

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PERDE ÇUBUK SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR İLE HESABI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ziya ATAR**

**Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği**

**Programı : Yapı Mühendisliği**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Yalçın AKÖZ**

**Haziran 2009**



**PERDE ÇUBUK SİTEMLERİN SONLU ELEMANLAR İLE HESABI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ziya ATAR**

**(501061134)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04.05.2009**

**Tezin Savunulduğu Tarih : 03.06.2009**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yalçın AKÖZ (İTÜ)**  
**Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Semih TEZCAN (BÜ)**  
**Doç. Dr. Nihal ERATLI (İTÜ)**

**Haziran 2009**



## **ÖNSÖZ**

Değerli tez hocam Prof. Dr. Yalçın AKÖZ ün bana gösterdiği ilgi ve değerli katkılarından dolayı teşekkürü bir borç bilirim. Tez hazırlamam aşamasında katkılarından ve bana sağladığı kolaylıklardan dolayı çalışma yerimin patronu sayın Serdar AMASRALI ya da teşekkür ederim.

Nisan 2009

Ziya ATAR  
İnşaat Mühendisi



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
KISALTMALAR.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xiii
SUMMARY.....	xv
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>17</b>
1.1 Tezin Amacı.....	17
1.2 Hipotez.....	17
<b>2. MINDLIN PLAK SONLU ELEMAN .....</b>	<b>19</b>
2.1 Giriş .....	19
2.2 Genel.....	20
2.3 Timoshenko Çubuk Fonksiyonu .....	20
2.4 Eğilme Enerjisinin Rijitlik Matrisine Katkısı .....	22
2.5 Kayma Enerjisinin Rijitlik Matrisine Katkısı .....	25
2.6 Sonlu Plak Elemanın Rijitlik matrisi .....	28
<b>3. MEMBRAN SONLU ELEMAN.....</b>	<b>29</b>
3.1 Giriş .....	29
3.2 Dört Dügümlü Sonlu Elaman İçin Alan Koordinatları.....	29
3.3 Formülasyon.....	31
3.4 Rijitlik Matrisinin Çıkarılması .....	32
<b>4. SAYISAL ÖRNEKLER.....</b>	<b>35</b>
4.1 Membran Örnekleri .....	35
4.2 Plak Örnekleri .....	37
4.3 Üç Boyutlu Örnekler .....	43
4.4 Perde Çubuk Sitem Örneği .....	47
<b>5. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>51</b>
5.1 Çalışmanın Uygulama Alanı .....	52
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>53</b>





## KISALTMALAR

<b>A</b>	: Çubuk kesit alanı
<b>D</b>	: Elastisite matrisi
<b>d</b>	: Düğüm uç bilinmeyenler
<b>d<sub>p</sub></b>	: Plak düğüm bilinmeyenler
<b>d<sub>m</sub></b>	: Membran düğüm bilinmeyenler
<b>E</b>	: Elastisite modülü
<b>G</b>	: Kayma modülü
<b>q</b>	: Yayılı yük
<b>h</b>	: Kesit yüksekliği
<b>K</b>	: Rijitlik matrisi
<b>l, m</b>	: Kosinüs açıları
<b>M</b>	: Moment
<b>N<sub>i</sub></b>	: Sekiz düğümlü elemanın şekil değiştirme fonksiyonları
<b><math>\bar{N}_i</math></b>	: Dört düğümlü elemanın şekil değiştirme fonksiyonları
<b><math>\chi</math></b>	: Eğilme birim şekil değiştirmesi
<b><math>\gamma</math></b>	: Kayma birim şekil değiştirmesi
<b><math>\psi_i</math></b>	: Çubuk birim koordinatları
<b>U</b>	: İç enerji
<b>v</b>	: Poisson oranı
<b>V</b>	: Kesme kuvveti
<b><math>\xi, \eta</math></b>	: Lokal eleman koordinat eksenleri
<b><math>\lambda</math></b>	: Membran iç bilinmeyenler.



## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

Çizelge 4.1 : Çubuk uç uzama. ....	35
Çizelge 4.2 : Çubuk uç çökme. ....	36
Çizelge 4.3 : Dönme sonucu oluşan U yer değiştirmesi. ....	36
Çizelge 4.4 : Çubuk ucunun düşey deplasmanı. ....	37
Çizelge 4.5 : Burulma sonucu oluşan U yer değiştirmesi. ....	38
Çizelge 4.6 : Çubuk ucunun düzleme dik yer değişimi. ....	38
Çizelge 4.7 : Basit mesnetli plak sistemde P yükü altındaki düşey yer değiştirtme. .	39
Çizelge 4.8 : Ankastre plak sistemde P yükü altındaki düşey yer değiştirme. ....	40
Çizelge 4.9 : Basit mesnetli plak ortasındaki düşey yer değiştirme. ....	41
Çizelge 4.10 : Ankastre plak ortasındaki düşey yer değiştirme. ....	42
Çizelge 4.11 : R3 yarıçapı üstündeki noktaların düşey yer değiştirmesi. ....	43
Çizelge 4.12 : C noktası çökmesi. ....	44
Çizelge 4.13 : B noktası çökmesi. ....	44
Çizelge 4.14 : B noktası Mx momenti. ....	45
Çizelge 4.15 : C noktası Mx momenti. ....	45
Çizelge 4.16 : Tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme. ....	46
Çizelge 4.17 : Tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme. ....	46
Çizelge 4.18 : A noktasın çökmesi. ....	46
Çizelge 4.19 : İç basınç altında radyal genişleme. ....	47
Çizelge 4.20 : İç basınç altında h doğrultusunda kısalma. ....	47
Çizelge 4.21 : A noktası yer değiştirmeleri. ....	48
Çizelge 4.22 : B noktası yer değiştirmeleri. ....	48
Çizelge 4.23 : A noktası kuvvetler. ....	49
Çizelge 4.24 : B noktası kuvvetler. ....	49



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1 : Timoshenko çubuğu ve sınır koşulları. ....	20
Şekil 2.2 : 4 düğümlü elemanda kenar eksenleri ve 8 düğümlü serendipity elaman. ....	22
Şekil 3.1 : Alan koordinatlarının tanımı. ....	30
Şekil 3.2 : Alan koordinatlarındaki boyutsuz parametreler. ....	30
Şekil 4.1 : Çekme altında düz çubuk. ....	35
Şekil 4.2 : Eğilme altında düz çubuk. ....	36
Şekil 4.3 : Uç moment altında düz çubuk. ....	36
Şekil 4.4 : Eğilme altında eğrisel çubuk. ....	37
Şekil 4.5 : Burulma altında düz çubuk. ....	37
Şekil 4.6 : Düzleme dik eğilme altında eğrisel çubuk. ....	38
Şekil 4.7 : Tekil yük altında basit mesnetli döşeme. ....	39
Şekil 4.8 : Tekil yük altında ankastre mesnetli döşeme. ....	40
Şekil 4.9 : Kendi ağırlığı altında basit mesnetli döşeme. ....	41
Şekil 4.10 : Kendi ağırlığı altında ankastre mesnetli döşeme. ....	42
Şekil 4.11 : Çizgisel yük dairesel döşeme. ....	43
Şekil 4.12 : Çizgisel yük dairesel döşeme. ....	44
Şekil 4.13 : Tekil yükler altında üstü açık yarım küre ....	45
Şekil 4.14 : Tekil yükler altında silindir. ....	46
Şekil 4.15 : Sabit iç basınç altında silindir. ....	47
Şekil 4.16 : Perde çubuk sistem. ....	48



## PERDE ÇUBUK SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR İLE HESABI

### ÖZET

Perdeler deprem ve rüzgâr gibi yatay yükleri yapılarda dengelemek için sıkça kullanılan yapı elemanlarıdır. Perdelerin hesap modellerinin doğruluğu inşaat mühendisleri için çok önemlidir çünkü yapı kesme kuvvetini etkileyen en önemli elemanlardan biridir. Bunun yanında rijit diyafram olarak çalışan yapılarda yatay kuvvetler perdelerin yatay rijitlikleri oranında dağıldığı için perdelerin yatay rijitliklerinin doğru bir şekilde bulunması çok önemlidir. Ek olarak yapıların rijitlik merkezlerinin ve burulma rijitliğinin bulunmasında en önemli elemanlardan biri de perdelerdir. Perde elemanlar kalın çubuk elemanlar olarak modellenerek doğru sonuçlar alınabilir. Fakat delikli ve daha karmaşık perde sistemleri düzgün olmayan gerilme dağılımı olduğu için kalın çubuklarla modellenemezler. Delikli ve daha karmaşık perde sistemler genel elastisite problemleridir ve çoğunlukla teorik sonuçları yoktur. Perdelerin elle kolay bir şekilde hesaplanması için geliştirilen bazı yöntemler vardır. Bu yöntemler genelde sadece birim yük altındaki yatay ötelenmeyi bularak perdelerin yatay rijitliklerini bulmaya yönelik yöntemlerdir. Ve genelde bu yöntemlerde perde elemanlar olduğundan daha rijit davranmakta ve genel elastisite etkileri göz önüne alınmadığı için çok doğru sonuçlar elde edilememektedir. Genel kanı ise sonlu elemanlar modeline dayalı çözüm kullanılarak daha sağlıklı ve doğru sonuçlar alınabileceğidir. Bu tez kapsamında perde çubuk sistemlerin sonlu elemanlarla hesaplanması amacıyla 4 düğümlü düzlemsel bir kabuk eleman geliştirilmiştir. Bölüm 2 de kalın plak sonlu elemanın rijitlik matrisinin çıkarılması hakkında bilgi verilmiştir. Bölüm 3 de ise membran elemanın rijitlik matrisinin çıkarılmasından bahsedilmiştir. Bölüm 4 de ise 4 düğümlü düzlemsel kabuk elemanla ilgili örnek problemler çözülmüş ve bu elemanın perde çubuk sistemlerin analizinde kullanılmasıyla doğru ve güvenilir sonuçlar alınabileceği gösterilmiştir.





## **SHEAR WALL - FRAME SYSTEM ANALYSIS WITH FINITE ELEMENT**

### **SUMMARY**

Shear walls are popular structural systems to resist lateral forces acting on buildings such as wind and earthquake loading. Structural engineers are interested in the accuracy of computational models for shear walls because for dynamic loading, the absolute stiffness of shear wall systems is the prime determinant for the design base shear of the building. The relative stiffness of shear walls is important since in an assemblage of shear walls and rigid diaphragms the lateral forces are distributed to individual shear walls according to their relative stiffness. Relative stiffness of shear walls is also critical when determining the center of rigidity of shear wall systems, which should be located near the center of mass in order to void major torsion of a building. The behavior of a solid prismatic wall is well understood and a sufficiently accurate structural model is that of a deep beam. The structural behavior of shear walls containing openings and complex, however, is significantly more complex because the openings cause disturbed regions in which “loads turn corners” resulting in irregular stress flow such that standard deep beam theory does not apply. The structural problem of shear walls with openings and complex is that of general elasticity problem for which analytical solutions generally does not exist. Several design aids compiled for practicing structural engineers contain a simplified hand procedure to complex shear walls. The method is used to determine the lateral flexibility of the wall, which is calculated as the lateral displacement due to a unit force. While the documents state that the hand analysis procedure is less than rigorous they do not quantify its accuracy. Since there is consensus that an analysis based on a finite-element continuum model is the most desirable procedure. Four node planar shell finite element prepared for analysis shear wall-frame system. This technical note is organized in three main parts. Part 2 briefly reviews thick plate finite element. In part 4 we perform plate, membrane, shell and shear wall-frame examples and showing that four node planar finite element can be use for analysis shear wall – frame system with high accuracy.



