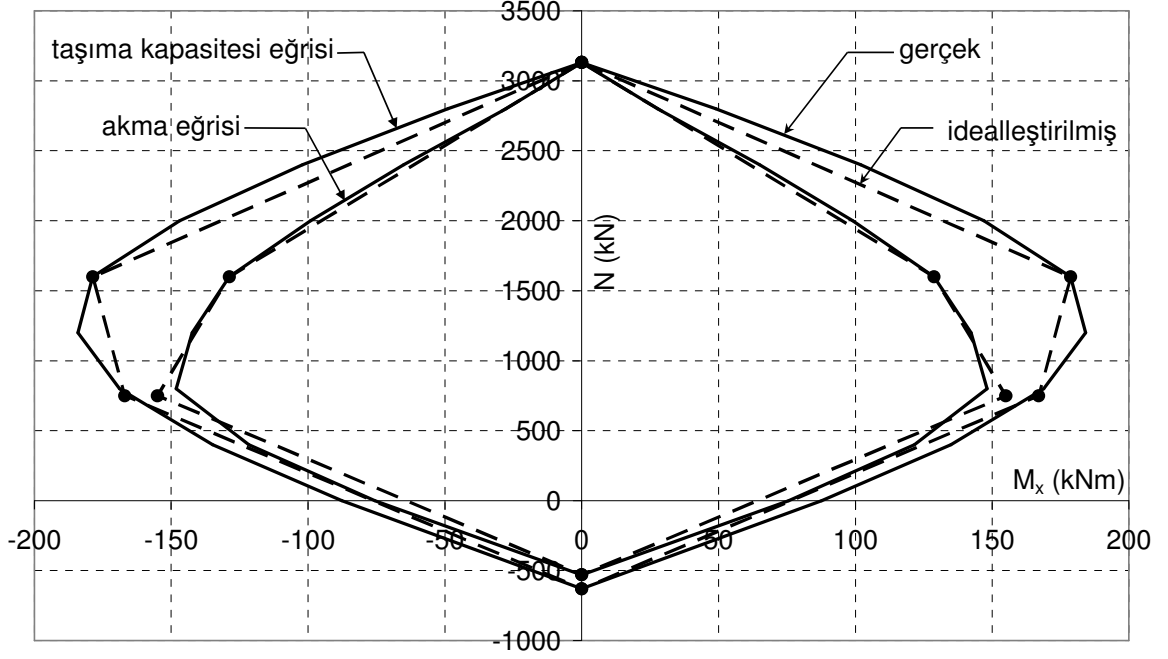
Seçilen betonarme kesitte çeşitli normal kuvvet düzeyleri için elde edilen ve şekil 2.13 te gösterilen boyutsuz eğilme momenti-eğrilik ($M_x - \chi_x h$) diyagramları, Bölüm 2.7.1 de açıklandığı şekilde, iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilmiş ve şekil 2.26 da verilmiştir. Bu idealleştirmede, her normal kuvvet düzeyi için, diyagramların ikinci kollarının birbirine paralel olduğu grlmektedir.



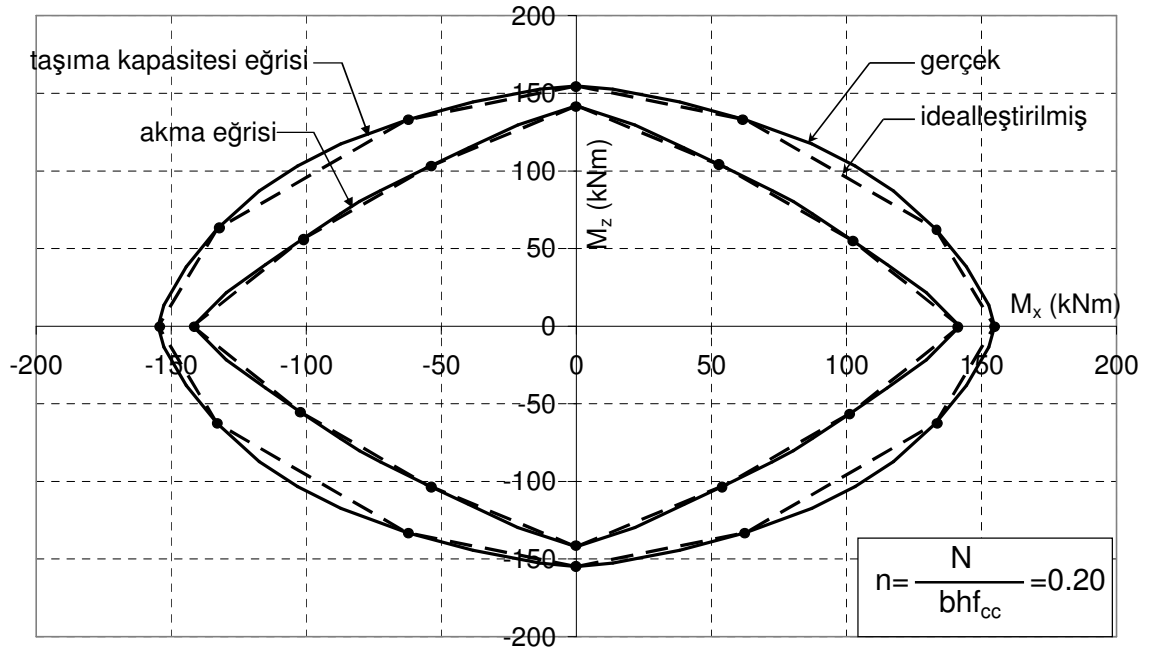
şekil 2.26: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri için İdealleştirilmiş ($M_x - \chi_x h$) Diyagramları

İncelenen betonarme kesitin tek eksenli bileşik eğilme ve bileşik eğik eğilme hallerine ait ($M_x - N$) ve ($M_x - M_z$) karşılıklı etki diyagramları, Bölüm 2.7.3 te açıklandığı şekilde, üç doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilerek şekil 2.27 ve şekil 2.28 de verilmiştir. Diyagramlarda, gerçek ve idealleştirilmiş akma eğrileri ve taşıma kapasitesi eğrileri birarada grlmektedir.

Eğilme momenti-eğrilik diyagramları ile akma ve taşıma kapasitesi eğrilerinin idealleştirilmesinde gözönünde tutulması gereken önemli bir husus, her iki grup diyagramdan bulunan akma momentlerinin ve moment taşıma kapasitelerinin birbirleri ile uyumlu olmalarının sağlanmasıdır.



Şekil 2.27: Gerçek ve İdealleştirilmiş $M_x - N$ Karşılıklı Etki Diyagramları

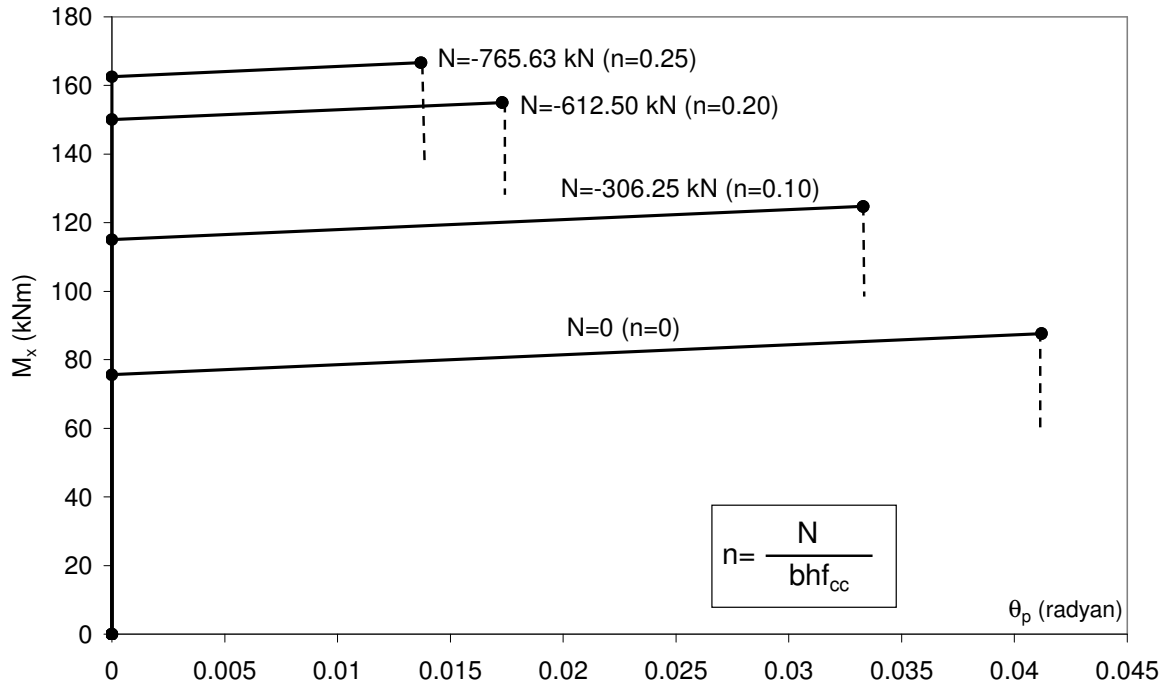


Şekil 2.28: Gerçek ve İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı varsayımına dayanan sistem hesaplarında kullanılmak üzere, özellikleri Şekil 2.11 de verilen kesite ait idealleştirilmiş eğilme momenti-plastik dönme $(M_x - \theta_p)$ diyagramları elde edilerek Şekil 2.29 da gösterilmiştir. Bu diyagramların elde edilmesinde Şekil 2.26 da verilen idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik bağıntıları esas alınmış ve plastik dönme kapasiteleri

$$\theta_{p,maks} = (\chi_{L2} - \chi_{L1})l_p \cong 0.5h (\chi_{L2} - \chi_{L1})$$

şeklinde hesaplanmıştır.



Şekil 2.29: Çeşitli Normal Kuvvet Düzeyleri İçin İdealleştirilmiş $(M_x - \theta_p)$ Diyagramları

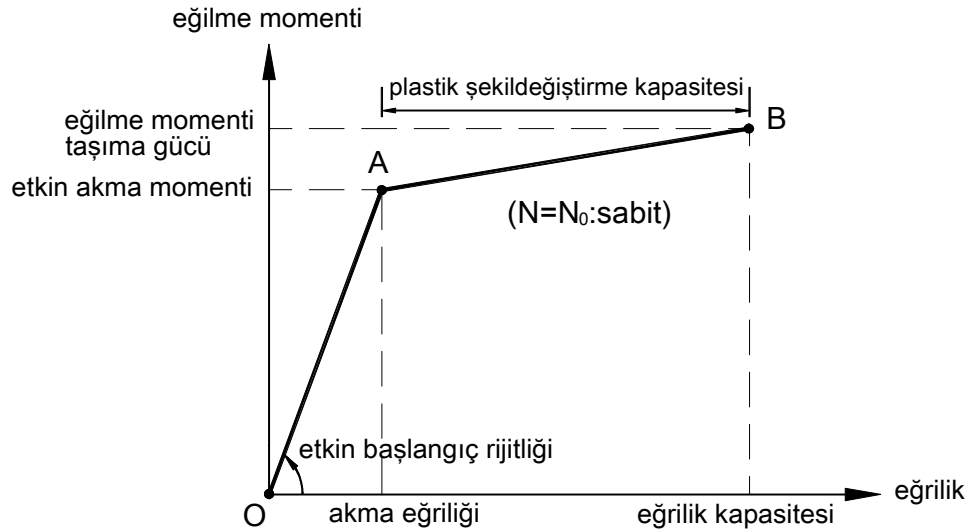
3. BETONARME YAPI SİSTEMLERİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ VE TAŞIMA KAPASİTELERİNİN BELİRLENMESİ İÇİN BİR ARTIMSAL ANALİZ YÖNTEMİ

Bu bölümde, malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan betonarme yapı sistemlerinin değişen dış yükler altında analizi ve taşıma kapasitelerinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen bir artımsal analiz yönteminin dayandığı varsayımlar, yöntemin esasları, matematik formülasyonu ve hesapta izlenen yolun adımları ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

3.1. Varsayımlar

Artımsal analiz yönteminin geliştirilmesinde gözönünde tutulan başlıca varsayımlar aşağıda açıklanmıştır.

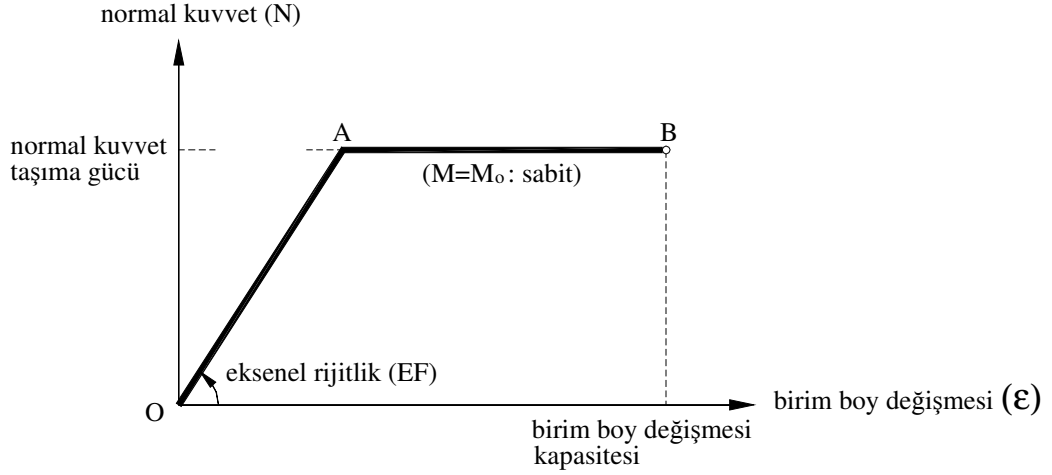
a- Bileşik eğilme etkisindeki betonarme çubuk elemanlarda, sabit normal kuvvet altındaki eğilme momenti-eğrilik bağıntılarının, Şekil 3.1 de gösterildiği gibi, iki doğru parçasından meydana gelecek şekilde idealleştirilebileceği varsayılmaktadır.



Şekil 3.1: İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı

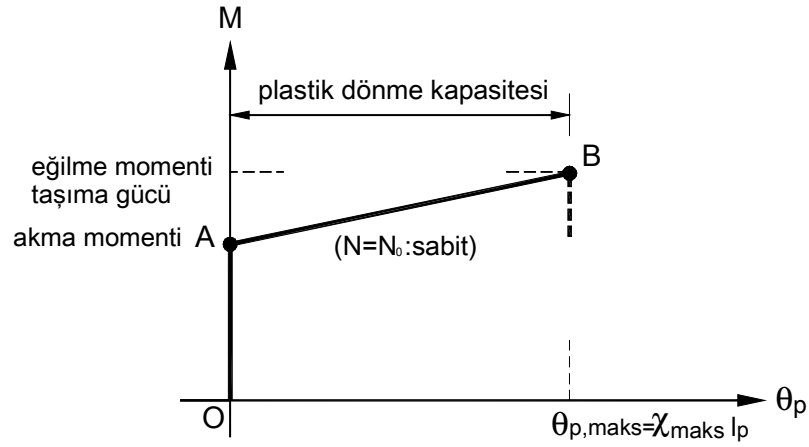
Her iki eğilme düzlemi için de geçerli olan bu idealleştirmede, OA doğru parçası doğrusal-elastik davranışı, AB doğru parçası ise pekleşmeyi de içeren elastoplastik davranışı temsil etmektedir. Bilindiği gibi, AB doğru parçasının yatay olarak alınması geleneksel plastik mafsallara karşı gelmektedir. Bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde ayrıca, idealleştirilmiş $M - \chi$ bağıntısının AB parçasının eğiminin her normal kuvvet değeri için aynı olduğu varsayılmaktadır.

b- Betonarme elemanlarda normal kuvvet-birim boy değişmesi bağıntısı için ideal elastoplastik davranış modeli esas alınmaktadır, Şekil 3.2. Buna göre, OA bölgesinde $N - \epsilon$ bağıntısı doğrusal-elastiktir. Kesitin normal kuvvet taşıma gücüne ulaşmasından sonra, bu bağıntının AB yatay doğrusunu izlediği varsayılmaktadır.



Şekil 3.2: İdealleştirilmiş Normal Kuvvet-Birim Boy Değişmesi Bağıntısı

c- Doğrusal olmayan eğilme ve uzama şekildeğişikliklerinin *plastik kesit* adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bu kesitler dışındaki bölgelerde sistemin doğrusal-elastik davrandığı varsayımı yapılmıştır. Böylece, tek eksenli basit eğilme etkisindeki düzlem çubuk sistemlere uygulanabilen plastik mafsallara karşı, bileşik iç kuvvet durumunu da içerecek ve pekleşme etkisini gözönüne alacak şekilde genişletilmiş olmaktadır. Şekil 3.3 de, idealleştirilmiş eğilme momenti-eğrilik diyagramından yararlanarak elde edilen eğilme momenti-plastik dönme bağıntısı verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, bir kesitteki eğilme momentinin akma momentine erişmesi halinde plastik kesit oluşmakta, eğilme momentinin artarak kesitin taşıma gücüne eriştiği B noktasında ise, ani bir dayanım kaybı meydana gelmektedir.



Şekil 3.3: İdealleştirilmiş Eğilme Momenti-Plastik Dönme Bağıntısı

d- Bu çalışmanın uygulamalarında, kesme kuvvetlerinin ve burulma momentinin akma koşuluna ve kesitin taşıma kapasitesine etkileri terkedilmiştir. Bu etkilerin gözönüne alınmasının gerektiği özel durumlarda, kaynak [5] de verilen yöntem izlenebilmektedir.

e- Akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğu ve iç kuvvet durumunun değişimi sırasında doğrultusunun sabit kaldığı varsayılmaktadır.

f- Eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, her eğilme doğrultusu için ayrı ayrı olmak üzere, idealleştirilmiş $M - \chi$ bağıntısının AB parçasının (Şekil 3.3) eğiminin diğer doğrultudaki eğilme momentinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır.

g- Yapı sisteminin narinliğine ve normal kuvvetlerin büyüklüğüne bağlı olarak birinci veya ikinci mertebe teorilerinden biri uygulanabilmektedir. İkinci mertebe teorisinde geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmakta, geometrik uygunluk koşullarına etkisi terkedilmektedir.

h- Çubukların asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelerin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmakta, buna karşılık burulma yerdeğiştirmelerinden oluşan ikinci mertebe etkileri terkedilmektedir.

i- Sistemi oluşturan çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitlidir ve normal kuvvet çubuk boyunca sabittir. Bu koşulların sağlanmadığı çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitli olan ve normal kuvveti sabit varsayılabilen yeter derecede küçük parçalara ayrılarak idealleştirilebilirler.

j- Yayılı yükler yeter sayıda, statikçe eşdeğer tekil kuvvetlere dönüştürülerek hesap yapılmaktadır.

3.2. Yük Artımı Yönteminin Esasları

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye dayanan hesap yöntemlerinden, yapı sistemlerinin tasarımı ve mevcut yapıların dış etkiler altındaki gerçek davranışlarının incelenerek taşıma kapasitelerinin ve deprem performanslarının belirlenmesinde yararlanılmaktadır.

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin *plastik kesit* (plastik mafsalları) adı verilen belirli kesitlerde toplandığı (yığıldığı) varsayılan sistemlerin ikinci merteye teorisine göre elastoplastik hesabını amaçlayan hesap yöntemlerinin geliştirilmesinde, aşağıda sıralanan çeşitli durumlar için etkin çözümler üretilmesi uygun olmaktadır.

- a- Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi (ikinci merteye etkileri) nedeniyle süperpozisyon prensibi geçerli olmadığından, genel olarak, her plastik kesitin meydana geldiği yk parametresinin bulunması için bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanması veya yük parametresine küçük artımlar vererek hesap yapılması gerekmektedir.
- b- Her plastik kesitin oluşmasından sonra sistemin rijitlik matrisi ve dolayısıyla dış yükler altındaki davranışı değişmektedir. Bunu gözönüne almak üzere, her adımda sistem rijitlik matrisinin yeniden tanımlanması ve denklem takımının yeniden çözülmesi gerekmektedir. Bu durum ise, meydana gelen plastik kesitlerin sayısına bağlı olarak, sistem hesaplarının uzamasına neden olabilmektedir.
- c- Bileşik iç kuvvetler etkisindeki plastik kesitlerde, artan yüklerle birlikte i kuvvet durumu değişmekte ve her yük artımında iç kuvvet durumunun yeniden belirlenmesi gerekmektedir. Bunu sağlamak için, genel olarak, küçük yk artımları ile hesap yapılması gerekmektedir.
- d- Betonarme kesitlerde beton çeliğinin pekleşmesinden kaynaklanan dayanım artışının ve taşıma kapasitesine erişen kesitlerde meydana gelen ani dayanım kaybının hesaba katılması, öngerilmeli/ardgerilmeli betonarme kesitler için hesap yapılması ve sistem üzerinde yayılı olan doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin yaklaşık olarak gözönüne alınması durumlarında, plastik kesitlerde pekleşen iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının tanımlanması gerekmektedir. Bunun sonucunda, artan yüklerle birlikte plastik kesitteki iç kuvvetler değişmekte ve i kuvvet durumu akma ve taşıma gücü yüzeyleri (veya eğrileri) arasında hareket etmektedir. Bu durumu gözönüne alan özel bir yaklaşım uygulanmadığı sürece,

değişen iç kuvvet durumunun izlenebilmesi için yeterince küçük yük artımları ile hesap yapılması gerekmektedir.

- e- Deprem etkileri altındaki yapı sistemlerinin deprem performanslarının değerlendirilmesinde ve yapıların göçme yüklerinin bulunmasında, dış etkilerden oluşan diğer büyüklüklerin yanında, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin de bilinmesine gerek olmaktadır.

Yukarıda belirtilen durumları gözönüne alan etkin bir hesap yöntemi geliştirilmesini amaçlayan bu çalışmada, yapı sistemlerinin değişen dış yükler için hesabı öngörülmektedir.

Bir yapı sisteminin değişen dış yükler altında hesabı iki şekilde yapılabilir.

- a- Orantılı olarak artan düşey ve yatay yükler altında doğrusal olmayan teoriye göre hesap yapılarak, sistemin yük parametresi - yerdeğiştirme bağıntıları elde edilir ve yatay ve düşey yükler için ortak bir taşıma kapasitesi belirlenir.
- b- Sabit düşey yükler, bu yükler için öngörülen sabit bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak sisteme etkililir. Daha sonra, monoton olarak artan yatay yükler için doğrusal olmayan teoriye göre hesap yapılarak, sistemin iç kuvvetleri, şekildeğiştirmeleri ve yerdeğiştirmeleri bulunur. Analiz sonunda elde edilen bu büyüklükler değerlendirilerek sistemin yatay deprem etkileri altındaki performansı ve/veya yatay yük taşıma kapasitesi belirlenir.

Genellikle rüzgar ve deprem etkilerini temsil eden yatay yüklerin değişme olasılığının, önemli bir bölümü yapı öz ağırlığından oluşan düşey yüklere oranla daha fazla olduğu ve deprem isteminin (talebinin) yapı sisteminin artan yatay yükler altındaki davranışına bağlı olarak belirlenebildiği gözönünde tutularak, bu çalışmada geliştirilen yük artımı yönteminde ikinci yol uygulanmıştır. Ayrıca bu şekilde, aşağıda açıklanacağı gibi, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin (ikinci mertebe etkisi) gözönüne alındığı sistem analizlerinde problemin doğrusallaştırılmasına da katkı sağlanabilmektedir.

Sabit düşey yükler için hesapta, büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olan çubuk normal kuvvetleri kolaylıkla tahmin edilirler ve bu normal kuvvetlere bağlı olarak belirlenen ikinci mertebe çubuk rijitlik ve yükleme matrisleri sistem hesabında kullanılabilirler.

Değişen yatay yükler altında çubuk normal kuvvetlerinin sabit kaldığının varsayılması halinde süperpozisyon prensibi geçerli olduğundan, her plastik kesitin

meydana geldiği yatay yük parametresi, ardışık yaklaşım yapılmasına veya küçük yük artımları uygulanmasına gerek olmaksızın hesaplanabilmektedir.

Özellikle çok katlı yapılarda, yatay yüklerin artışına paralel olarak, kolonlardaki normal kuvvetler tahmin edilen değerlere göre önemli oranda değişebilmekte, buna karşılık düşey denge denklemleri nedeniyle her kattaki kolon normal kuvvetlerinin toplamı sabit kalmaktadır. Geliştirilen yük artımı yönteminde, hesap sonucunda bulunan normal kuvvetlerin başlangıçta tahmin edilen değerlerden çok farklı olması ve bu farkın sonucu etkileyecek mertebede bulunması halinde, bulunan normal kuvvetler için analiz tekrarlanabilmektedir. Ancak, değişen normal kuvvetlere karşılık bunların her kattaki toplamı sabit kaldığı sürece, ikinci mertebe etkilerindeki değişim çok kere terkedilebilecek mertebede kalmaktadır, [2,5].

Bu çalışmada uygulanan yöntem, sistemde plastik kesitlerin oluşumunu ve plastik kesitlerdeki iç kuvvet değişimlerini izleyen bir yük artımı yöntemidir. Her yük artımı, herhangi bir kesitteki iç kuvvetlerin doğrusal elastik davranışın sona erdiği sınır duruma erişmesi halinde, diğer bir deyişle, sistemde bir plastik kesitin oluşumu ile sona ermektedir.

Artan dış yükler altında plastik kesitlerdeki iç kuvvetler akma ve taşıma kapasitesi sınır durumları arasında değişmekte, buna paralel olarak iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir. Bir veya iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki bir plastik kesitte oluşan plastik şekildeğiştirmeler, akma vektörünün diklik özelliği nedeni ile, *plastik şekildeğiştirme parametresi* (θ) adı verilen tek bir plastik şekildeğiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebilirler.

Uygulanan yük artımı yönteminde, her plastik kesitin oluşumundan sonra o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri ifade eden plastik şekildeğiştirme parametresinin yeni bir bilinmeyen olarak alınması ve kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekildeğiştirme parametresi arasındaki ilişkiyi ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörülmüştür. Böylece, plastik şekildeğiştirmelere bağlı olarak, plastik kesitteki iç kuvvet durumunun akma ve taşıma gücü yüzeyleri (veya eğrileri) arasındaki değişimi gözönüne alınabilmektedir.

Bir önceki yük artımına ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, sözkonusu yük artımına ait çözüm, sadece yeni bilinmeyen ve o bilinmeyene karşı gelen yeni denklemin indirgenmesi ile elde edilebilmektedir. Diğer taraftan, her plastik kesitin oluşumundan sonra denklem takımına eklenen denklem, artan dış etkilere paralel olarak plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimini doğrudan doğruya gözönüne aldığından küçük yük artımları ile hesap yapılmasına gerek kalmamaktadır.

Homojen malzemeden yapılmış yapı sistemlerinden farklı olarak, betonarme yapı sistemlerinde enkesitlerin eğilme rijitlikleri enkesit geometrisine, enkesitteki donatı miktarına ve yerleşim düzenine, normal kuvvetin değerine ve simetrik olmayan kesitlerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak değişmektedir. Bu çalışmada uygulanan yöntemde, betonarme kesitlerin eğilme rijitlikleri gerçek iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarından yararlanarak hesaplanmakta ve böylece, yeterli bir yaklaşımla kesitin gerçek davranışı temsil edilebilmektedir.

Özellikle betonarme yapı sistemlerinde, dış yükler yapı sisteminin dayanım kapasitesine erişmeden önce, büyük yerdeğiştirmeler ve plastik kesitlerdeki büyük plastik şekildeğiştirmeler nedeniyle sistem işletme dışı olarak göçebilmektedir. Diğer taraftan, betonarme yapı sistemlerinin deprem etkileri altındaki performansı plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmelere veya bunlardan yararlanarak hesaplanan beton ve donatı çeliği boydeğişmelerine bağlı olarak belirlenmektedir. Uygulanan yük artımı yönteminde, düğüm noktalarının doğrusal ve açısal yerdeğiştirmelerinin yanında, plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmeler (plastik mafsallı dönmeleri) bilinmeyen olarak alındıklarından, yapı sisteminin göçme yükünün ve deprem performansının belirlenmesi için bu büyüklüklerin ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır.

Artan yükler etkisindeki sistemlerde çok karşılaşılmamakla birlikte, bazı hallerde plastik kesitlerde yük boşalması meydana gelebilmekte veya iç kuvvet durumu doğrusallaştırılmış karşılıklı etki bağıntıları üzerinde bölge değiştirebilmektedir. Diğer taraftan, taşıma kapasitesine erişen plastik kesitteki ani dayanım kaybı nedeniyle, eğilme momenti-plastik dönme bağıntısı değişmektedir. Bu özel durumlar, yöntemin genel yapısı içinde gözönüne alınabilmektedir, [2,3].

3.3. Akma Koşulu, Akma Vektörü ve Akma Sırasındaki İç Kuvvet Değişimleri

Yeterli düzeyde sünekliğe sahip olan yapı sistemlerinde, bir kesitteki iç kuvvetler artarak akma koşulunun belirlediği sınır duruma erişince doğrusal-elastik davranış sona erer ve iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelir.

Uzay çubuk sistemlerde akma koşulu genel olarak altı tane iç kuvvet bileşeni cinsinden

$$K(M_x, M_z, M_y, N, T_x, T_z) = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Bu bağıntıda M_x ve M_z çubuk elemana etkiyen eğilme momentlerini, M_y burulma momentini, N normal kuvveti, T_x ve T_z kesme kuvvetlerini, $K(M_x, M_z, M_y, N, T_x, T_z)$ ise malzeme karakteristikleri ile enkesit geometrisine, ayrıca betonarme kesitlerde boyuna donatı miktarına ve yerleşimine bağlı olarak belirlenen doğrusal olmayan bir fonksiyonu göstermektedir.

Kesme kuvvetlerinin ve burulma momentinin etkilerinin terkedilerek akma koşulunun eğilme momentlerine ve normal kuvvete bağlı olarak ifade edildiği bileşik eğik eğilme durumunda (3.1) bağıntısı

$$K(M_x, M_z, N) = 0 \quad (3.2)$$

şeklini alır.

(3.2) bağıntısı ile verilen akma koşulundaki iç kuvvetlerden bazılarının sıfır veya terkedilebilir mertebede olması halinde, akma koşulu diğer iç kuvvetlere bağlı olarak ifade edilir.

Örneğin, M_z eğilme momentinin sıfır olduğu tek eksenli bileşik eğilme halinde bu bağıntı

$$K(M_x, N) = 0 \quad (3.2a)$$

şeklinde dir. Benzer şekilde, M_z eğilme momenti ile N normal kuvvetinin sıfır olduğu basit eğilme hali için

$$K(M_x) = M_x - M_{L1} = 0 \quad (3.2b)$$

akma koşulu bağıntısı yazılabilir. Burada M_{L1} , kesitin akmasına karşı gelen eğilme momentini göstermektedir. Bilindiği gibi, geleneksel plastik mafsallarda, M_{L1} akma momenti ile kesitin taşıma gücünü ifade eden $M_{L2} = M_p$ plastik momentinin birbirine eşit olduğu varsayılmaktadır.

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik kesitlerde toplandığı ve bu kesitler dışında sistemin doğrusal-elastik davrandığı hipotezi altında, (3.2) akma koşulunun belirlediği akma yüzeyi içindeki bir iç kuvvet durumu için şekildeğiştirmeler doğrusal-elastiktir. İç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerinde bulunması halinde plastik kesit oluşmakta ve iç kuvvetler doğrultularında sonlu plastik şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir.

