

**YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİNDE AÇI VE RITZ
YÖNTEMLERİNİN NANOTEKNOLOJİYE UYGULANMASI**

DOKTORA TEZİ
Ayşe KÖSEGİL TOKSÖZ

Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği

Programı : Yapı Mühendisliği

HAZİRAN 2010

**YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİNDE AÇI VE RITZ
YÖNTEMLERİNİN NANOTEKNOLOJİYE UYGULANMASI**

DOKTORA TEZİ
Ayşe KÖSEGİL TOKSÖZ
(501822009)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29 Nisan 2010
Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Haziran 2010

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Reha ARTAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER (YTÜ)
Prof. Dr. Engin ORAKDÖĞEN (İTÜ)
Prof. Dr. Ünal ALDEMİR (İTÜ)
Doç. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ (İTÜ)

HAZİRAN 2010

ÖNSÖZ

Çalışmalarım süresince benden yardım ve desteğini esirgemeyen değerli hocam Sayın Prof. Dr. Reha Artan ve tez izleme komitesi üyeleri Sayın Prof. Dr. Engin Orakdoğen ve Sayın Doç. Dr. Ekrem Tüfekçi'ye, Dr. Gökhan Karaman ve çalışma arkadaşlarıma en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, beni bugünlere getiren aileme, manevi desteklerini esirgemeyen eşime ve bana yaşama sevinci olan kızım Tuğçe ve oğlum Tuna'ya teşekkürü bir borç bilirim.

HAZİRAN 2010

Ayşe KÖSEGİL TOKSÖZ

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	iii
İÇİNDEKİLER	v
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
SEMBOL LİSTESİ.....	xix
ÖZET	xxi
SUMMARY	xxiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Konu.....	1
1.2 Konu ile İlgili Çalışmalar	2
1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	3
2. NANOTEKNOLOJİ VE KARBON NANOTÜPLER.....	7
2.1 Nanoteknoloji ve Tanımı	7
2.1.1 Nanoteknolojinin kronolojik gelişimi.....	8
2.1.2 Nanoteknolojinin amaçları	13
2.1.3 Nanoteknolojinin avantajları	14
2.1.4 Nanoteknolojinin uygulama alanları	15
2.1.5 Türkiye’de nanoteknoloji çalışmaları	17
2.2 Karbon Nanotüpler	19
2.2.1 Karbon nanotüp çeşitleri.....	20
2.2.2 Karbon nanotüplerin üretim yöntemleri	22
2.2.3 Karbon nanotüplerin özellikleri	23
2.2.4 Nanoteknoloji ve karbon nanotüplerin kullanım alanları	25
2.2.5 İnşaat sektöründe nanoteknoloji ve karbon nanotüpler	26
3. DİREKT YERDEĞİŞTİRME YÖNTEMLERİ (AÇI YÖNTEMİ)	27
3.1 Açı Yönteminde Temel Denklemler	27
3.1.1 Denge denklemleri.....	27
3.1.2 Geometrik süreklilik denklemleri.....	28
3.1.3 Bünye denklemleri.....	28
3.2 Açı Yönteminde Tanımlar	28
3.2.1 Düğüm noktası.....	28
3.2.2 Düğüm noktalarının yerdeğıştirmeleri	29
3.2.3 Uç yerdeğıştirmeleri	29
3.2.4 Uç kuvvetleri	29
3.3 Birim Yerdeğıştirme Sabitleri	29
3.3.1 İki ucu ankastre çubuklarda birim yerdeğıştirme sabitleri	30

3.3.2	Özel hallere ait birim yerdeğiştirme sabitleri (Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuk)	32
3.4	Ankastrelik Momentleri	33
3.4.1	İki ucu ankastre çubukta ankastrelik momentleri	33
3.4.2	j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri	34
3.5	Açı Yönteminin Esası	34
3.5.1	Bilinmeyenler	35
3.5.2	Denklemler	35
3.6	Düğüm Noktaları Sabit Sistemler	36
3.6.1	Düğüm noktaları sabit sistemlerin türleri	36
3.7	Düğüm Noktaları Hareketli Sistemler	37
4.	YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ.....	39
4.1	Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ve Tanımı	39
4.2	Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ve İlave Sınır Koşulları	40
4.3	Yerel Olmayan Teoride Basit Kirişin Eğilmesi	43
5.	YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİ	45
5.1	İki Ucu Ankastre Çubukta Birim Yerdeğiştirme Sabitleri	45
5.1.1	İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $m_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	45
5.1.2	İki ucu ankastre çubuklarda $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $t_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	51
5.1.3	İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\Theta_{j(yo)}}$ ve $m_{j\Theta_{j(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	53
5.1.4	İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\delta_{(yo)}}$ ve $m_{j\delta_{(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	55
5.1.5	İki ucu ankastre çubuklarda $t_{i\delta_{(yo)}}$ ve $t_{j\delta_{(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	58
5.2	Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklarda Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	60
5.2.1	j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabı.....	60
5.2.2	j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $\bar{t}_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	64
5.2.3	j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{i\delta_{(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	66
5.2.4	j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{t}_{i\delta_{(yo)}}$ ve $\bar{t}_{j\delta_{(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri	69
5.2.5	i ucu mafsallı j ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{j\Theta_{j(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabı.....	71
6.	YEREL OLMAYAN TEORİDE ANKASTRELİK MOMENTLERİ.....	73
6.1	İki Ucu Ankastre Çubukta $\mathcal{M}_{ij(yo)}$ Ankastrelik Momentleri.....	73
6.2	Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklarda $\mathcal{M}_{ij(yo)}$ Ankastrelik Momentleri	75
6.2.1	i ucu ankastre j ucu mafsallı çubuklarda $\bar{\mathcal{M}}_{ij(yo)}$ ankastrelik momentleri.....	75
6.2.2	i ucu mafsallı j ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri	78

7. TEK DUVARLI KARBON NANOTÜPLERDEN OLUŞAN SİSTEMLER İÇİN YEREL OLMAYAN TEORİDE AÇI YÖNTEMİ UYGULAMALARI	79
7.1 İki Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemlerde Açı Yöntemi Uygulamaları	79
7.1.1 İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler	79
7.1.2 İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistemler.....	83
7.2 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemler	91
7.2.1 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler.....	91
7.2.2 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistemler	95
7.3 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre ve İki Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemler.....	101
7.3.1 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler	101
7.3.2 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli sistemler.....	105
7.4 Tablo ve Grafiklerden Yararlanarak Yerel Olmayan Teoride Açı Yöntemi	115
8. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİNDE RITZ YÖNTEMİ VE NANOTEKNOLOJİYE UYGULANMASI.....	117
8.1 Giriş	117
8.2 Yerel Olmayan Elastisitede Bernoulli/Euler Kiriş Modeli ve İlave Sınır Koşulları	118
8.3 Yerel Olmayan Elastisitede Ritz Yöntemi	118
9. SONUÇLAR.....	123
KAYNAKLAR.....	131
ÖZGEÇMİŞ	135

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1	:	Karbon nanotüplerin diğer malzemelerle karşılaştırılması.....	25
Çizelge 5.1	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\Theta_{i(yo)}}{m_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	49
Çizelge 5.2	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\Theta_{i(yo)}}{m_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	49
Çizelge 5.3	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\Theta_{i(yo)}}{m_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	49
Çizelge 5.4	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\Theta_{i(yo)}}{m_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	49
Çizelge 5.5	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_j\Theta_{i(yo)}}{m_j\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	51
Çizelge 5.6	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_j\Theta_{i(yo)}}{m_j\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	51
Çizelge 5.7	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_j\Theta_{i(yo)}}{m_j\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	51
Çizelge 5.8	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_j\Theta_{i(yo)}}{m_j\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	51
Çizelge 5.9	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\Theta_{i(yo)}}{t_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	52
Çizelge 5.10	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\Theta_{i(yo)}}{t_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	53
Çizelge 5.11	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\Theta_{i(yo)}}{t_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	53
Çizelge 5.12	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\Theta_{i(yo)}}{t_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	53
Çizelge 5.13	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\delta(yo)}{m_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	57
Çizelge 5.14	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\delta(yo)}{m_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	57
Çizelge 5.15	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\delta(yo)}{m_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	57
Çizelge 5.16	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\delta(yo)}{m_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	58
Çizelge 5.17	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\delta(yo)}{t_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	59
Çizelge 5.18	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\delta(yo)}{t_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	59
Çizelge 5.19	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\delta(yo)}{t_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	59
Çizelge 5.20	:	İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\delta(yo)}{t_i\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	60
Çizelge 5.21	:	Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_i\Theta_{i(yo)}}{\bar{m}_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	63
Çizelge 5.22	:	Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_i\Theta_{i(yo)}}{\bar{m}_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	63
Çizelge 5.23	:	Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_i\Theta_{i(yo)}}{\bar{m}_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	63

Çizelge 5.24	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	63
Çizelge 5.25	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{t}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	65
Çizelge 5.26	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{t}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	65
Çizelge 5.27	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{t}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	65
Çizelge 5.28	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{t}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	66
Çizelge 5.29	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	68
Çizelge 5.30	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	68
Çizelge 5.31	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	68
Çizelge 5.32	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	68
Çizelge 5.33	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\delta(yo)}}{\bar{t}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	70
Çizelge 5.34	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\delta(yo)}}{\bar{t}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	70
Çizelge 5.35	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\delta(yo)}}{\bar{t}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	70
Çizelge 5.36	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\delta(yo)}}{\bar{t}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	70
Çizelge 6.1	: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi	77
Çizelge 6.2	: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi	78
Çizelge 6.3	: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi	78
Çizelge 6.4	: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi	78
Çizelge 7.1	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	82
Çizelge 7.2	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	82
Çizelge 7.3	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	82
Çizelge 7.4	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	83
Çizelge 7.5	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	87
Çizelge 7.6	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	87
Çizelge 7.7	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	87
Çizelge 7.8	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	87

[illegible]

[illegible]

Çizelge 7.47	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	114
Çizelge 7.48	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	115

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Fulleren (C60).....	9
Şekil 2.2 : Xe atomları ile IBM yazısı.....	10
Şekil 2.3 : Çok duvarlı karbon nanotüp.	10
Şekil 2.4 : Alan etkili karbon nanotüp transistör (TUBEFET).	11
Şekil 2.5 : Karbon yapılar.....	20
Şekil 2.6 : Tek duvarlı karbon nanotüp.	20
Şekil 2.7 : Tek duvarlı karbon nanotüp oluşumu.	21
Şekil 2.8 : Zikzak tipi tek duvarlı karbon nanotüp.....	21
Şekil 2.9 : Koltuk tipi tek duvarlı karbon nanotüp.	22
Şekil 2.10 : Kiral tipi tek duvarlı karbon nanotüp.....	22
Şekil 2.11 : Karbon nanotüplerden oluşmuş bir demet.	24
Şekil 3.1 : Üç düğüm noktalı sistem.	28
Şekil 3.2 : İki ucu ankastre çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.....	30
Şekil 3.3 : İki ucu ankastre çubukta $\Theta_j = 1$ durumu.....	30
Şekil 3.4 : İki ucu ankastre çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.....	31
Şekil 3.5 : j ucu mafsallı çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.....	32
Şekil 3.6 : j ucu mafsallı çubukta $\delta_{ij} = 1$, durumu.	33
Şekil 3.7 : İki ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri.	33
Şekil 3.8 : j ucu mafsallı çubukta ankastrelik momenti.	34
Şekil 3.9 : Düğüm noktaları sabit sistem.	35
Şekil 3.10 : Düğüm noktaları sabit sistem.	36
Şekil 3.11 : Düğüm noktaları sabit simetrik yüklü simetrik sistem.	36
Şekil 3.12 : Düğüm noktaları esasen sabit olan sistem.	37
Şekil 3.13 : Düğüm noktaları hareketli simetrik yüklü simetrik sistem.....	37
Şekil 4.1 : Basit mesnetli kiriş.	40
Şekil 4.2 : Şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş eleman	41
Şekil 4.3 : Düzgün yayılı yüklü basit mesnetli kiriş.	43
Şekil 5.1 : İki ucu ankastre çubuk $\Theta_i = 1$ durumu.....	45
Şekil 5.2 : İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\Theta_{i(yo)}}{m_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	49
Şekil 5.3 : İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_j\Theta_{i(yo)}}{m_j\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	50
Şekil 5.4 : İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\Theta_{i(yo)}}{t_i\Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	52
Şekil 5.5 : İki ucu ankastre çubukta $\Theta_j = 1$ durumu	53
Şekil 5.6 : İki ucu ankastre çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.	55
Şekil 5.7 : İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_i\delta_{i(yo)}}{m_i\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	57
Şekil 5.8 : İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i\delta_{i(yo)}}{t_i\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	59

Şekil 5.9	: Bir ucu mafsallı çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.....	60
Şekil 5.10	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	63
Şekil 5.11	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{i}_{i\Theta_i(yo)}}{\bar{i}_{i\Theta_i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	65
Şekil 5.12	: j ucu mafsallı çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.	66
Şekil 5.13	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	68
Şekil 5.14	: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{i}_{i\delta(yo)}}{\bar{i}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	70
Şekil 6.1	: İki ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri.	73
Şekil 6.2	: i ucu ankastre j ucu mafsallı çubuklarda ankastrelik momentleri.....	75
Şekil 6.3	: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	77
Şekil 7.1	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve.....	79
Şekil 7.2	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	82
Şekil 7.3	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçeve.	83
Şekil 7.4	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	86
Şekil 7.5	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	88
Şekil 7.6	: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	90
Şekil 7.7	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve.....	91
Şekil 7.8	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	94
Şekil 7.9	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçeve.....	95
Şekil 7.10	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	97
Şekil 7.11	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	99
Şekil 7.12	: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	100
Şekil 7.13	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan sabit çerçeve.	102
Şekil 7.14	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi	104
Şekil 7.15	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan hareketli çerçeve.....	105
Şekil 7.16	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	108
Şekil 7.17	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	111
Şekil 7.18	: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	114

Şekil 8.1	: Basit mesnetli kiriş.	119
Şekil 8.2	: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_y}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	120
Şekil 8.3	: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_y}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.	120
Şekil 8.4	: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_{kesin}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	121
Şekil 8.5	: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_{kesin}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.....	121

SEMBOL LİSTESİ

π	: Potansiyel enerji
M	: Eğilme momenti
d_x	: x eksenini doğrultusunda yerdeğiştirme
d_y	: y eksenini doğrultusunda yerdeğiştirme
p	: Birim uzunluğa gelen kuvvet (n/m)
E	: Elastisite modülü
I	: Atalet momenti
L	: Uzunluk
U_i	: İç kuvvetlerin işi
U_d	: Dış kuvvetlerin işi
δ_{ij}	: ij çubuğunda çubuk eksenine dik yerdeğiştirme
$\delta_{(y_0)}$	: Yerel olmayan teoride yerdeğiştirme
$\delta_{(y)}$	: Yerel teoride yerdeğiştirme
Θ_i	: Açısal yerdeğiştirme
$\Theta_{i(y_0)}$	: Yerel olmayan teoride açısal yerdeğiştirme
$\Theta_{i(y)}$	: Yerel teoride açısal yerdeğiştirme
ω	: Açısal hız, birim dönme açısı
ρ	: Yarıçap, eğrilik yarıçapı
a	: Atomik mesafe
e_0	: Boyutsuz malzeme sabiti
v	: Çökme
δv	: Çökmenin varyasyonu
$v_{y_0}(z)$	: Yerel olmayan teoride elastik eğri ifadesi
$v_y(z)$	: Yerel teoride elastik eğri ifadesi
$m_{i\Theta_i}$	: ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden i ucunda oluşan moment
$m_{i\Theta_{i(y_0)}}$	: Yerel olmayan teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden i ucunda oluşan moment
$m_{i\Theta_{i(y)}}$	: Yerel teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden i ucunda oluşan moment
$m_{j\Theta_i}$	: ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden j ucunda oluşan moment
$m_{j\Theta_{i(y_0)}}$	: Yerel olmayan teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden j ucunda oluşan moment
$m_{j\Theta_{i(y)}}$	: Yerel teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden j ucunda oluşan moment
$t_{i\Theta_i}$	: ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden oluşan kesme kuvveti
$t_{i\Theta_{i(y_0)}}$	: Yerel olmayan teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden i ucunda oluşan kesme kuvveti

$t_{i\Theta_{i(y)}}$	: Yerel teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik açısal yerdeğiştirmeden j ucunda oluşan kesme kuvveti
$m_{i\delta}$	: ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan moment
$m_{i\delta(yo)}$	: Yerel olmayan teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan moment
$m_{i\delta(y)}$	: Yerel teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan moment
$t_{i\delta}$	: ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan kesme kuvveti
$t_{i\delta(yo)}$	: Yerel olmayan teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan kesme kuvveti
$t_{i\delta(y)}$	: Yerel teoride ij çubuğunun i ucundaki 1 birimlik çökmeden oluşan kesme kuvveti
$\mathcal{M}_{ij}$	: Ankastrelik momenti
$\mathcal{M}_{ij(yo)}$	: Yerel olmayan teoride ankastrelik momenti
$\mathcal{M}_{ij(y)}$	: Yerel teoride ankastrelik momenti
$SWCNT_s$	: Tek duvarlı karbon nanotüpler
$MWCNT_s$	: Çok duvarlı karbon nanotüpler

YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİNDE AÇI VE RITZ YÖNTEMLERİNİN NANOTEKNOLOJİYE UYGULANMASI

ÖZET

Bu çalışmada, Açı ve Ritz Yöntemleri, yerel olmayan elastisite çerçevesinde verilmiştir. Açı Yöntemi, çok güçlü bir yöntem olup, yapı analizinde büyük öneme sahiptir. Son dönemde, karbon nanotüplerin modelleme ve analizinde yerel olmayan elastisitenin kullanılması yönünde büyük eğilim vardır. Tanıtılan bu yöntemler, karbon nanotüplerden oluşan yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesinde yararlı olacaktır.

Yerel olmayan teori, 70'li yılların hemen öncesinde, Eringen tarafından ortaya konulmuştur. Bu teori, bir cismin bir noktasındaki gerilmenin sadece o noktadaki yerel gerilmeye bağlı olmadığını, cismin tüm hacmi üzerinde hesaplanan ağırlıklı integrallerle, cismin bütün noktalarındaki yerel gerilmelerin katkısının göz önüne alınması gerektiğini ifade eder. Son dönemde yapılan deneysel çalışmalar, eğer cismin boyutları küçükse, yerel olmayan etkilerin önem kazanmaya başladığını göstermiştir. Klasik sürekli ortam modelleri, bu etkileri göstermekte başarısız kalırlar. Bunun nedeni, bu teorilerin iç karakteristik mesafeyi göz önüne almamalarıdır. Sonuç olarak; klasik modellerin, incelenen modellerin boyutları veya pertürbasyonun dalga boyunun, iç karakteristik uzunlukla karşılaştırılabilir olması hallerinde başarısız kalmaları beklenir.

Birçok mikro veya nano elektromekanik aygıt, kiriş ve plak gibi nanoölçekteki elemanlarla yapılmıştır. Boyut etkisi, bu yapıların mekanik davranışı üzerinde çok etkilidir. Atomik ve moleküler modeller ile bu yapıların incelenmesi büyük sayısal hesap gerektirir, bu nedenle basitleştirilmiş modeller ile nanoyapıları incelemek daha uygun olur. Klasik sürekli ortam mekaniği, kendisinin boyuttan bağımsız karakteri nedeni ile boyut etkisini göz önüne almaz. Boyut etkisini alan teoriler içinde, Eringen tarafından ortaya atılan yerel olmayan teori, dalga yayılması, dislokasyon ve çatlak problemi gibi pek çok problemin incelenmesinde yaygın şekilde kullanılmıştır. Yani yerel olmayan teori, karbon nanotüplerin incelenmesi için daha uygundur.

Yakın geçmişte, yerel olmayan teorinin nanocisimlerin incelenmesinde büyük bir potansiyelinin olduğunu gösteren bir çalışma Peddieson ve arkadaşları tarafından yayımlanmıştır. Peddieson ve arkadaşları, Euler-Bernoulli kiriş modelini kullanarak, yerel olmayan teoride Euler-Bernoulli çökme denklemini vermişlerdir. Bu diferansiyel denklemin mertebesi, klasik haldeki denklemin mertebesinden daha büyük olup, çözümlenebilmesi için ilave sınır koşullarına ihtiyaç vardır ki, bunlar fiziksel olarak açık değildir. Bu çalışmada, potansiyel enerji yerel olmayan elastisite çerçevesinde verilmiş ve potansiyel enerjinin minimum olma ilkesi kullanılarak ilave sınır koşulları elde edilmiştir.

Açı Yöntemi'nde bir çerçevede elemanların uçlarındaki momentler, açısal ve doğrusal yerdeğiştirmeler cinsinden yazılır. Bir yapıdaki düğüm noktalarının açısal ve doğrusal yerdeğiştirebileceğı, ancak bu düğüm noktalarında birleşen elemanlar arasındaki açılar değışmeyeceğı kabul edilir. Kiriş elemanının uçlarındaki kesme kuvvetleri ve momentler, uçlardaki açısal ve doğrusal yerdeğiştirmeler ile bağıntılıdır. Bu yöntemde bilinmeyen sayısı düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmelerin sayısı kadardır. Düğüm noktalarına etkiyen momentler saat ibreleri yönünde ise pozitif, saat ibrelerinin tersi yönünde ise negatif kabul edilecektir.

Rayleigh-Ritz Yöntemi, potansiyel enerjinin minimumu prensibi kullanılarak problem çözümünde çok kullanışlıdır. Bu yöntem Lord Rayleigh tarafından 1877'de ortaya konmuş ve daha sonra 1909'da W. Ritz tarafından geliştirilmiştir. Bu çalışmada, bu yöntemin yerel olmayan elastisitede, kirişlerin eğilmesi problemine uygulanması verilmiştir. Elastik eğri ifadesi için, içinde bilinmeyen katsayılar bulunduran bir trigonometrik seri seçilmiştir. Bu fonksiyon, yerel olmayan elastisitedeki sınır koşullarını sağlamalıdır. Ritz Yöntemi kullanılarak bir problem çözülmüştür.

Açı Yöntemi ile, yerel ve yerel olmayan teoride çok sayıda problem çözülerek, yerel olmayan teorinin üstünlüğü vurgulanmıştır.

SLOPE DEFLECTION AND RITZ METHODS IN THE THEORY OF NONLOCAL ELASTICITY AND APPLICATION TO THE NANOTECHNOLOGY

SUMMARY

In this thesis, Slope Deflection Method and Ritz Method are presented in the frame of nonlocal elasticity. The Slope Deflection is of fundamental importance in structural analysis. It is very powerful and is applicable to a wide variety of structures. Recently, there has been great interest in the application of nonlocal continuum mechanics for the modelling and analysis of carbon nanotubes. The presented method will be useful to investigate the structures constructed with carbon nanotubes within the frame of nonlocal elasticity.

The theory of nonlocal elasticity was first extensively developed by Eringen since the early seventies in the last century. The theory states that the stress at a point in a body depends not only on the classical local stress at that particular point, but also on the spatial integrals with weighted averages of the local stress contribution of all other points in the body. Multiple recent experimental results have shown a significant size-effect in mechanical properties when the dimensions of the specimen or the probed material volume become small. The classical continuum theories, on the other hand, lack the capability of representing such effects since they do not include any internal length scale. Consequently, these theories are expected to fail when the specimen size or the wavelength of the perturbation become comparable with the internal length scale(s) of the material.

Many micro or nanoelectromechanical systems (MEMS or NEMS) devices incorporate structural elements such as beams and plates at a micro or nano length scale. Size effects are significant in the mechanical behavior of these structures in which dimensions are small and comparable to molecular distances. Since the atomic and molecular models require great computational effort, simplified models are useful for analyzing the mechanical behavior of such devices. Classical continuum mechanics cannot predict the size effect, due to its scale-free character. Among the size-dependent continuum theories, the theory of nonlocal continuum mechanics initiated by Eringen has been widely used to analyze many problems, such as wave propagation, dislocation, and crack singularities. That is, nonlocal theory is more appropriate to investigate nanotubes. Very recently, the application of the nonlocal elasticity theory was expected to have potential in analysis of nanomaterials by Peddieson et al. They applied the nonlocal elasticity to formulate a nonlocal version of the Euler-Bernoulli beam model, and concluded that nonlocal continuum mechanics could potentially play a useful role in nanotechnology applications.

If "strain gradient" form of the Bernoulli/Euler beam model is used, the nonlocal Bernoulli/Euler beam deflection equation becomes higher order than that of the local

Bernoulli/Euler beam model and its solution would require additional boundary conditions which are not physically obvious. In this paper, the potential energy is represented in the frame of nonlocal elasticity. Applying the principle of minimum potential energy, additional boundary conditions are derived.

Moments at the ends of frame members are expressed in terms of rotations and deflections of the joints in the slope-deflection method. It is further assumed that the joints in a structure may rotate or deflect, but the angles between the members meeting at a joint remain unchanged. The shear forces and moments at the ends of a beam element are related to the end displacements and rotations. The number of unknowns in this method is the number of joint displacements. We shall use a sign convention such that the moment at a point is positive when it is applied in a clockwise sense and negative when in an anticlockwise sense.

The Rayleigh-Ritz method is a convenient approach for determining solutions by the principle of minimum potential energy. This technique was suggested by Lord Rayleigh in 1877 and extended by W. Ritz in 1909. The application of the method is given to beam bending problems in the frame of nonlocal elasticity. A trigonometric series for the deflection curve containing undetermined coefficients is selected. This function must satisfy the boundary conditions in nonlocal elasticity. Applying the Ritz method an example is solved.

Numerous problems, were solved using Slope Deflection Method in local and nonlocal elasticity and the priority of nonlocal elasticity is depicted in nanotechnology.

1. GİRİŞ

1.1 Konu

Nanoteknoloji, çalışma alanı 1 ile 100 nanometre boyutlarındaki maddeler olan atomsal düzeyde bir mühendisliktir. Moleküler boyutta sistemlerin mühendisliği olan nanoteknoloji, metrenin milyarda biri olan ve kısaca "nm" ile gösterilen nanometre ölçü birimini kullanır ($1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$). Bu yüzden nanoteknoloji, bilinen bütün teknolojilerden çok daha fazla bilimsel ve kuramsal araştırmaya gereksinim duymaktadır. Bütün maddeler atomlardan oluşur ve bu maddeler fiziksel ve kimyasal bütün özelliklerini atomlarının dizilişlerinden alırlar. Malzemenin büyüklüğü, nanometre ölçütlerine inince, kuantum davranışlar, bilinen klasik davranışların yerini almakta, üretilen yeni malzemeler daha önce görülmeyen üstün özelliklere sahip olmaktadır.

Nanoteknoloji ile üretilen yeni malzemeler, klasik yöntemlerle elde edilen makro boyutlardaki elemanlara göre daha önce sahip olmadıkları fiziksel, kimyasal ve biyolojik özelliklere sahip olmaktadır. Nanometre boyutlarındaki malzeme, daha işlevsel ve daha mukavemetli olabilmekte, kimyasal ve fiziksel özellikleri, yapının büyüklüğüne, atom yapısına, dışarıdan sisteme bağlanan yabancı bir atomun cinsine ve yerine göre çok farklı ve olağanüstü davranışlar sergileyebilmektedir. Nanomalzemeler daha elastik, mukavemeti daha yüksek, daha hafif olmakta, ısı ve elektriği çok daha iyi iletebilmekte, manyetik ve optik özellikleri çok farklı olabilmekte, hatta renkleri bile değişebilmektedir. Karbon nanotüpler sahip oldukları bu özellikler nedeniyle bilinen en güçlü liflerdir ve olağanüstü elektriksel özelliklere sahiptir.

Örneğin; bizmut metali ile nanotelini ele alalım. Bizmut kristali, mikroskobik boyutta yarı metal bir malzemedir, fakat nanotel halinde yarı iletken bir özellik göstermektedir. Altın elementi, mikroskobik boyutta sarı görünürken nanoebatlarda kırmızı veya mavi görülebilmektedir. Kısacası, maddenin sırf elektronik özellikleri değil, optik özellikleri de boyutu ile değişebilmektedir. Mevcut nanoyapıya yabancı bir atomun yapışması, o yapının elektronik özelliklerini, örneğin; elektrik iletkenliğini önemli ölçüde değiştirmektedir [1]. Nanoteknolojide ilk uygulamalar karbon nanotüp yapısı

kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Karbon nanotüpler hem yapısal hem de mekanik özellikleri bakımından nanoboyuttaki malzemelerin en güzel örneklerinden biridir. Moleküler boyutta grafitin içi boş silindirik çubukları olan nanotüpler, nanoteknolojide yaygın olarak kullanılmaktadır. Karbon nanotüpler, tek ya da iç içe geçmiş uçları açık ya da kapalı silindirler şeklindedir. Grafit tabakalarının sayısına göre tek duvarlı (SWCNTs) ve çok duvarlı (MWCNTs) adını alırlar. Tek duvarlı karbon nanotüpler içi boş silindirik yapı olarak düşünülebilir. Çok duvarlı nanotüpler ise iç içe geçmiş tüplerden oluşmaktadır.

Yerel olmayan teori, nanoboyuttaki malzemelerin mekanik davranışlarını ortaya koymakta oldukça başarılıdır. Klasik elastisite teorisinde, verilen bir noktadaki gerilme tensörü aynı noktadaki şekil değiştirme tensörüne doğrusal olarak bağlıdır. Yerel olmayan teoride ise verilen bir noktadaki gerilme durumunun, cismin bütün noktalarındaki şekil değiştirmelerin bir fonksiyonu olduğu düşünülür.

1.2 Konu ile İlgili Çalışmalar

Eringen, Edelen ve Kunin yerel olmayan teori ile ilgili çalışmalar yapmışlardır. Daha sonra Eringen, yerel elastisite problemlerini yerel olmayan teori ile çözümleyerek yerel olmayan elastisite teorisinin, yerel elastisite teorisine göre üstünlüklerini kanıtlamıştır [2–6].

1965: Gurtin, yerel olmayan sürekli ortamlar üzerinde çalışmalar yapmıştır [7].

1968: Kunin, mikro yapıli elastik ortamlar üzerinde çalışmalar yapmıştır.

1969: Edelen, yerel olmayan teoride varyasyon hesabının temellerini anlatan bir seri makale yayımlamıştır [8, 9].

1972: Eringen, yerel olmayan elastisitede, polar elastik ortamlar için bünye denklemlerini elde etmişlerdir [3]. Ayrıca Eringen, yerel olmayan elastisitede tek boyutlu dalga yayılımı problemleri üzerine yaptığı çalışmalarla, yerel teoride elde edilemeyen sonuçlar elde ederek bilime çok önemli katkılarda bulunmuştur [10]. Eringen ve Edelen, mekanik ve varyasyonel olmak üzere iki ayrı yoldan, yerel olmayan ortamların bünye denklemlerini çıkarmak için çalışmalar yapmışlardır [6].

1973: Eringen, yerel olmayan teoride mikroakışkanlar için bünye denklemlerini elde etmiştir [4].

1974: Eringen, yerel olmayan elastisitede korunum yasalarını, bünye denklemlerini ve alan yasalarını vermiştir. Ayrıca yerel olmayan teoriyi kullanarak dalga yayılımı, dislokasyon ve çatlak problemlerini çözmüş ve çok önemli sonuçlar elde etmiştir [11].

1977: Balta ve Şuhubi, genelleştirilmiş termoelastik cisimleri yerel olmayan teoride çalışmışlardır [2].

1978: Eringen kaymaya maruz çatlak problemini incelemiştir [5].

1979: Eringen düzlem dışı kaymaya maruz çatlak problemini incelemiştir.

1983: Eringen, dislokasyon ve çatlak etkileşmesi problemini incelemiş ve yerel olmayan elastisite teorisinin üstünlüğünü göstermiştir [12]. Daha sonra Eringen ve Arı, Griffith çatlak problemini farklı bir etkileşme çekirdeği kullanarak incelemişlerdir.

1984: Eringen, yerel olmayan elastisitede dislokasyonların sürekli dağılımı üzerine çalışmalar yapmıştır .

1999: Ganghoffer ve Sluys, yerel olmayan mekanikte yeni bir değerlendirme ile ilgili çalışma yapmışlardır [13].

2003: Peddieson ve Buchanan, sürekli ortam modellerinin nanoteknolojiye uygulanması ile ilgili çalışma yapmışlardır [14].

2008: Benzair ve Tounsi, yerel olmayan elastisitede, Timoshenko kiriş teorisini kullanarak tek duvarlı karbon nanotüplerin titreşimi üzerinde ısı etkisini incelemişlerdir [15]. Artan ve Tepe, yerel olmayan çubukların burulmasında başlangıç değerleri yönteminin, nanoteknolojiye uygulanması ile ilgili çalışma yapmışlardır [16].

2009: Artan ve Lutz, yerel olmayan teoride karbon nanotüplerin titreşimini incelemişlerdir [17]. Artan ve Tepe, yerel olmayan çubukların gerilmesinin nanoteknolojiye uygulanması ile ilgili çalışma yapmışlardır [18]. Artan ve Lehmann, yerel olmayan plak teorisinde mikro-nano halkalı dairesel plakların, simetrik eğilmesinde başlangıç değerleri yöntemi ile ilgili çalışma yapmışlardır [19].

1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada amaç, belli yükler altında moleküler boyuttaki elemanların davranışlarını yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde incelemek ve bu boyuttaki elemanların davranışlarını çözümlemede, yerel olmayan teorinin yerel teoriye oranla çok daha

önemli olduğunu vurgulamaktır. Yerel olmayan teori, yerel elastisite teorisinin yetersiz olduğu durumlarda uygulanabilmek için geliştirilmiş bir yaklaşımdır. Yerel teoride, bir noktadaki gerilmeler hesaplanırken o noktaya komşu diğer noktalarındaki şekil değiştirmelerin etkisi göz önüne alınmaz. Bu teoride problemler, sadece yerel etkiler göz önüne alınarak çözümlenir. Cisimler yerdeğiştirmeleri sonucunda ortaya çıkan geometrik düzensizlikler, cismin içinde birtakım gerilmeler oluşturur. Yerdeğiştirmeler nedeniyle ortaya çıkan gerilmelerin, yerel teori ile hesabında bazı düzensizlikler ortaya çıkar. Mesela bazı cisimler, şekil değiştirdiklerinde, hem gerilmeleri hem de şekil değiştirme enerjileri sonsuza gider. Bu tür problemler yerel olmayan teoride çözümlendiğinde problemler ortadan kalkar. Nanoölçekli elemanlarda, eleman boyutu küçüldükçe yerel olmayan etkilerin önemi artmaktadır. Yerel olmayan teoride yapılan çözümlemeler, yerel teorideki çözümler ile karşılaştırılmış ve eleman boyutu küçüldükçe yerel olmayan etkilerin ne kadar önemli olduğu gözlemlenmiştir.

Çalışmada, Açık Yöntemi yerel olmayan teoride, tek duvarlı karbon nanotüplerden oluşan sistemlere uygulanmıştır. Açık Yöntemi ile sistemlerin yerel olmayan teoride çözümlenebilmesi için, nanoboyuttaki çubuklara ait birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin yerel olmayan teoride bilinmesi gerekir. Açık yönteminde düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmelerin hesaplanması için gerekli olan birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri (ankastrelik momentleri) çubukların düzgün yayılı p yükü ile yüklenmesi halinde, yerel olmayan teoride, doğru eksenli prizmatik çubuklar için yeniden hesaplanmıştır. Çalışmada, nanoteknolojide yerel olmayan teorisinin yerdeğiştirmeler üzerinde ne kadar etkili olduğu gözlemlenmiştir.

Birinci bölümde, tezin konusu, konu ile ilgili çalışmalar, kapsamı, amacı ve bölümleri ile ilgili kısa bilgi verilmiştir. Nanoteknoloji ve yerel olmayan teori ile ilgili kısa açıklamalar yapılmış ve yerel olmayan teori ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar verilmiştir.

İkinci bölümde, nanoteknoloji ve nanoteknolojinin uygulama alanlarından biri olan karbon nanotüpler ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. Nanoteknolojinin günümüzde kullanım alanları, gelecekte uygulanması düşünülen alanlar ve bu konuda dünyada ve ülkemizde yapılan çalışmalar kısaca açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde; çalışmada kullanılan Açık Yöntemi ve bu yöntemde kullanılan terimler, birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri ile ilgili genel bilgiler verilmiştir.

Dördüncü bölümde; yerel olmayan teori kısaca tanımlanmıştır. Yerel olmayan teoride bünne denklemi, yerel teoriye göre yüksek mertebeden terimler içerir ve çözülebilmesi için ilave sınır koşullarına gereksinim vardır. Bu bölümde, bu koşullar varyasyon (değişim) ilkesi ile belirlenmiştir. Bernoulli-Euler kiriş formu kullanılarak elastik eğri yerel olmayan teoride edilmiştir. Yerel olmayan teoride bünne denkleminin çözümlenebilmesi için gerekli olan bütün sınır koşulları bu bölümde topluca verilmiştir.

Beşinci bölümde; tek duvarlı karbon nanotüplerden oluşan doğru eksenli prizmatik çubuklarda yerel olmayan teori çerçevesinde, bir ucu mafsallı diğer ucu ankastre ve iki ucu ankastre olması halinde birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmış ve bu sabitlerin yerel elastisitede bulunan değerlere oranını veren ifadeler elde edilmiştir. Bu oranlar, L çubuk boyuna bağlı olarak grafik ve çizelgelerle verilmiştir. Bu grafik ve çizelgeler yardımıyla yerel teoride hesaplanan birim yerdeğiştirme sabitlerinden yerel olmayan haldeki birim yerdeğiştirme sabitlerine geçilebilmektedir.

Altıncı bölümde; yerel olmayan elastisitede düzgün yayılı yüklü, nanoboyutta doğru eksenli, prizmatik, iki ucu ankastre ve bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklarda ankastrelik uç momentleri hesaplanmış ve iki ucu ankastre çubuklarda, ankastrelik momentleri yerel teorideki değerler ile aynı olarak bulunmuştur. Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklarda ise ankastrelik momentleri yerel teoridekinden oldukça farklı olduğu görülmüştür. Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklarda yerel olmayan teori çerçevesinde bulunan ankastrelik momenti değerlerinin yerel teoride bulunan değerlere oranı tablo ve çizelgelerle verilmiştir.

Yedinci bölümde; tek duvarlı karbon nanotüplerden oluşan düğüm noktaları sabit ve düğüm noktaları hareketli çerçeveler, Açık Yöntemi ile önce yerel teoride çözümlenmiş, daha sonra yerel olmayan teori çerçevesinde elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri kullanılarak yerel olmayan teoride çözümlenmiştir. Tek duvarlı karbon nanotüplerde, yerel olmayan teorinin yerdeğiştirmeler üzerinde oldukça etkili olduğu, özellikle bu etkinin, düğüm noktaları hareketli sistemlerde daha fazla olduğu gözlemlenmiştir. Düğüm noktaları sabit ve düğüm noktaları hareketli

çerçevelerde yapılan çözümlerde, yerel olmayan teoride bulunan yerdeğiştirmelerin, yerel teoride bulunan değerlere oranı, L boyunun γ 'ya bağlı değerleri için hesaplanmış; bu değerler grafik ve çizelgelerle verilmiştir. Çizelge ve grafiklerden, L çubuk boyunun çok küçük değerleri için yerdeğiştirmelerin yerel olmayan teori kullanılarak yapılan hesabında, yerel teoride bulunan değerlerden oldukça büyük olduğu görölmektedir. Beşinci ve altıncı bölümlerde, yerel olmayan teoride elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri oranlarını gösteren çizelge ve grafikler kullanılarak yerel teoride yapılan hesaplar yerel olmayan teoriye uygulanmıştır.

Sekizinci bölümde; yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde Ritz Yöntemi ve nanoteknolojiye uygulanması incelenmiştir. Yerel olmayan teoride Ritz Yöntemi ile, varyasyonel yöntem kullanılarak elde edilen ilave sınır koşulları altında, nanoölçekteki basit kirişin elastik eğri denklemi çıkarılmıştır. Yerel olmayan teoride elde edilen kirişin orta noktasındaki çökme değeri, kesin çözümler ve yerel teoride elde edilen çözümler ile karşılaştırılarak sonuçlar grafiklerle ifade edilmiştir. Bu sonuçlardan, L çubuk boyunun nanoboyutta olması halinde yerel olmayan teorisinin çok etkili olduğu gözlemlenmiştir.

Dokuzuncu bölümde ise bu çalışmadan elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu bölümde; yerel teorisinin nanoboyuttaki sistemlerin çözümlenmesinde yetersiz olduğu ve nanoboyuttaki yapılarda, yerel olmayan teorisinin daha etkili olduğu vurgulanmıştır.

2. NANOTEKNOLOJİ VE KARBON NANOTÜPLER

2.1 Nanoteknoloji ve Tanımı

Nanoteknoloji, fizik, kimya, biyoloji gibi bilim dallarını ve inşaat, mekanik, elektronik, bilgisayar, endüstri, malzeme, uçak, uzay gibi birçok mühendislik dallarını birleştiren, nanoboyutlarda fonksiyonel malzemelerin, araçların ve sistemlerin üretimi ve geliştirilmesi amacıyla tüm disiplinlerin atomsal ve moleküler düzeyde çalışmalarını sağlayan bir bilim dalıdır [1, 20–23].