## **1. GİRİŞ**

Perdeler deprem ve rüzgâr gibi yatay yükleri yapılarda dengelemek için sıkça kullanılan yapı elemanlarıdır. Perdelerin hesap modellerinin doğruluğu inşaat mühendisleri için çok önemlidir çünkü yapı kesme kuvvetini etkileyen en önemli elemanlardan biridir. Bunun yanında rijit diyafram olarak çalışan yapılarda yatay kuvvetler perdelerin yatay rijitlikleri oranında dağıldığı için perdelerin yatay rijitliklerinin doğru bir şekilde bulunması çok önemlidir. Ek olarak yapıların rijitlik merkezlerinin bulunmasında ve yapıların burulma rijitliğini sağlayan en önemli elemanlardan biri de perdelerdir.

### **1.1 Tezin Amacı**

Delikli ve daha karmaşık perde sistemler genel elastisite problemleridir ve çoğunlukla teorik sonuçları yoktur. Perdelerin elle kolay bir şekilde hesaplanması için geliştirilen bazı yöntemler vardır. Bu yöntemler genelde sadece birim yük altındaki yatay ötelenmeyi bularak perdelerin yatay rijitliklerini bulmaya yönelik yöntemlerdir. Ve genelde bu yöntemlerde perde elemanlar olduğundan daha rijit davranmakta ve genel elastisite etkileri göz önüne alınmadığı için çok doğru sonuçlar elde edilememektedir. Bu tez kapsamında perde çubuk sistemlerin sonlu elemanlarla hesaplanması amacıyla 4 düğümlü düzlemsel bir kabuk eleman geliştirilmiştir.

### **1.2 Hipotez**

Bu tez kapsamında perde çubuk sistemlerin sonlu elemanlarla hesaplanması amacıyla 4 düğümlü düzlemsel bir kabuk eleman geliştirilmiştir. Bölüm 2 de kalın plak sonlu elemanın rijitlik matrisinin çıkarılması hakkında bilgi verilmiştir. Bölüm 3 de ise membran elemanın rijitlik matrisin çıkarılmasından bahsedilmiştir. Bölüm 4 de ise 4 düğümlü düzlemsel kabuk elemanla ilgili örnek problemler çözülmüş ve bu elemanın perde çubuk sistemlerin analizinde kullanılmasıyla doğru ve güvenilir sonuçlar alınabileceği gösterilmiştir.



## 2. MINDLIN PLAK SONLU ELEMAN

### 2.1 Giriş

Plakların çözümü için sonlu elemanlar yönteminin kullanımı sonlu elemanlar yönteminin yaygın olarak kullanılmaya başlandığı yıllara kadar gitmektedir ve günümüze kadar bu konuda birçok çalışma bulunmaktadır [1,2]. Bu çalışmaların çoğunluğu, şekil değiştirmeden önce orta düzleme dik olan kesitlerin şekil değiştirmeden sonra da orta düzleme dik kaldıklarını varsayan ince plak teorisine (Kirchoff plağı) dayanmaktadır. Plak kalınlığı arttıkça kalınlık doğrultusundaki kayma şekil değiştirmelerinin, plak şekil değiştirmeleri üzerindeki etkisinin arttığı bilinmektedir. Literatürde bu etkilerin göz önüne alındığı yine birçok çalışma bulunmaktadır [3,4]. Bu çalışmalarda çoğunlukla Reissner/Mindlin teorisi esas alınmıştır. Tüm bu sonlu plak elemanları iki ana grupta toplayabiliriz. Birincisi mixed/hybrid (karışık) sonlu elemanlar ve diğeri de yer değiştirmeye dayalı sonlu eleman modelleridir. Bu teoriyi kullanarak geliştirilen elemanlar ile ilgili en büyük problem kalınlık/açıklık oranının çok küçük olması durumunda "kayma kilitlenmesinin" ortaya çıkması ve gerçekte olduğundan daha rijit davranış göstermesidir. Karışık sonlu elemanlarda yer değiştirmeler ve gerilmeler birbirinden bağımsız değişkenler olarak alındığı için bu tip sonlu elemanlarda kayma kilitlenmesi problemi bulunmamaktadır. Yer değiştirmeye dayalı olan sonlu plak elemanlarda ise bu sorunu aşmak için değişik integral alma yöntemleri geliştirilmiştir [5,6,7]. Fakat bu şekilde geliştirilen sonlu plak elemanlar Kirchoff ayrık testlerini geçememektedir. Çok ince plaklarda sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Bu tez kapsamında çıkarılacak olan Mindlin sonlu plak elemanın şekil değiştirme fonksiyonunun tespitinde Timoshenko çubuğunun gerçek şekil değiştirme fonksiyonu kullanılmıştır [8,9,10]. Elemanın çok ince plak problemlerinde kayma kilitlenmesi problemi olmadığı teorik olarak gösterilmiştir [11]. Yapılan sayısal örneklerle de elemanın kalın ve ince plak problemlerinde yüksek doğrulukta çalıştığı görülmektedir.

## 2.2 Genel

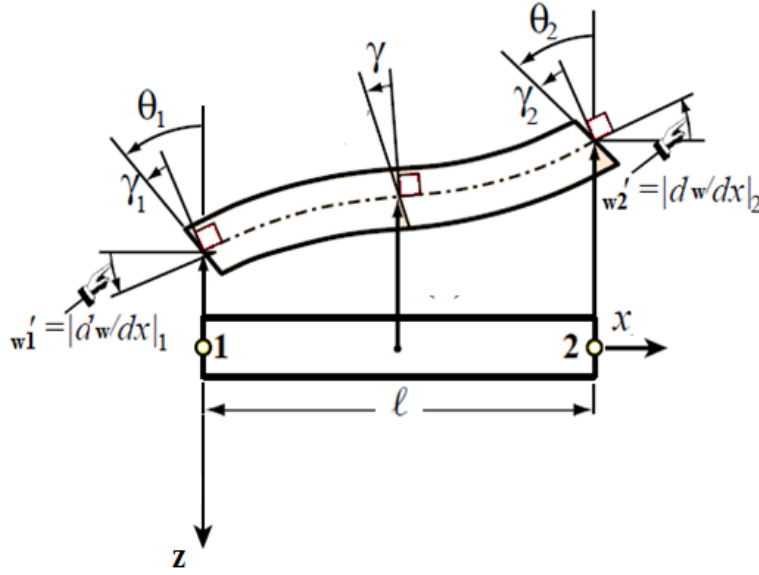
Mindlin plak sonlu elemanın rijitlik matrisini elde etmek için, enerji fonksiyoneli eğilme ve kesme modları cinsinden yazılabilir (2.1).

$$U = \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} \chi^T D_b \chi + \frac{1}{2} \gamma^T D_s \gamma \right) dv \quad (2.1)$$

$\chi$  eğilme ve  $\gamma$  kesme birim şekil değiştirmelerini  $D_b$  ve  $D_s$  elastisite matrisleri (2.2) de verilmiştir [12,13].

$$D_b = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad D_s = \frac{5Eh}{12(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

## 2.3 Timoshenko Çubuk Fonksiyonu



Şekil 2.1 : Timoshenko çubuğu ve sınır koşulları.

Bilindiği gibi ince ve kalın kirişler için kapalı çözümler bulunmaktadır [14,15]. Ve bu kapalı çözümler daha performanslı Mindlin plak sonlu elemanlar geliştirilmek için kullanılabilir. Birim genişlikteki plak için gerilme yer değiştirme bağıntıları (2.3) de verilmiştir [14,15].

$$M = -\frac{EI}{(1-\nu^2)} \frac{d\theta}{dx}; \quad V = -GAk_s \left( \theta - \frac{dw}{dx} \right) \quad (2.3)$$

Denge denklemleri ise (2.4).

$$\frac{dM}{dx} = V; \quad \frac{dV}{dx} = -q \quad (2.4)$$

(2.3) ve (2.4) kullanılarak denge denklemleri (2.5) deki gibi yazılabilir.

$$GAk_s \left( \theta - \frac{dw}{dx} \right) = \frac{EI}{(1-\nu^2)} \frac{d^2\theta}{dx^2}; \quad GAk_s \left( \frac{d\theta}{dx} - \frac{d^2w}{dx^2} \right) = q \quad (2.5)$$

Şekil 2.1 deki birim genişlikte h kalınlığında yüksüz ve L boyundaki çubuk için bu denge denklemleri (2.6) deki hali alır.

$$\theta - \frac{dw}{dx} = \lambda_e L^2 \frac{d^2\theta}{dx^2}; \quad \frac{d\theta}{dx} - \frac{d^2w}{dx^2} = 0; \quad \lambda_e = \frac{h^2}{5(1-\nu)L^2} \quad (2.6)$$

(2.6) kullanılarak w ve  $\theta$  bilinmeyenleri bulabiliriz. (2.6) kullanılarak w (2.7) deki gibi ifade edilebilir.

$$w = C_1 \left( \frac{x^3}{6} - x\lambda_e L^2 \right) + C_2 \left( \frac{x^2}{2} \right) + C_3 x + C_4 \quad (2.7)$$

Aynı şekilde de  $\theta$  (2.8) deki gibi ifade edilebilir.

$$\theta = C_1 \left( \frac{x^2}{2} \right) + C_2 x + C_3 \quad (2.8)$$

Şekil 2.1 deki sınır şartları göz önüne alınarak çözüm yapılır ise  $C_1$  sabiti (2.9) gibi bulunur.

$$C_1 = \frac{6(L\theta_1 + L\theta_2 + 2w_1 - 2w_2)}{L^3(1 + 12\lambda_e)} \quad (2.9)$$

Aynı şekilde  $C_2$  sabiti (2.10) deki gibi bulunur.

$$C_2 = -\frac{2(2L\theta_1 + 6\lambda_e L\theta_1 + L\theta_2 - 6\lambda_e L\theta_2 + 3w_1 - 3w_2)}{L^2(1 + 12\lambda_e)} \quad (2.10)$$

Aynı şekilde  $C_3$  ve  $C_4$  sabiti (2.11) deki gibi bulunur.

$$C_3 = \theta_1; \quad C_4 = w_1 \quad (2.11)$$

Basitleştirme için (2.12) deki değişkenler tanımlanır.

$$\psi_1 = \frac{1-x}{L}; \quad \psi_2 = \frac{x}{L}; \quad \mu_e = \frac{1}{(1 + 12\lambda_e)} \quad (2.12)$$

(2.7), (2.9), (2.10), (2.11) ve (2.12) kullanılarak  $w$  (2.13) deki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
 w = & (\psi_1 + \mu_e \psi_1 \psi_2 (\psi_1 - \psi_2)) w_1 \\
 & + (\psi_1 \psi_2 + \mu_e \psi_1 \psi_2 (\psi_1 - \psi_2)) \frac{L}{2} \theta_1 \\
 & + (\psi_2 + \mu_e \psi_1 \psi_2 (\psi_2 - \psi_1)) w_2 \\
 & + (-\psi_1 \psi_2 + \mu_e \psi_1 \psi_2 (\psi_1 - \psi_2)) \frac{L}{2} \theta_2
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

(2.8), (2.9), (2.10), (2.11) ve (2.12) kullanılarak  $\theta$  (2.14) deki şekilde elde edilir.