Bileşik eğik eğilme durumunda, plastik kesitlerde toplandığı varsayılan plastik şekildeğiştirmeler $\vec{d}(\theta_x, \theta_z, \Delta)$ akma vektörü ile tanımlanırlar. Akma vektörünün

θ_x , θ_z ve Δ bileşenleri sırasıyla M_x , M_z eğilme momentleri ve N normal kuvveti doğrultularındaki sonlu plastik şekildeğiştirmeleri göstermektedirler.

Artan dış yüklere bağlı olarak, bileşik eğik eğilme etkisindeki bir plastik kesitteki iç kuvvet durumu akma ve taşıma kapasitesi yüzeyleri arasında hareket edebilir; ancak taşıma kapasitesi yüzeyinin dışına çıkamaz.

Değişen dış etkiler altında, akma ve taşıma kapasitesi yüzeyleri arasındaki bir iç kuvvet durumunun sonlu değişimi ΔK potansiyel fonksiyonu ile ifade edilir. Bu fonksiyon bileşik eğik eğilme durumunda

$$\Delta K = \frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N \quad (3.3)$$

şeklini alır. Bilindiği gibi, rijit-plastik davranış gösteren plastik kesitlerde

$$\Delta K = 0$$

olmakta, diğer bir deyişle, akma ve taşıma kapasitesi yüzeyleri çakışmaktadır.

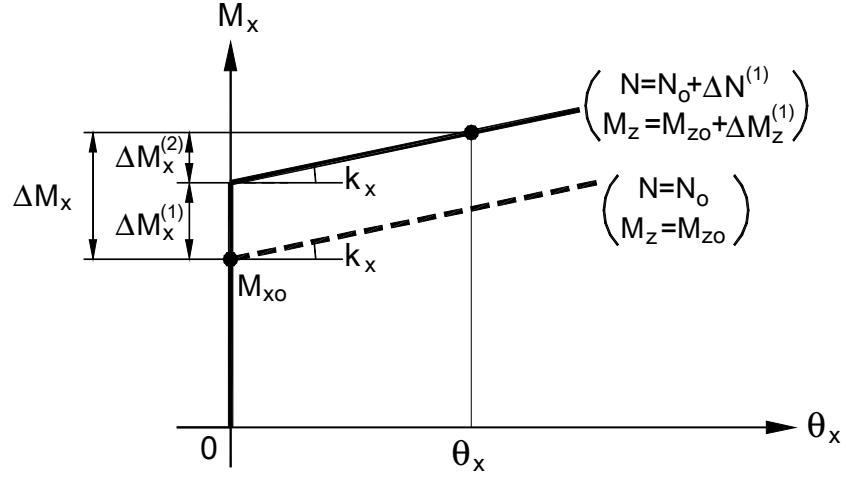
(3.3) bağıntısındaki ΔM_x , ΔM_z ve ΔN terimleri, bir plastik kesitin oluşumundan sonra, sözkonusu kesitte meydana gelen sonlu iç kuvvet değişimlerini göstermektedirler. Bu iç kuvvet değişimlerinin

$$\begin{aligned} \Delta M_x &= \Delta M_x^{(1)} + \Delta M_x^{(2)} \\ \Delta M_z &= \Delta M_z^{(1)} + \Delta M_z^{(2)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\Delta N = \Delta N^{(1)} + \Delta N^{(2)}$$

şeklinde iki bileşenden meydana geldiği gözönünde tutulabilir. Burada, birinci terimler plastik kesitteki iç kuvvet durumunun akma yüzeyi üzerindeki hareketini temsil etmekte, ikinci terimler ise, pekleşme nedeniyle oluşan iç kuvvet değişimlerini göstermektedirler.

Örneğin, M_{xo} , M_{zo} , N_o kesit zorları altında oluşan bir plastik kesitteki $M_x - \theta_x$ bağıntıları Şekil 3.4 te şematik olarak gösterilmiştir. Şekilde kesik çizgi ile belirtilen diyagram plastik kesitin olduğu durumdaki ($N = N_o$, $M_z = M_{zo}$) eğilme momenti-dönme bağıntısını, dolu çizgi ile belirtilen diyagram ise, iç kuvvet durumunun akma yüzeyini terkettiği duruma ait ($N = N_o + \Delta N^{(1)}$, $M_z = M_{zo} + \Delta M_z^{(1)}$) $M_x - \theta_x$ bağıntısını ifade etmektedir.



Şekil 3.4: Plastik Kesitte $M_x - \theta_x$ Bağıntıları

İç kuvvet değişimlerinin (3.4) bağıntısı ile verilen değerleri (3.3) te yerine konursa

$$\begin{aligned} \Delta K &= \frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x^{(1)} + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z^{(1)} + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N^{(1)} + \dots \\ &\dots + \frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x^{(2)} + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z^{(2)} + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N^{(2)} \end{aligned} \quad (3.3a)$$

elde edilir. $\Delta M_x^{(1)}, \Delta M_z^{(1)}, \Delta N^{(1)}$ iç kuvvet değişimlerinin yukarıdaki tanımları uyarınca

$$\frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x^{(1)} + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z^{(1)} + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N^{(1)} = 0 \quad (3.5)$$

olduğundan

$$\Delta K = \frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x^{(2)} + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z^{(2)} + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N^{(2)} \quad (3.3b)$$

elde edilir.

Bileşik eğik eğilme etkisindeki plastik kesitlerde, pekleşen rijit plastik olarak idealleştirilen eğilme momenti-plastik dönme bağıntısının eğiminin normal kuvvetten ve diğer doğrultudaki eğilme momentinden bağımsız olduğunun gözönünde tutulması halinde, eğilme momenti değişimleri ile plastik dönmeler arasındaki doğrusal bağıntılar

$$\Delta M_x^{(2)} = k_x \theta_x \quad (3.6a)$$

$$\Delta M_z^{(2)} = k_z \theta_z \quad (3.6b)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer taraftan, plastik kesitteki normal kuvvet-boy değişmesi bağıntısının rijit plastik olarak varsayılması nedeniyle

$$\Delta N^{(2)} = 0 \quad (3.6c)$$

değerini alır.

(3.6) denklemleri ile tanımlanan iç kuvvet değişimleri (3.3b) de yerlerine konursa

$$\Delta K = \frac{\partial K}{\partial M_x} \Delta M_x + \frac{\partial K}{\partial M_z} \Delta M_z + \frac{\partial K}{\partial N} \Delta N = - \left(\frac{\partial K}{\partial M_x} k_x \theta_x + \frac{\partial K}{\partial M_z} k_z \theta_z \right) \quad (3.3c)$$

denklemleri elde edilir.

İdeal-elastoplastik malzemeden yapılmış homojen kesitlerde akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğu bilinmektedir, [21,63]. Diğer taraftan, bir ve iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, diklik özelliği bazı koşullar altında ve yaklaşık olarak geçerli sayılabilir, [58].

Akma vektörünün akma yüzeyine dik olduğunun ve iç kuvvet durumunun değişimi sırasında doğrultusunun değişmediğinin varsayılması halinde, iç kuvvetler doğrultularındaki plastik şekil değiştirme bileşenleri

$$\theta_x = \theta \frac{\partial K}{\partial M_x}, \quad \theta_z = \theta \frac{\partial K}{\partial M_z}, \quad \Delta = \theta \frac{\partial K}{\partial N} \quad (3.7)$$

şeklinde tek bir θ plastik şekil değiştirme parametresine bağlı olarak ifade edilebilirler.

Bu çalışmada, bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde $K(M_x, M_z, N) = 0$ bağıntısı ile tanımlanan akma yüzeyinin düzlem parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği öngörülmektedir. Buna göre, akma koşulu için

$$K(M_x, M_z, N) \cong A_1 M_x + A_2 M_z + A_3 N + B = 0 \quad (3.8)$$

doğrusal bağıntısı yazılabilir. Burada A_1, A_2, A_3 ve B malzeme karakteristiklerine, enkesit özelliklerine, boyuna donatının miktarına ve yerleşim düzenine bağlı olarak belirlenen katsayıları ve sabiti göstermektedir.

Doğrusallaştırılmış akma koşulları için, iç kuvvetler doğrultularında oluşan $\theta_x, \theta_z, \Delta$ plastik şekil değiştirme bileşenleri

$$\theta_x = \theta \frac{\partial K}{\partial M_x} = \theta A_1, \quad \theta_z = \theta \frac{\partial K}{\partial M_z} = \theta A_2, \quad \Delta = \theta \frac{\partial K}{\partial N} = \theta A_3 \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilirler.

Akma vektörünün $|\vec{d}|=1$ olacak şekilde normalleştirilmesi halinde, bu vektörü tanımlayan a_1, a_2, a_3 katsayıları için

$$a_1 = \frac{A_1}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}, \quad a_2 = \frac{A_2}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}, \quad a_3 = \frac{A_3}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}} \quad (3.10)$$

yazılabilir. Bu durumda (3.8) akma koşulu

$$b = \frac{B}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}} \quad (3.11)$$

olmak üzere

$$K(M_x, M_z, N) \cong a_1 M_x + a_2 M_z + a_3 N + b = 0 \quad (3.8a)$$

şeklini alır.

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme sistemlerde, bir plastik kesitin akma ve taşıma kapasitesi sınır durumları arasındaki pekleşen rijit plastik davranışını ifade eden (3.3c) denklemi, yukarıda verilen bağıntılar kullanılarak

$$\Delta K = a_1 \Delta M_x + a_2 \Delta M_z + a_3 \Delta N = -\theta(a_1^2 k_x + a_2^2 k_z) \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitliğin sağ tarafının sıfır olması istendiğinde, (3.12) denklemi

$$a_1 \Delta M_x + a_2 \Delta M_z + a_3 \Delta N + \theta(a_1^2 k_x + a_2^2 k_z) = 0 \quad (3.12a)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Tek eksenli bileşik eğilme etkisindeki kesitlerde ise, (3.12a) bağıntısı

$$a_1 \Delta M_x + a_3 \Delta N + a_1^2 k_x \theta = 0 \quad (3.13)$$

şeklini almaktadır.

(3.12) denkleminde görüldüğü gibi, bileşik eğik eğilme haline ait pekleşen rijit plastik davranış modeli, rijit plastik davranışı temsil edecek şekilde $\Delta K=0$ bağıntısı ile tanımlanan bir plastik kesite paralel olarak bağlanan ve her iki doğrultudaki dönme redörleri k_x ve k_z olan dönme yayları ile temsil edilebilmektedir.

3.4. Denklem Takımının Elde Edilmesi

Bu çalışmada geliştirilen artımsal analiz yönteminin herhangi bir adımında, üzerinde plastik kesitler bulunan bir sistemin hesabı gerekmektedir.

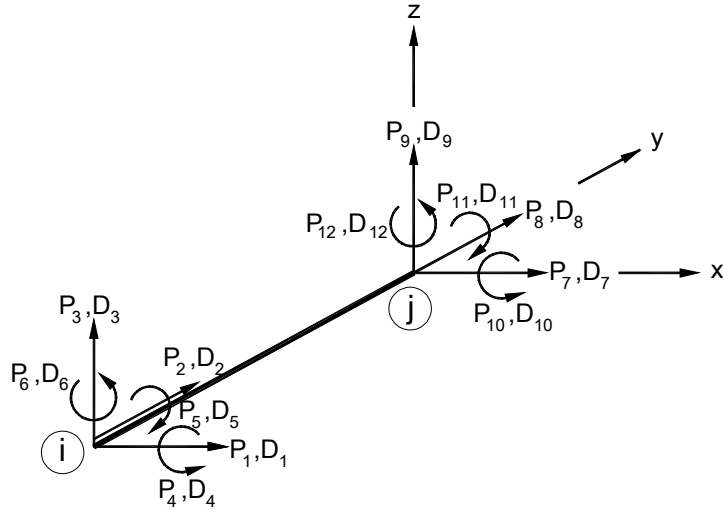
Yöntemin matematik formülasyonunda Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılmıştır, [7,8,64].

Aşağıdaki bölümlerde, ilk olarak Matris Yerdeğiştirme Yönteminin bazı temel tanımları kısaca gözden geçirilecek, daha sonra geliştirilen yöntemin matematik formülasyonu açıklanacaktır.

3.4.1. Matris Yerdeğiştirme Yönteminin temel tanımları ve yardımcı bilgiler

3.4.1.1. Çubuk eksen takımı, uç kuvvetleri ve uç yerdeğiştirmeleri

Bir uzay çubuk sistemin ij çubuğunun x , y , z çubuk eksen takımı (yerel eksen takımı), bu eksen takımındaki $P_1, P_2, \dots, P_{12}$ uç kuvvetleri ve $D_1, D_2, \dots, D_{12}$ uç yerdeğiştirmeleri ile bu büyüklüklerin pozitif yönleri Şekil 3.5 de gösterilmişlerdir.

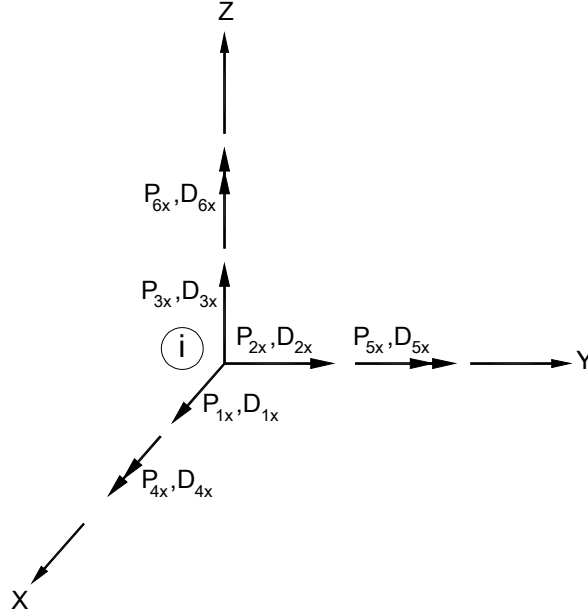


Şekil 3.5: Çubuk Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmelerinin Pozitif Yönleri

3.4.1.2. Sistem eksen takımı

Düğüm noktalarındaki uç kuvvetlerini ve uç yerdeğiştirmelerini ortak bir eksen takımına göre ifade ederek sisteme ait denklem takımını oluşturabilmek amacıyla sistem eksen takımından yararlanılır. Şekil 3.6 da, (i) düğüm noktasına ait X, Y, Z

sistem eksen takımı ile bu eksen takımındaki uç kuvvetlerinin, yüklerin ve yerdeğiştirmelerin pozitif yönleri görölmektedir.



Şekil 3.6: Sistem Eksen Takımı, Uç Kuvvetleri, Yükler ve Yerdeğiştirmelerin Pozitif Yönleri

3.4.1.3. Çubuk rijitlik matrislerinin sistem eksen takımına dönüştürölmesi

Uzay çubuk sistemlerde, çubuk eksen takımındaki rijitlik matrisi

$$[K]_{ij} = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (3.14)$$

şeklinde, 6×6 boyutundaki dört alt matristen meydana gelmektedir. Bu alt matrislerin birinci ve ikinci merteye teorilerine ait elemanları Ek A da verilmiştir.

Çubuk eksen takımındaki rijitlik matrisleri

$$\begin{aligned} [k]_{ixix} &= [T]^T [k]_{ii} [T] \quad , \quad [k]_{ixjx} = [T]^T [k]_{ij} [T] \\ [k]_{jxix} &= [T]^T [k]_{ji} [T] \quad , \quad [k]_{jxjx} = [T]^T [k]_{jj} [T] \end{aligned} \quad (3.15)$$

bağıntıları yardımıyla sistem eksen takımına dönüştürülürler. Bu bağıntılardaki $[T]$ dönüştürme matrisi de Ek A da tanımlanmıştır.

3.4.2. Yöntemin matematik formülasyonu

Bu çalışmada geliştirilen artımsal analiz yönteminin matematik formülasyonu için Matris Yerdeğiştirme Yönteminden yararlanılmıştır. Bu yöntemde, sistemde oluşan plastik kesitleri gözönüne almak üzere gerekli düzenlemeler yapıldığında, bilinmeyenler iki gruptan oluşurlar:

a- düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri,

b- plastik kesitlerdeki doğrusal olmayan eğilme ve uzama şekildeğiştirmelerini temsil eden, m adet θ plastik şekildeğiştirme parametresi.

Bu bilinmeyenleri tayin etmek için kullanılan denklemler de iki gruptan oluşurlar:

a- düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemleri,

b- plastik kesitlerdeki iç kuvvet değişimleri ile plastik şekildeğiştirmeler arasındaki ilişkiyi ifade eden, m sayıdaki iç kuvvet-plastik şekildeğiştirme bağıntıları.

Görüldüğü gibi, bilinmeyenlerin ve denklemlerin sayıları birbirine eşittir.

3.4.2.1. Denge denklemleri

Düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri doğrultularında yazılan moment ve izdüşüm denge denklemlerinin sistem eksen takımındaki matris gösterimi

$$[S_{dd}][d] + [S_{d\theta}][\theta] = [q] \quad (3.16)$$

şeklindedir.

Bu denklemlerdeki matrislerin tanımları ve nasıl elde edilecekleri aşağıda açıklanmıştır.

$[S_{dd}]$: üzerinde plastik kesitler bulunmayan sistemin rijitlik matrisidir. n adet düğüm noktası içeren bir uzay çubuk sistemde $[S_{dd}]$ matrisi $6n \times 6n$ boyutundadır. *Betti Karşılıklı Teoremi* uyarınca $[S_{dd}]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktr. Bu matrisin $(S_{dd})_{\alpha\beta}$ sayılı elemanı, dış yükler ve diğer yerdeğiştirme bileşenleri sıfır

iken, β sayılı yerdeğiştirme bileşeninin birim değerinden dolayı α sayılı yerdeğiştirme bileşeni doğrultusunda oluşan uç kuvvetleri toplamını göstermektedir.

$[S_{dd}]$ matrisi, sistemi oluşturan çubukların sistem eksen takımındaki $[k]_{ixix}$, $[k]_{ixjx}$, $[k]_{jxix}$, $[k]_{jxjx}$ alt matrislerinin ilgili yerlere yazılması ve üst üste gelen alt matrislerin toplanması suretiyle elde edilir.

İkinci mertebe teorisine göre hesapta $[S_{dd}]$ matrisinin elemanları, yerel ikinci mertebe etkilerinin terkedilmesi halinde, çubukların

$$\psi_x = l \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}}, \quad \psi_z = l \sqrt{\frac{|N|}{EI_z}} \quad (3.17)$$

büyükliklerine bağlı olarak tayin edilirler, [7]. Burada N eksenel basınç kuvvetini, l çubuk boyunu, EI_x ve EI_z çubuk enkesitinin eğilme rijitliklerini göstermektedirler.

$[d]$ matrisi, düğüm noktalarının bilinmeyen yerdeğiştirme bileşenlerinden oluşan $6n$ elemanlı bir kolon matristir.

$[\theta]$ matrisi, plastik kesitlerdeki m adet bilinmeyen plastik şekildeğiştirme parametresini içeren bir kolon matristir.

$[S_{d\theta}]$: plastik kesitlerdeki birim plastik şekildeğiştirmelerin denge denklemlerine etkisini ifade eden bir dikdörtgen matristir. Üzerinde m sayıda plastik kesit bulunan n düğüm noktalı bir uzay çubuk sistemde, bu matrisin boyutu $6n \times m$ dir. $[S_{d\theta}]$ matrisinin k sayılı kolonu, k sayılı plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresinin $\theta_k = 1$ değeri için, diğer plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirme parametreleri ve düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, düğüm noktalarına etkiyen uç kuvvetlerinden oluşmaktadır.

$[S_{d\theta}]$ matrisinin k sayılı kolonunun elde edilmesi için, önce, üzerinde k sayılı plastik kesit bulunan ij çubuğunun Ek B de verilen $[P_{\theta k}]_i$ ve $[P_{\theta k}]_j$ uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P_{\theta k}]_{ix} &= [T]^T [P_{\theta k}]_i \\ [P_{\theta k}]_{jx} &= [T]^T [P_{\theta k}]_j \end{aligned} \quad (3.18)$$

bağıntıları ile sistem eksen takımına dönüştürülürler.

Daha sonra, bu alt matrisler $[S_{d\theta}]$ matrisindeki ilgili yerlere yazılırlar, Şekil 3.7.

	1	•	•	k	•	•	m	
				0				1
				0				•
				$[P_{ek}]_{ix}$				i
				0				•
				$[P_{ek}]_{jx}$				j
				0				•
				0				n

Şekil 3.7: $[S_{d\theta}]$ Matrisinin Elde Edilmesi

$[q]$ dış yük matrisi, düğüm noktalarına etkiyen dış yüklerin sistem eksen takımındaki bileşenlerinden meydana gelen $6n$ elemanlı bir kolon matristir.

Geliştirilen artımsal hesap yönteminin pratik uygulamalarında, yayılı yüklerin statikçe eşdeğer tekil yüklere dönüştürülerek hesap yapılması ve tekil yüklerin etkidiği noktaların düğüm noktası olarak seçilmesi nedeniyle, çubuk üzerindeki yüklerden meydana gelen uç kuvvetleri matrisleri olarak tanımlanan yükleme matrisleri denklemlerde yer almamaktadır.

3.4.2.2. Plastik kesitlerdeki iç kuvvet-plastik şekildeğiştirme bağıntıları

Plastik kesitlerdeki iç kuvvet-plastik şekildeğiştirme bağıntıları, artımsal analizin bir adımıdır, plastik kesitlerdeki iç kuvvetlerin ve plastik şekildeğiştirmelerin (3.12a) denklemini sağladığını ifade eden bağıntılardır. Bu bağıntılar tüm sistem için matris formunda yazılırsa

$$[S_{\theta d}][d] + [\bar{S}_{\theta\theta}] [\theta] = [0] \quad (3.19)$$

şeklini alır. Burada,

$[S_{\theta d}]$: dış yüksüz sistemde plastik şekildeğiştirmeler sıfır iken, yalnız düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenlerinden dolayı plastik kesitlerde oluşan iç kuvvetlerin akma koşuluna etkisini içeren bir matristir. Üzerinde m sayıda plastik kesit bulunan n düğüm noktalı bir uzay çubuk sistem için bu matris $m \times 6n$ boyutundadır. Bu matrisin β sayılı kolonu, sistemdeki β sayılı yerdeğiştirme bileşeni bir, diğerleri sıfır iken bileşik eğik eğilme etkisindeki plastik kesitlerde

$$a_1 \Delta M_x + a_2 \Delta M_z + a_3 \Delta N \quad (3.20)$$

iç kuvvet değişimlerini ifade eden terimlerin alt alta yazılması ile elde edilmektedir. Akma vektörünün akma yüzeyine dik olması veya dik olduğunun varsayılması durumunda Betti karşılık teoremi uyarınca,

$$[S_{\theta d}] = [S_{d\theta}]^T \quad (3.21)$$

olduğundan, $[S_{\theta d}]$ matrisinin ayrıca hesaplanmasına gerek yoktur, [2,5].

$[\bar{S}_{\theta\theta}] : [S_{\theta\theta}] + [R]$ şeklinde tanımlanan, $m \times m$ boyutunda bir matristir. Bu matrisi oluşturan $[S_{\theta\theta}]$ ve $[R]$ alt matrislerinin elemanları aşağıda açıklanmıştır.

$[S_{\theta\theta}] : m \times m$ boyutunda bir matristir. Bu matrisin k sayılı kolonu, dış yüksüz sistemde düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, k sayılı plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresinin birim değeri için, tüm plastik kesitlerdeki

$$a_1 \Delta M_x + a_2 \Delta M_z + a_3 \Delta N \quad (3.22)$$

iç kuvvet değişimlerini göstermektedir. Betti karşılık teoremine göre, $[S_{\theta\theta}]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktir. Sistemi oluşturan çubukların herbirinde birden fazla plastik kesit bulunmadığı sürece $[S_{\theta\theta}]$ matrisinin sadece esas köşegeni üzerindeki terimleri sıfırdan farklıdır.

$[R] : m \times m$ boyutunda bir köşegen matristir. Bu matrisin k sayılı köşegen elemanı, dış yüksüz sistemde düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri sıfır iken, k sayılı plastik kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresinin birim değeri için, bu plastik kesitteki

$$a_1^2 k_x + a_2^2 k_z \quad (3.23)$$

iç kuvvet değişiminden oluşmaktadır.

Yukarıda açıklanan denge denklemleri ve plastik kesitlerdeki iç kuvvet-plastik şekildeğiştirme bağıntıları birarada yazıldığında, sisteme ait genişletilmiş denklem takımı

$$\begin{bmatrix} [S_{dd}] & [S_{d\theta}] \\ [S_{\theta d}] & [\bar{S}_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [d] \\ [\theta] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [q] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklem sisteminin katsayılar matrisi $(6n + m) \times (6n + m)$ boyutundadır ve esas köşegenine göre simetriktir.

3.4.2.3. Denklem takımının genişletilmesi, çözümü ve bilinmeyenlerin bulunması

Uygulanan artımsal analiz yönteminin herhangi bir adımı sonunda, sistemde k sayılı plastik kesitin oluşumundan sonra, $\Delta P_{k+1} = 1$ birim yüklemesi için yeni sisteme ait denklem takımının yeniden kurulup çözülmesine gerek yoktur. Bunun yerine, son plastik kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri ifade eden bir θ_k bilinmeyeni ile bu bilinmeyene ait yeni kolon ve satır bir önceki adıma ait denklem takımına eklenerek genişletilmiş denklem takımı elde edilir.

Bunun için, yukarıdaki tanımlara uygun olarak, $[S_{d\theta}]$ ve $[\bar{S}_{\theta\theta}]$ matrislerinin k sayılı kolon elemanlarının hesaplanarak denklem takımına eklenmesi gerekmektedir. Katsayılar matrisi esas köşegenine göre simetrik olduğundan, k sayılı satır elemanlarının ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır.

Bir önceki yük artımına ait çözüm elde edilirken denklem takımının katsayılar ve sabitler matrisleri indirgenmiş olduğundan, genişletilmiş denklem takımının çözümü için sadece ilave kolon ve satırın indirgenmesi yeterli olmaktadır.

Böylece, $\Delta P_{k+1} = 1$ birim yüklemesinden meydana gelen $[d]$ düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri matrisi ve $[\theta]$ plastik şekildeğiştirme parametreleri matrisi elde edilir.

3.4.2.4. Çubuk uç kuvvetlerinin ve iç kuvvetlerin hesabı

$\Delta P_{k+1} = 1$ birim yüklemesi için bilinmeyen $[d]$ ve $[\theta]$ matrisleri tayin edildikten sonra, bir ij çubuğunun uç kuvvetleri, uç kuvvetleri ile uç yerdeğiştirmeleri ve plastik şekildeğiştirme parametreleri arasındaki bağıntılardan yararlanılarak

$$\begin{aligned} [P]_{ix} &= [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} + [P_\theta]_{ix} [\theta]_{ij} \\ [P]_{jx} &= [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} + [P_\theta]_{jx} [\theta]_{ij} \end{aligned} \quad (3.25)$$

şeklinde elde edilir. Bu bağıntılarda

$[P_\theta]_{ix}$: ij çubuğunda oluşan plastik kesitlere ait $[P_\theta]_{ix}$ kolon matrislerinin yanyana yazılması ile elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[P_\theta]_{jx}$: ij çubuğunda oluşan plastik kesitlere ait $[P_\theta]_{jx}$ kolon matrislerinin yanyana yazılması ile elde edilen dikdörtgen matrisi,

$[\theta]_{ij}$: ij çubuğu üzerindeki plastik kesitlere ait bilinmeyen θ_k plastik şekildeğiştirme parametrelerinin alt alta yazılmasından oluşan bir kolon matrisi

göstermektedir.

ij çubuğu üzerinde tek bir plastik kesit bulunması durumunda $[P_{\theta k}]_{ix}$ ve $[P_{\theta k}]_{jx}$ matrisleri birer kolon matrise dönüşmekte ve $[\theta]_{ij}$ matrisi tek bir θ_k elemanından meydana gelmektedir.

Üzerinde plastik kesit bulunmayan çubuklarda ise, $[P_{\theta k}]_{ix}$, $[P_{\theta k}]_{jx}$ ve $[\theta]_{ij}$ matrisleri olmayacağından, sistem eksen takımındaki çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P]_{ix} &= [k]_{ixix} [d]_{ix} + [k]_{ixjx} [d]_{jx} \\ [P]_{jx} &= [k]_{jxix} [d]_{ix} + [k]_{jxjx} [d]_{jx} \end{aligned} \quad (3.25a)$$

bağıntıları ile hesaplanırlar.

Sistem eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri bulunduktan sonra, çubuk eksen takımındaki uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned} [P]_i &= [T] [P]_{ix} \\ [P]_j &= [T] [P]_{jx} \end{aligned} \quad (3.26)$$

dönüştürme ifadeleri ile elde edilirler.

ij çubuğunun herhangi bir kesitindeki iç kuvvetler ise, uç kuvvetlerine bağlı olarak, birinci veya ikinci mertebe teorisine ait denge denklemleri ile hesaplanabilirler.

3.4.2.5. Plastik kesitin ve yük parametresinin belirlenmesi

Sistemdeki bütün çubukların uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplandıktan sonra $(k+1)$ sayılı adım sonucunda oluşan plastik kesitin yeri ve bunu meydana getiren yük parametresi belirlenir. Bunun için, plastik kesit oluşabilecek bütün kritik kesitlerde akma koşulları yazılır. Sözkonusu adımdan önce oluşan tüm plastik kesitlerde ise, iç kuvvet durumunun taşıma kapasitesine erişmesine neden olan yük parametreleri hesaplanır. Sistemde bir sonraki plastik kesit oluşumuna veya daha önce oluşan bir plastik kesitteki iç kuvvet durumunun taşıma kapasitesine erişmesine neden olan ΔP_{k+1} yük artımı bulunur.

Bu adım sonundaki toplam yük parametresi

$$P_{k+1} = P_k + \Delta P_{k+1} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir.

3.5. Hesapta İzlenen Yol

Geliştirilen artımsal analiz yönteminin, sabit düşey yükler ve monoton olarak artan yatay yükler etkisindeki betonarme yapı sistemlerinin hesabına uygulanmasında izlenen yol şu adımlardan oluşmaktadır.

1. Düşey işletme yükleri, bu yükler için öngörülen bir katsayı ile çarpılarak düşey hesap yükleri elde edilir.
2. Düşey hesap yüklerinden oluşan çubuk normal kuvvetleri tahmin edilir. Normal kuvvetler büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olduklarından, bunların tahmininde birinci mertebe teorisine göre hesaptan yararlanılabileceği gibi, doğrudan doğruya denge denklemleri ile tahmin edilmeleri de çok kere yeterli olmaktadır.

Tahmin edilen normal kuvvetlere bağlı olarak, ikinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrisleri hesaplanır.