Maddenin atom ölçütünde kontrolü ile kuantum özelliklerinin gündelik hayatta işlevsellik kazanmaya başlaması sürecine nanobilim ve nanoteknoloji denmektedir [20]. Uzay çalışmalarından tıp bilimine kadar bütün teknolojiler bu gelişmelerden etkilenmekte ve hiç düşünülmeyen yeni uygulama alanları ortaya çıkmaktadır.

Nanoteknoloji, nanoölçekteki yapıların ve bileşenlerin fiziksel, kimyasal ve biyolojik özellikleri değişen malzemeler ve sistemlerle ilgilenir. Nanoölçekte belli bir işlevi olabilecek yapıların malzemelerini ve kendilerini kontrollü bir şekilde üretebilmek, özelliklerini ve işlevlerini belirleyecek nanoebatlarda aygıt yapabilmek, bu aygıtları günlük hayatımızda kullanabilir hale getirmek nanobilimi ve nanoteknolojinin hedefidir. Nanoölçekteki yapıların farklılıkları sadece ebatlarının küçüklüğü ile ilgili değil, küçük ebatlarda farklı fiziksel özelliklerin ortaya çıkması ile ilgilidir. Ebatlar küçüldükçe kuantum özellikler daha belirgin hale gelir.

Nanoteknoloji, kısaca maddeyi atomik ve moleküler seviyede kontrol etme bilimidir. Malzemenin boyutu nanometre mertebesine kadar küçüldükçe bu malzemeye ait fiziksel, kimyasal ve mekanik özellikler büyük ölçüde değişmekte ve malzemenin daha büyük boyutlarda göstermediği davranışlar gözlenmektedir. Nanoteknoloji ile 1-100 nm boyut aralığında gelişmiş yeni fiziksel, kimyasal ve elektronik özelliklere sahip malzeme ve aygıtların geliştirilmesi, üretilmesi, kontrol edilmesi ve günlük hayatımızda kullanılır hale getirilmesi mümkün olmaktadır. Nanometre, metrenin milyarda biridir ve kısaca "nm" olarak tanımlanır ($1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$).

Bütün maddeler atomlardan oluşur ve bu maddeler fiziksel ve kimyasal özelliklerini atomlarının dizilişlerinden alırlar. Malzemenin büyüklüğü nanometre ölçütlerine inince, bilinen klasik davranışların yerini kuantum davranışlar alır. Nanoteknoloji ile üretilen yeni malzemeler, klasik yöntemlerle elde edilen makro boyutlardaki elemanlara göre daha önce sahip olmadıkları fiziksel, kimyasal veya biyolojik özelliklere sahip olmaktadır. Nanometre boyutlarına inen malzeme, daha işlevsel ve daha mukavemetli olabilmekte, kimyasal ve fiziksel özellikleri, yapının büyüklüğüne, atom yapısına, dışarıdan sisteme bağlanan yabancı bir atomun cinsine ve yerine göre çok farklı ve olağanüstü davranışlar sergileyebilmektedir. Nanoteknoloji ile üretilen malzemeler daha elastik, mukavemeti daha yüksek, daha hafif, ısı ve elektriği çok iyi iletebilen magnetik ve optik özellikleri çok farklı olmakta hatta renkleri bile değişebilmektedir.

Örneğin, bizmut metali ile nanotelini ele alalım. Bizmut kristali, mikroskobik boyutta yarı metal bir malzemedir, fakat nanotel halinde yarı iletken bir özellik göstermektedir. Altın elementi, mikroskobik boyutta sarı görünürken nanoebatlarda kırmızı veya mavi görülebilmektedir. Maddenin sırf elektronik özellikleri değil optik özellikleri de boyutu ile değişmektedir. Mevcut nanoyapıya yabancı bir atomun bağlanması, o yapının elektronik özelliklerini önemli ölçüde değiştirmektedir [1].

Nanoteknoloji ile üretilen malzemelerin daha dayanıklı, daha düşük hata seviyeli, daha hafif, daha hassas, daha iyi elektronik ve optik özelliklere sahip olması nanoteknolojiyi ilgi odağı haline getirmiştir.

2.1.1 Nanoteknolojinin kronolojik gelişimi

Nanobilim ve nanoteknolojinin gelişim sürecini şöyle özetleyebiliriz [20,21,24].

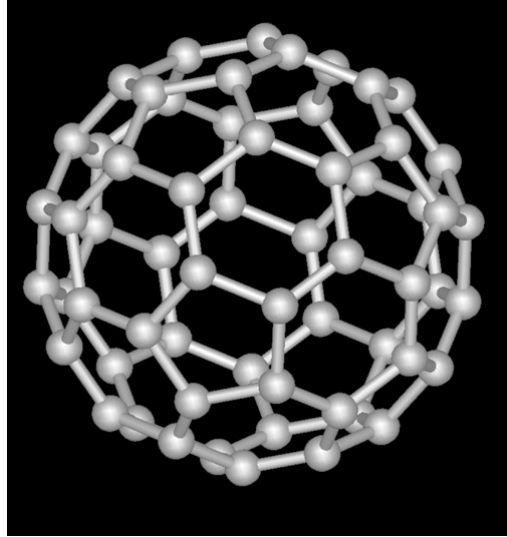
1959: Nobel fizik ödüllü Richard Feynman, 29 Aralık 1959'da, California Teknoloji Enstitüsü'nde Amerikan Fizik Derneği'nin toplantısında bir konferans vermiştir. Nesnelerin özelliklerini atom düzeyinde kontrol edebilmenin ve yönlendirebilmenin olabilirliğinden söz eden ünlü konferansı ile ilk nanoteknoloji fikrini, "nanoteknoloji" kelimesini kullanmadan ileri sürmüştür. "There is Plenty of Room at the Bottom" başlıklı bu konuşmada, "herşeyi küçük bir ölçekte yönlendirme ve denetleme" düşüncesini dile getirmiş ve sadece minyatürleştirmeden değil, minyatürize edilmiş

yeni aygıtlarla nanoyapıların yönetilebileceğinin, ölçülebileceğinin ve yeni amaçlar doğrultusunda kullanılabileceğinin mümkün olabileceğini söylemiştir.

1974: Aviran ve Seiden, ilk moleküler elektronik aygıt için patent almıştır.

1981: Araştırmacıların daha küçük boyutlarda çalışmaya başlamasıyla, yapılan çalışmaları gözlemlemek, boyutların çok küçülmesi nedeniyle güçleşmiştir. G.K. Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için "Scanning Tunneling Microscope (STM)" isimli Taramalı Tünelleme Mikroskobu geliştirmişler ve Nanoteknoloji alanında devrim yaratan bu buluşları ile Nobel ödülü kazanmışlardır.

1985: R. Curl Jr. , H. Kroto ve R. Smalley fulleren sınıfından olan Buckyball adı verilen, 60 ya da daha fazla karbon atomunun birleştirilmesiyle oluşturulan yapıyı C₆₀'ı keşfetmişlerdir (**Şekil 2.1**). Elde edilen molekül, çelikten daha güçlü, plastikten daha hafif, elektrik ve ısı geçirgenliği olan bir yapıya sahipti. Yaptıkları bu çalışmayla 1996 yılında Nobel Kimya ödülünü almışlardır.



Şekil 2.1: Fulleren (C₆₀).

1986: G.K. Binnig, C.F. Quate ve C. Gerber nanoyapıların ölçümü için gerekli "Atomic Force Microscope" (AFM) adı verilen Atomik Kuvvet Mikroskobu'nu yapmışlardır.

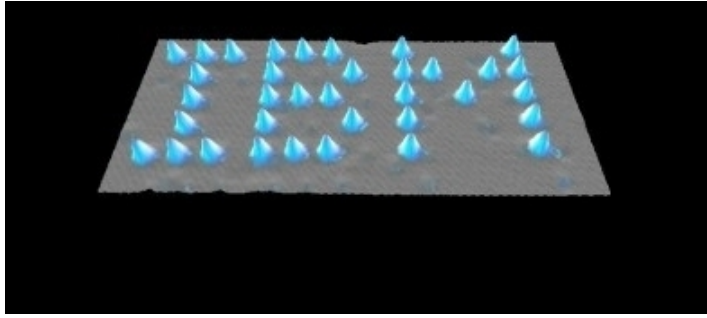
K.E. Drexler, nanoteknoloji fikrini ortaya atan ilk bilim adamıdır ve biyolojik sistemlerden esinlenerek, moleküler makineler yapılabileceğini öneren "Engines of Creation" isimli kitabını yayımlamıştır.

1987: İletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlenmiştir.

T.A.Fulton ve G.J. Dolan tarafından ilk defa tek elektron transistörü yapılmıştır.

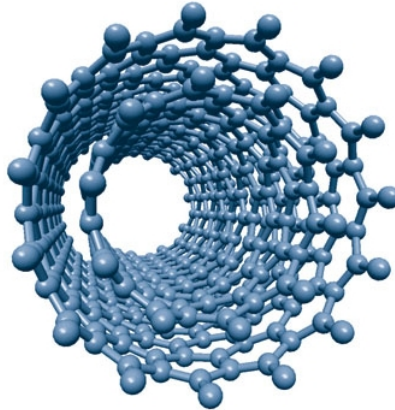
1988: Wde Grado ve ekibi, ilk defa suni protein yapmışlardır.

1989: IBM (Zurich)'de araştırmacılar 35 adet Xe atomundan IBM yazısını yazmışlardır. **Şekil 2.2**'de IBM'nin Almaden Araştırma Merkezi'nde, mikroskopik bakır bir plaka üzerine 35 tane karbonmonoksit molekülünün yan yana dizilmesiyle oluşturulan yazı görülmektedir. Yüksekliği milimetrenin 250 binde biri, genişliği ise 333 binde biri kadardır.



Şekil 2.2: Xe atomları ile IBM yazısı.

1991: Japon NEC firması araştırmacılarından biri olan Sumio Iijama çok duvarlı karbon nanotüpleri (MWCNTs) keşfetmiştir. Karbonun tüp şeklinde bir yapı oluşturabileceği, ilk defa 1991 yılında, S. Iijima tarafından deneysel olarak gözlemlenmiş ve Grafitten "arc-discharge" buharlaştırma yöntemiyle nanotüpler elde edilmiştir [25]. Bu nanotüpler çelikten 100 kat daha güçlü ve daha hafiftir (**Şekil 2.3**).



Şekil 2.3: Çok duvarlı karbon nanotüp.

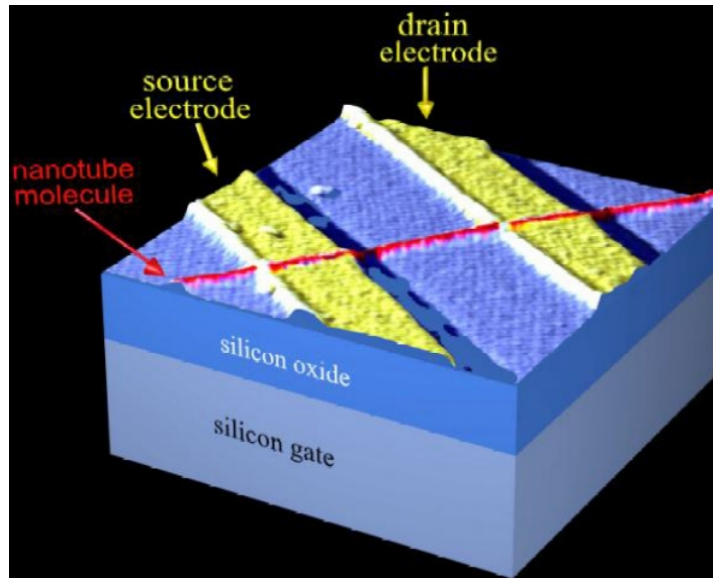
1992: Erix Drexler, "Nanosystem: Molecular Machinery, Manufacturing, and Computation" isimli kitabını yayımlamış ve bu kitapta genel kavram ve düşüncelerini ayrıntılı olarak anlatmıştır.

1993: Tek duvarlı (SWCNTs) karbon nanotüplerin gözlemlenebilmesi ise çok duvarlı nanotüplerin elde edilmesinden iki yıl sonra, IBM araştırmadan Donald Bethune ve meslektaşları tarafından gerçekleştirilmiştir [26].

Ayrıca 1993 yılında ABD'deki Rice Üniversitesinde ilk "Nanoteknoloji" laboratuvarı kurulmuştur.

1997: N. Seeman, ilk kez DNA molekülünü kullanarak nanomekanik bir aygıt yapmıştır [27].

1998: C. Dekker ve ekibi alan etkili karbon nanotüp transistör (TUBEFET) yapmışlardır (Şekil 2.4) [28].



Şekil 2.4: Alan etkili karbon nanotüp transistör (TUBEFET).

1999: M. Reed ve J.M Tour, ilk defa tek organik molekülle elektronik anahtar yapmışlardır. Ayrıca, 1999 yılında ABD, Ulusal Nanoteknoloji Adımı'nı başlatmıştır.

2000: ABD'de ilk defa nanoteknoloji araştırmaları için 422 milyon dolar kaynak ayrılmıştır.

2001: İlk defa nanotüplerden transistör ve mantık devreleri yapılmıştır. Ayrıca 2001 yılında Avrupa Birliği, nanoteknoloji çalışmalarını öncelikli alan olarak programına dahil etmiştir. Bunun dışında, ZnO nanotel lazeri yapılmıştır.

2002: Süper örgü nanoteller yapılmıştır.

2005: Rice Üniversitesi araştırmacıları ilk dört tekerli nanoaraba modelini hareket ettirmiştir. Bu arabanın boyutları (3nm x 4nm)ve bir DNA satırı genişliğindedir.

2007: IBM araştırmacıları, üç farklı konuda çalışmıştır. Bu çalışmaların ilki, verilerin doğrudan atoma yüklenmesini mümkün kılacak bir sisteme ilişkin olarak geliştirilmiştir. Bu buluş sayesinde, yeni nesil veri depolama üniteleri sadece birkaç atom ya da molekülden oluşabilecek ve nanoölçütlerde cihazlar üretilebilecektir.

IBM araştırmacılarının geliştirdiği ikinci nanoteknoloji buluşu ise mikro işlemcilerin performansını belirleyen transistörler, moleküler boyuta küçültülebilmektedir.

Ayrıca, bilgisayarların çok daha az yer kaplamasına olanak tanıyacak yeni teknoloji sayesinde, yerden ve enerjiden daha fazla tasarruf sağlanmasının da önü açılmaktadır.

2008: 2008 yılında nanoteknoloji ile ilgili gelişmelerden en önemlileri aşağıda verilmektedir.

IBM bilim adamları Regensburg Üniversitesi ile beraber bir yüzeyde bir atomu hareket ettirebilmek için gerekli kuvveti hesaplayabilmişlerdir. Bu buluş nanoaygıtların geliştirilmesi için çok önem taşımaktadır. Araştırma 22 Şubat 2008’de Science dergisinde yayımlanmıştır [29]. Ülkemizde bu konuda Ahmet Oral çalışma yapmaktadır.

Iijima ve araştırma ekibi tarafından çapı 0.4 nm olan en küçük nanotüp üretilmiştir. Bu nanotüpler, çapı 1.1 nm olan başka bir nanotüp içinde oluşturulmuş ve bu yeni yaklaşım (nanotüpü reaksiyon yeri olarak kullanma), malzeme oluşturmaya farklı bir bakış açısı getirmiştir. Ucu yarım C20’den oluşan en küçük nanotüp (3,3) nanotüpü olarak belirlenmiştir [30].

Nokia Araştırma Merkezi (NRC) ve Cambridge Üniversitesi’ nin ortaklaşa yürüttüğü çalışma kapsamında Şubat ayında ortaya koyduğu "Morph" isimli nanoteknolojik telefon üretilmiştir.

Intel, şu an Netbook’larda kullanılan Intel’in en küçük işlemcisi Atom’u çıkarmıştır.

İstikbal, elektromanyetik dalgaları engelleyen nanoteknolojik kumaşla yapılmış Bio-care yatakları üretmiştir.

Phoenix ile beraber bir atomik kuvvet mikroskobu uzaya gönderilmiş ve toprak tahlillerinde kullanılmıştır.

Yapay fotosenteze bir adım daha yaklaşılmıştır.

Beijing 2008’de sporcuların kullandığı birçok nanoüründen biri karbon nanotüpler kullanılan Adidas marka ayakkabılardır.

Nanoparçacıklardan oluşan Reximmune-C ile kanser tedavisi geliştirilmiştir [31].

HP laboratuvarlarında fiziksel olarak ilk kez çiplerde kullanılması düşünülen elektron- için 4. elemanı "Memristör" üretilmiştir.

IBM laboratuvarlarında, en yüksek frekansta (26 GHz) çalışan grafen transistörü üretilmiştir.

2009: Gazi Üniversitesi Nanotıp ve İleri Teknolojiler Araştırma Merkezi’nden Başkanlığını Dr. Gürer Budak’ın yönettiği ekipte görev yapan Dr. Mustafa Selman Yavuz, Washington Üniversitesi’nden Dr. Younan Wia’nın ekibi ile yürüttükleri çalışmada, içinde ilaç molekülü bulunan metrenin 50 milyarda biri büyüklüğündeki altın nanokapsüllerle kanser hücrelerini yok etmeyi başarmıştır [32].

IBM laboratuvarlarında geliştirilen son nanoteknoloji buluşu ise, nanoölçekte baskılamada yeni bir teknik ile 60 nanometreden küçük taneciklerin baskılanmasına olanak vermektedir. Bu teknik ile biyomedikal çalışmalarda, kanser hücrelerinin tespit edilmesi ve işaretlenmesi gibi yeni olanaklar yaratılmıştır. Metal, polimer, yarı iletken ya da oksit gibi maddelerin tek bir yüzey üzerine uygulanması da daha kolay hale gelecek ve bu sayede, atom boyutlarında yeni nesil yongaların kullanımı mümkün olacaktır.

2.1.2 Nanoteknolojinin amaçları

Nanoteknolojinin başlıca amaçları aşağıda verilmektedir.

1. Nanometre ölçekli yapıları analiz etmek,
2. Maddelerin nanometre düzeydeki fiziksel özelliklerini araştırmak,
3. Nanoölçeklerde malzeme ve maddeler üretmek,
4. Nano hassasiyetine uygun maddeler üretmek,
5. Nanoölçekli cihazlar geliştirmek,
6. Alışıldan farklı, üstün malzeme özellikleri ve üretim süreçlerini elde etmek,

7. Daha hafif, daha dayanıklı ve daha hızlı yapılar oluşturmak,
8. Uygun yöntemler bulunarak nanoskopik ve makroskopik dünya arasında bağ kurmak.

2.1.3 Nanoteknolojinin avantajları

Nanoteknoloji ile, atomlar ve moleküller düzeyde, nanometrik (1-100 nm) boyutlarında çalışarak tamamen yeni, farklı fiziksel, kimyasal, biyolojik özelliklere sahip gelişmiş yapılar elde edilmesi nanoteknolojiyi önemli kılar. Teknik açıdan açıklamak gerekirse malzeme özellikleri ve cihazların çalışma prensipleri, genel olarak 100 nm'den büyük boyutları temel alarak yapılan varsayımların sonucunda ortaya çıkan geleneksel teori ve modellere dayanmaktadır. Kritik uzunluklar 100 nm'nin altına indiğinde ise geleneksel teori ve modeller, ortaya çıkan özellikleri açıklamakta çoğu zaman yetersiz kalmaktadır.

Nanoteknoloji işte burada devreye girmektedir. Daha sağlam, daha kaliteli, daha uzun ömürlü, daha ucuz, daha hafif ve daha küçük cihazlar geliştirme isteği birçok iş kolunda nanoteknolojiye verilen önemi arttırmıştır. Minyatürizasyon olarak tanımlanabilecek bu eğilim birçok mühendislik çalışmasının temelini oluşturmaktadır. Minyatürizasyonun, sadece kullanılan parçaların daha az yer kaplamasından çok daha önemli getirileri vardır. Minyatürizasyon, üretimde daha az malzeme, daha az enerji, daha ucuz ve kolay nakliye, daha çok fonksiyon ve kullanımda kolaylık olarak uygulamada kendini göstermektedir.

20. yüzyılın ikinci yarısından itibaren birçok endüstride üstün kalite anlayışı geliştirilmiştir. Mikroteknoloji ürünü olarak tanımlayabileceğimiz parçalar otomobil, elektronik, iletişim gibi sektörlerde yaygın olarak kullanılır olmuştur. Günümüzde ise mikroteknolojilerden daha küçük teknolojilerin, nanoteknolojinin kullanımını yaygınlaşmaktadır.

Nanoteknoloji sayesinde sanayide, bilişim teknolojilerinde, sağlık sektöründe ve daha birçok alanda yeni ürünler geliştirilecek, günümüzün üretim süreçleri ve yöntemleri değişecektir. Bu teknolojiye yatırım yapılan ülkelerde ekonomik değerler yaratılacak ve toplumların yaşam kalitesi artacaktır.

2.1.4 Nanoteknolojinin uygulama alanları

Nanoteknolojinin günümüzde ve gelecekte uygulama alanlarından bazıları aşağıda verilmektedir [1, 20, 21].

Malzeme ve imalat sektörü

Malzemelerin, atomik ve moleküler boyutlardan itibaren inşa edilmesi, konvansiyonel yöntemler ile elde edilen malzemelere oranla daha sağlam ve hafif maddelerin ortaya çıkmasını sağlayacaktır. Bu malzemeler, daha düşük kusur düzeyleri ve eşsiz dayanıklılık güçleri ile hali hazırdaki birçok endüstriyel süreç için devrimsel yenilikler getirecektir. Benzersiz ve alışılmamış özellikleri ile nanotüpler, elyaflar, lifler ve kaplama malzemeleri, imalat yöntem ve tekniklerinin gelişmesine imkan sağlayacaktır. Nanoyapıda polimer, metal, seramik malzemeler, benzersiz ve olağanüstü özellikleri ile nanotüpler, elyaflar lifler ve kaplama malzemeleri, geleceğin imalat yöntem ve tetkiklerinin gelişmesine imkan sağlayacaktır. Çok hafif ve dayanıklı olarak yapılacak olan nanomateriyaller yardımıyla araba, uçak ve uzay araçları ile çok az enerji tüketimiyle daha uzun ve güvenli yolculuklar yapılabilecektir. Ayrıca, doğada mevcut olan birçok teknoloji hayata geçirilebilecek. Örneğin; lotus çiçeği yaprağının hiç ıslanmaması ve kirlenmemesi özelliğinden yararlanılarak kirlenmeyen, ıslanmayan kaşıklar, çatallar, tabaklar, elbiseler üretilebilecektir.

Nanoelektronik ve bilgisayar teknolojileri

Nanoölçekte elektronik devre elemanlarının üretilmesi ile bilgisayar mimari tasarımında yeni gelişmeler beklenmektedir. Elektronik araçların nanometre ölçeklerinde elde edilmesi ile halen kullanılan sistemlerinin işlem güçleri ve kapasiteleri birkaç kat artacaktır. Nanoteknolojilerin kullanım alanlarından biri olarak önerilen kuantum bilgisayarların geliştirilmesi ile günümüzün en modern bilgisayarları olan pentium bilgisayarlar ile kıyaslanamayacak seviyelerde işlem gücü elde etmek mümkün olacaktır. Bunlara ek olarak, elektronik araçlar için geliştirilen sensör, gösterge sistemleri ve sinyal iletimi alanlarında ciddi ilerlemeler kaydedilecektir.

Tıp ve sağlık çalışmaları

Yaşayan organizmalar ile etkileşime geçebilecek boyutlarda araçlar üretilmesi ile birçok yeni teşhis ve tedavi yöntemlerinin gelişmesi mümkün olacaktır. Sadece

hastalığın bulunduğu veya yayıldığı bölgelere saldırarak ilaç veren makineler, vücut tarafından reddedilmeyen suni doku ve organlar, vücut içerisine yerleştirilen ve hassas sonuçlar veren ölçüm cihazları nanoteknolojinin tıp ve sağlık sektörü üzerindeki potansiyel uygulamaları olarak gösterilebilir.

Nanoteknoloji, birçok bilim dalını kapsamasına karşın tıp alanında oldukça çarpıcı gelişmelere imkan tanıyacaktır. Uzmanların görüşüne göre; gelecekte mikroskobik robotlar vücudun dolaşım sistemine girerek hücre seviyesinde onarım yapıp hastalıkları iyileştirebilecektir. Nanorobotlar kan ile hastalıklı bölgelere ulaşacak ve gerekli işlemi gerçekleştirebilecek, hastalıkları çok önceden saptayarak erken tedavi olanağı tanıyacaktır.

Gelecekte beklenen en önemli gelişme, nanoölçekte malzemelerin nasıl kendi kendini ürettiğinin anlaşılmasıyla "self-assembly" proteinlerin ve çeşitli organik maddelerin üretim şeklinin kopyalanmasıdır.

Havacılık ve uzay araştırmaları

Havacılık ve uzay araçları, çok maliyetli teknolojilerdir. Bu araçların imalatı sırasında kullanılan malzemelerin ağırlığı maliyetlerin yüksekliğinde çok önemli bir yer tutar. Nanoteknoloji, bu malzemelerin ağırlığının önemli ölçüde azaltılması ile maliyetlerin düşürülmesini sağlayabilir. Bundan başka, çekme direnci çelikten kat kat yüksek nanotüpler sayesinde, dünya yüzeyinden atmosfere kadar yükselebilecek yapılar inşa edilmesi, potansiyel uygulama alanları içerisinde yer alabilir. Böylece uzay araştırma maliyetlerinin büyük bir kısmını meydana getiren fırlatma maliyetleri düşürülebilir.

Çevre ve enerji

Nanoteknoloji enerjinin verimli kullanılması, depolanması ve üretilmesi, temiz enerji kaynağı olarak kabul edilen hidrojen enerjisi gibi uygulama alanları bulunmaktadır. Aynı zamanda çevre sorunlarının gözlenmesi ve giderilmesi, çeşitli kaynaklardan gelen atıkların azaltılması ve önlenmesi de nanoteknolojinin uygulama alanları arasında bulunmaktadır. Ayrıca nanomalzemelerin ve nanokompozitlerin fosil yakıt endüstrilerinin verimliliğini geliştirme potansiyeli bulunmaktadır. Nanokompozitlerin yaygın olarak kullanılması ile daha yüksek verimliliğe sahip motorların ve dolayısı ile daha temiz, çevre dostu ulaşım sistemlerinin kurulması mümkün olacaktır.

Biyoteknoloji ve tarım

Tıp ve sağlık sektörlerinde uygulanabilecek teknolojilerin genişletilmesi ile ilaç, tarım sektörleri ve biyoteknoloji alanlarında bu teknoloji uygulayacaktır. Yeni ilaçlar, gübreler, daha besleyici ve hastalık direnci yüksek bitkiler veya hayvanlar birçok üniversite ve özel sektör kuruluşunun araştırma alanları içinde yer almaktadır. Bugün bile bitki ve hayvan genlerinin düzenlenmesi ile ortaya çıkartılmış olan bazı ticari ürünlere rastlamak olasıdır.

Savunma sektörü

Nanoteknoloji, askeri uygulamalar konusunda birçok alanda gelecek vaat etmektedir. Geliştirilmiş elektronik savaş kapasitesi, daha iyi silah sistemleri, geliştirilmiş kamuflej ve simulasyon sistemleri, birçok ar-ge çalışmasının gerçekleştirildiğı alanlardır.

Diğer uygulama alanları

Günümüzde, donanma gemilerinin omurgalarında kullanılan seramik nanokaplamalar, araba yüzeylerinde kullanılan nanoboyalar, birçok alanda (dış cephe, iç cephe) kullanılan nanoboyalar, yağ ve kir tutmayan, uzun ömürlü, kuru temizlemeye ve sık yıkamaya dayanıklı kumaşlar, nanoiplikler kullanarak, elektromanyetik dalgaları engelleyen kumaş ve yataklar, nanokaplamaları kullanan güneş gözlükleri, elektrostatik boşalmaya, kötü havaya, mermiye, UV ışınlarına, mikroba karşı koruyucu kumaşlar gibi örnekler, nanoteknolojinin diğer uygulama alanlarıdır.

2.1.5 Türkiye’de nanoteknoloji çalışmaları

Ülkemizde, nanoteknoloji alanında birçok üniversitede ciddi çalışmalar sürmektedir [1, 20]. Avrupa Birliğinin 6. Çerçeve Programı sayesinde, nanoteknoloji araştırmalarımız yeniden yapılanma ve ivme kazanmış bulunmaktadır. TÜBİTAK tarafından hazırlanan Vizyon 2023 programı’nda öncelikli alanlardan biri olarak nanoteknoloji ele alınmıştır. Bilkent Üniversitesi Fizik Bölümü’nde 1989 yılından beri nanoteknolojiyle ilgili düşük boyutlu kuantum yapılarında elektron taşınımı, tarayıcı tünelleme mikroskobu ve atomik kuvvet mikroskobu, uç-yüzey arası etkileşimler nanotüp ve atom zincirleri konularında yoğun araştırmalar yapılmaktadır. Ayrıca, iki boyutlu elektron sistemlerinin özelliklerini kullanan Ga-As teknolojisi zaman kaybedilmeden yakalanmış, T.C. Savunma Sanayi Müsteşarlığı’nın desteği ile İleri Araştırmalar Laboratuvarı kurulmuştur ve burada çok önemli araştırmalar yapılmaktadır. Günümüzde, bu

laboratuvarında, teknolojinin sınırında çok önemli optoelektronik ve elektronik aygıtlar yapılmaktadır. Ulusal Nanoteknoloji Araştırma Merkezi (UNAM), Devlet Planlama Teşkilatı'nın desteğiyle Bilkent Üniversitesi dahilinde faaliyet göstermektedir. Avrupa Birliği, Tübitak, çeşitli kamu kuruluşları ve özel şirketler tarafından desteklenen projeler üzerinde çalışmalar devam etmektedir. Türkiye'de bu teknolojinin gelişimi için önemli kurumsal yapılanmaların hayata geçirilme çalışmaları bulunmaktadır. Bu çerçevede, örneğin tekstil sektörünün teknolojik açıdan yeni açılımlara ulaşmasını sağlayacak özelliklerin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Örneğin, kir ve su tutmayan, beraberinde zararlı ışınları soğurma özelliklerini barındıran tekstil ürünlerine dair araştırma programlarının bu yapılanmalar içinde gerçekleştirileceğini bilmek sevindiricidir. Bu arada dünyada karşı karşıya kaldığımız en önemli sorunlardan biri, enerji ve enerjinin elde edildiği kaynaklardır. Nanoteknoloji yardımıyla bu enerji sorunu çözülebilir. Bilkent Üniversitesi Fizik Bölümü ve Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerinden Yrd. Doç. Dr. Hilmi Volkan Demir ile öğrencileri, nanokristal kullanarak beyaz ışık üretimini dünyada ilk kez ayarlanabilir renk özellikleri ile başardılar. Yüzde 90 oranında enerji tasarrufu sağlayan LED bazlı ışık kaynaklarının küresel ısınma sorununa alternatif çözüm getireceği belirtilmektedir. Edison'un ürettiği ampuller ısıyı ışığa dönüştürürken, nanoteknoloji ile üretilen nanokristalli ledler ise elektrik enerjisini direkt ışığa çevirmektedir. LED (Light Emitting Diode - ışık yayan diyot) tabanlı ışık kaynaklarının ömrü 23 yıl sürecek ve otomobillerin aydınlatma sistemlerinde köklü değişimlere gidilecektir.

Türkiye'de nanoteknoloji çalışmalarının avantajları ve dezavantajları:

Türkiye'de nanoteknolojinin gelişmesi için avantajlar sıralanırsa; farkındalık ve ilgi, Vizyon 2023, genç nüfus ve nanoteknoloji yüksek lisans programlarının varlığıdır.

Nanoteknolojide seferberlik eksikliği, mekanizma eksikliği (ticarileştirme için gerekli zeminin oluşturulmaması, devlet mekanizması), Vizyon 2023'ün eyleme geçmemesi, kaynak dağıtımı ve risk sermayesi eksikliği, altyapı yetersizliği, araştırmacı azlığı ve genç nüfusun yeterince kanalize edilememesi, ulusal (üniversite-sanayi) ve uluslararası işbirliği eksikliği ise nanoteknoloji konusunda dezavantajlar olarak görülmektedir..

Günümüzde nanoteknoloji, ülkeler için stratejik bir önem taşımaktadır. Gelişmiş ülkeler öncelikli alanlarını belirleyip yatırım kaynaklarını, çalışma ve eğitim

programlarını geliştirirken, ülkemizde nanoteknoloji araştırmalarının çoğu kurumsal ve bireysel düzeydedir.

Türkiye’de Nanoteknoloji üreten bazı şirketler şunlardır:

Arçelik, nanoteknoloji ürünü, akıllı buzdolabı, fırın ve davlumbaz üretmektedir.

Yaşar Holding (DYO), nanoteknoloji ile solmaya, kirlenmeye dirençli, kendini temizleyen akıllı boyalar üretmektedir.

Zorlu Enerji, evlerde enerji üretebileceğimiz bir aletin prototipini geliştirmektedir.

Yeşim Tekstil, leke tutmayan akıllı kumaşlar üretmektedir.

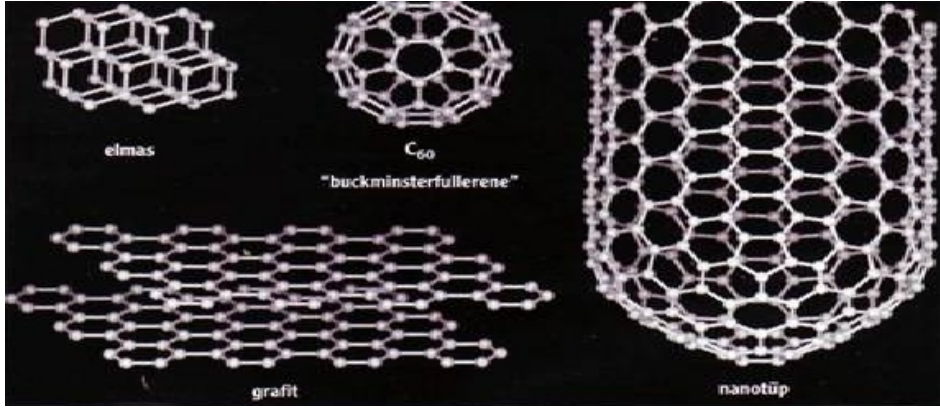
İstikbal, elektromanyetik dalgaları engelleyen nanoteknolojik kumaşla yapılmış Bio-care yataklar üretmektedir.

2.2 Karbon Nanotüpler

Karbon elementi canlıların temel taşıdır ve yapısında karbon içermeyen canlı varlık yoktur. Karbon, üç boyutlu (3B) yarı iletken elmas yapıdan, iki boyutlu (2B) yarı metalik grafitte, bir boyutlu (1B) iletken ve yarı iletken nanotüplere ve sıfır boyutlu (0B) nanotoplara kadar farklı kararlı yapılara ve ilginç özelliklere sahip harika bir elementtir. Karbonun 1B ve 0B yapıları nanometre düzeyindedir ve karbon nanoyapıların aslını bu nanotüpler ve nanotoplar oluşturmaktadır (**Şekil 2.5**). Karbon atomlarından oluşan malzemeler, karbon atomlarının kendi aralarındaki bağlanma geometrisine göre farklı fiziksel ve kimyasal özelliklere sahiptir. Karbon atomlarının böyle bir özelliğe sahip olmasının nedeni, 6 tane elektronunun olmasıdır.

Karbon atomunun elektronlarından ilk ikisinin bağlanmaya hiç etkisinin olmaması, ayrıca ilk iki elektron ile geri kalan elektronların enerjileri arasındaki farkın da büyük olması karbonun farklı yapılar oluşturabilmesini sağlayabilmektedir.

İlk defa 1991 yılında, S. Iijima tarafından, Grafitten "arc-discharge" buharlaştırma yöntemiyle çok duvarlı karbon nanotüplerin elde edilmesinden iki yıl sonra, Donald Bethune ve ekibi tarafından tek duvarlı nanotüplerin gözlemlenmesi başarılabilmektedir [26]. Daha sonra 1996’da Rice Üniversitesi’nde kobalt-nikel katalizörü kullanılarak daha düzenli tek duvarlı nanotüpler üretilmiştir. Farklı çap ve boyda olabilen bu yapıların uçları açık veya kapalı duvarları ise tek ya da iç içe geçmiş silindirler halindedir.



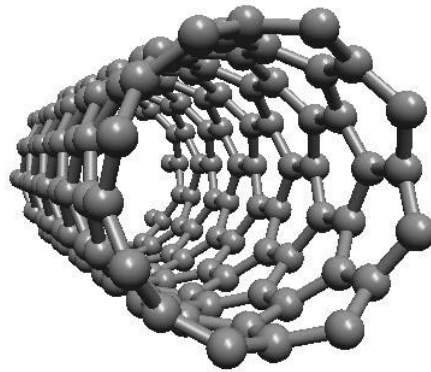
Şekil 2.5: Karbon yapılar.

Bazı bilim adamları ise, nanotüplerin Rus bilim adamları Radushkevich ve Lukyanovich tarafından bulunduğunu düşünür. Rus bilim adamları, 1952 yılında Sovyet Journal of Physical Chemistry dergisinde 50 tane nanotüpün resmini yayımlamışlardır. Makalenin Rusça olması ve yayınlanması soğuk savaş yıllarına rastlaması nedeniyle, diğer bilim adamları tarafından fark edilmemiştir.

Karbon nanotüpler, bu kadar basit görünmesine rağmen oldukça karmaşık yapıya sahiptir. Nanotüp yapıda grafit plakalarda olduğu gibi sadece altıgen şekiller bulunur. Düzgün karbon nanotüp yapılarda, atomlar birbiri ile sp² şeklinde (grafit plakada olduğu gibi) bağlanmıştır. Atomlar, sadece altıgen geometri oluşturmakta ve her atomun sadece üç komşusu bulunmaktadır. Karbon nanotüplerin, makroskopik boyutlarda oluşturulması mümkün olsa da bunlar çok kırılgan olmaktadır. Oysa nanometre boyutlara sahip tüpler, çok esnek ve sağlamdır.

2.2.1 Karbon nanotüp çeşitleri

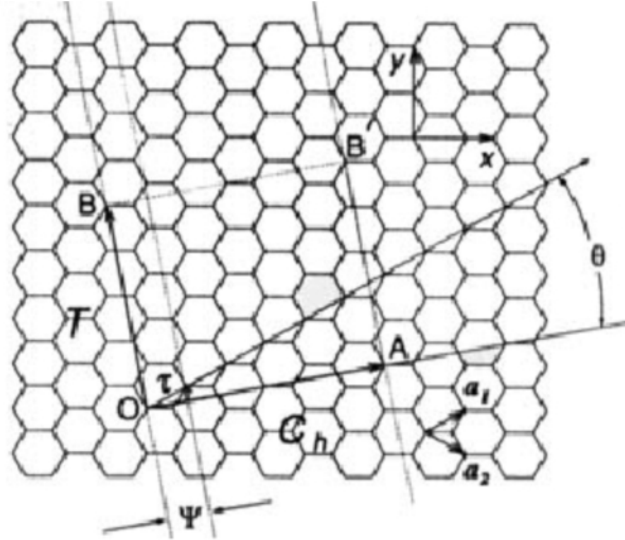
Tek duvarlı karbon nanotüpler (SWCTs)



Şekil 2.6: Tek duvarlı karbon nanotüp.

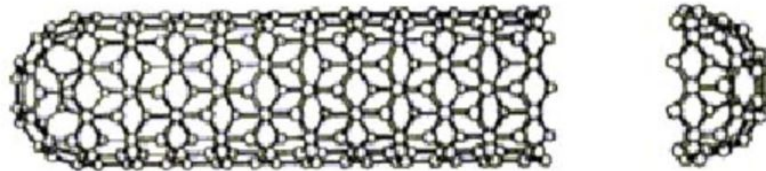
Nanotüpler, grafin yüzeyinin katlanması ile oluşur. Tek duvarlı karbon nanotüpler temel silindirik yapı olarak düşünülebilir (**Şekil 2.6**). Bir tek grafin yüzeyini kıvrarak tek duvarlı nanotüp(SWCNTs) elde edilir. Tek duvarlı nanotüplerin çapı genellikle bir nanometredir ve iki ucuda kapalıdır. **Şekil 2.7**'de tek duvarlı karbon nanotüp oluşumu görülmektedir.

Tek duvarlı nanotüpler, katlanış şekillerine göre sınıflandırılıp zikzak, koltuk ve kiral isimlerini alırlar. Bir başka önemli parametre ise kiral (kiriş) açısıdır. (**Şekil 2.7**)'de görüldüğü gibi altıgen parçalar grafin yüzeyindeki karbon atomunu temsil eder, c vektörüne dik vektör yüzeyin kıvrılma eksenini gösterir. Her karbon atomuna bir numara verilmiştir ve c vektörünün ucu nerede ise karbon nanotüpün adı da o olur. Bu iki indis, genellikle (n,m) şeklinde gösterilir.



Şekil 2.7: Tek duvarlı karbon nanotüp oluşumu.