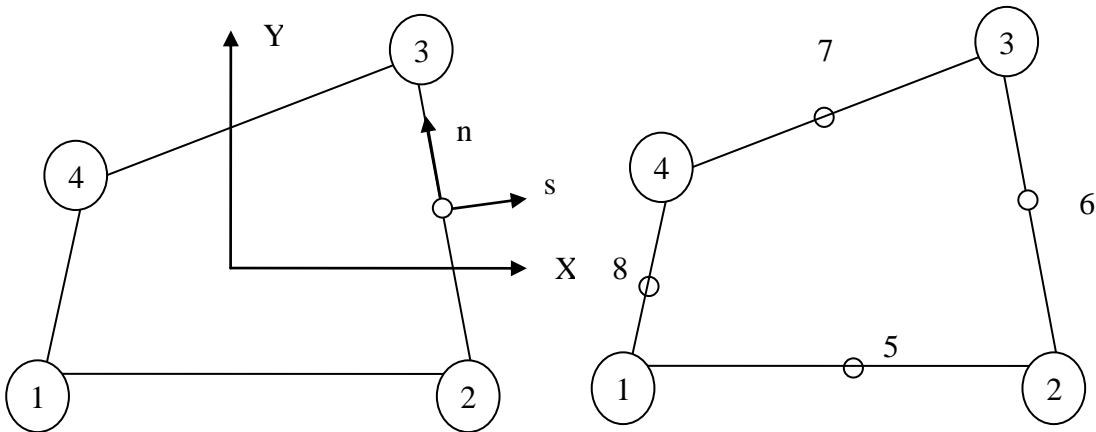
$$\begin{aligned}
 \theta = & -\left(\frac{6\psi_1\psi_2}{L}\right) \mu_e w_1 + \psi_1(1 - 3\mu_e\psi_2)\theta_1 + \left(\frac{6\psi_1\psi_2}{L}\right) \mu_e w_2 \\
 & + \psi_2(1 - 3\mu_e\psi_1)\theta_2
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

## 2.4 Eğilme Enerjisinin Rijitlik Matrisine Katkısı

Kalın plak teorisiyle ilgili temel bilgiler ve bağıntılar uzun bir süredir bilinmektedir [14,15]. Eğilmeden kaynaklanan birim şekil değiştirmeler şu şekilde ifade edilir (2.15).

$$\chi = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{2.15}$$

4 düğümlü sonlu plak eleman oluşturulmak için Şekil 2.2 deki 8 düğümlü Serendipity eleman kullanılacaktır.



Şekil 2.2 : 4 düğümlü elemanda kenar eksenleri ve 8 düğümlü serendipity eleman.



Orta düğüm yer değıştirmeleri kenar düğüm yer değıştirmeler cinsinden ifade edilerek rijitlik matrisinden çıkarılacaktır. Serendipity eleman için  $\theta_x$  ve  $\theta_y$  dönme fonksiyonları düğümdeki dönmeler cinsinden ifade edilir **(2.16)**.

$$\theta_x = \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{xi} \quad \theta_y = \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{yi} \quad (2.16)$$

$N_i$  ler 8 düğümlü Serendipity elemanın Şekil değıştirme fonksiyonlarıdır [16]. Kenar düğümler için **(2.17)**

$$N_i = -\frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 - \xi\xi_i - \eta\eta_i) \quad (i = 1,2,3,4) \quad (2.17)$$

5 ve 7 düğümü için **(2.18)**

$$N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 + \xi)(1 + \eta\eta_i) \quad (i = 5,7) \quad (2.18)$$

6 ve 8 düğümü için **(2.19)**

$$N_i = \frac{1}{2}(1 - \eta)(1 + \eta)(1 + \xi\xi_i) \quad (i = 6,8) \quad (2.19)$$

Geometrik dönüşümler için ise 4 düğümlü elemanın Şekil değıştirme fonksiyonları kullanılır **(2.20)**.

$$x = \sum_{i=1}^4 \bar{N}_i x_i; \quad y = \sum_{i=1}^4 \bar{N}_i y_i; \quad \bar{N}_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad i = 1,2,3,4 \quad (2.20)$$

Plak sonlu elemanın dış sınırları boyunca iki komşu düğüm arasında Timoshenko çubuk fonksiyonu Şekil 2.2 deki yerel eksenini kullanarak tanımlarız. Kartezyen koordinat sistemi ile Şekil 2.2 deki tanımlanan yerel eksen arasındaki dönüşüm **(2.21)** de verilmiştir.  $l_1$  and  $m_1$  1 ve 2 düğümü arasındaki kenarın kosinus açılarıdır.

$$\begin{Bmatrix} \theta_{ni} \\ \theta_{si} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 \\ -m_1 & l_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (i = 1,2,5) \quad (2.21)$$

Lokal eksenindeki  $\tilde{\theta}_n$  **(2.22)** de görölmektedir.

$$\tilde{\theta}_n = \psi_1 \theta_{n1} + \psi_2 \theta_{n2} \quad (2.22)$$

Lokal eksenindeki  $\tilde{\theta}_s$  **(2.21)** ve **(2.14)** kullanılarak **(2.23)** elde edilmiştir.

$$\tilde{\theta}_s = -\left(\frac{6\Psi_1\Psi_2}{L}\right)\mu_e w_1 + \Psi_1(1 - 3\mu_e\Psi_2)\theta_{s1} + \left(\frac{6\Psi_1\Psi_2}{L}\right)\mu_e w_2 + \Psi(1 - 3\mu_e\Psi_1)\theta_{s2} \quad (2.23)$$

5 numaralı düğümün dönme yer değiştirmeleri (2.21), (2.22) ve (2.23) kullanılarak 1 ve 2 düğümünün yer değiştirmeleri cinsinden yazılabilir (2.24).

$$\begin{Bmatrix} \theta_{5x} \\ \theta_{5y} \end{Bmatrix} = T_5 \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

$T_5$  matrisi (2.25).

$$T_5 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} & t_{16} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} & t_{25} & t_{26} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$t_{11}$ ,  $t_{14}$ ,  $t_{12}$  ve  $t_{15}$  değerleri (2.26).

$$t_{11}, t_{14} = \frac{1.5m_1\mu_e}{S_1} \quad t_{12}, t_{15} = -0.75\mu_e m_1^2 + 0.5 \quad (2.26)$$

$t_{13}$ ,  $t_{16}$ ,  $t_{21}$  ve  $t_{24}$  değerleri (2.27).

$$t_{13}, t_{16} = 0.75\mu_e l_1 m_1 \quad t_{21} = t_{24} = -\frac{1.5l_1\mu_e}{S_1} \quad (2.27)$$

$t_{22}$ ,  $t_{25}$ ,  $t_{23}$  ve  $t_{26}$  değerleri (2.28).

$$t_{22} = t_{25} = 0.75\mu_e l_1 m_1 \quad t_{23} = t_{26} = -0.75\mu_e l_1^2 + 0.5 \quad (2.28)$$

Düğüm yer değiştirmeler bir vektör olarak tanımlanır (2.29).

$$d_p = [w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ w_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ w_3 \ \theta_{x3} \ \theta_{y3} \ w_4 \ \theta_{x4} \ \theta_{y4}]^T \quad (2.29)$$

5 numaralı düğümün dönme yer değiştirmeleri (2.21), (2.22) ve (2.23) kullanılarak  $d$  vektörü cinsinden ifade edilir (2.30).

$$\begin{Bmatrix} \theta_{5x} \\ \theta_{5y} \end{Bmatrix} = A_1 d \quad (2.30)$$

$T_5$  matrisi (2.26), (2.27) ve (2.28) deki tanımlanmış değişkenler cinsinden ifade edilmiştir (2.31).

$$A_1 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} & t_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} & t_{25} & t_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Aynı işlemler 6, 7 ve 8 düğümleri için de tekrarlanırsa bu düğümlerdeki bilinmeyenlerle d vektörü arasında geçiş matrisleri elde edilir (2.32).

$$\begin{Bmatrix} \theta_{6x} \\ \theta_{6y} \end{Bmatrix} = A_2 d_p \quad \begin{Bmatrix} \theta_{7x} \\ \theta_{7y} \end{Bmatrix} = A_3 d_p \quad \begin{Bmatrix} \theta_{8x} \\ \theta_{8y} \end{Bmatrix} = A_4 d_p \quad (2.32)$$

(2.16), (2.30) ve (2.32) kullanılarak dönme şekil değiştirme fonksiyonu kenar 4 düğüm noktası yer değiştirmeleri cinsinden yazılır (2.33).

$$\begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} + \sum_{i=5}^8 N_i A_i d_p \quad (2.33)$$

Eğilme şekil değiştirmesini düğüm noktaları bilinmeyenleri cinsinden ifade ederiz (2.34).

$$\chi = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \end{Bmatrix} = B_b d_p \quad (2.34)$$

(2.34) kullanılarak eğilme enerjisine bağlı rijitlik matrisi elde edilir (2.35).

$$K_b = \int_V B_b^T D_b B_b dx dy \quad (2.35)$$

## 2.5 Kayma Enerjisinin Rijitlik Matrisine Katkısı

Dönmeleri ve çökmenin birinci türevini lokal kordinatlarda ifade etmek için geçiş matrisi kullanılır (2.36).

$$\gamma = \begin{Bmatrix} \theta_x - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \theta_y - \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \gamma_\xi \\ \gamma_\eta \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \theta_\xi - \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \theta_\eta - \frac{\partial w}{\partial \eta} \end{Bmatrix}; \quad [J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Kayma şekil değiştirmesi kenar düğüm noktalarındaki şekil değiştirmeler cinsinden yazılır [17] (2.37).

$$\begin{Bmatrix} \gamma_\xi \\ \gamma_\eta \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(1+\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & (1+\xi) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\gamma_{\xi 1} \\ -\gamma_{\eta 2} \\ \gamma_{\xi 3} \\ \gamma_{\eta 4} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

Kayma şekil değiştirmesi orta düğümlerdeki şekil değiştirmeler cinsinden yazılır (2.38).

$$\begin{Bmatrix} \gamma_\xi \\ \gamma_\eta \end{Bmatrix} = \widehat{N} \begin{Bmatrix} -\gamma_{\xi 1} \\ -\gamma_{\eta 2} \\ \gamma_{\xi 3} \\ \gamma_{\eta 4} \end{Bmatrix} = \widehat{N} \begin{Bmatrix} \gamma_{s5} \frac{S_1}{2} \\ \gamma_{s6} \frac{S_2}{2} \\ \gamma_{s7} \frac{S_3}{2} \\ \gamma_{s8} \frac{S_4}{2} \end{Bmatrix} = \widehat{N} \begin{Bmatrix} \gamma_{s5} \\ \gamma_{s6} \\ \gamma_{s7} \\ \gamma_{s8} \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

(2.28) de kullanılan  $\widehat{N}$  matrisi (2.39).

$$\widehat{N} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(1+\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & (1+\xi) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

(2.28) de kullanılan  $\widehat{N}$  matrisi (2.40).

$$\widehat{N} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -S_1(1+\eta) & 0 & S_3(1-\eta) & 0 \\ 0 & -S_2(1-\xi) & 0 & S_4(1+\xi) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Yukarıdaki ifadelerde  $S_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) dört düğümlü sonlu elemanın kenar uzunlukları  $\gamma_{si}$  ( $i=5,6,7,8$ ) ler ise kenarlarda tanımlanan lokal eksenlerde kenarların orta noktalarındaki kayma şekil değişimleridir (2.41).