3. Sistem düşey yük parametresinin birim değeri için ikinci mertebe teorisine göre hesaplanarak çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler bulunur. Tüm kritik kesitlerdeki iç kuvvet durumları akma koşullarının belirlediği sınır durumlarla karşılaştırılarak ilk plastik kesitin oluşacağı düşey yük parametresi tayin edilir. Bu değer düşey hesap yüklerinden daha büyük ise, sistemde düşey yüklerden dolayı plastik kesit meydana gelmediği anlaşılır ve yatay yükler için hesaba geçilir. Aksi halde, düşey yük parametresi düşey hesap yüklerine eşit oluncaya kadar, sistemde düşey yüklerden meydana gelen her plastik kesit için, 5-7 numaralı adımlar tekrarlanır. Sistemin düşey yükler altında hesabı tamamlandıktan sonra yatay yükler için hesaba başlanır.

4. Sistem yatay yük parametresinin birim değeri için hesaplanır. Bunun için, birim yatay yüklerden oluşan $[q]$ matrisi hesaplanarak denklem takımındaki yerine yazılır. Bir önceki adımda indirgenmiş olan katsayılar matrisinden yararlanarak sadece bu matris indirgenir. Denklem takımı çözülerek bilinmeyenler tayin edildikten sonra çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler hesaplanır. Tüm kritik kesitlerdeki iç kuvvet durumları akma koşullarının belirlediği sınır durumlarla karşılaştırılarak yatay yüklerden oluşan ilk plastik kesitin yeri ve buna karşı gelen yatay yük parametresi bulunur.

5. Yeni oluşan k sayılı plastik kesitteki θ_k plastik dönmesi yeni bilinmeyen olarak alınır, bu bilinmeyene bağlı olarak yazılan bir kolon ile plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekil değiştirmeler arasındaki bağıntıyı ifade eden bir satır, önceki adıma ait indirgenmiş denklem takımına eklenir. Sadece yeni eklenen satır ve kolon indirgenir.

6. Denklem takımı çözülerek birim yük artımından oluşan $[d]$ ve $[\theta]$ bilinmeyenleri ile çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler bulunur.

7. Sistemde bir sonraki plastik kesit oluşumuna veya daha önce oluşan bir plastik kesitteki iç kuvvet durumunun taşıma kapasitesi sınır durumuna ulaşmasına neden olan ΔP_{k+1} yük değişimi bulunarak $k+1$ sayılı adıma ait toplam yük parametresi belirlenir. Bu yüklerden meydana gelen toplam yerdeğiştirmeler, plastik şekildeğiştirmeler, çubuk uç kuvvetleri ve iç kuvvetler elde edilir. Herhangi bir plastik kesitteki iç kuvvet durumunun taşıma kapasitesi sınır durumuna erişmesi halinde bir sonraki adıma geçilir; aksi halde 5-7 sayılı adımlar yeterince tekrarlanır.

8. Taşıma kapasitesine erişen plastik kesitte ani bir dayanım kaybı meydana geldiğinin öngörülmesi halinde, bu plastik kesite ait satır ve kolonun etkisini ortadan kaldırmak üzere, yeni bir bilinmeyen ve denklem, denklem takımına eklenir, [2,3]. Ayrıca, sözkonusu plastik kesitte ani dayanım kaybını ifade eden yeni bir denklem de denklem takımına eklenir. Pratik uygulamalarda genellikle karşılaşıldığı gibi, bu işlem sırasında diğer bazı plastik kesitlerde de ani dayanım kaybının oluşması halinde, o plastik kesitler için benzer işlemler uygulanır.

Hesap sonunda elde edilen normal kuvvetlere ve eğilme momentlerine bağlı olarak belirlenen eğilme rijitliklerinin ve ikinci mertebe çubuk rijitlik matrislerinin başlangıçta esas alınan değerlerinden farklı olması ve bu farkın sonucu etkileyecek mertebede bulunması halinde, gerekirse bu büyüklükler esas alınarak hesap tekrarlanır.

4. BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan betonarme yapı sistemlerinin değişen dış yükler altında analizi ve taşıma kapasitelerinin belirlenmesi amacıyla bu çalışma kapsamında geliştirilen artımsal analiz yönteminin pratik uygulamalarına olanak sağlamak üzere bilgisayar programları hazırlanmıştır.

Fortran programlama dilinde kodlanan bu bilgisayar programları

1-MKAPA

2-IMNOSA

isimlerini almaktadır.

Bu programlar birbirinden bağımsız olarak çalışmakta ve ilk program bir sonraki programa data üretmektedir.

Aşağıda, sözkonusu bilgisayar programlarının amaçları, kapsamı ve çalışma düzenleri ile giriş ve çıkış bilgileri açıklanmıştır.

4.1. MKAPA Bilgisayar Programı

4.1.1. Programın amacı, kapsamı ve çalışma düzeni

MKAPA bilgisayar programının amacı,

a- basit eğilme etkisindeki betonarme dikdörtgen ve tablalı kesitlerde eğilme momenti-eğrilik bağıntılarının elde edilmesi,

b- bileşik eğik eğilme etkisindeki betonarme dikdörtgen kesitlerde, her iki eğilme düzlemindeki eğilme momenti-eğrilik bağıntılarının elde edilmesi,

c- bileşik eğilme ve eğik eğilme etkisindeki dikdörtgen kesitlere ait $M - N$ ve $M_x - M_z$ karşılıklı etki diyagramlarının (akma ve taşıma kapasitesi eğrilerinin) elde edilmesi,

d- bu bilgilerden yararlanarak,

d1- pekleşen rijit-plastik davranış gösteren plastik kesitlerin modellenmesi için gerekli karakteristik değerlerin belirlenmesi,

d2- akma ve taşıma kapasitesi diyagramlarının idealleştirilmesi,

d3- etkin eğilme rijitliklerinin (çatlamış kesit eğilme rijitliklerinin) tayinidir.

Bu programda, bileşik eğik eğilme etkisinde olan betonarme kesitlerde her iki eğilme düzlemi için ayrı ayrı olmak üzere, kesitte plastik şekildeğştirmelerin başladığı M_{L1} eğilme momenti ve kesitin taşıma kapasitesinin sona erdiği M_{L2} eğilme momenti ile bu eğilme momentlerine karşı gelen χ_{L1} , χ_{L2} eğrilikleri hesaplanır. Belirli bir N_0 normal kuvveti altında hesaplanan bu değerler, Bölüm 2 deki Şekil 2.3 ve Şekil 2.5 de betonarme betonu ve beton çeliği için verilen gerilme-şekildeğştirme bağıntıları kullanılarak elde edilmektedir.

Bu programda gerekli bilgiler elde edildikten sonra, IMNOSA programına data hazırlanır.

4.1.2. Giriş bilgileri

MKAPA programının giriş bilgileri aşağıda sıralanmıştır:

a- malzeme dayanım karakteristikleri ($f_{cc}, f_{cu}, f_{sy}, f_{su}$)

b- seçilen beton ve beton çeliği modellerine ait karakteristik birim şekildeğştirme değerleri ($\epsilon_{co}, \epsilon_{cu}, \epsilon_{sy}, \epsilon_{sh}, \epsilon_{su}$)

c- kesite etkiyen normal kuvvet

d- enkesit geometrisi ve boyuna donatı yerleşim düzeni.

4.1.3. Çıkış bilgileri

MKAPA programının çıkış bilgileri şu şekilde düzenlenmiştir:

- $M - \chi$ diyagramının her noktası için, betonarme betonu ve beton çeliğinde oluşan birim şekildeğştirmeler,

- her iki eğilme düzlemi için ayrı ayrı olmak üzere $M_x - \chi_x$ ve $M_z - \chi_z$ eğrilerinin koordinatları

- her iki eğilme düzlemi için ayrı ayrı olmak üzere, kesitte plastik şekildeğişirmelerin başladığı M_{L1} eğilme momenti ve kesitin taşıma kapasitesinin sona erdiği M_{L2} eğilme momenti ile bu eğilme momentlerine karşı gelen χ_{L1} , χ_{L2} eğrilikleri

- her iki eğilme düzlemindeki etkin eğilme rijitlikleri.

4.2. IMNOSA Bilgisayar Programı

4.2.1. Programın amacı, kapsamı ve çalışma düzeni

IMNOSA bilgisayar programı, betonarme yapı sistemlerinin malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre analizi ve taşıma kapasitelerinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen yük artımı yönteminin sayısal uygulamalarına olanak sağlamak üzere hazırlanmıştır.

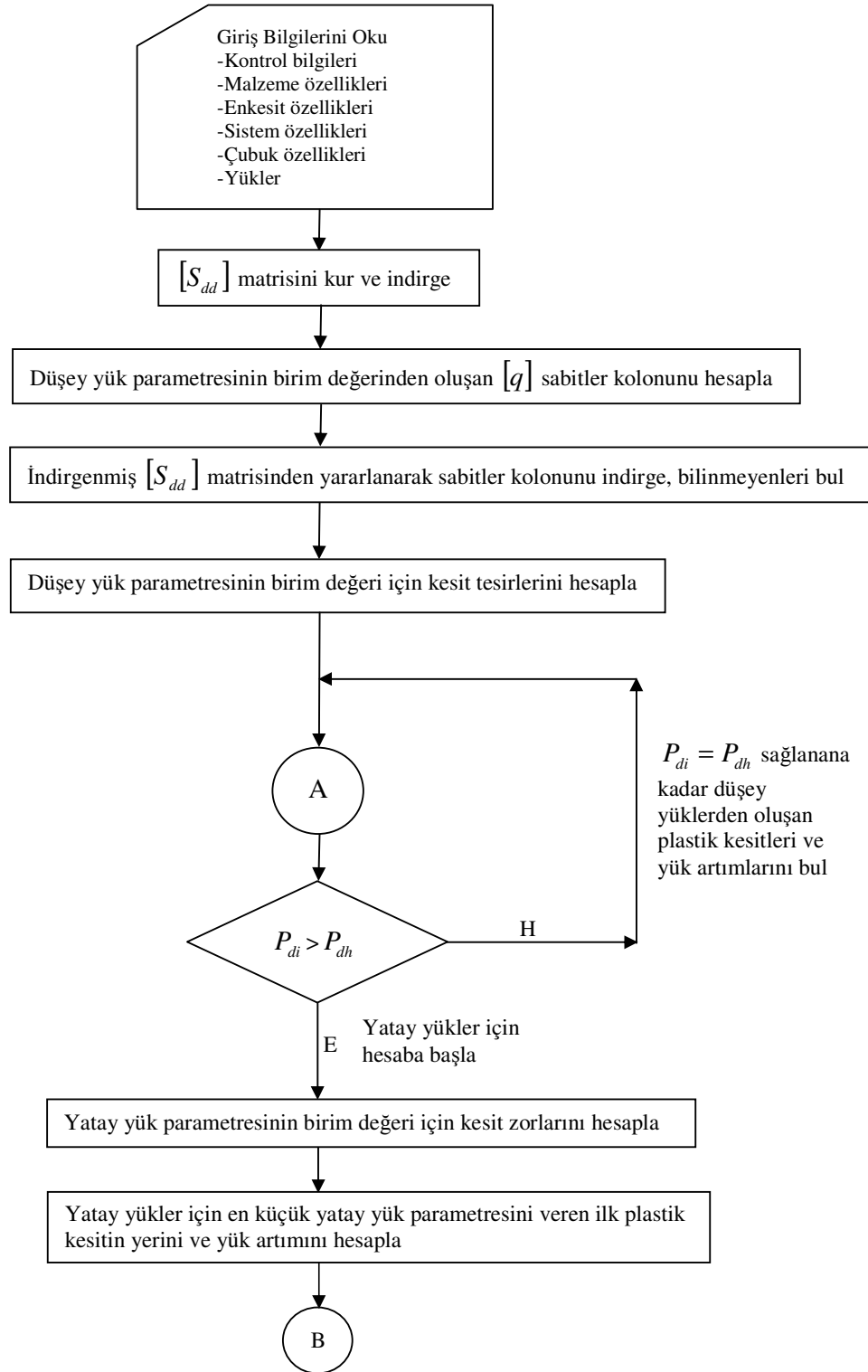
Bu program yardımıyla, betonarme düzlem çubuk sistemlerin ve kat döşemeleri düzlemi içinde sonsuz rijit varsayılan uzay çubuk sistemlerin belirli sabit düşey yükler ve orantılı olarak değişen yatay yükler altında birinci ve ikinci mertebe teorisine göre hesabı yapılarak kapasite eğrileri elde edilebilmektedir.

IMNOSA bilgisayar programı, Şekil 4.1 de verilen genel akış diyagramında belirtilen işlemleri yerine getiren bir ana program ile işlevleri aşağıda açıklanan alt programlardan oluşmaktadır. Akış diyagramında, P_{di} düşey işletme yükü parametresini, P_{dh} ise düşey hesap yükü parametresini ifade etmektedir.

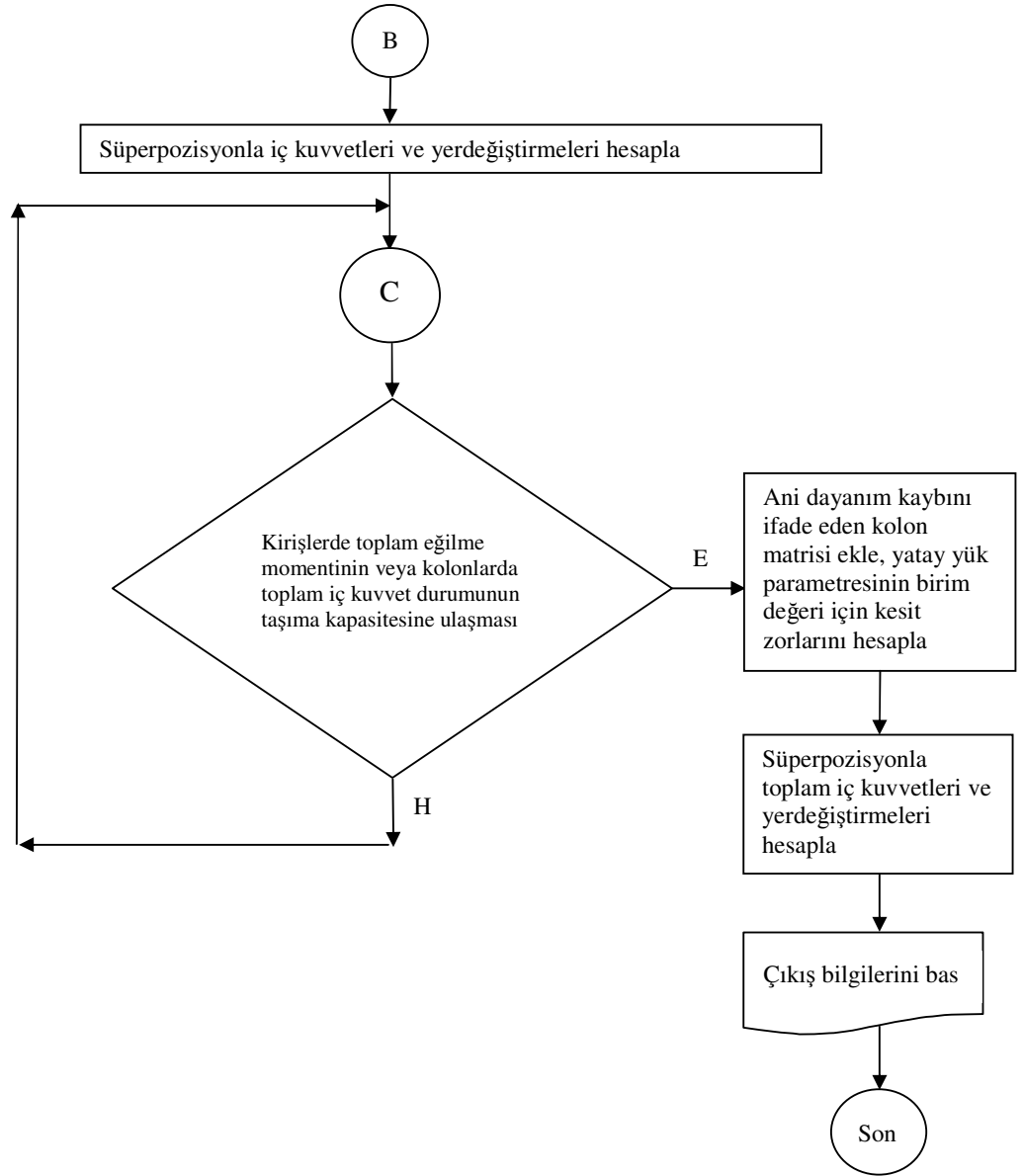
KODMA : Düğüm noktalarının bağımlı ve bağımsız yerdeğiştirme bileşenlerini ayırt etmek amacıyla hazırlanan bir alt programdır.

CUBUK : Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisi elemanlarını birinci veya ikinci mertebe teorilerine göre hesaplamaktadır.

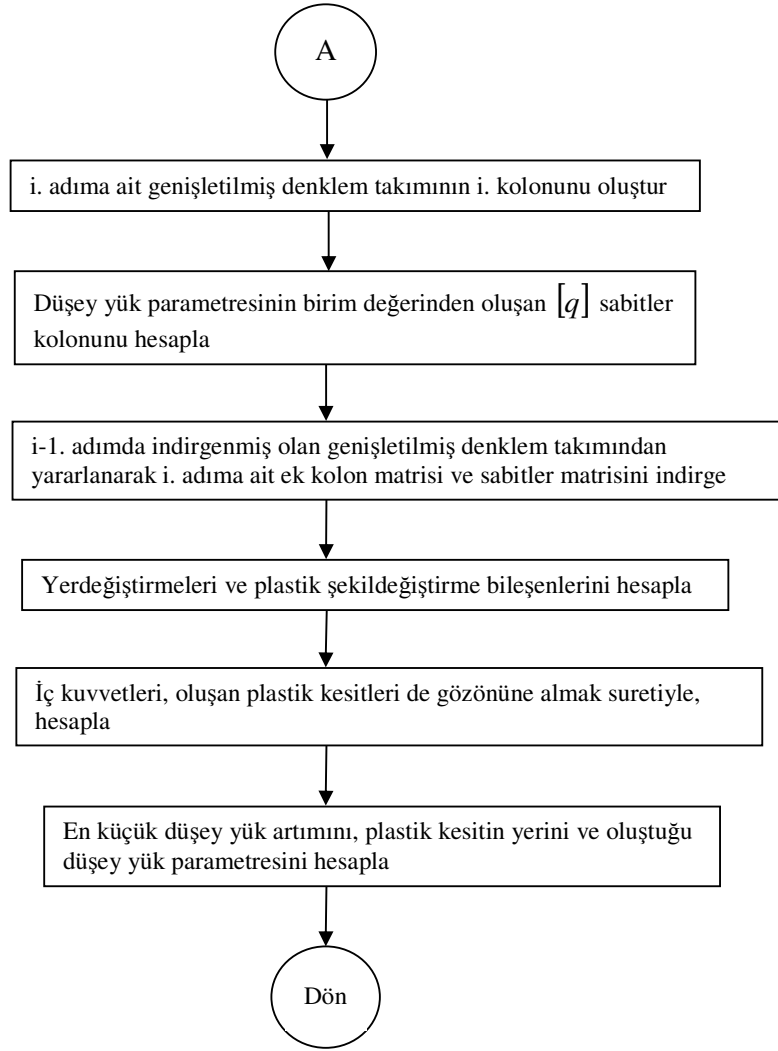
TRCUBUK : $[T]$ dönüştürme matrisi ile çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri sistem eksen takımına dönüştürülmektedir.



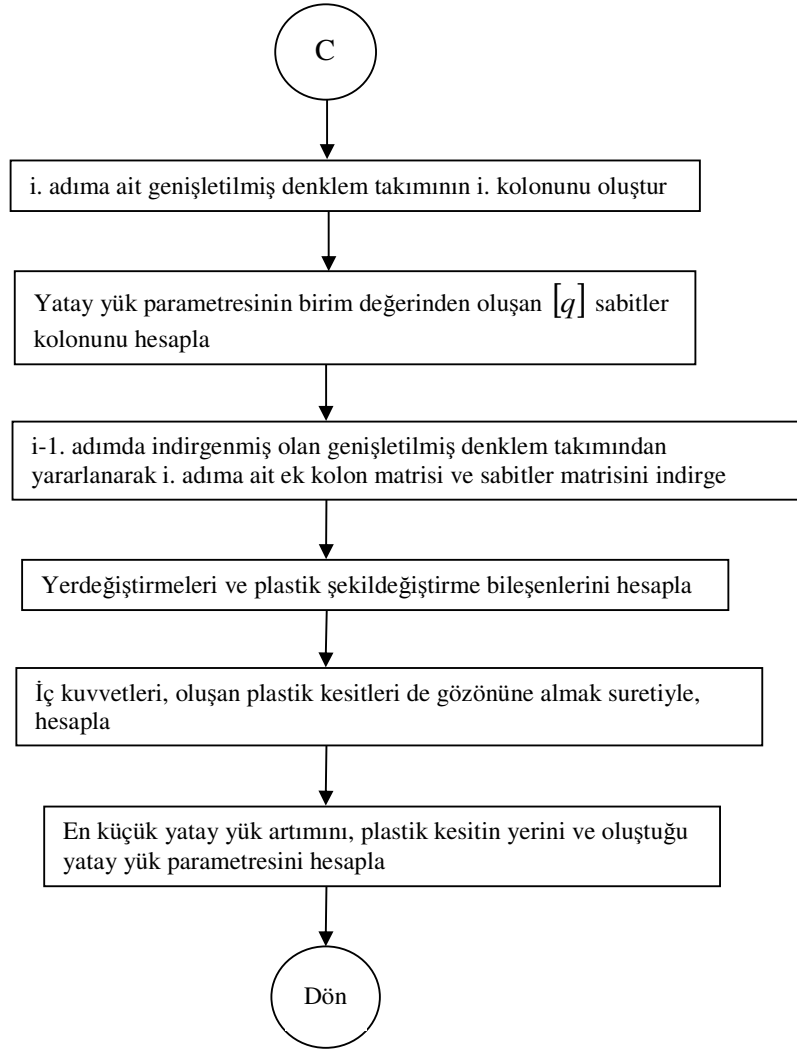
Şekil 4.1: IMNOSA Bilgisayar Programının Genel Akış Diyagramı



Şekil 4.1: (Devam)



Şekil 4.1: (Devam)



Şekil 4.1: (Devam)

4.2.2. Giriş bilgileri

IMNOSA programının giriş bilgileri

- a- kontrol bilgileri,
- b- malzeme karakteristikleri,
- c- enkesit özellikleri,
- d- sistem özellikleri,
- e- çubuk özellikleri,
- f- yük bilgileri

şeklinde düzenlenmiştir.

Bir bölümü MKAPA programı tarafından hesaplanan bilgilerden oluşan giriş bilgileri aşağıda açıklanmaktadır.

a- Kontrol Bilgileri

Kontrol bilgilerini oluşturan değişkenler yardımıyla

- a1- birinci veya ikinci mertebe teorilerinden birine göre hesap yapılması,
- a2- istenilen yerdeğiştirme bileşenlerinin öngörülen sınır değerler ile karşılaştırılarak kontrol edilmesi sağlanmaktadır.

b- Malzeme Karakteristikleri

Bu bilgiler, beton ve beton çeliği için Şekil 2.3 ve Şekil 2.5 de verilen idealleştirilmiş $\sigma - \varepsilon$ bağıntılarını tanımlayan büyüklüklerden oluşmaktadır.

c- Enkesit Özellikleri

Enkesit geometrisini tanımlayan büyüklükler ile boyuna donatı miktarı ve yerleşimi giriş bilgisi olarak verilir.

d- Sistem Özellikleri

Giriş bilgilerinin bu bölümünde, en üst kattan başlamak üzere her kattaki düğüm noktası sayısı, çubuk sayısı, yüklü düğüm noktası sayısı, düğüm noktalarının

koordinatları ve rijit döşemeli yapılarda referans noktasını tanımlayan X ve Y koordinatları ile tam ankastre olan mesnetlerin sayısı verilmektedir.

e- Çubuk Özellikleri

Bu bölümde, çubuk sayısı kadar tekrarlanmak üzere, çubukların i ve j uçlarının düğüm noktası numaraları ile eğilme, uzama ve burulma rijitlikleri verilmektedir. Kolon ve kirişlerdeki olası plastik kesitlerin $M - \theta_p$ bağıntılarını tanımlayan karakteristik değerler ile yapı sistemindeki kolonlara ait idealleştirilmiş akma ve taşıma kapasitesi diyagramlarının koordinatları da çubuk özellikleri kapsamında verilmelidir.

f- Yük Bilgileri

Yük bilgileri bölümünde, düğüm noktası yükleri giriş bilgisi olarak verilir. Düğüm noktası yükleri, her düğüm noktasında, düşey ve yatay yük grupları için ayrı ayrı verilmelidir.

4.2.3. Çıkış bilgileri

IMNOSA programının başlıca çıkış bilgileri

- a- artımsal analizin her adımına ait yük parametreleri, toplam yük parametreleri, düğüm noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri, iç kuvvetler,
- b- plastik kesitlerin yerleri ve oluştukları yük parametreleri ile plastik kesitlerdeki iç kuvvetlerin değerleridir.

5. SAYISAL ÖRNEKLER

5.1. Genel Bilgiler

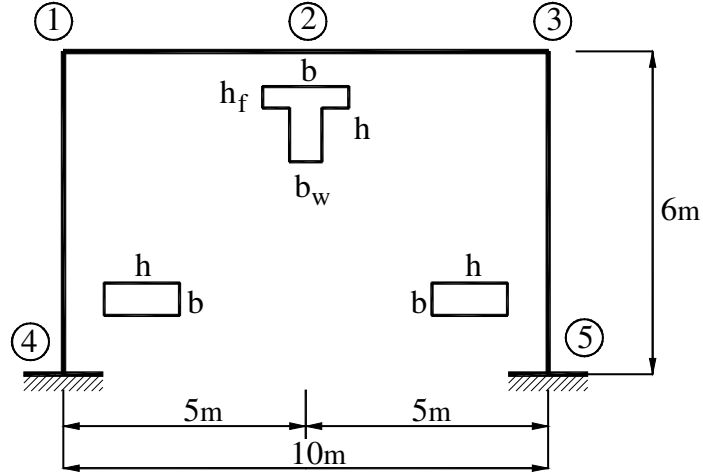
Betonarmenin doğrusal olmayan iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarını ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkilerini gözönüne almak suretiyle, betonarme yapıların düşey ve yatay yükler altındaki doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesini amaçlayan çalışmanın bu bölümünde sayısal incelemeler yer almaktadır.

Sayısal incelemeler, seçilen beş örnek yapı sistemi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Geometrisi, enkesit karakteristikleri, donatı yerleşimi ve malzeme özellikleri ile düşey ve yatay işletme yükleri verilen bu yapı sistemleri, sabit düşey yükler ve orantılı olarak değişen yatay kuvvetler altında malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre hesaplanarak yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme bağıntıları elde edilmiş ve doğrusal olmayan davranışları incelenmiştir.

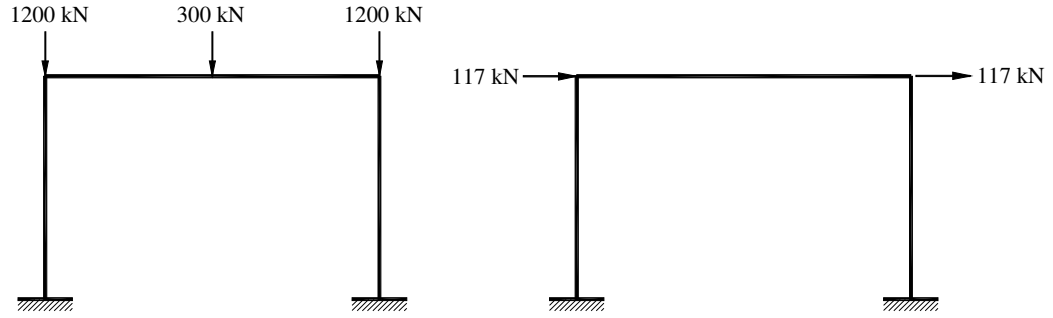
5.2. Sayısal Örnek 1 – Tek Katlı Tek Açıklıklı Düzlem Çerçeve

Bu çalışmada geliştirilen artımsal analiz yönteminin sayısal uygulamalarını ve hesap adımlarını ayrıntılı bir şekilde açıklamak amacıyla, tek katlı tek açıklıklı betonarme bir düzlem çerçeve sistemin, ikinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabı yapılacaktır. Sistem, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d=1.00$ güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yüklerin altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde monoton olarak artan yatay yüklere göre hesaplanmaktadır. Her iki bakımdan doğrusal olmayan teoriye göre hesap yapılan bu örnekte, eğilme plastik şekildeğiştirmelerinin yanında uzama plastik şekildeğiştirmeleri de gözönüne alınmıştır.

Sistemin geometrik boyutları ile kiriş ve kolon enkesitlerinin konumları Şekil 5.1 de, düşey ve yatay işletme yükleri Şekil 5.2 de görülmektedir.



Şekil 5.1: Sistemin Geometrik Özellikleri ve Enkesitlerin Konumları



a) düşey işletme yükleri ($P_d=1.00$)

b) yatay işletme yükleri ($P_y=1.00$)

Şekil 5.2: Düşey ve Yatay İşletme Yükleri

Kiriş ve kolon enkesitlerinin boyutları Tablo 5.1 de, boyuna ve enine donatıları ise Tablo 5.2 de verilmiştir.

Kiriş ve kolon enkesitlerinde paspayı $h'=40$ mm olarak alınmıştır.

Tablo 5.1: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları

Çubuk	$h(\text{mm})$	$b(\text{mm})$	$b_w(\text{mm})$	$h_f(\text{mm})$
1-2-3	800	2100	300	150
4-1,3-5	800	300	---	---

Tablo 5.2: Kiriş ve Kolon Donatıları

Çubuk	Yer	Boyuna Donatı		Etriye
1-2-3	mesnet bölgesi	üst	4Φ22+3Φ16	Φ10/150
		alt	5Φ22	
	açıklık bölgesi	üst	3Φ16	Φ10/200
		alt	5Φ22	
4-1,3-5	çubuk boyunca	10Φ22		Φ10/200-100

Betonarme betonu ve beton çeliğinin sınıfları ile Şekil 5.3 de tanımlanan idealleştirilmiş σ - ϵ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Betonarme betonu (C25) : $f_{cc} = 25 \text{ N/mm}^2$

$$E_c = 3.025 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{co} = 0.002$$

$$\epsilon_{cu} = 0.010$$

Beton çeliği (S420) : $f_{sy} = 420 \text{ N/mm}^2$

$$f_{su} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{sh} = 0.010$$

$$\epsilon_{su} = 0.100$$

dir. Sargılı betonda izin verilen en büyük birim kısalma için, bu örnekte $\epsilon_{cu} = 0.010$ değeri esas alınmıştır. Beton çeliğinin birim boy değişmesi ise $\epsilon_{su} = 0.100$ değeri ile sınırlandırılmaktadır.

Yapının gerçek davranışının izlenmesi amacıyla, malzeme güvenlik katsayıları hesaba katılmamıştır.