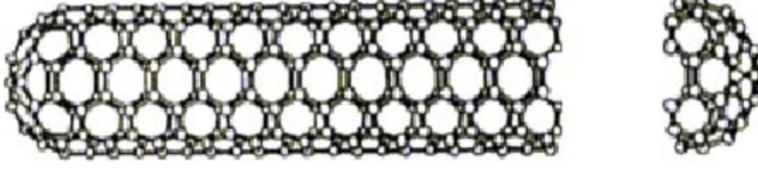
1. Zikzak tipi tek duvarlı karbon nanotüpler



Şekil 2.8: Zikzak tipi tek duvarlı karbon nanotüp.

Tek duvarlı nanotüpler; $m=0$ ve kiral açısı 0° ise zikzak tipi adını alır ve yarı iletken özelliği gösterir (**Şekil 2.8**).

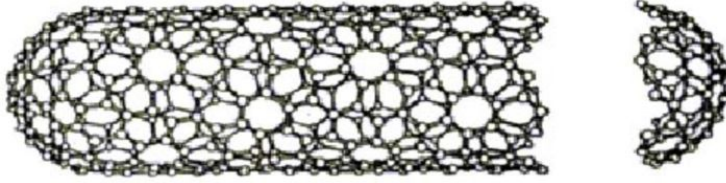
2. Koltuk tipi tek duvarlı karbon nanotüpler



Şekil 2.9: Koltuk tipi tek duvarlı karbon nanotüp.

Kiral açı 30° ve $n=m$ ise nanotüp koltuk tipi adını alır. **Şekil 2.9**'da görülen koltuk tipi nanotüp, metal özelliğindedir.

3. Kiral tipi tek duvarlı karbon nanotüpler



Şekil 2.10: Kiral tipi tek duvarlı karbon nanotüp.

Kiral açı 0° ile 30° arasında kalan tüm nanotüpler ise kiral tipindedir (**Şekil 2.10**). Çok duvarlı karbon nanotüpler (MWCTs)

Çok duvarlı karbon nanotüpler içiçe geçmiş karbon tüplerinden oluşmakta ve çok sayıda grafit katman içermektedirler. **Şekil 2.3**'te görülen çok duvarlı nanotüplerde iki tüp arasındaki uzaklık, genellikle tüpü oluşturan karbon atomları arasındaki bağ uzaklığından fazladır.

2.2.2 Karbon nanotüplerin üretim yöntemleri

Nanotüplerin elde edilmesinde kullanılan başlıca yöntemler aşağıda verilmiştir.

Ark-buharlaştırma yöntemi:

Karbon nanotüpler ilk defa bu yöntemle üretilmiştir. Fulleren oluşması beklenen 100 amperlik ark deşarjı sistemindeki grafit elektrot kurumları incelendiğinde, karbon nanotüp yapılarına rastlanmıştır. İlk keşfedilen yöntem olduğundan olsa gerek, çok uzun süre bu yöntem kullanılmıştır.

İlk makroskopik üretim ise, gene aynı yöntemle NEC Fundamental Research Laboratory’de yapıldı. Bu yöntemle, 50 mikron uzunluğa kadar hem tek duvarlı hem de çok duvarlı karbon nanotüpler üretilmiştir.

Lazer ile buharlaştırma yöntemi:

Bu yöntemde de karbon buharlaştırılarak tek duvarlı nanotüpler (SWCNTs) elde edilmektedir. İlk verimli tek duvarlı karbon nanotüp üretimi, bu yöntem ile yapılmıştır ve anlatılan diğer yöntemlerden maliyeti en fazla olanıdır. Bu yöntemin dezavantajı yüksek sıcaklık gerektirmesidir.

Kimyasal buharlaştırma yöntemi:

Bu yöntemde metal katalizör parçaları (nikel, kobalt, demir) içeren bir sübstrat hazırlanmakta ve 700°C’ye kadar ısıtılmaktadır. Oluşacak nanotüplerin çapları, bu metal parçaların büyüklüğüne bağlıdır. Nanotüp oluşumunu başlatmak için reaktörün içine amonyak, azot, hidrojen gazlarından biri ve karbon içeren asetilen, etilen, etanol, metan gibi gazlar verilmekte, karbon içeren gazlar katalizör parçanın yüzeyinde parçalanmakta, katalizörün yanına yapışmaktadır ve sonuçta metal katalizör etrafında nanotüp büyümektedir. Ticari nanotüplerin çoğu bu yöntemle üretilmektedir.

2.2.3 Karbon nanotüplerin özellikleri

Karbon nanotüpler, tüm bilim dünyasında sayısız uygulama alanı olan üstün özelliklere sahip malzemelerdir. Sınırsız uygulama alanı ile dünyada devrim yaratmışlardır. Çok esnek ve sağlam bir yapıya sahiptirler ve elastisite modülleri çelikten beş kat daha fazladır [33]. Geometrilerine bağlı olarak yarı iletken ve metalik özellik gösterirler. Nanotüpler, bu kadar basit görünmesine rağmen oldukça karmaşık yapıya sahiptir [34].

Fiziksel, kimyasal ve mekanik özellikleri uzunluk ve çap değerlerine göre değişebilir [35]. Bundan yararlanılarak, karbon nanotüplerin geometrik parametrelerinin (çapı ve silindirik yüzeyinin kıvrılma yönü) değiştirilmesi ile mekanik ve elektronik özellikleri de değiştirilebilmektedir. Karbon nanotüpler elektronik malzeme olarak manyetik ve optik nanoaygıt yapımında, ayrıca hafıza elemanı, süper kapasitörler, transistör, diyot, mantık devresi ve elektronik anahtar yapımında kullanılmaktadır [28,29]. Elektronik sensörler, biyomedikal bilimleri, yapay kas, çevre bilimleri, gelişmiş savunma teknolojileri alanında geniş uygulamaları vardır. Tek boyutlu nanotüplerde yükseklik ve en yoktur ve bunun sonucu, elektronlar bir yörüngede hareket etmektedirler.

Nanotüplerin bu tek boyutlu olma özelliği ısıyı şu ana kadar bilinen tüm malzemelere göre daha iyi iletmesini sağlamaktadır.



şekil 2.11: Karbon nanotüplerden oluşmuş bir demet.

Çok esnek ve sağlam olmaları nedeniyle, t p eksenini yönünde çekilmeye karşı, hasar görmeksizin direnç göstermektedirler. Hasarsız bir karbon nanotüp kendi ağırlığının 300 milyon katı bir ağırlığı taşıyabilecek kapasitededir. Küçük çaplı (yaklaşık 1-2 nm) tüplerden oluşmuş bir demeti koparabilmek için uygulanan çekme gerilmesinin büyüklüğü yaklaşık 36 GPa'dır (**şekil 2.11**).

Laboratuvar deneylerinde tek duvarlı küçük çaplı nanotüplerin gerilme mukavemeti 45.000 MPa olarak belirlenmiştir [36]. Oysa en sağlam  elik alaşımları 2.000 MPa'da kopmaktadır. Üstelik karbon nanotüpler düğüm yapılabilecek kadar esnektir. Gelecekte karbon nanotüp demetleriyle yapılan karbon nanotüp lifler, üstün dayanımları ve esneklikleri ile süper malzemeler olacaktır. Bu liflerle dokunacak süper membranlar, çok geniş yüzeylerin, hatta kentlerin üzerini  rtebilecektir. Karbon nanotüp liflerin, beton ve yapı plastikleri içerisinde güçlendirme malzemesi olarak kullanıldığı süper karma malzemelerle inanılmaz mühendislik ve mimarlık yapıları inşa edilebilecektir. Ayrıca tek duvarlı nanotüpler, fiziksel eğilme ve b   lmeye karşı son derece elastiktir ve 120 derecelik bir a ıyyla b   ld kten sonra, eski durumuna gelmektedir [37]. Makro boyutlarda üretilen tüpler kırılğan olmasına rağmen nanoboyuttaki tüpler oldukça esnektir. Nanotüplerin fiziksel, kimyasal ve mekanik özellikleri, ** izelge 2.1**'de verilmiştir [38,39].

Çizelge 2.1: Karbon nanotüplerin diğer malzemelerle karşılaştırılması

Malzeme	Y. Modülü(GPa)	Ç. Gerilmesi(GPa)	Yoğunluk ($\frac{gr}{cm^3}$)
Tek Duv.(SWCNTs)	1054	150	
Çok Duv.(MWCNTs)	1200	150	2.600
Çelik	208.0	0.400	7.800
Epoksi	3.500	0.005	1.250
Tahta	16.00	0.008	0.600

Öncelikle karbon nanotüplerin maliyetinin azaltılması ve daha da önemlisi nanotüp yüzeylerinin fazla düzgün ve pürüzsüz olması nedeniyle matriks malzeme içinden kayma probleminin giderilmesi gerekmektedir. İç içe geçmiş çok duvarlı karbon nanotüplerde (MWCTs), iki tüp arasındaki uzaklık, karbon atomlarının bağ uzaklığından fazladır [40, 41].

2.2.4 Nanoteknoloji ve karbon nanotüplerin kullanım alanları

1. Mikrosensörlerin, mikromakinaların, optoelektronik elemanların imalatı ve uygun şekilde bir araya getirilmesi [23],
2. Nanomanipulator, bir insana molekülleri görme dokunma ve değiştirme imkanı tanıyan sanal gerçeklik arabirimidir. Virus, DNA iplikleri ve nanotüpleri modifiye etmek amacıyla kullanılabilir. Sanal gerçeklik eldivenleri ve gözlükleriyle kullanıcının örneğin yüzeyini görmesini ve hissetmesini sağlamaktadır. Böylelikle kullanıcı eliyle mikroskopik objeleri tutabilir, itebilir, hareket ettirebilir ve sonuçta çıkan kuvveti, etkileşimi hissedebilir. Böyle bir teknolojiyle gen transferi, enzim değişimi, jeller ve yüzeyler üzerinde lokal değişiklikler yapabilmek mümkün olmaktadır.
3. IBM'den nanoteknoloji, nanoaygıt ve transistörlerden oluşan tümleşik devre,
4. Kalıcı bilgisayar belleği ve laptop bilgisayarlar,
5. Karbon nanotüp düz ekran bilgisayarlar,
6. Kurşun geçirmeyen, leke ve bakteri tutmayan nanotex denilen kumaşlar,
7. Hidrojen depolama ve yakıt hücresi.

2.2.5 İnşaat sektöründe nanoteknoloji ve karbon nanotüpler

İnşaat sektöründe kullanılan inşaat malzemeleri yerine, çok yüksek mukavemetli, esnek ve hafif, yüksek performanslı malzemelerin üretilmesi inşaat sektöründe bir çıkır açacaktır. NANOİNŞAATIN hedefi, daha sağlıklı, daha dayanıklı, daha güvenilir ve akıllı inşaat malzemeleri üretmektir.

"2nd International Symposium on Nanotechnology in Construction, Bilbao, 13-17 Nov. 2005" sempozyumuna konu olan "NANOCONE" projesinde üretilmesi planlanan nanoİNŞAAT malzemeleri;

1. Paslanmaya dayanıklı çelik,
2. Düşük enerji çimento, yeni alışılmadık polimerler (Ductile çimento, çok sert beton),
3. Nanokatmanlar, boya, seramik, tuğla, cam, bio-aktif yüzeyler, güçlü seramikler, kendini temizleyen camlar,
4. Polimerler, nanolifler, moleküler self assembly polimerler,
5. Kereste, yoğun ve güçlü modifiye ya da sentetik keresteler,
6. Kompozitler, kendini adapte edebilen ara yüzeyler, şeklini hatırlayan, tamir edebilen akıllı yüzeylerden oluşmuş sistemler.

3. DİREKT YERDEĞİŞTİRME YÖNTEMLERİ (AÇI YÖNTEMİ)

Açı yöntemi, hiperstatik sistemlerin hesabında kullanılan direkt hesap yöntemlerinden biridir. Bu yöntem ilk kez Prof. G. A. Maney tarafından, 1915 yılında Minnesota Üniversitesi'nde bilimsel bir toplantıda, rijit düğüm noktalı sistemlerin hesabında kullanılan genel bir yöntem olarak ortaya konulmuştur. Direkt hesap yöntemlerinin amacı, dış etkilere çubuğun uçlarında oluşan yerdeğiştirmelerin ve buna bağlı olarak uç kuvvetlerinin hesabıdır. Bu yöntemde, uç kuvvetleri ile uç yerdeğiştirmeleri arasındaki, çubuk denge denklemleri ve bünye denklemlerini içeren bağıntılardan yararlanılmaktadır.

Açı yönteminde bilinmeyenler, çubukların açısız ve doğrusal uç yerdeğiştirmeleridir. Bilinmeyen olarak seçilen uç yerdeğiştirmeleri, direkt düğüm noktalarına ait denge denklemleri ve çerçeve süreklilik denklemleri yardımı ile çözümlenmektedir. Daha sonra uç yerdeğiştirmelerine bağlı olarak uç kuvvetleri bulunur, diğer yerdeğiştirmeler ve şekil değıştirmeler buna bağlı olarak hesaplanabilmektedir [42–45].

Bu çalışmada, doğru eksenli prizmatik çubuklardan oluşan sistemler incelenmekte ve normal kuvvetlerden oluşan eksenel boy değışimleri terk edilmektedir. Eksenel boy değışimleri, eğilme momenti ve kesme kuvvetinden bağımsız olup sadece normal kuvvete bağılıdır [42, 44–46].

3.1 Açı Yönteminde Temel Denklemler

Açı yönteminde kullanılan temel denklemler üç tanedir [42].

3.1.1 Denge denklemleri

1. a. Düğüm noktalarındaki denge denklemleri

Moment denge denklemi :

$$\sum M_i = 0 \quad (3.1)$$

Yatay iz düşüm denge denklemi :

$$\sum X_i = 0 \quad (3.2)$$

Düşey iz düşüm denge denklemi :

$$\sum Y_i = 0 \quad (3.3)$$

1. b. Çubukların denge denklemleri

3.1.2 Geometrik süreklilik denklemleri

2. a. Rijit düğüm noktalarında birleşen çubukların uç dönmeleri birbirine eşittir.

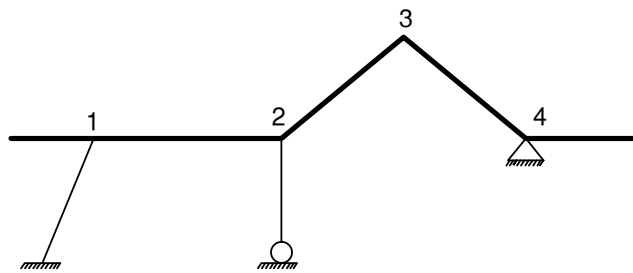
2. b. Çerçeve süreklilik denklemleri : Kapalı bir çerçevenin ilk ve son noktalarının yerdeğiştirme bileşenleri birbirine eşittir.

3.1.3 Bünye denklemleri

Uç kuvvetler ile uç yerdeğiştirmeleri arasındaki bağıntılar: Bu bağıntılar, bünye denklemleri ile çubukların denge denklemlerini içerir.

3.2 Açı Yönteminde Tanımlar

3.2.1 Düğüm noktası



Şekil 3.1: Üç düğüm noktalı sistem.

İki veya daha çok sayıda çubuğun birleştiği noktalar düğüm noktasıdır ve birleşme noktalarında mesnet de bulunabilmektedir. Örneğin, **Şekil 3.1** ile verilen sistemde 1, 2, 3 numaralı birleşim noktaları düğüm noktasıdır, 4 numaralı nokta ise kenar mesnettir ve düğüm noktası değildir.

3.2.2 Dügüm noktalarının yerdeğıştirmeleri

Düzlem çubuk sistemlerde, bir düğüm noktasının yerdeğıştirmesi genel olarak üç tanedir.

Θ_i : Dügüm noktalarının açısıl yerdeğıştirmeleridir ve saat yönünde pozitifdir.

d_x, d_y : Dügüm noktalarının doğrusal (lineer) yerdeğıştirmeleridir.

3.2.3 Uç yerdeğıştirmeleri

Çubuğun bir ucundaki yerdeğıştirmeler genel olarak üç tanedir.

Θ_i, Θ_j : Çubuk uçlarındaki açısıl yerdeğıştirmelerdir ve saat yönünün tersi pozitif kabul edilmektedir.

Δ_{ij}, Δ_{ji} : ij çubuğunun bir ucunun diğeri ucuna göre yerdeğıştirmesinin ij doğrultusundaki izdüşümüdür. İki uç birbirinden uzaklaştığı zaman pozitifdir.

δ_{ij}, δ_{ji} : ij çubuğunun bir ucunun diğeri ucuna göre rölatif yerdeğıştirmesinin çubuk eksenine dik doğrultudaki izdüşümüdür ve bir ucun diğeri uca göre hareketi saat yönünde pozitif kabul edilmektedir.

3.2.4 Uç kuvvetleri

Çubuğun iki ucuna etkiyen kuvvetlere uç kuvvetleri denir.

M_{ij}, M_{ji} : Çubuğun i ve j uçlarına etkiyen momentler, uç momentleridir ve düğüm noktasını saat yönünde, çubuğu saatin tersi yönünde çevirdikleri zaman pozitif olarak kabul edilmektedir. Bu yön kabulüne göre uç momentleri, eğilme momentleri ile sağ uçta aynı sol uçta ise ters işaretlidir.

T_{ij}, T_{ji} : Çubuk eksenine dik yöndeki uç kuvvetleridir ve kesme kuvvetleri gibi çubuğu saat yönünde çevirdikleri zaman pozitif kabul edilmektedir.

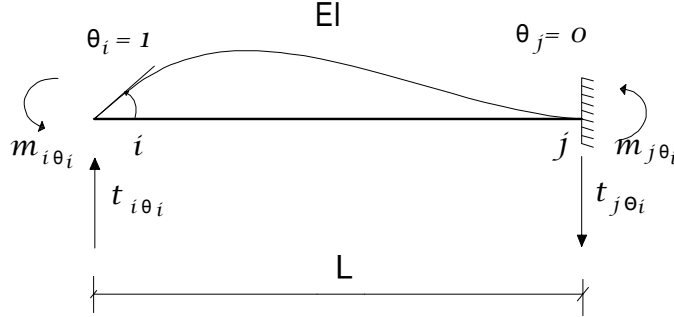
N_{ij}, N_{ji} : Çubuk eksenine doğrultusundaki uç kuvvetleridir ve normal kuvvetler gibi çekme yönünde pozitif kabul edilmektedir.

3.3 Birim Yerdeğıştirme Sabitleri

Dış yükler yok iken düğüm noktalarının birim yerdeğıştirmelerinden dolayı çubukların uçlarında meydana gelen uç kuvvetleri, birim yerdeğıştirme sabitleri adını alır.

3.3.1 İki ucu ankastre çubuklarda birim yerdeğiştirme sabitleri

1. $\Theta_i = 1$, $\Theta_j = 0$, $\Delta = 0$, $\delta = 0$, dış yük = 0 durumu



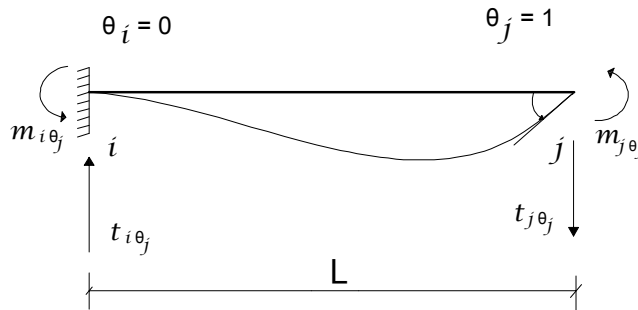
Şekil 3.2: İki ucu ankastre çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.

İki ucu ankastre çubukta, dış yükler kaldırılır ve i düğüm noktasının birim dönmesine izin verilir. Şekil 3.2’de görülen iki ucu ankastre ij çubuğunda, i ucunun bir birim dönmesi halinde birim yerdeğiştirme sabitleri görülmektedir. Burada $m_{i\Theta_i}$, ij çubuğunun i ucunun 1 birim dönmesi halinde, i ucunda meydana gelen uç momentini, $m_{j\Theta_i}$ ise ij çubuğunun j ucunda meydana gelen uç momentini tanımlar.

İki ucu ankastre çubuklarda, i ucunun birim açısal yerdeğiştirmesinden i ve j uçlarında oluşan $t_{i\Theta_i}$ ve $t_{j\Theta_i}$ kesme kuvvetleri, çubuk denge denklemleri ile bulunur (3.4).

$$t_{i\Theta_i} = t_{j\Theta_i} = \frac{m_{i\Theta_i} + m_{j\Theta_i}}{L} \quad (3.4)$$

2. $\Theta_i = 0$, $\Theta_j = 1$, $\Delta = 0$, $\delta = 0$, dış yük = 0 durumu



Şekil 3.3: İki ucu ankastre çubukta $\Theta_j = 1$ durumu.

Şekil 3.3’te iki ucu ankastre çubuklarda, $\Theta_j = 1$ olması halinde birim yerdeğiştirme sabitleri görülmektedir. Burada $m_{j\Theta_j}$, ij çubuğunun j ucunda meydana gelen uç

momentini, $m_{i\Theta_j}$ ise ij çubuğunun i ucunda meydana gelen uç momentini tanımlar. j ucunun bir birim dönmesi halinde çubuğun uçlarında oluşan kesme kuvvetleri ise $t_{i\Theta_j}$ ve $t_{j\Theta_j}$ birim yerdeğiştirme sabitleridir.

İki ucu ankastre çubuklarda, j ucunun bir birim dönmesi halinde oluşan $t_{i\Theta_j}$ ve $t_{j\Theta_j}$ kesme kuvvetleri yine çubuk denge denklemleri ile elde edilmektedir.

$$t_{j\Theta_j} = t_{i\Theta_j} = \frac{m_{i\Theta_j} + m_{j\Theta_j}}{L} \quad (3.5)$$

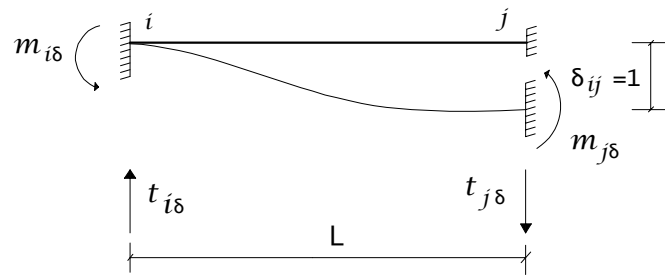
Lineer Teori esas alındığından "Betti Karşılıklı Teoremi" uyarınca iki ucu ankastre çubuklarda birim yerdeğiştirme sabitleri için aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} m_{j\Theta_i} &= m_{i\Theta_j} \\ m_{i\Theta_i} &= m_{j\Theta_j} \\ t_{i\Theta_i} &= t_{j\Theta_i} = t_{j\Theta_j} = t_{i\Theta_j} \end{aligned} \quad (3.6)$$

İki ucu ankastre doğru eksenli prizmatik çubuklara ait birim yerdeğiştirme sabitleri, (3.7) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned} m_{i\Theta_i} &= m_{j\Theta_j} = \frac{4EI}{L} \\ m_{j\Theta_i} &= m_{i\Theta_j} = \frac{2EI}{L} \\ t_{i\Theta_i} &= t_{j\Theta_i} = t_{j\Theta_j} = t_{i\Theta_j} = \frac{\frac{4EI}{L} + \frac{2EI}{L}}{L} = \frac{6EI}{L^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

2. $\Theta_i = 0$, $\Delta = 0$, $\delta_{ij} = 1$, dış yük = 0 durumu



Şekil 3.4: İki ucu ankastre çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.

Dış yükler kaldırılır ve j noktasının bir birim çökmesine izin verilir. Şekil 3.4'te verilen iki ucu ankastre çubuklarda, $\delta_{ij} = 1$, olması halinde çubuğun uçlarında oluşan

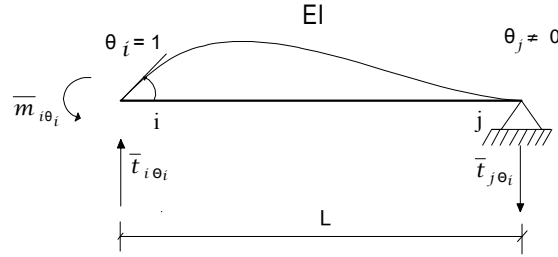
uç kuvvetleri görülmektedir. Burada $m_{i\delta}$, *jucunun birim kmesinden*, i çubuğunun i ucunda meydana gelen uç momentini, $m_{j\delta}$ ise ij çubuğunun j ucunda meydana gelen uç momentini tanımlar. $t_{i\delta}$ ve $t_{j\delta}$ ise j ucunun birim çökmesi halinde çubuğun uçlarında oluşan kesme kuvvetleridir. Doğru eksenli prizmatik çubuklar için değerleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} m_{i\delta} &= m_{j\delta} = \frac{6EI}{L^2} \\ t_{i\delta} &= t_{j\delta} = \frac{m_{i\delta} + m_{j\delta}}{L} = \frac{\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2}}{L} = \frac{12EI}{L^3} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.3.2 Özel hallere ait birim yerdeğiştirme sabitleri (Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuk)

1. $\Theta_i = 1$, $\Delta = 0$, $\delta = 0$, dış yük = 0 durumu

j ucu mafsallı i ucu ankastre çubukta, i ucunun bir birim dönmesi halinde çubuğun uçlarında oluşan uç kuvvetleri **Şekil 3.5**'te görülmektedir.



Şekil 3.5: j ucu mafsallı çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.

Şekil 3.5'te görülen j ucu mafsallı i ucu ankastre çubukta, i ucunun birim dönmesinden, i ucunda oluşan moment ve kesme kuvveti değerleri aşağıda verilmektedir.

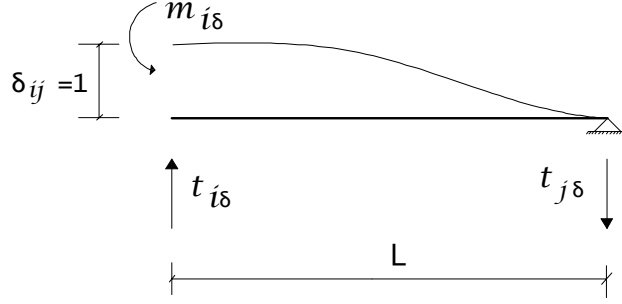
$$\bar{m}_{i\Theta_i} = m_{i\Theta_i} - \frac{m_{j\Theta_i}}{m_{j\Theta_j}} * m_{i\Theta_j} \quad (3.9)$$

$$\bar{t}_{i\Theta_i} = \frac{\bar{m}_{i\Theta_i}}{L} \quad (3.10)$$

j ucu mafsallı doğru eksenli prizmatik çubuklarda birim yerdeğiştirme sabitleri (3.11) denklemi ile verilmektedir. verilmektedir.

$$\begin{aligned} \bar{m}_{i\Theta_i} &= 4EI - \frac{\frac{2EI}{L}}{\frac{4EI}{L}} * \frac{2EI}{L} = \frac{3EI}{L} \\ \bar{t}_{i\Theta_i} &= \frac{3EI}{L^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

2. $\Theta_i = 0$, $\Delta = 0$, $\delta_{ij} = 1$, dış yük = 0 durumu



Şekil 3.6: j ucu mafsallı çubukta $\delta_{ij} = 1$, durumu.

Şekil 3.6’da görülen j ucu mafsallı i ucu ankastre çubukta, i ucunun birim çökmesinden, i ucunda oluşan moment ve kesme kuvveti değerleri doğru eksenli prizmatik çubuklar için aşağıda verilmektedir.

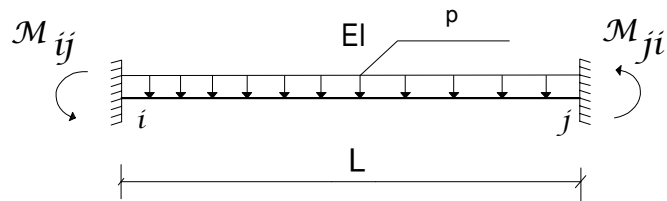
$$\begin{aligned} m_{i\delta} &= \frac{3EI}{L^2} \\ t_{i\delta} &= t_{j\delta} = \frac{m_{i\delta}}{L} = \frac{3EI}{L^3} \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.4 Ankastrelik Momentleri

Düğüm noktalarının yer değiştirmeleri 0 iken dış yüklerden dolayı çubuk uçlarında meydana gelen uç momentleri, "ankastrelik momentleri" adını alır.

Doğru eksenli prizmatik çubukların düzgün yayılı p yükü ile yüklü olması halinde, ankastrelik momentleri iki ucu ankastre çubuklar ve bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklarda verilmektedir.

3.4.1 İki ucu ankastre çubukta ankastrelik momentleri

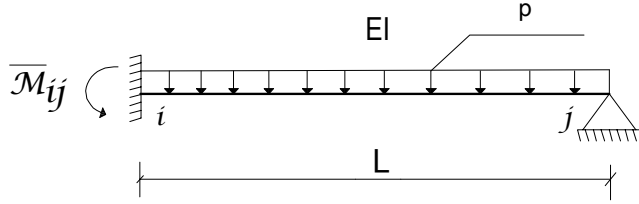


Şekil 3.7: İki ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri.

İki ucu ankastre doğru eksenli prizmatik çubuklarda ankastrelik momentleri, düzgün yayılı p yükü ile yüklenmesi halinde (3.13) denklemi ile verilmektedir [41, 42, 40].

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{ij} &= +\frac{pL^2}{12} \\ \mathcal{M}_{ji} &= -\frac{pL^2}{12}\end{aligned}\quad (3.13)$$

3.4.2 j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri



Şekil 3.8: j ucu mafsallı çubukta ankastrelik momenti.

Düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş Şekil 3.8’de görülen j ucu mafsallı doğru eksenli prizmatik çubuklarda ankastrelik momenti, (3.14) denklemi ile verilmektedir.

$$\overline{\mathcal{M}}_{ij} = \frac{pL^2}{8} \quad (3.14)$$

Çubuğun i ucu mafsallı j ucu ankastre mesnetli olması halinde ise ankastrelik momenti (3.15) denklemi ile verilmektedir.

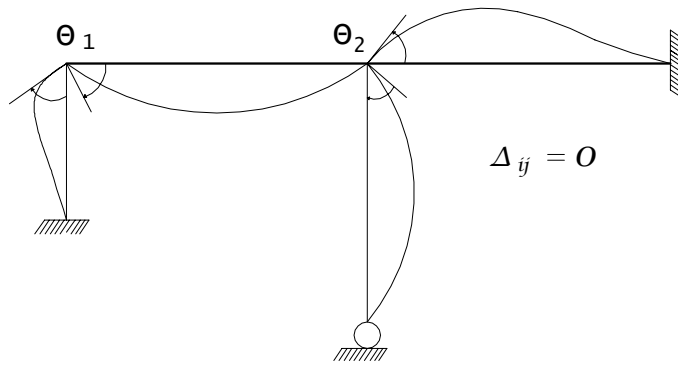
$$\overline{\mathcal{M}}_{ji} = -\frac{pL^2}{8} \quad (3.15)$$

3.5 Açı Yönteminin Esası

Yerdeğiştirme yöntemlerinin esasını açıklayabilmek için; Şekil 3.9’da verilen düğüm noktaları sabit bir sistemin dış etkiler altında şekil değiştirip denge konumuna gelen düğüm noktaları, bir miktar açısal yerdeğiştirme yapmaktadır. Bu sistemin şekil değiştirmiş durumunu belirlemek için, rijit düğüm noktalarının Θ açısal yerdeğiştirmelerinin hesaplanması gerekir. Bu açısal yerdeğiştirmelerin hesaplanabilmesi için, düğüm noktalarının moment denge denklemleri yazılmakta ve bu denklem sistemi çözülerek bilinmeyen yerdeğiştirmeler hesaplanmaktadır (3.1).

3.6 Dügüm Noktaları Sabit Sistemler

Bütün düğüm noktalarının d_x ve d_y doğrusal yerdeğıştirmeleri sıfır olan sistemlere düğüm noktaları sabit sistemler denir. Bir düğüm noktası, en az iki sabit noktaya boyu değışmeyen (veya değışimi sıfır kabul edilen) birer çubukla bağılı ise bu düğüm noktası sabittir. Dügüm noktaları sabit olan bu sistemlerde sadece düğüm noktalarının açısıl yerdeğıştirmesi bilinmeyen olarak alınmaktadır. Bu sistemlerde, doğru eksenli çubukların Δ boy değışimleri terk edilmektedir (Şekil 3.10).

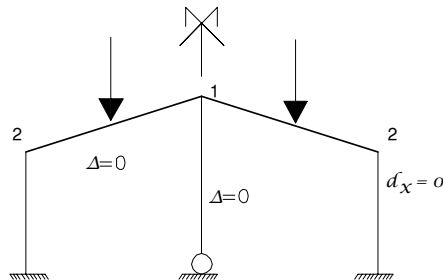


Şekil 3.10: Dügüm noktaları sabit sistem.

3.6.1 Dügüm noktaları sabit sistemlerin türleri

Bazı simetrik yüklü simetrik sistemler:

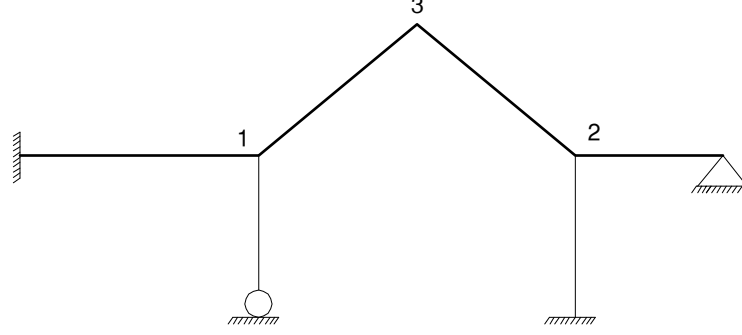
Bu tür sistemlerin düğüm noktaları hareketli olmasına karşın simetrik şekil değıştirme yaptıkları için düğüm noktalarının doğrusal yerdeğıştirmeleri sıfır olmaktadır. Bu sistemler, düğüm noktaları sabit sistemler gibi davranır ve düğüm noktaları sabit sistemler olarak hesaplanır (Şekil 3.11).



Şekil 3.11: Dügüm noktaları sabit simetrik yüklü simetrik sistem.

Düğüm noktaları esasen sabit olan sistemler:

Sistemin özelliği dolayısı ile bütün yüklemeler için düğüm noktaları sabit olan sistemlerdir.



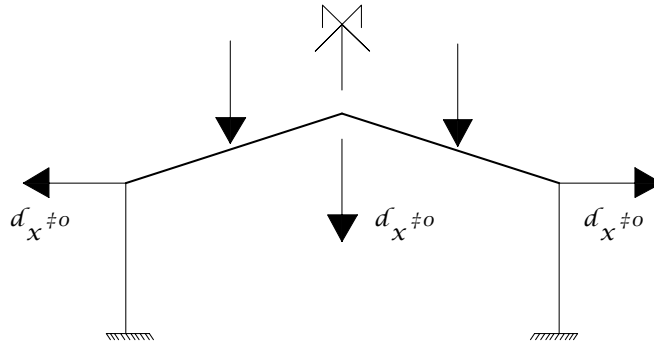
Şekil 3.12: Düğüm noktaları esasen sabit olan sistem.

Düğüm noktaları yaklaşık olarak sabit kabul edilen sistemler:

Düğüm noktaları yaklaşık olarak sabit kabul edilen düşey yükler altında, düşey kolonlu önemsiz sistemler de düğüm noktası sabit olarak hesaplanabilirler.

3.7 Düğüm Noktaları Hareketli Sistemler

Düğüm noktaları hareketli sistemlerde en az bir düğüm noktasının doğrusal yerdeğiştirmeleri (d_x , d_y) sıfırdan farklıdır (Şekil 3.13).



Şekil 3.13: Düğüm noktaları hareketli simetrik yüklü simetrik sistem.

Bu sistemlerin açılı yöntemi ile hesabında düğüm noktalarının hem açısal hem de doğrusal yerdeğiştirmeleri bilinmeyen olarak alınır. Bu bilinmeyenleri bulabilmek için kullanılan denklemler ikiye ayrılır. Bunlardan birincisi, düğüm noktaları sabit

sistemlerde kullanılan düğüm noktalarının moment denge denklemleridir. Düğüm noktaları hareketli sistemlerde, moment denge denklemlerine ilave olarak yatay iz düşüm ve düşey iz düşüm denge denklemleri yazılmaktadır. Bu sistemlerin çözümlenebilmesi için bilinmeyen sayısı kadar denkleme ihtiyaç vardır.

Bazı simetrik yüklü simetrik sistemler düğüm noktaları hareketli olabilmektedir. Örneğin, **Şekil 3.11**'de verilen sistem, düğüm noktaları sabit sistem olduğu halde **Şekil 3.13** ile verilen sistem simetrik yüklü olup düğüm noktaları doğrusal yerdeğiştirme yapar ve hareketli sistem olarak hesaplanır.

4. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİ

4.1 Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ve Tanımı

Yerel olmayan elastisite teorisi, yerel elastisite teorisinin yetersiz olduğu durumlarda kullanılmak üzere geliştirilmiş bir teori olup sürekli ortamlar mekaniğinde yeni bir yaklaşımdır. Yerel elastisite teorisi ile bir noktadaki gerilmeler hesaplanırken, o noktaya komşu olan diğer noktadaki şekil değiştirmeler dikkate alınmamaktadır. Gerilmeler sadece yerel etkiler göz önüne alınarak hesaplanmaktadır [47, 48]. Yerel olmayan teoride ise bir noktadaki gerilmeler bulunurken, o noktadaki ve komşu noktadaki şekil değiştirmelerin katkıları göz önüne alınmaktadır.

Cisimlerin yerdeğiştirmeleri sonucu ortaya çıkan geometrik düzensizlikler, cismin içinde gerilmeler oluşturur. Yerdeğiştirmelerinden dolayı ortaya çıkan bu gerilmelerin yerel elastisite teorisi ile hesabında bazı düzensizlikler oluşur. Bazı cisimlerin şekil değiştirmeleri sonucunda, cismin içinde oluşan gerilmeler ve şekil değiştirme enerjileri sonsuza gider. Yerel olmayan elastisite ile çözümde, bu tip problemler oluşmaz. Şekil değiştirme ve gerilmedeki tekillikler, problemin yerel olmayan elastisite teorisi ile çözümünde ortadan kalkar. Cismin, iç yapısında oluşan gerilmeler arasındaki mesafenin atomik boyutlarda olması halinde, iç yapının önemi azalmakta ve gerilme hesaplarının yerel elastisite teorisi ile yapılması uygun olmaktadır. Ancak, cisme uygulanan dış etkilerin büyük olması halinde cismin iç yapısı önem kazanmakta ve gerilmelerin yerel olmayan elastisite teorisi ile hesaplanması uygun olmaktadır.

Karbon nanotüplerin mekanik özelliklerini araştırmak için deneysel ve teorik çok sayıda çalışmalar yapılmıştır [16–19, 49–55]. Karbon nanotüplerin mekanik davranışının araştırılması esas olarak, genellikle sürekli modeller ve atomları kullanarak simülasyonu üzerinde yoğunlaşmıştır [56, 57]. Büyük atom sistemlerinin maliyeti çok yüksek olduğu için, atomlarla ilgili modelleme tekniklerinin pratikte uygulanması sınırlıdır. Diğer taraftan çok küçük ölçekli klasik sürekli modellerin uygulanabilirliği sorgulanabilir. Klasik elastisite teorisi, nanoölçekteki modellerin

hesaplanmasında yetersiz kalır. Bu yüzden nanoölçekteki yapıların incelenmesinde yerel olmayan teori büyük önem taşımaktadır.

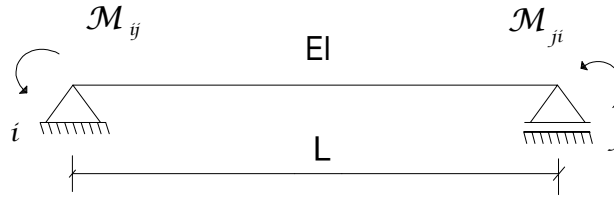
Cisimlerin yerel elastisite ve yerel olmayan elastisite teorisi ile formülasyonu arasındaki fark bünye denklemleridir [58]. Yerel olmayan elastisite teorisi formülasyonunda, yerel olmayan denklemlere geçildiğinde çözüm uzayı genişler ve ilave sınır koşulları belirlenir.

4.2 Yerel Olmayan Elastisite Teorisi ve İlave Sınır Koşulları

Klasik elastisite teorisinde, elastik eğri ve moment arasındaki bağıntı aşağıda verilmiştir [59].

$$M_y = -EIv'' \quad (4.1)$$

Burada, v çökmeyi EI çubuğun eğilme rijitliğini göstermektedir. Yakın geçmişte,



Şekil 4.1: Basit mesnetli kiriş.

yerel olmayan teorinin nanocisimlerin incelenmesinde büyük bir potansiyelinin olduğunu gösteren bir çalışma Peddieson ve arkadaşları tarafından yayımlanmıştır. Peddieson ve arkadaşları, Euler-Bernoulli kiriş modelini kullanarak, yerel olmayan teoride Euler-Bernoulli çökme denklemini vermişlerdir. Yerel olmayan teoride Bernoulli-Euler kiriş formunda moment ile elastik eğri arasındaki bağıntı, (4.2) denklemi ile verilmiştir ve bu denklem yüksek mertebeden türevler içermektedir [14, 40]. Bu diferansiyel denklemin mertebesi, klasik haldeki denklemin mertebesinden daha büyük olup, çözümlenebilmesi için ilave sınır koşullarına ihtiyaç vardır.

$$M_{yo} = -EI(v'' + \gamma^2 v^{IV}) \quad (4.2)$$

Bu ifade iki kere türetilirse, kirişin p yayılı yükü ile yüklenmesi halinde elastik eğri ile yük arasındaki bağıntıyı veren bünye denklemi, yerel olmayan teoride aşağıdaki gibi ifade edilir (**Şekil 4.3**).