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{s5} \\ \gamma_{s6} \\ \gamma_{s7} \\ \gamma_{s8} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_{s5} - w_{s5} \\ \theta_{s6} - w_{s6} \\ \theta_{s7} - w_{s7} \\ \theta_{s8} - w_{s8} \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

Plak sonlu elemanın dış sınırları boyunca iki komşu düğüm arasında Timoshenko çubuk fonksiyonu Şekil 2.2 deki lokal eksenini kullanarak tanımlarız. 1 ve 2 düğümleri arasında  $\tilde{\theta}_n$  ve  $\tilde{w}_s$  elde edilir.  $\tilde{\theta}_s$  (2.42) de verilmiştir.

$$\tilde{\theta}_s = -\left(\frac{6\psi_1\psi_2}{L}\right)\mu_e w_1 + \psi_1(1-3\mu_e\psi_2)\theta_{s1} + \left(\frac{6\psi_1\psi_2}{L}\right)\mu_e w_2 + \psi_1(1-3\mu_e\psi_1)\theta_{s2} \quad (2.42)$$

$\tilde{w}_s$  (2.43) de verilmiştir.



$$K_s = \int_V B_s^T D_s B_s dx dy dz \quad (2.49)$$

Formüller incelendiğinde görülecektir ki çok ince plaklarda  $\frac{h}{s} \rightarrow 0$  gittiği durumlarda  $\lambda_e \rightarrow 0$  olmakta böylece kayma şekil değiştirme enerjisi sıfır olmaktadır. Bu sayede çok ince plak sistemlerin bile çözümünde kayma kilitlenme problemi yoktur.

## 2.6 Sonlu Plak Elemanın Rijitlik matrisi

Elemanın eğilme ve kayma şekil değiştirme enerjilerinden ayrı ayrı hesaplanan rijitlik matrisleri birleştirilerek Mindlin plak teorisine göre çıkarılmış 4 düğümlü bir sonlu elemanın rijitlik matrisi elde edilmiş olacaktır (2.50). Sadece eğilme enerjisi göz önüne katılarak çıkarılan  $K_b$  tüm elemanın rijitlik matrisi olarak alınırsada Kirchhoff plak teorisine göre hesap yapılmış olacaktır.

$$K = K_b + K_s \quad (2.50)$$

### 3. MEMBRAN SONLU ELEMAN

#### 3.1 Giriş

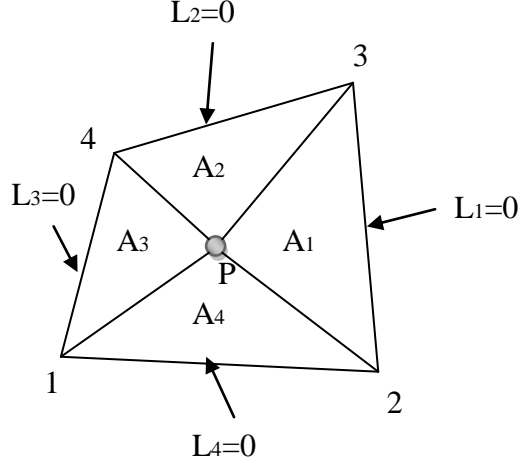
Tez kapsamında geliştirilen dörtgen membran sonlu elemanda alışıldığın dışında yerel eleman koordinat sistemi  $(\xi, \eta)$  yerine alan koordinatları kullanıldı [18]. Yerel eleman koordinatları  $(\xi, \eta)$  geniş bir şekilde kullanılmasına rağmen bazı dezavantajları vardır. Düzgün dörtgen elemanda yerel eleman koordinat sistemi  $(\xi, \eta)$  ile Kartezyen koordinat sistemi  $(x, y)$  arasındaki dönüşüm lineerken düzgün olmayan dörtgen elemanda bu dönüşüm nonlineerdir [19,20]. Bu yüzden yüksek dereceden şekil değiştirme fonksiyonuna sahip dörtgen serentipity elemanlarda düzgün olmayan şekillerde alınan sonuçlar çok kötüdür. Alan koordinatlarında çalışmanın avantajı ise alan koordinatları ile kartezyen koordinat sistemi  $(x, y)$  arasındaki dönüşüm her zaman lineerdir [19,20]. Bu da elemanın şeklinin bozulması sonucunda oluşan performans düşüşlerinin önüne geçer. Elamanın sabit stres altında düzgün bir şekilde çalışması ve ayrık testlerini geçebilmesi için Wilson tarafından geliştirilen bir yöntem bu elemana uygulanmıştır [21].

#### 3.2 Dört Dügümlü Sonlu Elaman İçin Alan Koordinatları

Şekil 3.1 de görüldüğü gibi bir dörtgen elemanın içindeki bir P noktası alan koordinatları cinsinden ifade edilebilir [19,20], bunlar şu şekilde ifade edilebilir (3.1).

$$L_i = \frac{A_i}{A} \quad (i = 1,2,3,4) \quad (3.1)$$

A dörtgeninin alanı  $A_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) ler ise P noktasıyla oluşan üçgenlerin alanıdır.

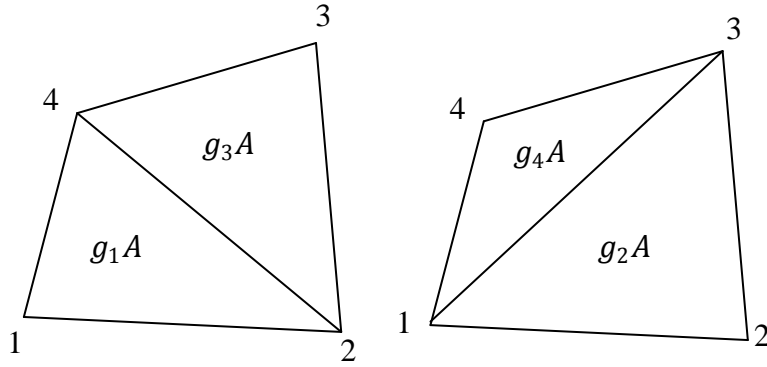


**Şekil 3.1** : Alan koordinatlarının tanımı.

Alan koordinatları dörtgen isoparametric koordinatlar cinsinden de tanımlanabilir. Bu amaçla boyutsuz  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  ve  $g_4$  parametreler tanımlanacak (3.2). Bu birimsiz parametreler şu şekilde tanımlanabilir [19].

$$g_1 = \frac{A'}{A} ; g_2 = \frac{A''}{A} ; g_3 = 1 - g_1 ; g_4 = 1 - g_2 \quad (3.2)$$

$A'$  ve  $A''$  sırasıyla  $\Delta 124$  ve  $\Delta 123$  üçgenlerini alanlarıdır Şekil 3.2.



**Şekil 3.2** : Alan koordinatlarındaki boyutsuz parametreler.

Alan koordinatlarını yerel eleman koordinatları cinsinden yazarsak  $L_1$  (3.3) de verilmiştir.

$$L_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi) [g_2 (1 - \eta) + g_3 (1 + \eta)] \quad (3.3)$$

$L_2$  ise (3.4) de verilmiştir.



$$L_2 = \frac{1}{4}(1 - \eta)[g_4(1 - \xi) + g_3(1 + \xi)] \quad (3.4)$$

$L_3$  ise (3.5) de verilmiştir.

$$L_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)[g_1(1 - \eta) + g_4(1 + \eta)] \quad (3.5)$$

$L_4$  ise (3.6) de verilmiştir.

$$L_4 = \frac{1}{4}(1 + \eta)[g_1(1 - \xi) + g_2(1 + \xi)] \quad (3.6)$$

### 3.3 Formülasyon

Dörtgen membran sonlu elamanda düğüm yer değiştirmeleri olarak her düğüme  $u$  ve  $v$  yer değiştirmeleri alınacak. Düğüm yer değiştirme vektörü şu şekildedir (3.7).

$$\{d_m\} = [u_1 \quad v_1 \quad u_1 \quad v_1 \quad u_1 \quad v_1 \quad u_1 \quad v_1]^T \quad (3.7)$$

Ek olarak  $u$  yer değiştirmeleri için iki iç parametre ve  $v$  yer değiştirmeleri için iki ek parametre seçilmiştir [18] (3.8).

$$\{\lambda\} = [\lambda_1 \quad \lambda_1' \quad \lambda_2 \quad \lambda_2']^T \quad (3.8)$$

Yer değiştirme alanı (3.7) ve (3.8) cinsinden tanımlanır (3.9).

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_\lambda \\ v_\lambda \end{Bmatrix} = [N_q]\{d_m\} + [N_\lambda]\{\lambda\} \quad (3.9)$$

$N_q$  açık hali (3.10).

$$[N_q] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$N_\lambda$  açık hali (3.11).

$$[N_\lambda] = \begin{bmatrix} N_{\lambda 1} & 0 & N_{\lambda 2} & 0 \\ 0 & N_{\lambda 1} & 0 & N_{\lambda 2} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Şekil fonksiyonları dediğimiz  $N_q$  i bulmak için önce  $u_0$  ve  $v_0$  ı tanımlayalım.  $u_0$  ve  $v_0$  ikiside aynı formda olacağı için sadece  $u_0$  ı tanımlıyoruz (3.12).

$$u_0 = \alpha_1 + \alpha_2(L_3 - L_1) + \alpha_2(L_4 - L_2) + \alpha_3(L_3 - L_1)(L_4 - L_2) \quad (3.12)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  ve  $\alpha_4$  dört tane bilinmeyen sabittir. Bu sabitler gerekli sınır koşulları göz önüne alınarak bulunurlar. (3.9) ve (3.10) göz önüne alınarak  $N_i$  ler bulunur (3.13).

$$N_i = -\frac{g_k}{2} + L_i + L_j + \xi_i \eta_i g_k P \quad (3.13)$$

(3.13) de kullanılan P kısaltması (3.14).

$$P = \frac{3(L_3 - L_1)(L_4 - L_2) - (g_1 - g_2)(L_4 - L_2) - \frac{1}{2}(g_2 g_4 - g_1 g_3)}{1 + g_2 g_4 + g_1 g_3} \quad (3.14)$$

$N_\lambda$  şekil fonksiyonları eğilme modları göz önüne alınarak seçilir (3.15).

$$N_{\lambda 1} = L_1 L_3 ; N_{\lambda 2} = L_2 L_4 \quad (3.15)$$

### 3.4 Rijitlik Matrisinin Çıkarılması

Membran sonlu elemanda şekil değiştirmeden oluşan enerji yazılır (3.16).

$$U = \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} \varepsilon^T D_b \varepsilon \right) dv \quad (3.16)$$

$\varepsilon$  birim şekil değişim vektörü ise düzlem elastisite için şöyledir (3.17).