Seçilen düzlem çerçeve sistemin kolonlarındaki normal kuvvet düzeyi gözönünde tutulduğunda, kolonlardaki plastik kesitlerin akma eğrisini tanımlayan 1 veya 3 doğru parçaları üzerindeki iç kuvvet durumları için meydana geleceği görülmektedir. Bu doğrular için, uzama plastik şekildeğiştirmeleri ile eğilme plastik şekildeğiştirmeleri arasındaki ilişki, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliğinden yararlanarak

$$\Delta_p (m) = \frac{928.45 - 570.90}{2400} \theta_p = 0.149 * \theta_p (rad)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Bu örnek için geçerli olması beklenen M-N etkileşim bağıntılarının denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$1 \text{ doğrusu: } N + 6.71235 M - 3832.0794 = 0$$

$$2 \text{ doğrusu: } N + 7.571 M - 4629.2744 = 0$$

$$3 \text{ doğrusu: } N - 6.71235 M - 3832.0794 = 0$$

$$4 \text{ doğrusu: } N - 7.571 M - 4629.2744 = 0$$

Sistemin ikinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabında kullanılmak üzere, yukarıda açıklanan idealleştirmeye dayanarak, kiriş ve kolonlara ait $M-\theta_p$ bağıntıları elde edilmiştir. Bu bağıntılar, kesite etkiyen normal kuvvete, enkesit boyutlarına, boyuna donatı miktarına ve donatının yerleşim düzenine göre değişmektedir. Şekil 5.5 de, $M-\theta_p$ bağıntısı için kullanılan model verilmiştir. Bölüm 2.7.1 de tanımlanan $M-\chi$ bağıntılarından herhangi biri esas alınarak Bölüm 2.9 da açıklandığı şekilde elde edilebilen bu modelde, M_{L1} plastik kesitin oluşmasına karşı gelen eğilme momentini, M_{L2} plastik şekildeğiştirmelerin ve kesitin taşıma kapasitesinin sona erdiği eğilme momentini, M_{LS} kesitteki dayanım kaybının son noktasına karşı gelen eğilme momentini, $\theta_{p \max}$ maksimum plastik dönmeyi, k_1 ve k_2 ise, $M-\theta_p$ bağıntısını oluşturan doğru parçalarının eğimlerini göstermektedir. Burada, ani dayanım kaybını temsil eden k_2 rijitliği için brüt kesit eğilme rijitliği ile orantılı negatif ve büyük bir değer seçilmiştir.

$$[K]_{12} = [K]_{23} = \begin{bmatrix} 1452000 & 0 & 0 & -1452000 & 0 & 0 \\ 0 & 78686 & 196716 & 0 & -78686 & 196716 \\ 0 & 196716 & 655718 & 0 & -196716 & 327859 \\ -1452000 & 0 & 0 & 1452000 & 0 & 0 \\ 0 & -78686 & -196716 & 0 & 78686 & -196716 \\ 0 & 196716 & 327859 & 0 & -196716 & 655718 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilir. Bu örnekte, rijitlik matrisini oluşturan terimlerin hesabında, brüt beton kesitine ait uzama ve eğilme rijitlikleri kullanılmıştır.

4-1 ve 3-5 Çubukları :

Bu çubuklarda II. Mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrislerinin elemanları

$$N=-1350 \text{ kN} , (\alpha l)=l \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}}=6 \sqrt{\frac{1350}{387200}}=0.350 \text{ için}$$

$$[K]_{41} = [K]_{35} = \begin{bmatrix} 1210000 & 0 & 0 & -1210000 & 0 & 0 \\ 0 & 21242 & 64399 & 0 & -21242 & 64399 \\ 0 & 64399 & 257069 & 0 & -64399 & 129325 \\ -1210000 & 0 & 0 & 1210000 & 0 & 0 \\ 0 & -21242 & -64399 & 0 & 21242 & -64399 \\ 0 & 64399 & 129325 & 0 & -64399 & 257069 \end{bmatrix}$$

değerlerini alırlar.

Dönüştürme matrisleri :

Ek A da uzay çubuklar için verilen dönüştürme matrislerinde, sıfır olan düzlem dışı yerdeğiştirmelere ait kolon ve satırlar silinirse, 1-2-3 kirişi ve 4-1, 3-5 kolonları için sırasıyla

$$[T]_{12} = [T]_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [I]$$

$$[T]_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]_{35} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri :

Çubuk eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri

$$[k]_{ixix} = [T]^T [k]_{ii} [T] , \quad [k]_{ixjx} = [T]^T [k]_{ij} [T]$$

$$[k]_{jxix} = [T]^T [k]_{ji} [T] , \quad [k]_{jxjx} = [T]^T [k]_{jj} [T]$$

bağıntıları ile sistem eksen takımına dönüştürülürler. Bu şekilde elde edilen matrislerin sayısal değerleri aşağıda verilmiştir.

1-2 ve 2-3 Çubukları :

$$[K]_{12} = \begin{bmatrix} [k]_{1x1x} & [k]_{1x2x} \\ [k]_{2x1x} & [k]_{2x2x} \end{bmatrix} , \quad [K]_{23} = \begin{bmatrix} [k]_{2x2x} & [k]_{2x3x} \\ [k]_{3x2x} & [k]_{3x3x} \end{bmatrix}$$

$$[K]_{12} = [K]_{23} = \begin{bmatrix} 1452000 & 0 & 0 & -1452000 & 0 & 0 \\ 0 & 78686 & 196716 & 0 & -78686 & 196716 \\ 0 & 196716 & 655718 & 0 & -196716 & 327859 \\ -1452000 & 0 & 0 & 1452000 & 0 & 0 \\ 0 & -78686 & -196716 & 0 & 78686 & -196716 \\ 0 & 196716 & 327859 & 0 & -196716 & 655718 \end{bmatrix}$$

4-1 Çubuğu :

$$[K]_{41} = \begin{bmatrix} [k]_{4x4x} & [k]_{4x1x} \\ [k]_{1x4x} & [k]_{1x1x} \end{bmatrix}$$

$$[K]_{41} = \begin{bmatrix} 21242 & 0 & -64399 & -21242 & 0 & -64399 \\ 0 & 1210000 & 0 & 0 & -1210000 & 0 \\ -64399 & 0 & 257069 & 64399 & 0 & 129325 \\ -21242 & 0 & 64399 & 21242 & 0 & 64399 \\ 0 & -1210000 & 0 & 0 & 1210000 & 0 \\ -64399 & 0 & 129325 & 64399 & 0 & 257069 \end{bmatrix}$$

3-5 Çubuğu :

$$[K]_{35} = \begin{bmatrix} [k]_{3x3x} & [k]_{3x5x} \\ [k]_{5x3x} & [k]_{5x5x} \end{bmatrix}$$

$$[K]_{35} = \begin{bmatrix} 21242 & 0 & 64399 & -21242 & 0 & 64399 \\ 0 & 1210000 & 0 & 0 & -1210000 & 0 \\ 64399 & 0 & 257069 & -64399 & 0 & 129325 \\ -21242 & 0 & -64399 & 21242 & 0 & -64399 \\ 0 & -1210000 & 0 & 0 & 1210000 & 0 \\ 64399 & 0 & 129325 & -64399 & 0 & 257069 \end{bmatrix}$$

Sistem eksen takımındaki düğüm noktası yükleri matrisleri

Düşey yükler için düğüm noktası yükleri matrisleri

$$[q]_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \end{bmatrix}, [q]_{2x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -300 \\ 0 \end{bmatrix}, [q]_{3x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[q]_{düşey} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1200 \\ 0 \\ 0 \\ -300 \\ 0 \\ 0 \\ -1200 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Yatay yükler için düğüm noktası yükleri matrisleri ise

$$[q]_{1x} = \begin{bmatrix} 234 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, [q]_{2x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, [q]_{3x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[q]_{yatay} = \begin{bmatrix} 234 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır.

Sistem rijitlik matrisi:

Yapı sistemine ait $[S_{dd}]$ sistem rijitlik matrisi aşağıda verilmiştir.

$$[S_{dd}] = \begin{bmatrix} 1473242 & 0 & 64399 & -1452000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1288686 & 196716 & 0 & -78686 & 196716 & 0 & 0 & 0 \\ 64399 & 196716 & 912787 & 0 & -196716 & 327859 & 0 & 0 & 0 \\ -1452000 & 0 & 0 & 2904000 & 0 & 0 & -1452000 & 0 & 0 \\ 0 & -78686 & -196716 & 0 & 157372 & 0 & 0 & -78686 & 196716 \\ 0 & 196716 & 327859 & 0 & 0 & 1311437 & 0 & -196716 & 327859 \\ 0 & 0 & 0 & -1452000 & 0 & 0 & 1473242 & 0 & 64399 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -78686 & -196716 & 0 & 1288686 & -196716 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 196716 & 327859 & 64399 & -196716 & 912787 \end{bmatrix}$$

Düşey yükler için hesap :

Sistem ilk olarak düşey yük parametresinin $\Delta P_d=1.00$ değeri için hesaplanacaktır. Hesabın başlangıcında sistemde plastik kesitler bulunmadığından, denge denklemleri

$$[S_{dd}][d]=[q]_{\text{düşey}}$$

şeklindedir ve akma koşulu denklemlerine gerek olmamaktadır. Denge denklemlerinde yükleme matrisinin bulunmamasının nedeni, sistemdeki tüm yüklerin düğüm noktalarına etkimesidir.

Düşey yüklere göre hesap sonucunda elde edilen $[d]$ bilinmeyenler matrisi

$$\begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \theta_1 \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \theta_2 \\ d_{3x} \\ d_{3y} \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0391985 \\ -1.115702 \\ -0.896736 \\ 0 \\ -5.26385 \\ 0 \\ -0.0391985 \\ -1.115702 \\ 0.896736 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

şeklindedir.

$\Delta P_d=1.00$ yüklemesi için elde edilen M eğilme momentleri ve N normal kuvvetleri Tablo 5.4 ün 3. ve 4. kolonlarında verilmiştir.

Tablo 5.4: $\Delta P_d=1.00$ ve $\Delta P_{y1}=1.00$ İçin Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları

Çubuk	X(m)	$P_d=\Delta P_d=1.00$		$\Delta P_{y1}=1.00$	
		M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)
1-2	0.000	-228	0	314.52	0
	5.000	522	0	0	0
2-3	0.000	522	0	0	0
	5.000	-228	0	-314.52	0
4-1	0.000	113.45	-1350	-397.54	62.9
	6.000	-228	-1350	314.52	62.9
3-5	0.000	-228	-1350	-314.52	-62.9
	6.000	113.45	-1350	397.54	-62.9

$\Delta P_d=1.00$ için hesaplanan iç kuvvet durumları akma koşullarının sınırlarına ulaşmadığından, $P_d=1.00$ düşey işletme yükleri altında sistemde plastik kesit oluşmamaktadır.

Yatay yükler için hesap :

1. Adım : $\Delta P_{y1}=1.00$ için hesap

Düşey yükler altında sistemde plastik kesit oluşmadığından, yatay yükler için hesabın ilk adımında da denklem takımı yalnız denge denklemlerinden oluşmakta, akma koşulu denklemlerine gerek olmamaktadır.

Bu adımda $[S_{dd}]$ matrisi, düşey yüklere göre hesapta kullanılan sistem rijitlik matrisinin aynıdır. Buna karşılık, dış yük matrisi değişmektedir.

Yapı sisteminin yatay yüklere göre hesabında

$$[S_{dd}][d]=[q]_{yatay}$$

denklem takımının çözümüyle elde edilen $[d]$ bilinmeyenler matrisi

$$\begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \theta_1 \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \theta_2 \\ d_{3x} \\ d_{3y} \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.558208 \\ 0.0519859 \\ -0.66216 \\ 7.478256 \\ -0.030575 \\ 0.309369 \\ 7.398305 \\ -0.051986 \\ -0.6377 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

şeklindedir.

$\Delta P_{y1}=1.00$ yüklemesi için sistemin kritik kesitlerinde meydana gelen kesit zorları Tablo 5.4 ün 5. ve 6. kolonlarında verilmiştir.

İlk plastik kesitin yerinin ve yük parametresinin belirlenmesi

Yatay yük artımının birinci adımı sonunda sistemde oluşan ilk plastik kesitin yerinin ve bu plastik kesitin oluşmasına neden olan yatay yük parametresinin değerinin belirlenmesi için, sistemin bütün kritik kesitlerinde

$$a_1(M_{xo} + \Delta M_{x1} \Delta P_{y1}) + a_2(M_{zo} + \Delta M_{z1} \Delta P_{y1}) + a_3(N_o + \Delta N_1 \Delta P_{y1}) + b = 0 \quad (5.1)$$

doğrusallaştırılmış akma koşulunun yazılarak en küçük ΔP_{y1} yatay yük artımının bulunması gerekmektedir. Burada M_{xo}, M_{zo}, N_o büyüklükleri $P_d=1.00$ düşey yüklerinden, $\Delta M_{x1}, \Delta M_{z1}, \Delta N_1$ büyüklükleri ise $\Delta P_{y1}=1.00$ yatay yük artımından meydana gelen kesit zorlarını göstermektedir.

Bu örnekteki düzlem çerçeve sistemin çubuklarında $M_z=0$ olduğundan, (5.1) bağıntısı

$$a_1(M_{xo} + \Delta M_{x1} \Delta P_{y1}) + a_3(N_o + \Delta N_1 \Delta P_{y1}) + b = 0 \quad (5.2)$$

şeklini alır. Ayrıca 1-2 ve 2-3 kirişlerinde normal kuvvetin akma koşuluna etkisi terkedildiğinden, akma koşulu için

$$M_{xo} + \Delta M_{x1} \Delta P_{y1} = M_{L1} \quad (5.3)$$

yazılabilir.

Aşağıda, örnek olarak seçilen belirli kritik kesitler için, ilk plastik kesitin oluşumuna neden olan ΔP_{y1} yatay yük artımı hesaplanacaktır.

1-2 Çubuğu $x=0.00$ m. (sol uç)

$P_d=1.00$ ve $\Delta P_{y1}=1.00$ için Tablo 5.4 de verilen eğilme momentleri

$P_d=1.00$ için $M_{xo}=-228$ kNm

$\Delta P_{y1}=1.00$ için $\Delta M_{x1}=314.52$ kNm

ilgili akma koşulunda yerine konursa,

$$-228+314.52\Delta P_{y1}=651.62 \Rightarrow \Delta P_{y1}=2.7967 \text{ elde edilir.}$$

2-3 Çubuğu $x=5.00$ m. (sağ uç)

$P_d=1.00$ için $M_{xo}=-228$ kNm

$\Delta P_{y1}=1.00$ için $\Delta M_{x1}=-314.52$ kNm

$$-228-314.52\Delta P_{y1}=-651.62 \Rightarrow \Delta P_{y1}=1.3469$$

4-1 Çubuğu $x=0.00$ m. (sol kolon alt ucu)

Bu kesitte $P_d=1.00$ ve $\Delta P_{y1}=1.00$ için hesaplanan ve Tablo 5.4 de verilen kesit zorlarının

$P_d=1.00$ için $M_{xo}=113.45$ kNm , $N_o=-1350$ kN

$\Delta P_{y1}=1.00$ için $\Delta M_{x1}=-397.54$ kNm , $\Delta N_1=62.90$ kN

sayısal değerleri Şekil 5.4 de verilen doğrusallaştırılmış akma koşulunda yerine konarak ΔP_{y1} yük artımı bulunur. Bu işlemin, akma koşulunun her bölgesi için tekrarlanması ve hesaplanan en küçük yük artımının ΔP_{y1} olarak alınması gerekmektedir.

Bu hesap sonucunda, akma koşulunun (3) numaralı bölgesi için

$$(-1350+62.90\Delta P_{y1})-6.71235(113.45-397.54\Delta P_{y1})-3832.0794=0$$

denkleminde

$$\Delta P_{y1}=2.1761$$

bulunmuştur.

3-5 Çubuğu $x=0.00$ m. (sağ kolon üst ucu)

Bu kritik kesitte yapılan benzer hesap sonucunda

$$P_d=1.00 \quad \text{için} \quad M_{xo}=-228 \text{ kNm} \quad , \quad N_o=-1350 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{y1}=1.00 \quad \text{için} \quad \Delta M_{x1}=-314.52 \text{ kNm} \quad , \quad \Delta N_1=-62.90 \text{ kN}$$

$$(-1350-62.90\Delta P_{y1})-6.71235(-228-314.52\Delta P_{y1})-3832.0794=0$$

$$\Rightarrow \Delta P_{y1}=1.7828$$

elde edilmiştir.

Sistemin bütün kritik kesitleri için tekrarlanan benzer hesaplar sonucunda, ilk plastik kesitin

$$P_d=1.00 \quad , \quad P_{y1}=\Delta P_{y1}=1.3469$$

toplam yükünde, 2-3 kirişinin (3) ucunda oluştuğu görülmektedir. Bu duruma ait toplam iç kuvvetler, $P_d=1.00$ için bulunan değerlere, $\Delta P_{y1}=1.00$ için bulunan değerlerin 1.3469 katının eklenmesi ile elde edilir.

2. Adım : $\Delta P_{y2}=1.00$ için hesap

Sistemde ilk plastik kesitin oluşumundan sonra, $\Delta P_{y2}=1.00$ yük artımı için hesapta, bu plastik kesitteki plastik şekildeğiştirmenin çözüme etkisini içeren genişletilmiş denklem takımının elde edilmesi gerekmektedir.

2-3 kirişinin sağ ucunda meydana gelen ilk plastik kesitin oluşumundan sonra, Bölüm 3 te açıklandığı gibi, bu kesitteki plastik şekildeğiştirme parametresi (plastik dönme) yeni bir bilinmeyen olarak alınacak ve kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi

ile plastik şekil değiştirme parametresi arasındaki ilişkiyi ifade eden yeni bir denklem, denklem takımına ilave edilecektir.

Her yük artımında oluşan plastik kesitteki plastik şekil değiştirme parametresinin bilinmeyen numarası, düğüm noktaları ve mesnet numaralarının devamı şeklinde belirlenecektir. Bu nedenle, birinci adım sonunda meydana gelen plastik kesitteki bilinmeyen plastik şekil değiştirme parametresi θ_6 olarak isimlendirilmiştir.

$[S_{d\theta}]$ matrisinin oluşturulabilmesi için, Ek B de verilen bağıntılar yardımıyla $[P_{\theta 1}]_2$ ve $[P_{\theta 1}]_3$ çubuk uç kuvvetleri matrislerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu bağıntılarda, plastik kesitin yerini tanımlayan $\alpha = \frac{x_k}{l}$ parametresi

$$\alpha = \frac{5.00}{5.00} = 1.00$$

olarak alınır. Böylece, sözkonusu çubuğa ait dönüştürme matrisinin birim matris olduğu da gözönünde tutularak,

$$[P_{\theta 1}]_{2x} = [P_{\theta 1}]_2 = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 196716 \\ 327859 \end{bmatrix}$$

$$[P_{\theta 1}]_{3x} = [P_{\theta 1}]_3 = \begin{bmatrix} P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -196716 \\ 655718 \end{bmatrix}$$

matrisleri elde edilir.

Eklenecek kolon matrisin tanımlanabilmesi için, tek terimden oluşan $[\bar{S}_{\theta\theta}]$ matrisinin de hesaplanması gerekmektedir. Bu terim

$$\bar{S}_{\theta\theta}(1,1) = P_{10} + k_1 = 655718 + 2331.89 = 658050$$

şeklinde bulunur. Sonuç olarak, 2. adımda sistem rijitlik matrisine

$$\begin{bmatrix} [S_{d\theta}] \\ [\bar{S}_{\theta\theta}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 196716 \\ 327859 \\ 0 \\ -196716 \\ 655718 \\ 658050 \end{bmatrix}$$

kolon matrisi ilave edilmiştir.

Bu adıma ait genişletilmiş denklem takımı Tablo 5.5 de görülmektedir.

$\Delta P_{y2}=1.00$ yatay yük artımından oluşan bilinmeyenler matrisi

$$\begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \theta_1 \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \theta_2 \\ d_{3x} \\ d_{3y} \\ \theta_3 \\ \theta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.802774 \\ 0.0341907 \\ -1.633503 \\ 12.756468 \\ -3.015109 \\ 0.203476 \\ 12.710162 \\ -0.0341907 \\ -3.148432 \\ 3.927007 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

olarak bulunmuştur.

$\Delta P_{y2}=1.00$ yüklemesi için hesaplanan kesit zorları Tablo 5.6 nın ilgili kolonlarında verilmiştir.

Tablo 5.5: Genişletilmiş Denklemler Takımı

θ_1	d_{1x}	d_{1y}	θ_2	d_{2x}	d_{2y}	θ_3	d_{3x}	d_{3y}	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	$-\theta_6$	$-\theta_7$	$-\theta_8$	$-\theta_9$	θ_{10}
1473242	0	64399	-1452000	0	0	0	0	0	0	0	0	64399	0	0	0	64399	0
0	1288686	196716	0	-78686	196716	0	0	0	0	0	0	-180290	0	0	0	-180290	0
64399	196716	912787	0	-196716	327859	0	0	0	0	0	0	129325	0	0	0	129325	0
-1452000	0	0	2904000	0	0	-1452000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-78686	-196716	0	157372	0	0	-78686	196716	196716	196716	0	0	196716	196716	0	0	196716
0	196716	327859	0	0	1311437	0	-196716	327859	327859	655718	0	0	327859	655718	0	0	655718
0	0	0	-1452000	0	0	1473242	0	64399	0	0	64399	0	0	0	64399	0	0
0	0	0	0	-78686	-196716	0	1288686	-196716	-196716	-196716	180290	0	-196716	-196716	180290	0	-196716
0	0	0	0	196716	327859	64399	-196716	912787	655718	327859	129325	0	655718	327859	129325	0	327859
0	0	0	0	196716	327859	0	-196716	655718	658050	327859	0	0	0	327859	0	0	327859
0	0	0	0	196716	655718	0	-196716	327859	327859	657475	0	0	327859	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	64399	180290	129325	0	0	284356	0	0	0	0	0	0
64399	-180290	129325	0	0	0	0	0	0	0	0	0	284356	0	0	0	0	0
0	0	0	0	196716	327859	0	-196716	655718	0	327859	0	0	-658050	327859	0	0	327859
0	0	0	0	196716	655718	0	-196716	327859	327859	0	0	0	327859	-657475	0	0	0
0	0	0	0	0	0	64399	180290	129325	0	0	0	0	0	0	-284356	0	0
64399	-180290	129325	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-284356	0
0	0	0	0	196716	655718	0	-196716	327859	327859	0	0	0	327859	0	0	0	-81309082

Tablo 5.6: Yatay Yük Artımlarından Dolayı Kritik Kesitlerde Oluşan Kesit Zorları

Çubuk	X(m)	$\Delta P_{y2}=1.00$		$\Delta P_{y3}=1.00$		$\Delta P_{y4}=1.00$		$\Delta P_{y5}=1.00$		$\Delta P_{y6}=1.00$	
		M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)	M(kNm)	N(kN)
1-2	0.000	404.56	0	57.4	0	104.14	0	-15235.2	0	316.52	0
	5.000	197.7	0	17.04	0	33.3	0	-4507	0	2.01	0
2-3	0.000	197.7	0	17.04	0	33.3	0	-4507	0	2.01	0
	5.000	-9.16	0	-23.32	0	-37.56	0	6221	0	-312.51	0
4-1	0.000	-613.23	41.37	-700.81	8.07	-1372.36	14.17	313.61	-2145.35	-401.11	62.9
	6.000	404.56	41.37	57.4	8.07	104.14	14.17	-15235.2	-2145.35	316.52	62.9
3-5	0.000	-9.16	-41.37	-23.32	-8.07	-37.56	-14.17	6221	2145.35	-312.51	-62.9
	6.000	411.35	-41.37	678.72	-8.07	0.844	-14.17	-303.72	2145.35	393.97	-62.9

Sistemin bütün kritik kesitlerinde, önceki yük artımı için açıklanan hesapların benzer şekilde uygulanması sonucunda, ikinci plastik kesitin 2-3 çubuğunun (2) ucunda ve

$$\Delta P_{y2}=0.2778$$

$$P_d=1.00 \quad , \quad P_{y2}=P_{y1}+\Delta P_{y2}=1.6247$$

yük parametresinde olduğu görülmektedir.

3. Adım : $\Delta P_{y3}=1.00$ için hesap

Önceki adımlara benzer şekilde yapılan hesaplar sonucunda $\Delta P_{y3}=1.00$ yük artımı için elde edilen kesit zorları Tablo 5.6'nın ilgili kolonlarında verilmiştir.

Bu adım, 3-5 çubuğunun (5) ucunda üçüncü plastik kesitin oluşumu ile sona ermektedir.

Üçüncü plastik kesitin oluşmasına neden olan yatay yük parametresi artımı

$$\Delta P_{y3}=0.03422$$

olarak hesaplanmıştır. Bu adıma karşı gelen toplam yükler ise

$$P_d=1.00 \quad , \quad P_{y3}=P_{y2}+\Delta P_{y3}=1.65892$$

dir.

4. Adım : $\Delta P_{y4}=1.00$ için hesap

Üçüncü adım sonunda 3-5 çubuğunun (5) ucunda oluşan plastik kesitteki iç kuvvet durumu, doğrusallaştırılmış akma koşulunun (1) numaralı bölgesinde bulunmaktadır.

Bu bölgede, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliğinden yararlanarak, eğilme ve uzama plastik şekil değiştirmeleri arasında

$$\Delta_p = -0.149 \theta_p \quad (5.4)$$

bağıntısı yazılabilir.

Böylece, kolonda oluşan bu plastik kesitteki plastik şekil değiştirmeler, tek bir plastik şekil değiştirme bileşenine bağlı olarak ifade edilebilmektedir.

Genişletilmiş denklem takımının θ_8 ek bilinmeyenine karşı gelen satır ve kolon elemanları Tablo 5.5 de verilmiştir.

Bu adım sonunda elde edilen kesit zorları Tablo 5.6 nın ilgili kolonlarında görölmektedir.

Dördüncü plastik kesit, 4-1 çubuğunun (4) ucunda ve yük parametresinin

$$\Delta P_{y4}=0.1028$$

$$P_d=1.00 \quad , \quad P_{y4}=P_{y3}+\Delta P_{y4}=1.76172$$

değerinde meydana gelmektedir.

Dördüncü plastik kesitin oluşumundan sonra, bu plastik kesitteki θ_8 bilinmeyenine ait ek kolonu da içeren genişletilmiş denklem takımının katsayılar matrisinin determinant değeri

$$\det[S] < 0$$

olmaktadır. Bu durum, $P_d=1.0$ için, yatay yük parametresinin $P_{y4}=1.76172$ değerinde sistemin burkulma konumundan geçtiğini göstermektedir.

5. Adım : $\Delta P_{y5}=1.00$ için hesap

Dördüncü adım sonunda 4-1 çubuğunun (4) ucunda oluşan plastik kesitteki iç kuvvet durumu, doğrusallaştırılmış akma koşulunun (3) numaralı bölgesinde bulunmaktadır.

Bu bölgede, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliğinden yararlanarak, eğilme ve uzama plastik şekildeğıştirmeleri arasında

$$\Delta_p = 0.149 \theta_p \quad (5.5)$$

bağıntısı yazılabilir.

Genişletilmiş denklem takımının θ_9 ek bilinmeyenine karşı gelen satır ve kolon elemanları Tablo 5.5 de verilmiştir.

Bu adım sonunda elde edilen kesit zorları Tablo 5.6 nın ilgili kolonlarında görölmektedir.

Beşinci adım, 2-3 çubuğunun (2) ucundaki eğilme momentinin M_{L2} taşıma kapasitesine ulaşmasıyla sona ermektedir.

Bu durumda

$$\Delta P_{y5} = -0.013146$$

$$P_d = 1.00 \quad , \quad P_{y5} = P_{y4} + \Delta P_{y5} = 1.74857$$

değerleri elde edilmektedir.

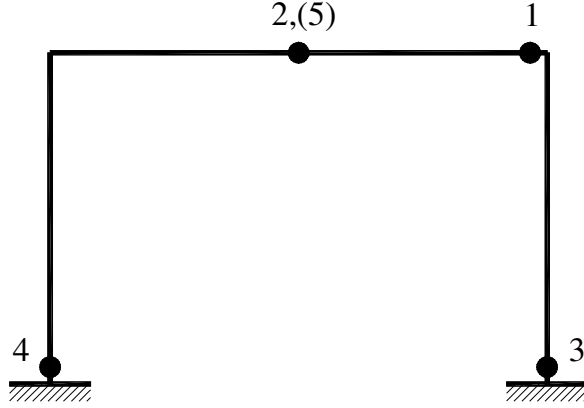
6. Adım : $\Delta P_{y6} = 1.00$ için hesap

Altıncı adım, statik itme analizinin son adımıdır.

Bu adımda, taşıma kapasitesine erişerek ani dayanım kaybının olduğu 2-3 çubuğunun (2) ucundaki plastik kesite ait satır ve kolonun etkisini ortadan kaldırmak üzere, yeni bir bilinmeyen ve denklem, denklem takımına eklenmiştir. Ayrıca, sözkonusu plastik kesitte ani dayanım kaybını ifade eden yeni bir denklem de denklem takımına ilave edilmiştir. Bu şekilde elde edilen genişletilmiş denklem takımının çözümü sonucunda, diğer plastik kesitlerde de ani dayanım kaybı saptanmış ve o plastik kesitler için de benzer işlemler uygulanmıştır.

Genişletilmiş denklem takımının yukarıda açıklanan son durumuna karşı gelen denklemleri Tablo 5.5 de, bu denklem takımının $\Delta P_{y6} = 1.00$ yük artımı için çözümü ile elde edilen kesit zorları Tablo 5.6 da verilmişlerdir.

Her iki bakımdan doğrusal olmayan teoriye göre yapılan statik itme analizi sonucunda, düşey ve yatay yük parametrelerinin $P_d = 1.00$, $P_{y5} = 1.74857$ değerlerinde meydana gelen plastik kesitler ile bunların oluşum sırası Şekil 5.6 da, plastik kesitlerdeki kesit zorları Tablo 5.7 de verilmiştir.

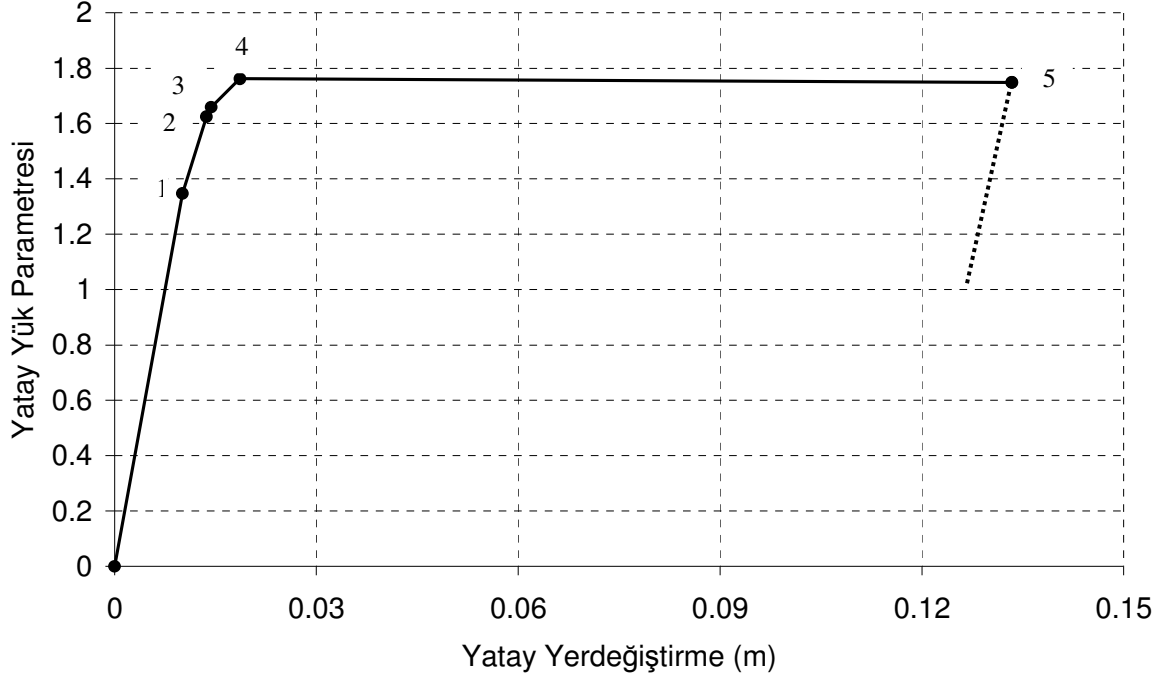


Şekil 5.6: Statik İtme Analizinde Meydana Gelen Plastik Kesitler ve Oluşum Sırası

Tablo 5.7: Statik İtme Analizi Sonucunda Plastik Kesitlerdeki Kesit Zorları

Çubuk	x(m)	$M_x(kNm)$	N (kN)
2-3	5.000	-740.60	0
2-3	0.000	640.18	0
3-5	6.000	790.48	-1476.15
4-1	0.000	-761.53	-1223.85

Sistemin ikinci merteye teorisine göre hesabı ile elde edilen yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramı Şekil 5.7 de, diyagramın koordinatları ise Tablo 5.8 de verilmiştir. Buradaki δ yerdeğiştirmesi, çerçevenin (3) düğüm noktasının yatay yerdeğiştirmesini göstermektedir.