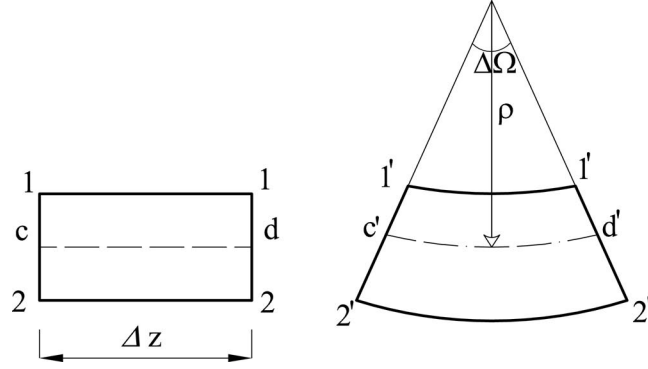
$$p = -EI(v^{IV} + \gamma^2 v^{VI}) \quad (4.3)$$

Bu denklemde p yayılı yük, γ yerel olmayan parametredir.

$$\gamma = e_0 a \quad (4.4)$$

Burada a, iç karakteristik uzunluğu ($a = 4 \times 10^{-8} \text{ cm}$) ve e_0 ise malzeme sabitini ($e_0 = 0.39$) göstermektedir.

Eğrilik ve dönme arasındaki geometrik ilişki, **Şekil 4.2** ten görüldüğü gibi birim uzunlukta geçerlidir [59]. Bu denklemler sadece geometrik koşullar göz önünde tutularak elde edilmiştir.



Şekil 4.2: Şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş eleman

$$\omega = \frac{1}{\rho} = \frac{d\Omega}{dz} \quad (4.5)$$

Potansiyel enerji (π) aşağıda verilen integralle ifade edilebilir.

$$\pi = \int \left\{ \frac{1}{2} M \omega - p v \right\} dz \quad (4.6)$$

Potansiyel enerjinin yerel ve yerel olmayan elastisitedeki ifadesi; momentin (4.1) ve (4.2) denklemleri ile verilen yerel ve yerel olmayan teorideki değerleri (4.6) denkleminde yerleştirilerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\pi_y = \int \left\{ \frac{1}{2} EI v'' v'' - p v \right\} dz \quad (4.7)$$

$$\pi_{yo} = \int \left\{ \frac{1}{2} EI (v'' + \gamma^2 v^{IV}) v'' - p v \right\} dz \quad (4.8)$$

"y" indisi ile yerel teori, "yo" indisi ile de yerel olmayan teori gösterilmektedir. Yerel olmayan teoride, minimum potansiyel enerji prensibi uygulanarak; potansiyel enerjinin varyasyonu hesaplanırsa, aşağıda verilen denklem elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \delta \pi_{yo} = & EI v'' \delta v' \Big|_0^l - EI v''' \delta v \Big|_0^l + \frac{1}{2} EI \gamma^2 \left[v'' \delta v''' \Big|_0^l - v''' \delta v'' \Big|_0^l + 2 v^{IV} \delta v' \Big|_0^l \right. \\ & \left. - 2 v^V \delta v \Big|_0^l \right] + EI \int_0^L [v^{IV} + \gamma^2 v^{VI} - p] \delta v dz = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Potansiyel enerjinin minimum olma ilkesi kullanılarak ilave sınır koşulları elde edilmiştir. Varyasyon hesabında, aşağıda verilen bağıntılar geçerlidir [60].

$$\delta v = \varepsilon \eta(z), \quad \delta v' = \varepsilon \eta'(z), \dots \quad (4.10)$$

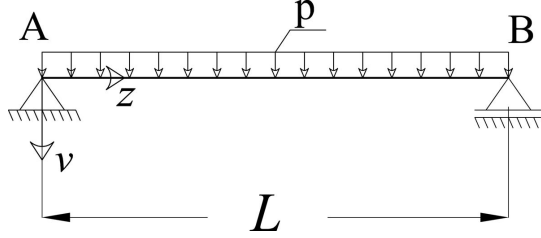
Burada ε küçük bir parametredir, $\eta(z)$ ise $z = 0$ ve $z = L$ aralığında sürekli olan ve uç noktalarında $\eta(0) = 0$ ve $\eta(L) = 0$ koşullarını sağlayan rastgele seçilmiş bir fonksiyondur.

Yerel olmayan teoride (4.9) denkleminin sağlanması için aşağıda verilen sınır koşullarının hepsi sağlanmalıdır.

$$\begin{aligned} a) \quad & v''' = 0 \text{ veya } \delta v = 0 \\ b) \quad & v^V = 0 \text{ veya } \delta v = 0 \\ c) \quad & v'' = 0 \text{ veya } \delta v' = 0 \\ d) \quad & v^{IV} = 0 \text{ veya } \delta v' = 0 \\ e) \quad & v''' = 0 \text{ veya } \delta v'' = 0 \\ f) \quad & v'' = 0 \text{ veya } \delta v''' = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

4.3 Yerel Olmayan Teoride Basit Kirişin Eğilmesi

Bu bölümde, basit mesnetli kirişin eğilmesi yerel olmayan teori çerçevesinde incelenecektir.



Şekil 4.3: Düzgün yayılı yüklü basit mesnetli kiriş.

Şekil 4.3'te görülen düzgün yayılı yüklü basit mesnetli kirişte, $z=0$ ve $z=L$ mesnet noktalarında çökmeler $v(0) = v(L) = 0$ ise çökmenin varyasyonu $\delta v(0) = \delta v(L) = 0$ olur ve (a) da verilen koşul sağlanır. $\delta v(0) = \delta v(L) = 0$ ise (b) koşulu da otomatik olarak sağlanır. Ancak, $v'(0) = v'(L) \neq 0$ ise $\delta v'(0) \neq \delta v'(L) \neq 0$ olacağı **Şekil 4.3'**den açıkça görülmektedir. Bu yüzden (c) ve (d) koşullarının sağlatılması için $v''(0) = v''(L) = 0$ olmalıdır. $v''(0) = 0$ olduğu için $\delta v''(0) = 0$ olur ve (e) koşulu da sağlanmış olur. (f) koşulu ise $v''(0) = 0$ olduğu için otomatik olarak sağlanır.

Dolayısı ile **Şekil 4.3'**te görülen kiriş için 6 sınır koşulu aşağıda verilmektedir.

- 1) $v(0) = 0$
 - 2) $v(L) = 0$
 - 3) $v''(0) = 0$
 - 4) $v''(L) = 0$
 - 5) $v^{IV}(0) = 0$
 - 6) $v^{IV}(L) = 0$
- (4.12)**

(4.3) denkleminin (4.12) ile verilen sınır koşulları altında çözümü ile v çökme eğrisi için yerel olmayan teoride (4.13) ifadesi elde edilmektedir.

$$v_{yo}(z) = \frac{P}{24EI} \left[z(L^3 - 2Lz^2 + z^3) - 24\gamma^4 \sec\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \cos\left(\frac{L-2z}{2\gamma}\right) + 12z\gamma^2(L-z) + 24\gamma^4 \right] \quad (4.13)$$

Aynı sistemin yerel teoride çözülmesi halinde v çökmesi için (4.14) ile verilen ifade elde edilmektedir.

$$v_y(z) = \frac{P}{24EI} [z(L^3 - 2Lz^2 + z^3)] \quad (4.14)$$

(4.13) ifadesinde, yerel olmayan sabit γ sıfıra götürülürse yerel teorideki çökme ifadesi elde edilir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} v_{yo}(z) = v_y(z) \quad (4.15)$$

Şekil 4.1'de görülen basit mesnetli kirişte, $z=0$ ve $z=L$ mesnet noktalarında çökmeler $v(0) = v(L) = 0$ ise çökmenin varyasyonu $\delta v(0) = \delta v(L) = 0$ olur ve (a) da verilen koşul sağlanır. $\delta v(0) = \delta v(L) = 0$ ise (b) koşulu da otomatik olarak sağlanır. Ancak, $v'(0) = v'(L) \neq 0$ ise $\delta v'(0) \neq \delta v'(L) \neq 0$ olacağı **Şekil 4.1**'den açıkça görülmektedir. Bu yüzden (c) ve (d) koşullarının sağlatılamaz. Bu uçlarda koşullar dışarıdan verilmektedir. (e) koşulunun sağlanması için $v'''(0) = 0$ olur. Bu nedenle $\delta v'''(0) = 0$ 'dır. Böylece (e) ve (f) koşulları sağlanmış olur.

İki ucundan tekil momentle yüklü basit kirişte yerel olmayan teoride sınır koşulları toplu olarak aşağıda verilmektedir.

- 1) $v(0) = 0$
 - 2) $v(L) = 0$
 - 3) $v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) = -\frac{M_i}{EI}$
 - 4) $v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) = \frac{M_j}{EI}$
 - 5) $v'''(0) = 0$
 - 6) $v'''(L) = 0$
- (4.16)

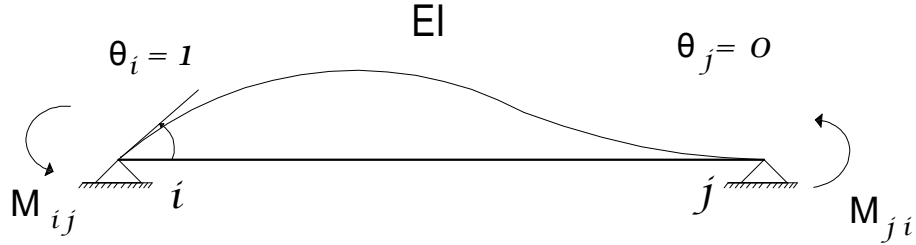
5. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTEDE BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİ

Dış yükler yok iken düğüm noktalarının birim yerdeğıştirmelerinden dolayı çubukların uçlarında meydana gelen uç kuvvetleri, birim yerdeğıştirme sabitleri adını alır.

Bu bölümde; birim yerdeğıştirme sabitleri (4.3) ile verilen bünye denklemi uygun sınır koşulları altında çözümlenerek yerel olmayan teoride yeniden elde edilmektedir. İki ucu ankastre ve bir ucu mafsallı bir ucu ankastre doğru eksenli prizmatik çubuklar yerel olmayan teori çerçevesinde incelenmekte ve elde edilen birim yerdeğıştirme sabitleri, klasik teorideki birim yerdeğıştirme sabitleri ile karşılaştırılmaktadır.

5.1 İki Ucu Ankastre Çubukta Birim Yerdeğıştirme Sabitleri

5.1.1 İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $m_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğıştirme sabitleri



Şekil 5.1: İki ucu ankastre çubuk $\Theta_i = 1$ durumu.

Bilindiği gibi $m_{i\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğıştirme sabiti, j ucunda yerdeğıştirmeler sıfır iken i ucunun sadece 1 birim dönebilmesi için i ucuna uygulanması gereken momenttir [42, 46]. Şekil 5.1'den görüldüğü gibi; iki ucu ankastre çubuğun i ucunun 1 birim dönmesi halinde i ve j uçlarında M_{ij} ve M_{ji} momentleri oluşmaktadır. Yerel olmayan elastisite teorisinde, bünye denklemi aşağıda verilmektedir.

$$EI(v^{IV}(0) + \gamma^2 v^{VI}(0)) = -p \quad (5.1)$$

Şekil 5.1'de görülen çubukta yayılı yük yoktur ve bünye denkleminde $p = 0$ 'dır. Bölüm 4.3 te yerel olmayan elastisitede çubuğun elastik eğri ifadesi, (4.13) denklemi ile elde edilmektedir. Klasik haldeki sınır koşulları $v(0) = 0$ ve $v(L) = 0$ ise $\delta v(0) = 0$ ve $\delta v(L) = 0$ olur. Böylece (a) ve (b) koşulları sağlanmış olur. (c) ve (d) koşulları dışarıdan verildiği için sağlatılamaz. $v'''(0) = v'''(L) = 0$ olması halinde $\delta v'''(0) = \delta v'''(L) = 0$ olur ve (e), (f) koşulları sağlanmış olur. Bölüm 4.3'te (4.9) denklemi ile verilen potansiyel enerjinin varyasyonu ifadesinin tam olarak sağlanması için (4.11) denklemi ile verilen koşulların tamamı sağlanmalıdır.

İki ucu ankastre çubukta, çubuğun $z = 0$ ve $z = L$ mesnet noktalarına M_{ij} ve M_{ji} momentleri yerleştirilmekte ve bu uç noktalarda sınır koşulları dışarıdan verilmektedir. Bu koşulların yerel olmayan teoride ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= -\frac{M_{ij}}{EI} \\ v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI} \end{aligned} \quad (5.2)$$

(5.2) denkleminde görüldüğü gibi $v''(0) \neq 0$, $v^{IV}(0) \neq 0$, $v''(L) \neq 0$ ve $v^{IV}(L) \neq 0$ 'dır. Topluca sınır koşulları aşağıdaki gibi yazılmaktadır. v'' ve v^{IV} ile ilgili koşul dışarıdan verildiği için (4.11) bağıntılarındaki (c) ve (d) koşullarını sağlamak olanaksızdır. Diğer koşulların sağlanması için aşağıdaki koşullar gereklidir.

$$\begin{aligned} 1) \quad v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= -\frac{M_{ij}}{EI} \\ 2) \quad v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI} \\ 3) \quad v(0) &= 0 \\ 4) \quad v(L) &= 0 \\ 5) \quad v'''(0) &= 0 \\ 6) \quad v'''(L) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

(5.3) denklemi ile verilen sınır koşulları altında, (5.1) denklemi çözülürse yerel olmayan teoride iki ucu ankastre çubuklarda elastik eğri ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
v_{yo}(z) = & \left[M_{ij} \left(2L^3 z - 3L^2 z^2 + Lz^3 + 6L\gamma^3 \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12z\gamma^3 \right. \right. \\
& * \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& * \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \left. \right) \\
& + M_{ji} \left(\left(-L^3 z + Lz^3 + 6L\gamma^3 \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12z\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
& - 6z\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& - 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \left. \right) \left. \right] \\
& / [6EIL^2] \tag{5.4}
\end{aligned}$$

Yukarıda verilen bağıntıda, M_{ij} ve M_{ji} momentleri bilinmeyenlerdir ve (5.4) ile verilen $v_{yo}(z)$ ifadesi aşağıda verilen sınır koşulları altında çözülerek M_{ij} ve M_{ji} değerleri elde edilmektedir (Şekil 5.1).

$$\Theta_i = v'(0) = 1, \quad \Theta_j = v'(L) = 0 \tag{5.5}$$

Bu ifadelerde M_{ij} , i ucunu birim döndürmek için i ucuna uygulanması gereken momenti yani $m_{i\Theta_i}$ 'yi, M_{ji} ise i ucunu birim döndürmek için j ucuna uygulanması gereken momenti yani $m_{j\Theta_i}$ 'yi ifade etmektedir. $m_{i\Theta_i}$ birim yerdeğiştirme sabitinin yerel olmayan haldeki ifadesi (5.6), $m_{j\Theta_i}$ birim yerdeğiştirme sabitinin yerel olmayan ifadesi ise (5.7) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
m_{i\Theta_i(yo)} = & \left[4EI \left(L^3 - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
& - 3\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \left. \right) \left. \right] / \left[L \left(L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
& + 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& + 12L\gamma^2 \left. \right) \left. \right] \tag{5.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{j\Theta_{i(yo)}} &= \left[2EI \left(L^3 + 6\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
&+ \left. 6\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6L\gamma^2 \right) \Big] / \left[\left(L \left(L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \right. \\
&+ \left. 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&+ \left. \left. \left. 12L\gamma^2 \right) \right) \right] \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Bu bağıntılarda, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $m_{i\Theta_{i(y)}}$ ve $m_{j\Theta_{i(y)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri elde edilmektedir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{i\Theta_{i(yo)}} = m_{i\Theta_{i(y)}} = 4EI/L \quad (5.8)$$

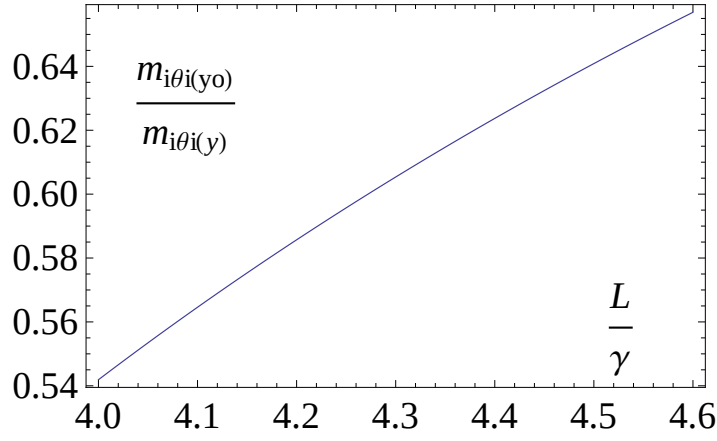
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{j\Theta_{i(yo)}} = m_{j\Theta_{i(y)}} = 2EI/L \quad (5.9)$$

Yerel teoride, iki ucu ankastre prizmatik çubuklarda i ucundaki birim dönmeden i ve j uçlarında oluşan moment, (5.8) denkleminde görüldüğü gibi $4EI/L$ 'dir. Yerel olmayan teoride (5.7) denklemi ile bulunan $m_{i\Theta_{i(yo)}}$ değerlerinin yerel teoride bulunan değerlere oranı (5.10) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{m_{i\Theta_{i(yo)}}}{m_{i\Theta_{i(y)}}} &= \left[L^3 - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&- \left. 3\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right) \Big] / \left[L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&+ \left. 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&+ \left. \left. 12L\gamma^2 \right) \right] \quad (5.10)
\end{aligned}$$

Bu bağıntı, çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıklarla hesaplanmakta ve bu oranların L/γ ile değişimi **Şekil 5.2**'de verilmektedir.

L Çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için $\frac{m_{i\Theta_{i(yo)}}}{m_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranları **Çizelge 5.1**, **Çizelge 5.2**, **Çizelge 5.3** ve **Çizelge 5.4** ile verilmektedir.



Şekil 5.2: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çizelge 5.1: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$	0.5419	0.7120	0.8059	0.8654	0.9118	1.0034	0.8744	0.9214

Çizelge 5.2: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$	0.9397	0.9519	0.9618	0.9753	0.9402	0.9656	0.9719	0.9761

Çizelge 5.3: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$	0.9795	0.9836	0.7389	0.9808	0.9839	0.9858	0.9874	0.9891

Çizelge 5.4: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

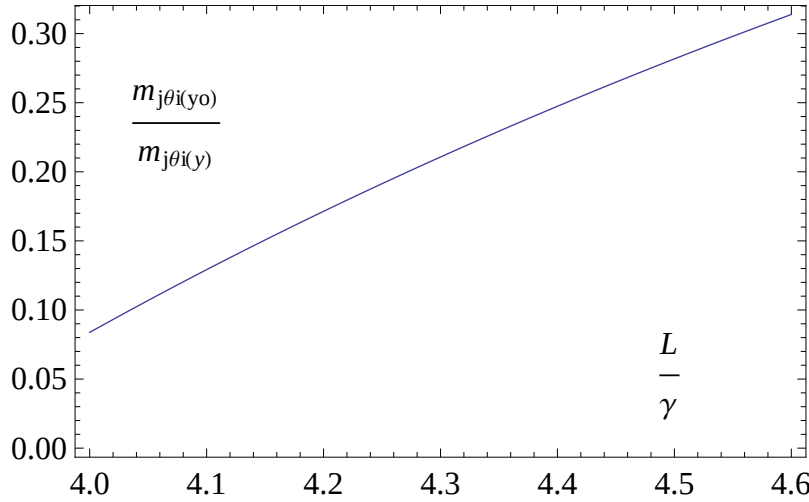
$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{m_{i\Theta i(yo)}}{m_{i\Theta i(y)}}$	0.9945	0.9876	0.9896	0.9906	0.9915	0.9923	0.9939	0.9909

Şekil 5.2'den görüldüğü gibi L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasında, yerel olmayan teoride elde edilen $m_{i\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirmesi yerel teoride elde edilen $m_{i\Theta_{i(y)}}$ birim yerdeğiştirme sabitinin 0.54 ile 0.68 katı kadardır. Bu da yerel olmayan teoride birim yerdeğiştirme sabitlerinin, nanometre boyutlarında önemli ölçüde küçüldüğünü göstermektedir. Çubuk boyu büyüdükçe bu oranın bire yakınsadığı görülmektedir.

Yerel elastisite teorisinde, (5.9) denkleminde görüldüğü gibi $m_{j\Theta_{i(y)}} = 2EI/L$ 'dir. Yerel olmayan teorideki değerin yerel teorideki değere oranı (5.11) bağıntısı ile verilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}} = & \left[L^3 + 6\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\ & + \left. 6\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6L\gamma^2 \right] / \left[L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\ & + \left. 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\ & + \left. 12L\gamma^2 \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

Bu bağıntı çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıklarla hesaplanmakta ve bu oranların L/γ ile değişimi **Şekil 5.3'**te verilmektedir.



Şekil 5.3: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranları **Çizelge 5.5**, **Çizelge 5.6**, **Çizelge 5.7** ve **Çizelge 5.8** ile verilmektedir.

Çizelge 5.5: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$	0.0838	0.4240	0.6118	0.7308	0.8237	1.0068	0.7488	0.8427

Çizelge 5.6: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$	0.8795	0.9037	0.9337	0.9506	0.8803	0.9313	0.9438	0.9521

Çizelge 5.7: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$	0.9591	0.9671	0.4778	0.9616	0.9678	0.9716	0.9748	0.9781

Çizelge 5.8: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{m_{j\Theta_{i(yo)}}}{m_{j\Theta_{i(y)}}}$	0.9890	0.9751	0.9791	0.9813	0.9829	0.9847	0.9877	0.9818

5.1.2 İki ucu ankastre çubuklarda $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $t_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri

Şekil 5.1'de verilen çubukta $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $t_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri, i ucundaki birim açısal yerdeğiştirmeden i ve j uçlarında oluşan kesme kuvvetleridir. (5.6) ve (5.7) denklemleri (5.12) çubuk denge denkleminde yerine koyularak $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $t_{j\Theta_{i(yo)}}$ değerleri hesaplanmaktadır. (5.13). denklemi ile bulunan $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ değerlerinin, yerel elastisitede bulunan değerlerine oranı (5.15) denklemi ile verilmektedir.

$$t_{i\Theta_{i(yo)}} = \frac{[m_{i\Theta_{i(yo)}} + m_{j\Theta_{i(yo)}}]}{L} \quad (5.12)$$

$$t_{i\Theta_{i(yo)}} = \frac{6EIL}{\left[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2 \right]} \quad (5.13)$$

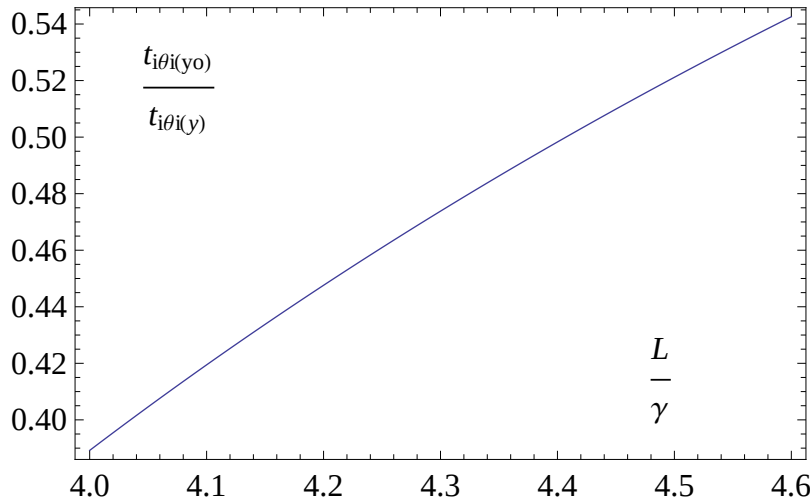
Ayrıca bu bağıntılarda, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki birim yerdeğiştirme sabitleri elde edilmektedir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} t_{i\Theta_{i(yo)}} = t_{i\Theta_{i(y)}} = 6EI/L^2 \quad (5.14)$$

Yerel elastisitede i ucundaki birim dönmeden i ve j uçlarında oluşan kesme kuvvetleri $6EI/L^2$ 'dir. Yerel olmayan elastisitede (5.13) denklemi ile bulunan $t_{i\Theta_{i(yo)}}$ değerlerinin, yerel elastisitede bulunan değerlerine oranı (5.15) denklemi ile verilmektedir.

$$\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}} = \frac{L^3}{\left[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2 \right]} \quad (5.15)$$

$\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranları, çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri 0.01γ aralıklarla hesaplanarak Şekil 5.4'te verilmektedir.



Şekil 5.4: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için $\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranları, Çizelge 5.9, Çizelge 5.10, Çizelge 5.11, ve Çizelge 5.12 ile verilmektedir.

Çizelge 5.9: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{t_{i\Theta_{i(yo)}}}{t_{i\Theta_{i(y)}}}$	0.3892	0.6160	0.7412	0.8206	0.8824	1.0045	0.8325	0.8952

Çizelge 5.10: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$	0.9196	0.9358	0.9491	0.9670	0.9202	0.9542	0.9626	0.9681

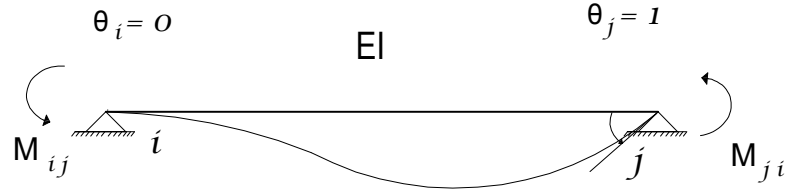
Çizelge 5.11: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$	0.9727	0.9781	0.6519	0.9744	0.9785	0.9811	0.9832	0.9854

Çizelge 5.12: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{t_i \Theta_{i(yo)}}{t_i \Theta_{i(y)}}$	0.9927	0.9834	0.9861	0.9875	0.9886	0.9897	0.9918	0.9879

5.1.3 İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\Theta_j(yo)}$ ve $m_{j\Theta_i(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri



Şekil 5.5: İki ucu ankastre çubukta $\Theta_j = 1$ durumu

Şekil 5.5'te verilen j ucunda 1 birimlik açısal yerdeğiştirme oluşması için (5.4) bağıntısıyla verilen $v_{yo}(z)$ ifadesi aşağıda verilen sınır koşulları altında çözülmektedir.

$$v'(0) = 0, \quad v'(L) = 1$$

Bu ifade de bilinmeyen M_{ij} ve M_{ji} momentleri, $m_{i\Theta_j(yo)}$ ve $m_{j\Theta_i(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin yerel olmayan teorideki ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
m_{i\Theta_{j(yo)}} &= \left[2EI \left(L^3 + 6\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
&+ \left. 6\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6L\gamma^2 \right) \Big] / \left[\left(L \left(L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \right. \\
&+ \left. 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&+ \left. \left. \left. 12L\gamma^2 \right) \right) \right] \quad (5.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{j\Theta_{j(yo)}} &= \left[4EI \left(L^3 - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
&- \left. 3\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right) \Big] / \left[L \left(L^3 - 12\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
&+ \left. 24\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 12\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\
&+ \left. \left. 12L\gamma^2 \right) \right] \quad (5.17)
\end{aligned}$$

Bu bağıntılarda yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, $m_{i\Theta_{j(yo)}}$ ve $m_{j\Theta_{j(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri için yerel teorideki değerler elde edilir.

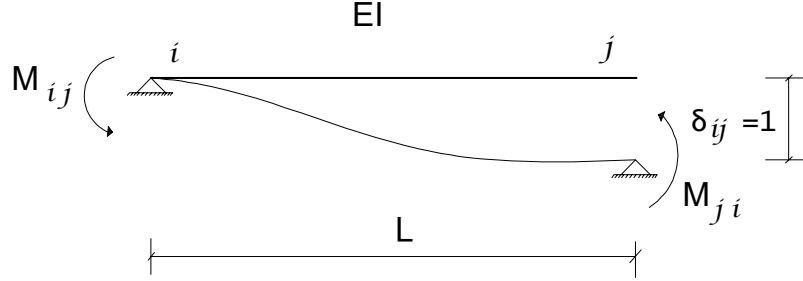
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{i\Theta_{j(yo)}} = m_{i\Theta_{j(y)}} = 2EI/L \quad (5.18)$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{j\Theta_{j(yo)}} = m_{j\Theta_{j(y)}} = 4EI/L \quad (5.19)$$

Yerel olmayan elastisite teorisinde yapılan çözümler, yerel teoride olduğu gibi Betti Karşılıklı teoremi ile uyum sağlamakta ve (5.6), (5.7), (5.16) ve (5.17) denklemlerinden açıkça görülmektedir.

$$\begin{aligned}
m_{i\Theta_{j(yo)}} &= m_{j\Theta_{i(yo)}} \\
t_{i\Theta_{i(yo)}} &= t_{j\Theta_{i(yo)}} \\
t_{i\Theta_{j(yo)}} &= t_{j\Theta_{j(yo)}} \quad (5.20)
\end{aligned}$$

5.1.4 İki ucu ankastre çubuklarda $m_{i\delta(y_0)}$ ve $m_{j\delta(y_0)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri



Şekil 5.6: İki ucu ankastre çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.

Burada $m_{i\delta(y_0)}$ ve $m_{j\delta(y_0)}$ sabitleri, iki ucu ankastre çubukta j ucunda 1 birimlik bir çökme oluşması için i ve j uçlarına uygulanması gereken momenti ifade etmektedir.

Şekil 5.6'da verilen $\delta_{ij} = 1$ durumunda, aşağıda verilen bünye denkleminde dış yük sıfırdır ve yerel olmayan teorideki sınır koşulları (5.22) denklemi ile verilmektedir.

$$v^{IV}(z) + \gamma^2 v^{VI}(z) = 0 \quad (5.21)$$

Bu durumda sınırlarda $v' \neq 0$, $v'' \neq 0$ ve $v^{IV} \neq 0$ 'dır. Dolayısı ile (4.11)'daki (b), (c), (d) koşullarını sağlamak olanaksızdır. v''' 'nün sınırlarda sıfır olması halinde (4.11)'daki (a), (e) ve (f) koşulları otomatik olarak sağlanır.

$$\begin{aligned} 1) \quad v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= -\frac{M_{ij}}{EI} \\ 2) \quad v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI} \\ 3) \quad v(0) &= 0 \\ 4) \quad v(L) &= 1 \\ 5) \quad v'''(0) &= 0 \\ 6) \quad v'''(L) &= 0 \end{aligned} \quad (5.22)$$

Bu koşullar altında bünye denklemi çözülerek, iki ucu ankastre çubuklarda j ucunun 1 birim çökmesi halinde çubuğun her iki ucuna etkiyen momentler nedeniyle yerel olmayan halde elastik eğri için $v_{yo}(z)$ ifadesi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
v_{yo}(z) = & \left[M_{ij} \left(Lz + 2L^3z - 3L^2z^2 + Lz^3 + 6L\gamma^3 \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \right. \\
& - 6z\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12z\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& * \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) \\
& - 6L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \left. \right) + M_{ji} (-L^3z + Lz^3 + 6L\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12z\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& + 6L\cot L\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{L}{\gamma} + 12z\gamma^3 \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 6z\gamma^3 \csc\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 6L\gamma^3 * \cot\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\
& * \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) \left. \right] / [6EI]
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Bu ifadedeki bilinmeyen M_{ij} ve M_{ji} momentleri ise (5.24) ile verilen sınır koşulları altında çözülerek elde edilmektedir.

$$v'(0) = 0, \quad v'(L) = 0 \tag{5.24}$$

Burada M_{ij} momenti, j ucunda 1 birimlik çökme oluşturmak için i ucuna uygulanması gereken momenti yani $m_{i\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitini, M_{ji} momenti ise j ucunda 1 birimlik çökme oluşturmak için j ucuna uygulanması gereken momenti yani $m_{j\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitini ifade etmektedir.

$$m_{i\delta(yo)} = \frac{[6EIL]}{\left[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2 \right]} \tag{5.25}$$

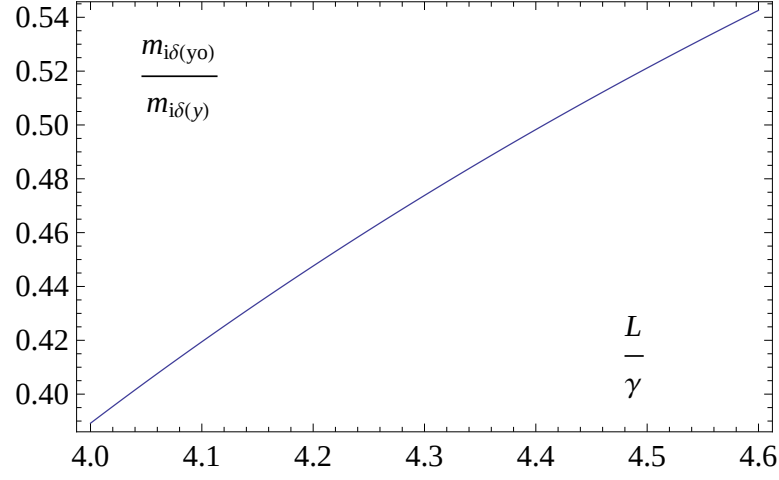
Bu bağıntılarda, yerel olmayan parametre γ , sıfıra götürülürse yerel haldeki birim yerdeğiştirme sabitleri elde edilir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{i\delta(yo)} = m_{i\delta(y)} = 6EI/L^2 \tag{5.26}$$

Yerel olmayan teoride bulunan $m_{i\delta(yo)}$ değerlerinin yerel elastisite teorisindeki $m_{i\delta(y)}$ değerlerine oranları (5.27) bağıntısı ile ifade edilmektedir.

$$\frac{m_{i\delta(yo)}}{m_{i\delta(y)}} = \frac{[L^3]}{\left[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2 \right]} \tag{5.27}$$

Bu oranlar, L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıkla hesaplanarak sonuçlar **Şekil 5.7**'de verilmektedir.



Şekil 5.7: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için $\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranları γ aralıkla **Çizelge 5.13**, **Çizelge 5.14**, **Çizelge 5.15** ve **Çizelge 5.16** ile verilmektedir.

Çizelge 5.13: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$	0.3892	0.6160	0.7412	0.8206	0.8824	1.0045	0.8325	0.8952

Çizelge 5.14: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$	0.9196	0.9358	0.9491	0.9670	0.9202	0.9542	0.9626	0.9681

Çizelge 5.15: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{m_{i\delta(y_0)}}{m_{i\delta(y)}}$	0.9727	0.9781	0.6519	0.9744	0.9785	0.9811	0.9832	0.9854

Çizelge 5.16: İki ucu ankastre çubukta $\frac{m_{i\delta(yo)}}{m_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{m_{i\delta(yo)}}{m_{i\delta(y)}}$	0.9927	0.9834	0.9861	0.9875	0.9886	0.9897	0.9918	0.9879

Görüldüğü gibi bu değerler, yerel elastisitede bulunan değerlerden oldukça küçüktür ve $L = 4\gamma$ için $m_{i\delta(yo)} = 0.3892 m_{i\delta(y)}$ 'dir. İki ucu ankastre doğru eksenli prizmatik çubuklarda $m_{i\delta(yo)}$ değeri, yerel elastisitede olduğu gibi denge denklemleri ile bulunan $t_{i\Theta(yo)}$ değerine eşittir. i ucundaki birim çökmeden j ucunda oluşan moment $m_{j\delta(yo)} = m_{i\delta(yo)}$ 'dir.

Betti Karşılıklı Teoremi burada da geçerlidir ve i ucunun 1 birim çökmesi halinde birim yerdeğiştirme sabitleri için aynı değerler bulunur.

5.1.5 İki ucu ankastre çubuklarda $t_{i\delta(yo)}$ ve $t_{j\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri

Şekil 5.1'de verilen çubukta $t_{i\delta(yo)}$ ve $t_{j\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri, i ucundaki birim çökmeden i ve j uçlarında oluşan kesme kuvvetleridir.

$t_{i\delta(yo)}$ değeri ise, (5.28) çubuk denge denkleminde (5.25)'deki değerler yerine koyularak elde edilmektedir.

$$t_{i\delta(yo)} = \frac{[m_{i\delta(yo)} + m_{j\delta(yo)}]}{L} \quad (5.28)$$

$$t_{i\delta(yo)} = \frac{[12EI]}{\left[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2 \right]} \quad (5.29)$$

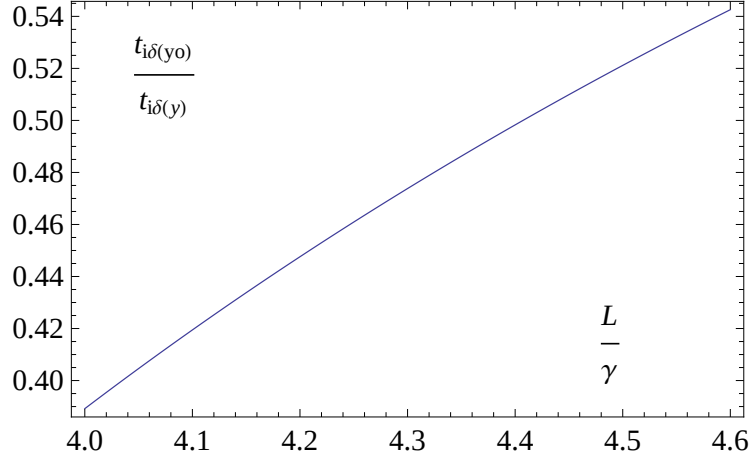
(5.29) denkleminde yerel olmayan sabit γ sıfıra götürülürse, yerel teorideki değerler elde edilir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} t_{i\delta(yo)} = t_{j\delta(y)} = 12EI/L^3 \quad (5.30)$$

(5.29) denklemi ile bulunan $t_{i\delta(yo)}$ değerlerinin yerel elastisitede bulunan $t_{i\delta(y)}$ değerlerine oranı (5.31) bağıntısı ile verilmektedir.

$$\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}} = \frac{[L^3]}{[L^3 - 24\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 12L\gamma^2]} \quad (5.31)$$

Bu oranlar, $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için bu oranlar 0.01γ aralıklarla hesaplanarak **Şekil 5.8**'de verilmektedir.



Şekil 5.8: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

İki ucu ankastre çubuklarda $\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri ise **Çizelge 5.17**, **Çizelge 5.18**, **Çizelge 5.19** ve **Çizelge 5.20** ile verilmektedir.

Çizelge 5.17: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.3892	0.6160	0.7412	0.8206	0.8824	1.0045	0.8325	0.8952

Çizelge 5.18: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9196	0.9358	0.9491	0.9670	0.9202	0.9542	0.9626	0.9681

Çizelge 5.19: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{t_{i\delta(y_0)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9727	0.9781	0.6519	0.9744	0.9785	0.9811	0.9832	0.9854

Çizelge 5.20: İki ucu ankastre çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9927	0.9834	0.9861	0.9875	0.9886	0.9897	0.9918	0.9879

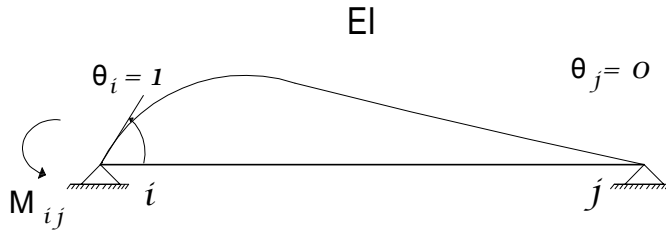
Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ değeri için yerel olmayan elastisite ile hesaplanan birim yerdeğiştirme sabitleri $m_{i\Theta_i(yo)} = 0.5419 m_{i\Theta_i(y)}$, $m_{j\Theta_i(yo)} = 0.0838 m_{j\Theta_i(y)}$, $t_{i\Theta_i(yo)} = 0.3892 t_{i\Theta_i(y)}$, $m_{i\delta(yo)} = 0.3892 m_{i\delta(y)}$ ve $t_{i\delta(yo)} = 0.3892 t_{i\delta(y)}$ olarak hesaplanmıştır. Bu değerler, nanometre boyutlarındaki elemanlarda yerel olmayan elastisite ile yapılan hesapların önemini vurgulanmaktadır. L çubuk boyunun 35γ ve üzeri değerlerinde bu fark oldukça azalmaktadır.

Ayrıca çizelge ve grafiklerden görüldüğü gibi, Betti karşılıklı teoremi gereği aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir.

$$\frac{m_{i\delta(yo)}}{m_{i\delta(y)}} = \frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}} = \frac{t_{i\Theta_i(yo)}}{t_{i\Theta_i(y)}} \quad (5.32)$$

5.2 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklarda Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

5.2.1 j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{i\Theta_i(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabı



Şekil 5.9: Bir ucu mafsallı çubukta $\Theta_i = 1$ durumu.