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Elastisite matrisi ise (3.18) de verilmiştir.

$$[D] = \frac{E}{1 - \mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Düğüm bilinmeyenleri ile şekil değişimi arasındaki bağıntı (3.19).

$$\varepsilon = [B_q] \{d_m\} + [B_\lambda] \{\lambda\} \quad (3.19)$$

(3.16) deki enerji denklemi daha açık bir şekilde yazılır ise (3.20).

$$\begin{aligned}\pi &= \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} \varepsilon^T D_b \varepsilon \right) dv = \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} f^T \varepsilon \right) dv \\ &= \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} f^T B_q d \right) dv + \int_{v_e} \left( \frac{1}{2} f^T B_\lambda \lambda \right) dv\end{aligned}\quad (3.20)$$

$\lambda$  bilinmeyenlerinden oluşan şekil değiştirme enerjisi sabit gerilme altında sıfır olmalıdır (3.21). Elemanın sabit gerilme altında iyi bir şekilde çalışıp gerekli ayrık testleri geçebilmesi için bunun sağlanması gereklidir [21].

$$\int_{v_e} \left( \frac{1}{2} f^T B_\lambda \lambda \right) dv = \frac{1}{2} f^T \int_{v_e} B_\lambda \lambda dv = 0 ; \quad \int_{v_e} B_\lambda dv = 0 \quad (3.21)$$

(3.21) eşitliğini sağlamak için  $B_\lambda$  ye bir düzeltme matrisi olan  $B_{D\lambda}$  eklenir (3.22).

$$\int_{v_e} (B_\lambda + B_{D\lambda}) dv = \int_{v_e} B_\lambda dv + V B_{D\lambda} = 0 ; \quad B_{D\lambda} = -\frac{1}{2} \int_{v_e} B_\lambda dv \quad (3.22)$$

(3.21) şartını sağlamak için  $B_\lambda$  yerine düzeltilmiş  $\overline{B}_\lambda$  matrisi kullanılır (3.23).

$$\overline{B}_\lambda = B_\lambda + B_{D\lambda} \quad (3.23)$$

$d_m$  bilinmeyenlerinden kaynaklanan rijitlik matrisi (3.24).

$$K_{d_m d_m} = \int_V B_{d_m}^T D B_{d_m} dx dy dz \quad (3.24)$$

$\lambda$  bilinmeyenlerinden kaynaklanan rijitlik matrisi (3.25).

$$K_{\lambda\lambda} = \int_V \overline{B}_\lambda^T D \overline{B}_\lambda dx dy dz \quad (3.25)$$

$d_m$  ve  $\lambda$  bilinmeyenlerinin ikisinin etkisiyle oluşan rijitlik matrisi (3.26).

$$K_{\lambda d_m} = \int_V \overline{B}_\lambda^T D B_{d_m} dx dy dz \quad (3.26)$$

Son olarak iç indirgemeyle kullanılmayacak olan  $\lambda$  bilinmeyenleri rijitlik matrisinden çıkarılır ve sadece  $d_m$  ye bağlı rijitlik matrisi elde edilmiş olur.

$$K = K_{qq} - K_{\lambda q}^T K_{\lambda\lambda}^{-1} K_{\lambda q} \quad (3.27)$$

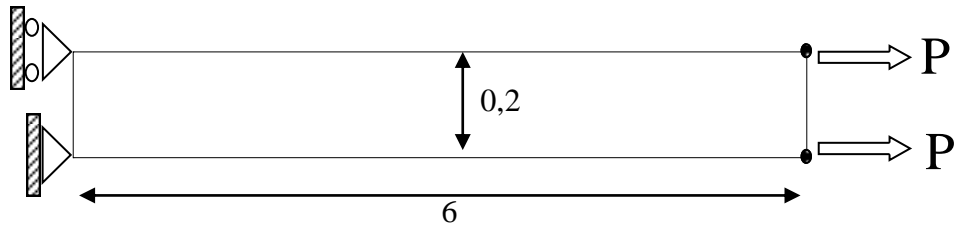


#### 4. SAYISAL ÖRNEKLER

Çözülecek örneklerde  $h$  sonlu elemanın kalınlığını  $\nu$  poisson oranını ve  $E$  elastisite modülünü temsil edecektir. Karşılaştırma çizelgelerinde STA kısaltması bu tez kapsamında geliştirilen sonlu elemanla alınan sonuçları SAP2000 kısaltması ise Sap 2000 programı kullanılarak alınan sonuçları temsil edecektir. SAP2000(thin) ince plak opsiyonu kullanılarak alınan sonuçları SAP2000(thick) ise kalın plak opsiyonu kullanılarak alınan sonuçları temsil etmektedir.

##### 4.1 Membran Örnekleri

Şekil 4.1 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=10000000$  değerleri altında çözülmüştür.



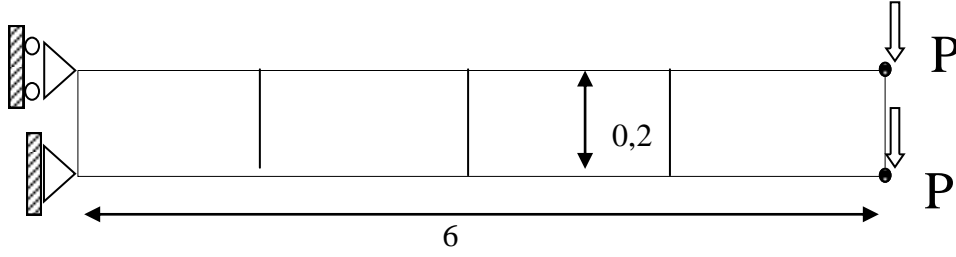
Şekil 4.1 : Çekme altında düz çubuk.

Çözüm sonucu elde edilen çubuk uç uzama miktarı çizelge 4.1 de verilmiştir.

Çizelge 4.1 : Çubuk uç uzama.

	STA	SAP2000
1x1	0.00003	0.00003
Teorik		0.00003

Şekil 4.2 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=10000000$  değerleri altında çözülmüştür.



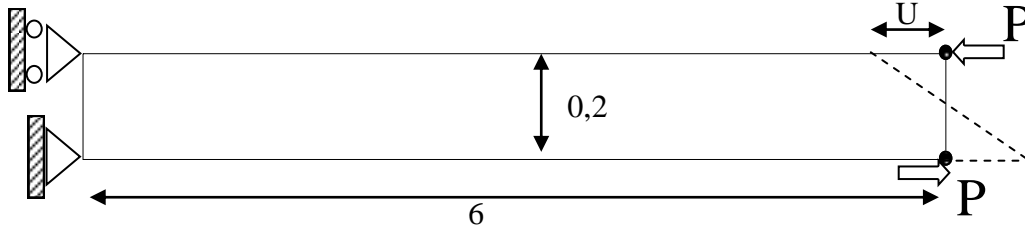
**Şekil 4.2 :** Eğilme altında düz çubuk.

Çözüm sonucunda çubuk uç kısmında bulunan çökme değerleri farklı sonlu eleman ağları için çizelge 4.2 de verilmiştir

**Çizelge 4.2 :** Çubuk uç çökme.

	STA	SAP2000
1x1	0.0811	0.0811
2x1	0.1013	0.1013
3x1	0.1051	0.1051
4x1	0.1064	0.1063
5x1	0.1070	0.1069
6x1	0.1073	0.1072
Teorik	0.1081	

Şekil 4.3 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=10000000$  değerleri altında çözülmüştür.



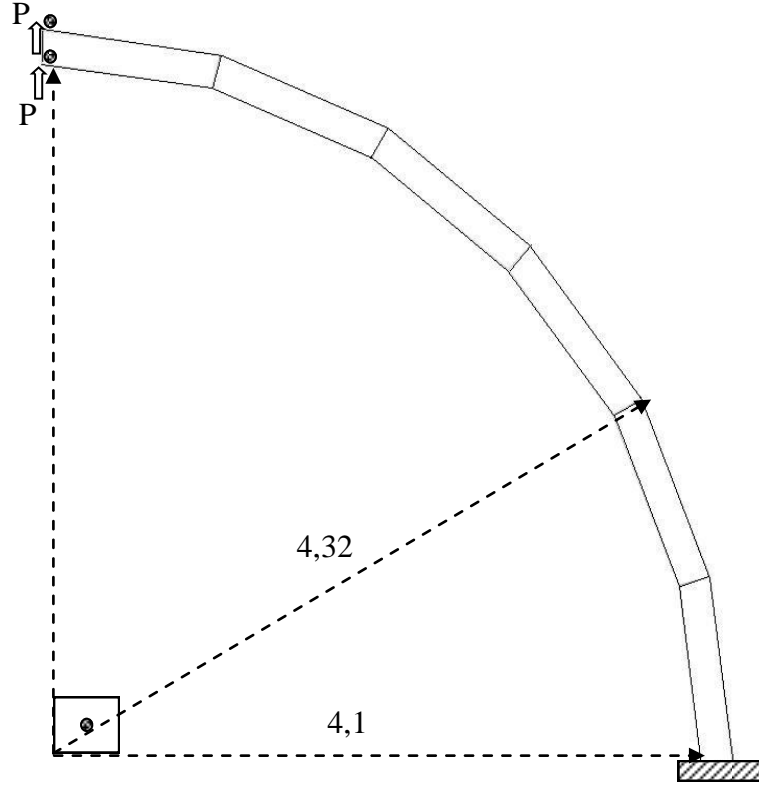
**Şekil 4.3 :** Uç moment altında düz çubuk.

Çözüm sonucunda dönme sonucunda oluşan U yer değiştirmesi çizelge 4.3 de verilmiştir.

**Çizelge 4.3 :** Dönme sonucu oluşan U yer değiştirmesi.

Dörtgen Ağ	STA	SAP2000
1x1	0.0009	0.0009
Teorik	0.0009	

Şekil 4.4 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.25$  ve  $E=10000000$  değerleri altında çözülmüştür.



Şekil 4.4 : Eğilme altında eğrisel çubuk.

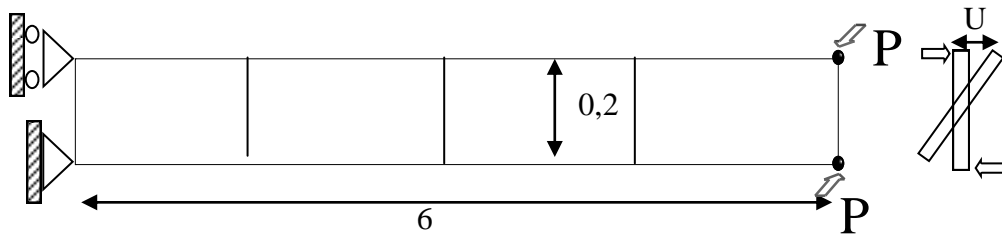
Çözüm sonucunda çubuk ucunun düşey yer değişimi çizelge 4.4 vermiştir.

Çizelge 4.4 : Çubuk ucunun düşey deplasmanı.

Dörtgen Ağ	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
6x1	0.0775	0.0773	0.0773
20x1	0.0883	0.0877	0.0877
Teorik		0.0886	

## 4.2 Plak Örnekleri

Şekil 4.5 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=10000000$  değerleri altında çözülmüştür.



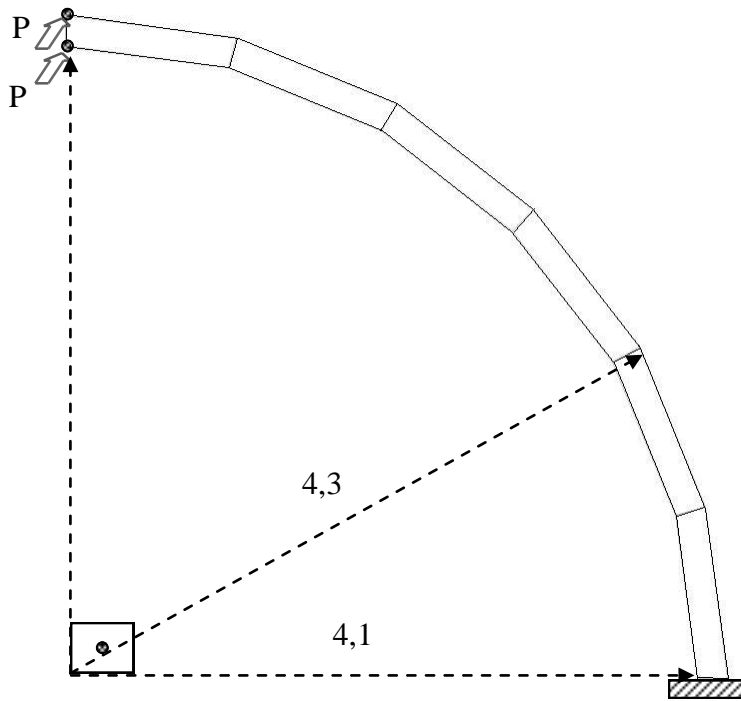
Şekil 4.5 : Burulma altında düz çubuk.

Çözüm sonucunda burulma sonucunda oluşan U yer değiştirmesi çizelge 4.5 de verilmiştir.