Şekil 5.7: İkinci Mertebe Teorisine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi-
Yatay Yerdeğiştirme (P_y - δ) Diyagramı

Tablo 5.8: Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme Diyagramının Koordinatları

Yatay Yük Parametresi	Yatay Yerdeğiştirme (m)
0	0
1.347	0.0101
1.625	0.0137
1.659	0.0144
1.762	0.0186
1.749	0.1334

Yapı sisteminin doğrusal olmayan analizi sonucunda elde edilen başlıca bilgiler Tablo 5.9 da özetlenmiştir.

Tablo 5.9: Sistemin Taşıma Kapasitesi ve Plastik Kesitlerin Oluşumu

Yatay Yük Parametresi	Plastik Kesit Sayısı			İlk Plastik Kesitin Oluştugu Yatay Yük Parametresi	
	Toplam	Kirişte	Kolonda	Kirişte	Kolonda
$P_{G2} = 1.762$	4	2	2	1.347	1.659

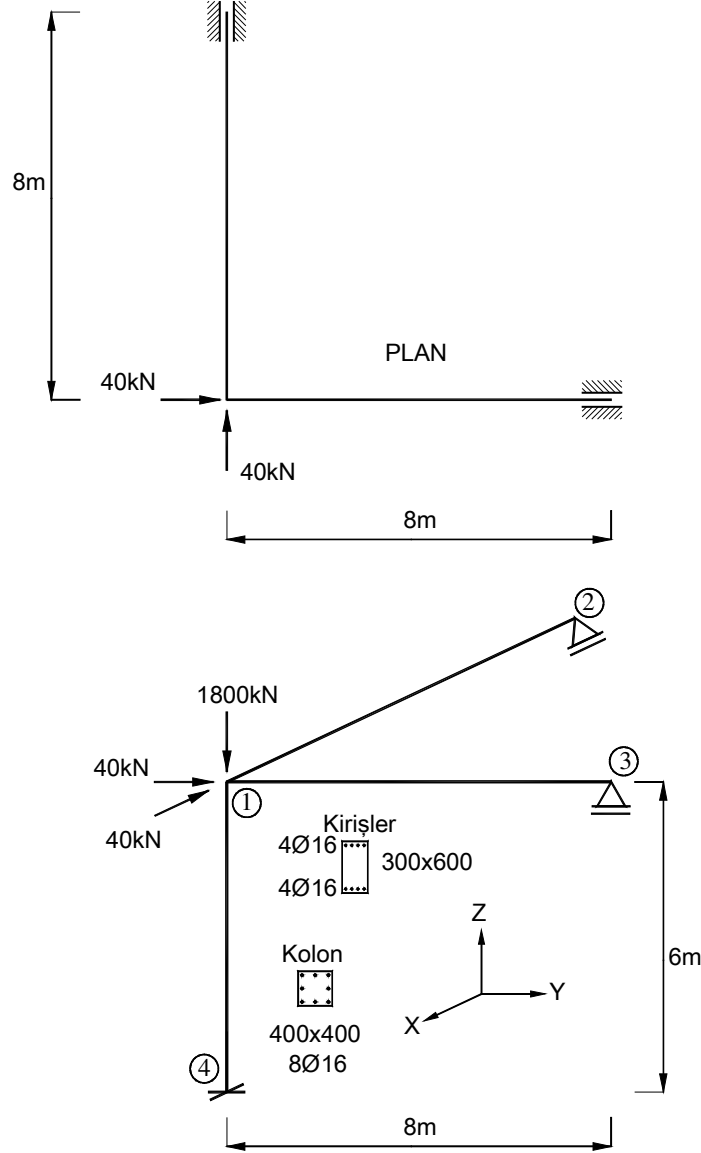
İkinci merteye teorisine göre hesapta, oluşan plastik kesitlerdeki plastik dönme ve plastik uzama şekil değiştirmeleri Tablo 5.10 da verilmiştir. Burada verilen plastik şekil değiştirmeler, yatay yük parametresinin en büyük değerine, diğer bir deyişle, yapı sisteminin taşıma kapasitesine karşı gelen değerlerdir.

Tablo 5.10: Plastik Kesitlerdeki Dönme ve Uzama Şekil değiştirmeleri

Çubuk	x (m)	Plastik Dönme (radyan)	Plastik Uzama Şekil değiştirmesi (m)
2-3	5.000	0.0382	----
2-3	0.000	0.0360	----
3-5	6.000	-0.001	0.000149
4-1	0.000	-0.005	-0.000745

5.3. Sayısal Örnek 2 – Tek Katlı Uzay Çerçeve

Geometrisi, enkesitleri ve işletme yükleri Şekil 5.8 de verilen tek katlı, betonarme uzay çubuk sistemin ikinci merteye teorisine göre elastoplastik hesabı yapılacaktır. Sistem, düşey işletme yüklerinin $e_d=1.00$ yük katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde değişen yatay yükler için hesaplanmaktadır.

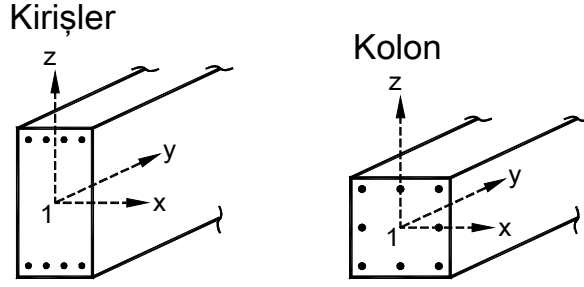


Şekil 5.8: Tek Katlı Betonarme Uzay Çerçeve ve İşletme Yükleri

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre hesabın öngörüldüğü bu örnekte, kolondaki uzama plastik şekildeğiştirmelerinin yanında, kolonda ve kirişlerdeki plastik kesitlerde her iki doğrultudaki eğilme plastik şekildeğiştirmeleri gözönüne alınacaktır.

Kiriş ve kolon enkesit boyutları ile boyuna donatıları Şekil 5.8 de görülmektedir.

Çubuklara ait yerel eksen takımları, Şekil 5.9 da çubuk enkesitleri üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 5.9: Çubuklara Ait Yerel Eksen Takımları

Betonarme betonu ve beton çeliğinin sınıfları ile Şekil 5.10 da tanımlanan idealleştirilmiş σ - ϵ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Betonarme betonu (C25) : $f_{cc} = 25 \text{ N/mm}^2$

$$f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 3.025 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{co} = 0.002$$

$$\epsilon_{cu} = 0.010$$

Beton çeliği (S420) : $f_{sy} = 420 \text{ N/mm}^2$

$$f_{su} = 500 \text{ N/mm}^2$$

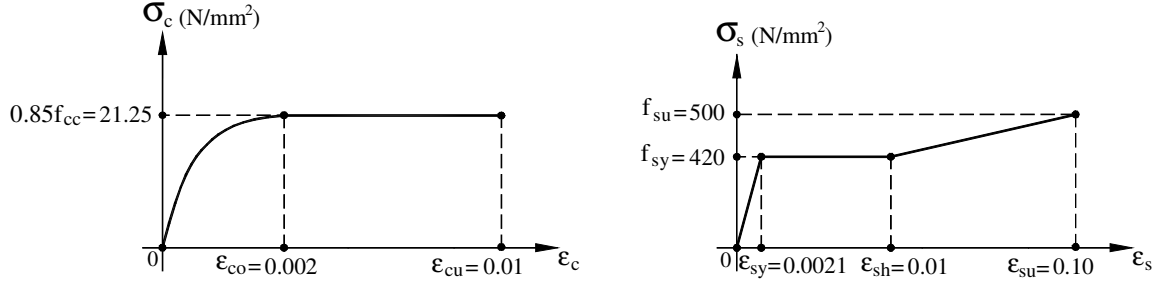
$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{sh} = 0.010$$

$$\epsilon_{su} = 0.100$$

dir. Betonda izin verilen en büyük birim kısalma için, bu örnekte $\epsilon_{cu} = 0.010$ değeri esas alınmıştır. Beton çeliğinin uzaması ise $\epsilon_{su} = 0.100$ değeri ile sınırlandırılmaktadır.

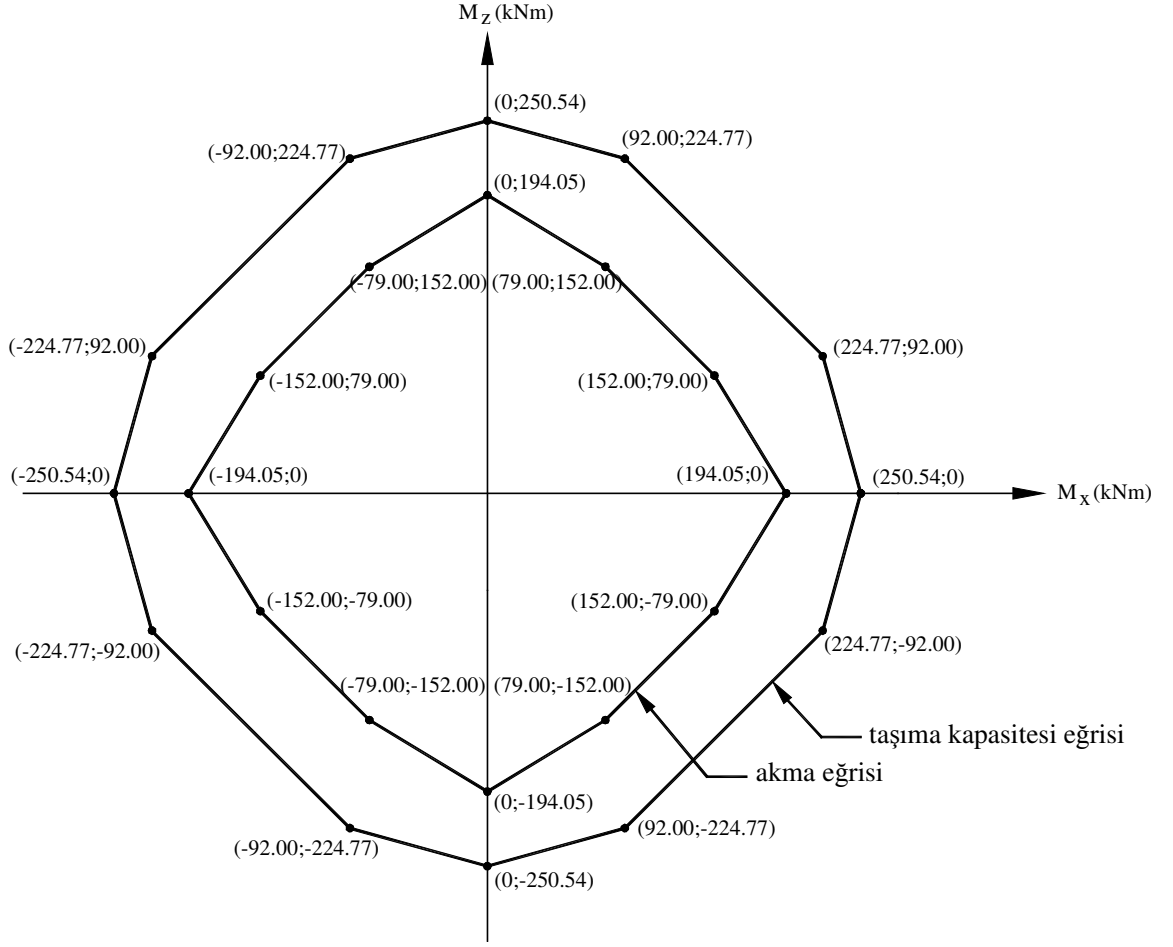
Yapının gerçek davranışının izlenmesi amacıyla malzeme güvenlik katsayıları hesaba katılmamıştır.



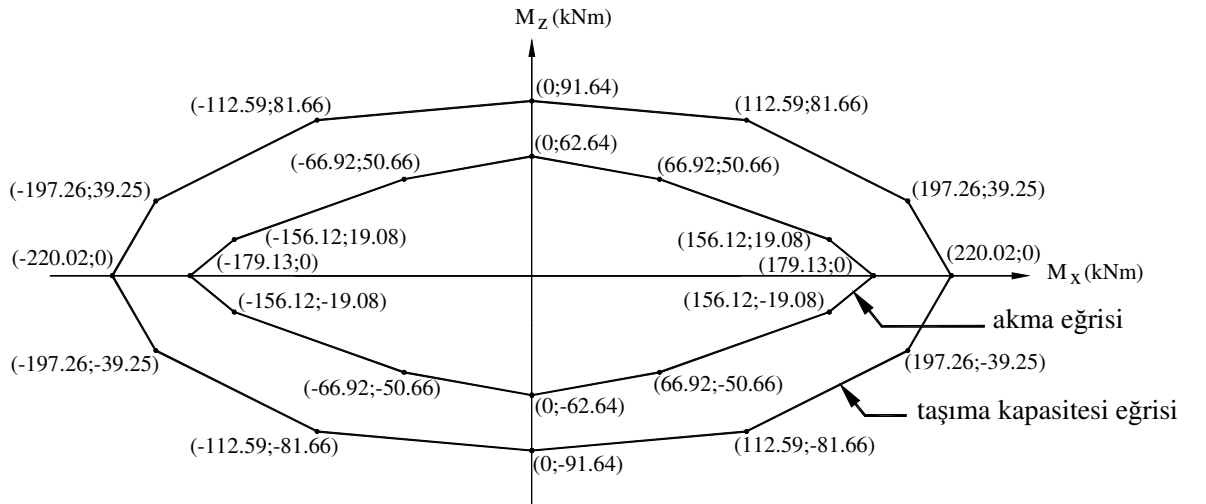
Şekil 5.10: Betonarme Beton ve Beton Çeliği İçin σ - ϵ Bağlılıkları

İki eksenli bileşik eğilme etkisindeki 4-1 kolonu ve iki eksenli basit eğilme ile zorlanan 1-2, 1-3 kirişleri için, doğru parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilen $M_x - M_z$ karşılıklı etki diyagramları sırasıyla Şekil 5.11 ve Şekil 5.12 de verilmiştir. Her iki diyagramda da, akma diyagramlarını oluşturan doğru parçaları betonarme betonunun $\epsilon_{co} = 0.002$ birim kışalmasına veya beton çeliğinin $\epsilon_{sy} = 0.0021$ birim uzamasına, taşıma kapasitesi diyagramlarını oluşturan doğru parçaları ise betonarme betonunun $\epsilon_{cu} = 0.01$ birim kışalmasına veya beton çeliğinin $\epsilon_{su} = 0.10$ birim uzamasına karşı gelmektedir.

Kolona ait akma ve taşıma kapasitesi diyagramları $N \cong -1800$ kN luk normal kuvvet değeri için elde edilmiş ve hesaplarda, değişen yatay yüklere karşın, kolon normal kuvvetinin değişmediği varsayılmıştır.

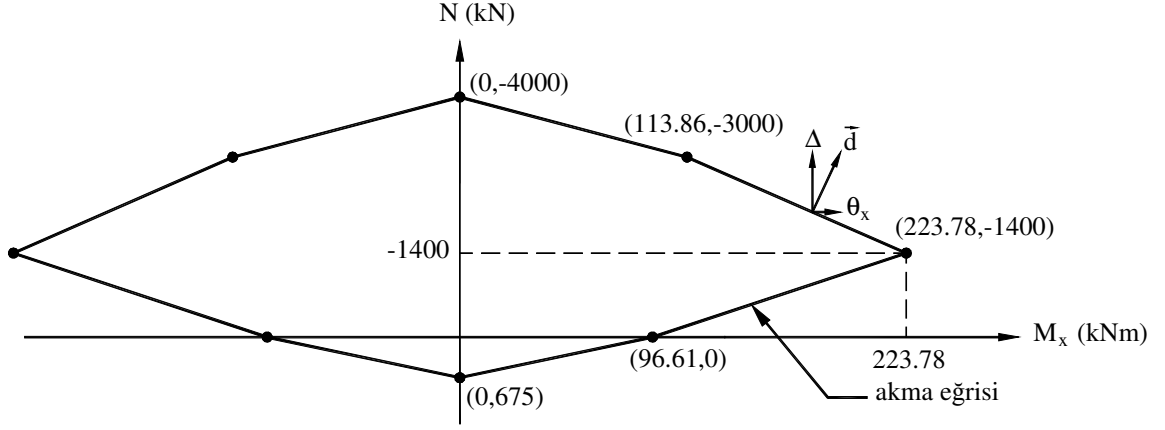


Şekil 5.11: 4-1 Kolonunun İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları



Şekil 5.12: 1-2, 1-3 Kirişlerinin İdealleştirilmiş $M_x - M_z$ Karşılıklı Etki Diyagramları

4-1 kolonunda eğilme ve uzama şekildeğiştirmeleri arasındaki bağıntı, Şekil 5.13 de verilen idealleştirilmiş $M_x - N$ akma eğrisi kullanılarak elde edilecektir.



Şekil 5.13: 4-1 Kolonunun İdealleştirilmiş M_x - N Akma Eğrisi

Yukarıda verilen karşılıklı etki diyagramlarından ve akma vektörünün diklik koşulundan yararlanarak, θ_x, θ_z ve Δ plastik şekildeğiştirmeleri arasındaki ilişkiyi gösteren bağıntılar, plastik kesitin oluşacağı bölgeye bağılı olarak kolonda $\Delta = 0.0687\theta_x$ ve $\theta_z = \theta_x$, kirişlerde ise $\theta_z = 2.8246\theta_x$ olarak hesaplanmıştır. Böylece, herhangi bir plastik kesit oluştuğunda, bu plastik kesit için denklem takımına eklenecek denklem tek bir plastik şekildeğiştirme bileşenine bağılı olarak yazılabilmektedir.

Yapı sisteminin çubuklarına ait pekleşen rijit-plastik davranış modelini tanımlayan $M-\theta_p$ diyagramlarının sayısal değerleri, Şekil 5.5 teki tanımlara uygun olarak, Tablo 5.11 de verilmiştir.

Tablo 5.11: Kolon ve Kirişlere Ait $M-\theta_p$ Değerleri

Çubuk	Yer	Çubuk eksen	$M_{L1}(kNm)$	$M_{L2}(kNm)$	$M_{LS}(kNm)$	$\theta_{p \max} (rad)$	k_1	k_2
4-1	Kolon kesiti	X	----	----	$0.2M_{LS-x}$	----	8417.509	-5000000
		Z	----	----	$0.2M_{LS-z}$	----	8417.509	-5000000
1-2	1 düğüm noktası	X	----	----	$0.2M_{LS-x}$	----	2711.111	-16335000
		Z	----	----	$0.2M_{LS-z}$	----	4006.944	-4083750
	2 düğüm noktası	Z	62.64	91.64	18.33	0.0336	863.095	-4083750
1-3	1 düğüm noktası	X	----	----	$0.2M_{LS-x}$	----	2711.111	-16335000
		Z	----	----	$0.2M_{LS-z}$	----	4006.944	-4083750
	3 düğüm noktası	Z	62.64	91.64	18.33	0.0336	863.095	-4083750

Sistem eksen takımındaki çubuk rijitlik matrisleri :

(12) çubuğu:

N=0 olan 1-2 çubuğunda, I.mertebe teorisine göre

$$[k]_{1x1x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 957.13 & 0 & 0 & 0 & -3828.50 \\ 0 & 0 & 957.13 & 0 & 7657.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7657.03 & 0 & 61256.30 & 0 \\ 0 & -3828.50 & 0 & 0 & 0 & 20418.80 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1x2x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -957.13 & 0 & 0 & 0 & -3828.50 \\ 0 & 0 & -957.13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7657.03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3828.50 & 0 & 0 & 0 & 10209.40 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{2x1x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -957.13 & 0 & 0 & 0 & 3828.50 \\ 0 & 0 & -957.13 & 0 & -7657.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3828.50 & 0 & 0 & 0 & 10209.40 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{2x2x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 957.13 & 0 & 0 & 0 & 3828.50 \\ 0 & 0 & 957.13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3828.50 & 0 & 0 & 0 & 20418.80 \end{bmatrix}$$

matrisleri elde edilir.

(13) çubuğu:

N=0 olan 1-3 çubuğunda, I.mertebe teorisine göre

$$[k]_{1 \times 1x} = \begin{bmatrix} 957.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3828.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 957.13 & 7657.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7657.03 & 61256.30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 \\ -3828.50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20418.80 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1 \times 3x} = \begin{bmatrix} -957.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3828.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -957.13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7657.03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 \\ 3828.50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10209.40 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{3 \times 1x} = \begin{bmatrix} -957.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3828.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -957.13 & -7657.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 \\ -3828.50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10209.40 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 957.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3828.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 957.13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24502.50 & 0 \\ 3828.50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20418.80 \end{bmatrix}$$

matrisleri bulunur.

(14) çubuğu:

N=-1800kN olan 1-4 çubuğunda, II.mertebe teorisine göre

$$[k]_{1 \times 1} = \begin{bmatrix} 3225.86 & 0 & 0 & 0 & -10573 & 0 \\ 0 & 3225.86 & 0 & 10573 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 806667 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10573 & 0 & 41563.7 & 0 & 0 \\ -10573 & 0 & 0 & 0 & 41563.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12906.70 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1 \times 4} = \begin{bmatrix} -3225.9 & 0 & 0 & 0 & -10573 & 0 \\ 0 & -3225.9 & 0 & 10573 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -806667 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10573 & 0 & 21873.4 & 0 & 0 \\ 10573 & 0 & 0 & 0 & 21873.40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12906.70 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{4 \times 1x} = \begin{bmatrix} -3225.9 & 0 & 0 & 0 & 10573 & 0 \\ 0 & -3225.90 & 0 & -10573 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -806667 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10573 & 0 & 21873.40 & 0 & 0 \\ -10573 & 0 & 0 & 0 & 21873.40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12906.70 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{4 \times 4x} = \begin{bmatrix} 3225.9 & 0 & 0 & 0 & 10573 & 0 \\ 0 & 3225.90 & 0 & -10573 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 806667 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10573 & 0 & 41563.7 & 0 & 0 \\ 10573 & 0 & 0 & 0 & 41563.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12906.70 \end{bmatrix}$$

çubuk rijitlik matrisleri elde edilir.

Sistem eksen takımındaki düğüm noktası yükleri matrisleri

Düşey yükler için düğüm noktası yükleri matrisi

$$[q]_{düşey} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Yatay yükler için düğüm noktası yükleri matrisi ise

$$[q]_{yatay} = \begin{bmatrix} -40 \\ 40 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır.

Yapı sistemini oluşturan kolon ve kirişler için hesaplanan, ortak eksen takımındaki rijitlik matrisleri ilgili yerlere yazılarak sistem rijitlik matrisi elde edilir. Daha sonra, her plastik kesitin oluşumunda, sözkonusu plastik kesitteki θ_k plastik şekildeğiştirme bileşeni yeni bilinmeyen olarak alınmakta ve bu bilinmeyene bağlı olarak plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekildeğiştirmeler arasındaki bağıntıyı ifade eden bir denklem, önceki adıma ait denklem takımına eklenmektedir.

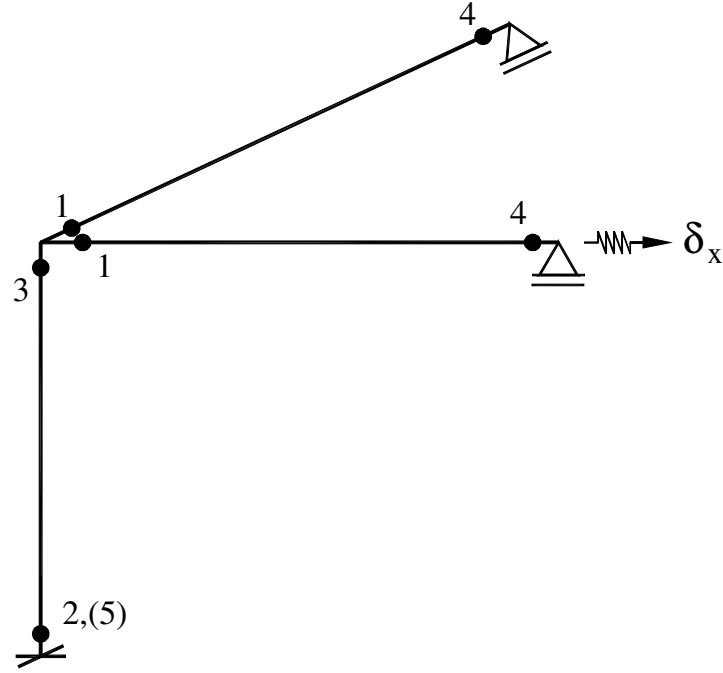
Sistem rijitlik matrisi:

Yapı sistemine ait sistem rijitlik matrisi ve plastik kesitlerin oluşumu ile elde edilen genişletilmiş denklem takımı Tablo 5.12 de verilmiştir. Bu tablodaki plastik şekildeğiştirme parametrelerinin numaraları, eğilme doğrultularını, çubuk numaralarını ve ait oldukları çubuk uç numaralarını içerecek şekilde belirlenmiştir.

Tablo 5.12: Genişletilmiş Denklemler Takımı

D _{1x}	D _{2x}	D _{3x}	D _{4x}	D _{5x}	D _{6x}	θ_{x12-1}	θ_{x13-1}	θ_{x14-4}	θ_{x14-1}	θ_{z12-2}	θ_{z13-3}	$-\theta_{x12-1}$	$-\theta_{x13-1}$	$-\theta_{x14-4}$	$-\theta_{x14-1}$	$-\theta_{z12-2}$	$-\theta_{z13-3}$	$\theta_{x14-4-2}$
4183	0	0	0	-10573	-3829	0	-10814	-10573	-10573	0	-3829	0	-10814	-10573	-10573	0	-3829	-10573
0	4183	0	10573	0	-3829	-10814	0	10573	10573	-3829	0	-10814	0	10573	10573	-3829	0	10573
0	0	808581	7657	7657	0	7657	7657	-55418	55418	0	0	7657	7657	-55418	55418	0	0	-55418
0	10573	7657	127322	0	0	0	61256	21873	41564	0	0	0	61256	21873	41564	0	0	21873
-10573	0	7657	0	127322	0	61256	0	21873	41564	0	0	61256	0	21873	41564	0	0	21873
-3829	-3829	0	0	0	53744	57675	57675	0	0	10209	10209	57675	57675	0	0	10209	10209	0
0	-10814	7657	0	61256	57675	231770	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-10814	0	7657	61256	0	57675	0	231770	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-10573	10573	-55418	21873	21873	0	0	0	101419	39940	0	0	0	0	0	39940	0	0	0
-10573	10573	55418	41564	41564	0	0	0	39940	101419	0	0	0	0	39940	0	0	0	39940
0	-3829	0	0	0	10209	0	0	0	0	21282	0	0	0	0	0	0	0	0
-3829	0	0	0	0	10209	0	0	0	0	0	21282	0	0	0	0	0	0	0
0	-10814	7657	0	61256	57675	0	0	0	0	0	0	-231770	0	0	0	0	0	0
-10814	0	7657	61256	0	57675	0	0	0	0	0	0	0	-231770	0	0	0	0	0
-10573	10573	-55418	21873	21873	0	0	0	0	39940	0	0	0	0	-101419	39940	0	0	0
-10573	10573	55418	41564	41564	0	0	0	39940	0	0	0	0	0	39940	-101419	0	0	39940
0	-3829	0	0	0	10209	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-21282	0	0
-3829	0	0	0	0	10209	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-21282	0
-10573	10573	-55418	21873	21873	0	0	0	0	39940	0	0	0	0	0	39940	0	0	-5E+06

Her iki bakımdan doğrusal olmayan teoriye göre yapılan statik itme analizinde, meydana gelen plastik kesitler ve bunların oluşum ve değişim sırası Şekil 5.14 de verilmiştir. Şekildeki (5) sayısı, 1-4 kolonunun alt ucundaki plastik kesitin taşıma kapasitesine erişmesi durumunu göstermektedir.



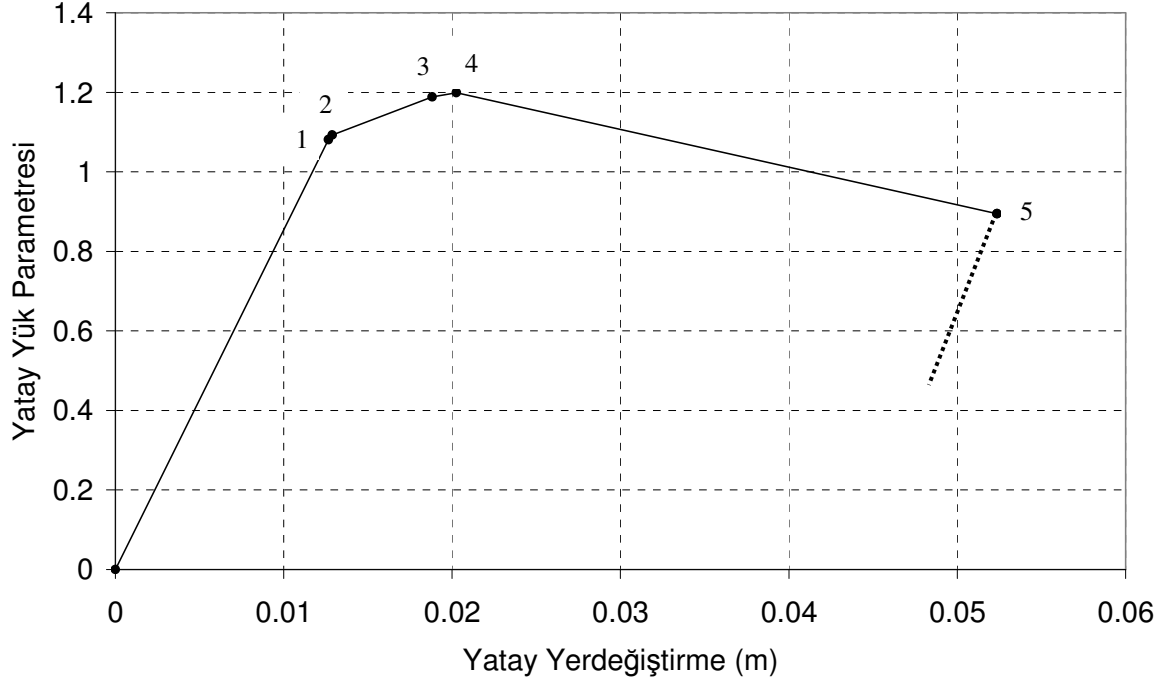
Şekil 5.14: Statik İtme Analizinde Meydana Gelen Plastik Kesitler ve Oluşum Sırası

Statik itme analizinin her adımı sonunda, yapı sisteminin kritik kesitlerinde oluşan toplam eğilme momenti değerleri Tablo 5.13 de özetlenmiştir.