Şekil 5.9’da verilen j ucu mafsallı çubukta, i ucu 1 birim dönmekte ve bu dönmeden çubuğun uçlarında oluşan uç kuvvetleri görülmektedir. $\bar{m}_{i\Theta_i(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabiti i, ucu ankastre j ucu mafsallı çubukta i ucunun $\Theta_i = 1$ birim dönmesi halinde i ucuna uygulanması gereken momenttir.

Bünye denkleminde **Şekil 5.9**'dan açıkça görüldüğü gibi dış yükler yoktur ve p sıfır olmaktadır (**5.33**).

$$EI [v^{IV}(0) + \gamma^2 v^{VI}(0)] = 0 \quad (5.33)$$

Çubuğun i ucuna $z = 0$ noktasında dışarıdan bir moment (M_{ij}) yerleştirilmekte, bu uçta sınır koşulu dışarıdan verilmektedir ve bu koşul (**5.34**) ile ifade edilmektedir.

$$v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) = - \frac{M_{ij}}{EI} \quad (5.34)$$

(**4.11**) ifadesinde, mesnetlerde çökmeler $v(0) = v(L) = 0$ olması nedeniyle çökmenin varyasyonu $\delta v(0) = \delta v(L) = 0$ 'dır, böylece (a) ve (b) koşulları sağlanmaktadır. (c) ve (d) koşulları $z = 0$ ucunda dışarıdan koşul verildiği için sağlatılamaz ve bu uçta $v'(0) \neq 0$ ve $\delta v'(0) \neq 0$ olur. $z = L$ ucunda $v'(L) \neq 0$ ve $\delta v'(L) \neq 0$ olur ve buradan $v''(L) = 0$ ve $v^{IV}(L) = 0$ koşullarına ulaşılmakta, böylece (c) ve (d) koşulları $z = L$ ucunda sağlanmaktadır. $v''(L) = 0$ ise $\delta v''(L) = 0$ olmakta ve (e), (f) koşulları da sağlanmaktadır.

Yerel olmayan teoride j ucu mafsallı çubuklarda sınır koşulları, topluca aşağıda verilmekte ve (**4.11**) bağıntıları, bu koşullar altında sağlanmaktadır.

$$\begin{aligned} 1) \quad & v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) = - \frac{M_{ij}}{EI} \\ 2) \quad & v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) = 0 \\ 3) \quad & v(0) = 0 \\ 4) \quad & v(L) = 0 \\ 5) \quad & v'''(0) = 0 \\ 6) \quad & v^{IV}(L) = 0 \end{aligned} \quad (5.35)$$

Verilen bu koşullar altında, bünye denkleminin çözülerek $v_{yo}(z)$ ifadesi için (**5.36**) bağıntısı elde edilmektedir.

$$v_{yo}(z) = \left[M_{ij} \left(Lz(2L^2 - 3Lz + z^2) + 6\gamma^3 \left(L \sin \left(\frac{z}{\gamma} \right) - \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. * \left(L \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) - L + z \right) \right) \right] / [6EIL^2] \quad (5.36)$$

Bu denklemde M_{ij} moment ifadesi, j ucu mafsallı çubukta i ucu bir birim döndüğünde i ucunda oluşacak momenti yani $\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitini ifade etmektedir.

$v_{yo}(z)$ elastik eğrisini ifade eden (5.36) denklemi, i ucunun bir birim dönmesi halinde, $v'(0) = 1$ sınır koşulu altında çözülerek $\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}$ değeri elde edilmektedir.

$$\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}} = \frac{[3EIL^2]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 3L\gamma^2 \right]} \quad (5.37)$$

Ayrıca, bu bağıntıda, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, yerel elastisite teorisindeki birim yerdeğiştirme sabiti elde edilmektedir.

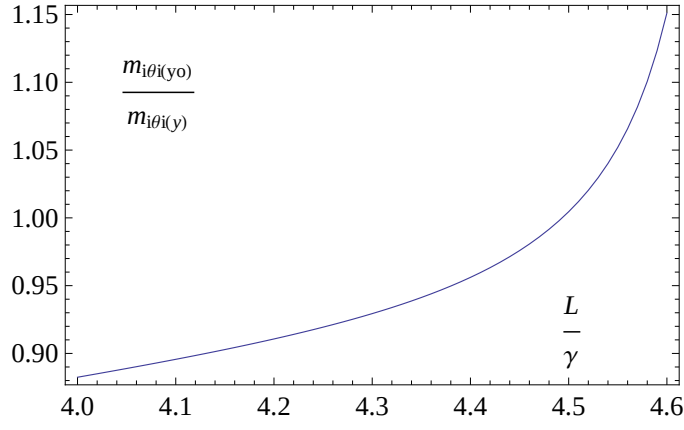
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}} = \bar{m}_{i\Theta_{i(y)}} = 3EI/L \quad (5.38)$$

(5.38) denkleminde görüldüğü gibi yerel teoride, i ucu birim döndüğünde i ucunda oluşan moment bir ucu mafsallı prizmatik çubuklarda $3EI/L$ 'dir. Yerel olmayan teoride bulunan değerlerin, yerel elastisitede bulunan değerlere oranı (5.39) bağıntısı ile ifade edilmektedir.

$$\frac{\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}}{\bar{m}_{i\Theta_{i(y)}}} = \frac{[L^3]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 3L\gamma^2 \right]} \quad (5.39)$$

Bu bağıntı, çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıklarla hesaplanmakta ve sonuçlar **Şekil 5.10** ile verilmektedir.

Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için birim yerdeğiştirme sabitleri oranı ise γ aralıklarla hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge 5.21**, **Çizelge 5.22**, **Çizelge 5.23** ve **Çizelge 5.24**'te verilmektedir.



Şekil 5.10: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çizelge 5.21: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$	0.8824	0.8325	0.9196	0.9491	0.9202	0.9626	0.9727	0.6519

Çizelge 5.22: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$	0.9785	0.9832	0.9927	0.9861	0.9886	0.9918	0.9903	0.9918

Çizelge 5.23: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$	0.9934	0.9928	0.9938	0.9947	0.9944	0.9952	0.9958	0.9954

Çizelge 5.24: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\bar{m}_{i\Theta i(yo)}}{\bar{m}_{i\Theta i(y)}}$	0.9945	0.9962	0.9966	0.9968	0.9971	0.9910	0.9974	0.9976

Şekil 5.10'dan görüldüğü gibi L çubuk boyunun 4γ değeri için $\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}} = 0.8824 \bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}$ olarak bulunmuştur. Bu değer, bir ucu mafsallı çubuklarda yerel olmayan teoride hesap yapmanın önemini göstermektedir. Yerel olmayan teoride elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri çubuk boyunun çok küçük değerleri için önemli ölçüde azalmaktadır. Çubuk boyu büyüdükçe bu etki azalmakta ve $\frac{\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}}{\bar{m}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranları 1'e yakınsamaktadır.

5.2.2 j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}$ ve $\bar{t}_{j\Theta_{i(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitleri

Şekil 5.9'da görülen j ucu mafsallı çubukta, i ucundaki birim dönmeden i ve j uçlarında oluşan kesme kuvvetleri $\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}$, $\bar{t}_{j\Theta_{i(yo)}}$ değerleri, çubuk denge denklemleri ile bulunmaktadır.

$$\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}} = \frac{\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}}{L} \quad (5.40)$$

(5.40) ile verilen denge denkleminde, (5.37) denklemi ile verilen $\bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}}$ değeri yerine koyularak $\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}$ değeri elde edilmektedir.

$$\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}} = \frac{[3EIL]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2\right]} \quad (5.41)$$

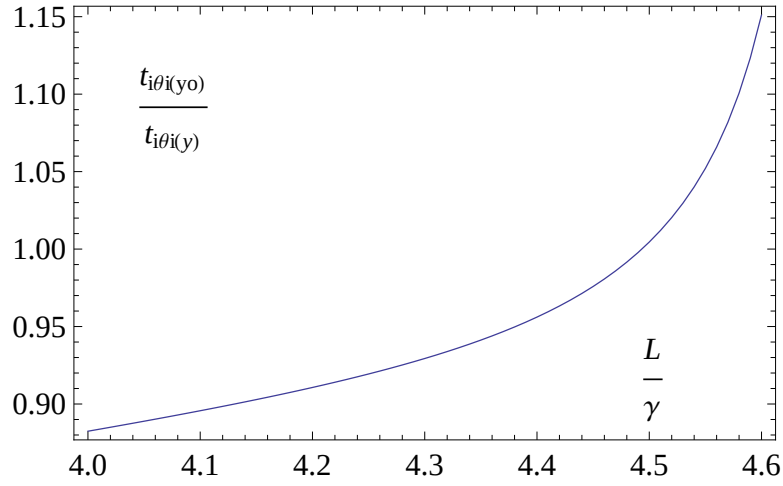
Bu bağıntıda yerel olmayan parametre γ sıfıra giderse yerel teorideki birim yerdeğiştirme sabiti elde edilmektedir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}} = \bar{t}_{i\Theta_{i(y)}} = 3EI/L^2 \quad (5.42)$$

Yerel olmayan teoride bulunan $\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}$ kesme kuvvetinin yerel teorideki $\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}$ kesme kuvvetine oranı aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}} = \frac{[L^3]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2\right]} \quad (5.43)$$

Bu bağıntı çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için 0.01 γ aralıklarla hesaplanmakta ve bu oranların L/γ ile değişimi **Şekil 5.11**'de verilmektedir.



Şekil 5.11: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için γ aralıklı hesaplanmakta ve bu oranların L/γ ile değişimi **Çizelge 5.25**, **Çizelge 5.26**, **Çizelge 5.27** ve **Çizelge 5.28**'de verilmektedir.

Çizelge 5.25: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$	0.8824	0.8325	0.9196	0.9491	0.9202	0.9626	0.9727	0.6519

Çizelge 5.26: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$	0.9785	0.9832	0.9927	0.9861	0.9886	0.9918	0.9903	0.9918

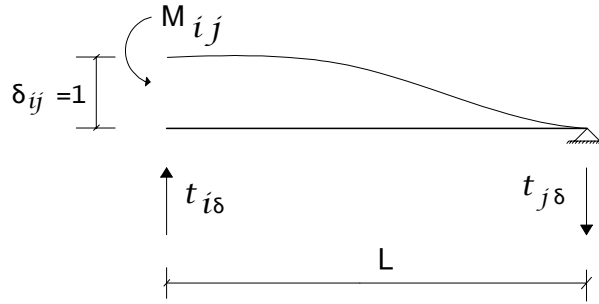
Çizelge 5.27: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(y_0)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$	0.9934	0.9928	0.9938	0.9947	0.9944	0.9952	0.9958	0.9954

Çizelge 5.28: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\bar{t}_{i\Theta_{i(yo)}}}{\bar{t}_{i\Theta_{i(y)}}}$	0.9945	0.9962	0.9966	0.9968	0.9971	0.9910	0.9974	0.9976

5.2.3 j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{i\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri



Şekil 5.12: j ucu mafsallı çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumu.

Şekil 5.12’de verilen j ucu mafsallı çubukta $\delta_{ij} = 1$ durumunda, dış yük yoktur ve bünye denkleminde p sıfır olmaktadır.

$$EI[v^{IV}(z)] + \gamma^2 v^{VI}(z) = 0 \quad (5.44)$$

(4.11) denklemlerine i ucu için bakalım. $\delta v = \varepsilon \eta(z)$ denkleminde $\eta(z)$, sınırlarda v ile aynı koşulları sağlayan bir fonksiyondur. Şekil 5.12’de verilen çubukta $v(0) = 1$ ve $\eta(0) = 1$ ’dir. $\delta v(0) = \varepsilon \eta(0) = \varepsilon \cong 0$ denkleminde ε çok küçük bir parametredir. (4.11) denkleminde i ucunda $z = 0$ noktasında ε sıfıra giderken (a) ve (b) koşullarının sağlandığını kabul edebiliriz. v'' ve v^{IV} ile ilgili koşullar, i ucunda dışarıdan verildiği için (c) ve (d) koşullarını sağlatamayız. $v''' = 0$ seçersek $\delta v''' = 0$ olur. j ucunda $v = v'' = v^{IV} = 0$ olduğu için $\delta v = \delta v'' = \delta v^{IV} = 0$ olur. Böylece (4.11) denkleminde (a), (b), (c), (d), (e) ve (f) koşulları da sağlanmış olur.

Yerel olmayan teoride j ucu mafsallı çubukta, i ucunda $\delta_{ij} = 1$ durumu için sınır koşulları (5.45) denklemi ile toplu olarak verilmektedir.

$$\begin{aligned}
1) \quad v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= -\frac{M_{ij}}{EI} \\
2) \quad v^{IV}(L) &= 0 \\
3) \quad v(0) &= 1 \\
4) \quad v(L) &= 0 \\
5) \quad v'''(0) &= 0 \\
6) \quad v''(L) &= 0
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Bünye denklemi, (5.45) ile verilen sınır koşulları altında çözülerek bir ucu mafsallı çubuklarda i ucunun bir birim çökmesi halinde, $v_{yo}(z)$ elastik eğri ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
v_{yo}(z) = & \left[6EILz + M_{ij}(2L^3z - 3L^2z^2 + Lz^3) + 6\gamma^3 \left(L \sin\left(\frac{z}{\gamma}\right) - \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right)(-L \right. \right. \\
& \left. \left. + z + L \cos\left(\frac{z}{\gamma}\right) \right) \right] / [6EIL^2]
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Bu bağıntı $v'(0) = 0$ sınır koşulları altında çözülürse $\bar{m}_{i\delta(yo)}$ değerini veren (5.47) denklemi elde edilmektedir.

$$\bar{m}_{i\delta(yo)} = \frac{[3EIL]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right]} \tag{5.47}$$

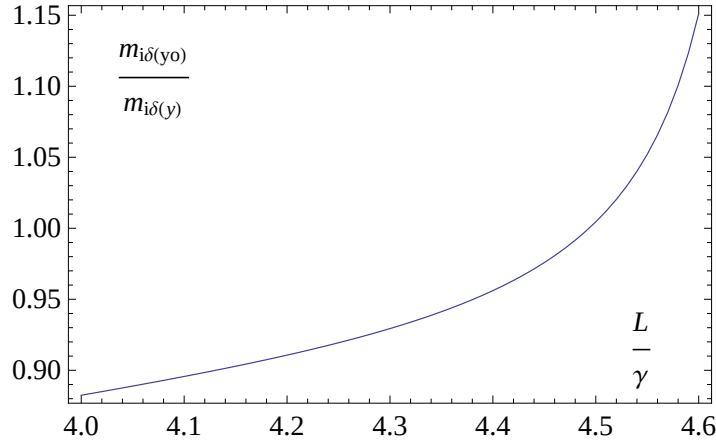
Bu bağıntıda, yerel olmayan parametre γ sıfıra giderse yerel elastisite teorisindeki birim yerdeğiştirme sabiti elde edilmektedir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} m_{i\delta(yo)} = m_{i\delta(y)} = 3EI/L^2 \tag{5.48}$$

Yerel elastisite teorisinde $\bar{m}_{i\delta(y)}$ değeri Betti Teoremi uyarınca $\bar{t}_{i\Theta_i(y)}$ eşittir ve bu değer $3EI/L^2$ dir. Yerel olmayan elastisite teorisinde bulunan değer, yerel teoride bulunan değere oranı (5.49) denklemi ile verilmektedir.

$$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}} = \frac{[L^3]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right]} \tag{5.49}$$

$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ değerleri L çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için L/γ ile değişimi Şekil 5.13'te görülmektedir.



Şekil 5.13: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ değerleri $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ için **Çizelge 5.29**, **Çizelge 5.30**, **Çizelge 5.31**, **Çizelge 5.32**'de verilmektedir.

Çizelge 5.29: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$	0.8824	0.8325	0.9196	0.9491	0.9202	0.9626	0.9727	0.6519

Çizelge 5.30: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$	0.9785	0.9832	0.9927	0.9861	0.9886	0.9918	0.9903	0.9918

Çizelge 5.31: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$	0.9934	0.9928	0.9938	0.9947	0.9944	0.9952	0.9958	0.9954

Çizelge 5.32: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{\bar{m}_{i\delta(y)}}$	0.9945	0.9962	0.9966	0.9968	0.9971	0.9910	0.9974	0.9976

5.2.4 j ucu mafsallı i ucu ankastre çubuklarda $\bar{t}_{i\delta(yo)}$ ve $\bar{t}_{j\delta(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri

Bir ucu mafsallı çubukta, i ucunun birim yerdeğiştirmesinden oluşan kesme kuvvetleri denge denklemleri kullanılarak bulunur.

$$\bar{t}_{i\delta(yo)} = \frac{\bar{m}_{i\delta(yo)}}{L} \quad (5.50)$$

[5.50] denge denkleminde (5.47) ile verilen $\bar{m}_{i\delta(yo)}$ değeri yerine koyulursa i ucunun bir birim çökmesi halinde i ucunda oluşacak $\bar{t}_{i\delta(yo)}$ kesme kuvveti bulunmaktadır.

$$\bar{t}_{i\delta(yo)} = \frac{[3EI]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right]} \quad (5.51)$$

Bu bağıntıda da, yerel olmayan parametre γ sıfıra giderse yerel elastisite teorisindeki birim yerdeğiştirme elde edilmektedir.

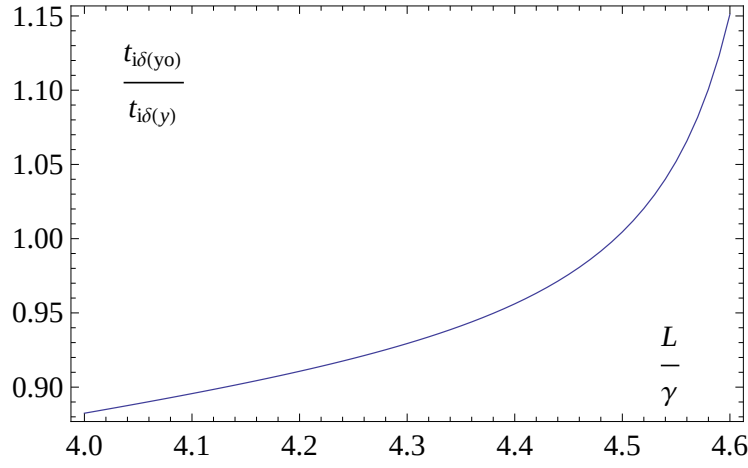
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \bar{t}_{i\delta(yo)} = t_{i\delta(y)} = 3EI/L^3 \quad (5.52)$$

Yerel olmayan teoride (5.51) denklemi ile elde edilen $\bar{t}_{i\delta(yo)}$ değerinin yerel teoriden elde edilen $3EI/L^3$ değerine oranı (5.53) ile verilmektedir.

$$\frac{\bar{t}_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}} = \frac{[L^3]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right]} \quad (5.53)$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri 0.01γ aralıklarla incelenmekte ve sonuçlar Şekil 5.14 ile verilmektedir.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri 0.01γ aralıklarla incelenmekte ve sonuçlar Çizelge 5.33, Çizelge 5.34, Çizelge 5.35, Çizelge 5.36'da verilmektedir.



Şekil 5.14: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çizelge 5.33: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.8824	0.8325	0.9196	0.9491	0.9202	0.9626	0.9727	0.6519

Çizelge 5.34: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9785	0.9832	0.9927	0.9861	0.9886	0.9918	0.9903	0.9918

Çizelge 5.35: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9934	0.9928	0.9938	0.9947	0.9944	0.9952	0.9958	0.9954

Çizelge 5.36: Bir ucu mafsallı çubukta $\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{t_{i\delta(yo)}}{t_{i\delta(y)}}$	0.9945	0.9962	0.9966	0.9968	0.9971	0.9910	0.9974	0.9976

Bir ucu mafsallı çubuklarda yerel olmayan teoremin etkilerinin iki ucu ankastre çubuklara göre daha az olduğu görülmektedir.

5.2.5 i ucu mafsallı j ucu ankastre çubuklarda $\bar{m}_{j\Theta_{j(yo)}}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabı

i ucu mafsallı j ucu ankastre çubukta j ucunun $\Theta_j = 1$ birim dönmesi halinde ise (5.1) ile verilen bünye denklemi, i ucunun mafsallı olması hali için verilen sınır koşulları altında çözülür (5.54) ve çökme ifadesini veren (5.55) denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
 1) \quad v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI} \\
 2) \quad v''(0) &= 0 \\
 3) \quad v(0) &= 0 \\
 4) \quad v(L) &= 0 \\
 5) \quad v'''(L) &= 0 \\
 6) \quad v^{IV}(0) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.54}$$

$$\begin{aligned}
 v_{yo}(z) = & \left[M_{ji} \left(Lz(2L^2 - 3Lz + z^2) + 6\gamma^3 \left(L \sin \left(\frac{z}{\gamma} - \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right) \right. \right. \right. \\
 & * \left. \left. \left. \left(L \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) - L + z \right) \right) \right) \right] / [6EIL^2]
 \end{aligned} \tag{5.55}$$

Bu bağıntı $v'(L) = 1$ sınır koşulları için çözülürse M_{ji} değeri, j ucu birim döndüğünde j ucunda oluşacak moment $\bar{m}_{j\Theta_{j(yo)}}$ birimyerdeğiştirme sabiti için [5.56] ile verilen değerler elde edilmektedir.

$$\bar{m}_{j\Theta_{j(yo)}} = \frac{[3EIL^2]}{\left[L^3 - 3\gamma^3 \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 3L\gamma^2 \right]} \tag{5.56}$$

5.56 denkleminde görüldüğü gibi, bu değer j ucunun mafsallı olması halinde i ucu birim döndüğünde i ucunda oluşan momente eşittir [5.57] ve Betti Teoremi yerel olmayan teoride bir ucu mafsallı çubuklar için de geçerli olmaktadır.

$$\bar{m}_{j\Theta_{j(yo)}} = \bar{m}_{i\Theta_{i(yo)}} \tag{5.57}$$

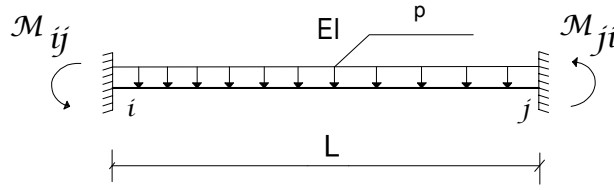
Diğer birim yerdeğiştirme sabitleri de j ucunun mafsallı olması halinde bulunan değerlerle aynı olmaktadır.

$$\begin{aligned}
 \bar{t}_{j\Theta_j(yo)} &= \bar{t}_{i\Theta_i(yo)} \\
 \bar{t}_{i\Theta_j(yo)} &= \bar{t}_{j\Theta_i(yo)} \\
 \bar{m}_{j\delta(yo)} &= \bar{m}_{j\delta(yo)} \\
 \bar{t}_{j\delta(yo)} &= \bar{t}_{i\delta(yo)}
 \end{aligned} \tag{5.58}$$

6. YEREL OLMAYAN TEORİDE ANKASTRELİK MOMENTLERİ

Düğüm noktalarının yer değiştirmeleri sıfır iken, dış yüklerden çubuğun uçlarında oluşan momentlere ankastrelik momentleri adı verilmektedir.

6.1 İki Ucu Ankastre Çubukta $\mathcal{M}_{ij(yo)}$ Ankastrelik Momentleri



Şekil 6.1: İki ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri.

Yük ile çökme arasındaki bağıntıyı veren bünye denklemi yazılır [14].

$$EI(v^{IV}(z) + \gamma^2 v^{VI}(z)) = -p \quad (6.1)$$

İki ucu ankastre çubukta, mesnet noktalarındaki yerdeğişirmeler sıfırdır ve bu durum için yerel olmayan teoride sınır koşulları yazılır (6.2). Düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş iki ucu ankastre çubuk **Şekil 6.1**'de verilmiştir. İki ucu ankastre çubukta (4.11) denklemi ile verilen bütün koşullar sağlatılmalıdır.

$z = 0$ ve $z = L$ mesnet noktalarında çökmeler $v(0) = 0$, $v(L) = 0$ ise çökmenin varyasyonu $\delta v(0) = 0$, $\delta v(L) = 0$ olur. Dönmeler $v'(0) = 0$, $v'(L) = 0$ ise çökmenin varyasyonu $\delta v'(0) = 0$, $\delta v'(L) = 0$ olur. Böylece (a), (b), (c) ve (d) koşulları mesnet noktalarında sağlanmaktadır. $z = 0$ ve $z = L$ noktalarında $v''(0) \neq 0$, $v''(L) \neq 0$ ise $\delta v''(L) \neq 0$, $\delta v''(L) \neq 0$ olur ve $v'''(0) = 0$, $v'''(L) = 0$ ve $\delta v'''(L) = 0$, $\delta v'''(L) = 0$ koşullarına ulaşırız. Bu nedenle, (e) ve (f) koşulları da sağlanmış olur.

Bu koşullar, toplu olarak (6.2) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
1) \quad v'(0) &= 0 \\
2) \quad v'(L) &= 0 \\
3) \quad v(0) &= 0 \\
4) \quad v(L) &= 0 \\
5) \quad v'''(0) &= 0 \\
6) \quad v'''(L) &= 0
\end{aligned} \tag{6.2}$$

Bünye denklemi, (6.2) ile verilen sınır koşulları altında çözümlenerek, yerel olmayan teoride elastik eğri ifadesi $v_{yo}(z)$ elde edilmektedir **6.3**.

$$\begin{aligned}
v_{yo}(z) = & \left[-p \left(L^5 z^2 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 2L^4 z^3 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12L^4 \gamma^3 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \sin \left(\frac{z}{\gamma} \right) \right. \right. \\
& - 12L^4 \gamma^3 \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) - 12L^4 \gamma^3 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) + 12L^4 z \gamma^2 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \\
& + 12L^4 \gamma^3 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + L^3 z^4 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 24L^2 z^3 \gamma^2 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \\
& - 48L^2 z^2 \gamma^3 + 24L^2 z^2 \gamma^3 \sin^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 24L^2 z^2 \gamma^3 \cos^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 24L^2 z^2 \gamma^3 \\
& * \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 144L^2 \gamma - 144L^2 \gamma^5 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \sin \left(\frac{z}{\gamma} \right) - 144L^2 \gamma^5 \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) \\
& * \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \cos \left(\frac{z}{\gamma} \right) + 144L^2 z \gamma^4 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 144L^2 \gamma^5 + 144L^2 \gamma^5 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \\
& - 12z^4 \gamma^3 \sin^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12z^4 \gamma^3 \cos^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 24z^4 \gamma^3 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 12Lz^4 \gamma^2 \\
& * \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 12Lz^4 \gamma^2 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 48Lz^3 \gamma^3 - 48Lz^3 \gamma^3 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 144z^2 \gamma^5 \\
& * \sin^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12z^4 \gamma^3 \sin^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12z^4 \gamma^3 \cos^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 24z^4 \gamma^3 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \\
& \left. - 288Lz \gamma^5 + 288Lz \gamma^5 \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 288L \gamma^6 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12z^4 \gamma^3 + 144z^2 \gamma^5 \right] \\
& / \left[24EI \left(L^3 \left(-\sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right) + 12\gamma^3 \sin^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 12\gamma^3 \cos^2 \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 24\gamma^3 \right. \right. \\
& * \left. \left. \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 12L\gamma^2 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 12\gamma^3 \right) \right]
\end{aligned} \tag{6.3}$$

İki ucu ankastre çubukta p düzgün yayılı yükünden oluşan moment-çökme bağıntısı aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= -\frac{M_{ij}}{EI} \\ v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI} \end{aligned} \quad (6.4)$$

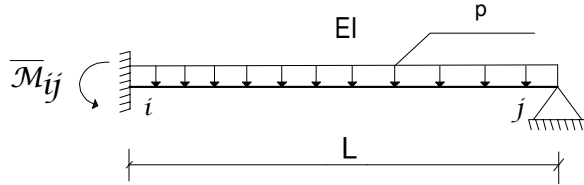
$v_{yo}(z)$ bağıntısı, (6.4) denklem sisteminde yerine koyularak çözümlenirse, i ve j uçlarında oluşan M_{ij} ve M_{ji} ankastrelik momentleri için (6.5) denklemleri ile verilen değerler bulunur.

$$\mathcal{M}_{ij(yo)} = +\frac{pL^2}{12EI}, \quad \mathcal{M}_{ji(yo)} = -\frac{pL^2}{12EI} \quad (6.5)$$

İki ucu ankastre çubukta düzgün yayılı p yükünden çubuğun uçlarında oluşan ankastrelik momentlerinin, yerel teoride bulunan değerlerle aynı olduğu görülmektedir [42–46, 61]. .

6.2 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklarda $\mathcal{M}_{ij(yo)}$ Ankastrelik Momentleri

6.2.1 i ucu ankastre j ucu mafsallı çubuklarda $\mathcal{M}_{ij(yo)}$ ankastrelik momentleri



Şekil 6.2: i ucu ankastre j ucu mafsallı çubuklarda ankastrelik momentleri.

Düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş, i ucu ankastre j ucu mafsallı çubuk **Şekil 6.2**'te verilmiştir. Bu durumda, bünye denklemi (6.6) denklemi ile verilmektedir [14].

$$v''''(z) + \gamma^2 v^{VI}(z) = -p \quad (6.6)$$

(4.11) denklemi ile verilen sınır koşulları tamamen sağlanmalıdır. $z = 0$ ve $z = L$ mesnet noktalarında çökmeler $v(0) = 0$, $v(L) = 0$ ise $\delta v(0) = 0$, $\delta v(L) = 0$ olmakta ve (a) ve (b) koşulları sağlanmaktadır. $v'(0) = 0$ ise $\delta v'(0) = 0$, olur ve buradan (c) koşulu $z = 0$ mesnet noktasında sağlatılmış olur. $z = L$ noktasında $v'(L) \neq 0$ ve $\delta v'(L) \neq 0$

olmaktadır. (c) ve (d) koşullarının $z = L$ noktasında sağlanması için $v''(L) = 0$ ve $v^{IV}(L) = 0$ olmalıdır. $v''(L) = 0$ ise $\delta v''(L) = 0$ olur ve (e), (f) koşulları sağlanmış olur.

Bu koşullar toplu olarak aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
1) \quad & v(0) = 0 \\
2) \quad & v(L) = 0 \\
3) \quad & v'(0) = 0 \\
4) \quad & v''(L) = 0 \\
5) \quad & v'''(0) = 0 \\
6) \quad & v^{IV}(L) = 0
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Bünye denklemi verilen bu koşullar altında çözümlenerek, $v_{yo}(z)$ elastik eğri ifadesi (6.8) denklemi ile elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
v_{yo}(z) = & \left[p \left(144\gamma^6 (L-z) \right) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + L^3 z (L-z)^2 (L+2z) + 6Lz\gamma^2 (L-z) (5L^2 \right. \\
& + Lz - z^2) + 24\gamma^4 (2L^3 - 3Lz^2 + z^3) + 6\gamma^3 (- (8L^3 z - 4Lz^3 - 12z\gamma^2 (z-2L) \\
& + z^4 + 24\gamma^4) \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 4\gamma \left(3L^2 z + 6\gamma^3 \sin \left(\frac{L-z}{\gamma} \right) - z^3 + 6z\gamma^2 \right) + z^4 \\
& + L^2 z + 6\gamma^3 \sin \left(\frac{L-z}{\gamma} \right) - z^3 + 6z\gamma^2 \left. \right) - 8L\gamma (L^2 + 3\gamma^2) \cos \left(\frac{L-z}{\gamma} \right) \left. \right] \\
& / \left[48EI \left(L (L^2 + 3\gamma^2) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 3\gamma^3 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right) \right]
\end{aligned} \tag{6.8}$$

Çubuğun uç noktalarında, moment ile çökme arasındaki bağıntı aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
v''(0) + \gamma^2 v^{IV}(0) &= - \frac{M_{ij}}{EI} \\
v''(L) + \gamma^2 v^{IV}(L) &= \frac{M_{ji}}{EI}
\end{aligned} \tag{6.9}$$

$v_{yo}(z)$ bağıntısı (6.9) denklem sisteminde yerine koyularak i ve j uçlarında oluşan ankastrelik momentleri elde edilmektedir.

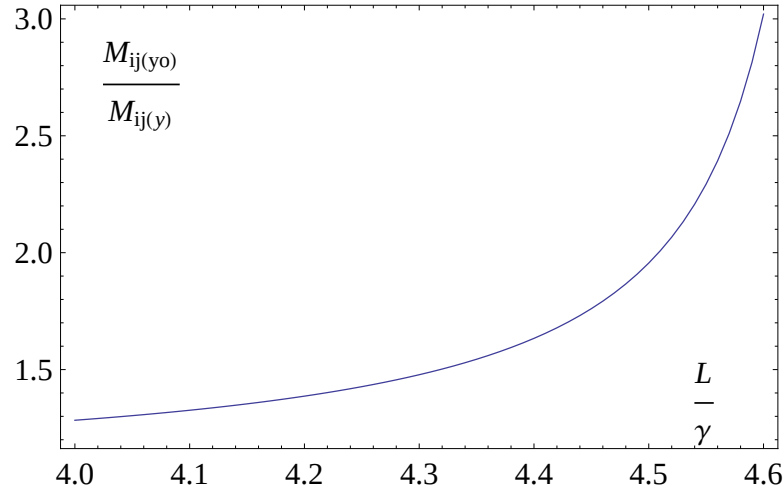
$$\begin{aligned}
\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)} &= \frac{\left[Lp \left((L^4 + 24\gamma^4) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 12\gamma^3 \left(L \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 2\gamma \right) \right) \right]}{\left[8 \left(L (L^2 + 3\gamma^2) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 3\gamma^3 \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right) \right]} \\
\overline{\mathcal{M}}_{ji(yo)} &= 0
\end{aligned} \tag{6.10}$$

Yerel teoride bir ucu mafsallı çubukta, düzgün yayılı p yükünden oluşan ankastrelik momenti $\overline{\mathcal{M}}_{ij(y)} = PL^2/8$ dir. Yerel olmayan teoride (6.10) denkleminde bulunan değerlerin yerel teorideki değerlere oranlarını gösteren bağıntı (6.11) denklemi ile verilmektedir.

$$\frac{\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)}}{\overline{\mathcal{M}}_{ij(y)}} = \frac{\left[(L^4 + 24\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12\gamma^3 \left(L \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 2\gamma \right) \right]}{\left[L^2 (L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right]} \quad (6.11)$$

Bir ucu mafsallı çubukta, yerel olmayan teoride elde edilen ankastrelik momentleri yerel teoride elde edilen ankastrelik momentlerinden farklıdır. Yerel olmayan ankastrelik momentleri değerleri $L = 4\gamma$ değeri için $\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)} = 1.2833 * \overline{\mathcal{M}}_{ij(y)}$ olarak bulunmuştur.

Ankastrelik momenti oranları çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerlerinin L/γ ile değişimi 0.01 γ aralıklarla Şekil 6.3'te gösterilmektedir.



Şekil 6.3: Mafsallı çubuklarda $\frac{\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)}}{\overline{\mathcal{M}}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için ankastrelik momentleri oranlarının değişimi γ aralıklarla Çizelge 6.1, Çizelge 6.2, Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4'te gösterilmektedir.

Çizelge 6.1: Mafsallı çubuklarda $\frac{\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)}}{\overline{\mathcal{M}}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)}}{\overline{\mathcal{M}}_{ij(y)}}$	1.2833	0.48163	0.9041	0.9750	0.8160	0.9628	0.9854	-0.9164

Çizelge 6.2: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$	0.9740	0.9856	1.0202	0.9842	0.9902	1.0016	0.9878	0.9921

Çizelge 6.3: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$	0.9963	0.9911	0.9941	0.9966	0.9924	0.9951	0.9966	0.9936

Çizelge 6.4: Mafsallı çubuklarda $\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\mathcal{M}_{ij(yo)}}{\mathcal{M}_{ij(y)}}$	0.9961	0.9971	0.9930	0.9967	0.9974	0.9976	0.9972	0.9978

Düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş bir ucu mafsallı çubuklarda ankastrelik momentleri yerel olmayan teoride, önemli ölçüde artmaktadır.

6.2.2 i ucu mafsallı j ucu ankastre çubuklarda ankastrelik momentleri

Düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş i ucu mafsallı j ucu ankastre çubukta, ankastrelik momentleri ise aşağıda verilen denklem ile elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)} &= 0 \\ \overline{\mathcal{M}}_{ji(yo)} &= -\frac{\left[Lp \left((L^4 + 24\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12\gamma^3 \left(L \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 2\gamma \right) \right) \right]}{\left[8 \left(L(L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right) \right]}\end{aligned}\quad (6.12)$$

(6.10) ve (6.12) denklemlerinden $\overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)} = -\overline{\mathcal{M}}_{ji(yo)}$ olduğu ve Betti Teoremi ile uyum sağladığı görülmektedir. Bu bağıntılarda yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki ankastrelik momentleri elde edilmektedir.

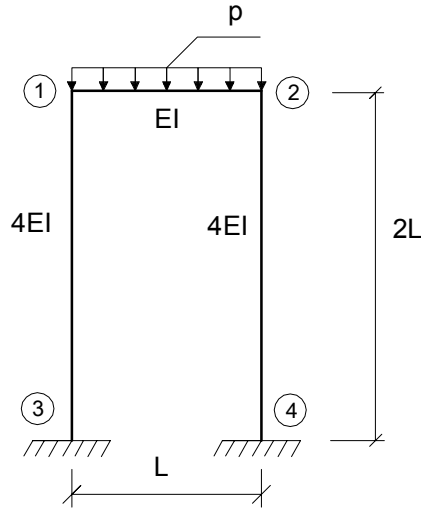
$$\begin{aligned}\lim_{\gamma \rightarrow 0} \overline{\mathcal{M}}_{ij(yo)} &= \overline{\mathcal{M}}_{ij(y)} = pL^2/8 \\ \lim_{\gamma \rightarrow 0} \overline{\mathcal{M}}_{ji(yo)} &= \overline{\mathcal{M}}_{ji(y)} = -pL^2/8\end{aligned}\quad (6.13)$$

7. TEK DUVARLI KARBON NANOTÜPLERDEN OLUŞAN SİSTEMLER İÇİN YEREL OLMAYAN TEORİDE AÇI YÖNTEMİ UYGULAMALARI

Günümüzde, nanotüplerin birleştirilmesi ile birçok aygıt yapılmakta ve bu nedenle, nanotüplerin mekanik davranışlarının bilinmesi gerekmektedir. Sunulan bu yöntem, mekanik davranışlarının incelemesinde yararlı olacaktır. Yerel olmayan teoride, birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri tek duvarlı karbon nanotüpler için 5. ve 6. bölümlerde çıkarılmıştır. Bu bölümde, tek duvarlı karbon nanotüplerden oluşan sistemler, önce yerel teoride daha sonra yerel olmayan teoride elde edilen yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri kullanılarak Açı Yöntemi ile çözülmekte ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır.

7.1 İki Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemlerde Açı Yöntemi Uygulamaları

7.1.1 İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler



Şekil 7.1: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve.

Yerel olmayan elastisite teorisinde, Açı Yöntemi'nin iki ucu ankastre çubuklara uygulamasına örnek olarak, **Şekil 7.1**'de görülen çerçeve incelenecektir. Bu çerçeve düğüm noktaları sabit ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan simetrik yüklü simetrik bir sistemdir. Verilen çerçeve, iki düğüm noktalıdır, bilinmeyenler düğüm noktalarının

açısal yerdeğiştirmeleri Θ_1 ve Θ_2 'dir. Çerçeve önce yerel elastisite teorisinde Açı Yöntemi ile incelenmiş, açısal yerdeğiştirmeler p, L ve EI cinsinden bulunmuştur.

Önce, 1 ve 2 nolu düğüm noktalarında düğüm noktası moment denge denklemleri yazılır (7.1).

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= 0 \quad (m_{1\Theta_1}^{1-2} + m_{1\Theta_1}^{1-3}) * \Theta_1 + m_{1\Theta_2}^{1-2} * \Theta_2 + \mathcal{M}_{12} = 0 \\ \sum M_2 &= 0 \quad m_{2\Theta_1}^{1-2} * \Theta_1 + (m_{2\Theta_2}^{1-2} + m_{2\Theta_2}^{2-4}) * \Theta_2 - \mathcal{M}_{21} = 0\end{aligned}\tag{7.1}$$

Verilen sistemde, çubuklara ait birim yerdeğiştirme sabitlerinin yerel teorideki değeri aşığıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}m_{1\Theta_1}^{1-2} &= m_{2\Theta_2}^{1-2} = 4EI/L & m_{1\Theta_2}^{1-2} &= m_{2\Theta_1}^{1-2} = 2EI/L \\ m_{1\Theta_1}^{1-3} &= m_{3\Theta_3}^{1-3} = 8EI/L & m_{1\Theta_3}^{1-3} &= m_{3\Theta_1}^{1-3} = 4EI/L \\ t_{1\Theta_1}^{1-3} &= t_{3\Theta_1}^{1-3} = 6EI/L^2 & m_{1\delta}^{1-3} &= m_{3\delta}^{1-3} = 6EI/L^2 \\ t_{1\delta}^{1-3} &= t_{3\delta}^{1-3} = 6EI/L^3 \\ m_{2\Theta_2}^{2-4} &= m_{4\Theta_4}^{2-4} = 8EI/L & m_{2\Theta_4}^{2-4} &= m_{4\Theta_2}^{2-4} = 4EI/L \\ t_{2\Theta_2}^{2-4} &= t_{4\Theta_2}^{2-4} = 6EI/L^2 & m_{2\delta}^{2-4} &= m_{4\delta}^{2-4} = 6EI/L^2 \\ t_{2\delta}^{2-4} &= t_{4\delta}^{2-4} = 6EI/L^3\end{aligned}\tag{7.2}$$

İki ucu ankastre 1-2 çubuğunun 1 ve 2 uçlarında düzgün yayılı p yükünden yerel teoride oluşan ankastrelik momentleri aşığıda verilmektedir.

$$\mathcal{M}_{12} = pL^2/12 \quad \mathcal{M}_{21} = -pL^2/12\tag{7.3}$$

(7.2) ile verilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve (7.3) ile verilen ankastrelik momentleri değeri (7.1) denklem sisteminde yerine koyularak moment denge denklemleri sayısal olarak elde edilir (7.4).