**Çizelge 4.5 :** Burulma sonucu oluşan U yer değiştirmesi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
1X1	0.0022	0.0023	0.0018
2x1	0.0023	0.0023	0.0020
4x1	0.0023	0.0023	0.0022
8x1	0.0023	0.0023	0.0023
16x1	0.0024	0.0023	0.0023
32x1	0.0025	0.0023	0.0024
Teorik		0.0034	

Şekil 4.6 deki problem birimsiz  $h=0.1$ ,  $P=0.5$ ,  $\nu=0.25$  ve  $E=10000000$  degerleri altında çözülmüştür.



**Şekil 4.6 :** Düzleme dik eğilme altında eğrisel çubuk.

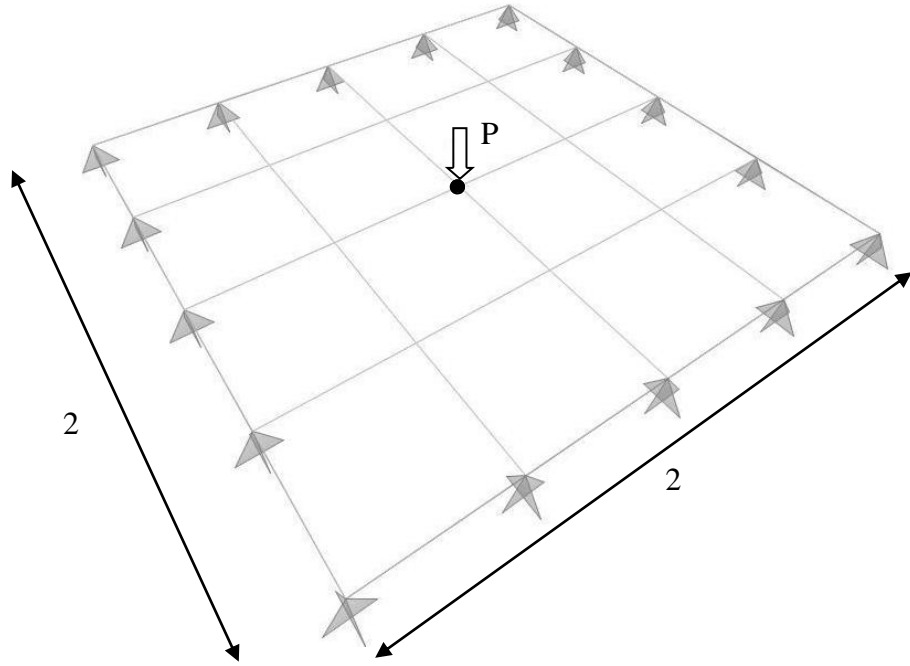
Çözüm sonucunda çubuk ucunun düzleme dik yer değişimi çizelge 4.6 vermiştir.

**Çizelge 4.6 :** Çubuk ucunun düzleme dik yer değişimi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
6x1	0.4437	0.4535	0.4298
20x1	0.4539	0.4524	0.4499
Teorik		0.5004	



Şekil 4.7 deki basit mesnetli plak sistemi birimsiz  $h=0.0001$ ,  $P=0.0004$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=17472000$  değerleri altında çözülmüştür.



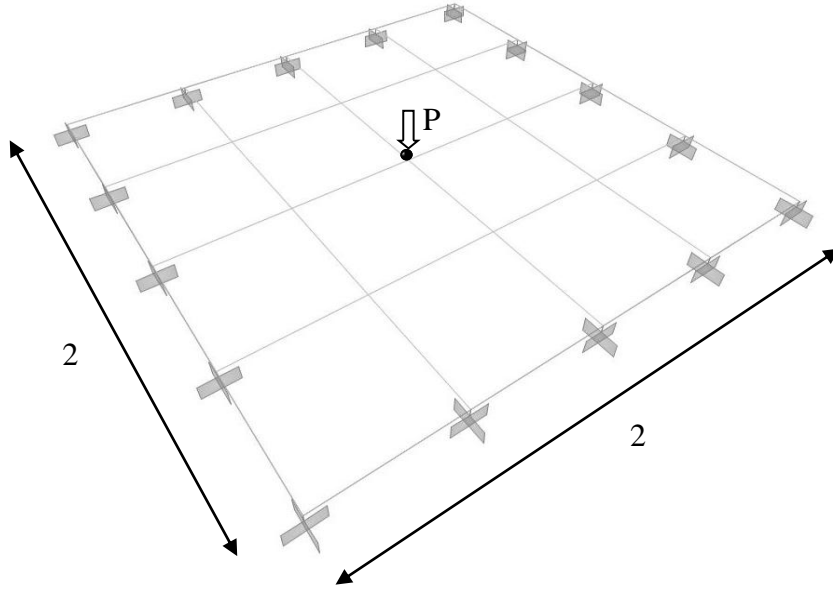
**Şekil 4.7 :** Tekil yük altında basit mesnetli döşeme.

Çözüm sonucunda P yükü altındaki düşey yer değiştirme Çizelge 4.7 vermiştir

**Çizelge 4.7 :** Basit mesnetli plak sistemde P yükü altındaki düşey yer değiştirtme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	13.04	15.16	12.20
4x4	12.06	12.69	11.68
8x8	11.74	11.94	11.60
16x16	11.64	11.70	11.61
32x32	11.61	11.63	11.61
Teorik		11.6	

Şekil 4.8 deki sabit mesnetli plak sistemi birimsiz  $h=0.0001$ ,  $P=0.0004$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=17472000$  değerleri altında çözülmüştür.



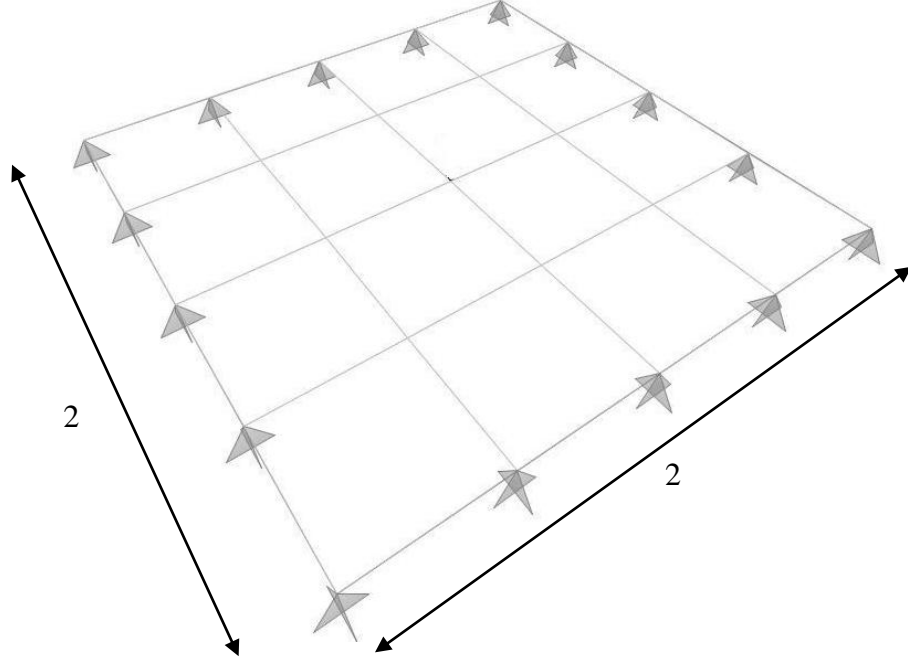
**Şekil 4.8 :** Tekil yük altında ankastre mesnetli döşeme.

Çözüm sonucunda P yükü altındaki düşey yer değiştirme çizelge 4.8 vermiştir.

**Çizelge 4.8 :** Ankastre plak sistemde P yükü altındaki düşey yer değiştirme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	5.93	6.25	0.07
4x4	5.98	6.41	4.67
8x8	5.74	5.90	5.38
16x16	5.65	5.70	5.58
Teorik		5.6	

Şekil 4.9 deki basit mesnetli plak sistemi kendi ağırlığı altında birimsiz  $h=0.0001$ ,  $P=0.0004$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E= 17472000$  değerleri altında çözülmüştür.



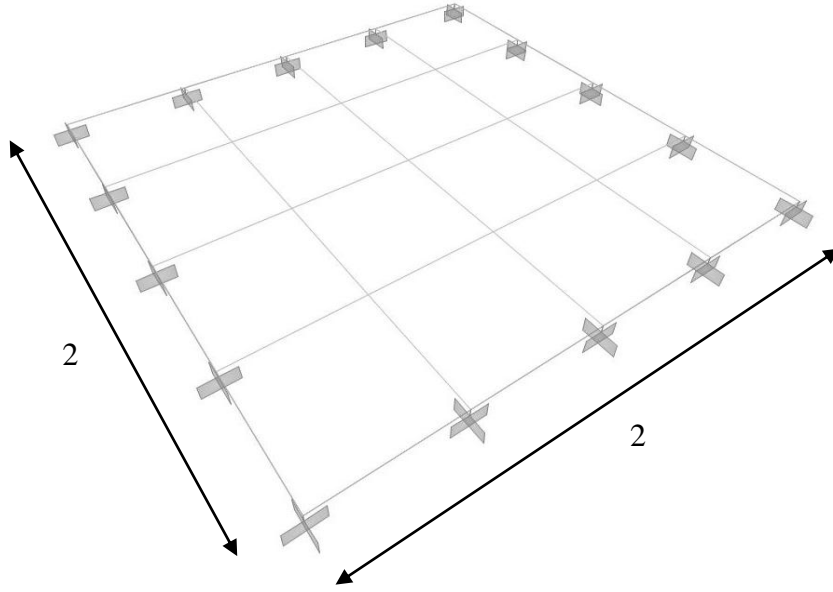
**Şekil 4.9 :** Kendi ağırlığı altında basit mesnetli döşeme.

Çözüm sonucunda plak orta noktasındaki düşey yer değiştirme çizelge 4.9 vermiştir.

**Çizelge 4.9 :** Basit mesnetli plak ortasındaki düşey yer değiştirme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	3.26	3.79	3.05
4x4	3.84	4.05	3.93
6x6	3.96	4.06	4.01
8x8	4.00	4.06	4.03
16x16	4.05	4.06	4.06
Teorik		4.06	

Şekil 4.10 deki sabit mesnetli plak sistemi kendi ağırlığı altında birimsiz  $h=0.0001$ ,  $P=0.0004$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E= 17472000$  değerleri altında çözülmüştür.



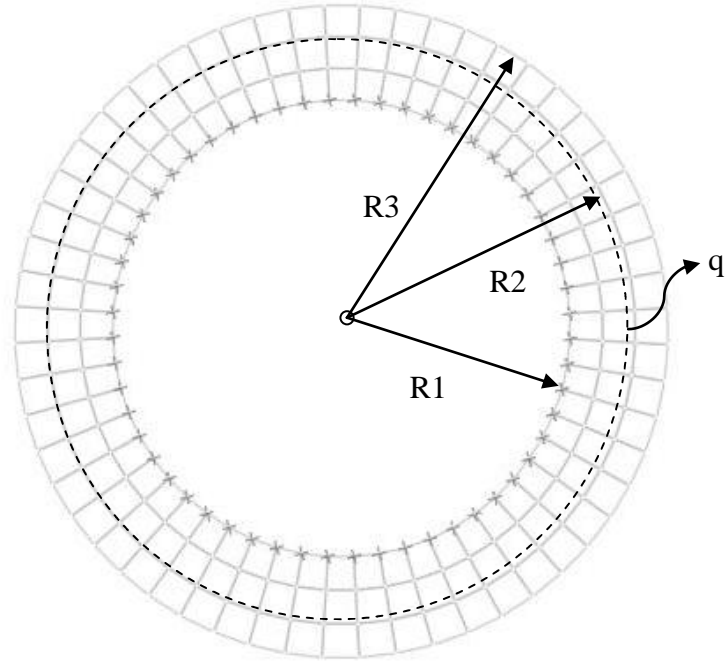
**Şekil 4.10 :** Kendi ağırlığı altında ankastre mesnetli döşeme.