Tablo 5.13: İtme Analizinin Her Adımına Ait Toplam Eğilme Momenti Değerleri

Çubuk	Eğilme Momentleri (M_x, M_z) (kNm)					
	1-4		1-2		1-3	
Yer	1	4	1	2	1	3
I. Adım	(-95.66;-95.66)	(113.74;113.74)	(73.16;48.46)	(0;-48.46)	(73.16;-48.46)	(0;48.46)
II. Adım	(-96.89;-96.89)	(115.50;115.50)	(73.73;48.30)	(0;-48.81)	(73.73;-48.30)	(0;48.81)
III. Adım	(-115.50;-115.50)	(123.22;123.22)	(79.95;47.21)	(0;-59.64)	(79.95;-47.21)	(0;59.64)
IV. Adım	(-116.62;-116.62)	(124.73;124.73)	(80.32;47.70)	(0;-62.64)	(80.32;-47.70)	(0;62.64)
V. Adım	(-141.64;-141.64)	(158.39;158.39)	(92.41;51.03)	(0;-73.30)	(92.41;-51.03)	(0;73.30)

Sistemin ikinci mertebe teorisine göre hesabı ile elde edilen yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme ($P_y-\delta_x$) diyagramı Şekil 5.15 de verilmiştir.



Şekil 5.15: İkinci Mertebe Teorisine Göre Elde Edilen Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme ($P_y-\delta_x$) Diyagramı

İkinci mertebe teorisine göre hesapta, plastik kesitlerdeki plastik dönme ve kolonda oluşan plastik uzama şekildeğiştirmesi değerleri Tablo 5.14 de verilmiştir.

Tablo 5.14: Plastik Kesitlerdeki Dönme ve Uzama Şekildeğiştirmeleri

Çubuk	Yer	Plastik Dönme (radyan) ve Plastik Uzama Şekildeğiştirmesi (m)
1-2	θ_{x1}	0.00246
	θ_{z1}	0.00695
	θ_{z2}	0.00577
1-3	θ_{x1}	0.00246
	θ_{z1}	-0.00695
	θ_{z3}	-0.00577
1-4	θ_{x4}	-0.00594
	θ_{z4}	-0.00594
	Δ_4	-0.00041
	θ_{x1}	-0.00359
	θ_{z1}	-0.00359
	Δ_1	-0.00025

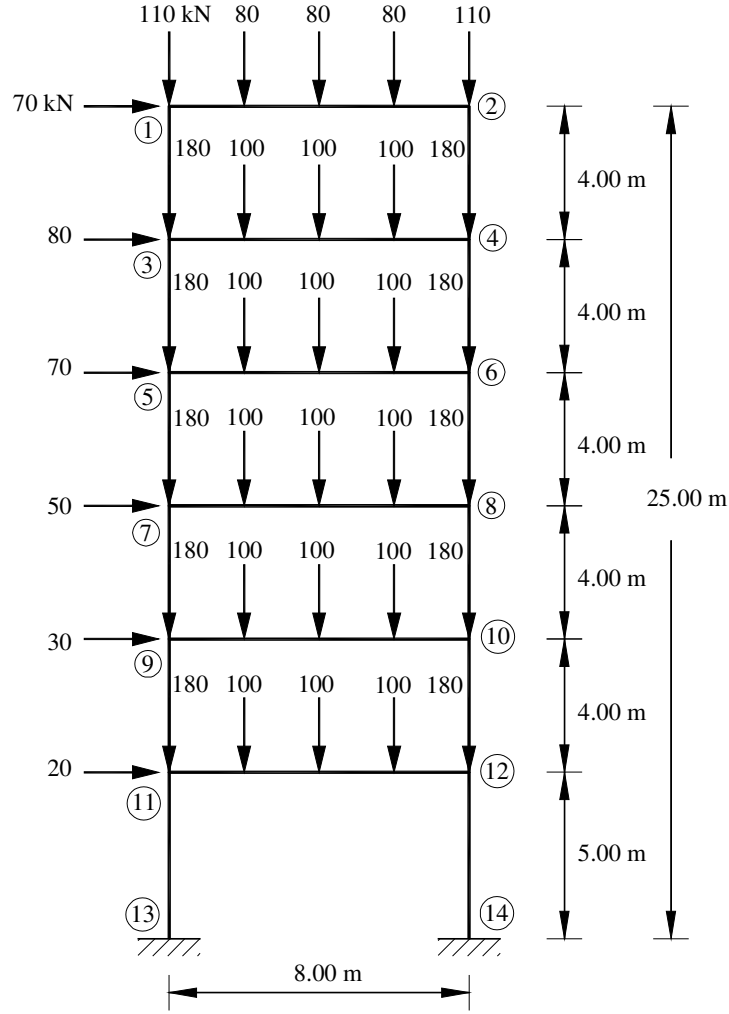
5.4. Sayısal Örnek 3 – Altı Katlı Düzlem Çerçeve

Geometrisi ve düşey, yatay işletme yükleri Şekil 5.16 da verilen altı katlı betonarme düzlem çerçeve sistemin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre doğrusal olmayan analizi yapılacak ve elde edilen sayısal sonuçlar karşılaştırılacaktır. Sistem, sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde değişen yatay yüklere göre hesaplanmaktadır.

Kiriş ve kolon enkesitlerinin boyutları Tablo 5.15 de verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi, kolon enkesit boyutları her iki katta bir değişmektedir.

Betonarme çerçeve sistemin yapımında kullanılan C30 betonarme betonunun ve S420 beton çeliğinin idealleştirilmiş σ - ϵ bağıntıları Şekil 5.17 de görülmektedir. Elastisite modülleri betonarme betonunda $E_c = 3.180 \times 10^4$ N/mm², beton çeliğinde $E_s = 2 \times 10^5$ N/mm² değerlerini almaktadır.

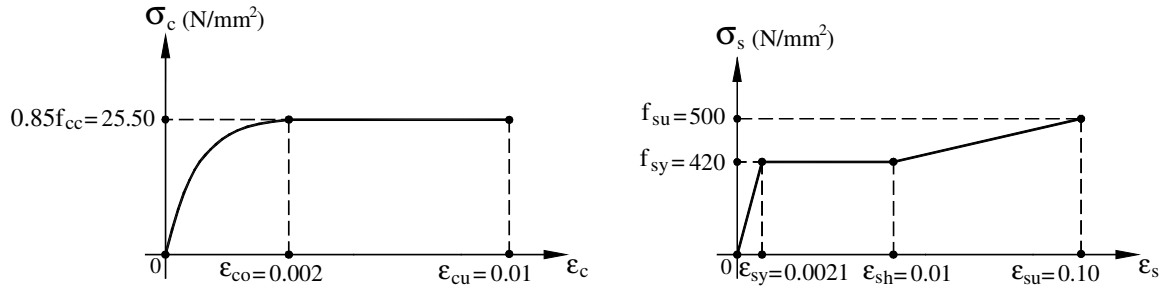
Çerçeveyi oluşturan kiriş ve kolonların boyuna donatıları ise Tablo 5.16 da verilmiştir.



Şekil 5.16: Altı Katlı Betonarme Düzlem Çerçeve Sistem ve İşletme Yükleri

Tablo 5.15: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları

Çubuk	h(mm)	b(mm)	b _w (mm)	h _f (mm)
1-2,3-4,5-6,7-8,9-10,11-12	800	1790	350	120
1-3,2-4,3-5,4-6	350	350	----	----
5-7,6-8,7-9,8-10	400	400	----	----
9-11,10-12,11-13,12-14	500	500	----	----

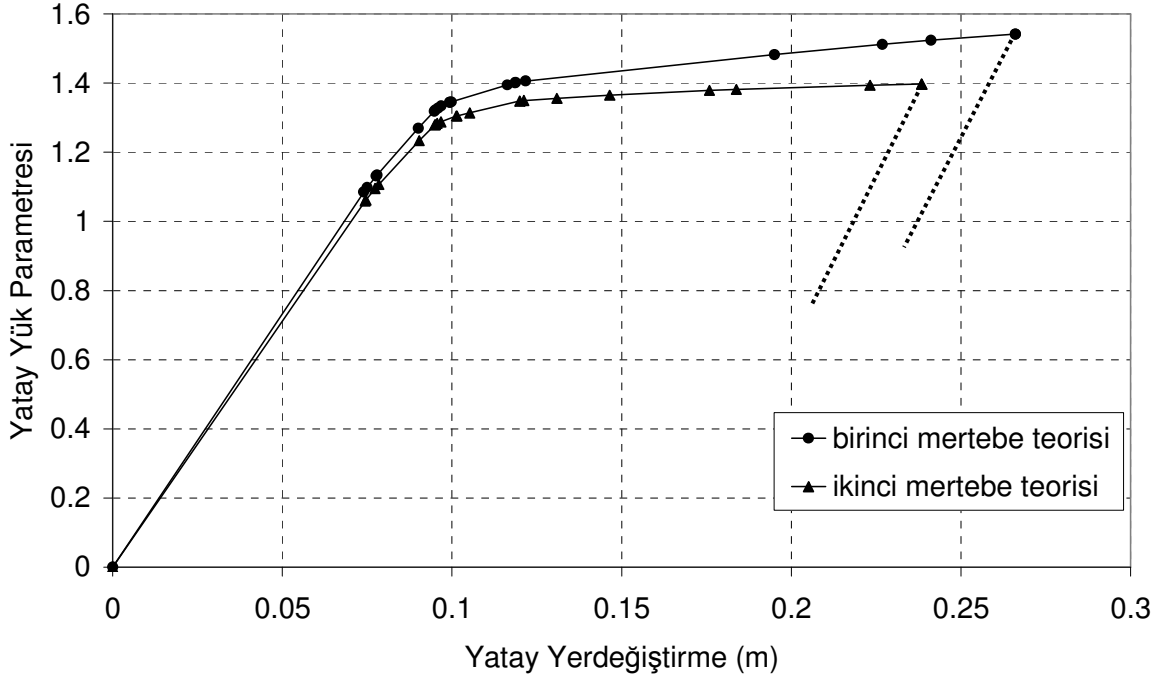


Şekil 5.17: Betonarme Beton ve Beton Çeliği İçin σ - ϵ Bağıntıları

Tablo 5.16: Kiriş ve Kolon Donatıları

Çubuk	Yer	Boyuna Donatı	
1-2	mesnet	üst	3 Φ 20+3 Φ 14
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 14
		alt	4 Φ 28
3-4	mesnet	üst	3 Φ 20+3 Φ 14
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 14
		alt	4 Φ 28
5-6	mesnet	üst	3 Φ 20+3 Φ 28
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 20
		alt	4 Φ 28
7-8	mesnet	üst	3 Φ 20+3 Φ 28
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 20
		alt	4 Φ 28
9-10	mesnet	üst	3 Φ 20+4 Φ 30
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 20
		alt	4 Φ 28
11-12	mesnet	üst	3 Φ 20+4 Φ 30
		alt	4 Φ 28
	açıklık	üst	3 Φ 20
		alt	4 Φ 28
1-3,2-4	çubuk boyunca	8 Φ 22	
3-5,4-6	çubuk boyunca	8 Φ 22	
5-7,6-8	çubuk boyunca	8 Φ 28	
7-9,8-10	çubuk boyunca	8 Φ 28	
9-11,10-12	çubuk boyunca	8 Φ 28	
11-13,12-14	çubuk boyunca	8 Φ 28	

Yukarıda açıklanan sistem ve yükleme özellikleri esas alınarak, yapı sisteminin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre yapılan doğrusal olmayan statik itme analizleri yapılmıştır. Bu çalışma kapsamında geliştirilen ve esasları Bölüm 4 te açıklanan IMNOSA bilgisayar programı ile yapılan analiz sonunda elde edilen yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme diyagramları Şekil 5.18 de verilmiştir.



Şekil 5.18: Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerine Ait Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme Diyagramları

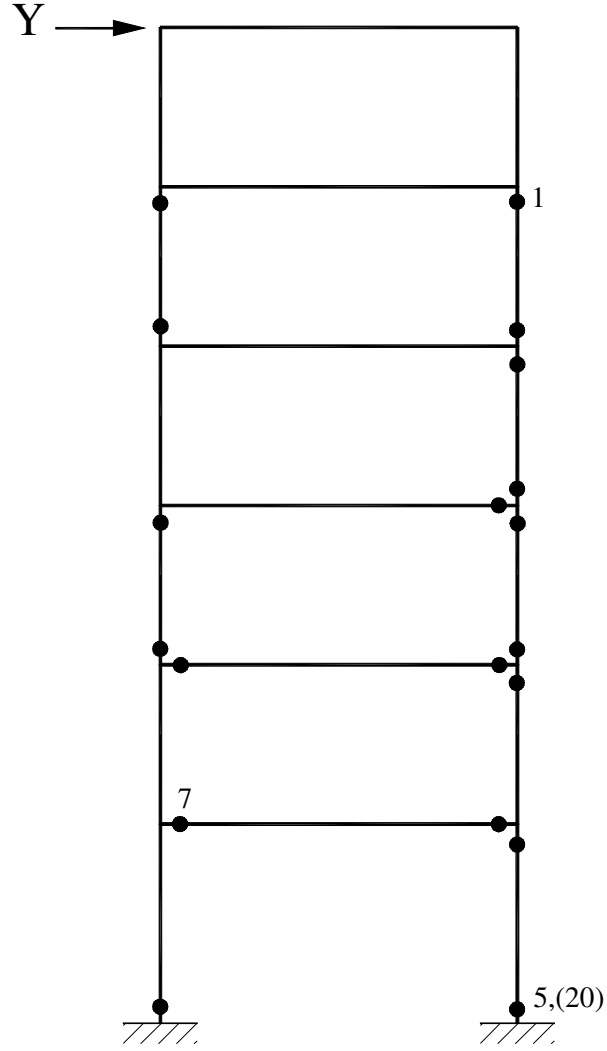
İkinci mertebe teorisine göre hesapta, taşıma kapasitesine erişildiği $P_{G2}=1.397$ yatay yük parametresi için, sistemde oluşan plastik kesitler ile kiriş ve kolonlarda oluşan ilk plastik kesitler ve taşıma kapasitesine ulaşan plastik kesit Şekil 5.19 da gösterilmiştir.

Yapı sisteminin birinci ve ikinci mertebe teorilerine göre hesabı sonucunda elde edilen başlıca bilgiler Tablo 5.17 üzerinde özetlenmiştir.

Tabloda verilen bilgiler değerlendirildiğinde

(a) bu örnekteki yapı sistemi için, ikinci mertebe etkileri nedeniyle taşıma kapasitesinin % 10 dolaylarında azaldığı

(b) birinci ve ikinci mertebe teorilerine karşı gelen şekildeğiştirme durumlarının benzer olması, diğer bir deyişle, ikinci mertebe etkilerini temsil eden fiktif kuvvetlerin ($P\Delta$ kuvvetlerinin) dağılımının yatay yüklerle benzer olması nedeniyle, her iki teori ile bulunan plastik kesit sayılarının ve sistem üzerindeki dağılımlarının da benzer olduğu görülmektedir.



Şekil 5.19: İkinci Mertebe Teorisi İçin Plastik Kesitlerin Dağılımı

Tablo 5.17: Taşıma Kapasiteleri ve Plastik Kesitlerin Oluşumu

Yatay Yük Parametresi	Plastik Kesit Sayısı			İlk Plastik Kesitin Oluştugu Yatay Yük Parametresi	
	Toplam	Kirişte	Kolonda	Kirişte	Kolonda
$P_{G1} = 1.542$	19	6	13	1.319	1.085
$P_{G2} = 1.397$	19	5	14	1.280	1.059

5.5. Sayısal Örnek 4 – Altı Katlı Uzak Çerçeve

Geometrisi, malzeme ve enkesit özellikleri ile işletme yükleri aşağıda tanımlanan altı katlı bir betonarme uzak çerçeve sistemin, düşey yükler ve X, Y doğrultularında etkiyen yatay kuvvetler için ikinci mertebe teorisine göre elastoplastik hesabı yapılacaktır. Eşdeğer deprem yükleri ile orantılı olan yatay kuvvetlerin X ve Y doğrultularındaki bileşenleri arasındaki oran $E_X = 0.3 E_Y$ olarak alınmıştır.

Sistem, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen $e_d=1.00$ yük katsayısı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde değişen yatay kuvvetler için hesaplanmaktadır. Bu örnekte, yapı sisteminin davranışının daha yakından izlenebilmesi amacıyla, kolon ve kiriş enkesit rijitlikleri olarak Bölüm 2.7.1 de

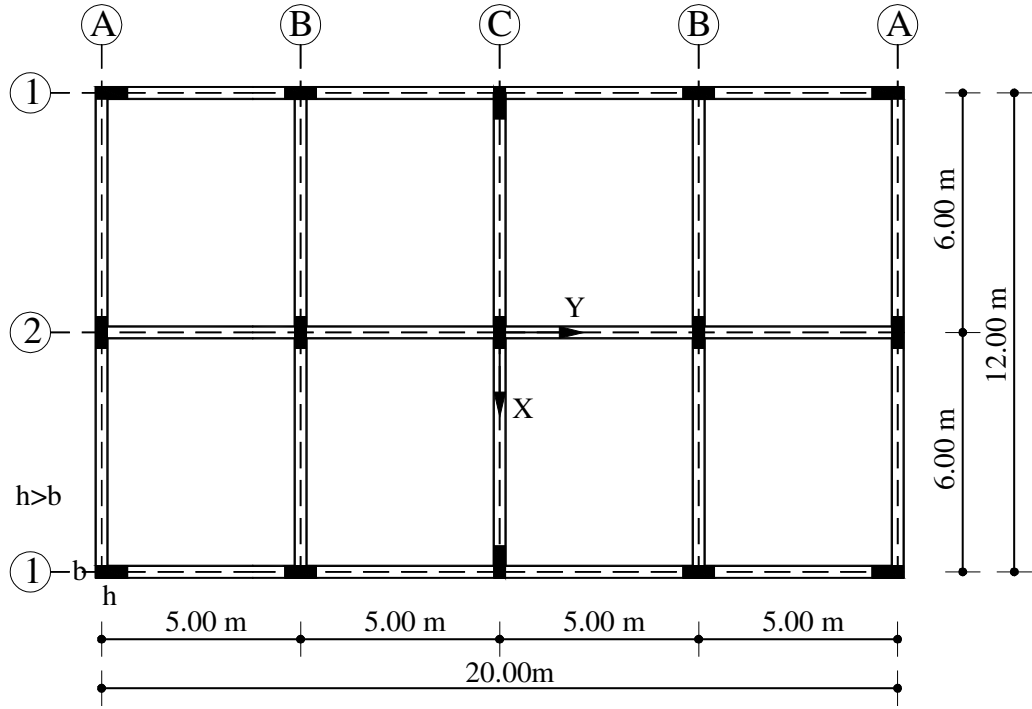
$$EI_1 = \frac{M_{L1}}{\chi_{L1}}$$

şeklinde tanımlanan eğilme rijitlikleri kullanılmıştır.

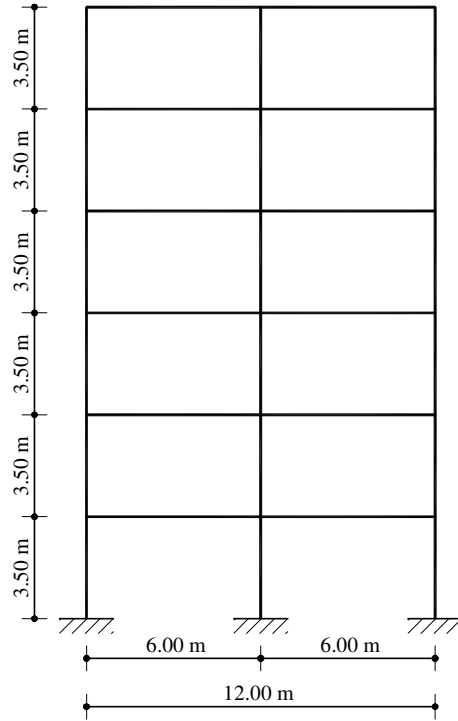
Uzak çerçeve sistemin kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit oldukları gözönünde tutulacaktır.

Sistemin tipik döşeme kalıp planı şeması Şekil 5.20 de, çerçeve düşey enkesiti Şekil 5.21 de, kiriş ve kolon enkesit boyutları sırasıyla Tablo 5.18 ve Tablo 5.19 da görülmektedir.

Bütün kiriş ve kolon enkesitlerinde ortak olarak paspayı kalınlıkları 40 mm seçilmiştir.



Şekil 5.20: Tipik Döşeme Kalıp Planı Şeması



Şekil 5.21: Çerçeve Düşey Enkesiti

Tablo 5.18: Kiriş Enkesit Boyutları

Kat	Aks	h(mm)	b(mm)	b _w (mm)	h _f (mm)
1-6	1	600	600	300	150
	2	600	900	300	150
	A	600	660	300	150
	B	600	1020	300	150
	C	600	1020	300	150

Tablo 5.19: Kolon Enkesit Boyutları

Kat	mm/mm	A1	B1	C1	A2	B2	C2
6-5	h/b	400/300	400/300	400/300	400/300	400/300	400/300
4-3	h/b	400/300	500/300	500/300	500/300	600/300	600/300
2-1	h/b	400/300	600/300	600/300	600/300	800/300	800/300

Betonarme betonu ve beton çeliğinin sınıfları ile Şekil 2.3 ve Şekil 2.5 te tanımlanan idealleştirilmiş σ - ϵ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Betonarme Beton (C20) :

$$f_{cc} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cu} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 28500 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{co} = 0.002$$

$$\epsilon_{cu} = 0.01$$

Beton Çeliği (S420) :

$$f_{sy} = 420 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{su} = 500 \text{ N/mm}^2$$

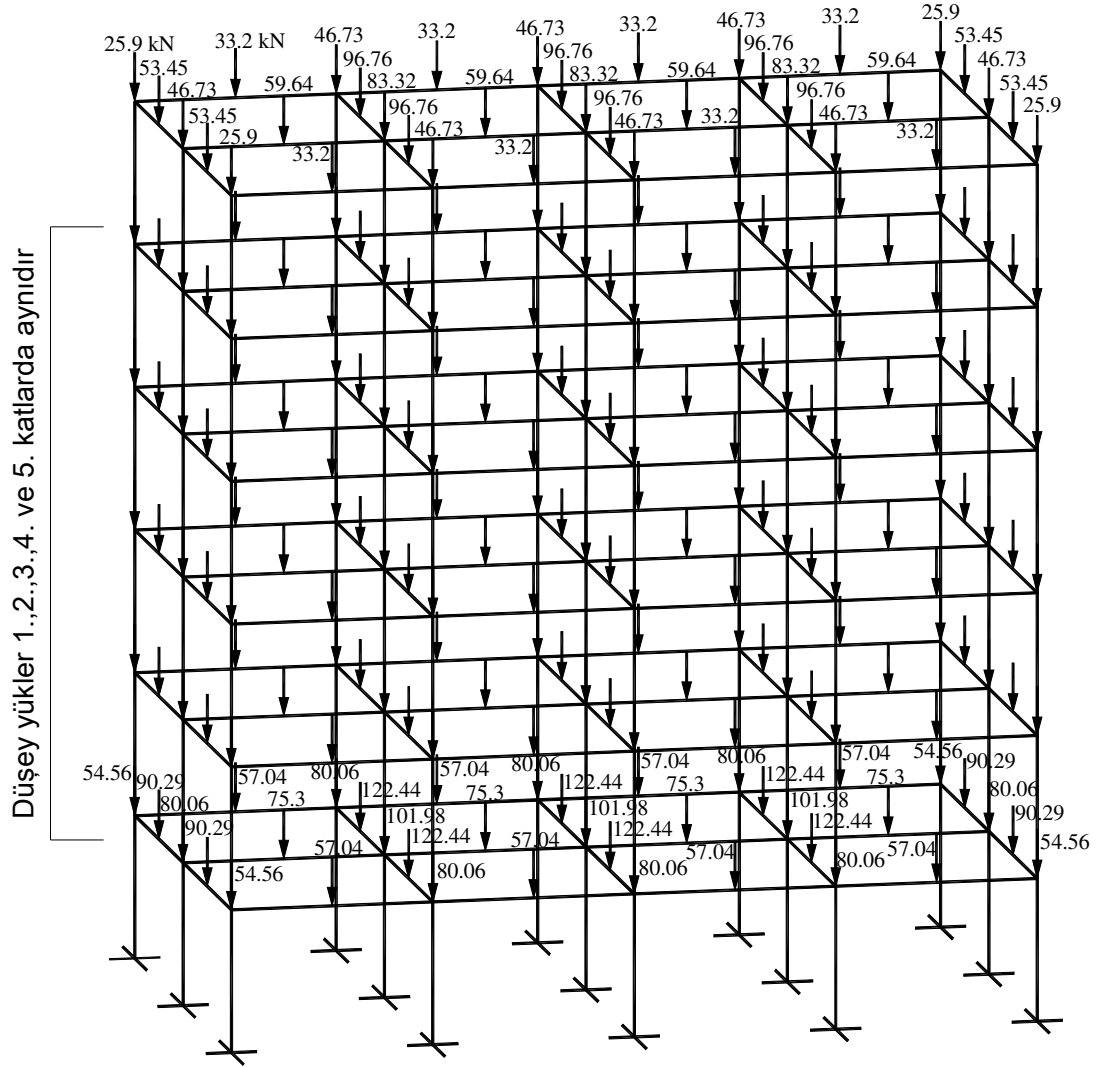
$$E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{sh} = 0.01$$

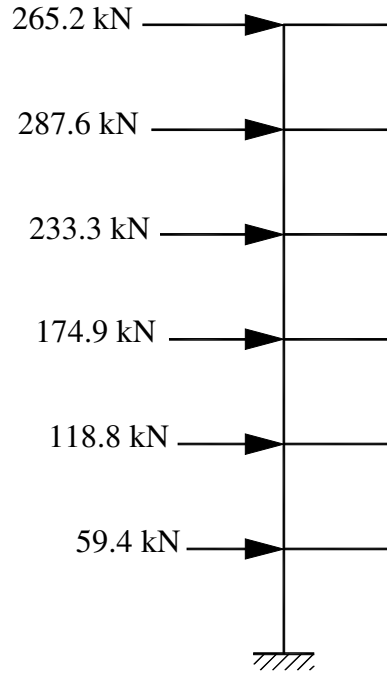
$$\epsilon_{su} = 0.10$$

dir.

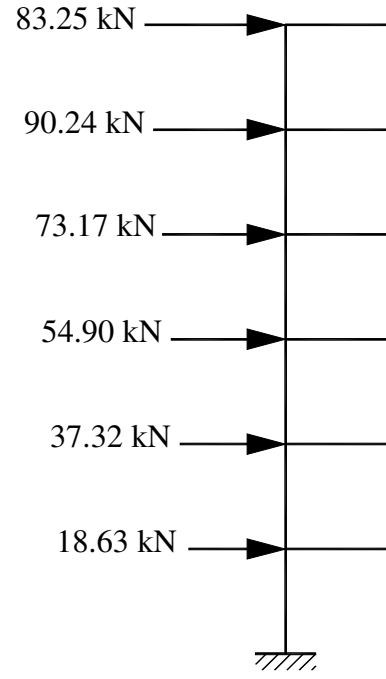
Sisteme etkiyen düşey işletme yükleri Şekil 5.22 de, Y ve X doğrultularında etkiyen yatay işletme yükleri ise Şekil 5.23 de verilmiştir.



Şekil 5.22: Sisteme Etkiyen Düşey İşletme Yükleri



a) Y Doğrultusu



b) X Doğrultusu

Şekil 5.23: Sisteme Y ve X Doğrultularında Etkiyen Yatay İşletme Yükleri

Yapı sisteminin kiriş ve kolon boyuna donatıları, sırasıyla Tablo 5.20 ve Tablo 5.21 de görülmektedir.

Tablo 5.20: Kiriş Boyuna Donatıları

AKS	YER		KATLAR		
			6-5	4-3	2-1
1	Mesnet Bölgesi (A)	üst	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 2Φ20
		alt	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 2Φ20
	Açıklık Bölgesi (A-B)	üst	3Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	3Φ14	4Φ14	4Φ14
	Mesnet Bölgesi (B)	üst	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 3Φ18
		alt	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 3Φ18
	Açıklık Bölgesi (B-C)	üst	3Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	3Φ14	4Φ14	4Φ14
2	Mesnet Bölgesi (A)	üst	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
		alt	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
	Açıklık Bölgesi (A-B)	üst	3Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	3Φ14	4Φ14	4Φ14
	Mesnet Bölgesi (B)	üst	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
		alt	2Φ12 + 2Φ16	2Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
	Açıklık Bölgesi (B-C)	üst	3Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	3Φ14	4Φ14	4Φ14
A	Mesnet Bölgesi (1)	üst	2Φ12 + 2Φ16	3Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
		alt	2Φ12 + 2Φ16	3Φ14 + 2Φ18	3Φ14 + 2Φ18
	Açıklık Bölgesi (1-2)	üst	3Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	3Φ14	4Φ14	4Φ14
	Mesnet Bölgesi (2)	üst	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 3Φ18
		alt	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 3Φ18	3Φ14 + 3Φ18
B	Mesnet Bölgesi (1)	üst	2Φ12 + 2Φ16	3Φ14 + 2Φ18	3Φ16 + 2Φ18
		alt	2Φ12 + 2Φ16	3Φ14 + 2Φ18	3Φ16 + 2Φ18
	Açıklık Bölgesi (1-2)	üst	4Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	4Φ14	4Φ14	4Φ14
	Mesnet Bölgesi (2)	üst	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20
		alt	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20
C	Mesnet Bölgesi (1)	üst	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20
		alt	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20
	Açıklık Bölgesi (1-2)	üst	4Φ14	4Φ14	4Φ14
		alt	4Φ14	4Φ14	4Φ14
	Mesnet Bölgesi (2)	üst	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20
		alt	2Φ12 + 3Φ16	3Φ14 + 4Φ20	3Φ16 + 5Φ20

Tablo 5.21: Kolon Boyuna Donatıları

KOLONLAR	KATLAR		
	6-5	4-3	2-1
A1	4Φ18 + 4Φ16	4Φ18 + 4Φ16	4Φ18 + 4Φ16
B1	8Φ16	8Φ20	4Φ22 + 4Φ20
C1	4Φ16 + 4Φ14	8Φ20	8Φ20
A2	4Φ16 + 4Φ14	4Φ18 + 4Φ16	8Φ18
B2	4Φ16 + 4Φ14	8Φ20	6Φ26 + 4Φ20
C2	4Φ16 + 4Φ14	8Φ20	6Φ26 + 4Φ20

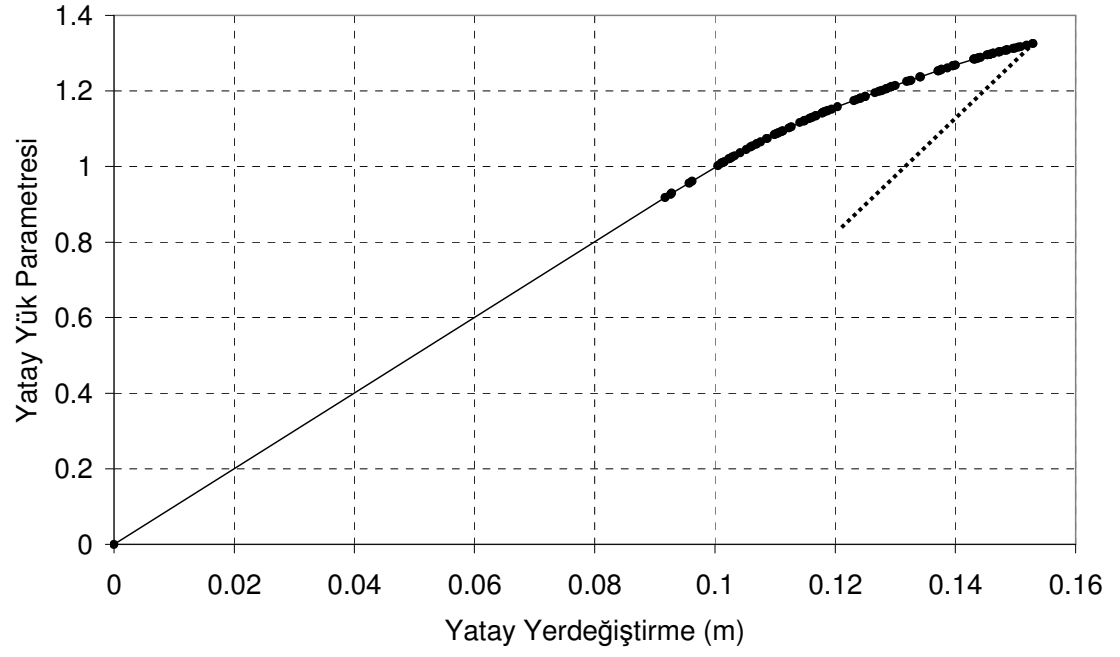
Altı katlı betonarme uzay çerçeve sistemin ikinci merteye teorisine göre elastoplastik hesabı, esasları Bölüm 4 te açıklanan ve bu çalışmada geliştirilen artımsal analiz yönteminin pratik uygulamaları için hazırlanan bilgisayar programından (IMNOSA) yararlanarak gerçekleştirilmiştir.