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= 0 \quad (4EI/L + 8EI/L) * \Theta_1 + 2EI/L * \Theta_2 + pL^2/12 = 0 \\ \sum M_2 &= 0 \quad 2EI/L * \Theta_1 + (4EI/L + 8EI/L) * \Theta_2 - pL^2/12 = 0\end{aligned}\tag{7.4}$$

Bu denklem sistemi çözümlenerek, $\Theta_{1(y)}$ ve $\Theta_{2(y)}$ açısal yerdeğiştirmeleri p, L ve EI cinsinden bulunur (7.5).

$$\begin{aligned}\Theta_{1(y)} &= -\frac{pL^3}{120EI} \\ \Theta_{2(y)} &= \frac{pL^3}{120EI}\end{aligned}\quad (7.5)$$

Daha sonra düğüm noktaları sabit aynı sistem, yerel olmayan elastisite teorisi ile çözümlenir. (5.6), (5.7) denklemlerinden elde edilen $m_{i\Theta_i(yo)}$, $m_{j\Theta_i(yo)}$ birim yerdeğiştirme sabitleri ve (6.5) denkleminde elde edilen ankastrelik momentleri $\mathcal{M}_{ij}$ ve $\mathcal{M}_{ji}$ değerleri, (7.4) denklem sisteminde yerine koyularak yerel olmayan elastisite teorisinde, Açık Yöntemi ile çözümlenmiştir. Denklem sisteminin yerel olmayan teorisindeki değerler için yapılan çözümünden $\Theta_{1(yo)}$ ve $\Theta_{2(yo)}$ bilinmeyenleri elde edilir.

$$\begin{aligned}\Theta_{1(yo)} &= L^3 p \left[\frac{3L^3}{5L^3 - 48\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 24L\gamma^2} - 1 \right] / [48EI] \\ \Theta_{2(yo)} &= L^3 p \left[-\frac{3L^3}{5L^3 - 48\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 24L\gamma^2} + 1 \right] / [48EI]\end{aligned}\quad (7.6)$$

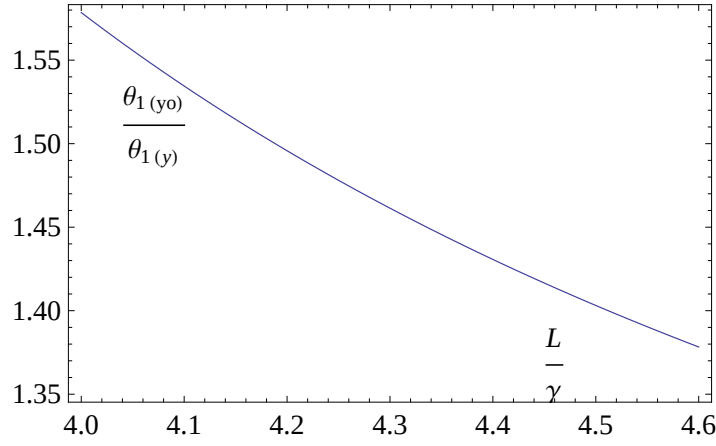
Bu denklemlerde yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki açısal yerdeğiştirmeler bulunur.

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{1(yo)} &= \Theta_{1(y)} = pL^3 / 120EI \\ \lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(yo)} &= \Theta_{2(y)} = -pL^3 / 120EI\end{aligned}\quad (7.7)$$

Yerel olmayan elastisite teorisinde, (7.7) denklemi ile elde edilen yerel olmayan teorisindeki açısal yerdeğiştirmelerin yerel elastisite teorisinde, (7.5) denklemi ile elde edilen açısal yerdeğiştirmelere oranı (7.8) denklemi ile verilmiştir.

$$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}} = \frac{5}{2} \left[1 - \frac{3L^3}{5L^3 - 48\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + 24L\gamma^2} \right] \quad (7.8)$$

Bu denklemde, açısal yerdeğiştirme oranları $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ değerleri için 0.01 γ aralıklarla hesaplanarak Şekil 7.2’de gösterilmiştir.



Şekil 7.2: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerler için açısal yerdeğiştirme oranları **Çizelge 7.1**, **Çizelge 7.2**, **Çizelge 7.3** ve **Çizelge 7.4** ile verilmiştir.

Çizelge 7.1: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$	1.5785	1.2994	1.1838	1.1207	1.0759	0.9973	1.1117	-1.0671

Çizelge 7.2: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$	1.0507	1.0401	1.0315	1.0202	1.0503	1.0283	1.0230	1.0195

Çizelge 7.3: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

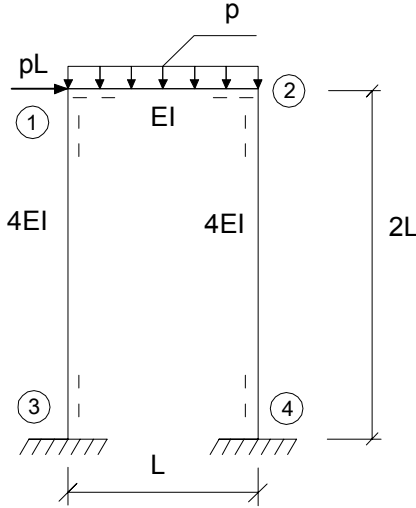
$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\theta_{1(y_0)}}{\theta_{1(y)}}$	1.0167	1.0133	1.2640	1.0156	1.0131	1.0115	1.0102	1.0088

Çizelge 7.4: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$	1.0044	1.0101	1.0084	1.0076	1.0069	1.0062	1.0049	1.0073

Bu örnekte, grafik ve çizelgelerden görüldüğü gibi; Θ_i açısai yerdeğıştirmeleri yerel ve yerel olmayan teoride, çubuk boyunun $L = 4 \gamma$ ile $L = 35 \gamma$ arasındaki değerleri için incelenmiştir. L çubuk boyunun $L = 4 \gamma$ değeri için yerel olmayan elastisitede bulunan $\Theta_{1(yo)}$ açısai yerdeğıştirmesi yerel elastisite için bulunan $\Theta_{1(y)}$ açısai yerdeğıştirmesinin 1.5785 katı olarak bulunmuştur **Şekil 7.2**. Bu değeri doğru eksenli çubuklarda, L çubuk boyu küçüldükçe nanometre boyutlarında yerel olmayan elastisite ile hesabın önemini vurgulamaktadır. Çubuk boyunun $L = 35 \gamma$ ve üzeri değerleri için yerel olmayan elastisitede bulunan $\Theta_{1(yo)}$ değerleri yerel elastisitede elde edilen değerlere yakınsamaktadır.

7.1.2 İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistemler



Şekil 7.3: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçeve.

İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistemlerde Açık Yöntemi'nin uygulamasına örnek olarak, **Şekil 7.3**'te görülen çerçeve incelenecektir. Bu çerçeve **Şekil 7.1** ile verilen çerçeve ile aynıdır, sadece 1 düğüm noktasına pL yatay yükü etkimekte ve yüklemenin simetrikliği bozularak, düğüm noktaları hareketli hale gelmektedir. Bu sistemlerde, düğüm noktalarının Θ_1 ve Θ_2 açısai yerdeğıştirmelerine

ilave olarak düşey çubukların eksenine dik yerdeğiştirmeleri de bilinmeyen olarak alınır. Düğüm noktası moment denge denklemlerine ilave olarak yatay iz düşüm denge denklemlerine ihtiyaç vardır. Bu çerçeve, doğru eksenli prizmatik çubuklardan oluştuğu ve çubuklarda boyca uzamalar ihmal edildiği için $\delta_{13} = \delta_{24} = \delta$ olur. Bu sistem, önce yerel teoride Açık Yöntemi ile incelenmektedir [42, 44–46, 61].

1 ve 2 düğüm noktalarında moment denge denklemleri ve yatay iz düşüm denge denklemi yazılır.

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= 0 \quad (m_{1\Theta_1}^{1-2} + m_{1\Theta_1}^{1-3}) * \Theta_1 + m_{1\Theta_2}^{1-2} * \Theta_2 + m_{1\delta}^{1-3} \delta + \mathcal{M}_{12} = 0 \\ \sum M_2 &= 0 \quad m_{2\Theta_1}^{1-2} * \Theta_1 + (m_{2\Theta_2}^{1-2} + m_{2\Theta_2}^{2-4}) * \Theta_2 + m_{2\delta}^{2-4} \delta - \mathcal{M}_{21} = 0 \\ \sum \bar{X} &= 0 \quad t_{1\Theta_1}^{1-3} * \Theta_1 + t_{2\Theta_2}^{2-4} \Theta_2 + t_{1\delta}^{1-3} * \delta + t_{2\delta}^{2-4} * \delta - pL = 0\end{aligned}\quad (7.9)$$

Bu sistemde, çubuklara ait birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri (7.2) ve (7.3) denklemlerinde verilen değerler, (7.9)'da verilen denge denklemlerinde yerine koyularak düğüm noktaları hareketli çerçeve için, denklem sistemi yerel teoride sayısal olarak elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= 0 \\ (4EI/L + 8EI/L) * \Theta_1 + 2EI/L * \Theta_2 + 6EI/L^2 * \delta + pL^2/12 &= 0 \\ \sum M_2 &= 0 \\ 2EI/L * \Theta_1 + (4EI/L + 8EI/L) * \Theta_2 + 6EI/L^2 * \delta - pL^2/12 &= 0 \\ \sum \bar{X} &= 0 \\ 6EI/L^2 * \Theta_1 + 6EI/L^2 * \Theta_2 + 6EI/L^3 * \delta + 6EI/L^3 * \delta - pL &= 0\end{aligned}\quad (7.10)$$

7.10 denklem sistemi, çözülerek Θ_1 , Θ_2 açısal yerdeğiştirmeleri, δ doğrusal yerdeğiştirmesi p, L ve EI cinsinden hesaplanmaktadır.

$$\Theta_{1(y)} = -\frac{17pL^3}{240EI} \quad (7.11)$$

$$\Theta_{2(y)} = -\frac{13pL^3}{240EI} \quad (7.12)$$

$$\delta_{(y)} = \frac{7pL^4}{48EI} \quad (7.13)$$

Sistem, yerel teoride çözümlendikten sonra yerel olmayan teoride çözüm yapılmaktadır. Yerel olmayan teoride 5. bölümde elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri $m_{i\Theta_i(yo)}$, $m_{j\Theta_i(yo)}$, $m_{i\Theta_j(yo)}$, $m_{j\Theta_j(yo)}$, $t_{i\Theta_i(yo)}$, $m_{i\delta(yo)}$ ve $t_{i\delta(yo)}$ değerleri ve (6.5) denkleminde elde edilen ankastrelik momentleri $\mathcal{M}_{ij}$ ve $\mathcal{M}_{ji}$ değerleri (7.9) denklem sisteminde yerine koyularak, yerel olmayan elastisite teorisinde Açık Yöntemi ile çözümlenmiştir. Bu denklem sisteminin çözümünden $\Theta_{1(yo)}$ ve $\Theta_{2(yo)}$ açısal yerdeğiştirmeleri, E, I, L, p ve γ cinsinden elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}\Theta_{1(yo)} = & \left[-L^3 p \left(L (17L^2 + 78\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 156\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\ & \times \left(L (L^2 + 12\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \Big] \\ & / \left[24EI \left(5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 6L\gamma^3 (13L^2 + 48\gamma^2) \right. \right. \\ & * \left. \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\ & \left. \left. + 288\gamma^6 \right) \right] \quad (7.14)\end{aligned}$$

Yerel olmayan teoride $\Theta_{1(yo)}$ açısal yerdeğiştirmesini veren (7.14) denkleminde, yerel olmayan sabit γ , sıfıra götürülürse yerel teoride bulunan değerler elde edilir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{1(yo)} = \Theta_{1(y)} = -\frac{17PL^3}{240EI} \quad (7.15)$$

$$\begin{aligned}\Theta_{2(yo)} = & \left[-L^3 p \left(L (13L^2 + 66\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 132\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\ & \times \left(L (L^2 + 12\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \Big] \\ & / \left[24EI \left(5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 6L\gamma^3 (13L^2 + 48\gamma^2) \right. \right. \\ & * \left. \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right. \\ & \left. \left. + 288\gamma^6 \right) \right] \quad (7.16)\end{aligned}$$

(7.17) denkleminde yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, yerel teoride bulunan açısal yerdeğiştirme elde edilmektedir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(yo)} = \Theta_{2(y)} = -\frac{13PL^3}{240EI} \quad (7.17)$$

$$\delta_{(yo)} = \left[pL^3 \left(L^2 (7L^4 + 96L^2\gamma^2 + 144\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 192\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\ \left. * \left(L^3 + 3L\gamma^2 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right] / \left[48EI \left(L(L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\ \left. - 6\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right] \quad (7.18)$$

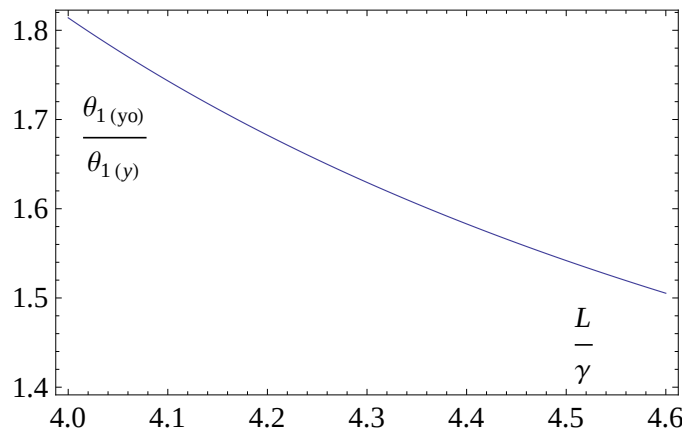
Bu denklemde yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, yerel haldeki $\delta_{(yo)}$ yerdeğiştirmesi bulunmaktadır.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \delta_{(yo)} = \delta_{(y)} = \frac{7PL^4}{48EI} \quad (7.19)$$

(7.14) denklemleri ile yerel olmayan elastisitede elde edilen $\Theta_{1(yo)}$ açısıl yerdeğiştirmesinin, (7.11) denkleminde yerel elastisitede elde edilen $\Theta_{1(y)}$ açısıl yerdeğiştirmesine oranı (7.20) denklemi ile verilmiştir.

$$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}} = \left[10 \left(L(17L^2 + 78\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 156\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\ \times \left(L(L^2 + 12\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \left. \right] \\ / \left[17(5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 6L\gamma^3(13L^2 + 48\gamma^2)) \right. \\ * \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) \\ \left. + 288\gamma^6 \right] \quad (7.20)$$

Bu denklemde, çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri için 0.01 γ aralıkla bu oranlar hesaplanmakta ve Şekil 7.4'te gösterilmektedir.



Şekil 7.4: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için Θ_1 açısal yerdeğiştirmesinin oranları γ aralıklarla hesaplanmakta ve bu değerler **Çizelge 7.5**, **Çizelge 7.6**, **Çizelge 7.7** ve **Çizelge 7.8** ile verilmektedir. Yerel olmayan elastisitede, (7.16) denklemi

Çizelge 7.5: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$	1.8140	1.3922	1.2341	1.1514	1.0943	0.9967	1.1399	1.0832

Çizelge 7.6: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$	1.0625	1.0493	1.0387	1.0247	1.0621	1.0347	1.0282	1.0239

Çizelge 7.7: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$	1.0204	1.0163	1.3429	1.0191	1.0160	1.0141	1.0125	1.0108

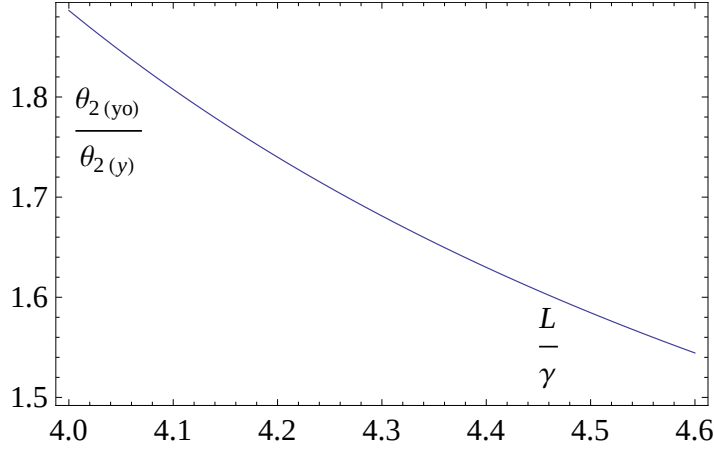
Çizelge 7.8: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{1(yo)}}{\Theta_{1(y)}}$	1.0054	1.0123	1.0103	1.0092	1.0084	1.0076	1.0060	1.0090

ile elde edilen $\Theta_{2(yo)}$ açısal yerdeğiştirmesinin, yerel elastisitede (7.12) denkleminden elde edilen $\Theta_{2(y)}$ açısal yerdeğiştirmesine oranı (7.21) bağıntısı ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} = & \left[10 \left(L (13L^2 + 66\gamma^2) \cos \left(\frac{L}{2\gamma} \right) - 132\gamma^3 \sin \left(\frac{L}{2\gamma} \right) \right) \right. \\
& \times \left. \left(L (L^2 + 12\gamma^2) \cos \left(\frac{L}{2\gamma} \right) - 24\gamma^3 \sin \left(\frac{L}{2\gamma} \right) \right) \right] \\
& / \left[13 \left(5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 6L\gamma^3 (13L^2 + 48\gamma^2) \right. \right. \\
& * \left. \left. \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + (5L^6 + 39L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 288\gamma^6) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + 288\gamma^6 \right) \right] \quad (7.21)
\end{aligned}$$

Bu denklemde, $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları hesaplanmış ve $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerler için bu oranlar 0.01γ aralıklarla, **Şekil 7.5**'te verilmektedir.



Şekil 7.5: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çubuk boyunun, $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları ise, γ aralıklarla **Çizelge 7.9**, **Çizelge 7.10**, **Çizelge 7.11** ve **Çizelge 7.12** ile verilmektedir.

Çizelge 7.9: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.8864	1.4207	1.2496	1.1609	1.1000	0.9965	1.1485	1.0881

Çizelge 7.10: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0662	1.0522	1.0409	1.0261	1.0657	1.0367	1.0298	1.0253

Çizelge 7.11: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0215	1.0172	1.3671	1.0202	1.0169	1.0149	1.0132	1.0114

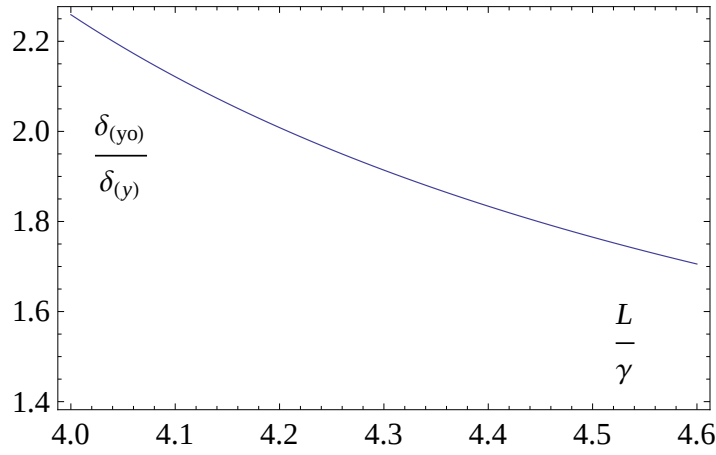
Çizelge 7.12: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0057	1.0130	1.0109	1.0098	1.0089	1.0080	1.0064	1.0095

(7.18) denklemi ile yerel olmayan elastisitede elde edilen $\delta_{(yo)}$ doğrusal yerdeğiştirmesinin, (7.13) denkleminden yerel elastisitede elde edilen $\delta_{(y)}$ doğrusal yerdeğiştirmesine oranı (7.22) bağıntısı ile verilmektedir.

$$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}} = \left[L^2 (7L^4 + 96L^2\gamma^2 + 144\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 192\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right] \times \left(L^3 + 3L\gamma^2 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) / \left[7L^4 (L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 6\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right] \quad (7.22)$$

Bu bağıntıda, $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ değerleri için 0.01γ aralıkla bu oranlar hesaplanmış ve Şekil 7.6'da gösterilmiştir.



Şekil 7.6: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerler için doğrusal yerdeğiştirme oranları ise γ aralıklarla **Çizelge 7.13**, **Çizelge 7.14**, **Çizelge 7.15** ve **Çizelge 7.16** ile verilmektedir.

Çizelge 7.13: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	2.2591	1.5296	1.3027	1.1916	1.1176	0.9960	1.1765	1.1035

Çizelge 7.14: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0774	1.0609	1.0476	1.0303	1.0768	1.0427	1.0346	1.0294

Çizelge 7.15: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0250	1.0200	1.4566	1.0234	1.0195	1.0172	1.0153	1.0132

Çizelge 7.16: Ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

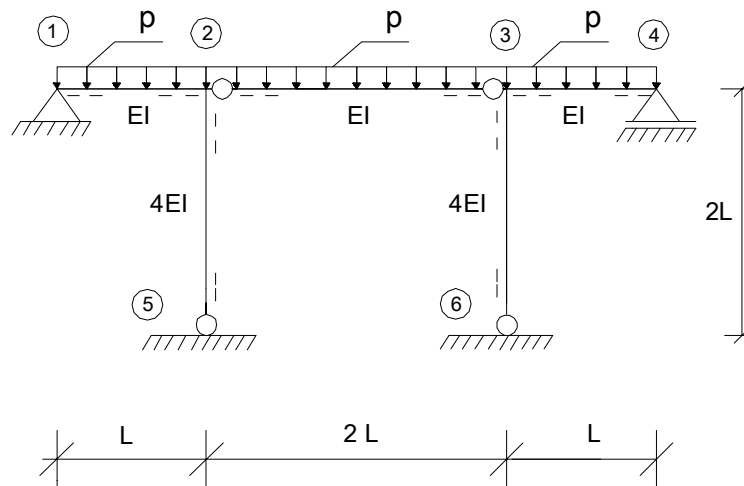
$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0066	1.0150	1.0126	1.0113	1.0103	1.0092	1.0074	1.0110

İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede, yerel olmayan teori ile elde edilen yerdeğıştirmeler, yerel teoride elde edilen yerdeğıştirmelerden oldukça büyüktür. L çubuk boyunun 4γ değeri için 1 nolu düğüm noktasının açısai yerdeğıştirmesi yerel olmayan teoride $\Theta_{1(yo)} = 1.814 \Theta_{1(y)}$, 2 nolu düğüm noktasının açısai yerdeğıştirmesi $\Theta_{2(yo)} = 1.8864 \Theta_{2(y)}$ ve doğrusai yerdeğıştirme $\delta_{(yo)} = 2.2891 \delta_{(y)}$ olarak bulunmuştur. Bu da düğüm noktaları hareketli sistemlerde yerdeğıştirmelerin hesabında yerel olmayan teori ile hesabın önemini vurgulamaktadır.

7.2 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemler

7.2.1 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler

Yerel olmayan elastisite teorisinde, Açık Yönteminin mafsallı çubuklara uygulanmasına örnek olarak **Şekil 7.7**'de görülen çerçeve incelenecektir.



Şekil 7.7: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve.

$$\begin{aligned}
\sum M_2 &= 0 \quad \left(\bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} + \bar{m}_{2\Theta_2}^{2-5} \right) * \Theta_2 - \bar{\mathcal{M}}_{21} = 0 \\
\sum M_3 &= 0 \quad \left(\bar{m}_{3\Theta_3}^{3-6} + \bar{m}_{3\Theta_3}^{3-4} \right) * \Theta_3 + \bar{\mathcal{M}}_{34} = 0
\end{aligned}
\tag{7.23}$$

Bu çerçeve, bir ucu mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit bir sistemdir. Bilinmeyenler sadece 2 ve 3 düğüm noktalarının açısal yerdeğiştirmeleridir. Önce, 2 ve 3 düğüm noktalarında moment denge denklemleri yazılır. **Şekil 7.7**'de verilen sistem önce yerel teoride çözümlenir ve çubuklara ait yerel teoride birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanır.

$$\begin{aligned}
\bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} &= 3EI/L \\
\bar{m}_{2\Theta_2}^{2-5} &= 6EI/L & \bar{t}_{2\Theta_2}^{2-5} &= 3EI/L^2 \\
\bar{m}_{2\delta}^{2-5} &= 3EI/L^2 & \bar{t}_{2\delta}^{2-5} &= 1.5EI/L^3 \\
\bar{m}_{3\Theta_3}^{3-6} &= 6EI/L & \bar{t}_{3\Theta_3}^{3-6} &= 3EI/L^2 \\
\bar{m}_{3\delta}^{3-6} &= 3EI/L^2 & \bar{t}_{3\delta}^{3-6} &= 1.5EI/L^3 \\
\bar{m}_{3\Theta_3}^{3-4} &= 3EI/L
\end{aligned}
\tag{7.24}$$

Bir ucu mafsallı 1-2 ve 3-4 çubuklarında düzgün yayılı p yükünden yerel teoride oluşan ankastrelik momentleri aşağıda verilmektedir.

$$\bar{\mathcal{M}}_{21} = -pL^2/8 \quad \bar{\mathcal{M}}_{34} = pL^2/8
\tag{7.25}$$

(7.23) denklemleri (7.24) ve (7.25) ile verilen değerler için sayısal olarak yazılır ve (7.26) denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
\sum M_2 &= 0 \quad (3EI/L + 6EI/L) * \Theta_2 - pL^2/8 = 0 \\
\sum M_3 &= 0 \quad (6EI/L + 3EI/L) * \Theta_3 + pL^2/8 = 0
\end{aligned}
\tag{7.26}$$

Bu denklem sistemi çözümlenerek Θ_2 ve Θ_3 açısal yerdeğiştirmeleri p, L ve EI cinsinden bulunur.

$$\begin{aligned}
\Theta_{2(y)} &= \frac{pL^3}{72EI} \\
\Theta_{3(y)} &= -\frac{pL^3}{72EI}
\end{aligned}
\tag{7.27}$$

Daha sonra, aynı sistem yerel olmayan teoride çözümlenir. Yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde, (5.37) denkleminde birim yerdeğiştirme sabitleri ve (6.10) denklemlerinden ankastrelik momentleri hesaplanır. Bu değerler, (7.23) denklem sisteminde yerine koyular ve sistem çözümlenirse $\Theta_{2(yo)}$ değerleri p , EI , L , ve γ değerlerine bağlı olarak bulunur.

$$\begin{aligned} \Theta_{2(yo)} = & \left[p \left(L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right) \left(8L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{2L}{\gamma}\right) \right. \right. \\ & + \left. \left. 6L\gamma^2 \right) \left((L^4 + 24\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12\gamma^3 \left(L \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 2\gamma \right) \right) \right] \\ & / \left[72EIL \left(8L^3 - \gamma^3 \left(16 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + \tan\left(\frac{2L}{\gamma}\right) \right) + 18L\gamma^2 \right) \right. \\ & \times \left. \left(L(L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right) \right] \end{aligned} \quad (7.28)$$

Yerel olmayan teoride, $\Theta_{2(yo)}$ değerini veren (7.28) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, yerel haldeki $\Theta_{2(y)}$ açısız yerdeğiştirmesi bulunur.

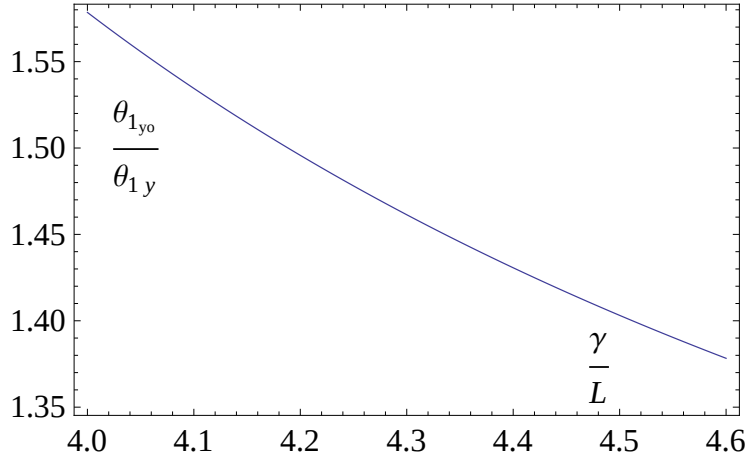
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(yo)} = \Theta_{2(y)} \quad (7.29)$$

Yerel olmayan elastisitede, (7.28) denklemi ile elde edilen $\Theta_{2(yo)}$ açısız yerdeğiştirmesinin, yerel teoride (7.26) denklemi ile bulunan $\Theta_{2(y)}$ değerine oranını gösteren bağıntı (7.30) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} = & \left[\left(L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right) \left(8L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{2L}{\gamma}\right) \right. \right. \\ & + \left. \left. 6L\gamma^2 \right) \left((L^4 + 24\gamma^4) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 12\gamma^3 \left(L \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 2\gamma \right) \right) \right] \\ & / \left[L^4 \left(8L^3 - \gamma^3 \left(16 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + \tan\left(\frac{2L}{\gamma}\right) \right) + 18L\gamma^2 \right) \right. \\ & \times \left. \left(L(L^2 + 3\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 3\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) \right) \right] \end{aligned} \quad (7.30)$$

Bu örnekte de, ankastre çerçevede olduğu gibi çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için Θ_2 açısız yerdeğiştirmeleri incelenmektedir.

Yerel olmayan elastisitede bulunan $\Theta_{2(yo)}$ açısai yerdeğıştirmelerinin, yerel elastisite de bulunan $\Theta_{2(y)}$ açısai yerdeğıştirmelerine oranının $L = 4\gamma$ ile $L = 4.6\gamma$ arasındaki değerleri **şekil 7.8** ile verilmektedir.



şekil 7.8: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve de $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan çerçeve de yerel olmayan elastisite için bulunan $\Theta_{2(yo)}$ açısai yerdeğıştirmelerinin yerel elastisitede bulunan açısai yerdeğıştirmelerine oranı çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri **Çizelge 7.17**, **Çizelge 7.18**, **Çizelge 7.19** ve **Çizelge 7.20** ile verilmektedir.

Çizelge 7.17: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve de $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.4139	0.5201	0.9428	0.9967	0.8449	0.9814	0.9989	-1.0416

Çizelge 7.18: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçeve de $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	0.9848	0.9939	1.0253	0.9914	0.9959	1.0061	0.9922	0.9962

Çizelge 7.19: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

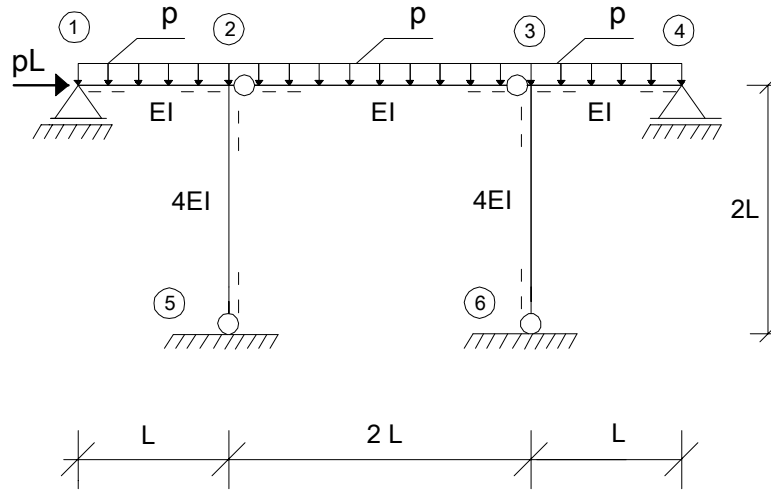
$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0000	0.9946	0.9971	0.9993	0.9951	0.9975	0.9978	0.9958

Çizelge 7.20: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	0.9980	0.9987	0.9949	0.9982	0.9988	0.9710	0.9985	0.9990

Çubuk boyunun $L = 35\gamma$ ve üzeri değerleri için yerel olmayan elastisitede bulunan $\Theta_{2(yo)}$ değerleri yerel elastisite ile hesapta bulunan değerlere yakınsamaktadır. $L = 4\gamma$ için $\Theta_{2(yo)} = 1.41393 * \Theta_{2(y)}$ olarak bulunmuştur.

7.2.2 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistemler



Şekil 7.9: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçeve.

Düğüm noktası hareketli mafsallı sistemlere örnek olarak daha önce incelenen sistemde 1 nolu mesnet kayıcı hale getirilerek 1 düğüm noktasına yatay yük uygulanmakta ve sistem hareketli hale gelmektedir. Düğüm noktalarında açılal yerdeğiştirmelere ilave olarak doğrusal yerdeğiştirmeler bilinmeyen olarak alınmaktadır. 2 ve 3 düğüm noktalarında moment denge denklemlerine ilave olarak yatay iz

düşüm denge denklemleri yazılmaktadır. Doğru eksenli prizmatik çubuklarda boyca uzamalar ihmal edildiği için $\delta_{25} = \delta_{36} = \delta$ olur. Önce Açı Yöntemi ile yerel elastisite teorisi çerçevesinde incelenen bu sistemde, düğüm noktalarında denge denklemleri yazılır.

$$\begin{aligned}\sum M_2 &= 0 \quad \left(\bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} + \bar{m}_{2\Theta_2}^{2-5} \right) * \Theta_2 + \bar{m}_{2\delta}^{2-5} * \delta - \bar{\mathcal{M}}_{21} = 0 \\ \sum M_3 &= 0 \quad \left(\bar{m}_{3\Theta_3}^{3-6} + \bar{m}_{3\Theta_3}^{3-4} \right) * \Theta_3 + \bar{m}_{2\delta}^{2-5} * \delta + \bar{\mathcal{M}}_{34} = 0 \\ \sum \bar{X} &= 0 \quad t_{2\Theta_2}^{2-5} * \Theta_2 + t_{3\Theta_3}^{3-6} * \Theta_3 + t_{2\delta}^{2-5} * \delta + t_{3\delta}^{3-6} * \delta - pL = 0\end{aligned}\quad (7.31)$$

(7.24) ve (7.25) denklemleri ile verilen değerler yerine koyularak (7.31)denklemini sayısal olarak yazılır $\Theta_{2(y)}$, $\Theta_{3(y)}$ açısal yerdeğiştirmeleri ve δ doğrusal yerdeğiştirmesi yerel teoride hesaplanır.

$$\begin{aligned}\sum M_2 &= 0 \quad (3EI/L + 6EI/L) * \Theta_2 + 3EI/L^2 * \delta - pL^2/8 = 0 \\ \sum M_3 &= 0 \quad (6EI/L + 3EI/L) * \Theta_3 + 3EI/L^2 * \delta + pL^2/8 = 0 \\ \sum \bar{X} &= 0 \quad 3EI/L^2 * \Theta_2 + 3EI/L^2 \Theta_3 + (1.5EI/L^3 + 1.5EI/L^3) * \delta - pL = 0\end{aligned}\quad (7.32)$$

$$\Theta_{2(y)} = -\frac{23L^3 p}{72EI} \quad (7.33)$$

$$\Theta_{3(y)} = -\frac{25L^3 p}{72EI} \quad (7.34)$$

$$\delta_{(y)} = \frac{L^4 p}{EI} \quad (7.35)$$

Daha sonra, (7.31) denklem sisteminde yerel olmayan teoride bir ucu mafsallı çubuklar için 5. bölümde elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve 6. bölümde elde edilen ankastrelik momentleri yerine koyularak, yerel olmayan yerdeğiştirmeler p, L, γ ve EI cinsinden elde edilmektedir.

$$\Theta_{2(yo)} = -\frac{p \left(23L^4 + 72L^2 \gamma^2 + 24\gamma^4 \sec \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 84L\gamma^3 \tan \left(\frac{L}{\gamma} \right) - 24\gamma^4 \right)}{72EIL} \quad (7.36)$$

Yerel olmayan teoride $\Theta_{2(yo)}$ değerini veren (7.36) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\Theta_{2(y)}$ açısal yerdeğiştirmesi bulunur.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(yo)} = \Theta_{2(y)} = -\frac{23L^3 p}{72EI} \quad (7.37)$$

$$\Theta_{3(yo)} = -\frac{p \left(25L^4 + 72L^2\gamma^2 - 12\gamma^3 \left(5L \sin\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 2\gamma \right) \sec\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 24\gamma^4 \right)}{72EI} \quad (7.38)$$

Yerel olmayan teoride $\Theta_{3(yo)}$ değerini veren (7.38) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\Theta_{3(y)}$ açısal yerdeğiştirmesi bulunur.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{3(yo)} = \Theta_{3(y)} = -\frac{25L^3 p}{72EI} \quad (7.39)$$

$$\delta_{(yo)} = \frac{Lp \left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right]}{EI} \quad (7.40)$$

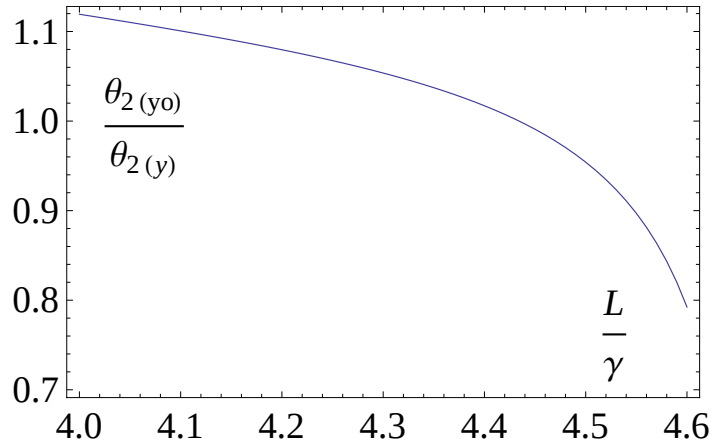
$\delta_{(yo)}$ değerini veren (7.40) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse, yerel haldeki $\delta_{(y)}$ doğrusal yerdeğiştirmesi bulunur.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \delta_{(yo)} = \delta_{(y)} = \frac{L^4 p}{EI} \quad (7.41)$$

Yerel olmayan teoride [7.36] denklemi ile elde edilen $\Theta_{2(yo)}$ değerinin, yerel elastisite teorisinde (7.33) denklemi ile elde edilen $\Theta_{2(y)}$ değerine oranı $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ (7.42) bağıntısı ile verilmiştir.

$$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} = \frac{\left(23L^4 + 72L^2\gamma^2 + 24\gamma^4 \sec\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 84L\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) - 24\gamma^4 \right)}{23L^4} \quad (7.42)$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları, 0.01 γ aralıklarla Şekil 7.10'da verilmektedir.



Şekil 7.10: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları γ aralıklı **Çizelge 7.21**, **Çizelge 7.22**, **Çizelge 7.23** ve **Çizelge 7.24** ile verilmektedir.

Çizelge 7.21: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.1193	1.2282	1.0919	1.0548	1.0954	1.0406	1.0287	1.6619

Çizelge 7.22: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0231	1.0178	1.0065	1.0148	1.0119	1.0082	1.0104	1.0086

Çizelge 7.23: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0068	1.0077	1.0065	1.0054	1.0060	1.0058	1.0050	1.0030

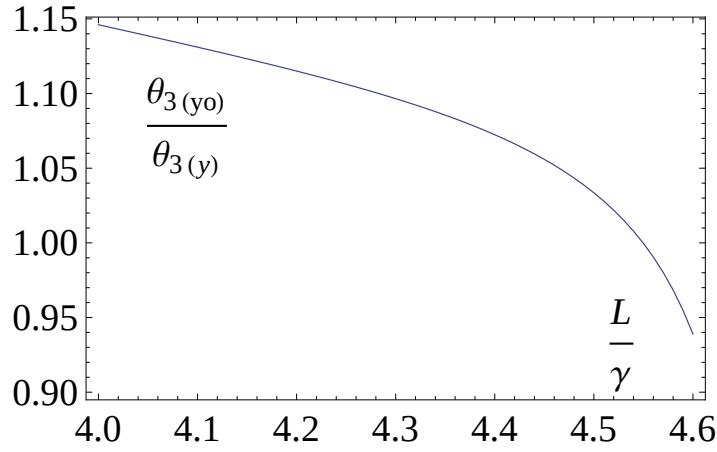
Çizelge 7.24: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0048	1.0036	1.0044	1.0033	1.0030	1.0105	1.0028	1.0025

Yerel olmayan teoride (7.38) denklemi ile elde edilen $\Theta_{3(yo)}$ değerinin, yerel elastisite teorisinde (7.34) denklemi ile elde edilen $\Theta_{3(y)}$ değerine oranı (7.43) bağıntısı ile verilmektedir.

$$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}} = - \frac{p \left(25L^4 + 72L^2\gamma^2 - 12\gamma^3 \left(5L \sin \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 2\gamma \right) \sec \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 24\gamma^4 \right)}{72EIL} \quad (7.43)$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları, 0.01γ aralıklı **Şekil 7.11**'de verilmektedir.