Çözüm sonucunda plak orta noktasındaki düşey yer değiştirme çizelge 4.10 vermiştir.

**Çizelge 4.10 :** Ankastre plak ortasındaki düşey yer değiştirme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	1.48	1.56	0.02
4x4	1.36	1.46	1.16
6x6	1.31	1.36	1.23
8x8	1.29	1.32	1.25
16x16	1.27	1.28	1.27
Teorik		1.26	

Şekil 4.11 deki R1 yarıçapı boyunca basit mesnetli plak sistemi R2 yarıçapı boyunca yüklenmiş  $q=800$  kuvvet/boy yükü,  $h=0.5$ ,  $R1=1.4$ ,  $R2=1.8$ ,  $R3=2$ ,  $\nu=0.3$  ve  $E=18000000$  değerleri altında çözülmüştür.



**Şekil 4.11 :** Çizgisel yük dairesel döşeme.

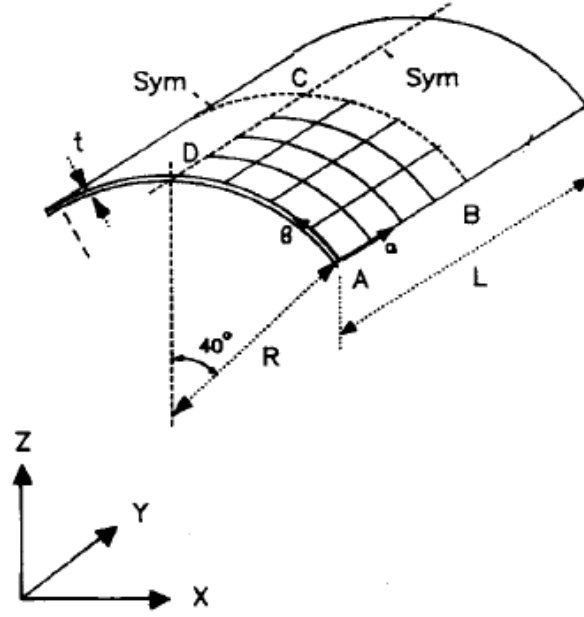
Çözüm sonucunda R3 yarıçapı üstündeki noktaların düşey yer değiştirmeleri çizelge 4.11 veriştir.

**Çizelge 4.11 :** R3 yarıçapı üstündeki noktaların düşey yer değiştirmesi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
0.2	0.00531	0.00522	0.00534
0.1	0.00534	0.00522	0.00534
Teorik		0.005	

### 4.3 Üç Boyutlu Örnekler

Şekil 4.12 deki kabuk sistem eğrisel kenarlar boyunca X ve Z yönünde yer değiştirmeleri engellenmiş, kendi ağırlığı altında birimsiz  $h=0.25$ ,  $L=50$ ,  $R=50$ ,  $\nu=0$ , birim hacim ağırlık=360 ve  $E= 432.000.000$  değerleri altında çözülmüştür



Şekil 4.12 : Çizgisel yük dairesel döşeme.

Çözüm sonucunda C noktasının çökmesi çizelge 4.12 de verilmiştir.

Çizelge 4.12 : C noktası çökmesi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	0.018	0.018	0.018
4x4	0.057	0.061	0.058
8x8	0.047	0.048	0.048
12x12	0.046	0.046	0.046
Teorik		0.048	

B noktasının çökmesi çizelge 4.13 de verilmiştir.

Çizelge 4.13 : B noktası çökmesi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	1.123	1.366	1.050
4x4	0.402	0.421	0.412
8x8	0.314	0.317	0.316
12x12	0.305	0.307	0.307
Teorik		0.3086	

B noktasındaki Mx momenti çizelge 4.14 de verilmiştir.

**Çizelge 4.14 : B noktası Mx momenti.**

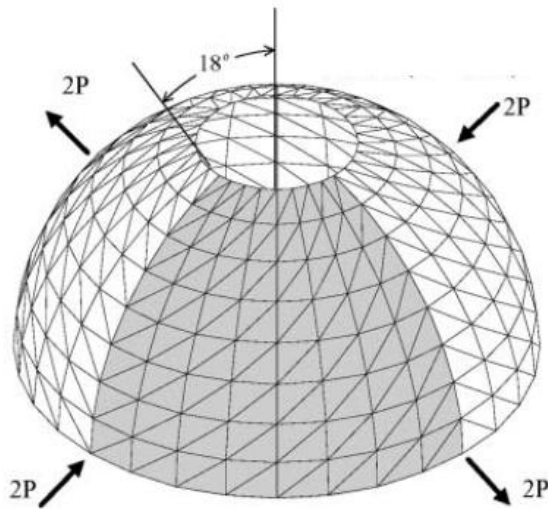
	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	2727	4163	2041
4x4	875	769	928
8x8	700	694	694
12x12	665	670	676
32x32	648	652	655
Teorik		700	

C noktasındaki Mx momenti çizelge 4.15 de verilmiştir.

**Çizelge 4.15 : C noktası Mx momenti.**

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	-791	38	53
4x4	-337	-125	-120
8x8	-165	-107	-105
12x12	-127	-100	-104
32x32	-100	-96	-98
Teorik		-100	

Şekil 4.13 deki tekil yükler altındaki küresel kabuk sistem birimsiz  $P=1$ ,  $E=68250000$ ,  $\nu=0.3$ , küre yarıçapı=10 ve iki farklı h değeri için çözülmüştür.



**Şekil 4.13 : Tekil yükler altında üstü açık yarım küre**

Çözüm  $h=0.04$  değeri altında yapıldığında tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme çizelge 4.16 de verilmiştir.

**Çizelge 4.16 :** Tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme.

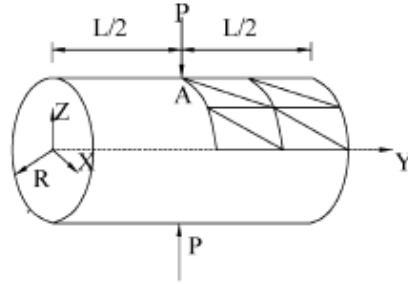
	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	0.0924	0.0276	0.0244
4x4	0.0949	0.0884	0.0844
8x8	0.0949	0.0939	0.0927
16x16	0.0946	0.0935	0.0934
Teorik		0.094	

Çözüm  $h=0.001$  değeri altında yapıldığında tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme çizelge 4.17 de verilmiştir.

**Çizelge 4.17 :** Tekil kuvvetler doğrultusunda yer değiştirme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	5381	540	289
4x4	1721	62	59
8x8	1533	806	792
16x16	4593	4196	4177
24x24	5542	5422	5407
Teorik		5838	

Şekil 4.14 deki tekil yükler altındaki silindirik kabuk sistem birimsiz  $P=100$ ,  $E=105000000$ ,  $\nu=0.3125$ ,  $h=0.094$ ,  $L=10,35$  ve  $R=4,953$  değerleri altında çözülmüştür.



**Şekil 4.14 :** Tekil yükler altında silindir.

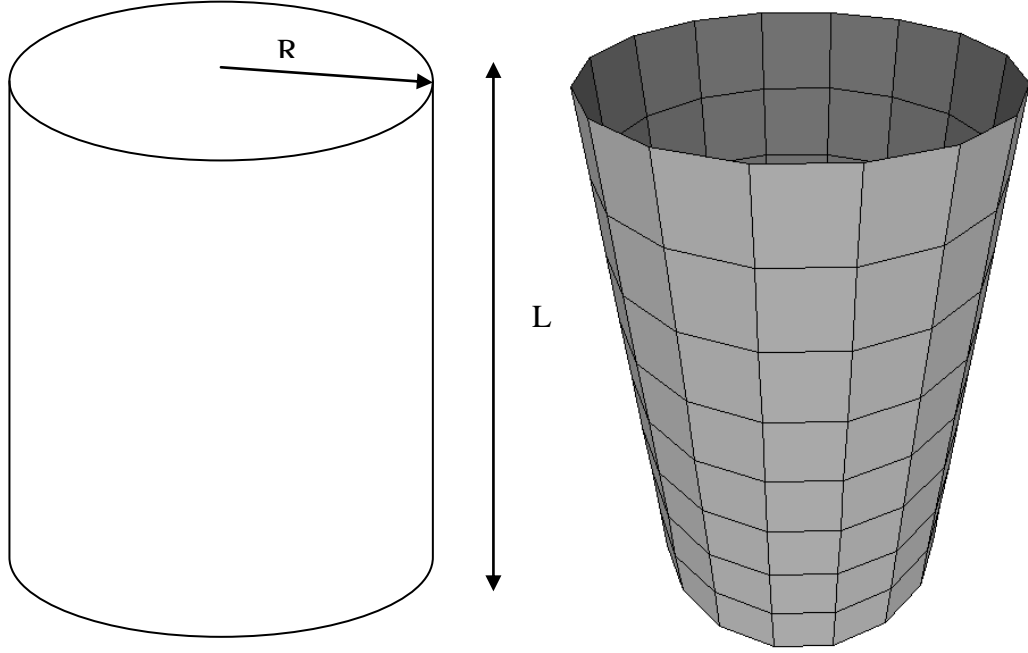
Çözüm sonucu A noktasındaki çökme değeri çizelge 4.18 de verilmiştir.

**Çizelge 4.18 :** A noktasın çökmesi.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
2x2	0,0956	0,0976	0,0976
4x4	0,1080	0,1086	0,1076
6x6	0,1113	0,1117	0,1107
8x8	0,1125	0,1127	0,1121
Teorik		0,1139	



Şekil 4.15 deki sabit iç basınç altındaki silindirik kabuk sistem birimsiz  $P$  (iç basınç)=1,  $E=29000$ ,  $\nu=0.3$ ,  $h=1$ ,  $L=200$  ve  $R=60$  değerleri altında çözülmüştür.



**Şekil 4.15 :** Sabit iç basınç altında silindir.

Çözüm sonucu sistemde oluşan radyal genişleme çizelge 4.19 da vermiştir.

**Çizelge 4.19 :** İç basınç altında radyal genişleme.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
8x16	0,12175	0,12175	0,12175
Teorik		0,12414	

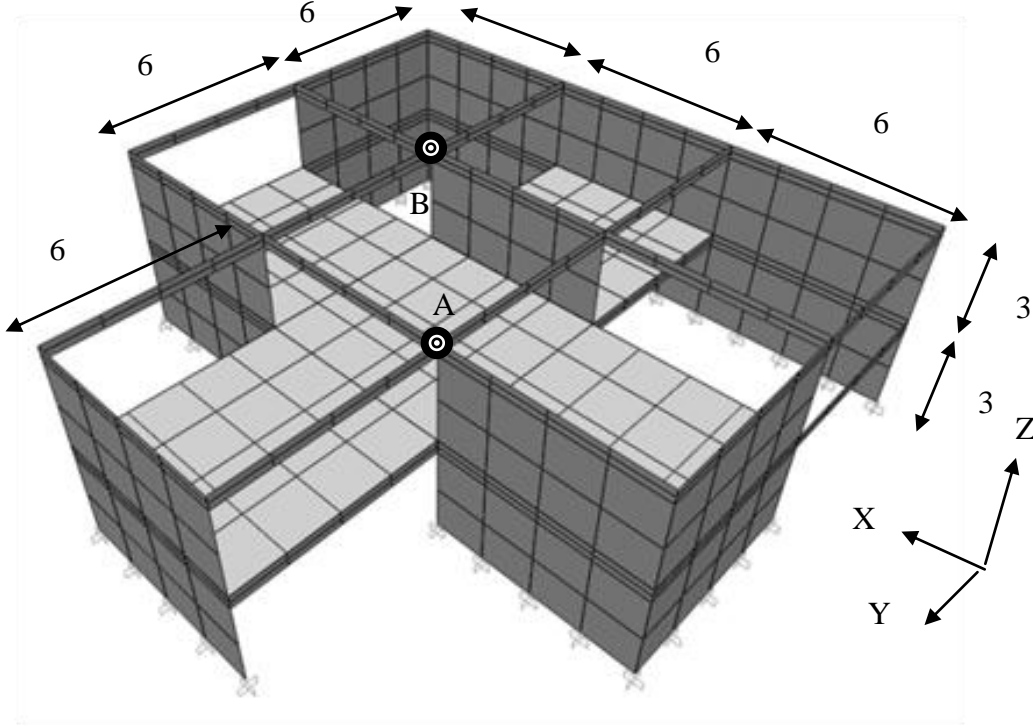
Çözüm sonucu  $h$  doğrultusundaki kısalma çizelge 4.20 verilmiştir.