Sistemin bilgisayar analizi ile elde edilen başlıca sayısal sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

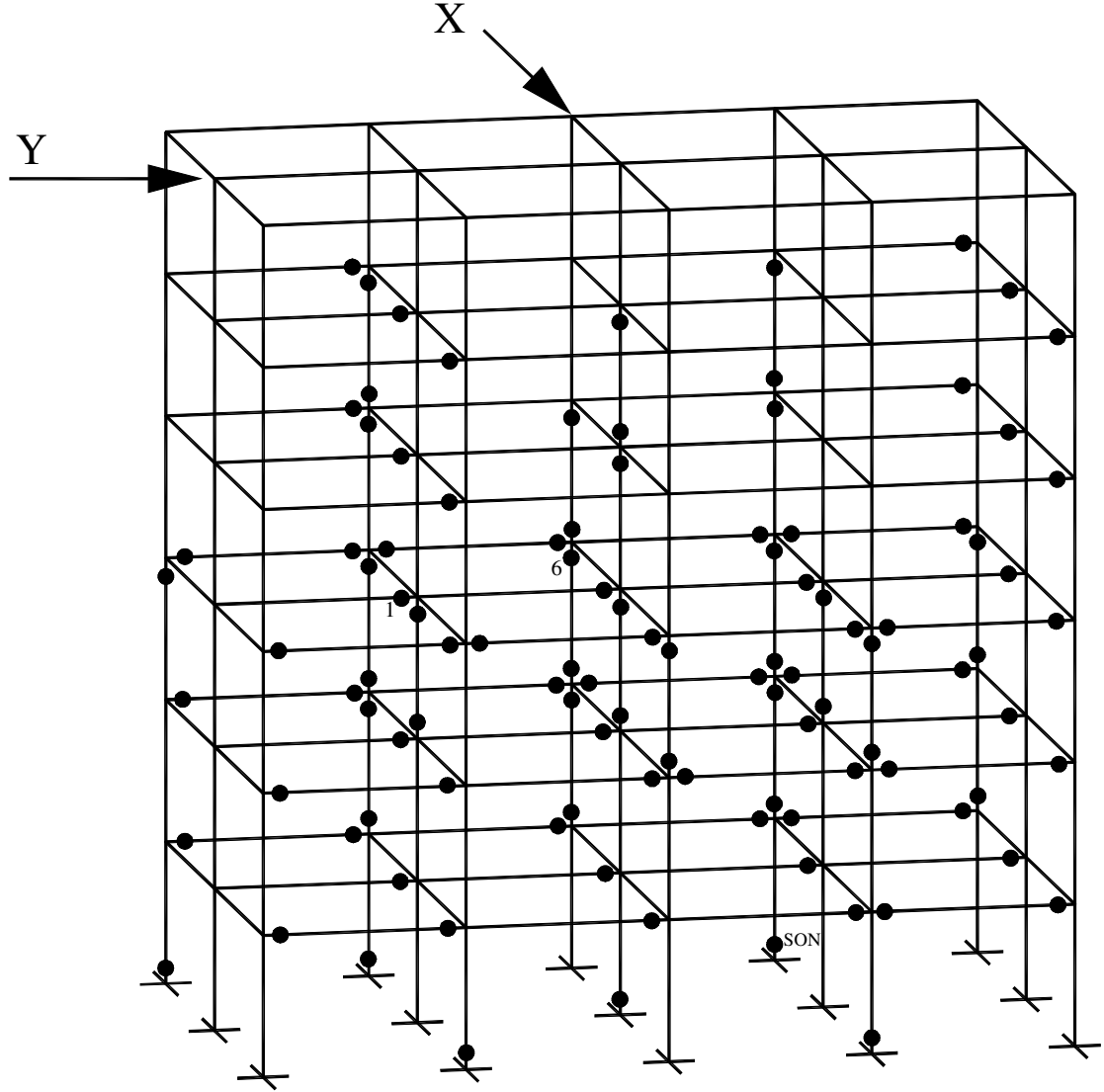
Yapı sisteminin, $P_d=1.00$ düşey işletme yükleri altında, yatay yüklerin artan değerleri için ikinci merteye teorisine göre elastoplastik hesabı ile elde edilen yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme diyagramı Şekil 5.24 de verilmiştir. Bu diyagramdan izlendiği gibi, sistemin taşıma kapasitesine ait yatay yük parametresi,

$$P_{G2}=1.325$$

değerini almaktadır. Bu yük parametresi için sistemde oluşan plastik kesitler ile kiriş ve kolonlarda oluşan ilk plastik kesitler ve son plastik kesit Şekil 5.25 üzerinde gösterilmiştir. Ayrıca, plastik kesitlerin sayısı, kiriş ve kolonlara dağılımı ile kiriş ve kolonlarda ilk plastik kesitlerin olduğu yatay yük parametreleri Tablo 5.22 de özetlenmiştir.



Şekil 5.24: Yatay Yük Parametresi-Y Doğrultusundaki Yatay Yerdeğiştirme Diyagramı



Şekil 5.25: Plastik Kesitlerin Dağılımı

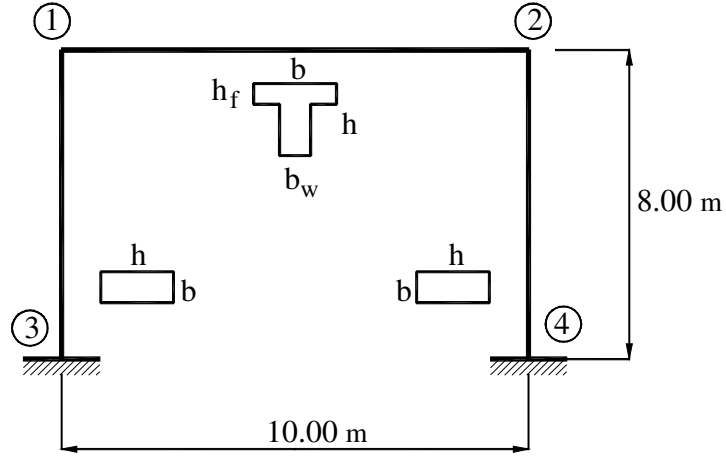
Tablo 5.22: Sistemin Taşıma Kapasitesi ve Plastik Kesitlerin Oluşumu

Yatay Yük Parametresi	Plastik Kesit Sayısı			İlk Plastik Kesitin Oluştugu Yatay Yük Parametresi	
	Toplam	Kirişte	Kolonda	Kirişte	Kolonda
$P_{G2} = 1.325$	107	64	43	0.918	1.002

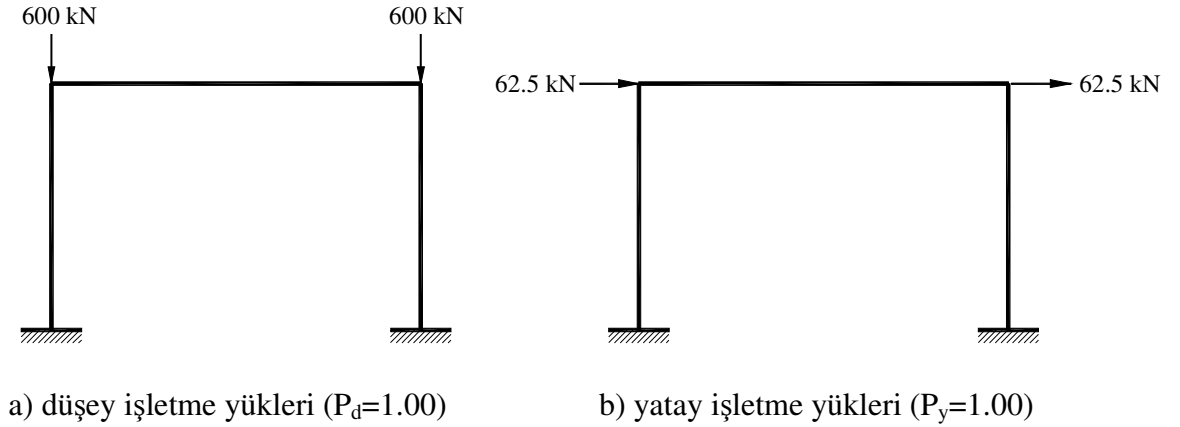
5.6. Sayısal Örnek 5 – Yöntemlerin Karşılaştırılması

Bu örnekte, seçilen tek katlı tek açıklıklı bir betonarme düzlem çerçeve sistem üzerinde, bu çalışmada esas alınan pekleşen rijit-plastik davranış modeli ile sistem üzerinde yayılı olan doğrusal olmayan şekildeğişimleri gözönüne alan yaklaşımın sonuçlarının sayısal olarak karşılaştırılması amaçlanmaktadır.

İncelenen sistemin geometrik boyutları ile kiriş ve kolon enkesitlerinin konumları Şekil 5.26 da, düşey ve yatay işletme yükleri Şekil 5.27 de görülmektedir.



Şekil 5.26: Sistemin Geometrik Özellikleri ve Enkesitlerinin Konumları



Şekil 5.27: Düşey ve Yatay İşletme Yükleri

Kiriş ve kolon enkesitlerinin boyutları Tablo 5.23 de, boyuna ve enine donatıları ise Tablo 5.24 de görülmektedir.

Tablo 5.23: Kiriş ve Kolon Enkesitlerinin Boyutları

Çubuk	h(mm)	b(mm)	b _w (mm)	h _f (mm)
1-2	600	1200	300	200
3-1,2-4	400	400	---	---

Tablo 5.24: Kiriş ve Kolon Donatıları

Çubuk	Yer	Boyuna Donatı		Etriye
1-2	çubuk boyunca	üst	6Φ20	Φ10/150
		alt	5Φ16	
3-1,2-4	çubuk boyunca	12Φ20		Φ10/200-100

Kiriş ve kolon enkesitlerinde paspayı $h' = 40$ mm olarak alınmıştır.

Betonarme betonu ve beton çeliğinin sınıfları ile Şekil 5.28 de tanımlanan idealleştirilmiş σ - ϵ bağıntılarına ait karakteristik büyüklükler

Betonarme betonu (C25) : $f_{cc} = 25 \text{ N/mm}^2$

$$E_c = 3.025 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{co} = 0.002$$

$$\epsilon_{cu} = 0.010$$

Beton çeliği (S420) : $f_{sy} = 420 \text{ N/mm}^2$

$$f_{su} = 550 \text{ N/mm}^2$$

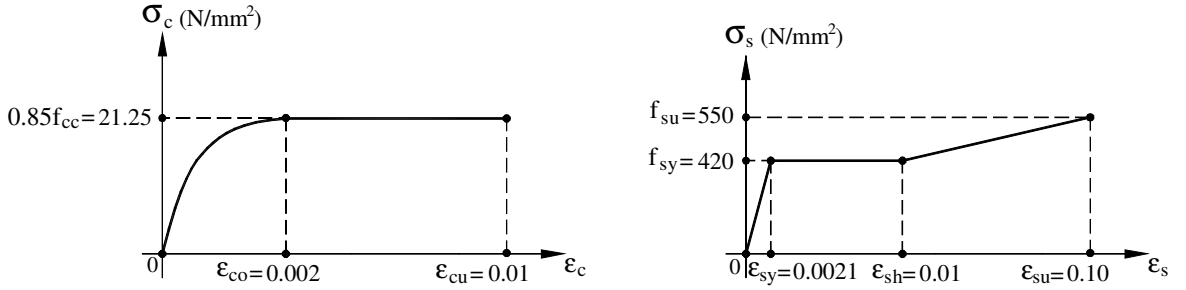
$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{sh} = 0.010$$

$$\epsilon_{su} = 0.100$$

dir. Betonda izin verilen en büyük birim kısalma için, bu örnekte $\varepsilon_{cu} = 0.010$ değeri esas alınmıştır. Beton çeliğinin birim boy değişmesi ise $\varepsilon_{su} = 0.100$ değeri ile sınırlandırılmaktadır.

Sistemin gerçek davranışının izlenmesi amacıyla, malzeme güvenlik katsayıları hesaba katılmamıştır.



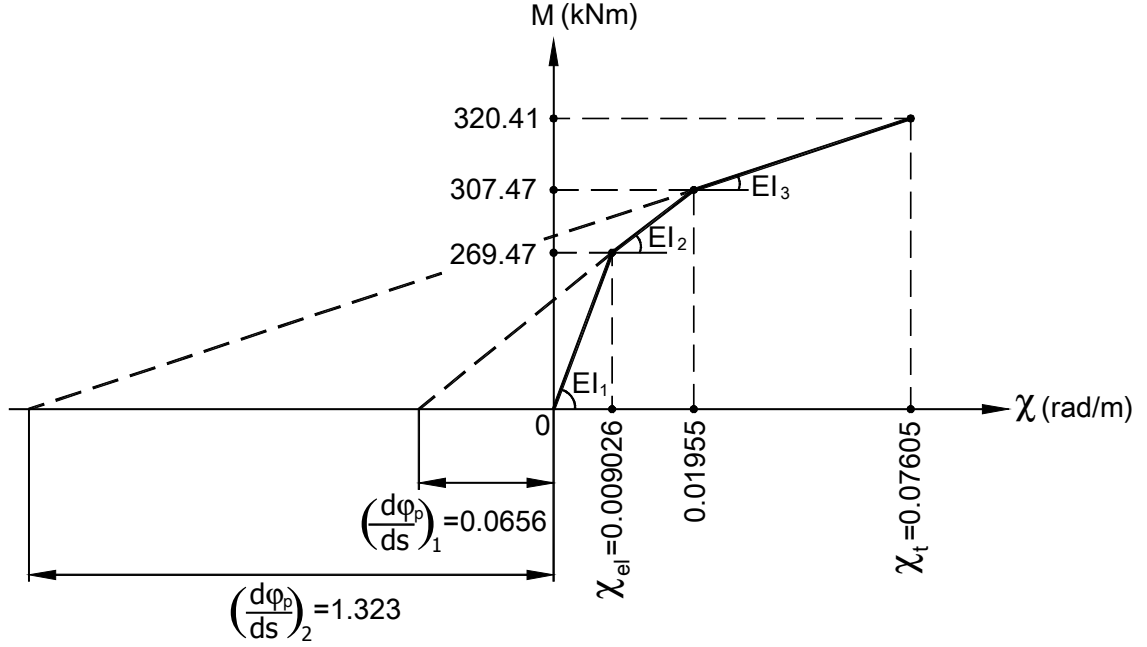
Şekil 5.28: Betonarme Beton ve Beton Çeliği İçin σ - ε Bağlılıkları

Sistem üzerinde yayılı olan doğrusal olmayan şekildeğiştirmeleri gözönüne alacak şekilde hesap yapılabilmesi için, yapı sistemini oluşturan elemanların $M - \chi$ bağıntılarının belirlenmesi gerekmektedir. Bu nedenle, yukarıda verilen gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları kullanılarak, kiriş ve kolonlara ait $M - \chi$ diyagramları elde edilmiştir. Bu şekilde, normal kuvvetin $N = -600$ kN değeri için kolonlarda elde edilen eğilme momenti-eğrilik bağıntısı Şekil 5.29 da, kiriş için belirlenen eğilme momenti-eğrilik bağıntıları ise Şekil 5.30 ve Şekil 5.31 de görülmektedir.

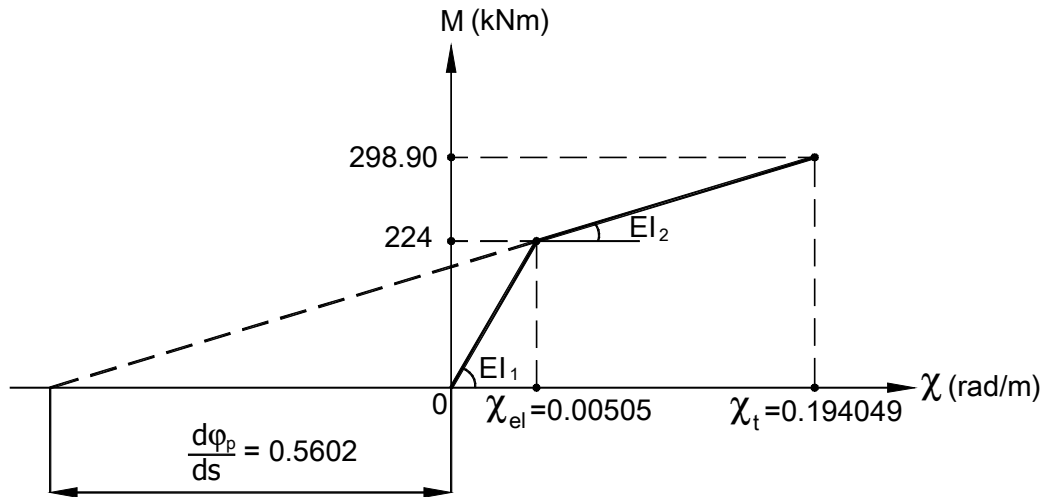
Örnek olarak seçilen yapı sisteminin, plastik şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olması varsayımı ile yapılan doğrusal olmayan analizinde, $M - \chi$ bağıntılarının doğru parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmesi esasına dayanan bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanmıştır. Uygulanan ardışık yaklaşım yönteminin ilk adımında doğrusal teoriye göre çözüm yapılmaktadır. Kiriş ve kolon kesitlerinde elde edilen eğilme momenti değerlerinin doğrusal-elastik sınırı aşmaları halinde, bir sonraki adımda sözkonusu kesitlere ait yeni EI rijitlikleri ve $\frac{d\phi_p}{ds}$ doğrusal olmayan şekildeğiştirmeleri

esas alınarak hesaba devam edilmektedir. Böylece, ardışık yaklaşımın her adımında değişken enkesitli bir yapı sistemi, dış yükler ve plastik şekildeğiştirmeler altında doğrusal teoriye göre hesaplanmaktadır. Eğilme momenti-eğrilik ($M - \chi$) bağıntıları

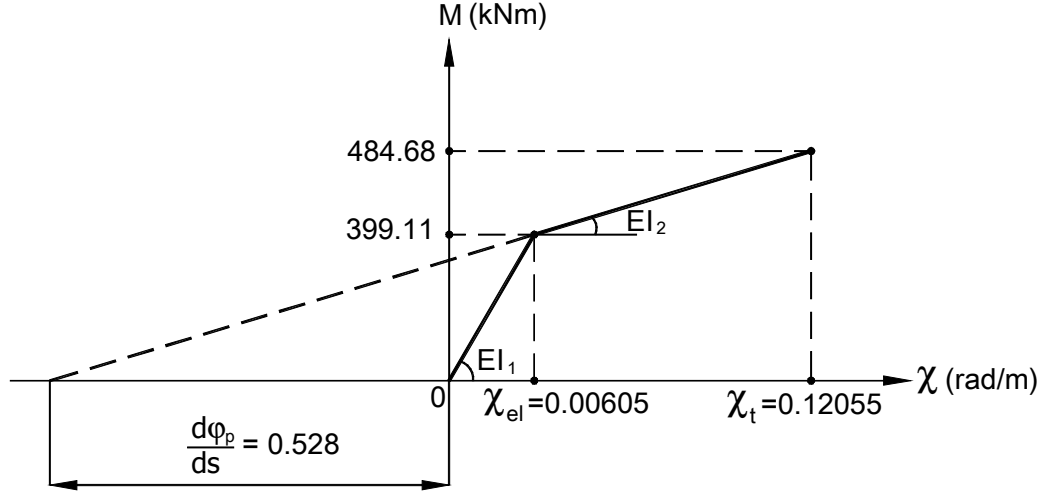
doğru parçalarından oluştuğu için, eğilme momentinin belirli sınırlar arasında kalması halinde, rijitlikler ve doğrusal olmayan şekildeğştirmeler aynı kalmakta, ardışık yaklaşım hızlı olarak yakınsamaktadır. Ardışık iki adımda bulunan sonuçlar birbirine yeter derecede yakın olduğunda ise hesaba son verilmektedir.



Şekil 5.29: Kolonlara Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı

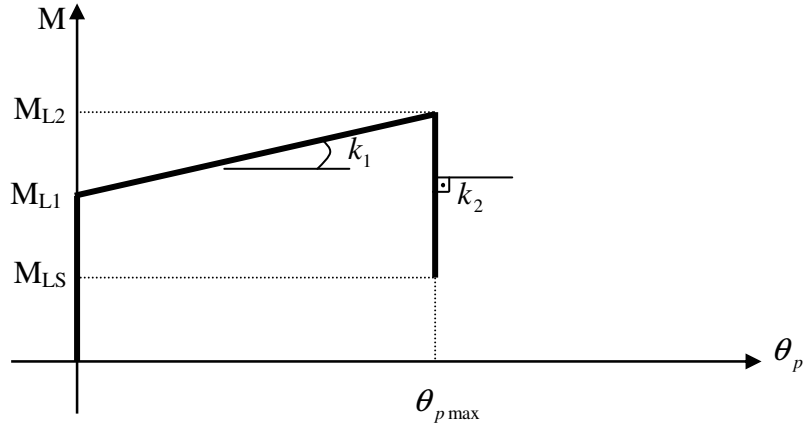


Şekil 5.30: Kirişin Sol Ucuna Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı



Şekil 5.31: Kirişin Sağ Ucuna Ait Eğilme Momenti-Eğrilik Bağıntısı

Bu çalışmada geliştirilen yöntemde öngörülen pekleşen rijit-plastik davranış modeli ile hesap yapılabilmesi için, kiriş ve kolonlardaki olası plastik kesitlere ait $M-\theta_p$ bağıntılarının elde edilmesi gereklidir. Şekil 5.32 de, eğilme momenti-plastik dönme ($M-\theta_p$) bağıntısı şematik olarak verilmiştir.



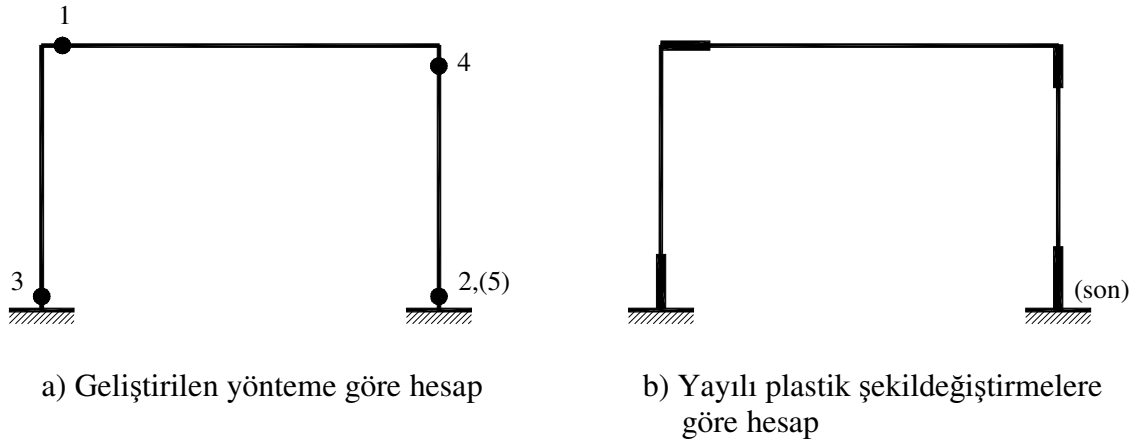
Şekil 5.32: $M-\theta_p$ Bağıntısı İçin Kullanılan Model

Kiriş ve kolon plastik kesitlerine ait $M-\theta_p$ diyagramlarını tanımlayan sayısal değerler Tablo 5.25 de özetlenmiştir. Çözümlerin karşılaştırılmasında basitlik sağlanması amacıyla, hesaplar kolon normal kuvvetlerinin $N = -600 \text{ kN}$ sabit değeri için yapılmıştır.

Tablo 5.25: Kiriş ve Kolon Plastik Kesitlerine Ait Karakteristik Değerler

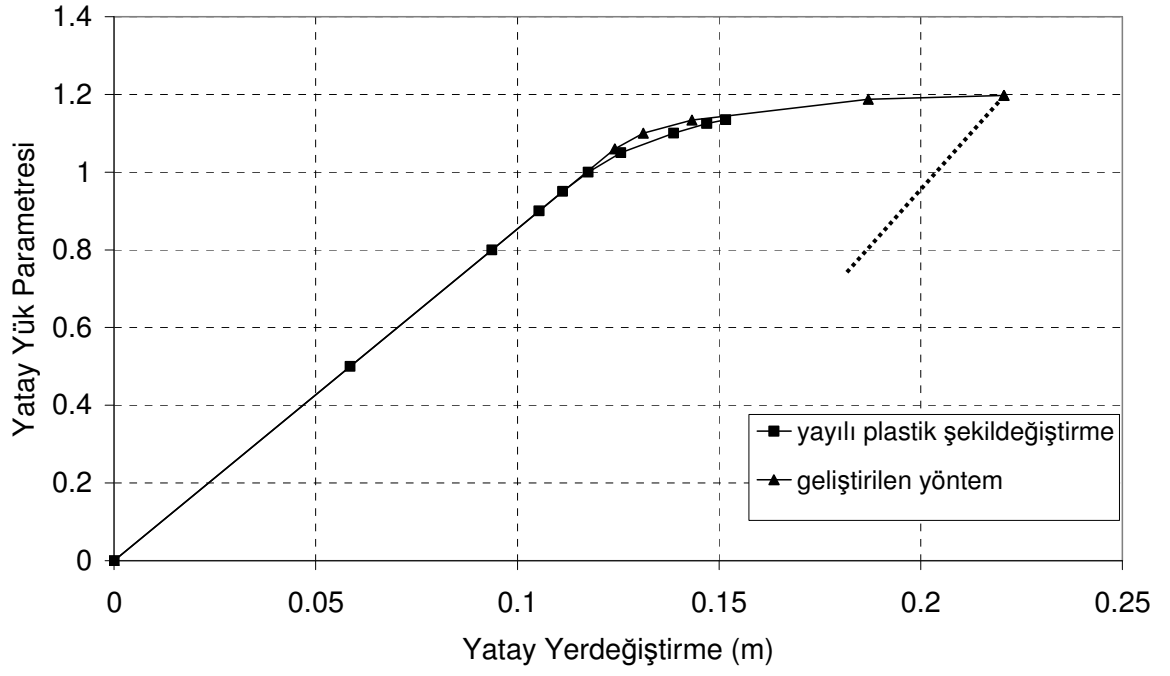
Çubuk	Yer	$M_{L1}(kNm)$	$M_{L2}(kNm)$	$M_{LS}(kNm)$	$\theta_{pmax}(radyan)$	k_1	k_2
3-1 , 2-4	Kolon kesiti	314.98	320.41	64.08	0.0131	414.504	-2985593
1-2	Kiriş kesiti	sol	224	298.9	59.78	0.0567	1320.988
		sağ	399.11	484.68	96.94	0.03435	2491.121

İki farklı yöntemle göre yapılan analiz sonucunda oluşan plastik kesit yerleri ve plastik şekildeğiştirme bölgeleri ile plastik kesitlerin oluşum sırası Şekil 5.33 de verilmiştir.

**Şekil 5.33:** İki Farklı Yöntemle Elde Edilen Plastik Kesit Yerleri ve Plastik Şekildeğiştirme Bölgeleri İle Plastik Kesitlerin Oluşum Sırası

Yapı sisteminin iki farklı yöntem ile hesabı sonucunda elde edilen yatay yük parametresi-yatay yerdeğiştirme ($P_y - \delta$) diyagramları Şekil 5.34 de verilmiştir. Burada δ yerdeğiştirmesi, çerçeve üst noktasının yatay yerdeğiştirmesini göstermektedir.

Bu çalışmada esas alınan pekleşen rijit-plastik davranış modeli ve sistem üzerinde yayılı olan doğrusal olmayan şekildeğiştirmeleri gözönüne alan yaklaşım ile elde edilen yük parametresi-yatay yerdeğiştirme diyagramları karşılaştırıldığında, her iki yaklaşıma ait kapasite eğrilerinin büyük ölçüde çakıştığı, buna karşılık pekleşen rijit-plastik davranış gösteren plastik kesitlerde daha büyük plastik şekildeğiştirmelerin meydana gelebildiği ve buna bağlı olarak sistemin taşıma kapasitesinin % 2.5 dolaylarında daha büyük değer aldığı görülmektedir.



Şekil 5.34: Yatay Yük Parametresi-Yatay Yerdeğiştirme (P_y - δ) Diyagramlarının Karşılaştırılması

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda açıklanmıştır.