Şekil 7.11: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için açısal yerdeğiştirme oranları γ aralıklı **Çizelge 7.25**, **Çizelge 7.26**, **Çizelge 7.27** ve **Çizelge 7.28** ile verilmektedir.

Çizelge 7.25: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$	1.14611	1.1762	1.0832	1.0526	1.0787	1.0374	1.0275	1.4165

Çizelge 7.26: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$	1.0209	1.0165	1.0082	1.0135	1.0111	1.0083	1.0094	1.0079

Çizelge 7.27: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\theta_{3(y_0)}}{\theta_{3(y)}}$	1.0065	1.0069	1.0060	1.0051	1.0054	1.0046	1.0041	1.0044

Çizelge 7.28: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

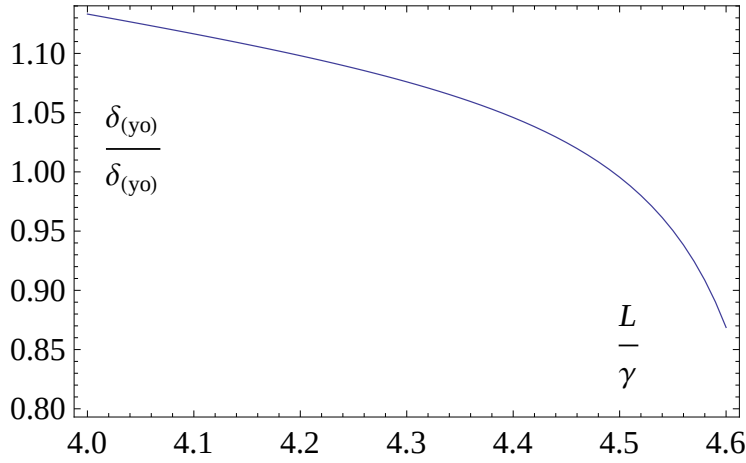
$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$	1.0037	1.0033	1.0038	1.0030	1.0028	1.0077	1.0025	1.0023

Yerel olmayan teoride [7.40] denklemi ile elde edilen $\delta(yo)$ değerinin, yerel elastisite teorisinde (7.35) denklemi ile elde edilen $\delta(y)$ değerine oranı aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\delta(yo)}{\delta(y)} = \left[L^3 - 3\gamma^3 \tan\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 3L\gamma^2 \right] / [L^3] \quad (7.44)$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri, 0.01γ aralıklarla Şekil 7.12’de gösterilmiştir.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri, γ aralıklarla Çizelge 7.29, Çizelge 7.30, Çizelge 7.31 ve Çizelge 7.32 ile verilmiştir.



Şekil 7.12: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta(yo)}{\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çizelge 7.29: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta(yo)}{\delta(y)}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\delta(yo)}{\delta(y)}$	1.133	1.2011	1.0874	1.0536	1.0867	1.0389	1.0281	1.5341

Çizelge 7.30: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0219	1.0171	1.0074	1.0141	1.0115	1.0083	1.0098	1.0082

Çizelge 7.31: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0067	1.0073	1.0062	1.0053	1.0057	1.0048	1.0042	1.0046

Çizelge 7.32: Mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli çerçevede $\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

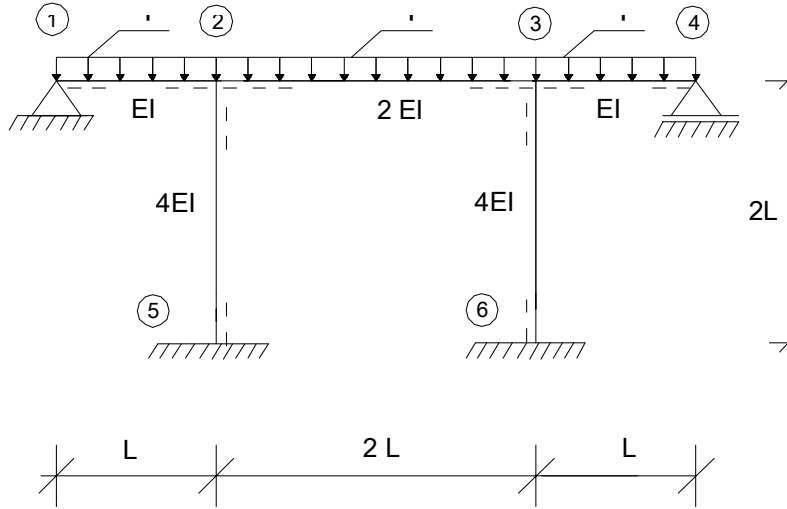
$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\delta_{(yo)}}{\delta_{(y)}}$	1.0039	1.0035	1.0041	1.0032	1.0029	1.0090	1.0026	1.0024

7.3 Bir Ucu Mafsallı Bir Ucu Ankastre ve İki Ucu Ankastre Çubuklardan Oluşan Sistemler

7.3.1 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistemler

İki ucu ankastre ve bir ucu mafsallı çubuklardan oluşan **Şekil 7.13**'te görülen düğüm noktaları sabit sistem, önce Açık Yöntemi ile yerel teoride incelenmektedir. Bu sistemde bilinmeyenler, 2 ve 3 düğüm noktalarındaki açılal yerdeğiştirmelerdir. Önce 2 ve 3 düğüm noktalarında denge denklemleri yazılmaktadır.

$$\begin{aligned} \sum M_2 = 0 & \quad \left(\bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} + m_{2\Theta_2}^{2-5} + m_{2\Theta_2}^{2-3} \right) * \Theta_2 + m_{2\Theta_3}^{2-3} * \Theta_3 - \bar{\mathcal{M}}_{21} + \mathcal{M}_{23} = 0 \\ \sum M_3 = 0 & \quad m_{2\Theta_2}^{2-3} * \Theta_2 + \left(m_{3\Theta_3}^{3-2} + \bar{m}_{3\Theta_3}^{3-4} + m_{3\Theta_3}^{3-6} \right) * \Theta_3 + \bar{\mathcal{M}}_{34} - \mathcal{M}_{32} = 0 \quad (7.45) \end{aligned}$$



Şekil 7.13: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan sabit çerçeve.

Şekil 7.13'te verilen düğüm noktaları sabit sistemde, yerel teoride çubuklara ait birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmakta ve elde edilen değerler aşağıda verilmektedir. Bu sistemde, 1-2 ve 3-4 çubukları bir ucu mafsallı, 2-5 ve 3-6 çubukları ise iki ucu ankastre çubuklardır.

$$\begin{aligned}
 \bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} &= 3EI/L \\
 m_{2\Theta_2}^{2-5} &= 8EI/L & m_{2\Theta_5}^{2-5} &= 4EI/L \\
 t_{2\Theta_2}^{2-5} &= 6EI/L^2 & m_{2\delta}^{2-5} &= 6EI/L^2 \\
 t_{2\delta}^{2-5} &= 6EI/L^3 \\
 m_{2\Theta_2}^{2-3} &= 4EI/L & m_{2\Theta_3}^{2-3} &= 2EI/L \\
 m_{3\Theta_3}^{3-6} &= 8EI/L & m_{3\Theta_6}^{3-6} &= 4EI/L \\
 t_{3\Theta_3}^{3-6} &= 6EI/L^2 & m_{3\delta}^{3-6} &= 6EI/L^2 \\
 t_{3\delta}^{3-6} &= 6EI/L^3 \\
 \bar{m}_{3\delta}^{3-4} &= 3EI/L
 \end{aligned} \tag{7.46}$$

Yerel teoride, düzgün yayılı p yükü ile yüklenmiş çubuklarda ankastrelik momentleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathcal{M}}_{21} &= -pL^2/8 & \bar{\mathcal{M}}_{34} &= pL^2/8 \\
 \mathcal{M}_{23} &= pL^2/3 & \mathcal{M}_{32} &= -pL^2/3
 \end{aligned} \tag{7.47}$$

(7.45) denklemi (7.46) ve (7.47) denklemleri ile verilen değerler için sayısal olarak yazılırsa aşağıdaki denklem sistemi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
\sum M_2 &= 0 \\
(3EI/L + 8EI/L + 4EI/L) * \Theta_2 + 2EI/L * \Theta_3 - pL^2/8 + pL^2/3 &= 0 \\
\sum M_3 &= 0 \\
2EI/L * \Theta_2 + (3EI/L + 8EI/L + 4EI/L) * \Theta_3 + pL^2/8 - pL^2/3 &= 0
\end{aligned} \tag{7.48}$$

Sistem, önce yerel teoride çözümlenerek yerdeğiştirmeler bulunur.

$$\Theta_{2(y)} = -\frac{5L^3 p}{312EI} \quad \Theta_{3(y)} = \frac{5L^3 p}{312EI} \tag{7.49}$$

(7.45) denklem sisteminde, yerel olmayan elastisite teorisi ile bulunan birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri yerine koyularak çözümlenmekte ve açısıl yerdeğiştirmeler p, L, EI ve γ cinsinden bulunmaktadır.

$$\begin{aligned}
\Theta_{2(y_0)} &= \left[-L^2 p \left(-12\gamma^3 \left((-5L^4 + 12L^2\gamma^2 + 432\gamma^4) \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (15L^4 \right. \right. \right. \\
&+ 108L^2\gamma^2 - 144\gamma^4) \sin\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) + (5L^7 + 84L^5\gamma^2 + 360L^3\gamma + 2304L\gamma^6) \\
&* \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (5L^7 + 84L^5\gamma^2 + 216L^3\gamma^4 - 2304L\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right) \left. \right) \left. \right] \\
&/ \left[24EI \left(-12L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left((33L^2 + 72\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + 5L^2 + 24\gamma^2 \right) \right. \right. \\
&+ (13L^6 + 114L^4\gamma^2 + 144L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 \\
&+ 144L^2\gamma^4 - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right) \left. \right]
\end{aligned} \tag{7.50}$$

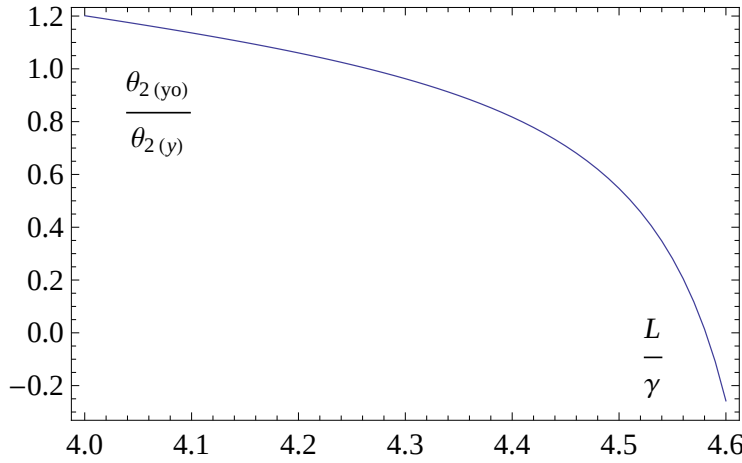
Yerel olmayan teoride $\Theta_{2(y_0)}$ değerini veren (7.50) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\Theta_{2(y)}$ açısıl yerdeğiştirmesi bulunur.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(y_0)} = \Theta_{2(y)} = -\frac{5pL^3}{312EI} \tag{7.51}$$

Yerel olmayan teoride bulunan [7.50] denklemi ile elde edilen değerlerin yerel teorideki değerlere oranı aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} = & \left[13 \left(-12 \gamma^3 \left((-5L^4 + 12L^2 \gamma^2 + 432 \gamma^4) \sin \left(\frac{L}{2\gamma} \right) + (15L^4 \right. \right. \right. \\
& + 108L^2 \gamma^2 - 144 \gamma^4) \sin \left(\frac{3L}{2\gamma} \right) + (5L^7 + 84L^5 \gamma^2 + 360L^3 \gamma + 2304L \gamma^6) \\
& * \cos \left(\frac{L}{2\gamma} \right) + (5L^7 + 84L^5 \gamma^2 + 216L^3 \gamma^4 - 2304L \gamma^6) \cos \left(\frac{3L}{2\gamma} \right) \left. \left. \right) \right] \\
& / \left[5L \left(-12L \gamma^3 \sin \left(\frac{L}{2\gamma} \right) \left((33L^2 + 72\gamma^2) \cos \left(\frac{L}{\gamma} \right) + 5L^2 + 24\gamma^2 \right) \right. \right. \\
& + (13L^6 + 114L^4 \gamma^2 + 144L^2 \gamma^4 + 288\gamma^6) \cos \left(\frac{L}{2\gamma} \right) + (13L^6 + 114L^4 \gamma^2 \\
& + 144L^2 \gamma^4 - 288\gamma^6) \cos \left(\frac{3L}{2\gamma} \right) \left. \left. \right) \right] \quad (7.52)
\end{aligned}$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıklarla bu oranlar hesaplanmakta ve **Şekil 7.14**'te gösterilmektedir. Bu oranlar L çubuk boyunun 4γ



Şekil 7.14: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi

ile 35γ arasındaki değerleri için γ aralıklarla hesaplanmakta ve sonuçlar **Çizelge 7.33**, **Çizelge 7.34**, **Çizelge 7.35** ve **Çizelge 7.36**'da verilmektedir.

Çizelge 7.33: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.2013	1.6720	1.2269	1.1210	1.1974	1.0291	1.1008	2.4675

Çizelge 7.34: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0602	1.0436	1.0134	1.0284	1.0472	1.0226	1.0274	1.0217

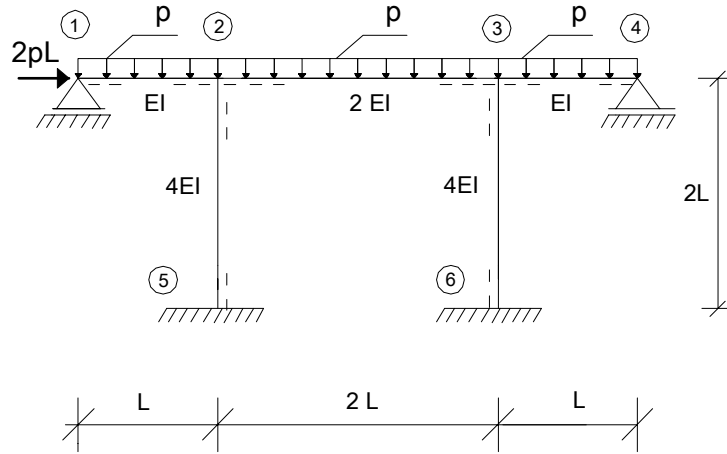
Çizelge 7.35: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0165	1.0173	1.1977	1.0153	1.0159	1.0129	1.0905	1.01117

Çizelge 7.36: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0067	1.0103	1.01116	1.0086	1.0075	1.0264	1.0061	1.0076

7.3.2 Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli sistemler



Şekil 7.15: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan hareketli çerçeve.

Ankastre ve mafsallı çubuklardan oluşan, **Şekil 7.15**'te görülen düğüm noktaları hareketli sistemde, bilinmeyenler 2 ve 3 düğüm noktalarındaki açısal yerdeğiştirmeler ve düşey çubukların eksenine dik doğrusal yerdeğiştirmeleridir. Bu sistemde, doğru eksenli prizmatik çubuklardan oluşmakta ve boyca uzamaları ihmal edilmektedir. Bu nedenle $\delta_{2-5} = \delta_{3-6} = \delta$ olarak alınmaktadır.

Bu sistem 3 bilinmeyenlidir ve üç denge denklemi gerekmektedir. Verilen yükleme için düğüm noktaları hareketli sistemde, 2 ve 3 nolu düğüm noktalarında moment denge denklemleri ve yatay iz düşüm denge denklemi yazılarak aşağıdaki denklem sistemi elde edilir **(7.53)**.

$$\begin{aligned}
\sum M_2 &= 0 \\
\left(\bar{m}_{2\Theta_2}^{1-2} + m_{2\Theta_2}^{2-5} + m_{2\Theta_2}^{2-3} \right) \Theta_2 + m_{2\Theta_3}^{2-3} \Theta_3 + m_{2\delta}^{2-5} \delta - \overline{\mathcal{M}}_{21} + \mathcal{M}_{23} &= 0 \\
\sum M_3 &= 0 \\
m_{2\Theta_2}^{3-2} * \Theta_2 + \left(m_{3\Theta_3}^{3-2} + \bar{m}_{3\Theta_3}^{3-4} + m_{3\Theta_3}^{3-6} \right) \Theta_3 + m_{3\delta}^{3-6} \delta + \overline{\mathcal{M}}_{34} - \mathcal{M}_{32} &= 0 \\
\sum \bar{X} &= 0 \\
t_{2\Theta_2}^{2-5} * \Theta_2 + t_{3\Theta_3}^{3-6} \Theta_3 + t_{2\delta}^{2-5} * \delta + t_{3\delta}^{3-6} \delta - 2pL &= 0
\end{aligned} \tag{7.53}$$

Yukarıda verilen denklem sisteminde, **(7.46)**, **(7.47)** denklemleri ile verilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri yerine koyularak düğüm noktalarındaki açısal ve doğrusal yerdeğiştirmeler **[7.54]**, **[7.55]** ve **[7.56]** denklemleri ile verilmektedir.

$$\Theta_{2(y)} = -\frac{367pL^3}{3432EI} \tag{7.54}$$

$$\Theta_{3(y)} = -\frac{257pL^3}{3432EI} \tag{7.55}$$

$$\delta_{(y)} = \frac{17pL^4}{66EI} \tag{7.56}$$

Daha sonra aynı sistem yerel olmayan teoride bulunan birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri **(7.53)** denge denklemlerinde yerine koyularak çözümlenmek-

tedir. $\Theta_{2(y_0)}$ açısıl yerdeğiştirmesi (7.57) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\Theta_{2(y_0)} = & \left[-L^2 p \left((L^3 + 12L\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) (734L^{10} + 8712L^8\gamma^2 \right. \\
& + 28080L^6\gamma^4 + 31392L^4\gamma^6 + 29376L^2\gamma^8 + 20736\gamma^{10}) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (367L^{10} \\
& + 4356L^8\gamma^2 + 14832L^6\gamma^4 + 41472L^4\gamma^6 + 44064L^2\gamma^8 - 31104\gamma^{10}) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& + (367L^{10} + 4356L^8\gamma^2 + 13248L^6\gamma^4 - 24480L^4\gamma^6 - 73440L^2\gamma^8 + 10368\gamma^{10}) \\
& * \cos\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) - 48L\gamma^3 (193L^6 + 942L^4\gamma^2 + 360L^2\gamma^4 + 576\gamma^6) \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \\
& + 36L\gamma^3 (61L^6 + 78L^4\gamma^2 - 840L^2\gamma^4 - 1824\gamma^6) \sin\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 (589L^6 \\
& + 3534L^4\gamma^2 + 3384L^2\gamma^4 - 3744\gamma^6) \sin\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) \left. \right] / \left[24EI \left(-48L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\
& * \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 \\
& + 144\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& - 12L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) (33L^2 + 72\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 \\
& + 144L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 + 144L^2\gamma^4 \\
& - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right] \quad (7.57)
\end{aligned}$$

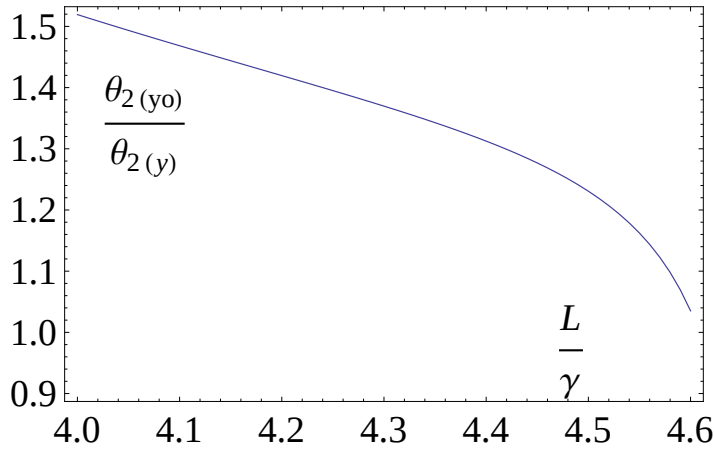
Yerel olmayan teoride $\Theta_{2(y_0)}$ değerini veren (7.57) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\Theta_{2(y)}$ açısıl yerdeğiştirmesi bulunur.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{2(y_0)} = \Theta_{2(y)} = -\frac{367pL^3}{3432} \quad (7.58)$$

Yerel olmayan teoride (7.57) denklemi ile bulunan $\Theta_{2(y_0)}$ değerinin, yerel teoride bulunan $\Theta_{2(y)}$ değerine oranı (7.59) denkleminde verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} = & \left[143 \left((L^3 + 12L\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) (734L^{10} + 8712L^8\gamma^2 \right. \\
& + 28080L^6\gamma^4 + 31392L^4\gamma^6 + 29376L^2\gamma^8 + 20736\gamma^{10}) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (367L^{10} \\
& + 4356L^8\gamma^2 + 14832L^6\gamma^4 + 41472L^4\gamma^6 + 44064L^2\gamma^8 - 31104\gamma^{10}) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& + (367L^{10} + 4356L^8\gamma^2 + 13248L^6\gamma^4 - 24480L^4\gamma^6 - 73440L^2\gamma^8 + 10368\gamma^{10}) \\
& * \cos\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) - 48L\gamma^3 (193L^6 + 942L^4\gamma^2 + 360L^2\gamma^4 + 576\gamma^6) \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \\
& + 36L\gamma^3 (61L^6 + 78L^4\gamma^2 - 840L^2\gamma^4 - 1824\gamma^6) \sin\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 (589L^6 \\
& + 3534L^4\gamma^2 + 3384L^2\gamma^4 - 3744\gamma^6) \sin\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) \left. \right] / \left[367L \left(-48L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\
& * \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 \\
& + 144\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& - 12L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) (33L^2 + 72\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 \\
& + 144L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 + 144L^2\gamma^4 \\
& - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right] \quad (7.59)
\end{aligned}$$

Çubuk boyunun $L = 4 \gamma$ ile $L = 4.6 \gamma$ arasındaki değerleri için bu oranlar 0.01γ aralıklı hesaplanarak **Şekil 7.16**'da verilmektedir.



Şekil 7.16: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

(7.59) denkleminde L çubuk boyunun $L = 4\gamma$ ile $L = 35\gamma$ arasındaki değerleri için oranlar **Çizelge 7.37**, **Çizelge 7.38**, **Çizelge 7.39** ve **Çizelge 7.40** ile verilmektedir.

Çizelge 7.37: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.5193	1.3919	1.1997	1.1251	1.1095	1.0110	1.1083	1.3725

Çizelge 7.38: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0535	1.0416	1.0281	1.0232	1.0486	1.0272	1.0242	1.0203

Çizelge 7.39: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0169	1.0146	1.2311	1.0156	1.0138	1.0119	1.0105	1.0097

Çizelge 7.40: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}}$	1.0053	1.0102	1.0092	1.0079	1.0071	1.0108	1.0053	1.0074

Tablo ve grafiklerden görüldüğü gibi L çubuk boyunun 4γ değeri için $\Theta_{2(yo)}$ açısai yerdeğiştirmesi $1.5193\Theta_{2(y)}$ olarak bulunmuştur.

Yerel olmayan teoride $\Theta_{3(yo)}$ değeri için (7.60) denklemini elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
\Theta_{3(y_0)} = & \left[-L^2 p \left((L^3 + 12L\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) (257L^{10} + 2988L^8\gamma^2 \right. \\
& + 9288L^6\gamma^4 + 9360L^4\gamma^6 + 6048L^2\gamma^8 - 10368\gamma^{10}) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (257L^{10} \\
& + 2988L^8\gamma^2 + 8496L^6\gamma^4 + 12960L^4\gamma^6 + 18144L^2\gamma^8 + 31104\gamma^{10}) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& + (257L^{10} + 2988L^8\gamma^2 + 10080L^6\gamma^4 + 2880L^4\gamma^6 - 30240L^2\gamma^8 - 10368\gamma^{10}) \\
& * \cos\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) - 48L\gamma^3 (143L^6 + 642L^4\gamma^2 + 1368L^2\gamma^4 + 1152\gamma^6) \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \\
& + 36L\gamma^3 (71L^6 + 210L^4\gamma^2 + 840L^2\gamma^4 + 672\gamma^6) \sin\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 (359L^6 \\
& + 1938L^4\gamma^2 + 3528L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \sin\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) \left. \right] / \left[24EI \left(-48L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\
& * \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6) \\
& * \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left. left((33L^2 + 72\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 \right. \right. \\
& + 144L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 + 144L^2\gamma^4 \\
& - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right] \quad (7.60)
\end{aligned}$$

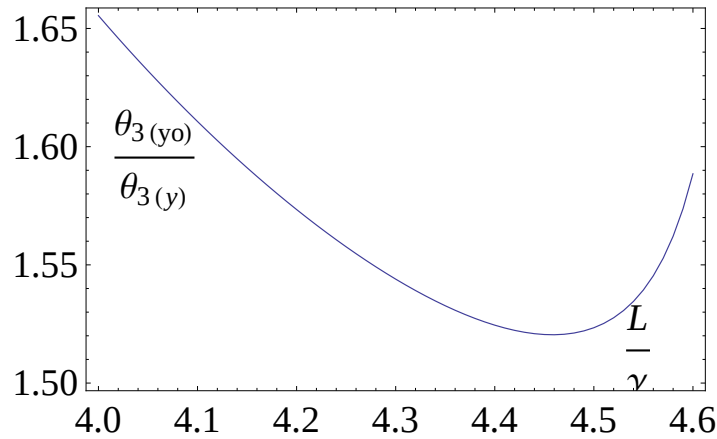
$\Theta_{3(y_0)}$ değerini veren (7.60) denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\Theta_{3(y)}$ açısal yerdeğiştirmesi bulunmaktadır.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \Theta_{3(y_0)} = \Theta_{3(y)} = -\frac{257PL^3}{3432EI} \quad (7.61)$$

$\Theta_{3(y_0)}$ açısal yerdeğiştirmesinin yerel teoride bulunan $\Theta_{3(y)}$ değerine oranı [7.62] denkleminde verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}} = & \left[143 \left((L^3 + 12L\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) (257L^{10} + 2988L^8\gamma^2 \right. \\
& + 9288L^6\gamma^4 + 9360L^4\gamma^6 + 6048L^2\gamma^8 - 10368\gamma^{10}) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (257L^{10} \\
& + 2988L^8\gamma^2 + 8496L^6\gamma^4 + 12960L^4\gamma^6 + 18144L^2\gamma^8 + 31104\gamma^{10}) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \\
& + (257L^{10} + 2988L^8\gamma^2 + 10080L^6\gamma^4 + 2880L^4\gamma^6 - 30240L^2\gamma^8 - 10368\gamma^{10}) \\
& * \cos\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) - 48L\gamma^3 (143L^6 + 642L^4\gamma^2 + 1368L^2\gamma^4 + 1152\gamma^6) \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \\
& + 36L\gamma^3 (71L^6 + 210L^4\gamma^2 + 840L^2\gamma^4 + 672\gamma^6) \sin\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 (359L^6 \\
& + 1938L^4\gamma^2 + 3528L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \sin\left(\frac{5L}{2\gamma}\right) \left. \right] / \left[257L \left(-48L\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) \right. \\
& * \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6) \\
& * \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) - 12L\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left. left((33L^2 + 72\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 \right. \right. \\
& + 144L^2\gamma^4 + 288\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (13L^6 + 114L^4\gamma^2 + 144L^2\gamma^4 \\
& - 288\gamma^6) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \left. \right] \quad (7.62)
\end{aligned}$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için bu oranlar 0.01γ aralıklarla hesaplanmakta ve sonuçlar **Şekil 7.17**'de verilmektedir.



Şekil 7.17: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için oranlar, γ aralıklı hesaplanmakta ve sonuçlar **Çizelge 7.41**, **Çizelge 7.42**, **Çizelge 7.43** ve **Çizelge 7.44** ile verilmektedir.

Çizelge 7.41: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$	1.6554	1.2720	1.1880	1.1268	1.0718	1.0032	1.1115	0.9038

Çizelge 7.42: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$	1.0506	1.0407	1.0344	1.0209	1.0493	1.0291	1.0228	1.0197

Çizelge 7.43: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$	1.0171	1.0135	1.2454	1.0157	1.0129	1.0115	1.0103	1.0088

Çizelge 7.44: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{3(y)}}$	1.0047	1.0104	1.0081	1.0076	1.0069	1.0042	1.0050	1.0073

Tablo ve grafiklerden görüldüğü gibi $L = 4\gamma$ değeri için $\Theta_{3(yo)} = 1.6554\Theta_{3(y)}$ olarak bulunmaktadır.

Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan sistemde, yerel olmayan elastisite çerçevesinde $\delta_{i(yo)}$ doğrusal yerdeğiştirmesi [7.63] denkleminde verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\delta_{i(yo)} = & \left[Lp \sec\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left(L(L^2 + 12\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) - 12L\gamma^3 \right. \\
& + \left(17L^6 + 102L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6 \right) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \Big] / [6EI(-48L\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 \\
& + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \\
& + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6 \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \\
& * \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \Big] \quad (7.63)
\end{aligned}$$

Yerel olmayan teoride $\delta_{(yo)}$ değerini veren [7.65] denkleminde, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki $\delta_{(y)}$ yerdeğiştirmesi bulunur.

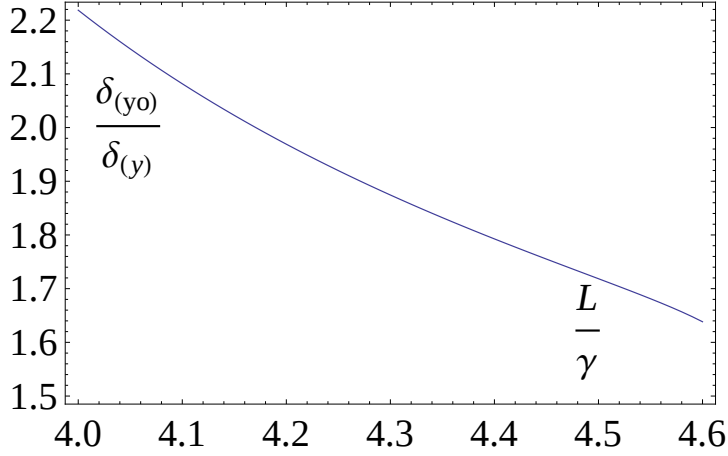
$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \delta_{(yo)} = \delta_{(y)} = \frac{17PL^4}{66} \quad (7.64)$$

Yerel olmayan teoride bulunan $\delta_{(yo)}$ doğrusal yerdeğiştirmesinin, yerel teorideki $\delta_{(y)}$ yerdeğiştirmesine oranı (7.65) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}} = & \left[11 \sec\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left(L(L^2 + 12\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) - 24\gamma^3 \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \right) - 12L\gamma^3 \right. \\
& + \left(17L^6 + 102L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6 \right) \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \Big] / [17L^3(-48L\gamma^3 \\
& * \sin\left(\frac{L}{2\gamma}\right) \left((6L^2 + 9\gamma^2) \cos\left(\frac{L}{\gamma}\right) + L^2 + 3\gamma^2 \right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 \\
& + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6) \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \\
& + 72L^2\gamma^4 + 144\gamma^6 \cos\left(\frac{L}{2\gamma}\right) + (11L^6 + 84L^4\gamma^2 + 72L^2\gamma^4 - 144\gamma^6) \\
& * \cos\left(\frac{3L}{2\gamma}\right) \Big] \quad (7.65)
\end{aligned}$$

L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için 0.01γ aralıkla oranlar hesaplanmakta ve sonuçlar Şekil 7.18'de gösterilmektedir.

L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri için oranlar, γ aralıkla hesaplanmakta ve sonuçlar Çizelge 7.45, Çizelge 7.46, Çizelge 7.47, Çizelge 7.48 ile verilmektedir.



Şekil 7.18: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Çizelge 7.45: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$	2.2186	1.5243	1.2947	1.1859	1.1194	0.9983	1.1688	1.1391

Çizelge 7.46: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi

$\frac{L}{\gamma}$	12	13	14	15	16	17	18	19
$\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$	1.0750	1.0589	1.0455	1.0299	1.0734	1.0409	1.0335	1.0284

Çizelge 7.47: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	20	21	22	23	24	25	26	27
$\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$	1.0241	1.0195	1.4292	1.0225	1.0189	1.0166	1.0148	1.0129

Çizelge 7.48: Mafsallı ve ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktası hareketli çerçevede $\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

$\frac{L}{\gamma}$	28	29	30	31	32	33	34	35
$\frac{\delta_{i(yo)}}{\delta_{i(y)}}$	1.0066	1.0145	1.0122	1.0109	1.0099	1.0095	1.0072	1.0105

Bu denklem $L = 4\gamma$ için çözüldüğünde $\delta_{(yo)}$ değeri $2.2186 \delta_{(y)}$ olarak bulunmuştur.

Düğüm noktaları hareketli sistemlerde, yerel olmayan elastisite teorisinin düğüm noktaları sabit sistemlere göre daha etkili olduğu tablo ve grafiklerden görülmektedir. Özellikle iki ucu ankastre çubuklardan oluşan sistemlerde yerel olmayan etkiler oldukça önemlidir. Nanoboyutlardaki elemanlarda yerel olmayan teori ile elde edilen yerdeğiştirmeler, yerel teori çerçevesinde elde edilen yerdeğiştirmelerin 2 katından daha fazla olabilmektedir.

7.4 Tablo ve Grafiklerden Yararlanarak Yerel Olmayan Teoride Açık Yöntemi

Tablolardan yararlanarak yerel olmayan teoride çözümlenmeye örnek olarak **Şekil 7.9** ile verilen bir ucu mafsallı çubuklardan oluşan düğüm noktaları hareketli sistem incelenecektir. L çubuk boyunun 4γ değeri için yerel olmayan teoride birim yerdeğiştirme sabitleri **Çizelge 5.21**, **Çizelge 5.29** ve **Çizelge 5.33**'ten yararlanılarak elde edilir. Yerel olmayan teoride, ankastrelik momentleri ise tab:tab28 ile yerel olmayan teoriye dönüştürülebilir. (7.31) denge denklemlerinde bulunan bu değerler yerine koyularak yerel olmayan teoride denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}\sum M_2 &= 0 \quad (9 * 0.8824EI/L) * \Theta_2 + 3 * 0.8824EI/L^2 * \delta - pL^2/8 * 1.2833 = 0 \\ \sum M_3 &= 0 \quad (9 * 0.8824EI/L) * \Theta_3 + 3 * 0.8824EI/L^2 * \delta + pL^2/8 * 1.2833 = 0 \\ \sum \bar{X} &= 0 \quad 3 * 0.8824EI/L^2(\Theta_2 + \Theta_3) + (2 * 0.8824 * 1.5EI/L^3) * \delta - pL = \textbf{(7.66)}\end{aligned}$$

(7.66) denklem sisteminin çözümlenmesi ile yerel olmayan teoride yerdeğiştirmeler elde edilir.

$$\Theta_{2(y)} = -0.3576L^3 p/EI \quad (7.67)$$

$$\Theta_{3(y)} = -0.3980L^3 p/EI \quad (7.68)$$

$$\delta_{(y)} = 1.13327L^4p/EI \quad (7.69)$$

Yerel olmayan teoride tablolar yardımı ile bulunan yerdeğiştirmelerin yerel teorideki yerdeğiştirmelere oranları (7.70) denklemi ile verilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\Theta_{2(yo)}}{\Theta_{2(y)}} &= \frac{-0.3576L^3p/EI}{-23L^3p/72/EI} = 1.1193 \\ \frac{\Theta_{3(yo)}}{\Theta_{2(y)}} &= \frac{-0.3980L^3p/EI}{-25L^3p/72/EI} = 1.1462 \\ \frac{\delta(yo)}{\delta(y)} &= \frac{1.13327L^4p/EI}{L^4p/EI} = 1.13327 \end{aligned} \quad (7.70)$$

Görüldüğü gibi tablolar yardımı ile yerel teoride yapılan çözümler, yerel olmayan teorideki çözümlere kolaylıkla dönüştürölmektedir.

8. YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE TEORİSİNDE RITZ YÖNTEMİ VE NANOTEKNOLOJİYE UYGULANMASI

8.1 Giriş

Bu bölümde, Ritz Yöntemi yerel olmayan elastisite çerçevesinde tanımlanmıştır. Yapısal mekanikteki enerji prensipleri; gerilmeler, gerilmeler veya deformasyonlar, yerdeğiştirmeler, malzeme özellikleri arasındaki ilişkiler, enerji formundaki dış etkenler veya iç ve dış kuvvetler tarafından yapılan işler arasındaki ilişkileri ifade eder. Toplam potansiyel enerji sistemin iç kuvvetlerinin potansiyeli ile dış kuvvetlerinin potansiyelinin toplamından meydana gelmektedir. Toplam potansiyel enerji ilkesine göre; elastik bir sistemde sistemin geometrik şartlarını sağlayan konumları arasında, toplam potansiyel enerjiyi minimum yapan konum gerçek denge konumudur [62,63]. . Bu yöntemde gerçek denge konumunu bulmak için sistem bir bütün olarak incelenir ve sistemin konumunu belirten koordinatlara bağlı ve toplam potansiyel enerji adı verilen bir integral ile ifade edilir.

Yukarıda esasları açıklanan minimal prensiplere dayanarak bir elastik denge problemi incelenmek istenirse, ayrı bir matematik disiplin olan varyasyon hesabı yöntemlerini uygulamak gerekir. Çünkü, problem daima belirli integralleri ekstrem yapan fonksiyonları bulmaktır. Varyasyon hesabından bilindiğine göre, böyle bir problem, bazı sınır koşulları altında bir diferansiyel denklemin çözümüne indirgenebilir. Bu denkleme minimum potansiyel enerji prensibinin "Euler diferansiyel denklemi" adı verilir (8.2). Mesela ekstrem yapılacak sınırlı integral

$$I = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y', y'') dx \quad (8.1)$$

ise, buna ait Euler diferansiyel denklemi aşağıda verilen ifade ile hesaplanır.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (8.2)$$

Ritz Yöntemi, enerji prensiplerine dayanan yaklaşık bir çözüm yöntemidir. Dayandığı temel fikir varyasyon prensibini çok parametrelili adi ekstremum problemine indirmektedir. Bu yüzden, bu yönteme direkt varyasyon yöntemi de denir. İlave sınır koşulları

varyasyonel yöntem kullanılarak yerel olmayan kirişlerin eğilmesi için elde edilmiştir. Potansiyel enerji yerel olmayan bir kiriş için hesaplanmakta ve potansiyel enerji minimum olduğunda yerdeğiştirmeler bulunmaktadır. Bu Euler-Lagrange denklemini ve ilave olarak bir sınır koşulu denklemini vermektedir. Belirlenmemiş katsayıları içeren çökme eğrisi için yerel olmayan elastisitede sınır koşullarını sağlayan bir trigonometrik fonksiyon seçilmiştir. Ritz Yöntemi uygulanarak basit mesnetli bir kirişin yerel olmayan teoride elastik eğrisi elde edilmiştir. Ritz Yöntemi minimum potansiyel enerji ilkesi ile çözümler belirlemek için uygun bir yaklaşımdır [64].

8.2 Yerel Olmayan Elastisitede Bernoulli/Euler Kiriş Modeli ve İlave Sınır Koşulları

Potansiyel enerji (π) aşağıda verilen integralle ifade edilir (8.3).

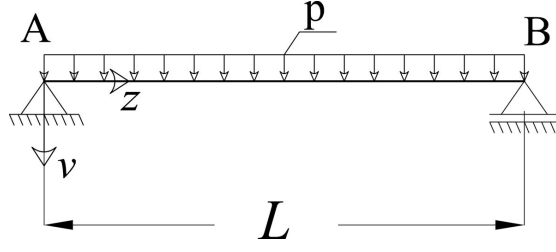
$$\pi = \int \left\{ \frac{1}{2} M \omega - p v \right\} dz \quad (8.3)$$

Daha önce 4. bölümde potansiyel enerji (π) (4.6) ile verilen integralle ifade edilmekte ve (4.6) denkleminde momentin yerel olmayan elastisitedeki (4.2) ifadesi yerine koyularak potansiyel enerjinin yerel olmayan teorideki ifadesi (4.8) denklemi elde edilmektedir. Yerel olmayan teoride potansiyel enerjinin varyasyonu hesaplanarak (4.9) ile verilen denklemler elde edilmektedir. Bu denklemin sağlanması için (4.11) ile verilen gerekli sınır koşulları sağlatılmakta, ve bu sınır koşulları topluca aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} a) \quad & v''' = 0 \text{ veya } \delta v = 0 \\ b) \quad & v^V = 0 \text{ veya } \delta v = 0 \\ c) \quad & v'' = 0 \text{ veya } \delta v' = 0 \\ d) \quad & v^{IV} = 0 \text{ veya } \delta v' = 0 \\ e) \quad & v''' = 0 \text{ veya } \delta v'' = 0 \\ f) \quad & v'' = 0 \text{ veya } \delta v''' = 0 \end{aligned} \quad (8.4)$$

8.3 Yerel Olmayan Elastisitede Ritz Yöntemi

Bu bölümde, Şekil 8.1 de verilen basit mesnetli kirişin eğilmesi, yerel olmayan elastisite çerçevesinde Ritz Yöntemi ile incelenecektir.