**Çizelge 4.20 :** İç basınç altında  $h$  doğrultusunda kısalma.

	STA	SAP2000 (thin)	SAP2000 (thick)
8x16	0,12175	0,12175	0,12175
Teorik		0,12414	

#### 4.4 Perde Çubuk Sistem Örneği

Şekil 4.16 deki sistemde birimsiz  $E=24821128$ ,  $\nu=0,2$  ve birim ağırlık= $23,5631$  değerleri kullanılmıştır. Döşeme sistemini kalınlığı 0,12, perdelerin kalınlığı 0,4 ve çubuklar ise düşey boyutu 0,3x0,4(düşey) olarak boyutlandırılmıştır. Birinci kata toplamda 11900, ikinci kata ise 7400 yük yüklenmiştir. Tüm yapı sonlu eleman bölgelerine ayrılmış ve çözüm yapılmıştır.



**Şekil 4.16 :** Perde çubuk sistem.

Şekil 4.16 deki sistemin çözümü sonucu A noktasındaki yer değiştirmeler çizelge 4.21 de verilmiştir.

**Çizelge 4.21 :** A noktası yer değiştirmeleri.

	STA	SAP2000(thick)
X yer değiştirme	0,001373	0,001320
Y yer değiştirme	-0,000144	-0,000145
Z yer değiştirme	-0,000533	-0,000531
X dönme	0,000058	0,000064
Y dönme	0,000532	0,000133
Z dönme	-0,000121	-0,000119

B noktasındaki yer değiştirmeler çizelge 4.22 de verilmiştir.

**Çizelge 4.22 :** B noktası yer değiştirmeleri.

	STA	SAP2000(thick)
X yer değiştirme	0,002430	0,002390
Y yer değiştirme	0,000125	0,000132
Z yer değiştirme	-0,000957	-0,000993
X dönme	-0,000035	-0,000034
Y dönme	0,000823	0,000417
Z dönme	0,000055	0,000040

A noktasındaki kuvvetler çizelge 4.23 de verilmiştir.

**Çizelge 4.23 : A noktası kuvvetler.**

	STA	SAP2000(thick)
N11	125,0507	129,1325
N22	-20,7876	-28,7694
N12	69,1928	-36,7645
M11	217,1824	237,4910
M22	81,7012	9,7598
M12	-0,1010	0,3474

B noktasındaki kuvvetler çizelge 4.24 de verilmiştir.

**Çizelge 4.24 : B noktası kuvvetler.**

	STA	SAP2000(thick)
N11	747,8949	675,6931
N22	-40,0147	-48,4537
N12	85,0997	-10,3630
M11	206,3900	229,2520
M22	79,8920	7,4683
M12	0,1000	-0,1108

Çözüm sonucu sap2000 ile bu eleman arasındaki gerilme farklılıkları görülmektedir. Problemin teorik çözümü mevcut olmadığı için hangisinin doğru olduğunu söylemek çok zordur. Gerilme farklılığı gösteren bölgeler detaylı incelendiği zaman o bölgenin genelinde gerilme sonuçlarını aynı olduğu sadece gerilmenin bakıldığı noktada fark olduğu görülmüştür.



## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında perde çubuk sistemlerin sonlu elemanlarla hesaplanması amacıyla 4 düğümlü düzlemsel bir kabuk eleman geliştirilmiştir. Bu eleman kullanılarak çözülen birçok problem bu sonlu elemanın başarılı bir şekilde teorik sonuçlara yakınsadığını göstermektedir. Bu sonlu elemanın kalın ve ince plak problemlerinde başarılı bir şekilde çalıştığı hem çözülen örneklerle hem de teorik olarak gösterilmiştir. Düzlem gerilme problemleriyle ilgili çözülen örneklerden ise bu elemanın rahatlıkla düzlem gerilme problemlerinde kullanılabileceğini ve eğilme etkisi altında çok yüksek bir yakınsama gösterdiği görülmektedir. Çözülen üç boyutlu örnekler ise bu elemanın genel kabuk problemlerinde başarılı bir şekilde yakınsadığını göstermektedir. Genel problemlerde başarılı bir şekilde çalışan bu sonlu eleman perde çubuk sistemlerin sonlu elemanlar ağı oluşturularak çözümesinde başarılı bir şekilde kullanılabilir. Bu tez kapsamında perde ve çubuk sistemler sonlu eleman ağı kurularak çözüldüğü için çok fazla bilinmeyen ortaya çıkmaktadır. Çubuk elemanlar sonlu elemanlar ağı yerine çubuk teorisi kullanılarak çubuk sonlu eleman olarak modellenirse daha az bilinmeyenle aynı sistemler çözülebilir. Çubukların kabuk sonlu elemanlarla değil de çubuk sonlu elemanlarla modellendiği modellerde çubuk ve perde etkileşimini arttırmak için bu tezde geliştirilmiş olan membran sonlu elemana düzleme dik dönme serbestlikleri de eklenebilir. Özetle tez sonucunda elde edilen sonuçlar maddeler olarak:

1. Timoshenko çubuk fonksiyonları kullanılarak ince ve kalın plak problemlerinde iyi bir şekilde çalışan ve kayma kilitlemesi problemi olmayan plak sonlu elemanlar çıkartılabilir.
2. Alan koordinatları kullanılarak bozuk şekilli sonlu elemanların performanslarında ki düşüş önenebilir. Yani düzgün dörtgen bir sonlu eleman iyi bir şekilde çalışırken, yamuk bir dörtgen olduğu zaman alınan sonuçlar kötüleşmektedir. Alan koordinatları kullanıldığı zaman bu performans düşüşü önlenmektedir.

3. Alan koordinatları veya başka bir yöntem kullanılarak bozuk şekillerde performanslı şekilde çalışması sağlanan sonlu elemanlar sabit gerilme pacht testlerini başarılı bir şekilde geçememektedirler. Yani eğer bir sonlu eleman şekli bozulsa dahi iyi bir performansta çalışıyor ise sabit gerilme testini geçememektedir. Eğer sabit gerilme altında düzgün bir şekilde çalışması sağlanır ise şekli bozulduğu zaman performansında düşme olmaktadır. Bu tez kapsamında kullanılan membran sonlu elemanda alan koordinatları kullanılmış ve bozuk şekillerde ile iyi sonuçlar elde ettiği izlenmiştir. Fakat sabit gerilme altındaki problemlerde ise iyi sonuçlar vermediği görülmüştür. Bu yüzden Wilson [25] tarafında geliştirilen bir yöntem bu elemana uygulanmış ve sabit stres altında düzgün bir şekilde çalışması sağlanmıştır.

### **5.1 Çalışmanın Uygulama Alanı**

Bu tez kapsamında oluşturulan düzlemsel kabuk sonlu eleman perde çubuk sistemlerin çözümü kapsamında ele alınmış olsa da çözülen birçok genel problemde aldığı başarılı sonuçlar bu elemanın her tür yapı sisteminin sonlu elemanlar ağı oluşturularak çözümünde kullanılabileceği görülmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Bell, K.**, 1969: A refined triangular plate bending element, *International Journal for numerical Methods in Engineering*, 1, 101-122.
- [2] **Irons, B. M.**, 1969: A conforming quadratic triangular element for plate bending, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1, 29-46.
- [3] **Bergan, P. G. and Wang, X.**, 1984: Quadrilateral plate bending elements with shear eformations, *Computers and Structures*, 19,1-2, 25-34.
- [4] **Verwood, M. H., Kok and A. W. M.**, 1990: Shear locking free six-node mindling plate bending element, *Computers and Structures*, 36, 547-555.
- [5] **Zienkiewicz OC, Taylor RL and Too JM.**, 1971: Reduced integration technique in general analysis of plates and shells. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*:275-290.
- [6] **Hughes TJR, Taylor RL and Kalcjai W.**,1977: Simple and efficient element for plate bending. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1977; 11:1529}1543.
- [7] **Hughes TJR, Cohen M, and Haroun M.**, 1978: Reduced and selective integration techniques in finite element analysis of plates. *Nuclear Engineering Design*; 46:203-222.
- [8] **Cheung YK, Wanji Chen.**, 1995: Refined nine-parameter triangular thin plate bending element by using refined direct stiffness method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 38:283-298.
- [9] **Wanji Chen, Cheung YK.**, 1998: Refined triangular discrete Kirchhoff plate element for thin plate bending, vibration and buckling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 41:1507-1525.
- [10] **Wanji Chen, Cheung YK.**, 1997: Refined quadrilateral discrete Kirchhoff thin plate bending element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 41:3937-3953.
- [11] **Chen W, Cheung YK.**, 2000: Refined quadrilateral element based on Mindlin/Reissner plate theory. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 47:605–627.
- [12] **Reissner E.**, 1945: The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*; 12:69–76.
- [13] **Mindlin RD.**, 1951: Influence of rotatory inertia and shear in flexural motions of isotropic elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*; 18:31–81.

- [14] **Gere JM, Timoshenko SP.**, 1991: *Mechanics of Materials* (3rd edn). Chapman & Hall: London.
- [15] **Wang CM.**, 1995: Timoshenko beam-bending solutions in terms of Euler-Bernoulli solutions. *Journal of Engineering Mechanics*; 121(6):763-765.
- [16] **Zienkiewicz OC, Taylor RL.**, 2000: *The Finite Element Method* (5th edn). Butterworth- einemann: Oxford.
- [17] **Bathe KJ, Dvorkin EH.**, 1985: A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and mixed interpolation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 21:367383.
- [18] **Xiao-Ming Chen, Song Cen , Yu-Qiu Long and Zhen-Han Yao**, 2002: Membrane elements insensitive to distortion using the quadrilateral area coordinate method. *Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*
- [19] **Long YQ, Li JX, Long ZF and Cen S.**, 1999: Area coordinates used in quadrilateral elements. *Communications Numerical Meth Engng*;19(8):533–45.
- [20] **Long ZF, Li JX, Cen S and Long YQ.**, 1999: Some basic formulae for Area coordinates used in quadrilateral elements. *Communications Numerical Meth Engng*;19(12):841–52.
- [21] **Wilson EL, Taylor RL, Doherty WP and Ghabussi T.**, 1973: Incompatible displacement models. In: Fenven ST et al., editors. *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics*. New York: Academic Press; p. 43–57.



## **ÖZGEÇMİŞ**

**Ad Soyad:** Ziya ATAR

**Doğum Yeri ve Tarihi:** Çorum 1984

**Lisans Üniversitesi:** İstanbul Teknik Üniversitesi