- 1- Betonarme yapı sistemlerinin dış yükler altındaki doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesi, taşıma kapasitelerinin bulunması ve deprem performanslarının değerlendirilmesi amacıyla kullanılmak üzere, bir artımsal analiz yöntemi geliştirilmiştir. Betonarmenin doğrusal olmayan davranışını ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisini gözönüne alan yöntem, sistem özelliklerinden bağımsız olup Bölüm 3.1 deki varsayımların geçerli olduğu betonarme sistemlere uygulanabilmektedir.
- 2- Çalışmada doğrusal olmayan şekildeğştirmelerin *plastik kesit* adı verilen ve sınırlı plastik şekildeğştirme kapasitesine sahip olan belirli kesitlerde toplandığı, bunların dışındaki bölgelerde sistemin doğrusal-elastik davrandığı gözönünde tutulmaktadır. Böylece, basit eğilme etkisindeki sistemlere uygulanmakta olan plastik mafsal hipotezi, bileşik iç kuvvet durumunu da kapsayacak şekilde genelleştirilmiş olmaktadır. Ayrıca, plastik kesitlerdeki rijit-plastik davranış modeli, pekleşme ve gevşeme (ani dayanım kaybı) durumlarını da kapsayacak şekilde genişletilmiştir.
- 3- Betonarme betonu ve beton çeliğine ait gerilme-şekildeğştirme bağıntılarını esas alarak, betonarme kesitlere ait eğilme momenti-eğrilik bağıntıları ve karşılıklı etki diyagramları elde edilebilmektedir. Pekleşme etkisinin hesaba katıldığı bu çalışmada, karşılıklı etki diyagramları, kesitin akmasını ve taşıma kapasitesine ulaşmasını temsil eden iki ayrı fonksiyonla ifade edilmiştir. Herhangi bir kesitteki iç kuvvet durumunun, akma yüzeyi (veya eğrisi) üzerinde bulunması durumunda sistemde bir plastik kesit oluşmakta, plastik kesitteki iç kuvvetlerin artarak taşıma kapasitesi yüzeyine (veya eğrisine) ulaşması halinde ise, kesitin taşıma kapasitesi sona ermekte ve ani dayanım kaybı meydana gelmektedir.
- 4- Tek ve iki eksenli bileşik eğilme etkisindeki betonarme çubuk elemanlar için, sırasıyla doğru ve düzlem parçalarından oluşan idealleştirilmiş akma ve taşıma kapasitesi bağıntılarının kullanılması öngörülmektedir. Böylece, betonarme sistemlerde akma koşullarının doğrusal denklemlere dönüştürülmesi sağlanmaktadır.

- 5- İdeal elastoplastik malzemeden yapılan homojen kesitler için geçerli olan, akma vektörünün akma yüzeyine dik olması özelliğinin betonarme kesitler için de geçerli olduğu varsayılmış ve bu varsayım sayısal olarak irdelenmiştir. Ayrıca, diklik özelliğinin akma ve taşıma kapasitesi yüzeyleri arasındaki iç kuvvet ve şekildeğiştirme durumları için geçerli olduğu gözönünde tutulmuştur.
- 6- Geliştirilen yük artımı yönteminde, düşey işletme yüklerinin bu yükler için öngörülen bir katsayı ile çarpımından oluşan sabit düşey yükler altında, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde değişen yatay yükler için hesap yapılmaktadır. Bu şekilde, sabit düşey yüklerden oluşan normal kuvvetlere bağlı olarak hesaplanan ikinci mertebe rijitlik ve yükleme matrisleri yardımıyla, ikinci mertebe etkilerinin doğrusallaştırılması sağlanmaktadır.
- 7- Uygulanan artımsal analiz yönteminde, her plastik kesitin oluşumundan sonra, o kesitteki plastik şekildeğiştirmeleri temsil eden *plastik şekildeğiştirme parametresinin* yeni bir bilinmeyen olarak alınması ve plastik kesitteki iç kuvvet durumunun değişimi ile plastik şekildeğiştirme parametresi arasındaki bağıntıyı ifade eden yeni bir denklemin denklem takımına ilave edilmesi öngörülmüştür. Bir önceki adıma ait denklem takımı indirgenmiş olduğundan, sözkonusu yük artımına ait çözüm sadece yeni bilinmeyen ve yeni denklemin indirgenmesi ile elde edilebilmektedir.
- 8- Geliştirilen yöntemin sayısal uygulamalarına olanak sağlamak amacıyla, MKAPA ve IMNOSA isimli bilgisayar programları hazırlanarak FORTRAN dilinde kodlanmıştır. Bu programlardan yararlanarak, betonarme uzay çubuk sistemlerin statik itme analizi yapılabilmekte ve yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntıları elde edilebilmektedir.
- 9- Uygulanan artımsal analiz yönteminde, düğüm noktalarının doğrusal ve açısal yerdeğiştirmelerinin yanında, plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmeler (plastik mafsallı dönmeleri) bilinmeyen olarak alındıklarından, yapı sistemlerinin göçme yüklerinin ve plastik kesitlerdeki plastik şekildeğiştirmelere veya bunlardan yararlanarak hesaplanan beton ve donatı çeliği boydeğişmelerine bağlı olarak tanımlanan deprem performanslarının belirlenmesi için bu büyüklüklerin ayrıca hesabına gerek kalmamaktadır. Böylece, geliştirilen yöntemin, ülkemizdeki mevcut betonarme yapıların deprem performans ve güvenliklerinin belirlenmesi ve yeterli güvenliğe sahip olmayan yapıların güçlendirilmesi çalışmalarında doğrudan doğruya uygulanması amaçlanmıştır.

10- Betonarme yapı sistemleri esas alınarak geliştirilen yöntem çelik yapı sistemlerine de benzer şekilde uygulanabilme özelliğine sahiptir.

11- Çalışmanın sayısal incelemelerine dayanarak elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

- a- Yaygın olarak kullanılan diğer doğrusal olmayan analiz yöntemleri ve bu yöntemleri esas alan bilgisayar analizleri ile karşılaştırıldığında, bu çalışmada önerilen yöntemle yapılan analizlerin hesaplama süresinin önemli ölçüde kısalabildiği görülmektedir.
- b- Özellikle narin betonarme yapı sistemlerinde, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkilerinin (ikinci mertebe etkilerinin) sistemin yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısını etkilediği ve narinliğe bağlı olarak taşıma kapasitesinin azalmasına neden olduğu belirlenmiştir.
- c- İkinci mertebe etkilerinin gözönüne alındığı sistem analizlerinde, beklenildiği gibi, yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısı bir maksimumdan geçmektedir.
- d- Brüt kesit eğilme rijitlikleri yerine, betonarmenin gerçek davranışına uygun olarak belirlenen eğilme rijitliklerinin hesapta kullanılması sonuçları önemli ölçüde etkileyebilmektedir.
- e- Plastik kesitlerden herhangi birindeki iç kuvvet durumunun taşıma kapasitesi sınır durumuna erişmesi halinde, söz konusu plastik kesitin ve buna bağlı olarak sistemin taşıma kapasitesi sona ermektedir. Fiziksel olarak sistem davranışının sona erdiği bu sınır durumdan sonra hesaba devam edilmek istendiğinde, yük parametresi-yerdeğiştirme bağıntısı geri dönmekte, diğer bir deyişle, azalan yük parametresine azalan yerdeğiştirmeler karşı gelmektedir.
- f- Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı sistemlerin dış yükler altındaki davranışlarının, rijit pekleşen davranış modeli ile ve bu çalışmada öngörülen yöntemle gerçeğe yakın olarak belirlenebildiği görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik**, 2006. İmar ve İskan Bakanlığı, Ankara.
- [2] **Özer, E.**, 1987. Determination of second-order limit load by a method of load increments, *Bulletin of the Technical University of Istanbul*, **40**, 815-836.
- [3] **İrtem, E.**, 1991. Uzay çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [4] **Attalla, M.R., Deierlein, G.G. and McGuire, W.**, 1995. Spread of plasticity: quasi-plastic hinge approach, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **120**, 2451-2473.
- [5] **Girgin, K.**, 1996. Betonarme yapı sistemlerinde ikinci mertebe limit yükün ve göçme güvenliğinin belirlenmesi için bir yük artımı yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [6] **Graham, J.**, 2003. An elastic-plastic (second order) plane frame analysis method for design engineers, *The Structural Engineer*, **81**, 31-35.
- [7] **Çakıroğlu, A., Özden, E. ve Özmen, G.**, 1992. Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Cilt I, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [8] **Çakıroğlu, A., Özden, E. ve Özmen, G.**, 1992. Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Cilt II, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [9] **Özer, E.**, 1969. Lineer olmayan sistemlerin hesabı için bir metot, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [10] **Merchant, W.**, 1954. The failure load of rigidly jointed frameworks as influenced by stability, *Structural Engineer*, **32**, 185.

- [11] **Horne, M.R.**, 1963. Elastic-plastic failure loads of plane frames, *Proc. Royal Soc.*, **A274**, 343.
- [12] **Parikh, B.P.**, 1966. The elastic-plastic analysis and design of unbraced multistory steel frames, *PhD. Dissertation*, Lehigh University.
- [13] **Kim, S.W.**, 1971. Elastic-plastic analysis of unbraced frames, *PhD. Dissertation*, Lehigh University.
- [14] **Valles, R.E., Reinhorn, A.M., Kunnath, S.K., Li, C. and Madan, A.**, 1996. IDARC 2D Version 4.0: A program for the inelastic damage analysis of buildings, Technical Report NCEER-96-0010.
- [15] **El-Tawil, S. and Deierlein, G. G.**, 2001. Nonlinear analysis of mixed steel-concrete frames. I: element formulation, *Journal of Structural Engineering*, **127**, 647-655.
- [16] **Lu, L.W., Özer, E., Daniels, J.H., Ökten, Ö.S. and Morino, S.**, 1975. Frame stability and design of columns in unbraced multistory steel frames, Fritz Engineering Laboratory Report No. 375.2, Lehigh University.
- [17] **Lu, L.W., Özer, E., Daniels, J.H., Ökten, Ö.S. and Morino, S.**, 1977. Strength and drift characteristics of steel frames, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **103**, 2225.
- [18] **Moy, F.C., Özer, E. and Lu, L.W.**, 1976. Sway buckling and design of unbraced frames, Fritz Engineering Laboratory Report No. 396.1, Lehigh University.
- [19] **Moy, F.C., Özer, E. and Lu, L.W.**, 1977. Strength of steel frames under gravity loads, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **103**, 1223.
- [20] **Özer, E.**, 1975. İkinci mertbe limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan bir boyutlandırma metodu, *Doçentlik Tezi*, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- [21] **Çakıroğlu, A. ve Özer, E.**, 1980. Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt I, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul.
- [22] **Powell, G.H. and Chen, P.F.**, 1986. 3D Beam-column element with generalized plastic hinges, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **112**, 627-641.

- [23] **Orakdöğen, E.**, 1994. Uzak çubuk sistemlerde ikinci mertebe limit yük için yapı ağırlığını minimum yapan bir boyutlandırma yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [24] **Calvi, G.M. and Pavese, A.**, 1995. Displacement based design of building structures, *European Seismic Design Practice*, Elnashai (ed.) Balkema, Rotterdam, 127-132.
- [25] **Fajfar, P. and Gaspersic, P.**, 1996. The N2 Method for the seismic damage analysis of RC buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25**, 31-46.
- [26] **Paulay, T.**, 1997. Displacement-based design approach to earthquake-induced torsion in ductile buildings, *Engineering Structures*, **19**, 699-707.
- [27] **Bachmann, H. and Dazio, A.**, 1997. A deformation-based seismic design procedure for structural wall buildings, *Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes*, Fajfar and Krawinkler (eds), Balkema, Rotterdam, 159-170.
- [28] **Reinhorn, A.M.**, 1997. Inelastic analysis techniques in seismic evaluations, *Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes*, Fajfar and Krawinkler (eds), Balkema, Rotterdam, 277-287.
- [29] **Kilar, V. and Fajfar, P.**, 1997. Simple pushover analysis of asymmetric buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **26**, 233-249.
- [30] **Tso, W.K. and Moghadam, A.S.**, 1997. Seismic response of asymmetrical buildings using pushover analysis, *Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes*, Fajfar and Krawinkler (eds), Balkema, Rotterdam, 311-321.
- [31] **Krawinkler, H. and Seneviratna, G.D.P.K.**, 1998. Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation, *Engineering Structures*, **20**, 452-464.
- [32] **Ghobarah, A. and El-Attar, M.**, 1998. Seismic performance evaluation of reinforced concrete buildings, *11th European Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam, September 6-11, 1-7.
- [33] **Munshi, J.A. and Ghosh, S.K.**, 1998. Analysis of seismic performance of a code designed reinforced concrete building, *Engineering Structures*, **20**, 608-616.
- [34] **UBC**, 1994. Structural Engineering Design Provisions, Uniform Building Code, *International Conference of Building Officials*, Whittier, California.

- [35] **Chopra, A.K. and Goel, R.K.**, 1999. Capacity-Demand-Diagram Methods based on inelastic design spectrum, *Earthquake Spectra*, **15**, 637-656.
- [36] **Chai, W. and Guh, J.**, 1999. Performance-based design of concrete shear wall building, *Structural Engineers Association of Southern California*, 105-119.
- [37] **FEMA**, 2000. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings (FEMA 356), *Federal Emergency Management Agency*, Washington D.C.
- [38] **ATC**, 1996. Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings (ATC 40), *Applied Technology Council*, Redwood City, California.
- [39] **Chopra, K.A. and Goel, K.R.**, 1999. Capacity-Demand-Diagram Methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems, Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- [40] **Chopra, A.K. and Goel, R.K.**, 2000. Evaluation of NSP to estimate seismic deformation : SDF systems, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **126**, 482-490.
- [41] **Medhekar, M.S. and Kennedy D.J.L.**, 2000. Displacement-based seismic design of buildings-theory, *Engineering Structures*, **22**, 201-209.
- [42] **Medhekar, M.S. and Kennedy, D.J.L.**, 2000. Displacement-based seismic design of buildings-application, *Engineering Structures*, **22**, 210-221.
- [43] **Gupta, A. and Krawinkler, H.**, 2000. Estimation of seismic drift demands for frame structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **29**, 1287-1305.
- [44] **Fajfar, P.**, 2000. A nonlinear analysis method for performance-based seismic design, *Earthquake Spectra*, **16**, 573-592.
- [45] **Chandler, M.A. and Lam, T.K.**, 2001. Performance-based design in earthquake engineering: a multi-disciplinary review, *Engineering Structures*, **23**, 1525-1543.
- [46] **Chopra, A.K. and Goel, R.K.**, 2002. A modal pushover analysis for estimating seismic demands for buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **31**, 561-582.
- [47] **Karabinis, A.I. and Kiouisis, P.D.**, 2001. Plasticity model for reinforced concrete elements subjected to overloads, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **127**, 1251-1256.

- [48] **Ziemian, R.D. and McGuire, W.,** 2002. Modified tangent modulus approach – a contribution to plastic hinge analysis, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **128**, 1301-1307.
- [49] **Kappos, A.J., Penelis, G.G. and Drakopoulos, C.G.,** 2002. Evaluation of simplified models for lateral load analysis of unreinforced masonry buildings, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **128**, 890-897.
- [50] **Hasan, R., Xu, L. and Grierson, D.E.,** 2002. Pushover analysis for performance based seismic design, *Computers and Structures*, **80**, 2483-2493.
- [51] **Mwafy, A.M. and Elnashai, A.S.,** 2002. Calibration of force reduction factors of RC buildings, *Journal of Earthquake Engineering*, **6**, 239-273.
- [52] **Aydinoğlu, M.N. and Fahjan, Y.M.,** 2003. A unified formulation of the piecewise exact method for inelastic seismic demand analysis including the p-delta effect, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **32**, 871-890.
- [53] **Aydinoğlu, M.N.,** 2004. Incremental response spectrum analysis (IRSA) procedure for multi-mode pushover including p-delta effects, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, 1-15.
- [54] **Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R.,** 1988. Theoretical stress-strain model for confined concrete, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **114**, 1804-1826.
- [55] **Saatçioğlu, M. and Razvi, S.R.,** 1992. Strength and ductility of confined concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **118**, 1590-1607.
- [56] **İlki, A., Kumbasar, N., Özdemir, P. and Fukuta, T.,** 2004. A trilinear stress-strain model for confined concrete, *Structural Engineering and Mechanics*, **18**, 541-563.
- [57] **Hognestad, E., Hanson, N.W. and McHenry, D.,** 1955. Concrete stress distribution in ultimate strength design, *Journal of the American Concrete Institute*, **52**, 455-480.
- [58] **Çakıroğlu, A., Özer, E. ve Girgin, K.,** 1999. Yield conditions and yield vector for combined biaxial bending of rectangular R/C sections, *Proceedings of the Uğur Ersoy Symposium on Structural Engineering*, METU Press, Ankara, July 1-2, 121-135.
- [59] **Baker, A.L.L. and Amarakone, A.M.N.,** 1965. Inelastic hyperstatic frames analysis, *International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, Miami, USA, November, 85-142.

- [60] **Mattock, H.**, 1967. Rotational capacity of reinforced concrete beams, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **93**, 519-522.
- [61] **Panagiotakos, T.B. and Fardis, M.N.**, 2001 . Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate, *ACI Structural Journal*, **98**, 135-148.
- [62] **Paulay, T. and Priestley, N.**, 1992. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings, John Wiley&Sons Inc.
- [63] **Hodge, P.G.**, 1959. Plastic Analysis of Structures, Mc.Graw Hill.
- [64] **Tezcan, S.**, 1970. Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri İle Çözümü, Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul.

EK A ÇUBUK RİJİTLİK VE DÖNÜŞTÜRME MATRİSLERİ

Bu çalışmada geliştirilen artımsal analiz yönteminin her adımında, üzerinde plastik kesitler bulunan bir uzay çubuk sistemin Matris Yerdeğiştirme Yöntemi ile hesabı gerekmektedir. Bu bölümde, çubuk rijitlik matrisleri ve dönüştürme matrisleri tanımlanacak ve bu matrislerin elemanları verilecektir.

Çubuk Rijitlik Matrisi

Bir uzay çubuk elemanın çubuk eksen takımındaki $[K]$ rijitlik matrisi 12×12 boyutundadır. Bu matris, çubuk elemanın i ve j uçlarına ait, 6×6 boyutundaki $[k]_{ii}, [k]_{ij}, [k]_{ji}, [k]_{jj}$ alt matrislerinin

$$[K] = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

şeklinde bir araya gelmesinden oluşmaktadır.

$[K]$ matrisinin $k_{m,n}$ elemanı, n sayılı yerdeğiştirme bileşeninin birim değerinden dolayı, m sayılı yerdeğiştirme bileşeni doğrultusunda oluşan çubuk uç kuvvetini (birim yerdeğiştirme sabitini) ifade etmektedir.

Betti karşılıklı teoremi uyarınca $[K]$ matrisi esas köşegenine göre simetriktir. Diğer bir deyişle, bu matrisin alt matrisleri ve elemanları arasında

$$[k]_{ii} = [k]_{ii}^T, \quad [k]_{ji} = [k]_{ij}^T, \quad [k]_{jj} = [k]_{jj}^T \quad (\text{A.2})$$

özellikleri bulunmaktadır.

Doğru eksenli uzay çubuklar için $[K]$ çubuk rijitlik matrisini oluşturan $[k]_{ii}, [k]_{ij}, [k]_{ji}, [k]_{jj}$ alt matrislerinin sıfıra eşit ve sıfırdan farklı olan elemanları aşağıda gösterilerek tanımlanmıştır.

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,6} \\ 0 & k_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{3,3} & k_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{4,3} & k_{4,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,5} & 0 \\ -k_{6,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,6} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} -k_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,12} \\ 0 & -k_{2,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{3,9} & k_{3,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{4,9} & k_{4,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{5,11} & 0 \\ k_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T \quad (\text{A.5})$$

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} k_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,12} \\ 0 & k_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{9,9} & -k_{9,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{10,9} & k_{10,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{11,11} & 0 \\ k_{12,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12,12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Bu alt matrislerdeki bağımsız yerdeğiştirme sabitleri sekiz tanedir.

$$k_{2,2}, k_{4,4}, k_{5,5}, k_{6,6}, k_{4,10}, k_{6,12}, k_{10,10}, k_{12,12}$$

Diğer birim yerdeğiştirme sabitleri, Betti karşılıklı teoremi ve çubukların denge denklemleri uyarınca bağımsızlar cinsinden

$$k_{2,8} = k_{8,8} = k_{2,2} \quad (\text{A.7})$$

$$k_{5,11} = k_{11,11} = k_{5,5} \quad (\text{A.8})$$

$$k_{3,4} = k_{4,3} = k_{4,9} = \frac{k_{4,4} + k_{10,4}}{l} \quad (\text{A.9})$$

$$k_{3,10} = k_{9,10} = k_{10,9} = \frac{k_{4,10} + k_{10,10}}{l} \quad (\text{A.10})$$

$$k_{1,6} = k_{6,1} = k_{6,7} = \frac{k_{6,6} + k_{12,6}}{l} \quad (\text{A.11})$$

$$k_{1,12} = k_{7,12} = k_{12,7} = \frac{k_{6,12} + k_{12,12}}{l} \quad (\text{A.12})$$

ve birinci merteye teorisinde, ayrıca

$$k_{1,1} = k_{1,7} = k_{7,7} = \frac{k_{1,6} + k_{1,12}}{l} \quad (\text{A.13})$$

$$k_{3,3} = k_{3,9} = k_{9,9} = \frac{k_{3,4} + k_{9,10}}{l} \quad (\text{A.14})$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada l çubuk boyunu göstermektedir.

Doğru eksenli, prizmatik uzay çubuklarda birinci merteye teorisine ait rijitlik matrisleri, çubuk ve enkesit özelliklerine bağlı olarak aşağıda verilmiştir.

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{l^3} & \frac{6EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{l^2} & \frac{4EI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 \\ \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{-EF}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_x}{l^3} & \frac{6EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_x}{l^2} & \frac{2EI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$[k]_{ji} = [k]_{ij}^T \quad (\text{A.17})$$

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{l^3} & \frac{-6EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_x}{l^2} & \frac{4EI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Yukarıda verilen çubuk rijitlik matrislerinde EF çubuk uzama rijitliğini, EI_x, EI_z sırası ile YZ ve XY düzlemlerindeki eğilme rijitliklerini, GJ ise

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\nu : \text{Poisson oranı}) \quad (\text{A.19})$$

şeklinde tanımlanan çubuk burulma rijitliğini göstermektedir.

Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin gözönüne alınması halinde, uzay çubuk sistemlerde oluşan tüm ikinci mertebe etkileri kaynak [7] ve [8] de ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu çalışmada, burulma doğrultusundaki yerdeğiştirmelerden oluşan ikinci mertebe etkileri ile çubuk enkesitindeki yerel ikinci mertebe etkileri terkedilmektedir. Buna göre, ikinci mertebe teorisine ait çubuk rijitlik matrislerinin hesabında yalnız

çubukların asal düzlemleri içindeki yerdeğiştirmelere ait ikinci mertebe etkileri gözönüne alınmaktadır.

Doğru eksenli prizmatik uzay çubuklarda bu varsayımlar altında elde edilen, ikinci mertebe teorisine ait bağımsız birim yerdeğiştirme sabitlerinin değerleri aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir.

$$k_{2,2} = \frac{EF}{l} \quad (\text{A.20})$$

$$k_{5,5} = \frac{GJ}{l} \quad (\text{A.21})$$

$$k_{4,4} = k_{10,10} = \frac{EI_x}{l} \frac{\psi_x \sin \psi_x - \psi_x^2 \cos \psi_x}{2(1 - \cos \psi_x) - \psi_x \sin \psi_x} \quad (\text{A.22})$$

$$k_{4,10} = \frac{EI_x}{l} \frac{\psi_x^2 - \psi_x \sin \psi_x}{2(1 - \cos \psi_x) - \psi_x \sin \psi_x} \quad (\text{A.23})$$

$$k_{6,6} = k_{12,12} = \frac{EI_z}{l} \frac{\psi_z \sin \psi_z - \psi_z^2 \cos \psi_z}{2(1 - \cos \psi_z) - \psi_z \sin \psi_z} \quad (\text{A.24})$$

$$k_{6,12} = \frac{EI_z}{l} \frac{\psi_z^2 - \psi_z \sin \psi_z}{2(1 - \cos \psi_z) - \psi_z \sin \psi_z} \quad (\text{A.25})$$

Diğer birim yerdeğiştirme sabitleri bağımsızlara bağlı olarak [A.7-A.12] formülleri ile elde edilirler. Birinci mertebe teorisi için A.13 ve A.14 bağıntıları ile verilen birim yerdeğiştirme sabitleri ise, ikinci mertebe teorisinde

$$k_{1,1} = k_{7,7} = k_{1,7} = \frac{2(k_{6,6} + k_{6,12})}{l^2} - \frac{EI_x \psi_x^2}{l^3} \quad (\text{A.26})$$

$$k_{3,3} = k_{3,9} = k_{9,9} = \frac{2(k_{4,4} + k_{4,10})}{l^2} - \frac{EI_x \psi_x^2}{l^3} \quad (\text{A.27})$$

değerlerini almaktadır.

Bu bağıntılardaki ψ_x, ψ_z terimlerinin açık ifadeleri, N çubuktaki basınç kuvvetini göstermek üzere,

$$\psi_x = l \sqrt{\frac{|N|}{EI_x}} \quad , \quad \psi_z = l \sqrt{\frac{|N|}{EI_z}} \quad (\text{A.28})$$

şeklindedir.

[T] Dönüştürme Matrisi

Bu çalışmada, sistem eksenlerindeki büyüklüklerin çubuk eksenlerine dönüştürülmesi amacıyla tanımlanan [T] dönüştürme matrisi, sistem eksen takımının çubuk eksen takımına göre doğrultu kosinüslerinden meydana gelmektedir.

Bir uzay çubuğun [T] dönüştürme matrisi

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [t] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [t] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [t] \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (\text{A.29})$$

şeklinde, [t] alt matrislerinden oluşur.

[t] alt matrisinin elemanları aşağıda tanımlanmıştır.

$$[t] = \begin{bmatrix} \frac{m_y \cos \beta + l_y n_y \sin \beta}{\sqrt{1-n_y^2}} & -\frac{l_y \cos \beta - m_y n_y \sin \beta}{\sqrt{1-n_y^2}} & -\sqrt{1-n_y^2} \sin \beta \\ l_y & m_y & n_y \\ -\frac{l_y n_y \cos \beta - m_y \sin \beta}{\sqrt{1-n_y^2}} & \frac{-l_y \sin \beta - m_y n_y \cos \beta}{\sqrt{1-n_y^2}} & \sqrt{1-n_y^2} \cos \beta \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

Burada

$X_i, X_j, Y_i, Y_j, Z_i, Z_j$: i ve j uçlarının sistem eksenlerindeki koordinatları olmak üzere

$$l_y = \frac{X_j - X_i}{l}$$

$$m_y = \frac{Y_j - Y_i}{l}$$

$$n_y = \frac{Z_j - Z_i}{l} \quad (\text{A.31})$$

sırasıyla X, Y ve Z sistem eksenlerinin y çubuk eksenine göre doğrultu kosinüslerini, β ise çubuğun z ekseninin sistemin Z eksenine ile yaptığı açığı göstermektedir.

Çubuk ekseninin sistemin Z eksenine paralel olması halinde, $[t]$ matrisi

$$[t] = \begin{bmatrix} n_y \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & n_y \\ n_y \sin \beta & -\cos \beta & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

şeklini alır.

EK B PLASTİK ŞEKİLDEĞİŞTİRME BİLEŞENLERİNİN BİRİM DEĞERLERİNDEN OLUŞAN ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ MATRİSLERİ

Bu bölümde, plastik kesitlerdeki sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan çubuk uç kuvvetleri matrisleri Ek A da tanımlanan çubuk rijitlik matrisi elemanlarına bağlı olarak verilecektir, [2,3].

Üzerindeki bir k noktasında plastik kesit bulunan bir ij çubuğunda, bu kesitteki sonlu plastik şekildeğiştirme bileşenlerinin birim değerlerinden oluşan $[P_{\theta k}]_i, [P_{\theta k}]_j$ çubuk uç kuvvetleri matrisleri

$$\begin{aligned}
 [P_{\theta k}]_i &= \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{zk}(-\alpha k_{1,12} + (1-\alpha)k_{1,6}) \\ -\Delta_k k_{2,8} \\ \theta_{xk}(\alpha k_{3,10} - (1-\alpha)k_{3,4}) \\ \theta_{xk}(\alpha k_{4,10} - (1-\alpha)k_{4,4}) \\ -\theta_{yk} k_{5,11} \\ \theta_{zk}(\alpha k_{6,12} - (1-\alpha)k_{6,6}) \end{bmatrix} \\
 [P_{\theta k}]_j &= \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{zk}(\alpha k_{7,12} - (1-\alpha)k_{7,6}) \\ \Delta_k k_{8,8} \\ \theta_{xk}(-\alpha k_{9,10} + (1-\alpha)k_{9,4}) \\ \theta_{xk}(\alpha k_{10,10} - (1-\alpha)k_{10,4}) \\ \theta_{yk} k_{11,11} \\ \theta_{zk}(\alpha k_{12,12} - (1-\alpha)k_{12,6}) \end{bmatrix} \quad (B.1)
 \end{aligned}$$

şeklindedir.

Yukarıdaki ifadede l çubuk boyunu, x_k plastik kesitin çubuk i ucundan uzaklığını göstermek üzere, α

$$\alpha = \frac{x_k}{l}$$

şeklinde tanımlanan bir parametreyi,

θ_{zk}, θ_{xk} : sırasıyla XY ve YZ düzlemleri içindeki eğilme plastik şekildeğiştirme bileşenlerini,

Δ_k : çubuğun y boyuna ekseni doğrultusundaki plastik şekildeğiştirme bileşenini göstermektedir.

Bu çalışmanın uygulamalarında, plastik kesitlerin çubuk uç noktalarında meydana gelebileceği öngörüldüğünden, α parametresi plastik kesitin konumuna bağlı olarak, 0 veya 1 değerini almaktadır.

Özel olarak, doğru eksenli prizmatik bir çubukta, birinci mertebe teorisine ait $[P_{\theta k}]_i, [P_{\theta k}]_j$ uç kuvvetleri matrisleri için

$$[P_{\theta k}]_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_{zk}(12\alpha-6)\frac{EI_z}{l^2} \\ -\Delta_k \frac{EF}{l} \\ \theta_{xk}(12\alpha-6)\frac{EI_x}{l^2} \\ \theta_{xk}(6\alpha-4)\frac{EI_x}{l} \\ -\theta_{yk} \frac{GJ}{l} \\ \theta_{zk}(6\alpha-4)\frac{EI_z}{l} \end{bmatrix}$$

$$[P_{\theta k}]_j = \begin{bmatrix} P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{zk}(12\alpha-6)\frac{EI_z}{l^2} \\ \Delta_k \frac{EF}{l} \\ -\theta_{xk}(12\alpha-6)\frac{EI_x}{l^2} \\ \theta_{xk}(6\alpha-4)\frac{EI_x}{l} \\ \theta_{yk} \frac{GJ}{l} \\ \theta_{zk}(6\alpha-4)\frac{EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

yazılabilir, [5].

ÖZGEÇMİŞ

Günhan AKSOYLU, 1973 yılında İstanbul’da doğmuştur. İlk ve Orta öğrenimini Sarıyer İlköğretim Okulunda, Lise öğrenimini Sarıyer Vehbi Koç Vakfı Lisesi’nde tamamladıktan sonra 1994 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nü bitirerek inşaat mühendisi ünvanını almış ve İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü’nde yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. 1997 yılında yüksek mühendis olarak mezun olduktan sonra aynı enstitüde doktora öğrenimine başlayan Günhan AKSOYLU, halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Yapı Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.