Şekil 8.1: Basit mesnetli kiriş.

Mesnet noktalarında çökmeler sıfırdır ve bu yüzden;

$$v(0) = 0 \quad v(L) = 0 \quad (8.5)$$

yazılabilir. (8.5) denklemi ile verilen mesnet noktalarında çökmeler sıfır ise çökmelerin varyasyonları da sıfırdır.

$$\delta v|_{z=0} = 0 \quad \text{ve} \quad \delta v|_{z=L} = 0 \quad (8.6)$$

Varyasyon hesabında geçerli olan ve 4. bölümde (4.10) denklemi ile verilen bağıntılar göz önüne alınır ve bu bağıntılarda $\eta(0) = 0$ ve $\eta(L) = 0$ 'dır. Diğer bir deyişle mesnet noktalarında $\delta v'$ sıfırdan farklıdır. (4.11) denkleminde verilen (c) ve (d) koşulları arasındaki ilişki göz önünde bulundurulursa aşağıdaki sınır koşulları elde edilmektedir.

$$v''(0) = v^{IV}(0) = v''(L) = v^{IV}(L) = 0 \quad (8.7)$$

Bu koşullar, $z=0$ ve $z=L$ noktalarında $\delta v'' = \delta v^{IV} = 0$ olduğunu gösterir. Bu da (4.11) denkleminde verilen bütün koşulların sağlandığını gösterir ve elastik eğri için aşağıdaki fonksiyon seçilir.

$$v(z) = \sum_{k=1,3,5} b_k \sin \frac{k\pi z}{L} \quad (8.8)$$

(8.8) ile verilen bu fonksiyon (8.6) ve (8.7) denklemlerinde verilen uç koşullarını sağlamaktadır. Potansiyel enerji, (8.8) denklemi ile verilen $v(z)$ ifadesinde koşullar minimize edilerek ($\frac{\delta \pi}{\delta b_k} = 0$) hesaplanırsa, b_k değeri için yerel olmayan ve yerel teoride aşağıda verilen ifade elde edilmektedir. Burada $\bar{b}_k$, yerel olmayan teorideki değerdir.

$$\bar{b}_k = \frac{4}{\pi^5} \frac{pL^6}{EI k^5 (L^2 - k^2 \pi^2 \gamma^2)}, \quad b_k = \frac{4}{\pi^5} \frac{pL^4}{EI k^5}, \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (8.9)$$

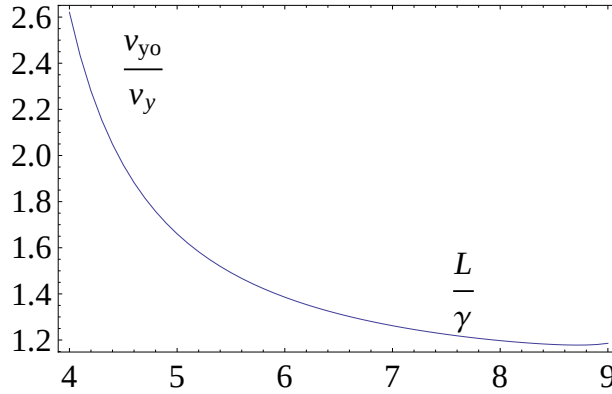
(8.9) bağıntısında, yerel olmayan parametre γ sıfıra götürülürse yerel haldeki b_k değeri elde edilir.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \bar{b}_k = \frac{pL^6}{EI k^5 (L^2 - k^2 \pi^2 \gamma^2)} = b_k = \frac{4}{\pi^5} \frac{pL^4}{EI k^5} \quad (8.10)$$

$\bar{b}_k$ değeri, (8.7) ile verilen $v(z)$ elastik eğri ifadesinde yerine koyularak düzgün yayılı yüklü basit mesnetli kiriş için yerel olmayan teoride elastik eğri ifadesi elde edilir.

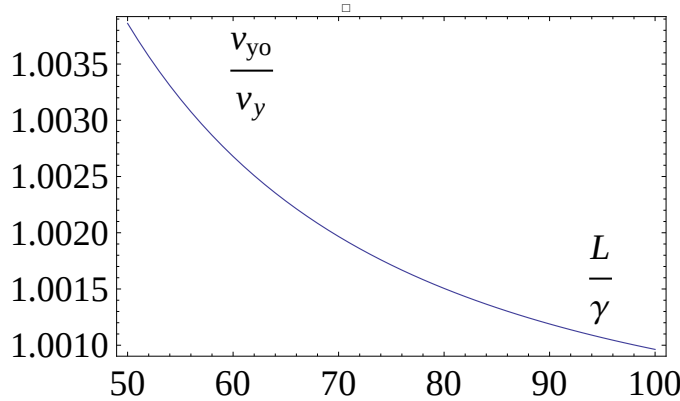
$$v(z)_{yo} = \frac{4}{\pi^5} \frac{pL^6}{EI k^5 (L^2 - k^2 \pi^2 \gamma^2)} \sin \frac{k\pi z}{L} \quad (8.11)$$

Ritz Yöntemi ile kirişin orta noktası için yerel olmayan teoride elde edilen çökme değerinin, yerel teoride yaklaşık yöntemle elde edilen değere oranı L kiriş boyunun 4γ ile 9γ arasındaki değerleri için hesaplanmakta ve **Şekil 8.2**'de verilmektedir.



Şekil 8.2: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_y}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L kiriş boyunun 50γ ile 100γ arasındaki değerleri için oranlar **Şekil 8.3**'te verilmektedir.

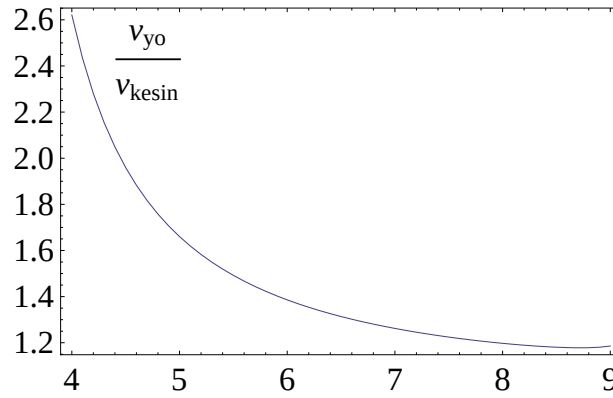


Şekil 8.3: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_y}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

Düzgün yayılı yüklü basit kirişin orta noktasındaki çökmenin kesin çözümde elde edilen değeri, (8.12) denklemi ile verilmektedir [63].

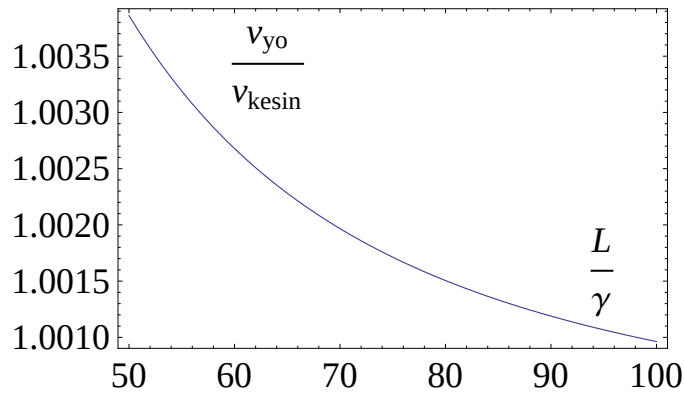
$$v(z) = \frac{5}{384} \frac{pL^4}{EI} \quad (8.12)$$

Yerel olmayan teoride Ritz Yöntemi ile elde edilen orta noktadaki çökme değerinin, kesin çözümde elde edilen değere oranı, L kiriş boyunun 4γ ile 9γ arasındaki değerleri için Şekil 8.4'te verilmektedir.



Şekil 8.4: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_{kesin}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

L kiriş boyunun 50γ ile 100γ arasındaki değerleri için bu oranlar Şekil 8.5'te verilmektedir.



Şekil 8.5: Orta noktadaki $\frac{v_{yo}}{v_{kesin}}$ oranlarının $\frac{L}{\gamma}$ ile değişimi.

9. SONUÇLAR

Nanoteknoloji, çalışma alanı 1 ile 100 nanometre boyutlarındaki maddeler olan atomsal düzeyde bir mühendisliktir. Moleküler boyutta fonksiyonel sistemlerin mühendisliği olan nanoteknoloji, metrenin milyarda biri olan ve kısaca "nm" ile gösterilen nanometre ölçü birimini kullanır ($1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$). Bu yüzden nanoteknoloji, bilinen bütün teknolojilerden çok daha fazla bilimsel ve kuramsal araştırmaya gereksinim duymaktadır. Bütün maddeler atomlardan oluşur ve bu maddeler, fiziksel ve kimyasal bütün özelliklerini atomlarının dizilişlerinden alırlar. Malzemenin büyüklüğü, nanometre ölçütlerine inince, kuantum davranışlar, bilinen klasik davranışların yerini almakta, üretilen yeni malzemeler daha önce görülmeyen üstün özelliklere sahip olmaktadır [1,20–23]. Nanoteknolojiyi uygulanabilir kılan, atomların yapısı ve aralarındaki olağanüstü organizasyon yeteneğidir. Bu nedenle, atomların yapısı ve davranış biçimlerinin çok iyi bilinmesi gerekir.

Nanoteknolojinin en önemli uygulama alanlarından biri olan karbon nanotüpler, tüm bilim dünyasında sayısız uygulama alanı olan üstün özelliklere sahip malzemelerdir. Sınırsız uygulama alanı ile dünyada devrim yaratmışlardır. Çok esnek ve sağlam bir yapıya sahiptirler ve elastisite modülleri, çelikten beş kat daha fazladır [33]. Geometrilere bağlı olarak yarı iletken ve metalik özellik gösterirler. Nanotüpler, bu kadar basit görünmesine rağmen oldukça karmaşık yapıya sahiptir. Çok esnek ve sağlam olmaları nedeniyle, tüp eksenî yönünde çekilmeye karşı, hasar görmeksizin direnç göstermektedirler. Hasarsız bir karbon nanotüp, kendi ağırlığının 300 milyon katı bir ağırlığı taşıyabilecek kapasitededir. Küçük çaplı (yaklaşık 1-2 nm) tüplerden oluşmuş bir demeti koparabilmek için uygulanan çekme gerilmesinin büyüklüğü yaklaşık 36 GPa'dır.

Açı yöntemi, hiperstatik sistemlerin hesabında kullanılan direkt hesap yöntemlerinden biridir. Direkt hesap yöntemlerinin amacı, dış etkilere karşı çubuğun uçlarında oluşan yerdeğiştirmelerin ve buna bağlı olarak uç kuvvetlerinin hesabıdır. Bu yöntemde, uç kuvvetleri ile uç yerdeğiştirmeleri arasındaki, çubuk denge denklemleri ve bünye denklemlerini içeren bağıntılardan yararlanılmaktadır. Açı yönteminde bilinmeyenler, çubukların açısız ve doğrusal uç yerdeğiştirmeleridir. Bilinmeyen olarak seçilen uç

yerdeşiştirmeleri, direkt dūęüm noktalarına ait denge denklemleri ve çeręeve süreklilik denklemleri yardımı ile çözümlenmektedir. Daha sonra, uç yerdeğiştirmelerine bağlı olarak uç kuvvetleri bulunur; diğer yerdeğiştirmeler ve şekil değiştirmeler buna bağlı olarak hesaplanabilmektedir [42–45]. Bu çalışmada, doğru eksenli prizmatik çubuklar incelenerek birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri yerel olmayan teoride elde edilmiş ve Açı Yöntemi ile nanoboyuttaki sistemler çözümlenmiştir.

Son yıllarda nanotüpler ile ilgili teorik ve deneysel çalışmalar sonucu, modelin boyutları küçüldükçe boyut etkisinin mekanik özellikler üzerinde etkisinin arttığı gözlemlenmiştir. Modelin boyutları malzemenin iç uzunluk boyutuna yaklaştıkça yerel teorinin yetersiz olduğu düşünölmekte ve çalışmalar yerel olmayan teoriye yönelmektedir.

Yerel olmayan elastisite teorisinin, karbon nanotüplerin mekanik davranışlarının incelenmesinde önemli bir yeri vardır. Literatürde çok sayıda yapılan teorik ve deneysel çalışmalardan yerel teorinin nanoboyuttaki çubuklarda ne kadar etkili olduğu görölmektedir [16–19, 49–55]. Klasik elastisite teorisinde, verilen bir noktadaki gerilme tensörü aynı noktadaki şekil değiştirme tensörüne doğrusal olarak bağlıdır. Bilindiği gibi yerel olmayan teoride, bir noktadaki gerilme durumu hesaplanırken, komşu noktalardaki şekil değiştirmelerin , o noktaya etkileri de göz önüne alınmaktadır. Boyutları atomik mesafeye göre çok büyük olan elemanlarda yerel olmayan teori, yerel teori ile tamamen aynı sonuçları verir. Buna karşılık problemin matematik modeli karmaşıktır. Kısacası, boyutları atomik mesafeye göre çok büyük olan elemanlarda yerel olmayan teori ile hesap yapmak anlamsızdır. Son yıllarda, nanoteknoloji ile ilgili büyük gelişmeler olmuştur. Boyları birkaç atom mesafesi olan karbon nanotüpler nanoteknolojide her alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Yani karbon nanotüplerin ve onların birleştirilmesi ile oluşan nanosistemlerin mekanik davranışlarının incelenmesinde yerel olmayan teorinin yeri çok büyüktür.

1) Yerel olmayan elastisite teorisi, yerel elastisite teorisinin yetersiz olduğu durumlarda kullanılmak üzere geliştirilmiş bir teori olup sürekli ortamlar mekaniğinde yeni bir yaklaşımdır. Yerel elastisite teorisi ile bir noktadaki gerilmeler hesaplanırken, o noktaya komşu olan diğer noktalardaki şekil değiştirmeler dikkate alınmamaktadır. Gerilmeler sadece yerel etkiler gözönüne alınarak hesaplanmaktadır [47, 48]. Yerel olmayan teoride ise bir noktadaki gerilmeler bulunurken, o noktadaki ve komşu nokta-

lardaki şekil değiştirmelerin katkıları göz önüne alınmaktadır. Bilindiği gibi, yerel olmayan elastisitedeki problemlerin çözümünde ortaya çıkan diferansiyel denklem, yerel teorideki diferansiyel denklemden daha yüksek mertebededir. Bu durum, yerel olmayan elastisite teorisinde problemlerin çözümünde ilave sınır koşulları gerektirir. Bu çalışmada, gerekli ilave sınır koşulları 4. bölümde varyasyon (değişim) ilkesi ile elde edilmiştir.

2) Açık Yöntemi, yerel olmayan teoride ayrıntıları ile anlatılmış ve örnekler ile nanometre boyutlarındaki sistemler üzerinde, yerel olmayan elastisite teorisinin daha üstün olduğunu vurgulanmıştır. Açık Yöntemi'ni nanotüplere uygulayabilmek için, nanoboyuttaki çubuklara ait birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin yerel olmayan teoride bilinmesi gerekir. Yerel olmayan teoride elde edilen elastik eğri denklemi, çubuğa ait sınır koşulları altında çözümlenerek birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmıştır. Daha sonra, sistemler Açık Yöntemi ile yerel ve yerel olmayan teoride çözümlenerek yerdeğiştirmeler elde edilmiş ve elde edilen değerler karşılaştırılmıştır.

İki ucu ankastre çubuklarda, çubuğun birim yerdeğiştirmelerinden çubuğun uçlarında oluşan uç kuvvetleri, yerel teoride bulunan değerlerden oldukça farklıdır. Yerel olmayan teoride i çubuğunun i ucunun birim dönmesinden i ucunda oluşan $m_{i\Theta_i(y)}$ birim yerdeğiştirme sabitinin, yerel teoride elde edilen $m_{i\Theta_i(y)}$ birim yerdeğiştirme sabitine oranı (5.10) bağıntısı ile verilmiştir. Bu oranların, L/γ 'nın 4 ve 4.6 arasındaki değerleri için değişimi Şekil 5.2'de verilmiştir. γ yerel olmayan parametredir ve $\gamma = e_0 a$ 'dır. Burada a , iç karakteristik uzunluğu ($a = 4 \times 10^{-8} \text{ cm}$), e_0 ($e_0 = 0.39$) ise malzeme sabitidir. Şekil 5.2'den görüldüğü gibi, L çubuk boyunun 4 ve 4.6 γ arasında olması halinde yerel olmayan teoride elde edilen değerler, yerel teoride elde edilen değerlerin yaklaşık 0.54 ile 0.68 katı olarak bulunmuştur. L/γ 'nın 4 ile 35 arasındaki değerleri için bu oranlar, Çizelge 5.1, Çizelge 5.2, Çizelge 5.3 ve Çizelge 5.4 ile verilmiştir. Yerel olmayan teoride i çubuğunun i ucunun birim dönmesinden j ucunda oluşan $m_{j\Theta_i(y)}$ birim yerdeğiştirme sabiti ise, bu aralıkta yerel teoride elde edilen değer yaklaşık 0.08 ile 0.31 katı olarak bulunmuştur (Şekil 5.3). Verilen bu grafik ve tablolarda, iki ucu ankastre çubuklarda L çubuk boyunun çok küçük olması halinde yerel olmayan teorisinin çok etkili olduğu görülmektedir.

Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklar yerel olmayan teoride incelendiğinde, $m_{i\Theta_i(y)}$ birim yerdeğiştirme sabitlerinin yerel teorideki sabitlere oranı, (5.39) bağıntısı

ile verilmiştir. Bu oranların L/γ 'nın 4 ve 4.6 arasındaki değerleri **Şekil 5.10**'da verilmiştir. **Şekil 5.10**'dan görüldüğü gibi, L çubuk boyunun $4/\gamma$ olması halinde yerel olmayan teoride elde edilen değer, yerel teoride elde edilen değer yaklaşık 0.88 katı olarak bulunmuştur. L/γ 'nın 4 ile 35 arasındaki değerleri için bu oranlar, **Çizelge 5.21**, **Çizelge 5.22**, **Çizelge 5.23** ve **Çizelge 5.24** ile verilmiştir. Yine bu grafik ve tablolarda, bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubukların birim yerdeğiştirme sabitlerinde yerel olmayan teorinin çubuk boyu küçüldükçe daha etkili olduğu görülmüştür.

3) Açı yönteminde düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmelerin hesaplanması için gerekli olan yükleme sabitleri (ankastrelik momentleri), çubukların düzgün yayılı p yükü ile yüklenmesi halinde, yerel olmayan teoride, doğru eksenli prizmatik çubuklar için 5. bölümde yeniden hesaplanmıştır.

İki ucu ankastre çubuklarda, uç yerdeğiştirmeleri sıfır iken düzgün yayılı p yükünden çubuğun uçlarında oluşan ankastrelik momentleri, **(6.5)** denkleminde görüldüğü gibi yerel teoride bulunan değerlere eşit olarak elde edilmiştir.

Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklarda ise, düzgün yayılı p yükünden çubuğun ankastre ucunda oluşan ankastrelik momentinin, yerel teorideki ankastrelik momentinden oldukça büyük olduğu görülmüştür. **Şekil 6.3**'te L çubuk boyunun $4/\gamma$ değeri için, yerel olmayan teoride elde edilen ankastrelik momenti, yerel teoride elde edilen değer yaklaşık 1.2833 katı olduğu görülmektedir. Ankastrelik momentlerinin, yerel olmayan teoride bulunan değerlerinin yerel teorideki değerlerine oranları L çubuk boyunun $4/\gamma$ ile $35/\gamma$ arasındaki değerleri için **Çizelge 6.1**, **Çizelge 6.2**, **Çizelge 6.3** ve **Çizelge 6.4** ile verilmiştir.

4) Birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentlerinin yerel olmayan teorideki değerlerinin yerel teorideki değerlerine oranını L/γ 'ya bağlı olarak veren bu tablolardan yararlanılarak, yerel teoride hesaplanan birim yerdeğiştirme sabitleri, yerel olmayan teorideki birim yerdeğiştirme sabitlerine dönüştürülebilmekte ve nanometre boyutlarındaki sistemlerin Açık Yöntemi ile yerel olmayan elastisite teorisi ile incelenmesini önemli ölçüde kolaylaştırmaktadır. Bu tablolar, bize yerel olmayan teorinin nanometre boyutlarındaki çubuklarda büyük önem taşıdığını göstermektedir.

5) Açık Yöntemi, çeşitli sistemlere uygulanmış ve bu sistemler için düğüm noktaları denge denklemleri yazılmıştır. Yerel olmayan teoride elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri, denge denklemlerinde yerine koyularak Açık

Yöntemi denklem takımı çözümlenmiş ve yerel olmayan teoride düğüm noktalarında oluşan yerdeğiştirmeler elde edilmiştir. Açı yöntemi farklı sistemlere uygulanmış, yerel ve yerel olmayan teoride elde edilen değerler karşılaştırılmıştır.

İki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistem için Açı Yöntemi denklem takımı kurulmuş ve önce yerel teoride, daha sonra yerel olmayan teoride çözümlenerek düğüm noktalarının yerdeğiştirmeleri elde edilmiştir. 1 nolu düğüm noktasında, yerel olmayan teorideki açısal yerdeğiştirmelerin yerel teoride bulunan açısal yerdeğiştirmelere oranı, (7.8) bağıntısı ile verilmiştir. Bu oranların L/γ ’nın 4 ve 4.6 arasındaki değerleri için değişimi **Şekil 7.2**’de verilmiştir. **Şekil 7.2**’nin incelenmesinden açıkça görüldüğü gibi, çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ olması halinde yerel olmayan teoride bu aralıkta elde edilen değerler, yerel teorisinin verdiği değerlerin yaklaşık 1.6 ile 1.4 katı olarak bulunmuştur. Dolayısı ile eğer karbon nanotüplerden oluşan bir çerçeve çözümlenecekse kesinlikle yerel olmayan teori kullanılmalıdır. Bu oranların L çubuk boyunun 4γ ile 35γ arasındaki değerleri **Çizelge 7.1**, **Çizelge 7.2**, **Çizelge 7.3** ve **Çizelge 7.4** ile verilmiştir. Bu tablolardan görüldüğü gibi çubuk boyunun artması halinde de dönmelerin oranında belirgin farklar görülmektedir.

İki ucu ankastre çubuklardan oluşan aynı sistem, yatay yük ilave edilerek düğüm noktaları hareketli hale getirilmiştir. Düğüm noktaları hareketli sistem incelendiğinde yerel olmayan teoride elde edilen yerdeğiştirmelerin, yerel teoride elde edilen açısal yerdeğiştirmelere oranı, düğüm noktaları sabit sisteme göre oldukça artmaktadır. Bu oranlar (7.20), (7.21) ve (7.22) ifadeleri ile verilmiştir. Çubuk boyunun 4γ değeri için bu oranlar açısal yerdeğiştirmelerde yaklaşık 1.8 katı, doğrusal yerdeğiştirme de ise 2 katından daha fazla olduğı **Şekil 7.4**, **Şekil 7.5** ve **Şekil 7.6**’dan görülmektedir. Bu sonuçlar, yerel olmayan teorisinin düğüm noktaları hareketli sistemlerde daha da etkili olduğı ve nanotüplerden oluşan sistemlerin incelenmesinde mutlaka yerel olmayan teori kullanılması gerektiğini göstermektedir.

Bir ucu mafsallı bir ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistem incelendiğinde, düğüm noktalarının yerdeğiştirmeleri önce yerel, daha sonra yerel olmayan teoride elde edilmiştir. Düğüm noktalarındaki açısal yerdeğiştirmelerin yerel olmayan teoride bulunan değerlerin yerel teorideki değerlere oranları (7.30) bağıntısı ile verilmektedir. Bu oranlar L çubuk boyunun 4γ değeri için **Şekil 7.8**’den görüldüğü gibi yaklaşık 1.4 katı olarak bulunmuştur. Aynı sistem yatay yük ilavesi ile düğüm

noktası hareketli hale getirilerek incelenmiş ve yerel olmayan teoride elde edilen yerdeğiştirmelerin, yerel teoride elde edilen yerdeğiştirmelere oranı (7.42),(7.43) ve (7.44) bağıntılarıyla verilmiştir. Bu oranlar, L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için değişimi Şekil 7.10, Şekil 7.11 ve Şekil 7.12 ile verilmiştir.

Daha sonra, bir ucu mafsallı bir ucu ankastre ve iki ucu ankastre çubuklardan oluşan düğüm noktaları sabit sistem incelenmiş ve düğüm noktalarının yerdeğiştirmeleri önce yerel teoride, daha sonra yerel olmayan teoride elde edilmiştir. Düğüm noktalarındaki açısai yerdeğiştirmelerin yerel olmayan teoride bulunan değerlere oranları, (7.52) bağıntısı ile verilmektedir. Şekil 7.8'den görüldüğü gibi, L çubuk boyunun 4γ değeri için bu oran, yaklaşık 1.2 katı olarak bulunmuştur. Çubuk boyunun daha büyük değerleri için de bu oranların önemli ölçüde değiştiği Çizelge 7.33, Çizelge 7.34, Çizelge 7.35 ve Çizelge 7.36'dan açıkça görülmektedir. Aynı sistem, yatay yük ilavesi ile düğüm noktası hareketli hale getirilerek incelenmiş ve yerel olmayan teorideki yerdeğiştirmelerin yerel teorideki yerdeğiştirmelerine oranı (7.59), (7.62) ve (7.65) bağıntılarıyla verilmiştir. Bu oranlar, L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için değişimi Şekil 7.14, Şekil 7.16 ve Şekil 7.17 ile verilmiştir. Grafiklerden görüldüğü gibi L çubuk boyunun 4γ ile 4.6γ arasındaki değerleri için yerel olmayan teorideki açısai yerdeğiştirmeler, yerel teorideki açısai yerdeğiştirmelere oranı 1.6 ile 1.2 katı kadar olmaktadır. Düğüm noktalarının doğrusal yerdeğiştirmelerinde bu oran, 2.2 katına kadar çıkmaktadır.

6) Düğüm noktası hareketli sistemlerde, yerel olmayan etkiler düğüm noktaları sabit sistemlere göre daha önemlidir. Özellikle doğrusal yerdeğiştirmeler $L = 4\gamma$ için yerel teoride elde edilen değerlerin yaklaşık 2 katı gibi bir değere ulaşmaktadır. Bu da yerel olmayan teorinin düğüm noktası hareketli nanosistemlerde daha etkili olduğunu göstermektedir.

7) Ritz Yöntemi, enerji ilkelerine dayanan yaklaşık bir çözüm yöntemidir. Dayandığı temel fikir varyasyon ilkesidir ve yöntemin uygulanmasında diferansiyel denklem çözümü yoktur. Bu yüzden uygulama alanı çok geniş olup, direkt olarak çözülemeyen bir çok denklem Ritz Yöntemi ile çözülebilir. Bu yöntem, minimum potansiyel enerji ilkesi ile çözümler belirlemek için uygun bir yaklaşımdır. 8. bölümde Ritz Yöntemi yerel olmayan teoride, nanoboyuttaki çubuklara uygulanarak basit mesnetli kirişin elastik eğri ifadesi, (8.11) denklemi elde edilmiştir. Basit kirişin orta noktasındaki

çökme, $L = 4 \gamma$ değeri için incelendiğinde; yerel olmayan teoride Ritz Yöntemi ile elde edilen değer **Şekil 8.2**'den görüldüğü gibi, yerel teoride yaklaşık yöntemle elde edilen değerin yaklaşık 2.6 katı olarak elde edilmektedir. Aynı kirişin orta noktasındaki çökmenin yerel olmayan teorideki değeri, **Şekil 8.2**'den görüldüğü gibi kesin yöntemle yerel teoride elde edilen çökme değerinin 2.6 katı olarak bulunmuştur. Ritz Yöntemi yerel olmayan teoriye uygulanması oldukça kolay bir yöntemdir ve yerel olmayan teorinin, nanoboyuttaki yapılarda etkilerini ortaya koymaktadır.

8) Beşinci ve altıncı bölümlerde, yerel olmayan teoride elde edilen birim yerdeğiştirme sabitleri ve ankastrelik momentleri oranlarını veren tablolar yardımı ile yerel birim yerdeğiştirme sabitleri yerel olmayan teoride birim yerdeğiştirme sabitlerine ve ankastrelik momentlerine dönüştürülebilir. Elde edilen bu değerler, yerel olmayan teoride Cross Yöntemi ve Matris Deplasman Yöntemi ile sistemlerin hesabına uygulanabilir.

9) Ritz Yöntemi ile elde edilen basit kirişin elastik eğri denklemi ve katsayılar kullanılarak yerel olmayan teoride açısal yerdeğiştirmeler bulunabilir.

Bu uygulamalardan elde edilen sonuçlar, karbon nanotüplerin elastik eğri denkleminin elde edilmesinde ve nanotüplerden oluşan sistemlerin yerdeğiştirmesinde yerel olmayan etkilerin önemli olduğunu ve bu nedenle nanoteknolojide yerel olmayan teori ile hesap yapmanın gerekliliğini göstermektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Cıracı, S.**, 2007. Nanoteknolojide Yeni Ufuklar, *Bilim ve Teknik Dergisi*, **222**, 374–390.
- [2] **Balta, F. and Şuhubi, E.**, 1977. Theory of nonlocal generalized thermoelasticity, *International Journal of the Engineering Science*, **15**, 579–584.
- [3] **Eringen, A.**, 1972. Nonlocal polar elastic continua., *International Journal of the Engineering Science*, **10**, 1–6.
- [4] **Eringen, A.**, 1973. On nonlocal microfluid mechanics, *International Journal of the Engineering Science*, **11**, 291–306.
- [5] **Eringen, A.**, 1978. Line crack subject to shear, *International Journal Fracture Science*, **14**, 367–369.
- [6] **Eringen, A. and Edelen, D.**, 1972. On nonlocal elasticity, *International Journal of the Engineering Science*, **10**, 233–248.
- [7] **Gurtin, M.**, 1965. Thermodynamics and possibility of spatial interactions in elastic materials, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **19**(5), 339–352.
- [8] **Edelen, D.**, 1969. Non-local variations and local invariance of fields, *Modern Analytic and Computation Methods in Science and Mathematics*, **19**.
- [9] **Edelen, D.**, 1969. On nonlocal variational mechanics I stationarity conditions with one unknown, *International Journal of the Engineering Science*, **7**, 269–285.
- [10] **Eringen, A.C.**, 1972. Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves, *International Journal of the Engineering Science*, **10**, 425–435.
- [11] **C., E.A.**, 1974. Memory dependent nonlocal elastic solids, *Letters in Applied and Engineering Sciences*, **2**, 145–159.
- [12] **Eringen, A.**, 1983. Interaction of dislocation with a crack, *International Journal Fracture Science*, **14**, 211–219.
- [13] **Ganghoffer, J., Sluys, L.J. and de Borstb, R.**, 1999. A reappraisal of nonlocal mechanics, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, **18**, 17–46.
- [14] **Peddiesson, J., Buchanan, G.R. and McNitt, R.P.**, 2003. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International Journal of Solids and Structures*, **41**(4), 305–312.

- [15] **Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N. and Boumia, L.**, 2008. The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory, *Journal Physics. D: Applied Physics*, **41**, 1–10.
- [16] **Artan, R. and Tepe, A.**, 2008. The initial values method for buckling of nonlocal bars with application in nanotechnology, *European Journal of Mechanics A*, **27**, 469–477.
- [17] **Artan, R. and Lutz, L.**, 2009. The Vibrations of Carbon Nanotubes in Nonlocal Elasticity, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **6**, 653–61.
- [18] **Tepe, A. and Artan, R.**, 2009. Application of Nonlocal Bars in Tension to Nanotechnology, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **6**, 537–40.
- [19] **Artan, R. and Lehmann, L.**, 2009. Initial Values Method for Symmetric Bending of Micro/Nano Annular Circular Plates Based on Nonlocal Plate Theory, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, **6**, 1125–30.
- [20] **Erkoç, .**, 2007. Nanobilim ve nanoteknoloji, *Popüler Bilim Dizisi*.
- [21] **Gürbüz, G.**, 2002. Nanoteknoloji ve mezoskopik, *Yüksek Lisans tezi*.
- [22] **Gu, F.X., Karnik, R., Wang, A. and Nissenbaum, L.**, 2007. Targeted nanoparticles for cancer therapy, *Nano Today*, **2**, 14–21.
- [23] **Hierold, C., C., J. and Helbling, T.**, 2007. Nano electromechanical sensors based on carbon nanotubes, *Sensors and Actuators A: Physical*, **136**, 51–61.
- [24] **Gencer, Y.**, 2006. Nanoteknoloji ve karbon nanoyapılar, *Bitirme Tezi, Ankara Üniversitesi*.
- [25] **Iijima, S.**, 1991. Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, **354**, 56–58.
- [26] **Bethune, D., Kiang, H., de Vries, M., Gorman, G., Savoy, R., Vazquez, J. and Beyers, R.**, 1993. Cobalt-Catalysed Growth of Carbon Nanotubes with Single-Atomic-Layer Walls, *Nature*, **363**, 605–607.
- [27] **Mao, C., Sun, W., Shen, Z. and Seeman, N.**, 1999. A nanomechanical device based on the B-Z transition of DNA, *Nature*, **397**, 144–146.
- [28] **Tans, S., Verschueren, A. and Dekker, c.**, 1998. Room-temperature transistor based on a single carbon nanotube, *Nature*, **393**, 49–52.
- [29] **Custance1, O. and Morita, S.**, 2008. An instrument that combines the strengths of AFM and STM allows determination of the forces required to move a single atom on a surface., *Science*, **319**, 1051–1052.
- [30] **Guan, L., Suenaga, K. and Iijima, S.**, 2008. Smallest Carbon Nanotube Assigned with Atomic Resolution Accuracy, *Nano Letters*, **8**, 459–462.

- [31] **Gordon, E.M., Levy, J.P. and Reed, R.,** 2008. Targeting metastatic cancer from the inside : A new generation of targeted gene delivery vectors enables personalized cancer vaccination in situ, *International Journal of Oncology*, **33**, 665–675.
- [32] **Yavuz, S., Cheng, Y., Cheng, J., Cobley, C. and Qiang, Z.,** 2009. Gold nanocages covered by smart polymers for controlled release with near-infrared light, *Nature Materials*, **8**, 935–939.
- [33] **Zhang, P., Huang, Y., Geubelle, P., Klein, P. and Hwang, K.,** 2002. The elastic modulus of single-wall carbon nanotubes: a continuum, *International Journal of Solids and Structures*, **39**, 3893–3906.
- [34] **Yakobson, B. and Smalley, R.,** 1997. Fullerene nanotubes: $C_{1000000}$ and beyond, *Am. Scientist*, **85**, 324–337.
- [35] **Cao, G. and Chen, X.,** 2006. Mechanisms of nanoindentation on single walled carbon nanotubes: the effect of nanotube lenght, *Journal of Materials Research*, **21**(4), 1048–1070.
- [36] **Erkoç, .,** 2001. Structural and electronic properties of single-wall nanotubes, *Journal of Molecular Structure*, **542**, 89–93.
- [37] **Treacy, M.M.J., Ebbesen, T.W. and Gibson, T.M.,** 1996. Exceptionally high Young’s modulus observed for individual carbon nanotubes, *Nature*, **381**, 678–680.
- [38] **Krishnan, A., Dujardin, E., Ebbesen, T., Yianilos, P. and Treacy, M.,** 1998. Young’s modulus of single-walled nanotubes, *Physical Rewiew B*, **58**(20), 14013–14019.
- [39] **Meo, M. and Rossia, M.,** 2006. Prediction of Young’s modulus of single wall carbon nanotubes by molecular-mechanics based finite element modelling, *Composites Science and Technology*, **66**(20), 1597–1605.
- [40] **Aifantis, C.,** 2009. Exploring the applicability of gradient elasticity to certain micro/nano reliability problems, *Microsyst Technology*, **15**, 109–115.
- [41] **Zhang, L. and Webster, J.,** 2009. Nanotechnology and nanomaterials: Promises for improved tissue regeneration, *Nano Today*, **4**, 66–80.
- [42] **Cakıroğlu, A. and Çetmeli, E.,** 2000. Yapı Statiği Cilt:2, *Beta Yayınları*, **3**, 279–367.
- [43] **Ghali, A., Neville, M. and Brown, T.G.,** 2003. *Structural Analysis: A Unified Classical and Matrix Approach*, volume 5,6, Taylor and Francis, 5 edition.
- [44] **Hibbeler, R.C.,** 2009. *Structural Analysis*, volume 10,11, Prentice Hall, 7 edition.
- [45] **Kenneth, M. and Uang, C.,** 2005. *Fundamentals of Structural Analysis*, volume 12, Mc Graw Hill, 2 edition.
- [46] **Cakıroğlu, A. and Çetmeli, E.,** 1991. *Hiperstatik Sistemlerin Hesap Yöntemleri*, volume 1, İTÜ,İnşaat Fakültesi, 4 edition.

- [47] **Artan, R.**, 1992. Yerel olmayan plastisitede varlık ve teklik problemleri, *Doktora Tezi*.
- [48] **Oruçoğlu, K.**, 1991. Yerel olmayan elastisitede çatlak problemi, *Doktora Tezi*.
- [49] **Batra, R. and Gupta, S.S.**, 2008. Wall Thickness and Radial Breathing Modes of Single-walled Carbon Nanotubes, *Journal of Applied Mechanics*, **75**, 1–6.
- [50] **Batra, R. and Sears, A.**, 2007. Uniform Radial Expansion/Contraction of Carbon Nanotubes and Their Transverse Elastic Moduli, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, **15**, 835–844.
- [51] **Gould, P.**, 2007. Nanotubes line up for electronics, *Nanotechnology Materials Today*, **10**(5), 15–26.
- [52] **Gupta, S.S. and Batra, R.**, 2008. Continuum Structures Equivalent in Normal Mode Vibrations to Single-Walled Carbon Nanotubes, *Computational Materials Science*, **43**, 715–23.
- [53] **Guz, I., A.A., R. and Rushchitsky, A.**, 2007. Developing the mechanical models for nanomaterials, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **38**(4), 1234–1250.
- [54] **Hwang, G.L. and Hwang, K.C.**, 2001. Breakage, Fusion, and Healing of Carbon Nanotubes, *Nano Letters*, **1**, 435–438.
- [55] **Kuchibhatla, V., Karakoti, A., Bera, D. and Seal, S.**, 2007. One dimensional nanostructured materials, *Progress in Materials Science*, **52**(5), 699–913.
- [56] **Li, C.Y. and Chou, T.W.**, 2004. Modeling of elastic buckling of carbon nanotubes by molecular structural mechanics approach, *Mechanics of Materials*, **36**, 1047–55.
- [57] **Wang, Q. and Varadan, V.K.**, 2005. Stability analysis of carbon nanotubes via continuum models, *Smart Materials and Structures*, **14**, 281–6.
- [58] **Altan, B.**, 1982. Yerel olmayan elastisitede bazı konular, *Doktora Tezi*.
- [59] **Popov, E.P.**, 1998. *Engineering Mechanics of Solids (2nd Edition)*, Prentice Hall.
- [60] **Heinbockel, J.H.**, 2006. *Introduction to the variational calculus*, Trafford Publishing.
- [61] **Cakıroğlu, A., Çetmeli, E. and Özmen, G.**, 1992. *Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları*, volume 1, İTÜ, İnşaat Fakültesi, 2 edition.
- [62] **Bakioğlu, M.**, 2001. *Cisimlerin Mukavemeti*, volume 17, Betaş, 1 edition.
- [63] **İnan, M.**, 2001. *Cisimlerin Mukavemeti*, volume 22, İTÜ Vakfı, 8 edition.
- [64] **Polizzotto, C.**, 2001. Nonlocal elasticity and related variational principles, *International Journal of Solids and Structures*, **38**, 7359–7380.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Ayşe Kösegil Toksöz

Doğum Yeri ve Tarihi: Kırklareli / 21. 02. 1957

Lisans Üniversitesi: İTÜ İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü (1975-1980)

Yüksek Lisans Üniversitesi: İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü (1980-1982)

e-mail : toksoz_a@yahoo.com

Yayın Listesi:

- Çakıroğlu, A., **Kösegil, A.**, Elastik mesnetli konsol plakların tekil yüklere göre hesabı (Analysis of elastically supported cantilever plates subjected to concentrated loads), *İ.T.Ü Dergisi* cilt: 41, No:1-2 , sayfa:9-17, İstanbul, 1983.
- Artan, R., Tepe, A., **Toksöz, A.**, Additional Boundary Conditions For A Nonlocal Beam and An Application to Nanotechnology, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, vol. 7, n. 6, pp. 1055-1058, American Scientific Publishers, 2010

